دانشگاه آزاد ایران

آشتی با ریاضیات

۲

تابستان ۲۵۳۶

آشتی با ریاضیات

سردبیر: پرویز شهریاری
مدیر داخلی: محمد حسین احمدی
زیر نظر هیئت تحریریه
از انتشارات جانبی دانشگاه آزاد ایران
نشانی: تهران ـ خیابان کریم‌خان‌زند ـ اول آبان شمالی ـ دانشگاه‌آزادایران

فهرست مطالب

[illegible] جلد : خانم فرزانه سمیعی

تاریخ ریاضیات
وآنچه باید برای آن بشود

«تاریخ ریاضیات نشاط بخش است، زیرا درپیش روی مامنظره‌ای از سلسلهٔ بی‌پایان پیروزیهای فکر انسان را نمایان می‌سازد. پیروزی‌هایی که با شکستها خنثی نشده، یعنی بدون فرومایگی واهانت وبدون قساوتهاست، و در عین حال به‌ما کمك می‌کند که بدبینی را بدور افکنیم. این پیروزیها هرقدر عظیم باشد، مورخ موقع‌شناس هنوز انتظار پیروزیهای بیشتر و بزرگتری را دارد. آیا کار هر ریاضی‌دان موفقی را خلف برجسته‌تری دنبال می‌کند؟ تاریخ نشان می‌دهد که هر نظریهٔ ظاهراً کامل وجامع همیشه جز پله‌ای برای رسیدن به نظریه‌ای بهتر نبوده است، و نظریه‌های تازه همانهاست که وقتی یکی پس از دیگری به‌وجود می‌آیند، چنانند که گویی جایی برایشان نیست.

...... عالم ریاضیات هم‌اکنون چنان وسیع و متنوع است که فکر یك شخص به‌تنهایی قادر به درك آن نیست...... این مسئله افزایش احتیاج به ارزیابیهای ریاضی، تحلیلهای تاریخی و مطالعات فلسفی را نشان می‌دهد.»

این عبارات را از مقالهٔ مطالعهٔ تاریخ ریاضیات The study of the history of mathematics جورج سارتون آوردم، که ترجمهٔ کامل آن را در ۳ شماره از سال هفتم مجلهٔ سخن علمی منتشر کرده‌ام. او به بهترین صورتی لزوم بررسی تاریخ ریاضیات را بیان کرده است. اما بررسی تاریخ ریاضیات، همچنانکه در مقالهٔ پیشین (آشتی با ریاضیات ، ۱، بهار ۲۵۳۶) نشان دادم، در ایران چندان دنبال نشده و آثار انگشت شماری در این باره به زبان فارسی در دست است.

نویسندگان، مترجمان، ودانشوران ایرانی ضمن آنکه باید برخی آثار جامع و اصیل درباب تاریخ ریاضیات را به فارسی ترجمه کنند، از

تاریخ میهن خودشان غافل نباشند.

بررسی تاریخ ریاضیات ایران برای ما علاوه بر فایده‌های کلی، یك جنبهٔ عاطفی وریشه‌شناسی هم دارد. ما باید بتوانیم سهم واقعی ملت خودرا در برپایی کاخ بلند ریاضیات امروز جهان به نوجوان و جوان ایرانی نشان دهیم، تا این توهم باطل برایش پیش نیاید که ایرانی تنها به مفاهیم رویایی و خیالپردازیهای شاعرانه پرداخته است، بلکه دریابد نیاگانش در زمینه‌های علمی و منطقی هم به اندازهٔ هر ملت دیگری کوشا بوده‌اند.

آنچه باید بشود

برای جستجوی ریشه‌های خلاقیت ریاضی ایران در وهلهٔ نخست به تصحیح و چاپ علمی و انتقادی آثار ریاضی بازمانده، و ترجمهٔ آثارعربی ریاضی‌دانان ایرانی نیاز داریم. در این راه کار بسیار کمی صورت گرفته است ومایهٔ تأسف اینکه مصححان و مترجمان بسیاری از آنها هم ریاضی‌دان نبوده‌اند. مثلاً، یکی از گرانبهاترین مآخذ ریاضی فارسی یعنی **دانشنامهٔ علایی** (بخش ریاضیات) تاکنون چاپ نشده است. زمانی قرار بود مرحوم مجتبی مینوی آن را تصحیح و به وسیلهٔ انجمن آثار ملی منتشر کند، ولی سالها گذشت و خبری نشد، تا امسال مینوی چشم از جهان فروبست. همچنین هشت سال پیش بنیاد فرهنگ ایران با آقای هوشنگ میرمطهری قراردادی برای تصحیح این کتاب بست، وعکس نسخه‌های متعدد این کتاب را فراهم کرد و در اختیار وی گذاشت، ولی ظاهراً ایشان آن‌چنان دامنهٔ تحقیق و تتبع را وسیع گرفتند که رشتهٔ کار گسیخت و هنوز هم به جایی نرسیده است.

مورد دیگر از این قبیل **آثار ریاضی خواجه نصیرالدین** است، که دانشمندان ایرانی در گذشته آنها را به‌فارسی ترجمه یا شرح کرده‌اند ــ از قبیل **تحریر اصول اقلیدس** ترجمهٔ قطب‌الدین شیرازی، ولی‌بیشتراین آثار، چاپ نشده، یا چاپهای آنها غیر قابل استفاده است.

از همین قبیل است قسمت ریاضیات **درةالتاج** قطب‌الدین شیرازی که متن چاپ شدهٔ آن جزاحیاناً برای ده ــ بیست تن اهل فن انگشت‌شمار قابل استفاده نیست، حال آنکه گنجینه‌ای است سرشار از معلومات ریاضی گرد آمده تا پایان سدهٔ هفتم هجری (سیزدهم میلادی).

باکمال تأسف، ریاضی‌دانان ما از توجه به گنجینهٔ آثار ریاضیات ایرانی بازمانده‌اند و تعداد کسانی که قادر به فهم این‌گونه آثار باشند هر روز کمتر می‌شود.

اکنون که از هرطرف سخن از پژوهش و تحقیق می‌رود، و هم

شورای پژوهشهای علمی تشکیل شده، وهم فرهنگستان علوم ایران، جادارد که مسئولان این سازمانها در پی چاپ و نشر انتقادی این متنها باشند، تا گام اول در راه ایجاد اوضاع مساعد برای بررسی تاریخ ریاضیات ایران فراهم آید.

کارهای دیگر

از کارهای دیگر باید همکاری ریاضی‌دانان با باستان‌شناسان باشد. چون بدبختانه دربارهٔ ریاضیات ایران پیش از اسلام مدارك مکتوب چندانی دردست نیست، بلکه باید از مدارك غیر مستقیم استفاده کرد.

مثلا با بررسی آثار معماری و تأسیسات آبیاری از قبیل قناتها، کاریزها، آب‌انبارها، پلها،طاقها، ستونها... می‌توان‌دریافت که‌ایرانیان‌ازچه نوع محاسبات ریاضی آگاهی داشته‌اند، ریاضیات عملی آنها برچه پایه‌های نظری استوار بوده، باکدام شکلهای هندسی کار می‌کرده‌اند، و تا چه حد در اندازه‌گیری چیره‌دست بوده‌اند.

همچنین، بابررسی آثار نجومی دانشمندان اولیهٔ اسلامی، که پیرو سنتهای ایرانی بوده‌اند، باید میزان دانش ریاضی ایرانیان دورهٔ ساسانی را ارزیابی کرد.

باید کتیبه‌های عیلامی، و اسناد مالی به‌دست آمده از دورهٔ هخامنشی و اشکانی را مورد بررسی دقیق قرار داد تا از سنت ریاضی که به ایرانیان آریایی رسیده، وهم از حساب بازرگانی که مورد بهره‌برداری آنان بوده است آگاه شد.

البته، این کارها نیازمند دانش پژوهان کوشا و خستگی‌ناپذیر و فداکار است که از جان خود مایه بگذارند و فارغ از گرفت وگیرو دادو ستد و غوغای زندگی روزانه، درازنای دهلیزهای پرپیچ و خم سیرفکری ملت خویش را بپویند.

اما درعین حال به‌مشوقان و حامیانی دوراندیش، قدرشناس و گشاده دست هم نیاز دارد که آب ونان و ابزار کار پژوهنده را فراهم آورند و به کار پژوهشگر بنگرند، نه به دفتر حضور و غیاب.

اگر چنین نکنیم، و اگر دراندیشهٔ پروردن نسلی پژوهشگر حرفه‌ای راستین نباشیم، شك نبست که با گذشت هرسال جمع بیشتری «دکتر» و «متخصص» خواهیم داشت، ولی محققی که بادل وجان شوق تحقیق و جستجو داشته باشد چطور؟

غلامحسین صدری افشار

پرویز شهریاری

محمدبن موسی خوارزمی

بنیان‌گذار جبر

«جبر و مقابله صنعتی است از صناعات حساب. این دانش، وسیلهٔ نیکوئی است برای به دست آوردن پاسخ صحیح، برای مسایل مشکل وصیت و ارث و معاملات و فرضیات. از آنجهت جبر گویند که کاهشها و استثناها در آن جبران می‌شود، و از آنجهت مقابله گویند که مقادیر را در برابر هم قرار می‌دهد و مشابهات را حذف می‌کند.»

ابو عبدالله کاتب خوارزمی در «مفاتیح‌العلوم»
(اواخر سدهٔ چهارم هجری)

«جبر ومقابله یکی از فروع علم حساب است... نخستین کسی که در این فن کتاب نوشت، خوارزمی است...»

مقدمهٔ ابن خلدون
(اواخر سدهٔ هشتم)

«بزرگترین ریاضیدان عصر، و اگر همهٔ شرایط را در نظر آوریم، یکی از بزرگترین ریاضیدانان همهٔ اعصار، خوارزمی بود»

جورج سارتون در «مقدمه بر تاریخ علم»

بعد از آنکه مکتب درخشان علمی اسکندریه در حدود سدهٔ پنجم میلادی، در اثر تعصب نوکیشان مسیحی، از بین رفت، دوران جهل و تاریکی در اروپای غربی فرا رسید، دورانی که در آن، جز بحثهای بی‌سرانجام کشیشها و جز بررسیهای دور از حقیقت مسایل ماوراءالطبیعه، بندرت می‌توان چیز دیگری یافت. آتش زدن کتابخانهٔ بزرگ اسکندریه و تعقیب و آزار دانشمندان آن، سرآغازی بود برای نابودی کامل دانش و دانشمندان در تمامی سرزمینهای مسیحی نشین. و در این دوران، که به

سده‌های میانه مشهور است، باید سراغ دانش را در گوشهٔ دیگری از کرهٔ خاکی گرفت: در آسیای میانه و خاور نزدیك.

در جریان سده‌های هفتم و هشتم میلادی، حکومت عربی، که تاپیش از آن، به‌شبه جزیرهٔ عربستان محدود می‌شد، به‌سرعت مرزهای خود را گسترش داد وسرزمینهای زیادی را، که از نظر تمدن و فرهنگ در سطح بسیار بالاتری بودند، زیر نفوذ خود گرفت و فلسطین، سوریه، بین‌النهرین، ایران، قفقاز، آسیای میانه، هند شمالی، مصر، افریقای شمالی و شبه جزیرهٔ ایبری را، به قلمرو حکومت خلیفهٔ عربی اضافه کرد. مرکز خلیفه ابتدا دمشق و بعد در سدهٔ هشتم میلادی بغداد ــ نزدیك سرزمین باستانی بابل ــ بود. بغداد به‌صورت مرکز بزرگ فرهنگی درآمد و وارث تمدنهای بزرگ ایران، مصر، هند، یونان باستان و غیر آن شد.

دانشمندان و صاحبان فرهنگ، اغلب در بغداد جمع می‌شدند و نوشته‌های خود را به زبان رسمی دربار خلیفه، یعنی عربی، می‌نوشتند و به‌همین مناسبت بسیاری از تاریخ‌نویسان، ناآگاهانه (ویا چه بسا آگاهانه)، کارهای آنها را، که در واقع متعلق به ملتهای گوناگونی بود، بناحق به‌نام دانشمندان عرب ثبت کردند.

●

محمدبن موسی خوارزمی، یکی از نخستین و بزرگترین ریاضیدانان و اخترشناسانی است که در بغداد کار می‌کرد. از زندگی او چیز زیادی نمی‌دانیم، جز اینکه، همچنانکه از نامش پیداست، در خوارزم (خیوه) و در نیمهٔ دوم سدهٔ دوم هجری قمری (نیمهٔ دوم سدهٔ هشتم میلادی) به‌دنیا آمد، قسمت عمدهٔ زندگی خود را، بعنوان یك ریاضیدان بزرگ، در بغداد و در زمان مأمون خلیفهٔ عباسی گذراند، در «بیت‌الحکمه» رفت وآمد داشت و درحدود سال ۲۳۲ هجری قمری درگذشت. ازعنوان «المجوسی» که دنبال نام او آورده‌اند، معلوم می‌شود که از نواده‌های مغهای زرتشتی بود و به‌همین مناسبت، احتمال می‌رود که به نوشته‌های پیش از اسلام ایران هم دسترسی داشته است.

●

روزگار خوارزمی، به روزگار زرین اسلام معروف است، روزگاری که هارون (۱۷۵ ــ ۱۹۳ هجری قمری) و مأمون (۱۹۸ ــ ۲۱۸ هجری قمری)، بر سرزمینهای خلافت شرقی فرمان می‌راندند. این روزگار،

دوران شکفتن فرهنگ اسلامی بود. تعصب، که همراه جدا نشدنی نوکیشان است، جای خود را به نرمی و تفکر داده بود، که لازمهٔ زندگی است. در بغداد، کار پزشکی همه دردست یهود و نصارا بود، و دفتر و دیوان همه در دست ایرانیان. دانشمندان از چهار گوشهٔ جهان، کتابهای دانش و حکمت به «بیت‌الحکمه» می‌آوردند و در آنجا به ترجمه و رونویسی آنها می‌پرداختند.

زندگی خوارزمی، باخلافت مأمون مقارن بود. مأمون به‌کوشش و همراهی طاهربن حسین، معروف به ذوالیمینین بر برادر خود امین پیروز شد. مادرش، مراجل، دختر استاذسیس، انقلابی معروف سیستان وخراسان بود. تربیت مأمون، به برمکیان سپرده شده بود، که به‌دانش دوستی و زندقه متهم بودند. جوانی مأمون در خراسان گذشت. در آن زمان، وزیرش فضل‌بن سهل و سپهسالارش طاهر ذوالیمینین بودند، دو تن از بزرگان خراسان، که نخستین کوشید تا خلافت از عباسیان برافکند و دومین در هوای استقلال خراسان بود و هردو سرانجام، سر بر سر کار خویش نهادند. همسر مأمون، پوران بود ــ دختر حسن‌بن سهل. وزیر دیگر مأمون، عبدالله پسر طاهر ذوالیمینین، نیز شرطهٔ بغداد بود.

تربیت ایرانی مأمون و کارهایی که تحت تأثیر ایرانیان انجام داد، در آغاز کار، موقعیت او را در میان عربها، و مخصوصاً خاندان خودش، به مخاطره‌انداخت و قیامی را، به‌رهبری ابراهیم‌بن مهدی در بغداد پدید آورد، که مأمون به‌یاری ایرانیان بر آن پیروز شد و موقعیت خود را تحکیم کرد. گرچه، پس از آن، مأمون وسعت دید و گشاده دلی پیشین خود را تا حد زیادی از دست داد، ولی اثر تربیت اولیه در او، دیرپا بود.

نگاهی به سیاههٔ معاصران مأمون، گسترش دامنهٔ فرهنگ و دانش را در آن روزگار نشان می‌دهد. اینها از جملهٔ دانشمندان روزگار مأمون بوده‌اند: بختیشوع پسر جورجیس، جبرئیل پسر بختیشوع، عمربن فرخان طبری وپسرش محمد، ابوالحسن علی‌بن زیاد، سهل‌بن ربن‌طبری، وپسرش علی، یوحنابن ماسویه، موسی‌بن شاکر خوارزمی و سه پسرش، یحیی‌بن ابی‌منصور، خالد مرورودی، حبش حاسب، ابومعشر بلخی، ابن سرابیون، سلمویه، حجاج‌بن یوسف‌بن مطر و دیگران.

گسترش دانش و فرهنگ، در رواج اندیشهٔ علمی و تعقل و استدلال، حتی در مسایل مذهبی نیز راه یافت و سبب شد تا معتزله رونق گیرند و از حمایت مأمون برخوردار شوند و برای اثبات اعتقادات خود به مباحث فلسفه استناد کنند. همین‌امر، ضمناً سبب شدکه مأمون درمیان عامهٔ‌متعصبان،

به امیرالکافرین ملقب شود.

بعد از مأمون، معتصم بر سر کار آمد (۲۱۸ ــ ۲۲۷ هجری قمری) و کارها را به گردش دیگری انداخت. ترکان لشکری برسر کار آمدند، به‌جای پسران برمك و سهل، فضل‌بن مروان و احمدبن عماد به وزارت رسیدند که «تحصیل علوم نکرده بودند، سیرت بد داشتند و برون شدن کارها نمی‌دانستند.» خلیفه هم از بیم شورش مردم، بغداد را ترك گفت و در میان غلامان ترك پناه گرفت.

واثق (۲۲۷ ــ ۲۳۲ هجری قمری) نیز، که می‌خواست به‌دنبال راه مأمون برود، دولتی مستعجل داشت.

●

نخستین اثری که خوارزمی در بغداد به‌وجود آورد، تنظیم جدول سینوسها بود. خوارزمی، این اثر خود را با توجه به کارهای بطلمیوس و جدولهای دانشمندان هندی (مشهور به سید هانتا) تنظیم کرد. ولی خود آنها را تحقیق و مقابله کرد و در نتیجه، جدولهای او به مراتب دقیقتر از جدولهای یونانی و هندی است.

درواقع، سه اثرخوارزمی (کتاب‌الزیج‌الاول ــ کتاب‌الزیج الثانی ــ السندهندالصغیر)، به رصدهایی که در زمان مأمون انجام گرفت و به سید هانتا مربوط می‌شود، زیرا سندهند (Sindhind)، همان سید هانتای (Sidhanta) هندی است.

سید هانتا، یك رشته کتابهای اخترشناسی و ریاضی هندی است، که قدیمی‌ترین آنها را مربوط به نیمهٔ اول سدهٔ پنجم میلادی می‌دانند. یکی از این سید هانتاها، درزمان منصور عباسی، به بغداد آورده شد وابراهیم‌بن حبیب‌فزاری به‌یاری مانکا (یا به روایتی کانکا)، سفیر هند، آن را به عربی ترجمه کرد و اختر شناسان و ریاضیدانان مسلمان، به‌وسیلهٔ آن، برای نخستین‌بار، با دانش ریاضی و اخترشناسی هند آشنا شدند، و برخی از آنان، کارها و محاسبه‌های اخترشناسی خود را، برمبنای روشهای هندی قرار دادند. ترجمهٔ فزاری تا روزگار خوارزمی، مبنای کار اخترشناسان مسلمان بود، ولی بعداز آنکه خوارزمی دو زیج خود را ارائه کرد، آن دو، مرجع اخترشناسان مسلمان شد. خوارزمی در تنظیم این دوزیج، به احتمال قوی، روش تلفیقی خود را با استفاده از دانشهای هندی، یونانی و ایرانی، به‌کار برده است.

هندیها، در ابتدا تمامی وتر و بعدها نیم وتر (یعنی خط سینوس)

را «جیا» می‌نامیدند (که به معنای وتر است). فزاری در ترجمهٔ خودش، واژهٔ «جیا» را به «جیب» تبدیل کرد. این کار او دو دلیل داشت، یکی اینکه «جیا» به معنی «وتر» بود و به‌کاربردن آن برای سینوس (نیم‌وتر) جایز نبود و دوم اینکه فزاری می‌خواست واژه‌های عربی به کار برد و در عین حال پاس نامگذاری هندیها را داشته باشد. «جیب» که ا زلحاظ مفهوم واژه ارتباطی به سینوس یا نیم وتر نداشت، بعدها از طریق ترجمهٔ کتابهای عربی دراروپای غربی «سینوس» نامیده شدکه همان معنای واژهٔ عربی «جیب» را دارد (یعنی «گریبان»).

خوارزمی، از راه ترجمهٔ «سید هانتا» با مکتب ریاضی واخترشناسی هند و ازراه ترجمهٔ «المجسطی» بطلمیوس وترجمه‌هایی که ازآثار ارسطو و اقلیدس و منلائوس و دیگران شده بود، با مکتب یونانی آشنا شد وعلاوه برآن، به خاطر بستگیهایی که با پاسداران فرهنگ ایرانی داشت، از دانش نیاکان خود باخبر بود. رساله‌های زیج‌الاول وزیج الثانی خوارزمی، احتمالا، براساس دورصدی که اولی در بغداد (۲۱۴ هجری قمری) و دومی در دمشق (۲۱۷ هجری قمری) انجام گرفت، نوشته شده است.

نوشته‌های خوارزمی در زمینهٔ اخترشناسی و جغرافیای ریاضی، اثر زیادی در کارهای دانشمندان بعدی داشته است، چه در شرق اسلامی وچه در غرب مسیحی. درواقع، مسلمهٔ مجریطی (در حدود سال ۳۵۸ هجری قمری)، صورت تازه‌ای از جدولهای فلکی را، براساس کارهای خوارزمی تنظیم کرد و همین جدولهای مجریطی است که اساس کار اخترشناسان اروپای غربی قرار گرفت.

کتاب «صورةالارض» خوارزمی را باید نخستین اثر علمی اسلامی، در زمینهٔ جغرافیا دانست و ظاهراً، این خوارزمی است‌که واژهٔ «صورة ــ الارض» را به جای «جغرافیا» به کار برده است. اگرچه، این کتاب، براساس جغرافیای بطلمیوس تنظیم شده است ولی به هیچوجه نمی‌توان آن را ترجمه‌ای از جغرافیای بطلمیوس دانست. خوارزمی، در این کتاب، در زمینهٔ جغرافیای اسلامی هم مطالبی دارد و تقسیم‌بندی مطالب کتاب خود را، به‌صورتی غیر از جغرافیای بطلمیوس، انجام داده است. او، تحت‌تأثیر فرهنگ ایرانی، به تقسیم‌بندی اقالیم هفتگانه گرایش داشت (درحالیکه بطلمیوس از بیست ویك ناحیه نام می‌برد). باوجود همهٔ اینها، باید گفت که خوارزمی برای نوشتن کتاب «صورةالارض» خود، کتاب «جغرافیای» بطلمیوس را رو به روی خود داشته است.

●

کارهای خوارزمی، در زمینهٔ حساب وجبر، اهمیت بسیار زیادی در پیشرفت ریاضیات داشته است.

کتاب جبر خوارزمی (کتاب‌المختصر فی‌حساب‌الجبر و المقابله)، نقشی بسیار اساسی در تاریخ ریاضیات دارد. این کتاب، بعدها به‌زبان لاتینی ترجمه شد و مدتها تنها کتاب درسی ریاضی در تمام اروپای غربی بود. بعضی از مطالب این کتاب، کارهای دیوفانتوس و دانشمندان هندی را به‌خاطر می‌آورد و به‌همین مناسبت، بعضی‌ها گمان می‌برند که خوارزمی از این منابع استفاده کرده است. درست است‌که بعضی از روشهایی که خوارزمی، در حل معادله‌ها به‌کار می‌برد، ما را به‌یاد دیوفانتوس می‌اندازد، ولی خوارزمی مطلقاً ازکوتاه‌نویسی، که خاص جبر دیوفانتوس است، استفاده نمی‌کند و اصطلاحات او را به‌کار نمی‌برد. علاوه براین، بررسیهای تاریخی نشان داده که آشنایی دانشمندان دربار خلیفه باکارهای دیوفانتوس، بعداز تنظیم‌کتاب‌خوارزمی پیش آمده است. به‌همین ترتیب، به‌علت اختلافهایی که بین روشهای خوارزمی، با روشهای دانشمندان هندی در حل معادله‌ها وجود دارد، می‌توان نتیجه گرفت که او در کتاب «جبر و مقابلهٔ» خود از آثار هندی هم استفاده‌ای نکرده است.

خود خوارزمی، علاوه برآنکه در مقدمهٔ کتاب جبر و مقابلهٔ خود می‌گوید: «... من برسر شوق آمدم، برای روشن‌ساختن مسایل مبهم و آسان نمودن مشکلات علمی بپاخاستم و کتابی در تعریف حساب جبر و مقابله تألیف نمودم...»، در آغاز کتاب هم می‌نویسد: «چون به مشکلات و نیازمندیهای مردم در مورد علم حساب نگریستم، دریافتم...» و این واژهٔ «دریافتم»، دربسیاری از جاهای کتاب تکرار می‌شود. واین می‌رساند که بیشتر مطالب‌کتاب جبر و مقابله از خود خوارزمی است.

جبر خوارزمی، حتی از نظر دیدگاهی هم که دنبال‌می‌کند، ارتباطی با جبر یونانی ندارد. یونانیها، در قسمت عمدهٔ کارهای خود، هیچ ضرورتی نمی‌دیدندکه به‌نحوهٔ کاربرد مفاهیم علمی توجه کنند، درحالیکه خوارزمی درست برعکس عمل می‌کرد؛ تلاش او دراین بود که علم را به‌خدمت انسان بگمارد و هدفهای عملی آن‌را بشناسد و بشناساند. جبر خوارزمی، بخش ویژه‌ای دربارهٔ تجارت و تقسیم ارث دارد و همچنین، بعضی ازمساله‌های هندسی را به‌کمك معادله حل می‌کند (مثل محاسبهٔ ارتفاع مثلث برحسب ضلعهای آن).

ارزش اصلی کار خوارزمی در اینست که کتاب او، تنها رساله‌ای دربارهٔ حل مساله‌ها نیست (آن‌طورکه درآثار هندی دیده می‌شود)، بلکه خوارزمی اصول حل معادله‌ها و کاربرد آنها را مطرح می‌کند و بسیاری از قانونها را با روش هندسی روشن می‌کند.

کتاب خوارزمی، دراساس، مربوط به‌روش حل معادله‌هاست و بدین ترتیب، خوارزمی، مسیر اصلی این علم جدید (یعنی جبر) را مشخص می‌کند و می‌دانیم که محتوی اصلی جبر تا مدتها، عبارت از همین حل معادله‌ها بود: «تتمیم و تکمیل این علم [یعنی علم حساب]، با اینهمه شرف و تمیز، موقوف است به‌معرفت علم جبر و مقابله و استخراج مجهولات، از روی حل معادلات، به‌طریقی کـه معین و مقرر است» [اصول علم جبر و مقابله ــ آقاخان مهندس ــ چاپ ۱۳۵۵ هجــری قمری].

خود کلمهٔ «جبر» که خوارزمی برای این علم انتخاب کرده، معرف روشی است که او درکتاب خود، آن‌را به‌کار برده است. خوارزمی «جبر» رابه‌معنای‌جبران‌کردن [که‌جبرخاطرمسکین، بلابگرداند ــ سعدی] می‌گرفت که به‌زبان امروزی به‌معنای انتقال یك‌عدد منفی از یکطرف معادله، به‌طرف دیگر و تبدیل این عدد، به‌یك عدد مثبت است.

درکنار واژهٔ‌جبر، به‌واژهٔ «مقابله» برخورد می‌کنیم که معرف عمل دیگری است: مقابل هم قراردادن دوجملهٔ مساوی در دو طرف معادله. **بهاءالدین عاملی**، معروف به شیخ بهائی، ریاضیدان ایرانی آغاز سدهٔ یازدهم هجری قمری (سدهٔ شانزدهم میلادی)، خیلی خوب، دو واژهٔ «جبر» و «مقابله» را تعریف کرده است. بهاءالدین می‌گوید: «قسمتی از معادله را که شامل مقداری منفی است، می‌توان حذف کرد و به‌طرف دیگر، به‌اندازهٔ آن، اضافه کرد. این عمل «جبر» نامیده می‌شود. جمله‌های مشابه و مساوی را می‌توان از دوطرف معادله حذف کرد. این عمل را هم «مقابله» گویند».

اگر علامتهای امروزی را در نظر بگیریم، این دوعمل را می‌توان روی مثال زیر روشن کرد. این معادله را درنظر می‌گیریم:

$$۵x - ۱۲ = ۴x - ۹$$

اگر به‌دوطرف تساوی، ۱۲ و ۹ را اضافه کنیم، عمل جبر را انجام داده‌ایم:

$$۵x + ۹ = ۴x + ۱۲$$

و اگر ازدوطرف تساوی، $۴x$ و۹را حذف‌کنیم، عمل مقابله‌راانجام

داده‌ایم ودر نتیجه بدست می‌آید:

$$x = ۳$$

بنابر این، عملهای جبر ومقابله؛ به‌زبان امروزی، عبارتست‌ازانتقال جمله‌ای از معادله، از یکطرف به‌طرف دیگـر آن وجمع جبـری جمله‌های متشابه.

درکتاب جبر خوارزمی، راه‌حل معادله‌های درجه اول ودرجه دوم، شرح داده شده است.

خوارزمی، برای حل معادله‌های درجه دوم، راه حل کلی نمی‌دهد، ولی، بامثالهای عددی، شش نوع مختلف معادلهٔ درجهٔ دوم را موردبررسی قرار می‌دهد و برای هـرکدام از آنها راه‌حل خاصی می‌دهد. این شش‌نوع معادله را، به‌زبان امروزی، می‌توان اینطور نوشت:

$$۱)\ x^{۲} = ۲x;\quad ۲)\ x^{۲} = ۳۶;\quad ۳)\ ۵x = ۱۰$$

$$۴)\ x^{۲} + ۷x = ۱۲۸;\quad ۵)\ x^{۲} + ۲۱ = ۱۰x;$$

$$۶)\ ۱۲x + ۲۸۸ = x^{۲}$$

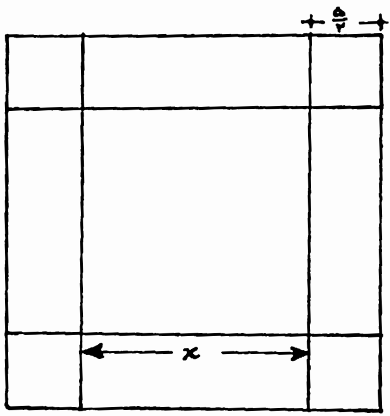
البته،معادلهٔسوم رانمی‌توان‌درجهٔ دوم به‌حساب‌آورد، ولی‌خوارزمی آن‌را درردیف معادله‌های درجه دوم بررسی می‌کند.

خوارزمی، معادله‌های درجه دوم را به‌صورت تحلیلی وهندسی (ونه به‌کمك فرمول) حل می‌کند وضمناً درحل تحلیلی، دوجواب بدست می‌آورد که ازاین بابت، برتری زیادی برروش حل دیوفانتوس دارد.

خوارزمی، برای‌حل‌معادلهٔ $x^{۲} + ۱۰x = ۳۹$، حتی دوراه‌حل‌هندسی می‌دهدکه مایکی ازاین راه‌حلها رادراینجا می‌آوریم.

مربعـی به‌ضلع x می‌سازیم وسپس روی ضلعهای آن، مستطیلهایی، به‌ضلعهای مساوی x و $\frac{۵}{۲}$ اضافه می‌کنیم. بعد، تمام‌شکل را، به‌صورت‌یك مربع‌کامل در می‌آوریم (شکل را ببینید). از روی شکل دیده می‌شود که مساحت مربع بزرگ، برابراست‌بامساحت مربع به‌ضلع x، به‌اضافهٔ‌مساحت چهار مستطیل به‌ضلعهای x و $\frac{۵}{۲}$ و بالاخره مساحت‌چهار مربع به ضلع $\frac{۵}{۲}$؛ بنابراین، مساحت مربع بزرگ بـرابر است با $x^{۲} + ۱۰x + ۲۵$ وچون $x^{۲} + ۱۰x$ برابر است با۳۹، بنابراین. مساحت مربع بزرگ‌برابر با ۳۹ + ۲۵، یعنی ۶۴ می‌شود. به‌این ترتیب، ضلع این مربع برابر۸

و در نتیجه مقدار x، یعنی ضلع مربع کوچکتر، برابر ۵-۸ ، یعنی ۳ می‌شود.



تألیف خوارزمی درباره‌ٔ حساب (کتاب حساب الهند)، تنها ازطریق ترجمهٔ لاتینی آن به‌ما رسیده است. نسخهٔ منحصر به‌فرد این ترجمه، به‌زبان لاتینی به‌نام *Algorithmi de numero indorun* درکتابخانهٔ دانشگاه کمبریج نگاهداری می‌شود. این کتاب‌ در پیشرفت ریاضیات اروپا تأثیر فوق‌العاده‌ای داشته است، زیـرا، اروپاییان به‌وسیلهٔ آن باروش هندی عدد نویسی آشنا شدند، یعنی دستگـاه رقمهای هنـدی بابه‌کار بردن صفرو استفاده از اصل موضعی‌بودن رقمها. از آنجاکه اروپاییان، این شکل عددنویسی راازکتابی یادگرفتندکه به‌زبان عربی نوشته‌شده بود ومؤلف آن‌هم درکشورهای‌عربی زبان زندگی می‌کرد، رقمهـای هندی دستگـاه دهدهی را به‌غلط «رقمهای عربی» نامیدند (حتی امـروز هم، این اصطلاح نادرست را در بسیاری از کتابها به‌کار می‌برند).

خوارزمی، مساله‌هایی راکه به‌معادله‌های درجه اول منجر می‌شود، از راه حساب وباروش یك فرضی ودوفرضی، حل می‌کند.

روش یك فرضی، همـان روشی است که در دبستانها، به‌عنوان «راه فرضی»، هنوز هم مورد استفاده قرار می‌گیرد وخوارزمی آن‌را، از هندیها گرفته است. روش دوم، یعنی دو فرضی، به‌این ترتیب بود که بافرض دو

عدد دلخواه برای مجهول، هربار، اشتباه نتیجه را بدست می‌آوردو به کمك آنها، مقدار واقعی مجهول راپیدا می‌کرد.

اگر به‌زبان امروزی جبر صحبت‌کنیم، این روش را می‌توان این‌طور توضیح داد:

فرض‌کنید داشته باشیم: $\phi(x)=P$، که درآن $\phi(x)$ تابع‌خطی‌از x، و P مقداری ثابت باشد. ابتدا $x=a$ وبعد $x=b$ می گیریم و به‌دست می‌آوریم:

$\phi(a)=A$ و $\phi(b)=B$. $P-A$را بهEو$P-B$را بهKنشان‌می‌دهیم دراینصورت خواهیم داشت:

$$x=\frac{bE-aK}{E-K}$$

البته، به‌گمان خوارزمی؛ رابطه‌ای‌که در اینجا به‌دست می‌آید و به کمك‌آن می‌توان، مقدار مورد نظر راپیداکرد، کاملا تصادفی است.

●

نام خوارزمی، ابتدا باترجمهٔ کتاب «حساب‌الهند» اوبه‌اروپا رفت‌وبه صورت لاتینی شدهٔ آن «آلگوریتموس» در آمد. به‌تدریج، در تمام اروپای غربی، تحت عنوان «آلگوریتموس» وبعدها «آلگوریتم»، طریقهٔ عددنویسی هندی (یعنی همین نوع عدد نویسی امروزی) را می‌فهمیدند، ولی‌به‌تدریج این عنوان، به‌هر دستگاه یادنبالهٔ‌محاسبه‌ای داده شد (مثل آلگوریتم‌اقلیدس برای‌پیداکردن بزرگترین‌مقسوم‌علیه مشترك عددها، آلگوریتم‌حل‌معادله‌ها وغیره).

