



آشنایی با

# اختر فیزیک ستاره‌ای

جلد دوم

جوّهای ستاره‌ای



اریکا بوم - ویتنس

ترجمهٔ پیمان صاحب سرا

آشنایی با

# اختر فیزیک ستاره‌ای

جلد دوم

جوّهای ستاره‌ای

اریکا بوم - ویتنس

ترجمهٔ پیمان صاحب‌سرا

مرکز نشر دانشگاهی، تهران



*Introduction to Stellar Astrophysics*  
Vol. 2: Stellar Atmospheres  
Erika Böhm-Vitense  
Cambridge University Press, 1993

آشنایی با اختر فیزیک ستاره‌ای  
جلد دوم: جوهای ستاره‌ای  
تألیف اریکا بوم - ویتنس  
ترجمهٔ پیمان صاحب‌سرا  
ویراستهٔ دکتر منیژه رهبر  
طراح جلد: معصومه انوری  
نمونه خوان: لیلا محسنی  
حروفچین: نادیا فرهادتوسکی  
مرکز نشر دانشگاهی  
چاپ اول ۱۳۸۳  
چاپ دوم ۱۳۸۷  
تعداد ۲۰۰۰  
لیتوگرافی: مردمک  
چاپ: حیدری  
۳۳۰۰ تومان  
حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

فهرست نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

بوم - ویتنس، اریکا.  
آشنایی با اختر فیزیک ستاره‌ای / تألیف اریکا بوم - ویتنس؛ ترجمهٔ منیژه رهبر؛ پیمان صاحب‌سرا. - تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۳.  
ج. : مصور، جدول، نمودار. - (مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۱۷۰؛ ۱۱۷۱. فیزیک؛ ۱۱۲؛ ۱۱۳)

ISBN 978-964-01-8180-5 (دوره)  
ISBN 978-964-01-1170-3 (ج. ۱)  
ISBN 978-964-01-1171-0 (ج. ۲)

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات قبلی.  
عنوان اصلی:  
مترجم هر جلد متفاوت این کتاب در سال ۱۳۸۱ با عنوان «مقدمه‌ای بر اختر فیزیک» توسط دانشگاه تبریز منتشر شده است.  
کتابنامه.  
چاپ دوم: ۱۳۸۷.  
نمایه.

مترجمان: ج. ۱. رصدهای ستاره‌ای و داده‌های بنیادی. - ج. ۲. جوهای ستاره‌ای. -  
۱. ستاره‌ها. ۲. فیزیک نجومی. الف. رهبر، منیژه، ۱۳۲۴ - ، مترجم، ب. صاحب‌سرا، پیمان، مترجم، ج. مرکز نشر دانشگاهی. د. عنوان. ه. عنوان: مقدمه‌ای بر اختر فیزیک.

۵۲۳/۸

QBA۰۰۲/ب۹م۷

۱۳۸۳

۲۸۷۰۶ - ۸۳م

کتابخانه ملی ایران

بسم الله الرحمن الرحيم

## فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۵	۱ قدرها و رنگهای ستاره‌ای
۵	۱.۱ قدرهای ظاهری
۹	۲.۱ رنگهای ستاره‌ای
۱۰	۳.۱ تصحیح جذب در جو زمین
۱۶	۴.۱ قدرهای مطلق ستارگان
۱۷	۵.۱ درخشندگیهای ستارگان
۱۸	۶.۱ نمودار رنگ-قدر ستارگان
۲۱	۲ طیفهای ستاره‌ای
۲۱	۱.۲ دنباله طیفی
۲۴	۳ برآورد دمای ستارگان
۲۴	۱.۳ جسم سیاه

۲۸	۲.۳	دمای مؤثر ستارگان	
۳۰	۳.۳	دماهای وین	
۳۲	۴.۳	بحث دربارهٔ اندازه‌گیریهای دما در ستارگان	
۳۳	۴	مبانی انتقال تابشی	
۳۳	۱.۴	تعریف شدت $I_\lambda$	
۳۴	۲.۴	عبور انرژی تابشی از یک حجم گازی دارای جذب و تابش	
۳۶	۳.۴	تابع چشمه $S_\lambda$	
۳۷	۴.۴	خطهای جذبی در برابر خطهای گسیلی	
۴۸	۵	انتقال تابشی در جوهای ستاره‌ای	
۴۸	۱.۵	معادلهٔ انتقال تابش	
۵۰	۲.۵	شدتهای سطحی	
۵۴	۳.۵	شارها	
۵۶	۴.۵	شار سطحی $\pi F(0)$ و دمای مؤثر	
۵۷	۵.۵	شار $F$ و ناهمسانگردی میدان تابش	
۶۰	۶.۵	چگالی تابش	
۶۲	۶	بستگی عمق به تابع چشمه	
۶۲	۱.۶	تعیین تجربی بستگی عمق به تابع چشمه برای خورشید	
۶۵	۲.۶	بستگی ضریب جذب به طول موج در خورشید	
۶۷	۳.۶	تعادل تابشی	
۷۲	۴.۶	لایه‌بندی دمای نظری در جو خاکستری در تعادل تابشی	
۸۱	۷	ضریب جذب پیوسته	
۸۱	۱.۷	فرایندهای مختلف جذب برای هیدروژن	
۸۷	۲.۷	فرمول بولتزمن	
۸۸	۳.۷	معادلهٔ ساها	
۹۱	۴.۷	ضریب جذب $H^-$ در خورشید	
۹۲	۵.۷	جذب هلیم در خورشید	

۹۴	۶.۷ جذب فلزی در خورشید
۹۵	۷.۷ پراکندگی توسط اتمها و یونها
۹۸	۸.۷ پراکندگی تامسون از الکترونهاى آزاد
۱۰۰	۹.۷ ضریب جذب ستارگان A و B
۱۰۲	۸ تأثیر خاکستری نبودن ضریب جذب
۱۰۲	۱.۸ بیوستار توزیع انرژی
۱۰۳	۲.۸ بستگی ناپیوستگی بالمر به دما و چگالی الکترون
۱۰۷	۳.۸ تأثیر پرش بالمر بر رنگهای UBV
۱۰۹	۴.۸ تأثیر خاکستری نبودن در لایه بندی دما
۱۱۷	۹ لایه بندی فشار
۱۱۷	۱.۹ معادله تعادل هیدروستاتیک
۱۲۰	۲.۹ انتگرال گیری از معادله تعادل هیدروستاتیک
۱۲۲	۳.۹ بستگی فشار گاز به شتاب گرانشی
۱۲۴	۴.۹ فشار الکترون
۱۲۶	۵.۹ آثار فشار تلاطمی
۱۲۹	۶.۹ آثار فشار تابشی
۱۳۲	۱۰ نظریه شکل گیری خط
۱۳۲	۱.۱۰ شکل گیری خطوط اپتیکی نازک
۱۳۵	۲.۱۰ ضریب جذب خطی
۱۳۸	۳.۱۰ نمایه دوپلر
۱۴۰	۴.۱۰ نمایه فوگت
۱۴۴	۵.۱۰ پهن شدگی خط بر اثر حرکت های تلاطمی
۱۴۵	۶.۱۰ سایر وابیچیدگی های نمایه های خط
۱۴۸	۷.۱۰ پهنای معادل برای خطوط نازک اپتیکی
۱۴۹	۸.۱۰ خطوط اپتیکی کلفت
۱۵۰	۹.۱۰ منحنی رشد

۱۵۶	۱۱ خطهای هیدروژن
۱۶۱	۱۲ تحلیل طیف
۱۶۱	۱.۱۲ پرش بالمر و خطهای هیدروژن
۱۶۵	۲.۱۲ رنگهای اشترومگرن
۱۶۹	۳.۱۲ تحلیل منحنی رشد
۱۸۳	۴.۱۲ فراوانیهای مشاهده شده عنصر
۱۸۶	۱۳ مبانی تعادل ترمودینامیکی ناموضعی
۱۸۶	۱.۱۳ احتمالهای گذار اینشتین
۱۸۹	۲.۱۳ گسیلهای القایی، لیزرها و میزرها
۱۹۱	۳.۱۳ تابع چشمه برای یک گذار مقید-مقید
۱۹۴	۴.۱۳ برانگیختگی ترازهای انرژی
۱۹۸	۵.۱۳ خلاصه
۲۰۰	۱۴ منطقه همرفت هیدروژن
۲۰۰	۱.۱۴ مقدمه
۲۰۱	۲.۱۴ معیار ناپایداری سوارتس شیلد
۲۰۴	۳.۱۴ دلایل ناپایداری همرفتی
۲۱۰	۴.۱۴ مرزهای بالایی منطقه‌های همرفت هیدروژن
۲۱۱	۵.۱۴ انتقال انرژی همرفتی
۲۱۵	۶.۱۴ اهمیت انتقال انرژی همرفتی
۲۱۹	۱۵ فام‌سپرها، لایه‌های گذار، و خرمنهای ستاره‌ای
۲۱۹	۱.۱۵ رصدهای خورشیدی
۲۲۶	۲.۱۵ رصدهای ستاره‌ای
۲۳۱	۳.۱۵ نظریه فام‌سپهرهای ستاره‌ای، لایه‌های گذار و خرمنها
۲۴۵	۱۶ بادهای ستاره‌ای
۲۴۵	۱.۱۶ رصد بادهای ستاره‌ای
۲۵۲	۲.۱۶ نظریه بادهای ستاره‌ای

۲۵۸

۳.۱۶ ویژگیهای نظری بادهای ستاره‌ای

۲۶۱

۴.۱۶ حد ادینگتون

۲۶۴

مسائل

۲۷۶

پیوست

۲۷۹

مراجع

۲۸۱

نمایه



## پیشگفتار

در جلد دوم کتاب آشنایی با اختر فیزیک ستاره‌ای عمدتاً به جَوّهای ستاره‌ای می‌پردازیم. جَوّهای ستاره‌ای چیستند؟ در جلد اول دیدیم که دمای ستارگان از حدود  $3000\text{ K}$  برای خنکترین ستاره‌ها شروع می‌شود و تا حدود  $40000\text{ K}$  برای داغترین آنها ادامه پیدا می‌کند. بی‌تردید در چنین دماهای بالایی ستارگان نمی‌توانند جامد باشند؛ آنها همگی باید در فاز گازی باشند. بنابراین نمی‌توان جَوّ را مثل مورد زمین، به شکل یک لایه گازی در بالای یک هسته جامد تعریف کرد؛ هسته جامدی در ستارگان وجود ندارد. در عوض، منجمان جَوّ را لایه‌هایی از ستاره تعریف می‌کنند که از آنها تابش دریافت می‌کنیم. این بدان معنی است که این لایه‌هایی از ستاره است که می‌توانیم از آن مستقیماً اطلاعات دریافت کنیم. از زیرلایه‌ای که آن را جَوّ نامیدیم هیچ فوتونی مشاهده نمی‌کنیم. همه تابشی که در آغاز از لایه‌های عمیقتر آمده است، برای یک بار یا به دفعات توسط لایه‌های درونی جذب و در نهایت از اتمی در جَوّ ستاره گسیل می‌شود. فوتونهایی که دریافت می‌کنیم مستقیماً شرایط اتمهایی را بیان می‌کنند که آخرین بار از آنها گسیل شده‌اند، و آنها همان اتمهای جَوّ ستاره هستند. این دلیل اختصاص جلد دوم به جَوّهای ستاره‌ای است.

ضخامت جَوّ ستاره‌ای چقدر است؟ وقتی در جلد اول به جذب در جَوّ زمین پرداختیم، دیدیم که شدت باریکه نور که از یک گاز عبور می‌کند با ضریب  $e^{-\tau_\lambda}$  کاهش پیدا می‌کند که در آن  $\tau_\lambda$  به اصطلاح عمق اپتیکی لایه گاز در امتداد باریکه نور است. این بدان معنی است که در طول مسیری با عمق اپتیکی  $\tau_\lambda = 1$  در حدود دوسوم نور جذب شده و فقط یک‌سوم فوتونها باقی مانده است. از این رو فوتونهایی کمی از لایه‌هایی با عمق اپتیکی بزرگتر از 1 می‌آیند. پس با یک روش ابتدایی می‌توان گفت که جَوّ یک ستاره لایه‌ای است که عمق اپتیکی آن حدود 1 است.

عملاً ضخامت این لایه چند سانتی‌متر یا کیلومتر است؟ می‌دانیم که عمق اپتیکی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\tau_{\lambda} = \int_0^s \kappa_{\lambda} ds$$

که در آن انتگرال‌گیری در طول مسیر  $s$  باریکه نور انجام می‌شود.  $\kappa_{\lambda}$  ضریب جذب گازی است که نور از آن عبور می‌کند. ابتدا باید سرشت گاز را مشخص کنیم و سپس ضریب جذب گاز مشابهی را در آزمایشگاه اندازه بگیریم تا  $\kappa_{\lambda}$  را تعیین کنیم یا باید آن را از نظریه اتمی محاسبه کنیم. در این مقطع بدون مقدمات بیشتر تنها می‌توانیم بگوییم که  $\kappa_{\lambda}$  برای جو ستاره‌ای محاسبه شده است (چگونگی آن را بعداً توضیح می‌دهیم) و درخواهیم یافت که ضخامت جو خورشید در حدود  $100 \text{ km}$  است. این ضخامت برای داغترین ستارگان رشته اصلی در حدود  $1000 \text{ km}$  است. برای مثال باید این ضخامت را با شعاع خورشید که  $700000 \text{ km}$  است مقایسه کرد. جو فقط لایه‌ای بسیار نازک است. اگر ضخامت پوست یک سیب را با اندازه آن مقایسه کنیم، آنگاه پوست آن کلفت‌تر از جو ستاره در مقایسه با اندازه آن است. تا حدی ناامیدکننده است که این لایه سطحی نازک تمام آن چیزی است که از ستارگان مشاهده می‌کنیم. حال باید همه اطلاعات مربوط به ستارگان را از بررسی تابشی که از این لایه سطحی بسیار نازک می‌آید به دست آوریم. این لایه چقدر اطلاعات از درون ستاره، از آن لایه‌های عمیقی که نمی‌توان دید، به ما می‌دهد؟ این موضوع در جلد سوم بیان می‌شود.

از بحث بالا به روشنی مشخص می‌شود که باید مطالعه‌ای دقیق روی نور ستاره انجام دهیم تا همه اطلاعاتی که می‌توانیم به دست آوریم. این مستلزم استفاده اندکی از نظریه است. من کوشیده‌ام تا این نظریه را هرچه شفافتر بیان کنم. برای این منظور باید برخی ساده‌سازها را انجام می‌دادم، اما هنوز اجزای مهم را حفظ کرده‌ام. مطمئن هستم که اخترفیزیکدانان آگاه مخالف بعضی از ساده‌سازها هستند، اما تجربیاتی که من آموخته‌ام که برای تازه‌کارها درک اصول بنیادی، حتی به قیمت از دست رفتن دقت، از دیدن همه پیچیدگیها به طور مستقیم، اهمیت بیشتری دارد. وقتی که اصول فیزیکی درک شد می‌توان پیچیدگیها را بعداً به آن افزود.

همچنین معتقدم که برخی از مباحث از دیدگاه تعدادی از خوانندگان بیش از حد مقدماتی است. باز هم، تجربه نشان داده است که خیلی از دانشجویان هرگز چیزی درباره این اصول اولیه فیزیک اتمی و شکل‌گیری خطوط طیفی ننشیده‌اند. عملاً بسیاری از فیزیکدانان مشهور صحبت کرده‌ام که نمی‌دانستند طیفهای ستاره‌ای خطوط جذبی را از خود نشان می‌دهند و نه مانند طیفهای

آزمایشگاهی خطوط گسیلی را. از این رو احساس کردم که این اصول اولیه نیاز به توضیح دارند، به طوری که بعضی خوانندگان از همان ابتدا سردرگم نشوند.

پیش از اینکه بحث نظری را شروع کنیم، آن دسته از بخشهای جلد اول را که برای تعقیب مباحث مهم هستند، مرور می‌کنیم. نکته‌های جدید معدودی وارد خواهد شد. خواننده‌ای که جلد اول را مطالعه کرده است تنها به مرور سطحی دو فصل اول جلد دوم توصیه می‌شود.

از اینکه به مراجع کامل تحقیقات ارجاع نداده‌ام پوزش می‌خواهم. در عوض ترجیح دادم که تنها مراجع کتابها یا مقاله‌های مروری را که در آنها مراجع مورد نظر یافت می‌شوند بیاورم. در مجموع، مراجع تصاویر و جداولی را که از کتابها یا مقاله‌های دیگر آورده‌ام مشخص کرده‌ام. همچنین مراجع مقاله‌های تازه‌ای که منبع آنها را نمی‌توان از کتابهای مرجع قدیمتر یافت، داده‌ام.

بسیاری از بخشهای این کتاب متکی به کتاب *Physik der Sternatmosphären* نوشته استاد بسیار گرانمایه‌ام A. Unsöld، است که بسیار مدیون وی هستم.

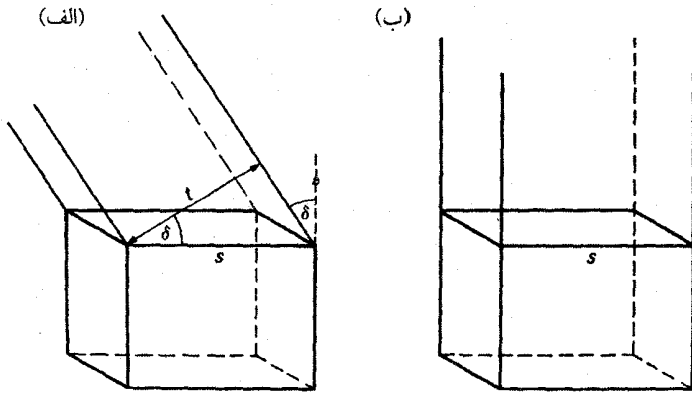
از خانم سندی لارنس برای آماده‌سازی این دست‌نویس و بردباری در برابر تغییرات فراوان آن

ممنونم.

# قدرها و رنگهای ستاره‌ای

## ۱.۱ قدرهای ظاهری

ساده‌ترین کمیت قابل اندازه‌گیری برای یک ستاره، روشنایی آن است. این کمیت با مقایسه روشنایی ستاره‌های مختلف و یا با اندازه‌گیری مقدار انرژی دریافت‌شده در روی زمین، اندازه‌گیری می‌شود. مورد اخیر، برای ستاره‌ای مثل خورشید که به اندازه کافی روشن است به یک روش نه چندان دقیق اما اصولی انجام می‌شود که در آن نور خورشید در زمان معین به ظرف کاملاً عایق‌بندی‌شده‌ای از آب می‌تابد، سپس افزایش دما اندازه‌گیری می‌شود. با معلوم بودن مقدار آب داخل ظرف و سطح مقطع آب می‌توان مقدار انرژی گرمایی دریافت‌شده از خورشید را برحسب  $\text{cm}^2$  محاسبه کرد. بدیهی است که مقدار انرژی گرمایی دریافت‌شده به جهت باریکه نور خورشید نسبت به سطح آب بستگی دارد (شکل ۱.۱). اگر  $\delta$  زاویه میان جهت عمود بر سطح آب و جهت باریکه باشد (شکل ۱.۱ الف)، سطح مقطع مؤثر باریکه  $t$  با ضریب  $\cos \delta$  کوچکتر از سطح مقطع واقعی آب است. بنابراین، مقدار انرژی گرمایی دریافتی به ازای هر  $\text{cm}^2$  در شکل ۱.۱ الف در مقایسه با مقدار مشابه آن در شکل ۱.۱ ب که در آن خورشید به‌طور عمودی بر ظرف آب می‌تابد  $\cos \delta$  برابر کوچکتر است.



شکل ۱.۱ مقدار انرژی دریافت شده برای گرم کردن آب داخل ظرف به زاویه باریکه‌های نور خورشیدی که وارد ظرف می‌شود بستگی دارد. اگر باریکه با زاویه  $\delta$  نسبت به عمود بر سطح آب  $s$  فرود آید پهنای مؤثر باریکه با ضریب  $\cos \delta = t/s$  کم می‌شود.

این روش معمولاً برای ستارگان کارایی ندارد؛ زیرا پیش از آنکه بتوانید افزایش دما را ثبت کنید باید مدت زیادی منتظر شوید و جلوگیری از سرد شدن دوباره سطح آب در طول این زمان بسیار دشوار است. برای اندازه‌گیری تابش به دستگاه‌های بسیار حساستری نیاز است. باید دستگاه‌های تکثیرکننده فوتونی یا شمارگر فوتونی را با یک چشمه استاندارد فوری که مقدار تابش آن در هر سانتی‌متر مربع مشخص است، درجه‌بندی کرد. اجسام سیاه از این نوع چشمه‌های نوری استاندارد هستند (فصل ۴ از جلد اول و فصل ۳ از جلد سوم). یک چشمه استاندارد دیگر تابش سیکلوترونی در شتابگرهای بزرگ ذرات است. روشنایی نسبی ستارگان خیلی بیشتر از اینکه این ابزار پیشرفته در دسترس باشند اندازه‌گیری شده است، اما حتی اکنون نیز به علت جذب در جو زمین اندازه‌گیری کامل و دقیق شارهای دریافتی از ستاره‌ها مشکل است.

اگر فقط به سنجش نسبی ستارگان بپردازیم، به عبارتی اگر تنها روشنایی ستاره‌ها را با هم مقایسه کنیم، آنگاه مسئله بسیار ساده‌تر خواهد شد. اصولاً برای مقایسه تمامی ستارگان تنها به یک ستاره استاندارد نیاز است. اما، امکان دارد که ستاره استاندارد برگزیده متغیر باشد و ما را کاملاً به دردسر بیندازد. از این رو، تعداد زیادی ستاره، دنباله به اصطلاح قطب شمال، یا ستاره‌های استاندارد که به تازگی مورگان و جانسون مشاهده کرده‌اند برگزیده شده‌اند. اما، برای تمام مقاصد عملی، ستاره استاندارد را ستاره وگا در نظر می‌گیریم که  $\alpha$ ی چنگا نیز خوانده می‌شود، و

درخشانترین ستاره در صورت فلکی چنگ است.

البته قدیمترین رصدها با نگاه کردن به ستارگان انجام شده است. ستاره‌شناسان قدیمی درخشانترین ستاره‌ها را ستاره‌های قدر اول نامیدند، به ستاره‌های درخشان بعدی ستاره‌های قدر دوم گفتند و همین‌طور تا آخر. این سیستم قدر هنوز مورد استفاده قرار می‌گیرد و مبنایی کیفی برای آن وضع شده است. اما این مقیاس برای دانشجویانی که به آن عادت نکرده‌اند هنوز مشکل‌آفرین است. چرا که هرچه ستاره درخشانتر باشد قدر آن کوچکتر است.

چون رصدهای اولیه با مقایسهٔ بصری ستارگان انجام شده بود، مقیاس قدر با حساسیت چشم انسان که لگاریتمی است تعیین می‌شد. یعنی اختلاف روشنایی معلومی را که چشم ما احساس می‌کند متناظر با مضرب معینی از شدتهاست. بنابراین مقیاس قدر مقیاسی لگاریتمی است. مقدار انرژی دریافتی  $E$  از یک ستاره به‌ازای هر  $\text{cm}^2$  عمود بر پرتو نور عبارت است از

$$E = \pi f \quad (۱.۱ الف)$$

یا اگر طول موج مشخص  $\lambda$  و پهنای نوار ۱ سانتی‌متر مورد نظر باشد خواهیم داشت:

$$E_\lambda = \pi f_\lambda \quad (۱.۱ ب)$$

که در آن  $f_\lambda$  شار ظاهری است.

قدر مربوط به انرژی دریافتی بر روی زمین (یعنی روشنایی که به چشم می‌رسد) قدر ظاهری نامیده می‌شود. این قدر با حرف کوچک  $m$  نشان داده می‌شود و اگر به طول موج معینی مربوط باشد با نماد  $m_\lambda$  مشخص می‌شود.

این قدرها با رابطه زیر به انرژی دریافتی مربوط می‌شوند

$$m(۱) - m(۲) = -۲.۵ \log \frac{\pi f(۱)}{\pi f(۲)} \quad (۲.۱)$$

در این رابطه (۱) و (۲) به ترتیب مربوط به ستاره‌های ۱ و ۲ است.

اگر با نوار طول موج مشخصی سروکار داشته باشیم (برای مثال در رصدهای مرئی) خواهیم داشت

$$m_V(۱) - m_V(۲) = -۲.۵ \log \frac{\pi f_V(۱)}{\pi f_V(۲)} \quad (۳.۱)$$

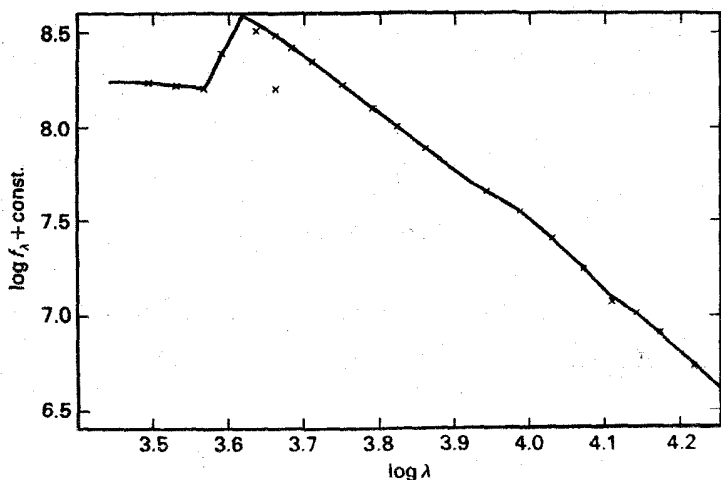
بدیهی است، که این رابطه قدر ستاره‌ها را تعیین نمی‌کند مگر اینکه قدر یک ستاره معلوم باشد.

این ستاره وگااست. بنا به تعریف قدر این ستاره بدون توجه به طول موجی که بررسی می‌کنیم همیشه صفر است. تنها استثنا قدر تابش سنجی است که شامل کل تابش ستاره‌ها از جمله قسمت نامرئی است.

قدرهای ظاهری مربوط به انرژی‌هایی هستند که در بالای جو زمین دریافت می‌شوند، یعنی پس از تصحیح مقدار جذب شده در جو زمین. در فصل آینده خواهیم دید که این تصحیح چگونه انجام می‌شود.

در اینجا می‌خواهیم تأکید کنیم که تعریف نقطه صفر برای تمام مقیاسهای قدر کاملاً دلخواه است و هیچ ارتباطی به توزیع واقعی انرژی وگا ندارد. این یک موضوع تاریخی است، وقتی که اندازه‌گیریهای قدر انجام می‌شد، ابتدا رصد تنها با چشم و سپس با صفحات عکاسی انجام می‌گرفت و کیفیت ارتباط این نورهای طول موج با انرژی شناخته نشده بود. از این رو به نظر می‌رسید که بهتر است بهنجارش برای همه آنها به‌طور یکسان انجام گیرد.

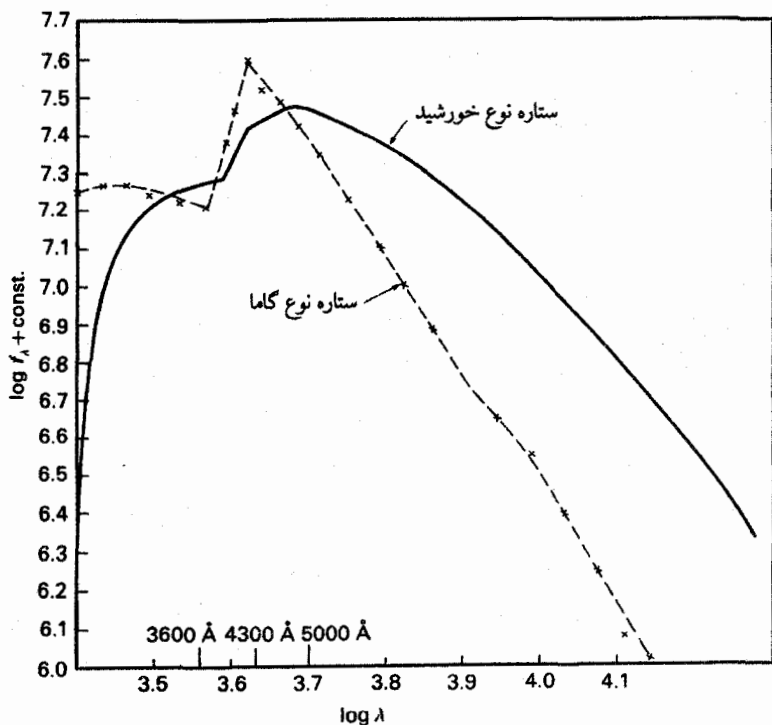
در شکل ۲.۱ توزیع انرژی واقعی وگا برحسب طول موج  $\lambda$  آمده است. یعنی  $f_\lambda$  برحسب  $\lambda$  رسم شده است. بدیهی است که حتی اگر طبق تعریف همه مقادیر  $m_\lambda = 0$  باشد،  $f_\lambda$  مستقل از  $\lambda$  نیست. یادآوری این مطلب زمانی اهمیت پیدا می‌کند که از قدر برای استنتاج همه پارامترهای توزیع انرژی ستارگان استفاده شود.



شکل ۲.۱ توزیع انرژی در وگا. ثابت  $\log f_\lambda + \text{const.}$  برحسب طول موج  $\lambda$  نشان داده شده است.  $f_\lambda$  به شدت با طول موج تغییر می‌کند اگرچه طبق تعریف کلیه  $m_\lambda$ ها صفر باشند.

## ۲.۱ رنگهای ستاره‌ای

به‌طور کلی روشنایی ستارگان به طول موجی که در آن ستاره رصد می‌شود بستگی دارد. برای مثال از شکل ۲.۱ می‌بینیم که وگا در طول موجهای کوتاهتر انرژی بسیار بیشتری را نسبت به طول موجهای بلندتر تابش می‌کند. اگر مشاهده کنیم که ستاره‌ای در ناحیهٔ آبی طیف، کم‌نورتر از وگاست، اما در ناحیه مرئی درخشندگی یکسانی دارد، قدر مرئی این ستاره با وگا یکسان است  $m_v = 0$ ، اما در ناحیهٔ آبی قدر آن از وگا بزرگتر است چون کم‌نورتر از آن است. اگر ستاره‌ای مثل خورشید را با وگا مقایسه کنیم این مطلب روشنتر خواهد شد. در شکل ۳.۱ توزیع انرژی یک ستاره خورشیدگونه را با وگا مقایسه کرده‌ایم. فرض می‌شود که ستاره خورشیدگونه در چنان فاصله‌ای قرار دارد که شارهای رصدشده در ناحیهٔ طیف مرئی یکسان باشند. بنابراین ستاره خورشیدگونه



شکل ۳.۱ ثابت  $\log f_\lambda + \text{const.}$  برحسب طول موج مجدداً برای وگا نشان داده شده است. توزیع انرژی نسبی ستاره‌ای خورشیدگونه نیز نشان داده شده است. فرض شده است این ستاره در چنان فاصله‌ای قرار دارد که روشنی آن در ناحیه مرئی همانند وگاست. پس می‌بینیم که در ناحیه طول موج آبی  $4300 \text{ \AA}$  شاری کمتر از وگا دارد. از این رو  $m_B$  آن باید بزرگتر از صفر باشد. برای این ستاره  $B - V \sim 0.6 > 0$ .



در آبی و فرابنفش ضعیفتر از وگا است. در ستاره خورشیدگونه قدر آبی بزرگتر از قدر مرئی است. برای هر ستاره معین قدر در نوارهای طول موج مختلف کاملاً متفاوت است. اختلاف این قدرها چیزهایی درباره توزیع انرژی در ستارگان به ما می‌گوید. ستاره خورشیدگونه در ناحیه مرئی انرژی نسبتاً بیشتری از وگا دارد؛ پس سرخ‌تر از وگا است. اگر اختلاف بین قدرهای اندازه‌گیری شد در آبی  $m_B$  و مرئی  $m_V$  را بگیریم برای ستاره‌های خورشیدگونه به دست می‌آوریم

$$m_B - m_V > 0 \quad (4.1)$$

برای خورشید  $m_B - m_V = 0.63$  است. این اختلاف  $m_B - m_V$  معمولاً به اختصار به شکل زیر خلاصه می‌شود

$$m_B - m_V = B - V \quad (5.1)$$

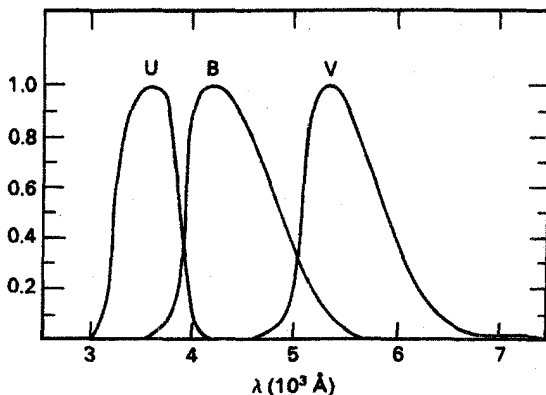
پس برای ستاره‌های سرخ‌تر از وگا به دست می‌آوریم  $B - V > 0$ .

بر اساس بحثهای جلد اول، عموماً انتظار داریم که این ستاره‌ها خنکتر از وگا باشند. ستاره‌های با انرژی نسبتاً بیشتر در آبی نسبت به وگا قدرهای کوچکتری در آبی دارند؛ بنابراین برای آنها  $B - V < 0$ . انتظار می‌رود این ستاره‌ها داغتر از وگا باشند.

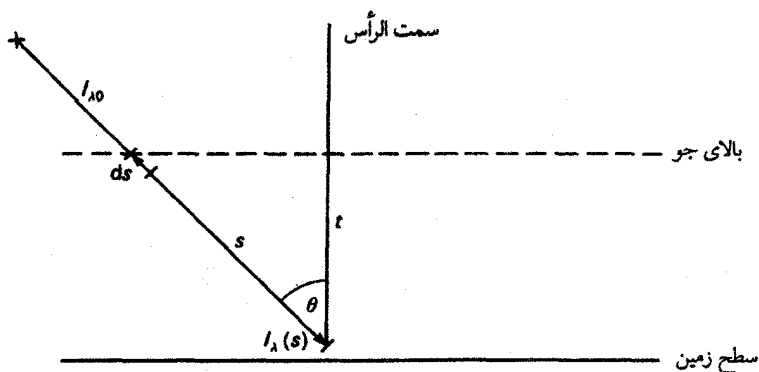
البته، می‌توانیم قدرهای بسیاری از نوارهای طول موجی و به این ترتیب بسیاری از رنگها را تعیین کنیم. منجمان مختلف سیستمها بسته به اینکه بخواهند چه نتیجه‌ای از این رنگها بگیرند، سیستم رنگهای مختلف را ترجیح می‌دهند. بنابراین، سیستمهای بسیار متفاوت بسیاری مورد استفاده قرار می‌گیرند. سیستمی که وسیعترین مورد استفاده را دارد سیستم UB $V$  است، که در آن از قدرهای فرابنفش، آبی و مرئی استفاده می‌کند. پهنای نوار برای این قدرها تقریباً  $1000 \text{ \AA}$  است، یعنی نوارهای پهنی هستند. منحنیهای حساسیت برای این سیستم در شکل ۴.۱ نشان داده شده است. البته در این نوارهای پهن نوری بیشتر از نوارهای باریک دریافت می‌کنیم، که اگر بخواهیم ستاره‌های کم‌نور را رصد کنیم خود یک مزیت است. از طرف دیگر، در این نوارهای پهن اطلاعات زیادی پخش می‌شوند. برای ستاره‌های روشنتر نوارهای باریکتر اطلاعات بیشتری به دست می‌دهند. سیستمهای رنگی دیگر، مانند سیستم رنگ اشترومگرن<sup>۱</sup>، را بعداً توضیح خواهیم داد.

### ۳.۱ تصحیح جذب در جو زمین

در جلد اول شرح دادیم که می‌توان جذب نور خورشید در جو زمین را که خاموشی نیز خوانده



شکل ۴.۱ منحنیهای حساسیت در دستگاههای گیرنده اندازه‌گیری قدرهای UVB.



شکل ۵.۱ باریکه نور ستاره در امتداد مسیری که با جهت سمت‌الرأس زاویه  $\theta$  می‌سازد از جو زمین می‌گذرد. در طول مسیر  $s$  شدت بر اثر جذب کاهش می‌یابد. اگر  $s$  در فاصله‌های سمت‌الرأسی بزرگتر بیشتر شود، جذب افزایش می‌یابد.

می‌شود، از تابش دریافت‌شده روی زمین برای فاصله‌های مختلف سمت‌الرأس از خورشید تعیین کرد. برای ستارگان از روش مشابهی پیروی می‌کنیم (شکل ۵.۱). وقتی نور از جو زمین عبور می‌کند شدت باریکه، وقتی از جزء مسیر  $ds$  می‌گذرد، اندکی تغییر می‌کند. هرچه انرژی باریکه بیشتر باشد، یعنی تعداد فوتونهای آن بیشتر باشد احتمال اینکه یکی از آنها جذب شود بیشتر است. بنابراین تغییر انرژی  $dI_\lambda$  متناسب است با  $I_\lambda$  که  $I_\lambda$  شدت باریکه در طول موج  $\lambda$  است. تعداد فوتونهای جذب‌شده در طول موج  $\lambda$  نیز به ویژگیهای گاز موجود جو بستگی دارد که با کمیت معروف

به ضریب جذب  $\kappa_\lambda$  بیان می‌شود. پس تغییر شدت در امتداد مسیر  $ds$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda I_\lambda ds \quad (6.1)$$

چون شدت کاهش می‌یابد، واضح است که  $dI_\lambda$  منفی است. با تقسیم بر  $I_\lambda$  و به خاطر داشتن اینکه  $dI/I = d \ln I$  که در آن  $\ln$  لگاریتم در مبنای  $e$  است به دست می‌آوریم

$$d(\ln I_\lambda) = -\kappa_\lambda ds = -d\tau_\lambda \quad (7.1)$$

در اینجا کمیتی را که عمق اپتیکی  $\tau_\lambda$  خوانده می‌شود را به شکل زیر تعریف کرده‌ایم

$$d\tau_\lambda = \kappa_\lambda ds \quad \text{و} \quad \tau_\lambda(s_0) = \int_0^{s_0} \kappa_\lambda ds \quad (8.1)$$

می‌توانیم از دو طرف معادله (۸.۱) انتگرال بگیریم و به دست آوریم

$$\Delta(\ln I_\lambda) = \ln I_\lambda(s) - \ln I_\lambda(0) = -\int_0^s \kappa_\lambda ds = -\int_0^{\tau_\lambda(s)} d\tau_\lambda = -\tau_{\lambda s}(s) \quad (9.1)$$

که در آن  $\tau_{\lambda s}(s)$  عمق اپتیکی در امتداد مسیر  $s$  است.

با  $\ln I_\lambda(s) - \ln I_\lambda(0) = \ln \frac{I_\lambda(s)}{I_\lambda(0)}$  داریم

$$\ln \frac{I_\lambda(s)}{I_\lambda(0)} = -\tau_{\lambda s}(s) \quad (10.1)$$

با گرفتن نمای دو طرف به دست می‌آوریم

$$I_\lambda(s) = I_\lambda(0) e^{-\tau_{\lambda s}(s)} \quad (11.1)$$

عمق اپتیکی در امتداد مسیر نور  $\tau_{\lambda s}$ ، همان‌طور که در شکل ۵.۱ دیده می‌شود به فاصله سمت الرأس  $\theta$  بستگی دارد. می‌بینیم که  $\cos \theta = t/s = dt/ds$

$$ds = \frac{dt}{\cos \theta} = \sec \theta dt \quad (12.1)$$

آن‌گاه خواهیم داشت

$$\tau_{\lambda s} = \int_0^s \kappa_{\lambda} ds = \sec \theta \int_0^t \kappa_{\lambda} dt = \sec \theta \tau_{\lambda t} \quad (۱۳.۱)$$

که در آن  $\tau_{\lambda t}$  عمق اپتیکی است که به طور عمودی در داخل جو اندازه‌گیری شده است. پس می‌توانیم معادله (۱۰.۱) را به شکل

$$I_{\lambda}(s, \theta) = I_{\lambda}(\circ) e^{-\sec \theta \tau_{\lambda t}} \quad (۱۴.۱)$$

بنویسیم که اکنون  $\tau_{\lambda t}$  مستقل از  $\theta$  است.  $\tau_{\lambda t}$  را عمق اپتیکی جو در طول موج  $\lambda$  نامیده و معمولاً به صورت  $\tau_{\lambda}$  نوشته می‌شود.

برای به دست آوردن شدت  $I_{\lambda}(\circ)$  در بالای جو زمین از  $I_{\lambda}(s, \theta)$  باید  $\tau_{\lambda}$  را که ممکن است به شدت تابع طول موج باشد، بدانیم.

همان‌طور که در جلد اول برای خورشید گفتیم، می‌توانیم عمق اپتیکی  $\tau_{\lambda}$  را با اندازه‌گیری شدت دریافتی از یک ستاره مشخص با اندازه‌گیری  $I_{\lambda}(s)$  در زاویه‌های  $\theta$  مختلف وقتی ستاره در طی شب (به علت چرخش زمین) به مکانهای مختلف می‌رود، تعیین کنیم. اصولاً دو اندازه‌گیری کافی است؛ این دو اندازه‌گیری همان‌طور که خواهیم دید دو معادله برای دو مجهول  $I_{\lambda}(\circ)$  و  $\tau_{\lambda}$  فراهم می‌سازد. شدت اندازه‌گیری شده برای فاصله سمت الرأس  $\theta_1$  ستاره را  $I_{\lambda,1} = I_{\lambda}(\theta_1, s)$  و شدت اندازه‌گیری شده در فاصله سمت الرأس  $\theta_2$  را  $I_{\lambda,2}$  بگیریم. آن‌گاه طبق معادله (۱۰.۱) به دست می‌آوریم

$$\ln I_{\lambda,1} - \ln I_{\lambda,2} = -\tau_{\lambda}(\sec \theta_1 - \sec \theta_2) \quad (۱۵.۱)$$

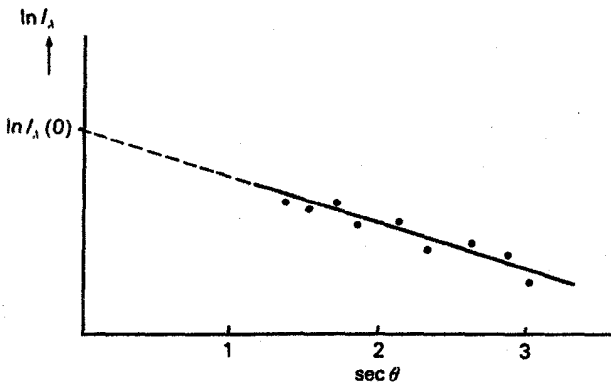
و

$$\tau_{\lambda} = \frac{\ln I_{\lambda,1} - \ln I_{\lambda,2}}{(\sec \theta_2 - \sec \theta_1)} \quad (۱۶.۱)$$

چون خطاهای اندازه‌گیری همواره وجود دارند، بهتر است که در طول شب اندازه‌گیریهای زیادی انجام و نتایج روی یک نمودار رسم شود، همان‌طور که در شکل ۶.۱ نشان می‌دهد. بهترین خط برازش رابطه زیر را می‌دهد

$$\ln I_{\lambda} = \ln I_{\lambda}(\circ) - \sec \theta \tau_{\lambda}$$

شیب این خط را  $\tau_{\lambda}$  تعیین می‌کند، و  $\ln I_{\lambda}(\circ)$  از محل برخورد این خط با محور  $\ln I_{\lambda}$  در  $\sec \theta = \circ$  خوانده می‌شود. (مهم نیست که  $\sec \theta = \circ$  وجود ندارد؛ این فقط یک روش



شکل ۶.۱ برای تعیین  $I_{\lambda}(^{\circ})$  بهتر است که مقادیر اندازه‌گیری شده  $\ln I_{\lambda}(\theta)$  را بر حسب  $\sec \theta$  رسم کنیم. خط مستقیمی که بهترین برازش را از میان نقاط به دست می‌دهد محور  $\ln I_{\lambda}$  را در  $\ln I_{\lambda}(^{\circ})$  قطع می‌کند.

مناسب برای خواندن مقدار  $\ln I_{\lambda}(^{\circ})$  است.)

در واقع، شکل ۵.۱ یک ساده‌سازی هندسی است. سطح زمین تخت نیست. به علاوه، باریکه نور بر اثر شکست کج می‌شود. این آثار به رابطه  $T_{\lambda e} / T_{\lambda o} \neq \sec \theta$  می‌انجامد. نسبت واقعی توده هوا خوانده می‌شود. برای  $\sec \theta < 2$  این اختلاف در رقم سوم پس از ممیز و در بسیاری از موارد قابل چشمپوشی است.

مهم است دقت کنیم که استدلال بالا تنها برای هر  $\lambda$  با  $K_{\lambda}$  معین، یا برای یک نور پهن وقتی  $K_{\lambda}$  مستقل از طول موج باشد، برقرار است. نمی‌توان آن را برای نور طول موجی پهن با  $K_{\lambda}$  متغیر به کار برد. مخصوصاً تغییرات  $K_{\lambda}$  با  $\lambda$  در فرابنفش شدید است.

اغلب هنگام تعیین تصحیح خاموشی برای نور پهن رنگها مثل قدرهای UBV، غالباً تغییرات  $K_{\lambda}$  را فراموش می‌کنند. استفاده از این شیوه به مقادیر نادرست  $T_{\lambda}$  می‌انجامد.

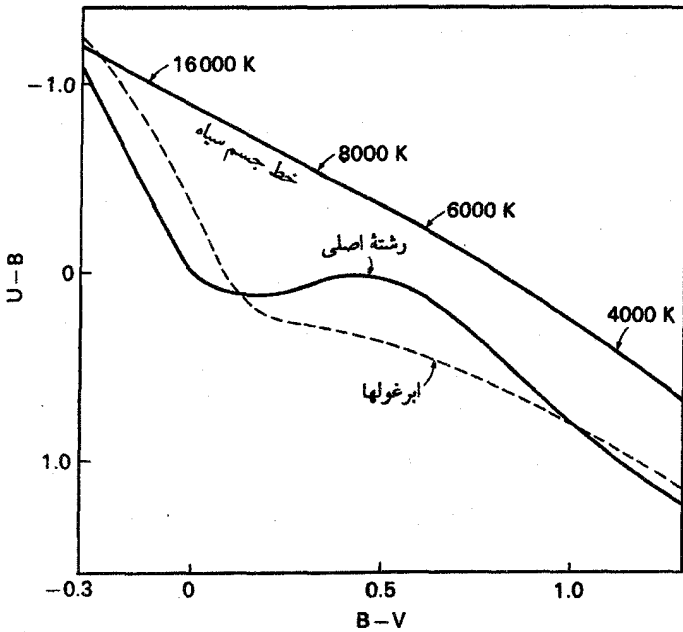
چگونه می‌توان از این مشکل اجتناب کرد؟ باید به خاطر داشته باشیم که سرانجام می‌خواهیم نسبت شدت تصحیح شده یک ستاره را به شدت تصحیح شده ستاره استاندارد تعیین کنیم. اگر هر دوی ستاره‌ها را بر اساس عامل نادرست یکسان تصحیح کنیم چون عامل نادرست حذف می‌شود مشکلی به وجود نمی‌آید. بنابه معادله (۱۴.۱) عامل تصحیح  $e^{\sec \theta T_{\lambda}}$  است. اگر هر دو ستاره را در یک فاصله سمت الرأس  $\theta$  اندازه‌گیری کنیم، خطاها تقریباً یکدیگر را خنثی می‌کنند. (اگر ستاره‌ها توزیع انرژی مختلف داشته باشند، خطاها کاملاً خنثی نمی‌شوند زیرا خطاهای متفاوتی در  $T_{\lambda}$  وجود دارد.) به علاوه، اگر اندازه‌گیری ستاره‌ها در یک فاصله سمت الرأسی انجام شود خطاها کمینه خواهند شد.

## جدول ۱.۱

U - B	U - B	U - B	B - V
جسم سیاه	ابرغولها	رشته اصلی	
-۱٫۲۲	-۱٫۱۶	-۱٫۰۸	-۰٫۳۰
-۱٫۱۱	-۰٫۹۶	-۰٫۷۱	-۰٫۲۰
-۱٫۰۰	-۰٫۶۵	-۰٫۳۲	-۰٫۱۰
-۰٫۸۹	-۰٫۳۴	۰٫۰۰	۰٫۰۰
-۰٫۷۸	-۰٫۰۲	+۰٫۱۰	+۰٫۱۰
-۰٫۶۸	+۰٫۲۳	+۰٫۱۱	+۰٫۲۰
-۰٫۵۷	+۰٫۳۱	+۰٫۰۷	+۰٫۳۰
-۰٫۴۶	+۰٫۳۴	+۰٫۰۱	+۰٫۴۰
-۰٫۳۵	+۰٫۳۸	+۰٫۰۳	+۰٫۵۰
-۰٫۲۴	+۰٫۴۱	+۰٫۱۳	+۰٫۶۰
-۰٫۱۳	+۰٫۴۷	+۰٫۲۶	+۰٫۷۰
-۰٫۰۰	+۰٫۵۵	+۰٫۴۳	+۰٫۸۰
+۰٫۱۱	+۰٫۶۶	+۰٫۶۳	+۰٫۹۰
+۰٫۲۳	+۰٫۸۱	+۰٫۸۱	+۱٫۰۰
+۰٫۳۵	+۰٫۹۶	+۰٫۹۶	+۱٫۱۰
+۰٫۴۸	+۱٫۱۰	+۱٫۱۰	+۱٫۲۰
+۰٫۶۱	+۱٫۲۲	+۱٫۲۲	+۱٫۳۰

در جدول ۱.۱ فهرست رابطه میان رنگهای U - B و B - V برای ستارگان عادی رشته اصلی و ابرغولها آمده است. در بخش بعد به طور خلاصه مرور خواهیم کرد که این ستاره‌ها چه هستند. در همین جدول رنگهای UB - V برای اجسام سیاه با دماهای مختلف را نیز آورده‌ایم. همان‌طور که دیده می‌شود ستاره‌ها مثل جسم سیاه تابش نمی‌کنند. یکی از اهداف جلد دوم درک این مطلب است که چرا توزیع انرژی ستارگان با جسم سیاه تفاوت دارد. همان‌طور که از جدول ۱.۱ دیده می‌شود ستاره‌ها در فرابنفش انرژی کمتری دارند.

در شکل ۷.۱ رنگهای U - B را برحسب رنگهای B - V برای ستارگان و برای جسم سیاه رسم کرده‌ایم.



شکل ۷.۱ نمودار دو رنگ برای رنگهای  $U - B$ ،  $B - V$  برای ستاره‌ها و برای اجسام سیاه.

## ۴.۱ قدرهای مطلق ستارگان

برای اخترشناسان ستاره‌ای دانستن مقدار تابشی که از ستاره خارج می‌شود مهم‌تر از انرژی‌ای است که ما دریافت می‌کنیم؛ مورد اخیر را بیشتر فاصله ستاره تعیین می‌کند. برای مقایسه روشنایی ذاتی ستاره یا باید فاصله ستاره‌ها را تعیین کنیم یا باید ستاره‌هایی را با هم مقایسه کنیم که در یک فاصله قرار دارند، یعنی ستاره‌های موجود در خوشه‌های ستاره‌ای. در جلد اول دیدیم که چگونه می‌توانیم فاصله ستاره‌های نزدیک را از اختلاف منظر مثلثاتی تعیین کنیم. اگر برای این ستارگان نزدیک قدرهایی را تعیین کنیم که اگر آنها در فاصله  $10^6$  pc می‌بودند داشتند (یعنی اگر  $m(10^6 \text{ pc})$  را با مقایسه با روشنایی واقعی وگا که  $m = 0$  است تعیین کنیم)، آنگاه این  $m(10^6 \text{ pc})$  قدرمطلق ستاره خوانده می‌شود. چون وگا نزدیکتر از  $10^6$  pc است، قدرمطلق آن بزرگتر از  $0$  است؛ وگا کم‌نورتر از زمانی است که اگر واقعاً در  $10^6$  pc می‌بود. قدرمطلق آن  $M_V = 5$  است. در اینجا از حرف بزرگ  $M$  استفاده کردیم تا مشخص کنیم که درباره قدرهای مطلق صحبت می‌کنیم. قدرهای مطلق همیشه با حرف بزرگ  $M$  داده می‌شوند؛ شاخص آن باز به نوار طول موجی که برای تعیین قدرمطلق به‌کار می‌رود اشاره می‌کند. همان‌طور که در جلد اول به‌دست آوردیم، قدرمطلق را می‌توان

از قدر ظاهری و فاصله (برحسب پارسک) ستاره‌ها به شکل زیر به دست آورد:

$$M_V - m_V = 5 - 5 \log d \quad (17.1)$$

نماد  $\log$  به معنی لگاریتم در مبنای  $10$  است. البته روابط مشابهی برای قدرهای نوارهای طول موج دیگر برقرار است. بدیهی است که رنگهایی که از قدرهای مطلق به دست می‌آیند همانند آنهاست است که از قدرهای ظاهری تعیین شده‌اند.

## ۵.۱ درخشندگیهای ستارگان

کل مقدار تابشی که در هر ثانیه از سطح ستاره خارج می‌شود درخشندگی ستاره نامیده می‌شود. اگر  $\pi F$  مقدار کل تابشی باشد که در هر ثانیه از  $1 \text{ cm}^2$  از سطح ستاره خارج و در تمام جهتها منتشر می‌شود، آنگاه درخشندگی  $L$  ستاره عبارت است از

$$L = 4\pi R^2 \pi F \quad (18.1)$$

در اینجا  $R$  شعاع ستاره و  $F$  شار سطحی آن است. چون همین مقدار تابش اندکی بعد باید از کره‌ای به شعاع  $d$  بگذرد (به شرط اینکه در مسیرش جذبی برای مثال به وسیله ماده میان ستاره‌ای، وجود نداشته باشد)، درخشندگی  $L$  ستاره عبارت خواهد بود از

$$L = 4\pi d^2 \pi f \quad (19.1)$$

این دو معادله با هم منجر می‌شود به

$$f = F \times (R^2/d^2) \quad (20.1)$$

که در آن  $R/d$  شعاع زاویه‌ای ستاره است.

در جلد اول دیدیم که چگونه شعاع زاویه‌ای برای ستاره‌های آبی درخشان یا برای ستاره‌های بزرگ محاسبه می‌شود. همه می‌توانند شعاع زاویه‌ای خورشید را اندازه‌گیری کنند — که  $1/200 \sim$  به دست می‌آید. شارهای سطحی را می‌توان، حتی اگر فاصله ستاره را ندانیم، با اندازه‌گیری شعاع زاویه‌ای به راحتی تعیین کرد.

نسبت درخشندگیهای دو ستاره را نیز می‌توان به کمک قدر آنها بیان کرد. به قدرهایی که درخشندگی را به دست می‌دهند قدرهای تابش‌سنجی می‌گویند و آن را با  $m_{\text{bol}}$  یا  $M_{\text{bol}}$  نمایش



می‌دهند. در واقع،  $M_{bol}$  درخشندگی حقیقی ستاره را تعیین می‌کند، اما همان‌طور که خواهیم دید گاه استفاده از  $m_{bol}$  نیز مناسب است. این قدرهای تابش‌سنجی تمامی تابشی را که ستاره خارج می‌شود اندازه می‌گیرند. آنها همچنین شامل تابش قسمتهایی از طیف می‌شوند که دیده نمی‌شود چون یا در فروسرخ خیلی دور قرار دارند که جو زمین آنها را جذب می‌کند، یا ممکن است تابش در فرابنفش باشد که باز هم جو زمین آنها را کاملاً جذب می‌کند. این موضوع برای فرابنفش فرین، یعنی طول موجهای کوتاهتر از  $912 \text{ \AA}$  بدتر نیز می‌شود. در این ناحیه از طیف محیط میان‌ستاره‌ای تمام نوری را که از ستاره‌های دورتر از حدود  $5^\circ$  پارسک می‌آید جذب می‌کند. یعنی، حتی از ماهواره‌ها نیز نمی‌توان این تابش را رصد کرد (مگر اینکه رصد در ناحیهٔ پرتو x باشد که در آن محیط میان‌ستاره‌ای شفافتر می‌شود). باید به برونیاییهای نظری برای برآورد مقدار تابش گسیل‌شده در این ناحیه از طیف متکی باشیم. اگر قدرهای بصری تابش‌سنجی را با هم مقایسه کنیم بدیهی است که انرژی طیف کامل بیش از انرژی در ناحیهٔ بصری به‌دست می‌آید. بنابراین قدرهای تابش‌سنجی معمولاً کوچکتر از قدرهای بصری هستند، هرچند تعدادی استثنا در مورد آبرغولها وجود دارد. این حالت خاص به‌واسطهٔ درجه‌بندی ناموفق قدرهای تابش‌سنجی است. اختلاف بین قدرهای بصری تابش‌سنجی تصحیح تابش‌سنجی خوانده می‌شود و با  $BC$  نشان داده می‌شود. یعنی

$$M_{bol} = M_V - BC \quad (21.1)$$

متأسفانه، همه منجمان با علامت معادلهٔ (۲۱.۱) موافق نیستند. اغلب اگر نویسندگان در معادلهٔ (۲۱.۱) علامت + را ترجیح دهند، تصحیحهای تابش‌سنجی به‌صورت عددهای منفی داده می‌شوند. همان‌طور که قبلاً گفتیم،  $BC$  مقدار تابشی را که با چشم دیده نمی‌شود اندازه می‌گیرد. این مقدار برای ستاره‌های قرمز، که بیشتر تابش آنها در فروسرخ است، بزرگ و برای ستارگان بسیار داغ که کسر بزرگی از تابش آنها در فرابنفش است، بسیار بزرگ خواهد بود. بین این دو حد،  $BC$  کمینه‌ای برای ستاره‌هایی با رنگهای  $B - V$  در حدود ۳٫۰ دارد. منجمان می‌خواستند کمینه  $BC$  را در رشته اصلی برابر با صفر بگیرند و براین اساس قدرهای تابش‌سنجی را به‌نجا کردند. نتیجه این شد که برای ابرغولهایی با دمای خورشید  $BC$  تغییر علامت می‌دهد. در جدول ۲.۱ تصحیحهای تابش‌سنجی را برحسب رنگهای  $B - V$  ستارگان فهرست کرده‌ایم.

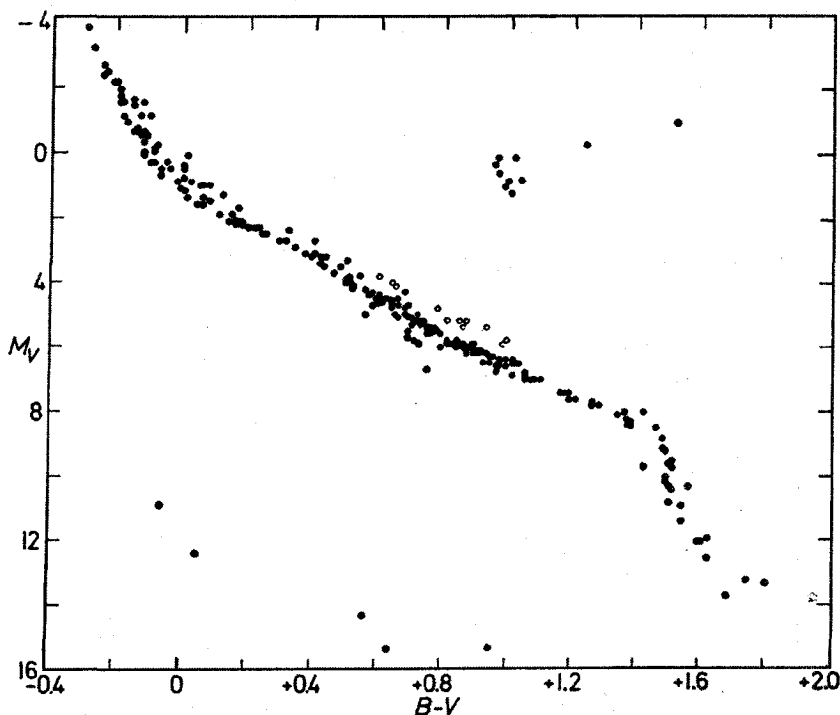
## ۶.۱ نمودار رنگ-قدر ستارگان

همین‌که فاصله‌های ستاره‌ها را دانستیم می‌توانیم قدرهای مطلق آنها را تعیین کنیم. بهتر است که

جدول ۲.۱ تصحیح‌های تابش‌سنجی  $M_{bol} = M_V - BC$ :  $BC$

اَبَرغولها		رشته اصلی		B - V
BC	$T_{eff}$	BC	$T_{eff}$	
۲٫۲۰	۲۶۰۰۰	۲٫۳۰	۲۴۵۰۰	-۰٫۲۵
۲٫۰۵	۲۳۵۰۰	۲٫۱۵	۲۱۰۰۰	-۰٫۲۳
۱٫۷۲	۱۹۱۰۰	۱٫۸۰	۱۷۷۰۰	-۰٫۲۰
۱٫۱۲	۱۴۵۰۰	۱٫۲۰	۱۴۰۰۰	-۰٫۱۵
۰٫۵۳	۱۲۷۰۰	۰٫۶۱	۱۱۸۰۰	-۰٫۱۰
۰٫۱۴	۱۱۰۰۰	۰٫۲۳	۱۰۵۰۰	-۰٫۰۵
-۰٫۰۱	۹۸۰۰	۰٫۱۵	۹۴۸۰	۰٫۰۰
-۰٫۰۹	۸۵۰۰	۰٫۰۴	۸۵۳۰	+۰٫۱۰
-۰٫۱۰	۷۴۴۰	۰٫۰۰	۷۹۱۰	+۰٫۲
-۰٫۱۰	۶۸۰۰	۰٫۰۰	۷۴۵۰	+۰٫۳
-۰٫۰۹	۶۳۷۰	۰٫۰۰	۶۸۰۰	+۰٫۴
-۰٫۰۷	۶۰۲۰	۰٫۰۳	۶۳۱۰	+۰٫۵
-۰٫۰۳	۵۸۰۰	۰٫۰۷	۵۹۱۰	+۰٫۶
+۰٫۰۳	۵۴۶۰	۰٫۱۲	۵۵۴۰	+۰٫۷
+۰٫۱۰	۵۲۰۰	۰٫۱۹	۵۳۳۰	+۰٫۸
+۰٫۱۹	۴۹۸۰	۰٫۲۸	۵۰۹۰	+۰٫۹
+۰٫۳۰	۴۷۷۰	۰٫۴۰	۴۸۴۰	+۱٫۰
+۰٫۵۹	۴۴۰۰	۰٫۷۵	۴۳۵۰	+۱٫۲

قدرهای مطلق را برحسب رنگهای B - V ستاره‌ها، مانند مورد شکل ۸.۱ برای ستاره‌های نزدیکی که برای آنها اختلاف منظر مثلثاتی به دقت قابل محاسبه است، رسم کنیم. اغلب ستاره‌ها روی دنباله‌ای قرار می‌گیرند که رشته اصلی نام دارد. تعداد کمی از ستاره‌ها هستند که روی یک شاخه تقریباً افقی می‌افتند اینها را غول می‌نامیم. آنها درخشانتر از هم‌تایان رشته اصلی‌شان با B - V مشابه هستند. همان‌طور که خواهیم دید، ستاره‌ها با B - V مشخص شار سطحی  $F$  تقریباً یکسانی دارند. اگر در واقع چنین باشد، طبق معادله (۱۸.۱) ستاره‌های درخشانتر باید شعاعهای بزرگتری داشته باشند؛ بنابراین، آنها را "غولها" می‌نامیم. اگر می‌خواستیم ستاره‌های دورتر را در همین نمودار رسم کنیم باید ستارگانی را می‌یافتیم که باز هم درخشانتر از غولها می‌بودند. بنابراین آنها باید به مراتب بزرگتر باشند، و ابرغولها نامیده شدند.



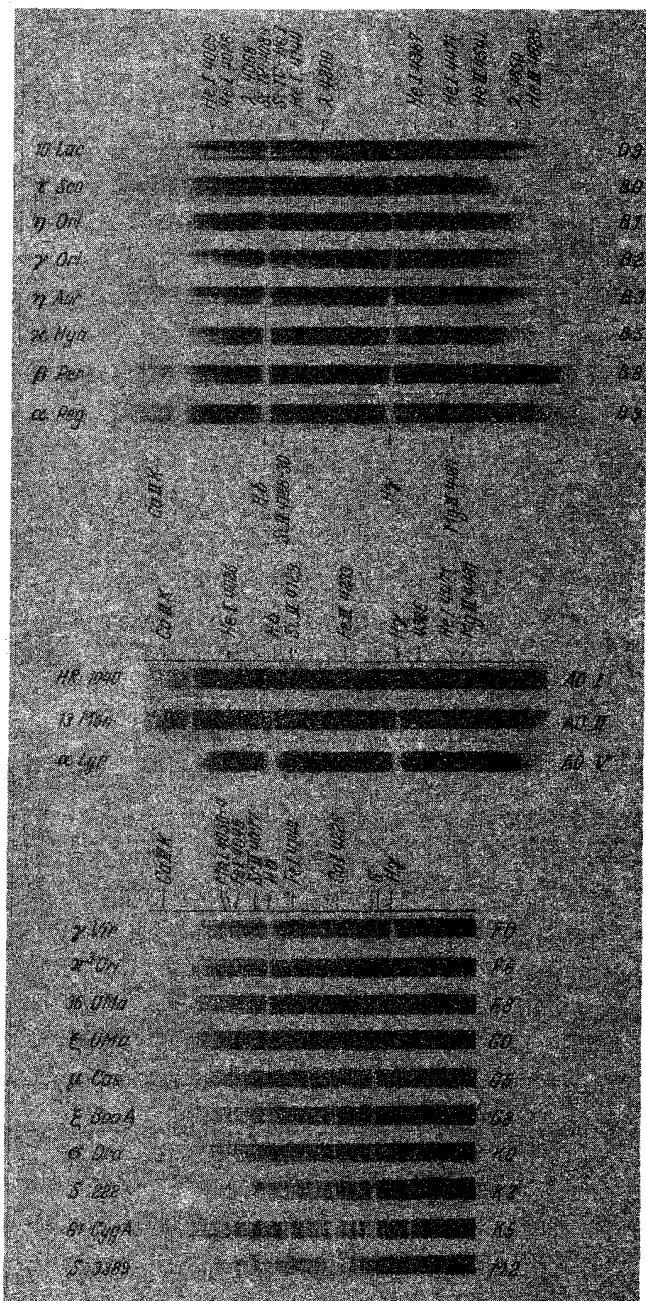
شکل ۸.۱ قدرهای مطلق ستارگان نزدیک و برخی خوشه‌ها برحسب رنگهای  $B - V$  رسم شده است. بسیاری از ستاره‌ها در امتداد دنباله‌ای قرار می‌گیرند که رشته اصلی نام دارد. برخی ستاره‌ها روشنتر از ستارگان رشته اصلی هستند؛ آنها را غول می‌نامیم. ستاره‌های اندکی نیز هستند که بسیار کم‌نورتر از ستارگان رشته اصلی هستند؛ آنها را کوتوله‌های سفید می‌خوانند. دایره‌های توخالی مربوط به دوتاییهای احتمالی است.

همچنین ستارگانی وجود دارند که در پایین رشته اصلی قرار می‌گیرند، یعنی کم‌نورتر هستند. با همین استدلال آنها باید کوچکتر از ستاره‌های رشته اصلی باشند و توقع داریم که کوتوله نامیده شوند. اما، این‌طور نشد چرا که نام "کوتوله" به ستاره‌های رشته اصلی اختصاص داده شده بود. چون اولین ستاره زردرخشانی که رصد شد از لحاظ رنگ نسبتاً مایل به آبی یا سفید بود آنها را "کوتوله‌های سفید" خواندند. در ضمن، تعدادی از این نوع ستاره‌ها یافت شده‌اند که مایل به آبی یا سفید نیستند؛ بعضی از آنها نسبتاً سرخ هستند. بنابراین اکنون "کوتوله‌های سفید" سرخ هم داریم. در جلد سوم خواهیم دید که چرا ستارگان در امتداد این دنباله‌ها در نمودار رنگ-قدر قرار می‌گیرند. در اینجا تنها دانستن اینکه منظورمان از ستاره‌های رشته اصلی، غولها، ابرغولها و کوتوله‌های سفید چیست اهمیت دارد.

## طیفهای ستاره‌ای

### ۱.۲ دنباله طیفی

اگر به طیفهای ستارگان نگاه کنیم درمی‌یابیم که بیشتر آنها یک سری خطوط بسیار قوی از خود نشان می‌دهند که اکنون معلوم شده است ناشی از جذب به وسیله اتمهای هیدروژن است. آنها را خطوط بالمر می‌نامند. چون این خطوط در تمامی طیفهای ستاره‌ای قوی به نظر می‌رسند. اخترشناسان دسته‌بندی را بر اساس شدت این خطوط آغاز کردند، در صورتی که حتی نمی‌دانستند که علت آنها چیست. طیفهای با قویترین خطوط بالمر ستاره‌های  $A$  خوانده شدند، آنهایی که خطوط اندکی ضعیفتر داشتند ستاره‌های  $B$  خوانده شدند، و همین‌طور الی آخر به ترتیب حروف الفبا. بعدها معلوم شد که در داخل یک دسته‌بندی طیفهایی وجود داشتند که از لحاظ دیگر بسیار مختلف به نظر می‌آمدند؛ ستاره‌هایی نیز در داخل یک گروه طیفی وجود داشتند که رنگهای آنها بسیار متفاوت بود. پس با در نظر گرفتن این مطلب طیفها عمدتاً بر اساس رنگهای  $B - V$  باز دسته‌بندی شدند که البته رشته بسیار بهتری از طیفها را به دست می‌داد. حال طیفهای داخل یک دسته واقعاً یکسان به نظر می‌آمدند. اکنون طیفهای با خطوط بالمر قویتر در وسط رشته جدید واقع شده‌اند. آبی‌ترین ستاره‌ها از نوع طیفی



شکل ۱.۲ رشته طیفی.

O هستند، گروه بعدی از نوع طیفی B اند، و به دنبال آن ستاره‌های A، ستاره‌های F، و آن‌گاه ستاره‌های G، K، و M قرار دارند. در شکل ۱.۲ باز هم رشته طیفی را نشان داده‌ایم. آبی‌ترین ستاره‌ها — ستاره‌های O — در بالا هستند. خطوط بالمر آنها که با حروف O مشخص شده است، نسبتاً ضعیف هستند. ستاره‌های B پس از آن خطوط بالمر بسیار قویتری دارند؛ همین‌طور خطوط بعدی، برای مثال آنهایی که ناشی از هلیوم خنثی هستند قویتر از این خطوط در ستاره‌های O است. در ستاره‌های A خطوط بالمر که با حرف A مشخص شده‌اند قویترین خطها هستند. در رشته‌های باز هم پایینتر تعداد فزاینده‌ای از خطوط طیفی دیگر را می‌بینیم که شدت زیاد دارند. این خطوط عمدتاً ناشی از جذب در اتمهای سنگین مثل آهن، کروم، تیتانیوم و غیره هستند. منجمان معمولاً به همه اتمهایی که وزن اتمی آنها بیش از ۵ باشد "فلز" می‌گویند؛ آنها البته می‌دانند که همه این عناصر فلز نیستند؛ این فقط یک نوع کوتاه‌نویسی برای عناصر سنگینتر از هلیوم است. بخش زیادی از جلد دوم را به توضیح و درک این رشته طیفی و به تحلیل طیفها برای تعیین فراوانیهای شیمیایی در ستاره‌ها، اختصاص داده‌ایم. برای این کار باید لایه‌بندی دما و فشار در ستاره‌ها را بر مبنای گروههای طیفی و درخشندگیهایشان تشریح کنیم.

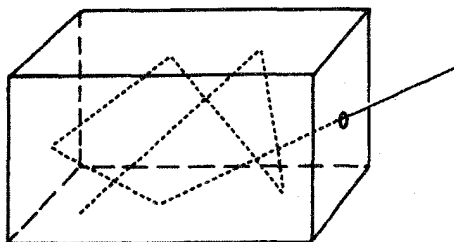
در میان منجمان رسم است که ستاره‌های آبی را ستاره‌های نوع اولیه و ستاره‌های سرخ را ستاره‌های نوع نهایی می‌خوانند. این هیچ ارتباطی به سن ستارگان ندارد؛ بلکه فقط به آن معنی است که ستاره‌های نوع اولیه در ابتدای رشته طیفی می‌آیند و ستاره‌های نوع نهایی در انتهای رشته طیفی هستند. ستاره‌های نوع اولیه آبی هستند و همان‌طور که خواهیم دید، ستاره‌های داغ و ستاره‌های نوع نهایی سرخ و سرد هستند.

## برآورد دمای ستارگان

### ۱.۳ جسم سیاه

اگر بخواهیم تابش ستارگان را بررسی کنیم باید چشمه‌های نور آزمایشگاهی داشته باشیم که بتوانیم این تابش را با آنها مقایسه کنیم. برای مثال، اگر بخواهیم دمای گاز ستاره‌ای را محاسبه کنیم باید بدانیم تابش گاز چگونه برحسب دما تغییر می‌کند. همچنین چون از پیش نمی‌دانیم که ستاره‌ها از چه تشکیل شده‌اند، به چشمه نوری نیاز داریم که ویژگیهای تابشی آن به جنس ماده‌ای که آن را تشکیل داده است بستگی نداشته باشد. به این چشمه نور ایده‌آل جسم سیاه گویند.

جسم سیاه چیست؟ به شیئی جسم سیاه می‌گوییم که نوری را که به آن می‌تابد باز نتاباند. در نبود تابشی که از جسم سیاه خارج شود، این جسم سیاه به نظر می‌رسد چرا که هیچ نوری را که بر آن فرود می‌آید به طرف ما تغییر جهت نمی‌دهد یا پراکنده نمی‌سازد. اگر بخواهیم دمایی را با مقایسه با یک چشمه نور ایده‌آل به دست آوریم، این چشمه باید در همه جا دارای یک دما باشد. یعنی باید در تعادل ترمودینامیکی باشد، یعنی به یک حالت نهایی تعادل رسیده باشد که با زمان هیچ تغییری نکند. این چشمه، چشمه نور ایده‌آل را می‌توان با حجمی از گاز داخل یک جعبه کاملاً



شکل ۱.۳ جعبه با یک سوراخ ریز مانند یک جسم سیاه عمل می‌کند، یعنی همه نوری را که بر روزنه فرود می‌آید جذب می‌کند. اگر چنین جسم سیاهی به خوبی عایق‌بندی شود و برای مدت طولانی به حال خود گذاشته شود تعادل ترمودینامیکی کامل برقرار می‌شود. تابش چنین جسم سیاهی همانند یک چشمه نور ایده‌آل است که تابش ستاره‌ای را می‌توان با آن مقایسه کرد.

عایق‌بندی‌شده با یک روزنه ریز در آن به خوبی تحقق بخشید. این روزنه تقریباً یک جسم سیاه کامل است چون هر باریکه نور که بر این روزنه کوچک فرود آید بارها روی دیواره‌های این جعبه باز می‌تابد (شکل ۱.۳) تا در نهایت دیوار و یا گاز داخل جعبه آن را جذب کند. احتمال اینکه نور دوباره از این روزنه ریز خارج شود بسیار کم است. این بدان معنی نیست که روزنه نمی‌تواند تابش خود را، که وقتی از روزنه خارج می‌شود می‌توان آن را اندازه‌گیری کرد، گسیل کند. پنجره‌ای را در یک خانه در نظر بگیرید. اگر به یک پنجره باز نگاه کنید سیاه به نظر می‌آید، چون نور خورشید در آن ناپدید می‌شود؛ در حالی که وقتی افراد داخل اتاق چراغ را روشن می‌کنند دیگر پنجره تاریک نخواهد بود. هنوز هم این پنجره یک جسم سیاه نسبتاً خوب باقی می‌ماند چون نور خورشید هنوز هم در روزنه ناپدید می‌شود. نور هنوز هم به کلی در روزنه جذب می‌شود. نوری که ما می‌بینیم را خود جسم سیاه گسیل می‌دارد. اما، البته اتاق در تعادل ترمودینامیکی نیست. اگر به تابش قسمتهای مختلف اتاق بنگریم تابشها و دماهای مختلفی را خواهیم دید. پنجره سیاه است، اما آن چیزی نیست که ما آن را جسم سیاه می‌خوانیم و به‌عنوان یک چشمه نور ایده‌آل به‌کار می‌بریم. در چشمه نور ایده‌آل تابش جعبه به‌ویژگیهای گاز یا دیواره‌ها بستگی ندارد. برای مثال، اگر یکی از دیواره‌ها تابش بیشتری را، مثلاً در  $5000 \text{ \AA}$ ، نسبت به سایر دیواره‌ها گسیل کند، جریانی از فوتونها از این دیواره به دیواره‌های دیگر وجود خواهد داشت که در این صورت گرم خواهند شد. ما می‌توانیم از این جریان فوتونها برای برقرارکردن یک حرکت دائمی نیز استفاده کنیم. با وجود این، قانون دوم ترمودینامیک به ما می‌گوید که نمی‌توان یک ماشین ترمودینامیکی را به‌کار انداخت مگر آنکه اختلافهای دما به شکلی باشد که یک شارگرایی از ناحیه با دمای بالاتر به ناحیه با دمای پایینتر برقرار باشد. بنابه تعریف یک جسم سیاه در تعادل ترمودینامیکی کامل، نمی‌تواند دارای اختلاف دما باشد. در غیر این صورت جسم،



سیاه نیست. در این صورت باید آن را خوب عایق‌بندی کرده و منتظر شد تا تمام اختلافهای دما از بین برود. آن‌گاه در خواهیم یافت که تابش خروجی از روزنه کوچک همواره یکسان به نظر می‌رسد، به اینکه چه گازی در جعبه است و جعبه از چه چیز ساخته شده است بستگی ندارد. واضح است، که روزنه باید ریز باشد، در غیر این صورت گاز مجاور روزنه سرد خواهد شد و بنابراین در همه جا دمای یکسان نخواهیم داشت. حال اگر تابش خروجی از سوراخ را اندازه‌گیری کنیم، بدیهی است که درمی‌یابیم مقدار تابش خروجی از روزنه متناسب با بزرگی آن است. برای به دست آوردن تابش مستقل از اندازه روزنه باید مقدار انرژی دریافتی را بر سطح روزنه تقسیم کنیم و آن‌گاه مقدار تابش دریافتی را در صورتی که سطح مقطع روزنه  $1 \text{ cm}^2$  باشد، حساب کنیم. مقدار انرژی که در واحد زمان دریافت می‌شود را نیز باید حساب کنیم. مقدار انرژی که در هر ثانیه از هر  $\text{cm}^2$  از روزنه در همه جهتها و در همه طول موجها خارج می‌شود  $\pi F$  نامیده می‌شود که در آن  $F$  را شار می‌نامیم. معلوم شده است که شار با افزایش دمای جسم سیاه افزایش می‌یابد. استفان و بولتزمن رابطه

$$\pi F = \sigma T^4 \quad (۱.۳)$$

را به دست آورده‌اند که در آن  $\sigma$  ثابت استفان-بولتزمن و برابر است با

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ erg cm}^{-2} \text{ degree}^{-4} \text{ s}^{-1}$$

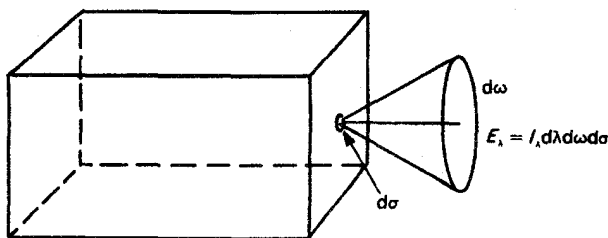
مشروط بر اینکه دما را بر حسب درجه کلوین بیان کنیم.

رابطه (۱.۳) قانون استفان-بولتزمن نامیده می‌شود.

اگر دما زیاد باشد روزنه به علت تابش خودش، دیگر سیاه به نظر نمی‌رسد. با وجود این، چون همه نوری را که بر روزنه می‌افتد جذب می‌کند هنوز جسم سیاه است. این آزمایش ثابت می‌کند که همه جسمهای سیاه، بدون توجه به جنس آنها، اگر دارای دمای یکسان باشند، یک نوع تابش گسیل می‌کنند. از این رو توزیع انرژی جسم سیاه در یک دمای معین را یک بار برای همیشه محاسبه می‌کنیم. اگر به جای تابش کل که از روزنه خارج می‌شود تابشی را که در هر ثانیه عمود بر روزنه، در داخل مخروطی به زاویه  $d\omega$  (شکل ۲.۳) و از بازه طول موج به پهنای  $d\lambda$  خارج می‌شود حساب کنیم، آن‌گاه مقدار انرژی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E_\lambda = I_\lambda d\lambda d\omega \Delta\sigma \quad (۲.۳)$$

که در آن  $\Delta\sigma$  سطح عمود بر باریکه تابش است.



شکل ۳.۳ انرژی‌ای که از روزنه‌ای به سطح  $d\sigma$  در مخروطی با دهانه  $d\omega$  و پهنای نوار  $d\lambda$  از جسم سیاه خارج می‌شود برابر  $E_\lambda = I_\lambda d\lambda d\omega d\sigma$  است. برای  $\Delta\sigma = 1 \text{ cm}^2$ ،  $\Delta\lambda = 1 \text{ cm}$  و  $\Delta\omega = 1$  این انرژی برابر با شدت  $I_\lambda$  است، که برای یک جسم سیاه  $B_\lambda$  نامیده می‌شود.

$I_\lambda$  شدت نامیده می‌شود. توزیع شدت برای جسم سیاه از فرمول پلانک معروف به دست می‌آید

$$I_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} = B_\lambda \quad (3.3)$$

$$c = \text{سرعت نور} = 3 \times 10^{10} \text{ cm}$$

$$h = \text{ثابت پلانک} = 6.62 \times 10^{-27} \text{ erg s}$$

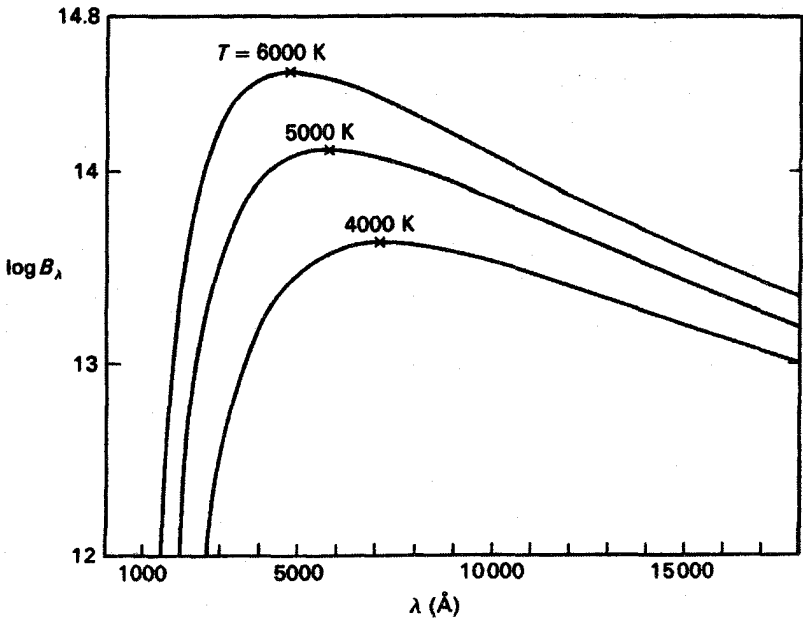
$$k = \text{ثابت بولتزمن} = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg degree}^{-1}$$

این مقدار انرژی‌ای است که در بازه طول موج  $\Delta\lambda = 1$  محاسبه می‌شود. اگر انرژی به ازای واحد بسامد حساب شود خواهیم داشت

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = B_\nu = \text{شدت جسم سیاه} \quad (4.3)$$

بدیهی است که بازه بسامد  $\Delta\nu = 1$  مربوط به نوار طول موج متفاوتی نسبت به بازه  $\Delta\lambda = 1$  است. برای  $\Delta\lambda$  معین داریم  $\Delta\nu = c/\lambda^2 \times \Delta\lambda$ ؛ بازه بسامد  $\Delta\nu = 1$  با بازه طول موج،  $\Delta\lambda = \lambda^2/c$  متناظر است که برابر با ۱ نیست. بنابراین  $I_\nu$  با ضریب  $\lambda^2/c$  از  $I_\lambda$  بزرگتر است.  $B_\nu$  و  $B_\lambda$  علامتهای اختصاری معمول برای توزیع انرژی جسم سیاه است.

در شکل ۳.۳ لگاریتم (در مبنای ۱۰)  $B_\lambda$  را برحسب طول موج  $\lambda$  برحسب آنگستروم (۱ Å =  $10^{-8}$  cm) نشان داده‌ایم. در دماهای بالاتر شدت برای کلیه طول موجها افزایش می‌یابد. هرچه طول موجها کوچکتر باشند شیب افزایش به صورت درصد تندتر است. بیشینه توزیع انرژی در دماهای بالاتر به طول موجهای کوچکتر منتقل می‌شود. این موضوع را قانون جابه‌جایی وین



شکل ۳.۳ لگاریتم تابع پلانک  $B_\lambda$  برحسب طول موج  $\lambda$  در دماهای مختلف جسم سیاه نشان داده شده است. با افزایش دما، شدت در همه طول موجها افزایش می‌یابد. بیشینه تابع پلانک، که با علامت  $\times$  نشان داده شده است، با افزایش دما به طول موجهای کوچکتر منتقل می‌شود.

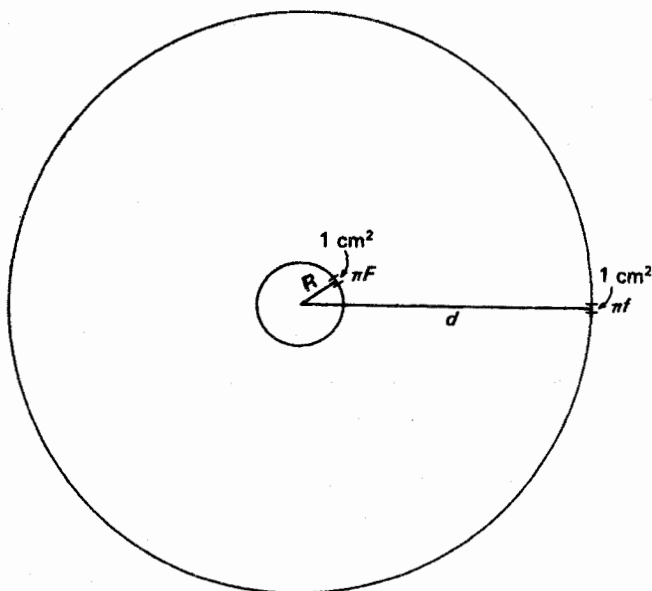
به صورت کمی توضیح می‌دهد:

$$\lambda_{\max} T = \text{ثابت} = 28973 \text{ cm deg} \quad (5.3)$$

$\lambda_{\max}$  طول موجی است که در آن بیشینه  $I_\lambda$  به دست می‌آید.

## ۲.۳ دمای مؤثر ستارگان

با دانستن اینکه مقدار کل انرژی تابشی که چشمه نوری ایده‌آل — جسم سیاه — گسیل می‌کند به دما بستگی دارد، می‌توانیم مقدار انرژی‌ای را که ستاره‌ها در ثانیه از هر  $\text{cm}^2$  گسیل می‌کند با همین مقدار برای جسم سیاه مقایسه کنیم. مقدار انرژی گسیل شده از ستاره در هر سانتی‌متر مربع شار سطحی  $\pi F$  خوانده می‌شود. چگونه می‌توان شار سطحی را محاسبه کرد؟ مقدار انرژی‌ای را که به هر سانتی‌متر مربع بالای جو زمین می‌رسد اندازه می‌گیریم. مقدار کل انرژی که در هر ثانیه از ستاره خارج می‌شود از رابطه زیر به دست می‌آید (اگر هیچ جذبی در ماده میان ستاره‌ای صورت نگیرد)



شکل ۴.۳ مقدار انرژی که در هر ثانیه از ستاره خارج می‌شود از رابطه  $L = 4\pi d^2 \times \pi f$  به دست می‌آید. این انرژی برابر با  $4\pi R^2 \times \pi F$  نیز هست.

$$L = 4\pi d^2 \times \pi f \quad (۶.۳)$$

که در آن  $d$  فاصله ما از ستاره است (شکل ۴.۳). این مقدار انرژی باید در هر ثانیه از ستاره خارج شود یعنی

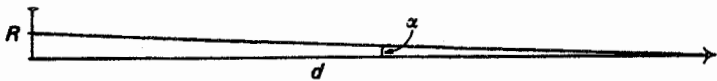
$$L = 4\pi R^2 \times \pi F \quad (۷.۳)$$

از معادله‌های (۶.۳) و (۷.۳) به دست می‌آوریم

$$\pi F = \pi f \left( \frac{d}{R} \right)^2 \quad (۸.۳)$$

$\alpha = R/d$  شعاع زاویه‌ای ستاره برحسب رادیان است (شکل ۵.۳)، پس برای محاسبه  $\pi F$  باید شعاع ستاره را حساب کرد. بنابراین، اگر مقدار  $\pi F$  یعنی انرژی دریافتی در بالای جو باشد، و شعاع زاویه‌ای ستاره را بدانیم آن‌گاه مقدار  $\pi f$  را خواهیم داشت. برای خورشید

$$\pi F_{\odot} = 6.3 \times 10^{10} \text{ erg cm}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ رابطه}$$



شکل ۵.۳ نسبت  $R/d$  شعاع زاویه‌ای ستاره است اگر  $\alpha$  برحسب رادیان اندازه‌گیری شود. چون  $\alpha \ll 1$  داریم  $\sin \alpha = \alpha$ .

$$\pi F = \sigma T_{\text{eff}}^2 \quad (9.3)$$

دمای موثر ستاره را تعریف می‌کند. این رابطه دمایی را که جسم سیاه باید داشته باشد تا در هر  $\text{cm}^2$  انرژی‌ای به اندازه یک ستاره گسیل کند به دست می‌دهد. برای خورشید

$$\pi f = S = 1.37 \times 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

به دست آمده است. این مقدار ثابت خورشیدی خوانده می‌شود. برای شعاع زاویه‌ای  $\alpha_{\odot} = 95963 \text{ arcsec}$ ، به دست می‌آوریم که  $\pi F_{\odot} = 6.3 \times 10^{10} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  که برای خورشید  $T_{\text{eff}} = 5800 \text{ K}$  را نتیجه می‌دهد.

برای  $\alpha$ ی چنگ می‌توان شار  $\pi f$  دریافتی در بالای جو زمین را نیز محاسبه کرد؛ قطر زاویه‌ای  $\alpha$ ی چنگ را هانبری-براون<sup>۱</sup> برابر  $3.2 \times 10^{-3} \text{ arcsec}$  محاسبه کرده‌اند. از این مقادیر و نیز محاسبه‌های دیگر دمای موثر  $\alpha$ ی چنگ  $9500 \text{ K}$  به دست می‌آید.

در جدول ۱.۳ شعاعهای زاویه‌ای و دماهای موثر را برای چند ستاره نمونه به روایت اشمیت-کیلر<sup>۲</sup> (۱۹۸۴) فهرست شده است.

### ۳.۳ دماهای وین

توزیع انرژی نسبی یک ستاره برای محاسبه دما نیز به کار می‌آید. برای مثال، می‌توان از قانون جابه‌جایی وین استفاده کرد. مقدار بیشینه انرژی خورشید در طول موجی در حدود  $5000 \text{ \AA}$  دریافت می‌شود. از این رو دمای  $5800 \text{ K}$  برای خورشید برآورد می‌شود. سازگاری این دما با دمای موثر این امید را به وجود می‌آورد که این دماها در عمل چیزی در مورد دمای واقعی خورشید از لایه‌ای که از آن تابش دریافت می‌کنیم بیان کنند.

می‌توان دماهای معروف به دماهای رنگی را برای مثال با مقایسه رنگهای  $U - B$  با رنگ جسم سیاه یا رنگهای  $B - V$ ، محاسبه کرد. دیده شده است که دماهای رنگی با دماهایی که

جدول ۱.۳ قطرهای زاویه‌ای و دماهای مؤثر برای تعدادی از ستاره‌های روشن

$T_{\text{eff}}$	$\alpha [10^{-2} \text{ arcsec}]$	$(B - V)_0$ الف	نوع طیفی	ستاره
	$\pm 10\%$			ستارگان رشته اصلی
۳۱۹۰۰	۰٫۵۱	-۰٫۳۰	O۹٫۵V	$\zeta$ Oph
۱۷۹۰۰	۰٫۸۰	-۰٫۲۲	B۲٫۵V	$\alpha$ Pav
۱۲۲۰۰	۱٫۳۷	-۰٫۱۱	B۷V	$\alpha$ Leo
۱۰۰۰۰	۵٫۸۹	+۰٫۰۱	A۱V	$\alpha$ CMa
۹۵۰۰	۳٫۲۴	+۰٫۰۰	A۰V	$\alpha$ Lyr
۹۵۰۰	۱٫۴۴	-۰٫۰۳	A۰V	$\epsilon$ Sgr
۸۹۰۰	۱٫۳۳	+۰٫۰۹	A۳V	$\beta$ Leo
۸۸۰۰	۲٫۱۰	+۰٫۰۹	A۳V	$\alpha$ PsA
۳۵۰۰	۰٫۴۵۸	متغیر	M۰٫۵V	YY Gem
ابرغولها				
۲۶۴۰۰	۰٫۴۵	-۰٫۱۸	B۰٫۵Ia	$\kappa$ Ori
۲۴۸۰۰	۰٫۶۹	-۰٫۱۹	O۹٫۵Ia	$\epsilon$ Ori
۱۳۳۰۰	۰٫۷۵	-۰٫۰۹	B۵Ia	$\eta$ CMa
۱۱۵۰۰	۲٫۵۵	-۰٫۰۳	B۸Ia	$\beta$ Ori
۶۱۰۰	۳٫۶۰	+۰٫۶۸	F۸Ia	$\sigma$ CMa
۳۶۰۰	۴۲٫۵	+۱٫۸۰	M۱Iab	$\alpha$ Sco
۳۵۰۰	۱۰٫۹	متغیر	M۲Iab	۱۱۹ Tau
۳۵۰۰	۴۹	+۱٫۸۶	M۲Iab	$\alpha$ Ori

الف. رنگهای ذاتی ستارگان، یعنی رنگهایی که برای سرخ‌شوندگی میان‌ستاره‌ای تصحیح شده است (نگاه کنید به فصل ۴).

پیش از این برای خورشید محاسبه کرده بودیم متفاوت است (شکل ۷.۱).

در شکل ۲.۱ توزیعی نسبی انرژی برحسب طول موج برای  $\alpha$ ی چنگ نشان داده شده است. مقدار بیشینه انرژی برای طول موجی در حدود  $3800 \text{ \AA}$  به دست می‌آید با استفاده از این مقدار، دمای وین برای  $\alpha$ ی چنگ برابر  $7600 \text{ K}$  به دست می‌آید. این دما بسیار پایینتر از دمای مؤثر است. گمان می‌رود که این اختلاف به نوعی به کاهش ناگهانی خروجی انرژی  $\alpha$ ی چنگ در طول

موجهای کوتاهتر از  $\lambda = 3700 \text{ \AA}$  مربوط باشد که به نظر می‌آید چیزی ناگهان تمام انرژی‌ای را که باید در طول موجهای کوتاهتر گسیل شود جذب می‌کند و دمای وین بالاتری به دست می‌دهد. بعداً زمانی که دریافتیم که چه اتفاقی برای تابش در جو ستاره‌ها می‌افتد به این پرسش باز خواهیم گشت.

### ۴.۳ بحث دربارهٔ اندازه‌گیریهای دما در ستارگان

می‌دانیم که خورشید و  $\alpha$ ی چنگ هیچ‌کدام جسم سیاه نیستند. بنابراین، اگر از روشهای مختلف محاسبه دما، مقادیر متفاوت به دست آوریم نباید شگفت‌زده شویم. به‌زودی خواهیم دید که دمای ستاره‌ها به طرف داخل افزایش می‌یابد. با وجود این، از مقایسه ستارگان با اجسام سیاه برآوردی برای دمای آنها به دست می‌آوریم که دمای مؤثر  $T_{\text{eff}}$  نامیده می‌شود، باید ببینیم که چرا این دمای مؤثر هیچ ارتباطی با دمای واقعی در سطح ستاره ندارد. منظور از دمای واقعی چیست؟ منظور از دمای واقعی دمایی است که حرکت‌های ذرات را به‌درستی توصیف کند. این دما اغلب دمای جنبشی خوانده می‌شود چون رفتار جنبشی ذرات را توصیف می‌کند. اغلب بین این دماها تفاوتی قائل نمی‌شویم چون فرض می‌کنیم تنها با یک دما سروکار داریم یعنی دماهایی که از اندازه‌گیری تابش جسم و حرکت ذرات به دست می‌آیند یکسان‌اند. به بیان صریح‌تر این مطلب زمانی درست است که جسم در تعادل ترمودینامیکی کامل باشد، مثل جسم سیاه. تا زمانی که اختلاف‌های دمایی وجود داشته باشد نمی‌توان انتظار داشت که محاسبات دمایی مختلف نتیجه یکسانی بدهند. برای مثال، اگر دمای هوا را با یک دماسنج اندازه بگیریم و همزمان نور خورشید بر دماسنج بتابد، دمایی را که اندازه گرفته‌ایم بیشتر از دمای حالتی است که از تابیدن نور خورشید بر دماسنج جلوگیری کنیم. البته، علت آن است که میدان تابشی موجود در هوا که از خورشید گرم سرچشمه گرفته است متعلق به ناحیه‌ای با دمای بسیار متفاوت از دمای جنبشی هواست. هیچ تعادلی بین دمای جنبشی مولکولهای هوا و میدان تابشی وجود ندارد. بنابراین بسته به اینکه از چه ویژگی‌های گاز استفاده کنیم، یعنی از میدان تابشی استفاده کنیم (با تابیدن نور خورشید بر دماسنج) و یا با استفاده از انرژی جنبشی مولکولها میدان تابشی را در نظر بگیریم، دماهای متفاوتی به دست می‌آوریم، در ستاره‌ها باید انتظار اختلاف دما را داشته باشیم بنابراین باید در تعریف دما دقت کنیم.

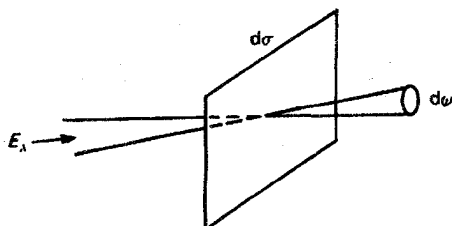
مثال  $\alpha$ ی چنگ نشان داد که وقتی در مورد دمای یک ستاره صحبت می‌کنیم همیشه باید مشخص کنیم که چگونه آن را اندازه گرفته‌ایم.

## مبانی انتقال تابشی

### ۱.۴ تعریف شدت $I_\lambda$

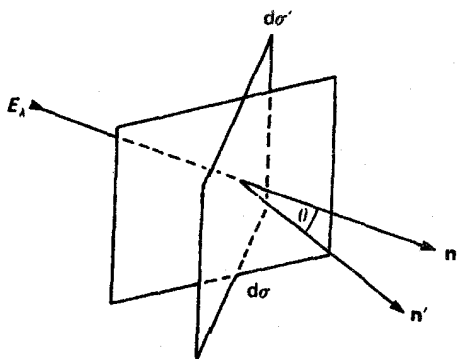
در اینجا، باید منظور از شدت  $I_\lambda$  را به دقت بیان کنیم. رویه‌ای به مساحت  $d\sigma$  و نوری را که عمود بر آن از مخروط باریکی با دهانه  $d\omega$  می‌گذرد را در نظر بگیرید (شکل ۱.۴).

مقدار انرژی  $E_\lambda$  که در هر ثانیه از سطح  $d\sigma$  می‌گذرد با  $d\sigma$  و دهانه مخروط  $d\omega$  متناسب است. انرژی  $E_\lambda$  که در هر ثانیه از این سطح می‌گذرد از رابطه (۱.۴) به دست می‌آید



شکل ۱.۴ مقدار انرژی  $E_\lambda$  در نوار طول موج  $\Delta\lambda$  از سطح  $d\sigma$  به مخروطی با دهانه  $d\omega$  عبور می‌کند.





شکل ۲.۴ مقدار انرژی‌ای که با زاویه  $\theta$  از  $d\sigma$  می‌گذرد با ضریب  $\cos \theta$  کاهش می‌یابد. مقدار انرژی‌ای که از  $d\sigma$  عبور می‌کند همان مقداری است که از سطح  $d\sigma'$  می‌گذرد که  $d\sigma'$  تصویر  $d\sigma$  بر صفحه عمود بر باریکه نور است یعنی  $d\sigma' = d\sigma \cos \theta$ .

$$E_{\lambda} = I_{\lambda} d\omega d\sigma d\lambda \quad \text{یا} \quad I_{\lambda} = \frac{E_{\lambda}}{d\omega d\sigma d\lambda} \quad (۱.۴)$$

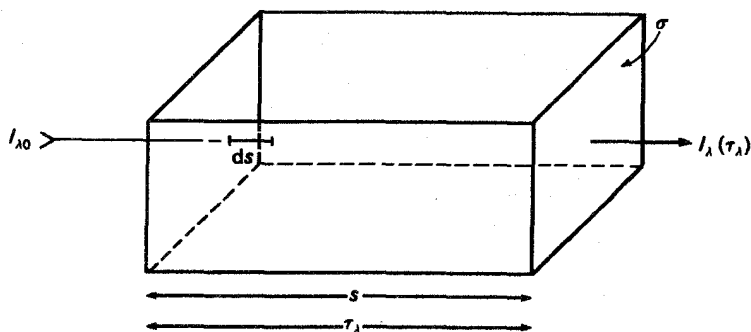
یعنی، این انرژی متناسب با دهانهٔ مخروط، اندازهٔ سطح و پهنای نوار طول موج  $d\lambda$  افزایش می‌یابد. طبق تعریف (۱.۴)، شدت  $I_{\lambda}$  مقدار انرژی است که در هر ثانیه از سطح  $1 \text{ cm}^2$  می‌گذرد و وارد زاویهٔ فضایی  $\Delta\omega = 1$  در نوار طول موج  $\Delta\lambda = 1$  می‌شود. روشن است که کل انرژی ورودی به  $\Delta\omega = 1$  عمود بر  $d\sigma$  نیست، زیرا  $\Delta\omega = 1$  نشانگر مخروط نسبتاً بزرگی است. به جای آن، باید انرژی‌ای را که از مخروطی باریک می‌گذرد، بر زاویهٔ فضایی در حد دهانه مخروط بسیار کوچک تقسیم کنیم.

حال انرژی‌ای را که عمود بر سطح  $d\sigma$  تحت زاویه  $\theta$  می‌گذرد در نظر می‌گیریم (شکل ۲.۴). پهنای مؤثر باریکه با ضریب  $\cos \theta$  کاهش می‌یابد. بنابراین اکنون داریم

$$E_{\lambda} = I_{\lambda} d\sigma \cos \theta d\omega d\lambda \quad (۲.۴)$$

## ۲.۴ عبور انرژی تابشی از یک حجم گازی دارای جذب و تابش

اکنون معادلهٔ انتقال تابشی را به دست می‌آوریم که نشان می‌دهد که چه اتفاقی برای باریکهٔ تابشی می‌افتد که از حجمی از گاز عبور می‌کند (شکل ۳.۴). انرژی  $E_{\lambda}$  وارد جعبه‌ای با سطح مقطع مستطیل می‌شود. وقتی که باریکهٔ نور از جزء مسیر  $ds$  می‌گذرد، مقداری جذب وجود دارد و انرژی به مقدار زیر کاهش می‌یابد.



