



# آشنایی با ذرات بنیادی

دیوید گریفیث

ترجمهٔ دکتر حمیدرضا مشفق  
سلیمه کیمیاگر

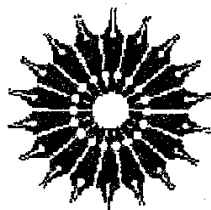
Elementary Particle Dynamics

Elementary Particle Dynamics

Historical introduction to the Elements of Elementary Particle Dynamics

Elementary Particle Dynamics





آشنایی با

# ذرات بنیادی

دیوید گریفیث

ترجمه

دکتر حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر

مرکز نشر دانشگاهی



*Introduction to Elementary Particles*

David Griffiths

John Wiley & Sons, 1987

آشنایی با ذرات بنیادی

تألیف دیوید گریفیث

ترجمه حمیدرضا مشفق، سلیمه کیمیاگر

ویراسته منیره رهبر  
طراح جلد: آرزو امینی  
نسخه پرداز: منیره حق‌نژاد  
حروفچین: نادیا فرهادتوسکی  
مرکز نشر دانشگاهی  
چاپ اول: ۱۳۸۵  
چاپ سوم: ۱۳۹۳  
تعداد: ۵۰۰  
چاپ و صحافی: طرفه  
۱۹۱۰۰ تومان

نشانی فروشگاه مرکزی: خیابان انقلاب، روبه‌روی سینما سپیده، پاساژ خیبری، تلفن: ۶۶۴۰۸۸۹۱، ۶۶۴۱۰۶۸۶  
نشانی فروشگاه و نمایشگاه دائمی: خیابان دکتر بهشتی، خیابان خالد اسلامبولی، نشانی خیابان دهم، شماره ۵۰، تلفن: ۸۸۷۲۵۹۵۴

فروش اینترنتی: [www.bookup.ir](http://www.bookup.ir)

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

سرشناسه: گریفیث، دیوید جفری، ۱۹۴۲ - م Griffiths, David Jeffrey

عنوان و نام پدیدآور: آشنایی با ذرات بنیادی / دیوید گریفیث: ترجمه حمیدرضا مشفق، سلیمه کیمیاگر

مشخصات نشر: تهران مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۵.

مشخصات ظاهری: هفت، ۵۱۰ ص: جدول.

فروست: مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۲۴۹. فیزیک: ۱۲۵.

شابک: 978-964-01-1249-6

یادداشت: فیبا

یادداشت: عنوان اصلی: *Introduction to elementary particles.*

یادداشت این کتاب قبلاً توسط نشر نوپردازان تحت عنوان مقدمه‌ای بر ذرات بنیادی ۲ در سال ۱۳۸۴ نیز منتشر شده است.

یادداشت: کتابنامه.

یادداشت: نمایه

عنوان دیگر: مقدمه‌ای بر ذرات بنیادی

موضوع: ذره‌های بنیادی

چاپ سوم: ۱۳۹۳.

شناسه افزوده: مشفق، حمیدرضا، ۱۳۴۵ - مترجم

شناسه افزوده: کیمیاگر، سلیمه، ۱۳۴۷ - مترجم

شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی

رده‌بندی کنگره: ۱۳۸۵ م۷ ک۴ / QC ۷۹۳/۲

رده‌بندی دیویی: ۵۳۹/۷۲

شماره کتابشناسی ملی: ۸۵-۲۸۶۵۱

بسم الله الرحمن الرحيم

## فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۳	مقدمه
۳	فیزیک ذرات بنیادی
۶	چگونه می‌توانید ذرات بنیادی را تولید کنید؟
۹	چگونه ذرات بنیادی را آشکار می‌سازید؟
۱۱	یکاهای
۱۳	مراجع و یادداشتها
۱۵	۱ مقدمه تاریخی بر ذرات بنیادی
۱۵	۱-۱ دوران کلاسیک (۱۸۹۷-۱۹۳۲)
۱۸	۲-۱ فوتون (۱۹۰۰-۱۹۲۴)
۲۲	۳-۱ مزون (۱۹۳۴-۱۹۴۷)
۲۳	۴-۱ پاد ذرات (۱۹۳۰-۱۹۵۶)
۲۸	۵-۱ نوترینوها (۱۹۳۰-۱۹۶۲)
۳۵	۶-۱ ذرات شگفت (۱۹۴۷-۱۹۶۰)
۴۱	۷-۱ راه هشت‌گانه (۱۹۶۱-۱۹۶۴)
۴۴	۸-۱ مدل کوارکی (۱۹۶۴)
۵۰	۹-۱ انقلاب نوامبر و پیامدهای آن (۱۹۷۴-۱۹۸۳)
۵۴	۱۰-۱ بوزونهای برداری میانه
۵۵	۱۱-۱ مدل استاندارد (۱۹۷۸-؟)

صفحه	عنوان
۵۷	مراجع و یادداشتها
۶۳	مسائل
۶۷	۲ دینامیک ذرات بنیادی
۶۷	۱-۲ چهار نیرو
۶۹	۲-۲ الکترو دینامیک کوانتومی (QED)
۷۳	۳-۲ کرومودینامیک کوانتومی (QCD)
۷۹	۴-۲ برهم کنشهای ضعیف
۸۶	۵-۲ واپاشیها و قوانین پایستگی
۹۱	۶-۲ طرحهای وحدت
۹۳	مراجع و یادداشتها
۹۴	مسائل
۹۷	۳ سینماتیک نسبیتی
۹۷	۱-۳ تبدیلهای لورنتس
۱۰۰	۲-۳ چار بردارها
۱۰۵	۳-۳ انرژی و تکانه
۱۱۰	۴-۳ برخوردها
۱۱۲	۵-۳ مثالها و کاربردها
۱۲۰	مراجع و یادداشتها
۱۲۰	مسائل
۱۲۶	۴ تقارنها
۱۲۷	۱-۴ تقارنها، گروهها و قوانین پایستگی
۱۳۱	۲-۴ اسپین و تکانه زاویه‌ای مداری
۱۳۳	۳-۴ جمع تکانه‌های زاویه‌ای
۱۳۸	۴-۴ اسپین $\frac{1}{2}$
۱۴۲	۵-۴ تقارنهای طعم
۱۵۰	۶-۴ پارته
۱۵۸	۷-۴ همیوگی بار
۱۶۰	۸-۴ نقض CP

صفحه	عنوان
۱۶۵	۹-۴ برگشت زمان و قضیه TCP
۱۶۷	مراجع و یادداشتها
۱۶۹	مسائل
۱۷۷	۵ حالت‌های مقید
۱۷۷	۱-۵ معادله شرودینگر برای یک پتانسیل مرکزی
۱۸۳	۲-۵ اتم هیدروژن
۱۸۶	۳-۵ ساختار ریز
۱۹۱	۴-۵ انتقال لمب
۱۹۳	۵-۵ ساختار فوق ریز
۱۹۷	۶-۵ پوزیترونیم
۲۰۲	۷-۵ کوآرکونیم
۲۰۶	۸-۵ مزونهای با کوآرک سبک
۲۱۲	۹-۵ باریونها
۲۲۱	۱۰-۵ جرمها و گشتاورهای مغناطیسی باریونی
۲۲۶	مراجع و یادداشتها
۲۲۹	مسائل
۲۳۵	۶ حساب فاینمن
۲۳۵	۱-۶ طول عمرها و سطح مقطعها
۲۴۲	۲-۶ قاعده طلایی
۲۵۰	۳-۶ قاعده‌های فاینمن برای یک نظریه اسباب‌بازی
۲۵۳	۴-۶ طول عمر $A$
۲۵۴	۵-۶ پراکندگی
۲۵۶	۶-۶ نمودارهای مرتبه بالاتر
۲۶۱	مراجع و یادداشتها
۲۶۲	مسائل
۲۶۶	۷ الکترودینامیک کوانتومی
۲۶۶	۱-۷ معادله دیراک
۲۷۱	۲-۷ جوابهای معادله دیراک

صفحه	عنوان
۲۷۹	۳-۷ همورداهای دو خطی
۲۸۳	۴-۷ فوتون
۲۸۸	۵-۷ قاعده‌های فاینمن برای الکترودینامیک کوانتومی
۲۹۲	۶-۷ مثالها
۲۹۸	۷-۷ شگرد کازیمیر و قضیه‌های رد
۳۰۳	۸-۷ سطح مقطعها و طول عمرها
۳۱۱	۹-۷ باز بهنجارش
۳۱۷	مراجع و یادداشتها
۳۱۸	مسائل
۳۲۵	۸ الکترودینامیک کوارکها و هادرونها
۳۲۵	۱-۸ برهم کنشهای الکترون-کوارک
۳۲۶	۲-۸ تولید هادرون در پراکندگی $e^+e^-$
۳۳۳	۳-۸ پراکندگی کشسان الکترون-پروتون
۳۳۶	۴-۸ پراکندگی ناکشسان الکترون-پروتون
۳۴۰	۵-۸ الگوی پارتون و مقیاس بندی بیورکن
۳۴۵	۶-۸ توابع توزیع کوارک
۳۴۹	مراجع و یادداشتها
۳۵۰	مسائل
۳۵۲	۹ کرومودینامیک کوانتومی
۳۵۲	۱-۹ قاعده‌های فاینمن برای کرومودینامیک
۳۵۹	۲-۹ برهم کنش کوارک-کوارک
۳۶۵	۳-۹ نابودی زوج در QCD
۳۷۰	۴-۹ آزادی مجانبی
۳۷۴	۵-۹ کاربردهای QCD
۳۷۵	مراجع و یادداشتها
۳۷۶	مسائل
۳۸۱	۱۰ برهم کنشهای ضعیف
۳۸۱	۱-۱۰ برهم کنشهای ضعیف لپتونی باردار



۳۸۵	۲-۱۰ واپاشی موئون
۳۹۱	۳-۱۰ واپاشی نوترون
۳۹۸	۴-۱۰ واپاشی پيون
۴۰۲	۵-۱۰ برهم‌کنشهای ضعیف باردار کوارکها
۴۰۹	۶-۱۰ برهم‌کنشهای ضعیف خنثی
۴۱۹	۷-۱۰ وحدت الکتروضعیف
۴۳۰	مراجع و یادداشتها
۴۳۲	مسائل
۴۳۷	۱۱ نظریه‌های پیمانه‌ای
۴۳۷	۱-۱۱ فرمولبندی لاگرانژی مکانیک ذرات کلاسیک
۴۳۹	۲-۱۱ لاگرانژی در نظریه میدان نسبیتی
۴۴۳	۳-۱۱ ناوردایی پیمانه‌ای موضعی
۴۴۶	۴-۱۱ نظریه یانگ-میلز
۴۵۲	۵-۱۱ کرومودینامیک
۴۵۶	۶-۱۱ قاعده‌های فاینمن
۴۶۰	۷-۱۱ جمله جرمی
۴۶۳	۸-۱۱ شکست خودبه‌خود تقارن
۴۶۶	۹-۱۱ سازکار هیگز
۴۷۰	مراجع و یادداشتها
۴۷۲	مسائل
۴۷۶	پیوست الف تابع دلتای دیراک
۴۸۱	پیوست ب آهنکهای واپاشی و سطح مقطعها
۴۸۵	پیوست ج ماتریسهای پائولی و دیراک
۴۸۹	پیوست د قاعده‌های فاینمن (سه سطح)
۴۹۳	نمایه

## پیشگفتار

کتاب آشنایی به فیزیک ذرات بنیادی برای دانشجویان سالهای بالای دوره کارشناسی فیزیک نوشته شده است. بسیاری از همکارانم این موضوع را برای چنین مخاطبانی نامناسب می‌دانند زیرا به لحاظ ریاضی بسیار پیچیده، از دید پدیده‌شناختی بسیار بی‌نظم، و مبانی آن متزلزل است و آینده مطمئنی ندارد. ده سال پیش من هم با این نظر موافق بودم. اما در دهه اخیر گردوخاک بر این نظریه به صورت شگفت‌انگیزی فرو نشسته است، و منصفانه است که بگوییم فیزیک ذرات بنیادی بالغ شده است. اگر چه هنوز باید چیزهای زیادی را یاد بگیریم، اما در حال حاضر ساختار نظری وحدت یافته و منسجمی وجود دارد که هیجان‌انگیزتر و مهم‌تر از آن است که برای تحصیلات تکمیلی نگه داشته شود یا به صورت کیفی و سطحی به عنوان بخشی از فیزیک جدید ارائه شود. به نظر من زمان آن فرا رسیده تا فیزیک ذرات بنیادی را به صورت استاندارد وارد برنامه درسی دوره کارشناسی کنیم.

متأسفانه، متون پژوهشی این حوزه در دسترس دانشجویان کارشناسی نیست، و هر چند در حال حاضر چندین کتاب عالی برای کارشناسی ارشد وجود دارد ولی همه آنها حتی اگر به نظریه میدانهای کوانتومی نیاز نداشته باشند، به شدت پیش‌نیازی در مکانیک کوانتومی پیشرفته را می‌طلبند. در حالت حدی دیگر، کتابهای عامه فهم خوب بسیار، و همچنین تعدادی مقاله بارز در ساینتیفیک آمریکن وجود دارد. اما مطالب کمی مخصوص دوره کارشناسی به رشته تحریر درآمده است. کتاب حاضر تلاشی برای پرکردن این نیاز است. این کتاب برخاسته از یک نیم‌سال درس ذرات بنیادی است که من هر از گاهی در کالج رید<sup>۱</sup> تدریس کرده‌ام. دانشجویان نوعاً یک نیم‌سال درس الکترومغناطیس (در سطح لورین و کارسون)، یک نیم‌سال درس مکانیک کوانتومی (در سطح کتاب پارک) و زمینه‌ای قوی در نسبیت خاص را پشت سر گذاشته بودند.

امیدوارم این کتاب بجز مخاطبان اصلی‌اش، برای دانشجویان کارشناسی ارشد مبتدی یا به صورت کتابی مقدماتی یا پیش‌نیازی برای بررسی‌های پیچیده‌تر مورد استفاده قرار گیرد. با این نگرش و علاقه به کامل‌تر بودن و انعطاف‌پذیری، مطالب کتاب بیش از آن است که یک نفر بتواند به راحتی آن را در یک نیم‌سال پوشش دهد. (در درس خودم از دانشجویان می‌خواهم فصلهای ۱ و ۲ را خودشان بخوانند و درس را از فصل ۳ شروع می‌کنم. از فصل ۵ نیز می‌گذرم و روی فصلهای ۶ و ۷ تأکید می‌کنم، درباره دو بخش اول فصل ۸ بحث می‌کنم و سپس به فصل ۱۰ می‌پردازم). برای کمک به خواننده (و مدرس) هر فصل را با بیان مختصری از اهداف و موضوعهای مطرح شده در فصل، پیش‌نیازها و نقش آنها در آنچه پس از آن می‌آید شروع می‌کنم. این کتاب را هنگامی نوشتم که برای فرصت مطالعاتی در مرکز شناخته‌شده استنفورد به سر می‌بردم و علاقه‌مندم از استاد سیدنی درل و سایر اعضای «گروه نظری» به خاطر میهمان‌نوازی‌شان تشکر کنم.

دیوید گریفیث

## مقدمه

### فیزیک ذرات بنیادی

در بنیادی‌ترین سطح، یعنی در کوچکترین مقیاس اندازه‌ها فیزیک ذرات بنیادی این پرسش را مطرح می‌کند که «ماده از چه ساخته شده است؟» اینکه ماده در سطح زیر اتمی از تکه‌های کوچکی تشکیل شده است که فضای خالی بزرگی بین آنها وجود دارد، واقعیتی چشمگیر است. قابل ملاحظه‌تر آنکه این تکه‌های کوچک که تنوع آنها نیز کم است (الکترونها، پروتونها، نوترونها، مزونهای پی، نوترینوها و غیره) به میزان عظیمی تکرار می‌شوند و همه «مواد» اطراف ما را می‌سازند: این موجودات تکراری نسخه‌های کاملی از هم هستند و نه «تقریباً مشابه» مانند دو اتومبیلی که از یک خط تولید درمی‌آیند — بلکه کاملاً «تمیز ناپذیرند». یعنی نمی‌توانید شماره شناسایی یا نقطه رنگی روی الکترون بگذارید — اگر یکی را ببینید همه را دیده‌اید. چنین تمیزناپذیری مطلق در دنیای ماکروسکوپی مشابهی ندارد. (تمیزناپذیری در مکانیک کوانتومی در اصل طرد پائولی تجلی می‌یابد). این موضوع، فیزیک ذرات بنیادی را بینهایت ساده می‌کند. لازم نیست که نگران الکترون بزرگ و کوچک و الکترون جدید و قدیم شویم — الکترون الکترون است. اما موضوع نباید به این سادگی باشد.

کار اول من، آشنا کردن شما با انواع مختلف ذرات بنیادی، یعنی بازیگران این نمایش است. می‌توان به سادگی آنها را فهرست‌بندی و ویژگیهای آنها (جرم، بار الکتریکی، اسپین و غیره) را مشخص کرد. اما فکر می‌کنم بهتر است در این مورد دورنمایی تاریخی ارائه دهم و بگویم که هر ذره اولین بار چگونه وارد صحنه شد. این کار به آنها هویت و شخصیت می‌بخشد و موجب می‌شود راحت‌تر به خاطر سپرده شوند و جذاب‌تر جلوه کنند. به علاوه، بعضی از داستانها خودبه‌خود لذت بخش‌اند.

به محض آنکه در فصل ۱ ذرات معرفی شدند این پرسش مطرح می‌شود که «این ذرات چگونه با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند؟» این پرسش، به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم، در بقیه کتاب ما را به خود مشغول می‌کند. اگر با دو جسم ماکروسکوپی سروکار داشتید و می‌خواستید بدانید که چگونه برهم‌کنش می‌کنند، احتمالاً کار را با قراردادن آنها در فاصله‌های مختلف و اندازه‌گیری نیروی بین آنها شروع می‌کردید. همان‌طور که کولن قانون دافعه الکتریکی بین دو گلوله باردار را حساب کرد و با کاوندیش نیروی جاذبه گرانشی بین دو وزنه سربی را اندازه گرفت. اما نمی‌توانید پروتون را با انبرک بگیرید یا الکترون را به انتهای ریسمانی گره بزنید؛ آنها بسیار کوچک‌اند. به دلایل عملی برای آزمودن برهم‌کنش ذرات بنیادی باید به روشهای غیرمستقیم متوسل شویم. روشن است که اغلب اطلاعات تجربی ما ناشی از سه منبع است: ۱. رویدادهای پراکندگی که در آن ذره‌ای را به‌سوی ذره دیگر شلیک می‌کنیم و مثلاً زاویه انحراف را ثبت می‌کنیم. ۲. رویدادهای واپاشی، که در آن ذره خودبه‌خود فرو می‌پاشد و ما بازمانده‌های آن را بررسی می‌کنیم. ۳. حالت‌های مقید، که در آن دو یا چند جسم به‌هم می‌چسبند، و ما ویژگیهای جسم حاصل را مطالعه می‌کنیم. لازم به‌گفتن نیست که تعیین قانون برهم‌کنش از چنین مدارک غیرمستقیمی کار آسانی نیست. معمولاً، روال متداول آن است که با حدس زدن شکلی برای برهم‌کنش نتیجه محاسبه‌های نظری با داده‌های تجربی مقایسه می‌شوند.

فرمولبندی چنین حدسی (بهتر است که بگوییم «مدل») را اصول کلی معین، به‌ویژه، نسبت خاص و مکانیک کوانتومی هدایت می‌کنند. در نمودار زیر چهار حوزه مکانیک را نشان داده‌ام:

→ کوچک

	مکانیک کوانتومی	مکانیک کلاسیک
↓ سریع	نظریه میدانهای کوانتومی	مکانیک نسبیتی

در زندگی روزمره، البته مکانیک کلاسیک حاکم است. اما برای اجسامی که خیلی سریع حرکت می‌کنند (با سرعت قابل مقایسه با  $c$ ) قوانین کلاسیک را نسبت خاص اصلاح می‌کند و برای اجسام بسیار کوچک (تقریباً، قابل مقایسه با اندازه اتم) مکانیک کوانتومی جایگزین مکانیک کلاسیک می‌شود. سرانجام، برای چیزهایی که هم سریع حرکت می‌کنند و هم کوچک هستند به‌نظریه‌ای نیاز داریم که اصول کوانتومی و نسبیت را ترکیب کند یعنی نظریه میدانهای کوانتومی. البته ذرات بنیادی خیلی کوچک و نوعاً خیلی سریع هستند. بنابراین، فیزیک ذرات بنیادی طبعاً در قلمرو نظریه میدانهای کوانتومی قرار می‌گیرد.

لطفاً در اینجا به تفاوت بین انواع مکانیک و قانون نیرویی خاص توجه کنید. قانون گرانش

عمومی نیوتن برهم‌کنشی خاص (گرانی) را توصیف می‌کند، در حالی‌که، سه قانون حرکت نیوتن سیستم مکانیکی را تعریف می‌کنند (مکانیک کلاسیک) که (حوزه اقتدار آن) بر همه برهم‌کنش حاکم است. در این حالت قانون نیرو به شما می‌گوید که  $F$  چیست؛ اما مکانیک نحوه استفاده از  $F$  را برای تعیین حرکت بیان می‌کند. پس، هدف دینامیک ذرات بنیادی پیش‌بینی مجموع قوانین نیرویی است که در چارچوب نظریه میدانهای کوانتومی رفتار ذره را به‌طور صحیح توصیف می‌کند. با این حال، برخی جنبه‌های کلی این رفتار هیچ ربطی به جزئیات برهم‌کنش ندارد. بلکه مستقیماً از نسبیت، مکانیک کوانتومی، یا ترکیبی از هر دوی آنها پیروی می‌کنند. مثلاً، در نسبیت انرژی و تکانه همواره پایسته هستند، اما جرم (سکون) چنین نیست. بنابراین واپاشی  $\Delta \rightarrow p + \pi$  کاملاً مجاز است، اگر چه جرم  $\Delta$  بیش از مجموع جرم  $p$  به‌علاوه  $\pi$  است. این فرایند در مکانیک کلاسیک، که در آن جرم مطلقاً پایسته است، امکان ندارد. به‌علاوه، نسبت جرم (سکون) صفر را مجاز می‌داند — بسیاری از ایده‌های ذرات بدون جرم در مکانیک کلاسیک بی‌معنی است — و خواهیم دید که فوتون، نوترینو و گلوئون، ذرات (ظاهراً) بدون جرم هستند.

در مکانیک کوانتومی یک سیستم فیزیکی با حالت آن  $S$  (که با تابع موج  $\psi_S$  در فرمول‌بندی شرودینگری یا با کت  $|S\rangle$  در نمادگذاری دیراک نشان داده می‌شود) توصیف می‌شود. یک فرایند فیزیکی مثل پراکندگی یا واپاشی شامل گذاری از یک حالت به حالت دیگر است. اما در مکانیک کوانتومی نتیجه حاصل را با شرایط اولیه به‌طور یکتا تعیین نمی‌کند؛ در حالت کلی، آنچه را که امیدواریم بتوانیم حساب کنیم، احتمال گذار معینی است که رخ می‌دهد. این ابهام، در رفتار ذرات مشاهده شده بازتاب می‌یابد. مثلاً، مزون بارداری معمولاً به یک موئون به‌علاوه نوترینو فرو می‌پاشد. اما گاهی ممکن است به یک الکترون به‌علاوه نوترینو تجزیه شود. تفاوتی بین مزونهای پی اولیه وجود ندارد؛ آنها کاملاً یکسان هستند. این یک واقعیت طبیعی است که ذره ممکن است یکی از این راهها را برگزیند. سرانجام، اتحاد نسبیت و مکانیک کوانتومی مزیت دیگری را دارد که هیچ کدام به تنهایی ندارند: وجود یاد ذره دلیلی بر اصل طرد پائولی (که در مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی فرضی است که به‌صورت موردی وارد شده است) و قضیه موسوم به  $TCP$  است. بعداً راجع به این دو بیشتر صحبت خواهیم کرد؛ هدفم از تذکر آنها در اینجا، تأکید بر این نکته است که آنها جنبه‌هایی از خود سیستم مکانیکی است و به مدل خاصی بستگی ندارند. مشکل در آن است که این مفاهیم ملموس نیستند. در ضمن، نظریه میدانهای کوانتومی با همه تواناییهایش، مشکل و عمیق است؛ اما جای نگرانی نیست. فاینمن یک فرمولبندی زیبا و شهودی ابداع کرد که یاد گرفتن آن سخت نیست؛ در فصل ۶ به این مهم باز می‌گردیم (به‌دست آوردن قاعده‌های فاینمن از نظریه میدان کوانتومی موضوع دیگری است که می‌توان آن را در درسهای پیشرفته تحصیلات تکمیلی مطرح کرد، اما این موضوع در اینجا مورد توجه ما نیست).

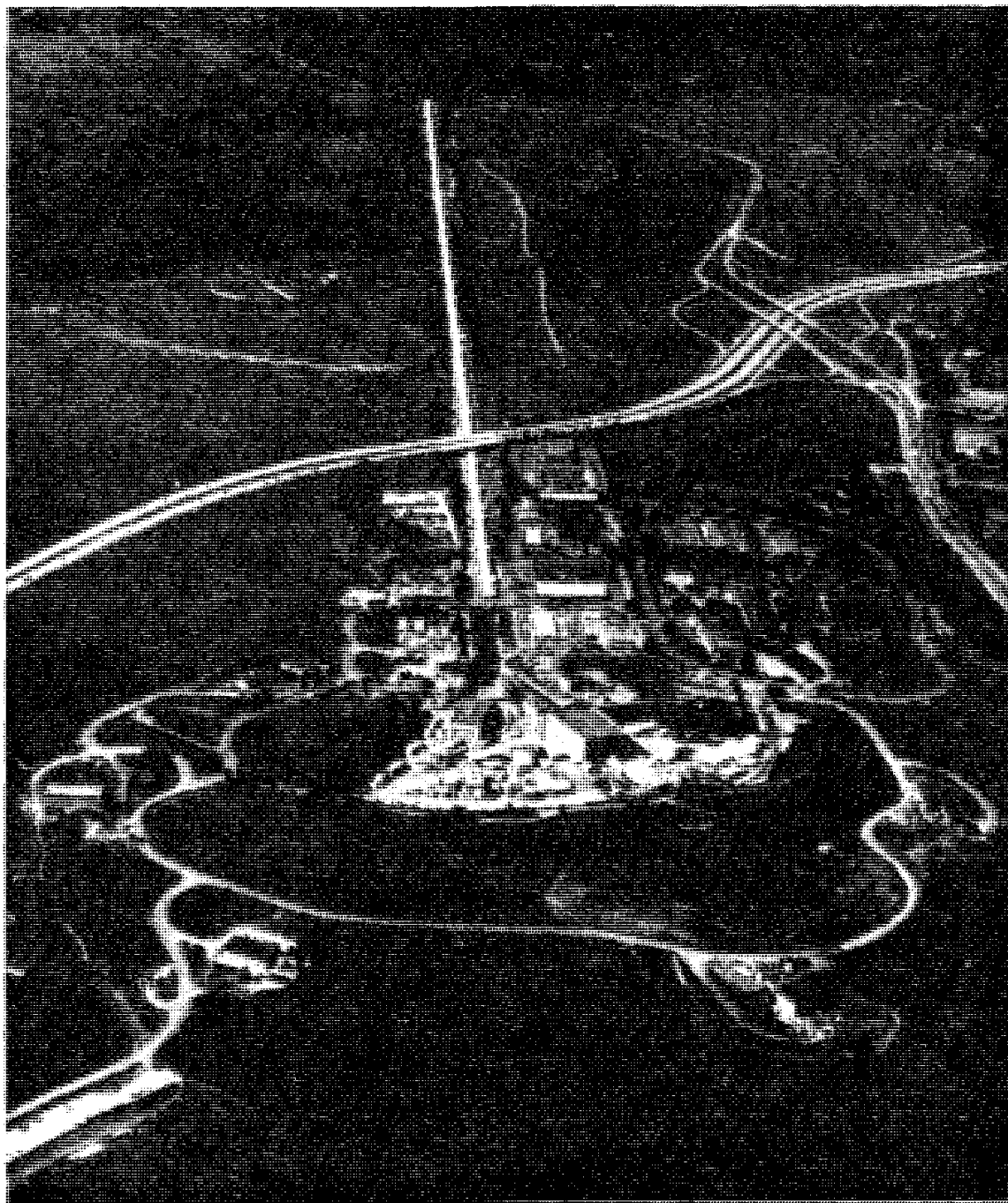
در چند سال گذشته نظریه‌ای ارائه شده است که همهٔ برهم‌کنشهای ذرات بنیادی بجز گرانی را توصیف می‌کند (همان‌طور که خواهیم دید گرانی ضعیف‌تر از آن است که بتواند نقش مهمی در فرایندهای ذرات معمولی بازی کند). این نظریه — یا، به عبارت دقیق‌تر، این مجموعه نظریه‌های مرتبط، وحدت الکترودینامیک کوانتومی و نظریه فرایندهای الکترو ضعیف گلاشو-واینبرگ-سلام، و کرمودینامیک کوانتومی — مدل استاندارد نامیده می‌شود. هیچکس مدعی نیست که مدل استاندارد حرف آخر را می‌زند، اما حداقل (برای اولین بار) مجموعهٔ کاملی از وسایل بازی را در اختیار داریم. از سال ۱۹۷۸ که مدل استاندارد به رسمیت شناخته شد، آزمونهای تجربی زیادی را پشت سر گذاشته است. به علاوه، زیبایی جالب توجهی نیز دارد. در مدل استاندارد همهٔ برهم‌کنشهای بنیادی از یک اصل عمومی یعنی شرط ناوردایی پیمانه‌ای موضعی به دست می‌آید. انتظار می‌رود که در تحولات آتی سبب گسترش مدل استاندارد شود نه نفی آن. این کتاب را می‌توان «آشنایی با مدل استاندارد» نامید.

همان‌طور که از عنوان آن برمی‌آید، کتاب دربارهٔ نظریه ذرات بنیادی است و به روشهای تجربی یا ابزار این روشها چندان نمی‌پردازد. اینها خود موضوع مهمی هستند و بحث دربارهٔ آنها می‌تواند در کتابی نظیر همین کتاب کامل شود، بحث در مورد روشهای تجربی می‌تواند به وضوح، ظرافت، و دقت نظریه تداخل کنند و به آن آسیب برسانند. (توصیه می‌کنم که در مورد جنبه‌های تجربی موضوع مطالعه کنید و گاه‌گاهی نیز شما را به گزارشهای قابل دسترس تجربی خاص ارجاع می‌دهم.) در اینجا فقط به پاسخهای اجمالی در مورد دو تا از روشن‌ترین پرسشهای تجربی می‌پردازم.

### چگونه می‌توانید ذرات بنیادی را تولید کنید؟

الکترونها و پروتونها مشکلی را به وجود نمی‌آورند؛ چون اجزای پایدار مواد معمولی هستند. برای تولید الکترون می‌توان یک قطعه فلز را گرم کرد تا الکترونها تا از آن خارج شوند. اگر باریکه‌ای از الکترون بخواهید، می‌توانید یک صفحه باردار مثبت را در حوالی فلز بگذارید تا آنها را جذب کند، و سوراخ کوچکی را در صفحه ایجاد کنید، الکترونهايي که از سوراخ عبور می‌کنند باریکهٔ الکترونی را تولید می‌کنند. این تفنگ الکترونی جزء آغازین لامپهای تلویزیون یا اسیلوسکوپ یا شتابدهندهٔ الکترون است (شکل ۱).

برای تولید پروتون، هیدروژن را یونیده کنید (به عبارت دیگر الکترونها را از آن جدا سازید). در واقع، اگر از پروتون به عنوان هدف استفاده می‌کنید گرانی در مورد الکترون ندارید؛ آنها به اندازه‌ای سبک هستند که بر اثر برخورد سخت ذرهٔ فرودی از مسیر خارج می‌شوند. بنابراین، یک محفظهٔ هیدروژن اساساً یک محفظهٔ پروتون است. برای ذرات غیرعادی‌تر سه چشمهٔ اصلی وجود دارد: پرتوهای کیهانی، راکتورهای هسته‌ای و شتابدهنده‌های ذرات.



شکل ۱ مرکز شتابدهنده خطی استانفورد (SLAC). الکترون و پوزیترون در لوله‌ای به طول ۲ مایل شتاب داده می‌شوند تا به انرژی‌هایی در حدود ۴۵ GeV برسند.

پرتوهای کیهانی زمین همواره در معرض بمباران با ذرات با انرژی بالا (اساساً پروتونها) است که از فضای خارج می‌آیند. منشأ از این ذرات یک معماست؛ اما وقتی آنها به اتمهای بالای جو برخورد می‌کنند رگباری از ذرات ثانوی را تولید می‌کنند (اغلب موئونها که مجال رسیدن به سطح زمین را



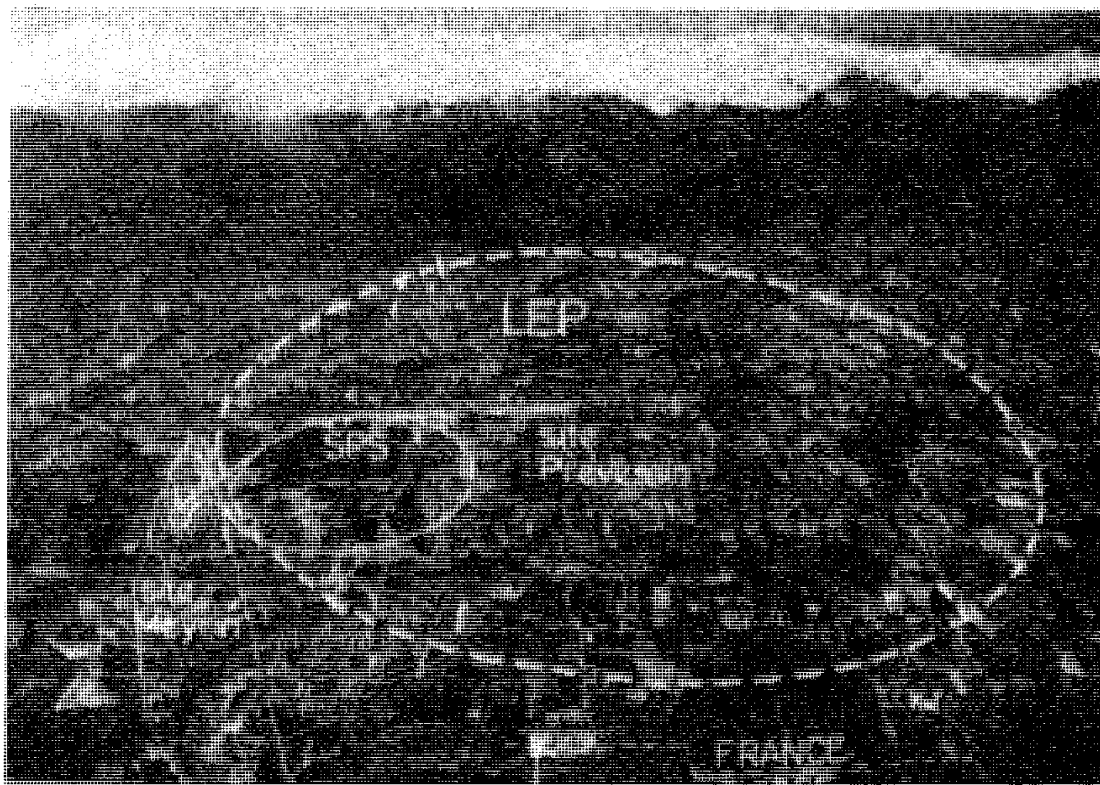
دارند) که پیوسته بر سر ما می بارند. پرتوهای کیهانی به عنوان چشمه ذرات بنیادی، دو حسن دارند: اول آنکه آزادند و دیگر آنکه انرژی آنها می تواند بسیار زیاد باشد — خیلی بیشتر از آنچه بتوانیم در آزمایشگاه تولید کنیم. اما دو اشکال بزرگ نیز دارند: آهنگ برخورد آنها به هر آشکارسازی با اندازه ای معقول، بسیار کم است، و دیگر آنکه کاملاً غیرقابل کنترل هستند. بنابراین آزمایش با پرتوهای کیهانی به صبر و اقبال نیاز دارد.

راکتورهای هسته ای وقتی هسته پرتوزایی فرومی باشد، ذرات گوناگونی گسیل می شوند: نوترونها، نوترینوها و آنچه پرتوهای آلفا نامیده می شود (و در واقع ذره آلفا حالت مقید دو نوترون و دو پروتون است) پرتوهای بتا (الکترون یا پوزیترون) و پرتوهای گاما (فوتون).

شناختن ذرات می توان کار را با الکترون یا پروتون شروع کرد و آنها را تا انرژیهای بالا شتاب داد و سپس آنها را به یک هدف کوبید. با ترتیب ماهرانه و قراردادن جذب کننده ها و مغناطیسها می توان ذرات باقیمانده ای را که می خواهیم بررسی کنیم جدا کرد. اکنون این امکان وجود دارد که باریکه های ثانویه پوزیترون و موئون، پیون، کائون و پاد پروتون را تولید و آنها را به طرف هدف دیگری هدایت کرد. حتی ذرات پایدار — الکترونها، پروتونها، پوزیترونها و پاد پروتونها — را می توان به درون حلقه های ذخیره بزرگ هدایت کرد که در آنجا به کمک آهنرباهای بزرگ با سرعتی زیاد برای ساعتها بچرخند، سپس در زمان مورد نیاز آنها را استخراج و مورد استفاده قرار داد (شکل ۲).

به طور کلی، برای تولید ذرات سنگین تر به انرژی برخورد بیشتری نیاز دارید. به همین دلیل، از نظر تاریخی ذرات سبک تر ابتدا کشف شدند و با گذشت زمان که شناختن ذرات سنگین و سنگین تر پیدا شدند. در حال حاضر، سنگین ترین ذره شناخته شده  $Z^0$  است که جرم آن تقریباً  $10^9$  برابر جرم پروتون است. معلوم شده است که اگر دو ذره با سرعت زیاد برخورد رودررو انجام دهند بر خلاف موردی که یک ذره به طرف ذره دیگر که هدف ثابتی است پرتاب می شود، ذرات انرژی زیادی به دست می آورند. (البته این کار هدف گیری بسیار بهتری را می طلبد!) بنابراین، در اغلب آزمایشهای معاصر با باریکه های برخوردکننده از حلقه های ذخیره انجام می گیرد؛ و اگر ذره ای در عبور اول برخورد نکند در دور بعدی می تواند امکان برخورد داشته باشد. در واقع برای الکترون و پوزیترون (یا پروتون و پاد پروتون) می توان از حلقه یکسانی استفاده کرد که در آن بارهای مثبت در یک جهت و بارهای منفی در جهت دیگر می چرخند.

اینکه چرا فیزیکدانان ذرات همیشه به دنبال انرژیهای بالاتر هستند علت دیگری نیز دارد: به طور کلی، هر چه انرژی بیشتر باشد، دو ذره بیشتر به هم نزدیک می شوند. بنابراین، اگر بخواهید برهم کنش بسیار کوتاه برد را بررسی کنید به ذرات پرانرژی تر نیاز دارید. به بیان مکانیک کوانتومی



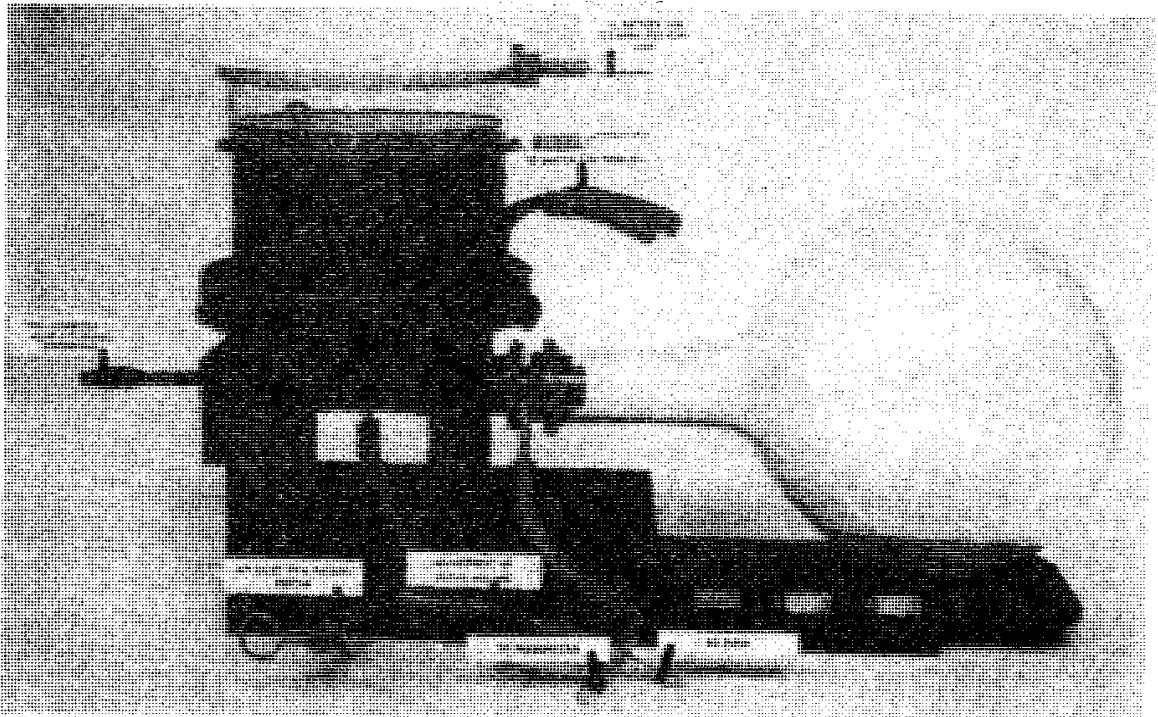
شکل ۲ سرن، در خارج از شهر ژنو در سوئیس. SPS ابر سنکروترون پرتون  $450 \text{ GeV}$  است، اخیراً برای برخورد پروتون-پاد پرتون اصلاح شده است. LEP حلقه ذخیره الکترون-پوزیترون  $50 \text{ GeV}$  که در حال ساخت است\*.

به ذره‌ای با تکانه  $p$  طول موج  $\lambda$  وابسته است که از فرمول دوبروی  $\lambda = h/p$  به دست می‌آید که در آن  $h$  ثابت پلانک است. در طول موجهای بزرگ (تکانه کوچک) فقط می‌توانید ساختارهای نسبتاً بزرگ را از هم تفکیک کنید؛ برای بررسی چیزهای بسیار کوچک به طول موجهای کوتاه‌تر و در نتیجه تکانه بزرگ نیاز داریم. اگر بخواهید، می‌توانید این مسئله را نمودی از اصل عدم قطعیت  $(\Delta x \Delta p \geq h/4\pi)$  بدانید — برای اینکه  $\Delta x$  کوچک شود،  $\Delta p$  باید بزرگ شود. به هر حال ملاحظه می‌کنید که نتیجه یکسان است: برای بررسی فاصله‌های کوچک به انرژی بالا نیاز دارید.

چگونه ذرات بنیادی را آشکار می‌سازید؟

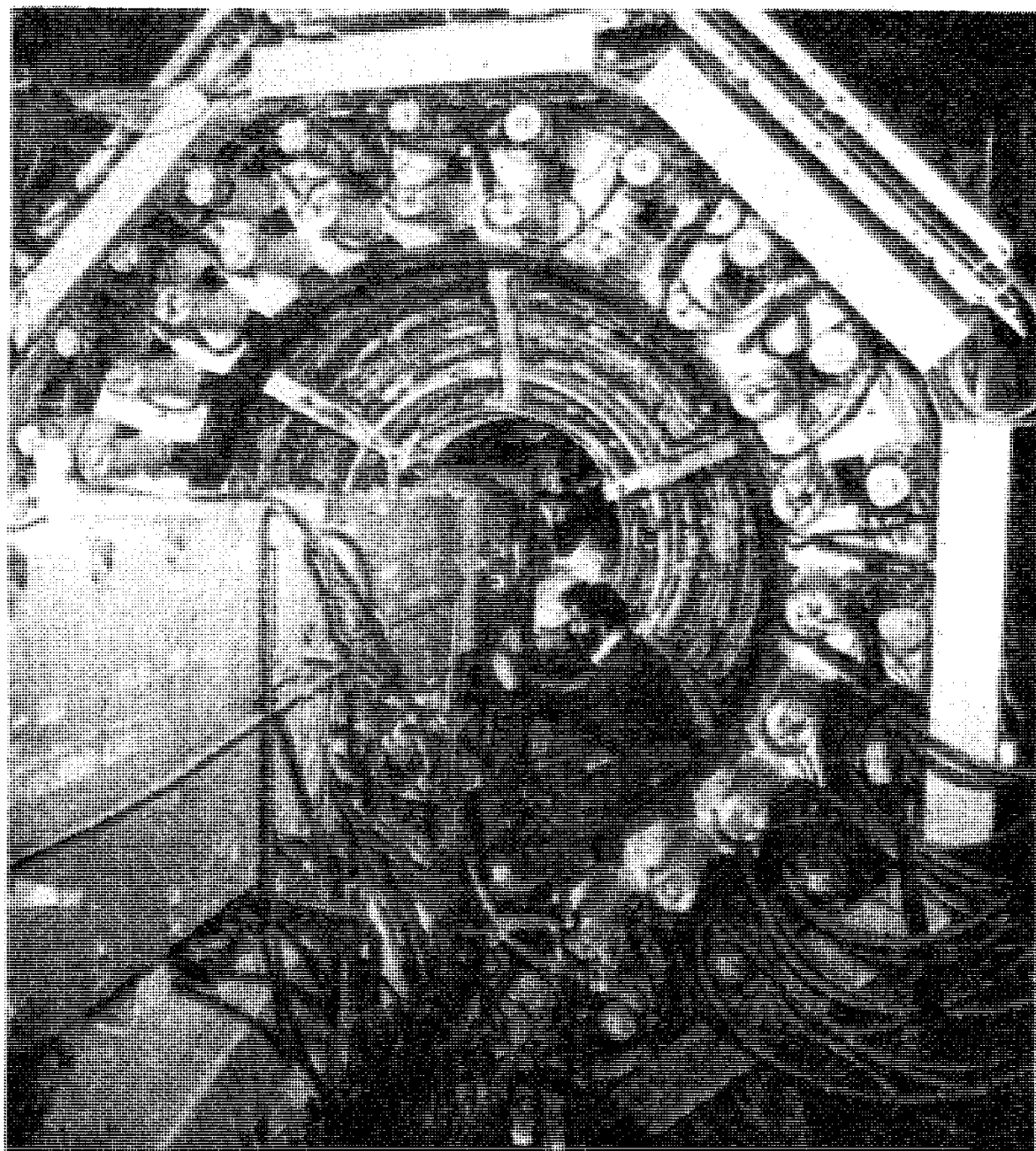
آشکارسازهای ذرات متنوعی وجود دارد — شمارگرهای گایگر، اتاقک ابری، اتاقک حباب، اتاقک

\* در حال حاضر از LEP نیز بهره‌برداری شده است. م.



شکل ۳ یک آشکارساز ذره اولیه: اتاقک ابری ویلسون (۱۹۰۰).

جرقه، امولسیون عکاسی، شمارگرهای چرنکوف، سوسوزنها، تکثیرکننده فوتون، و غیره (شکل ۳). در واقع یا آشکارساز جدید، آرایه‌هایی از همه این وسایل است که با اتصال به یک کامپیوتر متصل که رد ذره را دنبال می‌کند و مسیر آن را روی صفحه تلویزیون نشان می‌دهد (شکل ۴). به جزئیات موضوع علاقه‌مند نیستیم، اما یک چیز را باید بدانیم: سازوکار اغلب آشکارسازها بر این واقعیت استوار است که ذره باردار با انرژی بالا در عبور از ماده در طول مسیرش اتمها را یونیده می‌کند. یونها به‌عنوان «هسته» تشکیل قطره‌ای کوچک (اتاقک ابری) یا حباب (اتاقک حباب) یا جرقه (اتاقک جرقه)، بسته به مورد، عمل می‌کنند. اما ذرات به لحاظ الکتریکی خنثی یونش تولید نمی‌کنند و ردی باقی نمی‌گذارند. اگر به عکسی از اتاقک حباب در شکل ۱۱-۱ نگاه کنید پنج ذره خنثی را می‌بینید که «نامرئی» هستند. مسیر آنها از تحلیل مسیر ذرات باردار در عکس با بهره‌گیری از اصل پایستگی تکانه و انرژی در هر رأس بازسازی می‌شود. توجه کنید که اغلب مسیرها در عکس منحنی هستند (در واقع، تقریباً همه آنها. سعی کنید خط‌کش را روی یکی از آنها که فکر می‌کنید مستقیم است قرار دهید). بدیهی است که اتاقک حباب بین دو قطب یک آهنربای عظیم قرار داده می‌شود. در میدان مغناطیسی  $B$  ذره باردار،  $q$  با تکانه  $p$  روی دایره‌ای به شعاع  $R$  که از فرمول مشهور سیکلوترون  $R = pc/qB$  به دست می‌آید، حرکت می‌کند. که  $c$  سرعت نور است. پس خمیدگی مسیرهای یک میدان مغناطیسی معلوم، معیار ساده‌ای از تکانه ذره هستند. به علاوه، می‌توانیم علامت بار ذره را از روی جهت منحنی بگوییم.



شکل ۴ یک آشکارساز ذره جدید مارک I در SLAC.

### یکاهای

ذرات بنیادی کوچک هستند، بنابراین برای اهداف ما یکاهای معمولی مکانیکی — گرم، ارگ، ژول و غیره — به صورت نامناسبی بزرگ‌اند. فیزیکدانان اتمی الکترون ولت را مطرح کرده‌اند که انرژی است که الکترون هنگام شتاب گرفتن در اختلاف پتانسیل یک ولت به دست می‌آورد: ژول  $1eV = 1.6 \times 10^{-19}$ . برای ما الکترون ولت به صورت ناراحت‌کننده‌ای کوچک است اما آن

را رها نمی‌کنیم. فیزیکدانان هسته‌ای  $(10^3 \text{ eV}) \text{ keV}$  را به‌کار می‌برند. انرژی‌های نوعی فیزیک ذرات  $(10^6 \text{ eV}) \text{ MeV}$ ،  $(10^9 \text{ eV}) \text{ GeV}$  یا حتی  $(10^{12} \text{ eV}) \text{ TeV}$  هستند. تکانه برحسب  $\text{MeV}/c$  (یا  $\text{GeV}/c$  یا غیره) و جرم برحسب  $\text{MeV}/c^2$  اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین جرم پرتون  $1.67 \times 10^{-24} \text{ g} = 938 \text{ MeV}/c^2$  است.

در واقع، نظریه‌پردازان ذرات تبیل هستند (یا با هوش، بستگی به دیدگاه شما دارد) — آنها به‌ندرت  $c$  یا  $\hbar \equiv h/2\pi$  را در فرمول‌های خود به‌کار می‌برند. انتظار می‌رود که شما آنها را برای خودتان چنان وارد کنید که سرانجام ابعاد درست از آب در آیند. آنها می‌گویند که « $c = \hbar = 1$ ». این مقادیر برای کار در مواردی است که زمان برحسب سانتی‌متر و جرم و انرژی برحسب عکس سانتی‌متر اندازه‌گیری شود. واحد زمان، زمانی است که نور یک سانتی‌متر را طی می‌کند و واحد انرژی، انرژی فوتونی است که طول موج آن  $2\pi$  سانتی‌متر است. فقط در آخر مسئله آنها را به یک‌گانه‌های مناسب تبدیل می‌کنیم. این نگرش همه چیز را بسیار زیبا می‌سازد، اما من فکر می‌کنم عاقلانه است که در این کتاب همه  $c$ ها و  $\hbar$ های موجود را نگه داریم، بنابراین در طول کار شمار می‌توانید سازگاری ابعاد را کنترل کنید. (اگر این کار شما را ناراحت می‌کند، به یاد داشته باشید که نادیده گرفتن یک  $\hbar$  که دوست ندارید راحت‌تر از قراردادن آن با تردستی در جای صحیح است.) سرانجام، این پرسش مطرح می‌شود که چه یک‌گانه‌های برای بار الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در درس‌های فیزیک پایه اغلب مریان دستگاه SI را ترجیح می‌دهند که در آن بار برحسب کولن اندازه‌گیری می‌شود و قانون کولن به شکل زیر نوشته می‌شود

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{SI})$$

اغلب متون پیشرفته از دستگاه گاوسی استفاده می‌کنند که در آن بار برحسب یک‌گانه‌های الکترواستاتیک (esu) اندازه‌گیری می‌شود، کارکنند و قانون کولن به صورت زیر نوشته می‌شود

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{G})$$

اما فیزیکدانان ذرات بنیادی دستگاه هویساید-لورنتس را ترجیح می‌دهند که در آن قانون کولن مشکل زیر را دارد

$$F = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{HL})$$

سه یکای بار به صورت زیر به هم مربوط می‌شوند:

$$q_{HL} = \sqrt{4\pi} q_G = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} q_{SI}$$

به منظور اجتناب از سردرگمی بی‌مورد در موضوعهای مشکل، در این کتاب منحصراً یکاهای گاوسی را به کار خواهم برد. هر جا ممکن باشد نتایج را بر حسب ثابت ساختار ریز بیان می‌کنم

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

که  $e$  بار الکترون در یکاهای گاوسی است. اغلب متون ذرات بنیادی این رابطه را به صورت  $e^2/4\pi$  می‌نویسد، زیرا آنها در واحدهای هویساید-لورنتس بار را اندازه می‌گیرند و  $c = \hbar = 1$  قرار می‌دهند؛ اما همه در عدد  $1/137$  توافق دارند.

## مراجع و یادداشتهای

این کتاب مرور مختصری بر موضوعی است که به سرعت و بسیار زیاد تغییر می‌کند. هدف اصلی من آشنا کردن شما با برخی از روشها و ایده‌های مهم است که این احساس را به شما بدهد که اینجا چه چیز را باید یاد بگیرید و شاید علاقه شما را برای آموختن مطالب بیشتر برانگیزد. اگر شما بخواهید در مورد نظریه میدانهای کوانتومی بیشتر مطالعه کنید مراجع زیر را توصیه می‌کنم:

Bjorken, J. D., and S. D. Drell. *Relativistic Quantum Mechanics and Relativistic Quantum Fields*. New York: McGraw-Hill, 1964.

Sakurai, J. J. *Advanced Quantum Mechanics*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1967.

Itzykson, C., and J. -B. Zuber. *Quantum Field Theory*. New York: McGraw-Hill, 1980.

با این حال به شما هشدار می‌دهم که اینها همه کتابهای پیشرفته و مشکل هستند. برای خود فیزیک ذرات بنیادی کتابهای زیر به طور خاص مفید هستند (به ترتیب مشکل بودن فهرست شده‌اند).

Gottfried, K., and V. F. Weisskopf. *Concepts of Particle Physics*. Oxford: Oxford University Press, 1984.

Frauenfelder, H., and E. M. Henley. *Subatomic Physics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1974.

Perkins, D. H. *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1982.

Halzen, F., and A. D. Martin. *Quarks and Leptons*. New York: Wiley, 1984.

Aitchison, I. J. R. and A. J. G. Hey. *Gauge Theories in Particle Physics*. Bristol: Adam Hilgel Ltd., 1982.

Close, F. E. *An Introduction Quarks and Partons*. London: Academic, 1979.

Quigg, C. *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*. Reading, MA: Benjamin/Cummings, 1983.

Cheng, T.-P, and L.-F. Li. *Gauge Theories of Elementary Particle Physics*. New York: Oxford University Press, 1984.

## مقدمه تاریخی بر ذرات بنیادی

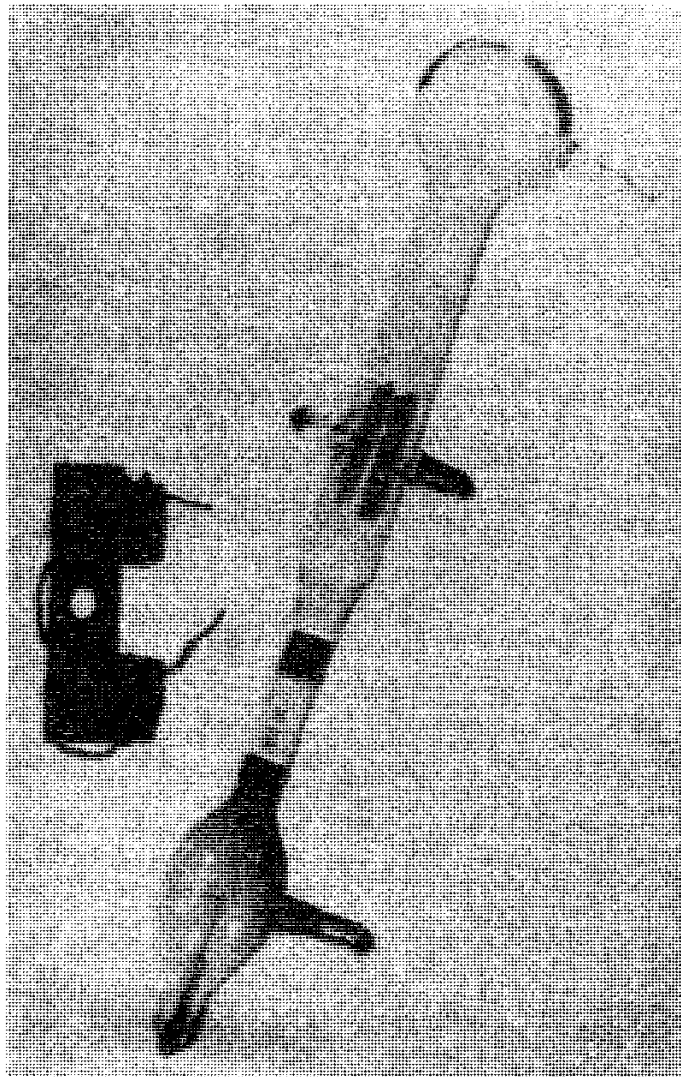
این فصل نوعی «تاریخچه مردمی» ذرات بنیادی است. هدف این فصل آن است که بگوید چگونه در ابتدا ذرات مختلف کشف شدند و چگونه درون قالب کلی اشیا جای گرفته‌اند. در این راه برخی از ایده‌های بنیادی که بر نظریه ذرات بنیادی حاکم هستند توضیح داده می‌شوند. این بخش باید به‌عنوان زمینه بقیه کتاب به‌سرعت خوانده شود. (به‌عنوان تاریخچه، مطالب ارائه‌شده در اینجا مسلماً گمراه‌کننده است، زیرا به مسیر اصلی می‌چسبد و حرکت‌های غلط و بن‌بست‌هایی را که توسعه هر علمی را همراهی می‌کنند نادیده می‌گیرد. به‌همین دلیل آن را تاریخچه مردمی می‌نامیم — این راهی است که فیزیکدانان ذرات دوست دارند برای یادآوری موضوع به‌کار برند — یک رشته بصیرت‌های درخشان و پیروزی‌های قهرمانانه که خطاهای احمقانه خللی در آن وارد نمی‌کند. کار در واقع به این سادگی نبوده است.)

### ۱-۱ دوران کلاسیک (۱۸۹۷-۱۹۳۲)

مشخص کردن این چیزها همواره اندکی مصنوعی جلوه می‌کند، اما می‌خواهم بگویم که با کشف الکترون به‌وسیله تامسون [۱] در سال ۱۸۹۷ فیزیک ذرات بنیادی متولد شد. (مرسوم است که

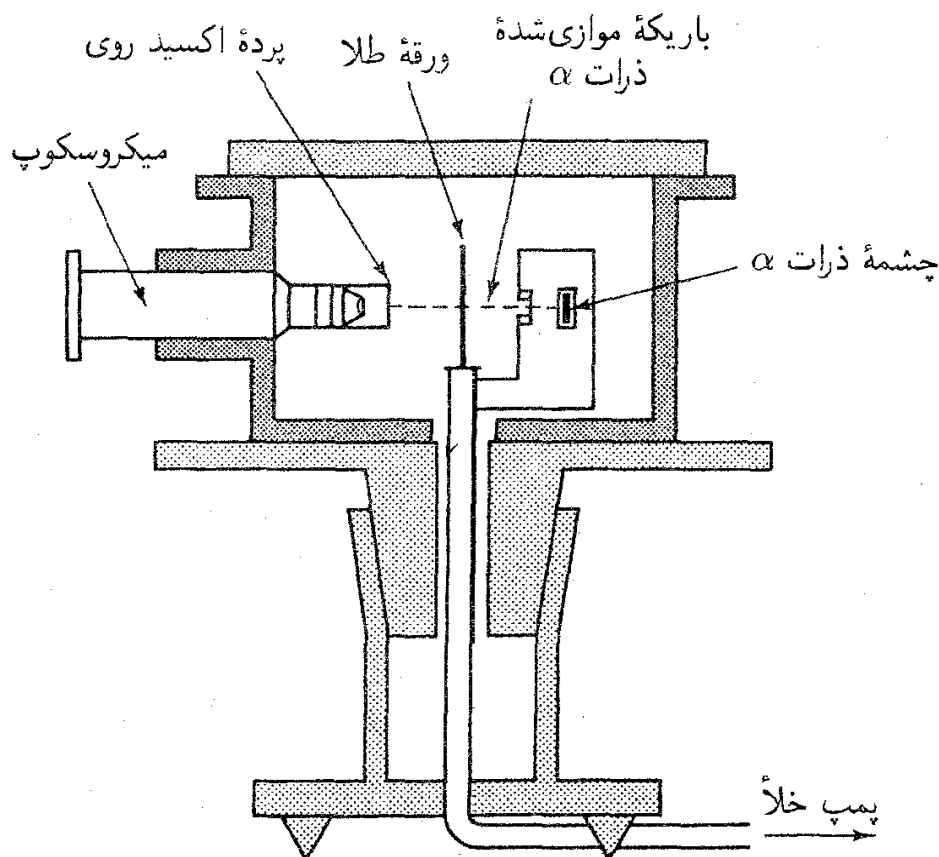


داستان را به دموکریتوس و اتم‌گرایان یونانی برسانند، اما بجز چند کلمه اشارتگر، تفکرات متافیزیکی آنان، چیز مشترکی با علوم جدید ندارند و هرچند ممکن است علاقه اندکی به لحاظ آثار باستانی وجود داشته باشند، اما ارتباط آنها بینهایت کوچک است.) تامسون می‌دانست که پرتوهای کاتدی را که از یک رشته داغ گسیل می‌شوند می‌توان با یک آهنربا منحرف کرد. این انحراف نشان می‌دهد پرتوها حامل بار الکتریکی‌اند، در واقع جهت خمیدگی ایجاب می‌کند که بار آنها منفی باشد. بنابراین به نظر می‌رسد که آنها اصلاً پرتو نیستند بلکه جریانی از ذرات‌اند. با عبور دادن آنها از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم و تنظیم شدت میدان تا آنجا که انحراف خالص صفر شود، تامسون توانست سرعت ذرات (حدود یک‌دهم سرعت نور) و نسبت بار به جرمشان را تعیین کند. (شکل ۱-۱ و مسئله ۱-۱). این نسبت بسیار بزرگتر از مقدار مربوط به هر یون شناخته‌شده‌ای بود که نشان می‌داد یا بار بسیار بزرگ یا جرم بسیار کوچک است. شواهد غیرمستقیم نتیجه‌گیری دوم را تأیید می‌کرد.



شکل ۱-۱ دستگاهی که جی.جی. تامسون با آن الکترون را کشف کرد.

تامسون ذرات را ذره ریز و بار آنها را الکترون نامید. بعدها واژه الکترون برای خود ذرات به کار گرفته شد. تامسون به درستی حدس زد که این الکترونها اجزای اساسی اتمها هستند، به هر حال چون کل اتم از نظر الکتریکی خنثی و بسیار سنگین تر از الکترونهاست، بلافاصله این مسئله مطرح می شود که بار مثبت جبرانی — و توده جرم — چگونه در داخل اتم توزیع شده است. خود تامسون تصور می کرد که الکترونها در خمیری سنگین با بار مثبت معلق هستند، به گفته او شبیه کشمشهای درون یک کشمشی. اما مدل تامسون را آزمایش معروف پراکندگی رادرفورد، که نشان داد که بار مثبت و بخش اعظم جرم در یک مغز کوچک، یا هسته، در مرکز اتم متمرکز شده است، رد کرد. رادرفورد این موضوع را با تاباندن باریکه ای از ذرات  $\alpha$  (اتمهای هلیوم یونیده) به یک ورقه نازک و کوچک طلا نشان داد (شکل ۱-۲). اگر آنطور که تامسون فرض کرده بود اتمهای طلا کره هایی نسبتاً پراکنده بودند ذرات  $\alpha$  باید اندکی منحرف شوند. اما هیچ کدام از آنها نباید به مقدار زیاد بیشتر از گلوله ای که از یک کیسه خالی عبور می کند منحرف می شدند. آنچه واقعاً رخ داد آن بود که اغلب ذرات  $\alpha$  دست نخورده از طلا عبور کردند، اما تعداد کمی از آنها در زاویه های بزرگی منحرف شدند. رادرفورد



شکل ۱-۲ نمودار کلی دستگاهی که در آزمایش پراکندگی رادرفورد به کار رفت. ذرات  $\alpha$  پراکنده شده به وسیله ورقه طلا به صفحه فلورسان بر خوردار می کنند و درخش نوری تولید می کند که با یک میکروسکوپ قابل مشاهده است.

نتیجه گرفت که ذرات  $\alpha$  با چیزی بسیار کوچک، بسیار سخت و بسیار سنگین مواجه شده‌اند. ظاهراً بار مثبت و در واقع همهٔ جرم در مرکزی که فقط کسر کوچکی از حجم اتم را اشغال کرده است متمرکز شده است (الکترونها سبک‌تر از آن هستند که نقشی را در پراکندگی داشته باشند؛ ذرات  $\alpha$  بسیار سنگین‌تر آنها را از سر راه برمی‌دارد).

رادرفورد هستهٔ سبک‌ترین اتم (هیدروژن) را پروتون نامید. در سال ۱۹۱۴ نیلز بور مدلی برای هیدروژن پیشنهاد کرد که شامل تک‌الکترونی بود که درست مانند سیاره‌ای که به دور خورشید می‌گردد، در مداری ناشی از جاذبهٔ متقابل بارهای مخالف می‌چرخید. بور توانست با استفاده از روایت اولیهٔ مکانیک کوانتومی، طیف هیدروژن را محاسبه کند و سازگاری آن با تجربه بسیار تماشایی بود. پس طبیعی بود فرض شود هستهٔ اتمهای سنگین‌تر ترکیبی از دو یا چند پروتون وابسته به هم باشد که همان تعداد الکترونها را نگه می‌دارند. متأسفانه اتم سنگین‌تر بعدی (هلیوم) هرچند واقعاً حامل دو الکترون بود اما چهاربار سنگین‌تر از هیدروژن بود و لیتیم (با سه الکترون) هفت بار سنگین‌تر از هیدروژن و همین‌طور تا آخر. این مشکل سرانجام در سال ۱۹۳۲ با کشف نوترون — همتای پروتون که از نظر الکتریکی خنثی است — توسط چادویک حل شد. معلوم شد که هستهٔ هلیوم بجز دو پروتون حاوی دو نوترون نیز هست، ظاهراً لیتیم چهار نوترون دارد و به‌طور کلی برای هسته‌های سنگین‌تر تعداد نوترونها تقریباً برابر با تعداد پروتونهاست (در واقع تعداد نوترونها تا حدودی انعطاف‌پذیر است: اتمهای به‌لحاظ شیمیایی یکسان ممکن است چندین ایزوتوپ مختلف داشته باشند که همهٔ آنها دارای تعداد پروتون یکسان ولی تعداد نوترون مختلف هستند).

کشف نوترون آخرین کار در آنچه که می‌توان آن را دورهٔ کلاسیک در فیزیک ذرات بنیادی نامید است. تا قبل از آن (متأسفم که باید بگویم پس از آن) فیزیک پاسخ قانع‌کننده و ساده‌ای برای پرسش «ماده از چه ساخته شده است؟» پیشنهاد نکرده است. در سال ۱۹۳۲ ماده فقط از پروتونها و نوترونها، الکترونها ساخته شده بود. اما بذرسه نظریهٔ بزرگ که بر دوران میانی فیزیک ذرات (۱۹۳۰-۱۹۶۰) حاکم بودند یعنی، مزون یوکاوا، بوزیترون دیراک و نوترینوی پائولی کاشته شد. اما قبل از پرداختن به آن باید لحظه‌ای به عقب برگردیم و فوتون را معرفی کنیم.

## ۱-۲ فوتون (۱۹۰۰-۱۹۲۴)

از چند جهت نوترون ذره‌ای بسیار «جدید» است که شباهت آن با  $W$  و  $Z$  (که تا ۱۹۸۳ کشف نشده بودند) از گروه سه‌تایی کلاسیک بیشتر است. به‌علاوه مشکل بتوان گفت دقیقاً کی و چه‌کسی واقعاً فوتون را «کشف» کرد، هرچند مراحل اساسی در این فرایند کاملاً روشن است. اولین گام را پلانک در سال ۱۹۰۰ برداشت. پلانک می‌خواست طیف جسم سیاه را برای تابش الکترومغناطیسی گسیلیده از یک جسم داغ توضیح دهد. هنگامی که مکانیک آماری، که موفقیتهای درخشانی در

توضیح دیگر فرایندهای گرمایی داشت، در مورد میدان الکترومغناطیسی می شد نتایج غیرمنطقی داد. به خصوص به پیشگویی معروف «فاجعه فرابنفش» انجامید که در آن کل توان تابیده شده باید بینهایت باشد. پلانک دریافت که اگر فرض کند تابش الکترومغناطیسی کوانتیده و به صورت «بسته‌های» کوچک انرژی به صورت زیر باشد می‌تواند از فاجعه فرابنفش اجتناب کند و بر داده تجربی منطبق شود

$$E = h\nu \quad (۱-۱)$$

از رابطه بالا  $\nu$  بسامد تابش و  $h$  ثابتی است که پلانک آن را طوری در نظر گرفت که به داده‌ها برازش یابد. مقدار جدید ثابت پلانک برابر است با

$$h = ۶,۶۲۶ \times ۱۰^{-۲۷} \text{erg s} \quad (۲-۱)$$

پلانک مدعی نبود که می‌داند چرا تابش کوانتیده است؛ او فرض کرد که کوانتش ناشی از یک خصلت غیرعادی در فرایند گسیل است: به دلایلی، یک سطح داغ فقط نور\* را به صورت فورانهای کوچک گسیل می‌کرد.

در سال ۱۹۰۵، اینشتین دیدگاه افراطی‌تری را مطرح کرد. او استدلال کرد که کوانتش یک ویژگی خودمیدان الکترومغناطیسی است و هیچ ربطی به سازوکار گسیل ندارد. با این گرایش جدید، اینشتین ایده پلانک را با فرمول خودش تطبیق داد تا اثر فوتوالکتریک را توضیح دهد: هنگامی که تابش الکترومغناطیسی به سطح فلزی برخورد می‌کند، الکترون‌ها از آن کنده می‌شوند. اینشتین پیشنهاد کرد که کوانتوم نور فرودی به الکترونی در فلز اصابت می‌کند و انرژی ( $h\nu$ ) خود را از دست می‌دهد؛ سپس الکترون برانگیخته از سطح فلز می‌گذرد و در این فرایند انرژی  $w$  از دست می‌دهد ( $w$  تابع کار ماده نامیده می‌شود و یک ثابت تجربی است که به نوع فلز به کار رفته بستگی دارد). پس الکترون با انرژی زیر خارج می‌شود

$$E \leq h\nu - w \quad (۳-۱)$$

(ممکن است الکترون قبل از رسیدن به سطح فلز مقداری انرژی از دست بدهد، به همین دلیل به جای  $=$  از  $\leq$  استفاده شده است.) به دست آوردن فرمول اینشتین (۳-۱) نسبتاً ساده است، اما مستلزم این مفهوم خارق‌العاده است که بیشینه انرژی الکترون مستقل از شدت نور است و فقط

\* در این کتاب واژه نور به معنی تابش الکترومغناطیسی است، چه در ناحیه مرئی باشد چه نباشد.

به رنگ (بسامد) آن بستگی دارد. بدون شک، باریکه با شدت بیشتر الکترونهاى بیشتری را بیرون می‌اندازد اما انرژی همه آنها یکسان است.

برخلاف نظریه پلانک، با نظریه اینشتین برخوردی خصمانه شد و در ۲۰ سال بعد او به نبرد یک‌تنه‌ای به‌خاطر کوانتوم نور دست زد [۲]. اینشتین با بیان اینکه تابش الکترومغناطیسی به‌خاطر سرشت خود، بدون توجه به ساز و کار گسیل، کوانتیده است، به‌طور خطرناکی به احیای نظریه بی‌اعتبار ذره‌های نور نزدیک شد. البته نیوتون چنین مدل ذره‌ای را مطرح کرده بود، اما از یک دستاورد بزرگ فیزیک قرن نوزدهم رد قطعی ایده نیوتون به‌نفع نظریه موجی رقیب آن بود. هیچ‌کس آمادگی نداشت این دستیافت مسلم را مورد سؤال قرار دهد، حتی هنگامی که آزمایشها به‌نفع اینشتین بود. در سال ۱۹۱۶ میلیکان مطالعه‌ی جامعی درباره اثر فوتوالکتریک انجام داد و ناگزیر شد گزارش دهد که به‌نظر می‌رسد «معادله فوتوالکتریک اینشتین ... در تمام موارد مورد استفاده نتایج مشاهده‌شده را به‌دقت پیشگویی می‌کند ...» اما در حال حاضر به‌نظر می‌رسد که نظریه شبه‌ذره‌ای که اینشتین به‌کمک آن به معادله‌اش دست یافته است به‌طور کلی غیرقابل دفاع باشد [۳].

