دانشگاه آزاد ایران

آشتی با ریاضیات

بهار ۲۵۳۶

آشتی با ریاضیات

سردبیر: پرویز شهریاری
مدیر داخلی: محمد حسین احمدی
زیر نظر هیئت تحریریه
از انتشارات جانبی دانشگاه آزاد ایران
نشانی: تهران ـ خیابان کریم‌خان‌زند ـ اول آبان شمالی ـ دانشگاه آزاد ایران

فهرست مطالب

عشق می‌ورزم و امید که این فن شریف
چون هنرهای دگر موجب حرمان نشود

هدف این مجموعه کوششی است برای گشودن دریچه‌ای ــ یا شاید روزنه‌ای ــ به‌روی چشمهای جوینده و ذهنهای پوینده، تا مگر آنها را به‌نگریستن و اندیشیدن به‌فراسوی روزنه برانگیزد.

بارها کسانی، که این هدف با جانشان درآمیخته بود، به‌چنین کوششی دست زده‌اند، و امروز ما آزمایش را از سرمی‌گیریم، تا چه پیش‌آید.

با این امید کار را آغاز می‌کنیم که بتوانیم از آنچه درجهان دانش ریاضی می‌گذرد تصویرهایی به‌خوانندهٔ ایرانی عرضه کنیم ــ تصویرهایی ساده وروشن ــ که اورا به‌جستجوی دانش و آگاهی برانگیزد.

بدین امید وقتی می‌توان دل بست که از یاری و پشتیبانی صاحبان دانش و اهل قلم برخوردار شویم و از آسیب بدگمانی و بدگویی بر کنار مانیم.

سردبیر

آیمرتوت

هندسهٔ «نااقلیدسی» پیش از اقلیدس

دوهزار سال پیش از پیدایش و طرح هندسه نااقلیدسی، در نوشته‌های ارسطو، دربارهٔ مسألهٔ معروف خطهای موازی ــ به‌روش نااقلیدسی ــ اشاره‌هایی به‌میان آمده است.

پیدایش وطرح هندسهٔ نااقلیدسی را یکی از روشن‌ترین جنبه‌های پیشرفت دانش درسدهٔ نوزدهم به‌شمار آورده‌اند. کارل فردریک‌گوس[1]، یانوش‌بابای[2] و نیکولای ایوانویچ لباچوسکی[3]، بدون اینکه رابطه‌ای

لباچوسکی
ریاضیدان روسی
(۱۷۹۳ - ۱۸۵۶)

1. Carl Friedrich Gauss 2. Johann Bolyai
3. Nikolai Ivanovich Lobatchevsky

جان والیس
ریاضیدان انگلیسی
(۱۶۱۶ - ۱۷۰۳)

باهم داشته باشند، به‌کشف هندسهٔ نااقلیدسی نائل آمدند. و بدین وسیله معلوم شد که حتی اصیلترین قانونهای ریاضی ــ یعنی هندسهٔ اقلیدسی ــ هم می‌تواند با استدلالهای قیاسی ریاضی نفی‌شود و درنتیجه اعتقاد به‌اینکه ریاضیات شامل قانونهای مطلق می‌باشد، سست شود.

هستهٔ مرکزی این دگرگونی، مسألهٔ قدیمی خطهای موازی است. مقصود اصلی این‌مقاله بررسی پژوهشهایی است‌که دربارهٔ این مسأله پیش از اقلیدس انجام گرفته است. به‌عبارت دیگر، بررسی قضیه‌های نااقلیدسی فراموش شده‌ای است‌که دربعضی از متنهای پیش‌از زمان اقلیدس به‌آنها اشاره شده است. قبل‌از هرچیز لازم‌است به‌شرح مسألهٔ خطهای موازی بپردازیم و این همان مسأله‌ای است‌که از زمان اقلیدس تاکنون همیشه مورد بحث بوده است.

به‌طور خلاصه، مسألهٔ خطهای موازی از زمانی پیش‌آمدکه خواستند اصل پنجم اقلیدس را مانند سایر قضیه‌ها به‌وسیلهٔ اصلهای «هندسهٔ مطلق» به‌اثبات برسانند و آن‌را به‌عنوان یك اصل قبول نداشتند. (به‌شکل ۱ توجه شود). لفظ «هندسهٔ مطلق» را **بایای** انتخاب کرده است و آن را برای قضیه‌هایی‌که‌بدون‌نیاز به‌اصل‌پنجم اقلیدس، قابل‌اثبات هستند برگزیده‌است. درصورتی‌که اصل پنجم اقلیدس را قبول نداشته باشیم، هندسهٔ نا اقلیدسی خواهیم داشت. و اگر به‌رد یا قبول اصل پنجم کاری نداشته باشیم، هندسهٔ مطلق را خواهیم داشت. یعنی هندسهٔ مطلق مجموعهٔ قضیه‌هایی است‌که،

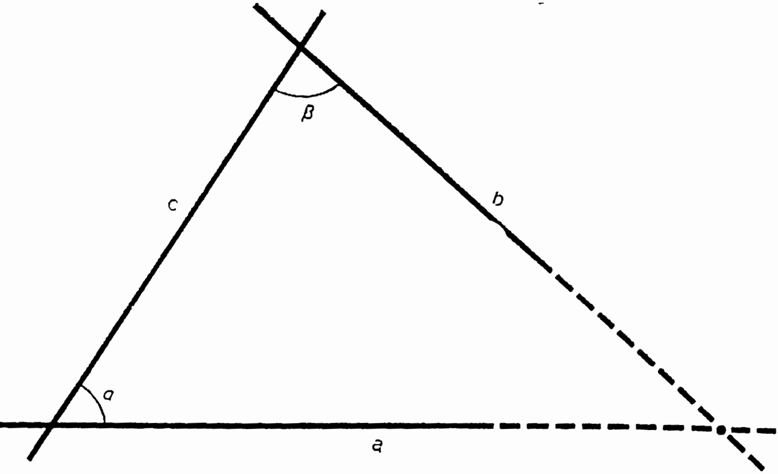
صرفنظر از درستی یا نادرستی اصل پنجم و بدون رابطه با این اصل، به‌اثبات می‌رسند. به‌عبارت دیگر، هندسهٔ مطلق مجموعهٔ قضیه‌هایی است‌که هم در هندسهٔ اقلیدسی و هم هندسهٔ نااقلیدسی، قابل اثبات می‌باشند. بنابراین ۲۸ قضیهٔ اول اقلیدس از شمار هندسهٔ مطلق می‌باشند. درحالی‌که به‌نظر بسیاری از پیروان اقلیدس وجود چنین اصلی درجمع دیگر اصلهای غیر قابل اثبات لکه‌ای بودکه باید سعی می‌شد از دامن هندسه پاك شود.

اگر مسألهٔ خطهای موازی حل می‌شد، اصل پنجم خود یکی از قضیه‌های هندسهٔ مطلق به‌حساب می‌آمد و درنتیجه، هندسهٔ مطلق شامل کلیهٔ قضیه‌های هندسهٔ اقلیدسی می‌شد و دیگر زمینه‌ای برای عرضهٔ هندسهٔ نااقلیدسی وجود نمی‌داشت. اکنون باعلم به‌اینکه هندسهٔ نااقلیدسی نیز می‌تواند وجود داشته باشد، بی‌مناسبت نیست از ریاضیدانانی که درگذشته ــ به‌خیال خود ــ اصل پنجم را اثبات کرده‌اند، یادی کرده‌باشیم. اول باید از **کلودیوس بطلمیوس**[1] (حدود سال ۱۵۰ پیش از میلاد) پایه‌گذار مسلم دانش اخترشناسی دریونان، آغاز کنیم. **پروکلوس**[2] در سدهٔ پنجم پس‌از اشاره به‌اشتباه بطلمیوس، خود استدلال جدیدی پیش می‌کشدکه دست‌آخر به‌همان شکل استدلال ونتیجهٔ بطلمیوسی منتهی می‌شود. سپس نوبت به‌**خواجه نصیرالدین طوسی** ریاضیدان ایرانی (۱۲۷۴ــ۱۲۰۱ میلادی) و بعد به‌**جان والیس**[3] ریاضیدان انگلیسی (۱۷۰۳ ــ ۱۶۱۶) می‌رسد.

درسال ۱۸۸۹ اندکی پس‌از به‌وجود آمدن هندسهٔ نااقلیدسی، فصل گمشده‌ای از تاریخچهٔ خطهای موازی مجدداً کشف شد. **اوجینیوبلترامی**[4] (۱۹۰۰ ــ ۱۸۳۵) ریاضیدان ایتالیایی و یکی از اشاعه‌دهندگان هندسهٔ نااقلیدسی) نوشته‌های **جیرولاموساکری**[5] (۱۷۳۳ ــ ۱۶۶۷) هم‌میهن خودرا ــ که به‌دست فراموشی سپرده شده بود ــ درخاطره‌ها زنده کرد. ساکری خود استاد فلسفه و پیرو روش تطبیق نتیجه با طبیعت بود. منطق این دسته چنین می‌گویدکه هرگاه موضوعی به‌نتیجهٔ نادرست کشید، آن موضوع را باید محال دانست و علت را درتناقض و یا اشتباه استدلال جستجو کرد. ساکری درکارهای خواجه‌نصرالدین طوسی و والیس ــ که سعی کرده بودند برای اثبات اصل پنجم از روش برهان مستقیم استفاده کنند ــ یك‌نوع سفسطه مشاهده کرد. او درکتابش به‌نام «اقلیدس عاری از لکهٔ‌ننگ» کوشید تاعدم موفقیت آنها را جبران کند و درمقابل آنها روش برهان‌خلف (روش غیرمستقیم) را به‌کار برد وسعی کرد نشان دهد که نفی اصل پنجم، مارا به‌سمت یك تناقض می‌کشاند. البته ما اکنون‌می‌دانیم که ساکری درواقع به‌هیچ‌وجه به‌تناقض، یا امر محالی، برخورد نکرده بود،

---

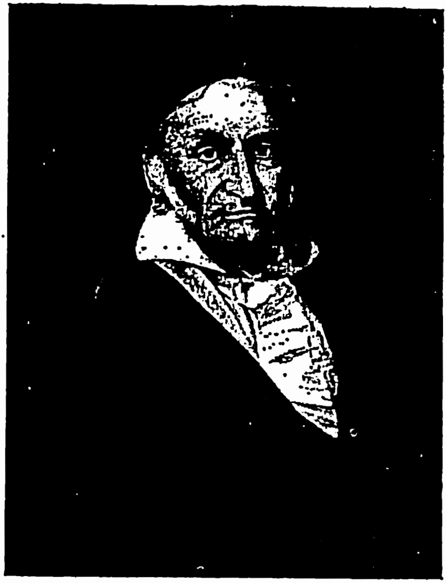
1. Claudius Ptolemy 2. Proclus 3. John wallis
4. Eugenio Beltrami 5. Girolamo Saccheri



شکل ۱

اصل پنجم اقلیدس: که به‌اصل خطهای موازی نیزمشهور است، یکی ازپنج اصل، و یا حکمهای غیرقابل اثباتی است‌که اقلیدس دستگاه هندسی خود را برآنها بنا نهاد. اصل پنجم می‌گویدکه اگر در روی یك صفحه ـ خط مستقیمی مثل c دو خط مستقیم دیگر مثل a و b را قطع‌کند، به‌طوریکه مجموع‌دوزاویهٔ‌داخلی α و β ـ‌که دریك سمت خط c قرارگرفته‌اند ـ کمتر از دو قائمه باشد، امتداد دو خط مستقیم a و b در نقطه‌ای واقع در همان سمت زاویه‌های کمتر از دوقائمه، یکدیگر را قطع خواهندکرد. بسیاری از ریاضیدانان، از عهد یونان باستان تاسدهٔ نوزدهم، بیهوده تلاش می‌کردند تا اصل پنجم را مانند سایرقضیه‌ها ثابت کنند وآن‌را به‌عنوان یك اصل به‌رسمیت نمی‌شناختند. با اقدام بزرگ ریاضیدانان سدهٔ نوزده ـ‌کارل فردریك‌گوس یانوش بایای و نیکولای ایوانوویچ لباچوسکی[5]، معلوم شد که بدون توسل به اصل پنجم هم می‌توان دستگاه واقعی قضیه‌های ریاضی را پایه‌گذاری‌کرد و در نتیجه راهی برای‌پیشرفت‌هندسهٔ پردامنهٔ نااقلیدسی بازشد.

بلکه‌آنچه بدان دست‌یافته‌بود ــ بدون اینکه خود ازآن‌آگاهی یابد ــ چیزی جز هندسهٔ نااقلیدسی نبود. همان‌طورکه متذکر شدیم برای اثبات ۲۸ قضیهٔ اول اقلیدس نیاز به‌اصل پنجم مشاهده نمی‌شود وساکری با این ۲۸ قضیه شروع به‌کار کرد و به‌این طریق به‌استدلال پرداخت (شکل ۲) که فرض‌کرد ضلعهای AC و BD موازیند و زاویه‌های A و B نیز قائمه‌اند. سپس با استفاده از ۲۸ قضیهٔ اول اقلیدس ،به‌آسانی ثابت کردکه زاویه‌های C و D باهم برابر می‌شود. اما زاویه‌های C و D ممکنست قائمه، منفرجه و یا حاده باشند. اقلیدس قائمه بودن آنها را قبول کرد. کوشش ساکری هم دراین بودکه قائمه بودن آنها را به‌اثبات برساند و اگر دراین راه موفق می‌شد، می‌توانست ادعاکندکه اصل پنجم را به‌اثبات رسانده است وهمچنین قضیهٔ دیگر اقلیدس را ــ که می‌گوید: مجموع زاویه‌های یك‌مثلث برابر دوقائمه‌است ــ به‌نتیجه



CARL FRIEDRICH GAUSS

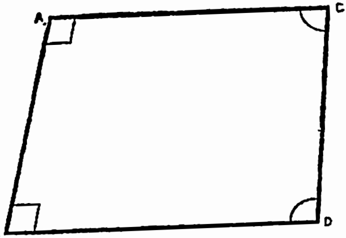
گوس
ریاضیدان ومنجم آلمانی
(۱۷۷۷ - ۱۸۳۵)

رسانده بود.

برای اثبات قائمه‌بودن زاویه‌های C و D ، ساکری مجبور شد ازبرهان خلف استفاده کند تا نشان دهدکه سایر حالتهای «ضداقلیدسی» غیر ممکن است. واضح‌است‌که حالتهای ضداقلیدسی دوحالت بیشتر نخواهد داشت ــ حالت زاویهٔ منفرجه و حالت زاویهٔ حاده.

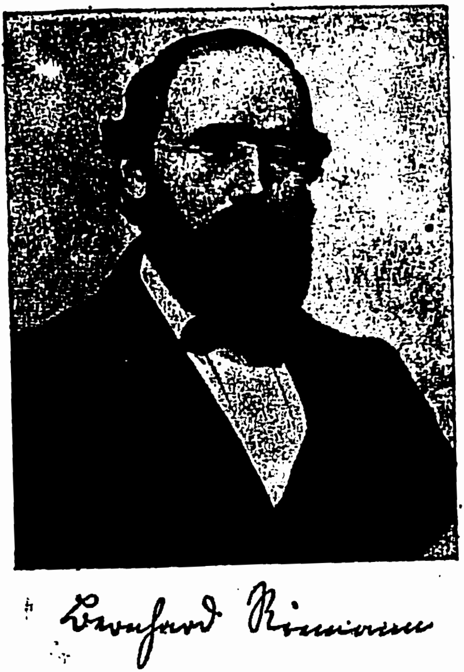
من دراین‌جا مخصوصاً کلمهٔ «ضداقلیدسی» را به‌کاربردم. چه این‌کلمه ازنظر فلسفی بیان‌کنندهٔ اینست‌که یا باید هندسهٔ اقلیدسی را قبول داشته باشیم و یا مخالف آنرا، درحالی‌که لفظ «نااقلیدسی» را باید در حالتی به‌کاربردکه موجودیت هردو دستگاه ــ اقلیدسی ومخالف آن ــ را پذیرفته باشیم ساکری برای اینکه ثابت‌کند فرض منفرجه بودن غیر ممکن است، اجباراً به‌طور ضمنی فرض‌کردکه طول یك خط بی‌نهایت است(درهندسهٔ بیضوی برنهاردریمان[1] فرض زاویهٔ منفرجه درست است، ولی خطهای راست، دارای مجموعه طولهای محدودی هستند). در واقع آنچه **ساکری** نشان داد این بودکه «فرض زاویهٔ منفرجه» متناقض با هندسهٔ مطلق **بایای** است. یکی از قضیه‌های هندسهٔ مطلق می‌گویدکه مجموع زاویه‌های یك مثلث نمی‌تواند بیش از دوقائمه باشد و ساکری نیز در حقیقت همین قضیه‌را به‌اثبات رساند. **آدرین ماری‌لژاندر**[2] (ریاضیدان‌فرانسوی ۱۸۳۳ ــ ۱۷۵۲) باهمین روش مجدداً آن‌را مورد تجزیه و تحلیل قرارداد‌که مدتها به‌نام

1. Bernhard Riemann   2. Adrien Morie Legendre

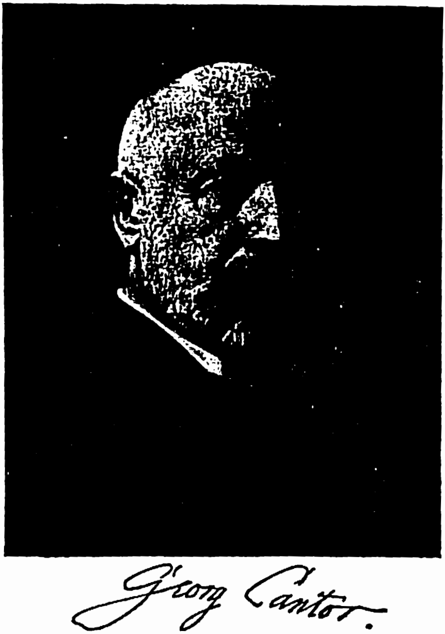


شکل ۲

برهان خلف برای اثبات اصل پنجم اقلیدس، روشی بود که جیرولا موساکری ـ هندسه دان ایتالیایی درسدهٔ هیجدهم ـ به‌آن متوسل شد. در شکل بالا فرض اینست که ضلع AC با BD موازیست و زوایه‌های A و B قائمه‌اند. با استفاده از ۲۸ قضیهٔ اول اقلیدس (که براصل پنجم متکی نیستند) نتیجه می‌شودکه زاویهٔ C مساوی زاویهٔ D می‌باشد. ساکری نتیجه‌گرفت که این دو زاویه نیز باید قائمه باشد، چه درغیراینصورت وبا فرض «ضد اقلیدسی» یعنی با فرض اینکه هرکدام از زوایه‌های C یا D بزرگتر یا کوچکتر از قائمه باشند، به‌تناقض برخورد خواهیم‌کرد. ساکری در روش خود عملا تعدادی از قضیه‌های مهم هندسهٔ نا اقلیدسی را به‌اثبات رساند، ولی او ندانسته این نتیجه‌ها را به‌حساب تناقض و یا محال گذاشته بود. با بررسیهایی که نویسندهٔ این مقاله درنوشته‌های برجستهٔ ریاضی‌کرده است، اخیراً درنوشته‌های فلسفی‌ارسطو نیزبه‌چنین نظرهای مشابهی برخوردکرده است.



ریمان
ریاضیدان آلمانی
(۱۸۶۶ - ۱۸۲۶)



جورج کانتور
ریاضیدان آلمانی
(۱۹۱۸ - ۱۸۴۵)

قضیهٔ لژاندر مشهور بود. علت‌اینکه نام لژاندر به‌این قضیه داده شد، این‌بود که‌کتاب ساکری چندماهی قبل از مرگش ــ در ۱۷۳۳ درمیلان به‌طبع رسیده بود وتا زمان بلترامی آگاهی‌درستی ازآن دردست نبود. درهرصورت ساکری نتوانست درنفی حالت سوم یعنی نفی فرض زاویهٔ حاده موفق شود. و دراین راه بامفاهیم مبهمی‌که از عناصر بینهایت به‌دست داده بیشتر باعث نمایان کردن سستی دلایل خود شده است. فرض زاویهٔ حاده صراحتاً همان فرض لباچوسکی و بایای است. بلترامی ــ همان شخصی که به‌عملیات ساکری پی برد و آنها را مجدداً درخاطره‌ها زنده کرد ــ نشان دادکه در فضای سه بعدی اقلیدسی، سطح مشخصی ــ مثل کرهٔ کاذب ــ کاملا بافرض زاویهٔ حاده تطبیق می‌کند. این نشان می‌دهدکه اگر درهندسهٔ نااقلیدسی تناقض باطنی‌وجود دارد، در هندسهٔ اقلیدسی نیز این‌تناقض مشاهده می‌شود.

اگر ساکری موفق بزدودن این «لکه» از دامن اقلیدس می‌شد باعث دمیدن روح تازه‌ای در هندسهٔ اقلیدسی می‌شد. در حالی کــه برعکس، ساکری دراین پیچ‌وخمها سرگردان شده بود.

تلاشهای ساکری ــ از دیدگاه امروزی ــ عبارت بود از اثبات تعدادی از قضیه‌های مهم هندسهٔ نا اقلیدسی. راه میان‌بری راکه ساکری پیمود باعث شدکه نظریاتش پوچ و بی‌معنی جلوه‌کند. درحالی‌که زحمات

هندسهٔ مطلق بایای

۱- اصلهای ارتباطی
۲- اصلهای ترتیبی
۳- اصلهای همنهشتی
۴- اصلهای پیوستگی

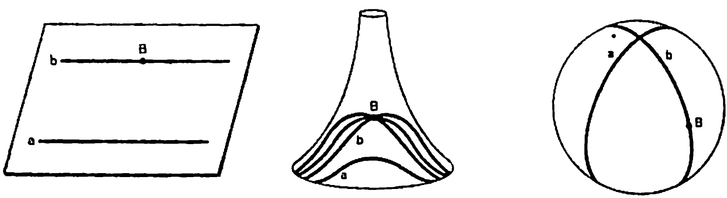
قضیهٔ موازیها:

از نقطهٔ B خارج‌ازخط a حداقل‌می‌توان یك خط b در همان صفحهٔ خط a رسم کردکه با خط a متقاطع نباشد.

اصل موازیهای ریمانی:
هیچ دوخط مستقیم‌موازی وجود ندارد.

اصل‌موازیهای‌لباچوسکی:
از نقطهٔ B خارج از خط a می‌توان بیش از یك خط مستقیم b در همان صفحهٔ خط a رسم کردکه با خط مستقیم a متقاطع‌نباشد.

اصل موازیهای اقلیدس:
از نقطه B خارج ازخط a حداکثر می‌توان یك خط مستقیم b در همان صفحهٔ خط a رسم کردکه با خط مستقیم a متقاطع نباشد.



شکل ۳

هندسهٔ مطلق را بایای برای مجموع قضیه‌هایی در هندسه به‌کار برده است که بدون مراجعه به‌اصل پنجم قابل‌اثبات باشند، ودرحقیقت هندسهٔ مطلق یك‌دستگاه ناقص هندسی وشامل قضیه‌هایی است که‌هم باهندسهٔ اقلیدسی وهم نااقلیدسی‌هیپربولیك مطابقت دارد. ازترکیب هندسهٔ مطلق بااصل موازیهای اقلیدس می‌توان هندسهٔ‌اقلیدسی (چپ) ویا بااصل موازیهای لباچوسکی- هندسهٔ نااقلیدسی هیپربولیك (راست) به دست آورد. اگر بخواهیم در هندسهٔ هیپربولیك یك خط مستقیم واقع در یك صفحه را نمایش دهیم می‌توانیم آن را شبیه یك «خط ژئودزی» فرض کنیم‌که در یك «سطح با انحناء منفی ممتد» مثل «کرهٔ‌کاذب» واقع شده باشد. لازم است‌تذکر داده شود که خط ژئودزی کوتاهترین فاصلهٔ‌بین دو نقطهٔ روی یك‌سطح می باشد - خواه سطح مستوی باشد یا غیرمستوی - . مثلا درکره، خط ژئودزی همیشه قطعه‌ای از دایرهٔ عظیمه‌است. از طرف دیگر نوع اصل موازیها که در سال ۱۸۵۴ توسط برنهارد ریمان پیش‌کشیده شد، با مفهوم هندسهٔ مطلق بایای متناقض است ، و دراین صورت برای بیان صحیح هندسهٔ نااقلیدسی ریمانی یا بیضوی -که سروکار خطهای مستقیم با دایرهٔ عظیمه روی‌کره خواهد بود - باید در تعریف هندسهٔ مطلق تجدیدنظر کنیم.

او در راه تبرئهٔ اقلیدس ـ ناخودآگاه ـ سبب شدکه یکی از پیشگامان هندسهٔ نااقلیدسی به‌شمار آید.

نظرعموم براین‌است‌که ساکری اولین ریاضیدانی بودکه به‌این امتیاز نایل آمد (بعدها ریاضیدان آلمانی به‌نام **یوهان هنریش لامبرت**[1] مستقلاً همین موضوعات را تکرار نمود واز ساکری هم پیشی گرفت) شگفت اینکه یونانیان‌نسل قبل ازاقلیدس‌نیزروی چنین‌عملیات مشابهی به‌بررسی‌پرداخته بودند. در نوشته‌های فلسفی ارسطو بررسی‌های روشنی به‌عمل آمده بود، ولی تا مدت دوهزارسال مورد توجه هیچ ریاضیدانی قرارنگرفت.

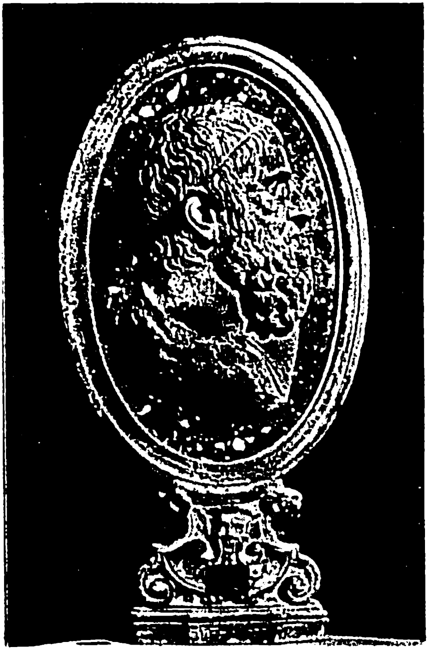
اگردر مسیرکسانی‌که مسأله موازیها را مورد توجه قرار دادند به عقب برگردیم، نشانه‌ها واشاره‌هایی درنوشته‌های **گرشن**[2] (سدهٔ چهاردهم) **خواجه نصیرالدین طوسی** (سدهٔ سیزدهـم)، **عمرخیـام** (سدهٔ یـازدهم)، **ابن هیثم** (سدهٔ دهم) وحتی **بطلمیوس** (سدهٔ دوم پیش از میلاد) می‌بینیم. **پروکلوس** (سدهٔ پنجم) عمل بطلمیوس را در «تفسیر» خود ـ که قدیمترین منبع مربوط به‌مسأله می‌باشد ـ مورد بحث قرار داده است. بـایدگفت‌که فقط **ساکری** و **لامبرت** بودند که دستگاه‌کامل ضد اقلیدسی را بنا نهادند وبقیهٔ افراد باکم و بیش اشتباههایی، قضیه‌های ضد اقلیدسی را چشم‌پوشی کردند. منبع الهام را باید در زمـانهای خیلی دورتر جستجوکرد. در واقع فرض‌زاویهٔ حاده‌درقضیهٔ‌بیست ونهم‌کتاب‌اول مقدمات،به‌وسیلهٔ‌خود اقلیدس صراحتاً مطرح شده است و اقلیدس برای اثبـات قضیهٔ ۲۹ ازروش برهان خلف‌استفاده نموده است، یعنی به‌جای اثبات‌مستقیم قضیه، مقدمتاًفرضهای عمومی ضد اقلیدسی را به‌ترتیب پیش‌کشیده است بدین نحو: (شکل ۴) «اگر a با b موازی‌باشد وزاویهٔ داخلی α با زاویهٔ داخلی‌دیگر α' ودرنتیجه با زاویهٔ خارجی α'' نامساوی باشد، مجموع دوزاویهٔ داخلی α و β نیز نامساوی با $۲R$ (دو قائمه) می‌شود». واین مسلماً کوششی است درراه به‌تناقض‌کشاندن فرض، وبالاخره اقلیدس ادامه می‌دهد «اما اگر α با α' برابرنباشد پس یکی‌ازآنها بزرگتراز دیگری می باشد. فرض‌می‌کنیم زاویهٔ α' بزرگترباشد درنتیجه زاویهٔ‌خارجی α'' نیزبزرگترمی‌شود. بنابراین $\alpha+\beta<۲R$ خواهد شد». گفتهٔ اخیراقلیدس و نتیجهٔ آن را می‌توان بـه صورت خلاصهٔ زیربیان کرد «اگرخطی مـانند c دوخط مستقیم a و b را قطع‌کند به‌طوریکه دو زاویهٔ داخلی α و β را دریك سمت c تشکیل دهد، دوخط a و b می توانند یکدیـگررا تلاقی‌کنند، به‌خصوص این تلاقی در همان سمتی ازخط c امکان دارد که مجموع زاویه‌های α و β کمتراز $۲R$

1. Johann Heinrich Lambert   2. Gersonides=Levi ben Gershon

آدرین- ماری لژاندر
ریاضیدان فرانسوی
(۱۷۵۲ - ۱۸۳۳)

باشد.» در هرصورت اینها چیز دیگری جزهمان فرض زاویهٔ حاده نیست. و اقلیدس برای مقابلهٔ آن، اصل پنجم را پیش‌کشید که می‌گوید «اگر $\alpha+\beta<۲R$ باشد، بنابراین خطهای مستقیم a و b یکدیگررا قطع می‌کنند. وچون ما آنها را موازی فرض‌کرده بودیم، درنتیجه یك تناقض به وجود می‌آید» واز این موضوع اقلیدس بلافاصله نتیجه‌گیری‌کرد «بنابراین زاویهٔ α نمی‌تواند نامساوی α' باشد، بلکه لازم‌است باآن مساوی باشد و بالاخره خواهیم داشت: $\alpha=\alpha'$ و $\alpha+\beta=۲R$. فهوالمطلوب». بطلمیوس مستقیماً این نوع نتیجه‌گیری اقلیدس راکه منجر به‌ارائهٔ اصل پنجم شد، مورد انتقاد قرار می‌دهد، زیرا اقلیدس سمت صفحه‌ای راکه در آن خطهای مستقیم a و b باید تلاقی‌کنند، مشخص می‌کند، در حالی‌که این خود قضیهٔ جداگانه‌ای را شامل می‌شود. در هرصورت اگراستدلال را با همان فرض زاویهٔ حاده نیزشروع‌کنیم لازم است مشخص‌کنیم‌که تلاقی درهمان سمتی ازصفحه انجام‌می‌گیردکه درابتدا عدم تلاقی فرض‌شده بود، در غیراین صورت تناقضی وجود نخواهد داشت.

کلیهٔ این موضوعات می‌رساند که اصل خطهای موازی، اصولاً خود قضیه‌ای بوده‌که پیشینیان اقلیدس، ازفرض زاویهٔ حاده استفاده نموده وپس از رد این فرض، موضوع را مختومه دانسته‌اند. در هرصورت با یك دید دقیق به‌روش استدلال اقلیدس، به‌این حقیقت تکان دهنده پی می‌بریم‌که او راه کاملاً اشتباهی را رفته بود، درحقیقت اقلیدس با پیش‌کشیدن فرض ضد اقلیدسی، توضیح‌می‌دهدکه یکی‌از زاویه‌های α و α' باید ازدیگری‌بزرگتر



ارشمیدس
ریاضیدان و مخترع یونانی
(۲۱۲ - ۲۸۷ قبل از میلاد)

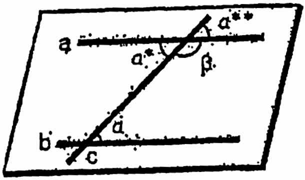
باشد و سپس نشان می‌دهدکه زاویهٔ α' (و همچنین α'') نمی‌تواند بزرگتر از α باشد، ولی‌بدون هیچ برهانی قبول می‌کندکه همچنین α' ممکن‌نیست کوچکتراز α باشدکه البته برای‌اثبات موضوع اخیرلازم بود نشان دهدکه زاویهٔ داخلیα هرگزنمی‌تواند بزرگتراززاویهٔ خارجی α'' باشد. این‌فرض، آشکارا همان فرض زاویهٔ منفرجه است‌که درشروع کار اقلیدس توضیح داده شده، ولی هیچ عملی برای رد آن در «مقدمات» به‌چشم نمی‌خورد و این موضوع لکه‌ای واقعی است‌که (به‌قول **سرهنری ساویل**[1] درسال ۱۹۲۱) «اندام‌پرشکوه مقدمات»رالکه‌دارکرده‌است. اما به‌نظرمن‌خطای‌بزرگتر اینجا به‌چشم می‌خوردکـه درحالی‌کـه بیشتر انتقادها روی قضیهٔ ۲۹ کتاب اول متمرکز بوده است، هیچکس به‌نکتهٔ بالا توجهی نداشته است.

به‌نظر می‌رسدکد این‌حلقهٔ مفقودهٔ اقلیدس، به‌مدت حدود نیم سده در آنالوطیقای‌ارسطومدفون‌بوده وبه‌مغزها خطورنکرده‌است. ارسطومی‌نویسد «از صغری کبری چیدن زاویهٔ‌داخلی بزرگتراز زاویهٔ خارجی است (مقصود او بدون شك زاویه‌های α و α'' است) و یـا مجموع زاویه‌های یك مثلث بیش ازدوقائمه است ـ ممکن‌است‌همان نتیجهٔ‌محال ـ تلاقی‌خطوط موازی ـ حاصل شود» (روش بیان ارسطو به‌صورت مختصرو اشاره است و اگـرمن

1. Sir Henry Savile

جمله‌ای درداخل پرانتز به‌آن اضافه کرده‌ام برای وضوح بیشترموضوع بوده، اگرچه خود موضوع کاملاً روشن است). عبارت مذکور درحقیقت رد حالت دوم فرض ضد اقلیدسی است که توسط اقلیدس مطرح و لاینحل باقی ماند. حالت دوم فرض ضد اقلیدسی عبارتست از «اگر فرض کنیم $\alpha > \alpha''$» و این چیزی جز فرض زاویهٔ منفرجه نیست که می‌توان گفت کاملا قرینهٔ فرض زاویهٔ حاده است که توسط اقلیدس مطرح و به‌نتیجهٔ متناقض ـ یعنی تلاقی خطوط موازی a و b ـ منجرشد. همان‌طورکه ممکن است استخوان آرواره و جمجمهٔ دو میمون فسیل شده که از دونقطهٔ مختلف به‌دست آمده با یکدیگر جفت شوند، دومتن اقلیدس و ارسطو نیزچنین تطابقی با هم پیدا می‌کنند. در اینجا علم، این طفل یك شبه، خواست‌ره صدساله را بپیماید. در تعقیب اشارهٔ ارسطو، اولین گام همان است که از زیر چشم اقلیدس رد شد و ناتمام ماند، دومین گام توسط **ساکری** به‌صورت قضیهٔ ۱۴ درکتاب «اقلیدس‌عاری ازلکهٔ ننگ» برداشته شد. به‌عبارت دیگر هندسه دانان قبل از اقلیدس پی به‌قضیهٔ اصلی برده و فرض زاویهٔ منفرجه را مطرح‌کرده بودند، ولی این قضیه که ازچشم اقلیدس نیز پنهان ماند، جزتا زمان **ساکری** هیچ‌جا صحبتی از آن به‌میان نیامد. تقریباً مسلم است که **ساکری** چیزی از عبارت ارسطو که قبلاً به‌آن اشاره کردیم نمی‌دانست، ولی راهی راکه رفت شبیه ارسطوبود. ظاهراً همان قضیهٔ ۲۹ کتاب اول‌را هندسه‌دانان پیش ازاقلیدس مورد بررسی قرارداده بودند وقاعدتاً پس ازآنکه کوشش آنها ازراه مستقیم مواجه با شکست شده بود، به‌طرف فرض ضد اقلیدسی کشانده شده بودند ودر این مورد نیزاحتمالاً به‌یك دورتسلسل برخوردکرده بودند، همانطور که خواجه نصیرالدین طوسی ووالیس قرنها بعد به‌آن دچارشدند.