علاوه‌بر آن، نامی‌که خوارزمی برکتاب جبر خود گذاشت، امروز و در همهٔ زبانها باقـی مانده است: در زبان فرانسوی *Algebre*، در زبان انگلیسی *Algebra*، در زبان روسی «آلگبر» و غیره. همان طور که دیده می‌شود، حتی حرف تعریف «ال» هم‌ازآن حذف نشده است: «الجبر».

اصولاً یکی‌ازکارهای پرارزش خوارزمی، پیداکردن واژه‌هاواصطلاح های مناسب بود. اومثلاً برای «مجهول» از واژهٔ «شیء» استفاده‌می‌کرد وآن را درست به‌همان شکلی‌کـه ما امروز از «x» استفاده می‌کنیم، به‌کار می‌برد. انتقال این واژه بـه‌اروپا ونوشتن آن به‌صورت *xi*، علامت x و بعدها سایر علامتها را برای مقادیر مجهول به‌وجود آورد.

ازکتابهای خوارزمی، تنهاکتاب جبرو مقابلهٔ او، به‌همت آقای‌حسین خدیوجم، به‌فارسی ترجمه شده است.

دکتر علیرضا امیرمعز

مقدمات جبربازی با نخ

شخصی به ملانصرالدین گفت: ملابچه شدی!! نخ بازی می کنی!؟

ملاگفت: بیشتر عمرت تلف شده است چون قدرت تمرکزحواست را خیلی کم به‌کار برده‌ای. اگرتوانستی این دستورهای ساده را بخوانی و یاد بگیری، آنوقت تمرکز حواست تازه متوسط است. اگر همه را از حفظ شدی، آنوقت یکریال به‌تومی‌دهم.

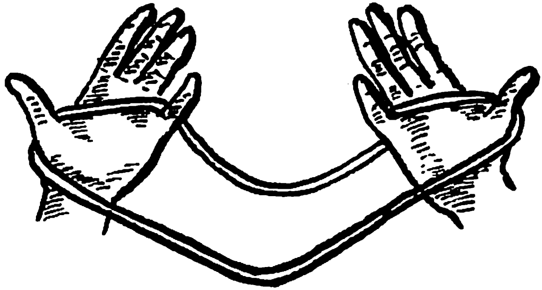
هنر نخ‌بازی‌قسمتی‌از فرهنگ دنیاست. هرگوشه ازکره زمین‌نقشه‌ای تازه به‌این هنر می‌افزاید. چندین‌کتاب ومقاله دراین باره نوشته شده‌است که معمولاً جنبهٔ جامعه‌شناسی ومردم شناسی دارد. یکی‌دوکتاب‌دستوردقیق ساختن این شکلها را دارد. در این مقاله جنبهٔ ریاضی آن‌را بررسی‌می‌کنیم [۱]، [۲]. دوموضوع را به‌ویژه در نظرگرفته‌ایم:

یکی ابداع‌فرمول‌برای ساختن شکلهاودیگری موضوع استقراءِریاضی دراین هنر.

۱ـ شکلهای با اوزی: در این بخش شکلهای ساده‌ایکه ازردیفی ازلوزیها درست می‌شوند بررسی می‌کنیم.

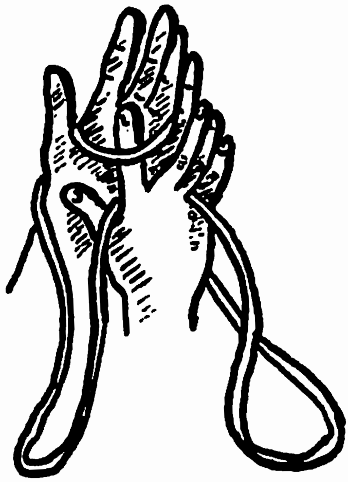
۱-۱ توجیه: شکلهائیکه دراین مقاله به‌نظر خواننده می‌رسد نمایش وضعی است که شخص دستهای خود را می‌بیند. اینرا حال عادی گوئیم. نزدیك شخص را درون وطرف مخالف را بیرون یك‌شکل‌گوئیم. نخها را از درون به‌بیرون، نزدیك انگشتها، شماره می‌گذاریم. واژه‌های دیگر را به‌معنی عادی‌آنها به‌کار خواهیم برد.

۱-۲ آغاز A: تکه نخی راکه به‌قدرکافی ضخیم باشد می‌گیریم و دو سرآنرابه‌هم‌گره می‌زنیم. هرگاه نخ نایلونی بگیریم ودوسر آنرا به‌هم‌باآتش



شکل ۱

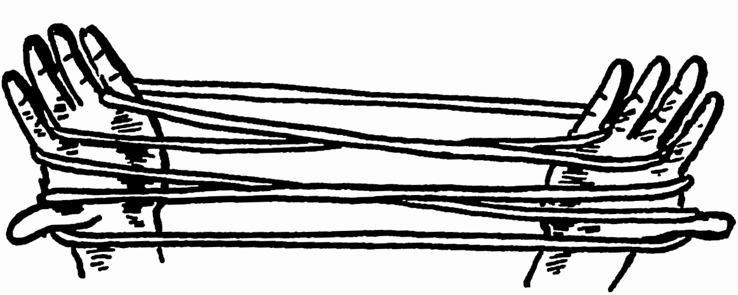
جوش بدهیم، بهتراست. نخ را روی شست و انگشت کوچك دست چپ می گذاریم. سپس طرف دیگر نخ را روی شست و انگشت کوچك دست راست می گذاریم (شکل۱). اکنون انگشت نشانهٔ دست راست را زیر نخی که روی کف دست



شکل ۲

شکل ۳

چپ است می‌بریم (شکل۲). این نخ را می‌کشیم ودو دست را کاملاً روبه روی هم نگاه می‌داریم. سپس انگشت نشانهٔ چپ را زیر نخی که روی کف دست راست است- درست مثل (شکل۳)- می‌بریم. آنرا بیرون می کشیم و



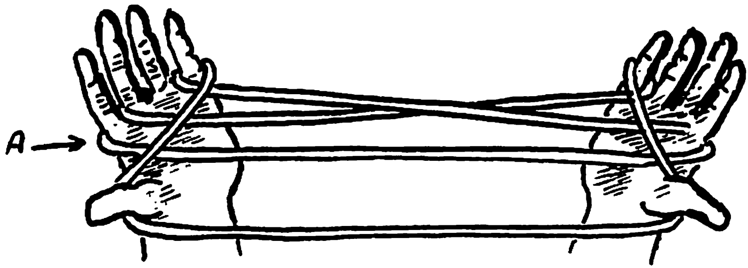
شکل ۴

دودست را روبروی یکدیگر قرار می‌دهیم. شکلی که بدست می‌آید آغاز A:

نامیده می‌شود (شکل۴).

۱-۳ رهاکردن یك انگشت: رهاکردن یك انگشت، درواقع، رهاکردن‌نخ دورآن انگشت است. بسیار اتفاق می‌افتد که درساختن یك شکل، نخی را رها می‌کنیم. این یاباتاکردن آن انگشت انجام می‌گیرد یابه‌کمك‌انگشتهای دیگر.

۱-۴ تعویض: معمولا برای ساختن‌شکلهای لوزی‌دار ازآغاز Aشروع می‌کنیم. اکنون‌پس از آغاز Aشستها رارها می‌کنیم شستها را روی نخهای یك، دو، سه و زیر نخ‌چهار می‌بریم. باشستها نخ چهار رابرمی‌داریم‌ودستها



شکل ۵

را به‌صورت عادی برمی‌گردانیم (شکل ۵)

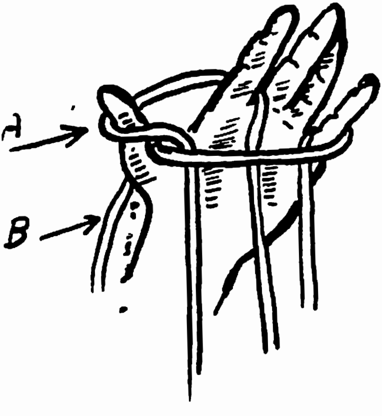
اکنون تعویض را برای ۱انگشت نشانه و شست دست چپ شرح می‌دهیم:

I- باشست‌وانگشت نشانهٔ دست راست نخی‌که درشکل ۵با Aنشان داده‌ایم می‌گیریم وآنرا می‌کشیم تاروی شست دست چپ قرارگیرد(شکل ۶).

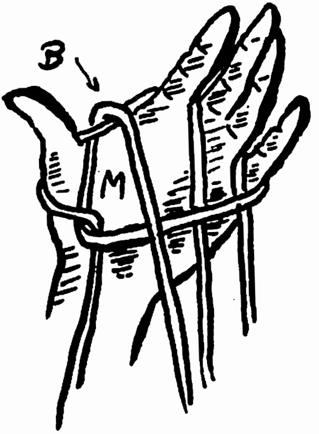
II- سپس نخی‌که‌درشکل۶ با B نشان داده‌ایم باشست وانگشتهای نشانه دست راست می گیریم و بین شست و انگشت نشانه دست چپ می‌اندازیم (شکل۷).

آنچه تااینجا تشریح شد تعویض چپ می‌نامیم. تعویض راست هم کاملاً شبیه تعویض چپ است. آنرا به خواننده واگذار می‌کنیم.

۱-۵ گرفتن مثلث: فرض‌کنیم‌که تا حرکتهائیکه دربخش ۱-۴ بررسی شده است ، رسیده‌ایم . سپس دست‌ها را به طرف خود می‌گردانیم تا کف آنها را بخوبی ببنیم . روی کفهای دست دو شکل مثلث مانند دیده می



شکل ۶

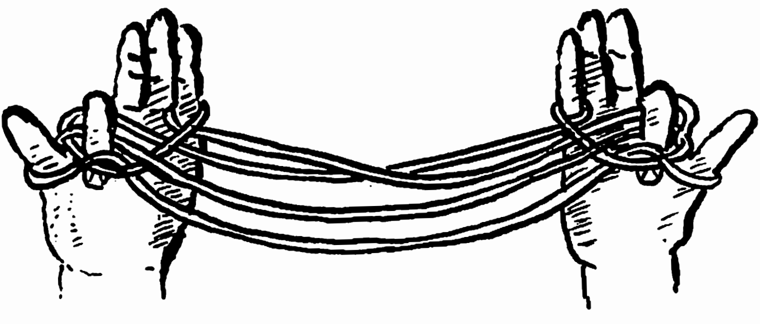


شکل ۷

شوند. درشکل ۷ آنرا با M نمایش داده‌ایم.

انگشتهای نشانهٔ هر دست را درون مثلث مربوطه می‌بریم و این انگشتها را به‌کف دست می‌چسبانیم. سعی می‌کنیم که ازکف دست تاحرکت بعدی جدا نشود (شکل ۸)، این حرکت راگرفتن مثلث گوئیم.

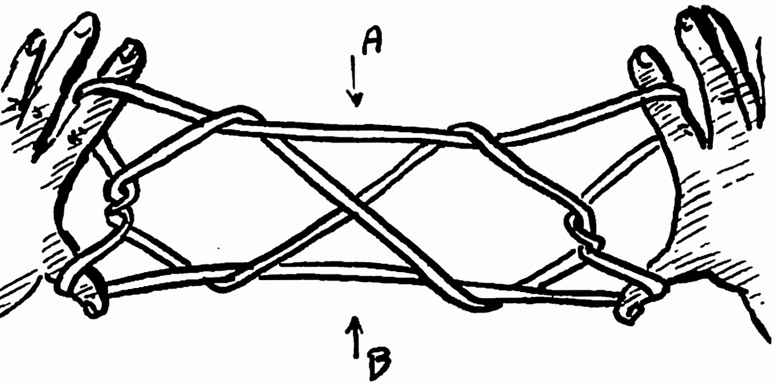
۶-۱ گسترش شکل: درتمام‌شکلهای بالوزی،آخرین حرکت‌راکه با آن شکل کامل می‌شود گسترش شکل گوئیم. این حرکت دقت بیشتری لازم دارد. شستها رابه‌طرف بالانگاه می‌داریم‌ونمی‌گذاریم نخهائیکه‌درشستهاست



شکل ۸

بیرون بیاید. نخهائیکه زیر انگشتهای نشانه‌اند باید همانجا بمانندکه‌سپس به‌دوراین انگشتها قرارگیرند. همهٔ نخهای دیگر را رهـا می‌کنیم. آرنجها را تاسطح شانه بالا می‌بریم. کفهای دست را روبه‌زمین می‌کنیم. نخهائیکه زیر انگشتهای نشانه بودند، اکنون به آن قلاب می‌شوند. انگشتها را با دقت‌باز می‌کنیم‌وسپس دستها را از هم دور می‌کنیم. تمام اینها راگسترش شکل گوئیم. در بخـش بعد، بویژه، برای ساختن شکل دولوزی دوباره گسترش شکل را بررسی می‌کنیم. پس از تمرین مختصر تمام‌حرکتها به‌طور پیوسته پشت‌سرهم انجام می‌شوند.

۷-۱ شکل دولوزی: باآغاز A شروع می‌کنیم وشستها را رهامی‌کنیم. شستها را روی نخهای یك، دو، سه وزیر نخ چهار می‌بریم. با شستها نخ چهارا برمی‌داریم ودستها رابحال عادی برمی‌گردانیم.



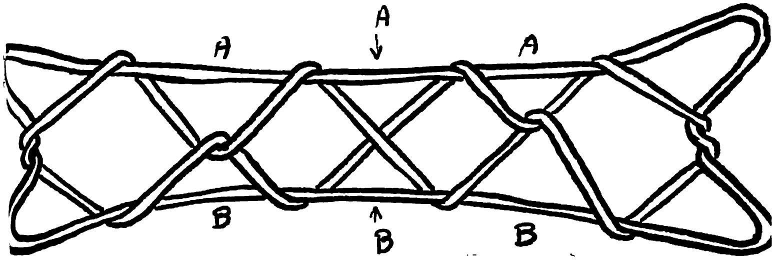
شکل ۹

سپس تعویض راست وتعویض‌چپ می‌کنیم. آنگاه مثلث‌گیری‌می‌کنیم وشکل راگسترش می‌دهیم (شکل۹).

دوباره متذکر می‌شویم‌که برای گسترش شکل دقت زیاد لازم است. پس ازمثلث‌گیری، انگشتهای نشانه را به‌کف دست فشار می‌دهیم تا اینکه آرنجها رابالاببریم وکفهای دست رو به زمین شود. آنگاه انگشتها را دراز می‌کنیم: سپس دستها رااز هم‌دور می‌کنیم.

۸-۱ نردبان یعقوب: ایـن شکل چهارلوزی‌داردو دربیشتردنیا شناخته شده است. باآغاز A شروع می‌کنیم و شستها را رها می‌کنیم. شستها زیر تمام‌نخهامی‌روندوباآن کف‌دستهارابه‌طرف‌بیرون‌می‌بریم که کارآسانترشود. با

شستها نخ چهارم را می گیریم و آنرا از زیر همهٔ نخها به داخل می آوریم. سپس شستها را روی نخ دوم و زیر نخ سوم می گذاریم. نخ سوم را با شستها برمی داریم و دستها را به حال عادی در می آوریم. آنگاه انگشتهای کوچك را رها می کنیم. اکنون انگشتهای کوچك را روی نخ چهارم و زیر نخ سوم می بریم. با انگشتهای کوچك نخ سوم را برمی داریم دستها را به حال عادی می آوریم. شستها را رها می کنیم. شستها را روی نخ یك، نخ دو و زیر نخ سه می بریم. با شستها نخ سوم را برمی داریم و دستها را به حال عادی می آوریم اکنون مثلث گیری می کنیم و شکل را گسترش می دهیم (شکل ۱۰). به این ترتیب نردبان یعقوب یا شکل چهارلوزی بدست می آید.



شکل ۱۰

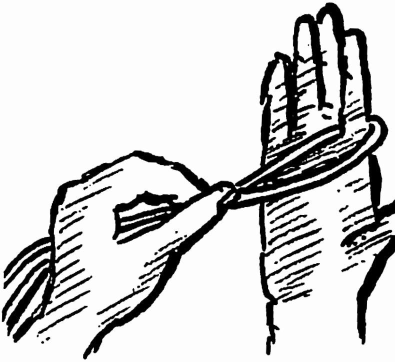
۹-۱ بازکردن شکل: برای اینکه نخ گره نخورد شکل را روی زمین می گذاریم. درشکل ۹ و ۱۰ بعضی نقاط را با A نمایش داده‌ایم و برخی را با B: یك A و یك B که روبه‌روی هم‌اند می گیریم و می کشیم. به‌این ترتیب نخ بدون گره خوردن بحالت اولش برمی گردد.

۱۰-۱ تاب بیرون و تاب درون: تاب بیرون یك انگشت شامل دو قسمت است. به‌عنوان مثال تاب بیرون را برای نخ انگشت نشانهٔ راست شرح می‌دهیم:

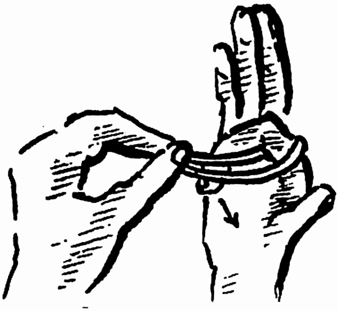
I- با شست و انگشت نشانه دست چپ دو سر نخ دور انگشت نشانهٔ راست را نگاه می‌داریم (شکل ۱۱).

II. سرانگشت نشانهٔ راست را به طرف بیرون روی نخ بیرونی این انگشت می بریم.

سپس انگشت نشانهٔ راست را از زیر هردو نخ این انگشت به‌طرف



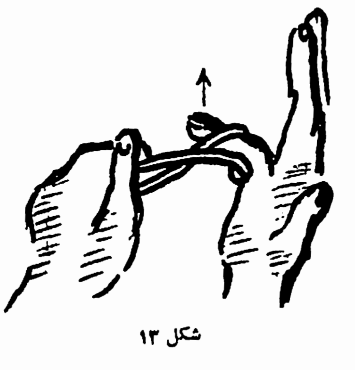
شکل ۱۱



شکل ۱۲

درون می‌آوریم (شکل ۱۲). آنگاه این انگشت رااز طرف درون دونخ به حالت عادی برمی‌گردانیم. روشن است که تاب رامی‌توان به‌نخ هر انگشت داد.

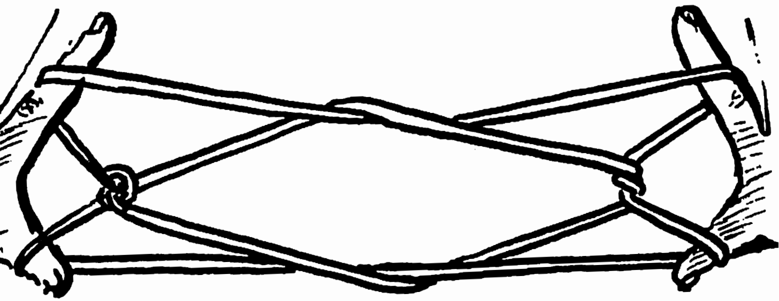
تاب درون بسیار شبیه تاب بیرون است، فقط انگشت را به‌طرف درون می‌آوریم واز زیردونخ انگشت به‌طرف بیرون می‌بریم. سپس انگشت را به‌حالت عادی برمی‌گردانیم (شکل ۱۳).



شکل ۱۳

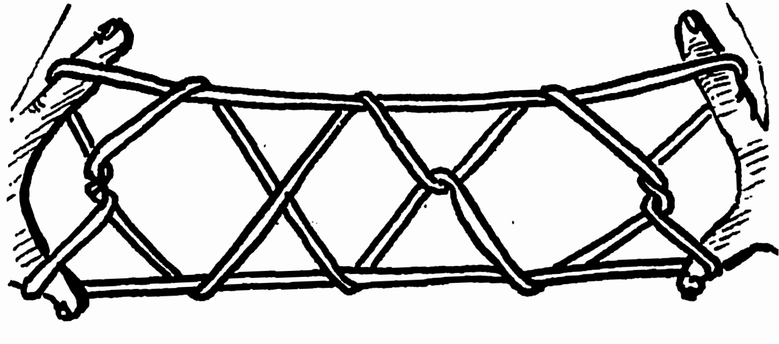
۱۱- ۱- شکل با یك لوزی: با آغاز A شروع می‌کنیم. شستها را رها می‌کنیم. شستها را روی نخ یك، نخ دو، نخ سه و زیر نخ چهار می‌بریم. با شستها نخ چهار را بر می‌داریم و دستها را بحالت عادی بر می‌گردانیم. آنگاه به

انگشت نشانه وشست راست تاب درون می‌دهیم و سپس تعویض راست و تعویض چپ ومثلث گیری می‌کنیم. آنگاه شکل را گسترش می‌دهیم. بهمین ترتیب شکل بایك لوزی بدست می‌آید (شکل ۱۴)



شکل ۱۴

۱۲-۱ شکل سه‌لوزی: باآغاز A شروع می‌کنیم وشستها را رهامی‌کنیم شستها را روی نخ یك، نخ‌دو، نخ‌سه وزیر نخ‌چهار می‌بریم. با شستها نخ چهاررا برمی‌داریم. آنگاه به‌انگشت نشانه‌وشست چپ تاب‌بیرون‌می‌دهیم. سپس تعویض راست و تعویض چپ می‌کنیم. آنگاه مثلث گیری می‌کنیم و شکل راگسترش می‌دهیم (شکل۱۵). به‌این ترتیب شکل باسه‌لوزی‌حاصل می‌شود.



شکل ۱۵

۲. روش‌نمادی: هرگاه‌انگشتها وحرکات رابانمادها نشان‌دهیم وچند علامت دیگر به‌آن اضافه‌کنیم، برای شکلهای بانخ‌می‌توان‌فرمول‌نوشت.

۲-۱ نماد انگشتها: به‌انگشتها علامتهای زیررا نسبت می‌دهیم:

شست } راست A_1 ، چپ A_2

انگشت‌نشانه } راست B_1 ، چپ B_2

انگشت‌میانه } راست C_1 ، چپ C_2

انگشت‌حلقه } راست D_1 ، چپ D_2

انگشت کوچك } راست E_1 ، چپ E_2

هرگاه‌دوانگشت نظیر را به‌کار ببریم آنرا با یك‌حرف نمایش‌می‌دهیم مثلا A یعنی شستها، B یعنی دوانگشت‌نشانه، ...

۲-۲ نماد نخها: نخها رابا x نمایش مـی‌دهیم و شـمار آنرا زیر آن می‌نویسیم [۱-۱]؛ مثلا x_1،x_2 و... یعنی نخ اول، نخ دوم و...

۲-۳ نماد حرکتها: حرکات را با علامتهای زیرنمایش می‌دهیم:

آغاز A...a — تعویض راست...b_1

تعویض چپ...b_2 — تاب بیرون...c_1

تاب درون...c_2 — مثلث‌گیری...۳

گسترش شکل...d — برداشتن یك نخ...e

رهاکردن انگشت...h — به‌حالت عادی‌در آوردن دست...k.

۲-۴ رابطه بین انگشتها و حرکتها: هر گاه حـرکتی را برای نخی انجام دهیم، نماد حرکت‌را پیـش از نماد نـخ می‌نویسیم. مثلا (ex_4) یعنی نخ چهارم رابرمی‌داریم. هرگاه حرکت را با انگشتی انجام دهیم، نماد انگشت رااول می‌نویسیم، بعدازآن یك نقطه «.» می‌گذاریم وسپس حرکت ونخ را رامی‌نویسیم. مثلا، $(A.ex_4)$ یعنی باشستها نخ چهارم را برمی‌داریم.

هرگاه حرکتی را روی یك انگشت انجام دهیم، اسم انگشت رامی‌نویسیم، بعدازآن یك دونقطه«:» می‌گذاریم وسپس حرکت را می‌نویسیم. مثلا $(B_1:C_2)$ یعنی به‌انگشت نشانه راست یك‌تاب درون می‌دهیم.

علامت «+» را برای رو و علامت «−» را برای زیریك نخ بکار می‌بریم.

مثلاً $(E+x_4-x_3)$ یعنی انگشتهای‌کوچك را روی نخ چهارم و زیر نخ سوم می‌بریم.

۲-۵ فرمولها: یك فرمول عبارتست از یـك رشته نمادها که با «و»

به‌هم متصل شده‌اند و با «.» ختم می‌شوند. مثلاً:

$$a \text{ و } A:h \text{ و } A+x_1+x_2-x_3-x_4.$$

یعنی باآغاز A شروع می‌کنیم وشستها را رها می‌کنیم. سپس شستها را روی نخ یك، نخ دو و زیر نخ سه و نخ چهار می‌بریم.

اکنون فرمول شکلهائیکه تاکنون شرح داده‌ایم می‌نویسیم.

Iـ شکل یك لوزی:

$$a \text{ و } A:h \text{ و } A+x_1+x_2+x_3-x_4 \text{ و } A.ex_4 \text{ و } k_1B_1:C_2 \text{ و } A_1: c_2 \text{ و } b_1 \text{ و } b_2 \text{ و } \text{۳} \text{ و } d.$$

IIـ شکل‌دولوزی:

$$a \text{ و } A:h \text{ و } A+x_1+x_2+x_3-x_4 \text{ و } A.ex_4 \text{ و } k \text{ و } b_1 \text{ و } b_2 \text{ و } \text{۳} \text{ و } d.$$

IIIـ شکل سه‌لوزی:

$$a \text{ و } A:h \text{ و } A+x_1+x_2+x_3-x_4 \text{ و } A.ex_4 \text{ و } k \text{ و } B_2:C_1 \text{ و } A_2: c_1 \text{ و } b_1 \text{ و } b_2 \text{ و } \text{۳} \text{ و } d.$$

IVـ شکل چهارلوزی:

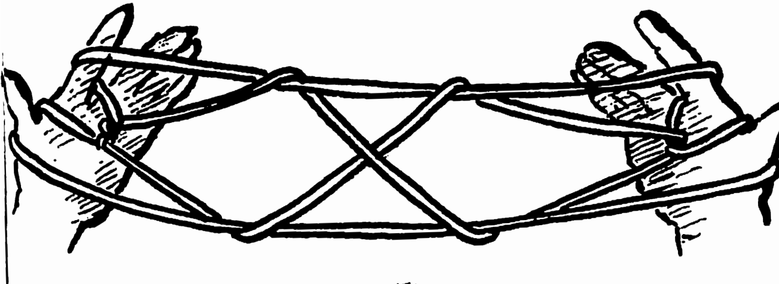
$$a \text{ و } A:h \text{ و } A-x_1-x_2-x_3-x_4 \text{ و } A:ex_4 \text{ و } k \text{ و } A+x_2-x_3 \text{ و } A.ex_3 \text{ و } k \text{ و } E:h \text{ و } E+x_4-x_3 \text{ و } E.ex_3 \text{ و } k \text{ و } A:h \text{ و } A+x_1+x_2-x_3 \text{ و } A.ex_3 \text{ و } k \text{ و } b_1 \text{ و } b_2 \text{ و } \text{۳} \text{ و } d.$$

شخص می‌تواند فرمولهائیکه قابل امکان باشد بنویسد وشکلهای‌تازه کشف‌کند. مثلا

$$a \text{ و } A:h \text{ و } A+x_1-x_2-x_3-x_4 \text{ و } A.e\,x_4 \text{ و } k \text{ و } b_1 \text{ و } b_2 \text{ و } \text{۳} \text{ و } d.$$

فرمول‌دیگری برای شکل دو لوزی است.

استقراء شکلهای بانخ: دراین‌قسمت بیان می‌کنیم‌که چگونه‌می‌توان شکلی باعده‌ای دلخواه لوزی ساخت. این عمل چندین روش دارد. چون‌با



شکل ۱۶

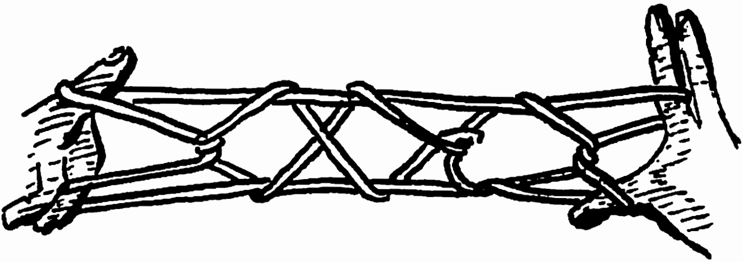
فرمول می‌شود آنرا بررسی کرد سعی می‌کنیم که آنچه تاکنون در این‌باره پیداشده است متذکر شویم.

برای اینکه هرمرحله استقراء را به مورد عمل بگذاریم باید دستها را به‌آهستگی بچرخانیم که کف آنها را ببینیم (شکل ۱۶). استقراءرادرباره هرشکل بالوزی می‌توان به‌کار برد.

۳-۱ استقراء یك‌به‌یك: یك شکل بالوزی رادر نظر می‌گیریم وآنرا X می‌نامیم. برای مثال دربخشهای استقراء شکل دو لوزی را X گرفته‌ایم. فرض کنیم که مثلث‌گیری طرف دست راست’۳ باشد. فرمول زیر را در نظر می‌گیریم

X و $B_{۱}:c_{۱}$ و $t_{۱}$ و ’۳ و d.

می‌بینیم که شکل تاب‌می‌خورد. هرگاه دست‌چپ را بچرخانیم،شکلی که یك لوزی بیشتر از شکل X دارد بدست می‌آید (شکل۱۷). می‌توان



شکل ۱۷

نخهائیکه به‌شست وانگشت نشانهٔ چپ‌اند باهم جابه‌جا کرد که دست چپ به‌حال طبیعی برگردد. سپس استقراء را ادامه داد. ولی این‌از لحاظ بازی زیاد جالب نیست.

۳-۲ استقراء دو به‌دو: فرض کنیم که X یك شکل بالوزی باشد. سپس

X و $B_{۱}:c_{۱}$ و $B_{۲}:c_{۱}$ و $b_{۱}$ و $b_{۲}$ و ۳ و d.

شکلی که دولوزی بیشتر دارد بدست می‌آید (شکل ۱۸).

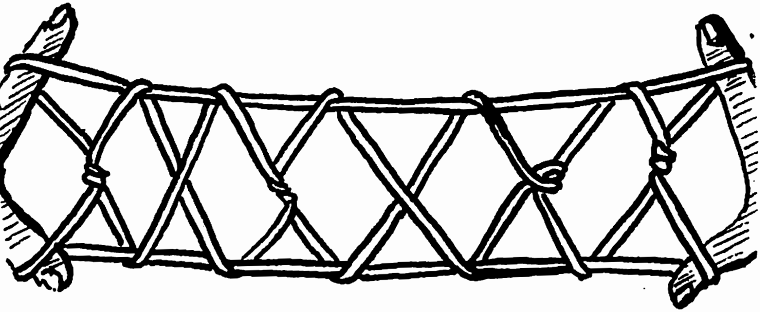
۳-۳ استقراءسه به‌سه: بازشکل X بخشهای ۱-۳ و۲-۳ رادر نظرمی‌گیریم وفرمول‌زیررا می‌نویسیم:

X و $۲(B_{۱}:c_{۱})$ و $A_{۱}:c_{۱}$ $B_{۲}$ و $c_{۱}$ و $b_{۱}$ و $b_{۲}$ و ۳ و d. (۱)

به‌این‌ترتیب‌شکل باسه‌لوزی بیشتر از X بدست می‌آید (شکل ۱۹)

به‌جای فرمول (۱) می‌توان فرمول زیر رابه‌کار برد

X و $۲(B_{۲}:c_{۱})$ و $A_{۲}:c_{۱}$ و $B_{۱}:c_{۱}$ و $b_{۱}$ و $b_{۲}$ و ۳ و d. (۲)



شکل ۱۸

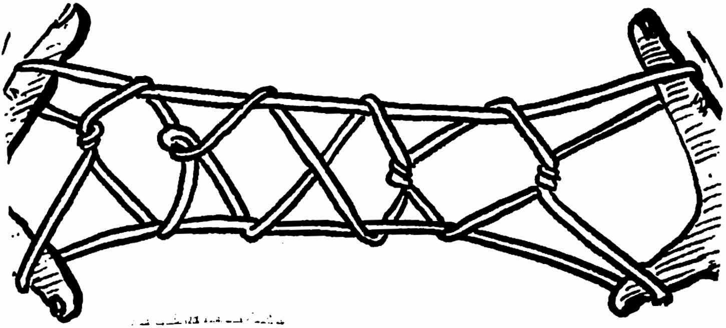
برای ادامه می‌توان یکبار (۱) و سپس (۲) را به کار برد و به‌این ترتیب پیش‌رفت.

۴-۳ استقراء چهار به‌چهار: دوباره X را که یك شکل با لوزی است درنظرمی گیریم، فرمول استقراء چهاربه‌چهار می شود:

X و $2(B_1:c_1)$ و $A_1:c_1$ و $2(B_2:c_1)$ و $A_2:c_1$ و b_1 و b_2 و $3d$.

ازاینروشکلی باچهارلوزی بیشتر از X بدست می‌آید (شکل ۲۰) و همچنین می‌توان فرمول زیر را به کار برد:

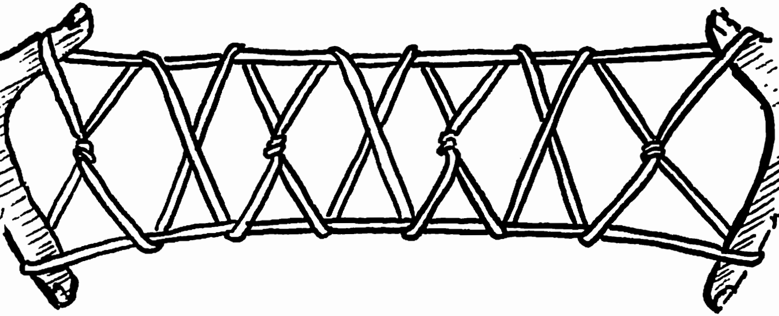
X و $A_1:c_2$ و A_2 و c_2 و b_1 و b_2 و $3d$.



شکل ۱۹

این فرمول رابایدخیلی بادقت انجام داد. گاهی شخص درست موفق نمی‌شود.

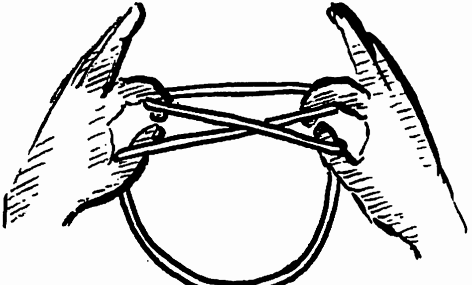
۴- بعضی شکلهای جالب: خواننده ملاحظه می کند که بقدر کافی نماد



شکل ۲۰

نداریم که همه‌یا بیشترشکلهای بانخ‌رابسازیم. این‌خودبرای خواننده جا باز می‌کندکه باابتکارش فرمولهای تازه و نمادهای تازه پیداکند. دراین قسمت فقط نمونه‌ای ازاین شکلها بررسی می شود.

