

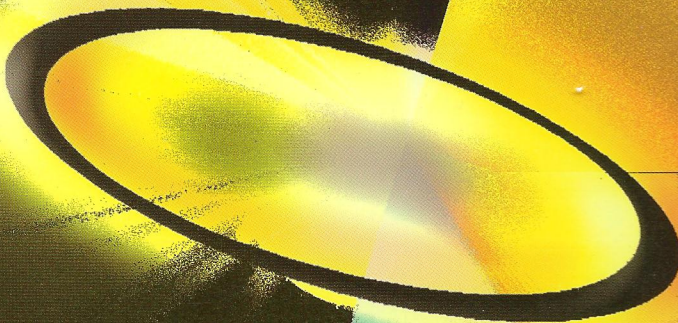


آشنایی با

# اختر فیزیک ستاره‌ای

جلد سوم

ساختار و تحول ستاره‌ای



اریکا بوم - ویتنس

ترجمه تانیا داوری

این کتاب به بحث دربارهٔ ساختار داخلی و تکامل ستارگان می‌پردازد. تأکید آن بر فیزیک پایهٔ حاکم بر ساختار ستاره‌ها و نظرات بنیادی‌ای است که بر اساس آنها درک ما از ساختار ستاره‌ای پایه‌گذاری شده است. در این کتاب بحث جامعی نیز دربارهٔ تکامل ستاره‌ها ارائه شده است. مقایسهٔ محتاطانه‌ای بین نظریه و مشاهده (رصد) به عمل آمده، و به این ترتیب مؤلف متن مقدماتی واضح و متعادلی برای دانشجو فراهم کرده است.

در جلد اول این مجموعه (با عنوان رصدهای ستاره‌ای و داده‌های بنیادی) اجزای اصلی اخترشناسی پایه و اخترفیزیک معرفی شده است. در جلد دوم (با عنوان جوهای ستاره‌ای) نظرات فیزیکی و قوانینی که در مطالعهٔ لایه‌های خارجی ستاره به کار می‌روند، توضیح داده شده‌اند. جلد اخیر، آخرین کتاب از این مجموعهٔ کوتاه است که در مجموع، تفسیر جدید و کاملی از اطلاعات کنونی دربارهٔ ستارگان فراهم می‌کند.

هر یک از این سه کتاب به صورت مستقل و مجزا قابل استفاده است. مؤلف که استاد اخترفیزیک دانشگاه‌های واشنگتن و سیاتل است، نه تنها به تدریس این موضوع پرداخته بلکه مقالات بدیعی در این زمینه منتشر کرده است. شیوهٔ ارائهٔ روشن هر سه کتاب، اولویت انتخابشان را برای دانشجویان دورهٔ کارشناسی و دانشجویان درسهای اخترشناسی و اخترفیزیک ستاره‌ای نشان می‌دهد.



آشنایی با

# اختر فیزیک ستاره‌ای

جلد سوم

ساختار و تحول ستاره‌ای

اریکا بوم - ویتنس

ترجمه تانیا داوری

مرکز نشر دانشگاهی



*Introduction to Stellar Astrophysics*  
 Vol. 3: Stellar structure and evolution  
 Erika Böhm-Vitense  
 Cambridge University Press, 1997

آشنایی با اختر فیزیک ستاره‌ای  
 جلد سوم: ساختار و تحول ستاره‌ای  
 تألیف اریکا بوم - ویتنس  
 ترجمهٔ تانیا داوری  
 ویراستهٔ بهمن سلطانی  
 طراح جلد: معصومه انوری  
 نمونه خوان: لیلا محسنی  
 حروفچین: الهه عموحسن  
 ناظر چاپ: جواد خسروی  
 مرکز نشر دانشگاهی  
 چاپ اول ۱۳۸۵  
 تعداد ۲۰۰۰  
 لیتوگرافی: عابد  
 چاپ: محمدامین  
 حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

فهرست نویسی پیش از انتشار کتابخانهٔ ملی جمهوری اسلامی ایران

Böhm-Vitense, Erika

سرشناسه: بوم-ویتنز، اریکا  
 عنوان و پدیدآور: آشنایی با اختر فیزیک ستاره‌ای / اریکا بوم-ویتنس؛ ترجمهٔ منیژه رهبر، پیمان صاحب‌سرا  
 مشخصات نشر: تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۳-۱۳۸۵.  
 مشخصات ظاهری: ج. ۳.

فروست: (مرکز نشر دانشگاهی، ۱۱۷۰؛ ۱۱۷۱؛ ۱۲۴۸. فیزیک؛ ۱۱۲؛ ۱۱۳؛ ۱۲۴)  
 شابک: 964-01-1170-8 (ج. ۱)؛ 964-01-8180-3 (دوره)؛ (ج. ۳) 964-01-1248-8

Introduction to stellar astrophysics

یادداشت: جلد سوم کتاب حاضر توسط تانیا داوری ترجمه شده است.  
 یادداشت: کتاب حاضر قبلاً تحت عنوان «مقدمه‌ای بر اختر فیزیک» توسط انتشارات دانشگاه تبریز در سال ۱۳۸۱ منتشر شده است.  
 یادداشت: کتابنامه  
 یادداشت: مندرجات: ج. ۱. رصدهای ستاره‌ای و داده‌های بنیادی. - ج. ۲. جوهای ستاره‌ای. - ج. ۳. ساختار و تحول ستاره‌ای.  
 موضوع: ستاره‌ها  
 موضوع: فیزیک نجومی

شناسه افزوده: رهبر، منیژه، ۱۳۲۴، - مترجم  
 شناسه افزوده: صاحب‌سرا، پیمان، مترجم  
 شناسه افزوده: داوری، تانیا، مترجم  
 شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی  
 رده‌بندی کنگره: ۱۳۸۲ م ۷۹ ب ۱ / QB۸۰  
 رده‌بندی دیویی: ۵۲۳ / ۸  
 شماره کتابخانهٔ ملی: ۲۸۷۰۶-۸۳ م

بسم الله الرحمن الرحيم

## فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۵	مقدمه ۱
۵	۱.۱ نمودارهای قدر رنگ
۱۴	۲.۱ تابندگیهای ستاره‌ای
۱۹	۳.۱ دماهای مؤثر ستارگان
۲۰	۴.۱ جرمهای ستاره‌ای
۲۲	۵.۱ رابطه جرم-تابندگی
۲۲	۶.۱ طبقه‌بندی طیفی
۲۵	۷.۱ ترکیب شیمیایی ستارگان
۲۸	۲ تعادل هیدروستاتیکی
۲۸	۱.۲ معادله تعادل هیدروستاتیکی
۳۲	۲.۲ نتایج تعادل هیدروستاتیکی

۳۳	رابطه بین انرژی گرمایی و گرانشی: قضیه ویريال	۳.۲
۳۷	نتایج قضیه ویريال	۴.۲

### ۳ تعادل گرمایی

۴۱	تعریف و نتایج تعادل گرمایی	۱.۳
۴۵	انتقال انرژی تابشی و گرادیان دما	۲.۳
۴۸	تقریب مرتبه اول رابطه جرم-تابندگی	۳.۳
۴۹	انتقال انرژی توسط رسانش گرمایی	۴.۳

### ۴ کدریها

۵۲	ضرایب جذب مقید-آزاد و آزاد-آزاد	۱.۴
۵۸	پراکندگی الکترون	۲.۴
۵۸	ضرایب جذب خطی	۳.۴

### ۵ ناپایداری همرفتی

۶۱	بحث عمومی	۱.۵
۶۲	معیار ناپایداری همرفتی شوارتس شیلد	۲.۵
۶۴	گرادیان دمای بی-دررو	۳.۵
۶۶	علل ناپایداریهای همرفتی	۴.۵

### ۶ نظریه انتقال انرژی از طریق همرفت

۷۳	معادلات اصلی انتقال انرژی از طریق همرفت	۱.۶
۷۷	نظریه طول اختلاط انتقال انرژی همرفتی	۲.۶
۸۰	انتخاب طول ویژه پیمایش $l$	۳.۶
۸۲	نبادل انرژی بین گاز بالارونده یا ...	۴.۶
۸۵	گرادیان دمای همرفت	۵.۶
۸۸	طبقه‌بندی دما با توجه به پدیده ...	۶.۶
۹۰	فراجت همرفتی	۷.۶
۹۱	انتقال انرژی همرفتی برحسب انتقال انرژی تابشی	۸.۶

۹۳	۷	عمقهای نواحی خارجی همرفت
۹۳	۱.۷	بحث عمومی
۹۶	۲.۷	بستگی عمق منطقه همرفت به $T_{\text{eff}}$
۹۷	۳.۷	بستگی عمق منطقه همرفت به فراوانیهای شیمیایی
۹۸	۴.۷	مسئله لیتیم
۱۰۱	۸	تولید انرژی در ستارگان
۱۰۱	۱.۸	منابع قابل دسترس انرژی
۱۰۳	۲.۸	منابع انرژی هسته‌ای
۱۰۵	۳.۸	اثر تونلی
۱۰۹	۴.۸	زنجیره پروتون-پروتون
۱۱۲	۵.۸	چرخه کربن-نیتروژن
۱۱۳	۶.۸	برهم‌کنش سه آلفایی
۱۱۴	۷.۸	تولید عنصر در ستارگان
۱۱۵	۸.۸	مقایسه مکانیسمهای مختلف تولید انرژی
۱۱۷	۹.۸	فراوانیهای حالت تعادل
۱۱۹	۱۰.۸	تعیین سن خوشه‌های ستاره‌ای
۱۲۳	۹	معادلات بنیادی ساختار ستاره‌ای
۱۲۳	۱.۹	گرادیان دما
۱۲۵	۲.۹	گرادیان فشار
۱۲۶	۳.۹	شرایط مرزی
۱۲۷	۴.۹	معادلات ساختاری بدون بعد
۱۳۰	۱۰	ستارگان همردیف در تعادل تابشی
۱۳۰	۱.۱۰	بستگی پارامترهای ستاره‌ای به جرم
۱۳۷	۲.۱۰	بستگی پارامترهای ستاره‌ای به ...
۱۴۰	۳.۱۰	تغییرات مکان رشته اصلی در ...
۱۴۵	۴.۱۰	ستارگان منقبض‌شونده همردیف در تعادل تابشی

۱۵۰	۱۱ اثر مناطق همرفت بر ساختار ستاره‌ای
۱۵۰	۱.۱۱ تغییرات شعاع، تابندگی و دمای موثر
۱۵۳	۲.۱۱ خط هایاشی
۱۵۶	۳.۱۱ تفسیر فیزیکی خط هایاشی
۱۵۹	۴.۱۱ ستارگان ناحیه سرد خط هایاشی
۱۶۱	۱۲ محاسبه مدل‌های ستاره‌ای
۱۶۱	۱.۱۲ روش شوارتس شیلد
۱۶۳	۲.۱۲ روش هن‌بی
۱۷۳	۳.۱۲ تحول ستاره‌ای
۱۷۶	۱۳ مدل‌های ستارگان رشته اصلی
۱۷۶	۱.۱۳ مدل‌های خورشیدی
۱۸۱	۲.۱۳ مسئله نوترینوی خورشیدی
۱۸۶	۳.۱۳ مدل‌های ستاره داغ
۱۹۱	۴.۱۳ پدیده نیمه همرفت
۱۹۲	۵.۱۳ ساختار ستارگان A رشته اصلی
۱۹۴	۶.۱۳ ستارگان ویژه A
۱۹۶	۱۴ تحول ستارگان سبک
۱۹۶	۱.۱۴ تحول در طول شاخه زیرغول
۲۰۱	۲.۱۴ مراحل پیشرفته تحول ستاره سبک
۲۰۱	۳.۱۴ واگنی
۲۰۷	۴.۱۴ معادله حالت در واگنی کامل
۲۱۱	۵.۱۴ شروع سوختن هلیوم، جرقه هلیوم
۲۱۴	۶.۱۴ تحول پس از سوختن هلیوم هسته
۲۱۷	۷.۱۴ سحابیهای سیاره‌ای
۲۲۳	۱۵ تحول ستارگان سنگین
۲۲۳	۱.۱۵ تحول در طول شاخه غول



۲۲۴	سفرهای کوتاه حلقهٔ آبی	۲.۱۵
۲۲۶	بستگی تحول به اختلاط داخلی	۳.۱۵
۲۲۸	تحول پس از سوختن هسته هلیومی	۴.۱۵
۲۲۹	جرقهٔ کربن	۵.۱۵
۲۳۰	تحول ستارگان سنگین خارج حلقه‌های آبی	۶.۱۵
۲۳۰	ابرناخترهای نوع II	۷.۱۵
۲۳۳	۱۶ مراحل نهایی تحول ستاره‌ای	
۲۳۳	۱.۱۶ ستارگان کاملاً واکن، کوتوله‌های سفید	
۲۳۹	۲.۱۶ ستارگان نوترونی	
۲۴۱	۱۷ آزمونهای رصدی نظریهٔ تحول ستاره‌ای	
۲۴۱	۱.۱۷ نمودارهای قدررنگ خوشه‌های کروی	
۲۴۵	۲.۱۷ نمودارهای قدررنگ خوشه‌های جوان	
۲۴۵	۳.۱۷ جرمهای رصدشدهٔ کوتوله‌های سفید	
۲۴۸	۴.۱۷ ابرناخترها، ستارگان نوترونی و سیاهچاله‌ها	
۲۵۱	۱۸ ستارگان تپنده	
۲۵۱	۱.۱۸ رابطهٔ دوره-چگالی	
۲۵۶	۲.۱۸ حالت تحولی ستارگان قیفاووسی	
۲۵۷	۳.۱۸ تحلیل نوسانهای آونگ	
۲۵۹	۴.۱۸ تپشهای بی‌دررو	
۲۶۰	۵.۱۸ برانگیزش تپشها توسط ساز و کار $\kappa$	
۲۶۶	۶.۱۸ برانگیختگی توسط تولید انرژی هسته‌ای؟	
۲۶۶	۷.۱۸ حدود دامنه‌های تپش	
۲۶۷	۸.۱۸ لبه‌های نوار ناپایداری	
۲۶۸	۱۹ مسئله جرم قیفاووسی	
۲۶۸	۱.۱۹ اهمیت تعیین جرم قیفاووسی	
۲۶۹	۲.۱۹ رابطهٔ دورهٔ تناوب-درخشندگی	

۲۶۹	جرمهای تحولی	۳.۱۹
۲۷۰	جرمهای تپنده	۴.۱۹
۲۷۱	جرمهای باده‌وسلنیک	۵.۱۹
۲۷۳	جرمهای برآمده و جرمهای ضربانی	۶.۱۹
۲۷۴	جرمهای دینامیکی	۷.۱۹
۲۷۶	شکل‌گیری ستاره	۲۰
۲۷۶	مقدمه	۱.۲۰
۲۷۷	معیار ناپایداری گرانشی جینز	۲.۲۰
۲۸۰	تراکم یا انبساط بی‌درروی ابر همگن	۳.۲۰
۲۸۳	انبساط و تراکم بدون دررو ابرهایی که ...	۴.۲۰
۲۸۸	ابرهای به لحاظ اپتیکی ضخیم و پیش‌ستارگان	۵.۲۰
۲۹۰	تکه‌تکه شدن	۶.۲۰
۲۹۳	حدود تکه‌تکه شدن	۷.۲۰
۲۹۴	اثر میدانهای مغناطیسی	۸.۲۰
۲۹۵	مکان پیش‌ستاره‌ها در نمودار قدر رنگ، نظریهٔ هایاشی	۹.۲۰
۲۹۶	تابع جرم اولیه	۱۰.۲۰
۲۹۸	رمبش ناهمگن پیش‌ستاره‌ها	۱۱.۲۰
۲۹۹	نتیجه‌گیری	۱۲.۲۰
۳۰۰	پیوست	
۳۰۹	مسائل	
۳۱۸	مراجع	
۳۲۱	نمایه	

## پیشگفتار

در جلد سوم آشنایی با اختر فیزیک ستاره‌ای درباره ساختار داخلی و تحول ستارگان بحث می‌کنیم. بسیاری از منجمان احساس می‌کنند که ساختار ستاره‌ای و تحول آن اکنون به خوبی شناخته شده است و مطالعات بعدی سهم چندانی در معلومات اساسی در این مورد ندارد. این احساس وجود دارد که بررسی اجسام برون‌کهکشانی، به‌ویژه مطالعه کیهان‌شناسی، اهمیت بسیار بیشتری دارد. بنابراین، چرا این سری کتاب درباره اختر فیزیک ستاره‌ای نوشته شده است؟

مایلم تأکید کنم که ۹۷ درصد ماده درخشان در کهکشان ما و بیشتر در کهکشانهای دیگر در ستارگان قرار دارد. بجز درک کامل گسیل نور از ستارگان، و نیز تحول آنها و سهمشان در تحول شیمیایی کهکشان ما، راهی برای تفسیر صحیح نور دریافتی از کهکشانهای خارجی نداریم. بدون این معلومات، آنچه درباره کیهان‌شناسی به دست می‌آوریم مبنای محکمی نخواهد داشت و ممکن است غلط باشد. سن محاسبه‌شده فعلی خوشه‌های گویسان از سن عالم با توجه به انبساط کیهان‌شناختی بیشتر است. کدامیک غلط‌اند، ثابت هابل یا سن خوشه‌های گویسان؟ فقط می‌خواهیم متذکر شویم که هنوز مسئله‌های حل‌نشده‌ای وجود دارند که ممکن است نشان‌دهنده بعضی فرایندهای فیزیکی مفقود در نظریه تحول ستاره‌ای باشند. باید بر این مسئله‌ها تأکید کنیم تا به جای نادیده گرفتن به تفکر درباره آنها پردازیم. اگر ساختار کیهان‌شناختی خود را بر پایه‌های نامطمئن بنا کنیم، ممکن است مقدار زیادی از کوششها و پولمان را از دست بدهیم.

نوری که از کهکشانهای دیگر دریافت می‌داریم از ستارگان با سنها و جرمهای متفاوت و احتمالاً فراوانی شیمیایی مختلف سرچشمه گرفته است. اگر بخواهیم این کهکشانهای بیرونی را بشناسیم، به مطالعه انواع مختلف این ستارگان نیاز داریم.

فکر می‌کنم که به خلاصه کوتاه و جامعی از معلومات درباره تحول ستاره‌ای نیاز داریم. بصیرت زیادی در چند دهه گذشته در این مورد به دست آمده است. به علاوه، می‌خواهم بگویم که هنوز پرسشهای بدون پاسخ بسیاری در زمینه ساختار ستاره‌ای و تحول آن وجود دارد: به عنوان مثال، هنوز به درستی نمی‌دانیم که جرم قیفاووسی‌ها چقدر است. اگر شناخت کاملی از ساختار قیفاووسی‌ها نداشته باشیم چگونه می‌توانیم مطمئن شویم که رابطه دوره درخشندگی برای قیفاووسی‌ها در کهکشانهای دیگر با قیفاووسی‌ها اطراف ما یکسان است؟ چگونه می‌توانیم ابرنواخترهای سایر کهکشانها را به عنوان شاخص فاصله به کار ببریم، اگر ارتباط درخشندگی آنها را جرم و فراوانی شیمیایی اعقابشان ندانیم؟ بجز درک تحول ابرنواخترها و فرایندهایی که به انفجار آنها می‌انجامد، نمی‌توانیم درباره درخشندگیهای ذاتی ابرنواخترها اطمینان داشته باشیم.

هنوز باید فیزیک جالب توجهی را از مطالعه ساختار داخلی ستارگان بیاموزیم. در هیچ آزمایشگاهی بجز کوتوله‌های سفید یا ستارگان نوترونی امکان مطالعه ماده با چگالی بسیار زیاد وجود ندارد.

در بسیاری از بخشهای این جلد بحثهای عالی کتاب ام. شوارتس شیلد (۱۹۵۸) درباره ساختار ستاره‌ای و تحول آن را دنبال خواهیم کرد. کتابهای خوب دیگری درباره تحول ستاره‌ای در سالهای ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ منتشر شدند که جزئیات بسیار بیشتری از این کتاب را در اختیار می‌گذارند. اما چون از آن زمان تاکنون پیشرفت زیادی در این زمینه صورت گرفته است، احساس می‌کنیم که کتاب روزآمدی ضروری باشد.

مانند جلد‌های دیگر این سری، فقط می‌توانیم درباره اصول بنیادی بحث کنیم و جزئیات را، حتی گاهی به بهای دقت، کنار می‌گذاریم. امیدواریم که شناخت اولیه‌ای از موضوع حاصل شود و کمک کند که مطالعات تخصصی بعدی امکان‌پذیر گردد.

همین‌طور، می‌خواهیم بر مقایسه رصدهایی تأکید کنیم که ممکن است شناخت ما از تحول ستاره‌ای را تأیید کند یا نشان دهد که هنوز چیزی برای یاد گرفتن وجود دارد.

این کتاب به عنوان کتاب درسی دانشجویان دوره کارشناسی فیزیک یا نجوم نوشته شده است. کوشیده‌ایم تا آن را برای هر کسی که آموزشی از فیزیک و ریاضیات پایه دارد قابل فهم سازیم.

همین‌طور سعی کرده‌ایم که این جلد را برای خوانندگانی که با جلد اول و دوم کتابهای این سری آشنا نیستند قابل درک کنیم. برای این دسته از خوانندگان مقدمه‌ای مختصر آورده‌ایم که تعریفهای بنیادی و حقایق درباره ستارگان را به صورت کوتاه بیان کرده است. خوانندگانی که با جلد‌های قبلی آشنا هستند می‌توانند از این قسمت‌ها بگذرند.

مانند جلدهای قبل، مرجع هر گزاره را ذکر نکرده‌ایم، بلکه خوانندگان را به کتابهای درسی دیگر ارجاع داده‌ایم که مربوط به منابع قدیمی‌تر است. فقط مراجع مربوط به نتیجه‌های اخیر را ذکر کرده‌ایم که در کتابهای درسی موجود نیامده‌اند، و همین‌طور برای داده‌های خاصی که از سایر نشریات گرفته شده‌اند.

کتابهای تخصصی‌تر و مفصل‌تر بسیاری وجود دارند. فهرست تعدادی از این کتابها را در بخش کتاب‌شناسی، برای آن دسته از خوانندگان که می‌خواهند چیزی بیش از این کتاب یاد بگیرند، آورده‌ایم.

## مقدمه

### ۱.۱ نمودارهای قدر رنگ

#### ۱.۱.۱ قدر ظاهری ستارگان

در جلد اول این مجموعه، دربارهٔ اندازه‌گیری درخشندگی ستارگان براساس قدر آنها صحبت کردیم. در یک گسترهٔ معلوم از طول موج، مقدار انرژی که در جو بالای زمین دریافت می‌کنیم را با مقدار دریافتی از ستارهٔ نسر که آن نیز در جو بالای زمین قرار گرفته است مقایسه می‌کنیم. اگر در این گسترهٔ طول موج، ستارهٔ مورد نظر درخشان‌تر از ستارهٔ نسر واقع باشد، آن وقت، قدر آن کوچکتر از قدر ستارهٔ نسر خواهد بود. اگر مقدار انرژی دریافتی از ستارهٔ مورد نظر در سانتی‌متر مربع برابر با  $\pi f$  باشد، اختلاف قدرها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$m_V(1) - m_V(2) = -2.5(\log f(1) - \log f(2)) \quad (1.1)$$

که در آن، (۱) و (۲) به ترتیب مربوط به ستارهٔ اول و دوم است. قدرها که با حرف کوچک  $m$  مشخص شده‌اند بیانگر قدر ظاهری‌اند که مربوط به انرژی دریافتی است و شامل تصحیح مربوط

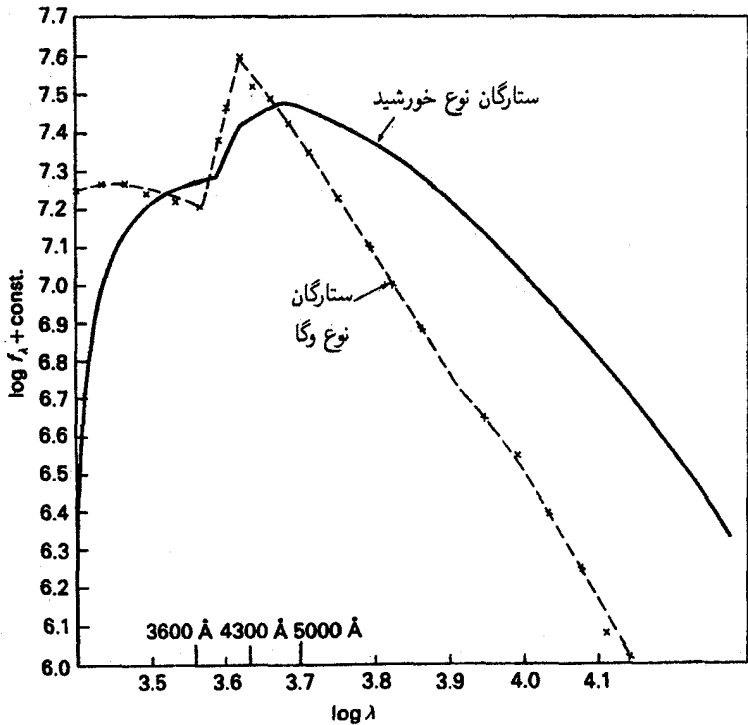
به جذب جو زمین نیز هست (نگاه کنید به جلد اول). زیرنویس  $V$  در معادله (۱.۱) حاکی از انجام اندازه‌گیری در گستره طیف مرئی است، که در واقع تمام طول موجهای قابل رؤیت است. می‌توانیم انرژی دریافتی از ستاره دوم را در بخشهای دیگری از گستره طول موج (برای مثال، در گستره آبی) نیز اندازه بگیریم و آن را با انرژی دریافتی از ستاره اول در همان گستره‌های طول موج، (برای مثال، آبی)، مقایسه کنیم و بنابراین قدرها را در سایر گستره‌های طیفی هم به دست بیاوریم. به این ترتیب می‌توانیم، قدرها را در ناحیه آبی، و یا فرابنفش و غیره تعیین کنیم. اما در هر حال باید، قدرها را برای ستاره استاندارد یا اول، که در اینجا از ستاره نسر استفاده می‌کنیم، تعریف کنیم. بنا به تعریف، همه قدرهای ظاهری یعنی همه آنهایی که با زیرنویس  $m$  برای نسر مشخص شده‌اند برابر صفر است.

(به بیان دقیق‌تر، نقطه صفر مقیاس قدر ظاهری، مربوط به رشته ستارگان قطب شمال یا رشته ستاره استاندارد جانسون و مورگان (۱۹۵۳) است، ولی برای تمام مقاصد عملی، نقطه صفر مقیاس، ستاره نسر در نظر گرفته می‌شود. ممکن است، به دلیل عدم قطعیت در اندازه‌گیری، حدود  $0.1$  یا  $0.2$  در اندازه‌گیری قدرها مرتکب خطا بشویم.)

اینکه قدر ستاره نسر را بنا به تعریف در همه طول موجها صفر می‌گیریم به این معنی نیست که شار دریافتی از آن برای طول موجهای مختلف یکی است (شکل ۱.۱ را نگاه کنید).

### ۲.۱.۱ رنگها

همه ستارگان، دارای توزیع نسبی انرژی مشابه با ستاره نسر واقع نیستند. بعضی از آنها نسبت به ستاره نسر، دارای شار بیشتری در بخش طیف مرئی‌اند. بنابراین، قدر مرئی‌شان ( $V$ ) از قدر مرئی ستاره نسر کوچکتر است. همین ستارگان، ممکن است نسبت به ستاره نسر واقع، دارای شار کمتری در ناحیه فرابنفش ( $U$ ) و یا آبی ( $B$ ) باشند. در چنین گستره‌هایی از طول موج، قدر آنها از قدرهای مربوط به ستاره نسر بزرگتر است. بنابراین ممکن است قدر یک ستاره به خصوص، در گستره‌های مختلف طیف متفاوت باشد. بنابراین اختلاف بین قدرهای ناحیه مرئی و آبی طیف یک ستاره خاص، با توزیع انرژی ستاره نسر واقع مقایسه شود، می‌تواند اطلاعاتی در مورد توزیع انرژی ستاره مزبور بدهد. ستارگانی که در مقایسه با ستاره نسر واقع دارای انرژی بیشتری در محدوده مرئی نسبت به آبی هستند، «قرمز»تر از نسر به نظر می‌رسند. برای چنین ستارگانی، تفاضل  $m_B - m_V$  مثبت است (شکل ۱.۱ را نگاه کنید). اختلاف بین قدرهای آبی و مرئی به صورت  $B - V$  خلاصه نوشته می‌شود. این اختلاف، رنگ،  $B - V$ ، نامیده می‌شود. مقادیر مثبت  $B - V$ ، به



شکل ۱.۱ توزیع انرژی مربوط به ستاره‌ای مانند نسر و ستاره‌ای شبیه خورشید. اگر ستاره از نوع خورشید، دارای همان درخشش ظاهری ستاره نسر در منطقه طیفی آبی (B) باشد، در این صورت، نسبت به ستاره از نوع نسر واقع، دارای نور بیشتری در محدوده طیف مرئی (V) است. مقدار  $m_B - m_V = B - V$ ، ستاره از نوع خورشید، به مراتب بزرگتر از مقدار مربوط به ستاره نسر واقع است، یعنی برای آن  $B - V > 0$  است. به همین دلیل قرمزتر به نظر می‌رسد.

معنی قرمزتر بودن ستاره نسبت به نسر و مقادیر منفی آن به معنی آبی‌تر بودن ستاره است. می‌توان رنگهای مختلف را براساس قدرهایی که با یکدیگر مقایسه می‌شوند مشخص کرد. رنگ،  $U - B$ ، قدر را در محدوده طیفی فرابنفش و آبی با یکدیگر مقایسه می‌کند.

اغلب، قدرهای ظاهری،  $m_V$ ،  $m_B$  و  $m_U$  به ترتیب، به صورت خلاصه شده،  $V$ ،  $B$  و  $U$  نوشته می‌شوند.

### ۳.۱.۱ سرخ‌شوندگی میان ستاره‌ای

هنگام بررسی قدر و رنگ ذاتی ستارگان، باید این مسئله را نیز در نظر بگیریم که محیط بین زمین و ستارگان، مقداری از نور ستاره را جذب می‌کند. در حقیقت، این گرد و غبار بین ستاره‌ای



است که نور را به طور پیوسته جذب و پخش می‌کند. این جذب و پخش نور بیشتر در منطقه طیفی آبی و فرابنفش صورت می‌گیرد تا در منطقه مرئی. این پدیده رنگها را تغییر می‌دهد. تغییر رنگ، افزونی رنگ نامیده می‌شود. به طور متوسط، اگر ستاره در صفحه کهکشانی باشد، افزونی رنگ با افزایش فاصله ستاره، زیاد می‌شود. از آنجایی که غبار در هاله کهکشانی وجود ندارد یا مقدار آن بسیار ناچیز است، قرمزشوندگی اضافی ستارگان واقع در هاله کهکشانی بسیار کم است. در صفحه کهکشانی، تغییر متوسط در رنگ،  $B - V$ ، یا افزونی رنگ در  $B - V$ ، به صورت  $E(B - V) = 0.30$ ، در کیلوپارسک و  $\Delta m_V = A_V \sim 1$ ، در کیلوپارسک است. معمولاً،  $A_V/E(B - V) \approx 3.2$  افزونی رنگ در رنگهای  $B - V$  بیشتر از رنگهای  $U - B$  است. عموماً به این نتیجه می‌رسیم که،  $E(U - B)/E(B - V) \approx 0.72$ ، قدرهای ظاهری تصحیح برای قرمزشوندگی بین ستاره‌ای، با زیرنویسهای  $U$ ، یعنی به صورت  $m_U$ ،  $m_B$ ،  $m_{BV}$  و غیره و رنگها نیز به شکل  $(B - V)$  و  $(U - B)$  نوشته می‌شوند.

### ۴.۱.۱ قدرهای مطلق ستارگان

مقدار انرژی که در بالای جو زمین به ما می‌رسد، با عکس مربع فاصله ستاره کاهش می‌یابد. اگر فاصله ستاره تا زمین معلوم باشد، می‌توان قدر ظاهری آن را در صورتی که در فاصله  $10^5$  پارسک قرار گرفته بود محاسبه کنیم. این قدرها، قدرهای مطلق نامیده و با حرف بزرگ  $M$  نمایش داده می‌شوند. مجدداً می‌توان برحسب گستره طول موج مورد نظر، مقادیر  $M_U$ ،  $M_B$ ،  $M_V$  و غیره را حساب کرد. می‌توان گفت که رنگهای به دست آمده از طریق قدرهای مطلق، مشابه مقادیر به دست آمده از طریق قدرهای ظاهری هستند یعنی،

$$m_B - m_V = M_B - M_V = B. - V. = (B - V). \quad (2.1)$$

ستاره نسر در فاصله هشت پارسکی است. اگر این ستاره در فاصله ده پارسکی زمین می‌بود، نور آن به مراتب ضعیف‌تر می‌شد. در این صورت، عملاً قدر آن بزرگتر از قدر ظاهری اش می‌شد. قدر مطلق نسر برابر با  $M_V = 5$  است.

قدرهای مطلق، اطلاعاتی در رابطه با درخشندگی ذاتی ستارگان در اختیارمان قرار می‌دهد، زیرا می‌توان درخشندگی آنها را با یکدیگر مقایسه کرد، اگر فرض کنیم که همگی در فاصله‌ای یکسان نسبت به زمین قرار گیرند. همان طور که در جلد‌های اول و دوم این مجموعه نیز گفتیم، فاصله ستارگان نزدیک،  $d$ ، را می‌توان از طریق اختلاف منظرهای مثلثاتی به دست آورد. رابطه

بین قدرهای ظاهری و مطلق، از طریق فرمول زیر به دست می‌آید

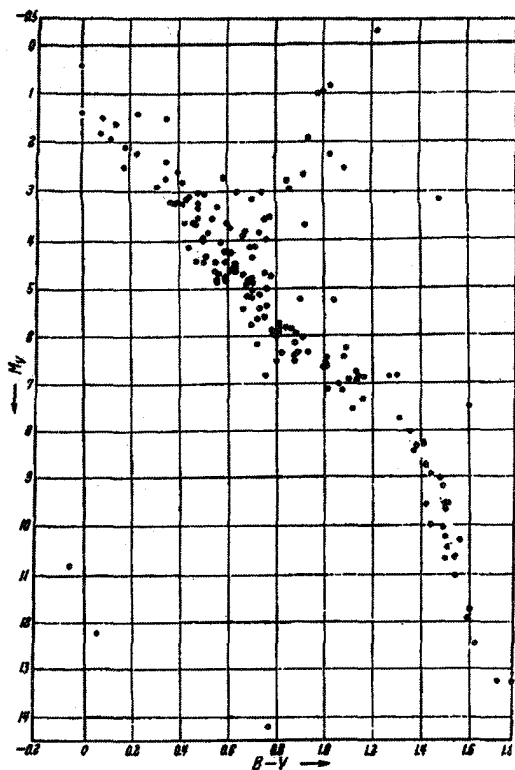
$$m_v - M_v = 5 \log d(\text{pc}) - 5 \quad (3.1)$$

که در آن،  $d$ ، مسافت اندازه‌گیری شده برحسب پارسک است (در فاصله حدود یک پارسکی، شعاع زلویه‌ای مدار زمین به دور خورشید حدود، ۱ ثانیه قوس است). مقدار،  $m_v - M_v$ ، مدول فاصله نامیده می‌شود.

### ۵.۱.۱ نمودار قدر رنگ ستارگان نزدیک

با داشتن رنگ و قدرمطلق ستارگان، می‌توانیم مکان آنها را در نموداری به اسم قدر-رنگ و یا نمودار هرترزپرانگ راسل مشخص کنیم. (نمودار هرترزپرانگ راسل (HR))، در واقع نمودار قدر از نوع طیفی است.) در این نمودار، معمولاً قدرمطلق ستارگان روی محور عمودی و رنگهای  $B - V$  روی محور افقی برده می‌شود. برای ستارگان نزدیک ( $E(B - V) \sim 0$ ) که برای آنها می‌توان اختلاف منظرهای مثلثاتی را حساب کرد و شکل شماره (۲.۱) را به دست آورد. به وسیله این نمودار، مشخص شده که بیشتر ستارگان به صورت خوشه‌ای روی خطی به نام رشته اصلی قرار دارند. این ستارگان، ستاره‌های کوتوله نیز نامیده می‌شوند. ستارگانی نیز وجود دارند که ذاتاً بسیار ضعیف‌تر و کم‌نورتر از ستارگان رشته اصلی‌اند. این ستارگان به دو دلیل کوتوله‌های سفید نامیده می‌شوند، اولاً به خاطر اینکه از ستارگان کوتوله متمایز شوند و ثانیاً به این دلیل که، اولین ستارگان کشف شده در رده فوق، نسبتاً آبی یا سفید بودند. پس از کوتوله‌های سفید، ستارگان کم‌نوری نیز کشف شدند که رنگشان قرمز بود. به همین دلیل، اسم «کوتوله‌های سفید» همیشه مناسب نیست. ولی به هر حال، برای اینکه ستارگان کم‌نور مربوط به رده فوق از کوتوله‌های رشته اصلی متمایز شوند، به کار می‌رود. چون می‌دانیم که تعدادی از این ستارگان کم‌نور در همسایگی زمین قرار دارند، با وجود اینکه، کشف آنها به دلیل ضعیف بودن نورشان مشکل است، باید نتیجه گرفت که اغلب ستارگان معمولی از این نوع‌اند، ولی در فاصله‌های بیشتر نمی‌توان وجود آنها را آشکار کرد.

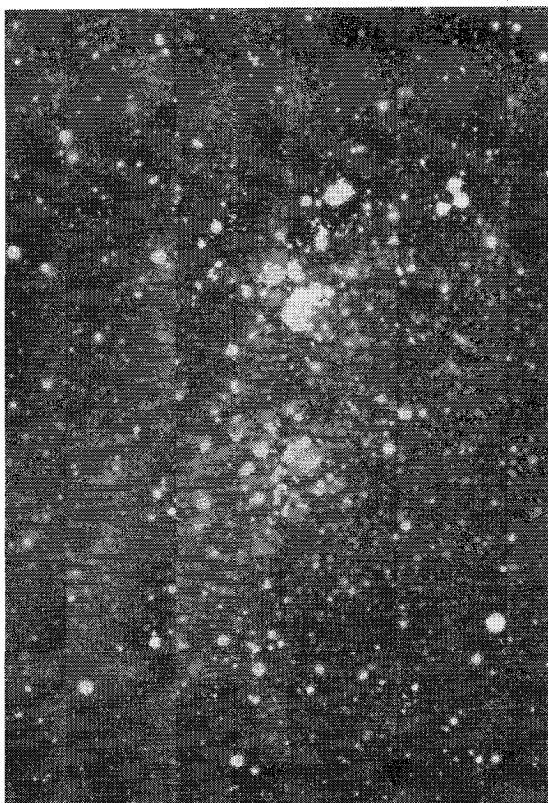
ستارگانی نیز در همسایگی زمین وجود دارند که به دلیل بزرگتر بودن ابعادشان نسبت به ستارگان رشته اصلی، درخشان‌تر از آنها به نظر می‌رسند. اینها ستارگان غول‌پیکر نامیده می‌شوند.



شکل ۲.۱ در نمودار قدر-رنگ، قدرمطلقهای ستارگان نزدیک با فواصلی معلوم که از طریق اختلاف منظرهای مثلثاتی به دست آمده است، به صورت تابعی از رنگشان رسم شده است. بیشتر ستارگان در امتداد رشته‌ای به نام رشته اصلی قرار دارند. تعدادی ستاره کم‌نورتر از ستارگان رشته اصلی نیز وجود دارند که کوتوله نامیده می‌شوند. این ستارگان بسیار کم‌نور و ضعیف، کوتوله‌های سفیدند. تعدادی ستاره درخشان‌تر از ستارگان رشته اصلی نیز وجود دارد که غول نامیده می‌شوند.

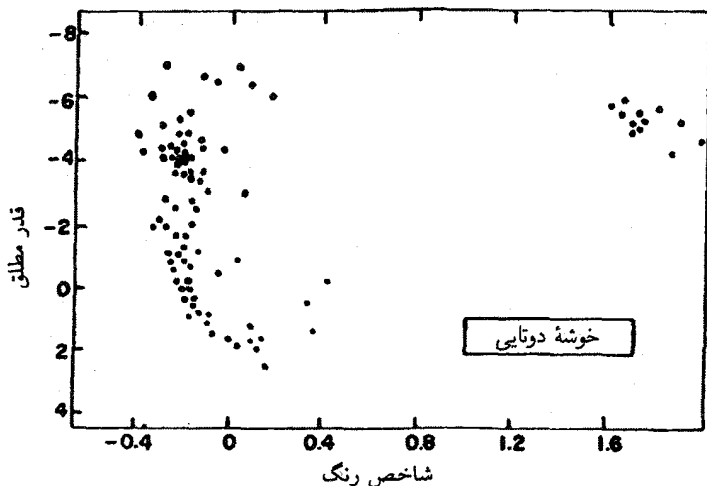
### ۶.۱.۱ خوشه‌های کهکشانی یا باز

هیچ دلیلی وجود ندارد که درخشش ذاتی ستارگان را الزاماً در فاصله ۱۰ پارسی با یکدیگر مقایسه کنیم، می‌توانیم آنها را در هر فاصله‌ای، حتی در یک فاصله نامعلوم هم با یکدیگر مقایسه کنیم، به شرطی که مطمئن باشیم همگی در یک فاصله واقع شده‌اند. این گروه از ستارگان در خوشه‌های ستاره‌ای دیده می‌شوند. در شکل ۳.۱، خوشه ستاره مزدوج  $\lambda$  و  $\eta$  مربوط به صورت فلکی برنده سردیو دیده می‌شود. با چشم غیرمسلح، خوشه ستارگان پروین به خوبی دیده می‌شود، ولی تصویر آنها با استفاده از یک دوربین دوچشمی واضح‌تر است. با وجودی که بعضی از ستارگان



شکل ۳.۱ عکسی از خوشه ستاره مزدوج  $h$  و  $\chi$  در صورت فلکی برنده سردیو.

زمینه با ستارگان مربوط به خوشه واقعی مخلوط شده‌اند، ستارگان خوشه در کنار هم قرار دارند و مشخص است که به یکدیگر تعلق دارند. ستارگان مربوط به خوشه واقعی را می‌توان به کمک حرکت فضایی‌شان از سایر ستاره‌ها متمایز کرد. همه این ستارگان باید دارای سرعت تقریباً یکسانی باشند، زیرا در غیر این صورت برای مدت طولانی در کنار یکدیگر قرار نمی‌گیرند. اگر ستارگان مربوط به یک خوشه دارای یک سرعت از نظر اندازه و جهت باشند، در این صورت اطمینان داریم که همگی در فاصله‌ای یکسان نسبت به زمین قرار دارند. می‌توان نمودارهای قدر رنگ را برای این ستارگان رسم کرد، ولی باید نمودار قدر ظاهری را نیز برای آنها رسم کرد زیرا، قدر مطلق ستارگان فوق نامعلوم است. اگر رفتار این ستارگان شبیه رفتار ستارگان نزدیک باشد، می‌توان نمودار مشابه‌ای برای آنها در نظر گرفت زیرا، قدرهای همه آنها ضعیف‌تر است و دارای مقدار ثابت و یکسانی به صورت،  $m_V - M_V = 5 \log d - 5$  است که در آن،  $d$ ، برای همه ستارگان یکسان است. در شکل‌های

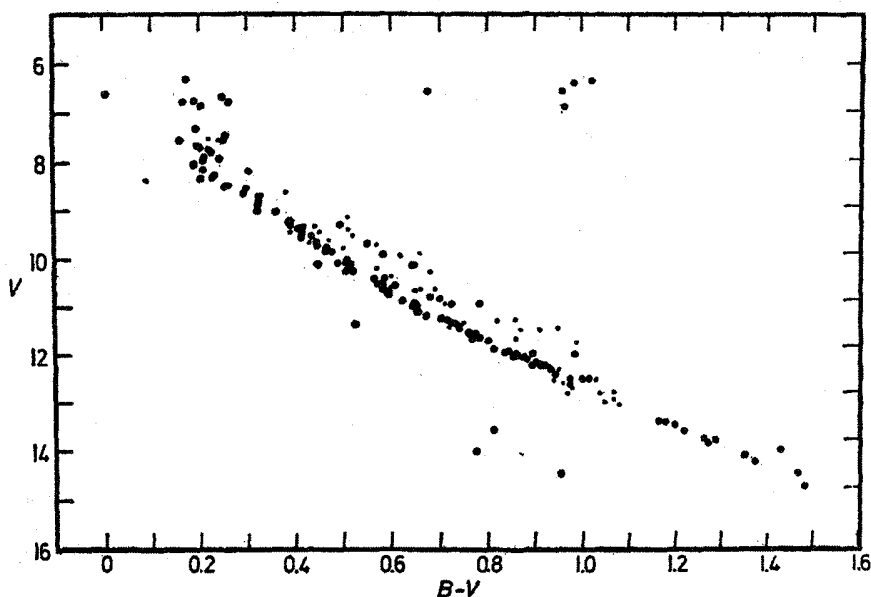


شکل ۴.۱ نمودار قدر رنگ ستارگان h و  $\chi$  خوشه صورت فلکی برنده سردیو. مدول فاصله به صورت  $m_V - M_V = 11.8$  و  $m_V - m_V = 1.6$  است.

۴.۱ و ۵.۱، نمودارهای قدر رنگ خوشه‌های h و  $\chi$  مربوط به صورت فلکی برنده سردیو و خوشه ستارگان مربوط به صورت فلکی فم‌الاسد نمایش داده شده است به سادگی می‌توان رشته‌های اصلی را در این نمودارها مشخص کرد. در خوشه‌های h و  $\chi$  مربوط به صورت فلکی برنده سردیو، به ستارگانی برمی‌خوریم که اگر آنها را با ستارگان رشته اصلی مقایسه کنیم، درخشان‌تر از ستاره‌های غول‌پیکرند. این ستارگان بسیار درخشان، ابرغول نامیده می‌شوند. ستارگان غول‌پیکر و ابرغول‌پیکر، همانند ستارگان رشته اصلی، رشته فشرده‌ای را تشکیل نمی‌دهند. برای مقدار معینی از  $(B - V)$ ، این‌گونه از ستارگان، نسبت به ستارگان رشته اصلی دارای گستره بزرگتری از نظر قدر هستند.

### ۷.۱.۱ خوشه‌های کروی

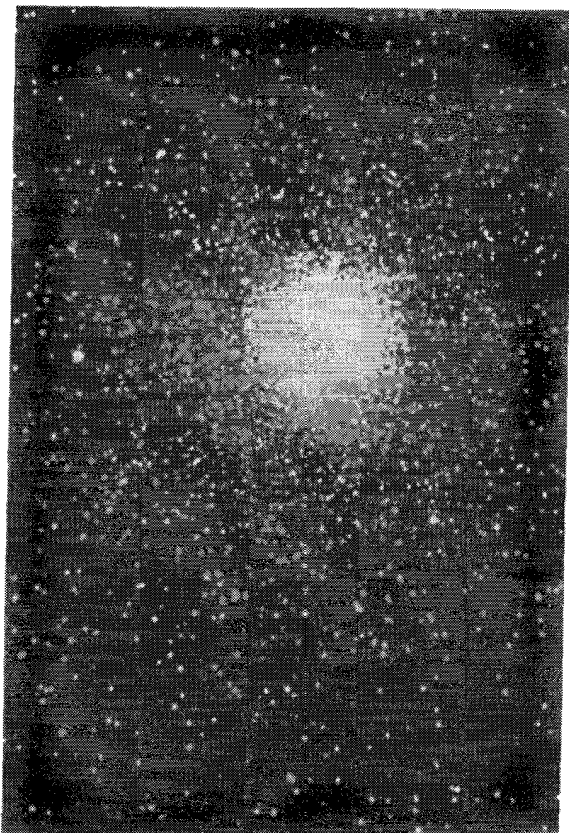
خوشه‌های ستاره‌ای شبیه آنهایی که تاکنون درباره‌شان صحبت کرده‌ایم، یعنی ستارگانی که در صفحه ککهکشانی که به نام خوشه‌های باز یا ککهکشانی معروف‌اند، نمودارهای قدر رنگ مشابهی دارند. البته گونه دیگری هم از خوشه‌های ستاره‌ای وجود دارد که خوشه‌های کروی نامیده می‌شوند. تعداد ستارگان در این نوع خوشه‌ها، بیشتر از ستارگان خوشه‌های باز است. بسیاری از این خوشه‌های کروی در بالای صفحه ککهکشانی واقع‌اند. این خوشه‌ها به وسیله نمودارهای قدر رنگ بسیار متفاوتی از سایر گونه‌ها متمایز می‌شوند. در شکل ۶.۱، تصویری از خوشه کروی NGC ۱۰۴ که طوقان ۴۷ یا Tuc ۴۷ نیز نامیده می‌شود و در شکل‌های ۷.۱ و ۸.۱ نمودارهای قدر رنگ برای Tuc ۴۷ و خوشه



شکل ۵.۱ نمودار قدر ظاهری رنگ ( $m_V = V$ ) ستارگان خوشه باز صورت فلکی فم‌الاسد. ستارگانی که در بالای رشته اصلی قرار دارند، احتمالاً دوتایی‌اند و به همین دلیل درخشان‌تر به نظر می‌رسند.

کروی M۹۲ نشان داده شده است. خوشه‌های کروی بسیار دور هستند، به همین دلیل، نور تمامی ستارگانشان بسیار ضعیف است. رصدهای مربوطه اخیراً صورت گرفته و قدرهای به دست آمده برای مثال، در مقایسه با شکل ۴.۱ بسیار ضعیف است. رشته اصلی که شامل انبوه متراکمی از ستارگان است، به خوبی قابل تشخیص می‌باشد ولی این مسئله فقط برای  $M_V > 4$  در M۹۲ و  $m_V = V > 17$  در Tuc۴۷ صادق است. در بسیاری از نمودارهای مربوط به خوشه کروی به دو شاخه یا انشعاب برخورد می‌کنیم که تقریباً به طور افقی در نموداری پیش رفته‌اند. شاخه پایین‌تر کوتاه است در صورتی که، شاخه افقی بالاتر، ممکن است تا ناحیه رنگهای آبی گسترش یابد و یا حتی به سمت پایین تا انتهای ناحیه آبی پیش رود (نگاه کنید به شکل ۸.۱). این شاخه گسترش یافته افقی بالاتر، شاخه افقی نامیده می‌شود. شاخه تقریباً افقی کوتاه پایین‌تر، شاخه زیرغول نام دارد زیرا درخشان‌تر از رشته اصلی است ولی در مقایسه با ستارگان رشته اصلی با رنگهای مشابه  $B - V$ ، به درخشندگی رشته غول‌پیکرها نیست. به علاوه، در بخش قرمز، یک رشته تقریباً عمودی قرار دارد. این رشته، شاخه غول قرمز نامیده می‌شود.

یکی از هدفهای اصلی این کتاب، این است که ببینیم چرا، نمودارهای قدر رنگ این دو نوع

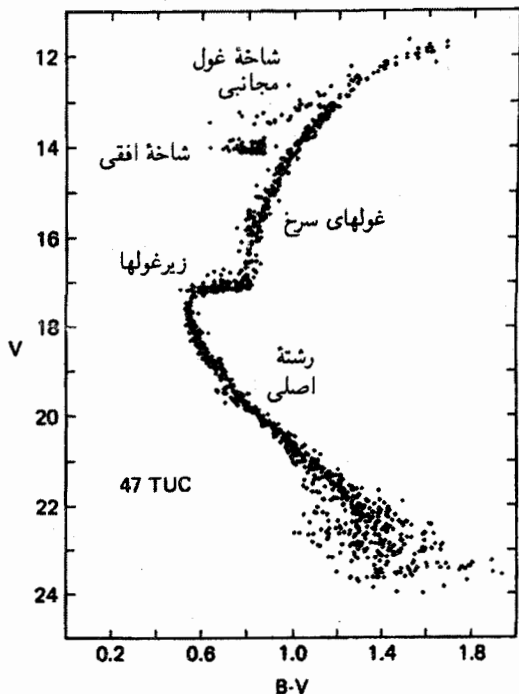


شکل ۶.۱ عکسی از خوشه کروی طوقان ۴۷.

خوشه، یعنی خوشه‌های باز یا کهکشانی و کروی این قدر با یکدیگر فرق دارند. در حقیقت اختلاف شکل ظاهری آنها به دلیل تفاوت سن خوشه‌هاست.

## ۲.۱ تابندگیهای ستاره‌ای

تا اینجا، فقط درباره درخشندگی ستارگان آن هم در گستره‌های خاصی از طول موج صحبت کرده‌ایم. برای مطالعه ساختار ستاره‌ها، بررسی کل انرژی تابشی ستاره در واحد زمان مهمتر است. ستارگان داغ، بیشتر انرژی‌شان را در طول موجهای فرابنفش گسیل می‌کنند، ولی تابش فرابنفش به‌طور کامل جذب جو زمین می‌شود و بنابراین رصد آن تنها از طریق ماهواره‌ها ممکن است. در شکل ۹.۱، توزیع کلی انرژی ستاره‌ای را که دارای مقدار  $2 \times 10^{-2} = (B - V)$ ، و بسیار آبی

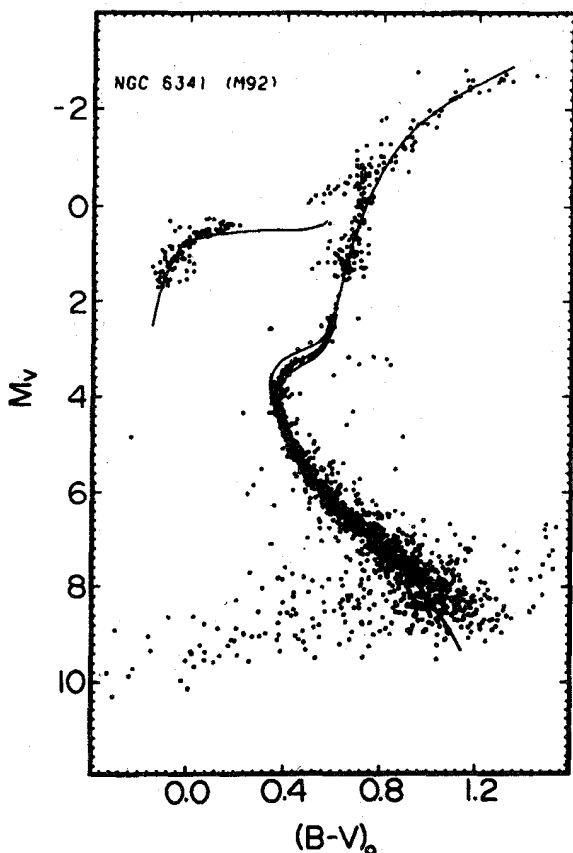


شکل ۷.۱ نمودار قدر ظاهری رنگ طوقان ۴۷. اندازه‌گیریهای جدید، برای ستارگانی که قدرشان ضعیف و حدود ۲۳ rd است نیز صورت گرفته است، اگرچه برای ستارگان کم‌نور، پراکندگی بزرگتر است. شاخه‌های رشته اصلی، غولها و زیرغولها به طرز تعجب‌آوری باریک‌اند، که نشان می‌دهد در این خوشه کروی یا هیچ ستاره دوتایی وجود ندارد و یا اینکه تعداد آنها بسیار کم است. زائده قرمز شاخه افقی در  $V \sim 14$  و  $B-V \sim 0.8$  دیده می‌شود. شاخه مجانبی غول (نگاه کنید به فصل ۱۴)، در بالای شاخه افقی دیده می‌شود.

است نشان داده‌ایم. دامنه طول موج رصدشده از طریق صافی  $V$  نشان داده شده است برای چنین ستارگان داغی (و حتی ستارگان داغ‌تری نیز وجود دارد)، کسر نسبتاً بزرگی از انرژی در طول موجهای  $912 \text{ \AA} < \lambda$  گسیل می‌شود که فقط برای معدودی از ستارگان نزدیک واقع در مکانهای مناسب در آسمان قابل رصد است زیرا تابش در چنین طول موجهای کوتاهی، عموماً توسط محیط بین ستاره‌ای جذب می‌شود. توزیع انرژی در این ناحیه طول موجها، هنوز برای ستارگان داغ، یعنی ستارگان بسیار آبی و رشته اصلی، به‌خوبی اندازه‌گیری نشده است. توزیع انرژی نمایش داده‌شده در شکل ۹.۱ از طریق محاسبات نظری به دست آمده است.

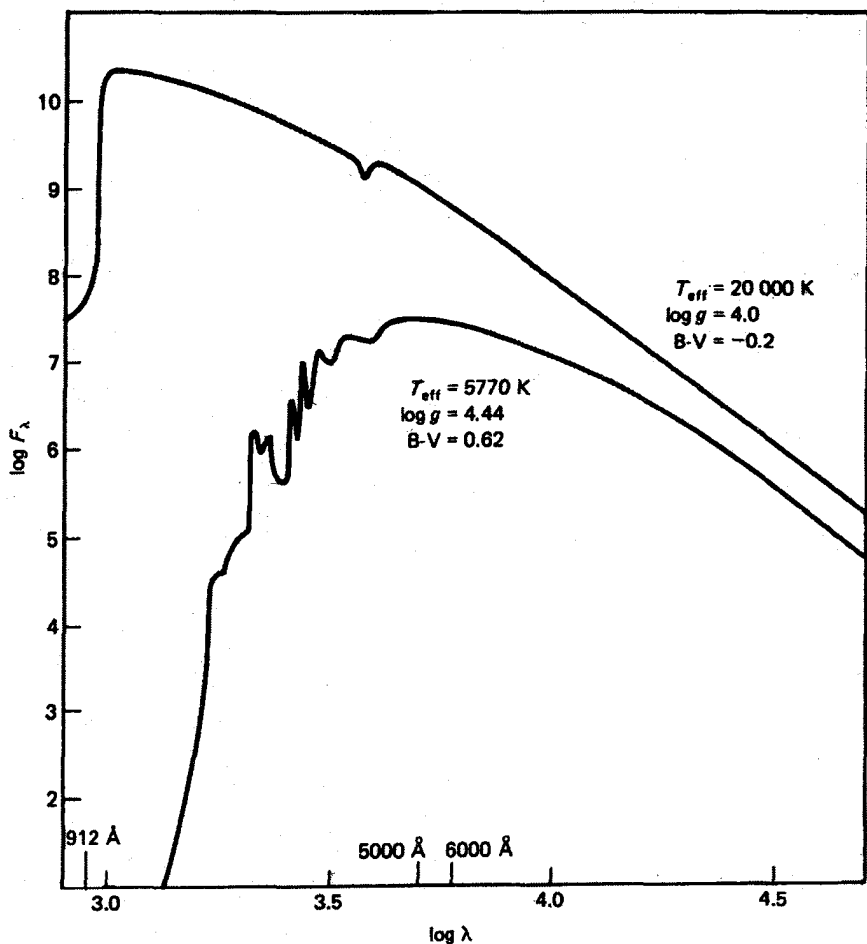
در همان نمودار، توزیع انرژی ستاره‌ای از نوع خورشید نیز نمایش داده شده است. بیشینه این نمودار، نزدیک مرکز نوار  $V$  است. برای چنین ستارگانی مقدار نسبتاً کوچکی از انرژی در ناحیه فرابنفش و فروسرخ گسیل می‌شود.





شکل ۸.۱ نمودار قدر مطلق رنگ خوشه کروی M92 (خوشه ۹۲ در کاتالوگ مسی برکه مربوط سحابیهاست). رصدهای جدید M92، مشابه رصدهای Tuc47، برای قدرهای بسیار ضعیف نیز انجام شده است. در حال حاضر، رشته اصلی M92 به خوبی قابل تشخیص است. به علاوه، شاخه‌های، زیرغول، غول قرمز و افقی به وضوح دیده می‌شوند. شاخهٔ مجانبی نیز برای مقدار  $0.6 \sim (B - V)$  در بالای شاخهٔ افقی دیده می‌شود. خطوط نازک نشان‌دهندهٔ هم‌زمانیهای تئوری هستند یعنی، مکانی که انتظار می‌رود ستارگان در زمان خاصی دیده شوند.

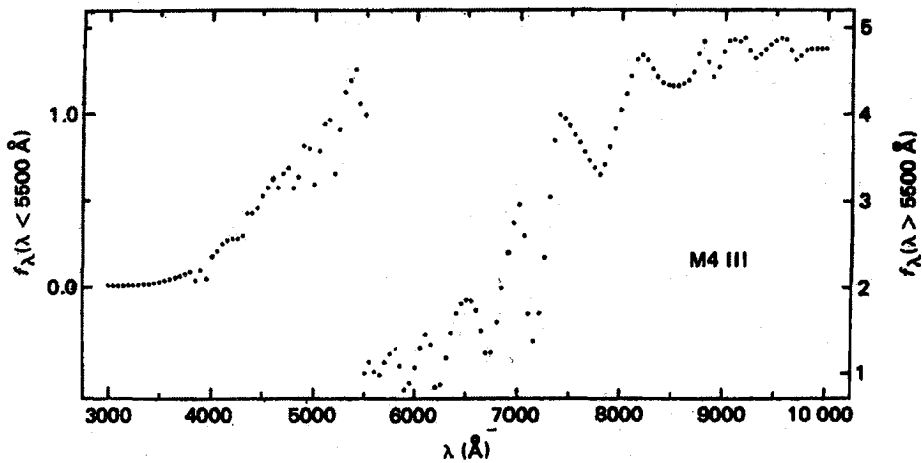
در شکل ۱۰.۱، توزیع انرژی ستارهٔ غول پیکر M4 با مقدار  $(B - V) = 1.5$  نشان داده شده است. برای چنین ستاره‌ای، بیشترین مقدار انرژی در طول موجهای فرورسرخ گسیل می‌شود، که تنها از طریق «پنجره‌هایی» در روی زمین قابل رصد است، یعنی در طول موجهای خاصی که جو زمین نسبت به آنها شفاف است، ولی این کار تنها توسط گیرنده‌های فرورسرخ ویژه‌ای انجام می‌شود. کل انرژی‌ای که یک ستاره در ثانیه گسیل می‌کند تابندگی آن،  $L$ ، نامیده می‌شود. این انرژی



شکل ۹.۱ توزیع انرژی ستاره‌ای با مقدار  $B - V = -0.2$ . بیشتر انرژی در ناحیه ماوراءبنفش گسیل می‌شود که از زمین قابل رصد نیست و تنها راه رصد آن از طریق ماهواره‌هاست. بخشی از انرژی در  $\lambda < 912 \text{ \AA}$  گسیل می‌شود. این طول موجهای کوتاه به شدت توسط گاز بین ستاره‌ای جذب می‌شوند. توزیع انرژی ستاره‌ای با  $B - V = 0.62$  نیز نمایش داده شده است. برای چنین ستارگانی، انرژی نسبتاً کمی در نواحی طیفی ماوراءبنفش نامرئی و مادون قرمز مرئی گسیل می‌شود.

توسط قدرهای تابش‌سنجی اندازه‌گیری می‌شود که با  $m_{\text{bol}}$  یا  $M_{\text{bol}}$  نمایش داده می‌شود. باز هم خواهیم داشت

$$M_{\text{bol}}(1) - M_{\text{bol}}(2) = -2.5(\log L(1) - \log L(2)) \quad (4.1)$$



شکل ۱۰.۱ توزیع انرژی برای ستارهٔ گول‌پیکر M۴ با مقدار  $B - V = ۱.۵$ . بیشترین بخش انرژی در طول موجهای مادون قرمز گسیل می‌شود. به تغییر مقیاس در  $۵۵^\circ$  توجه کنید.

که در رابطهٔ فوق، شماره (۱) مربوط به ستارهٔ اول و (۲) مربوط به ستارهٔ دوم است. تفاوت بین قدرهای تابش‌سنجی و مرئی، تصحیح تابش‌سنجی،  $BC$ ، نامیده می‌شود

$$M_{\text{bol}} = M_V - BC \quad (۵.۱)$$

بسیاری از اخترشناسان، از علامت دیگری در معادله (۵.۱) استفاده می‌کنند. علامت +، نشان‌دهندهٔ  $BC$  منفی است. در هر حال، قدرهای تابش‌سنجی عموماً کوچکتر از قدرهای مرئی‌اند زیرا در تمام طول موجها انرژی بیشتری وجود دارد تا در یک گسترهٔ طول موج خاص. معادله (۴.۱)، به‌طور کامل قدرهای تابش‌سنجی را مشخص نمی‌کند مگر اینکه قدر تابش‌سنجی ستارهٔ اول مشخص باشد. متأسفانه، نقطهٔ صفر مانند روش قدرهای تابش‌سنجی مشخص نمی‌شود. قدر تابش‌سنجی ظاهری ستارهٔ نسر واقع صفر نیست!

همان‌گونه که دیدیم، ستارگان داغ بخش وسیعی از انرژی‌شان را در ناحیهٔ فرابنفش نامرئی گسیل می‌کنند. این ستارگان دارای تصحیحات تابش‌سنجی بزرگ‌اند. ستارگان سرد قرمز رنگ، دارای بخش عظیمی از انرژی در ناحیهٔ فروسرخ و نیز تصحیحات تابش‌سنجی بزرگ‌اند. تصحیحات تابش‌سنجی برای ستارگان در محدودهٔ  $۰.۳۵ \approx (B - V)$  دارای یک کمینه‌اند. در ستارگان رشتهٔ اصلی با مقدار  $(B - V) = ۰.۳۵$ ، تصحیحات تابش‌سنجی بنا به تعریف صفرند. با این تعریف، مقیاس قدر تابش‌سنجی مشخص می‌شود. با استفاده از معادله (۵.۱)، برای خورشید،

مقدار  $0.7^\circ = BC$  (خورشید) و برای نسر واقع  $3^\circ \approx$  (نسر واقع)  $BC$  به دست می‌آید. با دانستن فاصله خورشید،  $M_{V\odot} = 4.82$  و  $M_{bol\odot} = 4.75$  خواهد بود.

### ۳.۱ دماهای مؤثر ستارگان

اگر شعاع زاویه‌ای ستاره را، که در جلد اول این مجموعه درباره آن صحبت کردیم بدانیم، می‌توانیم مقدار انرژی‌ای که سطح ستاره‌ای برحسب سانتی‌متر مربع و در تمام جهات ترک می‌کند و به نام شار سطح،  $\pi F$ ، معروف است را به دست آورد. در رابطه زیر

$$4\pi R^2 \pi F = L \quad \text{یا} \quad \pi F = \frac{L}{(4\pi R^2)} \quad (6.1)$$

تابندگی ستاره را می‌توان توسط شار  $\pi f$  که از بالای جو زمین و در سانتی‌متر مربع به ما می‌رسد به دست آورد. تابندگی کل از حاصل ضرب  $\pi f$  در سطح کره‌ای به شعاع  $d$  در اطراف ستاره به دست می‌آید، که در آن،  $d$  فاصله از ستاره مورد نظر است،

$$L = \pi f \cdot 4\pi d^2 \quad (7.1)$$

به همراه معادله (۶.۱) رابطه زیر به دست می‌آید،

$$L = \pi f \cdot 4\pi d^2 = \pi F \cdot 4\pi R^2 \quad (8.1)$$

و در نهایت،

$$\pi F = \pi f \left( \frac{d}{R} \right)^2 \quad (9.1)$$

که در رابطه بالا،  $R/d$ ، شعاع زاویه‌ای ستاره است، به شرطی که زاویه برحسب رادیان اندازه‌گیری شود. شعاع زاویه‌ای را می‌توان برای بعضی ستارگان بسیار درخشان و چند ستاره نزدیک حساب کرد (نگاه کنید به جلد اول).

برای یک منبع نوری ایده‌آل که در تعادل کامل ترمودینامیکی است (یعنی، برای یک جسم سیاه؛ نگاه کنید به جلد اول)، مقدار انرژی گسیل شده در سانتی‌متر مربع و در تمام جهات از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\pi F (\text{جسم سیاه}) = \sigma T^4 \quad (10.1)$$

که در این رابطه  $T$  دمای جسم سیاه و  $\sigma$  ثابت استفان-بولتزمن است که برابر با  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ erg deg}^{-2} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  است. اگر شار سطح ستاره ( $\pi F$ ) را با تابش جسم سیاه مقایسه کنیم، می‌توانیم دمای به اصطلاح مؤثر ستاره را به صورت زیر بنویسیم

$$\pi F(\text{ستاره}) = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (11.1)$$

در این صورت  $T_{\text{eff}}$  معیاری از شار سطح ستاره است. این همان دمایی است که جسم سیاهی باید داشته باشد تا همان انرژی‌ای را که ستاره در سانتی‌متر مربع گسیل می‌کند، تابش کند. در جلد دوم نیز دیدیم که  $T_{\text{eff}}$  دمای جو ستاره در عمق  $\frac{1}{2}$  است، که عمق نوری  $\bar{\tau}$  به صورت زیر تعریف می‌شود

$$d\bar{\tau} = \bar{\kappa} dt \quad (12.1)$$

که در آن،  $\bar{\kappa}$  ضریب جذب متوسطی است که توسط تابع وزن رؤسلند، روی تمام طول موجها میانگین‌گیری شده است (فصل ۸ جلد دوم را نگاه کنید). برای خورشید  $\bar{\tau} = \frac{1}{2}$  متناظر با عمقی حدود  $10^6$  کیلومتر زیر و سطح، خورشید است.

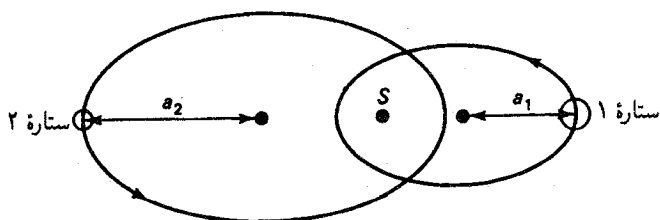
برای خورشید  $\pi f_{\odot} = 1.38 \times 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  و  $m_{\text{bol}\odot} = -26.85$  است. برای  $\pi F_{\odot}$  نتیجه می‌گیریم،  $\pi F(\text{خورشید}) = 6.3 \times 10^{10} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  و  $T_{\text{eff}}(\text{خورشید}) = 5800 \text{ K}$  است.

## ۴.۱ جرمهای ستاره‌ای

در جلد اول این مجموعه دیدیم که جرمهای ستاره‌ای را می‌توان برای ستارگان دوتایی به دست آورد. با توجه به این حقیقت که چنین سیستمهای دوتایی‌ای در مدارهای پایداری به دور یکدیگر می‌چرخند، به طوری که در هر لحظه نیروهای گرانشی و گریز از مرکز با یکدیگر در حال تعادل‌اند می‌توانیم رابطه زیر را به دست بیاوریم

$$\frac{P^2}{(a_1 + a_2)^3} = \frac{4\pi^2}{G} \frac{1}{(M_1 + M_2)} \quad (13.1)$$

در این رابطه،  $a_1$  و  $a_2$  نیم‌محورهای اصلی مدارهای ستارگان ۱ و ۲ حول مرکز گرانی آنهاست (نگاه کنید به شکل (۱۱.۱)؛  $M_1$  و  $M_2$  جرمهای ستارگان ۱ و ۲؛  $P$  زمان تناوب مداری و  $G$  ثابت



شکل ۱۱.۱ هر دو ستاره دوتایی، حول مرکز گرانی می‌چرخند. نیم‌محور اصلی ستاره ۱ برابر با  $a_1$  و برای ستاره ۲ برابر با  $a_2$  است.

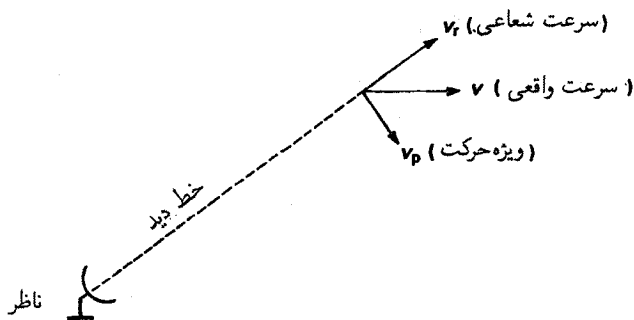
گرائش است. برای تعیین جرمهای مربوط به هر دو ستاره، باید نسبت سرعتهای مداری،  $v$ ، هر دو ستاره یا نسبت نیم‌محورهای اصلی آنها را به دست بیاوریم. در این صورت خواهیم داشت

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{M_2}{M_1} \quad \text{یا} \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{M_2}{M_1} \quad (14.1)$$

سرعتهای مداری را می‌توان از جابه‌جاییهای دوپلری خطوط طیفی به دست آورد. برای منبع نوری که از ما دور می‌شود، طول موجهای نور،  $\lambda$ ، به صورت رابطه زیر جابه‌جا می‌شوند

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_T}{c} \quad (15.1)$$

که در آن  $c$  سرعت نور است. سرعت شعاعی  $v_T$ ، مؤلفه سرعت در امتداد خط دید است (نگاه کنید به شکل ۱۲.۱). برای خطوط طیفی طول موجهای معلوم آزمایشگاهی (نگاه کنید به بخش ۶.۱)، جابه‌جاییهای  $\Delta\lambda$  را می‌توان اندازه‌گیری کرد و در نتیجه، سرعت شعاعی را به دست آورد. به وسیله سرعتهای شعاعی می‌توان سرعتهای مداری را به دست آورد به شرطی که شیب صفحه مداری



شکل ۱۲.۱ به وسیله جابه‌جایی دوپلری می‌توان مؤلفه سرعت را در امتداد خط دید اندازه گرفت که سرعت شعاعی نامیده می‌شود.

نسبت به خط دید مشخص باشد. برای ستارگان دوتایی گرفتی، این شیب مورد نظر را که به صورت، زاویه  $\theta$ ، بین بردار عمود بر صفحه مدار و خط دید است، می توان به دست آورد که در چنین حالتی، زاویه  $\theta$  باید نزدیک به  $90^\circ$  باشد (یا اینکه گرفتگیها دیده نشوند). در ستارگان دوتایی بصری هنگامی که مدار ظاهری یک ستاره حول ستاره دیگر قابل اندازه گیری باشد، می توان این شیب را به دست آورد. در جدول ۱.۱، رنگهای  $B - V$ ، قدرمطلقها، تابندگیها، دماهای مؤثر و جرمهای ستارگان رشته اصلی را گرد آورده ایم.

## ۵.۱ رابطه جرم-تابندگی

با استفاده از مقادیر جدول ۱.۱، رابطه بین تابندگیها و جرمهای ستاره ای در شکل ۱۳.۱ رسم شده است، می دانیم که بیشتر ستارگان تشکیل یک لایه تودرتوی یک بعدی می دهند، که به صورت خوشه هایی در امتداد رشته اصلی نمودار HR نشان داده شده است. ساختار این ستارگان باید توسط یک پارامتر تعیین شود. همین موضوع در شکل ۱۳.۱ نشان داده شده است. عموماً برای مقدار مشخصی از جرم، میزان تابندگی تقریباً یکسان است. استثناها کوتوله های سفید هستند. تقریباً همه سایر ستارگان از رابطه جرم-تابندگی پیروی می کنند. حقیقت شگفت آور این است که اکثریت ستارگان غول پیکر (بجز ستارگان غول پیکر قرمز) و ستارگان ابرغول پیکر نیز تقریباً از رابطه مشابه جرم-تابندگی ستارگان رشته اصلی تبعیت می کنند.

در نمودار تمام لگاریتمی شکل ۱۳.۱، نقاط مربوط به ستارگان، تقریباً روی خط راست واقع شده اند که یعنی، ستارگان از رابطه ای به شکل زیر پیروی می کنند

$$L \propto M^\beta \quad (۱۶.۱)$$

که در آن، به طور متوسط،  $\beta \approx 3.8$  است.

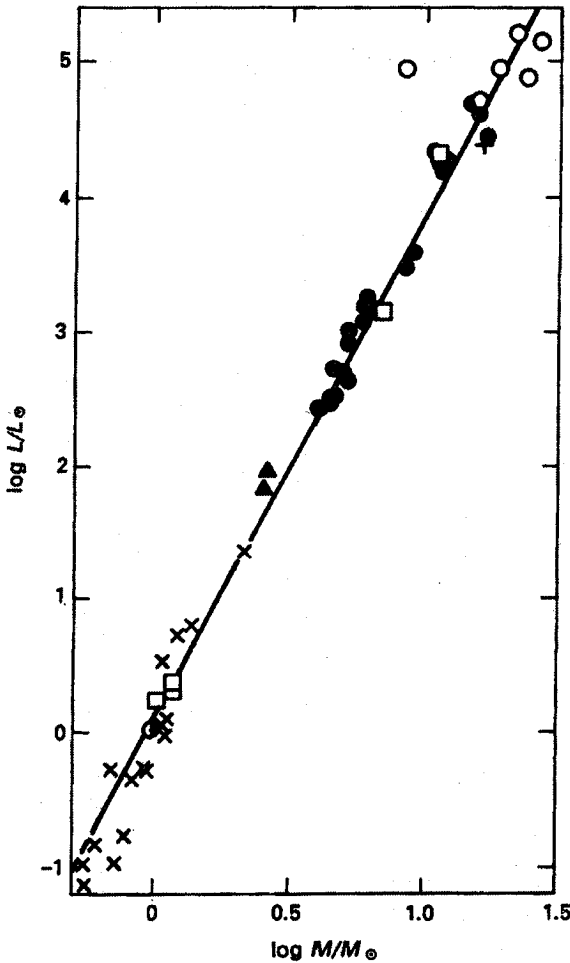
## ۶.۱ طبقه بندی طیفی

اگر توزیع انرژی ستاره ای را در گستره بسیار کوچکی از طول موج،  $\Delta\lambda < 1\text{\AA}$ ، اندازه گیری کنیم، می توانیم طیف ستاره ای را به دست بیاوریم. این طیفها، بسیاری از گستره های باریک طول موج با شارهای کاهش یافته را نشان می دهند که به اصطلاح خطوط طیفی نامیده می شوند. اینها ناشی از پدیده جذب توسط اتمها و یونهای لایه های سطح ستاره اند. که جو ستاره ای نامیده می شود. هر یون

جدول ۱.۱ مقادیر به دست آمده برای ستارگان رشته اصلی

$M/M_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$	$\log L/L_{\odot}$	$M_{\text{bol}}$	$M_V$	$(B - V)$ .
(۴۰)	۴۲۰۰۰			-۵٫۷	-۰٫۳۳
۲۳	۳۷۰۰۰	۵٫۲	-۸٫۳	-۵٫۰	-۰٫۳۲
۱۶	۳۰۵۰۰	۴٫۶	-۶٫۸	-۴٫۰	-۰٫۳۰
۱۰	۲۴۰۰۰	۴٫۰	-۵٫۲	-۲٫۹	-۰٫۲۵
۷	۱۷۷۰۰	۳٫۶	-۴٫۳	-۱٫۵	-۰٫۲۰
۴٫۵	۱۴۰۰۰	۲٫۷	-۲٫۱	-۰٫۹	-۰٫۱۵
۳٫۶	۱۱۸۰۰	۲٫۲	-۰٫۹	-۰٫۳	-۰٫۱۰
۳٫۱	۱۰۵۰۰	۱٫۹	-۰٫۰	۰٫۳	-۰٫۰۵
۲٫۷	۹۵۰۰	۱٫۶	۰٫۷	۰٫۹	۰٫۰۰
۲٫۳	۸۵۰۰	۱٫۳	۱٫۵	۱٫۵	۰٫۱۰
۱٫۹	۷۹۰۰	۱٫۰	۲٫۲	۲٫۲	۰٫۲۰
۱٫۶	۷۳۵۰	۰٫۸	۲٫۷	۲٫۷	۰٫۳۰
۱٫۴	۶۸۰۰	۰٫۶	۳٫۳	۳٫۳	۰٫۴۰
۱٫۲۵	۶۳۰۰	۰٫۳	۳٫۹	۳٫۹	۰٫۵۰
۱٫۰۳	۵۹۰۰	۰٫۱	۴٫۴	۴٫۵	۰٫۶۰
۰٫۹۱	۵۵۴۰	-۰٫۱	۵٫۱	۵٫۲	۰٫۷۰
۰٫۸۳	۵۳۳۰	-۰٫۳	۵٫۶	۵٫۸	۰٫۸۰
۰٫۷۷	۵۰۹۰	-۰٫۵	۶٫۰	۶٫۳	۰٫۹۰
۰٫۷۲	۴۸۴۰	-۰٫۶	۶٫۳	۶٫۷	۱٫۰۰
۰٫۶۷	۴۵۹۰	-۰٫۷	۶٫۶	۷٫۲	۱٫۱۰
۰٫۶۲	۴۳۵۰	-۰٫۸	۶٫۹	۷٫۵	۱٫۲۰
۰٫۵۶	۴۱۰۰	-۰٫۹	۷٫۱	۷٫۹	۱٫۳۰
۰٫۵۰	۳۸۵۰	-۱٫۱	۷٫۵	۸٫۸	۱٫۴۰





شکل ۱۳.۱ رابطه بین تابندگیها و جرمهای ستاره‌های ستارگان دوتایی که جرمهای آنها کاملاً معلوم است. علائم مختلف، مربوط به انواع گوناگون ستارگان دوتایی است.

یا اتمی، خطوط خاصی را جذب می‌کند که تنها مختص به همان ذره است با استفاده از ابزارهای رصد خطوط طیفی ستارگان می‌توان، ذرات جذب‌کننده و عناصر را مشخص کرد و فراوانی آنها را نیز به دست آورد (نگاه کنید به جلد دوم). طیف ستاره‌ای را می‌توان بر طبق خطوط مشاهده شده، در یک ردیف مرتب کرد. این خطوط مرتب شده طیفی با ردیف رنگ  $B - V$  مطابقت می‌کند. طیفهایی که شدیدترین خطوط هیدروژن را نشان می‌دهند، ستارگان  $A^0$  نامیده می‌شوند. این ستارگان شبیه ستاره نسرند و مقدار  $B - V$  آنها تقریباً برابر صفر است. ستارگانی که تا حدودی

آبی‌ترند یعنی آنهایی که برای شان  $۰ < B - V < ۰.۲$  است، ستارگان B نامیده می‌شوند. خطوط هیدروژنی ستارگان B قدری ضعیف‌ترند ولی خطوط هلیم آنها نیز ضعیف است. حتی مقادیر کوچکتری از  $B - V$  برای ستارگان O کشف شده است. خطوط هیدروژنی این ستارگان ضعیف است، ضعیف‌تر از ستارگان B، و خطوط هلیم آنها نیز ضعیف است با این فرق که خطوط فوق یونیده نیز هستند. این ستارگان از داغ‌ترین نوع‌اند. ستارگان O و B، نوع پیشین یا اولیه نامیده می‌شوند زیرا، در بالای ردیف طیفی قرار دارند. در هر طبقه طیفی، زیر طبقه‌هایی هم هست، برای مثال  $B_0, B_1, \dots, B_9$ .  $B_0, B_1, B_2, B_3$  را ستارگان پیشین یا اولیه B می‌گویند؛  $B_8, B_9$  و ستارگان پسین یا آخری B نامیده می‌شوند. ستارگان با مشخصه،  $۰.۲۹ \leq B - V \leq ۰$ ، نام A دارند. نسر ستاره‌ای از نوع  $A_0$  است، یعنی، ستاره‌ای پیشین از نوع A است. علاوه بر خطوط شدید هیدروژنی، خطوط طیفی بسیار ضعیفی از یونهای مربوط به عناصر سنگین نیز مشاهده شده است.

ستارگان با مشخصه،  $۰.۵۸ \lesssim B - V < ۰.۳$ ، ستارگان F نامیده می‌شوند. خطوط هیدروژنی این گروه ضعیف‌تر از خطوط مربوط به ستارگان A است. در ستارگان F تعداد زیادی خطوط طیفی یونهای مربوط به عناصر سنگین مشاهده شده است که بسیار قوی‌تر از خطوط مربوط در ستارگان A است. در صورتی که  $۰.۱ < B - V < ۰.۶$ ، باشد ستاره مربوط G نامیده می‌شود. خورشید ستاره‌ای از نوع  $G_2$  است. خطوط هیدروژنی برای این نوع ستارگان به مراتب ضعیف‌تر است، درحالی‌که شدت خطوط طیفی مربوط به یونهای عناصر سنگین در این ستارگان افزایش می‌یابد، به طوری که خطوط طیفی مربوط به اتمهای سنگین در آنها قابل رؤیت می‌شود. برای  $۰.۴ < B - V < ۰.۱$ ، ستارگان مربوط، K نامیده می‌شوند که دارای خطوط ضعیف‌تری از یونهای سنگین‌اند درحالی‌که، شدت خطوط اتمی در آنها افزایش می‌یابد و خطوط هیدروژنی آنها بسیار ضعیف است. در ستارگان قرمز رنگ M، علاوه بر طیفهای مولکولی، بیشتر از همه، خطوط اتمهای سنگین مشاهده می‌شود. شکل ۱۴.۱ ردیف طیفهای ستاره‌ای را نشان می‌دهد.

## ۷.۱ ترکیب شیمیایی ستارگان

ستارگان از چه چیزی درست شده‌اند؟ در بخش گذشته دیدیم که در طیفهای ستاره‌ای، خطوط جذبی‌ای دیده می‌شود که طول موجهایشان در توافق با موارد رصدشده آزمایشگاهی مربوط به هیدروژن، هلیم و بسیاری دیگر از عناصر سنگین‌تر است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که همه این عناصر باید در ستارگان موجود باشند. سؤالی که مطرح می‌شود این است که فراوانی نسبی عناصر



مربوطه چگونه است؟ در جلد دوم درباره نحوه تعیین فراوانیهای عناصر صحبت شده است. این تصور که شدت خطوط طیفی می‌تواند نشانه‌ای از فراوانی عنصر مربوطه باشد همچنان مورد تردید است. درست است که می‌توان از طریق شدت خطوط طیفی فراوانیها را به دست آورد ولی، شدت خطوط به دما فشار و اختلال در جو ستاره‌ای نیز بستگی دارد که باید به همراه فراوانیها، این پارامترها را نیز مشخص کرد. به نظر می‌رسد هیدروژن، که شدیدترین خطوط طیفی در ستارگان A، B و F را به خود اختصاص داده است، فراوان‌ترین عنصر موجود در ستارگان باشد. ۹۱ درصد تمامی ذرات سنگین، آنها یا یونهای هیدروژن است. حدود ۹ درصد مربوط به اتمها یا یونهای هلیوم است. هلیوم نیز عنصر بسیار فراوانی است، اگرچه، خطوط ضعیفی از اتم یا یون هلیوم در ستارگان B و O مشاهده می‌شود. این مسئله به دلیل ساختار ویژه نمودار تراز انرژی هلیوم است. به نظر می‌رسد که درصدی برای عناصر سنگین‌تر، که خطوط طیفی آنها نیز مشاهده می‌شوند، باقی نمی‌ماند. در حقیقت، کل فراوانی سایر عناصر سنگین‌تر به همراه تعداد ذراتشان تنها ۱ درصد است.

با توجه به کسر جرمی، نسبتهای فراوانی متفاوت است. هسته هلیوم، چهار مرتبه سنگین‌تر از هسته هیدروژن است. پس، هسته‌های سنگین‌تر جرم بیشتری دارند. کربن دارای جرم اتمی ۱۲، نیتروژن ۱۴، اکسیژن ۱۶ و غیره است. آهن جرم اتمی‌ای برابر با، ۵۶ دارد. بنابراین، از نظر جرمی، هیدروژن تنها ۷۰ درصد و هلیوم ۲۸ درصد را به خود اختصاص می‌دهند. کسر جرمی هیدروژن را معمولاً با  $X$  و مقدار مربوطه برای هلیوم را با  $Y$  نمایش می‌دهند. بنابراین  $X = 0.7$  و  $Y = 0.28$  است. کل سایر عناصر سنگین‌تر روی هم‌رفته، حدود ۲ درصد جرم را به خود اختصاص می‌دهند. فراوانی آنها از نظر کسر جرمی به صورت  $Z$  نمایش داده می‌شود و این مقدار برای خورشید برابر با  $Z = 0.02$  است. اگرچه، عناصر سنگین در ستارگان بسیار کمیاب‌اند، ولی چنانکه خواهیم دید وجود آنها از نظر طبقه‌بندی دمایی داخل ستارگان بسیار مهم است.

## تعادل هیدروستاتیکی

### ۱.۲ معادله تعادل هیدروستاتیکی

با استفاده از چه اطلاعاتی می‌توانیم ساختار داخلی ستارگان را مشخص کنیم؟ تمام آنچه مشاهده می‌کنیم، لکه کم‌نوری است که از آن باید همه چیز را در مورد ستاره حدس بزنیم. در جلد دوم این مجموعه دیدیم که نور واصل از ستارگان رشته اصلی، در واقع از لایه سطحی‌ای با ضخامتی از مرتبه  $10^5$  تا  $10^6$  کیلومتر تابش می‌شود، در حالی که شعاع ستارگان رشته اصلی حدود  $10^5$  تا  $10^7$  کیلومتر است. هر نوری که از داخل ستارگان گسیل می‌شود، قبل از اینکه بتواند به اندازه کافی به سطح خارجی ستاره نزدیک و بدون جذب مجدد داخلی از سطح آن خارج شود، مکرراً در داخل ستاره جذب و بازگسیل می‌شود. برای خورشید، هر فوتون عملاً  $10^7$  سال وقت لازم دارد تا از قسمت داخلی به سطح خارجی برسد، اگرچه برای یک شعاع  $7000000$  کیلومتری فوتون فقط  $2.5$  ثانیه وقت نیاز دارد تا در امتداد خطی مستقیم از ستاره خارج شود. تنها یک نوع تابش وجود دارد که می‌تواند مستقیماً از فضای داخلی ستارگان به خارج نفوذ کند. این تابش مربوط به نوترینوهاست که سطح مقطع جذبشان به قدری کوچک است که احتمال جذبشان هنگام خروج

از سطح ستاره عملاً صفر است. البته به دلیل همین ویژگی، مشاهده این‌گونه تابشها بسیار مشکل است زیرا به ندرت با ماده‌ای در روی زمین برهم‌کنش دارند. این موضوع را دوباره بررسی خواهیم کرد. بجز نوترینوها، هیچ نوع تابشی موجود نیست که مستقیماً اطلاعاتی درباره ساختار داخلی ستاره به دست بدهد. با این حال، رصدهای ساده‌ای وجود دارند که می‌توانند به طور غیرمستقیم اطلاعاتی درباره ساختار ستاره‌ای به دست بدهند.

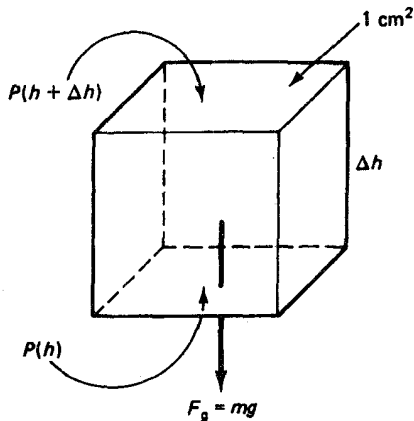
در طول قرن‌ها، تغییری در میزان درخشندگی و رنگ ستارگان که قابل اندازه‌گیری باشد مشاهده نشده است. همین مشاهده ساده همه چیز را درباره ساختار داخلی ستاره بیان می‌کند. اگر رنگ تغییر نکند، به این معنی است که دمای سطح ستاره یعنی  $T_{\text{eff}}$  ثابت مانده است. اگر نور خروجی، یعنی تابندگی  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$ ، تغییر نکند، به این نتیجه می‌رسیم که شعاع  $R$ ، برای مقدار ثابت  $T_{\text{eff}}$ ، ثابت می‌ماند.

چنانکه خواهیم دید، این دو حقیقت که  $R$  و  $T_{\text{eff}}$  با زمان تغییر نمی‌کنند ما را مجاز می‌دارند که ساختار کلی داخلی ستاره را بررسی کنیم. ابتدا، مسئله شعاع ثابت ستاره را در نظر می‌گیریم.

می‌دانیم که جرم داخلی زیاد ستاره، نیروی گرانشی زیادی بر لایه‌های خارجی وارد و سعی در کشیدن آنها به طرف داخل می‌کند. علت فرو نریختن لایه‌ها به داخل، وجود نیروی مخالفی است که آنها را از این کار باز می‌دارد. این نیرو ظاهراً همان نیرویی است که مانع از فرو ریختن جو زمین می‌شود و به آن نیروی فشار می‌گویند در ادامه مطلب نیروهای وارد بر ستونی به سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  و ارتفاع  $\Delta h$  را در نظر می‌گیریم (نگاه کنید به شکل ۱.۲). در جهت کاهش ارتفاع  $h$ ، یعنی به طرف داخل، باید نیروی جاذبه  $F_g = mg$  را در نظر بگیریم که در آن  $g$  شتاب گرانشی و  $m$  جرم حجم مورد نظر است. جرم  $m$  برابر با  $\rho \Delta V$  است که در آن  $\rho$  چگالی و  $\Delta V$  جزء حجم است که برای سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  برابر با  $1 \text{ cm}^2 \times \Delta h$  است. پس نیروی جاذبه  $\vec{F}_g$  عبارت است از

$$\vec{F}_g = m\vec{g} = \rho\vec{g}\Delta h \quad (1.2)$$

علاوه بر این، باید فشار در ارتفاع  $h + \Delta h$ ، یعنی  $P(h + \Delta h)$ ، را در نظر بگیریم که همسانگرد است ولی در اینجا تنها نیروهایی بر حجم گاز فوق را در نظر می‌گیریم که فشار گاز در ارتفاع  $h + \Delta h$  بر آن یک فشار رو به پایین اعمال می‌کند. این نیروی رو به پایین  $P(h + \Delta h)$  است. در جهت مخالف، نیروهایی که فشاری از پایین به بالا وارد می‌کنند، تنها فشار در ارتفاع  $h$ ، یعنی



شکل ۱.۲ در تعادل هیدروستاتیکی، نیروی فشار  $dP/dh$  و نیروی گرانشی  $F_g$  که بر حجمی از گاز وارد می‌شوند، باید با یکدیگر در توازن باشند.

$P(h)$  است. از آنجا که حجم گاز ساکن می‌ماند، نیروهای مقابله‌کننده باید با یکدیگر در تعادل باشند یعنی

$$P(h) = \rho g \Delta h + P(h + \Delta h) \quad (۲.۲)$$

یا

$$(P(h + \Delta h) - P(h))/\Delta h = -\rho g \quad (۳.۲)$$

در حد  $\Delta h \rightarrow 0$  خواهیم داشت

$$dP/dh = -\rho g \quad \text{یا} \quad \text{grad } P = -\rho g \quad (۴.۲)$$

معادله (۴.۲)، معادله تبادل هیدروستاتیکی نامیده می‌شود. این رابطه، تعادل بین نیروهای گرانشی و فشار را نشان می‌دهد.

برای تقارن کروی داریم  $dP/dr = -\rho g$ .

در حالت کلی ممکن است لازم باشد نیروهای دیگری را هم در نظر گرفت، برای نمونه، نیروهای گریز از مرکز در ستارگان چرخان یا نیروهای الکترومغناطیسی در ستارگان مغناطیسی. به سادگی می‌توان حساب کرد که برای لایه‌های سطحی ستارگانی که دارای سرعت‌های استوایی حدود چند صد کیلومتر بر ثانیه‌اند، چنانکه برای بسیاری از ستارگان داغ یعنی ستارگان با

باید نیروهای گریز از مرکز را به حساب آورد. در لایه‌های عمیق‌تر (شعاعهای کوچکتر)، نیروهای گریز از مرکز در چرخش جسم صلب کاهش می‌یابند. به نظر می‌رسد که در چنین موردی نیروهای مورد نظر اثر قابل توجهی بر ساختار کلی ستارگان نمی‌گذارند.

نیروهای مغناطیسی ممکن است هنگامی قابل توجه شوند که میدانهای مغناطیسی به چند هزار گاوس برسد که این پدیده در ستارگان مغناطیسی خاصی یعنی، ستارگانی با گونه‌های طیفی Ap یا Bp (نگاه کنید به جلد اول) رصد شده است. برای ستارگان چگال مثل کوتوله‌های سفید یا ستارگان نوترونی تنها میدانهایی با شدت بالاتر اهمیت پیدا می‌کنند. البته، نیروهای مغناطیسی برای یک میدان دوقطبی محض که در آن  $\text{curl } H = 0$  است، صفرند. تنها در صورت انحراف از میدان دوقطبی است که نیروهای مغناطیسی غیرقابل اغماض می‌شوند.

در ادامه مطلب، تنها نیروهای گرانشی و فشار گاز را در نظر خواهیم گرفت مگر اینکه صراحتاً از نیروهای دیگری نام ببریم. وجود این دو نیرو برای اکثر ستارگان کافی است مگر، برای ستارگان بسیار سنگین و بسیار تابنده که در آنها، فشار تابشی اهمیت زیادی دارد.

با توجه به این حقیقت که ستارگان اکثراً در حال انقباض یا انبساط نیستند. نتیجه می‌گیریم که در آنها تعادل هیدروستاتیکی برقرار است درست مثل جو کره زمین. اگر فرض کنیم که تعادل هیدروستاتیکی کاملاً برقرار نیست، با چه سرعتی می‌توانیم اثر عدم توازن بین نیروهای گرانشی و فشار را مشاهده کنیم؟ شاید تغییر ابعاد ستاره آن قدر طول بکشد که این پدیده را نتوان دید. اگر فرض کنیم که تعادل بین نیروهای فشار و گرانشی حدوداً ده درصد مختل شود، یعنی ده درصد نیروی گرانشی با نیروی فشار به تعادل نرسد آن وقت عملاً خواهیم داشت

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho + 0.1g\rho$$

پس ده درصد نیروی گرانشی می‌تواند ماده را به طرف داخل بکشد. برای شتاب گرانشی  $g_{\odot} = 2.7 \times 10^4 \text{ cm s}^{-2}$  شتاب خالص برابر با  $2.7 \times 10^2 \text{ cm s}^{-2}$  (خالص)  $g$  خواهد بود. پس از هزار ثانیه یا تقریباً ۱۵ دقیقه، سرعت ماده به مقدار زیر می‌رسد

$$\int_0^{1000} g(\text{خالص}) dt = 2.7 \times 10^6 \text{ cm s}^{-1} = 27 \text{ km s}^{-1}$$

طول مسیر  $s$ ، که ماده پس از هزار ثانیه فرو می‌ریزد،  $s = \frac{1}{2}g(\text{خالص})t^2 = 1.35 \times 10^9 \text{ cm}$  یا  $13500 \text{ km}$  است. این مقدار، تغییری حدود ۲ درصد شعاع خورشیدی در مدت ۱۵ دقیقه است چنین تغییر شعاعی فوراً قابل رؤیت می‌شود. از آنجا که پس از گذشت قرن‌ها مشاهده و رصد



تغییری در شعاع اکثر ستارگان نمی‌بینیم، می‌توانیم مطمئن باشیم که تعادل هیدروستاتیکی با دقت بالایی در آنها برقرار است.

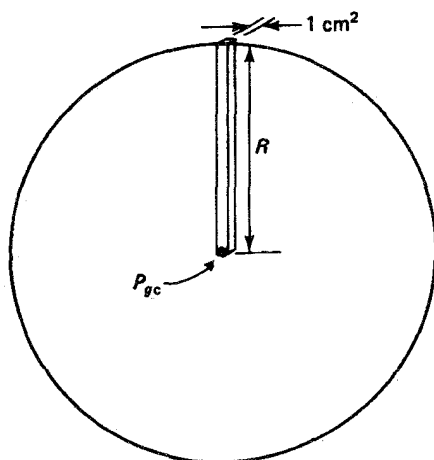
## ۲.۲ نتایج تعادل هیدروستاتیکی

در این بخش خواهیم دید که با توجه به الزام برقراری تعادل هیدروستاتیکی در ستارگان، چه نتایجی می‌توان گرفت. ابتدا فشار گاز،  $P_g$ ، را در مرکز خورشید محاسبه می‌کنیم.

معادله هیدروستاتیک می‌گوید که فشار در مرکز خورشید باید وزن ماده‌ای را که روی آن قرار گرفته است خنثی کند که مقدار آن برابر با وزن ستونی از ماده به سطح مقطع  $1\text{ cm}^2$  و ارتفاع  $R$  است (نگاه کنید به شکل ۲.۲). اگر چگالی متوسط را برابر با  $\bar{\rho} = 1\text{ g cm}^{-3}$  بگیریم، وزن ستون فوق چنین خواهد بود

$$\text{وزن} = P_g(\text{مرکز}) = P_{gc} \approx \bar{\rho} \bar{g} R \quad (5.2)$$

که اگر از رابطه،  $\bar{g}_\odot = 2g_\odot = 2 \times 2.7 \times 10^4 \text{ cm s}^{-2}$ ، یعنی دو برابر شتاب گرانشی در سطح خورشید، استفاده کنیم خواهیم داشت  $P_{gc} \approx 4 \times 10^{15} \text{ dyn cm}^{-2}$  این مقدار، فشاری را نشان می‌دهد که حداقل یک بیلیون مرتبه بزرگتر از فشار در جو زمین است.



شکل ۲.۲ در تعادل هیدروستاتیکی، فشاری که در مرکز ستاره بر  $1\text{ cm}^2$  وارد می‌شود، باید وزن ستونی به سطح مقطع  $1\text{ cm}^2$  را که روی آن قرار گرفته و دارای جرم  $m = \bar{\rho} R$  است خنثی کند.

حالا با استفاده از معادله حالت برای گاز ایده آل مقدار تقریبی دما در مرکز خورشید،  $T_c$  را به دست می آوریم. معادله حالت برای گاز ایده آل، منجر به رابطه ای بین  $P_g$ ،  $T$  و  $\rho$  می شود که به صورت زیر است

$$P_g = RgT\rho/\mu \quad (۶.۲)$$

در این رابطه،  $R_g$  ثابت گاز،  $\rho$  چگالی و  $\mu$  میانگین وزن اتمی است.  $[cgs]$   $10^7 \times 8.315 = R_g$  است. با استفاده از این معادله برای مرکز و این محاسبه تقریبی که، چگالی در مرکز دو برابر چگالی متوسط است، از رابطه فشار مرکزی،  $P_{gc}$ ، دما را در مرکز برابر با  $1.4 \times 10^7 K = T_c$  به دست می آوریم که در آن در مرکز، که ماده کاملاً یونیده است، از  $\mu = 0.6$  استفاده کرده ایم.

محاسبات پیچیده مدل فوق، منجر به،  $1.5 \times 10^7 K = T_c$  (خورشید) می شود. محاسبات مربوط به همین مدل مقدار  $P_{gc} = 10^{12} \text{ dyn cm}^{-2}$  را برای خورشید به دست می دهد، که یک توان ده بزرگتر از محاسبه ماست. بنابراین، این توافق عالی برای دماهای مرکزی تا حدودی تصادفی است. برآورد ما از فشار در مرکز بسیار کم به دست آمد زیرا، از شتاب گرانشی متوسط استفاده کردیم که مقدار مناسبی نبود. اگر مقدار فوق را بزرگتر در نظر می گرفتیم، نتیجه بهتری به دست می آمد. از طرفی، چون از مقدار بسیار پایینی برای چگالی مرکزی در محاسبه دما استفاده کردیم، خطاها اثر یکدیگر را خنثی کردند. (این مسئله، اصل سازگاری شیب نامیده می شود که می تواند منجر به نتایج خوبی شود. به هر حال ناچاریم که از آن استفاده کنیم!)

نکته اصلی این است که می توانیم مقدار دمای مرکزی را تنها با استفاده از معادله تعادل هیدروستاتیکی به دست آوریم. تا اینجا حرفی درباره تولید یا انتقال انرژی نزنده ایم. فقط از شعاع رصدشده خورشید، که حدود  $700000 \text{ km}$  و جرم آن که معادل  $2 \times 10^{33} \text{ g}$  است استفاده کرده ایم.

نکته دوم این است که دماهای مرکزی ممکن است آن قدر بالا باشند که وقوع برهم کنشهای هسته ای را ممکن کنند.

## ۳.۲ رابطه بین انرژی گرمایی و گرانشی: قضیه ویريال

### ۱.۳.۲ انرژی گرمایی

در بخش گذشته دیدیم که برای جرم معلوم  $M$  و شعاع  $R$ ، به دلیل تعادل هیدروستاتیکی، دمای معینی در ناحیه داخلی ستاره برقرار است. اگر دما پایین تر بود، مقدار فشار به اندازه ای نمی رسید که

نیروهای گرانشی را خنثی کند و در نتیجه ستاره فرو می‌ریخت. اگر مقدار دما بالاتر بود، فشار بیش از حد بالا می‌رفت و ستاره منبسط می‌شد. اگر دمای ستاره تحت شرط تعادل هیدروستاتیکی قرار داشته باشد، می‌توان انرژی گرمایی ستاره را به دست آورد به شرطی که  $M$  و  $R$  مربوط به آن معلوم باشند، انرژی گرانشی آزاد شده در طول شکل‌گیری ستاره نیز قابل محاسبه است. آموزنده است که به بررسی رابطه میان انرژی گرمایی و گرانشی ستاره در تعادل هیدروستاتیکی بپردازیم.

انرژی گرمایی موجود در گاز به شکل انرژی جنبشی،  $\frac{3}{2}kT = E_{\text{جنبشی}}$  به ازای هر ذره است که در آن  $k = 1.38 \times 10^{-16}$  ارگ بر درجه، ثابت بولتزمن است.

علاوه بر این، انرژی باید جهت یونیزه کردن ماده‌ای به‌کار رود که به‌طور کامل در دماهای حدود چندین میلیون درجه یونیزه می‌شود. ذر هر حال، می‌توان به‌سادگی، مقدار انرژی یونیزاسیون لازم را حساب کرد که بسیار کمتر از انرژی جنبشی است.

بنابراین، انرژی گرمایی به‌ازای هر ذره به‌صورت  $\frac{1}{2}mv^2 = E_{\text{جنبشی}}$  در می‌آید. برای سه درجه آزادی (یعنی حرکت در سه‌بعد)، رابطه فوق به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \quad (7.2)$$

که در این رابطه،  $m = \mu m_H$  جرم متوسط ذرات در گاز و  $m_H$  جرم اتم هیدروژن است. با در نظر گرفتن،  $n = \rho/m$  که برابر با تعداد ذرات در سانتی‌متر مکعب است، انرژی جنبشی گرمایی در سانتی‌متر مکعب به‌صورت زیر در می‌آید

$$E_{\text{گرمایی}} = n \cdot \frac{3}{2}kT \quad (8.2)$$

برای هر لایه جرمی واقع در فاصله  $r$  از مرکز و حجم برابر با  $dV = 4\pi r^2 dr$  خواهیم داشت

$$\Delta E_{\text{گرمایی}} = 4\pi r^2 dr \cdot n \cdot \frac{3}{2}kT \quad (9.2)$$

و انرژی کل ستاره به‌صورت زیر محاسبه می‌شود

$$E_{\text{گرمایی}} = \int_0^R \frac{3}{2}kT \cdot n \cdot 4\pi r^2 dr \quad (10.2)$$

با استفاده از رابطه فشار گاز یعنی،

$$P_g = nkT$$

می‌توانیم انرژی گرمایی را به صورت زیر بیان کنیم

$$E_{\text{گرمایی}} = \int_0^R \frac{3}{2} P_g \cdot 4\pi r^2 dr \quad (۱۱.۲)$$

فشار  $P_g$  با انتگرال‌گیری از معادله هیدروستاتیک به دست می‌آید

$$\frac{dP_g}{dr} = -\rho g(r) = -\rho \frac{GM_r}{r^2} \quad (۱۲.۲)$$

که در این رابطه  $M_r$  جرم داخل کره‌ای به شعاع  $r$  و  $G$  ثابت گرانشی است.

اگر معادله (۱۲.۲) را در  $4\pi r^2$  ضرب و از  $r = 0$  تا  $r = R$  به روش جزء‌به‌جزء انتگرال‌گیری کنیم، رابطه زیر را به دست می‌آوریم

$$\int_0^R \frac{dP_g}{dr} \cdot 4\pi r^2 dr = - \int_0^R \rho \frac{GM_r}{r^2} \cdot 4\pi r^2 dr = - \int_0^R \rho \frac{GM_r}{r} \cdot 4\pi r^2 dr \quad (۱۳.۲)$$

با انتگرال‌گیری جزء به جزء از سمت چپ رابطه بالا به نتیجه زیر می‌رسیم

$$[P_g \cdot 4\pi r^3]_0^R - \int_0^R 3P_g \cdot 4\pi r^2 dr = - \int_0^R 3P_g \cdot 4\pi r^2 dr \quad (۱۴.۲)$$

در  $r = R$  یعنی در سطح ستاره  $P_g = 0$ ، و در  $r = 0$ ،  $r^3 = 0$  است و بنابراین سمت چپ رابطه بالا صفر است. در نتیجه معادله (۱۳.۲) به صورت زیر در می‌آید

$$- \int_0^R 3P_g \cdot 4\pi r^2 dr = - \int_0^R \rho \frac{GM_r}{r} \cdot 4\pi r^2 dr \quad (۱۵.۲)$$

مقایسه رابطه بالا با معادله (۱۱.۲) نشان می‌دهد که سمت چپ آن دو برابر انرژی گرمایی است. پس نتیجه می‌گیریم که

$$2E_{\text{گرمایی}} = \int_0^R \rho \frac{GM_r}{r} \cdot 4\pi r^2 dr \quad (۱۶.۲)$$

این رابطه به طور کلی از معادله هیدروستاتیک به دست می‌آید بدون اینکه مقادیر  $P_g(r)$ ،  $p(r)$  و  $M_r(r)$  معلوم باشند.

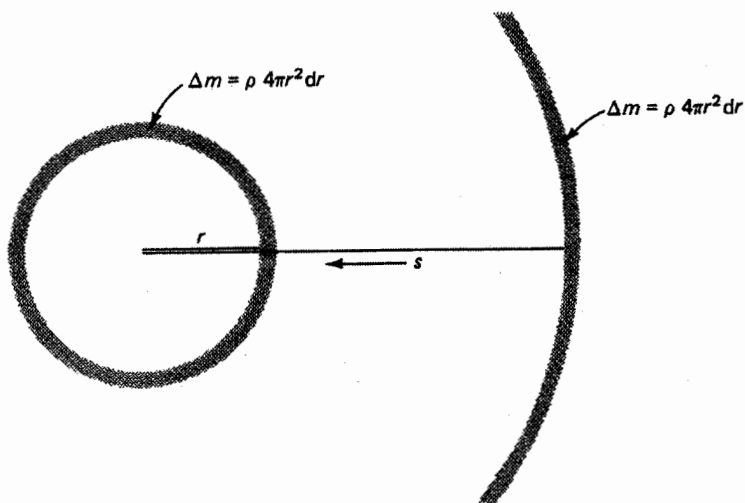
## ۲.۳.۲ انرژی گرانشی

برای تعبیر سمت راست معادله (۱۵.۲)، انرژی گرانشی آزادشده در طول شکل‌گیری ستاره را مورد بررسی قرار می‌دهیم. جرم اولیه  $M_r$  را با شعاع  $r$  در مکان شکل‌گیری ستاره و جزء جرمی  $\Delta m = \rho^4 \pi r^2 dr$  را که از بی‌نهایت به شعاع  $r$  آمده و بر جرم اولیه  $M_r$  افزوده می‌شود در نظر می‌گیریم (شکل ۳.۲ را نگاه کنید)، در این حالت، انرژی آزادشده گرانشی به صورت زیر است

$$\Delta E_G = \int_{\infty}^r \text{نیرو} \, ds$$

که با در نظر گرفتن شتاب گرانشی،  $g(s) = GM_r/s^2$ ، به شکل زیر در می‌آید

$$\begin{aligned} \Delta E_G &= \int_{\infty}^r g(s) \Delta m \, ds \\ &= \int_{\infty}^r \frac{GM_r}{s^2} \rho^4 \pi r^2 \, ds \\ &= \left[ -\frac{GM_r}{s} \right]_{\infty}^r \rho^4 \pi r^2 \, dr \\ &= -\frac{GM_r}{r} \rho^4 \pi r^2 \, dr \end{aligned} \quad (۱۷.۲)$$



شکل ۳.۲ جزء جرمی،  $\Delta m = \rho^4 \pi r^2 dr$  که در مسیر  $s$  حرکت کرده از فاصله بی‌نهایت تا هسته ستاره‌ای به جرم  $M_r$  و شعاع  $r$  پیش می‌آید.

انتگرال گیری روی همه اجزای جرمی که باعث شکل گیری ستاره می شود به نتیجه زیر منتهی می شود

$$E_G = - \int_0^R \frac{GM_r}{r} \rho 4\pi r^2 dr \quad (18.2)$$

عبارت مربوط به انرژی آزاد شده گرانشی، برابر با سمت راست معادله (۱۵.۲) است. در این صورت قضیه ویريال به شکل زیر به دست می آید

$$E_{\text{گرایی}} = -\frac{1}{3} E_G \quad (19.2)$$

چون از هیچ تقریب یا فرضی (بجز، جنبشی  $E = E_{\text{گرایی}}$ ) در به دست آوردن رابطه فوق استفاده نکردیم، این رابطه تا وقتی که ستاره در تعادل هیدروستاتیکی است و در صورتی که گاز کامل باشد، برای هر  $P_g(r)$ ،  $T(r)$  و  $M_r(r)$  برقرار است.

## ۴.۲ نتایج قضیه ویريال

معادله (۱۹.۲) نتایج بسیار مهمی در بردارد. برای نمونه، در مراحل اولیه تحول ستاره ای، هنگامی که ستاره منقبض می شود، انرژی گرانشی آزاد می کند که تبدیل به انرژی گرمایی شده و ستاره گرم می شود. وقتی که ستاره فوق به تعادل هیدروستاتیکی می رسد، نیمی از انرژی آزاد شده گرانشی به صورت انرژی گرمایی ذخیره می شود. اگر بیش از نصف انرژی گرانشی به صورت انرژی گرمایی ذخیره می شد، قسمت داخلی ستاره بسیار گرم می شد و در نتیجه فشار بیش از حد بالا می رفت و نیروهای فشار بزرگتر از نیروهای گرانشی می شدند و به این ترتیب ستاره دوباره منبسط می شد. به دلیل انبساط و مصرف انرژی گرانشی، ستاره سرد می شد تا اینکه دوباره حالت تعادل ایجاد شود. بنابراین می بینیم ستاره قبل از اینکه انقباض بیشتری پیدا کند باید مقداری از انرژی گرمایی اش را به صورت تابش در سطح از دست بدهد. اگر هیچ منبع انرژی دیگر جز انرژی گرانشی در دسترس نباشد، دما کاهش می یابد و ستاره به فرایند فروریزش خویش ادامه می دهد درحالی که ضمن آن گرم می شود. پس از هر مرحله فروریزش بی نهایت کوچک، ستاره باید منتظر بماند تا نصف انرژی آزاد شده اش تابش شود قبل از اینکه همچنان منقبض شود. با افزایش انرژی آزاد شده گرانشی در طول انقباض، یعنی همراه با کاهش شعاع،  $E_{\text{گرایی}}$  باید افزایش یابد تا نیروهای گرانشی در حال افزایش متوازن شود، در این حالت، ستاره دائماً گرم می شود درحالی که، اتلاف انرژی تابشی در سطح، سعی در سرد کردن آن دارد.

چقدر طول می‌کشد تا ستاره، منقبض شده و به اندازه واقعی‌اش در رشته اصلی برسد؟ آن قدر که گرمای اضافی بتواند از سطح ستاره خارج شود. اگر انتقال گرما از داخل به خارج ستاره عمدتاً از طریق تابش باشد، ستاره باید منتظر باشد تا تابش راهش را از داخل به خارج پیدا کند. مدت زمان این پدیده چقدر است؟ برای مثال، دیدیم که خورشید در هر ثانیه مقداری از انرژی را از طریق تابندگی از دست می‌دهد که به صورت،  $L = 4 \times 10^{32} \text{ erg s}^{-1}$  است. کل انرژی آزادشده  $M_r = \frac{4}{3} \pi r^2 \rho$  برای ستاره‌ای با چگالی ثابت  $\rho$  به دست می‌آید. (۱۸.۲) به دست می‌آوریم که

$$E_G = - \int_0^R \rho^2 \frac{16}{3} \pi^2 G r^2 dr = -\rho^2 G \frac{16}{15} \pi^2 R^5 = -\frac{3}{5} \frac{GM_r^2}{R} \quad (20.2)$$

اگر به جای جرم و شعاع خورشید مقادیر  $M_\odot = 2 \times 10^{32} \text{ g}$  و  $R_\odot = 7 \times 10^8 \text{ cm}$  را قرار بدهیم، خواهیم داشت

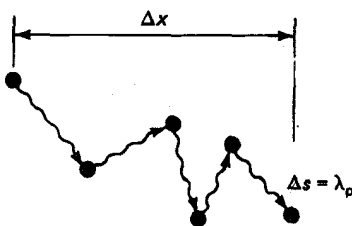
$$E_{G\odot} = \frac{2.4 \times 10^{66}}{7 \times 10^8} G = 2.4 \times 10^{48} \text{ erg}$$

نیمی از این مقدار باید از طریق تابش تلف شده باشد در حالی که خورشید در این فاصله منقبض شده است. اگر فرض کنیم که خورشید با آهنگ فعلی‌اش می‌درخشیده است، زمان انقباض آن را برابر با

$$t = \frac{1.2 \times 10^{48}}{4 \times 10^{32}} \text{ s}^{-1} = 3 \times 10^{14} \text{ s}$$

یا  $10^7$  سال به دست می‌آوریم. زمان انقباض خورشید احتمالاً  $10^7$  میلیون سال بوده است. این زمان انقباض ستارگان عموماً زمان کلون-هلمهولتز نامیده می‌شود. می‌توانیم با دید کاملاً متفاوتی به این مسئله نگاه کنیم.

بخشی وسیعی از انرژی در ناحیه داخلی ستاره آزاد می‌شود که دارای تمرکز جرم بزرگی است. سپس این انرژی باید توسط فوتونهایی که به سطح می‌آیند، از ستاره خارج می‌شود. بیابید به مثال خورشید برگردیم که دارای شعاعی حدود  $7 \times 10^8 \text{ cm} = 7000000 \text{ km}$  است. فوتونها اگر می‌توانستند به آسانی فرار کنند، در مدت ۲.۵ ثانیه به سطح ستاره می‌رسیدند. این فوتونها عملاً پس از طی مسافت بسیار کوتاهی جذب می‌شوند که مسافت آزاد میانگین فوتون،  $\lambda_p$  نامیده می‌شود. الکترون جذب‌کننده حدود  $10^{-8}$  ثانیه در تراز انرژی برانگیخته‌ای باقی می‌ماند و سپس دوباره فوتونی را در جهت دلخواه گسیل می‌کند. این فوتون خیلی زود باز جذب و مجدداً بازگسیل می‌شود،



شکل ۴.۲ فوتون در یک مسیر کاتوره‌ای پیش می‌رود تا به سطح ستاره‌ای می‌رسد. پس از اینکه به طور متوسط فاصله  $\Delta s$  را که معادل مسافت آزاد میانگین،  $\lambda_p$  است پیمود جذب و مجدداً در جهت دلخواهی بازگسیل می‌شود. در این صورت، فوتون مربوطه پس از  $z$  بازجذب و بازگسیل، به طور متوسط در جهت معلوم  $x$ ، مسافت  $\Delta x = \sqrt{z} \lambda_p$  را طی می‌کند.

این وضعیت همچنان ادامه می‌یابد و فوتون در مسیری کتره‌ای پیش می‌رود تا اینکه به سطح می‌رسد (شکل ۴.۲ را نگاه کنید). مدت زمان وقوع این پدیده بطور متوسط چقدر است؟ ابتدا باید مسافت آزاد میانگین را حساب کنیم. در یک محاسبه تقریبی مسافت آزاد میانگین را حدود  $5 \times 10^{23} \text{ cm}^2$  سانتی‌متر به دست می‌آوریم: سطح مقطع جذب به‌ازای یک ذره حدوداً  $2 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$  است یعنی، در ستونی به سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$ ،  $5 \times 10^{23}$  ذره سطح مقطع کل  $1 \text{ cm}^2$  ستون را می‌پوشانند. چگالی متوسط خورشید برابر با  $1 \text{ g cm}^{-3} \approx \bar{\rho}$  است. یعنی به طور متوسط  $10^{24}$  ذره در سانتی‌متر مکعب وجود دارد (در ماده یونیده،  $6 \times 10^6 \sim \mu$  است). سطح مقطعهای نوری ستونی از ذرات به طول  $5 \times 10^6$  سانتی‌متر، حدود  $1 \text{ cm}^2$  است. یعنی فوتون پس از طی مسافت  $5 \times 10^6$  سانتی‌متر، حتماً فرایند جذبی را تجربه کرده است. بنابراین فوتون می‌تواند مسافتی حدود  $5 \times 10^6 \text{ cm}$  سانتی‌متر را طی کند قبل از اینکه جذب شود، به عبارت دیگر، مسافت آزاد میانگین به صورت،  $\lambda = 5 \times 10^6 \text{ cm}$  است. پس سؤال این است: فوتون مربوطه قبل از اینکه به سطح ستاره برسد چند بار جذب و بازگسیل می‌شود؟

در شکل ۴.۲، بخش کوچکی از یک مسیر کاتوره‌ای نشان داده شده است. آمار نشان می‌دهد که به طور متوسط، مسافت  $\Delta x$  پیموده شده توسط فوتون در یک جهت خالص به صورت زیر است

$$\Delta x = \sqrt{z} \lambda_p \quad (21.2)$$

که در این رابطه،  $z$ ، تعداد فرایندهای جذب و بازگسیل است. فوتون پس از طی مسافت  $\Delta x = R = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$  به سطح ستاره می‌رسد. برای اینکه فوتون بتواند از سطح ستاره فرار



کند باید رابطه زیر برقرار باشد

$$R = \sqrt{z} \lambda_p \quad \text{یا} \quad \sqrt{z} = R/\lambda_p = 1.4 \times 10^{11} \quad \text{یا} \quad z \approx 2 \times 10^{22}$$

هر فرایند بازگسیل حدود  $10^{-8}$  ثانیه طول می‌کشد، یعنی پس از  $2 \times 10^{22}$  بار فرایند جذب و بازگسیل، زمان مربوط به مسافت طی شده توسط فوتون حدود  $2 \times 10^{14}$  ثانیه یا تقریباً  $10^7$  سال به دست می‌آید (یک سال حدود  $10^7 \times 3$  ثانیه است).

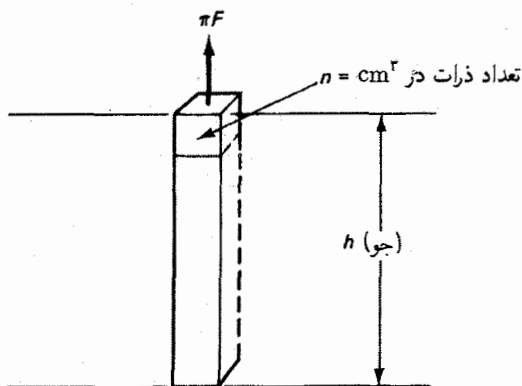
فوتونها  $10^7$  سال وقت لازم دارند تا به سطح ستاره برسند. این زمان، زمانهای انقباض ستارگان را مشخص می‌کند. در ستارگان سنگین‌تر، مقدار  $M/R$  تقریباً ثابت است. (عملاً مقدار آن با افزایش جرم، تا حدودی افزایش می‌یابد). با توجه به این مسئله، به دست می‌آوریم که  $\bar{\rho} \propto R^{-2}$  و  $\lambda_p \propto \rho^{-1} \propto R^2$ ، در صورتی که، سطح مقطع متوسط جذب تقریباً مستقل از دما باشد. پس  $\sqrt{z} \propto R/\lambda_p \propto R^{-1}$  یا زمان انقباض به صورت  $t \propto z \propto R^{-2}$  به دست می‌آید. اگر،  $R \sim 10 R_\odot$  باشد، زمان انقباض  $10^0$  مرتبه کوتاه‌تر از مقدار مربوط برای خورشید خواهد شد. برای ستارگان سنگین‌تر، زمانهای انقباض کوتاه‌ترند زیرا، چگالی متوسط کمتر است و با وجود شعاعهای بزرگتر، فوتونها می‌توانند سریع‌تر فرار کنند.

## تبادل گرمایی

### ۱.۳ تعریف و نتایج تبادل گرمایی

چنانکه در فصل ۲ گفتیم، نمی‌توان به‌طور مستقیم، ناحیه داخلی ستاره را مشاهده کرد. تنها، فوتونهایی که به نزدیکی سطح ستاره می‌رسند دیده می‌شوند و فقط توسط آنها می‌توان اطلاعاتی درباره لایه‌های سطح ستاره به دست آورد. ولی این حقیقت محض که ستاره را می‌بینیم یعنی، ستاره از طریق تابش انرژی از دست می‌دهد. از طرف دیگر، نیز می‌بینیم که قدر ظاهری، رنگ،  $T_{\text{eff}}$  و غیره مربوط به ستارگان، عموماً با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. این موضوع نشان می‌دهد که با وجود اتلاف انرژی در سطح، ستارگان سرد نمی‌شوند. ستارگان در واقع در نوعی تبادل گرمایی اند. اگر فنجان‌ی پر از قهوه داشته باشیم که از طریق تابش انرژی از دست بدهد، سرد خواهد شد مگر اینکه، مدام آن را گرم کنیم. علت ثابت ماندن دمای ستاره در طی زمان این است که لایه‌های سطحی از زیر گرم می‌شوند، یعنی همان مقدار انرژی که در هر ثانیه به لایه سطح ستاره می‌رسد، از سطح آن به وسیله تابش خارج می‌شود.