فرض زاویهٔ منفرجه در چهار نقطهٔ دیگر از نوشته‌های ارسطو، علاوه بر عبارت مذکور به‌چشم می‌خورد، در حالی که فرض زاویهٔ حاده، یکدفعه بیشتر دیده نمی‌شود. کلیهٔ پنج عبارت که در آنها فرض زاویهٔ منفرجه به‌میان آمده در حقیقت همان فرض کلی ضد اقلیدسی است که می‌گوید «مجموع زاویه‌های یك مثلث مساوی دو قائمه نیست». (من فرض ضداقلیدسی را به‌صورت بالا از این جهت ذکر کردم که شامل فرض زاویهٔ



قضیه

اگر a موازی b باشد، بنابراین $\alpha' = \alpha$

و $\alpha'' = \alpha$ پس $\alpha + \beta = ۲R$

برهان

قدم اول: فرض عمومی ضد اقلیدسی

فرض می‌کنیم $\alpha' \neq \alpha$

بنابراین $\alpha'' \neq \alpha$

و $\alpha + \beta \neq ۲R$

قدم دوم: اگر $\alpha' \neq \alpha$

و $\alpha'' \neq \alpha$

و $\alpha + \beta \neq ۲R$

یا اینکه

فرض زاویهٔ منفرجه

قدم‌سوم: $\alpha' < \alpha$

و $\alpha'' < \alpha$

و $\alpha + \beta > ۲R$

قدم‌چهارم: اگر $\alpha'' < \alpha$

پس a و b متقاطع

قدم‌پنجم: فرض: a موازی b

نتیجه: a متقاطع b

(نتیجه متناقض فرض)

و یا

فرض زاویهٔ حاده

قدم سوم: $\alpha' > \alpha$

و $\alpha'' > \alpha$

و $\alpha + \beta < ۲R$

قدم‌چهارم: اگر $\alpha + \beta < ۲R$

پس a و b متقاطع

(اصل پنجم)

قدم‌پنجم: فرض a موازی b

نتیجه a متقاطع b

(نتیجه متناقض فرض)

قدم‌ششم: اگر a موازی b

باشد غیرممکنست که $\alpha' \neq \alpha$

و $\alpha'' \neq \alpha$ و $\alpha + \beta \neq ۲R$

نتیجه: اگر a موازی b باشد

بنابراین $\alpha' = \alpha$

و $\alpha'' = \alpha$

و $\alpha + \beta = ۲R$

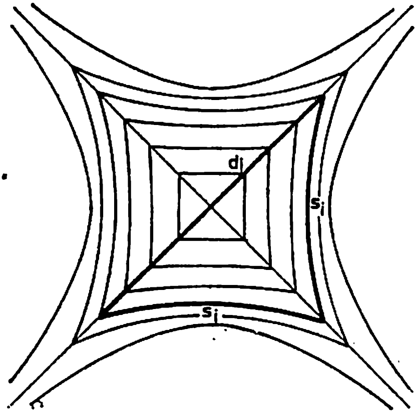
شکل۴

حاده نیز بشود. چه در هر صورت فرض زاویهٔ حاده نیز به‌قوت خود باقیست و مطابق فرض کلی ضداقلیدسی نمی‌توان آن را نادیده گرفت).

با پیگیری فرض ضد اقلیدسی، نتیجه‌های آن تا آنجا کشش پیدا می‌کند که ارسطو درکتاب «در بارهٔ گیتی» (کتاب السماءوالعالم) خود چنین می‌گوید «در صورتی که مجموع زاویه‌های یك مثلث نتواند مساوی دو قائمــه بشود، دراین صورت باید ضلع مربع بــا قطرش دارای یك مقیاس مشترك باشد». در اینجا به‌قضیه‌ای برخورد می‌کنیم که در هیچ جا حتی ساکری و لامبرت و بالاخره آفرینندگان هندسه نااقلیدسی جدید هم دیده نشده است. از فرض عمومی ضداقلیدسی استنتاج می‌شود که قطر مربع باید دارای مقیاس مشترك با ضلع آن باشد (به شکل ۵ توجه شود). هندسه دانان یونانی که در راه فرض عمومی ضداقلیدسی با مثلث و نتیجه محال «تلاقی خطوط موازی» مواجه شدند، احتمالا کوشیدند که با استفاده از همان فرض، مسألهٔ محال دیگری را به‌اثبات برسانند و آن عبارت بود از این که «قطر مربع با ضلع آن دارای مقیاس مشترك است» (یعنی نسبت بین قطر و ضلع مربع یك عدد گویا است ــ و یا بهتر اینکه این نسبت را بتوان با دو عدد صحیح نوشت). آنها متوجه شدند که در این راه باز به‌تناقض کشیده می‌شوند، تناقضی که می‌گوید یك عدد هم فرد است و هم زوج. نتیجه محال «یکی‌بودن فرد و زوج» تنها از فرض ضداقلیدسی حاصل نمی‌شود، بلکه متأسفانه با توسل به قضیهٔ اقلیدس هم ــ که می‌گوید «مجموع زاویه‌های یك مثلث مساوی دو قائمه است» ــ می‌توانیم نتیجه محال «یکی بودن فرد و زوج» را به‌دست آوریم. آیا، این رشته ضد قضیه‌ها ــ که نفی آنها غیرممکن بود ــ و با وجود خصلت روشن ضعیف آنها ــ هیچ تناقض باطنی در آنها یافت نمی‌شد ــ چه‌اثری

→

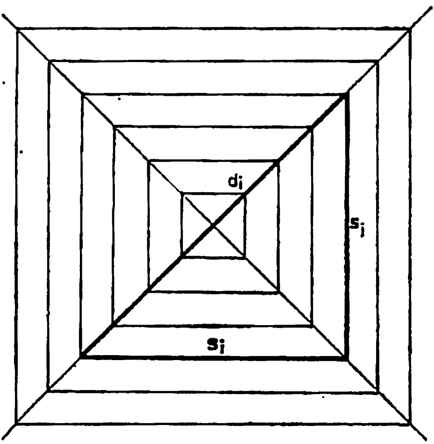
استدلال اقلیدس دربارهٔ قضیه ۲۹ از کتاب مقدمات ـ در شکل به‌طور نمایشی تصویر شده است. چنانکه دیده می‌شود این قضیه به‌روش برهان خلف به‌اثبات رسیده ست اقلیدس از فرض عمومی ضد اقلیدسی شروع کرد به‌این‌صورت که: اگر دوخط موازی a و b را داشته باشیم، برای اثبات نتیجه، فرض کنیم که زاویهٔ داخلی α با زاویهٔ داخلی‌دیگر α' نامساوی است (در نتیجه بازاویهٔ خارجی α'' نیز نامساوی خواهد بود ومجموع دو زاویهٔ داخلی α و β نامساوی دوقائمه (۲R) خواهد شد. سپس اقلیدس با تکیه به‌اصل پنجم نشان داد که فرض زاویهٔ حاده منجر بـه تناقض مـی شود. (a و b در حـالـی کـه موازیند یکدیگـر را قطع می کنند) و بلافاصله نتیجه گرفت که ممکن نیست زاویه‌های α و α' نامساوی باشند، بلکـه لازم است با هم مساوی باشند و بالاخره باید $\alpha = \alpha''$ و $\alpha + \beta$ مساوی ۲R باشند فهوالمطلوب» و دیگر اقلیدس زحمت اثبات فرض زاویهٔ منفرجه را ـ کـه می‌توانست بدون مراجعه به‌اصل پنجم انجام دهد ـ به‌خودراه نداد. در هرصورت اهمیت قسمت‌حذف شده از استدلال، همان است که هم در کتاب تحلیل(آنالوطیقا) ارسطو وهم ـ دوهزارسال بعد ـ در «اقلیدس عاری ازهر لکه»ـ ری به‌میان‌کشیده شده‌است.



فرض زاویهٔ حاده

$$\sqrt{۲} \qquad ۲$$

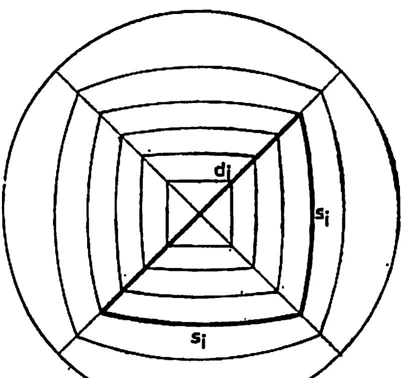
$$۱ \leqslant \frac{d_i}{s_i} < \sqrt{۲}$$



هندسهٔ اقلیدسی

$$۱ \qquad \sqrt{۲} \qquad ۲$$

$$\frac{d_i}{s_i} = \sqrt{۲}$$



فرض زاویهٔ منفرجه

$$۱ \qquad \sqrt{۲} \qquad ۲$$

$$\sqrt{۲} < \frac{d_i}{s_i} \leqslant ۲$$

شکل ۵

یانوش بایای
ریاضیدان مجارستانی
(۱۸۶۰ - ۱۸۰۲)

می‌توانست از خود به‌جای گذارد. چند عبارت از متنهای «اخلاق ادمون» و «اخلاق کبیر»[1] ارسطو نور غیرمنتظره‌ای بر این تاریکی می‌افشاند.

ارسطو در این متن مفهوم زیر را پیش کشیده است: از بین تمام موجودات تنها بشر است که آزاد است، آزاد در انتخاب بین خیر و شر.

→ نتیجهٔ «محال» را باید حاصل اقدامات هندسه دانان پیش از اقلیدس دانست که می‌کوشیدند به روش برهان خلف - با فرض اقلیدسی زاویهٔ حاده یا زاویهٔ منفرجه - شبیه همان قضیهٔ ۲۹ کتاب اول اقلیدس - به اثبات برسانند. یکی از این مدارک گفتار زیر است که درکتاب «دربارهٔ گیتی» ارسطو مشاهده می‌شود: «در صورتی که مجموع زاویه‌های یک مثلث نتواند مساوی دو قائمه باشد، در این صورت باید ضلع مربع و قطرش دارای مقیاس مشترک باشد» (به‌این معنی که نسبت قطر به‌ضلع به‌جای $\sqrt{۲}$، آن‌طور که در هندسهٔ اقلیدسی است، یک عددگویا باشد). در توجیه ونمایش مسأله طبق طرح پیشنهادی لاوی بن‌گرشن (جرسونیدس) ریاضیدان سدهٔ چهاردهم - تمام ضلعها و تمام زاویه‌های هر «مربع جرسونیدس» مساویند؛ با فرض زاویه حاده (شکل بالایی) نسبت قطر به‌ضلع ($\frac{di}{Si}$) بزرگتر یا مساوی یک وکوچکتر از $\sqrt{۲}$ است. در اینحالت حد مربعی که در آن $\frac{di}{Si}$ مساوی یک باشد عبارت از دو جفت خط مستقیم موازیست (شبیه یک جفت‌هذلولی). با فرض زاویهٔ منفرجه (شکل پائین) $\frac{di}{Si}$ کوچکتر یا مساوی ۲ و بزرگتر از $\sqrt{۲}$ است. در این حالت حد مربعی که درآن $\frac{di}{Si}$ مساوی ۲ باشد پارادوکسی است به‌صورت «خط مستقیم مسدود» (شبیه دایره). در هندسهٔ اقلیدسی باهرکدام‌از فرضهای مذکور به‌این نتیجه متناقض می‌رسیم که یک عدد هم فرد است وهم زوج.

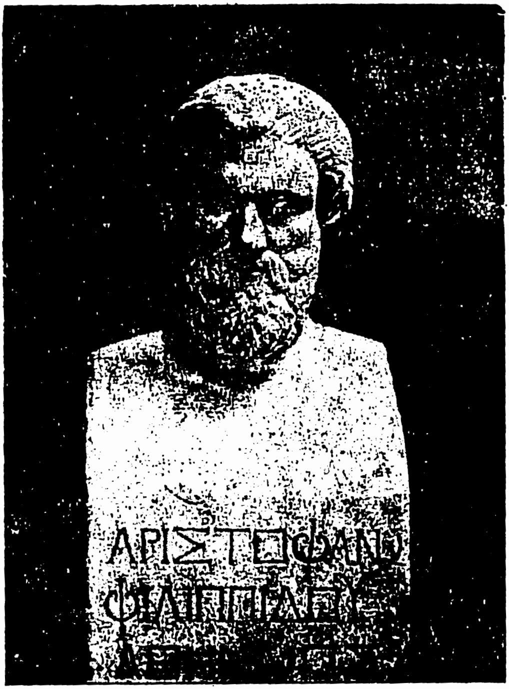
1. Ethica ad Eudemun Magna, Moralia

اگر ارزش اخلاقی اعمال متغیر است، این چیزی جز نتیجهٔ تغییر اصلها نیست. اگر اصلها، ثابت باقی بمانند، نتایج آنها نیز نمی‌توانند دارای ارزشهای اخلاقی متضاد باشند. در حوزهٔ هندسی نیز با همین موقعیت مواجه می‌شویم، و آن امکان انتخاب بین دو اصل متضاد است. هردستگاهی که زائیدهٔ یکی ا زاین اصلها باشد، دارای موجودیت ذاتی خواهد بود و در هیچیك از آنها نمی‌تواند دو مسألهٔ متضاد همزیستی داشته باشد، چه در آن صورت متقابلا یکدیگر را خنثی خواهند کرد.

از نوشتهٔ ارسطو آشکار می‌شود که به‌نظر او «ذات» قضایای هندسی ــ چه اقلیدسی و چه نااقلیدسی ــ واقعیت دارد و برحسب اینکه اصل را اقلیدسی و یا نااقلیدسی بگیریم روی نتایج بعدی اثرات مختلف خواهند داشت. همانطورکه ارسطو در کتاب «اخلاق ادمون» خود می‌نویسد «بنابراین اگر مجموع زاویه‌های یك مثلث مساوی دوقائمه‌باشد، پس‌مجموع زاویه‌های یك چهار ضلعی نیز الزاماً مساوی چهار قائمه خواهد بود. اما اگر مثلث تغییر کرد (ذات هندسی آن) چهار ضلعی نیز اجباراً تغییر می‌کند (ذاتش). مثلا اگر مجموع زاویه‌های یك مثلث مساوی سه قائمه یا چهار قائمه شد، مجموع زاویه‌های یك چهار ضلعی نیز مساوی ۶ یا ۸ قائمه خواهد بود» و بالعکس همانطورکه در «اخلاق کبیر» می‌نویسد «اگر مجموع زاویه‌های یك چهارضلعی مساوی چهار قائمه نباشد، مجموع زاویه‌های یك مثلث نیز مساوی دو قائمه نخواهد بود».

عبارتی را که عیناً از «اخلاق ادمون» ذکرکردیم، تصور یك‌چهار ــ ضلعی را در ذهن ما پدید می‌آورد که مجموع زاویه‌های آن بیشترین مقدار ممکنه یعنی ۸ قائمه می‌باشد. وجود همچو شکلی زائیده فرض زاویهٔ منفرجه است. البته امروزه برای ما معلوم است‌که کرهٔ معمولی مدل مناسبی برای چنین هندسه‌ای می‌باشد (به شکل ۶ مراجعه شود) اما هیچ مدرکی در دست نیست که نشان دهد، هندسه‌دانان یونانی از مطالعه روی مدل کره‌ای ــ بدین نتیجهٔ مهم ــ که زاییدهٔ فرض زاویهٔ منفرجه است ــ نائل شده باشند. هندسهٔ کره‌ای خیلی دیرتر گسترش پیدا کرده فکر اینکه یك‌دایرهٔ بزرگ مثل یك خط مستقیم به‌حساب آید با روحیه هندسهٔ یونانی سازگار نبود.

درهرحال هندسه‌دانان یونانی بابررسی و تعقیب بیشتر نتایج فرض زاویه منفرجه به‌مراحل برتری راهنمائی شدند. در واقع وقتی که ارسطو قضیهٔ مجموع زاویه‌های یك مثلث را به‌عنوان یك اصل یعنی ذات خود مثلث در نظرگرفت، امکان دو اصل متضاد را نیز پذیرا شد، چنانچه در متنی دیگر می‌گوید: ذات خود مثلث عبارت است از مجموع زاویه‌هایش، که ممکن است مساوی یا بزرگتر یا کوچکتر از دو قائمه باشد.» و این تنها عبارتی است که در آن از فرض زاویهٔ حاده نیز صراحتاً صحبت به‌میان آورده و لازم است این نکته را نیز خاطرنشان کنم که در آن منصفانه و



ارسطو
فیلسوف یونانی
(۳۲۲ - ۳۸۴ پیش‌از میلاد)

به‌یك میزان ــ نسبت به هر سه فرض ساکری، تمایل نشان داده است و به قضیهٔ اقلیدسی نیز ــ درست شبیه دوتای دیگر ــ به‌دیدهٔ فرض نگریسته و امکان وجود هرسه فرض را مساوی دانسته است.

***

اکنون ببینیم آیا در ریاضیات هم مثل علم اخلاق می‌تواند آزادی انتخاب وجود داشته باشد. میان دو علم اخلاق و هندسه ــ که ارسطو آن دو را چنین دقیق و استادانه، با هم مقایسه می‌کند، صراحتاً آزادی انتخاب را فقط در علم اخلاق تأیید می‌کند و این آزادی را در هندسه جایز نمی‌شمرد و به‌وفور از قضیهٔ اقلیدسی مجموع زاویه‌های مثلث ــ به‌عنوان یك حقیقت مسلم ــ شاهد مثال آورده است. معهذا این نکته قابل توجه است‌که چگونه به‌آسانی امکان تغییر پذیری مثلث را نیز قبول کرده است. این خلط مبحث در جایی که ارسطو بین علم اخلاق و هندسه مقایسه به عمل می‌آورد متظاهر می‌شود. او در «اخلاق اودمون» می‌نویسد: «در زمان حاضر کسی نمی‌تواند دقیقتر و بهتر در بارهٔ این موضوعات بحث کند،

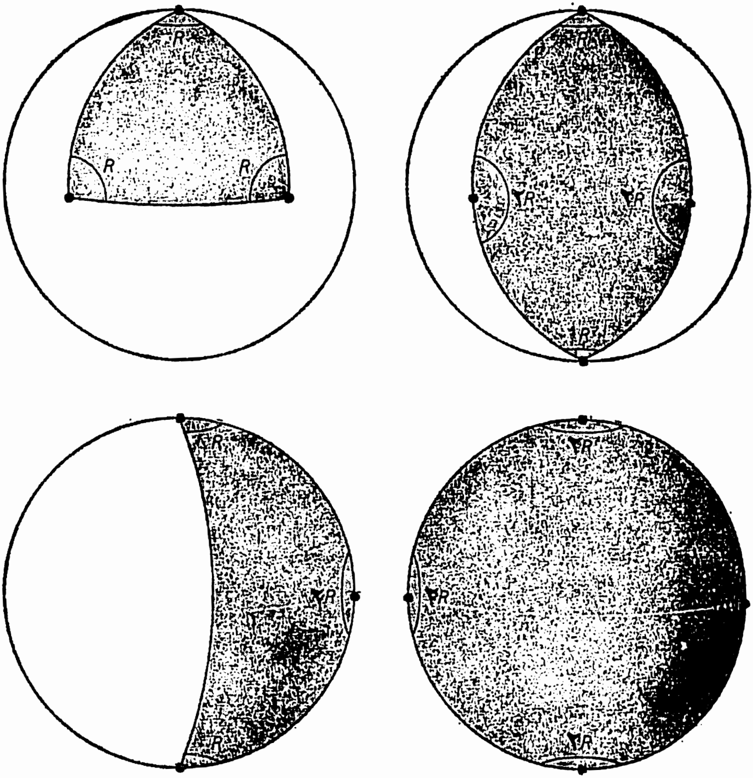
ولی هرگز نمی‌توان در بارهٔ آنها سکوت کرد» و این عدم قاطعیت کمتر در نوشته‌های ارسطو دیده می‌شود و شایدهم اینها زائیدهٔ توجه دقیقش به هندسه زمان خودش باشد.

و اما بالاخره کدام یك را در هندسه باید انتخاب کرد؟ آیا مفهوم گنگ و انتزاعی «مثلث» اجازه می‌دهد که هر دو خاصیت را به‌طور همزمان قبول کنیم؟ یعنی بپذیریم که هم «مجموع» زاویه‌ها مساوی دو قائمه است» و هم «مجموع زاویه‌ها مساوی دو قائمه نیست.» این عقیده تا حدودی در «متافیزیك» ارسطو رد شده است، و چنین می گوید: «اگر ما قبول داریم که مثلث ذات مسلمی است، در آن صورت نمی‌توانیم یکدفعه بگوئیم که مجموع زاویه‌ها مساوی دو قائمه است و دفعه دیگر بگوئیم مساوی دو قائمه نیست».

لامبرت
فیزیکدان، ریاضیدان، منجم
و فیلسوف آلمانی
(۱۷۲۸ - ۱۷۷۷)

ساکری، چنانکه گوئی از یك دشمن خصوصی حرف می‌زند، از «فرض ستیزه‌جوی زاویهٔ حاده» صحبت به‌میان می‌آورد و اول امیدوار است که برآن غلبه کند، ولی بعداً متوجه می‌شود که در این «جنگ طولانی بی‌حاصل» انتظار پیروزی را نمی‌توان داشت. ولی ارسطو با توجه به‌اختلاف بین ایندو فرض، در حالی که خود را یك قاضی مطلقاً بیطرف نشان می‌دهد، حق را بـه‌جانب هر دو رقیب می‌دهد. در متن «اخلاق نیکوماخوس»[1] می‌خوانیم که این اختلاف را (مساوی یا نامساوی دوقائمه بودن را) «مثل قضاوتهای اخلاقی نمی‌توان با احساسات موافق یا مخالف از بین برد» ولو اینکه حقوق هر دو مساوی باشد، تصمیم انتخاب یکی از آن دو، وظیفهٔ ما نیست. این دعوا مجموعاً با سایر نزاعها و رقابتها فرق دارد، همانطورکه ارسطو در کتاب «مسائل»[2] خود می‌نویسد: «به‌طور نمونه

1. Ethica Nicomachea 2. Problemata



شکل ۶

در هندسهٔ ریمانی، مثلثی راکه مجموع زاویه‌های آن مساوی سه قائمه باشد می‌توان به‌سهولت به‌صورت وجهی، از یك هشت وجهی منتظم کروی، نمایش داد (شکل بالا چپ) (هشت وجهی منتظم‌کروی عبارت‌از هشت وجهی منتظمی است‌که ضلعهای آن $\frac{1}{4}$ دایرهٔ‌عظیمه‌ووجه‌های آن $\frac{1}{8}$ سطح‌کره باشد (درحقیقت خودکره‌ـ کره‌ای‌است‌محیط بریك‌هشت‌وجهی منظم‌خیالی م.م.)
یك چهار ضلعی که از مجموع دو مثلثی این چنین تشکیل شود دارای شش قائمه خواهد بود (شکل بالاـ راست) درهمان مدل‌کروی. اگر مثلثی‌را که مجموع زاویه‌هایش ۴ قائمه‌است (شکل پایین ـ چپ) مضاعف کنیم یك چهار ضلعی تشکیل می‌شود که مجموع زاویه هایش ۸قائمه است (شکل پایین‌ـ راست). چهار ضلعی اخیر را می‌توان مربعی دانست‌که به‌خط مستقیم مسدودی ـ یعنی دایره عظیمهٔ کره‌ای‌ـ تبدیل شکل یافته است و هریك ازراسهای این‌مربع دارای دوقائمه می‌باشد. کلیهٔ این مطالب قبلا به شکل جالبی در متن «اخلاق اودمون» به‌صورت زیر تشریح شده: «بنابراین اگر مجموع زاویه‌های یك مثلث مساوی دو قائمه باشد، پس مجموع زاویه‌های یك چهارضلعی نیز الزاماً مساوی ۴قائمه خواهدبود. ولی اگر مثلث تغییرکرد (ذات هندسیش) چهارضلعی نیز الزاماً تغییر می‌کند (ذاتش). مثلا اگر مجموع زاویه‌های مثلث مساوی ۳ یا۴ قائمه شد، درآن صورت مجموع زاویه‌های چهار ضلعی مساوی ۶ یا ۸ قائمه خواهدبود».

چون در جنگ دریائی سالامیس پیروزی با ما بوده از تجدید خاطره آن خوشحال می‌شویم و یا از یادآوری بازیهای المپیك که در آنها برنده بوده‌ایم، حالت خوشی و انبساط به‌ما دست می‌دهد. اما اگر مسلم شود که مجموع زاویه‌های مثلث دو قائمه است آن‌چنان خوشحالی به‌ما دست نخواهد داد چه در صورتی که واقعاً طرفدار حقیقت باشیم برای ما بی‌تفاوت خواهد بود و از دو قائمه بودن یا نبودن به‌یك اندازه خوشحال می‌شویم. ما جنگ یا مسابقه را بخصوص از روی احساسات پیروی می‌کنیم، ولی در مواجهه با احکام هندسی (و حتی اصول هندسی) عقل بشر است که هر دو جنبه را به‌یك میزان پیروی می‌کند و ضمن اینکه بازیگر است تماشاچی هم هست. در حوزه تفکر، ارسطو ادامه می‌دهد: «وقایع بنا بر طبیعت ذاتی آنها، آن طور که باید اتفاق می‌افتند و فقط، تفکر در جهت حالت حقیقی این وقایع خوش‌آینداست».

***

پس چگونه باید بحث و استدلال را دنبال کنیم. از پیروی فکر ارسطو و استدلال عمومی او بجائی نمی‌رسیم. قضیهٔ اقلیدسی که می‌گوید «مجموع زاویه‌های یك مثلث مساوی دو قائمه است» ـ نیز قابل اثبات نیست و فقط بیانی از ذات مثلث است و استدلالی که به‌عنوان دلیل عرضه شده چیزی جز یك شبه دلیل نیست. از راه استدلال، به حقیقت چنین قضیه‌ای که حکم آن شبیه اصل است نمی‌توان دست یافت. کوششهای زیادی به‌عمل آمد تا بتوان قضیهٔ بنیادی اقلیدسی را به‌صورت یکی از قضیه‌های هندسهٔ مطلق درآورد، ولی کلیهٔ راهها به بن‌بست رسید. همانطور که در اخلاقیات، اصولی را قبول کرده‌ایم تا بتوانیم بین نیك و بد را تشخیص دهیم، در هندسه نیز لازم است اصولی را از روی ادراك عقل قبول داشته باشیم و به‌احتمال قوی این تنها مجوزی است که باعث رهایی از این بن‌بست می‌شود. به‌هرجهت قبلا در آثار ارسطو «احتیاج به یك اصل» (پوستولات جدید) در هندسه گوشزد شده بود و بعداً اقلیدس با ارائه پوستولات‌خطوط موازی موضوع را خاتمه داد.

همان‌طورکه ظهور هندسهٔ نااقلیدسی در اوایل سدهٔ ۱۹ گامی به‌جلو بود، ظهور هندسه اقلیدسی نیز در زمان خود یك قدم به‌پیش بود و در آن زمان بدون شك انتخاب نهایی روی نوع اقلیدسی، از این نظر انجام گرفت که مشاهده شد فرض نااقلیدسی با شکلهای هندسی که صحیحاً ترسیم می‌شد تطبیق نمی‌کند. ارسطو درکتاب «فیزیك» خود متذکر می‌شود که «اگر یك خط مستقیم است (احتمالا خط مستقیم را باکشیدن به‌وسیلهٔ خط‌کش به‌مخاطبین خود نشان می‌داد) الزاماً نتیجه می‌شود که مجموع زاویه‌های یك مثلث دوقائمه است و بالعکس اگر مجموع آنها مساوی دو قائمه نیست، بنابراین مثلث نیز مستقیم‌الاضلاع نخواهد بود.» خاصیت

سنت‌شکنی این‌عبارت بی‌نظیر اخیر بودکه روی **سرتوماس هیث**[1] اثر گذاشت و در «ریاضیات ارسطو» (۱۹۴۹) نتیجه گرفت که این عبارت فقط‌من‌باب مثال بوده که احتمالا در نتیجه این بحث منطقی پیش کشیده شده است. **توماس هیث** نمی‌خواهد قبول کند که **ارسطو** هم دارای طرز تفکر نااقلیدسی بوده است.

درهرصورت این برداشت تجربی ارسطو کاملا با مفهوم اخلاقی او تطبیق می‌کندکه می‌گوید هرچه باطبیعت موافق و منطبق باشد خوبست و آنچه‌که مخالف طبیعت باشد شیطانی است. ارسطو می‌گوید «اگر قضیه‌ای هیچ‌گونه محتوی هندسی نداشته و یا سفسطه‌آمیز باشد و یا اینکه به‌نتیجه غلط کشانده شود، می‌توان آن قضیه را غیرهندسی نامید. به‌طور مثال قضیه تقاطع موازیها را چون یك هندسهٔ اشتباه‌آمیز وتغییر شکل یافته می‌باشد، می‌توان غیرهندسی نامید». این موضوع قابل توجه است‌که ارسطو هیچوقت نمی‌گوید قضایای ضداقلیدسی اشتباه است. مثلا درحالی‌که «تقاطع موازیها» را بی‌معنی می‌داند، معهذا روی‌آن صحه‌می‌گذارد، چون که درآن اشتباهی منطقی مشاهده نمی‌کند. (درحقیقت این‌همان قضیهٔ هندسهٔ ریمانی است‌که می‌گوید«خطهای موازی وجودندارند وکلیه خطهای مستقیم دریك صفحه یکدیگر را قطع می‌کنند») و انتخاب یکی از این دوراه هندسی ومخالف، برای ارسطو به‌صورت یك‌انتخاب اخلاقی جلوه کرده است. یك‌شخص باید یکی از دوراه را انتخاب کند، هندسهٔ صحیح (منطبق با طبیعت) یا هندسهٔ غلط (مخالف طبیعت.) هرچه درباره تاریخچهٔ این ایده‌ها کنجکاوی شود به‌نکاتی برخورد می‌کنیم‌که بیش‌ازپیش معتقد می‌شویم‌که سرچشمهٔ کلیهٔ این تفکرات ازهمان عهد باستانی آتن است ومن معتقدم‌که آن، نتیجهٔ کار دسته‌جمعی دانشمندان برجستهٔ آکادمی افلاطون می‌باشد. ایـن مهندسین معاصر ارسطو بوده و بخصوص تحت تأثیر **اودوکسوس**[2] قرار داشتندکه ارسطو درکتاب «اخلاق نیکوماخوس» از او به‌عنوان «شخص نامدار و محترم به‌خاطر عقل و انصافش» نام برده است. نکتهٔ بسیار جالبی‌که از این دوران باستانی به‌چشم می‌خورد این‌است‌که طرزکار آنها در هندسه، نقطهٔ مقابل طرزکاری بوده‌که بعداً اقلیدس به‌وجود آورد و دراینجا این‌گفته پیکاسو به‌خاطر می‌آیدکه می‌گوید «ضد هرچیزی قبلا به‌وجود می‌آید.»

ترجمه: هرمز شهریاری

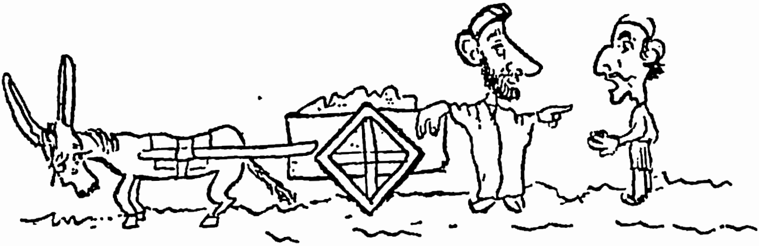
1. Sir Thomas Heath
2. Eudoxus

چرخ در ریاضی جدید

دکتر علیرضا امیرمعز

دکتر علیرضا امیرمعز در هجدهم فروردین ۱۲۹۸ در تهران متولد شد. تحصیلات ابتدائی و متوسطه را در تهران و در ۱۳۲۵ تحصیلات عالی را در دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران به‌پایان رسانید وسپس درسال ۱۳۳۰ به‌درجهٔ فوق‌لیسانس و در ۱۳۳۴ به‌درجهٔ دکتری PhD از دانشگاه کالیفرنیا (لوس‌آنجلس) نائل شد و از همان سال باسمت‌های استادیاری و دانشیاری در دانشگاههای آیداهو (۵۶ ــ ۱۹۵۵)، کوئینز کالج‌نیویورك (۶۰ــ۱۹۵۶)، پردو (۶۱ ــ ۱۹۶۰)، فلوریدا (۶۳ ــ ۱۹۶۱) و ازسال ۱۹۶۴ تاکنون باسمت استادی در دانشگاه تگزاس‌تك آمریکا به‌تدریس و تحقیق مشغول بوده است. وی درخلال این‌مدت ۲۷ سال‌که به‌تحصیل و تحقیق و تدریس اشتغال داشته است، آثار تحقیقی وعلمی فراوانی منتشر کرده که تعداد آنها بالغ بر ۳۰۰ مقاله و اثر تحقیقی درزمینهٔ ریاضیات، ادبیات و هنر تئاتر می‌باشد.

در هفتم بهمن‌ماه ۱۳۵۴، آکادمی علوم انسانی برزیل، به‌منظور تجلیل ازخدمات بزرگی‌که استاد به‌فرهنگ جهان کرده است یك‌قطعه نشان Pro Mundi Beneficio را به‌وی اعطا کرد. استاد امیرمعز که درانجمن علمی و جامعهٔ ریاضیدانان امریکا، عضویت‌دارد اکنون به‌دعوت دانشگاه‌تهران برای مدت یك‌سال تحصیلی با سمت استادی در دانشکدهٔ علوم به‌کار تدریس مشغول است.



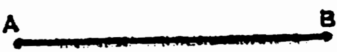
یکروز ملانصرالدین جای‌چرخ، چیز عجیب و غریبی به گاریش بسته بود. الاغش مانده بود معطل. مردی ازراه رسید وازملا پرسید: «این چه بساطی‌است که راه انداخته‌ای؟ با این‌چرخ چهارگوش‌که گاری راه نمی‌رود.» ملا گفت: «متریك چرخ را به $f(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ بدل‌کرده‌ام. صبرکن تا متریك زمین را هم عوض‌کنم آن وقت همهٔ کارها درست می‌شود.

مسئله: شکل زمین را پیداکنیدکه چرخ بگردد.

دایره چه شکلی است؟

دایره وقتی معنی‌داردکه فاصلهٔ بین دونقطه معنی‌داشته باشد. اکنون می‌پرسیم‌که مگر فاصله از اندازه‌گرفتن طول یك پاره خط به‌دست نمی‌آید؟ اینهمه وسواس‌برای معنی‌کردن فاصله چیست؟ ریاضیدان معمولاً سعی‌دارد که دقت‌کند وآنچه‌که همه می‌دانیم ونمی‌توانیم شرح دهیم ساده‌کند ودست انسان بدهد. ازاینرو یك نمونه (مدل) از هرچیزرا بررسی می کند وفواصل آنرا بیان می‌کند. ازقضا مدلهای دیگری پیدا می‌شودکه همان خواص را دارد. اکنون فاصله را بررسی می کنیم و بعد، عقب شکل دایره می گردیم.

۱- فاصله: هرگاه‌به‌نمونه فیزیکی‌فاصله نگاه‌کنیم‌وآنرا حلاجی‌کنیم، نتیجه می گیریم که:



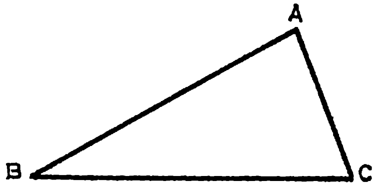
شکل ۱

الف- فاصله‌بستگی به‌دو نقطه دارد. مثلاً درشکل۱می گوئیم فاصله تابعی‌استازوج $(A ، B)$. لذابه‌جای‌فاصلهٔ AB می‌نویسیم $f\ (A ، B)$ و می‌خوانیم (اف A و B). البته هرتابعی درست نیست. باید فواصل آنرا هم بررسی‌کرد.

ب ـ فاصلهٔ $A\,B$ یا $f\,(A\,،\,B)$ باید مثبت باشد مگر اینکه $A=B$ باشد که در اینصورت فاصلهٔ $A\,B$ یا $f\,(A\,،\,B)$ صفراست.

ج ـ هرگاه سه نقطهٔ A ، B و C را درنظر بگیریم درشکل ۲، ملاحظه می‌شود که فاصلهٔ BC از مجموع فواصل BA و AC کمتراست مگر اینکه A روی پاره خط BC باشد که دراین صورت تساوی برقراراست. اینرا چنین می‌توان نوشت:

$$f\,(B\,،\,C)\leqslant f\,(B\,،\,A)+f\,(A\,،\,C)$$



شکل ۲

بنابراین، این خواص رامی‌توان خلاصه کرد و فضای فاصله دار را تعریف کرد.

۲ـ فضای فاصله دار[1]: هرگاه مجموعه‌ای مانند S با عناصر a ، b ، ...، را درنظر بگیریم، می‌توان گفت که S یك فضای متریك است اگرروی آن تابعی با خواص زیرتعریف شده باشد:

الف ـ $f\,(a\,،\,b)$ عددی است حقیقی و غیرمنفی یعنی:

$$f\,(a\,،\,b)\geqslant o$$

ب ـ $f\,(a\,،\,b)=o$ اگرو فقط اگر $a=b$ باشد.

ج ـ برای سه عنصر a ، b و c داریم:

$$f\,(b\,،\,c)\leqslant f(b\,،\,a)+f\,(a\,،\,c)$$

اکنون مثالهای مختلف می‌زنیم وشکل دایره را درهریك مطالعه می‌کنیم.

۳ـ صفحه اقلیدسی: درصفحهٔ اقلیدسی، اصل سوم اقلیدس عبارتست از: هرگاه مرکزو شعاعی بدهند، می‌توان یك دایره رسم کرد. البته نمونهٔ فیزیکی آن همان است که با پرگاررسم می‌کنیم (شکل ـ۳). هرگاه دستگاه مختصات قائمی را درنظر بگیریم و مرکز دایره را روی مرکز مختصات بگذاریم، معادله دایره $x^{2}+y^{2}=r^{2}$ می شود. البته این معادله از مثلث قائم‌الزاویه OPQ بدست می‌آید که در آن $OP=r$، $OQ=|x|$ و $PQ=|y|$ است. اینجا دایره گرد است.