شکل ۳.۴ باریکه نور از جعبه‌ای به سطح مقطع  $\sigma$  و طول  $s$  با عمق اپتیکی  $\tau_\lambda = \int_0^s \kappa_\lambda ds$  می‌گذرد. شدت  $I_\lambda$  که از سمت چپ وارد جعبه می‌شود در طول مسیر  $s$  بر اثر جذب و گسیل تغییر می‌کند و از سمت راست با شدت  $I_\lambda$ ، که به عمق اپتیکی  $\tau_\lambda$  جعبه و خواص گسیلی آن بستگی دارد، خارج می‌شود.

$$dE_\lambda = -\kappa_\lambda E_\lambda ds = -\kappa_\lambda ds I_\lambda d\omega d\lambda d\sigma \quad (۳.۴)$$

همزمان با آن مقداری تابش از حجم  $dV = d\sigma ds$  وجود خواهد داشت که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$dE_\lambda = \varepsilon_\lambda d\omega d\lambda ds d\sigma \quad (۴.۴)$$

که در آن  $\varepsilon_\lambda$  مقدار انرژی گسیل شده در هر ثانیه در واحد حجم  $\Delta\omega = 1$  در نوار طول موج  $\Delta\lambda = 1$  است. از ترکیب جذب و تابش به دست می‌آوریم

$$dE_\lambda = dI_\lambda d\sigma d\lambda d\omega = -\kappa_\lambda I_\lambda d\omega d\lambda d\sigma ds + \varepsilon_\lambda d\omega d\lambda ds d\sigma \quad (۵.۴)$$

از تقسیم رابطه بر  $d\omega d\lambda d\sigma ds$  در حد  $ds \rightarrow 0$  به دست می‌آوریم

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \varepsilon_\lambda \quad (۶.۴)$$

که نتیجه می‌دهد

$$\frac{dI_\lambda}{ds} > 0 \quad \text{اگر } \varepsilon_\lambda > \kappa_\lambda I_\lambda \quad \text{و} \quad \frac{dI_\lambda}{ds} < 0 \quad \text{اگر } \varepsilon_\lambda < \kappa_\lambda I_\lambda \quad (۷.۴)$$

اگر رابطه (۶.۴) را بر  $\kappa_\lambda$  تقسیم کنیم به دست می‌آوریم

$$\frac{dI_\lambda}{\kappa_\lambda ds} = \frac{dI_\lambda}{d\tau_{\lambda s}} = -I_\lambda + \frac{\varepsilon_\lambda}{\kappa_\lambda} = -I_\lambda + S_\lambda \quad (۸.۴)$$

که در آن نماد جدید زیر را وارد کرده‌ایم

$$S_\lambda = \frac{\varepsilon_\lambda}{\kappa_\lambda} \quad \text{یا} \quad \varepsilon_\lambda = \kappa_\lambda S_\lambda \quad (9.4)$$

معادله (۸.۴) معادله انتقال تابشی در حالت موازی تخت است. عموماً  $S_\lambda$  تابع چشمه خوانده می‌شود. از معادله (۸.۴) می‌بینیم که اگر  $S_\lambda < I_\lambda$  آن‌گاه  $I_\lambda$  کاهش می‌یابد یا اگر  $S_\lambda > I_\lambda$ ،  $I_\lambda$  افزایش می‌یابد. اگر  $S_\lambda = I_\lambda$ ،  $I_\lambda$  تغییر نمی‌کند.

### ۳.۴ تابع چشمه $S_\lambda$

حال مفهوم فیزیکی تابع چشمه  $S_\lambda$  را با در نظر گرفتن انتقال تابشی در یک جسم سیاه تغییر می‌کنیم. طبق تعریف قبلی، این جسم سیاه حجمی از گاز در تعادل ترمودینامیکی کامل است که در آن هیچ چیز با زمان تغییری نمی‌کند. بنابراین، باریکه نوری که از این حجم گاز عبور می‌کند نیز تغییر نخواهد کرد. در چنین وضعیتی باید داشته باشیم

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \kappa_\lambda S_\lambda = \kappa_\lambda (S_\lambda - I_\lambda) = 0 \quad (10.4)$$

یا

$$I_\lambda = S_\lambda \quad (11.4)$$

چون در یک جسم سیاه  $I_\lambda$  مساوی تابع پلانک است که عموماً برای آن از نماد  $B_\lambda$  استفاده می‌کنیم. برای جسم سیاه یا برای تعادل کامل ترمودینامیکی به دست می‌آوریم

$$S_\lambda = I_\lambda = B_\lambda \quad (12.4)$$

یعنی در تعادل ترمودینامیکی، تابع چشمه برابر تابع پلانک است، یا به عبارت دیگر گسیلمندی برابر است با

$$\varepsilon_\lambda = \kappa_\lambda B_\lambda \quad (13.4)$$

که البته همان قانون مشهور کیرشهوف است. در اینجا داریم

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (14.4)$$

که قبلاً بررسی کردیم. اکنون می‌توان معادله (۷.۴) را اگر تابش به همان شکل جسم سیاه باشد، بازنویسی کرد

$$\frac{dI_{\lambda}}{ds} > 0 \text{ اگر } S_{\lambda} > I_{\lambda} \text{ و } \frac{dI_{\lambda}}{ds} < 0 \text{ اگر } S_{\lambda} < I_{\lambda} \quad (15.4)$$

یعنی اگر  $S_{\lambda} = B_{\lambda}$  باشد می‌توانیم بگوییم

$$\frac{dI_{\lambda}}{ds} > 0 \text{ اگر } B_{\lambda} > I_{\lambda} \text{ و } \frac{dI_{\lambda}}{ds} < 0 \text{ اگر } B_{\lambda} < I_{\lambda} \quad (16.4)$$

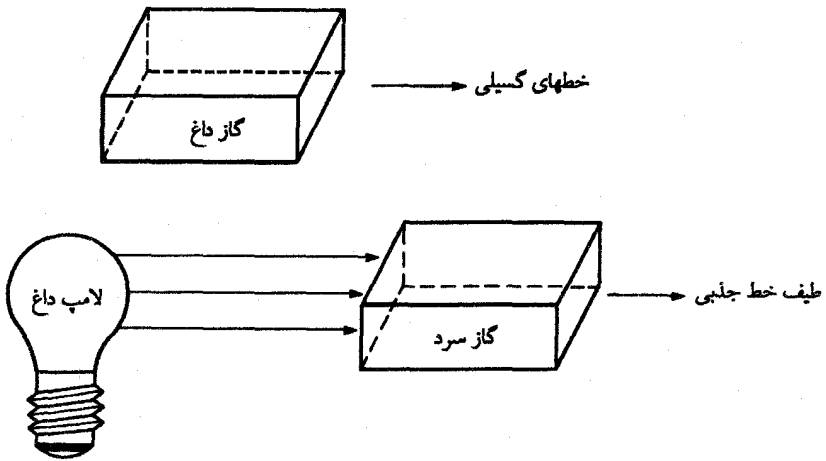
اگر در نظریهٔ جوهای ستاره‌ای فرض  $S_{\lambda} = B_{\lambda}$  یا  $\epsilon_{\lambda} = \kappa_{\lambda} B_{\lambda}$  را به‌کار ببریم، آن را فرض تعادل ترمودینامیک موضعی<sup>۱</sup>، یا به اختصار LTE گویند.

فرض LTE به این معنی نیست که تعادل کامل ترمودینامیکی را در نظر بگیریم. مسلماً این فرض برای لایه‌های خارجی ستاره که دارای اتلاف انرژی زیاد در سطح هستیم نادرست است. فقط فرض می‌کنیم که گسیل تابش مانند گسیل در گازی در تعادل ترمودینامیک با دمای  $T$  متناظر با دمای لایهٔ مورد نظر در جو ستاره‌ای است. به‌ویژه، این مطلب بدین معنی است، که حتی اگر جذب عمدتاً در یک خط طیفی انجام شود، بر اساس  $B_{\lambda}$  گسیل هنوز در تمام طول موجها صورت می‌گیرد. اگر LTE برقرار باشد، فوتونها همیشه در تمامی طول موجها بیرون می‌آیند.

## ۴.۴ خطهای جذبی در برابر خطهای گسیلی

اکنون بررسی می‌کنیم که در چه شرایطی طیف نور در سمت راست جعبه در شکل ۳.۴ به‌صورت خطوط تیره در زمینهٔ روشن و چه موقع خطهای روشن در زمینهٔ با شدت کم است. به عبارت دیگر پرسش مطرح این است که چرا خطوط جذبی را در اغلب طیفهای ستاره‌ای مشاهده می‌کنیم، در حالی‌که در آزمایشگاه به طیف خطی گسیلی عادت کرده‌ایم. در بسیاری از آزمایشها در آزمایشگاه با گازی داغ در یک محفظه که معمولاً شیشه‌ای است سروکار داریم، یا حتی ممکن است گاز آزاد داغی مثل چراغ بونزن یا قوس آزاد سوزان داشته باشیم این چشمه‌های نور دارای طیف خطی گسیلی هستند. از سویی دیگر، کیرشهوف و بونزن دریافتند که یک محفظه با گاز سرد در جلوی چشمهٔ نور داغ با طیف پیوسته یک طیف خطی جذبی می‌دهد (شکل ۴.۴). برای اغلب ستارگان خطهای جذبی را مشاهده می‌کنیم.

بدیهی است، بسیاری از ستارگان متناظر با حالت دوم هستند: گاز سرد را در جلوی یک چشمه



شکل ۴.۴ کیرشهوف و بوزن مشاهده کردند که طیف یک گاز داغ خطوط گسیلی از خود نشان می‌دهد، در حالی که طیف نور از یک چشمه پیوسته داغ که از یک گاز سرد می‌گذرد دارای خطوط جذبی است. طول موج خطهای گسیلی و جذبی، اگر گاز سرد و داغ شامل عناصر یکسان شیمیایی باشد یکی هستند.

نور داغ می‌بینیم. لایه‌های عمیقتر ستاره‌ها داغ‌اند و طیف پیوسته‌ای گسیل می‌کنند. در حالی که لایه‌های خارجیت سرد هستند و طیف خطی جذب را تشکیل می‌دهند. این تصویر ساده شده‌ای است که اخترفیزیکدانان حدود ۵۰ سال پیش به‌کار می‌بردند. در آن زمان، لایه‌های سرد خارجیت را لایه‌های برگرداننده می‌نامیدند. اکنون می‌دانیم که این تصویر بسیار ساده شده است، اما خطوط جذبی به روشنی نشانگر دماهایی هستند که رو به بیرون کم می‌شوند.

اکنون در موقعیتی هستیم که به‌طورکمی دریابیم که چه وقت خطوط جذبی یا گسیلی مشاهده می‌شوند.

ابتدا مورد آزمایشگاهی را در نظر می‌گیریم. بنای کار را بر معادله (۸.۴) می‌گذاریم:

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} = S_\lambda - I_\lambda \quad \text{با} \quad d\tau_\lambda = \kappa_\lambda ds$$

که تغییر شدت را در طول مسیر  $ds$  در شکل ۳.۴ می‌دهد. می‌خواهیم از این رابطه انتگرال بگیریم تا  $I_\lambda(\tau_\lambda)$  را روی مسیر  $s$  بیابیم. برای به‌دست‌آوردن این انتگرال دو طرف معادله را در  $e^{+\tau_\lambda}$  ضرب می‌کنیم و به‌دست می‌آوریم

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} e^{+\tau_\lambda} + I_\lambda e^{+\tau_\lambda} = S_\lambda e^{+\tau_\lambda} \quad (17.4)$$

که به شکل زیر نیز نوشته می شود

$$\frac{d}{d\tau_\lambda}(I_\lambda e^{\tau_\lambda}) = S_\lambda e^{\tau_\lambda} \quad (۱۸.۴)$$

اکنون این صورتی از رابطه (۱۸.۴) است، که می توان از آن به راحتی در بازه  $\tau_\lambda = 0$  تا  $\tau_\lambda$  انتگرال گرفت

$$\int_0^{\tau_\lambda} \frac{d}{d\tau_\lambda}(I_\lambda e^{\tau_\lambda}) d\tau_\lambda = [I_\lambda e^{+\tau_\lambda}]_0^{\tau_\lambda} = \int_0^{\tau_\lambda} S_\lambda e^{\tau_\lambda} d\tau_\lambda = [S_\lambda e^{\tau_\lambda}]_0^{\tau_\lambda} \quad (۱۹.۴)$$

در این رابطه فرض کردیم که  $S_\lambda$  در طول مسیر  $s$  ثابت است. با  $I_\lambda(\tau_\lambda = 0) = I_{\lambda_0}$  درمی یابیم که اگر مقادیر مرزی را قرار دهیم

$$I_\lambda e^{\tau_\lambda} - I_{\lambda_0} = S_\lambda(e^{\tau_\lambda} - 1) \quad (۲۰.۴)$$

یا پس از تقسیم بر  $e^{\tau_\lambda}$

$$I_\lambda = I_{\lambda_0} e^{-\tau_\lambda} + S_\lambda(1 - e^{-\tau_\lambda}) \quad (۲۱.۴)$$

اولین جمله در سمت راست، مقدار تابش ورودی به جعبه را نشان می دهد که پس از طی عمق اپتیکی  $\tau_\lambda$  باقی مانده است. جمله دوم سهم نور از گسیل تابش در طول مسیر است. ابتدا به حالت  $I_{\lambda_0} = 0$  می پردازیم. این حالت مربوط به قسمت بالای شکل ۴.۴ می شود. ما تنها حجم گاز داغ را داریم؛ با اینکه هیچ نوری به آن نمی تابد اما گاز دارای مقداری گسیل است. در این حالت معادله (۲۱.۴) به شکل زیر درمی آید

$$I_\lambda = S_\lambda(1 - e^{-\tau_\lambda}) \quad \text{در حالی که در LTE داریم } S_\lambda = B_\lambda(T) \quad (۲۲.۴)$$

دو حالت حدی مهم به نظر می آیند:

(الف)  $\tau_\lambda \ll 1$ ، یعنی حجم گاز دارای عمق اپتیکی کوچک باشد. این حالت اپتیکی نازک نیز خوانده می شود.

از این رو می توان قسمت نمایی را در یک سری تیلور بسط داد و به دست آورد

$$e^{-\tau_\lambda} \approx 1 - \tau_\lambda \quad \text{برای } \tau_\lambda \ll 1 \quad (۲۳.۴)$$

و با جایگذاری

$$I_{\lambda} = S_{\lambda}(1 - \tau_{\lambda}) = \tau_{\lambda} S_{\lambda} \quad (24.4)$$

یا در LTE یعنی اگر  $S_{\lambda} = B_{\lambda}$  باشد

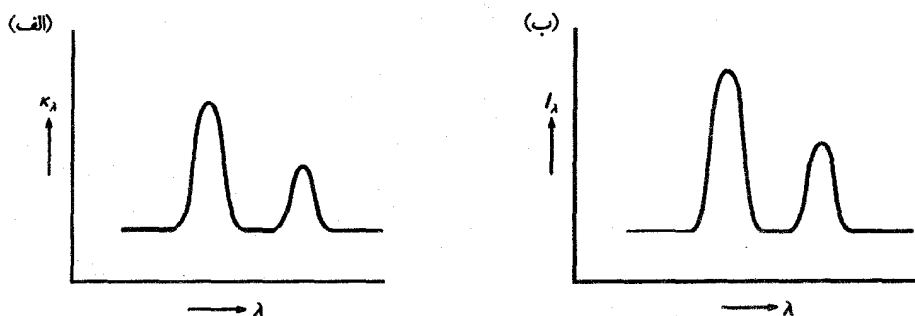
$$I_{\lambda} = \tau_{\lambda} B_{\lambda} \quad \text{با } \tau_{\lambda} = \kappa_{\lambda} s \text{ در طول } s \text{ ثابت باشد} \quad (25.4)$$

شدت خروجی از جعبه در سمت دیگر وقتی  $\kappa_{\lambda}$  بزرگ باشد بزرگ و وقتی  $\kappa_{\lambda}$  کوچک باشد کوچک است.

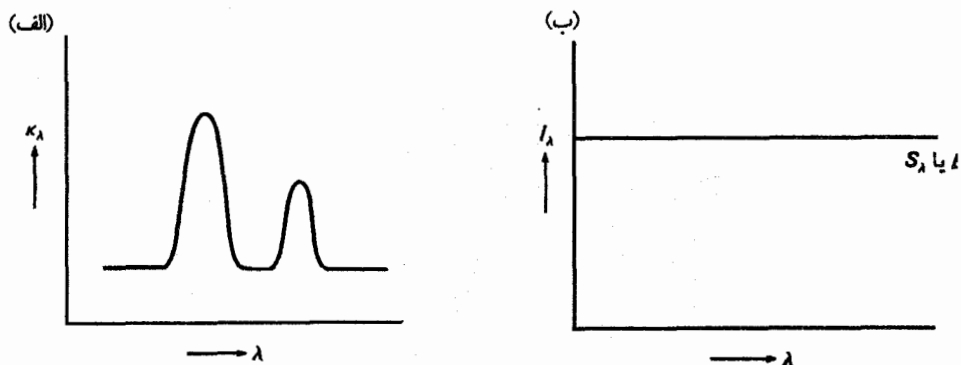
فرض کنید  $\kappa_{\lambda}$  همان طور که در شکل ۵.۴ نشان داده شده است تابع طول موج  $\lambda$  باشد. بسامدهایی که در آنها خطوط طیفی را می بینیم عملاً بسامدهایی هستند که در آنها ضریب جذب  $\kappa_{\lambda}$  بسیار بزرگ است زیرا آنها بسامدهای تشدیدی در اتم هستند. بنابراین، طول موج برای  $\kappa_{\lambda}$  بسیار بزرگ در شکل ۵.۴ مربوط به طول موجهای خطوط طیفی هستند. از معادله (۲۵.۴) می بینیم که شدت در آن طول موجهایی زیاد است که عمق اپتیکی بزرگ است، یعنی طول موجهایی که  $\kappa_{\lambda}$  آنها بزرگ است. یعنی در خطوط طیفی. بنابراین، برای  $1 \ll \tau_{\lambda}$  انتظار داریم خطهای گسلی را با شدت زیاد در طول موجهای بزرگ  $\kappa_{\lambda}$  ببینیم.

(ب) حالت حدی دیگر حالت اپتیکی بسیار کلفت است، یعنی  $1 \gg \tau_{\lambda}$ . در این حالت  $e^{-\tau_{\lambda}} \rightarrow 0$  و از رابطه (۲۲.۴) به دست می آوریم.

$$I_{\lambda} = S_{\lambda} \quad \text{یا} \quad I_{\lambda} = B_{\lambda} \quad \text{در LTE} \quad (26.4)$$



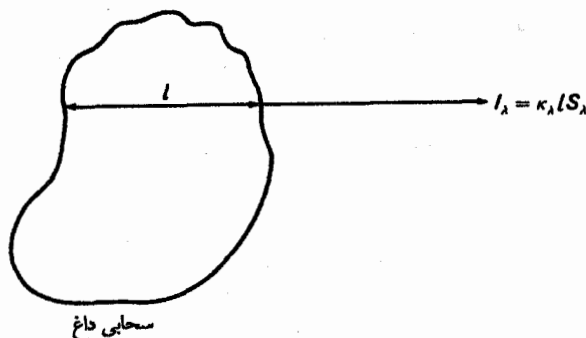
شکل ۵.۴ (الف) وابستگی مفروض  $\kappa_{\lambda}$  به طول موج. (ب) توزیع شدت به دست آمده برای  $1 \ll \tau_{\lambda}$  و  $I_{\lambda_0} = 0$ .



شکل ۶.۴ (الف) وابستگی مفروض  $\kappa_\lambda$  به طول موج. (ب) توزیع شدت به دست آمده برای  $1 \gg \tau_\lambda$ ; شدت مستقل از  $\kappa_\lambda$  است.

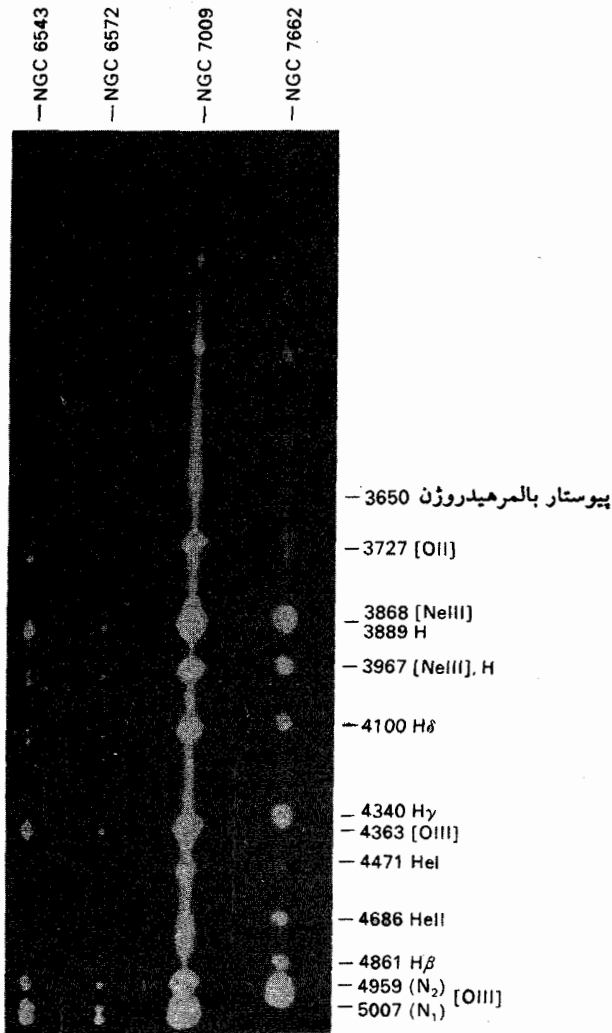
در این حالت، شدت گسیل شده مستقل از  $\kappa_\lambda$  است. این حالت را در شکل ۶.۴ نشان داده ایم. البته، این حالت جسم سیاه است:  $\tau_\lambda \rightarrow \infty$  نشان می دهد که تمام نور ورودی جذب شده است. شدت گسیل شده تنها مربوط به گسیل در داخل جعبه است و شدت جذب شده را تابع چشمه، که در این حالت تابع پلانک است، می دهد.

حالت اول  $1 \ll \tau_\lambda$  برای بسیاری از رصدهای نجومی حائز اهمیت است. فرض کنید یک ابر گاز میان ستاره ای یا سحابی با چگالی اندکی از ذرات در هر  $\text{cm}^3$ ، حداکثر در حدود ۱۰۰۰۰ ذره در  $\text{cm}^3$  داریم (شکل ۷.۴). یک چنین سحابی معمولاً طیفی خطی را که (شکل ۸.۴)، حداقل در



شکل ۷.۴ سحابی میان ستاره ای بزرگ با چگالی کم یک طیف خطی گسیلی از خود نشان می دهد، که از لحاظ اپتیکی در امتداد خط دید نازک است.

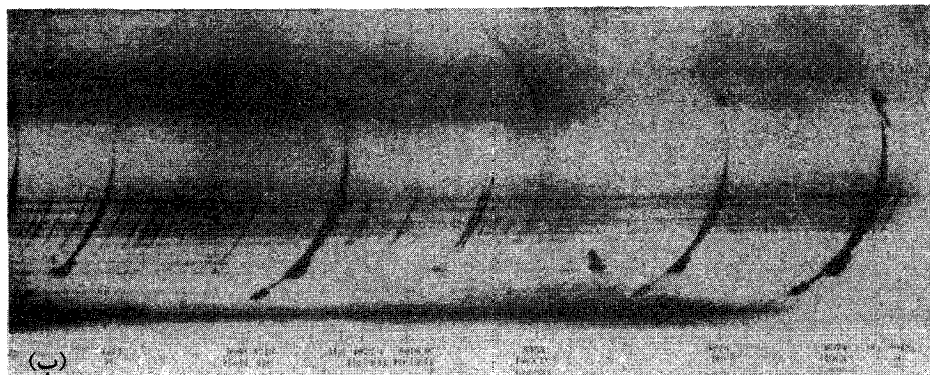
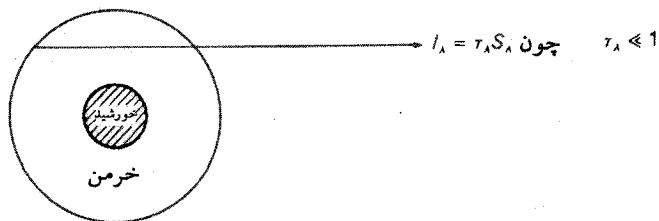




شکل ۸.۴ طیفهای بدون شکاف سحابیهای دارای خط گسیلی. تصویری از سحابی برای هر خط گسیلی دیده می‌شود. این یک تصویر پوزیتو است. تصویرهای روشن سفید هستند.

پیوستار و شاخه‌های خطی و نه الزاماً در مراکز خطوط، به لحاظ اپتیکی باریک است گسیل می‌دارد. اگر در قسمت پیوسته و در شاخه‌ها  $\tau_\lambda \ll 1$  باشد، اما در مراکز خطی  $\tau_\lambda \gg 1$  باشد نتیجه می‌گیریم که در مراکز خطی  $I_\lambda = S_\lambda$  است در حالی که در شاخه‌ها داریم  $I_\lambda = \tau_\lambda S_\lambda \ll S_\lambda$ . خرم خورشیدی نیز متناظر با  $\tau_\lambda \ll 1$  است و بنابراین طیف خطی گسیلی را نشان می‌دهد

(الف)



(ب)

شکل ۹.۴ (الف) خرمین خورشیدی از لحاظ اپتیکی نازک است و در نتیجه دارای یک طیف گسیلی خطی است. (ب) در طول کسوفها خرمین خورشیدی که از لحاظ اپتیکی نازک است یک طیف گسیلی خطی از خود نشان می‌دهد. تصویر خرمین در خط  $5303 \text{ \AA}$  از یون Fe XIV را به وضوح می‌بینیم یعنی یک اتم Fe که ۱۳ الکترون از دست داده است. خطوط طیفی دیگری که دیده می‌شوند از فام سپهر خورشیدی و ناحیه گذار بین خرمین و فام سپهر سرچشمه می‌گیرند. این طیف را دیویدسون<sup>۱</sup> و استراتون<sup>۲</sup>، ۱۹۲۷، به دست آورده‌اند. این یک تصویر نگاتیو (negative) است. خطوط روشن تاریک هستند.

که در حین کسوفها قابل مشاهده است. (شکل ۹.۴) این به واسطه عمق اپتیکی کوچک است (و نه به علت دمای زیاد، حداقل هنگامی که فزاتر از لبه خورشید مشاهده می‌شود).

بدیهی است که ستارگان طیف گسیلی خطی ندارند چون به لحاظ اپتیکی بسیار ضخیم هستند  $\tau_\lambda \rightarrow \infty$ . اگرچه آنها برای کلیه طول موجها مانند جسم سیاه توزیع شدت ملایم نشان نمی‌دهند و چون که تابع چشمه آنها در طول مسیر s آن طور که به هنگام به دست آوردن رابطه (۲۶.۴) فرض کردیم، ثابت نیست.

اکنون حالت  $I_\lambda \neq 0$  را در نظر می‌گیریم.

دوباره دو حالت مجزا را در نظر می‌گیریم: حالت اپتیکی نازک  $\tau_\lambda \ll 1$  و حالت اپتیکی

ضخیم  $1 \gg \tau_\lambda$ .

در حالت اپتیکی نازک به جای  $e^{\tau_\lambda} - 1 - \tau_\lambda$  استفاده می‌کنیم. آنگاه معادله (۲۱.۴) به شکل زیر در می‌آید

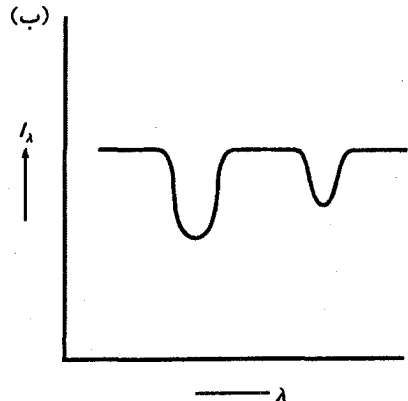
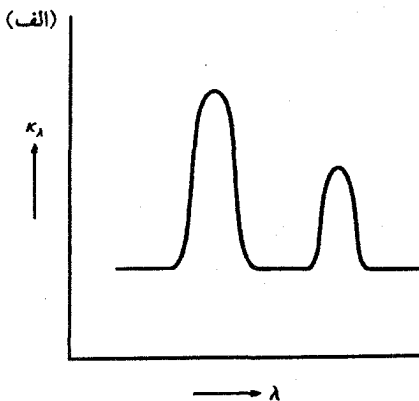
$$I_\lambda = I_{\lambda_0} (1 - \tau_\lambda) + S_\lambda \tau_\lambda = I_{\lambda_0} + \tau_\lambda (S_\lambda - I_{\lambda_0}) \quad (27.4)$$

که باز هم  $I_\lambda = I_{\lambda_0}$  منجر به حالتی می‌شود که پیش از این شرح داده شد. شدت حاصل برای  $I_{\lambda_0} \neq 0$  با شدت اولیه  $I_{\lambda_0}$  به اضافه جمله‌ای داده می‌شود که علامت آن بسته به اینکه  $I_{\lambda_0}$  بزرگتر یا کوچکتر از  $S_\lambda$  باشد، تغییر می‌کند. اگر  $I_{\lambda_0} > S_\lambda$  باشد جمله آخر در معادله (۲۷.۴) منفی است. این معادله را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم

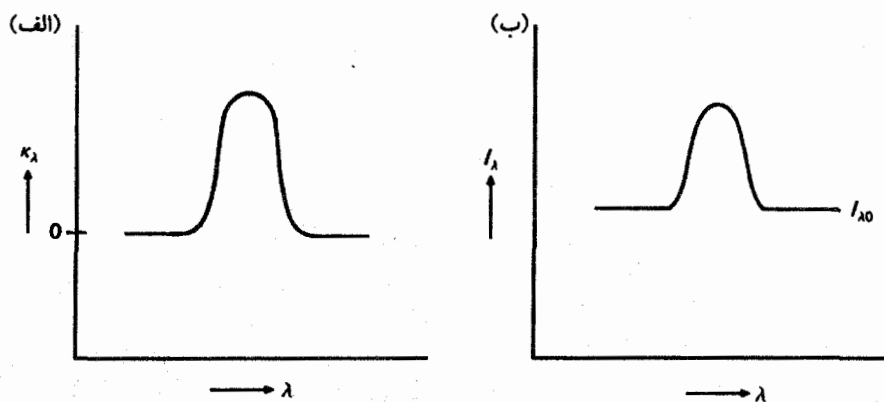
$$I_\lambda = I_{\lambda_0} - \tau_\lambda (I_{\lambda_0} - S_\lambda) \quad (28.4)$$

یعنی چیزی از شدت اولیه کم شده که متناسب با عمق اپتیکی  $\tau_\lambda$  است، بنابراین برای طول موجهایی که  $\kappa_\lambda$  بزرگتر است یعنی خطوط طیفی، شدت از دست رفته بیشتر خواهد بود. در این حالت بر روی شدت زمینه  $I_{\lambda_0}$  خطوط جذبی را مشاهده می‌کنیم (شکل ۱۰.۴). این حالت همان حالت دوم آزمایش کیرشهوف بونزن است.

در حالت  $S_\lambda > I_{\lambda_0}$  باز برای عمق اپتیکی کوچک به دست می‌آوریم



شکل ۱۰.۴ (الف) وابستگی  $\kappa_\lambda$  به طول موج. (ب) توزیع شدت برحسب طول موج نشان داده می‌شود. اگر  $\kappa_\lambda(\lambda)$  توسط (الف) و  $S_\lambda > I_{\lambda_0}$  داده شود.



شکل ۱۱.۴ (الف) وابستگی  $\kappa_\lambda$  به طول موج. (ب) وابستگی  $I_\lambda$  به طول موج اگر  $\kappa_\lambda(\lambda)$  توسط (الف) و  $I_{\lambda_0} < S_\lambda$  داده شده باشد.

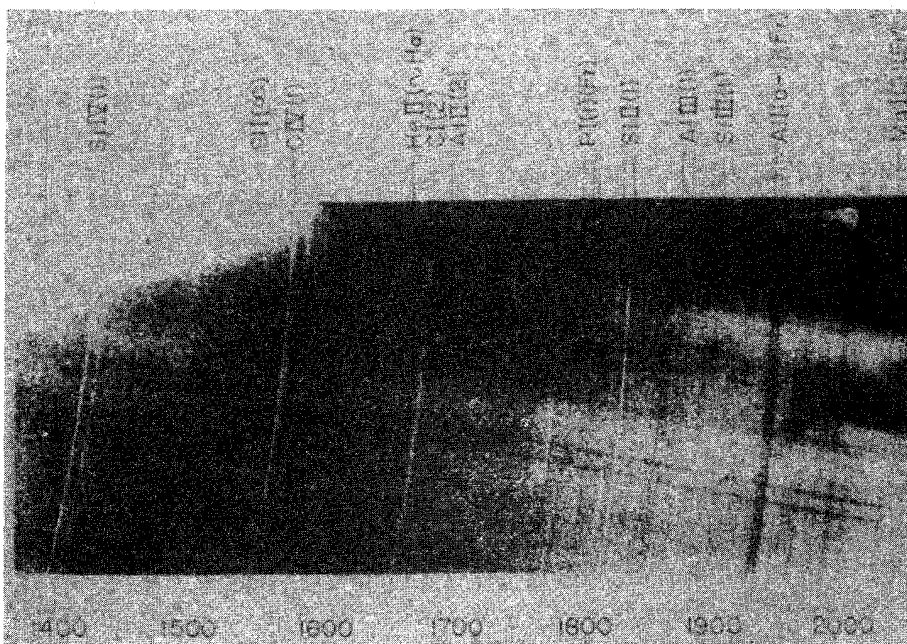
$$I_\lambda = I_{\lambda_0} + \tau_\lambda(S_\lambda - I_{\lambda_0}) \quad (29.4)$$

اکنون جمله آخر مثبت است. خطوط گسیلی را در بالای شدت زمینه  $I_\lambda$  می بینیم (شکل ۱۱.۴). برای حالت  $\tau_\lambda \gg 1$ ، از رابطه (۲۱.۴) می بینیم که در هر صورت بدون توجه مقدار  $I_{\lambda_0}$ ،  $I_\lambda = S_\lambda$  است شدت اولیه در طول مسیر  $s$  با عمق اپتیکی بسیار زیاد کاملاً جذب می شود. ستارگان عموماً یک طیف جذبی خطی دارند. بنابراین، باید به حالتی مربوط باشند که  $I_{\lambda_0}$  — شدتی که از لایه های درونتر می آید — بزرگتر از تابع چشمه  $S_\lambda$  برای لایه های بالایی ستاره است. شرط LTE را یعنی  $S_\lambda = B_\lambda$ ؛ را در نظر می گیریم. برای این حالت تابع چشمه با افزایش دما زیاد می شود. اکنون ستاره را به دو ناحیه تقسیم می کنیم: لایه های اپتیکی عمیق و لایه های اپتیکی نازک برگرداننده در بالای آنها. در این صورت  $I_\lambda$  که وارد لایه برگرداننده می شود با تابع پلانک  $B_{\lambda d}$  برای لایه های عمیقتر داده می شود، و تابع چشمه برای لایه برگرداننده، تابع پلانک برای لایه های بالایی  $B_{\lambda t}$  است. اینکه ستاره ها طیف خطی جذبی دارند نشان می دهد که تابع پلانک برای لایه های عمیقتر بزرگتر از تابع پلانک برای لایه های بالایی است. یعنی

$$B_{\lambda d} > B_{\lambda t} \quad (30.4)$$

بنابراین دما در لایه های عمیقتر بیشتر از لایه های بالایی است.

همچنین این بحث نشان می دهد که اگر ببینیم لایه های یک ستاره دارای دمایی هستند که رو



شکل ۱۲.۴ توزیع انرژی برای طیف خورشیدی برای ناحیه طول موج  $2000 \text{ \AA} < \lambda < 1400 \text{ \AA}$  نشان داده شده است. برای ناحیه طول موجهای بلندتر، ضریب جذب در پیوستار هنوز کم است. لایه‌های عمیقتر شیدسپهر را می‌بینیم که در آنها طول موج رو به خارج کاهش می‌یابد. از این رو یک طیف خطی جذبی می‌بینیم. برای  $1600 \text{ \AA} < \lambda$  ضریب جذب پیوسته بسیار بزرگتر است. برای این طول موجها لایه‌های فام‌سپهری را می‌بینیم که دما در آن رو به خارج افزایش می‌یابد. یک طیف خطی گسیلی را می‌بینیم. این یک تصویر پوزیتیو است. خطوط روشن سفید هستند.

به خارج افزایش می‌یابد، انتظار یک طیف خطی گسیلی را داریم. عملاً این چیزی است که برای مثال در خورشید در طول موجهای فرابنفش رصد می‌کنیم. در طول موجهای بالاتر از  $1700 \text{ \AA}$  هنوز لایه‌های عمیقتر شیدسپهر را می‌بینیم که در آن دما رو به خارج هنوز کاهش می‌یابد و طیف خطی جذبی را مشاهده می‌کنیم (شکل ۱۲.۴). برای  $1600 \text{ \AA} < \lambda$  ضریب جذب پیوسته به اندازه‌ای زیاد است که نور را فقط از لایه‌های فام‌سپهری که در آن تابع چشمه رو به خارج افزایش می‌یابد دریافت می‌کنیم، چون که دما رو به خارج افزایش می‌یابد. بنابراین برای این طول موجها یک طیف خطی گسیلی مشاهده می‌کنیم. اکنون نتایج خود را خلاصه می‌کنیم.

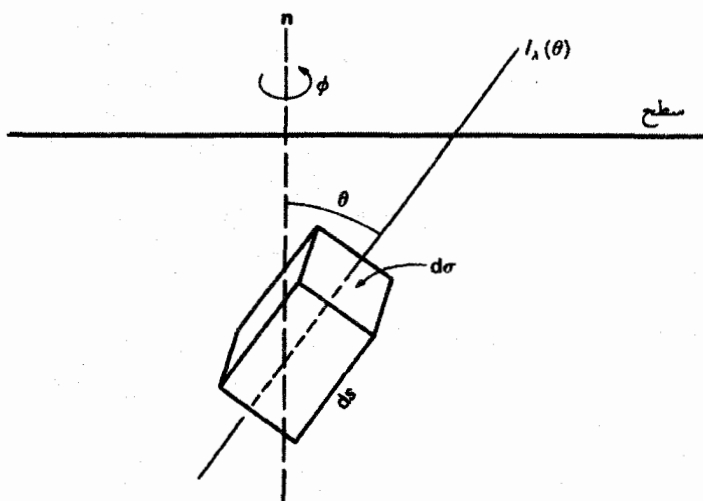
به طور کلی دو امکان برای تشکیل طیف گسیلی خطی وجود دارد:

۱. یک حجم اپتیکی نازک در فضای بدون نور زمینه، یعنی سحابی گسیلی، طیف گسیلی خطی گسیل می‌دارد.
۲. حجمی به لحاظ اپتیکی ضخیم از گاز که در آن تابع چشمه رو به خارج افزایش می‌یابد. طیف خورشیدی در فرابنفش مثالی از این نوع است.  
در یک گاز به لحاظ اپتیکی ضخیم که در آن تابع چشمه رو به خارج کاهش می‌یابد، یک طیف خطی جذبی تشکیل می‌شود که به طور کلی به آن معنی است که دما رو به خارج کاهش می‌یابد. (همچنین اگر تابع چشمه مساوی تابع پلانک نباشد امکان دارد که تابع چشمه رو به خارج کاهش یابد، در حالی که دما افزایش می‌یابد. چنین استثناهایی را باید به خاطر داشت.)  
اگر تابش زمینه‌ای که شدتش  $I_{\lambda}$  بزرگتر از تابع چشمه باشد نیز وارد گاز شود، طیف خطی جذبی تشکیل می‌شود. پوسته نازک دور یک ستاره مثالی از محیط میان‌ستاره‌ای بین ما و ستاره است.

## انتقال تابشی در جوّهای ستاره‌ای

### ۱.۵ معادله انتقال تابش

در لایه‌های خارجیت‌تر ستاره‌ها، انتقال گرما باید توسط تابش انجام شود، چون راه دیگری برای انتقال گرما در خلأ اطراف ستاره وجود ندارد. (ماده میان‌ستاره‌ای با چگالی بسیار کم نمی‌تواند روش دیگری برای انتقال انرژی که قابل مقایسه با اتلاف تابشی انرژی یک ستاره باشد فراهم سازد. بنابراین از این نظر خلأ در نظر گرفته می‌شود.) این لایه‌های خارجی که انتقال گرما در آنها تنها تابشی است، ممکن است در برخی ستاره‌ها کم‌عمق و در برخی دیگر وسیع و تقریباً تا مرکز ستاره باشند. در ادامه موردی را در نظر می‌گیریم که عمق ابتدیی این لایه‌های خارجی  $\tau_{\lambda}$  بسیار بزرگ (فصل ۱) ولی ارتفاع هندسی آنها در مقایسه با شعاع ستاره کوچک باشد. برای مثال، در مورد خورشید لایه‌ای با  $\tau_{\lambda} = 10$  در طول موج مرئی، ارتفاع هندسی در حدود  $500$  کیلومتر دارد که در مقایسه با شعاع خورشید  $7000000$  کیلومتر بسیار کوچک است. در این حالت شعاع خمیدگی بسیار بزرگتر از ارتفاع لایه است و می‌توانیم آن را همانند فرض خود در فصل اول در مورد جوّ زمین، تخت در نظر بگیریم.



شکل ۱.۵ در باریکه نوری که جو ستاره‌ای با زاویه  $\vartheta$  نسبت به عمود بر سطح  $\Pi$  از داخل به خارج می‌گذرد جذب و گسیل در طول مسیر  $s$  صورت می‌گیرد.

مانند فصل اول، جریان انرژی تابشی از این لایه خارجی را در نظر می‌گیریم که آن را جو ستاره می‌خوانیم. برخلاف جو زمین، هیچ ستاره جامدی در زیر آن وجود ندارد، چون دماهای ستاره‌ای زیادتر از آن هستند که اجازه انجماد بدهند. البته به‌استثنای مورد اجسام غیرعادی مانند کوتوله‌ها.

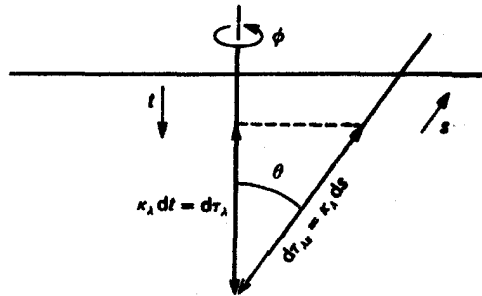
شکل ۱.۵ هندسه باریکه تابشی را هنگامی که از یک جو تخت موازی با زاویه  $\vartheta$  عبور می‌کند، نشان می‌دهد. گسیل در تمام جزء حجم  $d\sigma ds$  در طول مسیر  $s$  انجام می‌گیرد. تابش با شدت  $I_\lambda$  در طول موج  $\lambda$  با زاویه  $\vartheta$  نسبت به عمود بر جو  $\Pi$  از آن عبور می‌کند. اصولاً، شدت می‌تواند به زاویه  $\varphi$  نیز بستگی داشته باشد. اما، در حالتی که برای ما جالب است یعنی ستاره‌های دارای تقارن کروی، دلیلی برای در نظر گرفتن آن وجود ندارد.

در طول مسیر  $s$ ، شدت به‌واسطه جذب و گسیل تغییر می‌کند:

$$\frac{dI_\lambda(\vartheta)}{ds} = -\kappa_\lambda I_\lambda(\vartheta) = \epsilon_\lambda = -\kappa_\lambda I_\lambda(\vartheta) + \kappa_\lambda S_\lambda \quad (1.5)$$

که در آن  $\kappa_\lambda ds = d\tau_\lambda$  می‌توانیم برای باریکه نور خروجی عمق اپتیکی  $\tau_\lambda$  در طول  $s$  را وارد کنیم که به جهت  $\vartheta$  باریکه بستگی دارد. مانند فصل ۱، عمق اپتیکی  $\tau_\lambda$  را عمود بر سطح ستاره از خارج به داخل در نظر می‌گیریم. از شکل ۲.۵ ملاحظه می‌کنیم که





شکل ۲.۵ رابطه میان عمق اپتیکی  $\tau_{\lambda}$ ، در امتداد باریکه نور خروجی که سطح را با زاویه  $\vartheta$  ترک می‌کند، و عمق اپتیکی  $\tau_{\lambda}$  که از سطح، عمود بر آن، به داخل می‌رود.

$$\cos \vartheta = -\frac{d\tau_{\lambda}}{d\tau_{\lambda s}} \quad \text{یا} \quad d\tau_{\lambda s} = -d\tau_{\lambda} \sec \vartheta \quad (2.5)$$

با قراردادن آن در رابطه (۱.۵) به دست می‌آوریم

$$\cos \vartheta \frac{dI_{\lambda}(\vartheta)}{d\tau_{\lambda}} = I_{\lambda}(\vartheta) - S_{\lambda}, \quad \text{با} \quad I_{\lambda} = I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \vartheta) \quad (3.5)$$

که در آن همه علامتها تغییر کرده است، چرا که اکنون از خارج به داخل یعنی در خلاف جهت انتشار نور نگاه می‌کنیم.

رابطه (۳.۵) معادله انتقال تابشی در حالت تخت موازی است. هرگاه درباره تغییرات شدت به علت جذب و گسیل صحبت می‌کنیم، این معادله آنچه را که اتفاق افتاده توصیف می‌کند. این معادله انتقال، ما را قادر می‌سازد تا رابطه‌ای انتگرالی بین شدتی که سطح ستاره را ترک می‌کند و عمق تابع چشمه به دست آوریم. برای محاسبه  $I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \vartheta)$  باید از معادله (۳.۵) انتگرال بگیریم.

## ۲.۵ شدتهای سطحی

برای به دست آوردن شدت  $I_{\lambda}(\infty, \vartheta)$  در سطح، همان‌گونه که معادله (۱۷.۴) را به دست آوردیم، معادله (۳.۵) را در  $e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta}$  ضرب می‌کنیم و به دست می‌آوریم

$$\frac{dI_{\lambda}(\vartheta)}{\sec \vartheta d\tau_{\lambda}} e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} = I_{\lambda}(\vartheta) e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} - S_{\lambda} e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} \quad (4.5)$$

که در آن  $S_{\lambda} = S_{\lambda}(\tau_{\lambda})$  و  $I_{\lambda}(\vartheta) = I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \vartheta)$  است. این رابطه را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\frac{d(I_{\lambda} e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta})}{d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta)} = -S_{\lambda} e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} \quad (5.5)$$

حال برای محاسبه شدت  $I_{\lambda}(\circ, \vartheta)$  در سطح، از  $d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta)$  در بازه  $\circ$  تا  $\infty$  انتگرال می‌گیریم و به دست می‌آوریم

$$[I_{\lambda}(\vartheta) e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta}]_{\circ}^{\infty} = - \int_{\circ}^{\infty} S_{\lambda} e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta) \quad (6.5)$$

و

$$I_{\lambda}(\circ, \vartheta) = \int_{\circ}^{\infty} S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta) \quad (7.5)$$

که در آن از این واقعیت استفاده کردیم که در  $\tau_{\lambda} \rightarrow \infty$ ،  $e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} \rightarrow \circ$ . اگر به یاد داشته باشیم که گسیل در طول  $ds$  به شکل

$$\varepsilon_{\lambda} dV = \varepsilon_{\lambda} ds = S_{\lambda} \kappa_{\lambda} ds = S_{\lambda} \kappa_{\lambda} d(t \sec \vartheta)$$

محاسبه می‌شد، که در آن  $d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta) = d\tau_{\lambda s}$  یعنی عمق اپتیکی در طول مسیر  $s$  است، آنگاه معادله (۷.۵) را می‌توان به سادگی تفسیر کرد. از این گسیل در  $\tau_{\lambda}$  کسر  $S_{\lambda} d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta) e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta}$  به سطح خواهد رسید؛ بقیه آن در مسیر جذب می‌شود. همان‌طور که در رابطه (۷.۵) بیان شد،  $I_{\lambda}(\circ, \vartheta)$  از جمع کردن سهم کلیه جزء حجمها در طول مسیر نور به دست می‌آید.

بگذارید  $I_{\lambda}(\circ, \vartheta)$  را برای یک حالت ساده  $S_{\lambda}(\tau_{\lambda})$  حساب کنیم. فرض کنید

$$S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = a_{\lambda} + b_{\lambda} \tau_{\lambda} \quad (8.5)$$

به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} I_{\lambda}(\circ, \vartheta) &= \int_{\circ}^{\infty} a_{\lambda} e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta) + b_{\lambda} \int_{\circ}^{\infty} \tau_{\lambda} e^{-\tau_{\lambda} \sec \vartheta} d(\tau_{\lambda} \sec \vartheta) \\ &= A_i + B_i \cos \vartheta = a_{\lambda} + b_{\lambda} \cos \vartheta = S_{\lambda}(\tau_{\lambda} = \cos \vartheta) \end{aligned} \quad (9.5)$$

در حالت کلی وقتی

$$S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = \sum_i a_{\lambda i} \tau_{\lambda}^i \quad (10.5)$$

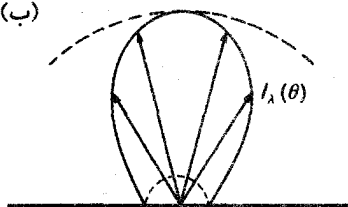
به دست می‌آوریم

\* به خاطر داشته باشیم که  $I_{\lambda}$  انرژی عبوری از  $1 \text{ cm}^2$  است، پس  $d\sigma = 1 \text{ cm}^2 ds$  و  $dV = 1 \text{ cm}^3 ds$

(الف)



(ب)



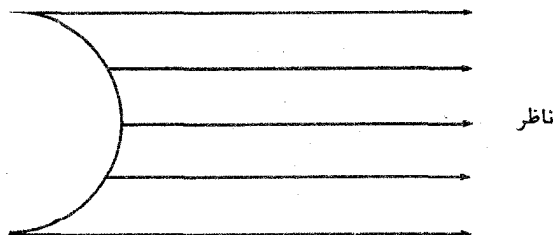
شکل ۳.۵ نمودار قطبی  $I_\lambda(\vartheta)$  (الف) برای  $a_\lambda = 1$  و  $b_\lambda = 1$  و (ب) برای  $a_\lambda = \frac{1}{2}$  و  $b_\lambda = 2$ . هرچه  $b_\lambda/a_\lambda$  بزرگتر باشد تابش بیشتری در جهت جلو متمرکز می‌شود.

$$I_\lambda(\vartheta) = \sum_i A_i \cos^i \vartheta, \quad A_i = a_{\lambda i} i! \quad (11.5)$$

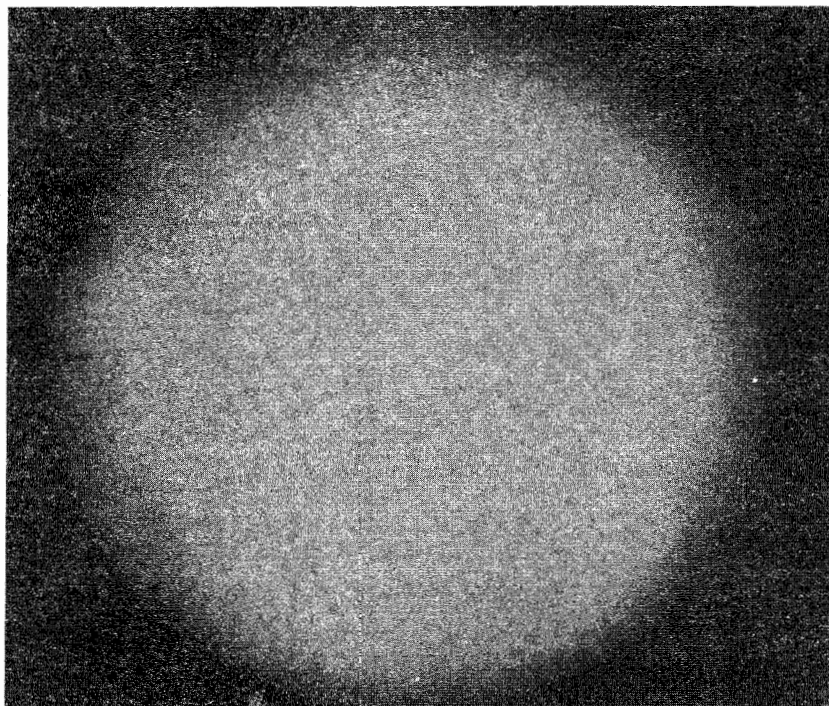
از رابطه (۹.۵) به دست می‌آوریم

$$I_\lambda(\vartheta) = a_\lambda + b_\lambda \cos \vartheta = S_\lambda(\tau_\lambda = \cos \vartheta) \quad (12.5)$$

که در آن عمق اپتیکی عمود بر سطح است. توزیع زاویه‌ای  $I_\lambda(\vartheta)$  برای مقادیر مختلف  $a_\lambda$  و  $b_\lambda$  در شکل ۳.۵ نشان داده شده است. برای  $\vartheta = 0$ ،  $I_\lambda = a_\lambda + b_\lambda$  است، در حالی که برای  $\vartheta = 90^\circ$ ،  $I_\lambda = a_\lambda$  است. چگونه می‌توان این توزیع زاویه‌ای را مشاهده کرد؟ اگر به عنوان ناظر در فاصله بسیار دور از ستاره باشیم الزاماً باریکه نور موازی دریافت می‌کنیم. از این رو شکل ۴.۵ نشان می‌دهد که در مرکز ستاره تابشی را مشاهده می‌کنیم که عمود بر سطح از ستاره خارج



شکل ۴.۵ باریکه‌های نوری که ناظر از یک ستاره دور دریافت می‌کند الزاماً موازی است. نوری که از مرکز قرص ستاره می‌آید از سطح، به طور عمودی خارج می‌شود ( $\vartheta = 0$ ). در حالی که نوری که سطح را در لبه ترک می‌کند الزاماً موازی با سطح ( $\vartheta = 90^\circ$ ) است. توزیع زاویه‌ای  $I_\lambda(\vartheta)$  برای خورشید از تغییرات شدت از مرکز تا لبه قرص خورشیدی به دست می‌آید.

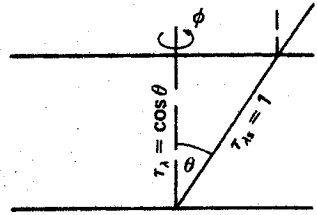
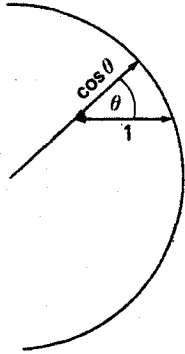


شکل ۵.۵ این تصویر قرص خورشید، به روشنی تیرگی لبه را به علت وابستگی زاویه‌ای شدت  $I_\lambda(\vartheta)$  نشان می‌دهد.

می‌شود. در حالی که نوری را که از لبه ستاره دریافت می‌کنیم سطح را با زاویه  $\vartheta = 90^\circ$  ترک کرده است. بنابراین، در مرکز باید شدتی معادل  $I_\lambda = a_\lambda + b_\lambda$  دریافت کنیم در حالی که در لبه‌ها تنها  $I_\lambda = a_\lambda$  را می‌بینیم. از لبه نور کمتری نسبت به مرکز دریافت می‌کنیم.

متأسفانه، خورشید تنها ستاره‌ای است که می‌توانیم تغییرات شدت مرکز تا لبه آن را مشاهده کرد. در شکل ۵.۵ تصویری از قرص خورشید نشان داده شده است. تاریکی لبه آن مشهود است.

معادله ۱۲.۵ نشان می‌دهد که در مرکز قرص خورشید ( $\vartheta = 0$  و  $\cos \vartheta = 1$ ) تابع چشمه  $S_\lambda$  را در عمق  $\tau_\lambda = 1$  مشاهده می‌کنیم. در لبه قرص ( $\vartheta = \frac{\pi}{2}$  و  $\cos \vartheta = 0$ )  $S_\lambda$  را در سطح می‌بینیم. در واقع، چون در تقریب موازی تخت،  $t/s = \cos \vartheta$  است. می‌بینیم که اگر  $\tau_{\lambda s} = 1$  آن‌گاه  $\tau_\lambda = \cos \vartheta$  است. از این رو معادله (۱۲.۵) به این معنی است که همیشه در داخل جو تا عمقی که برای آن  $\tau_{\lambda s} = 1$  است می‌توانیم ببینیم، که مربوط به  $\tau_\lambda = \cos \vartheta$  است (شکل ۶.۵).



شکل ۶.۵ اگر عمق اپتیکی در امتداد خط دید ۱ باشد، عمق اپتیکی شعاعی برابر  $\cos \vartheta$  است.

### ۳.۵ شارها

معمولاً چیزی که باید بدانیم مقدار کل انرژی خروجی از ۱ سانتی‌متر مربع در  $\Delta\lambda = 1$  در هر ثانیه است که آن را  $\pi F_\lambda$  نامیدیم (شکل ۹.۵ ب). مقدار انرژی که در واحد زمان از هر سانتی‌متر مربع در  $\Delta\lambda = 1$  در جهتی که با عمود بر سطح یک سانتی‌متری زاویه  $\vartheta$  می‌سازد وارد زاویه فضایی  $d\omega$  می‌شود از رابطه زیر به دست می‌آید

$$dE_\lambda = I_\lambda \cos \vartheta d\omega \quad (13.5)$$

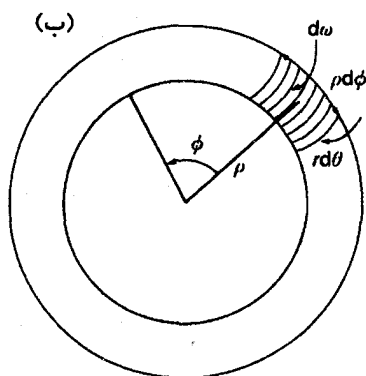
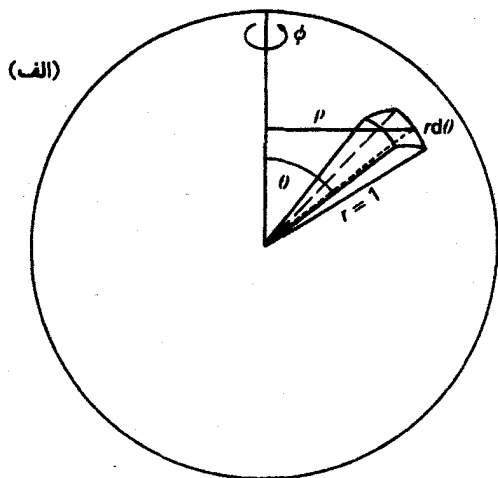
و

$$\pi F_\lambda = \int I_\lambda \cos \vartheta d\omega \quad (14.5)$$

که معمولاً روی زاویه فضایی  $\omega = 4\pi$  انتگرال‌گیری شده است.

برای انتگرال‌گیری باید  $d\omega$  را برحسب  $\vartheta$  و  $\varphi$  مشخص کنیم. که  $\varphi$  متناظر با طول جغرافیایی است. چگونه می‌توان دهانه  $d\omega$  مخروط را مشخص کرد؟ بهترین راه رویه‌ای است که از تقاطع سطح با کره‌ای به شعاع ۱ به دست می‌آید. از شکل ۷.۵ می‌بینیم که سطح مقطع  $d\sigma$  در فاصله (متمم عرضی)  $\vartheta$  از قطب، متناظر با تغییر  $d\varphi$  در طول و  $d\vartheta$  در عرض، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$d\sigma = d\omega = r \rho d\vartheta d\varphi; \quad \text{یا} \quad \rho = r \sin \vartheta = \sin \vartheta \quad (15.5)$$



شکل ۷.۵ توصیف  $d\omega$  در مختصات قطبی. (الف) منظره کره از لبه، (ب) منظره کره از بالا.

برای  $r = 1$  به دست می آوریم

$$d\sigma = d\omega = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (۱۶.۵)$$

به کمک این رابطه به دست می آوریم

$$\pi F_\lambda(\tau_\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\lambda(\tau_\lambda, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (۱۷.۵)$$

برای  $\varphi$  که از  $0^\circ$  تا  $2\pi$  تغییر می کند، اگر  $\vartheta$  از  $0^\circ$  تا  $\pi$  تغییر کند کل کره را می پوشاند. با به خاطر آوردن اینکه  $d(\cos \vartheta) = -\sin \vartheta d\vartheta$  یا  $d(\cos \vartheta)/d\vartheta = -\sin \vartheta$  می توان معادله بالا را به شکل زیر بازنویسی کرد

$$\begin{aligned} \pi F_\lambda(\tau_\lambda) &= - \int_0^{2\pi} \int_1^{-1} I_\lambda(\tau_\lambda, \vartheta) \cos \vartheta d(\cos \vartheta) d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I_\lambda(\tau_\lambda, \vartheta) \cos \vartheta d(\cos \vartheta) d\varphi \end{aligned} \quad (۱۸.۵)$$

در حالت موازی تخت،  $I_\lambda$  هیچ وابستگی به طول جغرافیایی  $\varphi$  پیدا نمی کند. بنابراین می توان

به راحتی روی  $\varphi$  انتگرال گرفت، که نتیجه ضریب  $2\pi$  است، و به دست آورد

$$\pi F_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = 2\pi \int_{-1}^1 I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \vartheta) \cos \vartheta d(\cos \vartheta) \quad (19.5)$$

### ۴.۵ شار سطحی $\pi F(\circ)$ و دمای مؤثر

اکنون  $\pi F_{\lambda}$  را روی سطح، یعنی برای  $\tau_{\lambda} = \circ$  به دست می‌آوریم. بهتر است انتگرال معادله (۱۹.۵) را به دو قسمت تفکیک کنیم

$$\begin{array}{ll} \vartheta > \frac{1}{2}\pi & \vartheta < \frac{1}{2}\pi \\ \text{یعنی تابش رو به داخل است} & \text{یعنی، تابش رو به خارج است} \end{array}$$

در سطح، هیچ تابشی ناشی از خارج نیست. یعنی، برای  $\pi/2 < \vartheta < \pi$ ،  $I_{\lambda}(\circ, \vartheta) = 0$  است. بنابراین، انتگرال اول صفر است و داریم

$$\pi F_{\lambda}(\circ) = 2\pi \int_0^1 I_{\lambda}(\circ, \vartheta) \cos \vartheta d(\cos \vartheta) \quad (20.5)$$

حال مانند بخش ۲.۵ وابستگی به عمق تابع چشمه را با معادله (۸.۵) تقریب می‌زنیم

$$S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = a_{\lambda} + b_{\lambda}\tau_{\lambda}$$

آنگاه به معادله (۹.۵) می‌رسیم

$$I_{\lambda}(\circ, \vartheta) = a_{\lambda} + b_{\lambda} \cos \vartheta$$

با قراردادن آن در رابطه (۲۰.۵) به دست می‌آوریم

$$\pi F_{\lambda}(\circ) = 2\pi \int_0^1 (a_{\lambda} + b_{\lambda} \cos \vartheta) \cos \vartheta d(\cos \vartheta) = (a_{\lambda} + \frac{2}{3}b_{\lambda})\pi \quad (21.5)$$

از مقایسه این رابطه با تقریب تابع چشمه می‌بینیم که

$$F_{\lambda}(\circ) = S_{\lambda} \left( \tau_{\lambda} = \frac{2}{3} \right) \quad (22.5)$$

این رابطه مهم ادینگتون-باربیر<sup>۱</sup> است. این رابطه در درک شکل‌گیری طیف ستاره‌ای بسیار سودمند

است. شاری که از سطح ستاره خارج می‌شود معادل تابع چشمه در عمق اپتیکی  $\tau_\lambda = \frac{2}{3}$  است. این مقدار تا آنجا دقیق است که (۸.۵) یک تقریب خوب باشد.

حال دوباره تقریب LTE را در نظر می‌گیریم، یعنی  $S_\lambda(\tau_\lambda) = B_\lambda(\tau_\lambda)$ . آن‌گاه خواهیم داشت

$$F_\lambda(\circ) = B_\lambda \left( \tau_\lambda = \frac{2}{3} \right) \quad (23.5)$$

علاوه بر آن، برای راحتی فرض می‌کنیم که ضریب جذب  $\kappa_\lambda$  مستقل از  $\lambda$  است، یعنی، برای کلیه مقادیر طول موج  $\lambda$  مقدار یکسان دارد. یک چنین جوی (فرضی) را یک جو خاکستری می‌خوانیم. برای جو خاکستری با قراردادن  $\kappa_\lambda = \kappa$  و  $\tau_\lambda = \tau$  به دست می‌آوریم

$$F_\lambda(\circ) = B_\lambda \left( T \left( \tau = \frac{2}{3} \right) \right) \quad (24.5)$$

یعنی توزیع انرژی  $F_\lambda$  معادل توزیع انرژی یک جسم سیاه دارای دمایی برابر با دما در عمق  $\tau = \frac{2}{3}$  است. پس

$$\pi F(\circ) = \int_0^\infty F_\lambda(\circ) d\lambda = \pi \int_0^\infty B_\lambda(T_\circ) d\lambda \quad (25.5)$$

یا

$$\pi F(\circ) = \sigma T_\circ^4 \quad \text{با} \quad T_\circ = T \left( \tau = \frac{2}{3} \right) \quad (26.5)$$

چون، بنا به تعریف داریم،

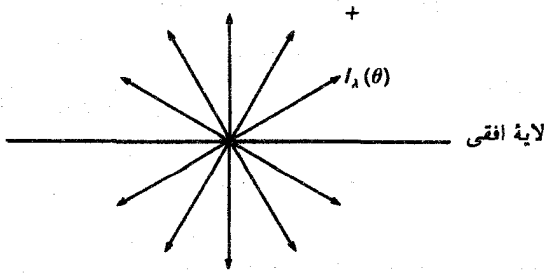
$$T_{\text{eff}}^4 = T^4 \left( \tau = \frac{2}{3} \right) \quad \text{به دست می‌آوریم} \quad \pi F(\circ) = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (27.5)$$

یا دما در  $\tau = \frac{2}{3}$  باید برابر با دمای مؤثر باشد. این نتیجه در صورتی صادق است که فرض مان صادق باشد، یعنی، اگر وابستگی تابع چشمه به عمق خطی باشد و اگر جو خاکستری داشته باشیم. هر دو فرض کاملاً درست نیستند، اما دست‌کم در بسیاری از موارد تقریب‌های خوبی به نظر می‌رسند، برای مثال، در مورد خورشید که دیدیم که توزیع انرژی به خوبی همانند جسم سیاه با  $T = T_{\text{eff}}$  است.

## ۵.۵ شار $F$ و ناهمسانگردی میدان تابش

بیاید لحظه‌ای به معادله (۱۹.۵) برگردیم. فرض کنید  $I_\lambda$  به  $\nu$  بستگی نداشته باشد. در این صورت،





شکل ۸.۵ در یک میدان تابشی همسانگرد، شار تابشی خالص صفر است.

می‌توان آن را به‌عنوان یک ثابت جلوی انتگرال در نظر گرفت و در این صورت فقط داریم

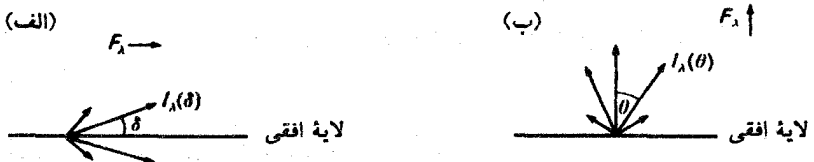
$$\pi F_{\lambda} = 2\pi I_{\lambda} \int_{-1}^{+1} \cos \vartheta d(\cos \vartheta) = 0 \quad (28.5)$$

یعنی، در یک میدان تابشی همسانگرد شار تابشی صفر است (شکل ۸.۵). در انتگرال (۱۸.۵)  $\cos \vartheta$  عاملی است که علامتش در  $\vartheta > \frac{1}{2}\pi$  عوض می‌شود. یعنی سهم تابش از  $\vartheta > \frac{1}{2}\pi$  از سهم ناشی از  $\vartheta < \frac{1}{2}\pi$  کسر می‌شود.

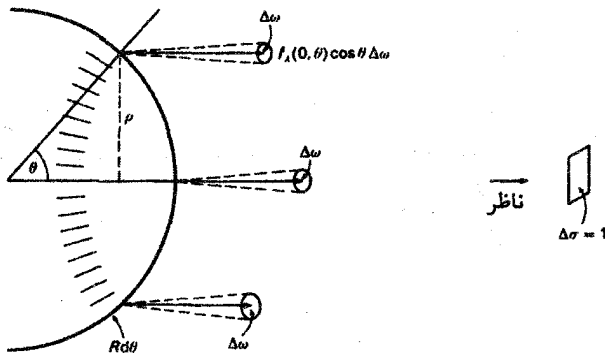
انتگرال شار (۱۹.۵) ناهمسانگردی میدان تابش را توصیف می‌کند. البته، شار در اصل برداری با یک جهت است که همان‌گونه که از شکل ۹.۵ (الف) و (ب) می‌توان دریافت به جهت  $\vartheta = 0$  بستگی دارد.

اگرچه در حالت ستاره‌هایی با تقارن کروی انتظار داریم که شار به‌صورت شعاعی به‌طرف خارج و در نتیجه، فقط دارای مؤلفه شعاعی باشد. پس فقط درباره مؤلفه شعاعی شار بحث می‌کنیم و آن را  $F$  یا  $F_{\lambda}$  می‌نامیم. در ستاره دارای تقارن کروی سایر مؤلفه‌ها صفر هستند. بدیهی است که این شار جریان خالص انرژی روبرو به خارج را توصیف می‌کند.

اکنون این پرسش مطرح می‌شود که آیا رصدهای طیف ستاره توزیع شدت  $I_{\lambda}(\theta, \vartheta)$  یا شار



شکل ۹.۵ شار، همان‌طور که از مقایسه شکل‌های (الف) و (ب) دیده می‌شود، یک بردار است.



شکل ۱۰.۵ رصدهای ستاره‌ای جمع شده‌ای را که سطح ستاره را با کلیه زاویه‌های  $\vartheta$  بین  $0^\circ$  و  $\frac{1}{2}\pi$  ترک می‌کند می‌دهد. ناحیه هاشورخورده رویه‌ای بین  $\vartheta$  و  $\vartheta + d\vartheta$  را نشان می‌دهد.

$F_\lambda(0)$  را برحسب  $\lambda$  به ما می‌دهد.

چون نمی‌توانیم بخشهای مختلف ستاره را به‌طور مجزا ببینیم (به‌استثنای خورشید)، فقط مقدار کلی نوری که از تمامی قسمت‌های نیمکره مرئی ستاره می‌آید را رصد می‌کنیم.

مقدار تابش که در هر ثانیه از  $1\text{cm}^2$  خارج می‌شود با  $I_\lambda \cos \vartheta \Delta\omega$  داده می‌شود. برای یک زاویه معین  $\vartheta$  تابش از سطح  $2\pi\rho R d\vartheta$  با  $\rho = R \sin \vartheta$  به دست می‌آید (با شکل ۱۰.۵ مقایسه کنید). زاویه فضایی  $\Delta\omega$  که از آن مقدار انرژی اندازه‌گیری شده در سانتی‌متر مربع در روی زمین دریافت می‌شود را فاصله از زمین تعیین می‌کند و از رابطه  $\Delta\omega = 1\text{cm}^2/d^2$  به دست می‌آید (شکل ۱۱.۵). بنابراین، مقدار کل انرژی دریافتی از  $1\text{cm}^2$  در هر ثانیه روی زمین عبارت است از

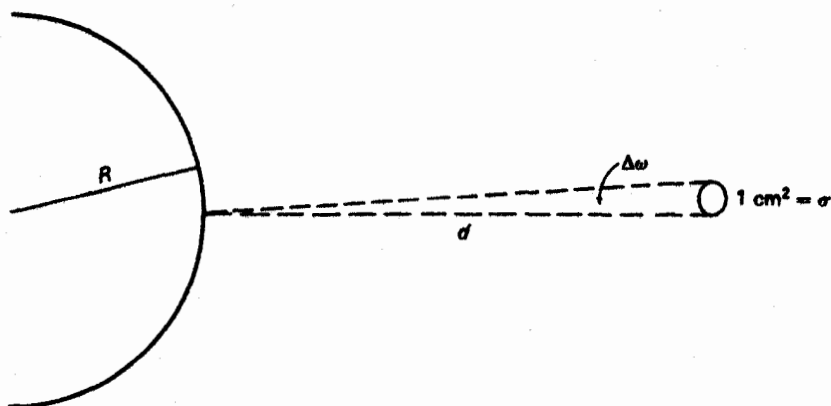
$$E_\lambda = \Delta\omega \int_0^{\pi/2} I_\lambda(0, \vartheta) \cos \vartheta \times 2\pi R^2 \sin \vartheta d\vartheta$$

$$= 2\pi R^2 \Delta\omega \int_0^{\pi/2} I_\lambda(0, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \quad (29.5)$$

از مقایسه (۲۹.۵) با (۲۰.۵) درمی‌یابیم که

$$E_\lambda = 2\pi R^2 \times \frac{1}{4} F_\lambda(0) \Delta\omega = \pi R^2 F_\lambda(0) \Delta\omega \quad (30.5)$$

یا با در نظر گرفتن ستاره به‌عنوان قرص روشنی با مساحت  $\pi R^2$  می‌توانیم شدت میانگین را که از این قرص دریافت می‌شود به شکل زیر محاسبه کنیم



شکل ۱۱.۵ زاویه فضایی  $\Delta\omega$  که از آن تابش ستاره را با گیرنده‌ای با مساحت سطح  $\sigma$ ، که با  $\sigma/d^2$  داده می‌شود، دریافت می‌کنیم. این سطحی است که  $\Delta\omega$  از کره‌ای با شعاع ۱ جدا می‌کند. برای  $d, d \gg R$ . برای همه نقاط روی سطح ستاره‌ای یکسان است.

$$\bar{I}_\lambda = \frac{E_\lambda}{\Delta\omega\pi R^2} = 2 \int_0^{\pi/2} I_\lambda(\theta, \vartheta) \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta = F_\lambda(\theta) \quad (31.5)$$

$F_\lambda(\theta)$  میانگین شدتی است که از قرص ستاره تأییده می‌شود.

طیفهای ستارگان توزیع انرژی شار  $F_\lambda$  را به ما می‌دهد. در حالی که شار، بنابه تعریف، انرژی‌ای است که از  $1 \text{ cm}^2$  خارج و در تمامی زاویه‌ای  $\vartheta$  و  $\varphi$  پخش می‌شود، از نیمکره ستاره تابش برای  $\vartheta$  و  $\varphi$  مختلف را که از نقاط مختلف سطح ستاره سرچشمه می‌گیرد را مشاهده می‌کنیم. اثر خالص برابر همان چیزی است که اگر تمام جهتها را بتوانیم از یک نقطه ببینیم به دست می‌آوریم.

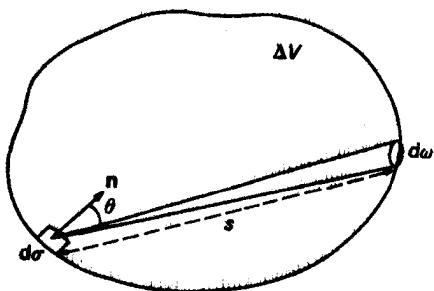
## ۶.۵ چگالی تابش

میانگین شدت میدان تابش،  $J_\lambda$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$J_\lambda \int I_\lambda \frac{d\omega}{4\pi} \quad (32.5)$$

که برای یک میدان تابشی همسانگرد، چنانکه انتظار داریم،  $I_\lambda = J_\lambda$  است.

اگر شدت  $I_\lambda(\vartheta, \varphi)$  معلوم باشد، امکان دارد از خود بیرسیم مقدار انرژی تابشی موجود در زمان معین در جزء حجم  $1 \text{ cm}^3$  چقدر است؟ بسته به اینکه  $\vartheta$  نوار طول موج  $1 \text{ cm}$  یا نوار بسامد



شکل ۱۲.۵ شدتهای  $I_{\lambda}(\vartheta, \varphi)$  از جزء سطح  $d\sigma$  وارد جزء حجم  $\Delta V$  می‌شود. در هر زمان معین کسر  $(s/c)$  در حجم مورد نظر یافت می‌شود.

۱ هرتز مورد نظر باشد، این مقدار چگالی تابشی را  $u_{\lambda}$  یا  $u_{\nu}$  می‌نامیم. برای به‌دست آوردن چگالی تابشی  $u_{\lambda}$  باید بپرسیم که چقدر انرژی در واحد زمان وارد یک جزء سطح از حجم مورد نظر می‌شود. سپس باید روی تمام سطح انتگرال بگیریم و فرض کنیم که باریکه در یک ثانیه تا مسافتی معادل سرعت نور منتشر می‌شود. محاسبات آنسولد (۱۹۵۵) را دنبال می‌کنیم.

در شکل ۱۲.۵ حجم کوچک  $\Delta V$  را در نظر می‌گیریم. در هر ثانیه مقدار انرژی  $dE$  از جزء سطح  $d\sigma$  با زاویه  $\vartheta$  نسبت به عمود  $n$  بر سطح وارد حجم می‌شود. این مقدار عبارت است از

$$dE = I_{\lambda}(\vartheta, \varphi) \cos \vartheta d\sigma d\omega \quad (33.5)$$

این انرژی در هر ثانیه تا فاصله  $c$  منتشر می‌شود. در هر لحظه عملاً کسر  $s/c$  در حجم وجود دارد که در آن  $s$  طول مسیر باریکه در  $\Delta V$  است. بنابراین، در هر زمان معین مقدار انرژی در  $\Delta V$  از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\Delta V u_{\lambda} = \int_{\omega} \int_{\sigma} I_{\lambda}(\vartheta, \varphi) d\sigma \cos \vartheta d\omega \frac{s}{c} \quad (34.5)$$

با دانستن اینکه  $d\sigma \cos \vartheta s = dV$  پس از انتگرال‌گیری روی  $dV$  چگالی تابشی را به‌دست می‌آوریم

$$u_{\lambda} = \frac{1}{c} \int_{\omega} I_{\lambda}(\vartheta, \varphi) d\omega \quad (35.5)$$

یا

$$u_{\lambda} = \frac{4\pi}{c} J_{\lambda} \quad (36.5)$$

## بستگی عمق به تابع چشمه

۱.۶ تعیین تجربی بستگی عمق به تابع چشمه برای خورشید همان طور که در فصل ۵ دیدیم، شدتی که در زاویه  $\vartheta$  از سطح ستاره خارج می شود عبارت است از

$$I_{\lambda}(\circ, \vartheta) = \sum_i A_{\lambda i} \cos^i \vartheta \quad \text{اگر} \quad S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = \sum_i a_{\lambda i} \tau_{\lambda}^i \quad (۱.۶)$$

که در آن رابطه میان  $A_{\lambda i}$  و  $a_{\lambda i}$  به شکل زیر است (به (۱۱.۵) مراجعه کنید)

$$A_{\lambda i} = a_{\lambda i} i! \quad (۲.۶)$$

اگر بتوانیم برای یک  $\lambda$  معین  $A_{\lambda i}$ ، یعنی تغییرات از مرکز تا لبه  $I_{\lambda}(\circ, \vartheta)$  را حساب کنیم، آنگاه می توانیم وابستگی تابع چشمه به عمق را تعیین کنیم. این محاسبه را می توانیم برای کلیه طول موجهای  $\lambda$  انجام دهیم و  $S_{\lambda}(\tau_{\lambda})$  را برای همه  $\lambda$  ها به دست آوریم.

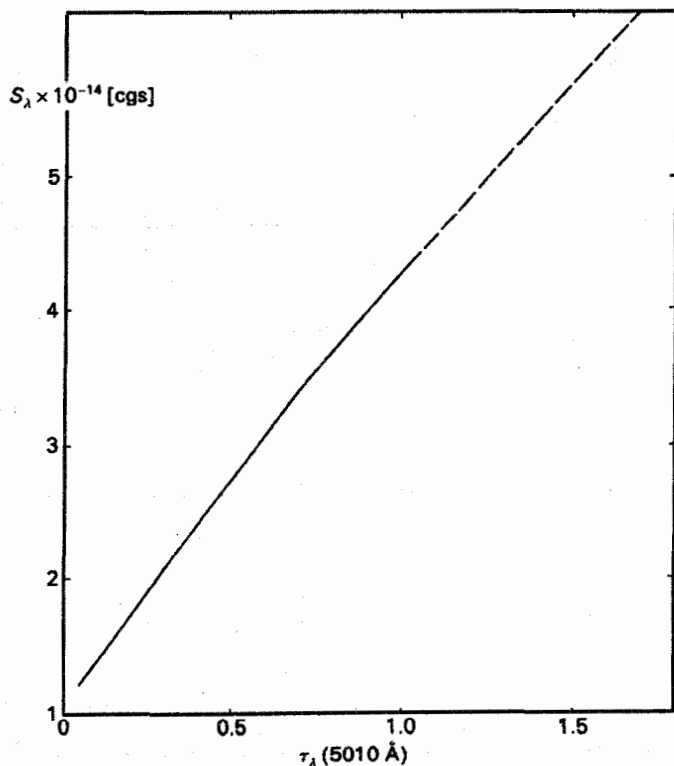
برای مثال موج  $\lambda = 5010 \text{ \AA}$  را انتخاب کرده ایم. می توان داده های اندازه گیری شده برای تغییرات مرکز لبه را با رابطه زیر تقریب زد (به جدول در فصل ۶ مسئله ۱، صفحه ۲۶۷ نگاه کنید)

$$I_{\lambda}(\vartheta, \vartheta) = [a_0(\lambda) + a_1(\lambda) \cos \vartheta + 2a_2(\lambda) \cos^2 \vartheta] I_{\lambda}(\vartheta, \vartheta) \quad (3.6)$$

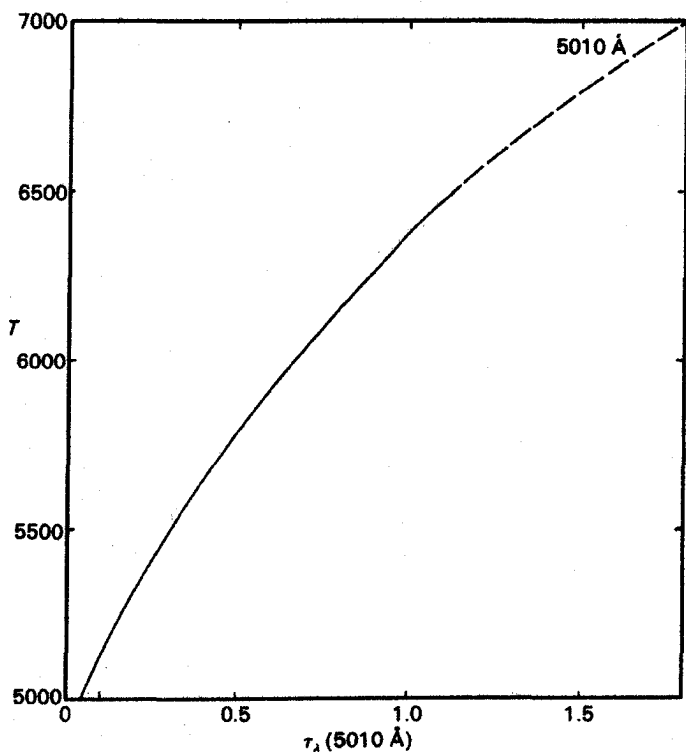
از این عبارت طبق رابطه (۱.۶) به دست می آوریم

$$S_{\lambda}(\tau_{\lambda}(5010 \text{ \AA})) = [a_0(\lambda) + a_1(\lambda) \tau_{\lambda}(5010 \text{ \AA}) + a_2(\lambda) \tau_{\lambda}^2(5010 \text{ \AA})] I_{\lambda}(\vartheta, \vartheta) \quad (4.6)$$

در شکل ۱.۶ تابع چشمه  $S_{\lambda}(\tau_{\lambda}(5010 \text{ \AA}))$  را برحسب عمق اپتیکی براساس رابطه (۴.۶) رسم کرده ایم. اکنون اگر یک گام جلوتر برویم و باز فرض کنیم که  $S_{\lambda} = B_{\lambda}(T(\tau_{\lambda}))$  درمی یابیم که در هر عمق اپتیکی  $\tau_{\lambda}$  بزرگی تابع پلانک  $B_{\lambda}$  چقدر است. چون  $B_{\lambda}$  فقط به دمای  $T$  و به



شکل ۱.۶ بستگی تابع چشمه  $S_{\lambda}(5010 \text{ \AA})$  به عمق اپتیکی  $\tau_{\lambda}$  در طول موج  $5010 \text{ \AA}$  در  $\tau_{\lambda} > 1$  تابش اندکی دریافت می کنیم. بنابراین مقادیر مربوط به لایه های عمیقتر که با خط چین نشان داده شده اند، دقت کمتری دارند.



شکل ۲.۶ بستگی دمای خورشیدی  $T$  به عمق اپتیکی در  $\lambda = 5010 \text{ \AA}$  ناشی از تغییرات مرکز به لبه شدت در  $\lambda = 5010 \text{ \AA}$  نشان داده شده است. برای  $\tau_\lambda > 1$  این مقادیر که خط چین نشان داده شده‌اند، دقت کمتری دارند.

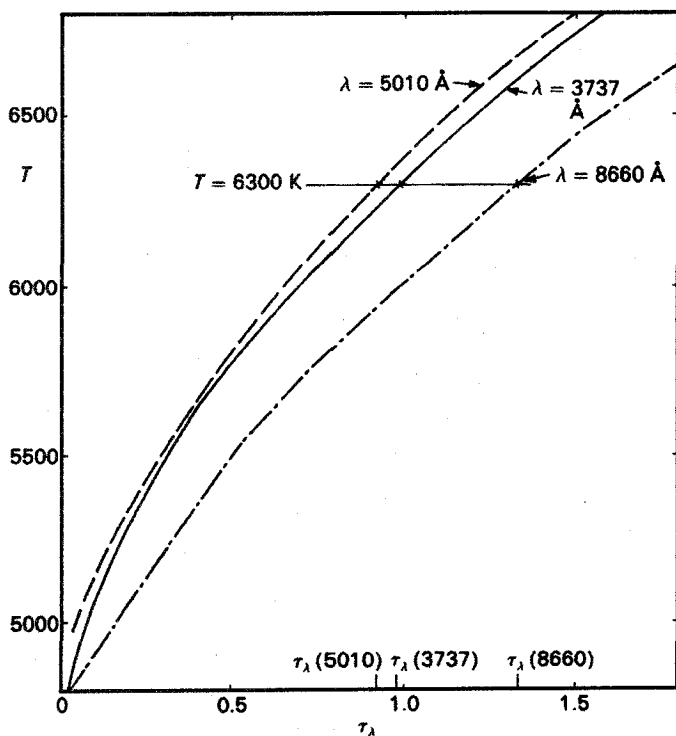
طول موج  $\lambda$  بستگی دارد در هر عمق اپتیکی برای محاسبه دمای  $T$  یک معادله خواهیم داشت که مقدار مورد نیاز برای تابع پلانک را در اختیارمان قرار می‌دهد، یعنی:

$$S_\lambda(\tau_\lambda) = B_\lambda(T(\tau_\lambda)) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (5.6)$$

که در مثال ما  $\lambda$  طول موج برابر  $5010 \text{ \AA}$  است.

از معادله (۵.۶) و مقادیر به دست آمده  $S_\lambda(\tau_\lambda)$  از تغییرات مرکز به لبه می‌توان دمای  $T$  را برحسب عمق اپتیکی در طول موج  $5010 \text{ \AA}$  محاسبه کرد.

در شکل ۲.۶ بستگی عمق اپتیکی دمای به دست آمده در این روش در طول موج  $5010 \text{ \AA}$  نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار داشتیم، با افزایش عمق اپتیکی دما زیاد می‌شود.



شکل ۳.۶ بستگی دمای  $T$  به عمق اپتیکی  $\tau_{\lambda_1}$ ,  $\tau_{\lambda_2}$ ,  $\tau_{\lambda_3}$  با  $\lambda_1 = 5010 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2 = 3737 \text{ \AA}$  و  $\lambda_3 = 8660 \text{ \AA}$ . این نقاط همگی باید متعلق به یک عمق هندسی  $t$  باشند. عمقهای اپتیکی مربوطه برای طول موجهای مختلف را می‌توان از محور طولها خواند.

## ۲.۶ بستگی ضریب جذب به طول موج در خورشید

البته، در مورد طول موج  $5010 \text{ \AA}$  نکته خارق‌العاده‌ای وجود ندارد. در هر طول موج دیگری نیز می‌توان همین روش را به‌کار برد. برای هر یک از طول موجها یک رابطه  $T(\tau_{\lambda})$  به‌دست می‌آوریم که بستگی دما به عمق اپتیکی ویژه را در آن طول موج نمایش می‌دهد. این نتایج را برای تعدادی از طول موجها در شکل ۳.۶ نشان داده‌ایم. برای طول موجهای مختلف منحنیهای مختلفی به‌دست می‌آوریم که نشانگر بستگی  $\kappa_{\lambda}$  به  $\lambda$  است. در یک لایه خاص در جو خورشید با عمق هندسی معین  $t$  و دمای معین، به‌ازای طول موجهای مختلف  $\lambda$  عمقهای اپتیکی  $\tau_{\lambda}$  مختلفی داریم. هرچند، می‌دانیم که در یک عمق هندسی معین  $t$ ، باید فقط یک مقدار برای دما داشته باشیم. بنابراین، تمامی نقاط با دمای  $T$  باید مربوط به یک عمق هندسی باشند. یک خط افقی در شکل ۳.۶



کشیده‌ایم که همه نقاط با دمای  $T_0 = 630^\circ \text{K}$  را به هم وصل می‌کند. تمام این نقاط باید متعلق به عمق هندسی یکسان  $t$  باشند. اکنون عمق ایتیکی  $T_\lambda$  را به شکل زیر می‌نویسیم

$$T_\lambda = \kappa_\lambda t \quad (6.6)$$

در اینجا  $\kappa_\lambda$  میانگین عمق تا عمق  $t$  است. می‌دانیم مقدار  $t$  برای تمام نقاط روی خط افقی یکسان است. عمقهای ایتیکی  $T_{\lambda_1}, T_{\lambda_2}$  و  $T_{\lambda_3}$  والی آخر را، که مربوط به این عمق  $t$  است، از محور طول می‌خوانیم. حال بنابه معادله (۶.۶) داریم

$$t(630^\circ \text{K}) = \frac{T_{\lambda_3}}{\kappa_{\lambda_3}} = \frac{T_{\lambda_2}}{\kappa_{\lambda_2}} = \frac{T_{\lambda_1}}{\kappa_{\lambda_1}} \quad (7.6)$$

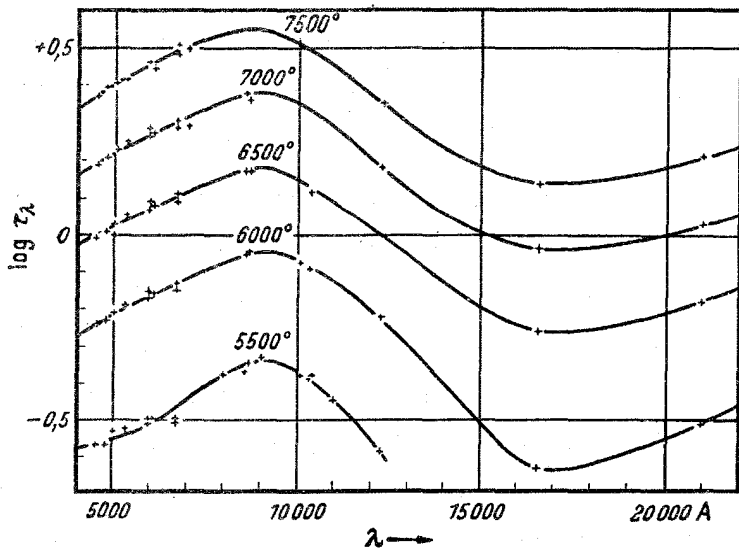
یا

$$\frac{T_{\lambda_3}}{T_{\lambda_2}} = \frac{\kappa_{\lambda_3}}{\kappa_{\lambda_2}} \quad \text{یا} \quad \frac{T_{\lambda_2}}{T_{\lambda_1}} = \frac{\kappa_{\lambda_2}}{\kappa_{\lambda_1}} \quad (8.6)$$

یعنی این نسبت را می‌توان برای تمام  $\kappa_{\lambda_i}$ ها نسبت به یکی از آنها یعنی  $\kappa_\lambda$  محاسبه کرد. همین‌طور می‌توانیم در دمای معین  $T(t)$  را برحسب  $\lambda$  رسم کنیم. چون  $t$  برای تمامی مقادیر  $\lambda$  یکسان است، وابستگی دمایی  $T_\lambda$ ، چنان‌که چالونگ<sup>۱</sup> و کورگانوف<sup>۲</sup> در ۱۹۴۶ نشان دادند، نشانگر وابستگی به طول موج است.

اگر  $\kappa_\lambda$  به عمق هندسی  $t$  بستگی داشته باشد، تا عمق  $t$  برای  $\kappa_{\lambda_i}$  یک مقدار پیدا خواهیم کرد. در دماهای مختلف، یعنی برای عمقهای مختلف، این میانگینها اندکی تفاوت خواهند کرد. نتایج در شکل ۴.۶ نشان داده شده است.

معلوم می‌شود که بستگی  $\kappa_\lambda$  به طول موج، با ضرایب جذبی که برای یون منفی هیدروژن  $\text{H}^-$  محاسبه شد سازگار است (شکل ۴.۶). اولین بار در ۱۹۳۸ روپرت ویلت<sup>۳</sup> اذعان داشت که  $\text{H}^-$  باید مهمترین عامل برای ضریب جذب پیوسته در شیدسپهر خورشید باشد. هنوز اندازه‌گیری ضریب جذب برای  $\text{H}^-$  در آزمایشگاه بسیار مشکل است. زیرا تعداد یونهای  $\text{H}^-$  موجود بسیار کم است. شیدسپهر خورشیدی برای رسیدن به عمق ایتیکی ۱ به ضخامتی در حدود  $10^6$  کیلومتر نیاز دارد. در آزمایشگاه می‌توان از چگالیهایی بالاتر استفاده کرد، اما هنوز طول مسیر مورد نیاز بسیار زیاد است. بنابراین، اینکه چالونگ و کورگانوف (۱۹۴۶) نشان دادند که بستگی  $\kappa_\lambda$  به طول موج برای خورشید قابل محاسبه و با نتایج  $\text{H}^-$  سازگار است، بسیار مهم بود.



شکل ۴.۶ بستگی ضریب جذب پیوسته  $K_{\lambda}$  به طول موج در شیدسپهر خورشیدی به روشی که چالونگ و کورگانوف در ۱۹۴۶ تعیین کردند.

### ۳.۶ تعادل تابشی

در بالا خاطر نشان کردیم که انتقال انرژی در ستاره، که انرژی را از داخل به سطح می آورد، مستلزم آن است که دما از داخل به خارج کاهش یابد، زیرا جریان انرژی گرمایی فقط در جهت کاهش دماست. این بحث نشان می دهد که شار انرژی در ستاره به گرادیان دما بستگی دارد. در اینجا نشان خواهیم داد که اگر بدانیم که در هر نقطه چه مقدار انرژی و با چه سازوکاری به خارج انتقال یافته است، عملاً می توانیم گرادیان دما را محاسبه کرد.

با رصد کردن می دانیم که چه مقدار انرژی در هر ثانیه از یک سانتی متر مربع سطح ستاره خارج می شود. انتظار داریم که برای انتقال بیشتر انرژی به گرادیان دمای بزرگتری نیاز باشد. اگر انتقال گرما را مانعی دشوار سازد، باز هم انتظار گرادیان بزرگتری را داریم. برای مثال، اتاقی را در نظر بگیرید که گرما از دیوار بیرونی آن خارج می شود و در آن سوی دیوار داخلی آن تابشگری وجود دارد، پس یک گرادیان دما از تابشگر به دیوار خارجی وجود خواهد داشت. حال اگر در یک روز سرد پنجره اتاق باز شود گرادیان دما بزرگتر خواهد شد که به خروج شار انرژی بزرگتری از پنجره می انجامد. اگر بخواهیم شار زیادتری از پنجره خارج شود، در صورتی گرادیان دما بیشتر خواهد بود که مانعی در مقابل تابشگر وجود داشته باشد که مانع از جریان گرما شود. بیشترین میزان انتقال گرما نیاز به

بیشترین گرادیان دما، و کمترین تعداد موانع دارد. می توان جریان را معکوس کرد و گفت اگر انتقال انرژی گرمایی زیاد مورد نظر باشد به گرادیان دمایی شدید نیاز داریم. همچنین اگر انتقال انرژی دشوار شود، به یک گرادیان دمایی شدید نیاز داریم تا مقدار معینی انرژی را انتقال دهیم.

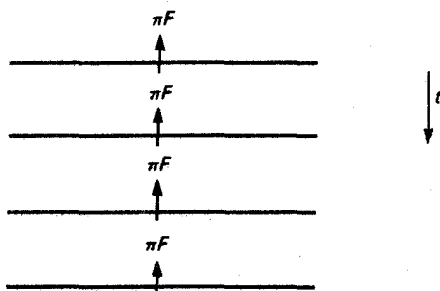
اگر بخواهیم انرژی ای را که از سطح ستاره خارج می شود اندازه بگیریم، چگونه درمی یابیم که در یک لایه عمیقتر چه مقدار انرژی رو به خارج منتقل می شود. می دانیم که تابشی که می بینیم از لایه ای می آید که ارتفاع هندسی چند صد کیلومتر است. به راحتی می توان محاسبه کرد که چه مقدار انرژی گرمایی در این لایه وجود دارد. برای مثال، در خورشید تعداد ذرات در هر سانتی متر مربع حدود  $10^{17}$  است. بنابراین، تعداد کل ذرات در ستونی به ارتفاع  $10^6$  کیلومتر و سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  تقریباً  $10^{24}$  است. هر ذره دارای انرژی گرمایی  $\frac{3}{2}kT$  است، که تقریباً معادل  $10^{-12}$  ارگ می شود. بنابراین، انرژی گرمایی کل این ستون حدود  $10^{12}$  ارگ بر سانتی متر مربع است. اتلاف انرژی تابشی از هر سانتی متر مربع از سطح ستاره برابر با  $\pi F$  است. که برای خورشید  $10^{10} \times 6.3$  ارگ بر سانتی متر مربع بر ثانیه اندازه گیری شده است. بنابراین، محتوای انرژی شیدسپهر خورشید، اگر با آهنگ یکنواخت بدرخشد، فقط می تواند ۱۵ ثانیه دوام بیاورد. در حالی که مشاهده می کنیم که شیدسپهر سرد نمی شود؛ بنابراین، درمی یابیم که مقدار انرژی ای که خورشید در سطح از دست می دهد باید به طور مداوم از زیر وارد شیدسپهر شود. اگر زمانی این مقدار انرژی دقیقاً به همان اندازه جایگزین نمی شد، شیدسپهر خورشید به سرعت دمای خود را تغییر می داد. اگر انرژی ورودی از پایین به شیدسپهر ناچیز می بود سرد می شد؛ اگر انرژی بسیار زیادی از طرف پایین به شیدسپهر راه می یافت، موجب گرم شدن آن می شد و انرژی بیشتری از سطح خورشید خارج می شد. چون چنین چیزی اتفاق نمی افتد، بنابراین، مقدار انرژی جریان ورودی به شیدسپهر در هر سانتی متر مربع در ثانیه باید درست برابر با مقدار انرژی خروجی از سطح آن، که  $\pi F$  است، باشد. استدلال مشابهی را می توان برای لایه پایین شیدسپهر انجام داد. این لایه نیز باید مقدار انرژی مشابهی را از لایه درونتر بعدی بگیرد تا در دمای ثابت باقی بماند. بنابراین، باید حالتی را که در شکل ۵.۶ نشان داده شده، داشته باشیم. شار انرژی باید با تغییر عمق ثابت باقی بماند.

یعنی

$$\frac{dF}{dt} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{dF}{dr} = 0$$

یا

$$\pi F = \text{ثابت} = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (9.6)$$



شکل ۵.۶ اگر دما در طول زمان ثابت بماند باید مقدار یکسانی از انرژی از هر لایه افقی عبور کند.

معادله (۹.۶) شرط لازم برای آن است که یک ستاره در طول زمان ثابت بماند و گرم یا سرد نشود. به آن شرط تعادل گرمایی گوئیم. این شرط را نباید با شرط تعادل ترمودینامیکی اشتباه کرد که در آن فرض می‌کنیم دما باید در تمامی نقاط یکسان باشد و همیشه بدون توجه به اینکه چگونه آن را اندازه‌گیری می‌کنیم، مقدار ثابتی به دست آوریم. برای حالتی که ما آن را تعادل گرمایی می‌خوانیم چنین چیزی لازم نیست. برای تعادل گرمایی فقط لازم است که دما با زمان تغییر نکند. تاکنون هنوز مشخص نکرده‌ایم که انرژی به چه وسیله‌ای منتقل می‌شود. شرط تعادل گرمایی این را مشخص نمی‌کند. می‌توان در لایه‌های مختلف سازوکارهای متفاوتی داشت. می‌دانیم که در سطح، انتقال باید توسط تابش صورت گیرد. اگر در لایه‌های داخلی نیز انتقال انرژی براساس تابش باشد، یعنی اگر شار گرمای  $F$  شار گرمایی تابشی باشد، آن‌گاه درباره تعادل تابشی صحبت می‌کنیم. همان‌گونه که گفتیم، این نباید حالت مورد نظر ما باشد. ممکن است مقداری انتقال انرژی با حرکت جرم — موسوم به انتقال انرژی همرفتی — یا انتقال انرژی به وسیله رسانش گرمایی داشته باشیم. اگر کل انتقال انرژی از راه همرفتی می‌بود، که به معنی دقیق هیچ‌گاه اتفاق نمی‌افتد، ممکن بود در مورد تعادل همرفتی سخن بگوئیم. همچنین اگر کل انتقال انرژی براساس رسانش گرمایی می‌بود، ممکن بود درباره تعادل رسانشی صحبت کنیم. این دو حالت اخیر در ستارگان بسیار نادر هستند بنابراین، هیچ‌گاه این مفاهیم به کار نمی‌روند. شکل ۶.۶ این حالت را شرح می‌دهد.

معمولاً در شیدسپهرهای ستاره‌ای شرط تعادل تابشی را یک تقریب بسیار خوب می‌بایم. در شیدسپهر خورشیدی دانه‌دانه‌ها را می‌بینیم که نشان می‌دهد انتقال انرژی دیگری توسط حرکت جرم وجود دارد، اما شار همرفتی از مرتبه ۱٪ شار کل است. اگر گرادیان دما وجود داشته باشد شار رسانشی نیز وجود خواهد داشت، اما باز هم این شار بسیار کوچکتر از شار انرژی تابشی و شار همرفتی خواهد بود. وقتی دانستیم اندازه گرادیان دما در شیدسپهر خورشید و جو سایر ستاره‌ها

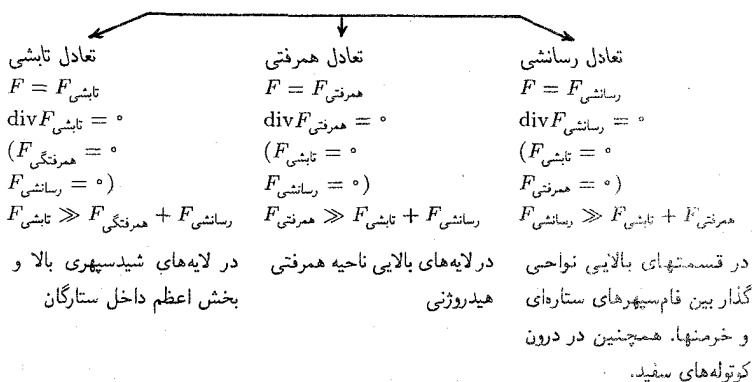
تبادل ترمودینامیکی: هیچ چیز برحسب زمان و مکان تغییر نمی‌کند

تبادل گرمایی: تغییرات زمانی وجود ندارد

مستلزم این است که  $\text{div} F = 0$

$$F = F_{\text{تابشی}} + F_{\text{همرفتی}} + F_{\text{رسانشی}}$$

حالت‌های خاص تبادل گرمایی



شکل ۶.۶ اساس تعادلهای مختلف را بیان می‌کند.