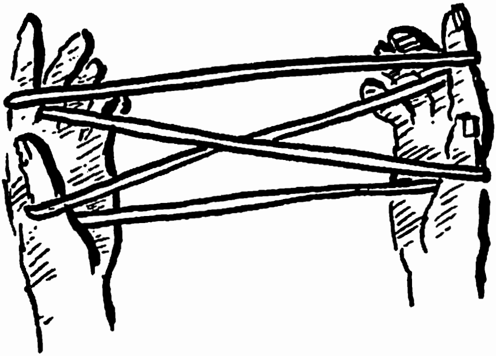
۴-۱ آغاز ناواهو (Navajo): بسیاری ازشکلهای نخ‌بازی باآغازناواهو شروع‌می‌شود. بانخ‌شکلی‌مانند هشت‌فرنگی‌درست می کنیم. سپس‌انگشتهای نشانه را درحلقهٔ بالا وشستها را دز حلقهٔ پائین می گذاریم (شکل۱) . آن گاه دستها را از یکدیگر جدا می‌کنیم. پس از آن دستها را می‌چرخانیم به حالت عادی برگردند. (شکل ۲۲)



شکل ۲۱

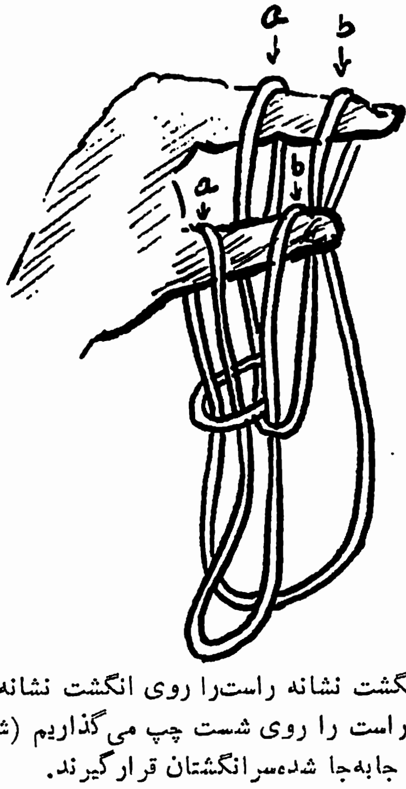
اینرا آغاز ناواهوگوئیم وآنرابا N نمایش می‌دهیم.

۴-۲ دوران یك‌شکل: فرض‌کنیم X یك شکل بانخ باشدکه انتهای‌نخها



شکل ۲۲

دور انگشتهای نشانه و شستها باشند، مثل آغاز ناواهو یا یك شکل لوزی دار. دوران یك شکل یعنی آنرا ۹۰ درجه نسبت به انگشتهائی که آنرا نگاهداشته اند بچرخانیم. این دوران به‌قرار زیر است:

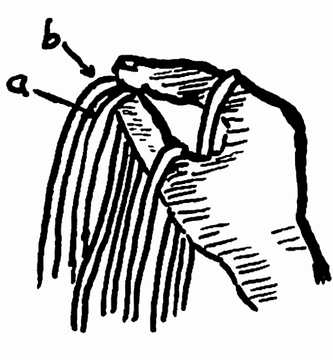


شکل ۲۳

*1*ـ نخ دورانگشت نشانه راست‌را روی انگشت نشانه چپ‌می‌گذاریم همچنین نخ شست راست را روی شست چپ می‌گذاریم (شکل ۲۳). باید دقت‌کرد که نخهای جابه‌جا شده‌سر انگشتان قرار گیرند.

شکل ۲۴

11- درشکل۲۳ نخهارابا a وb نمایش داده‌ایم؛ a نمایش‌نخهائیست که قبلا روی دست چپ بوده‌اند وb نمایش نخهائیست‌که از دست‌راست به دست چپ‌آورده‌ایم. شست راست را درون a که روی شست است وانگشت نشانه را درون bکه روی شست است می‌بریم (شکل ۲۴). به‌این‌ترتیب‌با دست راست این دوحلقه نخ را برمی‌داریم. اکنون باشست وانگشت نشانه راست دونخ a وb دست چپ رانگاه می‌داریم (شکل ۲۵) باید دقت‌کردکه



شکل ۲۵

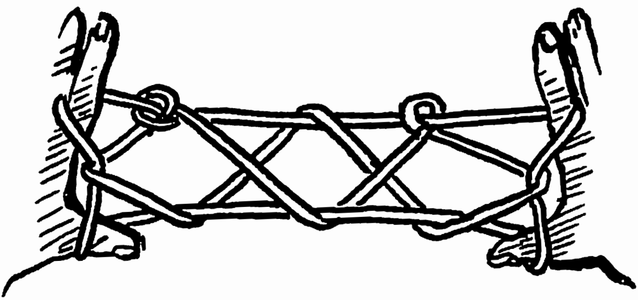
a و b جابه‌جا نشوند. آنگـاه انگشت نشانه چپ را درون b و شست چپ را درون a قرار می‌دهیم واین دونخ را برمی‌داریـم. سپس دستها را بحال

عادی می‌آوریم. نتیجه را دوران X گوئیم وآنرا با r نمایش می‌دهیم. هر گاه r ۴ رادر نظـر بگیریم، شکل به‌محل اولش برمی‌گردد. خواننده برای امتحان دقت‌خود می‌تواند ببیندکه پس از $4r$ شکل را به هم زده است‌یانه.

۴-۳ جت (Jet): فرض‌می‌کنیم که X یك شکل بایك لوزی‌باشد. فرمول زیر رادرنظرمی گیریم

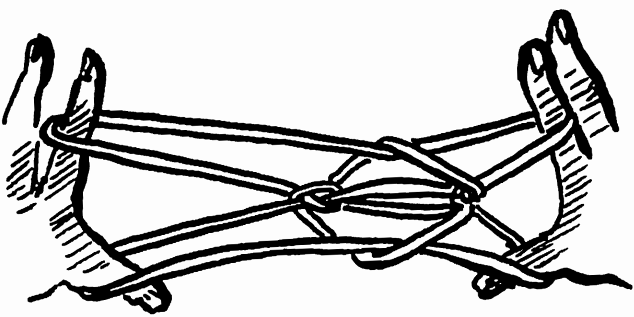
X و b_1 و b_2 و d.

یك‌شکل بـا سه لوزی بدسـت می‌آید که باشکلهای قبل فرق دارد (شکل۲۶).



شکل ۲۶

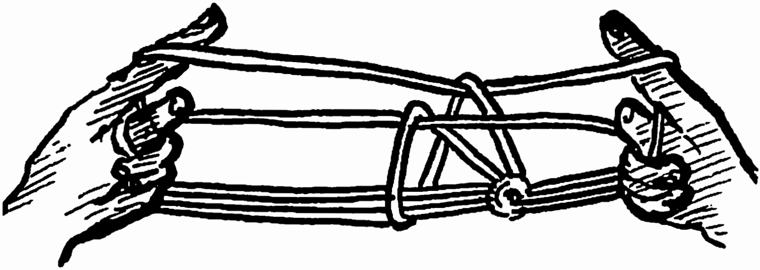
اکنون اگر فرمول X و b_1 و b_2 و d و r و d، را در نظر بگیریم، شکـل جالبی پیدا می‌شودکه‌آنرا جت می‌نامیم (شکل ۲۷)



شکل ۲۷

۴-۴ پروانه: یکی از شکلهای زیبای بانـخ پروانه است. فرمول آن بسیار ساده است:

N و $B_1:4(c_1)$ و $B_2:4(c_1)$ و b_1 و b_2 و r و d.



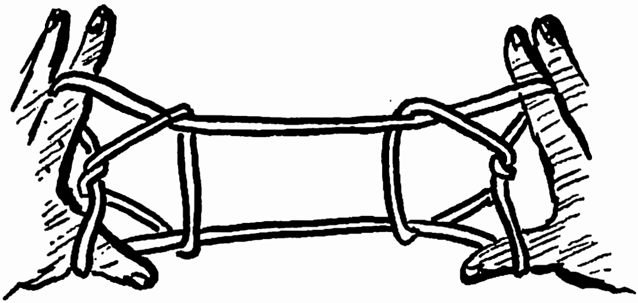
شکل ۲۸

برای اینکه پروانه بهتر نشان داده شود دونخ پایین رابادستها پایین نگاه می‌داریم. (شکل۲۸)

۵-۴ مستطیل ودوران آن: مستطیل را با روش ساده‌ای می‌توان‌ساخت. ولی برای نوشتن فرمول C ساختن آنراکمی طولانی می‌کنیم:

a و $A:h$ و $E:h$ و $E-x_2$ و $E.ex_2$ و $A+x_1-x_2$ و $A.ex_2$ و b_1 و b_2 و ۳ و d.

به‌این ترتیب مستطیل بدست می‌آید (شکل ۲۹).



شکل ۲۹

هر گاه نخ کوتاه‌تری بگیریم، شکل بهتری بدست می‌آید.

فرض کنیم که X مستطیل باشد. سپس d. و r و X شکل جالبی می‌شود.

برای تفریح، خواننده می‌تواند فرمولهای چیزهائیکه ساخته است بنویسد.

منابع

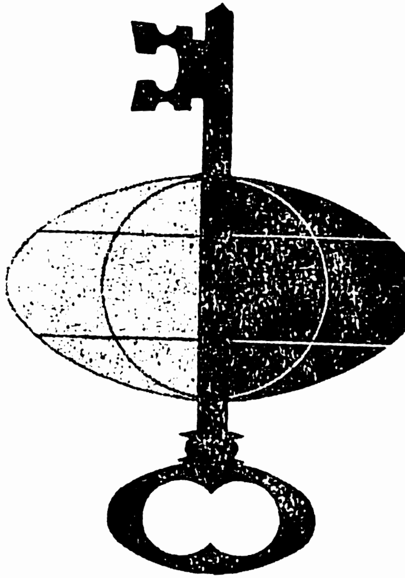
1. Ali R. Amir- Moez , Classes Résidues et Figure avc Ficelle Lafayette, Printing Co. Lafayette, Indiona (1968).
2. Ali R. Amir- Moez' J. D. Hamilton, Art and mathematics of string figures, J. Rec mathematics, 7 (1), PP23-34, (1974)
3. W.W. Rouse Ball, Fun with string figure, Dover Publications Inc. New york (1971)
4. Crrolino Furness gane ,string figure and how to make Them Dover pabllications Inc. New york, (1962)

۱. ناگزیری به‌کارگرفتن ریاضیات

اختر شناسی و فیزیك، بیش از دیگر دانشها، ما را قانع می‌کند که روشهای ریاضیات در مورد آنها، نه‌تنها وسیله‌ای‌برای محاسبه، بلکه یکی از راههای اساسی‌شناخت و نفوذ در ماهیت قانونهایی است که درآنجا مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در زمان ما، به‌ریاضی درآوردن دانش، موفقیتهای زیادی پیدا کرده است. بسیاری ازشاخه‌های دانش، که تا همین گذشتهٔ نزدیك، بی‌نیاز از روشهای ریاضی به‌نظر می‌رسیدند، امروز، مصرانه و به‌سرعت، گذشته را تلافی می‌کنند. البته، علت این امر، در مرحلهٔ نخست، اینست که دیگر تنها بررسی کیفی نمودهای طبیعی، یا روندوهای اقتصادی، صنعتی و غیر آن، نه از جهت روانی ونه از جهت علمی، نمی‌تواند قانع‌کننده باشد.

درواقع، بدون تحلیل دقیق کمی قانونهای دانش، نمی‌توان از

آنها برای پیش‌بینی و جهت‌دادن به‌ادارهٔ کار، استفاده کرد. مثلا، فرض کنیدکه بخواهیم یك سفینه برای بررسی وضع مریخ، به‌فضا بفرستیم، و با روشهای ریاضی مکانیك هم آشنا نباشیم. بدون این روشها، چگونه می‌توانیم سرعت نخستین سفینه را محاسبه کنیم؟ چگونه می‌توانیم، مسیر حرکت‌را، برای رسیدن به باصرفه‌ترین حالت مصرف سوخت، پیدا کنیم؟ چگونه می‌توانیم، جهت حرکت رامحاسبه کنیم؟ از اینگونه پرسشها، می‌توان به تعداد بیشماری مطرح کرد. و اگر بخواهیم تنها با تجربه و مشاهده، پاسخی برای آنها پیدا کنیم، روشن است که به‌جایی نخواهیم رسید. واین، ازویژگی‌های آدمی است‌که هروقت با چنین موقعیتی مواجه می‌شود، می‌کوشد تا برآن غلبه کند و به بهترین شکل اداره کردن آن‌دست یابد. برای‌خودکار کردن جریان‌های تولید، بدون تحلیل منطقی و



ریاضی، نمی‌توان دخالت عاقلانه و حساب شده‌ای درآن کرد، نمی‌شود به‌طور جدی‌زمان این‌دخالت و یا میزان و نوع آنرا تشخیص داد. دستورهایی از نوع: سوپ را تا آماده شدن بجوشانید، یا «پیچ را تاجایی که ممکن است، محکم کنید»، برای سروصورت دادن به مدیریت، کافی نیست. دستور باید «قابل فهم» و مشخص باشد. مدیریت هم تنها وقتی مفهوم است که دستورها، دقیق باشد و ضمناً با زبانی بیان شود که برای سازمان او، قابل درك باشد. به‌همین علت است که درنتیجهٔخودکارشدن، نیاز صنعت به‌ریاضیات روزبه‌روززیادتر می‌شود ولزوم‌تنظیم فصلهای‌تازه‌ای در ریاضیات، و پیداکردن روشهای تازه‌ای برای بررسی مساله‌هایی که دایم به‌وجود می‌آیند، احساس می‌شود. و به‌این ترتیب، خودکارکردن، بارشته‌های محکمی، پیشرفت صنعت را به ریاضیات مربوط کرده است.

مقام ریاضیات را در دانشهای دیگر و در صنعت، نمی‌توان یکبار برای همیشه معین کرد، زیرا، بستگی بین آنها، بسیار پیچیده و متغیر است. در زمان ما، آگاهی‌های مربوط به‌دانش و نتیجه‌هایی که از تجربهٔ عملی بدست می‌آید، به‌سرعت زیاد می‌شود، و روشن است که خود ریاضیات هم، در جای خود نمی‌ایستد. این حکم کلی، که دانش مطلق وجودندارد و آگاهیهای ما ازطبیعت، به‌تدریج ومرتب، به‌حقیقت واقع، نزدیکتر می‌شود، در مورد بستگی بین ریاضیات، با دیگر شاخه‌های دانش و فعالیتهای صنعتی هم، درست است.

دربارهٔ کاربرد روزافزون ریاضیات در صنعت و دانشهای دیگر و به‌ریاضی درآوردن آنها نکتهٔ بسیار مهمی وجود دارد که اغلب فراموش می‌شود. به‌ریاضی درآوردن دانش و فعالیت علمی، این نیست که بتوانیم آزمایش و مشاهده را از روند معرفت حذف

کنیم: بلکه به‌این معناست که براساس آگاهیهایی‌که از راه آزمایشهای قبلی وقانونهای معلوم، بدست آورده‌ایم، بتوانیم به‌شرایط آغازی قابل‌قبولی‌برسیم وبرمبنای آنها نتیجه‌های دقیقی بگیریم و روشهایی به‌وجودآوریم‌که به‌کمك آنها، رسیدن به‌هدفهایی که به‌طور مستقیم و از راه آزمایش میسر نمی‌شود، ممکن باشد.

هدف به‌ریاضی درآوردن نظریه‌های موجود، تنها این نیست که بشود به‌کمك دستورهای دقیق، به‌توضیح و بیان آگاهیهای جمع شده پرداخت، بلکه به‌این منظور هم هست‌که بتوانیم پدیده‌های تازه‌ای را پیش‌بینی کنیم. اگر این پیش‌بینیها، درست از آب درآید، موقعیت نظریه تحکیم می‌شودو راه خودرا، برای نتیجه‌گیریهای‌بعدی، ادامه می‌دهد. ولی، مادام که نظریهٔ ریاضی، تنها به‌طور تقریبی، یك‌پدیدهٔ واقعی را توضیح بدهد، ناگزیر سرانجام به‌جدائی بین‌نظریه و واقعیت، منجر می‌شود. معلوم می‌شودکه بعضی نتیجه‌هایی که از نظریهٔ ریاضی بدست‌می‌آید، ضمن تجربه، مورد تایید قرار نمی‌گیرد و یا بعضی ازحقایق‌تجربی، قابل توضیح‌به‌وسیلهٔ نظریهٔ موجودنیست واین، نشانهٔ آنست‌که نظریهٔ ما نارساست وباید درمبانی وموقعیت آن، که قبلا محکم‌وپایدار به‌نظر می‌رسید، تجدید نظر کرد، باید نظریهٔ تازه‌ای ساخت‌که نه‌تنها حقایقی‌را، که به‌وسیلهٔ نظریهٔ قدیمی قابل توضیح نبود، دربر بگیرد، بلکه شامل همهٔ جنبه‌های مثبت نظریهٔ قبلی هم باشد.

به‌ریاضی درآوردن دانش و صنعت، تنها به‌این معنا نیست که فلان شاخهٔ دانش باید استفاده از روشها و نتیجه‌های حاضر و آمادهٔ ریاضی را آغازکند، بلکه به‌معنای آغاز جستجوی یك دستگاه ریاضی خاصی است‌که بتواند به‌کاملترین وجه ممکن، مجموعهٔ پدیده‌هایی راکه‌مربوط به‌شاخهٔ‌موردنظرماست، توضیح دهد. معمولا چنین‌دستگاه ریاضی ازپیش وجود ندارد و باید ساخته شود. مثلا، آنالیز ریاضی را از این نمونه دستگاهها می‌توان دانست، که پیدایش آنرا مدیون نیازی هستیم که برای بیان ریاضی قانونهای حرکت به‌وجود آمده بود. شبیه این وضع، وقتی پیش آمد که برای پیداکردن بهترین راه استفاده از منابع، نیاز به‌وجود روشهای ریاضی احساس شد. این مسالهٔ عملی ،علت به‌وجود آمدن نظریه‌های ریاضی، مثل برنامه ـ ریزی خطی و غیر خطی و غیر آن شد.

فعالیتهای علمی انسان، جریانی بی پایان است، و همراه با آنها، روشهای ریاضی هم تکامل می‌یابد و پیش می‌رود، زیرا ترقی دانش و صنعت، یکی ازانگیزه‌های اساسی ترقی خود ریاضیات است. البته، ما از این راز اطلاعی نداریم که چگونه می‌توان با پیشرفت دادن به ریاضیات، برای ترقی علوم‌طبیعی، صنعت، اقتصاد، زبانشناسی و جنبه های دیگر تکامل جامعه، راه را باز کرد. باوجود این، می‌توان به‌طورکلی گفت که، ترقی ریاضیات کاربسته، باتکامل پیشگام ریاضیات نظری، بستگی ناگسستنی دارد، ولی خود تقسیم ریاضیات به‌دوشاخهٔ کاربسته و نظری، مفهوم اولیهٔ خود را ازدست می‌دهد،زیرا می‌توان تاکید کرد که هیچ حکم ریاضی وجودندارد که نتوان کاربردی ازآن، در مسالهٔ مهمی از صنعت و یا طبیعت پیداکرد.

۳. ریاضیات کاربسته، درطول زمان

درطول تمامی تاریخ علوم طبیعی، به‌کرات، محتوی، حجم و خصلت ریاضیات و همراه باآن تصورمربوط‌به‌ماهیت‌ریاضیات کار بسته، دچار تغییرشده‌است. دراین وضع،هیچ‌چیزشگفت‌آوری وجود ندارد، زیرا، همانطورکه انسان به ذخیرهٔ دانش خود می‌افزاید و آگاهی خود را از طبیعت عمیقتر می‌کند وبه‌همان اندازه، که‌وسایل وابزارکار تغییر می‌کند، ناچار می‌شود که‌از روشها و امکانات ریاضی تازه‌ای، برای‌بیان روندها ونمودهای موردعلاقه‌اش، استفاده کند.

درزمانهای دورگذشته، وقتی که‌تازه تصوراتی دربارهٔ شکلهای هندسی به‌وجود می‌آمد، وقتی‌که نخستین قانونهای مربوط به‌حساب شکل می‌گرفت، تمامی ریاضیات، کاربسته بود. از آن زمان، باید دورانی بسیار طولانی می‌گذشت‌تا ریاضیات به‌دوشاخهٔ نظری و کاربسته، تقسیم شود. این تقسیم‌بندی، در مکالمه‌های **افلاطون**، به‌روشنی دیده می‌شود. ولی، در این دوره، ریاضیات کاربسته به‌معنای وسیله‌ای برای‌استفاده ازآگاهیهای‌مشخصی درموقعیتهای مشخصی، گرفته‌می‌شد. البته، موردهایی هم وجود داشت‌که به‌خاطر نیازهای عملی، حرکت تازه‌ای هم در اندیشهٔ ریاضی به‌وجود می‌آمد. به‌عنوان مثال، کافی است، به‌وجود آمدن مقدمات هندسهٔ کروی را، که با بررسیهای‌اخترشناسی بستگی‌داشت، به‌خاطر بیاوریم.

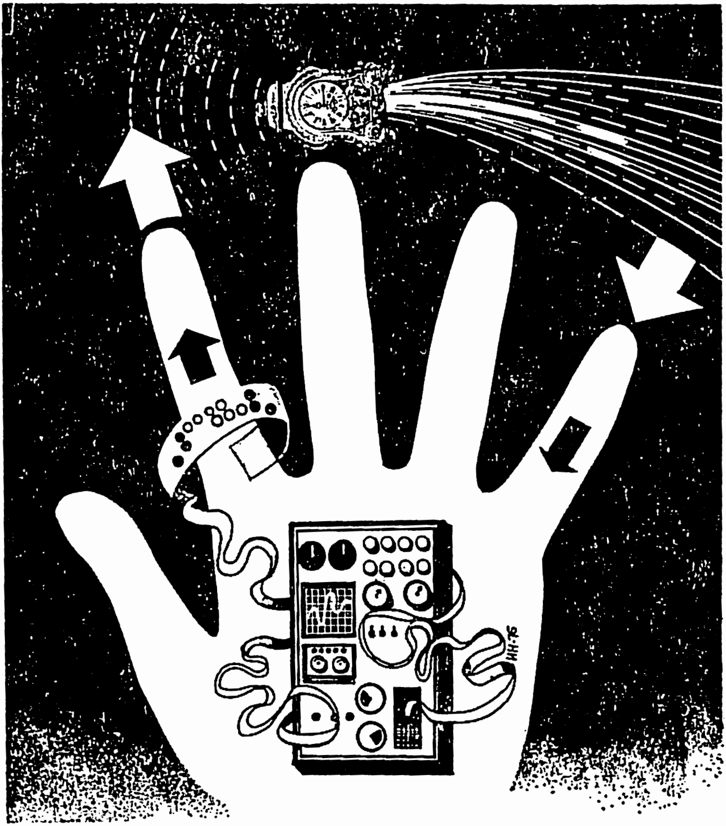
پیدایش آنالیز ریاضی، زرادخانهٔ وسایل ریاضیات کاربسته را، تا حد زیادی غنی کرد. سده‌

های هیجدهم و نوزدهم، تحت لوای آنالیز ریاضی گذشت، که به‌حق به‌عنوان وسیله و زبان اصلی دانشهای طبیعی این دوره به‌شمار می‌رفت. ولی، در اواخر سدهٔ هیجدهم، تصور دربارهٔ ساختمان مولکولی ماده شکل گرفت وضمناً اساس نظریهٔ کمی خطای باصره، پی‌ریزی شد. این مساله‌ها، و هم‌چنین مساله‌های مربوط به بیمه و سرشماری، تصور کاملا متفاوتی را دربارهٔ اندیشه‌ها و روشهای ریاضی ایجاب می‌کرد و ازهمانجا،مقدمات آمارریاضی و نظریهٔ احتمالات، به وجود آمد. **داوید هیلبرت**، درمرز بین سده‌های نوزدهم و بیستم، در مقالهٔ مشهوری که مساله‌های حل نشدهٔ‌اساسی‌ریاضیات‌را ذکرمی‌کند، نظریهٔ احتمالات را، مربوط به فیزیك می‌داند.

سدهٔ بیستم، تصور دربارهٔ ریاضیات کاربسته را، به‌شدت دگرگون‌کرد. همهٔ جنبه‌های تفکر ریاضی این سده ــ نظریهٔ تابعهای با متغیر مختلط ، منطق ریاضی، جبر، آنالیز تابعی ــ کاربرد خود را در فیزیك، اقتصاد و صنعت بدست آورد. این اعتقاد پامی‌گیرد که خود ریاضی به‌دو شاخهٔ نظری و کاربسته، تقسیم‌نشده است، بلکه تمایل ریاضیدانان است که به‌خاطر روشی‌که در برخورد بامساله‌ها دارند، ریاضیات را به‌دو شاخهٔ

داوید هیلبرت ریاضیدان بزرگ آلمانی (۱۸۶۲-۱۹۴۳)

نظری ــ انتزاعی و کاربسته، تقسیم کرده است. برای بعضی از ریاضیدانان مسالهٔ اساسی دانش در اینست که بتواند دشواریهای مربوط به‌حل موضوعهایی را برطرف کند، که در برابر کوششهای نسلهای گذشته، تسلیم نشده‌اند. اینگونه مساله‌ها، بدون توجه به‌اینکه در عمل ویا حتی در مجموعهٔ‌ریاضیات چه نقشی دارند، خودبه‌خود ریاضیدانا ن‌را به‌طرف خود جلب می‌کند. گروه‌دیگری‌ازریاضیدانان از عمق بخشیدن به‌مبانی ساختمانی ریاضیات، به‌هیجان می‌آیند. اینها، چنان‌اشتیاقی به‌جلادادن مفهومهای اصلی و مرکزی ریاضیات دارندکه تمامی تلاشها وبررسیهای خود را



روی آن متمرکز کرده‌اند. گروه سوم، علاقه‌مند به‌بهتر کردن و پیشبرد روشهای بررسی هستند، و سرانجام، دانشمندانی وجود دارند که برای آنها، تنها هدف ریاضیات، کمك به‌عمل و مساله‌های عملی و تسریع حل آنهاست. این گروه ضمناً، برای آن قسمت ازریاضیات، که سرچشمهٔ نخستین اندیشهٔ مربوط به‌آن، به‌مسالهٔ مشخصی از زندگی و عمل بستگی داشته است، ارزش بسیار قایلند. تعمیم مساله را هم در این جهت می‌بینند که بتوان قانون‌هایی پیدا کرد که با تکیه برآنها، نه‌تنها یك مسالهٔ مشخص، بلکه مجموعه‌ای از مساله‌ها، قابل حل باشد. چنین برداشتی از ریاضیات، به‌خصوص برای پیشرفت دانش، اهمیت دارد. از چنین برخوردی با پیشرفت دانشها، نه‌تنها رشته‌های

عملی مورد نیاز بشر، بلکه خود ریاضیات نظری هم سود می‌برد، زیرا امکان جستجوی پژوهشهای به‌کلی تازه‌ای را به‌وجود می‌آورد که کشف آنها ازراه استدلالهای خالص ذهنی، ممکن نیست.

۳. ریاضیات کاربسته، راه‌گشای زندگی

یکی از روشنترین نمونه‌های نفوذ روشهای ریاضی را در رشته‌های جدید، در سیبرنتیك می‌توان دید. این فکر، که بتوان با آگاهیهایی که از موضوعهای‌مورد نظر بدست می‌آید، آنها را اداره کرد، همیشه موردعلاقهٔ سخنگویان رشته‌های گوناگون دانش بود. این فکر، بسیار ثمربخش بود و راه را برای استفاده از امکانات ریاضی در جنبه‌هایی از فعالیت آدمی باز می‌کرد، که بسیار دور از ریاضیات به‌نظر می‌آمدند. برای روشن شدن موضوع، داستان ماشین محاسبه‌ای راکه سالها پیش، برای تشخیص بیماری، در شهر کیف طرح‌ریزی شده بود، حکایت می‌کنم.

درآغاز سال ۱۹۵۶، مجمع پزشکان بیماریهای داخلی، از مهندس ی. آ. شکابار، متخصص ماشینهای محاسبه و من دعوت شد تا دربارهٔ امکانات ماشینهای‌محاسبهٔ امروزی و چگونگی کاربرد آنها درپزشکی، گزارشی تهیه کنیم. ما، به‌عنوان یکی از کاربردهای این ماشینها، تعیین بیماری داخلی‌بر-اساس معاینهٔ بیمار، و ضمناً، امکان جهت‌یابی خودبه‌خود معاینه‌ها و تجزیه وتحلیل بعدی را، نام‌بردیم. عکس‌العمل اولیهٔ پزشکان مشهور، کاملا منفی بود، زیرا خودفکر، در آن‌زمان‌به‌کلی‌غیرعادی به‌نظرمی‌رسید. با وجود این، پیشنهاد ما، موردتوجه ن. م. **آموسوف**، جراح نامی، قرارگرفت. تنها، بعدازآنکه ما به‌نتیجه‌های مثبتی رسیدیم و نخستین ماشین را برای شناختن بیماریهای قلبی ساختیم، از جانب بسیاری از متخصصین ــ چه متخصصین قلب و چه دیگران و منجمله روانشناسان ــ پیشنهادهایی برای همکاری‌دریافت داشتیم. طرحی‌که آن‌روزها به‌نظر ما می‌رسید، امروزکاملا به‌نتیجه رسیده است و هیچ‌چیز غیرطبیعی و متناقض با منطق، در آن دیده نمی‌شود. امروز، دیگر در تمامی جهان‌آزمایشگاههای بسیاری‌وجود دارد که درآنها، روی مساله‌هایی از این قبیل، به‌طور منظم کارمی‌کنند. همچنین، انجمن بین‌المللی پزشکی ــ سیبرنتیکی تشکیل شده است‌که درآن مشهورترین پزشکان متخصص درکنار دانشمندانی از دیگر رشته‌ها، جمع شده‌اند.

تا همین اواخر، ریاضیات به‌طور عمده تحت تاثیر فیزیك، اخترشناسی و صنعت، پیشرفت

می‌کرد. و بدون تردید، ویژگیها و مقتضیات این رشته‌های دانش، برنوع و خصلت تکامل ریاضیات، تاثیر عمیقی بخشید.

پیشرفت زیست‌شناسی و دانشهایی که به‌آن بستگی دارند، به‌صورت قانع‌کننده‌ای نشان می‌دهد که ترقی بعدی آنها، منوط به‌استفادهٔ گسترده‌ای از روشهای ریاضی است. بشر، بررسی نمودهایی از زیست‌شناسی را آغاز کرده است که مشاهدهٔ مستقیم آنها، اگر ممکن باشد، دشواریهای بسیار به همراه دارد. تنها می‌توان نمودهای درجهٔ دوم را مشاهده کرد ودربارهٔ آنها به‌آزمایش پرداخت. برای اینکه، این آزمایشهامنجر به‌نتیجه‌ای بشود، باید مدلهای کمی و آماری ساخت تابه‌کمك آنهابتوان نتیجه‌هایی راکه از راه مشاهده بدست می‌آید، ارزیابی کرد. طبعاً پرسشی پیش می‌آید: آیا وسایل وامکانات موجودریاضی، برای‌بررسی پدیده‌های زیستی کافی است؟ روشن است که پاسخ آن منفی است. ریاضیات ناچار است، به‌خاطر نیازهای دانش زیست‌شناسی، ساختمان خود را تکمیل و روشهای تازه‌ای را برای بررسی کشف، ودرضمن مفهومهای موجود خود را برنده‌تر کند.زمان آن نزدیك می‌شود که بگوییم ریاضیات تنهاوسیلهٔ سادهٔ محاسبه‌ای برای زیست‌شناسی نیست؛ بدون ریاضیات، نمی‌توان ویژگی روندهای زیستی را نه در داخل سلولهای جداگانه و نه در مورد موجود زنده، به‌طورکامل فهمید. ولی، برای اینکه این امر تحقق یابد، راه درازی درپیش است و به کار جمعی سخت و همه‌جانبهٔ ریاضیدانان و زیست‌شناسان نیازمند است.

●

با پیشرفت صنعت و تولید، **نظریهٔ اطمینان بخشی**[1] اهمیت زیادی‌پیدا کرده است و وظایف سنگین و مسئولیت‌داری، که هر روز بیشتر می‌شود، به‌عهدهٔ آن

۱ــ نظریهٔ اطمینان بخشی، یکی از رشته‌های تازهٔ دانش است. درنظریهٔ اطمینان بخشی، به‌دنبال روشهایی هستند که به‌یاری آنها بتوان ثمربخشی کار را (در روندهای تولیدی ،سازمانها، دستگاهها و غیره) در جریان بهره‌برداری ،تامین کرد. در نظریهٔ اطمینان‌بخشی، مثلا کوشش می‌شود تا باتوجه به‌دو عامل عالی بودن محصول و صرفه‌جویی در نیروی کار و مواد مصرفی، ضریب اطمینانی برای مرحله‌های مختلف طرح، تولید، نگاهداری و بهره‌برداری، پیدا کرد.

مدل‌بندی ریاضی نظریهٔ اطمینان‌بخشی، با استفاده از روشهای گوناگون ریاضی، و به‌خصوص نظریهٔ احتمالات و آمار ریاضی، شکل می‌گیرد، و این به‌دلیل تصادفی‌بودن حوادثی است که در ضریب اطمینان مربوط به‌کار اثر می‌گذارد (مثل وقفهٔ ناگهانی در کار، به‌درازاکشیدن تعمیر و غیره). مترجم.

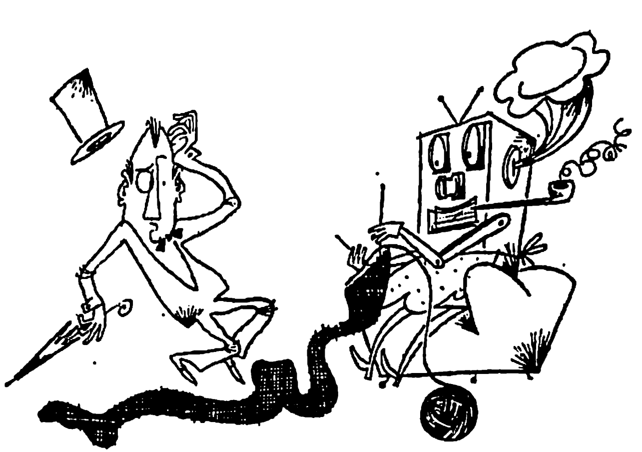
گذاشته شده است. نبودن یک سازمان و یا یک دستگاه فنی، نه‌تنها زیانهای مادی به‌بار می‌آورد، بلکه به‌نابودی انسانها هم منجر می‌شود. بنابراین، ضرورت جدی دارد که بتوانیم رفتار دستگاهها را، به‌موقع پیش‌بینی و قابلیت کار بدون وقفهٔ آنها را در زمان مورد نظر، ارزیابی کنیم. روشهایی که امروز وجود دارد، به خوبی از عهدهٔ این مهم برنمی‌آید، بایدنظریهٔمربوط به‌رفتار مواد، به‌کمک دانشهای فیزیک، شیمی و ریاضی شکل بگیرد که از عهدهٔ انجام چنین کاری برآید و احتمالاً پیش‌آمدها را، پیش‌بینی کند. مسالهٔ مهم‌دیگری‌هم درمورد نظریهٔ اطمینان بخشی وجود دارد: دستگاهها و عناصری وجود دارد که کار بدون وقفهٔ آنها، مورد نیاز جدی است. روشهایی که‌برای بررسی وتحقیق موجود است این امکان را نمی‌دهد که در زمان محدودی که در اختیار ماست، به‌طور گسترده و همه‌جانبه‌ای به‌مشاهده بپردازیم و به‌نتیجه‌گیری های درست برسیم. موقعیت ناجور و غیر قابل حلی به‌نظر می‌رسد. از یکطرف، دائماً به‌محصولات و مصنوعاتی در بالاترین سطح اطمینان نیازداریم، از طرف دیگر، زمانی بررسیها وآزمایش

های ما تمام می‌شود که دیگر موضوع اصلی کهنه شده است و در نتیجه نیاز ما به‌آن از بین‌رفته

است. برای اینکه، از این وضع دشوار نجات پیدا کنیم، باید، رویه و رفتار مواد مختلف در شرایط بهره بردایهای متفاوت، مورد مطالعهٔ دقیق قرار گیرد و نظریهٔ ریاضی مربوط به آن‌ساخته شود.