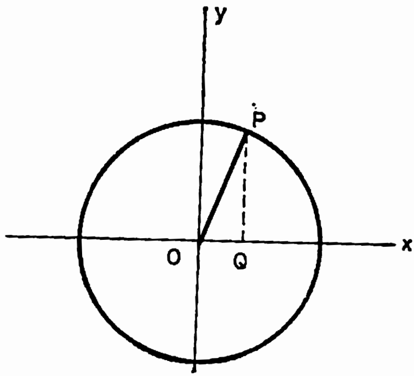
---

1) Metric Space

به‌طور کلی هر گاه دونقطهٔ A و B را به‌ترتیب بامختصات (x_1 , y_1) و (x_2 , y_2) بگیریم، $f(A , B)=[(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2]^{\frac{1}{2}}$

خواننده بلا فاصله دو خاصیت **الف** و **ب** را در $f(A , B)$ مشاهده می‌کند. ولی خاصیت **ج** رابابد ثابت کرد. اثبات این قسمت را به‌خواننده واگذار می‌کنیم.

۴ ـ متریك قدر مطلقی: دستگاه مختصات قائمی‌را درصفحه درنظر می‌گیریم (شکل-۴) فرض‌کنیم‌که $(x_1 , y_1)\Longleftrightarrow A$ و $(x_2 , y_2)\Longleftrightarrow B$

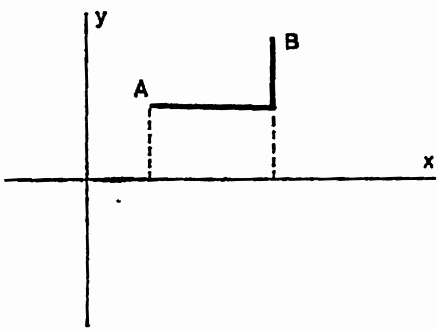


شکل ۳

متریك را چنین تعریف می‌کنیم:

$$f(A , B)=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$$

(معنی هندسی آنرا بیان کنید.)



شکل ۴

اکنون خواص **الف**، ب و ج را امتحان می‌کنیم:

الف ـ واضح است که قدرمطلق هرعدد حقیقی غیر منفی است. لذا:

$$f\,(A\,،\,B) \geqslant o$$

ب ـ هرگاه $A=B$ باشد؛ نتیجه می شود که $x_۱ = x_۲$ و $y_۱ = y_۲$ و از اینرو

$$f\,(A\,،\,B) = o$$

ج ـ اکنون فرض کنیم که $(x_۳\,،\,y_۳) \Longleftrightarrow C$. ابتدا معنی خاصیت ج را می‌نویسیم:

$$f\,(B\,،\,C) = |x_۳ - x_۲| + |y_۳ - y_۲|$$
$$f\,(B\,،\,A) = |x_۱ - x_۲| + |y_۱ - y_۲|$$
$$f\,(A\,،\,C) = |x_۳ - x_۱| + |y_۳ - y_۱|$$

اکنون باید ثابت کنیم که:

$$|x_۳ - x_۲| + |y_۳ - y_۲| \leqslant |x_۱ - x_۲| + |y_۱ - y_۲| + |x_۳ - x_۱| + |y_۳ - y_۱|$$

البته اثبات این نامساوی منجرمی‌شود به‌اثبات

$$|x_۳ - x_۲| \leqslant |x_۳ - x_۱| + |x_۱ - x_۲|$$
$$|y_۳ - y_۲| \leqslant |y_۳ - y_۱| + |y_۱ - y_۲|$$

هرگاه یکی ازاین دونامساوی راثابت کنیم، خاصیت ج ثابت‌می‌شود. این مسئله دراول هرکتاب جبر، درمبحث اعداد حقیقی وقدر مطلق، ثابت شده است. لذا وقتتان را نمی گیریم. حل آن جالب است باید ازاین خاصیت که یك عدد حقیقی یا مثبت است یا صفرو یا منفی استفاده کرد.

۵ـ شکل دایره بنا به‌متریك قدر مطلقی: فرض کنیم که مرکز دایره را روی مرکزمختصات گرفته‌ایم ونقطه $(x\,،\,y) \Longleftrightarrow P$ چنان حرکت می‌کند که $OP = r$ (شکل ۵) دراین جا r مقداریست ثابت. بنابراین معادله دایره چنین‌می‌شود:

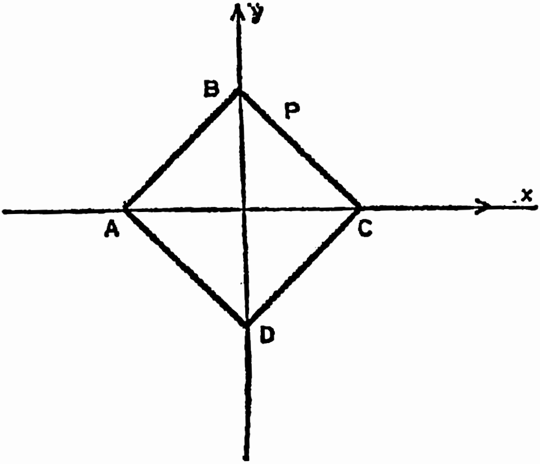
$$|x - o| + |y - o| = r \quad \text{یا} \quad |x| + |y| = r$$

دایره به‌شکل یك مربع می‌شودکه رئوس‌آن روی محورهاجا دارند. بحث ورسم این‌دایره مطلبی است جالب وباید حالات‌مختلف درنظر گرفت.

Iـ فرض کنیم که $x \geqslant o$ و $y \geqslant o$. در اینصورت P در ربع اول است و معادله چنین می‌شود $x + y = r$ و این، قطعه خط BC را می‌دهد.

IIـ اگر $x \leqslant o$ و $y \geqslant o$، دراینصورت $|x| = -x$ و $|y| = y$ و P

درربع دوم است. لذا معادله به‌صورت $-x+y=r$ درمی‌آید و این، قطعه خط AB را به‌دست می‌دهد.



شکل ۵

III- هرگاه $x \leqslant o$ و $y \leqslant o$ باشد، معادله به‌صورت $-x-y=r$ و این، پاره خط AD را می‌دهد.

IV- بالاخره اگر $x \geqslant o$ و $y \leqslant o$، معادله چنین می‌شود $x-y=r$ در می‌آید و این، پاره خط DC را می‌دهد.

۶- متریک‌های دیگر: اکنون چندمثال می‌زنیم ومسائلی برای تفریح خواننده پیشنهاد می‌کنیم فرض کنیم که در صفحه $(x_1, y_1) \Longleftrightarrow A$ و $(x_2, y_2) \Longleftrightarrow B$ باشد.

متریک را چنین می‌گیریم:

I-

$$f(A, B) = 5(x_1-x_2)^2 + 4(x_1-x_2)(y_1-y_2) + 2(y_1-y_2)^2$$

II-

$$f(A, B) = \frac{(x_1-x_2)^2}{4} + \frac{(y_1-y_2)^2}{9}$$

III-

$$f(A, B) = (x_1-x_2)^2 + 4(x_1-x_2)(y_1-y_2) + (y_1-y_2)^2$$

امتحان کنید که کدام یك، تعریف صحیح شده‌است ودرآن‌صورت، شکل دایره را به‌دست آورید.

مارتین گاردنر

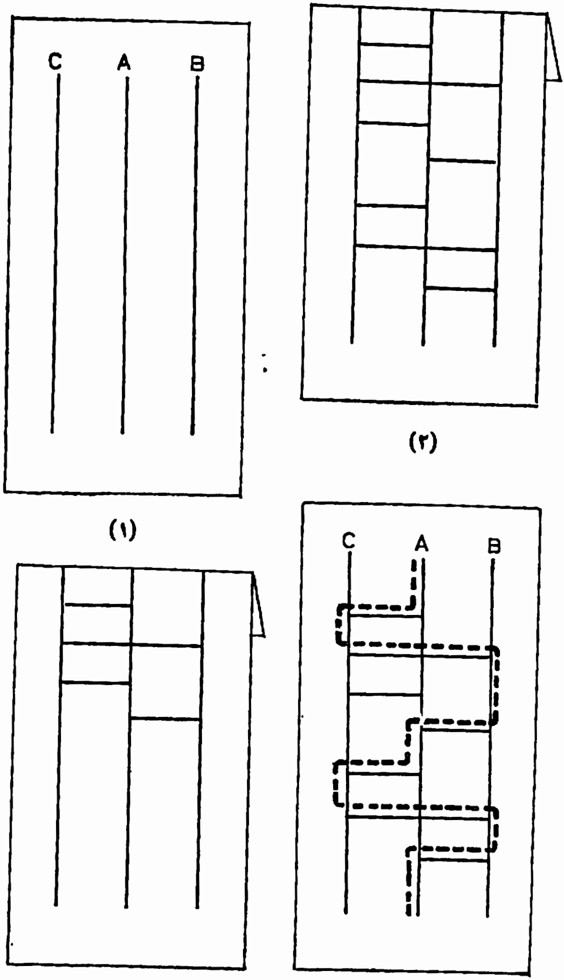
آشنایی با نظریهٔ گروهها

مفهوم «گروه» که یکی از ایده‌های مهم جبر جدید ووسیله‌ای ضروری درفیزیك به‌حساب‌می‌آید، توسط جیمز ر. نیومن[1] به‌پوزخند گربهٔ چشایر تشبیه شده است. بدن گربه (به‌عنوان جبری که به‌طورسنتی آموزش داده شده) از بین می‌رود، تنها یك پوزخند مجرد، به‌جا می‌ماند پوزخندی که مبین یك چیزسرگرم‌کننده است. اگر نظریه‌گروه را مشکل وسخت نگیریم شاید بتوانیم آن‌را روشنتر سازیم.

سه برنامه‌نویس کامپیوتر به‌نامهای، ایمز، بیکر وکومز[2]. می‌خواهند تعیین‌کنندکه چه‌کسی باید پول آبجو را بپردازد. اگرچه آنها مـی‌توانند شیرو خط کنند ولی یك سرگرمی تصادفی بر مبنای بازی ردیابی شبکــه را ترجیح می‌دهند. سه خط قائم روی یك برگ کاغذ رسم شده‌اند یك برنامه‌نویس، کاغذ را نگه می‌دارد به‌طوریکه دوستانش آنچه راکه‌او انجام می‌دهد نبینند. اوبه‌طور تصادفی، این خطها را با حروف A، B و C نامگذاری می‌کند (نمایش سمت چپ شکل ۱ را ببینید). و قسمت بالای برگ را تا می‌کند تا این حروف دیده نشوند. حال بازیکن دوم یك رشته خطهای افقی را به‌طور تصادفی رسم نموده و آنها را شاتل می‌نامد. هرکدام از این خطها با دوخط قائم مرتبط است (یا دوخط قائم را قطع می‌کند). [دومین تصویر شکل ۱ راملاحظه‌کنید]بازیکن سوم چند شاتل دیگر، اضافه می‌کند وآنگاه خرف X را در انتهای یکـی از خطهای قائم مـی‌گذارد (تصویر سوم را ببینید).

کاغذ تاخورده را باز مـی‌کنند، ایمـز انگشتش را روی نوك خط A گذاشته وآنرا به‌سمت پائین ردیابی می‌کند. هنگامی‌که به‌انتهای یك شاتل می‌رسد برگشته و این شاتل را تا انتهای دیگرش تعقیب می‌کند. مجدداً

1- James R. Newman 2- Ames - Baker - Coombs



شکل۱- بازی ردیابی شبکه

برمی‌گردد و به‌سمت پائین عملش را دنبال می‌کند تا به‌انتهای شاتل دیگر برسد او این‌کار را ادامه می‌دهد تا به‌ته برسد. مسیرش (که در تصویر چهارم با خط چین‌مشخص شده) به X ختم نمی‌شود بنابراین او نباید پول نوشابه را بپردازد. اکنون بیکروکومز، خط‌هایشان را به‌همان طریق ردیابی می‌کنند. مسیر بیکر، به X ختم می‌شود پس او باید پول آبجو را

بپردازد. به‌ازای هرتعداد از خطهای قائم و بدون توجه به‌چگونگی رسم شاتلها، مسیر هربازیکن همواره به‌انتهای خطی متفاوت با خطهای دیگران ختم می‌شود.

توجه و بررسی دقیقتر به‌این بازی، معین می‌کندکه بازی فوق، بر روی یکی ازساده‌ترین نوعهای گروهها،که به‌گروه تبدیلی سه عنصرمشهور است بنیان‌گرفته است، یك‌گروه دقیقاً چیست؟ یك‌گروه ساختمان مجردی است شامل یك مجموعه‌ای از عناصر تعریف نشده (a و b و c و....) و یك عمل تعریف نشده‌ای‌که (در اینجا با علامت. مشخص شده) یك عنصر را با عنصر دیگرترکیب می‌کند تا عنصر سومی ایجادگردد. این ساختمان گروه نخواهد بود مگر اینکه در چهار شرط زیر صدق‌کند:

۱ـ هرگاه دوعنصر این مجموعه، تحت عمل فوق، با هم ترکیب شوند نتیجهٔ حاصل عنصر دیگری از همین مجموعه باشد.

۲ـ این عمل در قانون «شرکت پذیری» صدق‌کند:

$(a.b).c = a.(b.c)$

۳ـ تنها یك عنصر مانند e (به‌نام عنصر خنثی) وجود داشته باشد به‌قسمی‌که:

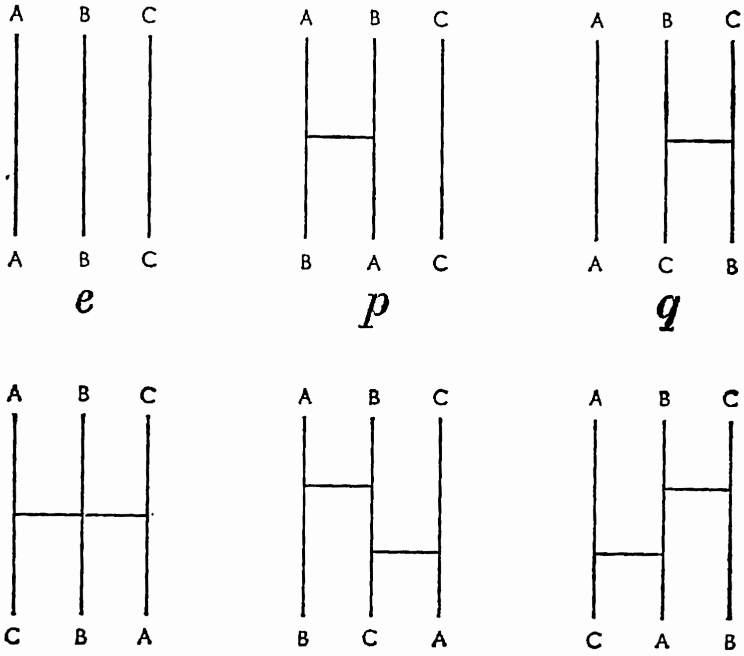
$a.e = e.a = a$

۴ـ به‌ازاء هر عنصر a، عنصر عکسی مانند a' وجود داشته باشد به‌طوریکه:

$a.a' = a'.a = e$

اگر این عمل، علاوه برچهار شرط فوق، در قانون تعویضپذیری $(a.b = b.a)$ نیزصدق نماید این‌گروه را یك‌گروه تعویضپذیر یا آبلی می‌نامند.

آشناترین وساده‌ترین مثال ازیك‌گروه را، می‌توان، به‌وسیلهٔ عددهای صحیح نسبت به‌عمل جمع ارائه نمود. این‌گروه نسبت به‌عمل جمع بسته است [زیرا حاصل جمع هردو عدد صحیح، عددی است صحیح]. درقانون شرکت‌پذیری‌صدق‌می‌کند [(۴ + ۳) + ۲] = [۴ + (۳ + ۲)].عنصرخنثای آن۰ بوده‌وعکس هرعدد صحیح مثبت، همان عدد صحیح با علامت منفی است این‌گروه یك‌گروه‌آبلی است (۲ + ۳ = ۳ + ۲). اعداد صحیح نسبت به‌عمل ضرب نیز تشکیل یك‌گروه آبلی را می‌دهند اما عضوخنثی دراینجا برابر ۱ بوده و عکس هرعدد صحیح وارونهٔ همان عدد است (برای مثال، عکس ۵، $\frac{۱}{۵}$ است) عددهای صحیح نسبت به‌عمل تقسیم تشکیل یك‌گروه



شکل۲ ـ شش عنصر گروه مربوط به بازی شبکه

را نمی‌دهند زیـرا مثلاً ۵ تقسیم بر۲ مـی‌شود ۲/۵ و ۲/۵ عنصری از مجموعهٔ عددهای صحیح نیست.

حال ببینیم که بازی شبکه، چگونه، ساختمان گروه را نمایش می‌دهد. شکل ۲ شش تبدیل اساسی راکه عنصرهای گروه متناهی‌ما هستند نشان‌می‌دهد. تبدیل P مسیرهای A و B را عوض‌می‌کند تا سه‌مسیر، به‌ترتیب BAC درآیند. تبدیلهای q, r, s و t جایگشت‌های دیگری را به‌وجود می‌آورند. تبدیل e تغییر چندانی نداشته وهیچ شاتلی را به‌وجود نمی‌آورد. این شش عنصر متناظر با شش طریق مختلفی است که در آن سه علامت مـی‌توانند جایگشت داشته باشند. عمل گروهی ما، که با علامت. مشخص شده صرفاً عبارت است از تعقیب یك تبدیل به‌وسیله تبدیل دیگر یعنی اضافه نمودن شاتلها.

یك بازرسی سریع، روشن مـی‌سازد که در اینجا ما ساختمانی با تمام خصوصیات یك گروه را داریم. این گروه بسته است زیرا، هیچ مهم نیست

که چگونه عناصر را با هم ترکیب می‌کنیم ما همیشه یك جایگشت را به صورت مسیرهایی که می‌توان تنها ازیك عنصر به‌دست آورد داریم. من باب مثال $p.t=r$ زیرا p در t دقیقاً همان اثری را روی ترتیب مسیر خواهد داشت که r به‌تنهائی دارد. بدیهی است که عمل جمع شاتلها شرکت‌پذیر است. اضافه نکردن شاتلها حکم عنصر خنثی را دارد هریك از عناصر p, q و r عکس خودشانند و s و t عکس یکدیگرند. (هرگاه یك عنصر با عکسش ترکیب شود، نتیجه حاصل مانند آن است که ابداً هیچ شاتلی رسم نشده است). این گروه یك گروه آبلی نیست (برای مثال، تعقیب p به‌وسیله q باتعقیب q به‌وسیله p یکی نیست).

شکل زیر توصیف کاملی از ساختمان این گروه را ارائه می‌دهد

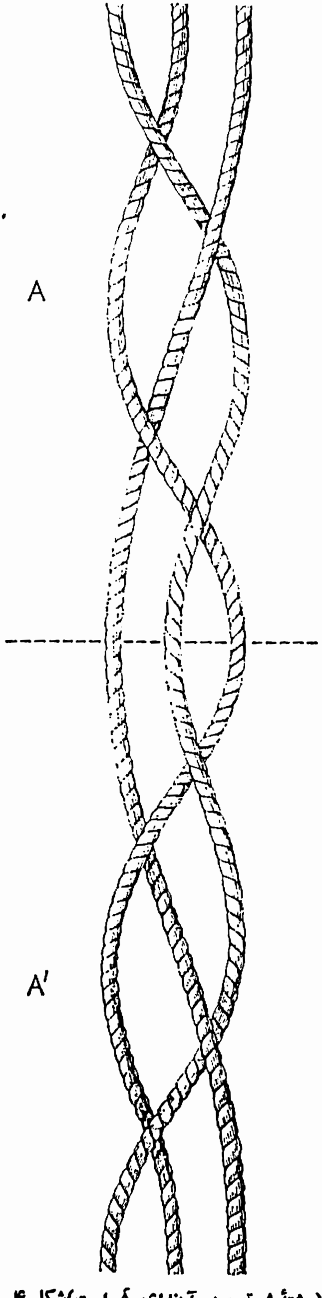
	e	p	q	r	s	t
e	e	p	q	r	s	t
p	p	e	s	t	q	r
q	q	t	e	s	r	p
r	r	s	t	e	p	q
s	s	r	p	q	t	e
t	t	q	r	p	e	s

شکل ۳- نتایج ترکیب عناصر گروه مربوط به بازی شبکه- خط‌چین رابطهٔ r.s=p را بیان می‌کند

می‌خواهیم ببینیم کـه نتیجه تعقیب r به وسیله s (یا $r.s$) چیست؟ برای این کـار r را در سمت‌چپ جدول و s را دربالای آن پیدا می کنیم، فصل مشترك ستون s با سطر r خانه‌ای است کـه با p مشخص شده است. به‌عبارت دیگر تعقیب الگوی شاتل r به وسیله الگـوی شاتل s همان اثری‌را روی ترتیب مسیرخواهدگذاشت که الگـوی p می گذارد. این گروه یکی ازگروههای بسیار مقدماتی است‌که، در اکثر جاها، مصداق پیدا می کند. برای مثـال، اگـر ما گـوشه های یك مثلث متساوی‌الاضلاع را نشان‌کنیم وسپس آنرا دوران داده و برگردانیم تا همواره وضع یکسانی‌را روی صفحه داشته‌باشد. متوجه خواهیم شد کـه فقط امکان شش تبدیل اساسی، وجود دارد. این تبدیلات دارای ساختمانی شبیه ساختمان گـروهی که هم اکنون مورد بحث قرارگرفت می‌باشند.

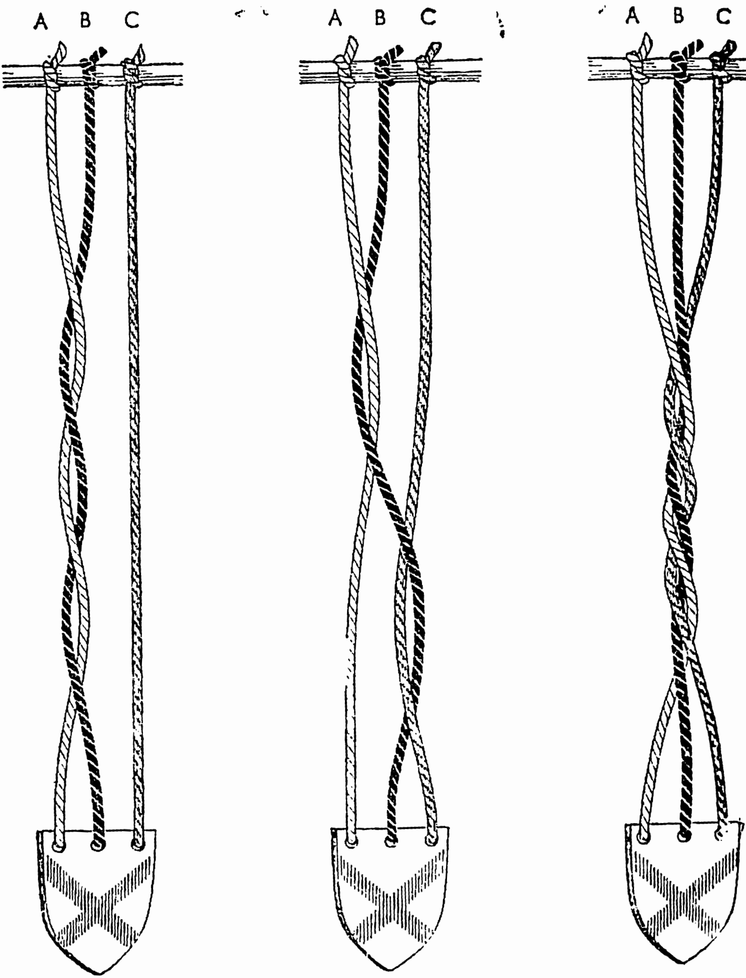
هیچ لزومی ندارد‌که به‌نظریه گروهها برگردیم و به طـور شهـودی ببینیم که بازی شبکـه هرگز اجازه نمی‌دهد که دو بازیکن مسیرشان را به یك‌خط قائم ختم نمایند. سه خط را، به‌عنوان سه ریسمان درنظربگیرید. هرشاتل همان‌اثری‌را روی ترتیب مسیر خواهد داشت که تلاقی دو ریسمان دارد وگویی تشکیل یك‌رشته را می‌دهند. بدیهی است‌که هیچ مهم نیست که شما، چگونه این رشته را مـی سازید ویا طول آن چقدر است، اما، همیشه در پایین سه‌مقطع مجزاوجودخواهد داشت.

فرض کـنید کـه می خواهیم مو های دختری را به صورت سه رشته درآوریم.



(رشتهٔ A تصویر آینه‌ای A′ است)شکل ۴

ما می‌توانیم جایگشت های متوالی رشته‌ها را به‌وسیله دیاگرام شبکه ثبت کنیم. اما این دیاگرام نشان نمی دهد که رشته ها چگونه از زیر یا روی یکدیگر می گذرند. اگرما این عامل توپولوژیکی پیچیده را به‌حساب‌آوریم آیا، هنوز هم ممکن است‌که تئوری‌گروه را جهت تشریح وتوصیف آنچه



شکل ۵

راکه داریم انجام می‌دهیم به‌کار بندیم؟ جواب مثبت است و امیل آرتین[1] ریاضیدان برجسته و کنونی دانشگاه هامبورك، برای اولین‌بار، این موضوع را ثابت‌کرده است. در نظریه دقیق مربوط به رشته‌های او، عناصر گروه «الگوی بافتی» (به‌تعداد نامتناهی) می‌باشند و این عمل، مانند عمل مربوط به‌بازی شبکه، عبارت ازتعقیب یك الگوبه‌وسیلهٔ الگوی دیگراست. عنصر خنثی مانند قبل، الگویی ازرشته‌های مستقیم است رشته‌هایی‌که هیچ عملی روی آنها صورت نگرفته است. عکس هر الگوی بافتی، تصویر آینه‌ای آن است. شکل ۴، یك الگوی نمونه را که به وسیله عکسش تعقیب شده نشان می‌دهد. نظریه‌گروه به‌ما می‌گویدکه هرگاه یك عنصر با عنصر عکسش جمع‌گردد (ترکیب شود) نتیجه، عنصر خنثی خواهد بود و حتم به‌یقین ثابت می‌شود که ترکیب این دو الگوی بافتی معادل توپولوژیکی عنصر خنثی است. اگر انتهای رشتهٔ نشان داده شده در شکل ۴ را بکشیم تمام رشته‌ها باز شده و مستقیم می‌شوند. نظریهٔ آرتین در مورد رشته‌ها برای اولین‌بار دستگاهی به‌وجود آوردکه نه‌تنها همهٔ انواع رشته‌ها را طبقه‌بندی‌کرد بلکه روشی ارائه نمودکه، به‌وسیله آن، می‌توان هردو الگوی بافتی را صرفنظر از میزان پیچیدگیشان، مشخص‌کردکه آیا معادل توپولوژیکی یکدیگرند یا خیر؟

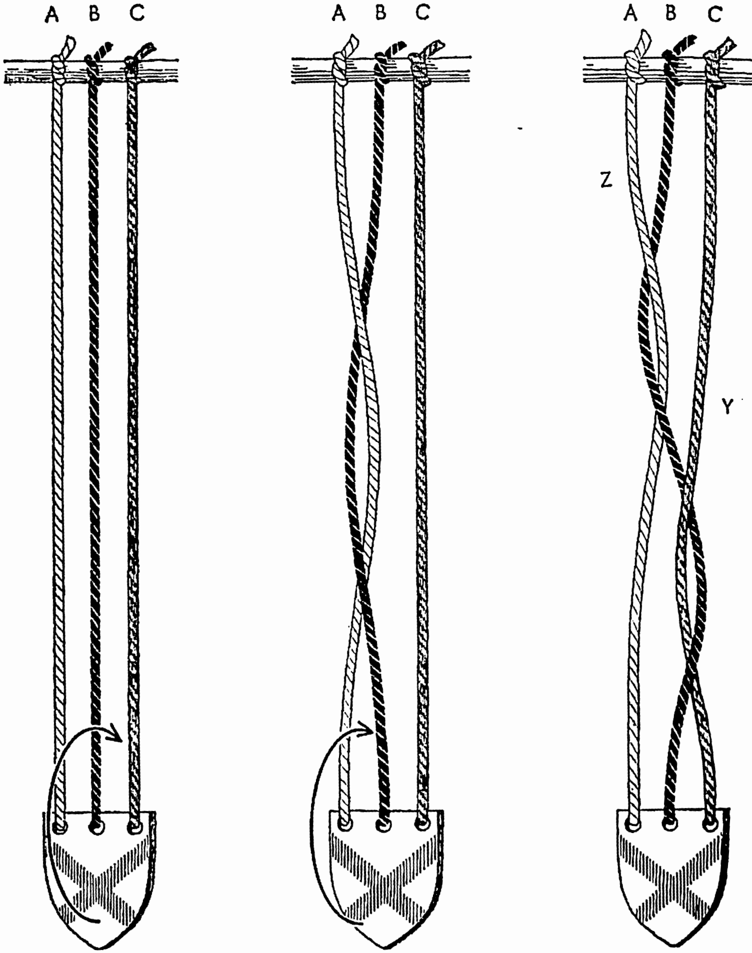
نظریهٔ رشته‌ها، یك بازی غیرمعمولی راکه به‌وسیله پی‌یت هاین[2] دانمارکی طرح‌شده در برمی‌گیرد ـ تعدادی از تفریحات ریاضی او در این بخش مورد بحث و بررسی قرارگرفته است ـ یك قطعه مقوای نازك را به شکل سپر ، مانند شکل ۶ ببرید ـ سپر به پلاك مشهور است. چون دو طرف سپر، به‌سهولت باید از هم تمیز داده شود لذا یك طرف آن را رنگ کنید و یا، همان طوری‌که در شکل نشان داده شده، آن را به‌وسیله X علامتگذاری‌کنید و در انتهای آن، مطابق شکل، سه سوراخ تعبیه نمائید یك رشتهٔ محکم ولی ارتجاعی به‌طول حدود ۶ سانتی‌متر را به‌هر سوراخ گره بزنید (رشتهٔ‌کشی بسیار مناسب است). انتهای دیگر رشته‌ها را به‌شیء ثابتی مانند دستهٔ عقب یك صندلی وصل‌کنید

شما درخواهید یافت‌که این پلاك می‌تواند به‌شش طرق مختلف دورانهای کاملی جهت تشکیل شش رشتهٔ مختلف انجام دهد. این پلاك را می‌توان با روشهای زیر دوران داد. از پهلو به‌راست یا به‌چپ، به‌جلو ویا به‌عقب مابین رشته‌های A و B، به‌جلویا به‌عقب مابین‌رشته‌های B و C.

---

1. Emil Artin 2. Piet Hein

دومین تصویردر شکل ۵ رشتهٔ حاصل ازیك دوران رو به‌جلومابین B و C را نشان‌می‌دهد، حال این‌سئوال پیش می‌آیدکه اگرپلاك را درداخل وخارج رشته‌ها طوری بپیچانیم‌که پلاك درتمـام مدت چرخش افقی بوده وطرف X آن به‌سمت بالا وهمیشه رو به‌شما، باشدآیا ممکن است‌که این رشته‌ها را از



شکل۶

هم بازکرد؟ جواب منفی‌است. اما اگرشما یك دوران دومی به‌پلاك بدهید. درهرشش حالت، نتیجه یك رشته‌ای است‌که می‌تواند باپیچش بدون دوران پلاك ازگیرآزاد شده و گره‌هایش بازشود.

برای روشن‌ساختن این مطلب، فرض می‌کنیم‌که دوران دوم رو به جلوومابین A و B باشد به‌طوری‌که‌گره نشان داده شده درسومین تصویر شکل ۶ایجاد شود، حال برای اینکه‌گره حاصل را، بدون استفاده ازدوران پلاك، بازکنیم ابتداء C را تا Y بالا برده و پلاك را در زیرآن، از راست به‌چپ، عبور می‌دهیم و رشته‌ها را محکم می‌کشیم. سپس A را تا Z بالا کشیده و پلاك را از زیرآن واز چپ به‌راست عبور می‌دهیم. دراین لحظه خواهیم دیدکه‌گره بازشده وریسمانها به‌طور مستقیم قرارمی‌گیرند.

قضیه بسیار جالب زیر، برای هرتعداد از رشته‌ها، برقراراست تمام رشته‌های حاصل ازیك تعداد زوجی از دوران (هردوران ممکن است‌که در هرجهتی صورت‌گرفته باشد) را می‌توان همیشه بـا پیچاندن بدون دوران پلاك ازگیرآزاد ساخت.

درجلسه‌ای‌که قریب ۳۰ سال قبل‌برای نظریه‌فیزیك درانستیتو **بور**[1] تشکیل شد. هاین برای اولین‌بار این قضیه را که توسط **پل ارنفست**[2] در ارتباط بامسئله‌یی درنظریه‌کوانتوم موردبحث قرارگرفت شنید وتوضیحاتی ازطرف هاین و سایرین درمورد قیچی خانم بورکه با رشته‌های ریسمان به‌عقب یك صندلی بسته شده بود داده شد. هـاین بعداً متوجه شدکه جسم دوار و محیط اطراف آن به‌طور متقـارن وارد این مسئله شده و بـالنتیجه می‌توان تنهـا با اتصال یك پلاك به‌دو انتهـای ریسمان یك مدل متقارن به‌وجود آورد. با این مدل، دو نفرمی‌توانند یك بازی توپولوژیکی انجام دهند. هرکدام ازاین دونفر پلاکی دردست دارند وسه رشته ریسمان به‌طور مستقیم بین دو پلاك‌کشیده شده است. بازیکنان به‌نوبت یکی رشته‌ای را می‌بافد و دیگری آن را بازمی‌کند. مدت زمان عملیات را اندازه می‌گیرند تا ببینند چقدر طول می‌کشد. بـازیکنی‌که سریعتر رشته‌ها را بازکند برنده خواهد بود.

قضیه فرد ـ زوج، درمورد این بـازی دونفره صادق است. مبتدیان بـاید این بازی را با رشته‌های دو دورانی شروع‌کنند و آنگـاه به‌موازات افزایش مهـارتشان، این عمل را با رشته‌هـایی‌که تعداد دورانشان زوج و بزرگترازدو، می باشد انجام‌دهند. هاین این‌بازی‌راکه چندسالی هم دراروپا

1. Niels Bohr 2. Poul Ehrenfest

رواج داشت، «تانگلوئید»[3] نامید.

چرا دورانهای فرد و زوج چنین تفاوتهایی را به‌وجود می‌آورند؟ این یك مسئله غامضی است‌که جواب به‌آن بدون توجه عمیق به‌نظریه گروه مشکل می‌باشد. ازاین مطلب می‌توان نتیجه‌گرفت‌که چنانچه دو دوران درست دردو جهت مخالف باشند طبعاً هیچ دورانی صورت نخواهد گرفت؛ و اگردو دوران تقریباً مخالف هم باشند به‌منظور جلوگیری از حالت فوق، کافی‌است‌که برخی ازرشته‌ها به‌طریقی ازاطراف پلاك بگذرند وآنگاه این‌گره می‌تواند به‌وسیله حرکت همان رشته‌ها به‌سمت عقب پلاك بازگردد. م. نیومن طی مقاله‌ای در مجله‌ی ریاضیات لندن‌که در ۱۹۴۲ منتشرشد اظهار می‌داردکه پ. ا. م. دیرك[4]، فیزیکدان برجستهٔ دانشگاه کیمبریج سالهای‌زیادی یگانه شکل این‌بازی را به‌عنوان مدلی‌جهت روشن ساختن‌واقعیت زیر استفاده‌کرده است واقعیت این است‌که‌گروه اساسی‌گروه دورانها در فضای سه بعدی، مولد واحدی با دورهٔ ۲ دارد. آنگاه نیومن توجه خودرا به‌نظریه رشته آرتین معطوف نمود تا ثابت‌کندکه رشته‌ها وقتی‌که شماره دورانها فرد است، نمی‌توانند ازهم‌جدا شوند.

متوجه خواهید شدکه تشکیل رشته‌ها به‌وسیله دوران تصادفی‌پلاك به‌تعداد دفعات‌زوج، یك سرگرمی‌جالبی‌است وسپس‌خواهید دیدکه چگونه، باسرعت، می‌توانید رشته‌ها را ازهم جداکنید. سه رشته ساده‌که هرکدام با دو دوران ایجاد شده‌اند درشکل ۵ نشان داده شده‌اند: رشته سمت چپ با دودوران پلاك به‌سمت جلوازطریق B و C به‌وجودمی‌آید ورشته مرکزی (وسطی)، به‌وسیله دوران پلاك به‌سمت جلوازطریق B و C وبعد به‌سمت عقب از طریق A و B به‌وجود می‌آید. رشته سمت راست با دو دوران جانبی به‌سمت راست تشکیل‌می‌شود. اکنون برخوانندگان است‌که بهترین روش بازکردن هررشته را تعیین‌کنند.

ترجمه: محمد حسین احمدی

3. Tangloids 4. P. A. M. Dirac

غلام‌حسین صدری افشار

آثار مربوط به‌تاریخ ریاضیات درزبان فارسی

این یادداشت نه‌کتابشناسی موضوعی است و نه کتابشناسی تحلیلی، بلکه کوششی است برای شناساندن برخی مآخذ و مراجع مهم تاریخ ریاضیات به‌زبان فارسی خواه ترجمه باشد، یا تألیف.