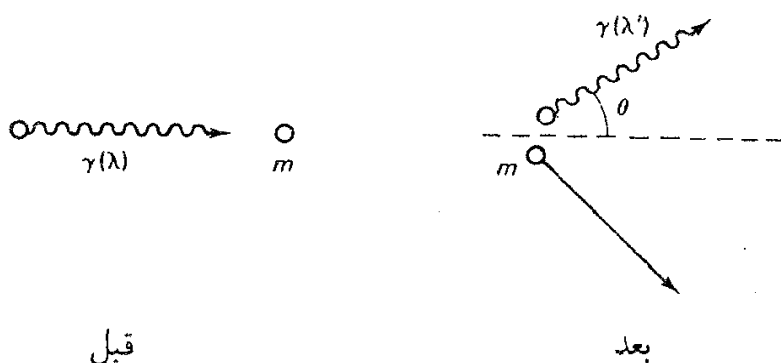
آنچه سرانجام مناقشه را فرو نشاند آزمایشی بود که کامپتون در سال ۱۹۲۳ انجام داد. کامپتون دریافت که طول موج نوری که از یک ذره در حال سکون پراکنده می‌شود، طبق معادله زیر جابه‌جا می‌شود:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c(1 - \cos\theta) \quad (4-1)$$

که در آن  $\lambda$  طول موج فرودی،  $\lambda'$  طول موج پراکنده،  $\theta$  زاویه پراکندگی و

$$\lambda_c = h/mc \quad (5-1)$$

طول موج کامپتون ذره هدف (به جرم  $m$ ) است. اکنون اگر با نور به‌صورت ذره‌ای به جرم سکون صفر و انرژی به‌دست آمده از معادله پلانک رفتار کنید و قوانین پایستگی انرژی و تکانه (نسبیتی) را درست مانند برخورد کشسان معمولی (شکل ۱-۳)، به‌کار ببندید، دقیقاً همین فرمول را به‌دست می‌آورید (مسئله ۳-۲۴). این آزمایش موضوع را فیصله داد، این دلیل تجربی سراسر است و بی‌چون‌وچرا ثابت کرد که نور در مقیاس زیراتمی همانند یک ذره رفتار می‌کند. این ذرات را فوتون می‌نامیم (نامی که گیلبرت لیویز شیمیدان در سال ۱۹۲۶ پیشنهاد کرد) و نماد فوتون  $\gamma$  (از پروتوگاما) است. اینکه چطور سرشت ذره‌ای نور در این سطح با رفتار موجی تثبیت‌شده نور در مقیاس ماکروسکوپی (که در پدیده‌های پراش و تداخل تجلی می‌کند) آشتی پیدا کرد خود داستانی است که آن به متون کوانتومی وامی‌گذارم.



شکل ۱-۳ پراکندگی کامپتون. فوتونی با طول موج  $\lambda$  از ذره‌ای به جرم  $m$  که در ابتدا ساکن است، پراکنده می‌شود. فوتون پراکنده شده دارای طول موج  $\lambda'$  است که از معادله (۱-۴) به دست می‌آید.

گرچه فوتون در ابتدا خود را به جامعه فیزیکدانان تحمیل کرد اما سرانجام جایگاهی طبیعی در نظریه میدان کوانتومی پیدا کرد و چشم انداز جدیدی به برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی ارائه داد. در الکترودینامیک کلاسیک، دافعه الکتریکی دو الکترون را به میدان الکتریکی اطراف آنها نسبت می‌دهیم، هر الکترون در میدان سهمیم است و هر الکترون به میدان پاسخ می‌دهد. اما در نظریه میدان کوانتومی، میدان الکتریکی کوانتیده است (به شکل فوتونها) و می‌توان برهم‌کنش را به صورت جریانی از فوتونها که بین دو بار ردوبدل می‌شوند در نظر گرفت، هر الکترون دائماً آنها را گسیل و جذب می‌کند. همین واقعه برای هر نیروی غیرتماسی که به طور کلاسیک آن را به صورت «کنش از راه دور» با «ردوبدل» شدن میدان تعبیر می‌کنیم، وجود دارد. اکنون می‌گوییم که این برهم‌کنش با تبادل ذرات (کوانتومهای میدان) ردوبدل می‌شود. در مورد الکترودینامیک واسطه فوتون است؛ برای گرانی، آن را گراویتون می‌نامیم (اگرچه نظریه کوانتومی کاملاً موفقی از گرانی هنوز به وجود نیامده است و شاید قرن‌ها طول بکشد تا کسی گراویتونی را به طور تجربی آشکار کند).

بعداً خواهید دید که چطور این ایده‌ها در عمل اجرا می‌شوند، اما در حال حاضر می‌خواهم یک سوءتفاهم متعارف را برطرف کنم. وقتی می‌گوییم هر نیروی با تبادل ذرات ردوبدل می‌شود از پدیده‌ای صرفاً سینماتیکی صحبت نمی‌کنم. البته وقتی پاتینازبازانی که گلوله‌های برف را ردوبدل می‌کنند طی یک رشته پس‌زنی از هم دور می‌شوند، آنها «با مبادله گلوله‌های برف یکدیگر را می‌رانند». اما این چیزی نیست که در اینجا دخیل است. اولاً این سازوکار برای توجیه نیروی جاذبه با مشکل روبه‌رو بود. ممکن است ذرات واسطه را «قاصدهایی» در نظر بگیرید و پیام همان‌طور که می‌تواند «اندکی نزدیک‌تر شود» می‌تواند «دورتر» برود.

قبلاً گفتیم که در تصویر «کلاسیک» ماده معمولی از اتمها ساخته شده است که در آنها الکترونها را نیروی جاذبه بارهای مخالف در مدارهایی حول هسته‌هایی متشکل از پروتونها و نوترونها نگه می‌دارد. اکنون می‌توان با نسبت دادن نیروی بستگی به تبادل فوتون بین الکترونها و پروتونها، هسته،

این مدل را به صورت پیشرفته‌ای فرمولبندی کرد. به هر حال برای اهداف فیزیک اتمی این تصویر بیش از حد نیاز است. زیرا در این شرایط کوانتس میدان الکترومغناطیسی فقط اثرات بسیار جزئی به وجود می‌آورد (به ویژه، در جابه‌جایی لمب و گشتاور مغناطیسی بی‌هنجار الکترون). با تقریب بسیار خوبی می‌توان وانمود کرد که نیروها از قانون کولن (همراه با جفت‌شدگیهای مختلفی از دو قطبیهای مغناطیسی) به دست می‌آیند. نکته آن است که در یک حالت مقید تعداد بی‌شماری از فوتونها دائماً ردوبدل می‌شوند، به طوری که «ناهمواری» میدان به طور مؤثری هموار می‌شود و الکترودینامیک کلاسیک تقریب مناسبی از واقعیت است. اما در اغلب فرایندهای ذرات بنیادی، مانند اثر فوتوالکتریک یا پراکندگی کامپتون، با تک‌تک فوتونها سروکار داریم و دیگر نمی‌توان کوانتس را نادیده گرفت.

### ۳-۱ مزون (۱۹۳۴-۱۹۴۷)

اکنون یک مسئله چشمگیر وجود دارد که مدل «کلاسیک» به هیچ وجه به آن نمی‌پردازد. چه چیزی اجزای هسته را به هم می‌پیوندد؟ چون، پروتونهای با بار مثبت که باید به شدت یکدیگر را دفع کنند، در فاصلهٔ نزدیک به هم چسبیده‌اند. از قرار معلوم باید نیروی دیگری که بسیار قوی‌تر از نیروی دافعهٔ الکتریکی است وجود داشته باشد که پروتونها (و نوترونها) را به هم بپیوندد. فیزیکدانان آن دوران کم‌خلاقیت آن را به سادگی نیروی قوی نامیدند. اما اگر چنین نیروی توانمندی در طبیعت وجود دارد چرا در زندگی روزمره متوجه آن نمی‌شویم؟ واقعیت آن است که تمام نیروهایی را که مستقیماً حس می‌کنیم از انقباض یک عضله گرفته تا انفجار دینامیت، منشأ الکترومغناطیسی دارند. تنها استثنا، سوای راکتور هسته‌ای یا بمب اتمی، گرانی است. جواب باید این باشد که هرچند این نیرو قوی است، اما برد آن بسیار کوتاه است. (برد یک نیرو شبیه فاصله‌ای است که دست یک مشت زن می‌تواند به آن برسد، تأثیر آن در خارج از این فاصله به سرعت فرو می‌افتد. برد نیروهای گرانشی و الکترومغناطیسی بینهایت است. اما برد نیروی قوی در حدود ابعاد خود هسته است.)\*

اولین نظریهٔ قابل ملاحظهٔ نیروی قوی را یوکاوا در سال ۱۹۳۴ پیشنهاد کرد. یوکاوا فرض کرد که پروتون و نوترون با نوعی میدان یکدیگر را جذب می‌کنند، درست همان‌طور که الکترون با میدان الکتریکی به هسته و ماه با میدان گرانشی به زمین جذب می‌شود. این میدان باید به صورت مناسب کوانتیده شود، و یوکاوا این پرسش را مطرح کرد که این کوانتوم چه ویژگیهایی باید داشته باشد. آیا باید ذره‌ای (مشابه فوتون باشد) که تبادل آن خواص شناخته‌شدهٔ نیروی قوی را توجیه می‌کند؟ برای مثال، برد کوتاه نیرو نشان می‌داد که میانجی باید نسبتاً سنگین باشد؛ یوکاوا حساب کرد که جرم آن باید حدود  $300$  برابر جرم الکترون یا حدود  $1/6$  جرم یک پروتون باشد (مسئله ۱-۲). چون

\* این تا اندازه‌ای ساده‌سازی بیش از اندازه است. نیروها نوعاً به صورت  $e^{-(r/a)}/r^2$  هستند که در آن « $a$  برد» است. برای قانون کولن و قانون گرانش عمومی نیوتون  $a = \infty$  و برای نیروی قوی  $a$  حدود  $10^{-13}$  cm است.

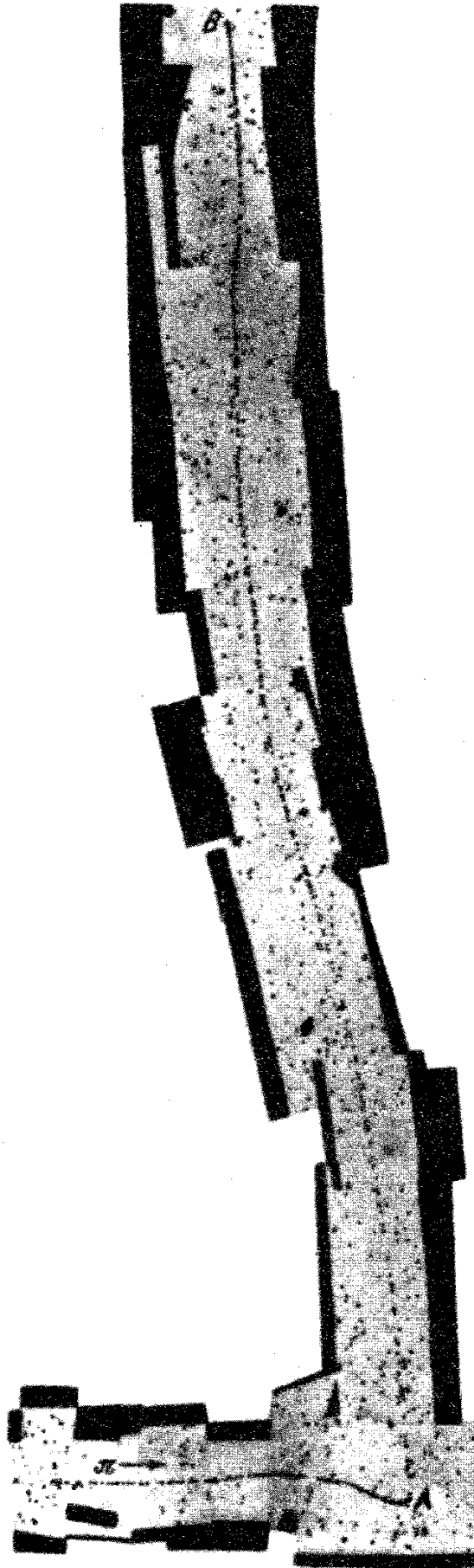
این ذره بین الکترون و پروتون قرار می‌گیرد، ذرهٔ یوکاوا مزون (به معنی «میان‌وزن») مشهور شد. [به همین سیاق الکترون، لپتون («سبک‌وزن») و پروتون و نوترون باریون («سنگین‌وزن») نام گرفتند]. در آن زمان یوکاوا می‌دانست که چنین ذره‌ای هیچ‌وقت در آزمایشگاه مشاهده نشده است و بنابراین فکر می‌کرد که نظریه‌اش غلط است. اما در آن زمان مطالعهٔ برنامه‌ریزی‌نشدهٔ پرتوهای کیهانی در جریان بود و تا سال ۱۹۳۷ دو گروه جداگانه (اندرسون و ندرمایر در ساحل غربی ایالات متحده و استریت و استیونسون در شرق) ذراتی را که با توصیف یوکاوا جور درمی‌آمد شناسایی کرده بودند. در واقع پرتوهای کیهانی که در همین لحظاتی که مشغول خواندن هستید نیز شما را بمباران می‌کنند، بیشتر از این ذرات میان‌وزن تشکیل شده‌اند.

برای مدتی همه چیز مرتب بود. اما با انجام مطالعات مفصل‌تر در مورد پرتوهای کیهانی، تضادهای نگران‌کننده‌ای ظهور کرد. طول عمر این ذرات غلط بود و به نظر می‌رسید که به طور قابل ملاحظه‌ای از آنچه یوکاوا پیش‌بینی کرده بود سبک‌تر هستند، بدتر آنکه اندازه‌گیریهای جرم مختلف با یکدیگر سازگاری نداشتند. در سال ۱۹۴۶ (بعد از مدتی که در آن فیزیکدانان درگیر مسائلی کم‌هیجان‌تر بودند) آزمایشهای تعیین‌کننده‌ای در رم انجام شد که نشان داد برهم‌کنش ذرات پرتوهای کیهانی با هستهٔ اتم بسیار ضعیف است [۴]. اگر این ذرات واقعاً همان مزونهای یوکاوا، منتقل‌کنندهٔ نیروی قوی، بودند، برهم‌کنش باید بسیار شدید می‌بود. سرانجام، این معما در سال ۱۹۴۷ حل شد. پاول و همکارانش در بریستول [۵] کشف کردند که واقعاً دو ذرهٔ میان‌وزن در پرتوهای کیهانی وجود دارد، که آنها را  $\pi$  (یا «پیون») و  $\mu$  (یا «موئون») نامیدند. (مارشاک به طور همزمان بر اساس میانی نظری به نتیجه‌گیری مشابهی رسید [۶]). مزون واقعی یوکاوا  $\pi$  است؛ که در جو بالایی تولید می‌شود، اما خیلی قبل از آنکه به زمین برسد به طور طبیعی فرو می‌پاشد (مسئله ۳-۴). گروه پاول امولسیونهای عکاسی خود را در قلعهٔ کوه قرار دادند (شکل ۱-۴). یکی از محصولات واپاشی سبک‌تر (و دارای طول عمر بیشتر) است، آنچه اغلب در سطح دریا مشاهده می‌کنیم و موئونها هستند. پس در جستجوی مزون یوکاوا، موئون تنها یک فریبکار بود و ربطی به برهم‌کنشهای قوی نداشت. در واقع از هر نظر شبیه نوعی الکترون و از خانوادهٔ لپتون است (هرچند بنا به عادت برخی مردم هنوز آن را «مو-مزون» می‌نامند).

#### ۴-۱ پاد ذرات (۱۹۳۰-۱۹۵۶)

مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی در دورهٔ بسیار کوتاه ۱۹۲۳-۱۹۲۶ تکمیل شد، اما تعبیر نسبیتی آن مسئله‌ای پردردس‌تر بود. اولین دستاورد بزرگ کشف معادله‌ای توسط دیراک در سال ۱۹۲۷ بود که به نام خود معروف است. معادلهٔ دیراک می‌خواست الکترونهای آزاد را با انرژی که از فرمول نسبیتی  $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$  به دست می‌آید توصیف کند. اما این کار ویژگی نگران‌کننده‌ای داشت: برای هر جواب با انرژی مثبت ( $E = +\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ ) جواب متناظری با انرژی





شکل ۴-۱ یکی از اولین تصاویر پاول که رد بیون را در امولسیون عکاسی که در ارتفاع زیاد در معرض پرتوهای کیهانی قرار گرفته است نشان می‌دهد. بیون (که از سمت چپ وارد شده است) به موئون و نوترینو وامی‌باشد (نوترینو به لحاظ الکتریکی خنثی است پس ردی از خود نمی‌گذارد).

منفی ( $E = -\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ ) وجود دارد. با در نظر گرفتن میل طبیعی هر سیستم به تحول در جهت انرژیهای کمتر، این رابطه بدان معنی است که الکترون باید به حالت‌های منفی‌تر «برود» و در این فرایند مقدار نامتناهی انرژی تابش کند. دیراک برای نجات معادله‌اش راه‌حلی پیشنهاد کرد که ماهرانه بودن آن قابل پذیرش نبودنش نبودنش را جبران می‌کرد: او فرض کرد که همه حالت‌های دارای انرژی منفی با «دریای» بیکرانی از الکترون‌ها پر شده است. چون این دریا همواره وجود دارد و کاملاً یکنواخت است، نیروی خالص بر هیچ چیز وارد نمی‌کند و معمولاً از آن خبر نداریم. سپس دیراک با استفاده از اصل طرد پائولی (که می‌گوید که هیچ دو الکترونی نمی‌توانند یک حالت را اشغال کنند) «توضیح» داد چرا الکترون‌هایی که ما مشاهده می‌کنیم محدود به حالت‌های انرژی مثبت هستند. اما اگر این توضیح درست باشد، هنگامی که به یک الکترون «دریا» انرژی کافی برای رسیدن به حالت انرژی مثبت می‌دهیم چه اتفاقی می‌افتد؟ نبرد الکترون «مورد نظر» در دریا باید به صورت بار مثبت خالص در آن مکان تعبیر شود و نبود انرژی منفی مورد نظر باید به صورت انرژی مثبت خالص دیده شود. سپس یک «حفره در دریا» باید کار ذره‌ای معمولی با انرژی مثبت و بار مثبت را انجام دهد. در ابتدا دیراک امیدوار بود که این حفره‌ها پروتون‌ها باشند ولی به‌زودی معلوم شد که جرم آنها مانند خود الکترون — ۲۰۰۰ برابر سبک‌تر از پروتون است. این ذره در آن زمان ناشناخته بود و به نظر می‌رسید که نظریه دیراک به در دستر افتاده است. آنچه در سال ۱۹۳۰ نقصی فاجعه‌آمیز به نظر می‌رسید، با کشف پوزیترون توسط اندرسون (شکل ۱-۵) در اواخر ۱۹۳۱ به پیروزی بزرگ تبدیل شد. پوزیترون دوقلوی با بار مثبت الکترون است، درست صفات مورد نیاز دیراک را داشت [۷].

اما فیزیکدانان بسیاری از تصور شناور بودن در دریای بیکرانی از الکترون‌های نامرئی ناراحت بودند تا اینکه در دههٔ چهل استاکلبرگ و فاینمن تعبیری بسیار ساده‌تر و روان‌تر برای حالت‌های انرژی منفی ارائه دادند. در فرمولبندی فاینمن-استاکلبرگ جواب‌های انرژی منفی به صورت حالت‌های انرژی مثبت ذره متفاوتی (پوزیترون) بیان می‌شوند؛ الکترون و پوزیترون جایگاه یکسانی دارند و نیازی به «دریای الکترونی» دیراک یا «حفره‌های» اسرارآمیز او نیست. در فصل ۷ خواهیم دید این تعبیر جدید چگونه کار می‌کند. در ضمن ثابت شد که دوگانگی در معادله دیراک جنبهٔ عمومی و عمیق نظریه میدان کوانتومی است: برای هر ذره باید پاد ذره‌ای وجود داشته باشد که همان جرم را دارد ولی بار الکتریکی آن مخالف ذره است. پس پوزیترون پاد الکترون است. (در واقع اینکه کدام را ذره و کدام را پاد ذره بنامیم کاملاً اختیاری است. همان‌طور که گفته شد می‌توان گفت الکترون، پاد پوزیترون است، اما چون در محیط اطراف ما تعداد زیادی الکترون وجود دارد و پوزیترون‌های چندانی موجود نیست، تمایل به این فکر داریم که الکترون‌ها «ماده» و پوزیترون‌ها «پاد ماده» اند).

پاد پروتون (با بار منفی) اولین بار در سال ۱۹۵۵ به صورت تجربی در بواترون برکلی مشاهده شد و پاد نوترون (خنثی) چند سال بعد در همانجا کشف شد [۸].

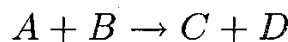


شکل ۵-۱ پوزیترون. در سال ۱۹۳۲ اندرسون این عکس را از رد به جا مانده از پرتوهای کیهانی را در اتاقک ابری گرفت. اتاقک در میدان مغناطیسی (به طرف داخل صفحه) قرار گرفته بود که باعث حرکت ذره در مسیر منحنی می‌شد. اما آیا این یک بار منفی بود به طرف پایین در حرکت بود یا یک بار مثبت که به طرف بالا حرکت می‌کرد؟ برای جواب به این پرسش، اندرسون یک صفحه سربی را در مرکز اتاقک قرار داد (خط افقی ضخیم در عکس) ذره در عبور از صفحه کند می‌شود و در نتیجه در دایره کوچکتری حرکت می‌کند. با بررسی منحنیها بدیهی است که این ذرات به طرف بالا حرکت می‌کنند و بنابراین باید بار مثبت داشته باشند. اندرسون از خمیدگی ردها و بافت آن توانست نشان دهد که جرم ذرات بسیار نزدیک به جرم الکترون است.

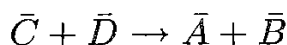
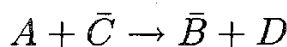
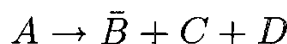
نمادگذاری استاندارد برای پاد ذرات خطی در بالای نماد ذره است. برای مثال  $p$  معرف پروتون و  $\bar{p}$  معرف پاد پروتون است؛  $n$  نوترون و  $\bar{n}$  پاد نوترون. اما در برخی موارد مرسوم‌تر است که بار را مشخص کنیم. اغلب مردم  $e^+$  را برای پوزیترون (به جای  $\bar{e}$ ) و  $\mu^+$  را برای پاد موئون (به جای  $\bar{\mu}$ ) به کار می‌برند. [اما نباید قراردادهای مخلوط کرد:  $\bar{e}^+$  مبهم است، شبیه دو منفی — خواننده نمی‌فهمد منظور شما پوزیترون است یا پاد پوزیترون (یعنی الکترون)]. بعضی ذرات خنثی پاد ذره

خودشان هستند؛ مثلاً فوتون:  $\bar{\gamma} = \gamma$ . در واقع شاید فکر کنید که تفاوت فیزیکی پاد نوترون با نوترون چیست، زیرا هر دو بدون بار هستند. پاسخ آن است که نوترون علاوه بر بار «اعداد کوانتومی» دیگری نیز دارد (به ویژه عدد بار یونی) که برای پاد ذره‌ها تغییر علامت می‌دهند. به علاوه، هرچند بار خالص نوترون صفر است، اما دارای ساختار بار است، (مثبت در مرکز و لبه‌ها، منفی در میان آنها) و نیز گشتاور دو قطبی مغناطیسی است. علامت این دو برای  $\bar{n}$  عکس علامت مربوط به  $n$  است.

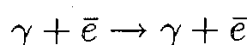
در فیزیک ذرات یک اصل کلی تحت عنوان تقارن عبوری وجود دارد. فرض کنید می‌دانیم واکنشی به صورت زیر رخ می‌دهد



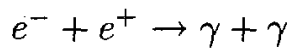
هر یک از این ذرات را می‌توان به طرف دیگر معادله برد، به شرط آنکه به پاد ذره‌اش تبدیل شود. برهم‌کنش حاصله نیز مجاز است. برای مثال:



به علاوه، واکنش معکوس  $C + D \rightarrow A + B$  رخ می‌دهد، اما در حقیقت این واکنش از اصل توازن تفصیلی به دست می‌آید نه از تقارن عبوری. در واقع چنانکه خواهیم دید محاسبات دخیل در واکنشهای مختلف در عمل یکسان‌اند. اغلب به آنها به صورت تظاهرات مختلف یک فرایند اساسی نگاه می‌کنیم. نکته قابل ذکری در اینجا وجود دارد: پایداری انرژی ممکن است یک واکنش را که از جنبه‌های دیگر مجاز است ممنوع کند. برای مثال اگر  $A$  سبک‌تر از مجموع  $B$ ،  $C$  و  $D$  باشد، واپاشی  $A \rightarrow \bar{B} + C + D$  نمی‌تواند رخ دهد. همین‌طور، اگر  $A$  و  $C$  سبک ولی  $B$  و  $D$  سنگین باشد، واکنش  $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$  فقط وقتی به وقوع می‌پیوندد که انرژی جنبشی اولیه به مقدار «آستانه» معینی برسد. پس شاید بتوان گفت واکنشهای عبوری (یا معکوس) از نظر دینامیکی مجازند اما به لحاظ سینماتیکی ممکن است مجاز باشند یا نباشند. به ندرت می‌توان درباره‌ی توان و زیبایی تقارن عبوری اغراق کرد. برای مثال این تقارن به ما می‌گوید که پراکندگی کامپتون:



«در واقع» همان فرایند نابودی زوج



است هرچند در آزمایشگاه آنها پدیده‌هایی کاملاً متفاوت‌اند.

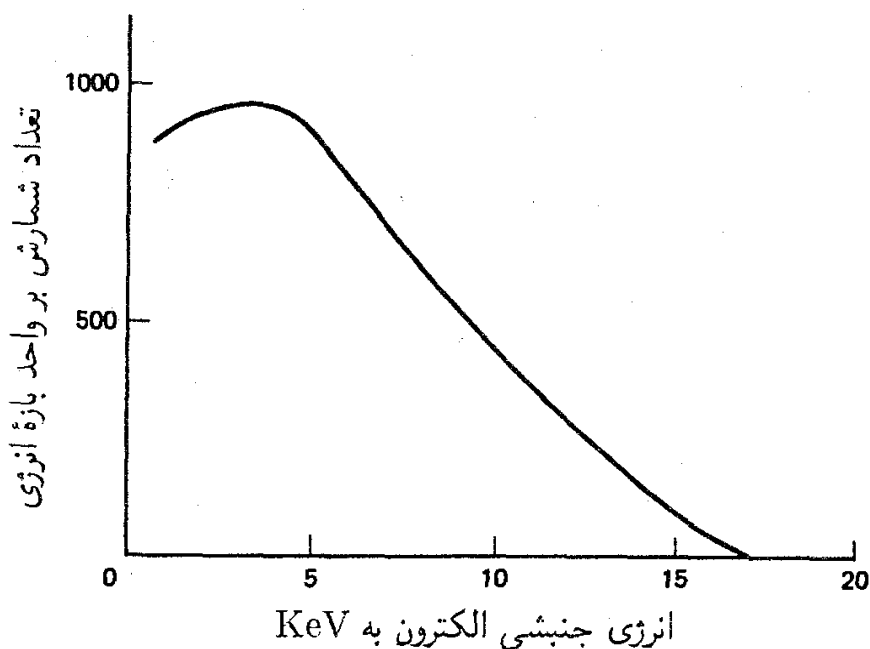
وحدت نسبیت خاص و مکانیک کوانتومی به تقارن خوشایند ماده/پاد ماده می‌انجامد. اما این موضوع سؤال نگران‌کننده‌ای را مطرح می‌کند: چگونه جهان ما به جای پاد پروتونها، پاد نوترونها و پوزیترونها از پروتونها، نوترونها و الکترونها پر شده است؟ ماده و پاد ماده نمی‌توانند برای مدت زیادی با هم وجود داشته باشند — اگر یک ذره با پاد ذره‌اش روبه‌رو شود هر دو نابود می‌شوند. پس شاید این حادثه‌ای تاریخی باشد که در این گوشه از عالم که ما در آن هستیم ماده بیشتر از پاد ماده وجود دارد و نابودی زوج همه را نابود نکرده و آنچه باقی مانده ماده است. اگر چنین باشد، احتمالاً در ناحیه دیگری از فضا پاد ماده حاکم است. متأسفانه شواهد نجومی دال بر آن‌اند که تمام عالم قابل مشاهده ما از ماده معمولی ساخته شده است. اخیراً ویلچک و دیگران توضیح معقولی برای این عدم تقارن کیهانی اظهار داشته‌اند. ما در اینجا به آن نمی‌پردازیم اما اگر شما علاقه‌مند باشید مقاله ویلچک در *Scientific American* (December 1980) را توصیه می‌کنم.

### ۵-۱ نوترینوها (۱۹۳۰-۱۹۶۲)

برای سومین رشته این داستان به سال ۱۹۳۰ باز می‌گردیم [۹]. مسئله‌ای در مطالعه واپاشی هسته‌ای بتازا به وجود آمده بود. در واپاشی بتازا هسته پرتوزا  $A$  با گسیل یک الکترون به هسته  $B$  که اندکی سبک‌تر است تبدیل می‌شود:



پایستگی بار مستلزم آن است که  $B$  حامل یک واحد بار مثبت بیش از  $A$  باشد [اکنون می‌دانیم که فرایند اساسی در این واپاشی تبدیل یک نوترون (در  $A$ ) به یک پروتون (در  $B$ ) است، اما به یاد داشته باشید که در سال ۱۹۳۰ هنوز نوترون کشف نشده بود]. پس هسته «دختر» ( $B$ ) در یک محل دورتری در جدول تناوبی جای می‌گیرد. مثالهای متعددی از واپاشی بتازا وجود دارد: پتاسیم به کلسیم ( ${}_{19}^{40}\text{K} \rightarrow {}_{20}^{40}\text{Ca}$ )، مس به روی ( ${}_{28}^{64}\text{Cu} \rightarrow {}_{29}^{64}\text{Zn}$ )، تریتیوم به هلیم ( ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$ ) و نظایر آن تبدیل می‌شوند. [اعداد بالایی وزن اتمی (تعداد نوترون به علاوه پروتون) و اعداد پایینی عدد اتمی (تعداد پروتونها) هستند]. از مشخصه واپاشیهای دوجسمی نظیر عبارت (۶-۱) آن است که در چارچوب مرکز جرم، انرژیهای خروجی را به صورت سینماتیکی تعیین می‌کنند. به‌ویژه اگر هسته «مادر» ( $A$ ) در حال سکون باشد،  $B$  و  $e$ ، پشت به پشت، با تکانه‌هایی مساوی و در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند و پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که انرژی الکترون برابر مقدار زیر باشد



شکل ۶-۱ طیف واپاشی بتازای تریتم ( ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$ ).

$$E = \left( \frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A} \right) c^2 \quad (۷-۱)$$

به دست آوردن این نتیجه را در فصل ۳ توضیح می‌دهیم. اما نکته‌ای که در اینجا باید به آن توجه شود آن است که به محض آنکه جرمها مشخص شدند،  $E$  تثبیت شده است. اما با انجام آزمایشها متوجه شدند که انرژی الکترونها گسیل شده تفاوتی قابل ملاحظه دارند و معادله (۷-۱) فقط پیشینه انرژی الکترون را برای یک فرایند واپاشی بتازای بخصوص تعیین می‌کند (شکل ۶-۱). این نتیجه‌ای نگران‌کننده بود. نیلز بور (نه برای اولین بار) آماده بود که از قانون پایستگی انرژی دست بشوید. \* خوشبختانه پائولی نگرشی معقول تر داشت و پیشنهاد کرد که ذره دیگری باید به همراه الکترون گسیل شود، همدستی خاموش که حامل انرژی «گم شده» است. این ذره باید برای پایسته نگه داشتن بار (و همچنین برای توضیح اینکه چرا ردی از خود به جا نمی‌گذارد) به لحاظ الکتریکی خنثی باشد. پائولی نام نوترون را برای آن پیشنهاد کرد. کل این ایده با ناباوری مواجه شد و در سال ۱۹۳۲ چادویک دست روی این نام گذاشت. اما در سال بعد از آن فرمی نظریه‌ای برای واپاشی بتازا ارائه داد که در آن نوترینوی پائولی وارد شده بود و به اندازه‌ای موفق بود که ثابت کرد باید پیشنهاد پائولی جدی گرفته شود. با توجه به اینکه پیشینه انرژی الکترون مشاهده شده مقداری است که

\* جالب است که بدانید بور یک منتقد صریح کوانتوم نور ایشتمین بود (پیش از ۱۹۲۴) و دیراک را از کار روی نظریه نسبیتی الکترون باز می‌داشت (و به غلط، به او می‌گفت که قبلاً کلاین و گوردون موفق به این کار شده‌اند و مخالف نوترینوی پائولی بود و نظریه مزون یوکاوا را مسخره می‌کرد و ارزشی برای رهیافت فاینمن به الکتروینامیک کوانتومی قائل نبود.

از معادله (۷-۱) به دست می‌آید، نتیجه می‌گیریم که ذره جدید بینهایت سبک است، تا جایی که می‌دانیم، در واقع جرم آن صفر است. فرمی آن را نوترینو نامید. (به‌دلیلی که خواهید دید آن را پاد نوترینو می‌نامیم). پس فرایند بنیادی واپاشی بتازا با اصطلاحاتی جدید به صورت زیر است



(نوترون به پروتون به علاوه الکترون به علاوه پاد نوترینو تبدیل می‌شود).

حال، شاید متوجه چیزی غیرعادی در تصویر پاول از تجزیه پيون (شکل ۱-۴) شده باشید: موئون در زاویه حدود ۹۰° نسبت به جهت پيون فرودی خارج می‌شود. (این مسئله ناشی از برخورد نیست، در ضمن برخورد با اتمها در امولسیون موجب لرزش ردها می‌شود اما نمی‌تواند تغییر مسیر ناگهانی به وجود آورد.) این تغییر مسیر دال بر آن است که در واپاشی پيون ذره دیگری نیز تولید می‌شود، ذره‌ای که هیچ ردی در امولسیون از خود به جای نمی‌گذارد و بنابراین باید به لحاظ الکتریکی خنثی باشد. طبیعی (یا به هر حال مقرون به صرفه) است که فرض کنیم این ذره همان نوترینوی پائولی است:



گروه پاول چند ماه پس از اولین مقاله خود تصویر قابل توجه‌تری را منتشر کردند که در آن واپاشی موئون پس از آن نیز قابل مشاهده بود (شکل ۱-۷). واپاشیهای موئون سالها بود که بررسی می‌شد و به خوبی ثابت شده بود که ذره باردار ثانوی الکترون است. با توجه به شکل روشن است که یک ذره خنثی نیز تولید می‌شود و می‌توان حدس زد که این ذره نیز نوترینو است. به هر حال، این بار دو نوترینو وجود دارد:



از کجا می‌دانیم که دو نوترینو به وجود می‌آید؟ مانند قبل، آزمایش را بارها و بارها تکرار می‌کنیم و هر بار انرژی الکترون را اندازه می‌گیریم. اگر نتیجه حاصل همواره یکسان باشد، متوجه می‌شویم که در حالت نهایی فقط دو ذره وجود دارد. اما اگر این نتیجه تغییر کند، باید (حداقل) سه ذره وجود داشته باشد. در سال ۱۹۴۹\* معلوم شد که انرژی الکترون در واپاشی موئون ثابت نیست و گسیل دو نوترینو توجیهی بود که برای آن ارائه می‌شد. در عوض انرژی موئون در واپاشی پيون کاملاً ثابت است — در محدوده خطای آزمایشی — که تأیید می‌کند این یک واپاشی دوجسمی اصیل است.

\* در اینجا و در مسئله واپاشی بتازا، پایستگی تکانه زاویه‌ای کاملاً مستقل از پایستگی انرژی نیز مستلزم ذره خروجی سوم است. اما در آن روزها مسائل مربوط به اسپین کاملاً روشن نبود و برای اغلب مردم پایستگی انرژی استدلالی قانع‌کننده بود. برای سادگی تا فصل ۴ تکانه زاویه‌ای را وارد داستان نمی‌کنیم.



شکل ۷-۱ در اینجا یک پیون به یک موئون (به علاوه یک نوترینو) وامی باشد؛ پس از آن موئون به یک الکترون (و دو نوترینو) وامی باشد.



در سال ۱۹۵۰ دیگر دلیل نظری قانع‌کننده‌ای بر وجود نوترینوها وجود داشت، اما هنوز تأیید تجربی سراسری موجود نبود. شاید یک فرد شکاک استدلال کند که نوترینو چیزی جز یک ابزار دفترداری نیست. ذره‌ای کاملاً فرضی که تنها وظیفه‌اش نجات دادن قوانین پایستگی است. این ذره هیچ ردی از خود به جا نمی‌گذارد، واپاشیده نمی‌شود؛ در واقع هیچکس ندیده است که نوترینو کاری انجام دهد. دلیل آن این است که نوترینوها برهم‌کنش فوق‌العاده ضعیفی با ماده دارند، نوترینویی با انرژی کم به راحتی می‌تواند در لایهٔ سربی به ضخامت هزار سال نوری نفوذ کند.\* برای آشکارسازی یکی از آنها به چشمهٔ بینهایت قوی نیاز داریم. در اواسط دههٔ پنجاه، آزمایشهای تعیین‌کننده‌ای در راکتور هسته‌ای ساواناریور در کارولینای جنوبی انجام شد. در آنجا کوان و رینس در مخزن بزرگی از آب به دنبال واکنش «معکوس» واپاشی بتازا گشتند



حساب کرده بودند که شار نوترینو در آشکارساز آنها  $5 \times 10^{13}$  ذره در سانتیمتر مربع بر ثانیه باشد، اما حتی با این شدت بسیار زیاد آنها امیدوار بودند فقط دو یا سه واقعه در هر ساعت ثبت کنند. از طرف دیگر آنها روش ماهرانه‌ای برای شناسایی یوزیترونهای خروجی ابداع کرده بودند. نتایج آنها تأیید صریح وجود نوترینو بودند [۱۰].

همان‌طور که قبلاً گفتم، ذره‌ای که در واپاشی بتازای معمول تولید می‌شود، در واقع پاد نوترینو است. شاید شما و بسیاری از افراد دیگر، بپرسند چه تفاوتی بین نوترینو و پاد نوترینو وجود دارد. چنانکه خواهیم دید، پیون خنثی پاد ذرهٔ خودش است، درست مثل فوتون. از یک طرف پاد نوترون قطعاً مانند نوترون نیست. پس اندکی سردرگم می‌شویم: آیا نوترینو شبیه پاد نوترینو است و اگر نیست چه خاصیتی آنها را متمایز می‌سازد؟ در اواخر دههٔ پنجاه، دیویس و هارمر این پرسش را به بوتهٔ آزمایش سپردند [۱۱]. با توجه به نتایج مثبت کوان و رینس می‌دانیم که واکنش عبوری



نیز باید تقریباً با همان آهنگ رخ دهد. دیویس در پی واکنش مشابهی با استفاده از پاد نوترینوها بود:



\* اگر بدانید در هر ثانیه هزاران بیلیون نوترینو در شب و در روز از خورشید می‌آیند و از هر اینچ مربع بدن شما می‌گذرد خیالتان راحت می‌شود (آنها در شب از زمین می‌گذرند و از زیر به شما می‌خورند).

او دریافت که این واکنش رخ نمی‌دهد پس ثابت کرد که نوترینو و پاد نوترینو ذرات متمایزی هستند. نتیجه دیویس غیرمنتظره نبود. در واقع، در سال ۱۹۵۳، کونوپینسکی و محمود [۱۲] قاعده زیبا و ساده‌ای را برای تعیین اینکه کدام واکنش [مانند (۱-۱۲)] رخ می‌دهد و کدامیک [مانند (۱-۱۳)] رخ نمی‌دهد ابداع کرده بودند. درحقیقت آنها عدد لپتونی \*  $L = +1$  را به الکترون، موئون و نوترینو و  $L = -1$  را به پوزیترون، موئون مثبت و پاد نوترینو نسبت دادند (عدد لپتونی تمام ذرات دیگر صفر بود). سپس قانون پایستگی عدد لپتونی (مشابه قانون پایستگی بار) را پیشنهاد کردند: در هر فرایند فیزیکی، مجموع اعداد لپتونی باید قبل و بعد از واکنش برابر باشد. بنابراین واکنش کوان-رینس (۱-۱۱) مجاز (قبل و بعد  $L = -1$  است) اما واکنش دیویس (۱-۱۳) ممنوع است (در طرف چپ  $L = -1$  و در طرف راست  $L = +1$  است). [قبلاً با استفاده از این قاعده ذره واپاشی بتازا در رابطه (۱-۸) را پاد نوترینو نامیدیم]. با توجه به پایستگی عدد لپتونی، واپاشیهای پیون باردار (۱-۹) را باید به شکل



و واپاشیهای موئون (۱-۱۰) در واقع به شکل زیر نوشت



پس چه خاصیتی نوترینو را از پاد نوترینو متمایز می‌سازد؟ بهترین جواب عدد لپتونی است -  $+1$  برای نوترینو و  $-1$  برای پاد نوترینو. مانند بار الکتریکی، این اعداد را به‌طور تجربی با مشاهده چگونگی برهم‌کنش ذره مورد نظر با سایر ذرات تعیین می‌کنیم. (چنانکه خواهیم دید، هلیسیته آنها نیز متفاوت است: نوترینو «چپگرد» است در صورتی که پاد نوترینو «راستگرد» است. اما این مسئله فنی است که آن را به آینده موکول می‌کنیم).

یک مسئله نهایی دیگر در قضیه نوترینو وجود دارد. به لحاظ تجربی هیچ‌گاه واپاشی موئون به الکترون به‌علاوه یک فوتون مشاهده نشده است:



\* کونوپینسکی و محمود (مرجع ۱۲) این اصطلاح را به‌کار نبرده بودند و موئون عددی غلط نسبت داده بودند. اما اهمیتی ندارد، ایده اصلی درست بود.

ولی این فرایند با پایستگی بار و پایستگی عدد لپتونی سازگار است. یک قاعده کلی معتبر در فیزیک ذرات (معمولاً منسوب به ریچارد فاینمن) وجود دارد که می‌گوید هر چیزی که با صراحت ممنوع نباشد اجباری است. نبود  $\mu \rightarrow e + \gamma$  یک قانون پایستگی «مویی» را پیشنهاد می‌کند، اما چگونه می‌خواهیم مشاهده واپاشی  $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$  را توضیح دهیم؟ پاسخ این پرسش در اواخر دهه پنجاه و اوایل دهه شصت به فکر برخی افراد خطور کرد [۱۳]. فرض کنید دو نوع نوترینوی مختلف، یکی وابسته به الکترون ( $\nu_e$ ) و یکی وابسته به موئون ( $\nu_\mu$ ) وجود داشته باشد. اگر عدد موئونی  $L_\mu = +1$  را به  $\bar{\mu}$  و  $\nu_\mu$  و  $L_\mu = -1$  را به  $\mu^+$  و  $\bar{\nu}_\mu$  و همزمان عدد الکترونی  $L_e = +1$  را به  $e^-$  و  $\nu_e$  و  $L_e = -1$  را به  $e^+$  و  $\bar{\nu}_e$  نسبت دهیم و پایستگی عدد لپتونی را به صورت قانونهای جداگانه — پایستگی عدد الکترونی و پایستگی عدد موئونی — در آوریم، می‌توانیم دلیل مجاز و ممنوع بودن فرایندها را بیان کنیم. واپاشی نوترون به صورت زیر درمی‌آید

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (17-1)$$

واپاشیهای پیون به شکل زیر است

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (18-1)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

و واپاشیهای موئون به صورت زیر درمی‌آید

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (19-1)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

قبلاً هنگامی که برای اولین بار واپاشی پیون را تحلیل می‌کردیم گفتیم که فرض خروج ذره‌ای خنثی همانند مورد واپاشی بتازا، «طبیعی» و «اقتصادی» است، و کاملاً درست هم بود: این فرض طبیعی بود، اقتصادی بود، اما غلط بود.

اولین آزمون تجربی را برای فرضیه دو نوترینویی (و پایستگیهای جداگانه عدد موئونی و الکترونی) در سال ۱۹۶۲ در بروکهاون انجام شد [۱۴]. با استفاده از حدود  $10^{12}$  پاد نوترینوی حاصل از واپاشی  $\pi^-$ ، لدرمن، شوارتز، اشتاینبرگر و همکارانشان ۲۹ مورد از واکنشهای مورد نظر زیر را شناسایی کردند

$$\bar{\nu}_\mu + p^+ \rightarrow \mu^+ + n \quad (20-1)$$

جدول ۱-۱ خانواده لپتونها ۱۹۶۲-۱۹۷۶

عدد لپتونی	عدد الکترونی	عدد موثونی	لپتونها
۱	۱	۰	$e^-$
۱	۱	۰	$\nu_e$
۱	۰	۱	$\mu^-$
۱	۰	۱	$\nu_\mu$
پاد لپتونها			
-۱	-۱	۰	$e^+$
-۱	-۱	۰	$\bar{\nu}_e$
-۱	۰	-۱	$\mu^+$
-۱	۰	-۱	$\bar{\nu}_\mu$

اما هیچ موردی از فرایند ممنوع زیر مشاهده نشد

$$\bar{\nu}_\mu + p^+ \rightarrow e^+ + n \quad (۲۱-۱)$$

فقط در صورت وجود یک نوع نوترینو، واکنش دوم باید درست مانند واکنش اول باشد. (در این آزمایش مسائل بسیاری در ارتباط با حفاظ‌گذاری وجود داشت. فولاد حاصل از یک کشتی جنگی اوراق شده به صورت توده‌ای با ضخامت بیش از ۴۴ فوت انباشته شد تا اطمینان حاصل شود که هیچ چیز جز نوترینو به هدف نمی‌رسد.)

در سال ۱۹۶۲ خانواده لپتونها دارای هشت عضو بود: الکترون، موثون، نوترینوهای آنها و پاد ذرات متناظر با آنها (جدول ۱-۱). لپتونها را این واقعیت که در برهم‌کنشهای قوی شرکت نمی‌کنند، مشخص می‌کند. تا ۱۴ سال بعد از آن همه چیز از جمله وضعیت لپتونها کاملاً آرام بود، بنابراین فرصت خوبی است که توقف کنیم و ببینیم ذرات با برهم‌کنش قوی است — مزونها و باریونها که به طور کلی با عنوان هادرونها می‌شناسیم، در چه وضعی هستند.

### ۱-۶ ذرات شگفت (۱۹۴۷-۱۹۶۰)

برای مدت کوتاهی در سال ۱۹۴۷ می‌شد تصور کرد که مسائل بزرگ ذرات بنیادی حل شده است. پس از طی مسیر انحرافی و طولانی به دنبال موثون، سرانجام مزون یوکاوا ( $\pi$ ) مشخص شده بود. پوزیترون دیراک پیدا شده بود و نوترینو پاولی، هرچند همچنان سر بسته (و همان‌طور که دیدیم هنوز قادر

به شیطنت)، اساساً کنترل شده بود. نقش موئون به صورت یک معضل بود (رابی می پرسید: چه کسی آن را سفارش داده است؟) به نظر می رسید که وجود آن در طرح کلی اوضاع کاملاً غیر ضروری است. اما، در کل در سال ۱۹۴۷ به نظر می رسید که اساس کار فیزیک ذرات بنیادی به انجام رسیده است. اما این حالت آرامش دیری نپایید. در دسامبر همان سال روچستر و باتلر [۱۵] عکسی از اتاقک ابری شکل ۸-۱ را منتشر کردند. پرتوهای کیهانی که از قسمت بالای سمت چپ وارد می شوند به یک صفحهٔ سربی برخورد و یک ذرهٔ خنثی تولید می کنند که حضور آن وقتی آشکار می شود که به دو ذرهٔ باردار ثانویه واپاشیده شود و در قسمت پایین سمت راست یک «V» معکوس را تشکیل دهد. تحلیل دقیق نشان می دهد که این ذرات باردار در واقع  $\pi^+$  و  $\pi^-$  هستند. پس در اینجا یک ذرهٔ خنثی جدید وجود داشته است که جرم آن حداقل دو برابر جرم پیون است. این ذره را  $K^0$  ("کائون") می نامیم:



در سال ۱۹۴۹، پاول عکس شکل ۹-۱ را منتشر کرد، که واپاشی کائون باردار را نشان می دهد:



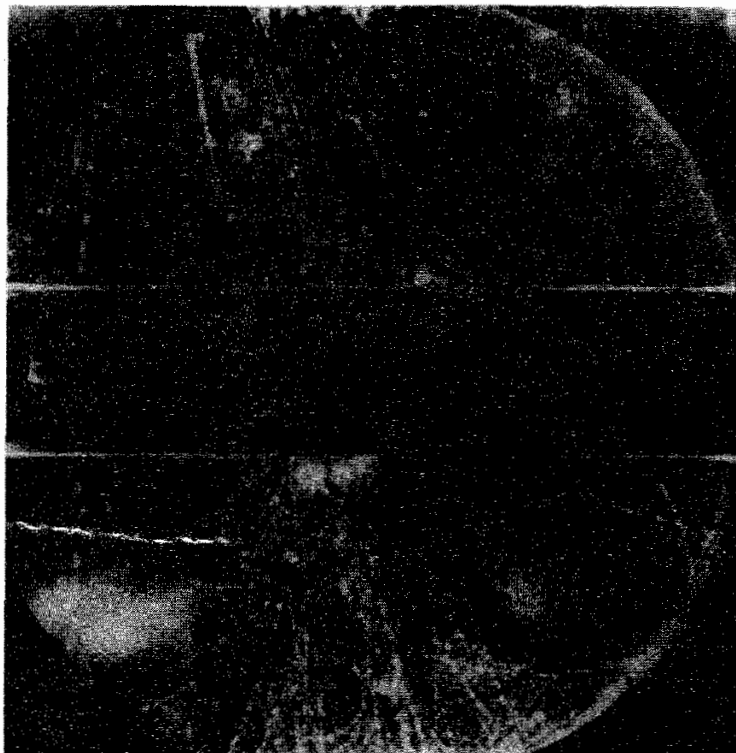
(در ابتدا  $K^0$  را به نام  $V^0$  و سپس  $\theta^0$  می شناختند؛  $K^+$  در ابتدا  $\pi^+$  نامیده می شد. شناسایی آنها به عنوان انواع باردار و خنثی یک ذرهٔ بنیادی تا سال ۱۹۵۶ به طور کامل جا افتاده نبود — اما این مسئلهٔ دیگری است که در فصل ۴ به آن بازمی گردیم.) کائونها از چند جهت شبیه پیونهای سنگین هستند و بنابراین خانوادهٔ مزون با دربرگیری آنها گسترش یافت. در این رابطه مزونهای بیشتری نیز کشف شدند —  $\rho$ ،  $\omega$ ،  $\phi$ ،  $\eta$  و غیره.

در این بین، در ۱۹۵۰ گروه آندرسون در کالتک ذرهٔ «V» خنثی دیگری را پیدا کردند. عکسها شبیه عکسهای راجستر (شکل ۸-۱) بودند، اما این بار محصولات یک  $p^+$  و یک  $\pi^-$  بود. بی شک این ذره به طور قابل ملاحظه‌ای سنگین تر از پروتون است. آن را  $\Lambda$  می نامیم:

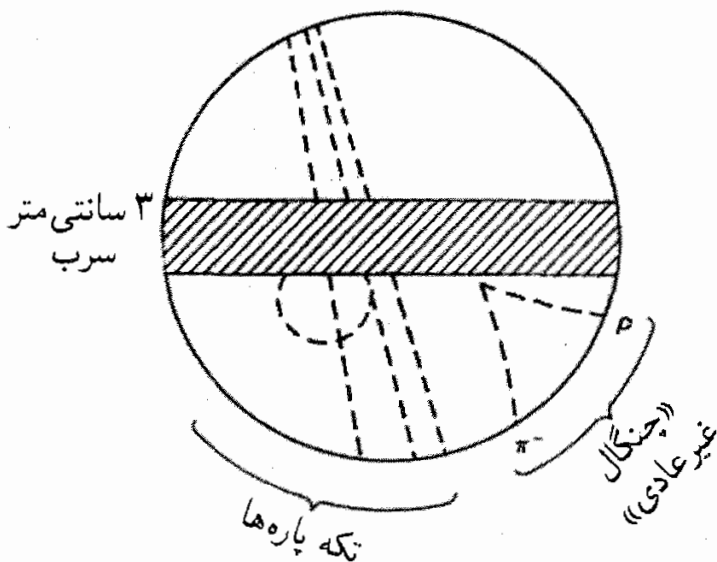


لاندا به همراه پروتون و نوترون متعلق به خانوادهٔ باریون است. برای پی بردن به این موضوع، باید به ۱۹۳۸ برگردیم. این پرسش مطرح شده بود که «چرا پروتون پایدار است؟» برای مثال چرا به یک پوزیترون و یک فوتون وانمی پاشد:



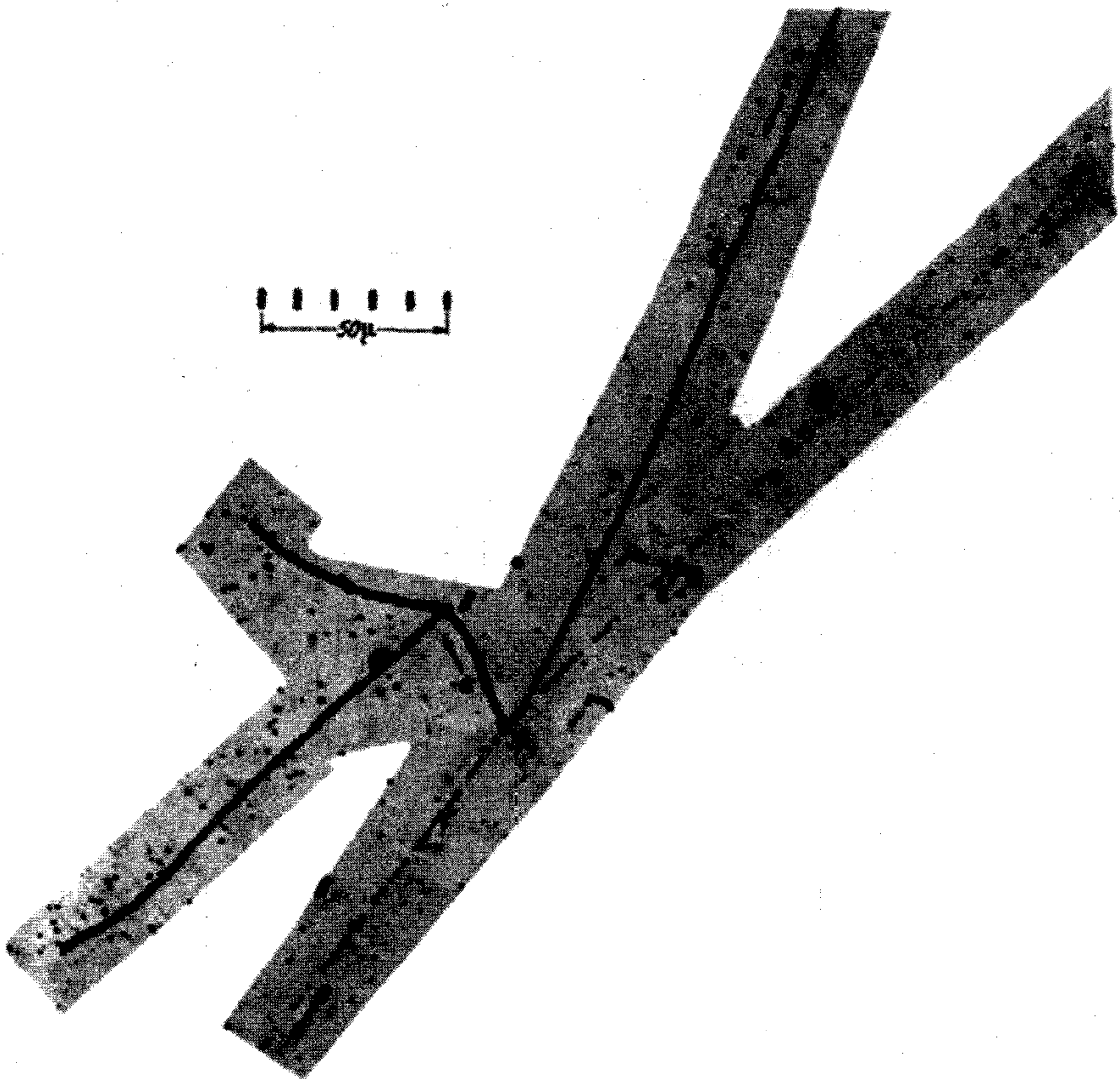


رگبار پرتوهای  
کیهانی فرودی



شکل ۱-۸ اولین ذره شگفت. پرتوهای کیهانی به صفحه سربی برخورد و تولید  $K^0$  می‌کنند که بعداً به یک جفت پيون باردار و امی باشد.

لازم به ذکر نیست که رواج این واکنش برای ما بسیار ناخوشایند بود (تمام اتمها فرو می‌پاشیدند)، اما این واکنش هیچ قانون شناخته شده تا سال ۱۹۳۸ را نقض نمی‌کند. (در واقع این فرایند خاص پایستگی عدد لپتونی را نقض می‌کند، اما به خاطر داشته باشید که تا سال ۱۹۵۳ این قانون ناشناخته



شکل ۹-۱  $K^+$  از بالا وارد می‌شود و در نقطه  $A$  و می‌باشد:  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$  (پس از آن  $\pi^-$  در نقطه  $B$  باعث فروپاشی هسته‌ای می‌شود).

بود). استاکلبرگ [۱۶] با مطرح کردن یک قانون پایستگی عدد باریونی پایداری پروتون را توجیه کرد: تمام باریونها (که در ۱۹۳۸ به معنای پروتون و نوترون بود) دارای «عدد باریونی»  $A = +1$  و پاد باریونها ( $\bar{n}$  و  $\bar{p}$ ) دارای  $A = -1$  هستند، پس عدد باریونی کل در هر فرایند فیزیکی پایسته است. بنابراین واپاشی بتازای نوترون ( $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ ) مجاز است (قبل و بعد از فرایند  $A = 1$  است) و همچنین واکنشی که اولین بار پاد پروتون در آن مشاهده شد نیز مجاز است:



(در دو طرف  $A = 2$  است). اما پروتون به عنوان سبک‌ترین باریون جایی برای رفتن ندارد؛

پایستگی عدد باریونی پایداری مطلق آن را تضمین می‌کند.\* اگر بخواهیم پایستگی عدد باریونی در واکنش (۱-۲۴) برقرار بماند باید لاندایا به خانواده باریونی منتسب شود. چند سال پس از آن باریونهای سنگین‌تر بیشتری کشف شد -  $\Sigma$ ها،  $\Xi$ ها و  $\Delta$ ها و نظایر آن. [درضمن برخلاف لپتونها و باریونها، مزونها پایسته نیستند. در واپاشی پيون ( $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ ) یک مزون از بین می‌رود و در واپاشی لاندایا ( $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$ ) یک مزون خلق می‌شود.]

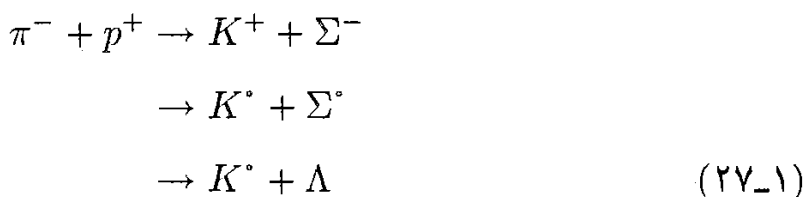
با مزونها و باریونهای سنگین جدید تا اندازه‌ای با شگفتی برخورد شد، این ذرات مشترکاً ذرات «شگفت» نامیده شدند. در ۱۹۵۲ اولین شتابدهنده ذرات جدید (کاسموترون بروکهاون) شروع به کار کرد و به‌زودی توانست ذرات شگفت را در آزمایشگاه تولید کند (قبل از آن تنها چشمه آنها پرتوهای کیهانی بود) ... و در نتیجه آهنگ تکثیر آنها افزایش یافت. ویلیزلمب در مراسم دریافت جایزه نوبل سال ۱۹۵۵ سخنرانی‌اش را با این کلمات آغاز کرد:

هنگامی که اولین جایزه نوبل در سال ۱۹۰۱ اهدا شد، فیزیکدانان فقط چیزهایی در مورد دو جسم که امروزه آنان را «ذرات بنیادی» می‌نامیم می‌دانستند: الکترون و پروتون. پس از سال ۱۹۳۰ سلی از ذرات «بنیادی» دیگر پدید آمد، نوترون، نوترینوها، مزون  $\pi$ ، مزون  $\mu$ ، مزونهای سنگین‌تر و هیپرونهای مختلف. شنیده‌ام که قرار است «معمول بود که به کاشف ذره بنیادی جدید جایزه نوبل اهدا شود، اما باید با ۱۰۰۰۰ دلار جریمه همراه باشد.»

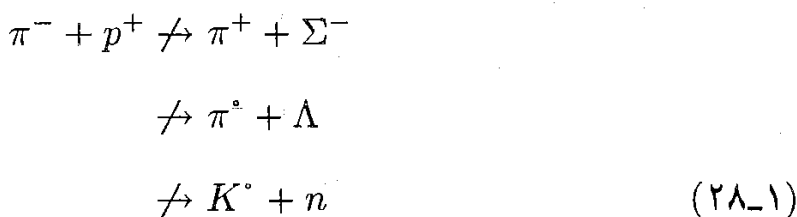
نه تنها ذرات جدید غیرمنتظره بودند، بلکه در واقع از یک جنبه دیگر نیز «عجیب» به نظر می‌رسیدند: آنها به‌وفور تولید می‌شوند (در مقیاس زمانی حدود  $10^{-23}$  - ثانیه). اما واپاشی آنها نسبتاً کند است (نوعاً حدود  $10^{-10}$  - ثانیه). این موضوع پائیس [۱۷] و دیگران را واداشت که بگویند، سازوکاری که در تولید آنها دخیل است با سازوکار حاکم بر تجزیه آنها تفاوت کلی دارد. به زبان امروزی، عامل تولید ذرات شگفت نیروهای قوی (یعنی چیزی است که سبب پایداری هسته‌ها می‌شود) اما واپاشی آنها از طریق نیروهای ضعیف (نیرویی که باعث واپاشی بتازا و سایر فرایندهای نوترینویی است) صورت می‌گیرد. جزئیات طرح پائیس ایجاب می‌کند که ذرات شگفت به‌صورت زوج تولید شوند. شواهد تجربی برای این موضوع در آن روزها بسیار دوراز دسترس بود، اما در سال ۱۹۵۳ گل‌مان [۱۸] و نیشی جیما [۱۹] روش ساده و زیبایی را برای بهبود نظر پائیس یافتند و با کامیابی محصورکننده‌ای آن را توسعه دادند. آنها به هر ذره یک ویژگی جدید نسبت دادند (گل‌مان آن را «شگفتی» نامید) که مانند بار، عدد لپتونی، و عدد باریونی) در هر برهم‌کنش قوی پایسته است اما برخلاف موارد قبلی در برهم‌کنش ضعیف پایسته نیست. برای مثال در یک برخورد پيون-پروتون، می‌توان دو ذره شگفت تولید کرد:

\* نظریه‌های «وحدت بزرگ» جدید تخلف جزئی از پایستگی عدد باریون را مجاز می‌داند و در این نظریه‌ها پروتون مطلقاً پایدار نیست.





در اینجا  $K$  دارای شگفتی  $S = +1$ ،  $\Sigma$  ها و  $\Lambda$  دارای شگفتی  $S = -1$  دارند و ذرات معمولی  $\pi^-$ ،  $p$  و  $n$  دارای  $S = 0$  هستند. اما هیچ‌گاه نمی‌توان یک ذره شگفت تولید کرد:



از طرف دیگر وقتی این ذرات وامی‌باشند، شگفتی پایسته نیست:

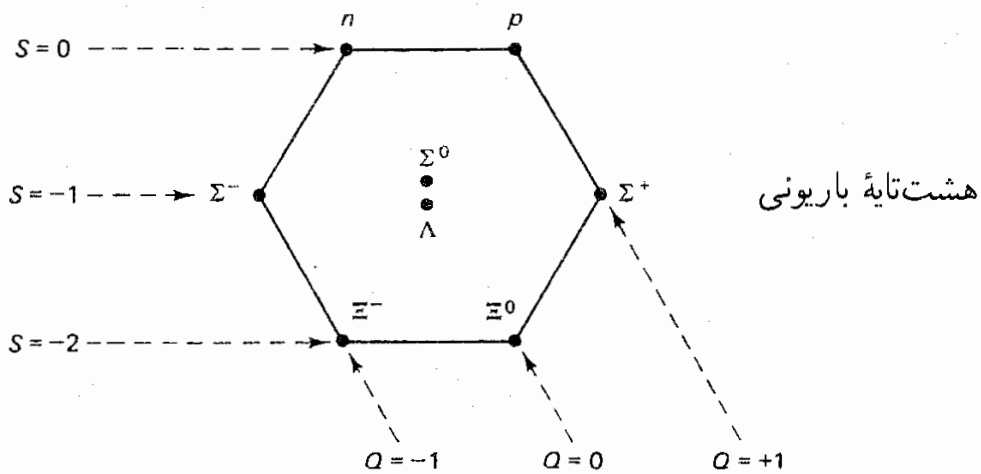


زیرا این فرایندها ضعیف هستند که در آنها پایستگی شگفتی برقرار نیست. در نسبت دادن شگفتی به ذرات آزادی عمل وجود دارد. می‌توانستیم  $S = +1$  را برای  $\Sigma$  ها و  $\Lambda$  و  $S = -1$  را برای  $K^+$  و  $K^0$  به‌کار ببریم. در واقع در بازنگری شاید بدین صورت بهتر هم بود. [به همین ترتیب، قرارداد اولیه بنیامین فرانکلین برای بارهای منفی و مثبت در آن زمان کاملاً اختیاری بود و از بداقبالی در آن زمان ذرات حامل جریان (الکترون) منفی اختیار شدند.] نکته مهم آن است که نوعی تخصیص اعداد شگفتی هماهنگ به تمام هادرونها (باریونها و مزونها) وجود دارد که فرایندهای قوی مشاهده شده را توجیه می‌کند و «نشان می‌دهد» که چرا فرایندهای دیگر رخ نمی‌دهد. (لپتونها و فوتون به‌طور کلی به نیروهای قوی حساس نیستند. بنابراین شگفتی در مورد آنها به‌کار نمی‌رود.) باغی که در ۱۹۴۷ بسیار مرتب می‌نمود در ۱۹۶۰ به یک جنگل تبدیل شد و فیزیک هادرونها را فقط می‌شد به‌صورت آشوب توصیف کرد. ذرات با برهم‌کنش قوی به دو خانواده بزرگ — باریونها و مزونها — تقسیم شدند و اعضای هر خانواده با بار، شگفتی و جرمشان از هم متمایز شدند؛ اما فراتر از آن هیچ دلیل و برهانی برای تمام این چیزها وجود نداشت. این موقعیت برای بسیاری از فیزیکدانان یادآورد وضعیت شیمی در قرن پیش از آن (قرن نوزدهم) بود، روزهای قبل

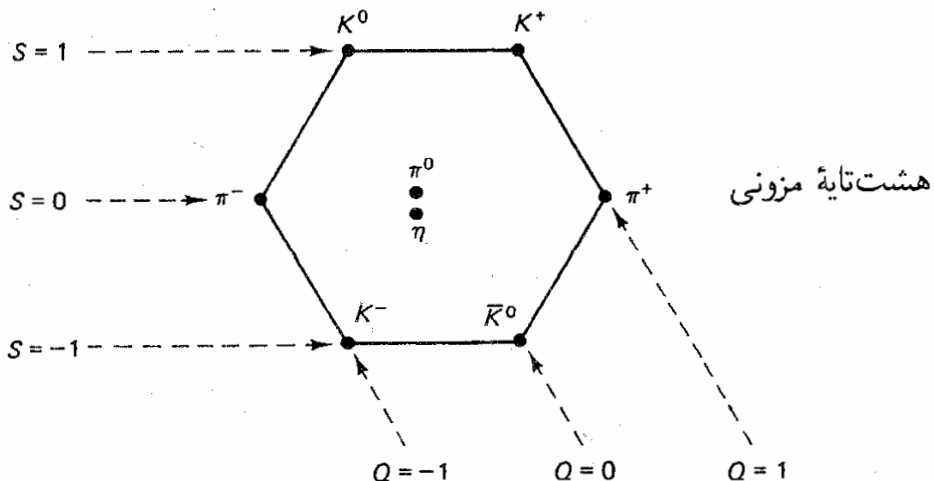
از جدول تناوبی، که خصوصیات عناصر مشخص شده بود، اما هیچ قاعده و سیستمی بر آنها حاکم نبود. در ۱۹۶۰ ذرات بنیادی در انتظار «جدول تناوبی» خود بود [۲۰].

### ۷-۱ راه هشت‌گانه (۱۹۶۱-۱۹۶۴)

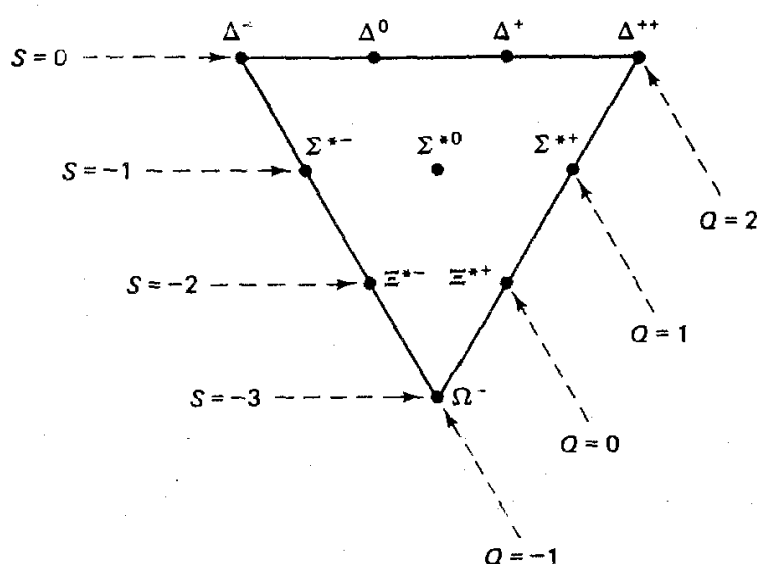
مورای گل‌مان مندلیف فیزیک ذرات بنیادی بود، و در سال ۱۹۶۱ آنچه به اصطلاح راه هشت‌گانه نامیده می‌شود را معرفی کرد [۲۱]. (اساساً همین طرح مشابه مان به طور مستقل پیشنهاد کرده بود.) راه هشت‌گانه باریونها و مزونها را برحسب باروشگفتی‌شان در طرح‌های هندسی غیرعادی مرتب می‌کند. هشت تا از سبک‌ترین باریونها در آرایه‌ای شش‌ضلعی قرار می‌گیرند که دارای دو ذره در مرکز است:



این گروه به هشت‌تاییهٔ باریونی معروف است. توجه کنید که ذرات دارای بار یکسان روی خطوط قطری سرازیر قرار می‌گیرند. با  $Q = +1$  (با یکای بار پروتون) برای پروتون و  $\Sigma^+$ ؛  $Q = 0$  برای نوترون، لاند،  $\Sigma^0$ ،  $\Xi^0$ ؛  $Q = -1$  برای  $\Sigma^-$  و  $\Xi^-$ . خطوط افقی مربوط به ذرات با شگفتی یکسان است:  $S = 0$  برای پروتون و نوترون،  $S = -1$  برای خط میانی و  $S = -2$  برای دو  $\Xi$ . هشت تا از سبک‌ترین مزونها طرح شش‌ضلعی مشابهی را پر می‌کنند و هشت‌تاییهٔ مزونی (شبه‌زده‌ای) را تشکیل می‌دهند:



بار دیگر خطوط قطری بار، و خطوط افقی، شگفتی را تعیین می‌کنند، اما در اینجا خط بالایی  $S = 1$ ، خط میانی  $S = 0$  و خط پایینی  $S = -1$  است. (این اختلاف اتفاقی تاریخی است، گلمان می‌توانست  $S = 1$  را به پروتون و نوترون،  $S = 0$  را به  $\Sigma$ ها،  $\Lambda$  و  $S = -1$  را به  $\Xi$ ها نسبت دهد. در ۱۹۵۳ او هیچ دلیلی برای ترجیح دادن این انتخاب نداشت و طبیعی‌تر به نظر می‌رسید که به ذرات آشنای پروتون، نوترون و پیون، شگفتی صفر نسبت داده شود. پس از ۱۹۶۱ یک واژه جدید — فوق‌بار — معرفی شد که برای مزونها برابر  $S$  و برای باریونها  $S + 1$  بود. اما تحولات بعدی نشان داد که روی هم رفته شگفتی کمیتهی بهتر است و واژه «فوق‌بار» برای منظوری کاملاً متفاوت به کار گرفته شد.) شش ضلعی‌ها تنها شکلهای مجاز در راه هشت‌گانه نیستند، برای مثال آرایه‌ای مثلی با مشارکت  $1^0$  باریون سنگین‌تر نیز وجود دارد که ده‌تایه باریونی نامیده می‌شود.



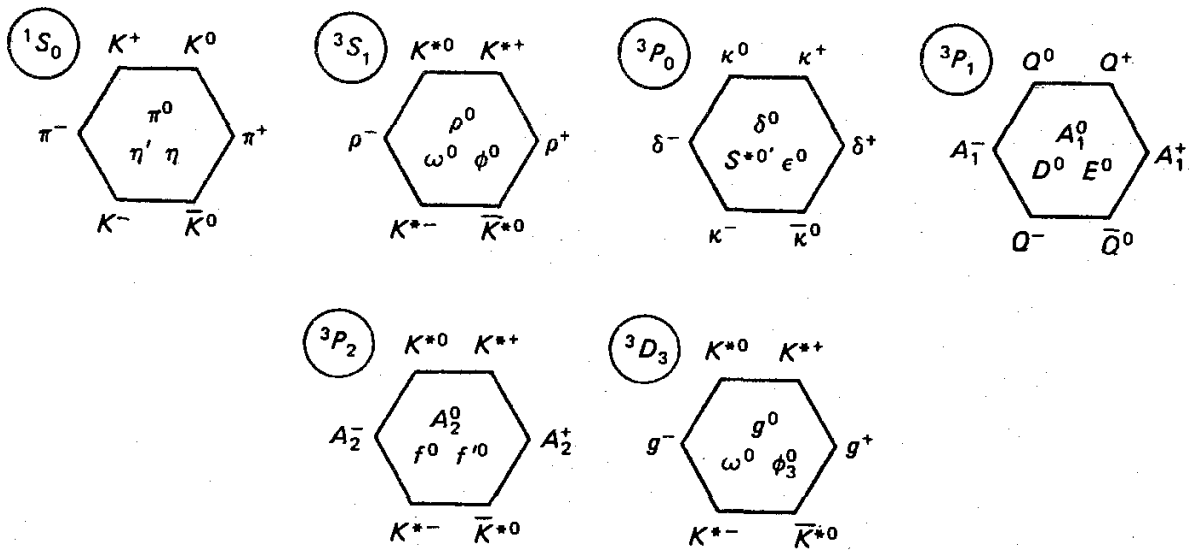
ده‌تایه باریونی

هنگامی که گلمان ذرات را در ده‌تایه جا می‌داد، چیز بسیار جالبی اتفاق افتاد. نه‌تا از ذرات به صورت تجربی شناخته شده بودند، اما دهمین ذره — که در پایین‌ترین نقطه قرار داشت و بارش  $-1$  و شگفتی‌اش  $-3$  بود — مفقود بود. تا آن زمان ذره‌ای با این ویژگیها در آزمایشگاه آشکار نشده بود [۲۲]. گلمان جسورانه پیش‌بینی می‌کرد که چنین ذره‌ای باید پیدا شود و دقیقاً به آزمایشگران گفت که چگونه آن را باید تولید کنند. به علاوه گلمان جرم و بار آن را نیز حساب کرده بود — شما هم می‌توانید در مسئله ۱-۶ جرم و در مسئله ۱-۸ نیمه‌عمر آن را حساب کنید — و در واقع هم ذره معروف امگا منفی همان‌طور که گلمان پیشگویی کرده بود در سال ۱۹۶۴ کشف شد [۲۳] (شکل ۱-۱۰).