آگاهی بر قانونهای طبیعت، علاوه بر آنکه رضایت‌خاطر را فراهم و نیازهای آدمی را رفع می‌کند، این امکان را می‌دهد تا مسیر حوادث را جهت یابی کنیم و برای هدفهایی که در نظرداریم، به‌بهترین راه دست یابیم. تشکیل نظریهٔ ریاضی فرسودگی ماده در کار طرحهای رادیو الکترونی، می‌تواند منجر به‌کشف روشهایی برای بازآفرینی خواص مصنوعات، از راه «جوان‌کردن» آنها، بشود.

به‌همین ترتیب، کوشش می‌کنند که راهی برای معالجهٔ بیماریها، به‌وسیلهٔ اثر گذاشتن روی مراکز فرماندهی، پیدا کنند. به‌خصوص، بیماریهای روانی، نیازمند بررسی طولانی و عمیقی در این باره هستند. امروزه، بسیاری از پزشکان طراز اول، علت بیماریهای روانی را هم، مثل سایر بیماریها، مربوط به‌نارسائی مراکز عصبی می‌دانند. بنابراین، می‌توان امیدداشت که اینگونه بیمارها هم، با «بازآفرینی» خاصیتهای مراکز نارسای عصبی



آنها، بهبود یابند. برای این‌منظور، موضوع مهم واساسی اینست که هم جهت «شوك» و هم نیروی آنرا، به‌درستی پیدا کنیم. و تردیدی نیست که برای تحقق بخشیدن به‌چنین آرزو هایی (و حتی آرزوهای خیلی ساده تر از آن)، نیاز به‌پژوهشهائی‌سخت و جدی در همهٔ زمینه‌ها، ومنجمله در ریاضیات داریم.

با بررسی عمیق فعالیتهای عصبی، چه درافراد جداگانه وچه در گروههای انسانی، می‌توان برنامه و روند تربیتی را، عاقلانه تنظیم کرد. تردیدی نیست که در آموزش امروزی، تنها ازجزء بسیار کوچکی از امکانات ذهنی دانش‌آموزان، یعنی حافظهٔ آنها، استفاده می‌شود. وقتی که حافظه به‌سادگی همهٔ آگاهیهایی را که به‌او داده می‌شود، ضبط می‌کند، خیلی کم مورد استفادهٔ آموزشی قرار می‌گیرد، و آنوقت کوشش می‌کنند، وقتی که حافظه استعداد فعال خود را از دست داده است، و به‌موقع هم ورزیدگی لازم را پیدا نکرده است، بارش را زیاد کنند. می‌دانیم که یادگیری زبان در سالهای کودکی، برای همهٔ‌عمر به‌خاطر می‌ماند، در حالیکه، بعدها، و برای زبانهای دیگر، استعداد یادگیری نیروی نخستین خود را از دست می‌دهد (و آیا تنها برای یادگیری زبان چنین است؟). ما امروز فراگیری زبانها را، خیلی دیر آغاز می‌کنیم، وقتی که از لحاظ روانی مقاومتهایی در برابر آن وجود دارد، و ارتباطات صوتی، خاصیت آرامش‌دهی‌خودرا از دست داده است.

آزمایشهای آموزشی بسیارو گسترده‌ای لازم است تا معلوم شود که یادگیری را باید چگونه و به چه ترتیبی انجام داد، تا بهترین نتیجه بدست آید. ولی، تنها آزمایش نمی‌تواند مارا راهنمائی کند، باید از آزمایشهایی که‌انجام می‌شود، نتیجه‌گیری کرد. و به‌چنین هدفی هم، بدون یاری آمار ریاضی نمی‌توان رسید. روشن است که تغییر موقعیتها، در نتیجهٔ آزمایش، نقشی بسیارجدی دارد، و چه بسا موقعیتهایی که نتوان آنها را به‌حساب آورد. بنا براین، برای آزمایشها هم باید از قبل برنامه‌ریزی کرد و این برنامه را، در هر گامی که برداشته‌می‌شود و با توجه به‌نتیجه‌هایی که بدست می‌آید، هدایت کرد. و به‌این ترتیب، بازهم به‌مسالهٔ استفاده از روشهای آمار ریاضی، برخورد می‌کنیم.

دستگاهها و مساله‌هایی که

انسان امروز با آنها، سرو کار دارد، روزبروز بزرگتروپیچیده‌تر می‌شود. باید این‌مساله‌های بزرگ را بررسی کرد و برای هر کدام از آنها دستگاه ریاضی ویژه‌ای، به وجودآورد. روشن‌است که در دستگاههای‌بزرگ که‌با اجزاءبسیار زیادی سرو کار دارند، بستگیهای فراوانی وجود دارد که بنا بر قانون خاصی، فزونی می‌یابد، وباز روشن است که این بستگیها را نمی‌توان از روی قانونهایی که براجزاء جداگانهٔ دستگاه حکومت می‌کنند، پیدا کرد. به‌عنوان‌نمونهٔ اینگونه دستگاههای بزرگ می‌توان، مثلا از اقتصاد کشور، ترافیك یك شهر بزرگ، کارخانهٔ عظیم، پوشش بهداشتی یاآموزشی کشور، و بالاخره ارگانیسم بدن يك انسان، نام برد. برای اینکه بتوانیم به‌نتیجهٔ مورد نظر برسیم، باید یك کارخانهٔ بزرگ را یا به‌عنوان جزئی از یك دستگاه (يك رشتهٔ صنعتی) و یا به‌عنوان يك دستگاه بزرگ مستقل، موزد بررسی قرار داد.

مطالعهٔ دستگاههای بزرگ، پیدا کردن روشهای دقیق تجزیه و تحلیل تکامل آنها، و بالاخره جستجوی روشهایی که بتواند به این دستگاهها، جهت مورد نظر را بدهد، یکی از مبرم‌ترین‌مسائه های زمان ما را تشکیل می‌دهد. ظاهراً، هم روشهای تازه و هم‌رشته های علمی تازه‌ای، برای مطالعهٔ چنین دستگاههایی، پیدا شده است. باهمهٔ اینها، استفاده از گنجینهٔ دانش ریاضی، می‌تواند در این‌باره، نقشی جدی داشته باشد و به پژوهشهای مورد نظر، سمت فکری درستی بدهد.

پیش از آنکه دربارهٔ توانائی ریاضیات برای بررسی دستگاههای بزرگ‌صحبت کنیم، به‌عنوان‌نمونه، یکی از این دستگاهها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. فرض کنید که به‌سازمان حمل و نقل دریایی کالاها، علاقه‌مند باشیم. به‌چه مناسبت، این‌دستگاه را باید بزرگ به‌حساب‌آورد؟ به‌این‌مناسبت که تعداد عاملهایی که در آن دخالت دارد، خیلی زیاد است: کشتی، بندرگاه، وسایل بارگیری و بار اندازی در بندر، حمل ونقل‌بندری و غیره. هرکدام از این عاملها، در هماهنگی و کار دستگاه، تاثیری جدی دارد. ورود کشتیها به‌بندر، به‌طور جدی در وضع کشتیهایی که به‌نوبت ایستاده‌اند، اثر می‌گذارد. تعداد بندرگاهها، قدرت وسائل بارگیری و بار اندازی، نظم و هماهنگی گروه بار بران، اندازه و کارآیی حمل و نقل‌بندری، همهٔ اینها در سرعت

عمل کشتیها، در اندازهٔ زمان نوبت آنها و در هزینه های بندر ومؤسسه‌های کشتیرانی، به‌طورجدی دخالت دارد. چگونگی انبارها، چگونگی حمل و تحویل بار ها و امکان جابجا کردن سادهٔ بارها در انبار هم، در وضع کار بندر، تأثیر فراوان دارد و...

ادارهٔ یك دستگاه حمل و نقل را، از جنبه‌های متفاوتی می‌توان در نظر گرفت. مثلا، می‌توان در این باره مطالعه کرد که، با معلوم بودن میزان باری که در گردش است، چگونه‌ممکن‌است مجموع هزینه‌های نگهداری بندرهادرزمان بیکاری کشتیها، به‌حداقل خود برسد، یا اینکه چگونه عمل کنیم تا بیکاری کشتیها در بندرها، حد اقل ممکن باشد.

می‌توان، جنبه‌های دیگری را، از بین مساله‌های بسیار، انتخاب کرد. ولی، صرفنظرازاینکه چه هدفی را در نظر داریم، این مطلب مسلم است که ادارهٔ دستگاه را نمی‌توان تنها به‌سلیقهٔ شخصی افراد سپرد یا به‌عبارتهای کلی — و در واقع بیمعنی از نوع «باید بهترین روش را انتخاب کرد»، «تجربه و زمان، دشواریها را حل خواهدکرد» —متوسل شد. باید از قانون دقیق ورودکشتیها، از زمانی که برای کار کشتیها در بندر لازم است و از تاثیری که نوع کار بندر در سرعت کار کشتیها دارد، به‌دقت‌آگاه بود. و برای این منظور، باید از آمار ریاضی استفاده کرد.

بعد از آنکه تقسیمات اولیه، به‌طور دقیق مورد تجزیه وتحلیل آماری قرار گرفت، باید از روش های نظریه‌های برنامه ریزی در خدمات عمومی، استفاده کرد. به‌یاری این نظریه‌ها می‌توان تاثیر عاملهای زیادی را (از نوع ثمربخشی گروه کشتیها، سرعت کار کرد آنها، تعداد اسکله‌ها و غیره)، در سازمان نوبت‌بندی کشتیها، روشن کرد. سپس، باید معلوم کرد که تا چه‌اندازه لازم است در وضع و موقعیت گروه کشتیها دخالت کرد؟ به‌چه نحو می‌توان وظیفهٔ آنها را به‌یکی از بندرهای نزدیك احاله کرد؟چگونه می‌توان ثمربخشی کار جرثقیلها و دیگر وسائل بارگیری و بار اندازی را تغییر داد؟ ترتیب‌درست عمل با راه آهن کدام است؟ آیا عاقلانه است‌که قطار را کمی معطل کنیم و بار را مستقیماً از واگونها به‌کشتی و یابرعکس‌منتقل کنیم (که البته، در اینحالت مقداری از نیروی کار صرفه‌جوئی و از کار دوباره جلوگیری می‌شود) و یا بهتر است که در

هر مورد بار را در انبار یا اسکله بگذاریم؟ در اینجاست که باید از روشهای مربوط به‌نظریه‌های «کمال مطلوب» استفاده کرد.

مسالهٔمربوط‌به‌تنظیم موقعیت انبارهائی که در قلمرو بندر است، به‌مساله‌ای از نوع «برنامه‌ریزی خطی» منجر می‌شود. جواب مساله‌های مربوط به‌ادارهٔبندر، یا ادارهٔ حمل و نقل بار را باید به معنای مجموعه‌ای از ارتباطها (مثل ارتباط بین تهیه کننده و تحویل گیرندهٔ بارها، حمل و نقل با اتومبیل و راه آهن) گرفت که قابل بیان به‌صورت فرمولهای تحلیلی نیست و باید از روشهای مدل بندی استفاده کرد. برای این منظور، باید ابتدا ساختمان منطقی جریان را بررسی کرد و سپس تنظیم مدلهای آنرا به‌کمك کامپیوترها به‌انجام رسانید.

می‌بینیم که حتی برای‌تجزیه و تحلیل سطحی کار یك دستگاه حمل و نقل بزرگ، باید از روش های گوناگونی استفاده کرد که هرکدام از آنها، به‌جنبه‌ای از اندیشهٔ ریاضی مربوط می‌شود. در مورد هر دستگاه بزرگ دیگری هم، به‌چنین طرحها و بررسیهایی نیازداریم. پایه‌های‌تکنیك‌امروزی، بر فیزیك و شیمی تکیه دارد و نه‌تنها برای ساختن دستگاههای بزرگ، بلکه ضمناً برای ادامه کار آن و بهتر کردن بهره دهی آن، به‌دانش ریاضی نیازمندیم. برای‌این منظور، تنها دانش موجود ریاضی کافی نیست. به‌جز آنکه استفادهٔ از شاخه‌هایی مثل احتمالات، منطق ریاضی، نظریهٔ انفورماسیون،نظریهٔ «کمال مطلوب» و آمار ریاضی باید گسترش یابد، باید تمامی آنالیز ریاضی، آنالیز تابعی، نظریهٔ تابعهای بامتغیر مختلط،جبر جدید و به‌خصوص نظریهٔ گروهها هم به کار گرفته شود. و به این ترتیب، دوباره این طرز تلقی در زمان ما به‌وجود آمده است‌که تمامی ریاضیات، می‌تواند کار بسته باشد.

۴. مسیرهای اصلی

به‌موضوع اصلی مقالهٔ خود برمی‌گردیم: چه شاخه‌هایی از ریاضیات در چشم‌انداز آینده، اهمیت جدی‌تری برای عمل، دانشهای طبیعی و دیگر دانشها دارد؟ براساس اوضاع و احوال امروزی و بنا برتجربه‌های‌موجود، می‌توان بر بعضی از جنبه‌های اندیشهٔ ریاضی تکیه کرد.

منطق ریاضی، چه مستقیماً و چه به‌خاطر ماشینهای محاسبه، جای نمایانی را در مساله‌های‌عملی به‌خود اختصاص داده است.نتیجه گیریهای کلی و آلگوریتمی،

تنظیم برنامه و روحیهٔ روشن‌منطقی به‌صورت ابزاری برای فعالیتهای عملی در آمده است، که بدون‌شك، روزبه‌روز هم بر اهمیت‌آن‌افزوده می‌شود، و بنابراین نیاز به‌بررسی های تجربی پیچیده وتجزیه و تحلیلهای منطقی و ادارهٔ کار با کامپیوترها، بیشتر و بیشتراحساس می‌شود.

گفتگوئی که همین چندی پیش، با یکی از مهندسین با استعداد وپر تجربه داشتم،می‌تواند تا حد زیادی این وضع را روشن کند. او، با حرارت زیادی‌می گفت که به‌علت موقعیتهای مناسبی که پیش آمده است می‌توان دربارهٔ شرایط طبیعی و درست تولید محصولات زیاد و هم‌آهنگی‌جریان های صنعتی، به‌نتیجه‌های آزمایشی خوبی رسید. برای من سه پرسش پیش‌آمد: از این آزمایشها، چه نتیجه‌هایی می‌توان بدست آورد، زمان آزمایشها،چقدرطول‌می کشد، ارزش هر ساعت آزمایش چقدر می‌شود؟ معلوم شد که‌آزمایش،چند ماه طول می‌کشد و ارزش هر ساعت آزمایش هم، مبلغ قابل توجهی است. در مورد پرسش اصلی هم، این پاسخ داده شد: «مگر شما نمی‌دانید که بررسی نتیجه‌گیریها تا چه‌اندازه دشوار است؟ ما فعلا تنها در مرحله‌ای هستیم، که بفهمیم آزمایشها را چگونه باید انجام داد». جالب اینجاست که تقریباً سه ــ چهار سال پیش از آن، برای جریانهای صنعتی مورد نیاز، مدل منطقی ــ ریاضی ساخته شده بود که می‌شد به‌کامپیوتر داد وبر اساس کار آن، نتیجه‌هایی را بدست آورد که به‌بیش ا زسی پرسش موردعلاقه دست‌اندرکاران، پاسخ می‌داد.

البته، چنین‌مدلی، به‌هیچوجه با لزوم آزمایشهای جدی، منافات ندارد، بلکه به‌ما امکان می‌دهد که‌ازپیش، روی‌نقطه‌های «ضعف» انگشت بگذاریم و از میان انبوه موضوعها، آنچه را که باید با دقت مشاهده کرد، دستچین کنیم. متاسفانه، اغلب کسانی هستند که گمان می‌کنند، می‌توان ازدیاد و تکرار آزمایشها را جانشین اندیشه کرد و در نتیجه به‌لزوم تصور روشن دربارهٔ موضوع کار و آنچه که به‌آن بستگی دارد، تکیه نمی‌کنند.

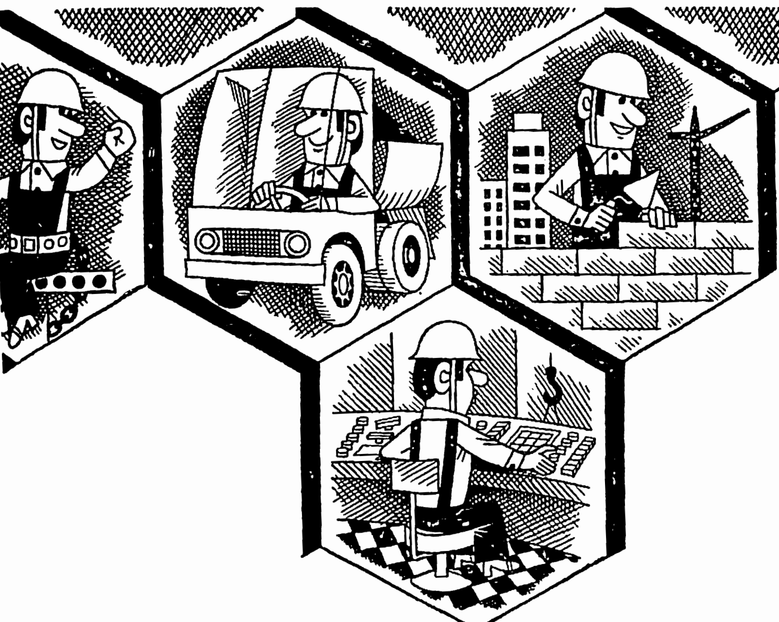
تشکیل مدل ــ که به‌هرحال و تا حدی، منعکس کننده طبیعت شیء است ــ به‌طور گسترده‌ای به نظریهٔ احتمال، و مثلا نظریهٔ جریانهای تصادفی و میدانهای تصادفی بستگی دارد.

به‌عنوان مثال، نیروی برق مورد نیاز یك منطقه و یا شعبه‌ای

از موسسه صنعتی را، در نظـر می گیریم.

مشاهده و بررسی طولانی در موسسه های شیمیایی، فلزکاری و نساجی، در معدنها و پالایشگاههای نفت، به‌نتیجه گیریهای نزدیك به‌هم رسیده است: اگر منحنی نیـروی مصرفی را رسم و سپس آزمایش را تکرار کنیم، معلوم می‌شود که، درشرایط یکسان، شکل کلی منحنی ثابت می‌ماند، ولی مقادیر عرض، تغییر می کند. علت‌این‌تغییرعرض، خیلی چیزهاست:نوسان‌نیروو‌شدت جریان در شبکه، زمان کـار و فاصله‌های بیکاری، بعضی‌ناپایداری های‌مربوط به‌خواص‌مواد مصرفی، همچنین نوع و ماهیت ابزارهای کار و غیره. تغییر هیچکدام از این عاملها را، از پیش نمی‌توان دید، اینها خصلت تصادفی دارند و در عین حال، در میزان نیروی مصرفی، به‌طورجدی‌اثرمی گذارند. برای‌تنظیم نظریهٔ مربوط‌به‌محاسبهٔ سرچشمهٔ سوخت (خط تغـذیـهٔ الکتریکی) در موسسه‌های‌صنعتی، باید نیروی مصرفی را، یك روند تصادفی بـه‌حساب آورد.

دیدیم کـه آمـار ریاضی



نه‌تنها برای ارزیابی جریانهای ناشناخته‌ای که با آنها سروکار داریم، لازم است، بلکه بدون آن حتی نمی‌توان طرحهای آزمایشی را آماده کرد، یا بستگی بین کمیت های گوناگون را بدست آورد، یا کیفیت محصول را برآورد کرد و خیلی چیزهای دیگر. تردیدی نیست که روشهای آمار ریاضی، در سالهای اخیر، پیشرفت زیادی پیدا کرده است، با وجود این، هنوز مساله‌های زیادی از نظریهٔ اطمینان بخشی، در برابر آمار ریاضی قرار گرفته است که باید حل شود.

مسالهٔ تشخیص، یکی ازمساله های مهم، د ربسیاری از رشته‌های دانش امروز است. تشخیص بیماریها، پیش‌بینی ضایعات یك دستگاه و غیره، جنبه‌های متفاوت همین مسالهٔ تشخیص هستند. این مساله، اهمیت زیادی در زمان ما پیدا کرده است و باید هم روشهای ریاضی مربوط به آن و هم نظریهٔ آن ساخته شود. البته، تاکنون با استفاده از توپولوژی، آنالیزتابعی و آمار ریاضی، گامهای موثری در راه حل آن برداشته شده است.

با توجه به‌رشد روزافزون و بی‌اندازه‌ای که امروز در فراورده های صنعتی دیده می‌شود، منابع طبیعی به‌سرعت‌رو به‌نابودی‌می‌رود. کوههایی که تا همین اواخر غنی‌و سرشار از مواد معدنی به‌نظر می‌رسید و منابع درونی آنها تمام نشدنی بود، جلو چشمان ما ازبین می‌روند. گما ن‌می‌رفت که ذخیرهٔ آب در کرهٔ زمین، زوال‌ناپذیر است، ولی حالا و در بسیاری از کشور ها، کمبود آب احساس می‌شود... کاملا روشن است که بیش از این نمی‌شود مواد خام و دیگر منابع مادی را با بی‌فکری و اسراف به‌هدر داد، بلکه باید بهترین و مناسبترین نوع استفادهٔ از آنها را پیدا کرد. و برای این منظور، باید مسالهٔ پیدا کردن «کمال مطلوب» را حل کرد. برنامه ریزی خطی، ابتدائی‌ترین شکل این روشهاست که باید در عمل، کاربرد گسترده‌ای پیدا کند.

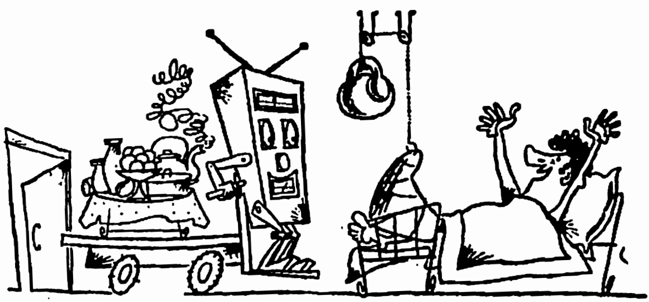
اندیشهٔ «کمال مطلوب مدیریت»، موجب طرح حیاتی ترین مساله‌های مربوط به‌زندگی امروز شده است و تجسم خودرادر سیبرنتیك پیدا کرده‌است. فلان جریان را چگونه اداره کنیم تا در کمترین زمان ممکن، یا با حداقل مصرف مواد اولیه، به‌هدف مورد نظر خودبرسیم؟**نظریهٔ‌ریاضی «کمال مطلوب مدیریت»** درزمینه های مختلف، پیشرفتهای زیادی پیدا کرده است و بدون تردید در آینده، می‌تواند در همهٔ زمینه‌های فعالیت بشری، از پزشکی وزیست

شناسی تا اقتصاد و آمـوزش و پرورش، راهنمای کار باشد. این نظریه هم‌اکنون هم توانسته است. در بسیاری موارد، به‌نتیجه‌گیری های سودمندی برسد. ولی «کمال مطلوب مدیریت» باید بتواند بـه موقع، از آگاهیهای موجود، در ادارهٔ جریانها استفاده کند، و به همین مناسبت «**نظریهٔ انفورماسیون**» هم، نقش اصلی خود را در عمل پیدا می‌کند. از آنجا که یکی از مهمترین عاملهای عمل، جریانهای تصادفی است، مسالهٔ «کمال‌مطلوب مدیریت در جریانهای تصادفی» هم باید به‌عنوان یکی از جدی‌ترین مساله های زمان مـا، بـه‌رسمیت شناخته شود.

۵. راه و رسمهای کهنه شده

چه چیزهایی را و چگـونه باید آموخت تا هرگز اهمیت و ارزش خو درا از دست ندهـد؟ پاسخ را نمی‌توان یکبار و بـرای همیشه داد، زیرا چنین پاسخـی هم به‌مساله‌های جاری وحادی‌که در آیندهٔ نزدیك دربرابر جامعهٔ متکامل قرار دارد مربوط می‌شود و هم به‌کیفیت دانشها و دورنمای پیشرفت آنها. پاسخ این پرسش، تا حد زیادی به‌سنتهای آموزشیُ هم بستگی دارد. آنچه که در شرایط امروزی اهمیت جدی دارد اینست که روشهای قدیمی آموزش‌ریاضی را با دقت ارزیابی و آنچه را که با نیازهای آینده می‌سازد، مشخص کنیم.

مثلا، کتابهای‌درسی‌ریاضی‌را که برای دبیرستانها و یادانشجویان رشته‌های زیست‌شناسی، اقتصـاد، شیمی و ... نوشته شده است، در نظر می‌گیریم. در این کتابهـا، هیچ نشانه‌ای از دگرگونی عظیم علمی زمان ما ، و اینکه هم‌محتوی و هم نقش ریاضیات در بررسیها و فعالیتهای عملی روزانه به‌کلی‌تغییر کرده‌است، دیده‌نمی‌شود. روشهای ریاضی، در تمامی زندگی ما نفوذ کرده است، ریاضیات امروز، تنها



وسیله‌ای برای محاسبه نیست، بلکه به‌صورت سلاح نیرومندی برای تحقیق درآمده است که بارها و بارها بر تجربه و مشاهده پیشی می‌گیرد. باوجود این، جوان جستجوگر امروزی، حد اکثر با چنان سطحی از پیشرفت ریاضیات سرو کار دارد که در بهترین شرایط خود، مربوط به صد سال پیش است. و همین جوان است که فردا باید بتواند دانشهای طبیعی، صنعت و اقتصاد را تکامل دهد. همین جوان امروزی است که باید رازهای اندیشه را بگشاید، به‌فضای دوردست کیهانی راه‌یابد، روندهای صنعتی را ادامه دهد و روشهای موثری برای تشخیص بیماریها و درمان آنها پیدا کند.

شك نیست که مقدمات آنالیز ریاضی و هندسهٔ تحلیلی، که در برنامه های ریاضی وجود دارد، مبنای اصلی ریاضیات جدید و کاربردهای آنرا، تشکیل می‌دهد. تسلط براین وسیله‌های مقدماتی لازم است، ولی کافی نیست. اگر سخن معروف تسیولکووسکی را، نخستین کسی که شیفته کیهان نوردی بود، کمی تغییر دهیم، می‌توان گفت که ریاضیات سنتی مدرسه‌ای و مقدمات آنالیز ریاضی، گهوارهٔ دانش امروزی هستند. ولی، تاکی می‌توان زیست‌شناسان، پزشکان، مهندسان و اقتصاد دانان آینده را، در گهواره نگه داشت؟

برنامهٔ آموزشی دبیرستانها و مدرسه‌های عالی، در زمانی تنظیم شده است که بشر معتقدبه‌قانونهای جزمی در طبیعت بود. زندگی این طرز فکر نسبت به‌قانونهای طبیعت را به‌کنار زده است وتلقی آماری به‌طور جدی جای خودرا در دانش امروزی و فعالیتهای عملی باز کرده است. ولی، اینها، جائی در آموزش ریاضی امروزی ندارند و یا تقریباً ندارند. طرز تفکر آماری، چنان در همهٔ زمینه های عملی و علمی نفوذ کرده است که دیگر نمی‌توان از بازسازی کامل برنامه‌های مدرسه‌های عالی و حتی از سالهای ششم و هفتم تحصیل سرباززد.

جنبهٔ دیگر آموزش ریاضی مربوط به‌ریاضیات محاسبه‌ای‌است، که به‌طور گسترده‌ای چهرهٔ آن عوض شده است و امکان برنامه ریزی جریانهای پیچیده‌ای را در ماشینهای محاسبهٔ الکترونی‌به‌وجود آورده است. باید برنامه‌ریزی‌برای ماشینهای حساب، و دادن نتیجه‌ها به‌صورت عدد، جدول و منحنی، به‌صورت عادت درآید. باید تجزیه و تحلیل منطقی جریانها، وتشکیل طرحها و شماهای صوری و منطقی جزو کارهای همیشگی و عادی

بشود.

اندیشه‌ها و روشهای نظریهٔ «کمال مطلوب» را دیگر نمی‌توان به‌کناری گذاشت. بدون آنها، آموزش ریاضی کم ارزش می‌شود و نمی‌تواند با حد اقل نیازهای زندگی عملی امروزی، سازگار باشد.

●

دانش ریاضی در حال اعتلا و پیشرفت است. این، یکی از ویژگیهای دوران ماست که در آینده هم نمی‌توان از آن چشم پوشید. پیشرفت آیندهٔ بشر، قبل از هر چیز به‌این بستگی دارد که پژوهشگران و کارکنان کار آزموده تا چه اندازه بتوانند «با سبك و شیوهٔ ریاضی بیندیشند،» و با چه سرعتی بتوانند آموزش ریاضی را با توجه به‌نیازهای روز و آیندهٔ نزدیك، تجدید سازمان بدهند.

پیشرفت دانش انسانی، مرزی نمی‌شناسد، امکانات ریاضیات هم، برای تجزیه و تحلیل پدیده های طبیعی، جریانهای صنعتی، اقتصاد و زندگی اجتماعی مرزی ندارد. تنها باید بتوان از این امکانات استفاده کرد.

ترجمهٔ پرویز شهریاری

رمز وراز عددها و شکلها

*۱. عددی سه رقمی پیداکنید که اگر آنرا بر ۱۱ تقسیم کنیم، خارج قسمت برابر با مجموع مربعهای سه‌رقم عدد نخستین باشد.

*۲. یك چند ضلعی، و نقطه‌ای واقع در داخل آن، طوری پیدا کنید که هیچکدام از ضلعهای چند ضلعی به‌طور کامل ازاین نقطه، دیده نشود، یعنی اگر ازین نقطه به دو انتهای هر ضلع دلخواه چند ضلعی وصل کنیم، دست‌کم، یکی ازاین خطها، ضلع دیگری از چند ضلعی را هم قطع کند.

*۳. سه رقم مختلف داده شده است. مجموع همهٔ عددهای سه‌رقمی که می‌توان با این رقمها درست کرد، برابر است با ۲۸۸۶. اگر بین این عددهای سه رقمی، کوچکترین را از بزرگترین کم کنیم، تفاضلی برابر ۴۹۵ بدست می‌آید.
این سه رقم را پیداکنید، به‌شرطی که بدانیم در میان آنها، صفر وجود ندارد.

*۴. راسهای یك پنج ضلعی محدب غیر مشخص را، یك درمیان، به‌هم وصل کرده‌ایم. مجموع پنج زاویهٔ راسهای پنج ضلعی ستاره‌ای را، که به این ترتیب بدست می‌آید، پیداکنید.

دکتر اسدالله آل‌بویه

تعریف

سقراط ـ پس بگو دینداری و بی‌دینی را چگونه تعریف می‌کنی؟

اوتیفرون ـ من می‌گویم: دینداری همین کاریست که من می‌کنم و آن این است که به‌بادافره آدم‌کشی و هتك حرمت یا جرمی از این قبیل مقصر را تعقیب کنند اگرچه پدر و مادر باشد و اگر نکنند بی‌دینی است.

سقراط ـ بایدجواب روشن‌تری بگوئی، چون‌ازتو پرسیدم دینداری‌چیست.درست برای من بیان نکردی همین‌قدر گفتی کاری راکه اکنون می‌کنی که پدر خود را تعقیب می‌نمائی دینداری است.

اوتیفرون ـ راست است ای سقراط و چنین گفتم

سقراط ـ شاید چنین است اما بسیار چیزهای دیگر هست که البته آنها را هم دینداری می‌دانی.

اتیفرون ـ آری هست.

سقراط ـ پس به‌یاد داشته باش من از تو نخواستم که یك یاد و امراز امور بسیاری که دینداری است به‌من بنمائی، خواستم صفت عامی را معلوم کنی که سبب می‌شود چیزهائی دینداری باشد و خواهش دارم به‌من بشناسانی تا آنرا به‌نظر گیرم و میزان سنجش قراردهم و هرچه را تو می‌کنی و یادیگری می‌کند باآن میزان اگر موافق است دینداری بدانم و اگر مخالف است بی‌دینی بخوانم.

اوتیفرون ـ اگر این است آنچه می‌خواهی به‌تو خواهم گفت.

سقراط ـ آری همین است که از تو می‌خواهم.

اوتیفرون ـ آنچه پسند خدایانست دینداری است و هرچه پسند ایشان نیست بی‌دینی است.

سقراط ـ بسیار خوب این دفعه همان جوابی را گفتی که می‌خواستم اکنون به‌بینیم این جواب درست است؟

من هنوز نمی‌دانم ولی یقین است که تو به‌من نمودار خواهی کرد...

این قسمتی از گفتگوی سقراط است با اوتیفرون که از روی دینداری برپدر خود اقامه دعوی کرده بود و به‌او که سبب مرگ یك مزدور قاتل شده بود، نسبت آدم‌کشی می‌داد. سقراط نشان می‌دهد که پسند خدایان بودن امری عارضی است.

با این وصف ذات دینداری معلوم نمی‌شود و نتیجه می‌گیرد که اوتیفرون درست مفهوم واقعی دینداری را ندانسته و به‌ناحق برپدر خـود دعـوی آدم‌کشی برپـا کرده است.

اوتیفرون تنها در اشتباه نبود. سقراط دریافته بود که همزبانی به‌جز همدلی است و زبان، حتی زبان دانشمندان و فیلسوفان، ابهامی دارد که‌باعث اختلاف است هرلفظ خلاصه یکدسته از آزمایشهای کم وبیش معین است در ما یك فکر و مفهوم و صورت ذهنی کم و بیش ایجاد می‌کند و در نتیجهٔ عادت، این علامت کم‌کم به‌صورت یك وجود مستقل و یك‌چیز در می‌آید و مانند پول رایجی وسیلهٔ مبادله می‌شود.

سوفسطائیان که منکر حقیقت و نیکی مطلق بودند، در استدلال لفظ را به‌جای مفهوم مبهم آن می‌گرفتند و به‌رقیبان خود فائق می‌آمدند. سقراط با دیالکتیك از یك‌طرف نشان می‌داد که ایشان الفاظ را بامعنای واقعی به‌کار نمی‌برند ازطرف دیگر راهنمائی می‌کردکه به‌مفهوم واقعی، که مایه و موضوع علم است چگونه می‌توان رسید.

به‌این ترتیب، سقراط نخستین گام را در تهیه مصالح و لوازم ساختمان علم برداشت. بعد از او افلاطون و ارسطو همین راه را ادامه دادند.

در ارزش مفهوم، که همان ارزش شناخت (معرفت) است، مجال بحث نیست. آنچه در اینجا مورد بحث است، تعریف و شناساندن چیزها و تعیین حدود آنها و دست‌یافتن به‌مفهوم واقعی است.

در تعریف یا«حد» باید اصول ذیل را رعایت کرد:

۱ــ تعریف چیز، باید ذات آن را به‌مطابقت نمودار کند، مثلا در تعریف دایره می‌گوئیم:

دایره شکلی است از صفحه که فواصل نقاط آن از یك نقطه معین صفحه ثابت باشد.

به‌این ترتیب دایره را از سایر مفاهیم با خواص اصلی و مشخص آن جدا می‌کنیم و می‌شناسیم.

۲ــ تعریف چیز باید به‌خود چیز یا به‌چیزی دیگر، که خبر با آن شناخته نمی‌شود، برنگردد.

مثلا نباید گفت زمان مدت جنبش است، چونکه مدت و زمان یك چیز است.

همچنین نباید گفت خورشید ستاره‌ایست که در روز برآید چونکه روز با برآمدن خورشید شناخته می‌شود.

۳ــ تعریف چیز باید باآنچه هست باشد نه باآنچه نیست، زیرا عموما نمی‌توان حدود چیز را از آنچه نیست معین کرد. مثلا ساعت جیبی را از اینکه ساعت مچی نیست نمی‌توان شناخت زیرا دراینصورت می‌توان ساعت دیواری را به‌جای آن‌گرفت.