نخستین کوشش اصولی‌که برای معرفی علما وفضلا ــ ازجمله برخی ریاضی‌دانان ــ درایران به‌عمل‌آمد، تألیف نامهٔ دانشوران بود تحت سرپرستی اعتضادالسلطنه*. البته در مورد اعتبار علمی مطالب آن نباید مبالغه کرد، ولی درعین‌حال لازم است اوضاع و احوال زمان را هم درنظر داشته‌باشیم.

آقای سیدجلال‌الدین طهرانی‌درسال ۱۳۰۷ انتشار سالنامه‌ای راآغاز کرد، به‌نام گاهنامه، که‌تاسال ۱۳۱۵ مرتباً انتشار یافت‌وسپس تعطیل شد. او دراین سالنامه به‌صورتی مستند و علمی به‌معرفی آثار ریاضی و نجومی دانشمندان ایرانی و اسلامی پرداخت(البته دروهلهٔ اول توجه به‌آثار نجومی بود) .

آقای دکتر غلام‌حسین مصاحب درسال ۱۳۱۷ کتاب **جبر ومقابلهٔ خیام** را توسط کتابفروشی مرکزی درتهران انتشار داد، شامل رسالهٔ جبر ومقابلهٔ خیام، ترجمهٔ خلاصهٔ آن وتوضیحاتی دربارهٔ آن. تحریر مبسوط و مفصل همین کتاب در سال ۱۳۳۹ تحت عنوان **حکیم عمرخیام به‌عنوان عالم جبر** توسط انجمن آثار ملی انتشار یافت، که فصل سوم آن (ص۷۷ ــ ۱۲۸) شامل تاریخ علم جبر تازمان خیام است. علاوه براین، دکتر مصاحب در ۱۳۰۹ ــ ۱۴ **مجلهٔ ریاضیات عالی و مقدماتی** را منتشر می‌کردکه شامل

* پنج مجلد ازنامهٔ دانشوران در سالهای ۱۲۹۶ ــ ۱۳۲۴ قمری درتهران به‌صورت چاپ سنگی منتشر شد و چندسال پیش با حروف سربی در۹ مجلد تجدید چاپ شد.

مطالب اندکی دربارهٔ تاریخ ریاضیات است. همچنین مقالاتی دربارهٔ جبر ومقابلهٔ خوارزمی، جبر ومقابلهٔ خیام، وکتاب کشف‌القناع نصیرالدین طوسی نوشته است.* همچنین دررسالهٔ کوچکی به‌نام ابوریحان بیرونی که در۱۳۴۶ ازطرف دانشگاه ملی ایران انتشار یافته، به‌بحث مختصری دربارهٔ کارهای علمی، ازجمله آثار ریاضی این دانشمند پرداخته است.**

پرکارترین نویسندهٔ ایرانی درزمینهٔ تاریخ ریاضیات آقای ابوالقاسم قربانی است‌که از آثار او این‌کتابها منتشر شده است.

۱ـ دو ریاضی‌دان ایرانی و شمه‌ای دربارهٔ عددهای متحاب شامل شرح احوال و معرفی آثار کمال‌الدین فارسی و ملامحمدباقر یزدی، که در۱۳۴۷ در ۶۴ صفحه از طرف مدرسهٔ عالی دختران منتشر شده است.

۲ـ ریاضی‌دانان ایرانی از خوارزمی تا ابن‌سینا درسال ۱۳۵۰ در ۳۶۷ صفحه از طرف همان مدرسه منتشر شده است. این‌کتاب شامل معرفی احوال وآثار ۲۶ تن به‌شرح زیر است:

۱ـ خوارزمی، ۲ـ احمدبن‌محمدنهاوندی، ۳ـ یحیی‌بن ابی‌منصور، ۴ـ خالد مروزی، ۵ـ حبش حاسب، ۶ تا ۸ـ بنوموسی (محمد، احمد، و حسن‌بن موسی‌بن شاکر خوارزمی)، ۹ـ ماهانی، ۱۰ـ ابوحنیفهٔ دینوری، ۱۱ـ نیریزی، ۱۲ـ ابوجعفرخازن، ۱۳ـ عبدالرحمن‌صوفی، ۱۴ـ صاغانی، ۱۵ـ هروی، ۱۶ـ بوزجانی، ۱۷ـ خجندی، ۱۸ـ کوشیار، ۱۹ـ ابوسهل کوهی، ۲۰ـ ابوالجود، ۲۱ـ ابونصر عراق، ۲۲ـ ابوعلی جبوبی، ۲۳ـ ابوالحسن‌اهوازی، ۲۴ـ محمدبن‌حسین، ۲۵ـ کرجی، ۲۶ـ ابن‌سینا. این کتاب خاصه ازلحاظ معرفی مراجع و مآخذ مهم و غنی است.

---

* در مورد مقالات نگاه کنید به فهرست مقالات فارسی، بکوشش ایرج افشار، انتشارات دانشگاه تهران، ۲ ج ۱۳۳۴ ـ ۱۳۴۸. جلد اول تجدید چاپ شده است.

حاشیه: دراینجا بی‌مناسبت نیست به‌دوکتاب دیگرهم اشاره‌ای شودکه یکی تماماً و دیگری ضمناً از ریاضیات خیام بحث می‌کنند: ۱ـ استفادهٔ دانشمندان مغرب زمین از جبر ومقابلهٔ خیام تالیف دکتر جلال مصطفوی، ۱۳۷ صفحه، از انتشارات انجمن آثار ملی در سال ۱۳۳۹ شمسی. ۲ـ خیامی‌نامه تالیف جلال همائی جلد اول، ۳۵۵ صفحه، از انتشارات همان انجمن در۱۳۴۶.

** آقای مصاحب کتابی هم زیر چاپ دارد تحت عنوان تئوری اعداد(۲مجلد) که شامل اشارات تاریخی دربارهٔ موضوع مورد بحث است.

۳ــ **کاشانی نامه** تحقیق در احوال و آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی از انتشارات دانشگاه تهران در۲۷۶ صفحه درسال ۱۳۵۰.

۴ــ **نسوی‌نامه** تحقیق در آثار ریاضی علی‌بن احمد نسوی (زنده در ۴۷۳ قمری، ۱۰۸۰ میلادی). این‌کتاب درسال ۱۳۵۱ در۲۱۰ صفحه از طرف بنیاد فرهنگ ایران منتشر شده است.

۵ــ **بیرونی‌نامه** تحقیق در آثار ریاضی ابوریحان بیرونی در۶۱۰ صفحه، که شامل فهرست مشروح واژه‌های ریاضی کتاب‌التفهیم، بحثی راجع به‌مسئلهٔ خانه‌های شطرنج، و درآخر کتاب معرفی مختصر پنجاه‌تن از ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی است. این‌کتاب درسال ۱۳۵۲ ازطرف انجمن آثار ملی به‌مناسبت هزارهٔ بیرونی منتشر شده است.*

علاوه براین کتابها، آقای قربانی از بیست وپنج سال پیش به‌انتشار مقالاتی درزمینهٔ تاریخ ریاضیات درمجله‌های سخن ادبی، سخن علمی، راهنمای کتاب و غیره پرداخته است.*

یکی‌دیگر از کوشندگان درزمینهٔ تاریخ ریاضیات آقای پرویز شهریاری است‌که مقاله‌ها و کتابهای متعدد ترجمه کرده است. بعضی از مقاله‌های ترجمهٔ ایشان درزمینهٔ تاریخ ریاضیات به‌صورت کتابی تحت‌عنوان **ریاضیات در شرق** درسال ۱۳۵۲ در ۱۴۸ صفحه توسط انتشارات خوارزمی منتشر شده است. این‌کتاب شامل ۷ مقاله است، بدین شرح:

۱ــ دربارهٔ تاریخ ریاضیات، ۲ــ گامهای نخستین درتکامل شمار، ۳ــ ریاضیات ملتهای قدیم بین‌النهرین، ۴ــ ریاضیات ملتهای هند، ۵ــ تاریخ کسرهای اعشاری درچین، ۶ــ ریاضیات شرق‌میانه و نزدیک در سده‌های میانه (راجع به‌تاریخ ریاضیات اسلامی)، ۷ــ نظریهٔ خیام دربارهٔ خطوط موازی.

ازسایر ترجمه‌های او **تاریخ حساب** تألیف رنه‌تاتون از مجموعهٔ چه‌می‌دانم است، که تاکنون چندبار تجدید چاپ شده است. البته این‌کتاب برای عامهٔ خوانندگان اروپایی نوشته شده و جنبهٔ کلی دارد.

---

* هزارهٔ بیرونی فرصت مناسبی بود تاآثار متعددی دربارهٔ این دانشمند نامی منتشر شود. از این‌میان، دربارهٔ کارهای ریاضی او مقاله‌ای منتشر شد از دکتر فضل‌الله رضا رییس پیشین دانشگاه تهران در مجلهٔ راهنمای کتاب (پاییز ۱۳۵۳) که شامل مطالب تازه‌ای بود.

* ازجمله مقاله‌هایی است درمعرفی کارهای ابوالفتح اصفهانی، عبدالملک شیرازی، قطب‌الدین شیرازی.

هندسه درگذشته و حال مجموعهٔ دیگری است شامل ۵ مقاله دربارهٔ تاریخ هندسه، که درسال ۱۳۴۳ در۱۵۳ صفحه به‌قطع جیبی درسلسله انتشارات سیمرغ منتشر شده است.

کتابهای سرگذشت آنالیز ریاضی، تألیف آندره دولاشه از مجموعهٔ چه‌می‌دانم، و لگاریتم تألیف استاپو هم دوکتاب بسیار جالب درزمینهٔ تاریخ ریاضیات استدلالی است که به‌وسیلهٔ آقای پرویز شهریاری ترجمه و اولی از طرف انتشارات امیرکبیر و دومی از طرف انتشارات خوارزمی چاپ شده است.

ریاضیات: محتوی، روش، و اهمیت‌آن کتابی است جامع از الکساندروف، نیکولسکی، لاورنتیف، و دیگران. این کتاب درسه مجلد و بیست فصل، راجع به‌بیست مبحث ریاضی تهیه شده است. فصل اول آن تحت عنوان نظری کلی به‌ریاضیات شامل بررسی تاریخ این علم است، و درمقدمهٔ هریك از فصلها هم سیرتکاملی رشتهٔ مورد بحث بررسی شده است. قسمتی از مجلد اول این‌کتاب را (شامل نظری کلی به‌ریاضیات وآنالیز) آقای پرویز شهریاری درسال ۱۳۴۶ توسط شرکت نشر اندیشه منتشر کرده‌اند. ترجمهٔ کامل مجلد اول (شامل دوفصل بعدی مربوط به‌هندسهٔ تحلیلی و جبر) هم‌اکنون دردست انتشار است.

محقق فاضل یگانه احمد آرام ــ که عمرش درازباد ــ باترجمهٔ تاریخ علم و شش‌بال علم جورج سارتون و نجوم اسلامی نللینو مآخذ خوبی را دراختیار علاقه‌مندان فارسی زبان تاریخ ریاضیات قرار داده‌اند. ازکتاب اول‌که شامل تاریخ علم ازآغاز تا عصر اسکندرانی است، متأسفانه تنها مجلد اول آن، یعنی علم قدیم تا پایان دورهٔ طلایی یونان منتشر شده (چاپ دوم، انتشارات امیر کبیر)، ولی ازچاپ مجلد دوم خبری نیست.

شش‌بال علم (چاپ‌شرکت انتشار در ۱۳۳۹) درحقیقت دنبالهٔ مجلد سوم مقدمه برتاریخ علم است. بال دوم به‌تاریخ ریاضیات در دورهٔ رنسانس مربوط می‌شود.

تاریخ نجوم اسلامی‌که ترجمهٔ آن درسال ۱۳۴۹ در۴۵۱ صفحه منتشر شده از لحاظ بررسی تاریخ نجوم ریاضی بسیار سودمند است.

علاوه براین، آقای احمد آرام کتاب علم و تمدن دراسلام تألیف آقای سید حسین نصررا، که دراصل برای معرفی فرهنگ اسلامی به‌عامهٔ انگلیسی

زبانان نوشته شده، به‌فارسی ترجمه کرده‌اند؛ این ترجمه درسال ۱۳۵۵ از طرف مؤسسهٔ نشراندیشه در۴۱۲ صفحه منتشرشده. فصل پنجم آن(ص۱۴۴ـ ۱۸۵) راجع به‌تاریخ ریاضیات است.

تاریخ هندسه تألیف پی‌یر مارشال از مجموعهٔ چه‌می‌دانم را، که برای استفادهٔ خوانندگان عادی تألیف شده، در سال ۱۳۲۸ آقای حسن صفاری ترجمه کرد و در۱۲۸ صفحه به‌قطع جیبی از طرف مؤسسهٔ امیرکبیر انتشار یافت.

آقای صفاری کتاب **تاریخ علوم** تألیف پی‌یرروسورا هم ترجمه و مقارن همان ایام برای بار اول منتشر کردند. این کتاب تاکنون چندبار تجدید چاپ شده و پر فروشترین کتاب درنوع خود بوده است، تاریخ علوم که درآن مطالب زیادی هم دربارهٔ تاریخ ریاضیات وجود دارد، مانند تاریخ حساب و تاریخ هندسه که دربالا نام بردیم، برای خوانندگان عادی، ولی به‌سبکی بسیار شیرین نوشته شده، و درآن‌هم تمام توجه به‌اروپا شده و از سهم ملتهای قاره‌های دیگر چندان سخنی درمیان نیست.

همچنین، درسال ۱۳۴۸ آقای صفاری کتاب **ریاضیدانان نامی** را در ۹۵۸صفحه توسط مؤسسهٔ امیرکبیر انتشار داد. اصل آن تألیف اریك تمپل‌بل اسکاتلندی است‌که دردانشگاههای مختلف امریکا تدریس می‌کرد.

فصل اول این کتاب مقدمه و فصل دوم راجع به سه‌تن ریاضی‌دان باستان، یعنی زنون، اودوکسوس و ارشمیدس است. پس ازآن شرح کارهای ریاضی‌دانان جدید از دکارت آغاز می‌شود و به‌کانتور خاتمه می‌یابد. (قریب سی‌تن).

مترجم،یادداشتهای فراوانی در توضیح مطالب کتاب برآن افزوده، و شرح کارهای چهارتن از ریاضی‌دانان معاصر (سوفوس‌لی، داوید هیلبرت، امی‌نوتر، رامانوجان) را از مراجع دیگر ترجمه و درآخر کتاب آورده است(ص ۸۲۵ ــ ۸۸۵). تصورمی‌کنم، این کتاب، هم به‌خاطر مشروح‌بودن مطالب‌آن، و هم به‌سبب اطلاع مترجم ازعلوم ریاضی، درحال‌حاضر بیشترین و بهترین اطلاعات را درزمینهٔ تاریخ ریاضیات درعصر جدید دراختیار خوانندگان فارسی‌زبان قرار می‌دهد.

از طرف‌دیگر، همچنانکه **شش‌بال علم** درحکم دنبالهٔ مقدمه بر**تاریخ‌علم** است، **ریاضیدانان نامی** را هم می‌توان دنبالهٔ بال دوم (یا فصل دوم) شش‌بال علم به‌حساب آورد. و بدین‌ترتیب بامطالعهٔ دو مقاله از **ریاضیات در شرق**

(گامهای نخستین درتکامل شمار، ریاضیات ملتهای قدیم بین‌النهرین) و این سه‌کتاب (مقدمه برتاریخ علم، شش‌بال‌علم، ریاضی‌دانان نامی) تصویری از سرگذشت ریاضیات به‌دست می‌آید.

در دوکتاب کوچك جورج‌سارتون هم، که هردو راآقای احمد بیرشگ به‌فارسی ترجمه کرده‌اند، مطالبی مربوط به‌تاریخ ریاضیات وجود دارد. این‌دو عبارتست از **علم قدیم و تمدن جدید** (شامل سه‌مقاله: اقلیدس و زمان او، بطلیموس و زمان او، پایان علم و فرهنگ یونانی) از انتشارات کتابخانهٔ طهوری درسال ۱۳۳۴ در ۲۵۳ صفحه، و **سرگذشت علم** (شامل مقاله‌ای راجع به‌شرح‌حال گالوا) از انتشارات سازمان کتابهای جیبی در سال ۱۳۴۳ در ۲۴۵ صفحه.

درسال ۱۳۴۴ آقای روح‌الله عباسی کتابی از مارسل‌بل را تحت‌عنوان **تاریخ ریاضیات** ترجمه کرده‌که در ۱۷۱ صفحه از طرف انتشارات صائب در تهران منتشر شده است. این ترجمه عنوانی گمراه‌کننده دارد، چون درحقیقت تاریخ ریاضیات نیست، بلکه مقالاتی است دربارهٔ برخی موضوعات و مباحث ریاضی.

آقای دکتر اسدالله آل‌بویه درسال ۱۳۲۷ روزنامه‌ای منتشر می‌کرد تحت عنوان سازمان، که درهرشمارهٔ آن مقاله‌ای داشت راجع به‌یك مفهوم علمی و سیر تکاملی آن(که ازآن‌جمله بود دیالکتیك زنون، صفر، بی‌نهایت، تعریف، تابع، احتمال).

اما نویسندهٔ این یادداشت غلام‌حسین صدری افشار مقالهٔ مبسوطی از جورج سارتون را تحت عنوان **بررسی تاریخ ریاضیات** درسال هفتم مجلهٔ سخن علمی ترجمه کرد.

درسال ۱۳۵۰ فهرستی تحت عنوان **کتابنامهٔ علوم ایران** توسط مؤسسهٔ تحقیقات و برنامه‌ریزی وزارت علوم منتشر کرد، که ازجمله شامل معرفی کتابهای ریاضی فارسی است.*

باز درسال ۱۳۵۰ کتابی تحت عنوان **سرگذشت سازمانها و نهادهای علمی و آموزشی درایران** منتشر کردکه درآن اشاراتی ضمنی به‌فعالیتهای

---

* یادآوری این‌نکته لازم است‌که قسمت مربوط به‌کتابهای ریاضی فارسی ازکتاب‌شناسی خاورشناس انگلیسی شادروان استوری راآقای تقی بینش ترجمه کرده و درشمارهٔ چهارم مجموعهٔ نسخه‌های خطی از انتشارات دانشگاه تهران چاپ شده‌است. همچنین بخشی از مجلد اول نسخه‌های خطی تالیف آقای احمد منزوی از انتشارات مؤسسهٔ فرهنگی منطقه‌ای به‌معرفی کتابهای ریاضی اختصاص دارد.

ریاضی ومخصوصاً اطلاعات مرجع‌شناسی زیادی وجود دارد.

ازسال ۱۳۵۱ ترجمهٔ مقدمه برتاریخ علم جورج سارتون را برعهده گرفته‌که مجلد اول آن (از هومر تـا عمرخیام) در سال ۱۳۵۳ و بخش نخست مجلد دوم (علم و اندیشهٔعلمی در سدهٔ دوازدهم میلادی) مقارن انتشار این مقاله منتشر شده است(از انتشارات وزارت‌علوم). بخش دوم مجلد دوم هم سال آینده منتشر خواهد شد؛ و اگر پیشامد ناگواری رخ ندهد انتشار ترجمهٔ فارسی تمام آن درچهارسال آینده به‌آخر می‌رسد. این کتاب مطالب فراوانی دربارهٔ تاریخ ریاضیات دارد و هیچ محققی دراین زمینه از مراجعه به‌آن بی‌نیاز نیست.

همچنین ترجمهٔ **تاریخ ریاضیات** اسمیت را، که از مشهورترین کتابها دراین زمینه است، در دست دارد و امیدوار است انتشار مجلد اول آن تا بهار آینده وانتشار مجلد بعدی تاپایان همان سال صورت گیرد.

ضرورتی نیست گفته شودکه مقالات متعددی دربارهٔ ریاضی‌دانان ایرانی درمطبوعات فارسی منتشر شده ومی‌شود. ولی منظور نویسندگان این مقالات بیشتر معرفی مفاخر علمی و تحریك علاقهٔ خوانندگان جوان است، نه‌پژوهش علمی؛ و بهترین آنها جز حاوی برخی اطلاعات زندگینامه‌ای و کتاب‌شناسی نیست.

همچنین، بدیهی است‌که علاقه‌مندان به‌تحقیق درتاریخ ریاضیات، ناگزیر باید به‌مطالعه درتاریخ نجوم، خاصه هیئت، استخراج تقویم و گاهشماری بپردازند.

حکایات واقوال

عشق به‌حساب

بسیاری از دانشمندان عشق مفرطی به‌حساب داشته‌اند. آمپر Ampere دانشمند شهیر و عالم معروف فرانسوی علاقه‌ای‌که به‌این قسمت داشته مشهور است چنانکه گویند قبل‌از اینکه ارقام را شناخته و قادر بنوشتن آنها باشد با سنگ‌ریزه ولوبیا حسابهای بس طولانی می‌نمود.

و نیزگویند درکودکی کسالتی عارض وی شده‌بود و برای این‌که فکرش راحت باشد، مادرش او را از لوبیاهای عزیزش جدا ساخته بود. آمپر لقمه‌نانی راکه پس از سه‌روز گرسنگی و پرهیز به‌وی داده بودند خرد کرده مشغول محاسبات خود گردید.

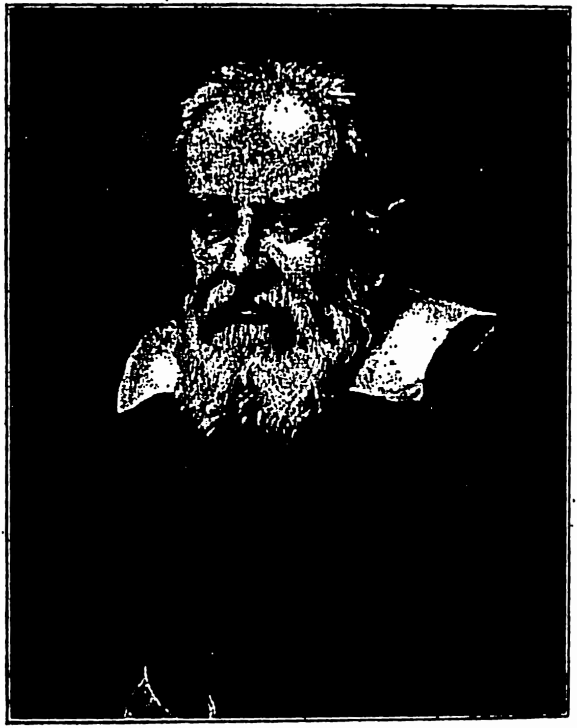
این عشق، منحصر به‌آمپر نیست، آراگو Arago عالم فرانسوی می‌نویسد: روزی یکی‌از علما درجلسهٔ رسمی‌آکادمی پاریس‌شروع به‌ضرب دوعدد بزرگ‌که بدون‌هیچ‌مقصودی نوشته بود نمود بعداز جلسه‌که من تعجب خود را راجع بدین مطلب به‌وی اظهار داشتم جواب داد: نمی‌دانید وقتی صحت این‌ضرب را به‌وسیلهٔ تقسیم امتحان کردم چقدر لذت بردم.

از شماره پنجم سال اول مجلهٔ ریاضیات (اول دی ۱۳۵۹)

و. بوشل
W. Büchel

چرا فضا دارای سه بعد است؟

قانونهای فیزیک بدون استثنا، دارای ماهیتی هستند که می‌توان آنها را به‌فضاهای بیشتر و یاکمتر از سه بعد تعمیم داد. بعدهای فضای معمولی



گالیلئوگالیلی منجم و ریاضیدان ایتالیایی

که سه می‌باشد، به‌عنوان یك حقیقت تجربی پذیرفته شده است و مربوط به‌آنست که فقط سه عدد برای تعیین یك نقطه کافیست. مسألهٔ بعدهای فضا در آثار **ارسطو** طرح شده و برهانهای او برای سه بعدی بودن فضا، در کتاب «دیالوگ» **گالیله** به‌اختصار ذکر شده است. چند دهه قبل **پوانکاره**[1] به‌دلایلی براساس علم توپولوژی به‌این نتیجه رسیدکه تعداد بعدها باید مساوی ویا بیشتر از سه باشد. تقریباً در همان زمان **ارنفست**[2] در مقاله های خود نشان دادکه در فضائی‌که تعداد بعدهایش بیش از سه باشد، بر حسب قانونهای فیزیك مدار سیارات ثابت نخواهند ماند واتمها نیزپایدار نیستند. نتیجه‌هایی‌که ارنفست به‌دست آورد براساس فرضیهٔ جدید میدانها توسط **تانگرلینی**[3] به‌تازگی تأیید شده است. این نویسنده ازنظر **کانت**[4] پیروی می‌کند و سه بعدی بودن فضا را از جهاتی مربوط به‌قانون نیروی جاذبهٔ نیوتنی می‌داندکه قوه نسبت معکوس با مربع فاصله دارد. اخیراً **ویتروه**[5] برخی ازنکته‌های مهم‌کار **ارنفست** را دوباره به‌دست آورده است و همچنین دعوی جالبی پیش آورده است مبنی برآنکه ایجاد انواع عالیتر موجودات زنده در فضایی‌که ابعادش‌کمتر از سه باشد غیر ممکن است. به علاوه نقل اطلاعات به‌وسیله نور، صوت وسایر موجها فقط درفضاهایی با بعدهای یك و یا سه امکان دارد.

برهانهای طبیعی علیه بعدکمتر ازسه فضا: درانواع عالیتر موجودات زنده، تعداد بسیاری ازیاخته‌ها باید با رشته‌های عصبی به‌هم متصل شوند. اگر فضا فقط دوبعد می‌داشت مسیرهای اعصاب یکدیگررا قطع می‌کردند. در محل تقاطع، اعصاب می‌بایستی در یکدیگر نفوذکنند چون با فقدان بعد سوم، رشتهٔ عصبی نمی‌توانست ازبالا یا از زیر رشته دیگر بگذرد. در نتیجه جریانهای عصبی در رشته‌های متقاطع متقابلاً در یکدیگر تداخل کرده و مانع‌کار هم می‌شدند. بنابراین وجود موجودات عالی زنده‌که در آنها مسیرهای اعصاب غیر متقاطع بسیاری است، فقط در فضاهائی‌که حداقل دارای سه بعد است امکان دارد.

پایدار نبودن مدارهای ستارگان در فضاهایی با بعد بیشتر از سه:
پتانسیل جاذبهٔ ثقل نیوتنی و پتانسیل الکتریکی اجسام باردار از معادلهٔ **پواسون**[6] به‌دست می‌آید:

---

1. Poincaré 2. Ehrenfest 3. Tangherlini 4. Kant
5. Whitrow 5. Poisson

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 V}{\partial x_i^2} = KP \qquad (1)$$

در اولین رابطه، n تعداد بعدهای فضا، V تابع پتانسیل و P مقدار جرم ویا بار الکتریکی درواحد حجم و K مقدارثابتی است. جواب معادلهٔ (۱) برای ذره‌ای دارای بار الکتریکی و یا ذره‌ای وزین به‌قرار زیر است

$$V = C.r^{-n+2} \qquad (2)$$

C مقدارثابتی است و r فاصلهٔ نقطه‌ای ازمیدان جاذبه تا ذرهٔ مذکور می‌باشد. چنانچه عدد n بزرگتر از سه باشد، ستاره فقط درصورتی درمدار ثابتی حرکت خواهدکردکه مدار دایره‌ای شکل وقوای جاذبه درست معادل قوهٔ‌گریز از مرکز باشد. برای ستارگان، احتمال حرکت در مدار کاملاً دایره‌ای شکل بسیارکم است. حتی اگر درابتدا مسیر آن‌کاملاً مدورباشد، زیرا به‌واسطهٔ وجود اجرام سماوی دیگر انحرافهای مختصری از مدار اولیه همیشه وجود خواهد داشت. درفضای سه بعدی با وجود انحرافهای مختصر، ستاره می‌تواند در مداری بیضی شکل به‌حرکتش ادامه دهد. ولی برای فضاهای با بعد بیشتر از سه، حرکت در مدار ثابت ممکن نیست. با استفاده ازقانونهای مکانیك، با روش ساده‌ای می‌توان صحت این مطلب را به‌اثبات رساند. اگر فرض‌کنیم‌که فاصلهٔ ستاره ازکانون مدارش r باشد و r بین مقادیر حداقل r_1 (حضیض) و حداکثر r_2 (اوج) تغییرکند و m، ω، p به‌ترتیب جرم ستاره، سرعت زاویه‌ای ومقدارحرکت آن باشند، لنگرمقدار حرکت ستاره M که در رابطهٔ (۳) صدق می‌کند

$$M = m\omega r^2 \qquad (3)$$

مقدار ثابتی است. تابع پتانسیل ستاره درفاصلهٔ

$$V = -cr^{2-n} \qquad (4)$$

می‌باشد و در اوج یا در حضیض مسیر

$$\frac{dn}{dt} = 0 \qquad (5)$$

می‌باشد و در این نقطه‌ها انرژی جنبشی ستاره

$$T = \frac{1}{2m}p^2 = \frac{1}{2}mr^{-2}\omega^2 \qquad (6)$$

خواهدبودکه بااستفاده از رابطه(۳) می‌توان‌آنرابه‌صورت

$$T = \frac{M^2}{2mr^{-2}}$$

نوشت. برحسب قانون بقای انرژی $T+V$ در تمام نقطه‌های مسیر برابر مقدار ثابتی است ویا

$$\frac{M^2}{2mr_1^2}-Cr_1^{2-n}=\frac{M^2}{2mr_2^2}-Cr_2^{2-n} \qquad (8)$$
این رابطه نشان می‌دهد

که برای حالتی که $n=4$ است، جوابی که معین و مثبت باشد، فقط برای $r_1=r_2$ امکان دارد. برای بعدهای بیشتر از چهار، می‌توان ثابت کرد که مداریکه در آن r بین دوحد مختلف r_2 و r_1 تغییر می‌کند نیز ممکن نیست. برای اثبات این موضوع ملاحظه می‌کنیم که نیروی جاذبه‌ای که از طرف خورشیدیاجرم‌مرکزی برسیاره‌واردمی‌شود ازروی معادلهٔ (۴) می‌توان حساب کرد و آن برابر $F_s=(n-2)cr^{-n+1}$ می‌باشد و نیروی گریز از مرکز برای مسیر مدور از رابطهٔ $F_c=mr\omega^2=\frac{M^2}{mr^3}$ به‌دست می‌آید. درمسیری که کاملاً مدور نیست در نقطهٔ حضیض قوهٔ جاذبه باید کمتر از این نیروی گریز از مرکز و دراوج باید بیشتر باشد. چون درحالت اول سیاره درست در مکانی است که از آن به‌بعد شروع به‌دور شدن ازکانون می‌کند این شرطها به‌وسیلهٔ نامعادله‌های زیر بیان می‌شود:

الف اگر F_s کمتر از F_c باشد

$$Cr_1^{-n+2}<\frac{M^2}{(n-2)mr_1^2}$$

ب ـ اگر F_s بیشتر از F_c باشد

$$Cr_2^{-n+2}>\frac{M^2}{(n-2)mr_2^2} \qquad (9)$$

باگذاشتن این نتیجه‌ها در معادله (۸) نامعادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{M^2}{2mr_1^2}-\frac{M^2}{(n-2)mr_1^2}<\frac{M^2}{2mr_2^2}-\frac{M^2}{(n-2)mr_2^2} \qquad (10)$$

نا معادلهٔ (۱۰) را به این صورت نیز می‌توان نوشت

$$\frac{M^2}{mr_1^2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n-2}\right)<\frac{M^2}{2mr_2^2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n-2}\right) \qquad (11)$$

این رابطه برای $n=۴$ صادق نیست چه مقادیر داخل پرانتز درهر دوطرف نامعادله صفرمی‌شود. چون $r_۲$ بزرگتر از $r_۱$ است، بنابراین (۱۱) برای هر مقدار n بزرگتر از چهار صحیح نیست زیرا مقدار داخل پرانتز کمتراز $\frac{۱}{۲}$ می‌شود، پس وجود مداربیضی شکل، برای n مساوی ویابزرگتر از چهار امکان ندارد.

ثبات اتمها در فضای با بعد بیشتر از سه: در فضای سه بعدی به‌واسطهٔ تعادل بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل از کشیده شدن و افتادن الکترونهای موجود در اتم به‌داخل هسته اتمی ممانعت می‌شود. اگر فاصلهٔ الکترون و هسته ازمقدار معین $r_۰$ کمتر شود، انرژی اتم باکاهش r کمتر نمی‌شود بلکه رو به‌ازدیاد می‌گذارد. برای n بزرگتر از عدد سه، انرژی به‌طور دائمی باکاهش r کم می‌شود و بنابراین الکترون در داخل هسته خواهد افتاد ومقداری انرژی تشعشع خواهدکرد. بااستفاده ازرابطهٔ نامعینی دوکمیت مزدوج در مکانیک‌کوانتوم می‌توان این مطلب را ثابت کرد. اگر E و V به‌ترتیب مقادیر متوسط انرژی جنبشی وپتانسیل الکترون $p^۲$ متوسط مربع مقدار حرکت و e و m باروجرم الکترون باشند، رابطهٔ بقای انرژی در مکانیک‌کوانتوم چنین است

$$E=\frac{۱}{۲m}p^۲+V \qquad (۱۲)$$

اگر V تقریباً برابر $-e^۲r^{۲-n}$ و $p^۲$ تقریباً معادل

$$p^۲\approx(\Delta p)^۲\approx(\frac{h}{\Delta x})^۲\approx(\frac{h}{r})^۲$$

باشد، در اینصورت

$$E\approx\frac{h^۲}{۲mr^۲}-e^۲r^{۲-n} \qquad (۱۳)$$

خواهد بود. برای حالت تعادل اتم باید مقدار r را طوری تعیین کردکه E حداقل و بنابراین $\frac{dE}{dr}=۰$ باشد. از معادلهٔ (۱۳) و شرط اخیر خواهیم داشت‌که برای فضای سه بعدی

$$r_۰=\frac{h^۲}{me^۲} \qquad (۱۴)$$

واضح است که اگر مقدار r کمتر از r_0 شود، مقدار مثبت سمت راست معادلهٔ (۱۳) ازجملهٔ منفی آن با سرعت بیشتری بزرگ می‌شود و بنابراین حالت تعادلی وجود دارد. اگر n مساوی و یا بزرگتر از پنج باشد، وقتی r کم شود عکس این موضوع صادق است و بنابراین مکانی برای حداقل انرژی وجود ندارد. درحالتیکه n برابر چهار است شرط $\frac{dE}{dr}=0$ بستگی به r ندارد و باید ازفرضیهٔ نسبی برای مطالعهٔ این حالت کمك گرفت. معادلهٔ بقای انرژی برحسب فرضیهٔ نسبی

$$E=(p^{2}c^{2}+m_0^{2}\ c^{4})^{\frac{1}{2}}+V$$

می‌باشدکه با تقریب مذکور در فوق به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$E=[(\frac{ch}{r})^{2}+m_0^{2}c^{4}]^{\frac{1}{2}}-e^{2}r^{-2} \qquad (۱۵)$$

وقتی‌که r به‌سمت صفر میل‌کند جملهٔ اول در معادلهٔ (۱۵) مثل $\frac{1}{r}$ وجملهٔ دوم مانند $\frac{1}{r^{2}}$ تغییر می‌کنند و بنابراین جملهٔ منفی دومی از جملهٔ مثبت اولی تغییرات سریعتری را داراست و در نتیجه مقدار حداقل انرژی و حالت پایداری برای اتم وجود ندارد.

انتشار امواج و بعدهای فضا: دو شرط اصلی برای انتشار علامتها وخبرها به‌وسیلهٔ موجهای الکترومغناطیسی و موجهای صوتی آنست که اولاً انتقال آنها توام با تغییرشکل موج نباشد، ثانیاً دستگاه گیرنده علامتهایی راکه فرستنده در زمانهای مختلف فرستاده است دریك زمان دریافت نکند. قضیه‌های معادله‌های دیفرانسیل جزئی در این مورد نشان می‌دهندکه انتشار موجهایی‌که هردو شرط فوق را دارا باشند، فقط در فضاهای یك یا سه بعدی ممکن است. اگر $f(t)$ دامنهٔ نوسان موج درزمان t، درنزدیکی منبع موج‌که به‌فرض درمبدأ مختصات قرارگرفته است، باشد، برای فضای مثلاً هفت بعدی، دامنهٔ‌نوسان موج $u(r,t)$، درفاصلهٔ r ازمنبع، ازرابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$u(r,t)=\frac{A}{r^{5}}f(t-\frac{r}{c})+\frac{B}{r^{4}}\,f'(t-\frac{r}{c})+\frac{c}{r^{3}}f''(t-\frac{r}{c}) \qquad (۱۶)$$

در این رابطهٔ، c سرعت موج و A، B و C مقادیر ثابتی هستند. f' و f''

مشتقهای مرتبه‌های اول و دوم $f(t)$ نسبت به‌زمان می‌باشند. انتقال این موج دارای نقص‌ثانی مذکوردرفوق نیست، چون درزمان t فقط‌علامتهایی راکه درزمان $t-\frac{r}{c}$ منتشر شده،گیرنده دریافت خواهد کرد، ولی شکل موج تغییر یافته است، چون برای فاصله‌های زیاد، فقط جملهٔ آخری در رابطهٔ (۱۶) مهم است، و این جملهٔ متناسب با $f(t)$ نیست بلکه شکل‌آن نسبت مستقیم با شکل $f''(t)$ دارد.