اگر چنین نبود، پس از چه مدت زمانی می‌توانستیم تغییرات را مشاهده کنیم؟ آیا تغییرات فوق

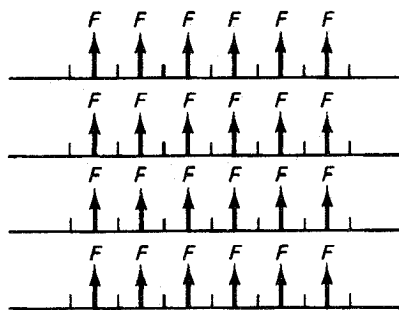


شکل ۱.۳ به ازای هر سانتی متر مربع از مساحت سطح، مقدار انرژی تلف شده در ثانیه برابر با  $\pi F$  است. این انرژی از ستونی از جو با سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  و ارتفاع  $h$  خارج می شود که در آن، تعداد ذرات برابر با  $nh$  است و مقدار انرژی کل نیز برابر با  $E = \frac{3}{2} kTnh$  است.

قابل مشاهده بودند؟ به عبارت دیگر، با چه سرعتی جو ستاره ای سرد می شود؟

فوتونهایی که از سطح خورشید به زمین می رسند، از لایه ای به ضخامت  $10^6$  کیلومتر تابش می شود (به جلد ۲ مراجعه کنید). در این لایه فشار گاز حدود  $10^6$  فشار جو زمین و برابر با  $P_g = nkT = 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$  است که در آن  $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg deg}^{-1}$  ثابت بولتزمن،  $T$  دما، و  $n$  تعداد ذرات در سانتی متر مکعب است. به این ترتیب نتیجه می گیریم که  $n$  حدود  $10^{17}$  ذره در سانتی متر مکعب است بنابراین تعداد ذرات در ستونی به سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  و ارتفاع  $100 \text{ km}$  برابر با  $10^{24} = 10^{17} \text{ cm}^{-3} \times 10^7 \text{ cm}$  ذره در سانتی متر مربع است. اگر دمای متوسط لایه را  $6000 \text{ K}$  بگیریم، انرژی به ازای هر ذره حدوداً  $10^{-12} \text{ erg} \approx 10^3 \times (1.38 \times 10^{-16}) \times (6 \times 10^3) = \frac{3}{2} kT$  به دست می آید. در ستونی به سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  که فوتونها از آن می گیرند، مقدار انرژی برابر با  $E = 10^{-12} \times 10^{24} \text{ erg} = 10^{12} \text{ erg}$  است (شکل ۱.۳ را نگاه کنید). اتلاف انرژی در سانتی متر مربع از مقدار شار سطحی به دست می آید که برابر با  $\pi F = \pi F_{\odot} \times 10^{10} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  است. این یعنی که اگر خورشید با همین آهنگ بدرخشد، کل انرژی موجود در جو در مدت  $t \approx E/\pi F \approx 15$  ثانیه گسیل خواهد شد. در این صورت، مسلماً تغییرات دما و تابش قابل مشاهده خواهند بود.

بنابراین می توانیم نتیجه بگیریم که گرم شدن لایه های سطحی از قسمت زیرین ستاره، باید به اندازه سرد شدن آن باشد. یعنی مقدار انرژی داده شده، برابر مقدار انرژی تلف شده در سطح است.

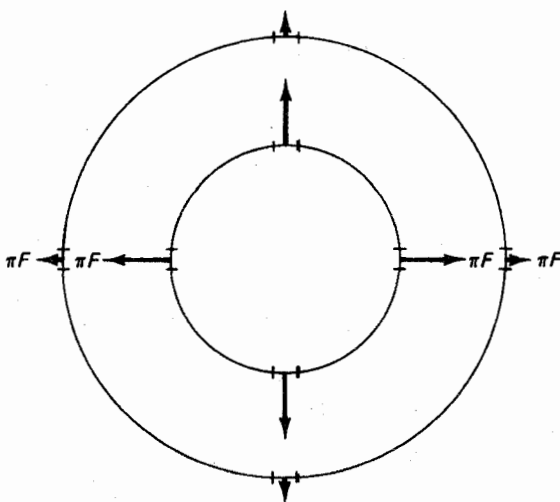


شکل ۲.۳ در تعادل گرمایی و در هندسه تخت، شار انرژی یکسانی در هر عمق و از هر یک از لایه‌های افقی عبور می‌کند.

چون شار سطحی ثابت است، آهنگ گرم شدن نیز باید ثابت باشد. لایه زیر سطح نیز که گرمای مورد نظر را فراهم می‌کند نمی‌تواند تغییر کند؛ این لایه نه می‌تواند سرد شود و نه دائماً گرمای لازم را فراهم کند. یعنی لایه مورد نظر نیز با آهنگ ثابتی گرم می‌شود و همین مسئله برای لایه عمیق‌تر بعدی برقرار است و الی آخر. البته هرچه به عمق بیشتری برویم زمان لازم برای مشاهده این تغییرات، در صورت وقوع، طولانی‌تر خواهد بود زیرا زمان بیشتری طول می‌کشد تا فوتونها به سطح برسند. تغییرات مربوط به انتقال گرما در ناحیه داخلی خورشید تنها پس از  $10^7$  سال قابل رؤیت است. هیچ‌گونه تغییری در شار سطحی اکثر ستارگان مشاهده نمی‌شود. بنابراین نتیجه می‌گیریم که اتلاف انرژی در سطح ستاره از زیر جبران می‌شود. در مورد لایه تخت این یعنی که  $dF/dz = 0$  است که در آن  $z$  عمق زیر سطح را نشان می‌دهد (شکل ۲.۳ را نگاه کنید). در هندسه کروی این یعنی (شکل ۳.۳ را نگاه کنید)

$$\frac{d}{dr}(r^2 \pi F) = 0 \quad \text{یا به طور کلی} \quad \text{div} F = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{dL}{dr} = 0 \quad (1.3)$$

اگر تولید انرژی نداشته باشیم؛  $\pi F$  همواره شار انرژی کل در سانتی‌متر مربع را نشان می‌دهد. در این رابطه،  $r$  فاصله از مرکز و  $L$  تابندگی ستاره است، یعنی  $L = 4\pi R^2 \pi F$ ، که در آن  $R$  شعاع ستاره است؛ بنابراین  $\pi F$  با عمق، متناسب با  $r^{-2}$  افزایش می‌یابد. در سطح ستاره، انتقال انرژی عموماً توسط تابش انجام می‌شود یعنی،  $\pi F = \pi F_r$ ، که در آن  $F_r$  شار انرژی تابشی است و در غیر این صورت، ماده باید از سطح ستاره فرار کند (تنها کسر کوچکی از اتلاف انرژی در ستاره‌ها ناشی از باد ستاره‌ای است). در لایه‌های عمیق‌تر ستارگان، انتقال انرژی به روشهای دیگری نیز می‌تواند صورت گیرد یعنی،  $F = F_r + \dots$ . چنانکه در جلد ۲ گفتیم، ممکن است لازم باشد



شکل ۳.۳ در هندسه کروی، مقدار انرژی یکسانی از هر یک از پوسته‌های کروی عبور می‌کند. شار  $F$ ، باید متناسب با  $r^{-2}$  افزایش یابد.

که شار انرژی همرفتی،  $F_c$ ، را نیز در نظر گرفت. شار انرژی ناشی از رسانش گرمایی،  $F_{cd}$ ، تنها وقتی می‌تواند مهم باشد که مسافت آزاد میانگین یونها و اتمها بسیار بزرگ باشد. در موارد خاص، مثلاً در مورد کوتوله‌های سفید، باید این امکان را در نظر گرفت

معادله (۱.۳) یک شرط لازم (و کافی است) به شرطی که دما در ستاره ثابت بماند و نیز هیچ منبع انرژی‌ای در لایه‌ی مربوطه وجود نداشته باشد. این شرط تعادل گرمایی نامیده می‌شود. در مورد خاصی که انتقال انرژی تنها از طریق تابش صورت می‌گیرد شرط فوق، تعادل تابشی نامیده می‌شود. در این حالت، معادله (۱.۳) به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{d}{dr}(r^2 F_r) = 0 \quad (2.3)$$

این معادله تعادل تابشی را نشان می‌دهد به شرطی که، هیچ‌گونه تولید انرژی‌ای وجود نداشته باشد. اگر مقداری انرژی در لایه‌ای تولید شود، باید به خارج منتقل شود، تا لایه‌ی مربوطه بر اثر این منبع انرژی اضافی گرم نشود. بنابراین شار انرژی توسط مقدار انرژی‌ای که تولید شده است افزایش می‌یابد یعنی

$$\operatorname{div} \pi F = \epsilon \rho \quad (3.3)$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon \rho \quad (۴.۳)$$

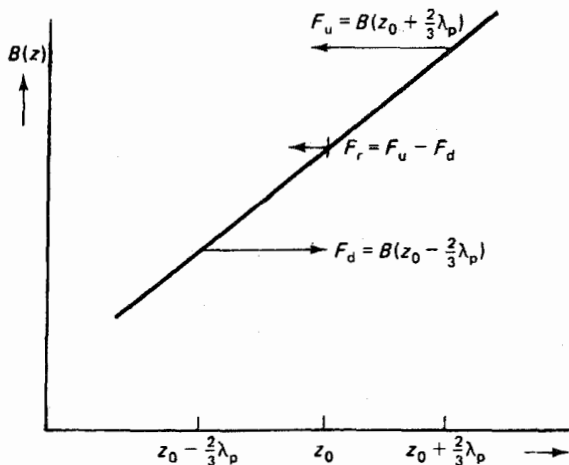
که در این رابطه،  $\varepsilon$ ، انرژی تولیدشده به ازای هر گرم از ماده در هر ثانیه و  $\rho$  نیز چگالی است؛  $\varepsilon \rho$  انرژی تولیدشده در سانتی متر مکعب ثانیه است. معادله (۳.۳) وابستگی شار انرژی را به عمق مشخص می‌کند. همان‌گونه که در جلد ۲ گفته شده است، شار انرژی گرمایی طبقه‌بندی دمایی را معین می‌کند. جریان گرما همواره در جهت کاهش دماست. هرچه گرادیان دما بیشتر باشد، شار گرمایی بزرگتر است. جریان گرمایی لازم  $\pi F_r$ ، تنها با یک گرادیان دما به دست می‌آید. در بخش بعدی به طور خلاصه درباره رابطه میان شار انرژی و گرادیان دما صحبت خواهیم کرد و به خصوص به رابطه بین شار انرژی تابشی،  $\pi F_r$ ، و گرادیان دما خواهیم پرداخت.

### ۲.۳ انتقال انرژی تابشی و گرادیان دما

در جلد ۲ رابطه میان شار انرژی تابشی،  $\pi F_r$ ، و گرادیان دما،  $\frac{dT}{dr}$ ، را به دست می‌آوریم. در هر انتقال انرژی گرمایی، انتظار داریم که گرادیان دمای بیشتر دارای شار گرمایی بزرگتری باشد. همچنین شار انرژی کوچکتر مربوط به حالتی است که انتقال به سختی صورت می‌گیرد. در انتقال گرما از طریق تابش یعنی توسط فوتونها، انتقال گرما به سختی انجام می‌شود اگر فوتونها دائماً جذب و بازگسیل شوند، به عبارت دیگر، در صورتی که مسافت آزاد میانگین فوتونها بسیار کوچک باشد. این به خصوص، وقتی اتفاق می‌افتد که، ضریب جذب بزرگ باشد.

نحوه دقیق محاسبه رابطه بین شار تابشی و گرادیان دما در هندسه تخت و در جلد ۲ توضیح داده شده است. در پیوست الف، نحوه استخراج رابطه فوق را برای مورد تقارن کروی در نواحی داخلی ستاره به اختصار آورده‌ایم.

به طور کیفی، می‌توان رابطه بین شار تابشی و گرادیان دما را در لایه‌های عمیق به دست آورد هنگامی که، انرژی تابشی جاری از سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  یک لایه افقی را در نظر بگیریم (شکل ۴.۳ را نگاه کنید). در لایه‌ای به عمق  $z$ ، فوتونهایی که از عمقهای مختلف  $z$  گسیل شده‌اند به طرف خارج پخش می‌شوند ولی به طور متوسط منشأ آنها لایه  $z = z_0 + \frac{1}{3} \lambda_p$  است که زیر عمق  $z$  قرار دارد (اگر همه فوتونها به طور شعاعی به خارج پخش می‌شدند مبدأشان، لایه  $z = z_0 + \lambda_p$  می‌بود). مقدار انرژی گسیل شده از این لایه توسط تابع پلانک به دست می‌آید یعنی،  $\pi F_{\text{th}} = \pi B = \sigma T^4$  ( $\sigma$  ثابت استفان-بولتزمن است). (برای توجیه مسئله، پیوست الف را نگاه کنید.) بنابراین مقدار



شکل ۴.۳ در عمق  $z_0$  فوتونهایی که به طرف خارج حرکت می‌کنند به طور متوسط مبدأشان عمق  $z_0 + \frac{2}{3}\lambda_p$  است. فوتونهایی که به طرف پایین حرکت می‌کنند به طور متوسط مبدأشان عمق  $z_0 - \frac{2}{3}\lambda_p$  است. شار خالص تابشی،  $F_r$  برابر با  $F_r = F_u - F_d$  است.

انرژی‌ای که طرف خارج پخش می‌شود برابر با  $\pi B(z_0 + \frac{2}{3}\lambda_p)$  است. فوتونهایی که به طرف پایین پخش می‌شوند به طور متوسط، از لایه  $z = z_0 - \frac{2}{3}\lambda_p$  گسیل می‌شوند. انرژی‌ای که از سطح مقطع  $1\text{ cm}^2$  در  $z_0$  و به سمت پایین پخش می‌شود از رابطه  $\pi F_d = \pi B(z_0 - \frac{2}{3}\lambda_p)$  به دست می‌آید. انتقال خالص انرژی در جهت خارج از سطح مقطع  $1\text{ cm}^2$  در  $z_0$ ، که برابر با  $\pi F_r(z_0)$  است، از تفاضل این دو رابطه به دست می‌آید یعنی،  $\pi F_u - \pi F_d$ . حال یک وابستگی خطی از تابع پلانک،  $B$  به عمق را در نظر می‌گیریم،

$$B\left(z_0 + \frac{2}{3}\lambda_p\right) = B(z_0) + \frac{2}{3} \frac{dB}{dz} \lambda_p \quad \text{و} \quad B\left(z_0 - \frac{2}{3}\lambda_p\right) = B(z_0) - \frac{2}{3} \frac{dB}{dz} \lambda_p$$

که به رابطه زیر ختم می‌شود

$$F_r(z_0) = B\left(z_0 + \frac{2}{3}\lambda_p\right) - B\left(z_0 - \frac{2}{3}\lambda_p\right) = \frac{4}{3} \frac{dB}{dz} \lambda_p \quad (5.3)$$

مسافت آزاد میانگین فوتونها چقدر است؟ هر اتم، سطح مقطع جذبی برابر با  $\kappa_{at} = \kappa$  در اتم (بُعد سانتی‌متر مربع) دارد. اگر  $n$  اتم در سانتی‌متر مکعب داشته باشیم، سطح مقطع کل این اتمها برابر با  $\kappa n_{at} = \kappa$  در سانتی‌متر مکعب خواهد بود، که به شکل  $\kappa_{cm}$  خلاصه شده است (بُعد  $\text{cm}^{-1}$  است). اگر ستونی به طول  $l$  در نظر بگیریم که سطح مقطع آن به طور کامل پوشیده از

اتمهای جاذب فوتون باشد، در این صورت قطعاً هنگامی که فوتونها از این ستون به طول  $l$  عبور کنند، جذب خواهند شد. طول  $l$  به شکل،  $l = 1/\kappa_{cm}$  و یا همان مسافت آزاد میانگین  $\lambda_p$  است. با قرار دادن،  $\lambda_p = 1/\kappa_{cm}$  در معادله (۵.۳) رابطه زیر به دست می آید

$$F_r = F_u - F_d = \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa_{cm}} \frac{dB}{dz} = \frac{4}{3} \frac{dB}{d\tau} \quad (۶.۳)$$

که در این رابطه،  $\tau$  متغیر جدیدی به نام عمق نوری است.  $d\tau = \kappa_{cm} dz$ . با در نظر گرفتن  $B = \sigma T^4/\pi$  به رابطه زیر می رسم

$$F_r = \frac{\sigma}{\pi} \frac{16}{3} T^3 \frac{1}{\kappa_{cm}} \frac{dT}{dz} \quad (۷.۳)$$

که ارتباط بین گرادیان دما و شار تابشی را نشان می دهد. (جهت  $F_r$  هنگامی که به سمت بیرون است مثبت در نظر گرفته می شود.)

با حل معادله (۷.۳) می توان، برای هر مقدار معلوم  $F_r$ ، گرادیان دما را حساب کرد. چون  $\frac{dT}{dz} = -\left(\frac{dT}{dr}\right)$  است

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\pi F_r}{\sigma} \frac{3}{16} \frac{\kappa_{cm}}{T^3} \quad (۸.۳)$$

انتقال انرژی کل تابشی از پوسته کروی به شعاع  $r$  برابر با  $L_r = 4\pi r^2 \cdot \pi F_r$  است. بنابراین می توانیم رابطه بالا را به شکل زیر بنویسیم

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{L_r}{4\pi r^2} \frac{3}{16} \frac{\kappa_{cm}}{\sigma T^3} \quad (۹.۳)$$

این رابطه، طبقه بندی دما را در انتقال انرژی تابشی معینی نشان می دهد. البته در تعادل تابشی،  $L_r = L$  است که تابندگی در شعاع  $r$  را نشان می دهد یعنی

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{L}{4\pi r^2} \frac{3}{16} \frac{\kappa_{cm}}{\sigma T^3} \quad (۱۰.۳)$$



### ۳.۳ تقریب مرتبه اول رابطه جرم-تابندگی

آموزنده است که به کمک معادلات انتقال گرمای تابشی و هیدروستاتیکی به طور کیفی به درک رابطه رصدشده جرم-تابندگی بپردازیم (فصل ۱ را نگاه کنید)

$$3 < m < 4 \quad \text{و} \quad L \propto M^m \quad (11.3)$$

حتی بدون اینکه اطلاعی در مورد منشأ انرژی لازم جهت به دست آوردن  $L$  داشته باشیم. حقیقت محض این است که اکثر ستارگان پایدارند، و بنابراین چنین رابطه‌ای باید وجود داشته باشد. بحث به این صورت است. عموماً می‌توان گفت که به طور متوسط، چگالی متناسب با خارج قسمت جرم بر حجم ستاره است یعنی

$$\rho \propto \frac{M}{R^3} \quad (12.3)$$

تعادل هیدروستاتیک نشان می‌دهد

$$\frac{dP_g}{dr} = -g\rho = -\frac{GM_r}{r^2}\rho \quad (13.3)$$

که به طور تقریبی به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{P_g}{R} \approx \frac{GM}{R^2} \frac{M}{R^3} \quad \text{یا} \quad P_g \propto \frac{M^2}{R^5} \quad (14.3)$$

با استفاده از معادله حالت  $P_g = R_g T \rho / \mu$  برای دما داریم

$$T \propto \frac{P_g}{\rho} \propto \frac{M^2}{R^2} \frac{R^3}{M} \propto \frac{M}{R} \quad (15.3)$$

اگر رابطه فوق را در معادله (۱۰.۳) قرار بدهیم و آن را برای تابندگی حل کنیم، تعادل تابشی یعنی  $L = L_r$  به شکل زیر به دست می‌آید

$$L \propto -R^2 T^3 \frac{dT}{dr} \frac{1}{\kappa_{cm}} = -\frac{T^3}{\kappa_g \rho} \frac{dT}{dr} R^2 \quad (16.3)$$

که در اینجا، مقدار  $\kappa$  در سانتی متر،  $\kappa_{cm}$ ، به جای  $\kappa$  در گرم ماده،  $\kappa_g$ ، یعنی ضریب جذب برای ستونی به طول،  $s = 1/\rho$  که شامل یک گرم از ماده است، جایگزین شده است. از آنجا که ستونی

با سطح مقطع  $1\text{cm}^2$  و  $1\text{cm}$  دارای هر گرم ماده است،  $\kappa_{\text{cm}}$  برابر با  $\kappa_{\text{g}}\rho$  خواهد بود. ضریب جذب  $\kappa_{\text{g}}$  کمتر از  $\kappa_{\text{cm}}$ ، به فشار و چگالی وابسته است زیرا، یک گرم از ماده همواره و تقریباً دارای تعداد یکسانی از ذرات،  $n$  است که می‌توانند نور را جذب کنند. تغییرات  $n$  تنها می‌تواند به دلیل تغییرات درجات یونش باشد. بنابراین، اغلب بهتر است که در این‌گونه مباحث از  $\kappa_{\text{g}}$  استفاده کنیم. با استفاده از این تقریب که  $\kappa_{\text{g}}$  همواره یکسان است، و نیز به کمک معادلات (۱۲.۳) و (۱۵.۳) می‌توان به رابطه زیر رسید،

$$L \propto \frac{M^3 R^3 M}{R^3 M R^2} R^2 \quad (17.3)$$

که در آن، به جای  $-T_c/R$ ،  $dT/dr$  را قرار داده‌ایم از معادله (۱۷.۳) به رابطه زیر می‌رسیم

$$L \propto M^3 \quad (18.3)$$

که همان رابطه جرم-تابندگی مربوط به رابطه رصدشده (۱۱.۳) است. در اینجا،  $m = 3$  به دست می‌آید به شرطی که  $\kappa_{\text{g}}$  مستقل از  $P$  و  $T$  و  $P \sim P_{\text{g}}$  باشد. محاسبات نشان می‌دهند که دما در ناحیه داخلی ستاره توسط تعادل هیدروستاتیکی به دست می‌آید یعنی همان چیزی که قبلاً مشاهده کردیم، و دیگر اینکه از این طریق تابندگی را هم می‌توان به دست آورد. با فرض اینکه دما در سطح ستاره نزدیک صفر است، گرادیان متوسط دما به صورت  $dT/dr \sim -T_c/R$  خواهد بود. اگر  $\kappa_{\text{g}}$  معلوم باشد، انتقال گرمای تابشی نشان می‌دهد که چه مقدار انرژی به سطح ستاره منتقل می‌شود که این همان تابندگی است. همان‌طور که از معادله (۱۶.۳) دیده می‌شود، هرچه دمای مرکزی بیشتر و مقدار  $\kappa_{\text{g}}$  کوچکتر باشد، انتقال گرما آسان‌تر و مقدار تابندگی بیشتر خواهد بود.

### ۴.۳ انتقال انرژی توسط رسانش گرمایی

اگر در گازی گرادیان دما معلوم باشد، ذرات از ناحیه با دما، انرژی گرمایی، و سرعت‌های گرمایی بالا به طرف ناحیه با دمای پایین‌تر می‌روند درحالی که، انرژی جنبشی را به این ناحیه منتقل می‌کنند. در همین زمان، ذراتی که دارای انرژی پایین‌تر و سرعت کمتری‌اند، از ناحیه با دمای کمتر به ناحیه‌ای که دمای گاز بیشتر است حرکت می‌کنند با این تفاوت که ذرات مربوطه نسبت به آنهایی که در جهت عکس حرکت می‌کنند حامل انرژی کمتر به لایه‌هایی با دمای بالاترند و این اختلاف

به گرادیان دما وابسته است. بنابراین انتقال خالص انرژی از ناحیه گازی با دمای بالاتر به ناحیه‌ای که دمایش پایین‌تر است وجود دارد. مقدار انتقال انرژی مستقیماً متناسب با گرادیان دماست. بنابراین می‌توان گفت که حرکات گرمایی ذرات منجر به شار انرژی رسانشی  $\pi F_{cd}$  می‌شود که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\pi F_{cd} = -\eta \frac{dT}{dr} \quad (۱۹.۳)$$

که در آن  $\eta$ ، ضریب رسانایی گرماست. علامت منفی نشان می‌دهد که شار گرمایی در جهت کاهش دماست.

شار گرمایی کل به صورت زیر است

$$\pi F = \pi F_r + \pi F_{cd} = -\frac{1}{\kappa_{cm}} \frac{16}{3} \sigma T^3 \frac{dT}{dr} - \eta \frac{dT}{dr} \quad (۲۰.۳)$$

یا

$$\pi F = \frac{dT}{dr} \frac{16}{3} \sigma T^3 \left( \frac{1}{\kappa_{cm}} + \eta \frac{3}{16\sigma T^3} \right) = -\frac{dT}{dr} \frac{16}{3} \sigma T^3 \left( \frac{1}{\kappa_{cm}} + \frac{1}{\kappa_{hc}} \right) \quad (۲۱.۳)$$

که در آن،  $\kappa_{hc} = \frac{16}{3} \sigma T^3 / \eta$  است.

یعنی می‌توان شار رسانش  $F_{cd}$  را مشابه بار شار انرژی تابشی به صورت زیر نمایش داد

$$\pi F_{cd} = -\frac{1}{\kappa_{hc}} \frac{16}{3} \sigma T^3 \frac{dT}{dr} \quad (۲۲.۳)$$

و شار کل  $\pi F$  را نیز به شکل زیر نشان داد

$$\pi F = -\frac{1}{\bar{\kappa}} \frac{16}{3} \sigma T^3 \frac{dT}{dr} \quad (۲۳.۳)$$

که در آن

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{1}{\kappa_{cm}} + \frac{1}{\kappa_{hc}} \quad (۲۴.۳)$$

بنابراین می‌توان رسانایی گرمایی را با توجه به  $\bar{\kappa}$  در نظر گرفت که میانگین هماهنگ ضریب جذب تابشی  $\kappa_{cm}$  و «ضریب جذب رسانایی»  $\kappa_{hc}$  است. اگر رسانش گرمایی یعنی  $\eta$  زیاد باشد،

$\kappa_{hc}$  بسیار کوچکتر از  $\kappa_{cm}$  می‌شود و  $\bar{\kappa}$  توسط رسانش گرمایی به دست می‌آید. اگر مقدار  $\eta$  کوچک باشد،  $\kappa_{hc}$  بزرگ و در مقایسه با  $\kappa_{cm}^{-1}$  قابل اغماض می‌شود. در نتیجه  $\bar{\kappa}$  مساوی  $\kappa_{cm}$  می‌شود. در صورتی که مسافت آزاد میانگین ذرات بزرگ باشد، به طوری که ذرات پراثری تر به ناحیه‌ای با دمای پایین‌تر بروند، مقدار  $\eta$  زیاد خواهد بود. مسافت آزاد میانگین،  $\lambda_f$ ، در برخوردهای ذره در یک گاز به صورت زیر است

$$\lambda_f = \frac{1}{Qn} \quad (25.3)$$

که در آن،  $n$ ، تعداد ذرات در سانتی‌متر مکعب و  $Q$  سطح مقطع برخورد است. ( $\lambda_f$  مجدداً طول ستونی است که جمع همهٔ سطح مقطعیها یعنی،  $nQ$  را برای ستونی با سطح مقطع کل  $1 \text{ cm}^2$  در بر می‌گیرد.) در لایه‌های خارجی خورشید،  $10^{17} \text{ cm}^{-3} \approx n$  است. برای برخوردهای بین ذرات خنثی به طور تقریبی می‌توان حساب کرد که سطح مقطع برخورد از مرتبهٔ سطح مقطع اتمی یعنی حدود  $10^{-16} \text{ cm}^2$  است. نتیجه می‌گیریم که،  $1 \text{ cm} = 10^{17} \times 10^{-16} = 10^1 \text{ cm}$ .  $\lambda_f$  در ذرات باردار مانند الکترونها، سطح مقطع بزرگتر و مسافت آزاد میانگین کوچکتر است.

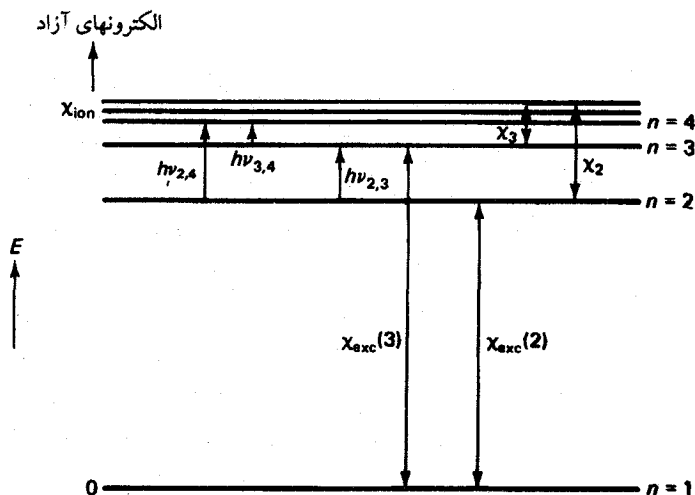
در فصل ۲، دیدیم که مسافت آزاد میانگین فوتونها که به صورت،  $\kappa_{cm}^{-1}$  تعریف می‌شود در جو خورشیدی، از مرتبهٔ  $10^7$  سانتی‌متر و یا بزرگتر است و ممکن است در سایر جوها  $10^6$  تا  $10^8$  مرتبه کوچکتر یا بزرگتر باشد. بنابراین، انتقال گرما توسط فوتونها عموماً از کارایی بیشتری نسبت به انتقال انرژی توسط رسانش گرمایی برخوردار است. استثناها گازهایی با چگالیهای کم ذرات و دماهای بالا هستند، مثلاً در تاج خورشیدی، مسافت آزاد میانگین برخوردها بسیار بزرگ است. در عین حال، چگالی فوتون در تاج خورشیدی در مقایسه با  $\sigma T^4$  بسیار کم است. بنابراین انتقال انرژی تابشی در تاج خورشیدی بسیار کم است. در این نواحی که دما بالاست، رسانش گرمایی از اهمیت خاصی برخوردار است. استثنای دیگر، گاز با چگالی بسیار بالاست، وقتی که الکترونها آن قدر به طور متراکم در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند که اصل پاولی اهمیت می‌یابد (بخش ۱۴.۳ را نگاه کنید)؛ بنابراین مسافت آزاد میانگین الکترونها آن قدر بزرگ می‌شود که رسانش گرمایی مکانیسم اصلی انتقال انرژی محسوب خواهد شد.

## کدریها

## ۱.۴ ضرایب جذب مقید-آزاد و آزاد-آزاد

اگر بخواهیم با استفاده از رابطه (۷.۳) گرادیان دما را حساب کنیم باید ضریب جذب  $\kappa$  را به دست بیاوریم.

در جلد ۲ درباره فرایندهای گوناگون جذب صحبت کردیم. در شکل ۱.۴ طرحی از نمودار ترازهای انرژی مربوط به یک اتم یا یون را نشان داده‌ایم. جذب در خطوط طیفی وقتی اتفاق می‌افتد که یک الکترون، که مقید به اتمی با تعدادی ترازهای گسسته انرژی است، گذاری از یک تراز انرژی مقید به تراز مقید دیگری انجام بدهد. اختلاف انرژی بین این دو تراز برابر با انرژی  $h\nu$  فوتون جذب شده است. گذارهای بین این حالت‌های گسسته انرژی، گذارهای مقید-مقید نامیده می‌شود زیرا هر دو حالت انرژی مربوط به الکترونیایی است که به اتم یا یونی مقیدند. چنین گذاری منجر به جذب خاصی در یک فرکانس مشخص می‌شود که مربوط به خط طیفی خاصی است. در این بخش درباره ضرایب جذب در پیوستار فرکانسها صحبت خواهیم کرد که همه فرکانسها را شامل می‌شود چنین جذب پیوسته‌ای تنها وقتی می‌تواند اتفاق بیفتد که یا حالت انرژی شروع پدیده

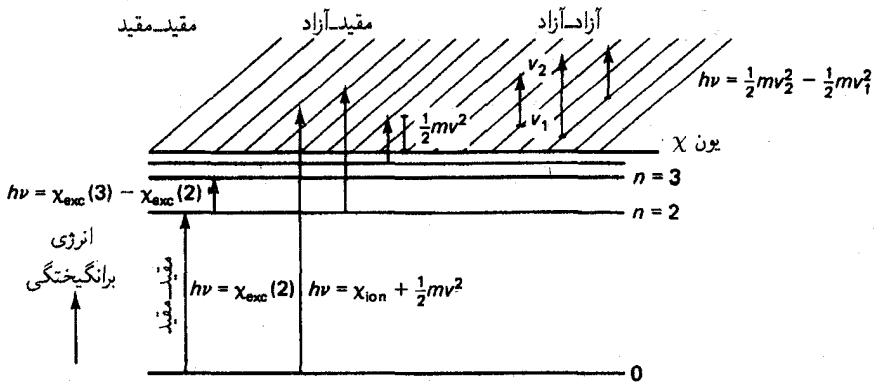


شکل ۱.۴ طرحی از نمودار تراز انرژی مربوط به اتم هیدروژن. انرژی برانگیختگی بالای تراز پایه،  $\chi_{exc}(n)$  برابر با  $\chi_{ion} - \chi_n$  است. در اینجا، انرژی لازم برای کندن یک الکترون از اتم تراز پایه است. در اتمهای هیدروژن،  $\chi_n = \chi_{ion}/n^2$  و  $\chi_{exc}(n) = \chi_{ion}(1 - n^{-2})$ . برای اینکه الکترونی از تراز انرژی  $n$  با عدد کوانتومی اصلی  $n=2$  گذاری به تراز با  $n=3$  انجام بدهد، فوتون جذب شده باید انرژی  $h\nu_{2,3} = \chi_2 - \chi_3$  داشته باشد. این امر منجر به جذب بسامد مشخصی می شود که در واقع جذب خطی است.

جذب یا حالت انرژی نهایی، کوانتیده نباشد به طوری که الکترون بتواند حالت های انرژی پیوسته ای مانند حالت اولیه و یا حالت های انرژی پیوسته ای پس از جذب داشته باشد (شکل ۲.۴ را نگاه کنید). چنین پیوستاری از حالت های انرژی، تنها برای الکترون های آزاد وجود دارد. بنابراین فقط وقتی می توانیم جذب پیوسته داشته باشیم که تراز انرژی نهایی یا تراز انرژی اولیه و یا هر دو مربوط به الکترون آزاد باشد. اگر تنها مقدار نهایی نامقید باشد، گذارها مقید-آزاد نامیده می شوند؛ اگر هر دو تراز نامقید باشند، گذارها آزاد-آزاد نامیده می شوند.

#### ۱.۱.۴ ضرایب جذب مقید-آزاد

گذارهای مقید-آزاد، مربوط به فرایند یونش اند: الکترون مقیدی از حالت مقید به حالت آزاد منتقل می شود. فرایند معکوس که با گسیل فوتون همراه است، فرایند بازترکیب نامیده می شود. از شکل ۲.۴ مشخص است که برای چنین گذار مقید-آزادی از تراز انرژی  $n$  با عدد کوانتومی  $n$  حداقل انرژی ای برابر با  $h\nu = \chi_{ion} - \chi_{exc}(n) = \chi_n$  برای جدا کردن الکترون از اتم لازم است. در اینجا،  $\chi_{ion}$  انرژی لازم برای جابه جایی الکترون از تراز پایه به پایستار ترازهای انرژی است که انرژی



شکل ۲.۴ در یک فرایند جذب در پیوستار بسامدها، الکترون یا باید در مجموعه پیوسته‌ای از ترازهای انرژی باشد و یا باید به مجموعه پیوسته‌ای از ترازهای انرژی منتقل بشود. انرژیهای جنبشی، ترازهای انرژی پیوسته‌ای را تشکیل می‌دهند. بنابراین در یک فرایند جذب در پیوستاری از بسامدها، الکترون یا باید آزاد باشد و یا در فرایند جذب تبدیل به الکترون آزاد بشود. در مورد دوم، الکترون باید از اتم جدا بشود. اتم یونیده می‌شود. اگر الکترون از تراز  $n$  با عدد کوانتومی اصلی  $n$  جدا بشود، بسامد فوتون جذب شده از رابطه  $h\nu = \chi_n + \frac{1}{2}mv^2$  به دست می‌آید، انرژی جنبشی الکترون پس از فرایند یونش (جذب) است. چنین گذارهایی از ترازهای مقید، گذارهای مقید-آزاد نامیده می‌شوند. الکترون آزاد متحرک با انرژی جنبشی  $\frac{1}{2}mv^2$  نیز می‌تواند فوتونی با انرژی  $h\nu$  را جذب کند و به انرژی جنبشی بالاتر  $\frac{1}{2}mv^2$  برسد. انرژی فوتون جذب شده از رابطه  $h\nu = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2$  به دست می‌آید که می‌تواند مجموعه پیوسته‌ای از مقادیر را به خود اختصاص بدهد.

یونش نامیده می‌شود.  $\chi_{exc}(n)$  اختلاف بین تراز انرژی با عدد کوانتومی  $n$  و تراز انرژی پایه است. برای مثال، در اتم هیدروژن، که انرژی یونش آن  $\chi_{ion} = 13.6\text{eV}$  است جذب مقید-آزاد از تراز  $n=2$  تنها وقتی اتفاق می‌افتد که انرژی فوتون بزرگتر از  $\chi_n = \chi_{ion}/n^2 = 3.4\text{eV}$  باشد. یعنی طول موج فوتون جذب شده باید کوتاه‌تر از مقدار مربوط به  $h\nu = 3.4\text{eV}$  باشد که حدود  $3647\text{\AA}$  است.

چنین گذارهای مقید-آزادی برای همه اتمها یا یونهایی امکان‌پذیر است که یک الکترون مقید دارند. (گذارهای مقید-آزاد برای پروتون ممکن نیست). برای محاسبه ضریب جذب کل مقید-آزاد، ابتدا باید ضریب جذب را برای هر تراز مقید در هر نوع اتم یا یون به صورت تابعی از بسامد حساب کنیم و بعد، کل سهم آنها را برای هر بسامد به دست بیاوریم. معمولاً این ضریب جذب وابسته به طول موج است. بنابراین برای محاسبه طبقه بندی دما، باید تصمیم بگیریم که از چه ضریب جذبی در معادله (۷.۳) استفاده کنیم. از آنجا که گرادیان دما توسط مقدار شار تابشی به دست می‌آید که از طریق لایه افقی مشخصی منتقل می‌شود، مهمترین گستره طول موج، بخشی است که بیشترین

شار را انتقال می‌دهد. این گستره طول موجهایی است که بیشترین سهم گسیل انرژی مربوط به آنهاست. با توجه به اینکه  $F_T \propto \kappa^{-1} (dB/dz)$  [معادله (۷.۳)]، طول موج مورد نظر مربوط به بیشترین مقدار تابع پلانک و کمترین مقدار  $\kappa$  است زیرا  $F_T \propto \kappa^{-1}$  است. در دماهای بالاتر، بیشترین مقدار تابع پلانک به سمت طول موجهای کوتاه‌تر جابه‌جا می‌شود. با توجه به رابطه زیر

$$\int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa_{\lambda}} \frac{dB_{\lambda}}{dz} d\lambda = F = \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa} \frac{dB}{dz} \quad (۱.۴)$$

مقدار  $\kappa$  به دست می‌آید که به جای آن مقدار میانگین روسلند  $\bar{\kappa}_R$  مورد استفاده قرار می‌گیرد و از رابطه زیر به دست می‌آید (پیوست الف.۵ را نیز نگاه کنید)

$$\frac{1}{\bar{\kappa}_R} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_{\lambda}} \frac{dB_{\lambda}}{dT} d\lambda / \frac{dB}{dT} \quad (۲.۴)$$

که در آن  $B_{\lambda}$  تابع پلانک است و به صورت زیر تعریف می‌شود

$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

و (جلد ۲ را نیز نگاه کنید)

$$B = \int_0^{\infty} B_{\lambda} d\lambda = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \quad (۳.۴)$$

ضریب جذب میانگین روسلند معمولاً کدری نامیده می‌شود.

برای اینکه محاسبات صحیح باشند باید، ضرایب جذب آزاد-آزاد، مقید-آزاد، و ضرایب جذب خطی را برای همه طول موجهای  $\lambda$  حساب کنیم و قبل از محاسبه میانگین روسلند برای همه این ضرایب جذب، مقادیر آنها را برای هر یک از طول موجهای  $\lambda$  با یکدیگر جمع کنیم. این محاسبات را باید برای تمام دماها و فشارها انجام بدهیم: نتایج چنین محاسباتی، به شکل مقادیر عددی و جدول چاپ شده است. در شکل ۴.۴ کدریها را به صورت تابعی از دما برای چند چگالی، طبق محاسبات کاکس و تابور (۱۹۷۶) نشان داده‌ایم. کدریها، با افزایش دما به طور تقریبی به صورت  $\kappa \propto T^{-\delta}$  که  $\delta \geq 2$ ،  $3.5 > \delta$  است کاهش و با افزایش چگالی تقریباً به صورت  $\kappa \propto \rho^{0.5}$  افزایش می‌یابند. در بحث بعدی سعی می‌کنیم که به بررسی رفتار عمومی  $\kappa$  به صورت تابعی از  $T$



بپردازیم. این مسئله موجب می‌شود که جنبه‌های اصلی ساختار ستاره‌ای و وابستگی آنها به جرم و ترکیب شیمیایی ستاره را آسان‌تر درک کنیم.

ضریب جذب مقید-آزاد برای هر اتم هیدروژن در تراز انرژی با عدد کوانتومی اصلی  $n$  به صورت رابطه زیر است

$$a_{bf}(n) = \frac{64\pi^2 m e^{10} Z'^2 g}{3\sqrt{3} ch^6 n^5 \nu^2} \quad (4.4)$$

در این رابطه  $g$  ضریب گانت نام دارد که در واقع ضریب تصحیح کوانتومی ضرایب جذب است که به طریقی متفاوت یعنی به روش کلاسیکی و با استفاده از اصل تطابق حساب شده است (گانت اولین کسی بود که  $g$  را به دست آورد).  $e$  بار بنیادی،  $m$  جرم الکترون،  $h$  ثابت پلانک و  $\nu$  بسامد فوتون جذب شده است.  $Z'$  بار مؤثر هسته‌هایی است که الکترون را به سوی خود می‌کشند؛  $Z'$  برای اتم هیدروژن برابر با یک است ضریب جذب را، بجز برای ضریب  $g$ ، می‌توان به روش کلاسیکی، با محاسبه گسیل الکترونی که دارای پارامتر برخورد  $p$  است و در میدان ناشی از نیروی کولنی پروتون شتاب داده شده است به دست آورد. تحلیل فوریه و جمع روی همه پارامترهای برخورد،  $p$ ، نشان‌دهنده بستگی به بسامد است. (برای مثال، مقاله ۱۹۵۷ مقاله فین‌کن‌برگ و پیترز را نگاه کنید.) معلوم شده است که ضریب تصحیح کوانتومی  $g$  هیدروژن در گذارهای مقید-آزاد، هرگز بزرگتر از چند درصد نیست. برای سایر اتمها و یونها، می‌توانیم از عبارت (۲.۴) به عنوان یک تقریب استفاده کنیم به شرطی که ضریب  $Z'^2$  را به طور مناسب و به صورت، بار «مؤثر» هسته که تا حدودی توسط الکترونها باقیمانده حفاظت می‌شود، محاسبه کنیم. در اتمها و یونها غیر از هیدروژن، ضریب تصحیح  $g$  نسبتاً بزرگ و حتی در اکثر موارد ناشناخته است. در ناحیه داخلی ستاره، که هیدروژن کاملاً یونیده است، تنها عناصر سنگین دارای الکترونها قادر به جذب فوتون‌اند. بنابراین وجود عناصر سنگین در ضریب جذب بسیار مهم است. خوشبختانه، تقریب «هیدروژنی» معادله (۴.۴) وقتی که الکترونها خارجی از اتمها کنده می‌شوند، اعتبار بیشتری پیدا می‌کند. در یونها باقیمانده‌ای که دارای درجه یونش بالا هستند، نمودارهای تراز انرژی بسیار شبیه به نمودارهای مربوط به اتم هیدروژن است، با این تفاوت که انرژیهای یونش بسیار بزرگتر و تقریباً متناسب با  $Z'^2$  است. از میان عناصری که فراوانی بیشتری دارند، آهن دارای نمودار تراز انرژی نسبتاً پیچیده‌ای است، زیرا حتی در دماهای حدود چند میلیون درجه هم دارای تعداد زیادی الکترونها مقید است.

معادله (۴.۴) نشان می‌دهد که ضرایب جذب در بسامدهای بالاتر یعنی طول موجهای کوتاه‌تر،

به‌طور کلی به‌صورت  $\nu^{-2}$  کاهش می‌یابد. همچنین می‌دانیم که در دماهای بالاتر، بیشینه تابع پلانک به طرف طول موجهای کوتاه‌تر جابه‌جا می‌شود. از قانون وین می‌دانیم که،  $\lambda_{\max} T =$  درجه/  $2896 \text{ cm}^\circ =$  ثابت است، که در آن  $\lambda_{\max}$  طول موجی است که تابع پلانک مربوطه در دمای  $T$ ، بیشینه‌ای دارد یعنی،  $\nu_{\max} \propto T$  است. برای تعیین  $\bar{\kappa}_R$  به‌طور عمده توسط،  $\kappa(\lambda_{\max}) \propto \nu_{\max}^{-2} \propto T^{-2}$  و طبق (۴.۴) به‌دست می‌آید. بنابراین می‌توان انتظار داشت که کدیری در دماهای بالاتر، به‌صورت  $\bar{\kappa}_R \propto T^{-2}$  و به دلیل پارامتر  $\nu^{-2}$  در  $\kappa$  کاهش پیدا کند البته باید تغییرات  $Z'$  و تعداد یونهای سهیم در پدیده جذب را نیز در نظر گرفت. برای یافتن ضریب جذب مقید-آزاد نهایی بسامد مشخص  $\nu$ ، باید همه سهمهای مربوط به ترازهای انرژی مختلف یک یون یا اتم خاص را جمع ببندیم و سپس سهمهای مربوط به یونها یا اتمهای مختلف را با یکدیگر جمع کنیم.

در این صورت، ضریب جذب نهایی مقید-آزاد به‌شکل زیر خواهد بود

$$\kappa_{\nu, \text{cm}} = \sum_{\text{ions}} \sum_n N_n a_{\text{bf}}(n) \quad (5.4)$$

که در رابطه بالا،  $N_n$  تعداد یونهای در سانتیمتر مکعب و در حالت کوانتومی با عدد کوانتومی  $n$  است که می‌توان آن را از معادله ساها و فرمول بولتزمن به‌دست آورد. باید کل سهم مربوط به همه ترازهای انرژی را برای تمامی یونهای همه عناصر حساب کنیم.

برای درک کیفی مسئله، می‌توانیم از فرضهای ساده‌ای استفاده کنیم تا جمع روی همه سهمها را به‌دست بیاوریم. با افزایش دما، الکترونهای هرچه بیشتری از اتمها کنده می‌شوند. بنابراین با افزایش دما با مراحل هرچه بالاتری از یونش روبه‌رو می‌شویم و  $Z'$  با افزایش  $T$  افزایش می‌یابد که منجر به افزایش همزمان  $\kappa$  با  $T$  می‌شود. درجه یونش با معادله ساها بیان می‌شود که ضریبی به‌صورت،  $n_e T^{-3/2}$  را وارد  $\bar{\kappa}_R$  می‌کند ( $n_e$  چگالی الکترون است). البته، ممکن است که تغییر از یک حالت یونش به حالت بعدی خیلی مهم نباشد.

اصولاً الکترونها بر اثر یونش هیدروژن و هلیم به‌صورت آزاد در می‌آیند. تعداد الکترونهای جداشده به ازای واحد جرم هیدروژن دو برابر مقدار مربوط در هلیم است. بنابراین،  $n_e \propto \rho(2X + Y) = \rho(1 + X)$  است زیرا  $X + Y \approx 1$  است، که در آن  $X$  و  $Y$  به ترتیب کسرهای جرمی مربوط به فراوانیهای هیدروژن و هلیم‌اند.

کرامرز با در نظر گرفتن همه این اثرات در محاسباتش نتیجه گرفت که میانگین روسلند،  $\kappa$ ، در هر گرم از ماده در گذارهای مقید-آزاد، وابسته به  $T$  و  $\rho$  و به‌صورت  $\bar{\kappa}_R \propto \rho T^{-3.5}$  است.

چنانکه در بالا گفتیم، کاهش عمده  $\bar{\kappa}_R$  بر اثر افزایش  $T$  به دلیل، جابه‌جایی شار تابشی به طرف طول موجهای کوتاه‌تر است که در آن  $\kappa_\lambda$  کوچکتر است و به صورت  $\nu^{-2}$  کاهش می‌یابد. علاوه بر گذارهای مقید-آزاد، گذارهای آزاد-آزاد را هم باید در نظر گرفت. در هر بسامد باید سهم این گذارها را هم اضافه کرد.

در ماهای چند میلیون درجه‌ای ناحیه داخلی ستارگان، هیدروژن و هلیوم به‌طور کامل یونیده‌اند و عناصر سنگین نیز بیشتر الکترونی‌شان را از دست داده‌اند. در این صورت، گذارهای آزاد-آزاد اهمیت زیادی دارند. دلیل اصلی این امر گذارهایی در میدان کولنی هسته‌های هیدروژن و هلیوم است زیرا این دو عنصر بسیار فراوان‌تر از عناصر سنگین‌اند. بنابراین ضریب جذب آزاد-آزاد مستقل از فراوانی‌های عناصر سنگین است. البته در این مورد هم بستگی به  $T$  و  $\rho$  تقریباً مشابه گذارهای مقید-آزاد است که رابطه آن به صورت  $\bar{\kappa}_R \propto \rho \cdot T^{-3.5}$  است.

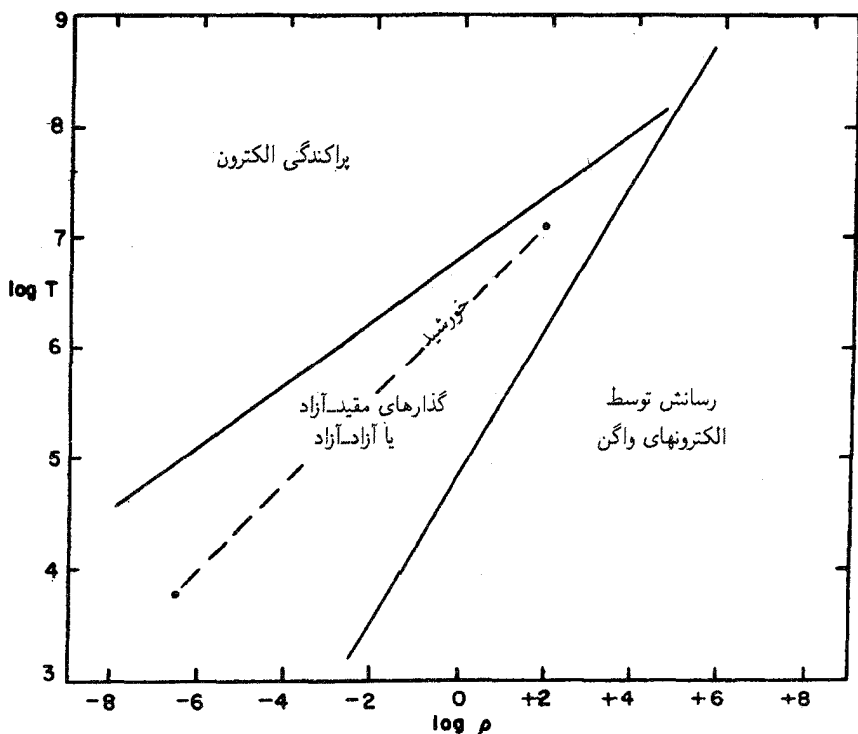
## ۲.۴ پراکندگی الکترون

در جلد ۲ دیدیم که ضریب پراکندگی ناشی از پراکندگی الکترونی‌های آزاد مستقل از طول موج است. تعداد الکترونی‌های آزاد در هر گرم نیز با افزایش دما تغییر نمی‌کند زیرا، تقریباً همه الکترونها مربوط به هیدروژن و هلیوم‌اند که در دماهای حدود  $100000\text{K}$  به‌طور کامل یونیده‌اند. بنابراین برای ماده‌ای که تقریباً به‌طور کامل یونیده شده، ضریب پراکندگی الکترون در هر گرم وابسته به چگالی و دما نیست.

در شکل ۳.۴، در نمودار دما-چگالی مناطقی را که در آنها فرایندهای گوناگون جذب یا پراکندگی بیشترین اهمیت را دارند، نشان داده‌ایم.

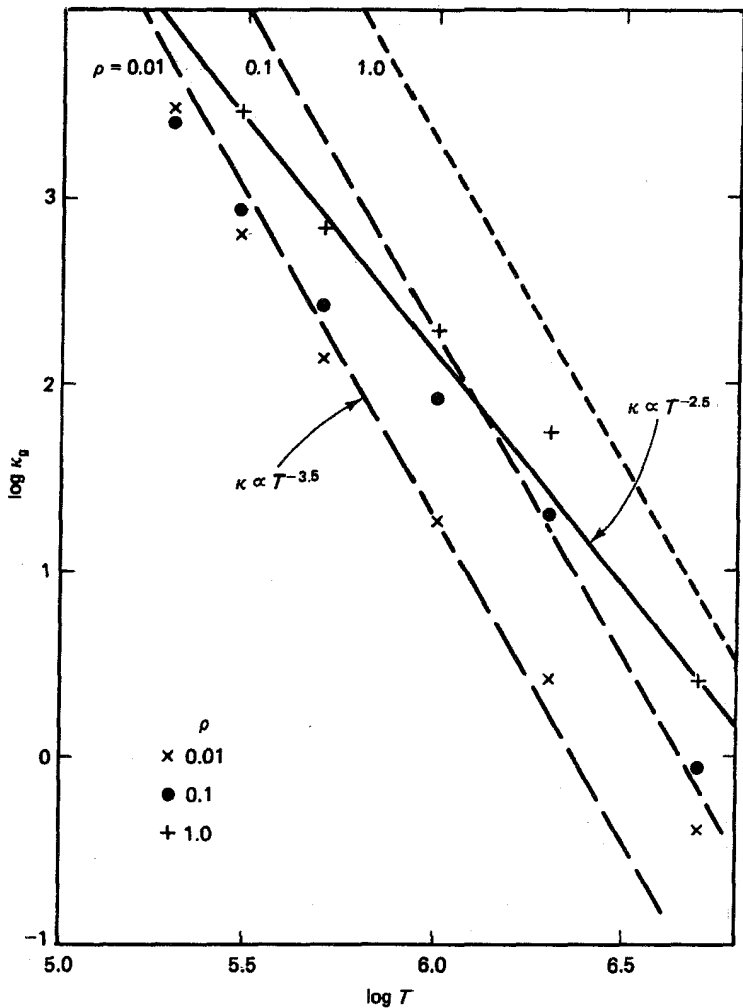
## ۳.۴ ضرایب جذب خطی

برای توصیف کامل همه ضرایب جذب مهم در ناحیه داخلی ستاره باید سهم مربوط به ضرایب جذب خطی را هم لحاظ کنیم. از آنجا که ضریب جذب میانگین روسلند، میانگین هماهنگی برای همه  $\kappa$  هاست، گستره‌های کوچک طول موج که دارای مقادیر بزرگ  $\kappa_\nu$  هستند همان‌طور که در خطوط طیفی می‌بینیم، عموماً دارای اثر زیادی روی  $\bar{\kappa}$  نیستند مگر اینکه، به قدری بزرگ باشند که کسر بزرگی از همه طول موجها را شامل شوند. پهن‌شدگی فشار خطوط طیفی در فشارهای بالا و در نواحی داخلی ستاره‌ای اهمیت می‌یابد زیرا، طول موج خطوط طیفی را گسترش می‌دهد.



شکل ۳.۴ در نمودار دما-چگالی، نواحی ای مشخص شده‌اند که در آنها فرایندهای گوناگون جذب پراکندگی مهم‌اند. همچنین نواحی با چگالی بالا نمایش داده شده‌اند که در آنها رسانش گرمایی اهمیت دارد. خط چین، رابطه تقریبی بین دما و چگالی در ناحیه داخلی خورشید را نشان می‌دهد.

در ناحیه عمیق داخلی ستاره، یونهایی که با درجه یالایی یونیزه شده‌اند، دارای ترازهای انرژی‌ای بسیار شبیه به ترازهای انرژی هیدروژن‌اند، یعنی تعداد ترازهای انرژی و گذارهای خطی آنها نسبتاً کم است. البته، مشاهده شده که در دماهای بین چند صد هزار تا میلیون درجه، یونهای سنگینی، مثل یونهای آهن، همچنان در لایه‌های خارجی‌شان دارای تعداد زیادی الکترون‌اند که باعث به وجود آمدن نمودار تراز انرژی نسبتاً پیچیده‌ای با گذارهای خطی بی‌شمار می‌شود. بنابراین در چنین دماهایی، هنوز ضرایب جذب خطی اهمیت دارند. در شکل ۴.۴، نتایج محاسبات عددی کاکس و تابور (۱۹۷۶)، با محاسبه کرامرز مقایسه شده است. رابطه تقریبی  $\kappa_R \approx \kappa_g \propto \rho^{0.5} T^{-2.5}$  بهتر از رابطه کرامرز است.



شکل ۴.۴ ضریب جذب میانگین روسلند به صورت تابعی از دما،  $T$ ، و چگالی،  $\rho$ ، طبق محاسبات کاکس و تابور (۱۹۷۶). فراوانی جرمی هیدروژن ۷۰ درصد فراوانی جرمی هلیوم ۲۸ درصد و فراوانی عناصر سنگین ۲ درصد فرض شده است. برای مقایسه، تعدادی منحنی با مشخصه،  $\bar{\kappa}_{ig} = C\rho T^{-3.5}$  برای چند مقدار  $\rho$  نشان داده شده است که در آنها،  $C = 1.8 \times 10^{24}$  مطابق با نقطه  $\rho = 0.1 \text{ cm}^{-3}$  و  $T = 10^6 \text{ K}$  است. خط  $\kappa_{gr} \propto \rho^{0.5} T^{-2.5}$  نیز نشان داده شده است که در تطابق بهتری با مقادیر عددی  $\rho \geq 0.1$  است.

## ناپایداری همرفتی

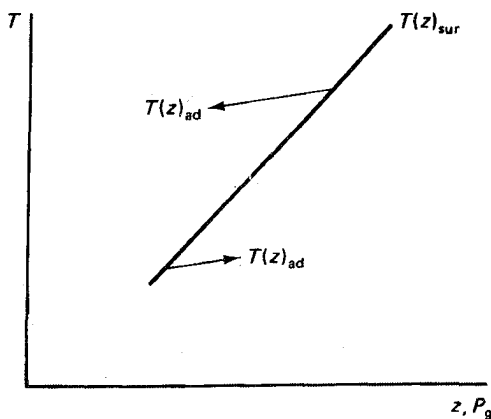
### ۱.۵ بحث عمومی

تاکنون، تنها در مورد انتقال انرژی توسط تابش صحبت کردیم. انتقال انرژی از طریق حرکات جرم نیز امکان‌پذیر است. اگر این مسئله اتفاق بیفتد، مادهٔ داغ به سمت بالا حرکت می‌کند و در آنجا پس از سرد شدن به صورت مادهٔ سرد پایین می‌رود. انتقال خالص انرژی به وسیلهٔ تفاضل انرژی منتقل شده به سمت بالا و مقداری که به سمت پایین منتقل شده است به دست می‌آید. چنین حرکات جرمی همرفت نیز نامیده می‌شوند. اولین پرسش این است که: چه موقع و کجا حرکات جرمی به وجود می‌آید، یا به عبارت دیگر چه موقع ناپایداری همرفتی ظاهر می‌شود؟ چه موقع حباب گازی که به طور اتفاقی به سمت بالا جابه‌جا شده است همچنان به حرکتش به سمت بالا ادامه می‌دهد و چه موقع همین اتفاق هنگامی که حباب مربوطه به سمت پایین جابه‌جا می‌شود رخ می‌دهد؟ به دلیل وجود نیروی بالابر، حجمی از گاز به سمت بالا منتقل می‌شود به شرطی که چگالی آن کمتر از چگالی محیط اطرافش باشد و به سمت پایین حرکت می‌کند به شرطی که چگالی آن بیشتر از محیط اطرافش باشد.

از تجربه عادی در زندگی روزمره می‌دانیم که پدیده همرفت در مکانهایی که گرادبانهای دما زیاد است ظاهر می‌شود، برای مثال، این پدیده روی آسفالت داغ خیابان در یک روز آفتابی در تابستان و یا، روی شوفاز در زمستان دیده می‌شود. هوای داغ روی آسفالت گرم که به دلیل جذب تابش خورشیدی گرم شده است، چگالی کمتری نسبت به لایه روی آن و یا هوای اطراف آن دارد. به محض اینکه هوای داغ به میزان بسیار کمی شروع به بالا رفتن می‌کند، وارد محیطی با چگالی بالاتر و هوای سردتر می‌شود و به دلیل نیروی بالابرنده همچنان بالا می‌رود، مانند بارانی که محتوی هوای داغ است و در محیطی با هوای سردتر قرار گرفته است. این پدیده همیشه وقتی که حباب گاز بالارونده داغ‌تر از محیط اطرافش است اتفاق می‌افتد.

## ۲.۵ معیار ناپایداری همرفتی شوارتس شیلد

چه موقع حباب گاز بالارونده به دمایی بالاتر از گاز اطرافش که در حال سکون است می‌رسد؟ در شکل ۱.۵ وضعیت فوق را نشان داده‌ایم. در این شکل دما به صورت تابعی از عمق ستاره رسم شده است. فرض کنید که حباب گازی به‌طور اتفاقی و به میزان کمی از نظر ارتفاع بالا رفته است.



شکل ۱.۵ رابطه متوسط  $T(z)_{sur}$  یا  $T(P_g)_{sur}$  برای جو ستاره‌ای به شکلی ساده نشان داده شده است. رابطه  $T(z)_{ad}$  برای حجمی از گاز بالارونده یا پایین‌رونده نیز نشان داده شده است که در تعادل فشاری، دمای آن در هنگام صعود و انبساط (خنک شدن) یا نزول و انقباض (با افزایش دما) به صورت بی‌دررو تغییر می‌کند. اگر لایه‌بندی دمای  $T(z)$  در گاز اطراف پس از صعود و نزول گاز شیبی بیش از لایه‌بندی دمای بی‌دررو داشته باشد، گاز بالارونده به دمای بالاتر و چگالی کمتر از محیط اطراف خواهد رسید و در اثر نیروی شناوری به ارتفاع بیشتر رانده خواهد شد، درحالی که گاز پایین‌رونده دمای کمتر و در نتیجه چگالی بیشتری از محیط اطراف پیدا می‌کند و در نتیجه پایین رفتن آن تداوم می‌یابد. جو مستعد همرفت است.

بنابراین، وارد لایه‌ای با فشار گاز پایین‌تر  $P_g$  و در نتیجه منبسط می‌شود. این حباب گاز بدون تبادل انرژی با محیط اطرافش، به‌طور بی‌دررو منبسط و سرد می‌شود. اگر طی این صعود و انبساط بی‌دررو، تغییر دمای حباب کمتر از تغییر دمای محیط اطراف آن باشد، حباب گاز داغ‌تر از محیط اطرافش خواهد بود. انبساط حباب گاز و تطابقش با فشار محیط اطراف بسیار سریع و با سرعت صوت اتفاق می‌افتد. بنابراین می‌توانیم فرض کنیم که فشار حباب گاز با فشار محیط اطرافش یکی است (البته این مسئله نزدیک مرزهای منطقه‌ای که از نظر همرفتی ناپایدار است صحیح نیست). و بنابراین حباب گاز که دمای بالاتری دارد نسبت به گاز محیط اطرافش دارای چگالی کمتری است. بنابراین نیروی بالابرنده شتابی به سمت بالا بر آن وارد می‌کند. همان‌طور که در شکل ۱.۵ دیده می‌شود، این پدیده به شرطی اتفاق می‌افتد که تغییر بی‌درروی دما در طی انبساط، کوچکتر از تغییر دما با فشار گاز در محیط اطراف باشد. بنابراین، شرط ادامه حرکت، یعنی ناپایداری همرفتی این است که

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad} < \left(\frac{dT}{dz}\right)_{sur} \quad (1.5)$$

که در آن ad نشانگر «بی‌دررو» و sur نماینده «اطراف» است. پس از جایگزین کردن

$$\frac{dT}{dz} \quad \text{با} \quad \frac{dT}{dP_g} \frac{dP_g}{dz}$$

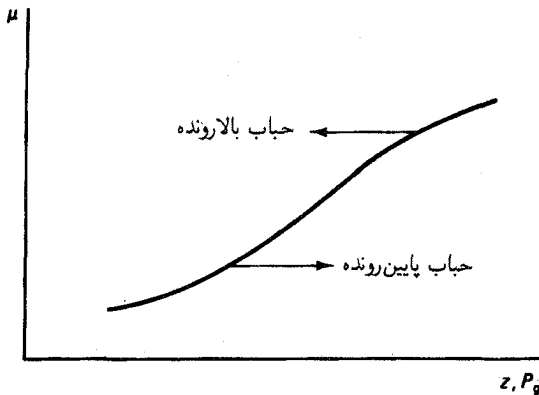
می‌توانیم بگوییم

$$\left(\frac{dT}{dP_g}\right)_{ad} < \left(\frac{dT}{dP_g}\right)_{sur} \quad (2.5)$$

زیرا  $dP_g/dz$  در دو طرف معادله یکی و همواره مثبت است. از شکل ۱.۵ به‌سادگی دیده می‌شود که تحت این شرایط، حباب گاز پایین‌رونده، از محیط اطرافش سردتر و بنابراین در فشار یکسان، نسبت به محیط اطرافش دارای چگالی بالاتری است و همچنان به پایین می‌رود. بنابراین ناپایداری همرفتی در لایه‌ای که در تعادل تابشی است به شرطی به‌وجود می‌آید که

$$\left(\frac{dT}{dP_g}\right)_{ad} < \left(\frac{dT}{dP_g}\right)_{تابشی} \quad (3.5)$$





شکل ۲.۵ نمودار  $\mu$  به شکلی ساده و به صورت تابعی از عمق در یک ستاره فرضی. اگر در ناحیه داخلی ستاره، متوسط وزن اتمی  $\mu$ ، با عمق افزایش یابد، حباب بالارونده  $\mu$  بالاتری را از لایه‌های عمیق‌تر با خود حمل می‌کند. بنابراین  $\rho$  بالاتری نسبت به موردی دارد که  $\mu$  مستقل از عمق است. حباب پایین‌رونده حامل  $\mu$  پایین‌تری است که باعث کاهش چگالی آن می‌شود. اگر  $d\mu/dz$  مثبت باشد، عمل همرفت مشکل‌تر می‌شود.

یا

$$\nabla_{\text{ad}} = \left( \frac{d \ln T}{d \ln P_g} \right)_{\text{ad}} < \left( \frac{d \ln T}{d \ln P_g} \right)_{\text{rad}} = \nabla_{\text{rad}} \quad (۴.۵)$$

به شرطی که معادله (۲.۵) را در  $P_g/T$  ضرب کنیم.

این معیار ناپایداری همرفتی شوارتس شیلد است. در استخراج رابطه بالا تلویحاً فرض کرده‌ایم که میانگین وزن مولکولی،  $\mu$ ، در حباب بالارونده و محیط اطرافش یکی است. در غیر این صورت باید موقع مقایسه چگالی حباب با چگالی گاز محیط اطراف آن این موضوع را در نظر گرفت. اگر لایه‌های عمیق‌تر وزن اتمی متوسط بالاتری داشته باشند که علتش می‌تواند فراوانی بیشتر هلیوم باشد، چگالی گاز بالارونده افزایش و ناپایداری همرفتی کاهش می‌یابد (شکل ۲.۵ را نگاه کنید).

### ۳.۵ گرادیان دمای بی‌دررو

برای اینکه ببینیم که لایه‌ای در ستاره نسبت به پدیده همرفت ناپایدار است یا نه، باید گرادیان دمای تعادل تابشی را که از معادله (۸.۳) به دست می‌آید با گرادیان دمای بی‌دررو مقایسه کنیم. بنابراین

باید این گرادیان دمای بی‌دررو را محاسبه کنیم (جلد ۲ را نیز ببینید). بنا به تعریف، تغییر بی‌درروی دما و فشار به معنی تغییر بدون تبادل گرما،  $\Delta Q$ ، با محیط اطراف است، یعنی،

$$\Delta Q = 0 \quad (5.5)$$

که

$$dQ = dE + P_g dV \quad (6.5)$$

در این رابطه  $dE$  انرژی داخلی و برابر با  $dE = C_V dT$  است.  $C_V$  ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت است (یعنی  $dV = 0$ ). در یک گاز ایده‌آل رابطه زیر برقرار است

$$P_g V = R_g T \quad (7.5)$$

اگر یک مول گاز را در نظر بگیریم،  $R_g$  ثابت گازها و  $V$  حجم یک مول گاز یعنی،  $V = \mu/\rho$  است. اگر فشار حین گرم شدن ثابت باشد، گاز منبسط می‌شود و باید در مقابل فشار خارجی کار انجام بدهد. این انرژی اضافی باید وقتی که گاز در فشار ثابت گرم می‌شود به‌کار رود. بنابراین ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت به ازای هر مول،  $C_p$ ، بزرگتر از  $C_V$  در هر مول است. با مشتق‌گیری از رابطه (۷.۵) و استفاده از رابطه (۶.۵) (جلد ۲ را نیز نگاه کنید) نتیجه می‌شود که

$$C_p - C_V = R_g \quad (8.5)$$

در تغییرات بی‌دررو که  $dQ = 0$  است، با معرفی  $\gamma = C_p/C_V$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma = \frac{P_g}{P_{g_0}} \quad \text{یا} \quad P_g = P_{g_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma \quad \text{و} \quad T \propto \frac{P}{\rho} \propto \rho^{\gamma-1} \quad (9.5)$$

حال با استفاده از رابطه بالا به راحتی مقدار  $\nabla_{ad}$  را به دست می‌آوریم. در یک گاز ایده‌آل داریم

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln P_g}\right)_{ad} = \nabla_{ad} = 1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad (10.5)$$

در یک گاز تک‌اتمی، اگر تنها انرژی جنبشی در نظر گرفته شود، انرژی داخلی به ازای هر ذره عموماً به شکل  $\frac{3}{2}kT$  است که برای یک مول آن به صورت  $E = \frac{3}{2}R_g T$  در می‌آید. طبق معادله

(۸.۵)،  $C_P = C_V + R_g$  است و از طرفی

$$C_P = \frac{5}{2} R_g \quad \text{و} \quad \gamma = C_P / C_V = \frac{5}{3} \quad (11.5)$$

بنابراین با استفاده از رابطه (۵.۵) خواهیم داشت

$$\nabla_{\text{ad}} = \frac{2}{3} / \frac{5}{3} = \frac{2}{5} = 0.4 \quad (12.5)$$

این رابطه مربوط به گاز تک‌اتمی است که در آن  $C_V = \frac{5}{2} R_g$  است.

معادله (۱۰.۵) نشان می‌دهد که اگر  $\gamma$  به سمت یک میل کند،  $\nabla_{\text{ad}}$  بسیار کوچک خواهد شد. از آنجا که

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R_g}{C_V} \quad \text{یا} \quad \gamma = 1 + \frac{R_g}{C_V} \quad (13.5)$$

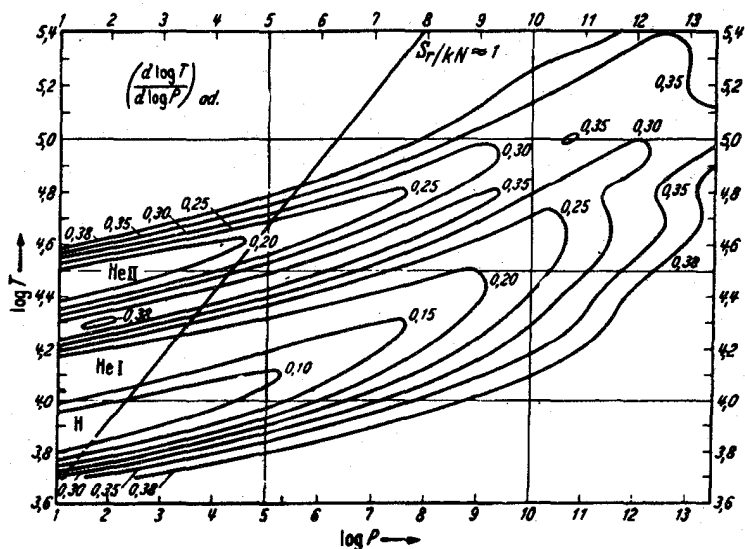
بنابراین  $\gamma$  وقتی به یک میل خواهد کرد که  $C_V$  بسیار بزرگ شود. این پدیده در صورتی اتفاق می‌افتد که برای گرم کردن گاز انرژی زیادی لازم باشد، در چنین حالتی  $\nabla_{\text{ad}}$  کوچک و پدیده همرفت آغاز می‌شود. چنین شرایطی در دماها و فشارهایی ظاهر می‌شود که عنصر فراوانی مانند هیدروژن یا هلیوم یونیزه می‌شود. برای جدا کردن یک الکترون از اتم هیدروژن یا هلیوم انرژی زیادی لازم است؛ این انرژی در دسترس نیست تا دما را افزایش دهد. بنابراین مقدار زیادی انرژی لازم است تا بتواند گاز را به اندازه یک درجه سانتی‌گراد گرم و در عین حال انرژی یونش مورد نیاز را فراهم کند تا  $\nabla_{\text{ad}}$  کوچک شود.

هیدروژن در دماهایی حدود ۶۰۰۰ تا ۷۰۰۰ درجه کلوین شروع به یونش می‌کند. بنابراین در دماهای بالاتر از این حد، مقادیر  $\nabla_{\text{ab}}$  کوچک می‌شود تا اینکه، دماها به قدری بالا می‌روند که همه گاز هیدروژن یونیزه می‌شود. در چنین دماهایی  $\nabla_{\text{ad}}$  مجدداً افزایش می‌یابد. البته، مقدار  $\nabla_{\text{ad}}$  در دماهای حدود ۲۰۰۰۰ تا ۵۰۰۰۰ کلوین که مربوط به یک و دو بار یونش هلیوم است دوباره کوچک می‌شود. در شکل ۳.۵، خطوط پربعد  $\nabla_{\text{ad}}$  طبق رابطه آنسولد (۱۹۴۸) رسم شده است.

## ۴.۵ علل ناپایداریهای همرفتی

### ۱.۴.۵ ناپایداری همرفتی ناشی از افزایش سریع ضریب جذب

برای به دست آوردن مناطق ستاره‌ای که در آنها پدیده همرفت مشاهده می‌شود، باید گرادیان دمای تابشی  $\nabla_{\text{rad}}$  [معادله (۸.۳)] را با گرادیان دمای بی‌دررو  $\nabla_{\text{ad}}$  مقایسه کنیم و ببینیم



شکل ۳.۵ خطوط پربند  $\nabla_{ad}$  در نمودار دما و فشار مقدار  $\nabla_{ad}$  دماها و فشارهایی که هیدروژن یا هلیوم یونیزه می‌شود حداقل است. در محاسبات مربوط، از انرژی میدان تابشی صرف نظر شده است. بالای خط  $S_r/kN = 1$  باید انرژی میدان تابشی در نظر گرفته شود. در این ناحیه، مقدار  $\nabla_{ad}$  عملاً کوچکتر از مقداری است که در اینجا محاسبه شده است.

تحت چه شرایطی رابطه زیر برقرار می‌شود

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad} \quad (14.5)$$

این وضع در صورتی می‌تواند اتفاق بیفتد که  $\nabla_{rad}$  بسیار بزرگ و یا  $\nabla_{ad}$  بسیار کوچک شود. ابتدا به بررسی گرادین دمای تابشی  $\nabla_{rad}$  و شرایط افزایش آن می‌پردازیم. با استفاده از معادله (۸.۳) رابطه زیر

$$\frac{d \ln P_g}{dz} = \frac{\mu g}{R_g T} = \frac{1}{H}$$

که در آن  $H$ ، ارتفاع مقیاس هم‌دمایی است (بخش ۱.۳.۶ را نگاه کنید)، نتیجه می‌گیریم که

$$\nabla_{rad} = \frac{3\pi F \kappa_{cm} H}{16 \sigma T^3} = \frac{3\pi F}{16 \sigma T^3} \kappa_g \frac{P_g}{g} \quad (15.5)$$

که  $\kappa_{cm} = \kappa_g \rho$  است (فصل ۳ را نگاه کنید). البته، در تعادل تابشی،  $F = F_r$  است.

گرادیان تابشی به شرطی بسیار بزرگ می‌شود که یا شار  $F$  به ازای یک  $T$  معین، بسیار بزرگ شود یا  $\kappa_g P_g$  خیلی زیاد شود. در جلد ۲ دیدیم که در هر عمق نوری ای  $P_g \propto \kappa_g^{-1}$  است؛ بنابراین، برای  $\kappa_g$  مستقل از عمق، انتظار نداریم که حاصل ضرب  $P_g \kappa_g$  تغییر چندانی کند. فرض کنید که  $\kappa_g$  در سطح کوچک باشد. پس به عنوان نمونه،  $P_g$  در عمق نوری  $\tau = 1$ ، بزرگ خواهد بود زیرا،  $\tau = 1$  مربوط به لایه نسبتاً عمیقی در جو است. از طرف دیگر، اگر  $\tau > 1$  باشد،  $\kappa_g$  به سرعت افزایش می‌یابد و مقدار  $P_g$  همچنان بزرگ خواهد بود زیرا  $\kappa_g$  در نزدیکی سطح ستاره کوچک است. بنابراین برای  $\kappa_g$  بزرگ در حالت  $\tau \geq 1$  حاصل ضرب  $P_g \kappa_g$  می‌تواند بسیار بزرگ شود. پس در واقع وابستگی  $\kappa_g$  به عمق است که برای مقدار  $\nabla_{\text{rad}}$  اهمیت دارد. این مورد به سادگی قابل مشاهده است اگر، مقدار  $\nabla_{\text{rad}}$  را برای حالت خاصی حساب کنیم که وابستگی به عمق  $\kappa_g$ ، توسط رابطه زیر و به‌طور تقریبی به‌دست آید

$$\kappa_g = \kappa_* P_g^b(z) \quad (۱۶.۵)$$

به ازای مقادیر بزرگ  $b$ ،  $\kappa_g$  به شدت با عمق افزایش پیدا می‌کند.

گرادیان فشار را از معادله تعادل هیدروستاتیکی به‌دست می‌آوریم

$$\frac{dP_g}{\kappa_{\text{cm}} dz} = \frac{dP_g}{d\tau} = \frac{g\rho}{\kappa_{\text{cm}}} = \frac{g}{\kappa_g} = \frac{g}{\kappa_*} \frac{1}{P_g^b}$$

که اگر متغیرها را جدا کنیم خواهیم داشت

$$P_g^b dP_g = \frac{g}{\kappa_*} d\tau \quad (۱۷.۵)$$

پس از انتگرال‌گیری در محدوده  $\tau = 0$  و  $\tau$  که به ترتیب متناظر با  $P_g = 0$  و  $P_g = P_g(\tau)$  است به این نتیجه می‌رسیم که

$$\frac{1}{b+1} P_g^{b+1}(\tau) = \tau \frac{g}{\kappa_*} \quad \text{یا} \quad P_g^{b+1}(\tau) = (b+1)\tau \frac{g}{\kappa_*} \quad (۱۸.۵)$$

از معادلات (۱۷.۵) و (۱۸.۵) نتیجه می‌شود

$$\frac{d \ln P_g}{d\tau} = \frac{1}{P_g} \frac{dP_g}{d\tau} = \frac{g}{\kappa_*} \frac{1}{P_g^{b+1}} = \frac{g}{\kappa_* (b+1)\tau g} = \frac{1}{(b+1)\tau} \quad (۱۹.۵)$$

حال به محاسبه  $\nabla_{\text{rad}}$  می‌پردازیم. قبلاً به دست می‌آوردیم که [معادله (۶.۳)]

$$\frac{4}{3} \frac{dB}{d\tau} = F_{\tau}$$

انتگرال‌گیری از این رابطه در محدوده  $\tau = 0$  تا  $\tau$  برای ثابت  $F_{\tau} = F$  یعنی، برای تعادل تابشی در لایه تخت، و  $\tau$ های بزرگ که  $B_0 = B(\tau = 0) \ll B(\tau)$  است. منجر به نتیجه زیر می‌شود

$$B(\tau) = \frac{3}{4} F\tau + B_0 \approx \frac{3}{4} F\tau \quad (20.5)$$

با استفاده از رابطه زیر و رابطه (۲۰.۵)

$$B = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \quad (21.5)$$

نتیجه می‌گیریم

$$\begin{aligned} \left(\frac{dB}{d\tau}\right)_{\text{rad}} &= \frac{dB}{dT} \left(\frac{dT}{d\tau}\right)_{\text{rad}} = \frac{4\sigma T^3}{\pi} \left(\frac{dT}{d\tau}\right)_{\text{rad}} \\ &= 4B \left(\frac{d \ln T}{d\tau}\right)_{\text{rad}} = 3F\tau \left(\frac{d \ln T}{d\tau}\right)_{\text{rad}} \end{aligned} \quad (22.5)$$

یا

$$\left(\frac{d \ln T}{d\tau}\right)_{\text{rad}} = \left(\frac{dB}{d\tau}\right)_{\text{rad}} \frac{1}{3F\tau} = \frac{1}{4\tau} \quad (23.5)$$

با توجه به اینکه

$$\nabla_{\text{rad}} = \left(\frac{d \ln T}{d \ln P_g}\right)_{\text{rad}} = \left(\frac{d \ln T}{d\tau}\right)_{\text{rad}} \bigg/ \frac{d \ln P_g}{d\tau} \quad (24.5)$$

باید معادله (۲۳.۵) را بر  $(d \ln P_g / d\tau)$  از معادله هیدروستاتیکی [معادله (۱۹.۵)] را نگاه کنید

تقسیم کنیم، و برای  $\tau \gg 1$  به دست می‌آوریم که

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{1}{4\tau} \bigg/ \frac{1}{(b+1)\tau} = \frac{b+1}{4} \quad (25.5)$$

فقط برای  $b \geq 6$ ، نتیجه می‌گیریم که  $\nabla_{\text{ad}} \geq 0.4$  است. اگر،  $\nabla_{\text{rad}} = 0.4$  باشد، یعنی اگر  $\gamma = \frac{5}{3}$  باشد، ناپایداری همرفتی در  $b > 6$  شروع می‌شود که حد پایین تری را بر افزایش

$\kappa$  در ناپایداری همرفتی تحمیل می‌کند ولی بر مقدار مطلق  $\kappa_g$  که توسط  $\kappa_0$  به دست می‌آید، اثری ندارد. در لایه‌های سطحی،  $\nabla_{\text{rad}}$  وابسته به  $\kappa_0$  نیست. برای مقدار ثابت  $\kappa_g$ ، بدون اینکه بزرگی  $\kappa_0$  اهمیت داشته باشد، مقدار  $\nabla_{\text{rad}} = 0.25^\circ$  به دست می‌آید.

برای مقدار ثابت  $\kappa_g$  و ناپایداری همرفتی لازم است که  $0.25^\circ < \nabla_{\text{ad}}$  باشد.

در ماهایی که هیدروژن شروع به یونش می‌کند یعنی در محدوده دمایی ۶۰۰۰ تا ۷۰۰۰ کلوین، ضریب جذب به دو دلیل به سرعت افزایش پیدا می‌کند:

۱. در لایه‌های سطحی ستارگان سرد، بیشترین جذب پیوسته مربوط به یونهای  $\text{H}^-$  است. بر اثر شروع یونش هیدروژن، تعداد الکترونهای آزاد افزایش می‌یابد و تعداد بیشتری یونهای  $\text{H}^-$  تشکیل می‌شود، بنابراین ضریب جذب  $\text{H}^-$  به شدت افزایش پیدا می‌کند.

۲. دما آن قدر بالاست که موجب تحریک ترازهای انرژی بالاتری در اتمهای هیدروژن می‌شود، یعنی تعداد بیشتری الکترون در ترازهای انرژی دوم و سوم، یا ترازهای بالمر و پاشن اتم هیدروژن قرار می‌گیرند که به ضریب جذب پیوسته در  $8200 \text{ \AA} < \lambda$  کمک می‌کنند. این امر موجب افزایش سریع ضریب جذب هیدروژن در ناحیه طول موجی متناظر با بیشترین شار تابشی می‌شود. بنابراین، در این بخش بالایی یونش هیدروژن،  $\kappa_g$  به سرعت افزایش می‌یابد و مقدار  $\nabla_{\text{rad}}$  از  $1000$  فراتر می‌رود.

## ۲.۴.۵ ناپایداری همرفتی ناشی از شار انرژی بزرگ، $F$

ناپایداری همرفتی هنگامی که شار انرژی  $F$  بسیار بزرگ است نیز دیده می‌شود. این پدیده در بخشهای داخلی ستارگان سنگین روی می‌دهد. در این ستارگان، دما در نواحی مرکزی به قدری بالاست که چرخه CNO (بخش ۵.۸ را نگاه کنید) منبع اصلی انرژی است. می‌دانیم که چرخه CNO نسبت به دما بسیار حساس است، چنانکه تولید انرژی در آن تقریباً متناسب با  $T^{16}$  است. یعنی تولید انرژی در این ستارگان به شدت متمرکز در مرکز آنهاست که بالاترین دماها وجود دارند. تابندگی کل در کوره بسیار کوچکی به شعاع  $r_1$  و حول مرکز ستاره تولید می‌شود. حال اگر شار انرژی  $F$  را از رابطه  $\pi F = L/4\pi r_1^2$  به دست بیاوریم، مقدار بسیار بزرگی برای  $F$  به دست می‌آید زیرا  $r_1$  بسیار کوچک است بنابراین در مرکز ستارگان سنگین، ناپایداری همرفتی ناشی از مقدار بزرگ  $F$  نیز داریم. چنانکه قبلاً گفتیم، این امر به دلیل وابستگی شدید چرخه CNO به دماست. بنابراین، فقط در ستارگان مناطق همرفتی مرکزی داریم که منبع مهم تولید انرژی در آنها چرخه CNO است یعنی فقط در ستارگان داغ.

### ۳.۴.۵ ناپایداری همرفتی ناشی از مقادیر کوچک گرادیان بی دررو $\nabla_{ad}$

در قسمتهای قبلی گفتیم که گرادیان بی درروی دما، در نواحی دمایی که عنصر فراوانی مانند هیدروژن یا هلیوم یونیده می‌شود یعنی در مناطق یونش هیدروژن و هلیوم، بسیار کوچک است. در بخش ۱.۴.۵ دیدیم که اینها مناطقی هستند که در آنها  $K$  پیوسته، به سرعت افزایش می‌یابد و بنابراین در آنها ناپایداری همرفتی داریم. در ناحیه یونش هیدروژن،  $\nabla_{ad}$  کوچک و  $\nabla_{rad}$  بسیار بزرگ می‌شود که ناپایداری همرفتی را تشدید می‌کند (شکل ۳.۵ را نگاه کنید). مقادیر کوچک  $\nabla_{ad}$ ، باعث گسترش مناطق همرفتی می‌شود ولی در این ناحیه دمایی مناطق جدیدی به وجود نمی‌آوردند. ناپایداری هنگامی از بین می‌رود که یونش هیدروژن و هلیوم الزاماً کامل شده باشد.

### ۴.۴.۵ ناپایداری همرفتی ناشی از تفکیک مولکولی

برای تکمیل بحث فوق باید به این نکته اشاره کنیم که، مقادیر کوچک  $\nabla_{ad}$  در نواحی جوی ستاره‌ای که مولکول هیدروژن شروع به جدا شدن می‌کند نیز دیده می‌شود. در این مناطق، مقدار زیادی انرژی لازم است تا دما را یک درجه افزایش بدهد زیرا، در دماهایی که در حال افزایش‌اند، مولکولهای بیشتری تفکیک می‌شوند و از این طریق انرژی مصرف می‌کنند که در این صورت برای افزایش انرژی جنبشی یعنی افزایش دما در دسترس نخواهد بود. بنابراین، ظرفیت گرمایی ویژه  $C_V$  بسیار بزرگ و  $\nabla_{ad}$  کوچک است که باعث ایجاد منطقه همرفتی بالای جوی در ستارگان سرد می‌شود.

### ۵.۴.۵ خلاصه

در ستارگان داغ، که  $T_{eff} > 9000 \text{ K}$  است، مناطق همرفتی مرکزی مشاهده می‌شوند که در پوش تعادل تابشی قرار دارند زیرا، هیدروژن قبلاً در لایه‌های سطحی یونیده شده است. یونش هلیوم همچنان باعث ناپایداری همرفتی می‌شود ولی انتقال انرژی آن قابل اغماض است. چگالیها در این ناحیه یونش بسیار پایین‌اند.

در ستارگان سرد، که  $T_{eff} < 7600 \text{ K}$  است، لایه‌های نازک سطحی در تعادل تابشی‌اند و در زیر آنها مناطق به اصطلاح همرفتی هیدروژن قرار گرفته است که اگر  $T_{eff} > 7000 \text{ K}$  باشد، بسیار نازک خواهند بود.

در  $T_{eff} < 7000 \text{ K}$ ، مناطق همرفتی هیدروژن همرفتی هیدروژن در لایه‌هایی با  $T \gtrsim 6000 \text{ K}$  مجاور مناطق همرفتی هلیوم قرار دارند. زیرا این منطقه همرفتی خارجی، مجدداً مناطق تعادلی تابشی قرار گرفته‌اند که تا مرکز ستاره پیش می‌روند، بجز ستارگان بسیار سرد که در



آنها، مناطق همرفتی هیدروژن و هلیم گسترده‌تری دارند و برای ستارگان رشته اصلی این گسترده‌تری ممکن است به مرکز ستارگان نیز برسد.

در ستارگان بسیار سرد یعنی، ستارگان گروه M، ممکن است به مناطق همرفتی سطحی برخورد کنیم که از تفکیک مولکولهای هیدروژن به وجود آمده‌اند. این مناطق ناپایدار، از مناطق همرفتی هیدروژن توسط نواحی که در تعادل تابشی قرار دارند جدا شده‌اند. به دلیل چگالیهای کم در این لایه‌های نزدیک سطح، انتظار نمی‌رود که انتقال انرژی همرفتی، در مناطق همرفتی سطحی این ستارگان سرد حائز اهمیت باشد.

## نظریه انتقال انرژی از طریق همرفت

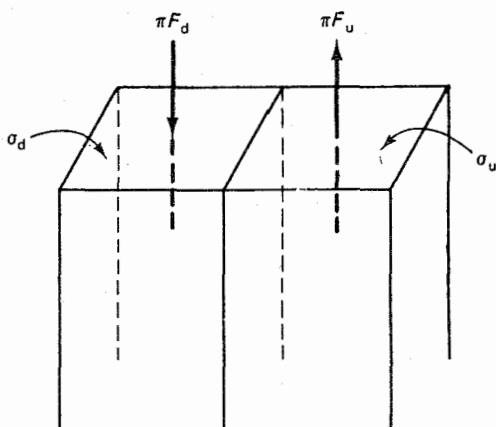
### ۱.۶ معادلات اصلی انتقال انرژی از طریق همرفت

اگر در لایه‌ای از ستاره ناپایداری همرفتی داشته باشیم باید انتقال انرژی از طریق همرفت را نیز در نظر بگیریم. اگر بخشی از انرژی از طریق همرفت منتقل بشود، لازم می‌آید که انرژی کمتری از طریق تابش انتقال پیدا کند؛ بنابراین  $\pi F_r$  کاهش می‌یابد و طبق رابطه (۸.۳)، لازم می‌آید که گرادیان دما نسبت به مقدارش در تعادل تابشی، دارای شیب کمتری باشد. البته باید انتقال انرژی کل مانند موردی باشد که در آن همرفت در نظر گرفته نشده است، در غیر این صورت، تعادل گرمایی نخواهیم داشت. پس باید داشته باشیم

$$\pi F_r + \pi F_c = \pi F = \sigma T_{\text{eff}}^4 \frac{R^2}{r^2} \quad (۱.۶)$$

که در آن،  $R$  شعاع ستاره و  $r$  شعاع لایه‌ای است که می‌خواهیم شار را برای آن حساب کنیم.  $F_c$  شار همرفتی است.

برای محاسبه گرادیان دمای لازم برای انتقال مقدار شار تابشی موردنظر،  $F_r$ ، باید مقدار شار



شکل ۱.۶ از ستونی به سطح مقطع  $\sigma_u$ ، جریانی از گاز به طرف بالا در جریان است، که شار انرژی  $\sigma_u \pi F_u$  را با خود حمل می‌کند. از ستون دیگری به سطح مقطع  $\sigma_d$ ، گاز به طرف پایین در جریان است که حامل شار انرژی  $\sigma_d \pi F_d$  است.

انرژی همرفتی  $F_c$  را تعیین کنیم.

انتقال خالص انرژی از طریق همرفت، برابر با تفاضل انرژی منتقل شده به طرف بالا و مقداری است که مجدداً به پایین منتقل می‌شود. در لایه‌ای از ستاره دو ستون در نظر می‌گیریم (شکل ۱.۶ را نگاه کنید): در یکی از این ستونها گاز در حال حرکت به طرف بالا و در دیگری در حال حرکت به طرف پایین است. همه متغیرهای مربوط به ستونی که گاز در آن در حال حرکت به بالا (به پایین) است دارای زیرنویس  $u(d)$  است. بنابراین سطح مقطع این ستونها به ترتیب  $\sigma_u$  و  $\sigma_d$  است. سرعتها با  $v$ ، چگالیها با  $\rho$  و دماها با  $T$  مشخص شده‌اند. حالا شار انرژی گذرنده از سطح مقطعی این دو ستون را در نظر می‌گیریم. در هر ثانیه، ستونی به طول  $v$  از این سطح مقطعی عبور می‌کند. مقدار ماده در حرکت به بالا برابر با  $\rho_u v_u \sigma_u$  و مقدار در حرکت به پایین برابر با  $\rho_d v_d \sigma_d$  است. گرمای موجود در هر گرم، در ستونی که در حرکت به طرف بالاست، برابر با  $e_u = c_p T_u$  و در ستونی که به طرف پایین حرکت می‌کند برابر با  $e_d = c_p T_d$  است که در آنها فرض کرده‌ایم فشار در هر دو ستون یکی است. در روابط فوق،  $c_p$  ظرفیت گرمایی ویژه یک گرم ماده در فشار ثابت است. برای انتقال خالص انرژی از طریق  $\sigma_u + \sigma_d$  اگر  $\sigma_u = \sigma_d = 1 \text{ cm}^2$  باشد، نتیجه می‌گیریم

$$\rho_u v_u c_p T_u + \frac{1}{\gamma} \rho_u v_u v_u^2 - (\rho_d v_d c_p T_d + \frac{1}{\gamma} \rho_d v_d v_d^2) = 2\pi F_c \quad (2.6)$$

که در این رابطه  $\pi F_c$ ، انتقال انرژی از طریق همرفت از سطحی معادل  $1 \text{ cm}^2$  است. (در اینجا عملاً سطح مقطعی معادل  $2 \text{ cm}^2$  را در نظر گرفته‌ایم و به همین دلیل است که در طرف راست رابطه ضرب ۲ داریم.)

حالا باید انتقال جرم را در نظر بگیریم. مسلماً در هیچ جهتی انتقال خالص جرم نداریم، زیرا در غیر این صورت، یا ستاره از هم می‌پاشید و یا همهٔ جرم در داخل آن انباشته می‌شد به طوری که، تعادل هیدروستاتیکی را برهم می‌زد. پس انتقال خالص جرم صفر است یعنی  $\rho_u v_u = \rho_d v_d = \rho v$  که برای  $\rho_u \approx \rho_d$  منجر به رابطهٔ زیر می‌شود

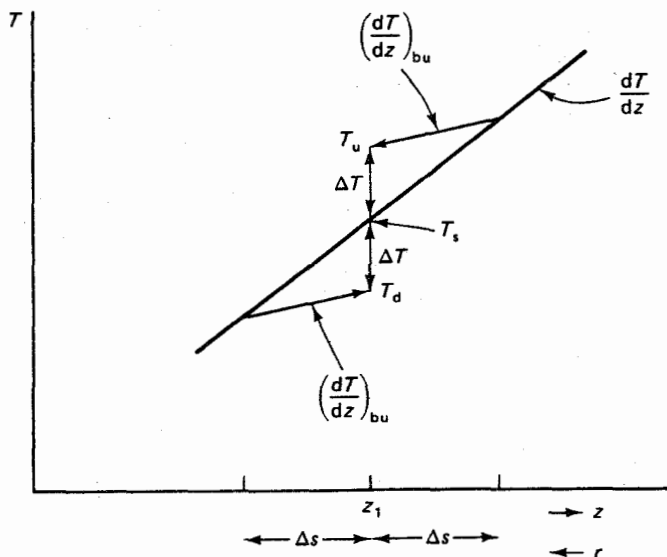
$$v_u = v_d \quad (3.6)$$

البته به شرطی که سطح مقطعیها برای مادهٔ در حال حرکت به طرف بالا و پایین یکسان باشد، در غیر این صورت  $\rho_u v_u \sigma_u = \rho_d v_d \sigma_d$  است. از معادلهٔ (۳.۶) درمی‌یابیم که انتقال خالص انرژی جنبشی صفر است. میزان انتقال انرژی جنبشی به طرف بالا و پایین یکی است. (اگر  $\sigma_u \neq \sigma_d$  باشد، ممکن است سرعتها متفاوت باشند و انتقال انرژی جنبشی صفر نباشد. در هر صورت، انرژیهای جنبشی از یکدیگر کم می‌شوند. تنها کسر کوچکی در شار خالص انرژی سهیم است.) با استفاده از معادلهٔ (۳.۶)، شار خالص انرژی همرفتی (جلد ۲ را نیز نگاه کنید) را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\pi F_c = \frac{1}{4} \rho v c_p (T_u - T_d) \approx \rho v c_p \Delta T \quad (4.6)$$

که نمایندهٔ میزان انتقال انرژی در ثانیه از سطحی برابر با  $1 \text{ cm}^2$  به وسیلهٔ حرکت جرم است و معمولاً انتقال انرژی همرفتی نامیده می‌شود.  $\Delta T = T_u - T_s = T_s - T_d$  است بنابراین  $T_u - T_d = 2\Delta T$  است (شکل ۲.۶ را نگاه کنید).  $T_s$  دمای میانگین محیط اطراف است. واضح است که مسلماً فرض یکی بودن چگالی و فشار در دو ستون یادشده در صورت وجود اختلاف دما در آنها فرض چندان سازگاری نیست، اما وارد کردن  $\Delta \rho$  جملات مرتبهٔ دومی وارد انتقال گرما می‌کرد که از آنها صرف نظر می‌کنیم.

در چگالیهای نامساوی، انتقال انرژی جنبشی کاملاً صفر نیست؛ البته، اختلاف باقیمانده، عموماً در مقایسه با جملهٔ انتقال گرما بسیار کوچک است؛ مگر احتمالاً نزدیک مرزهای مناطق همرفتی که در آنها، فشار گاز و سطح مقطعیهای دو ستون ممکن است متفاوت باشد. در معادلهٔ (۴.۶) نتیجه می‌گیریم که،  $F_c \propto T_u - T_d \approx 2\Delta T$  است. یعنی انتقال انرژی مثبت به طرف بالا و

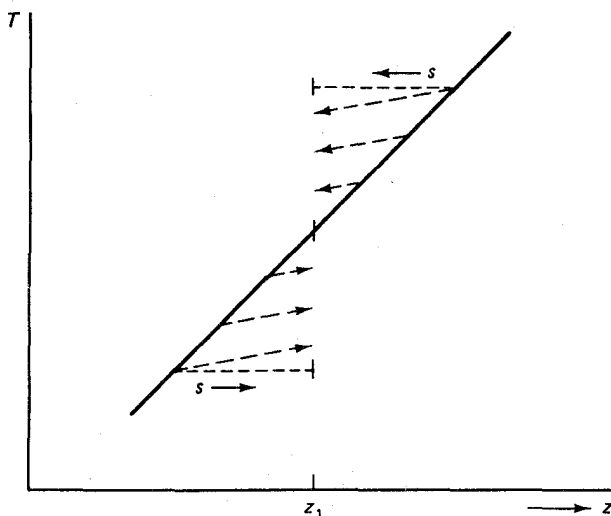


شکل ۲.۶ در لایه‌ای در عمق  $z_1$ ، گاز هم به طرف بالا و هم به طرف پایین حرکت می‌کند که به ترتیب دارای دمای  $T_u$  یا  $T_d$  است. دمای میانگین در عمق  $z_1$  است. در فواصل مساوی پیموده شده توسط گاز  $\Delta z$ ، اختلاف  $T_u - T_d$  برابر با  $2\Delta T$  است، که در این رابطه،  $\Delta T = T_u - T_s$  و نیز،  $\Delta T = T_s - T_d$  است. زیرنویس bu به جای کلمه حباب گاز قرار گرفته است.

انتقال منفی به طرف پایین، در انتقال انرژی گرمایی خالص به طرف بالا با یکدیگر جمع می‌شوند. انتقال انرژی منفی به طرف پایین، اثری مشابه انتقال انرژی مثبت به طرف بالا دارد. به طور کلی شار همرفتی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\pi F_c = \rho v c_p \Delta T \quad (5.6)$$

حالا فقط باید ببینیم که  $\Delta T$  و  $v$  را چگونه حساب کنیم. اگر به همه ستونهای بالارونده و پایین‌رونده در لایه‌ای به عمق  $z_1$  نگاه کنیم، مقادیر مختلفی برای  $\Delta T$  و  $v$  به دست می‌آوریم که وابسته به مسافتی است که گاز قبلاً پیموده است (شکل ۳.۶ را نگاه کنید). مسئله مورد نظرمان این است که انتقال انرژی را حساب کنیم، یعنی باید متوسط  $\Delta T$  و  $v$  را در عمق مشخصی که وابسته به مسافت میانگین پیموده شده است بدانیم که همان مسافتی است که این ستونهای گاز یا حبابها، درحالی که از یک لایه افقی می‌گذرند پیموده‌اند. میانگین مسافت پیموده شده توسط یک حباب گاز، قبل از مخلوط شدن آن با محیط اطرافش را  $l$  می‌نامیم. این فاصله غالباً طول اختلاط



شکل ۳.۶ در لایه افقی در عمق  $z_1$ ، ستونهایی از گاز در حال حرکت به طرف بالا یا پایین وجود دارد که میداشان لایه‌های مختلف است و مسافتهای مختلف  $s$  را پیموده‌اند. این ستونها دارای مقادیر مختلف  $\Delta T$  و  $v$  هستند.

نامیده می‌شود، اگر فرض کنیم که این فاصله، با مخلوط شدن گاز بالا رونده و پایین رونده به دست می‌آید.

## ۲.۶ نظریه طول اختلاط انتقال انرژی همرفتی

برای تعیین  $\Delta T$  و  $v$  باید حجم مشخصی از گاز را در نظر بگیریم، این حجم را حباب می‌نامیم که در طول مسیر  $s$  در حال حرکت به طرف پایین یا بالاست حباب بالا رونده‌ای را در نظر می‌گیریم که دارای گرادیان دمایی  $(\frac{dT}{dz})_{bu}$  است که در آن  $z$  عمق را نشان می‌دهد. از شکل ۳.۶ می‌بینیم که  $\Delta T(s)$  از تفاضل بین  $(\frac{dT}{dz})_{bu}$  میانگین گرادیان دما در محیط اطراف،  $dT/dz$ ، به دست می‌آید. اگر  $s$  فاصله‌ای باشد که حباب پیموده است نتیجه می‌گیریم

$$\Delta T(s) = \left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{bu} \right] s \quad (۶.۶)$$

به محض اینکه حباب تغییر دمایی به اندازه  $\Delta T$  نسبت به محیط اطرافش پیدا می‌کند، مقداری تبادل انرژی صورت می‌گیرد که باعث کاهش  $\Delta T$  می‌شود. بنابراین، مقدار واقعی  $(\frac{dT}{dz})_{bu}$  بزرگتر

از گردیدان بی دررو خواهد بود. داریم

$$\Delta T(s) < \left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{ad} \right] s \quad (۷.۶)$$

به دلیل مثبت بودن  $\Delta T$ ، حباب بالارونده، نیروی بالابر  $f_b$  را احساس می‌کند. این نیرو برابر با تفاضل نیروی گرانشی‌ای است که بر حباب و محیط اطراف وارد می‌شود. نیرو در سانتی‌متر مکعب عبارت است از

$$a = \frac{\Delta \rho}{\rho} g = \frac{f_b}{\rho} \quad \text{و شتاب } a \text{ به شکل } f_b = \Delta \rho g \quad (۸.۶)$$

در اینجا،  $g$  شتاب گرانشی است که در راستای  $z$  وارد می‌شود.

اگر فرض کنیم که بین حباب و گاز محیط اطراف تعادل فشار داریم، برای اختلاف چگالی بین حباب و گاز محیط اطراف به رابطه زیر می‌رسیم

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta P_g}{P_g} = -\frac{\Delta T}{T} \quad (۹.۶)$$

که در آن  $\Delta P_g = 0$  است و فرض شده که میانگین وزن مولکولی در حباب و گاز اطراف آن یکی است. البته حتی در یک ترکیب شیمیایی یکسان، هم در صورت تغییر درجهٔ یونش بر اثر تغییر دما و چگالی، درستی این فرض قطعی نیست. با در نظر گرفتن این موضوع خواهیم داشت

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta \mu}{\mu} = -\Delta \ln T \left( 1 - \frac{d \ln \mu}{d \ln T} \right) = -\Delta \ln T \cdot Q \quad (۱۰.۶)$$

که در آن

$$Q = 1 - \frac{d \ln \mu}{d \ln T}$$

اگر برای سادگی موردی را در نظر بگیریم که  $\mu$  ثابت یعنی  $Q = 1$  باشد می‌توانیم نیروی بالابر را به صورت زیر بیان کنیم

$$f_b = -\frac{\Delta T}{T} \rho g = \rho \frac{dv}{dt} \quad (۱۱.۶)$$

با مساوی قرار دادن انرژی جنبشی  $\frac{1}{2}\rho v^2 = E_{\text{جنبشی}}$  و  $ds$  نیرو  $f$  رابطه زیر را به دست می آوریم

$$\frac{1}{2}v^2 = \int_s^s \frac{\Delta T}{T} g ds \quad \text{و} \quad v^2 = 2 \int_s^s \frac{\Delta T}{T} g ds \quad (12.6)$$

در این صورت طبق معادله (۷.۶) خواهیم داشت

$$v^2(s) = 2g \int_s^s \frac{\left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{\text{bu}} \right]}{T} s ds = \frac{2g \left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{\text{bu}} \right] s^2}{T} \quad (13.6)$$

که منجر به رابطه زیر می شود

$$v(s) = \left[ \frac{g}{T} \left( \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{\text{bu}} \right) \right]^{1/2} s \quad (14.6)$$

برای محاسبه شارکل از یک لایه افقی، باید از همه جابهای که از این لایه می گذرند میانگین بگیریم. این جابها دارای مسافتهای  $s$  مختلف اند. اگر میانگین کل فاصله پیموده شده توسط این جابها را  $l$  بنامیم، میانگین فاصله پیموده شده توسط گازی که از یک لایه افقی می گذرد برابر با  $\frac{l}{2}$  خواهد بود (شکل ۳.۶ را نگاه کنید) و نهایتاً عبارت انتقال انرژی همرفتی به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned} \pi F_c &= \rho c_p T \frac{\Delta T}{T} \bar{v} \\ &= \rho c_p T \frac{\Delta T}{T} \left( \frac{g}{T} \right)^{1/2} \left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{\text{bu}} \right]^{1/2} \frac{l}{2} \\ &= \rho c_p T \sqrt{g} \frac{\left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{\text{bu}} \right]^{3/2}}{T^{3/2}} \left( \frac{l}{2} \right)^2 \end{aligned} \quad (15.6)$$

اگر امکان تغییر یونش را هم لحاظ کنیم خواهیم داشت

$$\pi F_c = \rho c_p T Q \sqrt{g} \frac{\left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{\text{bu}} \right]^{3/2}}{T^{3/2}} \left( \frac{l}{2} \right)^2 \quad (16.6)$$



که در آن از رابطه زیر استفاده کردیم

$$\frac{\bar{\Delta T}}{T} = \frac{\left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{bu} \right]}{T} \cdot \frac{l}{2} \quad \text{و} \quad \bar{v} = \left\{ \frac{g}{T} \left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{bu} \right] \right\}^{1/2} \frac{l}{2} \quad (۱۷.۶)$$

با افزایش  $\left[ \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{bu} \right]$ ،  $\frac{\Delta T}{T}$  و  $\pi F_c$  هر دو افزایش پیدا می‌کنند.

### ۳.۶ انتخاب طول ویژه پیمایش $l$

#### ۱.۳.۶ ارتفاع مقیاس فشار

انتظار داریم که طول ویژه پیمایش،  $l$  با ارتفاع مقیاس فشار،  $H$  قابل مقایسه باشد. این ارتفاع از معادله هیدروستاتیک به دست می‌آید

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho \quad (۱۸.۶)$$

که در آن

$$\rho = \frac{P_g \mu}{R_g T} \quad (۱۹.۶)$$

و  $g$  شتاب گرانشی است.

دوباره فرض می‌کنیم که  $P \sim P_g$  است و با قرار دادن (۱۹.۶) و (۱۸.۶) پس از تقسیم بر  $P_g$  به دست می‌آوریم

$$\frac{1}{P_g} \frac{dP_g}{dr} = \frac{d \ln P_g}{dr} = \frac{-g\mu}{R_g T} \quad (۲۰.۶)$$

با انتگرال‌گیری از این معادله دیفرانسیل، طبقه‌بندی فشار را به دست می‌آوریم:

$$\int_{P_g}^{P_g} d \ln P_g = - \int_{r_0}^{r_1} \frac{g\mu}{R_g T} dr \quad (۲۱.۶)$$

در این رابطه،  $P_{g_0}$  فشار گاز در  $r = r_0$  و  $P_{g_1}$  فشار گاز در شعاع  $r_1$  است. برای انتگرال‌گیری از این معادله باید  $T(r)$  و  $g(r)$  را بدانیم. فعلاً برای سادگی، لایه‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن،

$T = \bar{T}$  = ثابت و  $g = \bar{g}$  = ثابت است یعنی فشار گاز را برای یک جو همدم حساب می‌کنیم. بنابراین تابع زیر انتگرال سمت راست معادله (۲۱.۶) ثابت است و داریم

$$\ln P_{g1} - \ln P_{g0} = \ln \left( \frac{P_{g1}}{P_{g0}} \right) = -\frac{\mu g}{R_g T} (r_1 - r_0) \quad (22.6)$$

با گرفتن تابع نمایی از دو طرف خواهیم داشت

$$P_{g1} = P_{g0} \exp \left[ -\frac{\mu g}{R_g T} (r_1 - r_0) \right] = P_{g0} \exp \left[ -\frac{r_1 - r_0}{H} \right] \quad (23.6)$$

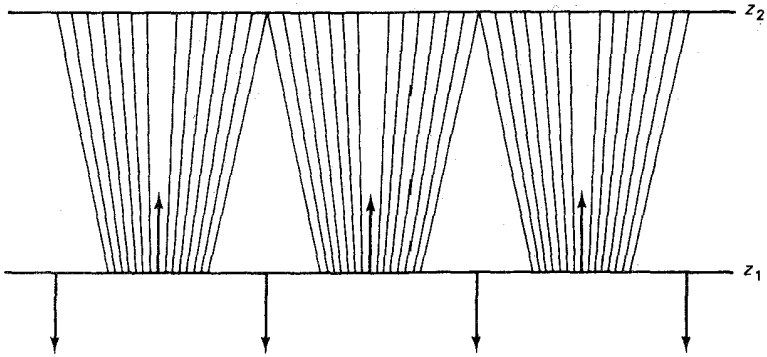
که در آن  $H$  به صورت زیر معرفی شده است

$$H = \frac{R_g T}{\mu g} \quad (24.6)$$

اگر  $r_1 - r_0 = H$  باشد، فشار  $P_g$  با عامل  $e$  تغییر می‌کند. به همین دلیل،  $H$  ارتفاع مقیاس فشار همدم نامیده می‌شود. به آسانی می‌توان تحقیق کرد که  $H$ ، ارتفاع مقیاس چگالی همدم نیز هست. اگر گرادینهای دما داشته باشیم، ارتفاعهای مقیاس فشار و چگالی متفاوت خواهند بود، ولی اگر از یک  $T$  میانگین استفاده کنیم،  $H$  همچنان تقریب خوبی خواهد بود.

### ۲.۳.۶ رابطه بین ارتفاع مقیاس فشار و طول ویژه $l$

اگر در یک لایه همرفتی، از ابتدا، سطح مقطعیهای ستونهای گاز بالارونده و پایین‌رونده برابر باشند، آن وقت باید پس از یک ارتفاع مقیاس فشار،  $H$ ، گاز بالارونده به اندازه ضریب  $e$  منبسط شود به شرطی که در تعادل فشار با محیط اطرافش باقی بماند. یعنی پس از مسافتی قابل مقایسه با  $H$ ، جایی برای گاز پایین‌رونده باقی نمی‌ماند (شکل ۴.۶ را نگاه کنید). از طرف دیگر باید شرط کنیم که از هر لایه افقی‌ای همان مقدار ماده باید به پایین رود که در حال حرکت به طرف بالاست. تنها یک راه حل برای این مسئله وجود دارد و آن هم این است که همه ماده‌ای که به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند نمی‌تواند همچنان به این فرایند ادامه بدهد؛ بلکه بخشی از آن دوباره به وسیله ماده پایین‌رونده به پایین کشیده می‌شود. در هر لایه، کسر بزرگی از ماده پایین‌رونده، قبلاً و تنها در زمان کوتاهی، از ستونهای بالارونده به وجود آمده است. پس به این نتیجه می‌رسیم که  $l$  نمی‌تواند خیلی بزرگتر از  $H$  باشد. در کاربردهای عملی، عموماً تنها از ارتفاع مقیاس همدم استفاده می‌شود. البته در این تقریب، ارتفاعهای مقیاس چگالی و فشار برابرند. مقدار واقعی  $l/H$

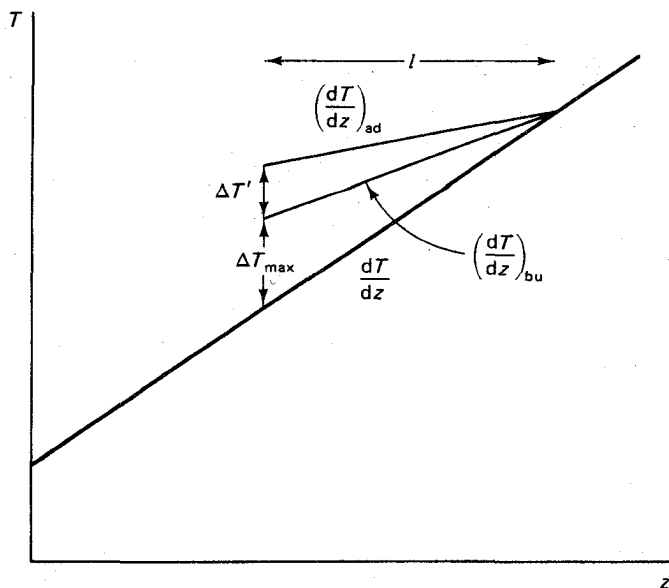


شکل ۴.۶ در لایه‌ای در عمق  $z_1$ ، نصف سطح یا حبابهای بالارونده و نصف دیگر توسط گاز پایین‌رونده اشغال می‌شود. حبابهای بالارونده منبسط می‌شوند. این حبابها، سطحهای بزرگ و بزرگتری را اشغال می‌کنند. اگر در لایه‌ی در عمق  $z_2$ ، سطح مقطعهای آنها با ضریب ۲ افزایش یابد، هیچ سطحی برای گاز پایین‌رونده باقی نمی‌ماند. حجم گاز بالارونده، در یک ارتفاع مقیاس با عامل  $e$  منبسط می‌شود. سطح مقطع در فاصله‌ای حدود یک ارتفاع مقیاس چگالی با ضریب ۲ بزرگ می‌شود. بخش عظیمی از گاز بالارونده باید در این فاصله، به جریان پایین‌رونده منحرف شود. بنابراین انتظار می‌رود که فاصله ویژه پیمایش  $l$ ، از مرتبه یک برابر ارتفاع مقیاس باشد.

که مورد استفاده قرار می‌گیرد را می‌توان با مقایسه ستارگان واقعی و مدل‌های ستاره‌ایی که با فرض مقادیر مختلف برای طول ویژه محاسبه شده‌اند به‌دست آورد. همان‌طور که از معادله (۱۵.۶) دیده می‌شود، هرچه طول ویژه بزرگتر باشد، انتقال انرژی همرفتی از بازده بالاتری برخوردار خواهد بود.

## ۴.۶ تبادل انرژی بین گاز بالارونده یا پایین‌رونده با محیط اطراف آن

برای محاسبه انتقال انرژی از طریق همرفت، باز هم باید گرادیان دما را برای حبابهای بالارونده یا پایین‌رونده به‌دست بیاوریم؛ به‌دلیل تبادل انرژی با محیط اطراف، گرادیان دما دارای شیب بیشتری نسبت به گرادیان بی‌دررو است. این تبادل انرژی بستگی به اندازه حبابهای گاز دارد. هرچه حباب بزرگتر باشد، فرار فوتونها مشکل‌تر خواهد بود. باید از یک اندازه متوسط استفاده کنیم که آن هم تنها یک حدس است. رصد ساختار دانه‌ای خورشید (جلد ۲ را نگاه کنید) نشان می‌دهد که اندازه‌ها باید از مرتبه ارتفاع مقیاس فشار باشند. به‌دلیل کافی نبودن اطلاعات، از این مقدار یا مقدار  $l$  استفاده می‌کنیم.



شکل ۵.۶ طبقه‌بندی دما در جوی با گرادیان دمای  $dT/dz$ . طبقه‌بندی گرادیان دمای بی‌دررو  $(\frac{dT}{dz})_{ad}$  و تغییر دمای واقعی حباب  $(\frac{dT}{dz})_{bu}$ . بدون تبادل انرژی، حباب از تغییر دمای بی‌دررو تبعیت می‌کند. به دلیل تبادل انرژی، دمای حباب به صورت  $\Delta T'$  کاهش می‌یابد. و مقدار انرژی در سانتی‌متر مکعب با ضریب  $c_p \rho \Delta T'$  کم می‌شود.

عموماً می‌توان گفت که کسر بهره انرژی گاز بالارونده، نسبت به محیط اطرافش، به اتلاف انرژی (نسبت به محیط اطراف) به صورت زیر است

$$\Gamma = \frac{\text{بهره انرژی در زمان طول عمر}}{\text{اتلاف انرژی در زمان طول عمر}} = \frac{c_p \rho \Delta T_{\max}}{c_p \rho \Delta T'} = \frac{\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz}\right)_{bu}}{\left(\frac{dT}{dz}\right)_{bu} - \left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad}} = \frac{E_{\text{بهره}}}{E_{\text{اتلاف}}} \quad (25.6)$$

که در آن  $\Delta T_{\max}$  بیشینه اختلاف دمای حاصل، بین حباب و محیط اطراف آن پس از پیمودن فاصله  $l$  توسط حباب و  $\Delta T'$  تغییر دمایی ناشی از تبادل انرژی است (شکل ۵.۶ را نگاه کنید). برای محاسبه  $\Gamma$  باید اتلاف انرژی‌ای را که عمدتاً به دلیل تبادل انرژی تابشی است به دست بیاوریم. (شعاعی)  $F$ ، شار تابشی است که از سطح حباب و در همه جهات بیرون جریان می‌یابد. بنابراین برای حبابهای بزرگ، اتلاف انرژی در ثانیه، حاصل ضرب (شعاعی)  $\pi F$  در مساحت سطح

حباب است و

$$E_{\text{انرژی}} \propto \frac{dB}{dT_r} \cdot \text{مساحت سطح حباب} \cdot \frac{l}{v} \quad (26.6)$$

که در آن  $T_r$  عمق نوری شعاعی داخل حباب در هر جهت است،  $\kappa_{cm} l = T_r$  است.  $\frac{l}{v}$  طول عمر حباب است.

بهره کل انرژی حباب توسط رابطه زیر به دست می آید

$$E_{\text{بهره}} = c_p \rho \Delta T_{\text{max}} \cdot \text{حجم} \quad (27.6)$$

بنابراین به رابطه زیر می رسمیم

$$\Gamma = \text{ثابت} \cdot \frac{c_p \cdot \rho \cdot T \Delta T_{\text{max}} \cdot \kappa_{cm} \cdot l \cdot \text{حجم} \cdot v}{\sigma T^4 \cdot \Delta T \cdot \text{سطح} \cdot l} = \Gamma_0 \cdot v \quad (28.6)$$

در سرعتهای کمتر، یعنی طول عمرهای بیشتر، انرژی بیشتری تلف می شود.

مقدار ثابت بستگی به شکل هندسی و طبقه بندی دمای حباب دارد. بوهم-ویتنز (۱۹۵۸) مقدار  $\Gamma_0$  را به صورت زیر حساب کردند

$$\Gamma_0 = \frac{1}{24} \frac{c_p \rho T \kappa_{cm} l}{\sigma T^4} \quad (29.6)$$

که تابعی از  $T$  و  $P_g$  است و می توان آن را به طور محلی به دست آورد.

معادلات، (۱.۶)، (۴.۶)، (۱۷.۶)، (۱۸.۶) و (۲۵.۶) مجموعه را تشکیل می دهند که از آنها می توان پنج مجهول،  $\frac{dT}{dz}$ ،  $(dT/dz)_{bu}$ ،  $v$ ،  $F_r$  و  $F_c$  را به دست آورد. بوهم-ویتنز (۱۹۵۳)، کپین هان، ویگرت و هوفمایستر (۱۹۶۷) روشهایی برای حل این معادلات پیشنهاد کرده اند. در اینجا وارد جزئیات مربوط به حل آنها نمی شویم و دز عوض فقط به نتایج مربوطه در بعضی موارد حدی می پردازیم: وقتی که تبادل انرژی بسیار کم است یعنی  $\Gamma \ll 1$  است و وقتی که تبادل انرژی بسیار زیاد است یعنی  $\Gamma \gg 1$  است.

## ۵.۶ گرادیان دمای همرفت

### ۱.۵.۶ عبارت عمومی $\nabla_{bu}$ و $\nabla$

گفتیم که گرادیان دمای تابشی  $(dT/dz)_{rad}$ ، گرادیانی است که در تعادل تابشی یعنی  $F_r = F$  وجود دارد. اگر به جای  $F_r = \sigma T_{eff}^4$ ،  $F_r$  را قرار بدهیم. در صورتی که جو از هندسه تخت پیروی کند و  $\frac{d}{dz} = -\frac{d}{dr}$  باشد می‌توانیم این گرادیان دما را از معادله (۸.۳) به دست بیاوریم با استفاده از معادله هیدروستاتیک

$$\frac{d \ln P}{dz} = \frac{1}{H} \quad (۳۰.۶)$$

برای  $\nabla_{rad}$  عبارت زیر را به دست می‌آوریم [معادله (۲۱.۵)] را نگاه کنید]

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16} \left( \frac{T_{eff}}{T} \right)^4 \bar{\kappa}_{cm} H = \frac{3}{16} \left( \frac{T_{eff}}{T} \right)^4 \frac{\bar{\kappa}_g P_g}{g} \quad (۳۱.۶)$$

در مورد تقارن کروی  $\pi F_r = \sigma T_{eff}^4 (R^2/r^2)$  است و تا وقتی که  $M_r \approx M$  باشد شتاب گرانشی برابر با  $g = g_0 (R^2/r^2)$  است، که  $g$  گرانی سطح است. ضریب  $r^2$  حذف می‌شود و دوباره همان رابطه را برای  $\nabla_{rad}$  به دست می‌آوریم.

برای  $\nabla_{ad}$  [معادله (۱۰.۵)] را نگاه کنید] به‌ازای مقدار ثابت  $\gamma$  رابطه زیر به دست می‌آید

$$\nabla_{ad} = \left( \frac{d \ln T}{d \ln P_g} \right)_{ad} = (\gamma - 1)/\gamma \quad (۳۲.۶)$$

برای  $\nabla_{ad} = 0.40$  خواهیم داشت  $C_p/C_V = \frac{5}{3}\gamma$ .

$\nabla_{bu}$ ، گرادیان دمای لگاریتمی حساب بالارونده است. (توجه کنید که همه  $\nabla$ ها مثبت‌اند به شرطی که  $P_g$  به سمت داخل افزایش یابد.)