چقدر است به بحث درباره این پرسش باز خواهیم گشت. در فصلهای آینده فقط با تبادل گرمایی سروکار خواهیم داشت.

اکنون فرض می‌کنیم برای تبادل تابشی شار انرژی  $F = F_r$  تنها شار تابشی است. البته، رابطه (۹.۶) ایجاب نمی‌کند که فوتونهای یکسانی در طول صفحات افقی مختلف جریان داشته باشند. جذب و بازگسیل زیادی وجود دارد، اما مازاد تابش در جهت خارج است، یعنی شار خالص  $F(\tau)$ ، باید ثابت باقی بماند.

برای اینکه ببینیم این مطلب برای تابع چشمه چه معنایی دارد باید از رابطه انتقال (۳.۵) آغاز کنیم و از انتگرال‌گیری آن روی کل زاویه فضایی به دست آوریم

$$\int \cos \vartheta \frac{dI_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \vartheta)}{d\tau_{\lambda}} \cdot d\omega = + \int I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \vartheta) d\omega - \int S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) d\omega \quad (10.6)$$

با جابه‌جایی مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری در سمت چپ خواهیم داشت

$$\frac{d}{d\tau_{\lambda}} (\pi F_{\lambda}(\tau_{\lambda})) = \int (-S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) + I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \vartheta)) d\omega \quad (11.6)$$

با انتگرال‌گیری از سمت راست و تقسیم آن بر  $4\pi$  به دست می‌آوریم

$$\frac{1}{4} \frac{d}{d\tau_\lambda} F_\lambda(\tau_\lambda) = -S_\lambda(\tau_\lambda) + J_\lambda(\tau_\lambda) \quad (۱۲.۶)$$

چون  $S_\lambda$  همسانگرد در نظر گرفته می‌شود و از رابطه (۳۲.۵) داریم  $J_\lambda = \int I_\lambda d\omega / 4\pi$  حال اگر دوباره  $\kappa_\lambda$  را مستقل از  $\lambda$  در نظر بگیریم یعنی جو را خاکستری در نظر بگیریم، آن‌گاه می‌توانیم روی  $\lambda$  انتگرال بگیریم و به دست آوریم

$$\frac{1}{4} \frac{d}{d\tau} \int_0^\infty F_\lambda(\tau) d\lambda = - \int_0^\infty S_\lambda(\tau) d\lambda + \int_0^\infty J_\lambda(\tau) d\lambda$$

یا طبق معادله (۹.۶)

$$\frac{1}{4} \frac{d}{d\tau} F(\tau) = -S(\tau) + J(\tau) = 0 \quad (۱۳.۶)$$

معادله (۱۳.۶) نشان می‌دهد که

$$S(\tau) = J(\tau) \quad (۱۴.۶)$$

در یک جو خاکستری، تابع چشمه باید برابر با میانگین شدت  $J$  باشد. اگر جو خاکستری نباشد بهتر است که  $\kappa_\lambda$  را به سمت راست معادله (۱۲.۶) ببریم. آن‌گاه با انتگرال‌گیری روی  $\lambda$  و تقسیم کردن بر  $4\pi$  خواهیم داشت

$$\frac{1}{4} \frac{dF(\tau_\lambda)}{d\tau} = - \int_0^\infty (\kappa_\lambda S_\lambda - \kappa_\lambda J_\lambda) d\lambda = 0 \quad (۱۵.۶)$$

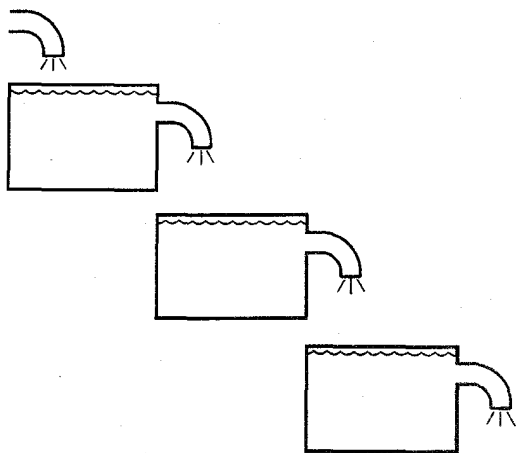
یا

$$\int_0^\infty (\kappa_\lambda S_\lambda - \kappa_\lambda J_\lambda) d\lambda = 0 \quad (۱۶.۶)$$

که اگر رابطه (۹.۶) برای شار تابشی صادق باشد، یعنی تعادل تابشی داشته باشیم، همواره صادق است.

دو شرط  $dF/d\tau = 0$  و  $\int_0^\infty \kappa_\lambda S_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \kappa_\lambda J_\lambda d\lambda$  با هم هم‌ارزند.

رابطه (۱۶.۶) تعبیر ساده‌ای دارد. چون  $\int_0^\infty \kappa_\lambda S_\lambda d\lambda$  مقدار انرژی کل گسیل شده و  $\int_0^\infty \kappa_\lambda J_\lambda d\lambda$  مقدار انرژی کل جذب شده در واحد حجم را نشان می‌دهند، رابطه (۱۶.۶) فقط بیان می‌کند که مقدار انرژی جذب شده باید برابر با مقدار انرژی بازگسیلیده باشد اگر هیچ گرم شدن یا سردشدنی صورت نگیرد.



شکل ۷.۶ آنچه در تعادل تابشی اتفاق می‌افتد. جریان فوتونها را از لایه‌های مختلف افقی، با جریان آب از یک رشته مخزن مقایسه کرده‌ایم. آب (فوتونها) از یک مخزن گسیل می‌شود و به مخزن بعدی جریان می‌یابد. در آنجا 'جذب' و با بقیه آب مخلوط می‌شود. کسری از آب مخلوط شده 'بازگسیل' می‌شود، یعنی، به مخزن بعدی جریان می‌یابد و در آنجا 'جذب' و با آب (فوتونها) در این مخزن مخلوط شده و باز کسر دیگری 'گسیل' می‌شود و الی‌آخر. اگر بخواهیم سطح آب (سطح انرژی) در کلیه مخزنها (لایه‌های افقی شیدسپهر) ثابت بماند، باید مقادیر مساوی آب (فوتونها) در واحد زمان از هر شیر خارج و وارد مخزن بعدی شود.

می‌توانیم طرز کار تعادل تابشی را از مقایسه تابش گسیل شده با آبی که از یک مخزن خارج می‌شود و به مخزن بعدی ریخته و در آن جذب و با آب داخل آن مخلوط می‌شود و آب جدید باز فوران می‌کند و به داخل مخزن بعدی می‌ریزد، و الی‌آخر، بفهمیم. شکل ۷.۶ این وضعیت را نشان می‌دهد. اگر بخواهیم سطح مایع ثابت باقی بماند باید مقادیر مساوی از مایع جذب و 'بازگسیل' شود، اما مایع جذب شده عموماً با مایع بازگسیلیده برابر نیست.

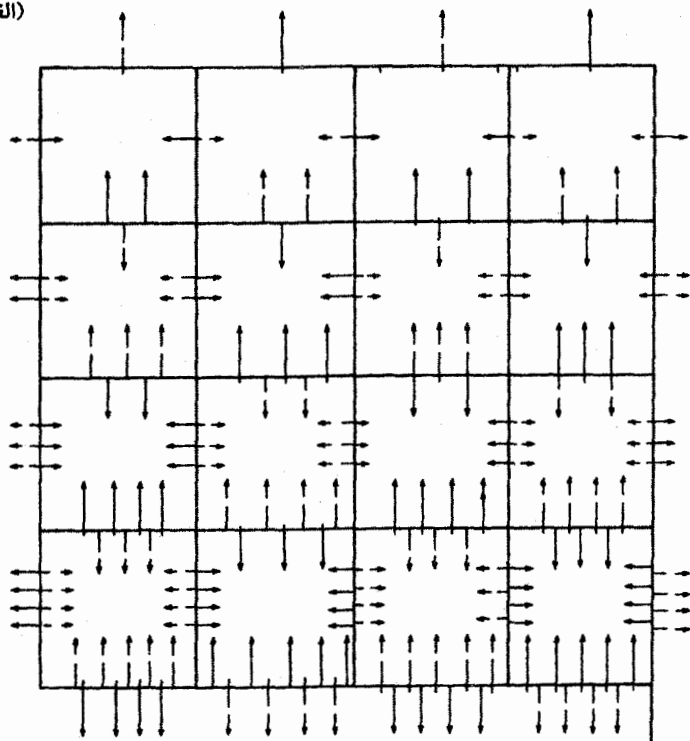
## ۴.۶ لایه‌بندی دمای نظری در جو خاکستری در تعادل تابشی

### ۱.۴.۶ بحث کیفی

همان‌طور که قبلاً دیدیم، لایه‌بندی دما با مقدار انرژی که باید از جو عبور کند انجام می‌شود. با توجه به رصدهای انجام شده می‌دانیم که مقدار  $\pi F = \sigma T_{\text{eff}}^4$  در هر ثانیه از هر سانتی‌متر مربع خارج می‌شود. این همان مقداری است که باید از هر لایه افقی جو منتقل شود. هرچه مقدار انرژی انتقالی

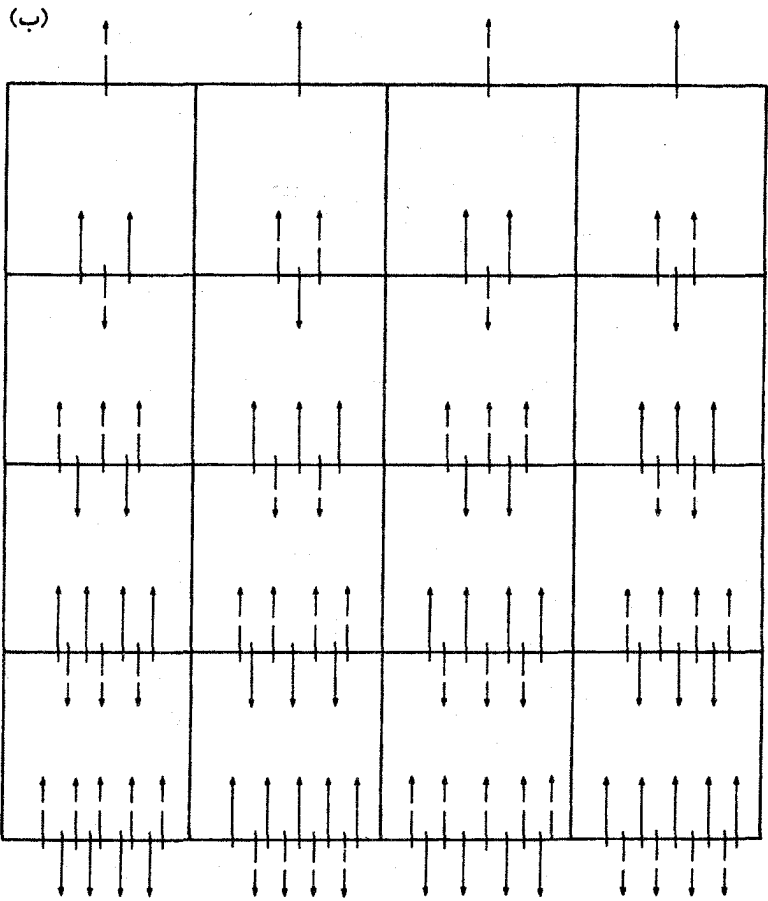
بیشتر باشد گرادیان دما بزرگتر خواهد بود. یعنی انتظار داریم گرادیان دما با افزایش  $T_{\text{eff}}^{\circ}$  رشد کند. همچنین مشاهده می‌کنیم که هرچه انتقال انرژی مشکلتر شود گرادیان دما باید بیشتر باشد. موانع فوتونها اتمهایی هستند که آنها را جذب و در تمام جهتها به‌طور یکسان گسیل می‌کنند. بنابراین، اگر ضریب جذب  $\kappa_{\lambda}$  بسیار بزرگ باشد، انتظار گرادیان دمایی شدیدتری را داریم. انتظار داریم که  $dT/dt$  با افزایش  $\kappa$  رشد کند. در واقع، بدون هیچ محاسبه می‌توان برآورد کرد که اگر شار تابشی بخواهد ثابت باقی بماند، تابع چشمه باید با چه سرعتی رشد کند. می‌توان این موضوع را به بهترین وجه از مجموعه تصاویر دید (شکل ۸.۶). بار دیگر شیدسپهر را با تعدادی مخزن مقایسه می‌کنیم. می‌دانیم که به‌طور میانگین فوتونها پس از طی مسافتی با عمق اپتیکی  $\Delta\tau_s = 1$  در راستای

(الف)



شکل ۸.۶ (الف) وضعیت جوی در تعادل تابشی. اگر بخواهیم  $F$  ثابت بماند، تابع چشمه باید با عمق افزایش یابد. (ب) در اینجا گسیلها را در نیمکره‌های  $\vartheta < \frac{1}{2}\pi$  و  $\vartheta > \frac{1}{2}\pi$  رسم کرده‌ایم. انتگرالهای روی نیمکره‌ها باید در هر گام  $\Delta\tau = \frac{1}{2}$  به اندازه  $\pi F$  رشد کند.





شکل ۸.۶ (ب)

انتشار جذب می‌شوند. به‌طور میانگین، اگر روی تمام جهتها میانگین گرفته شود این مسافت معادل  $\Delta T = \frac{1}{4}$  عمودی است. بنابراین به مخزنها اندازه‌ای متناظر با عمق اپتیکی  $\Delta T = \frac{1}{4}$  نسبت می‌دهیم (شکل ۸.۶ الف)). در سطح شار  $\pi F$  به خارج جریان می‌یابد. این مقدار جریان انرژی به داخل یک نیمکره با یک پیکان نشان داده شده است در پایین این لایه همین مقدار — یک پیکان — باید مازاد انرژی‌ای باشد که، در برابر انرژی جریان‌یافته به سمت پایین، به سمت بالا جریان پیدا می‌کند. تابع چشمه را فوتونهای گسیل‌شده از آنها تعیین می‌کند. این آنها هیچ انگیزه‌ای برای گسیل فوتونها در یک جهت بخصوص ندارند. بنابراین، انتظار می‌رود که تابع چشمه همسانگرد باشد. چون در بالا تنها یک پیکان به سمت خارج جریان می‌یابد، گسیل، یعنی تابع چشمه در خانه

بالایی باید در هر جهت یک پیکان باشد. تابع چشمه در خانه بالایی را جریان خروجی در سطح به‌طور کامل تعیین می‌کند. بنابراین، یک پیکان از مخزنهای بالایی روبه پایین، به لایه پایینتر بعدی مخزنها جریان می‌یابد. چون شار اضافی به سمت بالا باید یک پیکان باشد، باید جریان بالارونده‌ای متشکل از دو پیکان از لایه پایینتر بعدی وجود داشته باشد. باز هم، تابع چشمه همسانگرد است. بنابراین، در خانه پایینتر بعدی باید گسیلی متشکل از دو پیکان در تمامی راستاها وجود داشته باشد. یعنی تابع چشمه باید دو برابر بزرگتر از تابع چشمه خانه بالایی باشد. با دنبال کردن این روال در لایه مخزنهای عمیقتر بعدی به آسانی می‌بینیم که برای هر فرایند جذب و بازگسیل، گسیلی به داخل یک نیمکره باید  $\pi F$  برابر مقدار خروجی از سطح به داخل یک نیمکره افزایش یابد. در شکل ۸.۶ (ب) به انرژی گسیل شده به داخل نیمکره‌ها و جذب شده از نیمکره‌ها پرداخته‌ایم. انرژی ورودی به نیمکره در سطح از رابطه  $\pi F = \sigma T_{\text{eff}}^4$  به دست می‌آید. تا اینجا هر مرحله جذب و بازگسیل، یعنی، روی  $\Delta T = \frac{1}{4}$ ، گسیل به داخل نیمکره، که  $2\pi S$  است باید به مقدار  $\pi F$  افزایش یابد. یعنی

$$\frac{\Delta(2\pi S)}{\Delta T} = \frac{\pi F}{1/4} = 4\pi F \quad \text{و} \quad \frac{\Delta S}{\Delta T} = \frac{1}{4}F \quad (17.6)$$

پیش از آنکه شروع به محاسبات ریاضی کنیم یک بار دیگر به شکل ۸.۶ (الف) نگاه می‌کنیم تا ببینیم چه رابطه‌ای بین  $J$ ، شدت میانگین، و تابع چشمه  $S$  وجود دارد. گسیل کل توسط همه پیکانهای برون سو با  $4\pi S$  داده می‌شود. جذب کل به کمک همه پیکانهای درون سو داده می‌شود که برابر با  $4\pi J$  است. می‌بینیم، در حالی که به علت زیادتر بودن تعداد پیکانهای بالاسو از پیکانهای پایین سو، یک ناهمسانگردی در میدان تابشی وجود دارد، هنوز تعداد پیکانهای خروجی از هر خانه با پیکانهای ورودی برابر است. که نشان می‌دهد با وجود ناهمسانگردی در میدان تابشی (با تعیین  $F$ )، هنوز داریم:

$$S = J \quad (18.6)$$

### ۲.۴.۶ محاسبات ریاضی

اکنون می‌بینیم که چگونه می‌توان وابستگی عمقی تابع چشمه را از رابطه تبدیلی نیز به دست آورد. رابطه (۳.۵) را در  $\vartheta$  ضرب می‌کنیم و از آن روی کل زاویه فضایی،  $\omega$ ، انتگرال می‌گیریم تا به دست آوریم

$$\begin{aligned} 4\pi \frac{d}{d\tau_\lambda} K_\lambda &= \frac{d}{d\tau_\lambda} \int_{\omega=4\pi} \cos^2 \vartheta I_\lambda(\tau_\lambda) d\omega \\ &= \int_{\omega=4\pi} \cos \vartheta I_\lambda(\tau_\lambda) d\omega - \int_{\omega=4\pi} \cos \vartheta S_\lambda(\tau_\lambda) d\omega \quad (19.6) \end{aligned}$$

انتگرال سمت چپ را معمولاً به صورت  $K_\lambda(\tau_\lambda)$  نشان می‌دهیم. انتگرال آخر در سمت راست صفر است چون  $S_\lambda(\tau)$  همسانگرد در نظر گرفته می‌شود. انتگرال اول سمت راست برابر است با  $\pi F_\lambda$ . با تقسیم بر  $4\pi$  به دست می‌آوریم

$$\frac{dK_\lambda(\tau_\lambda)}{d\tau_\lambda} = \frac{1}{4} F_\lambda(\tau_\lambda) \quad (20.6)$$

می‌دانیم که در نهایت گرادیان دما را انرژی کل منتقل شده در جو یعنی  $\pi F$  تعیین می‌کند. بنابراین، برای تعادل تابشی باید معادله تعادل تابشی، یعنی  $dF/dt = 0$ ، را در معادله‌های خودمان وارد کنیم. چون داریم  $F = \int_0^\infty F_\lambda d\lambda$ ، باید از معادله‌ها روی طول موجهای  $\lambda$  انتگرال بگیریم. اما، در رابطه (20.6)  $\kappa_\lambda$  در مخرج وجود دارد. اگر بخواهیم روی  $\lambda$  انتگرال بگیریم باید وابستگی  $\kappa_\lambda$  به طول موج را مشخص کنیم. هنوز، به استثنای محاسبه عددی تجربی برای خورشید، به این موضوع نپرداخته‌ایم؛ بنابراین ساده‌ترین حالت را برمی‌گزینیم؛ به این معنی که فرض می‌کنیم  $\kappa$  مستقل از طول موج است یعنی در اینجا تقریب خاکستری بودن جو را به کار می‌بریم. حتی اگر جو ستاره‌های واقعی، خاکستری نباشد ممکن است در صورتی که مقدار میانگین مناسبی برای  $\kappa_\lambda$  محاسبه کنیم، نتایج تقریباً هنوز صحیح باشد.

اگر با یک جو خاکستری سروکار داشته باشیم می‌توانیم از معادله (20.6) روی  $\lambda$  انتگرال بگیریم و به دست آوریم

$$\frac{dK}{d\tau} = \frac{1}{4} F \quad \text{که در آن} \quad K = \int_0^\infty K_\lambda d\lambda \quad (21.6)$$

این کار یک تابع جدید و ناشناخته  $\kappa(\tau)$  را مطرح می‌کند. حال برای یافتن معادله‌ای برای  $dF/d\tau$  نسبت به  $\tau$  مشتق می‌گیریم که پس از انتگرال‌گیری از رابطه تبدیلی روی  $\lambda$ ، به دست می‌آوریم

$$\frac{d^2 K(\tau)}{d\tau^2} = \frac{1}{4} \frac{dF(\tau)}{d\tau} = J(\tau) - S(\tau) = 0 \quad (22.6)$$

چون با تعادل تابشی سروکار داریم که برای آن  $dF/d\tau = 0$ ، باز می‌بینیم که برای یک جو خاکستری  $S(\tau) = J(\tau)$ ، برای ما این اولین نتیجه مهم است. انتگرال‌گیری از رابطه روی  $\tau$  به دست می‌دهد

$$K = c_1 \tau + c_2, \quad \text{که در آن} \quad \frac{dK}{d\tau} = c_1 = \frac{1}{4} F \quad \text{به گونه‌ای که} \quad K = \frac{1}{4} F \tau + c_2 \quad (23.6)$$

حال با این تابع ناشناخته جدید  $K(\tau)$ ، برای یک  $F$  معین، دو معادله — (۲۲.۶) و (۲۳.۶) — برای به‌دست‌آوردن سه مجهول  $K$  و  $J$  و  $S$  داریم. پس به رابطه‌ای دیگر بین دو تا از این متغیرها نیاز داریم تا بتوانیم هر سه را محاسبه کنیم.

دیدیم که برای محاسبه شار، ناهمسانگردی در میدان تابشی  $I_\lambda(\vartheta)$  بسیار اهمیت دارد چون که در انتگرال شار به‌علت وجود عامل  $\cos \vartheta$  شدت‌های ورودی از شدت‌های خروجی کم می‌شوند. از سوی دیگر، برای  $K$  یک ناهمسانگردی کوچک اهمیتی ندارد چرا که شدت‌ها در عامل  $\cos^2 \vartheta$  ضرب می‌شوند که علامتش برای تابش‌های ورودی و خروجی تغییر نمی‌کند. آن‌گاه برای محاسبه  $K$  می‌توان میدان تابشی را توسط یک میدان تابشی همسانگرد برای شدت میانگین  $J$  تقریب زد. از تعریف  $K_\lambda$  به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 4\pi K_\lambda(\tau_\lambda) &= \int_{\omega=4\pi} I_\lambda(\tau_\lambda, \vartheta) \cos^2 \vartheta d\omega \\ &= J_\lambda(\tau_\lambda) \int_{\omega=4\pi} \cos^2 \vartheta d\omega = \frac{4\pi}{3} J_\lambda(\tau_\lambda) \end{aligned} \quad (24.6)$$

یا پس از تقسیم بر  $4\pi$  وقتی روی  $\lambda$  انتگرال بگیریم:

$$K_\lambda = \frac{1}{3} J_\lambda \quad \text{و} \quad K = \frac{1}{3} J \quad (25.6)$$

این تقریب برای تابع  $K$  تقریب ادینگتون خوانده می‌شود. این تقریب کاربرد گسترده‌ای دارد و بنابراین بسیار مهم است.

با قراردادن رابطه (۲۵.۶) در معادله (۲۱.۶) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{dK(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{3} \frac{dJ(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{4} F(\tau) = \text{ثابت} \quad (26.6)$$

آن‌گاه از رابطه (۲۳.۶) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{dK(\tau)}{d\tau} = c_1 = \frac{1}{4} F \quad \text{یا} \quad \frac{dJ(\tau)}{d(\tau)} = 3 \frac{dK(\tau)}{d\tau} = \frac{3}{4} F \quad (27.6)$$

که نتیجه می‌دهد

$$J(\tau) = \frac{3}{4} F \tau + \text{ثابت} = S(\tau) \quad (28.6)$$

به جای معادله (۱۷.۶)، که از معادله ۸.۶ (ب) به دست آوردیم، اکنون مجدداً می بینیم که

$$\frac{dS}{d\tau} = \frac{3}{4}F \quad \text{و} \quad S(\tau) = \frac{3}{4}F\tau + c_2 \quad (29.6)$$

همان گونه که از شکل ۸.۶ (ب) به دست آوردیم (معادله ۱۷.۶). پس از شرط تعادل تابشی، قاعده بستگی تابع چشمه به عمق را یافتیم.

اگر بخواهیم بستگی دما به عمق را از این شرط به دست آوریم، باید بدانیم که چه رابطه ای بین تابع چشمه و دما وجود دارد. شرط تعادل تابشی این را مستقیماً بیان نمی کند. از این رو، اکنون فرض LTE را در نظر می گیریم، یعنی فرض می کنیم که تابع چشمه با تابع پلانک داده شده است. می خواهیم تأکید کنیم که دمایی را که برحسب عمق به دست آوردیم به این فرض بستگی دارد. بستگی تابع چشمه به عمق مستقل از این فرض است. پس با

$$S(\tau) = B(\tau) = \frac{\sigma}{\pi} T^{\tau}(\tau) \quad (30.6)$$

به دست می آوریم

$$\sigma T^{\tau}(\tau) = \frac{3}{4}\pi F(\tau + \text{ثابت}) = \pi S(\tau) \quad (31.6)$$

و

$$T^{\tau}(\tau) = \frac{3}{4}T_{\text{eff}}^{\tau}(\tau + \text{ثابت}) \quad \text{چون} \quad \pi F = \sigma T_{\text{eff}}^{\tau} \quad (32.6)$$

تابع چشمه باید برحسب عمق اپتیکی  $\tau$  به صورت خطی افزایش یابد و همان گونه که دیدیم، این گرادیان باید متناسب با شار باشد.

در معادله (۲۳.۶) ثابت  $c_2$  هنوز تعیین نشده است. به جای این ثابت می توان ثابت معادله (۳۲.۶) را یافت. این ثابتهای انتگرال گیری از شرطهای مرزی محاسبه می شوند. در اینجا شرط مرزی ساده این است که هیچ شاری به داخل ستاره نمی رود. باید داشته باشیم

$$I(\circ, \vartheta) = I^{-} = 0 \quad \text{برای} \quad \frac{1}{4}\pi < \vartheta \leq \pi \quad (33.6)$$

برای اینکه بتوانیم  $K$  و  $J$  را در سطح ستاره حساب کنیم این فرض ساده کننده را در نظر بگیریم که شدت خروجی به زاویه  $\vartheta$  بستگی ندارد. یعنی فرض می کنیم

$$I(\circ, \vartheta) = I^{+} = \text{ثابت} \quad \text{برای} \quad 0 < \vartheta \leq \frac{1}{4}\pi \quad (34.6)$$

با این فرض انتگرال‌گیری روی کل زاویه فضایی به انتگرال‌گیری روی نیمکره به صورت زیر ساده می‌شود

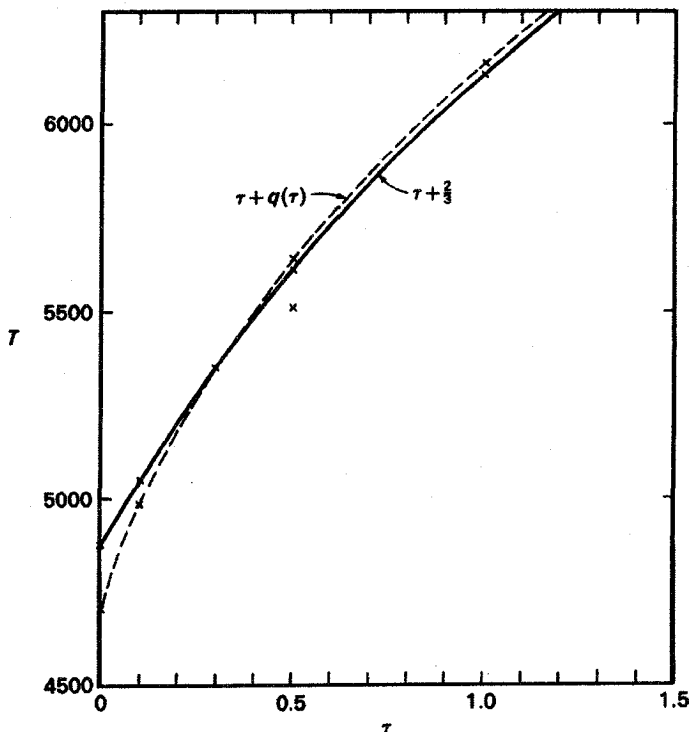
$$J(\circ) = \frac{1}{4}I^+ \quad \text{و} \quad F = I^+ \quad \text{یا} \quad J(\circ) = \frac{1}{4}F \quad (35.6)$$

یعنی

$$J(\circ) = B(\circ) = \frac{\sigma}{\pi}T^r(\circ) \quad \text{یا} \quad T^r(\circ) = \frac{1}{4}T_{\text{eff}}^r \quad (36.6)$$

از معادله (۳۲.۶) برای  $\tau = 0$  به دست می‌آوریم

$$T^r(\circ) = \frac{3}{4}T_{\text{eff}}^r \times \text{ثابت} = \frac{1}{4}T_{\text{eff}}^r \quad (37.6)$$



شکل ۹.۶ لایه‌بندی دقیق دمای یک جو خاکستری (- -) با تقریب ساده (—) معادله (۳۸.۶) مقایسه شده است. جواب دقیق، دماهای سطحی تا اندازه‌ای کمتر را می‌دهد و در لایه‌های بالاتر دماهای اندکی بیشتر.

که ایجاب می‌کند ثابت  $\frac{2}{3}$ .

سرانجام، به کمک تقریب ادینگتون برای جو خاکستری به دست می‌آوریم:

$$T^{\tau}(\tau) = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^{\tau} \left( \tau + \frac{2}{3} \right) \quad (38.6)$$

آن‌گاه برای عمق اپتیکی  $\tau = \frac{2}{3}$  به دست می‌آوریم  $T^{\tau}(\tau = \frac{2}{3}) = T_{\text{eff}}^{\tau}$  یا  $T(\tau = \frac{2}{3}) = T_{\text{eff}}$  که قبلاً برای یک جو خاکستری به دست آورده بودیم.

بدون استفاده از تقریب ادینگتون و با شرط مرزی مناسب یعنی در نظر گرفتن وابستگی زاویه‌ای صریح  $I(\theta, \theta')$  می‌توان به دست آورد

$$T^{\tau}(\tau) = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^{\tau}(\tau + q(\tau)) \quad (39.6)$$

که در آن  $q(\tau)$  تابعی است که به آرامی با  $\tau$  تغییر می‌کند و  $q(0) = 0.577$  و  $q(\infty) = 0.7101$ . بنابراین  $q(\tau) = \frac{2}{3}$  تقریب خیلی خوبی است. در شکل ۹.۶ لایه‌بندی دما را که با (۳۸.۶) و (۳۹.۶) به دست آمده مقایسه کرده‌ایم.

تقریب جو خاکستری چقدر خوب است؟ برای قضاوت در این مورد باید بستگی ضرایب جذب به بسامد را شرح دهیم.



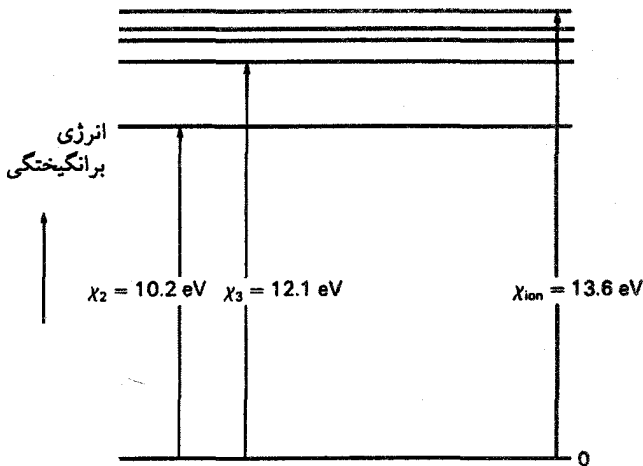
## ضریب جذب پیوسته

### ۱.۷ فرایندهای مختلف جذب برای هیدروژن

اصولاً سه سازوکار جذب مختلف وجود دارد، که دوتای آن مربوط به جذب پیوسته، و یکی مربوط به جذب خطی است. برای درک این مطلب، به نمودار تراز انرژی اتم هیدروژن که در شکل ۱.۷ به صورت طرح وار رسم شده است نگاه می‌کنیم. انرژی یونش اتم هیدروژن  $13.6\text{eV}$  است. یعنی اگر یک الکترون در پایستترین تراز انرژی — حالت پایه — اتم هیدروژن به گونه‌ای انرژی  $13.6\text{eV}$  دریافت کند، انرژی کافی برای غلبه بر نیروهای جاذبه پروتون خواهد داشت. بنابراین می‌تواند اتم را ترک کند و الکترون آزاد می‌شود. تراز انرژی که به الکترون اجازه می‌دهد تا تراز بالایی را ترک کند در شکل ۱.۷ مشخص کرده‌ایم. برای اتم هیدروژن مکان سایر ترازهای انرژی به راحتی قابل محاسبه است. طبق مدل بور اختلاف میان اولین تراز برانگیخته ( $n = 2$ ) و حد یونش  $13.6/4$  الکترون ولت است. این اختلاف برای تراز بالاتر بعدی ( $n = 3$ ) برابر  $1.5 \approx 13.6/9$  الکترون ولت است. این روند برای انرژی برانگیختگی یعنی اختلاف انرژی نسبت به تراز پایه به رابطه زیر می‌انجامد

$$\chi_n = \chi_{\text{ion}} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad (1.7)$$





شکل ۱.۷ نمودار طرح وار تراز انرژی برای اتم هیدروژن. گذارهای بین دو تراز مقید گسسته به جذب یا گسیل خطی می‌انجامد.

برای اتم هیدروژن کلیه اوربیتالهای یک عدد کوانتومی اصلی  $n$  با عددهای کوانتومی تکانه زاویه‌ای مختلف، دارای انرژی برابر هستند. یعنی می‌توان توسط گروه عددهای کوانتومی مختلف به انرژی یکسان دست یافت. تعداد امکانهای مختلف برای یک تراز انرژی را، وزن آماری آن تراز انرژی خاص می‌نامند. برای یک  $n$  مشخص، این وزن  $2n^2$  خواهد بود. بنابراین، در اتم هیدروژن وزن آماری تراز  $m$ ام  $2n^2$  است. می‌توان به تراز با عدد کوانتومی اصلی  $n$  را به  $2n^2$  روش مختلف تحقق بخشید. چون اصل پاولی دو الکترون با اعداد کوانتومی یکسان را مجاز نمی‌دارد که در یک سلول کوانتومی قرار گیرند. پس برای یک  $n$  می‌توان  $2n^2$  الکترون در هر تراز  $n$  داشت. البته، این موضوع در اتمهای با بار هسته‌ای  $Z$  بزرگتر نیز به‌کار می‌رود. این موضوع ساختار پوسته‌ای اتمها را توجیه می‌کند که اگر  $2n^2$  الکترون در پوسته بیرونی آنها وجود داشته باشد به پیکربندی به‌گاز بی‌اثر می‌انجامد. معمولاً، برای اتمها یا یونهایی با بیش از یک الکترون، حالت‌های الکترون با  $n$  یکسان که سایر اعداد کوانتومی آنها متفاوت باشد، دارای مقادیر انرژی مختلف هستند.

گذار یک الکترون از یک تراز به تراز انرژی مقید دیگر، بسته به اینکه تراز انرژی نهایی دارای انرژی پایینتر و یا بالاتر از تراز اولیه باشد، به گسیل و یا جذب یک فوتون می‌انجامد. بسامد فوتون گسیل و یا جذب‌شده از رابطه زیر به‌دست می‌آید

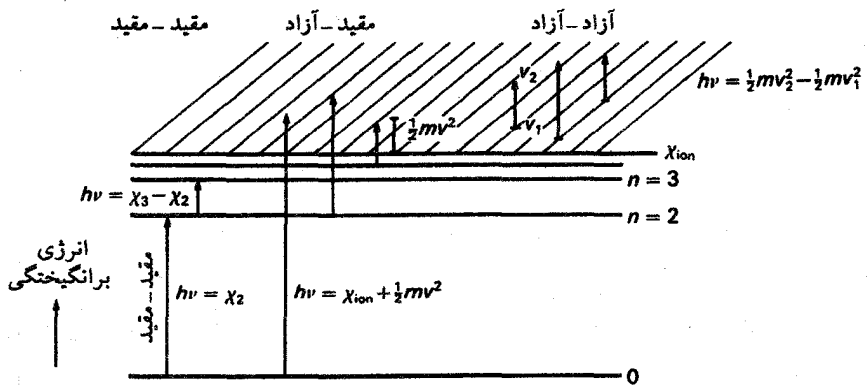
$$h\nu = \chi_m - \chi_l \quad (۲.۷)$$

$\chi_m$  انرژی تراز انرژی بالایی و  $\chi_l$  انرژی سطح انرژی پایینی است. چون این رابطه مقدار بسامد یا طول موج  $\lambda = c/v$  مشخصی به دست می‌دهد، یک گذار بین دو حالت مقید تنها می‌تواند به گسیل و یا جذب نور با طول موج معین بینجامد، یعنی به گسیل و یا جذب خطی. درباره این موضوع، بعداً صحبت خواهیم کرد. اکنون، با جذب بین خطها سروکار داریم یعنی سازوکار جذبی که پیوستاری از بسامدها در آن دخیل‌اند. این در صورتی ممکن است که حداقل در یک انتهای گذار پیوستاری از ترازهای انرژی، وجود داشته باشد. می‌دانیم که یک الکترون آزاد می‌تواند مقادیر پیوسته‌ای از سرعتها را اختیار کند. اگر گذار از یک حالت آزاد الکترون آغاز و یا به آن ختم شود (یعنی یک انرژی بالای حد یونس)، می‌توانیم پیوستاری از انرژیهای گذار داشته باشیم که به معنی پیوستاری از بسامدها یا طول موجهای جذب و گسیل شده است (شکل ۲.۷). اصولاً، دو امکان برای جذب پیوسته وجود دارد. یکی امکان گذار از یک حالت مقید در تراز  $n$  به یک تراز آزاد با سرعت  $v$  است. این گذارها، گذارهای مقید-آزاد خوانده می‌شوند. بسامد فوتون جذب شده از رابطه زیر به دست می‌آید

$$h\nu = (\chi_{ion} - \chi_n) + \frac{1}{2}mv^2 \quad (3.7)$$

همین‌طور اگر الکترون از یک حالت آزاد با سرعت  $v_1$  به حالت آزاد دیگر با سرعت  $v_2$  برود، می‌توان پیوستاری از گذارها به دست آورد. بسامد جذب برای گذار آزاد-آزاد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (4.7)$$



شکل ۲.۷ اگر الکترون از حالت مقیدی به حالت آزاد گذر کند یا اگر از یک حالت آزاد به حالت آزاد دیگری برود، پیوستاری از فرایندهای جذب می‌تواند رخ دهد. به این گذارها، گذارهای مقید-آزاد یا آزاد-آزاد گوییم.

تعداد نامحدودی گذار آزاد-آزاد وجود دارند که برای انرژیهای اولیه  $\frac{1}{2}mv^2$  بسامد یکسانی را جذب می‌کنند. این موضوع برای همه بسامدها صادق است. برای محاسبه ضریب جذب آزاد-آزاد یک اتم یا یون خاص در هر بسامد باید تعداد نامحدودی از احتمالات گذار محاسبه شود. برای هر تراز انرژی گسسته  $n$  فقط یک گذار مقید-آزاد وجود دارد که به جذبی با بسامد  $\nu$  در پیوستار می‌انجامد. اگرچه، احتمال گذار برای هر بسامد باید برای هر تراز  $n$  محاسبه شود. هر گذار مقید-آزاد به یک فرایند یونش مربوط می‌شود چون پس از آن الکترون مورد نظر آزاد است. گسیل فوتون بر اثر گذار آزاد-مقید متناظر با یک فرایند باز ترکیب است.

ضریب جذب پیوسته برای یک اتم هیدروژن در تراز  $n$  به صورت زیر محاسبه شده است

$$a_n = \frac{1}{n^2} \frac{64\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{1}{\nu^3} \frac{Z^4 m e^4}{ch^3 n^3} G \quad (5.7)$$

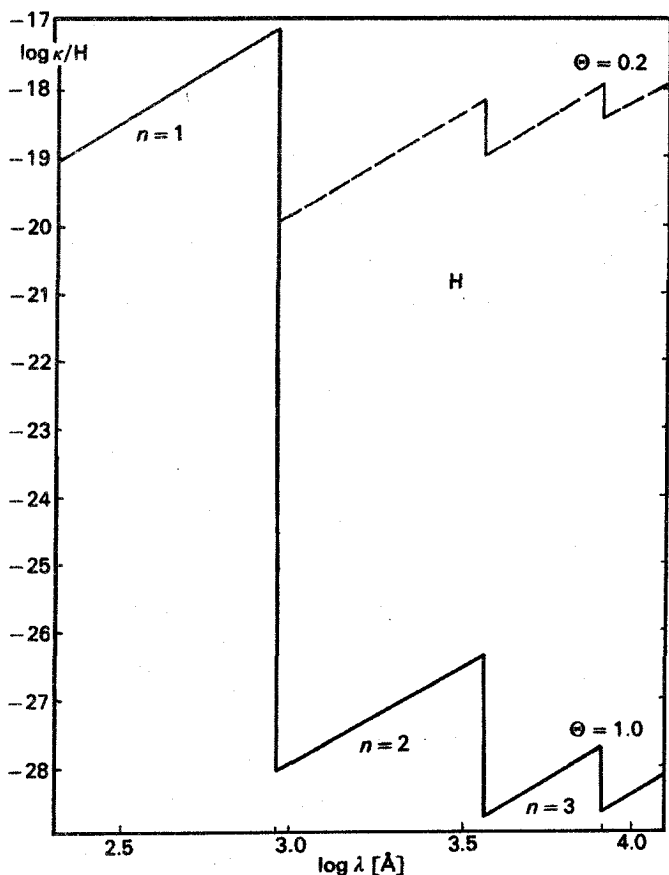
که در آن  $G$  ضریب تصحیح است که ضریب گاوت<sup>۱</sup> نامیده می‌شود که بیش از چند درصد با ۱ اختلاف ندارد. در این رابطه  $m$  و  $e$  جرم و بار الکترون هستند.  $Ze$  بار مؤثر هسته‌ای که الکترون را جذب می‌کند.

برای محاسبه جذب کل در بسامد  $\nu$ ، باید  $a_n$  را در تعداد اتمها در حالت مورد نظر با عدد کوانتومی  $n$  ضرب کنیم، و سپس روی تمامی حالت‌های  $n$  که در بسامد معین سهم‌اند جمع بزنیم. سرانجام، باید سهمهای آزاد-آزاد را نیز اضافه کنیم.

کدام یک از حالت‌های  $n$  در یک بسامد خاص سهم‌اند؟ از شکل ۲.۷ مشخص است که کمترین بسامد لازم برای گذار یک الکترون به پیوستار — یا برای عمل یونش — از سطح  $n$  با  $\chi_{ion} - \chi_n$  داده می‌شود. برای اتم هیدروژن  $\chi_n = \chi_{ion}(1 - (1/n^2))$ ، بنابراین در جذب پیوسته از سطح  $n$  نیاز به فوتونی با انرژی به اندازه کافی زیاد داریم که بر این اختلاف انرژی غلبه کند، یعنی،

$$h\nu > \chi_{ion} - \chi_n \quad \text{یا} \quad \lambda < \frac{hc}{(\chi_{ion} - \chi_n)} \quad (6.7)$$

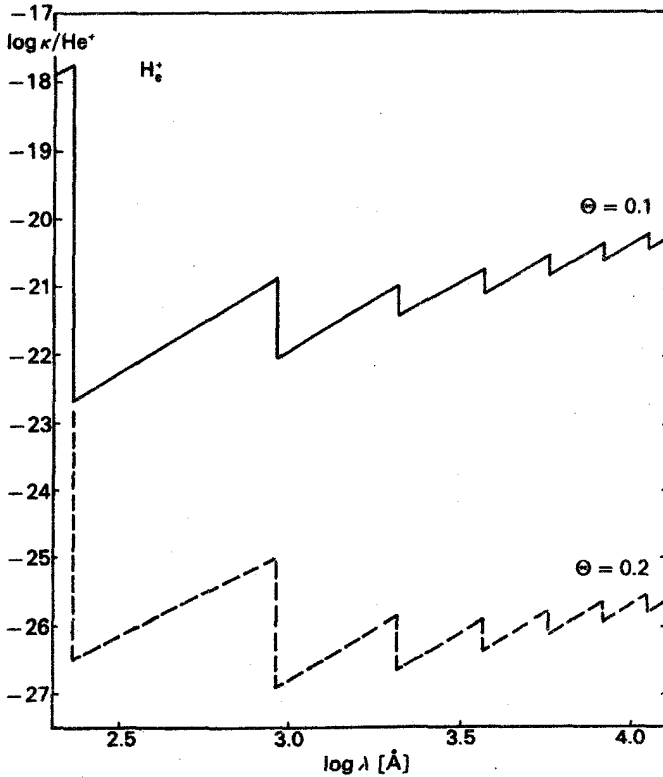
برای طول موجهای بلند فقط ترازهای انرژی با  $\chi_n$  بسیار بزرگ می‌توانند در جذب پیوسته سهم باشند. برای  $\lambda$  بسیار بزرگ عمدتاً گذارهای آزاد-آزاد مشارکت دارند. سهم تراز  $n$  در بسامد  $\nu_n = (\chi_{ion} - \chi_n)/h$  یا  $\lambda_n = hc/(\chi_{ion} - \chi_n)$  شروع می‌شود و برای  $\lambda$ های کوچکتر ادامه می‌یابد. در این بسامدها به طور پیوسته افزایش می‌یابد چرا که تعداد اتمهای جذب‌کننده ناگهان زیاد می‌شود. بستگی  $\kappa_\lambda$  پیوسته به طول موج برای اتم هیدروژن در شکل ۳.۷ نشان داده شده



شکل ۳.۷ ضریب جذب هیدروژن  $\kappa_{\lambda}$  به ازای هر اتم هیدروژن برحسب طول موج برای دو دمای  $\Theta = 5040/T = 1/0$  و  $\Theta = 5040/T = 0.2$  نشان داده شده است. دماهای بالاتر به مقادیر بالاتر  $\kappa_{\lambda}$  در ناحیه طیف مرئی می‌انجامد.

است. در شکل ۴.۷ روند ضریب جذب پیوسته  $\text{He}^+$  را نشان داده‌ایم. برای این یون، انرژی یونش با مضربی از  $Z^2 = 4$  بزرگتر از اتم هیدروژن است. کلیه انرژیهای برانگیختگی با همان ضریب بزرگتر هستند و کلیه ناپیوستگیها در طول موجهایی رخ می‌دهد که با همان ضریب ۴ کوتاهتر است. در هر دو نمودار ضریبهای تصحیح کوانتوم مکانیکی — همان ضریبهای گاونت — حذف شده‌اند. آنها  $\kappa$  را فقط چند درصد تغییر می‌دهند. در محاسبات دقیق باید مد نظر قرار گیرند.

در شکل ۳.۷ می‌بینیم که در ناحیه طیف مرئی این عمدتاً پیوستار پاشن، یعنی جذب از سطح  $n = 3$  است که ضریب جذب هیدروژن را به دست می‌دهد. در فرابنفش پیوستار بالمر یعنی



شکل ۴.۷ ضریب جذب یون هلیم  $\text{He}^+$  به‌ازای هر یون  $\text{He}^+$  برحسب طول موج  $\lambda$  برای دو دمای  $\Theta = 5040/T = 0.2$  و  $\Theta = 5040/T = 0.1$  نشان داده شده است. ضریب جذب  $\text{He}^+$  برای دماهای پایین ۲۵۰۰۰ K نسبتاً کوچک است.

جذب از سطح  $n = 2$  است. ناپیوستگی در  $\lambda = 3674 \text{ \AA}$  به‌کمک نسبت اتمهای هیدروژن در حالت‌های کوانتومی دوم و سوم محاسبه می‌شود.

موضوع جالب دیگر در شکل‌های ۳.۷ و ۴.۷ دیده می‌شود، ضریب جذب در هر اتم در حد لیمان همیشه تقریباً مقدار سطح مقطع پایتترین مدار در اتم را دارد، که برای هیدروژن  $10^{-8} \times 0.5$  است. بنابراین سطح مقطع  $\sigma$  برابر است با  $10^{-16} \times 0.785$  یا  $\sigma \sim 0.895$  یا  $\log \sigma = 0.895 - 17$  برای یون  $\text{He}^+$  و همان‌طور که در شکل ۳.۷ می‌بینیم در حد لیمان تقریباً برابر با  $\log \kappa_\lambda$  است. برای یون  $\text{He}^+$  شعاع این مدار  $Z$  برابر کوچکتر است. بنابراین سطح مقطع همانند مورد  $\kappa_\lambda$  در حد لیمان برای یون  $\text{He}^+$ ، ۴ برابر کوچکتر است.

## ۲.۷ فرمول بولتزمن

برای محاسبه ضریب جذب برای اتم هیدروژن  $\kappa(H)$ ، باید تعداد اتمهای هیدروژن را در حالت‌های کوانتومی مختلف بدانیم. این تعداد را اعداد اشغال ترازهای انرژی مختلف با انرژی برانگیختگی  $\chi_n$  بالای تراز پایه می‌نامیم.

بولتزمن نشان داد که احتمال یافتن یک اتم یا الکترون در یک حالت برانگیخته با انرژی  $\chi_n$  با افزایش  $\chi_n$  کاهش می‌یابد اما با افزایش دما  $T$  افزایش می‌یابد، یعنی

$$\frac{N_n}{N_1} = \frac{g_n}{g_1} e^{-\chi_n/kT} \quad (۷.۷)$$

که در آن  $\chi_n$  اختلاف انرژی بین تراز  $n$  و تراز پایه،  $g_n$  و  $g_1$  به ترتیب وزنهای آماری برای تراز  $n$  و تراز پایه هستند. معادله (۷.۷) فرمول بولتزمن خوانده می‌شود،  $k$  ثابت بولتزمن است  $k = ۱.۳۸ \times 10^{-16} \text{ erg degree}^{-1}$ .

فرمول بولتزمن در معادله (۷.۷) تنها یک حالت خاص از حالت کلی است که بنا به آن تعداد ذرات با انرژی  $E$  همیشه با  $e^{-E/kT}$  متناسب است (برای مثال توزیع ماکسول برای انرژی جنبشی ذرات را ببینید).

در نمای معادله (۷.۷)  $k$  وجود دارد، که معمولاً برحسب ارگ بر درجه داده می‌شود، در حالی که انرژی برانگیختگی معمولاً برحسب الکترون ولت است بنابراین، ممکن است بخواهیم نما را به شکلی بازنویسی کنیم که بتوانیم از این کمیتها برحسب یکاهای مناسب استفاده کنیم. با دانستن  $۱ \text{ eV} = ۱.۶۰۲ \times 10^{-12} \text{ erg}$  می‌توانیم نما را به شکل زیر بنویسیم:

$$\chi_n/kT = \frac{\chi_n(\text{eV}) \times ۱.۶۰۲ \times 10^{-12}}{۱.۳۸ \times 10^{-16} \times T} = \frac{\chi_n(\text{eV}) \times ۱.۱۶۰ \times 10^4}{T}$$

و

$$\begin{aligned} \log e^{-\chi_n/kT} &= -(\chi_n/kT) \log e \\ &= \frac{-\chi_n(\text{eV})}{T} \times ۱.۱۶۰ \times 10^4 \times ۰.۴۳۴۳ = -\chi_n(\text{eV}) \frac{۵۰۴۰}{T} \end{aligned} \quad (۸.۷)$$

نسبت  $۵۰۴۰/T$  در بسیاری جاها تکرار می‌شود. معمولاً آن را با نماد  $\Theta$  نشان می‌دهیم. برای محاسبه  $N_n$  برطبق رابطه (۷.۷) باید  $N_1$  را بدانیم که نیاز به دانستن فراوانی عناصر

مورد نظر دارد. همچنین باید بدانیم که آیا این عناصر تا اندازه‌ای یونیده‌اند یا به‌طور کامل. قبلاً دیدیم که الکترون مقید در اتم ممکن است یک فوتون جذب کند. اگر این فوتون به اندازه کافی انرژی داشته باشد، الکترون می‌تواند انرژی لازم برای ترک اتم را به‌صورت الکترون آزاد به‌دست آورد و این اتم را به شکل یک یون، یعنی به شکل ذره‌ای با بار مثبت، باقی بگذارد چنین یونشی تعداد اتمهای تراز پایه را کاهش می‌دهد. بنابراین باید بدانیم چند اتم به یون تبدیل شده‌اند.

### ۳.۷ معادلهٔ ساها<sup>۱</sup>

درجهٔ یونش هر اتم یا یون را می‌توان از معادله ساها حساب کرد، که خود آن از فرمول بولتزمن بالا با بسط حالت‌های با عدد کوانتومی  $n$  به انرژیهای مثبت یعنی، به الکترونهای آزاد با وزن آماری مناسب (آنسولد ۱۹۵۵). به‌دست می‌آید خواهیم داشت

$$\frac{N_1^+ n_e}{N_1} = \frac{g_1^+}{g_1} \frac{2(\sqrt{2\pi m k})^{3/2}}{h^3} T^{3/2} e^{-\chi_{ion}/kT} \quad (9.7)$$

در اینجا  $m$  جرم الکترون،  $N_1^+$  تعداد یونها در حالت پایه و  $N_1$  تعداد اتمها در حالت پایه است.  $g_1^+$  وزن آماری حالت پایه یون است.

همین‌طور، اگر یک الکترون دیگر از یون جدا شود و یون با دو بار مثبت شکل بگیرد، می‌توان معادلهٔ ساها را برای حالت بالاتر بعدی یونش نوشت. در این حالت باید نوشت:

$$\frac{N_1^{++} n_e}{N_1^+} = \frac{g_1^{++}}{g_1^+} \frac{2(\sqrt{2\pi m k})^{3/2}}{h^3} T^{3/2} e^{-\chi_{ion}^+/kT} \quad (10.7)$$

که در آن  $g_1^{++}$  وزن آماری حالت پایهٔ یون دو بار یونیده و  $N_1^{++}$  تعداد یونهای دو بار یونیده در حالت پایه است.  $\chi_{ion}^+$  مقدار انرژی لازم برای جدا کردن الکترون اضافی از یون با یک‌بار مثبت است. این مقدار شامل انرژی لازم برای جدا کردن اولین الکترون نمی‌شود.

پس اگر نسبت تعداد کل یونهای  $N^+$  به تعداد کل اتمهای  $N$  را بخواهیم باید  $N/N_1$  و  $N^+/N_1^+$  را حساب کنیم. می‌توانیم این کار را با استفاده از معادله (۷.۷) انجام دهیم. روشن است که  $N$  جمع کل ذرات در حالت‌های مختلف کوانتومی  $N_n$  است و به‌طور مشابه  $N^+$  جمع روی کل یونها در حالت‌های کوانتومی مختلف  $N_n^+$  است. با

$$N_n^+ = N_1^+ \frac{g_n^+}{g_1^+} e^{-\chi_n^+/kT}$$

و

$$N^+ = N_1^+ + \sum_{n=2}^{\infty} N_n^+ = N_1^+ + \frac{N_1^+}{g_1^+} \sum_{n=2}^{\infty} g_n^+ e^{-\chi_n^+/kT} \quad (11.7)$$

به دست می آوریم

$$N^+ = \frac{N_1^+}{g_1^+} \left( g_1^+ + \sum_{n=2}^{\infty} g_n^+ e^{-\chi_n^+/kT} \right) = \frac{N_1^+}{g_1^+} u^+, \quad \text{یا} \quad \frac{N^+}{N_1^+} = \frac{u^+}{g_1^+} \quad (12.7)$$

که در آن

$$u^+ = g_1^+ + \sum_{n=2}^{\infty} g_n^+ e^{-\chi_n^+/kT} \quad (13.7)$$

تابش پارش یون نامیده می شود.

همین طور، برای تابع پارش  $u$  اتمهای حالت پایتتر بعدی یونش را به دست می آوریم

$$u = g_1 + \sum_{n=2}^{\infty} g_n e^{-\chi_n/kT} \quad (14.7)$$

ضرب (۹.۷) در  $N^+/N_1^+ \times N_1/N$  به دست می دهد

$$\frac{N^+ n_e}{N} = \frac{u^+}{u} \frac{\chi(2\pi m)^{3/2}}{h^3} (kT)^{3/2} e^{-\chi_{ion}/kT} \quad (15.7)$$

این همان معادله ساهاى معروف است. این معادل معادله واکنش جرم است که در شیمی برای محاسبه غلظتهای ذرات مختلف درگیر در واکنش به کار می رود.

برای درجه یونش بالاتر بعدی به دست می آوریم

$$\frac{N^{++} n_e}{N^+} = \frac{u^{++}}{u^+} \frac{\chi(2\pi m)^{3/2} (kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\chi_{ion}^+/kT} \quad (16.7)$$

این  $\chi_{ion}^+$  انرژی یونش  $N^+$  برای تشکیل  $N^{++}$  است. از گردآوری همه ثابتهای اتمی و نوشتن معادله

(۱۶.۷) به شکل لگاریتمی به دست می آوریم

$$\log \frac{N^+}{N} = \log \frac{u^+}{u} + \log \chi + \frac{5}{2} \log T - \chi_{ion} \Theta - \log P_e - 0.48 \quad (17.7)$$



در این رابطه فشار الکترون  $P_e = n_e kT$  را به جای چگالی الکترون  $n_e$  وارد کرده‌ایم. بنابراین باید  $\log k + \log T$  را اضافه می‌کردیم.

معادلهٔ ساها در این شکل لگاریتمی تنها شامل یک ثابت است که به راحتی می‌توان آن را به خاطر سپرد.

اکنون می‌توانیم درجهٔ یونش را برای اتم هیدروژن حساب کنیم، برای مثال، در شیدسپهر خورشید که در آن دما  $T \approx 6000 \text{ K}$  و فشار الکترونی  $\log P_e = 1.5$  است. برای چنین دمایی  $\Theta = 0.84$  و  $\log T = 3.78$  و  $\log T = 9.45$  را به دست می‌آوریم. چون پروتون دیگر الکترونی در حالت برانگیخته ندارد، فقط می‌تواند به یک شکل موجود باشد. وزن آماری آن برای حالت پایه ۱ است و تابع پارش آن نیز ۱ است. اتم هیدروژن خنثی در حالت پایه به دو صورت وجود دارد؛ با الکترون با اسپین بالا یا با اسپین پایین. پس وزن آماری تراز پایه ۲ است. انرژیهای برانگیختگی ترازهای با  $n > 1$  چنان بالاست که تعداد ذرات در آن حالتها در مقایسه با تعداد حالت پایه قابل چشمپوشی است. بنابراین، می‌توان گفت که تابع پارش  $u(H) = 2$  است. آن‌گاه معادله ساها برای یونش هیدروژن در شیدسپهر خورشیدی را به دست می‌آوریم:

$$\log \frac{H^+}{H} = \log \frac{2}{1} + 9.45 - 0.48 - 11.42 - 1.5 = -4$$

یا  $\log(N(H^+)/N(H)) = -4$  که مبین  $H^+/H = 10^{-4}$  است یعنی تنها یک اتم از  $10^4$  اتم هیدروژن یونیده است.

حال اجازه دهید همین محاسبه را برای یون هیدروژن منفی  $H^-$  انجام دهیم. انرژی بستگی الکترون در این یون  $\chi_{\text{ion}}(H^-) = 0.75 \text{ eV}$  است. یون  $H^-$  هیچ حالت برانگیخته‌ای با انرژیهای پایینتر از انرژی یونش ندارد. اگر بخواهیم تابع پارش را حساب کنیم تنها باید وزن آماری تراز پایه را در نظر بگیریم. یون  $H^-$  دو الکترون دارد؛ هر دوی آنها در تراز  $n = 1$  هستند. چون، طبق اصل پاولی تمام اعداد کوانتومی این دو الکترون نمی‌توانند یکسان باشند، یک الکترون باید اسپین بالا و دیگری باید اسپین پایین داشته باشد. حالت دیگری برای آنها وجود ندارد. این بدان معنی است که وزن آماری برای یون  $H^-$  در حالت پایه باید ۱ باشد. همچنین باید دانست که اکنون یون  $H^-$  است که الکترون از دست می‌دهد تا تبدیل به اتم خنثی شود. بنابراین، اکنون اتم هیدروژن به صورت یک یون ظاهر می‌شود، در حالی که  $H^-$  به جای اتم خنثی است. از این رو معادله ساها به شکل زیر درمی‌آید

$$\log \frac{N(H)}{N(H^-)} = \log \frac{1}{1} + 9.45 - 0.48 - 0.59 - 1.5 = +7.5$$

$$\frac{N(H^-)}{N(H)} \approx 3 \times 10^{-8}$$

فقط یک اتم از  $10^7$  اتم هیدروژن به شکل  $H^-$  است.

### ۴.۷ ضریب جذب $H^-$ در خورشید

اگر یونهای  $H^-$  در شیدسپهر خورشید بسیار کم است، پس چرا ضریب جذب  $H^-$  تا این اندازه اهمیت دارد؟

قبلاً دیدیم که در ناحیه طیف مرئی تنها اتمهای هیدروژن در سومین تراز کوانتومی می‌توانند در جذب پیوستار سهیم باشند، یعنی، در پیوستار پاشن. برای یون  $H^-$  با انرژی یونش  $0.75 \text{ eV}$ ، طول موجهای محدودکننده جذب مقید آزاد پیوستار حدوداً  $17000 \text{ \AA}$  است. این بدان معنی است که همه یونهای  $H^-$  می‌توانند در جذب در ناحیه مرئی سهیم باشند. بنابراین، برای برآورد اهمیت جذب  $H^-$  باید تعداد یونهای  $H^-$  را با تعداد اتمهای هیدروژن در تراز کوانتومی مقایسه کنیم. از فرمول بولتزمن به دست می‌آوریم

$$\log \frac{N_H(n=3)}{N_H(n=1)} = 0.95 - 12.1\theta = 0.95 - 12.1 \times 0.84 = 0.95 - 10.16 = -9.21$$

یا

$$\frac{N_H(n=3)}{N_H(n=1)} = 6 \times 10^{-10}$$

چون

$$\frac{N(H^-)}{N_H(n=3)} = \frac{N(H^-)}{N_H(n=1)} \frac{N_H(n=1)}{N_H(n=3)}$$

به دست می‌آوریم

$$\frac{N_H(n=3)}{N(H^-)} = \frac{6 \times 10^{-10}}{3 \times 10^{-8}} = 2 \times 10^{-2}$$

دو برابر؛  $2 \times 10^{-2}$

عموماً، چون ضرایب جذب اتمی به‌ازای هر اتم جذب‌کننده هم‌مرتبه‌اند، انتظار داریم جذب  $H^-$  تقریباً صد برابر مهم‌تر از پیوستار پاشن باشد.

از سوی دیگر، اگر تعداد اتمهایی را که در تراز کوانتومی دوم وجود دارند حساب کنیم، به دست می‌آوریم

$$\log \frac{N(n=2)}{N(n=1)} = 0.6 - 10.2\Theta = -7.97 \sim -8$$

و

$$\frac{N(n=2)}{N(H^-)} = \frac{10^{-8}}{10^{-7}} \sim 10^{-1}$$

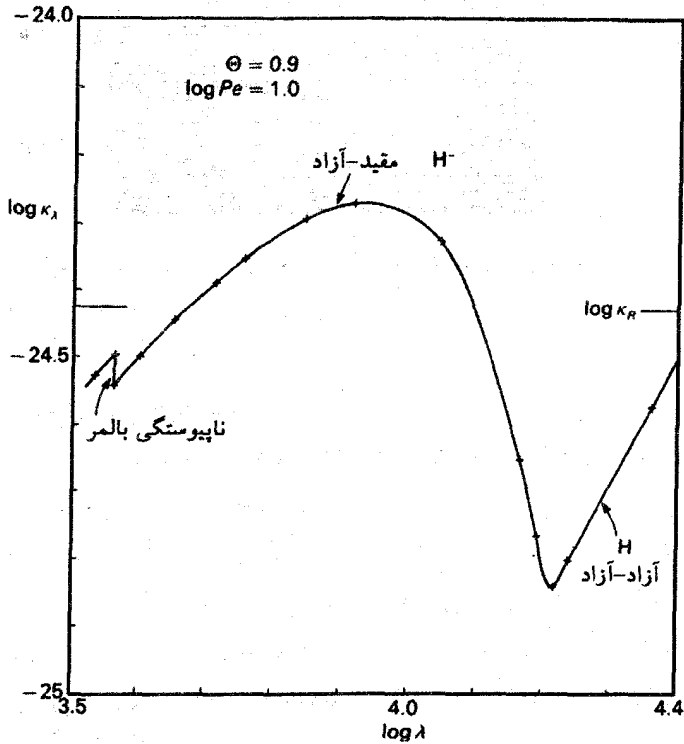
در تراز کوانتومی دوم ده برابر اتمهای هیدروژن، یون  $H^-$  وجود دارد اما نمی‌توان تعداد اتمهای هیدروژن در تراز کوانتومی دوم را کاملاً نادیده گرفت. در حد بالمر، یعنی،  $\lambda = 3647 \text{ \AA}$ ، انتظار داریم که  $\kappa$  پیوسته در خورشید حدود  $10\%$  افزایش یابد. همان‌طور که شکل ۵.۷ نشان می‌دهد یک ناپوستگی کوچک در  $\kappa$  پیوسته مشاهده می‌شود. بستگی ضریب جذب  $H^-$  به طول موج چگونه است؟ یک پیوستار مقید-آزاد از تراز پایه  $H^-$  داریم. در  $H^-$  هیچ تراز برانگیخته‌ای وجود ندارد. جذب پیوستار مقید-آزاد برای کلیه  $\lambda$ های کوچکتر از  $\lambda$ ی مربوط به  $h\nu = \chi_{\text{ion}} = 0.7 \text{ eV}$  امکان‌پذیر است. این انرژی مربوط به طول موج  $17000 \text{ \AA}$  است. برای طول موجهای بلندتر تنها می‌توان جذب آزاد-آزاد داشت که تقریباً به صورت  $\nu^{-2} \sim$  تغییر می‌کند.

رفتار  $\kappa(H^-)$  مقید-آزاد با  $\kappa(H)$  متفاوت است. ابتدا با رفتن به طول موجهای کوتاه‌تر افزایش می‌یابد، بیشینه‌ای در حوالی  $8000 \text{ \AA}$  دارد و آن‌گاه به سمت بنفش کاهش می‌یابد. جمع جذبه‌ای آزاد-آزاد و مقید-آزاد کمینه‌ای در حوالی  $16000 \text{ \AA}$  تا  $16500 \text{ \AA}$ ، بسته به دما و اهمیت نسبی جذب آزاد-آزاد و مقید-آزاد، دارد.

پیش از این دیدیم که چگونه می‌توان بستگی ضریب جذب به بسامد را در خورشید به کمک تغییرات شدت از مرکز تا لبه‌ها در بسامدهای مختلف به دست آورد (بخش ۲.۶). حال می‌توان دید که بستگی‌های نظری و تجربی به طول موج در واقع به خوبی سازگارند.

## ۵.۷ جذب هلیم در خورشید

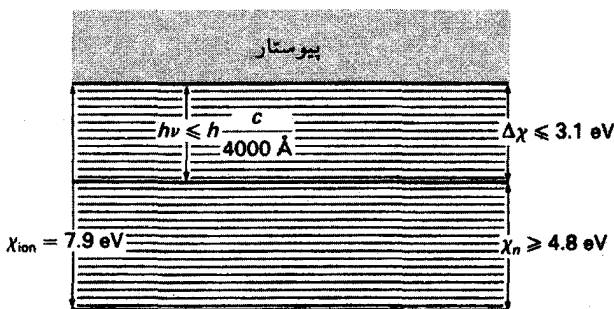
هلیم فراوانترین عنصر بعد از هیدروژن است. آیا اتم هلیم می‌تواند در جذب پیوسته در خورشید یا در سایر ستاره‌ها مهم باشد؟ هلیم دارای انرژی یونش در حدود  $24 \text{ eV}$  است. حالت‌های برانگیخته اول دارای انرژی حدود  $20 \text{ eV}$  هستند. بار دیگر برای دمای خورشید تعداد اتمها در اولین حالت برانگیخته را می‌توان از فرمول بولتزمن محاسبه کرد



شکل ۵.۷ ضریب جذب پیوسته به‌ازای ذره سنگین برای  $\Theta = 0.9$ ، یعنی  $T = 5600$  و  $\log P_e = 1.0$  نشان داده شده است. سهمهای پیوستارهای مقید-آزاد و آزاد-آزاد  $H^-$  مهم هستند. سهم کوچکی از پیوستار بالمر هیدروژن در  $\log \lambda = 3.562$  مرئی است.  $\bar{\kappa}_R$  ضریب جذب میانگین راسلند<sup>۱</sup> است.

$$\log \frac{N_{He}(n=2)}{N_{He}(n=1)} \sim 0.9 - 20.0\theta \approx -16$$

فقط کسر  $10^{-16}$  از اتمهای He می‌تواند در جذب سهیم باشند. چون فراوانی هلیم حدود  $10\%$  هیدروژن است. از  $10^{17}$  اتم هلیم تنها یکی در تراز کوانتومی دوم قرار دارد. جذب هلیم از تراز پایه فقط می‌تواند برای طول موجهای کوچکتر از  $500 \text{ \AA}$ ، که در آن تابش بسیار کمی از خورشید می‌آید، رخ دهد.



شکل ۶.۷ نمودار طرح‌وار تراز انرژی برای آهن، همه اتمهای آهن با انرژیهای برانگیختگی  $\chi_n > 4.8 \text{ eV}$  می‌توانند در گذارهای مقیاس‌آزاد در  $\lambda < 4000 \text{ \AA}$  سهم بگیرند.

### ۶.۷ جذب فلزی در خورشید

حال نظری به فلزات مثل آهن می‌اندازیم. فراوانی آن تقریباً  $10^{-4}$  برابر هیدروژن است. انرژی یونش آن  $7.9 \text{ eV}$  است. می‌خواهیم تعداد اتمهای آهن را که می‌توانند در  $4000 \text{ \AA}$  جذب کنند محاسبه کنیم.  $4000 \text{ \AA}$  مربوط به انرژی  $h\nu$  برابر  $3.1 \text{ eV}$  است. شکل ۶.۷ نشان می‌دهد که اگر اتمها بخواهند در  $4000 \text{ \AA}$  جذب کنند، باید دارای انرژی برانگیختگی بیش از  $4.8 \text{ eV}$  باشند. اتم آهن ترازهای انرژی زیادی دارد. بنابراین می‌توانیم فرض کنیم که یکی از آنها در این انرژی بخصوص است. اگر فرض کنیم که وزنه‌های آماری همه ترازهای مختلف مساوی است، باز می‌توان با استفاده از فرمول بولتزمن برآوردی از تعداد اتمهایی که در تراز با انرژی  $4.8 \text{ eV}$  هستند به دست آورد.

$$\log \frac{\text{Fe}(\chi_n)}{\text{Fe}(\chi = 0)} = -4.8 \times 0.84 = -4.03 \quad \text{یا} \quad \frac{\text{Fe}(\chi_n)}{\text{Fe}(\chi = 0)} = 10^{-4}$$

به نظر می‌رسد که با فراوانی آهن  $10^{-4}$ ،  $N(\text{Fe})/N(\text{H}) \approx 10^{-4}$ ، تعداد اتمهای خنثی Fe که در  $4000 \text{ \AA}$  جذب می‌کنند می‌تواند با تعداد یونهای  $\text{H}^-$  قابل مقایسه باشد. هرچند باید درجه یونش آهن را نیز، که می‌تواند از معادله ساها به دست آید، در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \log \frac{\text{Fe}^+}{\text{Fe}} &= -0.48 + \frac{5}{4} \log T - 7.9 \Theta - \log P_e \\ &= -0.48 + 9.45 - 6.64 - 1.5 = 0.8 \end{aligned}$$

که در آن فرض کرده‌ایم  $2u^+/u \approx 1$ ، که کاملاً صحیح نیست، ما در این مرتبه از محاسبه دارای دقت کافی است.

در جو خورشید، آهن عمدتاً یونیده است. این موضوع، تعداد اتمهای آهن خنثی را تقریباً با ضریب  $10^6$  کم می‌کند. بنابراین، در  $4000 \text{ \AA}$  فلزات مهم نیستند، اما بگذارید برای طول موج  $2000 \text{ \AA}$  برآورد مشابهی را انجام دهیم. این طول موج متناظر با انرژی  $6.2 \text{ eV}$  است. بنابراین، اتمهای آهن به انرژی  $6.2 \text{ eV} - 7.9 \text{ eV} = 1.7 \text{ eV}$  نیاز دارند. طبق فرمول بولتزمن، برای این انرژی برانگیختگی، کسر اتمهای Fe برانگیخته را به دست می‌آوریم

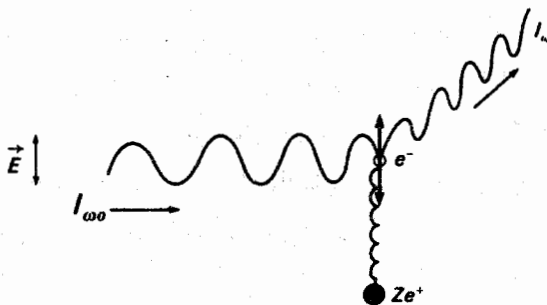
$$\log \frac{\text{Fe}(\chi_n)}{\text{Fe}(\chi = 0)} = -1.7 \times 0.84 = -1.43 \quad \text{یا} \quad \frac{\text{Fe}(\chi_n)}{\text{Fe}(\chi = 0)} = 3.7 \times 10^{-2}$$

با در نظر گرفتن درجه یونش و ضرب آن در نسبت فراوانی Fe، کسر اتمهای Fe را که در  $2000 \text{ \AA}$  جذب می‌کنند نسبت به تعداد اتمهای هیدروژن خنثی حدود  $6 \times 10^{-7}$  به دست می‌آوریم. در حالی که نسبت یونهای  $\text{H}^-$  به اتمهای هیدروژن خنثی، همان‌گونه که در فصل ۳.۷ دیدیم،  $10^{-8} \times 3$  است. برای جذب در  $2000 \text{ \AA}$ ، تعداد اتمهای Fe که در حالت مناسب برانگیختگی قرار گرفته‌اند تقریباً  $20$  برابر یون  $\text{H}^-$  است. بنابراین، در این طول موجهای کوتاه اتمهای فلزی برای جذب بسیار مهمتر از یون  $\text{H}^-$  یا اتم هیدروژن خنثی هستند.

حتی مهمتر از آن جذب توسط اتمهای فلزی در تراز پایه است که برای اتمهای آهن در طول موجهای کوتاهتر از  $1570 \text{ \AA}$  و برای اتمهای Si با انرژی یونش  $8.15 \text{ eV}$  در طول موج  $1520 \text{ \AA}$  رخ می‌دهد. یک ناپیوستگی مشخصی در ضریب جذب در این طول موجها وجود دارد که چنانکه به زودی خواهیم دید به ناپیوستگیهای بسیار مشخص در توزیع انرژیهای ستاره‌های A، F و G می‌انجامد.

## ۷.۷ پراکندگی توسط اتمها و یونها

در تصویر کلاسیک یک اتم می‌توان الکترون را مقید به اتم دانست. هر نیرویی که بخواهد الکترون را از اتم جدا کند با نیروی مخالفی روبرو می‌شود که آن را به محل تعادلش بازمی‌گرداند. این وضعیت مانند تصویر الکترونی است که با نوعی فنر به هسته مقید شده است (شکل ۷.۷). در صورتی که یک نیرو الکترون را بکشد و سپس آن را رها کند، فنر مورد بحث شروع به نوسان می‌کند. این نوسان با ویژه بسامدهای مشخص  $\omega_p = 2\pi\nu_p$  خواهد بود که از نیروی بازگرداننده به دست می‌آید. هرچه فنر سفت‌تر باشد، نوسانها سریعتر خواهد بود. بسامدهای نوسان اتم از نیروهای کولنی هسته به دست می‌آید. برای اتم هیدروژن در حالت پایه بسامدهای خطوط لیمان، ویژه بسامد هستند. با رجوع به تصویر فنرها، می‌توان دید که اگر فنر را با بسامد  $\omega$  به نوسان در آوریم با نزدیک شدن  $\omega$  به هر کدام



شکل ۷.۷ الکترون مقید به هسته یک اتم در میدان الکتریکی  $E$  موج نور با شدت  $I_\omega$  شروع به نوسان می‌کند. این نوسان باعث می‌شود که اتم در کلیه جهتها تابش می‌کند. گسیل  $I_\omega$  دارای بسامد  $\omega$  نوسان واداشته است، یعنی نور گسیل شده همان بسامد باریکه نور اولیه را خواهد داشت. نور پراکنده شده است، اما عمدتاً در جهت‌های عمود بر جهت نوسان.

از بسامدهای تشدید یا ویژه بسامدهای  $\omega_r$ ، دامنه بزرگتر خواهد شد. اگر میرایی وجود نداشته باشد، می‌توان محاسبه کرد که دامنه متناسب با  $(\omega_r^2 - \omega^2)^{-1}$  است. می‌دانیم که نور متشکل از امواج الکترومغناطیسی است، یعنی در حضور نور بر الکترونها مقید به اتم میدان الکتریکی نوسان‌کننده‌ای وارد می‌شود که الکترون مقید را وارد به نوسان می‌کند. دامنه این نوسانها با  $(\omega_r^2 - \omega^2)^{-1}$  متناسب است. الکترون در اتم ویژه بسامدهای  $\omega_r$  زیادی، مانند تمام خطوط لیمان در اتم هیدروژن، دارد. کلیه بسامدهای تشدید در دامنه نوسان سهیم‌اند. احتمال اینکه هر سهم بسامد تشدید با قدرت نوسان  $f_r$  داده شود. بیانگر این احتمال است که اتم طول موج مشخصی را جذب یا گسیل کند. البته، این قدرت نوسانگر  $f_r$  همان کمیتی است که شدت نسبی خطوط لیمان را به دست می‌دهد. اگر الکترونی نوسان کند، شتابدار می‌شود. هر بار شتابدار تابش می‌کند؛ پس الکترون نوسان‌کننده نیز تابش می‌کند. شدت تابنده متناسب با مربع شتاب است، که اگر جابه‌جایی با  $x$  نشان داده شود، برابر  $\ddot{x}$  است. جابه‌جایی نوسانی  $x$  را به صورت زیر نشان می‌دهیم

$$x = A \cos \omega t, \quad \omega = 2\pi\nu \quad \text{که در آن}$$

پس

$$\dot{x} = -\omega A \sin \omega t$$

که نتیجه می‌دهد

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \cos \omega t \quad (18.7)$$

از این رو شدت تابیده متناسب است با

$$\ddot{x}^2 = x^2 \omega^4 \quad (۱۹.۷)$$

اگر میرایی را نادیده بگیریم، گسیل مربوط به هر ویژه بسامد  $\omega_r$  عبارت خواهد بود از

$$\text{گسیل} = I_\omega \propto \frac{\omega^4}{(\omega_r^2 - \omega^2)^2} \quad (۲۰.۷)$$

همانگونه که قبلاً گفتیم، در اتم هیدروژن خنثی، بسامدهای تشدیدی مربوط به خطوط لیمان است که در فراینش دور هستند. بنابراین، برای ناحیه اپتیکی داریم  $\omega \gg \omega_r$  به طوری که ضریب پراکندگی، که ضریب پراکندگی ریلی  $\sigma_R$  نیز خوانده می شود، عبارت است از

$$\sigma_R \propto C \sum_r f_r \left( \frac{\omega^2}{\omega_r^2 - \omega^2} \right)^2 \approx \sum_r C \frac{f_r \omega^4}{\omega_r^4} \quad (۲۱.۷)$$

که در آن باز هم میرایی را نادیده گرفته ایم. می توانیم به جای رابطه بالا رابطه زیر را بنویسیم

$$\sigma_R = C \frac{\omega^4}{\bar{\omega}_r^4}$$

که در آن از تعریف زیر استفاده کرده ایم

$$\frac{1}{\bar{\omega}_r^4} = \sum_r \frac{f_r}{\omega_r^4}, \quad C = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \quad (۲۲.۷)$$

$m$  و  $e$  باز هم جرم و بار الکترون هستند. چون در اتم هیدروژن برای همه گذارها از تراز پایه  $\sum f_r = 1$  است، می توان دریافت که  $\bar{\omega}_r = \omega_0$  فقط کمی با  $\omega$  خط لیمان متفاوت است؛ و در عمل مربوط به طول موج  $1026 \text{ \AA}$  است. خط  $\alpha$  لیمان طول موجی برابر  $1215 \text{ \AA}$  دارد. عبارت نهایی برای ضریب پراکندگی ریلی  $\sigma_R$  عبارت است از

$$\sigma_R \text{ در هر اتم} = C \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 = C \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^4 \propto \frac{1}{\lambda^4} \quad (۲۳.۷)$$

یعنی،  $\sigma_R$  با شیب تند به طرف آبی افزایش می یابد.

نور آسمان ما نور خورشید پراکنده شده است؛ این نور را مولکولهای جو پراکنده کرده اند. از معادله (۲۳.۷) می بینیم که ضریب پراکندگی با شیب تند در جهت طول موجهای کوتاهتر افزایش



می‌یابد. مقدار نور پراکنده شده‌ای را که در آسمان می‌بینیم نیز در جهت طول موجهای کوتاهتر، یعنی در جهت آبی، با شیب تند می‌یابد. بنابراین، آسمان آبی به نظر می‌رسد. در تصویر جدید از اتمها، دوست داریم که فکر کنیم پراکندگی ریلی در اتمهای هیدروژن، مجموع همپوشانی لبه‌های خط لیمان است. اگرچه، تنها کسر خالص پراکندگی در نظر گرفته شده است. خط  $\alpha$  لیمان مهمترین خط است.

## ۸.۷ پراکندگی تامسون از الکترونهاى آزاد

هنوز باید الکترونهاى را که مقید به یک اتم نیستند در نظر بگیریم. هیچ نیروی بازگرداننده‌ای وجود ندارد؛ ویژه بسامدهای آنها صفر است. بنابراین، طبق معادله (۲۰.۷) به دست می‌آوریم که

$$\sigma_{e1} \propto C \frac{\omega^4}{\omega^4} = C \quad (24.7)$$

یعنی ضریب پراکندگی مستقل از طول موج است. مقدار  $C$  همان ضریب معادله (۲۲.۷) است. این ضریب به ازای هر الکترون برابر است با

$$\sigma_{e1} = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \quad (25.7)$$

یا

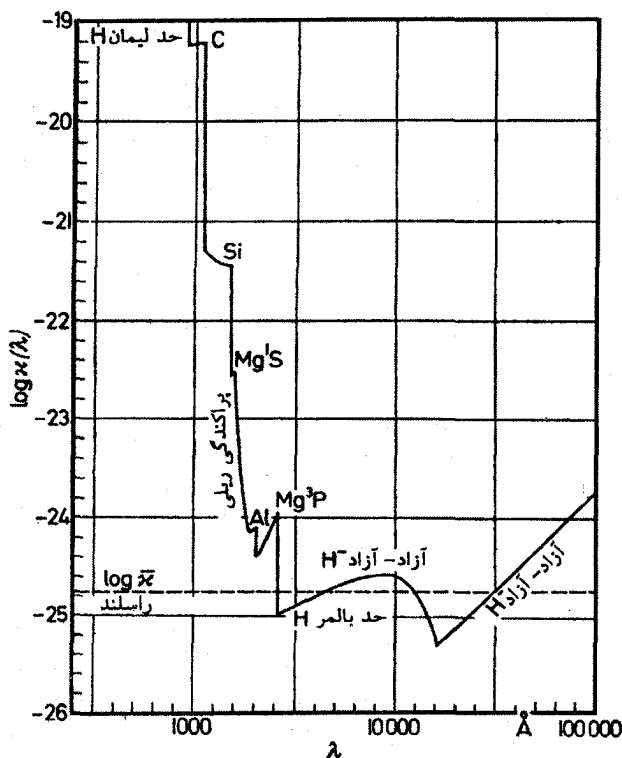
$$\sigma_{e1} = 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

این ضریب پراکندگی تامسون است. پس ضریب پراکندگی ریلی را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\sigma_R = \sigma_{e1} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 \quad (26.7)$$

محاسبات کوانتوم مکانیکی مقادیر نسبتاً کمتری را نشان می‌دهند، مخصوصاً اگر بسامدها نزدیک به بسامدهای تشدید باشند. باید میرایی ناشی از تابش را در نظر بگیریم.

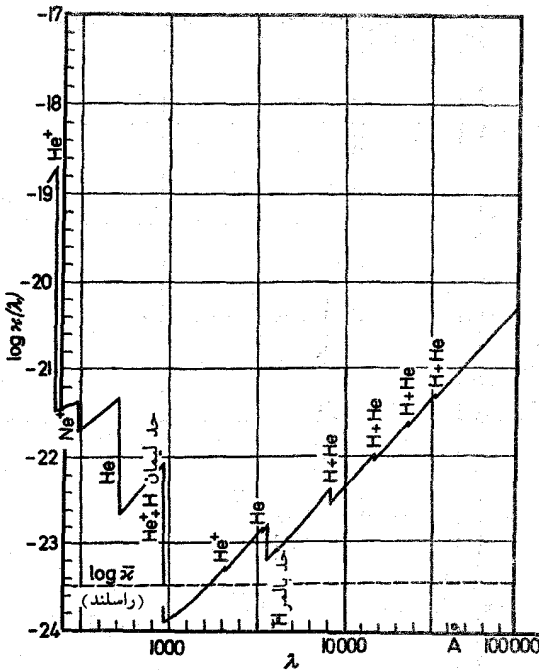
به صورت عددی، ضریب پراکندگی الکترون به ازای هر الکترون آزاد  $\sigma_{e1} = 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$  به دست می‌آید. ضریب جذب در هر اتم هیدروژن خنثی در حد لیمان از مرتبه  $10^{-17} \text{ cm}^2$  است. تعداد الکترونهاى آزاد در جو خورشید در مقایسه با تعداد اتمهای هیدروژن تقریباً از نسبت فشار الکترون به فشار گاز که  $3 \times 10^{-2}$  است به دست می‌آید. در مقایسه با فراوانی یونهای  $\text{H}^-$



شکل ۸.۷ وابستگی ضریب جذب پیوسته به‌ازای هر ذره به طول موج برای  $(\Theta = 1,0)$   $T_{\text{eff}} = 5040 \text{ K}$  و  $\log P_e = 0$  نشان داده شده است.

الکترونها فراوانتر هستند، اما چون ضریب پراکندگی آنها بسیار کمتر از ضریب جذب در اتم یا یون در حالت پایه است، پراکندگی الکترون در جو خورشید مهم نیست. اما برای ستارگان که در آنها کلیه اتمها یونیده هستند موضوع فرق می‌کند. با در نظر گرفتن پراکندگی ریلی از اتمهای هیدروژن، به این علت که اتمهای هیدروژن در خورشید بسیار فراوانتر از الکترونها هستند عدد  $3 \times 10^3$  را به دست می‌آوریم در طول موجهای کوتاهتر یعنی  $3000 \text{ \AA} \ll \lambda$  سهم پراکندگی ریلی در خورشید غیرقابل چشمپوشی است، اگرچه ضرایب جذب فلزی غالباً بزرگتر از ضریب پراکندگی ریلی هستند.

روی هم رفته، ضرایب جذب در جو خورشید در شکل ۸.۷ نشان داده شده است، که شباهت نزدیکی به شدت وابستگی به طول موج دارد که چالونگ و کورگانوف (۱۹۴۶) برای جو خورشید به‌طور تجربی به دست آورده‌اند.



شکل ۹.۷ ضریب جذب پیوسته به ازای هر ذره بر حسب طول موج در دمای  $28300\text{K}$  و  $\log P_e = 3.5$  نشان داده شده است که برای ستاره رشته اصلی  $B^0$  مناسب است.

### ۹.۷ ضریب جذب ستارگان A و B

در دماهای خورشیدی، چون فقط اتمهای هیدروژن در سومین تراز کوانتومی می‌تواند در ناحیهٔ مرفی جذب کنند، درمی‌یابیم که یون  $H^-$  باید سهم بیشتری در جذب پیوسته داشته باشد. در دماهای خورشیدی تعداد اتمهای هیدروژن در سومین تراز کوانتومی بسیار کم است. برای ستارگان با دماهای بالاتر، این حالت ممکن است متفاوت باشد.

حال در یک ستاره A با  $10000\text{K}$ ،  $\log P_e = 3.0$  و  $\log T = 4.0$  و  $\Theta = 0.5$  به این موضوع می‌پردازیم.

اکنون برای تعداد یونهای  $H^-$  به دست می‌آوریم

$$\log \frac{N(H)}{N(H^-)} = 0.6 - 0.48 + 10.0 - 0.35 - 3.0 \approx +6.8$$

نسبت  $H^-/H$  در مقایسه با خورشید فقط ۵ برابر کم می‌شود. هرچند اگر تعداد اتمهای هیدروژن

را در تراز  $n = 3$  یعنی تراز پاشن محاسبه کنیم به دست می آوریم

$$\log \frac{N_H(n=3)}{N_H(n=1)} = 0.95 - 12.10 = 0.95 - 6.05 = -5.10$$

این تعداد  $10^4$  برابر افزایش می یابد. اکنون تراز پاشن، اتم هیدروژن  $10^6$  برابر بیشتر از یونهای  $H^-$  وجود دارد. پس جذب هیدروژن خنثی بسیار مهمتر از جذب  $H^-$  است. بنابراین در ستاره A ناپیوستگیهای بزرگی در  $K$  در حد پاشن و بالمر می یابیم.

در شکل ۹.۷ بستگی ضریب جذب به طول موج را برای دمای  $28300 \text{ K}$  و فشار الکترونی  $\log P_e = 3.5$  نشان داده ایم. این مقادیر برای یک ستاره  $B^0$  در رشته اصلی مناسب هستند. ضریب جذب هیدروژن هنوز بیشترین اهمیت را در ناحیه مرئی دارد. در طول موجهای بسیار کوتاه جذب هلیوم قابل توجه می شود. در نقطه های پایین جذب هیدروژن، مثلاً حدود  $3700 \text{ \AA}$ ، درست قبل از لبه جذب بالمر، پراکندگی  $\sigma_{e1}$  قرار می گیرد. برای دماهای زیادتر پراکندگی الکترون به طور فزاینده ای با اهمیت تر می شود.

در آینده وقتی درباره  $K$  پیوسته صحبت می کنیم همیشه پراکندگی ریلی و الکترون مورد نظر است.



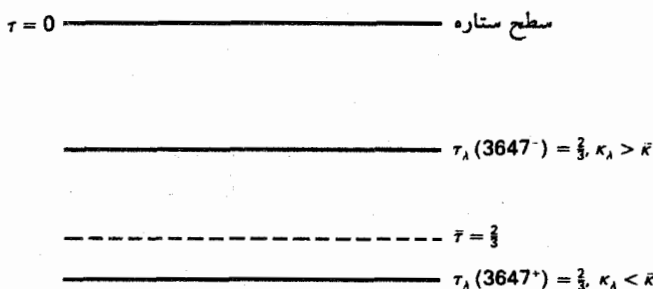
# تأثیر خاکستری نبودن ضریب جذب

۱.۸ پیوستار توزیع انرژی  
قبلاً دیدیم که برای یک تابع چشمه خطی

$$F_{\lambda} = S_{\lambda} \left( \tau_{\lambda} = \frac{2}{3} \right) \quad (1.8)$$

که رابطه ادینگتون-باربیر<sup>۱</sup> خوانده می‌شود. برای مورد خاکستری که در آن  $\tau_{\lambda} = \tau$  است، لایه با  $\tau_{\lambda} = \frac{2}{3}$  همیشه مربوط به عمق هندسی یکسان است. اما اگر  $\kappa_{\lambda}$  تابع طول موج باشد این موضوع دیگر صادق نیست. به  $\kappa_{\lambda}$  در ستاره B<sup>0</sup> توجه کنید (شکل ۹.۷). در  $\lambda = 3647^{+}$ ،  $\kappa_{\lambda}$  کمتر از میانگین است؛ در  $\lambda = 3647^{-}$ ،  $\kappa_{\lambda}$  سیار بیشتر از میانگین است. در شکل ۱.۸ این وضعیت را نشان داده‌ایم.

در  $\lambda = 3647^{+}$ ، یعنی، در طرف طول موج بلند ناپوستگی، لایه با  $\tau_{\lambda} = \frac{2}{3}$  مربوط به عمق اپتیکی  $t_{\lambda}$  است که



شکل ۱.۸ برای طول موجهایی با  $\kappa_\lambda$  زیاد، لایه‌های بالایی با دماهای کم را می‌بینیم. برای طول موجهای با  $\kappa_\lambda$  کوچک لایه‌های عمیق با  $T$  زیاد را می‌بینیم.  $\bar{\tau}$  عمق اپتیکی مربوط به  $\bar{\kappa}$  است.

$$t_\lambda = \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_\lambda(3647^+)} \quad (2.8)$$

و بزرگتر از عمق هندسی میانگین مشاهده شده یعنی

$$t = \frac{2}{3} \frac{1}{\bar{\kappa}} \quad (3.8)$$

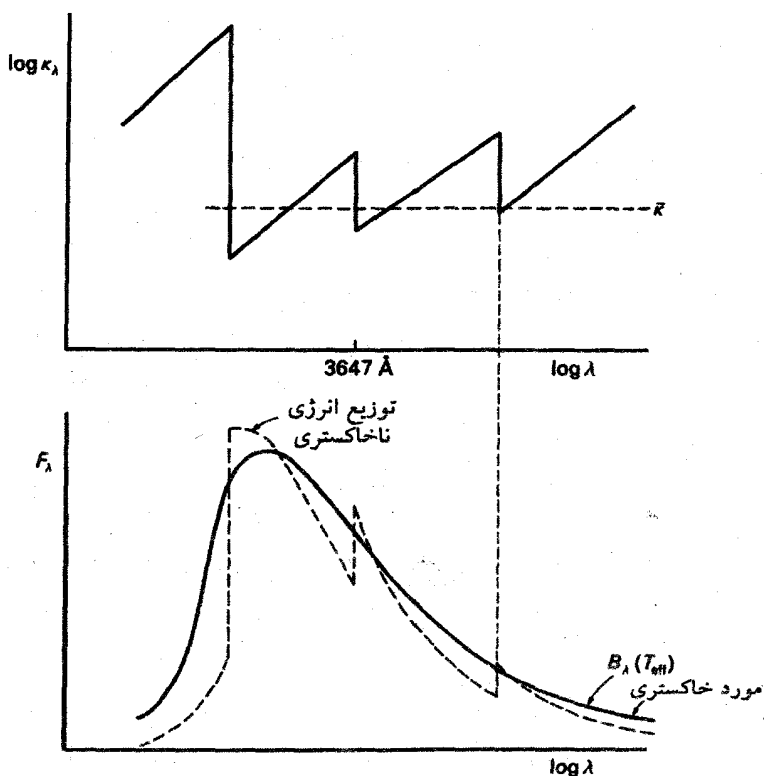
است که در آن  $\bar{\kappa}$  ضریب جذب میانگین، روی طول موجهاست. بنابراین، در این طول موج  $3647^+ \text{ \AA}$  تابش را از لایه‌ای عمیقتر از عمق هندسی میانگین به دست می‌آوریم در لایه عمیقتر، تابع چشمه و دما بزرگترند و در نتیجه از این طول موج با  $\kappa_\lambda$  کوچک تابشی بیشتری از تابش جو خاکستری با  $\bar{\kappa} = \kappa$  به دست می‌آوریم.

از سوی دیگر، در  $\lambda = 3647^- \text{ \AA}$  یعنی در سمت طول موج کوتاه ناپیوستگی بالمر که در آن  $\kappa_\lambda$  بزرگتر از  $\bar{\kappa}$  است، تابشی را از تراز بالاتر به دست می‌آوریم که  $T$  و  $S_\lambda$  آن کوچکتر از حالت  $\bar{\tau} = \frac{2}{3}$  است، و تابش کمتری نسبت به خاکستری با  $\bar{\kappa} = \kappa$  دریافت می‌کنیم. در اینجا  $\bar{\tau}$  عمق اپتیکی مربوط به  $\bar{\kappa}$  است.

در شکل ۲.۸ بستگی  $\kappa_\lambda$  و  $F_\lambda$  را به طول موج نشان داده‌ایم. توزیع شار  $F_\lambda$  تصویر آینه‌ای توزیع طول موج  $\kappa_\lambda$  است. در طول موجهایی که  $\kappa_\lambda$  ناپیوسته است، ناپیوستگیهایی در پیوستار توزیع انرژی می‌بایم.

## ۲.۸ بستگی ناپیوستگی بالمر به دما و چگالی الکترون

برای ستاره‌های F و G ناپیوستگی در لبه جذب بالمر از نسبت ضریب جذب در قسمت طول



شکل ۲.۸ نمودار طرح‌وار که تأثیر خاکستری نبودن ضریب جذب هیدروژن بر توزیع انرژی رصدشده ستاره را نشان می‌دهد.

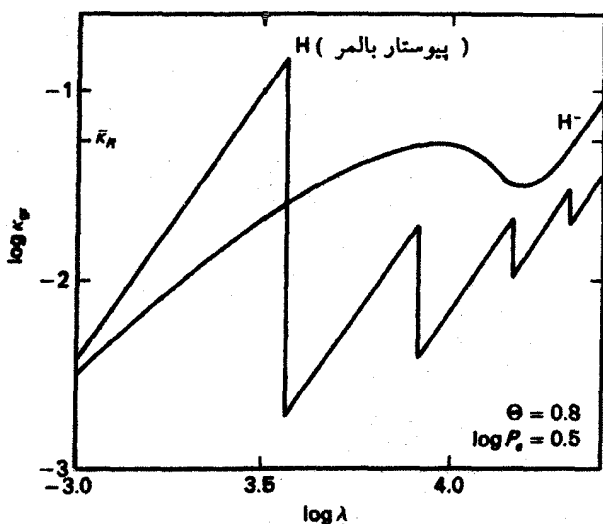
موج بلند، که مربوط به  $H^-$  است، به ضریب جذب در بخش طول موج کوتاه، که مربوط به جمع جذب  $H^-$  و جذب  $H$  از دومین تراز کوانتومی است، محاسبه می‌شود (شکل ۳.۸). یعنی

$$\frac{\kappa(3647^+)}{\kappa(3647^-)} = \frac{\kappa(H^-)N(H^-)}{\kappa(H^-)N(H^-) + \kappa^-(H)N_H(n=2)} \quad (4.8)$$

در اینجا  $\kappa(H^-)$  و  $\kappa^-(H)$  به ترتیب ضرایب جذب هیدروژن به‌ازای هر اتم  $H$  تراز  $n=2$ ، و جذب  $H^-$  به‌ازای هر یون  $H^-$ ، در طرف طول موج کوتاه  $3647\text{\AA}$  است. از معادله ساها می‌دانیم که

$$N(H^-) = f(T)N_H(n=1)n_e$$

که در آن  $n_e$  تعداد الکترونها در هر  $\text{cm}^3$ ، چگالی الکترون نیز خوانده می‌شود، و  $f(T)$  تابع



شکل ۳.۸ ضرایب جذب پیوسته  $\kappa$  به ازای هر گرم هیدروژن و یون منفی هیدروژن  $H^-$  در دمای  $6300\text{ K}$  و فشار الکترونی  $\log P_e = 0.5$ . برای  $\lambda < 3647\text{ \AA}$ ،  $\kappa$  را عمدتاً هیدروژن خنثی تعیین می‌کند، در حالی‌که برای  $\lambda > 3647\text{ \AA}$ ،  $\kappa$  از  $H^-$  به دست می‌آید.

کند تغییری از  $T$  است. آنگاه به دست می‌آوریم

$$\frac{\kappa(3647^+)}{\kappa(3647^-)} = \frac{\kappa(H^-)N_H(n=1)n_e f(T)}{\kappa(H^-)N_H(n=1)n_e f(T) + \kappa^-(H)N_H(n=2)} \quad (5.8)$$

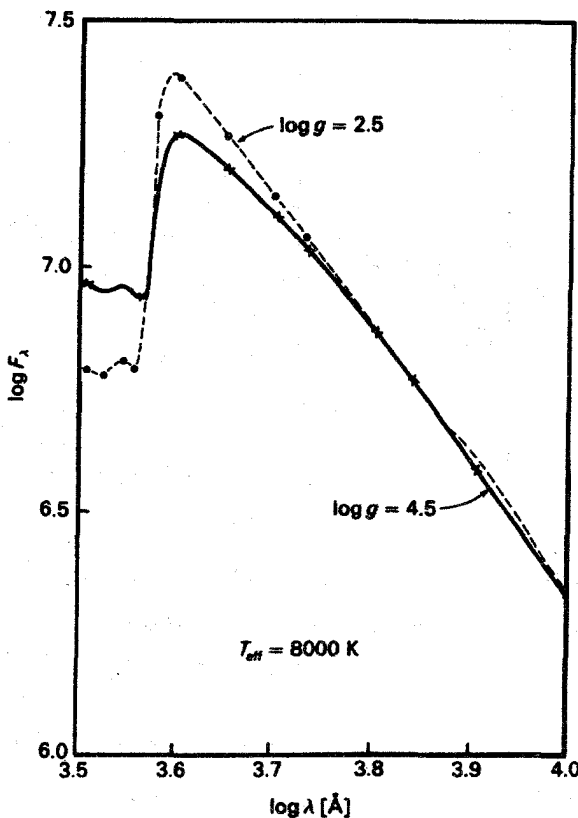
معمولاً، ناپیوستگی معیاری از دما و چگالی الکترون است و می‌تواند برای محاسبه یکی از آنها به کار رود.

برای ستارگان F، سهم  $H^-$  در جذب طول موج کوتاه  $\lambda = 3647\text{ \AA}$  بسیار کوچک است. در این حالت، معادله (5.8) به معادله زیر تبدیل می‌شود

$$\frac{\kappa(3647^+)}{\kappa(3647^-)} = \frac{\kappa(H^-)N_H(n=1)n_e f(T)}{\kappa^-(H)N_H(n=2)} \propto \frac{N_H(n=1)}{N_H(n=2)} n_e \quad (6.8)$$

در ستارگان سرد ناپیوستگی بالمر تابع دما و چگالی الکترون است. اگر بتوانیم دما را از یک رصد دیگر محاسبه کنیم، می‌توانیم چگالی الکترون را از این ناپیوستگی به دست آوریم. با افزایش چگالی الکترون ناپیوستگی کوچکتر می‌شود زیرا برای چگالیهای الکترونی بالاتر یونهای  $H^-$  بیشتری شکل می‌گیرد و جذب  $H^-$  افزایش می‌یابد. در شکل ۴.۸ توزیع انرژی یک ستاره  $F^0$  را با یک غول





شکل ۴.۸ شار تابشی  $F_\lambda [\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{\AA}^{-1}]$  برحسب طول موج برای یک ستاره رشته اصلی با  $\log g = 4.5$  (خط ممتد) و برای یک غول درخشان با  $\log g = 2.5$  (منحنی خط چین) نشان داده شده است. غول درخشان به علت سهم کوچکتر  $\text{H}^-$  در ضریب جذب دارای پرش بالمر بسیار بزرگتری است.