ترجمه: محسن مدرس رضوی

فهرست برخی رصدخانه‌هاکه به‌دست ایرانیان در مدت هفت قرن ساخته شده است

تأسیس رصدخانهٔ شماسیه (در نزدیکی بغداد) به‌سرپرستی یحیی‌بن ابومنصور در زمان مأمون (سدهٔ نهم میلادی).
تأسیس رصدخانهٔ سامره به‌وسیلهٔ پسران موسی‌بن شاکر خوارزمی درسامره (سدهٔ نهم میلادی).
تأسیس رصدخانهٔ بلخ به‌وسیلهٔ سلیمان‌بن عصمت سمرقندی (سدهٔ نهم میلادی)
تأسیس رصدخانهٔ جندیشاپور به‌سرپرستی احمد نهاوندی (سدهٔ دهم).
تأسیس رصدخانهٔ نیشابور به‌سرپرستی محمدبن‌علی (سدهٔ دهم).
تأسیس رصدخانهٔ دینور به‌سرپرستی ابوحنیفهٔ دینوری (سدهٔ دهم)
تأسیس رصدخانهٔ شیراز به‌سرپرستی عبدالرحمن صوفی (سدهٔ دهم).
تأسیس رصدخانهٔ بغداد به‌سرپرستی ابوالوفا بوزجانی (سدهٔ دهم).
تأسیس رصدخانهٔ ری به‌سرپرستی ابومحمود خجندی (سدهٔ دهم).
تأسیس رصدخانهٔ بغداد به‌سرپرستی ابوسهل‌کوهی (سدهٔ دهم).
تأسیس رصدخانهٔ غزنین به‌سرپرستی ابوریحان بیرونی (سدهٔ یازدهم).
تأسیس رصدخانهٔ اصفهان به‌سرپرستی ابن‌سینا (سدهٔ یازدهم).
تأسیس رصدخانهٔ ملکشاهی (در اصفهان؟) به‌سرپرستی خیام (سدهٔ یازدهم).
تأسیس رصدخانهٔ مرو به‌سرپرستی خازنی وابن سالار (سدهٔ دوازدهم).
تأسیس رصدخانهٔ مراغه به‌سربرستی نصیرالدین طوسی (سدهٔ سیزدهم).
تأسیس رصدخانهٔ شنب غازان در تبریز (سدهٔ چهاردهم).
تأسیس رصدخانهٔ یزد به‌وسیلهٔ خلیل‌بن ابوبکرآملی (سدهٔ چهاردهم).
تأسیس رصدخانهٔ سمرقند به‌سرپرستی غیاث‌الدین جمشیدکاشانی (سدهٔ پانزدهم).
آیا وقت آن نرسیده‌که با نیاگان یازده یا ده قرن پیش خود به‌رقابت برخیزیم؟

آرت بوخوالد

چرا پدرومادرها نمی‌توانند مساله‌ها را حل کنند؟

درسالهای اخیر، گفتگوهای زیادی دربارهٔ روش جدید آموزش ریاضیات پیش‌آمده است، هرکسی نظر خود را در این‌باره ابراز داشته است‌که چرا «جان» نمی‌تواند از عهدهٔ محاسبه برآید. منهم برای خود نظری دارم و می‌دانم‌که چرا «جان» نمی‌تواند محاسبه کند: اشکال را باید دراینجا جستجو کردکه پدران و مادران دیگر از عهدهٔ کمك به‌درسهای بچه‌هایشان برنمی‌آیند.

در روزهای خوش گذشته، وقتی‌که هنوز خبری از «ریاضیات جدید» نبود، بچه‌ها، تکلیفهایشان را درمنزل انجام می‌دادند و پدران و مادران به‌آنها کمك می‌کردند، اشتباههای آنها را تصحیح می‌کردند و تنبیه یا تشویقشان می‌کردند. ولی حالا، مساله‌ها طوری هستند، که نه‌دانش‌آموزان و نه پدرومادرها، حتی گمان حل آنها راهم نمی‌توانند داشته باشند.

نمونه‌ای می‌آورم. یك روز دخترم پیش من آمد وگفت: «من باید ۱۷۹ را از ۲۵۲ کم‌کنم».

من به‌اوگفتم:

ــ خوب، این‌که کاری ندارد، عدد ۱۷۹ را زیر ۲۵۲ می‌نویسیم.

ــ با دهگان چکارکنم؟

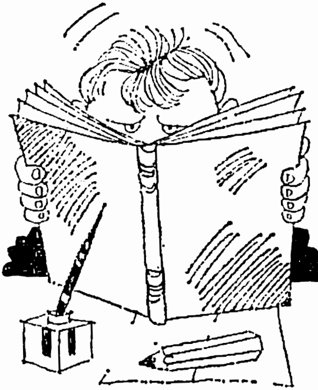
کدام دهگان؟

ــ ده‌هایی‌که در ۲۵۲ وجود دارد؟

ــ ما به‌ده‌هایی‌که در۲۵۲ وجود دارد چکار داریم؟ بردار و ۱۷۹ را از ۲۵۲کم کن نه‌را از دوازده‌کم‌کن می‌شود سه، یك ده بریك پیش خودت نگه‌دار و هفت را از نه کم کن، می‌شود دو، نتیجهٔ تفریق می‌شود ۲۳،

ــ ما اینجوری‌یادنگرفته‌ایم. ما باید ازدهگانها استفاده‌کنیم، ده،مبنای دستگاه عددشماری است.

ــ بسیار خوب، ولی جواب همان ۲۳



می‌شود.

— پس معلوم می‌شودکه تو بلد نیستی توچی یادگرفته‌ای؟

— من نه را از دوازده و بعد هفت‌را از نه‌کم می‌کنم.

— ولی خانم معلم ما می‌گویدکه‌همیشه اینکار را نمی‌شودکرد، از این‌راه بیشتر مواقع جواب درست پیدا نمی‌شود.

— خوب، اینکه‌کاری ندارد، من هم‌اکنون با خانم معلم تو تماس می‌گیرم و می‌پرسم‌که چطور باید ۱۷۹ را از ۲۵۲کم کرد.

من‌گوشی‌تلفن‌را برداشتم و دراین‌باره با خانم معلم صحبت‌کردم. خانم معلم با مهربانی‌گفت. «این خیلی ساده است. عدد دو،که در سمت راست است تعداد واحدها را می‌دهد. صفر، به‌معنای اینست‌که بـه‌اندازهٔ صفر دهها داریم. عدد دوکه در سمت چپ است، تعداد صدها را می‌دهد. به‌این‌تـرتیب، دو صدها، صفر دهها و دو یکها داریم. از صدها آغاز می‌کنیم. یك صدها، عبارتست از ده تا دهها، ۱۰۰ را به‌ستون دهها می‌بریم.

حالا، ۱۰ تا دهها داریم، ولی هنوز در ستون یکها، تفریق را نمی‌توانیم انجام دهیم. دوباره عددها را گروه‌بندی می‌کنیم. یك‌دهه به‌ستون یکها می‌بریم، درستون دهها، ۹ دهه و در ستون یکها، ۱۲ یکه قرار می‌گیرد. شما همه‌چیز را فهمیدید؟

— چرا نفهمم؟ همه‌چیز روشن است. ولی، من یك‌سئوال شخصی‌دارم. مگر نتیجهٔ همهٔ این‌کارها، همان ۷۳ نمی‌شود؟

— دراین حالت بله. ولی، اگر بادستگاه عددشماری دیگری، غیر ازدستگاه دهدهی، سروکار داشتیم، جواب دیگری به‌دست می‌آمد.

من گوشی تلفن را گذاشتم و چند قرص آسپیرین بلعیدم. ولی زنم مرا غافلگیر کرد و با صدای بلند فریاد زد:

— توچقدر قرص می‌خوری؟

— من اول هفت‌قرص و بعد پنج‌قرص برداشتم، ولی ترا به‌هرچه‌که برایت مقدس است قسم می‌دهم‌که ازمن نخواه تا حساب کنم رویهم چقدر می‌شود.

ترجمهٔ پرویز شهریاری

رمز و راز عددها

عددی درآینه

عددی سه رقمی پیدا کنیدکه وقتی‌آنرا جلوآینه بگیریم، تصویری ۷/۴۱۶۶۶۰۰۰ برابرخودش بدست آید.

سه ظرف

سه ظرف به تـرتیب به گنجایش ۸، ۵ و ۳ لیتر داریم. ظرف ۸ لیتری پراز آب و دو تای دیگر خالی است. چگونه می‌توانیم ۴ لیتر آب برداریم؟

علی‌اکبر عالم‌زاده

آموزش ریاضی

۱ـ تاریخچه: نحوهٔ آموزش ریاضی به‌کوشش انفرادی اشخاصی چون فروبل[۱]، کلاین[۲]، پولیا[۳]، بورباکی[۴]، گاتیو[۵]،و بسیاری دیگر مورد بررسی قرار گرفت. پس‌ازآن عده‌ای به‌کمك یکدیگر به‌سازمان آن استحکام بخشیدند. مثلا، درسال ۱۸۷۱، درانگلستان اتحادیه‌ای برای اصلاح تدریس هندسه تأسیس‌شدکه بعداً نام اتحادیهٔ ریاضی به‌خود گرفت. همچنین درسال ۱۹۵۰ دراین کشور اتحادیهٔ معلمان ریاضی پایه‌گذاری شد. در آمریکا اتحادیهٔ ریاضیات آمریکا شکل گرفت و موسسات مشابه آن در کشورهای دیگر به‌وجود آمد. از اوائل سدهٔحاضر تاکنون، به‌خاطر گسترش غیرمنتظرهٔ ریاضی، تمایل زیادی به‌تجدید سازمان درخود این علم احساس شده‌است. نوشته‌های پوانکاره[۶] و آدامار[۷] دربارهٔ روانشناسی‌کشفیات ریاضی، و تحقیقات پیاژه[۸] درتشکیل مفاهیم ریاضی سبب نفوذ روانشناسی‌در ریاضیات گردیده‌است. مطالعات پیاژه نشان داده است‌که نقش ریاضیات برای درك چگونگی فعل و انفعالات مغز بشر فوق‌العاده اهمیت دارد. کارهای فروبل و دیگر پیشقدمان درامر آموزش اطفال باعث تغییرات زیادی در روشهای آموزشی گردیده است. همچنین درسدهٔ اخیر، ما شاهد تأثیر شگرف جنگ و صنعت برآموزش به‌معنی اعم بوده‌ایم. به‌خصوص، اهمیت حسابگرها و ماهواره‌ها نفوذ زیادی درپیشرفت ریاضی داشته‌اند.

شاید مهمترین حادثه برای آموزش ریاضی پرواز اسپوتینك شوروی درسال ۱۹۵۷ باشد. این حادثه باعث جریحه‌دار شدن احساسات ملی

---

1) Froebel 2) Klein 3) Polya 4) Bourbaki
5) Gattegno 6) Poincaré 7) Hadamard
8) Piaget

پوانکاره ریاضیدان فرانسوی (۱۹۱۲ - ۱۸۴۵)

آمریکائیان شد، و درنتیجه، دولت آمریکا برای پرکردن فاصلهٔ علمی ایجاد شده بین این‌کشور و کشور شوروی بودجهٔ هنگفتی را به‌منظورهای آموزشی، بخصوص علوم، اختصاص داد. دراثر این‌کار پروژه‌های عظیم آموزشی درآمریکا طرح‌ریزی شد. همزمان باآنها درکشورهای دیگر نیز پروژه‌هایی درحال پیشرفت بود. دراین امر عدهٔ زیادی از ریاضیدانان حرفه‌ای شرکت داشتند. درنتیجه، مقدار زیادی برنامهٔ درسی جدیدبه‌وجود آمد و روشهای جدیدی درارزیابی آنها بنیان‌گذاشته شد. همهٔ این‌کارهای انجام‌شده با سیستم قدیم و به‌کمك معلمان مدرسه ممکن نبود، زیرا انجام آنها مستلزم دستگاهی اداری و فعال بودکه بتواند نیاز افراد را درك و به‌سرعت، بدون تشریفات مزاحم، مرتفع نماید. دراین‌کار بزرگ وجود ریاضی‌دانان بزرگ نه‌فقط ازجنبهٔ حیثیت ونمایش یك‌کار ملی‌مهم بود، بلکه

درانتخاب مواد ریاضی، کمك و پیشنهاد آنها ضرورت تام داشت. دراین کار ریاضی‌دانان زیادی به‌دلائل مختلف شرکت کردند. بعضی به‌علت داشتن وجدان اجتماعی، بعضی به‌خاطر آتیهٔ فرزندان خود، و عده‌ای دیگر تنها به‌آن‌خاطر که مسائل جدیدی را درمقابل خود می‌دیدند وتنها دلیل این‌افراد عطشی بودکه برای حل آنها درخود احساس می‌کردند. ازآن زمان تاکنون مقالات تحقیقی و مطالب جدید بسیار زیادی درآموزش ریاضی منتشر شده است و درحال حاضر فعالیتهای تحقیقی مهمی دراین زمینه درجریان است.

۴ـ **تعریف آموزش ریاضی:** بسیاری از متخصصان امر، آموزش ریاضی را رشته‌ای از ریاضیات نمی‌دانند و می‌گویند: آموزش ریاضی یعنی صحبت دربارهٔ رشته‌ای از عملیات درامر یادگیری ریاضیات که در زمینه‌هایی به‌هم مربوطند. این عملیات را به‌چهار قسمت تقسیم می‌کنندکه آنهارا درزیر توضیح می‌دهیم:

۱) روانشناسی یادگیری: بحث دربارهٔ روشهای تدریس، روشهای تحقیق، سئوالات مربوط به‌این‌که ریاضیات باید به‌صورت مجرد عرضه شود یا آن‌که تأکید درساختمان هرقسمت لازم است، یاآن‌که ریاضیات باید به‌روش اصل موضوعی بیان گردد، و غیره بانام روانشناسی یادگیری ریاضی مشخص می‌شود. دراین‌قسمت می‌توان به‌کار بردن مسابقات ریاضی، دادن جوائز، و تشویقات دیگر برای تحریك یادگیری ریاضی را مورد بحث قرار داد.

۲) برنامه‌ریزی: دراین قسمت راجع به‌برنامه‌ریزی آموزشی ریاضیات‌برای مدارس مختلف صحبت می‌شود. این مدارس درزیر مشخص شده‌اند.

(یکم) دبستانها

(دوم) دبیرستانها: برنامه برای بچه‌های عادی، بچه‌های ناقص، و یا (گاهی) برای بچه‌هـــای استثنایی. درتنظیم برنامهٔ مربوط به دبیرستانها، پرسشهایی دراین موردکه تا چه‌حد روش اصل‌موضوعی باید به‌کار رود، وچه موقع باید ریاضیات عملی وارد کار گردد، و یا این‌که درچه مرحله، وتا چه‌حد تاریخ ریاضیات باید در برنامه گنجانده شود مورد بررسی واقع می‌گردد.

(سوم) برنامه برای آموزش بزرگسالان: مثلا درانگلستان، دانشگاه آزاد، مسئول انجام آن است‌که ازیکی از فرستنده‌های تلویزیون ملی آن کشور برای این‌منظور استفاده می‌کند. درایران هم، دانشگاه آزاد ایران، مقدمات آغاز کار خود را فراهم کرده است.

(چهارم) برنامه برای آموزش ریاضی حین خدمت، ،یعنی، برای افرادی شاغل درصنعت، و یا درجای دیگر که نیاز به‌یادگیری ریاضیات پیدا می‌کنند.

(پنجم) برنامه برای معلمان ریاضی که مرکب است ازبرنامه برای تربیت‌معلم ریاضی و برنامه برای آموزش ریاضی حین‌خدمت.

۳ـ **ارزیابی**: که عبارت است از ارزیابی کارشاگردان با امتحان، پروژه، تکلیف شب، کارکلاسی، وغیره. همچنین ارزیابی معلمان ویا برنامه‌های تدریس شده. دراین‌جا است که لزوم تحقیق درنحوهٔ تدریس مورد بحث واقع می‌گردد.

۴ـ **مسائل اجتماعی**: درایـــن‌قسمت دربارهٔ تدریس ریاضیات به‌بچه‌هـــای عقب‌مانده، و یا تدریس آن درکشوری درحال رشد، ورابطهٔ پیشرفت کار با مسائل اجتماعی موجود دراین جوامع مورد بحث واقع می‌شود. همچنین انتقال مواد درسی ازیك فرهنگ به‌فرهنگ دیگر مورد بحث واقع می‌گردد. مثلا، ثابت شده است‌که انتقال یك‌پروژهٔ غربی، با تغییرات مختصری درآن، به‌فرهنگ یك کشور افریقائی ابداً صحیح نیست. حتی معلوم شده است‌که تدریس کتابهای S.M.P. درایتالیا موفقیت‌آمیز نبوده است.[1]

باتوجه به‌اهمیت‌ریاضیات درساختن یك‌جامعهٔ صنعتی، واین‌که اجتماع ما ناگزیر به‌طرف صنعتی‌شدن خواهد رفت، لزوم تربیت افراد متخصص درامر آموزش ریاضیات بیش‌از هرمتخصص دیگر در رشته‌های ریاضی احساس می‌شود. از این‌جهت لازم‌است‌که دانشگاهها، بخصوص مراکز تربیت‌معلم ریاضی، این ضرورت را تشخیص دهند، و درسرمایه‌گذاری کافی دراین امر دریغ نورزند.

1. School Mathematics Projects

آرکادی گروموف

هنرپیشهٔ ریاضیدان

مولف مقاله، آرکادی گروموف، هنرپیشهٔ افتخاری تئاتر مسکو کتابی به نام «نیم قرن در صحنه» نوشته است. ازجمله هنرپیشگان بزرگ شوروی که گروموف امکان کارکردن با آنان را یافت، یکی هم ر.س. آراگو ریاضیدان بود که طی سالیان متمادی روی صحنه ظاهر می‌شد. توجه خوانندگان را به قسمتهائی ازکتاب فوق که به این ریاضیدان- هنرپیشهٔ عجیب اختصاص دارد جلب می‌کنیم.

رومان سه‌مه نویچ آراگو در سال ۱۹۴۷

چندسال قبل از آغاز جنگ جهانی اول در خیابانهای مسکو،

اعلانهایی دیده شدکه خبر ازیك برنامه غیر عادی می‌داد. عنوان اعلان‌ها چنین بود: «ریاضیدان روی صحنه»

رهگذران این خبر را با تعجب می‌خواندند، اما تماشاچیانی‌که برنامه عجیب این هنرپیشه غیر عادی‌را می‌دیدند دچار تعجب بیشتری می‌شدند. این هنرپیشه در روی صحنه، نه‌شعر و آواز می‌خواند و نه می‌رقصید. او فقط حساب می‌کرد: ضرب می‌کرد، جمع‌می‌کرد، هشت‌رقمی‌ها را تقسیم می‌کرد، جذر عددها را می‌گرفت، و وقتی‌که تاریخ دلخواهی را باسال و ماه و روز به‌او می‌گفتند، بلافاصله و بدون اشتباه روزی راکه مصادف باآن تاریخ بود، نام می‌برد. حیرت مردم اندازه نداشت. این هنرپیشهٔ عجیب، **رمان‌سه‌مه‌نویچ آراگو** بودکه در محاسبهٔ تقریباً برق‌آسای مرکب‌ترین عددها درذهن خود، استعدادی استثنائی داشت.

او این تخصص دشوار خود را آسان به‌دست نیاورده بود. و نیز از سالهای جوانی به‌آن نپرداخته بود. همه‌اش نتیجه یك‌اتفاق بود.

ر. **آراگو** درسال ۱۸۸۳ در شهر **کونوتوپ** درخانواده یك پیشه‌ور خرده‌پا بدنیا آمد. اگر عشقی‌که از کودکی به‌عددها وحساب کردن داشت نبود، شایددر زندگی جای‌پای پدرش‌را دنبال‌می‌کرد. **آراگو** چه درمدرسه هنگام درس و زنگ تفریح، و چه درگردش‌ها وچه درخانه، به‌حساب پرداختن را ترجیح می‌داد. حتی شبها تا دیروقت بیدار می‌ماند و همه‌اش حساب می‌کرد.... و حساب می‌کرد...

او هشت‌سال تحصیل‌در مدرسه متوسطه مهندسی **رومینسکی** را پشت‌سر گذاشت. جوانك درجیب‌خود گواهینامه‌ای پراز «پنج»های کامل داشت. درعوض در مورد «انضباط» او یك «سه» دیده می‌شدکه نشانهٔ ناتوانی و عدم تمایل او به‌اطاعت کردن از سلسله مراتب بی‌اهمیت و ایرادگیر مدرسه بود.

و این یعنی: «هرگونه خیال وارد شدن به‌مدرسه عالی را ازسر بیرون‌کن».

دراین ایام اوضاع مالی پدر متزلزل بود. خانواده بزرگتر شده و بچه‌ها هفت‌نفر شده بودند. او می‌بایست به‌کار بپردازد و به‌پدر کمك کند. این‌شدکه **آراگو** هفده‌ساله درتجارتخانهٔ یك‌تاجر عمده‌فروش پارچه به‌کار پرداخت. او را به‌عنوان کنترل‌کننده صورتحساب‌ها به‌کار گماردند. وظیفه او بازرسی اسناد کالاهای فروخته شده بود و او ازصبح تا شب مشغول ضرب

عددها می‌شد. ۲۵۷/۵ آرشین[۱] از قرار هرآرشین ۳۲/۷۵ کوپك[۲]، ۱۶۹/۲۵ آرشین، هرآرشین ۲۷/۵ کوپك و.... و روز او همین‌طور تمام می‌شد. درهمین‌جا بود که استعداد او در محاسبه ذهنی سریع عددها به کمکش آمد. او می‌توانست دریکساعت حدود صدو پنجاه فاکتور را حساب کند. وی بدون اشتباه و چند برابر سریع‌تر ازکارکنان دیگر، اسناد را کنترل می‌کرد. ازاین نظر جوانك برای بازرگان یك گنج محض، یك‌انسان ماشینی، و یك حسابدار ایده‌آل به‌شمار می‌آمد.

و اما تاآنجاکه بخود **آراگو** مربوط می‌شد، کار برای او یگانه وسیله‌ای بودکه امکان داشت توسط آن به‌آرزوی مورد نظر خودکه ورود به‌مدرسه عالی و تحصیل ریاضیات بود، برسد. و او به‌بازرسی اوراق ادامه می‌داد. از نه صبح تا یازده شب حساب می‌کرد، و در روزهای بیلان‌کار تمام شب ادامه داشت.

بالاخره روزی‌که آرزوی قلبی او می‌توانست به‌واقعیت بپیوندد، فرا رسید. حالا مساله این‌بودکه به‌کدام مدرسه عالی وارد شود؟ **آراگو** صدها بار این سئوال را از خود کرد. نتیجه همیشه یکی بود: پاریس! سوربون! دانشکده ریاضیات!

و بدینسان، در تابستان سال ۱۹۵۱ **آراگو** درسکوی ایستگاه راه‌آهن پاریس دیده می‌شود. حالا اوکجا برود، ازچه شروع کند؟ برای اینکه برزبان فرانسه تسلط پیدا کند وارد مدرسه متوسطه هانری چهارم می‌شود و پس‌از شش‌ماه ونیم برای اخذ گواهینامه بلاغت، امتحان می‌دهد. در سال ۱۹۵۲ ر. س. **آراگو** دانشجوی دانشکده ریاضیات سوربون می‌شود.

برای اینکه امکان درس‌خواندن داشته باشد، لازم بودکه بدیگران درس بدهد. دانشجوی جدید تمام شصت‌وچهارکیلومتر بولوارهای پاریس‌را هنگام دویدن از درسی به‌درس دیگر باگامهایش متر کرده بود. برای خود او وقت بسیار کمی می‌ماند. هنگام امتحانات **آراگو** با ناامیدی کار می‌کرد. او حتی آرزوی پرداختن به‌کار جدی علمی و تسلط زیروبم‌های ریاضیات را نمی‌توانست بکند. اما حساب کردن را حتی «ضمن دویدن» هم فراموش نمی‌کرد.

۱ـ آرشین ـ واحد اندازه در روسیه تزاری وطول آن‌کمی بیشتر از یك متر بود. م.
۲ـ کوپك از اجزاء روبل‌وا حد پول روسیه.

آراگو یکی ازآن دانشجویان فقیری شدکه درپاریس وول می‌زدند وفقط غم یك‌چیز را داشتند ــ مبارزه با احتیاج.

چهارسال به‌این ترتیب گذشت. طی‌این مدت استعداد **آراگو** در محاسبه ذهنی عددهای بزرگ، درمحیط دانشکده زبانزد شد. اغلب برایش ضرورت پیدا می‌کردکه استعداد خود را درمجامع مختلف دانشجوئی نشان دهد. نظر استادان هم به‌او جلب شده بود. ولی آنها استعداد **آراگو** را تنها یك‌چیز عجیب و غریب می‌دانستند و بس. او را برای سرگرمی و متعجب‌کردن آدمهای سطحی و هم‌فرهنگ دوست‌ها به‌مهمانی‌هایشان دعوت می‌کردند. در یکی از شب‌نشینی‌های پروفسور **پیکار**، پروفسور **هانری پوانکاره**، درحالی‌که بزرگوارانه بادست به‌شانه او می‌زده بالحنی مهربان گفت:

ــ یك‌جوان با استعداد عجیب! واقعاً عجیب!

پروفسورهای ریاضیدان و غیر ریاضیدان با **آراگو** آشنا می‌شدند و از اینکه این دانشجوی روسی عجیب، بدون مداد وکاغذ و درذهن خود عددهای بزرگ را محاسبه می‌کرد، متعجب می‌شدند.

شهرت **آراگو** از حدود دانشکده خارج شد. توجه سالن‌های محافل روسی به‌او جلب شده بود. نویسندگانی چون **بالمنت**، **مرژکوفسکی**، و . . .از او دعوت بــه‌عمل آوردند. دیدارکنندگــان سالن‌هــا ضمــن تحسین این دانشجوی عجیب پیش خود خیلی ساده او را یك‌شعبده‌باز به حساب می‌آوردند. بعد از پایان برنامه بعضی‌ها اورا بگوشه‌ای می‌کشیدند و سعی می‌کردند باصطلاح رمزکار را از او دربیاورند.

ــ لطفاً بگوئید رمز این‌کار درچیست؟ چگونه این‌کار را انجام می‌دهید؟

دانشجو چاره‌ای نداشت غیر ازاینکه باشرمندگی بگوید هیچگونه رمزی درکار نیست و او فقط و فقط حساب می‌کند، همین!

شایعات مربوط به‌استعداد **آراگو** ازحدود محافل روسی و دانشکده‌ای تجاوزکرد. توجه ادیبان و روزنامه‌نگاران فرانسوی و شخصیتهای تئاتری به‌او جلب شد. دربارهٔ او «پرحرفی» می‌کردند و او کمافی‌السابق مشغول دوزدن و درس‌خواندن بود.

برای او مطمئن شدن از این موضوع خیلی زود ضرورت یافت‌که وی

بامعلومات و استعدادهای خود در «پایتخت صلح» بدرد کسی نمی‌خورد. **آراگو** بعداز گذراندن امتحانات و گرفتن دیپلم فارغ‌التحصیلی نتوانست در پاریس کاری پیداکند. «به‌عنوان ریاضیدان مورد احتیاج نشدم، شایدکاری به‌عنوان زیست‌شناس برای خود پیدا کنم؟» بدین ترتیب **آراگو** به **لیژ** رفت و در دوره سوم شعبه زیست‌شناسی دانشکده علوم طبیعی به‌تحصیل پرداخت. بعداز یکسال ونیم توانست دیپلم زیست‌شناسی لیژ راهم به‌دیپلم ریاضی پاریسی‌اش اضافه کند. اما احتیاج به‌همان‌صورت باقی ماند. دوباره دویدن‌ها و دوباره گرسنگی کشیدن‌ها.

پس‌از اینکه نتوانست از معلومات خود درجائی استفاده کند، و بعداز اینکه همه امید خود را برای پیدا کردن کاری درزمینه ریاضیات و زیست‌شناسی ازدست داد، تصمیم گرفت‌که مهندس مکانیك بشود. به‌همین علت وارد دوره چهارم مدرسه عالی پلی‌تکنیك در **کان** شد و دراینجا از پروفسور **نیبرگ** دستور گرفت تا پروژه طاق سواره را تهیه کند. رفقایش که دستورات مشابهی گرفته بودند در لابراتوار نشستند و غرق در نقشه‌ها و پرگارها و جدولهای لگاریتمی شده و برگ پشت برگ سیاه می‌کردند. میز **آراگو** خالی بود. پروفسور متحیر شد.

ــ چرا شما کارتان را شروع نمی‌کنید؟

ــ من آنرا تمام کرده‌ام. حساب حاضر است.

ــ چطور حاضر است؟ باین زودی؟ کجا است؟

ــ درذهنم. من محاسبات را درذهنم انجام دادم.

آراگو شروع به‌گفتن حساب‌ها کرد. پروفسورکه میل داشت نتیجه را بررسی کند، به‌زحمت به‌یادداشت کردن آنها می‌رسید. بررسی وقت قابل‌توجهی گرفت و در پایان معلوم شدکه **آراگو** کوچکترین اشتباهی نکرده است. پروفسور درحالی‌که دستهای اورامی‌فشرد، بالحنی هیجان‌آمیز و نجواامانند چیزهایی گفت‌که به‌زودی درسرنوشت بعدی **آراگو** تأثیری اساسی کرد. او گفت:

ــ گوش‌کنید، شما خودتان نمی‌دانیدکی هستید. شماکه دارای چنین مغزی هستید، دیپلم مهندسی رامی‌خواهید چکار کنید؟ بروید روی‌سن. بروید و خودتان را از روی سن نشان دهید. سن برای شما صدهابار بیشتر از هرشغل مهندسی دیگر فایده خواهد داشت. سن وفقط سن!.....

نظر پروفسور، اول **آراگو** را ناراحت کرد: او دلش می‌خواست مهندس و یا دانشمند شود، ولی حالا بفرما و تماشاچیان ملول را سرگرم

کن. ازطرف دیگر خستگی یك‌زندگی بی‌هدف ملال‌آور در شهرها و کشورهای بیگانه و نداشتن یك‌برنامه معین برای آینده، **آراگو** را وادار کردکه به‌طور جدی فکر کند.

درسالن غذاخوری، که **آراگو** معمولا در آنجا نهار می‌خورد، اغلب شخصی به‌نام **هانری پلانتاژنه** را می‌دید. او آدم سرزنده و پرتحرکی بودکه مدام راجع به‌چیزی نقشه می‌کشید و دراین فکر بودکه چگونه هرچه زودتر ثروتمند شود. **پلانتاژنه** بهرکاری‌که ازآن بوی پول به‌مشام می‌رسید، چنگ می‌انداخت. او همیشه سیل پروژه‌های پردرآمد خودرا بسر **آراگو** فرو می‌ریخت، یکبار **آراگو** تحت تأثیر فانتزی‌های **پلانتاژنه**، پیشنهادی راکه پروفسور **نیبرگ** به‌وی کرده بود، با او درمیان گذاشت. **پلانتاژنه** از تعجب حتی ازجا پرید.

ــ چطور؟ شما می‌توانید چنین شوخی‌هایی بکنید؟ این درست است؟ جدی‌است؟ **آراگو** به‌شوخی پیشنهاد کردکه امتحان‌کند و همانجا چندعمل مشکل حساب انجام داد. **پلانتاژنه** مدادی برداشت و شروع به‌امتحان نتایج حساب کرد.

ــ درست است

پلانتاژنه انگار دچار تب‌شد. حرف می‌زد، می‌دوید، ژست می‌آمد، خودش بافریاد حرف‌خودش را قطع می‌کرد، گاهی تعریف می‌کرد، گاهی فحش می‌داد:

چطور؟ چنین امکانی داشته باشی و آن وقت به‌این غذاخوری فلاکت‌بار بیایی؟ روزی یك‌فرانك دربیاوری درحالی‌که ممکن است‌ده‌ها و صدها فرانك فقط دریکشب به‌دست آورد.

قرار گذاشتندکه **پلانتاژنه** کارگردان نمایشها باشد: ترتیب برنامه‌ها را بدهد، برایش دعوتنامه بگیرد و قراردادها را امضاء کند. درآمد نصف‌باشد. **آراگو** هنوز باور نمی‌کردکه می‌تواند ارزشی برای صحنه داشته باشد و در مقابلش، بدانگونه‌که کارگردان آینده در خیالات خود تصویر می‌کرد، افق‌های امیدبخشی گسترده شود. شبی صدفرانك کجا بود، کاش ده‌فرانك دربیاید، او به‌همین هم راضی است!

به‌زودی **پلانتاژنه** با ظاهری مسرور پیدایش شد: او یك‌دعوتنامه از «اسکالیا»، شیك‌ترین و مدروزترین تئاتر **بروکسل**، دردست داشت. اولین قرارداد! **آراگو** شدیداً مضطرب بود: اگر ناگهان درلحظات حساس استعدادش کور شود، اگر دست وپایش را گم کند، اگر دچار شکست شود،

اورا هو خواهند کرد؟ برایش سوت خواهند زد؟ و اگر برنامه‌اش ملال‌آور باشد، موفق نباشد، آن‌وقت چه؟ متعجب‌کردن رفقا وآشنایان وپروفسورهای دانشکده یا حساب‌کردن‌های خود یك‌چیز، و برنامه اجراکردن دریك سالن عظیم‌که جمعیت زیادی درآن نشسته ومیل دارد در«عوض پولی‌که پرداخته» بیشترین تفریح را بکند، چیز دیگری است.

اولین برنامه **آراگو** در ۲۳ نوامبر سال ۱۹۵۸ برگزارشد. او به‌خاطر نمی‌آوردکه برنامه را چگونه اجراکرده و چه‌چیزهائی راحساب کرده است. فقط بیادش می‌آیدکه سالن از غریوکف‌زدن‌ها بلرزه افتاده بود و اورا مدام بروی صحنه احضار می‌کردند.

از آن‌روز تاسالهای متمادی **آراگو** مرد روی سن بود و زندگی خانه‌بدوشی داشت ــ از شهری به‌شهری و ازکشوری به‌کشوری.

آراگو به‌تدریج به‌اجرای برنامه درمقابل جمعیت تسلط پیدا کرد. او روی سن‌کمتر دچار اضطراب می‌شد. اما عجیب اینجا است‌که هرگاه به‌علتی هیجان و فشار اعصابش بیشتر ازحد معمول می‌شد، محاسبه برای او آسان‌تر می‌گشت و وقت کمتری برای آن صرف می‌کرد.

یکبار **آراگو** بلافاصله بعد از اجرای برنامه دریکی‌از بزرگترین سالن‌های پاریس «**کازینوی دوپاری**» دعوتنامه‌ای برای سفر به‌امریکای جنوبی دریافت کرد. او هفت‌ماه تمام، روزی دوبار برنامه اجرا می‌کرد.

آراگودیگر هیچگونه‌احتیاجی به‌کارگردان نمایش‌نداشت: دعوتنامه‌ها یکی پس‌از دیگری بطرف او سرازیر می‌شدند. شیلی، آرژانتین، اوروگوئه، برزیل، و بعدازآن آلمان، اسپانیا، مجارستان و هلند.....

آراگو هشت‌سال تمام دروطنش نبود. به‌همین علت‌هم بعد از هلند نه پاریس درخشان، بلکه این قلب مهربان **کونوتوپ** بودکه او را بسوی خود کشید.

تعطیل موقتی دراز مدتی درسفرهای **آراگو** شروع شد. ازسال ۱۹۱۲ این سفرها جای خود را به‌مسافرت درداخل روسیه دادند. همانطورکــه **آراگو** درمسافرت‌هایش به‌اروپا و امریکا گاه‌گاهی برای استراحت به‌پاریس بازمی‌گشت، حالا هم درفواصلی برای رفع خستگی به‌**کونوتوپ** می‌رفت.

آراگو به‌پیروی از تجربه‌های پاریس، درمسکو هم برای دریافت دعوتنامه به‌آژانس تئاتری مراجعه کرد. این‌آژانس، آژانس «راسوخینا» بودکه در کوچه «گئورکیوسکی» قرار داشت. درحقیقت این‌آژانس‌هم شبیه آژانس‌های پاریس بودکه از درآمد هنرپیشگان صدی ده برمی‌داشت.

اما درظاهر بین آژانسها تفاوت بزرگی بود. آژانس‌های پاریس به‌حساب هنرپیشگان به‌اعلام روزنامه‌ای درباره آنان و تأیید کارگردان اکتفاء می‌کردند. اما آژانس مادام راسوخینا این‌گونه نبود. او مثل یك‌بانوی تاجر آنوررود مسکونی «گربه را درجوال نمی‌خرید». (جایی نمی‌خوابیدکه زیرش آب برود). او باید خودش کالارا می‌دید. خوشنود نکردن مادام راسوخینا بمنزله محروم شدن ازکار بود، او درکار خود تقریباً انحصارگر بود. خوشبختانه مثل اینکه مادام راسوخینا از **آراگو** خوشش آمد، چون برایش برنامه‌ای در رستوران «بار» مسکو ترتیب داد.