می‌توانیم معادلات  $\bar{\Delta T}$ ،  $\bar{v}$  و گرادیان دما را برحسب این گرادیانهای لگاریتمی بازنویسی کنیم. شرط تعادل گرمایی ایجاب می‌کند که جمع همه شارهای انرژی از عمق مستقل باشد. اگر شار انرژی و همرفتی داشته باشیم، این یعنی که برای لایه تخت

$$F = \bar{F}_r + F_c = \text{ثابت} = \frac{\sigma}{\pi} T_{eff}^4 \quad (۳۳.۶)$$

یا

$$\bar{F}_r = F - F_c = \frac{\sigma}{\pi} T_{eff}^4 - F_c \quad (۳۴.۶)$$

رابطه بین گرادیان دما و فشار تابشی بدون تغییر باقی می ماند (فصل ۳ و معادله (۶.۳) را نگاه کنید)

$$F_r = \frac{4}{3} \frac{dB}{d\bar{\tau}} = \frac{\sigma}{\pi} \frac{16}{3} T^4 \frac{1}{\bar{\kappa}_{cm}} \frac{d \ln T}{dz} \quad (35.6)$$

اگر رابطه فوق را بر  $1/H$  تقسیم کنیم و آن را برای  $d \ln T / d \ln P_g$  حل کنیم خواهیم داشت

$$\frac{d \ln T}{d \ln P_g} = \nabla = \pi F_r \frac{3}{16} \frac{\bar{\kappa}_{cm} H}{\sigma T^4} \quad (36.6)$$

گرادیان دما،  $\nabla$ ، متناسب با شار تابشی  $F_r$  است. در همرفت  $\pi F_r < \pi F$  و بنابراین گرادیان دما کوچکتر از مقدار مربوطه در تعادل تابشی است یعنی  $\nabla < \nabla_{rad}$  است. با استفاده از رابطه،  $F_r = F - F_c = (\sigma/\pi) T_{eff}^4 - F_c$ ، به دست می آوریم

$$\nabla = (\sigma T_{eff}^4 - \pi F_c) \frac{3 \bar{\kappa}_{cm} H}{16 \sigma T^4} \quad (37.6)$$

که از آن، پس از قرار دادن عبارت به دست آمده در معادله (۵.۶) به جای  $\pi F_c$  به رابطه زیر می رسمیم

$$\nabla = \frac{\nabla_{rad} + \beta \nabla_{bu}}{1 + \beta} \quad (38.6)$$

در رابطه فوق  $\Gamma$  ثابت  $\approx \beta$  است. مقدار ثابت بستگی به ثابت فرمول  $\Gamma$  (معادله ۲۸.۶) دارد. پس از کمی عملیات جبری و با استفاده از  $\beta = \frac{3}{4} \Gamma$  به نتیجه زیر می رسمیم

$$\nabla_{bu} = \frac{\nabla_{rad} + \Gamma (1 + \frac{3}{4} \Gamma) \nabla_{ad}}{1 + \Gamma (1 + \frac{3}{4} \Gamma)} \quad (39.6)$$

این معادلات شامل مجهول سرعت اند زیرا،  $\Gamma = \Gamma \cdot v$  و  $\beta \propto \Gamma$  است. بنابراین نمی توانیم مستقیماً این معادلات را حل کنیم زیرا  $v$  نیز به نوبه خود وابسته به  $\nabla$  و  $\nabla_{bu}$  است.

البته در موارد خاصی که تبادل انرژی بین حبابها و محیط اطراف آنها بسیار زیاد یا بسیار کم است، می توانیم از بسط تیلور استفاده کنیم و عبارتهای ساده ای برای  $\nabla$ ، یعنی برای گرادیان دما، به دست بیاوریم.

## ۲.۵.۶ گرادیان دما در تبادل بزرگ انرژی

تبادل بزرگ انرژی یعنی که  $\Gamma \ll 1$  و بازده همرفت پایین است. در این مورد با استفاده از بسط تیلور نتیجه می‌گیریم که

$$\nabla = \nabla_{\text{rad}} - \frac{9}{4}\Gamma^2(\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}}) \quad (40.6)$$

و

$$\bar{v} = \frac{R_g T}{\lambda \mu} Q \Gamma_0 (\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}}) \quad (41.6)$$

اگر  $T$  و  $P_g$  معلوم باشند. همه مقادیر سمت راست رابطه (۴۰.۶) به‌طور محلی قابل محاسبه‌اند. بنابراین می‌توانیم طبقه‌بندی دما به‌صورت تابعی از فشار گاز را با انتگرال‌گیری مستقیم از معادله (۴۰.۶) به‌دست بیاوریم. می‌بینیم که برای مقادیر کم  $\Gamma$  یعنی، برای تبادل انرژی زیاد و بازده انتقال انرژی همرفتی از طریق همرفت کم، گرادیان  $\nabla$  به‌گرادیان تابشی  $\nabla_{\text{rad}}$  نزدیک می‌شود.

## ۳.۵.۶ طبقه‌بندی دما در تبادل کوچک انرژی

تبادل کوچک انرژی یعنی  $\Gamma \gg 1$  است. با بسط تیلور برحسب  $1/\Gamma$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$\nabla = \nabla_{\text{ad}} + \frac{4}{9\Gamma}(\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}}) \quad (42.6)$$

و

$$\bar{v}^2 = \frac{R_g T}{\lambda \mu} Q \frac{1}{\Gamma_0} (\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}}) \quad (43.6)$$

باز هم طبقه‌بندی دما، با انتگرال‌گیری مستقیم از معادله (۴۲.۶) به‌دست می‌آید.  $\Gamma$ های بسیار زیاد، یعنی برای تبادل انرژی بسیار کم و وقتی که بازده انتقال انرژی از طریق همرفت بالاست طبقه‌بندی دما تقریباً بی‌دررو می‌شود.

البته گرادیان واقعی دما، حتی در مورد فعال‌ترین همرفت، هرگز دقیقاً بی‌دررو یا هموارتر از مقدار حالت بی‌دررو نمی‌شود. اگر چنین اتفاقی می‌افتاد، لایه ستاره‌ای نسبت به همرفت پایدار می‌شد. حرکات متوقف می‌شد، انتقال انرژی از طریق همرفت از بین می‌رفت و گرادیان دما افزایش می‌یافت



تا همرفت بتواند دوباره شروع بشود. برای همرفت با بازده بالا، گرادیان دما می‌تواند به‌گرادیان بی‌دررو نزدیک و تقریباً از آن غیرقابل تمایز بشود ولی هرگز نمی‌تواند عملاً بی‌دررو یا هموارتر از آن بشود. برای  $\Gamma$ های متوسط، باید از روش تکراری بوهم-ویتنز (۱۹۵۳) و یا روش کپین‌هان، ویگرت و هوفمایستر (۱۹۶۷) استفاده کنیم.

## ۶.۶ طبقه‌بندی دما با توجه به پدیده همرفت در نواحی داخلی ستاره‌ای

در نواحی داخلی ستاره‌ای، چگالیها بسیار بالاست و بنابراین انتظار داریم که بازده انتقال انرژی از طریق همرفت، در نواحی ناپایدار نسبت به همرفت زیاد باشد. برای ارتفاع مقیاس فشار نیز مقادیر بزرگی به دست می‌آوریم زیرا دماها بالا هستند. مقدار  $H = R/10 \approx l$  تقریب معقولی به نظر می‌رسد. طبق معادله (۱۶.۶) می‌توانیم مقدار انتقال انرژی از طریق همرفت را به این صورت بنویسیم

$$\pi F_c = \rho c_p T \sqrt{g} \left( \frac{l}{\Gamma} \right)^2 \left( \frac{\Delta \text{grad } T}{T} \right)^{3/2} \quad (44.6)$$

که در آن

$$\Delta \text{grad } T = \frac{dT}{dz} - \left( \frac{dT}{dz} \right)_{bu}$$

در لایه‌های عمقی، حبابهای گاز بزرگ‌اند و مقدار  $\kappa_{cm}$  به دلیل چگالی بالا بسیار بزرگ است. بنابراین، حبابهای گاز از نظر نوری بسیار ضخیم‌اند، تبادل انرژی بسیار ناچیز است ( $\Gamma \gg 1$ ) و  $\left( \frac{dT}{dz} \right)_{bu} = \left( \frac{dT}{dz} \right)_{ad}$  است.

با حل معادله (۴۴.۶) برای  $\Delta \text{grad } T$ ، اختلاف بین گرادیان بی‌دررو و گرادیان دمای میانگین را به دست می‌آوریم. نتیجه می‌شود

$$(\Delta \text{grad } T)^{3/2} = \pi F_c T^{3/2} / [c_p \rho T \sqrt{g} (l/\Gamma)^2] \quad (45.6)$$

می‌دانیم که، شار همرفتی کمتر از کل شار انرژی است، یعنی  $F_c < F$  است. بنابراین می‌توانیم بگوییم

$$(\Delta \text{grad } T)^{3/2} < \pi F T^{3/2} / [c_p \rho T \sqrt{g} (l/\Gamma)^2] \quad (46.6)$$

که حد بالای  $\Delta \text{grad } T$  را مشخص می‌کند.

کل شاری را که باید منتقل شود می‌توانیم از شار رصدشده سطح و شعاع به دست بیاوریم که باید به صورت زیر باشد

$$\pi F = \sigma T_{\text{eff}}^4 \frac{R^2}{r^2} \approx 4\sigma T_{\text{eff}}^4 \quad \text{اگر } r \approx R/2 \quad (47.6)$$

با استفاده از  $c_p = 5R_g/2\mu$  و  $\mu = 0.6$  نتیجه می‌گیریم

$$c_p \rho T = \frac{5}{2} \frac{R_g T}{\mu} \rho \approx \frac{5}{2} P_g$$

و به شرطی که،  $M_r \approx \frac{1}{4} M$  باشد

$$g = \frac{GM_r}{r^2} \approx \frac{4g(\text{سطح})}{2} \approx 2g(\text{سطح}) \approx 10^2 \quad (48.6)$$

برای نقطه‌ای در ناحیه داخلی این تقریبات را به کار می‌بریم،  $P_g \sim 10^{15} \text{ dyn cm}^{-2}$  و  $T \approx 10^4 \text{ K}$

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 \approx \frac{R^2}{4 \times 10^2} \approx 10^{18} \text{ cm}^2$$

به این ترتیب برای مقادیر خورشیدی  $R$ ،  $T_{\text{eff}}$  و  $g$  نتیجه می‌گیریم که

$$(\Delta \text{ grad } T)^{2/2} \leq \frac{2 \times 10^{11} \times T^{3/2}}{5 \times 10^{15} \times 10^2 \times 10^{18}} \leq 10^{-24} \times T^{3/2}$$

و  $(\Delta \text{ grad } T)^{2/2} \leq 10^{-14}$  یا  $\Delta \text{ grad } T \leq 10^{-10}$  است. این مقدار را باید با گرادیان دمای میانگین ستاره که به صورت  $10^{-4}$  یا  $10^7/10^{11} \approx 10^{-4}$  محاسبه شده است مقایسه کنیم.  $\Delta \text{ grad } T$  بسیار کمتر از  $dT/dr$  است. بنابراین در نواحی داخلی ستاره‌ای داریم

$$\Delta \text{ grad } T = \frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{ad}} < 10^{-6} \times \frac{dT}{dz} \quad \text{یا} \quad \frac{dT}{dz} \sim \left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{ad}} \quad (49.6)$$

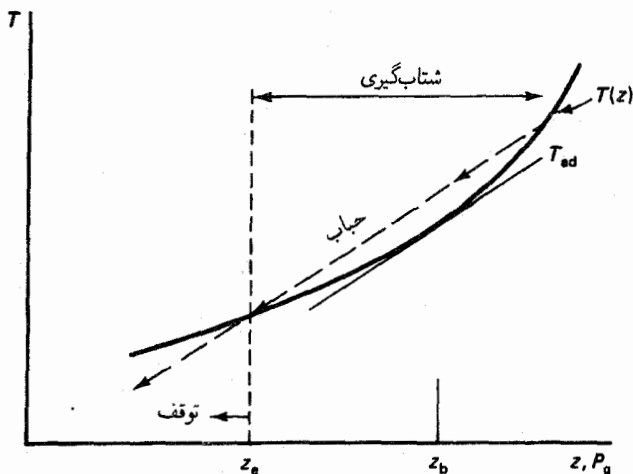
چنانکه قبلاً گفتیم، گرادیان دما هرگز نمی‌تواند دقیقاً با گرادیان دمای بی‌دررو برابر شود زیرا در این صورت همرفت متوقف می‌شد، اما به هر حال در چارچوب دقت محاسبات ما، گرادیان واقعی دما و گرادیان دمای بی‌دررو برابرند.

در لایه‌های بالای منطقه خارجی همرفت، تبادل انرژی تابشی نسبتاً بزرگ است (عمق نوری حبابهای گاز بالارونده و پایین‌رونده خیلی زیاد نیست) و طبقه‌بندی دما، به میزان کمی از طبقه‌بندی تعادل تابشی منحرف می‌شود. هرچه بیشتر در ناحیه خارجی همرفت پیش می‌رویم، مقدار چگالی و طول ویژه بزرگتر و بازده انتقال انرژی از طریق همرفت بیشتر است. انحراف از طبقه‌بندی تعادل تابشی بزرگتر می‌شود و نهایتاً به گرادیان دمایی بی‌دررو نزدیک می‌شویم. افزایش دما با عمق به دلیل انتقال انرژی از طریق همرفت کاهش می‌یابد.

## ۷.۶ فراجت همرفتی

در بخشهای گذشته دیدیم که، حباب بالارونده توسط نیروی بالابر شتاب می‌گیرد و این مسئله تا وقتی ادامه دارد که دمای آن بیشتر از دمای محیط اطرافش باشد. معمولاً به این نتیجه می‌رسیم که اختلاف دمای حباب با محیط اطرافش، تا زمانی که گرادیان دمایی تابشی به سمت داخل بیشتر از گرادیان دمایی بی‌درروست، همچنان افزایش می‌یابد یعنی تا وقتی که، لایه ستاره تا بالای منطقه همرفت و نسبت به این پدیده ناپایدار است. بنابراین، حباب مربوطه به بالای ناحیه‌ای می‌رسد که از نظر همرفت ناپایدار است و دارای  $\Delta T$  مثبت و سرعتی رو به بالاست. به دلیل  $\Delta T$  مثبت، حباب همچنان شتاب می‌گیرد تا اینکه به مرز ناحیه ناپایدار می‌رسد و بنابراین فراجت می‌کند (شکل ۶.۶ را نگاه کنید). به هر حال، خارج این مرز، دمای  $\Delta T$  حباب کاهش یافته، شتاب کمتر می‌شود و نهایتاً پس از اینکه مقدار  $\Delta T$  به سمت صفر میل می‌کند، شتاب مربوطه صفر می‌شود. تنها هنگامی که  $\Delta T$  منفی می‌شود، حباب دارای شتاب منفی شده و نهایتاً به حال سکون درمی‌آید. بنابراین همواره می‌توانیم انتظار وقوع پدیده فراجت را داشته باشیم. مقدار این فراجت، وابسته به سرعتی است که  $\Delta T$  کاهش می‌یابد و آن نیز به نوبه خود، بستگی به پایداری ناحیه پایداری دارد که روی حباب قرار گرفته است. از طرفی، این مسئله به راندمان تبادل انرژی بین حباب و محیط اطرافش نیز بستگی دارد که در مرز بالایی ناحیه خارجی همرفت اهمیت می‌یابد.

فراجت حبابهای همرفتی به ناحیه پایداری که روی آنها قرار دارد، دلیل دانه‌دانه‌ای بودن فوتوسفر خورشیدی را نشان می‌دهد که نسبت به پدیده همرفت پایدار است. وضعیت مربوط به مرز پایینی منطقه همرفت به طرز ساده‌ای در شکل ۷.۶ نشان داده شده است.



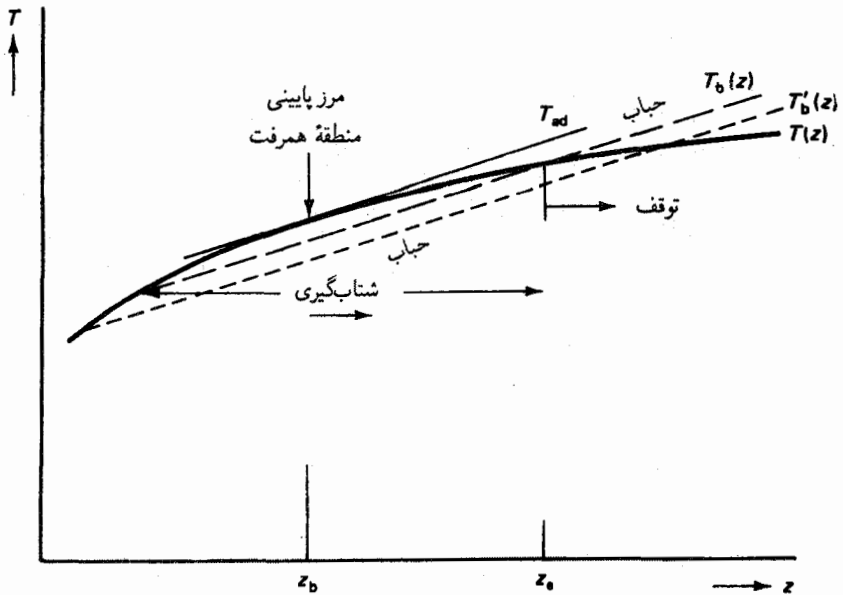
شکل ۶.۶ طبقه‌بندی دمای  $T(z)$ ، جو ستاره‌ای در سطح ناحیه همرفت، (خط توپر ضخیم) و طبقه‌بندی دمای بی‌دررو، (خط توپر نازک) مرز بالایی ناحیه همرفت در عمق  $z_b$  که در آن  $dT/dz = (dT/dz)_{ad}$  است، قرار دارد و حباب بالارونده ممکن است در مسیری که با خط چین نمایش داده شده است حرکت کند. در مرز بالایی ناحیه همرفت در  $z_b$ ، حباب هنوز دارای  $\Delta T > 0$  است و همچنان تا عمق  $z_e$  شتاب می‌گیرد، که در چنین عمقی،  $\Delta T = 0$ . به دلیل لختی، حباب همچنان به سمت بالا به حرکتش ادامه می‌دهد ولی در چنین حالتی،  $\Delta T < 0$  است و حرکت حباب کند می‌شود. سرانجام در نقطه  $z_e < z_b$ ، یعنی خیلی بالاتر از مرز بالایی ناحیه همرفت حباب متوقف می‌شود. تبادل انرژی باعث کاهش مسافت فراجت می‌شود.

## ۸.۶ انتقال انرژی همرفتی برحسب انتقال انرژی تابشی

بدون انجام محاسبات مشروح می‌توان، بیشترین مقدار ممکن انتقال انرژی همرفتی را حساب کرد. همان‌طور که دیدیم، هنگامی که پدیده همرفت از راندمان بسیار بالایی برخوردار است، گرادیان دمای واقعی،  $\nabla$  به مقدار گرادیان دمای بی‌دررو نزدیک می‌شود که مقدار آن کوچک است ولی هرگز صفر نمی‌شود. برای یک گرادیان دمای معین، شار انرژی تابشی از معادله (۷.۳) به دست می‌آید که برابر است با  $F_r \propto dT/dz > (dT/dz)_{ad}$ . در مورد تعادل تابشی، گرادیان دما از رابطه  $(dT/dz)_{rad}$  به دست می‌آید و،  $\pi F_r = L/4\pi r^2 = \pi F$  است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که

$$\frac{F_r}{F} > \frac{\nabla_{ad}}{\nabla_{rad}} \quad (50.6)$$

اگر  $\nabla_{ad} \ll \nabla_{rad}$  باشد آن وقت  $F_r \ll F$  است، ولی حتی در این صورت هم تمام انرژی



شکل ۷.۶ طبقه‌بندی دمای،  $T(z)$ ، جو در پایین ناحیه همرفت، (خط توپر ضخیم). طبقه‌بندی دمای بی‌دررو،  $T_{ad}$ ، نیز نشان داده شده است (خط توپر نازک). حد پایین ناحیه همرفت در عمق  $z_b$  است که در آن  $\frac{dT}{dz} = (\frac{dT}{dz})_{ad}$ .

یک جاباب در حال پایین رفتن دستخوش تغییر دمای بی‌دررو  $T_b(T)$  می‌شود (خط چین بلند). این جاباب با  $\Delta T$  منفی به حد پایین ناحیه همرفت  $z_b$  می‌رسد و تا عمق  $z_e$  که در آن  $\Delta T = 0$  است به طرف پایین شتاب می‌گیرد. این جاباب به واسطه لختی‌اش به پایین رفتن ادامه می‌دهد، اما اکنون در ناحیه‌ای که به لحاظ همرفت پایدار است دارای  $\Delta T$  مثبت می‌شود. حرکت آن ترمز می‌شود و سرانجام به حال سکون درمی‌آید. جابابی که از ارتفاع بالاتری سقوط کند خط  $T'_b(t)$  (خط چین) را دنبال می‌کند و حتی دورتر می‌رود.

از طریق همرفت منتقل نمی‌شود. در بخش‌های وسیعی از ناحیه همرفت، گرادیان دمای تابشی فقط کمی بزرگتر از گرادیان دمای بی‌دررو است؛ بنابراین معمولاً کسر بزرگی از انرژی همچنان توسط تابش منتقل می‌شود. تنها در لایه‌های بالایی ناحیه خارجی همرفت هیدروژن که  $\nabla_{rad} \gg \nabla_{ad}$  است تقریباً همه انرژی از طریق همرفت منتقل می‌شود. بنابراین برای این لایه‌ها می‌توانیم با نوشتن،  $\pi F_c = \sigma T_{eff}^4$  و استفاده از معادلات (۱۶.۶) و (۱۷.۶) حد نزدیک بالایی سرعت‌های همرفتی را به دست بیاوریم (جلد ۲ را نیز نگاه کنید).

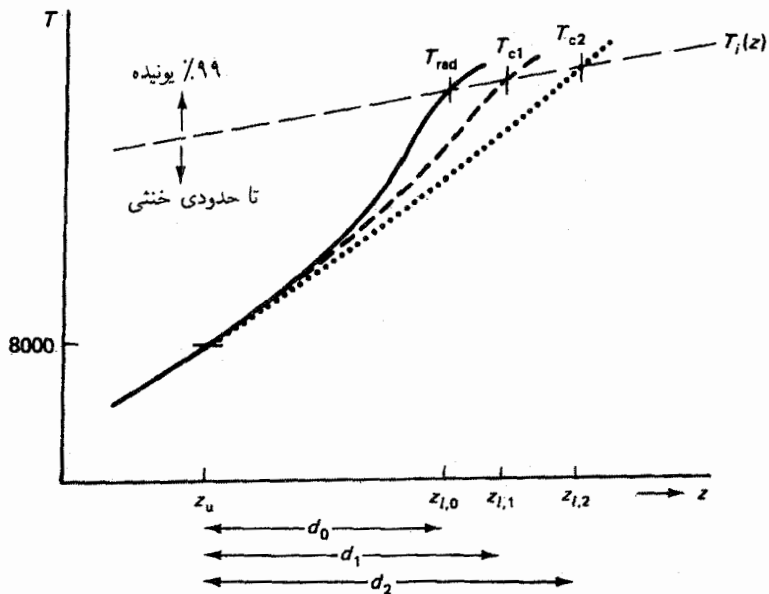


## عمقهای نواحی خارجی همرفت

### ۱.۷ بحث عمومی

سؤال بعد ما این است: عمق نواحی خارجی همرفت چقدر است و در کدام ستارگان وجود دارد؟ جواب این سؤال ساده نیست زیرا عمق منطقه ناپایدار، به بازده انتقال انرژی از طریق همرفت بستگی دارد. به طور کیفی مسئله مورد نظر به طریق زیر قابل درک است.

در شکل ۱.۷ طرح ساده‌ای از طبقه‌بندی دمای تعادل تابشی را در لایه‌های خارجی منطقه‌ای که نسبت به همرفت ناپایدار است، نشان داده‌ایم. چنانکه قبلاً گفتیم، همرفت وقتی ظاهر می‌شود که هیدروژن شروع به یونش می‌کند. در چنین دماهایی  $\nabla_{\text{ad}}$  کاهش و  $\kappa$  افزایش می‌یابد. پس از یونش کامل هیدروژن و هلیوم، گرادیان دمای بی‌دررو به مقدار عادی‌اش یعنی  $\nabla_{\text{ad}} \approx 0.4$  باز می‌گردد. بنابراین دوباره با گاز تک‌اتمی روبه‌رو می‌شویم که در آن، هر انرژی گرمایی‌ای صرف افزایش انرژی جنبشی، یعنی صرف افزایش دمای گاز می‌شود. در یونش کامل، ضریب جذب نیز کاهش می‌یابد زیرا الکترونهای قادر به جذب در پیوستار لاقول از هیدروژن و هلیوم، جدا شده‌اند. در مورد اتمهای باقیمانده دیدیم که در دماهای بالا،  $\kappa$  میانگین عموماً در لایه‌های عمیق‌تر به صورت



شکل ۱.۷ طرح طبقه‌بندی دمایی تعادل تابشی،  $T_{rad}$ ، به صورت تابعی از عمق،  $z$  (خط توپر). به طور کیفی، طبقه‌بندیهای دما برای انتقال انرژی همرفتی با بازده پایین،  $T_{c1}$  (خط چین) و برای همرفت با بازده بالا (نقطه چین)،  $T_{c2}$  نیز نشان داده شده‌اند. هیدروژن و هلیوم در دماهای بالای خط  $T_i(z)$  در صفحه  $T(z)$  که با خط چینهای بلند نمایش داده شده، تقریباً به طور کامل یونیده‌اند. (مقادیر عمیق‌تر که  $P_g$  بالاتری دارند، طبق معادله ساها به دمای بیشتری نیاز دارند؛ جلد ۲ را نگاه کنید.) تلاقی طبقه‌بندی دما با این خط، مرز پایینی منطقه همرفتی هیدروژن را نشان می‌دهد. هنگامی که بازده همرفت بالاتر است، این مرز در لایه عمیق‌تری ظاهر می‌شود.

در  $\kappa \propto T^{-2.5}$  کاهش می‌یابد. بنابراین به طور کیفی می‌توانیم بگوییم که مرز پایینی مناطق همرفتی خارجی، در لایه‌ای ظاهر می‌شود که عمل یونش فراوان‌ترین عناصر تقریباً کامل شده است. درجه یونش را می‌توان از معادله ساها به دست آورد:

$$\frac{N^+}{N} = \frac{2u^+}{u} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \exp(-\chi_{ion}/kT) \frac{1}{n_e} \quad (1.7)$$

که در آن  $N^+$  تعداد ذرات یونیده و  $N$  تعداد ذرات خنثی است. (البته برای  $N^{++}/N^+$  هم می‌توان معادله مشابهی نوشت.)  $u$  و  $u^+$  به ترتیب به اصطلاح توابع پارش یون و اتم‌اند که توزیع الکترونها ترازهای مختلف انرژی یون یا اتم را نشان می‌دهند (جلد ۲ را نگاه کنید؛  $m_e$  جرم الکترون است). هرچه  $T$  بزرگتر باشد، نسبت  $N^+/N$  بیشتر است، که این یعنی درجه یونش بالاتر است.

هرچه چگالی الکترون،  $n_e$  بیشتر باشد، نسبت  $N^+/N$  کوچکتر خواهد بود. در مواردی که چگالی الکترون بیشتر است، دماهای بالاتری نیاز داریم تا به همان درجه یونش قابل حصول برای  $n_e$  کمتر با دمای پایین تر برسیم.

از معادله ساها می توانیم رابطه بین دما و فشاری را که در آن یونش هلیوم به اندازه، مثلاً، ۹۹ درصد کامل شده به دست بیاوریم. در فشارهای در حال افزایش، به دماهای بالاتری هم نیاز داریم تا به این درجه یونش برسیم. در شکل ۱.۷ طرحی از رابطه بین فشار و دمای را که در آن، یونش هلیوم به اندازه ۹۹ درصد کامل می شود، نشان داده ایم.

در این شکل، طبقه بندی دمای تعادل تابشی را نیز نشان داده ایم که به شرطی می توانیم آن را به دست بیاوریم که انتقال انرژی از طریق همرفتی به رغم ناپایداری همرفتی ناچیز باشد. در نقطه تلاقی این منحنی با خط یونش کامل، دما به حدی می رسد که در آن ناپایداری همرفتی متوقف می شود. بنابراین نقطه تلاقی در عمق  $z_{1,0}$ ، نشان دهنده مرز پایینی منطقه ناپایدار نسبت به همرفتی است. در طبقه بندی تعادل تابشی، این پدیده در  $P_g = P_{g,0}$  و  $T = T_0$  رخ می دهد. اگر طبقه بندی مشابه حالت تعادل تابشی باشد، عمق ناحیه ناپایدار نسبت به همرفت توسط  $d_0$  به دست می آید. حال انتقال انرژی از طریق همرفت را در نظر می گیریم که انتقال انرژی از طریق تابش را کاهش می دهد و بنابراین موجب افزایش دمای کمتری با افزایش عمق می شود. در این صورت طبقه بندی دما مطابق شکل ۱.۷ به صورت خط چین نمایش داده می شود. خط یونش کامل، خط طبقه بندی دما را در فشار بالاتری قطع می کند زیرا، دمای لازم برای یونش، در عمق بیشتری،  $z_{1,1}$ ، وجود دارد. در این فشار بالاتر، به دمای بالاتری هم نسبت به مورد طبقه بندی تعادل تابشی نیاز داریم. بنابراین عمق منطقه همرفت از رابطه  $d_1 > d_0$  به دست می آید. در مواردی بازده انتقال انرژی از طریق همرفت بالاست، شار تابشی لازم، باز هم کمتر است و افزایش دما نیز همچنان کم است. بنابراین ممکن است به طبقه بندی دمایی برسیم که با نقطه چین مشخص شده است. نقطه تلاقی خط یونش با خط طبقه بندی دما باز هم در عمق بیشتری،  $z_{1,2}$ ، ظاهر می شود و عمق منطقه همرفت باز هم افزایش می یابد و به مقدار  $d_2$  می رسد. بیشترین عمق ممکن در طبقه بندی دمای بی دررو ظاهر می شود. بنابراین پدیده همرفت ناحیه ناپایدار نسبت به این پدیده را گسترش می دهد.

اختلاف عمقهای مربوط به بازدههای مختلف انتقال انرژی از طریق همرفت ناچیز نیست. آنسولد (در ۱۹۳۱) عمق ناحیه همرفتی خارجی خورشید را با استفاده از طبقه بندی تعادل تابشی ۲۰۰۰ km به دست آورد در حالی که بیرمن (در ۱۹۳۷) با فرض طبقه بندی دمای بی دررو، به عمقی حدود ۲۰۰۰۰۰ کیلومتر رسید.



انتقال انرژی همرفتی محاسبه شده با افزایش مقادیر طول ویژه فرضی  $l$  افزایش می یابد: بنابراین عمق محاسبه شده برای منطقه همرفتی نیز با افزایش مقادیر  $l$  افزایش می یابد. مقدار صحیح  $l$  را علی الاصول وقتی می توان حساب کرد که بتوان عمق ناحیه همرفت را اندازه گرفت. در بخش ۴.۷ دوباره به این موضوع باز می گردیم.

## ۲.۷ بستگی عمق منطقه همرفت به $T_{\text{eff}}$

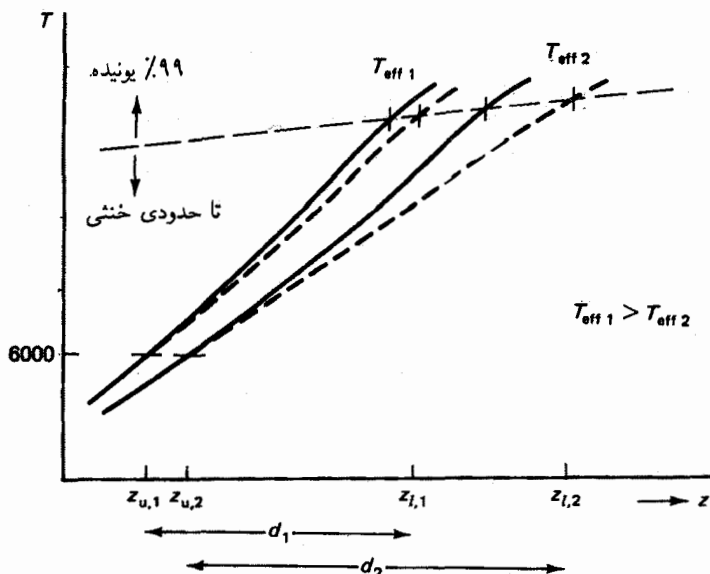
در فصل ۳،  $F_r$  را برابر با  $\frac{4}{3}(dB/d\tau)$  به دست آوردیم که  $\tau = \int_0^z \kappa_{\text{cm}} dz$  است. در جوهای ستاره ای که، ثابت  $F_r = F = \sigma T_{\text{eff}}^4 / \pi$  است با انتگرال گیری نتیجه می گیریم که ثابت  $B = \frac{4}{3} F \tau$  است. با در نظر گرفتن  $B = \sigma T^4 / \pi$ ، به رابطه زیر می رسیم

$$T^4 = \frac{4}{3} T_{\text{eff}}^4 \tau + T^4(\tau = 0) \quad (2.7)$$

که در آن  $T^4(\tau = 0) \sim \frac{1}{3} T_{\text{eff}}^4$  است (جلد ۲ را نگاه کنید).

برای  $T_{\text{eff}} \sim 5800 \text{ K}$ ، مانند در خورشید، هیدروژن در دمای  $6000 \text{ K} \sim T$  و فشار  $P_g \sim 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$  شروع به یونش می کند. در فشارهای گاز بالاتر به دماهای بالاتری نیاز داریم. در ستارگانی که  $T_{\text{eff}}$  پایین تر است، همان گونه که از معادله (۲.۷) دیده می شود، روند افزایش دما با عمق نوری کندتر است. در دماهای پایین تر، ضرایب جذب  $\kappa_{\text{cm}}$  کوچکترند؛ بنابراین، عمق نوری  $\tau$  و یک دمای معین در عمق بیشتر  $\approx$  که فشار گاز بالاتر است به دست می آید. بنابراین در مواردی که دماهای مؤثر پایین ترند، یونش هیدروژن در عمقهای بیشتری که فشار بالاتر است شروع می شود. در فشارهای بالاتر، بازده انتقال انرژی از طریق همرفت بیشتر است. در شکل ۲.۷، نمودار دما برحسب طبقه بندیهای فشار در دو ستاره رشته اصلی با  $T_{\text{eff}}$ های مختلف را رسم کرده ایم. در دماهای مؤثر پایین تر، فشارهای بالاتری در مناطق همرفت داریم که موجب افزایش بازده همرفت و گرادیانهای دمای کوچکتر می شود. یونش تنها در لایه هایی با دماها و فشارهای بالاتر و در عمقهای بیشتر کامل می شود. عمقهای مناطق همرفت خارجی افزایش می یابد. در ستارگان بسیار سرد رشته اصلی، ممکن است مناطق همرفت خارجی تا مرکز ستاره هم گسترش پیدا کند. این موضوع همچنان بحث انگیز است.

در ستارگانی که دارای دماهای مؤثر بالاتری هستند، فشارهای پایین تری در جو داریم زیرا به دلیل ضرایب جذب جوی بزرگتر عمق نوری معین در لایه بالاتری ظاهر می شود. در یک عمق نوری معین، دماها نیز بالاترند زیرا  $T_{\text{eff}}$  بیشتر است [معادله (۲.۷) را نگاه کنید]. بنابراین یونش



شکل ۲.۷ طرح طبقه‌بندیهای دمای دو ستاره با  $T_{eff}$  مختلف، (ستاره ۱)  $T_{eff} >$  (ستاره ۲)  $T_{eff}$ . خطوط توپر، طبقه‌بندیهای دمای تعادل تابشی را نشان می‌دهند. در  $T_{eff}$  پایین‌تر، دما با عمق  $z$  کندتر افزایش پیدا می‌کند. طبقه‌بندیهای دما به همراه انتقال انرژی همرفتی نیز نشان داده شده‌اند (خط چینهای کوتاه). خطی را هم که در بالای آن هیدروژن و هلیم به‌طور کامل یونیده‌اند (خط چینهای بلند) رسم کرده‌ایم. ناپایداری همرفتی در دمای  $T \sim 6000 \text{ K}$  شروع می‌شود. در ستاره داغ‌تر، این پدیده در  $z_{u,1}$  اتفاق می‌افتد؛ در ستاره سردتر، این پدیده در عمق بیشتر،  $z_{u,2}$  ظاهر می‌شود. در ستاره ۱ که دارای  $T_{eff}$  بیشتر است همرفت در فشار پایین‌تر و چگالی کمتری نسبت به ستاره ۲ آغاز می‌شود. بنابراین بازده انتقال انرژی همرفتی در ستاره ۱ کمتر از مقدار مربوط به ستاره ۲ است. مرز پایینی منطقه همرفت ستاره ۱ در لایه بالاتری،  $z = z_{l,1}$  قرار دارد؛ و برای ستاره ۲ در  $z_{l,2}$  است. ستاره ۱ دارای منطقه همرفت به عمق  $d_1$  است درحالی‌که عمق ستاره ۲ برابر با  $d_2 > d_1$  است.

هیدروژن در ارتفاع بالاتری از جو شروع می‌شود. در ستارگان اولیه  $F$ ، ممکن است ناحیه ناپایدار نسبت به همرفت از ارتفاع  $z = 0.2 \tau$  شروع شود. در چنین فشارهای پایینی، بازده انتقال انرژی از طریق همرفت بسیار کم می‌شود. در  $T_{eff} \sim 7600 \text{ K}$  و در نوع طیفی A۹ یا  $F^0$  طبقه‌بندی دما دیگر تفاوتی با طبقه‌بندی تعادل تابشی ندارد و مناطق همرفت بسیار نازک می‌شود.

### ۳.۷ بستگی عمق منطقه همرفت به فراوانیهای شیمیایی

در صورت تغییر فراوانیهای عنصر، عمق منطقه همرفت نیز تغییر می‌کند. در مواردی که فراوانیهای هلیم بیشتر است. فشار جو هم مانند فشار الکترون افزایش می‌یابد. بنابراین، یونش هلیم تنها در

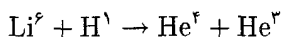
دماهای بالاتر و در عمق بیشتری از جو، کامل می‌شود. در ستارگانی که از نظر هلیوم غنی هستند، انتظار داریم که عمق منطقه همرفت بیشتر باشد.

در ستارگان سردی که دچار فقر فلزی‌اند، فشار الکترون در جو کاهش می‌یابد و بنابراین، ضریب جذب نیز کاهش پیدا می‌کند. در یک عمق نوری معین، فشار گاز بالاتری وجود دارد. فشار در مناطق همرفتی خارجی نیز بالاتر است و در نتیجه، انتقال انرژی از طریق همرفت دارای بازده بیشتری است. در مناطق همرفتی نازک، عمق افزایش می‌یابد. البته، به نظر می‌رسد که در مناطق همرفتی ضخیم اثر دیگری هم اهمیت دارد. در فصل ۴ گفتیم که در دماهای بالای چند صد هزار درجه، جذب مربوط به عناصر سنگین مهمترین اثر است. بنابراین ستارگانی که از نظر فلزی غنی هستند،  $\kappa$  بزرگتری دارند. این افزایش  $\kappa$ ، گردایان دمای تابشی و در نتیجه ناپایداری همرفتی را افزایش می‌دهد. در ستارگانی که دچار فقر فلزی‌اند، این جذب کاهش می‌یابد و در نتیجه ناپایداری همرفتی در این منطقه ممکن است کاهش پیدا کند. اسپایت و اسپایت (۱۹۸۲)، کشف کردند که در ستارگانی که دچار فقر فلزی‌اند، عمق مناطق همرفت کمتر از مقادیر مربوط به ستارگانی است که دارای فراوانی خورشیدی‌اند.

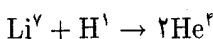
## ۴.۷ مسئله لیتیم

چنانکه در بخشهای گذشته گفتیم، عمقی که برای مناطق همرفتی خارجی به دست می‌آید به بازده انتقال انرژی از طریق همرفت یعنی به مقدار مفروض طول ویژه  $l$  بستگی دارد. اگر بتوانیم راهی برای تعیین عمق منطقه همرفت پیدا کنیم می‌توانیم مقدار صحیح  $l$  را به دست بیاوریم. دانستن  $l$  به این خاطر اهمیت دارد که در بسیاری از نواحی نمودار HR، ساختار محاسبه شده ستاره‌ای به طور حساسی وابسته به مقدار مفروض  $l$  است. خوشبختانه، طبیعت اطلاعاتی درباره عمق این منطقه ناپایدار در اختیارمان گذاشته است. به دلیل حرکات همرفتی، ماده در این منطقه همرفتی خاص در زمان نسبتاً کوتاهی کاملاً مخلوط می‌شود؛ در خورشید این زمان حدود یک ماه است. از آنجا که ماده در حال صعود هنگام ورود به مرز بالایی منطقه همرفت، دارای  $\Delta T$  مثبت است چنانکه در بخش ۷.۶ گفتیم به‌ورای مرز بالایی منطقه همرفت فرا می‌جهد. در قسمت پایین منطقه همرفت نیز همین وضعیت برای گاز پایین‌رونده اتفاق می‌افتد که به‌ورای ناحیه پایدار زیر منطقه همرفت خاص فرا می‌جهد (شکل ۷.۶ را نگاه کنید). انتظار می‌رود که سرعتهای فزاجت، احتمالاً، به صورت نمایی با افزایش عمق کاهش یابند که این مسئله با مقیاسی از مرتبه ارتفاع مقیاس فشار یا کمتر از آن صورت می‌گیرد. در حال حاضر محاسبات دقیقی در این باره در دست نیست. در هر حال،

می‌توان انتظار داشت که ماده موجود در منطقه همرفت با ماده واقع در زیر منطقه همرفتی خاص به تدریج مخلوط شود. این موضوع وقتی که به فراوانیهای رصدشده لیتیم در جوهای ستاره‌ای برخورد می‌کنیم اهمیت پیدا می‌کند. به‌عنوان نمونه، مثال خورشید را در نظر می‌گیریم. در دماهایی بالاتر از  $2 \times 10^6 \text{K}$  هسته‌های  $\text{Li}^6$  به دلیل برهم‌کنشهای هسته‌ای با پروتونها نابود می‌شوند یعنی



$\text{Li}^7$  در دماهای بالاتری، یعنی  $T > 2.4 \times 10^6 \text{K}$  و طبق واکنش زیر می‌سوزد



واضح است که لیتیمی که در سطح خورشید مشاهده می‌کنیم، در محیط اطراف که در دمای ۲ میلیون درجه سانتی‌گراد قرار دارد وجود ندارد ولی اگر به دلیل همرفت، کل نواحی خارجی تا لایه‌هایی با دمای ۲ میلیون درجه مخلوط شود، آن وقت  $\text{Li}^6$  با لایه‌هایی که برای نابودی آن به اندازه کافی داغ‌اند مخلوط می‌شود. این یعنی که اثر منطقه همرفت به‌چنین نواحی با دمای بالا برسد،  $\text{Li}^6$  در زمانی بسیار کوتاه در مقایسه با سن خورشید که حدود  $10^9 \times 4.5$  سال است نابود می‌شود از آنجا که هیچ  $\text{Li}^6$ ‌ای در طیف خورشیدی دیده نمی‌شود، نتیجه می‌گیریم که منطقه همرفت تا لایه‌هایی با دمای ۲ میلیون درجه گسترده است. از طرف دیگر خط ضعیفی از  $\text{Li}^7$  رصد می‌شود، اما فراوانی خورشیدی  $\text{Li}^7$  در مقایسه با فراوانی رصدشده در شهاب‌سنگها و اکثر ستارگان غنی از  $\text{Li}$ ، یعنی ستارگان بسیار جوان گروه T صورت فلکی گاو، حدود  $10^0$  بار کاهش یافته است. به نظر می‌رسد که ناحیه همرفت خاص، کاملاً به‌لایه‌ای با دمای  $2.4$  میلیون درجه نمی‌رسد، اگرچه، احتمالاً ضمن فراجت، مسئله مخلوط شدن با ماده سطح ستاره، همچنان و به کندی صورت می‌گیرد که باعث کاهش فراوانی  $\text{Li}^7$  در مقیاس زمانی‌ای حدود  $10^9$  سال می‌شود. ممکن است لازم باشد فرایندهای اختلاط دیگری را هم در نظر گرفت.

با فرض  $H = l$ ، می‌توانیم حساب کنیم که ناحیه همرفت خاص به مکانی با دمای ۲ میلیون درجه می‌رسد: با فرض،  $l = 2H$ ، این ناحیه می‌تواند به مکانی با دمای ۳ میلیون درجه برسد که به نظر می‌رسد با حضور هر گونه  $\text{Li}^7$  در جو خورشیدی ناسازگار است. با فرض  $H \approx l$ ، شرایط صحیح حاصل می‌شود:  $\text{Li}^6$  در مقیاس زمانی کوتاهی نابود می‌شود، اما فقط اختلاط فراجت کند به لایه انهدام  $\text{Li}^7$  می‌رسد.

در ستارگان دیگر هم می‌توان فراوانی لیتیم را مطالعه کرد. هیچ اثری از  $\text{Li}^6$  در ستارگان رشته

اصلی مشاهده نشده است ولی، فراوانی  $Iz^2$  برای بسیاری از ستارگان تعیین شده است. اگر ستارگان در خوشه‌ها ظاهر شوند می‌توان سن آنها را به‌دست آورد (بخش ۱۰.۸ را نگاه کنید). سن سایر ستارگان رشته اصلی را می‌توان با استفاده از افزایش جزئی تابندگی به‌دست آورد (بخشهای ۲.۱۴ و ۱.۱۳ را نگاه کنید). این مطالعات نشان می‌دهد که در رشته اصلی برای همه ستارگان سردتر از ستارگان گروه  $F^0$ ،  $Iz$  در مقیاس زمانی طولانی‌ای نابود می‌شود که زمان مربوطه تا حدودی در ستارگان سردتر به دلیل افزایش عمق منطقه همرفت تا حدودی کاهش می‌یابد. اما با مشکل مربوط به درک رصدهای ستارگان گروه  $F$  مواجه هستیم که در آنها نه مناطق همرفت به لایه‌های با دمای ۲ میلیون درجه می‌رسند و نه انتظاری می‌رود که اختلاط فراجت کندی تا لایه‌های با دمای ۲۴ میلیون درجه اتفاق بیفتد. در چنین ستارگانی، اختلاط از طریق همرفت نمی‌تواند توضیحی برای نابودی لیتیم باشد. رصدهای بزگارد و تریپیکو (۱۹۸۶) در این مورد که در بعضی از ستارگان جوان خوشه، کاهش سطح لیتیم برای ستارگانی با نوع طیفی حدود  $F5$ ، بیشترین مقدار را دارد ما را با معمای دیگری روبه‌رو می‌کند. ممکن است مسئله چرخش که باعث القای اختلاط یا پخش می‌شود از این نظر مهم باشد (جلد ۱ را نگاه کنید).



## تولید انرژی در ستارگان

### ۱.۸ منابع قابل دسترس انرژی

تاکنون، فقط به این نتیجه رسیدیم که به دلیل تعادل گرمایی رصدشده، تا زمانی که هیچ تولید انرژی وجود ندارد، انتقال انرژی در ستاره مستقل از عمق است. نهایتاً، انرژی باید جایی در ستاره تولید شود تا بتواند با اتلاف انرژی در سطح مقابله کرده و از انقباض بیشتر ستاره جلوگیری کند. منبع انرژی نهایتاً شعاع ستاره را تعیین می‌کند.

با استفاده از شرط تعادل هیدروستاتیکی توانستیم دمای داخلی ستاره را حساب کنیم. ولی هنوز نمی‌دانیم چه چیزی باعث ثبات دما در این سطح می‌شود. در این فصل، دربارهٔ اطلاعات موجود در مورد تولید انرژی که جلوی انقباض بیشتر ستاره را می‌گیرد صحبت خواهیم کرد.

ابتدا خواهیم دید که چه منابع انرژی‌ای نامزدهای احتمالی‌اند. در فصل ۲ در مورد انرژی گرانشی‌ای صحبت کردیم که هنگام انقباض ستارگان آزاد می‌شود. دیدیم که ستارگان باید نصف انرژی‌شان را که به دلیل انقباض آزاد می‌شود از دست بدهند قبل از اینکه همچنان منقبض شوند. بنابراین شاید شک کنیم که وقوع این پدیده، می‌تواند منبع انرژی‌ای برای ستارگان باشد.

اولین سوآلی که باید بررسی کنیم این است که، عملاً چه مقدار انرژی لازم است تا ستارگان همچنان به درخشششان ادامه بدهند. چنانکه در فصل ۱ گفتیم خورشید در هر ثانیه مقدار انرژی‌ای را که توسط تابندگی‌اش به دست می‌آید،  $L = 3.96 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$  از دست می‌دهد که در این مورد، در فصل ۱ بحث کردیم. با استفاده از فروپاشی رادیواکتیو اورانیم در شهاب‌سنگها، می‌توان سن آنها را که حدود،  $4.5 \times 10^9$  سال است تعیین کرد. نشانه‌هایی نیز به دست آمده که دال بر وجود باد خورشیدی در همان زمان است. همه این رصدها به همراه یکدیگر، شواهد قانع‌کننده‌ای را فراهم می‌کنند که نشان می‌دهند خورشید حداقل در مدت زمان فوق وجود داشته و پرتو افشانی کرده است. مطالعات لایه‌های مختلف رسوب در لایه‌های قدیمی سنگی اطلاعاتی درباره وضع آب و هوایی زمین در چند میلیون سال گذشته به دست می‌دهد؛ این اطلاعات نشان می‌دهند که وضعیت آب و هوایی زمین از آن زمان تا کنون، تغییر زیادی نکرده است. به این ترتیب می‌فهمیم که خورشید در کسر بزرگی از زمان که زمین وجود داشته، با همان مقدار انرژی می‌درخشیده است یعنی، حدود،  $4.5 \times 10^9$  سال. پس می‌توان نتیجه گرفت که خورشید در طول عمر خویش انرژی‌ای را از دست داده است که تقریباً از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E_{\odot} = L \times 4.5 \times 10^9 \text{ سال} = 4 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1} \times 4.5 \times 10^9 \times 3 \times 10^7 \text{ s} \\ = 5.4 \times 10^{50} \text{ erg}$$

در فصل ۲، انرژی گرانشی آزاد شده ناشی از انقباض خورشید تا اندازه فعلی‌اش را به دست آوردیم که به صورت زیر است

$$E_g \approx \frac{GM^2}{R} \approx \frac{7 \times 10^{-8} \times 4 \times 10^{66}}{7 \times 10^{10}} = 4 \times 10^{48} \text{ erg}$$

انرژی قابل حصول از این منبع انرژی،  $10^5$  بار کوچکتر از آن است که بتواند  $4.5 \times 10^9$  سال موجب درخشش خورشید شود. اگر تنها منبع موجود انرژی گرانشی می‌بود، خورشید تنها  $10^7$  سال دوام می‌آورد (مقیاس زمانی کلون-هلمهولتز که قبلاً به آن اشاره کرده‌ایم). انرژی گرانشی احتمالاً زمانی صرف درخشش خورشید شده که این ستاره بسیار جوان بوده است ولی در حال حاضر نمی‌توان آن را منبع انرژی خورشید دانست.

حالا می‌خواهیم به طور تقریبی حساب کنیم که آیا هیچ منبع انرژی شیمیایی‌ای می‌تواند انرژی کافی و مورد نظر را فراهم کند. با خوشبینی کامل فرض می‌کنیم که خورشید از ممکن‌ترین سهم‌های هیدروژن

و اکسیژن و به صورتی تشکیل شده است که تمام مواد موجود در آن بر اثر سوختن به بخار آب تبدیل می‌شوند. وزن مولکولی مولکول آب برابر با  $3.5 \times 10^{-23} \text{g}$  و  $1.8 m_H = 1.8 \times 1.66 \times 10^{-24} \text{g} = 3.5 \times 10^{-23} \text{g}$  است. در فرایند سوختن،  $6 \times 10^{55}$  مولکول می‌تواند تشکیل بشود. فرض کنید که در شکل‌گیری هر مولکول انرژی‌ای از مرتبه  $10 \text{eV} = 10^{-11} \text{erg}$  آزاد بشود. انرژی کلی که از چنین فرایند شیمیایی به دست می‌آید (که سوخت بهترین موشکهاست) حدود،  $6 \times 10^{41} \text{erg}$  خواهد بود. این مقدار انرژی هنوز  $10^4$  مرتبه کمتر از انرژی گرانشی قابل حصول است و تنها حدود ۵۰۰۰ سال دوام می‌آورد. پس باید به دنبال منابع انرژی قوی‌تری برویم. پرارژی‌ترین منبع انرژی قابل تصور، انرژی هسته‌ای است.

## ۲.۸ منابع انرژی هسته‌ای

با نگاهی به جرم اتمها درمی‌یابیم که انرژی‌ای حدود یک درصد جرم سکون پروتونها را می‌توان توسط ترکیب هیدروژن به هسته‌های سنگین‌تر به دست آورد. این مطلب به سادگی از جدول ۱.۸ دیده می‌شود که در آن وزنه‌های اتمی تعدادی از عناصر مهمتر فهرست شده است. وزن اتمی هیدروژن برابر با  $1.0081372$  است که معرف وزن اتمی  $O^{16}$  به صورت ۱۶ است. برحسب این واحدهای جرمی، وزن اتمی ایزوتوپ  $He^4$  برابر با  $4.003875$  است، در حالی که چهار برابر وزن اتمی هیدروژن برابر با  $4.032688$  است. در فرایند تولید یک هسته  $He^4$  از چهار پروتون،  $0.0288$  واحد جرمی نابود شده است. این اختلاف جرم طبق رابطه اینشتین تبدیل به انرژی شده است

$$E = \Delta mc^2 \quad (1.8)$$

جدول ۱.۸ جرمهای ایزوتوپی کاستی جرم

$\Delta m/m$	$\Delta m$	$A \times \mu_H$	$\mu(O^{16})$	$\mu(C^{12})$	ایزوتوپ	A
			$1.0081372$	$1.0078252$	$H^1$	۱
$0.0071$	$0.0288$	$4.032688$	$4.003875$	$4.002603$	$He^4$	۴
$0.0078$	$0.0942$	$12.098064$	$12.003815$	$12.000000$	$C^{12}$	۱۲
$0.0081$	$0.1307$	$16.130752$	$16.000000$	$15.9994915$	$O^{16}$	۱۶
$0.0082$	$0.1646$	$20.163440$	$19.9987996$	$19.992440$	$Ne^{20}$	۲۰
$0.0089$	$0.5049$	$56.457632$	$55.952717$	$55.934934$	$Fe^{56}$	۵۶



کسر جرمی که در این فرایند تبدیل به انرژی شده برابر با  $0.007 = 288/4$  یا  $0.7\%$  درصد است. می‌دانیم که سه چهارم جرم ستاره‌ای هیدروژن است. اگر ستارگان به نحوی بتوانند همه این اتمهای هیدروژن را ترکیب و به هلیوم تبدیل کنند، کسری حدود  $0.5\%$  درصد جرم‌شان به انرژی تبدیل می‌شود. اگر ستارگان می‌توانستند همه اتمهای هیدروژن و هلیوم‌شان را ترکیب و به هسته‌های  $Fe^{56}$  تبدیل کنند آن وقت کسر بزرگتری از جرم به انرژی تبدیل می‌شد. از جدول ۱.۸ به دست می‌آوریم که جرم  $56$  پروتون برابر با  $56 \times 1.67 \times 10^{-27}$  واحد جرمی است درحالی که  $Fe^{56}$  جرمی معادل  $55.9527$  دارد. در این فرایند همجوشی، برای یک ستاره متشکل از هیدروژن خالص کسر جرمی حدود  $0.9\%$  درصد جرم ستاره‌ای می‌تواند به انرژی تبدیل بشود که به معنی  $20\%$  درصد بیش از همجوشی هیدروژن به هلیوم است. این مقدار انرژی می‌تواند ماده موجود در نواحی را که در آن برهم‌کنشهای ستاره‌ای صورت می‌گیرد گرم کند و از آنجا انرژی می‌تواند به سطح ستاره منتقل و به صورت تابش نابود شود.

بباید برآورد کنیم که آیا این منبع انرژی برای درخشش دائم خورشید به مدت  $5 \times 10^9$  سال کافی هست یا نه. در این صورت انرژی قابل حصول برابر مقدار زیر خواهد بود

$$\begin{aligned} \Delta mc^2 &= 0.009 \times Mc^2 \approx 0.1 \times (2 \times 10^{32} \text{g}) \times (9 \times 10^{20} \text{cm}^2 \text{s}^{-2}) \\ &= 2 \times 10^{52} \text{erg} \end{aligned}$$

قبلاً دیدیم که خورشید تاکنون انرژی‌ای حدود  $6 \times 10^{52} \text{erg}$  را در طول عمرش تابش کرده است. با توجه به منابع انرژی هسته‌ای موجود، خورشید می‌توانست  $30$  مرتبه بیشتر از زمانی که تاکنون عمر کرده است عمر کند به شرطی که از طریق فرایندهای هسته‌ای همه جرمش را به آهن تبدیل می‌کرد. عملاً ستارگان پس از مصرف  $10\%$  درصد از سوختشان رشته اصلی را ترک می‌کنند. خورشید تنها حدود  $10^9$  سال در رشته اصلی می‌ماند. نمی‌توان منبع انرژی‌ای را تصور کرد که کارایی آن بیشتر از انرژی هسته‌ای باشد مگر اینکه، خورشید در شعاع بسیار کوچکتری منقبض شود. می‌توان حساب کرد که اگر انرژی گرانشی آزاد شده بیشتر از انرژی هسته‌ای باشد که علی‌الاصول یک منبع انرژی موجود و در دسترس است، آن وقت شعاع خورشید چقدر کوچک می‌شد. برای این منظور باید شرط زیر برقرار باشد

$$E_{\text{grav}} = \frac{GM^2}{R} > 2 \times 10^{52} \text{erg}$$

$$\frac{7 \times 10^{-8} \times 4 \times 10^{66}}{R} > 2 \times 10^{52}$$

$$R < \frac{7 \times 10^{-8} \times 4 \times 10^{66}}{2 \times 10^{52}} \approx 1 \times 10^7 \text{ cm} = 10^5 \text{ km}$$

یعنی خورشید به اندازه‌ای فشرده می‌شد که چگالی‌اش به مقدار زیر می‌رسید

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \gtrsim \frac{2 \times 10^{33}}{4 \times 10^{21}} = 0.5 \times 10^{12} \text{ g cm}^{-3} = 5 \times 10^5 \text{ tonne cm}^{-3}$$

تنها در ستارگان نوترونی می‌توان به چنین چگالی‌هایی رسید. خورشید که در زمره ستارگان معمولی است انرژی‌ای بزرگتر از انرژی هسته‌ایش ندارد. حال این سؤال مطرح می‌شود که آیا برهم‌کنش‌های هسته‌ای عملاً در داخل ستارگان به وقوع می‌پیوندد یا نه.

### ۳.۸ اثر تونلی

لازمه جوش خوردن دو هسته به یکدیگر این است که به هم بسیار نزدیک بشوند. البته هر هسته،  $i$ ، دارای بار مثبتی برابر با  $Z_i e$  است. بنابراین نیروهای دافعه قوی‌ای بین دو هسته وجود دارد. دو هسته باردار برای قرار گرفتن در فاصله کوچک  $r$  و غلبه بر نیروی دافعه‌شان به انرژی زیر نیاز دارند

$$E_{\text{کولن}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} = V(r) \quad (2.8)$$

که در این رابطه،  $Z_1 e$  و  $Z_2 e$  بارهای هسته‌ای دو ذره مربوط است.

در عمل همجوشی، ذرات باید به اندازه کافی به یکدیگر نزدیک بشوند تا نیروهای هسته‌ای وارد عمل شوند و این یعنی که ذرات باید در فاصله‌ای کمتر از  $10^{-13} \text{ cm}$  از هم قرار بگیرند.

برای  $r = 10^{-13} \text{ cm}$ ، مقدار انرژی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$E_{\text{کولن}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{10^{-13}} \approx 2 \times 10^{-6} \text{ erg} \approx 1000 \text{ keV}$$

در یک ستاره، انرژی جنبشی ذرات تنها انرژی‌ای است که بر این سدهای کولنی غلبه می‌کند. انرژی جنبشی متوسط یک ذره در دمای  $10^4 \text{K}$  به صورت زیر به دست می‌آید

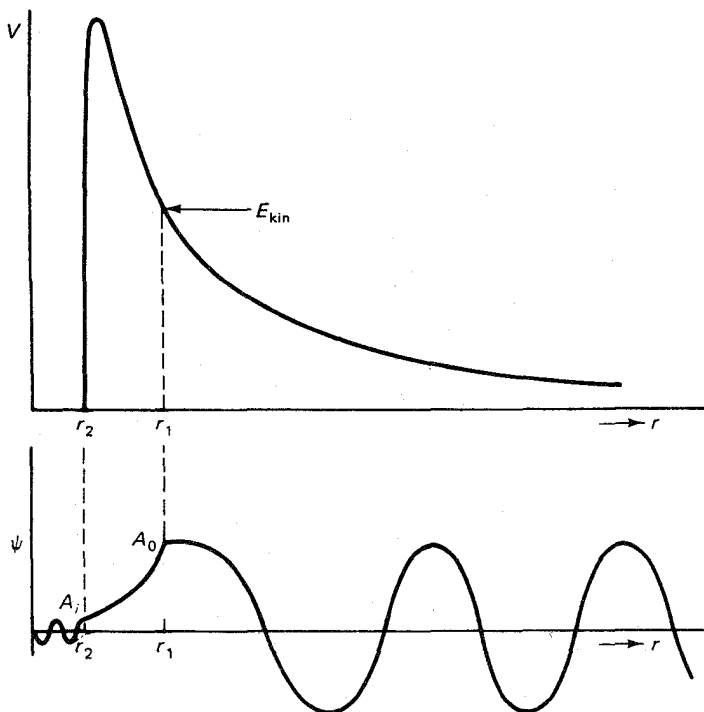
$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.4 \times 10^{-16} \times 10^4 \text{erg} = 2 \times 10^{-11} \text{erg}$$

واضح است که انرژی جنبشی ذرات حدود  $10^{10}$  بار از انرژی جنبشی مورد نیاز کمتر است. بنا به توزیع ماکسولی سرعت، همیشه ذراتی وجود دارند که انرژی‌شان بزرگتر از انرژیهای متوسط  $E$  است ولی تعدادشان به صورت  $N(E) \propto e^{-E/kT}$  کاهش می‌یابد. درحالتی که انرژی تقریباً  $10^{10}$  مرتبه بزرگتر از انرژی متوسط است، تعداد،  $N(E)$  با ضریبی حدود  $e^{-10^{10}}$  یا  $10^{-230}$  کاهش می‌یابد. چه تعداد از ذرات در داخل خورشید دارای چنین انرژی‌اند؟ تعداد کل ذرات  $N$  در خورشید تقریباً برابر با  $10^{57} \approx 10^{24} / 1.7 \times 10^{23} / m_{\text{H}}$  جرم است. بنابراین احتمال یافتن حتی یک ذره با انرژی جنبشی‌ای به اندازه کافی بزرگ و قادر به غلبه بر سد کولنی الزاماً صفر است. پس ذرات باردار چگونه می‌توانند به یکدیگر نزدیک بشوند تا بینشان همجوشی اتفاق بیفتد. مکانیک کوانتومی نشان داده است که احتمال بسیار کم ولی غیر صفری وجود دارد که حتی ذره‌ای با انرژی جنبشی نسبتاً پایین می‌تواند به دلیل اثر تونلی، چنانکه خواهیم دید بر سد کولنی غلبه کند. در شکل ۱.۸، به طور کیفی، پتانسیل کولنی  $V(r)$  در مجاور یک هستهٔ باردار را رسم کرده‌ایم؛ یعنی  $V(r)$  انرژی است که یک ذره باردار باید داشته باشد تا بتواند در فاصلهٔ  $r$  نزدیک هسته قرار بگیرد. در فواصل خیلی نزدیک به هسته (یعنی،  $r < r_1 \sim 10^{-12} \text{cm}$ )، نیروهای هسته‌ای شروع به جذب سایر هسته‌ها می‌کنند. بنابراین، در فاصله‌ای بسیار نزدیک به هسته، ذره هنگامی که نزدیک‌تر می‌شود انرژی کسب می‌کند و پتانسیل به شدت کاهش می‌یابد. اصطلاحاً گفته می‌شود که ذره در چاه پتانسیل افتاده است. برای محاسبهٔ احتمال یافتن یک ذره در فاصلهٔ  $r$  از طریق مکانیک کوانتومی، باید معادلهٔ شرودینگر را برای تابع  $\psi$  در مورد ذرهٔ نزدیک‌شونده به پتانسیل هسته حل کنیم.

معادلهٔ شرودینگر برای  $\psi$  به صورت زیر است

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\Lambda \pi^2}{h^2} (E_{\text{kin}} - V) \psi = 0 \quad (3.8)$$

جوابهای این معادله به شکل نمایی‌اند. تا زمانی که  $E_{\text{kin}} > V(r)$  است نما موهومی است و حل تابع  $\psi$  تابع موجی با دامنهٔ  $A$  خواهد بود (شکل ۱.۸ را نگاه کنید). در ناحیه‌ای که  $r < r_1$  و  $V(r) > E_{\text{kin}}$  است نما منفی می‌شود و ماهیت تابع موج به صورت یک تابع نمایی کاهش می‌یابد.



شکل ۱.۸ طرحی از پتانسیل کولنی  $V(r)$  (خط توپرا) برای هسته‌ای در نزدیکی هسته دیگری در  $r = 0$ .  $V(r)$  انرژی است که ذره نیاز دارد تا بر نیروی دافعه کولنی غلبه کند و از بینهایت به فاصله  $r_1$  آورده شود. در فواصل  $r < r_2$  نیروهای هسته‌ای ذرات نزدیک‌شونده را جذب می‌کنند و پتانسیل منفی می‌شود. این همان چاه پتانسیل است.

طبق نظریه کلاسیکی، اگر ذره دارای انرژی جنبشی  $E_{kin}$  باشد، نمی‌تواند در فاصله‌ای کمتر از  $r_1$  به هسته نزدیک شود. هنگامی که  $E_{kin} > V$  و  $r > r_1$  است، تابع  $\psi$  برای ذره طبق نظریه کوانتومی یک موج سینوسی با دامنه  $A_0$  خواهد بود. برای  $r < r_1$ ، تابع  $\psi$  یک تابع نمایی نزولی برای مقادیر کوچکتر  $r$  می‌شود. در  $r_2$  تابع فوق دارای مقدار  $A_i$  است. برای  $r < r_2$  مجدداً  $E_{kin} > V$  و باز تابع  $\psi$  یک موج است ولی این بار با دامنه  $A_i$ . برای مقادیر بزرگتر  $E_{kin}$ ، فاصله  $r_1 - r_2$  کاهش و نسبت  $A_i/A_0$  افزایش می‌یابد.

که نمای آن متناسب با  $-\sqrt{(V - E_{kin})}$  است تغییر می‌کند. هنگامی که  $r < r_2$ ، باز هم  $E_{kin} > V(r)$  است و تابع  $\psi$  وجود دارد (شکل ۱.۸ را ببینید). مشتق  $\psi$  باید با مقدار نمایی در  $r = r_2$  توافقی داشته باشد. هنگامی که  $r < r_2$  است تابع  $\psi$  دامنه‌ای برابر  $A_i$  دارد که بسیار کوچکتر از  $A_0$  است. دامنه تابع  $\psi$  هنگامی که  $r < r_2$  است، احتمال یافتن ذره در نزدیکی هسته را تعیین می‌کند که در واقع احتمال نفوذ،  $P_p(E)$  ذره برای نفوذ در سد کولنی یا عمل «تونل‌زنی»

از میان سد کولنی است. برای مقادیر بسیار کوچک  $B_{kin}$ ، فاصله  $r_1 - r_2$  بزرگ است و بنابراین،  $A_i = \psi(r_2)$  بسیار کوچک خواهد بود؛ به این ترتیب، احتمال نفوذ بسیار کوچک می‌شود. برای انرژیهای بزرگتر، احتمال نفوذ بزرگتر است. مقدار زیر را به دست می‌آوریم

$$P_p(v) \propto \exp\left(\frac{-4\pi^2 Z_1 Z_2 e^2}{h} \frac{1}{v}\right) \quad (4.8)$$

سد کولنی با افزایش  $Z_1 Z_2 e^2$  افزایش می‌یابد و بنابراین احتمال اثر تونل‌زنی به‌طور نمایی با این جمله کاهش پیدا می‌کند. به دلیل این جمله نمایی، برهم‌کنشهای هسته‌ای بین هسته‌های با مقادیر پایین  $Z_i$  تنها برهم‌کنشهایی هستند که دماهای نسبتاً پایین به وقوع می‌پیوندند. یعنی به نظر می‌رسد که بیشترین احتمال مربوط به برهم‌کنشها بین پروتونهاست.

وجود ضرایب  $1/v$  در نما نیز نشان می‌دهد که احتمال نفوذ برای سرعتهای بزرگتر، هنگامی که نما کوچکتر است، بیشتر می‌شود. چنانکه قبلاً دیدیم، برای سرعتهای بزرگتر، یعنی انرژی جنبشی بیشتر ذرات، پهنای چاه پتانسیل باریک‌تر، فروپاشی تابع  $\psi$  کندتر و دامنه تابع  $\psi$  در مرکز سد کولنی بزرگتر است پس، احتمال نفوذ بیشتر می‌شود.

با وجود این، این احتمال نفوذ در سد کولنی به تنهایی و کاملاً احتمال یک برهم‌کنش هسته‌ای را نشان نمی‌دهد. هسته‌ها ممکن است به یکدیگر نزدیک شوند ولی اکثر مشکلات دیگری در این رابطه وجود داشته باشد، نمی‌توانند با یکدیگر برهم‌کنش کنند. برای مثال، برهم‌کنش هسته‌ای بین دو پروتون که کمترین مقدار ممکن نما در معادله (۴.۸) را ایجاد می‌کند، دارای احتمال وقوع بسیار کوچکی است زیرا در آن هیچ هسته هلیوم پایداری با دو بار مثبت هسته و بدون نوترون وجود ندارد. تنها هسته ممکن با عدد جرمی ۲، دوترون است که دارای یک پروتون و یک نوترون است. برای شکل‌گیری این هسته، یکی از دو پروتون باید با گسیل پوزیترون به نوترون تبدیل شود و این پدیده باید هنگامی اتفاق بیفتد که دو پروتون در چاه پتانسیل به یکدیگر نزدیک شده‌اند. واپاشی پروتون به نوترون و پوزیترون فرایندی است که به دلیل برهم‌کنشهای ضعیف رخ می‌دهد پس، واقعه نادری است. بنابراین، احتمال شکل‌گیری یک دوترون در موقع برخورد دو پروتون بسیار کوچک است؛ با وجود این، پدیده فوق حتی در دماهای نسبتاً پایین، مثلاً حدود ۴ میلیون درجه به وقوع می‌پیوندد. البته، سطح مقطع این برهم‌کنش آن‌قدر کوچک است که نمی‌توان آن را در آزمایشگاه و به‌طور تجربی مشاهده کرد. در  $T = 1.4 \times 10^7 \text{K}$  و  $\rho X \approx 10^5 \text{g cm}^{-3}$  (کسر یا هیدروژن بر جرم است)، که شرایط مرکز خورشید است، ثانیه  $5 \times 10^{17} = 1.4 \times 10^{10}$  سال (این زمانی طول خواهد کشید تا پروتونی که در حال حرکت است با پروتون دیگری برهم‌کنش کند.)

است که پس از آن همه پروتونها در مرکز با پروتون دیگری برهم‌کنش کرده‌اند، یعنی زمانی که پس از آن هیدروژن در مرکز تمام شده است. بنابراین، زمان مورد نظر، طول عمر خورشید در رشته اصلی است.)

### ۴.۸ زنجیره پروتون-پروتون

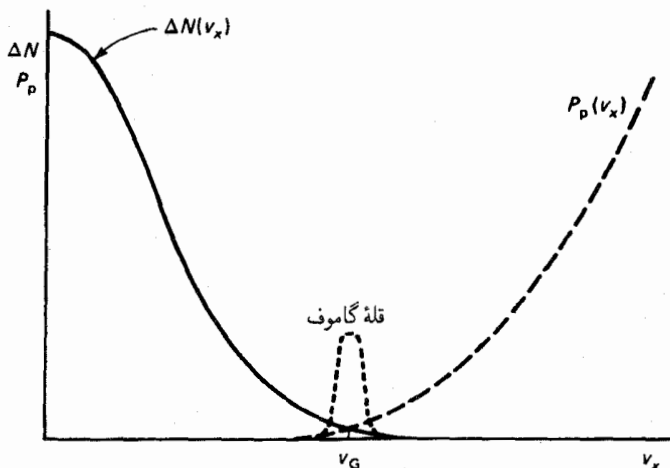
به نظر می‌رسد که ساده‌ترین برهم‌کنش هسته‌ای، برهم‌کنش بین یک دوترون و یک پروتون است. بار هسته‌ای این دو ذره ۱ است و دوترون و پروتون می‌توانند مستقیماً تشکیل یک هسته پایدار هلیوم با جرم ۳ بدهند. این برهم‌کنش، در ماهایی حدود ۲ میلیون درجه صورت می‌گیرد. با توجه به شرایط موجود در مرکز خورشید، تنها ۶ ثانیه طول می‌کشد تا یک دوترون با یک پروتون در گاز هیدروژن برهم‌کنش کند. البته، به دلیل تعداد کم هسته‌های دوترون موجود، میزان این فرایندها بسیار کم است؛ با وجود این، پس از وقوع برهم‌کنش پروتون-پروتون و شکل‌گیری یک دوترون، فرایندهای فوق اهمیت زیادی پیدا می‌کنند.

احتمال همجوشی پروتون-پروتون، خود وابسته به سرعت ذرات نیست. در این مورد، که حاصل ضرب  $Z_1 Z_2$  نسبتاً کوچک است، احتمال اثر تونل زنی چندان وابسته به دما آن هم در دماهای حدود  $10^7 K$  نیست. برای محاسبه تعداد برهم‌کنشهای پروتون-پروتون در سانتی‌متر مکعب ثابته، باید مجموع سهم پروتونهایی را که دارای سرعت‌های مختلفی‌اند، تعداد ذرات،  $N(v_x)$  که در هر بازه معینی از سرعت  $dv_x$  قرار دارند و توسط توزیع سرعت ماکسول به دست می‌آیند را حساب کنیم یعنی

$$dN(v_x) = N \frac{1}{\pi} \exp \left[ \frac{-mv_x^2}{2kT} \right] dv_x \quad (5.8)$$

در این رابطه،  $x$  جهت خط واصل دو ذره به یکدیگر و  $N$ ، تعداد کل ذرات در سانتی‌متر مکعب است. احتمال نهایی برای هر برهم‌کنش هسته‌ای و آهنگ برهم‌کنش  $R_i$ ، از حاصل ضرب توزیع ماکسولی سرعت در احتمال نفوذ برای یک سرعت معین و احتمال برهم‌کنش هسته‌ای به دست می‌آید که اغلب به صورت سطح مقطع برهم‌کنش  $C_i$  بیان می‌شود. در این صورت به رابطه زیر می‌رسیم

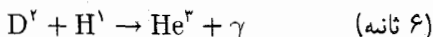
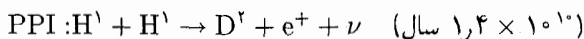
$$R_i = \int_{v_x=0}^{v_x=\infty} P_p(Z_1, Z_2, v_x) C_i dN(v_x) \quad (6.8)$$



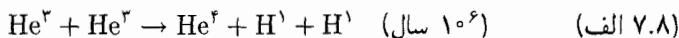
شکل ۲.۸ طرحی از توزیع سرعت برای مؤلفه سرعت  $v_x$  یعنی،  $\Delta N(v_x)$  (خط توپر). احتمال نفوذ وابسته به سرعت  $P_p(v_x)$  (خط چینهای بلند) نیز نشان داده شده است. حاصل ضرب این دو تابع دارای قله تیزی است که قله گاموف نامیده می شود (خط نقطه چین، بر حسب مقیاس کشیده نشده است).

در شکل ۲.۸، به طور کیفی توابع احتمال  $dN(v_x)$  و  $P_p(v_x)$  را نشان داده ایم. تابع  $dN(v_x)$  به طور نمایی با افزایش  $v_x$  کاهش می یابد درحالی که، احتمال نفوذ به طور نمایی با  $v_x^{-1}$  افزایش می یابد. حاصل ضرب این دو تابع قله نسبتاً تیزی در سرعت  $v_G$  دارد که قله گاموف نامیده می شود و تعیین کننده مقدار انتگرال در معادله (۶.۸) است. بیشترین برهم کنشها، بین ذراتی با سرعت نسبی  $v_G$  به وقوع می پیوندد. بنابراین، برای مقاصد بسیاری می توان محاسبات را طوری انجام داد که گویی همه برهم کنشهای هسته ای از یک نوع اند دارای سرعت یکسان  $v_G$  اند یعنی سرعتی که در آن قله گاموف به دست می آید.

هنگامی که دو پروتون با یکدیگر ترکیب می شوند و تشکیل یک دوتریون،  $D^2$  می دهند، برهم کنشهای دیگری به سرعت و به دنبال آن صورت می گیرند. در دمای پایین، برهم کنشهای زیر به وقوع می پیوندند که زنجیره PPI نامیده می شود:

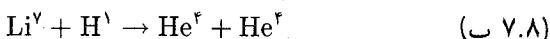
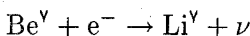


و پس از آن

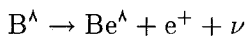
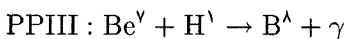


که در آن زمانهای برهم‌کنش برای هسته منفردی به کار می‌رود که ناحیه داخلی خورشیدی را که دارای دمای  $10^6 \times 1.4 \sim T$ ، چگالی  $10^3 \text{ g cm}^{-3} \approx \rho$  و ترکیب شیمیایی خورشیدی است می‌پیماید.  $\nu$  نماینده گسیل یک نوترینو است.

زنجیره برهم‌کنش به روشهای زیر نیز می‌تواند خاتمه پیدا کند:



یا



اهمیت نسبی زنجیره‌های PPI و PPII بستگی به اهمیت نسبی برهم‌کنشهای  $\text{He}^3$  با  $\text{He}^3$  در زنجیره PPI دارد که با برهم‌کنشهای  $\text{He}^3$  و  $\text{He}^4$  در زنجیره PPII مقایسه شده است. در  $10^7 \times 1.4 > T$ ،  $\text{He}^3$  ترجیحاً با  $\text{He}^4$  برهم‌کنش دارد. در دمای پایین‌تر  $T$ ، زنجیره PPI مهمتر است.

پایان PPIII هرگز در تولید انرژی خیلی مهم نیست ولی با این حال، باعث تولید نوترینوهای پرانرژی می‌شود. در دماهای ناحیه داخلی خورشیدی زنجیره PPIII نسبت به دما بسیار حساس است. زیرا شامل برهم‌کنشهای هسته‌هایی با  $Z_2 = 4$  است. بنابراین تعداد نوترینوهای پرانرژی که بر اثر این برهم‌کنشها تولید می‌شوند بستگی زیادی به دما خواهد داشت. اگر می‌توانستیم تعداد این نوترینوهای پرانرژی را حساب کنیم، به دماسنج بسیار حساسی دست می‌یافتیم که می‌توانست دماهای مرکزی خورشید را نشان بدهد. در بخش ۶.۱۸ که موضوع آن نوترینوی خورشیدی است دوباره به این مسئله باز می‌گردیم.

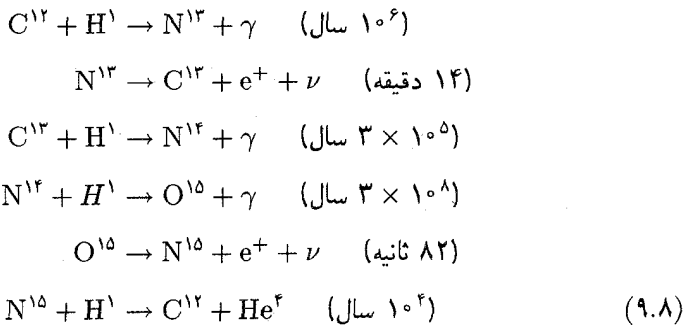
از آنجا که نوترینوها می‌توانند بدون برهم‌کنش با ماده خورشیدی به راحتی از سطح خورشید فرار کنند، انرژی‌شان به دلیل گرمایش خورشیدی تلف می‌شود. چون نوترینوهایی که در سه زنجیره یادشده تولید شده‌اند انرژیهای متفاوتی دارند، کسرهای مختلفی از انرژی کل به این طریق و در دماهای



گوناگون داخلی تلف می‌شوند. در سه زنجیره فوق، اتلاف انرژی نوترینوها به ترتیب ۱٫۹ درصد برای زنجیره PPI، ۳٫۹ درصد برای زنجیره PPII و ۲۷٫۳ درصد برای زنجیره PPIII است.

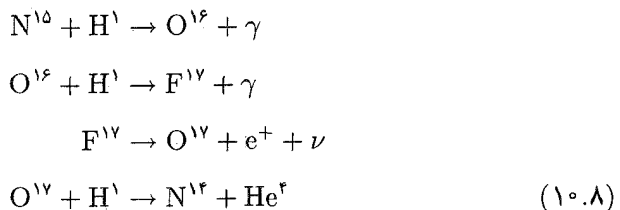
## ۵.۸ چرخه کربن-نیتروژن

در دماهای بالاتر، برهم‌کنشهایی که در آنها هسته‌ها دارای  $Z_i$  نسبتاً بالاتری هستند اهمیت پیدا می‌کنند به شرطی که سطح مقطعهای برهم‌کنشها الزاماً بزرگ باشند مانند، برهم‌کنشهای تشدیدی. برهم‌کنشهای تشدیدی هنگامی رخ می‌دهند که انرژی جنبشی نوکلئون به دام افتاده مطابق با تراز انرژی برانگیخته هسته ترکیبی باشد؛ این امر، عمل شکل‌گیری هسته ترکیبی را بسیار آسان می‌کند. در چرخه کربن، برهم‌کنشهای چرخه اصلی اینها هستند:



محاسبات زمانی مربوط به شرایط داده شده در بالا برای ناحیه داخلی خورشیدی است از  $(T = 1.4 \times 10^7, \rho \sim 10^5)$ . اثر خالص کل زنجیره برهم‌کنشها، شکل‌گیری یک  $\text{He}^4$  از چهار  $\text{H}^1$  است درحالی‌که  $\text{C}^{12}$  در پایان فرایندها مجدداً تولید می‌شود. تعداد کل هسته‌های C، N و O در فرایند تغییر نمی‌کند.

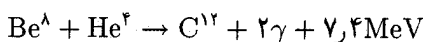
مشابه چرخه PP، پایانه‌های مختلفی امکان دارد.  $\text{N}^{15}$  به طریق زیر هم می‌تواند برهم‌کنش داشته باشد:



پس از آن  $N^4$  در خط ۴ وارد چرخهٔ اصلی می‌شود. این امر موجب مقداری افزایش در تولید  $He^4$  می‌شود ولی امکان وقوع این نوع پایان تنها  $4 \times 10^{-4}$  مرتبهٔ چرخهٔ اصلی است. اهمیت عمدهٔ این چرخهٔ دوتایی، تغییر در فراوانیهای  $O^{16}$  و  $O^{17}$  است (بخش ۹.۸ و فصل ۱۳ را نگاه کنید).

## ۶.۸ برهم‌کنش سه‌آلفایی

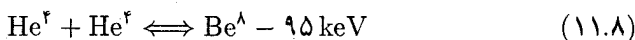
در دماهای به‌مراتب بالاتر یعنی،  $T \sim 10^8 K$  برهم‌کنش زیر می‌تواند صورت گیرد



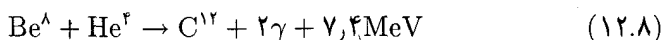
در چرخهٔ اصلی CNO،  $Z_1 Z_2 \leq 7$ ، اما در اینجا  $Z_1 Z_2 = 8$  است. چرا برای وقوع چنین برهم‌کنشی به دماهای بسیار بالاتر نیاز داریم؟ مشکل این است که  $Be^8$  نسبت به شکافت ناپایدار و طول عمر آن نیز بسیار کوتاه است. حال چگونه می‌توان  $Be^8$  را برای این برهم‌کنش فراهم کرد؟ فرایند شکافت یک پدیدهٔ انرژی‌زاست که در اینجا مقدار آن حدود  $95 \text{ keV}$  است. یعنی برای تهیهٔ  $Be^8$  از دو هستهٔ  $He^4$ ، مقدار انرژی لازم دقیقاً  $95 \text{ keV}$  است. این مسئله عکس فرایند یونش است یعنی در آن انرژی بر اثر پدیدهٔ بازترکیب حاصل می‌شود در صورتی که در عمل یونیزاسیون همین مقدار انرژی باید مصرف شود. با وجود این، همواره تعدادی یون در محیط وجود دارد؛ تعداد یونها با افزایش دما طبق معادلهٔ ساها افزایش می‌یابد. به‌طور مشابه، با زیاد شدن دما، ما شاهد تعداد در حال افزایشی از هسته‌های  $Be^8$  (در این حالت، ذرهٔ ترکیبی) خواهیم بود.

در دمای  $T = 10^8 K$ ، انرژی جنبشی متوسط  $\frac{3}{2} kT$  حدود  $2 \times 10^{-8} \text{ erg}$  است. از آنجایی که  $1 \text{ erg} = 6.24 \times 10^{11} \text{ eV}$ ،  $\frac{3}{2} kT \approx 12 \text{ keV}$ ، انرژی مورد نیاز برای تشکیل  $Be^8$  تنها با ضریبی حدود ۸ مرتبه بالاتر است.

حال نگاهی به وضعیت یونش هیدروژن می‌کنیم که در فشارهای جوی، و در  $T \approx 10000 K$  صورت می‌گیرد. در این دما، انرژی جنبشی متوسط  $\frac{3}{2} kT$  حدود  $2 \times 10^{-12} \text{ erg}$  یا تقریباً معادل یک الکترون‌ولت است. با اینکه انرژی یونش هیدروژن  $13.6$  الکترون‌ولت است، هیدروژن در این وضعیت یونیده می‌شود. پس با وجود انرژی بازترکیب حدود  $95 \text{ keV}$  و انرژی جنبشی متوسطی معادل  $12 \text{ keV}$ ، باز هم می‌توان در وضعیت تعادل به تعداد کافی  $Be^8$  داشت



تعداد هسته‌های  $\text{Be}^8$  همواره کم است ولی برای وقوع تعدادی از برهم‌کنشها، از جمله برهم‌کنش زیرکافی است



اثر خالص برهم‌کنشهای (۱۱.۸) و (۱۲.۸) تشکیل یک  $\text{C}^{12}$  از سه هسته  $\text{He}^4$  یعنی از سه ذره آلفاست. به همین دلیل برهم‌کنش فوق، برهم‌کنش سه‌آلفایی نامیده می‌شود. انرژی خالص به‌دست‌آمده حدود  $7.7\text{MeV} \sim 95\text{keV} - 7.7\text{MeV}$  است.

## ۷.۸ تولید عنصر در ستارگان

رصدها نشان می‌دهند که فراوانیهای کم عناصر سنگین در ستارگان بسیار قدیمی دیده می‌شود. عملاً ستارگانی رصد شده‌اند که فراوانیهای عنصر سنگین در آنها با ضریبی تا مرتبه  $10^4$  در مقایسه با خورشید کاهش یافته است. از طرف دیگر، همه ستارگان جوان دارای فراوانیهای عنصر سنگین هستند که بسیار متفاوت از فراوانیهای خورشیدی نیست. به همین دلیل به نظر می‌رسد که فراوانیهای عناصر سنگین در مدت شکل‌گیری و تحول کهکشان افزایش یافته‌اند و احتمالاً در اولین نسل از ستارگان هیچ اثری از عناصر سنگین وجود نداشته است. بررسیهای کیهان‌شناسی نیز مؤید همین مسئله است و نشان می‌دهد که در فاز دمای بالای انفجار بزرگ، زمان کافی برای شکل‌گیری هیچ عنصری که جرمش بیشتر از  $\text{He}^4$  باشد وجود نداشته است جز برای تعداد بسیار کمی از هسته‌های  $\text{Li}$ . تعداد بسیار کم هسته‌های  $\text{Be}^8$  که احتمالاً در آن زمان وجود داشت بسیار کمتر و زمان نیز بسیار کوتاه‌تر از آن حدی بوده است که قادر به تولید  $\text{C}^{12}$  در برهم‌کنش سه‌آلفایی باشد.

اولین نسل ستارگان احتمالاً تنها شامل هیدروژن و هلیوم بوده است. بنابراین چرخه CNO نمی‌توانست ظاهر شود و تنها زنجیره‌های PP وجود داشتند. هویله در کشف مهمش نشان داد که برهم‌کنش سه‌آلفایی در ستارگان متحول شده نقش دارد زیرا این ستارگان  $10^5$  سال وقت دارند تا  $\text{C}^{12}$  را در برهم‌کنشهای سه‌آلفایی ایجاد کنند. بدون این برهم‌کنش، هیچ عنصر سنگینی به وجود نمی‌آمد یعنی ما نیز وجود نداشتیم. به محض شکل‌گیری  $\text{C}^{12}$ ، مسئله به دام افتادن هسته‌های هلیوم یا ذرات آلفا در دماهای در حال افزایش و در ناحیه داخلی ستارگان سنگین امکان‌پذیر می‌شود؛ پس از آن هسته‌هایی تا  $\text{Fe}^{56}$  می‌توانند تشکیل شوند. مسلماً همه عناصر مشاهده شده و ایزوتوپها نمی‌توانند از طریق به هم پیوستن ذرات آلفا تشکیل شوند. برای تشکیل همه عناصر موجود تا اورانیم با جرم ۲۳۸ واحد جرم اتمی، نیاز به دام افتادن پروتونها و نوترونها توسط هسته‌های سنگین داریم.

در مراحل آخر تحول ستارگان سنگین، می‌توان شرایطی را مشخص کرد که تحت آنها فرایندهای گوناگونی می‌توانند به‌وقوع بپیوندند، اگر چه مجموعه‌ای از مسائل مهم مربوط به جزئیات فرایندها حل نشده باقی می‌مانند.

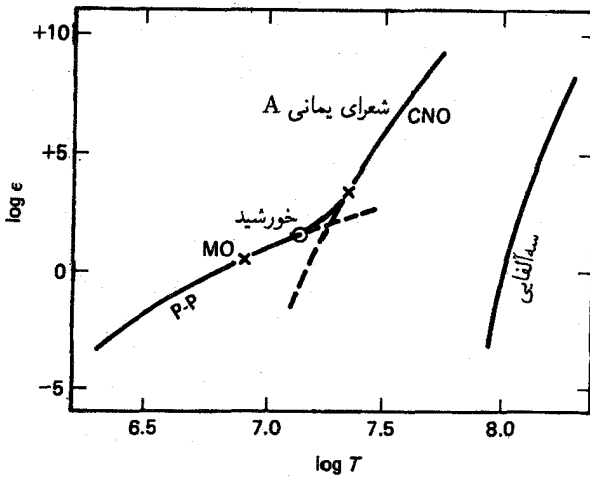
اصولاً می‌توان مطمئن بود که همه عناصر سنگین‌تر از  $\text{He}^4$  در ناحیه داغ داخلی ستارگان متحول شده به‌وجود آمده‌اند. بدون برهم‌کنش سه‌آلفایی، تنها گاز هیدروژن و هلیم موجود بودند و هیچ سیاره جامد و یا حیاتی روی زمین وجود نداشت.

## ۸.۸ مقایسه مکانیسمهای مختلف تولید انرژی

با توجه به جدول ۱.۸ می‌دانیم که مقدار کل انرژی‌ای که از برهم‌کنش سه‌آلفایی به‌دست می‌آید تنها ۱۰ درصد آن مقدار حاصل از همجوشی چهار  $\text{H}^1$  و تبدیل آنها به یک  $\text{He}^4$  است. در هر فرایند همجوشی  $\text{He}^4 \rightarrow 4\text{H}^1$ ، حدود  $26.2\text{MeV}$  انرژی از چرخه PP و  $25.0\text{MeV}$  از چرخه CNO به‌دست می‌آید (اختلاف مشاهده‌شده به دلیل مقادیر گوناگون انرژی تلف‌شده نوترینو است). با در نظر گرفتن این مسئله که مقدار جرم لازم برای تشکیل یک  $\text{C}^{12}$  سه برابر مقدار لازم برای یک  $\text{He}^4$  است، می‌بینیم که انرژی حاصل از برهم‌کنش  $\text{C}^{12} \rightarrow 3\text{He}^4$ ،  $3\text{MeV}/3$  یا  $2.4\text{MeV}$  برای هر هسته  $\text{He}^4$  است که با  $25\text{MeV}$  از چرخه CNO مقایسه شده است و یا چیزی حدود ۱۰ درصد. بنابراین ستاره‌ای با جرم و تابندگی معین، با این منبع انرژی حداکثر ۱۰ درصد زمانی که منبع آن از سوختن هیدروژن تأمین می‌شود می‌تواند دوام بیاورد.

چون بقای ستارگان رشته اصلی مبتنی بر همجوشی هیدروژن است، این ستارگان می‌توانند در رشته فوق بیشتر از هر مکان دیگری در نمودار قدر رنگ دوام بیاورند. این دلیلی است که نشان می‌دهد بیشترین ستارگان موجود در رشته اصلی قرار دارند. از طرف دیگر مشاهده می‌کنیم که ستارگان سنگین و داغ گروه‌های O و B تنها برای مدت زمانی بسیار کوتاه‌تر از ستارگان سردتر در رشته اصلی باقی می‌مانند زیرا این نوع ستارگان، سوخت خود را بسیار سریع‌تر مصرف می‌کنند؛ ستارگان سردتر در مصرف سوخت خود بسیار محتاط‌اند بنابراین، مدت زمان بیشتری دوام می‌آورند.

شکل ۳.۸ نشان می‌دهد که چه مقدار انرژی از مکانیسمهای مختلف و در دماهای گوناگون تولید می‌شود. دماهای داخلی خورشید و چند نمونه از ستارگان نیز نشان داده شده است. در کوتوله‌های M، یعنی ستارگان سرد، بخش اعظم تولید انرژی مربوط به زنجیره PP است. در مورد خورشید هر دو چرخه PP و CNO نقش دارند ولی زنجیره PP از این نظر مهمتر است.



شکل ۳.۸ تولید انرژی به ازای هر گرم به صورت تابعی از دما برای فرایندهای هسته‌ای مختلف در برهم‌کنشهای پروتون-پروتون (PP) و CNO چگالیها و فراوانیهای ناحیه داخلی خورشیدی به کار رفته‌اند. در برهم‌کنشهای سه‌آلفایی، چگالیهایی با ضریب  $10^2$  بالاتر از حد معمول مورد استفاده قرار گرفته‌اند زیرا این برهم‌کنشها تنها در  $T > 10^8 K$  ظاهر می‌شوند یعنی وقتی که چگالیهای بالاتری در نواحی داخلی ستاره وجود دارد. در شکل فوق، شرایط موجود در مراکز تعدادی از ستارگان رشته اصلی نیز نشان داده شده است. در دماهای پایین، زنجیره پروتون-پروتون علی‌رغم سهم کوچکش در تولید انرژی کاراترین مکانیسم محسوب می‌شود. در خورشید، زنجیره PP به مراتب مهمتر از چرخه CNO است.

در صورت فلکی شعراى يمانى A، و در ستاره‌ای از نوع  $A_0 V$  با  $T_{\text{eff}} \sim 10000 K$ ، چرخه CNO مهمتر از زنجیره PP است. برهم‌کنشهای سه‌آلفایی که در واقع سوختن هلیوم نیز نامیده می‌شوند نقش مهمی در عملکرد ستارگان معمولی رشته اصلی بجز سنگین‌ترین آنها ندارند. این حالت به دماهای داخلی بسیار بالا نیاز داریم.

قبلاً دیدیم که بستگی برهم‌کنشهای هسته‌ای به دما عملاً به صورت نمایی است، ولی از آنجا که زنجیره PP تنها در دماهای پایین و چرخه CNO عمدتاً در دماهای بالا یعنی  $T \gtrsim 1.7 \times 10^7 K$  اهمیت دارند، اغلب بهتر است که بستگی واقعی دما را با استفاده از یک قانون ساده توانی و به‌طور تقریبی به دست بیاوریم. در این تقریب، تولید انرژی در گرم ثانیه توسط زنجیره PP،  $\epsilon_{pp}$ ، به صورت زیر به دست می‌آید

$$\epsilon_{pp} = \epsilon_p \rho X^2 \left( \frac{T}{10^6} \right)^\nu \quad (13.8)$$

که در آن،  $\nu \sim 4$  است.  $X$ ، فراوانی هیدروژن در کسر جرمی است. برای تولید انرژی توسط چرخه

CNO،  $\epsilon_{cc}$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_c \rho X Z(C, N) \left( \frac{T}{10^6} \right)^\nu \quad (14.8)$$

که در آن،  $\nu$  تا حدودی وابسته به دامنه دمایی مورد نظر ماست ولی معمولاً هنگامی که چرخه CNO مهم است،  $\nu \sim 16$  است. تفاوت مقدار  $\nu$  در برهم‌کنشهای PP و GNO این حقیقت را بیان می‌کند که حساسیت چرخه CNO نسبت به دما به مراتب بیشتر از زنجیره PP است.

$Z(C, N)$  فراوانی C یا N در کسرهای جرمی را نشان می‌دهد. تعداد فرایندهای همجوشی در سانتی‌متر مکعب بستگی به تعداد برخوردهای بین  $H^1$  و  $H^1$  در زنجیره PP، یا بین  $C^{12}$  و  $H^1$  و یا  $N^{14}$  و  $H^1$  در چرخه CNO دارد. بنابراین  $\epsilon_{pp}$  در سانتی‌متر مکعب وابسته به  $n(H)n(H) \propto \rho^2 X^2$  و  $\epsilon_{cc}$  در سانتی‌متر مکعب وابسته به  $n(H)n(N) \propto (\rho X)\rho Z(N) \propto \rho^2 XZ(N)$  یا  $n(H)n(C) \propto \rho^2 XZ(C)$  است.  $\epsilon_c$  و  $\epsilon_p$  در معادلات (۱۳.۸) و (۱۴.۸) ثابت‌اند و به وسیله آهنگهای برهم‌کنش به دست می‌آیند. تولید انرژی در گرم که برابر با تولید انرژی در سانتی‌متر مکعب تقسیم بر تعداد گروهها در سانتی‌متر مکعب یعنی تقسیم بر  $\rho$  است، منجر به روابط (۱۳.۸) و (۱۴.۸) می‌شود.

## ۹.۸ فراوانیهای حالت تعادل

در معادلات (۷.۸) و (۹.۸)، مقادیر تقریبی زمانهای لازم برای وقوع یک برهم‌کنش داده شده‌اند البته به شرطی که یک ذره سنگین را به داخل گاز هیدروژن با چگالی  $\rho X = 10^6$  و  $T = 14 \times 10^6 K$  پرتاب کنیم.

فرض کنید که اولین برهم‌کنش پس از  $10^6$  سال باعث شکل‌گیری یک هسته  $N^{14}$  از هر اتم مشخص  $C^{12}$  و یک  $H^1$  می‌شود. در این صورت  $N^{14}$  در ۱۴ دقیقه فرو می‌باشد. این یعنی که احتمال یافتن یک هسته  $N^{14}$  بسیار کم است. هسته فوق بلافاصله به  $C^{12}$  تبدیل می‌شود و  $N^{14}$  بعدی تنها  $10^6$  سال بعد تشکیل می‌شود.  $C^{12}$  برای مدت  $3 \times 10^5$  سال باقی می‌ماند. بنابراین احتمال یافتن آن به مراتب بیشتر از  $N^{14}$  است، با وجود این پس از ناپدید شدن  $C^{12}$ ، باید  $7 \times 10^5$  سال دیگر صبر کنیم تا  $C^{12}$  دیگری تشکیل شود. مهم نیست که برهم‌کنش  $C^{12} + H^1 \rightarrow N^{14} + \gamma$  با چه سرعتی رخ دهد، به‌رحال باید بیش از  $10^6$  سال صبر کنیم تا اولین  $N^{14}$  به وجود بیاید زیرا ظهور اولین برهم‌کنش به مدت زمان بسیار زیادی نیاز دارد. پس از

تشکیل  $N^{14}$ ، به طور متوسط و برای مدت زمان طولانی حدود  $10^8 \times 3$  سال باقی می ماند، قبل از اینکه به  $O^{15}$  تبدیل شود. در همین فاصله زمانی سیصد  $N^{14}$  دیگر نیز از طریق برهم کنشهای اولیه تشکیل می شوند. بنابراین، فراوانی  $N^{14}$  افزایش می یابد. فراوانیهای نسبی ذرات درگیر در چرخه CNO در فرایند مربوط بسته به آهنگهای برهم کنش تغییر می کنند. فراوانی  $N^{14}$  به بهای فراوانی  $C^{12}$  افزایش می یابد هر چه احتمال وقوع یک برهم کنش کمتر باشد، فراوانی عنصر عامل شروع این برهم کنش بیشتر می شود. از طرف دیگر هر چه تعداد هسته های  $N^{14}$  بیشتر باشد، احتمال اینکه یکی از آنها برهم کنشی کرده و تبدیل به  $O^{15}$  شود بیشتر می شود. اگر فراوانی نسبی  $N^{14}$  به  $C^{12}$ ،  $300$  برابر افزایش پیدا کند ( $C^{12}$  کاهش و  $N^{14}$  افزایش می یابد)، در این صورت هر زمانی که یک  $N^{14}$  جدید از طریق برهم کنشهای اولیه در چرخه CNO پدیدار شود، یک  $N^{14}$  نیز ناپدید می شود. فراوانی  $N^{14}$  دیگر تغییر نمی کند. پس از حدود  $10^8 \times 3$  سال،  $N^{14}$  به فراوانی حالت تعادلش می رسد.

اگر تعداد فرایندهای تخریب در واحد زمان برای یک هسته معین برابر با تعداد فرایندهای تولید در واحد زمان باشد مقادیر تعادل حاصل می شود. یعنی برای مثال، فراوانیهای  $N^{14}$  در حالت تعادل عبارت است از

$$\frac{dN^{14}}{dt} = C^{12} \times \text{آهنگ برهم کنش} - N^{14} \times \text{آهنگ}(N^{14} + H^1) = 0$$

با توجه به متناسب بودن آهنگ برهم کنش با  $(\text{زمان برهم کنش})^{-1}$ ، طبق اعداد معادله (۹.۸) داریم

$$\frac{C^{12}}{3 \times 10^5} - \frac{N^{14}}{3 \times 10^8} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{N^{14}}{C^{12}} = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^5} = 1000$$

یا برای نسبت  $C^{12}$  به  $C^{13}$

$$\frac{C^{12}}{10^6} = \frac{C^{13}}{3 \times 10^5} \quad \text{و} \quad \frac{C^{12}}{C^{13}} = \frac{10^6}{3 \times 10^5} = 3.3$$

که به رابطه زیر می انجامد

$$\frac{N^{14}}{C^{12}} = \frac{N^{14} C^{13}}{C^{13} C^{12}} = 300$$

چون آهنگهای واکنش تابع دما هستند، نسبتهای فراوانی تعادل نیز تا اندازه ای به دما بستگی دارند. در هر صورت، در ناحیه هایی که چرخه CNO در کار است انتظار افزایش فراوانی نیتروژن و کاهش

فراوانی کربن را داریم حتی اگر سهم آن در تولید انرژی ناچیز باشد بنابراین، انتظار افزایش نسبت  $C^{13}/C^{12}$  را در درون ستاره هم داریم. در جو خورشید این نسبت فقط  $1.07 \times 10^{-3}$  است. اما می‌تواند در ناحیه‌هایی که چرخه CNO برای مدت زمان کافی و در دماهای حدود  $10^7 K \times 1.4$  فعال بوده است به مقداری حدود  $3 \times 10^{-3}$  نیز برسد. برای اینکه بین فراوانیهای  $C^{13}$  و  $C^{12}$  حالت تعادل ایجاد شود، با توجه به  $1.4 \times 10^7 K \sim T$  حدوداً  $10^6$  سال وقت لازم است.

اگر به‌طور همزمان با فراوانیهای غیرعادی و زیاد  $N^{14}$  و  $C^{13}$  روبه‌رو شویم، باید شک کنیم که احتمالاً ماده‌ای در نواحی از ستاره‌ای که در آنها چرخه CNO فعال است ظاهر شده است. در واقع چنین فراوانیهای غیرعادی در جو اکثر غولهای قرمز و ابرغولها دیده می‌شود. درباره این مسئله در فصل ۱۸ صحبت خواهیم کرد.

## ۱۰.۸ تعیین سن خوشه‌های ستاره‌ای

در بخش ۱.۸ دیدیم که انرژی هسته‌ای تنها منبع انرژی‌ای است که به اندازه کافی بزرگ است و ستارگان می‌توانند از طریق آن انرژی‌ای را که از طریق تابش از دست داده‌اند دوباره به‌دست بیاورند. مقدار قابل حصول انرژی هسته‌ای را می‌توان از طریق کاستی جرم حساب کرد، یعنی مقدار جرم تلف‌شده در هنگام ترکیب چهار هسته هیدروژن یا پروتون به یک هسته هلیوم یا یک ذره آلفا. دیدیم که در این فرایند  $7 \times 10^{-3}$  درصد جرم تلف و به انرژی تبدیل می‌شود. با توجه به این موضوع و این مطلب که (در ادامه نشان داده خواهد شد) ظاهر ستارگان پس از تبدیل  $10 \times 10^{-3}$  درصد از جرم هیدروژنشان به هلیوم تغییر می‌کند، می‌توانیم به‌سادگی حساب کنیم که خورشید و همه ستارگان رشته اصلی چه مدت در پیکربندی فعلی‌شان باقی می‌مانند. کل انرژی هسته‌ای قابل حصول در رشته اصلی از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$E_{\text{nuclear}} = \Delta mc^2 = 0.1M \times 0.007c^2 = 6.3 \times 10^{47} M \text{ erg} \quad (15.8)$$

این عدد، مقدار انرژی قابل حصول را کمی بیشتر از حد متعارف نشان می‌دهد زیرا درصد کوچکی از آن توسط نوترینوهای گریزان تلف می‌شود و نیز اینکه مقداری از جرم آغازی هلیوم است. برای محاسبه زمان دوام این مقدار انرژی،  $t$ ، باید آن را بر مقدار انرژی‌ای که در واحد زمان مصرف می‌شود تقسیم کنیم؛ این پارامتر به‌وسیله تابندگی ستاره به‌دست می‌آید بنابراین به رابطه زیر می‌رسیم

$$t = \frac{E_{\text{nuclear}}}{L} = \frac{6.3 \times 10^{47} M \text{ erg}}{L[\text{erg s}^{-1}]} \quad (16.8)$$



در خورشید،  $M_{\odot} = 2 \times 10^{33} \text{g}$  و  $L_{\odot} = 4 \times 10^{33} \text{erg s}^{-1}$ . با این مقادیر نتیجه می‌گیریم که

$$t_{\odot} = \frac{6.3 \times 10^{17} \times 2 \times 10^{33}}{4 \times 10^{33}} \text{s} = 3.15 \times 10^{17} \text{s} \sim 10^{10} \text{سال}$$

کل عمر خورشید در رشته اصلی حدود  $10^{10}$  سال است. خورشید تقریباً نصف عمرش را در رشته اصلی سپری کرده است.

برای سایر ستارگان باید جرم و تابندگی آنها را در معادله (۱۷.۸) قرار بدهیم. اگر مستقیماً از رابطه رصدشده جرم-تابندگی استفاده کنیم می‌توانیم اطلاعات بیشتری در این زمینه به دست بیاوریم یعنی

$$\frac{L}{L_{\odot}} \propto \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3.5} \quad (17.8)$$

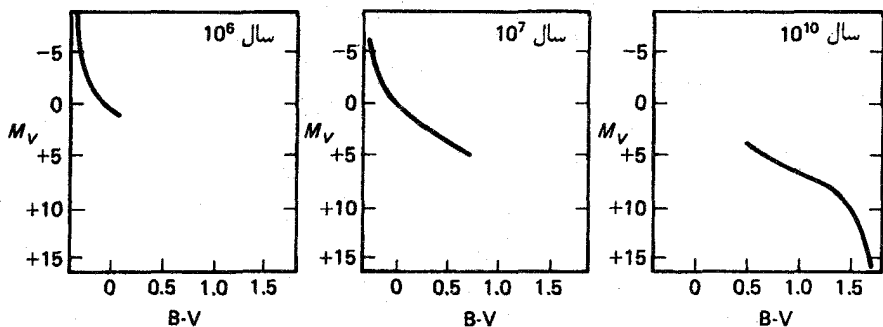
که پس از آن به فرمول زیر می‌رسیم

$$\frac{t}{t_{\odot}} \propto \frac{M}{M_{\odot}} \frac{L_{\odot}}{L} \propto \frac{M}{M_{\odot}} \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right)^{3.5} = \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2.5} \quad (18.8)$$

ستاره‌ای مانند ستاره B۱ V که جرمش ده برابر جرم خورشیدی است، دارای طول عمر کوتاه‌تری با ضریبی حدود  $3^{\circ}$  نسبت به خورشید در رشته اصلی است. ستاره B۱ پس از حدود  $3 \times 10^7$  سال یا  $3^{\circ}$  میلیون سال متحول و از رشته اصلی خارج می‌شود. طول عمر سنگین‌ترین ستارگان در رشته اصلی تنها حدود یک میلیون سال است! به احتمال قوی، سنگین‌ترین ستارگانی که هم‌اکنون مشاهده می‌کنیم در عرض یک میلیون سال گذشته شکل گرفته‌اند!

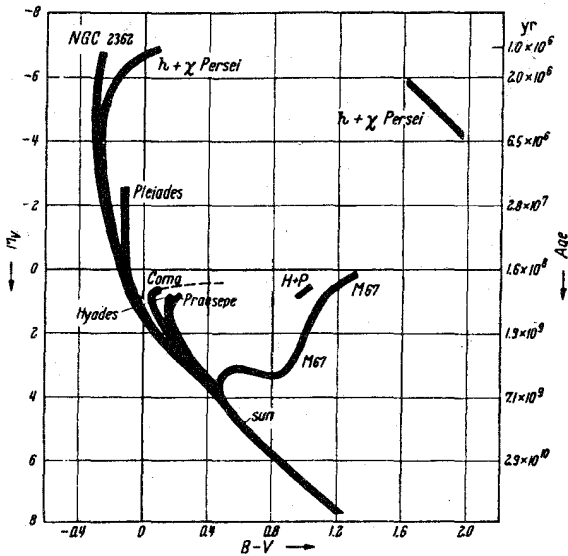
معنی این گفته‌ها با توجه به ظاهر نمودارهای قدر رنگ خوشه چیست؟

در شکل ۴.۸، نمودارهای قدر رنگ به طرز ساده‌ای تنها برای سنهای مختلف ستارگان رشته اصلی رسم شده‌اند. در یک خوشه بسیار جوان که محدوده سنی آن به صورت  $10^6 < \text{سن} < 10^4$  سال است، انتظار مشاهده ستارگان بسیار سنگینی را در رشته اصلی داریم. زمان انقباض آنها حدود  $10^4$  سال است. در طول انقباض این ستارگان نیمی از انرژی گرانشی آزادشده، به صورت انرژی گرمایی در می‌آید. در نقطه‌ای، انرژی داخلی و دمای ستارگان به اندازه‌ای بالا می‌رود که فرایندهای همجوشی شروع می‌شوند. پس از آن اتلاف انرژی دوباره با تولید انرژی هسته‌ای جبران می‌شود. در این لحظه انقباض ستاره متوقف می‌شود و دیگر شعاعش تغییر نمی‌کند. ستاره در



شکل ۴.۸ طرح رشته‌های اصلی مورد انتظار در نمودارهای قدر رنگ خوشه‌هایی با سنین مختلف. برای هر منحنی سن مربوطه نشان داده شده است.

نمودار قدر رنگ در همان مکان قبلی‌اش باقی می‌ماند تا زمانی که تولید انرژی هسته‌ای بتواند اتلاف انرژی سطح ستاره را که از طریق تابش صورت می‌گیرد جبران کند. در این حالت ظاهر ستاره تغییر نمی‌کند (جز اینکه درخشندگی آن به تدریج و حدود نصف قدر افزایش می‌یابد). از آنجا که ستارگان بخش اعظم عمرشان را در این مرحله می‌گذرانند، در مورد اکثر ستارگان این پیکربندی را مشاهده می‌کنیم. اصلی‌ترین مرحله تحول ستارگان همین مرحله است. سنگین‌ترین ستارگان که گروه O نامیده می‌شوند چنانکه قبلاً حساب کردیم، در این مرحله تنها  $10^6$  سال باقی می‌مانند. پس از  $10^6$  سال، این ستارگان از رشته اصلی ناپدید و تبدیل به ابرغولها می‌شوند که در فصل ۱۵ به آن خواهیم پرداخت. البته پس از  $10^6$  سال، ستارگانی که دارای جرمهای کوچک مانند خورشیدند، هنوز به رشته اصلی نرسیده‌اند. پس از  $10^6$  سال، رشته اصلی تنها به طرف پایین و به طرف ستارگان گروه A با  $10^7$   $B - V \sim$  گسترش می‌یابد ولی داغ‌ترین ستارگان که از گروه O هستند شروع به ناپدید شدن می‌کنند. پس از  $10^7$  سال، همه ستارگان گروه O از رشته اصلی ناپدید می‌شوند که در این لحظه به طرف انتهایی بالایی و به طرف ستارگان گروه BO و در انتهای پایینی به طرف ستارگانی با  $10^8$   $B - V \sim$  یعنی، به طرف ستارگان گروه G مانند خورشید گسترش می‌یابد. پس از  $10^8$  سال، رشته اصلی به طرف انتهایی پایینی و به طرف ستارگان گروه K با  $10^9$   $B - V \sim$  گسترش می‌یابد ولی در بخش بالایی به ستارگانی با  $8M_{\odot} \sim$  و یا ستارگان اولیه B ختم می‌شود. پس از  $10^9$  سال رشته اصلی در بالا با  $10^9$   $B - V \sim$  و در ستارگان اولیه A متوقف می‌شود و پس از  $10^{10}$  سال تنها تا ستارگان اولیه G مانند خورشید گسترش می‌یابد. بنابراین نقطه پایانی بالایی رشته اصلی، سن چنین خوشه‌هایی را در اختیارمان قرار می‌دهد. در شکل ۵.۸، برهم‌نهی نمودارهای قدر رنگ تعدادی از خوشه‌های کیهانی نشان داده شده است. به



شکل ۵.۸ برهم‌نهی نمودارهای قدررنگ خوشه‌های کهکشانی مختلف و خوشه کروی M۶۷. مدوله‌های فاصله‌طوری تعیین شده‌اند که رشته‌های اصلی در انتهای پایینی توافق دارند. در خوشه پروین، بالای رشته اصلی به ستارگان اولیه B ختم می‌شود که نشان‌دهنده سنی حدود  $10^8$  سال است در حالی که در M۶۷ رشته اصلی در ستارگان اولیه گروه G ( $60^\circ \sim B - V$ ) مانند خورشید متوقف می‌شود سن آن به احتمال قوی حدود  $10^{10}$  است. علامت H + P به جای صورت فلکی اشتزان ماده و علفگاه به‌کار رفته است.

سادگی می‌توان نتیجه گرفت که خوشه ستارگان صورت فلکی اشتزان ماده حدوداً صد میلیون سال قبل تشکیل شده است و سن خوشه کروی M۶۷ باید حدود  $10^{10}$  سال باشد. البته این تنها یک محاسبه تقریبی است زیرا فقط از رابطه تقریبی جرم-تابندگی یا معادله (۱۷.۸) استفاده کرده‌ایم.

## معادلات بنیادی ساختار ستاره‌ای

### ۱.۹ گرادیان دما

ما اینک فیزیک بنیادی و نیز معادلات پایه مورد نیاز را برای بحث در مورد طبقه‌بندی دما و فشار ستارگان در اختیار داریم که از طریق آنها با توجه به روابط نظری بین جرم و ترکیب شیمیایی به عنوان مقادیر داده‌شده از یک طرف، می‌توان شعاع، تابندگی و دماهای مؤثر را از سوی دیگر به دست آورد. چنانکه قبلاً گفتیم، این حقیقت رصدشده که دمای اکثر ستارگان با گذشت زمان چندان تغییر نمی‌کند، گویای این است که ستارگان باید در تعادل گرمایی باشند. به عبارتی، تابندگی  $L(r)$  که کل مقدار انرژی گذرنده از هر پوسته‌کروی و در فاصله  $r$  از مرکز، جز در لایه‌های مولد انرژی، باید در سراسر ستاره ثابت باشد. در چنین لایه‌هایی، انرژی‌ای که به تازگی تولید شده است باید به خارج منتقل شود زیرا در غیر این صورت، لایه مولد انرژی گرم می‌شود. بنابراین تعادل گرمایی لازم می‌آورد که

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r) \quad (1.9)$$

$L(r)$  شامل انتقال تابشی، همرفتی، و احتمالاً رسانشی انرژی است.  $\epsilon(r)$  شامل همه انواع تولید

انرژی است. اگر ستاره در حال انقباض یا انبساط باشد باید آزاد (یا مصرف) شدن انرژی گرانشی را هم در  $\varepsilon(r)$  در نظر بگیریم (فصل ۲۰ را نگاه کنید).  
در فصل ۸ در رابطه با تولید انرژی هسته‌ای دیدیم که

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho T^\nu \quad (۲.۹)$$

که در آن، برای زنجیره پروتون-پروتون  $\nu \approx 4$  و برای چرخه CNO،  $\nu \approx 16$  است. معادلات (۱.۹) و (۲.۹) تابندگی  $L$  را به صورت تابعی از  $r$  به دست می‌دهند. گرادیان دما توسط شار تابشی  $F_r$  طبق رابطه زیر حساب می‌شود

$$\frac{4}{3} \frac{dB}{dr} = F_r \quad (۳.۹)$$

که در آن  $F_r = L_r / 4\pi r^2$  و  $L_r$  تابندگی تابشی یعنی، شار انرژی تابشی مربوط به هر پوسته کروی است.

در تعادل تابشی  $L_r = L$  و طبقه‌بندی دما در تعادل تابشی به صورت زیر است

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{L(r) \kappa_{cm}}{4\pi r^2 T^3} \frac{3}{16\sigma} \quad (۴.۹)$$

درباره وابستگی کدری میانگین روسلند،  $\kappa_{cm}$ ، به  $T$ ،  $P_g$ ، و فراوانیهای عنصر در فصل چهار صحبت کردیم. در اینجا از متوسط  $\kappa$  در واحد گرم از ماده استفاده می‌کنیم

$$\kappa_g = \kappa_0 \rho^\alpha T^{-\beta} \quad (۵.۹)$$

که در آن  $\kappa_0$  در گذارهای مقید-آزاد و مقید-مقید متناسب با  $Z$  است.

در قانون کدری کرامرز،  $\alpha = 1$  و  $\beta = 3.5$  است. اما چنانکه در شکل ۳-۴ دیدیم محاسبات عددی در توافق با مقادیر  $\alpha = 0.5$  و  $\beta = 2.5$  است.

به این نتیجه رسیدیم که در منطقه همرفت معمولاً رابطه‌ای بین دمای بی‌درو و فشار وجود دارد (جز در بخشهای بالایی مناطق همرفتی خارجی هیدروژن و هلیوم)؛ این امر در مناطق همرفتی عمیق منجر به رابطه زیر می‌شود. [معادله (۳۵.۵) را ببینید]

$$\frac{dT}{dr} = \nabla_{ad} \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (۶.۹)$$

در مورد لایه‌های خارجی با چگالی پایین باید از معادلاتی که در فصل ۷ گفته شده استفاده کنیم.

## ۲.۹ گرادیان فشار

این حقیقت رصد شده نیز که شعاع ستارگان تغییر نمی‌کند گویای این است که ستارگان الزاماً در تعادل هیدروستاتیکی‌اند و پدیده فوق توسط معادله هیدروستاتیک بیان می‌شود [معادله (۱۲.۲)] را ببینید] البته به شرطی که فشار گاز مهم باشد

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{GM_r}{r^2} \quad \text{یا} \quad \frac{dP_g}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2} \rho \quad (۷.۹)$$

به طور کلی باید از رابطه غیره  $P = P_g + P_r$  استفاده کنیم که در آن  $P_r$  فشار تابشی است. فشارهای دیگر ممکن است ناشی از آشفستگی یا میدانهای مغناطیسی باشند.

تعادل گرمایی (۱.۹)، که معادله انرژی نیز نامیده می‌شود، و معادلات تعادل هیدروستاتیکی عملاً همه آن چیزی است که برای تعیین ساختار ستاره‌ای در دست داریم. معادلات اضافی که باید از آنها استفاده کنیم تنها کمک می‌کنند تا مقادیر عددی را که در معادلات تعادل ظاهر می‌شوند ارزیابی کنیم.

برای تعیین  $M_r$  به صورت تابعی از شعاع  $r$ ، باید توضیح بدهیم که جرم داخل شعاع  $r$  با افزایش  $r$  چگونه زیاد می‌شود. اگر  $r$  به اندازه  $dr$  افزایش پیدا کند جرم  $M_r$  داخل پوسته کروی با شعاع  $r$  و ضخامت  $dr$  که دارای حجم  $4\pi r^2 dr$  و چگالی  $\rho$  است به اندازه  $dM_r$  افزایش می‌یابد. این یعنی که

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (۸.۹)$$

معادلات (۱.۹)، (۴.۹) (یا (۶.۹)، (۷.۹) و (۸.۹) چهار معادله را برای پنج کمیت نامعلوم  $P_g(r)$ ،  $T(r)$ ،  $\rho(r)$ ،  $L(r)$  و  $M_r(r)$  فراهم می‌کنند. یک معادله دیگر هم لازم داریم که مقادیر  $\rho$ ،  $T$  را به یکدیگر مربوط کند که اصطلاحاً، معادله حالت نامیده می‌شود. هنگامی که از نواحی داخلی ستارگان بسیار چگال صحبت می‌کنیم، باید مسئله واکنی را در نظر بگیریم (فصل ۱۶ را نگاه کنید). البته، در مباحث زیر می‌توانیم از رابطه مشهور مربوط به گاز ایده‌آل استفاده کنیم

$$P_g = \frac{\rho}{\mu} R_g T \quad (۹.۹)$$

اگر فشار تابشی  $P_r$  مهم باشد داریم

$$P_r = \frac{1}{3} \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad \text{و} \quad P = P_g + P_r \quad (۱۰.۹)$$

معادله (۹.۹) برای حذف  $\rho$  به کار می‌رود که در نتیجه چهار مجهول  $T, P_g, M_r$  و  $L$  باقی می‌ماند.

### ۳.۹ شرایط مرزی

حل منحصر به فرد چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول (۱.۹)، (۴.۹)، (۷.۹) و (۸.۹) مستلزم دانستن چهار شرط مرزی است. به راحتی می‌توانیم در سطح دو شرط مرزی بنویسیم، یکی اینکه، در  $\bar{r} = \frac{1}{2}R$  باید دمایی برابر با  $T = T_{\text{eff}}$  داشته باشیم (جلد دوم را ببینید). از آنجا که عموماً دما و فشار در سطح ستاره بسیار سریع کاهش می‌یابد، معمولاً می‌توانیم این شرط را به شکل ساده  $T(R) = 0$  بنویسیم. البته در مورد غولها و ابرغولها، که در آنها فشار به آهستگی کاهش می‌یابد، باید دقت بیشتر بکنیم. همچنین می‌دانیم که در سطح، فشار به سمت صفر میل می‌کند یعنی  $P_g(R) = 0$ .

برای مرکز ستاره هم که در آن  $r = 0$  است می‌توانیم به سادگی در شرط مرزی فرمول بندی کنیم؛ یعنی در  $r = 0$ ، جرم داخل  $r$  باید صفر باشد که به معنی  $M_r(0) = 0$  است. همچنین می‌دانیم که در داخل  $r = 0$ ، هیچ انرژی تولید نمی‌شود بنابراین،  $L(0) = 0$  است. به این ترتیب، دو شرط مرزی در خارج داریم و دو تا در داخل

$$L(0) = 0 \quad \text{و} \quad M_r(0) = 0 \quad \text{و} \quad P_g(R) = 0 \quad \text{و} \quad T(R) = 0 \quad (۱۱.۹)$$

که در آن  $R$  با این شرط تعیین می‌شود که  $M_r(R) = M$  است.

اینکه تنها دو شرط مرزی در هر طرف داریم باعث ایجاد مشکلاتی در حل معادلات می‌شود. اگر از طرف خارج از معادلات دیفرانسیل انتگرال‌گیری کنیم، باید  $L$  و  $R$  را فرض کنیم و امیدوار باشیم که با رسیدن به نقطه  $r = 0$ ،  $L$  و  $M_r$  را صفر به دست می‌آوریم. می‌توانستیم سعی کنیم با آزمون و خطا به جواب صحیح برسیم. اما معلوم می‌شود که این روش ممکن نیست زیرا همه جوابها در مرکز واگرا می‌شوند. چرا؟ زیرا  $r$  در مخرج کسر معادلات (۴.۹) و (۷.۹) ظاهر می‌شود. خطای کوچک در مقادیر  $M_r$  و  $L_r$  باعث می‌شود که گردانیهای فشار و دما در حد  $r \rightarrow 0$  بی‌نهایت شوند. می‌توانیم انتگرال‌گیری را از قسمت داخلی شروع کنیم که در این صورت باید مقادیر  $P(0)$  و  $T(0)$  را حدس بزنیم. سپس می‌توانیم دوباره حل صحیح را به روش آزمون و خطا به دست بیاوریم ولی باز با همان مشکل روبه‌رو می‌شویم: یعنی جوابها در سطح ستاره که در آن دما و فشار به سمت صفر میل می‌کنند واگرا می‌شوند. هرگز به تطابق با شرایط مرزی در

سطح نمی‌رسیم. یک امکان این است که از دو انتها شروع کنیم، و شرایط آغازی را طوری تعیین کنیم که جوابهای مربوط به دو انتها در نقطه میانی‌ای به‌صورتی هموار با یکدیگر همخوانی داشته باشند. «همخوانی به‌صورت هموار» یعنی مقادیر  $L$ ،  $P$ ،  $T$  و  $M_r$  و مشتقهای آنها در این نقطه پیوسته است. عده‌ای از مؤلفان خصوصاً شوارتس شیلد این روش را به‌کار برده‌اند کسی که روشهای هوشمندانه و پیشرفته‌ای از همخوانی شرایط را به‌کار گرفت بدون دسترسی به کامپیوترهای بزرگ با این روش موفق به محاسبه مسیره‌های تکاملی در این زمینه گردید حتی قبل از اینکه رایانه محاسبات جدید مبتنی بر روشی که توسط ال. هن‌یی تدوین شده است. این روش هر چهار شرط مرزی را یکجا وارد می‌کند. طرح کلی روش هن‌یی را در فصل ۱۲ بررسی خواهیم کرد.