درخشان  $\text{F}^\circ \text{II}$  مقایسه کرده‌ایم. ناپیوستگی بالمر در غول درخشان بزرگتر است.

جذب  $\text{H}^-$  در ستاره‌های داغتر از  $9000 \text{ K}$  در مقایسه با جذب هیدروژن قابل چشمپوشی است. ضریب جذب، در قسمت طول موج بلند ناپیوستگی بالمر که پرش بالمر نیز خوانده می‌شود، مربوط به جذب اتمهای هیدروژن در سومین تراز کوانتومی است، در حالی که ضریب جذب در بخش طول موج کوتاه اغلب به جذب هیدروژن از اتمها در دومین تراز کوانتومی است. بنابراین نسبت ضرایب جذب عبارت خواهد بود از

$$\frac{\kappa(3647^+)}{\kappa(3647^-)} \approx \frac{\kappa^+(\text{H})N_{\text{H}}(n=3)}{\kappa^-(\text{H})N_{\text{H}}(n=2)} \quad (7.8)$$

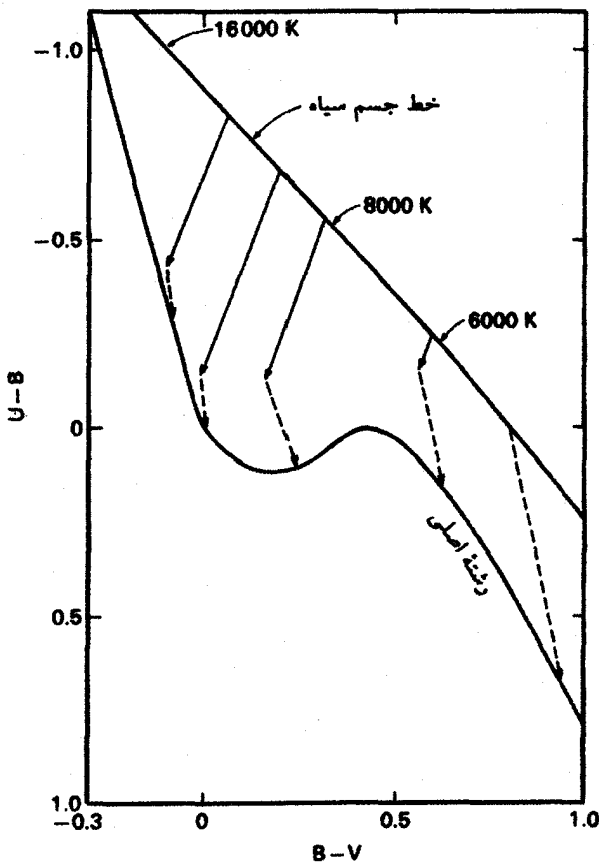
که  $\kappa^+(\text{H})$  ضریب جذب هیدروژن به‌ازای هر اتم جاذب در بخش طول موج بلند پرش بالمر و  $\kappa^-(\text{H})$  همان ضریب در قسمت طول موج کوتاه است. در دماهای بالاتر پرش بالمر تنها به نسبت اتمهای هیدروژن در تراز دوم و سوم بستگی دارد که طبق فرمول بولتزمن، فقط تابعی از دماست. پس برای ستارگان داغ دما را می‌توان به تنهایی از پرش بالمر تعیین کرد.

در دماهای باز هم بالاتر و برای ابرغولها پراکندگی الکترون در ابتدا در بخش طول موج بلند ناپیوستگی بالمر، و در دماهای باز هم بالاتر در قسمت طول موج کوتاه آن دارای اهمیت می‌شود. این وضعیت ناپیوستگی بالمر را کم می‌کند. در این حالت ناپیوستگی مجدداً هم به دما و هم به چگالی الکترون بستگی پیدا می‌کند.

### ۳.۸ تأثیر پرش بالمر بر رنگهای UBV

شکل ۷.۱ نمودار دو رنگ جسم سیاه را در دماهای مختلف نشان می‌دهد. در جو خاکستری که تابش آن را در تمامی طول موجها از یک عمق ( $\tau = \frac{1}{2}$ ) به‌دست آوردیم، در کلیه طول موجها تابش مربوط به دمای این عمق را می‌بینیم. اگر  $S_\lambda = B_\lambda(T)$  باشد، توزیع انرژی مشاهده‌شده باید توزیع انرژی یک جسم سیاه در دمای آن لایه باشد. همان‌طور که در بخش ۴.۶ دیدیم، دما در  $\tau = \frac{1}{2}$  برابر دمای مؤثر است. پس توزیع انرژی در یک جو خاکستری باید با توزیع انرژی یک جسم سیاه با  $T = T_{\text{eff}}$  متناظر باشد. نگاهی به شکل ۷.۱ نشان می‌دهد که رنگ ستارگان با رنگ جسمهای سیاه متناظر نیست. بدیهی است که ستارگان جو خاکستری ندارند. مشاهده می‌کنیم که تغییرات ضرایب جذب پیوسته چقدر می‌تواند بزرگ باشد. در شکل ۲.۸ می‌بینیم که چگونه توزیع انرژی واقعی ستاره‌ای از توزیع انرژی مربوط به اجسام سیاه منحرف می‌شود. در ناحیه‌ای از طول موج که  $\kappa_\lambda$  کوچک است تابش بیشتری دریافت می‌کنیم، که معمولاً همان حالت مربوط به قسمت طول موج بلند ناپیوستگی بالمر است. بنابراین، در ناحیه آبی، عموماً انرژی بیشتری نسبت به حالت جو خاکستری دریافت می‌کنیم. این مطلب درباره ناحیه مرئی صادق نیست. از این رو، انتظار داریم که اگر فقط توزیع انرژی را در پیوستار در نظر بگیریم، جوهای غیر خاکستری دست‌کم آبی‌تر از جوهای خاکستری به‌نظر برسند.

در طول موجهای کوتاه‌تر از  $3647\text{\AA}$ ، هنگامی که به طیفهای ستاره‌های A، B، و F نگاه می‌کنیم، انرژی به میزان زیادی کاهش یافته است. این موضوع به‌علت جذب شدید در اتمهای هیدروژن در دومین تراز کوانتومی در این ستاره‌هاست. صافی U، که برای تشخیص رنگ U به‌کار می‌رود، نسبت به تابش در هر دو طرف ناپیوستگی بالمر حساس است. در حالی که در طرف طول



شکل ۵.۸ نمودار دو رنگ برای ستارگان رشته اصلی و برای اجسام سیاه نشان داده شده است. پیکانهای ممتد به طور کیفی نشان می‌دهد که چگونه رنگهای ستارگان خاکستری (اجسام سیاه) براثر ناپیوستگی بالمر تغییر می‌کند. پیکانهای خط چین نشان می‌دهند که چگونه جذب خطی رنگها را به صورت کیفی تغییر می‌دهد. ناپیوستگی بالمر برای ستاره‌های داغ مهمتر از جذب خط است. برای ستاره‌های سرد جذب خط بسیار مهم می‌شود. در حالی که ناپیوستگی بالمر از میان می‌رود.

موج بلند ناپیوستگی بالمر، تابش قدری بیشتر است، در بخش طول موج کوتاه شار به شدت کاهش می‌یابد. این کاهش شدیدتر از افزایش در سمت طول موج بلند است. به دلیل ناپیوستگی بالمر رنگهای  $B - U$  سرخ‌تر می‌شوند، یعنی پوزیتیو تر می‌شوند در حالی که رنگهای  $V - B$  کوچکتر می‌شوند. تغییرات رنگها برای ستاره‌های  $A$  با پرش بالمر شدیدتر است. در شکل ۵.۸ به طور کیفی و به کمک پیکانهای پرنگ نشان داده‌ایم که چگونه رنگهای پیوستار با توجه به جذب بالمر تغییر می‌کند.

تغییرات اضافی و شدید  $K_{\lambda}$  با طول موج با خطوطی از طیف نشان داده می‌شود که در آنها ضریب جذب به مقادیر زیاد تغییر می‌کند. در فصلهای ۱۰ و ۱۱ شکل‌گیری خطوط طیفی را شرح خواهیم داد، در اینجا فقط بیان می‌کنیم که کدام یک از تغییرات رنگ بر مبنای خطوط طیفی توجیه می‌شود. پیش از این دیدیم که این تغییرات برای سرخ‌ترین یا سردترین ستاره‌ها از همه شدیدتر است. بنابراین، رنگ این ستاره‌ها به شدت تحت تأثیر جذب خط طیفی قرار می‌گیرد. همچنین، مشاهده می‌کنیم که در ناحیه آبی تعداد خطوط بیشتر از ناحیه مرئی است و در ناحیه فرابنفش تعداد خط‌های باز هم بیشتر است. پس جذب خط باعث می‌شود که تمامی رنگ‌ها سرخ‌تر به نظر آیند. این تغییر رنگ با تغییر رنگ ناشی از تغییرات  $K$  پیوسته برهم‌نهاد می‌شوند. در ستاره‌های از نوع طیفی پس از F این برهم‌نهی بسیار شدید می‌شود. در مورد ستارگان از نوع طیفی پیش از F، این برهم‌نهی تأثیر کمتری دارد. در شکل ۵.۸ تغییرات رنگ ستاره‌های سرد به علت جذب خط آنها را با پیکانهای خط چین نشان داده‌ایم.

## ۴.۸ تأثیر خاکستری نبودن در لایه‌بندی دما

### ۱.۴.۸ ضریب جذب میانگین $\bar{K}$

در صورتی که مقدار میانگین مناسبی برای  $\bar{K}$  و  $\bar{\tau}$  متناظر با آن انتخاب کنیم، شاید انتظار داشته باشیم که لایه‌بندی دمایی خاکستری هنوز تقریب خوبی باشد. چگونه می‌توان  $\bar{K}$  را به گونه‌ای محاسبه کرد تا لایه‌بندی دمای خاکستری تقریب خوبی باشد؟ از آنجایی که شار لایه‌بندی دما را مشخص می‌کند، این شار باید به درستی به دست آید. بنابراین نیاز داریم  $\int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda$  برای حالت غیر خاکستری و تقریب خاکستری یکسان باشد.

همانند حالت خاکستری، باید بنویسیم

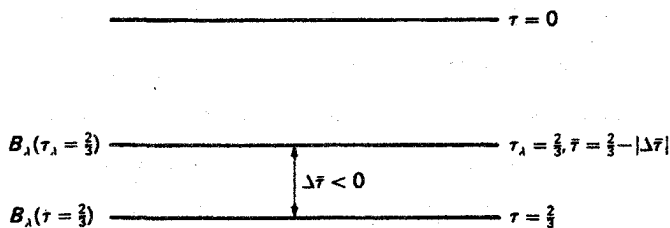
$$S = B = \frac{3}{4} F(\bar{\tau} + q(\bar{\tau})) \simeq \frac{3}{4} F\left(\bar{\tau} + \frac{2}{3}\right) \quad \text{یا} \quad F = B\left(\bar{\tau} = \frac{2}{3}\right) \quad (۸.۸)$$

پیش از این برای تابع چشمه خطی، یعنی  $S_{\lambda} = a + b\tau_{\lambda}$  دیدیم که در سطح

$$F = \int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} B_{\lambda}\left(\tau_{\lambda} = \frac{2}{3}\right) d\lambda \quad (۹.۸)$$

این باید برابر با مقداری باشد که در حالت خاکستری به دست آوردیم:

$$\int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} B_{\lambda}\left(\bar{\tau} = \frac{2}{3}\right) d\lambda \quad (۱۰.۸)$$



شکل ۶.۸ مشاهده می‌کنیم که  $B_{\lambda}(\tau_{\lambda} = \frac{2}{3}) = B_{\lambda}(\bar{\tau} = \frac{2}{3}) + dB_{\lambda}/d\tau_{\lambda} \Delta\bar{\tau}(\tau_{\lambda} = \frac{2}{3})$  با  $\Delta\bar{\tau} < 0$ .

همان‌گونه که از شکل ۶.۸ دیده می‌شود می‌توان  $B_{\lambda}(\tau_{\lambda} = \frac{2}{3})$  را با بسط تیلور حول لایه  $\tau = \frac{2}{3}$  بیان کرد. به دست می‌آوریم

$$B_{\lambda} \left( \tau_{\lambda} = \frac{2}{3} \right) = B_{\lambda} \left( \bar{\tau} = \frac{2}{3} \right) + \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} \Delta\bar{\tau} \quad (11.8)$$

که مشتق در آن باید در عمق  $\bar{\tau} = \frac{2}{3}$  گرفته شود. با فرض اینکه  $\kappa_{\lambda}/\bar{\kappa}$  مستقل از عمق است، به دست می‌آوریم

$$\frac{\tau_{\lambda}}{\bar{\tau}} = \frac{\kappa_{\lambda}}{\bar{\kappa}} \quad \text{و} \quad \bar{\tau} = \tau_{\lambda} \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_{\lambda}} \quad (12.8)$$

آن‌گاه طبق تعریف  $\Delta\bar{\tau}$  (شکل ۶.۸) در  $\tau_{\lambda} = \frac{2}{3}$  خواهیم داشت

$$\bar{\tau} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_{\lambda}} = \frac{2}{3} + \Delta\bar{\tau} \quad (13.8)$$

از این رابطه به دست می‌آوریم

$$\Delta\bar{\tau} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_{\lambda}} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \left( \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_{\lambda}} - 1 \right) \quad (14.8)$$

آن‌گاه شرط (۹.۸) برای  $F_{\lambda}$  منجر می‌شود به

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} B_{\lambda} \left( \tau_{\lambda} = \frac{2}{3} \right) d\lambda &= \int_0^{\infty} B_{\lambda} \left( \bar{\tau} = \frac{2}{3} \right) d\lambda + \int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} \times \frac{2}{3} \left( \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_{\lambda}} - 1 \right) d\lambda \\ &= \int_0^{\infty} B_{\lambda} \left( \bar{\tau} = \frac{2}{3} \right) d\lambda \end{aligned} \quad (15.8)$$

برای آنکه رابطه بالا صادق باشد نیاز داریم که

$$\int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} \frac{2}{3} \left( \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_{\lambda}} - 1 \right) d\lambda = 0 \quad \text{یا} \quad \int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_{\lambda}} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} d\lambda \quad (16.8)$$

یا اینکه پس از تقسیم دو طرف بر  $\bar{\kappa}$

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} \int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\lambda}} \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} d\lambda \quad \text{با} \quad \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} = \frac{dB_{\lambda}}{dT} \frac{dT}{d\bar{\tau}} \quad (17.8)$$

این رهنمود تعیین  $\bar{\kappa}$  است که در اینجا آن را در سطح برای تابع چشمه‌ای با وابستگی خطی به عمق و  $\kappa_{\lambda}/\bar{\kappa}$  مستقل از عمق به دست آوریم.

اگر از معادله انتقال (۳.۵) پس از انتگرال‌گیری روی  $d\omega$  شروع کنیم می‌توانیم وضعیت مشابهی را برای لایه‌های عمیقتر به دست آوریم

$$\frac{d}{d\tau_{\lambda}} \frac{1}{4} F_{\lambda} = J_{\lambda} - S_{\lambda} \quad (18.8)$$

یا، اگر ابتدا آن را در  $\cos \vartheta$  ضرب و پس از انتگرال‌گیری روی  $\omega$  تقسیم بر  $\pi$  کنیم، با تقریب ادینگتون  $K_{\lambda} = \frac{1}{4} J_{\lambda}$  (که برای میدان تابش همسانگرد به کار می‌رود) برای لایه عمیقتر که  $J_{\lambda} \approx B_{\lambda}$  است به دست می‌آوریم

$$\frac{dK_{\lambda}}{d\tau_{\lambda}} = \frac{1}{4} F_{\lambda} = \frac{1}{3} \frac{dB_{\lambda}}{d\tau_{\lambda}} \quad (19.8)$$

یا با بازنویسی بخش دوم معادله خواهیم داشت

$$F_{\lambda} = \frac{4}{3} \frac{dB_{\lambda}}{d\tau_{\lambda}} \quad (20.8)$$

این یک رابطه بسیار مهم بین  $F_{\lambda}$  و گرادیان تابع چشمه است. حال از شرط

$$\int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda = F \quad (\text{تیره}) \quad (21.8)$$

به دست می‌آوریم

$$\frac{3}{4} \int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{d\tau_{\lambda}} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{d\bar{\tau}} d\lambda \quad \text{با} \quad \frac{3}{4} F = \frac{dB}{d\bar{\tau}} \quad (22.8)$$

که نتیجه می‌دهد

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\lambda}} \frac{dB_{\lambda}}{dt} d\lambda = \frac{1}{\bar{\kappa}} \int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{dt} d\lambda \quad (23.A)$$

که همان رهنمود بالاست، باز با استفاده از

$$\frac{dB_{\lambda}}{dt} = \frac{dB_{\lambda}}{dT} \frac{dT}{dt} \quad \text{با} \quad \frac{dB}{dt} = \frac{dB}{dT} \frac{dT}{dt}$$

به دست می‌آوریم

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\lambda}} \frac{dB_{\lambda}}{dT} d\lambda}{\int_0^{\infty} \frac{dB_{\lambda}}{dT} d\lambda} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\lambda}} G'_{\lambda}(T) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\lambda}} G(\alpha) d\alpha \quad (24.A)$$

که در آن  $G'_{\lambda}(T)$  تابع توزین راسلند<sup>۱</sup> و  $\alpha = h\nu/kT$  است. از این تعریف  $G(\alpha)$  به دست می‌آوریم

$$G(\alpha) = \frac{kT}{h} \frac{\lambda^2}{c} \frac{dB_{\lambda}/dT}{dB/dT} = \frac{15}{4\pi^2} \frac{\alpha^2 e^{\alpha}}{(e^{\alpha} - 1)^2} \quad (25.A)$$

به این ضریب جذب میانگین ضریب جذب میانگین راسلند می‌گویند. این یک میانگین هماهنگ است. بسامدهای با  $\kappa_{\lambda}$  کوچک وزن بیشتری دارند، چرا که  $\bar{\kappa}$  میانگین راسلند یک میانگین موزون شده با شار است و همان‌گونه که از معادله (۲۰.۸) دیده می‌شود، اگر به شکل

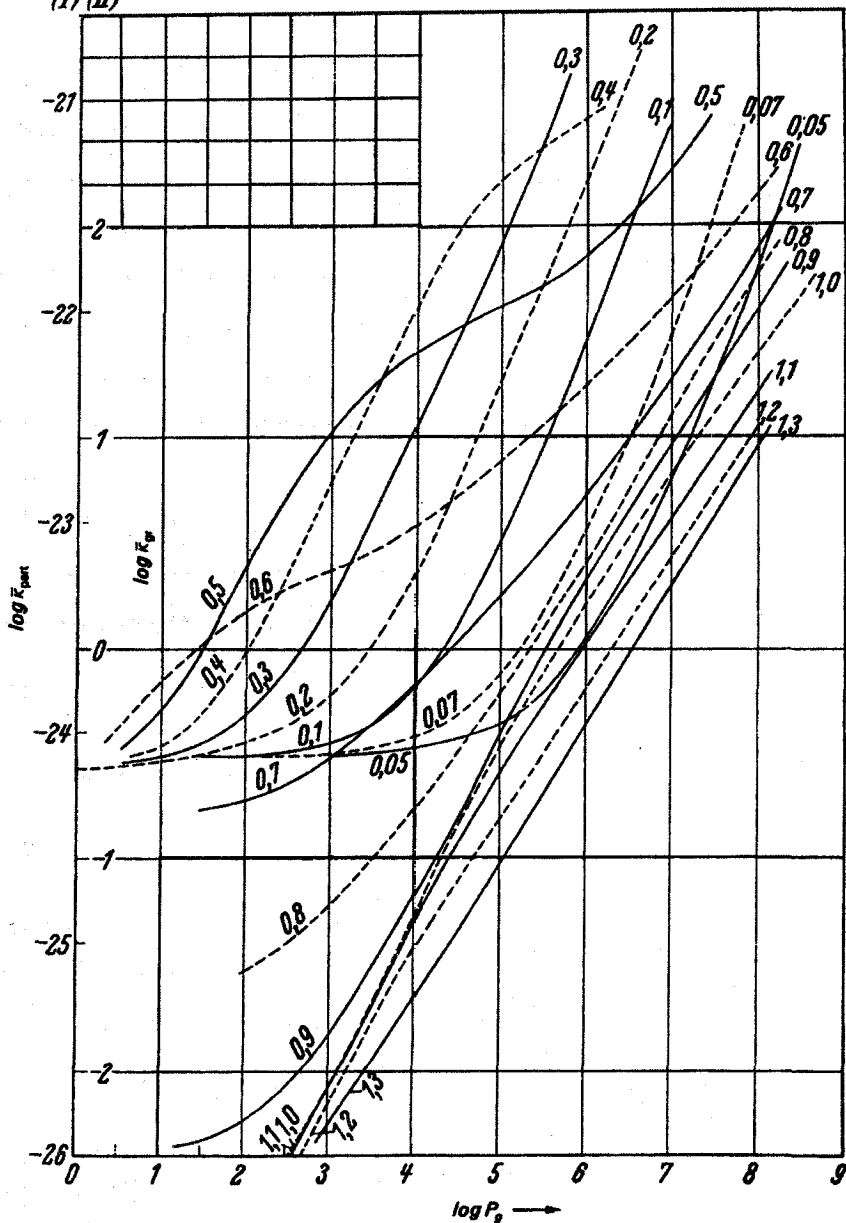
$$F_{\lambda} = \frac{1}{\kappa_{\lambda}} \frac{dB_{\lambda}}{dt} \frac{4}{3} \quad (26.A)$$

نوشته شود، می‌بینیم که شار در ناحیه  $\kappa_{\lambda}$  کوچک، بزرگترین مقدار را دارد. به همین دلیل است که میانگین راسلند  $\bar{\kappa}$  همیشه نزدیک به کمترین مقادیر  $\bar{\kappa}_{\lambda}$  است. به شکلهای ۵.۷ و ۳.۸ که در آنها مقادیر میانگین راسلند  $\bar{\kappa}_R$  را مشخص کرده‌ایم، نگاه کنید.

با استفاده از (۲۴.۸) می‌توان مقادیر میانگین  $\bar{\kappa}$  را برای کلیه دماها و فشارهای الکترونی مورد نظر محاسبه کرد.

برای یک دما و فشار الکترونی معین می‌توان درجه یونش را برای تمامی اتمها و یونهای موجود در جو ستاره‌ای محاسبه کرد. پس می‌توان با افزودن تعداد کل ذرات، تعداد کل ذرات را در  $\text{cm}^3$  به دست آورد که از آن فشار گاز به دست می‌آید. در شکل ۷.۸ نموداری را بازسازی کردیم که  $\bar{\kappa}$

(I) (II)



شکل ۷.۸ مقادیر میانگین راسلند  $\bar{K}_R$  برای ضریب جذب پیوسته برحسب فشار گاز نشان داده شده است. هر منحنی مربوط به یک مقدار دماست. مقدار  $\Theta = 5040/T$  برای هر منحنی داده شده است. نمودار کاملاً لگاریتمی است. آنچه که نشان داده شده است عملاً ضریب جذب در هر گرم ماده است، یعنی برای ستونی از گاز که حاوی یک گرم از ماده، یا مطابق مقیاس بیرونی سمت چپ به ازای یک ذره سنگین است. فراوانی عناصر مانند خورشید در نظر گرفته شده است.



را برحسب فشار گاز برای مقادیر مختلف دما نشان می‌دهد. مقادیر  $\Theta = 5040/T$  روی هر منحنی داده شده است. در دماهای پایین  $\kappa$  پیوسته اساساً فقط مربوط به  $H^-$  است. برای یک دمای معین، میانگین  $\bar{\kappa}$  متناسب با فشار الکترون افزایش می‌یابد. در فشارهای بسیار کم پراکندگی الکترون اهمیت می‌یابد و مانع از کاهش بیشتر  $\bar{\kappa}$  می‌شود. در دماهای بالاتر از  $K = 6000$  جذب هیدروژن در فشار گاز خیلی پایین مهم می‌شود. در دماهای بالاتر از  $K = 10000$  جذب هیدروژن در تمام فشارهای مورد نظر در اینجا اهمیت پیدا می‌کند و افزایش قابل توجهی در  $\bar{\kappa}$  به وجود می‌آورد در دماهای باز هم بالاتر هیدروژن یونیده می‌شود و  $\bar{\kappa}$  بیش از این زیاد نمی‌شود، بلکه با افزایش  $T$  کاهش می‌یابد. سرانجام، پراکندگی الکترون غالب می‌شود.

### ۲.۴.۸ تغییرات لایه‌بندی دمای $T(\bar{\tau})$ ناشی از خاکستری نبودن

با محاسبه  $\bar{\kappa}$ ، به شکلی که باعث شود شار کامل برای حالت خاکستری و غیرخاکستری یکسان شود، امیدوار بودیم که لایه‌بندی دمای

$$T^{\tau} = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^{\tau} (\bar{\tau}_R + q(\bar{\tau}_R)) \quad (27.8)$$

که در آن  $\bar{\tau}_R$  مقدار میانگین راسلند  $\tau_{\lambda}$  است، یعنی

$$\bar{\tau}_R = \int_0^{\tau} \bar{\kappa}_R dt \quad (28.8)$$

هنوز تقریب مناسبی است. این موضوع به صورت کیفی صحیح است. هرچند باید چند اصلاح مهم باید انجام شود.

اگر به شرط تعادل تابشی زیر توجه کنیم، می‌فهمیم که چه اتفاقی می‌افتد

$$\int_0^{\infty} \kappa_{\lambda} J_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \kappa_{\lambda} S_{\lambda} d\lambda \rightarrow \int_0^{\infty} \kappa_{\lambda} B_{\lambda} d\lambda \quad \text{برای LTE} \quad (29.8)$$

در صورتی که  $\kappa_{\lambda}$  به شدت با  $\lambda$  تغییر کند این انتگرالها را عموماً طول موجهای با  $\kappa_{\lambda}$  بزرگ تعیین می‌کند. در صورتی که  $\kappa_{\lambda}$  در مقایسه با حالت خاکستری بسیار بزرگ شود چه اتفاقی برای  $J_{\lambda}$  می‌افتد؟ ابتدا به سطح نگاه می‌کنیم، که در آن  $B_{\lambda}(\tau_{\lambda} = \cos \vartheta) \sim I_{\lambda}(\cos \vartheta)$  با  $\kappa_{\lambda}$  بزرگ، اکنون  $I_{\lambda}$  از لایه‌های بالاتر می‌آید و در نتیجه کوچکتر است. پس  $J_{\lambda}$  نیز کوچکتر می‌شود، ولی باید در نظر داشت که  $\int_0^{\infty} \kappa_{\lambda} I_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \kappa_{\lambda} B_{\lambda} d\lambda$ . اگر  $J_{\lambda}$  کوچکتر شود  $B_{\lambda}$  نیز باید در سطح کوچکتر شود، یعنی دما باید در سطح کاهش یابد.

بنابراین، معمولاً اولین تأثیر خاکستری نبودن، کاهش دمای سطح است؛ این را سرمایش سطحی می‌نامند و ناشی از  $K_{\lambda}$  بزرگتر بر اثر گسیل بیشتر است (اگرچه در شرایط ویژه این حالت مورد نظر ما نیست، مثلاً برای خطوط قوی در ناحیهٔ سرخ).

دومین اثر پس گرمایش است. در اینجا در طیف خطوط قوی بسیار زیادی داریم. در ناحیه با  $K_{\lambda}$  بزرگ، شدت  $I_{\lambda}$  و شار  $F_{\lambda}$  کاهش پیدا می‌کند، یعنی شار کلی که از یک جو با لایه‌بندی دمایی یکسان خارج می‌شود کاهش یافته است. یعنی اکنون همان لایه‌بندی دما به دمای مؤثر کوچکتری می‌انجامد. اگر بخواهیم همان شار کل را به دست آوریم، باید شار بیشتری از طول موجهای با  $K_{\lambda}$  کوچک داشته باشیم. اگر خطوط زیادی داشته باشیم، شار باید از طول موجهای بین خطوط به دست آید. این امر فقط با افزایش دما در جو امکان‌پذیر است.

برخی این باز توزیع انرژی را چنین تعبیر می‌کنند که انرژی جذب‌شده در برخی طول موجها در طول موجهای دیگر خارج می‌شود. اما به یاد داشته باشید که این تنها با افزایش دما در لایه‌های عمیقتر انجام می‌شود. اگر خاکستری نبودن بیشتر ناشی از جذب خط باشد، توزیع انرژی در پیوستار تا اندازه‌ای شبیه به توزیع انرژی در ستاره داغتر می‌شود. ستاره نمی‌تواند به دلخواه، انرژی را در یک طول موج جذب و در طول موج دیگری گسیل کند.

توزیع گرمایی تعدیل‌شده‌ای به شکل

$$T^{\epsilon} = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^{\epsilon} (\bar{\tau} + q(\bar{\tau})) \quad (30.8)$$

به شار زیر می‌انجامد

$$\int_0^{\infty} \pi F_{\lambda} d\lambda = \pi F = \sigma T_{\text{eff}}^{\epsilon} (1 - \eta) \quad (31.8)$$

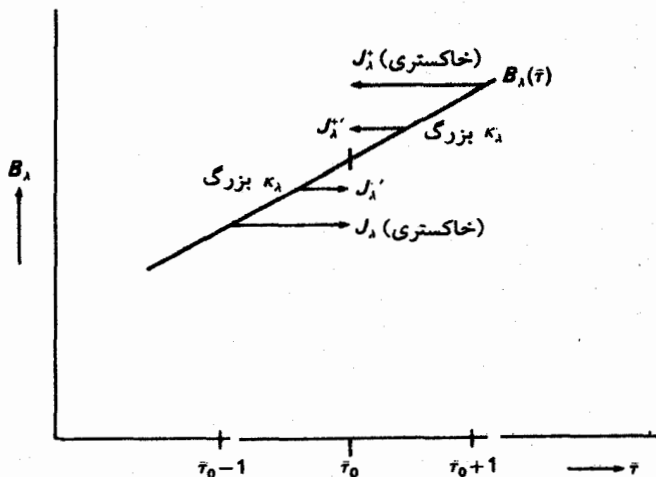
که در آن  $\eta$  کسری از انرژی است که خطوط جذب کرده‌اند. اگر بخواهیم مثل قبل  $T_{\text{eff}}^{\epsilon} = \sigma T_{\text{eff}}^{\epsilon}$  باشد، باید داشته باشیم:

$$T_{\text{eff}}^{\epsilon} = T_{\text{eff}}^{\epsilon} (1 - \eta) \quad \text{یا} \quad T_{\text{eff}}^{\epsilon} = \frac{T_{\text{eff}}^{\epsilon}}{1 - \eta} \quad (32.8)$$

در مورد خورشید،  $\eta \sim 0.14$ ، بنابراین  $(1 - \eta) = 0.86$  و

$$T_{\text{eff}}^{\epsilon} = T_{\text{eff}}^{\epsilon} / \sqrt[0.86]{0.86} \approx T_{\text{eff}}^{\epsilon} (1 + 0.37) \quad (33.8)$$

در خورشید با  $\eta \sim 0.14$ ،  $T_{\text{eff}}^{\epsilon}$  باید حدود  $0.37\%$  یا حدود  $200$  درجه بیشتر از  $T_{\text{eff}}^{\epsilon}$  باشد. در



شکل ۸.۸ در طول موجهای با  $\kappa_\lambda$  بزرگ مقدار  $\Delta J^-$  به شدت میانگین ورودی  $J_\lambda^-$  اضافه می‌شود، چرا که تابش از نقطه‌ای عمیقتر با تابع پلانک بزرگتر از حالت خاکستری سرچشمه گرفته است. تابش خروجی از لایه بالاتری با تابع پلانک کوچکتر از حالت تیره سرچشمه می‌گیرد. شدت میانگین  $J_\lambda^+$  در مقایسه با حالت خاکستری به اندازه  $\Delta J^+$  کاهش یافته است. اگر تابع پلانک تابعی خطی از عمق باشد،  $\Delta J_\lambda^+ = -\Delta J_\lambda^-$  و برای لایه‌های عمیق جمع  $J_\lambda^+ + J_\lambda^-$  همانند حالت خاکستری باقی می‌ماند.

پیوستار، جو مثل جوی با دمای حدود  $200^\circ$  درجه بیشتر به نظر می‌رسد. همان‌گونه که در جلد اول دیدیم، توزیع انرژی در پیوستار، با دمای مؤثر  $5800^\circ \text{K}$  برای خورشید، همانند توزیع جسم سیاه در دمای  $6000^\circ \text{K}$  به نظر می‌آید.

برای  $J_\lambda$  در لایه‌های عمیق چه اتفاقی می‌افتد؟

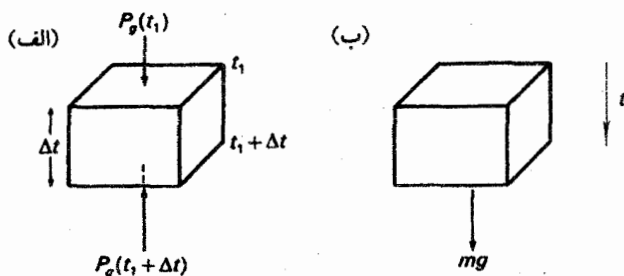
شدت میانگین خروجی  $J_\lambda^+$  در طول موجهایی با کوچک افزایش می‌یابد، چون که از لایه‌های عمیقتر از حالت خاکستری سرچشمه می‌گیرد، در حالی که شدت ورودی؛ از لایه بالاتر با تابع پلانک کوچکتر سرچشمه می‌گیرد. مادامی که اندازه کافی از سطح دور باشیم، مجموع شدتهای ورودی و خروجی ثابت باقی می‌ماند، به طوری که تابع پلانک هنوز تابعی خطی از عمق باقی می‌ماند. به شکل ۸.۸ برای حالت  $\kappa_\lambda$  بزرگ توجه کنید.

## لایه‌بندی فشار

### ۱.۹ معادله تعادل هیدروستاتیک

برای محاسبه  $K_x$  باید تعداد اتمهای جذب‌کننده هیدروژن یا فلزها را در هر سانتی‌متر مکعب بدانیم. این تعداد از معادله‌های بولتزمن یا ساها به دست می‌آید، اما اگر بخواهیم تعداد یون یا اتم از نوع معین را در واحد حجم بدانیم، معادله ساها به فشار الکترون و چگالیهای عددی ذرات سنگین نیاز دارد. برای محاسبه این چگالیهای عددی، باید فشار گاز را داشت. چگونه می‌توان آن را محاسبه کرد؟ اولین پرسش این است که، چرا جوها به داخل فضا فرار نمی‌کنند؟ بدیهی است، که خلأ خارجی، جو را مقید نمی‌سازد. پس باید گرانی مانع از فرار آن شود. پرسش بعدی این است که چرا گرانی جو را به سطح زمین پایین نمی‌کشد؟ چون فشار گاز مانع از این عمل می‌شود. ظاهراً، جو تنها وقتی پایدار است که نیروهای گرانشی او فشار متوازن شوند، یعنی در تعادل هیدروستاتیک باشند.

اجازه دهید نیروی فشار وارد بر حجم معینی از گاز را بررسی کنیم (شکل ۱.۹ الف).  $t$  را مختصه عمق جو در نظر می‌گیریم. در عمق  $t$  جزء حجم با پهنای افقی  $\Delta t$  را در نظر می‌گیریم. فشار گاز  $P_g(t_1)$  از بالا جزء حجم را به پایین می‌فشارد. از پایین فشار گاز  $P_g(t_1 + \Delta t)$  می‌کوشد تا حجم



شکل ۱.۹ (الف) برآیند نیروی فشار وارد بر حجم معینی از گاز، اختلاف نیروی فشاری است که از پایین به بالا وارد می‌شود و نیروی فشاری که از بالا به پایین اعمال می‌شود. (ب) نیروی گرانشی برابر با وزن جزء حجم مورد نظر است. در یک جو، نیروهای فشار و گرانشی باید برابر باشند.

گاز مورد نظر را به بالا براند. بنابراین برآیند نیروی فشار وارد بر جزء حجم مورد نظر عبارت است از

$$\Delta P_g = P_g(t_1 + \Delta t) - P_g(t_1) = P_g(t_1) + \frac{dP_g}{dt} \Delta t - P_g(t_1) = \frac{dP_g}{dt} \Delta t \quad (1.9)$$

اگر سطح مقطع ستون  $1 \text{ cm}^2$  باشد، نیروی گرانشی عبارت است از

$$gm = g\rho\Delta V = g\rho\Delta t \quad \text{چون} \quad \Delta V = 1 \text{ cm}^2 \times \Delta t \quad (2.9)$$

که در آن  $m$  جرم جزء حجم،  $\rho$  چگالی،  $g$  شتاب گرانشی، و  $\Delta V$  حجم مورد نظر است. از این رو تعادل بین نیروی گرانشی و فشار نیاز به این دارد که داشته باشیم

$$\frac{dP_g}{dt} \Delta t = g\rho\Delta t \quad \text{یا} \quad \frac{dP_g}{dt} = g\rho \quad (3.9)$$

که معادلهٔ هیدروستاتیک نامیده می‌شود.

با قراردادن  $P_g \mu m_H / (kT)$  به جای  $\rho$ ، و با  $k/m_H = R_g$ ،  $m_H$  جرم اتم هیدروژن،  $Rg =$  ثابت گاز، به دست می‌آوریم

$$\frac{dP_g}{dt} = \frac{gP_g \mu}{R_g T} \quad \text{یا} \quad \frac{d \ln P_g}{dt} = \frac{g\mu}{R_g T} \quad (4.9)$$

برای محاسبهٔ  $P_g(t)$  نیاز به دانستن دمای  $T$  بر حسب  $t$  داریم. در یک جو هم‌دما با  $T =$  ثابت و نیز  $\mu =$  ثابت، از این معادلهٔ انتگرال می‌گیریم و به دست می‌آوریم

$$\ln P_g - \ln P_{g_0} = \frac{g\mu}{R_g T} (t - t_0) = \frac{g\mu}{R_g T} \Delta t \quad (5.9)$$

یا، با گرفتن نمای این معادله به دست می آوریم

$$P_g = P_{g_0} e^{(g\mu/R_g T)\Delta t} = P_{g_0} e^{\Delta t/H} \quad \text{با} \quad H = \frac{R_g T}{\mu g} \quad (6.9)$$

$H$  ارتفاع مقیاس خوانده می شود. در یک جو تکدما، فشار با ضریب  $e$  به توان ۱ تقسیم بر ارتفاع مقیاس تغییر می کند. می توان این مقدار را برای یک جو غیرواقعی با چگالی ثابت  $\rho_0$ ، متناظر با گازی با فشار  $P_{g_0}$  بر مبنای جو حقیقی نیز محاسبه کرد، که در آن جرم کل جو حقیقی را در لایه ای به ارتفاع  $H$  قرار می گیرد. از این رو  $H$  ارتفاع معادل جو خوانده می شود.

هنگامی که از معادله ساها استفاده می کنیم، مثل وقتی که  $P_c$  و  $\kappa_\lambda$  را محاسبه می کنیم، باید دما و فشار را در لایه مشخصی از جو بدانیم. مکان این لایه را با عمق هندسی  $t$  یا با عمق اپتیکی  $\tau_\lambda$  یا  $\bar{\tau}$  توصیف کنیم. چون دما را بر حسب  $\bar{\tau}$  می دانیم، بهتر است که فشار گاز را نیز بر حسب  $\bar{\tau}$  محاسبه کنیم. برای این کار معادله (۳.۹) را بر  $\bar{\kappa}_{cm}$  تقسیم می کنیم و با داشتن  $d\bar{\tau} = \bar{\kappa}_{cm} dt$  به دست می آوریم

$$\frac{dP_g}{d\bar{\tau}} = \frac{g\rho}{\bar{\kappa}_{cm}} = \frac{g}{\bar{\kappa}_{cm}/\rho} \quad (7.9)$$

$\bar{\kappa}_{cm}$  نمایانگر  $\bar{\kappa}$  در هر سانتی متر مکعب و دارای بعد  $\text{cm}^{-1}$  است.

در اینجا باید درنگ و به یکای ضریب جذب  $\kappa$  توجه کنیم.  $\kappa$  را وقتی تعریف کردیم که تغییر شدت  $I$  در مسیری به طول  $\Delta s$  را در نظر گرفتیم؛ نوشتیم  $\Delta I/\Delta s = -\kappa I$ . پس بعد  $\kappa$  باید  $\text{cm}^{-1}$  باشد. این کمیت تغییر جزئی شدت را در هر سانتی متر مشخص می کند. توجه کنید که بعد و مقدار  $\kappa$  به این بستگی ندارد که از  $I_\nu$  استفاده می کنیم یا از  $I_\lambda$ ، چون که  $\kappa$  تغییر کسری را بیان می کند. واضح است که  $\kappa_{cm}^* = \kappa [\text{cm}^{-1}]$  به تعداد ذرات در یک سانتی متر مکعب بستگی دارد که با زیاد شدن چگالی تغییر می کند. اغلب بهتر است که از کمیتی استفاده کنیم که کمتر به چگالی بستگی داشته باشد. بنابراین، اغلب تغییر شدت در عبور باریکه نور از ستون گازی با سطح مقطع ۱ سانتی متر مکعب که شامل ۱ گرم ماده باشد در نظر می گیریم. اگر تغییری در درجه یونش حاصل نشود، آن گاه در یک ترکیب شیمیایی معین تعداد ذرات در ۱ گرم از ماده همواره یکسان است. بنابراین برای این مقدار از ماده،  $\kappa$  خیلی کمتر به دما و فشار بستگی دارد تا  $\kappa_{cm}$ . طول ستون گازی که شامل

$$* \kappa_{cm} [\text{cm}^{-1}] = \kappa [\text{cm}^{-1}] \times N [\text{cm}^{-2}] \quad \text{که در هر } \text{cm}^2, \text{ که } N = \text{تعداد ذرات در } \text{cm}^2 \text{ است.}$$

۱ گرم ماده است چقدر است؟ اگر چگالی  $\rho$  باشد آن‌گاه طول ستون  $s$  باید برابر  $s = 1/\rho$  باشد. واضح است که  $\kappa$  در هر گرم  $\kappa_{\text{cm}^3} = \kappa_{\text{gr}} = \kappa_{\text{cm}^3 \text{ gr}^{-1}}$  که در آن  $s$  طول ستونی با ۱ گرم از ماده است. پس تغییر کسری در امتداد این ستون عبارت است از  $\kappa_{\text{cm}^3} s$  یا  $\kappa$  در هر گرم  $\kappa = \kappa_{\text{cm}^3} s$  در هر  $\text{cm}^3$  تقسیم بر  $\rho$

$$\kappa_{\text{gr}} = \kappa_{\text{cm}^3} / \rho \quad (۸.۹)$$

بعد  $\kappa_{\text{gr}}$  عبارت است از  $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ ، که همان بُعد سطح مقطع است. بسیاری از منجمان، به‌ویژه آنهایی که با درون ستاره‌ها سروکار دارند، اگر فقط بنویسند  $\bar{\kappa}$ ، منظورشان  $\bar{\kappa}_{\text{gr}}$  است. حال می‌توانیم به معادله (۷.۹) باز گردیم. در سمت راست در مخرج کسر نسبت  $\kappa_{\text{cm}^3} / \rho$  را داریم، که می‌توان به‌جای آن  $\kappa_{\text{gr}}$  را قرار داد و به دست آورد

$$\frac{dP_g}{d\bar{\tau}} = \frac{g}{\bar{\kappa}_{\text{gr}}} \quad (۹.۹)$$

فشار گاز  $P_g(\bar{\tau})$  را می‌توان با انتگرال‌گیری از این معادله دیفرانسیل به‌دست آورد.

## ۲.۹ انتگرال‌گیری از معادله تعادل هیدروستاتیک

به‌روشی صوری می‌توان از معادله تعادل هیدروستاتیک انتگرال گرفت و نوشت

$$P_g - P_{g_0} = \int_{\bar{\tau}_0}^{\bar{\tau}} \frac{g}{\bar{\kappa}_{\text{gr}}} d\bar{\tau}, \quad P_{g_0} = P_g(\bar{\tau}_0) \quad (۱۰.۹)$$

در اینجا  $\bar{\kappa}_{\text{gr}}$  تابع پیچیده‌ای از دما و فشار است (شکل ۷.۸). برای محاسبه طرف راست باید فشار را داشته باشیم. در حالت کلی، همان‌گونه که به‌زودی خواهیم دید، انتگرال را باید به‌روش گام به گام محاسبه کرد، اما، در آغاز اجازه دهید از چند تقریب ساده برای  $\bar{\kappa}_{\text{gr}}$  برحسب عمق ایتیکی یا فشار استفاده کنیم. این تقریبات امکان می‌دهند که از معادله دیفرانسیل (۹.۹) به‌صورت تحلیلی انتگرال‌گیری کنیم. ساده‌ترین تقریب فرض، ثابت  $\bar{\kappa}_{\text{gr}} = \bar{\kappa}_{\text{gr}}$  است. این تقریب آن‌گونه که در ابتدا به‌نظر می‌آید خیلی نامربوط نیست، چون تعداد ذرات  $N$  در هر گرم از ماده برای یک ترکیب شیمیایی خاص ثابت است، که موجب می‌شود درجه یونیدگی تغییر نکند. این عدد عبارت است از

$$N = \frac{1}{\mu m_{\text{H}}}$$

البته همان‌گونه که قبلاً دیدیم، حتی برای تعداد ذرات برابر، ممکن است با تغییر درجه برانگیختگی

$\bar{\kappa}$  به میزان زیاد تغییر کند. پس ثابت  $\bar{\kappa}_{gr} = \bar{\kappa}_{gr}$  تقریب خوبی نیست، اما بگذارید ببینیم چه نتیجه‌ای به دست می‌آوریم.

با انتگرال‌گیری از معادلهٔ (۹.۹) به دست می‌آوریم

$$P_g - P_{g_0} = \frac{g}{\bar{\kappa}_{gr}}(\bar{\tau} - \bar{\tau}_0) \quad (11.9)$$

با فرض  $P_{g_0} = 0$  و  $\bar{\tau}_0 = 0$  خواهیم داشت

$$P_g = \frac{g}{\bar{\kappa}_{gr}}\bar{\tau} \quad (12.9)$$

با دانستن  $T(\bar{\tau})$  برای یک  $T_{eff}$  مشخص، می‌توان مقداری برای  $\bar{\kappa}_{gr}$  در نظر گرفت، و با قراردادن آن در معادلهٔ (۱۲.۹) مقداری برای فشار گاز به دست آورد. با این اولین تقریب برای فشار گاز، اکنون مقدار  $\bar{\kappa}_{gr}$  قابل محاسبه است. با قراردادن آن در معادلهٔ (۱۲.۹) تقریب بهتری برای فشار گاز به دست می‌آید. با این تقریب می‌توان مقدار بهتری برای  $\bar{\kappa}_{gr}$  به دست آورد و آنقدر این کار را ادامه داد تا به یک همگرایی برسیم، یعنی  $P_g$  و  $\bar{\kappa}_{gr}$  سازگار شوند. البته، این به آن معنی نیست که فشار گاز صحیح را در عمق  $\bar{\tau}$  داریم، چون معادلهٔ (۱۲.۹) بر این فرض اشتباه بنا شده است که  $\bar{\kappa}_{gr}$  برحسب عمق ثابت است. اما، این روش در همهٔ برنامه‌های کامپیوتری پیشرفته برای یافتن مقدار آغازین  $P_{g_0}$  در معادلهٔ (۱۰.۹) به کار می‌رود. اگر بخواهیم روند تکرار را همان‌گونه که شرح داده شد تا حصول به یک همگرایی دنبال کنیم راه درازی در پیش داریم. روشهای مختلفی برای سرعت بخشیدن به همگرایی وجود دارد اما اساس کار یکسان باقی می‌ماند.

چون مقدار  $P_{g_0}$  که از این روش به دست می‌آید مقدار صحیح نیست، باید مطمئن شویم  $P_{g_0}$  مربوط به لایهٔ بسیار مرتفعی در جو است به طوری که برای هر لایه‌ای که مورد نظر ما باشد داشته باشیم  $P_{g_0} \ll P_g(\tau)$ . انتگرال‌گیری عددی معمولاً در عمق اپتیکی  $\bar{\tau} = 10^{-4}$  یا  $\bar{\tau} = 10^{-5}$  آغاز می‌شود.

وقتی که مقدار اولیهٔ  $(\bar{\tau}_0)$  را برای انتگرال‌گیری داشته باشیم می‌توانیم این کار را گام به گام ادامه دهیم. با دانستن  $(\bar{\tau}_0)$  و  $T_0$  و  $P_{g_0}$  برای این عمق می‌توان  $(T_0, P_{g_0}, \bar{\kappa}_{gr,0})$  حساب کرد. با فرض اینکه  $\bar{\kappa}_{gr}$  در بازهٔ کوچک بعدی  $\Delta\bar{\tau}$  ثابت باقی بماند، برای  $\bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_0 + \Delta\bar{\tau}$  به دست می‌آوریم

$$P_g(\bar{\tau}_1) = P_{g_0} + \frac{g}{\bar{\kappa}_{gr,0}}(\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_0) \quad (13.9)$$

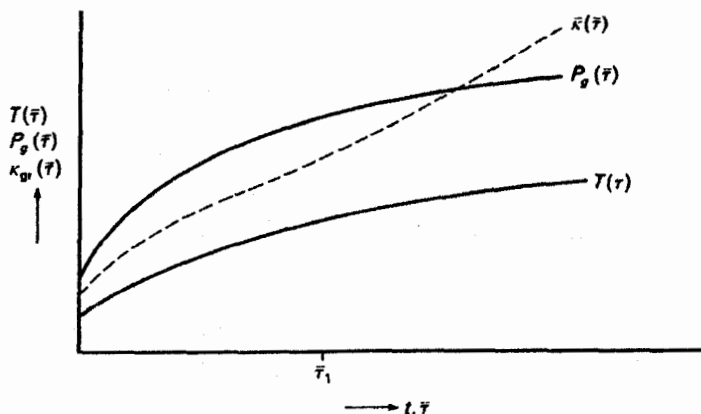
در  $\bar{\tau}_1$  مقدار  $T(\bar{\tau}_1)$  را می‌دانیم و همچنین اکنون می‌دانیم  $P_{g_1} = P_g(\bar{\tau}_1)$ . بنابراین، می‌توان



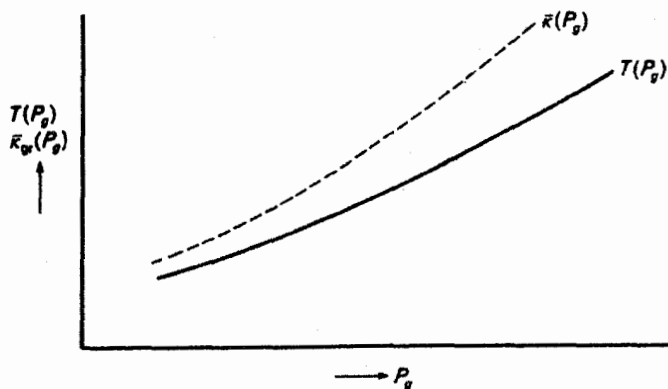
حالت برای ارتقای مقدار  $P_g(\bar{\tau}_1)$  از مقدار میانگین  $\bar{\kappa}_{gr}$  در بازه  $P_{g1}$  و  $\bar{\tau}_0$  استفاده می‌کنیم و آن را در معادله (۱۳.۹) قرار می‌دهیم تا مقداری بهتری برای  $P_{g1}$  به دست آوریم. روشهای دقیقتری برای به دست آوردن بهترین مقدار عددی ممکن برای  $P_{g1}$  وجود دارند. حال با دانستن  $P_{g1}$  و  $\bar{\kappa}_{gr,1}$  می‌توان به روش مشابهی به دست آورد  $P_{g2}(\bar{\tau}_2) = P_{g1}$  و آن‌گاه  $\bar{\kappa}_{gr,2} = \kappa_{gr}(\bar{\tau}_2)$  که در آنها  $\bar{\tau}_2 = \bar{\tau}_1 + \Delta\bar{\tau}$  پس، این مقدار را می‌توان به همان روشی که در مورد  $P_{g1}$  به کار بردیم ارتقا داد. سپس می‌توان به  $\bar{\tau}$  بعدی پرداخت و به همین ترتیب الی آخر. بدین طریق می‌توان جواب عددی بسیار خوبی برای معادله (۹.۹) یافت. روشهای بسیاری برای به دست آوردن جوابهای دقیقتر از روشی که شرح داده شد وجود دارند، اما اساس آنها یکی است. هرچند، این روشهای عددی این عیب را دارند که برآورد اینکه چگونه این جوابها به ازای پارامترهای ورودی مختلف، مثل گرانی، فرق خواهند کرد، مشکل است. این موضوع را می‌توان از روش‌های تحلیلی بهتر درک کرد.

### ۳.۹ بستگی فشار گاز به شتاب گرانشی

پیش از این گفتیم که تقریب ثابت  $\bar{\kappa}_{gr} = \text{تقریب خوبی نیست}$ . تقریبهای بهتر دیگری برای بستگی عمقی  $\bar{\kappa}_{gr}$  وجود دارد که هم اکنون به آن خواهیم پرداخت. به طور کلی  $\bar{\kappa}_{gr} = \bar{\kappa}_{gr}(T, P_g)$  است. در یک جو مشخص دما و همین‌طور فشار گاز  $P_g$  برحسب عمق اپتیکی  $\bar{\tau}$  داده می‌شوند (شکل ۲.۹). برای هر مقدار  $\bar{\tau}$  هم  $T$  و هم  $P_g$  معلوم است. حال می‌توانیم به  $P_g$  به عنوان متغیر



شکل ۲.۹ دما و فشار برحسب عمق اپتیکی یا هندسی برای یک جو داده شده‌اند. پس در هر عمق می‌توانیم  $\bar{\kappa}_{gr}(T, P_g)$  را محاسبه کرده و  $\bar{\kappa}_{gr}$  را نیز برحسب عمق هندسی یا اپتیکی رسم کنیم.



شکل ۳.۹ برای یک مقدار معین  $\bar{\tau}_1$  در شکل ۲.۹،  $T_1(\bar{\tau}_1)$  و  $P_{g1}(\bar{\tau}_1)$  را می‌خوانیم و در شکل ۳.۹ را رسم می‌کنیم. برای این مقدار  $P_{g1}$ ،  $\kappa_{gr}(\bar{\tau}_1)$  را از شکل ۲.۹ تعیین و  $\bar{\kappa}_{gr}$  را برحسب  $P_g$  رسم می‌کنیم. این مقدار صحیح  $\bar{\kappa}_{gr}$  است که با استفاده از  $T(P_g)$  به دست آورده‌ایم. این روش را برای همه مقادیر  $P_g$  و  $\bar{\tau}$  دنبال می‌کنیم. آن‌گاه منحنی  $\bar{\kappa}_{gr}(P_g)$  نشان داده شده را به دست می‌آوریم که مقادیر صحیح  $\bar{\kappa}_{gr}$  را در جَو می‌دهند.

مستقل نگاه کنیم (شکل ۳.۹). برای هر مقدار  $\bar{\tau}$ ،  $T$  و  $P_g$  را محاسبه می‌کنیم و در شکل ۳.۹ دما را برحسب  $P_g$  رسم کرده‌ایم. برای هر زوج  $T(\bar{\tau})$  و  $P_g(\bar{\tau})$  می‌توانیم  $\bar{\kappa}(\bar{\tau})$  را نیز محاسبه و آن را برحسب  $P_g(\bar{\tau})$  رسم کنیم. پس به نظر می‌رسد که این  $\bar{\kappa}$  فقط تابع  $P_g$  است. با وجود این،  $\bar{\kappa}_{gr}$  صحیح است چون با استفاده از دما و فشار معین در این عمق اپتیکی محاسبه شده است. حال با توجه به شکل ۳.۹ می‌توان  $\bar{\kappa}_{gr}(P_g)$  صحیح را با تابع ساده‌ای تقریب زد، برای مثال با یک چندجمله‌ای مثال

$$\bar{\kappa}_{gr} = \kappa_{gr,0} P_g^n \quad (۱۴.۹)$$

که در آن  $n$  یک عدد صحیح است. معمولاً  $n = 1$  تقریب خوبی است. با قراردادن رابطه (۱۴.۹) در معادله هیدروستاتیک به دست می‌آوریم

$$\frac{dP_g}{d\bar{\tau}} = \frac{g}{\kappa_{gr,0} P_g^n} \quad \text{یا} \quad P_g^n dP_g = \frac{g}{\kappa_{gr,0}} d\bar{\tau} \quad (۱۵.۹)$$

از انتگرال‌گیری داریم

$$\frac{1}{n+1} P_g^{n+1} = \frac{g}{\kappa_{gr,0}} \bar{\tau} \quad (۱۶.۹)$$

$$(الف) \quad \frac{g = g_0}{\bar{\tau} = 0} \quad (ب) \quad \frac{g > g_0}{\bar{\tau} = 0}$$

$$P_g \approx P_{g_0} \sqrt{(g/g_0)} \quad \bar{\tau} = \frac{2}{3}$$

$$P_g = P_{g_0} \quad \bar{\tau} = \frac{2}{3}$$

شکل ۴.۹ (الف) برای جوی با شتاب گرانشی  $g = g_0$ ، لایه  $\frac{2}{3}$  را می‌بینیم که در آن فشار برابر با  $P_{g_0}$  است. (ب) در جوی دیگری که شتاب گرانشی آن بزرگتر از  $g_0$  است. فشار در همه عمقها افزایش یافته است. اگر  $\bar{\tau}$  متناسب با فشار گاز باشد.  $\bar{\tau}$  نیز افزایش می‌یابد. باز هم لایه‌ای را می‌بینیم که  $\bar{\tau} = \frac{2}{3}$  که البته اکنون مربوط به عمق هندسی کوچکتر، یعنی یک لایه بالاتر می‌شود. فشار در این لایه بالاتر، در مقایسه با فشار در  $\bar{\tau} = \frac{2}{3}$  در جوی گرانشی پایین، فقط با مضربی از ریشه دوم شتاب گرانشی افزایش می‌یابد.

در اینجا از شرط مرزی  $P_{g_0} = 0$  استفاده کرده‌ایم.

تازمانی که  $H^-$  مسئول جذب پیوسته باشد،  $n = 1$  تقریب خوبی است. از این رو به دست می‌آوریم

$$P_g^y = \frac{2g}{\kappa_{gr,0}} \bar{\tau} \quad یا \quad P_g = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\kappa_{gr,0}}} \sqrt{g} \sqrt{\bar{\tau}} \quad (17.9)$$

پس، فهمیدیم که اگر در جوی،  $\bar{\tau}$  با فشار گاز تقریباً متناسب باشد، فشار گاز برای یک  $\bar{\tau}$  معین متناسب با  $\sqrt{g}$  زیاد می‌شود. چون در جویهای مختلف تقریباً همیشه  $\bar{\tau}$  را یکسان می‌بینیم، فشار در آن لایه، برخلاف آنچه در نگاه اول به معادله هیدروستاتیک ممکن است تصور شود که با خود گرانی متناسب است، تقریباً به صورت  $\sqrt{g}$  تغییر می‌کند. هرچه فشار بیشتر باشد،  $\bar{\tau}$  بزرگتر خواهد بود. پس، به‌طور هندسی در ستاره‌هایی با گرانی قویتر لایه‌های بلندتری می‌بینیم (شکل ۴.۹). کل اثر به صورت، قانون ریشه دوم است.

اگر مقدار بزرگتر  $n$  در معادله (۱۶.۹) تقریب بهتری به دست دهد (برای مثال اگر  $n = 2$  بهتر باشد)، آن‌گاه وابستگی فشار به گرانی باز هم کوچکتری را، به صورت  $P_g \propto g^{1/2}$ ، به دست خواهیم آورد.

## ۴.۹ فشار الکترون

معادله‌های (۱۰.۹) و (۳۰.۸) لایه‌بندی فشار دمای یک جوی را برحسب عمق اپتیکی میانگین  $\bar{\tau}$  بیان می‌کنند. حال با داشتن فشار و دمای گاز می‌توانیم فشار الکترون را که در معادله ساها وارد

می‌شود به دست آوریم. به طور کلی می‌توان گفت

$$P_g = NkT \quad (۱۸.۹)$$

که در آن  $N =$  جمع کلیه ذرات در هر سانتی متر مکعب است.

$$P_e = n_e kT \quad (۱۹.۹)$$

که در آن  $n_e =$  تعداد الکترونها در هر سانتی متر مکعب است. بنابراین،  $n_e$  باید برابر با تعداد یونهای + به اضافه ۲ برابر تعداد یونهای دو بار یونیده + ... باشد

$$n_e = N^+ + 2N^{2+} + 3N^{3+} + \dots + iN^{i+} \quad (۲۰.۹)$$

برای مورد ساده هیدروژن خالص داریم

$$N = n_e + N(H) + N(H^+) = N(H) + 2n_e \quad \text{چون} \quad n_e = N(H^+) \quad (۲۱.۹)$$

و برای یک  $P_g$  معین داریم

$$N = P_g/kT \quad (۲۲.۹)$$

معادله ساها بیان می‌کند که

$$\frac{N(H^+)n_e}{N(H)} = f(T) \quad \text{یا} \quad \frac{N(H^+)^2}{N(H)} = f(T) \quad (۲۳.۹)$$

از معادله‌های (۲۰.۹) و (۲۱.۹) به دست خواهیم آورد

$$N(H) + 2N(H^+) = P_g/kT \quad (۲۴.۹)$$

معادله‌های (۲۳.۹) و (۲۴.۹) دو معادله برای دو مجهول  $N(H)$  و  $N(H^+) = n_e$  هستند که می‌توان آنها را برای  $T$  و  $P_g$  معین حل کرد.

بدیهی است که اگر همه هیدروژن یونیده باشند، به دست می‌آوریم  $P_g - P_e = \frac{1}{2}P_g$ . در صورتی که باید جوی از هلیوم خالص داشته باشیم که در دماهای بسیار بالا همه این هلیوم دوباره یونیده

باشد، به دست می‌آوریم

$$N = N(\text{He}^{2+}) + n_e \quad \text{و} \quad n_e = 2N(\text{He}^{2+}) \quad (25.9)$$

که نتیجه می‌دهد

$$\frac{P_g}{P_e} = \frac{3N(\text{He}^{2+})}{2N(\text{He}^{2+})} = \frac{3}{2} \quad (26.9)$$

اگر ترکیبی از چندین عنصر داشته باشیم باید معادله‌های ساها را در هر مرحله یونش برای هر عنصر بنویسیم. بنابراین، باید از کلیه معادله‌هایی که فراوانی عناصر را مشخص می‌کند استفاده کنیم. معادله (۲۴.۹) تعداد کل ذرات را به دست می‌دهد و بنابراین امکان تعیین تعداد مطلق ذرات در هر سانتی‌متر مکعب را فراهم می‌سازد. معادله (۲۵.۹) تعداد الکترون‌ها را با تعداد یونها مرتبط می‌سازد. با شمارش تعداد معادله‌ها و مجهول‌ها درمی‌یابیم که به همان تعداد مجهول‌ها، معادله مستقل داریم. به هر حال، حل این دستگاه معادله‌ها کاملاً پیچیده است و معمولاً به روش تکرار انجام می‌شود. در صورت لزوم، ساده‌تر است که با معلوم بودن فشار الکترون فشار گاز را محاسبه کنیم، اما وقتی معادله تعادل هیدروستاتیک را مرور می‌کنیم ابتدا باید فشار گاز و سپس فشار الکترون را محاسبه کنیم.

جدول ۱.۹ فشار گاز و فشار الکترون را برای ستارگان با دماهای مختلف و شتابهای گرانشی متفاوت برای عمق اپتیکی  $\tau = \frac{1}{2}$  که در پیوستار می‌بینیم، نشان می‌دهد. همچنین فشارها برای عمق اپتیکی  $\tau = 0.1$  که یک نمونه عمق واقعی در تشکیل طیف خطی است آورده شده‌اند.

## ۵.۹ آثار فشار تلاطمی

برای به دست آوردن فشار گاز در نظریه جنبشی، انتقال تکانه یک ذره از گاز را به دیواره فرضی در نظر می‌گیریم. اگر ذره مؤلفه سرعتی در راستای عمود بر دیواره داشته باشد، دارای تکانه  $\vec{M} = m\vec{\xi}$  خواهد بود که  $m$  جرم ذره است، و بر اثر بازتاب از دیواره، این ذره تکانه‌ای برابر  $\vec{M} = 2m\vec{\xi}$  به دیواره منتقل می‌کند. در اینجا  $\xi = v \cos \vartheta$  است،  $v$  سرعت ذره و  $\vartheta$  زاویه سرعت نسبت به خط عمود بر سطح است. تعداد ذراتی که با مؤلفه سرعت  $\xi$  عمود بر دیواره در هر ثانیه به یک سانتی‌متر مربع آن برخورد می‌کنند از رابطه  $N\xi$  به دست می‌آید که در آن  $N$  تعداد ذرات در هر سانتی‌متر مکعب است. پس تکانه کلی که ذرات با مؤلفه سرعت  $\xi$  به‌ازای هر سانتی‌متر مربع در ثانیه منتقل می‌کنند برابر است با

جدول ۱.۹ فشارهای گاز و فشارهای الکترونی در ستاره‌ها با عمقهای اپتیکی  $\bar{\tau} = \frac{1}{3}$  و  $\bar{\tau} = 0.1$

$\bar{\tau} = 0.1$		$\bar{\tau} = \frac{1}{3}$		$\log g$	$T_{\text{eff}}$
$\log P_e$	$\log P_g$	$\log P_e$	$\log P_g$		
-۱.۰۷	۲.۷۵	-۰.۰۴	۳.۰۸	۱.۰	۵۵۰۰
-۰.۶۲	۳.۳۲	۰.۲۹	۳.۶۹	۲.۰	۵۵۰۰
-۰.۱۶	۳.۸۶	۰.۶۴	۴.۲۷	۳.۰	۵۵۰۰
۰.۳۲	۴.۴۲	۱.۰۱	۴.۸۳	۴.۰	۵۵۰۰
۰.۵۱	۴.۶۷	۱.۲۱	۵.۱۰	۴.۵	۵۵۰۰
-۰.۳۷	۳.۲۱	-۰.۲۷	۳.۵۱	۲.۰	۶۰۰۰
۰.۰۲	۳.۸۳	-۱.۰۴	۴.۱۵	۳.۰	۶۰۰۰
۰.۴۸	۴.۴۲	۱.۳۴	۴.۷۶	۴.۰	۶۰۰۰
۰.۷۰	۴.۶۵	۱.۵۱	۵.۰۵	۴.۵	۶۰۰۰
۰.۶۸	۲.۱۵	۱.۵۸	۲.۳۷	۲.۰	۸۰۰۰
۱.۱۴	۲.۹۵	۲.۰۳	۳.۱۸	۳.۰	۸۰۰۰
۱.۴۸	۳.۶۸	۲.۴۶	۳.۹۴	۴.۰	۸۰۰۰
۱.۶۴	۴.۰۴	۲.۶۵	۴.۳۱	۴.۵	۸۰۰۰
۰.۶۹	۱.۰۷	۱.۲۴	۱.۵۷	۲.۰	۱۰۰۰۰
۱.۳۹	۱.۹۱	۱.۹۳	۲.۲۸	۳.۰	۱۰۰۰۰
۱.۹۳	۲.۷۳	۲.۵۹	۳.۰۳	۴.۰	۱۰۰۰۰
۲.۱۹	۳.۱۶	۲.۸۶	۳.۴۳	۴.۵	۱۰۰۰۰
۱.۷۳	۲.۰۳	۲.۳۶	۲.۶۷	۳.۰	۲۰۰۰۰
۲.۴۵	۲.۷۵	۳.۰۹	۳.۴۰	۴.۰	۲۰۰۰۰
۲.۷۴	۳.۰۵	۳.۳۹	۳.۶۹	۴.۵	۲۰۰۰۰
۲.۶۶	۲.۹۵	۳.۲۹	۳.۵۸	۴.۰	۴۰۰۰۰
۳.۱۶	۳.۴۵	۳.۷۵	۴.۰۴	۴.۵	۴۰۰۰۰

$$\bar{\Delta M}(\xi) = 2mN\xi^2 \quad (27.9)$$

انتقال نکانه کل از انتگرال‌گیری روی  $\xi$  با در نظر گرفتن احتمال برای یک  $\xi$  معین به دست می‌آید که به معنی توزیع ماکسولوی سرعت برای یک مؤلفه سرعت  $\xi$  یعنی مؤلفه عمود بر دیوار است

$$\varphi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(\xi/\xi_{th})^2} \frac{d\xi}{\xi_{th}} \quad (28.9)$$

$\xi_{th}^2 = 2kT/m$  سرعت گرمایی است. این روند منجر می‌شود به

$$P_g = \vec{M} = \frac{2mN}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \xi^2 e^{-(\xi/\xi_{th})^2} \frac{d\xi}{\xi_{th}} \quad (29.9)$$

مقدار انتگرال برابر است با  $\frac{1}{4}\xi_{th}^2\sqrt{\pi}$ . با استفاده از این مقدار به‌دست خواهیم آورد

$$P_g = \vec{M} = \frac{2mN}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{2kT}{m} = NkT \quad (30.9)$$

اگر، علاوه بر آن دارای سرعت‌های تلاطمی با توزیع سرعت تقریبی ماکسولی باشیم، به‌همین ترتیب خواهیم داشت

$$P_t = \vec{M}_t = \frac{2mN}{4} \xi_{turb}^2 = \frac{1}{4} \rho \xi_{turb}^2 \quad (31.9)$$

که اکنون  $\xi_{turb}$  سرعت مرجع برای مؤلفه سرعت تلاطمی عمود بر دیواره فرضی است. برای یک توزیع ماکسولی سرعت، به‌دست می‌آوریم

$$\bar{\xi}_{turb}^2 = \frac{1}{4} \xi_{turb}^2 \quad (32.9)$$

پس همچنین می‌توان نوشت

$$P_t = \rho \bar{\xi}_{turb}^2 \quad (33.9)$$

حال در حضور فشار تلاطمی باید فشار کل یا نیروی گرانشی برابر باشد. یعنی

$$\frac{d}{dt}(P_g + P_t) = \frac{dP_g}{dt} + \frac{dP_t}{dt} = g\rho \quad (34.9)$$

بنابراین، برای تغییر در فشار گاز  $P_g$  به‌دست می‌آوریم

$$\frac{dP_g}{dt} = g\rho - \frac{dP_t}{dt} = \rho g_{eff} \quad (35.9)$$

که در آن

$$g_{eff} = g - \frac{1}{\rho} \frac{dP_t}{dt} = g - \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} \rho \bar{\xi}_{turb}^2 \quad (36.9)$$

پس تا زمانی که توزیعهای سرعت تلاطمی، تقریباً ماکسولی باشد، می توان با قراردادن  $g_{\text{eff}}$  به جای  $g$ ، مطابق معادله (۳۶.۹)، فشار تلاطمی را به حساب آورد.

## ۶.۹ آثار فشار تابشی

تابش شدید نیز ممکن است بر لایه بندی فشار تأثیر داشته باشد. فوتونهای با انرژی  $h\nu$  دارای تکانه  $\vec{M} = h\nu/c$  هستند. وقتی آنها به دیواره فرضی برخورد می کنند، تکانه ای برابر با  $(2h\nu \cos \vartheta/c)$  منتقل می کنند، که  $\vartheta$  زاویه میان جهت انتشار فوتون و عمود بر دیواره است. تعداد فوتونهایی که با بسامد  $\nu$  در هر ثانیه به  $1$  سانتی متر مربع می رسند از رابطه زیر به دست می آید

$$\frac{I_\nu}{h\nu} \cos \vartheta d\nu d\omega$$

بنابراین، انتقال تکانه کل در ثانیه در هر سانتی متر مربع توسط فوتونی با بسامد  $\nu$  که به دیواره برخورد می کند (یا جذب می شود) برابر است با

$$\frac{1}{4} \Delta \vec{M} = \int_{\Delta\omega=2\pi} \frac{I_\nu}{c} \cos^2 \vartheta d\nu d\omega \quad (37.9)$$

اکنون می خواهیم انتقال تکانه کل مربوط به پس زنی فوتونهای گسیلیده یا بازتابیده از دیواره (یا اتمها) را به حساب آوریم. اثر این فوتونها به سادگی با انتگرال گیری معادله (۳۷.۹) روی تابش بازگشته از دیواره، یعنی روی کل زاویه فضایی  $d\omega$  محاسبه می شود. این کار منجر می شود به

$$\Delta \vec{M} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{I_\nu}{c} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (38.9)$$

اگر  $I_\nu$ ، چنان که برای ستاره ها انتظار می رود، تابع  $\varphi$  نباشد، به دست می آوریم

$$\Delta \vec{M} = \frac{4\pi}{c} K_\nu d\nu \quad \text{با} \quad K_\nu = -\frac{1}{4} \int_1^{-1} I_\nu \cos^2 \vartheta d(\cos \vartheta) \quad (39.9)$$

برای فشار تابشی  $P_r$  با تقریب ادینگتون که برای  $1 \gg \tau$  اعتبار دارد خواهیم داشت

$$P_r = \vec{M} = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty K_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c} K \approx \frac{4\pi}{3c} J \quad (40.9)$$

آن گاه به دست می آوریم  $P_r = \frac{4}{3} \pi J/c$ .



برای گرادیان فشار تابش، براساس معادله (۲۰.۶) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{dP_r}{dt} = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \frac{dK_\nu}{dt} d\nu = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \kappa_{\nu,cm} \frac{F_\nu}{4} d\nu \quad (41.9)$$

در اینجا  $\kappa_\nu$  شامل ضریبهای جذب و پراکندگی می‌شود. در مورد جو خاکستری می‌توان گفت

$$\frac{dP_r}{dt} = \frac{\bar{\kappa}_{gr}\rho}{c} \pi F_r \quad (42.9)$$

$\bar{\kappa} = \bar{\kappa}$  در هر گرم و  $F_r =$  شار تابشی است. بنابراین برای تعادل هیدروستاتیک نیاز داریم که

$$\frac{dP_g}{dt} + \frac{dP_t}{dt} + \frac{dP_r}{dt} = g\rho \quad (43.9)$$

و

$$\frac{dP_g}{dt} = g\rho - \frac{dP_t}{dt} - \frac{dP_r}{dt} = g_{\text{eff}}\rho \quad (44.9)$$

با

$$g_{\text{eff}} = g - \frac{1}{\rho} \frac{dP_t}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dP_r}{dt} = g - g_t - g_r \quad (45.9)$$

و

$$g_r = \frac{1}{\rho} \frac{dP_r}{dt} = \frac{\bar{\kappa}_{gr}}{c} \pi F_r \quad (46.9)$$

اگر با جو خاکستری سروکار نداشته باشیم نمی‌توانیم انتگرال معادله (۴۱.۹) را حل کنیم. و دارای رابطه زیر خواهیم بود

$$g_r = \frac{1}{\rho} \frac{dP_r}{dt} = \frac{1}{c} \int_0^\infty \kappa_{\nu,gr} \pi F_\nu d\nu \quad (47.9)$$

در عمق زیاد یعنی  $1 \gg \tau_\nu$ ، به‌دست می‌آوریم

$$F_\nu = \frac{4}{3} \frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} = \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa_{\nu,cm}} \frac{dB_\nu}{dt} \quad (48.9)$$

و داریم

$$g_r = \frac{\pi}{c} \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{\kappa_{\nu,cm}}{\kappa_{\nu,cm}} \frac{4}{3} \frac{dB_\nu}{dt} d\nu = \frac{\pi}{c\rho} \frac{4}{3} \int_0^\infty \frac{dB_\nu}{dt} d\nu = \frac{\pi}{c\rho} \frac{4}{3} \frac{dB}{dt} \quad (49.9)$$

که حتی اگر با یک جو خاکستری سروکار نداشته باشیم، با

$$\frac{4\pi dB}{3dt} = \bar{\kappa}_{cm}\pi F_r \quad (50.9)$$

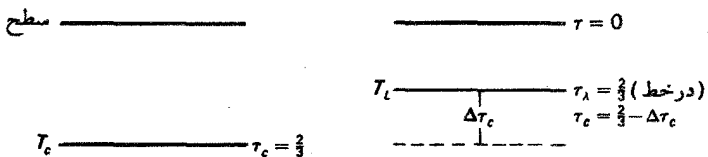
باز هم به دست می‌آوریم  $g_r = \bar{\kappa}_{gr}\pi F_r/v$ . در محاسبه شتاب تابشی، خاکستری نبودن فقط برای  $\tau_\nu < 1$  اهمیت دارد.

چرا فقط شار برای شتاب تابشی که رو به خارج است اهمیت دارد؟ در میدان تابشی همسانگرد، فرایندهای جذب بسیار زیادی در تمام جهتها وجود دارد. در هر فرایند جذب، به اتم جذب‌کننده تکانه منتقل می‌شود. بنابراین، فرایند انتقال تکانه صفر است. چون گسیل همسانگرد است، فرایند انتقال تکانه در فرایند گسیل نیز صفر است. فقط فرایند جذب اضافی از یک جهت اهمیت دارد. ناهمسانگردی میدان تابشی با  $F_\nu$  داده می‌شود. بنابراین در فرایند نیروی رو به خارج فقط  $F_\nu$  به حساب می‌آید.

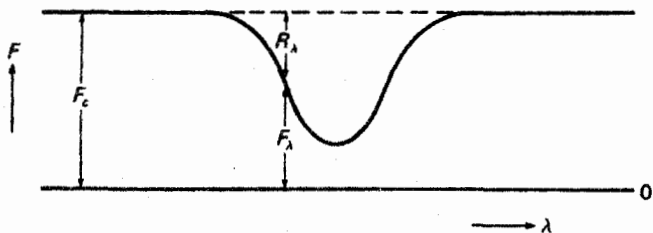
## نظریهٔ شکل‌گیری خط

### ۱.۱۰ شکل‌گیری خطوط اپتیکی نازک

قبلاً دیدیم که همیشه لایه‌ای با  $\frac{\tau}{\rho} \approx \tau_\lambda$  مشاهده می‌کنیم، یعنی همواره  $(\tau_\lambda = \frac{\tau}{\rho})$   $F_\lambda \approx B_\lambda$ . خطوط طیفی در طول موجهایی پدید می‌آید که  $\kappa_\lambda$  آنها بسیار بزرگ باشد. بنابراین، لایه‌های بسیار بالاتری را در این طول موجها می‌بینیم (شکل ۱.۱۰). این لایه‌ها دمای کمتری دارند، و از این رو  $B_\lambda$  کوچکتر است. این  $F_\lambda$ ی کوچکتر از  $F_c$ ، یعنی شار پیوستار در حوالی آن خط می‌انجامد.



شکل ۱.۱۰ در طول موج خط، که  $\kappa_\lambda \gg \kappa_c$ ، لایه‌های بالاتری را با  $T = T_L$  می‌بینیم که برای آنها  $T_L < T_c$  است، در نتیجه  $F_\lambda = B_\lambda(T_L) < F_c = B_\lambda(T_c)$ ، که دمای لایه‌ای است که در پیوستار دیده می‌شود.



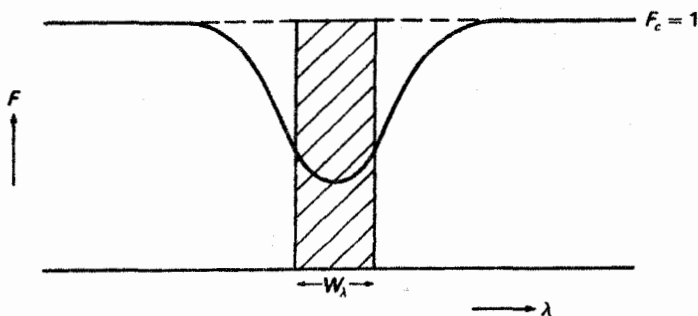
شکل ۲.۱۰ طرح کلی توزیع انرژی در اطراف یک خط طیفی برحسب طول موج  $\lambda$ . در طول موج خط، شار  $F_\lambda$  کوچکتر از شار در پیوستار  $F_c$  است.  $R_\lambda$  عمق خط اندازه‌گیری شده برحسب یکای شار پیوستار است.

عمق خط  $R_\lambda$  را به شکل زیر تعریف می‌کنیم (شکل ۲.۱۰)

$$R_\lambda = \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} = 1 - \frac{F_\lambda}{F_c} \quad (۲.۱۰)$$

بدیهی است که  $R_\lambda$  به طول موج در داخل آن خط بستگی دارد. سطح کل خط تقسیم بر  $F_c$  پهنای معادل  $W_\lambda$  خوانده می‌شود (سطح هاشورخورده در شکل ۳.۱۰). تقسیم بر  $F_c$  به معنی آن است که شار را برحسب واحد شار پیوستار محاسبه می‌کنیم، یعنی شار پیوستار برابر ۱ می‌شود پس وضعیتی را خواهیم داشت که در شکل ۳.۱۰ نشان داده شده است: پهنای معادل، پهنایی است که یک خط طیف مستطیلی باید داشته باشد تا جذب کل آن همانند خط واقعی شود. از این تعریف به دست می‌آوریم

$$W_\lambda = \int_{\text{خط}} R_\lambda d\lambda = \int_{\text{خط}} \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda \quad (۲.۱۰)$$



شکل ۳.۱۰ طرح کلی توزیع انرژی در حوالی خط. پهنای معادل  $W_\lambda$  پهنایی است که باید یک خط طیفی مستطیلی داشته باشد تا جذب کلی آن مانند خط واقعی باشد.

که در آن انتگرال بر روی کل خط انجام می‌شود. در ادامه بحث  $\tau_c$  مربوط به عمق اپتیکی در پیوستار خواهد بود، در حالی که  $\tau_\lambda$  عمق اپتیکی در خط است؛ یعنی  $\tau_\lambda = \tau_c + \tau_{\text{خط}}$ .

برای خطهای ضعیف، یعنی پیوستار  $\kappa_c \ll \kappa_{\text{خط}}$ ، لایه  $\tau_\lambda = \frac{2}{3}$  نزدیک لایه  $\tau_c = \frac{2}{3}$  خواهد بود؛ می‌توان بسط تیلور  $B_\lambda(T)$  را حول لایه با  $\tau_c = \frac{2}{3}$  انجام داده و به دست آورد

$$B_\lambda\left(\tau_\lambda = \frac{2}{3}\right) = B_\lambda\left(\tau_c = \frac{2}{3}\right) - \frac{dB_\lambda}{d\tau_c} \tau_c = \frac{2}{3} \Delta\tau_c = B_\tau\left(\tau_c = \frac{2}{3} - \Delta\tau_c\right) \quad (3.10)$$

داریم

$$\frac{\tau_\lambda}{\tau_c} = \frac{\kappa_\lambda}{\kappa_c} \quad \text{یا} \quad \tau_c = \tau_\lambda \frac{\kappa_c}{\kappa_c + \kappa_L} \quad (4.10)$$

که خط  $\kappa_L = \kappa_{\text{خط}}$ ، ضریب جذب خط و  $\kappa_c$  ضریب جذب پیوستار است. داریم  $\kappa_L = \kappa_{\text{خط}}$  برای لایه‌ای با  $\tau_\lambda = \frac{2}{3}$  به دست می‌آوریم

$$\tau_c = \frac{2}{3} \left( \frac{\kappa_c}{\kappa_c + \kappa_L} \right) = \frac{2}{3} - \Delta\tau_c \quad (5.10)$$

برای  $\kappa_L/\kappa_c \ll 1$  نسبت

$$\frac{\kappa_c}{\kappa_c + \kappa_L} \approx 1 - \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \quad \text{و} \quad \tau_c \approx \frac{2}{3} \left( 1 - \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \right) = \frac{2}{3} - \Delta\tau_c$$

با استفاده از این مطلب می‌بینیم که

$$\Delta\tau_c = +\frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \quad \text{اگر} \quad \kappa_L \ll \kappa_c \quad (6.10)$$

اگر  $\kappa_L \ll \kappa_c$ ، این خط به لحاظ اپتیکی، نازک نامیده می‌شود.

از معادله (6.10) برای عمق خط به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} R_\lambda &= \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} = \frac{B_\lambda(\tau_c = \frac{2}{3}) - B_\lambda(\tau_\lambda = \frac{2}{3})}{B_\lambda(\tau_c = \frac{2}{3})} \\ &= \frac{B_\lambda(\tau_c = \frac{2}{3}) - B_\lambda(\tau_c = \frac{2}{3}) + \frac{dB_\lambda}{d\tau_c} \Big|_{\tau_c = \frac{2}{3}} \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c}}{B_\lambda(\tau_c = \frac{2}{3})} \quad (7.10) \end{aligned}$$

$$R_{\lambda} = \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \frac{d \ln B_{\lambda}}{d\tau_c} \Big|_{\tau_c=2/3} \quad (8.10)$$

اگر  $\tau_{\lambda} \ll 1$ ، برای یک لوله جذب داشتیم (بخش ۴.۴)  $I_{\lambda} = I_{\lambda_0} e^{-\tau_{\lambda}} \sim I_{\lambda_0} (1 - \tau_{\lambda})$  و عمق خط به صورت زیر در می‌آید

$$R_{\lambda} = \frac{I_{\lambda_0} - I_{\lambda}}{I_{\lambda_0}} = 1 - (1 - \tau_{\lambda}) = \tau_{\lambda} = \kappa_{L,cm} H_{eff} \quad (9.10)$$

که در آن  $H_{eff}$  طول لوله جذب است.

از مقایسه معادله (۸.۱۰) با (۹.۱۰) می‌توان (۸.۱۰) را به شکل زیر نوشت

$$R_{\lambda} = \kappa_{L,cm} H_{eff} \quad \text{با} \quad H_{eff} = \frac{2}{3} \frac{d \ln B_{\lambda}}{d\tau_c} \frac{1}{\kappa_{c,cm}} \quad (10.10)$$

$H_{eff}$  را می‌توان ارتفاع مؤثر جو به لحاظ جذب خطی در نظر گرفت، یا به عبارت دیگر جو ستاره همانند یک لوله جذب آزمایشگاهی به ارتفاع  $H_{eff}$  عمل می‌کند.

معادله (۸.۱۰) رابطه‌ای بسیار مهم است. این معادله بیان می‌کند که عمق خط را نه تنها اندازه ضریب جذب خطی، بلکه مقدار ضریب جذب پیوسته، همین‌طور از گرادیان تابع چشمه، که معمولاً می‌توان گرادیان تابع پلانک را جایگزین آن کرد، تعیین می‌کند. اگر با کاهش دما به طرف خارج گرادیان دما وجود نداشته باشد، آن‌گاه خطوط جذبی در طیف وجود نخواهد داشت.

اگر بخواهیم نمایه خط، یعنی توزیع انرژی در داخل خط را بررسی کنیم باید وابستگی  $\kappa_L$  به طول موج را که در معادله (۸.۱۰) نمایان است بررسی کنیم.

## ۲.۱۰ ضریب جذب خطی

ضریب جذب خطی  $\kappa_L$  به‌ازای هر سانتی‌متر مکعب از ضریب جذب به‌ازای هر اتم  $\kappa_{L,a}$  (با بعد سانتی‌متر مربع) ضربدر تعداد اتمهای  $N_L$  در سانتی‌متر مکعب که خط مورد نظر را جذب می‌کنند به‌دست می‌آید. برای مثال، در مورد خطوط بالمر،  $N_L$  با تعداد اتمهای هیدروژن در دومین تراز کوانتومی ( $n = 2$ ) داده می‌شود. ضریب جذب خطی  $\kappa_{L,a}$  برخلاف انتظار خیلی تیز نیست، با توجه به اینکه این خط مربوط به گذار یک الکترون از یک حالت مقید به حالت مقید دیگر است که برای آن بسامد نور جذب‌شده یا گسیل‌شده از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$h\nu = \chi(\text{حالت پایتتر}) - \chi(\text{حالت بالاتر})$$

که در آن  $\chi$  انرژی برانگیختگی است.  $\kappa_{L,a}$  در یک نوار طول موج معین گسترده شده است. علت این پهنای طبیعی خط، پهنای طبیعی ترازهای انرژی است. در رهیافت کلاسیک الکترون نوسان‌کننده، گسیل در این خط، گسیل یک الکترون نوسان‌کننده مقید با ویژه بسامد  $\nu$  است. به واسطه این تابش، نوسان میرا می‌شود، و همان‌گونه که پیش از این دیدیم، انرژی گسیلیده وابستگی بسامدی پیدا می‌کند که با گسیلمندی  $\varepsilon_{L,a}$  داده می‌شود (از آنجایی که در LTE داریم  $\varepsilon_{L,a} = \kappa_{L,a} S_\nu = \kappa_{L,a} B_\nu$ ، نمایه  $\kappa_{L,a}$  شبیه  $\varepsilon_{L,a}$  است.) با بسامد  $\omega_0$  در مرکز خط، به دست می‌آوریم

$$\varepsilon_{L,a} \propto \frac{\gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \sim \frac{\gamma}{(\gamma \omega)^2 (\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2 \omega^2} = \frac{\gamma}{(\Delta\omega^2 + \gamma^2/4)} \frac{1}{2^2 \omega^2} \quad (11.10)$$

در اینجا از این موضوع استفاده کرده‌ایم که

$$\omega^2 - \omega_0^2 = (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) \sim 2\omega(\omega - \omega_0) \quad \text{برای} \quad \frac{\omega - \omega_0}{\omega} \ll 1$$

بسامد  $\omega = 2\pi\nu$  را می‌توان در سراسر خط ثابت فرض کرد. کمیت مهم برای نمایه خط، مخرج کسر است. به دست می‌آوریم

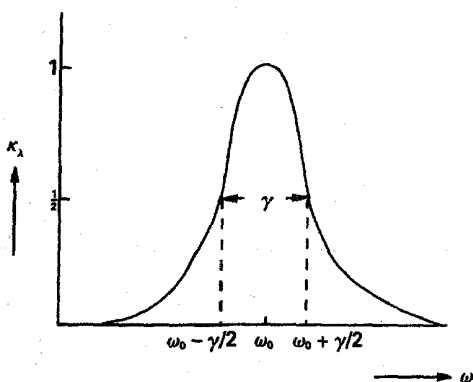
$$\kappa_{L,a} \propto \frac{\gamma}{\Delta\omega^2 + (\gamma/2)^2} \quad (12.10)$$

این نمایه که به نمایه میرایی یا نمایه لورنتسی نیز معروف است، نیم‌پهنای کلی  $\gamma$   $2\Delta\omega(\frac{1}{2}) = \gamma$  دارد (شکل ۴.۱۰). هرچه مقدار تابش بیشتر باشد خط بزرگتر و پهنتر می‌شود. از نظریه میرایی کلاسیک الکترون نوسان‌کننده و تابنده به دست می‌آوریم

$$\gamma = \frac{\lambda \pi^2 e^2}{3mc\lambda_0^2} \quad (13.10)$$

که در آن  $\lambda_0$  طول موج در مرکز خط است.

نیم‌پهنای کل طبیعی خط برای یک الکترون کلاسیک، بدون توجه به مقدار طول موج  $\lambda$ ، برابر  $\lambda_N = 1.2 \times 10^{-2} \text{ \AA}$  به دست می‌آید. برای ضریب جذب  $\kappa_{L,a}$  به دست می‌آوریم



شکل ۴.۱۰ طرح کلی نمایه میرایی کلاسیک برای یک الکترون نوسان‌کننده با ویژه بسامد  $\omega_0$  و ثابت واهلش  $\gamma$ .

$$\kappa_{L,a} = \frac{\pi e^2}{mc} \frac{\gamma}{\Delta\omega^2 + (\gamma/2)^2} f \quad (14.10)$$

در اینجا عامل  $f$  را وارد کردیم که قدرت نوسانگر خوانده می‌شود، زیرا این عامل مشخص می‌کند که خط مورد نظر متناظر با چند نوسانگر کلاسیک است.

در رهیافت کوانتوم مکانیکی، پهنای طبیعی خط را پهنای محدود دو تراز انرژی تعیین می‌کند. براساس اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، عدم قطعیت در اندازه‌گیری انرژی  $\Delta E$  از زمان  $\Delta t$  که صرف اندازه‌گیری می‌شود به دست می‌آید، یعنی

$$\Delta E \Delta t = \hbar = h/2\pi, \quad \hbar = \text{ثابت پلانک} \quad (15.10)$$

بیشینه زمان موجود برای اندازه‌گیری انرژی  $E$  را زمانی تعیین می‌کند که الکترون در آن تراز انرژی قرار دارد. هرچه احتمال گذار بزرگتر باشد، طول عمر کوتاهتر، تابش قویتر و  $\Delta E$  بزرگتر خواهد بود، که به معنی پهنای خط طبیعی بزرگتر است. پس معلوم می‌شود که  $\gamma$  با احتمال گذار متناسب است. این به معنی آن است که پهنای خط طبیعی از مرتبه

$$\Delta\omega/\omega = \Delta\lambda/\lambda \propto \text{احتمال گذار} \quad (16.10)$$

است.

درواقع جمع روی همه احتمالات گذار برای سطح مورد نظر است. وقتی پهنای خط را محاسبه می‌کنیم باید پهنای هر دو تراز را که در گذار خط شرکت دارند به حساب بیاوریم.



در بسیاری از موارد اخترشناسی پهنای خط را میرایی تابشی مشخص نمی‌کند، بلکه حرکت گرمایی اتمهای گسیلنده و جذب‌کننده تعیین‌کننده آن است.

### ۳.۱۰ نمایه دوپلر

اتمهای نورگسیل در جو ستاره‌ای در حال سکون نیستند، بلکه دارای توزیع سرعت ماکسولایی هستند که برای یک مؤلفه سرعت  $v_x = \xi$  به قرار زیر است

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(\xi/\xi_0)^2} \frac{d\xi}{\xi_0} \quad \zeta_0^2 = \frac{2R_g T}{\mu} \quad (17.10)$$

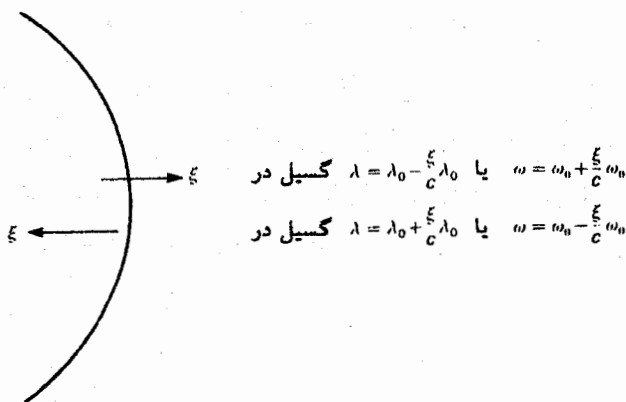
ذره‌ای که با  $\xi$  از ناظر دور می‌شود (شکل ۵.۱۰) نوری با طول موج  $\omega_0 + \Delta\omega$  گسیل می‌کند با

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{\xi}{c} \quad \text{یا} \quad \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\xi}{c} \quad (18.10)$$

برای حرکت به طرف ناظر      برای دورشدن از ناظر

فقط مؤلفه حرکت در جهت خط دید را باید برای اثر دوپلر در نظر گرفت. بنابراین، باید توزیع ماکسول را فقط برای یک مؤلفه سرعت در نظر بگیریم.

تعداد فرایندهای جذب یا گسیل در  $\omega + \xi\omega/c$  را تعداد اتمهایی که با مؤلفه سرعت  $\xi$  به طرف ما در حرکت‌اند تعیین می‌کند. یعنی نمایه جذب یا گسیل باید دارای توزیع ماکسول (۱۷.۱۰) باشد یا



شکل ۵.۱۰ حرکت گرمایی مقدار  $\xi$  ذرات نورگسیل، به گسیل در بسامدهای  $\omega = \omega_0 \pm \omega_0 \xi/c$  می‌انجامد که ما آنها را مشاهده می‌کنیم. در چارچوب سکون ذره  $\omega = \omega_0$  است.

$$\kappa_{L,a} \propto N(\zeta) \propto e^{-(\xi/\xi_0)^2} \frac{1}{\xi_0} \propto e^{-(\Delta\omega/\Delta\omega_D)^2} \frac{1}{\Delta\omega_D} \quad (19.10)$$

با

$$\frac{\xi}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta\omega}{\omega} \quad \text{و} \quad \frac{\xi_0}{c} = \frac{\Delta\lambda_D}{\lambda} = -\frac{\Delta\omega_D}{\omega} \quad \text{و} \quad \xi_0 = \sqrt{\left(\frac{2R_g T}{\mu}\right)}$$

یا

$$\kappa_{L,a} \propto e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \frac{1}{\Delta\lambda_D} \quad \text{با} \quad \Delta\lambda_D = \lambda \frac{\xi_0}{c} \quad (20.10)$$

برای الکترونی که در واقع مثل یک نوسانگر کلاسیک تابش می‌کند به دست می‌آوریم

$$\int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{\nu} d\nu = \frac{\pi e^2}{mc} \quad \text{یا} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{\lambda} d\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{\pi e^2}{mc} \quad \text{چون} \quad d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu \quad (21.10)$$

با دانستن شعاع الکترون نیز که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$r_{e1} = \frac{e^2}{mc^2}$$

می‌توانیم بنویسیم

$$\int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{\lambda} d\lambda = \lambda^2 \pi r_{e1}$$

البته انتگرال‌گیری از  $\kappa_{\lambda}$  روی خط، بدون توجه به پهن‌شدگی دوپلر، یکسان باقی می‌ماند. در یک میدان تابشی مستقل از بسامد، مقدار انرژی که اتمهای متحرک جذب می‌کنند تغییر نمی‌کند. پس شرط (21.10) به مقدار  $\kappa_{L,a}$  زیر می‌انجامد

$$\kappa_{L,a} = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc^2} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_D} e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \quad (22.10)$$

درواقع، تابش الکترونها در حالت‌های مختلف انرژی و برای گذارهای مختلف، دارای شدت متفاوت است، که با توجه به معادله (21.10) بدیهی نیست. بنابراین، همان‌طور که قبلاً گفتیم، عامل  $f$  را که شدت واقعی خط را بیان می‌کند وارد کردیم. این عامل تعیین می‌کند که گسیل متناظر با چند نوسانگر کلاسیک است. بنابراین، به این عامل قدرت نوسانگری خط یا گذار می‌گوییم. برای پهن‌شدگی فقط ناشی از اثر دوپلر، یک نیم‌پهنا به شکل زیر به دست می‌آوریم

$$\Delta\lambda_{1/2} = \Delta\lambda_D \sqrt{\ln 2} \quad (23.10)$$

در خورشید با  $T \sim 6000\text{K}$  برای یک اتم آهن با وزن اتمی  $\mu = 56$  به دست می‌آوریم

$$\xi_0 = \sqrt{\left(\frac{2RT}{\mu}\right)} = \sqrt{\left(\frac{2 \times 8.31 \times 10^7 \times 6 \times 10^2}{56}\right)} \approx 1.4 \times 10^5 \text{ cm s}^{-1}$$

یا

$$\xi_0 = 1.4 \text{ km s}^{-1} \quad \text{و} \quad \frac{\Delta\lambda_D}{\lambda} = \frac{1.4 \times 10^5}{3 \times 10^{10}} \sim 4 \times 10^{-6}$$

برای  $\lambda \sim 4000 \text{ \AA}$  داریم  $\Delta\lambda_D \sim 16 \text{ \AA}$  و  $\sim 1.6 \times 10^{-10}$  یعنی پهنای خط بسیار بزرگتر از پهن شدن خط است که همان‌طور که در بالا دیدیم حدود  $1.1 \times 10^{-2} \text{ \AA}$  بود. برای اتم هیدروژن در  $T = 6000\text{K}$  به دست می‌آوریم

$$\xi_0 = \sqrt{\left(\frac{2 \times 8.31 \times 10^7 \times 6 \times 10^2}{1}\right)} \approx 10 \text{ km s}^{-1}$$

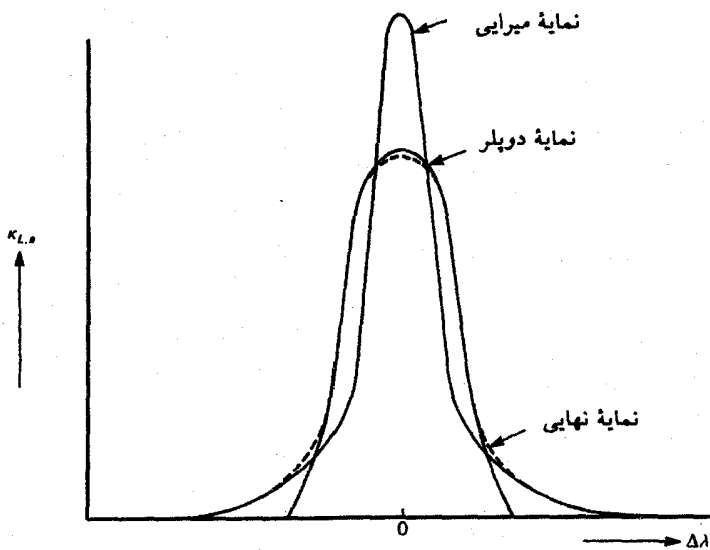
این همیشه نقطه مرجع خوبی برای برآورد سرعت‌های گرمایی میانگین است. پهنای دوپلری خطوط بالمر حدود  $1 \text{ \AA}$  است. هرچند، در اغلب ستاره‌ها خطوط هیدروژن به علت پهن شدن خط اثر اشتراک بسیار بهتر می‌شوند که در فصل ۱۱ به آن می‌پردازیم.

## ۴.۱۰ نمایه فوگت<sup>۱</sup>

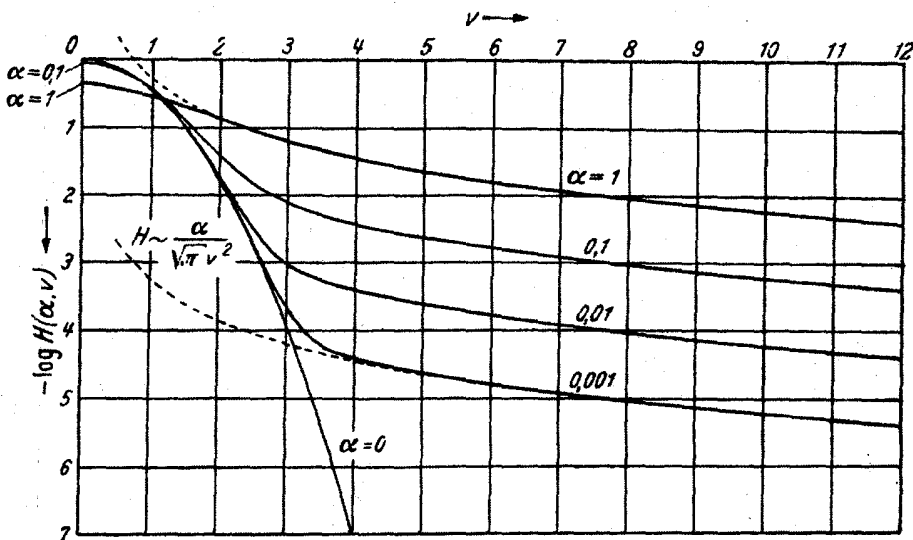
معمولاً باید هر دو اثر نمایه دوپلر و نمایه میرایی را در نظر بگیریم. نمایه میرایی در مرکز خط ناچیز است، زیرا پهن شدن دوپلری بسیار بزرگتر است، اما در لبه‌ها نمایه دوپلر با شیب زیاد کم می‌شود، در حالی که نمایه میرایی فقط به شکل  $1/\Delta\lambda^2$  کاهش می‌یابد. پس نمایه کلی که نمایه فوگت نیز خوانده می‌شود، متشکل از یک هسته دوپلر و لبه‌های میرایی است (شکل ۶.۱۰). شکل نهایی نمایه به نسبت پهنای میرایی  $\gamma/2$  به پهنای دوپلری  $\Delta\omega_D$  بستگی دارد. این نسبت را معمولاً با  $\alpha$  نشان می‌دهند یعنی  $\alpha = \gamma/2\Delta\omega_D$ . پس ضریب جذب خط  $\kappa_L$  عبارت است از

$$\kappa_{L,\alpha} = \kappa_0 H(\alpha, v) \quad \text{با} \quad \kappa_0 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot e^2}{mc^2} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda_D} \cdot f \quad (24.10)$$

در جدول ۱.۱۰ تابعی را که از آن نمایه فوگت را می‌توان به دست آورد، جدول بندی کرده‌ایم.