پس از کشف امگا منفی ( $\Omega^-$ ) هیچ‌کس در درستی راه هشت‌گانه تردیدی نکرده است.\*

\* همین اتفاق برای جدول تناوبی افتاد. سه «حفره» معروف (عناصر گمشده) در جدول مندلیف وجود داشت و او پیش‌بینی کرده بود که عناصر جدیدی برای پرکردن این گافها باید کشف شوند، مانند گلمان او نیز خواص آنها را توصیف کرد و بیست سال پس از آن هر سه آنها — گالیم، اسکاندیم و ژمانیم — کشف شدند.





شکل ۱-۱۱ ده تایی‌های مزونی تثبیت شده. بدیهی است که حرف کم آورده‌ایم. مرسوم است که ذرات مختلفی را که با یک حرف نشان داده می‌شوند با مشخص کردن جرمشان (به  $\text{MeV}/c^2$ ) در داخل پرانتز از هم تمیز دهیم مثل  $K^*(892)$ ،  $K^*(1430)$ ،  $K^*(1650)$  و نظایر آن. در این شکل ابر چندتاییه‌ها را با نمادگذاری طیف‌نگاری برچسب زده‌ایم (نگاه کنید به فصل ۵) در حال حاضر بجز هشت تاییه‌ها و ده تاییه‌ها، ابر چندتاییه‌های باریونی کاملی وجود ندارد هرچند نمودارهای زیادی وجود دارند که تا اندازه‌ای پر شده‌اند.

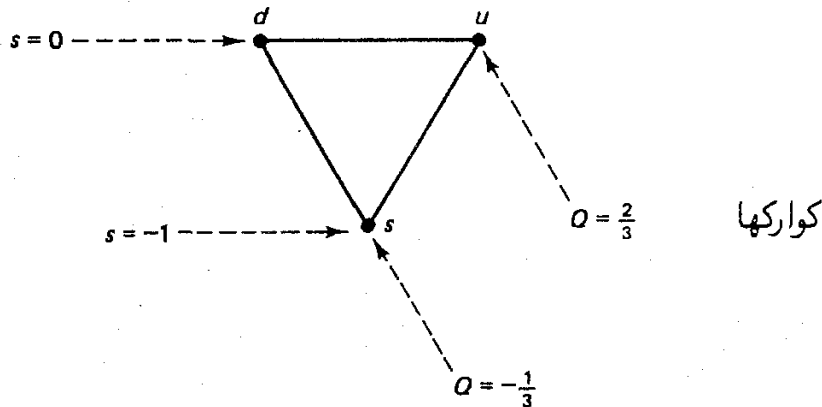
طی ۱۰ سال پس از آن، هر هادرون جدیدی جایی در یکی از ابر چندتاییه‌های راه هشت‌گانه پیدا کرد. برخی از آنها در شکل ۱-۱۱ نشان داده شده‌اند. (این بدان معنی نیست که هیچ اشتباهی وجود نداشته است؛ ذراتی در جایی ظاهر شده‌اند که بعداً ظاهر نشدند. بعدها معلوم شد که از ۲۶ مزون موجود در جدول استاندارد در سال ۱۹۶۳، ۱۹ تا آنها جعلی بودند!) علاوه بر هشت تاییه و ده تاییه باریونی و نظایر آن، هشت تاییه، ده تاییه و ... پاد باریونی نیز وجود دارد که در آنها علامت بار و شگفتی برعکس می‌شود. به هر حال، در مورد مزونها، پاد ذرات هم مانند ذرات نظیر خود ابر چندتاییه‌های مشابه در محل‌هایی قرار دارند که صدوهشتاد روبه‌روی درجه با محل ذرات تفاوت دارد. بنابراین، پاد ذره  $\pi$  مثبت،  $\pi$  منفی است، پاد ذره  $K^-$  منفی،  $K^-$  مثبت است و نظایر آن (پی- صفر و اتا پاد ذره خودشان هستند).

طبقه‌بندی اولین گام در توسعه هر عملی است. راه هشت‌گانه چیزی بیش از طبقه‌بندی صرف هادرونهاست، اما اهمیت واقعی آن در سازماندهی ساختاری آن است. فکر می‌کنم منصفانه است که بگوییم راه هشت‌گانه آغازگر دوران جدیدی در فیزیک ذرات بوده است.

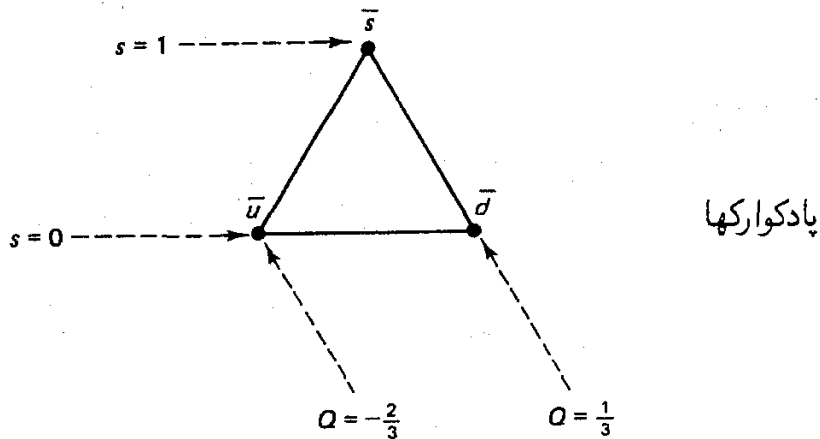
### ۱-۸ مدل کوارکی (۱۹۶۴)

اما موفقیت راه هشت‌گانه این پرسش را مطرح می‌کند که چرا هادرونها در این طرح‌های عجیب و

غریب قرار می‌گیرند؟ جدول تناوبی باید سالیان دراز صبر می‌کرد تا مکانیک کوانتومی و اصل طرد پائولی توجیهی برای آن پیدا کنند. اما، شناخت راه هشت‌گانه در ۱۹۶۴ هنگامی امکانپذیر شد که گل‌مان و زویگ، مستقل از یکدیگر، پیشنهاد کردند که در واقع تمام هادرونها از اجزای بنیادی‌تری تشکیل شده‌اند. این اجزا را گل‌مان کوارک [۲۴] نامید. کوارکها دارای سه نوع («طعم») هستند و یک مثلث «هشت‌گانه» را شکل می‌دهند.



کوارک  $u$  («up» در معنی بالا) حامل بار  $2/3$  و شگفتی صفر؛ کوارک  $d$  («down») به معنی پایین) حامل بار  $-1/3$  و  $S = 0$ ؛ کوارک  $s$  (در ابتدا  $s$  مخفف «sideways» کناری بود، اما امروزه به نام کوارک شگفت «strange» متداول‌تر است) حامل بار  $Q = -1/3$  و  $S = -1$  است. برای هر کوارک ( $q$ ) پاد کوارک ( $\bar{q}$ ) با بار و شگفتی، مخالف وجود دارد.



بنا بر مدل کوارک

۱. هر باریون از سه کوارک تشکیل شده است (و هر پاد باریون متشکل از سه پاد کوارک است).
۲. هر مزون مرکب از یک کوارک و یک پاد کوارک است.

با استفاده از این دو قاعده و حساب ابتدایی می‌توان ده‌تایه باریونی و هشت‌تایه مزونی را ساخت. آنچه لازم داریم تشکیل فهرستی از ترکیبهای مختلف سه کوارک (یا جفت کوارک-پاد کوارک) و جمع کردن بار و شگفتی آنها با هم است:

دهتایه باریونی

$qqq$	$Q$	$S$	باریون
$uuu$	۲	۰	$\Delta^{++}$
$uud$	۱	۰	$\Delta^+$
$udd$	۰	۰	$\Delta^0$
$ddd$	-۱	۰	$\Delta^-$
$uus$	۱	-۱	$\Sigma^{*+}$
$uds$	۰	-۱	$\Sigma^{*0}$
$dds$	-۱	-۱	$\Sigma^{*-}$
$uss$	۰	-۲	$\Xi^{*0}$
$dss$	-۱	-۲	$\Xi^{*-}$
$sss$	-۱	-۳	$\Omega^-$

توجه کنید که در اینجا  $1^0$  ترکیب از سه کوارک وجود دارد. برای مثال سه تا  $u$  با  $Q = 2/3$  بار کل  $+2$  و شگفتی صفر را به دست می دهند و این ذره  $\Delta^{++}$  است. همین طور تا پایین جدول تمام اعضای دهتایه ای که به  $\Omega^-$  متشکل از سه کوارک  $s$  ختم می شود را پیدا می کنیم. همین طور فهرست ترکیبهای کوارک-پاد کوارک جدول مزونی را می دهد:

دهتایه مزونی

$q\bar{q}$	$Q$	$S$	مزون
$u\bar{u}$	۰	۰	$\pi^0$
$u\bar{d}$	۱	۰	$\pi^+$
$d\bar{u}$	-۱	۰	$\pi^-$
$d\bar{d}$	۰	۰	$\eta$
$u\bar{s}$	۱	۱	$K^+$
$d\bar{s}$	۰	۱	$K^0$
$s\bar{u}$	-۱	-۱	$K^-$
$s\bar{d}$	۰	-۱	$\bar{K}^0$
$s\bar{s}$	۰	۰	??

اما صبر کنید! در اینجا ۹ ترکیب وجود دارد ولی فقط هشت ذره در هشت تاییه مزونی وجود دارد. مدل کوارک ایجاب می کند که مزون سومی با  $Q = 0$  و  $S = 0$  (به غیر از  $\pi^0$  و  $\eta$ ) وجود داشته باشد. معلوم شد که این ذره  $\eta'$  قبلاً به طور تجربی کشف شده است. در راه هشت گانه  $\eta'$  به تنهایی به صورت یک تک تاییه طبقه بندی شده بود. طبق مدل کوارکی این ذره در واقع به همراه هشت مزون

دیگر یک نه تاییه مزونی را تشکیل می دهند. (چون  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  و  $s\bar{s}$  همگی دارای  $Q = 0$  و  $S = 0$  هستند، بر مبنای کارهایی که تاکنون کرده ایم نمی توان گفت کدام یک  $\pi^0$  و یا کدام  $\eta$  و یا کدام  $\eta'$  است. اما این اهمیتی ندارد، نکته مهم آن است که سه مزون با  $Q = S = 0$  وجود دارد.) در ضمن، یاد مزونها خود به خود در ابر چندتاییه همانند مزونها قرار می گیرند:  $u\bar{d}$  یاد ذره  $d\bar{u}$  است و برعکس. شاید متوجه شده باشید که از بحث در مورد هشت تاییه باریونی اجتناب کرده ایم — و معلوم نیست که چگونه با در کنار هم قراردادن سه کوارک می توان هشت باریون به دست آورد. در واقع، روال کار کاملاً سراسر است، اما به ابزاری برای کار با اسپین نیاز دارد و آن را تا فصل ۵ به تعویق می اندازیم. فعلاً شما را با این مشاهده اسرارآمیز وسوسه می کنم که اگر ده تاییه را در نظر بگیرید و سه گوشه آن (که در آن هر سه کوارک یکسان اند —  $uuu$ ,  $ddd$  و  $sss$ ) را کنار بگذارید و مرکز را (که هر سه کوارک آن متفاوت اند —  $uds$ ) دوبرابر کنید، درست هشت حالت از هشت تاییه باریونی را به دست می آورید. بنابراین همین مجموعه از کوارکی را می توان برای هشت تاییه در نظر گرفت؛ فقط بعضی ترکیبها اصلاً ظاهر نمی شوند و برخی دوبار ظاهر می شوند.

در واقع تمام ابر چندتاییه های راه هشت گانه به صورت طبیعی از مدل کوارکی بیرون می آیند. البته ترکیب یکسانی از کوارکها می توانند ذرات مختلفی را بسازند: دلتا مثبت و پروتون هر دو از دو  $u$  و یک  $d$  تشکیل شده اند؛ پی-مثبت و رو-مثبت هر دو  $u\bar{d}$  هستند و غیره. همان طوری که اتم هیدروژن (الکترون به علاوه پروتون) ترازهای انرژی بسیار متفاوتی دارد، کوارکها نیز می توانند به طرق مختلف در کنار یکدیگر قرار بگیرند. اما، در حالی که ترازهای انرژی مختلف در سیستم الکترون-پروتون نسبتاً به هم نزدیک هستند (در اتمی که انرژی سکونش تقریباً  $10^9$  الکترون ولت است، فاصله بین آنها نوعاً حدود چند الکترون ولت است)، پس طبیعی است که همه آنها را «هیدروژن» بدانیم، اما فاصله ترازهای مختلف انرژی در سیستم مقید کوارکی بسیار زیاد است و معمولاً آنها را ذرات متفاوت در نظر می گیریم. پس اصولاً می توان تعداد نامتناهی از هادرونها را فقط با سه کوارک ساخت. اما به هر حال توجه داشته باشید که برخی چیزها اصلاً وارد مدل کوارکی نمی شوند: برای مثال هیچ ترکیبی از سه کوارک نمی تواند باریونی با  $Q = -2$  و  $S = 0$  را تولید کند و یا هیچ مزونی نمی تواند بار  $+2$  (مانند باریون  $\Delta^{++}$ ) یا شگفتی  $-3$  (مانند  $\Omega^-$ ) داشته باشد. برای مدت زمانی طولانی آزمایشهای زیادی در پی این ذرات «نامتعارف» می گشتند، چنین کشفی برای مدل کوارکی ویرانگر بود، اما هیچ یک از آنها هرگز یافت نشدند (مسئله ۱-۱۱).

در هر حال، مدل کوارکی از نابسامانی عمیقی رنج می برد: به رغم جستجوی مستمر ۲۰ ساله هیچ کس تاکنون یک کوارک مجزا را ندیده است. اگر واقعاً پروتون از سه کوارک ساخته شده است، می توان تصور کرد که اگر چیزی را محکم به آن بکوبیم، کوارکها از آن بیرون می جهند. تشخیص آنها نیز چندان دشوار نیست، چون دارای علامت بارز بار کسری اند؛ آزمایش معمولی قطره روغن

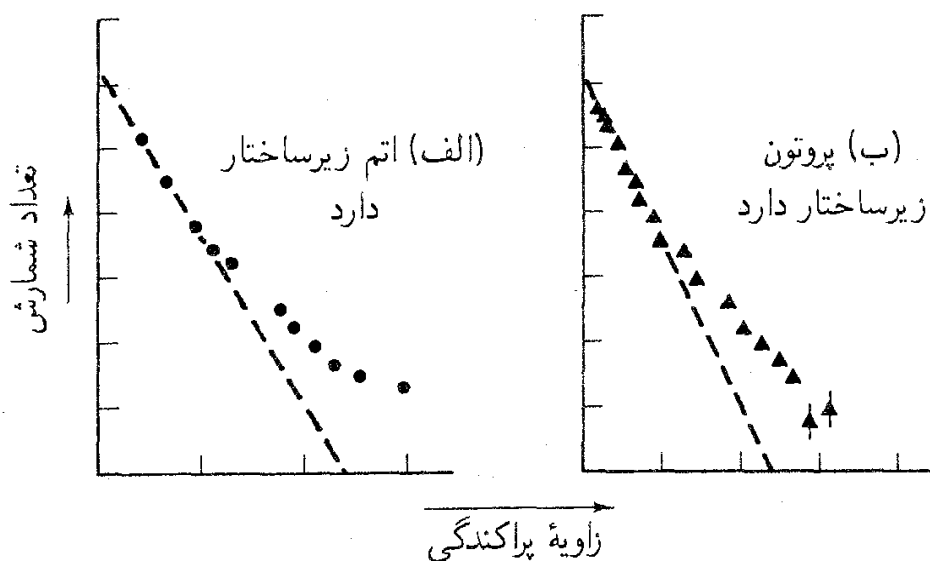


میلیکان باید کار شناسایی را انجام دهد. به علاوه حداقل یکی از کوارکها باید کاملاً پایدار باشد، چون ذره سبکتری با بار کسری وجود ندارد، این کوارک به چه چیز دیگری می‌تواند واباشد؟ پس کوارک باید به آسانی تولید شود، به آسانی شناسایی شود، و به آسانی ذخیره شود، اما تاکنون هیچ‌کس نتوانسته است یکی از آنها را بیابد.

ناکامی آزمایشهای تولید کوارکهای منزوی باعث بدبینی گسترده‌ای در مورد مدل کوارکی در اواخر دهه شصت و اوایل دهه هفتاد شد. کسانی که به این مدل معتقد بودند کوشیدند با وارد کردن مفهوم حبس کوارکی ناامیدیشان را پنهان کنند: شاید به دلایلی که هنوز نمی‌دانیم، کوارکها در باریونها و مزونها مطلقاً محبوس باشند، بنابراین هر قدر که سعی کنید نمی‌توانید آنها را بیرون بکشید. البته این موضوع چیزی را توجیه نمی‌کند و فقط نامی به سرخوردگی مان می‌دهد. اما لااقل موضوعی را که مسئله نظری سرنوشت‌ساز دهه هشتاد را که شناخت سازوکار حبس کوارکی است به خوبی مطرح می‌کند. نشانه‌هایی مبنی بر وجود یک راه‌حل وجود دارد [۲۵].

حتی اگر همه کوارکها در هادرونها گیر کرده باشند باز هم مطالعه تجربی آنها دور از دسترس نیست. می‌توان داخل پروتون را به همان طریقی که رادرفورد درون اتم را بررسی کرد - با شلیک چیزهایی به درون آن - کاوید. آزمایشهایی از این نوع در اواخر دهه شصت با استفاده از الکترونها پراثری در مرکز شتاب‌دهنده خطی استانفورد (SLAC) انجام شد. آنها آزمایش را در اوایل دهه هفتاد با استفاده از باریکه نوترینو در سرن (CERN) و سپس با استفاده از پروتونها تکرار کردند. نتایج این آزمایشها که به «پراکندگی ناکشسان عمیق» موسوم است به‌طور شگفت‌آوری یادآور نتایج آزمایشهای رادرفورد است (شکل ۱-۱۲): اغلب ذرات فرودی مستقیماً عبور می‌کنند در صورتی که تعداد کمی از آنها به عقب برمی‌گردند. این بدان معنی است که بار پروتون در قطعات کوچکی متمرکز شده است درست شبیه نتایج آزمایش رادرفورد که نشان می‌داد بار مثبت اتم در هسته متمرکز شده است [۲۶]. به هر حال، در مورد پروتون شواهد دال بر آن است که به جای یک قطعه، سه قطعه وجود دارد. بدیهی است که این امر تأیید محکمی از مدل کوارکی است، اما هنوز قطعی نیست.

سرانجام، یک ایراد نظری بر مدل کوارکی وارد بود. به نظر می‌رسید که این مدل اصل طرد پائولی را نقض می‌کند. در فرمولبندی اولیه پائولی، اصل طرد اظهار می‌داشت که هیچ دو الکترونی نمی‌توانند یک حالت را اشغال کنند. به هر حال، بعداً ثابت شد که این قاعده در مورد ذرات با اسپین نیم صحیح به‌کار می‌رود (اثبات آن یکی از مهم‌ترین دستاوردهای نظریه میدان کوانتومی است). به‌ویژه، اصل طرد باید برای کوارکها نیز برقرار باشد که همان‌طور که خواهیم دید باید دارای اسپین ۱/۲ باشند. برای مثال فرض می‌شود  $\Delta^{++}$  از سه کوارک یکسان  $u$  در یک حالت تشکیل شده باشد؛ به نظر می‌رسد این مورد (و همچنین  $\Delta^-$  و  $\Omega^-$ ) با اصل پائولی ناسازگار باشند. در سال ۱۹۶۴، گرینبرگ راهی برای گریز از این معضل پیشنهاد کرد [۲۷]. او اظهار داشت کوارکها نه تنها



شکل ۱-۱۲ (الف) در پراکندگی رادرفورد تعداد ذراتی که در زاویه بزرگی منحرف می‌شوند نشان می‌دهد که اتم دارای ساختار داخلی (هسته) است. (ب) در پراکندگی ناکشسان عمیق تعداد ذراتی که در زاویه بزرگی منحرف می‌شوند نشانگر آن است که پروتون ساختار داخلی دارد (کوارکها). خط چینها آنچه را که از آزمایش در صورتی که بار مثبت به‌طور یکنواخت در حجم توزیع شده باشد را (الف) در اتم (ب) در پروتون انتظار داریم نشان می‌دهد.

در سه طعم ( $u, d, s$ ) ظاهر می‌شوند، بلکه هر یک از آنها می‌توانند هر سه رنگ (گویی «قرمز»، «آبی» و «سبز») هم داشته باشند. برای ساختن یک باریون، به سادگی می‌توان یک کوارک از هر رنگ را در نظر می‌گیریم، پس دیگر  $u$ ها در  $\Delta^{++}$  یکسان نیستند (یکی از آنها قرمز، یکی آبی و دیگری سبز است). چون اصل طرد فقط برای هر ذرات یکسان به‌کار می‌رود، مسئله حل است. فرض رنگ شبیه تردستی به نظر می‌رسد و بسیاری در ابتدا آن را نفس آخر مدل کوارکی می‌پنداشتند. بعدها معلوم شد که وارد کردن رنگ یکی از سودمندترین ایده‌های زمان ما بوده است. لازم به ذکر نیست که واژه «رنگ» در اینجا هیچ ربطی به معنی لغوی معمول آن ندارد. قرمزی، آبی و سبزی فقط برچسبهایی برای نشان دادن سه ویژگی است که کوارکها علاوه بر بار و شگفتی دارند. یک کوارک قرمز، حامل یک واحد قرمزی، صفر تا آبی و صفر تا سبزی است و پاد ذره آن حامل منهای یک واحد قرمزی و نظایر آن است. برای مثال می‌توانستیم این کمیتها را  $X, Y$  و  $Z$  بنامیم. به‌رحال اصطلاح رنگ یک جنبه به‌ویژه زیبا را داراست؛ زیرا مشخصه ساده و مطبوعی را از ترکیبات ویژه کوارکها که در طبیعت یافت می‌شوند بیان می‌کند.

تمام ذرات موجود در طبیعت بی‌رنگ‌اند

منظورمان از «بی‌رنگی» آن است که یا مقدار کل هر رنگ صفر است یا هر سه رنگ به مقدار

مساوی وجود دارند. (مورد اخیر برداشتی از این واقعیت اپتیکی است که ترکیب باریکه‌های سه رنگ اصلی نور سفید را می‌سازد) این قاعده زیرکانه «توضیح» می‌دهد (اگر این عبارت لغتی برای آن باشد) که چرا نمی‌توانید ذره‌ای را با دو کوارک یا چهار کوارک بسازید و همچنین دال بر این است که چرا در طبیعت کوارکهای تک وجود ندارد. تنها ترکیبات بی‌رنگی که می‌توان ساخت عبارت‌اند از  $q\bar{q}$  (مزونها)،  $qqq$  (باریونها) و  $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$  (پاد باریونها). (البته ترکیب شش کوارکی نیز می‌توان داشت، اما آن را صورت حالت‌های مقید دو باریونی تعبیر می‌کنیم.)

### ۱-۹ انقلاب نوامبر و پیامدهای آن (۱۹۷۴-۱۹۸۳)

دهه ۱۹۶۴ تا ۱۹۷۴ ایام بی‌شمیری برای فیزیک ذرات بنیادی بود. مدل کوارک که در ابتدا امیدبخش به نظر می‌رسید، در نهایت در برزخی ناراحت‌کننده قرار گرفت. این مدل موفقیت‌های قابل توجهی داشت: می‌توانست به سادگی راه هشت‌گانه را توصیف کند، و پیش‌بینی درستی از ساختار قلبه قلبه پروتون داشت. اما دو نقص آشکار هم داشت که عبارت بودند از نبود دلیل تجربی سازگار بر وجود کوارکهای آزاد و ناسازگاری با اصل پائولی. کسانی که مدل را دوست داشتند این ناکامیها را با نظریه حبس کوارکی و فرضیه رنگ، که در آن زمان استدلالی شفاف به نظر می‌رسید، توجیه کردند. اما فکر می‌کنم بتوان گفت که تا سال ۱۹۷۴ بیشتر فیزیکدانان ذرات بنیادی در مورد مدل کوارک احساس ناراحت‌کننده‌ای داشتند. تکه‌های داخل پروتون، پارتون نام گرفت و وابسته‌کردن صریح آنها به کوارکهای نامتعارف بود.

آنچه مدل کوارکی را نجات داد کشف کوارکهای آزاد یا توجیه حبس کوارکی و یا تأیید فرضیه رنگ نبود، بلکه چیزی کاملاً متفاوت و (تقریباً) [۲۸] کاملاً غیرمنتظره رخ داد که کشف مزون پسی بود.  $\psi$  را ابتدا گروهی تحت نظارت تینگ در بروکهاون در تابستان ۱۹۷۴ مشاهده کردند. اما تینگ می‌خواست قبل از اعلام عمومی آن نتایج خود را بررسی کند و این کشف تا تعطیلات آخر هفته ماه نوامبر (۱۰-۱۱ نوامبر) به طور حیرت‌انگیزی به صورت یک راز سر به مهر باقی ماند، و این زمانی بود که ذره جدید را گروه بارتون ریشتر در SLAC به طور مستقل کشف کردند. سپس دو گروه آن را همزمان منتشر کردند [۲۹]، تینگ این ذره را  $J$  و ریشتر آن را  $\psi$  نامید. ذره  $J/\psi$  به لحاظ الکتریکی خنثی، و مزونی بسیار سنگین است — بیش از سه برابر وزن پروتون (این تصور اولیه که مزونها «میان‌وزن» و باریونها «سنگین‌وزن» هستند مدتی بود که از میان رفته بود). اما آنچه این ذره را غیرعادی می‌ساخت طول عمر بسیار طولانی آن بود.  $\psi$  قبل از فروپاشی  $10^{-20}$  ثانیه دوام می‌آورد. شاید  $10^{-20}$  ثانیه به عنوان طول عمر طولانی شما را چندان تحت تأثیر قرار ندهد، اما باید بدانید که طول عمر هادرونها در این محدوده جرمی نوعاً از مرتبه  $10^{-23}$  ثانیه است. بنابراین  $\psi$  طول عمری حدود  $10^{10}$  برابر بیشتر از ذرات مشابه دارد. این موضوع مانند آن است که شخصی

به دهکده دورافتاده‌ای در پرو یا قفقاز برخورد کند که سن افرادش ۷۰۰۰۰ سال است. این یک ناهنجاری آماری نیست، بلکه می‌تواند علامت مطرح بودن یک زیست‌شناسی جدید باشد. همین وضع برای  $\psi$  وجود دارد و برای کسانی که می‌فهمند، طول عمر دراز آن یک فیزیک جدید را مطرح می‌کند. به همین دلیل، شتاب‌گرفتن وقایع پس از کشف  $\psi$  به انقلاب نوامبر [۳۰] معروف شد.

در ماه‌های پس از آن سرشت واقعی  $\psi$  موضوع مباحثه‌های جالبی بود، اما توجیه برنده را مدل کوارکی فراهم ساخت. اکنون همه پذیرفته‌اند که  $\psi$  یک حالت مقید از یک کوارک جدید (چهارم) به نام کوارک  $c$  (افسون) و پاد کوارک آن است:  $\psi = (c\bar{c})$ . در واقع ایده طعم چهارم و حتی نام غریب آن را سالها قبل بیورکن و گلاشو [۳۱] مطرح کرده بودند. در واقع هم‌سنگی حیرت‌آوری بین لپتونها و کوارکها وجود داشت:

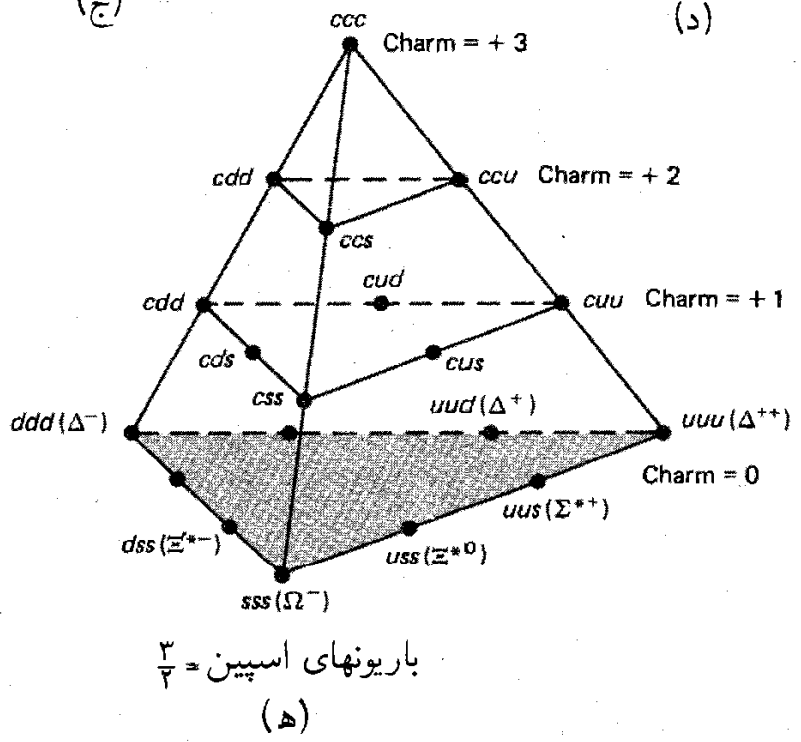
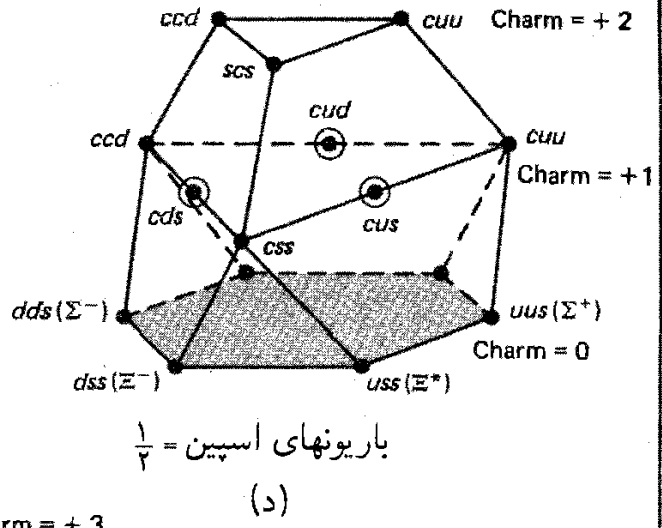
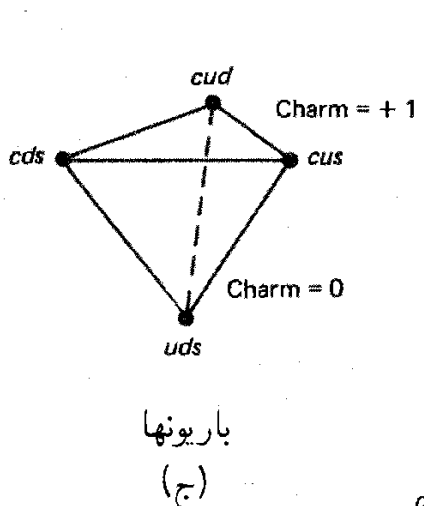
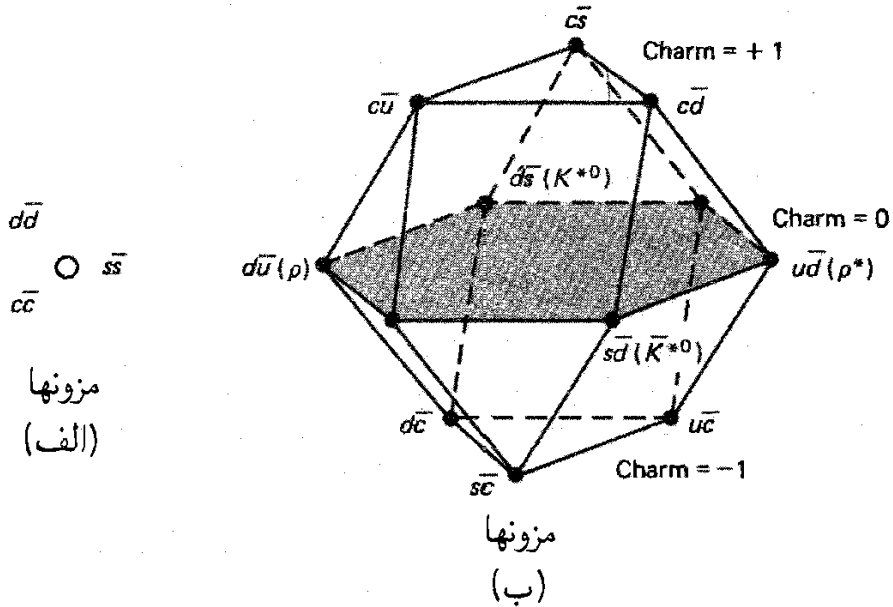
لپتونها:  $e, \nu_e, \mu, \nu_\mu$

کوارکها:  $d, u, s$

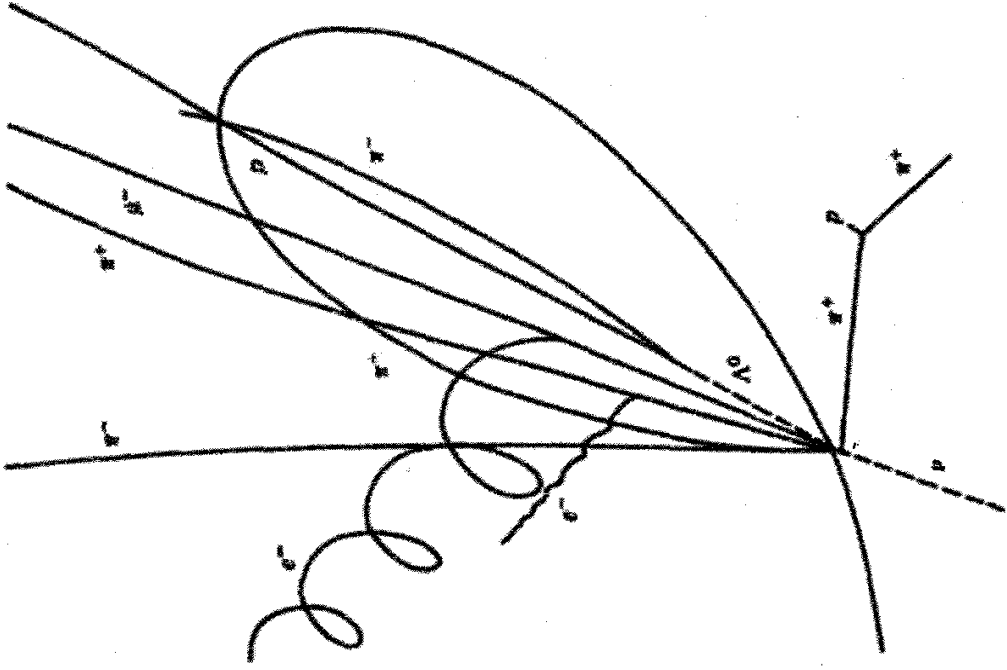
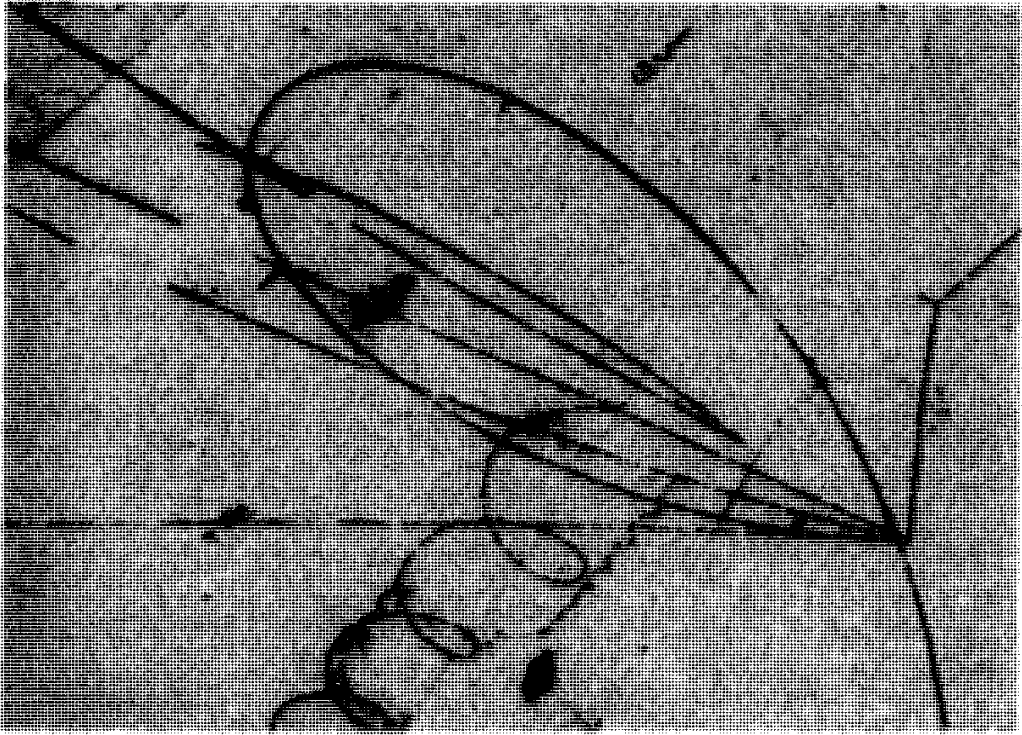
اگر همه مزونها و باریونها از کوارکها ساخته شده باشند، این دو خانواده ذرات بنیادی واقعی هستند. اما چرا چهار لپتون و فقط سه کوارک؟ بهتر نبود که تعداد هر کدام از آنها چهارتا می‌بود؟ بعدها گلاشو، ایلیوپولوس و مایانی [۳۲] دلایل عملی قانع‌کننده‌تری را برای لزوم کوارک چهارم مطرح کردند. اما ایده ساده هم‌سنگی کوارکها و لپتونها یکی از آن حدسه‌های دور از ذهن است که بیش از آنچه بانیان آن تصور می‌کردند، پرمحتوا بود.

بنابراین هنگامی که  $\psi$  کشف شد، مدل کوارکی آماده و منتظر توضیح دادن بود. به علاوه این توضیح پر از استلزامهایی نیز بود. اگر کوارک چهارم وجود داشته باشد، تمام انواع باریونها و مزونها جدید باید حامل مقادیر مختلفی از افسون باشند. برخی از آنها در شکل ۱-۱۳ نشان داده شده است. امکانات دیگری را نیز می‌توانید به عنوان تمرین به دست آورید (مسائل ۱-۱۴ و ۱-۱۵). دقت کنید که خود  $\psi$  حامل هیچ افسون خالصی نیست. زیرا اگر افسون  $c$  برابر  $1+$  باشد، افسون  $\bar{c}$  باید  $1-$  باشد؛ افسون  $\psi$  «پنهان» است. برای تأیید فرضیه افسون تولید ذره‌ای، افسون «برهنه» (یا «تنها») مهم است [۳۳]. اولین شاهد برای باریون افسون‌دار ( $\Lambda_c^+ = udc$  و شاید  $\Sigma_c^{++} = uuc$ ) در ۱۹۷۵ ظاهر شد (شکل ۱-۱۴) [۳۴]. اولین مزون باردار ( $D^+ = c\bar{d}$  و  $D^0 = c\bar{u}$ ) در ۱۹۷۶ پیدا شد [۳۵] و مزون شگفت افسون‌دار ( $F^+ = c\bar{s}$ ) در ۱۹۷۷ کشف شد [۳۶]. (اخیراً مزون  $F$  به  $D_s$  تغییر نام داده است. البته شواهدی دال بر  $usc$  و  $ssc$  نیز وجود دارد). با این کشفیات تعبیر  $\psi$  به صورت  $c\bar{c}$  محرز شد. مهم‌تر آنکه مدل کوارک بر جای خود مستحکم‌تر شد.

به‌هرحال، داستان در اینجا به پایان نمی‌رسد، در سال ۱۹۷۵ لپتون جدیدی کشف شد [۳۷] و تقارن گلاشو را به هم زد. این ذره جدید (تاو) احتمالاً دارای نوترینوی مربوط به خود نیز بود و



شکل ۱-۱۳ ابر چندتایه‌هایی که با چهارکوارک ساخته می‌شوند.



شکل ۱۴-۱ باریون افسون‌دار. تغییر احتمالی این فرایند عبارت است از:  $\nu_\mu + p \rightarrow \Delta_c^+ + \mu^- + \pi^+ + \pi^-$  باریون افسون‌دار قبل از به‌جا‌گذاردن ردی از خود و امی باشد ( $\Delta_c^+ \rightarrow \Delta + \pi^+$ ) اما واپاشی بعدی  $\Delta$  به‌وضوح قابل رؤیت است.

بنابراین شش لپتون داشتیم و فقط چهار کوارک. اما نگران نشوید، دو سال بعد مزون سنگین جدیدی (اوپسیلون) کشف شد [۳۸] و بلافاصله کوارک پنجم  $b$  (برای زیبایی *beauty*) یا کمتر (*bottom*) بسته به سلیقه شما) پا به میدان گذاشت:  $\Upsilon = b\bar{b}$ . بلافاصله تحقیق درباره مزونها و هادرونها با «زیبایی تنها» (یا «نه تنها») آغاز شد. (متأسفم، اما من این اصطلاحات را اختراع نکرده‌ام، تا اندازه‌ای این نابخردی یادآور آن است که چگونه افراد در روزهای اولیه در جدی‌گرفتن مدل کوارک محتاط بودند.) ظاهراً اولین باریون زیبا،  $\Lambda_b = udb$  در ۱۹۸۱ [۳۹] مشاهده شد (ادعای آن به شدت مورد مجادله بود [۴۰])؛ اولین مزون زیبا ( $B^0 = b\bar{d}$  و  $B^- = b\bar{u}$ ) در ۱۹۸۳ پیدا شد [۴۱]. در اینجا برای پیشگویی اینکه کوارک ششمی نیز باید پیدا شود نیاز به تخیل چندانی نیست؛ برای آن نام  $t$  (برای حقیقت *truth*) و یا سر (*top*) در نظر گرفته شده است. با کشف کوارک  $t$  (در تابستان سال ۱۹۸۴ نشانه‌هایی دال بر مشاهده این کوارک در سرن به دست آمد)، تقارن گلاشو با شش کوارک و شش لپتون ابقا می‌شود و در اینجا (گوش شیطان کر) تکثیر آن متوقف می‌شود.\*

### ۱-۱۰ بوزونهای برداری میانه

در نظریه اولیه واپاشی بتازا (۱۹۳۳) فرمی این فرایند را برهم‌کنشی تماسی در نظر گرفت که در یک نقطه به وقوع می‌پیوندد، و بنابراین به هیچ ذره واسطه‌ای نیاز نبود. اتفاقاً نیروی ضعیف (که مسوول واپاشی بتازاست) بسیار کوتاه‌برد است، پس مدل فرمی دور از واقعیت نیست، و نتایج تقریبی بسیار عالی در انرژیهای کم می‌دهد. با این حال، شواهد زیادی وجود دارد که این رهیافت در انرژیهای زیاد درست از آب در نمی‌آید، و سرانجام باید نظریه‌ای که در آن برهم‌کنش با تبادل ذرات انجام می‌شود جانشین آن شود. این رابطه بوزون برداری میانی نامیده شد. چالش نظریه پردازان پیشگویی خواص بوزونهای برداری میانی، و برای آزمایشگران تولید یکی از آنها در آزمایشگاه بود. شاید به خاطر داشته باشید که یوکاوا با مسئله مشابهی در مورد نیروی قوی مواجه بود و توانست جرم پیون را برحسب برد نیرو، که آن را تقریباً هم‌اندازه هسته در نظر گرفت، برآورد کند. اما روش مشابهی برای اندازه‌گیری برد نیروی ضعیف وجود ندارد؛ هیچ «حالت مقید ضعیف» وجود ندارد که اندازه آن اطلاعی در مورد برد به ما بدهد. نیروی ضعیف، ضعیف‌تر از آن است که ذرات را به یکدیگر بپیوندد. برای سالیان متمادی پیشگوییهای جرم بوزونهای برداری میانی اندکی بیش از حد قریب به یقین بود (این «دریافته‌ها» به‌طور گسترده‌ای ناشی از ناکامی در آزمایشهایی بود که در انرژیهای فزاینده برای آشکارسازی ذره میانی انجام می‌شد). در سال ۱۹۶۲ معلوم شده بود که جرم این ذره باید حداقل نصف جرم پروتون باشد؛ ده سال بعد حد پایین تجربی آن به ۲٫۵ برابر جرم پروتون رسید.

\* لازم به یادآوری است که کوارک  $t$  در آوریل ۱۹۹۸ در آزمایشگاه فرمی کشف شد. -م.

اما قبل از پیدایش نظریه الکتروضعیف گلاشو، واینبرگ و سلام پیشگویی قطعی جرم امکانپذیر نشد. در این نظریه در واقع سه بوزون برداری میانی وجود دارد، دوتای آنها باردار ( $W^\pm$ ) و یکی خنثی ( $Z$ ) است. جرم آنها برابر مقادیر زیر محاسبه شد [۴۲].

$$M_W = 82 \pm 2 \text{ GeV}/c^2, \quad M_Z = 92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2 \quad (30-1)$$

در اواخر دهه هفتاد سرن شروع به ساخت برخورددهنده پروتون-پاد پروتون کرد که مخصوصاً برای تولید این ذرات بسیار سنگین طراحی شده بود (به خاطر داشته باشید که جرم پروتون  $938 \text{ MeV}/c^2$  است، پس درباره چیزی حدود  $10^4$  بار سنگین تر صحبت می‌کنیم). در ژانویه ۱۹۸۳ گروه کارلو رویا کشف  $W$  (در  $81 \pm 5 \text{ GeV}/c^2$ ) را گزارش کردند [۴۳] و پنج ماه بعد همان گروه کشف  $Z$  (در  $92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2$ ) را اعلام کردند [۴۴]. این آزمایشها یک پیروزی فنی فوق‌العاده بود [۴۵] و در تأیید قطعی جنبه‌های مهم مدل استاندارد، که جامعه فیزیک قبلاً نسبت به آن متعهد شده بود (و به خاطر آنها جایزه نوبل داده شده بود، اهمیتی بنیادی داشت). با این حال، برخلاف ذرات شگفت یا  $\psi$ ، مدت زیادی بود که همگی بوزونهای برداری میانی را پذیرفته و منتظر آن بودند، پس واکنش عمومی کشیدن یک نفس راحت بود، نه حیرت و شگفتی.

### ۱۱-۱ مدل استاندارد (۱۹۷۸-؟)

بنابر دیدگاه کنونی، ماده از سه نوع ذرات بنیادی ساخته شده است. لپتونها، کوارکها و واسطه‌ها. شش لپتون وجود دارد که برحسب بار ( $Q$ )، عدد الکترونی ( $L_e$ )، عدد موثونی ( $L_\mu$ ) و عدد تاو ( $L_\tau$ ) دسته‌بندی می‌شوند. این ذرات به‌طور طبیعی در سه خانواده (یا نسل) جای می‌گیرند:

#### طبقه‌بندی لپتونی

	$l$	$Q$	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
نسل اول	$e$	-۱	۱	۰	۰
	$\nu_e$	۰	۱	۰	۰
نسل دوم	$\mu$	-۱	۰	۱	۰
	$\nu_\mu$	۰	۰	۱	۰
نسل سوم	$\tau$	-۱	۰	۰	۱
	$\nu_\tau$	۰	۰	۰	۱



شش پاد لپتون نیز وجود دارد که علامتهای آنها عکس لپتونهاست. مثلاً پوزیترون، دارای بار  $+1$  و عدد الکترونی  $-1$  است، پس در کل واقعاً ۱۲ لپتون وجود دارد.

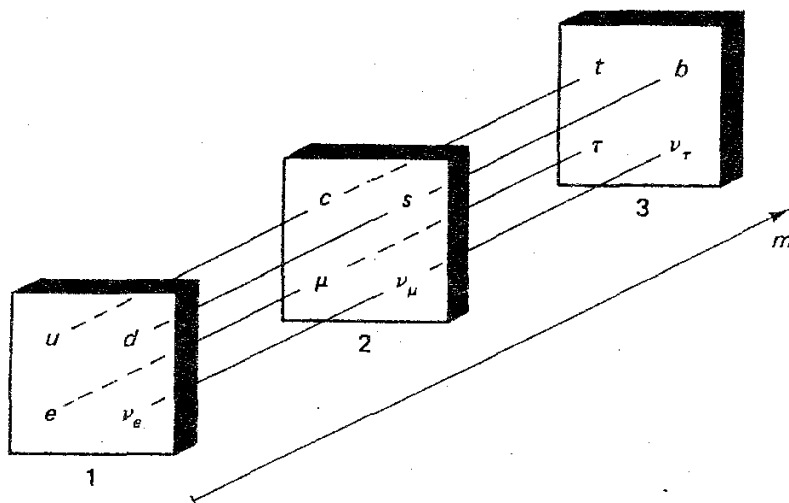
همین طور، شش «طعم» برای کوارکها وجود دارد که برحسب بار، شگفتی ( $S$ )، افسون ( $C$ )، زیبایی ( $B$ ) و حقیقت ( $T$ ) آنها دسته بندی می شوند. [برای سازگاری، فرض می کنیم که باید «بالایی» ( $U$ ) و «پایینی» ( $D$ ) را نیز وارد کنیم، هرچند از این واژه ها به ندرت استفاده می شود. اینها زائند چون برای مثال، تنها کوارک با  $S = C = B = T = 0$  و  $Q = 2/3$  کوارک بالا است، پس نیازی نیست که  $U = 1$  و  $D = 0$  را تعریف کنیم.] کوارکها نیز در سه نسل جای می گیرند:

طبقه بندی کوارکی

	$q$	$Q$	$D$	$U$	$S$	$C$	$B$	$T$
نسل اول	$d$	$-\frac{1}{3}$	$-1$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$
	$u$	$\frac{2}{3}$	$0$	$1$	$0$	$0$	$0$	$0$
نسل دوم	$s$	$-\frac{1}{3}$	$0$	$0$	$-1$	$0$	$0$	$0$
	$c$	$\frac{2}{3}$	$0$	$0$	$0$	$1$	$0$	$0$
نسل سوم	$b$	$-\frac{1}{3}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$-1$	$0$
	$t$	$\frac{2}{3}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$1$

مجدداً، در جدول پاد کوارکها کلیه علامتها معکوس است. در ضمن، هر کوارک و پاد کوارک در سه رنگ ظاهر می شوند، پس در کل ۳۶ تا از آنها وجود دارد.

سرانجام، برهم کنش واسطه خودش را دارد: فوتون برای نیروی الکترومغناطیسی، دو  $W$  و  $Z$  برای نیروی ضعیف، گراویتون (احتمالاً) برای گرانی و ... اما برای نیروی قوی چه؟ در نظریه اولیه یوکاوا (۱۹۳۴) واسطه نیروی قوی میون بود، اما با کشف مزونهاى سنگین این تصویر ساده می توانست باقی بماند؛ اینک پروتونها و نوترونها می توانند رو، اتا،  $K$ ،  $\chi$  و بقیه آنها را مبادله کنند. مدل کوارکی بازنگری اساسی تری را مطرح کرد، اگر پروتونها، نوترونها و مزونها ساختار مرکبی داشته باشند، دلیلی وجود ندارد که معتقد باشیم برهم کنش آنها باید ساده باشد. برای بررسی نیروی قوی در سطح بنیادی، باید برهم کنش بین کوارکهای منزوی را بررسی کرد. پس مسئله آن است که در فرایند قوی چه ذره ای بین دو کوارک مبادله می شود؟ این واسطه گلوئون نامیده می شود و در مدل استاندارد هشت تا از آنها وجود دارد. همان طور که خواهیم دید، خود گلوئونها حامل رنگ هستند و بنابراین (مثل کوارکها) نباید به صورت ذرات منزوی وجود داشته باشند. فقط می توان به آشکارسازی گلوئونها در هادرونها یا در ترکیبات بی رنگ با دیگر گلوئونها (گلوئالها) امیدوار بود. با وجود این،



شکل ۱-۱۵ سه نسل کوارکها و لپتونها به ترتیب جرم صعودی.

شواهد تجربی غیرمستقیم معتبری دال بر وجود گلوئونها وجود دارد: آزمایشهای پراکندگی ناکشسان ژرف نشان داده‌اند که تقریباً نصف تکانه یک پروتون را موجودی که به لحاظ الکتریکی خنثی است، احتمالاً گلوئون، حمل می‌کند. مشخصه ساختار فورانی پراکندگی پروتون در انرژیهای بالا را می‌توان برحسب فروپاشی کوارکها و گلوئونهای در پرواز توضیح داد [۴۶]؛ بدین طریق شاید گلوبالها مشاهده شوند [۴۷]. اما هیچکس در این مقطع نمی‌گوید که شواهد تجربی واقعاً قانع‌کننده هستند. این موضوع باعث وجود تعداد نامطلوبی از ذرات «بنیادی» می‌شود: ۱۲ لپتون، ۳۶ کوارک، ۱۲ واسطه (گرادیتون را وارد نمی‌کنیم زیرا مدل استاندارد شامل گرانی نمی‌شود). همان‌طور که بعداً خواهیم دید نظریه گلاشو-واینبرگ-سلام، حداقل پای یک ذره هیگز را نیز به میان می‌آورد، پس حداقل باید ۶۱ ذره را در این نظریه به حساب آورد، تجربه ما در مورد آنها و سپس در هادرونها نشان می‌دهد که حداقل برخی از این ۶۱ ذره باید از زیرذرات بنیادی تری تشکیل شده باشند (مسئله ۱-۱۷) [۴۸]. این پیش‌بینیها و رای مدل استاندارد و خارج از حیطه این کتاب است. شخصاً فکر نمی‌کنم که تعداد زیاد ذرات «بنیادی» در مدل استاندارد به خودی خود نگران‌کننده باشد، برای اینکه آنها سخت به هم وابسته‌اند. برای مثال، هشت گلوئون بجز در مورد رنگ یکسان هستند و نسل دوم و سوم تقلیدی از نسل اول‌اند. در فصل بعد خواهیم دید که چگونه این ساختار به اولین نظریه نظام‌مند و جامع دینامیک ذرات بنیادی می‌انجامد.

## مراجع و یادداشتها

۱. مباحث خوبی در تاریخ فیزیک ذرات بنیادی وجود دارد. اما کتاب محبوب من کتاب کوچک و دلپذیر

C. N. Yang, *Elementary Particles* (Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1961).

است. گزارشهای روزآمدتر عبارت‌اند از:

J. S. Trefil's *From Atoms to Quarks* (New York: Scribners, 1980). F. E. Close's *The Cosmic Onion* (London: Heinemann Educational Books, 1983).

روزهای اولیه به‌خوبی در کتابهای

A. Keller's *The Infancy of Atomic Physics* (Oxford: Oxford University Press, 1983).

S. Weinberg's *Subatomic Particles* (New York: Scientific American Library, 1983).

بررسی شده است. برای شرحی دلفریب و جامع

A. Pais, *Inward Bound* (Oxford: Clarendon Press, 1986).

را ببینید.

۲. داستان را پائیس به‌خوبی در زندگینامه اینشتین،

*Subtle is the Lord* (Oxford: Clarendon Press, 1982).

تعریف کرده است.

3. R. A. Millikan, *Phys. Rev.* **7**, 18 (1916).

4. M. Conversi, E. Pancini, and O. Piccioni, *Phys. Rev.* **71**, 209 (1947).

5. C. M. G. Lattes et al., *Nature* **159**, 694 (1947); **160**, 453, 486 (1947).

6. R. E. Marshak and H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **72**, 506 (1947).

۷. برای تاریخچه غیررسمی از این کشف مقاله

C. D. Anderson, *Am. J. Phys.* **29**, 825 (1961).

را ببینید.

8. O. Chamberlain et al., *Phys. Rev.* **100**, 947 (1955); B. Cork et al., *Phys. Rev.* **104**, 1193 (1956).

همچنین مقاله‌های *Scientific American* در

E. Segrè and C. E. Wiegand (June 1956) and by G. Burbidge and F. Hoyle (April 1958).

را ببینید.

۹. ماجرای نوترینو فی‌نفسه داستان جذابی است. برای مثال،

J. Bernstein's *The Elusive Neutrino* (AEC Publications), L. M. Brown, *Physics Today* (Sept. 1978); or P. Morrison, *Scientific American* (January 1956).

را ببینید. کتابنامه‌ای مفصل و مفید در مورد نوترینو در

L. M. Lederman, *Am. J. Phys.* **38**, 129 (1970).

تهیه شده است.

10. F. Reines and C. L. Cowan, Jr., *Phys. Rev.* **92**, 8301 (1953); C. L. Cowan et al., *Science* **124**, 103 (1956).

11. R. Davis and D. S. Harmer, *Bull. Am. Phys. Soc.* **4**, 217 (1959).

همچنین

C. L. Cowan, Jr., and F. Raines, *Phys. Rev.* **106**, 825 (1957).

12. E. J. Konopinski and H. M. Mahmoud, *Phys. Rev.* **92**, 1045 (1953).

13. B. Pontecorvo, *Soviet Physics JETP* **37**, 1236 (1960)

[ترجمه شده از (1953) 37, 1751]؛

T. D. Lee, Rochester Conference 1960, p. 567.

14. G. Danby et al., *Phys. Rev. Lett.* **9**, 36 (1962). L. Lederman, *Scientific American* (March 1963).

15. G. D. Rochester and C. C. Butler, *Nature* **160**, 855 (1947).

همچنین یادبود جی-د-روچستر در

Y. Sekido nad H. Elliot (eds.), *Early History of Cosmic Ray Studies* (Dordrecht: Reidel, 1985), p. 299.

۱۶. خود استاکلبرگ واژه باریون را به کار نبرده بود بلکه آن را پائیس در ۱۹۵۳ در *Prog. Theor. Phys.* 10, 457 (1953) معرفی کرد.

17. A. Pais, *Phys. Rev.* 86, 663 (1952).

همین را (تولید المثنی‌ها، واپاشی آرام) می‌توان برای پیون (و برای آن موضوع، نوترون) گفت. اما واپاشی آنها تولید نوترینو می‌کند و از آن برای این ایده که برهم‌کنش نوترینوها ضعیف است، استفاده شده است. آنچه جدید بود واپاشی خالص هادرونی بود که آهنگ آن مشخصه فرایندهای نوع نوترینو بود.

18. M. Gell-Mann, *Phys. Rev.* 92, 883 (1953), *Nuovo Cimento* 4, Suppl. 2, 848 (1956).

19. T. Nakano and K. Nishijima, *Prog. Theor. Phys.* 10, 581 (1953).

۲۰. از اوایل دهه شصت، گروه داده‌های ذرات در برکلی مرتباً فهرستی از ذرات کشف شده و خواص آنها را منتشر می‌کند. این فهرستها در *Reviews of Modern Physics* چاپ شده است و در جزوه آن را می‌توان با نوشتن نامه‌ای به بخش اطلاعات فنی کتابخانه لاورنس برکلی در CA 94720 به دست آورد. در روزهای اولیه این مجموعه شبیه یک «کتاب جیبی» بود اما در ۱۹۸۴ این کتابچه به صورت یک بسته حجیم ۱۶۳ صفحه‌ای درآمد. از این پس به آن به عنوان جزوه داده‌های ذرات ارجاع خواهیم داد. هیچ دانشجوی ذرات بنیادی از آن بی‌نیاز نیست.

۲۱. مقاله‌های اولیه در

M. Gell-Mann and Y. Ne'eman, *The Eightfold Way* (New York: Benjamin, 1964).

جمع‌آوری شده است.

۲۲. در واقع این امکان وجود داشت که این ذره در آزمایش پرتوهای کیهانی در ۱۹۵۴ دیده شود، [Y. Eisenberg, *Phys. Rev.* 96, 541 (1954)] اما تعیین هویت آن مشکل بود.

23. V. E. Barnes et al., *Phys. Rev. Lett.* 12, 204 (1964)

(چاپ مجدد در مرجع ۲۱) همچنین مقاله

W. B. Fowler and N. P. Samios, *Sci. Am.* (October 1964).

را ببینید.

۲۴. کتابنامه‌ای جامع در مورد مدل کوارکی و تفسیری مفید در

O. W. Greenberg, *Am. J. Phys.* **50**, 1074 (1982)

ارائه شده است. بسیاری از مقاله‌های کلاسیک (شامل یکی از مقالات اولیه چاپ‌نشده به‌وسیله ج-زویک) در:

D. B. Lichtenberg and S. P. Rosen, eds., *Developments in the Quark Theory of Hadrons* (Nonantum: Hadronic Press, 1980).

مجدداً چاپ شده است.

25. Y. Nambu, *Scientific American* (November 1976); K. Johnson, *Sci. Am.* (July 1979); C. Rebbi, *Sci. Am.* (February 1983).

26. M. Jacob and P. Landshoff, *Sci. Am.* (March 1980).

27. O. W. Greenberg, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 598 (1964).

گرین برگ از این زبان استفاده نکرده است، این اصطلاحات در

D. B. Lichtenberg, in *Unitary Symmetry and Elementary Particles* (New York: Academic Press, 1970).

مطرح شد.

۲۸. ج. ایلایپولوس یک استثنا بود. در کنفرانس بین‌المللی فیزیکدانان ذرات که در تابستان ۱۹۷۴ در لندن برگزار شد، او خاطرنشان کرد که: «حاضرم سر همه چیز شرط ببندم که کشف ذرات افسون‌دار تمام کنفرانس بعدی را تحت تأثیر قرار می‌دهد.»

29. J. J. Aubert et al., *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1404 (1974); J.-E. Augustin et al., *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1406 (1974).

۳۰. کتابنامه مفیدی در این باب و چاپ مجدد مقاله‌های اصلی در *New Physics*, J. Rosner, ed به‌وسیله انجمن معلمان فیزیک آمریکا (نیویورک (۱۹۸۱) چاپ شده است. هیجان انقلاب نوامبر SLAC publication *Beam Line*, Volume 7, No. 11, November 1976.

آمده است. همچنین مقاله‌های

S. D. Drell (June 1975) and S. L. Glashow (October 1975).

را ببینید.

31. B. J. Bjorken and S. L. Glashow, *Phys. Lett.* **11**, 255 (1964).

32. S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, *Phys. Rev. D* **2**, 1285 (1970).
33. R. F. Schwitters, *Sci. Am.* (October 1977).
34. E. G. Cazzoli et al., *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1125 (1975).
35. G. Goldhaber et al., *Phys. Rev. Lett.* **37**, 255 (1976); I. Peruzzi, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 569 (1976).
36. R. Brandelik et al., *Phys. Lett.* **B70**, 132 (1977).
37. M. Perl et al., *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1489 (1975). M. Perl and W. Kirk, *Sci. Am.* (March 1978).
38. S. W. Herb et al., *Phys. Rev. Lett.* **39**, 252 (1977). L. M. Lederman, *Sci. Am.* (October 1978).
- این مورد شرحی دربارهٔ چگونگی پخش خبر یافتن کوآرک پنجم است که کاشفان اوسیلون آن را منتشر کردند.
- [D. C. Hom et al., *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1236 (1976)]
- و وجود ذره‌ای ساختگی به نام "اوپس-لئون" (به نام Leon Lederman رهبر گروه) را اعلام کردند.
39. M. Basile et al., *Nuovo Cimento Lett.* **31**, 97 (1981).
40. D. Drijard et al., *Phys. Lett.* **108B**, 361 (1982).
41. S. Behrends et al., *Phys. Rev. Lett.* **50**, 881 (1983).
۴۲. اولین بار واینبرگ فرمولی را برای جرم  $W$  و  $Z$  در (1967), *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264, به دست آورد. این فرمول شامل پارامتر  $\theta_W$  بود که مقدارش در آن زمان نامشخص بود و آنچه واینبرگ دربارهٔ آن اطمینان داشت این بود که  $M_W \geq 37\text{GeV}/c^2$  و  $M_Z \geq 75\text{GeV}/c^2$ . در ۱۵ سال بعد  $\theta_W$  در آزمایشهای متنوعی اندازه‌گیری شد و تا سال ۱۹۸۲ پیشگوییها آن طور که در معادله (۱-۳۰) آمده تخلص شد.
43. G. Arnison et al., *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983).
44. G. Arnison et al., *Phys. Lett.* **126B**, 398 (1983).

45. D. B. Cline and C. Rubbia, *Phys. Today* (August 1980) page 44, and D. B. Cline, C. Rubbia, and S. van der Meer, *Sci. Am.* (March 1982).

را ببینید. همچنین دو کتاب در مورد کشف  $W$  و  $Z$  نوشته شده است:

Christine Sutton, *The Particle Connection* (New York: Simon & Schuster, 1984), and Peter Watkins, *Story of the W and Z* (Cambridge: Cambridge University Press, 1986).

۴۶. مرجع ۲۶ مربوط به ref. 26 M. Jacob and P. Land Shoff off, را ببینید.

47. K. Ishikawa, *Sci. Am.* (November 1982).

۴۸. برای مثال مقاله مروری

H. Terezawa in XXII International Conference on High-Energy Physics, Leipzig, Vol. I, (1984), p. 63.

### مسائل

۱-۱ سرعت ذره بارداری که بدون انحراف از میدانهای الکتریکی مغناطیسی یکنواخت  $E$  و  $B$  عمود بر هم (که بر یکدیگر و بر جهت حرکت عمودند) عبور می‌کند، چقدر است؟ اگر میدان الکتریکی قطع شود و ذره روی کمانی به شعاع  $R$  حرکت کند، نسبت بار به جرم آن چقدر است؟

۱-۲ جرم مزون یوکاوا را می‌توان به صورت زیر برآورد کرد. هرگاه دو پروتون در یک هسته مزونی (به جرم  $m$ ) مبادله کنند، اصل پایداری انرژی موقتاً به اندازه  $mc^2$  (انرژی سکون مزون) نقض می‌شود. بنا بر اصل عدم قطعیت هایزنبرگ شما می‌توانید انرژی  $\Delta E$  را «قرض» بگیرید به شرط آنکه آن را در زمان  $\Delta t$  که از  $\Delta E \Delta t = \hbar$  ( $\hbar \equiv h/2\pi$ ) به دست می‌آید. «پس بدهید». در این مورد باید  $\Delta E = mc^2$  را برای زمان کافی که مزون از یک پروتون به دیگر برود قرض بگیریم. مزون باید هسته (به اندازه  $r_0$ ) را طی کند و احتمالاً با کسری از سرعت نور حرکت می‌کند. پس تقریباً  $\Delta t = r_0/c$ . با کنار هم گذاشتن آنها داریم:

$$m = \frac{\hbar}{r_0 c}$$

با استفاده از  $r_0 = 10^{-13}$  (بعد یک هسته نوعی)، جرم مزون یوکاوا را حساب کنید. جواب خود را به صورت ضربی از جرم الکترون بیان کنید و آن را با جرم مشاهده شده مزون مقایسه کنید. اگر بحث را قانع‌کننده یافتید، فقط می‌توانم بگویم که قدری ساده لوح‌اید. این کار را برای اتم تکرار کنید. نتیجه



خواهید گرفت که جرم پروتون حدود  $10^{-30} \times 7$  است که بی معنی است. به هر حال، این وسیله‌ای مفید برای «محاسبات سرانگشتی» و برای مزون پی خیلی خوب است. متأسفانه در کتابهای بسیاری از آن به عنوان یک رابطه دقیق یاد شده است که مسلماً این طور نیست. اصل عدم قطعیت تخلف از پایستگی انرژی را مجاز نمی‌دارد (و اجازه تخلف از آن در این فرایند را نمی‌دهد، بعداً چگونگی آن را خواهیم دید). به علاوه این اصل یک نامساوی است،  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ ، که حداکثر می‌تواند حد پایین  $m$  را بدهد. درست است که برد نیرو با عکس جرم واسطه متناسب است، اما اندازه حالت مقید همواره معیار خوبی از برد نیست (به این دلیل است که این بحث برای فوتون موفق نیست: برد نیروی الکترومغناطیسی بینهایت است اما اندازه یک اتم چنین نیست). به طور کلی هرگاه شنیدید که یک فیزیکدان به اصل عدم قطعیت متوسل می‌شود، مواظب کیف پول خود باشید!

۳-۱ قبل از کشف نوترون، بسیاری از مردم فکر می‌کردند که هسته متشکل از پروتون و الکترون است و عدد اتمی برابر تعداد پروتونهای اضافی است. به نظر می‌رسید واپاشی بتا از این نظر را تأیید می‌کند — سرانجام الکترونها از هسته بیرون می‌آیند؛ آیا این موضوع مستلزم آن نیست که الکترونها داخل هسته باشند؟ با استفاده از اصل عدم قطعیت تکانه-مکان  $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ ، تکانه کمینه الکترون محبوس در هسته (به شعاع  $10^{-13}$  cm) را برآورد کنید. از رابطه انرژی-تکانه نسبی  $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$ ، انرژی متناظر با آن را تعیین و آن را با انرژی الکترونهای گسیل شده مثلاً واپاشی بتای تریتم (شکل ۱-۶) مقایسه کنید. (این نتیجه برخی را متقاعد کرد که الکترونهای واپاشی بتا نباید قبلاً در هسته وجود داشته باشند، بلکه در فرایند واپاشی تولید می‌شوند).

۴-۱ فرمول جرمی گلن-اوکوبو جرم اعضای هشت تاییه باریونی را به هم مرتبط می‌سازد (از اختلاف ناچیز جرم  $p$  و  $n$ ؛  $\Sigma^+$ ،  $\Sigma^0$  و  $\Sigma^-$ ؛  $\Xi^0$  و  $\Xi^-$  چشمپوشی کنید):

$$2(m_N + m_{\Xi}) = 3m_{\Lambda} + m_{\Sigma}$$

با به کار بردن این فرمول و دانستن جرمهای نوکلئون  $N$  (از میانگین  $p$  و  $n$  استفاده کنید)،  $\Sigma$  (باز هم میانگین را در نظر بگیرید) و  $\Xi$  (میانگین)، جرم  $\Lambda$  را «پیش‌بینی» کنید. چقدر به مقدار مشاهده شده نزدیک شده‌اید؟

۵-۱ همین فرمول در مورد مزونها به کار می‌رود (با  $\Sigma \rightarrow \pi$ ،  $\Lambda \rightarrow \eta$  و غیره)؛ به دلایلی که اسرارآمیز مانده است، باید از مرجع جرمها استفاده کنید. از این فرمول برای پیش‌بینی جرم  $\eta$  استفاده کنید. چقدر به جرم آن نزدیک شده‌اید؟

۶-۱ فرمول جرم برای ده تاییه‌ها بسیار ساده‌تر است — فاصله یکسان بین سطرها:

$$M_{\Delta} - M_{\Sigma^*} = M_{\Sigma^*} - M_{\Xi^*} = M_{\Xi^*} - M_{\Omega}$$

با استفاده از این فرمول (همان کاری که گلن کرد) جرم  $\Omega^-$  را پیش بینی کنید. (از میانگین دو فاصله اول برای برآورد سومی استفاده کنید). پیش بینی شما چقدر به مقدار مشاهده شده نزدیک است؟  
 ۷-۱ (الف) اعضای ده تایی باریونی نوعاً پس از  $10^{-23}$  ثانیه به باریونهای سبکتر (در هشت تاییه باریونی) و یک مزون (از هشت تاییه شبه اسکالر مزونی) وامی باشد. برای مثال:  $\Delta^{++} \rightarrow p^+ + \pi^+$ .  
 تمامی مدهای واپاشی از این نوع را برای  $\Delta^-$ ،  $\Sigma^{*+}$  و  $\Xi^{*-}$  فهرست کنید. به خاطر داشته باشید که در این واپاشیها باید بار و شگفتی پایسته بماند (این برهم کنشها قوی هستند).

(ب) در هر واپاشی باید ذرات اولیه جرم کافی برای تولید جرمهای محصولات واپاشی داشته باشند. (ممکن است جرمهای اولیه بیشتر از مقدار لازم باشد، جرم اضافی به صورت انرژی جنبشی حالت نهایی «جذب» می شود). هر یک از واپاشیهایی را که در قسمت (الف) پیشنهاد کرده اید را بررسی کنید و ببینید کدام یک دارای این معیار هستند. بقیه از نظر سینماتیکی ممنوع هستند.

۸-۱ (الف) مدهای واپاشی ممکن برای  $\Omega^-$  را مانند آنچه در مسئله ۷-۱ برای  $\Delta$ ،  $\Sigma^*$  و  $\Xi^*$  انجام دادید، تحلیل کنید. متوجه مسئله شدید؟ گلن پیش بینی کرد که به همین دلیل  $\Omega^-$  باید «شبه پایدار» باشد (یعنی، طول عمری بیش از سایر اعضای ده تاییه داشته باشید) (در واقع  $\Omega^-$  وامی باشد اما با برهم کنش بسیار کندتر ضعیف، که در آن شگفتی پایسته نیست).

(ب) از روی عکس اتاقک حباب (شکل ۱-۱۱) طول رد  $\Omega^-$  را اندازه بگیرید و از آن برای برآورد طول عمر  $\Omega$  استفاده کنید. (البته شما سرعت آن را نمی دانید، اما با اطمینان می توان سرعت آن را کمتر از سرعت نور گرفت؛ فرض کنید سرعت آن  $10^8$  م/ث است. همچنین نمی دانید که در این نسخه برداری مقیاس بزرگ شده است یا کوچک، اما مهم نیست. این ابهام در حد ضریب ۲ یا ۵ یا شاید حتی  $10^2$  باشد. مهم آن است که طول عمر چند مرتبه بزرگی طولانی تر از  $10^{-23}$  ثانیه مشخصه اعضای دیگر ده تاییه است.)

۹-۱ رابطه کولمن-گلاشو [Phys. Rev. B134 و 671 (۱۹۶۴)] را بررسی کنید:

$$\Sigma^+ - \Sigma^- = p - n + \Xi^0 - \Xi^-$$

(نام ذرات معرف جرم آنهاست).

۱۰-۱ به جدول مزونهای شناخته شده ای که م. روز در (1963) *Rev. Mod. Phys.* 35, 314 گردآوری کرده است نگاه کنید و آن را با کتابچه داده های ذرات [۲۰]. فعلی مقایسه کنید تا معلوم شود که کدامیک از مزونهای ۱۹۶۳ در آزمون زمان موفق شده اند. (برخی اسامی عوض شده اند. بنابراین ویژگیهای دیگر آنها مثل جرم، بار، شگفتی و غیره را در نظر بگیرید.)

۱۱-۱ کدامیک از ذرات ساختگی که در مسئله ۱-۱۰ شناسایی کردید، «غریب» اند؟ (با مدل کواریکی سازگاری ندارند؟) چندتا از مزونهای باقیمانده غریب اند؟

۱۲-۱ چند ترکیب مزونی مختلف را می‌توانید با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ طعم کوارکی مختلف بسازید؟  
فرمول کلی برای  $n$  طعم چیست؟

۱۳-۱ چند ترکیب باریونی مختلف را می‌توانید با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ طعم کوارکی مختلف بسازید؟  
فرمول کلی برای  $n$  طعم چیست؟

۱۴-۱ با استفاده از چهار کوارک ( $c$  و  $s, d, u$ ) جدولی از باریونهای ممکن را بسازید. چند ترکیب دارای افسون ۱+ هستند؟ چندتا افسون ۲+ و ۳+ دارند؟

۱۵-۱ مسئله ۱۴-۱ را برای مزونها حل کنید.