## ۴.۹ معادلات ساختاری بدون بُعد

شوارتس شیلد کشف کرد که با معرفی متغیرهای جدید بدون بُعد می‌توان حجم کار محاسباتی را به مقدار زیادی کاهش داد. با استفاده از این متغیرها، قادر خواهیم بود تا به نگرشهایی اساسی در رابطه با بستگی ساختار ستاره‌ای به جرم، ترکیب شیمیایی و سن دست یابیم که این کار الزاماً با بعضی فرضهای ساده امکان‌پذیر است خصوصاً وقتی که با ستارگان همردیف و ستارگانی که دارای ترکیب شیمیایی همگن هستند سروکار داریم.

متغیرهای بدون بُعد جدیدی که انتخاب شده‌اند به قرار زیرند

$$x = \frac{r}{R} \quad \text{و} \quad q = \frac{M_r}{M} \quad \text{و} \quad f = \frac{L(r)}{L} \quad \text{و} \quad t = \frac{T}{T_0} \quad \text{و} \quad p = \frac{P_g}{P_0} \quad (۱۲.۹)$$

ثابتهای  $T_0$  و  $P_0$  طوری انتخاب شده‌اند که معادلات ساختار بنیادی را تا حد امکان ساده کنند. این امر به شرطی امکان دارد که

$$T_0 = \frac{\mu GM}{RR_g} \quad \text{و} \quad P_0 = \frac{GM^2}{4\pi R^2}$$

که در آن  $\mu$  میانگین وزن اتمی ستاره همگن است. برای یک ستاره خاص،  $T_0$  و  $P_0$  ثابت‌اند. با این تبدیلات، معادلات دیفرانسیل اصلی به‌صورت زیر در می‌آیند:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p}{t} \frac{q}{x^2} \quad (۱۳.۹)$$



فرمول بالا جایگزین رابطه (۷.۹) می‌شود. حالا برای معادله (۸.۹) که  $M_T$  را به دست می‌دهد نتیجه می‌گیریم

$$\frac{dq}{dx} = \frac{p}{t} x^2 \quad (14.9)$$

برای گرادیان دما در تعادل تابشی به رابطه زیر می‌رسیم

$$\frac{dt}{dx} = -C \frac{f}{x^2} \frac{p^{\alpha+1}}{t^{\alpha+\beta+2}} \quad (15.9)$$

به شرطی که  $\kappa_g = \kappa_0 \rho^\alpha T^{-\beta}$  باشد.

در طبقه بندی بی‌دررو با در نظر گرفتن  $c_p/c_v = \frac{5}{3}$  رابطه زیر را به دست می‌آوریم

$$p = Et^{\nu/5} \quad (16.9)$$

حالا معادله انرژی به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{df}{dx} = D p^{\nu} t^{\nu-2} x^2 \quad (17.9)$$

در اینجا

$$C = C_0 \frac{\kappa_0}{\mu^{\beta+2}} \frac{LR^{\beta-2\alpha}}{M^{\beta+2-\alpha}} \quad \text{با} \quad C_0 = \frac{3}{16\sigma} \left(\frac{R_g}{G}\right)^{\beta+2} \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\alpha+2} \quad (18.9)$$

همچنین داریم

$$D = D_0 \varepsilon_0 \mu^\nu \frac{M^{\nu+2}}{LR^{\nu+2}} \quad \text{با} \quad D_0 = \left(\frac{G}{R_g}\right)^\nu \frac{1}{4\pi} \quad (19.9)$$

به شرطی که  $\varepsilon = \varepsilon_0 \rho T^\nu$  باشد. ثابت  $E$  نیز به صورت زیر است

$$E = 4\pi K G^{\frac{2}{3}} (\mu/R_g)^{\frac{2}{3}} M^{\frac{1}{3}} R^{\frac{2}{3}} \quad (20.9)$$

که در آن ثابت  $K$  منحنی بی‌درروی را مشخص می‌کند که با طبقه بندی دمایی به صورت زیر همراه است.

$$T^{5/2} = P_g/K \quad (21.9)$$

$C$  و  $D$  ثابتهای بنیادی اند درحالی که،  $C, D$  و  $E$  برای هر ستاره ثابت اند،  $C$  و  $D$  تنها به  $M, L$  و  $R$  بستگی دارند. این مسئله خیلی مهم است. برای این متغیرهای جدید نیز شرایط مرزی کاملاً معین اند: در سطح، برای مقدار  $x = 1$ ، باید  $q = 1, f = 1, t = 0$  و  $p = 0$  باشد. در مرکز برای مقدار  $x = 0$ ، باید شرط کنیم که  $q = 0$  و  $f = 0$  باشد. برای چهار تابع مجهول مان در حال حاضر شش شرط مرزی داریم که آنها را برقرار می کنند. چهار شرط مرزی در سطح داریم که کاملاً معین اند و بنابراین می توانیم با انتگرال گیری از سطح شروع و حل مناسبی برای مقادیر  $C$  و  $D$  پیدا کنیم. ما به هر حال، دو شرط مرزی لازم در مرکز نیز داریم که باید برقرار باشند. در صورتی که مقادیر  $C$  و  $D$  دلخواه باشند این حالت پیش نمی آید. البته می توانیم  $C$  و  $D$  را طوری انتخاب کنیم که شرایط مرزی داخلی نیز برقرار باشند. از آنجا که در مرکز در شرط مرزی داریم، این شرایط به طور یکتا مقادیر ممکن  $C$  و  $D$  را مشخص می کنند. تنها یک جفت  $C$  و  $D$  وجود دارد که به وسیله آن شرایط مرزی داخلی برقرار می شوند. با استفاده از این یک جفت مقادیر  $C$  و  $D$  که اعداد کاملاً معینی هستند، می توانیم حل یکتایی برای  $q(x), t(x), p(x)$  و  $f(x)$  در چهار معادله دیفرانسیل بنیادی (۱۵.۹) - (۱۳.۹) و (۱۷.۹) پیدا کنیم. این یعنی که برای تمام ستارگان در تعادل تابشی حل یکسانی داریم.  $C$  و  $D$  نیز باید برای همه ستارگان در تعادل تابشی که در آنها  $P \approx P_0$  است و  $\varepsilon$  و  $\kappa$  به ترتیب از معادلات (۲.۹) و (۵.۹) به دست می آیند یکسان باشد.

به دلیل مشکلات عددی که پیشتر گفتیم، این حل نیز با انتگرال گیری از سمت خارج به داخل به دست نمی آید. شروع انتگرال گیریها هم باید از دو طرف باشد و ثابتها  $D$  و  $C$  با شرط گذار هموار از حل داخلی به سمت خارجی به دست می آیند.

اگر با ستارگان همرفتی سروکار داشته باشیم، ثابت  $E$  جایگزین ثابت  $C$  می شود. همه ستارگان کاملاً همرفتی نیز به شرط  $P \sim P_0$  و برقراری معادلات (۲.۹) و (۵.۹) یک حل یکتا دارند.

بنابراین، چنین ستارگانی دارای وابستگی  $q, t, p$  و  $f$  به متغیر شعاعی  $x$  خواهند بود. این ستارگان، مشابه یا همانند نیز نامیده می شوند. متأسفانه، همه ستارگان واقعی مشابه یا همانند نیستند زیرا چنانکه در فصلهای گذشته دیدیم عمق مناطق همرفتی در آنها متفاوت است و در ستارگان داغ نیز فشار تابشی و پراکندگی الکترون اهمیت زیادی پیدا می کند. با وجود این، ستارگان همانند، تقریبهای معقولی برای ستارگان دارای جرم متوسط اند که در آنها مناطق همرفتی چندان گسترده نیست، مثلاً، ستارگان گروه  $A, F, G$  و احتمالاً ستارگان گروه  $B$ .

## ستارگان همردیف در تعادل تابشی

### ۱.۱۰ بستگی پارامترهای ستاره‌ای به جرم

در این بخش خواهیم دید که چه مطالبی را می‌توان دربارهٔ ستارگان همردیف آموخت. همان‌طور که در فصل قبل به‌دست آوردیم، همهٔ ستارگان همردیف که با شرط  $P \sim P_g$  در تعادل تابشی‌اند و معادلات (۲.۹) و (۵.۹) برای آنها برقرار است، دارای حلهای مشابه برای  $t(x)$ ،  $p(x)$ ،  $q(x)$  و  $f(x)$ ، با مقادیر یکسان ثابتهای  $C$  و  $D$  ظاهرشده در معادلات (۱۵.۹) و (۱۷.۹) هستند. این ثابتها دارای توابعی برحسب  $M$ ،  $R$  و  $L$  اند. بنابراین باید از طریق این ثابتها بتوانیم اطلاعاتی دربارهٔ این کمیتها و رابطهٔ میان آنها در ستارگان مختلف به‌دست بیاوریم.

اگر معادلات مربوط به  $C$  و  $D$  را در هم ضرب کنیم معادله‌ای به‌دست می‌آوریم که دیگر شامل تابندگی  $L$  نیست و فقط رابطه‌ای برحسب  $R$  و  $M$  است:

$$CD = \text{ثابت} \cdot \frac{R^{\beta-2\alpha} M^{\nu+2}}{R^{\nu+2} M^{\beta-\alpha+2}} \quad (۱.۱۰)$$

$$R^{\nu+2-\beta+3\alpha} \propto M^{\nu-1-\beta+\alpha} \quad (2.10)$$

اگر چرخه کربن منبع اصلی انرژی باشد، یعنی اگر  $\nu = 16$  و قانون «کدوری کرامرز» برقرار باشد نتیجه می‌گیریم

$$R \propto M^{2/3} \quad \text{یا تقریباً} \quad R \propto M^{1.5/1.85} \quad (3.10)$$

برای مقدار  $\beta = 2.5$  و  $\alpha = 0.5$  مقدار زیر را به دست می‌آوریم

$$R \propto M^{13/18.5} = M^{0.72} \quad (\text{الف } 3.10)$$

اگر  $T \propto M/R$  باشد (فصل ۳ را نگاه کنید)،  $T \propto M^{1/3}$  خواهند بود. با افزایش جرم، دمای داخلی ستارگان زیاد می‌شود که این منجر به گذار از زنجیره پروتون-پروتون به عنوان منبع انرژی در ستارگان کم جرم به چرخه CNO برای ستارگان پر جرم می‌شود. البته نمی‌توانیم انتظار داشته باشیم که دمای مؤثر هم از این بستگی به جرم تبعیت کند زیرا از قانون کدوری‌ای استفاده کرده‌ایم که در فوتوسفرهای ستاره‌ای برقرار نیست و معادله (۲.۹) نیز برای لایه‌های جوی نازک از نظر نوری صدق نمی‌کند. ولی، البته،  $T_{\text{eff}}$  هم با  $M$  افزایش پیدا می‌کند.

حالا با داشتن این رابطه میان  $R$  و  $M$  با استفاده از معادله مربوط به  $C$  برای قانون کدوری کرامرز به رابطه زیر می‌رسیم

$$L \propto \frac{M^{5.5}}{R^{0.5}} \propto \frac{M^{5.5}}{M^{1/3}} \approx M^{5.2} \quad (4.10)$$

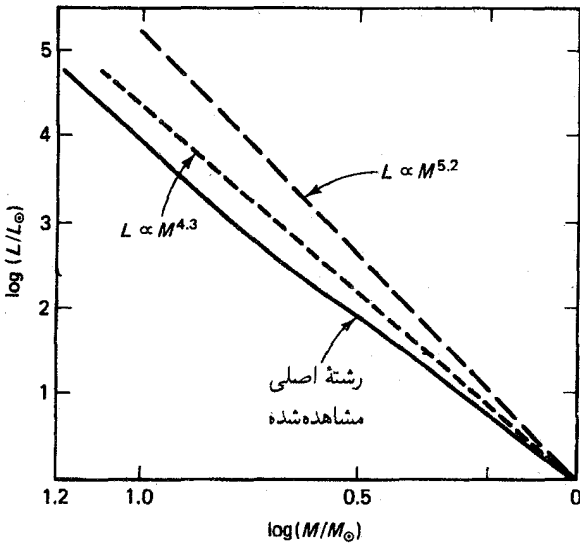
برای  $\beta = 2.5$  و  $\alpha = 0.5$  داریم

$$L \propto M^{4.3} \quad (\text{الف } 4.10)$$

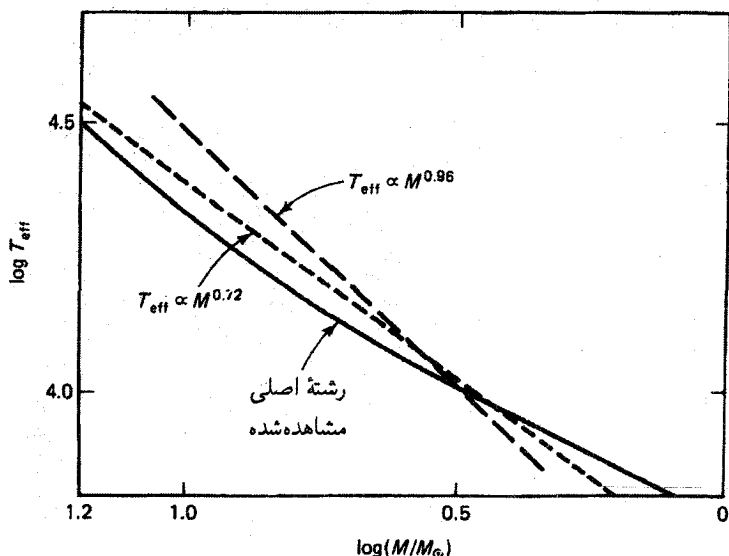
این رابطه جرم-تابندگی برای ستارگان هم‌ردیف ایده‌آلی است که در تعادل تابشی‌اند و چرخه CNO منبع انرژی اصلی آنهاست. ستارگان گروه A و F که دارای مناطق همرفتنی کوچک داخلی و خارجی‌اند به بهترین شکل ممکن در شرایط فوق صدق می‌کنند. می‌خواهیم بر این

موضوع تأکید کنیم که رابطه جرم-تابندگی به طور کلی از  $C$  یا در واقع از معادله انتقال انرژی تبعیت می‌کند. شعاع، که وابسته به تولید انرژی است، تنها با توان بسیار کوچکی وارد مسئله می‌شود.

حال می‌توانیم بستگی  $T_{\text{eff}}$  به جرم را با استفاده از بستگی شعاع و تابندگی به جرم حساب کنیم. برای کدری کرامرز داریم،  $M^{3.8} \approx M^{5.2}/M^{1.4} \approx M^{5.2}/M^{1.4} \approx M^{3.8}$  که منجر به رابطه  $T_{\text{eff}} \propto M^{0.96}$  می‌شود. این افزایش  $T_{\text{eff}}$  با  $M$ ، شدیدتر از مقدار رصد شده است. در رابطه بین  $L$  و  $T_{\text{eff}}$ ، به مقدار  $L \propto T_{\text{eff}}^{5.2/0.96} = T_{\text{eff}}^{5.42}$  یا  $L \propto T_{\text{eff}}^{5.72}$  و  $T_{\text{eff}} \propto M^{0.17}$  خواهد بود. در شکل‌های ۱.۱۰ تا ۳.۱۰ همه این روابط را با مقادیر رصد شده مربوط به ستارگان گروه A، B و F رشته اصلی مقایسه کرده‌ایم. توافقی با رصدهای انجام شده برای  $\alpha = 0.5$  و  $\beta = 2.5$ ، بسیار بهتر از حالتی است که از قانون کدری کرامرز استفاده می‌شود و تقریب خوبی نیست. ما به اهمیت مقادیر خوب  $\kappa$  واقفیم.



شکل ۱.۱۰ مقایسه بین رابطه تجربی (خط توپر) و نظری (خطوط خط چین) جرم-تابندگی برای ستارگان همدیف در تعادل تابشی و تولید انرژی CNO. با استفاده از قانون کدری کرامرز،  $L \propto M^{5.2}$  (خط چینهای بلند) به دست می‌آید. در صورتی که  $\kappa = \kappa_0 \rho^{0.5} T^{-2.5}$  باشد،  $L \propto M^{4.3}$  (خط چینهای کوتاه) به دست می‌آید. در تقریب دوم، توافقی بین رابطه نظری و رصد شده بسیار بهتر از وقتی است که از قانون کدری کرامرز استفاده می‌شود.



شکل ۲.۱۰ مقایسه روابط تجربی (خط توپر) و نظری (خطوط خط چین) بین  $T_{\text{eff}}$  و جرم ستارگان همردیف در تعادل تابشی و چرخه CNO به عنوان منبع انرژی. با استفاده از قانون کدری کرامرز،  $T_{\text{eff}} \propto M^{0.96}$  (خط چینهای بلند) و برای  $\kappa = \kappa_0 \rho^{\nu} T^{-2.5}$ ،  $T_{\text{eff}} \propto M^{0.72}$  (خط چینهای کوتاه) به دست می‌آید که توافق بهتری با رصدهای انجام شده دارد.

البته در این بحث ساده‌شده نمی‌توانیم دقیقاً همه روابط رصدشده را بررسی کنیم ولی می‌توانیم با رصدهای به عمل آمده به توافق کیفی برسیم و ستارگان با جرمها و ترکیبهای شیمیایی مختلف را به طور نیمه کمی با هم مقایسه کنیم.

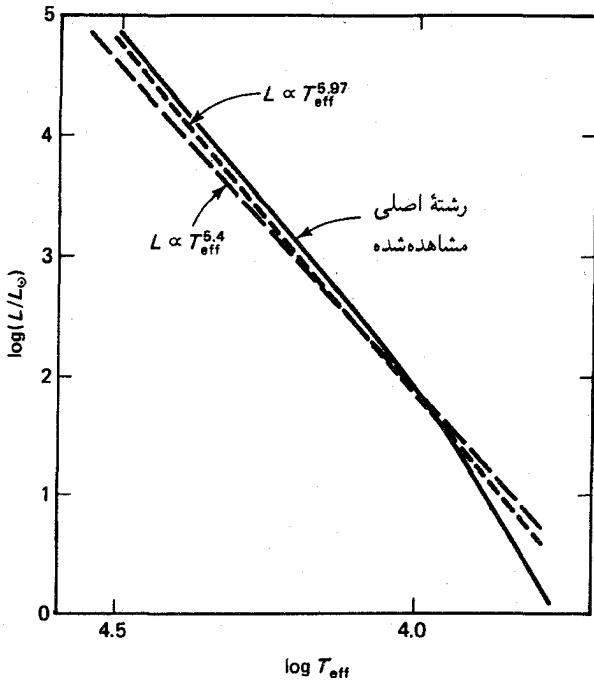
در ستارگانی مانند خورشید که زنجیره پروتون-پروتون منبع اصلی انرژی است،  $\nu = 4$  است و از معادله (۲.۱۰) برای قانون کدری کرامرز نتیجه می‌گیریم که

$$R \propto M^{0.5/6.5} = M^{1/13} \quad (5.10)$$

در حالی که به ازای  $\alpha = 0.5$  و  $\beta = 2.5$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$R \propto M^{1/6} \quad (الف 5.10)$$

که در آن، شعاع فقط بستگی بسیار ضعیفی به جرم دارد. با استفاده از معادله (۴.۱۰) برای



شکل ۳.۱۰ مقایسه روابط تابندگی- $T_{\text{eff}}$  رصدشده (خط توپر) و نظری (خطوط خط چین) برای ستارگان همردیف در تعادل تابشی و دارای چرخه CNO به عنوان منبع انرژی برای قانون کدری کرامرز،  $L \propto T_{\text{eff}}^{5.4}$  (خط چینهای بلند) به دست می آید و برای  $L \propto T_{\text{eff}}^{5.97}$ ،  $\kappa = \kappa_0 \rho^{0.5} T^{-2.5}$  (خط چینهای کوتاه) است.

کدری کرامرز به رابطه زیر می رسمیم

$$L \propto \frac{M^{5.5}}{M^{1/2.6}} \approx M^{5.46} \quad (۶.۱۰)$$

و برای  $\alpha = 0.5$  و  $\beta = 2.5$  داریم

$$L \propto M^{4.83} \quad (الف ۶.۱۰)$$

که نسبت به مورد مشابه برای ستارگان داغتر، رابطه شیبدارتری از جرم-تابندگی است ولی البته شیب آن خیلی زیاد نیست. باز هم شعاع سهم بسیار کوچکی در آن دارد. رابطه جرم-تابندگی اصولاً به کمک انتقال انرژی به دست می آید.

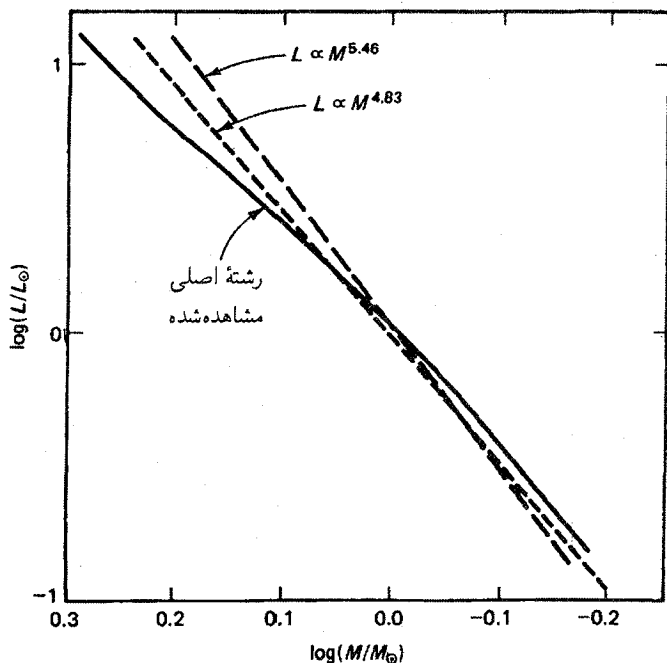
برای  $T_{\text{eff}}$  با استفاده از کدری کرامرز به رابطه زیر می‌رسیم

$$T_{\text{eff}}^4 \propto \frac{L}{R^2} \propto \frac{M^{5.46}}{M^{1.6/5}} = M^{5.21} \quad \text{یا} \quad T_{\text{eff}} \propto M^{1.30} \quad (۷.۱۰)$$

و برای  $\alpha = 0.5$  و  $\beta = 2.5$  رابطه زیر را به دست می‌آوریم

$$T_{\text{eff}} \propto M^{1.2} \quad (الف ۷.۱۰)$$

در شکل ۴.۱۰، رابطه تجربی جرم-تابندگی ستارگان گروه F، G و K را با این رابطه جرم-تابندگی برای مدل‌های همردیف ایده‌آلی که در تعادل تابشی‌اند مقایسه کرده‌ایم. روند کلی را نیز بررسی کرده‌ایم. البته برای ستارگان گروه G و K، اهمیت مناطق خارجی همرفت به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد.



شکل ۴.۱۰ مقایسه بین رابطه جرم-تابندگی تجربی (خط توپر) و نظری (خطوط خط‌چین) برای ستارگان همردیف کم جرم که در تعادل تابشی‌اند زنجیره پروتون-پروتون منبع انرژی آنهاست. با استفاده از قانون کدری کرامرز نتیجه می‌گیریم که  $L \propto M^{5.46}$  است که شیب بسیار تندی دارد. برای  $\alpha = \kappa_0 \rho^{0.5} T^{-2.5}$ ، رابطه  $L \propto M^{2.89}$  را به دست می‌آوریم که نشان‌دهنده توافق بهتری با رابطه تجربی است.



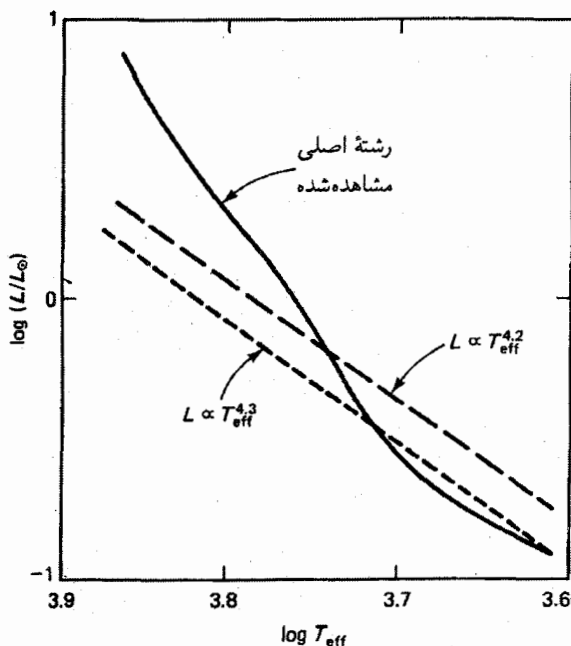
با استفاده از قانون کدري کرامرز رابطه بين  $L$  و  $T_{\text{eff}}$  را به صورت زیر به دست می آوریم

$$L \propto T_{\text{eff}}^{5.46/1.30} = T_{\text{eff}}^{4.2} \quad (۸.۱۰)$$

و با در نظر گرفتن  $\alpha = ۰.۵$  و  $\beta = ۲.۵$  به رابطه زیر می رسیم

$$L \propto T_{\text{eff}}^{۲.۳} \quad (۸.۱۰ الف)$$

هر دو رابطه را در شکل ۵.۱۰ نشان داده ایم. توافق با رصدهای انجام شده برای  $T_{\text{eff}} > ۶۰۰۰\text{K}$  ضعیف و برای  $T_{\text{eff}}$  های کمتر با وجود اهمیت مناطق خارجی همرفت در انتقال انرژی نسبتاً خوب است، بنابراین در یک مقایسه کیفی ستارگان با ترکیبهای شیمیایی مختلف و جرم یکسان می توانیم از روابط فوق با در نظر گرفتن  $\beta = ۲.۵$  و  $\alpha = ۰.۵$  استفاده کنیم.



شکل ۵.۱۰ مقایسه بین رشته اصلی رصده شده (خط توپر) و روابط نظری ستارگان همردیف کم جرم که در تعادل تابشی اند و زنجیره پروتون-پروتون منبع انرژی آنهاست. با استفاده از قانون کدري کرامرز رابطه  $L \propto T_{\text{eff}}^{۲.۳}$  به دست می آید (خط چینهای بلند). برای  $\kappa = \kappa_0 \rho^{0.5} T^{-۲.۵}$  رابطه به صورت  $L \propto T_{\text{eff}}^{۲.۳}$  در می آید (خط چینهای کوتاه). در دماهای پایین، توافق خوبی بین روابط تجربی و نظری به دست می آید.

## ۲.۱۰ بستگی پارامترهای ستاره‌ای به میانگین وزن اتمی یا تحول

### ستارگان مخلوط

حالا به بررسی بستگی مکان رشته اصلی به فراوانیهای شیمیایی می‌پردازیم. ابتدا بستگی به میانگین وزن اتمی  $\mu$  را بررسی می‌کنیم که به‌طور عمده توسط فراوانیهای هیدروژن و هلیوم به‌دست می‌آید. از آنجا که هیدروژن توسط برهم‌کنشهای هسته‌ای تبدیل به هلیوم می‌شود، فراوانی هلیوم طی تحول ستاره‌ای افزایش می‌یابد. این امر باعث افزایش فراوانی کلی هلیوم می‌شود به‌شرطی که ستارگان در طول تحول کاملاً مخلوط باقی بمانند. بنابراین بحشان در این بخش درباره تغییرات پارامترهای ستارگان مخلوط طی تحول آنهاست، پس از آن پی خواهیم برد که ستارگان واقعی عموماً به‌طور مخلوط نیستند.

میانگین وزن اتمی  $\mu$  به‌طور صریح در ثابتهای  $C$  و  $D$  ظاهر می‌شود. فراوانی He نیز تا حدودی در ضریب  $\kappa_0$  وارد می‌شود که عمدتاً به دلیل تعداد الکترونهای آزاد است. ادامه مطلب، تغییرات  $\kappa_0$  در قانون کدیری را حذف می‌کنیم. این یعنی که نمی‌توانیم روابط و معادلات را به مورد ستارگان هلیمی خالص بسط بدهیم. در ستارگان هلیمی، باید برهم‌کنشهای هسته‌ای مختلف را نیز در نظر گرفت. آنچه در اینجا می‌گوییم تنها مربوط به افزایشهای متوسط فراوانیهای He باضریبی حدود ۲ یا ۳ است.

دوباره عبارتهای مربوط به  $C$  و  $D$  را در یکدیگر ضرب می‌کنیم تا تابندگی  $L$  را حذف کنیم ولی در حال حاضر کانون توجهمان بستگی به  $\mu$  است، یعنی مقایسه ستارگان با جرم معین ولی  $\mu$  مختلف. با استفاده از  $\alpha = 0.5$  و  $\beta = 2.5$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$CD = \text{ثابت} \cdot \frac{\mu^\nu M^{\nu-1-\beta+\alpha}}{\mu^{\beta+2} R^{\nu+2-\beta+2\alpha}} = \mu^{\nu-6.5} R^{-(\nu+2)} M^{\nu-2} \quad (9.10)$$

برای جرم ثابت رابطه زیر را به‌دست می‌آوریم

$$R^{\nu+2} \propto \mu^{\nu-6.5} \quad (10.10)$$

با در نظر گرفتن  $\nu = 16$  برای بخش بالایی رشته اصلی که در آن روند تحول سریع‌تر است به رابطه زیر می‌رسیم

$$R \propto \mu^{1/2} \quad \text{یا به‌طور تقریبی} \quad R \propto \mu^{0.5/18} \quad (11.10)$$

از معادله (۱۷.۹) می‌توان به رابطه زیر رسید

$$L \propto \mu^{6.5} / R \propto \mu^6 \quad (12.10)$$

تابندگی با افزایش میانگین وزن مولکولی به شدت افزایش پیدا می‌کند! دمای مرکزی بالاتری مورد نیاز است تا فشار مرکزی را به اندازه کافی افزایش دهد که با وزن ماده دربرگیرنده به توازن برسد. شعاع وابسته به میانگین وزن اتمی هم هست. البته بستگی شعاع  $\mu$  در روشهای مختلف تولید انرژی تغییر می‌کند. برای ستارگانی که در قسمت پایین‌تری از رشته اصلی قرار دارند و زنجیره پروتون-پروتون منبع تأمین انرژی هسته‌ای است یعنی در وقتی که  $\nu = 4$  است به رابطه زیر می‌رسیم

$$R \propto \mu^{-0.4} \quad \text{یا تقریباً} \quad R \propto \mu^{-2.5/6} \quad (13.10)$$

با آنکه برای ستارگان واقع در قسمت بالاتر رشته اصلی، شعاع با افزایش  $\mu$  افزایش می‌یابد، اما برای ستارگان واقع در قسمت پایینی رشته اصلی  $R$  با افزایش  $\mu$  کاهش پیدا می‌کند. در این مورد، با افزایش  $\mu$ ، تابندگی به مراتب تندتر زیاد می‌شود؛ در ستارگانی که زنجیره پروتون-پروتون منبع تأمین انرژی است

$$\text{تقریباً برای } \nu = 4 \quad L \propto \mu^{6.5} / R \propto \mu^{6.9} \quad \text{است} \quad (14.10)$$

با دانستن تابندگی و شعاع می‌توانیم بستگی  $T_{\text{eff}}$  به  $\mu$  را نیز برآورد کنیم اگرچه می‌دانیم که رابطه دقیقی نخواهد بود. برای  $\nu = 16$  نتیجه می‌گیریم که

$$T_{\text{eff}} \propto \mu^{1.25} \quad \text{و تقریباً} \quad T_{\text{eff}}^4 \propto \frac{L}{R^2} \propto \frac{\mu^6}{\mu} = \mu^5 \quad (15.10)$$

اگر  $\nu = 4$  باشد مقدار زیر را به دست می‌آوریم

$$T_{\text{eff}} \propto \mu^{1.4} \quad \text{و تقریباً} \quad T_{\text{eff}}^4 \propto \mu^{7.76} \quad (16.10)$$

در هر صورت، ستارگان درخشان‌تر می‌شوند و دماهای مؤثرشان افزایش می‌یابد. این ستارگان در نمودار HR، به طرف بالا و چپ تحول می‌یابند. سؤال این است که آیا آنها به طرف بالا یا پایین رشته اصلی ستارگان غنی از هیدروژن تحول پیدا می‌کنند؟ برای پاسخ به این سؤال باید رابطه

برای یک جرم معین و  $\mu$  افزایشی را با رابطه بین  $L$  و  $T_{\text{eff}}$  ستارگان رشته اصلی یعنی ستارگان با  $\mu$  معین و  $M$  مختلف مقایسه کنیم. اگر، برای مقادیر افزایشی  $\mu$ ،  $T_{\text{eff}}$  با  $L$  تندتر از حالت مربوط به ستارگان رشته اصلی افزایش پیدا کند، ستارگان مخلوط به پایین رشته اصلی تحول می‌یابند. و برعکس، اگر  $T_{\text{eff}}$  با  $L$  آهسته‌تر از حالت مربوط به رشته اصلی افزایش یابد، ستارگان فوق به بالای رشته اصلی تکامل می‌یابند. برای  $\nu = 16$  با استفاده از معادلات (۱۲.۱۰) و (۱۵.۱۰) نتیجه می‌گیریم که برای یک جرم معین

$$L \propto T_{\text{eff}}^{4.8} \quad \text{یا} \quad T_{\text{eff}} \propto \mu^{1.25} \propto L^{0.25/6} = L^{0.0417} \quad (17.10)$$

و برای  $\nu = 4$  خواهیم داشت

$$L \propto T_{\text{eff}}^{3.62} \quad \text{یا} \quad T_{\text{eff}} \propto \mu^{1.1} \propto L^{1.1/6.1} = L^{0.18} \quad (18.10)$$

این روابط را باید با روابط مربوط به رشته اصلی که به همین طریق ولی برای جرمهای مختلف و  $\mu$  یکسان به دست آمده‌اند مقایسه کنیم. قبلاً برای  $\nu = 16$  نتیجه گرفتیم که (بخش قبلی را نگاه کنید)

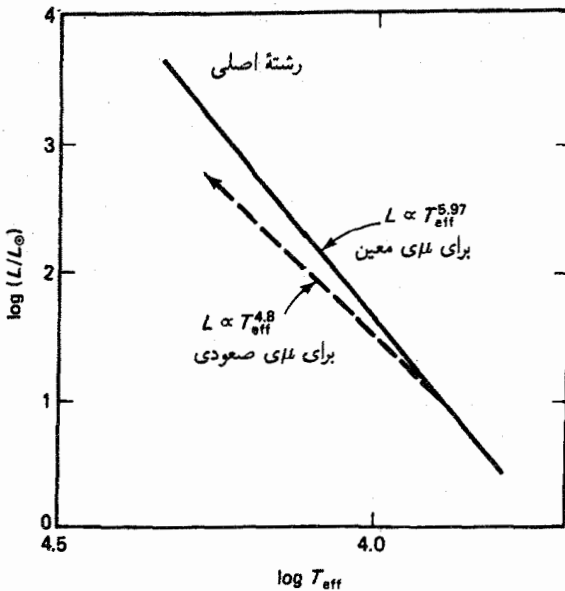
$$L \propto T_{\text{eff}}^{5.94} \quad \text{یا} \quad T_{\text{eff}} \propto L^{0.72/4.28} = L^{0.17} \quad (19.10)$$

با در نظر گرفتن  $\nu = 4$  برای رشته اصلی به رابطه زیر رسیدیم

$$L \propto T_{\text{eff}}^{4.2} \quad \text{یا} \quad T_{\text{eff}} \propto L^{0.23} \quad (20.10)$$

در هر دو مورد می‌بینیم که، برای مقادیر افزایشی  $\mu$ ،  $T_{\text{eff}}$  با افزایش  $L$  نسبت به وضعیت رشته اصلی تندتر افزایش می‌یابد یعنی ستارگان به طرف چپ رشته اصلی تحول پیدا می‌کنند (شکل ۶.۱۰). اگر این ستارگان طی تحولشان همچنان مخلوط می‌ماندند به سمت مقادیر بزرگتر  $L$  ولی زیر رشته اصلی مشهور تکامل می‌یافتند.

محاسبات تعیین‌کننده مکان ستاره خالص هلیمی رشته اصلی، در نظر گرفتن تغییر ضرایب جذب و تغییر در تولید انرژی (که در چنین وضعیتی باید برهم‌کنش سه‌آلفایی را در نظر بگیریم زیرا هیچ هیدروژنی برای سایر برهم‌کنشها موجود نیست) نشان می‌دهند که رشته اصلی برای ستارگان خالص هلیمی بسیار پایین‌تر از ستاره هیدروژنی رشته اصلی است اگرچه با وجود جرم معین،



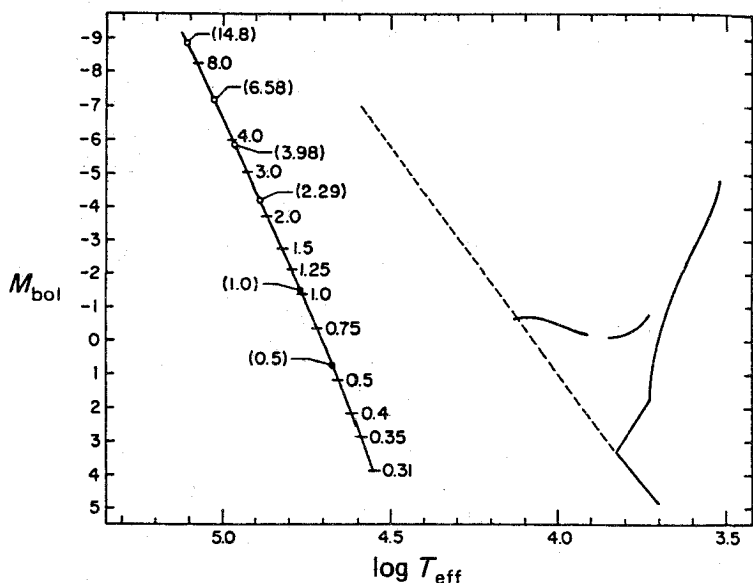
شکل ۶.۱۰ مسیر تحولی یک ستاره مخلوط یعنی ستاره‌ای با جرم معین و  $\mu$  افزایشی با رشته اصلی یعنی با مکانهای ستارگانی با  $\mu$  معین و جرمهای مختلف مقایسه شده است. در ستارگان همدیفی که در تعادل تابشی قرار دارند، چرخه CNO به عنوان منبع انرژی در نظر گرفته شده است.

تابندگی ستاره هلمی بزرگتر است ولی  $T_{\text{eff}}$  مؤثر آن نیز بسیار بیشتر است. در شکل ۷.۱۰ ترکیب خورشیدی رشته اصلی با ستارگان هلمی رشته اصلی مقایسه شده که مسئله فوق به وسیله کاکس و سالیپتر (۱۹۶۴) محاسبه شده است. ستارگانی که از نظر هلم غنی هستند در سمت چپ رشته اصلی معمولی قرار دارند. برای یک جرم معین،  $L$  و  $T_{\text{eff}}$  نسبت به ستارگان غنی از هیدروژن بزرگترند.

### ۳.۱۰ تغییرات مکان رشته اصلی در فراوانیهای در حال کاهش

#### عنصر سنگین

در ستارگانی کم جرم تر مایلیم که ستارگان جمعیت I و II، یعنی ستارگانی با فراوانیهای مختلف فلزی  $Z$  را با یکدیگر مقایسه کنیم. ستارگانی با فراوانیهای مختلف عناصر سنگین کاملاً همدیف نیستند زیرا عمق منطقه خارجی همرفت وابسته به  $Z$  است. با وجود این، مقایسه ستارگان همدیف همچنان نشان دهنده روند تفاوتهاست. چون عناصر سنگین سهم کوچکی در جرم دارند، کاهش



شکل ۷.۱۰ در نمودار  $M_{bol}$  و  $T_{eff}$ ، رشته اصلی ستارگان هیدروژنی (خط چین) با رشته اصلی ستارگان هلیمی که توسط کاکس و سالیتر محاسبه شده، مقایسه شده است. جرمهای ستاره‌ای برحسب واحدهای جرمهای خورشیدی در نقاط مناسب داده شده‌اند (نقطه‌ها و دایره‌ها مربوط به محاسباتی کم‌دقت‌ترند). در بخش پایینی سمت راست نمودار یک خوشه کروی نیز برای مقایسه نشان داده شده است.

فراوانی عناصر سنگین اثری بر  $\mu$  نخواهد گذاشت. فراوانی عناصر سنگین به‌طور عمده در ضریب  $\kappa_0$  وارد می‌شود. در بخش عمیق داخلی،  $\kappa_0$  مقید آزاد متناسب با  $Z$  است زیرا تنها یونهای عنصر سنگین همچنان الکترونهاى مقیدی دارند که می‌توانند فوتونها را جذب کنند. از آنجا که برای  $\kappa$  سهمهای آزاد-آزادی وجود دارد که وابسته به  $Z$  نیست، استفاده تنها از  $\kappa$  مقید-آزاد وابستگی به  $Z$  را به‌طور مبالغه‌آمیزی افزایشی می‌دهد ولی با وجود این روند فوق را به‌طور کیفی نشان می‌دهد.

اگر همان‌طور که برای ستارگان با جرم حدود جرم خورشید یا کمتر انتظار داریم، منبع انرژی زنجیره پروتون-پروتون باشد،  $\epsilon_0$  وابسته به فراوانی فلز خواهد بود.

دوباره ثابتهای  $C$  و  $D$  را در هم ضرب می‌کنیم تا تابندگی را حذف کنیم با در نظر گرفتن وابستگی  $\kappa_0$  به  $Z$  به نتیجه زیر می‌رسیم

$$CD \propto \frac{ZRM^{\nu+2}}{R^{\nu+2}M^5} \quad (21.10)$$

با در نظر گرفتن  $4 \approx \nu$  نتیجه می‌گیریم

$$CD \propto ZR^{-6}M \quad (22.10)$$

که برای مقدار ثابت  $M$  نتیجه زیر را به دست می‌دهد

$$R \propto Z^{1/6} \quad \text{یا} \quad R^6 \propto Z \quad (23.10)$$

با کاهش  $Z$  شعاع به میزان بسیار کمی کاهش می‌یابد.

با قرار دادن این مقدار در معادله (۱۷.۹) و با فرض ثابت بودن جرم برای  $C$  به دست می‌آوریم

$$C \propto ZLR \propto Z^{7/6}L \quad (24.10)$$

از معادله (۲۴.۱۰) برای تابندگی به رابطه زیر می‌رسیم

$$L \propto Z^{-7/6} \quad (25.10)$$

برای ستارگان با یک جرم معین، تابندگی با کاهش  $Z$  افزایش می‌یابد! بنابراین برای یک جرم معین، طول عمر ستاره‌ای که از نظر منابع فلزی فقیر است کوتاه‌تر از ستاره‌ای است که از این نظر غنی می‌باشد، زیرا سوختش را با سرعت بیشتری مصرف می‌کند. چنانکه قبلاً گفتیم، معادله (۲۵.۱۰) بستگی  $L$  را به  $Z$  به اغراق نشان می‌دهد ولی نشان‌دهنده روند صحیح است: برای  $Z$  های کوچکتر،  $\kappa$  کاهش می‌یابد و تابش راحت‌تر می‌گریزد و تابندگی افزایش می‌یابد.

حالا تغییر  $T_{\text{eff}}$  را بررسی می‌کنیم. نتیجه می‌گیریم

$$T_{\text{eff}}^4 \propto \frac{L}{R^2} \propto \frac{1}{Z^{7/6}Z^{7/6}} \approx Z^{-7/6} \quad (26.10)$$

یا

$$T_{\text{eff}} \propto Z^{-0.376} \sim Z^{-1/3} \quad (27.10)$$

وابستگی به  $Z$  مجدداً به طور مبالغه‌آمیزی نمایش داده شده است. اما به هر حال روند صحیح را نشان می‌دهد. با کاهش  $Z$  هم  $L$  و هم  $T_{\text{eff}}$  افزایش می‌یابند.

رابطه بین  $T_{\text{eff}}$  و  $L$  به صورت زیر است

$$T_{\text{eff}} \propto L^{0.33} \quad \text{یا} \quad L \propto T_{\text{eff}}^3 \quad (28.10)$$

که برای ستارگانی که دارای جرم ثابت و  $Z$  متغیرند برقرار است.

با استفاده از تقریبهای مشابه، رابطه بین تابندگی و  $T_{\text{eff}}$  را برای ستارگان رشته اصلی که دارای ترکیبی شبیه خورشید بودند به دست آوردیم یعنی برای ستارگان با  $Z$  یکسان و جرمهای مختلف (معادله ۸.۱۰)

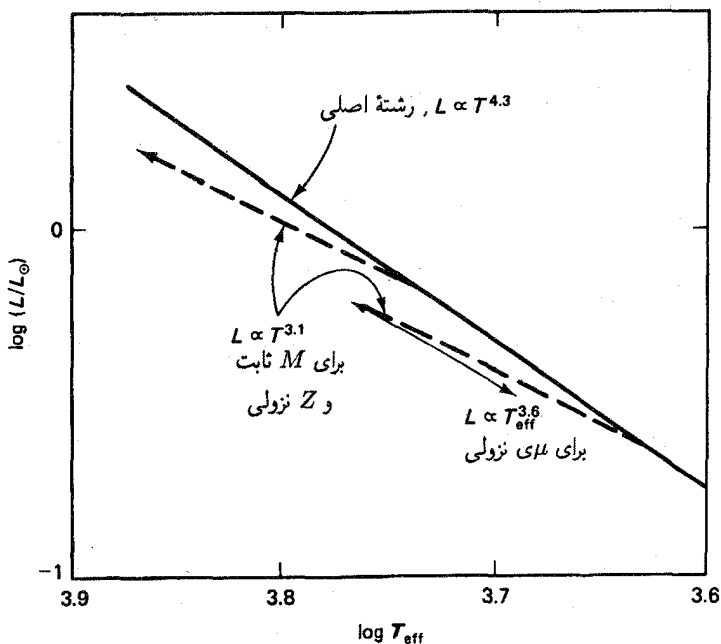
$$L \propto T_{\text{eff}}^4 \quad \text{به طور تقریبی}$$

مجدداً می بینیم که در رشته اصلی افزایش  $L$  همراه با افزایش  $T_{\text{eff}}$  سریعتر از مقدار مربوطه اش در مسیر نمودار HR است که این مسئله مشخص کننده تغییر ظاهری در ستارگانی است که در آنها فراوانیهای مربوط به عنصر سنگین در حال کاهش است و این مسئله در شکل ۸.۱۰ نشان داده شده است. ستارگانی با یک جرم معین و  $Z$  مختلف باید از روند این مسیر پیروی کنند. رشته اصلی برای ستارگان جمعیت II که از نظر فلزی فقیرند زیر رشته اصلی ستارگانی قرار دارند که دارای فراوانی خورشیدی اند، حداقل به شرطی که فراوانی هلیوم این ستارگان مشابه فراوانی ستارگان جمعیت I باشد.

ما هنوز در مورد فراوانی هلیوم در ستارگان جمعیت II مطمئن نیستیم زیرا تنها ستارگان سرد جمعیت II به اندازه کافی درخشان اند و می توانند تحلیل طیفی خوبی ارائه دهند و در طیف این ستارگان سرد خطوط هلیوم دیده نمی شود. تنها ستارگان داغ جمعیت II، ستارگان شاخه افقی آبی اند ولی نور آنها به قدری کم است که تاکنون امکان بررسی طیفی آنها وجود نداشته است. این امیدواری وجود دارد که با استفاده از وسایل گیرنده حساس بتوان تاحدی فراوانی هلیوم را برای این ستارگان حساب کرد ولی حتی در این صورت نیز نمی دانیم که آیا فراوانی هلیوم در این ستارگان بسیار متحول مشابه جمعیت ستارگان جمعیت II رشته اصلی است یا نه.

از آنجاکه در ستارگان داغ و در مراحل نهایی تحول آنها، هلیوم مدام تولید و با ماده داخلی ستاره مخلوط می شود ممکن است انتظار داشته باشیم که فراوانی هلیوم ستارگان جمعیت I که به تازگی شکل گرفته اند، بیشتر از مقدار مربوطه در ستارگان قدیمی جمعیت II باشد. اگر ستارگان جمعیت II که از نظر فلزی فقیرند فراوانی هلیوم کمتری نسبت به ستارگان جمعیت I داشته باشند، باید اثر فراوانی کمتر هلیوم را همزمان با کاهش فراوانیهای فلزی در نظر بگیریم. همان طور که در بخش قبلی دیدیم، فراوانی در حال کاهش هلیوم ستارگان را به سمت تابندگیها و دمای پایین تر  $T_{\text{eff}}$  یعنی،

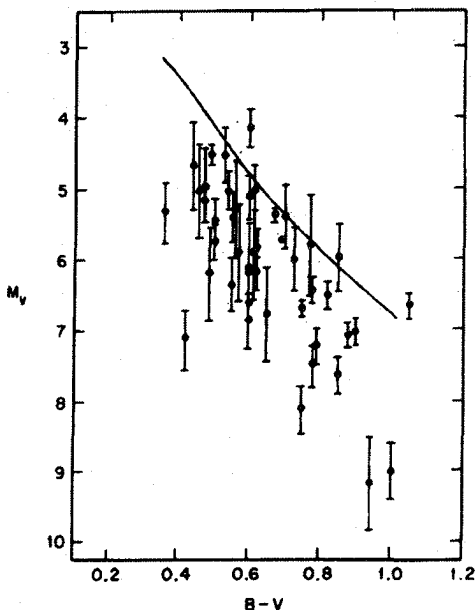




شکل ۸.۱۰ در نمودار تابندگی،  $T_{\text{eff}}$  جهت مورد انتظار تغییر را برای فراوانیهای در حال کاهش عناصر سنگین  $Z$  (خط چینهای بلند) و جهت تغییر مکان را برای  $\mu$  در حال کاهش که احتمالاً به دلیل فراوانی پایینتر هلیوم است (پیکان توپر) نشان داده‌ایم. رشته اصلی نیز نمایش داده شده است (خط توپر). ستارگان همردیفی که در تعادل تابشی اند مقایسه شده‌اند.

در جهت مخالف و به سوی روندی که برای فراوانیهای در حال افزایش هلیوم بحث کردیم سوق می‌دهد. یک کاهش کوچک در فراوانی هلیوم، ستارگان جمعیت II را در طول خط  $L \propto T_{\text{eff}}^{3.57}$  و به سمت عقب میل می‌دهد یعنی، رشته اصلی ستارگانی که از نظر فلزی فقیرند توافق بیشتری با رشته اصلی ستارگانی پیدا می‌کند که دارای فراوانی خورشیدی‌اند. با در نظر گرفتن  $L$  یا  $T_{\text{eff}}$  یکسان، ستارگان جمعیت II همچنان جرم کمتری خواهند داشت. (شکل ۸.۱۰ را نگاه کنید). به دلیل عدم یقینی که در فراوانی هلیوم ستارگان جمعیت II وجود دارد نمی‌توان در مورد جرمهای آنها مطمئن بود. به همین دلیل قدرهای مطلق آنها نیز به‌طور دقیق مشخص نیست. ما باید به اختلاف منظرهای مثلثاتی غیردقیق مربوط به بعضی از کوتوله‌های جمعیت II نسبتاً نزدیک اعتماد کنیم. همان‌طور که در شکل ۹.۱۰ دیده می‌شود، به‌رحال به‌نظر می‌رسد که رشته اصلی جمعیت II زیر رشته اصلی جمعیت I قرار دارد.

در شکل ۱۰.۱۰ مراحل نظری محاسبه شده برای ستارگانی با فراوانیهای مختلف عناصر سنگین



شکل ۹.۱۰ نمودار قدر رنگ نزدیک‌ترین ستارگان جمعیت II که در آن اختلاف منظرهای مثلثاتی را می‌توان اندازه‌گیری کرد. خطوط عمودی، پاره‌خطهای خطا را نشان می‌دهند. خط‌توپر، رشته اصلی ستارگانی را نشان می‌دهد که دارای فراوانیهای عنصر خورشیدی‌اند. در مقایسه در B-V یکسان، رشته اصلی ستارگانی که از نظر فلزی بسیار فقیرند به اندازه دو قدر زیر رشته اصلی فراوانی خورشیدی است. این اختلاف برای مقایسه در  $T_{\text{eff}}$  یکسان است زیرا برای یک  $T_{\text{eff}}$  معین، B-V برای ستارگانی که کمبود فلز دارند کاهش می‌یابد.

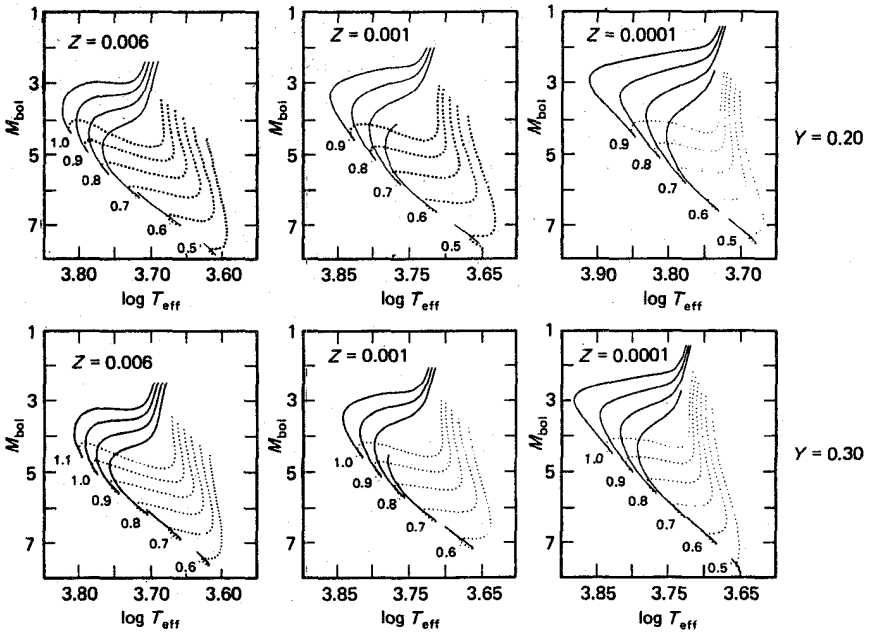
و هلیوم نشان داده شده است که در آن، محاسبات به عمل آمده با توجه به بهترین دانش کنونی و با در نظر گرفتن همه پیچیدگیهای ممکن صورت گرفته است.

### ۴.۱۰ ستارگان منقبض شونده همدیف در تعادل تابشی

#### ۱.۴.۱۰ روابط تابندگی- $T_{\text{eff}}$

در طول فازهای اولیه تکامل، بخش داخلی ستارگان جوان هنوز نسبتاً سرد است. دیدیم که (معادله ۱۹.۲) تعادل هیدروستاتیکی الزام می‌کند که انرژی گرمایی  $E_{\text{thermal}}$  این ستارگان نصف انرژی آزادشده گرانشی‌شان باشد  $E_{\text{grav}} \approx GM^2/R$  یعنی

$$E_{\text{thermal}} = \frac{1}{2} \frac{GM^2}{R} \quad (29.10)$$



شکل ۱۰.۱۰ نمایش رشته‌های اصلی برای فراوانیهای فلزی  $Z$  و فراوانیهای هلیوم مختلف. فراوانی هلیوم در شکل‌های پایین برابر با  $Y = 0.30$  و در شکل‌های بالا برابر با  $Y = 0.20$  فرض شده است. جرم‌های ستاره‌ای (برحسب یکای جرم خورشیدی) در نقطه ورود به رشته اصلی داده شده‌اند. این نقاط نشان‌دهنده اصطلاح سن صفر رشته اصلی اند (ZAMS). جابه‌جایی مکان‌های ستاره‌ای برای یک جرم معین به طرف  $T_{\text{eff}}$  و  $L$  بالاتر به ازای افزایش  $Y$  و کاهش  $Z$  کاملاً مشخص است. به تغییر مقیاس  $T_{\text{eff}}$  در شکل‌های مختلف توجه کنید. خطوط نقطه‌چین نشان‌دهنده تحول طی فازهای انقباض است (فصل ۱۱ را نیز نگاه کنید).

در شعاع‌های بزرگ، انرژی گرانشی آزاد شده هنوز کوچک است، بنابراین دماهای داخلی همچنان پایین بوده و به اندازه‌ای نیست که برهم‌کنش‌های هسته‌ای صورت گیرند. بنابراین مقدار  $D$  که از معادلات مربوط به تولید انرژی هسته‌ای به دست می‌آید در بحث مربوط به ستارگان منقبض شونده قابل استفاده نخواهد بود. خوشبختانه می‌توانیم همه اطلاعات مورد نیاز را تنها از ثابت  $C$  به دست آوریم. در طول انقباض یک ستاره، جرم آن ثابت می‌ماند (شاید بجز در ابتدایی‌ترین فازها). با استفاده از شرط ثابت  $C$  برای  $\kappa_g = \kappa_0 \rho^{0.5} T^{-2.5}$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$L \propto R^{-1} \quad (30.10)$$

با کاهش شعاع، تابندگی به آرامی افزایش می‌یابد. با استفاده از رابطه

$$T_{\text{eff}}^4 \propto L/R^2$$

و با در نظر گرفتن  $L \propto R^{-1}$  به دست می‌آوریم که

$$T_{\text{eff}}^4 \propto R^{-2} \propto L^2 \quad (31.10)$$

دمای مؤثر به سرعت با کاهش شعاع افزایش می‌یابد و با افزایش تابندگی این افزایش به مراتب سریع‌تر است. به دست می‌آوریم که  $T_{\text{eff}} \propto L^{1/4}$ . در طول انقباض، اگر ستاره در تعادل تابشی باشد، تقریباً به طور افقی در نمودار HR تکامل می‌یابد (شکل ۱۰.۱۰ را نگاه کنید).

در بخش ۱.۸ حساب کردیم که چه مدت خورشید می‌تواند به پشتوانه انرژی گرانشی‌اش عمر کند با فرض اینکه تابندگی‌اش در طول انقباض ثابت بماند. خواهیم دید که این فرض خیلی هم اشتباه نیست. دمای مؤثر به سرعت با افزایش کوچکی در تابندگی تغییر می‌کند. افزایشی به اندازه  $75^\circ$  در  $M_{\text{bol}}$  باعث تصحیح و افزایشی در  $T_{\text{eff}}$  در محدوده  $4000 \text{ K}$  تا  $6700 \text{ K}$  (شکل ۱۰.۱۰ را نگاه کنید) بسته به  $M$  و  $Z$  می‌شود.

آیا ستارگان از حالت یک ابر سرد بین ستاره‌ای با انقباضی آرام طبق رابطه  $L \propto R^{-1}$  تکامل می‌یابند؟ (محاسبات دقیق‌تر و مقدار دقیق  $\kappa(T, P_g)$  یک وابستگی به صورت  $L \propto R^{-0.75}$  را نشان می‌دهند.) جواب منفی است. رصدها نشان می‌دهند که چنین حالتی پیش نمی‌آید. در نواحی از آلمان که ستارگان شکل می‌گیرند، یعنی جایی که ستارگان جوان و تابنده وجود دارند، نمی‌توان ستارگانی بسیار سرد با تابندگی کم را در این مسیر یافت. مسیری که در اینجا برای ستارگان منقبض شونده به دست می‌آید تنها برای ناحیه دمایی بالاتر یعنی  $T \gtrsim 5000 \text{ K}$  که در شکل ۱۰.۱۰ نشان داده شده است برقرار است یعنی فقط برای ستارگانی که دارای نواحی عمیق همرفتی نیستند. تاکنون از اثر همرفت در بحثهای مربوط به ستارگان منقبض شونده و رشته اصلی صرف نظر کرده‌ایم. در ستارگان سرد نواحی خارجی همرفتی اهمیت زیادی دارند. چشمپوشی از این نواحی باعث می‌شود که پیشگوییهای ما برای ستارگان سرد منقبض شونده، همان‌طور که به زودی خواهیم دید غلط از آب درآید.

### ۲.۴.۱۰ آزاد شدن انرژی در یک ستاره منقبض شونده

برای محاسبه طبقه‌بندی دما طبق معادلات (۳.۹) و (۱.۹) باید انرژی گرانشی آزاد شده را به صورت تابعی از عمق حساب کنیم.

انرژی گرانشی آزادشده به دلیل انقباض ستاره است. برای کل ستاره این انرژی آزادشده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$-\frac{dE_G}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^R \frac{GM_r}{r} \rho \frac{4}{3} \pi r^2 dr \propto \frac{d}{dt} \frac{GM^2}{R} \quad (۳۲.۱۰)$$

که در رابطه بالا  $t$  به جای زمان است.

پرسی که باقی می‌ماند این است که چگونه این انرژی آزادشده در سرتاسر ستاره توزیع می‌شود. چه مقدار در پوسته‌ای به شعاع  $r$  و در داخل ستاره آزاد می‌شود؟ در هر نقطه‌ای در ستاره به طور کلی می‌توان گفت که مقدار انرژی در هر گرم از ماده تحت سه اثر تغییر می‌کند: (الف) با کار انجام شده روی حجم در مقابل فشار گاز که به صورت  $P_g dV$  بیان می‌شود و  $V$  حجم ویژه است یعنی حجمی که شامل یک گرم از ماده است؛ (ب) مقدار انرژی با تولید انرژی هسته‌ای  $\epsilon_n$  افزایش می‌یابد؛ (ج) این انرژی با تفاضل شار انرژی‌ای که حجم گاز را ترک می‌کند و شاری که وارد حجم مورد نظر می‌شود کاهش می‌یابد. در هر سانتی متر مکعب، مقدار آخری توسط  $d\pi F/dr$  به دست می‌آید و در هر گرم مقدار فوق به صورت  $(d\pi F/dr)\rho^{-1}$  است. تعادل انرژی الزام می‌کند که

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{3}{2} \frac{R_g}{\mu} T \right) = -P_g \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) + \epsilon_n - \frac{1}{4\pi r^2} \frac{1}{\rho} \frac{dL}{dr} \quad (۳۳.۱۰)$$

سمت چپ رابطه فوق نشان‌دهنده مقدار انرژی گرمایی در هر گرم از ماده است (اگر تنها نیاز باشد که انرژی جنبشی را در نظر بگیریم). در سمت راست  $L/4\pi r^2$  به جای  $\pi F$  قرار گرفته است. با در نظر گرفتن  $P_g = \rho R_g T / \mu$  سمت چپ رابطه به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{3}{2} \frac{P_g}{\rho} \right) = -\frac{3}{2} \frac{P_g}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{2} \frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dt} \quad (۳۴.۱۰)$$

این رابطه را می‌توان با جمله اول سمت راست ترکیب کرد تا رابطه زیر به دست آید

$$-\frac{5}{2} \frac{P_g}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{2} \frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dt} = \frac{3}{2} \rho^{2/3} \frac{d}{dt} \left( \frac{P_g}{\rho^{5/3}} \right) \quad (۳۵.۱۰)$$

که به راحتی قابل بررسی است. معادله انرژی (۳۳.۱۰) به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{3}{2} \rho^{2/3} \frac{d}{dt} \left( \frac{P_g}{\rho^{5/3}} \right) = \epsilon_n - \frac{1}{4\pi r^2} \frac{1}{\rho} \frac{dL}{dr} \quad (۳۶.۱۰)$$

این رابطه چگونه به تغییر انرژی گرانشی مربوط می شود که توسط معادله (۳۲.۱۰) بیان شده است؟ البته سمت چپ رابطه فوق شامل این مورد است که دارای جمله  $P_g dV$  می باشد. نیروی گرانشی این کار را هنگامی که ستاره منقبض می شود انجام می دهد. در ستارگان همدیاف می بینیم که چطور این جمله به تغییر شعاع ستاره مربوط می شود. در ستارگان همدیاف مختلفی که دارای جرم مشخصی اند. می دانیم که در هر نقطه  $r/R_0$  باید روابط زیر برقرار باشند

$$\rho = \rho_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^{-3}, \quad P_g = P_{g_0} \left( \frac{R}{R_0} \right)^{-2} \quad \text{و} \quad T = T_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^{-1} \quad (37.10)$$

که در آنها  $\rho_0$ ،  $P_{g_0}$ ،  $T_0$ ، مقادیر  $\rho$  و  $P_g$  و  $T$  ستاره ای به شعاع  $R_0$  است. حال می توانیم سمت چپ معادله (۳۶.۱۰) را به شکل زیر بنویسیم

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \rho^{2/3} \frac{d}{dt} \left( \frac{P_g}{\rho^{5/3}} \right) &= \frac{3}{2} \rho^{2/3} \frac{P_g}{\rho^{5/3}} \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{P_g}{\rho^{5/3}} \right) \\ &= \frac{3}{2} \frac{P_g}{\rho} \left[ \frac{d}{dt} \ln(R^{-2}) - \frac{5}{3} \frac{d}{dt} \ln(R^{-1}) \right] \\ &= \frac{3}{2} \frac{P_g}{\rho} \frac{d \ln R}{dt} \end{aligned} \quad (38.10)$$

که به وضوح ارتباط فوق را با تغییرات شعاع نشان می دهد.

## اثر مناطق همرفت بر ساختار ستاره‌ای

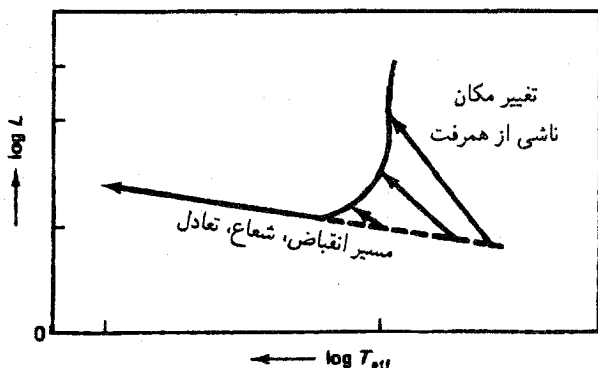
### ۱.۱۱ تغییرات شعاع، تابندگی و دمای مؤثر

در فصل گذشته تنها ستارگان مدل را در تعادل تابشی در نظر گرفتیم. به عدم توافقی‌هایی بین این ستارگان مدل و ستارگان واقعی اشاره کردیم و بخشی از این عدم توافقها را به اثر مناطق همرفت نسبت دادیم. مناطق همرفت ساختار ستاره‌ای را به دو روش عمده تغییر می‌دهند:

الف) شعاع ستاره کوچکتر می‌شود.

ب) انتقال انرژی از طریق مناطق همرفتی خارجی در صورت بزرگ بودن ضرایب جذب به دلیل انتقال همرفتی انرژی اضافی آسان‌تر می‌شود به طوری که، گرادیان دما در مقایسه با تعادل تابشی کوچکتر می‌شود. این امر می‌تواند به افزایش تابندگی و  $T_{\text{eff}}$  و نیز افزایش تولید انرژی بینجامد.

اگر انتقال انرژی به طرف خارج به دلیل همرفت افزایش یابد، ستاره نسبت به انرژی تولیدشده مقدار بیشتری از دست خواهد داد و بنابراین سرد می‌شود. اما عملاً چنین اتفاقی نمی‌افتد زیرا در این صورت فشار داخلی گاز کاهش می‌یافت و کشش گرانشی از نیروی فشار بیشتر می‌شد. ستاره عملاً منقبض می‌شود، دمای داخلی آن افزایش می‌یابد، و بنابراین تولید انرژی طبق رابطه  $\epsilon \propto T^{\nu}$

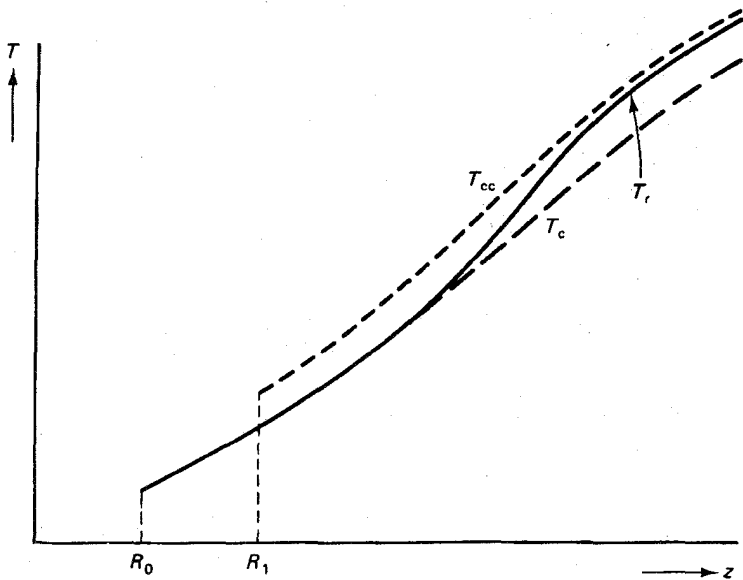


شکل ۱.۱۱ طرح کلی تغییر مکان ستارگان سرد در نمودار HR بر اثر افزایش بازه انتقال همرفتی انرژی برحسب کاهش  $T_{\text{eff}}$  برای بازه بالاتر انتقال انرژی ستاره‌ای که جرم معینی دارد، باید تابندگی و دمای مؤثر بیشتر داشته باشد. شعاع آن کاهش می‌یابد.

افزایش پیدا می‌کند. به این ترتیب ستاره با تولید انرژی بیشتر می‌تواند اتلاف انرژی بیشتری را جبران کند. ستاره دوباره در تعادل گرمایی قرار می‌گیرد ولی با شعاعی کوچکتر و تابندگی بیشتر، که به معنی دمای مؤثر بزرگتر است. ستاره، در مقایسه با تعادل تابشی، به طرف چپ و بالای نمودار HR حرکت می‌کند (شکل ۱.۱۱ را نگاه کنید). همرفت مقدار شعاع تعادلی را کاهش می‌دهد.

با یک آزمایش ذهنی، می‌توانیم از زاویه‌ای دیگر به این موضوع نگاه کنیم. فرض می‌کنیم ستاره‌ای دارای  $T_{\text{eff}}$  و تعادل تابشی  $T(r)$  معینی است. البته این ستاره نسبت به پدیده همرفت در مناطق خارجی همرفت ناپایدار است. این یعنی که در چنین لایه‌هایی، گرادیان دمای تعادل تابشی تندتر از گرادیان دمای بی‌دررو است. طرح کلی طبقه‌بندی دمایی تعادل تابشی را در شکل ۲.۱۱ نشان داده‌ایم. از آنجا که ستاره در تعادل هیدروستاتیکی است، فشار داخلی فقط وزن ماده واقع در لایه‌های بالایی را خنثی می‌کند. (این همان نوع ستاره‌ای است که تا اینجا در بحث مربوط به ستارگان سرد هم‌ریف در تعادل تابشی با آن سروکار داشته‌ایم.) اما با در نظر گرفتن  $\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$  تعادل تابشی ناپایدار است. اگر اختلال بسیار کوچکی ایجاد شود، همرفت آغاز می‌شود. در نواحی همرفت، انتقال تابشی انرژی به اندازه انتقال انرژی از طریق همرفت کاهش می‌یابد که این یعنی که بر اثر هم‌ریف، گرادیان دما و بنابراین دما در تمام نقاط زیر مرز بالایی منطقه همرفت کاهش پیدا می‌کند. بنابراین دما و فشار مرکزی نیز کاهش می‌یابد. ستاره باید منقبض شود و انرژی گرمایی گرانشی  $E = -\frac{1}{2} E_{\text{گرمایی}}$  باید افزایش پیدا کند. این روند آن قدر ادامه پیدا می‌کند که انرژی گرانشی کافی برای گرم کردن ستاره آزاد شود به طوری که در هر نقطه دماها به طور متوسط و به خصوص





شکل ۲.۱۱ طرح کلی بستگی دمای  $T_r$  به عمق برای ستاره‌ای که در تعادل تابشی است (خط توپر). برای ستاره‌ای که از نظر همرفتی ناپایدار است شروع پدیده همرفت، گرادیان دما را در ناحیه همرفتی کاهش می‌دهد که با  $T_c$  (خط چین بلند) نشان داده شده است. پس از آن دمای مرکزی نیز کاهش می‌یابد. این امر باعث کاهش  $P_0$  (مرکزی) به زیر مقدار تعادلی اش می‌شود. ستاره باید از شعاع  $R_0$  به شعاع  $R_1$  منقبض شود و تا دماهایی که به صورت  $T_{cc}$  (خط چین کوتاه) نشان داده شده اند گرم شود.

در مرکز بالاتر از مقادیری شوند که در ابتدا ستاره در تعادل تابشی اش داشته است. به دلیل دما و چگالی مرکزی بالاتر، تولید انرژی هسته‌ای افزایش می‌یابد که منجر به تابندگی و دمای مؤثر بزرگتر ستاره می‌شود.

همه این اثرات وقتی قابل توجه می‌شوند که گرادیان دما با شروع همرفت به شدت کاهش پیدا کند یعنی وقتی که بازده انتقال انرژی از طریق همرفت بسیار زیاد باشد. بنابراین تغییری که در شعاع ستاره‌ای در مقایسه با مدل‌های تعادل تابشی رصد می‌شود معیاری برای سنجش بازده انتقال همرفتی است که بستگی به میزان ناپایداری همرفتی و نیز اندازه طول ویژه پیمایش  $l$  دارد. بنابراین می‌توانیم از شعاع‌های رصدشده ستاره‌ای برای تعیین طول ویژه  $l$  استفاده کنیم. مقایسه شعاع‌های رصدشده ستاره‌ای با محاسبات جدید، نشان می‌دهد که برای ستارگان پایین تر رشته اصلی مقدار  $l/H \approx 1.5$  است. اما نمی‌دانیم که نسبت  $l/H$  برای انواع ستارگان یکسان است یا نه به خاطر می‌آوریم که فراوانیهای رصدشده  $\text{Li}^7$  در جو خورشیدی چنانکه در فصل ۷ گفتیم منجر به برآورد  $l/H \approx 1$  شد.

## ۲.۱۱ خط هایاشی

در این بخش درباره ستارگان کاملاً همرفتی صحبت می‌کنیم. در فصل ۱۰ دیدیم که در نواحی همرفتی، به جای مقدار ثابت  $C$  در معادله (۱۴.۹) (که تعیین‌کننده رابطه بین  $M$ ،  $L$  و  $R$  برای ستارگان در تعادل تابشی است) در معادله (۱۵.۹) ثابت  $E$  قرار می‌گیرد. این ثابت  $E$  به صورت زیر مربوط به پارامترهای ستاره‌ای است [معادله (۱۹.۹)] را نگاه کنید

$$E = 4\pi K G^{3/4} (\mu/R_g)^{5/2} M^{1/2} R^{3/2} \quad (۱.۱۱)$$

که در این رابطه، ثابت  $K$  تعیین‌کننده منحنی بی‌دررویی است که پس از آن طبقه‌بندی دمایی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{d \ln T}{d \ln P_g} = 0.4 \quad \text{که} \quad T^{5/2} = P_g / K \quad (۲.۱۱)$$

که در طبقه‌بندی بی‌دررو و  $\gamma = \frac{5}{3}$  نوشته شده است. در لایه‌های همرفتی، ثابت  $E$  توسط شرایط مرزی داخلی و خارجی تعیین می‌شود. اگر نواحی تعادل تابشی داخلی و خارجی را در نظر بگیریم،  $E$  توسط شرایطی به دست می‌آید که در مرزهای منطقه (یا مناطق) همرفت، دما، فشار و گرادیانها با مقادیر مربوط به لایه‌های تعادل تابشی مجاور همخوانی داشته باشند. بزرگترین مقدار  $E$  برای ستارگان کاملاً همرفت به دست آمده که برابر با  $45.48 E_0$  است (هایاشی، هوشی و سوگیموتو ۱۹۶۲). اگر در زیر منطقه همرفتی ناحیه تعادل تابشی داشته باشیم، این نواحی تابشی فقط با منطقه همرفتی‌ای می‌توانند همخوانی داشته باشند که مقدار  $E$  آن کوچکتر باشد.

چگونه می‌توانیم مکان این ستارگان را در نمودار HR مشخص کنیم؟ باید به جای ثابت  $C$  که در ستارگان در تعادل تابشی به کار می‌بریم از ثابت  $E$  استفاده کنیم. با در نظر گرفتن یک  $E = E_0$  معین و یک جرم معلوم، معادله (۱.۱۱) منجر به رابطه‌ای به صورت  $K = K(R)$  می‌شود. برای تعیین هر دو کمیت  $K$  و  $R$  به معادله دیگری نیاز داریم. این معادله از شرط مرزی در بالای ناحیه بی‌دررو طبقه‌بندی شده به دست می‌آید که البته در انتهای جو ستاره‌ای است. جو ستاره‌ای با  $T_{\text{eff}}$  و شتاب گرانشی  $g = GM/R^2$  مشخص می‌شود. برای یک جرم معلوم،  $g = g(R)$  است. برای یک مقدار معلوم  $g(R)$ ، می‌توانیم از معادله تعادل هیدروستاتیکی تا انتهای جو که در آن عمق نوری برابر با  $\tau = \tau_1$  است [به عنوان مثال معادله (۱۸.۵)] را ببینید. انتگرال‌گیری کنیم. در این صورت  $P_g(\tau_1)$  به دست می‌آید. همچنین با دانستن  $T_{\text{eff}}$  می‌توانیم دما را برای همین عمق نوری  $\tau_1$  حساب کنیم و مقدار  $T(\tau_1)$  را طبق معادلات (۲۰.۵) و (۲۱.۵) به دست بیاوریم.

با دانستن  $T(\tau_1)$  و  $P_g(\tau_1)$  که هر دو به  $R$  و  $T_{\text{eff}}$  وابسته‌اند، مقدار  $K$  به صورت زیر به دست می‌آید

$$K = P_g(\tau_1)/T(\tau_1)^{5/2} = K(R, T_{\text{eff}}) = K(R, L) \quad (3.11)$$

که در آن  $T_{\text{eff}}$  به کمک رابطه زیر حذف شده است

$$T_{\text{eff}}^4 = \frac{L}{\sigma \pi R^2} \quad (4.11)$$

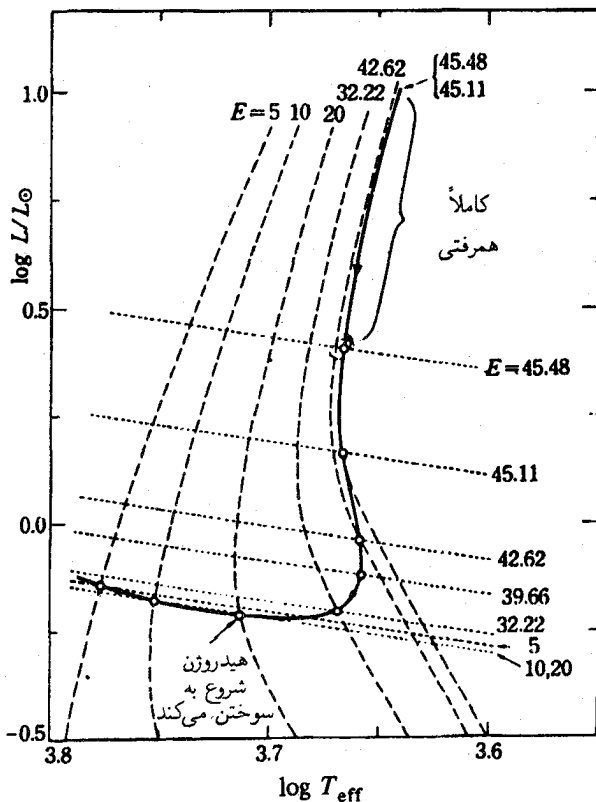
رابطه (۳.۱۱) معادلهٔ دوم برای تعیین  $K$  و  $R$  برای یک  $M$  معین است. البته این رابطه شامل یک پارامتر جدید به اسم تابندگی  $L$  است. بنابراین برای یک مجموعه معین  $M$  و  $E$ ، به یک رشته حل یک‌بعدی برای  $K$  و  $R$  می‌رسیم که تابعی از  $L$ ‌اند.

هایاشی و هوشی و سوگیموتو (۱۹۶۲) برای تابندگی‌های  $L \leq L_{\odot}$  موفق به یافتن رابطهٔ تحلیلی تقریبی‌ای بین پارامترهای ستاره‌ای شدند که به صورت زیر است

$$\begin{aligned} \log \frac{L}{L_{\odot}} = & 0.272 - 1.835 \log \frac{M}{M_{\odot}} + 9.17(\log T_{\text{eff}} - 3.70) \\ & + 2.27 \log \frac{E}{\varphi} + 0.699(\log \kappa_0(Z) + 15.58) \end{aligned} \quad (5.11)$$

به خصوص مهم است که به افزایش شدید  $L$  با  $T_{\text{eff}}$  توجه کنیم. اگر  $T_{\text{eff}}$  حدود چهار درصد تغییر کند باعث تغییر  $L$  با ضریبی حدود  $10^\circ$  و تغییر  $M_{\text{bol}}$  با ضریبی حدود  $2.5-$  می‌شود. برای یک مقدار معین  $E$ ، ستارگانی که دارای جرم معلومی‌اند الزاماً روی خط عمودی در نمودار  $L$  برحسب  $T_{\text{eff}}$  قرار می‌گیرند که در شکل ۳.۱۱ نشان داده شده است. مقدار  $9.17 = (d \log L / d \log T_{\text{eff}})$  با مقدار به دست آمده برای رشتهٔ اصلی  $5 \approx (d \log L / d \log T_{\text{eff}})$  مقایسه شده است. خط تقریباً عمودی در نمودار HR که در آن ستارگان کاملاً همرفتی با جرم ثابت قرار دارند یعنی ستارگان با  $E = 45.58$ ، خط هایاشی نامیده می‌شود که به افتخار ستاره‌شناسی نامگذاری شده است که اولین بار روابط مربوط به ستارگان کاملاً همرفتی را به دست آورد و در مورد نتایج آنها بحث کرد.

چنانکه قبلاً گفتیم بیشترین مقدار  $E$  مربوط به ستارگان کاملاً همرفتی است. مقادیر کوچکتر  $E$  طبق معادله (۵.۱۱) برای یک  $L$  معین منجر به  $T_{\text{eff}}$  بالاتر می‌شود. این روابط مربوط به ستارگانی است که ناحیهٔ داخلی‌شان در تعادل تابشی است. برای اینکه بفهمیم چه مقداری از  $E$  عملاً کاربرد دارد باید ستارگانی را که بی‌درروی کامل هستند از نظر ناپایداری همرفتی در ناحیهٔ



شکل ۳.۱۱ ستارگانی که دارای یک مقدار مشخص و ثابت  $E$  هستند در نمودار  $T_{\text{eff}}$  و تابندگی روی یک خط تقریباً عمودی (خط چینها) قرار می گیرند. با کاهش مقادیر  $E$ ، برای یک مقدار معین  $L$  افزایش پیدا می کند. خطوط نقطه چین تقریباً افقی نشان دهنده ترکیبهای  $L$  و  $T_{\text{eff}}$  مجازی هستند که از شرایط مرزی جوی مربوط به یک  $E$  ثابت به دست آمده اند. نقطه تلاقی این خطوط با خط عمودی ثابت  $E$ ، مکان واقعی ستاره (O) را نشان می دهد. خط توپر ضخیم نشان دهنده مسیر واقعی تحول ستاره منقبض شونده ای است که به آرامی تشکیل یک هسته تعادل تابشی در حال رشد را می دهد.

داخلی مورد آزمایش قرار بدهیم. اگر در هسته  $\nabla_r < \nabla_{\text{ad}}$  باشد آن وقت مدلی با  $E$  کوچکتر کاربرد خواهد داشت. پس این ستارگان دارای  $T_{\text{eff}}$  بزرگترند. خطوط تقریباً عمودی شکل ۳.۱۱ ستارگان با  $E$  معین، یعنی ستارگان همدیف، را که دارای گسترش یکسانی از هسته های اند که در تعادل تابشی می باشند. تلاقی این خطوط با خط افقی ثابت  $E$ ، که از شرط مرزی خارجی به دست آمد، مدل های امکان پذیر ستاره ای را به وجود می آورد که همه قیود داخلی و سطحی ستاره را برقرار می کند. مسیر تحول واقعی ای که یک ستاره منقبض شونده طی می کند خط ضخیمی است

که در ابتدا از مسیر هایاشی پیروی می‌کند. ستاره به تدریج دارای هسته در حال رشدی می‌شود که در تعادل تابشی قرار دارد و در نهایت با افزایش  $T_{\text{eff}}$ ، ستاره‌ای می‌شود که تقریباً به طور کامل در تعادل تابشی است و مسیری را دنبال می‌کند که برای ستارگان منقبض‌شونده همردیف در تعادل تابشی به دست آمد تا اینکه با آغاز سوختن هیدروژن به رشته اصلی می‌رسد.

از آنجا که ستارگان دارای نواحی تعادل تابشی نسبت به ستارگان کاملاً همرفت  $T_{\text{eff}}$  بالاتری دارند، در هیچ ستاره‌ای  $T_{\text{eff}}$  کمتر از مقدار مربوط به ستارگان کاملاً همرفت نیست. خط هایاشی حد پایین تری از  $T_{\text{eff}}$  را برای ستارگانی معرفی می‌کند که در تعادل هیدروستاتیکی قرار دارند. معادله (۵.۱۱) نشان می‌دهد که برای یک  $L$  معین،  $T_{\text{eff}}$  روی خط هایاشی تنها به میزان اندکی با افزایش جرم زیاد می‌شود. اگر  $M$  ۱۰ برابر بشود،  $T_{\text{eff}}$  در صورت ثابت بودن  $L$ ، حدود ۵ درصد افزایش می‌یابد. در شکل ۴.۱۱ خطوط هایاشی را برای مقادیر مختلف  $M$  نمایش داده‌ایم.

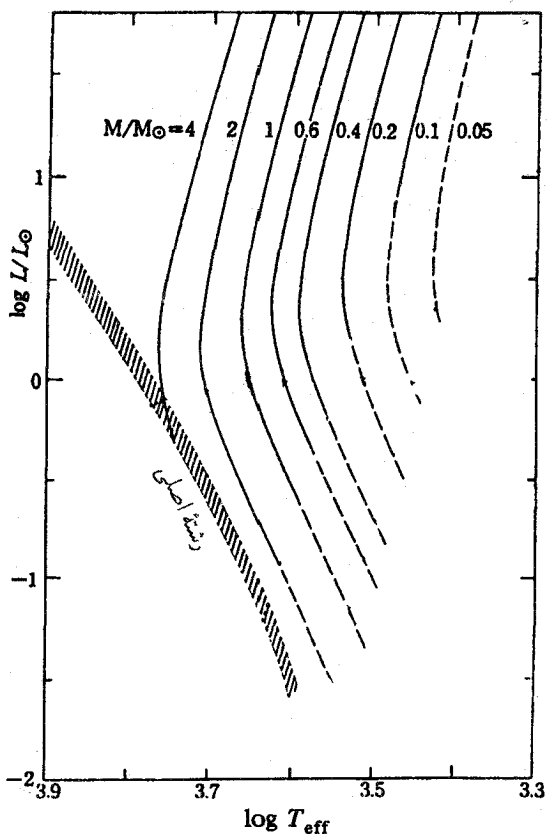
با افزایش فراوانی عناصر سنگین،  $\kappa_0$  افزایش می‌یابد و در صورت ثابت بودن  $L$  و  $M$ ،  $T_{\text{eff}}$  باید کاهش پیدا کند. از معادله (۵.۱۱) برای  $M$  و  $L$  ثابت به رابطه زیر می‌رسیم

$$9.17 \Delta \log T_{\text{eff}} = -0.699 \Delta \log \kappa_0(Z)$$

در صورتی که  $\Delta \log \kappa_0(Z) = \Delta \log Z$  در جوهای سرد ستاره‌ای باشد، مقدار  $\Delta \log T_{\text{eff}} = -0.76 \Delta \log Z$  را به دست می‌آوریم. اگر  $Z$  با ضریبی حدود ۱۰ تغییر کند،  $T_{\text{eff}}$  حدود ۴ درصد افزایش می‌یابد به شرطی که  $\kappa_0 \propto Z$  باشد.

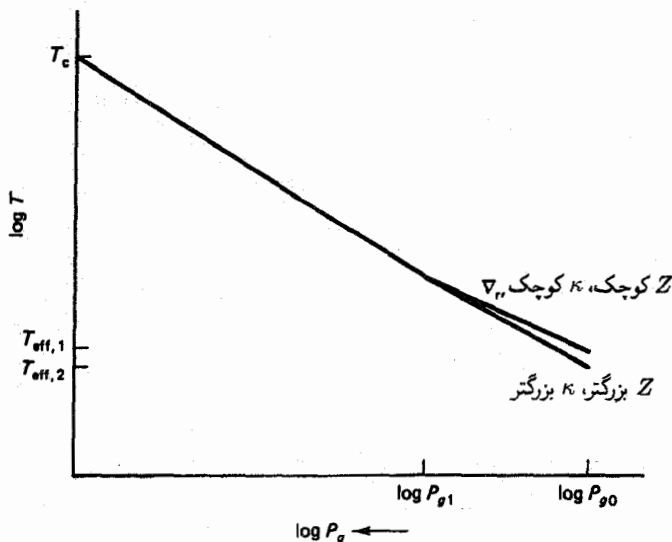
### ۳.۱۱ تفسیر فیزیکی خط هایاشی

چگونه می‌توان وجود خط هایاشی و وابستگی آن به جرم و ترکیب شیمیایی را درک کرد؟ چرا برای  $T_{\text{eff}}$  ستارگان در تعادل هیدروستاتیکی حد پایین تری وجود دارد؟ بحثمان را ابتدا با در نظر گرفتن ناحیه داخلی ستاره شروع می‌کنیم. دمای مرکزی ستاره در تعادل هیدروستاتیکی به وسیله جرم مشخص می‌شود که الزاماً به معنی نواحی مرکزی است که بیشترین قسمت جرم ستاره در آنها متمرکز است. این دما مستقل از لایه‌های جوی است. از طرف دیگر  $\kappa_0$  و  $L$  در معادله (۵.۱۱) مربوط به تابندگی، تنها توسط شرایط مرزی جوی وارد می‌شوند. یعنی اصولاً این جو ستاره است که رابطه بین  $L$ ،  $M$  و  $T_{\text{eff}}$  را تعیین می‌کند. حالاً نگاهی به طبقه‌بندی دما در ستاره می‌کنیم که از دمای معلوم مرکزی شروع می‌شود و طرح کلی آن در شکل ۵.۱۱ نشان داده شده است. برای ستاره‌ای که کاملاً همرفتی است، دما به طرف خارج تا مرز بالایی ناحیه با بازده زیاد همرفت به طور بی‌دررو کاهش پیدا می‌کند. در



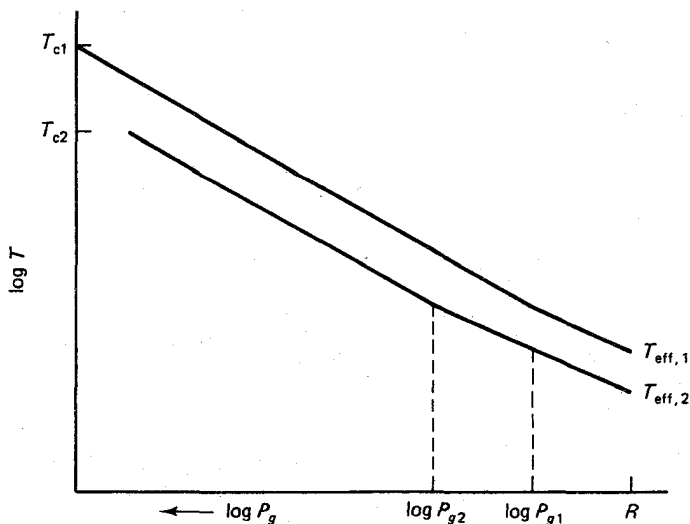
شکل ۴.۱۱ خطوط هایاشی برای جرمهای مختلف در نمودار تابندگی،  $T_{\text{eff}}$ .

لایه‌های بالاتر به سرعت به تعادل تابشی نزدیک می‌شویم. در بحث کلی فرض می‌کنیم که طبقه‌بندی تا لایه با  $P_g = P_{g1}$  بی‌دررو است و برای  $P_g < P_{g1}$  طبقه‌بندی از رابطه مربوط به تعادل تابشی با فرض  $\nabla_r < \nabla_{\text{ad}}$  تبعیت می‌کند. در این لایه‌های بالایی، گرادیان دما متناسب با عکس ضریب جذب است. در ستارگان سرد، جذب پیوسته در جو به دلیل وجود یون  $\text{H}^-$  است (جلد دوم را نگاه کنید). در ستارگان بسیار سرد، تعداد الکترونهاى آزادى که بتوانند یون  $\text{H}^-$  تشکیل بدهند بسیار کم است. (تعدادى از اتمهای سنگین باید یونیده شوند تا الکترون مورد نظر فراهم شود). پس  $\kappa$  بسیار کوچک است. بنابراین گرادیان دمای تعادل تابشی  $\Delta_{\text{rad}}$  بسیار تخت است و فشار گاز  $P_g$  در  $\bar{r} = \frac{2}{3} R$  در دمای نسبتاً بالای  $T_{\text{eff},1}$  حاصل می‌شود. با چنین مقادیر کم  $\kappa$  و گرادیان دمای کوچک مربوطه، دماهای مؤثر خیلی پایینی حاصل نمی‌شود. در صورتی که فراوانیهای عناصر سنگین بیشتر



شکل ۵.۱۱ طرح کلی طبقه‌بندی دما در یک ستاره سرد دمای مرکزی ستاره،  $T_c$ ، به وسیله جرمش تعیین می‌شود. در یک ستاره کاملاً همرفت، کاهش دما به طرف خارج از  $\nabla_{ad}$  تبعیت می‌کند. لایه بالایی ستاره با شرط  $P_g > P_{g1}$  در تعادل تابشی است. گرادیان دما،  $\nabla_{rad}$ ، متناسب با ضریب جذب  $\kappa$  است. در لایه با  $\bar{\tau} = \frac{1}{2}$  دمای  $P_g = P_{g0}$   $T = T_{eff}$  حاصل می‌شود که وابسته به  $\nabla_{rad}$  است. هر چه  $\kappa$  بزرگتر باشد،  $\nabla_{rad}$  تندتر و  $T_{eff}$  پایین‌تر است. در ستارگان سرد،  $\kappa$  بسیار کوچک می‌شود و  $T_{eff}$  نمی‌تواند خیلی پایین بیاید. در صورتی که  $\kappa$  بزرگتر باشد که به معنی فراوانی بزرگتر فلزی  $Z$  است،  $T_{eff}$  می‌تواند نسبت به مقدار مربوطه‌اش در  $Z$  کم پایین‌تر باشد. پایین‌ترین مقدار ممکن به کمک جرم ستاره‌ای، که  $T_c$  را تعیین می‌کند، و  $\kappa$  به دست می‌آید.

باشند،  $\kappa$  افزایش می‌یابد زیرا الکترونهای آزاد بیشتری قابل حصول می‌شوند که می‌توانند به شکل  $H^-$  بینجامند پس، گرادیان دما تندتر می‌شود و دماهای سطحی پایین‌تری،  $T_{eff,2}$  حاصل می‌شود. حالا نگاهی به ستارگان با جرمهای مختلف می‌اندازیم (شکل ۶.۱۱ را نگاه کنید). برای ستاره ۱ که دارای جرم بزرگتری است دمای مرکزی  $T_{c1}$  باید بزرگتر از مقدار مربوطه‌اش در ستاره ۲ باشد زیرا وزن ماده در برگیرنده در آن بیشتر است. در هر دو ستاره، دما به طرف خارج تا رسیدن به مرز بالایی لایه با بازده زیاد انتقال انرژی از طریق همرفت که در ناحیه‌ای با  $P_{g2}$  یا  $P_{g1}$  است. به طوری دررو کاهش پیدا می‌کند. (به دلیل  $T_{eff}$  پایین‌تر،  $P_{g2}$  ممکن است تا حدودی بیشتر از  $P_{g1}$  باشد). در لایه‌های بالاتر، الزاماً تعادل تابشی داریم. چون در لایه با  $P_g = P_{g1}$ ، دما در ستاره با جرم بیشتر، بالاتر است. لایه با  $\bar{\tau} = \frac{1}{2}$  نیز به دمای بالاتری می‌رسد. ستاره‌ای که جرم بیشتری دارد دارای  $T_{eff}$  بالاتری است. حالا ستاره‌ای را که در مرکز دارای ناحیه تابشی است با ستاره‌ای که به طور کاملاً بی‌دررو



شکل ۶.۱۱ طرح مقایسه طبقه‌بندی‌های دما به صورت تابعی از فشار برای دو ستاره با جرم‌های مختلف. در ستاره با جرم بیشتر، فشار و دمای مرکزی بالاتر است.  $T_{eff}$  بالاتر در سطح ستاره با جرم بیشتر حاصل می‌شود.

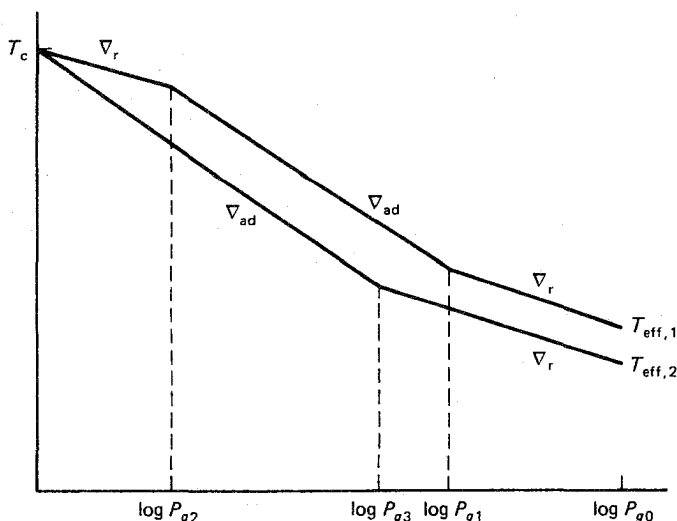
طبقه‌بندی شده است مقایسه می‌کنیم. ستاره ۱ با هسته در تعادل تابشی، در ناحیه داخلی طبقه‌بندی تخت‌تری از دما نسبت به ستاره شماره ۲ دارد که کاملاً همرفتی است و به‌طور بی‌دررو طبقه‌بندی شده است. این وضعیت به‌طور کیفی در شکل ۷.۱۱ نشان داده شده است. در ستاره ۱، ناحیه بی‌دررو همرفت در لایه با  $P_g = P_{g2}$  شروع می‌شود؛ دما به‌طور بی‌دررو به طرف خارج کاهش می‌یابد. در مرز بالایی ناحیه بی‌دررو دما بالاتر از مورد کاملاً همرفتی است و ستاره در  $\bar{r} = \frac{2}{3} R$  دمای بالاتری دارد که به معنی  $T_{eff}$  بالاتر است. ستارگانی که به‌طور جزئی در تعادل تابشی‌اند نسبت به ستارگان کاملاً همرفت  $T_{eff}$  بالاتری دارند.

البته این بحث بسیار ساده شده است و پیچیدگیها در نظر گرفته نشده است، ولی اثرات عمده‌ای را که تعیین‌کننده تفاوت ساختاری در ستارگان کاملاً همرفتی و به‌طور جزئی همرفتی است نشان می‌دهد.

## ۴.۱۱ ستارگان ناحیه سرد خط هایاشی

چنانکه قبلاً اشاره کردیم، در ستارگانی که دارای نواحی تعادل تابشی‌اند،  $T_{eff}$  باید در مقایسه با ستارگان کاملاً همرفتی روی خط هایاشی افزایش پیدا کند. بنابراین نباید انتظار یافتن ستاره‌ای را در





شکل ۷.۱۱ طرح مقایسه طبقه‌بندی دما در دو ستاره که یکی از آنها دارای هسته مرکزی در تعادل تابشی است و دیگری تماماً تا مرکز همرفتی است. در ستارگان دارای ناحیه مرکزی در تعادل تابشی، یعنی  $\nabla_r < \nabla_{ad}$ ، کاهش دمای ناحیه مرکزی نسبت به ستارگان کاملاً همرفتی کندتر است. در ناحیه همرفتی که در  $P_g = P_{g2}$  آغاز می‌شود، طبقه‌بندی دما از  $\nabla_{ad}$  پیروی می‌کند. فشار  $P_g$  در مرز بالایی ناحیه همرفتی به ازای دمای بالاتر  $T_1$  حاصل می‌شود که منجر به مقدار بالاتر  $T_{eff}$  در  $P_g = P_{g0}$  و  $\tau = \frac{1}{\mu}$  می‌شود. هرچه ناحیه تعادل تابشی داخلی گسترده‌تر باشد،  $T_{eff}$  بالاتر خواهد بود.

ناحیه سرد هایشی داشته باشیم یا حداقل ستارگانی که در تعادل هیدروستاتیکی اند. سردترین ستارگان کاملاً همرفتی اند و باید روی خط هایشی قرار بگیرند.

البته، چند جسم با تابندگیها و دماهای نسبتاً پایین و حدود چند صد درجه در ناحیه سرد خط هایشی رصد شده‌اند. چطور چنین چیزی ممکن است؟ توضیح‌اش می‌تواند اینها باشد:

- این ستارگان در تعادل هیدروستاتیکی نیستند.

- ممکن است ابر غبارمانندی یک ستاره داغ‌تر را احاطه کرده باشد. بنابراین جلوی تابش خاص ستاره توسط غبار گرفته شده که ممکن است تا چند صد درجه بر اثر تابش ستاره‌ای گرم شود. عملاً هم ابر غبارمانند گرمی را مشاهده می‌کنیم.

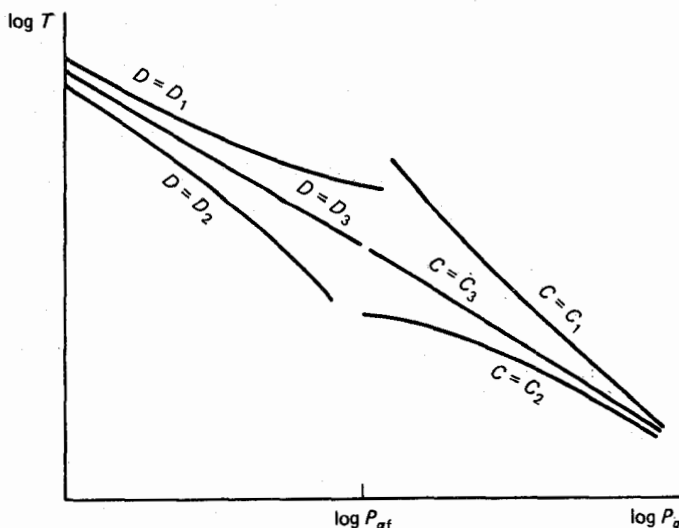
- ستاره ممکن است دارای  $\nabla_r > \nabla_{ad}$  باشد ولی جلوی انتقال همرفتی انرژی به دلیل میدان مغناطیسی ستاره گرفته شده است. در این مورد خاص می‌توانیم وضعی داشته باشیم که  $\nabla > \nabla_{ad}$  باشد که در نتیجه ستاره را در ناحیه سرد خط هایشی قرار می‌دهد.

## محاسبه مدلهای ستاره‌ای

### ۱.۱۲ روش شوارتس شیلد

قبل از اینکه بتوانیم درباره ساختار مشروح ستارگان در رشته اصلی صحبت کنیم، باید روشهایی را ذکر کنیم که به کمک آنها بتوان محاسبات مربوطه را انجام داد. در فصل ۱۰ ستارگان همدریف رشته اصلی را با یکدیگر مقایسه کردیم. با اینکه دیدیم که چطور دماها و فشارها به طور کیفی در ستارگان با تغییر جرم و ترکیب شیمیایی تغییر می‌کنند، اما هرگز حساب نکردیم که شعاع و دمای مؤثر ستاره‌ای با جرم ثابت، واقعاً چقدر است. برای این منظور باید از معادلات دیفرانسیل پایه اصلی که تعیین‌کننده ساختار ستاره‌ای است و در فصل ۹ راجع به آنها صحبت شد انتگرال بگیریم. دو روش به کار می‌رود: روش شوارتس شیلد و روش هنی.

روش شوارتس شیلد در کتابی که خود او درباره ساختار و تحول ستارگان نوشته بیان شده است (۱۹۵۸). از معادلات دیفرانسیل پایه هم از داخل به طرف خارج و هم از خارج به طرف داخل انتگرال‌گیری شده است. در شکل بدون بُعد، معادلات دیفرانسیلی که برای انتگرال‌گیری از سمت خارج به داخل به کار می‌روند دارای ثابت مجهول  $C$  هستند (فصل ۹ را نگاه کنید). برای



شکل ۱.۱۲ نمایش اصل روش شوارتس شیلد: یک رشته انتگرال از داخل به خارج و با فرض (اصولاً) ثابت‌های مختلف  $D$  گرفته شده است. یک رشته انتگرال دیگر نیز از خارج به داخل و با فرض مقادیر مختلف ثابت  $C$  گرفته شده است. تنها برای ثابت‌های  $D = D_2$  و  $C = C_2$  حلها در نقطه برازش  $P_g = P_{gf}$  با یکدیگر توافق خوبی دارند.

انتگرال‌گیری از داخل به سمت خارج نیز معادلات دیفرانسیل دارای ثابت مجهول  $D$  می‌باشند. یک رشته انتگرال‌گیری از هر دو جهت در ستاره و برای مقادیر مختلف این ثابتها انجام شده است. مسئله اصلی، یافتن مقادیر صحیح ثابت‌های  $C$  و  $D$  و در نتیجه حل‌های صحیح مربوط به ساختار ستاره‌ای است. در نقطه برازشی مانند  $x_f = (r/R)_f$  باید حل‌های داخلی و خارجی را طوری با یکدیگر وفق دهیم که حل کامل ستاره را فراهم کنند. البته باید شرط کنیم که در این نقطه برازش فشار و دما پیوسته‌اند. به عبارت دیگر، برای این مقدار از  $x_f = (r/R)_f$  مقادیر  $t_f$  و  $p_f$  و گردادی‌های آنها باید برای هر دو حل یکسان باشند. این شرط دو معادله به‌وجود می‌آورد که از طریق آنها می‌توان ثابت‌های  $C$  و  $D$  را به‌دست آورد (شکل ۱.۱۲ را نگاه کنید). شوارتس شیلد روش ظریفی ابداع کرد تا سازگاری بین این دو حل را امکان‌پذیر کند. روش او همچنین درک نسبتاً خوبی از فرایندهایی ایجاد می‌کند که تعیین‌کننده ساختار ستاره‌ای‌اند. در مدل‌های ساده این روش بسیار مفید است. این روش وقتی که نواحی همرفتی و یا نواحی با فراوانی‌های شیمیایی مختلف و یا هر دو وجود داشته باشند پیچیده می‌شود. تحت چنان شرایطی بیش از دو ثابت در معادلات دیفرانسیل ظاهر می‌شود و بیش از دو ناحیه مختلف را باید با یکدیگر وفق دهیم. تعداد حل‌های آزمایشی زیاد می‌شود. به همین دلیل، مطالعات جدید روش انعطاف‌پذیرتر هرن‌بی را ترجیح می‌دهند، که

البته شفافیت محاسباتش کمتر است. چون امروزه از روش شوارتس‌شیلد به ندرت استفاده می‌شود و نیز از آنجا که این روش در کتاب شوارتس‌شیلد به خوبی توضیح داده شده است، در اینجا به شرح مفصل آن می‌پردازیم.

## ۲.۱۲ روش هن‌یی

### ۱.۲.۱۲ معادلات بنیادی

این روش را اولین بار هن‌یی و همکارانش بیان کردند (۱۹۵۹). می‌خواهیم توابع مجهول، فشار،  $P(M_r, t)$ ، دما،  $T(M_r, t)$ ، شعاع،  $r(M_r, t)$ ، تابندگی،  $L_r(M_r, t)$  = تابندگی،  $X_1(M_r, t)$  = فراوانی جرمی هیدروژن و  $X_2(M_r, t)$  = فراوانی جرمی هلیوم را، که در آن  $t$  به جای زمان قرار گرفته است، محاسبه کنیم. جرم کل  $M$  و فراوانیهای شیمیایی در زمان  $t = t_0$  معلوم‌اند. در اینجا  $M_r$  جرم موجود در داخل پوسته‌ای به شعاع  $r$  است. از آنجا که دارای فراوانیهای معلوم علی‌رغم حرکت به طرف داخل یا خارج شعاع  $r$  در طی تحول ستاره جرم تقریباً ثابتی دارند، بهتر است که به جای استفاده از شعاع به عنوان متغیر مستقل جرم  $M_r$  داخل پوسته را متغیر مستقل بگیریم و شعاع مربوط را حساب کنیم.

برای به دست آوردن پنج تابع مجهول بالا باید معادلات دیفرانسیل زیر را با استفاده از  $M_r$  به عنوان متغیر مستقل حل کنیم (فصل ۹ را نگاه کنید)

$$\frac{\partial r}{\partial M_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (۱.۱۲)$$

این معادله تغییر جرم  $M_r$  بر اثر افزایش شعاع به اندازه  $\partial r$  را بیان می‌کند. این معادله تبدیل است. بنابراین شرط تعادل هیدروستاتیکی به صورت زیر است

$$\frac{\partial P}{\partial M_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^2} \quad (۲.۱۲)$$

که بیانگر تعادل بین نیروهای فشار و گرانشی است.

معادله انرژی عبارت است از

$$\frac{\partial L_r}{\partial M_r} = \varepsilon - T \frac{\partial S}{\partial t} \quad (۳.۱۲)$$

که در آن  $S$  آنتروپی است. داریم  $dS/T = dQ$  که در آن  $Q$  انرژی داخلی است. معادله (۳.۱۲) این حقیقت را بیان می‌کند که انرژی  $\varepsilon$  تولیدشده در گرم ثانیه یا باید، در موقع انتقال به خارج، تابندگی را افزایش بدهد و یا صرف افزایش انرژی گرمایی  $Q$  یا آنتالپی شود.

به‌علاوه باید طبقه‌بندی دما برای انتقال انرژی از طریق تابش و یا همرفت را هم بیان کنیم. برای مورد دوم طبقه‌بندی دما در ناحیه داخلی ستاره که در آن تبادل انرژی بسیار کم و چگالی  $\rho$  بسیار بالاست بی‌درروست [معادله (۴.۶)] را نگاه کنید.

به‌طور کلی طبقه‌بندی دما را می‌توان به شکل زیر در نظر گرفت

$$\nabla = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} = \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial P} = \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial M_r} \frac{\partial M_r}{\partial P} \quad (4.12)$$

و یا، با استفاده از معادله (۲.۱۲)، نتیجه می‌شود

$$\frac{\partial T}{\partial M_r} = \nabla \frac{T}{P} \frac{\partial P}{\partial M_r} = -\nabla \frac{T}{P} \frac{GM_r}{4\pi r^2} \quad (5.12)$$

در این رابطه،  $P$  فشار کلی است که شامل فشار گاز  $P_g$ ، فشار تابشی  $P_r$  و احتمالاً فشار گردهایی است.

معادله (۵.۱۲) دارای هیچ مفهوم فیزیکی که بیانگر نوع انتقال انرژی باشد نیست. فیزیک مورد نظر وقتی وارد مسئله می‌شود که مقدار واقعی  $\nabla$  را محاسبه کنیم. اگر انتقال انرژی به‌صورت تابشی باشد آن‌وقت

$$\nabla = \nabla_{\text{rad}} = \frac{3\kappa L_r P}{16\pi\sigma T^3 GM_r} \quad (6.12)$$

در مورد انتقال همرفتی انرژی در ناحیه داخلی ستاره داریم

$$\nabla = \nabla_{\text{ad}} \quad (7.12)$$

در هر لایه‌ای باید ببینیم که آیا  $\nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}}$  است یا نه؛ اگر چنین باشد باید معادله (۶.۱۲) را به‌کار ببریم و در غیر این صورت باید از معادله (۷.۱۲) استفاده کنیم. در نواحی کم‌چگالی باید مقدار  $\nabla_{\text{conv}}$  را با استفاده از نظریه همرفت، مثلاً طبق مطالب فصل ۶، محاسبه کنیم.

برای تعیین فراوانیهای  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  که وارد محاسبات  $\kappa$  و  $\varepsilon$  می‌شوند، باید فراوانیهای اولیه در زمان  $t = t_0$  داشته باشیم و سپس تعیین کنیم که فراوانیهای مورد نظر در یک  $M_r$  معلوم،

بر اثر واکنش‌های هسته‌ای نسبت به زمان چگونه تغییر می‌کنند. یک معادله باید بگوید که فراوانی هلیوم  $Y$  به دلیل ترکیب چهار  $H^1$  و تشکیل  $He^4$  چگونه افزایش پیدا می‌کند و معادله دیگر باید بگوید که نحوه کاهش فراوانی هیدروژن  $X$  بر اثر ناپدید شدن چهار  $H^1$  و تشکیل یک  $He^4$  چگونه است.

اگر چرخه CNO در تولید انرژی سهم داشته باشد، آن وقت باید تغییرات فراوانی عناصر C, N, O و ایزوتوپ‌های موجود در چرخه را نیز در نظر گرفت. اگر این فراوانیها تغییر کنند، تعداد واکنشها و در نتیجه تولید انرژی تغییر خواهد کرد.

اگر طی آخرین مراحل تحول ستاره‌ای عناصر سنگین تولید شوند، باید این تغییرات فراوانی را در جمله  $\epsilon$  و احتمالاً در جمله  $\kappa$  لحاظ کنیم.

اگر گرادیان  $\mu$  منفی باشد یعنی اگر لایه‌های پایین‌تر  $\mu$  بزرگتری نسبت به لایه‌های بالاتر داشته باشد باید به‌دقت بررسی کنیم که تحت چه شرایطی یک حباب بالارونده، که ممکن است به دلیل فراوانی بیشتر هلیوم دارای  $\mu$  بزرگتری باشد، همچنان دارای چگالی کمتری نسبت به محیط اطرافش خواهد بود. گرادیان دمای واقعی لازم برای ناپایداری همرفتی باید بزرگتر از گرادیان دما برای  $\mu$  ثابت باشد، آن قدر بزرگ که بر اثر پایداریکننده گرادیان  $\mu$  غلبه کند. در ناپایداری همرفتی،  $\nabla_{rad}$  باید بزرگتر از یک گرادیان بحرانی  $\nabla_{cr}$  باشد که بزرگتر از  $\nabla_{ad}$  است و اختلاف وابسته به گرادیان  $\mu$  است. اگر  $\mu$  به طرف خارج افزایش یابد، که می‌تواند بر اثر انتقال ماده غنی از هلیوم از اثر ستاره مجاور باشد، آن وقت  $\nabla_{cr} < \nabla_{ad}$  می‌شود. در این مورد حتی برای  $\nabla < \nabla_{ad}$  نیز ناپایداری خواهیم داشت. این ناپایداری ناپایداری رابلی-تیلور نامیده می‌شود.

معادلات (۱.۱۲)، (۲.۱۲)، (۳.۱۲) و (۶.۱۲) یا (۷.۱۲) به همراه مشخصه‌های معادله (۵.۱۲) چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اولی هستند که با حل آنها چهار تابع مجهول  $r, T, P$  و  $L$  به صورت توابعی از  $M_r$  به دست می‌آیند. البته باید معادله حالت نماینده رابطه  $\rho$  بر حسب  $P$  و  $T$  را نیز داشته باشیم.

برای انتگرال‌گیری از این چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول که بیانگر  $r, T, P, L$  در هر زمان دلخواه  $t$  هستند نیاز به چهار شرط مرزی داریم. در مرز داخلی، ضرایبی که دارای جمله  $r^{-1}$  هستند تکنیه می‌شوند [معادلات (۵.۱۲) و (۶.۱۲) را نگاه کنید]. برای جلوگیری از بروز این مشکل، شرایط مرزی را در  $r_j > 0$  که تنها کمی بزرگتر از صفر است به کار می‌بریم. اگر  $r_j$  خیلی کوچک باشد می‌توانیم فرض کنیم که داخل  $r_j, \rho$  ثابت و برابر با  $\rho = \rho_c$  است. در این

صورت به روابط زیر می‌رسیم

$$r_j = \left( \frac{3}{4\pi\rho_c} \right)^{1/3} M_{r_j}^{1/3} \quad (۸.۱۲)$$

$$P_j = P_c - \frac{1}{4} \left( \frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} G\rho_c^{4/3} M_{r_j}^{2/3} \quad (۹.۱۲)$$

معادله (۹.۱۲) این حقیقت را بیان می‌کند که در شعاع  $r_j$ ، فشار  $P_j$  به اندازه وزن ستونی به ضخامت  $r_j$  که روی آن واقع شده کمتر از فشار مرکزی  $P_c$  است. تابندگی در این شعاع  $r_j$  از تفاضل انرژی تولیدشده در داخل شعاع  $r_j$  و انرژی‌ای که ممکن است صرف افزایش دما شده باشد ضربدر  $M_{r_j}$  به دست می‌آید، یعنی

$$L_{r_j} = \left( \varepsilon - T \frac{ds}{dt} \right)_c M_{r_j} \quad (۱۰.۱۲)$$

می‌توانیم دمای  $T(r_j)$  را نیز بیان کنیم زیرا به کمک دمای مرکزی به دست می‌آید

$$T_c - (dT/dM_r)M_{r_j} \quad (۱۱.۱۲)$$

که منجر به رابطه زیر می‌شود

$$T_{r_j} = T_c - \frac{1}{4} \left( \frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} G(\rho_c^{4/3}/P_c) \nabla_c T_c M_{r_j}^{1/3} \quad (۱۲.۱۲)$$

به این ترتیب چهار شرط مرزی در نزدیکی مرکز اعمال می‌کنیم ولی مقادیر  $T_c$  و  $P_c$  را نمی‌دانیم ( $\rho_c$  تابعی از  $P_c$  و  $T_c$  نیز از معادله حالت به دست می‌آید). بنابراین، نمی‌توانیم انتگرال‌گیری را از مرکز شروع کنیم.

شرایط مرزی‌ای نیز در پایین جو وجود دارند. اگر در این مکان جو بسیار رقیق و دارای جرم بسیار کمی باشد، باید  $M_r$  برابر با  $M$ ، یعنی برابر با جرم ستاره باشد، که برای محاسبه یک مدل ستاره‌ای به آن نیاز داریم. در جو  $r = R$  و  $L_r = L$  است که باید هر دو را حساب کنیم. البته می‌دانیم که

$$T_{\text{eff}}^r = \frac{L}{4\pi R^2\sigma} \quad \text{و} \quad T^r(\bar{r}) = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^r(\bar{r} + q(\bar{r})) \quad (۱۳.۱۲)$$

که در رابطه بالا  $\frac{3}{4} \approx q(\bar{r})$  است (جلد دوم یا معادله (۱.۷) را نگاه کنید). این معادلات  $T$  را به  $L$  و  $R$  ربط می‌دهند و در نتیجه یک شرط مرزی فراهم می‌کنند.

بنابراین در سطح دو شرط مرزی واقعی یعنی،  $M_r = M$  و معادلات (۱۳.۱۲) را داریم. در مرکز چهار شرط مرزی به همراه دو مجهول داریم که معادله دو شرط مرزی است.

در هیچ مرزی شرایط کافی برای شروع انتگرال‌گیری نداریم. روش‌های مبتنی بر استفاده همزمان از هر چهار شرط مرزی است به طوری که حل مورد نظر را برای کل ستاره در هر زمان  $t$  فراهم می‌کند. شیوه زیرکانه‌ای که به کار می‌رود، قرار دادن معادلات تفاضلی به جای معادلات دیفرانسیل و حل سیستم بزرگی از معادلات خطی برای به دست آوردن مقادیر مجهول در تمام نقاط عمقی است.

### ۲.۲.۱۲ انتخاب متغیرها

برای قرار دادن معادلات تفاضلی به جای معادلات دیفرانسیل باید تعدادی نقاط شبکه‌ای در متغیر مستقل در نظر بگیریم. باید مطمئن شویم که تعداد نقاط شبکه‌ای در نواحی‌ای که  $P, T, \rho$  و غیره به سرعت تغییر می‌کنند، یعنی در نزدیکی سطح، زیاد است. در معادلات (۱.۱۲) تا (۷.۱۲)  $M_r$  را به عنوان متغیر مستقل گرفته‌ایم ولی در نواحی خارجی نزدیک به جو  $P, T$  و  $\rho$  به سرعت تغییر می‌کنند در حالی که  $M_r$  به ندرت تغییر می‌کند. یک تغییر کوچک در  $M_r$  می‌تواند به تغییر بزرگی در  $P$  و  $T$  مربوط باشد. برای اینکه تغییرات مربوط به  $\rho, T$  و  $P$  کوچک باشند نیاز به نقاط شبکه‌ای زیادی در  $M_r$  داریم که به معنی مقادیر بسیار کوچک  $\Delta M_r$  از یک نقطه شبکه‌ای به نقطه دیگر است در حالی که در مرکز نیاز به این تعداد از نقاط نداریم زیرا همه متغیرها به آرامی با  $M_r$  تغییر می‌کنند. متغیر مستقلی مانند

$$\xi = \ln \left( 1 - \frac{M_r}{(1 + \eta)M} \right) \quad (۱۴.۱۲)$$

دارای نقاط شبکه‌ای زیادی در نزدیکی سطح است در حالی که در مرکز تعداد نقاط شبکه‌ای اش نسبتاً کم است. در اینجا  $\eta \ll 1$  است و اختیاری انتخاب می‌شود. فاصله‌گذاری مساوی  $\Delta \xi$ ، نقاط شبکه‌ای زیادی را در جو و مقدار کمتری در نزدیکی مرکز فراهم می‌آورد.

البته انتخابهای دیگری هم برای  $\xi(M_r)$  ممکن است. برای مثال، اگلتن (۱۹۷۱) متغیر مستقلی را انتخاب می‌کند که با زمان تغییر می‌کند. بنابراین همراه با هر مرحله زمانی باید یک متغیر مستقل جدید در نظر بگیریم، ولی با انتخاب صحیح متغیر مستقل می‌توانیم در زمان محاسبه صرفه‌جویی کنیم.



در ادامه مطلب متغیر مستقل  $\xi(M_r)$  را بدون مشخص کردن تابع در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که همه معادلات دیفرانسیل به دیفرانسیلهایی برحسب  $\xi$  تبدیل شده‌اند.

لازمه کارکرد دقیق هر روش عددی این است که متغیرهای وابسته و مستقل چند مرتبه بزرگی در ستاره تغییر کنند. از آنجا که فشار و دما چند مرتبه بزرگی تغییر می‌کنند بهتر است که متغیرهای وابسته را برای مثال،  $p = \ln P$ ,  $\theta = \ln T$ ,  $x = \ln r$  و  $l = \ln L$  اختیار کنیم. همه این متغیرهای جدید تابعی از  $\xi$ ‌اند.

### ۳.۲.۱۲ قرار دادن دیفرانسیلها به جای تفاضلها

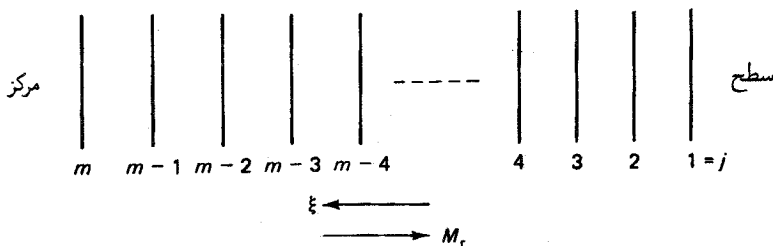
حالا شبکه‌ای از نقاط  $\xi_j$ ، که  $j = 1$  تا  $m$  است در نظر می‌گیریم (شکل ۲.۱۲ را نگاه کنید). پس از انجام همه تبدیلات، معادلات دیفرانسیلی برحسب تمام متغیرهای جدید خواهیم داشت. برای مثال، معادله دیفرانسیلی بیانگر تغییر شعاع با جرم در لایه‌ای با شاخص  $j$  که در آن نقطه شبکه  $\xi_j$  است به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{dx}{d\xi} = \frac{1}{4\pi r^2(x)\rho(p, \theta, X_i)} \frac{dx}{dr} / \frac{d\xi}{dM_r} \quad (15.12)$$

معادلات مشابهی از سایر معادلات دیفرانسیل به دست می‌آیند.

$X_i$  فراوانیهای عنصر را نشان می‌دهد؛ شاخص  $i$  به جای عناصر مختلف قرار گرفته است.

دیفرانسیلهای سمت راست را می‌توان به‌طور تحلیلی از رابطه تبدیل حساب کرد. این دیفرانسیلها توابع شناخته شده‌ای از متغیرها در نقطه  $\xi$ ‌اند. برای اینکه محاسبه درست انجام شود باید همه متغیرها را در یک لایه محاسبه کنیم.