شکل ۶.۱۰ طرح کلی نمایه‌های خطی مختلف که در نمایه فوگت سهیم‌اند. معمولاً نمایه خط متشکل از یک هسته دوپلری و لبه‌های میرایی است. به آن نمایه فوگت می‌گویند.



شکل ۷.۱۰ نمایه فوگت برای مقادیر مختلف  $\alpha$  در نقشه لگاریتمی نشان داده شده است.

جدول ۱.۱۰ توابعی که برای محاسبه نمایه فوگت  $H(\alpha, v)$  برای  $\alpha \ll 1$  مورد نیاز است

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_D} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_D} \quad \alpha = \frac{\gamma}{2\Delta\omega_D}$$

$$F(v) = e^{-v^2} \int_0^v e^{u^2} du \quad \text{با} \quad H(\alpha, v) = e^{-v^2} - \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} [1 - 2vF(v)]$$

$-\frac{2}{\sqrt{\pi}}[1 - 2vF(v)]$	$e^{-v^2}$	$v$
-۱٫۱۲۸۳۸	+۱٫۰۰۰۰۰۰	۰٫۰
-۱٫۱۰۵۹۶	+۰٫۹۹۰۰۵۰	۰٫۱
-۱٫۰۴۰۴۸	+۰٫۹۶۰۷۸۹	۰٫۲
-۰٫۹۳۷۰۳	+۰٫۹۱۳۹۳۱	۰٫۳
-۰٫۸۰۳۴۶	+۰٫۸۵۲۱۴۴	۰٫۴
-۰٫۶۴۹۴۵	+۰٫۷۷۸۸۰۱	۰٫۵
-۰٫۴۸۵۵۲	+۰٫۶۹۷۶۷۶	۰٫۶
-۰٫۳۲۱۹۲	+۰٫۶۱۲۶۲۹	۰٫۷
-۰٫۱۶۷۷۲	+۰٫۵۲۷۲۹۲	۰٫۸
-۰٫۰۳۰۱۲	+۰٫۴۴۴۸۵۸	۰٫۹
+۰٫۰۸۵۹۴	+۰٫۳۶۷۸۷۹	۱٫۰
+۰٫۱۷۷۸۹	+۰٫۲۹۸۱۹۷	۱٫۱
+۰٫۲۴۵۳۷	+۰٫۲۳۶۹۲۸	۱٫۲
+۰٫۲۸۹۸۱	+۰٫۱۸۴۵۲۰	۱٫۳
+۰٫۳۱۳۹۴	+۰٫۱۴۰۸۵۸	۱٫۴
+۰٫۳۲۱۳۰	+۰٫۱۰۵۳۹۹	۱٫۵
+۰٫۳۱۵۷۳	+۰٫۰۷۷۳۰۵	۱٫۶
+۰٫۳۰۰۹۴	+۰٫۰۵۵۵۷۶	۱٫۷
+۰٫۲۸۰۲۷	+۰٫۰۳۹۱۶۴	۱٫۸
+۰٫۲۵۶۴۸	+۰٫۰۲۷۰۵۲	۱٫۹
+۰٫۲۳۱۷۲۶	+۰٫۰۱۸۳۱۵۶	۲٫۰
+۰٫۲۰۷۵۲۸	+۰٫۰۱۲۱۵۵۲	۲٫۱
+۰٫۱۸۴۸۸۲	+۰٫۰۰۷۹۰۷۱	۲٫۲
+۰٫۱۶۴۳۴۱	+۰٫۰۰۵۰۴۱۸	۲٫۳

جدول ۱.۱۰ (ادامه)

$-\frac{v}{\sqrt{\pi}}[1 - 2vF(v)]$	$e^{-v^2}$	$v$
+۰٫۱۴۶۱۲۸	+۰٫۰۰۳۱۵۱۱	۲٫۴
+۰٫۱۳۰۲۳۶	+۰٫۰۰۱۹۳۰۵	۲٫۵
+۰٫۱۱۶۵۱۵	+۰٫۰۰۱۱۵۹۲	۲٫۶
+۰٫۱۰۴۷۳۹	+۰٫۰۰۰۶۸۲۳	۲٫۷
+۰٫۰۹۴۶۵۳	+۰٫۰۰۰۳۹۳۷	۲٫۸
+۰٫۰۸۶۰۰۵	+۰٫۰۰۰۲۲۲۶	۲٫۹
+۰٫۰۷۸۵۶۵	+۰٫۰۰۰۱۲۳۴	۳٫۰
+۰٫۰۷۲۱۲۹	+۰٫۰۰۰۰۶۷۱	۳٫۱
+۰٫۰۶۶۵۲۶	+۰٫۰۰۰۰۳۵۷	۳٫۲
+۰٫۰۶۱۶۱۵	+۰٫۰۰۰۰۱۸۶	۳٫۳
+۰٫۰۵۷۲۸۱	+۰٫۰۰۰۰۰۹۵	۳٫۴
+۰٫۰۵۳۴۳۰	+۰٫۰۰۰۰۰۴۸	۳٫۵
+۰٫۰۴۹۹۸۸	+۰٫۰۰۰۰۰۲۴	۳٫۶
+۰٫۰۴۶۸۹۴	+۰٫۰۰۰۰۰۱۱	۳٫۷
+۰٫۰۴۴۰۹۸	+۰٫۰۰۰۰۰۰۵	۳٫۸
+۰٫۰۴۱۵۶۱	+۰٫۰۰۰۰۰۰۲	۳٫۹
+۰٫۰۳۹۲۵۰	+۰٫۰۰۰۰۰۰۱	۴٫۰
+۰٫۰۳۵۱۹۵	—	۴٫۲
+۰٫۰۳۱۷۶۲	—	۴٫۴
+۰٫۰۲۸۸۲۴	—	۴٫۶
+۰٫۰۲۶۲۸۸	—	۴٫۸
+۰٫۰۲۴۰۸۱	—	۵٫۰

در شکل ۷.۱۰ نقشه لگاریتمی نمایه خط را برای مقادیر مختلف  $\alpha$  نشان داده‌ایم. به‌عنوان یک قاعده کلی می‌توان گفت که در فاصله  $\Delta\lambda$  از مرکز خط، که برای آن

$$\Delta\lambda = -(\log \alpha)\Delta\lambda_D \quad (۲۵.۱۰)$$

است شروع به دیدن لبه‌های میرایی می‌کنیم. این قاعده اغلب برای برآورد اولیه پهنای دوپلری  $\Delta\lambda_D$  مفید است.

## ۵.۱۰ پهن‌شدگی خط بر اثر حرکت‌های تلاطمی

اگر علاوه بر حرکت گرمایی، حرکت‌های دیگری نیز در جَو وجود داشته باشد، جذب یا گسیل تابش از آنها نیز دارای انتقال دوپلر خواهند شد. مثلاً دیدیم که انتقال‌های دوپلر مربوط به حرکت دانه‌دانه‌های خورشیدی به صورت خطوط موج‌دار در طیف خورشیدی ظاهر می‌شوند. (جلد اول فصل ۱۸). اگر خورشید بسیار دور می‌بود و فقط می‌توانستیم طیف نور انتگرال‌گیری‌شده روی کل خورشید را دریافت کنیم، خطوط دیگر موج‌دار نبودند بلکه به همین نسبت پهن می‌شدند. این را پهن‌شدگی درشت‌تلاطمی گوئیم، به این معنی که قسمت‌های مختلف قرص ستاره‌ای سرعت‌های متفاوتی دارند. اگر فرض کنیم که سرعت‌های درشت‌تلاطمی دارای توزیع سرعتی مشابه توزیع سرعت‌های گرمایی، یعنی گاوسی باشد، آن‌گاه توزیع سرعت حاصل، که پس از افزودن توزیع سرعت درشت‌تلاطمی به توزیع سرعت گرمایی به دست می‌آید توزیعی گاوسی با سرعت مرجع  $\xi_0$  است، که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\xi_0^2 = \xi_{th}^2 + \xi_{turb}^2 \quad (26.10)$$

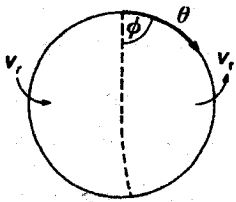
و پهنای دوپلری خط متناظر با  $\Delta\lambda_D$  است. که اکنون با  $\xi_0$  در معادله (۲۶.۱۰) تعیین می‌شود.  $\xi_{th}$  نماینده سرعت مرجع حرکت‌های گرمایی و  $\xi_{turb}$  سرعت مرجع حرکت‌های تلاطمی است. ممکن است، علاوه بر حرکت‌های درشت‌تلاطمی، حرکت‌های به نام ریزتلاطمی نیز داشته باشیم. اگر از امتداد خط دید تا  $\frac{1}{4} = \tau\lambda$  با سرعت‌های متفاوت روبه‌رو شویم، آن‌گاه فوتونهایی که از جَو خارج می‌شوند با اتمهایی با سرعت‌های مختلف، درست مثل حالت حرکت‌های گرمایی؛ روبه‌رو می‌شوند. در این حالت از دیدگاه فوتونها چنین به نظر می‌رسد که ضریب جذب  $\kappa_{L,a}$  پهن شده است. به نظر می‌رسد که حرکت‌های گرمایی زیادتر شده باشند. خطوط درست مثل حالت درشت‌تلاطمی پهن می‌شوند، اما تأثیر بر کل جذب خط در یک خط بخصوص نسبت با حالت درشت‌تلاطمی تفاوت دارد. در حالت درشت‌تلاطم، دانه‌دانه‌های خورشیدی را در نظر بگیرید که در آن، هر قسمت قرص ستاره‌ای مستقل از قسمت‌های دیگر است. برای مثال، یک خط موجود در یک دانه برای تعداد مشخصی از اتمهای جذب‌کننده به صورت اپتیکی پهن می‌شود، بدون توجه به اینکه ماده در دانه به بالا و پایین حرکت می‌کند یا در حالت سکون است. در داخل هر دانه نمایه خط و جذب کل تغییر نمی‌کنند. به راحتی می‌توان دید که وقتی همه طیفها را برای دانه‌های بسیار با هم جمع می‌کنیم، جذب کل تغییر نمی‌کند. فقط نمایه خطی ظاهری بهتر می‌شود زیرا خطوط ناشی از دانه‌های مختلف در طول موجهای مختلف ظاهر می‌شوند. این موضوع برای ریزتلاطم متفاوت

است. چون آنها در امتداد خط مشاهده سرعت‌های متفاوتی دارند یک فوتون با انتقال طول موج کوچک نسبت به مرکز خط، که ممکن است بر سر راهش به بیرون باز جذب شده باشد، اکنون به هیچ وجه دوباره جذب نمی‌شود، چرا که ماده بالای آن ممکن است به سرعت خارج شود و ضریب جذب در طول موج فوتون اکنون بسیار کوچک است. به نظر می‌رسد که در هر طول موج معین در داخل خط، ضریب جذب تغییر کرده است.  $K_E/K_C$  در هر طول موج در داخل خط تغییر کرده است. برای تعداد زیادی از اتم‌های جذب‌کننده این خط از لحاظ اپتیکی خیلی بیشتر از زمانی که هیچ ریزتلاطمی وجود نداشته باشد، باریک باقی می‌ماند. وقتی به جذب کل در چنین خطوطی نگاه می‌کنیم این مطلب پیامدهای مهمی خواهد داشت.

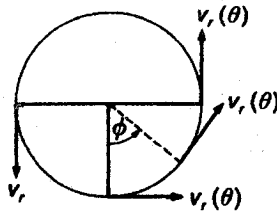
### ۶.۱۰ سایر واپیچیدگیهای نمایه‌های خط

همان‌گونه که در فصل ۱۳ از جلد اول بیان شد، واپیچش داخلی دیگر در نمایه خط ستارگان، ناشی از دوران ستاره‌ای است.

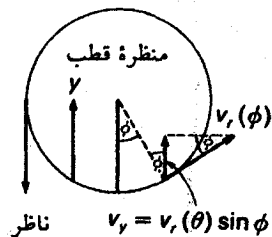
همان‌گونه که شکل ۸.۱۰ نشان می‌دهد، در حالی که نیمی از ستاره از ما دور می‌شود نیم دیگر آن به طرف ما در حرکت است. مؤلفه حرکت در جهت خط دید، اگر  $v_r(\vartheta)$  سرعت دورانی برای زاویه متمم عرضی  $\vartheta$  باشد،  $v_y = v_r(\vartheta) \sin \phi$  است. در دوران جسم صلب  $v_r(\vartheta) = v_e \sin \vartheta$ ، و مؤلفه سرعت  $v_y$  در امتداد خط دید  $v_y(\vartheta) = v_e \sin \phi \sin \vartheta$  است. که در آن  $v_e$  سرعت دوران استوایی است. برای همه نقاط روی کره که برای آنها، ثابت  $\sin \phi \sin \vartheta$  باشد ثابت است. اگر کره ستاره را در مختصات قطبی کروی در نظر بگیریم، جای این نقاط روی کره به بهترین وجه دیده می‌شوند. داریم (شکل ۹.۱۰)



منظره استوایی



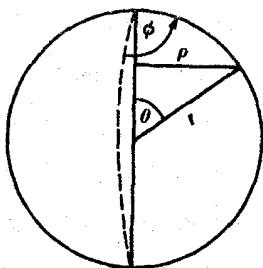
منظره از قطب



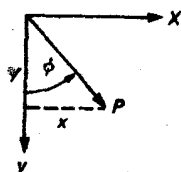
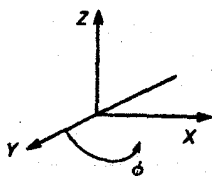
منظره قطب  
ناظر  $v_y = v_r(\theta) \sin \phi$

شکل ۸.۱۰ نیمی از ستاره چرخان به طرف ما حرکت می‌کند. نیم دیگر آن از ما دور می‌شود.





$\phi$  = طول  
 $\theta$  = متمم عرضی



شکل ۹.۱۰ رابطه میان مختصات دکارتی  $X, Y, Z$  و مختصات قطبی کروی  $r$  و  $\phi$  و  $\vartheta$  را نشان می‌دهد.

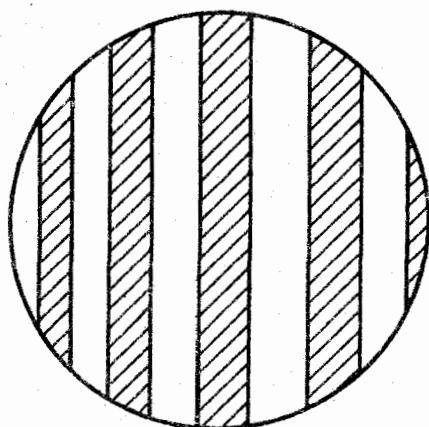
$$x = \rho \sin \phi = r \sin \vartheta \sin \phi$$

$$y = \rho \cos \phi = r \sin \vartheta \cos \phi$$

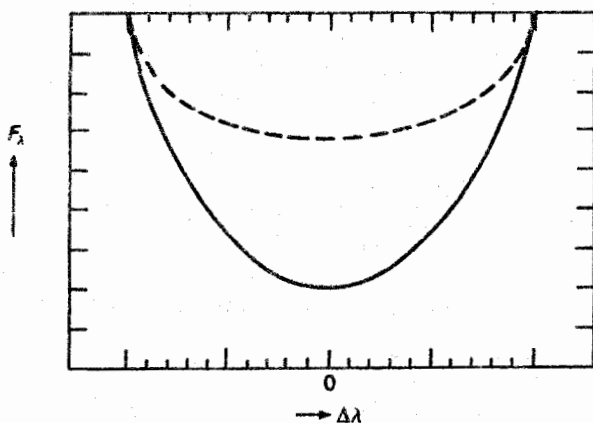
$$z = r \cos \vartheta$$

این نشان می‌دهد که برای ثابت  $x$ ، یعنی برای نوارهایی در طول ستاره،  $\sin \vartheta \sin \phi$  ثابت است (شکل ۱۰.۱۰ را ببینید). اگر همه نواحی روی سطح ستاره به طور یکسان روشن باشند، خط طیفی که فقط به علت دوران پهن شده باشد دارای نمایه خط بیضوی است (شکل ۱۱.۱۰).

نمایه خط طیفی عموماً بر اثر تفکیک محدود طیف‌نگار نیز وابسته می‌شود، که سبب تولید نمایه خط به شکل مشخص می‌شود، حتی اگر خط طیف ذاتاً بینهایت تیز باشد. این نمایه خط نمایه دستگاهی خوانده می‌شود. این نمایه یک پهن‌شدگی خط اضافی، مخصوصاً برای طیفهای با پاشیدگی پایین، می‌دهد در یک چنین طیف با پاشیدگی پایینی پهن‌شدگی دستگاهی بسیار مهم‌تر از هر پهن‌شدگی ذاتی در ستاره است. در چنین طیف با پاشیدگی پایینی نمی‌توان نمایه‌های خط ذاتی را اندازه‌گیری کرد. برای طیف با پاشیدگی بالا باید نمایه‌های خط اندازه‌گیری شده را برای پهن‌شدگی دستگاهی که در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود تصحیح کرد. اغلب نمی‌توانیم نمایه خط واقعی را به دست آوریم بخصوص برای طیف ستاره‌های کم‌نور که برای آنها فقط طیفی با



شکل ۱۰.۱۰ برای نوارهای روی قرص ستاره موازی با محور عمودی دوران داریم ثابت  $v_y = 0$ .



شکل ۱۱.۱۰ یک خط طیفی که بر اثر چرخش پهن شده است تنها دارای نمایه خط بیضوی برای ستاره‌ای بدون تیرگی کناره (---). (—) نمایه‌ای با تیرگی شدید کناره است.

تفکیک پایین به دست می‌آوریم. پس فقط می‌توانیم با جذب خط کل در خطها کار کنیم. جذب کل در خطوط به علت همه این سازوکارهای پهن‌شدگی ماکروسکوپی بدون تغییر باقی می‌ماند. (این موضوع مانع از اندازه‌گیری مقادیر اندکی نادرست برای طیفهایی با پاشیدگی پایین نمی‌شود، چون باعث می‌شود که در مورد محل پیوستار در چنین طیفهایی با پاشیدگی پایین قضاوت‌های غلطی بکنیم.)

## ۷.۱۰ پهنای معادل برای خطوط نازک اپتیکی

اکنون به راحتی می‌توان پهنای معادل خط نازک اپتیکی را با استفاده از معادله‌های (۲.۱۰) و (۸.۱۰) محاسبه کرد. به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} W_\lambda &= \int_{\text{خط}} R_\lambda d\lambda = \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \int_{\text{خط}} \kappa_{\text{خط}} d\lambda \\ &= \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} N_{rs} \int_{\text{خط}} \kappa_{\text{خط}} (\text{در هر اتم}) d\lambda \\ &= CN_{rs} \lambda^2 \frac{\pi e^2}{mc^2} f_{rs} = C' \lambda^2 N_{rs} f_{rs} \end{aligned} \quad (27.10)$$

در اینجا  $\tau$  شاخص نشانگر درجه یونیدگی یون یا اتم جذب‌کننده و شاخص دوم  $s$  بیانگر عدددهای کوانتومی ترازهای دخیل درگذار است. معادله (۲۷.۱۰) نشان می‌دهد که پهنای معادل برای خطوط باریک اپتیکی متناسب با تعداد اتمهای جذب‌کننده ضریب قدرت نوسانگر است. با داشتن

$$N_{rs} = N_{r_0} \frac{g_{rs}}{g_{r_0}} e^{-\chi_s/kT}$$

به دست می‌آوریم

$$W_\lambda \propto \frac{N_{r_0}}{g_{r_0}} g_{rs} f_{rs} \lambda^2 e^{-\chi_s/kT} \quad (28.10)$$

اگر  $W_\lambda$  و  $g_{rs} f_{rs}$  را همانند  $\chi_s$  در آزمایشگاه اندازه‌گیری کنیم، می‌توانیم  $N_{r_0}/g_{r_0}$  و از روی آن تعداد اتمها یا یونهای عنصر خاصی را که خط مربوط به آن مشاهده شده است محاسبه کنیم. هر چند برای استفاده از رابطه بولتزمن باید دما را بدانیم. مثلاً چند روش را برای محاسبه دمای جو شرح دادیم. در این شرایط به نظر می‌رسد که بهترین روش، محاسبه مستقیم دما از مطالعه خطوطی است که از ترازهای مختلف با انرژیهای برانگیختگی متفاوت سرچشمه می‌گیرند. اگر  $W_\lambda$  را برای دو تا از این خطها یکی با شاخص ۱ و دیگری با شاخص ۲، اندازه‌گیری کنیم برای پهنای یکسان به دست می‌آوریم

$$W_{\lambda_1} \propto \frac{N_{r_0}}{g_{r_0}} g_{r_1} f_{r_1} \lambda_1^2 e^{-\chi_1/kT}$$

$$W_{\lambda_2} \propto \frac{N_{r_0}}{g_{r_0}} g_{r_2} f_{r_2} \lambda_2^2 e^{-\chi_2/kT} \quad (29.10)$$

نسبت پهناهای یکسان به دست می‌دهد

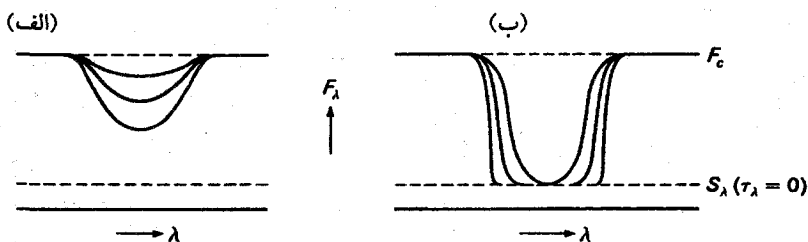
$$\frac{W_{\lambda_1}}{W_{\lambda_2}} = \frac{g_{r1} f_1}{g_{r2} f_2} \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} e^{-(\chi_1 - \chi_2)/kT} \quad (30.10)$$

اگر انرژیهای برانگیختگی معین باشند دما قابل محاسبه است. دمایی که به این روش به دست آمده دمای برانگیختگی خوانده می‌شود چون که از اختلاف برانگیختگی دو تراز محاسبه شده است. همچنین می‌توان گفت که  $T$  به‌گونه‌ای محاسبه شده است که هر دو خط، همان‌گونه که باید، مقدار  $N_{r0}/g_{r0}$  یکسان بدهند.

همه این کارها تنها تا زمانی اعتبار دارد که  $\kappa_{\text{خط}}/\kappa_c \ll 1$ ، برای بسیاری از خطوط طیفی مشاهده شد. این مطلب صحیح نیست. عملاً همه خطهای با  $W_{\lambda} \geq 15 \text{ m}\text{\AA}$  خطوط کاملاً باریک اپتیکی نیستند.

## ۸.۱۰ خطوط اپتیکی کلفت

معادله (۸.۱۰) شکل نمایه خط را در حالت اپتیکی باریک بیان می‌کند. وقتی خط از لحاظ اپتیکی کلفت شود چگونه به نظر می‌رسد؟ شکل ۱۲.۱۰ طرح کلی نمایه‌های خط را برای مقادیر فزاینده  $\kappa_L/\kappa_c$  یا با افزایش تعداد اتمهای جذب‌کننده نشان می‌دهد. تا زمانی که  $\kappa_L/\kappa_c \ll 1$  یعنی برای خطوط باریک اپتیکی، در هر نقطه در داخل خطوط، عمق خط متناسب با  $\kappa_L/\kappa_c$  یا متناسب با تعداد اتمهای  $N_s$  که این خط جذب را جذب می‌کنند، افزایش می‌یابد. این موضوع وقتی  $\kappa_L/\kappa_c \approx 1$  یا بزرگتر از ۱ است دیگر صادق نیست. در این حالت خطوط را به لحاظ اپتیکی کلفت می‌نامند. وقتی خطها از لحاظ اپتیکی کلفت باشند، الزاماً به عمق بیشینه  $R_{\lambda}$  می‌رسند،



شکل ۱۲.۱۰ تغییرات نمایه خط با افزایش  $\kappa_L/\kappa_c$  برای (الف) خطوط باریک اپتیکی (ب) خطوط کلفت اپتیکی.

چون  $R_{\lambda}$  نمی‌تواند بیشتر از ۱ شود (نمی‌توان شدتی کمتر از صفر داشت). در واقع، پایینترین شدت در مرکز خط با  $S_{\lambda}(\tau_{\lambda} = \frac{1}{2})$  در مرکز خط مشخص می‌شود. برای خطوط بسیار کلفت اپتیکی، که برای آنها  $\kappa_L/\kappa_c$  در مرکز خط به بینهایت می‌گراید، شدت در مرکز خط با تابع چشمه  $S_{\lambda}(\tau_c = 0)$  داده می‌شود. پس پایینترین شدت مرکزی در خط با  $S_{\lambda}(0)$  یا در LTE با  $B_{\lambda}(0)$  داده می‌شود که صفر نیست، پس  $T'(0)$  صفر نمی‌شود (معادله ۳۰.۸). (در حالت‌های NLTE وقتی  $S_{\lambda} \neq B_{\lambda}$ ، امکان دارد  $S_{\lambda}(0)$  به صفر میل کند، برای مثال در خطوط تشدید، این حالت‌ها هرچند معمولاً قویترین خطوط هستند اما استثنایی‌اند).

در لبه‌ها، خطوط هنوز به لحاظ اپتیکی باریک هستند. در آنجا عمق خط همواره متناسب با  $\kappa_L/\kappa_c$  رشد می‌کند، از این رو خط بهترشده و نمایه مستطیلی‌تر می‌شود. چون کناره‌های خط دارای شیب بسیار تند است، جذب کل، با افزایش مقادیر  $\kappa_L/\kappa_c$ ، اندکی افزایش می‌یابد. از این رو، افزایش ضخامت اپتیکی به پهن‌شدگی بیشتر خط می‌انجامد که ممکن است با پهن‌شدگی اضافی مربوط به تلاطم اشتباه گرفته شود، مخصوصاً اگر بر اثر چرخش یا نمایه دستگاهی، خط به گونه‌ای پهن شود که عمق خط نتواند بسیار زیاد به نظر برسد (برای مثال به جلد ۱ شکل ۳.۱۳ مراجعه کنید، که در آنجا خط بسیار کلفت اپتیکی را در ستاره‌ای که نمی‌چرخد و ستاره‌ای که با سرعت زیاد می‌چرخد نشان داده‌ایم). این مورد همانند یک خط باریک اپتیکی با سرعت‌های تلاطمی خیلی بالا به نظر می‌رسد. تفاوت این دو مورد همواره آسان نیست. به نظر می‌رسد که بهترین راه تحلیل فوریه باشد، هرچند باید اندازه‌گیری‌ها بینهایت دقیق باشد.

## ۹.۱۰ منحنی رشد

### ۱.۹.۱۰ درونیایی نمایه خط

در این بخش خواهیم دید که چگونه جذب کل در خط طیفی، که توسط پهنای معادل  $W_{\lambda}$  اندازه‌گیری می‌شود (فصل ۱.۱۰)، با ضریب جذب خطی  $\kappa_L$  و در نتیجه تعداد اتمهایی که در یک خط معین جذب می‌کنند ارتباط دارد. به محض اینکه این ارتباط را دریافتیم می‌توانیم تعداد اتمهای جذب‌کننده را محاسبه کنیم، و از روی آن به ترکیب شیمیایی آن ستاره پی ببریم.

جذب کل در خط از رابطه زیر به دست می‌آید

$$W_{\lambda} = \int_{\text{خط}} \frac{F_c - F_{\lambda}}{F_c} d\lambda = \int_{\text{خط}} R_{\lambda} d\lambda \quad (۳۱.۱۰)$$

که در آن انتگرالگیری روی کل خط انجام می‌شود. در فصلهای گذشته بستگی  $R_\lambda$  را به طول موج برای خطوط باریک اپتیکی مشخص کردیم. همچنین دیدیم که برای خطوط کلفت اپتیکی، عمق محدودکننده خط مرکزی، با  $R_{\lambda_0}$  به شکل زیر داده می‌شود

$$R_{\lambda_0} = \frac{F_c - S_\lambda(0)}{F_c} \quad (32.10)$$

برای توصیف کامل نمایه خط، نیاز به یک درونیابی برای  $R_\lambda$  داریم که در قسمتی از خط که از لحاظ اپتیکی باریک است، یعنی لبه‌های خط، برابر با معادله (۸.۱۰) است، و در قسمتی از خط که از لحاظ اپتیکی کلفت است برابر با معادله (۳۲.۱۰) است. چنین برونیابی توسط میناерт<sup>۱</sup> عرضه شده است. کمیت جدید زیر را وارد می‌کنیم

$$X(\lambda) = \frac{2}{3} \frac{\kappa_L(\lambda)}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \quad (33.10)$$

که در آن مشتق در  $\frac{1}{3}$  گرفته شده و با  $\tau_c = \frac{1}{3}$  گرفته شده و با  $\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_D} N_s f$  و  $\kappa_L(\lambda_0) = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc^2} N_s$  برابر تعداد اتمهای جذبکننده در هر سانتی متر مکعب است.

طبق معادله (۸.۱۰) درمی‌یابیم که برای خطوط باریک اپتیکی  $R_\lambda = X(\lambda)$  است. همچنین می‌بینیم که در مرکز خط در خطوط کلفت اپتیکی که در آن  $R_\lambda$  با معادله (۳۲.۱۰) داده می‌شود،  $R_\lambda$  بسیار کوچکتر از  $X(\lambda_0)$  است. کمیت  $X(\lambda)$  به‌وضوح می‌تواند خیلی بزرگتر از ۱ شود در حالی که  $R_\lambda$  نمی‌تواند. بنابراین برای

$$X(\lambda) \gg 1 \quad \text{داریم} \quad R_\lambda(\lambda) \ll X(\lambda)$$

حال با دانستن این مطلب، می‌توانیم تقریب خیلی خوبی برای نمایه خط از رابطه درونیابی به دست آوریم

$$R_\lambda = \frac{1}{\frac{1}{X(\lambda)} + \frac{1}{R_{\lambda_0}}} \quad (34.10)$$

برای مقادیر خیلی بزرگ  $\kappa_L/\kappa_c$ ،  $X(\lambda)$  بسیار بزرگتر از ۱ است پس این کمیت از  $R_\lambda$  هم بسیار بزرگتر است به‌گونه‌ای که  $1/X(\lambda)$  بسیار کوچکتر از  $1/R_{\lambda_0}$  است و داریم  $R_\lambda = R_{\lambda_0}$ . برای  $X(\lambda)$  کوچک، یعنی خطوط باریک اپتیکی،  $1/X(\lambda) \gg 1/R_{\lambda_0}$  و  $R_\lambda \sim X(\lambda)$  همان‌طور که پیش از این برای یک نمایه دوپلر دیدیم

$$X(\lambda) = X(\lambda_0 + \Delta\lambda) = X(\lambda_0) e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \quad (۳۵.۱۰)$$

با

$$X(\lambda_0) = \frac{\sqrt{\pi} e^{\gamma}}{mc^{\gamma}} \frac{\lambda_0^{\gamma}}{\Delta\lambda_D} N_s f H_{\text{eff}} \quad (۳۶.۱۰)$$

انتگرال

$$W_{\lambda} \int_{\text{خط}} R_{\lambda} d\lambda = \int_{\text{خط}} \frac{1}{\frac{1}{X(\lambda)} + \frac{1}{R_{\lambda_0}}} d\lambda$$

قابل محاسبه است. آنچه به دست می‌آوریم رابطه‌ای میان  $W_{\lambda}$  و  $X(\lambda_0)$ ،  $\Delta\lambda_D$  و  $R_{\lambda_0}$  است. رابطه میان  $W_{\lambda}$  و  $X(\lambda_0)$  منحنی رشد خوانده می‌شود. برای یک نمایه دوپلری، این رابطه به دو کمیت  $\Delta\lambda_D$  و  $R_{\lambda_0}$  بستگی دارد.

### ۲.۹.۱۰ منحنی رشد

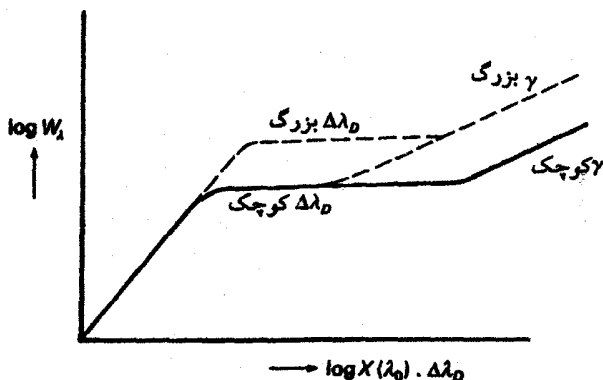
منحنی رشد نشان می‌دهد که پهنای معادل  $W_{\lambda}$  چه رابطه‌ای با  $X(\lambda_0)$  دارد. چون  $X(\lambda_0) \propto N_s$ ، تعداد اتمهای جذب‌کننده است مثل آن است که بگوییم  $W_{\lambda}$  برای یک  $\kappa_c$  معین و یک  $d \ln B_{\lambda} / d\tau_c$  معین چه رابطه‌ای با تعداد اتمهای جذب‌کننده در این خطوط دارد.

برای کلیه خطوط باریک اپتیکی در بالا دیدیم که عمق خط در هر نقطه خط متناسب با  $\kappa_L / \kappa_c$  یا متناسب با  $N_s$  رشد می‌کند. بنابراین، انتگرال روی عمق خط، که برابر با  $W_{\lambda}$  است، نیز متناسب با  $N_s$  رشد می‌کند. برای  $X(\lambda_0)$  بزرگ رشد  $W_{\lambda}$  بسیار کوچکتر می‌شود، چرا که دیگر هیچ نوع جذبی به مرکز خط اضافه نمی‌شود. عرض خط فقط به آرایه افزایش می‌یابد. بنابراین، پهنای معادل به کندی افزایش می‌یابد. به دست می‌آوریم

$$W_{\lambda} \propto \sqrt{(\ln X(\lambda_0))} \propto \sqrt{(\ln N_s f)} \quad (۳۷.۱۰)$$

این قسمت از منحنی بخش تخت منحنی رشد نامیده می‌شود (شکل ۱۳.۱۰). اگر  $X(\lambda_0)$  خیلی بزرگ شود، خط چنان قوی می‌شود که حتی لبه‌های ضعیف خیلی دور مربوط به میرایی مرئی می‌شوند. سپس پهنای معادل باز هم افزایش می‌یابد و به دست می‌آوریم

$$W_{\lambda} \propto \sqrt{(N_s \gamma f)} \quad (۳۸.۱۰)$$



شکل ۱۳.۱۰ طرح کلی منحنی رشد برای مقادیر مختلف پهنای دوپلری  $\Delta\lambda_D$  و ثابتهای میرایی  $\gamma$ .

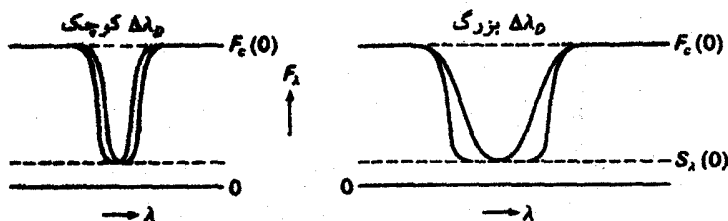
که در آن  $\gamma$  ثابت میرایی است (بخش ۲.۱۰).

این قسمت بخش میرایی یا بخش ریشه مربعی منحنی رشد نامیده می‌شود. همان‌گونه که شکل ۱۳.۱۰ مربوط به منحنی رشد نشان می‌دهد، اندازه قسمت تخت منحنی رشد خیلی به  $\gamma/(2\Delta\lambda_D) = \alpha$  بستگی دارد.

### ۳.۹.۱۰ تأثیر پهنای دوپلری بر منحنی رشد

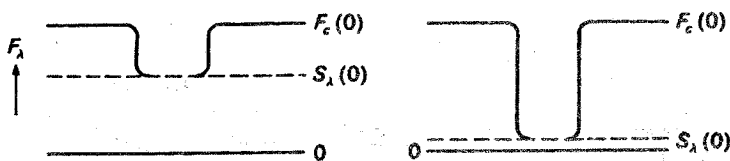
هنوز باید ببینیم که پهنای دوپلری چگونه وارد منحنی رشد می‌شود.

شکل ۱۴.۱۰ نشان می‌دهد که با افزایش عرض خط اشباع برای  $W_\lambda$  بزرگتر رخ می‌دهد؛ در عمل، برای یک درجه اشباع یا عمق یکسان در مرکز خط، پهنای معادل متناسب با عرض خط یعنی متناسب با  $\Delta\lambda_D$  افزایش می‌یابد؛ بنابراین، بخش تخت منحنی رشد با عاملی متناسب با



شکل ۱۴.۱۰ برای عمق یکسان خط مرکزی، پهنای معادل خطوط کلفت اپتیکی متناسب با پهنای خط، افزایش می‌یابد.





شکل ۱۵.۱۰ پهنای معادل برای خطوط اشباع‌شده متناسب با عمق خط مرکزی می‌شود.

$\Delta\lambda_D$  بلندتر است. این مطلب در شکل‌های  $13.10^\circ$  و  $14.10^\circ$  نمایش داده شده است. اما، اگر در منحنی رشد  $\log(W_\lambda/\Delta\lambda_D)$  را رسم کنیم، آن‌گاه سطح بخش تخت منحنی رشد مستقل از  $\Delta\lambda_D$  باقی می‌ماند. برای اینکه بخش تخت منحنی رشد در جای خود قرار گیرد، باید محور طول را بر  $\Delta\lambda_D$  تقسیم کنیم و  $\log(W_\lambda/\Delta\lambda_D)$  را برحسب  $\log(X(\lambda_0))$  رسم کنیم. آن‌گاه یک منحنی رشد برای کلیه مقادیر  $\Delta\lambda_D$  (بجز برای قسمت میرا) به دست می‌آوریم که اگر بخواهیم تحلیل طیفی را به کمک منحنی رشد انجام دهیم بسیار مفید خواهد بود.

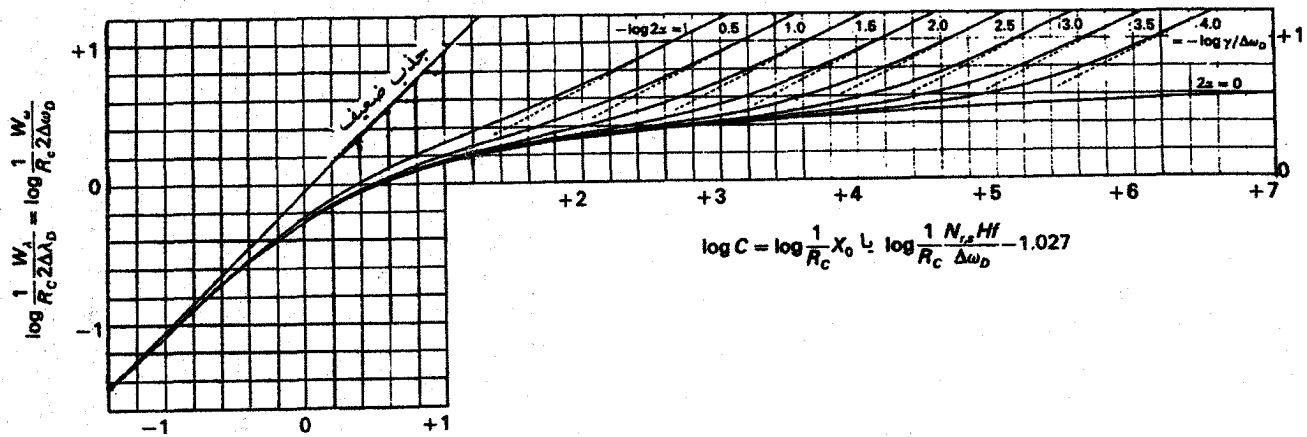
#### ۴.۹.۱۰ تأثیر $S_\lambda(0)$ بر منحنی رشد

با توجه به شکل ۱۵.۱۰ بدیهی است که برای خطوط خیلی قوی بخش تخت منحنی رشد متناسب با عمق خط مرکزی  $R_\lambda$  افزایش می‌یابد، چرا که نمایه خط تقریباً مستطیلی است. ترسیم  $\log(W_\lambda/R_\lambda, \Delta\lambda_D)$  برحسب  $\log(X(\lambda_0)/R_\lambda)$  منحنی رشدی به ما می‌دهد که مستقل از  $R_\lambda$  و  $\Delta\lambda_D$  است.

این شکل منحنی رشدی است که آنسولد آن را منحنی رشد "عمومی" خواند، که در شکل ۱۶.۱۰ نشان داده شده است.

#### ۵.۹.۱۰ تأثیر ثابت میرایی بر منحنی رشد

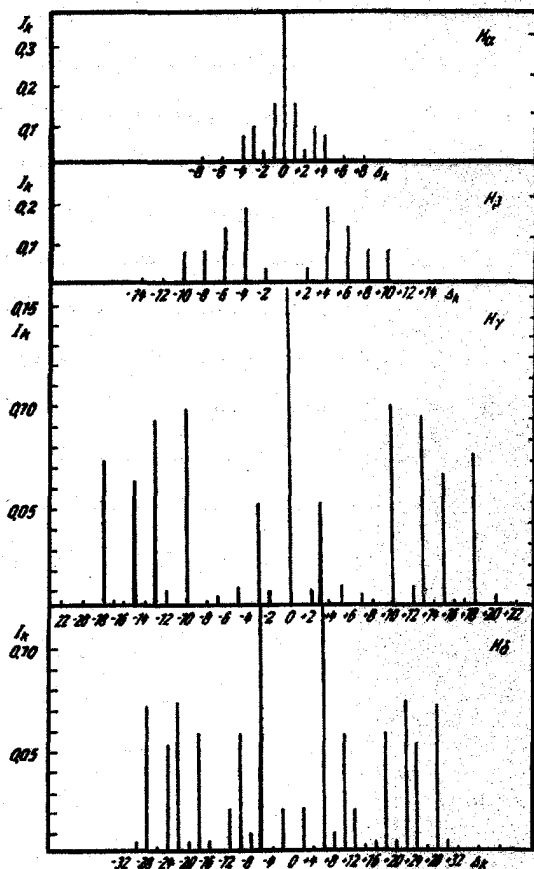
هنوز باید دربارهٔ تأثیر ثابت میرایی  $\gamma$  بر قسمت میرایی منحنی رشد صحبت کنیم. بدیهی است که اگر  $\gamma$  بزرگتر باشد، لبه‌های میرایی مشخص‌تر می‌شوند. بنابراین برای  $\gamma$  بزرگتر قسمت میرایی منحنی رشد از مقادیر کوچکتر  $X(\lambda_0)$  آغاز می‌شود. مقدار  $\gamma$  معمولاً به کمک پارامتر  $\alpha$  بیان می‌شود که عبارت است از  $\alpha = \gamma/2\Delta\omega_D$ . هرچه  $\alpha$  بزرگتر باشد، قسمت میرایی زودتر آغاز می‌شود. شکل ۱۶.۱۰ منحنی‌های نهایی رشد را که برای مقادیر مختلف  $\alpha$  نشان می‌دهد که آنسولد (۱۹۵۵) به دست آورده است.



شکل ۱۶.۱۰ منحنیهای به اصطلاح عمومی رشد به روایت آنسولد، ۱۹۵۵، فقط به  $\alpha = (\gamma/2\Delta\omega_D)$ ،  $R_c = R(\lambda_0)$  و  $X_0 = X(\lambda_0)$  بستگی دارد.

## خطهای هیدروژن

خطهای هیدروژن، نه فقط به علت اینکه قویترین خطوط اند، بلکه به این علت که ابزار بسیار مهمی در تحلیل طیف ستاره‌ای هستند، شایان توجه‌اند. علت آن است که آنها به واسطه اثری که به اثر اشتارک "مولکولی" معروف است یعنی توسط میدانهای الکتریکی مربوط به یونهای عبوری پهن شده‌اند. وقتی یک اتم یا یون تابان خود را در یک میدان الکتریکی می‌یابد، ترازهای انرژی برانگیخته  $\chi_n$  یا  $\chi_{exc}$  آن اندکی جابه‌جا می‌شود. بنابراین خطها با طول موجهای اندکی متفاوت گسیل می‌شوند. باز هم مهمتر اینکه برای اتم هیدروژن اوربیتالهای مختلف که در تراز انرژی با یک عدد کوانتومی اصلی  $n$  سهیم‌اند معمولاً واکن هستند، یعنی هنگامی که هیچ میدان نیروی خارجی وجود ندارد همه آنها یک انرژی برانگیختگی دارند (البته، این انرژی با یک وزن آماری برای هر تراز مشخص می‌شود). در حضور یک میدان نیروی خارجی، این واکنی از میان می‌رود، به گونه‌ای که در یک میدان خارجی اوربیتالهای مختلفی که در تراز با عدد کوانتومی اصلی  $n$  سهیم‌اند، اکنون دارای انرژیهای برانگیختگی اندکی متفاوت می‌شوند. این به نوبه خود بدان معنی است که به جای اینکه مانند موردی که نیرویی وارد نمی‌آید یک خط گسیل شود، تعدادی خط در طول موجهای اندکی متفاوت گسیل یا جذب می‌شوند. شکل ۱.۱۱ مؤلفه‌های مختلفی را نشان می‌دهد که برای خطهای مختلف بالمر مشاهده می‌شوند.



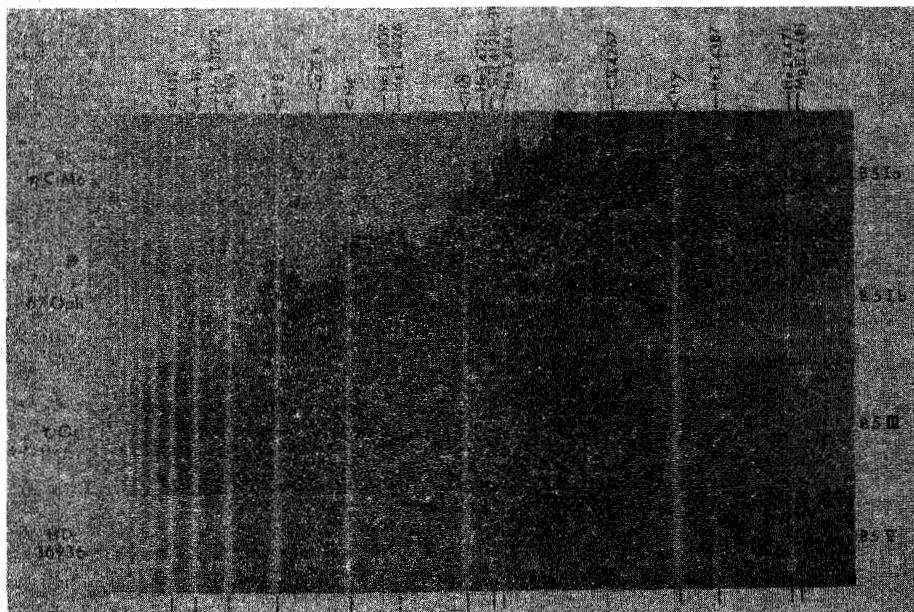
شکل ۱.۱۱ شکافتگی اثر اشتراک خطوط بالمر مختلف.

این جابه‌جایی ترازهای انرژی در میدان الکتریکی یونهای مجاور عمدتاً دو اثر دارد. اول اینکه، طول عمر تراز مختل نشده را کوتاه می‌کند که طبق معادله (۱۵.۱۰) به پهن‌شدگی تراز انرژی مختل نشده می‌انجامد. چون این پهن‌شدگی مربوط به میدان الکتریکی یونهایی که از آن حوالی می‌گذرند یا 'برخوردها' با یونهای دیگر است این پهن‌شدگی را پهن‌شدگی برخوردی می‌نامند چون این پهن‌شدگی به علت کوتاه‌شدن طول عمر تراز اولیه نیز هست، تأثیر آن بر پهنای خط همانند تأثیر میرایی تابش است. این مطلب به نمایه خط همانند نمایه خط میرایی تابش ولی با  $\gamma$  بزرگتر می‌انجامد، چون برخورد با یون عبوری در زمانی کوتاه انجام می‌گیرد. ترازهای جدید جابه‌جاشده عمر بسیار کوتاهی دارند و به واسطه این اثر پهن می‌شوند.

علاوه بر این پهن‌شدگی برخوردی خطهای جابه‌جانشده، باید اثرهای مؤلفه‌های خط جدید را که برای آن شکافتگی با افزایش قدرت میدان، افزایش می‌یابد در نظر بگیریم. یونهایی که از فاصله بسیار نزدیک می‌گذرند موجب شکافتگی بزرگ می‌شوند، در حالی که یونهایی که از فاصله‌های دورتر عبور می‌کنند فقط موجب شکافتگی کوچک می‌شوند. بنابراین، نقش خط جذبی یا گسیلی تابع آمار میدانهای الکتریکی است که بر اتمهای جاذب یا گسیلنده در زمان جذب یا گسیل فوتون اعمال می‌شود. برای محاسبه نمایه کلی خط جذبی باید به آمار میدانهای الکتریکی اعمال شده بر اتمها در زمان جذب توجه کرد. این قسمت از پهن‌شدگی خط توسط نظریه‌ای به نام نظریه آماری پهن‌شدگی خط توضیح داده می‌شود. چون این نظریه با خطهایی سروکار دارد که از ترازهای جابه‌جاشده انرژی سرچشمه گرفته‌اند، این خطوط در لبه‌های خط اولیه پدید می‌آیند. هرچه میدانهای الکتریکی بزرگتر باشند، یا به عبارت دیگر رویاروییها نزدیکتر باشد، این خط جابه‌جاشده دور تراز لبه‌ها قرار خواهد داشت. نمایه خط در لبه‌های خطوط هیدروژن را نظریه آماری پهن‌شدگی اثر اشتارک "مولکولی" توصیف می‌کند. بدیهی است که این پهن‌شدگی در واقع ناشی از مولکولها نیست بلکه ناشی از یونهاست. از این نام فقط برای نشان دادن این موضوع استفاده می‌شود که پهن‌شدگی ناشی از میدانهای الکتریکی ماکروسکوپی نیست بلکه میدانهای میکروسکوپی مربوط به ذرات باردار در پلاسما عامل آن هستند.

اگر بخواهیم توزیع ضریب جذب را برای خطهای هیدروژن حساب کنیم، باید احتمال جذب در اختلاف طول موج معین  $\Delta\lambda$  از مرکز خط را محاسبه کنیم. اگر این  $\Delta\lambda$  هنوز داخل نمایه لورنتسی پهن‌شده بر اثر برخورد خط اول قرار داشته باشد، آنگاه ضریب جذب را از نمایه خط لورنتسی به دست می‌آوریم؛ اما در صورتی که  $\Delta\lambda$  بزرگتر و در لبه‌ها باشد، که در آن باید نظریه پهن‌شدگی آماری استفاده کرد، باید این احتمال را یافت که یک یون درست در فاصله  $d$  از اتم جاذب باشد به طوری که میدان  $F = e/d^2$  حاصل به جابه‌جایی  $\Delta\lambda$  مورد نظر بینجامد. بلافاصله می‌بینیم که بخت یافتن ذره‌ای در فاصله  $d$  مورد نظر هنگامی بیشتر می‌شود که ذرات بیشتری در هر سانتی‌متر مکعب وجود داشته باشد. بخت یافتن یک یون با تکانه معین درست در مکان مورد نظر با تعداد ذرات  $N^+$  موجود در هر سانتی‌متر مکعب متناسب است. بنابراین، درمی‌یابیم که در حالت پهن‌شدگی آماری خط در لبه‌های هیدروژن، ضریب جذب در هر  $\Delta\lambda$  معین با تعداد یونها در هر سانتی‌متر مکعب متناسب است که با تعداد الکترونهاي آزاد در هر سانتی‌متر مکعب، حداقل وقتی که همه یونها یک‌بار یونیده شده باشند، برابر است.

چرا هرگز صحبتی از میدانهای الکتریکی ناشی از الکترونهاي عبوری نمی‌کنیم؟ گفتیم که این



شکل ۲.۱۱ طیفهای یک ستاره B5 رشته اصلی و ابرغول B5 مقایسه شده‌اند. در ستاره رشته اصلی خطوط هیدروژن بهتر از ابرغول است. در مورد ابرغول خطوط بالمر بیشتری را مجزا از هم می‌بینیم.

پهن‌شدگی به واسطه جابه‌جایی ترازهای انرژی در اتم به واسطه میدان الکتریکی است که اتم جاذب در آن قرار دارد. برای الکترونها عبوری، سرعت فوق‌العاده زیاد و زمان برخوردی بی‌اندازه کوچک است. به عبارت دیگر انتقال فاز  $\eta = \int \Delta\omega$  یک موج نوری فوق‌العاده کوچک است.

در عمل، نمایه‌های ضریبهای جذب خط هیدروژن در تقریبهای محاسبه شده است که به تدریج بهتر می‌شود. آخرین آنها را ویدال<sup>۱</sup>، کوپر<sup>۲</sup> و اسمیت<sup>۳</sup> (۱۹۷۳) جدول‌بندی کرده‌اند. در اینجا نکته جالب توجه آن است که در هر  $\Delta\lambda$  در لبه‌های خطوط هیدروژن،  $\kappa_{\lambda}$  متناسب با تعداد الکترونها آزاد در هر سانتی‌متر مکعب،  $n_e$ ، است. برای جو‌هایی با چگالی بالاتر که در آنها  $n_e$  بزرگ است، خطوط هیدروژن بسیار بهتر از جو‌هایی با چگالی پایین در ابرغولها هستند (شکل ۲.۱۱).

واقعیت مهم دیگر، افزایش شکافتگی مؤلفه‌های مختلف اثر اشتراک این خطوط با افزایش عدد کوانتومی اصلی  $n$  است (شکل ۱.۱۱). در واقع، شکافتگی به صورت  $n^2$  افزایش می‌یابد. برای یک میدان الکتریکی معین، خطهای بالمر تراز بالایی با  $n$  بزرگتر بیش از  $H\alpha$  یا  $H\beta$  پهن شده‌اند. از سوی دیگر می‌دانیم که هرچه ترازهای انرژی بالایی اتم هیدروژن به هم نزدیک و نزدیکتر شوند،

اختلاف انرژی به صورت  $1/n^2$  کاهش می‌یابد. برای سطح  $n = n_u$  پهن‌شدگی خط بزرگتر از اختلاف طول موج خطوط متوالی بالمر می‌شود. خطوط باهم یکی می‌شوند و دیگر به‌طور مجزا دیده نمی‌شوند (شکل ۲.۱۱). از طریق، یک نظریه ساده‌شده پهن‌شدگی برای خطوط بالمر — نظریه اولیه هولتسمارک<sup>۱</sup> — اینگلیس<sup>۲</sup> و تلر<sup>۳</sup> (۱۹۳۹) دریافتند که بالاترین عدد کوانتومی  $n_u$  که برای آن ترازهای انرژی هنوز جدا از هم هستند با رابطه زیر به چگالی الکترون  $n_e$  بستگی دارد.

$$\log n_e = 23.26 - 7.5 \log n_u \quad (1.11)$$

این رابطه ابزار بسیار ساده‌ای برای محاسبه چگالی الکترون  $n_e$  فراهم می‌آورد. تنها باید تعداد خطوط مرئی بالمر را شمرد، عدد کوانتومی بالایی آخرین خط مرئی  $n_u$  را حساب کرد، و  $n_e$  را از معادله (۱.۱۱) به‌دست آورد.

## تحلیل طیف

## ۱.۱۲ پرش بالمر و خطهای هیدروژن

## ۱.۱.۱۲ ستارگان داغ

در فصل ۲.۸ دیدیم که نایبوستگی بالمر از نسبت ضریبهای جذب پیوسته در دو طرف این نایبوستگی محاسبه می‌شود. برای ستارگان داغ دریافتیم که نایبوستگی از نسبت تعداد اتمهای هیدروژن در دومین تراز کوانتومی (جذب در قسمت کوتاه  $3647\text{\AA}$ ) به تعداد اتمهای هیدروژن در سومین تراز کوانتومی (جذب در سمت طول موج بلند  $3647\text{\AA}$ ) محاسبه می‌شود. این نسبت را دما کاملاً تعیین می‌کند. برای ستارگان B اصولاً دما را می‌توان فقط از نایبوستگی بالمر به دست آورد. فشار را می‌توان از چگالی الکترون  $n_e$  محاسبه کرد. مثلاً در ستارگان B هیدروژن کاملاً یونیده است، در حالی که هلیوم چنین نیست. از این رو می‌دانیم که  $n_e = H^+$ ، و اگر فراوانی هلیوم  $10\%$  تعداد اتمها باشد داریم  $H^+ \approx 0.9N = n_e + H^+ + He = n_e + H^+ + 0.1N$ . با این اطلاعات به دست می‌آوریم

$$N = 2.1n_e \quad (1.12)$$



و، البته

$$P_g = NkT$$

همان‌گونه که در فصل گذشته دیدیم، تعداد الکترونهاى آزاد را مى‌توان به دو روش از خطوط هیدروژن محاسبه کرد: یا از تعداد خطهای مرئی بالمر با استفاده از فرمول اینگلیس-تالر (معادله ۱.۱۱)، یا به وسیله لبه‌های خط هیدروژن. در بخش ۱.۱۰ دیدیم که در خطوط باریک اپتیکی، عمق خط از معادله (۸.۱۰) به دست می‌آید

$$R_\lambda = \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \quad (2.12)$$

در ستاره‌های داغ ضریب جذب پیوسته  $\kappa_c$  در ناحیه بصری مربوط به پیوستار پاشن، یعنی مربوط به جذب از سومین تراز اتم هیدروژن است. بنابراین،  $\kappa_c$  متناسب با  $N_H(n=3)$  است. البته، ضریب جذب خطی برای خطوط بالمر که از جذب از دومین تراز کوانتومی سرچشمه می‌گیرند، با تعداد اتمهای هیدروژن در دومین تراز  $N_H(n=2)$  متناسب است. همان‌گونه که در فصل گذشته دیدیم ضریب جذب خطی در لبه‌های خط بالمر نیز به علت پهن‌شدگی اثر اشتارک این خطوط، با تعداد الکترونهاى آزاد متناسب است. بنابراین، برای خطوط هیدروژن در ستاره‌های B به دست می‌آوریم

$$R_\lambda \propto \frac{N_H(n=2)n_e}{N_H(n=3)} \quad (3.12)$$

با دانستن دما از ناپوستگی بالمر، عمق در لبه‌های خط بالمر، فشار الکترون و از روی آن فشار گاز به دست می‌آید.

چون فشار گاز باید با وزن ماده‌ای که در بالای آن قرار دارد متوازن شود، فشار گاز نیز برآوردی تقریبی از شتاب گرانش در ستاره می‌دهد. باید تقریباً داشته باشیم

$$P_g = mg \quad (4.12)$$

که در آن  $m$  جرم ماده مربوطه است.

با دانستن اینکه به عمق اپتیکی  $\tau_c = \frac{2}{3}$  نگاه می‌کنیم و اینکه جذب پیوسته ناشی از اتمهای هیدروژن در سومین تراز کوانتومی است می‌توانیم تعداد اتمهای هیدروژن را در سومین تراز کوانتومی بالای  $\tau = \frac{2}{3}$  از رابطه زیر به دست آوریم

$$hN_H(n=3) = \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_{ca}} \quad (5.12)$$

که در آن  $\kappa_{ca}$  ضریب جذب پیوسته به ازای هر اتم هیدروژن در تراز  $n = 3$  و  $h$  ارتفاع مؤثر جو مجاور است.

از فرمولهای بولتزمن و ساها می توانیم تعداد یونهای  $H^+$  را که بخش اعظم جرم را تشکیل می دهد حساب کنیم. با در نظر گرفتن فراوانی هلیوم، جرم کل به ازای هر یون  $H^+$  از  $m_H(1 + 0.1 \times 4) = 1.4 m_H$  به دست می آید و جرم کل  $m$  بالای سطح  $\tau_c = \frac{2}{3}$  از رابطه زیر به دست می آید

$$m = h \times 1.4 \times N_{H^+} \times m_H \quad (6.12)$$

یک مقدار تقریبی برای گرانی  $g$  از رابطه زیر به دست می آید

$$g = P_g/m \quad (7.12)$$

در به دست آوردن جرم به ازای هر یون  $H^+$  از فراوانی عناصری استفاده کردیم که تنها پس از تحلیل کامل آنها را می دانستیم. این مطلب را به زودی بررسی می کنیم.

در بخش ۲.۸ بستگی ناپیوستگی بالمر به دما و فشار را بیان کردیم. دیدیم که برای ستارگان B اندازه ناپیوستگی از رابطه زیر به دست می آید

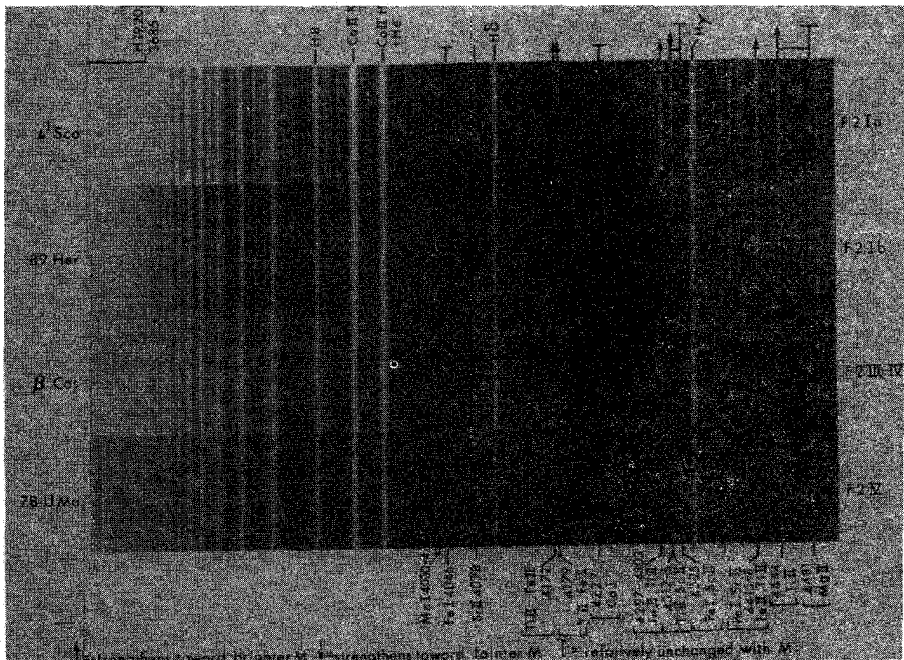
$$\frac{\kappa(3647^+)}{\kappa(3647^-)} = \frac{\kappa^+(H)N_H(n=3)}{\kappa^-(H)N_H(n=2)} \propto \frac{N_H(n=3)}{N_H(n=2)} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(\chi_1 - \chi_2)/kT}$$

یعنی ناپیوستگی فقط تابع دماست، بنابراین به تنهایی از پرش بالمر قابل محاسبه است. هر چند برای ستاره های O و برای ابرغولها اهمیت پراکندگی الکترون موجب برخی وابستگیها به چگالی الکترون می شود.

## ۲.۱.۱۲ ستاره های سرد

در ستاره های سرد ضریب جذب پیوسته با استفاده از یون منفی هیدروژن  $H^-$  محاسبه می شود. در بخش ۲.۸ دیدیم که برای این ستاره ها ناپیوستگی بالمر هم به دما و هم به فشار الکترون بستگی دارد، چون جذب در بخش طول موج بلند پرش بالمر مربوط به  $H^-$  است و تعداد یونهای  $H^-$  همان گونه که توسط معادله ساها بیان شد با افزایش چگالی الکترون زیاد می شود.

اجازه دهید به عمق لبه های خط بالمر در این ستاره ها نگاه کنیم. با از معادله (۲.۱۲) شروع می کنیم جذب پیوسته، ناشی از  $H^-$  است و باز هم ضریب جذب خطی در لبه های خط بالمر متناسب با تعداد اتمهای هیدروژن در دومین تراز کوانتومی و  $m_e$ ، به علت پهن شدگی اثر اشتارک، است. پس داریم



شکل ۱.۱۲ یهنای خطوط هیدروژن در ستاره‌های F مستقل از درخشندگی ستاره است.

$$R_{\lambda} \propto \frac{N_{\text{H}}(n=2)n_e}{N(\text{H}^-)} \propto \frac{N_{\text{H}}(n=2)n_e}{N_{\text{H}}(n=1)n_e\varphi(T)} = \frac{N_{\text{H}}(n=2)}{N_{\text{H}}(n=1)\varphi(T)} \quad (۱.۱۲)$$

در اینجا از معادلهٔ ساها استفاده کردیم، که بیان می‌کند که تعداد یونهای  $\text{H}^-$  متناسب است با  $N_{\text{H}}(n=1)n_e$  ضربدر یک تابع  $\varphi$  از  $T$ . برای ستاره‌های سرد عمق در لبه‌های خط بالمر تنها تابعی از دماست. برای ستاره‌های سرد وضعیتی معکوس آنچه در ستارگان گرم یافتیم وجود دارد. اکنون ناپیوستگی بالمر به  $T$  و  $n_e$  و لبه‌های خط بالمر فقط به دما بستگی دارند. این مطلب در طیفهای شکل ۱.۱۲ نشان داده شده است.

البته، این ملاحظات فقط در مورد ستارگان عادی به‌کار می‌روند. برای ستاره‌های بسیار پرنور خطوط بالمرگاهی مغزیهای گسیلی از خود نشان می‌دهند. برای این ستاره‌ها بلافاصله مشاهده می‌کنیم که نظریه ساده جو "عادی" کاربرد ندارد. همچنین در مورد ستارگان O، که برای آنها پراکندگی الکترون بسیار اهمیت دارد، صحبت نکردیم و این فرض که تابع چشمه برای آنها مساوی تابع پلانک است نیاز به تجدید نظر دارد. به نظر می‌رسد که این فرض برای ستارگان داغ معتبر

$D$

$H_{\beta}, H_{\lambda}, \dots$

ستارگان داغ  $D = D(T)$

ستارگان سرد  $D = D(n_e, T)$

$R_{\lambda} = R_{\lambda}(n_e, T)$

$R_{\lambda} = R_{\lambda}(T)$

شکل ۲.۱۲ وابستگی پرش بالمر و عمق لبه‌های خط هیدروژن به دما و چگالی الکترون در ستاره‌های داغ و سرد جمع‌بندی شده است.

نیست. بحث اصولی آثار NLTE، شامل مشتق تابع چشمه به‌طور کلی، در فصل ۱۴ ارائه خواهد شد.

برای ستاره‌های عادی در این فصل دیدیم که پرش بالمر و لبه‌های خط بالمر در کنار هم همیشه چگالی الکترون و دما را به‌دست می‌دهند. نیاز به دانستن چیز دیگری نداریم. البته آنچه محاسبه کردیم، چند مقدار میانگین برای جو بود. در شکل ۲.۱۲ این وضعیت را مشخص کرده‌ایم.

## ۲.۱۲ رنگهای اشترومگرن<sup>۱</sup>

برای استفاده‌کردن از این شرایط مساعد، اشترومگرن (۱۹۶۳) یک سیستم رنگ ابداع کرد که مخصوصاً برای اندازه‌گیری لبه‌های خط  $H\beta$  و پرش بالمر طراحی شده است. او همچنین برای محاسبه فزوانی عناصر سنگین یک نوار آبی وارد کرد که به‌جذب خطی فلزی حساسیت خاص دارد. نوارهای طول موجی که در نورسنجی اشترومگرن به‌کار رفته است بسیار باریکتر از نوارهای طول موجی رنگ UBV است، با نورسنجی اشترومگرن نمی‌توان مانند نورسنجی UBV ستارگان کم‌نور را آشکار کرد اما می‌توان اطلاعات فیزیکی بهتری دریافت کرد. اشترومگرن عملاً از دو سیستم رنگی استفاده می‌کند: یکی با پهنای نوار متوسط ( $\Delta\lambda \approx 200 \text{ \AA}$ ) و یکی با نوارهای باز هم باریکتر ( $\Delta\lambda \approx 100 \text{ \AA}$ ). اسامی، طول موجهای مرکزی و پهنای نوار برای هر دو سیستم در جدولهای ۱.۱۲ و ۲.۱۲ داده شده است.

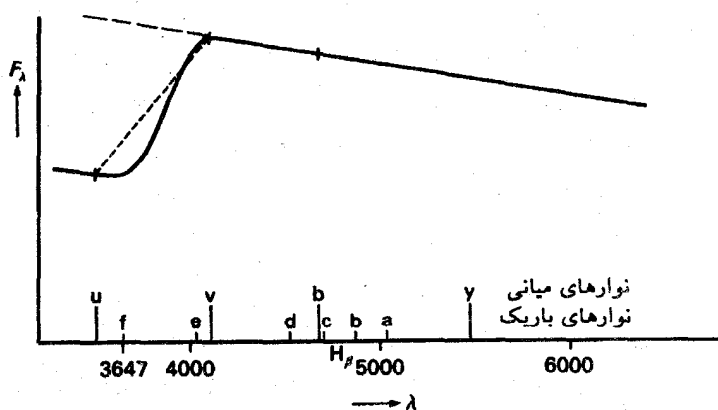
پرش بالمر (شکل ۳.۱۲) در هر دو سیستم با اندازه‌گیری گرادیان شدت در بخش طول موج بلند، که اگر ناپیوستگی وجود نداشته باشد باید در حدود گرادیان مورد نظر در طول پرش بالمر باشد، و با مقایسه آن با گرادیانی که عملاً در طول پرش بالمر اندازه‌گیری شده محاسبه می‌شود. در سیستم نوار میانی شاخص پرش بالمر به شکل زیر تعریف می‌شود

جدول ۱.۱۲ طول موجها و پهناهای نوار مرکزی نورسنجی پهناهای نوار میانی مورد استفاده اشترومگرن

نیم‌پهنا (Å)	$\lambda$ (Å)	نوار	نیم‌پهنا (Å)	$\lambda$ (Å)	نوار
۱۸۰	۴۶۷۰	b	۳۰۰	۳۵۰۰	u
۲۳۰	۵۴۷۰	y	۱۹۰	۴۱۱۰	v

جدول ۲.۱۲ طول موجها و پهناهای نوار مرکزی در نورسنجی نوار-باریک مورد استفاده اشترومگرن

نیم‌پهنا (Å)	$\lambda_{max}$ (Å)	صافی	
۹۰	۵۰۳۰	صافی تداخلی	a
۳۵	۴۸۶۱	صافی تداخلی	b
۱۰۰	۴۷۰۰	صافی تداخلی	c
۹۰	۴۵۲۰	صافی تداخلی	d
۹۰	۴۰۳۰	صافی تداخلی	e
۳۵۰	۳۶۵۰	صافی شیشه‌ای	f



شکل ۳.۱۲ نوارهای اشترومگرن گرادیان توزیع انرژی را در دو سوی پرش بالمر توصیف می‌کند. مقایسه برونمایی از بخش طول موج بلند با گرادیان واقعی در روی ناپیوستگی، پرش بالمر را تعیین می‌کند.

$$c_1 = (u - v) \quad - (v - b)$$

گرادیان واقعی در  
نایبوستگی بالمر

گرادیان طول موج  
بلند

که در آن حروف معرف مقادیر اندازه‌گیری شده با صافیهای مربوطه هستند.  
در سیستم نوار باریک شاخص پرش بالمر به شکل زیر تعریف می‌شود

$$c = (f - e) \quad - (e - d)$$

گرادیان در نایبوستگی  
بالمر

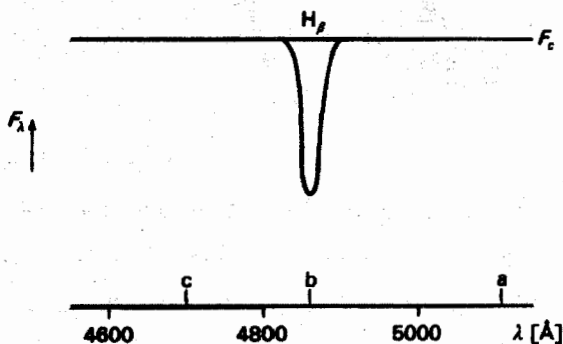
گرادیان طول موج  
بلند

قدرت خطهای بالمر که از قدرت لبه‌ها محاسبه می‌شود، فقط در سیستم نوار باریک اندازه‌گیری شده‌اند. اشترومگرن شاخص  $l$  را به شکل زیر تعریف می‌کند

$$l = b - \frac{1}{4}(a + c)$$

یعنی او در نوار  $H\beta$  شار را با  $H\beta$  ( $\lambda = 4861\text{\AA}$ ) در مرکز اندازه‌گیری و آن را با شدت میانگین در هر دو طرف مقایسه کرده است (شکل ۴.۱۲).

کرافورد<sup>۱</sup> (۱۹۵۸) این روش را اصلاح کرد و شار را که از دو صافی می‌گذشت اندازه‌گیری کرد که مرکز هر دو در  $H\beta$  بود، اما یکی با پهنای نوار  $15\text{\AA}$  فقط شدتها در داخل خط پهن  $H\beta$  است



شکل ۴.۱۲ شاخص  $H\beta$  شار میانگین و دو طرف  $H\beta$  را با شار در  $H\beta$  مقایسه می‌کند.

و یک صافی با پهنای نوار  $150 \text{ \AA}$  که در آن بیشتر نور ناشی از طول موجهای دو طرف  $H\beta$  است. او یک شاخص  $H\beta$  به شکل زیر تعریف کرد

$$\beta = (m(150 \text{ \AA}) - m(150 \text{ \AA}))$$

در نوشته‌ها معمولاً به حروف  $\beta$  و  $c_1$  برمی‌خوریم که معرف ترکیبی از دو سیستم است. بحث قبل دربارهٔ خطوط بالمر نشان می‌دهد که این دو شاخص،  $T$  و  $n_e$  را برای همهٔ ستاره‌های "عادی" مشخص می‌کنند.

سیستم رنگ اشترومگرن قادر است تفاوت‌های کوچک در ناپیوستگی بالمر را اندازه‌گیری کند. بنابراین، برای ستاره‌های سرد حتی اختلاف‌های جزئی در چگالی الکترون را می‌توان اندازه‌گیری کرد که در محاسبهٔ سن ستارگان، که در جلد ۳ بیان خواهد شد، مفید است. در سیستم پهنای نوار میانی رنگهای  $b - y$  می‌توانند جایگزین رنگهای  $B - V$  شوند و همین‌طور برای تعیین دمای ستارگان به‌کار گرفته شوند.

قدرتهای کلی خطوط فلزی، که می‌توانند معیاری از فراوانی کلی فلز باشد را می‌توان در سیستم پهنای نوار میانی با شاخص  $m_1$  که به‌صورت زیر تعریف می‌شود، اندازه‌گیری کرد

$$m_1 = (v - b) - (b - y)$$

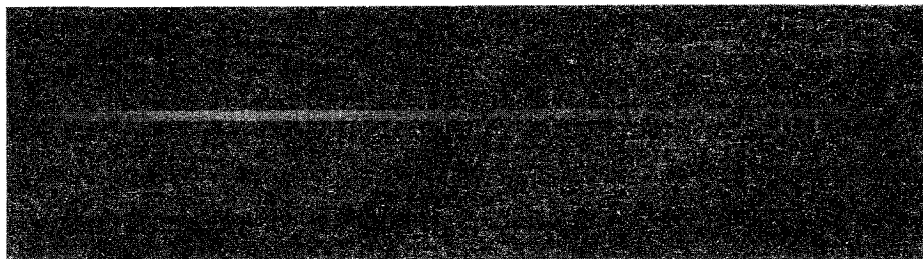
این شاخص از این واقعیت بهره می‌گیرد که شدت خطوط در ناحیهٔ طیفی آبی و فرابنفش قویتر از ناحیهٔ زرد و قرمز است. این شاخص گرادیان شدت را در طول موجهای کوتاهتر، که در آنجا بر اثر خطهای جذبی کاهش می‌یابد با گرادیان شدت در طول موجهای بلندتر که خطهای مذکور خیلی کم بر آن تأثیر می‌گذارد، مقایسه می‌کند.

در نورسنجی نوار باریک، شاخص  $m$  مشابه را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد

$$m = (e - d) - (d - a)$$

که از همان واقعیتها استفاده می‌کند.

تعبیر ساده از شاخصهای  $m$  و  $m_1$  چند مشکل به‌وجود می‌آورد. همان‌گونه که در فصل گذشته دیدیم، ممکن است قدرت خط در قسمت تخت منحنی رشد بر اثر ریزتلاطم افزایش یابد. کاملاً روشن نیست که شاخص  $m$  چقدر تحت تأثیر این اثر قرار می‌گیرد. ستاره‌هایی با ریزتلاطم بزرگ یا با میدانهای مغناطیسی را می‌توان به راحتی با ستاره‌هایی دارای عناصر سنگین با فراوانی زیاد اشتباه گرفت. همهٔ سیستمهای طراحی شده برای اندازه‌گیری فراوانیهای عناصر سنگین از اثرات انتگرالی خطوط خیلی قوی دارای این محدودیتها هستند.



شکل ۵.۱۲ تصویر طیف ستاره‌ای و طیفهای 'آزمایشگاهی' یک قوس آهن در دو طرف. طول موجهای خطوط طیفی در طیف 'آزمایشگاهی' قبلاً تعیین شده است. طول موجهای خطوط ستاره‌ای را می‌توان با برونیابی دقیق تعیین کرد.

### ۳.۱۲ تحلیل منحنی رشد

#### ۱.۳.۱۲ شناسایی خط

برای تعیین فراوانیها، باید خطها را شناسایی کنیم، یعنی بدانیم که آنها متعلق به کدام عناصر و کدام گذار هستند. بنابراین، اول باید طول موجهای خطوط مورد نظر را اندازه بگیریم. این کار با اندازه‌گیری مکانهای خطوط طیف 'آزمایشگاهی' که طیفهای مقایسه‌ای، نیز خوانده می‌شوند، و به‌همراه طیفهای ستاره‌ای عکس‌برداری می‌شوند، انجام می‌گیرد. این طیفهای آزمایشگاهی عملاً در یک چشمه نور موجود در تلسکوپ مستقیماً تولید می‌شود، به‌گونه‌ای که طیفها را می‌توان در همان طیف‌نگار مشاهده و با طیف ستاره‌ای روی یک صفحه عکاسی ثبت و ظاهر کرد (شکل ۵.۱۲). طول موجهای خطوط طیفی در طیف آزمایشگاهی از پیش تعیین شده‌اند. پس مکان خطوط طیف ستاره‌ای باید به‌دقت اندازه‌گیری شوند. آن‌گاه می‌توان طول موجهای خطوط ستاره‌ای را با درونیابی بین طول موجهای مشخص شده خطوط طیف آزمایشگاهی تعیین کرد.

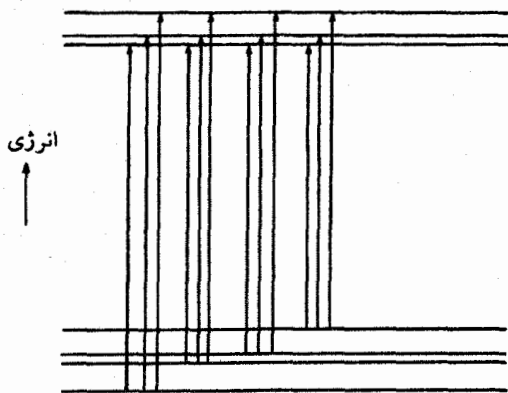
پس از اینکه طول موجها را یافتیم، باید خطوط را شناسایی کنیم. جدولهایی وجود دارند که همه طول موجهای خطوط مشخص را دارند و گذارهای مربوطه را نیز می‌دهند. این جداول جدولهای چندتایی خانم مور<sup>۱</sup> (۱۹۵۹) هستند. در پشت این جدولها، فهرستی از خطوط می‌یابیم که برحسب طول موج مرتب شده‌اند. پس از اندازه‌گیری طول موج خط مورد نظر با خطایی مشخص، که از یاشندگی و کیفیت عمومی طیف به‌دست می‌آید (اگر طیف دارای تفکیک خوب در حدود  $4\text{\AA}$  در هر میلی‌متر باشد، خط معمولاً از مرتبه  $1\text{\AA}$  ر<sup>۰</sup> است)، معمولاً در حدود سه تا چهار خط در یک بازه خطای  $1\text{\AA}$  ر<sup>۰</sup> وجود دارد که باید بین آنها یکی را انتخاب کنید. برای هر خط در



جدول، مشخصات خط براساس عنصر و گذار داده شده است. یعنی شماره چندتاییهایی که این خط متعلق به آن است مشخص شده است. پس در جدولهای چندتایی می‌توان جستجو کرد که انرژیهای برانگیختگی برای دو سطح مورد نظر در گذار چه هستند و وزنه‌های آماری آن سطحها را نیز می‌توان به دست آورد.

### چندتایی چیست؟

در اتم هیدروژن با فقط یک الکترون همه اوربیتالهای با عدد کوانتومی اصلی یکسان  $n$  دارای انرژی یکسان هستند. این ترازهای انرژی واگن‌اند. در اتمهای پیچیده‌تر با الکترونهای بسیار اوضاع بدین صورت نیست. برای همین آرایش الکترونی یکسان، می‌توان مقادیر مختلفی برای تکانه زاویه‌ای کل، برحسب اینکه تکانه زاویه‌ای الکترونهای مختلف نسبت به هم چگونه قرار گرفته باشند، داشت. برای یک تکانه زاویه‌ای مداری معین  $L$  و یک اسپین معین  $S$ ، با توجه به مقدار تکانه کل  $J$ ، ترازهای انرژی مختلفی به دست می‌آوریم. باز هر تراز انرژی با مقادیر مشخص  $L$  و  $S$  برحسب سمتگیری  $L$  و  $S$  به چندین تراز ساختار ریز شکافته می‌شود. حال دو تراز با مقادیر  $L$  و  $S$  مختلف در نظر بگیرد. برای هر تراز به ازای مقادیر  $J$  شکافتگی ساختار ریز داریم. تمام خطوطی که از گذار بین این ترازهای ساختار ریز دو تراز اصلی سرچشمه می‌گیرد یک چندتایی خوانده می‌شوند (شکل ۶.۱۲). برای خطوط موجود در یک چندتایی، انرژیهای برانگیختگی ترازهای



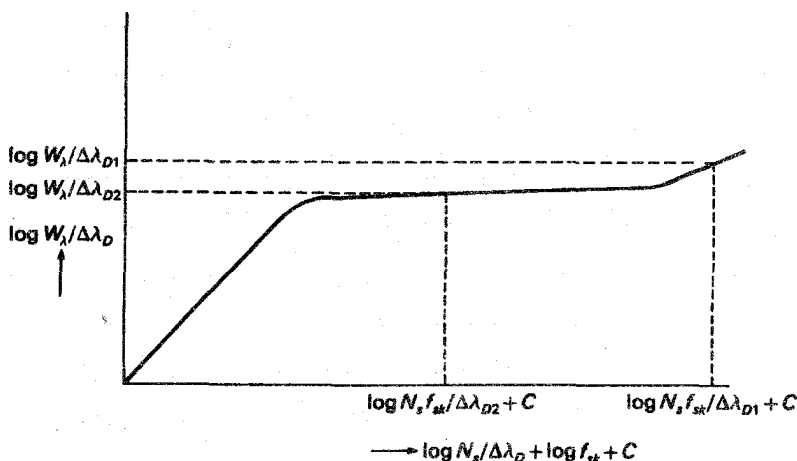
شکل ۶.۱۲ تراز انرژی اتمی برای مقادیر معین تکانه زاویه‌ای مداری کل  $L$  و اسپین  $S$  برحسب مقادیر مختلف  $J$ ، که به سمتگیری نسبی  $S$  نسبت به  $L$  بستگی دارد، به تعدادی تراز ساختار ریز شکافته می‌شود. خطوط مربوط به گذار بین ترازهای ساختار ریز دو تراز اصلی، چندتایی خوانده می‌شوند. همه گذارهای متعلق به یک چندتایی نشان داده شده‌اند. اما بسیاری از این گذارها 'منوع' هستند، یعنی احتمالهای گذار بسیار کوچک‌اند.

مختلف ساختار ریز تقریباً مساوی هستند. بنابراین، شدتهای نسبی خط برای خطوط هر چندتایی را احتمالهای گذار یا قدرتهای نسبی نوسانگری آنها تعیین می‌کند. از این رو شدتهای نسبی مستقل از دما و فشار هستند. این مطلب برای تحلیل طیفی به کمک منحنی رشد بسیار مهم است.

باز می‌گردیم به مسئله شناسایی خط. فرض کنید طول موج اندازه‌گیری شده خطی که می‌خواهید شناسایی کنید در  $3943,28 \text{ \AA}$  تقریباً با طول موج یک خط آهن متعلق به چندتایی شماره ۷۲ منطبق است. برای محک‌زدن شناسایی، باید در مقابل جدول چندتایی به عدد چندتایی آهن توجه کنید. درمی‌یابید که در این چندتایی سه خط وجود دارند که قویتر از خطی هستند که شما اندازه گرفته‌اید. اگر شناسایی شما از خط مورد نظر به عنوان خط آهن درست باشد، باید سه خط قویتر را نیز در طیفتان در  $\lambda$  برابر  $3949,9$ ،  $3977,74$ ، و  $4003,71$  آنگستروم ببینید. آنها باید قویتر از خطی باشند که شما اندازه گرفته‌اید. باید طول موجهای این سه خط را در طیف خود بیابید و ببینید که آیا این خطوط وجود دارند و آیا در مجموع قویتر از خطی هستند که اندازه‌گیری کرده‌اید. اگر این طور بود آن‌گاه شناسایی شما احتمالاً صحیح است. اگر سه خط مذکور وجود نداشته باشند و یا بیش از حد ضعیف باشند آن‌گاه شناسایی خط اندازه‌گیری شده به عنوان خط آهن به احتمال زیاد نادرست است و باید ببینید که آیا ممکن است خط بعدی در جدول چندتایی — مثلاً خط Sm II در  $3943,239$  — احتمال بهتری بدهد. فقط هنگامی که کلیه قدرتهای نسبی خط در چندتایی مورد بحث با پیش‌بینی‌ها سازگار باشند می‌توان اطمینان پیدا کرد که شناسایی به درستی انجام شده است.

### ۲.۳.۱۲ برازش خطهای یک چندتایی بر منحنی رشد

به طور کلی تحلیل منحنی رشد متشکل از اندازه‌گیری پهنای معادل، تقسیم بر  $\Delta\lambda_D$  و  $R_c$ ، عمق مرکزی بیشینه قویترین خطوط، و تعیین پهنای منحنی رشد برای یک خط معین است. آن‌گاه می‌توان این مقدار را بر منحنی رشد نظری در شکل ۱۶.۱۰ برازش داد. نقطه‌ای که در آن این مقدار بر منحنی رشد برازش می‌یابد طول را تعیین می‌کند. چون طول به تعداد اتمهای جذب‌کننده بستگی دارد، مقداری که از طول به دست می‌آید تعداد اتمهای جذب‌کننده را تعیین می‌کند. تنها اشکال این روال آن است که از پیش نمی‌دانیم که پهنای دوپلری  $\Delta\lambda_D$  چیست. با توجه به فرض ما در مورد  $\Delta\lambda_D$ ، ممکن است نقطه‌ای را بر یک خط در یک قسمت بسیار متفاوت از منحنی رشد، مطابق شکل ۷.۱۲، برازش دهیم. بنابراین، باید مقدار  $\Delta\lambda_D$  را بسیار دقیق تعیین کنیم. تعداد اتمهای جذب‌کننده یکسان به‌ازای پهنای معادل معین و مستقل از مقدار مفروض پهنای دوپلری



شکل ۷.۱۲ طرح کلی یک منحنی رشد نشان داده شده است. مقادیر مختلف  $\Delta \lambda_D$  می‌توانند به مقادیر مختلف از تعداد اتمهای جذب‌کننده  $N_s$  بینجامد.

را فقط برای خطوط خیلی ضعیف روی قسمت خطی منحنی رشد، به دست می‌آوریم، زیرا طول و عرض بر یک ضریب تقسیم شده‌اند، اما اندازه‌گیری چنین خطوط ضعیفی مشکل است.

علاوه بر این، علاقه‌مند هستیم درجه برانگیختگی اتمها و یونها را تعیین کنیم، تا تعداد کل ذرات از یک نوع و نه فقط تعداد ذراتی را که در یک خط معین جذب می‌شوند مشخص کنیم.

در بحث زیر می‌خواهیم نشان دهیم که چگونه به پهنای دوپلری را نیز منحنی رشد تعیین می‌کند و نشان دهیم که چگونه می‌توان درجه برانگیختگی را تعیین کرد. کار را با نگاه به یک چندتایی آغاز می‌کنیم.

هنگامی که خط را به درستی شناسایی کردید باید قدرتهای نوسانگر خطوط را از جدول دیگر درآورد. قدرتهای نوسانگر را می‌توان از طریق مکانیک کوانتومی نیز محاسبه کرد که برای اتمهای

پیچیده مشکل‌اند و خیلی دقیق نیستند. قدرتهای نوسانگر نظری برای اتم هیدروژن به خوبی تعیین شده‌اند. برای اتمهای پیچیده‌ای چون آهن اندازه‌گیریها به نظر دقیقتر می‌آیند، هرچند که چشمه‌های

نوری آزمایشگاهی معمولاً دارای تغییرات دمایی در داخل چشمه نوری هستند که تعیین درجه برانگیختگی را که تعداد اتمهای گسیلنده را تعیین می‌کند، مشکل می‌سازد. اگر این تعداد با بی‌دقتی

تعیین شده باشد آنگاه همه قدرتهای نوسانگر اندازه‌گیری شده به کلی غلط خواهند بود. به علت این مشکل اولین قدرتهای نوسانگر اندازه‌گیری شده آهن برای خطوط آهن با پتانسیلهای برانگیختگی

بالاتر همگی با ضریب ده نادرست بودند و به همین ترتیب فراوانیهای آهن اندازه‌گیری شده همگی با همان ضریب ده غلط بودند. این موضوع را ذکر کردیم تا نشان دهیم که اندازه‌گیری خوب

قدرتهای نوسانگر کار ساده‌ای نیست و برای بسیاری از خطوط اتمهای پیچیده هنوز فاقد مقادیر خوب قدرتهای نوسانگر هستیم. اما به مجرد آنکه مقادیر خوب منطقی برای قدرتهای نوسانگر داشته باشیم می‌توانیم خطوط یک چندتایی مشخص را به منحنی رشد نظری در شکل ۱۶.۱۰ برازش دهیم. طول این منحنی رشد، ضریب جذب خطی به‌ازای هر سانتی‌متر مکعب در مرکز خط ضربدر عامل  $\frac{1}{\tau} \times 1/\kappa_c \times d \ln B_\lambda / d\tau_c$  و در نتیجه فاکتورهای بهنجارکننده  $1/\Delta\lambda_D$  و  $1/R_c$  است، که در آن  $R_c$  بزرگترین عمق مرکزی ممکن برای یک خط است. اگر فقط ناحیه طیفی باریکی را در نظر بگیریم آن‌گاه تمامی عاملهایی که قبلاً خاطر نشان کردیم برای خطوط مختلف تقریباً یکسان هستند. برای یک نوار طول موج کوچک، وقتی خطهای مختلف را مقایسه می‌کنیم باید مقادیر مختلف ضریب جذب خطی را در نظر بگیریم. ضریب جذب خطی در مرکز خط را یک ثابت  $\kappa_0$  و تعداد اتمهای جذب‌کننده ضربدر قدرت نوسانگر تعیین می‌کند، یعنی

$$\kappa_L = \kappa_0 N(n = n_1) f_{ik} \quad (9.12)$$

که در آن  $n_i$  نماینده اعداد کوانتومی ترازهای پایینی دخیل در گذار، و  $f_{ik}$  قدرت نوسانگر در گذار از تراز کوانتومی با عدد  $i$  به تراز کوانتومی با عدد  $k$  است. اگر طولها را در مقیاس لگاریتمی رسم کنیم آن‌گاه برای اختلاف طول خطوط مختلف، اگر گذارهای خطی از  $s$  به  $m$  و از  $l$  به  $z$  باشد از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\log N(n = n_s) - \log N(n = n_1) + \log f_{sm} - \log f_{lj}$$

اگر گذارهای خطی از  $S$  به  $m$  و از  $l$  به  $z$  باشد تعداد اتمها در حالت‌های مختلف برانگیختگی فرمول بولتزمن بیان می‌کند، که عبارت است از

$$\frac{N(n = n_s)}{N_0} = \frac{g_s}{g_0} e^{-\chi_s/kT} \quad (10.12)$$

که در آن  $g_s$  وزن آماری تراز با اعداد کوانتومی  $s$  است،  $\chi_s$  انرژی برانگیختگی این تراز،  $N_0$  تعداد اتمها در تراز پایه، و  $g_0$  وزن آماری تراز پایه است. برای خطوط یک چندتایی معین چون شکافتگی ساختار ریز ترازها بسیار کوچک است، برای خطهای مختلف  $\chi_s$ ها یکسان هستند. آن‌گاه با به‌خاطر سپردن این مطلب می‌توان گفت که اختلاف طول برای خطهای یک چندتایی مشخص از رابطه زیر به‌دست می‌آید

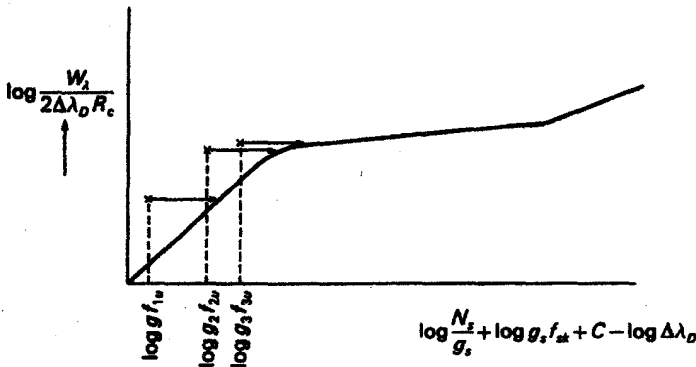
$$\Delta \text{طول} = \log g_s + \log f_{sm} - \log g_l - \log f_{lj} \quad (۱۱.۱۲)$$

یا

$$\Delta \text{طول} = \log g_s f_{sm} - \log g_l f_{lj} \quad (۱۲.۱۲)$$

چون  $N_0$  و  $g_0$  نیز برای یک چندتایی یکسان هستند. در عمل آنها برای همه خطوط یک اتم یا یون معین یکسان‌اند.

چون همیشه به حاصلضرب  $gf$  نیاز داریم و در آزمایشگاه این حاصلضرب از شدتهای خط اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین، این حاصلضرب معمولاً در جدول قدرت نوسانگر درج می‌شود. پس برای خطوط یک چندتایی معین اختلاف طول را می‌دانیم. پهنای معادل باید از روی طیف اندازه‌گیری شود. در اصل می‌توانیم خط اول چندتایی  $sm$  (گذار از حالت  $s$  به حالت  $m$ ) را در یک مکان دلخواه طول منحنی رشد رسم کنیم، چرا که مقدار دقیق طول را نمی‌دانیم. اکنون وقتی دومین خط  $lj$  رسم کنیم می‌دانیم که طول آن در مقایسه با طول خط اول باید به میزان  $\log g_s f_{sm} - \log g_l f_{lj}$  کم شده باشد. بنابراین، محل نسبی این خط را نسبت به خط اول می‌دانیم. برای خطوط سوم و چهارم همان چندتایی نیز، مقادیر نسبی طول را می‌دانیم. پس از آنکه همگی مقادیر را برای خطوط مختلف چندتایی رسم کردیم. همان‌طور که در شکل ۸.۱۲ با  $\times$  نشان داده شده است، یک تصویر خواهیم داشت. واضح است که این نقاط باید بر رابطه نظری میان پهنای معادل و طولها منطبق شود. دیدیم که همه نقطه‌ها را برای مقادیر مطلق طول،



شکل ۸.۱۲ برای سه خط از یک چندتایی مقادیر  $\log gf$  مشخص است و بنابراین فاصله آنها از محور طولها مشخص است. جابه‌جایی نسبت به منحنی رشد نظری مقادیر مطلق را برای طول سه خط به دست می‌دهد.

نادرست رسم کردیم، که انتظار آن را هم داشتیم، چون که طول خط اول را اختیاری انتخاب کرده بودیم. با منتقل کردن نقاط بروی منحنی رشد نظری بدون تغییر مقادیر نسبی طولها درمی یابیم که این نقاط در حقیقت به کدام قسمت منحنی رشد تعلق دارند.

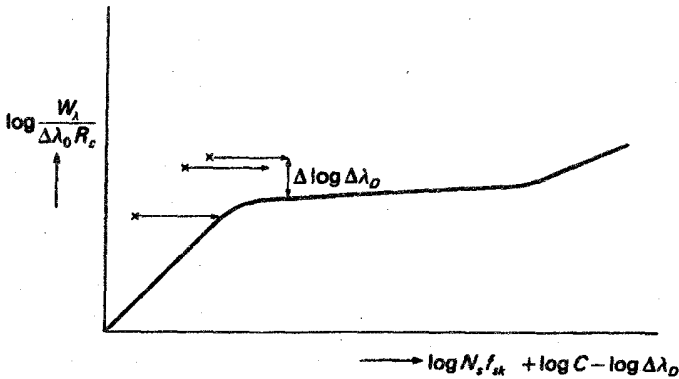
### ۳.۳.۱۲ تعیین $\Delta\lambda_D$

هنوز نگفتیم که چگونه عرض را، که به تنهایی از پهنای معادل — که می توانیم اندازه بگیریم — به دست نمی آید، بلکه از پهنای دوپلری  $\Delta\lambda_D$  و بزرگترین عمق مرکزی  $R_c$  محاسبه می شود، محاسبه کنیم. در طیف با تفکیک بالا برای ستاره هایی که به کندی می چرخند،  $R_c$  را می توان مستقیماً از روی طیف قویترین خط در ناحیه طیفی مورد بررسی محاسبه کرد. (به یاد داشته باشید که  $R_c$  تابع طول است.) برای طیفهای با تفکیک پایین و ستارگانی که به سرعت می چرخند این کار ممکن نیست. از این رو باید مقادیر محاسبه شده برای ستاره های مشابه را که کند تغییرند و طیف با تفکیک بالا برای آنها موجود است در نظر بگیریم.  $R_c$  ذاتی برای ستارگان مختلف حتی با انواع طیفی اندکی متفاوت تقریباً مشابه هستند.

برای تعیین  $\Delta\lambda_D$  با این فرض کار را شروع کردیم که فقط پهن شدگی دوپلری، یعنی  $\Delta\lambda_D = \lambda \xi_{th}/c$  را می بینیم، که در آن  $c$  سرعت نور است. اگر این پهن شدگی دوپلری بیش از حد کوچک باشد، یعنی اگر افزون بر آن پهن شدگی ریزتلاطم نیز وجود داشته باشد، آن گاه پهنای معادل برای خطوط در قسمت تخت منحنی رشد بزرگتر از پهنای مربوط به  $\Delta\lambda_D$  گرمایی هستند. پس به نظر می رسد آنها در مقایسه با پهنای خطهای ضعیفتر، بیش از حد بزرگ هستند (شکل ۹.۱۲). اگر در یک چندتایی خطهای ضعیف و خطهای قوی داشته باشیم به طوری که جابه جایی افقی از خطهای ضعیف تعیین شود، خطا در  $\Delta\lambda_D$  می تواند از خطهای قوی به دست آید (نگاه کنید به شکل ۹.۱۲). هنگامی که  $\Delta\lambda_D$  از یک چندتایی تعیین شد، می توان از آن برای چندتاییهای دیگر اتم یا یون مشابه در همان ناحیه طیفی استفاده کرد. مقدار مطلق طول، تعداد اتمهای  $(n = n_s)N$  را که خطوط این چندتایی را جذب می کنند تعیین می کند. این تعداد را می توان، بجز برای عامل  $C$ ، از روی  $\kappa$  پیوسته و گرادیان تابع پلانک تعیین کرد. اما، عامل  $C$  برای کلیه خطوط در ناحیه کوچک طول موجی یکسان است.

### ۴.۳.۱۲ تعیین دمای برانگیختگی $T_{exc}$

پس از آنکه یک چندتایی را بر منحنی رشد برازش دادیم با چندتایی بعدی همین کار را انجام



شکل ۹.۱۲ وقتی مقدار مطلق طول از خطوط ضعیف محاسبه شده باشد، اگر مقدار مفروض  $\Delta\lambda_D$  بیش از حد کوچک باشد، نقاط خطوط اشباع شده با خطایی به میزان  $\Delta \log \Delta\lambda_D$  بالاتر قرار می‌گیرند.

می‌دهیم و تعداد اتمهای جذب شده  $N_n$  در این چندتایی با انرژی برانگیختگی  $\chi_n$  را، باز هم به‌استثنای عامل  $C$ ، تعیین می‌کنیم. سپس می‌توان نسبت عددهای اشغال را برای ترازهای  $s$  و  $n$  تعیین کرد، چون عامل کلی  $C$  حذف می‌شود. با قراردادن این نسبت در فرمول بولتزمن به‌دست می‌آوریم

$$\frac{N_n}{N_s} = \frac{g_n}{g_s} e^{-(\chi_n - \chi_s)/kT_{exc}} \quad (۱۳.۱۲)$$

باز هم دما در نما همان مقدار میانگین دمای جو است. این میانگین با عاملهای وزنی متفاوت دما که از ناپیوستگی بالمر و خطهای بالمر تعیین کرده بودیم گرفته می‌شود. بنابراین، الزاماً نباید درست مساوی دمای خط بالمر باشد، اگرچه در صورتی که دست‌کم تعادل ترمودینامیکی موضعی تقریب خوبی باشد، اختلافها هرگز چندان زیاد نیست. برای مشخص کردن اینکه این دما چگونه تعیین شده است آن را دمای برانگیختگی می‌نامیم، چون از برانگیختگی ترازهای مختلف انرژی به‌دست آمده است. حتی اگر تعادل ترمودینامیکی موضعی تقریب خوبی نباشد دماهای برانگیختگی را همواره می‌توان با معادله (۱۳.۱۲) تعریف کرد. اما مقادیر به‌دست‌آمده از عددهای اشغال ترازهای مختلف می‌توانند کاملاً متفاوت باشند. درواقع، دماهای برانگیختگی که برای ترازهای انرژی مختلف به‌دست آمده می‌تواند آزمونی برای اعتبار فرض تعادل ترمودینامیکی موضعی باشد. در صورتی که دماهای برانگیختگی ناسازگاری بارزی داشته باشند، فرض تعادل ترمودینامیکی موضعی فرض خوبی نیست.