۴ــ تعریف چیز نباید به‌الفاظ مبهم و یا به‌چیزهای پوشیده‌تر از آن صورت گیرد مثلا نباید گفت شاه ناخدای کشتی کشور است، زیرا دراینصورت می‌توان‌نتیجه گرفت که شاه می‌تواند در تمشیت امورکشور مطابق نقشه جغرافیایی عمل کند و همچنین نباید گفت آتش جسمی است‌که بنفس می‌ماند، زیرا نفس از آتش پوشیده‌تر است.

همه الفاظی که به‌کار می‌بریم دارای معانی دقیق نیستند و تعریف صحیحی ندارند ما آنها را با همان ابهامی که دارند به‌کار می‌بریم و ابهام آنها به‌ما درعمل یکنوع آزادی می‌دهد وگاهی با حرکات اعضا و تغییر صدا تا درجه‌ای ابهام را رفع می‌کنیم.

هر روز به‌الفاظ آزادی ـ منهب ـ دموکراسی ـ کمونیسم ـ فاشیسم ـ بدبختی و خوشبختی... برمی‌خوریم و ازآنها مفهومی خاص کم و بیش واضح داریم، ولی بدبختانه درباره تعریف آنها عاجزیم و درمعنای آنها توافق نداریم و دلیل این امر آنستکه این الفاظ از نوعی نیستند که بتوانند موضوع علم واقع شوند و در قلمرو عقل قرارگیرند.

اینها علائمی هستند که به‌عواطف و احساسات بستگی دارند و آنها را تحریك ودر هرکس مفهومی خاص ایجاد می‌کنند.

فلسفه انباشته از این نوع الفاظ مبهم است. از اینجهت دستگاههای فلسفی بسیار داریم که همه مانند قصرهای گوناگون برپا شده‌اند. وقتی که دقت می‌کنیم می‌بینیم این قصرهای فریبنده کاغذی است.

علم امروزی هم ازاین الفاظ مبهم خالی نیست اینها الفاظی هستند که تعریف آنها کاملا نشان نمی‌دهد که مفهوم چگونه بدست می‌آید دراینجا دلیل دیگری برای عجز ما وجود دارد و آن نقص معرفت ماست.

چنانکه علم امروز به‌پایه‌ای نرسیده که مفهوم زندگی را فراگیرد از اینرو با نهایت شرمندگی وقتی که می‌خواهند آنرا به‌بهترین وجهی تعریف کنند مانند بیشا زندگی را مجموع اعمالی می‌داند که درمقابل مرگ مقاومت می‌کند.

البته با پیشرفت علم، این نوع ابهام و تاریکی رفته رفته زائل خواهد شد و باید امیدوار بود که با پیشرفت علم اختلافات مردم جهان هم که ناشی از الفاظ مبهم وافکار تاریك و عقاید بی‌اساس است، ازمیان برود و روزی برسد که همه دانا و همه یکزبان و یکدل بشوند.

نقل از روزنامهٔ سازمان ـ شمارهٔ ۱۵
نوزدهم مرداد ۱۳۲۷

شگفتیهای عدد

$$۳۶۹=۳\times۶۹+۳۶\times۹-۳\times۶\times۹،$$
$$۶۳۹=۶\times۳۹+۶۳\times۹-۶\times۳\times۹،$$
$$۶۸۸=۶\times۸۸+۶۸\times۸-۶\times۸\times۸$$

*

$$۱۲۵۸=۱\times۲۵۸+۱۲۵\times۸،$$
$$۶۵۵=۶\times۵۵+۶۵\times۵،$$
$$۶۲۰۸=۶\times۲۰۸+۶۲۰\times۸$$

*

$$۱۳۵۲=۱۳\times۵۲+۱۳\times۵۲،$$
$$۲۴=۲\times۴+۲\times۴+۲\times۴،$$
$$۱۷۳۴=۱۷\times۳۴+۱۷\times۳۴+۱۷\times۳۴،$$
$$۱۶۷۳۳۴=۱۶۷\times۳۳۴+۱۶۷\times۳۳۴+۱۶۷\times۳۳۴$$

هینریش تیتزه

هم مرزی در ریاضیات

سابقهٔ بیشتر مسئله‌های‌هندسی، به‌چند هزار سال می‌رسد، اماموضوعی که امروز خیال داریم از آن صحبت‌کنیم عمر چندانی ندارد وبیشتر به‌یک بازی شباهت دارد تا به‌یک مسئلهٔ دشوار لاینحل.

طرح این مسئله توسط آگوست‌فردینا ندموبیوس[1] ریاضیدان و ستاره‌شناس آلمانی انجام‌گرفت وپس از آنکه به‌وسیلهٔ دوستش وایزکه[2]آماده‌شد، شهرت جهانی به‌دست آورد.

بدنیست پیش از آنکه مسئله را مطرح‌کنیم، نگاهی‌کوتاه و سریع‌به زندگانی‌موبیوس بیندازیم: پدرش معلم رقص دریکی از مدرسه‌های‌اشرافی ساکسن بود. او در ۱۷ نوامبر ۱۷۹۰ در «شول‌فورتا[3]» واقع در ایالت ساکسن چشم به‌جهان گشود. پس از گذراندن دوران دبیرستان، در رشتهٔ حقوق قضایی تحصیل‌کرد. در دانشگاه باریاضیات آشنا شد وتغییر رشته‌داد وبه‌شهر «گوتینگن» رفت. در سالهای ۱۸۱۳ - ۱۸۱۴ شاگردگوس[4] بود. گوس او را مأمور محاسبه‌های نجومی‌کرد.

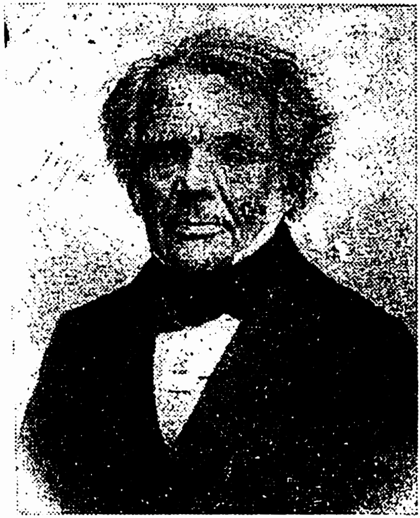
موبیوس در سال ۱۸۱۵ تزدکترایش را درلایپزیگ نوشت و در سال ۱۸۱۶ به‌تدریس نجوم در دانشگاه لایپزیگ پرداخت. بعدها به‌ریاست رصد خانهٔ پلایسن‌بورگ[5]رسید، درسال ۱۸۴۴ به‌کرسی استادی نجوم وریاضیات دانشگاه لایپزیگ ودر ۲۶ سپتامبر ۱۸۶۸ در همان شهرمرد.

واما دوستش‌وایزکه ریاضیدان نبود، بلکه‌دوستدارریاضی،زبان‌شناس وداستانپردازبود.هـو بودکه مسئلهٔ ریاضی موبیوس را به‌صورت‌این‌داستان درآورد.

* * *

1- August Ferdinand Mobius　　2- Weiske

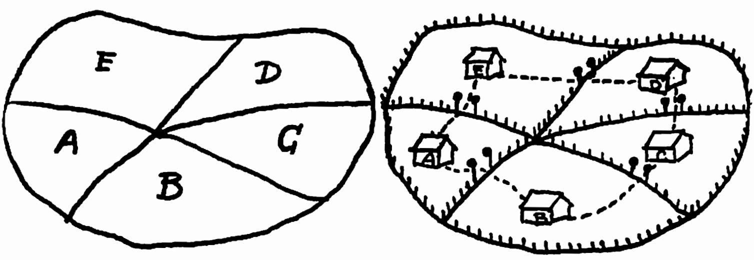
3- Schulforta　　4-- Gauss　　5- Pleissenburg



آگوست فردیناند موبیوس
ریاضیدان آلمانی.
(۱۷۹۰ — ۱۸۶۸)

«در روزگاران گذشته در مشرق زمین پادشاهی زندگی می‌کرد که پنج پسر داشت. پسرانش وارث پدر بودند و پادشاه پیش از آنکه این جهان فانی را بدرود گوید وصیتی عجیب کرد، بدین گونه:

پس از من، کشورم به پنج قلمرو مساوی میان پسرانم تقسیم شود، به‌طوری که هر سرزمین با سرزمینهای دیگر هم‌مرز باشد، و در قلمرو هریك قصری باشد که از آن قصر جاده‌ای به قصر پسران دیگر کشیده شده باشد، بی‌آنکه جاده‌ها همدیگر را قطع کنند.»



الف — شکل ۱ — ب

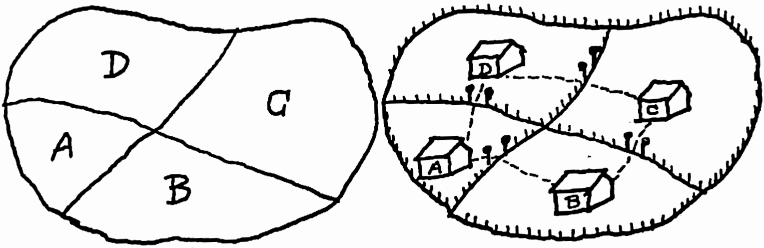
از نظر هندسی مسئله را بررسی می‌کنیم (شکل ۱)؛ کشور به‌پنج قسمت مساوی A، B، C، D و E تقسیم شده، لیکن خواست شاه برآورده نشده است، زیرا اول اینکه قطعات هم مرز نیستند ودوم اینکه طبق‌وصیت پدر می‌باید دو خط ارتباطی مانند خطهای AB، AC، AD، AE، BC، BD،.. BE ، CD ، CE ، DE... وجود داشته باشد و حال اینکه در (شکل ۱ـ ب) تنها پنج خط ارتباطی وجود دارد که به صورت خطِ چین نشان داده شده‌اند.

داستان چنین ادامه می‌یابد:

«سالها گذشت، پسران بیهوده کوشیدند تاسرزمین پدر را طبق وصیت او تقسیم‌کنند، اما سعی آنها بی‌نتیجه ماند، تا اینکه خبر یافتند،مشابه وصیت پدرشان را زمانها پیش پادشاهی برای فرزندانش کرده بود وراه‌حل آن وصیت‌نامه در کتابی وآن کتاب درکتابخانهٔ قصر پدر، موجود است

آن‌کتاب وراه‌حل وصیت‌نامه را یافتند تنها تفاوتی که‌با وصیت‌نامهٔ پدرشان‌داشت این بودکه تعداد فرزندان‌آن‌پادشاه چهار بود.»

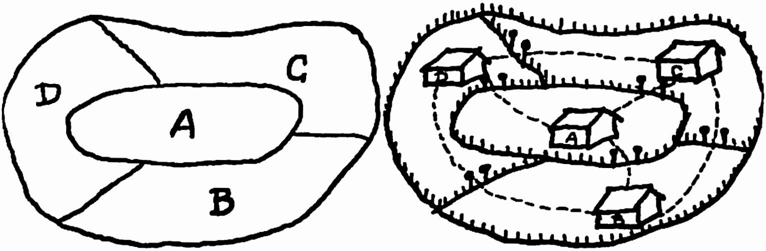
در(شکل ۲ـالف وب)حالت سرزمین‌وطرز قرارگرفتن قصرهامشخص



الف شکل ۲ ب

شده است، منتهی شکل۲ آن تقسیمی نیست‌که مورد نظرماست، بلکه راه حل صحیح (شکل ۳الف وب) است‌که نشان می‌دهد، چگونه زمین باید به چهار قسمت تقسیم‌گردد و از هر قصر راهی جداگانه به‌قصر دیگر کشیده شود.

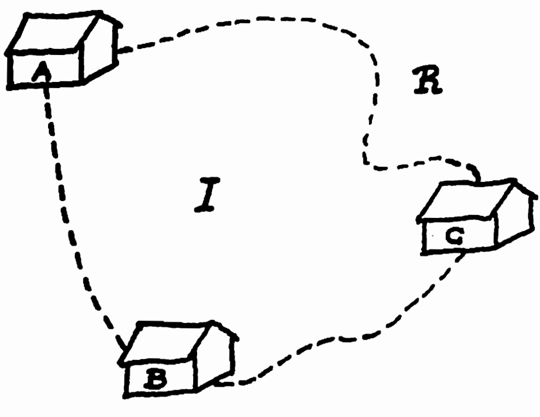
پس در روی یک صفحه می‌توانیم مانند شکل ۳ زمین را به‌چهار قسمت تقسیم‌کنیم و در هر قطعه؛ نقطه‌ای دلخواه انتخاب وخطی به‌نقطهٔ



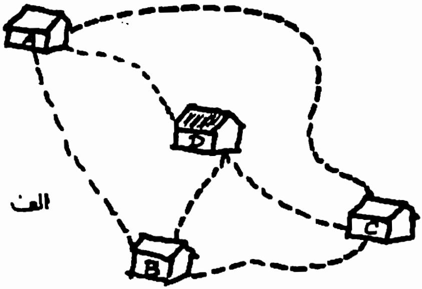
ب — شکل ۳ — الف

دیگر رسم کنیم، بی‌آنکه خطها یکدیگر را قطع کنند.

حالا سعی می‌کنیم ببینیم آیا می‌توانیم همین عمل را برای پنج نقطه هم انجام دهیم یانه. پیش از آنکه بخواهیم صفحه را به‌چند قسمت مساوی تقسیم کنیم به‌طوری که باهم «هم‌مرز» باشند، سه‌نقطهٔ A، B و C را روی صفحه درنظر می‌گیریم (شکل ۴) خطوط ارتباطی را رسم می‌کنیم، خطهای AB، AC و BC به‌دست می‌آید، اگر به‌این شکل کمی دقت کنیم می‌بینیم که با اتصال نقاط A، B و C به‌یکدیگر اولاً منحنی مسدودی به‌دست می‌آید و دیگر اینکه همین منحنی مسدود صفحه را به دو بخش I و R تقسیم کرده است، که R خارج منحنی و I داخل منحنی است. اکنون نقطهٔ D یاچهارمین نقطه را هم می‌خواهیم به‌این شکل اضافه کنیم. دوحالت وجود دارد. حالت اول اینکه D داخل منحنی باشد (شکل ۵ الف) وحالت دوم اینکه D خارج



شکل ۴



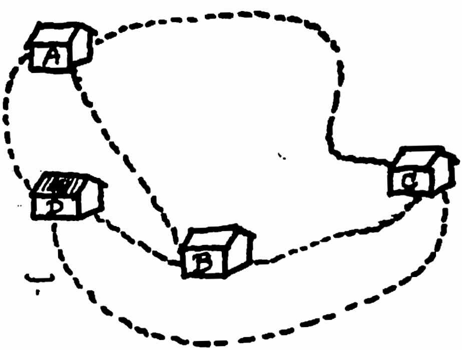
شکل ۵

منحنی باشد (شکل۶ ب)که برای هردوحالت بدون‌کمترین اشکالی می‌توان آن را ترسیم‌کرد. اگرچهار نقطه‌را باخطوط‌مستقیم به‌هم وصل‌کنیم شکل ۷ به‌دست می‌آید.

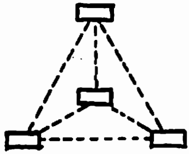
(شکل ۸)نمایانگر تقسیم صفحه به‌پنج قسمت‌وترسیم خطوط‌ارتباطی است، منتهی اشکالی‌که در این ترسیم وجود دارد اینست که خط ارتباطی میان E و D رسم نشده است واگر این خط رسم می‌شد مسئلهٔ ما هم حل می‌گردید، ولی آزمایشهای متعدد به ما نشان دادکه برای چهار نقطه یاچهار برادر حل مسئله ساده و برای پنجمین نقطه یا پنجمین برادر مسئله غیر ممکن ولاینحل است.

بازمی‌گردیم به‌دنبالهٔ داستان خود:

«روزی درویشی به‌دربارآمد وادعاکرد حل معمای‌شما پنج‌برادر نزد من است، وبی هیچ‌کم وکاستی می‌توانید طبق



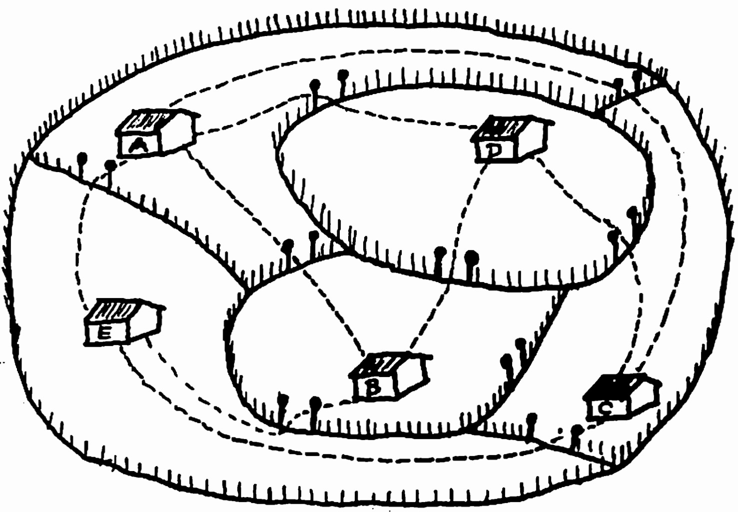
شکل ۶



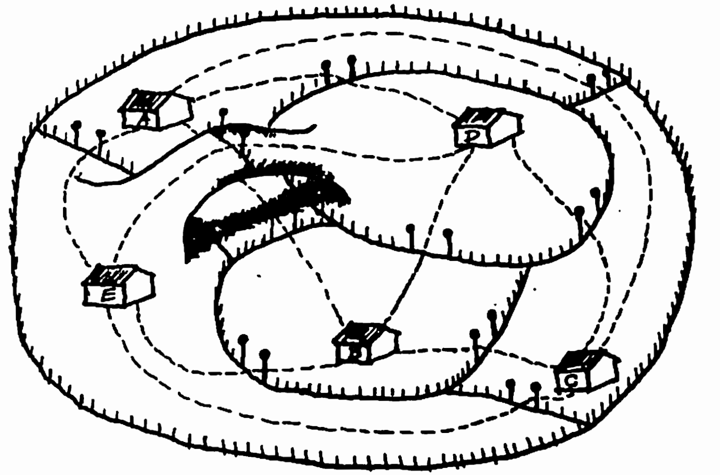
شکل ۷

وصیت‌نامهٔ پدر، کشور او را به‌پنج قسمت‌تقسیم کنید (شکل۹) درویش پیشنهادکرد میان E وD پلی‌زده شود وبانصب پل‌تمام مسایل‌آنها حل شد ودرویش هم‌بانشان دادن راه‌حل‌به‌ثروت زیادی رسید.»

بهتر است جنبه‌هـای افسانه‌ای مسئله را رها کنیم وتنها از دیدگاه ریاضی به‌آن بنگریم. پس مسئلهٔ سرزمین افسانه‌ای مشرق زمین مبدل به‌یك قطعه زمین معمولی می‌شود کـه می‌خواهیم آن را به پنج قسمت مساوی تقسیم‌کنیم، به‌طوری‌که هرقسمت باچهار قسمت دیگرهم مرز باشد ودرهر قسمت نقطه‌ای انتخاب‌کنیم واین نقاط را به‌همدیگر وصل‌کنیم به‌طوری که هیچ خطی خط دیگر را قطع نکند. دیدیم که منطق ریاضی چنین مسئله‌ای را غیر قابل حل دانسته است. خواه مسئله روی تکه‌کاغذ کوچکی باشد و خواه به‌بزرگی‌کرهٔ خاکی ما. همچنین لاینحل بودن مسئله در مورد شکل



شکل ۸

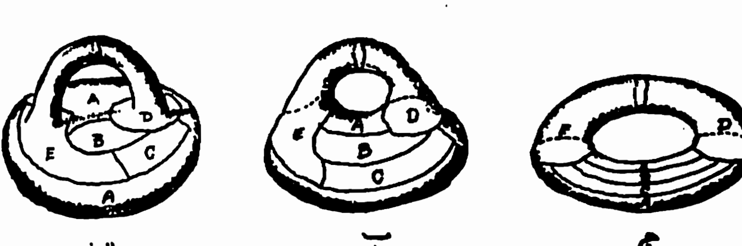


شکل ۹

کروی هم صادق است. اکنون پیشنهاددرویش را از نقطه نظر ریاضی بررسی می‌کنیم، ببینیم بازدن پل میان D و E چه حالتی‌روی می‌دهد؟ این عمل درست به‌معنای آن است که روی یك «تایر» اتوموبیل بخواهیم مسئله‌راحل کنیم. به(شکل ۱۰ ـ الف ـ ب ـ ج) نگاه می‌کنیم، می‌بینیم که باسطوح مدور می‌توان به‌راحتی مسئلهٔ پنج نقطه راحل کرد.

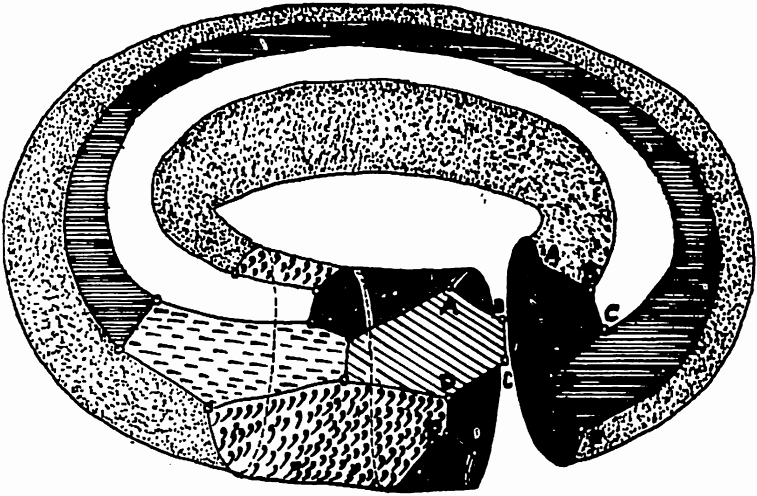
آیا درسطوح مدور پنج نقطه بالاترین رقمی است که می‌توان به‌حل آن نایل شد؟

نه، باسطوح مدورمی‌توان به‌حل‌نقاط بیشتری دست یافت. مثلاشکل ۱۱ تصویر«تایری» است که به‌آن‌برش داده‌ایم وبرای روشنترشدن مطلب از نقطه، هاشور ریـز، هـاشور درشت ـ سیاه ـ سفید ـ تیره ـ وبالاخره از«واو»

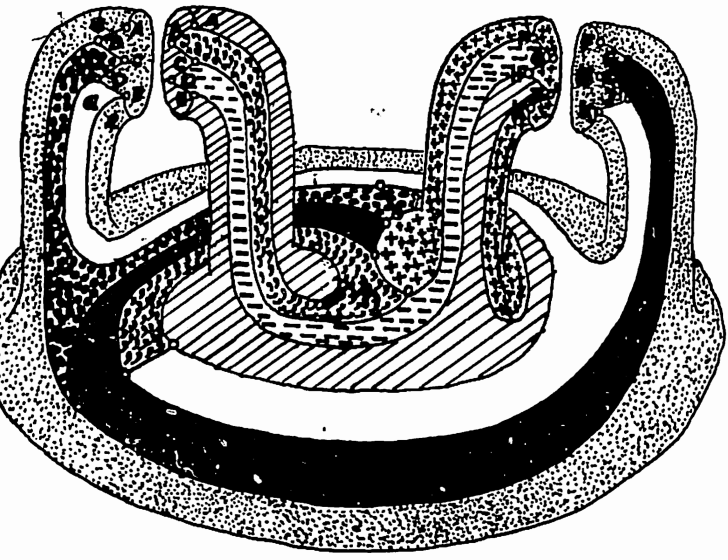


الف ب ج

شکل ۱۰



شکل ۱۱



شکل ۱۲

استفاده شده است- پس هفت نقطه یاهفت منطقه به‌دست آمده ویا در (شکل ۱۲) در صورتی‌که ازدو دسته استفـاده شود می‌توان به‌هشت منطقه دست یافت.

موبیوس و دوستش وایزکه‌که‌اولی‌ریاست رصدخانه رابه‌عهده داشت و دومی زبانشناس بود و درکتابخانهٔ دانشگاه‌کار می‌کرد، پس ازکارروزانه‌با هم می‌نشستندواز مقوله‌های گوناگون سخن می‌گفتند و مسایلی مانندآنچه تااینجاگفته شد طرح می‌ریختند. بدنیست‌گفته شودکه درگفتگوهای‌روزانهٔ آنها مسئله‌ای که زیاد روی آن تکیــه می‌کردند و ارتباطی هم به‌ریاضی یا زبان‌شناسی ندارد مسئلهٔ تفاوت میان انسان وحیوان بود.

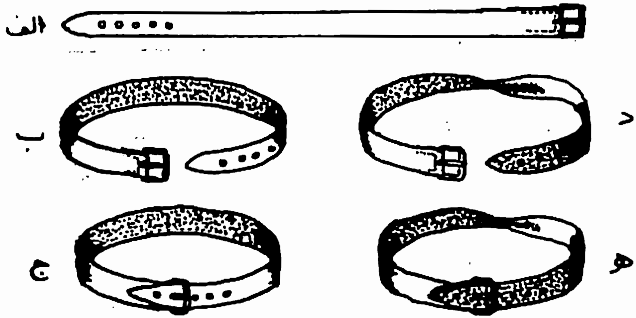
به‌عقیدهٔ هردوی‌آنها: گذشته از جثه، استخوان‌بندی، دگرگونی‌رنگ مو، انگشتان دست، تعداد انگشتان پا، و.... مهمترین مسئله‌ای‌که انسان را از حیوان متمایز می‌سازد، میراثی است‌که انسانها بجای می‌گذارند واز نسلی به‌نسل دیگر می‌رسد ونسلهای بعدی می‌توانند از میراث گذشتگان استفاده‌کنند.

گویا زیاده از حــد از مسئلهٔ پنج نقطــه روی سطح دور افتادیم. باز می‌گردیم به هندســه، مستطیلی را در نظر می‌گیریم، به‌طوری که بتوان اضلاع آن را به‌دلخــواه بلند یا کوتاه کرد، یعنی یك نوع حالت ارتجاعی داشته باشد، ولی اضلاع این مسطیل در شکل غیر قابل تغییر است. یااگر تصویر همین مستطیل را روی صفحه‌ای منعکس‌کنیم، بستگی به‌زاویه‌ای‌که آن را گرفته‌ایم تصاویر مختلفی از آن مستطیل به‌دست خواهیم‌آورد ولی درتمام آن تصاویر یك وجه تشابهی مشاهده می‌شود که آن مستقیم بودن خطوط است.

حال اگرتصویر همان مستطیل‌را به‌عوض آنکه برروی صفحه‌بتابانیم برروی مخروط، کره یـااستوانه بتابانیم می‌بینیم‌که دیگر اضلاع مستطیل خطوط مستقیم نیست، بلکه خطوط منحنی شکل است ولی اگر تصویر هر خط منحنی را به‌قطعات‌کوچك تقسیم‌کنیم هرقطعه به‌تنهایی برای خودخطی مستقیم وراست است‌که این حالت راهندسهٔ دیفرنسیلی می‌نامیم.

موبیوس در اواخر عمرش وهمزمان بااوتقریباً درسال ۱۸۵۸ریاضی دانی درگوتینگن به‌نام «لیستینگ»۱ به‌کشفی نایل شدند وآن‌کشف به‌نام‌هر دوی آنها درتاریخ‌ریاضیات ثبت و به‌نام تسمهٔ موبیوس- لیستینگ» مشهور گردید.

1-- Listing



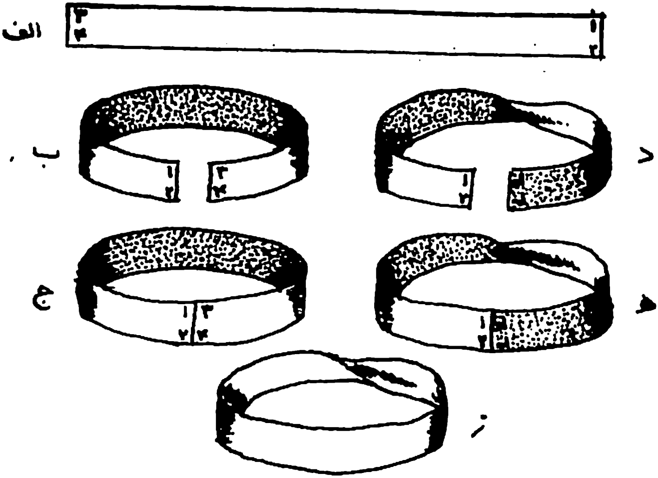
شکل ۱۳

کمربندی را درنظر بگیرید (شکل ۱۳-الف)، سعی می‌کنیم آن‌را به طور معمولی ببندیم (شکل ۱۳-ب وج). کمربند به‌صورت استوانه‌ای باریك درمی‌آید که دارای «رو» و «پشت» است. قسمت «روی» کمربند براق وقسمت «پشت» یاداخل آن مات است که مابرای نشان دادن آن از «نقطه» استفاده کرده‌ایم. همین کمربند را تبدیل به‌یك تسمه می‌کنیم (شکل ۱۴- الف) در هرزاویهٔ قایمهٔ آن عددی می‌نویسیم از ۱ تا ۴. اکنون دوسر تسمه را به‌هم وصل مـی‌کنیم (شکل ۱۴- ب وج) که بازهمان استوانه با «دورو» به‌دست می‌آید.

اگر باعجله بخواهیم کمـربند را ببندیم، پیچی درآن پدید می‌آید. قسمت پشت کمربند یعنی بخش مات یاتیرهٔ آن بابخش براق مخلوط می‌شود (شکل ۱۳- د- ه) با سایه‌روشنی که درشکل دیده می‌شود، می‌توان قسمت «پشت» و «رو» را تمیز داد یاشکل ۱۴- د- ه). ولی اگر پشت وروی کمر بند یاتسمه قابل تشخیص نباشد به‌عبارت دیگر «یك‌رو» باشد چه باید گفت؟ آیا شکل جدید هندسی نیست؟

موبیوس مطالعاتش را بـرای یافتن سطوح هم مرز ادامه داد و از منشور بی‌رنگ برای حل مسئلهٔ خود استفاده کرد (شکل ۱۵)، او برای تکمیل کار خود تسمه‌های بی‌رنگ را به‌کاربرد که به‌تسمه‌های «موبیوس-لیستینگ» مشهورند. باورود این تسمه‌ها رشتهٔ‌جدیدی درریاضیات وهندسه پدید آمد که ساده‌ترین نوع آن همان تسمهٔ «موبیوس لیستینگ» است.

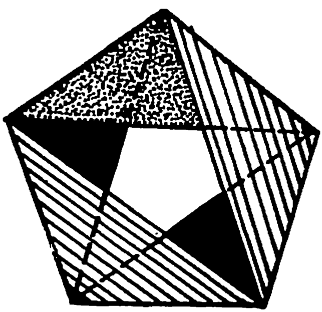
حال کمربندپهنتری انتخاب می‌کنیم که دارای دوتسمه ودوقلاب باشد (شکل ۱۶- الف) سرهرتسمه را چرخشی می‌دهیم (شکل ۱۶ج) همین عمل را با تسمهٔ بی‌رنگ که درهر زاویهٔ عددی از ۱ تا ۸ نوشته شده است انجام می‌دهیم (شکل ۱۷- الف. ب. ج) می‌بینیم که دراین حال ۸ منطقه را می-



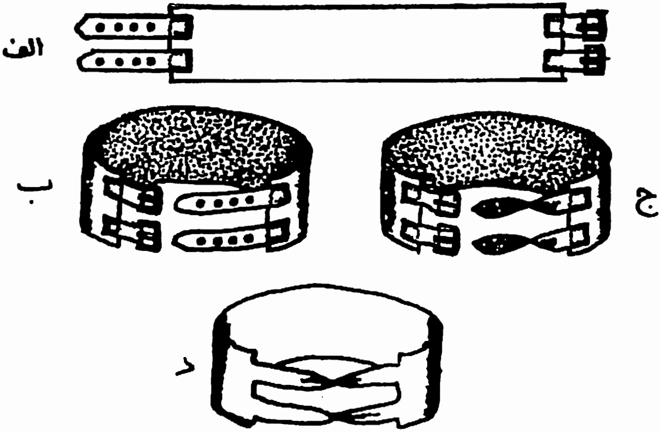
شکل ۱۴

بتوان به‌دست آورد.

بدیهی است که‌هر کدام از این سطحهای جدید هندسی مسایل جدیدی نیز به‌همراه می‌آورند وهمچنین می‌توانندپاسخگوی‌مسایلی باشندکه‌تاامروز لاینحل بوده‌اند. برای مثال‌همین مسئلهٔ پنج نقطه، از آغاز طرح این‌مسئلهٔ تاکنون بیش از ۲۵۰ سال از عمر آن می‌گذرد و حل آن برروی سطح غیر ممکن است. اما توسط این تسمه‌ها بسیار ساده وقابل حل است. حتی بیش از پنج نقطه را می‌توان به‌وسیلهٔ آنها رسم کرد. مثلاً شکلهای ۱۸ و ۱۹ نشان می‌دهندکه چگونه شش نقطه به‌راحتی توسط این تسمه‌ها قابل‌ترسیم است ویا در شکل ۱۷ دیدیم‌که توسط همین تسمه توانستیم هشت نقطه را بدست‌آوریم. ناگفته نماندکه باپدید آمدن تسمهٔ» موبیوس- لیستینگ در»



شکل ۱۵



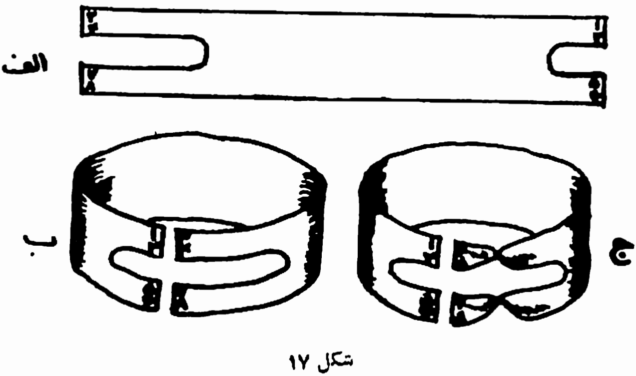
شکل ۱۶

هندسه برای مسئلهٔ چهاررنگ که تامدتها لاینحل بوده راه‌حلهایی ارائه شده است (امیدواریم در بحثهای آینده بتوانیم درآن مورد نیزکه یکی‌ازمباحث پیچیدهٔ ریاضیات جدید است مطلبی داشته باشیم.»

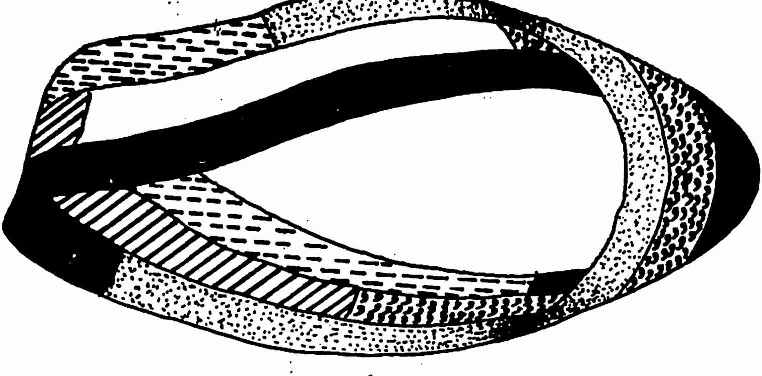
تااینجا مسئلهٔ هم مرزی را روی سطح یا به‌عبارت دیگر برروی دو بعد مورد مطالعه قرار دادیم. اکنون همان مسئله رابه‌اجمال درفضایادرسه بعدبررسی می‌کنیم.