شکل ۲.۱۲ سیستمی از نقاط شبکه‌ای  $\xi_j$  در داخل ستاره در نظر گرفته شده است. شاخص  $j$  از ۱ تا  $m$  تغییر می‌کند. شاخص  $j = 1$  مربوط به نقطه‌ای است که شرط مرزی خارجی به کار رفته است.  $m$  مربوط به مرکز است و  $m - 1$  مربوط به نقطه  $r$  است که در آن شرط مرزی داخلی به کار رفته است.

اگر سمت راست معادله (۱۵.۱۲) را با متغیرهای مربوط به لایه  $z$  مشخص کنیم آن وقت باید مشتقات سمت چپ را نیز در همان لایه  $z$  حساب کنیم. یعنی باید بنویسیم

$$\left. \frac{dx}{d\xi} \right|_z = \frac{x(j+1) - x(j-1)}{\xi(j+1) - \xi(j-1)} \quad (۱۶.۱۲)$$

که در آن برای بیان دیفرانسیل فواصل نسبتاً بزرگی به کار می‌رود. اگر بخواهیم از نصف این فضا استفاده کنیم و بنویسیم

$$\frac{dx}{d\xi} = \frac{x(j+1) - x(j)}{\xi(j+1) - \xi(j)} = \left. \frac{dx}{d\xi} \right|_{j+1/2} \quad (۱۷.۱۲)$$

آن وقت این رابطه عملاً دیفرانسیل در مرکز، بین  $z$  و  $z+1$  را نشان می‌دهد، یعنی در لایه‌ای با شاخص  $z + \frac{1}{2}$  که نقطه شبکه نیست. بنابراین برای سازگاری رابطه فوق باید سمت راست را نیز با متغیرهای در نقطه  $z + \frac{1}{2}$  بیان کنیم. چون این نقطه نقطه شبکه‌ایی نیست که برای آن متغیرها حساب شوند باید متغیرها را در نقطه  $z + \frac{1}{2}$  توسط متغیرهای نقاط شبکه بیان کنیم، برای مثال

$$\rho\left(z + \frac{1}{2}\right) = \frac{\rho(j+1) + \rho(j)}{2} \quad (۱۸.۱۲)$$

و همین طور برای همه متغیرها اگر تابعی در فاصله  $z$  و  $z+1$  به سرعت تغییر کند، که این مورد ممکن است برای  $\varepsilon$  اتفاق بیفتد، آن وقت متوسطهای دیگر، مثلاً میانگین هندسی، بهتر می‌توانند مقدار تابع را در نقطه  $z + \frac{1}{2}$  بیان کنند. در هر زمان و برای هر لایه با اندیس  $z + \frac{1}{2}$  مجموعه‌ای از معادلات داریم که در آنها تنها متغیرهای مربوط به نقاط  $z$  و  $z+1$  ظاهر می‌شوند. این یعنی که در هر نقطه میانی، یک مجموعه معادله چهارتایی داریم که جایگزین چهار معادله دیفرانسیل می‌شوند و به صورت زیرند

$$G_l(p_j, \theta_j, x_j, l_j, \xi_j, p_{j+1}, \theta_{j+1}, x_{j+1}, l_{j+1}, \xi_{j+1}) = 0 \quad (۱۹.۱۲)$$

که برای این چهار معادله دیفرانسیل،  $l = 1, 2, 3, 4$  است.  $G_1$  جایگزین توابعی است که از معادلات دیفرانسیل بیانگر مقادیر  $p(\xi), \theta(\xi), x(\xi)$  و  $l(\xi)$  به دست می‌آیند. اگر تعداد نقاط شبکه  $m-1$  باشد  $m-2, \dots, 1, z$  خواهد بود. (برای ناحیه  $m$  (مرکز) تا  $m-1$ ، با در نظر گرفتن ثابت  $\rho = \text{ثابت}$  و  $\varepsilon = \text{به طور تحلیلی انتگرال‌گیری کرده‌ایم}$ .) این دستگاهی از  $4 \times (m-2)$

معادله برای  $(m-1) \times 4$  مجهول در لایه‌های با  $(m-1), \dots, 1, z$  است. برای تعیین این مجهولها نیاز به چهار معادله دیگر داریم. این چهار معادله اضافی همان شرایط مرزی‌اند. البته باید فراوانیهای شیمیایی در هر نقطه را نیز داشته باشیم. در مورد ستارگان رشته اصلی فرض می‌کنیم که در زمان  $t = t_0$  فراوانیها در سرتاسر ستاره همگن‌اند. با تعقیب پیشینه انقباض ستاره دلیلی برای جدایی عنصر در ستاره به دست نمی‌آوریم. (مقیاسهای زمانی آن قدر کوتاه‌اند که فرصت بروز پدیده پخش را در قسمتهای اصلی ستاره نمی‌دهند).

شرط مرزی خارجی در یک لایه جوی مثلاً در لایه‌ای با  $\bar{\tau} = \frac{1}{3}$  که در آن  $T = T_{\text{eff}}$  یا  $\sigma T^4 = L/4\pi R^2$  است به کار می‌رود. در این صورت  $\xi(1)$  مربوط به این لایه است و  $M_T(1) = M$  است. انتگرال‌گیری از معادلات هیدروستاتیک برای مقادیر مختلف  $R$  و  $L$  از  $\tau = 0$  تا  $\bar{\tau} = \frac{1}{3}$  نشان می‌دهد که  $P$ ، برای یک  $M$  معین، چگونه وابسته به  $L$  و  $R$  است. این رابطه شرط مرزی دیگری ایجاد می‌کند. هر دو شرط مرزی متغیرهای  $R$ ،  $T$  و  $L$  یا  $R$ ،  $P$  و  $L$  را در نقطه  $z = 1$  به یکدیگر مربوط می‌کنند. دو شرط مرزی فوق تنها شامل متغیرهای مربوط به این لایه‌اند. شکل کلی آنها به صورت زیر است

$$B_1(p_1, \theta_1, x_1, l_1) = 0 \quad \text{و} \quad B_2(p_1, \theta_1, x_1, l_1) = 0 \quad (20.12)$$

این تنها دو معادله اضافی ایجاد می‌کند. دو شرط دیگر هم نیاز داریم که از شرایط مرزی داخلی حاصل می‌شوند. انتگرال‌گیری تحلیلی برای ناحیه مرکزی از  $z = m$  تا  $z = m-1$ ، که نقطه مربوط به داخلی‌ترین پوسته است، به معادلات (۸.۱۲) تا (۱۲.۱۲) منتهی می‌شود که چهار معادله اضافی فراهم می‌کند. در نگاه اول ممکن است به نظر برسد که این بیش از چیزی است که ما نیاز داریم. ولی با کمی دقت متوجه می‌شویم که این معادلات دارای مجهولهای اضافی  $\rho_c$ ،  $T_c$  و  $P_c$ ‌اند. با استفاده از معادله حالت، دو مجهول  $\theta_c$  و  $p_c$  و چهار شرط مرزی در نقطه شبکه‌ای  $z = m-1$  برایمان باقی می‌ماند که شامل همه متغیرهای لایه  $m-1$  و دو متغیر مربوط به مرکز یعنی  $p_c$  و  $T_c$ ‌اند. این شرایط مرزی به صورت  $C_i(p_{m-1}, \theta_{m-1}, X_{m-1}, l_{m-1}, p_m, \theta_m) = 0$  هستند، که  $i = 1, \dots, 4$  است. بنابراین تعداد کل معادلات برابر با تعداد مجهولهاست.

این معادلات جبری ولی غیرخطی‌اند. قبل از حل این دستگاه باید معادلات را خطی کنیم. برای این منظور نیاز به حل تقریب مرتبه صفر  $p_0(\xi)$ ،  $\theta_0(\xi)$ ،  $X_0(\xi)$  و  $l_0(\xi)$  داریم. بنابراین

تقریب بهتری برای  $p(\xi)$  به صورت زیر می‌نویسیم

$$p_1(\xi) = p_0(\xi) + \Delta p(\xi) \quad (21.12)$$

و همین‌طور برای سایر مجهولها.

در همه معادلات، به جای  $p, \theta, x, l$  این عبارتها را قرار می‌دهیم و از جملات مرتبه دوم یا بالاتر تصحیحات  $\Delta p, \Delta \theta, \Delta x, \Delta l$  صرف نظر می‌کنیم و تنها جملات خطی این تصحیحات را در نظر می‌گیریم. در این صورت معادلات به صورت زیر در می‌آیند

$$G_i = G_{i_0} + \frac{\partial G_i}{\partial p_j} \Delta p_j + \frac{\partial G_i}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j + \frac{\partial G_i}{\partial x_j} \Delta x_j + \frac{\partial G_i}{\partial l_j} \Delta l_j + \frac{\partial G_i}{\partial p_{j+1}} \Delta p_{j+1} + \frac{\partial G_i}{\partial \theta_{j+1}} \Delta \theta_{j+1} + \frac{\partial G_i}{\partial x_{j+1}} \Delta x_{j+1} + \frac{\partial G_i}{\partial l_{j+1}} \Delta l_{j+1} = 0 \quad (22.12)$$

همه مشتقها از تقریب مرتبه صفر حساب شده‌اند.

علاوه بر این، باید شرایط مرزی را نیز به همین طریق خطی کنیم.

بنابراین دستگاهی از  $4(m-1) + 2$  معادله برای  $4(m-1) + 2$  مجهول، یعنی جملات تصحیحی  $\Delta p, \Delta \theta, \Delta l, \Delta x$  و نیز  $\Delta p_c$  و  $\Delta \theta_c$  خواهیم داشت. این معادلات را می‌توان برای جملات تصحیح‌کننده بالا حل کرد. بنابراین به تقریب جدید و بهتری از مجهولهای مورد نظر در نقاط شبکه‌ای می‌رسیم. البته هنوز به حل صحیح نرسیده‌ایم زیرا برای محاسبه ضرایب دستگاه معادلات از تقریبهای مرتبه صفر  $p_0, \theta_0, x_0, l_0$  استفاده کرده‌ایم. حالا با در نظر گرفتن

$$p_2(\xi) = p_1(\xi) + \Delta p(\xi) \quad (23.12)$$

و به‌طور مشابه برای سایر مجهولها می‌توانیم ضرایب جدید را با استفاده از تقریبهای بهتر  $p_1, \theta_1, x_1$  و محاسبه دوباره معادلات را برای  $\Delta p, \Delta \theta, \Delta x, \Delta l$  و نیز  $\Delta p_c$  و  $\Delta \theta_c$  حل کنیم که تقریب بهتری برای حل صحیح مسئله به دست می‌دهد.

اگر تقریب مرتبه صفر به‌طور معقولی نزدیک باشد  $\Delta p$  کمیتهای دیگر پس از چند مرحله تکرار کوچک می‌شوند و حلهای  $p_n$  و غیره در هر مرحله نزدیک‌تر و عاقبت به حل نهایی  $p(\xi), \theta(\xi), x(\xi)$  و  $l(\xi)$  و نیز  $p_c$  و  $\theta_c$  همگرا می‌شوند.

### ۴.۲.۱۲ حل دستگاه معادلات

با در نظر گرفتن چهار مجهول در هر یک از لایه‌های  $m - 1$  در ستاره، دستگاه بزرگی از معادلات به همراه تعداد زیادی مجهول داریم. حتی برای دستگاهی از معادلات خطی هم محاسبه جوابهای مورد نظر کار ساده‌ای نیست ولی در حال حاضر برنامه‌های رایانه‌ای در دسترس‌اند که این کار را انجام می‌دهند. این به نفع ماست که در هر لایه با اندیس  $\frac{1}{2} + j$ ، معادلات تنها دارای مجهولهای دو لایه مجاور و با اندیسهای  $j$  و  $j+1$  زائد و مجهولهای همه لایه‌ها دخالتی در آنها ندارد؛ به عبارت دیگر، اکثر ضرایب دستگاه معادلات خطی صفرند جز ضرایب قطری در ماتریس ضرایب. طرح کلی ضرایب در شکل ۳.۱۲ نشان داده شده که مربوط به کین‌هان، ویگرت و هوفمایستر است (۱۹۶۷). نکته‌ای که اهمیت زیادی دارد این است که در شرایط مرزی بالا تنها مجهولهای یک نقطه ظاهر می‌شوند. این طرح خاص ضرایب ما را قادر می‌کند تا روشی را برای حل دستگاه معادلات خطی به کار ببریم که در زمان و حافظه رایانه صرفه‌جویی کند. این روش را ابتدا هنی و

$$\partial x_1 \quad \partial l_1 \quad \partial p_1 \quad \partial \theta_1 \quad \partial x_2 \quad \partial l_2 \quad \partial p_2 \quad \partial \theta_2 \quad \partial x_3 \quad \partial l_3 \quad \partial p_3 \quad \partial \theta_3$$

$\frac{\partial \theta_1}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial l_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial p_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_j}$									} $j=1$		
$\frac{\partial \theta_2}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial l_j}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial p_j}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_j}$											
$\frac{\partial \theta_1}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial l_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial p_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial x_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial l_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial p_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_{j+1}}$					} $j=1.5$		
$\frac{\partial \theta_2}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial l_j}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial p_j}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_j}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial x_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial l_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial p_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_2}{\partial \theta_{j+1}}$							
$\frac{\partial \theta_3}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \theta_3}{\partial l_j}$	$\frac{\partial \theta_3}{\partial p_j}$	$\frac{\partial \theta_3}{\partial \theta_j}$	$\frac{\partial \theta_3}{\partial x_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_3}{\partial l_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_3}{\partial p_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_3}{\partial \theta_{j+1}}$					} $j=2.5$		
$\frac{\partial \theta_4}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \theta_4}{\partial l_j}$	$\frac{\partial \theta_4}{\partial p_j}$	$\frac{\partial \theta_4}{\partial \theta_j}$	$\frac{\partial \theta_4}{\partial x_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_4}{\partial l_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_4}{\partial p_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_4}{\partial \theta_{j+1}}$							
				$\frac{\partial \theta_1}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial l_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial p_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_j}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial x_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial l_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial p_{j+1}}$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_{j+1}}$			} $j=3.5$

شکل ۳.۱۲ ساختار شش معادله مربوط به دو لایه بالایی در دستگاه معادلات خطی که باید حل شود. در لایه بالایی دو معادله (شرایط مرزی) برای چهار مجهول در لایه  $1 = j$  وجود دارد. در لایه  $\frac{1}{2} = j$  تنها چهار معادله برای هشت مجهول در لایه‌های  $1 = j$  و  $2 = j$  وجود دارد. برای لایه  $\frac{1}{2} = j$  مجدداً چهار معادله با هشت مجهول در لایه‌های  $2 = j$  و  $3 = j$  وجود دارد.

همکارانش (۱۹۵۹) به‌کار بردند که در آن زمان اهمیت بسیار زیادی داشت. این روش به تفصیل در مقاله کپین‌هان، ویگرت و هوفمایستر (۱۹۶۷) آمده است.

### ۳.۱۲ تحول ستاره‌ای

#### ۱.۳.۱۲ دلیل تحول ستاره‌ای

تا اینجا فرض کرده‌ایم که زمان  $t$  مقدار معینی است. هیچ تغییر زمانی‌ای در نظر نگرفته‌ایم. اما به‌هرحال، به دلیل سوختن هسته‌ای تعداد ذرات در داخل ستاره یا زمان تغییر می‌کند و کاهش می‌یابد. این امر منجر به کاهش فشار و در نتیجه انقباض بسیار کوچکی در ستاره می‌شود که افزایش فشار و دمای مرکزی را لازم می‌آورد. فرایندهای هسته‌ای تغییرکننده در فراوانیهای شیمیایی و بنابراین در ساختار ستاره‌ای ایجاد می‌کنند. مدلی که بعداً در نظر خواهیم گرفت دارای یک ترکیب شیمیایی اندکی متفاوت است که به‌طور مرزی دارای تولید انرژی  $\varepsilon$  و نیز ضرایب جذب  $\kappa$  است. چون ستاره ساختار چگالی‌اش را تغییر می‌دهد باید آزاد شدن انرژی گرانشی را نیز در نظر بگیریم.

#### ۲.۳.۱۲ تغییرات فراوانیهای شیمیایی

اگر فراوانیهای جرمی عناصر شیمیایی مختلف  $i$  در زمان  $t$  را  $X_i$  در نظر بگیریم و فراوانیها در زمان  $t_1 = t_0 + \Delta t$  باشند باید داشته باشیم

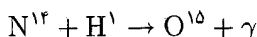
$$X_i^* = X_i + \frac{\partial X_i}{\partial t} \Delta t$$

تغییر فراوانیهای  $X_i$  عناصر شیمیایی مختلف  $i$  با زمان از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\frac{dX_i}{dt} = - \sum_k \frac{\varepsilon_{ik}}{Q_{ik}} + \sum_n \frac{\varepsilon_{ni}}{Q_{ni}} \quad (24.12)$$

که در آن اولین جمله سمت راست نماینده تغییر فراوانی عنصر  $X_i$  بر اثر برهم‌کنشهای هسته‌ای است که منجر به نابودی این عنصر می‌شود. در رابطه فوق  $\varepsilon_{ik}$  مقدار انرژی تولیدشده در هر گرم از ماده و در هر ثانیه و  $Q_{ik}$  انرژی به‌دست‌آمده به ازای نابودی یک گرم از عنصر  $i$  است. نسبت  $dX_i/dt$  تغییر فراوانی در هر ثانیه را نشان می‌دهد. جمله دوم سمت راست بهره فراوانی، عنصر  $i$  بر اثر برهم‌کنشهایی است که منجر به شکل‌گیری عنصر  $i$  می‌شوند. باز هم،  $\varepsilon_{ni}$  مقدار انرژی به‌دست‌آمده در هر گرم ثانیه بر اثر این فرایند است و  $Q_{ni}$  مقداری است که بر اثر شکل‌گیری هر

گرم از عنصر  $i$  حاصل می‌شود. مثلاً اگر تغییر فراوانی  $N^{14}$  در چرخه CNO را در نظر بگیریم، اولین جمله نابودی  $N^{14}$  بر اثر برهم‌کنش زیر را نشان می‌دهد



و جمله دوم شکل‌گیری  $N^{14}$  بر اثر برهم‌کنش  $C^{13} + H^1 \rightarrow N^{14} + \gamma$  را نشان می‌دهد.  $Q_{ni}$  انرژی است که بر اثر شکل‌گیری هر گرم از  $N^{14}$  تولید می‌شود در حالی که  $\epsilon_{ni}$  مقدار انرژی‌ای است که عملاً از هر گرم از ماده و در هر ثانیه به دست می‌آید، که البته بسیار کمتر است.

اگر تولید انرژی در یک ناحیه همرفتی صورت بگیرد، باید این مسئله را لحاظ کنیم که ماده الزاماً همزمان مخلوط می‌شود. بنابراین باید تغییرات فراوانی را در کل ناحیه همرفتی مثلاً در هسته‌های ستارگان داغ، میانگین‌گیری کنیم. نتیجه می‌گیریم

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{\int_{\text{conv}} \left( -\sum_k \frac{\epsilon_{ik}}{Q_{ni}} + \sum \frac{\epsilon_{ni}}{Q_{ni}} \right) dM_r}{\int_{\text{conv}} dM_r} \quad (25.12)$$

### ۳.۳.۱۲ آزاد شدن انرژی گرانشی

اگر در طول تکامل، طبقه‌بندی چگالی ستاره تغییر کند در این صورت باید آزاد شدن انرژی گرانشی را در نظر بگیریم که به‌طور محلی به صورت  $-PdV$  نشان داده می‌شود و در آن  $V = \rho^{-1}$  حجم ویژه است. این انرژی یا صرف افزایش شار تابشی و یا افزایش دما می‌شود. با در نظر گرفتن تولید انرژی هسته‌ای نیز می‌توان نوشت [معادله (۳۳.۱۰)] را نگاه کنید]

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \left[ \epsilon_n + \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} \left( \frac{3}{2} \frac{R_g}{\mu} T \right) \right] \quad (26.12)$$

به شرطی که تغییر انرژی گرمایی تنها به وسیله تغییر انرژی جنبشی به دست آید. در ناحیه خارجی همرفتی تغییر انرژی یونش را نیز باید در نظر گرفت.

دو جمله آخر در کروشه معادله (۲۶.۱۲) را می‌توان ترکیب کرد و به رابطه زیر رسید

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \left[ \epsilon_n - \frac{3}{2} \rho^{2/3} \frac{d}{dt} \frac{P}{\rho^{5/3}} \right] \quad (27.12)$$

تغییرات زمانی در حجم و گرمای داخلی به صورت یک جمله تصحیح‌کننده در تولید انرژی هسته‌ای  $\epsilon_n$  ظاهر می‌شود. در نواحی خارجی ستاره‌ای این جمله ممکن است تنها جمله تولیدکننده یا

مصرف‌کننده انرژی باشد. اگر تغییرات زمانی یعنی، تغییرات تکاملی محاسبه شوند، باید این جمله را در معادله انرژی در نظر گرفت.

### ۴.۳.۱۲ محاسبات تکاملی

برای انجام محاسبات تکاملی باید بازه‌های زمانی کوچک ولی متناهی  $\Delta t$  را در نظر بگیریم. با فرض مقدار معین  $\Delta t$  به دست می‌آوریم که

$$\Delta X_i = \left[ - \sum_k \frac{\varepsilon_{ik}}{Q_{ik}} + \sum_n \frac{\varepsilon_{ni}}{Q_{ni}} \right] \Delta t \quad (28.12)$$

برای فراوانیهای جدید باید مدل ایستایی را در زمان  $t_1 = t_0 + \Delta t$  محاسبه کنیم. چون تغییرات فراوانی به کندی صورت می‌گیرد، ستاره همواره می‌تواند خود را با پیکربندی جدید هیدروستاتیکی در زمانی بسیار کوتاه‌تر (زمان کلون-هلمهولتز) از زمانی هماهنگ کند که در آن تغییر فراوانیها قابل اندازه‌گیری است. هرگاه به تقریبی برای پیکربندی جدید در زمان  $t = t_1$  برسیم، می‌توانیم مقدار اندازه‌گیری  $\Delta(P\rho^{-5/3})/\Delta t$  را برای هر لایه عمقی حساب و معادله انرژی را تصحیح کنیم. با وجودی که در ابتدا مقادیر  $\varepsilon_{ik}$  و  $\varepsilon_{ni}$  را در نظر گرفتیم و آنها را در زمان  $t = t_0$  محاسبه کردیم اکنون می‌توان از یک مقدار میانگین در زمانهای  $t_0$  و  $t_1$  استفاده کرد. باز هم با تکرار می‌توان به همگرایی رسید. پس از آن مرحله زمانی بعدی را در نظر می‌گیریم.

این در واقع نشان‌دهنده طرح کلی فرایند است. برای بررسی جزئیات و احتیاطهای لازم مربوط به روشهای عددی و انتخاب مراحل صحیح زمانی می‌توانید به مقاله کپین‌هان، ویگرت و هوفمایستر (۱۹۶۷) مراجعه کنید.



## مدلهای ستارگان رشته اصلی

### ۱.۱۳ مدل‌های خورشیدی

در اینجا تنها به بررسی چند نمونه از مدل‌های ستاره‌ای رشته اصلی می‌پردازیم. یکی مربوط به عمر صفر خورشید است یعنی هنگامی که خورشید برای اولین بار به رشته اصلی رسید و شروع به سوزاندن هیدروژن کرد. مدلی نیز از خورشید فعلی بازسازی می‌کنیم، که ستاره‌ای از نوع طیفی  $G2 V$  یعنی  $0.63 B - V$  و  $5800 K \sim T_{\text{eff}}$  است، که حدود  $10^9 \times 45$  سال مشغول سوزاندن هیدروژن بوده است. در بخش بعدی درباره ساختار داخلی یک ستاره  $B0$  با  $30000 K \sim T_{\text{eff}}$  و نیز ستاره‌ای از رشته اصلی نوع  $A0$  با  $10800 K \sim T_{\text{eff}}$  صحبت می‌کنیم. تفاوت‌های اساسی بسیاری بین این ستارگان وجود دارد. در خورشید تولید انرژی هسته‌ای ناشی از زنجیره پروتون-پروتون است که تقریباً فقط وابسته به توان چهارم دماست و بنابراین تمرکز قوی‌ای در جهت مرکز ندارد. در خورشید هسته همرفتی وجود ندارد. ولی یک منطقه خارجی همرفتی هیدروژن در ناحیه‌ای وجود دارد که در آن هیدروژن و هلیوم به‌طور جزئی یونیده‌اند. کدری در نواحی مرکزی خورشید اصولاً به دلیل گذارهای مقید-آزاد و آزاد-آزاد است اگرچه در پایه ناحیه

همرفتی خارجی تعداد زیادی خطوط قوی عناصر سنگینی مانند C, N, O و Fe نیز باعث افزایش کدری می‌شوند.

در جدول ۱.۱۳ طبقه‌بندی دما و فشار مربوط به سن صفر خورشید بازسازی شده است. در جدول ۲.۱۳ مقادیر مربوط به خورشید فعلی توسط باکال و اولریچ (۱۹۸۷) حساب شده است. دمای مرکزی خورشید هنگام ورود برای اولین بار به رشته اصلی حدود ۱۳ میلیون درجه بوده است؛ با محاسبات باکال و اولریچ نشان داد که دمای مرکزی خورشید از آن زمان تاکنون حدود ۲ میلیون درجه افزایش یافته است. چرا؟ در طول سوختن هیدروژن، چهار پروتون با یکدیگر ترکیب می‌شوند و تولید یک  $He^4$  می‌کنند. این یعنی که پس از تبدیل ۵۰ درصد از هیدروژن به هلیوم، اگر فراوانی هلیوم در ابتدا ۱۰ درصد بوده باشد، تعداد ذرات با ضریبی حدود ۷۳٪ کاهش یافته است. در دمای ثابت این مسئله فشار گاز را با ضریب مشابهی کاهش می‌دهد به شرطی که ستاره منقبض نشود. بنابراین نیروهای گرانشی از نیروهای فشاری بیشتر می‌شوند. ستاره منقبض و داغ‌تر می‌شود. مقداری انرژی بیشتر تولید و ستاره قدری درخشان‌تر می‌شود. خورشید از هنگام ورود به رشته اصلی ۳۰۰۰ قدر درخشان‌تر شده است. در مقیاسهای زمانی از مرتبه  $10^9$  سال، تابندگی خورشید حدود چند درصد افزایش یافته است درحالی‌که همچنان در رشته اصلی است و هیدروژن می‌سوزاند. ستارگانی با جرم ثابت و سنین مختلف در رشته اصلی قرار دارند که پهنایی حدود ۵۰۰ قرار دارد.

در شکل ۱.۱۳، طبقه‌بندی دما و فشار مربوط به خورشید در سن صفر با مقادیر مربوط به خورشید فعلی مقایسه شده است. فشار در مرکز به سرعت افزایش می‌یابد. توزیع جرم  $M(r)$  در خورشید نیز نشان داده شده است. پنجاه درصد جرم در شعاعی به اندازه  $0.25R$  متمرکز شده است. در لایه‌های داخل و بالای ناحیه همرفتی هیدروژن کمتر از یک درصد از جرم کل ستاره توزیع شده است. در شکل ۲.۱۳ توزیع فعلی فراوانیهای عنصر در بخش داخلی خورشید نشان داده شده است و محاسبات با این فرض انجام شده که خورشید در ابتدا همگن و از نظر جرمی دارای ۲۷ درصد هلیوم و ۷۱ درصد هیدروژن بوده است و پس از آن طبق دماها و فشارهای محلی مشغول سوزاندن هیدروژن و تبدیل آن به هلیوم بوده است. دو درصد جرم مربوط به عناصر سنگین است. از آنجا که زنجیره پروتون-پروتون خیلی نسبت به دما حساس نیست درصد کمی از سوختن هیدروژن در نواحی خارج هسته رخ می‌دهد. کسر جرمی که در آن بعضی واکنشهای هسته‌ای اتفاق می‌افتد برای ستارگانی که از نظر جرمی سبک‌اند و در آنها منبع انرژی، زنجیره پروتون-پروتون است نسبتاً بزرگ است. در خورشید تغییر کوچکی در فراوانی هیدروژن تا حدود ۵۰ درصد جرم دیده می‌شود.

جدول ۱.۱۳ توزیع جرم، دما، فشار، چگالی و تابندگی خورشید جوان در سن  $10^7 \times 5.4$  سال که دارای مشخصات  $R = 6.14 \times 10^{10} \text{ cm} = R_{\odot}$ ,  $L = 2.66 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$  و  $T_{\text{eff}} = 5610 \text{ K}$  بوده است

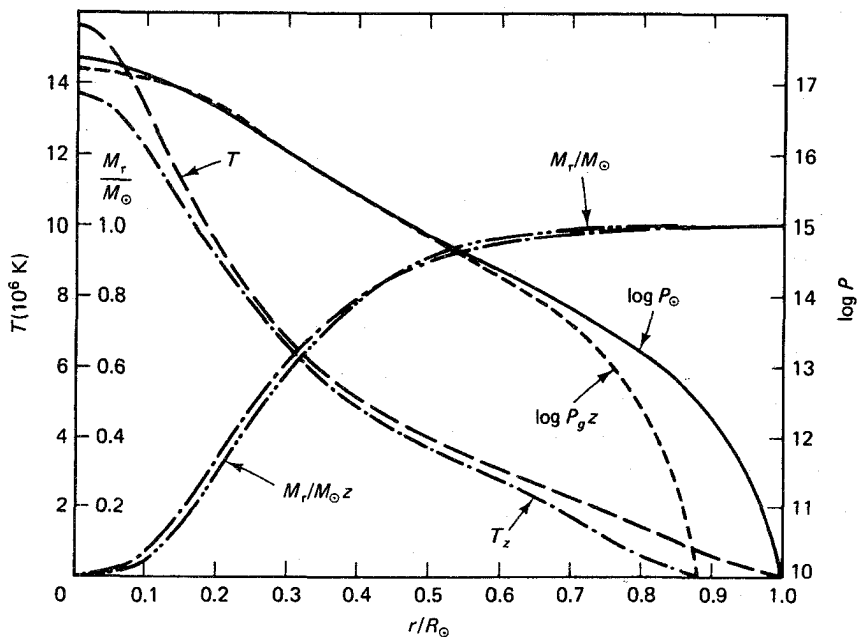
$r/R_{\odot}$	$L/L_{\odot}$	$\rho$ [g cm $^{-3}$ ]	$P_g$ [dyn cm $^{-2}$ ]	$T$ [K]	$M_r/M_{\odot}$	$r/R_{\odot}$
0	0	8.02(1)	1.49(17)	13.62(6)	0	0
0.12	0.001	8.01(1)	1.48(17)	13.62(6)	1.00(-4)	0.14
0.16	0.003	7.99(1)	1.48(17)	13.60(6)	2.22(-4)	0.18
0.31	0.020	7.89(1)	1.45(17)	13.49(6)	1.64(-3)	0.35
0.51	0.076	7.67(1)	1.38(17)	13.23(6)	7.23(-3)	0.57
0.72	0.164	7.33(1)	1.28(17)	12.84(6)	1.99(-2)	0.81
0.87	0.233	7.03(1)	1.19(17)	12.49(6)	3.42(-2)	0.98
1.01	0.309	6.69(1)	1.10(17)	12.09(6)	5.32(-2)	1.15
1.10	0.358	6.45(1)	1.04(17)	11.84(6)	6.71(-2)	1.25
1.22	0.418	6.14(1)	9.59(16)	11.50(6)	8.75(-2)	1.38
1.30	0.461	5.90(1)	9.00(16)	11.24(6)	1.05(-1)	1.47
1.40	0.506	5.61(1)	8.33(16)	10.94(6)	1.26(-1)	1.58
1.57	0.575	5.07(1)	7.16(16)	10.40(6)	1.69(-1)	1.78
1.74	0.625	4.51(1)	6.03(16)	9.85(6)	2.18(-1)	1.98
1.93	0.655	3.92(1)	4.93(16)	9.28(6)	2.75(-1)	2.19
2.22	0.682	2.80(1)	3.10(16)	8.18(6)	3.99(-1)	2.63
2.47	0.692	5.81(0)	4.11(15)	5.26(6)	7.63(-1)	4.24
2.50	0.690	7.01(-1)	2.94(14)	3.13(6)	9.45(-1)	6.35
2.645	0.690	2.94(-1)	9.15(13)	2.33(6)	9.74(-1)	7.31
2.658	0.690	2.62(-1)	7.56(13)	2.16(6)	9.78(-1)	7.45
2.744	0.690	1.05(-1)	1.65(13)	1.18(6)	9.93(-1)	8.43
2.884	0.690			5.61(3)	1.00	1.00

جدول ۲.۱۳ توزیع جرم، دما، فشار، چگالی، تابندگی و فراوانیهای  $H$ ،  $He$ ،  $C$  و  $N$  در خورشید فعلی طبق تحقیقات باکال و اولریچ (۱۹۸۸)

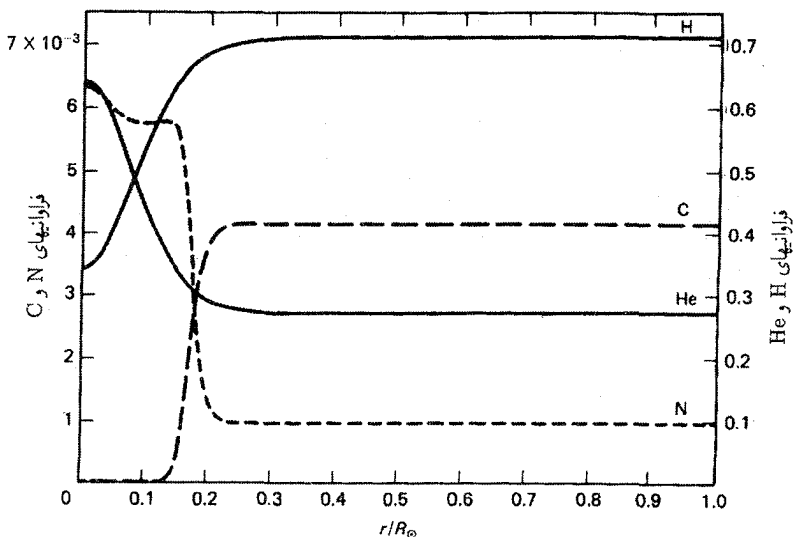
N	C	He	H	$L/L_{\odot}$	$\rho$	$P$	$T$	$M_r/M_{\odot}$	$r/R_{\odot}$
					[g cm <sup>-3</sup> ]	[dym cm <sup>-2</sup> ]	[K]		
۶٫۳۴(-۳)	۲٫۶۱(-۵)	۰٫۶۳۹	۰٫۳۴۱	۰	۱٫۴۸(۲)	۲٫۲۹(۱۷)	۱٫۵۶(۷)	۰	۰
۶٫۲۲(-۳)	۲٫۵۰(-۵)	۰٫۶۲۱	۰٫۳۵۹	۰٫۱۲	۱٫۴۲(۲)	۲٫۲۱(۱۷)	۱٫۵۵(۷)	۰٫۰۱۴	۰٫۲۴
۵٫۹۸(-۳)	۲٫۲۴(-۵)	۰٫۵۷۱	۰٫۴۰۸	۰٫۸۵	۱٫۲۶(۲)	۱٫۹۹(۱۷)	۱٫۴۹(۷)	۰٫۱۰۸	۰٫۴۸
۵٫۸۴(-۳)	۱٫۹۸(-۵)	۰٫۵۱۳	۰٫۴۶۷	۰٫۲۱۷	۱٫۰۸(۲)	۱٫۷۲(۱۷)	۱٫۴۲(۷)	۰٫۳۰۷	۰٫۷۱
۵٫۷۸(-۳)	۱٫۷۱(-۵)	۰٫۴۵۰	۰٫۵۳۰	۰٫۴۰۰	۰٫۹۹(۱)	۱٫۴۱(۱۷)	۱٫۳۳(۷)	۰٫۰۶۵۴	۰٫۹۵
۵٫۷۷(-۳)	۱٫۵۰(-۵)	۰٫۴۰۳	۰٫۵۷۷	۰٫۵۵۳	۰٫۶۴(۱)	۱٫۱۸(۱۷)	۱٫۲۵(۷)	۰٫۱۰۳۹	۱٫۱۵
۵٫۷۷(-۳)	۱٫۶۸(-۵)	۰٫۳۶۴	۰٫۶۱۵	۰٫۶۸۸	۰٫۴۵(۱)	۰٫۶۰(۱۶)	۱٫۱۷(۷)	۰٫۱۵۰۰	۱٫۳۵
۵٫۵۷(-۳)	۱٫۸۴(-۴)	۰٫۳۴۲	۰٫۶۳۷	۰٫۷۶۶	۵٫۷۲(۱)	۸٫۲۵(۱۶)	۱٫۱۲(۷)	۰٫۱۸۶	۱٫۴۹
۴٫۵۲(-۳)	۱٫۰۹(-۳)	۰٫۳۲۵	۰٫۶۵۴	۰٫۸۲۶	۵٫۱۰(۱)	۷٫۱۱(۱۶)	۱٫۰۷(۷)	۰٫۲۲۲	۱٫۶۲
۳٫۰۰(-۳)	۲٫۳۹(-۳)	۰٫۳۱۲	۰٫۶۶۷	۰٫۸۷۲	۴٫۵۵(۱)	۶٫۱۴(۱۶)	۱٫۰۲(۷)	۰٫۲۵۸	۱٫۷۴
۱٫۸۰(-۳)	۳٫۴۲(-۳)	۰٫۳۰۱	۰٫۶۷۹	۰٫۹۱۲	۳٫۹۹(۱)	۵٫۱۶(۱۶)	۰٫۷۴(۶)	۰٫۳۰۰	۱٫۸۸
۱٫۱۱(-۳)	۴٫۰۱(-۳)	۰٫۲۸۸	۰٫۶۹۲	۰٫۹۵۴	۳٫۱۸(۱)	۳٫۸۴(۱۶)	۰٫۰۰(۶)	۰٫۳۷۰	۲٫۱۱
۰٫۸۶(-۴)	۴٫۱۲(-۳)	۰٫۲۸۰	۰٫۶۹۹	۰٫۹۷۸	۲٫۵۱(۱)	۲٫۸۱(۱۶)	۸٫۳۲(۶)	۰٫۴۴۰	۲٫۳۵
۰٫۶۶(-۴)	۴٫۱۳(-۳)	۰٫۲۷۴	۰٫۷۰۴	۰٫۹۹۲	۱٫۹۴(۱)	۲٫۰۰(۱۶)	۷٫۶۷(۶)	۰٫۵۱۰	۲٫۵۹
۰٫۶۳(-۴)	۴٫۱۴(-۳)	۰٫۲۷۱	۰٫۷۰۸	۱٫۰۰۰	۱٫۰۱(۱)	۸٫۶۹(۱۵)	۶٫۳۹(۶)	۰٫۶۵۵	۳٫۱۸
۰٫۶۳(-۴)	۴٫۱۴(-۳)	۰٫۲۷۱	۰٫۷۱۰	۱٫۰۰۰	۱٫۲۷(۰)	۶٫۵۹(۱۴)	۳٫۸۸(۶)	۰٫۹۰۰	۳٫۵۰۴
۰٫۶۳(-۴)	۴٫۱۴(-۳)	۰٫۲۷۱	۰٫۷۱۰	۱٫۰۰۰	۱٫۲۲(-۱)	۲٫۹۸(۱۳)	۱٫۸۲(۶)	۰٫۹۸۵	۳٫۷۵۲
۰٫۶۳(-۴)	۴٫۱۴(-۳)	۰٫۲۷۱	۰٫۷۱۰	۱٫۰۰۰	۲٫۸۴(-۲)	۲٫۶۰(۱۲)	۶٫۹۲(۵)	۰٫۹۹۸	۳٫۸۸۶
۰٫۶۳(-۴)	۴٫۱۴(-۳)	۰٫۲۷۱	۰٫۷۱۰	۱٫۰۰۰	۱٫۵۰(-۲)	۸٫۹۵(۱۱)	۴٫۵۴(۵)	۰٫۹۹۹	۳٫۹۲۰
۰٫۶۳(-۴)	۴٫۱۴(-۳)	۰٫۲۷۱	۰٫۷۱۰	۱٫۰۰۰			۵٫۷۷(۳)	۱٫۰۰۰	۱٫۰۰۰

شماره‌های داخلی پرانتزها توان ۱۰ را نشان می‌دهند.

همچنین تغییری در فراوانیهای کربن و نیتروژن در نواحی مرکزی دیده می‌شود که در آن چرخه CNO بسیار کند عمل می‌کند. از آنجاکه این تغییر  $10^9 \times 45$  سال ادامه داشته، زمان کافی برای رسیدن به فراوانیهای حالت تعادل  $C^{12}$  و  $N^{14}$  وجود داشته است به طوری که نیتروژن حدود  $300$  مرتبه فراوان‌تر از کربن است. نیتروژن با ضریب  $\gamma$  افزایش یافته درحالی که کربن با ضریب  $200$  کاهش یافته است. تقریباً همه کربن به نیتروژن تبدیل شده است. کسر کوچکی از اکسیژن نیز به نیتروژن تبدیل شده است. البته جمع کل مقادیر کربن، نیتروژن و اکسیژن ثابت باقی می‌ماند.



شکل ۱.۱۳ فشارها و دماهای مربوط به سن صفر (اندیس  $z$ ) و سن فعلی خورشید به صورت تابعی از فاصله شعاعی از مرکز نشان داده شده‌اند. توزیع جرمی خورشید فعلی نیز طبق تحقیقات باکال و اولریچ (۱۹۸۸) نشان داده شده است. مقادیر مربوط به سن صفر خورشید توسط چارلز پرافیت گردآوری شده است.



شکل ۲.۱۳ توزیعهای هیدروژن، هلیوم، کربن و نیتروژن که برای خورشید فعلی محاسبه شده‌اند نشان داده شده‌اند. در مرکز کسر بزرگی از هیدروژن به هلیوم تبدیل شده است. بخش اعظم کربن به نیتروژن تبدیل شده است. در خارج ناحیه‌ای که ۵ درصد جرم دارد، فراوانیها تغییری نکرده‌اند.

## ۲.۱۳ مسئله نوترینوی خورشیدی

عموماً از بخش داخلی ستارگان تابشی دریافت نمی‌کنیم زیرا همه فوتونها طی پخش به سطح ستاره مکرراً جذب و بازگسیل می‌شوند. البته، تابشی وجود دارد که سطح مقطع جذبش بسیار کوچک است؛ این ذرات تابش شده نوترینوها هستند. بنابراین نوترینوها می‌توانند از بخش داخلی خورشید، که محل تشکیل آنها بر اثر وقوع واکنشهای هسته‌ای در چرخه‌ها یا زنجیره‌های تولید انرژی است، به راحتی بگریزند. اگر موفق به رصد این نوترینوها بشویم، می‌توانیم ادعایمان درباره تولید انرژی هسته‌ای در ستارگان را اثبات کنیم. البته چنین رصدی بسیار دشوار است زیرا نوترینوها به ندرت با ماده برهم‌کنش می‌کنند. پس چگونه می‌توانیم آنها را رصد کنیم؟ این کار تنها با استفاده از مقادیر بسیار زیاد ماده و انتظار زیاد برای اندازه‌گیری وقایع انگشت‌شمار برهم‌کنش با نوترینوهای خورشیدی امکان‌پذیر است.

در بخش داخلی خورشید انتظار شکل‌گیری چه نوترینوهایی را داریم؟ در جدول ۳.۱۳ فهرست واکنشهای مهمی را که در مراحل پایانی مختلف زنجیره پروتون-پروتون ظاهر می‌شوند آورده‌ایم. فهرست انرژیهای نوترینوهای تولیدشده را نیز آورده‌ایم زیرا این انرژیها به‌طور غیرمستقیم از نظر امکان رصد نوترینوها اهمیت دارند. اکثر این نوترینوها انرژی بسیار کمی دارند و رصد آنها حتی از رصد نوترینوهای پرانرژی‌تر مشکل‌تر است. اما به‌هرحال، چهار واکنش وجود دارد که علی‌رغم کارایی پایینشان برای تولید انرژی، نوترینوهای نسبتاً پرانرژی تولید می‌کنند. انرژیهای نوترینوهای مربوط به این واکنشها را در جدول ۳.۱۳ با ارقام سیاه آورده‌ایم.

همان‌گونه که برحسب طول عمرهای طولانی در آخرین ستون جدول ۳.۱۳ نشان داده شده

جدول ۳.۱۳ واکنشهای هسته‌ای تولیدکننده نوترینو در خورشید

طول عمر [سال]	انرژی نوترینو [MeV]	
۱۰ <sup>۱۰</sup>	۰.۲۶۵	$H^1 + p \rightarrow H^2 + e^+ + \nu_e$
۱۰ <sup>۱۲</sup>	۱.۴۴۲	$H^1 + p + e^- \rightarrow H^2 + \nu_e$
۱۰ <sup>۱۲</sup>	۹.۶۲۵	$He^3 + p \rightarrow He^4 + e^+ + \nu_e$
۱۰ <sup>-۱</sup>	۰.۸۶۲	$Be^7 + e^- \rightarrow Li^7 + \nu_e$
	۰.۳۸۲	
۱۰ <sup>-۸</sup>	۶.۷۱	$B^8 \rightarrow Be^8 + e^+ + \nu_e$

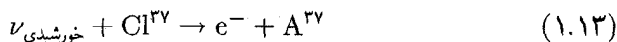
است، واکنشهای ردیف ۲ و ۳ در مقایسه با واکنشهای ردیف ۱ به ندرت اتفاق می‌افتند. واکنش  $He^2 + He^2$  محتمل‌ترین خاتمه زنجیره پروتون-پروتون است (بخش ۴.۸ را نگاه کنید). تنها در ۱۴ درصد از موارد  $He^3$  با  $He^4$  واکنش انجام می‌دهد و هسته  $Be^9$  ایجاد می‌کند. این امر منجر به تولید نوترینوی با انرژی  $0.862$  ر. یا  $3.84$  ر. مگا الکترون ولت و یا حتی در صورت تشکیل هسته  $B^8$  نوترینوی پرانرژی‌تری با میانگین انرژی حدود  $7.1 MeV$  می‌شود. البته احتمال بروز واکنش  $Be^9 + H^1 \rightarrow B^8 + \gamma$  با ضریبی حدود  $10^5$  برابر کمتر از واکنش ردیف چهارم است. به راحتی و با استفاده از طول عمرها می‌توانیم حساب کنیم که فرایندهای اخیر پرانرژی‌ترین نوترینوها را تولید می‌کنند.

چنانکه در بالا گفتیم، مشاهده نوترینوها بسیار دشوار است. اگر نوترینوها بتوانند بدون برهم‌کنش با ذرات داخل خورشید (حدود  $10^{25}$  ذره در ستونی به سطح مقطع  $1$  سانتی‌متر مربع و طول  $R_{\odot}$  در خورشید وجود دارد) از آن عبور کنند در این صورت مشکلی در عبور از زمین بدون برهم‌کنش نخواهند داشت. (اگر چگالی متوسط زمین  $6$  گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد حدود  $10^{23}$  ذره در هر سانتی‌متر مکعب وجود خواهد داشت و با در نظر گرفتن قطری حدود  $12000 km = 1.2 \times 10^9 cm$  چگالی ستونی برای زمین تقریباً حدود  $10^{32}$  ذره در سانتی‌متر مربع به دست می‌آید).

تنها شانس ما استفاده از ذراتی است که سطح مقطعشان برای برهم‌کنش با نوترینو نسبتاً بزرگ باشد و جمع‌آوری مقادیر بسیار بزرگی از آنها نیز خیلی گران قیمت نباشد.

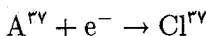
آر. دیویس کشف کرد که  $Cl^{37}$  سطح مقطع نسبتاً بزرگی دارد می‌توان آن را به‌طور ارزان قیمتی در شکل  $C_2Cl_4$  یا پرکلراتین که مایع پاک‌کننده‌ای است به دست آورد. وی در ابتدا مخزن بزرگی ساخت که حاوی  $10^5$  گالن (هر گالن  $\sim$  چهار لیتر) از این مایع پاک‌کننده بود. برای قطع تداخل تابش پرتوهای کیهانی که می‌توانست در اندازه‌گیرها اختلاف به وجود بیاورد، مخزن را در یک معدن طلای متروکه در داکوتای جنوبی قرار داد.

نوترینو می‌تواند با  $Cl^{37}$  واکنش انجام بدهد و طبق برهم‌کنش زیر تولید  $A^{37}$  کند



اما فقط به شرطی که انرژی نوترینو بزرگتر از انرژی آستانه  $814$  ر. مگا الکترون ولت باشد. بنابراین واکنش فوق تنها با نوترینوهای پرانرژی‌تری می‌تواند رخ بدهد که در جدول ۳.۱۳ با ارقام سیاه درج شده‌اند.

پرانرژی‌ترین نوترینوها از واکنشهای  $B^{\beta}$  به وجود می‌آیند. این نوترینوها بیشترین شانس برهم‌کنش با  $Cl^{37}$  مخزن را دارند ولی تنها ۱۴ درصد از برهم‌کنشهای  $He^3$  به چنین پایانی می‌رسند. حتی برای این نوترینوهای پرانرژی سطح مقطع جذب توسط اتم  $Cl^{37}$  همچنان بسیار کوچک و حدود  $10^{-22}$  سانتی‌متر مربع است. دیویس با در دست داشتن شار خورشیدی محاسبه‌شده نوترینوهای پرانرژی، انتظار داشت که حدود شش واکنش در روز را در مخزن  $10^5$  گالنی‌اش اندازه‌گیری کند. یعنی توقع داشت که پس از یک هفته ۴۲ اتم  $A^{37}$  را در مخزن  $10^5$  گالنی‌اش پیدا کند. وی چه مدت می‌توانست صبر کند تا اتمهای  $A^{37}$  بیشتری جمع‌آوری کند؟ این مدت زمان نمی‌تواند بیشتر از حدود یک ماه باشد زیرا،  $A^{37}$  ناپایدار و پرتوزاست و با نیمه عمر ۳۵ روز طبق واکنش زیر به  $Cl^{37}$  وامی‌پاشد



در این فرایند  $A^{37}$  یک الکترون اوژه با انرژی حدود ۲٫۸ مگا الکترون ولت گسیل می‌کند. بنابراین دیویس باید راهی پیدا می‌کرد تا حدود یک صد اتم  $A^{37}$  را در مخزن  $10^5$  گالنی کشف کند! وی با دمیدن گاز هلیوم به داخل مخزن باعث خروج  $A^{37}$  شد. پس از آن گاز هلیوم به داخل ذغال که  $A^{37}$  را جذب می‌کند دمیده شد. این روش تا چه اندازه در بازیافت  $A^{37}$  کارایی داشت؟ دیویس برای آزمودن این روش، مقادیر معلومی از  $A^{36}$  و  $A^{37}$  را به مخزنش افزود و همان شیوه را دنبال کرد. با این روش حدود ۹۵ درصد از اتمهای افزوده‌شده  $A$  بازیافت شد.

دیویس همچنان مجبور بود که اتمهای  $A^{37}$  جذب‌شده توسط ذغال را شمارش کند. برای این منظور استفاده از واپاشی  $A^{37}$  و گسیل یک الکترون اوژه با انرژی معلوم ۲٫۸ مگا الکترون ولت مفید بود. ذغال در یک وسیله شمارنده الکترون جایگذاری شده بود که انرژی الکترون را نیز اندازه‌گیری می‌کرد. تنها الکترونهای با انرژی ۲٫۸ مگا الکترون ولت شمارش شدند. تدابیر ویژه‌ای به عمل آمد تا الکترونهایی که از کل دستگاه عبور می‌کردند اندازه‌گیری نشوند و تنها آنهایی شمارش شوند که از ابتدا داخل وسیله اندازه‌گیری قرار داشتند.

در اینجا باید قدری تأمل کنیم و راجع به یکاهای اندازه‌گیری شارهای نوترینوها صحبت کنیم. یکای مورد نظر SNU است که به جای عبارت یکای نوترینوی خورشیدی قرار گرفته است. یک SNU معادل  $10^{-26}$  نوترینوی به‌دام‌افتاده توسط هر اتم هدف در ثانیه است. این معادل یک به‌دام‌افتادگی در روز در مخزن  $10^5$  گالنی است.

دیویس با توجه به شار نوترینوی خورشیدی محاسبه‌شده، انتظار داشت که در ابتدا حداقل ۶ SNU را اندازه‌گیری کند. مقدار دقیق بستگی به مدل خورشیدی انتخاب‌شده و سطح مقطعهای



واکنشهای هسته‌ای مختلفی دارد که منجر به گسیل نوترینوهای پراثری می‌شوند. جدیدترین مقدار مربوط به تعداد قابل انتظار  $7.9 \times 10^6$  است. اما، دیویس تنها حدود  $2 \times 10^6$  را به طور میانگین پس از ۲۰ سال اندازه‌گیری همراه با افزایش مقادیر  $C_7Cl_7$  به دست آورد. این مسئله نوترینوی خورشیدی است!

پیشنهادهایی برای رفع این مشکل ارائه شده است:

۱. این مسئله منجر به ارائه فرضیاتی شده که برطبق آنها ممکن است جرم سکون نوترینو صفر نباشد. در این صورت، نوترینوهای خورشیدی می‌توانند قبل از رسیدن به زمین به انواع دیگری از نوترینوها تبدیل شوند. این پرسش همچنان بدون پاسخ مانده است.
۲. امکان دیگر، مسئله خطای محاسباتی مربوط به آهنگهای برهم‌کنش هسته‌ای است. اگر مثلاً کارایی چرخه CNO بیشتر از آنچه فکر می‌کنیم باشد و یا اگر یک چرخه یا زنجیره تولید انرژی اضافی وجود داشته باشد، در آن صورت برهم‌کنشهای زنجیره پروتون-پروتون کمتر خواهند بود که منجر به تولید نوترینوهای پراثری کمتری می‌شود. اگر کارایی زنجیره پروتون-پروتون بیشتر از آنچه فکر می‌کنیم باشد در این صورت، امکان تولید انرژی لازم با دمای مرکزی پایین‌تری وجود دارد. واکنشهای هسته‌ای  $B^8$  که تولیدکننده نوترینوهای پراثری‌اند نسبت به دما بسیار حساس‌اند ( $\propto T^{18}$ )؛ دمای پایین‌تر در بخش داخلی خورشیدی نیز می‌تواند مشکل را حل کند. اگر کارایی سایر واکنشهای پایانی چرخه پروتون-پروتون که شامل  $B^8$  نیستند بیشتر از مقدار حساب شده باشد، در این صورت شار نوترینوی خورشیدی نیز کاهش می‌یابد. بررسیهای گسترده‌تر سطح مقطعه‌ها منجر به تصحیحاتی در این زمینه شده است ولی تاکنون توافقی بین شار نوترینوی رصدشده و محاسبه‌شده، مشاهده نشده است.

۳. ممکن است مدل خورشیدی نادرست باشد. در این کتاب به‌خصوص به این امکان آخر توجه کرده‌ایم. چنانکه در پاراگراف قبلی گفتیم، کاهش دمای مرکزی خورشیدی از  $1.56 \times 10^6 K$  به  $1.52 \times 10^6 K$  می‌تواند مسئله نوترینو را حل کند زیرا تولید نوترینوهای پراثری به دما بسیار حساس است. البته این تصحیح بزرگی به نظر نمی‌رسد زیرا مشکلات بزرگی به وجود می‌آورد. اگر دمای مرکزی چهار درصد کاهش یابد، تولید انرژی خورشیدی که متناسب با  $T^4$  است حدود ۱۶ درصد کاهش می‌یابد. در نتیجه تابندگی خورشیدی بسیار کم می‌شود. البته راهی برای رهایی از این مشکل وجود دارد. چون خورشید تاکنون  $4.5 \times 10^9$  سال هیدروژن سوزانده است، همان‌طور که در شکل ۲.۱۳ دیده می‌شود مقدار هیدروژن در مرکز با ضریبی تا حدود ۲ کاهش می‌یابد. اگر هیدروژن بیشتری با مناطق مرکزی انتقال یابد واکنشهای هسته‌ای

بیشتری رخ می دهند و در نتیجه تابندگی افزایش می یابد. بنابراین، اختلاط داخلی می تواند مسئله تابندگی را حل کند. البته مشکلی نیز در رابطه با برقراری معادله انتقال تابشی وجود دارد. با شروع از لایه ای با  $\bar{\tau} = \frac{1}{3}$  که در آن  $T_{\text{eff}} = 5800^\circ \text{K}$  است و انتگرال گیری از طبقه بندی دما به طرف داخل، به دمای  $10^7 \text{K} \times 1.56$  در مرکز می رسیم. برای رسیدن به دمای پایین تر  $10^7 \text{K} \times 1.52$ ، گرادیان دما باید کوچکتر باشد. این ممکن است با انتخاب طول اختلاط بزرگتر  $l$  در نظریه همرفت عملی شود. کارایی بیشتر همرفت، گرادیان دما در نتیجه دمای مرکزی را کاهش می دهد. ولی کارایی بیشتر همرفت، عمق ناحیه همرفت را نیز گسترش می دهد که در نتیجه ما را با مشکل فراوانی رصد شده  $\text{Li}^7$  مواجه می کند که باید صفر باشد.

تنها راه دیگر کاهش گرادیان دما به طرف داخل، کاهش گرادیان تابشی با کاهش  $\kappa$  است. درست زیر ناحیه همرفت  $\kappa$  هنوز نسبتاً بزرگ است که این به دلیل جذب مقید-آزاد و آزاد-آزاد هیدروژن و هلیوم است؛  $\kappa$  با جذب خطی کربن، نیتروژن و اکسیژن بیشتر افزایش می یابد. گرادیان دما و  $\kappa$  در صورتی کاهش می یابد که فراوانی عناصر سنگین در این لایه ها کمتر از مقدار رصد شده در سطح خورشیدی باشد. اولریچ (۱۹۷۴) کشف کرد که کاهش با ضریب حدود  $10^\circ$  مسئله نوترینو را حل می کند. کاهش کلی فراوانیهای عنصر سنگین در بخش داخلی خورشید نامحتمل به نظر می رسد. شاید آسان تر باشد که قوی ترین جذب کننده ها را در لایه هایی که بیشترین سهم را در افزایش  $\kappa$  دارند کاهش دهیم؛ مثلاً می توان عناصر  $\text{O}$ ،  $\text{N}$ ،  $\text{C}$  یا آهن را در لایه هایی زیر ناحیه همرفت کاهش داد. برای مثال اگر کربن جذب کننده اصلی در این لایه باشد، آن وقت شتاب کل تابشی ناشی از جذب فوتون که تکانه  $h\nu/c$  را به جذب کننده انتقال می دهد تنها روی یونهای کربن اثر می گذارد. این یونها به طرف بالا و به داخل ناحیه همرفت رانده می شوند. بنابراین مقدار کربن در لایه ای که بیشترین سهم را در افزایش  $\kappa$  دارد کاهش می یابد و در عوض مقدارش در سطح افزایش پیدا می کند. اکسیژن ممکن است در لایه دیگری از این نظر مهمتر باشد و بنابراین به طرف خارج آن لایه رانده خواهد شد. به این ترتیب جذب کننده های اصلی همواره در لایه ای که عمل جذب را انجام می دهند کاهش می یابند. در نتیجه مقدار  $\kappa$  در همه لایه هایی که عناصری غیر از هلیوم و هیدروژن جذب کننده های اصلی اند کاهش می یابد و گرادیان دما نیز کاهش پیدا می کند که منجر به دمای مرکزی پایین تری می شود. اگر چنین عنصری، مثلاً کربن، به طرف بالا و به ناحیه همرفت رانده شود بلافاصله از آن مکان به سطح منتقل و باعث غنی شدن فراوانی سطح می شود. محاسبات آزمایشی نلسون و بوهم-ویتنز نشان داد که اگر کربن جذب کننده اصلی زیر ناحیه همرفت باشد، فراوانی کربن در سطح در مدت زمان  $10^9 \times 45$  سال با ضریبی حدود ۲ افزایش می یابد درحالی که فراوانی

آن درست زیر ناحیه همرفت با ضریب مشابهی کاهش می‌یابد. این فرض که فراوانی سطحی رصدشده برای لایه‌های عمیق‌تر برقرار است باعث می‌شود که  $\kappa$  را در لایه‌های مهم ۴ برابر بیشتر به دست بیاوریم. با آنکه این اثر علی‌الاصول باید برقرار باشد، اما نتایج کمی شدیداً به مقادیر واقعی ضرایب جذب عناصر مختلف وابسته‌اند. در حال حاضر معلوم نیست که آیا این نوع پخش تابشی به همراه اختلاط اضافی در بخش داخلی خورشیدی که هیدروژن بیشتری را به نواحی سوخت هسته‌ای می‌آورد، می‌تواند به حل مسئله نوترینو کمک کند یا نه.

### ۳.۱۳ مدل‌های ستاره داغ

در جدول ۴.۱۳ مقادیر دماها و فشارهای داخلی یک ستاره  $B^0$ ، یعنی ستاره داغی با  $T_{\text{eff}} \approx 30,400 \text{ K}$ ، را در زمان ورود به رشته اصلی یعنی در زمان سن صفر ستاره  $B^0$  رشته اصلی نشان داده‌ایم. این ستاره خاص دارای جرم برابر با  $15 M_{\odot}$  و شعاعی برابر با  $5.6 R_{\odot}$  است.

در جدول ۵.۱۳ بستگی  $T$  و  $P$  ستاره  $B^0$  رشته اصلی به عمق را پس از  $10^6 \times 8.6$  سال در این رشته نشان داده‌ایم. شعاع این ستاره به  $8.14 R_{\odot}$  افزایش یافته و  $T_{\text{eff}}$  به  $27,900 \text{ K}$  کاهش یافته است.

در اینجا در توصیف مدل‌های ستاره  $B^0$  اتلاف جرم را در نظر نگرفته‌ایم. در ستارگان O، شاهد اتلاف جرم نسبتاً شدیدی هستیم. در ستارگان با جرمهای بیش از حدود  $30 M_{\odot}$ ، اتلاف جرم می‌تواند جرمهای ستاره‌ای را طوری تغییر بدهد که قابل اندازه‌گیری باشد، و باید کاهش جرم را به حساب بیاوریم اگرچه تعیین مقدار دقیق آن کار مشکلی است. به دلیل این اتلاف جرم، تابندگیهای ستارگان تا حدودی کاهش می‌یابند.

در شکل ۳.۱۳ طبقه‌بندیهای دما و فشار مربوط به سن صفر ستاره‌ای با جرم  $15 M_{\odot}$  با وضعیت همین ستاره پس از  $10^6 \times 8.6$  سال عمر در رشته اصلی مقایسه شده است. مانند خورشید، دما و فشار مرکزی افزایش می‌یابد زیرا هیدروژن به هلیوم تبدیل می‌شود و هسته منقبض می‌شود. لایه‌های خارجی منبسط می‌شوند زیرا در سطح هسته غنی‌شده از هلیوم، که در زیر پوش هیدروژنی است، دما برای پوش هیدروژنی فوق‌العاده زیاد شده است. مقدار باقیمانده پوش را منبسط می‌کند.

دماها در بخش داخلی یک ستاره سنگین در مقایسه با ستاره سبکی مانند خورشید بالاترند، در صورتی که فشارهای گاز چنین وضعیتی ندارد اگرچه ممکن است در نگاه اول این مسئله عجیب به نظر برسد. البته، از مقایسه ستارگان همدیاف به خاطر می‌آوریم که انتظار داریم  $P_c \propto M^2/R^2$

جدول ۴.۱۳ توزیع دما، فشار و جرم یک ستاره  $B^0$  رشته اصلی در زمان عمر صفر با مشخصات

$$R = 5.6 R_{\odot} \text{ و } T_{\text{eff}} = 30423 K, M = 15 M_{\odot}$$

$L/L_{\odot}$	$\rho$ [g cm <sup>-3</sup> ]	$P_g$ [dyn cm <sup>-2</sup> ]	$T$ [K]	$M_r/M_{\odot}$	$r/R_{\odot}$
0	۴,۵۰	۲,۰۶(۱۶)	۳,۰۴(۷)	۰,۰۱۴	۰
۴,۴۸(۲)	۴,۵۰	۲,۰۳(۱۶)	۳,۰۳(۷)	۰,۰۱۴	۰,۱۶
۸,۰۷(۲)	۴,۴۳	۲,۰۱(۱۶)	۳,۰۲(۷)	۰,۰۲۵	۰,۲۰
۱,۵۰(۳)	۴,۳۹	۱,۹۸(۱۶)	۳,۰۰(۷)	۰,۰۴۹	۰,۲۵
۲,۴۹(۳)	۴,۳۳	۱,۹۴(۱۶)	۲,۹۸(۷)	۰,۰۸۷	۰,۳۰
۳,۶۲(۳)	۴,۲۸	۱,۹۰(۱۶)	۲,۹۶(۷)	۰,۱۳۵	۰,۳۵
۴,۹۷(۳)	۴,۲۱	۱,۸۵(۱۶)	۲,۹۴(۷)	۰,۲۰۰	۰,۴۰
۷,۹۳(۳)	۴,۰۵	۱,۷۵(۱۶)	۲,۸۸(۷)	۰,۳۷۸	۰,۵۰
۱,۰۹(۴)	۳,۸۷	۱,۶۲(۱۶)	۲,۸۱(۷)	۰,۶۳۱	۰,۶۰
۱,۳۴(۴)	۳,۶۸	۱,۴۹(۱۶)	۲,۷۴(۷)	۰,۹۶۰	۰,۷۰
۱,۵۵(۴)	۳,۴۴	۱,۳۵(۱۶)	۲,۶۵(۷)	۱,۳۹۰	۰,۸۰
۱,۷۶(۴)	۲,۹۷	۱,۰۶(۱۶)	۲,۴۴(۷)	۲,۵۱	۱,۰۰
۱,۸۱(۴)	۲,۴۹	۷,۹۵(۱۵)	۲,۲۲(۷)	۳,۸۹	۱,۲۰
۱,۸۱(۴)	۲,۰۱	۵,۶۴(۱۵)	۱,۹۸(۷)	۵,۴۶	۱,۴۰
۱,۸۵(۴)	۱,۵۶	۳,۸۲(۱۵)	۱,۷۵(۷)	۷,۰۹	۱,۶۰
۲,۰۴(۴)	۷,۹۱(-۱)	۱,۴۸(۱۵)	۱,۳۶(۷)	۱۰,۱۵	۲,۰۰
۲,۲۵(۴)	۲,۹۳(-۱)	۳,۷۶(۱۴)	۹,۷۸(۶)	۱۲,۷۲	۲,۵۰
۲,۳۴(۴)	۹,۸۴(-۲)	۹,۵۳(۱۳)	۶,۹۸(۶)	۱۴,۰۷	۳,۰۰
۲,۳۸(۴)	۲,۹۸(-۲)	۲,۰۰(۱۳)	۴,۸۵(۶)	۱۴,۶۸	۳,۵۰
۲,۳۹(۴)	۷,۶۹(-۳)	۳,۵۰(۱۲)	۳,۲۳(۶)	۱۴,۹۱	۴,۰۰
۲,۳۹(۴)	۱,۵۳(-۳)	۴,۲۵(۱۱)	۴,۱۹(۵)	۱۴,۹۸	۴,۵۰
۲,۳۹(۴)	۱,۳۹(-۴)	۱,۸۳(۱۰)	۹,۱۵(۵)	۱۴,۹۹	۵,۰۰
۲,۳۹(۴)	۱,۷۵(-۵)	۱,۲۹(۹)	۴,۹۹(۵)	۱۵,۰۰	۵,۲۵
۲,۳۹(۴)	۶,۱۲(-۷)	۱,۲۷(۷)	۱,۷۶(۵)	۱۵,۰۰	۵,۴۷
۲,۳۹(۴)			۳,۰۴(۴)	۱۵,۰۰	۵,۶۰

فضای خطی نشان‌دهنده مرز هسته همرفتی است.

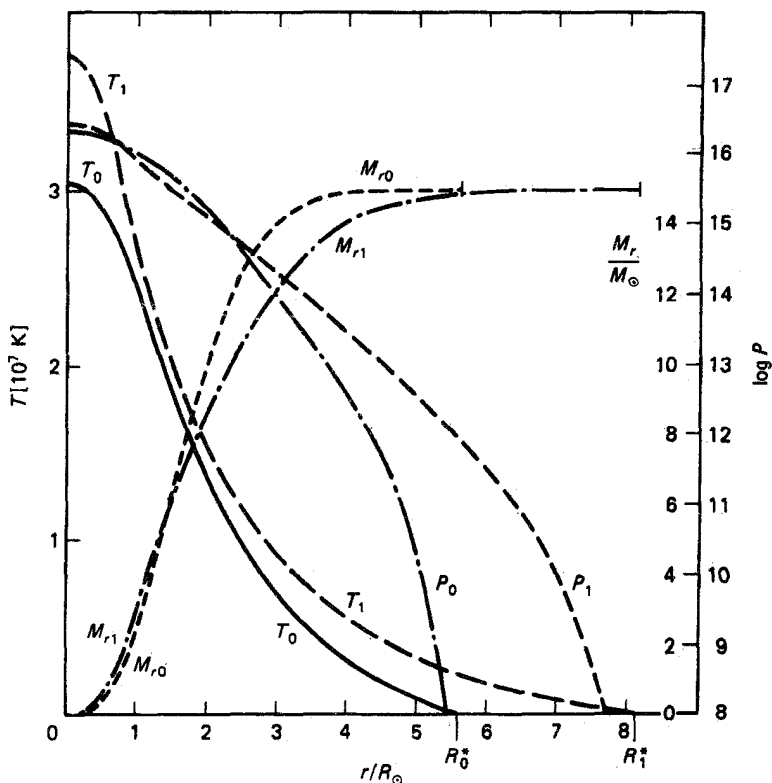
اعداد داخل پرانتزها نشان‌دهنده توانهای ۱۰ هستند.

جدول ۵.۱۳ توزیع جرم، دما، فشار، چگالی، تابندگی و فراوانیهای  $C$ ،  $He$ ،  $H$  و  $N$  در یک ستاره  $B_0$  با مشخصات  $15M_{\odot}$  و سن  $10^6 \times 8.6$  سال

N	C	He	H	$L/L_{\odot}$	$\rho$ [g cm $^{-3}$ ]	$P_g$ [dyn cm $^{-2}$ ]	T [K]	$M_T/M_{\odot}$	$r/R_{\odot}$
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۰	۶.۵۱	۲.۵۱(۱۶)	۳.۷۲(۷)	۰	۰.۰۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۷.۳۱(۲)	۶.۵۰	۲.۴۶(۱۶)	۳.۷۲(۷)	۸.۰(-۳)	۰.۱۲
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۱.۳۴(۳)	۶.۳۹	۲.۴۴(۱۶)	۳.۷۱(۷)	۱.۵۵(-۲)	۰.۱۵
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۲.۹۶(۳)	۶.۳۱	۲.۳۹(۱۶)	۳.۶۸(۷)	۳.۶۵(-۲)	۰.۲۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۵.۲۸(۳)	۶.۲۱	۲.۳۳(۱۶)	۳.۶۶(۷)	۷.۰۰(-۲)	۰.۲۵
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۸.۲۵(۳)	۶.۰۸	۲.۲۶(۱۶)	۳.۶۲(۷)	۱.۱۹(-۱)	۰.۳۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۱.۱۷(۴)	۵.۹۴	۲.۱۸(۱۶)	۳.۵۸(۷)	۱.۸۷(-۱)	۰.۳۵
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۱.۵۵(۴)	۵.۷۷	۲.۰۹(۱۶)	۳.۵۴(۷)	۲.۵۷(-۱)	۰.۴۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۲.۲۶(۴)	۵.۴۱	۱.۸۸(۱۶)	۳.۴۳(۷)	۵.۱۶(-۱)	۰.۵۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۲.۸۴(۴)	۴.۹۹	۱.۶۷(۱۶)	۳.۳۱(۷)	۸.۴۹(-۱)	۰.۶۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۳.۲۰(۴)	۴.۵۴	۱.۴۴(۱۶)	۳.۱۷(۷)	۱.۲۸	۰.۷۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۳.۲۸(۴)	۴.۱۰	۱.۲۰(۱۶)	۳.۰۱(۷)	۱.۷۹	۰.۸۰
۱.۱۰(-۲)	۲.۰۸(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۳.۵۶(۴)	۳.۱۸	۸.۱۶(۱۵)	۲.۶۷(۷)	۳.۰۴	۱.۰۰
۱.۰۹(-۲)	۱.۰۷(-۴)	۰.۶۲	۰.۳۶	۳.۵۸(۴)	۱.۴۳	۵.۲۳(۱۵)	۲.۳۳(۷)	۴.۳۳	۱.۲۰
۶.۷(-۳)	۶.۰(-۵)	۰.۳۳	۰.۶۵	۳.۵۸(۴)	۱.۰۶	۳.۰۰(۱۵)	۱.۹۵(۷)	۵.۸۹	۱.۵۰
۲.۰۴(-۳)	۱.۸۶(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۸(۴)	۵.۷۴(-۱)	۱.۲۷(۱۵)	۱.۵۰(۷)	۸.۳۳	۲.۰۰
۹.۳۰(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۸(۴)	۳.۰۰(-۱)	۵.۱۰(۱۴)	۱.۱۷(۷)	۱۰.۳۳	۲.۵۰
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۸(۴)	۱.۵۰(-۱)	۱.۹۸(۱۴)	۹.۱۰(۶)	۱۲.۲۳	۳.۰
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۷(۴)	۳.۳۸(-۲)	۲.۷۰(۱۳)	۵.۶۰(۶)	۱۴.۱۱	۴.۰
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۷(۴)	۶.۸۱(-۳)	۳.۳۶(۱۲)	۳.۴۱(۶)	۱۴.۷۷	۵.۰
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۷(۴)	۱.۰۷(-۳)	۲.۹۵(۱۱)	۱.۹۰(۶)	۱۴.۹۶	۶.۰
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۷(۴)	۷.۵۳(-۵)	۹.۳۱(۹)	۸.۳۲(۵)	۱۴.۹۸۸	۷.۰
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۷(۴)	۷.۹۴(-۶)	۵.۳۲(۸)	۴.۳۱(۵)	۱۵.۰۰	۷.۵
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۷(۴)	۱.۲۵(-۷)	۲.۷۹(۶)	۱.۲۷(۵)	۱۵.۰۰	۷.۹۵
۹.۲۰(-۴)	۲.۸۲(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۳.۵۷(۴)			۲.۷۹(۴)	۱۵.۰۰	۸.۱۴

فضای خالی نشان‌دهنده مرز هسته همرفتی است.

اعداد داخل پرانتز نشان‌دهنده توانهای ۱۰ هستند.

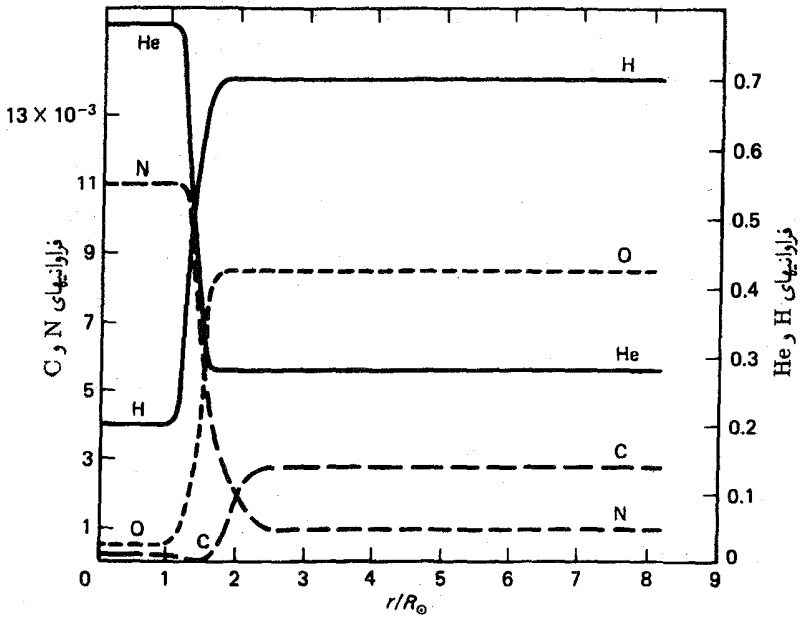


شکل ۳.۱۳ طبقه‌بندی‌های دما و فشار در ستاره‌ای در رشته اصلی با سن صفر و مشخصه  $15M_{\odot}$  با وضعیت همان ستاره  $8.6 \times 10^6$  سال بعد مقایسه شده است. به دلیل تبدیل هیدروژن به هلیوم دما، فشار و چگالی مرکزی افزایش یافته‌اند.

و  $T_c \propto M/R$  باشد. اگر  $T_c$  با ضریبی حدود ۲ افزایش یابد، که این وضعیت با خورشید مقایسه شده است، و  $R$  نیز با ضریبی حدود ۵ افزایش یابد، فشار باید کاهش پیدا کند که این مسئله نیز محاسبه شده است. دلیل این امر چگالی کم ستارگان داغ مورد نظر است.

باید به این نکته نیز توجه داشته باشیم که در ستارگان O فشار تابشی  $P_r$  می‌تواند اهمیت زیادی پیدا کند. چون فشار کل  $P = P_g + P_r$  با وزن ماده‌ای که روی آن قرار می‌گیرد در توازن است،  $P_g$  می‌تواند کوچکتر شود.

به دلیل دمای مرکزی بالاتر در ستارگان B، انرژی هسته‌ای توسط چرخه CNO تأمین می‌شود که به‌طور تقریبی وابسته به توان شازده دماست. بنابراین، تولید انرژی به‌شدت به سمت مرکز متمرکز است. تقریباً همه تابندگی در حجم بسیار کوچکی تولید می‌شود. در این حجم کوچک شار انرژی



شکل ۴.۱۳ فراوانیهای هیدروژن، هلیوم، کربن و نیتروژن به صورت تابعی از فاصله از مرکز ستاره‌ای با مشخصه  $15M_{\odot}$  و سن  $8.6 \times 10^6$  سال ترمیم شده‌اند. در ناحیه همرفتی مرکزی فراوانیها یکنواخت‌اند. هسته همرفتی به میزان  $r/R_{\odot} \approx 1.5$  گسترش می‌یابد. نیم شعاع خورشیدی بعدی تغییرات فراوانی دیده می‌شود که بخشی از آن به دلیل این واقعیت است که هسته همرفتی از ابتدا تا حدودی بزرگتر بوده و قسمتی نیز به دلیل مسئله نیمه همرفت است که قدری تولید اختلاط می‌کند. خارج  $2.5R_{\odot}$  فراوانیهای شیمیایی اولیه تغییری نکرده‌اند.

بسیار بزرگ است و به یک ناحیه همرفتی هسته‌ای می‌رسیم. بنابراین این هسته کاملاً مخلوط باقی می‌ماند، چنانکه علی‌رغم تبدیل  $H^1$  به  $He^4$  که در بخشهای مرکزی هسته متمرکز است دارای فراوانیهای شیمیایی همگن است (شکل ۴.۱۳ را نگاه کنید). اگر هیچ فوجت همرفتی به خارج از مرز هسته همرفتی صورت نگیرد، با یک تغییر ناگهانی در فراوانیهای شیمیایی مواجه خواهیم شد. در هسته همرفتی، فراوانی هلیوم در طول عمر رشته اصلی افزایش می‌یابد درحالی‌که در خارج هسته فراوانیهای اولیه ثابت می‌مانند. تحت چنین شرایطی ممکن است این تصمیم‌گیری برای ستارگان بسیار داغ مشکل باشد که آیا لایه‌ای که مستقیماً بالای هسته همرفتی قرار دارد کاملاً نسبت به همرفت ناپایدار است یا نه. با پدیده‌ای مواجه می‌شویم که نیمه همرفت نامیده می‌شود (بخش بعدی را نگاه کنید).

در هسته، که در آن چرخه CNO فعال است، فراوانیهای نسبی کربن، نیتروژن و اکسیژن به شدت

تغییر می‌کنند (شکل ۴.۱۳)؛ به این دلیل انتظار چنین حالتی را داریم که فراوانیهای حالت تعادل چرخه CNO در هسته برقرار شده‌اند.

### ۴.۱۳ پدیده نیمه همرفت

همرفت به شرطی آغاز می‌شود که گرادیان دمای تابشی از گرادیان دمای بی‌دررو تجاوز کند. گرادیان دمای تابشی به دلیل افزایش کدری  $\kappa + \sigma$  افزایش می‌یابد که در آن  $\sigma$  ضریب پراکندگی الکترون است. در بخشهای داخلی ستارگان O، پراکندگی الکترون مهمترین عامل انتقال تابشی است، که حتی مهمتر از پیوستارهای جذب مقید-آزاد یا آزاد-آزاد است. در جو هیدروژنی، یک الکترون به ازای یک پروتون وجود دارد یعنی، یک الکترون در یکای جرم اتمی. در جو هلیمی دو الکترون به ازای هر  $\text{He}^4$  وجود دارد یا ۵ره الکترون در واحد جرم اتمی. بنابراین، ضریب «جذب» در هر گرم در لایه پوشی که دارای ده درصد هلیم است بالاتر از مقدار مربوطه‌اش در هسته است که دارای، مثلاً چهل درصد هلیم است. در مرز هسته که کاملاً مخلوط و غنی از هلیم است، با استفاده از فراوانی هلیم هسته می‌توان مرز پایداری همرفتی را به دست آورد؛ یعنی می‌توان پایداری همرفتی را خارج هسته به دست آورد. البته در لایه درست بالای این مرز تنها ده درصد هلیم وجود دارد. در چنین فراوانی‌ای  $\nabla_r > \nabla_{\text{ad}}$  است که ناپایداری همرفتی ایجاد می‌کند. در چنین فراوانی کم هلیم، مقدار  $\kappa + \sigma$  در هر گرم بزرگتر است و در نتیجه  $\nabla_{\text{rad}}$  بزرگتر است. بنابراین اگر فرض کنیم که هیچ اختلاطی در مرز هسته وجود ندارد، یعنی هیچ همرفتی به وجود نمی‌آید، به این نتیجه می‌رسیم که در لایه‌هایی که درست خارج هسته قرار دارند ناپایداری همرفتی و بنابراین اختلاط داریم. اگر فرض کنیم که ناپایداری همرفتی و در نتیجه اختلاط با هسته وجود داشته باشد در این صورت به پایداری همرفتی می‌رسیم. بنابراین هر فرضی که کنیم، با آنچه به عنوان نتیجه فرض عایدمان می‌شود ناسازگار است. بنابراین عموماً فرض می‌شود که نوعی همرفت کند وجود دارد که باعث بروز اختلاطی می‌شود که این لایه را به طور مرزی ناپایدار می‌کند. شرط پایداری همرفتی مرزی تعیین‌کننده فراوانی هلیم در لایه نیمه همرفتی است. حتی اگر لایه تنها به طور مرزی نسبت به همرفت ناپایدار باشد در طبقه‌بندی دما به رابطه  $\nabla = \nabla_{\text{ad}}$  می‌رسیم. میزان واقعی اختلاط در این لایه‌های نیمه همرفتی هنوز مسئله مهم نامشخصی در لایه‌بندی ستاره داغ محسوب می‌شود، همچنین این پرسش که چه میزان فراجت همرفتی قابل انتظار است. به طور کلی، پرسش اختلاط در بخشهای داخلی ستاره‌ای همچنان موضوع مورد بحث دانشمندان است.



اعوجاج ستاره به دلیل چرخش سریع که در مورد سنگین‌ترین ستارگان کشف شده است باعث اثری به نام جریانهای ادینگتون-سویت می‌شود. ماده به آرامی در نواحی قطبی ستاره بالا می‌آید و در نواحی استوایی ته‌نشین می‌شود. در این صورت به دلیل این جریان ممکن است نوعی اختلاط آرام ظاهر شود؛ البته، افزایش وزن اتمی به سمت لایه‌های عمیق‌تر که دارای هلیوم بیشتری‌اند می‌تواند جلوی این جریانها را بگیرد یا آنها را کند کند به طوری که مسئله اختلاط در بخشهای بزرگی از ستاره و از طریق این جریانها از لحاظ نظری در طول عمر ستارگان قابل انتظار نیست.

### ۵.۱۳ ساختار ستارگان A رشته اصلی

از جلد اول می‌دانیم که ستارگان اولیه A با  $T_{\text{eff}} \approx 10^4 \text{ K}$  جریانهایی حدود  $2.5 M_{\odot}$  دارند. چنین ستارگانی از نوع A<sup>0</sup> هستند. (ستارهٔ نسر واقع یک ستارهٔ A<sup>0</sup> با  $T_{\text{eff}} \sim 9500 \text{ K}$  است.)

ستارگان A با ستارگان O و B فرق دارند به خصوص از این جهت که تنها دارای هسته‌های همرفت کوچک‌اند. چرخهٔ CNO در نزدیکی مرکز فعال است ولی همچنان که به طرف خارج می‌رویم، دماها پایین‌ترند و زنجیرهٔ پروتون-پروتون همچنان در تولید انرژی دخیل است. بنابراین تولید انرژی در ستارگان بسیار داغ O، زیاد در جهت مرکز متمرکز نیست. البته تابندگی در یک ستارهٔ A از تابندگی در یک ستارهٔ O کوچکتر است که این نیز باعث کاهش  $\nabla_r$  در نواحی مرکزی و در نتیجه اندازهٔ هستهٔ همرفتی می‌شود.

ساختار ستارگان A که دارای  $T_{\text{eff}} \sim 10^4 \text{ K}$  هستند با ستارگان سردتر فرق دارند زیرا در آنها هیچ منطقهٔ خارجی همرفتی وجود ندارد که سهمی در انتقال همرفتی انرژی قابل اندازه‌گیری داشته باشد. در همهٔ اهداف عملی، ستارهٔ A هیچ منطقهٔ خارجی همرفتی ندارد ولی احتمال وجود سرعت‌های همرفتی کم از مرتبهٔ سانتی‌متر بر ثانیه وجود دارد که باعث اختلاط کامل لایه‌های خارجی می‌شود.

بنابراین ستارگان A دارای کوچکترین نواحی همرفتی‌اند. این ستارگان تنها دارای یک هستهٔ همرفت کوچک‌اند و الزاماً هیچ منطقهٔ خارجی همرفتی در آنها دیده نمی‌شود. این موضوع در درک ستارگان مغناطیسی A اهمیت دارد.

در جدولهای ۶.۱۳ و ۷.۱۳ طبقه‌بندیهای دما، فشار، تابندگی و فراوانی شیمیایی مربوط به دو ستارهٔ A رشته اصلی نشان داده شده است.

جدول ۶.۱۳ توزیع جرم، دما، فشار، چگالی و تابندگی ستاره‌ای از رشته اصلی در سن صفر با

$$R = 1.97R_{\odot} \text{ و } T_{\text{eff}} = 10800K, M = 2.5M_{\odot} \text{ مشخصات}$$

$L/L_{\odot}$	$\rho$ [g cm <sup>-3</sup> ]	$P_g$ [dyn cm <sup>-2</sup> ]	$T$ [K]	$M_r/M_{\odot}$	$r/R_{\odot}$
۰	۳٫۹۷(۱)	۱٫۱۰(۱۷)	۲٫۰۵(۷)	۰	۰
۰٫۹۰	۳٫۹۳(۱)	۱٫۰۹(۱۷)	۲٫۰۴(۷)	۰٫۰۰۲	۰٫۰۴
۱٫۶۸	۳٫۹۱(۱)	۱٫۰۸(۱۷)	۲٫۰۳(۷)	۰٫۰۰۴	۰٫۰۵
۲٫۷۳	۳٫۸۹(۱)	۱٫۰۷(۱۷)	۲٫۰۲(۷)	۰٫۰۰۶	۰٫۰۶
۵٫۶۶	۳٫۸۲(۱)	۱٫۰۴(۱۷)	۲٫۰۰(۷)	۰٫۰۱۴	۰٫۰۸
۹٫۷۴	۳٫۷۴(۱)	۹٫۹۹(۱۶)	۱٫۹۷(۷)	۰٫۰۲۸	۰٫۱۰
۱۳٫۹	۳٫۶۵(۱)	۹٫۶۰(۱۶)	۱٫۹۴(۷)	۰٫۰۴۶	۰٫۱۲
۱۸٫۵	۳٫۵۵(۱)	۹٫۱۳(۱۶)	۱٫۹۰(۷)	۰٫۰۷۲	۰٫۱۴
۲۴٫۵	۳٫۳۶(۱)	۸٫۳۲(۱۶)	۱٫۸۳(۷)	۰٫۱۲۵	۰٫۱۷
۲۹٫۱	۲٫۹۱(۱)	۷٫۴۸(۱۶)	۱٫۷۶(۷)	۰٫۱۹۶	۰٫۲۰
۳۷٫۹	۲٫۳۳(۱)	۴٫۵۳(۱۶)	۱٫۴۶(۷)	۰٫۵۵۷	۰٫۳۰
۴۲٫۸	۷٫۹۶	۹٫۹۹(۱۵)	۹٫۷۸(۶)	۱٫۴۸	۰٫۵۰
۴۶٫۱	۱٫۹۶	۱٫۷۵(۱۵)	۶٫۶۹(۶)	۲٫۰۸	۰٫۷۰
۴۷٫۶	۴٫۷۹(-۱)	۲٫۹۱(۱۴)	۴٫۶۶(۶)	۲٫۳۵	۰٫۹۰
۴۸٫۰	۱٫۱۹(-۱)	۵٫۱۱(۱۳)	۳٫۲۶(۶)	۲٫۴۵	۱٫۱۰
۴۸٫۱۳	۲٫۹۲(-۲)	۸٫۳۸(۱۲)	۲٫۲۰(۶)	۲٫۴۹	۱٫۳۰
۴۸٫۱۵	۶٫۱۰(-۳)	۱٫۰۸(۱۲)	۱٫۳۶(۶)	۲٫۵۰	۱٫۵۰
۴۸٫۱۵	۷٫۱۲(-۴)	۶٫۴۸(۱۰)	۷٫۰۰(۵)	۲٫۵۰	۱٫۷۰
۴۸٫۱۵	۱٫۹۳(-۵)	۵٫۳۶(۷)	۱٫۴۵(۵)	۲٫۵۰	۱٫۹۱
۴۸٫۱۵			۱٫۰۸(۴)	۲٫۵۰	۱٫۹۷

جدول ۷.۱۳ توزیع جرم، دما، فشار، چگالی، تابندگی و فراوانیهای  $H$ ،  $He$ ،  $C$  و  $N$  در یک ستاره رشته اصلی با مشخصه  $M = 2.5M_{\odot}$ ، در سن  $10^8 \times 2.98$  سال و  $R = 2.6R_{\odot}$

N	C	He	H	$L/L_{\odot}$	$\rho$ [g cm $^{-3}$ ]	$P_g$ [dyn cm $^{-2}$ ]	$T$ [K]	$M_T/M_{\odot}$	$r/R_{\odot}$
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۰	۶.۳۷(۱)	۱.۳۴(۱۷)	۲.۵۰(۷)	۰	۰
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۲.۱۴	۶.۳۰(۱)	۱.۳۱(۱۷)	۲.۴۹(۷)	۰.۰۱۲	۰.۳
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۴.۷۰	۶.۲۵(۱)	۱.۳۰(۱۷)	۲.۴۷(۷)	۰.۰۰۲۸	۰.۴
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۸.۴۱	۶.۱۸(۱)	۱.۲۷(۱۷)	۲.۴۵(۷)	۰.۰۰۵۶	۰.۵
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۱۳.۲۲(۱)	۶.۰۹(۱)	۱.۲۴(۱۷)	۲.۴۳(۷)	۰.۰۰۹۵	۰.۶
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۲.۴۶(۱)	۵.۸۹(۱)	۱.۱۷(۱۷)	۲.۳۸(۷)	۰.۰۲۱	۰.۸
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۳.۶۲(۱)	۵.۶۴(۱)	۱.۰۹(۱۷)	۲.۳۱(۷)	۰.۰۴۲	۱.۰
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۴.۵۵(۱)	۵.۳۵(۱)	۹.۹۴(۱۶)	۲.۲۳(۷)	۰.۰۷۰	۱.۲
۱.۰۵(-۲)	۱.۰۳(-۴)	۰.۷۸	۰.۲۰	۵.۳۸(۱)	۴.۸۴(۱)	۸.۳۵(۱۶)	۲.۰۹(۷)	۰.۱۲۷	۱.۵
۹.۸۲(-۳)	۶.۱۸(-۵)	۰.۶۲	۰.۳۶	۵.۷۲(۱)	۳.۳۳(۱)	۵.۸۷(۱۶)	۱.۸۱(۷)	۰.۲۶۵	۲.۰
۴.۲۵(-۳)	۱.۷۶(-۵)	۰.۲۹	۰.۶۹	۵.۸۳(۱)	۱.۶۶(۱)	۳.۲۰(۱۶)	۱.۴۶(۷)	۰.۵۵۰	۳.۰
۱.۷۵(-۳)	۲.۱۸(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۶.۵۳	۸.۷۸(۱۵)	۱.۰۱(۷)	۱.۲۴	۰.۵۰
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۲.۲۴	۲.۱۳(۱۵)	۷.۳۱(۶)	۱.۸۱	۰.۷۰
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۷.۳۷(-۱)	۵.۲۰(۱۵)	۵.۴۳(۶)	۲.۱۵	۰.۹۰
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۲.۵۲(-۱)	۱.۳۴(۱۴)	۴.۰۹(۶)	۲.۳۳	۱.۱۰
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۵.۴۹(-۱)	۱.۹۰(۱۳)	۲.۷۰(۶)	۲.۴۵	۱.۴۰
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۳.۶۳(-۳)	۵.۶۰(۱۱)	۱.۱۸(۶)	۲.۵۰	۱.۹۰
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۲.۲۳(-۴)	۱.۵۱(۱۰)	۵.۱۷(۵)	۲.۵۰	۲.۲۵
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)	۱.۰۴(-۶)	۱.۳۴(۷)	۱.۰۶(۵)	۲.۵۰	۲.۵۲
۹.۳۵(-۴)	۲.۸۱(-۳)	۰.۲۸	۰.۷۰	۵.۸۷(۱)			۹.۹۳(۴)	۲.۵۰	۲.۶۰

اعداد داخل پرانتز توانهای ۱۰ را نشان می‌دهند.

## ۶.۱۳ ستارگان ویژه A

چنانکه در جلد اول گفتیم، میدانهای مغناطیسی نسبتاً قوی در تعدادی از ستارگان اولیه A و نهایی B رصد شده است. با توجه به رصدهای خورشیدی، معتقدیم که میدانهای مغناطیسی عامل به وجود آورنده چرخه لکه‌های خورشیدی، به وسیله یک عمل محرک ناشی از برهم‌کش چرخش دیرانسیلی (نواحی استوایی سریع‌تر از نواحی قطبی در چرخش‌اند) و همرفت تولید می‌شوند. در

ستارگان مغناطیسی نهایی A و B، ایجاد میدان مغناطیسی توسط این روش ممکن به نظر نمی‌رسد. لاقلاً، چنین پدیده‌ای در لایه‌های خارجی به وجود نمی‌آید زیرا هیچ منطقه همرفتی خارجی که دارای سرعت‌های همرفتی قابل اندازه‌گیری باشد وجود ندارد. به نظر می‌رسد که در لکه‌های خورشیدی توقف انتقال انرژی خورشیدی در نواحی مغناطیسی، منشأ دماهای پایین‌تر در لکه‌های مغناطیسی است. شکل‌گیری لکه‌های تیره، مشابه لکه‌های خورشیدی، که بسیاری ادعا می‌کنند در ستارگان مغناطیسی A وجود دارد، نمی‌تواند به دلیل توقف شار انرژی همرفتی باشد زیرا این شار در نواحی خارجی ستارگان A وجود ندارد و بنابراین نمی‌تواند توسط میدانهای مغناطیسی متوقف شود. اینکه لکه‌های تیره در ستارگان ویژه A دیده می‌شود توضیح دیگری دارد.

با آنکه بعضی میدانهای مغناطیسی می‌توانسته‌اند در هسته‌های همرفتی ستارگان A تولید و در مدت حدود  $10^8$  سال به طرف سطح ستاره پخش شوند، محتمل‌تر به نظر می‌رسد که میدانهای مغناطیسی رصدشده در ستارگان مغناطیسی A میدانهای فسیلی هستند که از ابرهای بین ستاره‌ای به ارث رسیده‌اند یعنی از جایی که ستارگان شکل گرفتند.

## تحول ستارگان سبک

### ۱.۱۴ تحول در طول شاخهٔ زیرغول

#### ۱.۱.۱۴ ستارگان با جرم خورشیدی

از بحثهای قبلی می‌دانیم که ستارگان با جرمهای در حد جرم خورشید حدود  $10^1$  سال در رشتهٔ اصلی باقی می‌مانند. ستارگان با جرم کمتر مدت بیشتری در این رشته عمر می‌کنند. از آنجا که سن خوشه‌های کروی حدود  $10^1 \times 10^2$  تا  $10^1 \times 10^7$  سال است و به‌نظر نمی‌رسد که سن جهان خیلی بیشتر از آن باشد، نمی‌توانیم توقع داشته باشیم که ستارگان با جرمهای خیلی کمتر از جرم خورشید به مرحلهٔ تحول رسیده و از رشتهٔ اصلی خارج شده باشند. بنابراین، بحثمان را محدود به ستارگانی می‌کنیم که جرمشان حدود  $8$  بزرگتر از جرمهای خورشیدی است و این در مورد ستارگان خوشه کروی رصد شده است.

در بخش  $2.10$  گفتیم که بر اثر افزایش یکنواخت یا همگن  $\mu$  در کل ستاره (که به دلیل افزایش فراوانی هلیوم و اختلاط کامل است)، ستاره منقبض، داغ‌تر و تابناک‌تر می‌شود. این امر موجب تحول ستاره به طرف چپ رشتهٔ اصلی ستارهٔ هیدروژنی شده و آن را به سمت مکانی از رشتهٔ اصلی سوق

می‌دهد که دارای ستارگانی با فراوانی در حال افزایش هلیم است. در واقع هیچ خوشهٔ ستاره‌ایی را در طول رشته‌ها رصد نکرده‌ایم که با چنین تحولی سازگاری داشته باشند (شاید بجز ستارگان سرگردان آبی که در بعضی از خوشه‌های کروی دیده می‌شوند و در حال حاضر ستارگان دوتایی یا ستارگان دوتایی مرکب نامیده می‌شوند). همچنین سازوکاری را که طبق آن اختلاط کامل در یک ستاره صورت می‌گیرد نمی‌دانیم. بنابراین توقع داریم که تنها بخشهای داخلی ستارگان از نظر هلیم غنی باشند درحالی‌که پوش آنها سرشار از هیدروژن است. چون بیشترین کارایی همجوشی هسته‌ای در مرکز ستاره است یعنی جایی که دما بالاترین مقدارش را دارد، کاهش هیدروژن در مرکز سریع‌تر صورت می‌گیرد. بنابراین هیدروژن ابتدا در مرکز تمام می‌شود. طی افزایش مقدار هلیم، هستهٔ ستاره مدام منقبض می‌شود و دمای آن بالا می‌رود که در نهایت منجر به ایجاد هسته‌ای می‌شود که مقدار هلیم آن دائماً افزایش می‌یابد. در این ستارهٔ کوچک که مقدار هلیم آن در حال رشد است (هسته ستاره) دمای مرکزی افزایش می‌یابد؛ در واقع، این افزایش دما می‌تواند لایه‌هایی را که قبلاً هیدروژن‌شان به مصرف رسیده قادر سازد که انرژی کافی برای جبران اتلاف انرژی تابشی در سطح تولید کنند. چون این لایه‌ها گرم می‌شوند، اهمیت چرخهٔ CNO بیشتر از زنجیرهٔ پروتون-پروتون می‌شود. چون چرخهٔ CNO متناسب با  $T^{16}$  است، تمرکز تولید انرژی در نواحی است که دارای بالاترین دما هستند و هیدروژن نیز هنوز در آنها وجود دارد. این یعنی که تولید انرژی به‌طور فزاینده‌ای در ناحیهٔ باریکی نزدیک تاج هسته غنی از نظر هلیم است. یک به اصطلاح منبع پوسته‌ای در اطراف هسته‌ای گسترش می‌یابد که نهایتاً تبدیل به یک هستهٔ هلیمی خالص می‌شود و بیش از  $10^\circ$  درصد جرم ستاره‌ای در آن قرار دارد. این منبع پوسته‌ای به دمایی حدود  $10^6 \text{ K} \times 20$  می‌رسد که در آن چرخهٔ CNO فرایند اصلی همجوشی است. نیروهای گرانشی هستهٔ هلیمی را چنان می‌فشارند که دما به حد گفته‌شده در منبع پوسته‌ای می‌رسد و انرژی کافی تولید می‌شود.

از طرف دیگر می‌دانیم که در یک ستارهٔ هیدروژنی با جرمی معادل جرم خورشید چنین دمای بالایی در مرکز و فشار متناظر به قدری زیاد است که مانع از ایجاد تعادل با نیروهای گرانشی می‌شود. با آنکه در مرکز ستارهٔ هلیمی که مقدار  $\mu$  زیاد است به چنین دمای بالایی نیاز داریم تا با نیروها به حالت توازن برسند، اما برای پوش هیدروژنی ستاره که دارای  $\mu$  کم است بیش از حد بالاست. در نقطه‌ای خارج هستهٔ هلیمی، دمای بالا ایجاد یک فشار اضافی در پوش هیدروژنی می‌کند و باعث انبساط آن می‌شود. پس از آن، دما، فشار و نیروهای گرانشی در پوش آن قدر کاهش می‌یابند تا مجدداً توازنی بین فشار و نیروهای گرانشی ایجاد می‌شود. چنین انبساطی از زمانی که ستاره هنوز در رشتهٔ اصلی قرار دارد آغاز می‌شود اما وقتی قابل توجه‌تر می‌شود که بیش از حدود  $10^\circ$  درصد جرم

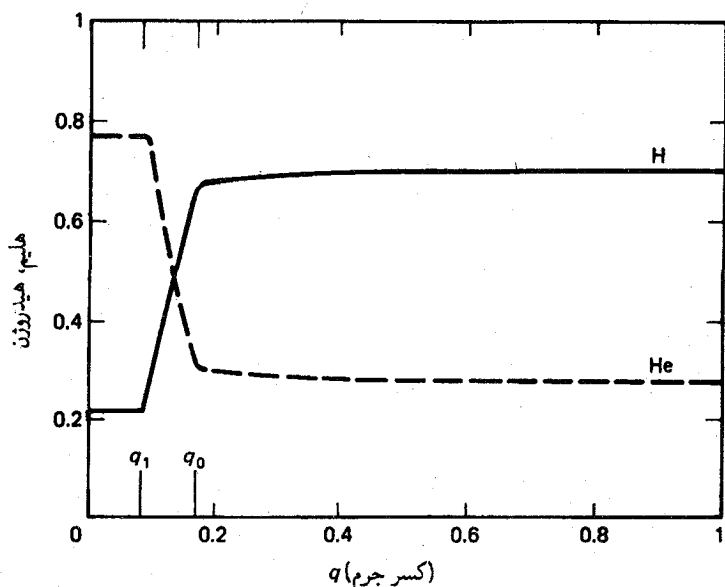
ستاره‌ای در هسته هلیمی باشد. انبساط پوش هیدروژنی به عمر ستاره در رشته اصلی پایان می‌دهد، بنابراین طی عمر ستاره در فاز رشته اصلی فقط  $10^6$  درصد هیدروژن صرف تولید انرژی می‌شود. طی فاز انبساط «سریع» پوش، منبع پوسته‌ای در حلقه ستاره هلیمی به چیزی توجه ندارد. این منبع، دمای بالای لازم برای جبران اتلاف انرژی را توسط برهم‌کنشهای هسته‌ای یا اتلاف انرژی در سطح ستاره به دست می‌آورد. (اگر وضعیت به این صورت نبود، انرژی گرمایی به کمتر از مقدار تعادلی‌اش می‌رسید و لایه‌های مجاور آن قدر متقبض و گرم می‌شدند تا انرژی کافی تولید شود.) با وجود انبساط پوش، میزان تابندگی ثابت می‌ماند. با افزایش شعاع در صورتی که میزان تابندگی ثابت باشد، باید دمای مؤثر کاهش یابد. ستاره به سمت راست نمودار HR و در طول شاخه غول یا زیر غول بسته به مقدار جرم ستاره‌ای حرکت می‌کند. در این مدت، منبع پوسته‌ای به آرامی راهش را به سمت خارج می‌سوزاند و به سطح نزدیک می‌شود درحالی‌که لایه  $10^6 \times 20$  را به سمت پوش می‌راند. این امر باعث انبساط بیشتر پوش می‌شود. افزایش بسیار ناچیز جرم هسته هلیمی باعث انبساط نسبتاً بزرگ پوش می‌شود. طی این فاز فرایند انبساط بسیار سریع صورت می‌گیرد. ستارگان به سرعت و در گستره  $5000 \text{ K} > T_{\text{eff}} > 6500 \text{ K}$  تکامل می‌یابند که گاف هرتر پیرانگ نامیده می‌شود و در این فاصله تعداد اندک شماری از ستارگان را می‌توان یافت.

به محض اینکه دمای سطح ستاره به دلیل انبساط کاهش می‌یابد، ناحیه همرفتی هیدروژن به سمت داخل ستاره گسترش می‌یابد (فصل ۷ و جلد دوم را نگاه کنید). اگر دمای مؤثر غول به زیر  $5000 \text{ K}$  برسد، ناحیه همرفتی ممکن است در نهایت به لایه‌ای که دارای مقداری ماده عمل آورده شده هسته‌ای است برسد و آن را به سمت بالا و سطح ستاره منتقل کند یعنی جایی که قابل رصد باشد.

### ۲.۱.۱۴ ستارگان با مشخصه $M \gtrsim M_{\odot}$

ستارگان با جرمهای بزرگتر از  $2M_{\odot}$  هنگامی که در رشته اصلی قرار دارند هسته همرفتی کوچکی هستند. این هسته کاملاً مخلوط می‌ماند. البته با افزایش فراوانی هلیم این ناحیه همرفتی کوچک می‌شود و در اطرافش مقداری ماده عمل آورده شده هسته‌ای باقی می‌گذارد. این اثر در شکل ۱.۱۴ بین کسره‌های جرمی  $q_0$  و  $q_1$  که در آن  $q = M_r/M$  است نشان داده شده است.

خارج هسته همرفتی، دما برای پیشروی آرام چرخه CNO همچنان به اندازه کافی بالاست ( $T > 8 \times 10^6 \text{ K}$ ). با آنکه این چرخه به دلیل کندی بسیار قادر به تغییر فراوانی هلیم نیست، اما همچنان فراوانیهای CNO را تغییر می‌دهد (شکل ۲.۱۴ را نگاه کنید). در لایه‌هایی که  $0.6 < q < 0.4$  است دماها بیش از حد کم‌اند و واکنشهای هسته‌ای به قدری کندند که در صورت

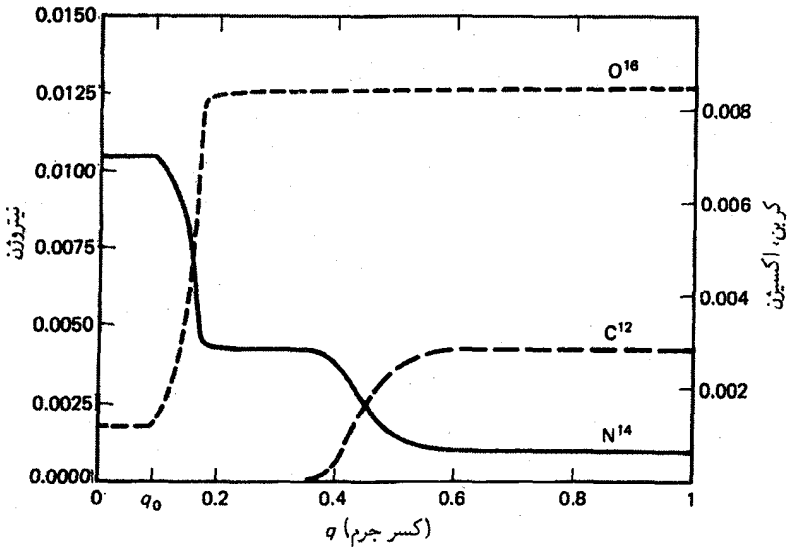


شکل ۱.۱۴ فراوانیهای هیدروژن و هلیوم ستاره‌ای با مشخصه  $2.5 M_{\odot}$  و سن  $3 \times 10^8$  سال به صورت تابعی از  $q = \frac{M_c}{M(\text{ستاره})}$  در سن صفر، هستهٔ همرفتی به سمت  $q_0 = 0.174$  گسترش یافته است. در سن  $3 \times 10^8$  سال هستهٔ فوق به سمت  $q_1 = 0.08$  گسترش می‌یابد. لایه‌های جرمی بین  $q_1$  و  $q_0$  کاهش هیدروژن و افزایش هلیوم را نشان می‌دهند زیرا هستهٔ همرفتی در زمانهای اولیه گسترش زیادی یافته است.

عمر ستاره قادر به ایجاد فراوانیهای در حال تعادل نمی‌باشند. در بخش داخلی که  $q < 0.4$  است، دما از  $10^7 \text{K}$  فراتر می‌رود و  $3 \times 10^8$  سال طول می‌کشد تا فراوانیهای حالت تعادل ایجاد شود. برای  $q < q_0$ ، اثر گسترش اولیهٔ هستهٔ همرفتی و نیز کوچک شدن آن دیده می‌شود. فراوانیهای CNO به وسیلهٔ دماهای بالای مرکزی تعیین می‌شوند که این دماها وقتی ظاهر می‌شوند که ناحیهٔ همرفت به مقدار  $q$  مورد نظر می‌رسد. برای  $q < q_1$ ، فراوانیهای تعیین شده از دماهای مرکزی زیاد موجود قابل مشاهده‌اند. فراوانیهای اکسیژن وقتی تغییر می‌کند که چرخهٔ دوتایی CNO در کار باشد که نیاز به دماهای بالا دارد. بنابراین تنها تحت تأثیر نواحی مرکزی با دمای بالا قرار می‌گیرند و در نتیجه می‌توانند اثر کوچک شدن هستهٔ همرفتی را نشان دهند.

هنگامی که دمای سطح به حدود  $5000 \text{K}$  می‌رسد، ناحیهٔ همرفتی هیدروژن به مقدار زیادی در عمق پوش گسترش می‌یابد و به مناطقی با دماهای بالا می‌رسد. پس از آن کل انرژی انتقال یافته افزایش می‌یابد زیرا بازده انتقال انرژی از طریق همرفت توسط حرکت جرم نسبت به انتقال انرژی از طریق تابش بر اثر پخش فوتونها بیشتر است. بنابراین ستاره انرژی بسیار بیشتری از دست





شکل ۲.۱۴ فراوانیهای CNO ستاره‌ای با مشخصه  $2.5M_{\odot}$  در سن  $3 \times 10^8$  سال به صورت تابعی از  $q$ . فراوانی نیتروژن تا مقدار  $q < 0.6$  افزایش می‌یابد زیرا دماهای داخل این لایه برای برقراری چرخه CNO به اندازه کافی بالا هستند اگرچه آهنگ تغییرات بسیار کند است اما می‌تواند به آرامی فراوانیها را تغییر بدهد. در  $q < 0.4$ ، فراوانیهای حالت تعادل در این دماهای پایین حاصل می‌شوند. بین مقدار  $q_0$  و  $q_1$ ، افزایش سریعی که به دلیل مناطق همرفتی با گستردگی مختلف است قابل مشاهده است. در  $q < q_0$ ، فراوانی نیتروژن در منطقه هسته همرفتی ثابت است. فراوانیهای اکسیژن تنها برای  $q < q_0$  تغییر می‌کند. برای  $q > 0.6$ ، واکنشهای هسته‌ای شامل اکسیژن به قدری کند می‌شوند که نمی‌توانند در چنین دماهای «پایینی» تغییری در فراوانی ایجاد کنند.

می‌دهد و تابندگی‌اش افزایش می‌یابد. تولید انرژی شتاب می‌گیرد، سوختن منبع پوسته‌ای به طرف بالا سریع‌تر می‌شود و پوش ستاره‌ای با سرعت بیشتری منبسط می‌شود (ولی اندازه شعاع همچنان کمتر از مقدارش در تعادل تابشی است). با افزایش انتقال انرژی به طرف خارج، ستاره می‌تواند همچنان دمای سطحش را تقریباً ثابت نگاه دارد. ستاره به طرف بالای شاخه غول قرمز و نزدیک مسیر هایشی حرکت می‌کند. چون در بخش داخلی در تاج هسته هلیمی، ستاره دمایی حدود  $10^6 \times 20$  K دارد و دما به طرف خارج با گرادیان بی‌دررو یا حتی کمتر کاهش پیدا می‌کند، به همان دلایلی که در فصل ۱۲ در ارتباط با مسیر هایشی گفتیم، دمای سطح ستاره نمی‌تواند کمتر شود. همزمان با انبساط پوش و افزایش تابندگی، هسته هلیمی (که در واقع یک ستاره هلیمی در مرکز است) افزایش جرم پیدا می‌کند و بنابراین دمای مرکزی‌اش افزایش می‌یابد که تحول ستاره‌ای را در این فازها کنترل می‌کند.

در چنین دمای پایین سطحی و فازهای غول سرخ، مناطق همرفتی خارجی به اندازه کافی به عمق ستاره نفوذ می‌کنند و می‌توانند ماده‌ای را که در آن چرخه CNO فعال بوده است لایروبی کنند. بنابراین می‌توانیم انتظار داشته باشیم که در جو چنین ستارگانی نسبتهای  $N^{14}/C^{12}$  و  $C^{13}/C^{12}$  بزرگ باشند. این پدیده‌ها توسط لامبرت و ریز (۱۹۸۱) در ستارگان زیر غول سرد، غولهای قرمز و ابرغولهای قرمز کشف شده است که نشان می‌دهد در واقع چرخه CNO در بخشهای داخلی این ستارگان فعال است.

## ۲.۱۴ مراحل پیشرفته تحول ستاره سبک

با افزایش دمای ستاره مرکزی هلیمی، واکنشهای هسته‌ای جدیدی ممکن می‌شوند. در بخش ۳.۸ درباره اثر تونلی که لازمه ظهور واکنشهای هسته‌ای است صحبت کردیم. اشاره کردیم که تونل زنی در ذرات با  $Z$  بالاتر دشوارتر است زیرا نیروهای دافعه کولنی بزرگترند ولی این را هم گفتیم که تونل زنی در دماهای بالاتر آسان‌تر می‌شود. در دماهای نسبتاً کم تنها برهم‌کنش میان ذرات با  $Z$  های کوچک ممکن است درحالی‌که در دماهای بالاتر، برهم‌کنش برای  $Z$  های بزرگ نیز امکان پذیر می‌شود (معادله ۴.۸). هنگامی که اندازه هسته هلیمی به حدود  $0.45 M_{\odot}$  می‌رسد، پوش به مقدار بسیار زیادی انبساط پیدا کرده، کارایی همرفت بسیار زیاد شده و تابندگی آن قدر افزایش یافته است که ستاره در نمودار HR در بالای شاخه غول قرمز ظاهر می‌شود. در چنین مکانی، دمای مرکزی در هسته هلیمی به مقدار  $T_c \sim 10^8 K$  رسیده است. این دمای بالا امکان وقوع برهم‌کنش سه‌آلفایی را فراهم می‌کند (بخش ۶.۸ را نگاه کنید). سه هسته  $He^4$  با یکدیگر ترکیب و منجر به تشکیل  $C^{12}$  می‌شوند. مقدار انرژی آزاد شده در واحد جرم در این فرایند حدود  $10^8$  درصد انرژی آزاد شده مربوط به سوختن هیدروژن است که قبلاً از جدول ۱.۸ نتیجه گرفتیم.

قبل از اینکه بتوانیم بفهمیم در این مکان چه اتفاق می‌افتد، باید به معادله حالت هسته هلیمی مراجعه کنیم که در این مرحله در ستارگان سبک به چنان چگالیهای بالایی رسیده است که اصطلاحاً گفته می‌شود الکترونها در حالت واگن‌اند.

## ۳.۱۴ واگنی

هنگامی از موضوع واگنی صحبت می‌کنیم که در یک دمای ثابت، چگالی به قدری زیاد شود که معادله مشهور حالت برای گاز کامل،  $P_g = \rho R_g / T \mu$ ، اعتبارش را از دست بدهد. در چگالیهای بالا، اصل پاؤلی (از نظریه کوانتومی) در رابطه میان فشار، دما و چگالی اهمیت پیدا می‌کند. پاؤلی دریافت که ذرات با اسپین  $\frac{1}{2}n$  که در آن  $n$  یک عدد فرد است، آماری متفاوت از سایر ذرات

دارند. این ذرات را ذرات فرمی می‌نامند. اصل پاؤلی می‌گوید که دو یا بیش از دو ذره فرمی که همه اعداد کوانتومی شان یکسان باشد نمی‌توانند در یک سلول کوانتومی قرار گیرند. این مورد مثلاً برای الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها به‌کار می‌رود ولی در مورد هسته‌های هلیوم که اسپین هسته‌ای آنها صفر است کاربرد ندارد.

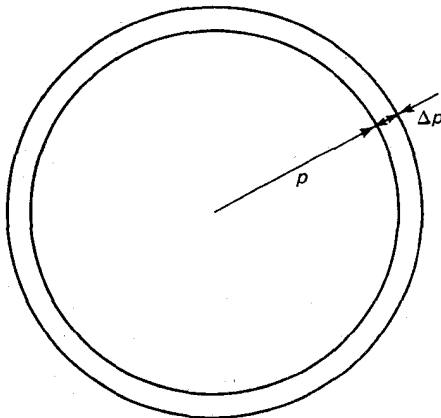
سلول کوانتومی در فضای فاز تعریف می‌شود که فضایی شش بعدی شامل فضای هندسی  $x, y, z$  و فضای تکانه  $p_x, p_y, p_z$  است. برای یک سلول کوانتومی جزء (حجم) در فضای فاز از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = h^3 \quad (۱.۱۴)$$

که در آن  $h$  ثابت پلانک است. حداکثر تعداد الکترون‌های موجود در این سلول کوانتومی دو است. این دو الکترون باید دارای اسپین‌هایی در جهت‌های مخالف باشند.

حالا حجم هندسی یک سانتی‌متر مکعب را در نظر می‌گیریم. در این صورت برای یک سلول کوانتومی خواهیم داشت  $\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = h^3$  و در این فضای تکانه حداکثر دو الکترون می‌توانیم داشته باشیم.

برای الکترون‌های موجود در حجم یک سانتی‌متر مکعب، همه جهت‌های مربوط به یک مقدار مطلق  $p$  بین  $p$  و  $p + \Delta p$  در فضای تکانه را رسم می‌کنیم (شکل ۳.۱۴). همه این جهت‌ها یا پیکانها



شکل ۳.۱۴ حجم فضای فاز مربوط به یک سانتی‌متر مکعب و تکانه‌های بین  $p$  و  $p + \Delta p$  معادل حجم پوسته‌ی کروی به شعاع  $p$  و ضخامت  $\Delta p$  است.

به پوسته کروی ای به شعاع  $p$  و ضخامت  $\Delta p$  ختم می شوند. بنابراین تعداد سلولهای کوانتومی  $N_q$  مربوط به تکانه های بین  $p$  و  $p + \Delta p$  از رابطه زیر به دست می آید

$$N_q = 4\pi p^2 \Delta p / h^3 \quad (2.14)$$

و به این ترتیب حداکثر تعداد الکترونی که در هر سانتی متر مکعب دارای تکانه های بین  $p$  و  $p + \Delta p$  هستند از رابطه زیر به دست می آیند

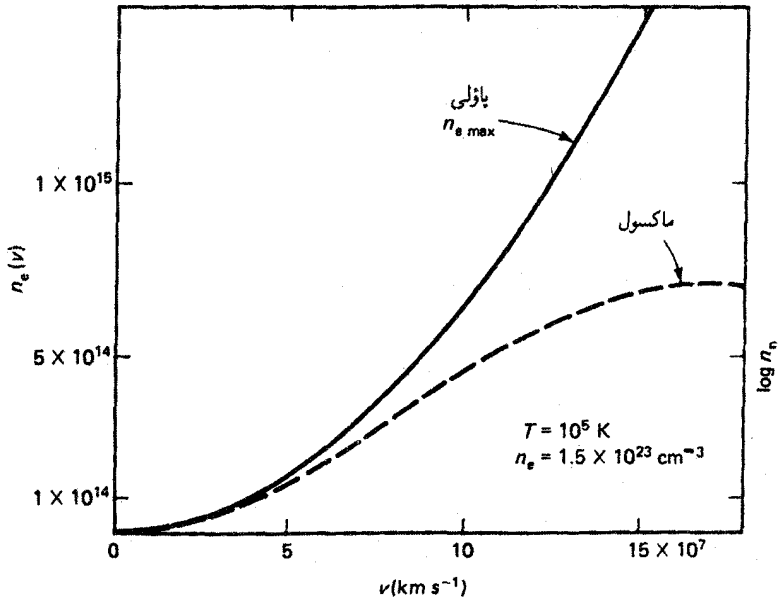
$$n_e(p, \Delta p) \leq 2N_q = 8\pi p^2 \Delta p / h^3 = 8\pi m_e^3 v^2 \Delta v / h^3 \quad (3.14)$$

در این رابطه  $m_e$  جرم الکترون است. با در نظر گرفتن  $p = m_e v$  رابطه بالا به توزیع سرعت مربوط می شود. این رابطه را باید با توزیع ماکسولی سرعت که تعداد الکترونها را در سانتی متر مکعب و سرعت های بین  $v$  و  $v + \Delta v$  را در سانتی متر مکعب به دست می دهد، مقایسه کنیم

$$n_e(v, \Delta v) = n_e \frac{4 \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2kT}\right)}{\sqrt{\pi} \left(\frac{2kT}{m_e}\right)^{3/2}} v^2 \Delta v \quad (4.14)$$

که معمولاً از این رابطه در چگالیهای کم استفاده می کنیم. البته این رابطه تا وقتی صحیح است که تعداد الکترونها به اندازه کافی کم باشد که شرط (۳.۱۴) به هم نخورد. در چگالیهای الکترونی بسیار بالا ممکن است که توزیع ماکسولی تعداد  $n_e(v, \Delta v)$  را بزرگتر از مقدار مجاز مربوط به معادله (۳.۱۴) اصل پاؤلی به دست بدهد.

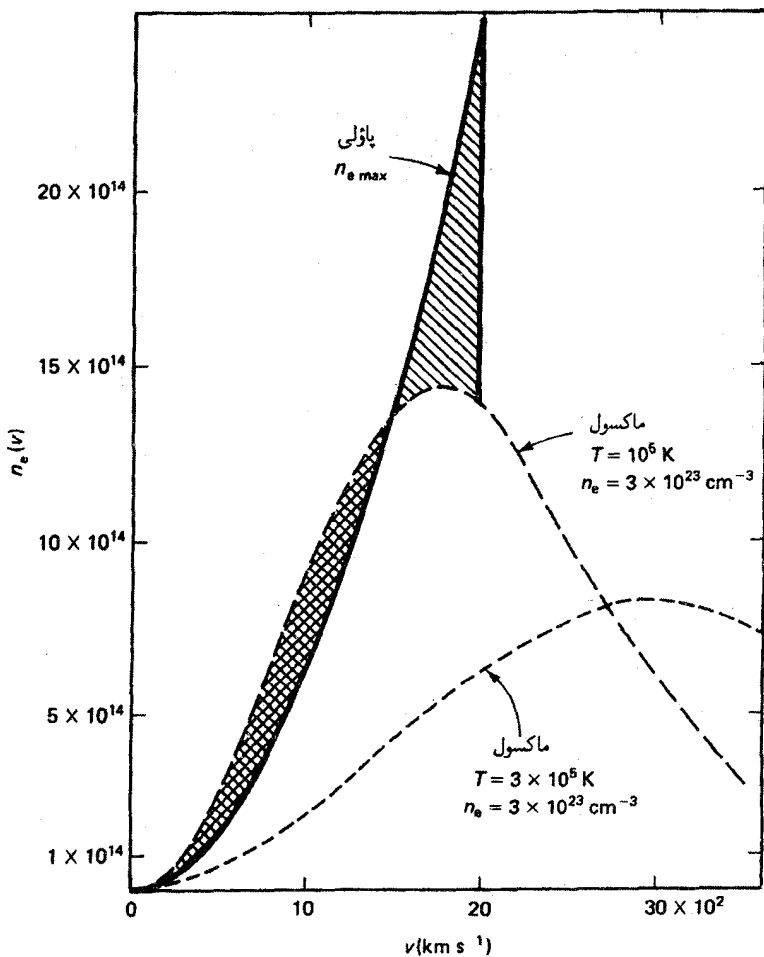
در شکل ۴.۱۴، توزیع ماکسولی انرژی را برای چگالی الکترون  $n_e = 1.5 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$  و دمای  $T = 10^5 \text{ K}$  رسم کرده ایم. همچنین، حداکثر تعداد الکترونها ممکن در سانتی متر مکعب که دارای سرعت  $p/m_e$  هستند نیز رسم شده است. در این چگالی الکترونی  $1.5 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ ، تعداد الکترونها دارای یک سرعت معین در یک سانتی متر مکعب هرگز از تعداد مجاز طبق اصل پاؤلی تجاوز نمی کند. در شکل ۵.۱۴ توزیع ماکسولی سرعت برای چگالی  $n_e = 3 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$  و توزیع  $2N_q$  را رسم کرده ایم. در این چگالی، تعداد الکترونها موجود در سانتی متر مکعب که دارای سرعت معینی هستند و از توزیع ماکسولی به دست می آیند بیش از تعداد مجاز اصل پاؤلی است (ناحیه هاشورخورده در شکل ۵.۱۴ را نگاه کنید). پس این الکترونها نمی توانند دارای چنین



شکل ۴.۱۴ توزیع ماکسولی سرعت برای  $T = 10^5 \text{ K}$  و  $n_e = 1.5 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$  نشان داده شده است. حد بالای  $n_e \text{ max}$  برای الکترونیایی که در هر سانتی متر مکعب قرار دارند و دارای سرعت ثابت و مجازی طبق اصل پاؤلی اند نیز نشان داده شده است (هر دو برای  $\Delta v = 1 \text{ cm s}^{-1}$ ). در چگالی  $n_e = 1.5 \times 10^{23}$ ، تعداد الکترونها دارای یک سرعت معین  $v$  که از توزیع ماکسولی سرعت به دست می آید هرگز از حداکثر تعداد مجاز بنا به اصل پاؤلی تجاوز نمی کند.