### ۵.۳.۱۲ تعیین دمای یونش

وقتی عدد اشغالی  $N_s$  یک تراز معین و دمای برانگیختگی را تعیین کردیم، می‌توانیم عددهای اشغالی را برای سایر ترازهای آن اتم یا یون که نمی‌توانیم خطوط آن را مشاهده کنیم، محاسبه کنیم. به این ترتیب، می‌توانیم تعداد کل اتمهایی را که خطوط آن را بررسی کرده بودیم محاسبه کنیم. باز هم، این عدد عامل ناشناخته  $C$  را دارد. فرض کنید این بررسی را روی خطوط آهن خنثی انجام داده‌ایم. آن‌گاه می‌توانیم جستجوی مشابهی را برای خطوط آهن یونیده انجام دهیم و تعداد کل یونهای  $Fe^+$  را تعیین کنیم. اگر بدانیم فشار الکترونی چقدر است — برای مثال، از ناپیوستگی بالمر یا فرمول اینگلیس-تالر — می‌توانیم از معادلهٔ ساها استفاده کنیم، و نسبت  $Fe^+/Fe$  را در آن قرار دهیم و دما را از معادلهٔ ساها به دست آوریم. چون این دما از درجه یونیدگی به دست آمده است دمای یونیدگی خوانده می‌شود. این دما نیز میانگینی روی شیدسپهر با وزنه‌های اندکی متفاوت در روند میانگین‌گیری است. این دما ممکن است اندکی با دمای برانگیختگی تفاوت داشته باشد. می‌توانیم گامی جلوتر گذاشته و روش مشابهی را برای عنصر دیگر مثل تیتانیم تعقیب کنیم. احتمالاً  $\Delta\lambda_D$  تیتانیم با مقدار به دست آمده برای آهن متفاوت خواهد بود، زیرا وزن اتمی آن متفاوت است. بنابراین، سرعت گرمایی متفاوت است. باید  $\Delta\lambda_D$  جدیدی برای تیتانیم به دست آوریم. از این رو، باز یک چندتایی دارای خطوط زیاد با پهنای معادل متفاوت پیدا می‌کنیم به طوری که بتوانیم یک منحنی رشد از یک چندتایی به دست آوریم. اگر یک چندتایی مناسب پیدا نکردیم می‌توانیم تعدادی چندتایی را باهم ترکیب کنیم. می‌دانیم که عددهای اشغال ترازهای پایینتر را فرمول بولتزمن تعیین می‌کند. اگر اولین چندتایی از تراز  $n$  با عدد کوانتومی  $m$  و انرژی برانگیختگی  $\chi_n$  و چندتایی دیگری از سطحی با عدد کوانتومی  $m$  و انرژی برانگیختگی  $x_m$  سرچشمه بگیرد، آن‌گاه از فرمول بولتزمن می‌دانیم که نسبت عددهای اشغال  $N_m$  و  $N_n$  عبارت است از

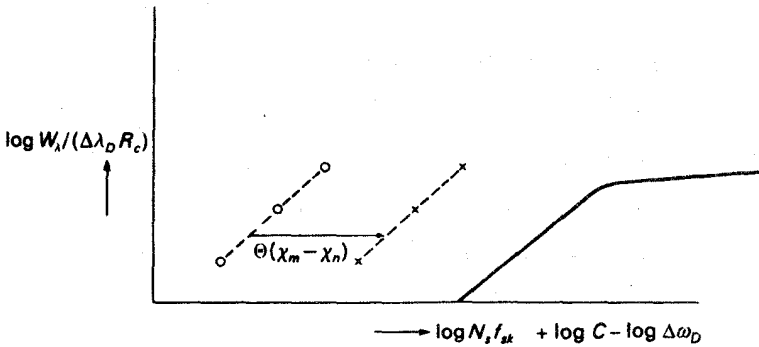
$$\log N_m - \log N_n = \log g_m - \log g_n - \Theta(\chi_m - \chi_n) \quad (۱۴.۱۲)$$

یا

$$\log \frac{N_m}{g_m} - \log \frac{N_n}{g_n} = -\Theta(\chi_m - \chi_n) \quad (۱۵.۱۲)$$

اگر از تعداد اتمهای جذب‌کننده در تراز  $n$  یعنی  $N_n$  به عنوان طول منحنی رشد دو چندتایی استفاده کنیم، آن‌گاه باید تعداد اتمهای  $N_m$  که در دومین چندتایی جذب می‌کنند را به وسیلهٔ  $N_n$  و فرمول بولتزمن معادلهٔ (۱۵.۱۲)، که اختلاف طول دو چندتایی را می‌دهد، مشخص کنیم. متأسفانه، در معادلهٔ





شکل ۱۰.۱۲ پهنای معادل خطوط در چندتایی  $m$  و  $n$  که بر  $\Delta\lambda_D R_c$  تقسیم شده و به ترتیب برحسب  $\log g_{mj} f_{mj}$  و  $\log g_{nj} f_{nj}$  رسم شده است. در منحنی رشد محور طولهای آنها به اندازه  $\log N_m/g_m - \log N_n/g_n = -\Theta(\chi_m - \chi_n)$  تفاوت دارد که می توان آن را با جابه جایی افقی لازم برای قراردادن نقاط دوتایی بر روی هم قابل محاسبه است.

(۱۵.۱۲) کمیت  $\Theta = 5040/T_{exc}$  وجود دارد و هنوز مقدار آن را نمی دانیم. اگرچه، می توانیم مقادیر مختلف  $\Theta$  را امتحان کنیم و ببینیم که برای کدام  $\Theta$  دو چندتایی بهترین برازش را با منحنی دارند. اگر فرض تعادل ترمودینامیکی موضعی معتبر باشد، برای چندتاییهای دیگر نیز همان  $\Theta$  صدق می کند. بنابراین، می توانیم از تعداد دلخواهی چندتایی استفاده کنیم و با استفاده از این شرط که همه چندتاییها باید با کوچکترین مقدار پراکندگی روی یک منحنی رشد قرار می گیرند،  $\Theta$  را تعیین کنیم. همان طور که شکل ۱۰.۱۲ نشان می دهد این کار را می توان به روش ترسیمی نیز انجام داد. همان گونه که پیش از این نشان دادیم برای خطوط مختلف با شاخص چندتایی  $i$  از سطح  $m$ ،  $\log(W_\lambda/(\Delta\lambda_D R_c))$  را برحسب  $\log(gf)_{ni}$  رسم می کنیم. سپس این عمل را برای خطوط با شاخص  $j$  از سطح  $m$  انجام می دهیم. چون طبق معادله (۱۵.۱۲)،  $\log N_m/g_m$  و  $\log N_n/g_n$  به میزان  $\Theta(\chi_m - \chi_n)$  باهم تفاوت دارند، طول دو چندتایی به همان میزان متفاوت است، یعنی دو منحنی رشد به دست آمده از دو چندتایی به همین مقدار نسبت به هم جابه جا شده اند. جابه جایی افقی لازم برای برازش یک چندتایی بر چندتایی دیگر،  $\Theta(\chi_m - \chi_n)$  را تعیین می کند. با انرژیهای برانگیختگی معلوم مقدار  $\Theta$  به دست می آید. پس می توان دمای برانگیختگی را از برازش چندتاییهای مختلف برهم به دست آورد.

### ۶.۳.۱۲ تعیین دمای جنبشی

در بخش ۳.۳.۱۲ دیدیم که می توان  $\Delta\lambda_D$  - پهنای دوپلری - را که از حرکتهای گرمایی و حرکتهای

ریزناتلامی به دست می آید، از جابه جایی عمودی لازم برای برازش منحنی رشد مشاهده شده بر منحنی رشد نظری تعیین کرد. همچنین تأکید کردیم که مقدار  $\Delta\lambda_D$  برای عناصر مختلف با وزنهای اتمی مختلف باید متفاوت در نظر گرفته شود، چون سرعتهای گرمایی آنها مختلف است. اصولاً، این اختلاف حرکت گرمایی ذرات مختلف را می توان برای تعیین دمای جنبشی در گاز به کار برد، که عموماً دمای گاز در نظر گرفته می شود.

در بخش ۵.۱.۱۰ دیدیم که  $\Delta\lambda_D$  از رابطه زیر به دست می آید

$$\Delta\lambda_D/\lambda = \xi/c \quad \text{با} \quad \xi^2 = \xi_{th}^2 + \xi_{turb}^2 \quad (۱۶.۱۲)$$

که در آن  $\xi_{turb}$  سرعت مرجع ریزناتلام است و سرعت مرجع گرمایی از رابطه زیر به دست می آید

$$\xi_{th}^2 = \frac{2R_g T}{\mu} \quad (۱۷.۱۲)$$

که وزن اتمی  $\mu$ .

برای ذرات با  $\mu$  بزرگ سرعت گرمایی کوچک است در حالی که ذرات با وزن مولکولی  $\mu$  کوچک سرعتهای بزرگ دارند. اصولاً این اختلاف است که تعیین دمای جنبشی را امکان پذیر می سازد. فرض کنید  $\Delta\lambda_D$  را برای خطوط آهن و خطوط کربن اندازه گیری کرده ایم. آن گاه  $\xi^2(Fe)$  و  $\xi^2(C)$  را می دانیم، که در آن

$$\xi^2(Fe) = \frac{2R_g T}{\mu(Fe)} + \xi_{turb}^2 \quad (۱۸.۱۲)$$

و

$$\xi^2(C) = \frac{2R_g T}{\mu(C)} + \xi_{turb}^2 \quad (۱۹.۱۲)$$

آن گاه از معادله های (۱۸.۱۲) و (۱۹.۱۲) به دست می آوریم

$$T = \left( \frac{\xi^2(Fe)}{2R_g} - \frac{\xi^2(C)}{2R_g} \right) \left( \frac{1}{\mu(Fe)} - \frac{1}{\mu(C)} \right)^{-1} \quad (۲۰.۱۲)$$

در عمل، محدودیتهایی برای تعیین دقیق این دما وجود دارد. اول اینکه این روند تنها زمانی درست است که سرعتهای ریزناتلامی  $\xi_{turb}$  خیلی بزرگتر از سرعتهای گرمایی نباشند. در غیر این صورت، اختلافها در  $\Delta\lambda_D$  کوچکتر از آن هستند که قابل اندازه گیری باشند. مشکل دوم این است که داده های اتمی، همین طور پهنای معادل اندازه گیری شده، اغلب به طور دقیق معلوم نیستند، یعنی

اینکه بهترین جابه‌جایی عمودی منحنی رشد مشاهده شده و نظری اغلب به دقت تعیین نمی‌شود، و این به خطاهای بیشتر برای  $\Delta\lambda_D$  و در نتیجه برای  $\xi^2$  می‌انجامد. اما، در آینده داده‌های اتمی بهتر و دقت بالاتر اندازه‌گیریها تعیین این دمای جنبشی را ابزار جالبی برای محک فرض تعادل ترمودینامیکی موضعی خواهد ساخت.

### ۷.۳.۱۲ تعیین فشار الکترون از منحنی رشد

در بخش ۵.۳.۱۲ دیدیم که چگونه می‌توان دمای یونش را، مثلاً برای آهن، به دست آورد، اگر از تحلیل منحنی رشد تعداد اتمهای آهن خنثی Fe و تعداد یونهای آهن یونیده  $Fe^+$  را تعیین کرده باشیم. گفتیم که با در دست داشتن تعداد الکترونهای آزاد  $n_e$  از بررسی خطوط بالمر و یا ناپیوستگی بالمر، می‌توان با استفاده از معادله ساها دمای یونش  $T_{ion}$  را محاسبه کرد. در اینجا نشان می‌دهیم که اساساً می‌توان چگالی الکترونی  $n_e$  را نیز از تحلیل منحنی رشد تعیین کرد. فرض کنید نه تنها تعداد اتمها و یونهای آهن بلکه تعداد اتمها و یونهای تیتانیم را نیز تعیین کرده‌ایم. آنگاه می‌توانیم معادله ساها را برای هر دو عنصر به کار ببریم، که دو معادله برای تعیین دو مجهول به دست می‌دهد: دمای یونش و چگالی الکترون. از تقسیم دو معادله ساها یک معادله برای تعیین دمای یونش به دست می‌آید

$$\log(Fe^+/Fe) - \log(Ti^+/Ti) \\ = \log(u^+/u)_{Fe} - \log(u^+/u)_{Ti} - \Theta(\chi_{ion}(Fe) - \chi_{ion}(Ti)) \quad (21.12)$$

به محض اینکه دمای یونش یا  $\Theta$  از این معادله به دست آمد، می‌توان چگالی الکترون را از هر کدام از دو معادله ساها تعیین کرد.

همان‌گونه که از معادله (۲۱.۱۲) مشخص است، در صورتی که انرژیهای یونش عناصر مورد نظر تقریباً مساوی باشند، تعیین  $\Theta$  و بنابراین دمای یونش از این راه بسیار نادقیق است. خطاهای کوچک در تعیین تجربی سمت چپ معادله به خطاهای بسیار بزرگ در مقدار  $\Theta$  و  $T_{ion}$  منجر می‌شود. بنابراین، وقتی از این شیوه استفاده می‌کنیم همیشه باید از یک زوج عنصر با انرژیهای یونیدگی بسیار متفاوت استفاده کنیم. متأسفانه، این مطلب همواره امکان‌پذیر نیست، چون برای عناصری با انرژیهای یونش خیلی کم ممکن است خطوط اتمی دیگر قابل دیدن نباشد، در حالی که برای عناصر با انرژیهای یونش زیاد خطوط یونی ضعیفتر از آن هستند که قابل اندازه‌گیری باشند. عناصر یا یونهایی که در هر دو مرحله یونیدگی قابل مشاهده‌اند معمولاً دارای انرژیهای یونشی هستند

که تفاوت چندانی ندارند. بنابراین، اغلب بهتر است که چگالی الکترونی از خطوط و ناپیوستگی بالمر و دمای یونش از معادله ساده ساها تعیین شود.

۸.۳.۱۲ بستگی قدرتهای بعضی خطوط به دما، گرانی و فراوانی عناصر در جلد ۱، گفتیم که دمای یک ستاره تأثیر زیادی بر قدرتهای خطوط طیفی مختلف دارد. در مورد ستاره‌های با دمای بالا هیچ خطی مربوط به عناصر خنثی در طیف وجود ندارد، چون بجز هلیوم که دارای انرژی یونش بسیار بالاست و هیدروژن که آن نیز بسیار فراوان است و ضریب جذب پیوسته را نیز تعیین می‌کند، سایر اتمها یونیده هستند. عمق خط  $R_{\lambda}$  به نسبت ضریب جذب خطی به ضریب جذب پیوسته بستگی دارد، که برای خطهای بالمر عبارت است از

$$R_{\lambda} \propto \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \propto \frac{N_H(n=2)}{N_H(n=3)} n_e = \frac{g_2}{g_3} e^{-(\chi_2 - \chi_3)/kT} n_e = \frac{g_2}{g_3} e^{(\chi_3 - \chi_2)/kT} n_e \quad (22.12)$$

اگر جذب پیوسته ناشی از اتمهای هیدروژن خنثی در سومین تراز کوانتومی باشد، مثلاً مانند ستاره‌های B اولیه. با افزایش  $T$ ،  $R_{\lambda}$  کاهش می‌یابد. با افزایش درجه یونیدگی هیدروژن هم ضریب جذب خطی و هم ضریب جذب پیوسته کاهش می‌یابند و نسبت آنها فقط به‌خاطر عدد اشغال در سومین تراز کوانتومی تغییر می‌کند، که با جذب پیوسته، به‌خاطر یکی از ترازهای کوانتومی دوم لازم برای جذب خط، افزایش می‌یابد. این دلیل کاهش شدتهای خط بالمر با افزایش دما در ستاره‌های B است. وابستگی دمایی، به‌خاطر کوچک بودن  $\chi_3 - \chi_2$ ، بسیار ضعیف است.

به‌هنگام مقایسه قدرتهای خطی ابرغولها با کوتوله‌ها، باید تأثیر گرانی، که فشار جو را تعیین می‌کند، بدانیم. برای مثال، در ستاره‌های نوع G جذب پیوسته ناشی از یون  $H^-$  است. با توجه به معادله ساها، تعداد یونهای  $H^-$  نسبت به تعداد اتمهای خنثی با افزایش چگالی الکترونی  $n_e$  افزایش می‌یابد. بنابراین، ابرغولها خطوط طیفی قویتری نسبت به ستارگان کوتوله از خود نشان می‌دهند (شکل ۱.۱۲)، نه به این علت که در جو آنها عناصر سنگینتر وجود دارد، بلکه بدین سبب که در این جوهای دارای گرانی و چگالی الکترونی کم، ضریب جذب پیوسته کوچکتر است. بنابراین، هنگامی که به طیف ستاره‌ای نگاه می‌کنیم باید خیلی محتاط باشیم. خطوط ضعیف الزاماً به‌معنی فراوانی کم عناصر سنگین نیست و برعکس.

برای مثال، برای خطوط بالمر هیدروژن در ستاره‌های A و B، درمی‌یابیم که اگر هلیوم به‌جای هیدروژن قرارگیرد، با کم‌شدن فراوانی هیدروژن خطوط قویتر می‌شوند. زیرا افزایش فشار گاز مربوط به افزایش فشار الکترون در جوهای با هلیوم فراوانتر بیشتر است. چون ضریب جذب خطی در

لبه‌های خط بالمر با چگالی الکترون متناسب است و ضریب جذب پیوسته هنوز ناشی از چگالی هیدروژن است، در ستاره‌هایی که فراوانی هیدروژن در آنها کمتر است، در قدرت خط هیدروژن افزایش مشاهده می‌کنیم، مگر اینکه فراوانیهای هیدروژن خیلی کوچک باشد که در آن  $K$  پیوسته به هلیوم مربوط می‌شود.

هنگامی که روی طیفهای ستاره‌ای تحلیل رایانه‌ای انجام می‌دهیم، باید مراقب باشیم که وقتی فراوانیهای مختلف عناصر سنگین را برای مطابقت با طیف مشاهده شده به کار می‌بریم، مطمئن شویم که هر بار که فراوانی عنصری متفاوت را به کار می‌بریم مدل جوی را عوض کرده‌ایم، چون تغییر در ضریب جذب پیوسته ناشی از تغییر دادن فراوانی فلزی به اندازه تغییر در ضریب جذب خطی اهمیت دارد.

به عنوان مثال، به وابستگی قدرت خطی یک  $Fe^+$  به فراوانی Fe در ستارگان نوع خورشید می‌پردازیم. برای چنین خطی عمق خطی از نسبت زیر به دست می‌آید

$$R_{\lambda}(Fe^+) \propto \frac{Fe^+}{H^-} \propto \frac{Fe^+}{N_H n_e} \quad (23.12)$$

در ستاره‌های نوع خورشید الکترونها ناشی از یونش فلزاتی چون آهن هستند. دیدیم که در خورشید آهن عمدتاً یونیده است. پس فراوانی آهن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\text{فراوانی}(Fe) = Fe^+ / N_H = A(Fe) \quad (24.12)$$

همچنین اگر فراوانیهای همه عناصر سنگین با هم تغییر کند، که تقریباً همین طور است، آن‌گاه باید داشته باشیم

$$n_e \propto Fe^+ = A(Fe) N_H \quad (25.12)$$

با قراردادن این رابطه در معادله (23.12) به دست می‌آوریم

$$R_{\lambda}(Fe^+) \propto \frac{A(Fe) N_H}{N_H n_e} = \frac{A(Fe)}{n_e} \propto \frac{1}{N_H} \quad (26.12)$$

فراوانی Fe در تقریب اول حذف می‌شود. در عمل،  $N_H$  با کاهش فراوانیهای فلزی  $N_H$  افزایش می‌یابد. بنابراین، با کاهش فراوانیهای فلزی، شدت خط مربوط به خطوط  $Fe^+$  اندکی کاهش می‌یابد، اما این اثر خیلی کوچک است. نگاه سرسری به طیف می‌تواند بسیار گمراه‌کننده باشد.

## ۴.۱۲ فراوانیهای مشاهده شده عنصر

### ۱.۴.۱۲ ستاره‌های جمعیت I

همانند فصل گذشته، با تحلیل منحنی رشد می‌توان فراوانیهای همه عناصری را که خطوط طیفی آنها قابل شناسایی و داده‌های اتمی لازم برای آنها تعیین شده است را از آزمایشهای تجربی یا از مطالعات نظری به دست آورد. می‌توانیم همه ستاره‌هایی را که به اندازه کافی پرنور هستند تا خطوط مختلف را دست‌کم در جایی از طیف بتوان با پاشندگی کافی از هم جدا ساخت، مطالعه کرد. وقتی ستاره‌ها با دماهای خیلی متفاوت را مقایسه می‌کنیم معمولاً مقایسه فراوانیها در آنها با ضریب ۲ دقیق است. وقتی ستاره‌هایی با دما و گرانیهای تقریباً یکسان را با هم مقایسه می‌کنیم، در بررسیهای نسبتاً دقیق به دقتی در حدود ۲۵٪ دست می‌یابیم. معمولاً وقتی دقتی بالاتر مورد نظر باشد این عدد گمراه‌کننده است.

تحلیلهای ستاره‌ای نشان می‌دهد که فراوانی نسبی عناصر در همه ستاره‌های نزدیک در محدوده خطایی با ضریب ۲ تقریباً یکسان است. مشاهده شده است که اغلب ستارگان عمدتاً از هیدروژن به میزان  $5\% \pm 10\%$  برابر هلیوم (از لحاظ تعداد اتمها و یونها) تشکیل شده‌اند. چون هر هسته هلیوم چهار برابر سنگینتر از یک پروتون است. فراوانی وزنی هلیوم، به نام  $Y$ ، از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$Y = \frac{4 \times 0.1}{0.9 + 0.4} = 0.31 (\pm 0.1) \quad (27.12)$$

خطوط هلیوم را فقط در طیف ستاره‌های داغ می‌توان مشاهده کرد. بنابراین، فراوانی هلیوم را منحصراً می‌توان برای این ستارگان تعیین کرد. در ستاره‌های سرد خطوط هلیوم را فقط در طیف فام‌سپهری می‌بینیم که چون در آن تعادل ترمودینامیکی موضعی صادق نیست، تحلیل آن مشکلتر و نادقیقتر است. شناخت بسیار کمی از فراوانی هلیوم در ستاره‌های سرد داریم و باید به روشهای غیرمستقیمی متوسل شویم که در جلد ۳ آمده است. متأسفانه، شناخت دقیق فراوانی هلیوم در ستارگان پیر که ستاره‌هایی سرد هستند، برای بسیاری از مسائل کیهان‌شناسی اهمیت دارد.

رد مختصری از عناصر سنگین که با هیدروژن و هلیوم ترکیب شده‌اند وجود دارد — فقط در حدود  $10^{-3}$  برابر تعداد اتمها — اما چون این عناصر سنگین هستند کسر جرمی‌شان،  $Z$ ، هنوز حدود ۲٪ را تشکیل می‌دهد، یعنی،  $Z \approx 0.02$ . این موجب می‌شود که فراوانی وزنی هیدروژن  $X$  برای اغلب ستارگان 'عادی' عبارت باشد از

$$X = 0.67 \pm 0.1$$

فراوانترین عناصر سنگین، C، N، O، Ne هستند. به ازای هر کدام از این اتمها یا یونها حدود ۱۰۰۰ اتم یا یون هیدروژن وجود دارد. عناصر سنگین بعدی Fe، Si، Al و Mg هستند، اما فراوانی آنها باز هم ۱۰ بار کمتر است. جدول ۳.۱۲ آخرین مقادیر فراوانی برای فراوانترین عناصر در ستاره‌های همسایه ما را که ستاره‌های جمعیت I نام دارند، می‌دهد.

جدول ۳.۱۲ فراوانیهای log N برای فراوانترین عناصر الف

جمعیت II		جمعیت I			عناصر	عدد اتمی
HD	HD	γ مار	α چنگ	خورشید <sup>۳</sup>		
۱۹۴۴۵	۱۴۰۲۸۳	F۶ IV	A۰ V	G2 V		
۱۲٫۰	۱۲٫۰	۱۲٫۰	۱۲٫۰	۱۲٫۰	هیدروژن (H)	۱
؟	؟	؟	(۱۱٫۴)	(۱۱٫۰)	هلیوم (He)	۲
؟	؟	۹٫۱	۹٫۳	۸٫۸	اکسیژن (O)	۸
؟	۶٫۴	۸٫۴	؟	۸٫۵	کربن (C)	۶
؟	؟	؟	۸٫۸	۸٫۰	نیتروژن (N)	۷
؟	؟	؟	؟	(۷٫۹)	نئون (Ne)	۱۰
۵٫۷ ± ۰٫۲	۵٫۲ ± ۰٫۳	۷٫۲	۷٫۱	۷٫۶	آهن (Fe)	۲۶
۶٫۰	۵٫۱	۷٫۴	۸٫۲	۷٫۵	سیلیسیم (Si)	۱۴
۶٫۵?	۴٫۹	۷٫۵	۷٫۷	۷٫۴	منیزیم (Mg)	۱۲
؟	؟	۷٫۲	؟	۷٫۲	گوگرد (S)	۱۶
۴٫۵	۳٫۷	۶٫۱	۵٫۷	۶٫۴	آلومینیم (Al)	۱۳
۴٫۷	۴٫۲	۶٫۴	۷٫۰	۶٫۳	نیکل (Ni)	۲۸
۴٫۸	۴٫۰	۵٫۹	۶٫۳	۶٫۳	کلسیم (Ca)	۲۰
؟	۳٫۵	۶٫۱	۷٫۳	۶٫۳	سدیم (Na)	۱۱
۳٫۸	۳٫۶	۴٫۹	۵٫۶	۵٫۹	کروم (Cr)	۲۴
؟	؟	؟	؟	۵٫۶	کلر (Cl)	۱۷
؟	؟	؟	؟	۵٫۵	فسفر (P)	۱۵
۳٫۷	۲٫۸	۴٫۷	۵٫۳	۵٫۴	منگنز (Mn)	۲۵
۳٫۴	۲٫۸	۴٫۳	۴٫۷	۵٫۱	تیتانیوم (Ti)	۲۲
؟	۲٫۷	۴٫۱	؟	۵٫۱	کبالت (Co)	۲۷
؟	؟	؟	؟	۵٫۰	پتاسیم (K)	۱۹

الف. بهنجارشده به  $12.0 = \log N(H)$ .

ب. این فراوانیها را "فراوانیهای کیهانی" در نظر گرفته‌ایم.

مقادیر داخل پرانتز نادقیق هستند.

## ۲.۴.۱۲ فراوانی عناصر ستارگان جمعیت II

در همسایگی ما تعداد کمی ستاره وجود دارد که به وضوح فراوانیهای متفاوتی از خود نشان می دهند. آنها را در ابتدا به عنوان زیرکوتوله‌ها (در نمودار رنگ-قدر، در زیر رشته اصلی هستند) یا ستاره‌های با خطوط ضعیف طبقه‌بندی کردند. عموماً، این ستارگان سرعتهای زیادی نسبت به خورشید دارند و بنابراین آنها را ستارگان با سرعت بالا نیز می نامند. ما معمولاً آنها را ستارگان جمعیت II می نامیم. این ستاره‌ها هم عمدتاً شامل هیدروژن و هلیوم به نسبت‌های تقریباً مساوی ستارگان جمعیت I هستند. اما فراوانیهای عناصر سنگین در آنها معمولاً با ضریب در حدود ۳ تا ۲۰۰ کمتر است. شگفت آنکه فراوانیهای نسبی گروه عناصر سنگین بین ستاره‌های جمعیت I و جمعیت II بسیار کم تغییر می کند، اگرچه اخیراً معلوم شده است که برای درجات متوسط تهی شدن عناصر گروه آهن عناصر سبکتر کمتر از عناصر گروه آهن تهی شده‌اند. همین طور، در گروه‌های مختلف ستارگان، در نسبت فراوانیهای C، N و O تغییراتی مشاهده شده است. این جزئیات در جلد ۳، که منشأ عناصر شیمیایی را بررسی می کنیم، خواهد آمد.

فراوانیهای عناصر برای برخی ستارگان سریع جمعیت II نیز در جدول ۳.۱۲ داده شده است. تهی شدن تمام عناصر سنگین عموماً با افزایش فاصله ستاره‌ها از سطح کهکشانی افزایش می یابد. آن معدود ستارگان سریع همسایه ما عملاً با سرعتهایشان نشان می دهند که در مسیر دور شدن تا فاصله‌های زیاد، به طرف هاله‌ای هستند که ابتدا از آن آمده‌اند. آنها در مدار کهکشانی خود درست از کنار ما می گذرند.



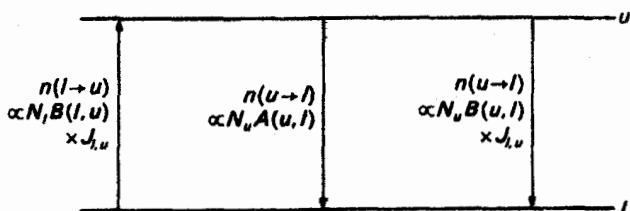
## مبانی تعادل ترمودینامیکی ناموضعی

### ۱.۱۳ احتمالات گذار اینشتین

در هر وضعیت تعادل انتظار داریم تعداد گذارها در هر سانتی متر مکعب در ثانیه به یک تراز انرژی معین به لحاظ آماری با تعداد گذارهای به خارج از این تراز انرژی برابر باشد، به گونه‌ای که تعداد آنها در هر تراز انرژی معین در طول زمان تغییر نکند. این بدان معنی است که انتظار تعادل آماری را داریم، که باید در هر وضعیت مستقل از زمان برقرار باشد. بگذارید دو تراز انرژی در یک اتم را که دارای اعداد کوانتومی  $l$  (تراز پایینی) و  $u$  (تراز بالایی) هستند، در نظر بگیریم (شکل ۱.۱۳). تعداد آنها در یک سانتی متر مکعب در پایینترین تراز  $N_l$  و در بالاترین تراز  $N_u$  است. گذار از تراز  $l$  به تراز  $u$  متناظر با فرایند جذبی است، که در آن فوتونی با انرژی  $h\nu_{l,u} = \chi_u - \chi_l$  جذب شده باشد. تعداد گذارها در هر سانتی متر مکعب از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n(l \rightarrow u) = N_l \bar{J}_{\nu(l,u)} B(l, u) \quad (۱.۱۳)$$

$B(l, u)$  احتمال گذار از  $l$  به  $u$  است؛ این یک ثابت اتمی است. (برخی نویسندگان شاخصهای  $B$



شکل ۱.۱۳ برای یک خط معین باید سه نوع گذار تابشی در نظر بگیریم، جذب (چپ)، گسیل خودبه خودی (وسط)، گسیل القایی (راست).

را برعکس در نظر می‌گیرند، پس باید مراقب بود.  $\bar{J}$  شدت متوسط است که روی خط میانگین‌گیری شده است. در ادامه هرگاه نوشتیم  $J_{\nu(l,u)}$  منظورمان  $\bar{J}_{\nu(l,u)}$  است. تعداد گذارهای خود به خودی از تراز بالاتر به تراز پایینتر مستقل از شدت نور میانگین است و از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n(u \rightarrow l) = N_u A(u, l) \quad (2.13)$$

که در آن  $A(u, l)$  احتمال گذار در گذارهای خود به خودی از  $u$  به  $l$  است. این هم یک ثابت اتمی است.

معمولاً نمی‌دانیم که شدت میانگین  $J_{\nu(l,u)}$  چیست، اما هرگاه با تعادل ترمودینامیکی سروکار داشته باشیم می‌دانیم که

$$J_{\nu(u,l)} = B_{\nu(u,l)}(T)$$

که در آن  $B_{\nu}(T)$  تابع پلانک در دمای  $T$  است. در حالت تعادل ترمودینامیکی باید برای هر گذار تعداد یکسانی از گذارهای تابشی که در هر دو جهت منتشر می‌شوند، وجود داشته باشد. این موضوع را توازن تقضیلی می‌خوانیم. در تعادل ترمودینامیکی، توازن تقضیلی باید برقرار باشد چرا که می‌توان نشان داد در غیر این صورت می‌توان متحرک دائمی از نوع دوم ساخت، که می‌دانیم چنین چیزی ممکن نیست. همچنین می‌دانیم که در تعادل ترمودینامیکی نسبت اعداد اشغال از فرمول بولتزمن پیروی می‌کنند یعنی

$$\frac{N_u}{N_l} = \frac{g_u}{g_l} e^{-(\epsilon_u - \epsilon_l)/kT} \quad (3.13)$$

اگر این گذارهای رو به بالا و روبه پایین تنها فرایندهایی باشند که اتفاق می‌افتد، شرط توازن

تفضیلی عبارت خواهد بود از

$$n(u \rightarrow l) = n(l \rightarrow u)$$

که یعنی

$$N_l \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} B(l, u) = N_u A(u, l) \quad (۴.۱۳)$$

یا، با استفاده از رابطه بولتزمن

$$\begin{aligned} \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu_{u,l}/kT} - 1} &= \frac{g_u}{g_l} e^{-(\chi_u - \chi_l)/kT} \frac{A(u, l)}{B(l, u)} \\ &= \frac{g_u}{g_l} e^{-h\nu_{u,l}/kT} \frac{A(u, l)}{B(l, u)} \quad \text{چون } h\nu_{u,l} = \chi_u - \chi_l \end{aligned} \quad (۵.۱۳)$$

با داشتن  $g_u$  و  $g_l$  و ثابتهای اتمی  $A(u, l)$  و  $B(l, u)$  برای هر تراز، همانگونه که اولین بار اینشتین نشان داد، هیچ راهی وجود ندارد که این ثابتها را طوری تعیین کرد که معادله در همه دماها صادق باشد. به گذار دیگری نیاز داریم که به شدت نور نیز بستگی داشته باشد — که به فرایند گسیل القایی معروف است. اینها گذارهایی از تراز بالاتر به تراز پایینتر هستند که تعدادشان با میانگین شدت نور  $J_{\nu(u,l)}$  متناسب است. تعداد این گسیلهای القایی در هر سانتی متر مکعب از رابطه زیر به دست می آید

$$n'(u \rightarrow l) = N_u B(u, l) J_{\nu(u,l)} \quad (۶.۱۳)$$

می توان نشان داد که فوتونهایی که از این طریق به واسطه انگیزش یک فوتون از میدان مغناطیسی گسیل می شوند باید جهت و فازی چون فوتون انگیزاننده داشته باشند. از این رو این نوع گسیلهای القایی را می توان به عنوان جذبههای منفی در نظر گرفت. با این فرایندهای اضافی شرط توازن تفضیلی در تعادل ترمودینامیکی به شکل زیر درمی آید

$$N_l J_{\nu(u,l)} [B(l, u) - N_u J_{\nu(u,l)} B(u, l)] = N_u A(u, l) \quad (۷.۱۳)$$

با استفاده از  $J_{\nu(u,l)} = B_{\nu(u,l)}$  و با استفاده از رابطه بولتزمن به دست می آوریم

$$\frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu_{u,l}/kT} - 1} \left( B(l, u) \frac{g_l}{g_u} e^{h\nu_{u,l}/kT} - B(u, l) \right) = A(u, l) \quad (۸.۱۳)$$

این رابطه در صورتی صحیح است که داشته باشیم

$$B(u, l)g_u = B(l, u)g_l \quad (۹.۱۳)$$

و

$$A(u, l) = B(l, u) \frac{g_l}{g_u} \frac{2h\nu_{u,l}^3}{c^2} = B(u, l) \frac{2h\nu_{u,l}^3}{c^2} \quad (۱۰.۱۳)$$

اینها روابط شناخته شده‌ای بین احتمالهای گذار اینشتین هستند. چون  $B(u, l)$ ،  $B(l, u)$  و  $A(u, l)$  ثابتهای اتمی هستند، این رابطه‌ها، اگرچه از شرایط تعادل ترمودینامیکی به دست آمده‌اند، اما باید همیشه برقرار باشند. بنابراین، می‌توانیم از آنها برای به دست آوردن اطلاعاتی دربارهٔ شرایط برانگیختگی و تابع چشمه وقتی که تعادل ترمودینامیکی برقرار نیست، استفاده کنیم.

## ۲.۱۳ گسیلهای القایی، لیزرها و میزرها

### ۱.۲.۱۳ کاهش $\kappa_\nu$

همان‌طور که پیش از این گفتیم، فوتونهایی که در یک فرایند گسیل القایی گسیل شده‌اند دارای جهتها و فازهایی برابر با فوتونهای القاکننده هستند. بنابراین، می‌توانیم با گسیل خود به خودی به صورت یک جذب منفی برخورد کنیم.

انرژی واقعی جذب شده در هر سانتی متر مکعب از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\Delta E_\nu = - \iint dI_\nu d\omega d\nu = \iint \kappa_\nu I_\nu d\omega d\nu$$

یا با

$$\Delta E_\nu = 4\pi \int \kappa_\nu J_\nu d\nu \quad (۱۱.۱۳)$$

که در آن انتگرال بر روی کل خط گرفته می‌شود.

اگر به گسیل القایی به عنوان جذب منفی برخورد کنیم، آن‌گاه مقدار خالص انرژی جذب شده ظاهری برابر است با

$$\Delta E'_\nu = \int_{\text{خط}} \kappa'_\nu 4\pi J_\nu d\nu \quad (۱۲.۱۳)$$

که در آن  $\kappa'_\nu$  کوچکتر از  $\kappa_\nu$  است.

با یادآوری اینکه هر فوتون دارای انرژی

$$E_{ph} = h\nu \quad (۱۳.۱۳)$$

است، تعداد خالص فرایندهای جذب در هر سانتی متر مکعب با رابطه زیر داده می شود

$$\frac{\Delta E'_\nu}{h\nu} = \int_{خط} \frac{\kappa'_\nu}{h\nu} J_\nu \frac{4}{3}\pi d\nu \quad (۱۴.۱۳)$$

از طرف دیگر معادله (۱۳.۱۳) نشان می دهد که تعداد واقعی فوتونهای جذب شده عبارت است از

$$n(l \rightarrow u) = N_l B(l, u) \bar{J}_\nu \quad (۱۵.۱۳)$$

از مقایسه آن با معادله (۱۴.۱۳) به دست می آوریم

$$\int_{خط} \frac{\kappa_\nu}{h\nu} J_\nu \frac{4}{3}\pi d\nu = N_l B(l, u) \bar{J}_\nu \quad (۱۶.۱۳)$$

و

$$\int_{خط} \kappa_\nu d\nu = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi} N_l B(l, u) h\nu \quad (۱۷.۱۳)$$

که در آن فرض کرده ایم که در داخل خط می توان به جای  $J_\nu$  میانگین  $\bar{J}_\nu$  را قرار داد و انتگرالها روی کل خط گرفته می شوند.

همین طور، از تعداد خالص فرایندهای جذب ظاهری به دست می آوریم

$$\begin{aligned} n(l \rightarrow u) - n(u \rightarrow l) &= N_l B(l, u) \bar{J}_\nu - N_u B(u, l) \bar{J}_\nu \\ &= N_l B(l, u) \bar{J}_\nu \left( 1 - \frac{N_u B(u, l)}{N_l B(l, u)} \right) = \frac{4}{3}\pi \bar{J}_\nu \int_{خط} \kappa'_\nu d\nu \end{aligned} \quad (۱۸.۱۳)$$

از مقایسه معادله های (۱۶.۱۳) و (۱۸.۱۳) نتیجه می شود

$$\int_{خط} \kappa'_\nu d\nu = \int_{خط} \kappa_\nu d\nu \left( 1 - \frac{N_u B(u, l)}{N_l B(l, u)} \right) \quad (۱۹.۱۳)$$

حال اگر از معادله (۱۹.۱۳) استفاده کنیم رابطه

$$\kappa'_\nu = \kappa_\nu \left( 1 - \frac{N_u g_l}{N_l g_u} \right) \quad (۲۰.۱۳)$$

را به عنوان رابطه عمومی بین  $\kappa_\nu$  و  $\kappa'_\nu$  به دست می آوریم.

اگر نسبت  $N_u/N_l$  در دمای جنبشی  $T$ ، همانند تعادل ترمودینامیکی، توسط فرمول بولتزمن داده شده باشد به دست می آوریم

$$\kappa'_\nu - \kappa_\nu(1 - e^{-h\nu/kT}) \quad (21.13)$$

چرا که داریم

$$\chi_u - \chi_l = h\nu_{u,l} \quad (22.13)$$

در شرایط تعادل ترمودینامیکی این رابطه بین  $\kappa'_\nu$  و  $\kappa_\nu$  است. برای سایر شروط همیشه باید به معادله (۲۰.۱۳) بازگردیم.

### ۲.۲.۱۳ لیزرها و میزرها

به طور کلی از معادله (۲۰.۱۳) می بینیم که  $\kappa'_\nu$  منفی می شود اگر

$$\frac{N_u}{N_l} \frac{g_l}{g_u} > 1 \quad (23.13)$$

چون

$$dI_\nu = -\kappa'_\nu I_\nu ds \quad (24.13)$$

درمی یابیم که برای یک  $\kappa'_\nu$  منفی هنگامی که باریکه نور از میان گازی با  $\kappa'_\nu$  منفی عبور می کند شدت  $I_\nu$  افزایش می یابد. شدت باریکه اولیه زیاد می شود. این همان چیزی است که در لیزر یا میزر اتفاق می افتد. تحت چه شرایطی این پدیده رخ می دهد؟ واضح است که باید داشته باشیم

$$\frac{N_u}{N_l} > \frac{g_u}{g_l} \quad (25.13)$$

برای اعداد اشغالی که از رابطه بولتزمن پیروی می کنند چنین چیزی هرگز اتفاق نمی افتد. به اعداد اشغالی از تراز بالایی نیاز داریم که بسیار بالاتر از مقداری باشد که از فرمول بولتزمن به دست می آید. این اعداد اشغال بالا برای تراز بالایی با سازوکارهای خاص دمش حاصل می شود، که در اینجا نمی توان شرح داد.

### ۳.۱۳ تابع چشمه برای یک گذار مقید-مقید

هدف ما به دست آوردن اطلاعاتی در مورد تابع چشمه در یک گذار معین بین دو تراز انرژی با اعداد

کوانتومی  $u$  و  $l$  است. تابع چشمه  $S_\nu$  به صورت انرژی  $\varepsilon_\nu$  گسیل شده در هر سانتی متر مکعب در زاویه فضایی  $d\omega = 1$ ، تقسیم بر ضریب جذب در یک سانتی متر مکعب تعریف می‌شود، یعنی

$$S_\nu = \varepsilon_\nu / \kappa_\nu \quad (26.13)$$

در این عبارت،  $\varepsilon_\nu$  علاوه بر گذارهای القایی، شامل گذارهای خود به خودی نیز هست. اگر فرایندهای گسیل القایی را به صورت جذب منفی در نظر بگیریم و جذب خالص را با  $\kappa'_\nu$  بیان کنیم آن‌گاه در گسیل  $\varepsilon'_\nu$  تنها باید فرایند گسیل خود به خودی را وارد کنیم. آن‌گاه باید تابع چشمه را به شکل زیر بیان کنیم

$$S_\nu = \varepsilon'_\nu / \kappa'_\nu \quad (27.13)$$

حال فرض می‌کنیم که تابع چشمه در هر گذار بین دو تراز انرژی مستقل از بسامد است، یعنی تابع چشمه یک خط معین مستقل از بسامد فرض می‌شود. این موضوع ایجاب می‌کند (معادله ۲۷.۱۳) که  $\varepsilon'_\nu$  و  $\kappa'_\nu$  بستگی یکسانی به بسامد داشته باشند.  $\varepsilon'_\nu$  و  $\kappa'_\nu$  را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\varepsilon'_\nu = \varepsilon'_0 \varphi(\nu) \quad \text{و} \quad \kappa'_\nu = \kappa'_0 \varphi(\nu) \quad (28.13)$$

که

$$\int_{\text{خط}} \varphi(\nu) d\nu = 1$$

که در آن باید انتگرال را روی کلیه بسامدهای داخل خط گرفت. آن‌گاه به دست می‌آوریم

$$S_\nu = \varepsilon'_0 / \kappa'_0 \quad (29.13)$$

تعداد کل فوتونهای جذب شده عبارت است از

$$\begin{aligned} n(l \rightarrow u) - n(u \rightarrow l) &= N_l \bar{J}_\nu B(l, u) - N_u B(u, l) \bar{J}_\nu \\ &= N_l \bar{J}_\nu B(l, u) \left( 1 - \frac{N_u}{N_l} \frac{B(u, l)}{B(l, u)} \right) \\ &= N_l \bar{J}_\nu B(l, u) \left( 1 - \frac{N_u}{N_l} \frac{g_l}{g_u} \right) \\ &= 4\pi \frac{\bar{J}_\nu}{h\nu} \int_{\text{خط}} \kappa'_\nu d\nu = 4\pi \frac{\bar{J}_\nu}{h\nu} \kappa'_0 \end{aligned} \quad (30.13)$$

باز با یادآوری اینکه انرژی گسیل شده به ازای هر فوتون  $h\nu$  است درمی یابیم که تعداد فوتونهایی که به طور خود به خودی در هر سانتی متر مکعب گسیل می شوند، عبارت اند از

$$\frac{4\pi}{h\nu} \int_{\text{خط}} \epsilon'_\nu d\nu = \frac{4\pi}{h\nu} \epsilon'_\circ = N_u A(u, l) \quad (31.13)$$

از ترکیب معادله های (30.13) و (31.13) به دست می آوریم

$$S_\nu = \frac{\epsilon'_\circ}{\kappa'_\circ} = \frac{N_u A(u, l) h\nu}{4\pi} \frac{4\pi}{N_l B(l, u) \left(1 - \frac{N_u g_l}{N_l g_u}\right) h\nu} \quad (32.13)$$

با مرتب کردن جمله ها به دست می آوریم

$$S_\nu = \frac{N_u}{N_l} \frac{A(u, l)}{B(l, u)} \frac{1}{\left(1 - \frac{N_u g_l}{N_l g_u}\right)} \quad (33.13)$$

با استفاده از معادله (10.13) به دست می آوریم

$$S_\nu = \frac{N_u}{N_l} \frac{g_l}{g_u} \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{N_u g_l}{N_l g_u}\right)} \quad (34.13)$$

پس از ساده سازی خواهیم داشت

$$S_\nu = \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{\left(\frac{N_l g_u}{N_u g_l} - 1\right)} \quad (35.13)$$

توجه کنید که در محاسبه این عبارت برای تابع چشمه از هیچ شرط تعادلی استفاده نکرده ایم. این عبارت به طور کلی برقرار است.

اگر اعداد اشغال توسط فرمول بولتزمن در دمای جنبشی  $T$  داده شود، آن گاه

$$S_\nu = \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = B_\nu(T) \quad (36.13)$$

در اینجا نیز از رابطه  $\chi_u - \chi_l = h\nu_{u,l}$  استفاده کرده ایم.



پس دریافتیم که تابع چشمه برای دمای جنبشی معادل تابع پلانک است؛ بنابراین اگر بتوان همه اعداد اشغال را توسط فرمول بولتزمن برای دمای جنبشی بیان کرد تعادل ترمودینامیکی موضعی برقرار خواهد بود.

اگر این طور نباشد، یعنی همه اعداد اشغال را نتوان توسط فرمول بولتزمن برای دمای جنبشی بیان کرد آن گاه هنوز می توان نسبت اعداد اشغال را برای هر زوج تراز انرژی توسط فرمول بولتزمن در دمای  $T_{exc}$  توصیف کرد، یعنی

$$\frac{N_u}{N_l} = \frac{g_u}{g_l} e^{-(\chi_u - \chi_l)/kT_{exc}} \quad (۳۷.۱۳)$$

که این معادله دمای برانگیختگی  $T_{exc}$  را تعریف می کند. برای نسبت معین  $N_u/N_l$  همیشه می توان  $T_{exc}$  را از معادله (۳۷.۱۳) حساب کرد. آن گاه درمی یابیم که تابع چشمه توسط رابطه زیر داده می شود

$$S_\nu = \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{(e^{h\nu/kT_{exc}} - 1)} = B_\nu(T_{exc}) \quad (۳۸.۱۳)$$

در یک گذار مشخص همواره تابش چشمه برای دو تراز دخیل در گذار از تابع پلانک در دمای برانگیختگی به دست می آید. در شرایط غیرتعادل ترمودینامیکی موضعی (NLTE) عموماً برای زوج ترازهای انرژی مختلف دماهای برانگیختگی متفاوتی به دست خواهیم آورد. البته این مسئله که چگونه  $N_u/N_l$  و  $T_{exc}$  را از شرایط NLTE تعیین کنیم، باقی می ماند.

## ۴.۱۳ برانگیختگی ترازهای انرژی

### ۱.۴.۱۳ سطح مقطع برخوردی

اگر بخواهیم عملاً نسبت اعداد اشغال  $N_u/N_l$  را تعیین کنیم، باید به سازوکارهای برانگیزش و شرایط تعادل توجه کنیم. بیایید کار را با نگاهی به برانگیزش ناشی از برخورد آغاز کنیم. معمولاً برخوردهای با الکترونهاي آزاد مهمترین برخوردها هستند.

در هر سانتی متر مکعب تعداد برانگیختگیهای برخوردی از رابطه زیر به دست می آید

$$\dot{n}_e(l \rightarrow u) = N_l \int_0^\infty n_e(v) C'_{l,u}(v) dv = N_l n_e C_{l,u}(T) \quad (۳۹.۱۳)$$

در اینجا،  $C'_{l,u}(v)$  احتمال برانگیزش یک الکترون در تراز  $l$  به تراز  $u$  بر اثر برخورد با یک الکترون آزاد با سرعت  $v$  است. برای به دست آوردن تعداد کل برخوردهای برانگیزاننده باید روی کل برخوردها

با الکترونها با سرعت‌های مختلف انتگرال بگیریم. تقریباً در همه موارد مهم در اخترشناسی، توزیع سرعت‌های نسبی، به صورت توزیع‌های سرعت ماکسولی در دمای جنبشی  $T$  است. پس در معادله (۳۹.۱۳) انتگرال توسط  $n_e C_{l,u}(T)$  معرفی می‌شود.

تعداد واانگیختگی برخوردی از تراز  $u$  به تراز  $l$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n_c(u \rightarrow l) = N_u \int_0^\infty n_e(v) C'_{u,l}(v) dv = N_u n_e C_{u,l}(T) \quad (40.13)$$

برای به دست آوردن شناختی از رابطه میان  $C_{u,l}$  و  $C_{l,u}$  باز از شرایط شناخته شده در تعادل ترمودینامیکی استفاده می‌کنیم. در تعادل ترمودینامیکی، باز برای فرایندهای برخوردی باید توازن تقضیلی داشته باشیم. یعنی

$$n_c(u \rightarrow l) = n_c(l \rightarrow u)$$

یا

$$N_l n_e C_{l,u}(T) = N_u n_e C_{u,l}(T) \quad (41.13)$$

که نتیجه می‌دهد

$$\frac{N_u}{N_l} = \frac{C_{l,u}(T)}{C_{u,l}(T)} \quad (42.13)$$

که در آن از معادله‌های (۳۹.۱۳) و (۴۰.۱۳) استفاده کرده‌ایم. می‌دانیم که در تعادل ترمودینامیکی فرمول بولتزمن نسبت  $N_u/N_l$  را بیان می‌کند که به این ترتیب به ما می‌گوید

$$\frac{g_u}{g_l} e^{-(\chi_u - \chi_l)/kT_{kin}} = \frac{C_{l,u}(T)}{C_{u,l}(T)} \quad (43.13)$$

نسبت سطح مقطعهای برخوردی برای برانگیختگی و واانگیختگی از طرف چپ این معادله به دست می‌آید. باز هم، تا زمانی که توزیع سرعت ماکسولی است، سطح مقطعهای برخوردی ویژگیهای اتمی هستند که فقط به دمای جنبشی بستگی دارند. نسبتهای آنها باید مستقل از شرایط میدان تابشی باشد. بنابراین، معادله (۴۳.۱۳) عموماً باید برای توزیع سرعت‌های ماکسولی، که معمولاً در محیط‌های اخترشناسی برقرار می‌شود، صحیح است (باتناگارا<sup>۱</sup>، کروک<sup>۲</sup>، مینزل<sup>۳</sup> و توماس<sup>۴</sup>، ۱۹۵۵).

## ۲.۴.۱۳ اعداد اشغال برای برانگیختگی و وانگیختگی برخوردی

اکنون می‌توانیم نسبت  $N_u/N_l$  را برای تعادلی ترمودینامیکی در حالت برانگیختگی و وانگیختگی برخوردی حساب کنیم.

در شرایط NLTE عموماً توازن تفضیلی را در فرایندهای برخوردی نداریم، اما در فرایندهای برانگیختگی تابشی و وانگیختگی داریم. معمولاً فقط می‌توانیم بگوییم که در وضعیتهای تعادلی مجموع همه فرایندهای برانگیختگی باید با تعداد کل فرایندهای وانگیختگی برای یک تراز انرژی معین برابر باشد. برای یک اتم واقعی با ترازهای انرژی زیاد، باید گذارهای به سایر ترازهای انرژی و از کلیه ترازهای انرژی دیگر به تراز انرژی مورد نظر را در نظر گرفت. این موضوع به معادله‌های بسیار طولانی برای هر یک از ترازهای انرژی می‌انجامد و بنابراین، نیاز بر عملیات ریاضی پیچیده و طولانی دارد. اصول رهیافت و نتایج را می‌توان با مثال یک اتم فرضی دو تراز به خوبی شرح داد. بنابراین، بحث خود را به این حالت ساده محدود می‌کنیم که بدون استفاده از عملیات پیچیده ریاضی نتایج اصلی را به ما می‌آموزد. با وجود این، وقتی می‌خواهیم اعداد اشغال را در حالت‌های واقعی اخترشناسی تعیین کنیم عملیات ریاضی اجتناب‌ناپذیر است.

در بحث حاضر، میدان تابشی را بسیار رقیق فرض کردیم به طوری که فرایندهای تابشی بسیار نادر و در مقایسه با فرایندهای برخوردی قابل چشمپوشی باشند. همچنین می‌توان گفت که چگالی گاز بسیار زیاد است به گونه‌ای که فرایندهای برخوردی مهمتر از فرایندهای تابشی هستند. پس شرط تعادل آماری باید به صورت زیر باشد

$$n_c(u \rightarrow l) = n_c(l \rightarrow u)$$

که منجر به معادله (۴۱.۱۳) می‌شود، اکنون اگرچه  $N_u/N_l$  را نمی‌دانیم ولی از معادله (۴۳.۱۳) استفاده می‌کنیم. با قراردادن آن در معادله (۴۱.۱۳) به دست می‌آوریم

$$\frac{N_u}{N_l} = \frac{C_{l,u}(T)}{C_{u,l}(T)} = \frac{g_u}{g_l} e^{-(\chi_u - \chi_l)/kT_{kin}} \quad (44.13)$$

اگر برانگیختگی و وانگیختگی ناشی از برخوردها باشند، اعداد اشغال در دمای جنبشی از فرمول بولتزمن پیروی می‌کنند. می‌توان نتیجه گرفت که در گازهای با چگالی زیاد که در آنها برانگیختگی و وانگیختگی برخوردی مهمتر از فرایندهای تابشی باشد، اعداد اشغال در دمای جنبشی از فرمول بولتزمن پیروی می‌کنند. این به آن معنی است که دمای برانگیختگی با دمای جنبشی برابری می‌کند

که به نوبه خود یعنی اینکه تابع چشمه در دمای جنبشی برابر است با تابع پلانک، یعنی تعادل ترمودینامیکی موضعی داریم.

این پرسش باقی می ماند که حد گاز "با چگالی زیاد" چیست؟ از بحث ما روشن است که این حد باید به چگالی میدان تابشی و نیز به احتمال‌های گذار تابشی بستگی داشته باشد. اگر احتمال‌های گذار تابشی خیلی کوچک باشند (برای مثال در خط ۲۱ سانتی متری هیدروژن)، حتی ممکن است محیط میان ستاره‌ای واجد شرایط یک گاز "با چگالی زیاد" شود. معمولاً ممکن است نتیجه بگیریم که هرچه چگالی میدان تابشی بیشتر باشد، فرایندهای تابشی مهمتر هستند و چگالی ذرات بیشتری برای فرایندهای برخوردی مورد نیاز است تا با برانگیختگیها و وائنگیختگیهای تابشی رقابت کند. در ستاره‌های داغ میدان تابشی بسیار قویتر از ستارگان سرد است. در ستاره‌های داغ، به علت ضریب جذب بالاتر، فشار گاز در شیدسپهر کمتر از ستاره‌های سرد است. بنابراین، می توان انتظار داشت که آثار تعادل ترمودینامیکی غیرموضعی در ستاره‌های داغ مهمتر از ستاره‌های سرد باشد. همچنین، انتظار داریم که این آثار در ستارگان با گرانی کم — یعنی در درخشندگی زیاد — مهمتر از ستاره‌های رشته اصلی باشند. برای این ستارگان باید ویژگیهای مخصوص میدان تابشی را مطالعه کنیم تا عملاً ببینیم که آثار تعادل ترمودینامیکی غیرموضعی چقدر مهم هستند.

### ۳.۴.۱۳ عددهای اشغالی برای برانگیختگی و وائنگیختگی

اگر برانگیختگی و وائنگیختگی را فقط فرایندهای تابشی تعیین کند، شرط تعادل آماری باز هم ایجاب می کند که تعداد کلیه برانگیختگیها در سانتی متر مکعب برابر با تعداد کلیه وائنگیختگیها در سانتی متر مکعب باشد، یعنی

$$N_l B(l, u) \bar{J}_\nu - N_u B(u, l) \bar{J}_\nu = N_u A(u, l) \quad (۴۵.۱۳)$$

یا

$$\bar{J}_\nu \left( \frac{N_l}{N_u} B(l, u) - B(u, l) \right) = A(u, l) = B(u, l) \frac{2h\nu^3}{c^2} \quad (۴۶.۱۳)$$

با جایگزینی  $B(u, l)g_u/g_l$  به جای  $B(l, u)$  و تقسیم بر  $B(u, l)$  داریم

$$\bar{J}_\nu \left( \frac{N_l}{N_u} \frac{g_u}{g_l} - 1 \right) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \quad (۴۷.۱۳)$$

از این عبارت بدیهی است که برای حالتی که

$$\bar{J}_\nu = B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (48.13)$$

به دست می آوریم

$$\frac{N_l}{N_u} = \frac{g_l}{g_u} e^{-(\chi_u - \chi_l)/kT} \quad (49.13)$$

که همان فرمول بولتزمن است. حتی اگر برانگیختگی و وانگیختگی فقط ناشی از فرایندهای تابشی باشند، انحراف از تعادل ترمودینامیکی موضعی فقط وقتی اتفاق می افتد که  $\bar{J}_\nu$  از  $B_\nu$  منحرف شود.

در حالت عمومی فقط برای برانگیختگی و وانگیختگی تابشی به دست می آوریم

$$\frac{N_l}{N_u} \frac{g_u}{g_l} - 1 = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\bar{J}_\nu} \quad (50.13)$$

یا

$$\left( \frac{N_l g_u}{N_u g_l} - 1 \right) / (e^{h\nu/kT_{kin}} - 1) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{(e^{h\nu/kT_{kin}} - 1)} \frac{1}{\bar{J}_\nu} = \frac{B_\nu}{\bar{J}_\nu} \quad (51.13)$$

طرف چپ این معادله الزاماً نسبت عددهای اشغال واقعی را به عددهای اشغال به دست آمده از فرمول بولتزمن می دهد که با نسبت  $B_\nu/\bar{J}_\nu$  تعیین شده است. به هر حال، این مطلب تنها برای اتم دو ترازوی که در اینجا شرح داده شد درست است.

## ۵.۱۳ خلاصه

به طور خلاصه، می توان نتیجه گرفت که انحراف زیاد از تعادل ترمودینامیکی موضعی را در گاز با چگالی پایین، که در آن میدان تابشی در دمای جنبشی به شدت از تابع پلانک منحرف می شود، انتظار داریم. این انحرافها در ستاره های داغ براساس ناپیوستگیهای در ضرایب جذب پیوسته، به ویژه در فراینفش که بیشتر شار در آن گسیل می شود، رخ می دهد. همچنین انتظار انحرافهای زیادی را در فام سپهر و خرمن ستارگان سرد داریم که در آنها میدان تابشی در دمای مؤثر ستاره مربوط به تابع پلانک رقیق شده است. در حالی که دمای جنبشی در خرمن می تواند چندین میلیون درجه باشد.

در شیدسپهر ستارگان سرد که چگالیها نسبتاً زیادند و میدان تابشی از تابع پلانک انحراف ندارد، ممکن است انتظار داشته باشیم که تقریب تعادل ترمودینامیکی موضعی تقریبی خوب باشد و استدلال ما در مورد ساختار شیدسپه‌ری تحت تأثیر این تقریب قرار نگیرد.

محاسبات واقعی — عمدتاً توسط میهالاس<sup>۱</sup> (۱۹۷۸) و همکاران — نشان داده است که تقریب تعادل ترمودینامیکی موضعی برای کلیه ستارگان رشته اصلی و غولهای با دمایی کمتر از حدود  $25000\text{ K}$  تقریب خیلی بدی نیست. برای ستارگان O در رشته اصلی به نظر نمی‌رسد این تقریب خوبی باشد. باید این فرض را برای ابرغولها نیز امتحان کنیم.

## منطقه همرفت هیدروژن

### ۱.۱۴ مقدمه

در جلد اول دیدیم که سطح خورشید هموار نیست، بلکه در آن دانه‌دانه‌هایی را می‌بینیم که با خطوط میان دانه‌ای تاریکتر از هم جدا شده‌اند. به نظر می‌رسد که ابعاد این ساختار قطری در حدود  $500 \text{ km}$  داشته باشد و آن را تنها می‌توان در شرایط دید خوب تشخیص داد (۱ ثانیه کمانی متناظر با  $700 \text{ km}$  روی خورشید است). ممکن است ساختارهای ریزتری هم وجود داشته باشد که نتوان آنها را، به واسطه مشاهده از طریق جو و اینکه ماهواره‌های رصد خورشیدی تاکنون آینه‌های به اندازه کافی بزرگ برای تفکیک این نوع ساختارها ندارند، تشخیص داد. وقتی درباره این ساختارها بر سطح خورشید بحث کردیم، گفتیم که در نواحی درخشان حرکتها، که از روی انتقال دوپلر اندازه‌گیری شده‌اند، عمدتاً به طرف خارج‌اند، در حالی که در نواحی تاریک بین دانه‌ای حرکتها بیشتر به طرف پایین است. این حرکتها و ناهمگنیهای دما که در طرح دانه‌دانه‌ای مشاهده می‌شود به واسطه ناحیه همرفت هیدروژن است که درست زیر شیدسپهر خورشیدی قرار دارد. گمان می‌رود که این حرکتها در منطقه همرفت هیدروژن چشمه شار انرژی مکانیکی باشد که فام‌سپهر و

خرمن خورشیدی را گرم می‌کند. گمان می‌رود که منطقه‌های همرفتی مشابه در سایر ستارگان مسئول گرم کردن فام سپرها و خرمنهایی باشند که طیفهای آنها را در منطقه‌های فرابنفش و پرتو X به کمک ماهواره‌ها می‌بینیم. قبل از اینکه بتوانیم به بحث در مورد لایه‌های خارجی ستارگان بپردازیم، باید علت وجود این منطقه‌های همرفت و سرعتهای حاصل از این همرفت را به اختصار بررسی کنیم و ببینیم که این سرعتها و شار انرژی مکانیکی حاصل از این حرکتها در ستارگان مختلف برحسب  $T_{\text{eff}}$ ، گرانش، و فراوانیهای شیمیایی مختلف چگونه تغییر می‌کند.

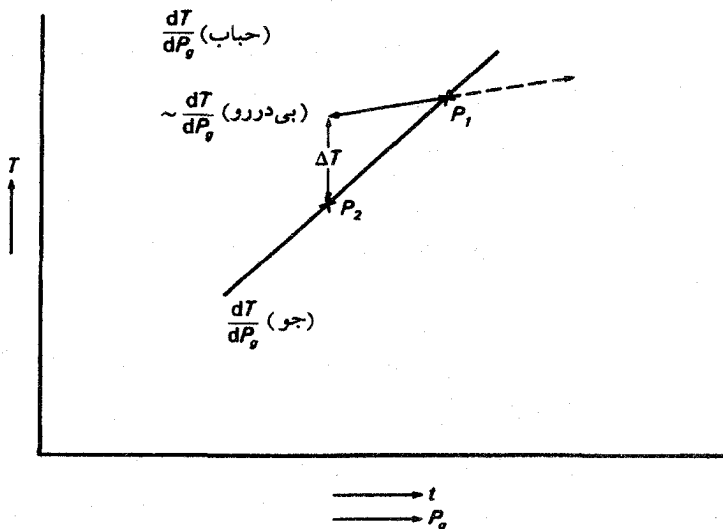
## ۲.۱۴ معیار ناپایداری شوارتس شیلد

همه ما با پدیده همرفت آشنا هستیم، زیرا وضعیت هوای روزانه ما ناشی از همرفت در جو زمین است. در مقیاس کوچکتر، وقتی در یک روز داغ تابستان تابش خورشید اسفالت بزرگراه را گرم می‌کند و هوای داغ در بالای اسفالت صعود می‌کند شاهد همرفت هستیم. این همرفت باعث می‌شود که باریکه‌های نور به علت شکست در منطقه‌های مختلف دما خم شوند، و تصویری مبهم از جاده به نمایش بگذارند. همین پدیده را در بالای یک رادیاتور داغ می‌بینیم. ما همواره این حرکتهای همرفتی را در مواردی مشاهده می‌کنیم که گرادیان دمایی زیادی در یک مایع یا گاز داشته باشیم. گرادیان دما چقدر باید باشد تا باعث همرفت شود؟ این مسئله را اولین بار کارل شوارتس شیلد به صورت کمی مطالعه کرد. در اینجا نتیجه‌های او را، که با نگاه به شکل ۱.۱۴ به بهترین نحو می‌توان فهمید، بررسی می‌کنیم. در اینجا طرح کلی لایه‌بندی دما در جو ستاره‌ای را برحسب عمق هندسی  $t$  رسم کرده‌ایم. البته، می‌توانستیم از فشار گاز  $P_g$  نیز در محور طول استفاده کنیم. فرض کنید که در نقطه  $P_1$  یک حباب کوچک گاز اتفاقاً به میزان اندک بالا برود. این جابه‌جایی مختصر به طرف بالا آن را وارد لایه‌ای می‌کند که فشار گاز در آن اندکی کمتر است. بنابراین، حباب منبسط می‌شود و بر اثر این فرایند، اگر هیچ‌گونه تبادل انرژی با محیط اطراف نداشته باشد، به صورت بی‌دررو سرد می‌شود. در نتیجه در آن تغییر دمایی زیر به وجود می‌آید

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{\text{حباب}} = \frac{dP_g}{dt} \left(\frac{dT}{dP_g}\right)_{\text{بی‌دررو}} \quad (1.14)$$

اکنون این پرسش مطرح می‌شود که آیا صعود این حباب تداوم می‌یابد؟ یا به جای اولیه‌اش بازمی‌گردد؟ اگر صعود ادامه داشته باشد، جو به زودی به همه جا حرکت خواهد کرد، زیرا به واسطه صعود حباب، اغتشاشهای مختصر بعدی به وجود می‌آید؛ سپس جو در برابر همرفت ناپایدار می‌شود. از طرف





شکل ۱.۱۴ یک حباب گاز تصادفاً از نقطه  $P_1$  به نقطه  $P_2$  صعود می‌کند. در لایه بالاترین حباب تا فشار کمتر محیط جدید خنک و به صورت تقریباً بی‌دررو منبسط می‌شود. در  $P_2$ ، اگر گرادیان دمای بی‌دررو  $dT/dP_g$  از گرادیان دمای متناظر جو اطراف کوچکتر باشد، هنوز دمای حباب از محیط اطراف بیشتر است.

دیگر، اگر بر حباب نیرویی وارد شود که آن را به نقطه اولیه بازگرداند، هیچ نوع حرکتی تداوم نمی‌یابد. در این صورت جو در برابر همرفت پایدار است.

تنها نیرویی که یک حباب گاز شناور را شتاب می‌دهد، نیروی بالابر است. اگر چگالی حباب کمتر از محیط اطراف باشد، نیروی بالابر آن را به طرف بالا می‌راند و صعود حباب ادامه می‌یابد. اگر چگالی حباب کمتر از محیط اطراف باشد، حباب به جای اول خود برمی‌گردد. چون حباب تا فشار تعادل با محیط اطراف منبسط می‌شود، چگالی آن در صورتی از گاز اطراف کمتر خواهد بود که دمای آن بیشتر باشد. بنابر معادله (۱.۱۴)، دمای حباب گاز در نقطه  $P_2$  برابر است با

$$T(\text{حباب}) = T_1 + \left( \frac{dT}{dt} \right)_{bu} \Delta t = T_1 + \frac{dP_g}{dt} \left( \frac{dT}{dP_g} \right)_{ad} \Delta t \quad (2.14)$$

$T_1$  دما در نقطه  $P_1 \cdot \Delta t$  برابر است با  $t(P_2) - t(P_1)$  نشانه حباب و ad به معنی بی‌دررو است). دمای گاز اطراف را میانگین دمای لایه‌بندی در جو تعیین می‌کند، که در نبود همرفت، با استفاده از تعادل تابشی مشخص می‌شود که در فصل ۵ بررسی شد. در نقطه  $P_2$  دمای گاز اطراف از رابطه زیر به دست می‌آید

$$T(P_r) = T_1 + \frac{dT}{dt_{bu}} \Delta t = T_1 + \frac{dP_g}{dt} \frac{dT}{dP_{g\text{at}}} \Delta t \quad (۳.۱۴)$$

(at به معنی جو اطراف است). با کم کردن معادله (۳.۱۴) از معادله (۲.۱۴) خواهیم داشت

$$T(\text{حباب}) - T(P_r) = \frac{dP_g}{dt} \left( \frac{dT}{dP_{g\text{ad}}} - \frac{dT}{dP_{g\text{at}}} \right) \Delta t \quad (۴.۱۴)$$

(به خاطر داشته باشید که برای حباب در حال صعود  $\Delta t < 0$ ). دمای حباب متصاعدشونده در صورتی از دمای اطراف بیشتر است که گرادیان بی دررویی  $dT/dP_{g\text{ad}}$  کمتر از گرادیان دمای گاز اطراف باشد؛ یعنی، شرط ناپایداری همرفتی عبارت است از

$$\frac{dT}{dP_{g\text{ad}}} < \frac{dT}{dP_{g\text{at}}} \quad (۵.۱۴)$$

اگر دو طرف نامساوی (۵.۱۴) را در مقدار مثبت  $P_g/T$  ضرب کنیم، می‌توانیم این نامساوی را به صورت زیر بنویسیم

$$\left( \frac{d \log T}{d \log P_g} \right)_{\text{ad}} < \left( \frac{d \log T}{d \log P_g} \right)_{\text{at}} \quad (۶.۱۴)$$

معمولاً گرادیان لگاریتمی را به صورت خلاصه زیر می‌نویسند

$$\frac{d \log T}{d \log P_g} = \nabla \quad (۷.۱۴)$$

اگر در شروع کار جوی در تعادل تابشی با  $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$  داشته باشیم، همرفت در صورتی برقرار می‌شود که داشته باشیم

$$\nabla_{\text{ad}} < \nabla_{\text{rad}} \quad (۸.۱۴)$$

به زودی خواهیم دید که معادله (۶.۱۴)، در صورتی که معادله (۸.۱۴) صادق باشد، همواره برقرار است. بنابراین، معادله (۸.۱۴) شرط ناپایداری همرفتی در جو ستاره‌ای است، در صورتی که وزن اتمی متوسط  $\mu$  در لایه مورد نظر ثابت باشد. وقتی فرض کردیم که چگالی در صورتی کمتر است که دمای حباب از محیط اطراف بیشتر باشد، عملاً از فرض  $\mu$ ی ثابت استفاده کردیم. تغییر  $\mu$ ، بر اثر یونش را می‌توان به راحتی به حساب آورد. چنان‌که در جلد سوم خواهیم دید، به حساب آوردن تغییر  $\mu$  به واسطه فراوانیهای شیمیایی متفاوت بسیار مشکلتر است.

برای اهداف ما در اینجا، شرط (۸.۱۴) برای تعیین ناپایداری همرفتی به اندازه کافی صحیح است.

با توجه به شکل ۱.۱۴، مشاهده می‌کنیم که شرط (۸.۱۴) برقرار است و صعود حبابی که به طرف بالا جابه‌جا شده است تداوم می‌یابد، پس چگالی حبابی که به طرف پایین جابه‌جا شده است از محیط اطراف بیشتر است، زیرا دمای حبابی که سقوط می‌کند از محیط اطراف کمتر است. بنابراین، حرکت‌های به طرف پایین نیز تداوم دارند.

### ۳.۱۴ دلایل ناپایداری همرفتی

#### ۱.۳.۱۴ گرادیان دمای تابشی

با نگاه به معادله (۸.۱۴) دو دلیل اصلی ناپایداری همرفتی مشخص می‌شود: یا باید  $\nabla_{ad}$  بسیار کوچک شود، و یا  $\nabla_{rad}$  بسیار بزرگ باشد. ابتدا امکان دوم را در نظر می‌گیریم. برای بررسی اینکه چه موقع گرادیان دمای تابشی بسیار بزرگ می‌شود، باید ابتدا آن را محاسبه کنیم تا بینیم بستگی آن به پارامترهای مختلف چگونه است.

برای تعادل تابشی قبلاً به دست آوردیم

$$\frac{4dB}{3\bar{\kappa}_{cm}dt} = \frac{4dB}{3d\tau} = F_r = \frac{4}{3} \frac{4\sigma}{\bar{\kappa}_{cm}\pi} T^r \frac{dT}{dt} \quad (9.14)$$

چون داریم

$$B = \frac{\sigma}{\pi} T^r$$

با حل معادله برای  $T/dt$ ، به دست می‌آوریم

$$\frac{d \ln T}{dt} = \frac{\pi F_r 3 \bar{\kappa}_{cm}}{16 \sigma T^r} \quad (10.14)$$

برای محاسبه  $d \ln P/dt$  باید از معادله هیدروستاتیک استفاده کنیم

$$\frac{d \ln P_g}{dt} = g \frac{\rho}{P_g} \quad (11.14)$$

با تقسیم‌کردن معادله (۹.۱۴) بر معادله (۱۰.۱۴) خواهیم داشت

$$\nabla_{rad} = \frac{d \ln T}{dt} / \frac{d \ln P_g}{dt} = \frac{3 \pi F_r \bar{\kappa}_{gr} P_g}{16 \sigma T^r g} \quad (12.14)$$

از این معادله معلوم می‌شود که  $\nabla_{rad}$  به دو طریق می‌تواند بسیار بزرگ شود:

۱. اگر  $F_r$  بسیار بزرگ شود. این رویداد می تواند در نزدیکی مرکز ستاره رخ دهد اگر درخشندگی ستاره بسیار نزدیک به مرکز آن تولید و در مساحت کوچک  $4\pi r^2$  پخش شود. این موضوع در ستارگان داغ به منطقه همرفت مرکزی می انجامد.

۲. اگر  $\bar{\kappa}_{gr}$  بسیار بزرگ شود، در حالی که  $P_g$  نیز بزرگ باقی بماند. این فقط در صورتی رخ می دهد که  $\bar{\kappa}_{gr}$ ، به صورتی که اکنون خواهیم دید، برحسب عمق با شیب زیاد افزایش یابد. با توجه به معادله هیدروستاتیک داریم

$$\frac{dP_g}{d\bar{\tau}} = \frac{g}{\bar{\kappa}_{gr}} \quad (13.14)$$

اگر  $\bar{\kappa}_{gr}$  برحسب عمق ثابت باشد، با انتگرال گیری از این معادله خواهیم داشت

$$P_g = \frac{1}{\bar{\kappa}_{gr}} \bar{\tau} g \quad (14.14)$$

که می دهد

$$\bar{\kappa}_{gr} P_g = g \bar{\tau}$$

با  $T^{\frac{4}{3}} \propto \bar{\tau}$  از معادله (۱۲.۱۴) نتیجه می گیریم که  $\nabla_{rad}$  مستقل از  $T^{\frac{4}{3}}$  و  $P_g$  نیز  $\bar{\tau}$  می شود، زیرا برای  $\frac{1}{\bar{\tau}} \gg T^{\frac{4}{3}}$ ،  $\bar{\tau}$  با  $T^{\frac{4}{3}}$  متناسب است.

اکنون اگر وابستگی به عمق  $\bar{\kappa}_{gr}$  را به صورت زیر تقریب بزیم (نگاه کنید به معادله ۱۴.۹)

$$\bar{\kappa}_{gr} = AP_g^b \quad (15.14)$$

با انتگرال گیری از معادله هیدروستاتیک (۱۳.۱۴) خواهیم داشت

$$\frac{1}{b+1} P_g^{b+1} = \frac{g}{A} \bar{\tau}; \quad \text{و} \quad \frac{d \ln P_g}{d\bar{\tau}} = \frac{g}{A} \frac{1}{P_g^{b+1}} = \frac{1}{(b+1)\bar{\tau}} \quad (16.14)$$

اکنون گردایان دمای تابشی را می توان به صورت زیر نوشت (نگاه کنید به معادله ۱۰.۱۴)

$$\frac{d \ln T}{d\bar{\tau}} = \frac{\pi F_r \tau}{16 \sigma T^{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{4} \frac{1}{(\bar{\tau} + \frac{1}{4})} \quad (17.14)$$

در اینجا از لایه بندی دمای تعادل تابشی برای جو خاکستری استفاده کرده ایم، یعنی

$$\sigma T^r = \frac{3}{4} \sigma T_{\text{eff}}^r \left( \bar{\tau} + \frac{1}{3} \right) = \frac{3}{4} \pi F_r \left( \bar{\tau} + \frac{1}{3} \right) \quad (18.14)$$

از تقسیم معادله (۱۷.۱۴) بر معادله (۱۶.۱۴) به دست می آوریم

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{d \ln T}{d \bar{\tau}} \bigg/ \frac{d \ln P_g}{d \bar{\tau}} = \frac{(b+1) \bar{\tau}}{4 \left( \bar{\tau} + \frac{1}{3} \right)} \quad (19.14)$$

حال می بینیم که  $\nabla_{\text{rad}}$  تابع  $A$  نیست، یعنی به قدر مطلق  $\bar{\kappa}$  بستگی ندارد، بلکه فقط تابع افزایش  $\bar{\kappa}$  با عمق است که در اینجا با نمای  $b$  برای بستگی  $\bar{\kappa}$  به  $P_g \cdot \nabla_{\text{rad}}$  بیان می شود که فقط برای مقادیر بزرگ  $b$  بزرگ می شود. در سطح،  $\bar{\kappa}$  باید کوچک باشد به گونه ای که فشار گاز بزرگی به دست آید. اگر  $\bar{\kappa}$  در لایه های عمیقتر افزایش یابد، حاصل ضرب  $\bar{\kappa} P_g$  می تواند به واسطه  $P_g$  بزرگ شود و حتی وقتی  $\bar{\kappa}$  افزایش می یابد بزرگ باقی بماند.

نگاهی به شکل ۷.۸ نشان می دهد که  $\bar{\kappa}$  برای دماهای بالاتر از  $6000 \text{ K}$  با شیب زیاد افزایش می یابد. در این دماها هیدروژن کم کم شروع به یونش می کند. چون فراوانی هیدروژن بسیار زیاد است، حتی یونش به میزان  $1\%$ ، تعداد الکترونهاى آزاد را با ضریب  $10^\circ$  افزایش می دهد. افزایش چگالی الکترون به افزایش ضریب جذب  $\text{H}^-$  می انجامد. همزمان با آن، ضریب جذب هیدروژن به واسطه افزایش برانگیختگی ترازهای انرژی سوم و دوم اتم هیدروژن نیز زیاد شود. برای دماهای تا اندازه ای بیش از  $6000 \text{ K}$  این اثر اخیر مهمتر از افزایش در جذب  $\text{H}^-$  می شود.

### ۲.۳.۱۴ گرادیان دمای بی دررو

اکنون بگذارید ببینیم در چه شرایطی گرادیان دمای بی دررو می تواند بسیار کوچک شود. بنا به تعریف، تغییر بی درروی فشار و دما به معنی تغییر بدون انتقال گرما به محیط اطراف است، یعنی

$$dQ = 0 \quad \text{با} \quad dQ = dE + P_g dV \quad (20.14)$$

که  $E$  انرژی داخلی است. یعنی

$$dE = C_v dT \quad (21.14)$$

که  $C_v$  گرمای ویژه به ازای یک مول در حجم ثابت است، اگر یک مول گاز را در نظر بگیریم. برای گاز کامل معادله حالت به صورت زیر است

$$P_g V = R_g T \quad (۲۲.۱۴)$$

که در آن  $V$  حجم یک مول گاز است، یعنی  $V = \mu/\rho$ . با مشتق‌گیری از این معادله به دست می‌آوریم

$$P_g dV + V dP_g = R_g dT \quad (۲۳.۱۴)$$

یا

$$dT = \frac{P_g dV + V dP_g}{R_g} \quad (۲۴.۱۴)$$

برای فشار ثابت با  $dP_g = 0$  داریم

$$P_g dV = R_g dT \quad (۲۵.۱۴)$$

گرمای ویژه  $C_p$  به ازای هر مولکول مقدار انرژی است که باید به گاز در فشار ثابت منتقل شود تا دمای آن یک کلون افزایش یابد، یعنی برای  $\Delta T = 1\text{K}$ .  
برای  $\Delta T = 1$ ، با بهره‌گیری از معادله‌های (۲۰.۱۴) و (۲۵.۱۴) به دست می‌آوریم

$$\Delta Q = C_p = C_v + R_g \quad (۲۶.۱۴)$$

یا

$$C_p - C_v = R_g$$

اکنون تغییرات بی‌دررو با  $dQ = 0$  را در نظر می‌گیریم. یعنی

$$dE + P_g dV = 0 \quad \text{که در آن} \quad dE = C_v dT \quad (۲۷.۱۴)$$

با بهره‌گیری از معادله‌های (۲۴.۱۴) و (۲۶.۱۴) به دست می‌آوریم

$$dT = \frac{P_g dV + V dP_g}{C_p - C_v} \quad (۲۸.۱۴)$$

با جابه‌جایی این معادله (۲۴.۱۴) خواهیم داشت

$$\frac{C_v}{C_p - C_v} (P_g dV + V dP_g) + P_g dV = 0 \quad (۲۹.۱۴)$$

پس از تقسیم بر  $P_g V$  و ضرب در  $C_p - C_v/C_v$ ، خواهیم داشت

$$\frac{dV}{V} \left( 1 + \frac{C_p - C_v}{C_v} \right) + \frac{dP_g}{P_g} = 0 \quad (۳۰.۱۴)$$

یا

$$\frac{C_p}{C_v} d \ln V = -d \ln P_g \quad (۳۱.۱۴)$$

با وارد کردن  $\gamma = C_p/C_v$  و انتگرال‌گیری از معادلهٔ (۳۱.۱۴) به دست می‌آوریم

$$\gamma \ln \frac{V}{V_0} = -\gamma \ln \frac{\rho}{\rho_0} = -\ln \frac{P_g}{P_{g0}} \quad (۳۲.۱۴)$$

که با گرفتن نما از آن به نتیجهٔ زیر می‌رسیم

$$\left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma = \frac{P_g}{P_{g0}} \quad \text{یا} \quad P_g = P_{g0} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad \text{یا} \quad P_g \propto \rho^\gamma \quad (۳۳.۱۴)$$

با استفاده از این رابطه می‌توان  $\nabla_{ad}$  را به راحتی تعیین کرد. برای گاز کامل  $P_g = R_g T \rho / \mu$

$$\text{یا} \quad d \ln P_g = d \ln T + d \ln \rho$$

$$1 = \frac{d \ln T}{d \ln P_g} + \frac{d \ln \rho}{d \ln P_g} \quad (۳۴.۱۴)$$

برای تغییر بی‌دررو از معادلهٔ (۳۲.۱۴) می‌دانیم که

$$\frac{d \ln \rho}{d \ln P_g} = \frac{1}{\gamma} = \frac{C_v}{C_p} \quad (۳۵.۱۴)$$

با قراردادن در معادلهٔ (۳۴.۱۴)، به دست می‌آوریم

$$\left( \frac{d \ln T}{d \ln P_g} \right)_{ad} = \nabla_{ad} = 1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad (۳۶.۱۴)$$

برای یک گاز تک اتمی، انرژی داخلی به‌ازای هر ذره معمولاً  $3/2 kT$ ، و برای هر مول  $3/2 R_g T$

است، و در نتیجه

$$\frac{dE}{dT} = C_v = \frac{3}{2} R_g \quad (۳۷.۱۴)$$

چون، طبق معادلهٔ (۲۶.۱۴)،  $C_p = C_v + R_g$  داریم

$$C_p = \frac{5}{2} R_g \quad \text{و} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} \quad (38.14)$$

بنابراین، با بهره‌گیری از معادله (۳۶.۱۴) خواهیم داشت

$$\nabla_{ad} = \frac{2}{3} / \frac{5}{3} = \frac{2}{3} = 0.67 \quad (39.14)$$

برای یک گاز تک اتمی با  $E = \frac{3}{2} R_g T$

معادله (۳۶.۱۴) نشان می‌دهد که اگر  $\gamma$  به ۱ میل کند  $\nabla_{ad}$  بسیار کوچک می‌شود. چون

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R_g}{C_v} \quad \text{یا} \quad \gamma = 1 + \frac{R_g}{C_v} \quad (40.14)$$

اگر  $C_v$  بسیار بزرگ شود،  $\gamma$  به ۱ میل می‌کند. با یادآوری اینکه  $C_v$  مقدار انرژی لازم برای گرم کردن یک مول گاز به میزان یک درجه کلوین است، این موضوع نشان می‌دهد، اگر  $\gamma$  به ۱ میل کند و گرادیان بی‌درو بسیار کوچک شود، مقدار زیادی انرژی برای گرم کردن گاز به اندازه یک درجه کلوین لازم است. به عبارت دیگر، اگر چنین گازی منبسط شود، بر اثر سرد شدن این گاز به اندازه یک درجه، مقدار زیادی انرژی آزاد می‌شود. در این شرایط،  $\nabla_{ad}$  بسیار کوچک و همرفت برقرار می‌شود. این شرایط را در دماها و فشارهایی می‌یابیم که در آنها عنصر فراوانی چون هیدروژن شروع به یونش می‌کند. در این مورد، مقدار زیادی انرژی که برای افزایش دما طبق معادله ساها ضروری است صرف کردن الکترونهاى اضافی از اتم یا یون هیدروژن و هلیوم می‌شود، این انرژی نمی‌تواند صرف افزایش دما، یعنی افزایش انرژی جنبشی میانگین ذره، شود. برای گرم کردن گاز و همزمان با آن تأمین انرژی لازم برای یونش فزاینده گاز انرژی بسیار زیادی ضروری است.

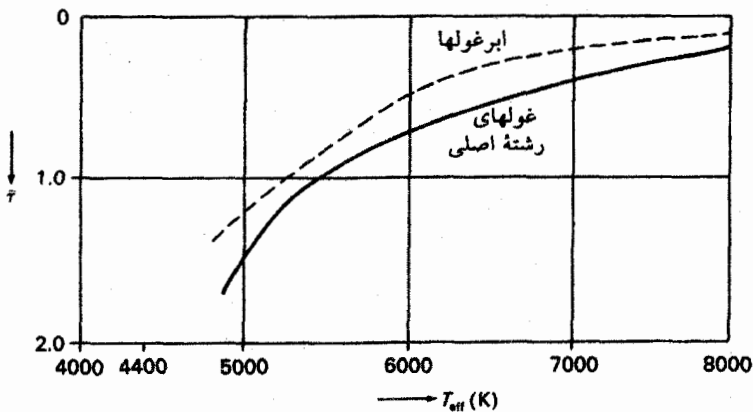
هیدروژن، بسته به فشار گاز، در دمای بین ۶۰۰۰ K تا ۷۰۰۰ K در جوهای ستاره‌ای شروع به یونش می‌کند. بنابراین، برای دماهای بالاتر  $\nabla_{ad}$  کوچکتر از ۰.۴ است و می‌تواند به کوچکی ۰.۵<sup>۰</sup> باشد. در بخش ۱.۳.۱۴ دیدیم که برای  $\tau \geq 1$  تقریباً داریم،  $\nabla_{rad} = \nabla_r = (b+1)/4$ . برای  $\bar{\kappa}$  ثابت، یعنی  $b = 0$ ، همرفت برای ۰.۲۵<sup>۰</sup>  $\nabla_{ad} \leq$  برقرار می‌شود، که به آسانی در منطقه‌های یونش هیدروژن و هلیوم قابل دستیابی است. کاهش  $\nabla_{ad}$  در همان منطقه‌ای رخ می‌دهد که با افزایش ضریب جذب مواجه می‌شویم و با شروع یونش هیدروژن در ارتباط است. بنابراین،  $\nabla_r$  بزرگ و  $\nabla_{ad}$  کوچک در یک گستره دما رخ می‌دهد و به یک منطقه همرفت می‌انجامد که به منطقه همرفت هیدروژن معروف است، زیرا بر اثر یونش هیدروژن به وجود آمده است. همین‌طور،  $\nabla_{ad}$



وقتی هلیم در دماهای تا اندازه‌ای بالاتر از هیدروژن یونیده می‌شود نیز کاهش می‌یابد. این ناحیه ناپایدار را منطقه همرفت هلیم می‌نامیم. برای اغلب ستارگان این مناطق ادغام می‌شوند. در رشته اصلی فقط برای ستارگان F اولیه، مناطق همرفت هیدروژن و هلیم از هم جدا هستند.

### ۴.۱۴ مرزهای بالایی منطقه‌های همرفت هیدروژن

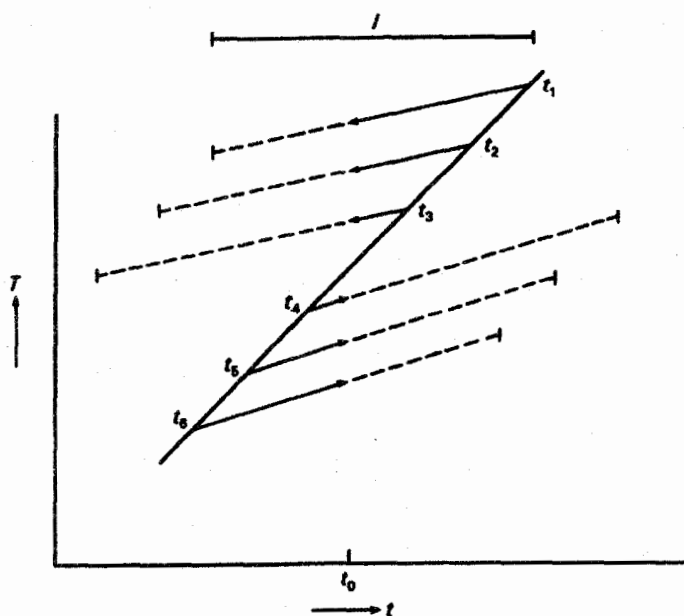
همان‌طور که قبلاً دیدیم (فصلهای ۸ و ۹)، دما و فشار لایه‌بندی در یک جو ستاره‌ای را با انتگرال‌گیری از معادله تعادل تابشی که لایه‌بندی دما را مشخص می‌کند، و انتگرال‌گیری گام به گام، از معادله هیدروستاتیک که لایه‌بندی فشار را مشخص می‌کند، به دست می‌آوریم. در هر گام می‌توانیم بررسی کنیم که آیا  $\nabla_{\text{ad}}$  کوچکتر از  $\nabla_{\text{T}}$  است و تعیین کنیم که آیا ناپایداری همرفتی برقرار می‌شود. شکل ۲.۱۴ عمقهای اپتیکی مرزهای بالایی منطقه‌های همرفت هیدروژن را برحسب  $T_{\text{eff}}$  برای ستارگان با گرانیهای مختلف، یعنی درخشندگیهای متفاوت، نشان می‌دهد. چون همرفت اصولاً در دماهای معین برقرار می‌شود، برای ستارگان با دماهای مؤثر بالاتر، همرفت در عمقهای اپتیکی کمتر برقرار می‌شود. هنگامی که دمای مؤثر به قدری زیاد باشد که هیدروژن در سطح ستاره یونیده شده باشد، دیگر افزایش با شیب زیاد در  $\bar{\kappa}$  رخ نمی‌دهد و همرفت هیدروژن متوقف می‌شود. البته هنوز منطقه‌های همرفت هلیم موجودند، اما آنها در جوهای ستاره‌ای اهمیت چندانی ندارند.



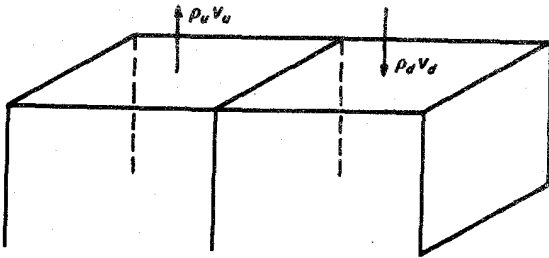
شکل ۲.۱۴ مرزهای بالایی منطقه‌های همرفت هیدروژن برحسب دماهای مؤثر ستارگان نشان داده شده است. منحنیهای مختلف مربوط به ستارگان با شتابهای گرانشی  $g$  متفاوت (و در نتیجه درخشندگیهای مختلف) است.

## ۵.۱۴ انتقال انرژی همرفتی

وقتی همرفت برقرار شد، گاز داغ به سطح منتقل می‌شود و گاز خنک به قسمت پایین می‌رود. یعنی همرفت باعث انتقال انرژی می‌شود. این انتقال انرژی، تعادل انرژی را که در محاسبه لایه‌بندی دما در داخل ستارگان اهمیت بسیار دارد، تعدیل می‌کند. در اینجا بیشتر به اثرات همرفت در سطح علاقه‌مندیم. با وجود این، برآورد انتقال انرژی همرفتی در قسمتهای بالایی منطقه همرفت این امکان را فراهم می‌سازد که برآوردی تقریبی از تولید انرژی مکانیکی موجود برای گرم کردن فام‌سپهر و خرمین به‌دست آوریم. بگذارید حساب کنیم که چقدر انرژی گرمایی از یک لایه افقی در عمق  $t_0$  در شکل ۳.۱۴ برآثر همرفت منتقل می‌شود. در این لایه حبابهای داغ از قسمت زیرین سرچشمه می‌گیرند که در اعماق مختلف قرار دارند. حبابهای خنک از بالا می‌آیند، آنها نیز



شکل ۳.۱۴ در یک لایه افقی معین در عمق  $t_0$  حبابهایی که از بالا می‌آیند در این لایه سقوط می‌کنند و حبابهایی که از پایین سرچشمه می‌گیرند در آن صعود می‌کنند. این حبابها از عمقهای مختلف  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$  و  $t_6$  سرچشمه گرفته‌اند و در نتیجه در عمق  $t_0$  اختلاف دماهای متفاوتی نسبت به میانگین محیط اطراف دارند. برای انتقال انرژی همرفتی، اختلاف دمای میانگین  $\overline{\Delta T}$  را در نظر می‌گیریم که با طول مسیر میانگین  $l/2$  برای حبابهای عبوری از  $t_0$  متناظر است، که  $l$  میانگین طول مسیر کل برای گاز صعودی و نزولی است.



شکل ۴.۱۴ در یک لایه افقی معین گاز در نصف سطح صعود و در نیم دیگر آن سقوط می‌کند. در محاسبه انتقال انرژی همرفتی از  $2\text{cm}^2$  لایه افقی، حرکت گاز را در  $1\text{cm}^2$  به طرف بالا و از  $1\text{cm}^2$  دیگر به طرف پایین در نظر می‌گیریم.

از لایه‌های مختلف نشأت گرفته‌اند. اختلاف دمای بین این حبابها و محیط اطراف به نقطه شروع آنها بستگی دارد. در آنچه پس از این خواهد آمد به‌طور کلی میانگین اختلاف دمای  $\overline{\Delta T}$  و نیز متوسط سرعت  $\bar{v}$  را در هر لایه در نظر می‌گیریم. انتقال انرژی خالص از  $2\text{cm}^2$  یک لایه افقی در  $t_0$  از گرمای منتقل شده به طرف بالا منهای گرمای انتقال یافته به طرف پایین بر اثر جریان ماده به دست می‌آید (شکل ۴.۱۴). از  $1\text{cm}^2$  ماده به طرف بالا حرکت می‌کند؛ در  $1\text{cm}^2$  دیگر ماده دارای حرکت به سمت پایین است؛ شار جرمی کل البته باید برابر صفر باشد؛ در غیر این صورت، ماده باید در قسمت بالا یا پایین انباشته شود، که تعادل فشار را برهم می‌زند. شار جرمی کل به طرف بالا در یک ثانیه برابر است با

$$m_u = \rho_u \bar{v}_u, \quad \rho = \text{چگالی}, \quad v = \text{سرعت} \quad (41.14)$$

که شاخص  $u$  نشانگر بالاست.

همین‌طور، شار جرمی به طرف پایین عبارت است از

$$m_d = \rho_d \bar{v}_d \quad (42.14)$$

که شاخص  $d$  نشانگر پایین است. محتوای گرما به‌ازای هر  $\text{cm}^3$  برابر است با

$$Q = \rho c_p T \quad (43.14)$$

که در آن  $c_p$  گرمای ویژه به‌ازای هر گرم در فشار ثابت است. چون محتوای گرمای ماده‌ای را که به طرف بالا و پایین حرکت می‌کند با هم مقایسه می‌کنیم، و آنها را در تعادل فشار در نظر می‌گیریم،

باید از گرمای ویژه در فشار ثابت استفاده کنیم. در هر ثانیه ستونی به طول  $v$  از لایه افقی عبور می‌کند. انتقال گرمای خالص از  $2\text{cm}^2$  در  $t_0$  برابر است با

$$2\pi F_c = \rho_u \bar{v}_u c_p \bar{T}_u + \frac{1}{4} \rho_u \bar{v}_u^2 - \rho_d \bar{v}_d c_p \bar{T}_d - \frac{1}{4} \rho_d \bar{v}_d^2 \quad (44.14)$$

در اینجا انرژی جنبشی انتقالی را اضافه کرده‌ایم.  $\pi F_c$  انتقال انرژی همرفتی به ازای هر  $\text{cm}^2$  است. اکنون باید انتقال جرم را در نظر بگیریم که، بنابه آنچه که گفتیم، برابر صفر است. یعنی

$$\rho_u \bar{v}_u = \rho_d \bar{v}_d \quad \text{می‌دهد} \quad \rho_u \approx \rho_d \approx \rho \quad \bar{v}_u = \bar{v}_d = \bar{v} \quad (45.14)$$

در اینجا فرض می‌کنیم که چگالیها تقریباً یکسان‌اند، چون در اینجا از اختلاف چگالیها استفاده نمی‌کنیم. با قراردادن مقادیر بالا در معادله (44.14) و تغییر ترتیب به دست می‌آوریم

$$\rho \bar{v} c_p (\bar{T}_u - \bar{T}_d) + \frac{1}{4} \rho \bar{v} (\bar{v}_u^2 - \bar{v}_d^2) = 2\pi F_c \quad (46.14)$$

با  $v_u \approx v_d$  جمله دوم در طرف چپ صفر می‌شود، یعنی چون حرکت ماده به طرف بالا با حرکت آن به طرف پایین تقریباً خنثی می‌شود، انتقال انرژی جنبشی سهمی در انتقال انرژی ندارد. این به علت وجود شرط انتقال جرم صفر است. بنابراین خواهیم داشت

$$\pi F_c = \frac{1}{4} \rho \bar{v} c_p (\bar{T}_u - \bar{T}_d) \quad (47.14)$$

اگر  $\overline{\Delta T}$  میانگین اختلاف دما بین ماده‌ای که به طرف بالا حرکت می‌کند با محیط اطراف باشد، داریم

$$\bar{T}_u - \bar{T}_d = 2\overline{\Delta T} \quad (48.14)$$

و

$$\pi F_c = \rho \bar{v} c_p \overline{\Delta T} \quad (49.14)$$

این واقعیت که در معادله (47.14) اختلاف  $\bar{T}_u - \bar{T}_d$  وارد می‌شود و نه فقط  $\overline{\Delta T}$ ، نشان می‌دهد ماده‌ای که به طرف پایین حرکت می‌کند و حامل انرژی منفی به پایین است همان قدر در انتقال انرژی همرفتی سهم است که ماده دارای حرکت به طرف بالا و حامل انرژی مثبت. با وارد کردن انتقال انرژی همرفتی در شرط تعادل گرمایی  $\pi F = \text{const} = \sigma T_{\text{eff}}^4$  (نگاه کنید

به معادله ۹.۶)، اکنون باید داشته باشیم

$$\pi F = \pi F_r + \pi F_c = \sigma T_{\text{eff}}^{\uparrow} \quad (50.14)$$

با  $\pi F_r \geq 0$  به دست می آوریم

$$\pi F_c = \rho \bar{v} c_p \overline{\Delta T} \leq \sigma T_{\text{eff}}^{\uparrow} \quad (51.14)$$

این معادله، با معلوم بودن رابطه میان  $\overline{\Delta T}$  و  $\bar{v}$ ، حدود بالای سرعت های  $\bar{v}$  را مشخص می کند. اینکه چنین رابطه هایی باید وجود داشته باشند از اینجا معلوم می شود که  $\overline{\Delta T}$  نیروی بالابر را مشخص می کند که شتاب را به دست می دهد. اگر  $f_b$  نیروی بالابر به ازای هر  $\text{cm}^2$  باشد، داریم

$$f_b = \Delta \rho g \quad (52.14)$$

که در آن  $g$  شتاب گرانشی است. شتاب  $a$  ناشی از نیروی بالابر برابر است با

$$a = \frac{\Delta \rho}{\rho} g = \frac{\text{نیرو}}{\rho} \quad (53.14)$$

مجدداً، با فرض تعادل فشار میان حباب و گاز اطراف، به دست می آوریم (با فرض  $\mu$  ثابت)

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta P}{P} = -\frac{\Delta T}{T} \quad (54.14)$$

و

$$f_b = -\frac{\Delta T}{T} \rho g \quad (55.14)$$

از  $dt \times$  نیرو  $f =$  انرژی، داریم

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \int_{t_0}^t \frac{\Delta T}{T} \rho g dt \quad \text{و} \quad v^2 = 2 \int_{t_0}^t \frac{\Delta T}{T} g dt \quad (56.14)$$

از شکل ۱.۱۴ و بحث قسمت ۲.۳.۱۴ مشاهده می کنیم که

$$\Delta T = \left[ \left( \frac{dT}{dt} \right)_{\text{atm}} - \left( \frac{dT}{dt} \right)_{\text{ad}} \right] \Delta t = \Delta \text{grad } T \cdot \Delta t \quad (57.14)$$

با وارد کردن این رابطه در معادله ۵۶.۱۴، به دست می آوریم

$$v^2(\Delta t) = 2g \int_0^{\Delta t} \frac{\Delta \text{grad } T}{T} \Delta s \, ds = 2g \frac{\Delta \text{grad } T}{T} \frac{1}{2} \Delta t^2 \quad (58.14)$$

در اینجا فرض کرده ایم که  $\Delta \text{grad } T$  در طول مسیر حساب ثابت می ماند. اگر چنین نباشد باید از مقدار میانگین استفاده کنیم، که در طول مسیر میانگین گیری شده باشد.