۱۶-۱ گئورگی، دو رویولا و گلاشو [*Phys. Rev. D*12, 147 (۱۹۷۵)] جرم کوارکها را  $m_c = 1500 \text{ MeV}/c^2$  و  $m_u = m_d = 336 \text{ MeV}/c^2$ ،  $m_s = 540 \text{ MeV}/c^2$  ته را  $(4500 \text{ MeV}/c^2)$  برآورد کردند. اگر این مقادیر درست باشند انرژی بستگی میانگین اعضای هشت تاییه باریونی  $-62 \text{ MeV}$  است. اگر انرژی بستگی آنها دقیقاً برابر این مقدار باشد، جرم آنها چقدر است؟ آنها را با مقادیر واقعی مقایسه کنید و درصد خطا را بیابید. (اما، این کار را برای دیگر ابر چندتاییه‌ها انجام ندهید. واقعاً دلیلی وجود ندارد که انرژی بستگی همه اعضای گروه را یکسان بگیریم. مسئله جرم هادرونها یک مسئله پردردسر است که در فصل ۵ به آن می‌پردازیم.)

۱۷-۱ م. شوپ [*Phys. Lett.* 86B, 87 (۱۹۷۹)] فرض کرد که تمام کوارکها و لپتونها ترکیبی از دو جزء بسیار بنیادی تر:  $c$  (با بار  $1/3$ -) و  $n$  (بدون بار) و پاد ذرات متناظرشان  $\bar{c}$  و  $\bar{n}$  هستند. شما مجازید که آنها را در گروههای سه ذره‌ای و سه پاد ذره‌ای (مثلاً  $ccn$  یا  $\bar{n}\bar{n}\bar{n}$ ) ترکیب کنید. با این فرض تمام هشت کوارک و لپتون نسل اول را بسازید. (فرض می‌شود که نسلهای دیگر حالت‌های برانگیخته هستند.) توجه کنید که هر حالت کوارکی سه جایگشت ممکن را می‌پذیرد (مثلاً  $ccn$  و  $cnc$  و  $ncc$ ) - که متناظر با سه رنگ هستند. واسطه‌ها را می‌توان از سه ذره به علاوه سه پاد ذره ساخت.  $Z^0$ ،  $W^\pm$  و  $\gamma$  شامل سه ذره مشابه و سه پاد ذره مشابه‌اند (برای مثال  $W^- = cc\bar{n}\bar{n}\bar{n}$ ) و  $Z^0$  و  $\gamma$  را به این روش بسازید. گلوئونها ترکیب آمیخته دارند (مثلاً  $ccn\bar{c}\bar{n}\bar{n}$ ). در کل چند امکان از این نوع وجود دارد؟ آیا فکر می‌کنید راهی برای تقلیل آنها به هشت وجود دارد؟

## دینامیک ذرات بنیادی

در این فصل، نیروهای اساسی را که ذرات بنیادی به وسیله آنها برهم کنش می کنند، معرفی می کنیم و نمودارهای فاینمن را برای نمایش این برهم کنشها به کار می بریم. برخورد کاملاً کیفی است و با مطالعه این فصل می توان به سرعت «مبانی بنیادی» را درک کرد. جزئیات کمی، در فصلهای ۶ تا ۱۰ خواهد آمد.

### ۱-۲ چهار نیرو

تا آنجا که می دانیم، چهار نیروی بنیادی در طبیعت وجود دارد: قوی، الکترومغناطیسی، ضعیف و گرانشی. این نیروها در جدول زیر به ترتیب شدت نزولی فهرست بندی شده اند.\*

نیرو	شدت	نظریه	واسطه
قوی	۱۰	کرومودینامیک	گلوئون
الکترومغناطیسی	۱۰ <sup>-۲</sup>	الکترودینامیک	فوتون
ضعیف	۱۰ <sup>-۱۳</sup>	فلیورودینامیک	$W$ و $Z$
گرانشی	۱۰ <sup>-۴۲</sup>	ژئومترودینامیک	گراویتون

\* «شدت» یک برهم کنش، ایده ای ذاتاً مبهم است، زیرا شدت به سرشت چشمه و به فاصله از آن بستگی دارد. پس اعدادی را که در این جدول آمده نباید خیلی جدی گرفت و می توان آنها را به شکل کاملاً متفاوتی در جایی دیگر دید (به خصوص حالت مربوط به نیروی ضعیف را).

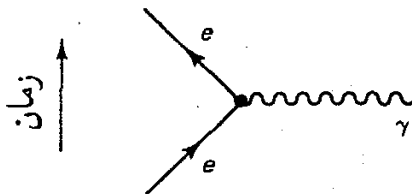
برای هر یک از این نیروها یک نظریه فیزیکی وجود دارد. نظریه کلاسیک گرانی، قانون گرانش عمومی نیوتون است. تعمیم نسبیتی آن نظریه نسبیت عام اینشتین است. (بهتر است بگوییم «ژئومترودینامیک»). هنوز باید روی یک نظریه کاملاً رضایت بخش کوانتومی برای گرانی کار شود. در حال حاضر اغلب مردم تصور می کنند که گرانی به اندازه ای ضعیف است که نقش مهمی در فیزیک ذرات بنیادی ندارد. نظریه فیزیکی که نیروهای الکترومغناطیسی را توصیف می کند، الکترودینامیک نامیده می شود. فرمولبندی کلاسیک آن را ماکسون، بیش از صد سال پیش، انجام داده است. نظریه ماکسول با نسبیت خاص سازگار بود (در واقع الهام بخش اصلی آن بود). نظریه کوانتومی الکترودینامیک را توموگا، فاینمن و شوئینگر در سال ۱۹۴۰ تکمیل کرده بودند. نیروهای ضعیف که مسوول واپاشی هسته ای بتا (و نیز همان طور که دیده ایم، واپاشی پیون، موئون و بسیاری از ذرات شگفت دیگر) هستند در فیزیک کلاسیک ناشناخته بود. توصیف نظری آنها از ابتدا با یک فرمولبندی کوانتوم نسبیتی صحیح ارائه شده بودند. اولین نظریه نیروهای ضعیف را فرمی در سال ۱۹۳۳ ارائه کرد و لی و یانگ، فاینمن، گلمان و دیگران در دهه پنجاه آن را اصلاح کردند و سرانجام گلاشو، واینبرگ و سلام در دهه شصت آن را به شکل حاضر درآوردند. به دلایلی که به موقع روشن خواهد شد، نظریه برهم کنشهای ضعیف را گاهی «فلیورودینامیک» [۱] نیز می نامند. در این کتاب از آن به عنوان نظریه گلاشو-واینبرگ-سلام (GWS) یاد می کنیم. (مدل GWS برهم کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را تجلی مختلف یک نیروی الکتروضعیف در نظر می گیرد و از این جهت چهار نیرو به سه نیرو تقلیل می یابد.) برای نیروهای قوی ورای کار پیشگامانه یوکاوا در ۱۹۳۴، تا ظهور فلیورودینامیک در نیمه دهه هفتاد، نظریه ای واقعی وجود نداشت.

هر یک از این نیروها با مبادله یک ذره رد و بدل می شوند. واسطه گرانش گراویتون نامیده می شود، نیروهای الکترومغناطیسی با فوتون، نیروهای قوی با گلوئون و نیروهای ضعیف با بوزونهای برداری میانی  $W$  و  $Z$  رد و بدل می شوند. این واسطه ها نیرو را بین یک کوآرک یا لپتون و دیگری، منتقل می کنند. در واقع برخورد بین چوگان و گوی، چیزی جز ترکیب برهم کنش کوآرکها و لپتونها در یکی با کوآرکها و لپتونها در دیگری، نیست. به طور دقیق تر، نیروی قوی بین دو پروتون باید به صورت برهم کنش پیچیده شش کوآرک، که یوکاوا آن را به صورت یک فرایند بنیادی تحویل ناپذیر فرض کرده بود، در نظر گرفت. بدیهی است که در اینجا نباید در جستجوی سادگی بود، بلکه باید با تحلیل نیروی میان یک ذره بنیادی واقعی و ذره دیگر کار را شروع کرد. در این فصل به طور کیفی نشان خواهیم داد که چگونه نیروهای مربوطه روی هر کوآرک و لپتون اثر می کند. فصلهای بعدی به ابزار مورد نیاز برای کمی شدن نظریه می پردازد.

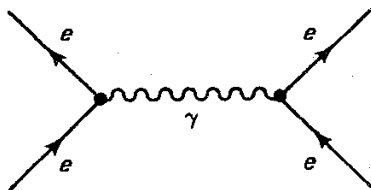
## ۲-۲ الکترودینامیک کوانتومی (QED)

الکترودینامیک کوانتومی، قدیمی ترین، ساده ترین و موفق ترین نظریه دینامیکی است. بقیه نظریه ها

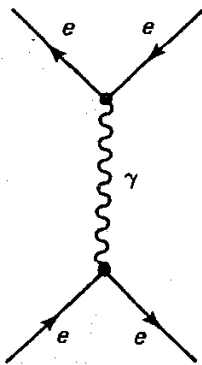
به طور هوشمندانه‌ای از آن ساخته شده‌اند. بنابراین با توصیفی از QED شروع می‌کنیم. همه پدیده‌های الکترومغناطیسی سرانجام به فرایند بنیادی زیر تبدیل می‌شوند:



این نمودار بیان می‌کند که: ذره باردار وارد و با جذب یا گسیل فوتون،  $\gamma$ ، خارج می‌شود. \* در ادامه بحث ذره باردار را الکترون در نظر می‌گیریم، که می‌تواند درست همانند کوارک یا هر لپتون دیگر، بجز نوترینو باشد: (نوترینو خنثی است و نیروی الکترومغناطیسی را حس نمی‌کند). برای توضیح فرایندهای پیچیده‌تر، دو یا چند رأس ابتدایی را به هم وصل می‌کنیم. برای مثال حالت زیر را در نظر بگیرید:

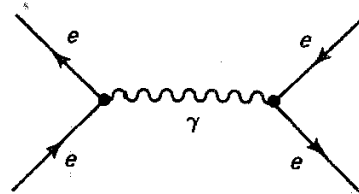


در اینجا دو الکترون وارد و با رد و بدل کردن یک فوتون، خارج می‌شوند. (نیازی نیست معین کنیم کدام یک فوتون را گسیل و کدام یک آن را جذب کرده است، نمودار شامل هر دو صورت ممکن است). بنابراین نمودار بالا برهم‌کنش بین دو الکترون را بیان می‌کند. در نظریه کلاسیک این فرایند را دفع کولنی، بارهای همنام (اگر در حال سکون باشند) می‌نامیم. در QED این فرایند پراکندگی مولر نامیده می‌شود و می‌گوییم برهم‌کنش «بار رد و بدل کردن یک فوتون» انجام می‌شود. دلیل این امر به زودی روشن می‌شود. در QED مجازیم «نمودارهای فاینمن» را حول هر پیکربندی توپولوژیکی دلخواه بچرخانیم. برای مثال می‌توانیم نمودار قبل را به صورت زیر بچرخانیم:



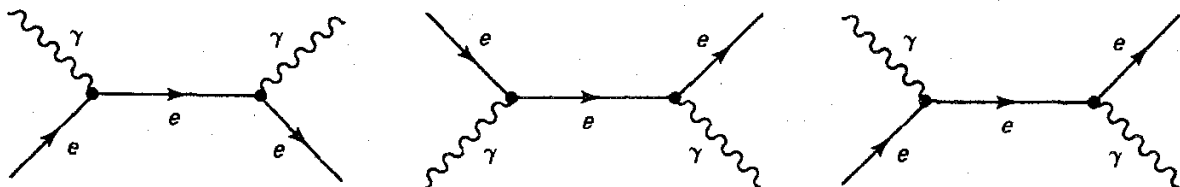
\* در این کتاب، طبق قرارداد معمول، جهت افزایش زمان همواره روبه بالاست. فیزیکدانان ذرات، افزایش  $t$  را افقی (به سمت راست) در نظر می‌گیرند، اما در این مورد اتفاق نظر وجود ندارد.

قاعده بازی آن است که مسیر ذره‌ای را که «در زمان به عقب برمی‌گردد» (چنانکه پیکان نشان می‌دهد) پاد ذره‌ای بگیریم که در جهت زمان حرکت می‌کند. (فوتون پاد ذره خودش است و به همین دلیل روی مسیر فوتون پیکانی قرار نمی‌دهیم). پس در فرایند نشان داده شده یک الکترون و یک پوزیترون نابود می‌شوند و یک فوتون تشکیل می‌شود و سپس دوباره یک جفت الکترون-پوزیترون تولید می‌شود. پس یک الکترون و یک پوزیترون وارد و یک الکترون و یک پوزیترون خارج می‌شوند (البته نه همان الکترون و پوزیترون اولیه، اما چون همه الکترونها یکسان هستند، این موضوع اهمیت زیادی ندارد). این برهم‌کنش جاذبه کولنی دو بار مخالف را نشان می‌دهد. در QED این فرایند را پراکندگی بابا می‌نامند. نمودار کاملاً متفاوت زیر نیز معرف همین فرایند است:

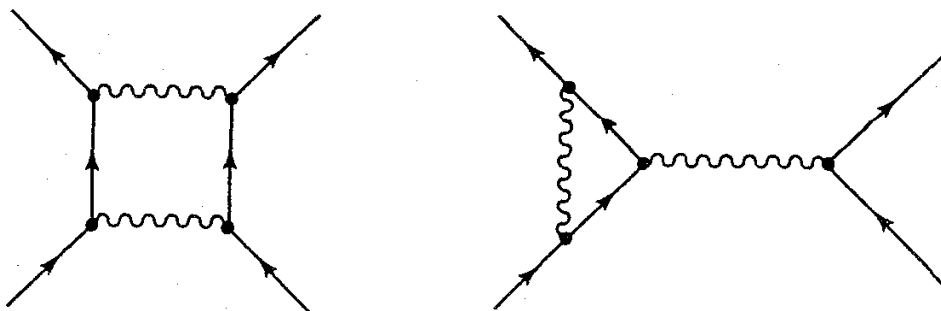


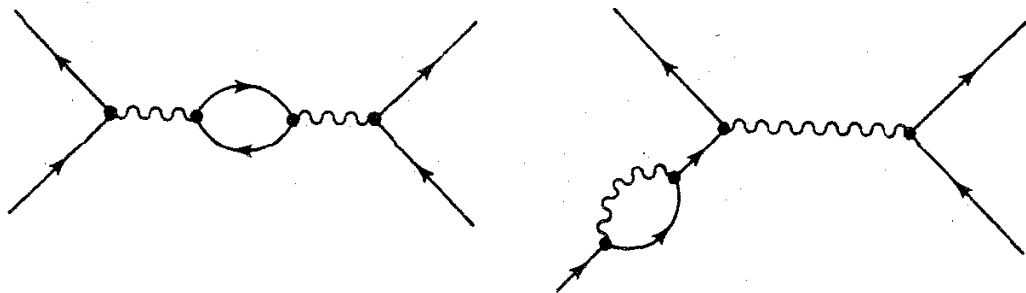
در تحلیل پراکندگی بابا باید هر دو نمودار را در نظر بگیریم.

می‌توان نمودارهای متنوع زیر را با استفاده از دو رأس ساخت که به ترتیب، نابودی زوج،  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ ، تولید زوج  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$  و پراکندگی کامپتون  $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$  را توصیف می‌کنند.



[توجه کنید که پراکندگی بابا و مولر مانند سه فرایندی که در اینجا نشان داده شده است با تقارن متقاطع به هم مربوط می‌شوند (بخش ۱-۴ را ببینید)؛ تقارن متقاطع متناظر با پیچاندن یا چرخاندن نمودارهای فاینمن است.] اگر از رئوس بیشتری استفاده کنیم، تنوع نمودارها به سرعت افزایش می‌یابد. برای مثال با ترکیب چهار رأس، می‌توان نمودارهای زیر را به دست آورد:





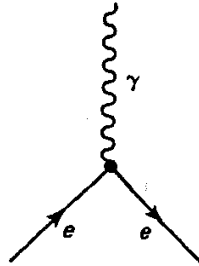
در هر نمودار دو الکترون وارد و دو الکترون خارج می‌شوند. این نمودارها دفع بارهای همنام را توصیف می‌کنند (پراکندگی مولر). تا آنجا که به مشاهده فرایندها مربوط می‌شود ساختار داخلی نمودارها زائد هستند. خطوط داخلی (خطوطی که از داخل نمودار شروع می‌شوند و به داخل نمودار ختم می‌شوند) مبین ذراتی هستند که دیده نمی‌شوند — در واقع بدون تغییر کامل فرایند نمی‌توان آنها را مشاهده کرد. این ذرات را ذرات مجازی می‌نامیم. فقط خطوط خارجی (آنهايي که به نمودار وارد یا از آن خارج می‌شوند) نشانگر ذرات واقعی (قابل مشاهده) هستند. خطوط خارجی معرف نوع فرایند فیزیکی است که رخ می‌دهد. خطوط داخلی سازوکار فرایند را نشان می‌دهند.

توجه داشته باشید که نمودارهای فاینمن کاملاً نمادین هستند، آنها مسیر ذره (آنچه که در اتاقک حباب دیده می‌شود) را نشان نمی‌دهند. بعد قائل زمان و بعد افقی فضا است که متناظر با فاصله‌های فیزیکی نیست. برای مثال، در پراکندگی با الکترون و پوزیترون جذب می‌شوند نه دفع (چنانکه این خطوط ممکن است مطرح کند). آنچه نمودار نشان می‌دهد این است که «در ابتدا یک الکترون و یک پوزیترون وجود دارد، سپس این دو فوتونی مبادله می‌کنند و سرانجام هم‌چنان یک الکترون و یک پوزیترون وجود دارد.» هر نمودار فاینمن نمایانگر عددی است که می‌توان آن را با استفاده از آنچه که قاعده‌های فاینمن نامیده می‌شود، محاسبه کرد (روش محاسبه را در فصل ۶ خواهید آموخت). فرض کنید می‌خواهیم فرایند فیزیکی خاصی (مثلاً پراکندگی مولر) را تحلیل کنیم. ابتدا همه نمودارهای با خطوط خارجی مناسب را می‌کشیم (یکی با دو رأس، دیگری با چهار رأس و غیره). سپس با استفاده از قاعده‌های فاینمن سهم هر نمودار را محاسبه و همه را با هم جمع می‌کنیم. جمع کل تمام نمودارهای فاینمن با خطوط خارجی معین، فرایند واقعی فیزیکی را نمایش می‌دهد. البته در اینجا مسئله‌ای که پیش می‌آید آن است که برای یک برهم‌کنش خاص تعداد نامحدودی نمودار فاینمن وجود دارد! خوشبختانه هر رأس در نمودار یک ثابت ساختار ریز  $\alpha = (e^2/\hbar c) = 1/137$  را وارد می‌کند و چون این عدد کوچک است، نمودارهای با تعداد رأس بیشتر سهم کمتری در نتیجه نهایی دارند و بسته به دقت مورد نیاز می‌توان آنها را نادیده گرفت. در واقع، محاسبه‌ای که شامل نمودارهای با بیش از چهار رأس باشد، در QED به ندرت



پیش می‌آید و البته جوابها تقریبی‌اند، اما وقتی تقریب تا شش رقم با معنی مطمئن و معتبر است، شما باید خیلی وسواسی باشید که شکایت کنید.

قاعده‌های فاینمن پایستگی انرژی و تکانه را در هر رأس و در نتیجه در همه نمودار برقرار می‌کنند. این مسئله باعث می‌شود که رئوس بنیادی QED به‌خودی خود فرایند فیزیکی ممکن را نمایش ندهند. یعنی می‌توان نموداری رسم کرد ولی محاسبات عدد صفر را برای آن نمودار نشان دهد. دلیل آن کاملاً سینماتیکی است: فرایند  $e^- \rightarrow e^- + \gamma$  قانون پایستگی انرژی را نقض می‌کند. (ابتدا الکترون در چارچوب مرکز جرم ساکن و انرژی آن  $mc^2$  است. پس نمی‌تواند به یک فوتون و الکترون پس‌زده و پاشیده شود، زیرا فقط الکترون پس‌زده به انرژی بیش از  $mc^2$  نیاز دارد). همچنین فرایند  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma$  نیز از نظر سینماتیکی ممکن نیست، هرچند رسم نمودار فاینمن آن بسیار ساده است.



در دستگاه مرکز جرم، الکترون و پوزیترون، به‌طور متقارن، با سرعت‌های مساوی و در خلاف جهت یکدیگر وارد می‌شوند، پس تکانه کل قبل از برخورد صفر است. اما چون فوتون همواره با سرعت نور حرکت می‌کند، تکانه نهایی نمی‌تواند صفر باشد. یک جفت الکترون-پوزیترون پس از نابودی می‌توانند دو فوتون (نه یک فوتون) تولید کنند. اما در یک نمودار بزرگتر چنین ترکیباتی کاملاً قابل قبول هستند. چون پایستگی انرژی و تکانه در هر رأس باید برقرار باشد، یک ذره مجازی نمی‌تواند همان جرم با ذره آزاد را داشته باشد. اما در محاسبات بدون توجه به قوانین پایستگی\*، یک ذره مجازی می‌تواند هر جرمی داشته باشد و می‌گوییم ذرات مجازی درون پوسته جرمی‌شان قرار نمی‌گیرند. اما خطوط خارجی معرف ذرات واقعی هستند که حامل جرم «درست» هستند.

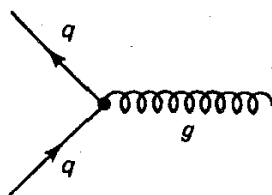
[در واقع، تفاوت فیزیکی بین ذرات واقعی و مجازی به این روشنی نیست. اگر فوتونی از ستاره آلفای قنطورس گسیل و در چشم شما جذب شود. این فوتون عملاً فوتونی مجازی است. به هر حال، در حالت کلی، هر چه ذره مجازی از پوسته جرمی‌اش دورتر باشد، عمر کوتاه‌تری دارد. بنابراین، فوتون گسیل شده از ستاره دور، به جرم «واقعی‌اش» بسیار نزدیک‌تر است. از دیدگاه محاسباتی، اگر

\* در نسبیت خاص، انرژی  $E$ ، تکانه  $p$  و جرم  $m$ ، یک ذره آزاد با معادله  $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$  به هم مربوط می‌شوند. اما برای یک ذره مجازی،  $E^2 - p^2 c^2$  هر مقداری می‌تواند داشته باشد. بیشتر نویسنده‌ها این موضوع را به این معنی که فرایندهای مجازی پایستگی انرژی را نقض می‌کنند، تعبیر می‌کنند. (مسئله ۱-۲). به نظر من این تعبیر گمراه‌کننده است. انرژی همواره پایسته است.

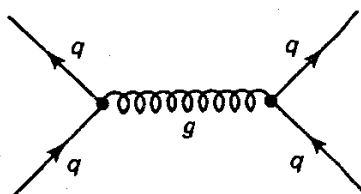
فرایندها را حوادث جداگانه‌ای در نظر بگیریم، اساساً همان جواب (گسیل یک فوتون واقعی از ستاره و جذب فوتون واقعی در چشم) را به دست می‌آوریم. پس می‌توان گفت: ذره واقعی، ذره‌ای مجازی است که عمری به اندازه کافی طولانی دارد و در نهایت به چگونگی تولید و جذب آن توجهی نداریم.]

### ۲-۳ کرومودینامیک کوانتومی (QCD)

در کرومودینامیک، رنگ نقش بار را دارد و فرایند (شبهه  $e^- \rightarrow e^- + \gamma$ ) فرایند کوارک  $\leftarrow$  کوارک  $+$  گلوئون است (چون لپتون رنگ ندارد در برهم‌کنش قوی شرکت نمی‌کند):

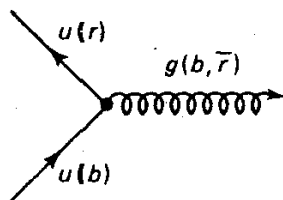


مانند قبل برای نشان دادن فرایندهای پیچیده‌تر، دو «رأس بنیادی» یا بیشتر را با هم ترکیب می‌کنیم. برای مثال نیروی میان دو کوارک (که در درجه اول مسئول بستگی آنها به هم و تشکیل باریون، و به طور غیرمستقیم، مسئول نگه‌داشتن نوترون و پروتون در هسته است) را با نمودار مرتبه پایین زیر نمایش می‌دهیم:

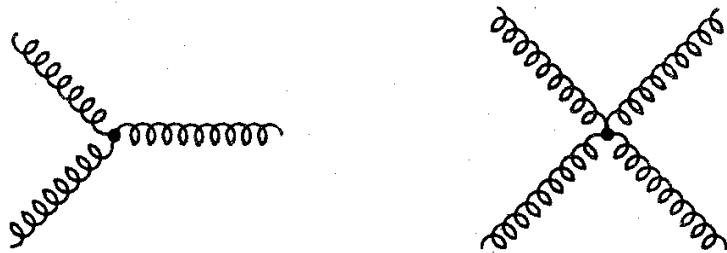


و می‌گوییم نیروی بین دو کوارک با مبادله گلوئون «رد و بدل» می‌شود.

تا اینجا کرومودینامیک بسیار شبیه الکترومدینامیک است. اما تفاوت مهمی نیز وجود دارد، برجسته‌ترین تفاوت آن است که در الکترومدینامیک یک نوع بار الکتریکی وجود دارد (که می‌تواند مثبت یا منفی باشد، یعنی برای مشخص کردن بار یک ذره، یک عدد کافی است) ولی در کرومودینامیک سه نوع رنگ وجود دارد (قرمز، سبز، آبی) و در فرایند  $q \rightarrow q + g$  رنگ کوارک (و نه طعم آن) می‌توان تغییر کند. مثلاً یک کوارک بالای آبی به یک کوارک بالای قرمز تبدیل می‌شود. چون رنگ (مثل بار) همیشه پایسته است، باید این اختلاف رنگ را گلوئون حمل کند. در این مثال اختلاف برابر یک واحد آبی منهای یک واحد قرمز است:

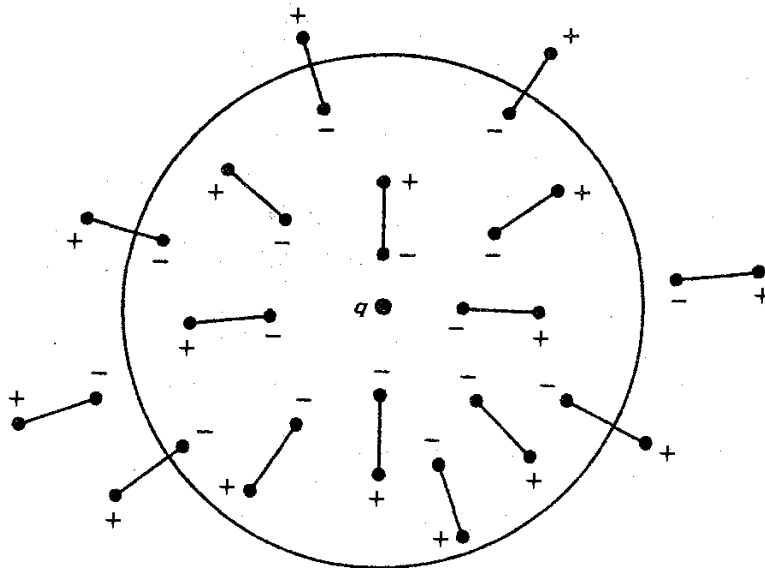


پس گلوئونها «دورنگ» و حامل یک واحد رنگ مثبت و یک واحد رنگ منفی هستند. روشن است که تعداد  $3 \times 3 = 9$  حالت مختلف وجود دارد و می‌توان انتظار داشت ۹ نوع گلوئون وجود داشته باشد ولی به دلایلی که در فصل ۹ خواهد آمد فقط ۸ نوع گلوئون وجود دارد. چون گلوئونها خودشان حامل رنگ هستند (برخلاف فوتون که از نظر الکتریکی خنثی است) مستقیماً با بقیه گلوئونها جفت می‌شوند. پس علاوه بر رأس بنیادی گلوئون-کوارک، رأس بنیادی گلوئون-گلوئون نیز وجود دارد. در واقع دو نوع رأس سه‌گلوئونی و چهارگلوئونی داریم:



این جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون نه تنها کرومودینامیک را بسیار پیچیده‌تر از الکترومدینامیک می‌کند، بلکه آن را غنی‌تر می‌سازد. برای مثال می‌توانیم گلوبال (حالت‌های مقیدی از گلوئونهای برهم‌کنش‌کننده که در آن هیچ کوارکی دیده نمی‌شود) داشته باشیم.

اختلاف دیگر کرومودینامیک و الکترومدینامیک در اندازه ثابت جفت‌شدگی است. به خاطر داشته باشید که هر رأس در QED ضریب  $\alpha = 1/137$  را وارد می‌کند. کوچکی این عدد به این معنی است که فقط باید نمودارهای فاینمن، با تعداد رئوس کم را در نظر بگیریم. به لحاظ تجربی ثابت جفت‌شدگی مربوط به نیروی قوی،  $\alpha_s$ ، از نیروی بین دو پروتون محاسبه می‌شود، بزرگتر از ۱ است. بزرگی این عدد مدتهاست که فیزیکدانان ذرات را آزار می‌دهد. زیرا به جای آنکه سهم نمودارهای پیچیده‌تر کمتر و کمتر شود، بیشتر و بیشتر می‌شود، و نمودارهای فاینمن که در QED بسیار مفید بودند، ظاهراً بی‌ارزش می‌شوند. یکی از پیروزیهای بزرگ کرومودینامیک کوانتومی (QCD) کشف این مهم بود که در این نظریه عددی که نقش «ثابت» جفت‌شدگی را دارد، اصلاً ثابت نیست، بلکه به فاصله بین ذرات برهم‌کنش‌کننده بستگی دارد. (و آن را ثابت جفت‌شدگی «پویا» می‌نامیم.) در فاصله‌های نسبتاً بزرگ مشخصه فیزیک هسته‌ای، این عدد بزرگ است، در فاصله‌های کوتاه (کمتر از اندازه پروتون) کاملاً کوچک می‌شود. این پدیده که از آن به‌عنوان آزادی مجانبی یاد می‌کنیم، به این معنی است که داخل پروتون یا پیون، کوارکها، بدون برهم‌کنش زیاد این طرف و آن طرف می‌روند. درست مانند رفتاری که به‌طور تجربی در آزمایشهای پراکندگی ناکشسان ژرف دیده می‌شود. از دیدگاه نظری، کشف آزادی مجانبی حساب فاینمن را ابزار معقولی برای QCD در محدوده انرژیهای بالا می‌سازد.



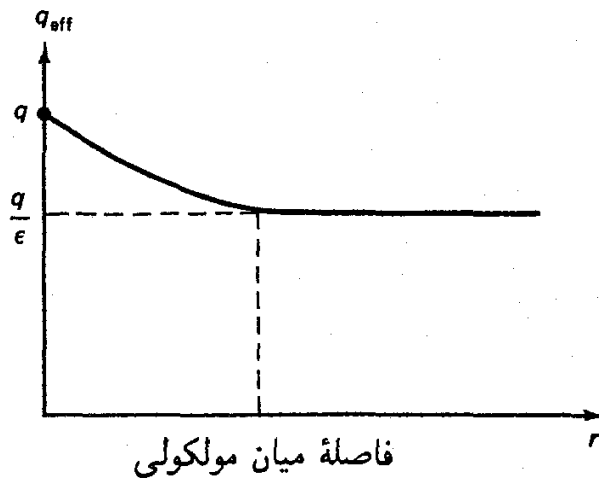
شکل ۱-۲ استتار بار  $q$  با محیط دی‌الکتریک.

حتی در الکتروستاتیک، جفت‌شدگی مؤثر تا اندازه‌ای به فاصله از چشمه بستگی دارد. بحث کیفی زیر به فهم مطلب کمک می‌کند: ابتدا فرض کنید بار نقطه‌ای مثبت  $q$  در محیطی دی‌الکتریک (مثلاً ماده‌ای که مولکولهای آن در یک میدان الکتریکی خارجی قطبیده‌اند) قرار دارد. همان‌طور که در شکل ۱-۲ نشان می‌دهد، انتهای منفی هر دو قطبی مولکولی به طرف  $q$  جذب و انتهای مثبت آن از  $q$  دفع می‌شود. در نتیجه، ذره «هاله»‌ای از بار منفی به دست می‌آورد که تا اندازه‌ای میدان اولیه‌اش را خنثی می‌کند. پس در حضور دی‌الکتریک بار مؤثر هر ذره تا حدودی کاهش می‌یابد:

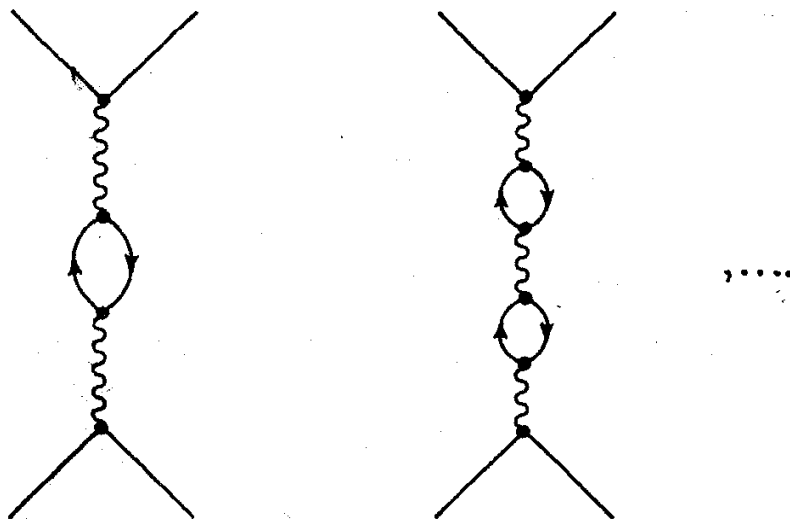
$$q_{\text{eff}} = q/\epsilon \quad (1-2)$$

(ضریب  $\epsilon$  که میدان به‌اندازه آن کاهش می‌یابد، ثابت دی‌الکتریک ماده نام دارد و معیار سهولت قطبیده‌شدن ماده است [۲]). البته اگر از نزدیک‌ترین مولکول به بار نزدیک‌تر شویم این استتار وجود ندارد و بار کامل  $q$  را می‌بینیم. پس اگر نمودار بار مؤثر را برحسب فاصله رسم کنیم، چیزی شبیه شکل ۲-۲ به دست می‌آید. بار مؤثر در فاصله‌های بسیار کوچک افزایش می‌یابد.

در الکتروستاتیک کوانتومی خود خلاً مانند یک دی‌الکتریک رفتار می‌کند، و زوجهای الکترون-پوزیترون، مانند نمودارهای فاینمن (صفحه بعد) در آن به وجود می‌آیند.



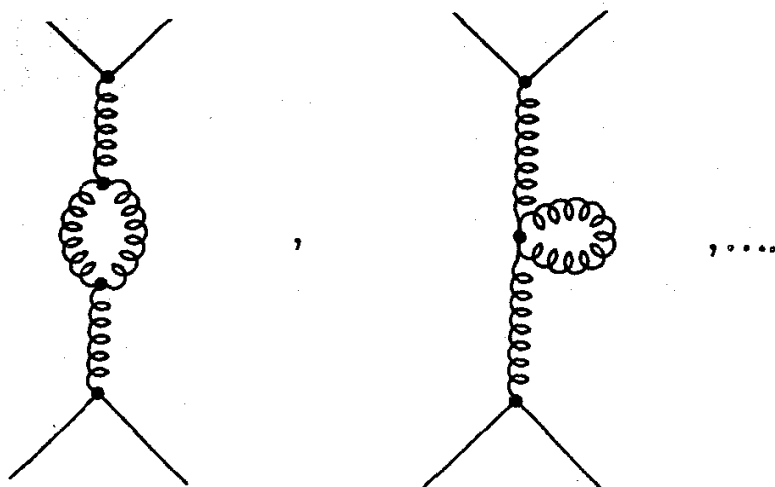
شکل ۲-۲ بار مؤثر برحسب فاصله.



الکترون مجازی در هر «حباب» به طرف  $q$  جذب و پوزیترون مجازی از آن دفع می‌شود، و قطبیدگی خلا حاصل تا اندازه‌ای بار را استتار می‌کند و میدانش را کاهش می‌دهد. اما وقتی به بار  $q$  بسیار نزدیک شویم استتار از بین می‌رود. آنچه در اینجا نقش «فضای میان مولکولی» را بازی می‌کند، طول موج کامپتون الکترون  $\lambda_c = h/mc = 2.43 \times 10^{-10}$  است. برای فاصله‌های کوچکتر از این مقدار، درست مانند آنچه در شکل ۲-۲ آمده است، بار مؤثر افزایش می‌یابد. توجه کنید که بار استتارنشده («نمای نزدیک») که می‌توان آن را بار «واقعی» ذره در نظر گرفت چیزی نیست که در آزمایشهای معمولی اندازه می‌گیریم، زیرا به ندرت در این فاصله‌های کوتاه کار می‌کنیم. [یک استثنا جابه‌جایی لمب است — اختلالی کوچک در طیف اتم هیدروژن — که در آن تأثیر قطبیدگی خلا

(یا به عبارت بهتر، نبود آن در فاصله‌ها کوتاه) به وضوح قابل تشخیص است. [ آنچه همواره آن را بار الکترون نامیده‌ایم در واقع بار موثر کاملاً استتار شده است.

در QCD، مانند الکتروودینامیک، همین اتفاق رخ می‌دهد. اما در عوامل مهم دیگری نیز اضافه می‌شود. در QCD نه تنها رأس کوآرک-کوآرک-گلوئون را داریم، (که به خودی خود، به افزایش شدت جفت‌شدگی قوی در فاصله‌های کوتاه می‌انجامد)، بلکه رأس گلوئون-گلوئون مستقیمی نیز وجود دارد. بنابراین علاوه بر نمودارهای مشابه قطبیدگی خلا در QED، باید حلقه‌های گلوئونی به شکل زیر را نیز داشته باشیم:

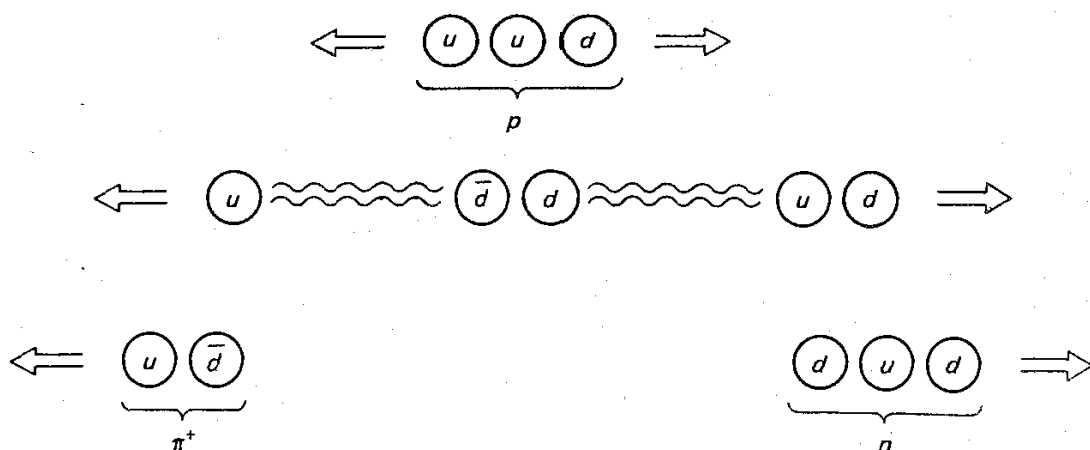


از پیش معلوم نیست که این نمودارها چه تأثیری در ماجرا خواهد داشت [۳]. اما معلوم شده است که اثر آنها عکس هم است. یعنی رقابتی بین نمودارهای قطبش کوآرک (که  $\alpha_s$  را «کاهش» می‌دهند) رخ می‌دهد. چون در نظریه فیزیکی، مورد اول به تعداد کوآرکها (و در نتیجه، به تعداد طعمها،  $f$ ) و دومی به تعداد گلوئونها (در نتیجه به تعداد رنگها،  $n$ ) بستگی دارد. پیروزی در این رقابت به تعداد نسبی طعم و رنگ بستگی دارد. پارامتر بحرانی به شکل زیر است

$$a \equiv 2f - 11n \quad (2-2)$$

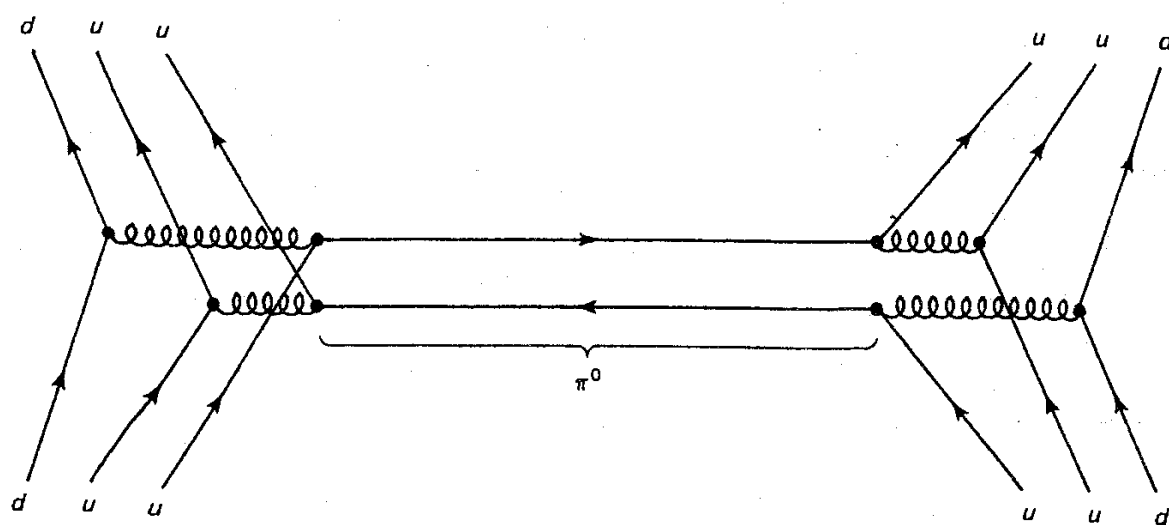
اگر این عدد مثبت باشد، اثر جفت‌شدگی مانند QED، در فاصله‌های کوتاه افزایش می‌یابد و اگر منفی باشد جفت‌شدگی کم می‌شود. در مدل استاندارد،  $f = 6$  و  $n = 3$  است. پس  $a = -21$ ، و جفت‌شدگی QCD در فاصله‌های کوتاه کاهش می‌یابد. به طور کیفی، این منشأ آزادی جانبی است.

تفاوت نهایی میان QED و QCD آن است که در حالی که بسیاری از ذرات حامل بار الکتریکی هستند، اما ذرات طبیعی حامل رنگ نیستند. به طور تجربی، به نظر می‌رسد که کوآرکها در بسته‌های بی‌رنگ (مزونها) و سه‌تایی (باریونها) محبوس‌اند. بنابراین فرایندهای واقعی که



شکل ۲-۳ یک سناریوی ممکن برای محصور بودن کوارکها: وقتی یک کوارک  $u$  را از پروتون بیرون می‌کشیم، یک جفت کوارک خلق می‌شود و به جای کوارک آزاد یک پيون و نوترون برجای می‌ماند.

در آزمایشگاه مشاهده می‌کنیم، تجلی پیچیده و غیر مستقیمی از کرومودینامیک هستند. این مانند آن است که تنها از راه نیروی واندروالس بین دو مولکول خنثی به الکتروستاتیک دست یابیم. برای مثال، نیروی (قوی) دو پروتون شامل نمودار زیر (و نمودارهای پیچیده دیگر) است:



در اینجا مدل تبادل پيون یوکاوا را تشخیص می‌دهید، اما کل فرایند بسیار پیچیده‌تر از آن است که یوکاوا تصور می‌کرد. اگر QCD درست باشد، باید برای مقید بودن کوارکها توضیحی داشته باشد. یعنی به‌عنوان نتیجه‌ای از این نظریه، باید بتوان ثابت کرد که: کوارکها فقط می‌توانند به‌صورت ترکیبهای بدون رنگ وجود داشته باشند. قطعاً این برهان، افزایش بی‌حد انرژی پتانسیل را، وقتی کوارکها از هم دور می‌شوند، را نشان خواهد داد. پس برای جدا کردن کامل آنها (شکل ۲-۳) باید مقدار انرژی نامحدود (یا به قدری که برای خلق زوج کوارک-پاد کوارک جدید لازم باشد) را صرف کرد. اما تاکنون هیچ‌کس دلیلی قطعی مبنی بر اینکه QCD مستلزم محصور بودن است را ارائه نداده است (نگاه کنید به مرجع ۲۵ از فصل اول) و مشکل اینجاست که محصور بودن رفتار دوربرد را

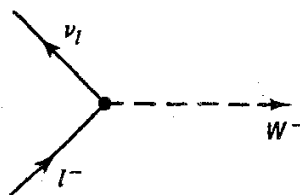
برای برهم‌کنش کوارک-کوارک ایجاب می‌کند. اما این درست رژیمی است که در آن حساب فاینمن غلط از آب درمی‌آید.

## ۲-۴ برهم‌کنشهای ضعیف [۴]

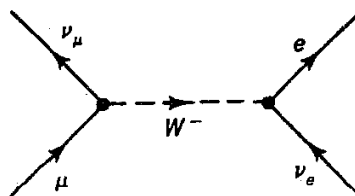
بار الکتریکی نیروی الکترومغناطیسی و رنگ نیروی قوی را تولید می‌کند، اما نام بخصوصی برای «چیزی» که نیروی ضعیف را تولید کند وجود ندارد. برخی آن را «بار ضعیف» می‌نامند. اما در هر حال، هر نامی را که برای آن به‌کار ببرید، «چیزی» است که همه کوارکها و لپتونها حامل آن‌اند. (لپتونها رنگ ندارند، پس در برهم‌کنشهای قوی شرکت نمی‌کنند، نوترینوها بار ندارند، پس نیروی الکترومغناطیسی را حس نمی‌کند، اما همه آنها در برهم‌کنش ضعیف شرکت دارند.) دو نوع برهم‌کنش ضعیف باردار (با واسطه  $W$ ) و خنثی (با واسطه  $Z$ ) وجود دارد. نظریه برای لپتونها شسته‌رفته‌تر از کوارکهاست، بنابراین با لپتونها شروع می‌کنیم.

### ۲-۴-۱ لپتونها

به نظر می‌رسد رأس بنیادی برهم‌کنش ضعیف باردار به شکل زیر باشد:



یک لپتون منفی (که می‌تواند  $e^-$ ،  $\mu^-$  یا  $\tau^-$  باشد) با گسیل  $W^-$  (یا جذب  $W^+$ ) به نوترینوی متناظر آن لپتون تبدیل می‌شود:  $l^- \rightarrow \nu_l + W^-$ \*. طبق روال گذشته، با ترکیب چند رأس بنیادی، واکنشهای پیچیده‌تری را تولید می‌کنیم. مثلاً فرایند  $\mu^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_\mu$  با نمودار زیر داده می‌شود:

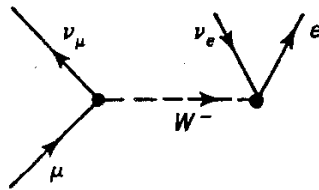


این رویداد پراکندگی نوترینو-یوئون، را به‌سختی می‌توان در آزمایشگاه برقرار ساخت. اما نموداری که با اندکی تغییر در نمودار بالا به‌دست می‌آید واپاشی موئون را، که همواره رخ می‌دهد، توصیف

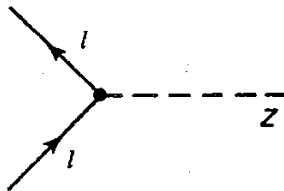
\* البته این مستلزم آن است که  $l^+ \rightarrow \bar{\nu}_l + W^+$  نیز یک رأس مجاز باشد.



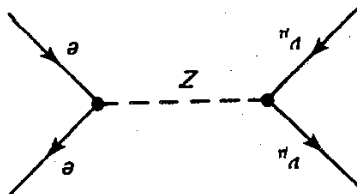
می‌کند،  $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ :



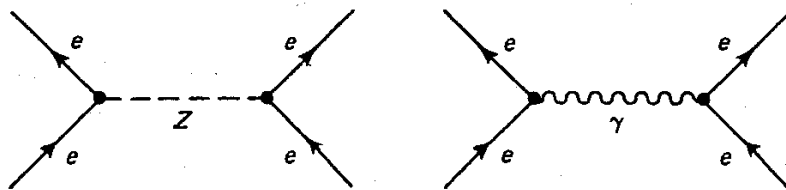
(عملاً، این نمودار، پایین‌ترین مرتبه در واپاشی موئون است، اما در نظریهٔ برهم‌کنش ضعیف نیازی نیست که تصحیحات مرتبه بالاتر را در نظر گرفت.)  
 رأس بنیادی خنثی عبارت است از:



در اینجا  $l$  می‌تواند هر لپتونی (حتی نوترینو) باشد. در این فرایند مانند پراکندگی نوترینو-الکترون  $Z(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-)$  رد و بدل می‌شود:



گرچه از ابتدا فرایندهای ضعیف باردار شناخته شده بودند (خود واپاشی بتا تا یک فرایند باردار است)، ولی تا سال ۱۹۵۸، امکان نظری وجود فرایندهای ضعیف خنثی مشخص نشده بود. در مدل گلاشو-واینبرگ-سلام (GWS) فرایندهای ضعیف خنثی یک جزء ضروری هستند، و وجود آنها در سال ۱۹۷۳ در سرن به‌طور تجربی تأیید شد [۵]. به دو دلیل کشف فرایندهای ضعیف خنثی به‌طول انجامید: (۱) هیچ‌کس در پی آنها نبود و (۲) این فرایندها اثرات قوی‌تر الکترومغناطیسی می‌پوشاندند. برای مثال بین دو الکترون هم  $Z$  می‌تواند رد و بدل شود و هم فوتون:

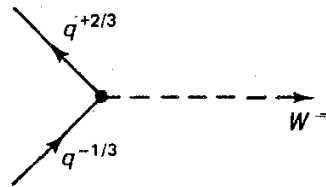


از قرار معلوم، با استتار به نمودار اول، باید اصلاح کوچکی در قانون کولی صورت گیرد، اما فرایندی که واسطهٔ آن فوتون است به‌نحو چشمگیری غالب است. واکنش  $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$  در انرژیهای بالا، در DESY (هامبورگ) بررسی شد و مدرک معتبری برای سهم  $Z$  به‌دست آمد [۶].

اما برای مشاهدهٔ برهم‌کنش خنثای ناب می‌توان از پراکندگی نوترینو استفاده کرد که در آن سازوکار الکترومغناطیسی رقیب سهمی ندارد، ولی آزمایشهای مربوط به نوترینو بسیار مشکل‌اند.

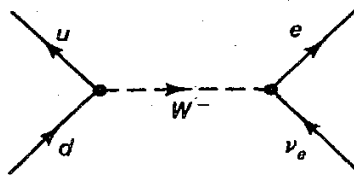
### ۲-۴-۲ کوارکها

باید توجه داشت که رهوس نمودارهای برهم‌کنش ضعیف لپتونی اعضای یک نسل هستند:  $e^-$  (با گسیل  $W^-$ ) به  $\nu_e$  یا  $\mu^- \rightarrow \mu^-$  (با گسیل  $Z$ ) تبدیل می‌شود، اما هرگز  $e^-$  به  $\mu^-$  یا  $\mu^-$  به  $\nu_e$  تبدیل نمی‌شود. بنابراین پایستگی عدد الکترونی، عدد موثونی و عدد تاویبی به نظریه تحمیل می‌شود. شاید فکر کنیم که همین قاعده در مورد کوارکها به‌کار می‌رود، پس رأس بنیادی فرایند باردار به شکل زیر است:

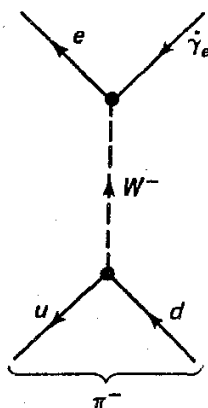


یعنی کوارکی با بار  $2/3$  (که می‌تواند:  $d, s$  یا  $b$  باشد) به کوارکی با بار  $1/3$  (که به ترتیب می‌تواند  $u, c$  یا  $t$  باشد) تبدیل می‌شود. کوارک خروجی رنگ کوارک ورودی را دارد، اما طعم آن متفاوت است. البته این بدان معنی نیست که  $W$  حامل طعم «مفقود» است، زیرا  $W$  می‌تواند با لپتونها، که طعم ندارند، جفت شود. پس در برهم‌کنشهای ضعیف، طعم پایسته نیست (همان‌طور که رنگ در رأس قوی تغییر می‌کند، در رأس ضعیف، نوعاً طعم کوارک تغییر می‌کند و بدین‌جهت برهم‌کنش ضعیف را گاهی «دینامیک طعم» می‌نامند).

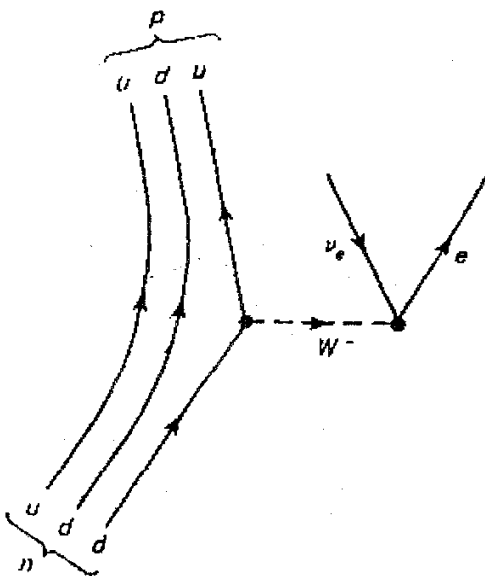
انتهای دورتر خط  $W$  در نمودار می‌تواند با لپتونها (فرایند «نیمه‌لپتونی») یا با کوارکهای دیگر (فرایند کاملاً هادرونی) جفت شود. بی‌شک مهم‌ترین فرایند نیمه‌لپتونی،  $d + \nu_e \rightarrow u + e$  است:



به‌دلیل محصور بودن کوارک، این فرایند هرگز در طبیعت رخ نمی‌دهد. اما با چرخاندن نمودار و با مقید کردن  $\bar{u}$  و  $d$  به هم (با نیروی قوی)، نموداری به‌دست می‌آید که واپاشی پيون،  $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$  را نشان می‌دهد:



(به دلیلی که بعداً بیان می‌کنیم واپاشی معمول‌تر  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  است، اما نمودار آن شبیه همین نمودار است، با این تفاوت که باید  $\mu$  را جایگزین  $e$  کنیم.) به علاوه، این نمودار اساساً نموداری برای واپاشی بتازای نوترون است  $(n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e)$ :



پس سواى آلودگى به برهم‌کنش قوى (که به شکل وجود کوارک‌های «تماشاچی»  $u$  و  $d$  ظاهر می‌شود)، واپاشی نوترون، ساختاری شبیه واپاشی موئون و رابطه نزدیکی با آن دارد. قبل از پیدایش مدل کوارکی، این سه واپاشی، به صورت سه فرایند مختلف ظاهر می‌شدند.

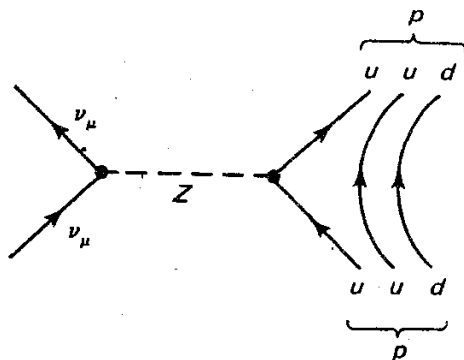
اگر در نمودار قبل به جای رأس الکترون-نوترینو، رأس کوارک-کوارک را قرار دهیم، برهم‌کنش

$$\Delta^0 \rightarrow p^+ + \pi^- \text{ به دست می‌آید:}^*$$

\* محتوای کوارکی  $\Delta^0$  شبیه نوترون است، اما این واپاشی برای نوترونها غیرممکن است زیرا برای تولید پروتون و پیون جرم کافی ندارند.

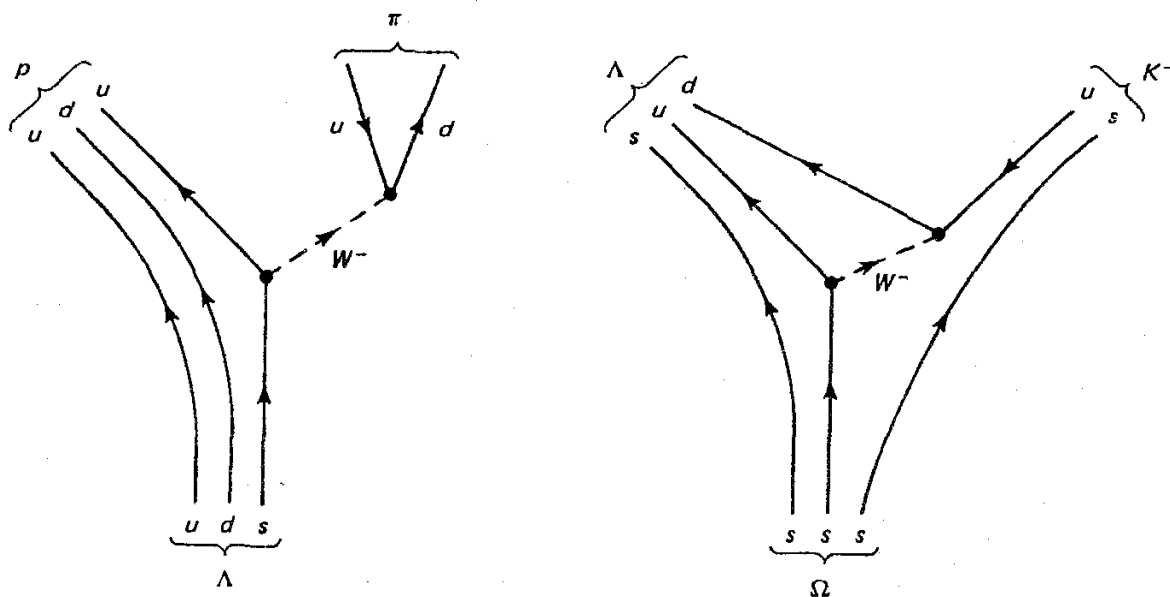


این امر به فرایند پراکندگی نوترینو به شکل  $\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p$  می‌انجامد:



مبادله  $Z$  در نیروی بین الکترون-پروتون داخل اتم نیز سهمی ناچیز دارد. البته همان‌طور که قبلاً گفتیم، این سهم را نیروی الکترومغناطیسی غالب می‌پوشاند، اما در برخی گذارهای اتمی که به دقت برگزیده شده باشند، می‌توان این سهم را آشکار کرد.

تا اینجا همه چیز نسبتاً ساده بود: تا جایی که به برهم‌کنشهای ضعیف مربوط می‌شود، کوارکها همانند لپتونها هستند و تنها تفاوت در ویژگی محصور بودن نیروی قوی است، زیرا معمولاً کوارکهای تماشاچی حضور دارند و کوارکهای در حال برهم‌کنش ضعیف را همراهی می‌کنند. متأسفانه این تصویر بسیار ساده است و مادامی که رأس بنیادی کوارک بتواند فقط در داخل هر نسل عمل کند، هرگز نمی‌توان برهم‌کنش ضعیف را که در آن شگفتی تغییر می‌کند به حساب آورد. مثالی از این نوع را می‌توان در واپاشی لاندا ( $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$ ) یا در واپاشی امگا منفی ( $\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-$ ) که در آن یک کوارک شگفت به یک کوارک بالا تبدیل می‌شود دید:



کابیو در سال ۱۹۶۳ راه‌حلی برای این معضل پیشنهاد کرد و گلاشو و ایلویپولوس و مایانی (GIM) در سال ۱۹۷۰ آن را در مورد فرایندهای خنثی به‌کار بردند و در سال ۱۹۷۳ کوبایاشی و ماسکاوا

(KM) آن را به سه نسل گسترش دادند. \* ایده‌آساسی «تحریف» نسلهای کوآرک برای برهم‌کنشهای ضعیف است. یعنی نیروی ضعیف به‌جای جفت‌شدن با زوجهای

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (3-2)$$

با زوجهای زیر جفت می‌شود

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} \quad (4-2)$$

که در آن  $d'$ ,  $s'$  و  $b'$  ترکیب خطی کوآرکهای فیزیکی  $d$ ,  $s$  و  $b$  هستند:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (5-2)$$

اگر ماتریس  $3 \times 3$ ، کوبایاشی-ماسکاو ماتریس یکه بود،  $d'$ ,  $s'$  و  $b'$  همان  $d$ ,  $s$  و  $b$  می‌شدند و هیچ گذار «بین‌نسلی» به‌وقوع نمی‌پیوست و «بالا بودن به‌علاوه پایین بودن» قطعاً باید پایسته باشد (همان‌طور که عدد الکترونی چنین است)، «شگفتی به‌علاوه افسون» باید پایسته باشد (نظیر عدد موثونی) و همچنین «سربودن به‌علاوه ته بودن» باید پایسته باشد (نظیر عدد تاؤیی). اما این ماتریس یک ماتریس یکه نیست (گرچه به آن بسیار نزدیک است) و به‌طور تجربی اندازه‌ اجزای ماتریس عبارت‌اند از [۷]:

$$\begin{pmatrix} 0.14 & 0.014 & 0 \\ 0.070 & 0.036 & 0 \\ 0.999 & 0.997 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{به} \\ \text{به} \\ \text{به} \end{matrix} \begin{pmatrix} 0.24 & 0.21 & 0 \\ 0.973 & 0.971 & 0 \\ 0.069 & 0.036 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{به} \\ \text{به} \\ \text{به} \end{matrix} \begin{pmatrix} 0.977 & 0.970 & 0 \\ 0.24 & 0.21 & 0 \\ 0.024 & 0.024 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{به} \\ \text{به} \\ \text{به} \end{matrix} \quad (6-2)$$

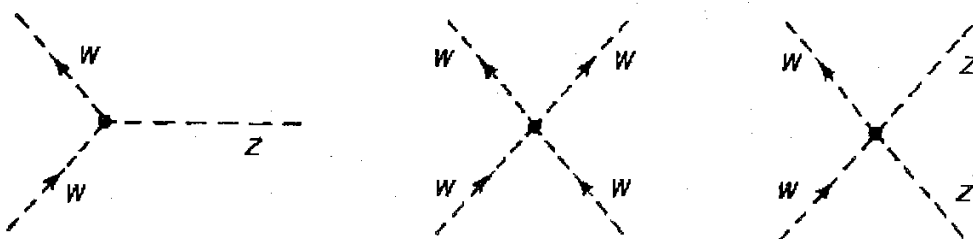
$V_{ud}$  معیاری از جفت‌شدگی  $u$  با  $d$ ،  $V_{us}$  جفت‌شدگی  $u$ ،  $s$  و غیره است. غیر صفر بودن  $V_{us}$  چیزی که باعث می‌شود فرایندهای تغییر شگفتی مانند واپاشی  $\Lambda$  و  $\Omega^-$  رخ دهد.

### ۳-۴-۲ جفت‌شدگیهای ضعیف و الکترومغناطیسی $Z$ و $W$

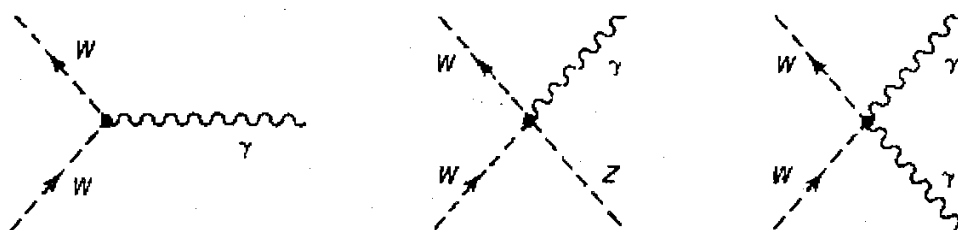
در نظریه GWS، جفت‌شدگی مستقیمی میان  $Z$  و  $W$  (مانند جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون

\* در فصل ۱۰ به‌طور کامل در مورد سازوکار کابیو KM/GIM بحث می‌کنیم.

در نظریه QCD وجود دارد:



به علاوه، چون  $W$  باردار است، می‌تواند با فوتون جفت شود:



گرچه این برهم‌کنشها برای سازگاری درونی نظریه بسیار مهم‌اند، اما در بخش ۱۱ خواهیم دید که اکنون اهمیت عملی چندانی ندارند (مسئله ۲-۶).

## ۲-۵ واپاشیها و قوانین پایستگی

یکی از برجسته‌ترین ویژگی کلی ذرات بنیادی، تمایل آنها به فروپاشی است؛ این را می‌توان به شکل یک اصل کلی بیان کرد: «هر ذره به ذرات سبک‌تر وامی‌باشد، مگر اینکه اصول پایستگی مانع از انجام آن شوند». نوترینوها و فوتونها پایدارند (جرم آن صفر است، پس ذره سبک‌تری که بتوانند به آن واپاشند وجود ندارد). الکترون نیز پایدار است (الکترون سبک‌ترین ذره باردار است و پایستگی بار مانع واپاشی آن می‌شود)، پروتون احتمالاً پایدار است (چون پروتون سبک‌ترین باریون است. پایستگی عدد باریونی مانع واپاشی آن می‌شود). به همین دلایل پوزیترون و پاد پروتون نیز پایدارند. بجز موارد بالا، همه ذرات خودبه‌خود فرو می‌باشند. جهان ما عمدتاً از پروتونها، نوترونها، الکترونها، فوتونها، نوترینوها و چیزهای دیگری که هرازگاهی (در برخوردها) خلق می‌شوند ولی عمر طولانی ندارند، پر شده است. هر ذره ناپایدار دارای عمر میانگین مشخصه\*  $\tau$  است: عمر میانگین موئون  $2.2 \times 10^{-6}$  ثانیه، برای  $\pi^+$   $2.6 \times 10^{-8}$  ثانیه و عمر میانگین  $\pi^+$   $2.6 \times 10^{-17}$  ثانیه است. اغلب ذرات دارای مدهای مختلف واپاشی هستند؛ برای مثال  $64\% K^+$ ها به  $\mu^+ + \nu_\mu$  واپاشیده می‌شوند، اما  $21\%$  آنها به  $\pi^+ + \pi^0$  و  $6\%$  آنها به  $\pi^+ + \pi^+ + \pi^-$  و  $5\%$  آنها به  $(e^+ + \nu_e + \pi^0)$  و غیره وامی‌باشند. یکی از اهداف نظریه ذرات بنیادی محاسبه این طول عمرها و نسبتهای انشعابی در هر واپاشی است.

\* طول عمر  $\tau$  و نیمه عمر،  $t_{1/2}$ ، با فرمول  $t_{1/2} = (\ln 2)\tau = 0.693\tau$  به هم مربوط‌اند. نیمه عمر زمانی است که در یک نمونه بزرگ، نیمی از ذرات واپاشیده شوند (فصل ۶، بخش ۶-۱).

به هر واباشی یکی از سه نیروی بنیادی حاکم است. برای مثال  $\Delta^{++} \rightarrow p^+ + \pi^+$  یک واباشی قوی؛  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$  یک واباشی الکترومغناطیسی و  $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$  یک واباشی ضعیف است. اما چگونه می‌توان نوع هر واباشی را تعیین کرد؟ اگر در محصولات واباشی فوتون مشاهده شود، قطعاً فرایند الکترومغناطیسی است. اگر نوترینو مشاهده شود فرایند از نوع ضعیف است. اما اگر نوترینو یا فوتونی پدیدار نشود، تعیین نوع واباشی کمی مشکل است، مثلاً  $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$  واباشی ضعیف و  $\Delta^- \rightarrow n + \pi^-$  واباشی قوی است. بعداً چگونگی تعیین نوع واباشی را بیان خواهیم کرد، ولی در ابتدا مهیج‌ترین اختلاف تجربی بین واباشی قوی، الکترومغناطیسی و ضعیف را بیان می‌کنیم. یک واباشی قوی نوعاً دارای طول عمری حدود  $10^{-23}$  ثانیه، یک واباشی الکترومغناطیسی طول عمر حدود  $10^{-16}$  ثانیه و محدودهٔ زمان واباشی ضعیف از حدود  $10^{-13}$  ثانیه (برای ذره  $\tau$ ) تا ۱۵ دقیقه (برای نوترون) است. برای یک نوع برهم‌کنش خاص، هر چه اختلاف جرم ذرهٔ اولیه و محصولات واباشی بیشتر باشد، معمولاً فرایند واباشی سریع‌تر صورت می‌گیرد، درست مانند تویی که از لبهٔ با شیب بیشتر، تندتر پایین می‌آید. البته استثناهایی نیز وجود دارد: برای مثال فرایند  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ،  $10^4$  برابر سریع‌تر از فرایند  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  انجام می‌شود، البته برای این حالتها نیاز به توجیه خاصی دارند. علت وسعت گسترهٔ طول عمر در برهم‌کنش ضعیف، اثرات سینماتیکی است. به‌ویژه، در واباشی نوترون،  $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$  که جرم نوترون به مجموع جرم پروتون و الکترون بسیار نزدیک است، پس طول عمر نوترون به مراتب بیشتر از سایر ذرات ناپایدار است. به‌لحاظ تجربی، تفاوت بسیار زیادی میان طول عمرهای واباشیهای قوی و الکترومغناطیسی (با ضریب حدود  $10^6$  میلیون) و نیز بین واباشیهای الکترومغناطیسی و ضعیف (با ضریب حداقل حدود یک‌هزار) وجود دارد. در نظر فیزیکدانان ذرات زمانهای  $10^{-23}$  ثانیه یکای «عادی» زمان است و عموماً در کتابهای راهنما هر چیزی را که عمری بیش از  $10^{-17}$  ثانیه داشته باشد را جزء ذرات «پایدار» طبقه‌بندی می‌کنند! [۸].

اکنون به قوانین پایستگی می‌پردازیم که بعضی واکنشها را مجاز و برخی دیگر را ممنوع می‌سازند، ابتدا باید بدانیم که قوانین پایستگی کاملاً سینماتیکی مانند پایستگی انرژی و تکانه (که در فصل ۳ آن را بررسی خواهیم کرد) و پایستگی تکانهٔ زاویه‌ای (که در فصل ۴ خواهد آمد) وجود دارند.

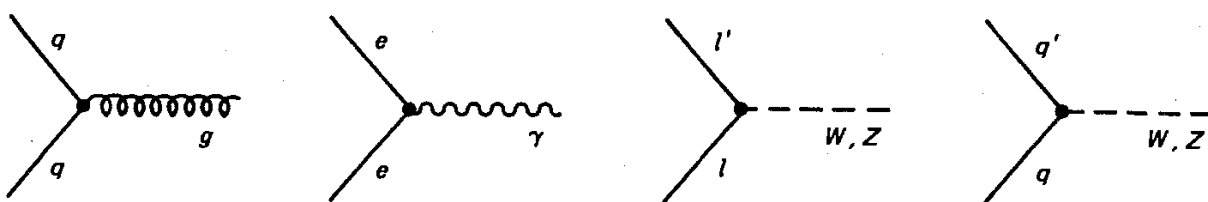
\* در ضمن،  $10^{-23}$  ثانیه حدود زمانی است که یک سیگنال نوری از یک هادرون (با قطر حدود  $10^{-15}$  متر) عبور می‌کند. پس واضح است که نمی‌توان طول عمر چنین ذره‌ای را با اندازه‌گیری طول رد مسیر آن محاسبه کرد. [همان‌طور که در مسئله ۸-۱ ب برای  $\Omega^-$  دیدیم]. در عوض، می‌توان یک نمودار ستونی از اندازه‌گیریهای جرم آن رسم کرد و با استفاده از اصل عدم قطعیت  $\Delta E \Delta t = \hbar$ ، که در آن  $\Delta E = (\Delta m)c^2$  و  $\Delta t = \tau$  باشد، به‌دست آورد:

$$\tau = \frac{\hbar}{(\Delta m)c^2}$$

پس پاشیدگی جرم، معیاری از طول عمر ذره است.



این واقعیت که: یک ذره نمی‌تواند به ذرات سنگین‌تر از خود واپاشیده شود پیامد پایستگی انرژی است (هرچند ممکن است آن قدر «بدیهی» باشد که نیازی به توضیح نداشته باشد). قوانین پایستگی سینماتیکی در همه برهم‌کنشهای قوی، الکترومغناطیسی ضعیف و تمام مواردی که ممکن است در آینده پیش آید — به‌کار می‌روند. زیرا از نسبیت خاص به‌دست می‌آیند. در هر حال، در اینجا به قوانین پایستگی دینامیکی ناظر بر سه برهم‌کنش مورد نظر توجه خواهیم کرد. ربع قرن پیش این قوانین را، قواعد تجربی که از آزمایش به‌دست آمده بودند می‌دانستیم و شما باید آنها را به خاطر می‌سپردید. اینها همان رموزی بودند که در فصل ۱ با آنها مواجه شده بودیم. اما اکنون یک الگوی عملی برای هر یک از این نیروهای بنیادی در اختیار داریم، و این الگو از چهار رأس بنیادی زیر به‌دست می‌آید:



قوی

الکترومغناطیسی

ضعیف

چون تمام فرایندهای فیزیکی از اتصال این نمودارها در ترکیبهای استادانه‌ای به‌دست می‌آیند، باید هر آنچه که در هر رأس پایسته می‌ماند در تمام واکنش نیز پایسته باقی بماند. پس چه پایستگیهایی داریم؟

۱. پایستگی بار: در هر سه نوع برهم‌کنش بار الکتریکی پایسته است. در مورد برهم‌کنش ضعیف با آنکه لپتون (یا کوارک) خروجی ممکن است باری شبیه بار لپتون (یا کوارک) ورودی نداشته باشد، اما این اختلاف بار را  $W$  حمل می‌کند.

۲. پایستگی رنگ: برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی تأثیری بر رنگ ندارند. در یک رأس قوی رنگ تغییر می‌کند، اما این اختلاف را گلوئون همراه می‌برد. (جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون نیز رنگ را پایسته نگه می‌دارد). اما به هر حال، چون ذرات طبیعی همواره بی‌رنگ هستند، مشاهده پایستگی رنگ تقریباً بدیهی است: یعنی در برهم‌کنشها رنگ ورودی صفر و رنگ خروجی نیز صفر است.