سرعتهای پایینی باشند و انرژیهای بالاتر از مقدار حاصل از توزیع ماکسولی است. اگر این انرژی اضافی به کار رود می توان تعداد زیادی از آن الکترونها را در یک سانتی متر مکعب به صورت فشرده جای داد. اگر الکترونها ناحیه هاشور خورده شکل ۵.۱۴ کمترین انرژی ممکن را داشته باشند در این صورت در ناحیه سایه داری ظاهر می شوند که باید به بزرگی ناحیه هاشور خورده باشد تا بتواند همه الکترونیایی را که مجاز نیستند در ناحیه هاشور خورده قرار گیرند در خود جای دهد. توزیع واقعی تکانه مربوط به این چگالی توسط خط ضخیم نوپر در شکل ۵.۱۴ نشان داده شده است. تا تکانه معین  $p_0$ ، که اندازه حرکت فرمی نامیده می شود، توزیع از حداکثر تعداد الکترون ممکن که به صورت  $2N_q$  است پیروی می کند. ضمناً کسری از الکترونها پراثری وجود دارد که همچنان از توزیع ماکسولی پیروی می کند و در دنباله ماکسولی قرار دارند. گازی که اینجا در نظر گرفته شده تا اندازه ای واگن است زیرا دنباله ماکسولی هنوز نسبتاً گسترده است.

اگر چگالی الکترون باز هم افزایش یابد، ناحیه سایه دار رشد کرده و تعداد بیشتری از الکترونها به



شکل ۵.۱۴ حداکثر تعداد الکترونی که دارای یک سرعت معین و مجاز بنا به اصل پاؤلی اند با خط ضخیم توپر نمایش داده شده است. توزیع ماکسولی سرعت برای  $T = 10^5 \text{K}$  مشابه شکل ۴.۱۴ نیز نشان داده شده است ولی این بار برای چگالی الکترونی  $n_e = 3 \times 10^{23}$  که دو برابر مقدار نشان داده شده در شکل ۴.۱۴ است. در چنین چگای الکترونی، تعدادی که از توزیع ماکسولی به دست می آید به اندازه تعداد الکترونی موجود در ناحیه هاشورخورده بیش از تعداد  $n_{e \max}(D)$  مجاز بنا به اصل پاؤلی است. این الکترونها باید انرژیهای بالاتری را به دست آورند و در ناحیه سایه دار ظاهر شوند. توزیع ماکسولی سرعت برای همان  $n_e = 3 \times 10^{23} \text{cm}^{-3}$  ولی در دمای  $T = 3 \times 10^5 \text{K}$  را نیز نشان داده ایم. در دمای  $T = 3 \times 10^5 \text{K}$ ، توزیع انرژی ماکسولی دیگر اصل پاؤلی را به هم نمی زند؛ همه الکترونها، طبق توزیع انرژی ماکسولی، سرعتهای بالاتری دارند و بنابراین الکترونها کمتری دارای سرعتهای کم اند. در این دما هیچ واگنی وجود ندارد. در یک چگالی الکترونی معین، واگنی را می توان با دمایی بالاتر حذف کرد.

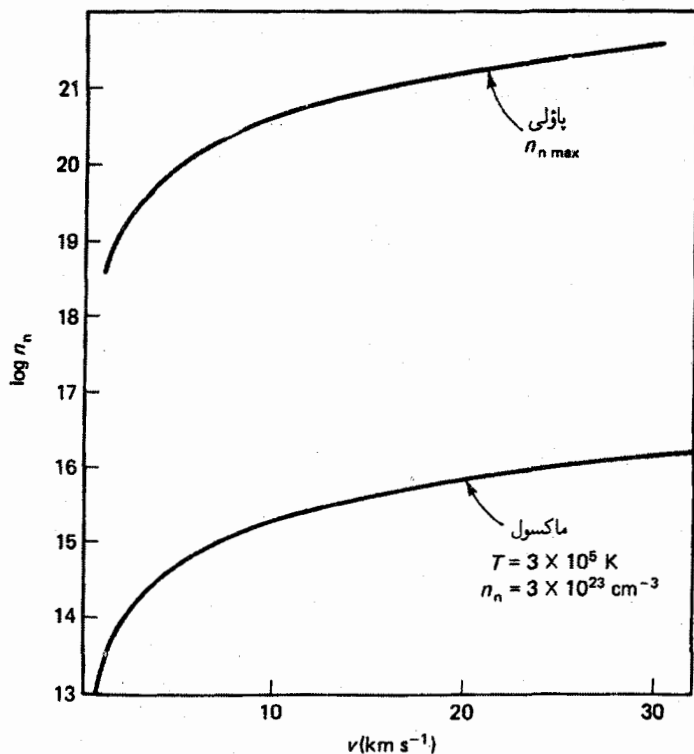
انرژیهای بالاتر می‌رسند.  $p$  رشد می‌کند و دنبالهٔ ماکسول کوچک می‌شود. اگر تعداد الکترونها در دنبالهٔ ماکسول قابل چشمپوشی باشد در این صورت می‌توان از واگن کامل الکترون صحبت کرد. در شکل ۵.۱۴ توزیع انرژی ماکسولی برای همان تعداد الکترون یعنی  $3 \times 10^{23} \text{cm}^{-3}$  ولی در دمای  $3 \times 10^5 \text{K}$  نیز رسم شده است. در این دمای بالاتر همهٔ الکترونها به انرژیهای بالاتری می‌رسند. تعداد الکترونهايي که از توزیع ماکسولی پیروی می‌کنند و دارای سرعت معینی اند هرگز از تعداد مجاز مربوط به اصل پاولی تجاوز نمی‌کنند (که به  $T$  بستگی ندارد). در این دما و چگالی الکترونی  $n_e = 3 \times 10^{23} \text{cm}^{-3}$ ، گاز واگن نمی‌شود حتی اگر در دمای  $T = 10^5 \text{K}$  قرار گیرد. در هر چگالی الکترونی  $n_e$ ، همواره دمایی وجود دارد که توسط آن می‌توان واگنی را از بین برد. اگر دما به اندازهٔ کافی بالا باشد، تعداد الکترونهاي حاصل که توسط توزیع سرعت ماکسولی به دست می‌آیند کمتر از تعداد  $2N_q$  خواهد بود.

حال نگاهی به وضعیت پروتونها یا نوترونها می‌اندازیم. آیا آنها نیز در صورت واگن بودن الکترونها واگن می‌شوند؟ باز هم حداکثر تعداد  $n_n$  نوترونهاي دارای تکانه‌های بین  $p$  و  $p + \Delta p$  از رابطهٔ (۳.۱۴) به دست می‌آید. با در نظر گرفتن  $p = m_n v$  و  $\overline{m_n v^2} = \overline{m_e v^2}$  در دمای یکسان در یک گاز ناواگن،  $\bar{v} \propto 1/\sqrt{m_n}$  و  $\bar{p} \propto \sqrt{m_n}$  به دست می‌آید. در مورد نوترونها همهٔ تکانه‌ها بزرگترند و بنابراین تعداد حالتها یا سلولهای کوانتومی در فضای تکانه برای ذرات سنگین بسیار بیشتر است. طبق معادلهٔ (۳.۱۴)، تعداد مجاز ذراتی که دارای سرعت معین اند به صورت زیر افزایش می‌یابد

$$\frac{\Delta p p^2 (\text{نوترون})}{\Delta p p^2 (\text{الکترون})} \propto \left( \frac{m_n}{m_e} \right)^{3/2}$$

(در سرعتهای کم، تعداد ذراتی که طبق توزیع ماکسولی دارای سرعت معین  $v$  هستند تنها متناسب با  $m^{3/2}$  افزایش می‌یابد.)

در شکل ۶.۱۴، توزیع ماکسولی سرعت برای تعداد نوترونهاي واقع در یک سانتی‌متر مکعب معادل  $3 \times 10^{23} \text{cm}^{-3}$  رسم شده است و همچنین توزیع سرعت طبق معادلهٔ (۳.۱۴) با در نظر گرفتن اصل پاولی نمایش داده شده است. برای این تعداد ذرات در سانتی‌متر مکعب، پدیدهٔ واگنی در الکترونها دیده شد درحالی‌که تعداد نوترونها کاملاً زیر حد اصل پاولی برای همهٔ سرعتها قرار داشت. سرعتها نسبت به شکل‌های ۴.۱۴ و ۵.۱۴ حدود  $10^5$  برابر کمترند. به دلیل جرمهای بزرگتر و اندازه حرکت‌های بیشتر فوتونها و نوترونها می‌توان به چگالیهای ذره‌ای بالاتری از آنها (با ضریبی حدود  $10^5$ ) دست یافت قبل از اینکه به حالت واگنی برسند. البته در هستهٔ چگال هلیومی



شکل ۶.۱۴ توزیع ماکسولی سرعت برای چگالی ذره‌ای نوترونها، یعنی  $n_n = 2 \times 10^{23}$  و  $T = 10^5 \text{ K}$  رسم شده است. حداکثر تعداد نوترونها،  $n_n \text{ max}$ ، که طبق اصل پاؤلی دارای سرعت معین و مجازی‌اند نیز رسم شده است. در یک سرعت معین، تکانه‌های نوترونها به نسبت کسر جرمها بزرگترند بنابراین  $n_n \text{ max}(v) \gg n_e \text{ max}(v)$ . توجه کنید که  $\log n_n$  رسم شده است زیرا در غیر این صورت نمی‌توان توزیع ماکسولی سرعت و حد پاؤلی را در یک منحنی نشان داد. همچنین توجه داشته باشید که سرعتها نسبت به شکلهای ۵.۱۴ و ۶.۱۴ حدوداً  $10^\circ$  برابر کم‌ترند.

پروتون یا نوترونی وجود ندارد و هلیوم از اصل پاؤلی پیروی نمی‌کند. ذرات آلفا واگن نیستند؛ تنها الکترونها موجود در هسته هلیومی واگن‌اند.

#### ۴.۱۴ معادلهٔ حالت در واگنی کامل

از آنجا که فشار گاز را انرژی جنبشی ذرات تعیین می‌کند، در دمای معینی، انتظار فشار بالاتری را برای یک گاز نسبت به یک گاز کامل داریم زیرا، انرژیهای جنبشی ذرات واگن بسیار بیشتر از مقدار مربوط به توزیع ماکسولی است. در یک گاز کاملاً واگن می‌توانیم تکانهٔ فرمی  $p$  را حساب



کرد یعنی حد نهایی تکانه‌ای که تمام حالتها یا سلولهای کوانتومی پرمی شوند. این کمیت تنها تابع چگالی الکترون  $n_e$  است و ارتباطی با دما ندارد. دما تنها دنبالهٔ بسیار پراورزی ماکسولی را کنترل می‌کند که در واگنی کامل شامل تعداد ناچیزی از ذرات است. با دانستن انرژی فرمی مربوط به  $p_0$  می‌توانیم انرژی جنبشی متوسط ذرات را حساب کنیم. با استفاده از این انرژی جنبشی متوسط می‌توانیم فشار گاز را برای مورد گاز کاملاً واگن به‌طریق زیر به‌دست بیاوریم.

حداکثر تعداد الکترونها  $n_e$  در سانتی‌متر مکعب با تکانه‌های تا  $p_0$ ، از تقسیم حجم در فضای فاز (شکل ۳.۱۴ را نگاه کنید) بر اندازهٔ یک سلول کوانتومی یعنی  $h^3$  ضربدر ۲ به‌دست می‌آید که به‌صورت زیر نشان داده می‌شود

$$n_e(p_0) = \int_0^{p_0} \frac{4\pi p^2 \cdot 2}{h^3} dp = \frac{8\pi p_0^3}{3 h^3} \quad (5.14)$$

برای محاسبهٔ فشار مربوط به یک چگالی معین باید چگالی  $\rho$  را به  $p_0$  ربط بدهیم. اگر جرم (ذرات سنگین) بر الکترون برابر با  $\mu_E m_H$  باشد خواهیم داشت

$$m_H \mu_E = \frac{\rho}{n_e} \quad \text{یا} \quad n_e = \frac{\rho}{\mu_E m_H} \quad (6.14)$$

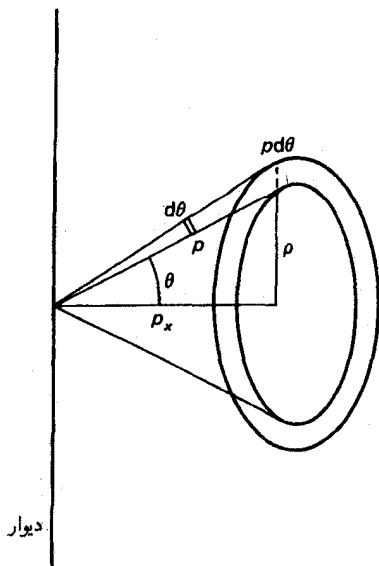
(برای  $\text{He}^{2+}$ ،  $\mu_E = 2$  و برای  $\text{H}^+$ ،  $\mu_E = 1$  است.) با استفاده از معادلات (۵.۱۴) و (۶.۱۴) به‌دست می‌آوریم

$$\frac{1}{\mu_E} \rho = \frac{8\pi m_H}{3 h^3} p_0^3 \quad (7.14)$$

برای محاسبهٔ فشار باید تکانه انتقال یافته به یک دیوار فرضی در گاز را حساب کنیم به‌شرطی که الکترونهايي که از تمام جهتها می‌آیند روی دیوار بازتابیده شوند. انتقال تکانه  $\delta p$  بر الکترون تا تکانه  $p_x$  از رابطهٔ  $\delta p_x = 2p_x = 2p(p_x/p)$  به‌دست می‌آید. تعداد الکترونهاي ورودی در هر سانتی‌متر مربع از دیوار که دارای مشخصه‌های  $p$  و  $p_x$  هستند از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$n_e = dn_e(p, p_x) v_x = dn_e(p, p_x) \frac{p}{m_e} \cos \theta \quad (8.14)$$

که در آن  $\theta$  زاویهٔ بین  $p$  و محور  $x$  هاست (شکل ۷.۱۴).



شکل ۷.۱۴ الکترونهاى با تکانه  $p$  که از داخل حلقه‌اى به ضخامت  $p d\theta$  و شعاع  $\rho = p \sin\theta$  عبور می‌کنند به دیوار برخورد می‌کنند و هر یک هنگام بازتاب تکانه‌اى معادل  $2p_x$  را به دیوار منتقل می‌کنند.

$dn_e(p, p_x)$  حجمى در فضای تکانه است که توسط الکترونهاى با تکانه  $p$  بین مقادیر  $p$  و  $p + dp$  و  $p_x$  اشغال می‌شود و در عدد ۲ ضرب شده و تقسیم بر  $h^3$  می‌شود.

$$dn_e(p, p_x) = \frac{4\pi}{h^3} p^2 dp \sin\theta d\theta \quad (9.14)$$

بنابراین انتقال تکانه کل این الکترونها به دیوار عبارت است از

$$\delta P_e(p, p_x) = \frac{4\pi}{h^3} p^2 \frac{p}{m_e} dp \cos\theta \sin\theta d\theta 2p_x = \frac{8\pi}{m_e h^3} p^3 dp \cos^2\theta \sin\theta d\theta \quad (10.14)$$

انتگرال‌گیری در همه زاویه‌هاى  $\theta$  (روی نیمکره‌اى که ذرات از آن به دیوار برخورد می‌کنند) به رابطه زیر می‌انجامد

$$\Delta P_e(p) = \frac{8\pi}{m_e 3h^3} p^3 dp \quad (11.14)$$

برای محاسبه فشار کل الکترونى باید روی همه تکانه‌هاى  $p$  از صفر تا تکانه فرمى  $p$  انتگرال

بگیریم یعنی

$$P_e = \frac{\lambda\pi}{3m_e h^2} \int_0^{p_0} p^2 dp = \frac{\lambda\pi}{15m_e h^2} p_0^5 \quad (12.14)$$

با استفاده از معادله (۷.۱۴) به دست می‌آوریم

$$p_0^5 = \left( \frac{3}{\lambda\pi} \frac{h^2}{m_H} \right)^{5/2} \frac{\rho^{5/2}}{\mu_E^{5/2}} \quad (13.14)$$

و

$$P_e = K_1 \left( \frac{\rho}{\mu_E} \right)^{5/2} \quad (14.14)$$

که در آن

$$K_1 = \frac{h^2}{30 m_e m_H} \left( \frac{3}{\pi m_H} \right)^{2/2} = 9.91 \times 10^{12} \text{ [cgs]} \quad (15.14)$$

اگر الکترونهاى بیشتر و بیشتری داخل حجم معینی فشرده شوند،  $p_0$  افزایش می‌یابد و سرانجام تعداد زیادی از الکترونها سرعتهایی بسیار نزدیک به سرعت نور  $c$  خواهند داشت. حال دربارهٔ واگنی نسبیتی صحبت خواهیم کرد. در این مورد  $v_x = c(p_x/p) = c \cos \theta$  است و انتگرال مربوط به فشار الکترون به شکل زیر در می‌آید

$$P_e = \int_0^{P_0} \frac{1}{3} pc \frac{\lambda\pi}{h^2} p^2 dp = \frac{\lambda\pi}{3h^2} c \frac{1}{3} p_0^3 = \frac{2\pi c}{3h^2} P_0^2 \quad (16.14)$$

یا

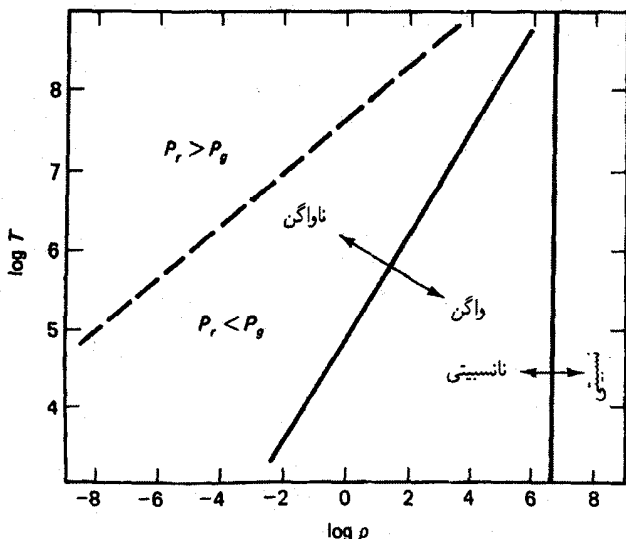
$$P_e = K_2 \left( \frac{\rho}{\mu_E} \right)^{2/2} \quad (17.14)$$

که در آن

$$K_2 = \frac{hc}{\lambda m_H} \left( \frac{3}{\pi m_H} \right)^{1/2} = 1.231 \times 10^{15} \text{ [cgs]} \quad (18.14)$$

برای محاسبهٔ فشار کلی گاز  $P_g$  باید فشار  $P_H$  ذرات سنگین را نیز اضافه کنیم بنابراین

$$P_g = P_e + P_H \quad (19.14)$$



شکل ۸.۱۴ در صفحه  $T$  و  $\rho$  نواحی که از نظر واگنی الکترون اهمیت دارند و نیز جایی که واگنی نسبی حاصل می‌شود نشان داده شده است. همچنین ناحیه‌ای که در آن فشار تابشی اهمیت می‌یابد نمایش داده شده است.

البته، فشار الکترونی گازی با الکترونی‌های واگن بسیار بزرگتر از  $P_H$  است زیرا انرژی جنبشی الکترونها به دلیل واگنی به قدری افزایش یافته است که در واگنی کامل می‌توان فشار مربوط به ذرات سنگین را نادیده گرفت.

نکته بسیار مهم این است که در واگنی کامل طبق معادلات (۱۴.۱۴) و (۱۷.۱۴)، فشار الکترونی به دما بستگی ندارد و فقط تابع چگالی است. چون در واگنی کامل الکترونها  $P_H \ll P_e$ ، فشار گاز که به صورت  $P_g = P_e + P_H$  نیز مستقل از دماست و فقط وابسته به چگالی است. در شکل ۸.۱۴ و در صفحه  $T, \rho$  به‌طور تقریبی نواحی که در آنها واگنی الکترون اهمیت می‌یابد و نیز جایی که واگنی نسبی شروع می‌شود نشان داده شده است. در بخش داخلی خورشید که  $\rho_c \sim 10^2 \text{ g cm}^{-3}$  و  $T_c \sim 1.5 \times 10^7 \text{ K}$ ، به‌رغم افزایش  $\rho$  با ضریبی حدود  $10^\circ$  برابر که می‌تواند منجر به واگنی شود، پدیده مورد نظر هنوز اهمیت چندانی ندارد.

## ۵.۱۴ شروع سوختن هلیوم، جرقه هلیوم

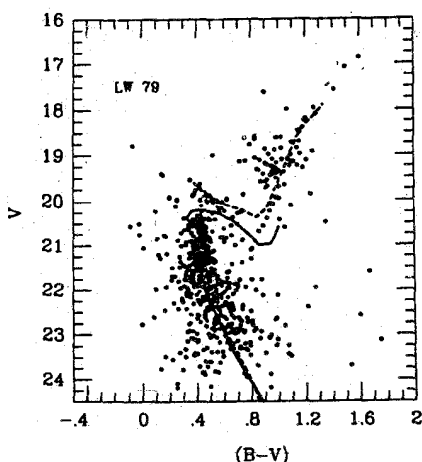
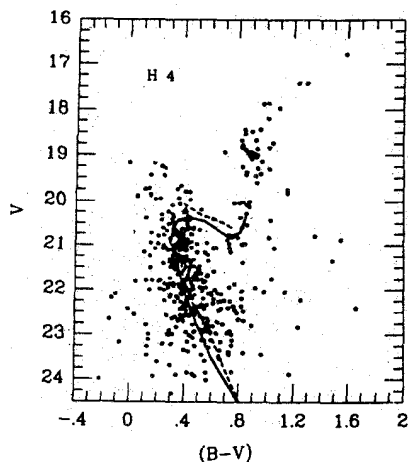
### ۱.۵.۱۴ ستارگان با فراوانیهای فلزی خورشیدی

دیدیم که به دلیل کاهش تعداد ذرات ناشی از برهم‌کنشهای هسته‌ای در هسته و سپس در چشمه

پوسته‌ای، هستهٔ هلیوم سوز منقبض می‌شود و دما افزایش می‌یابد. هنگامی که ستارگانی با جرمهای کمتر از  $2.25 M_{\odot}$  به نوک شاخهٔ غول قرمز می‌رسند، هستهٔ هلیوم ستاره‌ای به اندازه‌ای منقبض می‌شود که الکترونها به‌طور کامل واگن می‌شوند. این یعنی که فشار ناشی از فشار واگنی الکترونی و مستقل از دماست و دما نیز اکنون توسط توزیع انرژی دنبالهٔ پرانرژی بسیار پراکندهٔ توزیع انرژی ماکسولی الکترونها و توسط توزیع انرژی ذرات سنگینی که برهم‌کنشهای هسته‌ای را به وجود می‌آورند تعریف می‌شود. بنابراین دمای آنها بسیار مهم است ولی، نیروهای گرانشی توسط فشار الکترونی به توازن می‌رسند که وابسته به دما نیست. این مسئله پیامدهای مهمی در پایداری تعادل هیدروستاتیکی دارد. در دماهایی حدود  $10^8 K$ ، برهم‌کنشهای سه‌آلفایی، ترکیب سه  $He^4$  و تشکیل یک  $C^{12}$  در هسته‌ای بسیار چگال در نزدیکی مرکز آغاز می‌شود. این فرایندها انرژی تولید و هسته را گرم می‌کنند یعنی باعث افزایش انرژی جنبشی ذرات سنگین می‌شوند. پس از آن برهم‌کنشهای هسته‌ای بیشتری به وقوع می‌پیوندند که باعث افزایش تولید انرژی و غیره می‌شوند. هسته به سرعت گرم می‌شود. اگر فشار تابع دما بود، افزایش  $T$  باعث افزایش فشار می‌شد و سپس هسته منبسط و سرد می‌شد که عامل کاهش تعداد برهم‌کنشهای هسته‌ای به مقدار تعادلی‌اش بود. چون فشار واگنی الکترون مستقل از دماست این مسئله اتفاق نمی‌افتد. هسته منبسط نمی‌شود ولی افزایش تولید انرژی و گرمایش در یک وضعیت عنان گسیخته ادامه می‌یابد که جزقه هلیوم نامیده می‌شود. در این زمان، دمای بخش داخلی ستاره در مدت چند ثانیه تغییر می‌کند؛ ستاره سریع‌تر از آن تغییر می‌کند که رایانه بتواند در حدود سالهای ۱۹۶۰ که جزقه هلیوم کشف شد، آن را دنبال کند.

به‌هرحال با افزایش دما، جمعیت دنبالهٔ ماکسولی توزیع سرعت الکترون بیشتر و بیشتر می‌شود (شکل ۵.۱۴ را نگاه کنید)، و همچنان در دماهای بالاتر، اکثر الکترونها مجدداً از توزیع سرعت ماکسولی پیروی می‌کنند. واگنی از بین می‌رود. با افزایش دما، فشار دوباره افزایش می‌یابد که باعث انبساط هسته می‌شود و از افزایش بیشتر دما جلوگیری می‌کند. در چنین وضعی، ستاره قادر است به یک پیکربندی جدید تعادلی با هستهٔ منبسط‌شدهٔ غیرواگنی برسد که در حال سوزاندن هلیوم داغ است. در نتیجه، چشمهٔ پوسته‌ای که در حال سوزاندن هیدروژن است نیز منبسط می‌شود، به چگالی و دمای پایین‌تری می‌رسد و انرژی کمتری از سوزاندن هیدروژن تولید می‌کند. درحالی‌که مقداری انرژی در هسته بر اثر برهم‌کنش سه‌آلفایی تولید می‌شود.

چون در انتهای پوش هیدروژن، دما دیگر خیلی بالا نیست، پوش کوچک‌شده و ستاره در سطح داغ‌تر می‌شود. البته نه خیلی زیاد زیرا در همان زمان تابندگی‌اش رو به کاهش است. چه چیزی را می‌توان از جزقهٔ هلیوم رصد کرد؟ چیز زیادی وجود ندارد زیرا حداقل هزاران سال طول



شکل ۹.۱۴ نمودارهای قدر رنگ دو خوشه ستاره‌ای H ۴ و LW ۷۹ در ابرهای بزرگ ماژلان پس از تولید جرقه هلیوم، ستارگان سبک به نیمه راه شاخه غول سرخ می‌رسند جایی که در نمودارهای HR خوشه‌های کروی، تشکیل گروهی از ستارگان را می‌دهند. این ستارگان در هسته‌های خود هلیوم می‌سوزانند. در دو خوشه نشان داده شده، گروه ستارگان را می‌توان در  $V \approx 19$  و  $m_V = V - B \approx 1$  تشخیص داد.

می‌کشد تا تابش به سطح ستاره برسد! تا آن زمان اثر مربوطه تخفیف یافته است. برای زمان کوتاهی قبل از اینکه تابندگی ستاره کاهش یابد انتظار مشاهده افزایش کوچکی در آن داریم. در نمودار HR، ستاره در بخش پایینی شاخه غول، جایی که چنین ستارگانی تشکیل گروه ستارگان را می‌دهند، متوقف می‌شود. ستارگان برای مدت زمان نسبتاً طولانی در این ناحیه باقی می‌مانند درحالی‌که مشغول سوزاندن هلیوم در مراکزشان هستند. به همین دلیل است که تعداد زیادی از ستارگان دارای چنین وضعیت تابندگی اند و اینکه چرا در نمودار HR تشکیل یک «گروه» می‌دهند (شکل ۹.۱۴ را نگاه کنید). در ستارگانی که جرمشان بیشتر از  $3M_{\odot}$  است، هسته هلیوم هرگز خیلی واگن نمی‌شود. بنابراین سوختن هلیوم به آرامی و در یک پیکربندی نیمه تعادلی آغاز می‌شود. در این ستارگان جرقه هلیوم مشاهده نمی‌شود.

در ستارگانی که جرمشان کمتر از  $0.5M_{\odot}$  است، هسته هلیوم هرگز به اندازه کافی داغ نمی‌شود و سوختن هلیوم هرگز شروع نمی‌شود.

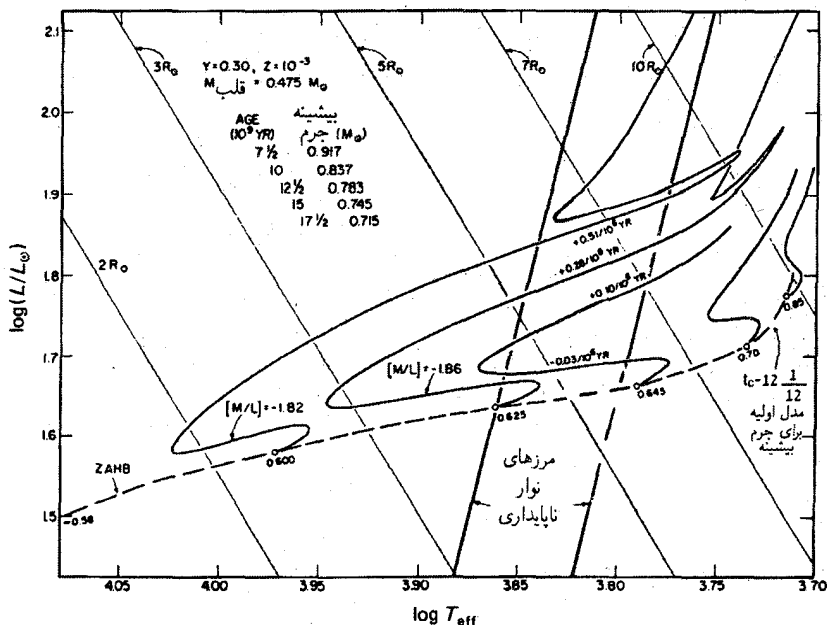
### ۲.۵.۱۴ خوشه‌های کروی که از نظر فلزی فقیرند

در خوشه‌هایی که از نظر فلزی فقیرند، ما شاهد گروه ستارگان در شاخه غول نمودار HR آنها نخواهیم بود در عوض به یک شاخه افقی (HB) برمی‌خوریم که با شاخه غول و در حدود تابندگی

گروه ستارگان ادغام شده است (شکل‌های ۷.۱ و ۸.۱ را نگاه کنید). هنوز نمی‌دانیم چطور ستارگان به‌مکان شاخهٔ افقی در نمودار HR می‌رسند، ولی می‌توانیم به محاسبهٔ پیکربندی‌هایی پردازیم که آنها در چنان وضعیتی قرار می‌دهد (کار تحقیقاتی فالکنر و همکارانش، ۱۹۶۵ را مطالعه کنید). این ستارگان دارای منابع پوسته‌ای هستند که هیدروژن می‌سوزانند و هسته‌های هلیمی که در حال هلیوسوزی هستند. ستارگان فقط می‌توانند پوشه‌های نازک هیدروژنی داشته باشند. هرچه جرم بیشتری در پوش هیدروژنی تلف شود، ستاره داغ‌تر خواهد بود. کم‌جرم‌ترین ستارگان که پوش هیدروژنی‌اند، جمعیت بخش آبی شاخهٔ افقی را تشکیل می‌دهند. هرچه جرم بیشتری در پوش باشد، ستارگان سرخ‌تر خواهند بود. ستارگانی که فراوانیهای بزرگتری از عناصر سنگین دارند عموماً و بیشتر در بخش سرخ HB ظاهر می‌شوند. می‌توانیم گروه ستارگان را به‌صورت خارجی‌ترین بخش سرخ شاخهٔ افقی در نظر بگیریم. چیزی که ما نمی‌دانیم این است که چرا و چگونه ستارگانی که از نظر فلزی فقیرند پس از ظهور جرعه هلیم به‌طور آشکار مقدار زیادی جرم از دست می‌دهند درحالی‌که در ستارگانی که از نظر فلزی غنی‌اند چنین وضعی پیش نمی‌آید. به‌نظر می‌رسد که هسته‌های هلیمی همهٔ ستارگان در لحظهٔ ظهور جرعهٔ هلیم دارای جرم یکسانی‌اند زیرا جرم هسته هلیم تعیین‌کنندهٔ دمای مرکزی است. به‌نظر می‌رسد که ستارگانی که در بخش آبی شاخهٔ افقی قرار دارند نسبت به ستارگان انتهایی سرخ دارای جرم کلی کمتری هستند. همچنین ستارگان آبی شاخهٔ افقی دارای جرمی حدود  $0.55M_{\odot}$  هستند درحالی‌که ستارگان مربوط به شاخهٔ غول سرخ از خوشه‌های کروی، آن‌طور که از عمر خوشه‌ها استنباط می‌شود، جرمی حدود  $8M_{\odot}$  دارند.

### ۶.۱۴ تحول پس از سوختن هلیم هسته

از آنجا که برهم‌کنش سه‌آلفایی خیلی بیشتر از چرخهٔ CNO وابسته به دماست ( $\epsilon \propto T^{30}$ )، تولید انرژی نیز بیشتر در مرکز ستاره تمرکز دارد ولی همهٔ انرژی در هسته تولید نمی‌شود. هنوز چشمهٔ پوسته‌ای وجود دارد که در حال سوزاندن هیدروژن است. خیلی زود، بخش داخلی ستارهٔ هلیمی فقط دارای کربن می‌شود و هستهٔ کربنی به آرامی رشد می‌کند درحالی‌که یک چشمهٔ پوسته‌ای که در حال سوزاندن هلیم است نیز گسترش می‌یابد و راهش را به سمت خارج می‌سوزاند. در همین زمان نیز چشمهٔ پوسته‌ای که هیدروژن می‌سوزاند راهش را به سمت خارج سوزانده و به سطح ستاره نزدیک‌تر می‌شود درحالی‌که پوستهٔ هلیمی رشد می‌کند، این مسئله مجدداً باعث انبساط پوش شده و جمعیت ستارگان I در جهت بالای شاخهٔ غول سرخ تکامل می‌یابند. ما چنین ستارگانی را ستارگان شاخهٔ مجانبی غول می‌نامیم. در جمعیت ستارگان I، این شاخه با اولین شاخهٔ صعودکنندهٔ غول

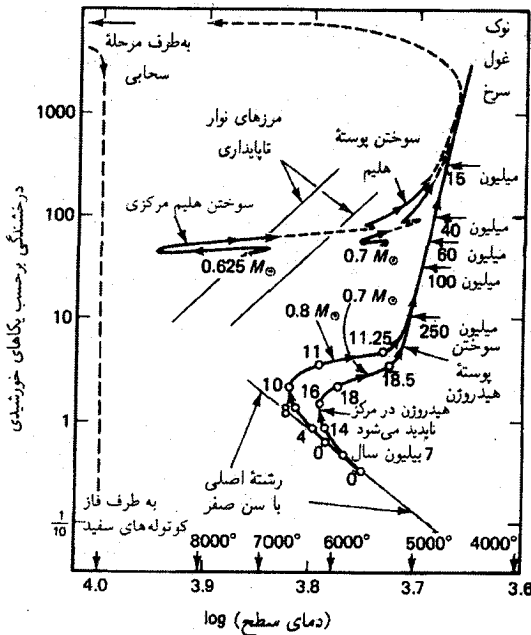


شکل ۱۰.۱۴ مسیرهای تکاملی ستارگان شاخه افقی با جرمهای مختلف در صفحه تابندگی،  $T_{\text{eff}}$  هنگامی که ستارگان شاخه افقی تشکیل یک هسته کربنی می‌دهند و چشمه‌های پوسته‌ای که در حال سوزاندن هلیوم و هیدروژن اند راهشان را به سمت خارج باز می‌کنند، تابندگی ستارگان به میزان کمی افزایش یافته و ستارگان دوباره منبسط می‌شوند درحالی‌که به سمت شاخه غول سرخ در نمودار HR حرکت می‌کنند. این ستارگان شاخه مجانب غول را اشغال می‌کنند.

سرخ سازگاری دارد. اسم مورد نظر از خوشه‌های گویسان که از نظر فلزی فقیرند گرفته شده است (شکلهای ۷.۱ و ۸.۱ را نگاه کنید).

جمعیت ستارگان II شاخه افقی نیز دارای یک هسته کربنی در حال رشدند که اطراف آن را چشمه پوسته‌ای هلیوم‌سوز در بر گرفته است. هنگامی که چشمه‌های پوسته‌ای هلیوم‌سوز در این ستارگان به سمت خارج شاخه افقی می‌سوزند، پوشه‌های ستاره دوباره منبسط و سردتر می‌شوند ولی زمانی که منطقه همرفتی خارجی در انتقال انرژی به سمت خارج سهیم باشد تابناک‌تر می‌شود. شکل ۱۰.۱۴ مسیرهای تکاملی ستارگان افقی با جرمهای مختلف را نشان می‌دهد. این ستارگان به سمت اولین شاخه صعودکننده غول تکامل می‌یابند ولی کاملاً به آن نمی‌رسند. آنها اندکی از اولین غولهای صعودکننده درخشان‌ترند و به همین دلیل است که شاخه مجانبی غول نامگذاری شده است (شکلهای ۷.۱ و ۸.۱ را نگاه کنید که در آنها شاخه مجانبی غول به وضوح قابل شناسایی است). این ستارگان در طول صعودشان روی شاخه مجانبی غول دارای دو چشمه پوسته‌ای هستند.



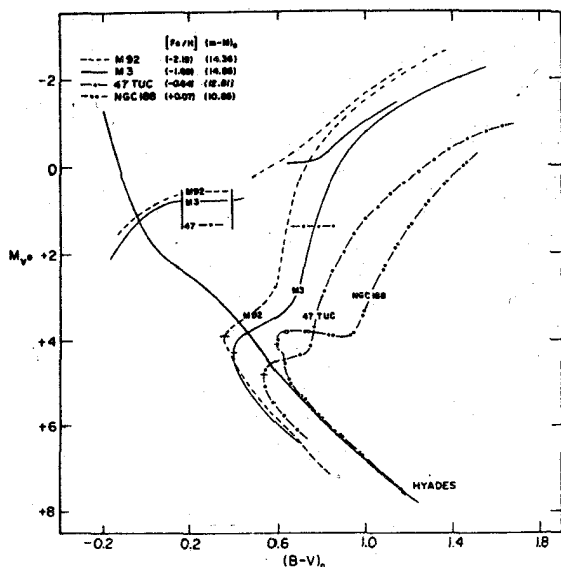


شکل ۱۱.۱۴ مسیرهای تکاملی مربوط به جمعیت ستارگان II با مشخصه‌های  $0.7$  و  $0.8 M_{\odot}$ . در اینجا از فراوانی  $Y = 0.3$  و هلیوم و فراوانی یک عنصر سنگین با مشخصه  $Z = 10^{-3}$  استفاده شده است. در شاخه‌های رشته اصلی و زیرغولها، زمانهای تکامل از لحظه ورود به سن صفر رشته اصلی و برحسب بیلیونها سال حساب شده‌اند. در شاخه غول سرخ، زمانهای تکامل از یک پیکان به بعدی برحسب میلیونها سال است. در شکل، نوار ناپایداری،  $T_{\text{eff}}$  و محدوده‌ای از  $L$  که در آن ستارگان شروع به تیش می‌کنند نیز نشان داده شده است (فصل ۱۷ را نگاه کنید). از نوک شاخه مجانبی غول، ستارگان احتمالاً از طریق مرحله سحابی سیاره‌ای تکامل می‌یابند تا به کوتوله‌های سفید تبدیل شوند که این پدیده به وسیله خط چینهای بلند نمایش داده شده است.

شکل ۱۱.۱۴ همه مسیرهای تکاملی را برای ستاره‌ای با مشخصات  $0.8$  و  $0.7 M_{\odot}$  نشان می‌دهد که این اطلاعات را این (۱۹۷۱) گردآوری کرده است. در این نمودار، زمانهای تکامل مربوط به فازهای مختلف نیز مشخص شده‌اند.

آبی‌ترین ستارگان شاخه افقی که جرم پوش آنها بسیار کم است، به سمت شاخه مجانبی غول تکامل نمی‌یابند؛ در عوض، این ستارگان در جهت آبی نمودار HR و در واقع به سمت ناحیه کوتوله سفید حرکت می‌کنند (فصل ۱۶ را نگاه کنید).

همان‌طور که در شکل ۱۲.۱۴ که نمودار قدر رنگ ترکیبی چندین خوشه گویسان است نشان

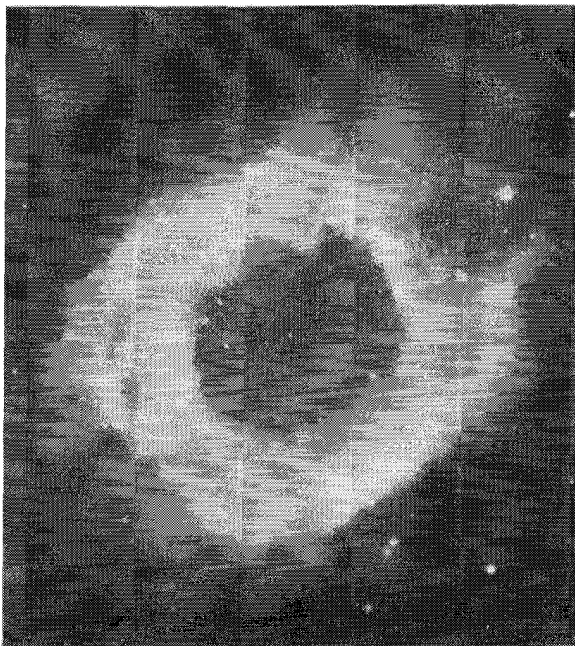


شکل ۱۲.۱۴ نمودار قدر رنگ ترکیبی چندین خوشه ستاره‌ای با فراوانیهای گوناگون عناصر سنگین نشان داده شده است.  $[Fe/H]$  به معنی  $\log(Fe/H) - \log(Fe/H)_{\odot}$  است. مدولهای فاصله خوشه‌های مختلف طوری تعیین شده‌اند که با رشته‌های اصلی سازگار باشند و دارای تابندگیهای نشان داده شده توسط ستارگان نزدیکی باشند که از نظر فلزی فقیرند و دارای فراوانیهای مشابه هستند (نگاه کنید به شکل ۹.۱۰). در ستارگانی که از نظر فلز غنی‌ترند، شاخه‌های غول سرخ نسبت به خوشه‌هایی که از نظر فلزی فقیرند به تابندگیهای پایین‌تری ختم می‌شوند.

می‌دهد، شاخه‌های مجانبی و غول سرخ نوک‌دار هستند. ستارگان دیگر در امتداد شاخه‌های غول سرخ تکامل نمی‌یابند. برای ستارگان که از نظر فلزی غنی‌اند (مانند خوشه گویسان M ۶۷ یا ۱۸۸ NGC)، این نوک در تابندگیهای پایین‌تر از ستارگانی که از نظر فلزی فقیرند، مانند خوشه گویسان M ۹۲، ظاهر می‌شوند. احتمالاً پدیده خاصی در نوک شاخه‌های مجانب غول اتفاق می‌افتد.

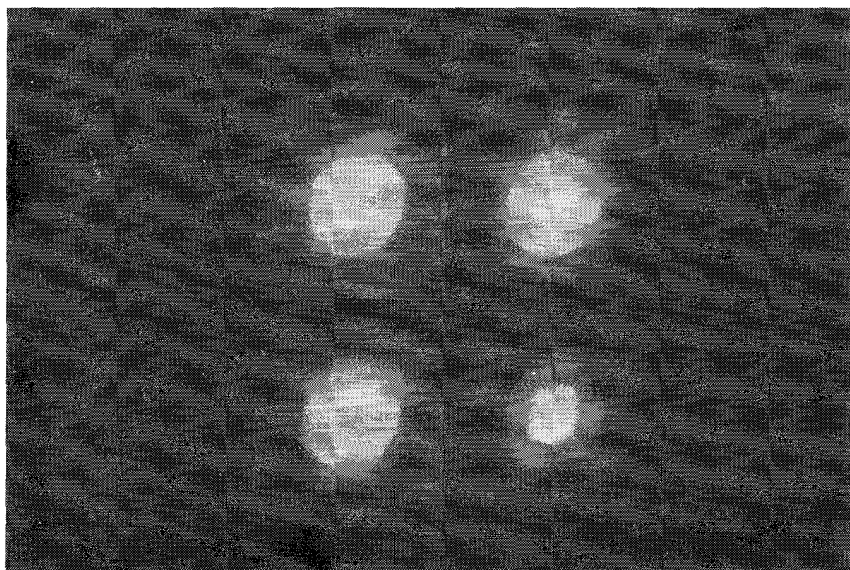
## ۷.۱۴ سحابیهای سیاره‌ای

می‌توانیم آنچه را در نوک شاخه غول سرخ اتفاق می‌افتد به وسیلهٔ رصد سحابیهای سیاره‌ای بینیم (شکلهای ۱۳.۱۴ و ۱۴.۱۴ و نیز جلد اول کتاب را نگاه کنید). این سحابیهای سیاره‌ای که عمدتاً در بخش خطوط طیفی گسیل شده درخشان‌اند، دارای نوعی شکافتگی در نمایه‌های خطی هستند (شکل ۱۵.۱۴). هنگامی که شکاف طیف‌نگار به اندازه قطر سحابی باز می‌شود، در نزدیکی گوشه



شکل ۱۳.۱۴ سحابی سیاره‌ای NGC ۷۲۹۳.

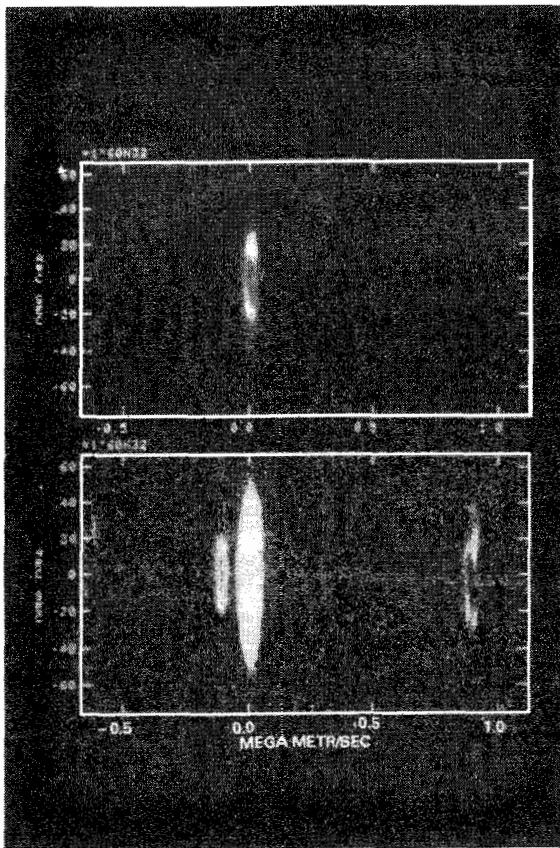
سحابی تنها یک خط طیفی دیده می‌شود در حالی که در مرکز سحابی دو مؤلفه وجود دارد که یکی به سمت سرخ و دیگری به سمت آبی جابه‌جا شده که نشان‌دهنده انبساط سحابی است (شکل ۱۶.۱۴ را نگاه کنید). چون سحابی از نظر نوری نازک است می‌توانیم هم ماده پستی و هم جلویی آن را ببینیم. ماده‌ای که جلوی آن قرار دارد به طرف ما حرکت می‌کند، ماده‌ای که در جهت پشت آن قرار دارد از ما دور می‌شود که در نتیجه آن یک خط طیفی دوتایی در مرکز به وجود می‌آید. در «بالا» و «پایین» سحابی، حرکت، عمود بر خط دید است و هیچ اثری از پدیده دوپلر دیده نمی‌شود. سرعتهای انبساط حدود  $30^\circ$  تا  $60^\circ$  کیلومتر در ثانیه‌اند. انبساط این سحابیها از یک ستاره مرکزی شروع می‌شود که قابل رصد ولی معمولاً نور آن بسیار ضعیف است زیرا اکثر سحابیهای سیاره‌ای در فاصله‌های بسیار دوری قرار دارند. نکته جالب در مورد سحابیهای سیاره‌ای این است که انگار «ساعتی» به آنها متصل شده است. چون این سحابیها از یک ستاره مرکزی منبسط می‌شوند، ابعادشان متناسب با زمان افزایش می‌یابد. هرچه شعاع بزرگتر باشد، زمان طولانی‌تر است زیرا، پدیده انبساط یا انفجار شروع می‌شود. بنابراین می‌توانیم تحول زمانی سحابی و به همراه آن تکامل ستاره مرکزی را مطالعه کنیم. همان‌طور که اولین بار اودل (۱۹۶۸) متوجه شد، ستارگان مرکزی



شکل ۱۴.۱۴ چهار عکس مربوط به سحابی سیاره‌ای NGC ۳۲۴۲، که با صافی‌هایی گرفته شده‌اند که تنها نسبت به نورهای نزدیک خط  $H\alpha$  هیدروژن در  $\lambda = 6562.8 \text{ \AA}$  (سمت چپ بالا)، خط ممنوع III O در  $\lambda = 8446.0 \text{ \AA}$  (سمت راست بالا) و خط ممنوع N II در  $\lambda = 6583 \text{ \AA}$  (سمت چپ پایین) شفاف‌اند. خط He II تنها از نواحی داخلی سحابی گسیل می‌شود. پس در چنین خطی سحابی کوچکتر به‌نظر می‌رسد (سمت راست پایین).

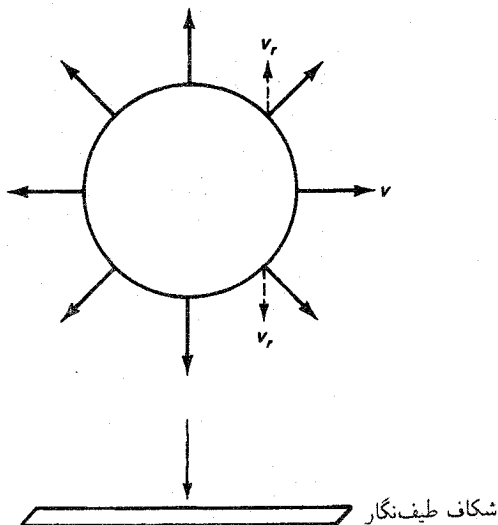
سحابیهای سیاره‌ای که دارای شعاعهای بزرگتری هستند داغ‌ترند درحالی‌که تابندگیهای ستارگان مرکزی تقریباً و تا زمانی که به دماهای حدود  $60000 \text{ K}$  برسند ثابت باقی می‌مانند. به محض رسیدن ستارگان مرکزی به چنین دماهای بالا (و شعاعی کوچک)، تابندگی‌شان کاهش می‌یابد. در چنین زمانی ستارگان مرکزی زیر رشته اصلی ستاره هیدروژنی و در مکانی قرار می‌گیرند که تنها ستارگان هلیمی یا ستارگانی وجود دارند که هنوز دارای  $\mu$  بالاترند. در چنین ستارگانی، سحابیها به قدری بزرگ و کم‌نورند که مسئله آشکارسازی و رصد آنها عملاً امکان‌پذیر نیست.

حتی در مراحل اولیه تکامل، هنگامی که سحابی سیاره‌ای هنوز کوچک است، دمای همه ستارگان مرکزی سحابیهای سیاره‌ای بیشتر از  $10000 \text{ K}$  یعنی داغ‌تر از ستارگان A<sup>0</sup> است. در چنین ستارگانی، سحابیهای سیاره‌ای دارای شعاعی حدود نصف بیشینه شعاع ممکن برای رصدند قبل از اینکه بسیار کم‌نور شوند. ما نمی‌توانیم مبدأ انبساط را بینیم زیرا، گاز هیدروژن سحابی سیاره‌ای به یک چشمه نوری مرکزی با دمای بالا نیاز دارد تا آن را یونیده کند. تنها پس از یونش است



شکل ۱۵.۱۴ طیف مربوط به سحابی سیاره‌ای NGC ۳۲۴۲ با قدرت تفکیک بالا. در طیف بالایی، درخشندگی به صورت تابعی از سرعت و طبق رابطه  $\nu = c\Delta\lambda/\lambda$  نشان داده شده است. سرعت برحسب واحدهای  $1000 \text{ km s}^{-1}$  است. شکاف طیف‌نگار در طول «محور بلند» سحابی قرار دارد. در طیف پایینی نیز همان طیف دیده می‌شود ولی درخشندگی متناسب با لگاریتم شار دریافتی است. این مسئله باعث ایجاد خطهای کم‌نورتر می‌شود. خطهای مشاهده‌شده از سمت چپ به راست عبارت‌اند از He II در  $1\text{\AA}$ ،  $6560\text{\AA}$ ،  $\text{H}\alpha$  در  $6562.8\text{\AA}$  و N II ممنوع در  $6583\text{\AA}$ . در مرکز، طیف پیوسته ستاره مرکزی کم‌نور دیده می‌شود. همه خطوط در بخشهای مرکزی ستاره دچار نوعی شکافتگی می‌شوند که این مسئله به دلیل انبساط سحابی است که در شکل ۱۶.۱۴ در مورد آن بحث شد.

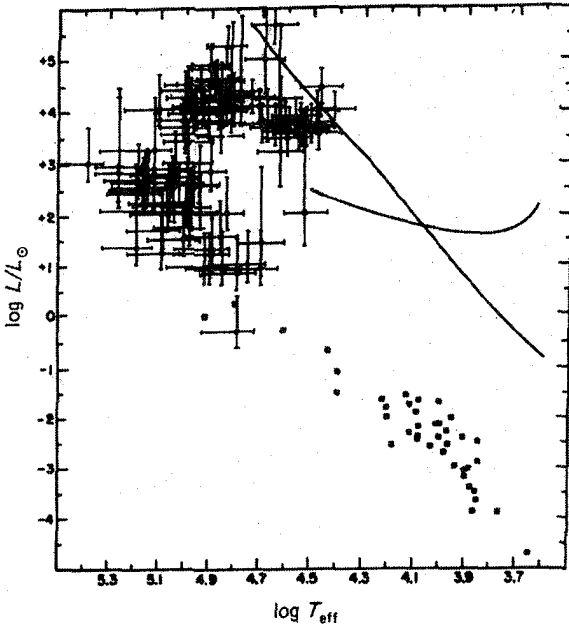
که مبدأ در خطوط گسیلی رصدشده می‌درخشد. تا زمانی که ستاره مرکزی سردتر از  $10000\text{K}$  باشد، گاز هیدروژن در سحابی سیاره‌ای یونیده نمی‌شود و سحابی سیاره‌ای تاریک است. حال می‌توانیم مانند اودل، مکان ستارگان مرکزی سحابیهای سیاره‌ای گوناگونی را که در نمودار



شکل ۱۶.۱۴ شکافت خطهای طیف گسیلی سحابیهای سیاره‌ای را شرح می‌دهد. ما دو ناحیه از سحابی در حال انبساط را مشاهده می‌کنیم که یکی از ما دور (احتمالاً پشت سحابی) و دیگری به ما نزدیک می‌شود (احتمالاً جهت رویی سحابی). در گوشه‌های سحابی، ماده، عمود بر خط دید حرکت می‌کند و تنها یک خط، آن هم با مقداری جابه‌جایی نسبت به سرعت دستگاه مشاهده می‌شود.

HR سنهای مختلفی دارند رسم کنیم (شکل ۱۷.۱۴ را نگاه کنید). این ستارگان تشکیل سری می‌دهند که از طریق آن می‌توانیم زمان یا مراحل تحول را تفسیر کنیم زیرا می‌دانیم که سردترین ستارگان مرکزی مربوط به کوچکترین و در نتیجه جوانترین سحابیها هستند و داغ‌ترین آنها مربوط به بزرگترین و قدیمی‌ترین سحابیها. جهت تحول باید از سمت راست به چپ باشد. می‌توانیم زمان  $t$  مربوط به این تحول را نیز با اندازه‌گیری افزایش شعاع سحابی  $\Delta r = v \times t$  و تقسیم آن بر سرعت انبساط  $v$  حساب کنیم. این رابطه به ما نشان می‌دهد که تحول کامل سحابیهای سیاره‌ای رصدشده تنها حدود ۲۰۰۰۰ سال طول می‌کشد!

می‌توانیم با برون‌یابی این مراحل تکاملی به عقب برگردیم و به زمانی برسیم که سحابی تاریک و نامرئی است. این تصور در مورد ستاره مرکزی معقول به نظر می‌رسد که ابتدا در نوک شاخه غول سرخ قرار داشته است یعنی وقتی که نسبت به انلاف زیاد جرم ناپایدار شد و حدود ۱۰ تا ۵۰ درصد از جرمش را بیرون راند. بنابراین پوش کامل هیدروژنی تلف و منبسط شد تا اینکه به یک سحابی سیاره‌ای تبدیل شد درحالی که، ستاره مرکزی عمدتاً هسته کربنی یک غول سرخ بود که دارای پوش هلیمی و نیز در ابتدا یک چشمه پوسته‌ای هلیم‌سوز بود. اگر کمترین اثری از هیدروژن



شکل ۱۷.۱۴ موقعیتهای ستارگان مرکزی سحابیهای سیاره‌ای در نمودار قدر رنگ. خطوط خطا نشان داده شده‌اند. هنگامی که سحابی منبسط می‌شود، ستاره مرکزی کوچکتر و داغ‌تر می‌شود تا اینکه به ناحیه کوتوله سفید می‌رسد. تکامل از سمت راست به سمت چپ است. موقعیتهای شاخه رشته اصلی و افقی نیز توسط خطوط توپر نمایش داده شده‌اند.

باقی می‌ماند، چشمه پسته‌ای هیدروژن احتمالاً خاموش می‌شد زیرا با نزدیک شدن به سطح بیش از حد سرد می‌شد. ما هنوز علت رانده شدن پوش را نمی‌دانیم (شتاب تابشی می‌تواند یک دلیل آن باشد) همچنین، تاکنون فرایند شکل‌گیری چنین سحابی سیاره‌ای را رصد نکرده‌ایم آن هم به این خاطر که سحابی سرد و در نتیجه نامرئی است. رصدهای فروسرخ می‌توانند سحابیهای سیاره‌ای را در ابتدایی‌ترین مراحلشان آشکار کنند که در این رابطه چندین نامزد معرفی شده است. در تعدادی ابرغول تابناک و سرد که در یک دستگاه مزدوج یا دوتایی قرار دارند، مانند  $\alpha$ Her، نشانه‌هایی در نمایه‌های خط K کلسیم Ca مربوط به جرم خروجی دیده می‌شود. اینکه مورد فوق ربطی به شکل‌گیری بعدی یک سحابی سیاره‌ای دارد یا خیر هنوز معلوم نیست، از طرفی سازوکاری که منجر به چنین خروجی می‌شود مشخص نیست.

در فصل ۱۶ دربارهٔ اینکه بعداً چه اتفاقی برای ستارگان مرکزی سحابیهای سیاره‌ای می‌افتد صحبت خواهیم کرد.

## تحول ستارگان سنگین

### ۱.۱۵ تحول در طول شاخهٔ غول

تحول ستارگان نیز، درست مانند تحول ستارگان سبک، ناشی از تغییر ترکیب شیمیایی به دلیل تبدیل هیدروژن به هلیوم بر اثر همجوشی است البته، هستهٔ همرفتی این ستارگان طوری است که هلیوم تازه شکل‌گرفته به طرز یکنواختی در سرتاسر هسته مخلوط می‌شود. وقتی هیدروژن مصرف می‌شود، هستهٔ همرفتی منقبض و دچار کاهش جرم می‌شود (زیرا مقدار  $\kappa + \sigma$  در هر گرم کاهش می‌یابد و در نتیجه  $\nabla_r$  کاهش پیدا می‌کند)؛ پس از آن اختلاط در کسر جرمی کوچکتری صورت می‌گیرد درحالی‌که مقداری ماده، که در ابتدا بخشی از ناحیهٔ همرفتی بوده است در ناحیه‌ای پایدار، به همراه افزایش کوچکی در فراوانی هلیوم و نیز کسرهای  $N^{14}/C^{12}$  و  $C^{13}/C^{12}$  باقی می‌ماند (شکل‌های ۲.۱۳ و ۴.۱۳ را نگاه کنید). وقتی که جرم هستهٔ همرفتی باز هم کاهش می‌یابد، هنوز ناحیهٔ دیگری خارج از منطقهٔ همرفت وجود دارد که در آن فراوانی هلیوم و کسرهای  $N^{14}/C^{12}$  و  $C^{13}/C^{12}$  بیشتر است. هستهٔ همرفتی باقیمانده به‌طور یکنواختی از هیدروژن خالی می‌شود درحالی‌که، در حجم کوچکتری منقبض و داغ‌تر می‌شود. منابع پوسته‌ای سوزانندهٔ

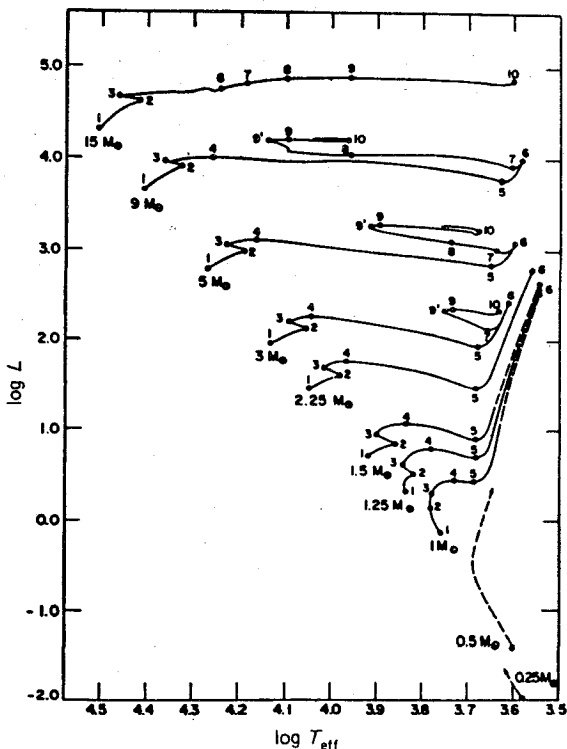


هیدروژن نیز در اطراف هسته هلیمی ستارگان تشکیل می‌شوند. مجدداً هسته مانند یک ستاره هلیمی عمل می‌کند که دارای دمای بسیار بالایی است؛ دما در پایین پوش هیدروژنی به قدری بالاست که قادر به حفظ تعادل هیدروستاتیکی در پوش هیدروژنی نیست. پوش منبسط و سطح ستاره‌ای سردتر می‌شود و ستاره در نمودار HR به طرف ناحیه غول سرخ حرکت می‌کند. مجدداً یک ناحیه همرفتی خارجی هیدروژن به وجود می‌آید و به لایه‌های عمیق و عمیق‌تر ستاره می‌رسد. در نهایت بر اثر این فرایند مقداری از ماده که در ابتدا در هسته همرفتی قرار داشته است به سمت بالا رانده می‌شود این موقعی است که کسر نسبتاً بزرگی از جرم ستاره در هسته آن متمرکز است. چنانکه قبلاً دیدیم، فشار و چگالی گاز در مرکز در ستارگان سنگین نسبت به ستارگان سبک کمتر است؛ حتی طی انقباض هسته هم چگالی در ستارگان سنگین تحول یافته آن قدر بالا نمی‌رود که الکترون‌ها واگن شوند. بنابراین وقتی که دمای مرکزی به  $10^8$  K می‌رسد، همجوشی هلیم به  $C^{12}$  (یعنی برهم‌کنش سه آلفایی) می‌تواند به آرامی آغاز شود. دما بالا می‌رود و فشار افزایش می‌یابد. ستاره قدری منبسط می‌شود و به حالت تعادل جدیدی می‌رسد.

در ستارگان بسیار سنگین ( $M > 15M_{\odot}$ )، دمای داخلی به قدری بالا می‌رود که سوختن هلیم آغاز می‌شود درحالی‌که این ستارگان هنوز نزدیک رشته اصلی‌اند.

## ۲.۱۵ سفرهای کوتاه حلقه آبی

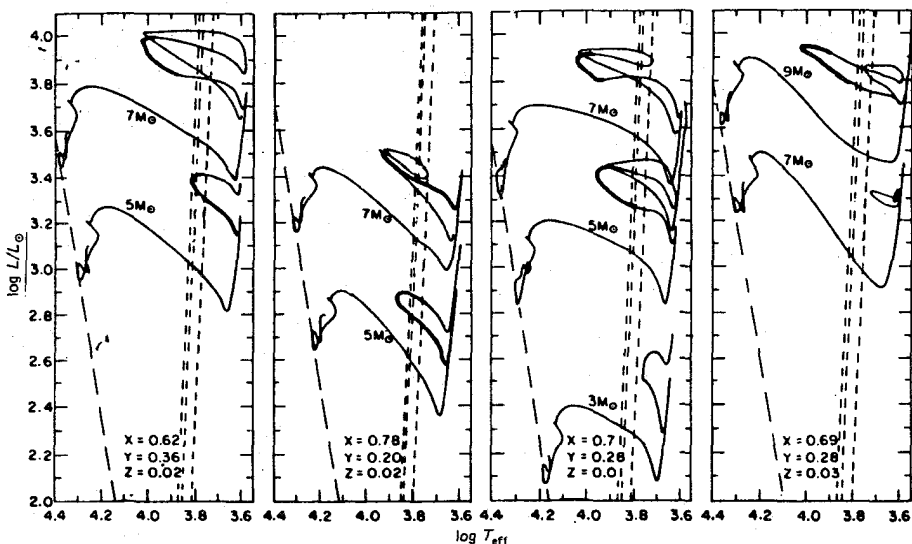
ستارگان سنگین‌تر، برخلاف ستارگان سبک، تابندگی‌شان را طی تحول چندان افزایش نمی‌دهند (شکل ۱.۱۵ را نگاه کنید). سوختن هلیم در مرکز وقتی آغاز می‌شود که جرم هسته هلیمی حدوداً بیش از  $47M_{\odot}$  باشد این وقتی اتفاق می‌افتد که ستارگان به ناحیه غول سرخ می‌رسند. پس از آن، هم هسته و هم منبع پوسته‌ای هیدروژن سوز منبسط می‌شوند، بنابراین کمتر از قبل در تولید انرژی کل شرکت می‌کنند. دما در پایه پوش هیدروژنی کاهش می‌یابد، پوش هیدروژنی منقبض می‌شود و  $T_{\text{eff}}$  افزایش پیدا می‌کند. در نمودار HR، ستاره به حلقه آبی عزیزت می‌کند. وقتی که هلیم بیشتری در مرکز مصرف و بر اثر همجوشی به  $C^{12}$  تبدیل می‌شود، تعداد ذرات کاهش می‌یابد و هسته ضمن گرم شدن منقبض می‌شود. پوش هیدروژنی مجدداً منبسط می‌شود. در نمودار قدر رنگ، ستاره دوباره به طرف قرمز حرکت می‌کند. این فرایند در نهایت باعث ایجاد یک ستاره کربنی در مرکز ستاره هلیمی می‌شود. وقتی که چشمه پوسته‌ای هلیم سوز به طرف خارج می‌سوزد، ستاره کربنی سنگین‌تر می‌شود. پوش به انبساط خود ادامه می‌دهد و سرد می‌شود (شکل‌های ۱.۱۵ و ۲.۱۵ را نگاه کنید). در ستارگان سنگین، وقتی واکنش‌های هسته‌ای جدید به وقوع می‌پیوندد



شکل ۱.۱۵ مسیرهای تحولی ستارگانی با جرمهای مختلف. در ستارگان سنگین‌تر، تابندگیهای غولهای سرخ همانند ستارگان سبک‌تر افزایش نمی‌یابد. بلافاصله پس از رسیدن ستارگان سنگین‌تر به ناحیه غول سرخ، واکنش سه‌آلفایی شروع می‌شود. نقاط شماره‌دار نشان‌دهنده مکان شروع سوختن هلیوم‌اند. اعداد دیگر نشان‌دهنده سایر مراحل تحول‌اند.

احتمال چندین عزیمت حلقه‌ای وجود دارد (شکل ۲.۱۵ را نگاه کنید). اینکه ستاره تا چه حد به طرف آبی حرکت می‌کند، به‌طور حساسی بستگی به فراوانیهای شیمیایی و طبقه‌بندی آنها در ستاره دارد. حلقه‌های آبی در فراوانیهای کم عناصر سنگین، نسبت به فراوانیهای زیاد فلزی بیشتر به طرف آبی گسترش پیدا می‌کنند. همین‌طور، حلقه‌های بالا برای جرمهای بالاتر نسبت به جرمهای پایین‌تر بیشتر به طرف آبی گسترش می‌یابند. به‌نظر می‌رسد که این حلقه‌ها در جرمهایی حدود ۲ یا ۳ برابر جرم خورشید (بسته به فراوانیهای شیمیایی) ناپدید می‌شوند. ستارگان در نزدیکی شاخه غول سرخ باقی می‌مانند. شکل ۲.۱۵ مسیرهای تحولی ستارگانی را که دارای جرمها و ترکیبهای شیمیایی مختلفی‌اند نشان می‌دهد که توسط پِکر، ایبن و تاگیل محاسبه شده است (۱۹۷۷).

در فصل ۸ دیدیم که در فرایند سه‌آلفایی مقدار انرژی آزادشده در هر گرم حدود ۱۰ درصد

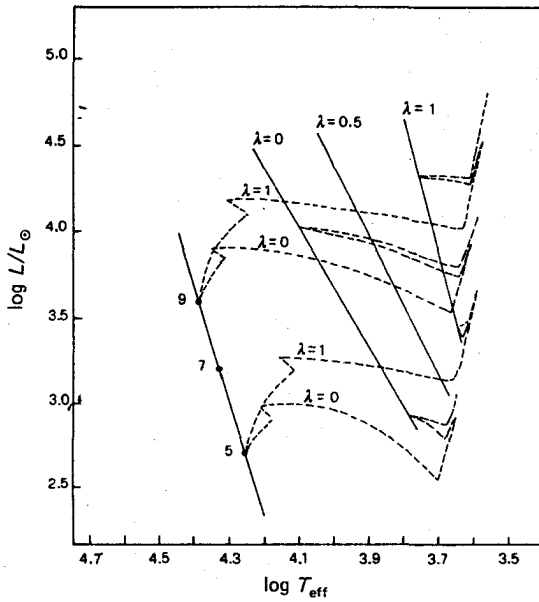


شکل ۲.۱۵ در طول مراحل پیشرفته تحول، ستارگان سنگین با مشخصه  $M > 3M_{\odot}$ ، چندین عزیمت حلقه‌ای آبی انجام می‌دهند به شرطی که وقوع واکنشهای جدید هسته‌ای در هسته آنها میسر شود. تابندگیها و گسترش حلقه‌های آبی بستگی به ترکیبات شیمیایی دارد که این را می‌توان از مقایسه شکل‌های مختلف مشاهده کرد. فراوانیهای به‌کاررفته در شکلها داده شده‌اند. افزایش فراوانی هلیوم تابندگیها را افزایش می‌دهد. افزایش فراوانی عنصر سنگین تابندگیها را کاهش می‌دهد و حلقه‌ها را کوتاه می‌کند. خط‌چینهای تقریباً عمودی، نوار ناپایداری قیفاووس را نشان می‌دهند (فصل ۱۷ را نگاه کنید).

انرژی است که بر اثر سوختن هیدروژن آزاد می‌شود (جدول ۱.۸ را نگاه کنید). در این مرحله هلیوم کمتری نسبت به مقدار هیدروژن سوخته‌شده در رشته اصلی می‌سوزد. بنابراین، طول عمر ستاره در حلقه آبی تنها چند درصد طول عمر رشته اصلی است. ستارگان بخش اعظم این زمان را نزدیک نوک حلقه‌های آبی می‌گذرانند. چون تبدیل هلیوم به کربن در هسته فرایند نسبتاً کندی است، تحول از قرمز به آبی، زمانی که چشمه پوسته‌ای راهش را به طرف خارج می‌سوزاند، بسیار کندتر از عبور از آبی به قرمز است. در شکل ۲.۱۵ مراحل تحول کند با خط‌های ضخیم‌تر نشان داده شده است.

### ۳.۱۵ بستگی تحول به اختلاط داخلی

قبلاً دیدیم که در میزان اختلاط ماده غنی از هلیوم با لایه‌های خارجی، عدم قطعیت وجود دارد که این به دلیل پدیده نیمه همرفتی، مقدار نامشخص فراجت همرفتی و نیز به خاطر سایر سازوکاری ممکن اختلاط مانند اختلاط بر اثر چرخش دیفرانسیلی قوی است (که ناپایداری شوبرت-گلدرایش



شکل ۳.۱۵ مقایسه مسیره‌های تحولی ستارگانی با مشخصات  $M = 9M_{\odot}$  و  $M = 5M_{\odot}$  که دارای ترکیبات شیمیایی یکسان ولی درجه اختلاط مختلف در فاز رشته اصلی هستند. با اختلاط بیشتر ( $\lambda = 1$ ) یعنی فراحتی حدود یک برابر ارتفاع مقیاس فشار) در هسته ستارگان رشته اصلی، تابندگی فاز غول افزایش می‌یابد که این مورد با اختلاط بدون فراحت ( $\lambda = 0$ ) مقایسه شده است تابندگی حلقه آبی باز هم افزایش یافته است. خطوط توپر سمت راست، نوک حلقه‌های آبی مربوط به پارامترهای مختلف اختلاط  $\lambda$  را به یکدیگر وصل می‌کند. خط توپر سمت چپ، رشته اصلی را نشان می‌دهد.

نامیده می‌شود). بنابراین مطالعه این مسئله مهم است که اگر میزان اختلاط بزرگتر از مقدار فرض شده در محاسباتی باشد که تاکنون درباره آن بحث شده است، انتظار چه نوع تغییراتی را در تحول ستاره‌ای داریم.

در شکل ۳.۱۵ مسیره‌های تحولی «استاندارد» ( $\lambda = 0$ ) را که به روش استاندارد (یعنی فرض شده که هیچ نوع اختلاط فراحتی خارج هسته همرفتی وجود ندارد و فرض بر این است که یک طبقه‌بندی فراوانی در ناحیه نیمه همرفتی برقرار است که باعث پایداری آن می‌شود) محاسبه شده‌اند با مسیره‌های تحولی به دست آمده توسط برتلی، برسان و کیوسی (۱۹۸۵) مقایسه کرده‌ایم که در آن افراد فرض کرده‌اند که به دلیل فراحت همرفتی، اختلاط به میزان  $\frac{1}{3}$  ( $\lambda = 0.5$ ) یا  $1$  ( $\lambda = 1$ ) ارتفاع مقیاس فشار، بالای ناحیه همرفتی ناپایدارگسترش پیدا می‌کند. بین این مسیره‌ها چند اختلاف قابل توجه وجود دارد. در مورد اختلاط افزایش یافته به مطالب زیر می‌رسیم:

الف) طول عمر رشته اصلی ستاره‌ای با جرم معین بیشتر می‌شود زیرا منبع بزرگتری از هیدروژن را می‌توان به آن وصل کرد قبل از اینکه، هیدروژن تمام شود و چشمه پوسته‌ای گسترش یابد.

ب) تابندگی  $L$  شاخه غول نسبت به ستارگان رشته اصلی با جرم معین، افزایش می‌یابد.

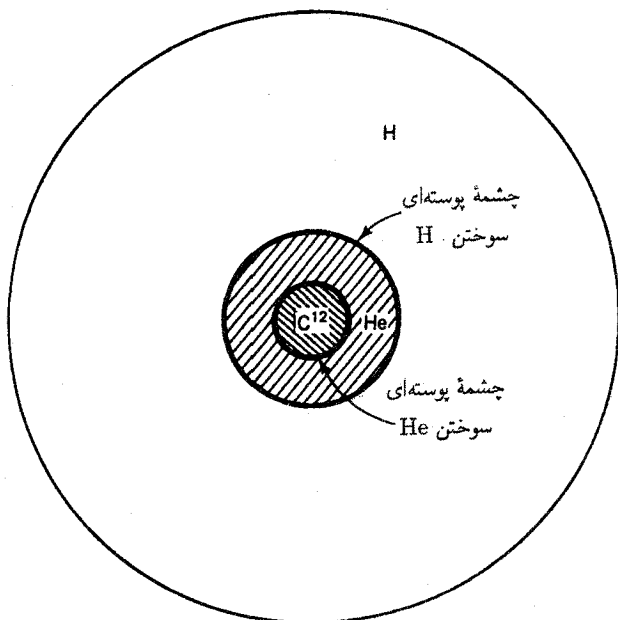
ج) تابندگی حلقه‌های آبی حتی بیشتر از تابندگی شاخه غول افزایش می‌یابد به طوری که تفاوت بیشتری در  $L$  مربوط به ستاره حلقه آبی با جرم مشخص و غولی با همان جرم و نیز بین یک ستاره حلقه آبی و ستاره‌ای از رشته اصلی که دارای جرمهای یکسان‌اند دیده می‌شود.

بنابراین در ستارگانی که دارای اختلاط افزایش یافته‌اند، جرم یک ستاره تحول یافته که تابندگی مشخصی دارد، کوچکتر از ستاره‌ای است که از نظریه استاندارد تحول تبعیت می‌کند. در یک اختلاط فراجت به میزان یک برابر ارتفاع مقیاس بالای هسته همرفتی، جرم انتظاری حدوداً ۲۰ درصد کمتر است. کاهش جرم با گسترده شدن فراجت افزایش می‌یابد.

اگر جرم ستارگان حلقه آبی را از طریق ستارگان دوتایی به دست بیاوریم می‌توانیم میزان اختلاط اضافی را در ستارگان تعیین کنیم. در مطالعات اخیر، جرمهای ابرغولها کوچکتر از مقدار انتظاری نظریه استاندارد تحول به دست آمده‌اند که این احتمالاً حاکی از اختلاط اضافی در نواحی داخلی ستارگان سنگین رشته اصلی است، ولی شاید تصحیحات دیگری نیز در این نظریه لازم باشد مثلاً تغییراتی که باید در مورد ضرایب جذب داخلی منظور شود.

## ۴.۱۵ تحول پس از سوختن هسته هلیمی

در شکل ۴.۱۵ ساختار یک ستاره را پس از تبدیل کسر بزرگی از ستاره هلیمی به کربن یا شاید اکسیژن نشان داده‌ایم که این وابسته به دمای مرکزی یعنی وابسته به جرم ستاره است. در دماهای بالاتر،  $C^{12}$  می‌تواند با یک هسته  $He^4$  ترکیب شود و تشکیل  $O^{16}$  دهد. بنابراین در هسته مخلوطی از کربن و اکسیژن وجود دارد که توسط باقیمانده ستاره هلیمی احاطه شده و در حصار پوش هیدروژنی است. در هر مرزی یک چشمه پوسته‌ای وجود دارد. محاسبات نشان می‌دهند که در این مرحله از تحول چشمه پوسته‌ای هیدروژنی دوباره اهمیت بیشتری می‌یابد و پوش هیدروژنی منبسط می‌شود، ستاره دوباره به طرف قرمز تحول پیدا می‌کند درحالی‌که هسته اکسیژن کربن منقبض و گرم می‌شود. سرانجام دمای مرکزی به اندازه‌ای افزایش می‌یابد که امکان وقوع واکنشهای هسته‌ای بیشتری را فراهم می‌کند. دو  $C^{12}$  می‌توانند با یکدیگر ترکیب شوند و تولید  $Mg^{24}$  کنند. ممکن است ستاره وارد حلقه آبی جدیدی بشود ولی طول عمر در این حلقه آبی همچنان کوتاه‌تر است زیرا انرژی کمتری در این فرایند سوختن حاصل می‌شود. احتمال کمی وجود دارد که ستارگان



شکل ۴.۱۵ طرح ساختار ستاره پس از تبدیل کسر بزرگی از هسته ستاره هلیمی به  $C^{12}$ . در دماهای بالاتر امکان تبدیل مقداری  $C^{12}$  به  $O^{16}$  وجود دارد.

را در حلقه آبی دوم مشاهده کنیم. بیشترین احتمال وجود دارد که هر ابرغولی را در اولین حلقه آبی ببینیم که احتمالاً از سمت قرمز به آبی عبور می‌کند. در حالات بسیار نادری ابرغول در جهت دیگری عبور می‌کند. اکثر ابرغولهای سرد قبلاً حداقل یک بار غول سرخ بوده‌اند.

## ۵.۱۵ جرقه کربن

در ستارگان سنگین انتظار دیدن جرقه هلیم را نداریم زیرا چگالی در هسته هلیمی آنها آن قدر بالا نیست که موجب واگنی الکترون شود. البته، وقتی ستاره هلیم را به کربن تبدیل می‌کند، هسته بیشتر منقبض می‌شود. در ستارگانی که دارای جرمهایی بین  $2.25 M_{\odot}$  و حدود  $5 M_{\odot}$  هستند، پس از سوختن هلیم این احتمال وجود دارد که چگالی به قدری بالا برود که پدیده واگنی الکترون رخ دهد. پس از آن با آغاز سوختن  $C^{12}$ ، انرژی گرایزان تولید می‌شود تا آنکه دما به اندازه‌ای بالا می‌رود که قادر به از بین بردن واگنی است و هسته طوری منبسط می‌شود که آهنگ واکنش هسته‌ای کاهش می‌یابد و تعادل جدیدی برقرار می‌شود. هنوز مشخص نیست که آیا شروع انفجاری سوختن کربن می‌تواند به انفجار ستاره بینجامد یا نه. این مسئله وابسته به تعداد نوترینوهای تولیدشده در

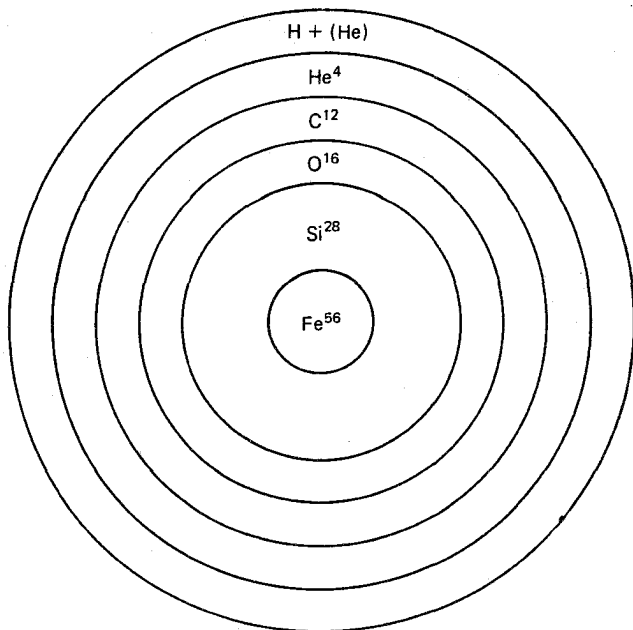
دماهای بالاست. چون نوترینوها می‌توانند به راحتی بگریزند سازوکار خنک‌کننده مناسبی را فراهم می‌کنند که اتلاف گرما را کند می‌کند. بررسی این مسئله که شروع انفجاری سوختن کربن می‌تواند منجر به انفجار یک ابرنواختر بشود یا نه بسیار جالب است.

## ۶.۱۵ تحول ستارگان سنگین خارج حلقه‌های آبی

پس از تمام شدن کربن در هسته و انقباض و گرمایش بیشتر آن، به روش برون‌یابی می‌توان تحقیق کرد که چه اتفاقی در بخش داخلی ستارگان سنگین می‌افتد. با افزایش  $Z$ ، واکنشهای هسته‌ای بین ذرات به وجود می‌آید که در نتیجه آن، عناصر سنگین و سنگین‌تری تشکیل می‌شود تا اینکه عناصری از گروه آهن مانند  $Fe$ ،  $Ni$  و  $Co$  ساخته می‌شوند. این واکنشهای همجوشی تا شکل‌گیری چنین هسته‌هایی همچنان انرژی آزاد می‌کنند زیرا، جرم به ازای هر نوکلئون نیز در حال کاهش است. در موقع ترکیب ذرات با یکدیگر انرژی بستگی  $\Delta mc^2$  آزاد می‌شود (جدول ۱.۸ را نگاه کنید). البته تشکیل هسته از هسته‌های گروه آهن فراتر نمی‌رود زیرا در این صورت برای ساختن عناصر سنگین‌تر، انرژی به جای آزاد شدن مصرف می‌شود. سرانجام به ستاره‌ای می‌رسیم که به‌طور کیفی شبیه به شکل ۵.۱۵ است. این ستاره دارای هسته‌ای از عناصر گروه آهن است که توسط پوسته‌هایی از عناصر سبک‌تر احاطه شده است (مانند لایه‌های پیاز). خارجی‌ترین پوسته‌ها هلیوم و هیدروژن‌اند. شکل ۵.۱۵ در مورد ستارگانی به‌کار می‌رود که دارای جرم‌هایی بزرگتر از حدود  $12M_{\odot}$  تا  $15M_{\odot}$  هستند.

## ۷.۱۵ ابرنواخترهای نوع II

ابرنواخترهای نوع II احتمالاً در سیستم‌های ستاره‌ای پیرمانند کهکشانهای بیضوی مشاهده نمی‌شوند. بنابراین، عقیده بر این است که ابرنواخترهای نوع II تنها مربوط به جمعیت‌های ستاره‌ای جوان‌اند. این نوع ستارگان اغلب به نواحی بزرگ H II مربوط‌اند، یعنی به نواحی که در آنها هیدروژن یونیده است. این یعنی که ابرنواخترهای نوع II باید مربوط به ستارگان داغی باشند که قادر به تولید فوتونهای پرانرژی برای یونش‌اند این مشاهدات نشان می‌دهند که احتمالاً ستارگان فوق مربوط به مراحل بسیار پیشرفته‌ای از تحول ستارگان نسبتاً سنگین‌اند. تنها دو امکان دلیل مقدار انرژی زیادی است که در این انفجار حاصل می‌شود ( $10^{52}$  erg): واکنشهای هسته‌ای یا شکل‌گیری یک ستاره نوترونی (بخش ۲.۸ و جلد اول را نگاه کنید). در شکل‌گیری یک ستاره نوترونی با مشخصات



شکل ۵.۱۵ ستارگان بسیار سنگین ( $M > ۱۲M_{\odot}$ )، در طول مراحل پیشرفته تحول ستاره‌ای و در ناحیه داخلی‌شان تولید عناصر سنگین و سنگین‌تری می‌کنند. سنگین‌ترین هسته‌ها در داخلی‌ترین بخش هسته یافت می‌شوند، که توسط پوسته‌هایی که به ترتیب دارای عناصر سبک‌تری هستند احاطه شده است. ستاره شبیه پیازی با لایه‌های مختلف است (در این شکل مقیاس رعایت نشده است).

$۱M_{\odot}$  و شعاعی حدود  $۱۰^۶$  cm  $\sim ۱۰$  km ( $\sim ۱۰^۸$  cm) انرژی آزادشده گرانشی  $E_g$  عبارت است از

$$E_g = \frac{GM^2}{R} \sim \frac{۶۶ \times ۱۰^{-۸} \times ۴ \times ۱۰^{۶۶}}{۱۰^۶} \sim ۳۰ \times ۱۰^{۵۲} \text{ erg}$$

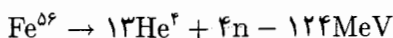
که انرژی زیادی در انفجار یک ابرنواختر محسوب می‌شود. انرژی کل هسته‌ای  $E_n$  قابل حصول حدود  $\Delta MC^2$  است که  $\Delta M$  کسر جرمی تبدیل‌شده به انرژی و حدود یک درصد جرم ستاره‌ای است. بنابراین در ستاره‌ای که جرمش  $۱۰$  برابر جرم خورشید است خواهیم داشت

$$E_n \sim ۱۰^{-۲} \times Mc^2 = ۱۰^{-۲} \times ۲ \times ۱۰^{۳۴} \times ۹ \times ۱۰^{۲۰} \text{ erg} = ۲ \times ۱۰^{۵۲} \text{ erg}$$

که برای انفجار ابرنواختر نیز کافی است. از طرف دیگر، اگر ابرنواختر مربوط به مراحل آخر تحول ستارگان سنگین باشد در این صورت الزاماً همه انرژی هسته‌ای قبلاً صرف تابندگی ستاره در طول عمر آن شده است.

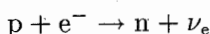


وقتی که ستاره‌ای با جرم  $10^6 M_{\odot}$  تا  $4^0 M_{\odot}$  به مرحله‌ای می‌رسد که در شکل ۵.۱۵ نشان داده شده است، افزایش بیشتر چگالی و دمای مرکزی که به دلیل واکنشهای هسته‌ای خارج هسته  $Fe^{56}$  است، منجر به تولید انرژی هسته‌ای بیشتری در بخش داخلی ستاره خواهند شد در عوض، فرایندی مشابه «یونش» صورت می‌گیرد.  $Fe^{56}$  توسط فرایند تلاشی نوری زیر به هلیم تبدیل می‌شود:



که در آن  $n$  به جای نوترون قرار گرفته است. این یعنی که مقدار زیادی انرژی در ناحیه مرکزی از بین می‌رود. (چون فشار توسط الکترونهاى آزاد فراهم می‌شود، این فرایند باعث افزایش فشار نمی‌شود زیرا تعداد ذرات سنگین افزایش می‌یابد.)

در این دماها و چگالیها فرایند دیگری نیز رخ می‌دهد. پروتونها در هسته‌ها با الکترونها ترکیب می‌شوند و به طریق زیر تولید نوترون می‌کنند



الکترونها و پوزیترونها نیز می‌توانند نابود شوند و تولید نوترینو کنند. این فرایندها فشار را کاهش می‌دهند زیرا الکترونها مصرف می‌شوند و انرژی تلف می‌شود. به دلیل فشار کاهش یافته الکترونی که حالا دیگر نمی‌تواند وزن ماده در برگیرنده آن را تحمل کند، هسته  $Fe$  تقریباً آزادانه فرو می‌ریزد تا اینکه چگالیهای هسته‌ای حاصل می‌شوند. الزاماً در هسته، همه الکترونها و پروتونها با یکدیگر ترکیب می‌شوند و در چنین چگالیهای بالایی تولید نوترون می‌کنند. در چنین وضعیتی مقاومت نسبت به تراکم بیشتر به شدت افزایش می‌یابد و در نتیجه عمل فروریزش متوقف می‌شود. تغییر فشار باعث تولید امواج صوتی می‌شود که به دام می‌افتند و تشکیل یک موج ضربه‌ای می‌دهند که در جرمهای ستاره‌ای بین حدود  $10^6$  و  $15M_{\odot}$  به‌وضوح می‌تواند منجر به انفجار لایه‌های خارجی ستاره شود. نتیجه‌ای که از نظریه به‌دست می‌آید شکل‌گیری یک ستاره نوترونی در مرکز با جرمی تقریباً معادل جرم اولیه هسته آهنی است با این تفاوت که شامل نوترونهاست. تجزیه  $Fe$  حدود دو سوم انرژی آزادشده در فروریزش را مصرف می‌کند ولی به‌نظر می‌رسد که انرژی کافی برای انفجار باقی می‌ماند. تاکنون در ستارگانی که جرمشان بیش از حدود  $15 M_{\odot}$  تا  $2^0 M_{\odot}$  است، هیچ انفجاری به‌طور نظری پیش‌بینی نشده است. پس از آن کل ستاره برای همیشه فرو می‌ریزد. ستارگان بسیار سنگین ممکن است چاره دیگری نداشته باشند جز اینکه نهایتاً به سیاهچاله تبدیل شوند. البته، بررسی این مسئله توسط ما به عنوان ناظر، نیاز به مدت زمان نامحدودی دارد.

## مراحل نهایی تحول ستاره‌ای

### ۱.۱۶ ستارگان کاملاً واگن، کوتوله‌های سفید

در فصل ۱۴ دیدیم که ستارگان سبک موقع رسیدن به نوک شاخهٔ مجانبی غول پوش هیدروژنی‌شان را از دست می‌دهند. آنچه باقی می‌ماند یک هستهٔ واگن کربن-اکسیژن است که توسط پوش هلیمی احاطه شده است. جرم این هستهٔ باقیمانده تقریباً ۵٫۰ تا ۷٫۰ جرمهای خورشیدی است که احتمالاً چندان به جرم اولیه و فراوانیهای فلزی وابسته نیست. چگالی به قدری بالاست که جز در پوش خارجی، الکترونها به‌طور جزئی یا کاملاً واگن‌اند. همچنین دیدیم که احتمالاً ستارگان مرکزی سحابیهای سیاره‌ای که با کاهش شعاع همچنان جرم از دست می‌دهند و دمای سطحشان افزایش می‌یابد مسیر تحولی این باقیمانده‌ها را مشخص می‌کنند: به‌نظر نمی‌رسد که تابندگی این باقیمانده‌ها خیلی تغییر کند تا اینکه، به ناحیه‌ای زیر رشتهٔ اصلی می‌رسند (شکل ۱۴.۱۴ را نگاه کنید). بخشهای داخلی این باقیمانده‌ها برای شروع هر نوع واکنش جدیدی به اندازهٔ کافی داغ نیستند. وقتی که باقیمانده‌ها شروع به از دست دادن پوش هیدروژنی می‌کنند، همچنان دارای چشمهٔ پوسته‌ای سوزانندهٔ هلیم و هیدروژن‌اند. زمانی که پوش هیدروژنی نابود می‌شود چشمهٔ پوسته‌ای

هیدروژن سوز آن قدر به سطح نزدیک می‌شود که بیش از حد سرد و بالاخره خاموش می‌شود. منبع پوسته‌ای هلیوم سوز مدت بیشتری دوام می‌آورد ولی سرانجام این چشمه نیز با نزدیک شدن ستاره به ناحیه کوتوله سفید خاموش می‌شود. باقیمانده در نهایت به ستاره واگنی ختم می‌شود که هیچ چشمه انرژی هسته‌ای در داخلش وجود ندارد ولی هنوز دماهای بسیار بالایی دارد. این آغاز تحول یک کوتوله سفید است. در این مرحله، انرژی در سطح ستاره از بین می‌رود که مجدداً توسط انرژی داخلی یعنی انرژی گرمایی ذرات سنگین تجدید می‌شود. الکترون‌ها کاملاً واگن‌اند و نمی‌توانند انرژی‌شان را کاهش بدهند. به دلیل اتلاف انرژی، ستاره به آرامی سرد می‌شود. اما برخلاف ستارگان ناواگن، فشار ستاره واگن با کاهش دما تغییر نمی‌کند زیرا ستاره توسط فشار الکترون‌های واگنی به توازن می‌رسد که بر اثر کاهش دما تغییر نمی‌کند. بنابراین ستاره منقبض نمی‌شود؛ بلکه با حفظ ابعاد فقط سرد می‌شود.

این ستارگان در کجای نمودار HR قرار دارند؟ در تعادل هیدروستاتیکی باز هم باید شرط زیر برقرار باشد

$$\frac{dP_g}{dr} = -\rho \frac{GM_r}{r^2}, \quad \frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (۱.۱۶)$$

تفاوتی که تا اینجا برای ستارگان در نظر گرفته شده، رابطه بین  $P$  و  $\rho$  است، که در مورد ستارگان کاملاً واگن مستقل از دماست بنا براین برای انتگرال‌گیری از معادلات (۱.۱۶) نیاز به هیچ معادله‌ای نداریم که مانند ستارگان ناواگن، طبقه‌بندی دما را توصیف کند. چنانکه در بخش ۳.۱۴ دیدیم، جرم  $\mu_E$  ذرات سنگین) واحد ذره واگن، یا در این مورد الکترون است.  $K_1 = 9.9 \times 10^{12}$  برحسب یگاهای cgs است. پس معادلات (۱.۱۶) دو معادله دیفرانسیل برای دو تابع مجهول  $M_r(r)$  و  $P_g(r)$  با  $\rho = \rho(P_g)$  (یا  $P_g = P_g(\rho)$ ) و با دو شرط مرزی‌اند: یکی در مرکز، یعنی در  $r = 0$ ،  $M_r = 0$  و دیگری در سطح، یعنی  $M_r = M$  برای  $P_g = 0$ . برای یک  $M$  معین، حلی برای این جواب مورد نظر به  $T_{\text{eff}}$  یا  $L$ ، که مقدارشان با توجه به معادله هیدروستاتیک نامعین است وابسته نیست. یک مجموعه کامل حل برای مقادیر مختلف  $T_{\text{eff}}$  و  $L$  در جرم معلوم  $M$  وجود دارد. در ستارگان واگن، تعادل هیدروستاتیکی دمای مرکزی  $T_c$  را مشخص نمی‌کند بلکه فقط  $R$  یا  $\rho$  را تعیین می‌کند.

برای اینکه به‌طور کیفی مشاهده کنیم که چه رابطه‌ای بین  $M$  و  $R$  وجود دارد، باید مشابه همان

روشی عمل کنیم که در فصل ۳ انجام دادیم یعنی، وقتی که یک رابطه مقدماتی جرم-تابندگی برای ستارگان رشته اصلی به دست آوریم. از آنجا که در اینجا دما و در نتیجه تابندگی وارد مسئله نمی‌شوند، انتظار داریم که تنها به رابطه‌ای بین جرم و شعاع برسیم. می‌توانیم یک رابطه کیفی بین  $M$  و  $R$  به دست بیاوریم به شرطی که تمام متغیرها را با مقادیر متوسط جایگزین کنیم. می‌توان گفت

$$\frac{dP_g}{dr} \approx -\frac{P_c}{R} \quad \text{و} \quad \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \text{و} \quad \frac{\bar{M}_r}{\bar{r}^2} \sim \frac{M}{R^2} \quad (2.16)$$

به همراه رابطه بالا از معادله (۱.۱۶) به دست می‌آوریم که

$$\frac{P_c}{R} \sim \frac{GM^3}{R^3} \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{GM^4}{R^6} \frac{3}{4\pi} \quad (3.16)$$

از معادله حالت مربوط به گاز کاملاً واگن [معادله (۱۶.۱۴)] داریم

$$P_g \sim K_1 \frac{\rho^{5/3}}{\mu_E^{5/3}} \sim \frac{M^{5/3}}{R^5} \frac{K_1}{(\frac{4}{3}\pi)^{5/3}} \frac{1}{\mu_E^{5/3}} \quad (4.16)$$

و

$$\frac{P_c}{R} \sim \frac{M^{5/3}}{R^6} \frac{K_1}{(\frac{4}{3}\pi)^{5/3}} \frac{1}{\mu_E^{5/3}} \quad (5.16)$$

حال معادله هیدروستاتیک (۳.۱۶) به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{1}{(\frac{4}{3}\pi)^{5/3}} \frac{K_1}{\mu_E^{5/3}} \frac{M^{5/3}}{R^6} \sim \frac{GM^4}{R^6} \frac{1}{\frac{4}{3}\pi} \quad (6.16)$$

با حل این معادله برای شعاع به رابطه زیر می‌رسیم

$$R \sim M^{-1/3} \frac{1}{\mu_E^{5/3}} \frac{K_1}{G} \frac{1}{(\frac{4}{3}\pi)^{2/3}} \quad (7.16)$$

در یک ترکیب شیمیایی معلوم، شعاع باقیمانده ستاره‌ای با افزایش جرم به صورت  $M^{-1/3}$  کاهش می‌یابد. در جرمهای در حال افزایش، نیروهای گرانشی افزایش می‌یابد؛ بنابراین نیروهای فشاری نیز افزایش می‌یابند. این مقادیر تنها وقتی زیاد می‌شوند که چگالی  $\rho$  افزایش یابد در این

صورت ستاره کوچکتر می‌شود. وضع برای ستارگان رشته اصلی بسیار متفاوت است که در آن ستارگانی که جرم بیشتری دارند به دلیل وجود دمای بالاتر در ستارگان سنگین دارای شعاعهای بزرگتری‌اند.

بزرگی شعاعهای حساب شده به صورت تقریبی [معادله (۷.۱۶)] چقدر است؟

در ستاره کربنی کاملاً یونیده برای ۱۲ هسته ۶ الکترون داریم جرم  $\mu_E m_H$  به ازای هر الکترون معادل  $g = 3.32 \times 10^{-22}$  است. دیدیم که  $10^{13} \sim K_1$  است [معادله (۱۷.۱۴)] بنابراین برای  $M = M_\odot = 2 \times 10^{33} g$  نتیجه می‌گیریم

$$R \sim M^{-1/2} \frac{1}{\mu_E} \frac{10^{13}}{6.7 \times 10^{-8}} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/2} \sim M^{-1/2} \times 1.82 \times 10^{19} = 1.44 \times 10^8 \text{ cm}$$

بنابراین برای ستاره‌ای با جرمی حدود یک برابر جرم خورشید مقدار تقریبی  $R \sim 1400 \text{ km}$  به دست می‌آوریم. با وجود تقریبهای غیردقیق، این مقدار، مرتبه صحیح بزرگی شعاع یک کوتوله سفید است.

در جلد اول، از تابندگی کوتوله سفیدی در دمای خورشیدی به دست آوردیم که شعاع آن حدود  $6000 \text{ km}$  است. با توجه به محاسبه غیردقیق ما، مرتکب خطایی با ضریب ۴ می‌شویم که با در نظر گرفتن این مسئله که شعاع یک کوتوله سفید حدود  $100$  مرتبه کوچکتر از مقدار مربوط به خورشید است ضریب معقولی به نظر می‌رسد. پس کوتوله‌های سفید از نوع ستارگان واگن‌اند. بنابراین در کوتوله‌های سفید رابطه  $R \propto M^{-1/2}$  در حالت واگنی غیر نسبیتی برقرار است. (در صورتی که  $M > 0.2 M_\odot$ ، تصحیحاتی لازم است.)

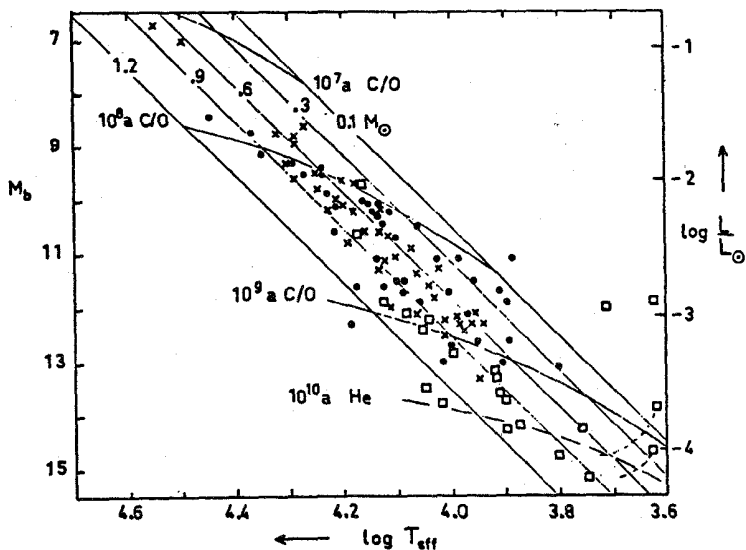
چنانکه قبلاً تأکید کردیم، دماها و تابندگیهای مؤثر با معادله هیدروستاتیک مشخص نمی‌شوند.  $T_{\text{eff}}$ ها مستقل از این شرط‌اند. همانند ستارگان رشته اصلی، دمای سطح یا دمای مؤثر توسط انتقال گرما از طرف داخل به خارج تعیین می‌شود. تفاوت در این است که دمای مرکزی یک کوتوله سفید با تعادل هیدروستاتیکی مشخص نمی‌شود بلکه توسط پیشینه‌اش، با هر دمای مرکزی که هنگام ورود به ناحیه کوتوله سفید نموداری HR داشته و به کمک سنش به عنوان یک کوتوله سفید مشخص می‌شود. چون این ستاره تحول‌اش را به صورت هسته یک گول سرخ و با دمای بسیار بالا شروع کرده است، انتظار داریم که به شکل ستاره‌ای داغ با دمای  $T_{\text{eff}} \sim 10^5 \text{ K}$  وارد شود. حتی با شعاعی تنها حدود  $6000 \text{ km}$ ، هم این ستاره همچنان شیء نسبتاً درخشانی محسوب می‌شود و به سرعت انرژی از دست می‌دهد. این امر باعث کاهش دمای آن می‌شود. ستاره بالا دارای هیچ چشمه انرژی هسته‌ای نیست و منقبض نمی‌شود زیرا فشار آن مستقل از

$T$  است، بنابراین فقط سرد و روشنایی‌اش کمتر می‌شود. تابندگی آن برابر با  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$  است. در یک جرم معین، شعاع ثابت می‌ماند درحالی‌که،  $T_{\text{eff}}$  و  $L$  به آرامی کاهش می‌یابند. در نمودار  $\log T_{\text{eff}}$ ،  $\log L$  رابطه‌ی این دو به صورت خطی است

$$\log L = 4 \log T_{\text{eff}} + 2 \log R(M)$$

که در آن  $R$  برای یک جرم معین مقدار ثابتی است ولی با افزایش جرم کاهش می‌یابد. در نمودار  $\log T_{\text{eff}}$ ،  $\log L$  مراحل سرد شدن یک کوتوله سفید به صورت خط راست است، در دمای معین  $T_{\text{eff}}$ ، هرچه جرم کوتوله‌های سفید بیشتر باشد،  $L$  آنها کوچکتر خواهد بود که این در شکل ۱.۱۶ نشان داده شده است.

در کوتوله‌های سفید سنگین‌تر، شعاع کوچک و کوچکتر می‌شود. کوتوله‌های سفید تا چه اندازه‌ای



شکل ۱.۱۶ در نمودار  $M_{\text{bol}}$  و  $T_{\text{eff}}$ ، مراحل سرد شدن کوتوله‌های سفید با مشخصه  $1 \leq M/M_{\odot} \leq 1.2$  نشان داده شده است (خطوط توپر). این خطوط مستقیم تقریباً به طور قطری در نمودار رسم شده‌اند. تعداد جرمها در بالا داده شده‌اند. خطوط توپر خمیده، نشان‌دهنده مکانهای کوتوله‌های سفید یا سنهای مختلف‌اند. فرض شده که یک هسته کربن-اکسیژن با پوسته نازکی از هیدروژن یا هلیوم وجود دارد. مکانهای کوتوله‌های سفید هلیومی با سن  $10^8$  سال نیز توسط خط چین نشان داده شده‌اند. علاوه بر این، مکانهای تعیین شده برای کوتوله‌های سفید موجود رسم شده‌اند. علائم مختلف مربوط به انواع طیفهای مختلف کوتوله‌های سفید است.

می‌توانند کوچک شوند؟ در جرمهای بزرگتر و شعاعهای کوچکتر، چگالی به وضوح افزایش می‌یابد و با زیاد شدن آن، واگنی افزایش پیدا می‌کند. در جرمهایی که به اندازه کافی بزرگ باشند، به پدیده واگنی نسبیته نزدیک می‌شویم. سرعتهای الکترونها باید به سرعت نور نزدیک شوند. در فصل ۱۴ برای واگنی نسبیته نتیجه گرفتیم که

$$P_g = K_r \left( \frac{\rho}{\mu_E} \right)^{4/3} \quad (۸.۱۶)$$

اگر بخواهیم بدانیم که آیا حدی برای شعاع کوتوله‌های سفید وجود دارد یا نه، باید از این رابطه برای جرمهای در حال افزایش استفاده کنیم که در چگالیهای بسیار بزرگ به کار می‌رود. به همان روش بالا، به معادله (۳.۱۶) می‌رسیم ولی این بار باید معادله (۸.۱۶) را به جای  $P_g$  به کار ببریم. در نتیجه خواهیم داشت

$$\frac{P_g}{R} \sim K_r \frac{M^{4/3}}{R^5} \frac{1}{\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{4/3}} \frac{1}{\mu^{4/3}} \approx \frac{GM^2}{R^5} \frac{3}{4\pi} \quad (۹.۱۶)$$

نمی‌توانیم این رابطه را برای شعاع حل کنیم زیرا  $R$  از این معادله حذف می‌شود. تنها معادله‌ای برحسب جرم ما باقی می‌ماند که به صورت

$$M^{2/3} \sim \frac{K_r}{G} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \frac{1}{\mu_E^{4/3}}$$

و

$$M \sim \left( \frac{K_r}{G} \right)^{3/2} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\mu_E} = M_e \quad (۱۰.۱۶)$$

است. با در نظر گرفتن  $\mu_E = 2m_H$  برای یک کوتوله سفید هلیمی کربنی یا اکسیژنی، مقدار  $M_e \sim 1.4 M_\odot$  را به دست می‌آوریم.

معادله (۱۰.۱۶) نشان می‌دهد که تنها یک جرم برای ستاره واگن نسبیته در تعادل هیدروستاتیکی وجود دارد که مقدار آن  $1.4 M_\odot \approx M_e$  است که اولین بار توسط چاندر اسکار محاسبه شد. ما هیچ اطلاعی درباره شعاع نداریم. ستاره می‌تواند هر شعاعی داشته باشد به شرطی که فشار آن توسط الکترونها نسبیته واگن معین شود که در این صورت باید دارای شعاعی بسیار کوچکی باشد. در معادله هیدروستاتیک فشار حذف می‌شود.

البته، واگنی کاملاً نسبیته تنها وضعیت خاصی است که هرگز نمی‌توان به آن رسید. به هر حال، تحلیل ریاضی مسئله نشان می‌دهد که کوتوله سفیدی با مشخصه  $M > M_e$  نمی‌تواند وجود داشته باشد.

اگر  $\mu_E$  تغییر کند، حد جرم تغییر می‌کند و اگر  $\mu_E \neq 2$  باشد، ستاره واگن نسبیته با مشخصه  $M = 1.4 M_\odot$  در تعادل هیدروستاتیکی نخواهد بود.

## ۲.۱۶ ستارگان نوترونی

دیدیم که در چگالیهای بسیار زیاد الکترون که منجر به واگنی نسبیته می‌شود، به یک حد جرم برای کوتوله‌های سفید می‌رسیم. در جرمهای بزرگتر، نیروهای گرانشی بزرگتر از نیروهای فشارنده ستاره کوچک می‌شود.

البته، از بحث مربوط به ابرنواخترها می‌دانیم که در چگالیهای بسیار بالا، الکترونها و پروتونها آن قدر فشرده می‌شوند و نزدیک یکدیگر قرار می‌گیرند که باعث شکل‌گیری نوترونها می‌شوند. پس از آن دیگر الکترونهای واگن نداریم بلکه با نوترونهای واگن سر و کار داریم. به دلیل جرم بزرگتر نوترونها در مقایسه با الکترونها، واگن تنها در چگالیهای بالاتر شروع می‌شود که در فصل ۱۴ در مورد آن صحبت کردیم، ولی در چگالیهایی که به اندازه کافی بالا باشند، واگنی نوترون نیز مشاهده می‌شود. ثابت  $K_1$  در رابطه (۲.۱۶)، برای ستاره نوترونی کوچکتر است زیرا،  $m_n$  یا جرم بزرگتر نوترونها جایگزین  $m_e$  جرم الکترونها می‌شود. همچنین به جای  $\mu_{EMH}$  یا جرم واحد الکترون واگن (که در کوتوله‌های سفید هلیمی و کربنی  $\mu_{EMH} = 2m_H$  است)، باید مقدار  $\mu_{NMH}$  را قرار بدهیم که جرم واحد نوترون واگن است که در آن اگر تنها نوترون داشته باشیم،  $\mu_N = m_H$  است. ذرات سنگین‌تر دیگری نیز در ماده‌ای با چگالی بالا وجود دارند که باعث افزایش  $\mu_N$  می‌شود ولی اینکه  $\mu_N$  چقدر افزایش می‌یابد دقیقاً مشخص نیست. در هر صورت،  $\mu_N = m_H$ ، محاسبه معقولی است. این یعنی که جرم کمتری در واحد ذره واگن وجود دارد.

دوباره به این نتیجه می‌رسیم که شعاعهای ستارگان نوترونی در واگنی غیرنسبیته به صورت  $M^{-\frac{1}{3}}$  تغییر می‌کنند و باز هم می‌توانیم شعاع یک ستاره نوترونی با جرم  $1 M_\odot$  را محاسبه کنیم که به دلیل جرم بیشتر نوترون، با ضریبی حدود ۱۸۳۵ کاهش یافته است و از طرفی با ضریبی حدود  $25/3$  افزایش یافته که این نیز به دلیل مقدار کوچکتر  $\mu_N$  است. با در نظر گرفتن همه این مطالب، شاهد کاهشی در شعاع با ضریبی حدود ۶۰۰ در مقایسه با کوتوله سفید هستیم، یعنی یک ستاره نوترونی به جرم  $1 M_\odot$  شعاعی حدود ۱۰ تا ۱۵ کیلومتر دارد. چگالی در چنین ستاره‌ای



به صورت زیر است

$$\bar{\rho} \sim \frac{2 \times 10^{22}}{\left(\frac{4}{3}\pi\right) \times 10^{18}} \text{g cm}^{-3} \sim 5 \times 10^{14} \text{g cm}^{-3}$$

یک سانتیمتر مکعب از این ماده جرمی حدود  $10^5$  میلیون تن دارد. به عبارت دیگر، چنین ستاره‌ای دارای چگالیهای هسته‌ای است.

آیا جرم حدی برای ستارگان نوترونی وجود دارد؟ ثابت  $K_2$  به جرم ذره بستگی ندارد. بنابراین مقدار آن هم برای ستاره نوترونی نسبیتی واگن و هم برای ستاره دارای الکترونهای نسبیتی واگن یکی است. جرم حدی  $M$  برای یک ستاره نوترونی که ما آن را  $M_N$  می‌نامیم، متناسب با  $\mu_N^{-2}$  است که این از معادله (۱۰.۱۶) نیز پیداست. اگر  $\mu_N = m_H$  باشد، مقدار حدی برابر با  $5.6 M_\odot \sim 4 M_e \sim M_N$  است. در واقعیت باید حضور هسته‌های سنگین‌تر را که باعث افزایش  $\mu_N$  می‌شوند نیز در نظر بگیریم. به نظر می‌رسد که حد بالای جرم یک ستاره نوترونی حدود ۳ تا ۵ برابر جرم خورشیدی است.

البته، جرم واقعی یک ستاره نوترونی به پیشینه شکل‌گیری آن بستگی دارد. اگر جرم مورد نظر از فروریزش هسته Fe با جرمهای خورشیدی حدود  $1.35$  ناشی شود درحالی که، باقیمانده جرم ستاره‌ای بیرون رانده شود، به یک باقیمانده ابرنواختر می‌رسیم که ستاره نوترونی با جرم  $M \approx 1.35 M_\odot$  است.

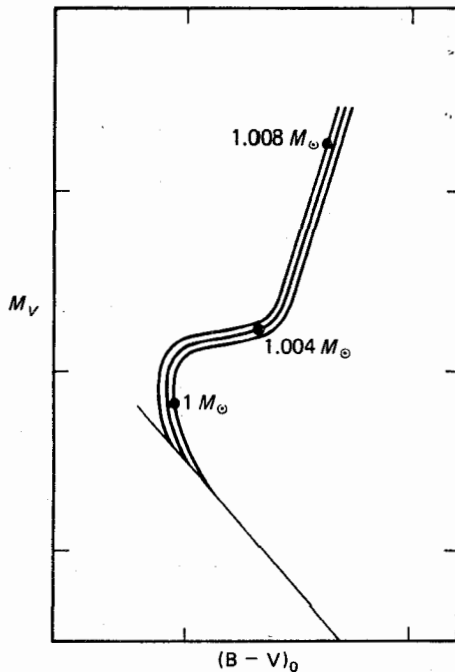
اگر یک کوتوله سفید هلیمی، کربنی یا اکسیژنی با جرمی نزدیک  $1.4 M_\odot$  دارای نمو جرمی از یک ستاره همراه باشد، فشرده و گرم می‌شود. پس از آن He یا  $C^{12}$  می‌تواند باعث شروع برهم‌کنشهای هسته‌ای شوند قبل از اینکه ستاره به شکل یک ستاره نوترونی فشرده شود. در بخشهای داخلی ستاره که واگنی بالایی دارند چنین برهم‌کنشهای هسته‌ای ممکن است به یک انفجار ضربه‌ای یا احتراق بینجامد که می‌تواند منشأ یک انفجار ابرنواختر I شود. این پدیده‌ها در کهکشانهای بیضوی نیز ظاهر می‌شوند بنابراین عقیده بر این است که این کهکشانها دارای ستارگان قدیمی و سبکی‌اند که منشأ آنها محسوب می‌شوند.

## آزمونهای رصدی نظریه تحول ستاره‌ای

### ۱.۱۷ نمودارهای قدررنگ خوشه‌های کروی

بهترین راه بررسی محاسبات مربوط به تحول ستاره‌ای، مقایسه مسیرهای تحولی محاسبه شده و رصد شده است. متأسفانه، نمی‌توان تحول یک ستاره را در طول عمرش تعقیب کرد زیرا، عمر ما بیش از حد کوتاه است، حتی مدت زمان فعالیت علمی انسان نیز به اندازه کافی طولانی نیست. تنها در موارد خاصی می‌توانیم تغییرات ظاهری یک ستاره را رصد کنیم مثلاً، وقتی که ستاره تبدیل به یک ابرنواختر می‌شود. نمونه دیگری که چند دهه قبل اتفاق افتاد وقتی بود که FG تیر ناگهان بسیار آبی‌تر شد. این در واقع مثال نادری از تغییرات ستاره‌ای است که به اندازه‌ای سریع به وقوع می‌پیوندد که با درک فعلی ما از تحول ستاره‌ای سازگار نیست.

عموماً انتظار می‌رود که تغییرات تحولی ستارگان حداقل  $10^4$  سال طول بکشد (شاید جز در مورد ستارگان مسیرهای پاشی، که در آن ستارگان سنگین ممکن است قدری سریع‌تر تحول پیدا کنند). پس چگونه می‌توان مسیرهای تحولی را با یکدیگر مقایسه کرد؟ خوشبختانه خوشه‌های ستاره‌ایی وجود دارند که دارای تا  $10^5$  ستاره در سنینی تقریباً یکسان ولی با جرمهای مختلف‌اند. در چنین



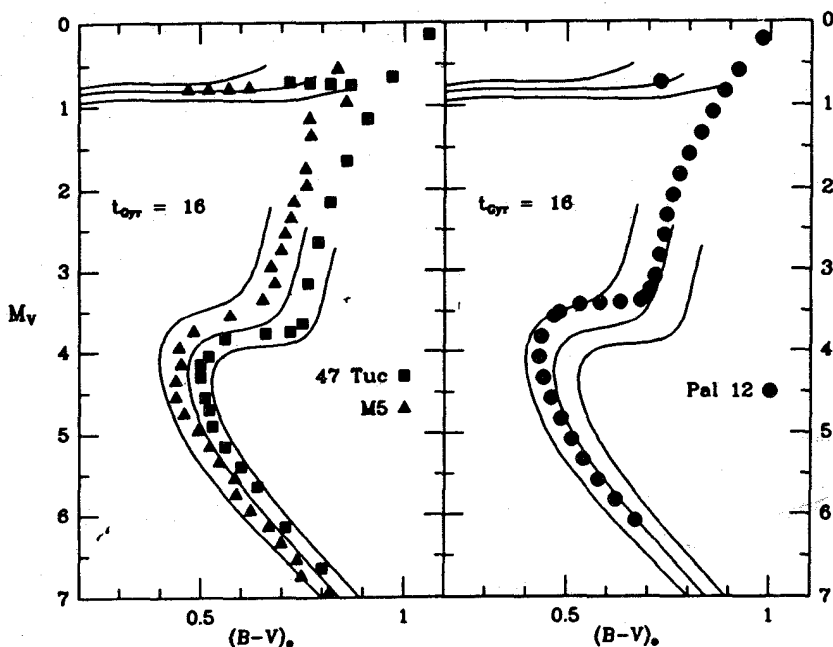
شکل ۱.۱۷ طرح مسیرهای تحولی ستارگانی با جرمهای  $1 M_{\odot}$ ،  $1.004 M_{\odot}$  و  $1.008 M_{\odot}$ . پس از  $10^{10}$  سال، ستاره‌ای که دارای جرم  $1.008 M_{\odot}$  است احتمالاً به نوک شاخهٔ غول قرمز رسیده است در حالی که ستاره‌ای که جرمش  $1.004 M_{\odot}$  است تازه وارد قسمت پایین این شاخه شده است. ستاره‌ای با جرم  $1 M_{\odot}$  در حال ترک رشتهٔ اصلی است.

خوشه‌های پرجمعیتی، ستاره‌های زیادی وجود دارند که تقریباً دارای جرم یکسان‌اند.

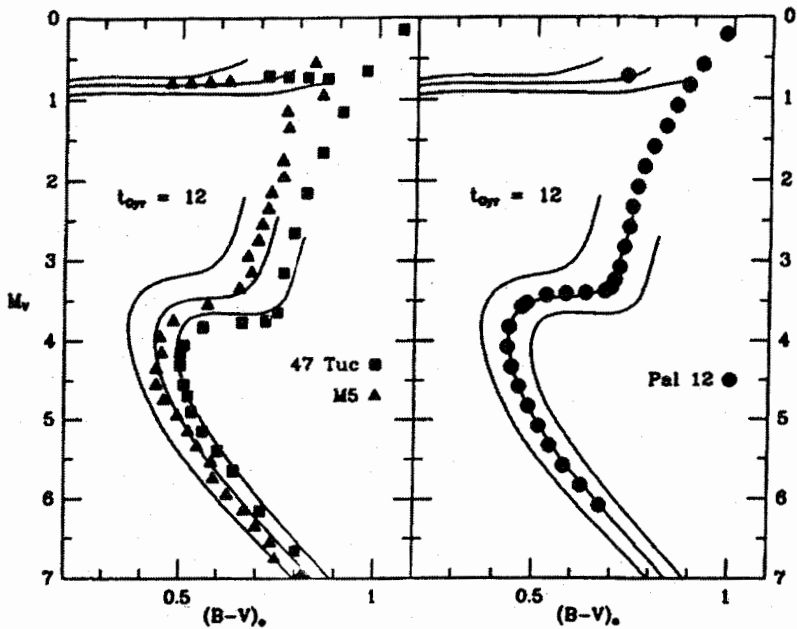
در شکل ۱.۱۷ طرحی از مسیرهای تحولی ستارگانی با جرمهای حدود یک برابر جرم خورشید را نشان داده‌ایم. مبدأ همهٔ آنها نزدیک انواع طیفی  $G^0$  یا  $G2$  رشتهٔ اصلی است. طول عمر آنها،  $t$ ، در رشتهٔ اصلی حدود  $10^{10}$  سال است. تحول به طرف شاخهٔ غول قرمز حدود  $10^7$  سال طول می‌کشد. بنابراین پس از  $10^{10}$  سال، ستارگان با جرم  $1 M_{\odot}$  در حال ترک رشتهٔ اصلی‌اند. ستارگان با جرم  $1.004 M_{\odot}$ ، طول عمری حدود  $10^7$ – $10^{10}$  سال دارند (اگر  $t \propto M^{-2.5}$  باشد). بنابراین ستارگان با جرم  $1.004 M_{\odot}$ ، مدت بیشتری از تحول‌شان را سپری کرده و تازه به شاخهٔ غول سرخ رسیده‌اند. ستارگان با جرم  $1.008 M_{\odot}$  همچنان در حال تحول‌اند و به بالای شاخهٔ غول قرمز رسیده‌اند. چون ستارگان با جرمهای  $1.000 M_{\odot}$ ،  $1.004 M_{\odot}$  و  $1.008 M_{\odot}$  همگی دارای

مسیرهای تحولی غیرقابل تمیزند، به این نتیجه می‌رسیم که ستارگان بالا مسیر تحولی ستارگان با محدوده جرمی  $0.004 M_{\odot} \pm 0.004$  را مشخص می‌کنند.

البته این به آن معنی است که باید تعداد زیادی ستاره در یک خوشه موجود باشد تا بتوان تعداد کافی از آنها را در طول مسیر تحول مشاهده کرد. به طور دقیق‌تر، آنچه در یک نمودار HR می‌بینیم یک همزمانی است که ستارگان را در زمان خاصی نشان می‌دهد یعنی در سنی معین، به شرطی که همگی در یک زمان «متولد» شده باشند. این همزمانیها تقریباً مشابه مسیر تحولی برای یک جرم ستاره‌ای معین‌اند. این برابر زمانیها تا چه حد با نظریه تحول ستاره‌ای سازگارند؟ در شکل ۲.۱۷ برابر زمانیهای



شکل ۲.۱۷ نمودارهای قدررنگ خوشه‌های کروی ۴۷ Tuc و M5 که توسط هسر و همکارانش (۱۹۸۷) اندازه‌گیری شده‌اند نشان داده شده است. برهم‌نهی برابر زمانیهای نظری مربوط به ستارگانی با سنهای  $16 \times 10^9$  سال که توسط وندنبرگ و بل (۱۹۸۵) محاسبه شده است با فرض، فراوانی جرمی هلیوم برابر با  $Y = 0.20$  و فراوانی‌هایی عنصر سنگین برابر با،  $1.27 \times 10^{-4}$ ،  $0.79 \times 10^{-4}$ ،  $0.49 \times 10^{-4}$  دیده می‌شود. در همرفت، طول ویژه  $H = 1.5$  فرض شده است. یک مدول شبه فاصله  $13.15$   $m_V - M_V = 0.4$   $E(B-V) =$  برابر ۴۷ Tuc در نظر گرفته شده است. مدول شبه فاصله‌ای برابر با  $14.15$   $m_V - M_V = 0.3$   $E(B-V) =$  برای M5 به کار رفته است. در ۴۷ Tuc و M5 سازگاری خوبی در سن ۱۶ بیلیون سال با در نظر گرفتن  $1$   $\log Z/Z_{\odot} = -0.65$  برای M5 و  $0.3$   $\log Z/Z_{\odot} = -0.65$  برای ۴۷ Tuc دیده می‌شود. در خوشه Pal ۱۲ که  $16.3$   $m_V - M_V = 0.2$   $E(B-V) =$  است، سازگاری خوبی در این سن دیده نمی‌شود.