برای انتقال انرژی از یک لایه معین، باید از میانگین  $v$  در این لایه استفاده کنیم. به منظور یافتن سرعت متوسط باید از طول مسیر میانگین در معادله (۵۸.۱۴) استفاده کنیم. این طول مسیر میانگین را برای حبابهایی که از  $t_0$  می گذرند برابر  $\frac{1}{2}l$  در نظر می گیریم که  $l$  را معمولاً طول مخلوط شدن می نامند. می خواهیم تأکید کنیم که  $l$  فقط به میانگین طول مسیر برای گاز صعودی یا نزولی بستگی دارد. با وارد کردن این طول مسیر میانگین  $l$  در معادله (۵۸.۱۴) برای میانگین  $\Delta T$  به دست می آوریم

$$\bar{v}^2 = g \frac{\Delta \text{grad } T}{T} \left( \frac{l}{2} \right)^2 \quad \text{و} \quad \Delta \bar{T} = \Delta \text{grad } T \frac{l}{2} \quad (59.14)$$

که نشان می دهد

$$\Delta \bar{T} = \bar{v}^2 \frac{T}{g} \frac{2}{l} \quad (60.14)$$

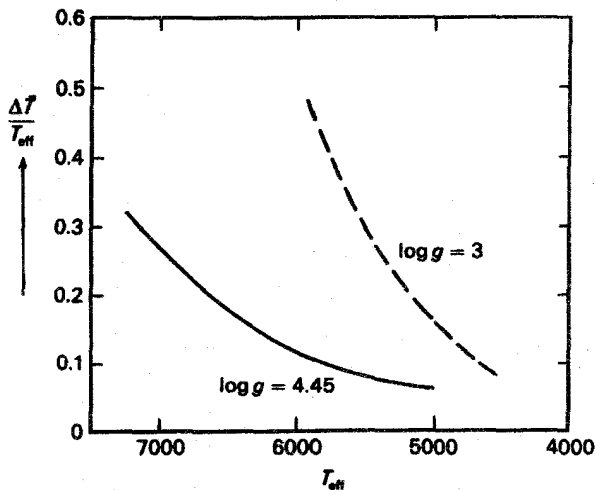
با استفاده از این رابطه از معادله (۵۱.۱۴) خواهیم داشت

$$\pi F_c = \rho c_p \frac{T}{g} \frac{2}{l} \bar{v}^2 \leq \sigma T_{\text{eff}}^{\uparrow} \quad (61.14)$$

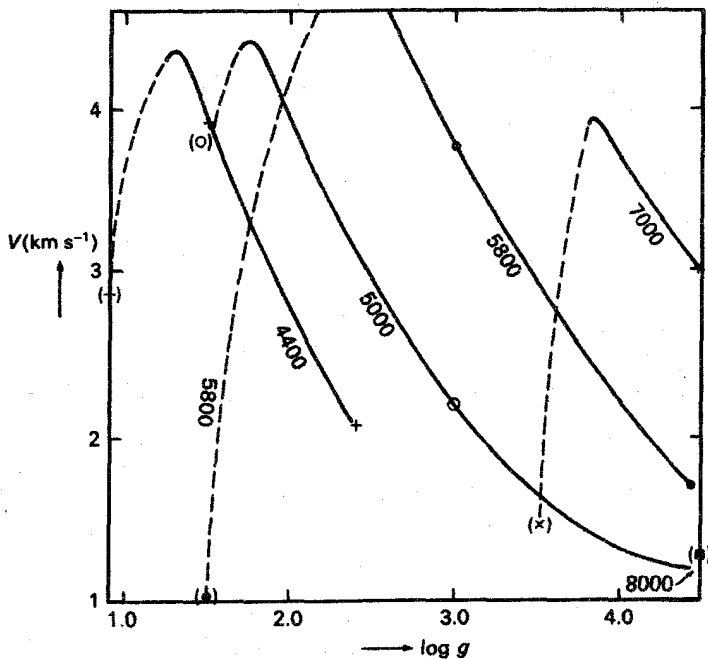
که اکنون حد بالای  $v^2$  را به دست می دهد. اگر در هر نقطه از منطقه همرفت اصولاً همه انرژی بر اثر همرفت منتقل شود، این حد بالا برای  $v^2$  در واقع سرعت واقعی در آن لایه جورا به دست می دهد. بنابراین، معادله (۶۱.۱۴) روش ساده ای برای محاسبه بیشینه سرعت همرفت در منطقه همرفتی معین است. شکلهای ۵.۱۴ و ۶.۱۴ اختلافهای دما و سرعت محاسبه شده برای ستارگان دارای دماهای مؤثر و گرانیهای مختلف را نشان می دهند.

## ۶.۱۴ اهمیت انتقال انرژی همرفتی

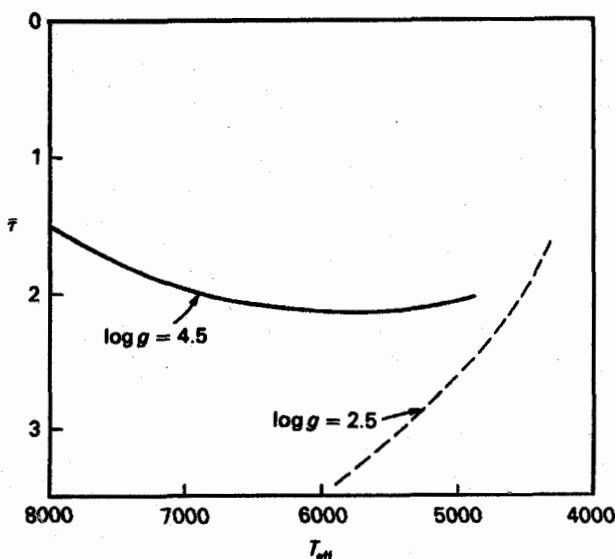
با توجه به معادله های (۵۱.۱۴) و (۶۱.۱۴) مشاهده می کنیم که انتقال انرژی با چگالی  $\rho$  متناسب است. بنابراین، در ارتفاعهای زیاد جو انتظار داریم که انتقال انرژی همرفتی کاهش یابد. در بخشهای



شکل ۵.۱۴ بیشینه اختلاف دما  $\overline{\Delta T}$  بین گاز صعودی و نزولی و دمای میانگین محیط اطراف برحسب دمای مؤثر ستاره برای ستارگان رشته اصلی نشان داده شده است.



شکل ۶.۱۴ سرعت‌های همرفتی میانگین گاز صعودی و نزولی برحسب دمای مؤثر ستاره برای ستارگان دارای گرانی مختلف نشان داده شده است.



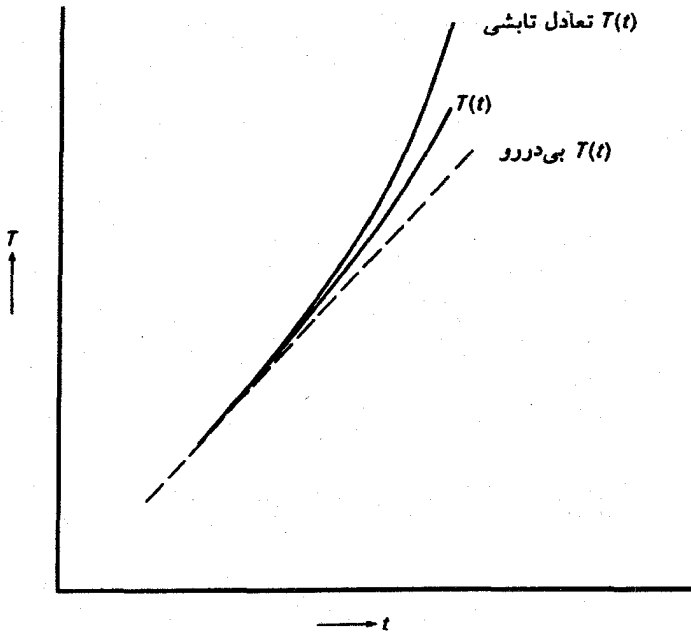
شکل ۷.۱۴ عمقهای اپتیکی در منطقه‌های همرفتی بالایی که برای آنها  $\approx 0.1$   $\pi F_c / \pi F_r$  است برحسب دمای مؤثر برای گرانیهای مختلف  $\log g$  نشان داده شده است.

شیدسیپری منطقه‌های همرفتی در ستارگان F نیز انتظار داریم که سهم انتقال انرژی همرفتی در انتقال انرژی کل ناچیز باشد. در شکل ۷.۱۴ عمقهای اپتیکی را نشان داده‌ایم که در آنها سهم همرفت در انتقال انرژی کل ۱٪ است. در شیدسیپری، یعنی برای  $\tau \leq 1$ ، انتقال انرژی همرفتی هرگز اهمیت ندارد. اما، باید به این هشدار توجه کنیم. همان‌طور که از معادله (۶۱.۱۴) برمی‌آید، در ستارگان با مناطق همرفتی با چگالی کم، مانند ستارگان F در رشته اصلی یا در ستارگان غول G، انتظار سرعتها و اختلاف دماهای زیاد را داریم. این ناهمگنیهای دما در لایه‌های سطحی غالب می‌شود و سبب آثار قابل ملاحظه‌ای در طیف و رنگ این ستارگان می‌شود.

اگر همرفت بخش اعظم انرژی را منتقل کند، انرژی موجود برای انتقال توسط تابش، مطابق معادله (۵۰.۱۴)، کم می‌شود. چون گرادیان دما با شار تابشی متناسب است (نگاه کنید به معادله ۱۰.۱۴)، گرادیان دما از حالت تعادل تابشی کمتر می‌شود (نگاه کنید به شکل ۸.۱۴). انتقال انرژی کل آسانتر می‌شود؛ بنابراین، گرادیان دمای کوچکتری برای انتقال شار لازم کفایت می‌کند.

به راحتی متقاعد می‌شویم که گرادیان دمای واقعی هرگز به کمتر از گرادیان بی‌دررو نزول نمی‌کند، زیرا در این صورت همرفت متوقف می‌شود و تمام انرژی باید مجدداً بر اثر تابش منتقل شود، که نیازمند یک گرادیان دما با شیب زیاد است. گرادیان دما طوری تنظیم می‌شود که لایه‌بندی نسبت





شکل ۸.۱۴ لایه‌بندی دما برای تعادل تابشی به صورت کلی نشان داده شده است. اگر لایه به لحاظ همرفتی ناپایدار و همرفت در انتقال انرژی دخیل شود، گرادیان دما کوچکتر می‌شود، اما همواره از گرادیان بی‌دررو بزرگتر باقی می‌ماند.

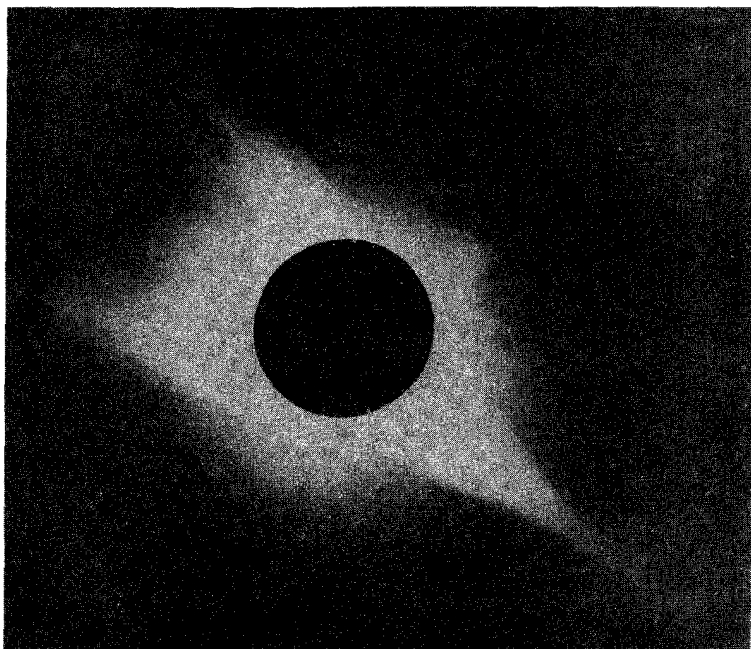
به همرفت ناپایدار باقی بماند و همرفت، برای جبران شار تابشی کمتر، انرژی کافی را منتقل کند. در جلد سوم درباره چگونگی محاسبه لایه‌بندی دما بحث خواهیم کرد. تاکنون تبادل انرژی تابشی بین گاز صعودی و نزولی و محیط اطراف را، که اختلافهای دما و سرعت را کم می‌کند، نادیده گرفتیم. این اثرها را هم در هنگام محاسبه مقادیر عددی در جلد سوم منظور می‌کنیم.

## فام‌سپهرها، لایه‌های گذار، و خرمنهای ستاره‌ای

### ۱.۱۵ رصدهای خورشیدی

همه ما تصویرهای زیبایی از خرمن خورشید را در طول کسوف، که در آن این خرمن قابل مشاهده می‌شود، دیده‌ایم. کل نور خروجی از خرمن فقط  $10^{-6}$  برابر نور خروجی از قرص خورشید است. چون نور ناشی از شیدسپهر در جو زمین پراکنده و آسمان را روشن می‌سازد — روشنتر از خرمن خورشیدی — فقط هنگامی خرمن را می‌بینیم که ماه قرص خورشید را بپوشاند. در بالای کوههای بلند، که نور پراکنده از جو کاهش می‌یابد (در مشاهده از هواپیما آسمان بسیار تاریکتر به نظر می‌رسد) می‌توانیم خرمن را به کمک دستگاه معروف به خرمن‌نگار مشاهده کنیم که تلسکوپی است که در داخل آن قرصی وجود دارد که نور شیدسپهر خورشید را پنهان می‌سازد.

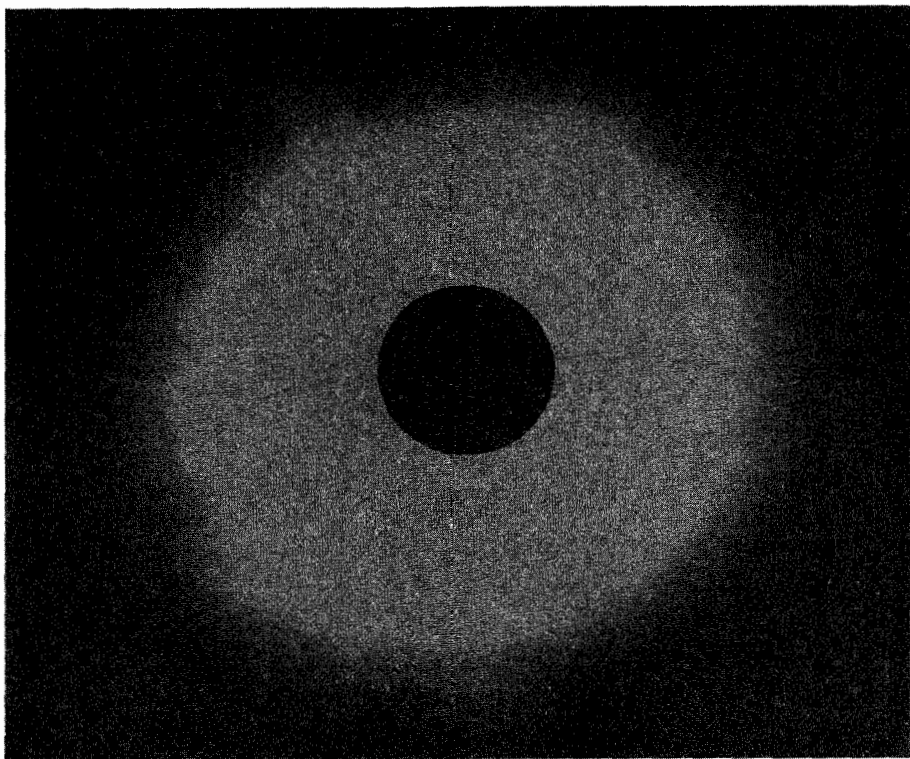
خرمن خورشیدی در زمانهای مختلف کاملاً متفاوت به نظر می‌رسد (نگاه کنید به شکل‌های ۱.۱۵ و ۲.۱۵). در طول بیشینه لکه‌های خورشیدی، خرمن دارای تقارن کروی است، در حالی که در طی کمینه لکه‌های خورشیدی خرمن در بالای کمربند استوایی امتداد بسیار می‌یابد، اما در جهت‌های دیگر جمع می‌شود. در این حالت خرمن کاملاً پخت و دارای ساختارهای بسیار زیاد است — پرتوها



شکل ۱.۱۵ خرمن خورشیدی در هنگامی که لکه‌های خورشیدی کمینه است.

یا حلقه‌های پر نور از نواحی استوایی خارج می‌شوند. این ساختارهای درخشان به‌ویژه در هنگامی که تصویری از خورشید را با یک دوربین حساس به پرتو X می‌گیریم با شکوه به‌نظر می‌رسند (شکل ۳.۱۵). این ساختارهای پر نور پرتو X در روی قرص خورشید نیز چشمگیرند زیرا شیدسیپهر خورشید پرتوهای X گسیل نمی‌دارد. فقط خرمن به اندازه کافی داغ است تا چنین پرتوهای X را گسیل کند که طول موج آنها از چند تا چند صد آنگستروم است.

وقتی طول‌موجهای خطهای طیفی مربوط به خرمن برای اولین بار اندازه‌گیری شد، خطوط نسبتاً قوی در طول‌موجهای  $۵۳۰۳$ ،  $۵۶۹۴$ ، و  $۶۳۷۴\text{\AA}$  وجود داشت. هویت آنها کاملاً مبهم بود. فقط پس از اینکه بی. ادلن<sup>۱</sup> در لوند طول‌موجهای خطوط فرابنفش مربوط به خطهای بسیار یونیده‌ای چون Fe IX را که هشت الکترون، و Fe X را که نه الکترون از دست داده‌اند را در آزمایشگاه اندازه‌گرفت، توانست نمودارهای تراز این یونها را تدوین کند. با استفاده از این نمودارهای تراز انرژی دبلیو. گروتزین<sup>۲</sup> در سال ۱۹۳۹ در پوتسدام موفق شد برخی از خطوط خرمن را به عنوان خطهای مربوط به یونهای بسیار یونیده شناسایی کند. پس از این کشف، ادلن در لوند توانست



شکل ۲.۱۵ خرمن خورشیدی در هنگامی که لکه‌های خورشیدی بیشینه است.

خطهای خرمنی در ناحیه مرئی را مربوط به ذرات بسیار یونیده دیگر بدانند. خط با طول موج  $5303 \text{ \AA}$  مربوط به یون آهنی است که ۱۳ الکترون از دست داده است. خط  $6374 \text{ \AA}$  ناشی از یون آهنی است که ۹ الکترون از دست داده، و خط  $5694 \text{ \AA}$  مربوط به یون Ca است که ۱۴ الکترون از دست داده است. برای بعضی از این یونها، انرژیهای در حدود  $300 \text{ eV}$  جدا کردن آخرین الکترون از ذره یونیده بعدی ضروری است. تابش ناشی از شیدسپهر خورشید بدون شک دارای چنین فوتونهای پرانرژی نیست. تنها راهی که برای تولید این ذرات به شدت یونیده وجود دارد برخورد با ذره‌های پرانرژی است. اما برای تولید ذرات با این انرژیهای جنبشی زیاد، دمای خرمن باید یک یا دو میلیون درجه باشد. گسیل پرتو X از خرمن نیز نشانگر وجود دماهای مشابه است. ظاهراً چند منجم قبلاً مطالعاتی را درباره پهنای خط این خطوط خرمنی، که کاملاً پهن هستند، انجام داده بودند. وقتی پهنای این خطوط را ناشی از پهن شدگی دوپلری تعبیر کردند نیز



شکل ۳.۱۵ تصویری از خورشید که با دوربین حساس به پرتو X گرفته شده است.

دماهای حدود دو میلیون درجه به دست آمد. قبل از کشف گروتترین این موضوع غیرممکن به نظر می‌رسید. بنابراین، این مطالعات در آن زمان پذیرفته نشدند و فقط پس از شناسایی خطوط خرمنی توسط گروتترین و ادلن مورد توجه قرار گرفتند.

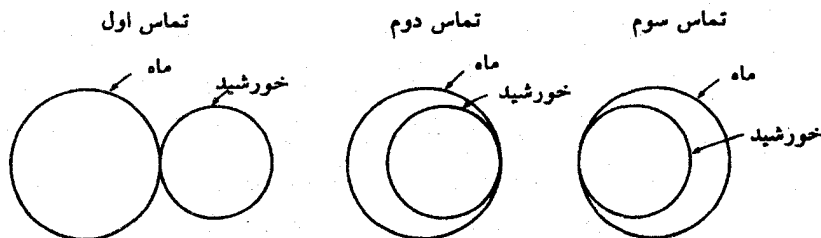
حتی پس از این اکتشافات، اینکه چگونه خرمن می‌تواند تا این اندازه داغ باشد یک معما بود. ما همواره تأکید کرده‌ایم که برای جریان گرما از داخل به خارج، دما باید به طرف خارج کاهش یابد. اکنون با این افزایش شدید دما به طرف خارج روبه‌رو می‌شویم. چگونه تابش از شیدسپهر نسبتاً خنک با دمای  $5800\text{ K}$  می‌تواند به خارج جریان یابد و از خرمن داغ بگذرد و به زمین برسد؟ آیا این موضوع که شیدسپهر خنک می‌تواند خرمن را تا یک میلیون درجه گرم کند با قانون دوم ترمودینامیک ناسازگار نیست؟ یا چه عامل دیگری خرمن را گرم می‌کند؟ چه چیزی شیدسپهر را بین قسمت داغ درون خورشید و خرمن داغ خنک نگه می‌دارد؟ پاسخ به همه این پرسشها دشوار بوده است. اکنون به پاسخ بسیاری از این پرسشها نزدیک شده‌ایم، اما قبل از بحث درباره تعادل انرژی و سازوکار گرم شدن خرمن، باید به رصدهای مربوط به لایه‌های زیر خرمن و بالای شیدسپهر بپردازیم.

بدیهی است که دما ناگهان از  $5800\text{ K}$  در شیدسپهر به دومیلیون درجه در خرمن نمی‌پرد. باید منطقه‌هایی با دمای بین آنها وجود داشته باشد. این مناطق را فام‌سپهر و لایه گذار می‌نامیم.

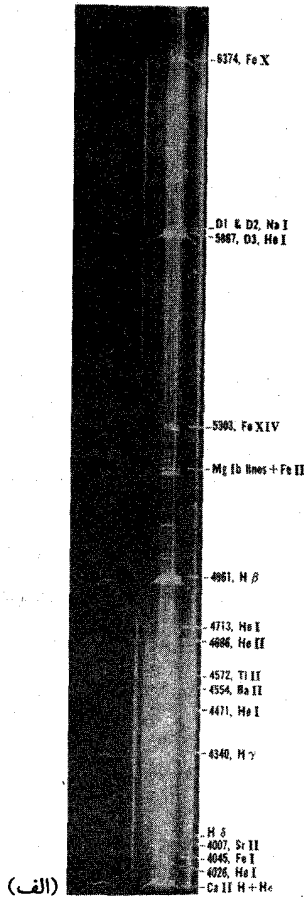
### ۱.۱.۱۵ فام‌سپهر خورشیدی

فام‌سپهر نام خود را از رنگهای درخشانی گرفته است که از این لایه، که بلافاصله بالای شیدسپهر قرار دارد، در طی کسوف کامل چند ثانیه پس از تماس دوم و چند ثانیه پیش از تماس سوم مشاهده می‌شود (شکل ۴.۱۵). ارتفاع فام‌سپهر فقط در حدود چند هزار کیلومتر است. چون طیف فام‌سپهر فقط در مدت کوتاهی مشاهده می‌شود، آن را طیف "درخشی" نیز می‌نامند.

شکل ۵.۱۵ یک طیف درخشی را نشان می‌دهد. این طیف دارای گسیلی قوی در خطوط بالمر هیدروژن است. اما علاوه بر آن خطهای گسیلی  $\text{Si II}$ ,  $\text{Chr II}$ ,  $\text{Fe II}$  و غیره نیز وجود دارند. همه این خطوط از منطقه‌هایی با دمای بین  $6000\text{ K}$  و  $10000\text{ K}$  سرچشمه می‌گیرند. چرا این طیف درخشی دارای خطهای گسیلی است؟ چون یک لایه به لحاظ اپتیکی نازک (به لحاظ اپتیکی نازک در پیوستار) از گاز داغ را در زمینه‌ای از ماده خنک میان‌ستاره‌ای می‌بینیم (شکل ۵.۱۵). چه پرسشی را درباره خرمن داغ، که در خط دید علاوه بر جلوی لایه فام‌سپهری در پشت آن نیز قرار دارد، می‌توانید مطرح کنید؟ خرمن به لحاظ اپتیکی به اندازه‌ای نازک، یعنی  $\tau < 1$  آن تقریباً در همه طول‌موجها به قدری کوچک است، که شدت گسیل شده از خرمن بسیار کوچکتر از شدت گسیلی از فام‌سپهر است. بنابراین، آن را، بجز برای چند خط قوی خرمنی در شکل ۵.۱۵، در طیف درخشی نمی‌بینیم. در واقع، گاز فام‌سپهری بخشی از نور خرمن را جذب می‌کند، اما باز هم عمق اپتیکی فام‌سپهر به اندازه‌ای کوچک و شدت مربوط به خرمن به قدری کم است که متوجه این جذب نمی‌شویم. فقط در خطوط فام‌سپهری عمق اپتیکی برای ایجاد جذب قابل اندازه‌گیری

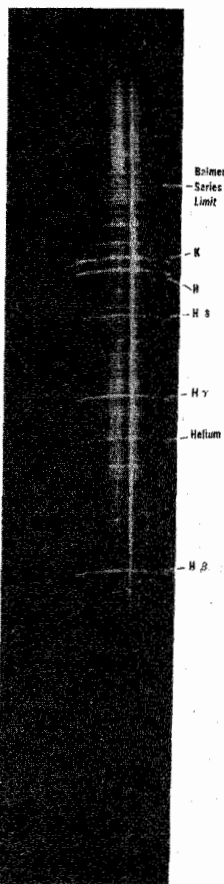


شکل ۴.۱۵ معنی دومین و سومین تماس در طول کسوف کامل خورشید بیان شده است. در اندازه زاویه‌ای ماه نسبت به خورشید مبالغه شده است.



شکل ۵.۱۵ یک طیف درخشی از فام سپهر. هویت چند خط مشخص شده است. خطوط خرمنی به صورت دایره کامل، و خطوط فام سپهری به صورت بخشی از دایره دیده می‌شوند.

به اندازه کافی بزرگ است. اما، چون نور خرمنی موجود برای جذب بسیار کم است، گسیل در فام سپهر بسیار شدیدتر از جذب نور خرمنی است به طوری که فقط خطوط گسیلی را می‌بینیم. در فرابنفش دور ( $\lambda < 1700 \text{ \AA}$ ) خطوط گسیلی فام سپهری را می‌توان خارج از زمان کسوف نیز رصد کرد. البته، مشاهده این خطها در رصدخانه‌های زمینی امکان‌پذیر نیست، زیرا نور UV نمی‌تواند در جو زمین نفوذ کند. اولین رصدهای UV به کمک موشکها انجام گرفتند. اکنون بیشتر این رصدها را ماهواره‌ها انجام می‌دهند. شکل ۱۲.۴ یکی از نخستین طیفهای فرابنفش خورشید را نشان می‌دهد. برای  $\lambda > 1700 \text{ \AA}$ ، یک طیف جذبی خطی از شیدسپهر مشاهده می‌شود. در



(ب)

شکل ۶.۱۵ در فام سپهر خورشیدی یک طیف جذبی خطی را مشاهده می‌کنیم، زیرا یک گاز به لحاظ ایتیکی نازک (در پیوستار) را در زمینه محیط میان ستاره‌ای خنک مشاهده می‌کنیم.

این طول موجها لایه‌های نسبتاً عمیقی از جو خورشید را می‌بینیم. برای  $1700 \text{ \AA} < \lambda$ ، چنانکه در بخش ۶.۷ دیدیم، به واسطه افزایش سریع ضریب جذب در Si I، ضریب جذب پیوسته با شیب زیاد افزایش می‌یابد. بنابراین، برای طول موجهای کوتاهتر، فقط لایه‌های بالای جو را مشاهده می‌کنیم. در واقع، لایه‌های خارجی را می‌بینیم که در آنها دما افزایش می‌یابد؛ بنابراین، وقتی قرص خورشید را مشاهده می‌کنیم، فقط خطهای گسیلی را می‌بینیم.

برخی مردم دوست دارند که بگویند برای این طول موجهای کوتاه، نور شیدسپهری به واسطه دماهای کم کاهش یافته است؛ به طوری که فقط خطوط گسیلی فام سپهری را می‌بینیم. این، البته



بدان معنی است که ما خطوط گسیلی فام‌سپهری را به این سبب می‌بینیم که فام‌سپهر از لایه‌های شیدسپهری که در این طول موجها می‌بینیم داغتر است.

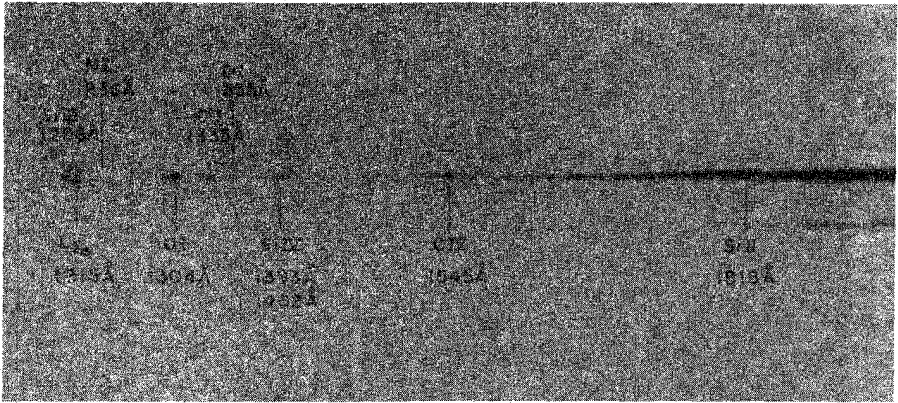
### ۲.۱.۱۵ لایه گذار

خطوط طیفی که به فام‌سپهر نسبت می‌دهیم خطهایی هستند که در لایه‌های با دمای تا  $K 15000$  تشکیل شده‌اند، البته بجز در مورد خطوط هلیوم که در لایه‌های با  $K 20000 \approx T$  تشکیل می‌شود. چون دما باید به‌طور مداوم افزایش یابد تا در خرمن به یک میلیون درجه برسد، پس باید لایه‌ای با دمای بین  $K 20000$  و  $K 10^6$  وجود داشته باشد. این لایه را لایه گذار میان فام‌سپهر و خرمن می‌نامند. البته، این به تعریف ما بستگی دارد که بگوییم در کجا فام‌سپهر متوقف و لایه گذار شروع می‌شود. در طیف لایه گذار انواع مختلف خطهای مربوط به ذرات کم و بیش یونیده را می‌بینیم. معمولاً، می‌گوییم که برای انرژیهای یونش بیشتر، قویترین خطهای طیفی مربوط به یونها، همان‌طور که از نمودارهای تراز انرژی آنها به راحتی می‌توان نتیجه گرفت، در طول موجهای کوتاهتر مشاهده می‌شوند. برای درجات بالاتر یونش، نمودارهای تراز انرژی کم و بیش هیدروژن‌گونه می‌شود، اما البته همه انرژیها طبق انرژی یونش بیشترشان مقیاس بندی می‌شوند، یعنی همه انرژیهای گذار نیز مطابق انرژیهای یونش مقیاس بندی می‌شود، که به معنای کوتاهتر بودن طول موج همه خطوط است. به عنوان مثال، برای He II، که انرژی یونش آن چهار برابر هیدروژن است، طول موج خط  $\alpha$  ی لیمان He II یک چهارم طول موج خط  $\alpha$  ی هیدروژن، یعنی  $304 \text{ \AA}$  است. برای یونهایی که در ناحیه گذار می‌یابیم، و همگی دارای انرژیهای یونش بیش از هیدروژن هستند، تماس خطهای قوی در منطقه طول موج  $2000 \text{ \AA} < \lambda$  قرار دارند. آنها را فقط می‌توان به کمک تلسکوپهای موجود در موشک و ماهواره مشاهده کرد. در طیف فرابنفش خورشیدی شکل ۱۲.۴ خطوط لایه گذار یونهای چون C IV و Si IV مشاهده می‌شود.

### ۲.۱۵ رصدهای ستاره‌ای

دیدیم که رصد خطوط طیفی فام‌سپهر و لایه گذار خورشیدی در فرابنفش اکنون بدون انتظار برای کسوف امکان پذیر گشته است. رصدهای فرابنفش امکان مشاهده طیفهای فام‌سپهری و لایه‌های گذار ستارگان شبیه خورشید را نیز فراهم آورده است. ماهواره بین‌المللی کاوشگر فرابنفش (IUE)<sup>۱</sup> در این مورد بسیار موفق بوده است. طیفهای فام‌سپهری و لایه گذار بسیاری از ستارگان G، F، و K

1. The International Ultraviolet Explorer satellite



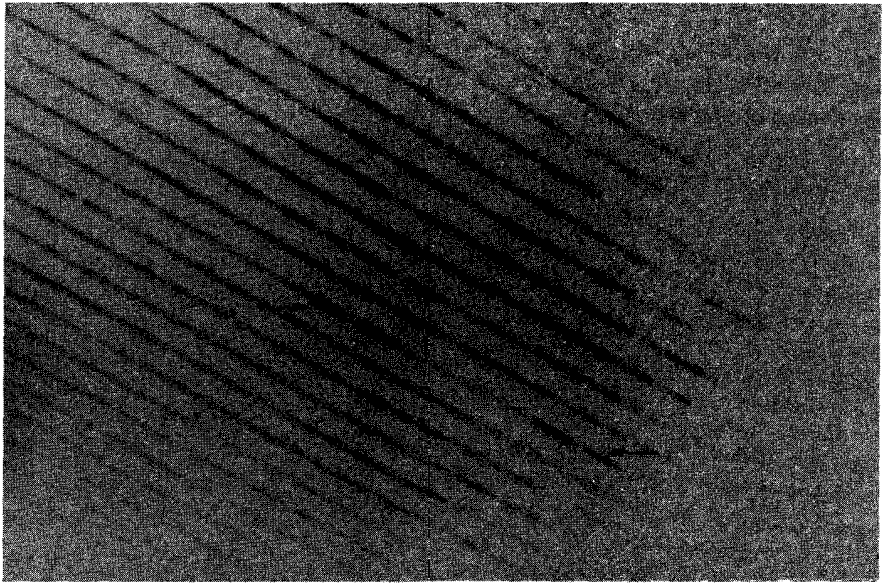
شکل ۷.۱۵ طیف IUE فرابنفش پرنور مربوط به غول  $\beta$  ازدها. خطهای قویتر با حالت‌های یونش عناصری که عامل ایجاد آنها هستند مشخص شده‌اند به‌عنوان مثال، OI اکسیژن خشی و Si III سیلیسیم دوبار یونیده است.

مشاهده شده است. شکل ۷.۱۵ طیف ستاره پرنور غول  $\beta$  ازدها<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد. هویت همه خطها مشخص شده است. اغلب خطها را می‌توان به منطقه گذار نسبت داد. گسیل فام‌سپهری در خط OI در  $1304 \text{ \AA}$  و خط CI در  $1657 \text{ \AA}$  مشاهده می‌شود. همین‌طور، این موضوع در گسیل مرکزی خطهای Mg II در  $2800 \text{ \AA}$  نیز مشاهده می‌شود (نگاه کنید به شکل‌های ۸.۱۵ الف و ب) این خطها به‌ویژه از این نظر جالب توجه‌اند که در آنها طیف شیدسپهری را با خطهای جذبی بسیار پهن مشاهده می‌کنیم، که پهن‌شدگی آنها ناشی از برخورد است. بر روی این طیف شیدسپهری، خط گسیلی از فام‌سپهر این ستاره قرار گرفته است، که شدت آن برای این ستاره حتی از شدت پیوستار شیدسپهری بیشتر است. برای بسیاری از ستارگان دیگر خط گسیلی از فام‌سپهر فقط به‌واسطه کوچک‌بودن شدت در مرکز خط شیدسپهری مرئی می‌شود.

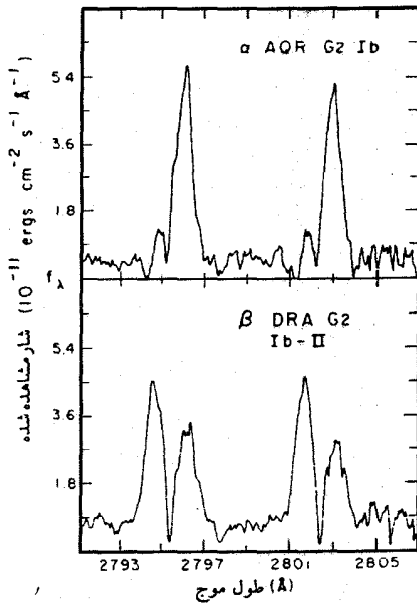
با نگاه به ستارگانی که دارای خطهای گسیلی از لایه گذار هستند و محل آنها در نمودار HR مشاهده می‌کنیم که همه ستارگان تا سرخ نوار ناپایداری قیفاووسی گسیل فام‌سپهری از خود نشان می‌دهند (شکل ۹.۱۵). هیچ خط گسیلی از فام‌سپهر یا لایه گذار برای ستارگان بخش آبی مشاهده نمی‌شود. قیفاووسیا می‌توانند خطوط گسیلی مربوط به فام‌سپهر یا لایه گذار را در بخشی از چرخه تپش خود به نمایش گذارند.

همین‌طور، نوار ناپایداری قیفاووسی، خط مرزی ستارگان دارای منطقه همرفت هیدروژن را

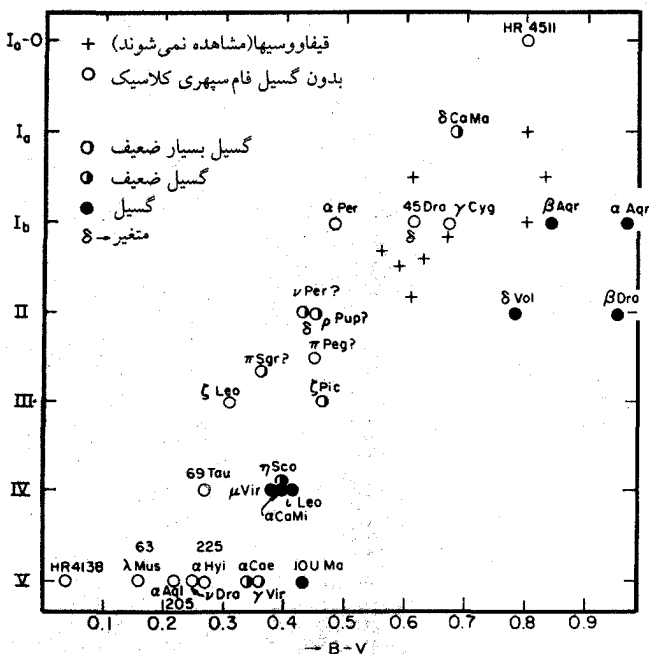
(الف)



(ب)



شکل ۸.۱۵ (الف) بخش بزرگ شده‌ای از طیف پلکانی  $\beta$ ی اژدها. مغزه‌های گسیلی خطوط منیزیم یونیده که با پیکان مشخص شده‌اند — به روشنی قابل مشاهده‌اند. (به‌خاطر داشته باشید که خطهای تیره‌تر به معنی گسیل بیشتر از ستاره است. خطهای  $\beta$ ی  $Mg^+$  اژدها یک گسیل مرکزی را نشان می‌دهند که ناشی از گسیل در فام‌سپهر آن است (از بوم‌ویتس ۱۹۷۹). (ب) ردهای شدت در مراکز خطهای  $Mg^+$  در  $2795.5\text{\AA}$  و  $2802.7\text{\AA}$  مربوط به ستارگان  $\alpha$ ی دلو (Aquarii)  $\beta$ ی اژدها (Draconis). گسیل فام‌سپهری با جذب میان‌ستاره‌ای مرکزی به روشنی دیده می‌شود.

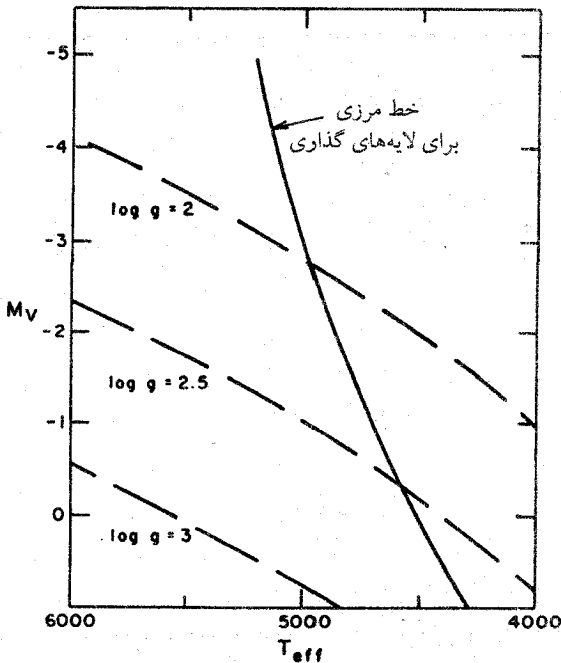


شکل ۹.۱۵ محل ستارگان مشاهده شده در نمودار رنگ-قدر که دارای گسیل فام سپهری هستند با دایره‌های توپر نشان داده شده است، ستاره‌های بدون این گسیلها با دایره‌های توخالی مشخص شده‌اند. دایره‌های نیمه‌پر نشانگر موارد نامطمئن هستند. نوار ناپایداری قیفاووسی رسم شده است. همه دایره‌های توپر در قسمت خنک نوار ناپایداری قرار دارند.

مشخص می‌سازد. برای ستارگان واقع در طرف آبی نوار ناپایداری قیفاووسی یونش هیدروژن در چنان ارتفاعی از شیدسپهر صورت می‌گیرد که در آن همرفت بسیار ناکارآمد می‌شود. سرعتهای همرفت از مرتبه  $cm/sec$  هستند. بنابراین، فکر می‌کنیم که گرم شدن لایه‌های خارجی این ستارگان  $F$ ،  $G$ ، و  $K$  به واسطه وجود منطقه همرفت هیدروژن باشد.

یک نکته دیگر نیز مهم به نظر می‌رسد؛ برای ستارگان درخشان خنک هیچ خط گسیلی از لایه گذار مشاهده نمی‌شود (شکل ۱۰.۱۵). اگر این خطوط وجود داشته باشند، شدت آنها کمتر از حد قابل آشکارسازی است. جالب است توجه کنیم که برای این ستارگان، بادهای ستاره‌ای نسبتاً شدیدی رصد شده است که منشأ آنها هنوز مشخص نیست.

نکته قابل توجه دیگر آن است که به نظر می‌رسد برای ستارگان دارای نوع طیفی پس از  $F5$  گسیل فام سپهری و سرعتهای دورانی، با افزایش سن ستاره کاهش یابد. در شکل ۱۱.۱۵ نموداری را که

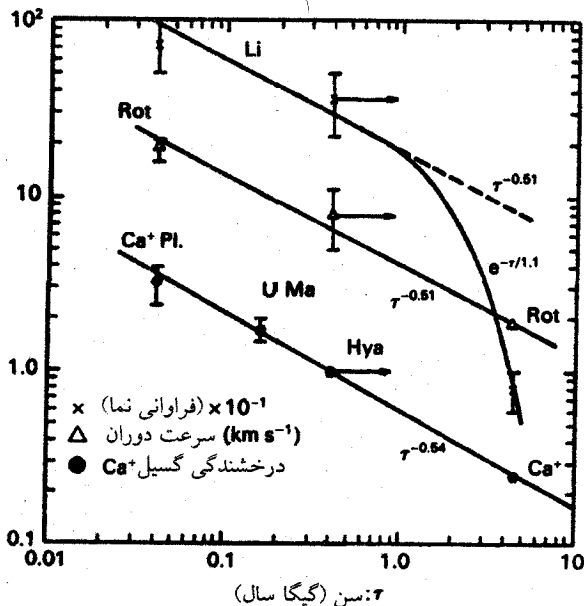


شکل ۱۵.۱۰ برای ستارگان درخشان خنک، هیچ خط مربوط به لایه گذار مشاهده نمی‌شود. این موضوع را نخستین بار لینسکی<sup>۱</sup> و هیش<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۹ کشف کردند. خط مرزی لینسکی هیش برای گسیل از لایه گذار در نمودار  $T_{\text{eff}}$  رسم شده است. خطوط با گرانی ثابت به صورت منحنیهای خط چین نشان داده شده‌اند.

اسکومانیش<sup>۳</sup> رسم کرده است نشان داده‌ایم. او برای نخستین بار متوجه این همبستگی برای گسیل فام سپهری Ca II مشاهده شده در مراکز جذب شدید سپهری و سن ستارگان شد. خطوط Ca II گسیلی از شدید سپهر مشابه خطوط گسیلی Mg II اما بسیار ضعیفتر هستند. این خطوط در طول موجهای ۳۹۶۸ Å و ۳۹۳۳ Å گسیل می‌شدند، و در نتیجه می‌توان آنها را از رصدخانه‌های زمینی رصد کرد. با این خطوط بسیار پیش از اینکه بتوان رصدهای فرابنفش را انجام داد، مطالعه شده بودند.

اسکومانیش داده‌های حاصل از سرعتهای دورانی ستارگان با سنهای متفاوت را نیز با هم مقایسه کرد. گسیل فام سپهری و سرعتهای دورانی هر دو با افزایش سن ستارگان کاهش می‌یابند.

برای تعیین سرعتهای دورانی کم، ستارگان نهایی F و G، این امتیاز را داریم که شدت خطوط گسیلی فام سپهر خورشید با چرخه خورشیدی تغییر می‌کند. این خطها در طول بیشینه لکه‌های خورشیدی قویترند. همین‌طور اگر گروههای بزرگی از لکه‌های خورشیدی در نیمکره مرئی مشاهده



شکل ۱۱.۱۵ شدت خط گسیل فام سپهری برحسب سن ستارگان رسم شده است. میانگین سرعتهای دورانی ستارگان با سنهای مختلف نیز نشان داده شده است.

شوند شدت آنها بیشتر می‌شود. اگر این گروه لکه‌ها بیش از یک دوره چرخش خورشید — که ۲۸ روز است — تداوم داشته باشند، شدت خط گسیلی  $\text{Ca II}$  با دوره ۲۸ روزه تغییر می‌کند. همین تغییرات دوره را می‌توان برای سایر ستارگان نوع خورشید یافت و گمان می‌رود که ناشی از دوره چرخش باشد. بدین ترتیب، سرعتهای دوران نسبتاً کوچک را می‌توان تعیین کرد.

گسیل پرتو X خرمی را نیز می‌توان برای بسیاری از ستارگان با استفاده از ماهواره اینشتین تعیین کرد. پرتوهای X را می‌توان تقریباً برای تمام ستارگان نوع نهایی که دارای خطوط گسیلی از ناحیه گذار هستند مشاهده کرد. به هر حال، پرتوهای X برای همه انواع ستارگان داغ درخشان، یعنی ستارگان نوع O و B مشاهده شده است. منشأ این پرتوهای X تاکنون شناخته نشده است. بعید به نظر می‌رسد که این ستارگان دارای خرمی از نوع خورشید باشند.

### ۳.۱۵ نظریه فام سپهرهای ستاره‌ای، لایه‌های گذار و خرمنها

۱.۳.۱۵ سازوکار اتلاف انرژی

برای تعادل دما در لایه‌های خارجی ستارگان باید بدانیم چه مقدار انرژی از آنها خارج و چقدر انرژی

به آنها وارد می‌شود. اگر فقط انرژی تابشی از آنها خارج و به آنها وارد شود، دارای تعادل تابشی خواهیم بود. می‌دانیم که برای جو خاکستری دمای سطحی از رابطه زیر به دست می‌آید (نگاه کنید به معادله ۳۸.۶)

$$T^{\circ}(\tau \approx 0) = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^{\circ} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2} T_{\text{eff}}^{\circ} \quad (1.15)$$

برای یک جو غیرخاکستری انتظار داریم که دما در سطح کمتر باشد. یعنی مقدار انرژی تابشی ناشی از شیدسپهر فقط باید انرژی کافی برای نگهداشتن فام سپهر در این دمای کم را تأمین کرد. چون مشاهده می‌کنیم که فام سپرها داغتر هستند، پس باید یک چشمه انرژی اضافی وجود داشته باشد. این چشمه اضافی نمی‌تواند مربوط به انرژی گرمایی باشد، زیرا با توجه به قانون دوم ترمودینامیک می‌دانیم که شیدسپهر خنک هرگز نمی‌تواند با هیچ فرایند گرمایی فام سپهر را تا دماهای بالاتر از دمای شیدسپهر گرم کند. در مورد گرم کردن به وسیله انرژی مکانیکی یا الکتریکی این محدودیتها وجود ندارد (می‌توانید با زدن یک سنگ خنک به سنگ خنک دیگر آتش بیفروزید). بنابراین، باید نتیجه بگیریم نوعی انرژی مکانیکی یا الکتریکی لایه‌های خارجی ستارگان دارای فام سپهر را گرم می‌کند. ما در دانه‌دانه‌های متلاطم خورشیدی سرعت‌های زیادی را مشاهده می‌کنیم (جلد اول، فصل ۱۸) لایت هیل<sup>۱</sup> (۱۹۵۱) و پرادمن<sup>۲</sup> (۱۹۵۲) محاسبه کردند که سرعت‌های متلاطم، امواج صوتی به وجود می‌آورند (جتهای خروجی از یک هواپیما سر و صدای زیادی تولید می‌کنند) و انرژی موجود در این امواج صوتی، یا آکوستیکی، با توان هشتم سرعت متلاطم  $v_{\text{turb}}$  افزایش می‌یابد. این انرژی با چگالی لایه متلاطم نیز متناسب است. یعنی شار آکوستیکی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$F_{\text{ac}} \propto \rho v_{\text{turb}}^{\text{ac}} / c_s^5 \quad (2.15)$$

که  $c_s$  سرعت صوت است. این امواج صوتی از شیدسپهر به بالا حرکت می‌کنند و وارد لایه‌هایی با چگالی کمتر می‌شوند، شار انرژی از رابطه  $\frac{1}{2} \rho v^{\text{ac}} c_s$  به دست می‌آید (که  $\frac{1}{2} \rho v^{\text{ac}}$  چگالی انرژی،  $v$  سرعت ذره، و  $c_s$  سرعت انتشار است). اگر این امواج انرژی از دست ندهند، سرعت آنها باید به علت کاهش چگالی زیاد شود. یعنی باید به امواج شوکی تبدیل شوند. در حالی که امواج صوتی انرژی چندانی از دست نمی‌دهند، اما وقتی به صورت موج شوکی در آمدند به سرعت میرا می‌شوند، یعنی چنان‌که به تجربه می‌دانیم، مقدار زیادی انرژی به محیط اطراف خود منتقل می‌کنند. انتقال انرژی به محیط اطراف، البته به معنی ورود انرژی به آن است، و بر اثر آن محیط گرم می‌شود.

در حضور میدانهای مغناطیسی این امواج صوتی و شوکی تعدیل و به انواع مختلف امواج به اصطلاح مغناطوهیدرودینامیکی (امواج MHD) تبدیل می‌شوند، اما همواره یک نوع از آنها وجود دارد که مانند امواج صوتی رفتار می‌کند و می‌تواند امواج شوکی را تشکیل دهد. این امواج آکوستیکی با چه سرعتی میرا می‌شوند؟ پاسخ به دوره امواج بستگی دارد. در فام‌سپهر زیرین نوسانهایی را با دوره‌های حدود ۳۰۰ ثانیه مشاهده می‌کنیم. اگر از این عدد استفاده کنیم درمی‌یابیم که در فام‌سپهر خورشیدی با دمای حدود  $10^6 \text{ K}$ ، امواج شوکی انرژی خود را با طول میرایی  $\lambda$  در حدود  $1500 \text{ km}$  از دست می‌دهند. یعنی تغییر شار موج شوکی با ارتفاع از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{dF_{\text{مکانیکی}}}{dh} = -\frac{1}{\lambda} F_{\text{مکانیکی}} \quad \text{که،} \quad \lambda \approx 1500 \text{ km} \quad (3.15)$$

این طول میرایی، با ارتفاع فام‌سپهر خورشیدی قابل مقایسه است. مقدار انرژی  $F_{\text{مکانیکی}}/\lambda$  مقداری است که در هر لایه به گرما تبدیل می‌شود و آن لایه از فام‌سپهر را گرم می‌کند. با انتگرال‌گیری از معادله (۳.۱۵) به دست می‌آوریم

$$F_{\text{mech}} = F_{m_0} e^{-h/\lambda} \quad (4.15)$$

که  $F_{m_0}$  شار مکانیکی در  $h = 0$  است. این رابطه نشان می‌دهد که مقدار انرژی نهاده شده در لایه‌ها با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد. با وجود این، لایه‌های بالاتر فام‌سپهر دمایی بیشتر از لایه‌های زیرین دارند. برای درک این مطلب باید نگاهی به توازن انرژی بیندازیم. اما ابتدا سازوکار گرمایش دیگری را بررسی می‌کنیم.

### ۲.۳.۱۵ ورودی انرژی توسط گرمایش ژول

در طی دوره‌های با لکه‌های خورشیدی بزرگ و فعالیت خورشیدی شدید، تغییری را در گسیل فام‌سپهری مشاهده می‌کنیم. چون می‌دانیم که این فعالیتها مربوط به میدان مغناطیسی مشاهده شده در لکه‌های خورشیدی است، باید امواج مغناطوهیدرودینامیکی را نیز در نظر بگیریم. در حالی که امواج مشابه امواج آکوستیکی همواره وجود دارند، اما همیشه امواجی چون امواج آلفن نیز موجودند که نام فیزیکدانی را دارند که ابتدا آنها را کشف کرد. برای به وجود آمدن این امواج، تغییر میدان مغناطیسی، که بر اثر حرکت‌های تلاطمی در منطقه همرفت به وجود می‌آید، اهمیت بسیار دارد. تغییرات میدان مغناطیسی، همان‌طور که به تجربه می‌دانیم، همواره باعث تولید جریانهای الکتریکی می‌شود. جریانهای الکتریکی در گذار از یک محیط دارای مقاومت آن را گرم می‌کنند. این گرما



را گرمای ژول می‌نامند. مادهٔ ستاره‌ای در فام سپهر، به‌واسطهٔ تعداد زیاد الکترونهاى آزاد، رسانای خوبی است، مخصوصاً در فام سپهر با چگالی کم و لایهٔ گذار که تعداد برخوردها کم است. بنابراین، گرمای ژول چندانی تولید نمی‌شود. اتلاف انرژی امواج آلفن و امواج مغناطوهیدرودینامیکی، که همانند امواج آلفن‌اند، کوچک و طول میرایی  $\lambda_A$  آنها بزرگ است، اما از پیش نمی‌دانیم که شار انرژی مربوط به امواج شوکی بزرگتر است یا شار انرژی امواج آلفن. بنابراین، برای ورودی انرژی به لایه‌های خارجی خورشید و ستارگان مشابه آن باید هر دو نوع موج را در نظر بگیریم.

امواج آلفن با سایر سازوکارها نیز، که می‌توانند حتی اهمیت بیشتری داشته باشند، میرا می‌شوند. اما در اینجا ذکر فقط یکی از آنها کافی است.

### ۳.۳.۱۵ اتلاف انرژی بر اثر تابش

اگر فقط یک ورودی انرژی داشته باشیم و اتلافی موجود نباشد، دما پیوسته افزایش می‌یابد. چون برای فام سپهر، لایه‌های گذار، و خرمنها چنین نیست، پس باید نوعی اتلاف انرژی وجود داشته باشد تا با انرژی ورودی متوازن شود.

چون فام سپهرها، لایه‌های گذار، و خرمنها را می‌توانیم ببینیم، پس باید تابش کنند، یعنی اتلاف انرژی به‌واسطهٔ تابش است. می‌خواهیم این اتلافهای انرژی را تعیین کنیم. اصولاً، می‌توانیم مقدار تابش گسیل شده را، که اتلاف انرژی را به‌دست می‌دهد، اندازه بگیریم. در عمل، مشکلاتی وجود دارد، زیرا بخش زیادی از تابش در ناحیه‌ای از طول موج است که نمی‌توان آنها را بجز برای خورشید مشاهده کرد. زیرا هیدروژن میان ستاره‌ای طول موجهای کوتاهتر از  $912 \text{ \AA}$  تابش ناشی از اغلب ستارگان را جذب می‌کند. خورشید، چند کوتولهٔ سفید نزدیک، و احتمالاً چند تا از ستارگان رشتهٔ اصلی به اندازهٔ کافی به ما نزدیک هستند که برای آنها این جذب صورت نمی‌گیرد. فام سپهر خورشیدی بخش قابل ملاحظه‌ای از تابش خود را در این ناحیه از طیف از دست می‌دهد. فقط نمی‌خواهیم بدانیم که یک ستارهٔ معین چقدر انرژی از دست می‌دهد، بلکه برای درک توازن انرژی بستگی این اتلاف انرژی به دما و چگالی نیز مورد نظر است.

گسیل پیوستار لیمان به‌واسطهٔ گذارهای آزاد-مقید، یعنی به واسطهٔ گیراندازی یک الکترون است که به معنی باز ترکیب الکترون و پروتون برای تشکیل اتم هیدروژن در تراز پایه است (نگاه کنید به فصل ۱۷). تابش در پیوستار بالمر به‌واسطهٔ باز ترکیب در دومین تراز کوانتومی است. الکترون در دومین تراز کوانتومی سرانجام به تراز پایه فرو می‌افتد و در این فرایند یک فوتون در خط  $Ly\alpha$  گسیل می‌دارد. بنابراین، انرژی گسیل شده را تعداد بازترکیبها تعیین می‌کند، که مستلزم بسیار نزدیک شدن

الکترون و پروتون یا عبارت دیگر تعداد برخوردهای میان پروتون و الکترون است. تعداد این نوع برخوردها با افزایش تعداد الکترونها در  $\text{cm}^3$  و نیز تعداد پروتونها در  $\text{cm}^3$  افزایش می‌یابد، یعنی

$$\text{تعداد برخوردها} \propto n_e n_p \quad (۵.۱۵)$$

اتلاف انرژی اضافی به واسطه برخوردهای برانگیزش با الکترونها و در پی آن گسیل یک فوتون صورت می‌گیرد. تعداد برخوردهای باز ترکیبی و برانگیزش به سرعت ذرات نیز بستگی دارد که به نوبه خود تابع دماست. در فام سپر اغلب الکترونها ناشی از یونش هیدروژن هستند. بنابراین، معمولاً می‌توان گفت که  $n_p \approx n_e$ . پس مقدار انرژی تابیده  $E_{\text{rad}}$  با تعداد برخوردها متناسب است. برای باز ترکیب هیدروژن به دست می‌آوریم

$$E_{\text{rad}} = n_e^2 f_{H,r}(T) \quad (۶.۱۵ \text{ الف})$$

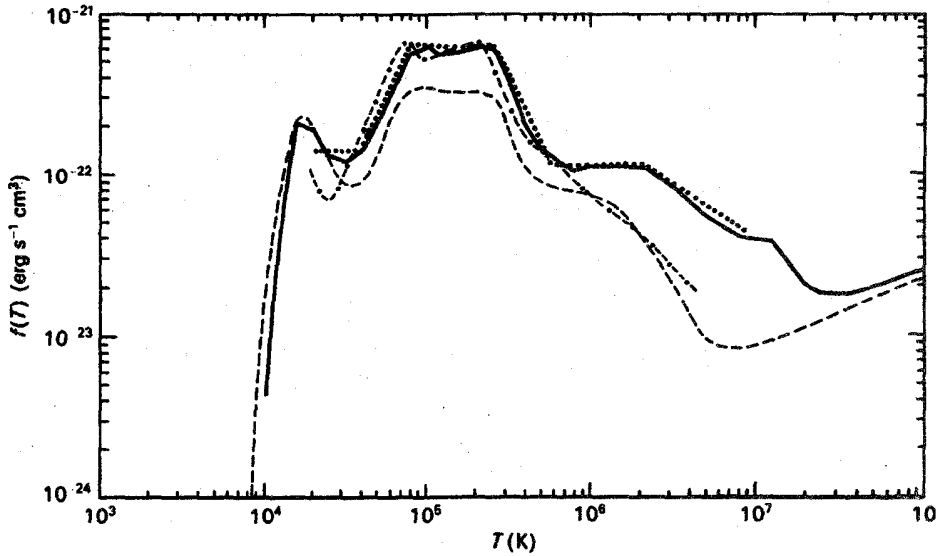
برای برخوردهای برانگیزشی و تابش و پس از آن برای خطهای هیدروژن داریم

$$E_{\text{rad}} = n_e n_{H^+} \cdot f_{H,L}(T) \quad (۶.۱۵ \text{ ب})$$

که  $f_H(T)$  تابع آهنگ برخوردهای برانگیزشی است.

تاکنون فقط اتلاف انرژی در پیوستارها و خطوط هیدروژن را در نظر گرفتیم. همین استدلال را، اگر ترازهای بالاتر بر اثر برخوردهایی با الکترونها پر جمعیت شده باشند، می‌توان برای سایر خطهای مهم کرد. اگر در مورد خطهای منیزیم صحبت کنیم، البته تعداد یونهای  $\text{Mg}^+$  حائز اهمیت است؛ یا برای خطهای  $\text{Ca}^+$ ، تعداد یونهای  $\text{Ca}^+$  مهم است. برای یک ترکیب شیمیایی، تعداد برخوردهای یونهای مختلف را می‌توان محاسبه کرد که همواره با مربع چگالی متناسب است. برای یک ترکیب شیمیایی معین، اتلاف انرژی تابش را همواره می‌توان به صورت معادله (۶.۱۵) نوشت که در آن  $f(T)$  را می‌توان برای هر ترکیب شیمیایی محاسبه کرد.

بدهی است که هر برخوردی باعث باز ترکیب، یعنی گیراندازی الکترون نمی‌شود. بنابراین، باید احتمال اینکه یک برخورد به باز ترکیب یا برانگیزش یک الکترون به تراز انرژی بالاتر نیز بینجامد را نیز تعیین کنیم. این احتمالها را می‌توان محاسبه کرد، که محاسبات برای یونهای پیچیده چندان دقیق نیست، یا در آزمایشگاه اندازه گرفت. برای بسیاری از یونها احتمالهای باز ترکیبها یا برانگیزشهای برخوردی که سطح مقطعهای برخوردی نیز نامیده می‌شوند، هنوز به دقت مشخص نشده‌اند. بنابراین، توابع  $f(T)$  محاسبه شده توسط نویسندگان مختلف تا اندازه‌ای متفاوت‌اند. در شکل ۱۲.۱۵ نتایج چند نویسنده را نشان داده‌ایم. همه



شکل ۱۲.۱۵ تابع اتلاف تابش  $f(T)$  برحسب دما نشان داده شده است. منحنیهای مختلف را نویسندگان مختلف محاسبه کرده‌اند (از روزنر<sup>۱</sup>، تاکر<sup>۲</sup>، وایانا<sup>۳</sup>، ۱۹۷۸). نتیجه‌های پوتاش<sup>۴</sup> (۱۹۶۵) [---] مک ویرتر<sup>۵</sup> و همکاران (۱۹۷۵) [---] ریموند<sup>۶</sup> (۱۹۷۸) [—]، و یک برازش تحلیلی به منحنی ریموند [....] نشان داده شده است.

آنها نشان می‌دهند که  $f(T)$  با زیاد شدن دما تا دماهای  $T \approx 15000 \text{ K}$ ، با شیب نسبتاً زیاد افزایش می‌یابد. در این دما هیدروژن تقریباً به طور کامل یونیده است و دیگر سهم چندانی در اتلاف انرژی ندارد. در نتیجه، در این دما  $f(T)$  اندکی کاهش می‌یابد تا هلیوم و سایر یونهای سنگینتر وارد عمل شوند. برای  $T > 20000 \text{ K}$  تابع  $f(T)$  دوباره شروع به افزایش می‌کند. برای دماهای  $10^5 \text{ K} < T$  اغلب عناصر فراوان تقریباً به طور کامل یونیده‌اند. در این دما، اتلافهای تابش سرانجام با افزایش دما کم می‌شوند. این بستگی اتلافهای انرژی تابشی به دما در شناخت لایه‌بندی دما در لایه‌های خارج‌جیتر ستارگان نوع خورشید اهمیت بسیار دارد.

### ۴.۳.۱۵ انتقال گرمای رسانشی

در منطقه‌هایی که دما بالاست، ذرات دارای سرعت زیاد هستند. این ذرات می‌توانند به مناطق مجاور با دمای کمتر بروند و بدین وسیله انرژی جنبشی زیاد خود را به منطقه خنکتر ببرند. همزمان

1. Rosner 2. Tucker 3. Vaiana 4. Pottasch 5. McWhirter 6. Raymond

با آن ذرات از منطقه با دمای کمتر با سرعت‌های کم خود به منطقه دارای دمای زیاد می‌آیند، اما چون دارای سرعت‌های کمتری هستند حامل انرژی جنبشی اندک به منطقه با دمای بالا هستند. بنابراین، یک انتقال خالص از منطقه داغ به منطقه خنک صورت می‌گیرد. این همان چیزی است که آن را رسانش می‌نامیم. اگر چگالی کم باشد، هر ذره فقط چند برخورد انجام می‌دهد و می‌تواند دورتر برود، در نتیجه انرژی را به فاصله‌های بیشتر منتقل می‌کند. این موضوع رسانش گرما را مؤثرتر می‌سازد. (در کوتوله‌های سفید، به‌رغم چگالی‌های بالا، ذرات می‌توانند به فاصله‌های زیاد بروند.) از طرف دیگر، برای چگالی‌های کم تعداد ذراتی که می‌توانند در رسانش گرما سهیم باشند کمتر است. این دو اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند و رسانش گرما در لایه‌های گذار و خرمنها را مستقل از دما می‌سازند. اما، با افزایش سرعت ذرات، برخوردها کمتر و در نتیجه سطح مقطع‌های برخوردی کوچکتر می‌شوند. بنابراین، رسانش گرما با افزایش دما زیاد می‌شود. در یک گاز کاملاً یونیده برای شار گرما به واسطه رسانش  $F_c$  از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$F_c = -\eta T^{5/2} \frac{dT}{dh} \quad (7.15)$$

که  $\eta$  برحسب یکاهای cgs در حدود  $10^{-6}$  است.

علامت منفی نشان می‌دهد که جریان گرما به طرف دماهای کمتر است، معمولاً در جوهای ستاره‌ای انتقال گرمای رسانشی، بجز در کوتوله‌های سفید و در لایه‌های گذار و خرمنها ستاره‌ای، بی‌اهمیت است. انتقال گرمای رسانشی، انرژی را از لایه گذار و خرمن به فامسپهر و شیدسپهر برمی‌گرداند. اگر شار رسانشی در لایه گذار ثابت بماند، هیچ انرژی داخل یا خارج نمی‌شود، درست مانند تعادل تابشی که در هنگام ثابت بودن شار تابشی، هیچ نوع انرژی به‌جا نمی‌گذارد. به هر حال، اگر شار رسانشی به طرف پایین افزایش یابد، این انرژی اضافی باید در هنگام افزایش شار از لایه خارج شود. بنابراین، افزایش شار رسانشی به طرف پایین سبب اتلاف انرژی در آن لایه می‌شود. کم شدن شار به طرف پایین مستلزم ورود انرژی به لایه‌ای است که شار کاهش می‌یابد. (منظور ما همواره مقدار مطلق شار است. باید توجه داشته باشیم که به لحاظ ریاضی شار رسانشی منفی است زیرا جریان آن به طرف ارتفاعهای نزولی است.)

### ۵.۳.۱۵. تعادل انرژی در فامسپهرها، لایه‌های گذار، و خرمنها

(i) لایه‌گذار زیرین. ابتدا بخش زیرین لایه گذار را بررسی می‌کنیم، زیرا بررسی آن راحت‌تر است. با توجه به شکل ۱۲.۱۵ می‌بینیم که برای دماهای بین  $30000 \text{ K}$  تا حدود  $10^5 \text{ K}$  تابع

اتلاف تابشی  $f(T)$  را می‌توان با یک قانون ساده‌نمایی نشان داد. در این ناحیه تقریباً داریم

$$f(T) = 10^{-22} \times (T/300000)^\beta \quad (۸.۱۵)$$

که  $\beta$  در حدود  $2r^\circ$  است.

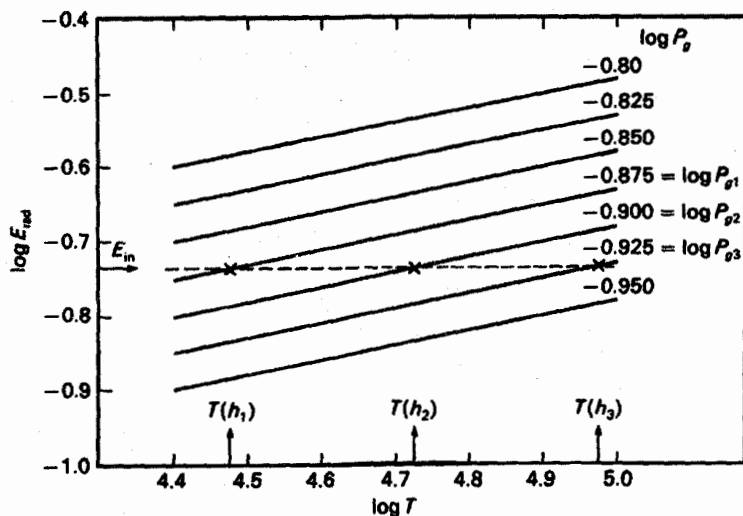
تعداد  $\beta$  به خوبی تعیین نشده است. برای یک فشار گاز معین داریم  $P_g = 2P_e$ ، که در آن  $P_e$  فشار الکترون است. چگالی الکترون  $n_e$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n_e = \frac{P_g}{2kT} \quad (۹.۱۵)$$

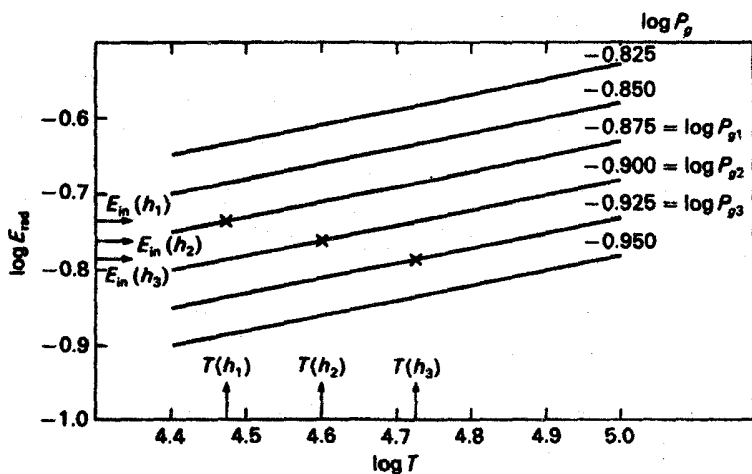
بنابراین، برای فشار گاز معین در لایه گذار، اتلاف انرژی تابشی به ازای هر  $\text{cm}^3$  برابر است با

$$E_{\text{rad}} = f(T) \frac{P_g^2}{(2kT)^2} \quad (۱۰.۱۵)$$

در شکل ۱۳.۱۵ مقدار  $E_{\text{rad}}$  را برای فشاری مختلف گاز بین  $P_g = -0.8$  و  $P_g = -0.95$  رسم کرده‌ایم. اکنون فرض کنید که دارای انرژی مکانیکی ورودی  $E_{\text{in}} = F_m/\lambda$  هستیم. اگر



شکل ۱۳.۱۵ اتلافهای انرژی تابشی برحسب آرگ بر  $E_{\text{rad}} \cdot \text{cm}^3$  برحسب دما برای هفت مقدار مختلف فشار گاز رسم شده است. به ازای انرژی ورودی معین  $E_{\text{in}}$  برحسب آرگ بر  $\text{cm}^3$  دمای تعادل  $T_e$  بالاتری در فشارهای کمتر گاز لازم است تا انرژی ورودی  $E_{\text{in}}$  را با تلف شدنهای انرژی تابشی متوازن کند.



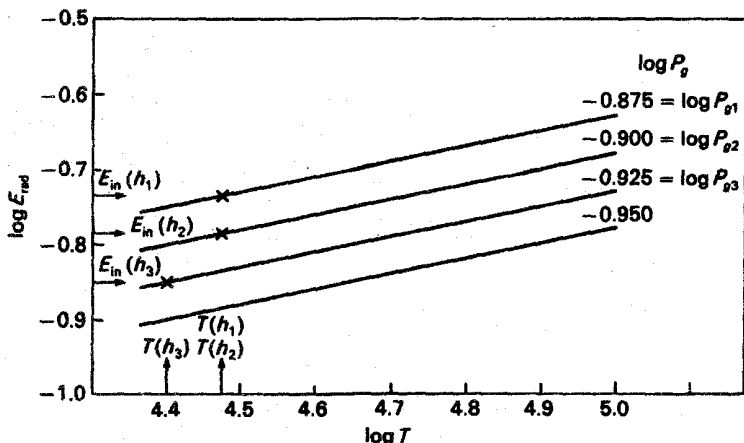
شکل ۱۴.۱۵ مانند شکل ۱۳.۱۵، اما انرژی ورودی  $E_{in}$ ، با افزایش ارتفاع کم می‌شود. حتی برای یک ورودی انرژی که با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد، اگر کم شدن  $E_{in}$  چندان زیاد نباشد، دما هنوز باید افزایش یابد.

شکل ۱۴.۱۵ مانند شکل ۱۳.۱۵، اما انرژی ورودی  $E_{in}$ ، با افزایش ارتفاع کم می‌شود. حتی برای یک ورودی انرژی که با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد، اگر کم شدن  $E_{in}$  چندان زیاد نباشد، دما هنوز باید افزایش یابد.

این تعادل برسیم.  $f(T)$  بالاتر  $n_e^2$  کمتر را جبران می‌کند. با توجه به تعادل هیدروستاتیک، فشار گاز در هر جَوّ باید با افزایش ارتفاع کاهش یابد. بنابراین، دما با افزایش ارتفاع زیاد می‌شود. حتی برای ورودی انرژی مستقل از ارتفاع، دما باید برای فشار گاز کمتر، یعنی با افزایش ارتفاع، زیاد شود. حتی اگر ورودی انرژی با زیاد شدن انرژی تا اندازه‌ای کاهش یابد، باز هم دما باید، مطابق شکل ۱۴.۱۵، افزایش یابد: به هر حال، برای کاهش انرژی ورودی که هنوز برای آن با افزایش دما روبه‌رو می‌شویم حدی وجود دارد. اگر ورودی انرژی سریعتر از  $P_g^2$  کاهش یابد، همان‌طور که شکل ۱۵.۱۵ نشان می‌دهد، دیگر با افزایش ارتفاع دما زیاد نمی‌شود. همان‌گونه که در فصل ۹ دیدیم فشار گاز با ارتفاع مقیاس  $H$  کاهش می‌یابد. بنابراین، به صورت زیر کم می‌شود

$$P_g^2 = P_{g0}^2 e^{-2h/H} \quad (۱۱.۱۵)$$

که مانند خود فشار گاز با نصف ارتفاع مقیاس کاهش می‌یابد. ورودی انرژی با طول میرایی (یا ارتفاع مقیاس)  $\lambda$  کم می‌شود. بنابراین، باید نتیجه بگیریم که دما در صورتی به طرف خارج افزایش نمی‌یابد که  $\lambda$  از نصف ارتفاع مقیاس فشار کمتر باشد، یعنی اگر



شکل ۱۵.۱۵ مانند شکل ۱۵.۱۳، اما با انرژی ورودی  $E_{in}$  که با افزایش ارتفاع به شدت کاهش می‌یابد. اگر  $E_{in}$  سریعتر از  $n_e^2$  کاهش یابد، دمای تعادل با ارتفاع افزایش نمی‌یابد، بلکه ممکن است کم شود.

$$\lambda = H/2 \quad \text{که} \quad H = \frac{R_g T}{\mu g_{eff}} \quad (۱۲.۱۵)$$

(برای تعریف  $g_{eff}$  نگاه کنید به معادله ۴.۵.۹)

چون هنوز سازوکار ورود انرژی را تعیین نکرده‌ایم، نمی‌توانیم بگوییم که بزرگی  $\lambda$  چقدر است، اما می‌دانیم که ارتفاع مقیاس فشار با کم شدن شتاب گرانشی افزایش می‌یابد. بنابراین،  $H$  برای ستارگان درخشان بسیار بزرگتر است. بجز در مواردی که رشد  $\lambda$  با افزایش درخشندگی به همان سرعت رشد با افزایش فشار باشد، انتظار داریم که برای ستارگان با گرانی کم، یعنی ستارگان درخشان خنک، در هر نقطه از فام‌سپهر، طول میرایی  $\lambda$  از نصف ارتفاع مقیاس فشار کوچکتر باشد. از این نقطه، دما به طرف خارج افزایش نمی‌یابد. فکر می‌کنیم که به همین دلیل است که ستارگان درخشان خنک لایه گذار و خرمن ندارند.

با بهره‌گیری از معادله تعادل انرژی و تقریب زدن  $f(T)$  به صورت  $f(T) = BT^\beta$  داریم

$$\frac{F_m}{\lambda} = f(T)n_e^2 = BT^\beta n_e^2 = BT^{\beta-2} (P_g/2k)^2 \quad (۱۳.۱۵)$$

می‌توانیم لایه‌بندی دما در منطقه گذار زیرین را محاسبه کنیم. اگر  $\lambda \gg H$  می‌توانیم فرض کنیم که در بخش زیرین منطقه گذار تقریباً ثابت است که با توجه به معادله (۱۳.۱۵) نشان می‌دهد

$$\frac{F_m}{\lambda} = \frac{B}{(\gamma k)^{\gamma}} T^{\beta-\gamma} P_g^{\gamma} = \text{ثابت} \quad (14.15)$$

یا

$$(\beta - \gamma) \frac{d \ln T}{dh} + \gamma \frac{d \ln P_g}{dh} = 0 \quad (15.15)$$

یا

$$\frac{d \ln T}{dh} = -\frac{\gamma}{(\beta - \gamma)} \frac{d \ln P_g}{dh} = \frac{\gamma}{(\beta - \gamma)} \frac{\mu g_{\text{eff}}}{R_g T} = \frac{A}{T} \quad (16.15)$$

یا

$$\frac{dT}{dh} = A = \frac{\gamma}{(\beta - \gamma)} \frac{\mu g_{\text{eff}}}{R_g} \quad (17.15)$$

گرادیان دما ثابت است، دما با ارتفاع به صورت خطی زیاد می‌شود. این یک رابطه ساده است که با رصدهای هم جور درمی‌آید. با این تقریب ساده، اگر  $\beta$  کمتر از  $\gamma$  باشد دمای تعادل به طرف خارج کاهش خواهد یافت.

اگر  $F_m/\lambda$  برحسب ارتفاع ثابت نباشد، اما

$$F_m = F_{m_0} \exp\left(-\int_0^h \frac{1}{\lambda} dh\right) \quad \text{و} \quad \frac{d \ln F_m}{dh} = \lambda$$

و اگر، به عنوان مثال  $\lambda = \lambda_0 T^{\alpha}$  باشد، یعنی اگر  $\lambda$  با زیاد شدن ارتفاع کم شود، از معادله‌های (۱۴.۱۵) و (۱۳.۱۵) به دست می‌آوریم

$$T^{\beta+\alpha-\gamma} = \frac{(\gamma k)^{\gamma}}{B} \frac{1}{P_g^{\gamma}} \frac{F_m}{\lambda_0} \quad (18.15)$$

از مشتق‌گیری لگاریتمی به دست می‌آوریم

$$(\beta + \alpha - \gamma) \frac{d \ln T}{dh} = -\frac{\gamma d \ln P_g}{dh} + \frac{d \ln F_m}{dh}$$

با بهره‌گیری از معادله‌های (۳.۱۵)، (۳.۹) و (۴.۹) به دست می‌آوریم

$$\frac{d \ln T}{dh} = \frac{\gamma}{(\beta + \alpha - \gamma)} \frac{\mu g_{\text{eff}}}{R_g T} \left[ 1 - \frac{H}{\gamma \lambda} \right] \quad (19.15)$$

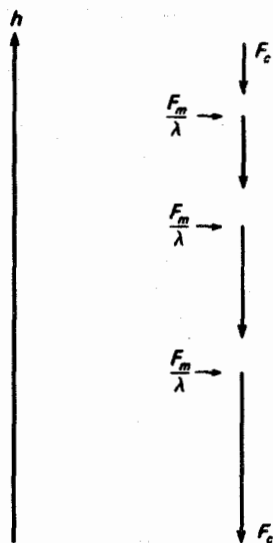


همان‌طور که از بحث اتلافهای انرژی تابشی دیدیم، شدت خطهای گسیلی با چگالیهای  $n_e$  الکترون نیز متناسب است. بنابراین، مقادیر مربوط به چگالیهای الکترون را می‌توان از شدت خطوط گسیلی به دست آورد. با معلوم بودن  $n_e$  می‌توان نسبت  $F_m/\lambda$  را از طرف چپ معادله (۱۳.۱۵) به دست آورد. (ii) بخش زیرین لایه گذار شکل ۱۲.۱۵ نشان می‌دهد که برای دماهای بالاتر از حدود  $10^5 \text{K}$  تابع اتلاف نسبی  $f(T)$  دیگر با زیاد شدن افزایش نمی‌یابد، که به معنی  $B \leq 0$  است. در نتیجه، با کاهش چگالی اتلافهای تابشی کم می‌شود؛ افزایش دما نمی‌تواند مانع از این کار شود. اگر ورودی انرژی برای  $T > 10^5 \text{K}$  از اتلافهای تابشی بیشتر شود، لایه گذار نمی‌تواند به وسیله تابش از دست آن خلاص شود. بنابراین، یک مازاد انرژی ورودی وجود خواهد داشت؛ پس لایه جوی گرم می‌شود. این گرم شدن ادامه می‌یابد تا سازوکار اتلاف انرژی دیگری مؤثر شود. به واسطه گرم شدن، یک گرادیان دمایی با شیب زیاد در این دما به وجود می‌آید که شار گرمای رسانشی نسبتاً زیادی را به لایه‌های پایینتر می‌فرستد. اگر گرادیان دما به اندازه کافی بزرگ باشد، این شار گرمای رسانشی می‌تواند مازاد انرژی را خارج کند. تعادلی بین انرژی ورودی  $dF_m/dh$  و  $dF_c/dh$  می‌تواند به وجود آید، که  $F_c$  شار گرمای رسانشی است. شار رسانشی از خرمن به طرف پایین جریان می‌یابد. در هر لایه منطقه گذار قدری ورودی انرژی مکانیکی و قدری اتلافهای انرژی وجود دارد. اگر انرژی ورودی از اتلافها بزرگتر شود، ورودی انرژی خالص نیز باید به وسیله شار رسانشی به پایین منتقل شود. یعنی در هر لایه مقداری انرژی به شار رسانشی افزوده می‌شود، که با حرکت به طرف پایین روند صعودی دارد (نگاه کنید به شکل ۱۶.۱۵). بنابراین، بیشترین شار رسانشی در ته این بخش زیرین لایه گذار، یعنی لایه با  $T \approx 10^5 \text{K}$ ، یافت می‌شود.

اگر در لایه‌های بالاتر هیچ انرژی توسط تابش یا به راههای دیگر تلف نشود، همه شار مکانیکی که وارد قسمت پایین این منطقه‌های با دمای بالا شده است باید به صورت شار رسانشی بازگردند. در عمل، چنان‌که در بخش بعد خواهیم دید، بخشی از این انرژی به واسطه تابش و بخشی تا اندازه‌ای بزرگتر بر اثر بادهای ستاره‌ای تلف می‌شود. در واقع، در هر لایه‌ای از منطقه گذار مقدار شار رسانشی به طرف پایین باید با مقدار شار مکانیکی که بالا می‌رود، منهای اتلاف انرژی بر اثر باد و تابش در لایه‌های بالاتر از لایه مورد نظر برابر شود. چون باد ستاره‌ای عمدتاً انرژی را از بالای خرمن خارج می‌کند و اتلافهای تابشی کوچک هستند، داریم

$$|F_c(h)| = F_m(h) - \Delta F_{\text{ad}} - \Delta F_{\text{rad}}(h) \quad (20.15)$$

که  $\Delta F_{\text{ad}}$  اتلاف انرژی از هر  $\text{cm}^2$  به واسطه باد ستاره‌ای، و  $\Delta F_{\text{rad}}(h)$  اتلافهای تابشی به‌ازای هر  $\text{cm}^2$  در بالای  $h$  است.



شکل ۱۶.۱۵ در هر ارتفاع  $h$  مقداری انرژی  $E_{in}$  وارد می‌شود. برای حصول به تعادل باید این انرژی به شار رسانشی افزوده شود تا از دست آن خلاص شویم و دما ثابت بماند.

از ترکیب معادله‌های (۷.۱۵) و (۲۰.۱۵) به دست می‌آوریم

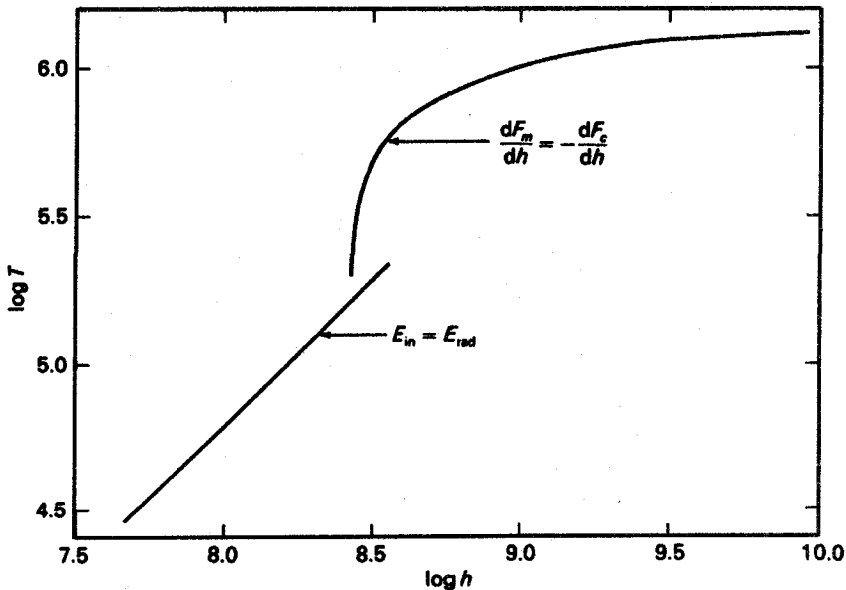
$$|F_c| = \eta T^{\delta/\nu} \frac{dT}{dh} = \eta \frac{d}{dh} (T^{\nu/\nu}) \frac{\nu}{\nu} = F_m(h) - \Delta F_{\text{بل}} - \Delta F_{\text{راد}}$$

$$= F_{m_0} e^{-h/\lambda} - \Delta F_{\text{بل}} - \Delta F_{\text{راد}}(h) \quad (21.15)$$

در اینجا،  $F_{\text{بل}}$  را می‌توان در همه ارتفاعها بجز در بالای خرمین یکسان در نظر گرفت. با انتگرال‌گیری از طرف راست این معادله بین  $h$  و  $h = h_0$  به دست می‌آوریم

$$T(h)^{\nu/\nu} - T(h_0)^{\nu/\nu} = \frac{\nu}{\nu} \frac{1}{\eta} \left[ F_{m_0} \lambda (1 - e^{-(h-h_0)/\lambda}) - \Delta F_{\text{بل}}(h - h_0) - \int_{h_0}^h \Delta F_{\text{راد}}(h) dh \right] \quad (22.15)$$

در اینجا  $F_{m_0}$  شار در  $h = h_0$  و  $h_0$  ارتفاع لایه با دمای  $T = 10^5 \text{K}$  است. بیشترین گرادیان دما در قسمت پایین وجود دارد که در آن شار مکانیکی و در نتیجه شار رسانشی احتمالاً از همه‌جا بیشتر و رسانندگی از همه‌جا کوچکتر است.



شکل ۱۷.۱۵ لایه‌بندی دمایی مشاهده‌شده در دو بخش منطقه گذار پروکیون<sup>۱</sup> برحسب ارتفاع نشان داده شده است. (جردن<sup>۲</sup> و همکاران، ۱۹۸۴). اختلاف گرادیان دما بین بخشهای زیرین و زیرین لایه گذار به وضوح مشاهده می‌شود، گذار در  $T \sim 1.6 \times 10^5 K$  رخ می‌دهد.

در هر نقطه معین، هرچه  $F_m$  و  $\lambda$ ، طول میرایی، بزرگتر باشند، دما بالاتر است.

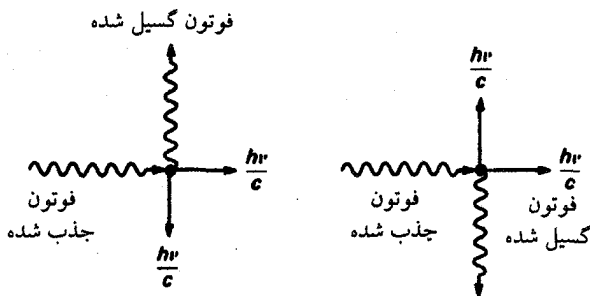
شکل ۱۷.۱۵ مثالی از لایه‌بندی دمایی لایه گذار را در پروکیون، یک ستاره F5 IV، نشان می‌دهد. این ستاره دارای شار انرژی مکانیکی نسبتاً بزرگ است. گرادیانهای دمایی متفاوت در بخشهای زیرین و زیرین لایه گذار به روشنی قابل تشخیص‌اند.

## بادهای ستاره‌ای

### ۱.۱۶ رصد بادهای ستاره‌ای

#### ۱.۱.۱۶ باد خورشیدی

مطالعهٔ سمتگیری دم ستاره دنباله‌دار نشان داد که همیشه قسمتی از دم ستاره دنباله‌دار به‌جای اینکه در پشت دنباله‌دار کشیده شود به‌طور شعاعی از خورشید دور می‌شود. این موضوع، بیانگر آن است که نیرویی بر ذرات دنباله اثر می‌کند که آنها را به‌طور شعاعی از خورشید دور می‌سازد. ابتدا فرض بر این بود که فوتونهای خورشیدی که توسط این ذرات جذب و پراکنده شده‌اند ممکن است تکانه کافی به آنها انتقال دهند. همان‌طور که پیشتر بیان کردیم (فصل ۹) هر فوتون جذب و پراکنده شده به‌طور میانگین تکانهٔ خالص  $h\nu/c$  را در راستای انتشار فوتون، به ذره جذب‌کننده منتقل می‌کند، که در این حالت آن را از خورشید دور می‌کند (شکل ۱.۱۶). هرچند، معلوم شد که نیروی فشار نور خیلی کوچکتر از آن است که جهت شعاعی انتهای دنباله‌دار را توجیه کند. بیرمان<sup>۱</sup> (۱۹۵۱) اولین کسی بود که پیشنهاد کرد باید جریان ذره‌ای با سرعتهای زیاد وجود داشته باشد که وقتی به ذرات انتهای دنباله‌دار برخورد می‌کند تکانه‌ای را به آنها منتقل کند که آنها را به‌صورت



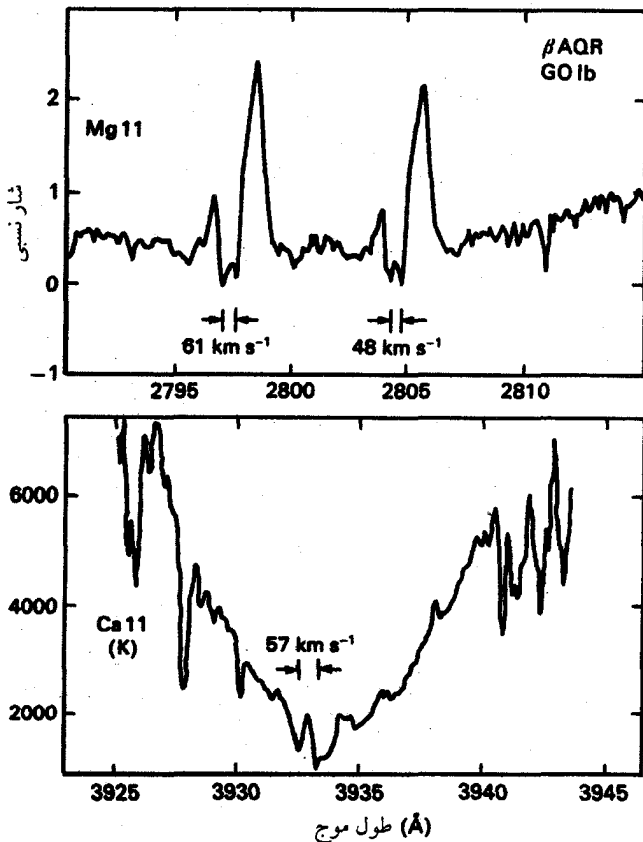
شکل ۱.۱۶ هر فوتون جذب شده تکانه  $h\nu/c$  را در جهت انتشار فوتون به ذره جذب‌کننده منتقل می‌کند. فوتونهای گسیل شده در خلاف جهت انتشار تکانه منتقل می‌کنند. تکانه‌های منتقل شده توسط فوتونهایی که به‌طور همسانگرد بازمی‌تابند به‌طور میانگین یکدیگر را خنثی می‌کنند. تکانه‌های فوتونهای جذب شده با هم جمع می‌شود.

شعاعی از خورشید دور سازد. این ذرات سریع را که به‌طور شعاعی از خورشید دور می‌شوند باد خورشیدی می‌نامند.

در ضمن، چگالیها و سرعتهای این ذرات باد خورشیدی را با استفاده از ماهواره‌ها و موشکها اندازه‌گیری می‌کنند. همچنین معلوم شده که آنها حاصل میدانهای مغناطیسی هستند. این ذرات باد خورشیدی همان ذراتی هستند که کمربندهای وان آلن<sup>۱</sup> را در یونسپهر زمین پُر می‌کنند. چگالی ذره  $n$  در باد در فاصله یک واحد نجومی از خورشید در حدود پنج ذره در هر سانتی‌متر مکعب است. سرعت ذرات به سطحی از خورشید که از آنجا سرچشمه می‌گیرند بستگی دارد. ذراتی که از مناطقی به‌نام حفره‌های خرمی می‌آیند سرعتهایی تا  $700 \text{ km s}^{-1}$  دارند، در حالی که ذراتی که از سطح میانی و به‌اصطلاح آرام خورشیدی سرچشمه می‌گیرند، سرعتهایی از مرتبه  $200$  تا  $300 \text{ km s}^{-1}$  دارند. پس جریان جرم کل از خورشید را می‌توان به‌صورت زیر برآورد کرد

$$m = nm_{\text{H}}v4\pi d^2 \quad \text{که} \quad d = 1\text{AU} \quad (1.16)$$

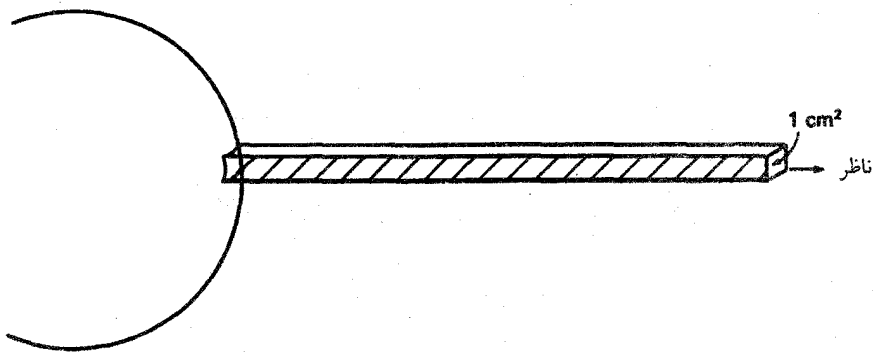
در حدود  $10^{19}$  گرم در سال یا  $10^{-12} M_{\odot}$  در سال است. حتی در طول عمر کامل خورشید که حدود  $10^{11}$  سال است، جرمی که خورشید از دست می‌دهد، اگر آهنگ آن ثابت باقی بماند، فقط ۰.۱٪ جرم آن است.



شکل ۲.۱۶ نمایه خط  $3933\text{\AA}$  مربوط به  $\text{Ca}^+$  در ابرغول  $\beta$  دلو. یک مؤلفه جذبی جابه‌جاشده به طرف طول‌موجهای کوتاه‌تر به میزان  $75\text{\AA}$ ، ناشی از یک سرعت خروج  $57\text{ km s}^{-1}$ ، مشاهده می‌شود. قسمتهای جابه‌جاشده مشابهی در خطوط  $\text{Mg}^+$  در  $2795\text{\AA}$  و  $2802\text{\AA}$  دیده می‌شوند. قسمتهای طول‌موج بلندتر ناشی از یک جذب خط میان‌ستاره‌ای است.

### ۲.۱.۱۶ بادهای ستاره‌های خنک درخشان

اولین بار بادهای ستاره‌ای ستاره‌های خنک درخشان را دوتج (۱۹۵۶) مطالعه کرد. مقدار اتلاف جرم این ستاره‌های درخشان سرد را می‌توان از نمایه خط  $\text{Ca}^+$  در  $3933\text{\AA}$  به دست آورد. در این ستاره‌های خنک درخشان خطوط  $\text{Ca}^+$  متقارن نیستند بلکه دارای مؤلفه‌های جذبی در بخش طول‌موج کوتاه مرکز، یا جناحهای گسترده به طرف طول‌موجهای کوتاه هستند شکل ۲.۱۶ مثالی از این نمایه خط را نشان می‌دهد. سرعت‌های که این خطوط جابه‌جاشده آبی نشان می‌دهند خیلی

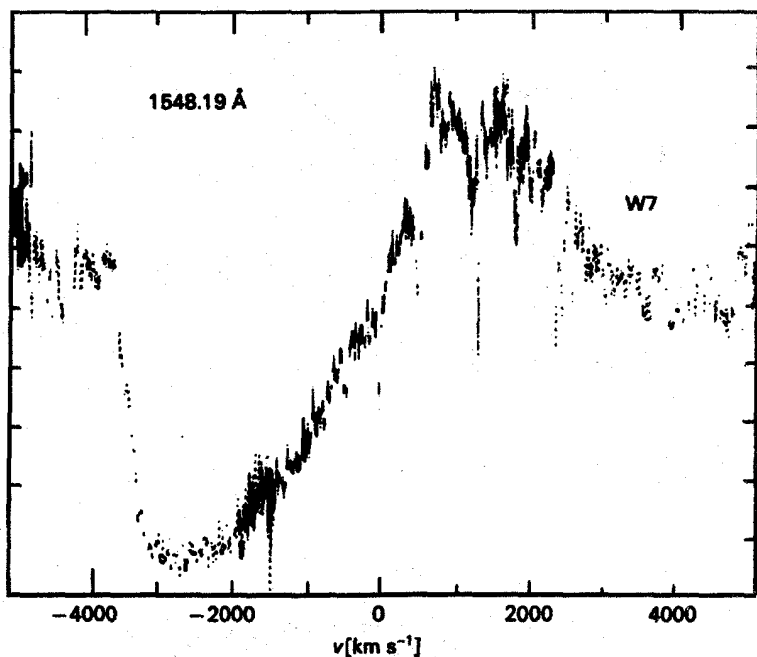


شکل ۳.۱۶ تعداد کل اتمهای جذب‌کننده یا یونهای موجود در ستونی به سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  از سطح ستاره‌ای به طرف ناظر، چگالی ستونی نامیده می‌شود.

کوچکتر از سرعتهای موجود در باد خورشیدی و فقط در حدود  $50 \text{ km s}^{-1}$  است. تعداد کل اتمها در خط دید را که چگالی ستون نیز خوانده می‌شود (شکل ۳.۱۶)، و این مؤلفه‌های جابه‌جاشده به طرف آبی را جذب می‌کنند، می‌توان از قدرت خط و برازش دو خط  $\text{Ca}^+$  در  $3933 \text{ \AA}$  و  $3968 \text{ \AA}$  بر یک منحنی رشد به دست آورد (فصل ۱۲). در حالی که سرعتهای اندازه‌گیری شده برای بادهای ستاره‌های خنک درخشان با ضریب ۵ تا  $10^6$  برابر کوچکتر از سرعتهای مشابه برای باد خورشیدی است، این سرعتها به لایه‌هایی در نزدیکی ستاره مربوط می‌شوند که باز هم چگالی ذرات در آنها هنوز  $10^8 \approx n$  در هر سانتی‌متر مکعب است، و شعاعهای این ستاره‌ها در حدود  $10^6$  برابر بزرگتر از شعاع خورشید است. بنابراین مساحت آنها  $10^4$  برابر بزرگتر است. اتلاف جرم این ستاره‌ها در حدود  $10^{-8} M_{\odot}$  تا  $10^{-5} M_{\odot}$  در سال به دست می‌آید. (تعیین دقیق اتلاف جرم هنوز مشکل است.) عمر این ستاره‌ها همانند غولهای سرخ درخشان در حدود  $10^5$  تا  $10^6$  سال تخمین زده می‌شود. بنابراین آنها می‌توانند کسر قابل توجهی از جرم اولیه خود را در طول این مرحله از تکوین خود از دست بدهند.

### ۳.۱.۱۶ بادهای خورشیدی در ستاره‌های داغ درخشان

در حالی که می‌دانیم برخی ستاره‌های داغ درخشان مانند P دجاجه، برای مدت طولانی دارای اتلاف جرم زیاد هستند، اما این نوع ستاره‌ها اجسام غیرعادی در نظر گرفته شده‌اند. فقط وقتی ماهواره کوپرنیک توانست طیف با تفکیک بالای بسیاری از ستارگان در ناحیه فرابنفش بگیرد که نمی‌توان آنها را با تلسکوپهای زمینی مشاهده کرد؛ معلوم شد که بادهای قوی، هرچند کم قدرت‌تر از

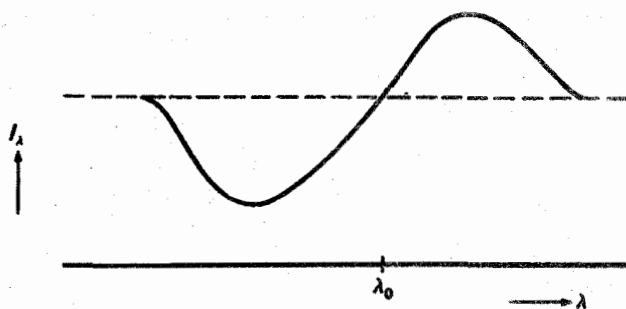


شکل ۴.۱۶ نمایه Pی دجاجه از خطوط C IV در  $1548.19 \text{ \AA}$  که در طیف O۴ V ستاره ۹ قوس مشاهده می‌شود.

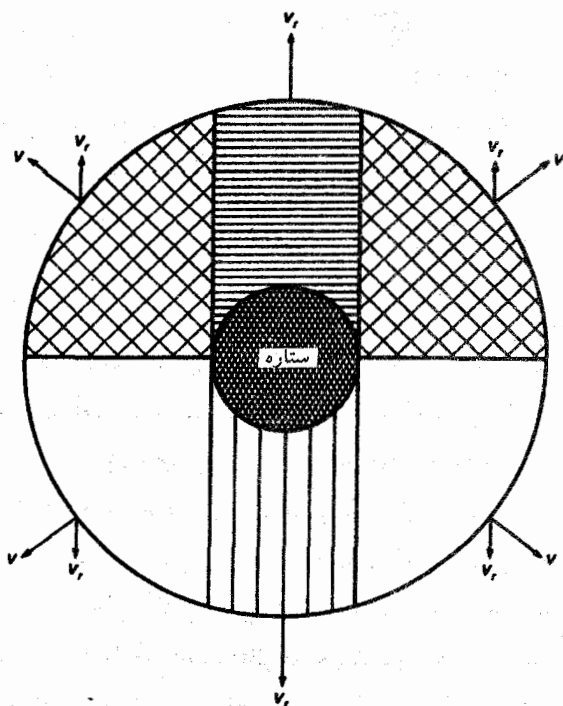
باد مربوط به Pی دجاجه پدیده‌ای متداول در میان ستارگان داغ درخشان است. سپس معلوم شد که تمامی این ستارگان نمایه‌های خط بسیار نامتقارنی از خطوط فرابنفش  $C^{3+}$  یا  $N^{3+}$  یا  $Si^{3+}$  یا چند تا از آنها را نشان می‌دهد. بسیاری از این ستاره‌ها نمایه‌های خط این یونها را نشان می‌دهند که همانند نمایه‌های خط مشاهده‌شده در Pی دجاجه در ناحیه اپتیکی است. شکل ۴.۱۶ مثالی از چنین نمایه Pی دجاجه است که اکنون همه این نمایه‌های خط بدین نام خوانده می‌شوند.