۳. پایستگی عدد باریونی: در تمام رأسهای ابتدایی، اگر کوارکی وارد شود، یک کوارک خارج می‌شود، پس تعداد کلی کوارکهای موجود ثابت است. در این محاسبه، پاد کوارکها را منفی در نظر می‌گیریم، مثلاً در رأس  $q + \bar{q} \rightarrow g$ ، عدد کوارکی قبل و بعد از فرایند صفر است. البته هیچ‌وقت تک‌تک کوارکها دیده نمی‌شوند، بلکه فقط به‌صورت باریونها (با عدد کوارکی ۳)، پاد باریونها (با عدد کوارکی -۳) و مزونها (با عدد کوارکی صفر) دیده می‌شوند. پس در عمل بهتر است از پایستگی عدد باریونی ( $A = 1$ ) برای باریونها،  $A = -1$  برای پاد باریونها و  $A = 0$  برای بقیه چیزها

صحبت کنیم. عدد باریونی دقیقاً  $1/3$  عدد کوارکی است. توجه داشته باشید که چنین پایستگی مشابهی برای عدد مزونی وجود ندارد. چون مزونها حامل عدد کوارکی صفر هستند، می‌توان در محصولات یک برخورد یا واپاشی مفروض، می‌توان با توجه به پایستگی انرژی، هر تعداد مزون دلخواه تولید کرد.

۴. عدد الکترونی، عدد موثونی، و عدد تاو: نیروی قوی هرگز کاری به لپتونها ندارد، در برهم‌کنش الکترومغناطیسی ذره خروجی از فرایند (به‌همراهی یک فوتون) همان ذره‌ای است که وارد شده و برهم‌کنشهای ضعیف تنها لپتونهای موجود در یک نسل را به هم می‌آمیزند. بنابراین، عدد الکترونی، عدد موثونی و عدد تاو همگی پایسته‌اند. اگر آمیختگی کابیبو وجود نداشت، می‌توانستیم همین پایستگی را در هر نسل کوارکی نیز داشته باشیم (بالایی به‌اضافه پایینی، شگفتی به‌اضافه افسون، زیبایی به‌اضافه حقیقت)، اما این واقعیت که در برهم‌کنش ضعیف نسلها تحریف می‌شوند کار را خراب می‌کند، و پایستگی عدد هادرونی همانند پایستگی تک‌تک اعداد لپتونی وجود ندارد.

۵. پایستگی تقریب طعم: قوانین پایستگی که تاکنون در نظر گرفتیم مطلق بودند، به این معنی که در هر سه برهم‌کنش برقرار بودند. هرگونه نقض این قوانین، هشدار است که گوشزد می‌کند باید دیدگاهمان را نسبت به جهان زیراتمی اصلاح کنیم. اما در مورد پایستگی طعم کوارک چه می‌توان گفت؟ طعم در رأس قوی و الکترومغناطیسی پایسته می‌ماند، اما در یک رأس ضعیف، که در آن یک کوارک بالا به یک کوارک پایین یا کوارک شگفت تبدیل می‌شود بدون اینکه چیزی بالا بودن بگیرد و چیزی پایین بودن یا شگفتی تأمین کند، این پایستگی برقرار نیست. چون نیروی ضعیف بسیار ضعیف است، می‌گوییم طعمهای مختلف تقریباً پایسته‌اند. در واقع، شاید به‌خاطر داشته باشید که درست همین پایستگی تقریبی بود که باعث شد گلن در مفهوم شگفتی را وارد کند. او این واقعیت را به این شکل بیان کرد که: ذرات شگفت همواره به‌صورت زوج تولید می‌شوند: مثلاً

$$\pi^{-}(d\bar{u}) + p^{+}(uud) \rightarrow K^{+}(u\bar{s}) + \Sigma^{-}(dds) \quad (7-2)$$

اما فرایند:

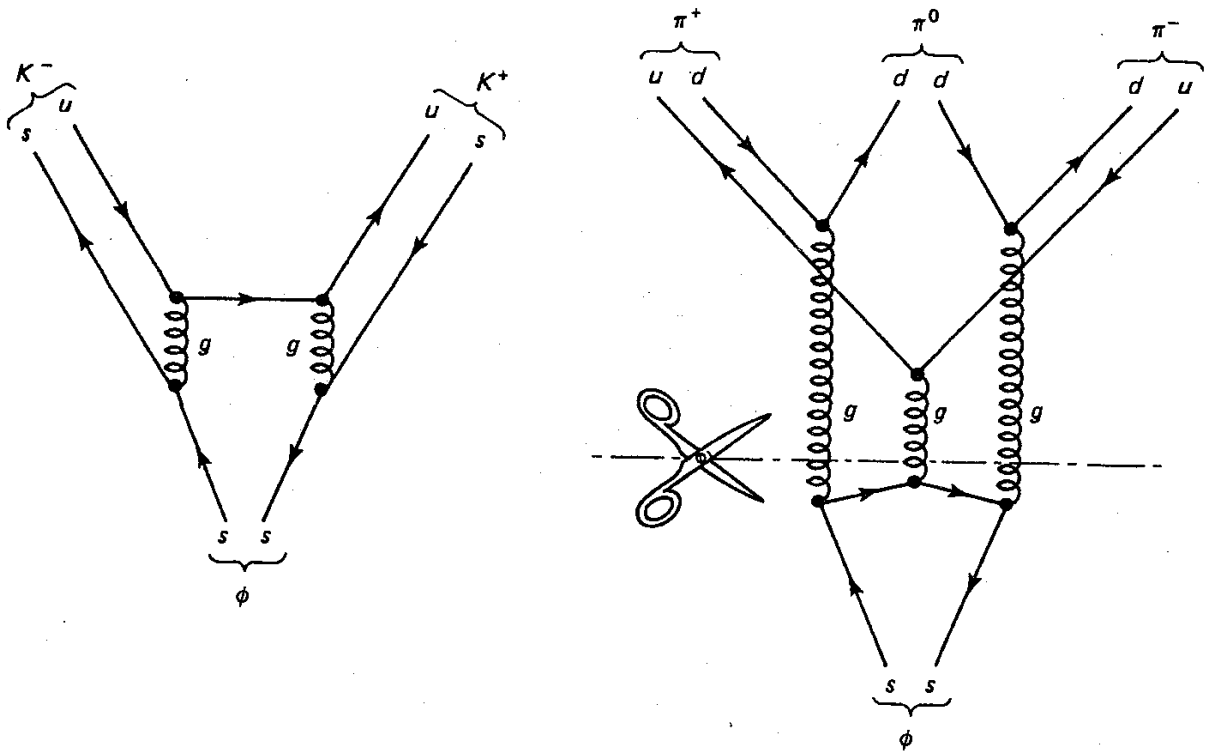
$$\pi^{-}(d\bar{u}) + p^{+}(uud) \not\rightarrow \pi^{+}(u\bar{d}) + \Sigma^{-}(dds) \quad (8-2)$$

زیرا این واکنش پایستگی شگفتی را نقض می‌کند. (در واقع این فرایند یک برهم‌کنش ضعیف ممکن است، اما هیچ‌وقت در آزمایشگاه نمی‌توان آن را دید، زیرا این فرایند رقابت شدیدی با فرایند محتمل‌تر از نوع قوی دارد که در آن شگفتی پایسته است.) اما، ناپایستگی شگفتی در واپاشیها بسیار چشمگیر است. زیرا برای بسیاری از ذرات این تنها راه واپاشی است و هیچ فرایندی الکترومغناطیسی یا قوی

برای رقابت با آن وجود ندارد. برای مثال،  $\Lambda$  سبک‌ترین باریون است که اگر بخواهد واپاشد باید  $n$  (یا  $p$ ) به علاوه چیزهای دیگری تبدیل می‌شود. از طرفی  $K$  سبک‌ترین مزون شگفت است ولی  $n$  (یا  $p$ ) به اضافه  $K$  به مراتب سنگین‌تر از  $\Lambda$  است. پس اگر  $\Lambda$  بخواهد واپاشیده شود، شگفتی نمی‌تواند پایسته بماند و واکنش، فرایندی ضعیف خواهد بود (می‌دانیم که  $\Lambda$  واپاشیده می‌شود: در ۶۴٪ موارد به صورت  $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$  و ۳۶٪ موارد به صورت  $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$ ). در عوض  $\Delta^0$  (با شگفتی صفر) می‌تواند بایک برهم‌کنش قوی به  $p^+ + \pi^-$  یا  $n + \pi^0$  واپاشیده شود و در نتیجه طول عمر کوتاه‌تری دارد.

۶. قاعده OZI: سرانجام، باید به مورد عجیبی که از فصل ۱ تاکنون در فکرش بودم اشاره کنم که واپاشی  $\psi$  است به خاطر دارید حالت مقیدی از کوارک افسون و پاد کوارک آن،  $\psi = c\bar{c}$  است.  $\psi$  طول عمری دارد که به صورت غیرعادی طولانی است (حدود  $10^{-20}$  ثانیه)؛ اما چرا؟ طول عمر  $\psi$  آن قدر کوتاه هست که در زمره واپاشی قوی قرار گیرد. اما چرا این مقدار هزار بار کندتر از چیزی است که باید برای واپاشی قوی باشد؟ توضیح این معضل (اگر آن را چنین بنامید) به مشاهدات اکوبو، زوئیک و ایزوکا برمی‌گردد و آن را قاعده «OZI» می‌نامیم. این سه نفر این معضل را با در نظر گرفتن اینکه مزون  $\phi$  (متشکل از کوارکهای  $s\bar{s}$  با شگفتی مشابه  $\psi$ ) اغلب به جای آنکه به سه  $\pi$  واپاشیده شود به دو  $K$  وامی‌باشد، حل کردند (واپاشی  $\pi$  به دو پیون، به دلایلی که در بخش ۴ خواهیم گفت، ممنوع است) هرچند به لحاظ انرژی واپاشی به سه پیون مطلوب‌تر است (جرم دو  $K$ ،  $990 \text{ MeV}/c^2$  و جرم سه پیون  $415 \text{ MeV}/c^2$  است). در شکل ۲-۴ دیده می‌شود که نمودار سه‌پیونی را می‌توان فقط با بریدن خطوط گلوئونی به نمودار دوپیونی تبدیل کرد. ینا به قاعده OZI این فرایندها «سرکوب شده‌اند». اما مطلقاً ممنوع نیستند، زیرا واپاشی  $\phi \rightarrow 3\pi$  واقعاً رخ می‌دهد، اما با احتمالی بسیار کمتر از آنچه که انتظار داریم. قاعده OZI به صورت زیر با آزادی مجانبی ربط دارد: در یک نمودار سرکوب‌شده OZI، گلوئونها باید «سخت» (پرانرژی) باشند، زیرا با یک انرژی لازم برای تبدیل هادرونها به قطعات حاصل داشته باشند. اما، با توجه به آزادی مجانبی گلوئونها در انرژیهای بالا (برد کوتاه) جفت‌شدگی ضعیفی دارند. برعکس، در فرایندهای مجاز OZI گلوئونها نوعاً «نرم» (کم‌انرژی) هستند و در این محدوده جفت‌شدگی قوی است. این بیانی کیفی از قاعده OZI است. (جزئیات کمی، درک کامل‌تری از QCD را می‌طلبد).

اما اینها چه ربطی به  $\psi$  دارد؟ احتمالاً همین قاعده، فرایند  $\psi \rightarrow 3\pi$  را سرکوب می‌کند و  $\psi$  به دو مزون افسون  $D$  واپاشیده می‌شود (شبيه  $K$ ، اما کوارکهای افسون جانشین کوارکهای شگفت شده‌اند). تنها تفاوت در این است که در تبدیل  $\psi$  به  $D$  پیچیدگی جدیدی وجود دارد: یک جفت  $D$  بسیار سنگین‌تر از  $\psi$  هستند. پس واپاشی  $D^0 + \bar{D}^0$  (یا  $D^+ + D^-$ ) به  $\psi$  به لحاظ سینماتیکی ممنوع است و واپاشی  $\psi \rightarrow 3\pi$  فرایند سرکوب‌شده OZI است، و ترکیب این عوامل طول عمر غیرعادی  $\psi$  را به وجود می‌آورد.

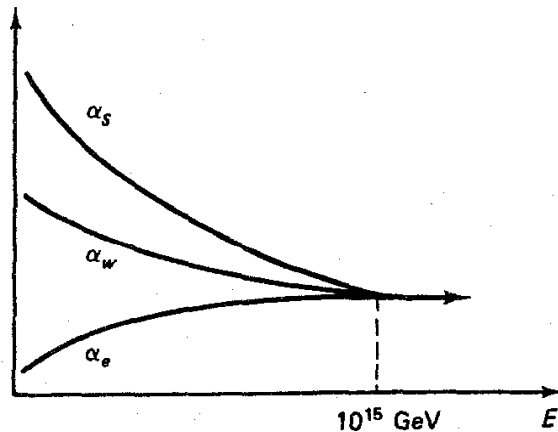


شکل ۴-۲ قاعدهٔ OZI: اگر بتوان نمودار را فقط با برش خطوط گلوئون دو قسمت کرد (و خطوط ذرات خارجی را قیچی نکرد)، فرایند سرکوب می‌شود.

## ۶-۲ طرحهای وحدت

زمانی الکتروسیسته و مغناطیس دو موضوع مجزا بودند، یکی با باطریهای آذرخش و کهربا و دیگری با آهنربای طبیعی، آهنربای میله‌ای و قطب شمال سرورکار داشت. در سال ۱۸۲۰، اورستد متوجه شد که جریان الکتریکی می‌تواند عقربهٔ قطب‌نما را منحرف کند. ۱۰ سال بعد، فارادی کشف کرد که حرکت آهنربا می‌تواند در یک مدار جریان الکتریکی تولید کند. پس از مدتی، ماکسول این دو نظریه را در یک قالب نهایی قرار داد: الکتروسیسته و مغناطیس به‌درستی دو جنبه از یک موضوع واحد به نام «الکترومغناطیس» در نظر گرفته شد.

اینشتین می‌خواست قدمی فراتر نهد و گرانی و الکترودینامیک را در یک نظریهٔ وحدت میدانها تلفیق کند. هرچند این برنامه موفقیت‌آمیز نبود، اما توانست الهام‌بخش گلاشو، واینبرگ و سلام برای تلفیق نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی شود. نظریه آنها با چهار واسطهٔ مدرن بدون جرم آغاز شد، اما در سیر تکاملی آن سه تا از این چهار واسطه جرم‌دار شدند (با سازوکاری که سازوکار هیگز خوانده می‌شود) و به  $W$  ها و  $Z$  تبدیل شدند و تنها واسطه‌ای که بی‌جرم باقی می‌ماند فوتون است. اگرچه، به لحاظ تجربی واکنشی که واسطهٔ آن  $W$  و  $Z$  باشد با واکنشی که واسطهٔ آن  $\gamma$  است تفاوت کامل دارد، اما اگر نظریهٔ GWS درست باشد، هردوی این برهم‌کنشها تجلی یک برهم‌کنش الکتروضعیف هستند. ضعف نسبی نیروی ضعیف را می‌توان به جرم زیاد بوزونهای برداری میانی



شکل ۵-۲ تحول سه ثابت جفت‌شدگی بنیادی.

نسبت داد و همان‌طور که در فصل ۱<sup>۰</sup> خواهیم دید شدت ذاتی این برهم‌کنش تا اندازه‌ای بیشتر از نیروی الکترومغناطیسی است.

در اوایل دهه ۷۰، بسیاری از مردم در فکر گام بعدی وحدت، یعنی ترکیب نیروی قوی (در قالب کرومودینامیک) و نیروی ضعیف (در قالب GWS) بودند. در حال حاضر، چند مدل مختلف برای نیل به این «وحدت بزرگ» مطرح است گرچه نتایج اولیه این کار امیدوارکننده است اما هنوز خیلی زود است که بتوان به یک نتیجه‌گیری قطعی رسید. به خاطر دارید که ثابت جفت‌شدگی قوی،  $\alpha_s$ ، در فاصله‌های کوتاه (یعنی برخوردهای با انرژی بالا) کاهش می‌یابد. ثابت جفت‌شدگی ضعیف  $\alpha_w$ ، هم همین‌طور است، اما با آهنگ کندتر. اما، ثابت جفت‌شدگی الکترومغناطیسی،  $\alpha_e$ ، که از دوتای دیگر کوچکتر است، افزایش می‌یابد. پس آیا می‌توان گفت که این سه ثابت جفت‌شدگی در انرژی‌های بسیار زیاد در یک مقدار حدی مشترک همگرا می‌شوند؟ (نگاه کنید به شکل ۵-۲). این چیزی است که نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) نوید می‌دهد. به علاوه، با استفاده از شکل تابعی ثابت‌های جفت‌شدگی نسبت به انرژی، می‌توان انرژی را که این وحدت در آن به وقوع می‌پیوندد برآورد کرد. این انرژی در حدود  $10^{15}$  GeV است، که البته از انرژی‌هایی که فعلاً می‌توان به دست آورد فوق‌العاده بیشتر است (به خاطر داشته باشید که جرم  $Z$  برابر است با  $90 \text{ GeV}/c^2$ ). با وجود این، ایده هیجان‌انگیز است، زیرا نشان می‌دهد که اختلاف شدت مشاهده‌شده بین سه برهم‌کنش است یک «تصادف» است که از این واقعیت ناشی می‌شود که ما مجبوریم در انرژی‌های کم کار کنیم، که در آن وحدت نیروها از میان می‌رود. اگر می‌توانستیم به بارهای قوی، الکتریکی، و ضعیف «واقعی» به اندازه کافی نزدیک شویم، بدون اینکه اثرات استتار قطبش خلأ وجود داشته باشد، درمی‌یافتیم که همه آنها برابرند، چقدر خوب!

از پیش‌بینی‌های دیگر نظریه GUTs آن است که پروتون ممکن است ناپایدار باشد. هرچند

طول عمر آن به صورت خارق‌العاده‌ای طولانی است (حداقل  $10^{20}$  برابر سن عالم). این موضوع خاطرنشان می‌کند که پایداری بار و رنگ از جهاتی بسیار «بنیادی» تر از پایداری عدد باریونی و عدد لپتونی است زیرا بار «چشمه» الکترودینامیک و رنگ «چشمه» کرومودینامیک است. اگر این دو پایسته نباشند، باید QED و QCD را به‌طور کامل از نو فرمولبندی کرد. اما عدد باریونی و عدد لپتونی در هیچ برهم‌کنشی نقش چشمه را ندارند، و پایداری آنها اهمیت دینامیکی چندانی ندارد. در نظریه وحدت بزرگ انتظار برهم‌کنشهای جدیدی، نظیر واپاشیهای زیر را داریم

$$p^+ \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad \text{یا} \quad p^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu + \pi^+ \quad (9-2)$$

که در آن عدد باریونی و عدد لپتونی تغییر می‌کنند. امروزه آزمایشهای متعددی برای یافتن این واپاشیها برای پروتون انجام شده و می‌شود. اما تاکنون نتیجه دهه آنها منفی بوده است [۹]. اگر نظریه وحدت بزرگ موفق باشد، تمام فیزیک ذرات بنیادی به عمل یک نیروی واحد تبدیل می‌شود. گام نهایی، گرانی را نیز وارد می‌کند و رویای غائی اینشتین را تأیید می‌کند. در واقع بسیاری از فیزیکدانان نظری درباره این وحدت غائی کار می‌کنند. اما شاید به جرات بتوان گفت، به‌رغم تمام کوششهایی که در این سالها انجام شده است، هنوز با بسیاری از جزئیات این نظریه فاصله بسیار داریم و به‌سختی می‌توان مقدماتی‌ترین دستاوردهای کرومودینامیک را آزمود، و ما به نظریه‌ای می‌اندیشیم که دو نسل از ما پیشرفته‌تر است!

## مراجع و یادداشتها

۱. ریشه «طعم» از کلمه یونانی «*geusidynamics*» و ضعیف از کلمه یونانی «*asthenodynamics*» آمده است.

*Phys. Today* (April 1981), p. 74. M. Gaillard

را ببینید.

۲. مثلاً

E. M. Purcell, *Electricity and Magnetism*, 2d Ed. (New York: McGraw-Hill, 1985), Sec. 10.1

را ببینید.

۳. سی-کویچ در *Sci. Am.* (April 1985) تعبیر کیفی از اثر قطبش گلوئون را ارائه داده است. اما کاملاً قانع‌کننده نیست. مقاله کویچ مقدمه‌ای خوش‌درآمد و برجسته برای مسائل جاری فیزیک ذرات بنیادی است.

۴. مقاله‌های کلاسیک در مورد نظریهٔ برهم‌کنش ضعیف تا سال ۱۹۶۰ در کتاب

P. K. Kabir, ed., *The Development of Weak Interaction Theory* (New York: Gordon & Breach, 1963)

جمع‌آوری شده است. گردآوری مشابهی که شامل زمینه‌های جدید است را می‌توان در

C. H. Lai, ed., *Gauge Theory of Weak and Electromagnetic Interactions* (Singapore: World Scientific, 1981)

یافت.

5. F. J. Hasert et al., *Phys. Lett.* **46B**, 138 (1973), and *Nucl. Phys.* **B73**, 1 (1974)

و همچنین

D. B. Cline, A. K. Mann, and C. Rubbia, *Sci. Am.* (December 1974)

را ببینید.

6. S. L. Wu, *Phys. Rep.* **107**, 59 (1984), Section 5.6

و همچنین

M.- A. Bouchiat and L. Pottier, *Sci. Am.* (June 1984).

7. F. J. Gilman, *Rev. Mod. Phys.* **56**, S296 (1984).

۸. برای توجیه دقیق فرایندی که در این پاورقی بحث شده کتاب

D. T. Gillespie, *A Quantum Mechanics Primer* (London: International Textbook Co.), p. 78,

را ببینید.

9. J. M. LoSecco, F. Reines, and D. Sinclair, *Sci. Am.* (June 1985).

مسائل

۱-۲ نسبت جاذبهٔ گرانشی به دافعهٔ الکتریکی میان دو الکترون ساکن را حساب کنید. (آیا نیازی به ذکر فاصلهٔ بین آنها هست؟)

۲-۲ نمودار فاینمن در پایین‌ترین مرتبه را برای پراکندگی دلبروک،  $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$  رسم کنید. (این فرایند، پراکندگی نور با نور، هیچ نظیری در الکترو دینامیک کلاسیک ندارد.)

۳-۲ همهٔ نمودارهای مرتبهٔ چهار (چهار رأس) را برای پراکندگی کامپتون رسم کنید. (تعداد آنها ۱۷ تا است، نمودارهای ناهمبند شمرده نمی‌شوند).

۴-۲ در تمام نمودارهای پایین‌ترین مرتبه برای پراکندگی بابا، جرم فوتون مجازی را محاسبه کنید. (فرض کنید الکترون و پوزیترون ساکن هستند). سرعت آن چقدر است؟ (دقت کنید که این جوابها برای فوتونهای واقعی غیرساکن هستند).

۵-۲ (الف) فکر می‌کنید کدام یک از واپاشیهای زیر محتمل‌تر است،

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^- \quad \text{یا} \quad \Xi^- \rightarrow n + \pi^-$$

توضیحی برای پاسخ خود بیاورید و صحت آن را نگاه‌کردن به داده‌های تجربی تأیید کنید.  
(ب) کدام واپاشی زیر برای مزون  $D^0 (c\bar{u})$  محتمل‌تر است؟

$$D^0 \rightarrow K^- + \pi^+, \quad D^0 \rightarrow \pi^- + \pi^+, \quad \text{یا} \quad D^0 \rightarrow K^+ + \pi^-$$

کدام یک کمترین احتمال را دارد؟ نمودارهای فاینمن هر یک را بکشید و پاسخ خود را توضیح دهید. آنها را با داده‌های تجربی و ارسی کنید. (یکی از موفق‌ترین پیش‌بینیهای مدل کابیو KM/GIM آن است که: مزونهای افسون ترجیحاً به مزونهای شگفت وامی باشند، حتی اگر از نظر انرژی مد  $2\pi$  مناسب‌تر باشد).

(ج) برای مزونهای «زیبای» ( $B$ ) وضعیت به چه صورت است؟ آیا آنها می‌توانند به  $D$ ها،  $K$ ها یا  $\pi$ ها واپاشیده شوند؟ برای مزونهای «حقیقت» چطور؟

۶-۲ پایین‌ترین مرتبهٔ همهٔ نمودارهایی که در فرایند  $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$  سهم هستند را بکشید. [یکی از آنها جفت‌شدگی مستقیم  $Z$  به  $W$ ها و دیگری جفت‌شدگی  $\gamma$  به  $W$ هاست، پس اگر برخوردکنندهٔ الکترون-پوزیترون با انرژی کافی ساخته شود تا دو  $W$  تولید کند، این برهم‌کنشها را می‌توان به‌طور مستقیم مشاهده کرد].

۷-۲ طبق مدل استاندارد (که شامل GUTها که پتانسیل آنها پایستگی عدد لپتونی و عدد باریونی را نقض می‌کنند نمی‌شود) بگویید کدام یک از فرایندهای زیر ممکن و کدام غیرممکن هستند. در حالت اول نوع برهم‌کنش قوی، الکترومغناطیسی، ضعیف — را معین کنید و برای حالت دوم بگویید کدام قانون پایستگی مانع انجام فرایند می‌شود. (طبق معمول، در موارد صریح، بار را مشخص نمی‌کنیم، پس با  $\gamma$  و  $\Lambda$  و  $n$  خنثی هستند؛  $p$  مثبت و  $e$  منفی است و غیره.)

$$\eta \rightarrow \gamma + \gamma \quad (\text{ب}) \quad p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (\text{الف})$$

$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^- \quad (\text{د}) \quad \Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0 \quad (\text{ج})$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e \quad (\text{و}) \quad e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^- \quad (\text{ه})$$



$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$	(ح) $\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$	(ز)
$p + p \rightarrow \Sigma^+ + n + K^0 + \pi^+ + \pi^0$	(ی) $e + p \rightarrow \nu_e + \pi^0$	(ط)
$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$	(ل) $p \rightarrow e^+ + \gamma$	(ک)
$\pi^+ + n \rightarrow \pi^- + p$	(ن) $n + \bar{n} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	(م)
$\Sigma^+ + n \rightarrow \Sigma^- + p$	(ف) $K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0$	(س)
$\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$	(ق) $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$	(ص)
$\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$	(ش) $\Xi^0 \rightarrow p + \pi^-$	(ر)
$\Sigma^- \rightarrow n + e + \bar{\nu}_e$	(ث) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$	(ت)

۸-۲ در برخی واپاشیها دو (یا حتی هر سه) نیروی مختلف دخیل اند. نمودارهای فاینمن ممکن را برای فرایندهای زیر رسم کنید.

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \gamma \text{ (الف)}$$

$$\Sigma^+ \rightarrow p + \gamma \text{ (ب)}$$

چه برهم‌کنشهایی دخیل اند؟ (هردوی این واپاشیها مشاهده شده‌اند.)

۹-۲ مزون اِپسیلون،  $b\bar{b}$ ، مشابه  $\psi$ ، برای کوارک ته است. جرم آن  $9460 \text{ MeV}/c^2$  و عمر آن  $10^{-20} \times 1.5$  است. با این اطلاعات آیا می‌توانید چیزی در مورد جرم مزون  $B$ ،  $u\bar{b}$ ، بگویید؟ (جرم مشاهده‌شده آن  $5270 \text{ MeV}/c^2$  است.)

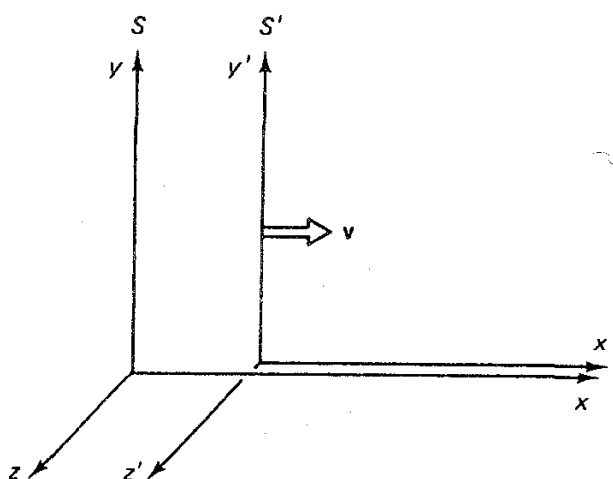
۱۰-۲ مزون  $\psi'$  بار جرم  $3685 \text{ MeV}/c^2$  محتوای کوارکی مشابه  $\psi$  (یعنی  $c\bar{c}$ ) را دارد. مد اصلی واپاشی آن  $\psi' \rightarrow \psi + \pi^+ + \pi^-$  است. آیا این فرایند برهم‌کنش قوی است؟ آیا فرایند سرکوب‌شده OZI است؟ چه طول عمری را برای  $\psi'$  انتظار دارید؟ (مقدار مشاهده‌شده  $3 \times 10^{-21}$  ثانیه است.)

## سینماتیک نسبی

در این فصل اصول بنیادی، نمادگذاری و اصطلاحات سینماتیک نسبی را خلاصه می‌کنیم. این مطالب را برای درک فصلهای ۶ تا ۱۱ باید بدانیم (ولی برای فصل ۴ و ۵ لازم نیست و اگر ترجیح می‌دهید می‌توانید این دو را اول بخوانید). هرچند این نوع برخورد نسبتاً خودکفاست، فرض کرده‌ام که قبلاً با نسبیت خاص را خوانده‌اید اگر نه، باید درنگ کنید و قبل از ادامه کار، فصل مربوطه را در کتابهای فیزیک پایه بخوانید. اما اگر با نسبیت کاملاً آشنا هستید، این فصل یک مرور ساده است. اما در هر صورت سرتاسر آن را بخوانید زیرا بعضی نمادگذاریها ممکن است برایتان تازه باشد.

### ۱-۳ تبدیلهای لورنتس

بنا بر نظریه نسبیت خاص [۱]، قوانین فیزیک در هر دستگاه مرجعی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند به مانند دستگاه ساکن به کار می‌روند. یک مفهوم ضمنی نامطلوب این موضوع آن است که راهی وجود ندارد که بتوان گفت کدام دستگاه (اگر وجود داشته باشد) ساکن است و بنابراین نمی‌توان فهمید سرعت هر دستگاه چقدر می‌تواند باشد. پس شاید بهتر باشد از اول شروع کنیم. خوب! با توجه به نظریه نسبیت خاص، قوانین فیزیک در همه دستگاههای مرجع لخت اعتبار



شکل ۱-۳ دستگاه‌های لخت  $S$  و  $S'$ .

یکسانی دارند. دستگاه لخت، دستگاهی است که در آن قانون اول نیوتون (قانون لختی) معتبر است: اجسام در خط مستقیم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند مگر اینکه نیرویی بر آنها وارد شود.\* به راحتی می‌توان دید که هر دو دستگاه لخت باید با سرعت ثابت نسبت به یکدیگر حرکت کنند و برعکس، هر دستگاهی که با سرعت ثابت نسبت به یک دستگاه لخت حرکت کند، لخت است.

پس، فرض کنید دو چارچوب لخت  $S$  و  $S'$  داریم که  $S'$  با سرعت  $v$  یکنواخت (با اندازه  $v$ ) نسبت به  $S$  حرکت می‌کند (پس  $S$  با سرعت  $-v$  نسبت به  $S'$  حرکت می‌کند). می‌توان مختصات را طوری در نظر گرفت که حرکت در امتداد محور مشترک  $x/x'$  باشد (شکل ۱-۳)، و ساعت‌های اصلی را در مبدأ هر دستگاه قرار دهیم به طوری که در لحظه انطباق هر دو صفر را نشان دهند (یعنی،  $t = t' = 0$  در  $x = x' = 0$ ). اکنون فرض کنید رویدادی در مکان  $(x, y, z)$  و زمان  $t$  در  $S$  رخ دهد. پرسش این است که: مختصات فضازمانی  $(x', y', z')$  و  $t'$  همین رویداد در  $S'$  چیست؟ پاسخ را تبدیلهای لورنتس در اختیارمان می‌گذارد:

$$i. \quad x' = \gamma(x - vt)$$

$$ii. \quad y' = y$$

$$iii. \quad z' = z \tag{۱-۳}$$

$$iv. \quad t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2}x \right)$$

\* اگر شما فکر می‌کنید که آیا دستگاهی که به طور آزاد در میدان گرانشی یکنواخت سقوط می‌کند «لخت» است، بیشتر از آنچه برایتان لازم باشد می‌دانید. بگذارید فعلاً گرانی را کنار بگذاریم.

که

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2-3)$$

است. تبدیلهای معکوس که ما را از  $S'$  به  $S$  برمیگرداند به سادگی با تغییر علامت  $v$  به دست می‌آیند (مسئله ۱-۳):

$$\begin{aligned} \text{i}'. \quad x &= \gamma(x' + vt') \\ \text{ii}'. \quad y &= y' \\ \text{iii}'. \quad z &= z' \\ \text{iv}'. \quad t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \end{aligned} \quad (3-3)$$

تبدیلهای لورنتس تعدادی پیامد فوری دارند، که مهم‌ترین آنها را به طور خلاصه ذکر می‌کنیم:

۱. نسبیت همزمانی: اگر دو رویداد در یک زمان، ولی مکانهای متفاوت در  $S$  به وقوع بپیوندند،

در  $S'$  همزمان رخ نمی‌دهند. به خصوص اگر  $t_A = t_B$  باشد، داریم

$$t'_A = t'_B + \frac{\gamma v}{c^2}(x_B - x_A) \quad (4-3)$$

(نگاه کنید به مسئله ۲-۳). رویدادهایی که در یک دستگاه لخت همزمان هستند در دیگری همزمان نیستند.

۲. انقباض لورنتس: فرض کنید خط‌کشی روی محور  $x'$  در  $S'$  ساکن است. یک سر آن در

مبدأ ( $x' = 0$ ) و سر دیگر آن در  $L'$  است (بنابراین طول آن در  $S'$ ،  $L'$  است). طول آن در  $S$

چقدر اندازه گرفته می‌شود؟ چون خط‌کش نسبت به  $S$  در حرکت است، باید دقت کنیم که محل دو

انتهای آن را یک زمان، مثلاً  $t = 0$  ثبت کنیم. در آن لحظه که انتهای چپ آن در  $x = 0$  است،

انتهای راست، مطابق معادله (i)، در  $x = L'/\gamma$  قرار دارد. پس طول خط‌کش در  $S$ ،  $L = L'/\gamma$

است. توجه کنید که  $\gamma$  همیشه بزرگتر یا مساوی یک است. در نتیجه جسم متحرک با ضرب  $\gamma$  در

مقایسه با طولش در دستگاهی که در آن ساکن است، کوتاه‌تر می‌شود. توجه کنید که انقباض لورنتس

فقط در مورد طولهای در امتداد جهت حرکت به کار می‌رود. اندازه‌های عمودی متأثر نمی‌شوند.

۳. اتساع زمان: فرض کنید ساعتی در مبدأ  $S'$ ، در بازه  $T'$ ؛ که برای سادگی از  $t' = 0$  تا

$t' = T'$  در نظر گرفته می‌شود، تیک‌تیک کند. این دوره در  $S$  چقدر اندازه‌گیری می‌شود؟ خب، در

$x' = 0$ ، زمان در  $t = 0$  شروع می‌شود و در  $t' = T'$  پایان می‌یابد. بنابراین [مطابق معادله (iv')]  $t = 0$

$t = \gamma T'$  است. بدیهی است ساعت  $S$  در بازه  $T = \gamma T'$ ، که با ضریب  $\gamma$  طولانی تر شده است، تیک تیک می‌کند. یا به عبارت دیگر ساعت‌های متحرک کندتر کار می‌کنند. برخلاف انقباض لورنتس که به طور غیرمستقیم فقط به فیزیک ذرات بنیادی مربوط است، اتساع زمان در آزمایشگاه آزمایشی معمولی است. زیرا از یک جنبه هر ذره ناپایدار دارای ساعتی درونی است که به ذره می‌گوید چه وقت زمانش به سر می‌رسد. این ساعت‌های درونی در واقع وقتی ذره متحرک است، کند کار می‌کنند. یعنی، ذره متحرک نسبت به ذره ساکن (با ضریب  $\gamma$ ) دوام بیشتری دارد.\* (البته، طول عمرهایی موجود در جدول مربوط به ذرات ساکن است). در واقع موثونهای پرتوکیهانی که در بالای جو تولید می‌شوند اگر اتساع زمان وجود نداشت هرگز در سطح زمین مشاهده نمی‌شدند (مسئله ۳-۴).

۴. جمع سرعتها: فرض کنید ذره‌ای در جهت  $x$  با سرعت  $u'$  نسبت به  $S'$  حرکت می‌کند. سرعت  $u$  آن نسبت به  $S$  چقدر است؟ ذره فاصله  $\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$  را در زمان  $\Delta t = \gamma[\Delta t' + (v/c^2)\Delta x']$  طی می‌کند، بنابراین

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + (v/c^2)\Delta x'} = \frac{(\Delta x'/\Delta t') + v}{1 + (v/c^2)(\Delta x'/\Delta t')}$$

اما  $\Delta x/\Delta t = u$  و  $\Delta x'/\Delta t' = u'$  است، پس

$$u = \frac{u' + v}{1 + (u'v/c^2)} \quad (5-3)$$

صورت نشان‌دهنده پاسخ کلاسیک به همین پرسش یعنی  $u = u' + v$  است. مخرج تصحیح نسبیتی است که کوچک است مگر اینکه  $u'$  و  $v$  در حدود  $c$  باشند. توجه کنید اگر  $u' = c$  و نیز  $u = c$  باشد، سرعت نور در همه دستگاههای لخت یکسان می‌شود.

### ۳-۲ چار بردارها

در اینجا بد نیست که یک نمادگذاری ساده‌کننده را ارائه کنیم. چار بردار مکان-زمان  $x^\mu$ ،  $\mu = 0, 1, 2, 3$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x^0 = ct, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z \quad (6-3)$$

تبدیل‌های لورنتس برحسب  $x^\mu$  ظاهر متقارن‌تری پیدا می‌کند.

\* در واقع فروپاشی یک ذره فرایندی کاتوره‌ای است. وقتی از «طول عمر» صحبت می‌کنیم منظور میانگین طول عمر آن نوع ذره است. وقتی می‌گوییم ذره متحرک دوام بیشتری دارد منظورمان این است که میانگین طول عمر یک دسته ذرات متحرک طولانی‌تر است.

$$\begin{aligned}x^{\circ'} &= \gamma(x^{\circ} - \beta x^1) \\x^{1'} &= \gamma(x^1 - \beta x^{\circ}) \\x^{2'} &= x^2 \\x^{3'} &= x^3\end{aligned}\tag{۷-۳}$$

که

$$\beta \equiv \frac{v}{c}\tag{۸-۳}$$

است. به صورت فشرده‌تر:

$$x^{\mu'} = \sum_{\nu=0}^3 \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu} \quad (\mu = 0, 1, 2, 3)\tag{۹-۳}$$

ضرایب  $\Lambda_{\nu}^{\mu}$  را می‌توان اجزای ماتریس  $\Lambda$  در نظر گرفت:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{۱۰-۳}$$

(یعنی  $\Lambda_0^0 = \Lambda_1^1 = \gamma$ ;  $\Lambda_0^1 = \Lambda_1^0 = -\gamma\beta$ ;  $\Lambda_2^2 = \Lambda_3^3 = 1$  و بقیه صفر هستند). برای اجتناب از نوشتن تعداد زیادی  $\Sigma$ ، از «قرارداد جمع» اینشتین پیروی می‌کنیم که می‌گوید شاخصهای یونانی تکراری (یکی برای شاخص پایین، یکی برای شاخص بالا) از ۰ تا ۳ جمع بسته می‌شوند. پس معادله (۹-۳) در نهایت به صورت زیر درمی‌آید:\*

$$x^{\mu'} = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu}\tag{۱۱-۳}$$

حسن ویژه این نمادگذاری منظم آن است که همین شکل تبدیلهای لورنتسی را که در امتداد جهت  $x$  نیستند بیان می‌کند؛ در واقع حتی لازم نیست محورهای  $S$  و  $S'$  موازی باشند؛ طبیعتاً ماتریس

\* در چنین عبارتی حرف یونانی،  $\nu$ ، که به عنوان شاخص جمع به کار می‌رود کاملاً اختیاری است. همین موضوع برای شاخص  $\mu$  صادق است هرچند باید دو طرف معادله با هم جور شوند. بنابراین معادله (۱۱-۳) را می‌توان به صورت

$\Lambda$  پیچیده‌تر می‌شود، اما معادله (۱۱-۳) هنوز برقرار است. (از طرف دیگر) در به‌کار بردن عبارت (۱۰-۳) کلیت موضوع از دست نمی‌رود زیرا همیشه در انتخاب محورهای موازی و قراردادن محور  $x$  در امتداد جهت  $v$  آزاد هستیم.)

هرچند وقتی از  $S$  به  $S'$  می‌رویم، مختصات یک رویداد مطابق (۱۱-۳) تغییر می‌کند، ولی ترکیب خاصی از آنها وجود دارد که همان‌طور باقی می‌ماند (مسئله ۷-۳):

$$I \equiv (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 = (x'^0)^2 - (x'^1)^2 - (x'^2)^2 - (x'^3)^2 \quad (12-3)$$

این کمیت که در هر دستگاه لخت مقدار یکسانی را دارد ناوردا نامیده می‌شود. (همان‌طور که کمیت  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$  تحت دوران ناورداست.) حال علاقه‌مندیم این ناوردا را به صورت جمع بنویسیم:  $\sum_{\mu=0}^3 x^\mu x^\mu$ ، اما متأسفانه سه علامت منفی مزاحم وجود دارد. برای دنبال کردن آنها ماتریس متریک،  $g_{\mu\nu}$ ، را معرفی می‌کنیم که مؤلفه‌هایش به صورت ماتریس  $g$  نشان داده می‌شود:

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (13-3)$$

(یعنی  $g_{00} = 1$ ؛  $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$  و بقیه صفر هستند). \* به‌کمک  $g_{\mu\nu}$ ، ناوردای  $I$  را می‌توان به صورت جمع دوگانه نوشت:

$x^{\kappa'} = \Lambda_{\lambda}^{\kappa'} x^\lambda$  هم نوشت. هر یک از دو عبارت به مجموعه‌ای از چهار معادله دلالت دارند:

$$x^{0'} = \Lambda_0^0 x^0 + \Lambda_1^0 x^1 + \Lambda_2^0 x^2 + \Lambda_3^0 x^3$$

$$x^{1'} = \Lambda_0^1 x^0 + \Lambda_1^1 x^1 + \Lambda_2^1 x^2 + \Lambda_3^1 x^3$$

$$x^{2'} = \Lambda_0^2 x^0 + \Lambda_1^2 x^1 + \Lambda_2^2 x^2 + \Lambda_3^2 x^3$$

$$x^{3'} = \Lambda_0^3 x^0 + \Lambda_1^3 x^1 + \Lambda_2^3 x^2 + \Lambda_3^3 x^3$$

\* خاطرنشان می‌کنم که بعضی فیزیکدانها متریک را با علامت مخالف (۱, ۱, ۱, -۱) تعریف می‌کنند. این موضوع اهمیتی ندارد، اگر  $I$  ناوردا باشد،  $-I$  نیز ناورداست. اما این به معنای آن است که باید مراقب علامتهای ناآشنا باشید. خوشبختانه امروزه اغلب فیزیکدانان ذرات قرارداد معادله (۱۳-۳) را به‌کار می‌برند.

$$I = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu \quad (۱۴-۳)$$

قدمی فراتر می‌نهییم و چار بردار هموردا،  $x_\mu$  (با شاخص پایین) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x_\mu \equiv g_{\mu\nu} x^\nu \quad (۱۵-۳)$$

(یعنی  $x_0 = x^0$ ,  $x_1 = -x^1$ ,  $x_2 = -x^2$  و  $x_3 = -x^3$  است). برای تأکید بر این تمایز چار بردار «اصلی»  $x^\mu$  (شاخص بالا) را چار بردار پادوردا می‌نامیم. ناوردای  $I$  را به واضح‌ترین شکل می‌توان نوشت:

$$I = x_\mu x^\mu \quad (۱۶-۳)$$

بدون شک این نمادگذاری، برای نگه‌داشتن رد سه علامت منفی، به صورت نامعقولی مبالغه‌آمیز به نظر می‌رسد. اما در واقع، وقتی به آن عادت کردیم، خیلی ساده می‌شود. (علاوه بر آن، به خوبی به دستگاه‌های مختصات غیردکارتی و فضای خمیده که در نسبیت عام با آن مواجه می‌شویم، تعمیم داده می‌شود. اگرچه هیچ‌کدام از اینها در اینجا به ما مربوط نمی‌شود.)  
چار بردار مکان-زمان  $x^\mu$ ، نمونه اصلی همهٔ چار بردارهاست. چار بردار  $a^\mu$  را به عنوان جسم چهار مؤلفه‌ای که تبدیل آن از یک دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر می‌رویم مانند  $x^\mu$  با همان ضرایب  $\Lambda^\mu_\nu$  است تعریف می‌کنیم.

$$a^{\mu'} = \Lambda^{\mu'}_\nu a^\nu \quad (۱۷-۳)$$

به هر چار بردار (پادوردا)، چار بردار هموردای  $a_\mu$  را نسبت می‌دهیم که به سادگی با تغییر علامت مؤلفه‌های فضایی به دست می‌آید، یا به شکل منظم‌تر

$$a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu \quad (۱۸-۳)$$

البته، می‌توان با معکوس کردن دوباره علامت از هموردا به پادوردا برگشت.

$$a^\mu = g^{\mu\nu} a_\nu \quad (۱۹-۳)$$

که  $g^{\mu\nu}$ ها، در واقع، اجزای ماتریس  $g^{-1}$  هستند (به هر حال، چون ماتریس ماوارون خودش است  $g^{\mu\nu}$  با  $g_{\mu\nu}$  یکی است). برای هر دو چار بردار  $a^\mu$  و  $b^\mu$ ، کمیت زیر



$$a^\mu b_\mu = a_\mu b^\mu = a^0 b^0 - a^1 b^1 - a^2 b^2 - a^3 b^3 \quad (20-3)$$

ناورد است (عددی یکسان در هر دستگاه لخت). آن را به عنوان ضرب زده‌ای  $a$  و  $b$  می‌نامیم که مشابه چهاربعدهی ضرب نقطه‌ای دو تا سه بردار است (هیچ مشابهی برای ضرب خارجی چار بردارها وجود ندارد). \* اگر از نوشتن شاخصها خسته شده‌اید از نمادگذاری نقطه استفاده کنید:

$$a \cdot b \equiv a_\mu b^\mu \quad (21-3)$$

با این حال، به روشی نیازمندیم که بین ضرب زده‌ای چهاربعدهی و ضرب نقطه‌ای دو سه بردار معمولی، تفاوت بگذارد. بهترین روش آن است که در گذاشتن پیکان روی همه سه بردارها بسیار دقیق باشیم (شاید بجز در مورد سرعت،  $v$ ، که بخشی از چار بردار نیست، موضوع مبهمی وجود نداشته باشد). در این کتاب برای سه بردار از حروف سیاه استفاده می‌کنیم. بنابراین

$$a \cdot b = a^0 b^0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \quad (22-3)$$

همچنین از نماد  $a^2$  برای ضرب زده‌ای  $a^\mu$  در خودش استفاده می‌کنیم:

$$a^2 \equiv a \cdot a = (a^0)^2 - \mathbf{a}^2 \quad (23-3)$$

توجه کنید که لازم نیست  $a^2$  مثبت باشد. در واقع همه چار بردارها را می‌توان بر اساس علامت  $a^2$  دسته‌بندی کرد:

$$\begin{array}{ll} \text{اگر } a^2 > 0 & a^\mu \text{ زمان گونه نامیده می‌شود} \\ \text{اگر } a^2 < 0 & a^\mu \text{ فضاگونه نامیده می‌شود} \\ \text{اگر } a^2 = 0 & a^\mu \text{ نورگونه نامیده می‌شود} \end{array} \quad (24-3)$$

با یک گام کوتاه می‌توان از بردارها به تانسورها رسید: تانسور رتبه دوم  $S^{\mu\nu}$  دو شاخص و  $16 = 4^2$  مؤلفه دارد و با دو ضریب  $\Lambda$  تبدیل می‌شود:

$$S^{\mu\nu'} = \Lambda_\kappa^\mu \Lambda_\sigma^\nu S^{\kappa\sigma} \quad (25-3)$$

تانسور رتبه سوم  $t^{\mu\nu\lambda}$  سه شاخص و  $64 = 4^3$  مؤلفه دارد و با سه ضریب  $\Lambda$  تبدیل می‌شود: \* نزدیک‌ترین چیز به آن  $(a^\mu b^\nu - a^\nu b^\mu)$  است، اما این یک تانسور رتبه دوم است نه چار بردار. (به آنچه در زیر می‌آید نگاه کنید).

$$t^{\mu\nu\lambda'} = \Lambda_{\kappa}^{\mu} \Lambda_{\sigma}^{\nu} \Lambda_{\tau}^{\lambda} t^{\kappa\sigma\tau} \quad (26-3)$$

و غیره. در این سلسله مراتب، بردار تانسور رتبه یک و اسکالر (ناوردا) تانسور رتبه صفر است. تانسورهای هموردا و «آمیخته» را با پایین آوردن شاخصها می سازیم (برای هر شاخص فضایی یک علامت منفی لازم است)، مثلاً

$$s_{\nu}^{\mu} = g_{\nu\lambda} s^{\mu\lambda} ; \quad s_{\mu\nu} = g_{\mu\kappa} g_{\nu\lambda} s^{\kappa\lambda} \quad (27-3)$$

و غیره. توجه کنید که حاصلضرب دو تانسور، خود یک تانسور است  $[a^{\mu} b^{\nu}]$  تانسور رتبه یک است؛  $(a^{\mu} t^{\nu\lambda\sigma})$  تانسور رتبه چهار است و غیره. سرانجام، از هر تانسور رتبه  $n + 2$ ، می توان تانسور ادغام شده رتبه  $n$  را با جمع روی شاخصهای بالا و پایین یکسان به دست آورد. پس  $s_{\mu}^{\mu}$  یک اسکالر و  $t^{\mu\nu}$  یک بردار و  $a_{\mu} t^{\mu\nu\lambda}$  تانسور رتبه دوم است.

### ۳-۳ انرژی و تکانه

فرض کنید در بزرگراهی رانندگی می کنید و به خاطر بحث کردن مدعی می شوید که به سرعت نور نزدیک شده اید. شاید بخواهید نگاهی به دو «زمان» متفاوت بیندازید. اگر نگران قرار ملاقاتی در سانفرانسیسکو هستید باید هر از گاهی ساعت های ثابت نصب شده در کنار جاده را کنترل کنید. اما اگر نگران زمان مناسب برای توقف و خوردن غذا هستند، بهتر است به ساعت مچی خود نگاه کنید. زیرا با توجه به نسبیت، ساعت متحرک (در این حالت، ساعت شما) (نسبت به ساعت های «ثابت» روی زمین) و همین طور ضربان قلب، سوخت و ساز، کلام و فکر و همه چیز شما کند کار می کند. به ویژه، در مدتی که زمان «زمین» به مقدار خیلی کوچک  $dt$  به پیش می رود، زمان شما (یا ویژه زمان) مقدار کمتر  $d\tau$  را جلو رفته است:

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \quad (28-3)$$

در سرعت های معمولی رانندگی،  $\gamma$  بسیار نزدیک به ۱ است و  $dt$  و  $d\tau$  اساساً یکسان هستند. اما در فیزیک ذرات بنیادی تفاوت میان زمان آزمایشگاه (خواندن ساعت روی دیوار) و زمان ذره (آنچه ساعت ذره نشان می دهد) چشمگیر است. هرچند همواره می توان با استفاده از رابطه (۲۸-۳) از یکی به دیگری رفت، ولی در عمل به دلیل ناوردایی،  $\tau$ ، کارکردن با ویژه زمان مناسب تر است. همه ناظران می توانند ساعت ذره را بخوانند و در هر زمان معین باید در مورد آنچه می گویند توافق داشته باشند، حتی اگر ساعت های خودشان با آن و با هم اختلاف داشته باشد.

وقتی از «سرعت» ذره‌ای صحبت می‌کنیم (نسبت به آزمایشگاه) منظور فاصله طی شده (در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است) تقسیم بر زمان طی کردن آن فاصله (که با ساعت آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است) است:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (29-3)$$

اما با توجه به آنچه گفته شد، بهتر است «ویژه» سرعت  $\eta$ ، را که فاصله طی شده (که دوباره در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری شده است) تقسیم بر ویژه‌زمان است را معرفی کنیم.\*

$$\eta \equiv \frac{dx}{d\tau} \quad (30-3)$$

بنا بر معادله (۲۸-۳)، دو سرعت با ضریب  $\gamma$  به هم مربوط می‌شوند:

$$\eta = \gamma v \quad (31-3)$$

با این حال، کار با  $\eta$  راحت‌تر است. اگر بخواهیم از دستگاه آزمایشگاه  $S$ ، به دستگاه متحرک  $S'$  برویم در (۲۹-۳) هم صورت و هم مخرج باید تبدیل شوند. در حالی که در معادله (۳۰-۳) فقط صورت باید تبدیل شود؛ زیرا همان‌طور که دیدیم  $d\tau$  ناورد است. در واقع، ویژه‌سرعت بخشی از چارچوب بردار است:

$$\eta^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} \quad (32-3)$$

که مؤلفه صفر آن برابر است با

$$\eta^0 = \frac{dx^0}{d\tau} = \frac{d(ct)}{(\gamma)dt} = \gamma c \quad (33-3)$$

پس

$$\eta^\mu = \gamma(c, v_x, v_y, v_z) \quad (34-3)$$

\* ویژه سرعت کمیته دورگه است بدین معنی که فاصله در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌شود، در حالی که زمان در چارچوب ذره اندازه گرفته می‌شود. بعضی‌ها به صفت «ویژه» در این زمینه ایراد می‌گیرند و می‌گویند آن را باید برای کمیت‌هایی که کلاً در چارچوب ذره اندازه‌گیری می‌شود، در نظر گرفت. البته، ذره در چارچوب خودش اصلاً حرکت نمی‌کند — سرعت آن صفر است. اگر اصطلاحات من شما را ناراحت می‌کند  $\eta$  را «چار سرعت» بنامید. باید اضافه کنم اگرچه ویژه سرعت برای محاسبه کمیت مناسب‌تری است، اما از دیدگاه ناظری که ذره از کنارش می‌گذرد، هنوز سرعت معمولی کمیت طبیعی‌تری است.

ضمناً،  $\eta_\mu \eta^\mu$  باید ناوردا باشد، و برابر است با:

$$\eta_\mu \eta^\mu = \gamma^2 (c^2 - v_x^2 - v_y^2 - v_z^2) = \gamma^2 c^2 (1 - v^2/c^2) = c^2 \quad (35-3)$$

آنها ناوردهایی بیش از آنچه گفته شد را نمی‌سازند!

از نظر کلاسیک، تکانه جرم ضربدر سرعت است. می‌خواهیم این را در نسبیت به دست آوریم اما این سؤال مطرح است که باید از کدام سرعت استفاده کنیم، سرعت معمولی یا ویژه سرعت؟ ملاحظات کلاسیک هیچ سرنخی به دست نمی‌دهند چون در حد غیرنسبیتی هر دو برابر هستند. از یک نظر، موضوع به تعریف مربوط می‌شود، اما دلیل ظریف قانع‌کننده‌ای وجود دارد که چرا سرعت معمولی انتخاب بدی است در حالی که ویژه سرعت انتخاب خوبی است. نکته آن است که اگر تکانه را به صورت  $m\mathbf{v}$  تعریف کنیم، قانون پایستگی تکانه با اصل نسبیت ناسازگار خواهد بود (اگر این قانون در یک دستگاه لخت برقرار باشد، در دستگاه لخت دیگر برقرار نخواهد بود). اما اگر تکانه را به صورت  $m\boldsymbol{\eta}$  تعریف کنیم، پایستگی تکانه با اصل نسبیت سازگار خواهد بود (اگر پایستگی در یک دستگاه لخت برقرار باشد، خودبه‌خود در هر دستگاه لخت، دیگر برقرار است). به عهده شماس است که در مسئله ۳-۱۰ این موضوع را برای خود اثبات کنید. توجه کنید که این امر تضمین نمی‌کند که تکانه پایسته است، این موضوعی است که باید آزمایشها در مورد آن تصمیم بگیرند. اما می‌گویید که اگر انتظار داریم که پایستگی تکانه به قلمرو نسبیت تعمیم داده شود، بهتر است تکانه را به صورت  $m\mathbf{v}$  تعریف نکنیم، در حالی که  $m\boldsymbol{\eta}$  کاملاً قابل قبول است. این یک بحث دشوار است، و اگر این را دنبال نکردید، پاراگراف آخر را دوباره بخوانید. نتیجه این است که در نسبیت تکانه به صورت جرم در ویژه سرعت تعریف می‌شود:

$$\mathbf{p} \equiv m\boldsymbol{\eta} \quad (36-3)$$

چون ویژه‌سرعت بخشی از چار بردار است، همین موضوع برای تکانه نیز صادق است.

$$p^\mu = m\eta^\mu \quad (37-3)$$

مؤلفه‌های فضایی  $p^\mu$  سه بردار تکانه (نسبیتی) را تشکیل می‌دهند:

$$\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (38-3)$$

ضمناً، مؤلفه «زمان» آن برابر است با

$$p^0 = \gamma mc \quad (39-3)$$

به‌دلیلی که هم‌اکنون روشن می‌شود «انرژی نسبیتی»  $E$  را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (40-3)$$

مؤلفهٔ صفرم  $E/c, p^\mu$  است. بنابراین انرژی و تکانه با هم چار بردار انرژی-تکانه را تشکیل می‌دهند:

$$p^\mu = \left( \frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right) \quad (41-3)$$

ضمناً از معادله‌های (۳۵-۳) و (۳۷-۳) داریم:

$$p_\mu p^\mu = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2 = m^2 c^2 \quad (42-3)$$

که، به‌روشنی ناورد است.

تکانهٔ نسبیتی (۳۸-۳)، در رژیم غیرنسبیتی ( $v \ll c$ ) به عبارت کلاسیک تبدیل می‌شود، اما همین را دربارهٔ انرژی نسبیتی (۴۰-۳) نمی‌توان گفت. برای دیدن اینکه چگونه این کمیت «انرژی» نامیده می‌شود، رادیکال را به‌صورت سری تیلور بسط می‌دهیم:

$$E = mc^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right) = mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots \quad (43-3)$$

توجه کنید که جملهٔ دوم در اینجا متناظر انرژی جنبشی کلاسیک است، در حالی که جملهٔ اصلی ( $mc^2$ ) ثابت است. اینک شاید به‌یاد آورید که در مکانیک کلاسیک فقط تغییرات انرژی اهمیت فیزیکی دارد. می‌توانید ثابتی را با اطمینان اضافه کنید. از این نظر فرمول نسبیتی با فرمول کلاسیک در حد  $v \ll c$ ، که جمله‌های بالاتر بسط ناچیزند، سازگار است. جملهٔ ثابت که حتی وقتی  $v = 0$  است باقی می‌ماند انرژی سکون نامیده می‌شود:

$$R \equiv mc^2 \quad (44-3)$$

باقی مانده، انرژی مربوط به حرکت ذره، یعنی انرژی جنبشی نسبیتی است:

$$T \equiv mc^2(\gamma - 1) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}m \frac{v^4}{c^2} + \dots \quad (45-3)$$

(توجه کنید که هرگز هیچ اشاره‌ای به جرم نسبیتی نکرده‌ایم. جرم نسبیتی کمیت زاغدی است که

کار مفیدی انجام نمی‌دهد. اگر با آن مواجه شدید تعریف آن  $m_{rel} \equiv \gamma m$  است، که منسوخ شده است زیرا اختلاف آن با  $E$  فقط در ضریب  $c^2$  است. آنچه می‌توان درباره  $m_{rel}$  گفت درست همان چیزی است که می‌توان درباره  $E$  گفت، مثلاً «پایستگی جرم نسبی» چیزی جز پایستگی انرژی نیست که بر  $c^2$  تقسیم شده است.

در مکانیک کلاسیک چیزی به صورت ذره بدون جرم وجود ندارد. تکانه ( $mv$ ) و انرژی جنبشی ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) صفر است، هیچ نیرویی را تحمل نمی‌کند زیرا  $F = ma$  — این موجود یک صفر دینامیکی است. در نگاه اول شاید تصور کنید که در نسبیت نیز این موضوع درست است اما بررسی دقیق فرمولهای

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (46-3)$$

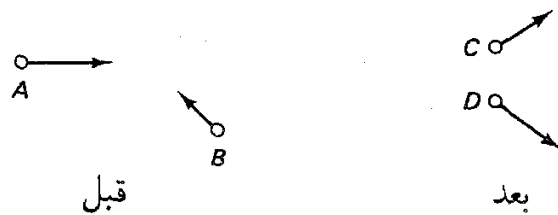
مفردی را نمایان می‌سازد. وقتی  $m = 0$  باشد صورتها صفر هستند، اما اگر  $v = c$  باشد مخارجها نیز صفر هستند و این معادله‌ها به صورت مبهم ( $0/0$ ) درمی‌آیند. بنابراین می‌توان  $m = 0$  داشت به شرط اینکه ذره همواره با سرعت نور حرکت کند. در این حالت معادله‌های (46-3) برای تعریف  $E$  و  $\mathbf{p}$  به‌کار نمی‌روند. با وجود این، معادله (47-3) از قرار معلوم هنوز به‌کار می‌رود، به طوری که برای ذرات بدون جرم داریم:

$$E = |\mathbf{p}|c \quad (47-3)$$

شخصاً معتقدم این «استدلال»، اگر حداقل دو نوع ذره بدون جرم (فوتون و نوترینو) شناخته شده در طبیعت وجود نداشت، یک شوخی بود. آنها در واقع با سرعت نور حرکت می‌کنند و انرژی و تکانه آنها با معادله (47-3) به هم مربوط می‌شوند. بنابراین بدیهی است که باید این حفر را جدی گرفت. شاید پرسید که اگر معادله‌های (46-3)،  $\mathbf{p}$  و  $E$  را تعریف نمی‌کنند پس چه چیزی تکانه و انرژی ذره بدون جرم را تعیین می‌کند؟ جرم (که بنا به فرض صفر است) سرعت (که همیشه  $c$  است). پس فوتونی با انرژی  $2\text{eV}$  چه تفاوتی با فوتون با انرژی  $3\text{eV}$  دارد؟ نسبیت پاسخی به این پرسش نمی‌دهد، اما عجیب اینکه مکانیک کوانتومی در قالب فرمول پلانک، به آن پاسخ می‌دهد:

$$E = h\nu \quad (48-3)$$

این بسامد فوتون است که انرژی و تکانه‌اش را تعیین می‌کند: فوتون  $2\text{eV}$  قرمز و فوتون  $3\text{eV}$  ارغوانی است!



شکل ۲-۳ یک برخورد که در آن  $A + B \rightarrow C + D$ .

### ۴-۳ برخوردها

البته انرژی و تکانه به این دلیل مطرح می‌شوند که این کمیتها در هر فرایند فیزیکی پایسته هستند. در نسبیت مانند مکانیک کلاسیک، روشن‌ترین کاربرد این قوانین پایستگی در برخوردهاست. ابتدا یک برخورد کلاسیک را در نظر بگیرید که در آن جسم  $A$  به جسم  $B$  برخورد می‌کند (این اجسام می‌توانند دو ارابه روی یک تخت هوا باشند) و اجسام  $C$  و  $D$  را تولید می‌کند. (شکل ۲-۳). البته  $C$  و  $D$  ممکن است همان  $A$  و  $B$  باشند. اما ممکن است رنگ (یا چیز دیگری) از  $A$  زده و به  $B$  مالیده شود به طوری که جرم نهایی همان جرمهای اولیه نباشد. (فرض می‌کنیم که  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  تنها بازیگران این نمایشنامه باشند. اگر تکه‌پاره  $W$  در صحنه باقی بماند، با فرایند پیچیده‌تری سروکار خواهیم داشت:  $A + B \rightarrow C + D + W$ ). برخورد، ذاتاً خیلی سریع اتفاق می‌افتد به طوری که نیروی خارجی مانند گرانی یا اصطکاک مسیر تأثیر چندانی بر آن ندارند. به لحاظ کلاسیک، جرم و تکانه در چنین فرایندهایی همواره پایسته هستند، انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.

### برخوردهای کلاسیک

۱. جرم پایسته است،  $m_A + m_B = m_C + m_D$ .

۲. تکانه پایسته است،  $p_A + p_B = p_C + p_D$ .

۳. انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.

در واقع، متوجه سه نوع برخورد متمایز می‌شویم: برخورد «چسبناک» که در آن انرژی جنبشی کاهش می‌یابد (معمولاً تبدیل به گرما می‌شود). برخورد «انفجاری» که در آن انرژی جنبشی افزایش می‌یابد (مثلاً فرض کنید  $A$  فنر فشرده‌ای در سپر جلوی خود دارد و در ضمن برخورد، دستگیره آزاد می‌شود. بنابراین انرژی فنر به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود)؛ و برخورد کشسان که در آن انرژی جنبشی پایسته است.

### انواع برخوردها (کلاسیک)

الف. چسبناک: انرژی جنبشی کاهش می‌یابد،  $T_A + T_B > T_C + T_D$ .

ب. انفجاری: انرژی جنبشی افزایش می‌یابد،  $T_A + T_B < T_C + T_D$ .

ج کشسان: انرژی جنبشی پایسته است،  $T_A + T_B = T_C + T_D$ .

در حالت حدی نوع (الف) دو ذره به یکدیگر می‌چسبند، و در واقع فقط یک جسم نهایی وجود دارد:  $A + B \rightarrow C$ . در حالت حدی نوع (ب) یک جسم به دو جسم شکسته می‌شود:  $A \rightarrow C + D$  (به زبان فیزیک ذرات  $A$  به  $D + C$  وامی‌باشد).

در یک برخورد نسبیتی، تکانه و انرژی همواره پایسته‌اند. به عبارت دیگر چهار مؤلفهٔ چار بردار انرژی-تکانه پایسته است. مانند مورد کلاسیک، انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.

### برخوردهای نسبیتی

$$p_A^\mu + p_B^\mu = p_C^\mu + p_D^\mu \Leftrightarrow \begin{cases} 1. \text{ انرژی پایسته است، } E_A + E_B = E_C + E_D \\ 2. \text{ تکانه پایسته است، } p_A + p_B = p_C + p_D \\ 3. \text{ انرژی جنبشی ممکن است پایسته باشد یا نباشد.} \end{cases}$$

دوبارهٔ برخورد را، برحسب اینکه انرژی جنبشی کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییر نکند، به صورت چسبناک، انفجاری، یا کشسان دسته‌بندی می‌کنیم. چون انرژی کل (سکون به علاوه جنبشی) همیشه پایسته است، پس انرژی سکون (و بنابراین جرم) در برخورد چسبنده افزایش و در انفجاری کاهش می‌یابد و در برخورد کشسان تغییر نمی‌کند.

### انواع برخوردها (نسبیتی)

الف. چسبناک: انرژی جنبشی کم می‌شود، انرژی سکون و جرم افزایش می‌یابد.

ب. انفجاری: انرژی جنبشی زیاد می‌شود، انرژی سکون و جرم کاهش می‌یابد.

ج. کشسان: انرژی جنبشی، انرژی سکون، و جرم پایسته هستند.

لطفاً توجه کنید: بجز در برخورد کشسان، جرم پایسته نیست.\* برعکس اگر جرم پایسته باشد برخورد کشسان است. در برخورد انفجاری (یا واپاشی ذره)، انرژی سکون به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود (یا به زبان مضحک مطبوعات عامه‌پسند که برای افراد با کمترین احترام برای سازگاری ابعادی آزارنده است، «جرم به انرژی تبدیل می‌شود»).

با وجود شباهت ساختاری بین تحلیلهای کلاسیک و نسبیتی تفاوت بارزی بین تفسیر برخوردهای ناکشسان وجود دارد. برای مورد کلاسیک می‌گوییم که انرژی از شکل جنبشی به صورت «داخلی» (انرژی گرمایی، انرژی فنر و غیره) تبدیل می‌شود یا برعکس. در تحلیل نسبیتی می‌گوییم که انرژی جنبشی به انرژی سکون تبدیل می‌شود یا برعکس. چگونه این دو مورد می‌توانند احتمالاً سازگار

\* با اصطلاح قبلی می‌گوییم جرم نسبیتی پایسته است اما جرم سکون پایسته نیست.



باشند؟ با این همه، فرض می‌کنیم که مکانیک نسبیتی در حد  $c \ll v$  به مکانیک کلاسیک تبدیل شود. پاسخ آن است که همه شکل‌های انرژی «داخلی»، در انرژی سکون جسم بازتاب می‌یابد. جرم یک سیب‌زمینی داغ بیشتر از سیب‌زمینی سرد است. فتر فشرده وزنی بیش از فتر عادی دارد. در مقیاس ماکروسکوپی، انرژی‌های سکون بسیار بیشتر از انرژی‌های داخلی هستند. بنابراین در زندگی روزمره اختلاف جرم به‌کلی قابل چشم‌پوشی است، و حتی در سطح اتمی نیز بسیار کوچک هستند. فقط در فیزیک هسته‌ای و ذرات، انرژی‌های داخلی با انرژی‌های سکون قابل مقایسه هستند. با وجود این، اصولاً، هرگاه وزن جسمی را تعیین می‌کنید، نه تنها جرم تمام قسمت‌های تشکیل‌دهنده آن، بلکه انرژی‌های برهم‌کنش را نیز اندازه می‌گیرید.

### ۵-۳ مثالها و کاربردها

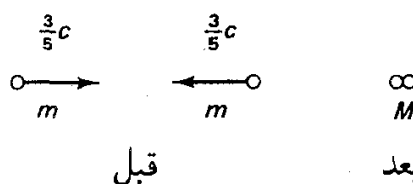
حل مسائل در سینماتیک نسبیتی همان اندازه که علم است هنر هم هست. هرچند که فیزیک چندان در آن دخیل نیست — چیزی جز پایستگی انرژی و پایستگی تکانه در آن وجود ندارد — اما عملیات جبری آن سنگین است. اینکه حل یک مسئله مفروض دو خط یا هفت صفحه شود به مهارت و تجربه شما در به‌کارگیری ابزار و شگردهای کار، بستگی دارد. اکنون می‌خواهم چند مثال بزنم، تا در ضمن کار نشان دهم که چه ابزارهای صرفه‌جویی در کار در اختیار شما قرار دارد.

#### مثال ۱-۳

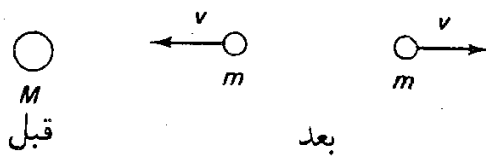
دو تکه «گل» به جرم  $m$  و سرعت  $\frac{3}{5}c$  به‌طور رو در رو برخورد می‌کنند (شکل ۳-۳) و به هم می‌چسبند. پرسش: جرم  $M$  قطعه مرکب نهایی چیست؟

حل. با توجه به پایستگی انرژی  $E_1 + E_2 = E_M$ . با در نظر گرفتن پایستگی تکانه  $p_1 + p_2 = p_M$ . در این حالت پایستگی تکانه بدیهی است:  $p_1 = -p_2$ ، بنابراین تکه نهایی ساکن است (که از اول معلوم بود). انرژی‌های اولیه برابر هستند، بنابراین پایستگی انرژی می‌دهد:

$$Mc^2 = 2E_m = \frac{2mc^2}{\sqrt{1 - (3/5)^2}} = \frac{5}{4}(2mc^2)$$



شکل ۳-۳ برخورد چسبناک دو جرم مساوی (مثال ۱-۳).



شکل ۳-۴ ذره‌ای به دو تکه مساوی وامی‌باشد. (مثال ۲-۳).

نتیجه‌گیری:  $M = \frac{5}{4}m$ . توجه کنید که این جرم بزرگتر از جمع جرمهای اولیه است. در برخورد چسبناک انرژی جنبشی به انرژی سکون تبدیل می‌شود. بنابراین جرم افزایش می‌یابد.

### مثال ۲-۳

ذره‌ای به جرم  $M$  که در ابتدا ساکن است، به دو تکه که جرم هر کدام  $m$  است، وامی‌باشد (شکل ۳-۴). پرسش: سرعت هر تکه در هنگام خروج چقدر است؟

حل. این فرایند، عکس فرایند مثال ۱-۳ است. با توجه به پایستگی تکانه دو تکه در دو جهت مخالف با سرعتهای مساوی حرکت می‌کنند. پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که

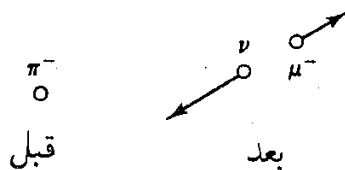
$$M = \frac{2m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \text{بنابراین} \quad v = c\sqrt{1 - (2m/M)^2}$$

این پاسخ بی‌معنی است مگر اینکه  $M$  بیشتر از  $2m$  باشد. باید حداقل انرژی سکون برای پوشش انرژیهای سکون حالت نهایی موجود باشد (هر مقدار اضافی مطلوب است زیرا به صورت انرژی جنبشی جذب می‌شود). می‌گوییم که  $M = 2m$  آستانه وقوع فرایند  $M \rightarrow 2m$  است. مثلاً جرم دوترون برای واپاشی به یک پروتون به علاوه نوترون زیر مقدار آستانه است ( $m_d = 1875.6 \frac{\text{MeV}}{c^2}$  و  $m_p + m_n = 1877.9 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ )، بنابراین پایدار است. اجزای دوترون را می‌توان از هم جدا کرد، اما فقط با دادن انرژی کافی به دستگاه برای جبران اختلاف جرم. (اگر این موضوع که جرم حالت مقید  $p$  و  $n$  کمتر از مجموع اجزای آن است شما را متعجب می‌کند، توجه کنید که انرژی بستگی دوترون، مانند همه انرژیهای داخلی که در جرم سکون بازتاب می‌یابد، منفی است. در واقع برای هر حالت مقید پایدار انرژی بستگی باید منفی باشد. اگر جرم ذره مرکب بیشتر از مجموع جرم اجزایش باشد، خودبه‌خود فرو می‌یابد.)

### مثال ۳-۳

یک پیون در حال سکون به یک موئون به علاوه یک نوترینو وامی‌باشد (شکل ۳-۵). پرسش: سرعت موئون چقدر است؟

حل. پایستگی انرژی ایجاب می‌کند که  $E_\pi = E_\mu + E_\nu$  باشد. از پایستگی تکانه داریم  $\mathbf{p}_\pi = \mathbf{p}_\mu + \mathbf{p}_\nu$ . اما  $\mathbf{p}_\pi = 0$  است. بنابراین  $\mathbf{p}_\mu = -\mathbf{p}_\nu$  است. پس موئون و نوترینو پشت به پشت با تکانه برابر و مخالف خارج می‌شوند.



شکل ۳-۵ واپاشی پيون باردار (مثال ۳-۳).

برای ادامه کار به فرمولی نیاز داریم که انرژی ذره را به تکانه‌اش مربوط کند. معادله (۳-۴۲) این کار را می‌کند. [شاید بخواهید که معادله (۳-۳۸) را برای سرعت حل کنید و نتیجه را در (۳-۴۰) قرار دهید. اما این راه‌برد بسیار بدی است. به‌طور کلی، سرعت در نسبیت پارامتر خوبی برای کارکردن با آن نیست. بهتر است از معادله (۳-۴۲) استفاده کنید، که مستقیماً شما را بین  $E$  و  $p$  جابه‌جا می‌کند.]