دیدیم مسئلهٔ موبیوس ودوستش «وایزکه» در سطح تنها برای چهار نقطه قابل حل بود، حال همان مسئله رابرای‌سه‌بعد طرح می‌کنیم:

قطعه چوبی را از وسط اره می‌کنیم و هر تکه را به پنج قسمت می‌کنیم.

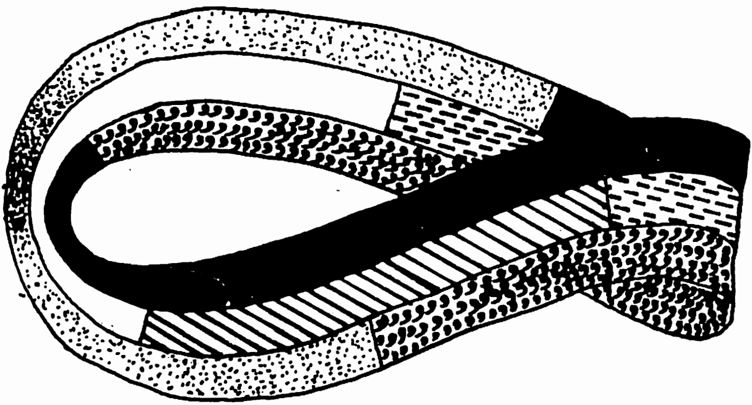


شکل ۱۷

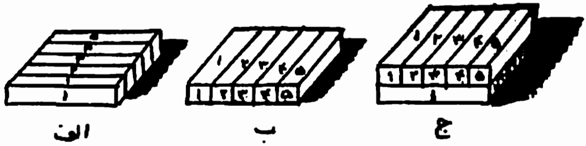


شکل ۱۸

هربخش را مانند (شکل ۲۰ الف ـ ب) کنار هم قرار می‌دهیم، سپس بخش «ب» را روی بخش «الف» مانند (شکل ۲۰-ج) سوارمی‌کنیم‌وبامیخی آنها را به‌همدیگر وصل می‌کنیم، به‌طوری که قطعه چوب شماره۱ بالایی درست روی قطعه‌چوب شماره ۱زیرین میخ شود. چنانچه بخواهیم آنهارااز همدیگر جدا کنیم قطعاتی مانند (شکل ۲۱ـ الف ـ ه) به وجود می‌آید. هنگامی‌که قطعات میخ شده کناریکدیگر است، گذشته از آنکه با قطعهٔ هم



شکل ۱۹



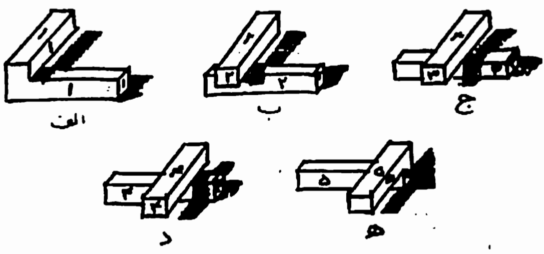
شکل ۲۵

شمارهٔ خود میخ شده است، با سطحهای دیگرهم هم مرز است. باحل مثال فوق می‌بینیم که هم مرزی درسه بعد چقدر ساده‌تر از هم مرزی در سطح است. حال به‌جای پنج قطعه چوب می‌توان ۵۰ قطعه چوب یابیشتر کنارهم گذاشت و نتیجه گرفت که هم مرزی در سه بعد از لحاظ نظری بی‌نهایت است.

در اواخرقرن نوزده‌واوایل قرن بیست ریاضی‌دانی به‌نام‌پاول‌اشتکل[1] مسئلهٔ هم مرزی راروی اجسام «محدب» مورد مطالعه قرارداد.

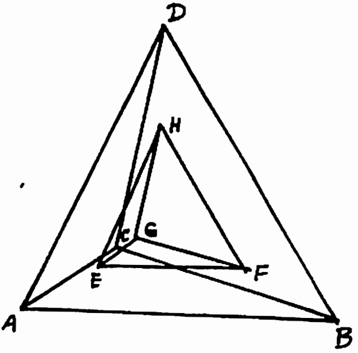
اشتکل معتقد بودکه شکل ۲۱- الف‌ـه همگی اجسامی غیر محدبند وتوضیح داد که هم مرزی در فضا برای اجسام غیر محدب بینهایت است و سئوال‌کرد آیا هم مرزی درفضا برای اجسام غیر محدب چگونه است؟ آیا جواب محدود است یابینهایت؟

برای‌رسیدن به‌این منظورهرمی‌را مانند(شکل۲۲) درفضادرنظر گرفت (هرم $ABCD$) حجمی راکه این هرم ازفضا گرفته است باعلامت R نشان می‌دهیم. درست دروسط این هـرم، هرم دیگری قرارمی‌دهیم به‌طوری که محورهای هردو هرم برهم منطبق شوند (در شکل برای اینکه بهتر دیده شود محور هرم‌کوچك $EFGH$ موازی محور هرم بزرگ رسم شده است به‌طوری‌که هر ۶ ضلع هرم بزرگ موازی هرم‌کوچك است، مثلاً ضلع AB

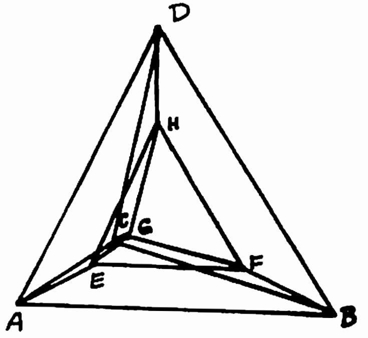


شکل ۲۱

1- Paul stackel



الف

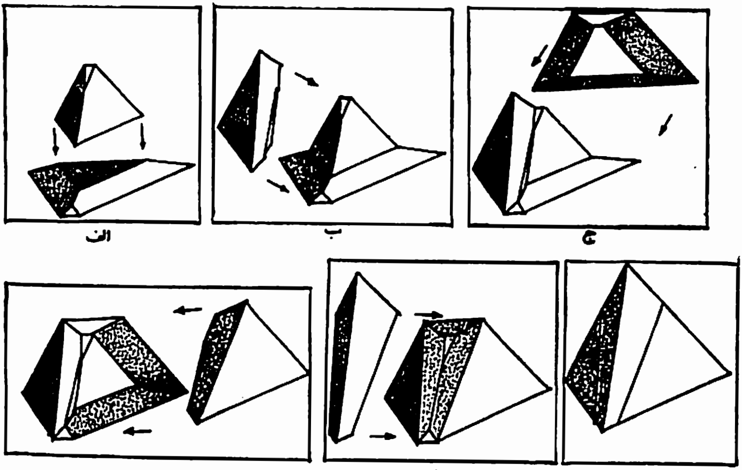


ب

شکل ۲۲

موازی ضلع EF است (شکل ۲۲ الف) نقاط A، B، C، D ازهرم بزرگ‌را به‌نقاط E، F، G، H از هرم کوچك وصل می‌کنیم (شکل ۲۲ ب) بااتصال این نقاط به یك دیگر روی هم ۶ ذوذنقه به‌دست می‌آید که عبارتند از ذوذنقه‌های:

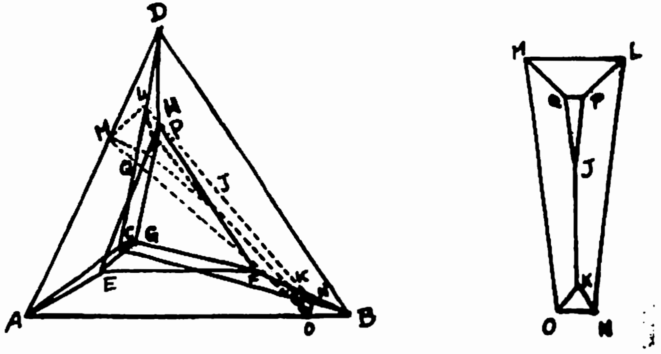
$HGDC$, $HFDB$, $HEDA$, $GFCB$, $GECA$, $FEBA$ و این ۶ ذوذنقهٔ ذکر شده با ۴ سطح HGE, HFE, GFE از هرم کوچك تشکیل فضای R را می‌دهند که فضای R خود از پنج بخش تشکیل شده



الف ب ج

د هـ و

شکل ۲۳



الف شکل ۲۴ ب

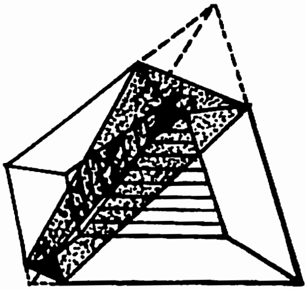
است: یکی از این پنج بخش هرم کوچك است که در داخل هرم بزرگ قرار گرفته است و چهار بخش دیگر عبارت از هرمهای ناقص است، مانند هرم ناقص $GFECBA$ که از دو مثلث ABC و EFG و سه ذوذنقه $ABEF$، $ACEG$ و $GFCB$ تشکیل شده است.

به‌این ترتیب هرسطح هرم کوچك داخلی $HGFE$ تشکیل سطحی از هرم ناقص را می‌دهد. پس می‌توان گفت که هرم داخلی با هرکدام ازچهار هرم ناقص «هم‌مرز» است. اگرکمی دقت کنیم می‌بینیم این هرمهای ناقص هم به‌نحوی با هم «هم مرزند» (مثلاً هرم ناقص $GFECBA$ و $HEFDB4$ توسط ذوذنقهٔ $FEBA$ بایك دیگر هم‌مرز می‌شوند.)

بدین ترتیب اگر هرم بزرگ را مانندشکل ۲۲ـب به‌پنج بخش‌تقسیم کنیم حل مسئلهٔ پنج نقطه و همچنین هم مرزی انجام شده و درضمن محدب بودن اجسام هم رعایت شده است.

سؤال اشتکل چنین بودکه حداکثر سطحهای هم مرز دراجسام‌محدب محدودند یاغیر محدود؟ درجواب باید گفت «غیر محدود» وبرای نمونه به ازای پنج سطح، شش سطح هم مرز راحل می‌کنیم که مسئله‌ای نسبتاًدشوار است. برای بهترنشان‌دادن مطلب بدنیست هرمها را بامقوا ساخت‌تابه‌نحو روشنتری مطلب تفهیم شود (شکل ۲۳ـ الف‌ـو)، راه‌حل هندسی‌آن به‌قرار ذیل است:

دوهـرم $ABCD$ و $EFGH$ را رسم و درست مانند شکل ۲۲ ـ ب تقسیمات را رسم می‌کنیـم. سپس روی ضلع HF نقطه‌ای مانند J و روی ضلع FB نقطهٔ K را انتخاب می‌کنیم وبعد از این دو نقطه صفحه‌ای می‌ـ



شکل ۲۵

گذرانیم به‌طوری که این صفحه موازی صفحهٔ AC و EG باشد (شکل ۲۴ الف) این صفحهٔ جدید هرم بزرگ $DCBA$ را باذوذنقهٔ $ONML$ قطع می‌کند. این ذوذنقه راباعلامت S نشان می‌دهیم. در ضمن صفحهٔ Sهرم کوچك $HGFE$ رادر مثلث apJ قطع می‌کند. از اتصال نقاط به‌دست آمده شکل جدیدی به‌وجود می‌آیدکه ماآن را در (شکل ۲۴-ب) مشخص کرده‌ایم.

باز می گردیم به‌شکل ۲۴- الف ومی‌بینیم که صفحهٔ S جسم Rرابه‌دو بخش I و II تقسیم می کند. بخش I درشکل ۲۴- الف سمت چپ زیرصفحهٔ S یعنی بخشی که متعلق به A و Gاست وبخش II درهمان شکل سمت راست بالای صفحهٔ S یعنی بخشی که متعلق بهٔ B و D است. حال همان پنج تقسیمی که در سابق برای R داشتیم اکنون دربخش I پیاده کنیم، هرکدام ازقطعات را چه کوچك وچه بزرگ با علایم R_1، R_2، R_3، R_4، R_5 R_6 نمایش می‌دهیم. مثلاً R_2 هرم ناقص $GFECBA$ است که زیر صفحهٔ S قرار دارد. بازدر اینجا مشاهده می‌شود که هرکدام ازپنج قطعهٔ R_1، R_2، R_3، R_4، R_5مستقیماً بایکدیگر هم مرزند.

حالا بخش II راکه درسمت راست وبالای صفحه S قرار دارد،درنظر می گیریم. ولی این قطعه رانه پنج قسمت، بلکه فقط یك قسمت به‌حساب می‌آوریم (صفحهٔ S مساوی $ONML$ از مثلثهای DLM و BON و از ذوذنقه‌های $DBLN$ و $DBON$تشکیل شده است). یعنی R_6 و این قسمت به‌طورکلی روی پنج قسمت بقیه قرار گرفته است وديديم که قطعات R_1 تا R_5 یك مرز مشترك باصفحهٔ S داشتند (یعنی شکل ۲۴- ب را به‌وجود آورده‌اند) و R_6 مکمل نهایی است.

پس به‌این ترتیب R_1، R_2، R_3، R_4، R_5وR_6 که محدب‌هستند بایکدیگر هم‌مرز هم‌هستندشکل (۲۵) یعنی‌مسئلهٔ مادرمورد ۶منطقهٔ‌هم‌مرزهم‌حل‌شد.

ترجمهٔ بهروز مشیری

دکتر علی‌اکبر عالم‌زاده

روش تدریس ریاضی

این راهنما می‌تواند برای معلمان ریاضی، وهمچنین کسانی که در موسسه‌های مختلف، «تربیت معلم ریاضی:» مشغولند، مفید واقع شود.

اطلاعات دانشگاهی و حرفه‌ای

یك معلم ریاضی در هر سطح اساساً باید ریاضیات را بیش از آنچه درس می‌دهد بداند. همچنین، باید قادر به برقراری ارتباط بین ریاضیات با دنیای شاگردانش، وبا علوم اجتماعی باشد. به‌علاوه از نقش ریاضیات در فرهنگ ما آگاهی کامل داشته باشد.

یك معلم ریاضی باید به فلسفهٔ تاریخ، روان‌شناسی، و جنبه‌های اجتماعی آموزش، به مفهوم کلی آن، آشنا باشد.

استعداد و اشتیاق برای پیشرفت

۱ ــ معلم ریاضی باید قادر به‌تشخیص ریاضیات مورد احتیاجش، که قبلا تحصیل نکرده است، باشد.

۲ ــ معلم ریاضی باید آمادگی داشته باشد که وقت و انرژی زیادی را صرف حل مسئله‌هایی کند که در حین تدریس با آنها مواجه می‌شود.

۳ ــ معلم ریاضی باید اشتیاق یادگیری مطالبی از ریاضیات را که قبلا نمی‌داند داشته باشد. و بتواند این کار را به وسیله کتاب یا جزوه‌های مناسب، و یا با بحث با همکاران خود انجام دهد.

۴ ــ معلم ریاضی باید قادر به ارزیابی اطلاعات و قابلیت خود در ریاضی باشد، و بتواند در هر مرحله نیاز مطالعه‌ای بیشتر خود را برای افزایش قابلیت در حرفه‌اش تشخیص دهد.

این راهنما قسمتی از مقاله‌ای است که به‌وسیلهٔ
Commission on Preservice Education of Teacher of Mathematics of the National Council of Teachers of Mathematics, U.S.A.
وهیه شده‌است. درتنظیم آن به‌فارسی تغییراتی داده شده تا به‌صورتی مناسب وضع کشور ما درآید.

۵ ــ معلم ریاضی باید زمینهٔ دانشگاهی کافی برای یادگیری بیشتر در ریاضیات را داشته باشد. و بتواند با استفاده از اطلاعات پیشرفتهٔ خود در ریاضی به‌طور مثبت، حاصل کار خود را به‌عنوان یك معلم افزایش‌دهد.

۶ ــ معلم ریاضی باید در هر مرحله از تدریس آمادگی کافی برای راهنمائی هریك از شاگردان خود را داشته باشد.

تکامل بشر

یك معلم ریاضی باید مفهوم تکامل بشر را درك کند، و به‌طبیعت یادگیری ریاضیات چنان آگاه باشد که بتواند:

۱ ــ چگونگی ارتباط شرایط زیست با یادگیری را بداند، وهمچنین از کاربرد روشهای مختلف تدریس در تغییر این شرایط آگاه باشد وروش موثرتر را در شرایطی که با آن مواجه است، تشخیص دهد.

۲ ــ مواد و روش را طوری اختیار کند که با اطلاعات حرفه‌ای موجود در بارهٔ یادگیری هم آهنگی داشته باشد.

۳ ــ شرایط، روشها، و مواد به‌کار برده شده در تدریس ریاضی را ارزیابی کند.

۴ ــ شاگردان با استعداد در ریاضیات را بشناسد. و بتواند با طرح برنامه‌های مخصوص به‌پیشرفت آنان کمك کند.

۵ ــ مسایل ناشی از رشد شاگردان خود را دریابد، و بداند که چگونه و از کجا می‌تواند برای حل آنها کمك بگیرد.

۶ ــ برای بهبود آموزش ریاضی در بارهٔ هر بررسی رفتاری، آموزشی، و یا ریاضی عادلانه قضاوت نماید.

۷ ــ خود را در جریان تحقیقات در آموزش ریاضی نگه دارد و قادر به تشخیص آن قسمتهائی از این تحقیقات باشد، که برای تدریس در هر مرحله مفید است.

۸ ــ درانتخاب مواد مورد تدریس، کتب درسی، و درارزیابی حاصل کار صاحب‌نظر باشد.

تاریخ آموزش ریاضیات

معلم ریاضی باید اطلاعات کافی از تاریخ آموزش ریاضیات در موسسهٔ خود داشته باشد تا بتواند:

۱ ــ عقاید و تجربیات آموزشی خود را با آنچه در قدیم در آن محل به‌کار می‌رفته است ربط دهد.

۲ ــ در ایجاد برنامه‌های آموزش ریاضیات مناسب در موسسهٔ خود به‌نحو مثبت شرکت کند.

۳ـ اشتباهات گذشته و اثرات آن‌را برجامعه تشخیص دهد و به‌این وسیله قادر باشد تابه‌نوعی، رابطهٔ بین‌ریاضیات واجتماع رابرای شاگردانش توضیح دهد.

فلسفهٔ آموزش

معلم ریاضی باید قادر به تنظیم فلسفه‌ای در تدریس ریاضی برای خود باشد و بتواند:

۱ ـ فلسفهٔ خود را فلسفه‌های اشخاص مشهوری که در آموزش به معنی اعم و یا آموزش ریاضی به‌طور خاص صاحب نظرند، ربط دهد.

۲ ـ از فلسفهٔ خود راههای عملی برای یادگیری و تدریس‌ریاضیات ارائه دهد.

۳ ـ نتایج حاصل از راههای عملی بدست آمده از فلسفهٔ خود را ارزیابی نماید.

۴ ـ فلسفهٔ خود را باپیدایش بصیرت بیشتر، درصورت لزوم، تعدیل نماید.

نظر ولیاقت حرفه‌ای

یك معلم ریاضی باید همواره نسبت به ریاضیات، به‌شاگردان، و به تدریس به نظر مثبت نگاه کند. باید به تصویری واقعی از مشخصات فردی خود آگاه باشد، و در هر مرحله دیگران را نیز به‌نشان دادن مشخصات واقعیشان تشویق نماید. یك معلم ریاضی باید لیاقت کار با گروهی از شاگردان، که زمینه‌های اطلاعاتی مختلف و علایق متفاوت دارند، داشته باشد. باید تفاوتهای فردی را بپذیرد، و در هر مرحله قادر به پیشنهاد راههایی برای پیشرفت استعدادها و علایق مختلف باشد.

یك معلم ریاضی باید با استفاده از آگاهیهای دانشگاهی وحرفه‌ای خود، نحوهٔ تدریسش را بهبود بخشد، و در این مورد گاهی با طیب خاطر خود را در معرض قضاوت گروهی حرفه‌ای قرار دهد. همچنین، علاوه بر افزایش سواد و لیاقت تدریس سعی کند تا قدرت توجه خود را نسبت به افراد و به مشکلات موجود در موسسهٔ خود افزایش دهد، و درخود برای حل این مشکلات احساس مسئولیت نماید.

برنامه هــا

معلم ریاضی باید بتواند برای ازدیاد لیاقت خود در تدریس، برنامه‌ـ هایی برای خود ترتیب دهد. یك‌چنین برنامه‌هایی ممکن است به صورتهای زیر باشد.

۱ ـ به‌طور رسمی وبه مدتی مناسب با حال خود، دوره‌ای را در

دانشگاه بگذراند.

۲ ــ به‌طور غیر رسمی، به‌کمك همکاران خود و یا به‌طور فردی، مطالعه‌ای را آغاز کند.

۳ ــ با مشترك شدن مجله‌ها ونشریه‌های آموزش ریاضی، خود را در جریان تحولات حرفهٔ خود قرار دهد.

۴ ــ با معلمان دیگر ریاضی که دارای شهرتی در حرفهٔ خود هستند ملاقات کند، با مطالعهٔ روشهای آنها روش کار خود را بهبود بخشد.

۵ ــ در برنامه‌های تحقیقی شرکت کند و یا خود تحقیقی را انجام دهد تا بتواند روشها و برنامه‌های بهتری را در امر آموزش کشف کند.

علاقه به معلمان آینده

یك معلم ریاضی باید به‌طور مداوم شاگردان مستعد خود را برای ورود به شغل معلمی در ریاضیات تشویق کند تا بتواند به‌بهبود وضع تدریس ریاضیات کمك کرده باشد.

آمادگی موسسه‌های تربیت معلم ریاضی

یك موسسهٔ تربیت معلم ریاضی باید منابع کافی برای معلمان آینده داشته باشد. ازجمله یك کتابخانه که دارای کتابهایی کافی در ریاضیات، آموزش ریاضیات و در آموزش به‌مفهوم اعم خود باشد. همچنین وسایل سمعی وبصری، مواد ریاضی و آزمایشگاههای مناسب، کلاسهای درسی کافی، و قرارداد با تعداد زیادی از مدارس مختلف تا شاگردانش بتوانند در آنها برای حرفهٔ آینده خود کسب تجربه کنند. موسسه باید دوره‌های مختلفی از ریاضیات را عرضه کند تا هرکس به‌تناسب علاقهٔ خود از آنها بهره‌گیرد. باید برنامه به‌صورتی تنظیم شود که شاگرد پس از فراغت از تحصیل بتواند در ریاضیات ادامهٔ تحصیل دهد. همهٔ برنامه‌های ریاضی که برای معلمان آیندهٔ مدارس تنظیم می‌شود باید در بارهٔ رابطهٔ ریاضیات در گسترش علوم طبیعی و اجتماعی در فرهنگ ما تأکید کرده باشد.

لیاقت افراد موسسه

۱ ــ اعضای موسسه باید سواد لازم برای، درس تخصصی، که به‌عهدهٔ آنها محول می‌شود، داشته باشد.

۲ ــ اعضای موسسه باید تجربهٔ کافی تدریس به‌شاگردانی، که شاگردان فعلی آنها در موسسه برای تدریس به‌آنان آماده می‌شدند، داشته باشند.

۳ ــ اعضای موسسه باید قادر باشند تا خلاقیت شاگردان خود را درك، وآنان را در جهت گسترش آن تشویق کنند.

۴ ــ اعضای موسسه باید قادر و مایل باشند تا به‌طور موثر مورد مشورت شاگردان خود در امور آموزشی، شخصی، وحرفه‌ای قرارگیرند.

۵ ــ اعضای موسسه باید با شرکت در سازمانهای مربوط به‌حرفهٔخود، با خواندن، نوشتن، ویا هرفعالیت مناسب دیگر خود را از نظر علمی زنده نگه دارند.

۶ ــ اعضای موسسه باید رابطهٔ موجود بین خصوصیات فردی شاگرد و توانایی آموزشی او را درك کنند و قادر باشند خود را با شاگردان مختلف وفق دهند.

بهره‌گیری

۱ ــ به‌اعضای موسسه باید آن کارهایی را محول کرد که در آنها دارای بیشترین تجربه و سوادند.

۲ ــ قسمتی از وقت اعضای موسسه باید صرف مشاوره با دانشجویان بشود.

۳ ــ ارزیابی اعضای موسسه وارتقاء آنها باید چنان عادلانه ودر جهت تشویق آنان باشد تا این افراد همواره خود را به‌صورت نمونه‌ای زنده برای تقلید دانشجویان خود نگه دارند.

۴ ــ سیاست هر بخش ریاضی باید در این باشد که تعدادی ازمعلمان زبدهٔ ریاضی را جهت سرمشق برای اعضای دیگر جذب نماید.

منابـع

۱ ــ موسسه‌های تربیت‌معلم باید تعدادی ازمدارس ازنوعهای‌مختلف دراختیار داشته باشند تا درآنها معلمان، استادان دانشگاه، ومعلمان کارآموز با یکدیگر کار کنند و بتوانند معلم ریاضی تربیت کنند.

۲ ــ موسسه‌های تربیت‌معلم ریاضی باید دارای کتابخانه‌های مجهز باشند تا شاگردان و اعضای موسسه بتوانند در ریاضیات، آموزش ریاضیات، علوم انسانی، و علوم رفتاری مطالعه کنند. یك‌چنین کتابخانه‌ای باید شامل جدیدترین کتابها و نشریه‌ها در موضوعهای مربوطه باشد.

۳ ــ موسسه‌های تربیت‌معلم ریاضی باید دارای مواد آموزشی مناسب (از قبیل کتاب، تست، لوازم آزمایشگاه ریاضی و ....) برای آموزش ریاضی باشد.

۴ ــ موسسه‌های تربیت‌معلم باید خود در حدامکان اقدام به ایجاد مدارس نمونه نمایند تا بتوانند با ایجاد شرایط دلخواه در آنها شاگردان خود را برای امر معلمی تربیت نمایند.

برنامه‌ریزی، تجدیدنظر در برنامه‌ها، ارزیابی

در برنامه‌ریزی، تجدید نظر دربرنامه‌ها، و ارزیابی آنها بخش‌ریاضی هرموسسه تربیت‌معلم باید:

۱ ــ به‌راهنماییهای همهٔ افرادی‌که علاقه‌مند به‌بهبودمدارس‌هستند(از قبیل معلمان باتجربه، مدیران مدارس، استادان دانشگاه، شاگردان، وغیره) توجه کند، اما تصمیم نهایی در هر مورد باید به‌عهدهٔ بخش ریاضی باشد.

۲ ــ برنامه‌ها، علاوه بر ریاضی، شامل زمینه‌ای از علوم انسانی و آمادگی حرفه‌ای در شغل معلمی باشد.

۳ ــ همواره عده‌ای از اعضاء آمادگی کامل برای انجام روشهای علمی در بررسی و موفقیت برنامه‌ها داشته باشند.

۴ ــ برنامه‌ها، با توجه به‌تفاوت فردی افراد، به‌قسمی تنظیم یابند تا بتوانند استعدادهای متفاوت آینده را در جهتهای مثبت توسعه دهند.

۵ ــ برنامه‌ها به‌رشد مثبت معلمان آینده کمك کنند، و راه را برای آنها طوری فراهم نمایند تا بتوانند میزان رشد را در طول عمر خود به نحو مثبتی حفظ کنند.

۶ ــ همهٔ برنامه‌ها مورد ارزیابی و تغییر باشند و این کار مرتب انجام پذیرد.

شگفتیهای عدد

● عدد ۱۴۵ برابر است با مجموع فاکتوریل رقمهای آن:

$$۱۴۵ = ۱! + ۴! + ۵!$$

همین خاصیت را، عدد ۱۴۴ هم دارد، منتهی در عدد ـ شماری به‌مبنای ۵:

$$۱۴۴ = ۱! + ۴! + ۴!$$

● روشن است‌که $۲ + ۲ = ۲ \times ۲$ و شبیه آن داریم:

$$۱۱ + ۱/۱ = ۱۱ \times ۱/۱ = ۱۲/۱،$$
$$۳ + ۱/۵ = ۳ \times ۱/۵ = ۴/۵،$$
$$۶ + ۱/۲ = ۶ \times ۱/۲ = ۷/۲،$$
$$۵ + ۱/۲۵ = ۵ \times ۱/۲۵ = ۶/۲۵،$$
$$۲۱ + ۱/۰۵ = ۲۱ \times ۱/۰۵ = ۲۲/۰۵، \ldots$$

برای پیداکردن زوج عددهایی، با این خاصیت، قاعده‌ای کلی وجود دارد. سعی‌کنید این قاعده را پیداکنید.

دیوید کهن[1]

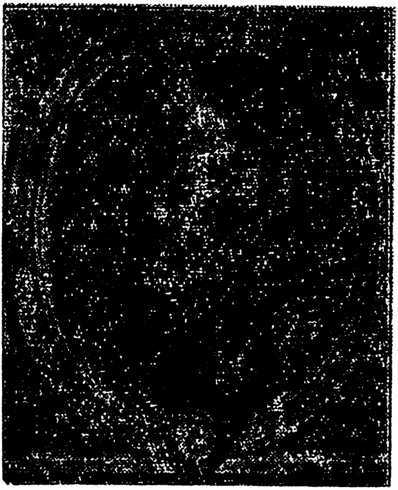
راهی نو برای یافتن عددهای اول

با مراجعه به‌تاریخ در خواهیم یافت‌که ریاضی‌دانان، از روی علاقهٔ شخصی و به‌عنوان تفریح، به‌مطالعه درباره عددهای تام (کامل) وعددهای اول مرسن[2] می‌پرداختند. هدف‌این مقاله بحث دربارهٔ ضابطه‌ای برای‌معلوم کردن این مطلب است‌که آیا عددهای مرسن اول هستند یاخیر.

بنا به‌تعریف، عددی تام (کامل) نامیده می‌شود که مساوی مجموع مقسوم علیه‌های خود (غیر از خود آن عدد) باشد. من باب مثال: عدد ۶ یك عدد کامل است زیرا: مقسوم‌علیه‌های آن به‌غیر ازخود ۶عبارتند از: ۱ و۲ و۳. و بدیهی است‌که مجموع این سه‌عدد (سه مقسوم‌علیه) برابر است با۶ همینطور، مقسوم علیه‌های عدد ۲۸، به‌غیر ازخود ۲۸، عبارتند از:۱، ۱۴،۷،۴،۲ که مجموع آنها برابر ۲۸ می‌شود. از آنجاکه «پیدایش جهان در۶ روز» و هر گردش مـاه به‌دور زمین در۲۸ روز صورت می‌گیرد. لهذا عددهای فوق را عددهای کامل درنظر می گرفتند.

بیش از ۲۰۰۰ سال قبل ازاین، اقلیدس ثابت‌کردکه هرعدد به‌صورت $2^{p-1}(2^p-1)$ باشرط اول‌بودنpو 2^p-1 ،یك‌عددزوج کامل‌است. برای‌مثال، فرض می‌کنیم «$p=2$» چون $2^2-1=4-1=3$ عدد اول است؛ لذابا جاگذاری $p=2$ درفرمول پیشنهادی اقلیدس، خواهیم داشت $6=3\times 2 = (2^2-1)2$ وعدد ۶اولین عدد زوج کامل است. درقرن هجدهم، اولر[3] ثابت‌کردکه فرمول اقلیدس، تمام عددهای کامل را به‌ما می‌دهد. پنج عدد کامل اولیه‌که به‌وسیلهٔ فرمول اقلیدس به‌دست می‌آید عبارتند از: ۶، ۲۸، ۴۹۶، ۸۱۲۸ و۳۳۵۵۰۳۳۶.

1- David B.Cohen 2- Marin Mersenne 3)- Euler



مارتین مرسن
ریاضیدان فرانسوی متولد ۸ دسامبر ۱۵۸۸ در اووازه (oizé) در ایالت من (Maine) ـ وفات در اول سپتامبر ۱۶۴۸ در پاریس

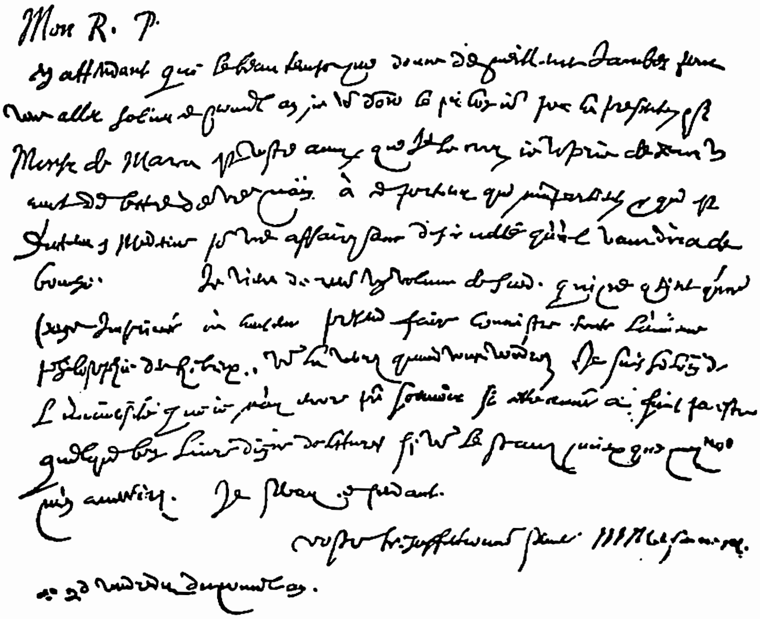
طبق فرمول اقلیدس، ما فقط p هایی را دراین فرمول قرار می‌دهیم که درعین حال، p و $۲^{p} - ۱$ اول باشند. برای سهولت کار، $۲^{p} - ۱$ را با M_{p} نشان‌می‌دهیم بنابراین: $M_{۳} = ۲^{۳} - ۱ = ۷$ و $M_{۵} = ۲^{۵} - ۱ = ۳۱$ والی آخر. اگر M_{p}، عدد اول باشد دراین صورت آن‌را، عدد اول مرسن[1] می‌گویند. این‌نام، مأخوذ از اسم مادین‌مرسن، ریاضی‌دان قرن هفدهم‌است. من‌باب مثال چون $M_{۳} = ۲^{۳} - ۱ = ۷$ عدد اول است لذا۷ یك عدد مرسن خواهدبود. تاکنون، تنها p هائی که‌عددهای‌اول مرسن‌رامی‌دهند عبارتنداز:
۲، ۳، ۵، ۷، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۳۱، ۶۱، ۸۹، ۱۰۷، ۱۲۷، ۵۲۱، ۶۰۷، ۱۲۷۹، ۲۲۰۳، ۲۲۸۱، ۳۲۱۷، ۴۲۵۳، ۴۴۲۳، ۹۶۸۹، ۹۹۴۱، ۱۱۲۱۳، ۱۹۹۳۷ (۲۴ مقدار). باید توجه داشت که عددهای اول حذف شده، عددهای اول مرسن را نمی‌دهند. مثلاً به‌ازاء $p = ۱۱$ داریم:

$$M_{۱۱} = ۲^{۱۱} - ۱ = ۲۰۴۷ = ۸۹ \times ۲۳$$

بعلاوه، اگر n عددی غیر اول باشد، واضح است که M_{n} نیز عدد غیر اول خواهد بود، در حقیقت $۲^{ab} - ۱$ (b و a بزرگتر از ۱) بر $۲^{a} - ۱$ قابل قسمت است بخصوص اگر m زوج وبزرگتر از ۲ باشد، M_{n} غیر اول خواهد بود.

در سال ۱۷۷۲، اولر ثابت کرد که $M_{۳۱} = ۲۱۴۷\ ۴۸۳\ ۶۴۷$ اول

1) -Mersenne Prime Number


Mon R. P.