این نمایه‌های خط Pی دجاجه ناشی از پوسته‌ای منبسط‌شونده با تقارن کروی، است که در شکلهای ۵.۱۶ و ۶.۱۶ نشان داده‌ایم وقتی ناظر در جهت پایین صفحه باشد ماده در قسمت سایه‌دار در جلوی ستاره است و در جذب خط طیف ستاره‌ای شرکت می‌کند. کل این ماده به سمت ناظر در حرکت است؛ بنابراین، خط جذبی به طول‌موجهای کوتاه‌تر از طول‌موج سکون  $\lambda_0$  منتقل می‌شود. در نواحی روشن، ماده در دو طرف ماده جذب‌کننده نیز مؤلفه‌های سرعت رو به ناظر وجود دارند، اما این ماده در جلوی ستاره قرار ندارد. بنابراین، نمی‌تواند نوری را که از ستاره به طرف ناظر می‌آید، جذب کند. این ماده فقط نورگسیل می‌کند. بنابراین، در خط گسیلی که اندکی





شکل ۵.۱۶ انتظار می‌رود که نمایه خط جذبی گسیلی P دجاجه برای یک پوسته گاز منبسط‌شونده در اطراف ستاره مشاهده شود.



شکل ۶.۱۶ هندسه پوسته منبسط‌شونده با تقارن کروی دور یک ستاره (قسمت تیره) نشان داده شده است. سطح سایه‌دار در جلوی ستاره به مؤلفه جذب‌شده در نمایه P دجاجه، که به طرف طول موجهای کوتاهتر جابه‌جا شده است، شرکت می‌کند. سطوح سفید به گسیل طول موجهای جابه‌جا شده کوتاهتر می‌انجامد. سطح با خطهای ضربدری به گسیلهای روبه گسیل طول موجهایی می‌انجامد که بلندتر از طول موج آزمایشگاهی  $\lambda_0$  هستند ستون با خطهای افقی در پشت ستاره را ستاره پوشانده است و دیده نمی‌شود.

به طرف آبی جابه‌جا شده است سهمیم می‌شود. ماده‌ای که در جهت عمود بر خط دید ناظر به طرف خارج حرکت می‌کند در خط گسیلی جابه‌جا نشده سهمیم است، در حالی که ماده‌ی این قسمت با خطوط ضرب‌دوری در خط گسیلی که به طول موجهای بلندتر، منتقل شده است، شرکت می‌کند چرا که در این نواحی سرعتها مؤلفه‌هایی در خلاف جهت ناظر دارند. ماده‌ی پشت ستاره که مؤلفه خط گسیلی با بیشترین انتقال به سرخ را خواهد داشت را ستاره پوشانده است و در طیف مشاهده شده سهمی ندارد. بنابراین، بزرگترین انتقال به سرخ در خط گسیلی، کوچکتر از بیشترین انتقال به آبی در خط جذبی است. اگر سهم تمام قسمتهای مختلف پوسته را جمع کنیم نمایه  $P$ ی دجاجه را به دست می‌آوریم که در آن گسیل در طول موجهای اندکی کوتاهتر از طول موج سکون آغاز می‌شود، اما چون طیف ستاره یک خط جذبی هم دارد، این گسیل از پوسته هنوز در جذب خط ستاره‌ای واقع می‌شود. ظاهراً گسیل درست در حدود طول موج سکون  $\lambda_0$ ، طول موج آزمایشگاهی جابه‌جا نشده، آغاز می‌شود. البته، نمایه دقیق خط به چگالی و توزیع سرعت در داخل پوسته بستگی دارد. اینها مستقل از هم نیستند چون برای یک جریان جرم ثابت، باید داشته باشیم

$$\text{const.} = \rho(r)v(r)4\pi r^2 = \dot{m} \quad (3.16)$$

یعنی اگر  $v(r)$  معلوم باشد آن‌گاه یک مقدار  $\rho(r)$ ، مثلاً  $\rho(r_0)$ ، آهنگ اتلاف انرژی را به طور کامل تعیین می‌کند. در عوض، می‌توان چگالی ستون گاز جذب‌کننده جلوی ستاره را نیز از قدرت خط جذبی تعیین کرد و بدین ترتیب، جرم موجود در پوسته اتلاف جرم را به دست می‌دهد. با این روش آهنگ اتلاف جرم برای بسیاری از ستارگان داغ درخشان محاسبه شده است. سرعتهای داغترین ستاره‌های رشته اصلی تا  $3000$  تا  $4000 \text{ km s}^{-1}$  نیز مشاهده شده است. آهنگ اتلاف انرژی  $\dot{m}$  در حدود  $10^{-6} M_{\odot}$  در سال به دست می‌آید. در جلد سوم خواهیم دید که طول عمر این ستاره‌ها نیز از مرتبه  $10^6$  سال است. بنابراین، این ستاره‌ها در طول عمر خود در رشته اصلی، کسر قابل ملاحظه‌ای از جرم اولیه خود را از دست می‌دهند که تأثیر زیادی بر تحول بیشتر آنها دارد. در حالی که این باور عمومی وجود دارد که ماده‌ی درون پوسته بر اثر جذب فوتون شتاب می‌گیرد، اما هنوز چگونگی انتقال این تکانه زیاد به هر ذره معین در باد یک معماست. انتقال تکانه هر فوتون در حدود

$$\Delta p = h\nu/c \sim (6 \times 10^{-22}) \times (3 \times 10^{15}) / 3 \times 10^{10} = 6 \times 10^{-22} [\text{cgs}]$$

است. در حالی که تکانه هر ذره در باد در واقع برابر است با

$$p = m_H \times (3.6 \times 10^8) = 6 \times 10^{-16} [\text{cgs}]$$

بنابراین، هر ذره باید در حدود  $10^6$  فوتون جذب کند تا به این سرعت‌های زیاد برسد، و در عین حال گاز داخل باد باید بجز در چند خط به لحاظ اپتیکی نازک باشد. پس تعداد زیادی از خطوط باید در شتاب تابشی سهیم باشند.

## ۲.۱۶ نظریهٔ بادهای ستاره‌ای

### ۱.۲.۱۶ ناممکن بودن تعادل هیدروستاتیکی

پارکر<sup>۱</sup> (۱۹۵۸) اولین کسی بود که نظریه‌ای ارائه کرد که می‌توانست باد خورشیدی را به صورت کیفی توجیه کند.

دیدیم که بر لایه‌بندی فشار در جو ستاره‌ای تعادل هیدروستاتیکی حکمفرماست. در یک جو سطح موازی تکدما با شتاب گرانشی  $g$  ثابت فشار به شکل زیر کاهش می‌یابد

$$P_g = P_{g_0} e^{-h/H} \quad \text{با} \quad H = \frac{R_g T}{\mu g} \quad (4.16)$$

فشار به صورت نمایی کم می‌شود، اما هرگز به صفر نمی‌رسد. اگر در نظر بگیریم که شتاب گرانشی عملاً به شکل  $1/r^2$  کم شود و در نتیجه ارتفاع مقیاس افزایش می‌یابد، حتی در فاصله‌های زیاد فشار حتی کندتر کاهش می‌یابد و می‌توانیم تصور کنیم که در فاصله‌های زیاد از ستاره نیروی گرانشی، در مقابل گرادیان فشار گاز که در فاصله‌های زیاد باید به مقادیر میان ستاره‌ای بسیار کم برسد، دیگر قادر به نگه‌داشتن ماده در ستاره نیست. در فاصله‌های زیاد باید کاهش دما را هم به حساب آوریم، چرا که شار تابشی  $F_r$  نیز به صورت  $1/r^2$  کاهش می‌یابد. در تعادل تابشی دمای  $T$  متناسب است با  $F_r^{1/4}$  (معادلهٔ ۳۱.۶)، بنابراین، دما در فاصله‌های زیاد تقریباً به صورت  $T \propto 1/\sqrt{r}$  می‌شود، یعنی کاهش گرانی بر کم شدن دما می‌چربد و تقریباً می‌توان گفت که ارتفاع مقیاس  $H$  به شکل  $r^{3/2}$  افزایش می‌یابد.

چاپمن<sup>۲</sup> (۱۹۵۷) حالتی از خرمن ستاره‌ای را که در آن لایه‌بندی دما را رسانش گرمایی تعیین می‌کند در نظر گرفت و به‌دست آورد

$$T = T_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^{2/7} \quad (5.16)$$

پس دما کندتر از حالت تعادل تابشی کاهش می‌یابد و ارتفاع مقیاس اندکی سریعتر زیاد می‌شود. (در حضور بادهای به علت انبساط باد دما باید سریعتر کاهش یابد.) اگر لایه‌بندی دمای خرمین خارجی چابم را در معادلهٔ تعادل هیدروستاتیکی قرار دهیم، و به‌خاطر داشته باشیم که در جو کاملاً یونیده هیدروژنی با تعداد پروتونها  $n$  داریم

$$\rho = nm_H \quad \text{و} \quad P_g = 2nkT \quad (۶.۱۶)$$

به‌دست می‌آوریم

$$\frac{dP_g}{dr} = \frac{-GM}{r^2} nm_H \quad (۷.۱۶)$$

و

$$2k \frac{d}{dr}(nT) = 2kT_0 r_0^{1/\gamma} \frac{d}{dr}(n/r^{1/\gamma}) = \frac{-GM}{r^2} nm_H \quad (۸.۱۶)$$

یا

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{n}{r^{1/\gamma}} \right) = - \frac{GMnm_H}{2kT_0 r_0^{1/\gamma} r^2} \quad (۹.۱۶)$$

یک جواب این معادله عبارت است از

$$n(r) = n(r_0) x^{1/\gamma} e^{C[x^{-1/\gamma} - 1]} \quad (۱۰.۱۶)$$

با

$$x = \frac{r}{r_0} \quad \text{و} \quad C = \frac{\gamma}{\delta} \frac{GMm_H}{2kT_0 r_0} \quad (۱۱.۱۶)$$

در فاصله‌های کم با  $x = 1 + (r - r_0)/r_0$  و  $(r - r_0)/r_0 \ll 1$  به‌دست می‌آید

$$n(r) = n(r_0) \exp \left( - \frac{GMm_H}{2kT_0 r_0} \frac{r - r_0}{r_0} \right) \quad (۱۲.۱۶)$$

این مشابه معادلهٔ (۴.۱۶) است، اما ارتفاع مقیاس  $H$  اکنون با عبارت زیر جایگزین شده است

$$H' = \frac{2kT_0 r_0^2}{GMm_H} = \frac{2R_g T_0 r_0^2}{GM} \quad (۱۳.۱۶)$$

این ارتفاع مقیاس جدید حتی اگر وابستگی  $T$  و  $g$  به  $r$  در نظر گرفته شود، مقدار ثابتی است. در سطح ستاره که  $r = R$  است، به دست می‌آوریم

$$\frac{H'}{H} = \frac{2R^2\mu}{R^2} = 2\mu \approx 1 \quad (14.16)$$

در سطح ستاره، ارتفاع مقیاس  $H$  تکدما، لایه‌بندی چگالی را نسبتاً خوب بیان می‌کند.

برای دمای خرمین خورشیدی  $T_0 = 1 \times 10^6 \text{K}$ ، به دست می‌آوریم  $H' \approx 60000 \text{km}$ . با استفاده از چگالی مشاهده‌شده  $n(r_0) \approx 10^6 \text{cm}^{-3}$  در خرمین خارجی، برای چگالی ذره مورد انتظار در فاصله‌ای از زمین، مثلاً  $d = 1.5 \times 10^{13} \text{cm} = 1 \text{AU}$  یا  $x = 2 \times 10^2$  به دست می‌آوریم  $n(d) \approx 10^2$ . این چگالی به صورت شگفت‌آوری بزرگ است — بسیار بزرگتر از آن چیزی که عملاً مشاهده شده است — که نشان می‌دهد چگالی در لایه‌های خارجی دور از خرمین خورشیدی بسیار سریعتر از مورد تعادل هیدروستاتیکی کاهش می‌یابد. بنابراین، گرادیان فشار واقعی باید خیلی بزرگتر از حالت تعادل هیدروستاتیکی باشد و بنابراین باید بزرگتر از چیزی باشد که با نیروهای گرانشی به تعادل برسد. این به آن معنی است که نیروی فشار خالصی وجود دارد که ذرات را به بیرون می‌راند و از خورشید دور می‌کند. بنابراین، این پرسش مطرح می‌شود که چرا این گرادیان فشار عظیم به وجود می‌آید؟

اکنون بگذارید به فشار گازی که از لایه‌بندی چگالی تعادل هیدروستاتیکی معادله (۱۰.۱۶) به صورت زیر به دست آمده است، نظری بیندازیم

$$P_g(r) = P_{g_0} \exp\left(\frac{\gamma}{\delta} \frac{r_0}{H'} (x^{-\delta/\gamma} - 1)\right) \quad (15.16)$$

در اینجا نیز از معادله (۵.۱۶) استفاده کرده‌ایم.

در فاصله‌های خیلی زیاد برای فشار به دست می‌آوریم

$$P_g(\infty) = P_{g_0} e^{-\frac{\gamma}{\delta} r_0 / H'} \quad (16.16)$$

یعنی فشار در بینهایت به مقدار ثابت می‌رسد. چون با افزایش فاصله دما کم می‌شود، این هم به آن معنی است که در تعادل هیدروستاتیکی با افزایش فاصله از ستاره، چگالی تا رسیدن به صفر کم نمی‌شود. این به نوبه خود نشان می‌دهد که جرم کل موجود در این خرمین بیرونی دور باید نامحدود باشد. همه این رابطه‌ها بیانگر آن است که در فاصله‌های خیلی دور از ستاره تعادل هیدروستاتیکی امکان‌پذیر نیست چون نیروی بستگی گرانشی بیش از حد کوچک است. در دمای  $2 \times 10^6 \text{K}$

خرمن خورشیدی، معادلهٔ چگالی (۱۶.۱۶) فشار در فاصله‌های زیاد را به صورت زیر می‌دهد

$$P_{g\odot}(\infty) \approx 10^{-10} \text{ dyn cm}^{-2}$$

در حالی که فشار واقعی گاز میان ستاره‌ای از مرتبهٔ  $10^{-12}$  تا  $10^{-13} \text{ dyn cm}^{-2}$  است. برای یکسان‌سازی این فشار گاز میان ستاره‌ای گرادیان فشار در خرمن خورشیدی بیرونی باید بزرگتر از آن باشد که بتواند با نیروی گرانشی خورشید متوازن شود. از این رو گاز خرمن بر اثر گرادیان روبه خارج فشار گاز اضافی شتاب می‌گیرد و باد خورشیدی را به وجود می‌آورد. وقتی گاز در دوردست جریان یابد، گاز فاصله‌های کمتر نیز باید از آن پیروی کند. در غیر این صورت، در بعضی جاها خلأ به وجود می‌آید که به گرادیان فشار باز هم بزرگتر می‌انجامد، که گاز را وامی‌دارد تا این ناحیه خیلی کم چگالی را پر کند. بنابراین، باد خورشیدی پیامد لازم برای ناممکن بودن همزمان برقراری معادلهٔ تعادل هیدروستاتیک و شرط مرزی در بینهایت است که در آن فشار گاز ستاره‌ای باید مساوی با فشار گاز بین ستاره‌ای شود.

همین که دانستیم گاز باید به خارج جریان یابد، برای دانستن اینکه کدام توابع  $\rho(r)$  و  $v(r)$  امکان‌پذیر است، باید از معادله‌های هیدروستاتیکی استفاده کنیم.

### ۲.۲.۱۶ نظریهٔ هیدرودینامیکی بادهای ستاره‌ای

اکنون در لایه‌های خارجیت‌تر خرمن به دنبال یک جریان پایا می‌گردیم. در حقیقت خرمن خورشید و احتمالاً خرمن سایر ستارگان، تقریباً ناهمگن هستند و جریان برحسب زمان متغیر به نظر می‌آید. اما به طور میانگین بر روی کره خورشید و در زمانهای طولانی جریان پایا به نظر می‌رسد. بنابراین، می‌توانیم فرض کنیم که جواب پایا شناختی از شرایط جریان میانگین‌گیری شده در فضا و زمان می‌دهد. معادلهٔ حرکت هیدرودینامیکی در یک جریان پایای دارای تقارن کروی عبارت است از (برای مثال، رجوع کنید به میهالاس<sup>۱</sup> ۱۹۷۸ صفحهٔ ۵۱۶)

$$\rho v \frac{dv}{dr} = -\frac{dP_g}{dr} - \frac{GM}{r^2} \rho \quad (17.16)$$

که در آن  $\rho v$  جریان جرم عبوری از  $1 \text{ cm}^2$  در هر ثانیه، و  $v$  مؤلفهٔ سرعت شعاعی است. اگر جریان جرم ثابتی از همهٔ پوسته‌های کروی بگذرد، به طوری که جرم جایی جمع نشود و خلثی در جای دیگر به وجود نیاید، باید داشته باشیم

$$\rho v^4 \pi r^2 = \text{const.} \quad (18.16)$$

یا

$$\frac{d}{dr}(\rho v r^2) = 0 \quad (19.16)$$

برای ارتباط دادن  $P_0$  و  $\rho$  در معادله‌های (۱۷.۱۶) و (۱۸.۱۶) باید  $T(r)$  را بدانیم، که از معادله انرژی که حل آن مشکل است، به دست می‌آید. این مشکل را می‌توان با در نظر گرفتن یک لایه بندی دما حل کرد، همان‌طور که با معادله (۱۵.۱۶) انجام دادیم. همچنین می‌توان یک رابطه مناسب بین  $P_0$  و  $\rho$  در نظر گرفت. در ساده‌ترین حالت می‌توان در نظر گرفت که  $T_0 = \text{const.} = T$ . برای خرمن خورشیدی عملاً به نظر می‌رسد که دما تا فاصله‌ای در حدود سه برابر شعاع خورشید نسبتاً کم تغییر کند. با این فرض‌های ساده‌کننده اگر یک جو کاملاً یونیده را در نظر بگیریم، معادله (۶.۱۶) برقرار است. اینک معادله حرکت به شکل زیر درمی‌آید

$$nm_H v = \frac{dv}{dr} = -2kT \frac{dn}{dr} - nm_H \frac{GM}{r^2} \quad (20.16)$$

با مشتق‌گیری از (۱۸.۱۶) داریم

$$\frac{d}{dr}(nvr^2) = 0 = vr^2 \frac{dn}{dr} + nr^2 \frac{dv}{dr} + 2nvr \quad (21.16)$$

از حل آن برای  $dn/dr$  به دست می‌آوریم

$$-\frac{dn}{dr} = \frac{n}{v} \frac{dv}{dr} + \frac{2n}{r} \quad (22.16)$$

این معادله نشان می‌دهد که چگالی (که با تعداد ذرات  $n$  در هر  $\text{cm}^3$  بیان می‌شود) برای یک  $v(r)$  معین چگونه بر حسب  $r$  تغییر می‌کند. می‌توانیم معادله (۲۲.۱۶) را به شکل زیر بازنویسی کنیم

$$\frac{d \ln n}{dr} = -\frac{d \ln v}{dr} - \frac{2}{r} \quad (23.16)$$

که واضحتر نشان می‌دهد که تغییر چگالی چگونه به قانون سرعت بستگی دارد. گرادیان چگالی و بنابراین گرادیان فشار را سرعت جریان به‌طور کامل تعیین می‌کند.

از تقسیم معادله (۲۰.۱۶) بر  $n$  و جایگذاری  $d \ln n / dr$  از رابطه معادله (۲۳.۱۶) معادله

نهایی حرکت به دست می‌آید

$$m_H v^2 \frac{d \ln v}{dr} = 2kT \left( \frac{d \ln v}{dr} + \frac{2}{r} \right) - m_H \frac{GM}{r^2} \quad (24.16)$$

که شامل چگالی نیست. الگوی جریان مستقل از چگالی است. برای یک  $T$  و  $M$  معین الگوی جریان را می‌توان به صورت یکتا محاسبه کرد. بنابراین گرادیان چگالی نیز برای  $T$  و  $M$  معین کاملاً تعیین شده است.

(هرچند باید به خاطر داشته باشیم که نیروی دیگر بجز نیروی گرانشی و فشار را در نظر نگرفته‌ایم. نیروهای مغناطوسهیدرودینامیکی را نادیده گرفته‌ایم.)

با حل معادله (۲۴.۱۶) برای  $d \ln v / dr$  به دست می‌آوریم

$$\frac{d \ln v}{dr} \left( v^2 - \frac{2kT}{m_H} \right) = \frac{2kT}{m_H r} - \frac{GM}{r^2} \quad (25.16)$$

چون همان‌طور که در بالا دیدیم تعادل هیدروستاتیکی ممکن نیست. ستاره باید جوابی برای معادله (۲۵.۱۶) بیابد که در همه جا، از جمله فاصله‌های دور، به سرعت‌های مثبت بینجامد. از سوی دیگر اگر ستاره به بقای خود ادامه دهد در مجاور سطح ستاره سرعتها باید تا حدود صفر کم شوند. در غیر این صورت، در مدت زمان کوتاهی ستاره متلاشی می‌شود. مشخص شده که تنها یک جواب معادله (۲۵.۱۶) است که این شرایط را دارد. چون اجزای ستاره را نیروی گرانشی مقید می‌سازد، در مجاورت آن باید داشته باشیم

$$\frac{GM}{r^2} > \frac{2kT}{m_H r} \quad (26.16)$$

بنابراین در حوالی ستاره طرف راست معادله (۲۵.۱۶) منفی است. برای اینکه  $d \ln v / dr$  مثبت باشد، پراتنز سمت چپ نیز باید منفی باشد، که این در حالتی است که  $v^2 < 2kT / m_H$  باشد. یعنی در فاصله‌های کم سرعتها باید کم باشند، همان‌طور که انتظار داشتیم.

در فاصله‌های دور از ستاره جمله  $GM / r^2$  سریعتر از جمله  $2kT / m_H r$  کاهش می‌یابد. پس در فاصله  $r = r_c$ ، که  $T$  بستگی دارد، سمت راست صفر می‌شود. سپس تغییر علامت می‌دهد. اگر در این نقطه پراتنز سمت چپ هنوز منفی باشد آن‌گاه  $d \ln v / dr$  باید تغییر علامت دهد یعنی باید منفی شود. آن‌گاه سرعت در این نقطه شروع به کم شدن می‌کند و در نهایت صفر می‌شود. برای آنچه که به دنبالش می‌گشتم این یک جواب فیزیکی نیست. در یک سرعت محدود



در فاصله‌های دور، باید در  $r = r_c$  که به شعاع بحرانی نیز معروف است، سرعت به میزان کافی افزایش یافته باشد که در این نقطه پراتر سمت چپ نیز صفرشده و سپس تغییر علامت دهد. تنها در این صورت است که در همه جا یک گرادیان سرعت مثبت پیدا می‌کنیم و در بینهایت به سرعت‌های مثبت می‌رسیم. ستاره چگونه می‌تواند عملاً به چنین شرایطی دست یابد؟ فرض کنید سرعت به طرف خارج افزایش یابد. آن‌گاه چگالی ماده در این نقطه بسیار زیاد و گرادیان فشار بین این نقطه و محیط میان ستاره‌ای بسیار بزرگ می‌شود. این گرادیان فشار بزرگ ماده را به بیرون می‌راند و سرعت رو به بیرون را افزایش می‌دهد. ماده پشت این نقطه نیز باید آن را دنبال کند. در غیر این صورت گرادیان فشار بزرگی در پشت نقطه بحرانی ایجاد می‌شود که این ماده را به بیرون می‌راند تا به توزیع سرعت مناسب برسد. به عبارت دیگر، گرادیان فشار طوری تنظیم می‌شود که میدان سرعت مورد نیاز را به وجود آورد.

به محض اینکه این جواب تکیه  $v(r)$  معادله (۲۵.۱۶) را محاسبه کردیم، گرادیان فشار و چگالی از معادله‌های (۲۳.۱۶) و (۲۰.۱۶) به دست می‌آید.

### ۳.۱۶ ویژگیهای نظری بادهای ستاره‌ای

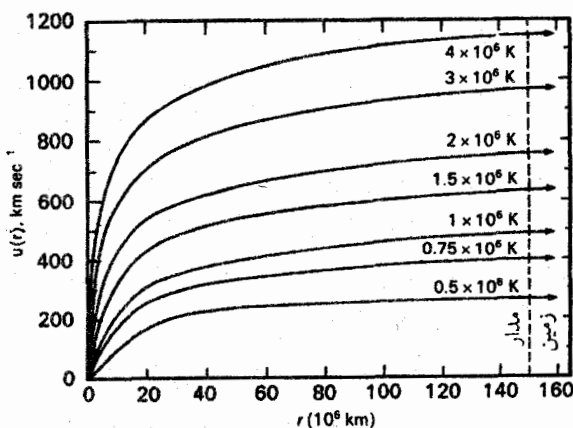
#### ۱.۳.۱۶ سرعتها و دماهای بحرانی

شکل ۷.۱۶ وابستگی سرعت  $v(r)$  به فاصله  $r$  را برحسب واحد  $r_c$  نشان می‌دهد، که  $r_c$  شعاعی است که برای آن

$$v = v_c = \left( \frac{2kT}{m_H} \right)^{1/2} \quad (27.16)$$

$r_c$  شعاع بحرانی نامیده می‌شود.  $v_c = c$  سرعت صوت برای امواج صوتی تکدماست. بنابراین،  $r_c$  نقطه صوتی نیز خوانده می‌شود. از شکل ۷.۱۶ درمی‌یابیم در فاصله‌های بسیار زیاد سرعت نهایی که سرعت حد ( $\infty$ ) نیز خوانده می‌شود، به حدود سه برابر سرعت بحرانی  $v_c$  می‌رسد. در دمای خرم خورشیدی  $T = 2 \times 10^6 \text{ K}$ ، به دست می‌آوریم  $v_c = 182 \text{ km s}^{-1}$  و  $v(\infty) = 550 \text{ km s}^{-1}$  که در حدود سرعتی است که در باد خورشیدی یعنی در فاصله یک واحد نجومی مشاهده کردیم.

در  $T = 30000 \text{ K}$  که در ستاره‌های خنک درخشان دیده می‌شود به دست می‌آوریم  $v_c = 22 \text{ km s}^{-1}$  و  $v(\infty) = 66 \text{ km s}^{-1}$ . باز مرتبه بزرگی درستی را به دست می‌آوریم.



شکل ۷.۱۶ وابستگی باد ستاره‌ای به فاصله  $r$  از مرکز ستاره نشان داده شده است، که در آن  $T$  برحسب  $10^6$  کیلومتر اندازه‌گیری شده است. سرعتهای این خرمنهای تکدما به دمای خرمن که روی هر منحنی داده شده است بستگی دارد.

اگرچه باید به‌خاطر داشته باشیم که فرض کرده بودیم که خرمن تکدماست. باید انتظار خنک شدن خرمن بر اثر انبساط ماده خروجی را داشته باشیم.

برای تعیین دمای واقعی باید معادله انرژی را حل کنیم. اگرچه نمی‌دانیم که آیا هنوز انرژی مکانیکی در بادهای ستاره‌ای در آن سوی نقطه صوتی ذخیره شده است، که باید در معادله انرژی گنجانده شود.

### ۲.۳.۱۶ دماهای خرمنی

در نقطه‌های بحرانی برای دمای خرمنهای ستاره‌ای به‌دست می‌آوریم (سمت راست معادله ۲۵.۱۶)

$$T_c = \frac{GM}{r_c^2} \frac{m_H r_c}{4k} = \frac{GM}{r_c} \frac{1}{4R_g} \quad (28.16)$$

به‌وضوح باید داشته باشیم  $r_c > R$  که شعاع ستاره است. در غیر این صورت ستاره متلاشی می‌شود. بنابراین نتیجه می‌گیریم که

$$T_c \leq \frac{GN}{R} \frac{1}{4R_g} \quad (29.16)$$

حد بالایی خرمنها، با بادهای ستاره‌ای نوع پارکر است.

با بیان  $M$  و  $R$  برحسب یکاهای خورشیدی به دست می‌آوریم

$$T_c \leq \frac{M}{M_\odot} \frac{R_\odot}{R} \frac{GM_\odot}{R_\odot^2 R_g} = \frac{M}{M_\odot} \frac{R_\odot}{R} 5.73 \times 10^6 \quad (30.16)$$

که نشان می‌دهد برای خرمنهای نوع خورشیدی دما نمی‌تواند بیشتر از حدود  $6 \times 10^6 K$  شود. در غیر این صورت، نقطه صوتی به داخل ستاره حرکت می‌کند و اتلاف جرم عظیم خواهد بود. اگر اتلاف جرم به این اندازه بود اتلاف انرژی چنان بزرگ می‌شد که انرژی مکانیکی لازم برای تحقق این اتلاف وجود نمی‌داشت و خرمن باید سرد می‌شد و باد ستاره‌ای ناگزیر کاهش می‌یافت. اگرچه رصدهای ستارگان موسوم به RS CVn دماهای خرمن بسیار بالاتری را در این ستاره‌ها نشان می‌دهد. باید نتیجه بگیریم که در این ستاره‌ها بادهای ستاره‌ای شاید بر اثر میدانهای مغناطیسی با مؤلفه‌های افقی بزرگ متوقف شوند.

### ۳.۳.۱۶ فاصله نقطه‌های بحرانی

با حل معادله (۲۸.۱۶) و به دست آوردن  $r_c/R$  می‌توانیم تعیین کنیم که نقطه صوتی در چه فاصله‌ای است؟ مقدار  $r_c/R$  به  $T_c$  و به  $M/R$  بستگی دارد. به دست می‌آوریم

$$\frac{r_c}{R} = 5.7 \times 10^6 \frac{1}{T_c} \frac{M}{R} \quad (31.16)$$

که  $M$  و  $R$  جرم و شعاع ستاره برحسب یکاهای خورشیدی است. برای مقادیر خورشیدی  $T_c = 2 \times 10^6 K$  و  $M = 1$ ،  $R = 1$  به دست می‌آوریم

$$(r_c/R)_\odot = 2.8 \quad (32.16)$$

برای این دمای خرمنی خورشید نقطه صوتی در حدود سه برابر شعاع خورشید خواهد بود، اما در یک دمای  $10^6 K$  در فاصله  $5.5 R_\odot$  است. با کاهش دما فاصله نسبتاً به سرعت افزایش می‌یابد.

برای ستاره‌های بسیار خنک درخشان با  $T \sim 10000 K$  و با  $M \approx 10 M_\odot$ ، و  $R \approx 100 R_\odot$  به دست می‌آوریم

$$\frac{r_c}{R} = 5.7 \quad (33.16)$$

در این ستاره‌ها نقطه صوتی بسیار دور از ستاره است. با  $g = 30$  ارتفاع مقیاس فشار در تقریباً

$H = 5.5 \times 10^4$ ، یادر حدود ۱٪ شعاع ستاره است. اگر به راسی این ارتفاع مقیاس صحیح باشد، در فاصله ۵۰ برابر شعاع ستاره‌ای چگالی باید به مقادیر بسیار کم تنزل کند. اما، رصدها نشان داده‌اند که این ستارگان ارتفاع مقیاسهای بسیار بزرگتری دارند. گرانیهای مؤثر باید بسیار کوچکتر از نوع گرانشی خالص آن باشند. علت این امر هنوز مورد بحث است در گرانیهای مؤثر کوچکتر نقطه صوتی به سطح ستاره نزدیکتر است.

برای ستاره‌های داغ درخشان با  $M/R = 2$  و  $40000 \text{ K} \approx T$  (سطح) به دست می‌آوریم

$$r_c/R \approx 2.8 \quad (34.16)$$

که مشابه خورشید است. اگرچه با ارتفاع مقیاس  $10^8 \times 6.6$  سانتی‌متری، این فاصله مربوط به  $2000$  ارتفاع مقیاس می‌شود که یعنی چگالی در این نقطه باید بینهایت کوچک باشد. در عمل تطبیق فشار با فشار میان ستاره‌ای برای چنین ستاره‌ای باید راحت باشد. هرچند مشاهده شده است که این ستاره‌ها اتلاف جرم شدیدی دارند. بنابراین، چگالی در نقطه صوتی باید بسیار بزرگتر از مقدار محاسبه شده باشد. این به نوبه خود یعنی گرانی مؤثر باید بسیار کوچکتر از نوع گرانشی آن باشد. باید نیروهای دیگری وجود داشته باشند تا با نیروهای گرانشی مقابله کنند. برای ستاره‌های داغ فشار تابشی بسیار مهم و احتمالاً سرچشمه بادهای شدید مشاهده شده است گرچه هنوز مشاهده چنین سرعت‌های زیادی موجب شگفتی است.

## ۴.۱۶ حد ادینگتون

در بحث قبلی درباره بادهای در ستارگان داغ گفتیم که نیروهای وارد بر اتمها و یونها از طرف فوتونها می‌توانند گرانی مؤثر در ستاره‌ها را کاهش دهند و بادهای ستاره‌ای شدید تولید کنند. ممکن است پرسیم که آیا نیروهای تابشی هرگز می‌توانند به اندازه‌ای قوی باشند تا ستاره را کاملاً از بین ببرند این پرسش را ادینگتون بررسی کرده است.

وقتی پخش در ستاره‌ها را شرح می‌دادیم (جلد اول فصل ۱۵)، اشاره کردیم که هر فوتون جذب شده تکانه  $h\nu/c$  را در جهت انتشار به ذره جذب‌کننده منتقل می‌کند. در یک میدان تابشی همسانگرد تعداد فوتونها در همه جهتها یکسان و برابند نیروی وارد بر کل اتمها و یونها جذب‌کننده صفر است. در جو ستاره‌ای میدان تابشی همسانگرد نیست. همیشه باید تعدادی فوتون اضافی داشته باشیم که از داخل ستاره می‌آیند، به گونه‌ای که بتوان شار خالص انرژی از داخل به خارج داشت تا جایگزین انرژی تلف شده از سطح شود. این شار انرژی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\pi F = \pi \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu$$

فقط نیروی ناشی از این فوتونهای اضافی که از مرکز می‌آیند و به‌طور شعاعی به طرف خارج جریان دارند مهم است، چون همان‌طور که دیدیم نیروهای ناشی از قسمت همسانگرد میدان تابشی خنثی می‌شوند.

در فصل ۹ دیدیم که می‌توان انتقال تکانه به ذرات بر اثر جذب فوتونها را به‌کمک شتاب تابشی  $g_r$  رو به خارج توجیه کرد، که با رابطه زیر داده می‌شود

$$g_r = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} (\kappa_{\nu,gr} + \sigma_{\nu,gr}) \pi F_{\nu} d\nu \quad (35.16)$$

شتاب خالص  $g_{\text{eff}}$  برابر است با

$$g_{\text{eff}} = g_g - g_r \quad (36.16)$$

که در آن  $g_g$  شتاب گرانشی است.

ستاره تا زمانی دوام می‌آورد که  $g_{\text{eff}}$  مثبت باشد، یعنی تا زمانی که هنوز نیرویی رو به مرکز ستاره وجود دارد. پس برای پایداری ستاره باید داشته باشیم

$$g_r < g_g \quad (37.16)$$

برای چگالیهای خیلی کم، همان‌طور که در لایه‌های خارج‌تر ستاره با  $g_{\text{eff}}$  پایین انتظار داریم، ضرایب جذب و پراکندگی را پراکندگی تامسون با الکترونهای آزاد تعیین می‌کند. بنابراین، می‌توانیم با در نظر گرفتن اینکه  $\kappa_{\nu,gr} + \sigma_{\nu,gr} \approx \sigma_{\nu,el,gr}$  یک برآورد تقریبی به‌دست آوریم. البته ممکن است خطوی بر پراکندگی تامسون برهم‌نهاده شود، یا برای دماهای بالا، لبه‌های جذب پیوستار UV ممکن است بزرگتر از  $\sigma_{\nu}$  شود. بنابراین، شتاب تابشی واقعی ممکن است بزرگتر از مقداری باشد که فقط با در نظر گرفتن پراکندگی الکترون به‌دست آمده است، اما استفاده از  $\sigma_{\nu,el}$  هنوز برآورد اول را به ما می‌دهد. چون  $\sigma_{\nu,el}$  مستقل از بسامد است، می‌توانیم آن را از انتگرال معادله (35.16) خارج و به‌دست آوریم

$$g_r = \frac{\sigma_{\nu,gr}}{c} \int_0^{\infty} \pi F_{\nu} d\nu = \frac{\sigma_{\nu,gr}}{c} \pi F = \frac{\sigma_{\nu,gr}}{c} \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (38.16)$$

بنابراین برای پایداری ستاره باید داشته باشیم

$$g_g = \frac{GM}{R^2} > g_r \approx \frac{\sigma_{\nu,gr}}{c} \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (39.16)$$

یا

$$GM > \frac{\sigma_{\nu,gr}}{c} \sigma T_{\text{eff}}^4 R^2 = \frac{\sigma_{\nu,gr}}{c} \frac{L}{4\pi} \quad (40.16)$$

$$L = \sigma T_{\text{eff}}^4 4\pi R^2 \quad \text{چون}$$

این رابطه را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد

$$L < \frac{GM^2 \pi c}{\sigma_{\nu,gr}} = \frac{M}{M_{\odot}} \frac{GM_{\odot}^2 \pi c}{\sigma_{\nu,gr}} = \frac{M}{M_{\odot}} \times 2 \times 10^{28} = \frac{M}{M_{\odot}} 5 \times 10^4 L_{\odot} \quad (41.16)$$

که در آن از  $\sigma_{\nu,gr} = 0.25$  استفاده کرده‌ایم.

برای ستاره‌ای با جرم برابر خورشید، بیشینه درخشندگی ممکن  $L(\text{max}) = 5 \times 10^4 L_{\odot}$  یا  $7^{\circ} - M_{\text{bol}} \geq -7$  باشد. برای ستاره‌ای با  $40$  برابر جرم خورشید این حد عبارت است از  $11^{\circ} - M_{\text{bol}} \geq -11$ . این روشنتر از قدر روشنترین ستاره‌های کهکشانی ماست. اگر درخشندگی یک ستاره به این حد برسد، آن‌گاه  $g_{\text{eff}}$  آن بسیار کوچکتر از  $g_g$  آن می‌شود. اگر جذب خطی هنوز مهم باشد آن‌گاه بیشینه درخشندگی به همین ترتیب کم می‌شود، که به معنی کاهش با ضریب  $5$  تا  $10$  است.

# مسائل

## فصل ۱

۱. با استفاده از یک فوتومتر شارهای انرژی ستاره‌ای را اندازه می‌گیریم و می‌خواهیم رنگهای ناشناخته‌اش را تعیین کنیم. همچنین شارهای ستاره استاندارد وگا ( $\alpha$  ی چنگ) را اندازه می‌گیریم. برای راحتی هر دو ستاره را از یک فاصله سمتی مشابه اندازه‌گیری می‌کنیم. برای هر صافی اطلاعات نورسنجی متناسب با شارهای ظاهری هستند. برای صافیهای مختلف اطلاعات زیر را در واحد زمان (پس از کسر زمینه) به دست می‌آوریم.

A	B	U	
۲۵۰۰	۳۰۰۰	۲۰۰۰	ستاره ناشناخته
۶۲۵۰	۷۵۰۰	۵۰۰۰	$\alpha$ چنگ

قدرهای ظاهری ستاره ناشناخته کدام‌اند؟

رنگهای  $B - V$  و  $U - B$  ستاره چیست‌اند؟

با فرض اینکه این یک ستاره رشته اصلی است نوع طیفی آن چیست؟

قدرهای مطلق  $UBV$  ستاره کدام‌اند؟

۲. می‌خواهیم قدر ظاهری آبی یک ستاره ناشناس را تعیین کنیم. اطلاعات خوانده شده از وگاتوسط

یک نورسنج را در اختیار داریم، که وقتی وگا در فاصله سمتی  $20^\circ$  قرار دارد، متناسب با شارهای

دریافتی از آن است. شارهای ظاهری ستاره مورد نظر را فقط می‌توان در فاصله‌های سمتی

$\delta = 30^\circ$  و  $\delta = 45^\circ$  اندازه‌گیری کرد.

اطلاعات نورسنج در واحد زمان (پس از کسر زمینه):

وگا	ستاره	$\delta$
۲۰۰۰		۲۰°
؟	۸۰۰	۳۰°
؟	۷۱۰	۴۵°

ضرایب تصحیح را برای خاموشی در جو زمین تعیین کنید. قدر ظاهری آبی ستاره چیست؟  
۳. قدر بصری مطلق خورشید  $M_V = 4.82$  است. خورشید در فاصله ۱ واحد نجومی که مساوی  $1.496 \times 10^{12}$  است، قرار دارد. قدر بصری ظاهری خورشید چیست؟

### فصل ۳

۱. مقدار انرژی که در هر سانتی متر مربع در بالای جو زمین دریافت می‌کنیم ثابت خورشیدی  $S$  خوانده می‌شود. داریم  $S = \pi f_{\odot} = 1.38 \times 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . شعاع زاویه‌ای خورشید را به دست آورید و  $\pi F$ ، شار سطحی در روی خورشید را حساب کنید. دمای مؤثر خورشید را به دست آورید.

۲. (الف) قدر بصری ظاهری  $K^0 \text{ III}$  ستاره  $\alpha$  عوا (آرکتوروس) عبارت است از  $m_V = 0.4$  و  $B - V = 1.23$ . تصحیح تابش‌سنجی در حدود  $BC = 0.3$  است. قدر تابش‌سنجی ظاهری ستاره چیست؟

(ب) قدر تابش‌سنجی ظاهری خورشید  $m_{\text{bol}\odot} = -26.82$  است. شعاع زاویه‌ای  $\alpha$  عوا توسط تداخل‌سنج مایکلسون  $\alpha = 0.2 \text{ arcsec}$  به دست آمده است. دمای مؤثر  $\alpha$  عوا را به دست آورید.

(ج) اختلاف منظر مثلثاتی  $\alpha$  عوا  $\pi = 0.9 \text{ arcsec}$  به دست آمده است. شعاع  $\alpha$  عوا چیست؟

۳. نشان دهید که تابع پلانک

$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

بیشینه‌ای در طول موج  $\lambda_{\text{max}}(T)$  دارد، که برای آن  $\lambda_{\text{max}} T = \text{ثابت}$ .

(الف) برای ستاره‌ای با قدر بصری ظاهری  $m_V = 0$ ، در نوار طول‌موج بصری انرژی  $\pi f_V = 3.6 \times 10^{-1} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$  چه مقدار انرژی



- از شعری یمانی در ناحیهٔ بصری دریافت می‌کنیم؟ برای شعری یمانی داریم  $m_V = -1.45$ .
- (ب) شعری یمانی ستاره‌ای A۱ V است که تصحیح تابش‌سنجی برای آن  $BC = 0.3^\circ$  است. قدر تابش‌سنجی ظاهری شعری یمانی چیست؟
- (ج) قدر تابش‌سنجی ظاهری خورشید  $m_{\text{bol}\odot} = -26.82$  است. مقدار کل انرژی  $\pi f$  در هر سانتی‌متر مربع که در بالای جو زمین از شعری یمانی دریافت می‌کنیم چقدر است؟
- (د) شعاع زاویه‌ای شعری یمانی  $\alpha = 6.12 \times 10^{-2} \text{ arcsec}$  اندازه‌گیری شده است.  $T_{\text{eff}}$  شعری یمانی چیست؟ ثابت استفان بولتزمن  $\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg deg}^{-2}$  است.

## فصل ۴

۱. جعبه‌ای کاملاً عایق‌بندی شده داریم که با بخار سدیم پر شده است. برای مدت زمان طولانی با این جعبه کاری نداریم. فرض کنید یک سوراخ کوچک در جعبه ایجاد کرده‌ایم و توزیع انرژی را در حوالی خط‌های زرد شدید سدیم در  $\lambda = 5896 \text{ \AA}$  و  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$  مشاهده می‌کنیم. توزیع انرژی چگونه به نظر خواهد رسید؟ آیا خطوط طیفی را می‌بینیم؟ اگر چنین باشد آیا خطوط جذبی یا گسیلی را می‌بینیم؟
۲. بسیاری از ستاره‌های B اولیه دارای پوسته‌های گازی شکل در اطراف خود هستند که از لحاظ اپتیکی نازک است. فرض کنید این پوسته با سرعت  $5 \text{ km s}^{-1}$  گسترش یابد. نمایهٔ خطی خط شدید Si III در طیف ستاره‌ای به چه شکل دیده می‌شود؟

## فصل ۵

۱. آیا ضریب  $\cos \sigma$  که در معادلهٔ (۲.۴)، برای نوری که از  $1 \text{ cm}^2$  سطح ستاره با زاویهٔ  $\sigma$  خارج می‌شود، منجر به تاریک شدن لبه می‌شود، که در بحث خود حذف کرده‌ایم؟
۲. تا به حال فقط به آنچه که برای باریکه نور مورد نظرمان اتفاق می‌افتاد توجه داشتیم. فوتونهای زیادی از سایر جهتها به داخل این باریکه پراکنده می‌شوند. آیا آنها را نیز در نظر گرفته‌ایم یا حذفشان کرده‌ایم؟ اگر آنها را در نظر گرفته‌ایم چگونه این کار را انجام داده‌ایم؟
۳. تابع چشمه  $S(\tau_\lambda)$  به صورت زیر تقریب زده می‌شود

$$S_\lambda(\tau_\lambda) = \sum_{i=0}^{i=n} a_{\lambda i} \tau_\lambda^i$$

نشان دهید که  $I_\lambda(\theta, \vartheta)$  از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$I_\lambda(\theta, \vartheta) = \sum A_{\lambda i} \cos^i \vartheta$$

که در آن  $A_{\lambda i} = \alpha_{\lambda i} \cdot i!$  است. به یاد داشته باشید که

$$\int_0^{\infty} x^i e^{-x} dx = i!$$

۴. تابع چشمه را به صورت زیر تقریب زده‌ایم

$$S_{\lambda}(\tau_{\lambda}) = a_{\lambda} + b_{\lambda}\tau_{\lambda} + c_{\lambda}\tau_{\lambda}^2$$

$F_{\lambda}(\theta)$  را محاسبه کنید.

۵. تغییرات تابش خورشید از مرکز تا لبه در  $5010 \text{ \AA}$  اندازه‌گیری شده و عبارت است از

$$\frac{I_{\lambda}(\theta, \vartheta)}{I_{\lambda}(\theta, 0)} = 0.2593 + 0.8724 \cos \vartheta - 0.1336 \cos^2 \vartheta$$

برای  $5010 \text{ \AA}$ ،  $10^{12} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  در  $I_{\lambda}(\theta, 0) = 4.05 \times 10^{12} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  در  $S_{\lambda}(\tau_{\lambda})$ .  $\Delta\lambda = 1 \text{ cm}$  حساب کنید.

فرض کنید  $S_{\lambda} = B_{\lambda}(T(\tau_{\lambda}))$ .  $T(\tau_{\lambda})$  را که در آن  $\tau_{\lambda}$  عمق اپتیکی در  $5010 \text{ \AA}$  است حساب کنید.  $T(\tau_{\lambda})$  و  $S_{\lambda}(\tau_{\lambda})$  را محاسبه کنید.

## فصل ۶

۱. تغییرات شدت تابش خورشید از مرکز تا لبه برای طول‌موجهای مختلف عبارت است از

$$I_{\lambda}(\theta, \vartheta)/I_{\lambda}(\theta, 0) = a_0 + a_1 \cos \vartheta + 2a_2 \cos^2 \vartheta$$

$I_{\lambda}(\theta, 0)^*$	$2a_2$	$a_1$	$a_0$	$\lambda[\text{\AA}]$
$42.0 \times 10^{12}$	$-0.0920$	$0.9481$	$0.1435$	۳۷۳۷
$44.9 \times 10^{12}$	$-0.1525$	$0.9740$	$0.1754$	۴۲۶۰
$40.3 \times 10^{12}$	$-0.1336$	$0.8724$	$0.2593$	۵۰۱۰
$25.0 \times 10^{12}$	$-0.1761$	$0.7525$	$0.4128$	۶۹۹۰
$15.5 \times 10^{12}$	$-0.1657$	$0.6497$	$0.5141$	۸۶۶۰
$7.7 \times 10^{12}$	$-0.1646$	$0.5667$	$0.5969$	۱۲۲۵۰
$3.6 \times 10^{12}$	$-0.1472$	$0.4563$	$0.6894$	۱۶۵۵۰
$1.6 \times 10^{12}$	$-0.1360$	$0.4100$	$0.7249$	۲۰۹۷۰

۱.  $T(\tau_\lambda)$  را برای طول موجهای مختلف  $\lambda$  حساب کنید.

$T(\tau_\lambda)$  را برای طول موجهای مختلف رسم کنید.

$\log \tau_\lambda(\lambda)$  را در  $T = 6000$  و  $T = 6500 \text{ K}$  حساب کنید.

۲. (الف) شرط سطح را برای جو خاکستری اثبات کنید. یعنی ثابت کنید  $J(\infty) = 1/2 F(\infty)$  با فرض همسانگردی تابش در نیمکره خارجی و نبود تابش ورودی.
- (ب) تقریب ادینگتون را برای حالت همسانگردی در یک نیمکره و خالی از تابش در نیمه دیگر کره ثابت کنید.

## فصل ۷

۱. برای گاز هیدروژن خالص با فشار  $P_g = 10^2 \text{ dyn cm}^{-2}$  و دمای  $T = 10080 \text{ K}$ . نسبت  $\text{H}^+/\text{H}$  و فشار الکترون  $P_e = n_e kT$  را حساب کنید. به خاطر داشته باشید که  $n_e = \text{H}^+$  و  $\chi_{\text{ion}} = 13.6 \text{ eV}$ ,  $n = e + \text{H}^+ + \text{H}$ ,  $P_g = nkT$ .
۲. برای گاز هلیم خالص با فشار  $P_g = 10^2 \text{ dyn cm}^{-2}$  و  $T = 15000 \text{ K}$  مقادیر  $\text{He}^{2+}/\text{He}^+$  و  $\text{He}^+/\text{He}$  را حساب کنید. به یاد داشته باشید که  $n = n_e + \text{He}^{2+} + \text{He}^+ + \text{He}$  و  $\chi_{\text{ion}}(\text{He}^+) = 54.4 \text{ eV}$ ;  $\chi_{\text{ion}}(\text{He}) = 24.58 \text{ eV}$  مقدار انرژی لازم برای جدا کردن الکترون اضافی از یون  $\text{He}^+$  و ساختن  $\text{He}^{2+}$  است.
۳. ضریب جذب به ازای هر اتم هیدروژن در سطحی با عدد کوانتومی اصلی  $n$  عبارت است از

$$a_n = \frac{1}{n^2} \times \frac{64}{3\sqrt{3}} \times \frac{\pi^2}{\nu^2} \times \frac{Z^2 m e^4}{ch^6 n^3}$$

که در آن

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1} = \text{سرعت نور}, \nu = c/\lambda$$

$$m = \text{جرم الکترون} = 9.105 \times 10^{-28} \text{ g}$$

$$h = \text{ثابت پلانک} = 6.624 \times 10^{-27} \text{ erg s}$$

$$e = \text{بار الکترون} = 4.8024 \times 10^{-10} \text{ در یکای الکتروستاتیکی}$$

$$Z = \text{بار هسته‌ای} + 1 - \text{تعداد الکترونها در اتم یا یون}$$

$$Z = 1 \text{ برای H و He}, Z = 2 \text{ برای He}^+$$

ضریب جذب به ازای هر اتم را برای هیدروژن آزاد از قید (یعنی  $N_H(n=1) = 1$ ) در سطوح

۴. حساب کنید. دما را مانند شیدسپهر خورشید  $T = 5800\text{K}$  در نظر بگیرید.
۴. برای خورشید تعداد اتمهای هیدروژن جذب شده در  $\lambda = 3300\text{\AA}$  را با تعداد یونهای  $\text{H}^-$  که در همان طول موج جذب می شود مقایسه کنید. دما را  $T = 5800\text{K}$  و فشار الکترونی را  $\log P_e = 1.3$  فرض کنید.
۵. برای خورشید تعداد اتمهای Si I را که در  $1600\text{\AA}$  جذب می کنند حساب کنید و آن را با تعداد اتمهای هیدروژن که در همان طول موج جذب می کنند مقایسه کنید.  $\chi_{\text{ion}}(\text{Si}) = 15.7\text{eV}$ . در این برآورد از  $U^+ \approx u$  و  $g_x \approx g_o$  استفاده کنید.

## فصل ۸

۱. فقط برای سرگرمی فرض کنید که در خورشید تنها جذب در هیدروژن مهم باشد یعنی  $\text{H}^-$ . فلزات، پراکندگی الکترون و پراکندگی ریلی را نادیده بگیرید. توزیع انرژی گسیل شده در پیوستار را محاسبه کنید. برای سهولت از توزیع دمای جو خاکستری و ضریب جذبی مستقل از عمق استفاده کنید، یعنی از  $\kappa(\text{H})$  در  $T_{\text{eff}} = 5800\text{K}$  بهره بگیرید.  $F_\lambda(0)$  را برای سطح رسم کنید.

## فصل ۹

۱. فرض کنید که رابطه ضریب جذب پیوسته  $\bar{\kappa}_{\text{gr}}$  با دما و فشار را بتوان تقریباً با  $\bar{\kappa}_{\text{gr}} = \kappa_o \tau$  بیان کرد. این تقریب در گستره دماهای  $6000\text{K}$  و  $10000\text{K}$  منطقی است. حساب کنید که فشار گاز در یک جو معین چگونه با  $\tau$  افزایش می یابد.
۲. شتاب گرانشی خورشید را حساب کنید.  $M_\odot = 2 \times 10^{33}\text{g}$ ،  $R_\odot = 6.96 \times 10^10\text{cm}$ ،  $G = 6.68 \times 10^{-8}[\text{cgs}]$ . فشار گاز در عمق ایتیکی  $\tau = 2/3$  را حساب کنید. فرض کنید  $\log \bar{\kappa}_{\text{gr}o} = -5.4$  با  $\bar{\kappa}_{\text{gr}} = \bar{\kappa}_{\text{gr}o} P_g$ .

## فصل ۱۰

۱. توضیح دهید که چرا خطوط طیفی در طول موجهای سرخ عموماً ضعیفتر از خطوط طیفی در طول موجهای آبی و فرابنفش هستند.
۲. برای یک جو خاکستری بیشینه عمق خط را برای خط طیفی در  $3000\text{\AA}$ ،  $6000\text{\AA}$  و در  $10000\text{\AA}$  حساب کنید. از  $T_{\text{eff}} = 5800\text{K}$  استفاده کنید.
۳. تعیین کنید که عمق یک خط نازک ایتیکی آهن خنثی، یعنی عمق خط  $\text{Fe I}$ ، با کاهش فراوانی

فلز در ستاره‌های خورشیدگونه چگونه تغییر می‌کند؟ مشخص کنید که عمق یک خط نازک اپتیکی  $Fe^{+}$  با کاهش فراوانیهای عناصر سنگین چگونه تغییر خواهد کرد؟ فرض کنید که فراوانیهای کلیه عناصر سنگین به یک میزان کاهش می‌یابند.

۴. یک ستاره F اولیه دمایی برابر  $7800^{\circ}K$  دارد. در جو آن ریزتلاطمی با سرعت مرجع  $v = 4 \text{ km s}^{-1}$  را می‌یابیم. نیم‌پهنای یک خط نازک اپتیکی Fe در این ستاره چیست؟ اندازه نیم‌پهنای گرمایی چقدر است؟

۵. یک خط طیفی به گذار بین ترازهای انرژی با اعداد کوانتومی  $n$  و  $m$ ، مربوط است که دارای پهنای طبیعی مربوط به ثابتهای میرایی  $\gamma_n$  و  $\gamma_m$  هستند. از کدام ثابت میرایی باید برای محاسبه نمایه میرایی این خط استفاده کنید؟

۶. ستاره‌ای با سرعت استوایی  $5 \text{ km s}^{-1}$  می‌چرخد. این چرخش خطهای آن را پهن می‌کند. نیم‌پهنای خطوط را که ناشی از این چرخش است به دست آورید. این نیم‌پهنای را با نیم‌پهنای دوپلر گرمایی یک خط  $Fe^{+}$  در یک ستاره  $A^{\circ} V$  مقایسه کنید.

۷. اگر نیم‌پهنای ضریب جذب خطی یک خط Fe II در ستاره‌ای بر اثر ریزتلاطم دو برابر شود، پهنای معادل آن وقتی بر قسمت تخت منحنی رشد قرار گرفته باشد چقدر افزایش می‌یابد؟

## فصل ۱۱

۱. در شکل ۱ طیفهای ستاره  $A^{\circ} V$  چنگ را که دارای نوع طیفی  $A^{\circ} V$  است، و طیف  $\eta$ ی اسد را که دارای نوع طیفی  $A^{\circ} I$  است نشان داده‌ایم. چگالیهای الکترونی این دو ستاره را با استفاده از فرمول اینگلیس-تلر تعیین کنید.

۲. در لبه‌های خط هیدروژن، عمق چگونه با تغییر فراوانیهای فلزی تغییر می‌کند:

(الف) برای ستاره‌های خورشیدگونه؟

(ب) برای ستاره‌های A؟

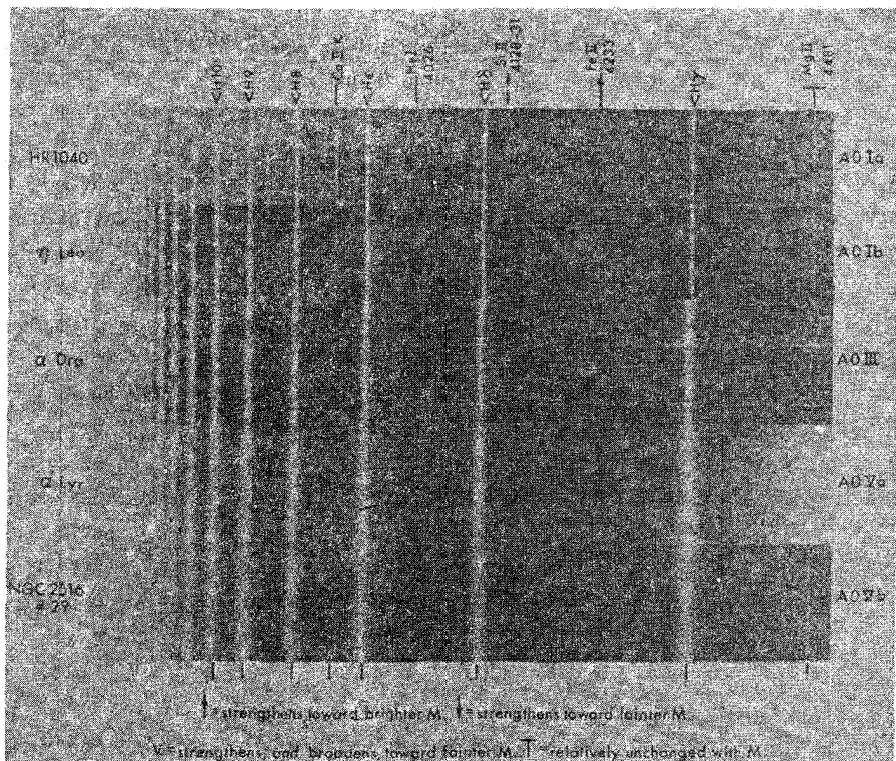
چرا خطوط هیدروژن ملاک خوبی برای تعیین دماست؟

۳. در کناره‌های خط هیدروژن، با افزایش فراوانی H، عمق چه تغییری می‌کند. یعنی با کاهش فراوانی هیدروژن،

(الف) در ستاره‌های خورشیدگونه؟

(ب) در ستاره‌های A؟

۴. ناپیوستگی بالمر، با کاهش فراوانی عناصر سنگین در موارد زیر چگونه تغییر می‌کند؟



شکل ۱. طیفهای ستارگان A با درجه‌های مختلف درخشندگی نشان داده شده است. برای ستاره‌های با درخشندگی بالاتر، خطوط هیدروژن نازکتر می‌شود. خطوط بالمر بیشتری به طور جداگانه در حوالی  $3800 \text{ \AA}$  برای ستاره‌های با درخشندگی بالاتر دیده می‌شود. (به مسئله ۱ از فصل ۱۱ از مورگان، آبت و تینسکات ۱۹۷۸ مراجعه کنید.)

(الف) برای ستاره‌های F؟

(ب) برای ستاره‌های B؟

۵. ناپیوستگی بالمر، با افزایش فراوانی He در موارد زیر چگونه تغییر می‌کند؟

(الف) برای ستاره‌های F؟

(ب) برای ستاره‌های B؟

## فصل ۱۲

۱. در جدول ۱ پهنای معادل  $W_\lambda$  را برای خطهای Fe I و Fe II و خطهای Ti I و Ti II، را که برای خورشید اندازه‌گیری شده است آورده‌ایم. در همین جدول مقادیر  $gf$  این خطوط را که در

جدول ۱. پهنایهای معادل و قدرتهای نوسانگر برای برخی از خطهای طیفی خورشید

خط			خط			خط		
log gf	$W_\lambda(\text{m}\text{\AA})$	$\lambda(\text{\AA})$	log gf	$W_\lambda(\text{m}\text{\AA})$	$\lambda(\text{\AA})$	log gf	$W_\lambda(\text{m}\text{\AA})$	$\lambda(\text{\AA})$
Fe II			Ti I			Fe I		
$\chi_{s,l} = 2,83\text{eV}, 37$ چندتابه			$\chi_{s,l} = 0,02\text{eV}, 2$ چندتابه			$\chi_{s,l} = 0,05\text{eV}, 1$ چندتابه		
-۳,۷۶	۳۹	۴۴۷۲,۹۳	-۲,۳۶	۸,۵	۵۴۶۰,۵۱	-۳,۶۸	۱۱۵	۵۱۶۶,۲۹
-۳,۶۹	۶۱	۴۴۸۹,۱۹	-۲,۴۸	۵,۵	۵۴۲۶,۲۶	-۳,۵۰	۵۹	۵۲۴۷,۰۶
-۲,۷۸	۶۶	۴۴۹۱,۴۱	-۲,۶۷	۲,۵	۵۴۹۰,۸۴	-۳,۲۳	۹۲	۵۲۵۴,۹۶
-۲,۴۲	۷۷	۴۵۵۵,۸۹				-۳,۳۴	۱۲۶	۵۱۱۰,۴۱
-۳,۱۷	۴۹	۴۵۸۲,۸۴	$\chi_{s,l} = 0,02\text{eV}, 4$ چندتابه			-۳,۴۹	۱۱۴	۵۱۶۸,۹۰
-۳,۲۰	۶۹	۴۵۲۰,۲۳	-۰,۹۰	۸۶	۵۲۱۰,۳۹	-۳,۲۶	۶۸	۵۲۲۵,۵۳
-۳,۲۳	۵۳	۴۵۳۴,۱۷	-۰,۹۶	۸۰	۵۱۹۲,۹۷			
			-۱,۰۶	۶۷	۵۱۷۳,۷۴	$\chi_{s,l} = 0,97\text{eV}, 15$ چندتابه		
$\chi_{s,l} = 2,82\text{eV}, 38$ چندتابه			-۱,۹۰	۲۵	۵۲۱۹,۷۱	-۱,۴۳	۳۷۵	۵۳۲۸,۰۵
-۲,۴۲	۷۲	۴۵۰۸,۲۸	-۱,۷۳	۳۸	۵۱۵۲,۲۰	-۱,۷۸	۲۶۶	۵۴۰۵,۷۸
-۲,۸۹	۵۶	۴۵۷۶,۳۴	-۱,۷۱	۳۶	۵۱۴۷,۴۸	-۱,۸۵	۲۳۹	۵۳۹۷,۱۵
-۳,۱۳	۴۷	۴۶۲۰,۵۱				-۱,۷۶	۲۸۵	۵۴۲۹,۷۰
-۲,۹۳	۵۸	۴۵۴۱,۵۲	$\chi_{s,l} = 0,82\text{eV}, 38$ چندتابه			-۱,۸۶	۲۳۸	۵۴۴۶,۹۲
			+۰,۵۷	۱۱۲	۴۹۸۱,۷۳	-۲,۰۱	۲۱۹	۵۴۵۵,۶۱
			+۰,۴۵	۱۰۲	۴۹۹۱,۰۷			
			Ti II					
			+۰,۳۸	۱۰۴	۴۹۹۹,۵۰	$\chi_{s,l} = 2,20\text{eV}, 66$ چندتابه		
			-۰,۴۴	۶۰	۵۰۱۶,۱۶	-۲,۴۰	۴۴	۵۱۴۵,۱۰
-۳,۰۰	۴۹	۴۶۶۹,۱۶	-۰,۲۹	۸۶	۵۰۲۰,۰۳	-۱,۹۲	۷۲	۵۱۳۱,۴۸
-۳,۶۲	۲۶	۴۴۹۳,۵۳	-۰,۳۰	۷۲	۵۰۲۲,۸۷	-۱,۴۰	۱۰۲	۵۰۹۸,۷۰
-۰,۵۵	۱۳۵	۴۳۹۵,۰۳	-۰,۴۷	۶۲	۵۰۲۴,۸۴	-۱,۴۵	۱۰۰	۵۰۷۹,۲۳
-۰,۷۳	۱۲۴	۴۴۴۳,۸۰	-۱,۴۹	۱۰	۵۰۴۵,۴۰	-۱,۵۲	۱۰۴	۵۲۵۰,۶۵
-۱,۵۶	۷۹	۴۴۵۰,۴۹	-۱,۳۰	۱۴	۵۰۴۳,۵۸	-۱,۵۰	۸۷	۵۱۹۸,۷۱
			-۱,۳۷	۱۶	۵۰۴۰,۶۴	$\chi_{s,l} = 3,40\text{eV}, 687$ چندتابه		
			$\chi_{s,l} = 1,22\text{eV}$			-۰,۳۰	۱۱۴	۴۹۶۶,۱۰
-۰,۷۰	۱۰۹	۴۵۳۳,۹۷	+۰,۴۲	۳۶	۵۲۲۴,۳۰	-۰,۷۴	۱۱۳	۴۹۶۶,۳۹
-۰,۸۶	۱۲۰	۴۵۶۳,۷۶	-۰,۰۳	۶۸	۵۲۲۴,۵۶	-۱,۱۰	۷۰	۴۸۸۲,۱۵
-۳,۴۵	۲۵	۴۵۶۸,۳۰	-۰,۰۹	۱۱	۵۲۲۳,۶۲	-۱,۲۱	۴۸	۴۹۶۳,۶۵
-۱,۷۲	۷۰	۴۵۸۹,۹۶	-۰,۰۵	۲۳	۵۲۲۲,۶۹	-۱,۳۹	۵۵	۴۸۷۵,۹۰
-۳,۵۵	۱۵	۴۴۳۲,۰۹	-۰,۲۷	۱۳	۵۲۶۳,۴۸	-۱,۳۳	۶۰	۴۸۵۵,۶۸
-۱,۳۲	۱۱۵	۴۳۹۹,۷۷	-۰,۱۵	۱۰	۵۲۴۷,۲۹	-۱,۳۰	۶۷	۴۸۴۳,۱۶
-۱,۷۱	۷۲	۴۳۹۴,۰۶	-۰,۳۶	۷	۵۱۸۶,۳۳	-۱,۳۹	۵۱	۴۸۳۸,۵۲
-۲,۲۴	۷۰	۴۴۱۸,۳۴	-۰,۰۸	۱۰	۵۱۹۴,۰۴	-۰,۸۹	۷۳	۵۰۳۹,۲۶
			-۰,۲۲	۱۱	۵۲۰۱,۱۰	-۱,۰۳	۸۵	۵۰۰۲,۸۰
			-۰,۱۶	۸	۵۲۰۷,۸۵	-۱,۰۸	۷۹	۴۹۵۰,۱۱
-۰,۷۹	۵۹	۴۳۸۶,۸۵				-۱,۳۳	۶۱	۴۹۰۷,۷۴
			$\chi_{s,l} = 2,09\text{eV}, 183$ چندتابه					
			-۰,۱۶	۸	۵۲۰۷,۸۵	-۱,۰۸	۷۹	۴۹۵۰,۱۱
						-۱,۳۳	۶۱	۴۹۰۷,۷۴
			$\chi_{s,l} = 3,10\text{eV}, 115$ چندتابه					
-۰,۶۲	۴۵	۴۴۸۸,۳۲						

آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است نیز درج کرده‌ایم.

(الف) دمای برانگیختگی خورشید را برای ترازهای انرژی مورد بحث تعیین کنید.

(ب) پهنای دوپلر  $\Delta\lambda_D$  را برای خطوط Fe و Ti تعیین کرده و سرعت ریزتلاطم  $\xi$  را تعیین کنید.

(ج) با بهره‌گیری از پهنای دوپلری که برای خطوط Fe و Ti تعیین شده است سعی کنید

دمای جنبشی خورشید را به دست آورید. (خواهید دید که مشکلاتی در این راه وجود دارد).

(د) فراوانیهای نسبی Fe I و TiI را در خورشید تعیین کنید.

(ه) فراوانیهای نسبی Fe II و Ti II را در خورشید حساب کنید.

(و) سعی کنید دمای یونش و فشار الکترون را برای این دو عنصر از تعادلهای یونش تعیین

کنید. (خواهید دید که مشکلاتی وجود دارد).  $\chi_{\text{ion}}(\text{Ti}) = 6,83 \text{ eV}$ ,  $\chi_{\text{ion}}(\text{Fe}) = 7,90 \text{ eV}$ .

$$u^+(\text{Ti}) = 56, u(\text{Ti}) = 34, u^+(\text{Fe}) = 47, u(\text{Fe}) = 31$$

(ز) فرض کنید برانگیختگی  $T_{\text{ion}} = T$  و فشار الکترون را در جو خورشیدی از تعادل یونش Ti و

Fe تعیین کنید.

(ح) فشار گاز در شیدسپهر خورشید را، با فرض دانستن فراوانیهای عناصر سنگین و هیدروژن،

برآورد کنید.

### فصل ۱۳

۱. خط ۲۱ سانتی‌متری اتم هیدروژن گذاری بین دو حالت انرژی است که در آنها سمستگی

گشتاور مغناطیسی پروتون نسبت به گشتاور مغناطیسی الکترون متفاوت است. احتمال گذار

بینهایت کوچک، یعنی  $A_{ul} = 2,84 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$  است. سطح مقطع وانگیختگی برخوردی

$$C_{u,l} \sim 7 \times 10^{-15} \text{ cm}^2 \text{ است.}$$

دمای برانگیزش تراز بالاتر را در محیط میان‌ستاره‌ای با دمای جنبشی  $10^4 \text{ K}$  و چگالی در

حدود  $1 \text{ اتم در هر } \text{cm}^3$  تعیین کنید.

### فصل ۱۴

۱. گرادیان تابشی را برای ناحیه همرفتی خورشید در لایه‌ای که در آن  $T = 10000 \text{ K}$  و

$$\log P_g = 5,33 \text{ است محاسبه کنید.}$$

۲. برای هر لایه معین در ناحیه همرفت هیدروژن بزرگترین نسبت ممکن  $F_{\text{conv}}/F_{\text{rad}}$ ، یا به عبارت

دیگر کوچکترین مقدار  $F_{\text{rad}}/\sigma T_{\text{eff}}^4$  را به دست آورید.



۳. در عمق ستارگان ضریب جذب  $\bar{\kappa}_{gr} \propto T^{-3.5}$  با افزایش دما تقریباً به صورت کاهش می‌یابد (قانون کدری کرامرز). در لایه‌هایی که انرژی هسته‌ای تولید نمی‌شود آیا ناپایداری همرفتی می‌تواند وجود داشته باشد؟

۴. انتقال انرژی همرفتی را در لایه‌ای در ناحیه همرفت هیدروژن خورشید حساب کنید که در آن  $\mu \approx 1.44, c_{p/at} = 9k, \nabla_{ad} = 0.15, \log \bar{\kappa}_{gr} = 1.65, \log P_g = 5.33$  و  $T = 10000 K$ .  
 انتقال انرژی را در لایه‌ای از ناحیه همرفت یک ستاره F اولیه حساب کنید که در آن  $T = 10000 K$  و  $\mu = 1.30, c_{p/at} \approx 20k, \nabla_{ad} = 0.11, \log \bar{\kappa}_{gr} = 1.45, \log P_g = 4.46$

## فصل ۱۵

۱. ارتفاع فام‌سپهر خورشید در حدود  $2000 \text{ km}$  است. پس از تماس دوم در حین کسوف خورشیدی سایه ماه این لایه را به آرامی می‌پوشاند. حساب کنید که طیفهای فام‌سپهری را چه مدت می‌توان دید. (نمی‌توانیم طیف را پیش از تماس دوم ببینیم چرا که نور خورشید از قرصی بسیار روشن می‌آید.)

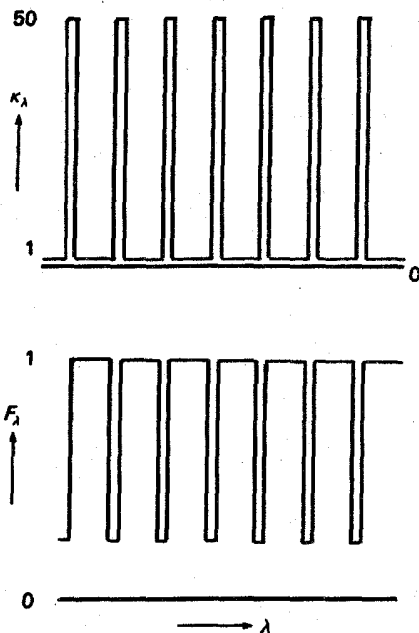
۲. لایه‌بندی دما در قسمت زیرین ناحیه گذار بین فام‌سپهر و خرمن را با فرض داشتن شار انرژی مکانیکی  $10^5 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  و طول میرایی  $10^6 T^{0.5} \text{ cm}$  با  $\lambda = 1.5 \times 10^6$  محاسبه کنید. از  $g_{\text{eff}} = g$  با  $2.7 \times 10^4 \text{ cm s}^{-2}$  استفاده کنید.

۳. لایه‌بندی دما را در بخش زیرین لایه گذار با فرض شاررسانشی ثابت  $F_e = 10^5 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  محاسبه کنید.

۴. در فام‌سپهر یک غول سرخ چگالی الکترونها در حدود  $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$  است. اگر دما  $10000 \text{ K}$  و  $g_{\text{eff}} = g$  باشد، اندازه چگالی در نقطه صوتی این ستاره چقدر خواهد بود؟ اگر سرعت  $100 \text{ km s}^{-1}$  باشد اتلاف جرم چقدر است؟ فرض کنید که غول سرخ دارای جرم  $M = 1.5 M_{\odot}$  و شعاع  $200 R_{\odot}$  است.

۵. تکانه منتقل شده به یون C IV بر اثر جذب یک فوتون با  $\lambda = 1550 \text{ \AA}$  (خطوط تشدیدي C IV) را محاسبه کنید. تغییر سرعت این یون چقدر خواهد بود؟ فراوانی C/H در جو ستاره‌ای در حدود  $10^{-2}$  است. اگر تکانه یونهای C IV بین تمام یونهای داخل باد توزیع شده باشد. سرعت باد در صورتی که همه C IV های یک فوتون  $1550 \text{ \AA}$  را جذب کنند چقدر خواهد بود؟ فرض کنید همه یونهای کربن یونهای C IV هستند.

۶. (الف) برای محاسبه حد درخشندگی ادینگتون برای ستاره‌ها فرض کرده‌ایم که



شکل ۲. (الف) وابستگی بسامدی ضریب جذب برای مدل پرچینی در فصل ۱۵، مسئله ۶. (ب) وابستگی بسامدی مفروض شار در مدل پرچینی مسئله ۶.

$\sigma_\nu + \kappa_\nu \approx \sigma_\nu = \text{const}$  در واقع تعداد زیادی خطوط جذبی وجود دارد. فرض کنید  $20\%$  طیف را خطوط جذبی قوی پوشانده است. برای سهولت فرض کنید که این خطوط به طور یکنواخت در طیف توزیع شده و در این خطوط  $5^\circ = \kappa_L / \sigma_\nu = \text{const.}$  نگاه کنید به شکل ۲. در چنین خطهای جذبی قوی شار کاهش یافته است، فرض کنید شار در این خطوط  $25\%$  شار پیوستار است (شکل ۲).  
 (i) بر اثر این خطوط شتاب گرانشی  $g_r$  تا چه میزان افزایش خواهد یافت؟

(ii) حد درخشندگی برای چنین ستاره‌ای با  $M = 1M_\odot$  و  $M = 5M_\odot$  چه خواهد بود؟  
 (ب) در ستاره‌های ابر بزرگ ماژلانی (LMC) فراوانی عناصر سنگین در حدود ۵ برابر (عدد دقیق هنوز دارای خطاست) نسبت به ستاره‌های کهکشانی کاهش می‌یابد: فرض کنید ضریب جذب خطی در مدل بالا (مدل پرچینی) به همین میزان کم شود.

- (i) شتاب تابشی  $g_r$  در مقایسه با ستاره‌های کهکشانی چند برابر تغییر می‌کند؟
- (ii) حد درخشندگی برای یک ستاره با  $5M_\odot$  در LMC چه خواهد بود؟

$T_{\text{eff}} = 5500 \text{ K}$				
$\log \bar{\tau}$	$T$ (K)	$\log P_g$ (dyn cm <sup>-2</sup> )	$\log \bar{\kappa}_R$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\log n_e$ (cm <sup>-3</sup> )
-3.0	4251	3.50	-1.95	11.56
-2.5	4380	3.86	-1.64	11.85
-2.0	4491	4.14	-1.40	12.15
-1.5	4630	4.41	-1.15	12.42
-1.0	4842	4.70	-0.86	12.75
-0.9	4894	4.73	-0.85	12.77
-0.8	4961	4.79	-0.80	12.82
-0.7	5040	4.84	-0.75	12.89
-0.6	5126	4.90	-0.71	12.96
-0.5	5224	4.95	-0.65	13.03
-0.4	5335	4.99	-0.60	13.10
-0.3	5465	5.04	-0.55	13.18
-0.2	5612	5.09	-0.47	13.28
-0.1	5770	5.14	-0.38	13.40
0	5975	5.18	-0.26	13.54
0.1	6218	5.22	-0.11	13.73
0.2	6465	5.25	+0.04	13.93
0.3	6675	5.27	+0.18	14.10
0.5	7098	5.31	+0.44	14.41
0.7	7453	5.34	+0.65	14.64
1.0	7913	5.39	+0.92	14.95

$T_{\text{eff}} = 5500 \text{ K}$ $\log g = 1.5, \log Z/Z_{\odot} = 0$				
$\log \bar{\tau}$	$T$ (K)	$\log P_g$ (dyn cm <sup>-2</sup> )	$\log \bar{\kappa}_R$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\log n_e$ (cm <sup>-3</sup> )
-3.0	4239	1.89	-3.25	10.13
-2.5	4384	2.21	-2.99	10.44
-2.0	4507	2.50	-2.76	10.71
-1.5	4651	2.78	-2.51	11.02
-1.0	4857	3.04	-2.25	11.32
-0.9	4910	3.09	-2.19	11.40
-0.8	4978	3.14	-2.12	11.48
-0.7	5057	3.19	-2.05	11.56
-0.6	5145	3.24	-1.97	11.65
-0.5	5245	3.28	-1.88	11.76
-0.4	5350	3.32	-1.77	11.89
-0.3	5467	3.35	-1.66	12.02
-0.2	5610	3.38	-1.53	12.18
-0.1	5780	3.41	-1.38	12.35
0	5950	3.43	-1.22	12.53
0.1	6135	3.45	-1.05	12.71
0.2	6376	3.46	-0.87	12.92
0.3	6665	3.47	-0.64	13.17
0.5	7320	3.48	-0.13	13.63
0.7	7700	3.49	+0.15	13.86
1.0	8029	3.50	+0.45	14.09

$$T_{\text{eff}} = 5500$$

$$\log g = 4.5, \log Z/Z_{\odot} = -2$$

$\log \tau$	$T$ (K)	$\log P_g$ (dyn cm <sup>-2</sup> )	$\log \bar{\kappa}_R$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\log n_e$ (cm <sup>-3</sup> )
-3.0	4447	4.29	-2.54	11.02
-2.5	4487	4.57	-2.33	11.24
-2.0	4536	4.85	-2.11	11.48
-1.5	4626	5.13	-1.85	11.76
-1.0	4827	5.37	-1.50	12.15
-0.9	4897	5.41	-1.40	12.27
-0.8	4980	5.45	-1.29	12.40
-0.7	5078	5.48	-1.17	12.54
-0.6	5200	5.51	-1.04	12.69
-0.5	5330	5.53	-0.90	12.85
-0.4	5458	5.55	-0.77	13.03
-0.3	5589	5.57	-0.64	13.19
-0.2	5717	5.59	-0.52	13.34
-0.1	5830	5.61	-0.40	13.47
0	5945	5.62	-0.30	13.60
0.1	6065	5.64	-0.21	13.72
0.2	6183	5.65	-0.12	13.83
0.3	6301	5.67	-0.04	13.94
0.5	6545	5.69	+0.14	14.16
0.7	6792	5.72	+0.31	14.37
1.0	7180	5.76	+0.56	14.58

$$T_{\text{eff}} = 10000 \text{ K}$$

$$\log g = 4.0, \log Z/Z_{\odot} = 0$$

$\log \tau$	$T$ (K)	$\log P_g$ (dyn cm <sup>-2</sup> )	$\log \kappa_R$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\log n_e$ (cm <sup>-3</sup> )
-3.0	7495	1.54	-0.38	12.68
-2.5	7673	1.87	-0.20	12.97
-2.0	7875	2.20	+0.02	13.26
-1.5	8170	2.49	+0.27	13.56
-1.0	8540	2.74	+0.59	13.87
-0.9	8670	2.79	+0.68	13.94
-0.8	8810	2.83	+0.77	14.02
-0.7	8990	2.87	+0.87	14.10
-0.6	9175	2.90	+0.95	14.18
-0.5	9380	2.93	+1.04	14.25
-0.4	9600	2.96	+1.12	14.31
-0.3	9840	2.99	+1.21	14.37
-0.2	10110	3.03	+1.28	14.43
-0.1	10430	3.06	+1.33	14.49
0	10790	3.09	+1.35	14.54
0.1	11160	3.13	+1.36	14.58
0.2	11610	3.17	+1.34	14.61
0.3	12070	3.22	+1.32	14.66
0.5	13250	3.35	+1.23	14.76
0.7	14530	3.53	+1.17	14.90
1.0	17040	3.87	+1.12	15.18

$$T_{\text{eff}} = 10000 \text{ K}$$

$$\log g = 2.5, \log Z/Z_{\odot} = 0$$

$\log \bar{\tau}$	$T$ (K)	$\log P_g$ (dyn cm <sup>-2</sup> )	$\log \bar{\kappa}_R$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\log n_e$ (cm <sup>-3</sup> )
-3.0	7289	0.07	-0.50	11.61
-2.5	7531	0.46	-0.39	11.98
-2.0	7791	0.85	-0.24	12.34
-1.5	8089	1.20	-0.04	12.68
-1.0	8540	1.49	+0.21	12.99
-0.9	8680	1.55	+0.26	13.05
-0.8	8820	1.60	+0.31	13.11
-0.7	8980	1.65	+0.36	13.16
-0.6	9160	1.70	+0.40	13.22
-0.5	9370	1.75	+0.44	13.28
-0.4	9590	1.81	+0.47	13.33
-0.3	9840	1.86	+0.49	13.38
-0.2	10140	1.92	+0.50	13.43
-0.1	10460	1.98	+0.51	13.48
0	10810	2.05	+0.51	13.54
0.1	11180	2.12	+0.50	13.60
0.2	11620	2.20	+0.49	13.67
0.3	12110	2.29	+0.48	13.73
0.5	13220	2.48	+0.45	13.88
0.7	14540	2.68	+0.42	14.05
1.0	17000	2.99	+0.41	14.32

$$T_{\text{eff}} = 30000 \text{ K}$$

$$\log g = 2.5, \log Z/Z_{\odot} = 0$$

$\log \bar{\tau}$	$T$ (K)	$\log P_g$ (dyn cm <sup>-2</sup> )	$\log \bar{\kappa}_R$ (cm <sup>2</sup> g <sup>-1</sup> )	$\log n_e$ (cm <sup>-3</sup> )
-3.0	19676	1.33	-0.36	12.59
-2.5	20492	1.78	-0.29	13.03
-2.0	21455	2.20	-0.21	13.43
-1.5	22990	2.61	-0.11	13.81
-1.0	24900	3.01	-0.01	14.17
-0.9	25430	3.08	+0.01	14.23
-0.8	26040	3.16	+0.03	14.30
-0.7	26730	3.24	+0.05	14.37
-0.6	27460	3.31	+0.07	14.44
-0.5	28280	3.39	+0.09	14.50
-0.4	29170	3.47	+0.11	14.56
-0.3	30130	3.54	+0.13	14.62
-0.2	31170	3.62	+0.15	14.69
-0.1	32300	3.70	+0.18	14.75
0	33500	3.77	+0.20	14.80
0.1	34790	3.84	+0.24	14.86
0.2	36160	3.91	+0.27	14.92
0.3	37660	3.98	+0.30	14.98
0.5	40920	4.13	+0.33	15.09
0.7	44550	4.29	+0.33	15.22
1.0	51350	4.56	+0.29	15.43

- Abell, G. O., 1982, *Exploration of the Universe*, Fourth Edition, CBS College Publishing.
- Auer, L. and D. Mihalas, 1973, *Astrophysical Journal Supplement*, **24**, 193.
- Bhatnagar, P. L., M. Krook, D. H. Menzel, and K. N. Thomas, 1955, in *Vistas of Astronomy*, ed. A. Beer, Vol. 1, 296.
- Biermann, L., 1951, *Zeitschrift für Astrophysik*, **29**, 274.
- Böhm-Vitense, E. and T. Dettmann, 1980, *Astrophysical Journal*, **236**, 560.
- Böhm-Vitense, E., 1979, *Mercury*, **8**, 29.
- Böhm-Vitense, E., 1986, *Astrophysical Journal*, **301**, 297.
- Chalange, D. and V. Kourganoff, 1946, *Annales d'Astrophysique*, **9**, 69.
- Chapman, S., 1957, *Smithsonian Contribution Astrophysics*, **2**, 1.
- Crawford, D. L., 1958, *Astrophysical Journal*, **128**, 185.
- Davidson, C. R. and F. J. M. Stratton, 1927, *Memoirs Royal Astronomical Society*, **64**, IV.
- Deutsch, A., 1956, *Astrophysical Journal*, **123**, 210.
- Edlén, B., 1941, *Arkiv for Matematik Astronomi och Fysik*, **28**, B, No. 1.
- Edlén, B., 1942, *Zeitschrift für Astrophysik*, **22**, 30.
- Grottrian, W., 1939, *Naturwissenschaften*, **27**, 214.
- Hartmann, L., A. K. Dupree, and J. C. Raymond, 1980, *Astrophysical Journal (Letters)*, **236**, L143.
- Hartmann, L. and K. B. McGregor, 1980, *Astrophysical Journal*, **242**, 260.
- Hundhausen, A. J., 1972, *Coronal Expansion and Solar Wind*, Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin.
- Inglis, D. R. and E. Teller, 1939, *Astrophysical Journal*, **90**, 439.
- Johnson, H. L., 1965, *Astrophysical Journal*, **141**, 940.
- Jordan, C., A. Brown, F. M. Walter, and J. L. Linsky, 1985, *Monthly Notices Royal Astronomical Society London*, **218**, 465.
- Keenan, P. C. and R. E. Pitts, 1980, *Astrophysical Journal Supplement*, **42**, 541.
- Kuiper, G. P., 1953, *The Sun*, University of Chicago Press, Chicago, Illinois.
- Lighthill, M., 1952, *Proceedings Royal Society London Ser. A*, **211**, 564.
- Linsky, J. L. and B. M. Haisch, 1979, *Astrophysical Journal (Letters)*, **229**, L27.
- Moore, C. E., 1959, *A Multiplet Table of Astrophysical Interest*, NBS Technical Note No. 26, United States Department of Commerce.
- Morgan, W. W., H. A. Abt, and J. W. Tapscott, 1978, *Revised MK Spectral Atlas for Stars Earlier than the Sun*, Yerkes Observatory, University of Chicago and Kitt Peak National Observatory.
- Morgan, W. W., P. Keenan, and E. Kellman, 1943, *An Atlas of Stellar Spectra*, University of Chicago Press, Chicago, Illinois.

- Parker, E. N., 1958, *Astrophysical Journal*, **128**, 664.
- Proudman, I., 1952, *Proceedings Royal Society London Ser. A*, **214**, 119.
- Rosner, R., W. H. Tucker, and G. S. Vaiana, 1978, *Astrophysical Journal*, **220**, 643.
- Schmidt-Kaler, T., 1982, in *Landolt-Börnstein: Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, New Series, Volume 2, Astronomy and Astrophysics*, ed. K. Schaifers and H. H. Voigt, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, p. 1.
- Skumanich, A., 1972, *Astrophysical Journal*, **171**, 565.
- Stencel, R., D. J. Mullan, J. L. Linsky, G. S. Basri, and S. P. Worden, 1980, *Astrophysical Journal Supplement*, **44**, 383.
- Strömgren, B., 1963, in *Basic Astronomical Data*, p. 123, ed. K. Strand, Vol. III of *Stars and Stellar Systems*, gen. ed. G. P. Kuiper and B. M. Middlehurst, University of Chicago Press.
- Unsöld, A., 1977, *The New Cosmos*, Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin.
- Vidal, C., J. Cooper, and E. Smith, 1973, *Astrophysical Journal Supplement*, **25**, 37.
- Wildt, R., 1939, *Astrophysical Journal*, **90**, 611.
- Zirin, H., 1966, *The Solar Atmosphere*, Blaisdell Publishing, Waltham, Massachusetts.

کتابهای دیگری که به جَوَهای ستاره‌ای می‌پردازند

- Aller, L., 1963, *The Atmospheres of the Sun and the Stars*, Second Edition, Ronald Press Company, New York.
- Chandrasekhar, S., 1950, *Radiative Transfer*, First Edition, Oxford University Press; 1960, Second Edition, Dover Publications, Inc., New York.
- Gibson, E. G., 1972, NASA Spec. Publ. SP-303.
- Gingerich, O., editor, 1969, *Theory and Observations of Normal Stellar Atmospheres*, MIT Press, Cambridge, MA.
- Gray, D., 1976, *Observations and Analysis of Stellar Photospheres*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Greenstein, J., editor, 1960, *Stellar Atmosphere*, Vol. VI of *Stars and Stellar Systems*, gen. ed. G. P. Kuiper and B. M. Middlehurst, University of Chicago Press, Chicago, Illinois.
- Jefferies, J. T., 1968, *Spectral Line Formation*, Blaisdell Publications, Waltham, MA.
- Kourganoff, V., 1952, *Basic Methods in Transfer Problems*, First Edition, Oxford University Press; 1963, Second Edition, Dover Publications, Inc., New York.
- Mihalas, D., 1978, *Stellar Atmospheres*, Second Edition, Freeman and Company, San Francisco.
- Novotny, E., 1973, *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*, Oxford University Press, New York.
- Swihart, T. L., 1981, *Radiative Transfer and Stellar Atmospheres*, Pachart Publishing House, Tucson.
- Swihart, T., 1968, *Astrophysics and Stellar Astronomy*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Swihart, T., 1971, *Basic Physics of Stellar Atmospheres*, Pachart Publishing House, Tucson.
- Unsöld, A., and Baschek, B., 1982, *The New Cosmos*, Springer Verlag, Heidelberg, Berlin, New York.
- Unsöld, A., 1955, *Physik der Sternatmosphären*, Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg.

## نمایه

- ابرغولها ۱۹  
 ابر میان ستاره‌ای ۴۱  
 اتلاف  
 ~ انرژی بر اثر تابش (لایه گذار) ۲۳۴، ۲۳۵  
 ~ جرم خورشیدی ۲۴۶  
 ~ جرم ستاره‌های خنک درخشان ۲۴۸  
 ~ جرم ستاره‌های داغ ۲۴۸، ۲۴۹  
 احتمالات گذار اینشتین ۱۸۶  
 ارتفاع  
 ~ معادل ۱۱۹  
 ~ مقیاس ۱۱۹  
 ~ مؤثر جو ستاره‌ای ۱۳۵  
 اصل پاولی ۸۲  
 اعداد اشغال ۸۷  
 افت‌وخیزهای دمای همرفتی ۲۱۵، ۲۱۷  
 امواج مغناطوهیدرودینامیکی ۲۳۳، ۲۳۴  
 انتقال  
 ~ انرژی همرفتی ۲۱۱  
 ~ جرم همرفتی ۲۱۲  
 ~ گرمای رسانشی ۲۳۶
- انتقال تابشی  
 ~ در جو ستاره‌ای ۴۸  
 معادله ~ ۳۶، ۴۸  
 مورد آزمایشگاهی ~ ۳۸  
 اندازه‌گیری دما به طور کلی ۳۲  
 باد  
 انواع ~ ۲۳  
 ~ ستاره‌های خنک درخشان ۲۴۷، ۲۴۸  
 ~ ستاره‌های داغ ۲۴۸  
 نظریه ~ ۲۵۲  
 باز توزیع شار ۱۱۵  
 بستگی خط هیدروژن به فراوانی ۱۸۱  
 پراکندگی  
 ~ تاسون روی الکترونها ۲۸  
 ~ توسط اتمها ۹۵  
 ~ توسط الکترونها ۹۸  
 ~ ریلی ۹۵  
 پرتوهای X خورشیدی ۲۱۹، ۲۲۰  
 پس‌گرمایش ۱۱۵



- ~ تابشی ۶۷  
 ~ تعریف ۶۹، ۷۰  
 ~ ترمودینامیکی ۲۴  
 ~ موضعی ۳۷  
 ~ تعریف ~ رسانشی ۶۹  
 ~ تعریف ~ گرمایی ۶۹، ۷۰  
 ~ تعریف ~ همرفتی ۷۰  
 ~ هیدروستاتیک ۱۱۷  
 ~ تعریف  
 ~ انرژی برانگیختگی ۸۱  
 ~ انرژی یونش ۸۱  
 ~ جو خاکستری ۶۰-۵۷  
 ~ حالت اپتیکی کلفت ۴۰  
 ~ حالت اپتیکی نازک ۳۹  
 ~ درخشندگی ۱۷  
 ~ ستاره‌های نوع اولیه و نهایی ۲۳  
 ~ شدت ۲۷، ۳۳  
 ~ عمق اپتیکی ۱۲  
 ~ و تعیین دمای یونش ۱۷۷  
 ~ و شناسایی دمای برانگیختگی ۱۷۵  
 ~ تعیین دمای جنبشی ۱۷۸  
 ~ تغییرات مرکز تالیبه خورشید ۵۳، ۶۲  
 ~ توزیع انرژی  
 ~ خاکستری ۵۷  
 ~ خورشید ۹  
 ~ غیرخاکستری ۱۰۲  
 ~ توزیع سرعت ماکسولی ۱۳۸  
 ~ ثابت میرایی ۱۳۸  
 ~ جذب  
 ~ پرتو X میان ستاره‌ای ۲۶۱  
 ~ پهنای دوبلری ۱۳۹، ۱۴۰  
 ~ تعیین ۱۷۵  
 ~ پهنای معادل ۱۴۸  
 ~ پهن شدگی برخوردی ۱۵۷  
 ~ پهن شدگی خط  
 ~ اثر اشتارک در ~ ۱۵۷  
 ~ درشت تالاطمی ۱۴۴  
 ~ دورانی ۱۴۵  
 ~ ریزتالاطمی ۱۴۴  
 ~ عمق اپتیکی ۱۴۹  
 ~ پیوستار  
 ~ بالمر ۹۲  
 ~ پاشن ۹۱  
 ~ تابع  
 ~ پارش ۸۸  
 ~ چشمه NLTE ۱۹۱  
 ~ بستگی عمق به ~ ۶۲  
 ~ تعریف ~ ۳۶  
 ~ جسم سیاه ۳۶  
 ~ جو خاکستری ۷۳  
 ~ حساسیت صافی، UBv ۱۱  
 ~ وزن راسلند ۱۱۲  
 ~ تحلیل طیفی ۱۶۱  
 ~ تحلیل منحنی رشد ۱۶۹  
 ~ تشکیل خط ۱۳۴  
 ~ تصحیح تابش سنجی ۱۸  
 ~ تصحیح خاموشی ۱۴  
 ~ تعادل  
 ~ انرژی در فام سپهر ۳۳۷  
 ~ انرژی در لایه‌های گذار ۳۳۷

رنگ

- ~ ابرغولها ۱۵
- ~ اشترومگرن ۱۶۵
- ~ رشته اصلی ستاره‌ها ۱۵
- ~ جسم سیاه، UBV ۱۵
- ~ ستاره‌ای، UBV ۹
- ستارگان استاندارد ۶
- سرعت‌های باد ستاره‌ای ۲۵۸
- سرعت‌های همرفتی ۲۱۶، ۲۱۵
- سرمایش سطحی ۱۱۵
- سمت الرأس ۱۲

شار

- ~ تابشی ۵۸
- تعریف ~ ۵۴
- ~ و طیف ستاره‌ای ۶۰
- ~ سطحی ۵۶، ۵۴، ۱۷
- ~ ظاهری ۷
- شتاب گرانشی ۱۱۸
- ~ مؤثر ۱۲۹
- شدت سطحی ۵۰
- شرایط تعادل ترمودینامیکی موضعی ۱۹۳، ۱۹۴
- تعریف ~ ۳۷
- شعاع زاویه‌ای ۱۷
- شناسایی خط ۱۶۹
- ضریب جذب ۱۲
- ابعاد ~ ۱۱۹
- ~ خطی ۱۳۹، ۱۳۰
- ~ خورشید ۶۵
- ~ فلزات ۹۴
- ~ میانگین راسلند ۱۱۲

- ~ خط و رنگهای UBV ۱۰۸
- ~ پیوسته ۸۳
- جسم سیاه
- تعریف ~ ۲۴
- توزیع شدت برای ~ ۲۸، ۲۷
- چشمه نور استاندارد ۲۵
- چگالی تابش ۶۰
- چندتایی ۱۶۹
- حد ادینگتون ۲۶۱
- خاموشی جو زمین ۱۰
- خرمن خورشیدی ۲۱۹، ۴۳، ۴۲
- خطوط
- ~ بالمر ۱۶۳، ۱۶۲
- ~ جذبی ۳۸
- ~ طیفی ۲۱
- ~ فلزی (بستگی به فراوانی) ۱۸۱
- ~ گسیلی ۳۷
- دسته‌بندی طیفی ۲۱
- دما(ی)
- ~ جنبشی ۳۲
- ~ خرومنی ۲۵۹
- ~ مؤثر ۳۱، ۲۸
- ~ نظری در جو خاکستری ۷۲
- ~ وین ۳۰
- رابطه ادینگتون-باربیر ۵۶
- رابطه سطح مقطع برخوردی ۱۹۴
- رشته اصلی ۱۹
- رشته طیفی ۲۳، ۲۲

~ تابشی ۱۲۹، ۱۳۰	~ ۸۷ H
~ تلاطمی ۱۲۶	~ ۶۶ H <sup>-</sup>
~ گاز ۱۱۹	~ ۸۶ He <sup>+</sup>
قانون	ضریب گاونت ۸۴
~ استقنان-بولتزمن ۲۶	طول
~ جابه‌جایی وین ۲۷	~ مخلوط شدن (در نظریه همرفتی) ۲۱۵
~ کیرشهوف ۳۷	~ مسیر (همرفت) ۲۱۵
قدر	~ میرایی (شار مکانیکی) ۲۳۳
~ تابش‌سنجی ۱۷	طیف‌سحابی سیاره‌ای ۴۲
~ ظاهر ۷	طیفهای ستاره‌ای ۲۱
~ مطلق ۱۶	عدد کوانتومی اصلی ۸۱
قدرت نوسانگر ۱۳۷	عمق خط اپتیکی نازک ۱۳۴
قرص خورشید ۵۳	غولها ۱۹
کسوف خورشیدی ۲۱۹	فاصله ستاره‌ها ۱۷
کوتوله‌ها ۲۰	فاصله سمت‌الرأس ۱۲
~ ی سفید ۲۰	فام‌سپهر
گرادیان دمای تابشی ۲۰۵، ۲۰۴	~ خورشیدی ۲۲۳، ۴۶
گرادیان دمای تعادل تابشی ۲۰۶	~ ستاره‌ای ۲۲۶
گرمای حاصل از امواج آکوستیکی ۲۳۲	نظریه ~ ۲۳۱
گرمای ویژه ۲۰۶	~ و دوران ستاره‌ها ۲۳۰
گرمایش ژول ۲۳۳، ۲۳۴	~ و سن ستاره‌ها ۲۳۰
گسیل القایی ۱۸۹	فراوانی مشاهده‌شده عناصر ۱۸۳
گسیلمندی ۳۶	فرمول
لایه‌بندی دما ۲۴۴	~ اینگلیس و تتر ۱۶۰
~ ی ناشی از خاکستری نبودن جو ۱۱۴	~ بولتزمن ۸۷
~ ی همرفتی ۲۱۸	~ پلانک ۲۷
لایه‌بندی فشار ۱۱۷	فشار
لایه‌های گذار	~ الکترون ۸۸، ۱۲۴
~ خورشیدی ۲۲۶	تعیین ~ ۱۶۲، ۱۸۰

نقطه صوتی (باد ستاره‌ای) ۲۶۰، ۲۶۱

نمایه خط

~ P دجاجه ۲۵۰

~ دوپلر ۱۳۸

~ لورنتسی ۱۳۶

~ میرایی ۱۳۶، ۱۳۷

نمایه فوگت ۱۴۰

نمودار رنگ-قدر ۲۰

نورسنجی اشترومگرن

رنگهای ~ ۱۶۵

شاخص فلزی در ~ ۱۶۸

شاخص H $\beta$  در ~ ۱۶۷

نیروی بالابر ۲۱۴

وزن آماری ۸۲

وگا

توزیع انرژی ~ ۱۰

دمای مؤثر ~ ۳۱

رنگهای ~ ۹

همرفت ۲۰۰

~ مرکزی ۲۰۵

~ ستاره‌ای ۲۲۶، ۲۳۰

نظریه ~ ۲۳۳

لیزر ۱۸۹

ماهواره بین‌المللی کاوشگر فرابنفش (IUE) ۲۲۶

مدل اتمی بور ۸۱، ۸۲

مرزهای بالایی منطقه همرفت ۲۱۰، ۲۱۶

معادله ساها ۸۸

معادله هیدروستاتیک ۱۱۸

معیار ناپایداری همرفتی ۲۰۳

مقدار تعادل ترمودینامیکی غیرموضعی ۱۸۷

منحنی رشد ۱۵۰

منطقه همرفت هلیم ۲۱۰

منطقه همرفت هیدروژن ۲۰۵، ۲۱۰

میزر ۱۸۹

ناپایداری همرفتی

افزایش گرمای ویژه در ~ ۲۰۶

افزایش  $\kappa$  در ~ ۲۰۶

نایبوستگی بالمر ۱۰۳

بستگی ~ به دما و چگالی ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۶۲

نظریه آماری (اثر اشتارک) ۱۵۷