پیشنهاد ۱. برای به‌دست آوردن انرژی ذره، وقتی تکانه‌اش معلوم است (یا برعکس)، از ناوردای زیر استفاده کنید.

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4 \quad (۳-۴۹)$$

در این حالت داریم:

$$E_\pi = m_\pi c^2$$

$$E_\mu = c \sqrt{m_\mu^2 c^2 + p_\mu^2}$$

$$E_\nu = |p_\nu| c = |p_\mu| c$$

با قراردادن این مقادیر در معادله پایستگی انرژی داریم:

$$m_\pi c^2 = c \sqrt{m_\mu^2 c^2 + p_\mu^2} + |p_\mu| c$$

$$(m_\pi c - |p_\mu|)^2 = m_\mu^2 c^2 + p_\mu^2 \quad \text{یا}$$

با حل کردن برای  $|p_\mu|$ ، به‌دست می‌آوریم.

$$|p_\mu| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} c$$

ضمناً، انرژی موئون [از معادله (۳-۴۹)] برابر است با

$$E_\mu = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} c^2$$

با دانستن انرژی و تکانه یک ذره، به سادگی می‌توان سرعت آن را به دست آورد. اگر  $E = \gamma mc^2$  و  $p = \gamma mv$  باشد، از تقسیم آنها داریم:

$$p/E = v/c^2$$

پیشنهاد ۲: اگر انرژی و تکانه ذره‌ای را می‌دانید و می‌خواهید سرعت آن را حساب کنید، از رابطه زیر استفاده کنید.

$$v = pc^2/E \quad (50-3)$$

بنابراین جواب مسئله ما برابر است با

$$v_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} c$$

با قراردادن جرمهای واقعی،  $v_\mu = 0.271c$  را به دست می‌آوریم.

این محاسبات هیچ اشکالی ندارند؛ زیرا محاسبه سراسر و استفاده اصولی از قوانین پایستگی هستند. اما اکنون می‌خواهیم راه سریع‌تری را برای به دست آوردن انرژی و تکانه موئون با استفاده از نمادگذاری چاربردار به شما نشان دهیم. [باید بالای همه چاربردارها شاخص بالای  $\mu$  را بنویسیم، اما نمی‌خواهم شاخص فضا-زمان  $\mu$  را با  $\mu$ ی مشخص‌کننده ذره اشتباه کنید، بنابراین در اینجا و اغلب در آینده شاخصهای فضا-زمان را کنار می‌گذاریم و برای نشان دادن ضرب نرده‌ای از نقطه استفاده می‌کنیم] پایستگی انرژی و تکانه ایجاب می‌کند.

$$p_\pi = p_\mu + p_\nu, \quad \text{یا} \quad p_\nu = p_\pi - p_\mu$$

هر طرف را در خودش ضرب نرده‌ای می‌کنیم و به دست می‌آوریم:

$$p_\nu^2 = p_\pi^2 + p_\mu^2 - 2p_\pi \cdot p_\mu$$

اما

$$p_\nu^2 = 0; \quad p_\pi^2 = m_\pi^2 c^2; \quad p_\mu^2 = m_\mu^2 c^2, \quad \text{و} \quad p_\pi \cdot p_\mu = \frac{E_\pi E_\mu}{c^2} = m_\pi E_\mu$$

بنابراین

$$0 = m_\pi^2 c^2 + m_\mu^2 c^2 - 2m_\pi E_\mu$$

که از آن  $E_\mu$  به دست می‌آید. با استفاده از

$$p_\mu = p_\pi - p_\nu$$

و مربع کردن آن به دست می‌آوریم:

$$m_\mu^2 c^2 = m_\pi^2 c^2 - 2m_\pi E_\nu$$

اما  $E_\nu = |p_\nu|c = |p_\mu|c$  بنابراین

$$2m_\pi |p_\mu| = (m_\pi^2 - m_\mu^2)c$$

که  $|p_\mu|$  را به ما می‌دهد. در این مورد مسئله به اندازه کافی ساده بود و صرفه‌جویی ناشی از نمادگذاری چاربردار اندک است، اما در مسائل پیچیده‌تر می‌توانند بسیار مفید باشند.

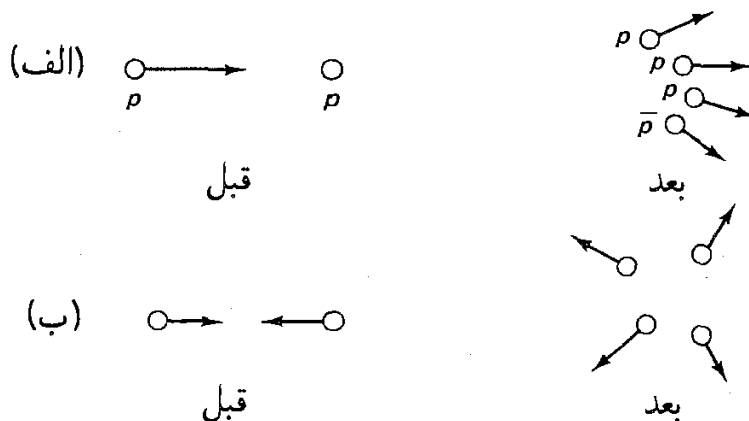
**پیشنهاد ۳:** با استفاده از نمادگذاری چاربردار ضرب نقطه‌ای ناوردا را به دست آورید.

یک دلیل توانمندی استفاده از ناورداها در این کار آن است که آزادییم آنها را در هر دستگاه لخت دلخواه محاسبه کنیم. معمولاً چارچوب آزمایشگاه برای کارکردن ساده‌ترین آنها نیست. برای مثال، در یک نمونه آزمایش پراکندگی، باریکه‌ای از ذرات به سوی هدف ساکنی شلیک می‌شوند. واکنش مورد مطالعه ممکن است، هرچه  $p + p \rightarrow$  باشد، اما در آزمایشگاه وضعیت نامتقارن است زیرا یک پروتون متحرک و دیگری ساکن است. از نظر سینماتیکی، راحت‌تر است فرایند را از دید دستگاهی که در آن دو پروتون با سرعت‌های مساوی به هم نزدیک می‌شوند، بررسی کنیم. این دستگاه را چارچوب مرکز تکانه (CM) می‌نامیم زیرا در این دستگاه تکانه کل (سه بردار) صفر است.

### مثال ۳-۴

بواترون برکلی بر اساس ایده تولید پادپروتون در واکنش  $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$  ساخته شد. یک پروتون پرانرژی به پروتون ساکنی برخورد می‌کند و (علاوه بر ذرات اولیه) یک جفت پروتون-پادپروتون خلق می‌کند. پرسش: انرژی آستانه برای این واکنش (یعنی کمترین انرژی پروتون فرودی) چقدر است؟

حل. در آزمایشگاه فرایند به صورت شکل (۳-۶ الف) و در چارچوب CM مانند شکل (۳-۶ ب) به نظر



شکل ۳-۶ الف) در چارچوب آزمایشگاه. ب) در چارچوب CM.  $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$

می‌رسد. اکنون شرط آستانه چیست؟ پاسخ: درست انرژی فرودی کافی برای خلق دو ذره اضافی. در چارچوب آزمایشگاه چگونگی فرمولبندی این شرط شکل به نظر می‌رسد، اما این کار در CM ساده است: همهٔ چهار ذره نهایی باید ساکن باشند، بدون اینکه هیچ انرژی به صورت انرژی جنبشی «تلف شود». (این در چارچوب آزمایشگاه عملی نیست، زیرا پایستگی تکانه ایجاب می‌کند که نوعی حرکت پس از برخورد وجود داشته باشد.

فرض کنید  $p_{\text{TOT}}^\mu$ ، چاربردار انرژی-تکانه کل در آزمایشگاه باشد، چون این مقدار پایسته است بنابراین مهم نیست که آن را قبل از برخورد یا بعد از برخورد ارزیابی کنیم. ما آن را قبل از برخورد به دست می‌آوریم:

$$p_{\text{TOT}}^\mu = \left( \frac{E + mc^2}{c}, |\mathbf{p}|, 0, 0 \right)$$

که  $E$  و  $\mathbf{p}$ ، انرژی و تکانه پروتون فرودی و  $m$  جرم پروتون است. فرض کنید  $p_{\text{TOT}}^{\mu'}$ ، چاربردار انرژی-تکانه کل در چارچوب CM باشد. دوباره می‌توان آن را قبل یا بعد از برخورد به دست آورد. این دفعه بعد از برخورد را انجام می‌دهیم:

$$p_{\text{TOT}}^{\mu'} = (4mc, 0, 0, 0)$$

چون (در آستانه) هر چهار ذره ساکن هستند. اکنون اما  $p_{\text{TOT}}^\mu \neq p_{\text{TOT}}^{\mu'}$  است، اما حاصلضربهای ناوردای  $p_{\mu\text{TOT}} p_{\text{TOT}}^{\mu'}$  و  $p_{\mu\text{TOT}}^{\mu'} p_{\text{TOT}}^\mu$  برابر هستند.

$$\left( \frac{E}{c} + mc \right)^2 - \mathbf{p}^2 = (4mc)^2$$

با استفاده از رابطه استاندارد (۳-۴۹) برای حذف  $\mathbf{p}^2$ ، رابطه را برای  $E$  حل می‌کنیم و به دست می‌آوریم.

$$E = \gamma mc^2$$

بدیهی است که برای وقوع این فرایند، انرژی جنبشی پروتون فرودی باید حداقل شش برابر انرژی سکون آن باشد. (و در واقع اولین پاد پروتون وقتی ماشین به  $6000 \text{ MeV}$  رسید، کشف شد.)

اینجا شاید جای خوبی برای تأکید تفاوت بین کمیت پایسته و کمیت ناوردا باشد. انرژی پایسته است — بعد از برخورد همان مقدار قبل از برخورد را دارد — اما ناوردا نیست. جرم ناوردا است — در همهٔ دستگاههای لخت یکسان است — اما پایسته نیست. بعضی کمیتها هم ناوردا و هم پایسته هستند و بسیاری هیچ‌کدام نیستند. همان‌طور که مثال ۳-۴ نشان می‌دهد، بهره‌برداری، هوشمندانه از کمیت‌های ناوردا و پایسته، کارهای سخت جبری را بسیار کم می‌کند. همچنین نشان می‌دهد که تحلیل بعضی مسائل در دستگاه CM راحت‌تر است و بعضی در چارچوب آزمایشگاه.

پیشنهاد ۴. اگر مسئله در چارچوب آزمایشگاه پر در دسر به نظر می‌رسد سعی کنید آن را در دستگاه CM تحلیل کنید.

حتی اگر با برخوردی پیچیده‌تر از برخورد دو ذره مشابه سروکار دارید چارچوب مرکز تکانه (که در آن  $\mathbf{p}_{TOT} = 0$  است) هنوز چارچوب مرجع مناسبی است، زیرا در این سیستم پایستگی تکانه بدیهی است: قبل و بعد از برخورد صفر است. شاید فکر کنید که آیا همواره یک چارچوب CM وجود دارد؟ به عبارت دیگر، برای گروهی از ذرات مشخص با جرمهای  $m_1, m_2, \dots$  و سرعت‌های  $v_1, v_2, \dots$ ، آیا الزاماً دستگاه لختی وجود دارد که در آن تکانه کل (سه بردار) صفر باشد؟ جواب مثبت است. با به دست آوردن سرعت آن چارچوب و نشان دادن اینکه این سرعت کمتر از  $c$  است، آن را ثابت می‌کنم. انرژی و تکانه کل در چارچوب آزمایشگاه ( $S$ ) برابر است با:

$$E_{TOT} = \sum_i \gamma_i m_i c^2; \quad \mathbf{p}_{TOT} = \sum_i \gamma_i m_i \mathbf{v}_i \quad (51-3)$$

چون  $\mathbf{p}'_{TOT}$  چاربردار است می‌توان برای به دست آوردن تکانه در دستگاه  $S'$  از تبدیلهای لورنتس استفاده کرد. حرکت در جهت  $\mathbf{p}_{TOT}$  با سرعت  $v$  است.

$$|\mathbf{p}'_{TOT}| = \gamma \left( |\mathbf{p}_{TOT}| - \beta \frac{E_{TOT}}{c} \right)$$

به ویژه، اگر سرعت  $v$  را به صورت زیر انتخاب کنیم، تکانه صفر می‌شود.

$$\frac{v}{c} = \frac{|\mathbf{p}_{TOT}|c}{E_{TOT}} = \frac{|\sum \gamma_i m_i \mathbf{v}_i|}{\sum \gamma_i m_i c}$$

طول مجموع سه بردار نمی‌تواند بیشتر از مجموع طولهایشان باشد (این حقیقت آشکار هندسی به نامساوی مثلثی معروف است)، بنابراین

$$\frac{v}{c} \leq \frac{\sum \gamma_i m_i (v_i/c)}{\sum \gamma_i m_i}$$

و چون  $v_i < c$  است می‌توان اطمینان داشت که  $v < c$ . پس دستگاه CM همواره وجود دارد و سرعت آن نسبت به چارچوب آزمایشگاه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{v}_{CM} = \frac{\mathbf{p}_{TOT} c^2}{E_{TOT}} \quad (52-3)$$

\* تلویحاً فرض کرده‌ام که حداقل یکی از ذرات سنگین است. اگر همه آنها بدون جرم باشند،  $v = c$  را به دست می‌آوریم، که در این حالت دستگاه CM وجود ندارد. مثلاً چارچوب CM برای تک فوتون وجود ندارد.





پاسخ کلاسیک  $T' = 4T$  است که وقتی  $T \ll mc^2$  است به همین نتیجه می‌انجامد. (در دستگاه سکون  $B$ ، از نظر کلاسیک،  $A$  سرعتی دوبرابر دارد. بنابراین انرژی آن چهار برابر انرژی جنبشی در دستگاه CM است.) اما، ضریب ۴ فوایدی هم دارد. اما بدون شک بهره‌ی نسبیتی به مراتب بیشتر است. مثلاً الکترونهاى برخوردکننده با انرژی جنبشی آزمایشگاهی  $1\text{ GeV}$ ، دارای انرژی جنبشی نسبی  $4000\text{ GeV}$  هستند!

## مراجع و یادداشتهای

۱. کتابهای درسی عالی بسیاری در نسبت خاص وجود دارد. کتاب زیر را توصیه می‌کنم،

J. H. Smith, *Introduction to Special Relativity* (New York: Benjamin, 1967).

برای رهیافتی دلفریب (اما نامتعارف) به کتاب زیر رجوع کنید،

E. F. Taylor and J. A. Wheeler, *Spacetime Physics* (San Francisco: Freeman, 1966).

۲. اگر می‌خواهید عمیق‌تر وارد مطلب شوید، کتاب زیر را توصیه می‌کنم،

R. Hagedorn, *Relativistic Kinematics* (New York: Benjamin, 1964).

## مسائل

۱-۳ معادله (۱-۳) را برای  $x, y, z$  و  $t$  برحسب  $x', y', z'$  و  $t'$  حل کنید و ببینید که معادله (۳-۳) را دوباره به دست می‌آورید.

۲-۳ (الف) معادله (۴-۳) را به دست آورید.

(ب) مطابق ساعت روی زمین (دستگاه  $S$ )، چراغهای خیابان  $A$  و  $B$  (به فاصله  $4\text{ km}$  از هم قرار دارند) هر دو درست در ساعت  $8^{\circ}00$  بعد از ظهر روشن شدند. از دید ناظر داخل قطار (دستگاه  $S'$ )، که  $\frac{3}{8}$  سرعت نور از  $A$  به  $B$  در حرکت است، کدام چراغ زودتر روشن می‌شود؟ چقدر بعد (برحسب ثانیه) چراغ دوم روشن می‌شود؟ [توجه: مانند همیشه در نسبیت، اینجا درباره‌ی آنچه  $S'$ ، پس از تصحیح زمانی که طول می‌کشد تا نور به او برسد، مشاهده می‌کند، صحبت می‌کنیم، نه آنچه او واقعاً می‌بیند (که بستگی به این دارد که در کجای قطار قرار گرفته باشد).]

۳-۳ (الف) حجمها چگونه تبدیل می‌شوند؟ به طور مشخص، اگر حجم ظرفی در چارچوب سکون،  $S'$ ، خود برابر،  $V'$  باشد، ناظر  $S$  که با سرعت  $v$  نسبت به آن در حرکت است حجم را چقدر اندازه می‌گیرد؟

(ب) چگالیه‌ها چگونه تبدیل می‌شوند؟ (اگر ظرفی حاوی  $\rho'$  مولکول به‌ازای واحد حجم در چارچوب سکون،  $S'$ ، خود باشد، در دستگاه متحرک  $S$  چند مولکول بر واحد حجم دارد؟  
 ۳-۴ موئونهاى پرتوکیهانی در بالای جو (در ارتفاع  $8000$  متر) تولید می‌شوند و با سرعت خیلی نزدیک به سرعت نور ( $0.998c$ ) به طرف زمین حرکت می‌کنند.

(الف) با معلوم بودن طول عمر موئون ( $2.2 \times 10^{-6}$  sec) و با توجه به فیزیک پیش‌نسبیتی، موئون قبل از فروپاشی چه مسافتی را می‌پیماید؟ آیا به سطح زمین می‌رسد؟

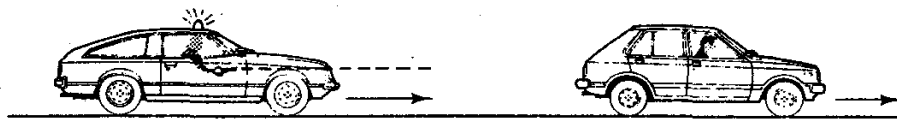
(ب) اکنون همان پرسش را با استفاده از فیزیک نسبیتی پاسخ دهید. (به دلیل اتساع زمان موئونها بیشتر دوام می‌آورند، بنابراین مسافت بیشتری را طی می‌کنند.)

(ج) اکنون همین فرایند را از منظر موئون تحلیل کنید. (در چارچوب مرجع موئون، طول عمرش فقط  $2.2 \times 10^{-6}$  sec است. آیا به زمین می‌رسد؟

(د) پیونها نیز در بالای جو تولید می‌شوند. [درحقیقت ترتیب کارها به این صورت است؛ پروتون (از فضای خارج) به پروتونی (در جو) می‌خورد و  $p + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \dots$  پیون. سپس پیونها به موئونها وامی‌باشند:  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ;  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ . اما طول عمر پیون خیلی کوتاه‌تر است، حدود یک صدم موئون. آیا پیونها به سطح زمین می‌رسند؟ (فرض کنید سرعت پیونها نیز  $0.998c$  باشد).  
 ۳-۵ به یک دسته یاغی در اتومبیلی با سرعت  $\frac{3}{4}c$  در حال فرارند پلیس از اتومبیلی که با سرعت  $\frac{1}{4}c$  در تعقیب آنهاست، گلوله‌ای شلیک می‌کند. سرعت گلوله نسبت به دهنه تفنگ  $\frac{1}{4}c$  است. آیا گلوله در موارد زیر به هدف می‌رسد؟

(الف) بنا بر فیزیک پیش‌نسبیتی

(ب) با توجه به نسبیت



۳-۶ ماتریس  $M$  که معادله (۳-۱۱) را معکوس می‌کند، بیابید:  $x^\mu = M^\mu_{\nu'} x^{\nu'}$  [از معادله (۳-۳) استفاده کنید]. نشان دهید که  $M$  ماتریس وارون  $\Lambda$  است:  $\Lambda M = 1$ .

۳-۷ نشان دهید که کمیت  $I$  [در معادله (۳-۱۲)] تحت تبدیل لورنتس (۳-۷)، ناورد است.

۳-۸ یک تانسور مرتبه دوم را متقارن گوئیم اگر وقتی شاخصها را عوض کنیم ( $S^{\nu\mu} = S^{\mu\nu}$ ) تغییر نکند، و پاد متقارن است اگر تغییر علامت دهد ( $a^{\nu\mu} = -a^{\mu\nu}$ ).

(الف) در تانسور متقارن چند جزء مستقل وجود دارد؟ (چون  $S^{12} = S^{21}$  است، اینها فقط یک جزء مستقل به حساب می‌آید.)

(ب) چند جزء مستقل در تانسور پاد متقارن وجود دارد؟

(ج) اگر  $S^{\mu\nu}$  متقارن باشد، نشان دهید که  $S_{\mu\nu}$  نیز متقارن است. اگر  $a^{\mu\nu}$  پاد متقارن باشد، نشان دهید که  $a_{\mu\nu}$  نیز پاد متقارن است.

(د) اگر  $S^{\mu\nu}$  متقارن و  $a^{\mu\nu}$  پاد متقارن باشد، نشان دهید که  $S^{\mu\nu}a_{\mu\nu} = 0$  نیز پاد متقارن است.

(ه) نشان دهید هر تانسور رتبه دوم  $(t^{\mu\nu})$  را می‌توان به صورت مجموع یک بخش پاد متقارن  $(a^{\mu\nu})$  و یک بخش متقارن  $(S^{\mu\nu})$  نوشت:  $t^{\mu\nu} = a^{\mu\nu} + S^{\mu\nu}$ . با  $(S^{\mu\nu})$  معین،  $a^{\mu\nu}$  و  $t^{\mu\nu}$  را بسازید.

۹-۳ ذره‌ای با سرعت  $\frac{2}{5}c$  در جهت  $x$  حرکت می‌کند. ویژه سرعت  $\eta^\mu$  آن (همه چهار مؤلفه) را تعیین کنید.

۱۰-۳ برخوردی را در نظر بگیرید که در آن ذره  $A$  (به جرم  $m_A$  و ویژه سرعت  $\eta_A$ ) به ذره  $B$  (به جرم  $m_B$  و ویژه سرعت  $\eta_B$ ) برخورد و ذرات  $C(m_C, \eta_C)$  و  $D(m_D, \eta_D)$  را تولید می‌کند. فرض کنید در دستگاه  $S$ ، انرژی و تکانه (نسبیتی) پایسته است (یعنی  $p_A^\mu + p_B^\mu = p_C^\mu + p_D^\mu$ ). با استفاده از تبدیلهای لورنتس (۷-۳)، نشان دهید که انرژی و تکانه (نسبیتی) در دستگاه  $S'$  نیز پایسته است. (جرم را پایسته فرض نکنید - در کل چنین نیست:  $m_A + m_B \neq m_C + m_D$ ).

۱۱-۳ آیا برای ذره‌ای (حقیقی) به جرم  $m$ ، زمان‌گونه، فضاگونه یا نورگونه است؟ در مورد ذره بدون جرم چگونه است؟ برای ذره مجازی چگونه است؟

۱۲-۳ وزن سیب‌زمینی داغ چقدر بیشتر از سیب‌زمینی سرد است (به کیلوگرم)؟

۱۳-۳ پیونی که با سرعت  $v$  در حرکت است، به یک موئون و نوترینو را می‌پاشد،  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ . اگر نوترینو در زاویه  $90^\circ$  نسبت به جهت پیون اولیه، خارج شود،  $\mu$  تحت چه زاویه‌ای بیرون می‌آید؟ [پاسخ:  $\tan \theta = (1 - m_\mu^2/m_\pi^2)/(2\beta\gamma^2)$ ]

۱۴-۳ ذره  $A$  (انرژی  $E$ ) به ذره  $B$  (ساکن) برخورد می‌کند و ذرات  $C_1, C_2, \dots$  را تولید می‌کند:  $A + B \rightarrow C_1 + C_2 + \dots + C_n$ . انرژی آستانه (یعنی کمینه انرژی) را برای این واکنش برحسب جرم ذرات مختلف حساب کنید.

$$\left[ \text{پاسخ: } E = \frac{M^2 - m_A^2 - m_B^2}{2m_B} c^2, \text{ که } M \equiv m_1 + m_2 + \dots + m_n \text{ است} \right]$$

۱۵-۳ نتیجه مسئله ۱۴-۳ را برای یافتن انرژی آستانه واکنشهای زیر به‌کار ببرید. هدف پروتون را ساکن فرض کنید:

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^0 \text{ (الف)}$$

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^- \text{ (ب)}$$

$$\pi^- + p \rightarrow p + \bar{p} + n \text{ (ج)}$$

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0 \text{ (د)}$$

$$p + p \rightarrow p + \Sigma^+ + K^0 \text{ (ه)}$$

۱۶-۳ ذره ساکن A به ذرات B و C وامی باشد ( $A \rightarrow B + C$ ).

(الف) انرژی ذرات خروجی را برحسب جرمهای مختلف پیدا کنید.

$$\left[ E_B = \frac{m_A^2 + m_B^2 - m_C^2}{2m_A} c^2 \quad \text{پاسخ:} \right]$$

(ب) اندازه تکانه خروجی را پیدا کنید.

$$\left[ \begin{array}{l} |p_B| = |p_C| = \frac{\sqrt{\lambda(m_A^2, m_B^2, m_C^2)}}{2m_A} c, \quad \text{پاسخ:} \\ \text{که } \lambda \text{ تابع مثلثی است:} \\ \lambda(x, y, z) \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \end{array} \right]$$

(ج) توجه کنید ضرایب  $\lambda: \lambda(a^2, b^2, c^2) = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$

هستند. پس  $|p_B|$  صفر می شود وقتی  $m_A = m_B + m_C$  باشد و موهومی می شود اگر  $m_A < (m_B + m_C)$  باشد. توضیح دهید.

۱۷-۳ نتیجه مسئله ۱۶-۳ را برای یافتن انرژی CM محصول هر واپاشی در واکنشهای زیر به کار ببرید.

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \text{ (الف)}$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \text{ (ب)}$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \text{ (ج)}$$

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- \text{ (د)}$$

$$\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^- \text{ (ه)}$$

۱۸-۳ (الف) پیون ساکنی به یک موئون و یک نوترینو وامی باشد ( $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ ). به طور میانگین، موئون قبل از فروپاشی چه مسافتی را (در خلأ) می پیماید.

$$\left[ d = [(m_\pi^2 - m_\mu^2)/(2m_\pi m_\mu)] c\tau = 186 \text{ m} \quad \text{پاسخ:} \right]$$

(ب) طول مسیر موئون در شکل ۷-۱ حدود  $6\text{mm}$  است (عکس بزرگ شده است). چگونه

این را توضیح می‌دهید؟

۱۹-۳ ذره ساکن  $A$  به سه یا بیشتر و امی باشد:  $A \rightarrow B + C + D + \dots$ .

(الف) بیشینه و کمینه انرژی را که  $B$  در این واپاشی می‌تواند داشته باشد برحسب جرمهای

مختلف تعیین کنید.

(ب) بیشینه و کمینه انرژی الکترون را در واپاشی موئون پیدا کنید،  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ .

۲۰-۳ (الف) ذره‌ای که با سرعت  $v$  در حرکت است به ذره مشابه ساکنی نزدیک می‌شود. سرعت

هر ذره در چارچوب CM چقدر است؟ (به لحاظ کلاسیک البته  $v/2$  است. چرا به لحاظ نسبیتی

چنین نیست؟)

(ب) نتیجه قسمت (الف) را برای محاسبه انرژی جنبشی هر ذره در چارچوب CM به‌کار

ببرید و سپس معادله (۳-۵۳) را دوباره به‌دست آورید.

۲۱-۳ در واکنش نوع  $A + B \rightarrow A + C_1 + C_2 + \dots$  (که در آن ذره  $A$  از ذره  $B$  پراکنده

می‌شود و  $C_1, C_2, \dots$  را تولید می‌کند)، چارچوب لخت دیگری [در کنار چارچوب آزمایشگاه

( $B$  ساکن) و چارچوب CM ( $\mathbf{p}_{\text{TOT}} = 0$ ) وجود دارد که گاهی مفید است. این چارچوب

بریت یا «دیوار آجری» نامیده می‌شود و دستگاهی است که در آن  $A$  پس زده و تکانه‌اش معکوس

می‌شود ( $\mathbf{p}_{\text{قبل}} = -\mathbf{p}_{\text{بعد}}$ )، مانند اینکه از دیوار آجری جهیده باشد. پراکندگی کشسان را در نظر

بگیرید ( $A + B \rightarrow A + B$ )؛ اگر ذره  $A$ ، حامل انرژی  $E$  باشد و در دستگاه CM در زاویه  $\theta$

پراکنده شود، انرژی‌اش در چارچوب بریت چیست؟ سرعت (اندازه و جهت) چارچوب بریت را

نسبت به چارچوب CM پیدا کنید.

۲۲-۳ در پراکندگی دوجسمی  $A + B \rightarrow C + D$ ، معرفی متغیرهای مندلستم مفید است:

$$s \equiv (p_A + p_B)^2 / c^2$$

$$t \equiv (p_A - p_C)^2 / c^2$$

$$u \equiv (p_A - p_D)^2 / c^2$$

(الف) نشان دهید  $s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$  است. امتیاز نظری متغیرهای

مندلستم این است که آنها ناوردهای لورنتس هستند که در هر دستگاه لخت مقدار یکسانی را

دارند. اگرچه به‌طور تجربی انرژی و زاویه پراکندگی پارامترهای دست‌یافتنی‌تری هستند.

(ب) انرژی  $A$  را در دستگاه CM برحسب  $s, t$  و  $u$  و جرمها پیدا کنید.

$$[E_A^{\text{CM}} = (s + m_A^2 - m_B^2)c^2 / 2\sqrt{s} \quad \text{پاسخ:}]$$

(ج) انرژی  $A$  را در دستگاه آزمایشگاه ( $B$  ساکن) پیدا کنید.

$$[E_A^{\text{lab}} = (s - m_A^2 - m_B^2)c^2 / 2m_B \quad \text{پاسخ:}]$$

(د) انرژی کل را در دستگاه CM پیدا کنید ( $E_{\text{TOT}} = E_A + E_B = E_C + E_D$ ).

$$[E_{\text{TOT}}^{\text{CM}} = \sqrt{s}c^2 \quad \text{پاسخ:}]$$

۲۳-۳ نشان دهید برای پراکندگی کشسان ذرات مشابه  $A + A \rightarrow A + A$ ، متغیرهای مندلیستر (مسئله ۲۲-۳) به صورت زیر می‌شود:

$$s = 4(\mathbf{p}^2 + m^2c^2)/c^2$$

$$t = -2\mathbf{p}^2(1 - \cos\theta)/c^2$$

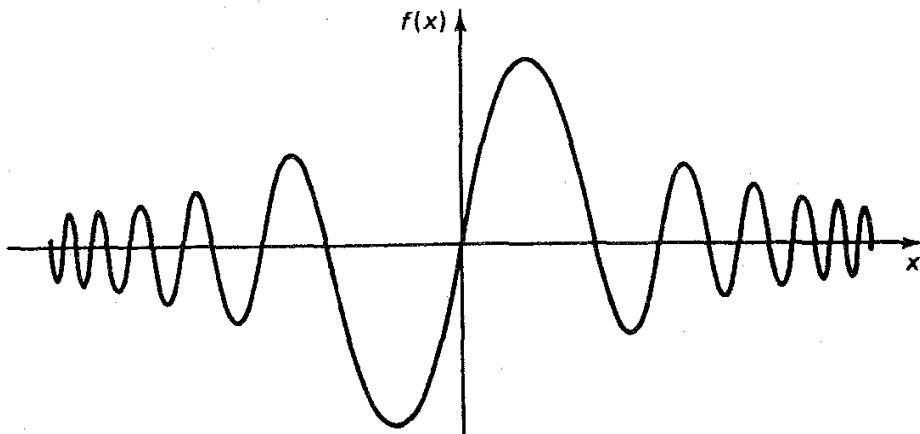
$$u = -2\mathbf{p}^2(1 + \cos\theta)/c^2$$

که  $\mathbf{p}$  تکانه در دستگاه CM ذرات یکسان و  $\theta$  زاویه پراکندگی است.  
 ۲۴-۳ (پراکندگی کامپتون) فوتونی با طول موج  $\lambda$  به طور کشسان به ذره بارداری به جرم  $m$  برخورد می‌کند. اگر فوتون در زاویه  $\theta$  پراکنده شود، طول موج خروجی  $\lambda'$  را پیدا کنید.

$$[\lambda' = \lambda + (h/mc)(1 - \cos\theta) \quad \text{پاسخ:}]$$

## تقارنها

این فصل مجموعه‌ای از مباحث ویژه مربوط به تقارن است. بخش اول شامل بعضی مطالب کلی درباره توصیف ریاضی تقارن («نظریه گروه») و رابطه بین تقارن و قوانین پایستگی است. (قضیه نوتر). سپس مورد تقارن دورانی و ارتباط آن با تکانه زاویه‌ای و اسپین را در نظر می‌گیریم. این موضوع به نوبه خود به تقارنهای «داخلی» — ایزواسپین  $SU(3)$  و طعم  $SU(6)$  می‌انجامد. سرانجام تقارنهای «گسسته» — پاریته، همیوگی بار و برگشت زمان را در نظر می‌گیریم. بجز نظریه اسپین (بخشهای ۲-۴ و ۳-۴ و ۴-۴) که در فصلهای بعد کاربرد زیادی دارند و مطالب مربوط به پاریته (فصل ۴-۶) که زمینه مفیدی برای فصل ۱۰ است، این فصل را می‌توان بسته به میل خواننده به صورت سطحی (یا عمیق) مطالعه کرد. توصیه می‌کنم از این مرحله به سرعت بگذرید و بعداً هر کجا لازم شد به بخش مربوطه بازگردید. فرض شده است که بعضی اطلاعات درباره نظریه ماتریس داشته باشید. خواننده آشنا با مکانیک کوانتومی بخشهای تکانه زاویه‌ای را مروری ساده می‌یابد (آنهايي که با مکانیک کوانتومی آشنا نیستند ممکن است این بخشها را مبهم بیابند، در این صورت باید فصل مربوطه را در کتابهای مکانیک کوانتومی مقدماتی مطالعه کنند). در این فصل نظریه گروه را به صورت فوق‌العاده شتابزده مرور می‌کنیم (هدف اصلی معرفی بعضی اصطلاحات استاندارد است)، اما یک دانشجوی جدی فیزیک ذرات بنیادی، سرانجام باید در صدد باشد که این مطالب را با جزئیات بیشتر مطالعه کند.



شکل ۱-۴ یک تابع فرد.

#### ۱-۴ تقارنها، گروهها و قوانین پایستگی

نمودار شکل ۱-۴ را بررسی کنید. نمی‌دانم شکل تابعی  $f(x)$  چگونه می‌تواند باشد. اما می‌توانم بگویم که: این یک تابع فرد است،  $f(-x) = -f(x)$ . (اگر باور ندارید منحنی را رسم کنید و آن را  $۱۸۰^\circ$  بچرخانید و ببینید که بر نمودار اولیه کاملاً منطبق است یا نه.) مثلاً، داریم

$$[f(-x)]^p = [f(x)]^p, \quad \int_{-r}^{+r} f(x) dx = 0,$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{+r} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{-r}, \quad \int_{-r}^{+r} [f(x)]^2 dx = 2 \int_0^{+r} [f(x)]^2 dx \quad (1-4)$$

می‌دانیم که کسینوسها در بسط فوریۀ  $f(x)$  ظاهر نمی‌شوند و سری تیلور آن فقط شامل توانهای فرد است. در واقع، فقط با توجه به اینکه تابع دارای تقارن فرد است، اطلاعات زیادی درباره  $f(x)$  به دست می‌آوریم، اگرچه شکل تابعی آن را نمی‌دانیم. در فیزیک، شهود یا یک اصل کلی اغلب تقارنهایی را در یک مسئله مطرح می‌کند، و استفاده نظام‌مند از آنها می‌تواند ابزاری بسیار توانمند باشد. [از بعضی جنبه‌ها توسل به تقارن مشخصه یک نظریهٔ ناکامل است. برای مثال، اگر به طریقی شکل صریح  $f(x)$  را به دست آوریم، مثلاً  $f(x) = e^{-x^2} \sin(x^3)$ ، آن وقت قضایای معادله (۱-۴) جلوه‌شان را از دست می‌دهند. چرا وقتی می‌توانیم همهٔ اطلاعات را داشته باشیم با اطلاعات جزئی خود را به زحمت اندازه‌ایم؟ حتی در یک نظریهٔ جاافتاده، توجه به تقارن اغلب به درک عمیق‌تر و محاسبات ساده‌تر می‌انجامد؛ مثلاً اگر از  $f(x)$  در فاصلهٔ  $-۳$  تا  $+۳$  انتگرال بگیریم، توجه به فرد بودن  $f(x)$  مفید است، حتی اگر شکل تابعی آن را بدانیم!]

به نظر من، روشن‌ترین مثالهای تقارن در فیزیک، بلورها هستند. اما در اینجا به تقارنهای استاتیک



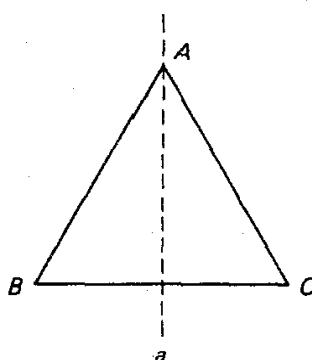
شکل به اندازه تقارنهای دینامیکی حرکت علاقه‌مند نیستیم. ظاهراً یونانیها معتقد بودند که تقارنهای طبیعت باید مستقیماً در حرکت اجسام بازتاب یابد: ستاره‌ها باید روی دایره حرکت کنند زیرا دایره متقارن‌ترین مسیرهاست. البته حرکت سیارات این‌طور نبود و این باعث در دسر می‌شد. (این آخرین بار نبود که احساس شهودی خام در مورد تقارن با تجربه در تعارض بود). نیوتون متوجه شد که تقارنهای بنیادی نه تنها در حرکت تک‌تک اجسام، بلکه در مجموعه همه حرکت‌های ممکن ظاهر می‌شود. — تقارنها در معادله‌های حرکت و نه در جوابهای خاص این معادله‌ها آشکار می‌شوند. برای مثال، قانون گرانش عمومی دارای تقارن کروی است — نیرو در تمام جهتها یکسان است — ولی مدارهای سیارات بیضوی هستند. پس تقارنهای زیربنایی سیستم فقط به صورت غیرمستقیم برای ما آشکار می‌شوند. در واقع شاید فکر کنید که اگر ظن نسبتاً قوی درباره اینکه میدان گرانشی خورشید «باید» دارای تقارن کروی باشد نداشتید، چگونه می‌توانستید از مشاهده مسیر سیارات آن را کشف کنید. تا سال ۱۹۱۷ کاربرد دینامیکی تقارن کاملاً درک نشده بود. در آن سال امی نوتر قضیه مشهور خود را درباره ارتباط تقارنها و قوانین پایستگی منتشر کرد:

### قضیه نوتر: تقارنها قوانین پایستگی

هر تقارن در طبیعت به یک قانون پایستگی می‌انجامد؛ برعکس هر قانون پایستگی یک تقارن زیربنایی را آشکار می‌کند. برای مثال، قوانین فیزیکی نسبت به انتقال در زمان متقارن هستند؛ امروز همان‌طور عمل می‌کنند که دیروز می‌کردند. قضیه نوتر این ناوردایی را به پایستگی انرژی مربوط می‌کند. اگر دستگاهی تحت انتقال در فضا ناوردا باشد، تکانه پایسته است. اگر دستگاهی تحت دوران حول یک نقطه متقارن باشد، تکانه زاویه‌ای پایسته است. همین‌طور، ناوردایی الکترودینامیک تحت تبدیلیهای پیمانه‌ای به پایستگی بار می‌انجامد (در مقایسه با تقارنهای فضا-زمان این تقارن را تقارن داخلی می‌نامیم). قضیه نوتر را اثبات نمی‌کنم. آگاهی از جزئیات آن چندان آموزنده نیست [۱]. نکته مهم، عمق و زیبایی ایده‌ای است که تقارنها را به قوانین پایستگی مربوط می‌کند (نگاه کنید به جدول ۴-۱). در مورد تقارنها به‌طور سراسری صحبت کرده‌ام و مثالهایی آورده‌ام، اما دقیقاً تقارن چیست؟ تقارن کاری است که شما (لااقل به صورت ذهنی) روی دستگاهی انجام می‌دهید و بر اثر آن دستگاه ناوردا می‌ماند — یعنی آن را به یک پیکربندی می‌برید که از پیکربندی اولیه قابل تمیز نیست. در مورد تابع شکل ۴-۱ تغییر علامت شناسه  $x \rightarrow -x$ ، و ضرب همه آن در  $-1$ ،  $[f(x) \rightarrow -f(-x)]$  یک عملکرد تقارنی است. به‌عنوان مثالی محکم‌تر، مثلث متساوی‌الاضلاع (شکل ۴-۲) را در نظر بگیرید. با دوران ساعتگرد  $120^\circ$  ( $R_+$ ) و دوران پاد ساعتگرد  $120^\circ$  ( $R_-$ ) و وارونه‌شدن حول محور  $Aa(R_a)$  یا حول محور متناظر  $B(R_b)$  یا  $C(R_c)$ ، این مثلث بر خودش منطبق می‌شود. آیا همه‌اش همین است؟ خُب، اگر هیچ کاری ( $I$ ) نکنیم نیز دستگاه ناوردا می‌ماند، پس این هم یک عملکرد

جدول ۱-۴ بعضی تقارنها و قوانین پایستگی مربوط به آنها

تقارن	قانون پایستگی
انتقال در زمان	انرژی $\longleftrightarrow$
انتقال در فضا	تکانه $\longleftrightarrow$
دوران	تکانه زاویه‌ای $\longleftrightarrow$
تبدیل پیمانه‌ای	بار $\longleftrightarrow$



شکل ۲-۴ تقارنهای مثلث متساوی‌الساقین.

تقارنی است، هرچند عملکردی کاملاً بدیهی است. سپس می‌توانیم این عملکردها را ترکیب کنیم، مثلاً دوران ساعتگرد  $240^\circ$ . مانند دوران پاد ساعتگرد  $120^\circ$  است (یعنی  $R_+ = R_-$  است). از قرار معلوم، اینک همه عملکردهای تقارنی متمایز روی مثلث متساوی‌الاضلاع را شناخته‌ایم (مسئله ۱-۴). مجموعه عملکردهای تقارنی روی هر دستگاه باید دارای ویژگیهای زیر باشد:

۱. بستار. اگر  $R_i$  و  $R_j$  متعلق به یک مجموعه باشند، حاصلضرب  $R_i R_j$  - یعنی انجام ابتدا  $R_j$  و سپس  $R_i$  - نیز در این مجموعه است؛ یعنی یک  $R_k$  وجود دارد که برای آن  $R_i R_j = R_k$ .
۲. همانی. جزئی مانند  $I$  وجود دارد به طوری که برای همه اجزا  $R_i$ ،  $R_i I = R_i$  و  $I R_i = R_i$ .
۳. وارونی. برای هر جزء  $R_i$ ، وارون  $R_i^{-1}$  وجود دارد به طوری که  $R_i R_i^{-1} = R_i^{-1} R_i = I$ .
۴. شرکت‌پذیری.  $R_i(R_j R_k) = (R_i R_j) R_k$ .

اینها دقیقاً ویژگیهای یک گروه را تعریف می‌کنند. در واقع، نظریه ریاضی گروهها را می‌توان به‌عنوان مطالعه نظام‌مند تقارنها تلقی کرد. توجه کنید که اجزای گروه الزاماً جابه‌جا نمی‌شوند. به‌طور کلی،  $R_i R_j \neq R_j R_i$ ، اگر همه اجزای گروه جابه‌جا شوند گروه را آبدلی نامند. انتقالهای فضایی و زمانی یک گروه آبدلی تشکیل می‌دهند ولی دوران چنین نیست [۲]. یک گروه می‌تواند

## جدول ۲-۴ مهم‌ترین گروه‌ها در فیزیک ذرات بنیادی

نام گروه	ماتریسهای گروه	$n \times n$
$U(n)$	یکانی ( $\tilde{U}^*U = 1$ )	$n \times n$
$SU(n)$	یکانی با دترمینان ۱	$n \times n$
$O(n)$	متعامد ( $\tilde{O}O = 1$ )	$n \times n$
$SO(n)$	متعامد با دترمینان ۱	$n \times n$

متناهی (مانند گروه مثلث که فقط شش جزء دارد) یا نامتناهی (مثلاً مجموعه اعداد صحیح، با عمل جمع نقش «ضرب» گروهی را بازی می‌کند) با گروه‌های پیوسته مواجه می‌شویم (مانند گروه تمام دورانها در صفحه) که در آن اجزا به یک یا چند پارامتر پیوسته بستگی دارند (در این مورد زاویه دوران) و گروه‌های گسسته که اجزای آن را با شاخصی که فقط مقادیر صحیح می‌گیرد، برچسب می‌زنیم (البته همه گروه‌های متناهی گسسته هستند).

از قرار معلوم، بیشتر گروه‌های مورد توجه در فیزیک، گروه ماتریسها هستند. برای مثال، گروه لورنتس که در فصل ۳ معرفی شد شامل مجموعه‌ای از ماتریسهای  $\Lambda$ ،  $4 \times 4$  است. در فیزیک ذرات بنیادی متداول‌ترین گروه‌ها از نوعی است که ریاضیدانان  $U(n)$  می‌نامند: مجموعه همه ماتریسهای یکانی  $n \times n$  (جدول ۲-۴). (ماتریس یکانی ماتریسی است که وارون آن با همیوگ ترانهاده آن برابر باشد  $U^{-1} = \tilde{U}^*$ ). اگر فقط ماتریسهای با دترمینان ۱ را در نظر بگیریم، گروه را  $SU(n)$  خوانده می‌شود. (حرف  $S$  دال بر «special» است که به معنی دارای «دترمینان ۱» است). اگر فقط ماتریسهای یکانی حقیقی را در نظر بگیریم، گروه،  $O(n)$  است.  $O$  دال بر «orthogonal» است. ماتریس متعامد ماتریسی است که وارون آن با ترانهاده آن برابر باشد  $O^{-1} = \tilde{O}$ ). سرانجام، گروه ماتریسهای  $n \times n$  با دترمینان ۱، حقیقی و متعامد،  $SO(n) \cdot SO(n)$  را می‌توان به‌عنوان گروه همه دورانها در فضای  $n$  بعدی در نظر گرفت. بنابراین  $SO(3)$  تقارن دورانی جهان ما را توصیف می‌کند، تقارنی که با قضیه نوتر به پایستگی تکانه زاویه‌ای مربوط می‌شود. در واقع، تمام نظریه کوانتومی تکانه زاویه‌ای گنجه نظریه گروه است. از قضا  $SO(3)$  از نظر ساختار ریاضی تقریباً شبیه  $SU(2)$  است که مهم‌ترین تقارن داخلی در فیزیک ذرات بنیادی است. بنابراین نظریه تکانه زاویه‌ای که بعداً به آن می‌پردازیم، دوبار به ما خدمت می‌کند.

بالاخره، هر گروه  $G$  را می‌توان با گروهی از ماتریسها نمایش داد: برای هر جزء گروه  $a$ ، ماتریس متناظر  $M_a$  وجود دارد، و در این همخوانی ضرب گروهی معتبر است، بدین معنی که اگر  $ab = c$  باشد، پس  $M_a M_b = M_c$  است. لزومی ندارد نمایش «صادق» باشد. ممکن است اجزای گروهی

متفاوت بسیاری با همان ماتریس نمایش داده شوند. (به زبان ریاضی گروه ماتریسها همریخت‌اند، اما الزاماً با  $G$  یگریخت نیستند). در واقع یک مورد بدیهی وجود دارد که در آن هر جزء با ماتریس  $1 \times 1$  نمایش داده می‌شود (به عبارت دیگر، عدد ۱ است). اگر  $G$  گروهی از ماتریسها، مانند  $SU(6)$  یا  $O(18)$  باشد، پس نمایش (صادق) خودش است — که آن را نمایش اصلی می‌نامیم. اما به‌طور کلی، نمایشهای بسیار دیگری پایه ماتریسهای با ابعاد مختلف وجود دارند. به‌عنوان مثال،  $SU(2)$  نمایشهای ۱ بعدی (که بدیهی است) و ۲ بعدی (که اصلی است)، ۳، ۴ و ۵ بعدی و در واقع هر عدد صحیح مثبت را دارد. مسئله اصلی در نظریه گروه شمارش همه نمایشهای یک گروه معین است. البته همیشه می‌توانید با ترکیب دو نمایش قدیمی نمایش جدیدی را بسازید پس:

$$M_a = \begin{pmatrix} \boxed{M_a^{(1)}} & \text{(صفر)} \\ \text{(صفر)} & \boxed{M_a^{(2)}} \end{pmatrix}$$

اما این را جداگانه نمی‌شماریم؛ وقتی نمایشگرهای یک گروه را فهرست می‌کنیم درباره نمایشهای موسوم به تحویل‌ناپذیر صحبت می‌کنیم، که نمی‌توان آن را به شکل بلوک-قطری تجزیه کرد. در واقع، قبلاً با مثالهای متعدد نمایش گروهها مواجه شده‌اید، بدون اینکه متوجه آن شده باشید: یک اسکالر معمولی متعلق به نمایش یک بعدی گروه دوران،  $SO(3)$  است، و یک بردار به یک نمایش سه بعدی تعلق دارد؛ چار بردار متعلق به نمایش چهار بعدی گروه لورنتس است؛ و آرایش هندسی عجیب راه هشت‌گانه گلن با نمایشهای تحویل‌ناپذیر گروه  $SU(3)$  متناظر است.

## ۲-۴ اسپین و تکانه زاویه‌ای مداری

زمین، در حرکت خود دو نوع تکانه زاویه‌ای دارد: تکانه زاویه‌ای مداری،  $\omega$ ، که مربوط به گردش سالانه حول خورشید است، و تکانه زاویه‌ای اسپین،  $I\omega$ ، مربوط به دوران روزانه حول محور شمال-جنوب. همین موضوع برای الکترون در اتم هیدروژن صادق است: الکترون نیز دارای دو تکانه زاویه‌ای مداری و اسپین است. برای مورد ماکروسکوپی تشخیص موضوع چندان دشوار نیست؛ چون تکانه زاویه‌ای اسپین زمین چیزی نیست مگر مجموع تکانه‌های زاویه‌ای «مداری» همه صخره‌ها و کلوخه‌هایی که آن را تشکیل می‌دهند، حول محوری در «مدار» روزانه‌شان. برای الکترون چنین تفسیری ممکن نیست: الکترون تا آنجا که می‌دانیم یک ذره نقطه‌ای واقعی است؛ پس نمی‌توان تکانه زاویه‌ای اسپین آن را به اجزای تشکیل‌دهنده‌اش که حول محوری گردش می‌کنند، نسبت داد، بلکه این یک ویژگی ذاتی ذره است (نگاه کنید به مسئله ۴-۸).

به لحاظ کلاسیک، آزادیم که هر سه مؤلفه بردار تکانه زاویه‌ای مداری،  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ ، را با

هر دقتی که بخواهیم اندازه‌گیری کنیم، و این مؤلفه‌ها هر مقداری می‌توانند داشته باشند. اما، در مکانیک کوانتومی اندازه‌گیری همزمان هر سه مؤلفه اصولاً غیرممکن است. یک اندازه‌گیری روی  $L_x$ ، مقدار  $L_y$  را به طور اجتناب‌ناپذیری به میزانی غیرقابل پیش‌بینی تغییر می‌دهد. آنچه از دست ما برمی‌آید، تعیین اندازه  $L$  (یا در واقع، مربع آن:  $L^2 = L \cdot L$ ) همراه با یک مؤلفه است (که معمولاً مؤلفه  $z$ ،  $L_z$  را می‌گیریم). به علاوه، این اندازه‌گیریها فقط مقادیر «مجاز» معینی را می‌دهد.\* به‌ویژه، اندازه‌گیری  $L^2$  همیشه عددی به شکل زیر را می‌دهد:

$$l(l+1)\hbar^2 \quad (2-4)$$

که  $l$  عدد صحیح غیرمنفی است.

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3-4)$$

برای یک مقدار معین  $l$ ، اندازه‌گیری  $L_z$  همواره نتیجه‌ای به شکل زیر دارد:

$$m_l \hbar \quad (4-4)$$

که  $m_l$  عدد صحیحی در محدوده  $[-l, +l]$  است:

$$m_l = -l, -l+1, \dots, -1, 0, +1, \dots, l-1, l \quad (5-4)$$

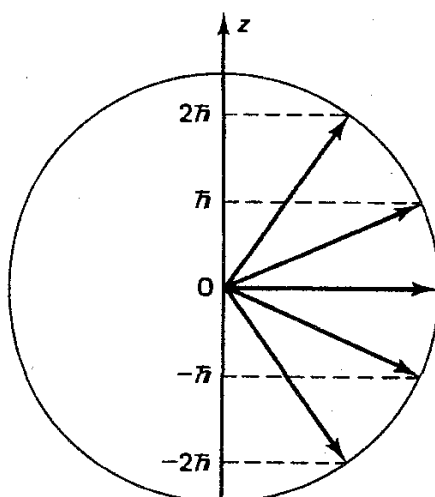
[در مجموع  $(2l+1)$  امکان]. شکل ۳-۴ به مجسم‌کردن وضعیت کمک می‌کند. در اینجا  $l=2$  است، بنابراین اندازه  $L$  برابر  $2.45\hbar = \sqrt{6}\hbar$  است. برای  $L_z$  می‌توان مقادیر  $2\hbar, \hbar, 0, -\hbar$  یا  $2\hbar, \hbar, 0, -\hbar$  را در نظر گرفت. توجه کنید که بردار تکانه زاویه‌ای هرگز نمی‌تواند کاملاً در جهت محور  $z$  قرار گیرد.

همین موضوع برای تکانه زاویه‌ای اسپین صادق است: یک اندازه‌گیری  $S^2 = S \cdot S$  فقط مقادیر زیر را می‌دهد:

$$s(s+1)\hbar^2 \quad (6-4)$$

اما، برای اسپین، عدد کوانتومی  $s$  می‌تواند علاوه بر عدد صحیح، نیمه‌صحیح نیز باشد:

\* قصد ندارم قواعد کوانتش تکانه زاویه‌ای را ثابت کنم. اگر این موضوع برایتان جدید است پیشنهاد می‌کنم که به کتابهای درسی مکانیک کوانتومی مراجعه کنید. هدف من در اینجا خلاصه‌کردن نتایج اساسی است که در ادامه کار لازم خواهیم داشت.



شکل ۳-۴ سمتگرهای ممکن بردار تکانه زاویه‌ای به‌ازای  $l = 2$ .

$$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots \quad (7-4)$$

برای مقدار معینی از  $s$ ، جواب اندازه‌گیری  $S_z$  باید به‌صورت

$$m_s \hbar \quad (8-4)$$

باشد که  $m_s$  عدد صحیح یا نیمه‌صحیح ( $s$  هر چه باشد) در محدوده  $[-s, s]$  است:

$$m_s = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s \quad (9-4)$$

[( $2s + 1$ ) امکان].

اگرچه یک ذره معین را می‌توان در هر حالت تکانه زاویه‌ای مداری دلخواه قرار داد. اما برای هر نوع ذره مقدار  $s$  ثابت است. به‌عنوان مثال برای هر پيون یا کائون  $s = 0$  است؛ برای الکترون، پروتون و نوترون و کوارک  $s = \frac{1}{2}$  است؛ برای  $\rho$  و  $\psi$  و فوتون و گلوئون  $s = 1$  است؛ برای  $\Delta$  و  $\Omega^-$ ،  $s = \frac{3}{2}$  است و غیره.  $s$  را «اسپین» ذره می‌نامیم. ذرات با اسپین نیمه‌صحیح را فرمیونها می‌خوانیم — همه باریونها، لبتونها و کوارکها فرمیون هستند. ذرات با اسپین صحیح را بوزونها می‌نامیم — همه مزونها و واسطه‌ها بوزون هستند (جدول ۳-۴).

### ۳-۴ جمع تکانه‌های زاویه‌ای

حالت‌های تکانه زاویه‌ای با «کت»  $|lm_l\rangle$  یا  $|sm_s\rangle$  نشانگذاری می‌شوند. پس اگر بگویم الکترون در اتم هیدروژن حالت مداری  $|3-1\rangle$  و حالت اسپین  $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$  را اشغال کرده است، منظور این است

جدول ۳-۴ طبقه‌بندی ذرات بر اساس اسپین

فرمیونها ( $\frac{1}{2}$ اسپین صحیح)		بوزونها (اسپین صحیح)	
اسپین $\frac{3}{2}$	اسپین $\frac{1}{2}$	اسپین ۱	اسپین ۰
—	کوارکها، لپتونها	واسطه‌ها	—
ده تایی باریونی	هشت تایی باریونی	مزونها ببرداری	مزونها-شبه نرده‌ای

← بنیادی  
← مرکب

که  $l = 3$ ،  $m_l = -1$  و  $s = \frac{1}{2}$  (البته اگر ذره الکترون باشد لازم به ذکر نیست که  $s$  باید  $\frac{1}{2}$  باشد) و  $m_s = \frac{1}{2}$  است. شاید به تکانه زاویه‌ای مداری و اسپینی به طور جداگانه علاقه‌ای نداشته باشیم، بلکه به تکانه زاویه‌ای کل  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  علاقه‌مند باشیم. (در حضور جفت‌شدگی  $\mathbf{L}$  و  $\mathbf{S}$  — اگر دستگاه زمین-خورشید باشد؛ کشندی؛ و اگر دستگاه الکترون-پروتون باشد، مغناطیسی است —  $\mathbf{L}$  و  $\mathbf{S}$  به طور جداگانه پایسته نیستند، بلکه  $\mathbf{J}$  پایسته است). یا شاید دو کوارکی را که مزون  $\psi$  را تولید می‌کنند، مطالعه کنیم. در این حالت همان‌طور که خواهیم دید تکانه زاویه‌ای مداری صفر است. اما وقتی با مسئله ترکیب اسپین دو کوارک مواجه می‌شویم اسپین کل  $\psi$ :  $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$  را به دست می‌آوریم. در هر حالت این پرسش مطرح است: چگونه می‌توان دو تکانه زاویه‌ای را جمع کرد

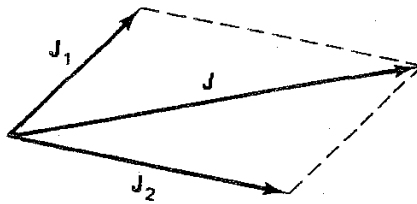
$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 \quad (10-4)$$

در مورد کلاسیک، فقط مؤلفه‌ها را جمع می‌کنیم. اما در مکانیک کوانتومی به هر سه مؤلفه دسترسی نداریم. مجبوریم با یک مؤلفه و اندازه‌اش کار کنیم. بنابراین پرسش به این صورت مطرح می‌شود: اگر حالت‌های  $|j_1 m_1\rangle$  و  $|j_2 m_2\rangle$  را ترکیب کنیم. چه حالت(های) تکانه زاویه‌ای کل  $|jm\rangle$  را به دست می‌آوریم؟ طبعاً، مؤلفه‌های  $z$  هنوز با هم جمع می‌شوند، بنابراین

$$m = m_1 + m_2 \quad (11-4)$$

اما اندازه‌ها جمع نمی‌شوند. همه اینها به سمتگیری نسبی  $\mathbf{J}_1$  و  $\mathbf{J}_2$  بستگی دارد (شکل ۴-۴). اگر آنها موازی باشند اندازه‌ها با هم جمع می‌شوند، اما اگر پاد موازی باشند اندازه‌ها از هم کم می‌شوند. به طور کلی، اندازه جمع برداری بین این دو حالت حدی قرار دارد. معلوم شده است که، هر  $j$  از  $(j_1 + j_2)$  تا  $|j_1 - j_2|$  در گامهای صحیح به دست می‌آید [۳]:

$$j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2) \quad (12-4)$$



شکل ۴-۴ جمع تکانه زاویه‌ای.

برای مثال، ذره‌ای با اسپین ۱ در حالت مداری  $l = 3$  می‌تواند تکانه زاویه‌ای کل  $J = 4$  (یعنی  $J^2 = 20\hbar^2$ )، یا  $J = 3$  ( $J^2 = 12\hbar^2$ )، یا  $J = 2$  ( $J^2 = 6\hbar^2$ ) را داشته باشد.

#### مثال ۱-۴

یک کوارک و پاد کوارک در حالت با تکانه زاویه‌ای مداری صفر به هم پیوسته‌اند و یک مزون را تشکیل داده‌اند. مقادیر ممکن برای اسپین مزون چیست؟

حل. کوارکها دارای اسپین  $\frac{1}{2}$  هستند، پس می‌توان  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  یا  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$  را به دست آورد. ترکیب اسپین-صفر، مزونهای «شبه‌نرده‌ای»  $\pi$  و  $K$  و  $\eta$  و  $\eta'$  می‌دهد. «نرده‌ای» به معنی دارای اسپین صفر است. «شبه» را بعداً توضیح می‌دهیم. ترکیب اسپین-۱، مزونهای «برداری»  $\rho$  و  $K^*$  و  $\phi$  و  $\omega$  را می‌دهد. «بردار» به معنی دارای اسپین ۱ است.

برای جمع سه تکانه زاویه‌ای، ابتدا دو تا از آنها را با استفاده از معادله (۴-۱۲) جمع می‌کنیم، سپس سومی را به آنها می‌افزاییم. پس اگر کوارکهای مثال ۱-۴ دارای تکانه زاویه‌ای مداری  $l > 0$  باشند، مزونهای با اسپین  $l+1$ ،  $l$  و  $l-1$  را به دست می‌آوریم. چون عدد کوانتومی مداری باید عدد صحیح باشد، همه مزونها دارای اسپین صحیح هستند (بوزون هستند). به همین ترتیب همه باریونها (که از سه کوارک تشکیل شده‌اند) باید اسپین نیمه صحیح داشته باشند (فرمیون هستند).

#### مثال ۲-۴

فرض کنید سه کوارک را در حالت تکانه زاویه مداری صفر ترکیب می‌کنید. اسپینهای ممکن باریون حاصل چیست؟

حل. از دو کوارک، هر کدام با اسپین  $\frac{1}{2}$ ، تکانه زاویه‌ای کل  $1$  یا  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  یا  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$  را به دست می‌آوریم. افزودن کوارک سوم به  $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$  یا  $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$  (وقتی جمع دوتای اول صفر باشد) و  $\frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$  (وقتی جمع دوتای اول صفر باشد) می‌انجامد. پس باریون می‌تواند اسپین  $\frac{3}{2}$  یا  $\frac{1}{2}$  داشته باشد، که  $\frac{1}{2}$  را به دو روش مختلف می‌توان به دست آورد. در عمل  $s = \frac{3}{2}$  دوتایی و  $s = \frac{1}{2}$  هشت تایی





جمع تکانه‌های زاویه‌ای ۱۳۷

حل. مقادیر ممکن  $z$  برابر  $z = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  و  $z = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$  است. مؤلفه‌های  $z$  جمع می‌شود:  $m = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ . به جدول کلبش-گوردون (شکل ۴-۵) رجوع می‌کنیم. علامت  $2 \times \frac{1}{2}$  نشان می‌دهد که  $z_1 = 2$  را با  $z_2 = \frac{1}{2}$  ترکیب کرده‌ایم و سطر افقی با علامت  $-1$ ،  $\frac{1}{2}$  را پیدا می‌کنیم. اینها مقادیر  $m_1$  و  $m_2$  هستند. با خواندن دو ورودی به دست می‌آوریم،  $\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{2}{5}} \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \right) - \sqrt{\frac{2}{5}} \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right)$ . بنابراین احتمال به دست آوردن  $z = \frac{5}{2}$  برابر  $\frac{1}{5}$  و احتمال  $z = \frac{3}{2}$  برابر  $\frac{4}{5}$  است. توجه کنید که جمع احتمالها باید یک شود.

مثال ۴-۴

از مثال ۱-۴ می‌دانیم که ترکیب دو حالت اسپین- $\frac{1}{2}$ ، اسپین ۱ و اسپین صفر را می‌دهد. تجزیه کلبش-گوردون صریح برای این حالتها را پیدا کنید.

حل. با مراجعه به جدول  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ، به دست می‌آوریم:

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = |11\rangle$$

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) |10\rangle + \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) |00\rangle \quad (14-4)$$

$$\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) |10\rangle - \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) |00\rangle$$

$$\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = |1-1\rangle$$

پس حالت‌های سه اسپین ۱ برابر است با

$$\left. \begin{aligned} |11\rangle &= \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\ |10\rangle &= \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left[ \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle + \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right] \\ |1-1\rangle &= \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \end{aligned} \right\} \quad (15-4)$$

در حالی که حالت اسپین ۰ برابر است با:

$$|00\rangle = (1/\sqrt{2}) \left[ \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right] \quad (16-4)$$

در ضمن معادله‌های (۱۵-۴) و (۱۶-۴) را می‌توان مستقیماً از جدول کلبش-گوردون به دست آورد. ضرایب در هر دو جهت کار می‌کنند:

$$|jm\rangle = \sum_{j_1, j_2} C_m^{j_1 j_2} |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle \quad (17-4)$$

اکنون به جای در امتداد سطرها، از بالای ستون به پایین رامی‌خوانیم. بدیهی است که ترکیب اسپین ۱ «سه‌تایه» و اسپین صفر «تک‌تایه» نامیده می‌شود. برای مراجعات بعدی توجه کنید که سه‌تایه تحت تعویض ذرات ۲ ↔ ۱ متقارن است. در حالی که تک‌تایه پاد متقارن است (علامت آن تغییر می‌کند). اتفاقاً، در حالت تک‌تایه اسپینها در جهت خلاف یکدیگر هستند (پاد موازی). با این حال در حالت سه‌تایه الزاماً اسپینها موازی نیستند. برای  $m = 1$  و  $m = -1$  موازی هستند. ولی برای  $m = 0$  نه.

### ۴-۴ اسپین $\frac{1}{2}$

مهم‌ترین سیستم اسپینی  $s = \frac{1}{2}$  است. پروتون، نوترون، الکترون، همه کوارکها و همه لبتونها دارای اسپین  $\frac{1}{2}$  هستند. به علاوه، وقتی که مورد  $s = \frac{1}{2}$  را فهمیدند، کار با موارد دیگر نسبتاً ساده است. بنابراین برای بسط نظریه اسپین  $\frac{1}{2}$  با جزئیات بیشتر، تأمل خواهیم کرد. ذره‌ای با اسپین  $\frac{1}{2}$  می‌تواند دارای  $m_s = \frac{1}{2}$  («اسپین بالا») یا  $m_s = -\frac{1}{2}$  («اسپین پایین») باشد. به طور غیررسمی، این دو حالت را با پیکانهای ↑ و ↓ نشان می‌دهند. اما نمادگذاری بهتر بردارهای ستونی دموئلفه‌ای یا اسپینور است:

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (18-4)$$

اغلب گفته می‌شود ذره‌ای با اسپین  $\frac{1}{2}$  فقط در یکی از این دو حالت می‌تواند وجود داشته باشد، اما این کاملاً غلط است. کلی‌ترین حالت ذره اسپین  $\frac{1}{2}$ ، ترکیب خطی

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (19-4)$$

است که  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد مختلط هستند. این درست است که یک اندازه‌گیری  $S_z$  به مقدار  $+\frac{1}{2}\hbar$  یا  $-\frac{1}{2}\hbar$  می‌انجامد، اما اولین نتیجه ثابت نمی‌کند که ذره قبل از اندازه‌گیری در حالت  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

بوده است. در حالت کلی  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ ،  $|\alpha|^2$  احتمال این است که اندازه‌گیری  $S_z$  مقدار  $+\frac{1}{2}\hbar$  را نتیجه دهد و  $|\beta|^2$  احتمال به دست آوردن  $-\frac{1}{2}\hbar$  است. چون اینها تنها نتایج مجاز هستند، داریم:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (20-4)$$

به غیر از شرط «بهنجارش» هیچ قید پیشینی در مورد  $\alpha$  و  $\beta$  وجود ندارد.

اکنون فرض کنید که  $S_x$  یا  $S_y$  یک ذره در حالت  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  را اندازه می‌گیریم. چه نتایجی ممکن است به دست آوریم و احتمال هر کدام چیست؟ تقارن نشان می‌دهد که مقادیر مجاز  $\pm \frac{1}{2}\hbar$  است. اینکه در ابتدا کدام جهت را به عنوان جهت  $z$  انتخاب کنیم، کاملاً اختیاری است. اما محاسبه احتمالات ساده نیست. به هر مؤلفه  $z$  یک ماتریس  $2 \times 2$  را نسبت می‌دهیم:

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (21-4)$$

ویژه مقدارهای  $\hat{S}_x$  برابر  $\pm \hbar/2$  هستند و ویژه بردارهای بهنجار متناظر عبارت‌اند از\*\*

$$\chi_{\pm} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \pm 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (22-4)$$

(مسئله ۴-۱۵). هر اسپینور دلخواه را می‌توان به صورت ترکیب خطی این ویژه بردارها نوشت:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (23-4)$$

\* به دست آوردن این ماتریسها در هر کتاب مکانیک کوانتومی یافت می‌شود. هدف من در اینجا، آن است که نشان دهم چگونه تکانه زاویه‌ای در فیزیک ذرات به کار می‌رود نه اینکه بگویم چرا به این روش به دست آمده است.  
\*\* یک ماتریس ستونی غیرصفر

$$\chi = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

را ویژه بردار ماتریس مشخص  $M$  که  $n \times n$  است به ازای بعضی اعداد  $\lambda$  (ویژه مقدار) گویند، اگر

$$M\chi = \lambda\chi$$

توجه کنید که هر مضرب  $\chi$  نیز ویژه برداری با همان ویژه مقدار است.

که

$$a = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (\alpha + \beta) \quad ; \quad b = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (\alpha - \beta) \quad (24-4)$$

احتمال اینکه اندازه‌گیری  $S_x$  مقدار  $\frac{1}{2}\hbar$  را بدهد.  $|a|^2$  است و احتمال به دست آوردن  $-\frac{1}{2}\hbar$ ،  $|b|^2$  است. بدیهی است که  $|a|^2 + |b|^2 = 1$  (مسئله ۴-۱۶).  
روال کلی، که این نمونه‌ای از آن بود، به صورت زیر است:

۱. یک ماتریس  $\hat{A}$  بسازید که کمیت مشاهده‌پذیر مورد نظر  $A$  را نمایش دهد.
۲. مقادیر مجاز  $A$ ، ویژه مقدارهای ماتریس  $\hat{A}$  هستند.
۳. حالت دستگاه را به صورت ترکیب خطی ویژه بردارهای  $\hat{A}$  بنویسید. مربع قدرمطلق ضریب  $i$ امین ویژه بردار احتمال این است که اندازه‌گیری  $A$   $i$ امین ویژه مقدار را بدهد.

## مثال ۴-۵

فرض کنید  $S_x^2$  را برای ذره‌ای در حالت  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  اندازه می‌گیریم. چه مقادیری را ممکن است به دست آوریم و احتمال هر کدام چقدر است؟

حل. ماتریس نمایانگر  $S_x^2$ ، مربع ماتریسی است که  $S_x$  را نمایش می‌دهد:

$$\hat{S}_x^2 = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25-4)$$

چون

$$\frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

هر اسپینور ویژه بردار  $\hat{S}_x^2$  با ویژه مقدار  $\hbar^2/4$  است. پس مطمئن هستیم که مقدار  $\hbar^2/4$  را به دست می‌آوریم (احتمال ۱). همین موضوع برای  $\hat{S}_y^2$  و  $\hat{S}_z^2$  صادق است. بنابراین هر اسپینور یک ویژه حالت  $\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$  با ویژه مقدار  $3\hbar^2/4$  است. این تعجب‌آور نیست زیرا برای اسپین  $s$  باید داشته باشیم  $S^2 = s(s+1)\hbar^2$ .

برای مقاصد ریاضی ضریب  $\hbar/2$  در معادله (۴-۲۱) زیبا نیست و معمول است که ماتریسهای اسپین پائولی به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (26-4)$$

به طوری که  $\hat{S} = (\hbar/2)\sigma$  است. ماتریسهای پائولی ویژگیهای جالب توجهی دارند که بعضی از آنها در مسائل ۴-۱۹ و ۴-۲۰ مطرح شده‌اند. در این کتاب مکرراً با آنها مواجه خواهیم شد. از یک نظر اسپینورها (اجسام دو مؤلفه‌ای) حدوسط زرده‌ایها (یک مؤلفه‌ای) و بردارها (سه مؤلفه‌ای) هستند. اکنون، وقتی محور مختصات را می‌چرخانید مؤلفه‌های بردار به صورت معین (مسئله ۴-۶) تغییر می‌کنند و شاید بپرسیم که مؤلفه‌های یک اسپینور در همان شرایط چگونه تغییر می‌کنند. پاسخ از [۴] قاعدهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = U(\theta) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (27-4)$$

که  $U(\theta)$  ماتریس  $2 \times 2$  است

$$U(\theta) = e^{-i\theta \cdot \sigma / 2} \quad (28-4)$$

بردار  $\theta$  در امتداد محور دوران و اندازه‌اش برابر زاویه دوران حول آن محور به صورت راستگرد است. توجه کنید که خود نما در اینجا یک ماتریس است! این عبارت را باید شکل مختصر سری توانی زیر در نظر گرفت:

$$e^A \equiv 1 + A + \frac{1}{2!}A^2 + \frac{1}{3!}A^3 + \dots \quad (29-4)$$

(نگاه کنید به مسئله ۴-۲۱). \* همان طور که (در مسئله ۴-۲۲) خودتان بررسی خواهید کرد،  $U(\theta)$  ماتریس یکانی با دترمینان ۱ است. درحقیقت مجموعهٔ این ماتریسهای دوران گروه  $SU(2)$  را تشکیل می‌دهند. پس ذرات با اسپین  $\frac{1}{2}$  تحت دوران مطابق نمایش اصلی دوبعدی  $SU(2)$  تبدیل می‌شوند. همین طور، ذرات با اسپین ۱، که با بردارها توصیف می‌شوند، متعلق به نمایش سه‌بعدی  $SU(2)$  هستند. ذرات با اسپین  $\frac{3}{2}$  را که با اجسام چهارمؤلفه‌ای توصیف می‌کنیم، تحت نمایش چهاربعدی  $SU(2)$  تبدیل می‌شوند و غیره. (ساختار نمایشهای با ابعاد بالاتر در مسئله ۴-۲۳) بررسی می‌شود. شاید بپرسید  $SU(2)$  چه ربطی به دوران دارد. همان طور که قبلاً اشاره کردم  $SU(2)$  اساساً\*\* همان  $SO(3)$ ، گروه دورانه در سه بعد، است. ذرات با اسپینهای مختلف متعلق به نمایشهای مختلف گروه دوران هستند.

\* مواظب باشید، برای ماتریسها در حالت کلی  $e^A e^B = e^{A+B}$  برقرار نیست. این را باید با استفاده از ماتریسهای مسئله ۴-۲۱ بررسی کنید. با این حال اگر  $A$  و  $B$  جابه‌جا شوند (یعنی اگر  $AB = BA$  باشد) قواعد معمولی به کار می‌رود.