«بار» با عیش‌و نوشهای تاجرانه همراه باآینه شکستن‌هایش، باخردل مالیدن‌هایش بصورت نوکرها، با تصنیفهای بی‌پرده‌اش و یا دعواهای مستانه‌اش مشهور بود. و **آراگو** می‌باید در چنین‌جا و موقعیتی برنامهٔ غیرعادی خودراکه هیچگونه شباهتی به‌آنچه مشتریان بارعادت بدیدنش کرده بودند نداشت، اجرا کند.

«محاسبه‌های من دراینجا بدردکی می‌خورد ــ بدرد تاجر مست یا زن جلف همراهش؟..... در سروصدای کارد وچنگال‌ها و جرنگ‌جرنگ جام‌ها چه‌چیزی را می‌توان حساب کرد؟» ــ اینها افکاری بودکه از سر **آراگو**، ضمن اینکه خودرا برای اولین اجرای برنامه دروطنش آماده می‌کرد، می‌گذشت.

چه چیزعجیبی است روح انسان

مشتریان به«بار» برای خوشگذرانی و یا تماشای عیش ونوش دیگران می‌آمدند. ابیات رکیك، تصنیفهای زشت، و آوازهای کولیها ــ چیزهائی بودکه جمعیت خوشگذران آن می‌پسندید. اما ریاضیات؟

لیکن برای اولین بار، آن‌هم ساعت یك بعد ازنیمه‌شب، وقتی‌که سالن غرق درجمعیت بود، روی سن شخصی نمایان شدکه درچنان شرایطی شروع به‌انجام عملیاتی بی‌معنی، چون ضرب اعداد گوناگون، پیداکردن جذر اعداد و نام‌بردن روز تولد هریك ازحضار از روی تاریخ تولدشان کرد. جمعیت به‌جای اینکه این آدم عجیب‌وغریب را قبول نکند و عوض کردن برنامه او را بایك مهره باز و یاهجوخوان بخواهد، ناگهان ساکت شد و باتوجه شروع به‌نگاه کردن به‌صحنه کرد. جام‌ها نیم نوشیده‌ماند و غذاها در بشقاب‌ها سرد شد وحتی خرابات‌نشینان همیشه مست «بار» نیز متوجه سن شدند. عددهای سه‌رقمی، پنج رقمی و هشت رقمی در فضای رستوران در پروازبود. سالن از غریو کف‌زدنها به‌لرزه درآمده بود.... این را به‌چه

می‌شد تعبیر کرد؟ شاید به‌این‌که سالن کافهٔ سازوضربی با دیدن تواناییهای عجیب ذهن انسان درحد اعلای کمال خود، یکجوری «انسانی‌تر» شد، غرایز کوچك و حقیر، برای مدتی دربرابر علاقمندی و شیفتگی واقعی پس نشست.

سوداکف، صاحب «بار» خیلی‌نگران برنامه **آراگو** بود وازکارگردان خواسته بودکه با تلگرام او را از نتیجه آگاه کند. او درآن وقت در «مدود» (خرس)، رستوران دیگر خود درپتربورگ بود. کارگردان صبح‌زود به‌او تلگرام زد: برنامه **آراگو** مثل رعد وبرق صدا کرد. خودتان بیائید و ببینید».

سوداکف آمد، برنامه را دید و با **آراگو** قراردادی بیست‌و دو روزه با دستمزد شبی شصت روبل، بست. **آراگو** بیست و دو روز نه، بلکه پنج‌ماه تمام و بیش ازصد وپنجاه بار برنامه اجرا کرد.

به‌نسبت مشهور شدن **آراگو** درمسکو وپس ازآن درشهرهای دیگر روسیه، نظر پزشکان امراض عصبی و بیماریهای روانی و روان‌شناس‌ها به‌او جلب‌شد. اولین کسی‌که به‌این امر علاقه‌نشان داد پروفسور **ن . ن پاژنوف** پزشك معروف بیماریهای روانی مسکو بودکه اتفاقاً یکی از برنامه‌های **آراگو** را در«بار» دید.

او رئیس بیمارستان پره **اوبراژینسکی** بودکه دارای دوره پسیکونورولوژی هم بود. به‌پیشنهاد او **آراگو** برای دانشجویان سال پنجم پزشکی برنامه اجرا کرد. درمیان بینندگان پزشکان امراض عصبی، پروفسورها واز جمله پروفسور بیرمیسکی نیز بود.

پروفسور **باژنوف** توجه خاصی به‌سرعت عملیات **آراگو** با عددها، نشان داد. **آراگو** ضرب عددهای هشت رقمی را درمدت دودقیقه و ۲۶ثانیه انجام می‌داد. این پروفسور نظردادکه محاسبه‌های **آراگو** با این‌سرعت را فقط می‌توان یك جریان ذهنی ناخودآگاه وانعکاسی فرض کرد. اما نظر دیگری هم وجود داشت: برنامه‌های محاسبه آراگو را بیش ازحد خسته می‌کرد و باعث ناتوانی کامل جسم او می‌شد و او هرچه بیشتر احتیاج به‌استراحت پیدا می‌کرد. آیا این ازنظر کسانی‌که کار **آراگو** را یك‌جریان ذهنی تاحد اشباع پیچیده و آگاهانه می‌دانستند، تأیید نمی‌کرد؟

برنامه‌های **آراگو** درکیف دریك محفل ادبی ــ هنری برگزار شد. دانشمندان و پروفسورهایی چون شمبرگ، **روزسکی**، **تروفیموف ــ سینوربیسکی** و دیگران درآنجا جمع بودند. پروفسور **روزسکی** به **آراگو**

پیشنهاد کرد که جذرعدد نجومی ۴۸۵۷۶۵۷۸۶۸۹۱ را پیدا کند. **آراگو** برای چنین محاسبه‌ای معمولا بین چهل ثانیه تا یك‌دقیقه وقت صرف می‌کرد. لیکن این‌بار او بیش از حد معمول مشغول محاسبه بود. عددها چون گردباد در مغز او می‌چرخیدند، عرق از سر و رویش می‌ریخت، اما ریشه عدد درنمی‌آمد.

آراگو از پروفسور پرسید که آیا او عدد را درست گفته است؟ آیا جذر آن باقیمانده نمی‌آورد؟ پروفسور باقاطعیت جواب داد که عدد درست گفته شده وجذر آن باقیمانده ندارد.

آراگو دوباره شروع به‌محاسبه کرد، تاحد درماندگی خسته شد و بالاخره مطمئن از درستی نتیجه عملیات خود، با عصبانیت گفت:

ــ شما اشتباه می‌کنید پروفسور: به‌جای سه‌رقم آخری ۸۹۱ باید عدد ۹۶۱ باشد تا باقیمانده نیاورد.

پروفسور خندید:

ــ بله کاملا همین‌طور است. من مخصوصاً رقم ۸۹۱ راگفتم که کار شما را مشکلتر کنم. من می‌خواستم شما را امتحان کنم...

آراگو را بیشتر از پروفسورها، بعضی آدم‌های جلف سبك‌مغز که تنها منظورشان تفریح بود، با اینگونه «امتحان»ها آزار می‌دادند.

چنین تفریح‌هائی **آراگو** را فرسوده می‌کرد، اما افسوس که درکار او و دربرابر جمعیت، این امر اجتناب ناپذیر بود.

در پتربورگ **آراگو** درتئاتر «پالاس» برنامه داشت و برنامه‌اش معمولا درساعت یك‌و نیم نصف شب اجرا می‌شد. برنامه نیمساعت بیشتر طول نمی‌کشید اما **آراگو** شدیداً خسته می‌شد.

یکبار پس‌از اجرای برنامه او به‌آپارتمان یکی از دوستان خود، هنرپیشه مشهور **روستووتسف** رفت. او ازتئاتر مثل‌همیشه خیلی خسته برگشته و بخواب عمیقی فرورفته بود. صبح متوجه شدند که او ازهوش رفته است. اورا بدرمانگاه دانشکده پسیکونورولوژی بردند. نتیجه تشخیص ناگوار بود: تورم مغزی. **آراگو** فقط ده روز بعد بهوش‌آمد. پروفسور **گرور** که هر روز از بیمار عیادت می‌کرد بمحض اینکه **آراگو** چشمانش راگشود بالحنی جدی پرسید:

ــ ۳۲۷ ضرب‌در ۶۴۹ چند می‌شود؟

ــ **آراگو** بعد از یك‌دقیقه با صدای ضعیف جواب داد:

ــ ۲۱۲۲۲۳

پروفسور لبخندی از روی رضایت زد:
ــ خوب معلوم می‌شود همه‌چیز روبراه است. فقط شما باید چندروزی هرگونه محاسبه را کنار بگذارید تورم مغزی فقط وفقط نتیجــه محاسبه بود و بس....

عین همین سخنان را آکادمیسین **یاخشرف** که دوبار از **آراگو** عیادت کرد به‌او گفت و مصلحت دیدکه او از عملیات محاسبه‌ای سوءاستفاده نکند وگرنه ممکن است کار بدتر ازاین تمام شود.

آراگو پس از بهبودی دراودسا، خارکف، نیکلایف، خرسون، آبهای معدنی، و باکو برنامه اجرا کرد.

تنها چیزی‌که باعث احساس نارضائی او می‌شد، ضرورت اجرای برنامه دریك موقعیت تصنیف‌خوانی و آرزوی عملی نشده او درمورد دانشمند ریاضی‌شدن بود.

او به‌همین ترتیب تاسال ۱۹۱۷، که در زندگی او دگرگونی بزرگی ایجاد کرد کار می‌کرد. **آراگو** هنوز درپاریس بودکه با **آ. و. لوناچارسکی** آشنا شده بود. وقتی‌که **لوناچارسکی** به‌عنوان کمیسر ملی معارف وارد مسکو شد، **آراگو** بانقشه‌های جدید خود به‌او مراجعه کرد. درنتیجه این دیدارها برنامه‌های **آراگو** یکبار وبرای همیشه ازچهاردیواری رستوران‌ها به‌سالنهای مؤسسات آموزشی، کلوپها و خانه‌های فرهنگ انتقال یافت. آراگو، هم در پایتخت و هم دربسیاری ازشهرهای کشور برنامه اجرا می‌کرد.

یکبار اودر **ایرکوتسك** برنامه اجرا می‌کرد. پس‌از پایان برنامه شخصی بلندقد و موقر ومسن به‌او نزدیك شد.

ــ ببخشید دوست‌من **آراگو**، من پروفسور **توپرکف** هستم. می‌خواهم باشما آشنا شوم ولی نه‌از روی کنجکاوی ساده. می‌خواستم ازشما خواهش کنم وقتی را برای برنامه‌تان دردانشگاه درحضور دانشجویان و استادان، معین کنید. غیرازمن‌که متخصص امراض عصبی هستم، پروفسور **بلیایف** روان‌شناس و پروفسور **سورژینسکی** ریاضیدان هم خواهندبود. مامی‌خواهیم به‌کمك همدیگر بفهمیم‌که ماهیت استعداد غیرعادی شما درچیست؟ **آراگو** موافقت کرد. کلوب «انقلاب اکتبر» در ایرکوتسك سالن خودرا برای سخنرانی پروفسور توپرکوف تحت عنوان «**نهانگاه مغز آراگو**» واگذار کــرد. سخنرانان دیگر درهمین زمینه، پروفسور **بلیایف** و پــروفسور **سورژینسکی** بودند. بسیاری ازحضار درمباحثه شرکت کردند، در پایان همه به‌این نتیجه رسیدندکه سهم فقط تمرین‌دادن حافظه دراین امر اندك

است: نقش‌اساسی را استعدادهای ذاتی **آراگو** به‌عهده دارند.

درسال ۱۹۲۵ از **آراگو** دعوت شدکه درخاربین برنامه اجرا کند. او دو ماه در آنجا کارکرد. مثل همیشه از توی سالن سئوالات نیشداری می‌شد که هدف فقط پرت کردن حواس **آراگو** بود. حملات خصمانه‌ای هم از طرف گارد سفیدیها که درخاربین خیلی زیاد بودند، به‌عمل می‌آمد.

آراگو بعد از خاربین به‌ژاپن مسافرت کرد. برنامه‌ها طبق معمول نه درتئاترها و سیرك‌ها، بلکه درسالن‌های مخصوصی‌که درمحل روزنامه‌ها برای این‌کار آماده می‌کردند، اجرا می‌شد. درمیان جمعیت، روزنامه‌نگاران و دانشمندان و دانشجویان هم بودند. **آراگو** برنامه را به‌انگلیسی اجرا می‌کرد. باید گفت‌که **آراگو** غیر از حافظه بصری، ازیك حافظه سمعی‌عالی هم برخوردار بودکه به‌کمك آن‌می‌توانست به‌زبان‌های زیادی تسلط داشته باشد: آلمانی، لهستانی، فرانسوی، انگلیسی، اسپانیایی، ایتالیایی و پرتغالی و هلندی را می‌دانست.

درهنگام اجرای برنامه **آراگو** معمولا درروی سن دوتخته می‌گذاشتند که مسائل داده شده ازطرف تماشاچیان روی‌آن نوشته می‌شد.

درجریان برنامه **آراگو** عددهای چهار رقمی را جمع می‌بست، آنها را به‌قوه سه‌می‌رساند، جذرعددها را پیدا می‌کرد و غیره.

در قسمت دوم **آراگو** آزمایشی انجام دادکه نیروی زیادی را صرف آن‌کرد: وقتی **آراگو** روی سن نبود، دستارش ازتماشاچیان خواهش کرد که شش‌عدد شش‌رقمی بگویند و آنها را دریك ستون روی تخته نوشت. بعدچهار عدد شش‌رقمی دیگر را بهمین ترتیب روی تخته دیگر نوشت. بعد از این‌کار او از جمعیت خواهش کرد چهار عدد چهار رقمی برای به‌توان چهار رساندن بگویند.

آراگو بروی سن آمد و بی‌درنگ شروع به‌محاسبه کرد. حاصل جمع شش‌عدد شش رقمی را حساب کرد و به‌خاطر سپرد، همینطور حاصل جمع چهارعدد شش‌رقمی را نیز به‌خاطرسپرد. تفاوت دوحاصل‌جمع سومین عددی بودکه **آراگو** آنرا هم ضمن ادامهٔ محاسبه به‌خاطر سپرد. هریك از عددهای چهار رقمی پیشنهاد شده راهم به‌توان چهار رساند و جمع بست. حاصل را با عدد مابه‌التفاوت قبلی جمع کرده و نتیجه نهائی را اعلام کرد. وقتی که **آراگو** محاسبه را تمام کرد با صدای بلند هفت فرعی و هشت نتیجه نهائی آنرا اعلام داشت.

دستیار و خود او بزور فرصت می‌کردند ریز نتایج رابنویسند. اغلب

چندنفر از بین جمعیت همزمان با **آراگو** محاسبات را روی کاغذ انجام می‌دادند و جوابها را امتحان می‌کردند. هنگام این آزمایشات سالن غرق درسکوت می‌شد. تماشاچیان باهیجان مواظب **آراگو** و آنهایی بودندکه محاسبات را امتحان می‌کردند و بعد از پایان کار غریو کف‌زدن درسالن می‌پیچید.

هنگام این آزمایشات **آراگو** انگار به‌یك ماشین‌حساب کوچك، شبیه ماشین‌های معاصر که دارای دستگاه حافظه هستند، تبدیل می‌شد.

باید چنین فکر کردکه **آراگو** با برنامه‌هائی‌که طی چند دهه اجرا کرده توانست عده‌زیادی از مردم را باعشق خود به‌عددها ومحاسبه، تحت تأثیر قرار دهد. او می‌گفت:

ـ استادی و یا هنر محاسبه درذهن، اگر ازاستادی درشطرنج‌که مستلزم تفکر و ترکیب‌کردن ذهنی زیاد است، بالاتر نباشد، بهیچوجه پایین‌تر نیست. دلم می‌خواهد جوانان یاآنهایی‌که علاقه‌ای به‌محاسبات دارند هرچه بیشتر درتماس باشند. من بی‌اندازه خوشحالم از اینکه استادان جوان محاسبه ما به‌من احترام می‌گذارند و مراکسی می‌دانندکه این هنر را در کشور خودمان بنیان‌گذاشته است: این بهترین پاداش فعالیت چندین‌ساله من است.

درباره استعداد حیرت‌انگیز **آراگو** زیاد نوشتند. روزنامه‌ها پر از دعوت مردم به‌دیدن برنامه‌های او بود. اغلب این‌عنوان به‌چشم می‌خورد «انسانی بایاك ماشین‌حساب درسر».

درسال ۱۹۲۹ روزنامه «باکینسکی رابوجی» (کارگر باکو) نوشت:

«هنگام جمع کردن و جذرگرفتن عددها ،معمولا جواب او قبل از اینکه یك برآورد کننده معمولی دستگیره ماشین‌حساب را بچرخاند، حاضر بود. یکبار لازم شدکه **آراگو** بایك ماشین حساب آخرین مدل مسابقه بدهد. این واقعه دربرلین اتفاق افتاد. **آراگو** دربتوان چهار رساندن عددها، رقیب مکانیکی خود را هشت‌ثانیه جلوزد».

و این عقیده پروفسور **یاپرلمان**، ریاضیدان مشهور است:

«آنچه‌که **آراگو** درزمینهٔ حساب انجام می‌دهد، هم مردمی راکه کاملا بیگانه به‌ریاضیات هستند و هم متخصصین باتجربه را بیك‌اندازه حیرت‌زده می‌کند. او درکمتر ازیکدقیقه عددهای چهار رقمی را درذهن خود ضرب می‌کند. ضرب شش‌رقمی درشش رقمی را دریك‌دقیقه ونیم. شما سعی کنید این‌را شفاهی و بدون اشتباه دریك‌روز ونیم حساب کنید.

استخراج کعب ازیك عدد بیست‌رقمی را تقریباً دریك دقیقه انجام می‌دهد. تماشای جمع‌بستن آنی ستون‌های عددهای چهار رقمی آدم را بیشتر به‌یاد جادو می‌اندازد. هنوز انسانی فرصت نکرده ازدور نگاهی سطحی به ستون عددها بیاندازدکه **آراگو** نتیجه حساب را می‌گوید».

درسالهای جنگ دوم، پ. س. **آراگو** بکرات در کارخانه‌ها و واحدهای جنگی و بیمارستانها برنامه اجرا می‌کرد. نظریات بی‌شمار کارگران وزخمی‌ها وبیماران تحت درمان بیمارستانها حاکی از سپاسگزاری عمیق بینندگان این برنامه‌ها ومبین آنست‌که آنان تاچه‌حد ازاین برنامه‌ها لذت برده‌اند.

«انسان ــ معما»، «اعجوبه طبیعت»، «پدیدهٔ درك‌نشدنی» وهنرپیشه: **رومان سه‌مه‌نویچ آراگو**، انسان ساده و مهربانی که من بارها با او در روی صحنه برنامه اجرا کرده بودم، روز ۲۹ نوامبر سال ۱۹۴۹ درسن ۶۴سالگی در لنینگراد زندگی را بدرود گفت.

ترجمه: پرویز حبیب‌پور

نمی‌دانم امروز باکدام شاگرد دست داده‌ام.

از غلام‌حسین صدری افشار

فهرست برخی کارهای ایرانیان در زمینهٔ ریاضیات نجومی و نجوم

رصد ستارگان و ساختن زیج درگنگ‌دیز (در خاور ایران) در زمانی نامعلوم.

*

ساختن زیج شاه در سال ۲۶۴ میلادی به‌فرمان شاپور اول در زمین بابل.

*

اصلاح زیج شاه در زمان خسرو انوشیروان (شاید در سال ۵۵۵ میلادی).

*

اصلاح دوبارهٔ زیج شاه در سال ۶۳۰ میلادی به‌زمان یزدگرد سوم ساسانی.

*

ترجمهٔ زیج شاه به‌دست ابوالحسن علی‌بن زیاد تمیمی در آغاز سدهٔ نهم میلادی.

*

انتقال سنت ایرانی استخراج زیج به‌جهان اسلام به‌وسیلهٔ ابومعشر بلخی، محمدبن موسی خوارزمی، اعضای خاندان نوبخت، و سایرمنجمان ایرانی.

*

شرکت دانشمندان ایرانی در ایجاد نخستین فرهنگستان اسلامی به نام بیت‌الحکمه دربغداد به‌روزگارخلافت مأمون (آغاز سدهٔ نهم‌میلادی).

*

شرکت خالدبن عبدالملك مرورودی در اندازه‌گیری طول‌یك درجهٔ نصف‌النهار.

*

معرفی علم جبر به‌جهان اسلامی، و از آن راه به‌جهان غرب، توسط محمدبن موسی خوارزمی.

معرفی روش‌محاسبهٔ هندی به‌جهان غرب ازطریق ترجمهٔ کتاب‌حساب خوارزمی به‌زبان لاتینی

ارائهٔ نخستین جدول توابع مثلثاتی به‌زبان عربی.

اصلاح جغرافیای بطلیموس.

*

نخستین ترجمهٔ کتاب مجسطی به‌زبان عربی توسط سهل‌بن ربن‌طبری در سدهٔ نهم میلادی.

*

فعالیت علمی وترویج‌علوم به‌وسیلهٔ فرزندان موسی‌بن‌شاکرخوارزمی در بغداد در سدهٔ نهم میلادی.

*

تدوین زیج مشتمل به‌دست احمدبن محمد نهاوندی درجندی شاپور (نیمهٔ اول سدهٔ نهم).

*

تدوین زیج ممتحن و دو زیج دیگر به‌دست حبش حاسب مروزی در بغداد (۸۲۵ - ۸۳۵ میلادی).

تهیهٔ نخستین جدول از تانژانتها.

*

تدوین زیج مأمونی به‌وسیلهٔ ابوعلی‌یحیی‌بن ابومنصور در آغاز سدهٔ نهم در بغداد.

*

بهترین توصیف اسطرلاب‌کروی به‌وسیلهٔ ابوالعباس فضل‌بن حاتم‌در پایان سدهٔ نهم میلادی.

*

انجام رصدهایی از سال ۸۵۳ تا ۸۶۶ میلادی توسط ابوعبدالله محمدبن عیسی ماهانی.

ابداع معادلهٔ ماهانی.

*

انجام رصدهایی به‌وسیلهٔ ابوحنیفهٔ دینوری در اصفهان و دینور.

*

حل معادلهٔ ماهانی به‌وسیلهٔ ابوجعفرخازن خراسانی.
ساختن زیج‌الصفائح.

*

انجام رصدهای مکرر در شیراز در زمان پادشاهی عضدالدوله به وسیلهٔ عبدالرحمن صوفی رازی.
تصحیح اشتباهات و سقطات کتاب مجسطی.
کشف تغییر رنگ و قدر ستارگان.
شناخت ستارگان بطی‌التغییر.
کشف سحابی‌المرأةالمسلسله و جبار، وصورتهای جنوبی.
محاسبهٔ میل‌دایرةالبروج.
ایجاد رصدخانه در بغداد توسط شرف‌الدولهٔ دیلمی.
انجام رصدهای نجومی و تألیف زیج توسط ابوسهل کوهی در حدود سال ۹۸۸ میلادی درآنجا.
شرکت ابوحامد احمد صاغانی‌اسطرلابی درکارهای رصدخانه وساختن ابزارهای نجومی.

*

انجام رصدهای نجومی در ری وگرگان به‌وسیلهٔ ابوالفضل هروی‌در سدهٔ دهم میلادی.

*

انجام رصدهای نجومی متعدد به‌وسیلهٔ ابوالوفای بوزجانی و تألیف زیج‌الواضح معروف به مجسطی بوزجانی.
کارهایی در زمینهٔ گسترش‌مثلثات وتهیهٔ جدولهای توابع مثلثاتی.
ساختن سدس فخری و حلقهٔ شامله به‌وسیلهٔ خجندی درسدهٔ دهم میلادی.

*

تألیف زیج جامع و زیج بالغ ورساله در شناخت اسطرلاب به‌وسیلهٔ

کوشیارگیلی در نیمهٔ دوم سدهٔ دهم.

*

تألیف آثار ریاضی ونجومی اصیل توسط ابونصرعراق در اواخر سدهٔ دهم میلادی.

*

ساختن اسطرلاب زورقی براساس اعتقاد به‌حرکت وضعی کرهٔ زمین توسط ابوسعید سجزی درپایان سدهٔ دهم.

*

انجام مطالعاتی در زمینهٔ معادلات سیال و استقراء ریاضی توسط کرجی درسدهٔ دهم میلادی.

*

ایجاد رصدخانه دراصفهان به‌وسیلهٔ ابن‌سینا و اقدام به‌رصدهای‌جدید درآغاز سدهٔ یازدهم میلادی.

تألیف برخی آثار ریاضی و نجومی.

*

تألیف یکی از بهترین کتابهای نجوم اسلامی به‌نام قانون مسعودی توسط بیرونی درسدهٔ یازدهم میلادی.

تحقیقات دقیق در مورد تقویم و گاهشماری ملتهای مختلف‌که تا آن زمان، و حتی مدتها بعد، نظیری نداشته است.

مطالعات دقیق زمین سنجی وتعیین‌عرضها وطولهای جغرافیایی نقاط مختلف.

معرفی ریاضیات، نجوم، وسایرمظاهرفکری هندیان به‌جهان اسلامی.

*

نخستین اقدام در زمینهٔ استفاده ازکسرهای اعشاری به‌وسیلهٔ نسوی در سدهٔ یازدهم میلادی.

*

ایجاد رصدخانهٔ ملکشاهی زیرنظر عمرخیام در سال ۱۰۷۴ میلادی.

ایجاد تقویم‌جلالی به‌وسیلهٔ عمرخیام ودستیارانش در ۱۰۸۹میلادی این تقویم کاملترین و دقیقترین تقویم متداول درجهان تا به‌امروز است.

کارهای ریاضی جالب از قبیل بسط دوجمله‌ای و بحث در مصادرهٔ خطوط موازی، وطبقه‌بندی وحل معادلات.

*

تالیف زیج معتبرسنجری به‌وسیلهٔ خازنی در نیمهٔ اول سدهٔ‌دوازدهم.
تحقیقات بی‌سابقه در فیزیك ومکانیك.

*

اختراع اسطرلاب‌کروی عنکبوتی به‌وسیلهٔ عبدالله نیکمرد قائنی در سدهٔ یازدهم میلادی.

*

ایجـاد رصدخانه در قصر سلطان محمود سلجوقی و ساختن زیـج محمودی توسط بدیع اسطرلابی اصفهانی در نیمهٔ اول سدهٔ یازدهم.

*

ساختن اسطرلاب خطی معروف به‌عصای طوسی به‌دست مظفر طوسی درسدهٔ دوازدهم میلادی.

*

ایجحاد بنگاه علمی مراغه زیر نظر نصیرالدیـن طوسی در ۱۲۵۹ میلادی.
انجام رصدهای نجومی در ۱۲۵۹-۱۲۷۲ و تألیف زیج ایلخانی در آن سال.
تألیف‌نخستین‌رسالهٔ مستقل درزمینهٔ مثلثات‌به‌دست‌نصیرالدین طوسی.
کاملترین بحث درمورد مصادرهٔ خطوط موازی که ترجمهٔ‌آن به‌زبان لاتینی موجب توجه به‌هندسهٔ غیراقلیدسی شد.
تألیف، تـرجمه، و تحریر آثار متعدد در زمینهٔ ریاضیات، فیزیك، فلسفه، و غیرآنها.

*

تألیف و ترجمهٔ آثار مختلف علمی، از جمله کاملترین دایرةالمعارف فارسی به‌نام درةالتاج به‌وسیلهٔ قطب‌الدین شیرازی.
نخستین توضیح علمی درست درمورد رنگین کمان.

*

استخراج تقویم تازه‌ای برای قوبیلای قاآن امپراطور مغولی چین توسط جمال‌الدین بخارایی درسال ۱۲۶۷ میلادی.

*

ایجاد رصدخانهٔ غازانی و بنگاه علمی ربع‌رشیدی به‌وسیلهٔ‌رشیدالدین فضل‌الله همدانی در تبریز درسدهٔ چهاردهم میلادی.
معرفی علوم و فرهنگ چینی به‌ایرانیان.

صفحه‌ای از صورالکواکب عبدالرحمن صوفی که برای کتابخانهٔ رصدخانهٔ سمرقند کتابت شده است.

ایجاد رصدخانه و ساعت خورشیدی به‌وسیلهٔ خلیل‌بن ابوبکر آملی در یزد در سال ۱۳۲۵ میلادی.

*

مطالعات اصیل و مهم در زمینهٔ نور و رؤیت به‌وسیلهٔ کمال‌الدین فارسی در سدهٔ چهاردهم.

*

ایجاد رصدخانهٔ سمرقند به‌توصیه وراهنمایی غیاث‌الدین جمشید کاشانی به‌وسیله الغ‌بیک گورکانی درسدهٔ پانزدهم.

محاسبهٔ عدد پی تا رقم شانزدهم اعشاری.

اختراع آلت نجومی تازه‌ای برای یافتن عرض سیارات.

توسعه واستفادهٔ کامل ازکسرهای اعشاری.

هدایت رصدها ومحاسباتی که به‌تألیف زیج جدید گورکانی انجامید.

*

تألیف زیج جامع سعیدی تألیف رکن‌بن شرف‌الدین‌آملی برای سلطان ابوسعید گورکانی در شیراز در سدهٔ پانزدهم میلادی.

*

کارهای ریاضی ملا محمد باقریزدی در زمینهٔ بسط دوجمله‌ای خیام ونزدیکی به‌مفهوم لگاریتم، وکشف دومین جفت ازعددهای متحاب.

دید وتصورآدمی، چیزی جامد وصلب نیست و به‌تدریج وتحت تأثیر پیشرفت دانش، تغییرمی‌کند وشکلهای تازه‌ای به‌خود می‌گیرد.

وقتی‌معلوم شدکه زمین یك قرص مسطح نیست، وقتی که بشر به‌این واقعیت تسلیم شد که مردمان طرف دیگر کرهٔ زمین، سرهائی رو «به‌پایین» دارند، آنوقت دید وتصوربشر، به‌کلی‌تغییرکرد ورنگ دیگری به‌خودگرفت.

وقتی‌نظریهٔ نسبیت، که در فیزیك امروزی به‌وجود آمده است، جای خود را بازکند و به‌صورت معرفت عمومی درآید، آنوقت دید اقلیدسی هم به‌پایان حکومت خود می‌رسد و آگاهی مردم از واقعیت جهان فیزیکی، تصور آنها را تغییر خواهد داد و دیگر متوجه خواهند شد که هندسه‌ای راکه امروز انتزاعی به‌نظرمی‌رسد، می‌توان به‌صورت یك «هندسهٔ واقعی» مجسم کرد.

خانم روزاپتر ــ ریاضیدان معاصرمجارستانی
درکتاب «بازی با بینهایت»

بزرگان دانش ریاضی

داوید هیلبرت
(۱۹۴۳-۱۸۶۲)

داوید هیلبرت درطول عمر یك‌نسل سرآمد ریاضی‌دانان جهان بود. وی مسایل مهمی راکه از زمان او به‌بعد دربسیاری از شاخه‌های ریاضیات مورد توجه پژوهشگران قرن بیستم قرار گرفته است عمیقاً درك‌کرد. هیلبرت در۲۳ ژانویهٔ ۱۸۶۲ درکونیگسبرگ Konigsberg (که‌اینك درجمهوری شوروی سوسیالیستی فدراتیو روسیه واقع است) زاده شد. در۱۸۸۴ از دانشگاه این شهر دررشتهٔ ریاضیات فارغ‌التحصیل شد، و در همانجا به‌تدریس پرداخت. در۱۸۹۲ ازدواج کرد، که ثمرهٔ آن پسری بود به‌نام فرانتس. در۱۸۹۵ از او برای تصدی کرسی استادی دانشگاه گوتینگن

دعوت شد و او باقی عمرش را درآنجا گذراند.

دانشگـاه گوتینگن به‌علت وجـود کسانی چـون **کارل گوس**، **پترگوستاف دیریکله** Dirichlet و **برناردریمان** درسدهٔ نوزدهم در ریاضیات شهرت یافته بود. در سده‌هٔ اول سدهٔ بیستم این شهـرت درسایهٔ **هیلبرت** به‌مرتبهٔبلندتری‌رسید. انستیتوی‌ریاضیات‌گوتینگن‌دانشجویان و بازدیدکنندگانی از سراسر جهان را به‌خود جلب کرد.

علاقهٔ شدید **هیلبرت** به‌فیزیك ریاضی هم باعث افزایش شهرت دانشگاه درزمینهٔ فیزیك شد، همکار و دوست او **هرمان‌مینکوفسکی** ریاضیدان، تا زمان مرگ زودرسش در ۱۹۰۹ به‌پیدایش کاربردهای تازهٔ ریاضیات در فیزیك کمك کرد. سه تن از برندگان جایزهٔ نوبل فیزیك ــ **ماکس‌فون‌لوئه** Laue (۱۹۱۴)، **فرانك** (۱۹۲۵)، **هایزنبرگ** (۱۹۳۲) ــ قسمت مهمی از دوران خدمت خود را در زمان اشتغال **هیلبرت** در دانشگاه گوتینگن در آنجا گذراندند.

هیلبرت، نظریهٔ تغییرناپذیرها Invarionts را به‌شیوه‌ای کاملا اصیل اصلاح کرد؛ و قضیهٔ تغییرناپذیرها را ثابت کرد (تغییرناپذیرها چیزهایی هستندکه تغییرات هندسی ازقبیل دوران، انتقال و انعکاس در آنها تغییری ندهد. بدین‌ترتیب می‌توان همهٔ تغییر ناپذیرها را به‌وسیهٔ عدد معینی بیان کرد) . او درگزارشی راجع به‌نظریهٔ عددهای جبری‌که در۱۸۹۷ انتشارداد، تمام مطالب مربوط بدین موضوع را جمع‌بندی کرد و راه پیشرفت بعدی آن‌را معلوم ساخت. در۱۸۹۹ مبانی هندسه را نوشت(چاپ ۱۹۵۲)که شامل اصل موضوعهای (مصادرات) او درزمینهٔ هندسهٔاقلیدسی و تحلیل هوشمندانهٔ اهمیت آنها بود. این‌کتاب که انتشار فوق‌العاده‌یی یافت، نقطهٔعطفی دربررسی اصل موضوعی هندسه بود.

قسمت اعظم شهرت **هیلبرت** مربوط به‌مجموعه‌یی از ۲۳ قضیهٔ تحقیقی است‌که در سال ۱۹۰۰ درکنگرهٔ ریاضیدانان در پاریس ارائه داد. او در خطابه‌اش تحت عنوان «مسایل ریاضیات» تقریباً همهٔ ریاضیات عصر خودرا مورد بررسی قرار داد ومسئله‌هایی را عرضه کردکه عقیده داشت بررسی آنها برای ریاضیدانان سدهٔ بیستم با ارزش خواهد بود. تاکنون بسیاری از این مسئله‌ها حل‌شده و حل هرکدام بادشواریهایی روبرو بوده‌است. با این‌حال، ازمیان مسئله‌هایی‌که حل نشده، یکی‌از آنهاکه قسمتی ازآن‌مستلزم حل قضیهٔ ریمان است، اغلب به‌عنوان مهمترین مسئله حل‌نشدهٔ ریاضی بشمار می‌رود.

در ۱۹۰۵ (وباردیگر در۱۹۱۸) **هیلبرت** کوشید بی‌تناقضی ریاضیات را ثابت‌کند. ولی **کورت گودل** Kurt Godel ریاضیدان اطریشی تبعهٔ شوروی در ۱۹۳۱ ثابت کرد که یك‌چنین هدفی دست‌نیافتنی است: می‌توان قضایایی ترتیب داد که قابل اثبات نباشد، از اینرو نمی‌توان کاملا مطمئن بود که اصل موضوعهای ریاضی (مصادرات) منجر به‌تناقض نمی‌شود.

کار **هیلبرت** درزمینهٔ معادلات انتگرال در۱۹۱۹، مستقیماً به‌مطالعهٔ آنالیز فونکسیونل درسدهٔ بیستم منجر شد. همچنین مبانی تحقیقات او را درزمینهٔ فضای با ابعاد محدود پدید آورد، که بعدها به‌فضای هیلبرتی موسوم شد، و این مفهوم درآنالیز ریاضی و مکانیك کوانتوم کاربرد بسیار پیدا کرد. **هیلبرت** بااستفاده ازنتایج تحقیقاتش درمعادلات انتگرال ملاحظات مهمی درزمینهٔ نظریهٔ جنبشی گازها و نظریهٔ تابشی، ابراز داشت و در رشد فیزیك ریاضی سهم بزرگی داشت.

در۱۹۳۵ شهر کونیگسبرگ بازنشستگی او را ازخدمت دانشگاه گوتینگن جشن گرفت. بدین مناسبت او خطابه‌ای فراهم کرد تحت‌عنوان «مفهوم طبیعت و منطق» که با این عبارت تمام می‌شد: «**ما باید بدانیم، ما خواهیم دانست.**»

آخرین دههٔ زندگی **هیلبرت** و بسیاری از دوستان و شاگردانش براثر جنایتها و شکنجه‌های حکومت هیتلری قرین تیرگی !ندوهباری بود. او را در ۱۹۴۱ به‌گناه سرفرود نیاوردن به‌نظام نازی دستگیر کردند و به‌اردوگاه کار اجباری فرستادند. درسال ۱۹۴۳ به‌علت پیری و بیماری وخیم ــ و اطمینان از اینکه دیگر عمرش سرآمده است ــ آزادش کردند، و او یك‌ماه بعد در۱۴ فوریهٔ ۱۹۴۳ درگوتینگن وفات یافت.