شکل ۳.۱۷ در خوشه Pal ۱۲، در سن ۱۲ میلیارد سال و با در نظر گرفتن فراوانی عنصر سنگین به صورت  $\log Z/Z_{\odot} = -0.8$  سازگاری خوبی بین همزمانیهای رصد شده و نظری در نمودار قدر رنگ دیده می‌شود. فراوانیهای فلزی همزمانیهای رسم شده مشابه مقادیر مربوطه در شکل ۲.۱۷ هستند.

محاسبه شده توسط وندبرگ و بل (۱۹۸۵) با نمودارهای رصد شده قدر رنگ (همزمانیها) مربوط به 47 Tuc، M 5، و خوشه pal ۱۲ (پال) (pal) به جای کلمه پالومار (palomar) قرار گرفته است) که توسط استستسون و همکارانش (۱۹۸۹) به دست آمده، مقایسه شده است. برای 47 Tuc و M5، برابر زمانیهای مربوط به سن  $16 \times 10^9$  سال با مکانهای رصد شده ستارگان سازگاری نسبتاً خوبی دارند. برای خوشه Pal ۱۲ همخوانی مربوط به این سن نسبتاً ضعیف است؛ البته در شکل ۳.۱۷ می‌بینیم که همزمانی مربوط به این خوشه در سن  $12 \times 10^9$  سال سازگاری بسیار خوبی دارد. می‌توان نتیجه گرفت که محاسبات مدل نظری کنونی به خوبی پاسخگوی رصد است. البته، باید به تصحیح مجموعه‌ای از پارامترها مانند، سن و فراوانیهای شیمیایی عناصر سنگین پردازیم که اطلاعات ما در مورد آنها تنها از طریق تجزیه و تحلیل رنگ و طیف و تا ضریبی حدود ۲ یا ۳ است. در مورد فراوانی هلیوم نیز عدم قطعیتی وجود دارد.

محاسبات مدل نظری مقادیر  $L$  و  $T_{\text{eff}}$  را مشخص می‌کنند. رصدهای انجام شده مقادیر  $m_V$  و  $B-V$  را به دست می‌دهند. بنابراین باید به رابطه‌ای بین  $T_{\text{eff}}$ ،  $B-V$  و تصحیح‌های تابش‌سنجی برسیم

که همه به فراوانیهای فلزی به سرخ‌شدگی میان ستاره‌ای، فواصل و به نظریه جوهای ستاره‌ای وابسته‌اند. با در نظر گرفتن همه مراحل لازم قبل از انجام مقایسه، می‌توانیم از سازگاری بین برابر زمانیهای رصدشده و محاسبه‌شده خرسند باشیم. حالا شاخه‌های رشته اصلی و غول می‌توانند نماینده‌های خوبی باشند. بنابراین می‌توانیم مطمئن باشیم که درک ما از تحول ستاره‌ای صحیح است. عموماً با استفاده از این روش، محدوده سنی بین ۱۲ تا ۱۷ بیلیون سال برای ستارگان خوشه کروی به دست می‌آید. این سنها بزرگتر از سنی است که اخیراً توسط بسط هابل برای عالم به دست آمده است. ما هنوز منشأ این اختلاف را نمی‌دانیم.

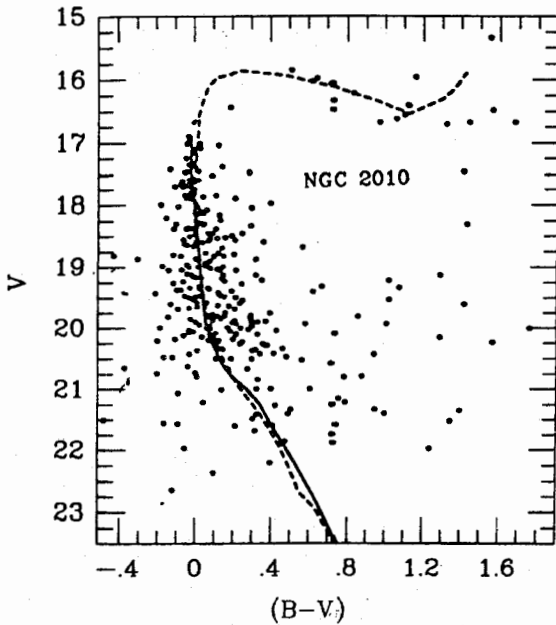
## ۲.۱۷ نمودارهای قدررنگ خوشه‌های جوان

چنانچه در بالا گفتیم، به خوشه‌هایی با تعداد زیادی ستاره نیاز داریم تا بتوانیم برای مشخص کردن مسیر تحولی جرم ستاره‌ای معینی، به تعداد کافی در محدوده جرم کم پیدا کنیم. خوشه‌های کهکشانی جوان به اندازه کافی ستاره ندارند. در اکثر خوشه‌های کهکشانی جوان، به رشته اصلی و یا ممکن است به یک یا مشت‌ی غول یا ابرغول برخورد کنیم. بنابراین، خوشه‌های کهکشانی برای مطالعه مسیرهای تحولی مناسب نیستند.

بهترین شانس مطالعه مسیرهای تحولی ستارگان سنگین را خوشه‌های پرجمعیت جوان در ابرهای ماژلانی فراهم می‌کنند، اگرچه، در این خوشه‌های متراکم دور، آلودگی مربوط به وجود ستارگان زمینه باعث پراکندگی بزرگی در اطلاعات و داده‌های نورسنجی می‌شود. در شکل ۴.۱۷، نمودار قدررنگ را برای خوشه LMC ۲۰۱۰ NGC نشان داده‌ایم که ماتو آن را اندازه‌گیری کرده است (۱۹۸۷). مسیرهای تحولی نیز نشان داده شده‌اند. با وجود بزرگ بودن پراکندگی زیاد داده‌ها، توافق کلی مناسبی بین همزمانیهای نظری و رصدشده وجود دارد. در شکل ۵.۱۷، مسیرهای نظری با نمودار قدررنگ NGC ۳۳۰ در ابر ماژلانی کوچک مقایسه شده است. شکل ۶.۱۷ عکسی از این خوشه پرجمعیت جوان را نشان می‌دهد. عموماً توافق معقولی بین نمودار قدررنگ رصدشده و همزمانیهای نظری جز جابه‌جایی در  $B - V$  وجود دارد. افزونی رنگ این خوشه ممکن است بزرگتر از مقدار فرض شده از رابطه  $E(B - V) = 0.06$  باشد که عموماً برای سحابی ابر ماژلانی کوچک اختیار می‌شود.

## ۳.۱۷ جرمهای رصدشده کوتوله‌های سفید

محاسبات نظری نشان داده‌اند که کوتوله‌های سفید دارای جرمهایی در محدوده  $M < 1.4 M_{\odot}$  اند. جرم یک کوتوله سفید باید توسط پیشینه شکل‌گیری آن تعیین شود. این مسئله به جرم هسته

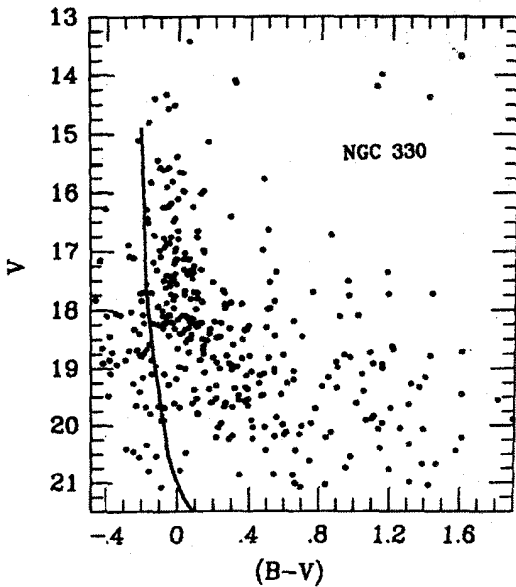


شکل ۴.۱۷ نمودار قدر-رنگ برای خوشه NGC ۲۰۱۰ در ابر ماژلانی بزرگ که ماتو آن را (۱۹۸۷) اندازه‌گیری کرده است. برهم‌نهی هم‌زمانی‌های نمایش داده شده است که توسط برونیس و تروران (۱۹۸۲) برای سن ۶۳ میلیون سال (خط توپر) محاسبه شده‌اند و مقادیر مربوط به سن ۱۷۲ میلیون سال به همراه فراجت همرفتی توسط برتلی، برسان و کیوسی (۱۹۸۴) (خط چین) به دست آمده است. فراوانی هلیوم برابر با  $Y = 0.28$  و فراوانی‌های فلزی خورشیدی فرض شده‌اند. تصحیح فزونی رنگی حدود  $E(B-V) = 0.09$  به کار رفته است. مدول فاصله‌ای  $m_V - M_V = 18.20$  اختیار شده است.

کربن-اکسیژن غول سرخ اولیه و جرم پوش هلیمی بستگی دارد که همچنان پس از فرایند اتلاف جرم باقی می‌ماند.

در بعضی کوتوله‌های سفید در ستارگان دوتایی، جرمها را می‌توان مثلاً در ستاره B از صورت فلکی شعرای یمانی به دست آورد. با وجود اینکه ستاره B شعرای یمانی جرمی حدود  $1.05 M_{\odot}$  را دارد، عموماً به جرمهایی کوچکتر یا مساوی  $1 M_{\odot}$  برمی‌خوریم (شکل ۱.۱۶ را نگاه کنید).

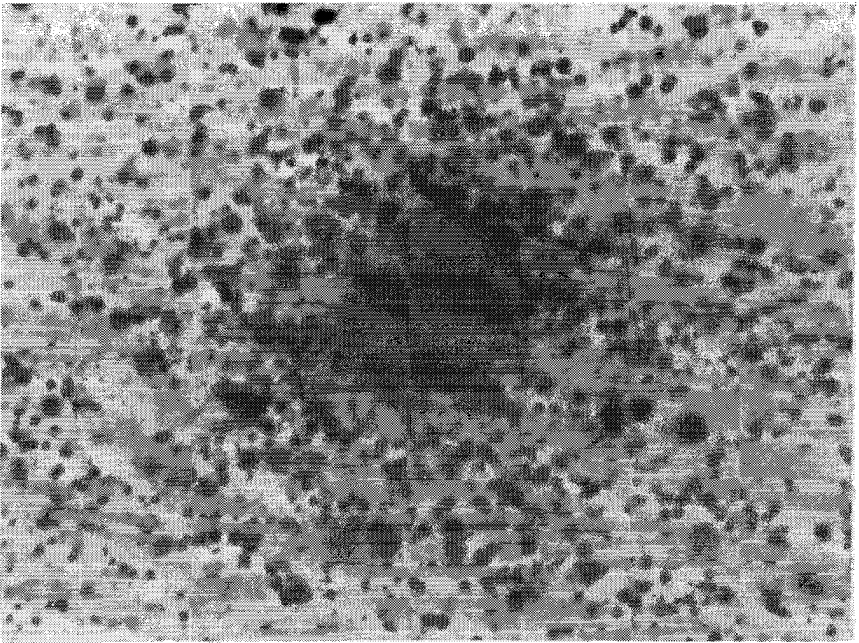
بعضی کوتوله‌های سفید به قدری به ما نزدیک‌اند که می‌توان اختلاف منظر آنها را اندازه‌گیری کرد به طوری که تابندگی‌شان نیز قابل تعیین است. اگر یک کوتوله سفیدی همدمی در رشته اصلی داشته باشد، اختلاف منظر نورسنجی این همدم را می‌توان به دست آورد. دماهای مؤثر کوتوله‌های سفید از توزیعی انرژی به دست می‌آیند. بنابراین می‌توان ستارگان را در نمودار،  $\log T_{\text{eff}}$ ,  $\log L$  قرار داد و مکانهای آنها را با مسیرهای سردشونده نظری و جرمهای مختلف مقایسه کرد.



شکل ۵.۱۷ نمودار قدر رنگ خوشه پرجمعیت جوان NGC ۳۳۰ در ابر ماژلانی کوچک (SMC). برهم‌نهی برابر زمانی مربوط به سن یک میلیون سال مشخص است که توسط برونیش و توران (۱۹۸۲) محاسبه شده است. فرض بر این است که  $Y = 0.28$  و  $\log Z/Z_{\odot} = -1.3$  است. مدول فاصله‌ای معادل  $m_V - M_V = 18.8$  برای SMC اختیار شده است و  $E(B - V) = 0.06$  است. همه ستارگان بیش از حد سرخ به نظر می‌رسند. این شک وجود دارد که مقدار  $E(B - V)$  مربوط به این شاخه حدوداً  $0.12$  بزرگتر از مقدار فرض شده باشد.

در شکل ۱.۱۶، مکانهای کوتوله‌های سفید در نمودار  $\log L$  و  $\log T_{\text{eff}}$  با مجموعه‌های سردشونده نظری جرمهای مختلف مقایسه شده است. خوشه کوتوله‌های سفید در طول مجموعه‌ای با جرمهای  $M = 0.2 \pm 0.06 M_{\odot}$  به همراه تعداد کمی استثنا، مانند ستاره B شعری یمانی قرار دارد. در نواخترهای کوتوله (دوتاییهایی که دارای کوتوله سفیدی هستند که از همدمش جرم می‌گیرد) جرمهای کوتوله‌های سفید اغلب بزرگتر از  $0.6 M_{\odot}$  است که این احتمالاً به دلیل نمو جرم است. در گذشته، احتمالاً ستاره B صورت فلکی شعری یمانی نیز از ستاره A همین صورت فلکی جرم گرفته است؟ جرمهای حدود  $0.6 M_{\odot}$ ، با این تصویر که کوتوله‌های سفید هسته‌های سوخته غولهای شاخه مجانبی‌اند سازگاری دارند. زمانی که ستاره به نقطه پایانی شاخه مجانب غول می‌رسد هسته جرمی حدود  $0.6 M_{\odot}$  دارد. به نظر می‌رسد که جرمهای ستارگان مرکزی سحابیهای سیاره‌ای که به صورت خوشه کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند حدود  $M = 0.6 M_{\odot}$  است و این پدیده در هسته‌های باقیمانده ستارگان سبک قابل انتظار است.





شکل ۶.۱۷ عکسی از (نکاتیو) خوشه جوان و پرجمعیت NGC ۳۳۰ در سحابی ابر ماژلانی کوچک.

با وجود همخوانی رصدهای کوتوله سفید با انتظارات نظری ما، هنوز مشکلاتی وجود دارد. در یک خوشه کهکشانی جوان مانند خوشه پروین، ستارگانی را می‌بینیم که با داشتن جرمهایی حدود  $6M_{\odot}$ ، هنوز در رشته اصلی‌اند، با وجود این، حداقل یک کوتوله سفید در این خوشه وجود دارد. چون تنها ستارگانی با جرمهای بزرگتر از  $6M_{\odot}$ ، به صورت تحول یافته از رشته اصلی خارج شده‌اند، ستاره اولیه این کوتوله سفید که مطمئناً جرمش کمتر از جرم حدی بوده (حدود  $1.4$  جرم خورشیدی)، با جرمی حدود  $5M_{\odot}$  خارج شده تا به یک کوتوله سفید تبدیل شود. این پدیده چگونه اتفاق می‌افتد؟ شاید با شکل‌گیری سحابی سیاره‌ای سنگین؟

## ۴.۱۷ ابرنواخترها، ستارگان نوترونی و سیاهچاله‌ها

### ۱.۴.۱۷ ابرنواخترها و ستارگان نوترونی

ابرنواخترها همواره به دلیل مقادیر زیاد انرژی‌ای که دارند، مورد توجه ستاره‌شناسان بوده‌اند. کاهش نهایی منحنیهای نوری با نیمه‌عمر ۵۶ روز نشان می‌دهد که مقدار زیادی  $Co^{56}$  در هنگام انفجار

تشکیل و به صورت پرتوزا با نیمه عمر ۵۶ روز نابود می‌شود که احتمالاً همین واکنشها انرژی در طی کاهش آرام نور خروجی را تأمین می‌کند. البته این مسئله تأیید محکمی بر درک ما از آنچه در یک چنین انفجار غول‌آسایی روی می‌دهد نیست. خوشبختانه، انفجار ابرنواختری در سال ۱۹۸۷ در ابرمازلانی بزرگ که نزدیک‌ترین کهکشان همسایه است به وقوع پیوست و عملاً حضور تعداد کمی از نوترینوهای پرنرژی در چند ایستگاه رصد نوترینو آشکار شد. این مورد که حضور نوترینوها ساعتی قبل از انفجار نوری آشکار شدند، در توافق با تصویری است که در آن فروریزش هسته، نوترینوهای پرنرژی‌ای تولید می‌کند که با سرعت نور فرار می‌کنند. جبهه ضربه‌ای به انفجار می‌انجامد حدود ۳۰ ثانیه بعد گسترش پیدا می‌کند و با سرعت امواج ابرصوتی به طرف خارج حرکت می‌کند که بسیار کمتر از سرعت نور است. این جبهه ساعتی بعد با دماهای بسیار بالایی ( $10^5 \text{K}$ ) به سطح ستاره می‌رسد و باعث درخشش ناگهانی ستاره می‌شود. احتمالاً شار بسیار عظیمی از نوترینوها به وجود می‌آید که حتی منجر به آشکارسازی مستقیم نوترینو می‌شود. این مسئله و تأخیر زمانی بین انفجار نوترینو و درخشش نوری ابرنواختر این اعتماد را در ما ایجاد می‌کند که ممکن است مطالعات نظری ما به حقیقت نزدیک باشد.

آیا ستارگان نوترونی باقیمانده انفجارهای ابرنواخترند؟ به نظر می‌رسد که به دلایل گفته شده در جلد اول، تپاخترهایی که با سرعت زیاد می‌چرخند، ستارگان نوترونی‌اند. زمان تناوب تپش آنها، در واقع زمان تناوب چرخشی آنهاست که باعث می‌شود پرتو نوری در طول یک‌بار چرخش، یک یا دو بار به ما برسد.

تپاختری باز دوره یک سی‌ام ثانیه در سحابی خرچنگ مشاهده شده است که باقیمانده ابرنواختری است که توسط ستاره‌شناسان چینی در سال ۱۰۵۴ ثبت شده است. تپاختر دیگری در باقیمانده ابرنواختر بادبان دیده می‌شود. ممکن است ستارگان نوترونی در باقیمانده‌های دیگری از ابرنواختر یافت شوند که ما قادر به تشخیص آنها نباشیم زیرا ممکن است پرتوهای نوری آنها مستقیماً از ما دور شوند. هنوز نمی‌دانیم که ستارگان نوترونی در همه باقیمانده‌های ابرنواخترهای نوع II وجود دارند یا نه. در حال حاضر، منشأ ابرنواخترهای نوع I هنوز ناشناخته است، اگرچه گمان می‌رود که ترکیب‌کننده‌های کوتوله‌های سفید یا ستارگان نوترونی در این مورد مسئول‌اند.

## ۲.۴.۱۷ سیاهچاله‌ها

آیا سیاهچاله‌ها وجود دارند؟ اولین پرسش این است: چگونه می‌توان آنها را تشخیص داد؟ ممکن است میدانهای گرانشی بزرگ خصوصاً در ستارگان دوتایی، ماده نزدیک سیاهچاله را به درون آن

بکشد. چنین ماده‌ای می‌تواند تا سرعت‌های بسیار بالایی شتاب بگیرد. انتظار می‌رود که ذراتی که دارای سرعت بالایی هستند از خود پرتوهای X گسیل کنند. البته، همه این پدیده‌ها باید خارج سیاهچاله روی بدهد زیرا در غیر این صورت، قادر به دیدن آنها نخواهیم بود. بنابراین دنبال چشمه‌های پرتو X می‌گردیم که ستارگان نوترونی نیستند (تولید پرتو X می‌تواند در ستارگان نوترونی که دارای نموی جرمی هستند نیز صورت بگیرد). اگر جرم چشمه تولیدکننده پرتو X بیشتر از حدود  $5M_{\odot}$  باشد که جرم حدی یک ستاره نوترونی است، می‌توان مطمئن بود که این چشمه ستاره نوترونی نیست. تعیین جرم تنها در ستارگان دوتایی امکان‌پذیر است. البته در سیاهچاله‌های دوتایی، تنها می‌توان یک ستاره را مشاهده کرد که همراه سیاهچاله است. برای یک ستاره، تنها می‌توان مقدار  $(M_1 + M_2) \sin^3 i$  را به دست آورد (جلد اول را نگاه کنید)، که در آن  $i$  (مجهول)، شیب بین خط دید و عمود بر صفحه مدار است.

عدم قطعیت ضریب  $\sin i$  مانع از این می‌شود که بتوانیم در مورد وجود سیاهچاله در یک سیستم دوتایی یا مزدوج نتیجه‌گیری کنیم. اما به هر حال، احتمالاً چندتایی سیستم در کهکشان ما و نیز در ابر ماژلانی بزرگ وجود دارد که به احتمال قوی نامزد این موردند. سیاهچاله‌های سنگین ممکن است در مراکز کرازارها و سایر هسته‌های فعال کهکشانها وجود داشته باشند. با اینکه این فرضیه جذاب قادر به توضیح رصدهاست، در حال حاضر هیچ مدرک قاطعی دال بر اینکه وجود سیاهچاله سنگین را در هر یک از این کهکشانها یا ستارگان دوتایی ثابت کند در دست نیست.

## ستارگان تپنده

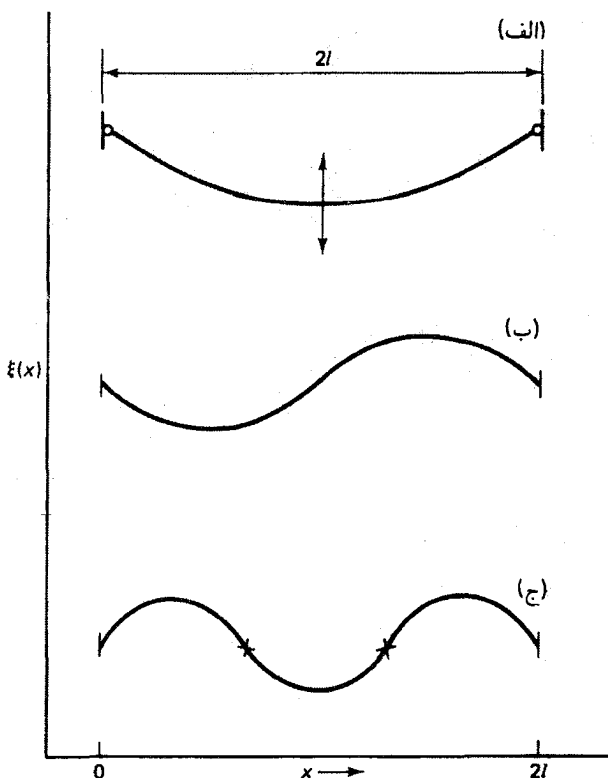
## ۱.۱۸ رابطه دوره-چگالی

در جلد اول دیدیم که اندازه و تابندگی گروهی از ستارگان به صورت دوره‌ای تغییر می‌کند. در واقع این ستارگان در حال تپش‌اند (تپ‌اخترها این طور نیستند). وقتی که خانم لیویت (۱۹۱۲) به بررسی این ستارگان تپنده پرداخت که در ابر بزرگ ماژلانی قرار دارند و ستارگان قیفاووسی نیز نامیده می‌شوند کشف کرد که، هرچه ستارگان مورد نظر درخشان‌تر باشند، دوره تناوبشان مستقل از دامنه تپش طولانی‌تر است. در جلد اول به طور خلاصه به درک این پدیده پرداختیم. بسامدهای تپش، ویژه بسامدهای این ستارگان‌اند. آنها مانند ویژه بسامدهای طنابی به طول ۲۶ هستند که دو انتهايش بسته است ولی می‌تواند آزادانه در مرکز نوسان کند [شکل ۱.۱۸ (الف) را نگاه کنید]. اگر طناب را در مرکز به طور متناوب، ابتدا به آرامی و سپس با سرعت بیشتر به پایین بکشیم، به ازای یک بسامد معین  $\nu$  موج ایستاده‌ای در طناب تولید می‌شود. برای تولید این بسامد تنها به انرژی بسیار کمی نیاز داریم که بسیار کوچکتر از انرژی مربوط به سایر بسامدهایی است که در آن امواج رونده تولید شده با یکدیگر تداخل می‌کنند و بنابراین به سرعت میرا می‌شوند. بسامد  $\nu$  که موج ایستاده تولید می‌کند، یک ویژه

بسامد طناب است. اگر دامنه موج را افزایش بدهیم باز هم همان ویژه بسامد  $\nu$  تولید می‌شود. اگر همچنان بسامد را افزایش بدهیم، مجدداً امواج رونده‌ای تولید می‌شوند تا اینکه بسامد دیگری مانند  $\nu_2$  ظاهر می‌شود که سه برابر بزرگتر از  $\nu$  است و موج ایستاده دیگری را تولید می‌کند. این موج دارای دوگره و طول موجی معادل یک سوم طول موج ویژه بسامد  $\nu$  است [شکل ۱۰.۱۸ (ج) را نگاه کنید]. ویژه بسامد دیگری مانند  $\nu_1$  نیز وجود دارد که دو برابر  $\nu$  است. در این بسامد، موج دارای یک گره در مرکز است. [شکل ۱۰.۱۸ (ب)]. برای برانگیختن چنین موجی، باید طناب را در فاصله‌ای معادل  $\frac{1}{2}l$  از انتهای آن بکشیم. تنها امواج ایستاده ممکن آنهایی هستند که شرایط مرزی را در دو انتهای طناب برقرار می‌کنند یعنی اینکه دامنه باید در این دو نقطه صفر باشد. به دلیل همین شرط مرزی، موجی که در طول طناب پیش می‌رود و در انتها باز می‌تابد و برمی‌گردد. اگر همواره موجهای پیش‌رونده و بازتابیده در هر نقطه  $x$  دارای فازهای یکسان باشند، یکدیگر را تقویت می‌کنند و موج ایستاده تولید می‌شوند. اگر فازها یکسان نباشند، موجها تداخل و تا حدودی اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند. چنین امواجی به شدت میرا می‌شوند و باید در تمام لحظات انرژی جدید به طناب بدهیم. بسامد  $\nu$ ، ویژه بسامد پایه و  $P_0 = \frac{1}{\nu}$ ، دوره پایه نامیده می‌شوند.  $\nu_1$  اولین نت فرعی یا بسامد اولین هماهنگ و  $\nu_2$  دومین نت فرعی یا بسامد دومین هماهنگ و همین‌طور الی آخر است. تابع موجهای متناظر  $\xi(x)$  که در طناب در شکل ۱۰.۱۸ نشان داده شده‌اند، دامنه موج را در هر نقطه معین  $x$  مشخص می‌کنند و ویژه توابع مدهای مختلف تپش نامیده می‌شوند.

مدت دوره از زمان پیمایش موج در طول طناب به سمت عقب و جلو و به صورت  $P = 4l/c$  به دست می‌آید که در آن  $c$ ، سرعت فاز موج در حال حرکت است.

رفتار یک ستاره به نوعی شبیه یک طناب است. تنشهای ایجاد شده در طناب در واقع نیروهای بازگرداننده‌ای هستند که می‌خواهند طناب را به وضعیت تعادلش برگردانند و در نتیجه باعث نوسان آن می‌شوند، نیروهای بازگرداننده در ستاره نیز نیروهای فشار و گرانشی هستند. در طناب تنشهای ایجاد شده سرعت فاز موج را تعیین می‌کنند؛ در ستاره، نیروهای فشار این کار را برعهده دارند در نتیجه سرعت مربوطه همان سرعت صوت است. (به یاد آورید که یک موج صوتی نیز یک اختلال یا آشفتگی فشاری در حال حرکت است.) در تپش متقارن کروی ستاره، امواج از همه جهتها در مرکز همگرا می‌شوند و باز می‌تابند. به دلیل همگرایی در مرکز، دامنه جابه‌جایی در مرکز  $\xi(0)$  باید صفر باشد که درست همان‌طور که برای دو انتهای طناب نیز برقرار است. در سطح ستاره، دامنه می‌تواند بزرگ باشد که شبیه درست مثل مرکز طناب است. سطح ستاره متناظر با نقطه  $x = l$  است. بنابراین دوره تناوب  $P$  برابر با  $4R/\bar{c}_s$  است که در آن  $\bar{c}_s$ ، سرعت متوسط صوت



شکل ۱.۱۸ (الف) طنابی به طول  $2l$  در دو انتها بسته شده است. این طناب می‌تواند آزادانه در مرکز نوسان کند. یک بسامد پایه  $\nu_0$  برای موج ایستاده‌ای با دو گره تنها در دو انتهای طناب وجود دارد. (ب) اولین نیت فرعی بسامد  $\nu_1$  مربوط به امواج ایستاده که دارای یک گره در مرکز طناب و دامنهٔ پیشینه در فاصله  $d = \frac{1}{4}l$  از دیوارهاست. (ج) دومین مد نیت فرعی مربوط به امواج ایستاده که دارای دو گره در فاصله  $d = \frac{1}{4}l$  از دیوارها و دامنهٔ پیشینه‌ای در مرکز و در فاصله  $d = \frac{1}{4}l$  از دیوارهاست.

است. برای امواج صوتی بی‌دررو  $c_s = \sqrt{\gamma(P_g/\rho)}$  و برای گاز تک‌اتمی  $\gamma = C_p/C_v = \frac{5}{3}$  است. مشابه جلد اول به دست می‌آوریم

$$\overline{P_g} \approx \bar{\rho} R \bar{g} \sim \bar{\rho} \frac{GM}{R}, \quad \frac{\overline{P_g}}{\bar{\rho}} \approx \frac{GM}{R} \quad \text{که} \quad (۱.۱۸)$$

با استفاده از رابطهٔ بالا برای زمان تناوب  $P$  به روابط زیر می‌رسیم

$$P \sim \frac{4R}{\sqrt{\gamma(GM/R)}} \sim \frac{4}{\sqrt{\gamma G}} \frac{1}{\sqrt{\bar{\rho}}} \sqrt{\left(\frac{3}{4\pi}\right)} \quad (۲.۱۸)$$

$$P = Q(\bar{\rho}/\bar{\rho}_\odot)^{-1/2} \quad \text{یا} \quad P = \bar{\rho}^{-1/2} \times \text{ثابت} \quad (۳.۱۸)$$

که در آن  $Q$  یک ثابت است (اگر  $\gamma$  ثابت باشد) و  $\bar{\rho}_\odot$  چگالی متوسط خورشید است،  $\bar{\rho}_\odot = 1.4 \text{ g cm}^{-3}$  است. معادله (۵.۱۸) عموماً در مورد تپشهای بی دررو صادق است؛ بخش ۴.۱۸ را نگاه کنید.

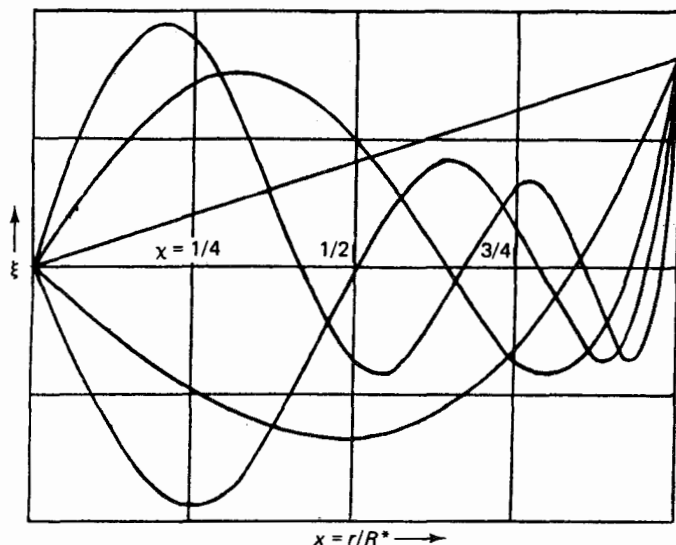
هرچه تابندگی ستاره تپنده بیشتر باشد، شعاع بزرگتر، چگالی متوسط  $\bar{\rho}$  کوچکتر و زمان تناوب طولانی‌تر است. هرچه شعاع ستاره بزرگتر باشد، مدتی که طول می‌کشد تا موج به مرکز ستاره‌ای برود و برگردد طولانی‌تر است. از دیدگاه نظری، رابطه‌ی دوره تناوب و تابندگی رصدشده ستاره واقع رابطه‌ای بین زمان تناوب و چگالی است.

در ستارگان سرعت فاز امواج، یعنی سرعت صوت، در نقاط مختلف متفاوت است زیرا  $c \propto \sqrt{T}$  است. بنابراین، زمان حرکت که با بهره‌گیری از دوره تناوب حساب شده است به طبقه‌بندی دمایی ستاره بستگی دارد. یعنی مقدار  $Q$  در معادله (۳.۱۸) وابسته به طبقه‌بندی دمایی است. مقادیر  $Q$  به اثرات غیربی‌دررو هم که برای ستارگان مختلف متفاوت است بستگی دارد. در ستارگان تپنده با تابندگیهای مختلف، مقادیر  $Q$  بین  $10^9$  و  $10^9$  متغیر است. در ستارگان هلیومی این مقادیر ممکن است کاملاً متفاوت باشد. از آنجا که  $Q$  وابسته به طبقه‌بندیهای دما و چگالی است، برای بررسی صحت محاسبات می‌توان از مقادیر رصدشده استفاده کرد.

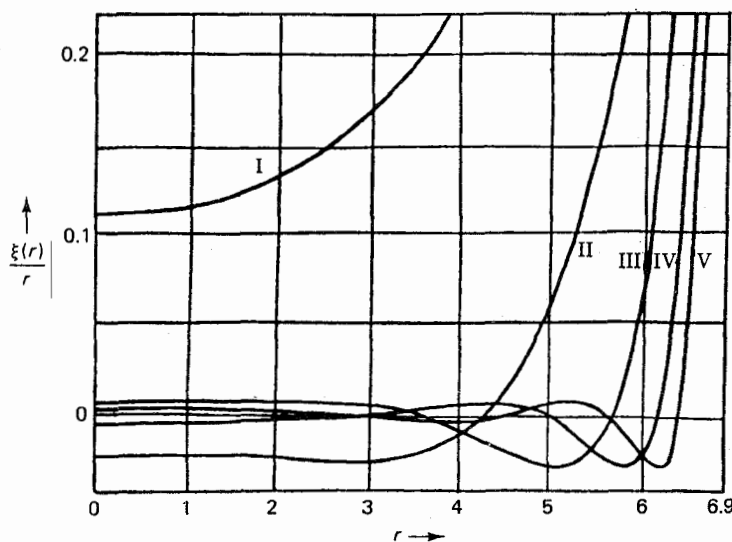
در ستارگان، دما و چگالی تا چند مرتبه بزرگی از خارج به داخل ستاره افزایش می‌یابد. بنابراین، ویژه تابعهای  $\xi_i(x)$  که بیانگر دامنه‌های موج به صورت تابعی از  $x = r/R$  اند با ویژه توابع مربوط به یک طناب فرق زیادی دارند. در شکل ۲.۱۸، ویژه توابع  $\xi_i(x)$  را که برای یک ستاره (غیرواقعی) با چگالی یکنواخت به دست آمده است، بازسازی کرده‌ایم. مدل‌های واقعی‌تر، پلی‌تروپها هستند که در آنها  $P \propto \rho^{(n+1)/n}$  است. (برای  $n = \frac{5}{4}$ ،  $P \propto \rho^{5/3}$  است مانند در حالت بی‌دررو  $n = \frac{5}{4}$ ) در  $n$ های مختلف، درجه‌های متفاوتی از تراکم جرم به سمت مرکز وجود دارد که در جدول ۱.۱۸ دیده می‌شود. در شکل ۳.۱۸، ویژه توابع  $\xi_i(x)/x$  پلی‌تروپی با  $n = 3$  نشان داده

جدول ۱.۱۸ غلظتهای چگالی مرکزی در پلی‌تروپهای مختلف

شاخص پلی‌تروپ	۰	۲	۳	۴
$\rho_c/\bar{\rho}$	۱	۱۱۴	۵۴۴	۶۲۳



شکل ۲.۱۸ ویژه توابع  $\xi_i(x)$  که برای یک ستاره (فرضی) با چگالی یکنواخت محاسبه شده‌اند. دامنه‌ها باید در مرکز صفر باشند.



شکل ۳.۱۸ ویژه توابع  $\xi_i(r)/r$  برای ستاره‌ای که لایه‌بندی چگالی و دمایش از یک پلی‌تروپ با شاخص  $n = 3$  پیروی می‌کند. در چگالی مرکزی بزرگتر، که با ستاره همگن مقایسه شده است. دامنه‌ها به شدت در مرکز کاهش می‌یابند. شاخص هماهنگها برحسب اعداد رومی داده شده‌اند. I نشان‌دهنده مد اصلی، II هماهنگ اول و الی آخر است.



شده است که نزدیک به یک ستاره واقعی است. در چنین ستاره‌ای که دارای چگالی مرکزی بزرگ هستند، دامنه‌ها در نواحی داخلی فوق‌العاده کوچک‌اند (مقدار زیادی جرم باید حرکت داده شود). در همه این مدلها، گره‌های تپشهای نت فرعی نسبت به مورد طناب در  $r/R$  های مختلفی ظاهر می‌شوند زیرا، نیروهای بازگرداننده در ستاره در  $r/R$  های مختلف متفاوت‌اند درحالی‌که در طناب تنشها در همه‌جا یکسان‌اند.

نسبتهای بسامدهای  $\nu_1/\nu_0$  و  $\nu_2/\nu_0$  نیز با مقادیر مربوط به طناب فرق دارند. این مقادیر بستگی به طبقه‌بندیهای چگالی در ستارگان دارند. در ستارگان با چگالی یکنواخت، مقادیر  $\nu_1/\nu_0 = 3.56$  و  $\nu_2/\nu_0 = 1.56$  به دست می‌آیند که متناظر با نسبتهای دوره تناوب  $P_2/P_1 = 0.281$  و  $P_3/P_1 = 0.639$  است، درحالی‌که در یک پلی‌تروپ واقعی‌تر با مشخصه  $n = 3$  و  $\gamma = 1.54$  مقدار  $P_2/P_1 = 0.687$  به دست می‌آید درحالی‌که  $P_3/P_1 = 0.749$  است. نسبت  $P_1/P_0$  با ضریبی بیش از ۲ نسبت به مدل چگالی یکنواخت افزایش یافته است اما مقدار  $P_2/P_1$  تنها کمی تغییر کرده است. به نظر می‌رسد که نسبت  $P_1/P_0$  معیار بسیار خوبی برای غلظت چگالی مرکزی است. اگر بتوانیم این نسبت را حساب کنیم. شاخص بسیار مناسبی برای بررسی فشار و لایه‌بندی دمایی مدل خواهد بود.

در بعضی از ستارگان RR شلیاق که با دوره تناوبی حدود ۵ روزه می‌تپند، نسبتهای دوره تناوب برابر با  $0.744$   $P_1/P_0 \sim$  رصد شده است که تأییدی بر غلظت بالای چگالی مرکزی است بعضی از ستارگان تپشی قیفاووسی نیز دارای نسبتهای دوره نزدیک این مقدارند. در مدل‌های ستاره‌ای واقعی که در محاسبه آنها از روش‌هایی استفاده شده است، برای ستاره‌ای به جرم  $5M_{\odot}$  مقادیر  $P_1/P_0 = 0.74$  و  $P_2/P_1 = 0.68$  به دست می‌آیند.

## ۲.۱۸ حالت تحولی ستارگان قیفاووسی

در جلد اول دیدیم که ستارگان تپنده در نمودار HR در نوار باریکی ظاهر می‌شوند که گستره آن از ابرغولهای بسیار تابنده نهایی G ( $T_{\text{eff}} \sim 5800 \text{K}$ ) آغاز و به ستارگان نهایی نوع A ( $T_{\text{eff}} \sim 8000 \text{K}$ ) نزدیک رشته اصلی ختم می‌شود. درخشنده‌ترین ستارگان این نوار، ستارگان  $\delta$  قیفاووسی هستند. بنابراین نوار مربوطه، نوار ناپایداری قیفاووس نامیده می‌شود. در شکل ۲.۱۵ مکان این نوار ناپایداری را در نمودار HR همراه با مسیرهای تحولی ستارگانی با جرمهای بین ۳ تا ۹ برابر جرم خورشید طبق محاسبات بکر، اینن و تاگل (۱۹۷۷) نشان دادیم. ستارگان  $\delta$  قیفاووس در ناحیه‌ای از نمودار HR ظاهر می‌شوند که در آن، اولین تحول ستارگان از چپ به راست بسیار سریع

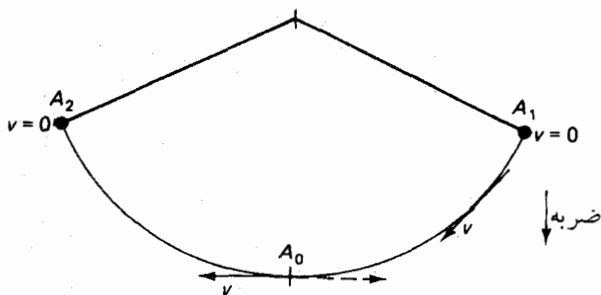
صورت می‌گیرد (فصلهای ۱۴ و ۱۵ را نگاه کنید). شانس دیدن چنین ستارگانی در اولین عبورشان از نوار ناپایداری بسیار کم است. البته ستارگان سنگین این شانس را دارند که طی عزیمتهای «حلقه آبی» شان دوباره از این نوار ناپایداری عبور کنند. تحول در جهت آبی، پس از آغاز هلیم‌سوزی در مرکز، بسیار کندتر از تحول در جهت آبی به قرمز است. بنابراین، ستارگان طی دومین عبور از نوار ناپایداری مدت بیشتری در آن باقی می‌مانند در طول فاز آبی، ستارگان عموماً بیشترین زمان را در نوک حلقه‌ها می‌گذرانند که این مسئله در شکل ۲.۱۵ دیده می‌شود. اگر برای جرم معمولی، نوک حلقه آبی داخل نوار ناپایداری قرار بگیرد، به تعداد نسبتاً زیادی از ستارگان قیفاووسی برخورد خواهیم کرد که دارای این جرم و دوره تناوب ویژه‌اند. برای جرمهای اندکی کمتر، حلقه‌های آبی کوتاه‌تر می‌شوند و دیگر نمی‌توانند به نوار ناپایداری برسند که این مورد در شکل ۱.۱۵ برای جرم  $M = 3M_{\odot}$  دیده می‌شود. برای چنین جرمهای کمی، نباید انتظار یافتن ستارگان قیفاووسی را داشته باشیم. قیفاووسیها که نوکهای حلقه‌های آبی‌شان در نوار ناپایداری است و دارای جرمهایی درست قبل از جرم قطع‌اند باید دارای کوتاه‌ترین دوره‌های تناوب پایه باشند. بنابراین این نوع ستارگان باید نسبتاً فراوان باشند لاقلاً اگر تنها به ستارگان قیفاووسی تینده در مد پایه توجه کنیم.

حلقه‌های آبی ستارگانی که فراوانیهای عناصر سنگین در آنها کمتر است، بیشتر به طرف آبی گسترش پیدا می‌کنند. در این ستارگان، توقع دیدن ستارگان قیفاووسی با جرمی کمتر از جمعیتی از ستارگان داریم که دارای فراوانی بالا فلزی‌اند. بنابراین، در ابرهای ماژلانی بزرگ و کوچک که دارای فراوانیهای فلزی کمتری نسبت به خورشیدند، انتظار یافتن ستارگان قیفاووسی را با جرم کمتری نسبت به کهکشانمان داریم.

قیفاووسیها تنها در وضعیت تحولی بسیار پیشرفته، از نوار ناپایداری عبور می‌کنند به طوری که در اکثر آنها سوختن هلیم در مرکز آغاز شده است؛ این یعنی که دارای هسته هلیمی هستند که تا چگالیها و دماهای بسیار بالایی منقبض شده است. غلظت شدید جرم در مرکز ستارگان قیفاووسی در شناسایی سازوکار برانگیختگی تپشها اهمیت زیادی دارد.

### ۳.۱۸ تحلیل نوسانهای آونگ

برای یافتن دلیل شروع تپش ستارگان قیفاووسی نگاهی به مثال ساده آونگ نوسان‌کننده می‌اندازیم. مکان تعادل آونگ پایین‌ترین نقطه آن یعنی جایی است که نیروی گرانشی با کشش ریسمان متعادل می‌شود. اگر آونگ را به طرف بالا جابه‌جا کنیم، دوباره به نقطه تعادلش باز می‌گردد. تا زمانی که آونگ به این نقطه برسد، بر اثر گرانش شتاب می‌گیرد. در پایین‌ترین نقطه، آونگ دیگر شتاب



شکل ۴.۱۸ اگر آونگی تا نقطه  $A_1$  بالا برده شود، به مکان تعادلش یعنی  $A_0$  سقوط می‌کند. با سرعت  $v$  به این نقطه می‌رسد و به دلیل لختی که دارد از این نقطه می‌گذرد و تا مکان  $A_2$  بالا می‌رود. در این نقطه، آونگ از همه انرژی جنبشی‌اش برای غلبه بر کشش روبه پایین گرانس استفاده می‌کند. پس از آن، آونگ سقوط می‌کند و مجدداً از نقطه تعادلش می‌گذرد و الی آخر. هنگامی که آونگ در حال سقوط است. دامنه را می‌توان با ضربه کوچکی به سمت پایین افزایش داد. هنگامی که آونگ در حال صعود است، یک ضربه کوچک به سمت پایین دامنه آن را کاهش می‌دهد.

نمی‌گیرد ولی به دلیل سرعت بالایی که دارد که از نقطه تعادل عبور و به طرف بالا حرکت می‌کند که این به دلیل لختی است. طی صعود آونگ گرانی شتابی به طرف پایین به آن وارد می‌کند و سرانجام باعث توقف آن در ارتفاعی مساوی ارتفاع اولیه‌اش در طرف دیگر می‌شود (شکل ۴.۱۸ را نگاه کنید). سپس گرانی سرعت آونگ را معکوس می‌کند و آونگ دوباره به پایین و به طرف نقطه تعادلش حرکت و از آن عبور می‌کند و الی آخر. اگر هیچ میرایی به دلیل اصطکاک در نقطه آویز و مقاومت هوا وجود نداشته باشد، این فرایند تا ابد ادامه پیدا می‌کند.

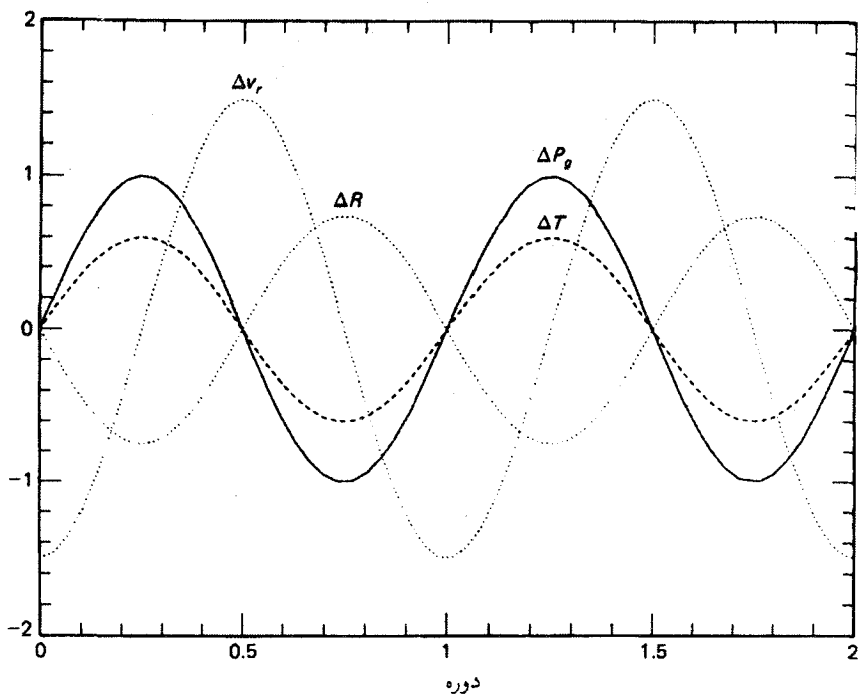
البته، آونگ هرگز خودبه‌خود شروع به نوسان نمی‌کند؛ بلکه به یک نیروی اولیه نیاز دارد. هنگامی که ستارگان در نوار ناپایداری در وضعیت سرد قرار دارند نمی‌تپند. وقتی که به مرز قرمز نوار می‌رسند ناگهان و خودبه‌خود شروع به تپش می‌کنند. این مسئله چطور اتفاق می‌افتد؟ بیایید دوباره ببینیم چگونه می‌توان آونگ را به نوسان واداشت. فرض کنید که ضربه ملایمی به آن وارد می‌کنیم تا شروع به نوسان کند و هر وقت که شروع به سقوط می‌کند ضربه ملایمی بر آن و به طرف پایین وارد می‌کنیم. به این ترتیب دامنه کم‌کم افزایش می‌یابد. البته باید مواظب باشیم که ضربه اعمال شده در فاز صحیح نوسان باشد. اگر هنگامی که آونگ هنوز در حال صعود است، ضربه‌ای به طرف پایین بر آن وارد کنیم، دامنه کاهش می‌یابد و نوسان مستهلک می‌شود. اگر ضربه‌های وارد شده کاملاً متقارن باشد، مثلاً، اگر آونگ به طرف بالا حرکت می‌کند ضربه به طرف پایین باشد و نیز هنگامی که آونگ به طرف پایین حرکت می‌کند ضربه وارد شده به طرف پایین باشد هیچ تغییری ایجاد نمی‌شود. به عبارت دیگر، اگر همواره نیروی بازگرداننده را افزایش دهیم

نمی‌توانیم آونگ را به نوسان واداریم. افزایش گرانی باعث افزایش دامنه نمی‌شود. وقتی آونگ رو به پایین حرکت می‌کند باید ضربهٔ رو به پایین شدیدتر از وضعیتی که آونگ در حال صعود است به آن اعمال کنیم.

ستارگان نوار قیفاووسی برای افزایش دامنه‌شان سعی می‌کنند که ضربه‌ای در فاز صحیح به خود وارد کنند. ستاره به‌روشهای مختلفی می‌تواند این کار را انجام بدهد. در اینجا مهم‌ترین روش را بررسی می‌کنیم. این روش به دلیل تغییراتی که در ضریب جذب به وجود می‌آید، سازوکار  $\kappa$  نامیده می‌شود. برای درک نحوهٔ کار این روش ابتدا باید تپشهای بی‌دررو را در نظر بگیریم که در آنها هیچ تبادل انرژی‌ای بین لایه‌های مختلف ستاره‌ای صورت نمی‌گیرد.

## ۴.۱۸ تپشهای بی‌دررو

هنگامی که ستاره در وضعیتی خارج از وضعیت تعادلی‌اش قرار دارد، برهم‌کنش نیروهای فشار و گرانشی باعث حرکت نوسانی ستاره به طرف داخل و خارج می‌شود که مانند حرکت آونگ است با این تفاوت که در آونگ، همواره گرانش سعی در بازگرداندن آونگ به وضعیت تعادل دارد. وقتی که ابعاد ستاره بیش از حد کوچک است، نیروهای فشار آن را به خارج می‌رانند و این نیروها به قدری بزرگ‌اند که نمی‌توانند با نیروهای گرانشی متوازن شوند. هنگامی که ستاره بیش از حد بزرگ است، نیروهای گرانشی آن را به طرف داخل می‌کشند و نیروهای فشار در این حالت به قدری کوچک‌اند که نمی‌توانند با گرانی متوازن شوند. ستاره مانند آونگ از وضعیت تعادلش می‌گذرد. اگر طی تپش هیچ تبادل انرژی‌ای بین لایه‌های مختلف ستاره وجود نداشته باشد، انقباضها و انبساطهای بی‌دررویی خواهیم داشت که می‌تواند تا ابد ادامه داشته باشد. وقتی که ستاره دارای کوچکترین شعاع ممکن است، دما بالاترین مقدار و برعکس هنگامی که بزرگترین شعاع را دارد، دما کمترین مقدار است (شکل ۵.۱۸ را نگاه کنید). در جلد اول (شکل ۶.۱۸ را نگاه کنید) دیدیم که تغییرات نور و سرعت شعاعی رصد شدهٔ ستارهٔ قیفاووسی مربوط به چنین تپشهای بی‌دررو نیست. بالاترین دما هنگامی رصد می‌شود که ستاره در حال انبساط است و تقریباً به شعاع حالت تعادلش رسیده است. کمترین دما نیز هنگامی ظاهر می‌شود که ستاره به طرف داخل حرکت کرده و دوباره به نزدیکی مقدار تعادلی شعاع رسیده است. کاملاً واضح است که تپشهای بی‌دررو نیستند. می‌دانیم که تا حدودی میرایی وجود دارد زیرا، اتلاف انرژی تابشی متناسب با  $T^3$  است. ستاره در فازهای دمای بالا، یعنی هنگامی که فشار اضافی گاز باعث انبساط آن می‌شود دمای بیشتری را از دست می‌دهد. این اتلاف انرژی باعث کاهش دما و در نتیجه کاهش نیروهای فشار می‌شود که دوباره



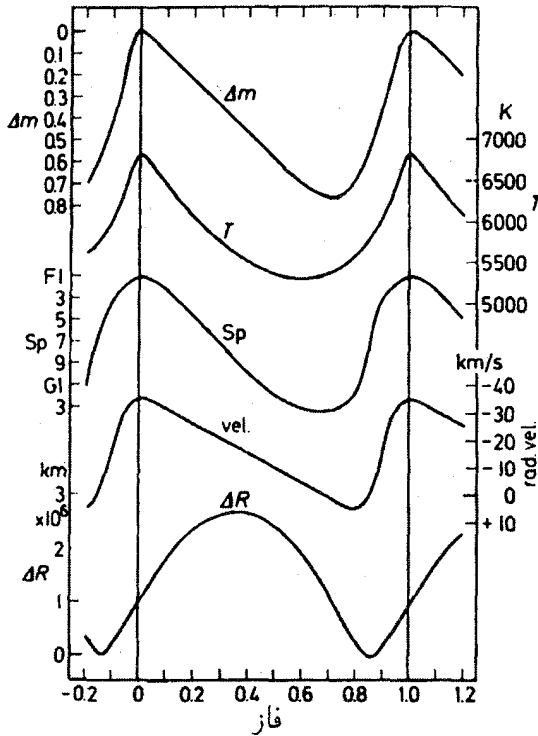
شکل ۵.۱۸ تغییرات سرعت، شعاع، فشار و دمای تپشهای بی‌دررو به‌طور ساده‌ای نشان داده شده‌اند. در کوچکترین شعاع، فشار و دما بالاترین حد ممکن را دارند. در فشار اضافی، لایه‌ها به سمت خارج شتاب می‌گیرند. در فشار کاهش‌یافته، گرانی باعث کشش ستاره به سمت داخل می‌شود. واحدها اختیاری‌اند.

ستاره را به طرف خارج می‌رانند. بنابراین، نیروی بازگرداننده کاهش می‌یابد و ستاره نمی‌تواند به اندازه شعاع بزرگی که در یک دوره تناوب قبل داشته است منبسط شود. تپش میرا می‌شود. مگر اینکه در هر دوره تناوب یک ضربه اضافی و به طرف خارج بر ستاره اعمال شود. این وضعیت اکثر ستارگان است و خود دلیلی است که نشان می‌دهد چرا اکثر ستارگان تپش نمی‌کنند.

برای برانگیختن تپشها، انرژی گرمایی عمدتاً باید در فازهایی بلافاصله پس از حداکثر انقباض اضافه شود به‌طوری که نیروی بازگرداننده، فشار، در طول شتاب ستاره به طرف خارج افزایش پیدا کند.

### ۵.۱۸ برانگیزش تپشها توسط ساز و کار $\kappa$

در فصل ۷ گفتیم که در نمودار HR خط مشخصی وجود دارد که ستارگان دارای ناحیه همرفتی هیدروژنی‌اند را از ستارگانی که فاقد چنین ناحیه‌ای‌اند جدا می‌کند. محاسبات نشان می‌دهند که

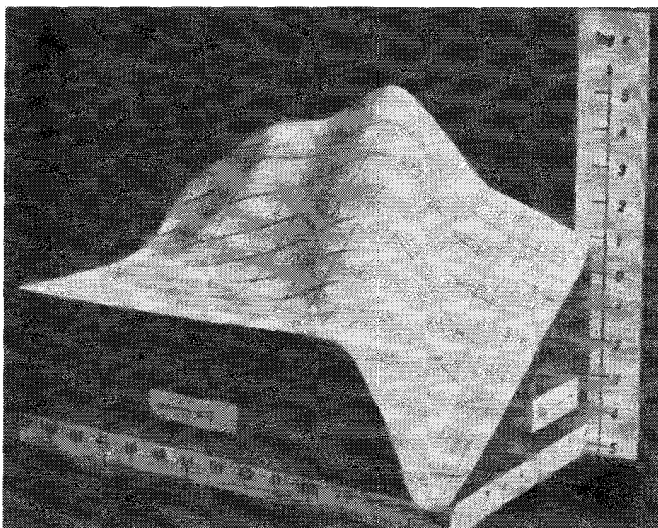


شکل ۶.۱۸ تغییرات رصدشدهٔ مربوط به قدرهای بصری ظاهری، دماهای مؤثر، انواع طیفها و سرعتهای شعاعی ستارگان  $\delta$  ی قیفاووس به صورت تابعی از فاز نمایش داده شده است. در قسمت پایین شکل، تغییرات شعاعی با انتگرالگیری روی سرعتهای تیشی نشان داده شده‌اند. شعاع تقریباً برای حداکثر و حداقل درخشندگی یکسان است.

این خط تقسیم‌کنندهٔ نظری با مکان رصدشدهٔ نوار ناپایداری قیفاووسی توافق دارد.

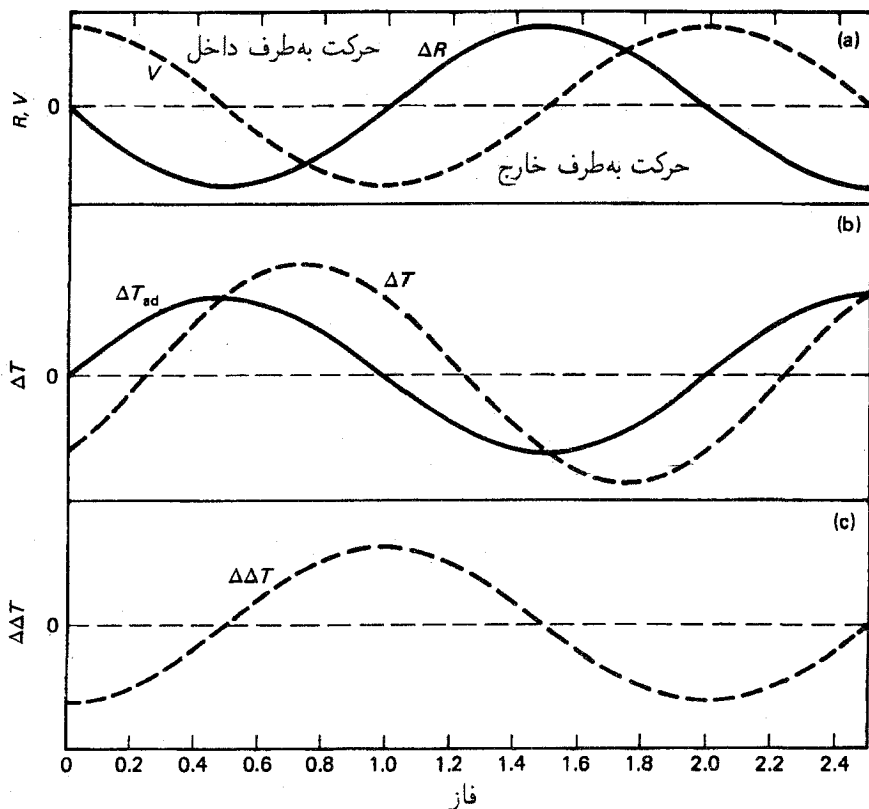
همان‌طور که زواکین (۱۹۵۹) کشف کرد، بستگی ضریب جذب به فشار و دما در این ستارگان، می‌تواند انرژی لازم برای شروع تیشها را تأمین کند. انرژی از شار تابشی به دست می‌آید. سازوکار مربوطه را بکر و کپین‌هان (۱۹۶۲) شرح داده است. در شکل ۷.۱۸، تصویر آنها از «کوه»  $\kappa$  بازسازی شده است. این یک نمایش سه‌بعدی از وابستگی ضریب جذب به فشار و دماست. طی انقباض بی‌دررو، دما و فشار هر دو افزایش می‌یابند؛  $\kappa$  بسته به اینکه به طرف بالا یا پایین این کوه حرکت کنیم ممکن است افزایش یا کاهش پیدا کند از بحث فصل ۳ می‌دانیم که شار تابشی  $F_r$  از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$dz = -dr \quad \text{که در آن} \quad F_r = \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa} \frac{dB}{dz} \quad (۴.۱۸)$$



شکل ۷.۱۸ کوه  $\kappa$  که توسط بکر و کینهان (۱۹۶۲) ساخته شده است.

اگر  $\kappa$  طی انقباض افزایش پیدا کند  $F_T$  کاهش پیدا می‌کند. اگر مقدار مشخصی شار از لایه‌های عمیق‌تر بیرون بیاید، به راحتی نمی‌تواند در لایه‌ای که  $\kappa$  آن افزایش یافته است پخش شود. شار انرژی در ناحیه‌ای که دارای  $\kappa$  بالاست محصور می‌شود. انرژی انباشته می‌شود و دمای ناحیه بالا افزایش می‌یابد. به محض شروع به افزایش  $\kappa$ ، لایه گرم می‌شود. توجه به این نکته مهم است که گرم شدن تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که مقدار  $\kappa$  بزرگتر از مقدار مربوطه‌اش در بیکربندی تعادل باشد. دمای بالاتر به معنی فشار بیشتر یا اضافه فشار بالاتر از فشاری است که باید در انقباض بی‌درو وجود داشته باشد (شکل ۸.۱۸ را نگاه کنید). چون عمل گرم شدن در طول فاز انقباض ادامه می‌یابد، بالاترین دما و فشار اضافی وقتی حاصل می‌شود که شعاع ستاره به مقدار تعادلی‌اش می‌رسد. پس از آن ستاره منبسط می‌شود و در طی انبساط، دما و فشار کاهش می‌یابد و در نتیجه  $\kappa$  نیز کاهش پیدا می‌کند. یعنی، از این به بعد، شار تابشی  $F_T$  افزایش می‌یابد و بیشتر از مقدار تعادلی‌اش می‌شود، انرژی اضافی خارج می‌شود و لایه سرانجام سرد می‌شود و به دمایی کمتر از مقدار تعادل می‌رسد. این فرایند، باعث کاهش دما و فشار گاز در طول فازهای انبساط می‌شود، کاهش فشار در تمام مدت انبساط ادامه می‌یابد. بنابراین کارایی کشش گرانشی که در جهت داخل به ستاره اعمال می‌شود بیشتر است که این به دلیل کاهش نیروی مخالف است. در شکل ۸.۱۸ (الف) طرحی از تغییرات سینوسی فشار که در تپش بی‌درو ظاهر می‌شود رسم

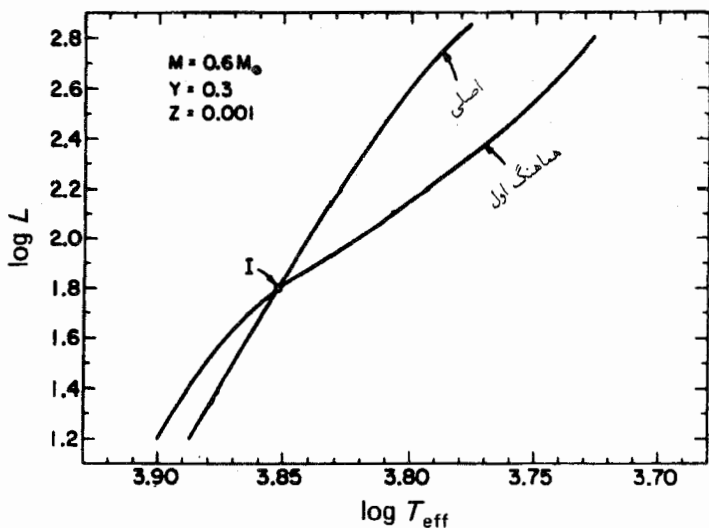


شکل ۸.۱۸ الف) تغییرات بی‌درروی شعاع و سرعت به صورت تابعی از فاز برای یک ستارهٔ قیفاووسی (مقیاس اختیاری است). سرعت‌های منفی به معنی حرکت به طرف خارج و سرعت‌های مثبت نشان‌دهندهٔ حرکت سقوطی‌اند. ب) تغییرات بی‌درروی دما  $\Delta T_{ad}$  (خط توپر). حداکثر  $\Delta T_{ad}$  در حداقل شعاع ظاهر می‌شود و برعکس در لایه‌هایی که  $\kappa$  با افزایش  $T$  و  $P_g$  افزایش می‌یابد، گرمایش اضافی در فازهایی ظاهر می‌شود که دارای مقادیر مثبت  $\Delta T$  و  $\Delta P_g$  هستند. سرد شدن اضافی در مقادیر منفی  $\Delta T$  و  $\Delta P_g$  ظاهر می‌شود. ج) افزایش اضافی دما  $\Delta\Delta T$ ، به‌طور ساده‌ای نشان داده شده است. این مقدار در طول فازی که  $\Delta T$  و  $\Delta P_g$  مثبت‌اند افزایش می‌یابد. تنها هنگامی که انبساط باعث می‌شود که شعاع از حد تعادلش فراتر رود  $\Delta\Delta T$  عملاً کاهش می‌یابد. در (ب)، مقدار نهایی،  $\Delta T = \Delta T_{ad} + \Delta\Delta T$  به‌شکلی ساده و به صورت تابعی از زمان (خط چین) نشان داده شده است.  $\Delta P_g \propto \Delta T$  در طول فازهای انبساط نسبت به فازهای انقباض بزرگتر است که این مسئله منجر به برانگیختگی تپش می‌شود.

شکل ۸.۱۸ ج) طرحی از دمای اضافی  $\Delta\Delta T$  را نشان می‌دهد که به فشار اضافی  $\Delta\Delta P_g$  می‌انجامد که بر اثر گرم شدن یا سرد شدن ناشی از تغییرات  $\kappa$  در لایه‌ای است که در آن  $\kappa$  در طول انقباض بی‌دررو افزایش و در انبساط بی‌دررو کاهش می‌یابد. درک این مسئله مهم



است که  $\Delta\Delta P_g$  در مقایسه با تغییرات فشار بی‌دررو جابه‌جایی فازی حدود  $\frac{1}{4}\pi \sim$  دارد. شکل ۸.۱۸(ب)، طرحی از تغییرات نهایی دما (و فشار) را به صورت تابعی از فاز نشان می‌دهد. تغییر نهایی فشار گاز جابه‌جایی فازی نسبت به مورد بی‌دررو دارد که این پدیده از مقایسه شکل ۵.۱۸ دیده می‌شود. در طول فاز اولیه انبساط پس از اینکه شعاع ستاره به کوچکترین مقدارش رسید، فشار اضافی گاز باعث اعمال یک ضربه اضافی بر ستاره به طرف خارج می‌شود درحالی‌که گاز از قبل حرکتش را به طرف خارج شروع کرده است. هنگامی که ستاره هنوز به طرف داخل حرکت می‌کند، فشار اضافی یا صفر است یا بسیار کوچک است. این وضعیت مانند حالتی است که درست پس از رسیدن آونگ به بالاترین ارتفاع و در شروع حرکتش به طرف پایین یک ضربه اضافی بر آن وارد می‌کنیم یعنی دقیقاً همان چیزی است که برای برانگیختن نوسان به آن نیاز داریم. در طول فازهایی که شعاع افزایش یافته است، کمبود فشار افزایش می‌یابد و به حداکثر مقدارش می‌رسد که این زمانی است که ستاره شروع به کوچک شدن کرده است. این نیز مشابه حالتی است که به آونگی که از قبل در حال سقوط است ضربه دیگری به سمت پایین وارد می‌کنیم. نیروی بازگرداننده، که در این مورد گرانی است، در ستاره‌ای که در حال کوچک شدن است مؤثرتر از وضعیتی است که در آن ستاره در حال انبساط است. دقیقاً به روابط فازی می‌رسیم که برای افزایش یا برانگیختگی تپش نیاز داریم. البته این تنها در نواحی کاربرد دارد که در آنها،  $\kappa$  در طول انقباض افزایش پیدا کند. اگر  $\kappa$  در طول انقباض کاهش پیدا کند حالت عکس پیش می‌آید و تپش میرا می‌شود. در شکل ۷.۱۸ می‌بینیم که کنار ناحیه‌ای که در آن  $\kappa$  طی انقباض افزایش می‌یابد همواره ناحیه‌ای نیز وجود دارد که در آن  $\kappa$  طی انقباض کاهش پیدا می‌کند یعنی یک ناحیه میرایی. پس بعضی لایه‌ها به برانگیختگی تپش کمک می‌کنند و بعضی دیگر باعث میرایی آن می‌شوند. می‌دانیم که در دماهایی حدوداً بالاتر از  $6000\text{ K}$ ،  $\kappa$  به دلیل شروع یونش هیدروژن و برانگیختگی ترازهای انرژی بالاتر در اتم هیدروژن افزایش می‌یابد. همچنین می‌دانیم که این افزایش  $\kappa$  به ناپایداری همرفتی در ناحیه یونش هیدروژن می‌انجامد. افزایش دیگری در  $\kappa$  برای انقباض بی‌دررو در محدوده دمایی حدود  $40000\text{ K}$  اتفاق می‌افتد یعنی جایی که، جذب پیوسته لیمان برای هیدروژن اهمیت زیادی می‌یابد و جایی که جذب تراز پایه هلیوم در کدری شرکت می‌کند. این همچنین ناحیه‌ای است که در آن  $\text{He}^+$  به  $\text{He}^{2+}$  یونیده می‌شود. هر دو ناحیه از نظر همرفتی ناپایدارند. بین این دو قله  $\kappa$ ، دره‌ای وجود دارد که در میرایی تپشها سهیم است. پس این پرسش پیش می‌آید که کارایی کدامیک بیشتر است: برانگیختگی ناشی از افزایش  $\kappa$  در طول انقباض یا میرایی ناشی از نواحی که در آنها  $\kappa$  در طول انقباض کاهش پیدا می‌کند؟ پاسخ این پرسش بستگی شدیدی به دامنه



شکل ۹.۱۸ در نمودار تابندگی،  $T_{\text{eff}}$ ، گوشه‌های آبی نوار ناپایداری مربوط به مد اصلی و مد اولین همهانگ برای ستارگانی که دارای جرم  $M = 0.6 M_{\odot}$  و تابندگیهای گوناگون اند نشان داده شده است. در تابندگیهای بالاتر، ناپایداری مربوط به مد اصلی نسبت به مد اولین همهانگ بیشتر به طرف  $T_{\text{eff}}$  بالاتر گسترش می‌یابد. در حالتی که تابندگیها کمتر باشد عکس این حالت صادق است. در شاخه افقی، آبی‌ترین ستارگان RR شلیاق، نوع C بیلی (جلد اول را نگاه کنید)، با مد اولین همهانگ تپش می‌کنند. ستارگان سردتر RR نوع A شلیاق با مد اصلی تپش می‌کنند.

تپش در لایه‌های مختلف دارد، که ویژه توابع  $\xi(r)$  آن را تعیین می‌کنند. اگر دامنه‌ها در نواحی برانگیختگی بزرگ و در نواحی میرایی بسیار کوچکتر باشند، آن وقت با یک برانگیختگی خالص مواجه می‌شویم. اگر دامنه‌ها در نواحی میرایی بزرگتر باشند آن وقت ستاره حداقل نسبت به آن مد ویژه تپش پایدار می‌ماند. ممکن است دامنه مد اصلی در یک ناحیه برانگیختگی بزرگ و در ناحیه میرایی کوچک باشد. اگر چنین باشد، ستاره نسبت به تپش با مد اصلی ناپایدار خواهد شد. برای همین ستاره، ممکن است دامنه مربوط به مد اولین همهانگ در ناحیه برانگیختگی کوچک و در ناحیه میرایی بزرگتر باشد. در این صورت همین ستاره نسبت به تپش با مد اولین همهانگ پایدار خواهد بود. برای ستاره دیگری ممکن است عکس این وضع پیش بیاید در واقع نوارهای ناپایداری مربوط به مدهای مختلف به طور کامل همپوشی ندارند که این مورد در شکل ۹.۱۸ دیده می‌شود که در آن مرزهای آبی مربوط به نوار ناپایداری ستاره با  $M = 0.6 M_{\odot}$  نشان داده شده است. خطوط مرزی مربوط به مد اصلی و مد اولین همهانگ با یکدیگر توافق ندارند. در کمترین تابندگیها، آبی‌ترین متغیرها تنها می‌توانند در مد اولین همهانگ تپش کنند در حالی که در ستارگان تابنده‌تر، آبی‌ترین متغیرها تنها نسبت به مد اصلی ناپایدارند.

## ۶.۱۸ برانگیختگی توسط تولید انرژی هسته‌ای؟

در بحث‌های اولیه ناپایداری تپشی، واکنش‌های هسته‌ای را به عنوان سازوکاری محتمل برای برانگیختگی در نظر گرفتیم. طی انقباض، دما و فشار در نواحی سوزان بالاترند که این به افزایش تولید انرژی و گرمایش این ناحیه می‌انجامد که خود باعث افزایش فشار گاز می‌شود که بیشترین مقدارش را در طول فازهای اولیه انبساط دارد. گرمایش آن قدر ادامه می‌یابد که شعاع ستاره به مقدار حالت تعادلش می‌رسد. در شعاع‌های بزرگتر تولید انرژی کاهش می‌یابد و بخش داخلی ستاره سرد می‌شود. این اثر بسیار شبیه افزایش  $\kappa$  در نواحی خارجی است. روابط فاز نیز مشابه‌اند. در واقع، این مسئله باعث می‌شود که ناحیه سوزان هسته‌ای به صورت یک ناحیه برانگیخته درآید. البته، چیزی که در این کتاب اهمیت دارد این است که، ستارگان قیفاووسی در مرحله پیشرفته‌ای از تحول، با غلظت بسیار بالای چگالی در ناحیه داخلی، قرار دارند. بنابراین، دامنه‌های تپش و ویژه توابع  $\xi(r)$  در ناحیه تولید انرژی هسته‌ای بسیار کم است؛ برای دیدن این اثر، شکل ۳.۱۸ را نگاه کنید. به دلیل این دامنه بسیار کوچک، برانگیختگی حاصل از تولید انرژی هسته‌ای آن قدر کوچک است که هرگز نمی‌تواند بر میرایی در نواحی سطحی که در آن دامنه‌ها بزرگ‌اند غلبه کند. اگر ناحیه سوزان هسته‌ای در ستاره، تا جایی که دامنه‌ها بزرگ‌ترند گسترش داشت در آن صورت، کارایی سازوکار برانگیختگی بیشتر می‌شد. همچنین اگر بستگی دمایی تولید انرژی شدیدتر بود، کارایی این سازوکار برانگیختگی بیشتر می‌شد. جی.پی. کاکس (۱۹۵۶) محاسبه کرد که برانگیختگی سوختن هسته‌ای در صورتی بر میرایی غلبه می‌کند که یا ناحیه سوختن تا شعاعی حدود  $5^\circ$  درصد شعاع ستاره گسترش یابد و یا بستگی دمایی تولید انرژی متناسب با  $T^{10}$  باشد. مورد دوم هرگز اتفاق نمی‌افتد. مورد اول نیز وقتی امکان‌پذیر است که مراحل تحولی ستاره بسیار بزرگ باشند یعنی وقتی که ستاره بخش اعظم پوششش را از دست داده است.

## ۷.۱۸ حدود دامنه‌های تپش

حال از خود می‌پرسیم که تپشها چگونه شروع می‌شوند و چه چیزی دامنه‌ها را محدود می‌کند. چه عاملی جلوی رشد نامتناهی دامنه را می‌گیرد؟ اگر به کوه  $\kappa$  در شکل ۷.۱۸ نگاه کنیم پاسخ پرسش دوم آسان خواهد بود. اگر طی انقباض ستاره، تغییر دما و فشار به قدری بزرگ باشد که از قله کوه بالا برویم، افزایش بیشتر دامنه باعث کاهش  $\kappa$  و بنابراین میرایی خواهد شد. دامنه تپش توسط ارتفاع قله‌های کوه  $\kappa$  محدود می‌شود. اثرات دیگر، مانند افزایش اتلاف انرژی در سطح در حالتی که تغییرات دما بسیار بزرگ باشد نیز دامنه را محدود می‌کند.

برای شروع تپش تنها به افزایش تصادفی بسیار کوچکی در فشار در نقطه‌ای نیاز داریم. این

مقدار به مرور زمان زیاد و منجر به ایجاد تپشها خواهد شد تنها چیزی که لازم است، یک اختلال اولیه بسیار کوچک است. این اختلال به‌طور اجتناب‌ناپذیری رشد می‌کند. چنین اختلالهای کوچکی می‌توانند به راحتی در ناحیه‌ای که از نظر همرفت ناپایدار است ظاهر شوند حتی اگر سرعتها و انتقال همرفتی انرژی بسیار کوچک باشند.

## ۸.۱۸ لبه‌های نوار ناپایداری

### ۱.۸.۱۸ لبهٔ آبی

کارایی نواحی‌ای که دارای عمق نوری بزرگتری هستند در تولید برانگیختگی یا میرایی بیشتر است. در عمق نوری کم، تابش می‌تواند به راحتی فرار کند و هر اختلاف دمایی به سادگی از بین می‌رود. در ستارگانی که دارای دماهای مؤثر در حال افزایش‌اند، اگر ناحیهٔ برانگیختگی به سطح ستاره نزدیک‌تر شود، ناپایداری تپشی از بین می‌رود. این مسئله لبهٔ آبی نوار ناپایداری را مشخص می‌کند. چون نواحی برانگیختگی برای مد اصلی و مد اولین هماهنگ در عمقهای مختلفی قرار دارند، لبه‌های آبی مربوط به این دو مد در نمودار HR در دو مکان مختلف قرار می‌گیرند. ستارگان نزدیک به لبهٔ آبی ممکن است بسته به  $L$  و  $T_{\text{eff}}$  شان تنها نسبت به مد اصلی یا اولین نت فرعی ناپایدار باشند (شکل ۹.۱۸ را نگاه کنید).

### ۲.۸.۱۸ لبهٔ سرخ

دیدیم که برانگیختگی توسط سازوکار  $\kappa$  ناشی از افزایش  $\kappa$  در ناحیه از نظر همرفتی ناپایدار است که به گیر افتادن شار تابشی می‌انجامد و این پدیده نیز به نوبهٔ خود باعث افزایش دما می‌شود. این وضع فقط وقتی اتفاق می‌افتد که شار تابشی بر اثر افزایش  $\kappa$  به دام بیفتد. اگر بخش اعظم انرژی از طریق همرفت منتقل بشود، افزایش  $\kappa$  نمی‌تواند این انرژی را به دام بیندازد. مقدار بسیار کم شار تابشی باقیمانده سهم آن‌چنانی در گرمایش اضافی ندارد. اگر کارایی انتقال همرفتی انرژی مناسب باشد، سازوکار برانگیختگی نمی‌تواند فعال شود. تپشها تنها در ستارگانی برانگیخته می‌شوند که در آنها، کارایی انتقال همرفتی انرژی در نواحی که  $\kappa$  در حال افزایش است بسیار پایین باشد. این پدیده درست در خط مرزی آغاز همرفت با کارایی مناسب اتفاق می‌افتد، یعنی دقیقاً جایی که ستارگان تپنده را در نمودار HR، یعنی در نوار ناپایداری قیفاووسی، رصد می‌کنیم. اگر ستارگان قیفاووسی نزدیک خط مرزی سرخ باشند، ممکن است در کسر کوچکی از چرخهٔ تپشی‌شان، دارای همرفتی با کارایی در حال رشد باشند. اینکه آیا واقعاً چنین اتفاقی می‌افتد یا نه در حال حاضر مشخص نیست. ممکن است به این نکته اشاره شود که موقع صحبت دربارهٔ تپشهای ستارگان داغ و سنگین که در آنها فشار تابشی اهمیت زیادی دارد، باید گفته‌هایمان را در این فصل اصلاح کنیم.

## مسئله جرم قیفاووسی

### ۱.۱۹ اهمیت تعیین جرم قیفاووسی

می‌دانیم که ستارگان قیفاووسی در مرحلهٔ پیشرفته‌ای از تحول قرار دارند زیرا، حلقه‌های آبی تنها راهی است که آنها می‌توانند برای مدت نامحدودی در نوار ناپایداری باقی بمانند. اگر بتوانیم جرم و تابندگی یک ستارهٔ قیفاووسی را تعیین کنیم، می‌توانیم به بررسی این مسئله بپردازیم که آیا تابندگی ستارهٔ قیفاووسی با آنچه بدون در نظر گرفتن پدیدهٔ فراجت یا اختلاط اضافی انتظار داریم سازگاری دارد یا نه.  $L$  بزرگتر ممکن است نشان‌دهندهٔ اختلاط اضافی باشد (شکل ۳.۱۵ را نگاه کنید). در واقع می‌توان، مقدار اختلاط مربوط به ستارهٔ قیفاووسی پیشرو در رشتهٔ اصلی را، با تعیین جرم و تابندگی یک ستارهٔ قیفاووسی معلوم مدرج کرد. البته باید فراوانیهای شیمیایی و  $K$  صحیح را نیز بدانیم. برای یک  $L$  معین، جرمهای به‌دست آمده ستارهٔ قیفاووسی اگر مثلاً فراوانی مفروض هلیوم با ضریبی حدود ۲ تغییر کند، ممکن است تا  $50^\circ$  درصد تغییر کنند.

همچنین می‌توانیم، سازگاری تحول ستاره‌ای و نظریه‌های تپش را با تعیین جرمهای ستارگان قیفاووسی به روشهای مختلفی بررسی کنیم که این یا با استفاده از نظریهٔ تکامل یا تپش و یا با در

نظر گرفتن جنبه‌های مختلف آن نظریه‌ها امکان‌پذیر است. البته، اگر این نظریه‌ها صحیح باشند، باید همان جرم را به دست بیاوریم و فرقی ندارد که از چه طریقی این کار را انجام می‌دهیم.

## ۲.۱۹ رابطه دوره تناوب-درخشندگی

تعدادی از ستارگان قیفاووسی در خوشه‌های کهکشانی وجود دارند. دوره تناوب آنها قابل اندازه‌گیری است، و فاصله‌های آنها را می‌توان مثلاً، با برازش رشته اصلی یا روشهای معادلی تعیین کرد. بنابراین می‌توان میانگینهای قدرمطلق آنها را که در یک تناوب حساب شده است به دست آورد. اولین بررسی گسترده فاصله‌های خوشه‌های دارای ستارگان قیفاووسی، توسط سنديج و تامان (۱۹۶۸) و بررسی اخیر توسط اشमित (۱۹۸۴) صورت گرفته است. از این بررسیها رابطه‌ای بین دوره تناوب و درخشندگی به دست می‌آید. سنديج و تامان فاصله‌های خوشه را با تطبیق رشته اصلی خوشه با رشته اصلی خوشه هیادها به دست آوردند که در آن مقدار  $3r^{\circ} = M_V - m_V$  را در نظر گرفتند. مقداری که اخیراً به دست آمده،  $3r^{\circ} = M_V - m_V$  است. با استفاده از این مدولهای جدید فاصله، سنديج و تامان (۱۹۶۸) رابطه‌ای برای دوره تناوب-درخشندگی به صورت زیر به دست آوردند

$$M_V = -3r^{\circ} \log P + 2r^{\circ} (\bar{B}_0 - \bar{V}_0) - 2r^{\circ} \quad (1.19)$$

رابطه نسبتاً جدید دوره تناوب-درخشندگی که اشमित (۱۹۸۴) به دست آورده به صورت زیر است

$$M_V = -3r^{\circ} \log P + 2r^{\circ} (\bar{B}_0 - \bar{V}_0) - 2r^{\circ} \quad (2.19)$$

که به ازای یک دوره تناوب معلوم، قدرهای ضعیف‌تر و بنابراین فاصله‌های کوچکتری برای ستارگان قیفاووسی به دست می‌دهد.  $\bar{B}_0$  و  $\bar{V}_0$  قدرهای میانگین آبی و مرئی ستاره قیفاووسی‌اند که برای جذب بین ستاره‌ای تصحیح شده‌اند.

## ۳.۱۹ جرمهای تحولی

با داشتن رابطه‌های دوره تناوب-درخشندگی (۱.۱۹) یا (۲.۱۹) می‌توان فواصل و قدرهای مطلق ستارگان قیفاووسی منفرد را که دوره تناوب و رنگشان اندازه‌گیری شده‌اند به دست آورد. با تعیین

از  $T_{\text{eff}}$  B - V متوسط، درخشندگی از  $M_V$ ، و تصحیح‌های تابش‌سنجی BC، می‌توان مکان ستاره قیفاووسی در نمودار  $T_{\text{eff}}$ -درخشندگی را بر مسیر تحولی جرم مشخصی که در واقع جرم یک ستاره قیفاووسی است مطابقت داد. این جرمها، جرمهای تحولی نامیده می‌شوند. با در نظر گرفتن  $L \propto M^{2.5}$ ، خطایی در مدول فاصله به‌اندازه  $\Delta M_V = 0.3$  یا  $\Delta \log L = 0.12$  باعث ایجاد خطایی به‌اندازه  $\Delta \log M = 0.26$  در جرم یا معادل ۶ درصد می‌شود. جرمهای تحولی به‌دست‌آمده، نسبت به خطاهای کوچک مربوط به تعیین فاصله نسبتاً غیرحساس‌اند. شکل ۱.۱۶ نشان می‌دهد که برای یک درخشندگی معلوم، جرمهای تحولی کوچکتر مربوط به فراوانیهای بالاتر هلیوم و فراوانیهای کوچکتر عناصر سنگین‌اند. مثلاً برای ستاره ذبابة قیفاووس که دارای درخشندگی‌ای برابر با  $\log L \sim 3.5$  است، اگر  $Y = 0.36$  و  $Z = 0.2$  باشد جرمش حدود  $M/M_{\odot} = 7.5$  حاصل می‌شود. برای  $Y = 0.28$ ، مقداری که اخیراً به‌دست آمده،  $M/M_{\odot} \sim 7.5$  برای  $M/M_{\odot} = 5.5$  و  $Z = 0.3$  و  $M/M_{\odot} = 5.5$  برای  $Z = 0.1$  خواهد بود.

## ۴.۱۹ جرمهای تپنده

در فصل ۱۸ دیدیم که می‌توانیم مسیر رابطه رصدشده دوره تناوب-تابندگی را به‌طور نظری به‌عقب برگردانیم تا به رابطه دوره تناوب-چگالی برسیم یعنی

$$P = Q \left( \frac{1}{\bar{\rho}/\bar{\rho}_{\odot}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.19)$$

«ثابت‌های»  $Q$  به جرم و لایه‌بندی دما و چگالی در ستاره وابسته‌اند. برای یک مدل ستاره‌ای خاص،  $Q$  را می‌توان حساب کرد. با استفاده از دوره تناوب تپش رصدشده  $P$  یک ستاره قیفاووسی و مقدار به‌دست‌آمده  $Q$  چگالی متوسط به‌صورت زیر و با استفاده از رابطه (۳.۱۹) به‌دست می‌آید

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

با دانستن  $T_{\text{eff}}$  ستاره قیفاووسی از رنگ B - V آن و  $M_V$  (با استفاده از  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$ ) می‌توان شعاع را حساب کرد و  $M \propto R^3 \bar{\rho}$  به‌دست می‌آید. اگر درخشندگیهای رصدشده (یعنی، تعیین فاصله)،  $T_{\text{eff}}$  (که تنها اثر ناچیزی دارد) و نیز اگر مدل‌های نظری صحیح باشند، باید همان مقادیری را برای این جرمها به‌دست بیاوریم که برای جرمهای تحولی به‌دست آوردیم. متأسفانه، جرمهای تپنده  $M_p$  به فاصله‌های به‌دست‌آمده  $d$  ستارگان بسیار حساس‌اند زیرا  $R^2 \propto L$  و بنابراین

$M_p \propto L^{2/3}$  است. با در نظر گرفتن  $L \propto D^2$ ،  $M_p \propto d^2$  به دست می آید. برای فاصله‌هایی که طبق رابطه (۱.۱۹) به دست آمد، جرمهای تپنده تقریباً با جرمهای تحولی  $M_{ev}$  توافق دارند. برای فاصله‌های کوچکتر که از معادله (۲.۱۹) حساب می‌شود، جرمهای تپنده حدود ۴۰ درصد کوچکتر خواهند بود. خطایی حدود  $\Delta M_V = 0.3^\circ$ ، منجر به  $\Delta \log M = 0.18^\circ$  یا خطایی حدود  $5^\circ$  درصد در جرم محاسبه شده می‌شود.

## ۵.۱۹ جرمهای باده-وسلنیک

برای اینکه بتوانیم جرمهای ستارگان قیفاووسی را با اطمینان تعیین کنیم، باید روشهایی را به کار ببریم که مستقل از تعیین فاصله‌ای باشد که هنوز دارای خطا هستند. روش باده-وسلنیک روشی است که می‌توان در این مورد از آن استفاده کرد. شعاعهای ستارگان را می‌توان از طریق سرعتهای شعاعی رصدشده  $v_r$  حساب کرد که از آنها می‌توان سرعتهای انبساط  $v_{exp}$  را به دست آورد. برای اختلاف شعاعهای ستاره قیفاووسی در فاز  $\phi_1$  و  $\phi_2$  که مربوط به زمان  $t_1$  و  $t_2$  است به رابطه زیر می‌رسیم

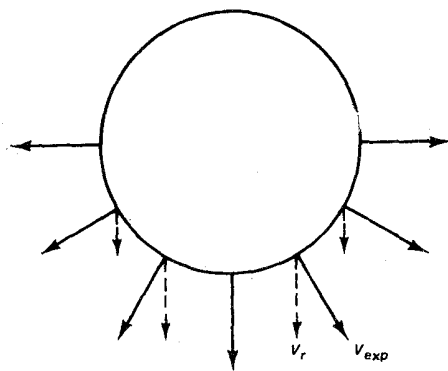
$$\Delta R = R(\phi_2) - R(\phi_1) = \int_{t_1}^{t_2} v_{exp}(t) dt \quad (4.19)$$

می‌توانیم سرعتهای شعاعی  $v_r$  را با استفاده از خطوط طیفی حساب کنیم. با توجه به شکل ۱.۱۹ می‌بینیم که سرعت شعاعی اندازه‌گیری شده، متوسط مؤلفه تصویرشده خطوط دید سرعت انبساط است که روی سطح مرئی ستاره متوسط‌گیری شده است. ضریب  $v_{exp}/v_r$  دارای عدم قطعیت است (شکلهای ۱.۱۹ و ۲.۱۹ را نگاه کنید) ولی احتمالاً برای ستارگان قیفاووسی که در اینجا درباره‌شان صحبت کردیم، به مقدار  $0.1 \pm 0.3$  نزدیک است. برای تعیین شعاع، تغییرات قدرهای تابش سنجی به کار می‌روند:

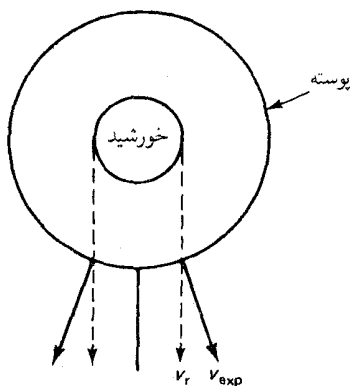
$$m_{bol}(\phi_1) - m_{bol}(\phi_2) = 2.5 \log \frac{L(\phi_2)}{L(\phi_1)} = 2.5 \left[ \log \frac{T_{eff}^r(\phi_2)}{T_{eff}^r(\phi_1)} + \log \frac{R^2(\phi_2)}{R^2(\phi_1)} \right] \quad (5.19)$$

مقدار  $T_{eff}$  مربوط به دو فاز، از رنگهای اندازه‌گیری شده  $B - V$  یا رنگهای فروسرخ به دست می‌آید. با دانستن  $T_{eff}$ ، نسبت شعاعها  $X = R(\phi_2)/R(\phi_1)$  به دست می‌آید و مقدار  $R(\phi_1) = \Delta R/(X - 1)$  قابل محاسبه می‌شود. با به دست آمدن  $R(\phi_1)$  برای بسیاری از فازها، می‌توان شعاع متوسط را محاسبه کرد و به کار بردن آن در معادله (۳.۱۹)، جرم را از زمان تناوب تپش



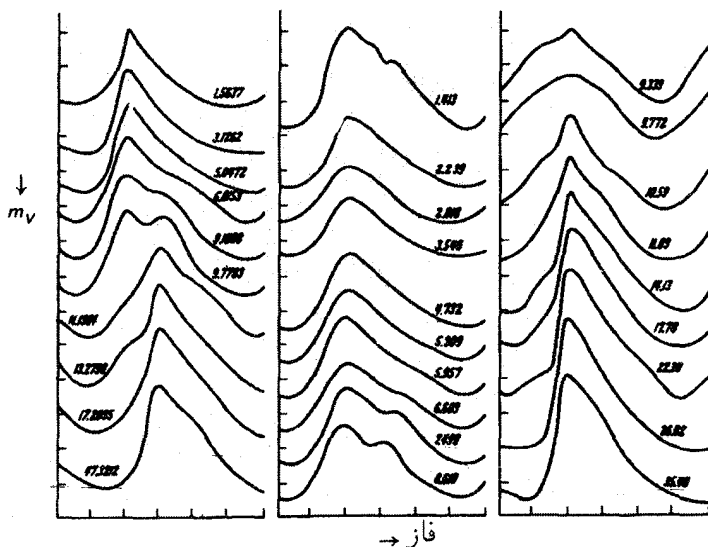


شکل ۱.۱۹ خط جذبی که در سطح ستاره تشکیل شده است، خط متوسط مؤلفه دید سرعت  $v_r$  ماده‌ای نشان می‌دهد که با سرعت  $v_{exp}$  منبسط می‌شود، مقدار  $v_r$  به‌طور قابل ملاحظه‌ای از سرعت انبساط کوچکتر است. در صورتی که درخشندگی لبه کمتر باشد،  $v_r$  متوسط تا حدودی بزرگتر است و نسبت  $v_{exp}/v_r$  کوچکتر می‌شود.



شکل ۲.۱۹ اگر جذب خطی در پوسته در حال انبساطی در اطراف ستاره صورت گیرد، فقط ماده‌ای که مقابل ستاره قرار گرفته است در پدیده جذب سهم خواهد داشت. برای این ماده، خط مؤلفه دید سرعت  $v_r$  تقریباً معادل سرعت انبساط  $v_{exp}$  است.

به‌دست آورد. اینها جرمهای باده‌وسلنیک  $M_{BW}$  نامیده می‌شوند. این روش به‌طور کلی بسیار مفید است. متأسفانه در حال حاضر، بسته به استفاده از رنگهای  $B - V$  یا رنگهای فرورسرخ، شعاعهای مختلفی به‌دست می‌آیند. با استفاده از رنگهای  $B - V$ ،  $M_{BW}$  بسیار کوچکتر از  $M_{ev}$  می‌شود. برای رنگهای فرورسرخ،  $M_{BW}$  سازگاری بهتری با  $M_{ev}$  خواهد داشت. ظاهراً هنوز مشکلاتی در رابطه با درجه‌بندی رنگ  $T_{eff}$  و نیز تعیین نسبت صحیح  $v_{exp}/v_r$  که باید به‌کار برود وجود دارد.



شکل ۳.۱۹ در ستارگان قیفاووسی که دارای دوره تناوبی حدود ۱۰ روزند، منحنیهای نور (و سرعت) برآمدگی‌هایی را نشان می‌دهند. برآمدگی به‌شکلی اصولی با افزایش دوره تناوب جابه‌جا می‌شود. دوره تناوب ستارگان قیفاووسی برحسب روز روی منحنیهای نور مشخص شده‌اند.

## ۶.۱۹ جرمهای برآمده و جرمهای ضربانی

### ۱.۶.۱۹ جرمهای برآمده

راه دیگری برای تعیین جرم قیفاووسی‌ها وجود دارد که مستقل از تعیین فاصله است. در این روش از شکل منحنیهای رصدشدهٔ قدر و سرعت استفاده می‌شود. برای ستارگان قیفاووسی که دارای دوره‌های تناوب حدود ۱۰ روزند، منحنیهای نور و سرعت برآمدگیهایی را نشان می‌دهند (شکل ۳.۱۹). فازهای این برآمدگیها، با افزایش دوره تناوب به‌طور سیستماتیک جابه‌جا می‌شوند. این برآمدگیها در منحنیهای محاسبه‌شدهٔ نور و سرعت نیز ظاهر می‌شوند. از لحاظ نظری، فازی که در آن این برآمدگی ظاهر می‌شود به جرم ستارهٔ قیفاووسی بستگی دارد. بنابراین، از فاز رصدشدهٔ برآمدگی می‌توان برای تعیین جرمهای به‌اصطلاح برآمده  $M_b$  استفاده کرد. بزرگی این جرمها حدود نصف جرمهای استاندارد تحولی  $M_{ev}$  است ولی در فاصله‌های کوچکتر، سازگاری نسبتاً خوبی با جرمهای ضربانی دارد.

### ۲.۶.۱۹ جرمهای ضربانی

در بعضی قیفاووسی‌هایی که دوره تناوبشان کوتاه است، پدیدهٔ به‌اصطلاح ضربان یا زنش مشاهده

می‌شود. اصولاً این ستارگان با یک دوره تناوب می‌تپند ولی دامنه تپش با دوره تناوب طولانی‌تری تغییر می‌کند. چنین پدیده‌های زنشی هنگامی مشاهده می‌شوند که تپش از برهم‌نهی دو دوره تناوب به وجود آید: اگر: مثلاً، نسبت دوره‌های تناوب به صورت  $4 : 3$  باشد، پس از ۳ زمان تناوب طولانی‌تر و ۴ زمان تناوب کوتاه‌تر، دو تپش هم‌فاز ایجاد می‌شود و دامنه‌ها با یکدیگر جمع می‌شوند، بنابراین دامنه تپش بزرگ می‌شود. در نیمه راه، تپشهای دو دوره تناوب در فاز متقابل‌اند و دامنه‌ها از یکدیگر کم می‌شوند در نتیجه دامنه تپش نهایی کوچک می‌شود. در فصل ۱۸ دیدیم که نسبت دوره تناوب اولین هماهنگ به دوره تناوب اصلی بستگی به میزان تراکم جرم در مرکز دارد که این نیز به نوبه خود تابع جرم است. برای جرمهای کوچکتر تراکم چگالی کمی بزرگتر است. بنابراین از نسبتهای دوره تناوب نیز می‌توان برای تعیین جرمهای این قیفاووسی‌ها استفاده کرد. در حال حاضر و با استفاده از این روش، جرمهای کوچکی حدود یک یا دو برابر جرم خورشیدی برای قیفاووسی‌های ضربانی به دست آمده‌اند. برای چنین جرمهای کوچکی، حلقه‌های آبی نظری هرگز وارد نوار ناپایداری قیفاووسی نمی‌شوند که این با مدل‌های نظری سازگار نیست. ممکن است ستارگان واقعی، تراکم جرم بیشتری نسبت به آنچه فکر می‌کنیم داشته باشند. مقادیر نادرست ضرایب جذب می‌تواند نتایج غلطی به بار بیاورد یا ممکن است که این ستارگان با مدهای اولین و دومین هماهنگشان بتپند، نه با مد اصلی یا اولین نت فرعی که تا به حال فرض کرده‌ایم.

## ۷.۱۹ جرمهای دینامیکی

جرمهای به اصطلاح دینامیکی مؤلفه دوم یک سیستم دوتایی را به شرطی می‌توان تعیین کرد که جرم مؤلفه اول از سایر رصدها معلوم باشد. مثلاً اگر ستاره ۱ یک ستاره رشته اصلی با طیفی از نوع  $A^{\circ}V$  باشد، می‌دانیم که جرمش  $M_1$  باید حدود  $M_1 = 2.5M_{\odot}$  باشد. در یک سیستم دوتایی، نسبت جرمی جرمهای ستاره‌ای  $M_2$  به  $M_1$  را می‌توان از نسبت سرعت‌های مداری  $v_2$  و  $v_1$  به دست آورد: در هر لحظه باید  $M_1/M_2 = v_2/v_1$  باشد. اگر بتوانیم  $v_2/v_1$  را اندازه‌گیری کنیم می‌توانیم جرم دینامیکی  $M_2$  را به دست بیاوریم.

ستارگان برای اینکه سرعت‌های شعاعی به اندازه کافی بزرگ داشته باشند که بتوان به دقت آنها را اندازه‌گیری کرد، باید دوتاییهای نسبتاً نزدیکی با دوره‌های تناوب حداکثر چند سال باشند یعنی، شعاعهای مداری آنها فقط چند واحد نجومی باشد. بنابراین دوتاییهای قیفاووسی را نمی‌توان دید. زیرا، قیفاووسی‌ها به قدری دورند که دوتاییهای آنها با مدارهایی حدود چند سال قابل تفکیک نیستند. باید قادر به اندازه‌گیری سرعت‌های شعاعی هر دو مؤلفه مزدوج یک سیستم طیف‌نمایی دوتایی

نیز باشیم. در ستارگان قیفاووسی، وجود چنین شرطی همواره مشکل بوده است زیرا ابرغولهای درخشانی هستند و همه همدمهای رشته‌های اصلی نیز از نظر درخشش در ناحیه مرئی طیف، بسیار کم‌نورترند. شانس یافتن یک همدم ابرغول بسیار کم است. حتی همدمهای غول نیز در ناحیه نوری، از نظر درخشش بسیار کم‌نورند. دسترسی به ماهواره‌ها و امکان رصد در محدوده فرابنفش این وضع را به‌طور قابل ملاحظه‌ای تغییر داده است. ستارگان قیفاووسی دماهای نسبتاً پایینی ( $\sim 5500\text{K}$ ) دارند و نور بسیار کمی در محدوده طول موجهای کوتاه گسیل می‌کنند. اگر یک ستاره قیفاووسی، مثلاً دارای یک همدم رشته اصلی با طیفی از نوع B۹ باشد آن‌وقت شارهای ستاره B۹ بزرگتر از شارهای ستاره قیفاووسی در طول موجهای کوتاه‌تر از  $2500\text{\AA}$  خواهد بود. در طول موجهای بلندتر، طیف ستاره قیفاووسی غالب است. دوربین ماهواره اکتشافی فرابنفش بین‌المللی (IUE) که در محدوده طول موج «بلند» کار می‌کند به طول موجهایی در محدوده  $3200\text{\AA} < \lambda < 2000\text{\AA}$  حساس است. در این محدوده طیفی، سرعتهای شعاعی هر دو ستاره قابل اندازه‌گیری است. البته در مورد ستاره قیفاووسی، برای تعیین سرعتهای مداری شعاعی باید آن را برای سرعتهای تپشی تصحیح کنیم. نتایج اخیر مربوط به چندین سیستم به دلیل مشکلات رصدی دچار دردسر شده‌اند و هنوز تا حدودی دارای عدم قطعیت‌اند ولی رصدها نشان می‌دهند که مقدار جرمهای دینامیکی کمتر از جرمهای استاندارد تحولی‌اند و در فاصله‌های کوچکتر به جرمهای برآمده و تپشی نزدیک‌اند. اگر مورد بالا تأیید شود به این معنی است که در آینده با محاسبات مربوط به تحول ستاره‌ای تصحیح شوند تا جرمهای تحولی کوچکتری برای ستارگان قیفاووسی به دست آید که این کار احتمالاً با در نظر گرفتن اختلاط اضافی ستارگان سنگین رشته اصلی، انتخاب فراوانی بیشتر هلیوم یا فراوانیهای کم عنصر سنگین و یا با تجدید نظر در محاسبات  $K$  میسر خواهد بود.

## شکل‌گیری ستاره

### ۱.۲۰ مقدمه

این واقعیت که عمر ستارگان سنگین درخشان بیش از  $۱۰^۶$  سال نیست نشان می‌دهد که، به احتمال قوی ستارگان طی یک میلیون سال گذشته شکل گرفته‌اند. در ارتباط با این ستارگان درخشان جوان، اغلب ستارگان به خصوصی را با خطوط گسیلی مشاهده می‌کنیم که ستارگان T ثور نامیده می‌شوند (جلد اول را نگاه کنید). بنابراین می‌توان فرض کرد که این ستارگان هم جوان‌اند. ستارگان بالا نسبت به ستارگان سنگین نوع O و B دارای تابندگی کمتر و سرخی بیشتری‌اند ولی نسبت به ستارگان رشته اصلی هم‌رنگ، درخشان‌ترند. چون درخشندگی این ستارگان کمتر است، احتمالاً جرمشان نسبت به ستارگان نوع O و B کمتر است. چنانچه در فصل ۲ دیدیم، زمانهای انقباض ستارگان سبک‌تر، طولانی‌تر است زیرا این ستارگان نمی‌توانند انرژی گرانشی اضافی را به سرعت ستارگان سنگینی که درخشان‌ترند به خارج تابش کنند. اگر این ستارگان سبک‌تر T ثور و هم‌زمان با ستارگان سنگین‌تری در ارتباط با آنها شکل می‌گرفتند، زمان کافی برای اینکه در طول عمر رشته اصلی ستارگان سنگین منقبض و وارد رشته اصلی شوند نداشتند. بنابراین ستارگان سبک‌تر هنوز

باید در فاز انقباض باشند. پس منطقی است که فرض کنیم این ستارگان T ثور ستارگان جوانی هستند که هنوز در فاز انقباض به سر می‌برند.

هر دو نوع ستارگان یعنی، ستارگان سنگین نوع O رشته اصلی و ستارگان سبک‌تر چون T ثور در ارتباط با مجموعه‌های غبار بزرگ ظاهر می‌شوند یعنی نواحی با چگالی زیاد که در آنها بسیاری از مولکولهای میان‌ستاره‌ای تشکیل می‌شوند. بنابراین به نظر می‌رسد که ستارگان جدید احتمالاً در نواحی که دارای ماده بسیار چگال میان‌ستاره‌ای هستند متولد می‌شوند.

در چنین نواحی، شاهد صدها ستاره جوان هستیم. در خوشه‌های کهکشانی ستاره‌ای اندکی پیرتر و در صفحه کهکشانی، تعداد قابل مقایسه‌ای ستاره وجود دارد (شکل ۳.۱ را نگاه کنید). از طرف دیگر، در خوشه‌های گویسان ستاره‌ای بسیار پیر، حدود یک میلیون ستاره وجود دارد (شکل ۵.۱ را نگاه کنید) که همه از نظر فلزی فقیرند و ظاهراً بسیار پیرند. چرا این خوشه‌های بسیار سنگین ستاره‌ای در مراحل اولیه کهکشان ما شکل گرفته‌اند ولی به نظر می‌رسد که دیگر چنین نیست؟ رصدهای خوشه‌های ستاره‌ای در ابرهای ماژلانی که نزدیک‌ترین سیستم برون کهکشانی به ماست می‌تواند سرنخه‌ایی در این مورد در اختیارمان بگذارد. در این کهکشانهای خارجی، حالا هم شاهد خوشه‌های پرجمعیت ستارگان سنگین جوانی مانند، NGC۳۳۰ خوشه SMC (شکل ۶.۱۷ را نگاه کنید) هستیم. کهکشانهای ابر ماژلانی بسیار کوچکتر از کهکشان ما هستند و به نظر می‌رسد که دارای غبار کمتر و فراوانی نسبتاً کمتری از عناصر سنگین‌اند. این شرایط احتمالاً یادآور شرایط مربوط به کهکشان ما در یک مرحله ابتدایی است و ظاهراً برای شکل‌گیری خوشه‌های بسیار سنگین ستاره‌ای مطلوب‌تر است.

در بحث بعدی مربوط به شکل‌گیری ستاره خواهیم دید که در چه شرایطی ستارگان جدید و خوشه‌های ستاره‌ای می‌توانند متولد شوند و نیز به این نکته نیز پی‌می‌بریم که چرا خوشه‌های سنگین دیرتر از مراحل اولیه یک کهکشان متولد نمی‌شوند.

## ۲.۲۰ معیار ناپایداری گرانشی جینز

رصدها نشان می‌دهند که، ستارگان جدید می‌توانند در محیطی از ابرهای چگال میان‌ستاره‌ای تشکیل شوند. در اینجا به مطالعه شرایطی می‌پردازیم که در آنها ابر چگال میان‌ستاره‌ای از نظر گرانشی نسبت به تراکم ناپایدار می‌شود؛ به عبارت دیگر از خودمان می‌پرسیم که در چه شرایطی، نیروی گرانشی که سعی در تراکم ابر دارد، می‌تواند بر نیروهای فشار گاز که می‌خواهند باعث انبساط ابر شوند، غلبه کند. این پرسش را اولین بار جینز مطرح کرد، وی حجم گاز یکنواختی را در نظر

گرفت و در آن یک اختلال چگالی سینوسی وارد کرد؛ و به بررسی شرایطی پرداخت که بر اثر آنها چنین اختلالی رشد می‌کند و به رمبش نواحی با چگالی بالاتر می‌انجامد. رهیافت ما به مسئله از نظر دقت و از لحاظ محاسبات ریاضی کمتر است ولی جنبه فیزیکی آن شفاف‌تر است. ابر گازی همدمای را در محیطی با چگالی پایین در نظر می‌گیریم و توجه‌مان را به حجم کوچکی از گاز در سطح آن معطوف می‌کنیم. همچنین فرض می‌کنیم که ابر حالت کروی دارد که با وجود ساده‌سازی زیاد آن، نتیجه حاصل از نظر مرتبه بزرگی صحیح خواهد بود. جزء حجمی معادل یک سانتی‌متر مکعب با جرم  $\rho$  در سطح این کره تحت اثر دو نیرو قرار دارد. یکی نیروی گرانشی برابر با  $F_g = \rho(GM/R^2)$  که در آن  $M$  جرم ابر و  $R$  شعاع آن است. به دلیل هرگرادیان فشار این جزء حجم تحت تأثیر نیروی  $F_p = dP/dr$  (فصل ۲ را نگاه کنید) نیز قرار دارد. بنابراین معادله حرکت برای این جزء حجم به صورت زیر است

$$\rho \frac{d^2 r}{dt^2} = -\rho \frac{GM_r}{r^2} - \frac{dP_g}{dr} \quad (۱.۲۰)$$

که در آن  $t$  به جای زمان قرار گرفته است.

برای جزئی که در سطح قرار دارد،  $M_r = M$  و  $r = R$  است.

با تقسیم رابطه (۱.۲۰) بر  $\rho$  به نتیجه زیر می‌رسیم

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dr} \quad (۲.۲۰)$$

که در آن،  $P_g = (\rho T/\mu)R_g$  است. بنابراین می‌توان معادله حرکت را به صورت زیر نوشت

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} - \frac{R_g T}{\mu} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \quad (۳.۲۰)$$

اگر  $d\rho/dr < 0$  باشد، جمله مربوط به فشار بزرگتر از ۰ می‌شود یعنی، باعث ایجاد شتاب مثبتی به طرف خارج می‌شود درحالی‌که جمله اول با این نیرو مقابله می‌کند.  $d^2 r/dt^2 < 0$  یعنی تراکم هنگامی صورت می‌گیرد که رابطه زیر برقرار باشد

$$\frac{GM_r}{R^2} > \frac{R_g T}{\mu} \left| \frac{d\rho}{dr} \right| \quad (۴.۲۰)$$

در یک تقریب غیردقیق مقدار  $\rho/R$  را به جای  $|d\rho/dr|$  قرار می‌دهیم. از رابطه زیر نیز استفاده

می‌کنیم

$$R = \left( \frac{M}{\rho} \frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \quad (5.20)$$

و به دست می‌آوریم

$$\frac{GM}{R} = M^{2/3} \rho^{1/3} \left( \frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} G \quad (6.20)$$

با استفاده از این رابطه و معادله (۴.۲۰)، ناپایداری در برابر تراکم (یعنی شتابی به طرف داخل) وقتی به وجود می‌آید که رابطه زیر برقرار باشد

$$M \geq M_{\text{crit}} = \left( \frac{R_g T}{\mu G} \right)^{3/2} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \approx \frac{T^{3/2}}{\rho^{1/2}} \frac{1}{2} \left( \frac{R_g}{\mu G} \right)^{3/2} \quad (7.20)$$

تحلیل ریاضی ناپایداری ضریب  $\pi^{3/2}$  را به جای ضریب  $(3/4\pi)^{1/2}$  وارد می‌کند. دلیل اصلی اختلاف آن است که ما ابری منزوی با گرادیان فشار  $dP_g/dr = P_g/R$  را در نظر گرفتیم در حالی که، تحلیل ناپایداری، یک اختلال چگالی سینوسی را در ماده محیط یکنواختی در نظر می‌گیرد که نیروهایی نیز وارد می‌کند. در مثالهای عددی بعدی، از ضریب  $\pi^{3/2}$  استفاده خواهیم کرد.

در چگالیهای کم، نیروهای گرانشی کوچک‌اند و تنها جرمهای بزرگ از نظر گرانشی ناپایدارند. جرم حدی بسیار بزرگ است و با زیاد شدن دما افزایش می‌یابد، زیرا نیروهای فشار مقابله‌کننده با زیاد شدن دما زیاد می‌شوند. در چگالیهای عادی میان ستاره‌ای که از مرتبه یک ذره در سانتی‌متر مکعب است (یعنی،  $\rho \sim 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$  و  $\mu = 1$ )، اگر  $T = 10^4 \text{ K}$  باشد، ابرگازی به شرطی منقبض می‌شود که  $M \geq 3 \times 10^2 M_\odot$  باشد در حالی که در ابری با دمای حدود  $10^5 \text{ K}$  که دمای متوسط ماده سرد میان ستاره‌ای کهکشانی است مقدار  $M \geq 10^5 M_\odot$  به دست می‌آید که نزدیک جرمهای خوشه‌های گویسان است. در چگالیهای کمتر که مربوط به هاله‌های کهکشانی است و قبل از رمبش کهکشانی به صورت یک صفحه، همان طور که ممکن است انتظار رود، برای ظهور پدیده ناپایداری گرانشی باز هم به جرمهای بزرگتری نیاز داریم.

از طرف دیگر، در ابرهای گرد و غبار یا مولکولی چگال تعداد ذرات در سانتی‌متر مکعب حدود  $10^2$  تا  $10^4$  است و دما نیز ممکن است به حدود  $10^4 \text{ K}$  برسد. اگر تعداد ذرات در سانتی‌متر مکعب  $10^2$  و  $\mu = 1$  باشد مقدار  $M_{\text{crit}} \geq 3 \times 10^2 M_\odot$  به دست می‌آید. حتی برای  $\mu$  بزرگتر



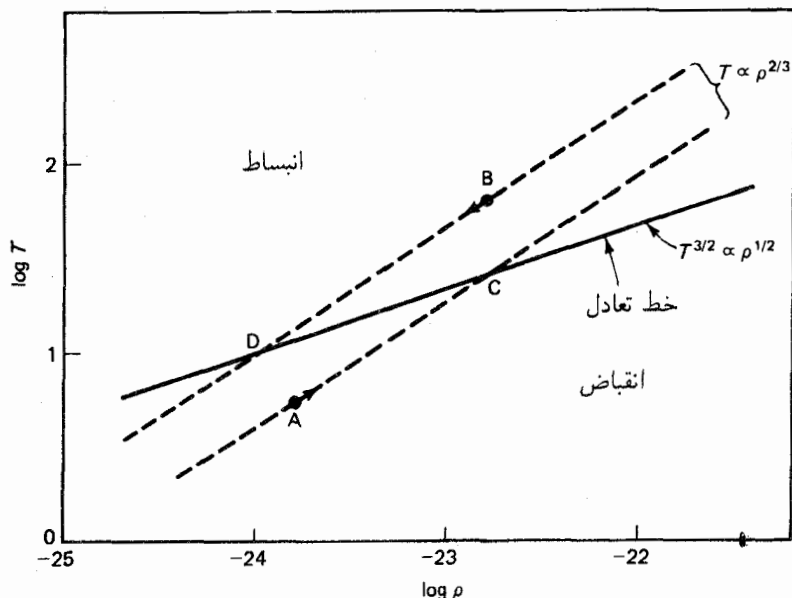
که به دلیل شکل‌گیری مولکولها و دانه‌های گرد و غبار است، جرمهای بحرانی کوچکتری به دست می‌آیند. سپس ممکن است به جرمهایی از مرتبهٔ بزرگترین جرمهای ستاره‌ای برخورد کنیم که از نظر گرانشی ناپایدارند. البته برای اینکه ابری معادل یک جرم خورشیدی از نظر گرانشی ناپایدار شود، اگر  $\mu = 2$  باشد به چگالی حدود  $10^4$  ذره در سانتی‌متر مکعب نیاز داریم چنین چگالیهای بالایی در ابرهای میان‌ستاره‌ای مشاهده نشده‌اند. در بخش بعدی دربارهٔ اینکه چطور این ستارگان با جرم کم می‌توانند تشکیل شوند صحبت خواهیم کرد. ابتدا به مسئلهٔ انقباض ابرگازی با چگالی کم که از نظر گرانشی ناپایدار است می‌پردازیم.

### ۳.۲۰ تراکم یا انبساط بی‌درروی ابر همگن

در شکل ۱.۲۰، در نمودار دما-چگالی، طرح خط تعادل را نشان داده‌ایم که در آن برای یک جرم معلوم نیروهای گرانشی و فشار در تعادل‌اند، که

$$\frac{GM}{r^2} = \left| \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \right|$$

که طبق معادلهٔ (۷.۲۰) مستلزم آن است که  $\rho^{1/2} \propto T^{3/2}$  باشد. برای نقاطی که بالای این خط قرار دارند یعنی در دماهای بالاتر، نیروهای فشار از نیروهای گرانشی بزرگترند و ابرگازی به‌طور بی‌دررو منبسط و سرد می‌شود به‌شرطی که هیچ تبادل انرژی‌ای با محیط اطراف صورت نگیرد. در دماها و چگالیهای زیر خط تعادل، نیروهای گرانشی بزرگتر از نیروهای فشارند و گاز به‌طور بی‌دررو منقبض می‌شود باز به‌شرطی که هیچ تبادل انرژی‌ای با محیط اطراف صورت نگیرد و دما افزایش یابد. همهٔ ابرهای گازی که دارای جرم معینی هستند و ترکیب  $T$  و  $\rho$  آنها زیر خط تعادل قرار می‌گیرد مادام که زیر این خط باشند نسبت به انقباض گرانشی ناپایدار خواهند بود. حال به تعقیب مسیر یک ابر منقبض‌شونده در نمودار  $T$  و  $\rho$  می‌پردازیم. در شکل ۱.۲۰ منحنیهای بی‌درروی برای گاز تک‌اتمی با نسبت گرماهای ویژهٔ  $\frac{5}{2} = \gamma$  رسم شده‌اند. برای این منحنی بی‌دررو رابطهٔ  $T \propto \rho^{2/3}$  برقرار است. اگر ابری با مشخصات  $T$  و  $\rho$  که در ابتدا در نقطهٔ A در شکل ۱.۲۰ قرار گرفته است به‌طور بی‌دررو منقبض شود، چنین خطی را دنبال می‌کند، گرم می‌شود و به‌زودی به خط تعادل می‌رسد. اگر ابرگازی باز هم به‌طور بی‌دررو متراکم شود، نیروهای فشار آن بر نیروهای گرانشی غلبه می‌کنند و گاز باید دوباره منبسط شود. سرانجام، گاز مربوطه روی خط تعادل مستقر می‌شود و دیگر متراکم نمی‌شود.



شکل ۱.۲۰ در نمودار دما، چگالی، خطی که در آن نیروهای گرانشی و فشار متعادل اند یعنی خطی که در آن  $T^{3/2} \propto \rho^{1/2}$  (خط توپر) به طور ساده‌ای نشان داده شده است. بالای این خط، نیروهای فشار بزرگتر از نیروهای گرانشی اند که این مسئله باعث فرایند انبساط می‌شود. زیر این خط عکس حالت بالا برقرار است. منحنیهای بی دررویی که در آنها  $T \propto \rho^{\gamma-1}$  برای یک گاز تک‌اتمی با مشخصه  $\gamma = \frac{5}{3}$  (خط چینها) نیز نشان داده شده‌اند. اگر ابری در نقطه A به طور بی دررو متراکم شود، در نقطه C به خط تعادل می‌رسد و تراکم آن متوقف می‌شود. اگر ابری در نقطه B به طور بی دررو منبسط شود، در نقطه D به خط تعادل می‌رسد و انبساط آن متوقف می‌شود.

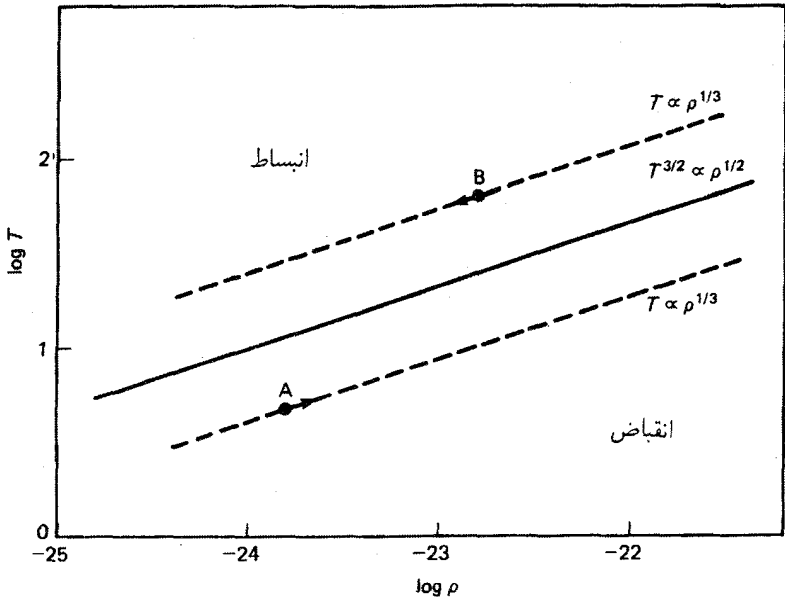
به طور کلی برای یک منحنی بی دررو رابطه زیر برقرار است

$$T \propto \rho^{\gamma-1} \quad (۸.۲۰)$$

برای گاز مولکولی با ۵ درجه آزادی در تراکم بی دررو، رابطه  $T \propto \rho^{2/5}$  برقرار است. دما با شیب کمتری افزایش می‌یابد ولی ابر به زودی به خط تعادل می‌رسد و تراکم آن متوقف می‌شود. برای اینکه معادله (۴.۲۰) طی تراکم معتبر باشد لازم است که دما آهسته‌تر از رابطه زیر افزایش یابد

$$T^{5/2} \propto \rho^{3/2} \quad (۹.۲۰)$$

در تراکم بی درروی گاز تک‌اتمی همانند گاز مولکولی دواتمی، دما چنان سریع افزایش می‌یابد



شکل ۲۰۲ مشابه شکل ۱۰۲۰ است ولی در آن منحنیهای بی‌دررو برای  $\gamma = \frac{4}{3}$  نشان داده شده‌اند که در آنها  $T \propto \rho^{\frac{4}{3}}$ . اگر ابر متراکم شونده‌ای در نقطه A این منحنی بی‌دررو را دنبال کند، نسبت به تراکم ناپایدار می‌ماند. ابر در نقطه B نسبت به انبساط ناپایدار خواهد بود.