نامه‌ای به‌خط مرسن، که در حوالی سال ۱۶۴۰ نوشته است.

است، این‌عدد را برای‌مدتی بیش ازیک‌قرن، بزرگترین عدداول‌می‌دانستند. لوکاس[1] (در۱۸۷۷) روش جالبی رابرای تشخیص اول بودن یانبودن M_p به‌ازاء هرعدد اول داده شدهٔ p، ارائه دادکه بعدها، نتیجهٔ آن اصلاح‌شده‌و در سال ۱۹۳۰، اثبات آن توسط لهمر[2] مختصر وساده شد. دنباله‌ای از عددهای زیرراکه به‌دنبالهٔ لوکاس‌ـلهمر مشهور است درنظر می گیریم به‌این ترتیب: «... و ۱۴۱۶۳۱۷۹۵۴ و ۳۷۶۳۴ و ۱۹۴ و ۱۴ و ۴»این دنباله در رابطهٔ بازگشتی زیرصدق می کند:

$$S_1 = 4$$

$$S_{K+1} = S_K^2 - 2 \qquad K = 1, 2, 3, \ldots$$

بنابراین: $14 = 4^2 - 2$ و $194 = 14^2 - 2$ تاآخر. قضیهٔ زیر رامی‌توان ثابت کرد:

قضیه: شرط لازم وکافی برای آنکه M_n اول باشد آنستکه M_n، عدد S_{n-1} راعادکند. (لهمر- ۱۹۳۱).

1) -E.V.Lucas 2- D.H. Lehmer

مثال، فرض کنید می‌خواهیم بدانیم که M_5 اول است یاخیر. ابتداء $31 = 1 - 2^5 = M_5$ را محاسبه می‌کنیم و بعد تحقیق می‌کنیم که آیا، ۳۱، S_4 را عاد می‌کند یاخیر. اگر عادکند، M_5 اول است واگر عاد نکند، M_5 اول نیست. چون ۳۱ عدد $S = 37634$ راعاد می‌کند بنابراین، $M_5 = 31$ اول است. در صورتی که در مورد اول بودن M_{29} بخواهیم تحقیق‌کنیم باید ببینیم که آیا M_{29}، S_{28} راعاد می‌کند یاخیر.

آزمون لوکاس- لهمر یك عیب ویك مزیت دارد، مزیت یاحسن آن این است که لزوم آزمون اول بودن عددهای مـرسن، از طریق تقسیم آن برعددهای اول کوچکتر از ریشهٔ دوم آن عدد را، حذف می کند. عیب آن عبارت از این است که عددهای دنبالهٔ:

«...، ۱۹۴، ۱۴، ۴» بـا سرعت زیادی، بزرگ می‌شوند (تعداد رقمهای هرعدد، تقریباً دوبرابر تعداد رقمهای عدد قبلی‌است).

چاره‌ای برای رفع این عیب وجود داردتاهرگز مجبور نباشیم باچنین عددهای بزرگی سروکار داشته باشیم. هرگاه بخواهیم M_n راآزمون کنیم دنباله‌ای از عددهای کاهشی همنهشت با M_n را می‌سازیم. من باب مثال، فرض کنید می‌خواهیم تعیین کنیم که M_7 اول است یاخیر. برای این کار، دنباله‌ای به‌وجود می‌آوریم تاجاییکه به عددی بزرگتر از$127 = 1 - 2^7 = M_7$ برسیم یعنی: « ... و ۱۹۴ و ۱۴ و ۴» سپس ۱۹۴ را بر ۱۲۷ تقسیم می‌کنیم باقیمانده، عدد ۶۷ است‌حال دنباله را ادامه می‌دهیم به‌جای ۱۹۴ مقدار ۶۷ را در آن قرار می‌دهیم یعنی: «...، ۴۴۸۷، ۶۷، ۱۴، ۴» مجدداً ۴۴۸۷ رابر ۱۲۷ تقسیم‌می‌کنیم باقیمانده۴۲ می‌شودکه باجاگذاری دردنباله داریم:

«...و۴۲و۶۷و۱۴و۴» با ادامهٔ این عمل می‌بینیم که جملهٔ ششم دنبالـهٔ حاصل یعنی: «۰، ۱۱۱، ۴۲، ۶۷، ۱۴، ۴» مضربی از ۱۲۷ است، بنابراین $M_7 = 127$ عددی است اول. علت کاهش اعداد برحسب مدول M_n، درسرتاسر عملیات، این است که دنبالهٔ کاهشی ودنبالهٔ اصلی، جملاتشان برحسب مدول M_n، همنهشتند. زیرا: به طور کلی در مورد همنهشتی‌ها، داریم که اگر (مدول t) $a \equiv b$ آنگاه (مدولt)$2 - b^2 \equiv 2 - a^2$. در این زمان، لوکاس، با محاسبهٔ جمله‌ی ۱۲۶م این دنباله، ثابت کرد که M_{127}، (یك عدد ۳۹ رقمی) اول است. این عدد راتا سالهای ۱۹۶۰- ۱۹۵۰، که شمارگر جانشین ماشین حساب دستی شد، بزرگترین عدد اول می‌دانستند. به‌عنوان آخرین مثال، فرض‌کنید می‌خواهیم تعیین کنیم که عدد ۶۳

$=۲^۶-۱=M_۶$ اول است یا نه. برای این کار، دنبالهٔ کاهشی لوکاس را تشکیل می‌دهیم. این دنباله به‌صورت «۴،۱۴،۵،۲۳،۲۳» درمی‌آید. در اینجا، چون عدد ۰ را به‌عنوان پنجمین جملهٔ این دنباله که با ۶۳ همنهشت باشد به‌دست نیاوردیم لذا ۶۳ اول نیست.

با استفاده از یک برنامهٔ سادهٔ فورترن[1] که ذیلاً می‌آید می‌توان اول بودن M_n را از طریق آزمون لوکاس آزمود:

این برنامه، M_n را به‌ازاء ۳ تا ۲۷ $=n$ با استفاده از حساب دقت مضاعف، آزمایش می‌کند. تغییرات جزئی این برنامه، ما را قادر می‌سازد که M_n را به‌ازاء مقادیر بیشتری از M (که به ۵۶ می‌رسد) امتحان کنیم. تابع $DMOD$، عدد X را برحسب مدول Y کاهش می‌دهد. بطور خلاصه، اگر بخواهیم M_n را به‌ازاء مقادیر فرد n، آزمایش کنیم (اگر m زوج و بزرگتر از ۲ باشد در اینصورت M_n غیر اول است) فقط عبارت دوم (در برنامه فورترن باید به‌صورت $DO\ \ 50J=3,27,2$ تغییر یابد.

```
      DOUBLE PRECISION X, Y, DMOD
      DO 50 J = 3, 27
      Y = 2.DO**J - 1.DO
      X = 4.DO
      JO = J - 2
      DO 80 I = 1, JO
      X = X**2 - 2
      X = DMOD(X,Y)
80    PRINT 53, X
53    FORMAT ('', D23.16)
      IF (X .EQ. 0) GO TO 20
      PRINT 11, Y
11    FORMAT ('', F16.0,'  IS COMPOSITE')
      GO TO 50
20    PRINT 10, Y
10    FORMAT ('',F16.0, 3X,'  IS PRIME')
50    PRINT 90
90    FORMAT ('', 1X)
      STOP
      END
```

دانش‌آموزان دبیرستانی با استفاده از یک ماشین حساب دستی، یا از طریق تهیهٔ برنامه‌های شمارگر (کامپیوتر) نظیر برنامه‌ای که فوقاً به‌آن اشاره شد و یا احتمالاً با استفاده از $BASIC$[۵] قادر خواهند بود که آزمون لوکاس را به‌آسانی انجام دهند.

1- FORTRAN

۵) BASIC یک زبان ساده دربرنامه‌نویسی شمارگر (کامپیوتر) است.

بیلر[1] (۱۹۶۴) گزارش تاریخی جالبی درمورد کاربردآزمون لوکاس تهیه وارائه کرد. کریگر[2]، پس‌از ۵سال کار وکوشش، اظهار داشت که اول بودن $M_{۲۵۷}$ را ثابت‌کرده است. اما کری‌چیك[3] (۱۹۲۲) ولهمر (۱۹۳۱) بااستفاده از آزمون‌لوکاس ثابت کردندکه $M_{۲۵۷}$ غیر اول است. البته‌لهمر برای رسیدن به‌این نتیجه حدود ۷۰۰ ساعت از وقت خود راصرف‌محاسبات به‌کمك ماشین حساب دستی کرده است. در سال ۱۹۵۳، این محاسبات، به وسیلهٔ SWAC (شمارگر خودکار استاندارد غرب) در۴۸ ثانیه صورت گرفته وضمن آن، معلوم شد که $M_{۲۵۷}$ اول نیست. لازم به تذکر است‌که آزمون لوکاس دقیقاً معلوم می کند که عدد مورد نظر، اول است یانه. اما هیچگاه عوامل آن عدد را درصورت غیر اول بودن، معلوم نمی‌سازد. از اینرو، می‌دانیم که‌عدد ۷۸ رقمی $M_{۲۵۷}$، غیر اول‌است‌لاکن هیچیك‌ازعوامل اول آن‌را نمی‌دانیم.

۲۴ عدد اول مرسن (ودر نتیجه ۲۴ عدد زوج کامل) تاسال ۱۹۷۴ کشف شده است. ۲۴ مین عدداول مرسن یعنی $M_{۱۹۹۳۷}$ که عددی ۶۰۰۲ رقمی است در مرکز آی.بی.ام[4] مؤسسه‌تحقیقاتی توماس‌واتسن[5] نیویورك در مارس ۱۹۷۱ کشف شده است.

این عدد، با آن که برابر $(۲^{۱۹۹۳۷}-۱)۲^{۱۹۹۳۶}$ است عددی است ۱۲۰۰۳ رقمی.

ترجمه: لیدا فرخو- محمدحسین احمدی

دانش بدون وجدان ویرانگر است. **لوئی پاستور** حکمت طبیعی بدون تجربه و ریاضیات، خیلی زود به‌ورطه مباحثات‌پوچ می‌افتد. **راجر بیکن**

1- Beiler 2) -1. Krieger 3) -M. Kraitchik
4) -I .B.M. 5)- Thomas Watson

فضا ـ زمان

در اواخر سده نوزدهم یکی از جالب‌ترین نظریه‌های گفته شده‌دربارهٔ فضا ـ زمان، نظریهٔ هرمان مینکوفسکی[1]، استاد اینشتاین در دانشکدهٔ پلی‌ـ تکنیك زوریخ است. بنابرنظر او ترکیب زمان ومکان درجهان، تنهادارای ارزش مستقل علمی‌است. اما درواقع جهان مینکوفسکی همان جهان‌گالیله است که‌درآن فاصلهٔ زمانی ومکانی‌میان دو حادثه بارابطهٔ $c^2t^2/l^2 = k$ بیان می‌شود. اما از آنجا که دستگاه گالیله یعنی میدانی‌که درآن جز سکون و حرکت مستقیم و همانند حرکت دیگری موجود نیست، نمی‌تواند وجود خارجی وعمومیت داشته باشد. به‌این ترتیب جهان مینکوفسکی هم‌ارزش خود راازدست می‌دهد.

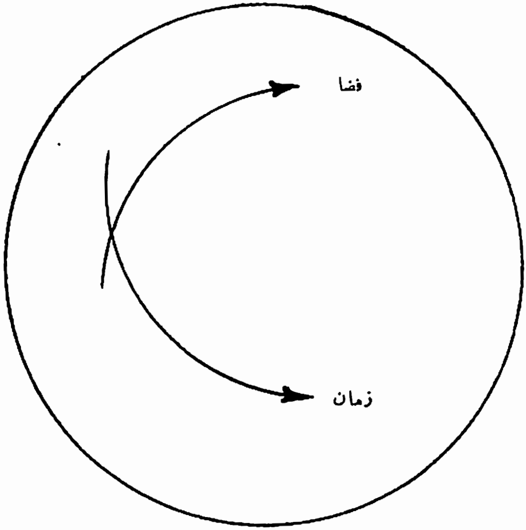
از میان مدلهای ساکن‌کیهانی دیگر، که تاکنون اهمیت زیادی‌یافته است، می‌توان مدل اینشتاینی(شکل۱) ومدل دوسیته[2] (شکل۲) رانام برد ولی هردوی این مدلها کنار گذاشته‌شد وجهان، عالمی‌گسترش یافته‌شناخته شد.

درسال ۱۹۳۰ ریاضیدان روسی الکساندر فریدمن[3] اشتباهی‌درمعادله ساکن‌کیهانی اینشتاین کشف‌کرد.

بنابر نظراو، اینشتاین دوطرف معادله را به‌مقداری بخش می‌کردکه در بعضی شرایط ممکن بود صفر شود. و این کار برخلاف اصلهای ریاضی است. اینشتاین در این باره می‌گوید: بزرگترین اشتباه من درزندگی، وارد کردن نیروی دفع‌کننده کیهانی در معادله‌های مدل ساکن است. پس از آن آلکساندرفریدمن دومدل تازه یافت‌که یکی با زمان بسته ودیگری گسترده

1- MINKOWSKI   2- DE SITTER

3- ALEXANDER FRIEDMANN



می‌شد. این طرح با کشف ادوین‌هیل[1]، که جهان گسترده را پیشنهادمی‌کرد، همانندی کامل داشت.

بنابرنظر ادوین‌هیل به‌سبب این‌که انتقال نور سرخ دلیلی برسرعتهای پسروی منبعهای نورکهکشانها می‌باشد پس بایستی که‌جهان درحال گسترش باشد.

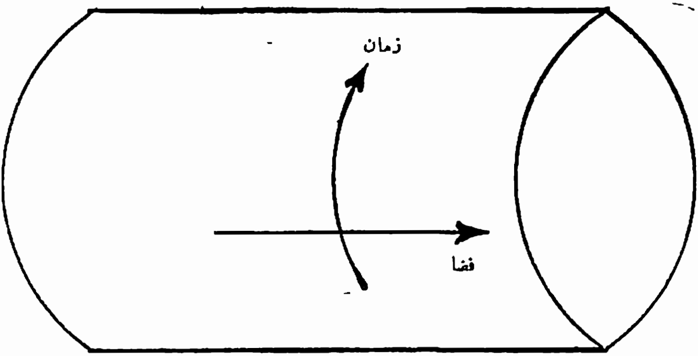
این مدلها، به‌وسیلهٔ ژرژکومتر کاملتر شد. به‌نظر وی جهان از حالت تراکم ابتدایی به‌حالت گستردگی امروزی درآمده است.

در این سری مدلها آخرین اظهار نظر این است‌که جهان ما از لحاظ زمانی نامتناهی است ومنحنی آن‌با شکل (۳) معین می‌شود. یعنی که‌دریك زمان ابدی، آغاز به‌گسترش‌کرده و به‌بستگی انجامیده است باز در حالت گسترش است‌که این تابینهایت ادامه خواهد یافت.

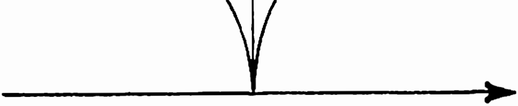
درسال ۱۹۵۱ بوندی[2]، گولد[3] وهویل[4] پیشنهاد تازه‌ای‌کردندکه بنابر آن جهان آغاز وپایانی ندارد.

اینشتاین‌نیز دراواخر، جهان را دارای بعدهای بینهایت دانست. اما آنچه‌که به‌نظر این دانشمند موضوع بینهایت را تأیید می‌کند این است‌که اگر جهان از انقباض بـه‌انبساط گراییده چه‌چیزی منبسط شده است فضایا

1- E.HAIL 2- BONDI 3- GOLD ۴- HOIL



ماده؟ اگر فضا به‌حالت متراکم بوده وسپس سترش‌یافته است واکنون به‌سوی بعدهای بینهایت پیش می‌رود، دچار تناقض می‌شویم چه در هر حالت خلایی یا بعدهای بینهایت وجود داشته‌که جهان در آن گسترده شده است. پس درهر حال مانمی‌توانیم فرض انقباض وانبساط‌فضا رابه‌این صورت‌درست بدانیم بلکه باید معتقد به‌بینهایت بودن بعدهای مکانی بشویم. از اینروست که مترلینگ اول بارخط بطلان روی جهان غیر بینهایت‌کشید. اماآنچه‌که آشکار است به‌گفته جورج‌گاموف دانشمند عالیقدر (دانش کنونی ما اجازه نمی‌دهد دراین مورد نظریه‌های قطعی اظهارکنیم).



۵) برای‌نشان دادن قضیه‌های چهار بعدی به‌وسیلهٔ محورهای مختصات، زمان را روی محور y هاوفاصلهٔ مکانی را روی محور xها منتقل می‌کنند. در این صورت نیمسازهای BB' و cc' خط جهان خواهد بود وجهان به‌شکل‌یك (هیپربولوئید۱) یادومخروط متقابل به‌رأس‌که‌رأس

آمپر خانه نیست !

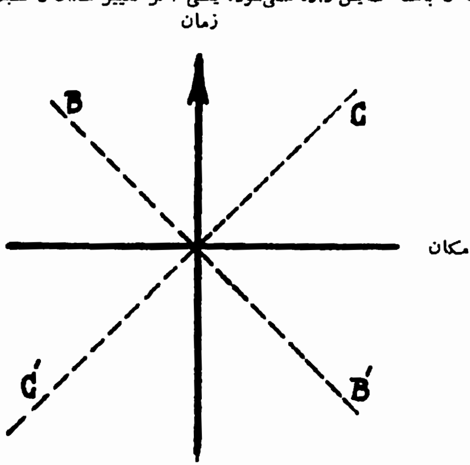
آمپر در زندگانی عادی خیلی گیج به‌نظر می‌آمد و در این قسمت گوی سبقت را از نیوتون که ساعت خود را به‌جای تخم‌مرغ جوشانده، ربوده است و در این باب حکایاتی به‌وی نسبت می‌دهند از آن جمله حکایت ذیل است:

گویند روزی به‌قصد کاری از منزل خود خارج شد و برای اینکه وقت ارباب رجوع به‌کوبیدن درب‌خانه تلف نشود، روی درب منزل خود با گچ نوشت: «آمپر خانه نیست.» و درب را بسته، کلید آن را در جیب نهاد و براه افتاد. قدری که رفت متوجه شدت‌باران شد و ضمناً به‌خاطرش آمد که از برداشتن چتر غفلت کرده.

لذا مراجعت نمود که چتر را بردارد. وقتی به منزل رسید و شروع به‌دق‌الباب کرد. ناگاه چشمش به‌عبارتی که خود بر درب خانه نوشته بود افتاد بدون اینکه متذکر شود که کلید را در جیب دارد زیر باران مراجعت کرد و دنبال کار خود رفت!

از شماره ششم سال اول مجله ریاضیات (بهمن ۱۳۵۹)

آنها درنقطهٔ o باشد نمایش داده می‌شود. یعنی اگر تغییر مکان s نسبت به‌زمان t از واحد



(سرعت نور) بیشتر نباشد پدیده درون شکل هیپربولوئید خواهد بود (چون تانژانت زاویهٔ ۴۵ برابر واحد است) و در غیر این صورت آن قضیه نمی تواند موجود باشد، چون بیرون شکل هیپربولوئیداست یعنی تغییر مکانی تندتراز سرعت سیرنوروجود ندارد.

۱) شکل حاصل از دوران هذلولی درحول قطرقاطع آن.

ریاضیات پیش از تاریخ

۱ــ مقدمه

انسان ترازنامهٔ گذاشته‌اش را همیشه به‌یك روش تدوین‌نکرده است. نوشتهٔ تاریخی اجتماعات و خانواده‌ها بازمان و مکان تغیر یافته است، غنای تاریخی‌که یك تمدن به‌آن می‌بالد برحسب مکانش، زمانش، و دوره‌های عظمت و انحطاطش به‌شکلهای گوناگون درآمده است. واگر برای انسان تمدنهای اولیه، این غنای تاریخی به‌لباس «اساطیر» ملبس شده، پس ما شواهد به‌ارث مانده ازپیش ازتاریخ راچگونه باید طبقه‌بندی کنیم؟

آغاز ماجرای انسان برروی زمین در تاریکیهای زمان گم‌شده است، آن‌را باید به‌پیش ازیك‌میلیون سال برآورد کرد. درمورد پیش‌از تاریخ ما در مرحله‌ی حدسها و احتمالها هستیم. برای تأیید یا تکذیب این یا آن ادعا، سند و مدرك بسیار کمی وجود دارد. حداکثر برای ما لازم است تا بکوشیم از مرحمت داده‌های دیرین‌شناسی و مردم‌شناسی فعالیت‌های آشکار اولیهٔ انسان پیش‌از تاریخ را بازسازی کنیم.

۲ــ ریاضیات پیش‌از تاریخ

درکدام لحظه، بشریت شروع به‌تفکر دربارهٔ رابطه‌های عددی و هندسی کرده است؟ سنت خواستار است‌که آغاز دانش ریاضی از یونان و از قرن پنجم پیش‌از میلاد باشد، چون از تمدنهای پیشین خرده ریزهایی بیش نمانده که محتوای ریاضی آن در عین‌حال گسیخته و مشخص است. مدارك تاریخی که فعلا در دسترس است، فرض وجود روابط عددی و هندسی را حتی قبل از پیدایش تمدنهای بزرگ کهن امکان‌پذیر می‌سازد. هیچ چیز درحال حاضر، مانع گزارش پیدایش بعضی رابطه‌های ریاضی در آغاز

بشریت نیست.

اگرهم مبداء انسان هنوز از چند لحاظ اسرارآمیز باشد، تقریباً مسلم است که در حدود ۴۰،۰۰۰ سال پیش‌از میلاد مسیح بشر (انسان‌نئاندرتال) به‌تفکر آغازیده است. از این لحظه انسان پیش‌از تاریخ از محیطی که در آنجا زندگی‌می‌کند کسب آگاهی به‌عمل می‌آورد، و با فوریت هرچه تمامتر ادامهٔ حیات نوعش را باید تأمین کند.

کاوشهای دیرین‌شناسی متعددی‌که درلایه‌ها و رسوبات دوران نو سنگی انجام یافته ازیك صنعت تکامل یافته و از فعالیتهای اجتماعی ویژهٔ یك جامعهٔ پیشرفته پرده برمی‌دارند، و دوعنصر ریاضی مهم از این جامعهٔ پیش‌از تاریخ آشکار می‌شود.

۱ــ یك‌زبان مکالمه که درآن به‌دستگاه‌های عددی برمی‌خوریم.

۲ــ اسباب و ساخته‌هایی که درآنها نسبتهای فضایی به‌کار رفته‌اند.

رابطه‌های عددی

عواملی چند می‌توانند ما را متقاعد سازندکه انسان اولیه دارای یك فکردرك اعداد بوده است، قبایل ابتدایی متعددی که امروزه، مثلا، در استرالیا و پولینزی زندگی می‌کنند دارای دستگاه عددی کم‌وبیش آماده هستند.

این قبیله‌ها که در دوران حجر زندگی می‌کنند (بسیاری از میان آنها نه‌دارای کشاورزی هستند ونه وسایل تکامل‌یافته‌ای مانند تیروکمان) با به‌کاربردن زبانی با خصوصیات توصیفی به‌شمردن توفیق یافته‌اند.

بویر[۱] (Boyer) کشف یك استخوان متعلق به‌گرگ جوانی رادر چکسلواکی قید می‌کند. استخوانی که روی آن یك رشتهٔ پنجاه و پنج‌تایی برش وجود دارد که در دو ردیف گروه‌های پنج‌تایی قرارگرفته‌اند. این استخوان در رسوبات مربوط به‌تقریباً ۳۰۰۰۰ سال پیش کشف شده است.

از مرحمت فعالیتهای مردم‌شناسان و نژادشناسان ما می‌توانیم درصدد احیای آن طریقهٔ طبیعی برآییم که انسان ابتدایی وقتی‌که اشیای مادی را می‌شمارد، یا وقتی که درصدد برمی‌آید ترازنامهٔ اجزای شمرده شده زا، در عین دوری جستن ازکاربرد اصولی پیش‌بینی نشده و ناسازگار با افزایش‌داده‌های واقعی تاریخ ترتیب دهد، ازآن استفاده می‌کند.

---

۱ ــ کارل بویر : تاریخ ریاضیات.

۳ـ شکل گرفتن عدد نزد انسانهای اولیه

پیش از پیدایش یك‌زبان در خور تسهیل ارتباطهای زبانی، انسان اولیه می‌توانست پدیده‌های کمی را در طبیعت مشاهده کند: یك درخت و یك جنگل، یك‌سنگریزه و یك تودهٔ سنگریزه، یك گرگ و یك دسته گرگ و غیره. این تمیز بین واحد و کثرت را او مسلماً بسیار زود استقرار بخشیده است. و همینطور مفهوم جفت: دوپا، دودست، دوچشم و غیره توانسته است توجه وی را جلب کند. می‌توان به‌سادگی تصور کرد که این مشاهدات اولیه او را به‌مفهوم «تناظر یك‌به‌یك»، مرحلهٔ اول شمارش رهنمون شده‌اند. شیء مشاهده شده، مرکز و هدف دقت بصری انسان اولیه است و هرنوع ناپیدایی این شیء بطور اجتناب‌ناپذیری، از بین رفتن محرك، یعنی فقدان عدد را موجب می‌شود. یاد[1] شیء نه‌اینکه فکر یك‌عدد بلکه شکل یك تصویر را، به‌خود می‌گیرد.

از زمان این مشاهدات، انسان اولیه ناخودآگاه و بتدریج فکرمقایسهٔ مألوف با آن را پیدا می‌کند، به این ترتیب او می‌تواند «تناظر یك به‌یك» را برای الحاق یك گروه علامت یا شیء به‌مجموعهٔ اشیای مشاهده شده به‌کار بگیرد. این مجموعهٔ علامت‌ها برحسب قبیله‌ها واقوام اولیه می‌تواند بسیار گوناگون باشد. یك قبیله (حتی یك‌نفر) از خطهای علامت گذاری شده روی یك چوب، روی یك استخوان، یا برروی شن استفاده می‌کند، و دیگری از یك تودهٔ سنگریزه یا حتی از نارگیلها یاری می‌جوید سومی حرکتهای دست (وضع قرارگرفتن دست روی یك بخش از بدن) یا سر را ترجیح می‌دهد. و غیره.

شمردن یك گروه اشیای مشاهده شده، با پیدایش یك زبان لفظی (کتبی یا شفاهی) به‌شمارش امکان می‌دهد. این تحول احتمالا پاسخگوی تغییرات زندگی انسان ابتدایی است که به‌جای تدارك کنندهٔ سادهٔ آذوقه، یك تهیه کننده یا یك بازرگان می‌گردد. بازرگان نیاز به‌یك زبان مکالمه دارد تا به فروش محصولات خود توفیق یابد و باید دارای یك دستگاه

---

۱ ــ این از چارلز داروین است که می‌گفت: حافظه و تصور دومؤلفه اساسی استدلال ریاضی هستند و حیوانات عالی (نخستیان) این دو عنصر ضروری را بدست آورده بودند.

عددی برای خوب شمردن باشد. تهیه‌کننده تعداد اشیای تهیه شده، تعداد گوسفندان پرورش یافته، ضررهایی را که سرقت موجب آنها شده است باید برآورد کند و همهٔ اینها فرض شناسایی یك دستگاه شمارش خاص نوع زندگانی انسان اولیه را ایجاب می‌کند. شمارش برحسب قبیله‌ها فرق می‌کند، به‌ویژه برحسب دو عامل:

۱ـ زبان قبیله، کلمه‌ها را برای ارقام عددی تعیین می‌کند؛

۲ ـ محیطی که قبیله در آنجا تحول می‌پذیرد، نوع فرد و نیازهای ویژهٔ او را مشخص می‌سازد.

برای مثال، سومریان قدیم کلمه‌های «مرد» و «زن» و «چندین» را بترتیب برای «یك»، «دو» و «سه» به‌کار می‌بردند. به‌این ترتیب است که بشر نمادی برای عدد یك بود. با ازدواج، او و زنش را با عدد دومی‌ـ نمودند. و هرچه که از لحاظ عددی از دو تجاوز می‌کرد با نماد «چندین» بیان می‌شد.

پیگمه‌های افریقا اصول تکرار را طبق : آ (a)، اوآ (oa)، اوا (ua) اوا ــ اوا (oa-oa) بترتیب برای عددهای یك، دو، سه، چهار به کار می‌بردند. قبیله‌های کامیلاره Kamilarai ساکن‌استرالیا نیز یك دستگاه تکرار به کار می‌برند: یك را «مال» mal ، دو را «بولان» bulan ، سه را «گولیبا» guliba و چهار را «بولان ــ بولان» bulan-bulan می‌گویند و غیره.

باوجود این، جایگزین کردن اشیا با کلمات زبان، هنوز به‌این معنا نیست که درك عدد در فکر کسی که می‌شمارد وجود دارد. در این‌مرحله، انسان ابتدایی که بر سه گاو، سه کلمهٔ متمایز را همراه می‌سازد در غیاب کلمه‌ها، نمی‌تواند به‌عدد سه فکر کند. آزمایشهای نژادشناسی بعمل آمده با قبیله‌های ابتدایی‌نشان داده‌اندکه شناسایی یك‌رشتهٔ مرتب کلمه‌های عددی الزاماً فهم تصور عدد یك را ایجاب نمی‌کند[1] باوجود این نبودن کلمهٔ عددی مانع امکان شمردن، بخاطر استفاده ازیك تناظر یك بیك هم نیست[2].

حذف محمل شیء مشاهده شده در فرایند شمارش، درعین به‌خاطر

۱ـ انجمن ملی معلمان: موضوعات تاریخی مربوط به‌درس ریاضی. سالنامه‌ی ۳۱. واشنگتن. N.C.T.M. ۱۹۶۹، صفحه ۲۱

۲ ـ کریستف. جی. اسکریبا: مفهوم عدد، فصلی در تاریخ ریاضیات با توجه به علایق معلمان. مانهایم/زوریخ ــ مؤسسهٔ کتابشناسی، ۱۹۶۸. صفحهٔ ۶.

لوحهٔ اندیشه نگاشت (Ideogram) سومری

سپردن هیچ‌چیز جز عنصر عددی که به‌آن نظیر است، به‌معنی داشتن توقع تجرید از ناظر می‌باشد. این مرحلهٔ قطعی حاصل نمی‌شود، مگر به‌صورت تدریجی ودر مقیاسی که در آنجا دو درك مهم تشخیص داده شده باشند:

عدد اصلی که عبارت کمی را به‌دست می‌دهد، و عدد ترتیبی که وجود یك عدد اولی و به‌دنبال آن یك دومی و یك سومی و غیره راآشکار می‌سازد.

انسان ابتدایی وقتی به‌یك عدد فکر می‌کند که روابط زیر را خوب تشخیص بدهد:

۱ ـ ماهیت اشیای شمردنی که هیچ نقشی در شمردن بازی نمی‌کند.

۲ ـ ترتیبی که در آن، عناصر مشاهده شده‌اند، تأثیری در نتیجهٔ نهایی، یعنی در عدد اصلی ندارند.

۳ ـ آخرین عنصر شمرده شده، عملا نظیر عدد اصلی مجموعه، در

مقیاسی می‌باشد که در آنجا تنها نتیجهٔ شمارش ضروری است.

در نتیجه، گام مشکل برای برداشتن مشتمل برشناسایی آخرین عنصر شمرده شده است. مانند کسی‌که بگوید «درمجموعهٔ مورد شمارش چندعنصر موجود است؟» قبیله‌های گوناگون انسانهای پیش از تاریخ تاچه درجه‌ای توانسته‌اند روابط آورده شده در بالا را برآورده کنند؟ این پرسش به‌سبب نبودنِ مدارك نسبتاً کامل مربوط به‌این نوع پرسشها احتمالا بی‌جوابْ خواهد ماند. با این وصف، بین قبایل فعلی، وقتی که صحبت برسر شمردن است اشکالات متعددی می‌توان مشاهده کرد. یك مردم‌شناس انگلیسی، فرانسیس گالتون (به نقل از سترویك Struik)[1] مشاهدات خود را در مورد یك قبیله بانتو[2] از افریقای جنوب استوایی (دامارا) با این‌کلمات بسیار معنی‌دار نقل می‌کند:

وقتی از آنان پرسیده می‌شود تا فلان محل چند روز راه است، جهل آنان در مورد هرنوع تصور عدد سخت آزار دهنده است. زبان آنان دارای هرمقدار لغت هم که باشد مسلماً از عددی بزرگتر از سه استفاده نمی‌کند. وقتی می‌خواهند چهار را بیان کنند انگشتان خودرا می‌گیرند، که ازلحاظ آنان وسیلهٔ محاسبه‌ای به همان خوبی خط کش محاسبه برای دانش‌آموزان دبیرستانی است. بعداز پنج بیشتر سردرگم می‌شوند، چون دیگر دستشان خالی نیست تا بتوانند باآن انگشتان دست دیگر را به‌علامت واحد بگیرند. با اینهمه کمتر گاوهایشان را گم می‌کنند؛ و راهی که گم‌شدن گاو را کشف می‌کنند، شمارش افراد گله نیست، بلکه غیبت چهره‌ای است که می‌شناسند.

این‌گواهی، مشکلات مربوط به‌فرایند شمارش را توضیح می‌دهد. و یك عنصر مهم برای ادامهٔ شمارش یك مجموعهٔ اشیا را نیز روشن می‌سازد. مساله برسر مفهوم «گروه‌بندی» یا «پایه»ای است‌که باآن می‌توان، باگروه‌بندی اشیا در مجموعه‌ها، به‌افزایش قابل ملاحظهٔ تعداد اشیای شمرده شده موفق شد.

۴ـ گروه‌بندی اعداد

اگر علامتها، برای نمودن اعداد، درنظم تاریخی مقدم برکلمات

---

۱ ـ دیرك. جی. سترویك: ریاضیات عصر حجر.
سینتیفیك امریکن، شماره ۱۷۹ (دسامبر ۱۹۴۸)، ص ۴۶.

۲ ـ Bantu بخشی از مجموعهٔ ساکنین افریقای جنوب استوائی که به زبان‌هایی از یك خانواده حرف می‌زنند ولی به گروه نژادی کاملا متفاوتی تعلق دارند.

بوده‌اند. گروه‌بندی علامت‌ها (تیرقایم، سنگریزه، انگشتان دست وغیره)، مسلماً بطور مستقیم برپایهٔ دستگاه شمار انتخاب شده اثر گذاشته‌اند.

به‌نظر می‌آیدکه قبایل خیلی ابتدائی‌تر ابتدا گروه‌بندی دوتایی، بعد چهارتایی و سپس شش‌تایی را به‌کار برده باشند، و تصادفاً شقهایی نظیر گروه‌بندی‌های سه‌تایی (قبیله‌های امریکایی). یك‌دستگاه بسیارطبیعی و خیلی رایج مطابق با انگشتهای دست است و می‌تواند به‌این ترتیب متضمن گروه‌بندی پنج‌تایی (انگشتهای یك‌دست) ده‌تایی (انگشتهای دو دست) و بیست‌تایی (انگشتهای دستها و پاها) باشد. این دستگاه نه‌تنها گروه‌بندی‌های طبیعی و قابل دسترس را دراختیار می‌گذارد، بلکه به‌خاطر «ترتیب» انگشتان تمایز بین یك عدد اصلی و یك عدد ترتیبی را امکان می‌دهد. این گروه‌بندیهای پنج، ده، و بیست‌تایی در چندین بخش مختلف جهان ظهورکرده است. گروه‌بندی‌های دیگری نیز توسط بعضی قبیله‌های ابتدائی، به‌ویژه گروه‌بندیهای دوازده و شصت وهشت‌تایی نبز به‌کار برده شده‌اند.