زندگی **هیلبرت** رامی‌توان دقیقاً به‌دوره‌هایی تقسیم کرد که درهر کدام ازآنها روی شاخه‌ای از ریاضیات کارکرده‌است: الف) نظریهٔ تغییرناپذیرها (۱۸۸۵ ــ ۱۸۹۳)، ب) نظریهٔ عددهای جبری (۱۸۹۳ ــ ۱۸۹۸)، ج) اصول هندسه (۱۸۹۸ ــ ۱۹۰۲)، د) اصل دیریکله و همراه با آن معادله‌های دیفرانسیلی (۱۹۰۰ ــ ۱۹۰۶)، ه) نظریهٔ معادله‌های انتگرالی (۱۹۰۰ ــ ۱۹۱۰) و) حل مسألهٔ وارینگ و نظریهٔ عددها (۱۹۰۸ ــ ۱۹۰۹)، ز) مبانی فیزیك ریاضی (۱۹۱۰ ــ ۱۹۲۲)، ح) مبانی منطق ریاضی (۱۹۲۲ ــ ۱۹۳۹).

بررسیهای **هیلبرت** را درنظریهٔ تغییرناپذیرها باید پایان دورهٔ پیشرفت طوفانی این‌شاخهٔ ریاضیات درنیمهٔ دوم سدهٔ نوزدهم دانست. اوقضیهٔ اصلی

مربوط به‌وجود زیربنای نهایی دستگاه تغییرناپذیرها را ثابت کرد. کارهای **هیلبرت** دربارهٔ نظریهٔ عددهای جبری ،این شاخه ریاضیات را دگرگون کرد و متنایی برای تکامل بعدی آن‌شد. راه‌حلی‌که **هیلبرت** برای مسألهٔدیریکله داد، آغازی‌برای پیداشدن روشهای مستقیم درمحاسبهٔ واریاسیون شد. نظریهٔ معادله‌های انتگرالی، که به‌وسیلهٔ **هیلبرت** به‌وجود آمد، یکی ازمبانی آنالیزفونکسیونل امروزی را تشکیل می‌دهد. «اصول هندسی» **هیلبرت** (۱۸۹۹)، برا ی‌کارهای بعدی در زمینهٔ اصل موضوعی کردن هندسه، یك اثر نمونه‌ای بود. در سال ۱۹۲۲، **هیلبرت**، طرح بسیار گسترده‌تری برای اصل موضوعی کردن تمامی ریاضیات ریخت **هیلبرت**، دوجلد ازکتاب «اصول ریاضیات» را به‌همراهی **پ برنایس** نوشت‌که درسالهای ۱۹۳۴ و ۱۹۳۹ از چاپ خارج شد و درآن دربارهٔ این اندیشه، به‌تفصیل بحث کرده است. ولی، امیدهای نخستین **هیلبرت** دراین مورد برآورده‌نشد: مسألهٔ تنظیم انتزاعی بی‌تناقضی ریاضیات، خیلی عمیق‌تر و دشوارتر از آنچه‌که **هیلبرت** فکر می‌کرد، ازآب درآمد. باوجود این، همهٔ کارهایی‌که بعداً دربارهٔ مبانی منطق ریاضی انجام گرفت، ازهمان راهی رفت که **هیلبرت** مشخص کرده بود. **هیلبرت** درعین‌حال‌که تجزیه و تحلیل اصولی ریاضیات را از نظر منطقی، لازم می‌دانست، به‌نیروی خلاقهٔ اشراق و الهام هم در ریاضیات اعتقاد داشت. او تاحد زیادی، استاد بزرگ طرح عینی نظریه‌های ریاضی است. دراین مورد، می‌توان ازکتاب «هندسهٔ عینی» نام‌برد، که **هیلبرت** به همراهی **س‌کن ـ فوسن**، آن‌را نوشته است. **هیلبرت** به‌نیروی بی‌پایان عقل انسانی، به‌یگانگی دانشهای ریاضی، و یگانگی ریاضیات و دانشهای طبیعی، اعتقاد داشت. مجموعهٔ آثار **هیلبرت** درسالهای ۱۹۳۲ تا ۱۹۳۵، زیرنظر خود او چاپ شده است.

فاجعهٔ اسکندریه

در روز روشن، دریکی از خیابانهای مرکزی اسکندریه، و درجلو چشمان بسیاری از مردم این‌شهر قدیمی، او را وحشیانه کشتند. وقتی‌که او ازکتابخانهٔ اسکندریه برمی‌گشت، انبوه جمعیت خشمگین و خرافاتی، در کمین او، انتظار می‌کشیدند. اورا از درشکه‌اش بیرون آوردند و به‌طرف کلیسا کشاندند. جمعیت متعصب، باچشمان خون‌گرفته، دستهای اورا شکستند وبدنش را زیر ضربات سخت، خرد کردند. بعد، لباسهایش را پاره‌پاره کردند و پوستش را باچاقوهای صدفی کندند. و سرآخر، جسد بیجان اورا، روی کومهٔ آتش سوزاندند.

به‌این ترتیب، دریکی از روزهای ماه مارس سال ۴۱۵ میلادی، هیپاتی، یکی از بزرگترین ومشهورترین زنان دانشمندرا کشتند. این‌فاجعه، به‌دست مردمی وحشی و درنده انجام گرفت‌که به‌وسیلهٔ سیریل، سراسقف اسکندریه، که کارش سازمان دادن تعقیب افراد «بی‌ایمان» و کشتار جمعی یهودیان، به‌نام مسیحیت، بود، تحریك شده بودند.

از هیپاتی، آگاهیهای کمی به‌ما رسیده است. تنها می‌دانیم‌که او در سال ۳۷۵ میلادی، درخانوادهٔ تئون، ریاضیدان مشهور آن‌زمان، زاده شد و ازهمان سالهای جوانی، استعداد فوق‌العاده‌ای ازخود نشان داد. او عاشق ریاضیات و فلسفه بود، و به‌شهادت معاصرانش، در ریاضیات برپدر پیشی گرفت و درفلسفه ازهمهٔ فیلسوفان زمان خود.

استعداد درخشان هیپاتی، پنهان نماند و کرسی فلسفه را دراسکندریه، جایی‌که درهمانجا فعالیتهای علمی خود را آغاز کرده بود، به‌او پیشنهاد کردند. همین واقعیت، باورکردنی نبود: یك زن در راس کرسی فلسفه! ولی ظاهراً، استعداد هیپاتی چنان درخشان بودکه مردان دانشمند تصمیم

گرفتند مقامی‌راکه ویژهٔ مردان بود، استثنائاً به‌او پیشنهاد کنند.

از آگاهیهای پراکنده‌ای‌که دربارهٔ هیپاتی به‌ما رسیده است، معلوم می‌شودکه او ازنظر فلسفی، دنباله روافلاطون بوده است و آثار افلاطون و هیچنین آثار ارسطو را تفسیر می‌کرده است.هیپاتی، فعالانه، نظریه‌ها و عقاید نو افلاطونیان را تفسیر و تبلیغ می‌کرد.

فضیلت چشمگیر هیپاتی، استعداد بی‌نظیرش درسخنرانی، که همه را ازفصاحت سخن خود به‌شگفتی وا می‌داشت، و بالاخره ذهن نازك‌بین و موشکاف او، به‌سرعت دربسیاری از سرزمینها شناخته شد. کم نبودند کسانی که از کشورهای دیگر، تنها به‌خاطر دیدن هیپاتی و شنیدن سخنان او، به اسکندریه می‌آمدند. وقتی‌که او درموزهٔ اسکندریه درس می‌داد، مردم حتی در خیابان، نزدیك‌ساختمان، ازدحام می‌کردند تا دست‌کم صدای او راازراه گوش بشنوند. قصیدهٔ زیبا ودلکشی ازشعر یونانی به‌ما رسیده است‌که به هیپاتی اختصاص دارد:

وقتی‌که تو نزدیك‌منی ومن سخن ترا می‌شنوم،
بانگاهی‌که به‌پرهیزکاری ساکنین ستارگان پاك می‌ماند
ترا باهمهٔ وجودم می‌ستایم، هیپاتی!
هم‌کارت، هم زیبایی سخنت
هم پاکیت‌که به‌ستارگان می‌ساند وهم
دانش خردمندانهٔ جهانگیرت را....

معاصران هیپاتی می‌گویند، همهٔ کسانی‌که به‌او برخورد می‌کردند، به‌شدت تحت تأثیر و جذبهٔ شگفت‌انگیز وفضیلت‌درخشان اوقرار می‌گرفتند.

علاقه و توجه این‌زن دانشمند، به‌طور باورنکردنی، همه‌جانبه بود. به‌ویژه، وقت زیادی را روی ریاضیات صرف می‌کرد. به‌عنوان سرگرمی به‌نجوم هم می‌پرداخت. به‌موجب آگاهیهایی‌که به‌ما رسیده است، او غلظت‌سنجی را اختراع‌کردکه تا امروز هم برای تعیین موادی‌که درمایع حل شده است، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

هیپاتی، یکی از نخستین کسانی‌بودکه دراین‌باره فکرکردکه دریانورد نیاز به‌وسیله‌ای دارد تا به‌یاری آن‌بتواند درهرلحظه، به‌موقعیت کشتی خود دردریای آزاد پی‌ببرد. اصطرلابی، که اختراع آن به هیپاتی منسوب است، تاسدهٔ هیجدهم ،مورد استفادهٔ دریانوردان بود.

چهرهٔ هیپاتی، بعدها مورد توجه اندیشمندان، نویسندگان ودانشمندان قرار گرفت. جون تولاند، جامعه شناس سدهٔ هیجدهم انگلیس می‌گوید که

هیپاتی «معصوم‌ترین، دانشمندترین و برازنده‌ترین خانمی بودکه به‌دست روحانیون اسکندریه قطعه قطعه شد تا احساس غرور و درندگی سراسقف شهررا راضی کرده‌باشند.» **ولتر** و **لوکنت‌دولیل** هم‌به **هیپاتی** توجه‌کرده‌اند. **چارلزکینسل**، نویسندهٔ انگلیسی، رمانی را به‌او اختصاص داده است.

او بدون تردید درزمان زندگی خود، صاحب‌افتخار و احترام زیادی بوده است، وپیش‌آمد باید چنان باشدکه «شهید راه دانش» هم بشود.

درآن زمان، اسکندریه، یکی ازمراکز مسیحیت بود. مبلغین متعصب، افکار مذهبی تازه را، به‌شدت بین‌مردم شهر می‌پراکندند. قشریون مسیحی، آرزو داشتند همه کسانی راکه هنوز ایمان نیاورده‌اند، نابود کنند. آنها، آثار باارزش وپرشکوه هنری را، تنها به‌این علت‌که به‌وسیلهٔ استادان بی‌ایمان آفریده شده است، نابود می‌کردند. کتابخانهٔ اسکندریه راکه خزانهٔ پرارزش دانشها بود و کتابهای آن‌را طی سالهای زیادو ازکشورهای گوناگون جهان جمع‌آوری کرده بودند، به‌آتش کشیدند.

هیپاتی روی دانشهایی کار می‌کردکه از دیدگاه روحانیون مذهب جدید، برای مردم مضرو گمراه‌کننده بود. آبای‌کلیسا، چشم دیدن او را نداشتند و به‌همین مناسبت نام اورا درلیست سیاه گذاشتند. تنها همین‌واقعیت که یك‌زن به‌فلسفه و ریاضیات بپردازد، ازنظر آنها نمی‌توانست چیزی‌جز دسیسهٔ شیطان باشد.

هیپاتی، از این‌جهت هم برای روحانیون خطرناك بودکه دور ازچشم مسیحیان، دارای نفوذ فوق‌العاده‌ای درحکمران اسکندریه بود، و درست در لحظه‌ای‌که مبارزه بین قدرت زمینی‌و آبای کلیسا. به‌اوج هیجان‌خود رسیده بود، **هیپاتی**، قربانی جهالت شد.

روحانیون مسیحی به‌طور وسیعی شایع کرده بودندکه **هیپاتی** یك جادوگر است و از جادو و افسون شیطانی خود، علیه مسیحیت استفاده می‌کند. شایعه ازاینجا به‌آنجا رسوخ‌کرد وجامعهٔ بیمار و خیالباف جاهل را به‌شدت تحریك کرد و به‌هیجان آورد. هرکس، دیگری را به‌نابودی این‌زن دعوت می‌کرد، تا اینکه جمعیت بیمار، بافریادهای «جادوگر» و «شیطان»، به‌او حمله کردند.

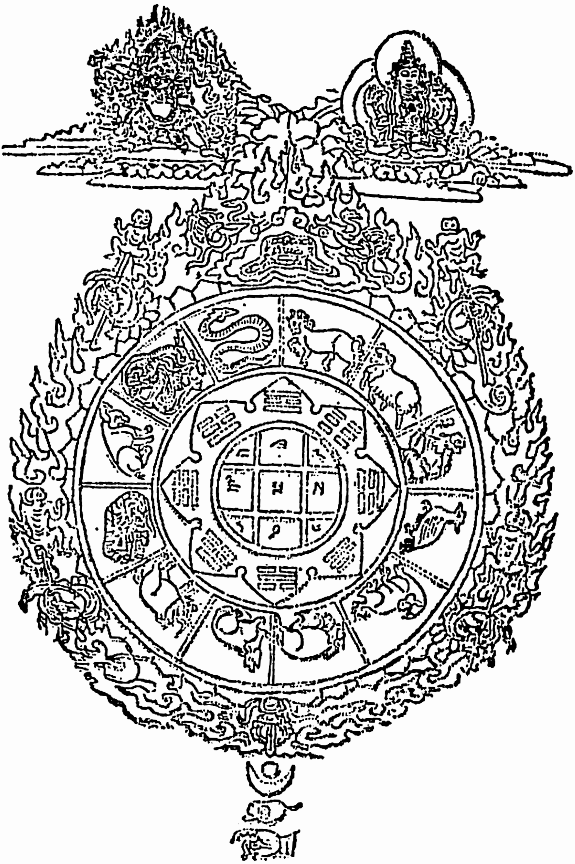
بعدها، مورخین مسیحی، کوشیدند تا سراسقف **سیریل** را، از مسئولیتی که دراین فاجعهٔ وحشیانه داشته است، تبرئه کنند.

جالب‌است‌که بعدها، کلیسای مسیحی کوشید تا از هیپاتی، چهرهٔ یك قدیسهٔ شهید بسازد و زندگی اورا برای تنظیم زندگینامهٔ **کاترین اسکندرانی**، قدیسهٔ افسانه‌ای دنیای مسیحیت، مورد استفاده قرار دهد.

ترجمه: پرویز شهریاری

ای. چیستیاکوف

عدد در بند خرافات



«چرخ زندگی» تبتی

ازیك ورقهٔ باسمه‌ای که در لهاسا تهیه شده. این قطعه علایم برجها، پاکوا، و در وسط یك مربع وفقی‌را نشان می‌دهد.

جانسختی و نیروی موهومات عددی

وقتی می‌خوانیم که فلان درمان‌کنندهٔ روستایی، به‌بیمار خود هفت پاکت کوچك از گیاهان شفابخش می‌دهد و سفارش می‌کند آنها را درهفت آب حل کند و بعد در جریان هفت روز، روزی هفت قاشق از آنرا بخورد، در بی‌پایه بودن آن تردیدی به‌خود راه نمی‌دهیم و به‌روشنی می‌فهمیم که چنین اعتقادی به‌ویژگی و خاصیت یك عدد، تنها نتیجه و بازمانده‌ای از جهل و ناآگاهی مردم در زمانهای دور گذشته است.

باوجود این، هرقدر هم شگفت‌آور باشد، نیروی‌این‌موهومات مربوط به‌عدد، بسیار نیرومند است. ما در همین زمان خود، به‌جوانهای تحصیل کرده‌ای بر می‌خوریم، که البته نه جدی، بلکه ظاهراً به‌خاطر شوخی، رقمهای بلیت اتوبوس خود را جمع می‌کنند تا ببینند کدامیك به «عدد خوشبختی» می‌رسند، کسی که ماموریتی یافته است و نمی‌خواهد در روز خاصی از هفته، به‌خاطر «بدشگونی» آن، حرکت کند، با عذر و بهانه آنرا به عقب می‌اندازد، یا روز جشن، همینکه فلانی برصندلی خود می‌نشیند و چشمش به‌شمارهٔ میزش می‌افتد، یکباره بلند می‌شود و به جستجوی راهی برای تغییر صندلی خود می‌افتد، زیرا متوجه می‌شود که شمارهٔ میزش، همان «دوجین شیطانی»، یعنی عدد ۱۳ است.

چرا چنین است؟ سرچشمهٔ این اعتقادهای بی‌پایه ازکجاست و چگونه به‌ما رسیده است؟ بررسی تاریخ فرهنگ انسانی نشان می‌دهد که این گمانهای واهی دربارهٔ عددها، سرچشمه‌ای در ژرفای تاریخ دارد. گهوارهٔ «عرفان عددی» را، همچون دیگر دانشهای اسرارآمیز، باید در سرزمین باستانی بین‌النهرین، جستجو کرد.

موطن عرفان عددی

منظور از بین‌النهرین، سرزمینی است در نزدیکی خلیج فارس و بین دو رودخانهٔ دجله و فرات. دراین سرزمین بودکه حکومتهای باستانی کلده، آشور و بابل، وجود داشتند.

به‌برکت کاوشهایی که انجام گرفته است، دانشمندان توانسته‌اند مجموعه‌ای از آثار و نوشته‌های قدیمی را کشف کنند و به‌یاری آنها، تاریخ و فرهنگ مردمی را که درگذشته دور، در بین‌النهرین می‌زیسته‌اند، به‌تفصیل، بررسی کنند.

کلدانیها، آگاهیهای زیادی از اخترشناسی و ریاضیات داشتند. آنها، ستارگان را به‌برجهایی تقسیم و بر هر برج نامی گذاشته بودند. آنها، حرکت ظاهری سالیانهٔ خورشید را در آسمان، و همچنین مسیر ماه و ستارگان را، مطالعه کرده بودند. نامهایی که آنها به‌برجهای دوازده‌گانه داده بودند، تا زمان ما باقی مانده است: سنبله (عذرا) میزان، جوزا و غیره. آنها، با مشاهدهٔ حرکت ظاهری خورشید، گمان می‌کردند که در

یك‌روزِ اعتدالی، خورشید در فاصلهٔ طلوع تا غروب، یك نیمدایره از گنبد آسمان را می‌پیماید، و طول این نیمدایره، درست ۱۸۰ برابر قطر ظاهری خورشید است. به‌همین مناسبت، آنها هرنیمدایره را به ۱۸۰ و دایرهٔ کامل را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کردند، همانطورکه امروز هم در هندسه، به‌همین ترتیب عمل می‌کنند. کلدانیها، با بررسی زمان ماه‌گرفتگیها و خورشید گرفتگیهائی‌که قبلا پیش آمده بود و مقایسهٔ فاصله زمانی بین آنها، می‌توانستند، با دقت و درستی، آنها را پیش‌بینی کنند. آنها، زمان را با ساعتهای آبی و آفتابی اندازه می‌گرفتند: شبانه روز را به ۱۲ قسمت دوساعتی، ساعت را به ۶۰ دقیقه و دقیقه را به ۶۰ ثانیه تقسیم کرده بودند، یعنی به‌همانگونه که تا امروز هم در بین همهٔ ملتها، معمول است.

دانش جدی کلدانیها در زمینهٔ اخترشناسی، مستلزم داشتن‌آگاهیهای جامعی از ریاضیات بود. به‌همین مناسبت، آنها در دانش ریاضی، به‌خصوص حساب، پیشرفتهای مهمی کرده بودند. آنها به‌جز چهار عمل اصلی حساب، می‌توانستند توانهای دوم و سوم عددها را محاسبه کنند و جذر و کعب آنها را بگیرند. آنها، با تصاعدهای حسابی و هندسی، آشنا بودند. جالب است که کلدانیها، درکنار دستگاه دهدهی عددنویسی، از دستگاه شصت شصتی هم استفاده می‌کردند، یعنی بعد از واحدهای ساده، برای آنها، عدد ۶۰، نقش ده را در عددشماری ما به‌عهده داشت، همچنین نقش صد($۱۰^۲$) به‌عهدهٔ عدد $۶۰^۲$ گذاشته شده بود و غیره. عددنویسی شصت‌شصتی رادربارهٔ کسرها هم به‌کار می‌بردند. کسرهای شصت شصتی بابلی، در اروپای غربی، تا ابتدای سدهٔ شانزدهم (که دیگرکسرهای اعشاری معمول شد)، مورد استفاده قرار میگرفت.

کلدانیها، به‌جز اخترشناسی و ریاضیات، در رشته‌های شیمی، صنایع ساختمانی و پزشکی هم به‌موفقیتهایی رسیده بودند. ولی همهٔ این دانشها زیر نفوذ مذهب بود. انواع دستورهای مذهبی، زندگی کلدانیها را به‌هم پیچیده بود. کشفهای اخترشناسی بیشتر به‌منظور اخترشماری (علم احکام نجوم) و طالع‌بینی مورد استفاده قرار می‌گرفت، دانش دروغینی که معتقد بود گویا از روی وضع ستاره‌های آسمان می‌توان به‌ارادهٔ خدایان پی‌برد و آینده را پیش‌بینی کرد.

ریاضیات هم، نظیر اخترشناسی می‌بایست اساساً به‌هدفهای عرفانی و خرافاتی کلدانیها کمك کند. مردم قدیم کلده، خدایان و ارواح مختلف زیادی را می‌پرستیدند. آنها، هفت ستاره را پرستش می‌کردند: خورشید، ماه و پنج سیاره‌ای که با چشم ساده و بدون سلاح دیده می‌شد [عطارد یا تیر (مرکوری)، زهره یا ناهید (ونوس)، مریخ یا بهرام (مارس)، مشتری یا برجیس (ژوپیتر)، زحل یا کیوان (ساتورن)،] کلدانیها، به مناسبت عقیده‌های اخترشماری خود و به‌دلیل تعداد خدایانی که‌داشتند، عددهای ۷، ۳، ۶، ۱۲، ۶۰ و غیره را، مقدس می‌دانستند. از جدولی

که درکتابخانهٔ نینوا پیدا شده است، معلوم می‌شود که آنها مثلاً عدد ۲۵ را متعلق به **بل**، عدد ۱۱ را متعلق به **مردوك**، عدد ۳۵ را متعلق به ماه (سینا) و غیره می‌دانستند. عددهای کسری را به‌ارواح‌پاپینتر منسوب می‌کردند: مثلاً عدد $\frac{۳۰}{۶۰}$ یا $\frac{۱}{۲}$ متعلق به «اوتوك»، عدد $\frac{۴۰}{۶۰}$ یا $\frac{۲}{۳}$ متعلق به «گیگیم»، عدد $\frac{۵۰}{۶۰}$ یا $\frac{۵}{۶}$ متعلق به «ماسُکیم» و غیره بود. و در کلده، به‌خاطر همین گمانهای واهی که در بارهٔ عدد داشتند، یك نوع عرفان عددی و اعتقاد به‌عدد، به‌سرعت پیشرفت کرد. کلدانیها، با ترکیب عددهای مقدس، و با روشهای پیچیده‌ای، تلاش می‌کردند تا به‌رازهای طبیعت و خدایان پی‌ببرند. آنها برای این منظور، عددها را به‌مجموع چند عدد، یا به‌ضرب عاملها، یا به‌مجموع مربعها تبدیل می‌کردند. مثلاً عدد ۶۵۳ را، که برای آنها نشانهٔ جاودانگی بود، به‌دو جمله‌تبدیل می‌کردند: $۶۵۳ = ۲۹۲ + ۳۶۱$ بعد دو طرف تساوی را در ۵ ضرب می‌کردند، به‌دست می‌آمد: $۳۲۶۵ = ۱۴۶۰ + ۱۸۵۵$. نخستین این عددها، اهمیت زیادی در اخترشناسی آنها داشت و دورهٔ برج فنیکس را معین می‌کرد، عدد دوم دورهٔ برج شعری و سومی دورهٔ قمر را.

کلدانیها، برای دورهٔ قهرمانی تاریخ خود، عدد $۶۰ × ۶۳$ سال را معین کرده بودند. درکتیبه‌ای که در شهر **خورساباد** به‌افتخار **سارگن دوم** (به‌آشوری: شروکین) بانی شهر، گذاشته شده است، گفته می‌شود کـه طول این شهر برابر است با $۱۴۶۰ × ۴۰ + ۳۲۶۵ × ۲۵$ شست (هرشست تقریباً ۰/۵۲۷ متر)، و این باید به‌معنای آن باشد که دوام شهر به‌اندازهٔ ۲۵ دورهٔ فنیکس و ۴۰ دورهٔ شعری است. مجذور عدد ۶۵۳ هم، مقدس به‌حساب می‌آمد و از آن به‌منظورهای جادوگری و فال‌بینی استفاده‌می‌شد. براساس تبدیل آن به‌مجموع چند عدد، اندازهٔ قسمتهای مختلف پرستشگاهها و غیر آن را، معین می‌کردند. ولی، کلدانیها بیش از همه، به مطالعهٔ عدد مقدس ۶۰ و توانهای آن $۶۰^۲$، $۶۰^۳$ و غیره، می‌پرداختند. تعداد بسیار زیادی از نوشته‌هایی که در این اواخر در نیپور پیدا کرده‌اند، مربوط به عدد $۶۰^۴$، یعنی ۱۲۹۶۰۰۰۰ است. در این نوشته‌ها، حاصل تقسیم این عدد مقدس، به‌مقسوم علیه‌های مختلف، و همچنین تبدیل آن به‌مجموع عددهای دیگر، داده شده است. بالاخره، با تبدیلهای مشابهی برای عدد غول‌پیکر $۶۰^۸ + ۱۰ × ۶۰^۷$، یعنی عدد ۱۹۵۹۵۵۲۰۰۰۰۰۰۰۰ هم برخورد می‌کنیم. ظاهراً، این تبدیلها به‌منظور اخترشماری و طالع‌بینی، مورد استفادهٔ کاهنان قرار می‌گرفت. جدولها را به‌این مناسبت تنظیم کرده بودند که بتوانند به‌آنها مراجعه کنند و ضمناً کاهنان آینده را تعلیم دهند. به‌این ترتیب، کلدانیها، به‌خاطر اعتقادی که به‌خاصیتهای اسرارآمیز عدد داشتند، با عددهای بزرگ و عملهای مختلف روی آنها، آشنا شدند و در نتیجه توانستند دانش حساب را بی‌اندازه پیش‌ببرند. ازآثاری که به‌ما رسیده است،

معلوم می‌شود که کلدانیها از شکلهای هندسی هم در مقاصد جادوگری و رمالی استفاده می‌کرده‌اند. ولی، آموزش عددهای بزرگ و اسرارآمیز، خاص کاهنان و خردمندان بلندپایه بود. در افسانه‌های مذهبی، و در اعتقادهایی که بین مردمان ساده پراکنده است، نقش اصلی به‌عهدهٔ عددهای کوچك است و مثلاً، عدد ۷، هنوز هم نقش خود را در ضرب‌المثلها، ادبیات عامه و جادوگریها، حفظ کرده است.

انتشار خرافات عددی کلدانیها

به‌مناسبت رفت و آمد دایمی بابلیها و آسوریها به‌کشورهای همسایه و بستگیهایی که با آنها داشتند، فرهنگ کلدانی، تأثیر عمیقی در دیگر کشورها گذاشت، به‌نحوی که آثار آن تا حد زیادی در زمان ما هم دیده می‌شود. عرفان عددی هم، که جزء جدا نشدنی دانش و فرهنگ کلدانی بود، به‌طور وسیعی انتشار یافت. و در کتابهای مقدس سریانیها، دایماً به همین عددهای ۳، ۷، ۱۲ و ۶۰، که برای بابلیها محترم و مقدس بود، برخورد می‌کنیم. آنها، عدد ۴۰ را هم به‌این عددها، اضافه کرده‌اند. در بعضی ازکتابهای عهد عتیق بارها، به‌رمزهای عددی برخورد می‌کنیم. در این مورد، مثلا می‌توان به‌بابهای هفتم و هشتم صحیفهٔ دانیال‌نبی، مراجعه کرد. برکتاب عهد جدید، عدد رمزگونهٔ مربوط به‌آپوکالیپسیس، همه‌جا سایه انداخته است: عدد اسرارآمیز ۶۶۶، که حتی ریاضیدانان بزرگی چون نپرونیوتون را هم به‌خود مشغول کرد کنایه‌های عددی، بعدها، در کتاب مقدس یهودیان و ادبیات حدیثی و تفسیری آنها، پیشرفت وسیعی کرد.

در تلموذ (تفسیر تورات)، به‌خصوص از عملهای رمزگونه استفاده می‌کردند. برای این منظور، هر واژه را، به‌حرفهای دیگری تبدیل می‌کردند که به‌وسیلهٔ مقادیر عددی بیان می‌شد و آنوقت مجموع این عددها را به‌دست می‌آوردند. بیشتر از این روش برای تفسیر جاهای مختلف متنها، و مثلا متن مربوط به دانیال‌نبی، استفاده می‌شد. ولی، بعدها این روش تفسیر به‌بسیاری از ملتهای دیگر هم نفوذ کرد، به‌طوری که آنرا به‌طور وسیعی برای طالع‌بینی و پیشگویی به‌کار می‌بردند. مثلا، در رمان تولستوی به‌نام «جنگ و صلح» به‌همین روش استدلال برخورد می‌کنیم، پیربزوخوف، با محاسبه‌ای شبیه مفسران تورات، نتیجه می‌گیرد که ناپلئون، همان اژدهای آپوکالیپسیس است، که عدد آن ۶۶۶، و مستوجب‌نابودی است.

* * *

تأثیر عرفان عددی کلدانیها، در یونان باستان هم به‌چشم می‌خورد. یونانیها هم ، مثل کلدانیها، عددهای ۳ و ۷ را مقدس‌می‌شمردند. به‌خصوص اثر اعتقادهای کلدانی را می‌توان در فلسفه و ریاضیات فیثاغورث مشاهده

کرد. فیثاغورث در حدود ۵۸۵ سال پیش از میلاد زاده شد و سفرهای زیادی به‌مصر، کلده و دیگر کشورها کرد و در بازگشت به‌ایتالیای جنوبی، گروه فلسفی و شبه مذهبی خود را بنیان نهاد. اعضای این گروه یا مجمع فیثاغورثی، با حرارت و تعصب خاصی، به‌دانشها وبه‌خصوص به حساب، هندسه و اخترشناسی می‌پرداختند و توانستند این دانشها را به‌جلو ببرند و تازه‌های زیادی را کشف کنند. ولی، فیثاغوریان، ضمن مشاهدهٔ پدیده‌های طبیعی، متوجه شدند که می‌توان قانونهای حاکم برطبیعت را به‌کمك عدد بیان کرد، خواه این قانون مربوط به‌هارمونیهای موسیقی باشد یا حرکت جرمهای آسمانی. از اینجا، فیثاغوریان، به‌این اعتقاد رسیدند که عدد، ذات اصلی هرچیزی است، که عدد برتمام جهان هستی، حکومت می‌کند.

فیثاغوریان، با مطالعهٔ عددها، به‌این جهت کشیده شدند که همهٔ چیزها را در جهان مادی، و حتی جهان معنوی، به‌وسیلهٔ عدد بیان کنند. درنتیجه، آنها، به‌عدد، به‌چشم مفهومی اسرارآمیز می‌نگریستند، که می‌تواند نشانه‌ای از مفهوم‌های واقعی باشد. مثلا، آنها، عددهای زوج را نشانهٔ مرد و عددهای فرد را (با شروع از ۳) نشانهٔ زن به‌حساب می‌آوردند، مجموع نخستین مرد (عدد ۲) با نخستین زن (عدد ۳)، یعنی ۵ را، نشانهٔ ازدواج می‌گرفتند. عددهای «مربعی» را، که از ضرب هرعدد در خودش به‌دست می‌آید، مظهر داد و برابری می‌دانستند. عدد۶، نشانهٔ کمال بود، زیرا این عدد با مجموع مقسوم‌علیه‌های خودش برابر است: ۳ + ۲ + ۱ =۶. به‌جز ۶، عددهای دیگری هم از این نوع وجود دارد (عددهای تام)، مثلا ۲۸، زیرا: ۱۴ + ۷ + ۴ + ۲ + ۱ = ۲۸. اگر دو عدد چنان باشند، که اولی برابر با مجموع مقسوم‌علیه‌های دومی، و دومی برابر با مجموع مقسوم‌علیه‌های اولی باشد، مثل ۲۲۵ و ۲۸۴، آنها را مظهری ازدوستی به‌حساب می‌آوردند و به‌آنها، عددهای متحابه می‌گفتند. عدد ۱۰، نشانهٔ هم‌آهنگی بود، زیرا، واحد شمارش جدید بود: این عدد به‌صورت موزون و هم‌آهنگی، عددهای بعد را به‌عددهای قبل مربوط می‌کند. عدد ۴، به‌طور پنهانی، شامل عدد ۱۰ است، زیرا اگر آنرا با عددهای کوچکتر از خودش، یعنی ۳ و ۲ و ۱، جمع کنیم، عدد ۱۰ به‌دست می‌آید، به‌همین مناسبت ۴ را عددی مقدس می‌شناختند و به‌آن سوگند می‌خوردند. عدد مقدس‌تر از آن ۳۶ بود، که برابر است با مجموع چهار عدد زوج نخستین و چهار عدد فرد نخستین: ۷ + ۵ + ۳ + ۱ + ۸ + ۶ + ۴ +۲ = ۳۶. به‌گفتهٔ پلوتارك، سوگند به‌این عدد، برای فیثاغوریان خیلی ترسناك بود.

فیثاغوریان به‌آگاهیها و کشفهای هندسی خود هم، جنبهٔ عرفانی و اسرارآمیز داده بودند. آنها از تقسیم پاره خط به‌نسبت ذات وسط وطرفین (تقسیم طلایی)، آگاهی داشتند و به‌کمك آن می‌توانستند پنج ضلعی منتظم ستاره‌ای را بسازند. آنها، این ستارهٔ پنج پر را مظهر سلامتی می‌دانستند. ستارهٔ پنج‌پر، نشانهٔ عضویت در مجمع فیثاغورثی بود و برای آشنایی با

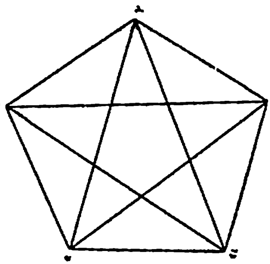
یکدیگر، یك پنج ضلعی ستاره‌ای روی زمین رسم می‌کردند. پنج جسم منتظم هندسی، یعنی چهاروجهی، مکعب، هشت وجهی، دوازده وجهی و بیست وجهی را مظهر عنصرهای طبیعت، یعنی باد، خاك، آب، آتش و اثیر می‌دانستند و معتقد بودند که کرهٔ سماوی از این پنج عنصر درست شده است. مجمع فیثاغوریان، که اعضای آن به‌نشستهای پنهانی خود و به آگاهیهای خود، جنبهٔ اسرارآمیز داده بودند، ترس و بدگمانی دیگران را برانگیخت و به همین مناسبت، در جریان ۱۵۰ سالی که دوام داشت، بارها مورد تعقیب قرار گرفت که بالاخره منجر به‌تلاشی آن شد. اعضای این مجمع، که در سراسر یونان پراکنده بودند، آگاهیهایی را که از دانش فیثاغورث کسب کرده بودند و آنچه که از مکتب فیثاغوری به‌دست آورده بودند، و منجمله اعتقادهای عرفانی خود را، درکشور پخش کردند. دانش فیثاغورثی، در فلسفهٔ یکی از بزرگترین اندیشمندان یونانی یعنی افلاطون (۴۲۷ ــ ۳۴۷ پیش از میلاد) ، که اهمیت زیادی به‌دانش ریاضی می‌داد، اثری جدی داشت. افلاطون می‌گفت که: «خداوند، هندسه را به‌کار می‌برد» و به‌همین مناسبت «هرکس هندسه نمی‌داند، نباید به‌آکادمی وارد شود». بعد از افلاطون، ریاضیدانان یونانی، و به‌ویژه دانشمندان بزرگ مکتب اسکندریه، همچون اقلیدس، ارشمیدس، آپولونیوس و شاگردان آنها، دانش بشری را به‌طور درخشانی پیش بردند و به‌ویژه آنرا از جنبه‌های عرفانی و خرافاتی پاك کردند. ولی، در سدهٔ اول پیش از میلاد به‌مناسبت رواج مذهب تازه بین یهودیان و یونانیان، تحت تأثیر مذهبهای شرقی، و از آنجمله کلدانیها، دوباره عرفان فیثاغورثی و افلاطونی، به‌طور گسترده‌ای زنده و منتشر شد. نــو فیثاغوریان و نــو افلاطونیان، به‌ویژه به خاصیتهای رمزگونهٔ ده عددنخست علاقه زیادی‌داشتند و در بارهٔ آنها کتابهای متعددی تألیف کردند. مثلا نیکوماخوس جراسی، که از دانشمندان طراز اول و دارای نوشته‌های جدی و مشهوری دربارهٔ حساب است، کتابی هم به‌نام «مذهب عددی» تألیف کرده است که در آن، مفهوم عددهای از ۱ تا ۱۵ را تفسیرکرده است:

«واحد، یگانگی و خداست، عقل و خیر است، نظم وخوشبختی است و آنرا آپولون و هلیوس می‌نامند، ولی این عدد را به‌عنوان ماده و تاریکی و بی‌نظمی هم می‌توان در نظر گرفت.