\*\* در واقع تفاوت ظریفی بین  $SU(2)$  و  $SO(3)$  وجود دارد. مطابق مسئله ۴-۲۱ ماتریس  $U$  برای دوران در زاویه  $2\pi$ ،  $1$  - است. اسپینور تحت این دوران تغییر علامت می‌دهد. از نظر هندسی دوران  $2\pi$ ، در کل معادل هیچ دورانی

## ۵-۴ تقارنهای طعم

یک چیز خارق‌العاده در مورد نوترون وجود دارد که هایزنبرگ کمی پس از کشف خود در ۱۹۳۲، مشاهده کرد. به غیر از این حقیقت بارز که نوترون بار ندارد، این ذره تقریباً شبیه پروتون است. به ویژه، جرمهایشان به طور حیرت‌انگیزی به هم نزدیک است ( $m_p = 938.28 \text{ MeV}/c^2$ ،  $m_n = 939.57 \text{ MeV}/c^2$ ). هایزنبرگ [۵] پیشنهاد کرد که آنها را دو «حالت» یک ذره، به نام نوکلئون، در نظر بگیریم. حتی اختلاف جرم مختصر را می‌توان به این واقعیت که پروتون باردار است، نسبت داد، چون انرژی که در میدان الکتریکی آن ذخیره می‌شود، بنابر فرمول اینشتین ( $E = mc^2$ ) در لختی‌اش سهمیم است. متأسفانه با توجه به این بحث، پروتون باید ذره سنگین‌تر باشد، که نه تنها درست نیست، بلکه برای پایداری ماده فاجعه‌آمیز است. هم‌اکنون در این مورد بحث خواهیم کرد. اگر به طریقی بتوانید همه بار الکتریکی را «کنار بگذارید»، طبق نظریه هایزنبرگ باید پروتون و نوترون غیرقابل تمیز باشند. یا به بیان عادی‌تر نیروهای قوی که بر نوترونها و پروتونها وارد می‌شوند، یکسان هستند.

برای تحقق نظر هایزنبرگ، نوکلئون را به صورت یک ماتریس ستونی دو مؤلفه‌ای می‌نویسیم:

$$N = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (30-4)$$

با

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{و} \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (31-4)$$

البته این چیزی جز نمادگذاری نیست، اما این نمادگذاری به طور فریبنده‌ای یادآور اسپینورهایی است که در نظریه تکانه زاویه‌ای با آن مواجه شدیم. با شباهت مستقیم با اسپین،  $S$ ، به معرفی ایزواسپین،  $I$ ، هدایت می‌شویم.\* با این حال  $I$  برداری در فضای معمولی با مؤلفه‌هایی در امتداد جهت مختصه  $x$ ،  $y$  و  $z$  نیست، بلکه یک بردار در «فضای» مجرد «ایزواسپین» است که مؤلفه‌های آن را نیست.  $SU(2)$  به نوعی نسخه «دوتاشده»  $SO(3)$  است که در آن به ابتدا باز نمی‌گردید مگر تحت دوران  $720^\circ$ . از این جهت نمایش اسپینور  $SU(2)$ ، نمایش واقعی گروه دوران نیست، و این دلیلی است که در فیزیک کلاسیک ظاهر نمی‌شود. در مکانیک کوانتومی فقط مربع تابع موج معنی فیزیکی دارد، و در مربع کردن علامت منفی از بین می‌رود.\* این کلمه از واژه قدیمی‌تر اسپین ایزوتوپی گرفته شده است که گمراه‌کننده است. زیرا دو ایزوتوپ یک هسته مفروض دارای تعداد نوکلئونهای متفاوت هستند. در صورتی که دورانهای ایزواسپینی تعداد نوکلئونها را ثابت نگه می‌دارد. فیزیکدانان هسته‌ای واژه (بهتر) اسپین ایزوباری را به کار می‌برند.

$I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  می‌نامیم. با این برداشت می‌توان از همه ابزارهای تکانه زاویه‌ای که قبلاً در این فصل داشتیم استفاده کرد. نوکلئون دارای ایزواسپین  $\frac{1}{2}$  است و ویژه مقادیرهای \* مؤلفه سوم آن  $I_3 + \frac{1}{2}$  (برای پروتون) و  $-\frac{1}{2}$  (برای نوترون) هستند:

$$p = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad n = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \quad (32-4)$$

پروتون دارای «ایزواسپین بالا» و نوترون «ایزواسپین پایین» است. این فقط نمادگذاری است؛ فیزیک آن به پیشنهاد هایزنبرگ مربوط می‌شود که بنابر آن برهم‌کنشهای قوی تحت دورانها در فضای ایزواسپین ناوردار هستند، مثلاً درست همان‌طور که نیروهای الکتریکی که بر اثر دورانهای فضای معمولی ناوردا هستند. این را تقارن «داخلی» می‌نامیم، زیرا به فضا و زمان ربطی ندارد، بلکه به روابط بین ذرات متفاوت مربوط می‌شود. دورانی به اندازه  $180^\circ$  حول محور شماره ۱ در فضای ایزواسپین، پروتون را به نوترون تبدیل می‌کند و برعکس. اگر نیروی قوی تحت دورانها در فضای ایزواسپین ناوردا باشد پیامد قضیه نوتر این است که ایزواسپین در تمام برهم‌کنشهای قوی پایسته است، درست همان‌طور که تکانه زاویه‌ای در فرایندهایی با ناوردایی دورانی در فضای معمولی پایسته است.\*\*

به زبان نظریه گروه، هایزنبرگ اظهار داشت که برهم‌کنشهای قوی تحت تقارن داخلی گروه  $SU(2)$  ناوردا هستند و نوکلئونها به نمایش دوبعدی (ایزواسپین  $\frac{1}{2}$ ) تعلق دارند. در ۱۹۳۲ این پیشنهاد گستاخانه‌ای بود، امروز همه شواهد در اطراف ما هستند، آشکارترین آنها ساختار «چندتایه» هادرونهاست. نمودارهای راه هشت‌گانه در فصل ۱ به یاد بیاورید. همه سطرهای افقی دقیقاً دارای مشخصه‌ای هستند که در مورد نوکلئونها نظر هایزنبرگ را جلب کرد؛ آنها دارای جرمهای مشابه اما بارهای متفاوت هستند. به هر یک از این چندتایه‌ها ایزواسپین خاص  $I$  را نسبت می‌دهیم و به هر عضو این چندتایه یک  $I_3$  خاص نسبت می‌دهیم. برای پیونها  $I = 1$  است:

$$\pi^+ = |11\rangle, \quad \pi^0 = |1^0\rangle, \quad \pi^- = |1-1\rangle \quad (33-4)$$

\* در این حالت ضریب  $\hbar$  وجود ندارد، طبق قرارداد ایزواسپین بدون بعد است.  
\*\* در ضمن، وسوسه می‌شویم که در «استقلال بار» نیروهای قوی (یعنی اینکه نیروی قوی برای پروتونها و نوترونها یکسان است مبالغه کنیم). این استقلال نمی‌گوید که اگر شما به جای پروتون یک نوترون بگذارید همان نتیجه را به دست می‌آورید، بلکه باید جای همه پروتونها و نوترونها را عوض کنید. [مثلاً حالت مقید متشکل از پروتون و نوترون (یعنی دوترون) وجود دارد، ولی حالت مقید دوپروتونی و دونوترونی وجود ندارد]. در واقع، هرگونه ادعایی از این نوع با اصل طرد پائولی ناسازگار است، زیرا یک پروتون و یک نوترون می‌توانند در یک حالت کوانتومی باشند اما دو نوترون (یا دو پروتون) نمی‌توانند.



برای  $\Lambda$ ،  $I = 0$  است:

$$\Lambda = |00\rangle \quad (۳۴-۴)$$

برای  $\Delta$ ،  $I = \frac{2}{3}$  است:

$$\Delta^{++} = \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle, \quad \Delta^+ = \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad \Delta^0 = \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle, \quad \Delta^- = \left| \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right\rangle \quad (۳۵-۴)$$

و غیره. برای تعیین ایزواسپین یک چندتایه، تعداد ذرات موجود در آن را بشمارید. چون  $I_3$  از  $-I$  تا  $+I$  با گامهای صحیح تغییر می‌کند، تعداد ذرات چندتایه برابر  $2I + 1$  است:

$$\text{چندتاییگی} = 2I + 1 \quad (۳۶-۴)$$

مؤلفه سوم ایزواسپین،  $I_3$ ، را بار ذره  $Q$  تعیین می‌کند. بیشترین مقدار  $I_3 = I$  متعلق به عضوی از چندتایه با بیشترین بار الکتریکی است و بقیه جاها را برحسب  $Q$ ی نزولی پر می‌کنند. برای هادرونها «قبل از ۱۹۷۴» که فقط ترکیبی از  $u$ ،  $d$  و  $s$  بودند — رابطه صریح بین  $Q$  و  $I_3$  فرمول گلمان-نیشی جیماست:

$$Q = I_3 + \frac{1}{3}(A + S) \quad (۳۷-۴)$$

که در آن  $A$  عدد باریونی و  $S$  شگفتی است.\* در ابتدا این معادله صرفاً یک مشاهده تجربی بود، ولی بر اساس مدل کوارکی به سادگی از انتساب ایزواسپین به کوارکهای  $u$  و  $d$  که یک «دوتایه» را تشکیل می‌دهند (مانند پروتون و نوترون) به دست می‌آید:

$$u = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad d = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \quad (۳۸-۴)$$

و طعمهای دیگر دارای ایزواسپین صفر هستند\*\* (مسائل ۲۵-۴ و ۲۶-۴ را ببینید).

\* چون نیروهای الکترومغناطیسی  $Q$ ،  $A$  و  $S$  را پایسته نگه می‌دارند، در نتیجه  $I_3$  نیز پایسته است. با این حال، دو مؤلفه دیگر و بنابراین خود  $I$  در برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی پایسته نیستند. مثلاً در واپاشی  $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^0$  از  $I = 1$  به صفر تبدیل می‌شود، درحالی که در برهم‌کنشهای ضعیف حتی  $S$  پایسته نیست، بنابراین در فرایندهای ضعیف  $I_3$  پایسته نیست (مثلاً،  $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ ).

\*\* چون ایزواسپین فقط به نیروهای قوی مربوط می‌شود، کمیتی است که به لپتونها مربوط نمی‌شود. اگر اصرار دارید، همه لپتونها و واسطه‌ها ایزواسپین صفر دارند.

اما دسته‌بندی تنها کاری نیست که اسپین برایمان انجام می‌دهد. بلکه کاربرد دینامیکی مهمی نیز دارد. مثلاً فرض کنید دو نوکلئون داریم. با استفاده از قواعد جمع تکانه زاویه‌ای می‌دانیم که این ترکیب ایزواسپین کل صفر و ۱ را می‌دهد. به‌طور دقیق‌تر با استفاده از مثال ۴-۴، یک سه‌تایه ایزواسپینی متقارن به‌دست می‌آوریم:

$$|11\rangle = pp \quad (\text{الف})$$

$$|10\rangle = (1/\sqrt{2})(pn + np) \quad (\text{ب})$$

$$|1-1\rangle = nn \quad (\text{ج}) \quad (39-4)$$

و یک تک‌تایه ایزواسپینی پاد متقارن:

$$|00\rangle = (1/\sqrt{2})(pn - np) \quad (40-4)$$

به‌طور تجربی، نوترون و پروتون تنها یک حالت مقید، دوترون (d)؛ را تشکیل می‌دهند. پس دوترون باید حالت تک‌تایه ایزواسپینی باشد. اگر حالت سه‌تایه بود، هر سه حالت باید وجود می‌داشتند زیرا اختلاف آنها فقط دورانی در فضای ایزواسپین است. بدیهی است که جاذبه‌ای قوی در کانال  $I = 0$  وجود دارد، که در کانال  $I = 1$  نیست. از قرار معلوم پتانسیلی که برهم‌کنش بین دو نوکلئون را توصیف می‌کند شامل جمله‌ای به‌شکل  $\mathbf{I}^{(2)} \cdot \mathbf{I}^{(1)}$  است که در آرایش سه‌تایه مقدار  $\frac{1}{4}$  و یک‌تایه مقدار  $-\frac{3}{4}$  را دارد (نگاه کنید به مسئله ۴-۲۷).

ناوردایی ایزواسپین در پراکندگی نوکلئون-نوکلئون نیز کاربرد دارد. فرایندهای زیر را در نظر بگیرید:

$$p + p \rightarrow d + \pi^+ \quad (\text{الف})$$

$$p + n \rightarrow d + \pi^0 \quad (\text{ب})$$

$$n + n \rightarrow d + \pi^- \quad (\text{ج}) \quad (41-4)$$

چون دوترون حالت  $I = 0$  است، حالت‌های ایزواسپین سمت راست،  $|11\rangle$ ،  $|10\rangle$  و  $|1-1\rangle$  هستند، درحالی‌که سمت چپ،  $|11\rangle$ ،  $(1/\sqrt{2})(|10\rangle + |00\rangle)$  و  $|1-1\rangle$  است. فقط حالت  $I = 1$  سهم است (زیرا حالت نهایی هر مورد صرفاً  $I = 1$  است و ایزواسپین پایسته است).

بنابراین دامنه‌های پراکندگی به نسبت زیر هستند.

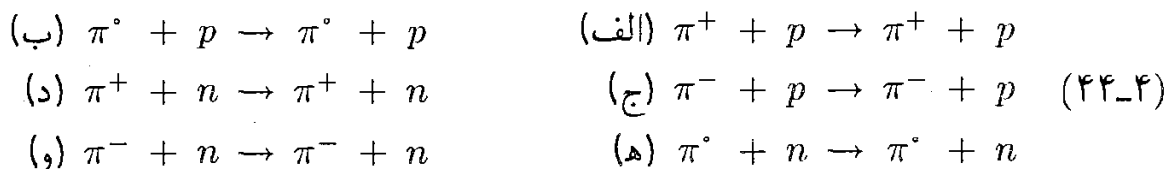
$$M_a : M_b : M_c = 1 : (1/\sqrt{2}) : 1 \quad (42-4)$$

چنانکه خواهیم دید\*، سطح مقطع  $\sigma$  با مربع قدرمطلق دامنه متناسب است. پس

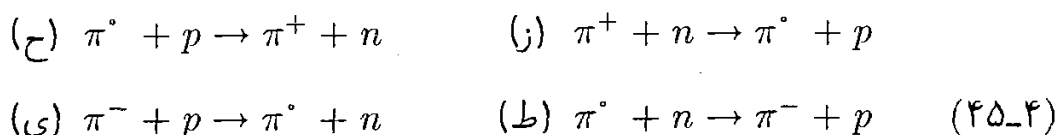
$$\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 2 : 1 : 2 \quad (43-4)$$

انجام فرایند (c) در آزمایشگاه مشکل است، اما (a) و (b) اندازه‌گیری شده‌اند و هنگامی که تصحیح‌های مربوط به آثار الکترومغناطیسی اعمال می‌شوند (نسبت‌های پیش‌بینی شده [۶] به دست می‌آید.

به‌عنوان مثال نهایی، پراکندگی پیون-نوکلئون را در نظر می‌گیریم،  $\pi N \rightarrow \pi N$ . شش فرایند کشسان وجود دارد:



و چهار فرایند تبادل بار وجود دارد:



چون پیون دارای  $I = 1$  و نوکلئون دارای  $I = \frac{1}{2}$  است، ایزواسپین کل می‌تواند  $\frac{3}{2}$  یا  $\frac{1}{2}$  باشد. بنابراین دو دامنه کاملاً مجزا وجود دارد:  $M_2$  برای  $I = \frac{3}{2}$  و  $M_1$  برای  $I = \frac{1}{2}$ . از جدول کلبش-گوردون موارد زیر را به دست می‌آوریم:

\* نظریه دامنه‌های پراکندگی و سطح مقطعه‌ها را در فصل ۶ بررسی می‌کنیم. در این بند و قسمتهای بعدی، من از نتایج بعدی استفاده کرده‌ام، و امیدوارم از متن چگونگی انجام محاسبات روشن باشد. در صورت تمایل، می‌توانید از این دو بند بگذرید.

$$\left. \begin{aligned}
 \pi^+ + p : |11\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle \\
 \pi^0 + p : |1^0\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= \sqrt{2/3} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle - (1/\sqrt{3}) \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\
 \pi^- + p : |1-1\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= (1/\sqrt{3}) \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{2/3} \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \\
 \pi^+ + n : |11\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= (1/\sqrt{3}) \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{2/3} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\
 \pi^0 + n : |1^0\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= \sqrt{2/3} \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle + (\sqrt{1/3}) \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \\
 n^- + n : |1-1\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= \left| \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right\rangle
 \end{aligned} \right\} (46-4)$$

واکنشهای (a) و (f)  $I = \frac{3}{2}$  خالص است:

$$M_a = M_f = M_3 \quad (47-4)$$

بقیه مخلوط هستند؛ مثلاً

$$M_c = \frac{1}{3} M_3 + \frac{2}{3} M_1, \quad M_j = (\sqrt{2/3}) M_3 - (\sqrt{2/3}) M_1 \quad (48-4)$$

(بقیه را خودتان انجام دهید، مسئله ۲۸-۴ را ببینید). سطح مقطعها به ترتیب نسبتهای زیر هستند:

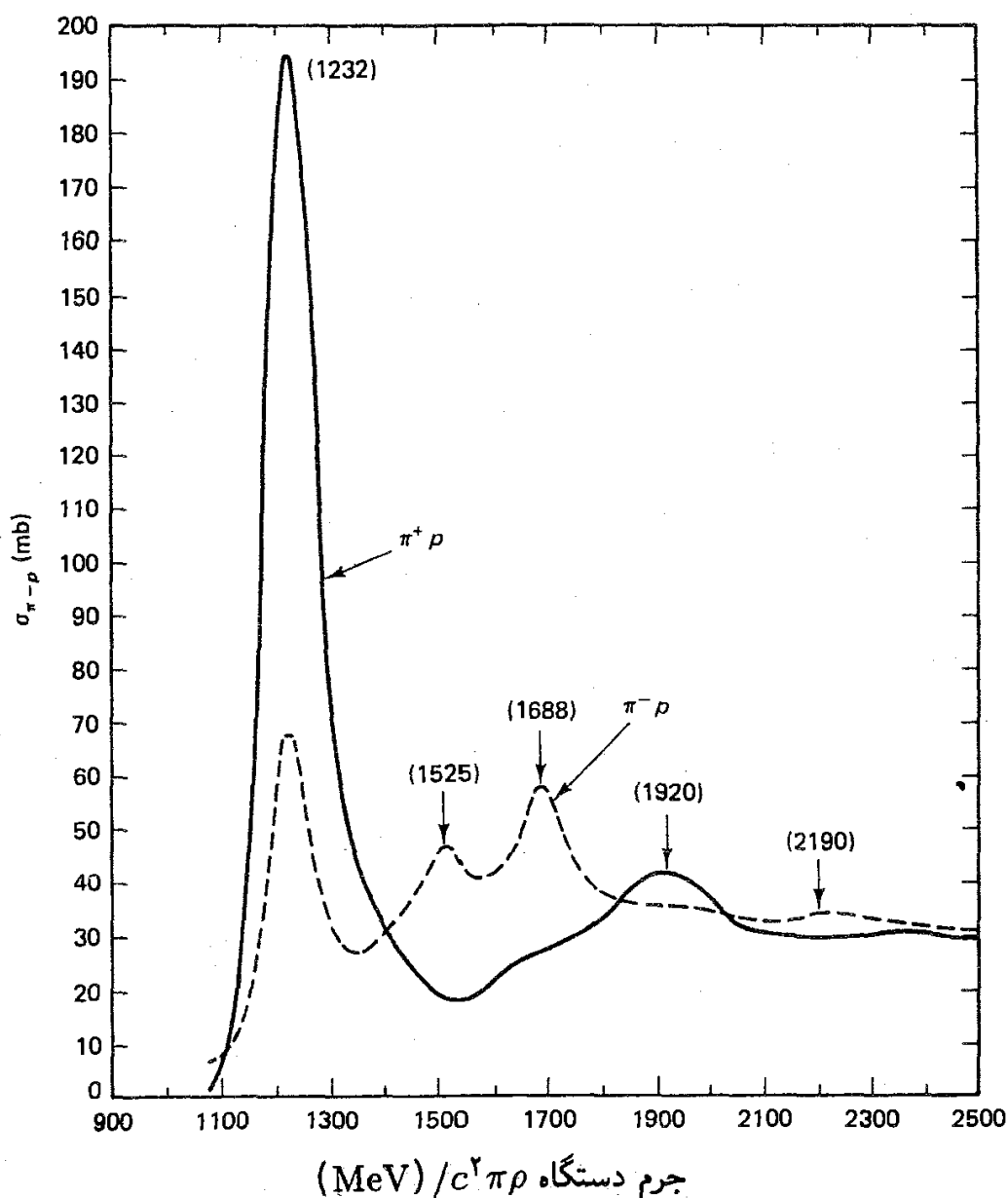
$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9 |M_3|^2 : |M_3 + 2M_1|^2 : 2 |M_3 - M_1|^2 \quad (49-4)$$

در انرژی  $CM$ ،  $1232 \text{ MeV}$ ، قله بارز و مشهور پراکندگی پيون-نوکلئون رخ می‌دهد که آن را ابتدا فرمی در ۱۹۵۱ [۷] کشف کرد. در اینجا پيون و نوکلئون برای تشکیل حالت «تشدید»،  $\Delta$ ، که عمر کوتاهی دارد به هم ملحق می‌شوند. می‌دانیم که  $\Delta$ ، دارای  $I = \frac{3}{2}$  است، بنابراین انتظار داریم که  $M_3 \gg M_1$  باشد و

$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9 : 1 : 2 \quad (50-4)$$

به لحاظ تجربی اندازه‌گیری سطح مقطع کل ساده‌تر است، بنابراین (c) و (j) ترکیب می‌شوند:

$$\frac{\sigma_{\text{کل}}(\pi^+ + p)}{\sigma_{\text{کل}}(\pi^- + p)} = 3 \quad (51-4)$$



شکل ۶-۴ سطح مقطع پراکندگی کل برای  $\pi^+p$  (خط پر) و  $\pi^-p$  (خط چین).

همان طور که در شکل ۶-۴ می بینید، این پیش بینی با داده ها مطابقت دارد. در اواخر دهه پنجاه تاریخ تکرار شد. درست همان طور که در ۱۹۳۲ معلوم شد پروتون و نوترون یک زوج را تشکیل می دهند. مشخص شد که نوکلئونها،  $\Lambda$  و  $\Sigma$  ها و  $\Xi$  ها با هم یک گروه طبیعی را در خانواده باریونی به وجود می آورند. همه آنها اسپین دارای  $\frac{1}{2}$  هستند و جرمشان مشابه است. البته گستره جرم از  $940 \text{ MeV}/c^2$  و برای نوکلئونها تا  $1320 \text{ MeV}/c^2$  برای  $\Xi$  ها تغییر می کند، بنابراین، جای کمی بحث را در مورد اینکه این ذرات، آن طور که هایزنبرگ تلویحاً در مورد نوترون و پروتون بیان کرده بود که حالت های مختلف یک ذره هستند، باقی می گذارد. با وجود این، در نظر گرفتن این هشت باریون به عنوان یک ابر چندتایه و سوسه انگیز بود، و از قرار معلوم به این معنی بود که آنها به نمایش

یکسانی از بعضی گروههای تقارن بزرگتر تعلق دارند که در آن  $SU(2)$  ایزواسپین به عنوان یک زیرگروه وارد می شود. پرسش مهم این است که این گروه بزرگتر چیست؟ («مسئله هشت باریون» همواره به این صورت مطرح نبود. در آن زمان بسیاری از فیزیکدانها اطلاعی از نظریه گروه نداشتند. گلمان بیشتر صورتگرایی مورد نیازش را تکه تکه به دست آورد و بعداً متوجه شد که برای ریاضیدانان کاملاً شناخته شده است.) راه حل گلمان برای مسئله هشت باریون راه هشت گانه بود. گروه تقارن  $SU(3)$  است. هشت تاییه نمایشهای هشت بعدی  $SU(3)$  و ده تاییه نمایش ده تایی و غیره را تشکیل می دهند. آنچه که این مورد را سخت تر از مورد هایزبرگ می کرد این بود که هیچ ذره موجود در طبیعت، آن طور که نوکلئونها و بعداً  $K$ ها و  $\Xi$ ها و غیره در  $SU(2)$  قرار می گرفتند، در نمایش بنیادی (سه بعدی)  $SU(3)$  قرار نمی گرفت. این نقش برای کوارکها ذخیره شده بود:  $(d, u)$  و  $(s)$  با هم نمایش سه بعدی  $SU(3)$  را تشکیل می دهند که تحت  $SU(2)$  به یک دوتاییه ایزواسپین و یک ایزواسپین یک تاییه تبدیل می شود. البته وقتی کوارک افسون پیدا شد، گروه تقارن برهم کنشهای قوی بار دیگر به  $SU(4)$  گسترده شد (بعضی ابر چندتاییه های  $SU(4)$ ، در شکل ۱-۱۳ نشان داده شده است). اما کار در اینجا خاتمه نیافت، ورود کوارک ته ما را به  $SU(5)$ ، و کوارک مشهور سر به  $SU(6)$  رساند. با این حال، یک هشدار مهم در این سلسله مراتب آراسته وجود دارد: ایزواسپین،  $SU(2)$ ، تقارن بسیار «خوبی» است. اعضای یک چندتاییه ایزواسپینی حداکثر ۲ یا ۳٪ اختلاف جرم دارند که در حدی است که از تصحیح الکترومغناطیسی انتظار داریم.\* اما راه هشت گانه،  $SU(3)$ ، تقارنی است که بدجوری «شکسته می شود»؛ شکافتگی جرمی در هشت تاییه باریونی حدود ۴۰٪ است. با در نظر گرفتن افسون شکست تقارن بدتر هم می شود.  $(udc)\Lambda_c^+$  دوبرابر سنگین تر از  $(uds)\Lambda$  است، در حالی که هر دو متعلق به ابر چندتاییه  $SU(4)$  هستند. با کوارک ته اوضاع باز هم بدتر و با کوارک سر وحشتناک می شود. چرا تقارن ایزواسپین بسیار خوب، راه هشت گانه نسبتاً خوب، و  $SU(6)$  طعم این قدر ضعیف است؟ مدل استاندارد همه را مربوط به جرم کوارکها می داند. اما، نظریه جرم کوارکها، با توجه به اینکه جرم آنها قابل اندازه گیری تجربی مستقیم نیستند، غیر قابل اعتماد است. دلایل مختلفی وجود دارد [۸] که نشان می دهد کوارکهای  $u$  و  $d$  ذاتاً خیلی سبک هستند، حدود ده برابر جرم الکترون هستند. با این حال در محدوده یک هادرون جرم مؤثر آنها بیشتر است. در واقع مقدار دقیق آنها به مورد بستگی دارد. در باریونها کمی بزرگتر از مزونهاست (در باره این مطلب در فصل ۵ بیشتر خواهیم گفت). همین طور، لختی مؤثر یک قاشق چایخوری وقتی غسل را به هم می زنید از وقتی که چای را

\* در واقع، اغلب تصور می شد که ایزواسپین تقارن دقیق برهم کنش قوی است و تمام شکست تقارن به مسائل الکترومغناطیسی نسبت داده می شد. با این حال، این واقعیت که شکافتگی جرمی  $n-p$  در خلاف جهتی بود که کاملاً الکترومغناطیسی باشد، باعث دردسر بود. در حال حاضر این اعتقاد وجود دارد که  $SU(2)$  فقط یک تقارن تقریبی برای برهم کنشهای قوی است.

جدول ۴-۴ جرم کوارکها ( $\text{MeV}/c^2$ )

جرم مؤثر		جرم عریان	طعم کوارک	
در بار یونها	در مزونها			
۳۶۳	۳۱۰	۴٫۲	$u$	} کوارکهای سبک
		۷٫۵	$d$	
۵۳۸	۴۸۳	۱۵۰	$s$	
۱,۵۰۰		۱,۱۰۰	$c$	} کوارکهای سنگین
۴,۷۰۰		۴,۲۰۰	$b$	
۲۳,۰۰۰ >			$t$	

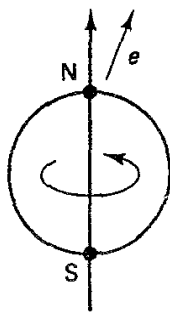
در ستون دوم جرم عریان (یا «فعلی») آمده است. ستون سوم جرم مؤثر (یا «جزء سازنده»)

قرار دارد، هشدار: این اعداد تا اندازه‌ای نظری هستند و به مدل بستگی دارند.

به هم می‌زنید بیشتر است و در هر دو حالت جرم واقعی قاشق افزایش می‌یابد. به طور کلی باید گفت که جرم مؤثر کوارکها در هادرون حدود  $350 \text{ MeV}/c^2$  بیشتر از جرم عریان آن است (جدول ۴-۴). در مقایسه با این، جرمهای عریان کوارکهای بالا و پایین از نظر علمی کاملاً نامربوط هستند. آنها طوری رفتار می‌کنند که گویی یکسان هستند. اما کوارک  $s$  مشخصاً سنگین‌تر است و کوارکهای  $c$ ،  $b$  و  $t$  به شدت سنگین‌تر هستند. بجز اختلاف جرم کوارکها، برهم‌کنشهای قوی همه طعمها را یکسان در نظر می‌گیرد. پس ایزواسپین تقارن خوبی است زیرا جرم مؤثر  $u$  و  $d$  خیلی به هم نزدیک هستند (در یک سطح اساسی‌تر می‌توان گفت جرمهای عریان آنها خیل کوچک است). راه هشت‌گانه تقارن نسبتاً خوبی است زیرا جرم مؤثر کوارک شگفت از جرم کوارکهای  $u$  و  $d$  چندان دور نیست. اما کوارکهای سنگین به قدری از هم دورند که تقارن طعم بدجوری شکسته می‌شود. البته، این «توضیح» دو پرسش دیگر را مطرح می‌کند: (۱) چرا بستگی کوارکها در هادرونها جرم مؤثر آنها را حدود  $350 \text{ MeV}/c^2$  افزایش می‌دهد؟ از قرار معلوم جواب در QCD است، اگرچه جزئیات هنوز معلوم نشده است [۹]. (۲) چرا کوارکهای عریان، این جرمهای بخصوص را دارند؟ آیا طرحی در اینجا وجود دارد؟ مدل استاندارد برای این پرسشها هیچ پاسخی ندارد. جرمهای شش کوارک و همچنین جرمهای شش لپتون پارامترهای ورودی هستند، حال به عهده نظریه‌های فراتر از مدل استاندارد است که بگوید آنها از کجا آمده‌اند.

#### ۴-۶ پارितه

تا قبل از ۱۹۵۶ فرض مسلم این بود که قوانین فیزیکی دودستانه هستند. یعنی، تصویر آینه‌ای هر فرایند فیزیکی یک فرایند فیزیکی کاملاً ممکن را نشان می‌دهد. شک نیست که ما در سمت راست



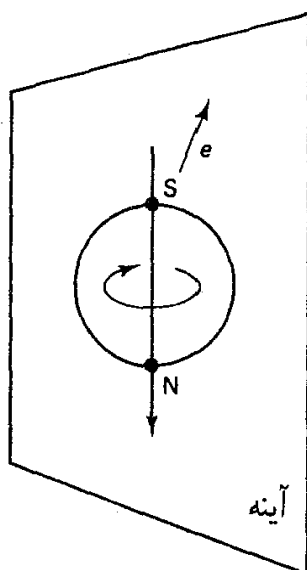
شکل ۴-۷ در واپاشی  $\beta$  کبالت  $^{60}$ ، اغلب الکترونها در جهت اسپین هسته گسیل می‌شوند.

رانندگی می‌کنیم (حداقل در امریکا چنین است) و قلبمان در طرف چپ است، اما اینها وقایع تاریخی یا تکاملی هستند. می‌توانست کاملاً طور دیگری باشد. در واقع، بیشتر فیزیکدانان تقارن آینه‌ای (یا «ناوردایی پارینه») قوانین طبیعت را بدیهی می‌دانند. اما در ۱۹۵۶ لی و یانگ [۱۰]. به این فکر افتادند (بنا به دلایلی که در انتهای این بخش خواهیم دید) که آیا هیچ آزمون تجربی برای این فرض وجود داشته است. با جستجو در مقاله‌ها با تعجب کشف کردند که شواهد فراوانی برای ناوردایی پارینه در فرایندهای قوی و الکترومغناطیسی وجود دارد، اما، هیچ تأییدی در مورد برهم‌کنشهای ضعیف موجود نیست. آنها آزمایشی را پیشنهاد کردند که اواخر همان سال سی. اس. وئو [۱۱]. برای تعیین نتایج انجام داد. در این آزمایش مشهور هسته‌های کبالت  $^{60}$  پرتوزا به‌دقت همسو شدند به طوری که اسپین آنها، مثلاً، در جهت  $z$  قرار گرفت (شکل ۴-۷). کبالت  $^{60}$  دستخوش واپاشی بتازا می‌شود و وئو جهت الکترونها گسیل‌شده را ثبت کرد. او دریافت که اغلب الکترونها به طرف «شمال» که جهت اسپین هسته است خارج می‌شوند.

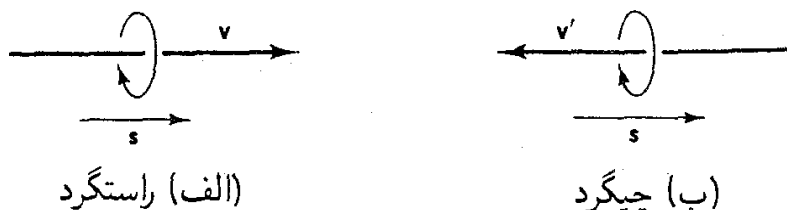
این همه آن چیزی است که وجود داشت. اما آن مشاهده ساده معانی ضمنی حیرت‌انگیزی داشت. زیرا فرض کنید که تصویر آینه‌ای همان فرایند (شکل ۴-۸) را بررسی می‌کنیم. تصویر هسته در جهت مخالف می‌چرخد و اسپین آن به طرف پایین قرار می‌گیرد ولی الکترونها (در آینه) هنوز به طرف بالا حرکت می‌کنند. در آینه، الکترونها در جهت مخالف اسپین هسته گسیل می‌شوند. در اینجا، یک فرایند فیزیکی وجود دارد که تصویر آینه‌ای آن در طبیعت به وقوع نمی‌پیوندد. بدیهی است که پارینه ناوردای برهم‌کنشهای ضعیف نیست، اگر بود الکترونها در آزمایش وئو باید با توزیع یکنواخت خارج می‌شدند («شمال» و «جنوب») اما چنین نیست.

نقض پارینه تأثیر عمیقی بر فیزیکدانان داشت — برای برخی ویرانگر و برای عده‌ای شغف‌انگیز [۱۲]. این نقض یک اثر مختصر نیست؛ همان‌طور که در فصل ۱۰ خواهیم دید، در واقع «بیشین» است. نقض پارینه فقط به واپاشی بتازا محدود نمی‌شود بلکه وقتی به جستجوی آن می‌روید درمی‌یابید که عملاً امضای نیروی ضعیف است. این موضوع به‌طور برجسته‌ای در رفتار نوترینو نمایان می‌شود.





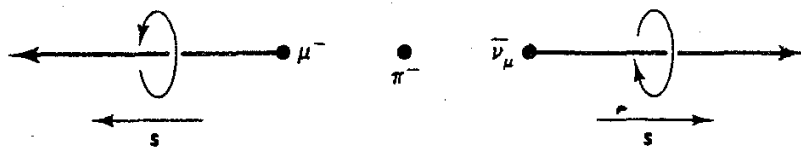
شکل ۸-۴ تصویر آینه‌ای شکل ۷-۴: بیشتر الکترونها در جهت مخالف اسپین هسته گسیل می‌شوند.



شکل ۹-۴ هلیسیته در (الف) اسپین و سرعت موازی هستند (هلیسیته  $+1$ )؛ در (ب) آنها پاد موازی هستند (هلیسیته  $-1$ ).

بگذارید درباره آن توضیح دهم. در نظریهٔ تکانهٔ زاویه‌ای محور کوانتس، به‌طور قراردادی، محور  $z$  است، البته سمتگیری محور  $z$  کاملاً دست خودمان است. اما اگر با ذره‌ای سروکار داشته باشیم که با سرعت  $v$  از آزمایشگاه عبور می‌کند، یک انتخاب طبیعی مطرح می‌شود. چرا جهت حرکت را محور  $z$  انتخاب نکنیم؟ مقدار  $(m_s/s)$  برای این محور هلیسیتهٔ ذره نامیده می‌شود. پس ذره‌ای با اسپین  $\frac{1}{2}$  می‌تواند هلیسیتهٔ  $+1$  ( $m_s = \frac{1}{2}$ ) یا  $-1$  ( $m_s = -\frac{1}{2}$ ) داشته باشد. اولی را «راستگرد» و دومی را «چپگرد» می‌گوییم.\* اختلاف بین این دو چندان عمیق نیست زیرا به هر حال با یک ناوردای لورنتس سروکار نداریم. فرض کنید الکترون راستگردی داریم که به طرف راست می‌رود (شکل ۹-۴ الف) و ناظر دیگری از دستگاه لختی که با سرعت بزرگتر از  $v$  به سمت راست حرکت می‌کند آن را نگاه می‌کند. از نظر او الکترون به طرف چپ می‌رود (شکل ۹-۴ ب). اما اسپین آن هنوز در همان جهت است، پس این ناظر می‌گوید که الکترون چپگرد است. به عبارت

\* در فصل ۱۰ تفاوت فنی بین «دست‌واری» و هلیسیته را ارائه می‌کنم، اما اکنون از این واژه‌ها به صورت قابل تعویض استفاده می‌کنم.



شکل ۴-۱۰ واپاشی  $\pi^-$  ساکن.

دیگر می‌توانید با تغییر چارچوب مرجع خود، الکترون راستگرد را به الکترون چپگرد تبدیل کنید. به این دلیل است که می‌گوییم ناوردای لورنتس نیست.

اما اگر همین استدلال را به جای الکترون برای نوترینو به‌کار ببریم چه می‌شود؟ نوترینو جرم ندارد، بنابراین با سرعت نور حرکت می‌کند و ناظری که سریع‌تر از آن حرکت می‌کند وجود ندارد. غیرممکن است که بتوان «جهت حرکت» نوترینو را با رفتن به دستگاه مرجعی که سریع‌تر حرکت می‌کند، برعکس کرد و بنابراین هلیسیته نوترینو (یا هر ذره بدون جرم دیگر\*) ناوردای لورنتس است که خاصیتی ثابت و اساسی است و محصول چارچوب مرجع ناظر نیست. یک موضوع مهم تجربی تعیین هلیسیته یک نوترینوی معین است. تا اواسط دهه پنجاه همه تصور می‌کردند که نیمی از نوترینوها چپگرد و نیمه دیگر راستگرد هستند درست مانند فوتونها. آنچه در حقیقت کشف شد عبارت بود از:

همه نوترینوها چپگرد و همه پاد نوترینوها راستگرد هستند

البته، اندازه‌گیری هلیسیته نوترینو به‌طور مستقیم دشوار است؛ به‌طور کلی، آشکارسازی آنها مشکل است. اما، روش غیرمستقیم نسبتاً ساده‌ای با استفاده از واپاشی پيون  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  وجود دارد. اگر پيون در حال سکون باشد، موئون و پاد نوترینو پشت به پشت حرکت خواهند کرد (شکل ۴-۱۰). به‌علاوه، چون اسپین پيون صفر است، اسپین موئون و پاد نوترینو باید در جهت مخالف هم باشند.\*\* بنابراین، اگر پاد نوترینو راستگرد باشد، موئون نیز باید راستگرد باشد (در چارچوب سکون پيون) — و این درست چیزی است که به‌طور تجربی به‌دست آمده است [۱۳]. اندازه‌گیری هلیسیته موئون امکان تعیین هلیسیته پاد نوترینو را فراهم خواهد کرد. همین‌طور، در واپاشی  $\pi^+$  پاد موئون همیشه چپگرد است، و این نشان می‌دهد که نوترینو چپگرد است. برای مقایسه، واپاشی پيون خنثی را در نظر بگیرید،  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ . مجدداً در هر واپاشی معین دو فوتون باید هلیسیته یکسان داشته باشند. اما این یک فرایند الکترومغناطیس است که در آن پارینه پایسته

\* برای ذرات بدون جرم فقط مقدار بیشینه  $|m_s|$  وجود دارد. مثلاً می‌تواند  $m_s = +1$  یا  $m_s = -1$  داشته باشد، اما  $m_s = 0$  ندارد. بنابراین هلیسیته ذره بدون جرم همیشه  $\pm 1$  است. در مورد فوتون این بیانگر حالت‌های قطبش دایره‌ای راستگرد و چپگرد است. نبود  $m_s = 0$  متناظر با نبود قطبش طولی در اپتیک کلاسیک است.

\*\* تکانه زاویه‌ای مداری (اگر وجود داشته باشد) عمود بر سرعت‌های خروجی است، پس این بحث اثری بر آن ندارد.

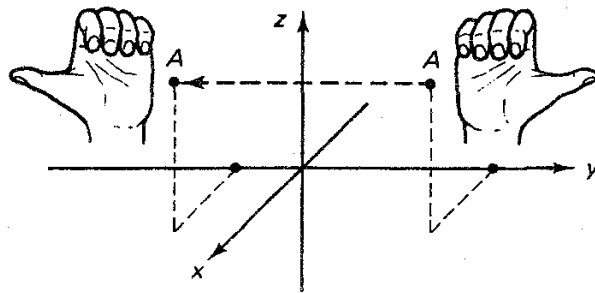
است، و بنابراین به‌طور میانگین همان اندازه فوتونهای راستگرد داریم که چپگرد. برای نوترینوها چنین نیست. برهم‌کنش آنها فقط ضعیف است، و همه آنها چپگرد هستند. تصویر آینه‌ای نوترینو وجود ندارد.\* این واضح‌ترین نقض تقارن آینه‌ای است که می‌توانید پیدا کنید.\*\*

به‌رغم نقض پارите در فرایندهای ضعیف، ناوردایی پارите یک تقارن معتبر برای برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی است. بنابراین، بد نیست صورت‌گرایی و اصطلاحات آن را گسترش دهیم. ابتدا یک نکته کوچک: به‌جای بازتابها که ما را مجبور می‌کند تا صفحه «آینه» را به‌طور اختیاری انتخاب کنیم دربارهٔ وارونی صحبت می‌کنیم که در آن هر نقطه به‌طور قطری از مبدأ به محل مقابل برده می‌شود (شکل ۴-۱۱). هر دو تبدیل این خاصیت را دارند که چرخش راستگرد را به چپگرد تبدیل کنند؛ درحقیقت، وارونی چیزی نیست جز بازتابی که با دوران ( $180^\circ$  حول محور  $y$  در شکل) دنبال می‌شود. پس در موارد مورد نظر (که تقارن دورانی نیز دارد) تفاوتی نمی‌کند که از کدام یک استفاده کنیم.  $P$  نماد وارونی است و آن را «عملگر پارите» می‌نامیم. اگر دستگاه مورد نظر یک دست راست باشد،  $P$  آن را به پشت یک دست چپ وارونه تبدیل می‌کند (شکل ۴-۱۱ ب). وقتی  $P$  روی بردار  $a$  عمل کند برداری در جهت مخالف درست می‌کند:  $P(a) = -a$ . در مورد ضرب خارجی دو بردار:  $c = a \times b$ ؛ اگر  $P$  علامت  $a$  و  $b$  را تغییر می‌دهد، پس  $c$  به‌وضوح تغییر علامت نمی‌دهد:  $P(c) = c$ . خیلی عجیب است! ظاهراً دو نوع بردار وجود دارد-یکی «معمولی» که تحت تبدیل پارите علامت آن تغییر می‌کند، و نوع دیگر که ضرب خارجی مثال کلاسیک آن است، تغییر علامت نمی‌دهد. برای بیان تفاوت بین اینها، اولی را بردار «قطبی» و دومی را «شبه» بردار (یا بردار «محوری») می‌نامیم. توجه کنید که ضرب خارجی یک بردار قطبی و یک شبه‌بردار یک بردار قطبی می‌شود.

\* شاید این یک اظهارنظر شدید باشد. تصور می‌کنم نوترینوها می‌توانند راستگرد باشند، اما با سازوکاری که در حال حاضر می‌شناسیم نمی‌توانند با ماده معمولی برهم‌کنش کند. اگر معلوم شود که نوترینو جرم خیلی کوچک غیرصفر دارد، پس نوترینوهای راستگرد باید وجود داشته باشند، اما، هیچ‌کدام از اینها نمی‌توانند این واقعیت را تغییر دهند که وقتی  $\pi^-$  و امی باشد،  $\mu^-$  خروجی در چارچوب  $CM$  راستگرد است و خودش تقارن آینه‌ای را از میان می‌برد.

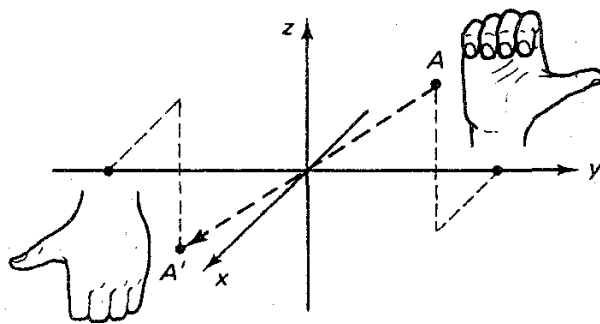
به‌هر حال، در سال ۱۹۲۹، اندکی پس از انتشار معادلهٔ دیراک، وایل نظریهٔ ساده و زیبایی را برای ذرات بدون جرم با اسپین  $1/2$  ارائه کرد که دارای ویژگی داشتن «دستواری» ثابت بود. در آن زمان به نظریهٔ وایل توجه محدودی شد، زیرا بجز فوتون که دارای اسپین ۱ است، ذرهٔ بدون جرم دیگری را نمی‌شناختند. وقتی پائولی در سال ۱۹۳۱ نوترینو را معرفی کرد، شاید فکر کنید که نظریهٔ وایل را گردگیری کرد و مورد استفاده قرار داد. اما چنین نکرد. پائولی نظریهٔ وایل را به‌واسطهٔ نقض تقارن آینه‌ای رد کرد، او آن‌قدر زنده ماند که افسوس این اشتباه را بخورد. در ۱۹۵۷ نظریهٔ وایل فاتحانه به اثبات رسید.

\*\* شاید اتفاقی که برای فیزیکدانان در آن زمان افتاد، برای شما هم رخ دهد، که اگر هم‌زمان همهٔ ذرات را به پاد ذره‌شان تبدیل کنیم نوعی تقارن آینه‌ای برقرار می‌شود. تصویر  $\mu^+ + \bar{\nu}_\mu \rightarrow \mu^- + \pi^-$  (با پاد نوترینو راستگرد) به صورت  $\mu^+ + \nu_\mu \rightarrow \mu^+ + \pi^+$  (با نوترینو چپگرد) می‌شود، که کاملاً درست است. این نتیجه تا سال ۱۹۶۴، که معلوم شد می‌تواند با شکست مواجه شود، مایهٔ دلخوشی بود. مطالب بیشتر در این باره در بخش بعد می‌آید.



(الف) بازتاب (در صفحه  $x - z$ )

$$(x, y, z) \rightarrow (x, -y, z)$$



(ب) وارونی  $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$

شکل ۱۱-۴ بازتاب و وارونی.

قبلاً با شبه‌بردار، شاید بدون استفاده از این زبان، مواجه شده‌اید، یک مثال تکانه زاویه‌ای است و مثال دیگر میدان مغناطیسی. در یک نظریه با نوردایی پارپته، هرگز نباید یک بردار و یک شبه‌بردار را با هم جمع کرد، درست همان‌طور که در نظریه‌ای با تقارن دورانی، نمی‌توانید بردار و عدد را با هم جمع کنید. به‌عنوان مثال، در قانون نیروی لورنتس،  $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v}/c \times \mathbf{B})$ ، این ضرب خارجی (یک بردار قطبی) است که وارد می‌شود. خود  $\mathbf{B}$  را هرگز نمی‌توان با  $\mathbf{E}$  جمع کرد. همان‌طور که خواهیم دید، دقیقاً همین جمع یک بردار و یک شبه‌بردار در نظریه برهم‌کنشهای ضعیف است که به نقض پارپته می‌انجامد. سرانجام ضرب نقطه‌ای دو بردار قطبی تحت تأثیر  $P$  تغییر علامت نمی‌دهد، اما ضرب نقطه‌ای یک بردار قطبی و یک شبه‌بردار [یا ضرب سه‌گانه سه بردار:  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ ] تغییر علامت می‌دهد. بنابراین، دو نوع عدد نیز وجود دارد، نوع «معمولی» که علامت آن تغییر نمی‌کند و «شبه‌نرده‌ای» که تغییر می‌کند. همه اینها در جدول ۴-۵\* خلاصه شده است. اگر عملگر پارپته را دوبار به‌کار ببرید، به نقطه شروع بازمی‌گردید:

\* اصطلاحات به‌سادگی به نسبییت خاص تعمیم می‌یابد:  $a^\mu = (a^0, \mathbf{a})$ . شبه‌بردار نامیده می‌شود اگر مؤلفه‌های فضایی آن یک شبه‌بردار،  $P(\mathbf{a}) = \mathbf{a}$ ، را تشکیل دهند.  $p$  شبه‌نرده‌ای است اگر تحت وارونی فضایی  $P(p) = -p$  علامت آن منفی شود.

جدول ۵-۴ رفتار نرده‌ایها و بردارها تحت تبدیل پارته  $p$

$P(s) = s$	:	نرده‌ای
$P(p) = -p$	:	شبه‌نرده‌ای
$P(v) = -v$	:	بردار (یا بردار قطبی)
$P(a) = a$	:	شبه‌بردار (یا بردار محوری)

$$P^2 = I \quad (۵۲-۴)$$

(پس گروه پارته شامل دو عضو  $P$  و  $I$  است.) در نتیجه ویژه مقدارهای  $P$   $\pm ۱$  هستند (مسئله ۴-۳۴). مثلاً نرده‌ایها و شبه‌بردارها دارای ویژه مقدار  $+۱$  هستند، در حالی که ویژه مقدار بردارها و شبه‌نرده‌ایها  $-۱$  است. هادرونها ویژه حالت‌های  $P$  هستند و می‌توان آنها را براساس ویژه مقدارشان دسته‌بندی کرد، درست همان‌طور که آنها را برحسب اسپین، بار، ایزواسپین، شگفتی و غیره دسته‌بندی می‌کنیم. بنا بر نظریه میدان کوانتومی، پارته فرمیون (اسپین نیمه صحیح) باید مخالف پاد ذره متناظرش باشد، در حالی که پارته بوزون (اسپین صحیح) و پاد ذره‌اش یکسان است. پارته ذاتی کوارکها را مثبت در نظر می‌گیریم، بنابراین پاد کوارکها منفی هستند. \* پارته یک سیستم مرکب در حالت پایه حاصلضرب پارته‌های اجزای آن است (می‌گوییم پارته یک عدد کوانتومی «ضربی» است، برخلاف بار، و شگفتی، و غیره که «جمع» هستند. \*\* پس هشت‌تایه و ده‌تایه باریونی پارته مثبت  $[(+۱)^3]$  دارند در حالی که نه‌تایه مزونهای شبه‌نرده‌ای و برداری پارته منفی دارند  $[(+۱)(-۱)]$ . (پیشوند «شبه»، پارته ذرات را به شما می‌گوید.) برای حالت‌های برانگیخته عامل اضافه  $l(-۱)$  وجود دارد که  $l$  تکانه زاویه‌ای مداری است [۱۴]. پس، به‌طور کلی، پارته مزونها  $l+1(-۱)$  است (جدول ۴-۶). در ضمن، فوتون یک ذره برداری است (که با پتانسیل برداری  $A^\mu$  نشان داده می‌شود). اسپین آن  $۱$  و پارته ذاتی‌اش  $-۱$  است. \*\*\*

\* این انتخاب کاملاً دلخواه است. می‌توانستیم عکس آن را در نظر بگیریم. در واقع، می‌توانستیم پارته مثبت را برای بعضی طعمهای کوارک و منفی را برای دیگران در نظر بگیریم. این به مجموعه متفاوتی از پارته‌های هادرونی می‌انجامد، اما پایستگی پارته همچنان برقرار است. قاعده‌ای که در متن بیان شده ظاهراً ساده‌ترین آنهاست، و به گمارشهای متداول می‌انجامد.

\*\* این موضوع کمتر از آنچه به چشم می‌آید، بارز است. از جهتی، این حاصل یک نمادگذاری خلاف قاعده است. سازگاری دقیق ایجاب می‌کند که عملگر پارته را به شکل نمایی  $P = e^{i\pi K}$  بنویسیم، که در آن عملگر  $K$  نقشی شبیه اسپین را بازی می‌کند [معادله ۴-۲۸]. ویژه مقدارهای  $K$ ،  $۰$  و  $۱$ ، متناظر با  $+۱$  و  $-۱$  برای  $P$  است، و ضرب پارته‌ها متناظر با افزودن، پیمانه  $۲$ ، از  $K$  است.

\*\*\* اتفاقاً، متوجه می‌شوید که در اینجا شباهتی بین پارته و تکانه زاویه‌ای وجود دارد. درست مانند تکانه زاویه‌ای

جدول ۴-۶ اعداد کوانتومی مزونهای مرکب از کوارکهای  $u$ ،  $d$  و  $s$

جرم نوعی MeV/c <sup>۲</sup>	نه تابه مشاهده شده			$j^{pc}$	اسپین کل	تکانه زاویه ای مداری
	$l = 0$	$l = \frac{1}{2}$	$l = 1$			
۵۰۰	$\eta, \eta'$	$K$	$\pi$	$0^{-+}$	$s = 0$	$l = 0$
۸۰۰	$\omega, \phi$	$K^*$	$\rho$	$1^{--}$	$s = 1$	
۱۲۵۰	$H, ?$	$Q_2$	$B$	$1^{+-}$	$s = 0$	$l = 1$
۱۱۵۰	$\epsilon, S^*$	$\kappa$	$\delta$	$\left\{ \begin{array}{l} 0^{++} \\ 1^{++} \\ 2^{++} \end{array} \right.$	$s = 1$	
۱۳۰۰	$D, E$	$Q_1$	$A_1$			
۱۴۰۰	$f, f'$	$K^*$	$A_2$			

تقارن آینه ای برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی به معنی پایداری پاریته در تمام این فرایندهاست. در ابتدا، تصور می شد که در برهم کنشهای ضعیف نیز این موضوع صادق است. اما در اوایل دهه پنجاه پارادوکس «معمای تاو-تا» خودنمایی کرد. دو مزون شگفت، که در آن زمان  $\theta$  و  $\tau$  نامیده شدند از هر حیث یکسان بودند. جرم یکسان، اسپین یکسان، بار یکسان و غیره. بجز اینکه یکی از آنها به دو پیون وامی باشد و دیگری به سه پیون، و حالتها پاریته مخالف دارند:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (P = +1)$$

$$\tau^+ \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \\ \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \end{array} \right\} \quad (P = -1) \quad (53-4)$$

عجیب به نظر می رسید که دو ذره مشابه پاریته های مختلف داشته باشند. در سال ۱۹۵۶ لی و یانگ پیشنهاد کردند که  $\theta$  و  $\tau$  در واقع یک ذره هستند (که اکنون به نام  $K^+$  می شناسیم) فقط پاریته در یکی از واپاشیها پایسته نیست. این فکر باعث شد که درصدد یافتن دلیلی برای ناوردایی پاریته در برهم کنشهای ضعیف برآیند، و هنگامی که چنین چیزی را نیافتند به فکر یک آزمون تجربی افتادند.

که دارای دو نوع مختلف مداری (وابسته به حرکت ذره) و اسپین (ویژگی ذاتی خود ذره) است، پاریته نیز دارای یک عامل  $(-1)^l$  (مربوط به آرایش فضایی)، و پاریته های ذاتی تک تک اجزای سیستم است. اما درحالی که تکانه زاویه ای کل یک دستگاه مرکب، مجموع تک تک اجزای آن است، پاریته کل حاصل ضرب پاریته هاست.

## ۷-۴ همیوگی بار

الکترودینامیک کلاسیک تحت تغییر علامت همه بارهای الکتریکی ناورداست؛ پتانسیلها و میدانها تغییر علامت می دهند، اما یک عامل جبران کننده بار در قانون لورنتس وجود دارد، به طوری که نیرو بدون تغییر می ماند. در فیزیک ذرات بنیادی عملگری را وارد می کنیم که مفهوم «تغییر علامت بار» را تعمیم می دهد. این عملگر را همیوگی بار،  $C$ ، می نامیم که هر ذره را به پاد ذره اش تبدیل می کند:

$$C|p\rangle = |\bar{p}\rangle \quad (54-4)$$

«همیوگی بار» گاهی اوقات اسمی بی مسماست، زیرا  $C$  را می توان در مورد ذره خنثی مانند نوترون نیز به کار برد (که پاد نوترون می دهد)، و علامت همه اعداد کوانتومی «داخلی» مانند بار، عدد باریونی، عدد لپتونی، شگفتی، افسون، زیبایی، حقیقت را تغییر می دهد، در حالی که جرم، انرژی، تکانه و اسپین آن بدون تغییر می ماند. مانند مورد  $P$ ، دو بار اعمال  $C$  ما را به حالت ابتدایی باز می گرداند.

$$C^2 = I \quad (55-4)$$

و بنابراین ویژه مقادیرهای  $C$ ،  $\pm 1$  هستند. اما، برخلاف  $P$ ، اکثر ذرات در طبیعت یک ویژه حالت  $C$  نیستند. زیرا اگر  $|p\rangle$  ویژه حالت  $C$  باشد، از معادله (54-4) پیروی می کند.

$$C|p\rangle = \pm|p\rangle = |\bar{p}\rangle \quad (56-4)$$

بنابراین  $|p\rangle$  و  $|\bar{p}\rangle$  حداکثر در یک علامت با هم تفاوت دارند، یعنی یک حالت فیزیکی یکسانی را نمایش می دهند. پس فقط ذراتی که پاد ذره خودشان هستند می توانند ویژه حالت  $C$  باشند. این موضوع، فقط شامل فوتون و مزونهایی که در مرکز نمودارهای راه هشت گانه قرار دارند، مانند  $\pi^0$ ،  $\eta$ ،  $\eta'$ ،  $\rho^0$ ،  $\phi$ ،  $\omega$ ،  $\psi$  و غیره می شود. چون فوتون کوانتوم میدان الکترومغناطیسی است که بر اثر عملکرد  $C$  تغییر علامت می دهد معقول است که بگوییم «عدد همیوگی بار» آن  $-1$  است. می توان نشان داد [۱۵] که سیستم متشکل از ذره ای با اسپین  $\frac{1}{2}$  و پاد ذره آن در آرایشی با تکانه زاویه ای مداری  $l$  و اسپین کل  $s$ ، ویژه حالت  $C$  را با ویژه مقدار  $(-1)^{l+s}$  تشکیل می دهد. بر اساس مدل کوارک، مزونهای مورد نظر دقیقاً به این شکل هستند: برای شبه نرده ایها  $l = 0$  و  $s = 0$  و بنابراین  $C = +1$  است؛ برای بردارها،  $l = 1$  و  $s = 1$ ، به طوری که  $C = -1$  است. (اغلب، مانند مورد جدول ۶-۴،  $C$  طوری آورده می شود که گویی یک عدد کوانتومی معتبر برای کل ابر چندتایه است؛ در حقیقت این موضوع فقط به اعضای مرکزی مربوط می شود.)

$C$  عدد کوانتومی ضربی است، و مانند پارته، در برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و قوی پایسته است. مثلاً  $\pi^0$  به دو فوتون وامی‌باشد:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (57-4)$$

( $C = +1$ ) قبل و بعد)، اما نمی‌تواند به سه فوتون واپاشی کند. (برای دستگاه  $n$  فوتونی،  $(C = -1)^n$ ). همین‌طور،  $\omega$  به  $\pi^0 + \gamma$  وامی‌باشد، اما هرگز به  $2\gamma + \pi^0$  واپاشیده نمی‌شود. در برهم‌کنشهای قوی، ناوردایی همیوگی بار ایجاب می‌کند که توزیع انرژی پیوندهای باردار در واکنش

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \quad (58-4)$$

(به‌طور میانگین) یکسان باشد [۱۶]. از طرف دیگر، همیوگی بار، یک تقارن برهم‌کنشهای ضعیف نیست. وقتی  $C$  بر یک نوترینو (عضو چپگرد) اعمال شود یک پاد نوترینوی چپگرد می‌دهد که وجود ندارد. بنابراین، شکل همیوگ بارشده هر فرایند شامل نوترینو حتماً یک فرایند فیزیکی ممکن نیست. در برهم‌کنشهای ضعیف هادرونی ناب نیز علاوه بر نقض  $P$ ،  $C$  نیز نقض می‌شود.

چون ذرات اندکی ویژه حالت  $C$  هستند، کاربرد مستقیم آن در فیزیک ذرات بنیادی تقریباً محدود است. اگر توجه خود را به برهم‌کنشهای قوی معطوف کنیم، با ترکیب  $C$  با یک تبدیل ایزواسپین مناسب، می‌توان بر توان آن افزود. دوران  $180^\circ$  ای حول محور شماره ۲ در فضای ایزواسپین  $I_3^*$  و  $-I_3$  تبدیل می‌کند، مثلاً  $\pi^+$  را به  $\pi^-$  تبدیل می‌کند. اگر پس از آن عملگر همیوگی بار را اعمال کنیم، به  $\pi^+$  بازمی‌گردیم. بنابراین پیوندهای باردار اگرچه ویژه حالت  $C$  به‌تنهایی نیستند، ولی ویژه حالت این عملگر ترکیبی هستند. به‌دلایلی این تبدیل حاصلضرب را «پارته  $G$ » می‌نامیم:

$$G = CR_2, \quad \text{که} \quad R_2 = e^{i\pi I_2} \quad (59-4)$$

همهٔ مزونهایی که حامل شگفتی (یا افسون، زیبایی، حقیقت) نیستند، ویژه حالت  $G$  هستند.\*\* برای یک چندتاییه با ایزواسپین  $I$  ویژه مقدار از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید (مسئلهٔ ۴-۳۶)

$$G = (-1)^I C \quad (60-4)$$

\* بعضی نویسنده‌ها محور شمارهٔ ۱ را به‌کار می‌برند. واضح است که هر محور در صفحهٔ ۲-۱ این کار را انجام می‌دهد.

\*\* مثلاً  $K^+$  ویژه حالت  $G$  نیست زیرا  $R_2$  آن به  $K^0$  و آن را به  $\bar{K}^0$  تبدیل می‌کند. این ایده را می‌توان با استفاده از تبدیل  $SU(3)$  مناسب به‌جای  $R_2$ ، به  $K$ ها تعمیم داد. اما چون  $SU(3)$  تقارن خوبی از نیروهای قوی نیست، این کار فایدهٔ چندانی ندارد.



که  $C$  عدد همیوگی بار عضو خنثی است. برای یک پیون  $G = -1$  و برای حالتی با  $n$  پیون

$$G = (-1)^n \quad (۶۱-۴)$$

این نتیجه خیلی مفید است، زیرا تعیین می‌کند که چند پیون در یک واپاشی خاص گسیل می‌شود. مثلاً مزونهای  $\rho$  با  $I = 1$ ،  $C = -1$  و بنابراین  $G = +1$  به دو و نه سه پیون و امی باشد، درحالی که  $\phi$ ،  $\omega$  و  $\psi$  به سه پیون نه دو پیون واپاشیده می‌شوند.

#### ۸-۴ نقض $CP$

همان‌طور که دیدیم، برهم‌کنشهای ضعیف تحت تبدیل  $P$  ناوردا نیستند. روشن‌ترین دلیل آن این واقعیت است که پاد موئون گسیل شده در واپاشی پیون

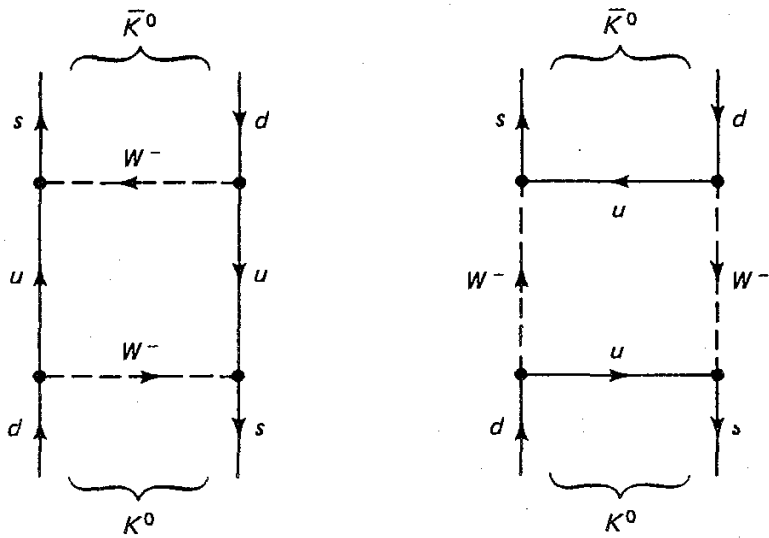
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (۶۲-۴)$$

همیشه چپگرد است. برهم‌کنشهای ضعیف تحت  $C$  ناوردا نیستند، برای نوع همیوگ بار واکنش (۶۲-۴) با موئون چپگرد داریم:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (۶۳-۴)$$

درحالی که در واقع موئون حاصل همواره راستگرد است. با این حال، اگر دو عملگر را ترکیب کنیم به حالت اول بازمی‌گردیم:  $CP$  پاد موئون چپگرد را به موئون راستگرد تبدیل می‌کند که دقیقاً چیزی است که در طبیعت مشاهده می‌کنیم. بسیاری از مردم که از نقض پاریمت بهت‌زده شده بودند با این نتیجه تسلی یافتند. شاید این عملکرد مرکب بود که حس شهودی ما تاکنون درباره آن صحبت می‌کرد. شاید منظور ما از «تصویر آینه‌ای» الکترون راستگرد پوزیترون چپگرد باشد.\* اگر از ابتدا پاریمت را آنچه اکنون  $CP$  می‌نامیم، تعریف کرده بودیم از ضربه عاطفی نقض پاریمت اجتناب می‌شد (یا به هر صورت به تعویق می‌افتاد). اکنون برای تغییر اصطلاح دیر شده است، اما اینکه جهان «باید» به لحاظ چپ-راست متقارن باشد، لااقل حس غریزی ما را تسکین می‌دهد.

\* ضمناً، در الکتروپنمیک کلاسیک می‌توانیم به خوبی بار الکترون را شبه‌نرده‌ای در نظر بگیریم.  $\mathbf{E}$  شبه‌بردار و  $\mathbf{B}$  بردار می‌شود، اما تمام نتایج یکسان هستند. این موضوع واقعاً به سلیقه ما بستگی دارد که تصویر آینه‌ای بار مثبت، مثبت یا منفی در نظر بگیریم.



شکل ۱۲-۴ نمودارهای فاینمن در  $K^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0$  سهیم‌اند. (نمودارهای دیگری هم وجود دارند، از جمله نمودارهایی که در آن  $c$  یا  $t$  جانشین یک یا هر دو کوآرک  $u$  شده است.

ناوردایی CP پیامدهای عجیبی برای مزونهای  $K$  خنثی دارد، که اولین بار گلمان و پائیس در یک مقاله کلاسیک به آن اشاره کردند [۱۷]. آنها متوجه شدند که  $K^0$  با شگفتی  $+1$  از طریق برهم‌کنش ضعیف مرتبه دوم به پاد ذره‌اش  $\bar{K}^0$  با شگفتی  $-1$

$$K^0 \rightleftharpoons \bar{K}^0 \quad (۶۴-۴)$$

که در نمودار شکل ۱۲-۴ نشان داده شده است، تبدیل می‌شود. (امکان چنین تبدیل داخلی بین دو ذره، منحصر به دستگاه کائون خنثی است. در بین ذرات پایدار فقط  $D^0 \bar{D}^0$  و  $B^0 \bar{B}^0$  دارای این ویژگی هستند. نگاه کنید به مسئله ۳۸-۴). در نتیجه ذراتی که ما معمولاً در آزمایشگاه مشاهده می‌کنیم  $K^0$  و  $\bar{K}^0$  نیستند، بلکه ترکیب خطی از این دو هستند. به ویژه، می‌توان ویژه حالت‌های CP را به صورت زیر تشکیل داد. چون  $K$ ها شبه‌ذره‌ای هستند

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle, \quad P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad (۶۵-۴)$$

از طرف دیگر از معادله (۵۴-۴) داریم:

$$C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, \quad C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle \quad (۶۶-۴)$$

بر این اساس

$$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle, \quad CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \quad (۶۷-۴)$$

است. و بنابراین ویژه حالت‌های (بهنجار)  $CP$  عبارت‌اند از:

$$|K_1\rangle = (1/\sqrt{2})(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad \text{و} \quad |K_2\rangle = (1/\sqrt{2})(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (۶۸-۴)$$

با

$$CP|K_1\rangle = |K_1\rangle \quad \text{و} \quad CP|K_2\rangle = -|K_2\rangle \quad (۶۹-۴)$$

فرض کنید  $CP$  در برهم‌کنش‌های ضعیف پایسته باشد،  $K_1$  فقط می‌تواند به حالت با  $CP = +1$  واپاشی کند، درحالی که  $K_2$  باید به حالت با  $CP = -1$  برود. معمولاً، کائون‌های خنثی به دو یا سه پیون می‌واپاشند. ولی قبلاً دیدیم که آرایش دویونی دارای پاریته  $+1$  و دستگاه سه‌پیونی دارای  $P = -1$  است [معادله (۴-۵۳)]: هر دو  $C = +1$  دارند. در نتیجه،  $K_1$  به دو پیون و امی‌پاشد (نه سه‌تا)  $K_2$  به سه پیون واپاشی می‌کند (نه دو‌تا):

$$K_1 \rightarrow 2\pi, \quad K_2 \rightarrow 3\pi \quad (۷۰-۴)$$

اکنون، واپاشی  $2\pi$  بسیار سریع‌تر است، زیرا انرژی آزادشده در آن بیشتر است. بنابراین اگر با باریکه‌ای از  $K^0$ ‌ها شروع کنیم:

$$|K^0\rangle = (1/\sqrt{2})(|K_1\rangle + |K_2\rangle) \quad (۷۱-۴)$$

مؤلفه  $K_1$  به سرعت از بین می‌رود، و در فاصله دور از چشم، باریکه خالصی از  $K_2$ ‌ها خواهیم داشت. نزدیک چشم باید تعداد زیادی رویداد  $2\pi$  ببینیم، ولی در فاصله‌های دورتر فقط انتظار واپاشی  $3\pi$  را داریم.

خب، چیزهای زیادی را باید در بست بپذیریم. همان‌طور که کرونین در یک گزارش علمی لذتبخش نوشته است [۱۸].

بنابراین آقایان گل‌مان و پائیس پیش‌بینی کردند که علاوه بر مزون‌های  $K$  با عمر کوتاه، باید مزون‌های  $K$  با عمر بلند نیز وجود داشته باشد. آنها این کار را با زیبایی، ظرافت، و سادگی انجام دادند. فکر می‌کنم مقاله آنها را هر کس باید گاهی فقط به خاطر زیبایی و استدلال آن بخواند. این مقاله که در سال ۱۹۵۵ در فیزیکال ریویو منتشر شد، بسیار دوست‌داشتنی بود! لرزشی در

سراسر ستون فقرات خود حس می‌کنید، به‌خصوص وقتی آن را فهمیدید. در آن زمان، بسیاری از نظریه‌پردازان برجسته فکر می‌کردند که این پیش‌بینی واقعاً مزخرف است.

اما مزخرف نبود و در سال ۱۹۵۶ لدرمن و همکارانش در بروکهاون مزون  $K_2$  را کشف کردند [۱۹]. به‌طور تجربی، دو طول عمر عبارت‌اند از:

$$\tau_1 = 0.89 \times 10^{-10} \text{ sec}$$

$$\tau_2 = 5.2 \times 10^{-8} \text{ sec} \quad (72-4)$$

به‌طوری که  $K_1$  حداکثر چند سانتیمتر حرکت می‌کند، درحالی که  $K_2$  چند متر را طی می‌کند. توجه کنید که  $K_1$  و  $K_2$ ، مانند  $K^0$  و  $\bar{K}^0$  نیستند، پاد ذره یکدیگر نیستند، بلکه هر کدام پاد ذره خود هستند ( $C = -1$  برای  $K_1$  و  $C = +1$  برای  $K_2$ ). اختلاف جرم آنها بسیار کم است؛ آزمایش نتیجه می‌دهد [۲۰].

$$m_2 - m_1 = 3.5 \times 10^{-6} \text{ eV} \quad (73-4)$$

دستگاه کائون خنثی یک تاب ظریف به این پرسش قدیمی که «ذره چیست؟» می‌افزاید. کائونها نوعاً در برهم‌کنشهای قوی در ویژه‌حالت‌های شگفتی ( $K^0$  و  $\bar{K}^0$ ) تولید می‌شوند، اما توسط برهم‌کنش ضعیف در ویژه‌حالت‌های CP ( $K_1$  و  $K_2$ ) وامی‌باشند. پس کدام ذره «حقیقی» است؟ اگر بپذیریم ذره باید دارای طول عمر منحصر به فرد باشد،  $K_1$  و  $K_2$  ذرات «حقیقی» هستند.\* اما لازم نیست تا این اندازه جزم‌اندیش باشیم. در عمل گاهی استفاده از یک مجموعه مناسب‌تر است و گاهی مجموعه دیگری. این وضعیت شباهت بسیاری با نور قطبیده دارد. قطبش خطی را می‌توان برهم‌نهی قطبش دایره‌ای چپگرد و دایره‌ای راستگرد تلقی کرد. محیطی را تصور کنید که ترجیحاً نور با قطبش دایره‌ای راستگرد را جذب کند و یک باریکه نور با قطبش خطی را بر آن بتابانید. با عبور از محیط به‌طور فزاینده‌ای دارای قطبش دایره‌ای چپگرد خواهد شد، درست همان‌طور که باریکه  $K^0$  به باریکه  $K_2$  تبدیل می‌شود. اما تصمیم به تحلیل فرایند برحسب حالت‌های خطی یا قطبش دایره‌ای به سلیقه شما بستگی دارد.

کائونهای خنثی دستگاه تجربی کاملی را برای آزمون ناوردایی CP در اختیار می‌گذارند. با استفاده از باریکه به‌اندازه کافی دراز می‌توان نمونه‌ای که فقط از کائونهای با طول عمر بلند تشکیل شده است تولید کرد. اگر در این نقطه یک واپاشی  $2\pi$  مشاهده کنیم می‌فهمیم که CP نقض

\* اتفاقاً این موضعی بود که گل‌مان و پائیس مدافع آن بودند.

شده است. چنین آزمایشی را کرونین و فیچ در ۱۹۶۴ گزارش کردند [۲۱]. در آنها انتهای باریکه ۵۷ فوتی، در  $2270^\circ$  واپاشی، ۴۵ رویداد دویونی را یافتند. این کسر کوچکی است (تقریباً یک در  $50^\circ$ )، اما دلیل غیرقابل تردید نقض  $CP$  است. بدیهی است که کائون خنثی با طول عمر بلند یک ویژه حالت کامل  $CP$  نیست، بلکه مخلوط کمی از  $K_1$  دارد:

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}(|K_2\rangle + \epsilon|K_1\rangle) \quad (74-4)$$

ضریب  $\epsilon$  معیار انحراف طبیعت از ناوردایی کامل  $CP$  است. مقدار تجربی آن حدود  $10^{-3} \times 10^{-3}$  است.