استرویك بررسی انجام شده از طرف دانشگاه استانفورد را بر روی ۳۵۷ دستگاه شمار، که نزد قبیله‌های ابتدایی امریکا وجوددارند، گزارش کرده است. بین این دستگاهها ۱۴۶ تا به‌گروه‌بندی ده‌تایی تعلق دارند و ۱۵۶ تا به‌گروه‌بندی پنج‌تایی و پنج و ده‌تایی، ۸۱ دوتایی، ۳۵ تا دارای پایهٔ بیست و یا بیست وپنج، ۱۵ تا به گروه‌بندی چهارتایی تعلق دارند و ۳ تا ازگروه‌بندی سه‌تایی هستند و تنها یکی برپایهٔ هشت است.[1]

وقتی‌که مفهوم گروه‌بندی بروشنی فهمیده شد، طبیعی است‌که انسان ابتدایی یك‌نماد ویژه برای گروه‌بندی به‌کار رفته تعیین می‌کند. او اکنون عناصری برای ترکیب آنها به‌منظور اختراع دستگاه‌شمار خود در اختیار دارد.

۵ـ دستگاههای شمار

نیاز به‌یك دستگاه شمار، احتمالا از طبیعت فعالیتهای خاص یك قوم ابتدایی برمی‌آید. قبیله‌هایی که مالك گله‌های بزرگ اهلی‌شده و یا کشاورزی متنوع و گسترده‌ای بودند، خیلی‌زود، لزوم ایجاد دستگاهی را، که امکان استفاده از عددهای بزرگ را بدهد و اختراع یك تقویم را تسهیل کند، احساس کردند.

---

۱ ــ دیرك. جی. استرویك. همان مجله. صفحهٔ ۴۷.

روشهای بکار برده شده در دوران پیش‌از تاریخ (یا آنچه مبداء آن درآنجا بوده است)، که دستگاه‌های شمارگوناگون را به‌وجود آورده‌اند، چه بوده‌اند؟ یك روش نخست مشتمل بر ادامهٔ گروه‌بندی و جمع واحد به‌واحد است؛ مثلا، انسان ابتدایی پنج انگشت دست چپ و سپس انگشتهای دست راستش را برای ادامهٔ شمارش تا ده (یك‌بیك) به‌کار می‌برد. گسترش ممکن دیگر مشتمل براستفاده از انگشتان پاها بود. این روش، باهمهٔ‌آسانی، اشکالات بسیار بزرگی درزبان وارد می‌کند. زیرا که مستلزم آفرینش کلمات تازه است.

روش دوم بسیار مؤثرتر مشتمل براستفاده از اصل «تکرار» در شمردن اشیای مورد شمارش است. مثلا درپایهٔ سه، پیگمه‌های افریقا اصول تکراری زیر را به‌کار می‌برند.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	...
a	*oa*	*ua*	*oa-oa*	*oa-ua*	*ua-ua*	...

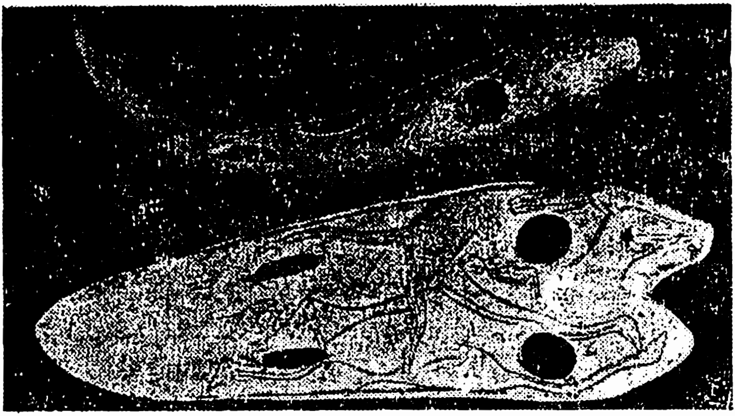
برای انسانهای ابتدایی، که یك‌دست با پنج انگشت را به‌عنوان پایه به‌کار می‌بردند، کافی بود دست دیگر را اضافه کنند تا ده بشمارند و سپس یك‌نفر دوم حسابهای ده تا بیست را ثبت کند و همینطور تا آخر. یك‌شق هم مشتمل بربه‌کار بردن ده انگشت به‌عنوان پایه و عمل‌کردن به‌این ترتیب به‌طرز قبلی است. این روش مانند «دستگاه جمعی ناموضعی» ثبت شده است. نقش عمدهٔ آن در مصرف تعداد زیادی از نمادهاست.

روش سوم، که در طول پیش‌از تاریخ بسیار کم مورد استفاده قرار گرفته، اساساً متکی براصل موضع است. هر نمادی، هرچه‌که باشد، یك ارزش معین شده از روی جایی که در ردیف نمادهای این یا آن عدد اشغال می‌کند، دارد. دستگاه دهدهی ما، نمونهٔ عالی این‌نوع دستگاههاست، و «دستگاه موضعی» نامیده شده است.

فعلا به‌بررسی دستگاههای موضعی نمی‌پردازیم.

گسترش دستگاههای شمار در پیش از تاریخ احتمالا از نوع جمعی ناموضعی تجاوز نکرده است. باوجود این، این مساله انسانهای ابتدائی را ازبرپاکردن عناصر اولیهٔ یك حساب عملی و یك هندسه برمحور اندازهٔ مساحتها و حجمها بازنداشته است.

با پاگرفتن بازرگانی، صنعت و کشاورزی، انسان اولیه نه‌فقط می‌بایست شمردن را بداند، بلکه توانایی در آوردن یك ترازنامه از فعالیتهای بازرگانی خود را داشته باشد. روشهای اولیه، وقتی‌که مسأله برسر ثبت شکلهای گوناگون فعالیتهای اقتصادی، بطور فاحشی تغییر



هنرماگدالن (عصر دیرینه سنگی فوقانی) مربوط به حدود ۱۰۰۰۰ سال پیش از میلاد. نقشهای چوب (دربالا) که در پایین عکس به‌صورت گسترده‌نشان داده شده، به‌همان‌اندازهٔ نقشهای دیواری غارها‌گیرا و چشم نوازاست.

می‌کنند: خطهای نشان شده بر روی چوب، گرههای درطول یك ریسمان، گروه سنگریزه‌ها و نارگیلها، خطوط علامتگذاری شده بر روی پاپیروس یا لوحه‌های گل رس، وغیره.

ترازنامهٔ تنظیم شده، شناسایی اجباری قاعده‌های محاسبهٔ عددی مقدماتی را ایجاب می‌کرد. دراین دوران صحبت ! زاستفاده از عددهایی غیر از عددهای طبیعی نمی‌تواند باشد. عددهای درست، گویا، گنگ، مختلط، اختراعات دوران ما هستند.

۶ـ اعداد و حیوانات

انسان حتی در مقدماتی‌ترین مراحل تکامل خویش، دارای یك نوع استعدادی است که براو امکان داشتن شمی از عدد را می‌دهد. این حس، درضمن به‌او امکان شناختن اینرا می‌دهد که در یك مجموعهٔ کوچك چیزی تغییریافته یا یك شیء برداشته شده یا افزوده شده است، بدون آنکه شناسائی و اطلاعی از پیش داشته باشد. اگرچه عمل شمردن، بطورکلی یك‌عمل اختصاصی انسان وانمود می‌شود، با این وصف نمی‌توان به بعضی حیوانات که بنظر می‌آید دارای یك حس ابتدائی از عدد، مشابه مال ما، می‌باشند، بی‌اعتنا بود.

به‌پرسش «آیا حس‌عدد پیش حیوانات وجود دارد؟» به‌تأیید اشخاص صلاحیت‌دار دراین زمینه باید پاسخ داد که: بلی. اگرهم این بلی، مخصوص به‌پرندگان، به‌بعضی گروههای حشرات و به‌بعضی حیوانات مانند

موشها و خوکهای دریایی (فوك) اختصاص داشته باشد، بعلاوه، کارهای اوتوکوهلر از دانشگاه فرایبورگ روی پرندگان براین اصل تأکید می‌کنند که حیوانات می‌توانند، شمردن را، در معنای حقیقی کلمه یاد بگیرند. اختلافهای بین مجموعه‌های نقاط به تعداد نابرابر را شناسد و به استدلال روی پایه تفاوتهای کمی موفق شوند. اگر سنجابها و طوطیان، بطوریکه فیلمهای کوهلر نشان داده‌اند، توانسته‌اند شمردن را یاد بگیرند، منطقی است‌که فرض‌کنیم حیوانات دیگر از قبیل سگ، خوك، موش احتمالا می‌توانند شمردن را یاد بگیرند. با این وصف، این معنای عدد، دست‌کم مختص بعضی گروههای حیوانات است که بنظر می‌آید از استعداد بهتری برخوردارند، از قبیل پرندگان. واقعیتهای بی‌شماری این مطلب را تأیید می‌کنند.

فرض‌کنیم در لانهٔ پرنده‌ای چهار تخم وجود داشته باشد. یکی از آنها را بدون فراهم آوردن اسباب تشویش پرندهٔ ماده می‌توان برداشت، ولی اگر دو تخم برداشته شود، پرندهٔ ماده به‌طورکلی لانه‌اش را ترك خواهد گفت، مثل اینکه با یك روش نامشخص به‌تمیز دو از سه موفق می‌شود .آزمایشهای بعمل آمده برروی یك بلبل نشان داده‌اند که او می‌تواند تا سه بشمارد ،هر روز به‌عنوان غذا سه‌تا کرم، هربار یکی، برای او می‌آوردند، بطور تغییر ناپذیر، او کرم را برمی‌داشت و می‌رفت دورتر آن‌را بخورد و سپس برای دومی برمی‌گشت و همین شیوه را برای سومی تکرار می‌کرد، ولی پس‌از خوردن کرم سوم دیگر برنمی‌گشت، مثل‌اینکه می‌دانست‌که این یکی آخری است.

حالت زنبور تنها جالبتر است. پس‌از تخم‌گذاری در حجرهٔ انفرادی (کندو) زنبور ماده برای هرکدام، غذایی ازکرم‌زنده و حشرات می‌آورد تا نوزاد جوان پس‌از درآمدن آن‌را بخورد. تعداد قربانیان به‌طور شگفت‌آوری ثابت است، بعضی انواع زنبورها پنج تا و بعضی دوازده‌تا و برخی دیگر بیست وچهارتا می‌آورند. ولی حیرت‌آورترین حالتها مربوط به‌نوعی به‌نام Genus eumenus است، گونه‌ای که درآن نر کوچکتر از ماده‌می‌باشد. زنبور ماده به‌شکل اسرارآمیزی از پیش می‌داند که، آیا تخم، یك‌کرم ماده و یا کرم‌نر تولید خواهد کرد و به‌این ترتیب غذای لازم برای هرکدام را فراهم می‌آورد: او پنج‌تا کرم یا حشره به‌نر و ده‌تا به‌ماده می‌دهد و همه بدون تغییر در درشتی و یا نوع شکار. با این وصف، کار منتظم و دوره‌ای، اجازهٔ این‌باور را به‌ما می‌دهد که این وضع با یك

عمل حیاتی حشره، احتمالا طبیعت ناخودآگاه مرتبط است.

مثال کلاغ بازهم بیشتر افشاگر است. آورده شده است که یک قصرنشین تصمیم گرفته بود کلاغی را که در برج نگهبانی ملك او مسکن گزیده بود بکشد. او چندین‌بار اقدام کرده بود ولی هربار با نزدیك‌شدن انسان، پرنده بلافاصله لانه‌اش را ترك می‌کرد و بردرختی که از تفنگ کشنده درپناه بود می‌نشست.

قصرنشین که مصمم بود یکبار برای همیشه به‌این ماجرا خاتمه دهد نیرنگی بکار بست. یك‌روز صبح او به‌اتفاق یکنفر دوست دربرج حاضر شد دونفری به‌درون برج شدند و قصرنشین کمی بعد تنها ازآن بیرون آمد. کلاغ با شکیبایی منتظر بیرون آمدن نفر دوم گردید. روزهای بعد آزمایش با سه نفر و حتی با چهارنفر تکرار شد، کلاغ همیشه درکمینگاه می‌ماند و پس از درآمدن آخرین نفر به‌برج برمی‌گشت. اخرالامر پنج مرد مانند سابق به‌آنجا فرستادند، چهار مرد یکی پس‌از دیگری از برج درآمدند، درحالی‌که پنجمی با شکیبایی در درون انتظارمی‌کشید. این‌بار کلاغ، ناتوان از تمیز بین چهار وپنج در تله افتاد.

این چند عامل بخوبی نشان می‌دهند که بعضی حیوانات میتوانند بشمارند، ولی تردید هست حس عددی مشابه مال ما ابراز دارند، به‌علاوه آزمایشهای بعمل آمده برروی حیوانات به‌ما اجازه می‌دهند بگوییم که فعالیتهای آنها گاهی حالت ریاضی خالص دارد.

۷ــ اعمال روی عددهای طبیعی

جمع با تعداد بسیارکم نمادهای متمایز آغاز می‌شود و عددهای بکار رفته همیشه به‌صورت مجموع دو عدد ردیف پایین‌تر نوشته شده‌اند. مثلا عدد پنج‌اینطوری می‌تواند نوشته شود: ۴+۱، ۳+۲، ۲+۱+۱+۱، ۱+۱+۱+۱+۱ وغیره. اگر پایهٔ دستگاه پنج باشد یك‌نماد ویژه عموماً معین‌کنندهٔ عدد پنج است (عموماً در مورد هرعدد هم که از لحاظ کمیت نظیر پایه بکار رفته باشد همین‌طور است) درنتیجه، جمع از راه تجزیه انجام می‌پذیرد و محاسبات غالباً طولانی و مشکل هستند.

تفریق نزد بعضی اقوام ناشی از عادت است، مثلا نوشتن ۶ به‌صورت ۱ ــ ۷ تفاضل ۳ ــ ۳ کنارگذاشته شده است، زیرا عدد صفر اختراع نشده بود و همهٔ مجموعها و تفاضلهای منفی ناشناخته بودند.

ضرب، احتمالا نزد بعضی اقوام اولیه به‌وسیله‌ی دوجزء کردن déduablement وارد گردیده است. با دوجزء کردن عدد ۱۵

به‌ترتیب زیر: یا بهرصورت هم ارز دیگر، به‌ضرب عددها و ثبت نتیجه‌ها بصورت جدول‌های عددی توفیق می‌یابند.

$$۱۰=۲\times۵=۲\times(۲+۲+۱)$$

تقسیم برای اقوام اولیه عملا عمل بسیار مشکلی بود، بنظر می‌آید که کسرها با پیدایش تمدنهای بابلی و مصری پدیدار شده باشد.

کسب اطلاعات اولیه در مورد محاسبات راه را به‌سوی اندازه‌گیری درازاها، مساحتها و حجمها می‌گشاید. واحدهای اندازه غالباً از بین قسمتهای بدن آدمی انتخاب شده‌اند: انگشت، پا، شست، دست، ساعد، حجمها به‌کمك زنبیل‌ها یا گوشماهیهای به‌حجم «استاندارد» اندازه‌گیری می‌شوند. ساخت خانه‌ها به‌کمك خط‌کشها انجام می‌شود تا از وجود خطهای مستقیم و زاویه‌های قائمه اطمینان حاصل شود.

هندسهٔ بکار رفته تجربی است و اساساً مدارك بدست آمده مربوط به‌این دوران فاقد کمترین توجیه قاعده‌های بکار رفته و قراردادهای انتخاب شده می‌باشد.

هندسه، همچنین در نقاشیها و در موضوعهای رسم شده توسط اقوام اولیه تجلی می‌کند. روی ظرفها، سبدها، دیواره‌های غارها به یك غنای گوناگون از شکلهای هندسی برمی‌خوریم. مناظر و تزیینات نو سنگی سرشار از نمونه‌های هم نهشتی وشکلهای گوناگون تقارن است. میزان باروری وهم و تصور هندسی این اقوام را مشکل بتوان به‌تصور درآورد.

لازم به‌یادآوری است که گسترش ریاضی دراین دوره سخت از نجوم متأثر شده است. اقوام اولیه دارای شناساییهای مختصر مربوط به‌خورشید، ماه و ستاره‌ها بودند. بعلاوه یك‌قوم کشاورز مجبور است حساب توالی روزها و شبها و همچنین فصل‌ها را داشته باشد. اقوام اولیه به‌خاطر فرق گذاشتن به‌مناظر عوض شوندهٔ گیاهان و دارابودن واحدهای زمان مفید و مناسب تقریباً همگی یك‌تقویم قمری را پذیرفته بودند.

بالاخره ضرور است که برتأثیر قابل ملاحظهٔ مذهب روی زندگی اولیه چه درزمینهٔ روحی و چه در زمینهٔ فعالیتهای روزانهٔ اقوام اولیه تأکید کنم و حتی اگر شروع تمدن با یك محمل مذهبی در ارتباط بوده باشد، عرف مذهبی انسانهای اولیه درك آنها را از عدد، الزام‌آور می‌سازد.

درمقاله‌ی منتشره در سال ۱۹۶۲ سیدنبرگ[۱] Seidenberg

۱ــ سیدنبرگ، منشاء دینی شمارش. آرشیو تاریخ علوم دقیقه، (۱۹۶۲) : ۵.

ادعا می‌کند که بیاری آزمایشها ثابت کرده است مبداء دینی حساب به وسیلهٔ عملهای مشاهده‌پذیر و بدیهی صورت پذیرفته است. برمبنای این فرض‌که یك رشتهٔ معین ازکلمات همراه با فعالیت خانوادگی که درآن این کلمات به‌کار رفته‌اند، یك‌عنصر اساسی برای شمارش را تشکیل می‌دهند. او بداثبات فرض زیر مبادرت می‌کند.

الف) اسامی شرکت‌کنندگان در یك مراسم یا کلماتی که آنها را اعلام می‌دارند کلماتی با خصوصیت عدد بودند. به‌این ترتیب «ردیف‌بندی» Seriation یك مراسم مذهبی و «حساب» یك اسطوره Mythe است. قصد اسطوره بازگوکردن یا تفسیر معنای مراسم مذهبی است.

ب) حساب باعددهای بزرگ توانسته است از دسته‌های طولانی شرکت‌کنندگان حاصل شود. پایهٔ بکار برده شده با تعداد اشخاص شرکت‌کننده در مراسم مذهبی مربوط است و لزوم بکاربردن عددهای بزرگ از تکرار مداوم این مراسم پایه بدست می‌آید.

با اینهمه، این اظهار، به‌قول مؤلفش متکی برتعدادی از عناصر است که به‌عنوان واقعیتهای تاریخی باید حضورداشته باشند.

۱) دسته‌های مراسم دینی

۲) دسته‌های مراسم همسرگزینی

۳) حضور شرکت‌کنندگان درمراسم برروی صحنه به‌هنگام دعوت

۴) دعوت که شکل عدد می‌گیرد

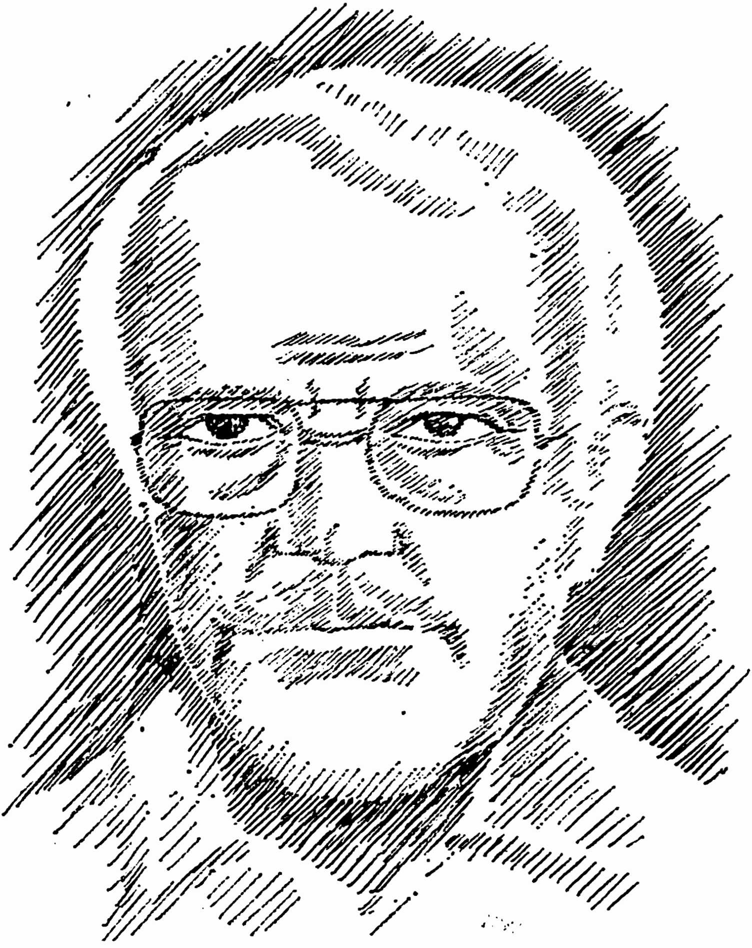
او به‌این ترتیب به‌گزارش عملهای فوق باگواهی تاریخ وبه‌نشان‌دادن اینکه این عناصر حضور داشته‌اند مبادرت می‌ورزد. درنتیجه مؤلف با در نظرگرفتن اسطوره مانند شکل کلمات سهیم در یك مراسم ادعا می‌کند که پدیدهٔ حساب معمولا عنصر مرکزی در یك مراسم بود که شرکت‌کنندگان درآن حساب شده بودند. از این مطلب، او فرضی را مطرح می‌کند بدین شرح: حساب به‌صورت وسیلهٔ دعوت شرکت‌کنندگان در یك مراسم روی یك صحنه اختراع شده است.

آیا انسان اولیه درك عدد را برمبنای نیازهای علمی و اقتصادی گسترش بخشیده یا این گسترش ناشی از تأثیرهای گوناگون مذهب یا جادو بوده است؟ هیچکس این‌را با اطمینان نمی‌داند، با وجود این محتمل است‌که بسط ریاضیات در ابتدا تحت تأثیر مراسم مذهبی بوده است، به‌ویژه درك عدد و هندسه[1] در دوران باستانی منظر‌های وابسته به‌زمینهٔ مذهبی را منعکس می‌سازند.

ترجمهٔ باقر امامی

۱ ـ ا. سیدنبرگ: منشاء دینی هندسه.
آرشیو تاریخ علوم دقیقه، (۱۹۶۲) : ۵۲۷ ـ ۴۸۹.

ریاضیدان هنرمند



در شمارهٔ قبل «آشتی با ریاضیات»، مقاله‌ای همراه با مختصری از زندگی‌استاد علیرضا امیرمعز را خواندید. دراین شماره هم مقالهٔ جالبی از ایشان چاپ شده است. ولی شاید برای شما جالب باشد که استاد، به‌جز ریاضیات، به هنر هم عشق می‌ورزد؛ اگرچه خود او ریاضیات را «هنرهنرها» می‌داند. همهٔ تصویرهایی که در

مقالهٔ «جبر بازی بانخ» وجود دارد، کار خود استاد است و علاوه برآن در پایان این مختصر، بعضی از طرحهای ایشان را ــ که بیشتر به ریاضیات نزدیك است ــ می‌بینیا.

استاد امیر معز، پیش از سفرشان به امریکا، مدتها مشغول تحقیق و مطالعه در کارهای نمایشی و حتی زمانی مدیر امور تئاتر کودکان در کانون عمر خیام‌بوده‌اند و در هنرستان هنرپیشگی، معلمی کرده‌اند.

مقاله‌هایی از ایشان در زمینه نقاشی، سینما و عکاسی در مجلهٔ «هالی‌وود»، که زمانی در ایران منتشر می‌شد، چاپ شده است، کتابی هم به نام «موارد استعمال روانشناسی در نمایش» با همکاری عبداله والا، از ایشان به چاپ رسیده است.

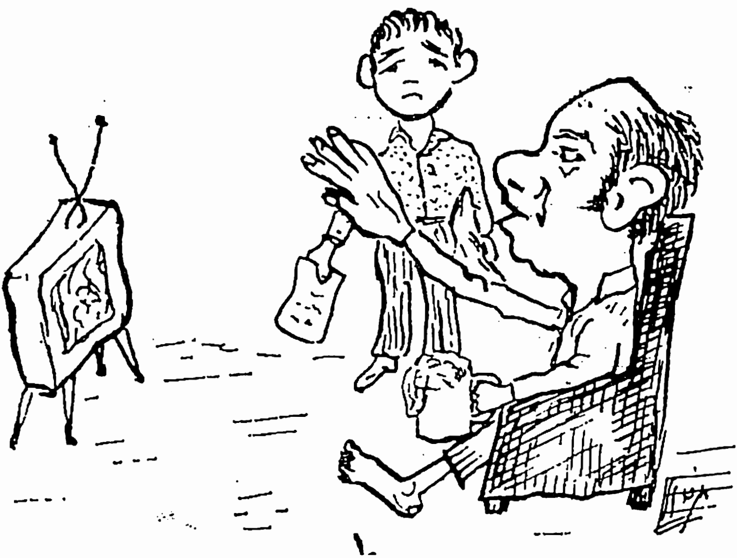
استاد امیر معز، نقاشی را، مثل دیگران، ابتدا با ذغال و سپس آب‌رنگ و بعد رنگ و روغن آغاز کردند و سرآخر به‌طراحی و سایه‌زنی با مرکب رسیدند. اکنون قریب دوسال است که با سنگریزه‌های قیمتی، تابلوهای زیبائی را خلق می‌کنند.

استاد امیر معز معتقد است که ریاضیات، یکی از هنرهای زیبا و ریاضیدان، یك هنرمند است، او می‌گوید که کودك را باید از همان سالهای نخست، و وقتی که هنوز آلوده به قید وبندهای ذهنی نادرست نشده است، با ریاضیات آشنا کرد تا در آیندهٔ خود، محروم از این لذت هنری نباشد.

طرحی که در صفحهٔ ۱۵۲ از صورت استاد می‌بینید، کار خود ایشان است.

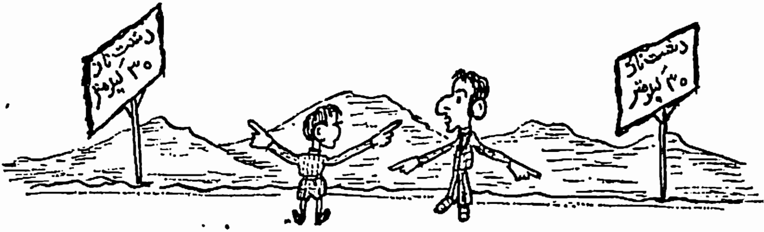
* * *

جعبهٔ ابلـه



ــ بابا جون عدد طبیعی چیه؟

ــ راهت را بگیر و برو، مگر نمی‌بینی کار دارم!؟

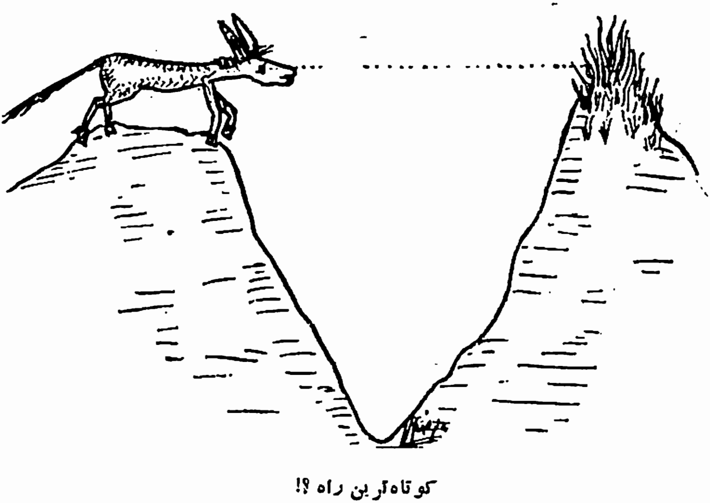


ـ بابا جون چطور فاصلهٔ میان دوعلامت صفر است؟

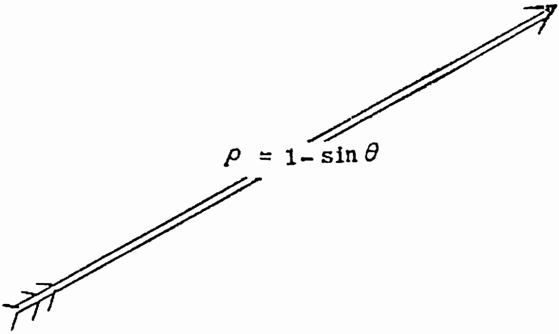
ـ این خط ایزوتروپ و معادلهٔ آن $y=x\sqrt{-1}$ است.

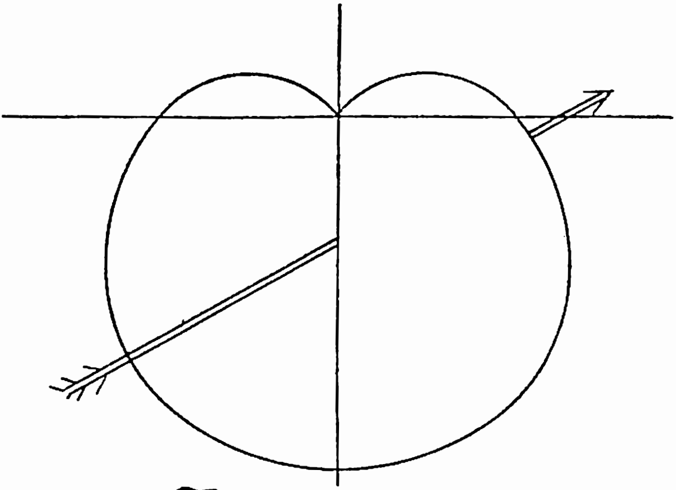
* * *

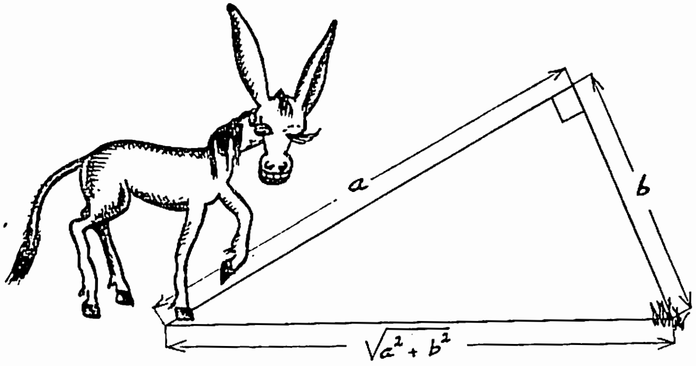
نسبیت



کوتاه‌ترین راه ؟!

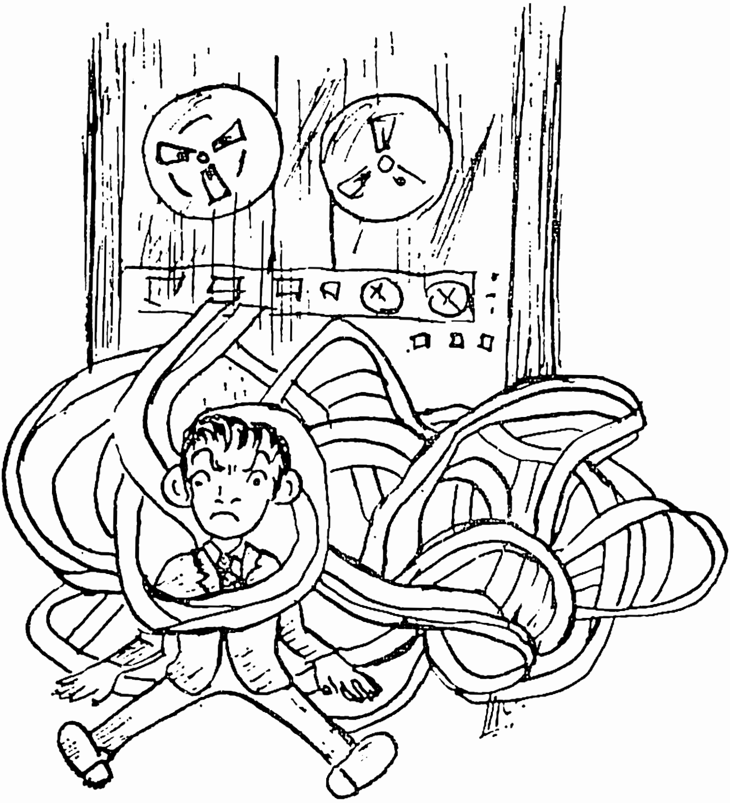

$\rho = 1 - \sin\theta$





$$\sqrt{a^2+b^2} < a+b$$

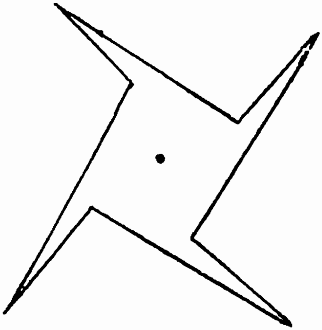
***



بدادم برسید! یکی به‌صفر
تقسیم کرده است!

عمر خیام و خطوط موازی

۱. $550=11(5^2+5^2+0^2)$ $\quad$ $803=11(8^2+0^2+3^2)$



۲. یکی از جوابهای ممکن در شکل داده شده است.

۳. باسه رقم a، b و c، می‌توان شش عدد سه رقمی درست کرد:

abc، acb, bac, bca, cab, cba

در حالت کلی، هررقم، شش بار به‌کار می‌رود: دوباردرسدگان، دوبار در دهگان ودوباردریکان. بنابراین، اگرمجموع همهٔاین عددها، یعنی۲۸۸۶، را به ۲۲۲ تقسیم کنیم، مجموع رقمهای a،b وcبدست می‌آید:

$$a+b+c=13$$

اگر a، بزرگترین و c کوچکترین‌این رقمها باشد، بنابرفرض داریم:

$$(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=495$$

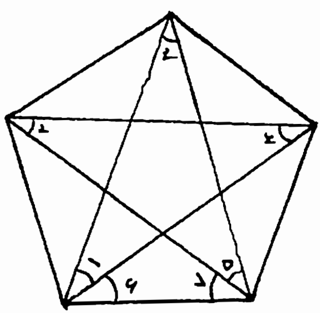
که ازآنجا بدست می‌آید: $\quad a-c=5$

در تساوی $a+b+c=13$، به‌جایa، مقدارش $c+5$ رامی‌گذاریم بدست‌می‌آید:

$$b=8-2c$$

c نمی‌تواند برابر واحد باشد، زیرا در اینصورت $b=6$ و $a=6$ بدست می‌آید، در حالیکه بنابر فرض، رقمها باید مختلف باشند. c، برابر ۳ نیست، زیرا در اینحالت $b=2$ می‌شود و در نتیجه، c کوچکترین رقم نمی‌شود: c، بزرگتر از ۳ نمی‌تواند باشد، زیرا در اینصورت، مقدار b، منفی در مـی‌آید. به‌این ترتیب، تنها مقدار ممکن برای c، رقم ۲ است: یعنی

$$a=7,\qquad b=4,\quad c=2$$



۴. به‌سادگی ثابت می‌شودکه $8+6=4+2$

بنابراین‌داریم:

$$1+2+3+4+5=1+3+5+6+7=180^\circ$$

Reconciliation with Mathematics

Editor : Parviz Shahryari
Under the supervision of the editorial board
A supplementary publication of The Free University of Iran
Address : The Free Uuiversity of Iran
P. O. Box 11-1962
Aban Shomali St. / Karim-Khan Zand Boulevard
Tehran 15' Iran

Contents