«دو، بنیان نا برابریها و گمانهاست، او معرف ماده، طبیعت و وجود است، او اساس هرگونه کثرت است، به او می‌توان نام الههٔ ایزید را داد، او نمایندهٔ دلاوری است، زیرا از او می‌توان به همهٔ عددهای دیگر رسید.

«سه، نخستین عدد واقعی است، زیرا او آغاز، میان و پایان دارد، و بنابراین عددی کامل است، او تنها عددی است که با مجموع عددهای پیش از خودش برابر است...».

فیلون، متفکر باستان (سدهٔ اول پیش از میلاد)، عدد ۱۵ را از



تصویر فیثاغورس
برروی سکه‌ای
از شهر ساموس

دیدگاه مذهب خودش (او یهودی بود) اینطور وصف می‌کند: «۱۵، کاملترین عددها و در برگیرندهٔ همهٔ انواع عددهاست. ۱۵ ممنوعه و ۱۵ طبقهٔ ارسطو وجود دارد.... از آدم تا نوح، دههٔ نخست وجود دارد، از نوح تا ابراهیم، دههٔ دوم و از ابراهیم تا موسی، هفت دهه....».

وقتی که دانشمندان با دیدی اینچنین خرافاتی به‌عدد می‌نگریستند، کاملا طبیعی است که فال‌بینی و غیب‌گوئی و پیش‌بینی حادثه‌ها به‌کمك عدد، در بین مردم عادی جامعه، با شدت و وسعت بیشتری رواج داشته باشد. ژوستینین، امپراطور بیزاس، برای اینکه به‌پخش هرگونه خرافاتی خاتمه بدهد، بنا برفرمان خاصی دستور داد که همراه اخترشمارها و جادوگرها، ریاضیدانان را هم از پایتخت بیرون کنند.

رومیها هم از تأثیر عرفان عددی کلدانیها و دیگر ملتهای‌باستانی، برکنار نماندند. بین اعتقادات رومیها و کلدانیها، می‌توان شباهتهایی پیدا کرد. رومیها هم، به عدد ۳ احترام می‌گذاشتند. خدایان بزرگ آنها، سه‌گانه بود. ۳ الههٔ سرنوشت، ۳ الههٔ انتقام و ۳ الههٔ زیبایی داشتند. دیانا (الههٔ شکار) ۳ صورت و ۳ سر داشت و غیره. آنها، عدد ۷ را هم مقدس می‌دانستند، خوشحال بودند که رم بر ۷ تپه ساخته شده است، آنها گمان می‌کردند که رودخانهٔ ستوکس[1] ۷ بار، جهنم را دور می‌زند و غیره. ولی، رومیها اعتقادهای مخصوص به‌خودشان هم داشتند و مثلا عدد ۱۳ را نحس می‌شمردند «ایدوس» ــ روزمیان ماه ــ در مورد بعضی ازماهها، با این عدد تطبیق می‌کرد و در بعضی ماههای دیگر (مارس، مه، ژوئیه و اکتبر) با عدد ۱۵. رومیها، ایدوس را وقتی که به‌روز سیزدهم ماه می‌افتاد، نحس می‌شمردند و بعدها به‌تدریج این اعتقاد را به‌طورکلی در بارهٔ خود عدد ۱۳ پیدا کردند. در دوران مسیحیت، این عدد، بدنامی بیشتری پیدا کرد، به نحوی که یادآوری آن، همه را دچار اندوه می‌کرد، زیرا روایتی وجود دارد که بنابرآن در جمع عیسی و شاگردان او، یکی از ۱۳ نفری کــه وجود داشتند، خیانتکار از آب درآمد.

1. Styx

در بارهٔ ملتهای خاور زمین، می‌توان از تأثیری که عرفان عددی کلدانی درهند باقی گذاشت، نام برد .عددهای مقدس کلدانی، در هند هم نقس اساسی داشتند. آنها هم خدایان سه‌گانه داشتند: براهما، ویشناوسیوا. عدد ۷ هم، در مذهب های براهمایی و بودایی، و در عبادتهای آنها ، عددی مقدس به‌حساب می‌آید. ولی، هندیها، به‌خصوص علاقهٔ به‌عددهای بسیار بزرگ را، از کلدانیها، به ارث بردند. مثلا در اساطیر هندی، گفتگو از ۲۴۰۰۰ بلیون خدا است. بودا ۶۰۰۰۰۰ میلیون پسر داشت. در جنگ مردم با بوزینه‌ها، ۱۰۰۰۰ سکستیلیون بوزینه شرکت داشت. مخترع شطرنج از فرمانروای هند خواست تا پاداش او را به‌این ترتیب بدهد: در خانه اول صفحهٔ‌شطرنج یك‌دانه گندم، درخانهٔ دوم دو دانه، درخانهٔ‌سوم چهاردانه و به‌همین‌ترتیب درهرخانهٔ صفحهٔ‌شطرنج به‌تعداد دوبرابرخانهٔ قبلی، گندم قرار دهد. نتیجه‌این‌محاسبه $۲^{۶۴}-۱$ ،یعنی ۱۸۴۴۶۷۴۴۰۷۳۷۰۹۵۵۱۶۱۵ دانهٔ گندم شد، که اگر تمامی سطح زمین را گندم بکارند، به‌زحمت در ده‌سال، این مقدار به‌دست می‌آید.

ولی، هندیها، اغلب از اینگونه عددهای بسیار بزرگ، برای بیان توانایی، دانایی و خردمندی خداوند، استفاده می‌کردند. مثلا، در افسانه‌ای دربارهٔ بودا گفته می‌شود که او می‌توانست همهٔ مرتبه‌های عددها را از ۱ تا

افلاطون

تصویرخیالی. ازیك نقاشی رافائل درآکادمی و نیز

☰	☱	☲	☳	☴	☵	☶	☷
کیئین سپهر	توئی بخار	لی آتش	چون تندر	سون باد	کان آب	کن کره	کنون خاک
۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
شمال	جنوب شرقی	مشرق	شمال شرقی	جنوب غربی	مغرب	شمال غربی	شمال

باکوا، یا هشت سه خطی

نمونه‌ای ازخرافات عددی چین

$۱۰^{۵۴}$، یعنی عددی که از واحد با ۵۴ صفر در سمت راست آن درست شده است، بخواند. این علاقهٔ هندیها به عددهای بزرگ، برای دانش این ارزش را داشت که آنها توانستند دستگاه دهدهی عددنویسی امروزی را کشف کنند، دستگاهی که با تعداد محدودی رقم، امکان نوشتن هر عدد دلخواه را به‌وجود آورد و به‌کمك آن می‌توان محاسبه‌های عددی را به سادگی و راحتی انجام داد.

خرافات عددی در سده های میانه و امروز

می‌دانیم که بعد از سقوط امپراطوری روم غربی در اروپا، سراسر اروپای‌باختری درجهل‌وتاریکی فرو رفت و ازهرگونه‌فعالیت‌علمی‌بازایستاد. تعداد نه چندان زیادی از دانشمندان که سالم مانده بودند، و بیشتر از ایالت خاوری امپراطوری روم، یونانیها، سوریها و یهودیها، به‌ایران، که نزدیك به دویست سال پشتیبان دانش بود، کوچ کردند. تا اینکه آنجا هم به‌نوبهٔ خود، به‌وسیلهٔ کشورگشایان قاره، یعنی عربها، تسخیر شد. اینها، که ضمن لشکرکشیهای خود، با دانش یونانی آشنا شده بودند، خودشان توانستند به‌سرعت موفقیتهایی در زمینه‌های مختلف دانش به‌دست آورند. مسلمانان، به‌خصوص به‌ریاضیات، دانشهای طبیعی و بیش از آنها، به اخترشناسی، علاقمند شدند. در بسیاری شهرها، برای مشاهده‌های اخترشناسی، رصدخانه برپا کردند و از کشورهای مختلف، از دانشمندان مشهور، برای فعالیتهای علمی، دعوت به‌عمل آوردند. به‌همین منظور، آنها کتاب بطلیموس در بارهٔ دستگاه جهانی را از یونانی ترجمه کردند و آنرا المجسطی نامیدند. علاوه برآن کتابهای دیگر مربوط به‌اخترشناسی

و همچنین بسیاری از نوشته‌های کلاسیك ریاضی را هم به‌عربی‌برگرداندند و با حرارت به‌بررسی آنها پرداختند. ولی ضمناً، دانش عربی تا حد زیادی، با عناصر عرفانی مخلوط بود و در نوشته‌های آنها به‌عقیده‌های باطل زیادی می‌توان برخورد کرد. به‌ویژه، اخترشناسان مسلمان، با حرارت و شوق زیادی به‌اخترشماری می‌پرداختند، و در این‌باره کتاب‌های زیادی را تألیف کردند که بعدها تأثیر فراوانی در اروپای باختری داشت. در زمینهٔ حساب، به‌عددهای تام و متحابه، علاقهٔ زیادی نشان می‌دادند. آنها از طریق اندیشه‌های فیثاغوریان با این نوع عددها، آشنا شده بودند و مثل فیثاغوریان، با دید عرفانی به‌این عددها نگاه می‌کردند. ثابت‌بن‌قره، حتی برای زوج عددهای متحابه دستورهایی پیدا کرد که به‌کمك آنها می‌توان هرچند زوج عدد متحابه به‌دست آورد. این دستورها، چنین است: اگر عددهای

$$p=۳\times ۲^{n}-۱ \text{ و } q=۳\times ۲^{n-۱}-۱ \text{ و } r=۹\times ۲^{۲n-۱}-۱$$

عددهایی اول باشند، درآنصورت

$$A=۲^{n}.Pq \text{ و } B=۲^{n}.r$$

دوعدد متحابه خواهند بود. مثلاً به‌ازای $n=۲$ داریم:

$$p=۱۱ \text{ و } q=۵ \text{ و } r=۷۱$$

که ازآنجا $A=۲۲۰$ و $B=۲۸۴$ می‌شودکه دوعدد متحابه‌اند. در واقع، مقسوم علیه‌های ۲۲۰ چنین است:

۱،۲،۴،۵،۱۰،۱۱،۲۰،۲۲،۴۴،۵۵،۱۱۰

و مقسوم علیه‌های ۲۸۴:

۱،۲،۴،۷۱،۱۴۲

و ضمناً داریم:

$$۲۲۰=۱+۲+۴+۷۱+۱۴۲;$$

$$۲۸۴=۱+۲+۴+۵+۱۰+۱۱+۲۰+۲۲+۴۴+۵۵+۱۱۰$$

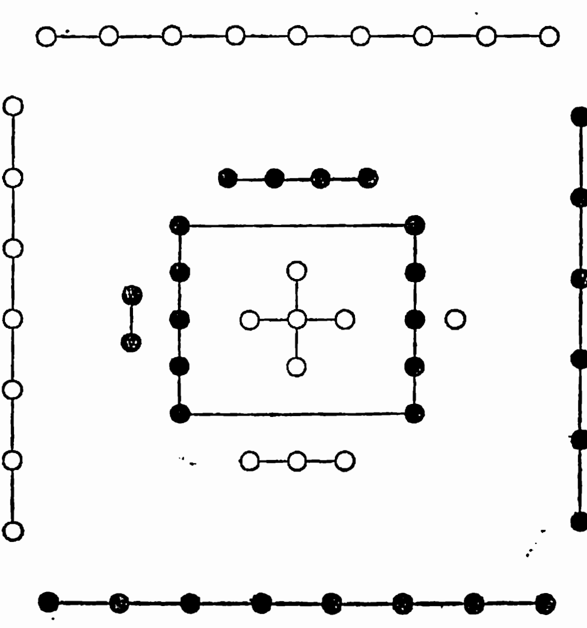
مجریتی (مسلم بن احمد ابوالقاسم مجریتی. ۳۳۸ تا ۳۹۸ هجری قمری)، نویسندهٔ عرب‌سدهٔ دهم درکتاب‌خود به‌نام «غایة‌الحکیم» می‌گویدکه برای جلب عشق جنس مخالف، کافی است عدد ۲۲۰ را روی چیزی بنویسید و به‌او بخورانید و خودتان هم عدد ۲۸۴ را بخورید. ضمناً مؤلف، اطمینان می‌دهدکه این وسیله را خودش آزمایش‌کرده است و به‌نتیجه رسیده است. **ابن خلدون** دانشمند سدهٔ‌چهاردهم نیزدربارهٔ خاصیتهای جادویی این‌عددها گفتگومی‌کند واز آنها به‌عنوان طلسم نام می‌برد. مسلمانان، به‌مربعهای جادویی (وفقی) هم با نظر خرافاتی نگاه می‌کردند. می‌دانیم‌که مربع وفقی عبارت‌است ازمربعی‌که‌آنرا به ۹ یا ۱۶ یا ۲۵یا... خانه تقسیم‌کرده باشند

ودر خانه‌های آن عددهای طبیعی ۱، ۲، ۳،... را طوری قرار داده باشند که مجموع این عددها در هرسطر، هرستون و هرقطرمربع، یکی شود.
به‌عنوان‌نمونه، دومربع وفقی ۹ و ۱۶ خانه‌ای‌را دراینجا می‌آوریم.

۱	۱۵	۱۴	۴
۱۲	۶	۷	۹
۸	۱۰	۱۱	۵
۱۳	۳	۲	۱۶

۴	۹	۲
۳	۵	۷
۸	۱	۶

نمونه‌هایی ازمربعهای وفقی ساده را، از زمانهای دورمی‌شناخته‌اند.
مثلاً همین مربع ۹ خانه‌ای‌که دراینجا آورده‌ایم، در جدول مقدس چینی



هو- تپو ازکتاب تغییرات
نوعی‌مربع‌وفقی‌ازآثار چین قدیم

لوشو، که‌درحدود ۳۵۰۰ سال پیش‌ازمیلاد نوشته‌شده است، دیده می‌شود. البته درآنجا، عددها، به‌صورت گره‌هایی که برنخها خورده است، نشان داده شده است. این روش عدد نویسی، در دوران باستان درهمه جا معمول بوده است وعددها را به‌کمك سنگریزه‌هایی که به‌نخ می‌کشیدند، یاگره‌هایی که بر طناب می‌زدند، نشان می‌دادند. هندیها هم مربعهای وفقی را می‌شناختند و مسلمانان، آگاهیهای خود را ازآنها به‌دست آوردند.

دانش و فرهنگ غنی و متعالی ملتهـای مسلمان، نمی توانست در فرهنگ اروپای سدهٔ میانه، بی‌تأثیر باشد. درواقع هم، ازسدهٔ دهم میلادی فرهنگ عربی آغاز به‌نفوذ در اروپاکرد و اروپائیان به‌خصوص بسیاری از دانشهای آنها را وارد درفرهنگ خودکردند. اروپائیها، همراه با آگاهیهای علمی، اخترشماری وموهومات عددی را هم، ازنوشته‌های عربی فراگرفتند جالب است، کسانی هم‌که به‌موهومات اعتقادی نداشتند وحتی عدهٔ زیادی از دانشمندان، اخترشماری و پیشگویی به‌کمك آنرا باورمی‌کردند.

حتی‌کپلر، اخترشناس مشهور (۱۵۷۱-۱۶۳۰)، که قانونهای دقیق حرکت سیـاره‌ها را کشف‌کرده است، بسیـاری مواقع به‌تنظیم زایچه‌هـا و

یوهان‌کپلر
ستاره شناس آلمانی
(۱۵۷۱ - ۱۶۳۰)

پیشگوئیها می‌پرداخت، منتهی گمان می‌کردکه خودش به‌آنها اعتقاد ندارد وتنها به‌خاطردرآمد، به‌آن می‌پردازد.

با وجودی که روحانیون کاتولیك با جادوگری و هرگونه دانشهای اسرارآمیزو خرافـاتی، مبارزه می‌کردند، دربسیاری موارد تحت تأثیرآنها قرار می‌گـرفتند. بعدها درمورد روحـانیون پروتستان هم، همین وضع پیش آمد. یکی از کارهای عـادی روحانیون این بودکه متنهای مقدس ویا حتی واژه‌های جداگانه را، به‌کمك تبدیل‌حرفها به‌عددها تفسیرکنند (همانطورکه بین مفسرین یهودی معمول بود). درکتابی‌که به‌وسیلهٔ **ژرژراون** در سال ۱۵۳۲ در **ویتنبرگ** چاپ‌شده است، روشی‌برای این‌محاسبه، ذکرشده‌است، به‌این ترتیب: ۲۳ حرف الفبای لاتین، یعنی *a* ، *b* ، *c* ، *d* ، *e* ، *f* ، *g* ، *h* ، *i* ، *k* ، *l* ، *m* ، *n* ، *o* ، *p* ، *q* ، *r* ، *s* ، *t* ، *u* ، *x* ، *y* و *z* را بـاید به‌ترتیب، به‌معنی عددهای از ۱ تا ۲۳ گرفت، بعد، مجموع این عددها را پیداکرد، سپس‌عددی راکه به‌دست می‌آید، طوری به‌مجموع چندعدد تبدیل کردکه‌هرکدام ازجمله‌های جمع به‌معنای‌کلمه‌ای باشند. مثلاً، این‌روش را برای نام **یوهان هوس** به‌کار می‌بریم:

$$Iohannes = ۸۱ \;;\; Huss = ۶۴ \;;\; ۸۱ + ۶۴ = ۱۴۵ \;;$$

$$۱۴۵ = ۶۶ + ۶۱ + ۱۸$$

عددهای اخیرمتناظرند با:

$$۶۶ = Sermo \;;\; ۶۱ = domini \;;\; ۱۸ = dei$$

و به‌این ترتیب:

$$Iohannes\ \ Huss = Sermo\ \ domini\ \ dei$$

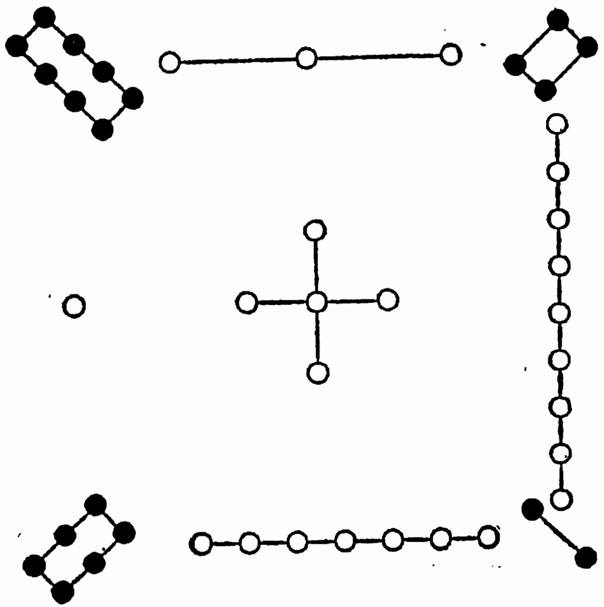
و بنابراین نام **یوهان هوس**، هم‌ارز «کلام خداوندگار» می‌شود.

به‌جزاین‌روش‌تفسیرمحاسبه‌ای‌به‌کمك‌حرفها، روشهای پیچیده‌تری‌هم، که براساس بررسیهای‌فیثاغوریان‌درنظریهٔ‌عددهاقرارگرفته‌بود،وجودداشت.

همهٔ عددهای طبیعی و یا حتی مجذورها، مکعبها و یا حالت دیگری ازآنها را، می‌توان به‌جای حرفهای a, b, c و... از واژهٔ مورد نظر قرارداد و به‌این‌ترتیب ،پهنهٔ گسترده‌ای برای تفسیر به‌وجود می‌آید. و بسیار پیش آمده است‌که دانشمندانی، تمامی عمر وزندگی خود را، در راه چنین بررسیها وتفسیرهایی، صرف کرده‌اند. جالب است‌که درمیان این‌گونه افراد، نه‌تنها کاتولیکها و پروتستانها، بلکه ریاضیدانان مشهوری هم دیده

می‌شودکه با جدیت تمام، وقت خودرا صرف بررسیهای معجزهٔ موهوم عددها کرده‌اند. از این‌جمله ،میخائیل‌شتیفل، دانشمند ریاضی معروف است (۱۴۸۶ ـ ۱۵۶۷)، که درزمینهٔ جبر، کارهای اساسی و باارزشی کرده است. او درابتدا، یك‌کشیش معتقد بود، ولی بعدها هوادارلوتر شد وبا او دوستی نزدیکی پیدا کرد.

شتیفل، به‌تفسیرهای عددی هم علاقمند بود و با به‌کاربردن آن روی نام پاپ‌لودهم (پاپ آن‌زمان)، ظهور شیطان آپوکالیپسیس، یعنی ضد مسیح را پیشگویی کرد. این‌مطلب، وقتی به‌ذهن او رسیدکه درحمام بود، و او شبیه ارشمیدس، ازحمام بیرون پرید و دربارهٔ کشف‌خود، شروع به‌فریادکشیدن کرد. شتیفل این موضوع را به‌لوتر هم اطلاع داد و او، ضمن اینکه باخوشحالی و رضایت این‌خبر را پذیرفت، به‌شتیفل توصیه کردکه وقت خودرا صرف کارهای بیمعنی مکتب مدرسی (اسکولاستیکی) نکند. ولی باکمال تأسف، شتیفل، این سفارش درست و دوستانه را ندیده گرفت. او، به‌بررسیهای خود دراین مورد ادامه داد و براساس آنها پیشگویی کردکه روز ۱۳ اکتبر سال ۱۵۳۳، روز پایان جهان است. مردم، که به‌صلاحیت علمی شتیفل اعتقاد داشتند، حرف او را باورکردند. بعضیها



لو ـ شو از کتاب تغییرات

این قدیمترین نمونهٔ مربع وفقی در جهان است. دایره‌های سیاه برای نشان دادن اعداد مؤنث (زوج) و دایره‌های سفید برای اعداد مذکر (فرد) به کار رفته است.

خود را به‌دعا و نماز سپردند، بعضی‌دیگر اموال خود را تقسیم کردند و به‌هرحال، همهٔ مردم، دست‌از کار کشیدند. ولی، وقتی‌که در روز موعود، هیچ‌چیز خاصی پیش نیامد، مردم به‌سختی ازاین پیشگویی دروغ به‌خشم آمدند و شتیفل که در گولتسدورف بود، به‌زحمت توانست خودرا نجات دهد و به‌ویتنبرگ فرار کند. درآنجا، او به‌زندان افتاد و تنها بعداز شفاعت لوتر، ازآنجا آزاد شد.

دیگر دانشمندان پروتستان‌هم، مثل شتیفل، می‌خواستند، ثابت کنند که پاپی‌که در رم نشسته است، ضدمسیح است، مثلا نپر (۱۵۵۰ — ۱۶۱۷) کاشف معروف لگاریتم هم از این قبیل بود. اوهم وقت زیادی را صرف پیدا کردن روز ظهور آپوکالیپسیس کرد و تاریخی هم برای آن پیداکرد. نپر، علاوه براین‌گونه تفسیرها، به‌جادو هم اعتقاد داشت وحتی به‌همسایه‌اش پیشنهاد کردکه به‌کمك محاسبه‌های جادویی، گنجی راکه درزمینهایش پنهان شده است، پیدا کند. روحانیون کاتولیك هم، به‌نوبهٔ خود با محاسبه‌های تفسیری، ثابت کردند عدد ۶۶۶، که به‌ظهور آپوکالیپسیس مربوط است، بانام مارتین لوتر تطبیق می‌کند، که ضدمسیح هم است.

علاوه برمحاسبه‌هایی‌که به‌خدا و مقدسین مربوط می‌شد، تفسیرها و محاسبه‌های دیگری هم در مورد شاهان و افراد سرشناس وجود داشت. به‌خصوص چه‌بسیار پیش‌می‌آمدکه عدد خاصی، درزندگی این و یاآن‌فرد نقشی اساسی و یا حتی سرنوشت‌ساز به‌عهده داشت. مثلا، عدد ۱۴، درزندگی هانری چهارم، پادشاه فرانسه، نقش زیادی داشته است. نام او Henri de Bourbon، ۱۴حرف دارد، در ۱۴ دسامبر سال ۱۵۵۳ به‌دنیا آمد، ضمناً مجموع رقمهای سال تولد اوهم، برابر ۱۴ است، در ۱۴مه ۱۶۱۰ کشته‌شد، ضمناً سال مرگ او مضربی است از ۱۴: رویهم در فرانسه و ناوار به‌اندازهٔ ۱۴×۳ سال سلطنت کرد، راوالیاك، قاتل اورا درست ۱۴ روز بعد از جنایت، اعدام کردند و غیره. همینگونه محاسبه‌های مضحکی دربارهٔ آدمهای مهم و سرشناس سده‌های بعدی هم‌انجام شده است.

بیسمارك، به‌عدد ۳ اهمیت زیادی می‌داد و نام مستعار او «با نیروی سه‌گانه» intrinitote robus بود. بعداز مرگ او، مطبوعات فرانسوی ثابت کردندکه در واقع هم، این عدد، نقش مهمی در زندگی خصوصی و اجتماعی او داشته است. او به‌سه امپراطور خدمت کرد و درسه جنگ شرکت داشت (از دانمارك، اطریش و فرانسه)، سه پیمان جهانی را امضا کرد، شورا و دیدار سه‌گانهٔ سه‌امپراطور را ترتیب داد، باسه حزب سیاسی مبارزه کرد، سه‌فرزند داشت، مالك سه‌ملك بود وغیره.

یادآور می‌شویم‌که حتی تا امروز هم، فرانسویها این روحیه را نگه‌داشته‌اند و از برآوردهای عددی استفاده می‌کنند تا ثابت کنندکه عدد معینی درزندگی یك چهرهٔ تاریخی و یا یك پیش‌آمد، نقشی‌خاص داشته

است. چنین محاسبه‌هایی دربارهٔ انقلاب کبیر فرانسه، انقلاب ژوئیه، حکومت ناپلئون اول، بوربونها و غیرآن وجود دارد. مثلا، عدد ۱۷، درزندگی ناپلئون سوم، نقش خاصی داشته است. او درسال ۱۸۵۸ که مجموع رقمهای آن برابر ۱۷ است، به‌دنیا آمد، زن او درسال ۱۸۲۶ متولد شدکه بازهم مجموع رقمهای آن برابر ۱۷ است، آنها درسال ۱۸۵۳، ازدواج کردند و مجموع رقمهای این‌عدد هم برابر است با ۱۷. امپراطوری ناپلئون سوم ۱۷ سال (و چندماه) طول کشید.

پیشرفتهای جدی اخترشناسی، ضربه‌های کاری به‌اخترشماری زد.

درسال ۱۵۴۳، اثر کوپرنیك منتشر شدکه مفهومها و دیدگاههای تازه‌ای دربارهٔ جهان هستی ارائه می‌داد. اختراع تلسکوپ به‌وسیلهٔ گالیله، امکان مشاهدات دقیق‌تر اخترشناسی را فراهم‌کرد. کپلر قوانین ریاضی حرکت سیاره‌ها را تنظیم کرد و نیوتون قانون جاذبهٔ عمومی را کشف کردکه این حرکتها را توجیه می‌کرد.

با این پیشرفتها، دیگر اعتقاد به‌تأثیر ستارگان در سرنوشت آدمی،

آ. دیورر: «افسردگی» سال ۱۵۱۴، درگوشه سمت راست بالا، مربع جادوئی گذاشته شده است.

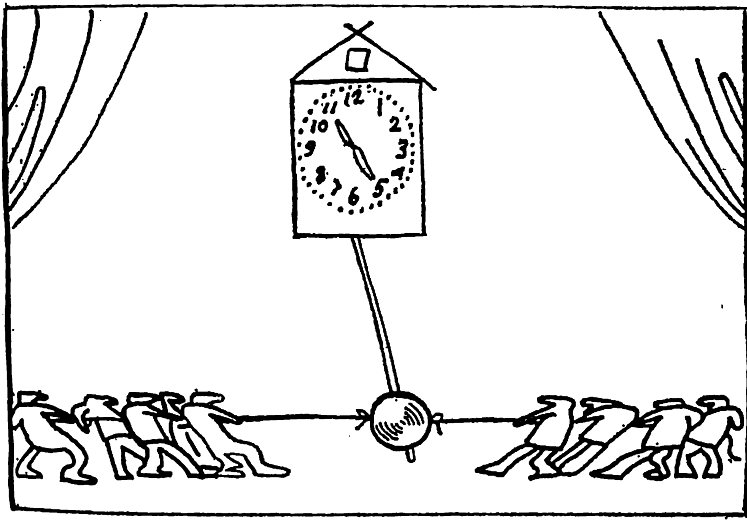
جاهلانه و بیمعنی به‌نظر می‌رسید و به‌همین مناسبت، اخترشماری به‌سرعت اعتبار خود را از دست داد و از هوادارانش کاسته شد.

ولی، با همهٔ اینها، و با وجود پیشرفتهای درخشان دانش، عرفان عددی به‌کلی نابود نشد و حتی در نیمهٔ دوم سدهٔ هیجدهم و ابتدای سدهٔ نوزدهم هم می‌توان، به‌مقدار زیادی به‌آن برخورد کرد. و این وضع، تا حد زیادی ناشی از ترس جامعهٔ اشرافی اروپای غربی پیش از انقلاب‌کبیر فرانسه، ازآزادی فکر و پیدانشناسی بودکه درسدهٔ هیجدهم در فرانسه پیدا شده بود.

از همین بررسی کوتاه تاریخی در مورد خرافات عددی، می‌بینیم که سرچشمهٔ آنها را باید در ژرفای تاریخ باستانی جستجو کرد از سرزمین کلده و آشورکه همراه باموفقیتها و پیشرفتهای مثبت خود، مقدار زیادی خرافات هم برای نسلهای آینده، باقی گذاشتند. روشن است‌که دلیل اینهمه جانسختی و توسعهٔ این دیدگاه خرافاتی را باید دراینجا جستجو کردکه مردم همیشه تشنهٔ شناختن مجهولات بوده‌اند و همیشه می‌خواسته‌اند از رازه‌های طبیعت و ازآیندهٔ مبهم و تاریك، باخبر شوند.

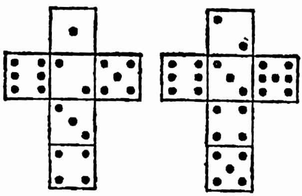
با پیشرفتهای علوم دقیقه، دیگر باید اعتقاد به‌سرنوشت‌سازی عددها را، نابودشده به‌حساب آورد و به‌آن به‌عنوان بقایای جهل‌آدمی نگریست.

ترجمه: پرویز شهریاری



بازی با عدد «۱۳»

ازچوب، یا چیز دیگری، دومکعب به‌ضلع ۲۰ تا ۲۵ میلیمتر درست‌کنید. روی وجه‌های یکی از مکعبها، به‌ترتیب ۱ تا ۶ خال و روی وجه‌های مکعب دوم از ۲ تا ۷ خال بگذارید (باز شدهٔ این مکعبها را درشکل می‌بینید).



برای شروع بازی، مکعبها را دریك لیوان بیندازید، آنرا تکان دهید و بعد روی‌میز بریزید.

مجموع خالهایی راکه دربالا قرار گرفته‌اند. بدست آورید و به‌خاطر بسپارید.

بازی بانمره، ارزشیابی می‌شود. برای اینکه کسی برنده شود باید ۱۰ نمره بیاورد. تعداد بازیکنها را می‌توان به‌دلخواه انتخاب کرد. پیش‌از آغاز بازی، شرکت‌کنندگان باید دراین‌باره توافق کنندکه چه‌کسی بعد ازدیگری مکعبها را بیندازد و درهربار، چند ثانیه (۱۵، ۳۰ یا ۴۵) فرصت فکرکردن داشته باشد.

کسانی که در بازی شرکت کرده‌اند، در هر دور، پنج‌بار مکعبها را پشت سر هم می‌اندازند.

بازیکن می‌تواند مجموع خالهائی راکه در مرتبهٔ دوم یا مرتبه‌های بعد به‌دست می‌آورد، بدون تغییر به‌مجموع قبلی اضافه کند. درچنین موردی بابیان کلمهٔ «به‌اضافه» یا«جمع می‌کنم»،عملی راکه انجام می‌دهد، اعلام می‌کند، و اگر ازمجموع قبلی، کم‌کند، می‌گوید «منهای» یا «کم می‌کنم» اگر به‌دو، یا سه یا چهار تقسیم کند و بعد نتیجه را به‌مجموع قبلی اضافه کند، اعلام می‌کند. «نصف آنرا انتخاب کردم»، «یك‌سوم را انتخاب کردم»، «یکچهارم را انتخاب کردم» اگر آنرا در دو، سه یا چهار ضرب‌کند وبعد نتیجه را به‌مجموع قبلی اضافه کند، می‌گوید: «در دو ضرب کردم»، «در سه ضرب کردم»، «درچهار ضرب کردم:»

در بازی ۱۳، مساله این است که با استفاده از یکی از چهار عمل حساب، حداکثر تعداد خالهای مضرب ۱۳ را بدست‌آوریم. نمره‌ای‌که دراین‌حالت به‌فرد داده می‌شود، به‌این ترتیب اسب: برای ۱۳خال یك‌نمره، برای ۲۶خال دونمره، برای ۳۹خال سه‌نمره و غیره.

آنچه را گفتیم بایك مثال روشن می‌کنیم.
فرض کنیم، بار اولی‌که مکعبها را می‌اندازد، ۹خال و بار دوم، ۱۲خال بدست آورد. بازیکن اعلام می‌کند. یك‌سوم را انتخاب کردم و ۱نمره بدست می‌آورد (۱۳ = ۴ + ۹). بار سوم، ۳خال بدست می‌آید، آنرا به‌مجموع قلبی اضافه می‌کند (۱۶ = ۳ + ۱۳). برای بار چهارم، ۵خال بدست می‌آورد. اعلام می‌کند: «در دو ضرب می‌کنم»، و بازیکن صاحب ۲ نمره می‌شود:

۲ = ۱۳: ۲۶، ۲۶ = ۱۶ + ۱۰، ۱۰ = ۲ × ۵

وقتی‌که برای بار پنجم، مکعبها را می‌اندازد، تنها وجود ۱۳ خال می‌تواند برای او نمره بیاورد. حال، بعد ازآنکه این بازیکن، پنج‌بار مکعبها را ریخته است، باید آنها را به‌نفر بعدی بدهد تا او پنج‌بار روی میز بریزد و غیره.
بازی‌را، به‌جای «۱۳»، با «۱۱»، یا «۱۷» هم می‌توان انجام داد. شرطهای بازی، دراین حالتها هم، هیچ‌تفاوتی باحالت بازی با «۱۳» ندارد، تنها دراین حالتها، برای اینکه نمره‌ای آورده شود، باید مجموع خالها مضربی از ۱۱ یا ۱۷ باشد. نمره‌ای‌که داده می‌شود، دربازی با «۱۱» چنین است: برای ۱۱ خال یك‌نمره، برای ۲۲خال دو نمره، برای ۳۳خال سه‌نمره و غیره و در بازی با «۱۷»: برای ۱۷خال یك‌نمره، برای ۳۴خال دو نمره، برای ۵۱خال سه‌نمره و غیره.
همان‌طورکه دیده می‌شود، این‌بازی بسیار ساده است و تنها به‌کمی تیزهوشی نیاز دارد.

پاسخ رمز و راز عددها

عددی درآینه

عدد را $100x + 10y + z$ می‌گیریم. باید داشته باشیم:

$$7/41(6)\,(100x+10y+z)=100z+10y+x$$

و یا

$$\frac{89}{12}(100x+10y+z)=100z+10y+x$$

که بعداز ساده‌کردن به‌دست می‌آید:

$$z=8x+\frac{75}{151}y$$

z باید عدد یك رقمی و صحیح‌باشد، بنابراین باید $75y$ بر۱۵۱ بخش‌پذیر باشد وچون y هم یك رقمی است، جز $y=0$ حالت دیگری‌پیدا نمی‌شود.
ازآنجا به‌سادگی معلوم می‌شود:

$$y=0\ ;\ x=1\ ;\ z=8$$

بنابراین، عدد برابر ۱۵۸ و تصویرآینه‌ای‌آن، برابر ۸۵۱ است.

سه ظرف

۵ لیتر از ظرف اول به‌ظرف دوم می‌ریزیم؛ بعد ۳لیتر از دومی به‌سومی؛ ازسومی به‌اولی۳ لیتر؛ از دومی به‌سومی ۲لیتر؛ از اولی به‌دومی ۵ لیتر؛ از دومی به‌سومی ۱لیتر! در اینصورت، درظرف دوم ۴ لیتر، در ظرف اول ۱ لیتر و در ظرف سوم ۳ لیترآب می‌ماند. اگر آب ظرف سوم را به‌ظرف اول بریزیم، ظرف اول هم دارای ۴لیترآب خواهد شد.

Reconciliation with Mathematics

Editor : Parviz Shahryari

Under the supervision of the editorial board

A supplementary publication of The Free University of Iran

Address : The Free Uuiversity of Iran

P. O. Box 11-1962

Aban Shomali St. / Karim-Khan Zand Boulevard

Tehran 15, Iran

Contents