که عمل تراکم بلافاصله متوقف می‌شود مگر اینکه، گاز بر اثر تابش به اندازه کافی سرد شود و انرژی اضافی‌اش را از دست بدهد. در شکل ۲۰۲، دوباره خط تعادلی که در آن  $T \propto \rho^{\frac{4}{3}}$  است رسم شده است. در این شکل منحنیهای بی‌دررویی که در آنها  $\gamma = \frac{4}{3}$  و  $T \propto \rho^{\frac{4}{3}}$  است رسم شده‌اند. این خط موازی خط تعادل است. در این  $\gamma$ ، ابری که در نقطه A قرار دارد نسبت به تراکم گرانشی ناپایدار است و به صورت بی‌دررو متراکم می‌شود درحالی‌که همواره زیر خط تعادل قرار دارد و بنابراین نسبت به تراکم گرانشی بیشتر ناپایدار خواهد بود. این برای  $\gamma < \frac{4}{3}$  نیز اتفاق می‌افتد. تنها برای گاز چند اتمی که دارای بیش از ۵ درجه آزادی است مقدار  $\gamma$  می‌تواند کمتر از  $\frac{4}{3}$  شود. تراکم بی‌دررو به صورت نامحدود ادامه می‌یابد. البته، لازمه شکل‌گیری این مولکولها وجود عناصر سنگینی است که کمیاب‌اند. این مولکولهای چند اتمی، با وجودی که در ماده بین ستاره‌ای مشاهده می‌شوند، اما فقط به مقدار بسیار کمی تشکیل می‌شوند. ولی مشاهده می‌کنیم که شکل‌گیری مولکولها، احتمال بروز پدیده تراکم گرانشی را افزایش می‌دهد زیرا  $\mu$  همان‌طور که از معادله (۷۰۲۰) پیداست زیاد می‌شود. وقتی که هیدروژن یونیده می‌شود،  $\gamma$  می‌تواند در ابرهایی با دماهای حدود  $10^4 K$  به کمتر از  $\frac{4}{3}$  برسد که این موضوع را موقع صحبت درباره منطقه

همرفت هیدروژن مشاهده کردیم.  $\gamma$  در دماهایی حدود  $4000^\circ\text{K}$  نیز می‌تواند به مقادیری نزدیک ۱ برسد یعنی وقتی که مولکولهای هیدروژن تجزیه می‌شوند، که این فرایند نیاز به انرژی زیادی دارد. ابری که دارای ویژگی  $\frac{4}{3} < \gamma$  است همواره نسبت به تراکم ناپایدار خواهد بود به شرطی که از نقطه A (شکل ۲.۲۰) زیر خط تعادل شروع کند. البته، دمای این ابر به مقادیری می‌رسد که در آن فرایند یونش یا تجزیه کامل می‌شود به طوری که  $\gamma$  به سمت مقادیر بزرگتر باز می‌گردد. پس از آن، ابر، منحنی بی‌دررویی را دنبال می‌کند که دارای مقدار بزرگتر  $\gamma$  است و دوباره به خط تعادل می‌رسد (شکل ۱.۲۰ را نگاه کنید).

البته، ابری که از نقطه B (شکل ۱.۲۰ را نگاه کنید) در ناحیه انبساط آغاز شود، در طول یک منحنی بی‌دررو منبسط می‌شود و به خط تعادل نیز می‌رسد مگر اینکه، دمایش در محدوده‌ای قرار گیرد که در آن مولکولهای هیدروژن تجزیه شوند و یا اینکه هیدروژن یونیده شود.

برای قضاوت در این باره که آیا ابر بین ستاره‌ای که از نظر گرانشی ناپایدار است می‌تواند به رمبش ادامه دهد یا نه، باید امکاناتی را بررسی کنیم که توسط آنها ابر انرژی اضافی را تابش کند و سرد بماند.

## ۴.۲۰ انبساط و تراکم بدون دررو ابرهایی که به لحاظ اپتیکی نازک‌اند ۱.۴.۲۰ تحول ابرهای منبسط‌شونده

واقعیت این است که، ابرها به طور بی‌دررو منبسط یا متراکم نمی‌شوند؛ بلکه با محیط اطرافشان تبادل انرژی می‌کنند. برای اینکه عملاً بینیم دمای ابرها چگونه تغییر می‌کند باید سازوکارها و فرایندهای سرد و گرم شدن را بررسی کنیم. ما در اینجا بحث کیفی‌هایاشی را دنبال می‌کنیم.

در گاز میان‌ستاره‌ای، فرایند سرد شدن عمدتاً به دلیل تابش اتمی و مولکولی گرد و غباری است که به‌ویژه، در دماهای پایین گاز و چگالیهای بالا اهمیت زیادی پیدا می‌کند. در چگالیهای بالا، ابر میان‌ستاره‌ای ممکن است به لحاظ اپتیکی در همه گستره طیفی بجز تابش فروسرخ ضخیم شود که این محدوده‌ای است که دانه‌ها تابش می‌کنند. بنابراین تنها این تابش می‌تواند از ابر به بیرون نفوذ کند. در چنین ابرهایی، دامنه‌ها مهمترین خنک‌کننده‌اند و می‌توان انتظار داشت که دمای ابر را حدود  $10^\circ\text{K}$  ثابت نگه دارند.

گاز میان‌ستاره‌ای و دانه‌ها نیز می‌توانند به روشهای مختلفی گرم شوند. پرتوهای کیهانی می‌توانند به داخل ابرها نفوذ و ذرات را یونیده کنند. در این فرایند، الکترونهای با انرژیهای بالایی آزاد می‌شوند که می‌توانند به‌نوبه خود ذرات بیشتری را یونیده کنند یا انرژی جنبشی‌شان را بر اثر برخورد به ذرات دیگری انتقال دهند. پرتو X نیز ممکن است به داخل ابرها نفوذ کند و با یونیده کردن آنها

الکترونیهای پرنرژی آزاد کند. اگر ابرها خیلی چگال نباشند، میدان تابش میان ستاره‌ای به داخل گاز نفوذ می‌کند و ممکن است ذرات را یونیده کند. این میدان تعدادی از ذرات را نیز برانگیخته می‌کند ولی این انرژی، دوباره موقع گسیل فوتون و نفوذ آن به فضای میان ستاره‌ای تلف می‌شود.

می‌توانیم کارایی سرد شدن را با زمانهای سرد شدن  $t_c$  نشان بدهیم، زمانهایی که در طول آنها، ابری با  $T$  و  $\rho$  معلوم با ضریب  $e$  سرد می‌شود یعنی

$$\frac{d \ln T}{dt} = \frac{1}{t_c} \quad (۱۰.۲۰)$$

به شرطی که تنها فرایندهای سرد شدن را در نظر بگیریم. در اینجا  $t$  باز هم به جای زمان قرار گرفته است. در ارتباط با همین مسئله می‌توان کارایی گرم شدن را با زمان گرمایش  $t_h$  نشان داد. در  $t_h$ های کوچک، گرم شدن بیشترین کارایی را دارد. اگر کارایی گرم شدن بیشتر از سرد شدن باشد در این صورت خواهیم داشت

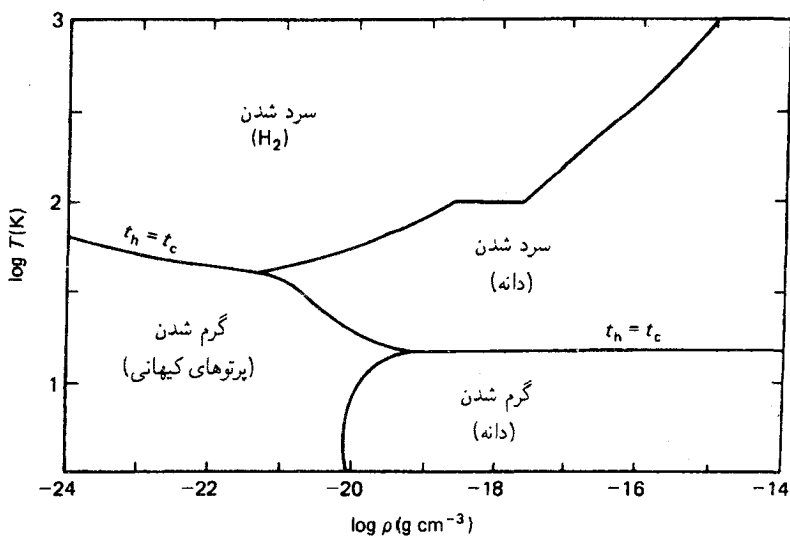
$$t_h < t_c \quad (۱۱.۲۰)$$

در چنین حالتی ابر گرم‌تر می‌شود. ابر به شرطی سرد می‌شود که

$$t_c < t_h \quad (۱۲.۲۰)$$

در شکل ۳.۲۰ نتایج محاسبات هایاشی بازسازی شده‌اند (۱۹۶۶). در نمودار  $T, \rho$ ، محدوده‌هایی که در آن روشهای گوناگون گرم یا سرد شدن غالب‌اند نشان داده شده است. بر اساس این محاسبات می‌توان خطی را در صفحه  $T, \rho$  رسم کرد که در آن پدیده سرد شدن معادل گرم شدن است. ابرهایی که ترکیب  $T$  و  $\rho$  آنها زیر این خط قرار می‌گیرند گرم می‌شوند و آنهایی که بالای این خط قرار می‌گیرند سرد می‌شوند. دماها و چگالیهایی که در آنها فرایند سرد شدن معادل گرم شدن است مقادیر تعادلی محیط میان ستاره‌ای هستند.

در شکل ۴.۲۰ سعی شده که عملاً آنچه در ابرهای گازی و با در نظر گرفتن روشهای گرم و سرد شدن اتفاق می‌افتد، بر طبق روش هایاشی (۱۹۶۶) نشان داده شود. برای قضاوت در مورد اهمیت فرایند سرد و گرم شدن، باید زمانهای آنها را با زمانهای انبساط یا تراکم مقایسه کنیم. اگر مثلاً زمانهای گرم شدن بسیار کوتاه‌تر از زمانهای انبساط باشد، در این صورت هر سرد شدن بی‌دررویی که حین فرایند انبساط ظاهر شود، بیشتر از مقدار جبران شده‌ای خواهد بود که بلافاصله توسط فرایندهای



شکل ۳.۲۰ در صفحه  $\rho, T$  محدوده‌هایی که در آن روشهای گوناگون گرم و سرد شدن غالب است نشان داده شده است.

گرمایشی صورت می‌گیرد. همچنین اگر زمانهای سرد شدن بسیار کوتاه‌تر از زمانهای تراکم باشد، در آن صورت، گرمایش بی‌دررویی که حین تراکم ظاهر می‌شود، بیشتر از مقدار جبران‌شده توسط فرایندهای سردکننده خواهد بود. در ابری که به‌طور قابل ملاحظه‌ای زیر خط تعادل هیدروستاتیکی قرار دارد، نیروهای گرانشی را الزاماً نیروهای فشار محدود نمی‌کند و می‌توان زمان تراکم را با مساوی قرار دادن آن با زمان سقوط آزاد،  $t_f$  محاسبه کرد که رابطه زیر به‌دست می‌آید

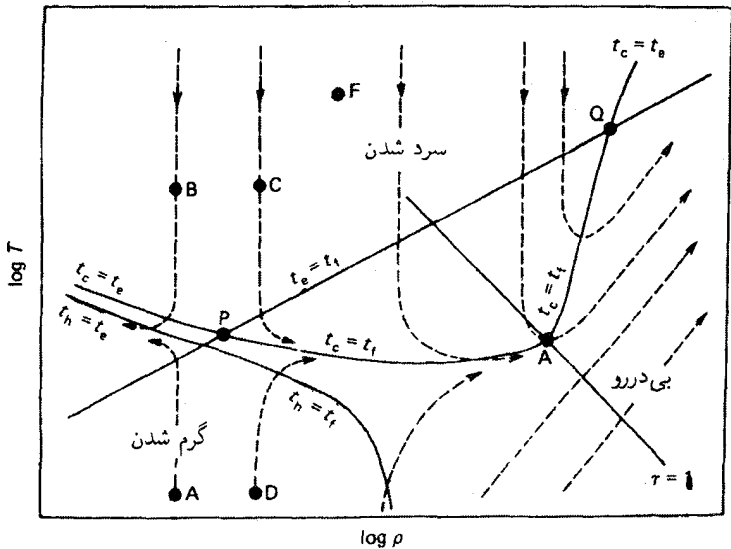
$$t_f = \frac{3\rho}{2} \bigg/ \frac{d\rho}{dt} = \left( \frac{32\pi G\rho}{3} \right)^{-1/2} \quad (۱۳.۲۰)$$

اگر نیروهای فشار بسیار بزرگتر از نیروهای گرانشی باشند، ابر با سرعت صوت منبسط می‌شود.

پس زمانهای انبساط  $t_e$  را می‌توان به‌صورت زیر حساب کرد

$$t_e = \frac{R}{c_s} \quad (۱۴.۲۰)$$

که در آن  $c_s$  سرعت صوت است. روی خط تعادل، زمان انبساط برابر زمان سقوط آزاد است یعنی  $t_e = t_f$ . این زمانها وقتی اهمیت دارند که بخواهیم دربارهٔ سرعت عمل گرم یا سرد شدن در مقایسه با تراکم یا انبساط قضاوت کنیم.



شکل ۴.۲۰ در صفحه  $T, \rho$  خط تعادل هیدروستاتیکی،  $t_e = t_f$  نشان داده شده است (خط توپر). ابرهایی که مقدار  $T$  آنها بالای این خط قرار دارد، نسبت به انبساط ناپایدارند، این ابرها برای  $T$  کمتر نسبت به تراکم ناپایدارند. همچنین محدوده‌هایی که در آنها روشهای گرم‌کننده بر روشهای سردکننده غالب‌اند یعنی  $t_h < t_c$  و نیز جایی که سرد شدن بر گرم شدن غالب است یعنی  $t_c < t_h$  نشان داده شده‌اند. در شکل بالا خطوطی که در آنها زمانهای سرد شدن،  $t_c$  مساوی زمانهای انبساط  $t_e$ ، و جایی که زمانهای مورد نظر برابر زمانهای سقوط آزادند نیز نشان داده شده است. همین طور خطوطی که در آنها زمانهای گرمایش،  $t_h$  برابر زمانهای انبساط  $t_e$  و جایی که این زمانها مساوی زمانهای سقوط آزادند،  $t_f$  نمایش داده شده‌اند.

در شکل ۴.۲۰، به‌طور ساده‌ای خطوطی که در آن زمان سرد شدن  $t_c$  معادل زمان انبساط  $t_e$  و نیز جایی که مساوی زمان سقوط آزاد است  $t_f$  نیز نشان داده شده‌اند. خطوطی که روی آن زمانهای گرم شدن  $t_h$  برابر زمانهای انبساط و نیز جایی که این زمانها معادل زمانهای سقوط آزادند نیز نمایش داده شده‌اند. حال با این اطلاعات می‌توانیم اتفاقاتی را که رخ می‌دهد در مسیری دنبال کنیم که طی آن ابر از نقطه‌ای بالای خط تعادل در صفحه  $T, \rho$  شکل ۴.۲۰ یعنی نقطه B شروع به حرکت می‌کند. این نقطه بالای خط تعادل قرار دارد بنابراین، در محدوده‌ای است که در آن ابر منبسط می‌شود. زمانهای سرد شدن کوتاه‌تر از زمانهای گرم شدن است بنابراین، ابر سرد می‌شود. نقطه B همچنین در محدوده‌ای قرار دارد که در آن زمانهای سرد شدن کوتاه‌تر از زمانهای انبساط است. بنابراین، ابر منبسط و سرد می‌شود نه تنها به دلیل انبساط، بلکه بیشتر به دلیل اتلاف انرژی تابشی. ابر مورد نظر به سرعت سرد می‌شود آن هم در طول خطی که دارای چگالی ثابت است زیرا،

عمل انبساط به‌کندی صورت می‌گیرد. وقتی که ابر از جایی عبور می‌کند که  $t_c = t_e$  است، سرد شدن از طریق تابش نسبت به سرد شدن بر اثر انبساط کندتر می‌شود و تقریباً از یک منحنی بی‌دررو پیروی می‌کند تا اینکه از خطی بگذرد که زمانهای گرم شدن مساوی زمانهای انبساط می‌شوند. زیر این خط، کارایی گرم شدن بیشتر از سرد شدن بی‌دررو است. دمای ابر درحالی که منبسط می‌شود به‌آرامی افزایش می‌یابد. ابر هرگز به خط تعادل نمی‌رسد ولی همچنان به انبساطش ادامه می‌دهد.

حال به بررسی این موضوع می‌پردازیم که برای ابری که از نقطه C در نمودار  $C$  در  $T, \rho$  (شکل ۴.۲۰) شروع به حرکت می‌کند چه اتفاقی می‌افتد. این ابر نسبت به ابری که در نقطه B قرار دارد دارای چگالی بیشتری است، ولی همچنان در محدوده‌ای قرار دارد که نسبت به انبساط ناپایدار است و زمانهای سرد شدن کوتاه‌تر از زمانهای انبساط است. همچنین این ابر به‌سرعت در طول خطی با چگالی ثابت منبسط می‌شود. به دلیل چگالی بالاتری که ابر در این حالت دارد، به تعادل می‌رسد درحالی‌که هنوز در محدوده سرد شدن سریع قرار دارد بنابراین، به سرد شدن ادامه می‌دهد و از خط تعادل عبور می‌کند. پس از آن به محدوده‌ای از دما و چگالی می‌رسد که در آن نیروهای گرانشی بزرگتر از نیروهای فشارند و درحالی‌که هنوز سرد می‌شود شروع به متراکم شدن می‌کند. اگر ابر مورد نظر در نقطه‌ای که زمان سرد شدن برابر زمان سقوط آزاد است ( $t_c = t_f$ ) از خط عبور کند، وارد محدوده گرم شدن می‌شود و دوباره به خط نزدیک می‌شود یا در جایی که  $t_c = t_f$  است از آن عبور می‌کند. اگر ابر از این خط بگذرد، دوباره سرد می‌شود. می‌بینیم که این ابر الزاماً در امتداد خطی که در آن،  $t_c = t_f$  متراکم می‌شود. شکل ۴.۲۰ در حقیقت نشان می‌دهد که همه ابرهایی که با چگالی‌هایی بزرگتر از ابر C شروع به تحول می‌کنند، سرانجام در طول همان خط متراکم می‌شوند. تراکم همه آنها تداوم می‌یابد حتی اگر از محدوده‌ای از دما و چگالی شروع کنند که نسبت به تراکم گرانشی ناپایدار نباشند.

### ۲.۴.۲۰ تحول ابرهای متراکم‌شونده

حال به بررسی این مسئله می‌پردازیم که برای ابرهای واقع در نقاط A و D شکل ۴.۲۰ چه اتفاق می‌افتد. این ابرها در محدوده‌ای از دما و چگالی آغاز می‌شوند که نسبت به تراکم گرانشی ناپایدارند. ابتدا ابری را در نقطه A در نظر می‌گیریم. این ابر در محدوده تراکم و نیز گرم شدن قرار دارد. زمان گرم شدن بسیار کوتاه‌تر از زمان سقوط آزاد است. ابر الزاماً در  $\rho$  ثابت گرم می‌شود اگر چه به‌آرامی متراکم می‌شود (نسبت به گرم شدن) تا اینکه از خط تعادل عبور می‌کند درحالی‌که هنوز در محدوده گرم شدن قرار دارد. پس از آن، عمل تراکم متوقف می‌شود و به‌جای آن، ابر شروع به



انبساط می‌کند درحالی‌که هنوز دمایش در حال افزایش است تا اینکه به نقطه‌ای از خط می‌رسد که در آن  $t_h = t_e$  است. به‌سادگی می‌توان دید که ابر خیلی از این خط دور نمی‌شود و این خط را درحالی‌که منبسط می‌شود دنبال می‌کند. این ابر از قلمرویی آغاز شد که نسبت به گرانش ناپایدار بود ولی به‌دلیل گرم شدن ناشی از پرتوهای کیهانی و  $X$ ، به‌قدری گرم می‌شود که قادر به ادامهٔ تراکم نخواهد بود.

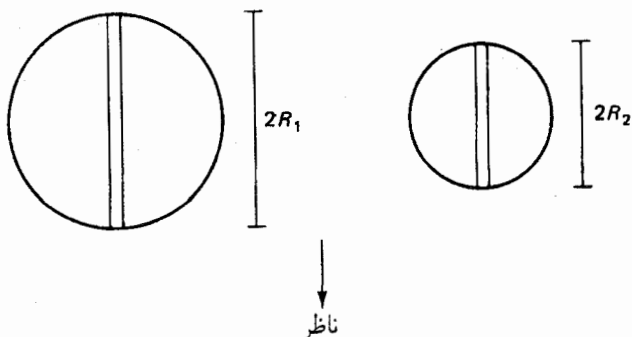
حال ابری را که در شکل ۴.۲۰ از نقطهٔ  $D$  شروع می‌کند بررسی می‌کنیم. این ابر نسبت به ابری که در نقطهٔ  $A$  قرار دارد دارای چگالی بالاتری است. همچنین این ابر در محدودهٔ تراکم و گرم شدن قرار دارد. ضمناً روی خطی نیز قرار دارد که الزاماً ولی نه به‌طور دقیق، دارای چگالی ثابتی است. ابر مورد نظر ابتدا از نقطه‌ای روی خط عبور می‌کند که، زمان گرم شدن مساوی زمان سقوط آزاد است. فراتر از این خط، کارایی گرم شدن بر اثر پرتوهای کیهانی یا جذب دانه بسیار کم می‌شود. ابر تقریباً روی یک منحنی بی‌دررو متراکم می‌شود تا اینکه به خطی می‌رسد که  $t_e = t_f$  است. اگر ابر از این خط بگذرد سرد و دوباره به این خط نزدیک می‌شود یا از آن می‌گذرد. همین‌طور این ابر باید خیلی نزدیک به خط  $t_e = t_f$  متراکم شود. برای همهٔ ابرهایی که در محدودهٔ تراکم قرار دارند و چگالیهای بالاتری از ابر در نقطهٔ  $D$  دارند همین نتیجه به‌دست می‌آید. همهٔ ابرهایی که سرانجام متراکم می‌شوند، روی خط  $t_e = t_f$ ، به این کار ادامه می‌دهند. این ابرها مادامی که فرایند سرد شدن بتواند با گرم شدن تراکمی برابر شود، همچنان متراکم می‌شوند.

## ۵.۲۰ ابرهای به لحاظ اپتیکی ضخیم و پیش‌ستارگان

در محاسبات مربوط به گرم و سرد شدن که تا اینجا دربارهٔ آنها صحبت کردیم و شکل‌های ۱.۲۰ تا ۴.۲۰ براساس آنها رسم شدند، فرض بر این بود که ابرها به لحاظ اپتیکی نازک‌اند یعنی، تابش خنک‌کننده به‌راحتی می‌تواند از ابر بگریزد. البته هنگامی که ابر متراکم می‌شود، عمق اپتیکی در امتداد شعاع افزایش می‌یابد و خنک شدن کاهش پیدا می‌کند.

چرا عمق اپتیکی شعاعی ابر همگنی که در حال تراکم است افزایش می‌یابد؟ فرض کنید که ضریب جذب در هر گرم از ماده،  $\kappa_g$ ، طی تراکم ثابت بماند؛ در این صورت، عمق اپتیکی شعاعی،  $\tau$  در ابری به شعاع  $R$  از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید (شکل ۵.۲۰ را نگاه کنید)

$$\tau = \kappa_g \rho 2R \quad \text{و} \quad \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (۱۵.۲۰)$$



شکل ۵.۲۰ در ابری که دارای جرم مشخصی است، تعداد ذرات در طول ستونی با سطح مقطع  $1 \text{ cm}^2$  و طول  $2R$ ، با کاهش شعاع زیاد می‌شود زیرا،  $\rho \propto R^{-2}$  و بنابراین، عمق ایتیکی ابر افزایش می‌یابد.

یعنی برای یک جرم معین داریم

$$\tau = \kappa_g \frac{2 \times 3 \times M}{4\pi R^2} \propto \frac{M}{R^2} \quad (16.20)$$

با بازنویسی این رابطه برحسب چگالی به جای شعاع و با در نظر گرفتن  $\left[\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{\frac{1}{3}} \rho^{\frac{1}{3}}\right]$   $R = M^{\frac{1}{3}} / \left[\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{\frac{1}{3}} \rho^{\frac{1}{3}}\right]$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$\tau \propto \kappa_g \frac{2}{\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{\frac{1}{3}}} M^{\frac{1}{3}} \rho^{\frac{1}{3}} \quad (17.20)$$

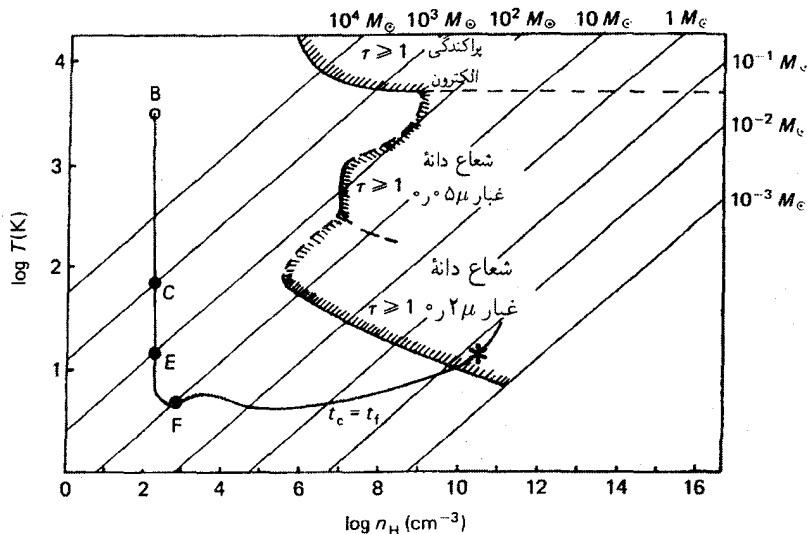
بنابراین در هر جرمی عمق ایتیکی شعاعی ابر به صورت  $\tau \propto \rho^{\frac{1}{3}}$  افزایش می‌یابد. برای شعاع در حال کاهش، حتی برای یک جرم معین، ذرات بیشتر و بیشتری در جهت شعاعی قرار دارند. (البته در یک چگالی ثابت، به‌ازای جرمهای بزرگتر عمقهای ایتیکی شعاعی بزرگتری وجود دارند زیرا، شعاع باید بزرگتر باشد.)

با بهره‌گیری از مقدار محاسبه‌شده  $\kappa_g$  برای محیط میان‌ستاره‌ای، می‌توان برای هر جرم ابری، چگالی‌ای را محاسبه کرد برای آن مقدار عمق ایتیکی شعاعی برابر ۱ می‌شود. در این نقطه، کارایی سرد شدن بسیار کم است، ابر داغ‌تر می‌شود و  $\kappa_g$  با افزایش  $T$  به سرعت زیاد می‌شود. ابر به سرعت از نظر ایتیکی ضخیم می‌شود. خطی که در طول آن، مقدار عمق ایتیکی ابرهای متراکم‌شونده معادل ۱ به دست آمده در شکل ۴.۲۰ نشان داده شده است. در این خط، ابرها تقریباً روی منحنی بی‌دررو شروع به تراکم می‌کنند تا اینکه، به خط تعادل هیدروستاتیکی می‌رسند. پس از آن تراکم متوقف می‌شود. ابر میان‌ستاره‌ای در تعادل هیدروستاتیکی به یک پیش‌ستاره تبدیل می‌شود یعنی، همان

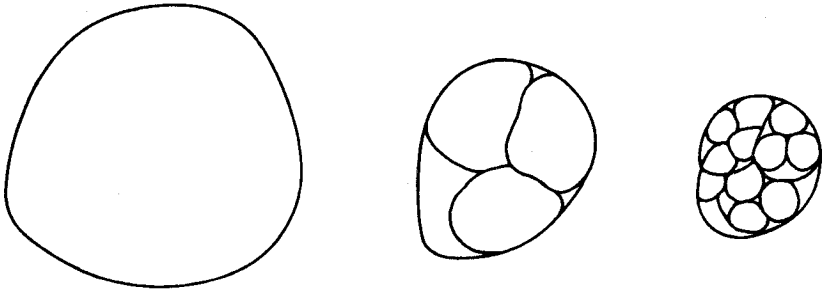
گونه که در بخشهای ۳.۲ و ۴.۱۰ گفتیم به آرامی متراکم می‌شود. بنابراین باید انتقال تابشی را در پیش ستاره در نظر بگیریم. مقیاس زمانی تراکم را زمانی تعیین می‌کند که ستاره از دست انرژی اضافی گرانشی که در طول تراکم به دست آورده است خلاص شود. برای اینکه ستاره در حالت تعادل بماند، باید نصف انرژی گرانشی حاصل را قبل از اینکه بتواند به تراکم خود ادامه دهد به خارج تابش کند.

### ۶.۲۰ تکه‌تکه شدن

در این بخش به بررسی مسئله شکل‌گیری ستارگان سبک می‌پردازیم. برای درک بهتر این مسئله، در شکل ۶.۲۰ بخشی از شکل ۴.۲۰ را دوباره رسم کرده‌ایم ولی در این شکل خطهای مرزی ناپایداری گرانشی مربوط به جرمهای مختلف یا خطهای تعادلی جرمهای مختلف را نشان داده‌ایم.



شکل ۶.۲۰ در صفحه  $T$  و  $\log n_H$  (تعداد اتمهای هیدروژن در سانتی‌متر مکعب است) خطوط تعادل هیدروستاتیکی مربوط به جرمهای مختلف ستاره‌ای نشان داده شده‌اند. خط تراکم مربوط به ابرهای میان‌ستاره‌ای که حرکتشان از نقطه B آغاز می‌شود نیز نشان داده شده است. هنگامی که ابری با جرم  $M = 1000 M_\odot$  (نقطه C) نسبت به تراکم ناپایدار شده و در امتداد خط انقباض متراکم می‌شود از خط تعادل هیدروستاتیکی مربوط به  $M = 100 M_\odot$  در نقطه E می‌گذرد. در فراتر از این خط، زیر جرمهایی با مشخصه  $M = 100 M_\odot$  نسبت به تراکم ناپایدار می‌شوند. اگر زیر جرمهای بالا باز هم متراکم شوند از خط تعادلی مربوط به جرم  $M = 10 M_\odot$  در نقطه F می‌گذرند. فراتر از این نقطه جرمهایی با مشخصه  $M = 10 M_\odot$  نسبت به تراکم و غیره ناپایدار می‌شوند. رابطه بین  $T$  و  $\rho$  در آن ابرهایی با جرمهای مختلف از نظر اپتیکی ضخیم می‌شوند نیز نشان داده شده است (منحنی سایه‌دار).



شکل ۷.۲۰ در طول تراکم جرم بزرگی که به اندازه کافی خنک می شود، چگالیها به اندازه ای بالا می روند که زیرابرها از نظر گرانشی ناپایدار می شوند. ابر بزرگ ممکن است به زیرابره های کوچکتر شکافته شود. طی تراکم بیشتر، زیرابره های کوچکتر باز هم از نظر گرانشی ناپایدار می شوند.

حالا به تعقیب خط تراکم ابری با جرم  $1000 M_{\odot}$  می پردازیم که  $T$  و  $\rho$  آن مربوط به نقطه C شکل ۴.۲۰ است. با تعقیب خط تراکم، ابر مورد نظر در نقطه E از خط ناپایداری ستاره ای با جرم  $100 M_{\odot}$  عبور می کند. این نقطه از نظر دما و چگالی به گونه ای است که باعث ناپایداری ابر مورد نظر با جرم  $100 M_{\odot}$  نسبت به تراکم می شود. اگر ناهمگنیهای کوچکی در ابری که جرمش  $1000 M_{\odot}$  است وجود داشته باشد، ممکن است کسرهایی از این ابر که دارای جرمهایی بالای  $100 M_{\odot}$  هستند، به صورت «زیرابرهایی» متراکم شوند (شکل ۷.۲۰ را نگاه کنید). حال به تعقیب مسیر چنین زیرابری در شکل ۶.۲۰ می پردازیم. اولین نکته ای که وجود دارد این است که، دما، و چگالی، همان مقادیر ابر اولیه اند. بنابراین می توانیم همان مسیر قبلی در شکل ۶.۲۰ را دنبال کنیم. هنگامی که زیرابری باز هم متراکم می شود، در نقطه F از خط ناپایداری مربوط به ابری با جرم  $10 M_{\odot}$  می گذرد. این یعنی حتی زیر جرمهایی حدود  $10 M_{\odot}$  نیز نسبت به تراکم ناپایدار می شوند. در این لحظه خود زیرابری نیز ممکن است بشکند و به صورت زیرابره های کوچکتری درآید. بر اثر تراکم بیشتر، این زیرابره های جدید نیز از خطهای ناپایداری مربوط به جرمهای کوچکتر می گذرند و باز هم ممکن است به صورت جرمهای کوچکتر و ابرهایی با جرم کمتر در آیند. البته این پدیده الزاماً رخ نمی دهد ولی احتمال وقوع آن وجود دارد. در طول تراکم، چگالیها به قدری زیاد می شوند که زیرابرهایی با جرمهای کم از نظر گرانشی ناپایدار می شوند.

البته، جرم اولیه  $1000 M_{\odot}$  همواره متراکم می شود. کل ابر با همه زیرابرهایش می توانند به صورت یک «ستاره» بزرگ ابر سنگین در آیند البته به شرطی که چیزی مانند تلاطم در مقیاس بزرگ مانع آن نشود. همچنین اگر ابر بزرگ اولیه مقدار کمی (یا حتی به اندازه ناچیزی) تکانه زاویه ای در اطراف ناحیه مرکزی داشته باشد، این تکانه زاویه ای طی تراکم پایسته می ماند. با کاهش شعاع،

سرعت زاویه‌ای  $\omega$  به صورت  $\omega \propto R^{-2}$  افزایش می‌یابد و نیروهای گریز از مرکز  $F_c$  به صورت  $F_c \propto \omega^2 r \propto r^{-3}$  افزایش می‌یابند؛ اینها در نقطه‌ای جلوی تراکم بیشتر جرم  $1000 M_\odot$  را که به صورت یک جرم کل است می‌گیرند. البته، اگر حرکت متلاطمی در ابر وجود داشته باشد، جلوی تراکم بیشتر زیرابرها را نخواهند گرفت. ممکن است تکانه زاویه‌ای در اطراف مرکز تراکم آنها بسیار کوچکتر باشد. سرانجام نیروهای گریز از مرکز داخل زیرابر نیز جلوی تراکم بیشتر زیرابرها را می‌گیرند و تنها بخشهای کوچکی که دارای تکانه‌های زاویه‌ای کوچکتری هستند می‌توانند باز هم متراکم شوند. به عبارت دیگر، خوشه به طور کلی و به دلیل نیروهای گریز از مرکز نمی‌تواند باز هم متراکم شود ولی ابرهای میان ستاره‌ای که منجر به تولید پیش ستاره‌ها می‌شوند ممکن است هنوز قادر به انجام این کار باشند. اگر تکانه‌های زیرابرهایی که دارای جرمهای بزرگی هستند بیش از حد زیاد باشد، انتظار نمی‌رود که ستارگان بسیار سنگین تشکیل شوند. این زیرابرها قبل از اینکه بتوانند باز هم متراکم شوند، باید تکانه‌هایشان را احتمالاً توسط چسبندگی متلاطم کاهش دهند یا قبل از این اتفاق به پیش ستاره‌هایی با جرم کمتر تقسیم شوند. دوران می‌تواند اثر تکه تکه شدن را افزایش بدهد. ممکن است سازوکارهای دیگری برای جلوگیری از تراکم بیشتر ابر سنگین وجود داشته باشد. مثلاً اگر ستاره سنگینی در مرکز تشکیل شود، تحول آن ممکن است  $10^6$  سال طول بکشد و تبدیل به یک ابرنواختر شود به طوری که ابر را به صورت جداگانه بیرون براند و منجر به افت و خیزهای بزرگ چگالی شود. پرسش این است که آیا در چنین پدیده‌ای، نواحی که دارای چگالی بالا هستند می‌توانند به دمایی به اندازه کافی پایین برسند که باعث ناپایداری گرانشی شود.

سناریوی تکه تکه شدن توضیح می‌دهد که چرا ستارگان جوان ترجیحاً در خوشه‌ها و همراه یکدیگر مشاهده می‌شوند. آیا حدی برای این فرایند تکه تکه شدن وجود دارد و یا اینکه سیارات می‌توانند به این صورت تشکیل شوند؟ کوچکترین جرم ستاره‌ای که از این طریق تشکیل می‌شود چقدر است؟ این پرسش را چندین مؤلف بررسی کرده‌اند که اولین آنها هویل در سال ۱۹۵۳ بود. اگر می‌توانستیم به این پرسش پاسخ بدهیم، آن وقت می‌دانستیم که قسمت پایین رشته اصلی پایین تر تا کجای نمودار HR گسترش یافته است. تا کنون کوچکترین جرمهایی که برای ستارگان رصد شده حدود  $0.06 M_\odot$  بوده است (برای ستارگان B ۶۱۴ راس ۱ و A ۴۲۴ ولف ۲). مشاهده می‌کنیم که تعداد ستارگان در جرمهای کوچکتر تا جرمهایی حدود  $0.2 M_\odot$  به شدت افزایش می‌یابد. بنابراین ممکن به نظر می‌رسد که مقدار زیادی جرم در ستارگان سبک وجود داشته باشد به شرطی که تعداد آنها زیاد باشد. تا کنون، این نوع ستارگان به ندرت یافت شده‌اند. زیرا نور آنها به قدری کم است که امکان رصد آنها را بسیار مشکل می‌کند.

بنابراین بد نیست بتوانیم به طور نظری، یک حد پایین تر جرم برای ستارگان به دست بیاوریم. چون فرایند سرد شدن عمدتاً به دلیل گرد و غبار و مولکولهاست، این مسئله به فراوانیهای عناصر سنگین بستگی دارد و ممکن است انتظار داشته باشیم که حد پایین تر جرم در رشته اصلی تا حدودی به فراوانیهای عنصر بستگی داشته باشد. بررسی قدرهای حدی پایانه‌های کم نور رشته‌های اصلی که در خوشه‌های گویسان قرار دارند و دارای فراوانیهای مختلف شیمیایی‌اند، ممکن است نشانه‌ها یا آزمونهایی برای فرضیه ما باشند این یکی از زمینه‌های تحقیقاتی بسیار فعال در حال حاضر است. البته به نظر می‌رسد که ابزارهای دقیق ما هنوز به اندازه کافی برای پاسخ به این پرسش حساس نیستند (شکل ۷.۱ را نگاه کنید).

### ۷.۲۰ حدود تکه تکه شدن

با توجه به شکل ۶.۲۰ می‌بینیم که، وقتی تکه‌ها از لحاظ اپتیکی ضخیم می‌شوند و شروع به تراکم در امتداد منحنیهای بی‌دررویی می‌کنند که در آنها شیب افزایش دما با افزایش  $\rho$  بیشتر از مقدار مربوطه برای جرم جینز است، به شرطی که  $\frac{4}{3} > \gamma$  باشد (شکل ۱.۲۰ را نگاه کنید)، در این صورت فرایند تکه تکه شدن متوقف می‌شود. در جرمهای کوچکتر خط  $\tau = 1$  به طرف چگالیهای بالاتر جابه‌جا می‌شود زیرا برای یک چگالی معین، شعاع ابر در جرم کوچکتر کمتر می‌شود. با در نظر گرفتن  $\tau = \kappa_g \rho R$  و برای  $\tau = 1$  به رابطه زیر می‌رسیم

$$\rho R = \frac{1}{\kappa_g} = \rho^{\frac{1}{3}} M^{\frac{2}{3}} \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (18.20)$$

که در آن  $\kappa_g$  ثابت است. برای  $\tau = 1$  لازم است که  $\rho \propto M^{-\frac{1}{3}}$  باشد. با دانستن  $\kappa_g(\rho, T)$  در امتداد هر خط جرمی مربوط به ناپایداری تراکمی، می‌توانیم تعیین کنیم که در چه  $\rho$  و  $T$  (یعنی در چه شعاعی،  $R$ ) عمق اپتیکی شعاعی داخل ابر برابر با  $\tau = 1$  می‌شود. در شکل ۶.۲۰، این نقاط به وسیله خطهای سایه‌دار به یکدیگر متصل شده‌اند. برای  $T$  کم و  $\rho$  بزرگتر، یا تعداد بیشتری از اتمهای هیدروژن  $n_H$  در سانتی متر مکعب، کدری اصولاً به دلیل دانه‌های گرد و غبار با شعاعی حدود  $10^{-4}$  تا  $10^{-2}$  سانتی متر است. با تعقیب خط تراکم  $t_c = t_F$ ، در شکل کاملاً مشخص است که، حد جرمی کمتری،  $M = M_F$  وجود دارد که، قبل از اینکه از نظر اپتیکی کاملاً ضخیم شود، از نظر گرانشی ناپایدار می‌شود. این حد تکه تکه شدن است. بزرگی  $M_F$  چقدر است؟ طبق شکل ۶.۲۰، لو و لیندن-بل (۱۹۷۶) کشف کردند که  $M_F \geq 0.07 M_{\odot}$  است. از بحث تحلیلی ریز (۱۹۷۶) نیز نتیجه مشابهی به دست می‌آید. ضریب عدم قطعیت حدود ۲ است. تردیدی نیست

که سیارات نمی‌توانند در فرایند تکه‌تکه شدن تشکیل شوند. آنها احتمالاً بر اثر اتحاد دانه‌ها تشکیل می‌شوند تا ذرات بزرگتر و بزرگتری به وجود آیند، پس از آن صخره‌ها و در نهایت سیارات شکل می‌گیرند.

آیا حد پایین جرم در تکه‌تکه شدن به ترکیب شیمیایی بستگی دارد؟ خط‌های ناپایداری مرزی جرم‌های مختلف بدون تغییر می‌مانند. البته، در کسرهای کوچکتر عناصر سنگین، کسر جرم دانه‌ها باید کاهش یابد. بنابراین، کارایی فرایند خنک شدن کمتر و مقادیر  $\kappa_g$  کوچکتر می‌شود. خط تراکم باید کاهش یابد. بنابراین، کارایی فرایند خنک شدن کمتر و مقادیر  $\kappa_g$  کوچکتر می‌شود. خط تراکم  $t_c = t_f$  به طرف دماهای بالاتر جابه‌جا می‌شود. خط  $\tau = 1$  به طرف چگالی‌های بالاتر جابه‌جا می‌شود. از شکل ۶.۲۰ مشخص است که دو اثر در جهت مخالف یکدیگر عمل می‌کنند و به دلیل جفت‌شدگی  $\kappa_g$  و  $t_c$ ، ممکن است انتظار تغییر بزرگی را در  $M_F$  نداشته باشیم.

آیا ستارگانی با جرم‌هایی نزدیک به  $M_F$  هستند را مشاهده می‌کنیم؟

با کم شدن جرم، دماهای مرکزی کاهش می‌یابند و این پرسش مطرح می‌شود که آیا هیچ‌گاه دماهای داخلی این ستارگان سبک برای شروع سوزاندن هیدروژن به اندازه کافی بالا می‌رود. به عبارت دیگر: آیا این ستارگان تبدیل به ستارگان رشته اصلی می‌شوند و یا اینکه آن قدر متراکم می‌شوند تا به حالت واگنی برسند و سرد شوند؟

محاسبات اخیر نشان می‌دهد که ستارگانی که دارای جرم‌هایی کمتر از  $8 \times 10^{-5}$  جرم خورشیدند، احتمالاً هرگز شروع به هیدروژن‌سوزی نمی‌کنند. ستارگانی که دارای جرم‌های کم‌ترند، کوتوله‌های قهوه‌ای نامیده می‌شوند این پرسش مطرح می‌شود که آیا این ستارگان وجود دارند؟ طبق محاسبات لو و لیندن-بل، حد تکه‌تکه شدن کمتر از این مقدار جرم است، ولی تاکنون هیچ کوتوله قهوه‌ای مشاهده نشده است. شاید وجود نداشته باشند؛ در فرایند تکه‌تکه شدن، چنین جرم‌های کوچکی ممکن است به دلیل اثرات خارجی و یا کارایی کمتر سرد شدن از مقدار فرض شده در شکل ۶.۲۰، هرگز نسبت به تراکم گرانشی ناپایدار نشوند.

## ۸.۲۰ اثر میدانهای مغناطیسی

در بخش‌های گذشته این حقیقت را نادیده گرفتیم که در محیط میان‌ستاره‌ای میدانهای مغناطیسی وجود دارد. این میدانها بر تراکم ابری که از نظر گرانشی ناپایدار است اثر می‌گذارند. اگر ابر به میزان کمی یونیده شود (میزان کمی از یونش کافی است)، گاز به صورت یک رسانای بسیار خوب در می‌آید و خطوط مغناطیسی نیز نمی‌توانند از داخل گاز بگریزند (میدان مغناطیسی اصطلاحاً «منجمد» می‌شود). پس از آن، گاز تنها متراکم می‌شود در حالی که خطوط مغناطیسی نیرو را

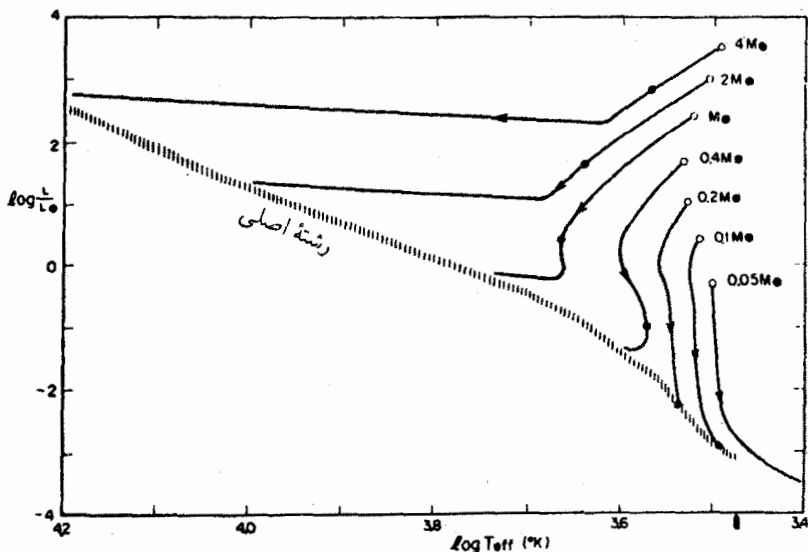
نیز متراکم می‌کند. یعنی، شدت میدان متناسب با عکس مجذور شعاع است،  $B \propto R^{-2}$ . آیا این مسئله جلوی تراکم بیشتر را می‌گیرد؟ برای قضاوت در این باره، باید فشار مغناطیسی را که با نیروهای گرانشی مقابله می‌کند با نیروهای گرانشی،  $F_g = GM_T/R^2$ ، مقایسه کنیم. این نیروها نیز متناسب  $R^{-2}$  افزایش می‌یابند. اگر در آغاز، نیروهای گرانشی بزرگتر از نیروهای مغناطیسی باشند. در طول تراکم نیز بزرگتر باقی می‌مانند. البته، اگر در آغاز، نیروهای مغناطیسی عمود بر خطوط مغناطیسی نیرو بزرگتر از نیروهای گرانشی باشند، هیچ تراکمی در این جهت رخ نمی‌دهد. در این صورت، ماده تنها می‌تواند در امتداد خطوط مغناطیسی نیرو متراکم شود زیرا در این جهت هیچ نیروی مقابله‌کننده‌ای از طرف میدان مغناطیسی وجود ندارد. پس از آن، ابر به صورت یک صفحه متراکم می‌شود که به نوبهٔ خود می‌تواند به صورت صفحه‌هایی به قطعات کوچکتر تقسیم شود. با چنین هندسهٔ متفاوتی، همهٔ مطالعاتی که در بالا صورت گرفته است مجدداً باید مورد بررسی قرار گیرند. کارایی سرد شدن برای یک صفحهٔ نازک بیشتر از مقدار مربوط به یک ابر کروی است.

اگر ابر متراکم‌شونده به اندازه‌ای سرد باشد که الزاماً هیچ الکترون آزادی وجود نداشته باشد و گاز هم رسانای خوبی نباشد، آن وقت، خطوط میدان مغناطیسی می‌توانند از داخل ماده بگریزند و فرایند تراکم آزادانه و بدون محدودیت روی بدهد. در ابری که دمایش حدود  $10^4 \text{ K}$  است انتظار این مورد را داریم.

## ۹.۲۰ مکان پیش‌ستاره‌ها در نمودار قدر رنگ، نظریهٔ هایاشی

در بخش ۲.۱۱ دیدیم که اگر ستاره‌ای در تعادل هیدروستاتیکی باشد، هرگز در سمت راست (یعنی طرف سرد) خط هایاشی نمودار قدر رنگ ظاهر نمی‌شود. بنابراین، انتظار داریم ستارگان تازه‌شکل یافته در ابتدا به صورت ستارگانی پایدار در مکانی روی خط هایاشی ظاهر شوند. در بحث قبلی نیز دیدیم که تا وقتی،  $\frac{4}{3} < \gamma$  باشد، ستاره نمی‌تواند به یک مکان تعادلی برسد. تا وقتی عناصر فراوانی مانند هیدروژن یا هلیوم در بخشهای بزرگی از ستاره در درگیر فرایند یونش اند،  $\frac{4}{3} \leq \gamma$  است و در چنین وضعی ستاره نمی‌تواند پایدار بماند. بنابراین، ستاره فقط به شرطی می‌تواند به پیکربندی تعادلی برسد که به اندازهٔ کافی گرم شده باشد به طوری که بخش اعظم مادهٔ آن یونیده شود. انرژی گرانشی آزادشده در رمبش، باید انرژی یونش را تأمین کرده باشد. بنابراین، هایاشی شعاع ستاره را درست در لحظهٔ تعادل هیدروستاتیک با مساوی قرار دادن انرژی گرانشی آزاد شده و انرژی لازم برای یونش محاسبه کرد. این در واقع برآوردی از انرژی گرانشی آزادشده در این نقطه و در نتیجه شعاع یک ستارهٔ تازه متولدشده با جرم معین است. روی خط هایاشی برای این جرم، می‌توانیم ستاره‌ای





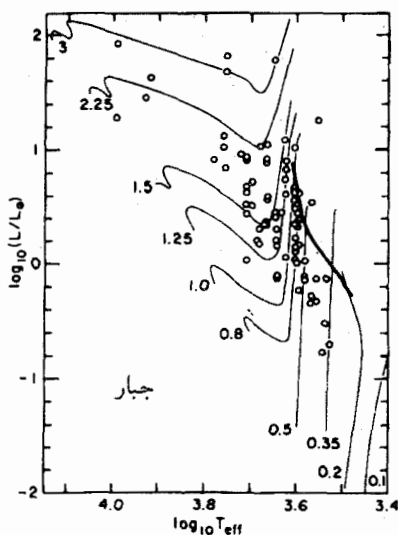
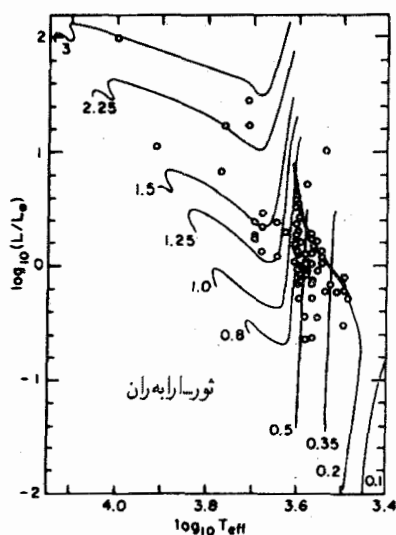
شکل ۸.۲۰ در نمودار  $\log T_{\text{eff}}$ ,  $\log L$  خطوط تراکم جرمهای مختلف نشان داده شده‌اند که ابتدا از خطهای هایاشی پیروی می‌کنند. نقطه‌ها مکانهای ستارگان همگنی را نشان می‌دهند که برای اولین بار وارد خط هایاشی شدند.

را با شعاع لازم پیدا کنیم. این امر مکان تولد ستاره را روی خط هایاشی آن مشخص می‌کند. هایاشی برای ستاره‌ای با جرم معادل جرم خورشید و چگالی و دمای همگن، برآورد کرد که جسم روی خط هایاشی با درخشندگی حدود  $20^\circ$  برابر درخشندگی فعلی خورشیدی ظاهر می‌شود ولی دمایش بسیار کمتر از دمای خورشید فعلی است. برای جرمهای کوچکتر درخشندگیهای کوچکتری به دست می‌آیند. گروهی از ستارگان تازه متولد شده روی خطی از نمودار HR قرار می‌گیرند که در شکل ۸.۲۰ نشان داده شده است. می‌توانیم آن را خط تولد ستارگان بنامیم.

در شکل ۹.۲۰ مکانهای ستارگان جوان T ثور در نمودار HR نشان داده شده‌اند. سردترین ستارگان در امتداد خطی قرار می‌گیرند که با خطی که هایاشی کشف کرد فاصله چندانی ندارد ولی، نمی‌دانیم که چه جرمی متعلق به هر یک از نقاط مشاهده شده است.

### ۱۰.۲۰ تابع جرم اولیه

چه چیزی تابع جرم اولیه را مشخص می‌کند، یعنی، چه چیزی تعداد ستارگانی را که دارای جرم معلومی‌اند و در یک ابر مولکولی معین زاده می‌شوند مشخص می‌کند؟ ما از آن اطلاعی نداریم.



شکل ۹.۲۰ مکانهای رصدشده ستارگان جوان T ثور در ناحیه جبار و مجموعه ستارگان اراابه‌ران ثور در نمودار  $L, T_{\text{eff}}$  نشان داده شده‌اند. همچنین مسیرهای هایاشی مربوط به جرمهای مختلفی برحسب اعداد نشان داده شده‌اند. به نظر می‌رسد که خط تولد ستارگان نشان داده شده است. خط مورد نظر به صورت ضخیم نمایش داده شده است. به‌ندرت ستاره‌ای در بخش سرد این خط یافت می‌شود. برای ستاره‌ای با جرم  $1M_{\odot}$ ، درخشندگی در هنگام تولد به صورت  $0.1 \pm 0.9 \log L/L_{\odot}$  نشان داده شده است که با مقدار  $2.3 \log L/L_{\odot}$  محاسبه شده در شکل ۸.۲۰ مقایسه شده است. البته ما جرمهای ستارگان رصدشده T ثور را که برای یک مقایسه کمی به آن نیاز داریم نمی‌دانیم. شکل کلی خط تولد نشان‌دهنده محاسبه ساده و تقریبی هایاشی است.

به‌رحال می‌دانیم که ستارگان سبک به آرامی به سمت رشته اصلی متراکم می‌شوند زیرا مقدار زیادی انرژی در واحد زمان از دست نمی‌دهند. در فصل دوم دیدیم که زمان تراکم برابر با  $E_G/L$  است که در آن مقدار انرژی آزادشده گرانشی است. با در نظر گرفتن  $E_G \propto GM^2/R$  و  $L \propto M^{3.5}$ ، زمان تراکم گرانشی (بخش ۳.۲ را نگاه کنید) برابر با  $t \propto 1/M^{1.5}R$  به دست می‌آید.

ستارگان سنگین بسیار سریع‌تر از ستارگان سبک‌تر متراکم می‌شوند بنابراین، دماهای سطح آنها به نسبت ستارگان سبک‌تر به سرعت به مقادیر بالا می‌رسند. این ستارگان به دلیل میدان تابشی قوی که دارند احتمالاً ابر غباری اطرافشان را که به واسطه آن و بر اثر فشار تابشی تشکیل شده‌اند به بیرون پرتاب می‌کنند و از سقوط بیشتر ماده به داخل جلوگیری می‌کنند. این مسئله ممکن است حد بالاتری برای جرمهای ستارگانی به وجود آورد که حتی در آهنگهای بسیار پایین چرخش می‌توانند تشکیل شوند.

هنگامی که ستارگان داغ سنگین تشکیل می‌شوند، تابش زیاد آنها ممکن است مادهٔ میان‌ستاره‌ای موجود در محیط اطرافشان را کاملاً گرم کند و منجر به دماهای بالایی شود که مانع از شکل‌گیری ستارگان سبک‌تر شود. به‌نظر می‌رسد که ستارگان سبک احتمالاً در ابتدا تشکیل می‌شوند. هنگامی که به‌دلیل وجود این ستارگان سبک، دما در ابر به‌آرامی افزایش می‌یابد، ناپایداری تکه‌تکه شدن ممکن است در جرمهایی که به‌طور فزاینده‌ای در حال بالا رفتن‌اند متوقف شود. بنابراین ستارگان سنگین در مرحلهٔ آخر شکل می‌گیرند ولی این مسئله در حال حاضر تنها یک فرضیه است. ما هنوز از درک توزیع جرم ستارگانی که به‌تازگی تشکیل شده‌اند عاجزیم.

## ۱۱.۲۰ رمبش ناهمگن پیش‌ستاره‌ها

تا اینجا فرض کردیم که ابر رمبنده موجودی همگن با دما و چگالی یکسان در همهٔ نقاط است. عملاً وقتی که ابری به‌صورت یک پیش‌ستاره متراکم می‌شود. انتظار داریم که چگالیهای نزدیک مرکز با سرعت بیشتری نسبت به نواحی خارجی افزایش یابند زیرا، همهٔ ماده به سمت مرکز، یعنی جایی که جمع می‌شود حرکت می‌کند. محاسبه‌های مفصل نشان می‌دهند که در حقیقت، مرکز نسبت به نواحی خارجی سریع‌تر به حالت نیمه متعادل می‌رسد. هنگامی که «پوسته‌های» بعدی ماده‌ای که در حال سقوط به سمت مرکز است به این هستهٔ نیمه متعادل برخورد می‌کنند شوکهایی تولید می‌شوند که به‌سمت خارج پخش و منجر به تولید دماهای بالاتری می‌شوند که برای مدت کوتاهی در لایه‌های خارجی‌تر دوام دارند. مسیرهای پوسته‌های مختلف جرمی در نمودار  $\rho, T$  نسبتاً پیچیده است. اگر پدیدهٔ چرخش را نیز در نظر بگیریم مسئله به مراتب پیچیده‌تر می‌شود. ما در اینجا وارد جزئیات نمی‌شویم. احتمالاً می‌توان به‌بحثی در این مورد در کتاب پیش‌ستاره‌ها و سیارات (اد. گهرلز، ۱۹۷۸) مراجعه کرد. محاسبات نشان می‌دهند که با وجود اینکه پدیده‌های پیچیده‌ای در مرکز پیش‌ستاره به وقوع می‌پیوندد، ما نمی‌توانیم آنها را مشاهده کنیم زیرا بخش داخلی ستاره به‌واسطهٔ ابرهای غبار لایه‌های خارجی پیش‌ستاره از دید ما پنهان است. این لایه‌های غبار، هنگامی که ستاره به‌اندازهٔ کافی گرم شود و بر اثر فشار تابشی روی دانه‌ها پیلهٔ غبار را به بیرون پرتاب کند، سرانجام به خارج رانده می‌شوند. محاسبات استاهلر (۱۹۸۳) نشان می‌دهد که ستاره باید روی مسیر هاباشی و با درخشندگیهایی که با ضریب ۱۰ کمتر از مقدار محاسبه‌شده توسط هاباشی است مرئی شود. پدیدهٔ بالا به این دلیل صورت می‌گیرد که ستارگان برای مدت بیشتری نامرئی هستند و همچنان در میان غباری که در اطرافشان قرار دارد و دائماً جرم بیشتری از آن می‌گیرند پیچیده شده‌اند.

## ۱۲.۲۰ نتیجه‌گیری

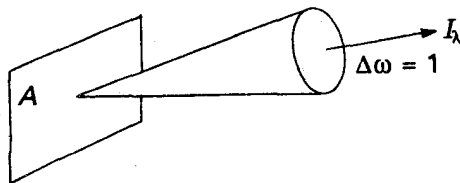
با آنکه مقایسه نمودارهای مشاهده شده HR و مسیرهای تحولی محاسبه شده نشان می‌دهد که ساختار و تحول ستاره‌ای را به طور بنیادی درک کرده‌ایم، اما، هنوز مسائل حل نشده بسیاری وجود دارند. البته، پیشگویی تابع جرم اولیه ستارگان تازه متولد شده برای درک پیشینه خوشه‌های گویسان بسیار اهمیت دارد. که این نیز به نوبه خود مبنای درک غنی شدن فراوانی عناصر سنگین در کهکشانهاست. البته برای این منظور، باید جزئیات تحول ستاره‌ای، به خصوص، ستارگان سنگین و منشأ عناصر شیمیایی را نیز بدانیم. باید بدانیم که کدامیک از ستارگان تبدیل به ابرنواختر می‌شوند و چه مقدار از عناصر سنگین در قسمتهای داخلی آنها تولید می‌شود و چه کسری از این عناصر به محیط بین ستاره‌ای رانده می‌شود. همه تحقیقات مربوط به تحول کهکشان ما و سایر کهکشانها، به شدت مبتنی بر پایه درک خوبی از شکل‌گیری ستاره و تحول ستاره‌ای است. هنوز مطالب زیادی برای آموختن وجود دارد.

## پیوست

# انتقال انرژی تابشی در ستارگان

## الف. معادله انتقال

شدت  $I_\lambda$  مقدار انرژی‌ای است که در ثانیه و در بازه طول موج  $\Delta\lambda = 1\text{cm}$  به‌طور عمودی از  $1\text{cm}^2$  به زاویه فضایی  $\Delta\omega = 1$  وارد می‌شود (نگاه کنید به شکل الف.۱). تغییرات این شدت  $I_\lambda$  را در امتداد مسیر  $s$  در گاز دنبال می‌کنیم.



شکل الف.۱. شدت  $I_\lambda$  مقدار انرژی‌ای است که در هر ثانیه از سطح  $A = 1\text{cm}^2$  و در نوار طول موج  $\Delta\lambda = 1$  به‌صورت عمودی وارد زاویه فضایی  $\Delta\omega = 1$  می‌شود.

تغییر شدت به علت جذب و گسیل برابر است با

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \varepsilon_\lambda \quad (\text{الف ۱})$$

در اینجا  $\varepsilon_\lambda$  انرژی تابشی گسیل شده به ازای واحد حجم در ثانیه برای  $\Delta\lambda = 1\text{cm}$  به داخل زاویه فضایی  $\Delta\omega = 1$  است. (این  $\varepsilon_\lambda$  ربطی به تولید انرژی  $\varepsilon$  که درباره آن در فصل ۸ صحبت کردیم ندارد.  $\varepsilon_\lambda$  گسیل فوتونها را، پس از فرایندهای جذب قبلی، توصیف می‌کند.)  $\kappa_\lambda$  ضریب جذب به ازای  $\text{cm}$  در طول موج  $\lambda$  است که تغییر کسری شدت را پس از عبور باریکه از  $1\text{cm}$  گاز بیان می‌کند.

معادله (الف ۱) را معادله انتقال تابشی می‌نامند. اولین جمله طرف راست مربوط به جذب است و جمله دوم گسیل از ستونی به سطح مقطع  $1\text{cm}^2$  به ازای واحد طول  $\Delta s = 1$  به زاویه فضایی  $\Delta\omega = 1$ .

جسم سیاه یک جعبه عایق‌بندی شده است که در آن برای مدت زیادی هیچ‌گونه انتقال انرژی صورت نگرفته است، به طوری که همه چیز در حال تعادل ترمودینامیکی کامل باشد. برای این جسم سیاه گسیل  $\varepsilon_\lambda$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\varepsilon_\lambda = \kappa_\lambda B_\lambda \quad (\text{الف ۲})$$

که تابع پلانک  $B_\lambda$  عبارت است از

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (\text{الف ۳})$$

و

$$B = \int_0^\infty B_\lambda d\lambda = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \quad (\text{الف ۴})$$

با استفاده از (الف ۲) برای داخل ستارگان برای معادله انتقال به دست می‌آوریم

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \kappa_\lambda B_\lambda \quad (\text{الف ۵})$$

درون یک ستاره تقریباً شبیه یک جسم سیاه است. جرم اطراف آن را کاملاً عایق‌بندی کرده است و زمان زیادی را برای رسیدن به تعادل در اختیار داشته است. اگرچه به علت شار انرژی

F مختصری که از ستاره خارج می‌شود، عایق‌بندی کامل نیست. تعادل ترمودینامیکی تمام عیار نداریم. اما، می‌توان با مقایسه شار انرژی F با شدت میانگین  $J$  مربوط به میدان تابش این آشفستگی را برآورد کرد.

## الف ۲. شار تابشی

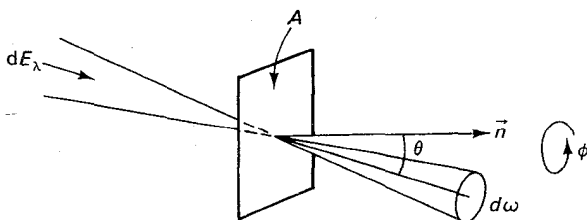
برای تعیین شار تابشی  $F_r$ ، باید مقدار انرژی خالصی را که در هر ثانیه و در جهت خاصی از سطح  $A$  می‌گذرد محاسبه کنیم. در این مورد فقط به شار تابشی علاقه‌مندیم. به علت تقارن کروی هیچ‌گونه شار انرژی خالص در جهت‌های افقی وجود ندارد. مقدار انرژی  $dE_\lambda$ ، که در هر ثانیه از  $A$  و در جهتی که با عمود  $\vec{n}$  بر سطح  $A$  زاویه  $\theta$  می‌سازد می‌گذرد و به زاویه فضایی  $d\omega$  وارد می‌شود را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد

$$dE_\lambda = AI_\lambda \cos \theta d\omega \quad (\text{الف } ۶)$$

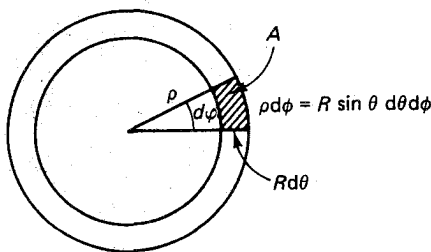
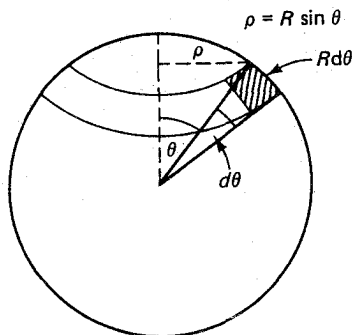
مقدار انرژی کلی که در هر ثانیه از سطح  $A$  وارد نیمکره می‌شود،  $\pi F_\lambda$ ، را می‌توان با انتگرال‌گیری روی همه زاویه‌های فضای  $d\omega$  به دست آورد، یعنی

$$A\pi F_\lambda = \int_\omega dE_\lambda = A \int_\omega I_\lambda(\varphi, \theta) \cos \theta d\omega \quad (\text{الف } ۷)$$

در اینجا نشان داده‌ایم که به‌طور کلی  $I_\lambda$  علاوه بر  $\theta$  به  $\varphi$  نیز بستگی دارد (نگاه کنید به شکل الف.۲). اما، در مورد تقارن کروی، دلیلی برای وابستگی به  $\varphi$  وجود ندارد؛ شدت فقط تابع  $\theta$  است. برای محاسبه انتگرال بر روی  $d\omega$  بهترین روش نشان دادن  $d\omega$  با سطحی است که این زاویه از کره‌ای به شعاع  $R = ۱$  جدا می‌سازد. برای  $d\omega$  متناظر با تغییر  $d\varphi$  در  $\varphi$  و  $d\theta$  در  $\theta$  (نگاه کنید به



شکل الف.۲ مقدار انرژی‌ای که در زاویه  $\theta$  نسبت به عمود  $\vec{n}$  بر سطح  $A$  وارد  $\Delta\omega = ۱$  می‌شود برابر است با  $AI_\lambda \cos \theta$ .



شکل الف ۳. زاویه فضایی  $d\omega$  را با مساحت  $d\sigma$  توصیف می‌کنیم که مخروطی با گشودگی  $d\omega$  از کره‌ای به شعاع ۱ جدا می‌سازد. برای مخروطی با گشودگی  $d\theta$  و  $d\varphi$  از رابطه  $d\omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  به دست می‌آید.

شکل الف ۳)، در می‌یابیم که مساحت سطح  $d\sigma = \sin\theta d\theta d\varphi = d\omega$  برابر است. با این توصیف  $d\omega$  می‌بینیم که زاویه فضایی کاملی که تمام جهت‌ها را می‌پوشاند برابر با مساحت سطح کره واحد، یعنی  $\omega = 4\pi$  است. می‌توان این مطلب را به آسانی با انتگرال‌گیری در تمام زاویه‌های  $0 \leq \theta \leq \pi$  و  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  که تمام سطح کره را می‌پوشاند ثابت کرد، یعنی

$$\begin{aligned} \omega &= \int_{\text{تمام سطح}} d\omega = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta d\varphi \\ &= 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta = 4\pi \int_0^1 \cos\theta d\theta = 4\pi \quad (\text{الف ۸}) \end{aligned}$$

با این ترتیب  $d\omega$  می‌توان  $\pi F_\lambda$  را با استفاده از معادله (الف ۷) محاسبه کرد، یعنی

$$\pi F_\lambda = \int_{\omega} I_\lambda(\varphi, \theta) \cos\theta d\omega = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_\lambda(\varphi, \theta) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi \quad (\text{الف ۹})$$

چون  $I_\lambda$  در این مورد دارای تقارن کروی تابع  $\varphi$  نیست، انتگرال به  $\varphi$  بستگی ندارد و می‌توانیم با انتگرال‌گیری روی  $\varphi$  ضریب  $2\pi$  را به دست آوریم

$$\pi F_\lambda = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} I_\lambda(\theta) \cos\theta \sin\theta d\theta \quad (\text{الف ۱۰})$$

برای ارزیابی این انتگرال باید  $I_\lambda(\theta)$  را بدانیم. در این مورد  $I_\lambda(\theta)$  اصلاً تابع  $\theta$  نیست، یعنی اگر تابش کاملاً همسانگرد با ثابت  $I_\lambda(\theta) = I_\lambda$  داشته باشیم، می‌توانیم  $I_\lambda$  را از انتگرال خارج کنیم و



به دست آوریم

$$\pi F_{\lambda} = 2\pi I_{\lambda} \int_{\theta=0}^{\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta = 2\pi I_{\lambda} \int_{\cos \theta = -1}^{\cos \theta = 1} \cos \theta d(\cos \theta) = 0 \quad (\text{الف } 11)$$

### الف ۳. ناهمسانگردی میدان تابش در داخل ستارگان

نسبت شار

$$F_r = \int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda$$

شدت میانگین، که از تابع پلانک  $B$  به دست می آید، معیاری از ناهمسانگردی میدان تابش است. در لایه‌هایی که در آنها هیچ تولید انرژی صورت نمی‌گیرد داریم ثابت  $L(r) = \pi F_r r^2 = \text{ثابت}$ . در سطح که  $r = R$  به دست می‌آوریم  $\pi F_r = \sigma T_{\text{eff}}^4 = \pi F_r(R)$ . در لایه‌های عمیق‌تر باید داشته باشیم

$$\pi F_r = \pi F_r(R) \frac{R^2}{r^2} = \sigma T_{\text{eff}}^4 \frac{R^2}{r^2} \quad (\text{الف } 12)$$

مثلاً با فرض دمای  $10^4 \text{ K}$  در  $r = 10^8 R$ ،  $T_{\text{eff}} = 8000 \text{ K}$  به دست می‌آوریم

$$\frac{F_r}{B} = \frac{T_{\text{eff}}^4}{T^4} \frac{R^2}{r^2} \approx 6 \times 10^{-1}$$

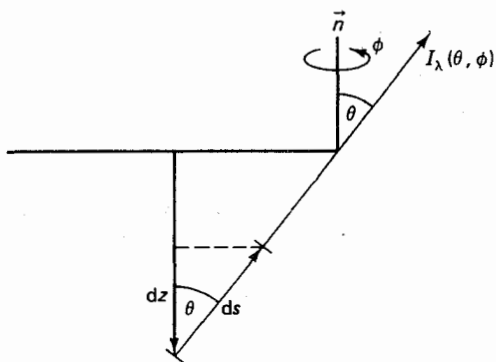
به محض اینکه دمای  $T$  خیلی بزرگتر از  $T_{\text{eff}}$  شود، درجه ناهمسانگردی بسیار کوچک می‌شود. معمولاً فرض می‌کنیم که میدان تابش همسانگرد است، بجز در مواردی که، مانند مورد انتقال انرژی، خود شار اهمیت پیدا می‌کند.

این موضوع وقتی انتقال تابشی در حالت با تقارن کروی را در نظر می‌گیریم بسیار مهم می‌شود.

### الف ۴. معادله انتقال تابشی در داخل ستارگان

بگذارید به معادله (الف ۱) برگردیم. در حالتی که جو ستاره‌ای متوازی‌السطوح باشد (نگاه کنید به شکل الف ۴) می‌توانیم مختصه  $s$  را در امتداد مسیر و عمق مختصه  $z$  را در نظر بگیریم. در این مورد به دست می‌آوریم

$$ds = -\frac{dz}{\cos \theta} \quad (\text{الف } 13)$$



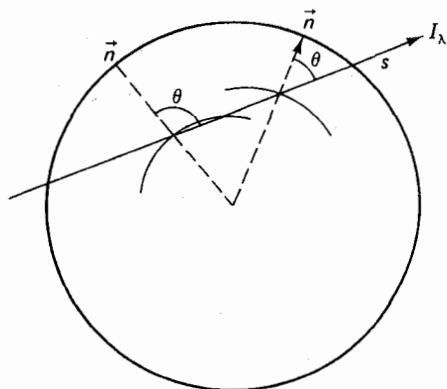
شکل الف. ۴. در جو متوازی السطوح می توان به جای مختصه  $s$  در امتداد باریکه نور گذاشت  $s = -\frac{z}{\cos\theta}$

و

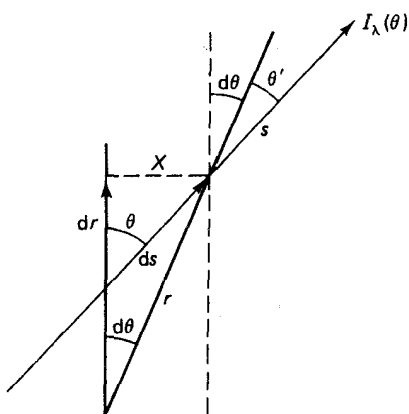
$$\frac{dI_\lambda}{ds} = -\cos\theta \frac{dI_\lambda}{dz} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \kappa_\lambda B_\lambda \quad (\text{الف. ۱۴})$$

علامت منفی نشان می دهد که  $dz$  به طرف خارج است. در حالت کروی (نگاه کنید به شکل الف. ۵) در می یابیم که زاویه  $\theta$ ، زاویه باریکه نور با بردار شعاع، در امتداد مسیر  $s$  تغییر می کند؛ یعنی

$$s = s(r, \theta) \quad \text{و} \quad \frac{dI}{ds} = \frac{dI}{dr} \frac{dr}{ds} + \frac{dI}{d\theta} \frac{d\theta}{ds} \quad (\text{الف. ۱۵})$$



شکل الف. ۵. در حالت کروی زاویه  $\theta$  که باریکه تابش با عمود  $\vec{n} = \vec{r}$  بر لایه «افقی» می سازد در امتداد باریکه تغییر می کند.



شکل الف.۶ هندسهٔ حالت کروی نشان داده شده است. در امتداد مسیر  $s$  باریکهٔ نور زاویهٔ  $\theta$  میان باریکه نور و بردار شعاع از  $\theta$  به  $\theta'$  تغییر می‌کند. برای مقادیر کوچک  $ds$  و  $d\theta$  رابطه‌های (الف.۱۶) برقرار است.

با توجه به شکل الف.۶ می‌بینیم که برای زاویه‌های کوچک  $\varphi$ ، یعنی  $ds$  کوچک داریم

$$x = r d\theta, \quad \cos \theta = \frac{dr}{ds} \quad \text{و} \quad \sin \theta = \frac{x}{ds} = \frac{r d\theta}{ds} \quad (\text{الف. ۱۶})$$

با استفاده از این تساویها از معادله‌های (الف.۱۳) و (الف.۱) به دست می‌آوریم

$$\frac{dI}{ds} = \frac{dI}{dr} \cos \theta + \frac{dI \sin \theta}{d\theta} \frac{1}{r} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \kappa_\lambda B_\lambda \quad (\text{الف. ۱۷})$$

برای تابش همسانگرد  $\frac{dI}{d\theta} = 0$  و به دست می‌آوریم

$$\cos \theta \frac{dI_\lambda}{dr} = -\kappa_\lambda I_\lambda + \kappa_\lambda B_\lambda \quad (\text{الف. ۱۸})$$

که اگر به جای  $dz$  قرار دهیم  $-dr$ ، همان معادلهٔ (الف.۱۴) است. البته، این موضوع فقط برای میدان تابش همسانگرد صادق است. در این مورد، معادلهٔ انتقال تابشی مانند حالت متوازی‌السطوح است. همان‌طور که دیدیم، این تقریب خوبی برای داخل ستارگان است.

در فصل ۲ دیدیم که مسافت آزاد میانگین فوتونها در داخل ستارگان در حدود  $1 \text{ cm}$  است. این مقدار بسیار کوچکتر از شعاع  $R$  است. به همین دلیل است که تقارن کروی برای انتقال تابشی در داخل ستارگان اهمیت چندانی ندارد. بدین دلیل، میدان تابشی تقریباً همسانگرد است.

## الف ۵. رابطه میان لایه‌بندی دما و شار تابشی

اکنون معادله (الف.۱۸) را در  $\cos \theta$  ضرب می‌کنیم و روی کل کره انتگرال می‌گیریم، که به معنی انتگرال‌گیری روی زاویه فضایی  $\omega$  است. برای انتگرال‌گیری در  $\tau$  معین روی تمام زاویه‌های فضایی باید روی  $\varphi$  از  $0$  تا  $2\pi$  و روی  $\theta$  از  $0$  تا  $\pi$  انتگرال بگیریم. انتگرال‌گیری روی معادله (الف.۱۸) روی تمام زاویه فضایی پس از ضرب کردن در  $\cos \theta$  می‌دهد

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{dI_\lambda}{dr} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= -\kappa_\lambda \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\lambda(r, \theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi + \kappa_\lambda \int_0^{2\pi} \int_0^\pi B_\lambda(r) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= -\kappa_\lambda \pi F_\lambda(r) + 0 \end{aligned} \quad (\text{الف } 19)$$

در اینجا از همسانگرد بودن  $B_\lambda(r)$  استفاده کرده‌ایم و در نتیجه می‌توان آن را از انتگرال دوم در طرف راست خارج کرد. پس خواهیم داشت

$$B_\lambda(r) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = 0 \quad (\text{الف } 20)$$

برای انتگرال طرف چپ دوباره از این واقعیت بهره گرفته‌ایم که  $I_\lambda(r, \theta, \varphi)$  اصولاً همسانگرد و در نتیجه  $\frac{dI_\lambda}{dr}$  مستقل از زاویه  $\theta$  است. پس از معادله (الف.۱۹) به دست می‌آوریم

$$\frac{dI_\lambda}{dr} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{2 \times 2\pi}{3} \frac{dI_\lambda}{dr} = -\kappa_\lambda \pi F_\lambda(r) \quad (\text{الف } 21)$$

چون درون ستارگان تقریباً جسم سیاه است، داریم  $I_\lambda \approx B_\lambda$ . اکنون معادله (الف.۲۱) را بر  $\kappa_\lambda$  تقسیم می‌کنیم و روی همه طول موجها انتگرال می‌گیریم. به دست می‌آوریم

$$\frac{4}{3} \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dr} d\lambda = - \int_0^\infty F_\lambda(r) d\lambda = -F_r(r) \quad (\text{الف } 22)$$

که  $F_r(r)$  شار انرژی تابشی است.

اگر علاوه بر آن فرض کنیم که  $\kappa_\lambda$  مستقل از طول موج  $\lambda$  است، یعنی اگر از تقریب به اصطلاح خاکستری استفاده کنیم، می‌توانیم بنویسیم

$$\frac{4}{3} \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dr} d\lambda = \frac{4}{3} \frac{1}{\kappa} \frac{dB}{dr} = -F_r(r) \quad (\text{الف } 23)$$

اگر  $\kappa_\lambda$ ، چنانکه در به دست آوردن معادله (الف. ۲۳) فرض کرده ایم، مستقل از  $\lambda$  نباشد، هنوز می توانیم با مقدار میانگین مناسب  $\kappa_\lambda$ ، که معلوم می شود همان ضریب جذب میانگین روسلند  $\kappa_R$  است، همان رابطه را به دست آوریم (نگاه کنید به فصل ۲)

## الف. ۶. ضریب جذب میانگین روسلند

برای به دست آوردن معادله (الف. ۲۳) باید انتگرال زیر را محاسبه می کردیم

$$\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dr} d\lambda$$

که می خواهیم آن را جانشین رابطه زیر کنیم

$$\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dr} d\lambda = \frac{1}{\bar{\kappa}} \frac{dB}{dr}$$

برای اینکه معادله (الف. ۲۳) برقرار باشد باید

$$\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dr} d\lambda = \frac{1}{\bar{\kappa}} \int_0^\infty \frac{dB_\lambda}{dr} d\lambda \quad (\text{الف. ۲۴})$$

با

$$\frac{dB_\lambda}{dr} = \frac{dB_\lambda}{dT} \frac{dT}{dr} \quad (\text{الف. ۲۵})$$

و اگر  $\frac{dT}{dr}$  مستقل از  $\lambda$  باشد به دست می آوریم

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} \frac{dB}{dT} = \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dT} d\lambda \quad \text{یا} \quad \frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\lambda} \frac{dB}{dT} d\lambda}{\frac{dB}{dT}} \quad (\text{الف. ۲۶})$$

که روش تعیین مقدار میانگین مناسب  $\kappa_\lambda$  است. این میانگینی هماهنگ از  $\bar{\kappa}$  است که ضریب جذب میانگین روسلند  $\kappa_R$  نامیده می شود. معادله (الف. ۲۴) نشان می دهد که مقدار میانگین مناسب  $\kappa_\lambda$  باید بیشترین وزن را باید در همان بخشهای طیف داشته باشد که شار  $\frac{dB_\lambda}{dr}$  مناسب بزرگ است، یعنی طول موجهایی که برای آنها  $\kappa_\lambda$  کوچک است و  $B_\lambda$  کوچک نیست.

## مسائل

### فصل ۱

۱. برای ستاره‌ای که طیف آن نشان می‌دهد یک ستاره  $A^0 V$  است (خطوط H قوی) رنگ اندازه‌گیری شده  $B - V = 0.20$ ، و قدر ظاهری  $m_V = 9.6$  است. بزرگی  $m_B$  چقدر است؟  $E(B - V)$  چقدر است؟  $(B - V)$ ،  $(U - B)$ ،  $m_V$  و  $m_B$  کدام است؟ اندازه  $U - B$  چیست؟ مدول فاصله  $M_V - m_V$  چیست؟ ستاره در چه فاصله‌ای قرار دارد؟
۲. پس از تصحیح برای فرونشانی میان ستاره‌ای ستارگان با  $0.6 = (B - V)$  در خوشه ستاره‌ای پراسپه<sup>۱</sup> دارای قدر بصری ظاهری  $m_V = 10.7$  هستند. فاصله خوشه ستاره‌ای را به دست آورید.

### فصل ۲

۱. مقیاس ارتفاع تکدمای جو زمین را با فرض  $T = 300\text{K}$  به دست آورید.  
 $G = 6.68 \times 10^{-8} [\text{cgs}]$ ،  $2\pi R(\text{زمین}) = 40000\text{km}$ ،  $M(\text{زمین}) = 5.98 \times 10^{27}\text{g}$   
این را با مقیاس ارتفاع تکدما برای جو خورشیدی مقایسه کنید. از  $T_{\odot} = 5800\text{K}$ ،  $M_{\odot} = 2 \times 10^{33}\text{g}$ ،  $R_{\odot} = 6.98 \times 10^{10}\text{cm}$  استفاده کنید. همین کار را برای درون خورشید انجام دهید. به عنوان تقریبی خام می‌توانید  $g_{\odot}$  جوی  $10^7\text{K}$  را برای یک لایه داخلی به کار ببرید.
۲. در پایین یک جو تکدما فشار گاز  $P_g = P_g$  و چگالی  $\rho = \rho_0$  است. حساب کنید چه جرمی بالای این لایه قرار دارد.

- اکنون در ذهن خود به جای این جو لایه‌ای از گاز با چگالی ثابت  $\rho$  بگذارید. ارتفاع این جو فرضی را در صورتی که حاوی همان جرم جو واقعی باشد به دست آورید.
۳. زمان پخش برای اینکه فوتونها از لایه‌ای در عمق  $1 R_{\odot}$ ، چگالی  $\rho = 2 \times 10^{-2} \text{ g cm}^{-2}$  و  $k$  به ازای هر ذره  $2 \times 10^{-22} \text{ cm}^2$  به سطح خورشید برسند را برآورده کنید.
۴. فشار و دمای مرکزی در یک ستاره O با  $M = 40 M_{\odot}$  و  $R = 30 R_{\odot}$  را تخمین بزنید.
۵. در ابرغولی با دمای خورشید فشار گاز  $P_g$  در جو برابر است با  $P_g (\tau = \frac{1}{2}) \sim 3 \times 10^2 \text{ dyn cm}^{-2}$ . ضخامت این جو چقدر است؟ فرض کنید  $\kappa_g = 1$  (که کاملاً درست نیست). مسافت آزاد میانگین فوتونها چقدر است؟
۶. برای اغلب ستارگان (همه ستارگان رشته اصلی) نسبت جرم  $M$  به شعاع  $R$  بسیار کم تغییر می‌کند (حداکثر ۵۰ درصد برای  $T_{\text{eff}} > 4000 \text{ K}$ ). که به معنی ثابت  $\frac{M}{R} \sim$  است. فرض کنید که برای تمام ستارگان سطح مقطع میانگین جذب فوتون یکسان باشد.  $\bar{\rho}$  را برای ستاره‌ای با  $R = 10 R_{\odot}$  محاسبه کنید و زمان لازم برای رسیدن فوتون از درون ستاره به سطح را برای این ستاره به دست آورید. این زمان را با زمان لازم برای فوتونهای خورشید  $R_{\odot} \approx 7 \times 10^{10} \text{ cm}$ ،  $M_{\odot} = 2 \times 10^{33} \text{ g}$  مقایسه کنید.
۷. برای چه سرعت‌های دوران استوایی نیروهای مرکز گریز ۱۰ درصد نیروهای گرانشی می‌شوند؟ ستارگان رشته اصلی را در نظر بگیرید که برای آنها شتاب  $g \approx 10^2 \text{ cm s}^{-2}$  است. محاسبه‌ها را برای  $R = R_{\odot} = 700000 \text{ km}$  و  $R = 10 R_{\odot}$  انجام دهید.
۸. برای یک میدان مغناطیسی همگن نیروهای مغناطیسی را می‌توان با فشار مغناطیسی  $P_m = \frac{H^2}{8\pi}$  (که  $H$  شدت میدان مغناطیسی بر حسب گاوس است) بیان کرد. برآورد کنید که برای چه شدتهای میدان مغناطیسی، نیروهای مغناطیسی مهمتر از نیروهای مربوط به فشار گاز می‌شوند. در جو خورشید  $P_g \sim 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$  و در جو ستارگان داغ  $P_g \sim 10^4 \text{ dyn cm}^{-2}$  است. آیا نیروهای مغناطیسی می‌توانند در درون ستارگان مهمتر شوند؟
۹. انرژی لازم برای یونش کامل مواد ستاره‌ای متشکل از ۹۱ درصد هیدروژن و ۹ درصد هلیوم به دست آورید. آن را با انرژی جنبشی برای  $T \sim 10^7 \text{ K}$  مقایسه کنید.  $\chi_{\text{ion}}(\text{H}) = 13.6 \text{ eV}$ ،  $\chi_{\text{ion}}(\text{He}) = 24.5 \text{ eV}$ ،  $\chi_{\text{ion}}(\text{He}^+) = 54.4 \text{ eV}$ ،  $1 \text{ eV} = 1.66 \times 10^{-12} \text{ erg}$ .

## فصل ۳

۱. شعاع اغلب ستارگان ظاهراً تغییر نمی‌کند. پس نتیجه می‌گیریم که باید در تعادل هیدروستاتیکی

باشند. فرض کنید که تعادل هیدروستاتیکی به اندازه  $10^6$  درصد نقض شود که به معنی آن است که کسر  $10^{-4}$  از گرانی با گردان فشار ناموازن است. چقدر طول می کشد تا شعاع خورشید به اندازه  $10^6$  درصد تغییر کند؟  $R_{\odot} = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$ ،  $g_{\odot} = 274 \times 10^4 \text{ cm s}^{-2}$ .

۲. اگر تعادل گرمایی به اندازه  $10^6$  درصد نقض می شود، که به معنی آن است که انتقال گرمای ورودی به جو از قسمت پایین آن ( $1 - 10^{-4}$ ) برابر شار خروجی از سطح می بود، چقدر طول می کشید تا دمای خورشید  $10^6$  درصد تغییر کند؟ فشار گاز در جو خورشید  $P_g \approx 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$  است.  $T_{\text{eff}} = 5800 \text{ K}$ .

۳. گستره زمانی را برآورد کنید که در طی آن جو ستاره O اگر گرمایی از بالا و پایین وارد آن نشود خنک می شود. دمای ستاره O را  $45000 \text{ K}$  و  $P_g = 10^2 \text{ dyn cm}^{-2}$  در نظر بگیرید.

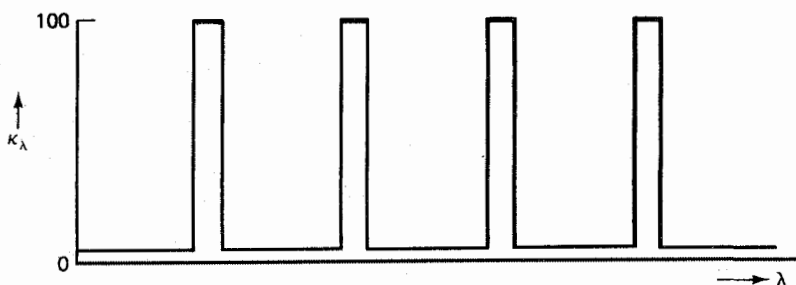
۴. در جو خورشید  $\kappa$  به ازای هر ذره در حدود  $10^{-24} \text{ cm}^2$  است. فشار گاز  $P_g \sim 10^5 \text{ dyn cm}^{-2}$  و دما  $T \sim T_{\text{eff}} = 5800 \text{ K}$  است. گاز عمدتاً هیدروژن است. شار تابشی  $\pi F_r$  را محاسبه کنید. تغییر  $\tau$  در یک ارتفاع مقیاس فشار H را برآورد کنید.

۵. شار گرمای رسانشی در جو خورشید را با شار انرژی تابشی مقایسه کنید.

#### فصل ۴

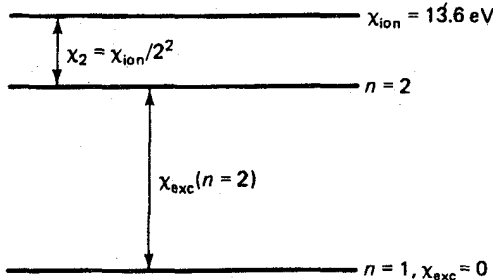
۱. کدری متوسط رولند را برای مدل به اصطلاح پرچینی برای ضریب جذب (نگاه کنید به شکل ب. ۱) محاسبه کنید. فرض کنید که برای  $10^6$  درصد طول موجها  $\kappa_g$  برابر با  $10^6 \text{ cm}^{-2}$  و برای  $90^{\circ}$  درصد بقیه  $\kappa_g = 1 \text{ cm}^{-2}$  در تمام ناحیه های طول موج است.

۲.  $\lambda_{\text{max}}$  را به ازای  $T = 3500 \text{ K}$ ،  $6000 \text{ K}$ ،  $10000 \text{ K}$ ،  $40000 \text{ K}$  محاسبه کنید.



شکل ب. ۱. وابستگی  $\kappa_{\lambda}$  به طول موج برای مدل پرچینی نشان داده شده است. این توزیع  $\kappa_{\lambda}$  ی کوچک و بزرگ در کل ناحیه طیفی گسترده شده است.





شکل ب.۲. نمودار کلی ترازهای اتم هیدروژن نشان داده شده است که فقط شامل دو تراز با پایین‌ترین انرژی و حد یونش است.

۳. ضریب جذب پیوسته آزاد-مقید را برای هیدروژن محاسبه کنید که فقط شامل تراز بالمر با  $n = 2$  و تراز لیمان با  $n = 1$  باشد.  $\log \kappa_{at} = \kappa$  را به‌ازای هر اتم برحسب  $\log r$  و  $\log \lambda$  رسم کنید. ضریب جذب به‌ازای هر الکترون در حالت کوانتومی  $n$  از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$a_n = \frac{64\pi^4 m_e e^4 Z^4 g_G}{3\sqrt{3} ch^6 n^5 \nu^2}$$

در نظر بگیرید که

$$\frac{N(n=2)}{N(n=1)} = \frac{g(n=2)}{g(n=1)} \exp(-\chi_{exc}/kT)$$

از  $h = 6.624 \times 10^{-27}$  ergs,  $c = 3 \times 10^{10}$  cm,  $m_e = 9.105 \times 10^{-28}$  g,  $g_G = 1$  استفاده کنید.  $e = 4.8024 \times 10^{-10}$  esu، ضریب گانت  $g_G$  استفاده کنید.

## فصل ۵

۱. گرادینان تابش  $\nabla_r$  را برای اینکه  $\kappa_g$  مستقل از عمق باشد محاسبه کنید.  $C_V$  با چه ضریبی افزایش یابد تا این جو به‌لحاظ همرفت ناپایدار شود.
۲. برای یک مولکول دو اتمی دو درجه آزادی دیگر به‌واسطه دوران وجود دارد. اندازه  $C_V$  چقدر است؟ در لایه گاز ستاره‌ای با مولکولهای دو اتمی  $\nabla_{ad}$  چقدر است؟ برای  $\kappa_g$  مستقل از عمق آیا لایه گاز نسبت به همرفت ناپایدار است؟
۳. فرض کنید  $\gamma = \frac{5}{3}$  و  $\kappa_g = \kappa_0 P_g^b$ . تعداد  $b$  چقدر باشد تا ناپایداری همرفتی به‌وجود آید؟
۴. اگر نیمی از انرژی به‌وسیله تابش منتقل شود، گرادینان دمای  $\nabla$  در مقایسه با  $\nabla_{rad}$  چقدر می‌شود؟

فصل ۶

۱. شار انرژی همرفتی در شیدسپهر خورشید را با  $\Delta T \sim 3000\text{K}$ ,  $P_g \sim 10^5 \text{dyn cm}^{-2}$ , تابشی مقایسه کنید.  $T \simeq 5800\text{K}$ ,  $v \sim 2 \text{km s}^{-1}$  محاسبه کنید.  $C_V(\text{mol}) = \frac{3}{2}R_g$ . این مقدار را با شار

همین کار را برای یک ستاره F اولیه با  $P_g \sim 10^2 \text{dyn cm}^{-2}$ ,  $T_{\text{eff}} \simeq 7500\text{K}$ ,  $\Delta T \sim 500\text{K}$ ,  $v \sim 3 \text{km s}^{-1}$ ,  $\sigma = 5.6 \times 10^{-5} [\text{cgs}]$  تکرار کنید.

۲. بیشینه سرعت همرفت در جو یک ستاره K را برآورد کنید.

۳. نسبت شار تابشی به همرفتی را در لایه‌ای که دارای لایه‌بندی بی‌دررو در بالای منطقه همرفت خورشیدی با  $\nabla_r \sim 1000$  و  $\nabla_{\text{ad}} \sim 0.2$  و در حوالی ته منطقه همرفت خورشیدی با  $\nabla_r \sim 0.5$  و  $\nabla_{\text{ad}} \sim 0.35$  است به‌دست آورید.

فصل ۷

۱.  $P_g(T)$  را در جو هیدروژن خالص با  $\frac{n(\text{H}^+)}{n(\text{H})} = 10^{-10}$  محاسبه و رسم کنید. از معادله ساها بهره بگیرید

$$\frac{n(\text{H}^+)}{n(\text{H})} = \frac{1}{n_e} \frac{u^+}{u} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{13.6\text{eV}}{kT}}$$

به‌خاطر داشته باشید: در جو هیدروژن خالص  $n(\text{H}^+) = n_e$ ,  $u = 2$ ,  $u^+ = 1$

روال پیشنهادی:  $n_e \gtrsim 10^{17}$  در نظر بگیرید،  $T$  را که برای آن  $\frac{n(\text{H}^+)}{n(\text{H})} = 10^{-10}$  است محاسبه کنید، سپس  $P_g$  را برای این  $T$  و  $n_e$  به‌دست آورید. پنج نقطه با  $\Delta \log n_e \sim 1$  را محاسبه کنید.

فصل ۸

۱. حساب کنید که یک ستاره A<sup>0</sup> با انرژی گرانشی خود چقدر دوام می‌آورد. یک ستاره A<sup>0</sup> رشته اصلی دارای  $\frac{M}{M_\odot} \sim 2.5$ ,  $\frac{R}{R_\odot} \sim 2$  است.  $T_{\text{eff}}$  آن در حدود  $10000\text{K}$  است.

۲. فرض کنید خورشید با بهترین نسبت H و O طوری ساخته شده بود که تمام جرم آن می‌توانست به H<sub>2</sub>O تبدیل شود. خورشید با این ذخیره انرژی چقدر دوام می‌آورد؟ فرض کنید که به‌ازای هر مولکول H<sub>2</sub>O در حدود  $10\text{eV}$  آزاد شود.

۳. حساب کنید که یک ستاره A<sup>0</sup> رشته اصلی با چشمه انرژی هسته‌ای خود چه مدت در رشته اصلی باقی می‌ماند. از داده‌های مسئله ۱ استفاده کنید.

۴. سن خوشه گویسان ۴۷ Tuc را از روی رنگها و درخشندگیهای ستارگانی که دور از رشته اصلی در حال تحول اند به دست آورید (نگاه کنید به شکل ۷.۱). فرض کنید که رشته اصلی ۴۷ Tuc بر رشته اصلی ستارگانی موجود در همسایگی ما به دقت برازش می‌یابد. (در واقع این موضوع صادق نیست زیرا ۴۷ Tuc به لحاظ فلزی فقیر است. رشته اصلی آن درست زیر رشته ستارگانی قرار دارد که فراوانی عناصر در آنها مانند خورشید است. به علاوه این ستارگان آبی‌تر از ستارگان مجاور خورشیدند زیرا نور آبی کمتری در خطوط طیفی عناصر سنگین جذب می‌شود، نگاه کنید به فصل ۰.۲)
- برآورد دیگری از سن را با فرض اینکه در نمودار رنگ قدر ۴۷ Tuc به اندازه ۸<sup>r</sup> قدر پایین‌تر از رشته اصلی ستارگان مجاور خورشید است به دست آورید.

## فصل ۹

معادله‌های (۱۵.۹) تا (۱۹.۹) را اثبات کنید.

## فصل ۱۰

۱. فرض کنید که در تمام ستارگان رشته اصلی فراوانی جرمی هلیوم  $Y = ۰.۲۸$  باشد. چه اندازه غنی‌سازی در هلیوم صورت گیرد تا  $L$  با ضریب ۱.۵ افزایش یابد و در نتیجه طول عمر ستارگان رشته اصلی (الف) در مورد ستارگان B و (ب) برای ستارگان G با ضریب ۱.۵ کم شود.
۲. وابستگی درخشندگی به  $\mu$  را اگر  $\kappa_g = \kappa_0 \rho^{0.5} T^{-2}$  باشد به دست آورید. یک ستاره مخلوط بالای رشته اصلی تحول می‌یابد یا زیر آن.
۳. در ستارگان F تولید انرژی تا اندازه‌ای به واسطه زنجیره پروتون-پروتون و بخشی به علت چرخه CNO است. فرض کنید که به طور میانگین  $10 \sim \nu$ . یک ستاره کاملاً مخلوط شده در چه جهتی تحول می‌یابد.

## فصل ۱۱

۱. تغییر مکان خط هایاشی را برای تغییر جرم با ضریب ۲ با خط هایاشی برای  $M = 1M_{\odot}$  مقایسه کنید.  $\Delta \log T_{\text{eff}}$  برای درخشندگی معین  $L < L_{\odot}$  محاسبه کنید.
۲. تغییر مکان خطهای هایاشی برای  $\log \frac{Z}{Z_{\odot}} = -1$  و  $\log \frac{Z}{Z_{\odot}} = -2$  را با  $\log \frac{Z}{Z_{\odot}} = 0$  مقایسه کنید.  $\Delta \log T_{\text{eff}}$  را برای  $L \leq L_{\odot}$  محاسبه کنید.

۱. مقادیر  $\frac{M_r}{M}$  را برای فاصله‌های مساوی

$$\xi = \ln \left( 1 - \frac{M_r}{(1 + \eta)M} \right)$$

در گامهای ۰.۵، برای ۱ تا  $\xi = 0$  محاسبه کنید. از  $\eta = 0.1$  و  $\eta = 0.01$  استفاده کنید.

۲. مقادیر  $M_r$  را برای  $\xi_{j+p}$  محاسبه و آن را با  $(M_{rj} + M_{rj+1})/2$  برای  $\xi = 0.1$  و  $\xi = 0.5$  مقایسه کنید. قرار دادن مرکز در  $\xi_{j+p}$  چه اهمیتی دارد؟

۳. فرض کنید که  $M_r$  را به عنوان متغیر مستقل برگزیده‌اید. در این صورت باید فشار و غیره را در  $\xi_{j+p} (\ln M_r)$  تعیین کنید. اگر به جای آن از  $(M_r)_{j+p}$  استفاده کنید چه خطایی را خواهید داشت؟ خطاها را با رجوع به جدول ۲.۱۳، که رابطه میان  $M_r$ ،  $P_g$ ،  $T(r)$  را برای ستاره‌ای با  $M = M_\odot$  می‌دهد، تعیین کنید.

۴. معادله‌های (۹.۱۲)، (۱۰.۱۲) و (۱۲.۱۲) را اثبات کنید.

۱.  $M_{bol}$  و  $B - V$  را برای خورشیدی با سن صفر و خورشید فعلی با استفاده از داده‌های جداول ۱.۱۳ و ۲.۱۳ و ۱۰.۱ تعیین کنید.

همین کار را برای ستاره‌ای با  $15M_\odot$  و سن صفر (جدول ۳.۱۳) و نیز پس از اینکه  $10^6 \times 8.6$  سال در رشته اصلی بوده است انجام دهید. داده‌ها را روی نمودار رنگ قدر رسم کنید.

۲. نسبت فراوانی  $\frac{C^{13}}{C^{12}}$  و  $\frac{N^{14}}{C^{12}}$  را در حالت تعادل در مرکز خورشید کنونی محاسبه کنید. از زمانهای واکنش ذکرشده در معادله (۹.۸) استفاده کنید.

۳. دما و فشار ستاره  $B^0$  را بر حسب  $M_r$  برای ستاره رشته اصلی با سن صفر و ستاره رشته اصلی تحول یافته رسم کنید. درباره سرنوشت پوسته‌های جرمی مختلف و علت آنها بحث کنید. جدولهای ۴.۱۳ و ۵.۱۳ را به کار گیرید.

۴.  $\frac{L}{L_\odot}$  را بر حسب  $\frac{M_r}{M_\odot}$  برای ستاره‌ای با  $T_{eff} = 20423K$  و برای خورشید رسم کنید. درباره هر نوع تفاوت بحث آنها را توجیه کنید. از جداول ۱.۱۳ و ۴.۱۳ استفاده کنید.

۵.  $P_g(r)$ ،  $T(r)$  و فراوانیهای شیمیایی را بر حسب  $\frac{M_r}{M}$  برای ستارگان با  $T_{eff} = 10800K$  رسم کنید. از جدولهای ۵.۱۳ و ۶.۱۳ بهره بگیرید. درباره تغییرات تحولی بحث کنید.

## فصل ۱۴

۱. چگالیهای نوترون را که برای آنها واگنی نوترون اهمیت می‌یابد و همچنین جایی را که واگنی نسبیتهی نوترون به وقوع می‌پیوندد برآورد کنید.

## فصل ۱۵

۱. طول عمر یک ستاره هلیم خالص  $M = 3M_{\odot}$  روی رشته اصلی هلیم را که ۱۰ درصد هلیم خود را توسط سه آلفا به کربن تبدیل می‌کند محاسبه کنید.

## فصل ۱۶

۱. مراحل خنک شدن ستاره شعرای یمانی B را که اکنون دارای  $m_V = 8.68$  و  $T_{\text{eff}} = 25500 \text{ K}$  است محاسبه کنید. شعرای یمانی دارای اختلاف منظر مثلثاتی  $377''$  است. از تصحیح نابش‌سنجی جدول ۱.۱ برای ستارگان رشته اصلی استفاده کنید. قدرهای ظاهری  $m_V$  آن را برحسب  $T_{\text{eff}}$  حساب کنید.
۲. قدر ظاهری یک ستاره نوترونی در فاصله شعرای یمانی را با دمای  $T_{\text{eff}} = 25500 \text{ K}$  و  $T_{\text{eff}} = 10^5 \text{ K}$  برآورد کنید.

## فصل ۱۷

۱. فرض کنید که ثابتهای تپش برای تمام ستارگان یکسان است (که واقعیت ندارد اما تقریبی منطقی برای برآورد مرتبه بزرگی است). اگر ستارگان رشته اصلی تپنده‌های شعاعی بودند، دوره‌های بنیادی خورشید، وگا، و ستاره  $B^{\circ} V$ ی عقرب چقدر می‌شد؟ دوره یک کوتوله سفید با  $6M_{\odot}$  و شعاع تقریبی  $6000 \text{ km}$  چقدر می‌شد؟  $Q$  را برابر  $0.4^{\circ}$  روز بگیرید.

## فصل ۱۸

۱. نمودار درخشندگی، برای خوشه پراسپه را با استفاده از نمودارهای رنگ قدر مشاهده شده (شکل ۵.۱) و جدول ۱.۱ رسم کنید. فرض کنید  $E(B-V) = 0.0$  و  $m_V - M_V = 6.0$ .

## فصل ۱۹

۱. جرم جینز را برای گازی با  $n = 10^{-1} \text{ cm}^{-3}$  و  $T = 10^4 \text{ K}$  و با  $T = 1000 \text{ K}$  محاسبه کنید. همین کار را برای  $n = 10 \text{ cm}^{-3}$  انجام دهید.

۱. معادله (۱۳.۲۰) را اثبات کنید.
۲. تحول یک ابر در نقطه F شکل ۴.۲۰ را دنبال کنید. سرانجام کار آن انقباض است یا انبساط؟
۳. برای جرم  $10 M_{\odot}$ ، یک ابر هیدروژن همگن و دارای تقارن کروی در چه شعاعی به چگالی  $n_H = 6$  می‌رسد و به لحاظ ایتیکی ضخیم می‌شود اگر دمای آن  $50\text{ K}$  باشد؟
۴. (الف) فرض کنید یک میدان مغناطیسی همگن  $H$  در ابری میان ستاره‌ای نفوذ کند. اگر این ابر دارای  $n = 10^4\text{ cm}^{-3}$  و  $T = 10\text{ K}$  باشد، در چه شدت میدانی فشار گاز  $P_g$  با فشار مغناطیسی  $P_H = \frac{H^2}{8\pi}$  (برحسب گاوس) برابر می‌شود؟  
(ب) اگر ابری با جرم جینز و این چگالی و دما با نصف این شدت میدان و یک میدان مغناطیسی منجمد شده داخلی به صورت یک ستاره رشته اصلی در آید، شدت میدان مغناطیسی  $H^*$  آن در صورتی که دارای چگالی همگن باشد چقدر می‌شود؟

- Arp, H. C. 1958, in *Handbook of Physics*, vol. 51, Springer Verlag, Berlin, p. 75.
- Bahcall, J. and Ulrich, R. 1987. Preprint.
- Baker, N. and Kippenhahn, R. 1962, *Zeitschrift für Astrophysik*, **54**, 114.
- Becker, S. A., Iben, I. and Tuggle, R. S. 1977, *Astrophys. J.*, **218**, 633.
- Becker, W. 1950, *Stern und Sternsystem*, 2nd edn, Theodor Steinkopff, Dresden.
- Bertelli, G., Bressan, A. G. and Chiosi, C. 1984, *Astron. Astrophys.*, **130**, 279.
- Biermann, L. 1937, *Astron. Nachrichten*, **264**, 359.
- Boesgaard, A. M. and Tripicco, M. J. 1986, *Astrophys. J.*, **308**, L49.
- Böhm-Vitense, E. 1953, *Zeitschrift f. Astrophysik*, **32**, 135.
- Böhm-Vitense, E. 1958, *Zeitschrift f. Astrophysik*, **46**, 108.
- Brunish, W. M. 1989, private communication.
- Brunish, W. M. and Truran, J. W. 1982, *Astrophys. J. Suppl.*, **49**, 447.
- Burnham, R. 1978a, *Burnham's Celestial Handbook*, vol. III, Dover Publ., New York p. 1442.
- Burnham, R. 1978b, *Burnham's Celestial Handbook*, vol. III, Dover Publ., New York p. 1446.
- Burnham, R. 1978c, *Burnham's Celestial Handbook*, vol. III, Dover Publ., New York p. 1911.
- Cohen, M. and Kuhl, L. V. 1979, *Astrophys. J. Suppl.*, **41**, 743.
- Cox, J. P. 1956, *Astrophys. J.*, **122**, 286.
- Cox, J. and Salpeter, E. E. 1964, *Astrophys. J.*, **140**, 485.
- Cox, A. N. and Tabor, J. E. 1976, *Astrophys. J. Suppl.*, **31**, 271.
- Eggleton, P. P. 1971, *Monthly Notices Roy. Astr. Soc.*, **151**, 351.
- Faulkner, J., Griffiths, K. and Hoyle, F. 1965, *Monthly Notices*, **129**, 363.
- Finkelburg, W. and Peters, Th. 1957, in *Handbook of Physics*, vol. 28; Springer Verlag, Berlin, p. 79.
- Gehrels, T. 1978, *Protostars and Planets*, University of Arizona Press, Tucson, Arizona.
- Hayashi, C. 1966, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **4**, 171.
- Hayashi, E., Hoshi, R. and Sugimoto, D. 1962, *Supplement of the Progress of Theoretical Physics*, no. 22.
- Heney, L. G., Wilets, L., Böhm, K. H., Le Levier, R. and Levee, R. D. 1959, *Astrophys. J.*, **129**, 628.
- Hesser, J. E., Harris, W. E., Vandenberg, D. A., Allwright, J. W. B., Shott, P. and Stetson, P. B. 1987, *Publ. Astr. Soc. Pacific*, **99**, 739.
- Hoyle, F. 1953, *Astrophys. J.*, **118**, 512.
- Iben, I. 1967, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **12**, 215.
- Iben, I. 1971, *Publ. Astr. Soc. Pacific*, **83**, 697.

- Iben, I. and Tuggle, S. 1972, *Astrophys. J.*, **178**, 441.
- Johnson, H. L. and Morgan, W. W. 1953, *Astrophys. J.*, **117**, 313.
- Kippenhahn, R., Weigert, A. and Hofmeister, E. 1967, in *Methods of Computational Physics*, vol. 7, p. 129.
- Kurucz, R. 1979, *Astrophys. J. Suppl.*, **40**, 1.
- Lambert, D. L. and Ries, L. M. 1981, *Astrophys. J.*, **248**, 228.
- Ledoux, P. and Walraven, Th. 1958, in *Handbook of Physics*, vol. 51, Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, p. 353.
- Low, C., Lynden-Bell, D. 1976, *Monthly Notices Roy. Astr. Soc.*, **176**, 367.
- Mateo, M. 1987, Ph.D. Thesis, University of Washington.
- O'Dell, R. 1968, in *Planetary Nebulae* (IAU Symp. No. 34), D. E. Osterbrock and C. R. O'Dell (eds.), p. 361, Dordrecht: Reidel.
- Popper, D. M. 1980, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **18**, 115.
- Proffitt, C. 1988, Ph.D. Thesis, University of Washington.
- Rees, M. 1976, *Monthly Notices Roy. Astr. Soc.*, **176**, 483.
- Rosseland, S. 1949, *The Pulsation Theory of Variable Stars*, Clarendon Press, Oxford.
- Sandage, A. R. 1986, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **24**, 450.
- Sandage, A. R. and Tammann, G. 1968, *Astrophys. J.*, **151**, 531.
- Schmidt, E. 1984, *Astrophys. J.*, **285**, 501.
- Stahler, S. W. 1983, *Astrophys. J.*, **274**, 822.
- Stetson, P. B., Vandenberg, D. A., Bolte, M., Hesser, J. E. and Smith, G. H. 1989, *Astron. J.*, **97**, 1360.
- Schwarzschild, M. 1958a, *Stellar Structure and Evolution*, p. 72.
- Schwarzschild, M. 1958b, *Stellar Structure and Evolution*, p. 82.
- Schwarzschild, M. 1958c, *Stellar Structure and Evolution*, p. 54.
- Spite, F. and Spite, M. 1982, *Astr. Astrophys.*, **115**, 357.
- Straizys, V. and Sviderskiene, Z. 1972, *Vilniaus Astronomijos Observatorijos Biuletenis*, **35**, 1.
- Ulrich, R. K. 1974, *Zeitschrift für Astrophys. J.*, **188**, 369.
- Unsöld, A. 1931, *Zeitschrift für Astrophysik*, **1**, 138 and 2, 209.
- Unsöld, A. 1969, *The New Cosmos*, Springer Verlag, Berlin, p. 132.
- Unsöld, A. 1948, *Astrophysik*, **25**, 11.
- Vandenberg, D. A. and Bell, R. 1985, *Astrophys. J. Suppl.*, **58**, 561.
- Weidemann, V. 1975, in *Problems of Stellar Atmospheres and Envelopes*, B. Baschek, W. H. Kegel and G. Traving (eds.), p. 1973, Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin.
- Zhevakin, S. A. 1959, *Russ. Astrophys. J.*, **36**, 996, translated in *Soviet Astrophys. J.*, **3**, 913 (1960).

#### Other books and textbooks on stellar structure and evolution

- Aller, L. and McLaughlin, D. (eds.), *Stellar Structure*, vol. VIII of *Stars and Stellar Systems*. Gen. ed. G. Kuiper and B. Middlehurst, University of Chicago Press, Chicago, 1965.
- Bower, R. and Deming, T., *Astrophysics: I. Stars*. Jones and Bartlett Publishers Inc., Boston 1984.
- Chandrasekhar, S., *An Introduction to the Study of Stellar Structure*. University of Chicago Press, Chicago, 1939. (Also Dover Publication.)
- Chiu, H.-Y. and Muriel, A. (eds.), *Stellar Evolution*. MIT Press (1972).
- Clayton, D., *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*. McGraw-Hill, New York, 1968, University of Chicago Press, Chicago, 1983.



- Cox, J. and Giuli, R., *Stellar Structure*. vol. I. Physical Principles, Vol. II, Applications to Stars. Gordon and Breach, New York, 1968.
- Eddington, A., *The Internal Constitution of Stars*, 1st edition 1926. Dover Publication Inc., New York, 1959.
- Kippenhahn, R., *100 Billion Suns*. Basic Books Inc. Publishers, New York, 1983.
- Kippenhahn, R. and Weigert, A., *Stellar Structure and Evolution*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1990.
- Motz, L., *Astrophysics and Stellar Structure*. Ginn and Company, Waltham, Massachusetts, 1970.
- Novotny, E., *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*. Oxford University Press, New York, 1973.
- Schwarzschild, M., *Structure and Evolution of the Stars*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1958 (Dover Publications).

## نمایه

انبساط	اَبَرغولها ۱۲
بی دررو و بادرو ۲۸۳	اَبَرنواختر ۱۹۷۸a ۲۴۸
سحابیهای سیاره‌ای ۲۱۷	اَبَرنواخترها
انتقال انرژی	نوع I ۲۴۹
تابشی ۳۰۰، ۴۵	نوع II ۲۳۰، ۲۳۱
همرفتی ۷۳	اِبرهای میان ستاره‌ای
انتقال دوپلر ۲۱	انقباض گرانشی ۲۸۵
انرژی پراکنجستگی ۵۴	تعادل ۲۸۰
انرژی جنبشی ۳۴	تکه تکه شدن ۲۹۰
انرژی فوتون ۵۴	حدود تکه تکه شدن ۲۹۳، ۲۹۴
انرژی گرانشی ۳۶	خنک شدن ۲۸۳
آزاد شدن ۱۴۷، ۱۷۴	گرم شدن ۲۸۳
انرژی گرمایی ۳۴	اثر تونل ۱۰۵
انرژی یونش ۵۴	احتمال نفوذ ۱۰۸
انقباض	احتمال واکنش ۱۰۹
بادرو ۲۸۳	ارتفاع مقیاس فشار ۶۷
بی دررو ۲۸۰	اصل پاؤلی ۲۰۱

تصحیح‌های تابش‌سنجی ۱۷، ۱۸	گرانشی ۳۷
تبادل تابشی ۴۴	برابر زمانها ۲۴۳
تبادل گرمایی ۴۱	برانگیختگی آونگ ۲۵۹
تبادل هیدروستاتیکی ۲۳۹	پارسک، تعریف ۸
تکانه فرمی ۲۰۴	پخش فوتونها ۳۸، ۳۹
توزیع انرژی	پخش لیتیم ۹۹
خورشید ۷، ۱۵	پخش تابشی ۱۸۶
غول ۱۵	پراکندگی الکترون ۵۸
وگا ۷	پلی‌تروپها ۲۵۴، ۲۵۵
تولید انرژی ۱۰۱، ۴۵، ۱۱۴	پیش‌ستاره‌ها ۲۸۸، ۲۹۸
چرخه کربن-نیتروژن ۱۱۲	تابع پلانک ۲۲، ۴۵، ۵۵، ۵۶
زنجیره پروتون-پروتون ۱۰۹	تابع موج ۱۰۶
واکنش آلفا ۱۱۳، ۱۱۴	تابندگی ۱۷
تولید عناصر ۱۱۴، ۱۱۵	تحول
تولید عناصر سنگین ۲۳۰	ابر میان‌ستاره‌ای ۲۸۴
جرم جینز ۲۷۹	جمعیت II ۲۱۵
جرمهای ستارگان ۱۶۱	ستارگان با جرم کم ۱۹۶
جرمهای قیفاووسی	ستارگان پرجرم ۲۲۴
جرمهای باد-سولینک ۲۷۱	سحابیهای سیاره‌ای ۲۲۱، ۲۲۲
جرمهای برآمده ۲۷۳	شاخه زیرغول ۱۹۶
جرمهای تپنده ۲۷۰، ۲۷۱	شاخه غول ۲۲۳
جرمهای تحولی ۲۶۹	شاخه غول سرخ ۲۰۰، ۲۰۱
جرمهای دینامیکی ۲۷۴	وابستگی اختلاط ۲۲۶، ۲۲۸
جرمهای ضربانی ۲۷۳	وابستگی به جرم ۲۲۴، ۲۲۵
جسم سیاه ۱۹	وابستگی به عناصر سنگین ۲۲۵
چشمه انرژی	فراوانیها ۲۲۶
شیمیایی ۱۰۲	تحول ستاره‌ای ۱۷۳
گرانشی ۱۰۲	دلایل ۱۷۳
هسته‌ای ۱۰۳	تشکیل ستاره ۲۷۶

ستارگان هیدروژنی ۹، ۱۱، ۱۳	حد جرم
رنگها ۶	ستارگان نوترونی ۲۳۹
زمان کلون-هلمهولتز ۳۸	کوتوله‌های سفید ۲۳۸
زمانهای انقباض ۳۷	حلقه‌های آبی ۲۲۴-۲۲۵
زمانهای بخش ۳۹	خط تولد ۲۹۶
زمانهای واکنش ۱۱۰، ۱۱۲	خط هایاشی ۱۵۳
ستارگان A غیرعادی ۱۹۵	وابستگی به جرم ۱۵۳، ۱۵۶
ستارگان با ترکیب شیمیایی ۲۵	وابستگی به عناصر سنگین ۲۹۵، ۲۹۶
ستارگان تپنده ۲۵۱	فراوانیها ۱۵۲، ۱۵۷
ستارگان کپه‌ای ۲۱۳	خوشه‌های ستاره‌ای
ستارگان نوترونی ۲۳۹	جوان پرجمعیت ۲۷۷
چگالی ۲۳۹	خوشه‌های باز ۱۰، ۱۲۱
ستارگان همگن	خوشه‌های گویسان (کروی) ۱۲، ۲۱۶، ۲۴۱
انقباض ۱۴۵	سن ۱۱۹
تعادل تابشی ۱۳۰	درخش کربن ۲۲۹
وابستگی به فراوانی عناصر سنگین ۱۴۰	درخش هلیوم ۲۲۳
وابستگی به وزن اتمی ۱۳۷	درخشندگیها ۱۵۰
سحابی خرچنگ ۲۴۹	دمای مرکزی ۳۳
سحابیهای سیاره‌ای ۲۱۷	دمای مؤثر ۱۹، ۱۵۱
سرخ‌شوندگی میان‌ستاره‌ای ۷	رابطه جرم-تابندگی
سنهای	تجربی ۲۲، ۲۴
خوشه‌های ستاره‌ای ۱۱۹	نظری ۲۲، ۲۳، ۱۳۲، ۱۳۵، ۱۴۱
شهاب‌سنگها ۱۰۲	رابطه جرم-شعاع، واگنی غیرنسبیتی ۲۳۶
سیاهچاله ۲۴۹	مسافت آزاد میانگین ۳۹، ۴۶
شاخه افقی ۱۳، ۱۵	رد هایاشی ۲۹۵، ۲۹۷
تحول ستاره‌ای ۲۱۴	رسانش گرما ۴۹، ۵۰
شاخه مجانبی غول ۱۲-۱۳، ۲۱۳	رشته اصلی
شار سطحی ۲۰	ستارگان جمعیت II ۱۴۳، ۱۴۴
شرایط مرزی ۱۲۶	ستارگان هلیمی ۱۴۰

- شعاع زاویه‌ای ۱۹  
 شعرای یمانی B ۲۴۶  
 ضریب جذب  
 آزاد-آزاد ۵۴  
 آزاد-مقید ۵۲، ۵۵  
 تعریف ۲۰  
 خطوط ۵۸  
 میانگین روسلند ۵۵  
 ضریب رسانش گرما ۵۰  
 طبقه‌بندی طیفی ۲۲، ۲۵  
 عمق اپتیکی، تعریف ۲۰  
 غولهای سرخ ۱۳  
 فراوانیهای تعادل ۱۱۷  
 فراوانیهای عناصر  
 درون خورشید ۱۸۱  
 درون ستارگان ۱۸۱  
 فراوانیهای هلیوم ۹۹  
 فشار تابش ۱۲۵  
 قانون استفان-بولتزمن ۲۰  
 قدرها  
 تابش سنجی ۱۷  
 ظاهری ۵  
 مطلق ۸  
 قله گاموف ۱۱۰  
 قیفاووسی‌ها ۲۶۱  
 برانگیختگی با سازوکار کاپا ۲۶۲  
 برانگیختگی با واکنشهای هسته‌ای ۲۶۶
- برانگیختگی تپشها ۲۶۳  
 تپشهای بادرو ۲۶۳  
 تپشهای بی‌درو ۲۲۵  
 دامنه تپش ۲۶۶  
 رابطه دوره تناوب-درخشندگی ۲۶۹، ۲۷۰  
 رسدها ۲۶۱  
 ساختار داخلی ۲۵۶  
 نیروی بازگرداننده ۲۵۲  
 ویژه‌تابهای پلی‌تروپ ۲۵۵  
 ویژه‌تابهای ستارگان همگن ۲۵۵  
 کدریها ۵۲  
 کاکس تابور ۵۵  
 کرامرز ۵۷  
 کتوله‌های سفید ۲۳۳  
 جرم ۲۳۷، ۲۴۶، ۲۴۷  
 زمان‌های خنک‌شدن ۲۳۷  
 مراحل خنک‌شدن ۲۳۷  
 کوه کاپا ۲۶۲  
 گرادیان دما  
 با همرفت ۸۴  
 بی‌درو ۶۳  
 تابشی ۴۷، ۶۸، ۶۹، ۱۲۴  
 گرادیان فشار ۱۲۵  
 گرمای ویژه ۶۵  
 محاسبه مدل ۱۶۱  
 روش شوارتس شیلد ۱۶۱  
 روش هن‌بی ۱۶۳  
 مدل  
 خورشید با سن صفر ۱۷۷

- خورشید کنونی ۱۷۷  
 ستاره A° IV B° ۱۸۶  
 ستاره A° با سن صفر ۱۹۴  
 ستاره A° تحول یافته رشته اصلی ۱۹۶  
 ستاره B° با سن صفر ۱۹۵  
 مدول فاصله ۹  
 مسئله جرم قیفاووسی ۲۶۸  
 مسئله نوترینوی خورشیدی ۱۸۱  
 معادله حالت  
 گاز کامل ۳۳، ۳۴، ۱۲۵  
 واگن ۲۱۰  
 معادله‌های ساختار ۱۲۴، ۱۲۶  
 بی بعد ۱۲۷  
 معیار جینز برای ناپایداری گرانشی ۲۷۷  
 معیار شوارتس شیلد برای ناپایداری همرفتی ۶۲، ۶۳، ۶۴  
 منحنیهای بی دررو ۶۵-۶۶  
 منطقه همرفت  
 داخل ۸۸، ۸۹  
 عمق ۹۳  
 نمودارهای تراز انرژی ۵۲، ۵۳  
 نوار ناپایداری قیفاووسی ۲۲۶، ۲۵۷، ۲۶۷  
 نوسانهای آونگ ۲۵۷  
 نیروهای کولنی ۱۰۶
- نیروهای مرکزگریز ۳۰  
 نیروهای مغناطیسی ۳۱  
 نیروی شناوری ۷۸  
 نیروی هسته‌ای ۱۰۵  
 واگنی ۲۰۷  
 غیرنسبیتی ۲۰۲  
 نسبیتی ۲۱۰  
 ویژه‌سامدها  
 طناب ۲۵۲  
 قیفاووسی‌ها ۲۵۶، ۲۵۷  
 همرفت ۶۱  
 انتقال انرژی ۶۱  
 تأثیر بر تابندگی ۱۵۰  
 تأثیر بر شعاع ۱۵۱  
 تبادل انرژی ۸۲، ۸۶، ۸۷  
 دلایل ناپایداری ۷۰  
 سرعتهای ۷۸  
 طول اختلاط ۷۹  
 طول مشخصه ۷۹  
 فراجت ۹۰  
 ناپایداری ۶۱  
 نظریه طول اختلاط ۷۶  
 نوسانهای دما ۷۸