نقض  $CP$ ، اگرچه اثر بسیار کوچک است، و خارج از دستگاه کائون خنثی هرگز مشاهده نشده است، اما مسئله‌ای عمیق‌تر از نقض پارته را مطرح می‌کند. ناپایستگی پارته به سرعت به نظریه برهم‌کنشهای ضعیف محلق شد (در واقع، بخشی از نظریه «جدید»-معادله وایل برای نوترینو-سالها «منتظر بهره‌برداری بود»). بررسی دقیق نقض پارته راحت‌تر بود زیرا اثر بزرگی بود: همه نوترینوها نه فقط  $10^{-5}\%$  آنها چپگرد هستند. از این نظر، پارته در برهم‌کنشهای ضعیف به صورت ماکسیمال نقض می‌شود. برعکس، نقض  $CP$  در هر مقیاس، اثر کوچکی است و تاکنون کسی روش «طبیعی» برای همسازی آن نیافته است.\*

آزمایش فیچ-کرونین آخرین امید برای هر شکل تقارن آینه‌ای کامل در طبیعت را نابود کرد. مطالعات بعدی واپاشی نیمه‌لپتونی  $K_L$  مدرک بارزتری برای نقض  $CP$  را آشکار ساخت. اگرچه  $34\%$  از همه  $K_L$ ها به صورت  $3\pi$  وامی‌باشند، اما  $39\%$  آنها به صورت زیر واپاشی می‌کنند

$$\begin{array}{ll} \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e & \text{(الف)} \\ \text{یا} & \\ \pi^- + e^+ + \nu_e & \text{(ب)} \end{array} \quad (75-4)$$

توجه کنید که  $CP$  (الف) را به (ب) می‌برد، بنابراین اگر  $CP$  پایسته، و  $K_L$  یک ویژه حالت ناب بود، احتمال (الف) و (ب) برابر می‌شد. اما آزمایشها نشان می‌دهند [۲۲] که  $K_L$  اغلب، به نسبت کمتری  $10^{-3} \times 10^{-3}$  به پوزیترون وامی‌باشد تا به الکترون. اینجا برای اولین بار فرایندی وجود دارد که تفاوت مطلق بین ماده و پادماده قائل می‌شود، تعریف صریح و غیر قراردادی از بار مثبت \* عامل فاز مختلط  $\delta$  در ماتریس کوبایاشی-ماسکاو وسیله مناسبی برای نشان دادن نقض  $CP$  در مدل استاندارد است. در واقع، این چیزی بود که باعث شد کوبایاشی و ماسکاو نسل سوم کوارکها را حتی قبل از کشف افسون پیشنهاد کنند. در حال حاضر،  $\delta$  پارامتر ورودی دلخواهی است، که (مانند بقیه اجزا در ماتریس KM) کسی نمی‌داند چگونه آن را محاسبه کند.

فراهم می‌آورد. بار مثبت باری است که لپتون تولید شده در واپاشی مزون  $K$  خنثی با طول عمر بلند ترجیحاً حامل آن است. این واقعیت که نقض  $CP$  برخورد نامساوی با ذرات و پاد ذرات مجاز می‌داند نشان می‌دهد که شاید این موضوع مسئول استیلای ماده بر پاد ماده در عالم باشد [۲۳].

#### ۹-۴ برگشت زمان و قضیه TCP

فرض کنید فیلمی از بعضی فرایندهای فیزیکی، مثلاً برخورد کشسان دو توپ بیلیارد ساخته‌ایم. اگر فیلم را به عقب برگردانیم آیا فرایند فیزیکی ممکن را مشاهده می‌کنیم یا ناظر می‌تواند با قطعیت بگوید «نه، این غیرممکن است فیلم باید برعکس شود»؟ در مورد برخوردهای کشسان کلاسیک فرایند «معکوس زمانی» کاملاً ممکن است. شکی نیست که اگر تعداد زیادی توپ بیلیارد در تصویر باشند نسخهٔ وارون شده شاید بسیار غیرمحتمل باشد. متعجب خواهیم شد که بینیم توپها خودشان در یک مثلث کامل مجتمع شوند، و یک توپ از آنها که دور شود، و جداً مشکوک خواهیم شد که فیلم برعکس شده است. اما این بدان سبب است که می‌دانیم فراهم آوردن شرایط اولیه لازم، به صورتی که همهٔ توپها با سرعت مورد نظر و جهت‌های درست به طرف هم بروند، فوق‌العاده مشکل است. پس شرایط اولیه می‌تواند سرنخی از «پیکان زمان» به ما بدهد، اما قوانین حاکم بر برخورد خودشان رو به عقب به همان خوبی رو به جلو کار می‌کنند. تا این اواخر ناوردایی برگشت زمان در برهم‌کنش تمام ذرات بنیادی امری مسلم فرض می‌شد. ولی با انحطاط پارितه، طبیعی بود که ناوردایی برگشت زمان نیز مورد تردید قرار گیرد [۲۴].

از قرار معلوم، آزمون ناوردایی برگشت زمان خیلی از  $P$  یا  $C$  سخت‌تر است. اولاً، درحالی که همهٔ ذرات ویژه حالت‌های  $P$  و بسیاری ویژه حالت‌های  $C$ ، هستند ولی هیچ‌کدام ویژه حالت  $T$  («عملگر برگشت زمان»، که فیلم را معکوس می‌کند) نیستند. \* بنابراین «پایستگی  $T$ » را نمی‌توان به سادگی با ضرب کردن اعداد، مانند مورد  $P$  و  $C$  آزمود. سراسرترین آزمون این است که واکنش خاصی (مثلاً  $n + p \rightarrow d + \gamma$ ) را در نظر بگیریم) و آن را برعکس کنیم ( $d + \gamma \rightarrow n + p$ ). برای شرایط متناظر تکانه، انرژی، اسپین، آهنگ واکنش باید در هر دو جهت یکسان باشد. (این «اصل توازن تفصیلی» نامیده می‌شود و پیامد مستقیم ناوردایی برگشت زمان است.) این آزمونها برای برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی موفق‌اند، و فرایندهای مختلف بررسی شده است. نتایج همواره منفی بوده‌اند (هیچ دلیلی برای نقض  $T$  وجود ندارد، اما این شگفت‌انگیز نیست. با توجه به تجربه‌مان در مورد  $P$  و  $C$ ، تنها جایی که انتظار داریم نقض برگشت زمان را بینیم در واکنشهای ضعیف است. متأسفانه، انجام آزمایشهای واکنش معکوس در برهم‌کنشهای ضعیف دشوار است.

\* یک ذره می‌تواند با تصویرش در آینه یکسان باشد، و اگر خنثی باشد، پاد ذرهٔ خودش است. اما نمی‌تواند شبیه خودش باشد که در زمان به عقب می‌رود. (لااقل، اگر اتفاقی برایش بیفتد، چنین نخواهد بود.)

به عنوان مثال، واپاشی ضعیف  $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$  را در نظر بگیرید. واکنش معکوس  $p^+ + \pi^- \rightarrow \Lambda$  است، اما هرگز چنین فرایندی را نخواهیم دید، زیرا برهم‌کنش قوی پروتون و پيون، برهم‌کنش ضعیف را کاملاً تحت الشعاع قرار می‌دهد. برای اجتناب از آلودگیهای برهم‌کنش قوی و الکترومغناطیسی، به فرایند نوترینو متوسل می‌شویم. اما اندازه‌گیری دقیق با نوترینوها دشوار است و از قرار معلوم در اینجا در جستجوی اثر خیلی کوچکی هستیم. بنابراین، در آزمونهای حساس ناوردایی  $T$  اندازه‌گیریهای دقیق کمیت‌هایی دخیل است که اگر  $T$  تقارن کامل داشته باشد باید دقیقاً صفر شوند. مثال کلاسیک، گشتاور دو قطبی الکتريکی یک ذره بنیادی است. \* احتمالاً حساس‌ترین آزمایشی که تاکنون انجام شده است آزمایش رمزی در مورد حد بالای گشتاور دو قطبی الکتريکی نوترینو است [۲۵]:

$$|d| < e \cdot (6 \times 10^{-25} \text{ cm}) \quad (۷۶-۴)$$

که در آن  $e$  بار پروتون است. تا سال ۱۹۸۵ هیچ آزمایشی که نقض  $T$  را نشان دهد مشاهده نشده است. با وجود این، دلیل قانع‌کننده‌ای وجود دارد که نشان می‌دهد برگشت زمان نمی‌تواند یک تقارن کامل طبیعت باشد. این دلیل ناشی از قضیه به اصطلاح  $TCP$  است که یکی از پیامدهای عمیق نظریه میدان کوانتومی است [۲۶]. فقط بر اساس فرضهای عام ناوردایی لورنتس، مکانیک کوانتومی و این فکر که میدانها حامل برهم‌کنشها هستند — قضیه  $TCP$  بیان می‌کند که عمل ترکیب عملیات برگشت زمان، همیوگی بار، و پارته (با هر ترتیبی) یک تقارن دقیق در هر برهم‌کنش است. نمی‌توان یک نظریه میدان کوانتومی ساخت که در آن حاصلضرب  $TCP$  نقض شود. اگر، چنان‌که آزمایش فیچکرونین نشان داد،  $CP$  نقض شود، باید نقض جبران‌کننده‌ای در  $T$  وجود داشته باشد. البته، قضیه  $TCP$  ممکن است مانند هر ادعای عدم امکان دیگر فقط معیاری از نداشتن قدرت تخیل در ما باشد، بنابراین، باید در آزمایشگاه آزموده شود، به همین دلیل است که یافتن دلیل مستقلی بر نقض  $T$  بسیار اهمیت دارد. اما قضیه  $TCP$  معانی ضمنی دیگر نیز دارد که موضوع تحقیقات تجربی است. اگر این قضیه درست باشد. هر ذره باید درست همان جرم و طول عمر پاد ذره‌اش را داشته باشد. \* \* اندازه‌گیری روی تعدادی از جفت ذره-پاد ذره انجام شده است؛ حساس‌ترین آزمون تاکنون اختلاف جرم  $K^0 - \bar{K}^0$  بوده است که به صورت کسری از جرم \* برای ذره بنیادی گشتاور دو قطبی  $d$  در امتداد محور اسپین  $s$ ، قرار دارد. جهت دیگری وجود ندارد. اما  $d$  یک بردار است، درحالی که  $s$  شبه‌بردار است، بنابراین، گشتاور دو قطبی غیرصفر مستلزم نقض پارته است. همین‌طور  $s$  بر اثر برگشت زمان تغییر علامت می‌دهد اما  $d$  چنین نیست. بنابراین،  $d$  غیرصفر نیز، (به صورت جالب‌تری) به معنی نقض  $T$  است. برای جزئیات بیشتر نگاه کنید به مرجع (۲۵).

\* \* این موضوع از ناوردایی  $C$  نیز نتیجه می‌شود. به هر حال، چون می‌دانیم که پارته نقض می‌شود، برابری جرمها و طول عمرها (همچنین گشتاورهای مغناطیسی، اگرچه علامتهای آنها مخالف هم است) که از فرض خیلی ضعیف‌تر تقارن  $TCP$  نتیجه می‌شود، اهمیت دارد.

$K^0$  به مقدار کمتر از  $10^{-19} \times 6$  شناخته شده است. بنابراین قضیه  $TCP$  جایگاه نظری جایگاه بسیار محکمی دارد، و به لحاظ تجربی نیز نسبتاً ایمن است. در واقع، همان طور که یک نظریه پرداز برجسته مطرح کرده است، اگر انحرافی یافت شود، «جهنمی به وجود می آید».

## مراجع و یادداشتهای

۱. به عنوان مثال کتاب، نگاه کنید به

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984) section 14.2.

برای بحث کامل تر (و تا اندازه ای جدیدتر) کتاب

E. L. Hill, *Rev. Mod. Phys.* **23**, 253 (1951).

را ببینید.

۲. اگر با این موضوع آشنا نیستید باید به کتاب زیر نگاه کنید

D. Halliday and R. Resnick, *Physics*, 3d Ed. Part I, (New York: Wiley, 1977), p. 221.

۳. به عنوان مثال، نگاه کنید به کتاب

E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1970), Chapter 16, section 6 and 7.

۴. به مرجع ۳ فصل ۱۲ و بخش ۵ و ۶ نیز نگاه کنید.

5. W. Heisenberg. *Z. Phys.* **77**, 1 (1932).

ترجمه انگلیسی این مقاله کلاسیک در کتاب زیر آمده است

D. M. Brink, *Nuclear forces* (Elmsford, NY: Pergamon, 1965).

6. V. B. Fliagin et al., *Sov. Phys. JETP* **35** (8), 592 (1959).

7. H. L. Anderson, E. Fermi, E. A. Long, and D. E. Nagle, *Phys. Rev.* **85**, 936 (1952).

8. A. De Rujula, M. Georgi, and S. L. Glashow, *Phys. Rev.* **D12**, 147 (1975); S. Weinberg, *Trans. N. Y. Acad. Sci., Series II*, **38**, 185 (1977);



S. Gasiorowicz and J. L. Rosner, *Am. J. Phys.* **49**, 962 (1981); J. Gasser and H. Leutwyler, *Phys. Rep.* **87**, 78 (1982).

۹. «مدل کیسه MIT» سازوکاری را مطرح می‌کند که به لحاظ کیفی پذیرفتنی است. کوارکهای آزاد به جرم  $m$  که در پوسته‌ای کروی به شعاع  $R$  محبوس‌اند دارای جرم مؤثر  $m_{\text{eff}} = \sqrt{m^2 + (\hbar x/Rc)^2}$  هستند که  $x$  عدد بدون بعد حدود ۲٫۵ است. با استفاده از شعاع پروتون (یعنی  $10^{-13} \times 1.5$ ) برای  $R$ ،  $m_{\text{eff}} = 330 \text{ MeV}/c^2$  برای کوارکهای بالا و پایین به دست می‌آید. نگاه کنید به کتاب زیر F. E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons* (London: Academic, 1979), Section 18.1.

10. T. D. Lee and C. N. Yang, *Phys. Rev.* **104**, 254 (1956).

11. C. S. Wu et al., *Phys. Rev.* **105**, 1413 (1957).

برای روشنی مطلب مشکلات موجود در آزمایش را نادیده می‌گیرم. برای همسو نگه داشتن هسته‌های کبالت، باید نمونه ۱۰ دقیقه در دمای کمتر از  $1^\circ\text{K}$  قرار داده شود. تعجب‌آور نیست که آزمایشهای قبلی در پاریته ناموفق بوده‌اند.

۱۲. برای مثال نگاه کنید به کتاب

Pauli's letter to Weisskopf in W. Pauli, *Collected Scientific Papers*, Vol. I, R. Kronig and V. F. Weisskopf, eds. (New York: Wiley-Interscience, 1964), p. xii; *Scientific American* (March 1957), p. 154; P. Morrison, *Scientific American* (April 1957).

13. G. Backenstoss et al., *Phys. Rev. Lett.* **6**, 415 (1961); M. Bardon et al., *Phys. Rev. Lett.* **7**, 23 (1961).

۱۴. این امر از بخش زاویه‌ای تابع موج فضایی  $Y_l^m(\theta, \phi)$  به دست می‌آید. برای مثال نگاه کنید به مرجع ۳ صفحه ۱۸۶ (یا انتهای مسئله ۵-۳).

15. D. H. Perkins, *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1982), p. 99.

16. C. Baltary et al., *Phys. Rev. Lett.* **15**, 591 (1965).

۱۷. این مقاله قبل از سرنگونی پاریته نوشته شده است

M. Gell-Mann and A. Pais, *Phys. Rev.* **97**, 1387 (1955).

اما اگر  $CP$  را به جای  $C$  بگذاریم ایده اصلی تغییر نمی‌کند. البته نویسندگان نمودار کوارکی مانند شکل ۴-۱۲ را رسم نکردند، بلکه اساس بحث خود را بر معادله (۴-۶۴) گذاشتند و این واقعیت که  $K^0$  و  $\bar{K}^0$  به  $\pi^+ + \pi^-$  وامی‌باشد. بنابراین،  $K^0 \leftrightarrow \pi^+ + \pi^- \leftrightarrow \bar{K}^0$ .

18. J. W. Cronin and M. S. Greenwood, *Phys. Today* (July 1982), p. 38. کرونین یک قرارداد نامتعارف را استفاده کرده است. در معادله (۴-۶۶) ما  $a - 1$  گذاشته است، اما فیزیک آن یکسان است.

19. K. Lande et al., *Phys. Rev.* **103**, 1901 (1956).

۲۰. آشکارسازی این اختلاف جرم اندک خود داستانی جذاب است. برای مثال نگاه کنید به مرجع ۱۵، بخش ۱۶-۱۳-۱.

21. J. H. Christenson et al., *Phys. Rev. Lett.* **13**, 138 (1964).

22. S. Gjesdal et al., *Phys. Lett.* **52B**, 113 (1974); S. Bennett et al., *Phys. Rev. Lett.* **19**, m 993 (1967); D. Dorfman et al., *Phys. Rev. Lett.* **19**, 987 (1967).

23. F. Wilczek, *Scientific American* (December 1980).

۲۴. برخوردهای عالی غیررسمی برگشت زمان عبارت‌اند از O. E. Overseth, *Scientific American* (October 1969) و R. G. Sachs, *Science*, **176**, 587 (1972). هستند.

25. N. F. Ramsey, *Rep. Prog. Phys.* **45**, 95 (1982).

۲۶. قضیه  $TCP$  را جی. شوئینگر و ج. لودرز کشف کردند و پائولی آن را در نیلز بورو گسترش فیزیک کامل کرد. (New York: McGraw-Hill, 1955). ابتدا هیچ‌کس توجه چندانی به قضیه  $TCP$  نکرد، زیرا در آن زمان همه فکر می‌کردند که  $T$ ،  $C$  و  $P$  تک‌تک تقارنهای کامل هستند. فقط با سقوط پارته و مخصوصاً نقض  $CP$  بود که اهمیت این قضیه کاملاً درک شد.

### مسائل

۴-۱ ثابت کنید که  $I$ ،  $R_+$ ،  $R_-$ ،  $R_a$ ،  $R_b$  و  $R_c$  همه تقارنهای مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. [راهنمایی: یک روش انجام این کار علامتگذاری سه‌گوشه مانند شکل ۴-۲ است. یک عملگر تقارن معین  $A$  را به مکانی می‌برد که قبلاً  $A$ ،  $B$  یا  $C$  اشغال‌کردن بودند. اگر  $A \rightarrow A$  باشد یا  $B \rightarrow B$  و  $C \rightarrow C$  یا  $B \rightarrow C$  و  $C \rightarrow B$ ]

۴-۲ یک «جدول ضرب» برای گروه مثلث بسازید. جاهای خالی را در نمودار زیر پر کنید.

	$I$	$R_+$	$R_-$	$R_a$	$R_b$	$R_c$
$I$						
$R_+$						
$R_-$						
$R_a$						
$R_b$						
$R_c$						

[در سطر  $i$ ، ستون  $j$  حاصل ضرب  $R_i R_j$  را قرار دهید.] آیا این یک گروه آبلی است؟ با نگاه کردن به جدول ضرب چگونه می‌توانید بگویید؟

۳-۴ گروه مثلث، مانند هر گروه دیگر، یک نمایش بدیهی یک‌بعدی دارد. همچنین یک نمایش غیربدیهی یک‌بعدی هم دارد، که همه اجزای آن با ۱ نشان داده نمی‌شوند. این نمایش یک‌بعدی اخیر را به دست آورید. یعنی، ببینید هر جزء گروه با چه عددی (ماتریس  $1 \times 1$ ) نمایش داده می‌شود؟ آیا این نمایش صادق است؟

۴-۴ تقارن گروه مربع را به دست آورید. این گروه چند جزء دارد؟ جدول ضرب آن را بسازید و تعیین کنید که گروه آبلی هست یا نه؟

۵-۴ (الف) نشان دهید مجموعه همه ماتریسهای یکانی  $n \times n$  یک گروه را تشکیل می‌دهند. (برای اثبات این بستگی مثلاً باید نشان دهید که حاصل ضرب دو ماتریس یکانی خودش یکانی است.) (ب) نشان دهید که مجموعه همه ماتریسهای یکانی  $n \times n$  با دترمینان ۱ گروهی را تشکیل می‌دهند.

(ج) نشان دهید  $O(n)$  یک گروه است.

(د) نشان دهید  $SO(n)$  یک گروه است.

۶-۴ بردار دو‌بعدی  $A$  را در نظر بگیرید. فرض کنید که مؤلفه‌های آن نسبت محورهای دکارتی  $x, y$ ،  $(a_x, a_y)$  هستند. مؤلفه‌های آن  $(a'_x, a'_y)$  نسبت به دستگاه  $x', y'$  که به اندازه زاویه  $\theta$  نسبت به  $x$  و  $y$  پاد ساعتگرد چرخیده است چیست؟ پاسخ خود را به شکل ماتریس  $2 \times 2$ ،  $R(\theta)$  بیان کنید:

$$\begin{pmatrix} a'_x \\ a'_y \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

نشان دهید  $R$  یک ماتریس متعامد است. دترمینان آن چیست؟ مجموعه همه این دورانها تشکیل یک گروه می‌دهند. نام این گروه چیست؟ با ضرب ماتریسها نشان دهید که

$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2)$  است. آیا این گروه آبلی است؟

۷-۴ ماتریس  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  را در نظر بگیرید. آیا در گروه  $O(2)$  است؟ در  $SO(2)$  چه؟ اثر آن

روی بردار  $A$  مسئله ۶-۴ چیست؟ آیا این یک دوران ممکن در صفحه را توصیف می‌کند؟  
 ۸-۴ فرض کنید الکترون را یک کره جامد کلاسیک به شعاع  $r$  و جرم  $m$  در نظر بگیریم، که با تکانه زاویه‌ای  $\frac{1}{2}\hbar$  می‌چرخد. سرعت نقطه‌ای روی «استوای» آن چقدر است؟ به‌طور تجربی می‌دانیم  $r$  کوچک‌تر از  $10^{-16}$  سانتیمتر است. سرعت استوایی متناظر آن چقدر است؟ چه نتیجه‌ای از این می‌گیرید؟  
 ۹-۴ وقتی تکانه زاویه‌ای را با استفاده از معادله (۱۲-۴) جمع می‌کنید، خوب است که با شمارش تعداد حالت قبل و بعد از جمع، نتایج خود را امتحان کنید. برای نمونه، در مثال ۱-۴ برای شروع دو کوآرک داشتیم که هر کدام می‌توانستند دارای  $m_s = +\frac{1}{2}$  یا  $m_s = -\frac{1}{2}$  باشند، به‌طوری که روی هم‌رفته چهار حالت ممکن وجود داشت. پس از جمع اسپینها، یک ترکیب با اسپین ۱ (بنابراین  $m_s = 1, 0$  یا  $-1$ ) و یکی با اسپین صفر ( $m_s = 0$ ) داشتیم — دوباره چهار حالت ممکن.  
 (الف) با استفاده از مثال ۲-۴ را امتحان کنید:

(ب) تکانه زاویه‌ای ۲ و ۱ و  $\frac{1}{2}$  را جمع کنید: مقادیر ممکن تکانه زاویه‌ای کل را فهرست‌بندی کنید و با شمارش حالتها جواب خود را امتحان کنید.

۱۰-۴ نشان دهید واکنش واپاشی بتازای «اولیه»  $n \rightarrow p + e$  پایستگی تکانه زاویه‌ای را نقض می‌کند (هر سه ذره دارای اسپین  $\frac{1}{2}$  هستند). اگر شما به‌جای پاتولی بودید پیشنهاد می‌کردید که واکنش واقعی  $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$  است، چه اسپینی را برای نوترینو در نظر می‌گرفتید؟  
 ۱۱-۴ در واپاشی  $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$  مقادیر ممکن عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری  $l$  در حالت نهایی چیست؟

۱۲-۴ یک الکترون در اتم هیدروژن در حالتی با عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری  $l = 1$  قرار دارد. اگر عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای کل  $z$  برابر  $\frac{3}{2}$  و مؤلفه  $z$  تکانه زاویه‌ای کل  $\frac{1}{2}\hbar$  باشد احتمال یافتن الکترون در  $m_s = +\frac{1}{2}$  چیست؟

۱۳-۴ فرض کنید دو ذره با اسپین ۲ دارید که هر یک در حالت با  $S_z = 0$  قرار دارند. اگر تکانه زاویه‌ای کل این دستگاه را اندازه بگیرید و بدانید که تکانه زاویه‌ای مداری صفر است چه مقادیر ممکن به‌دست می‌آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟ امتحان کنید که جمع آنها ۱ می‌شود.  
 ۱۴-۴ فرض کنید که ذره‌ای با اسپین  $\frac{3}{2}$  و دیگری با اسپین ۲ دارید. اگر بدانید که تکانه زاویه‌ای مداری آنها صفر است و اسپین کل سیستم مرکب  $\frac{5}{2}$  و مؤلفه  $z$  آن  $-\frac{1}{2}$  است، در اندازه‌گیری  $S_z$  ذره‌ای با اسپین ۲ چه مقادیری به‌دست می‌آورید؟ احتمال هر کدام چقدر است؟ امتحان کنید که جمع اینها ۱ می‌شود.

۱۵-۴ امتحان کنید که  $\chi_{\pm}$  معادله (۲۲-۴) ویژه بردارهای بهنجار  $\hat{S}_x$  هستند [معادله (۲۱-۴)] و ویژه مقادارهای مربوطه را بیابید.

۱۶-۴ نشان دهید که  $|a|^2 + |b|^2 = 1$  [معادله (۲۴-۴)]. ثابت کنید اسپینور مورد بحث بهنجار است [معادله (۲۰-۴)].

۱۷-۴ (الف) ویژه مقادارها و ویژه اسپینورهای بهنجار  $\hat{S}_y$  را به دست آورید [معادله (۲۱-۴)].  
 (ب) اگر  $S_y$  را برای الکترونی در حالت  $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  اندازه گیری کنید، چقدر مقادیری به دست می آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟

۱۸-۴ الکترونی را در حالت  $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$  در نظر بگیرید.

(الف) اگر  $S_x$  را اندازه بگیرید، چه مقادیری به دست می آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟

(ب) اگر  $S_y$  را اندازه بگیرید، چه مقادیری به دست می آورید و احتمال هر یک چیست؟

(ج) اگر  $S_z$  را اندازه بگیرید، چه مقادیری به دست می آورید و احتمال هر کدام چقدر است؟

۱۹-۴ (الف) نشان دهید که  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1$  است. (در واقع، «۱» در اینجا به معنی ماتریس یکه  $2 \times 2$  است؛ اگر نوع ماتریس مشخص نشود، آن را یکه در نظر می گیریم.)

(ب) نشان دهید که  $\sigma_z \sigma_x = i\sigma_y$ ,  $\sigma_y \sigma_z = i\sigma_x$ ,  $\sigma_x \sigma_y = i\sigma_z$  است.

این نتایج در فرمول زیر خلاصه شده اند.

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i\epsilon_{ijk} \sigma_k$$

(جمع روی  $k$  اعمال می شود) که  $\delta_{ij}$  دلتای کرونکر است:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } i = j \\ 0, & \text{بقیه جاها} \end{cases}$$

و  $\epsilon_{ijk}$  نماد لوی چی ویتا است:

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{اگر } ijk = ۱۲۳, ۲۳۱ \text{ یا } ۳۱۲ \\ -1, & \text{اگر } ijk = ۱۳۲, ۲۱۳ \text{ یا } ۳۲۱ \\ 0, & \text{بقیه جاها} \end{cases}$$

۲۰-۴ با استفاده از نتایج مسئله ۱۹-۴ نشان دهید که

(الف) جابه‌جاگر  $[A, B] \equiv AB - BA$ ، دو ماتریس پائولی برابر است با  $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$ .

(ب) یاد جابه‌جاگر  $\{A, B\} \equiv AB + BA$ ، برابر است با  $\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}$ .  
 (ج) برای هر دو بردار  $\mathbf{a}$  و  $\mathbf{b}$  داریم:  $(\sigma \cdot \mathbf{a})(\sigma \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\sigma \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ .  
 ۲۱-۴ (الف) نشان دهید که  $e^{i\pi\sigma_z/2} = i\sigma_z$  است.

(ب) ماتریس  $U$  نشانگر دوران  $180^\circ$  حول محور  $y$  را پیدا کنید، و نشان دهید همان‌طور که انتظار داریم، این ماتریس «اسپین بالا» را به «اسپین پایین» تبدیل می‌کند.  
 (ج) به‌طور کلی نشان دهید که

$$U(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} - i(\hat{\theta} \cdot \sigma) \sin \frac{\theta}{2}$$

که  $U(\theta)$  از معادله (۲۸-۴) به دست می‌آید،  $\theta$  اندازه  $\theta$  و  $\hat{\theta} = \theta/\theta$  است.

[راهنمایی: از قسمت (ج) مسئله (۲۰-۴) استفاده کنید.]

۲۲-۴ (الف) نشان دهید  $U$  در معادله (۲۸-۴) یکانی است.

(ب) نشان دهید  $\det U = 1$  است.

[راهنمایی: می‌توانید این کار را مستقیماً انجام دهید (پانوشت اول صفحه ۱۴۱ را ببینید) یا از نتایج مسئله ۲۱-۴ استفاده کنید.]

۲۳-۴ بسط مطالب بخش ۴-۴ به اسپینهای بالاتر نسبتاً سراسر است. برای اسپین ۱ سه حالت داریم ( $m_s = +1, 0, -1$ ) که با بردارهای ستونی نشان می‌دهیم:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

مسئله فقط تدوین ماتریس  $3 \times 3$ ،  $\hat{S}_x$ ،  $\hat{S}_y$  و  $\hat{S}_z$  است. کار بعدی ساده است:

(الف)  $\hat{S}_z$  را برای اسپین ۱ بنویسید.

برای به دست آوردن  $\hat{S}_x$  و  $\hat{S}_y$  ساده‌تر است کار را با عملگرهای «بالا برنده» و «پایین برنده»،  $S_{\pm} \equiv S_x \pm iS_y$ ، که ویژگی زیر را دارند، آغاز کنید:

$$S_{\pm}|sm\rangle = \hbar\sqrt{s(s+1) - m(m \pm 1)}|s(m \pm 1)\rangle$$

(ب) ماتریسهای  $\hat{S}_+$  و  $\hat{S}_-$  را برای اسپین ۱ تشکیل دهید.

(ج) با استفاده از (ب) ماتریسهای  $\hat{S}_x$  و  $\hat{S}_y$  را برای اسپین ۱ تعیین کنید.

(د) همینها را برای اسپین  $\frac{3}{2}$  به دست آورید.

۲۴-۴ ایزواسپین  $|II_2\rangle$  متناسب به هر یک از ذرات زیر را تعیین کنید (به نمودار راه هشت‌گانه فصل ۱ مراجعه کنید):  $\Omega^-, \Sigma^+, \Xi^0, \rho^+, \eta$  و  $\bar{K}^0$ .

۲۵-۴ (الف) تحقیق کنید که فرمول گلمان-نیشی جیما برای کوارکهای  $u, d, s$  به کار می‌رود.

(ب) ایزواسپین مناسب،  $|II_2\rangle$ ، برای پاد کوارکهای  $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$  چیست؟ بررسی کنید که مقادیر شما با فرمول گلمان-نیشی جیما سازگار است.

[چون  $Q, I_2, A$  و  $S$  همه وقتی کوارکها را با هم ترکیب می‌کنید جمع می‌شوند، نتیجه می‌گیریم که فرمول گلمان-نیشی جیما برای همه هادرونها متشکل از  $u, d, s, \bar{u}, \bar{d}$  و  $\bar{s}$  صادق است.]

۲۶-۴ (الف) فرمول گلمان-نیشی جیما، معادله (۴-۳۷)، در اوایل دهه پنجاه پیشنهاد شد که خیلی قبل از کشف افسون، زیبایی یا حقیقت بود. با استفاده از جدول خواص کوارکها (صفحه ۵۶) و ایزواسپین آنها، معادله (۴-۳۸)، فرمول کلی که  $Q$  را برحسب  $A, I_2, S, C, B$  و  $T$  بیان می‌کند، نتیجه بگیرید.

(ب) چون  $u$  و  $d$  تنها کوارکهای با ایزواسپین غیرصفر هستند باید بتوان  $I_2$  را برحسب  $U$  (بالایی) و  $D$  (پایینی) بیان کرد. فرمول آن چیست؟ همین‌طور،  $A$  را برحسب عددهای طعم  $U, D, S, C, B$  و  $T$  بیان کنید.

(ج) با استفاده از اینها، فرمولی برای  $Q$  برحسب عددهای طعم به دست آورید. (یعنی،  $A$  و  $I_2$  را از فرمول قسمت (الف) حذف کنید). این روایت اخیر، واضح‌ترین بیان فرمول گلمان-نیشی جیما را در مدل سه نسل کوارک نشان می‌دهد.

۲۷-۴ برای دو ذره با ایزواسپین  $\frac{1}{2}$  نشان دهید که  $\mathbf{I}^{(1)} \cdot \mathbf{I}^{(2)} = \frac{1}{4}$  در حالت سه‌تایه و  $-\frac{3}{4}$  در حالت تک‌تایه است. [راهنمایی: دوطرف  $\mathbf{I}_{\text{tot}} = \mathbf{I}^{(1)} + \mathbf{I}^{(2)}$  را به توان دو برسانید].

۲۸-۴ (الف) با مراجعه به معادله‌های (۴۷-۴) و (۴۸-۴) تمام دامنه‌های پراکندگی  $\pi N, M_a$  تا  $M_z$  را برحسب  $M_1$  و  $M_2$  به دست آورید.

(ب) معادله (۴۹-۴) را تعمیم دهید تا  $1^\circ$  سطح مقطع موجود را در بر بگیرد.

(ج) به همین روش معادله (۵۰-۴) را تعمیم دهید.

۲۹-۴ نسبت سطح مقطعهای واکنشهای زیر را وقتی انرژی کل در  $CM$   $1232 \text{ MeV}$  است، به دست آورید: (الف)  $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0$ ؛ (ب)  $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$ ؛ (ج)  $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$ .

۳۰-۴ ایزواسپین کل ممکن در واکنشهای زیر چقدر است: (الف)  $K^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^+$ ؛ (ب)  $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$ . نسبت دو سطح مقطع را با این فرض که یک کانال ایزواسپین یا

کانال دیگر برتری دارد، به دست آورید.

۳۱-۴ در نمودار شکل ۴-۶ «تشدیدهایی» را در ۱۵۲۵، ۱۶۸۸، ۱۹۲۰ و ۲۱۹۰ (علاوه بر تشدید در ۱۲۳۲) مشاهده می‌کنیم. با مقایسه دو منحنی، ایزواسپین هر تشدید را تعیین کنید. نام  $N$  (که جرم پس از آن می‌آید) مربوط به حالت با  $I = \frac{1}{2}$  و  $\Delta$  برای هر حالت با  $I = \frac{3}{2}$  به کار می‌رود. بنابراین نوکلئون  $N(۹۳۹)$  است و  $\Delta$ ی «اولیه»  $\Delta(۱۲۳۲)$  است. تشدیدهای دیگر را نامگذاری کنید و پاسخهای خود را با نگاه به کتابچه داده‌های مربوط به ذرات تأیید کنید.

۳۲-۴  $\Sigma^{*0}$  می‌تواند به صورت‌های  $\Sigma^+ + \pi^-$ ،  $\Sigma^0 + \pi^0$  یا  $\Sigma^- + \pi^+$  واپاشد (همچنین  $\Lambda + \pi^0$ ، اما در اینجا به آن علاقه‌مند نیستیم). فرض کنید  $10^\circ$  فروپاشی از این نوع را مشاهده می‌کنید. انتظار دارید از هر نوع چند تا ببینید؟

۳۳-۴ (الف) ذره  $\alpha$  حالت مقید دو پروتون و دو نوترون است، که هسته  ${}^4\text{He}$  است. ایزوتوپ هیدروژن با جرم اتمی چهار ( ${}^4\text{H}$ ) یا لیتیم  ${}^7\text{Li}$  وجود ندارد. چه نتیجه‌ای در مورد ایزواسپین ذره  $\alpha$  می‌گیرید؟

(ب) چرا واکنش  $d + d \rightarrow \alpha + \pi^0$  هرگز مشاهده نشده است؟ بگویید چرا.

(ج) آیا انتظار دارید  ${}^9\text{Be}$  موجود باشد؟ دربارهٔ حالت مقید چهار نوترون چه می‌گویید؟

۳۴-۴ (الف) با استفاده از معادلهٔ (۴-۵۲) ثابت کنید ویژه مقادیر  $P$  برابر  $\pm 1$  هستند.

(ب) نشان دهید هر تابع  $f(x, y, z)$  را می‌توان به صورت جمع ویژه تابع  $f_+(x, y, z)$  با ویژه مقدار  $+1$  و ویژه تابع  $f_-(x, y, z)$  با ویژه مقدار  $-1$ ، بیان کرد. توابع  $f_+$  و  $f_-$  را برحسب  $f$  تشکیل دهید.

۳۵-۴ (الف) آیا نوترینو ویژه حالت  $P$  است؟ اگر چنین است پاریتهٔ ذاتی آن چیست؟

(ب) اکنون می‌دانیم که  $\tau^+$  و  $\theta^+$  هر دو واقعاً  $K^+$  هستند. کدام یک در معادلهٔ (۴-۵۳) واقعاً پایستگی پاریته را نقض می‌کند؟

۳۶-۴ (الف) با استفاده از اطلاعات جدول ۴-۶، پاریتهٔ  $G$  مزونهای زیر را تعیین کنید:  $\pi(140)$ ،  $\rho(770)$ ،  $\omega(783)$ ،  $\eta(549)$ ،  $\eta'(958)$ ،  $\phi(1020)$ ،  $f(1270)$ .

(ب) نشان دهید  $R_2|I^0\rangle = (-1)^I|I^0\rangle$  و از این نتیجه برای اثبات معادلهٔ (۴-۶۰) استفاده کنید.

۳۷-۴ واپاشیهای غالب مزون  $\eta$  عبارت‌اند از:

$$\eta \rightarrow 2\gamma(39\%), \quad \eta \rightarrow 3\pi(56\%), \quad \eta \rightarrow \pi\pi\gamma(5\%)$$

و به‌عنوان ذرهٔ «پایدار» طبقه‌بندی شده است. بنابراین واضح است که هیچ‌یک از اینها برهم‌کنش



قوی ناب نیستند. در نگاه اول این موضوع عجیب به نظر می‌رسد زیرا در  $549 \text{ MeV}/c^2$  جرم  $\eta$  کافی برای واپاشی قوی به  $2\pi$  یا  $3\pi$  دارد.

(الف) بگویید چرا مد واپاشی  $2\pi$  برای برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی و قوی هر دو ممنوع است.

(ب) بگویید چرا مد واپاشی  $3\pi$  در برهم‌کنش قوی ممنوع اما در واپاشی الکترومغناطیسی مجاز است.

۳۸-۴ برای اینکه دو ذره بتوانند به هم تبدیل شوند،  $A \rightleftharpoons B$ ، باید جرم یکسان داشته باشند (که در عمل یکی باید پاد ذره دیگری باشد)، باریکسان، اعداد باریونی و لپتونی یکسان داشته باشند. در مدل استاندارد با سه نسل معمولی نشان دهید که  $A$  و  $B$  باید مزونهای خنثی باشند و کوارکهای موجود در آنها یکی باشد. کدام یک از این ذرات تاکنون پیدا شده است؟ چرا نوترون و پاد نوترون مانند  $K^0$  و  $\bar{K}^0$  که با هم مخلوط و  $K_1$  و  $K_2$  را به وجود می‌آورند، با هم مخلوط نمی‌شوند؟ چرا مخلوط مزونهای برداری شگفت خنثای  $K^{*0}$  و  $\bar{K}^{*0}$  را مشاهده نمی‌کنیم؟

۳۹-۴ فرض کنید می‌خواهید به کسی در یک کهکشان دوردست اطلاع دهید که قلب انسانها در سمت چپ است. چگونه می‌توانید بدون ارسال یک جسم «کمکی» واقعی (مثل یک چوب‌پنبه‌کش، باریکه نور یا قطبش دایره‌ای یا یک نوترینو) ارتباطی بدون ابهام به وجود آورید. می‌دانید که کهکشان آنها ممکن است از پاد ماده ساخته شده باشد. شما نمی‌توانید منتظر پاسخ بمانید، اما مجازید از انگلیسی استفاده کنید.

## حالت‌های مقید

بیشتر این فصل به نظریه غیرنسبیتی حالت‌های مقید دو ذره‌ای اختصاص دارد، با تأکید بر هیدروژن  $(e^-p^+)$ ، پوزیترونیم  $(e^-e^+)$ ، چارمونیم  $(cc\bar{c})$  و باتمونیم  $(bb\bar{b})$  است. از این مطالب در فصل‌های بعد استفاده نمی‌شود، بنابراین می‌توان نگاهی اجمالی به آن کرد و بعداً به آن پرداخت، یا آن را کاملاً حذف کرد. به دو ابزار از مکانیک کوانتومی مقدماتی یعنی معادله شرودینگر و نظریه اختلال نیازمندیم. خواننده‌ای که با این مطالب آشنا نیست باید به یک کتاب کوانتومی مقدماتی و بخش‌های مختص به این مطالب رجوع کند (اگرچه نکته‌های اساسی در اینجا مرور می‌شود). دو بخش نهایی [(۱-۵) (۸-۵)] [۹-۵] به دستگاه کوارک‌های سبک نسبیتی یعنی مزونها و باریون‌های شناخته‌شده مربوط می‌شود که درباره آنها با اطمینان کمتری می‌توان صحبت کرد. بیشتر درباره اسپین، طعم، رنگ توابع موج صحبت می‌کنیم و مدلی برای برآورد جرمها و گشتاورهای مغناطیسی به وجود می‌آوریم. این مواد شامل معادله شرودینگر یا نظریه اختلال نیست. بخش‌های (۱-۵) تا (۷-۵) را می‌توان مستقلاً مطالعه کرد. از این مطالب به طور مختصر در بخش پایانی فصل ۹ استفاده خواهد شد.

### ۱-۵ معادله شرودینگر برای یک پتانسیل مرکزی

تا این اواخر، نظریه حالت‌های مقید تقریباً نقش اندکی در فیزیک ذرات بنیادی داشت. البته اتم

هیدروژن (پروتون به علاوه الکترون) وجود داشت — اما این (ساده‌ترین آنها) در قلمرو فیزیک اتمی بود و دوترون (پروتون به علاوه نوترون) یعنی (ساده‌ترین هسته با اهمیت) بیشتر متعلق به فیزیک هسته‌ای بود. اگرچه، مدل کوآرک همه چیز را تغییر داد. ناگهان خود هادرونها خودشان حالت‌های مقید بودند — همه مزونها دستگاه دوکوآرکی و همه باریونها دستگاه سه‌کوآرکی بودند. با این کشف نظریه حالت‌های مقید یک جزء مهم فیزیک ذرات بنیادی شد.

تحلیل اجزای تشکیل دهنده حالت‌های مقید که با سرعت کمتر از  $c$  حرکت می‌کنند ساده‌ترین کار است. زیرا می‌توان از مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی استفاده کرد. مورد اتم هیدروژن و هادرونها متشکل از کوآرک‌های سنگین ( $c, b, t$ ) چنین است. برخورد با حالت‌های شناخته شده تر کوآرک‌های سبک (که از  $s, d, u$  ساخته شده‌اند) مشکل تر است، زیرا آنها ذاتاً نسبیتی هستند و نظریه میدان نسبیتی (که فعلاً به کار می‌رود) برای مسائل حالت مقید مناسب نیست. (بیشتر روش‌های موجود با این فرض شروع می‌شود که ذرات در ابتدا آزادند، و پس از برهم‌کنش کوتاهی (نوعاً یک برخورد) باز هم آزاد هستند. در حالی که در حالت مقید، به واسطه سرشت آن، ذرات در یک دوره طولانی به طور پیوسته برهم‌کنش دارند.) بنابراین، در حال حاضر یک نظریه بسیار غنی «چارمونیم» ( $c\bar{c}$ ، دستگاه مزون  $\psi$ ) و «باتمونیم» ( $b\bar{b}$ ، دستگاه  $\Upsilon$ ) وجود دارد، ولی در مقایسه با آن چیز زیادی نمی‌توان در مورد حالت‌های برانگیخته  $u\bar{u}$  یا  $d\bar{d}$  گفت. چگونه می‌توان گفت که یک حالت مقید معین، نسبیتی است یا نه؟ ساده‌ترین معیار به صورت زیر است: اگر انرژی بستگی در مقایسه با انرژیهای سکون اجزای تشکیل دهنده کوچک باشد، دستگاه غیرنسبیتی است. \* مثلاً انرژی بستگی هیدروژن  $13.6\text{eV}$ ، در حالی که انرژی سکون الکترون  $511000\text{eV}$  است به وضوح دستگاه غیرنسبیتی است. از طرف دیگر، انرژیهای بستگی کوآرک-کوآرک از مرتبه چندصد MeV است که در حدود انرژی سکون کوآرک‌های  $u, d, s$ ، اما بسیار کمتر از  $c, b, t$  است (جدول ۴-۴). بنابراین هادرونها متشکل از کوآرک‌های سبک نسبیتی‌اند اما دستگاه‌های کوآرک سنگین چنین نیستند.

در بیشتر این فصل به حالت‌های مقید دوزره‌ای غیرنسبیتی می‌پردازیم. برای تعیین چارچوب این بحث باید ابتدا بعضی مبانی مکانیک کوانتومی را مرور کنیم [۱]. مبانی اصلی نظریه کوانتومی غیرنسبیتی معادله شرودینگر است. می‌توانم وانمود کنم که معادله شرودینگر را به دست می‌آورم — همان طور که کسی نمی‌تواند قوانین حرکت نیوتون را به دست آورد — گذشته از همه چیز، این اصل

\* به طور کلی، انرژی کل دستگاه مرکب جمع سه جمله زیر است: ۱. انرژی سکون اجزای آن، ۲. انرژی جنبشی اجزای آن، ۳. انرژی پتانسیل ترکیب آنها. دوتای آخری نوعاً با اندازه قابل مقایسه هستند (روابط دقیق از قضیه ویریا به دست می‌آید که می‌توان آن را در هر کتاب درسی مکانیک یا کوانتومی یافت). اگر انرژی بستگی خیلی کمتر از انرژیهای سکون اجزا و انرژی جنبشی آنها باشد دستگاه غیرنسبیتی است. از طرف دیگر، اگر جرم ساختار مرکب تفاوت زیادی با مجموع جرم‌های سکون اجزای قابل توجهی داشته باشد، انرژی جنبشی بزرگ و دستگاه نسبیتی است.

موضوع نظریه است. اما شاید به صورت زیر معقول جلوه کند. در مکانیک کلاسیک مجموع انرژی جنبشی  $(\frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m)$  و انرژی پتانسیل  $(V(x, y, z))$  یعنی انرژی کل  $(E)$  مقداری ثابت است\*:

$$\frac{1}{2m}p^2 + V = E \quad (1-5)$$

در مکانیک کوانتومی به جای تکانه  $p$  عملگر تکانه و به جای انرژی، عملگر انرژی را قرار می‌دهیم:

$$p \rightarrow \frac{\hbar}{i}\nabla \quad \left( p_x \rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}, p_y \rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}, p_z \rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2-5)$$

$$E \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (3-5)$$

معادله (۱-۵) مجموعه‌ای از مشتق‌هایی است که روی «تابع موج»  $\Psi(x, y, z, t)$  می‌گیریم:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V \right) \Psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi \quad (4-5)$$

این معادله (وابسته به زمان) شرودینگر است. جواب  $(\Psi)$  ذره‌ای به جرم  $m$  را در حضور تابع انرژی پتانسیل معین  $V$  توصیف می‌کند. به بیان دقیق‌تر،  $|\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz$  احتمال یافتن ذره در جزء حجم  $d^3x \equiv dx dy dz$  در زمان  $t$  است. چون ذره باید یک جایی باشد، انتگرال  $|\Psi|^2$  روی همه فضا یک می‌شود:

$$\int |\Psi|^2 d^3x = 1 \quad (5-5)$$

می‌گوییم تابع موج «بهنجار» شده است.\*\*

معادله شرودینگر را می‌توان با «جداسازی متغیرها» حل کرد. در ابتدا، در جستجوی جوابهایی

هستیم که حاصلضرب ساده تابع مکان  $\psi(x, y, z)$  و تابع زمان  $f(t)$  باشند:\*\*\*

\* در یک سیستم اتلافی (مثلاً دارای اصطکاک) انرژی مکانیکی پایسته نیست. اما در سطح میکروسکوپی چیزی به نام نیروی اتلافی وجود ندارد، و آنچه در مقیاس میکروسکوپی ناپایستگی انرژی به نظر می‌رسد تبدیل انرژی به یک شکل نامرئی (مانند گرما) است.

\*\* توجه کنید که جواب معادله شرودینگر (۴-۵) در هر ثابتی ضرب شود باز هم جواب معادله است. در عمل این ثابت را با این شرط که معادله (۵-۵) برقرار باشد انتخاب می‌کنیم؛ این فرایند «بهنجارش» تابع موج نامیده می‌شود.

\*\*\* البته بیشتر جوابهای معادله شرودینگر به این شکل نیستند. برای توجیه روش جداسازی متغیرها، نگاه کنید به مرجع ۲ بخش ۳-۳.

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) f(t) \quad (۶-۵)$$

با این فرض، معادله (۴-۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{\psi} \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi = \frac{i\hbar}{f} \frac{df}{dt} \quad (۷-۵)$$

سمت چپ فقط تابع مکان است و طرف راست فقط به زمان بستگی دارد؛ تنها راه برقراری این معادله به‌ازای همهٔ مقادیر  $x, y, z$  و  $t$  آن است که دوطرف ثابت باشند. از نظر فیزیکی این «ثابت جداسازی» نشانگر انرژی کل ذره است و آن را  $E$  می‌نامیم:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi = E\psi \quad (۸-۵)$$

$$i\hbar \frac{df}{dt} = Ef \quad (۹-۵)$$

حل معادلهٔ دوم راحت است\*:

$$f(t) = e^{-iEt/\hbar} \quad (۱۰-۵)$$

معادلهٔ اول [معادله (۸-۵)] معادلهٔ شرودینگر مستقل از زمان نامیده می‌شود. عملگر طرف چپ را به «هامیلتونی» می‌نامند:

$$H \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \quad (۱۱-۵)$$

و معادلهٔ شرودینگر (مستقل از زمان) به شکل معادلهٔ ویژه مقداری است:

$$H\psi = E\psi \quad (۱۲-۵)$$

$\psi$  ویژه تابع  $H$  و  $E$  ویژه مقدار آن است. از قرار معلوم، تابع موج کامل ذره‌ای به جرم  $m$  و انرژی  $E$  که تحت تأثیر انرژی پتانسیل  $V(x, y, z)$  به صورت زیر است:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-iEt/\hbar} \quad (۱۳-۵)$$

\* جوابهای عمومی معادله (۹-۵) شامل یک ثابت ضربی کلی است. با این حال چون می‌خواهیم  $\psi$  و  $f$  را ضرب کنیم [معادله (۶-۵)] ثابت را در  $\psi$  مخلوط می‌کنیم و  $f$  را حتی الامکان ساده نگه می‌داریم.

که  $\psi$  در معادله (۸-۵) صدق می‌کند.\*

در مورد پتانسیل با تقارن کروی (یا «مرکزی»)،  $V$  فقط تابع فاصله از مبدأست، و مختصات کروی معمول  $(r, \theta, \phi)$  را اختیار می‌کنیم، که در آن لاپلاسی  $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  به شکل زیر درمی‌آید [۲]:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (14-5)$$

اکنون می‌توان معادله شرودینگر مستقل از زمان را با جداسازی متغیرها حل کرد. با نوشتن:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (15-5)$$

معادله (۸-۵) به سه معادله دیفرانسیل (معمولی) برای توابع  $R$  و  $\Theta$  و  $\Phi$  تبدیل می‌شود:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) = \left[ \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E) \right] R \quad (16-5)$$

$$\sin \theta \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = [m_l^2 - l(l+1) \sin^2 \theta] \Theta \quad (17-5)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -m_l^2 \Phi \quad (18-5)$$

ثابتهای جداسازی  $l$  و  $m_l$  به‌طور مناسب انتخاب شده‌اند، زیرا دقیقاً با اعداد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مداری معرفی شده در فصل ۴ متناسب هستند. جواب معادله (۱۸-۵) ساده است:\*\*

$$\Phi(\phi) = e^{im_l \phi} \quad (19-5)$$

\* توجه کنید که  $|\Psi|^2 = |\psi|^2$ . برای بیشتر مقاصد فقط به مرجع قدرمطلق تابع موج علاقه‌مندیم و ما صرفاً با  $\psi$  کار خواهیم کرد. به‌طور سطحی، اغلب  $\psi$  را «تابع موج» می‌نامیم، اما به‌خاطر داشته باشید که تابع موج کامل دارای جمله‌نمایی وابسته به زمان نیز هست.

\*\* دومین جواب (مستقل خطی)،  $e^{-im_l \phi}$ ، مربوط به مقادیر منفی  $m_l$  است. به‌جای آن می‌توان از  $\sin(m_l \phi)$  و  $\cos(m_l \phi)$  استفاده کرد. در الکترواستاتیک (جایی که همین مسئله حل معادله لاپلاس مطرح می‌شود) این کار را می‌کنیم، زیرا پتانسیل باید حقیقی باشد. اما در مکانیک کوانتومی این محدودیت برای  $\psi$  وجود ندارد و شکل‌نمایی (۱۹-۵) بهتر است، زیرا، برخلاف سینوس و کسینوس، یک ویژه‌حالت  $L_z$  است. توجه کنید برای اینکه  $\Phi(\phi + 2\pi) = \Phi(\phi)$  باشد،  $m_l$  باید عدد صحیح باشد. چون  $\phi$  و  $\phi + 2\pi$  باید یک نقطه هندسی را توصیف کنند.

جوابهای معادله (۱۷-۵) ناشناخته‌ترند؛ آنها به توابع به اصطلاح لژاندر وابسته هستند [۳]:

$$\Theta(\theta) = P_l^{m_l}(\cos \theta) \quad (20-5)$$

که (در صورتی که علاقه‌مند باشید)\* به صورت زیرند:

$$P_l^{m_l}(z) = \frac{1}{2^l l!} (1 - z^2)^{m_l/2} \left( \frac{d}{dz} \right)^{(l+m_l)} (z^2 - 1)^l \quad (21-5)$$

در واقع، مرسوم است که  $\Theta$  و  $\Phi$  را با عامل بهنجارش مناسب به شکل هماهنگ‌های کروی ترکیب کرد: \*\*

$$Y_l^{m_l}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m_l)!}{4\pi(l+m_l)!}} (-1)^{m_l} P_l^{m_l}(\cos \theta) e^{im_l \phi} \quad (22-5)$$

هماهنگ‌های کروی را در بسیاری مراجع (از جمله کتابچه اطلاعات ذرات) می‌توان یافت. بعضی اطلاعات مفیدتر در جدول ۱-۵ آورده شده است.

لطفاً نگذارید که ظاهر پیچیده فرمولها شما را نگران کند. آنها را عمدتاً برای کامل بودن در اینجا آورده‌ام، همچنین می‌خواهم نشان دهم که بخش زاویه‌ای تابع موج چیز اسرارآمیزی نیست؛ بلکه این بخش شامل توابعی است که چندان شناخته‌شده نیستند. اما، توجه کنید که با وجود اسامی پرزرق و برقشان آنها فقط ترکیب سینوسها و کسینوسها و جملات نمایی هستند. بستگی زاویه‌ای مورد نظر ما نیست، بلکه معادله (۱۶-۵) است که فقط به پتانسیل خاصی مربوط می‌شود. با وارد کردن تابع جدید زیر اندکی وضعیت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$u(r) \equiv rR(r) \quad (23-5)$$

با این تبدیل معادله (۱۶-۵) به صورت زیر درمی‌آید

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left[ V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m r^2} \right] u = Eu \quad (24-5)$$

این را معادله شعاعی شرودینگر می‌نامیم. عجیب اینکه این معادله درست شکل معادله (۸-۵) در

\* توجه کنید که معادله (۲۱-۵) وقتی معنی دارد که،  $l$  مانند  $m_l$ ، عدد صحیح باشد و به‌ازای  $l > m_l$  صفر می‌شود.

معادله (۱۷-۵) برای مقادیر دیگر  $l$  و  $m_l$  دارای جوابهایی است، اما آنها توابع موج قابل بهنجار را نمی‌دهند.

\*\*  $m_l \geq 0$  در نظر می‌گیریم؛ برای  $m_l < 0$  از رابطه  $Y_l^{m_l} = (-1)^{m_l} (Y_l^{-m_l})^*$  استفاده می‌کنیم.

جدول ۱-۵ هماهنگهای کروی برای  $l = 0, 1, 2, 3$ 

$$\begin{aligned}
 Y_0^0 &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, & Y_1^0 &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, & Y_2^0 &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1), \\
 Y_1^{\pm 1} &= \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}, & Y_2^{\pm 1} &= \mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}, \\
 Y_2^{\pm 2} &= \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}, & Y_3^0 &= \sqrt{\frac{7}{64\pi}} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta), \\
 Y_3^{\pm 1} &= -\sqrt{\frac{21}{64\pi}} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) e^{\pm i\phi}, & Y_3^{\pm 2} &= \sqrt{\frac{105}{32\pi}} \sin^2 \theta \cos \theta e^{\pm 2i\phi}, \\
 Y_3^{\pm 3} &= -\sqrt{\frac{35}{64\pi}} \sin^3 \theta e^{\pm 3i\phi}
 \end{aligned}$$

یک بعد را دارد، بجز اینکه پتانسیل به اندازه  $(\hbar^2/2m)l(l+1)/r^2$ ، موسوم به «سد مرکزگرایز» افزایش یافته است.

تا آنجا که می‌توان موضوع را به‌طور کلی دنبال کرد به معادله (۲۴-۵) می‌رسیم؛ در اینجا باید پتانسیل خاص  $V(r)$  مربوط به مسئله مورد نظر را وارد کرد. خط‌مشی ما حل معادله شعاعی برای  $u(r)$  است تا نتیجه را با هماهنگ کروی مناسب ترکیب کنیم و تابع موج کلی  $\psi$  را به دست آوریم. در مراحل حل معادله شعاعی درمی‌یابیم که فقط مقادیر خاصی از  $E$  به نتایج قابل قبول می‌انجامند. برای اغلب مقادیر  $E$ ، جواب معادله (۲۴-۵) در  $r$ های بزرگ بی‌نهایت شود، و تابع موج به‌نچارش ناپذیری را می‌دهد. چنین جوابی نشانگر یک حالت فیزیکی ممکن نیست. این جزئیات فنی منشأ بارزترین و مهم‌ترین جنبه‌های مکانیک کوانتومی است: انرژی یک دستگاه مقید نمی‌تواند هر مقداری را داشته باشد (از نظر کلاسیک می‌تواند)، بلکه فقط مقادیر خاص معینی را موسوم به «انرژیهای مجاز» اختیار می‌کند. در واقع، به خود تابع موج علاقه‌مند نیستیم، بلکه طیف انرژیهای مجاز مورد نظر است.

## ۲-۵ اتم هیدروژن

اتم هیدروژن متشکل از یک الکترون و یک پروتون است. اما، پروتون (نسبتاً) چنان سنگین است که فقط در مبدأ قرار می‌گیرد، تابع موج مورد نظر ما فقط مربوط به الکترون است. انرژی پتانسیل



آن ناشی از جاذبه الکتریکی هسته است (که برحسب یکاهای گاوسی) برابر است با

$$V(r) = -\frac{e^2}{r} \quad (25-5)$$

وقتی این پتانسیل را در معادله شعاعی قرار دهیم (مسئله ۵-۵) درمی‌یابیم که جوابهای بهنجارش‌پذیر فقط وقتی به دست می‌آید که  $E$  یکی از مقادیر معین زیر را داشته باشد.

$$E_n = -\frac{me^2}{2\hbar^2 n^2} = -\alpha^2 mc^2 \left( \frac{1}{2\pi^2} \right) = -13.6 \text{ eV}/n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (26-5)$$

که

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137.036} \quad (27-5)$$

ثابت ساختار ریز است. تابع موج متناظر (بهنجارشده) برابر است با [۴]

$$\psi_{n,l,m_l}(r, \theta, \phi) = \left\{ \left( \frac{2}{na} \right)^2 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^2} \right\}^{1/2} e^{-r/na} \left( \frac{2r}{na} \right)^l L_{n-l-1}^{2l+1} \left( \frac{2r}{na} \right) Y_l^{m_l}(\theta, \phi) \quad (28-5)$$

که

$$a \equiv \frac{\hbar^2}{me^2} = 0.529 \times 10^{-8} \text{ cm} \quad (29-5)$$

«شعاع بور» (یعنی تقریباً از شعاع اتم هیدروژن) است و

$$L_{q-p}^p(z) \equiv (-1)^p \left( \frac{d}{dz} \right)^p \left[ e^z \left( \frac{d}{dz} \right)^q (e^{-z} z^q) \right] \quad (30-5)$$

چند جمله‌ای لژاندر وابسته است. بدیهی است که، تابع موج کمی ناجور است، اما این موضوع ما را نگران نمی‌کند. مسئله مهم فرمول انرژیهای مجاز معادله (۲۶-۵) است. [این نتیجه را ابتدا بور در ۱۹۱۳ (بیش از یک دهه قبل از معادله شرودینگر) با ترکیب ماهرانه ایده‌های کلاسیک و نظریه کوانتومی ابتدایی (گرچه در بازنگری به‌طور فوق‌العاده ناشی از خوش‌شانسی است) به دست آورده بود، ترکیب که به گفته رابی «ملغمه‌ای از هنرمندی و بسارت» است.] توجه کنید که تابع موج با سه عدد

صحيح نشانه‌گذاری می‌شود:  $n$  («عدد کوانتومی اصلی») که هر عدد صحيح مثبت می‌تواند باشد و حالت انرژی را تعیین می‌کند [معادله (۲۶-۵)];  $l$  عدد صحيحی است که از صفر تا  $n - 1$  تغییر می‌کند و تکانه زاویه‌ای مداری کل را مشخص می‌کند [معادله (۲-۴)];  $m_l$  عدد صحيحی است که مقادیر بین  $-l$  تا  $+l$  را اختیار می‌کند و مؤلفه  $z$  تکانه زاویه‌ای را می‌دهد. [معادله (۴-۴)]. بدیهی است که برای هر  $l$ ،  $m_l$  های مختلف به تعداد  $(2l + 1)$  و برای هر  $n$ ،  $l$  تا  $n$  مختلف وجود دارد. تعداد کل حالت‌های متمایز که عدد کوانتومی اصلی  $n$  آنها یکسان است انرژی یکسان دارند. بنابراین:

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2 \quad (31-5)$$

این را واگنی تراز انرژی  $n$ ام می‌نامیم. اتم هیدروژن دستگاهی به صورت شگفت‌انگیز واگن است؛ تقارن کروی به تنهایی ایجاب می‌کند که  $2l + 1$  حالت با یک مقدار معین تکانه زاویه‌ای کل، واگن باشند، زیرا فقط سمتگیری  $l$  آنها متفاوت است، اما این موضوع دنباله ۱، ۳، ۵، ۷... را مطرح می‌کند، درحالی که ترازهای انرژی هیدروژن واگنیهای بالاتر: ۱، ۴، ۹، ۱۶ را دارند. اما، تاکنون اسپین الکترون همین‌طور اثر مختصر نسبیتی را نادیده گرفتیم. منظورکردن این موارد، چنانکه خواهیم دید تصحیح‌هایی را ایجاب می‌کند که واگنی «اضافی» را «بالا می‌برد» و انرژیهای بور را به دسته‌ای از ترازهای نزدیک به هم می‌شکافد.

قبل از پرداختن به این موضوع، باید بگوییم که چگونه ترازهای انرژی کوانتیده هیدروژن در آزمایشگاه ظاهر می‌شوند، زیرا در عمل خود انرژیها را اندازه نمی‌گیریم، بلکه طول موج نورگسیل شده از گذار الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین‌تر را اندازه‌گیری می‌کنیم (یا نور جذب شده وقتی که از تراز پایین‌تر به تراز بالاتر می‌رود [۵]). فوتون حامل اختلاف انرژی بین حالت ابتدایی و نهایی است. مطابق فرمول پلانک [معادله (۱-۱)] داریم:

$$E_{\text{فوتون}} = h\nu = E_{\text{اولیه}} - E_{\text{نهایی}} = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \quad (32-5)$$

طول موج گسیلی برابر است با

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (33-5)$$

که

$$R \equiv \frac{me^4 c}{4\pi\hbar^3} \quad (34-5)$$

این فرمول معروف ری‌دبرگ برای طیف هیدروژن است. این رابطه با طیف‌سنجیهای قرن نوزدهم به صورت تجربی کشف شد و در آن  $R$  یک مقدار ثابت تجربی است. مهم‌ترین پیروزی نظریه بور به دست آوردن فرمول ری‌دبرگ و محاسبه  $R$  برحسب ثابت‌های بنیادی  $c, e, m, h$  بود [شکل (۱-۵)].

### ۳-۵ ساختار ریز

با بهبود دقت طیف‌سنجی تجربی، انحراف مختصری از فرمول ری‌دبرگ مشاهده شد. خطوط طیفی به قله‌های نزدیک به هم دوتایی، سه‌تایی و حتی بیشتر تفکیک شدند. ساختار ریز را در واقع می‌توان به دو سازوکار نسبت داد که یکی تصحیح مختصر نسبیتی و دیگری جفت‌شدگی مغناطیسی اسپین الکترون و حرکت مداری آن است. این دو اثر را جداگانه بررسی می‌کنیم، سپس آنها را ترکیب می‌کنیم. اما، ابتدا اشاره‌ای به نظریه اختلال می‌کنیم. فرض کنید معادله شرودینگر را برای هامیلتونی  $H$  حل کرده‌ایم، به این معنی که انرژیهای مجاز  $E_j$  و توابع موج متناظر آن  $\psi_j$  را می‌دانیم (ز هر مجموعه شاخصهایی است که برای نشانگذاری حالتها به کار می‌رود؛ در مورد اتم هیدروژن  $l, m$  و  $m_l$ ). اکنون فرض کنید هامیلتونی را اندکی تغییر دهیم، یعنی اختلال کوچک  $\Delta H$  را اضافه کنیم، به طوری که هامیلتونی جدید  $H + \Delta H$  شود. این کار ترازهای انرژی را اندکی جابه‌جا می‌کند، و شاید برسید تراز انرژی زام،  $\Delta E_j$ ، چقدر جابه‌جا می‌شود؟ پاسخ با تقریب خوب این است که  $\Delta E_j$  مقدار میانگین  $\Delta H$  است که در حالت  $\psi_j$  حساب شده باشد (مسئله ۸-۵):\*

$$\Delta E_j = \langle \Delta H \rangle_j = \int \psi_j^* (\Delta H) \psi_j d^3x \quad (۳۵-۵)$$

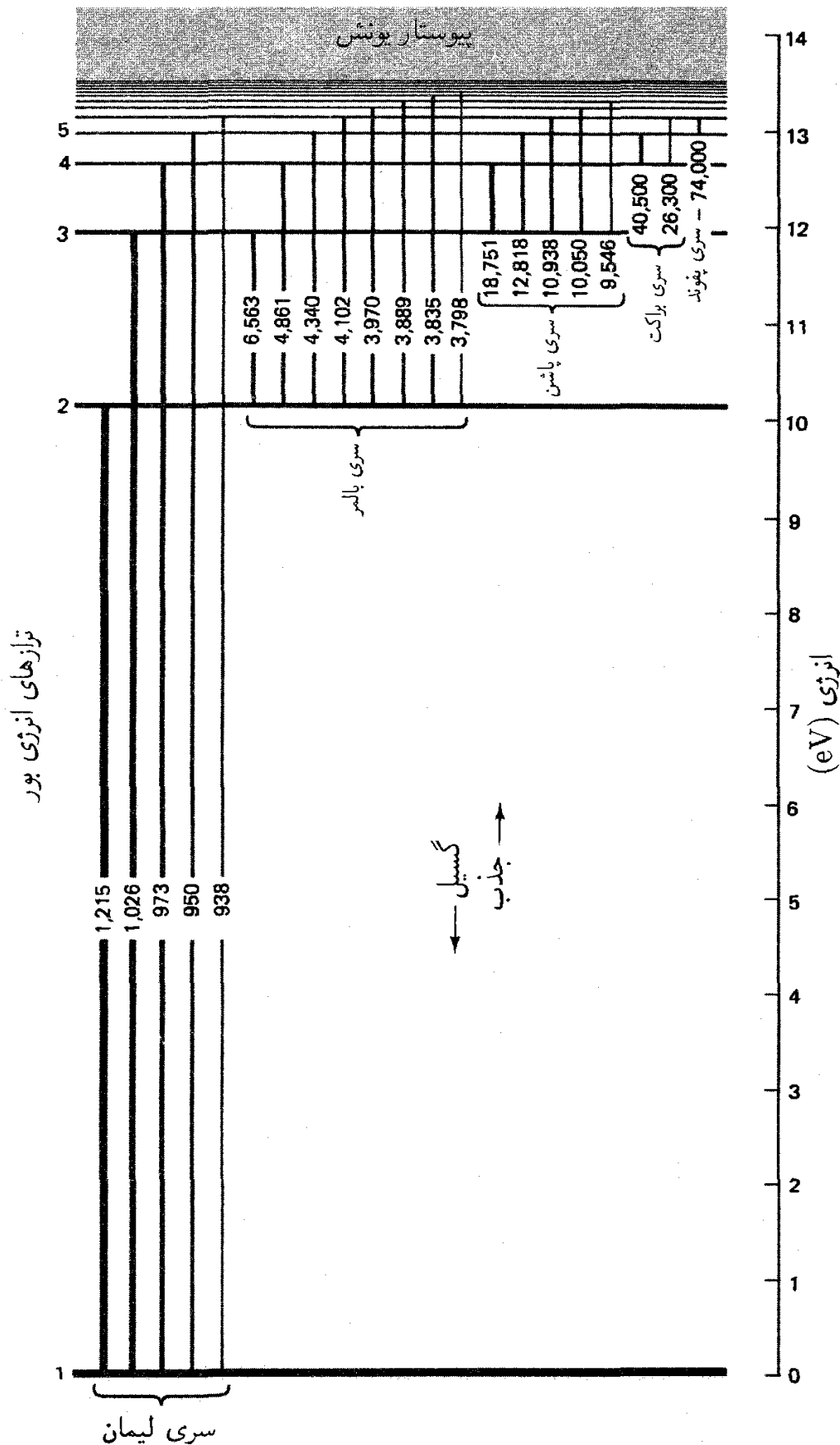
### ۱-۳-۵ تصحیح نسبیتی

برای به دست آوردن معادله شرودینگر، از فرمول انرژی جنبشی کلاسیک  $T = p^2/2m$  بهره بردم. فرمول نسبیتی (۳-۴۵) برحسب  $p$  به صورت زیر بیان می‌شود

$$\begin{aligned} T_{\text{rel}} &= \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2 = mc^2 [\sqrt{1 + (p/mc)^2} - 1] \\ &= mc^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} (p/mc)^2 - \frac{1}{8} (p/mc)^4 + \dots - 1 \right] \\ &= p^2/2m - p^4/8m^3 c^2 + \dots \end{aligned} \quad (۳۶-۵)$$

پایین‌ترین مرتبه تصحیح نسبیتی هامیلتونی عبارت است از:

\* فکر می‌کنم این نتیجه‌ای معقول است، اما اگر می‌خواهید بدانید چگونه به دست آمده است، می‌توانید به هر کتاب کوانتومی مقدماتی تحت عنوان «نظریه اختلال» نگاه کنید (مانند آنچه در مرجع ۱ آمده است).



شکل ۱-۵ طیف هیدروژن. وقتی اتمی از یک حالت به حالت دیگر می‌رود، اختلاف انرژی به صورت تابش کوانتومی ظاهر می‌شود. انرژی فوتون با بسامد تابش نسبت مستقیم با طول موج عکس دارد. جذب تابش اتم را برانگیخته می‌کند و گذار به حالت بالاتر صورت می‌گیرد. اتمی که به حالت با انرژی کمتر فرو می‌افتد تابش گسیل می‌کند. طیف به صورت سریهایی است که تراز پایین آنها مشترک است. طول موج برحسب آنگستروم است. شدت نسبی خطوط با ضخامت آنها نشان داده شده است.

$$\Delta H_{\text{rel}} = - \left( \frac{1}{\lambda m^2 c^2} \right) p^2 \quad (37-5)$$

اکنون، برای استفاده از معادله (35-5) به مقدار انتظاری  $p^2$  (با استفاده از تبدیل کوانتومی (2-5)) برای  $p$  در حالت  $\psi_{n,l,m_l} \dots$  نیاز داریم... و این آسان به نظر نمی‌رسد. خوشبختانه می‌توان با استفاده از این حقیقت که در چنین حالتی داریم:

$$\frac{p^2}{2m} = E_n - V \quad (38-5)$$

کار را ساده کرد، پس

$$\Delta E_{\text{rel}} = - \frac{1}{2mc^2} (E_n^2 - 2E_n \langle V \rangle + \langle V^2 \rangle) \quad (39-5)$$

چون  $V = -e^2/r$ ، به مقادیر انتظاری  $\frac{1}{r}$  و  $\frac{1}{r^2}$  نیازمندیم. این رابطه‌ها در کتابهای کوانتومی پیشرفته به دست آورده می‌شوند [6].

$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{1}{n^2 a} \quad (40-5)$$

$$\left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle = \frac{1}{(l + \frac{1}{2}) n^2 a^2} \quad (41-5)$$

که  $a$  مجدداً شعاع بور (29-5) است. با استفاده از این عبارتها در معادله (39-5) پیدا می‌کنیم که

$$\Delta E_{\text{rel}} = -\alpha^2 mc^2 \frac{1}{4n^2} \left[ \frac{2n}{(l + \frac{1}{2})} - \frac{3}{2} \right] \quad (42-5)$$

ترازهای انرژی بور به صورت  $\alpha^2 mc^2$  است [معادله (26-5)]. تصحیح نسبتی دو توان بیشتر برای  $\alpha$  دارد، و بنابراین با ضریب  $10^{-4}$  کوچکتر می‌شود. پس، در واقع دربارهٔ اختلال بسیار کوچکی صحبت می‌کنیم. نام ثابت ساختار ریز،  $\alpha$ ، مرهون این حقیقت است که  $\alpha$  (یا  $\alpha^2$ ) مقیاس نسبی ساختار ریز در اتم هیدروژن را تعیین می‌کند.\*

### 2-3-5 جفت‌شدگی اسپین مدار

از دیدگاه الکترون، پروتون در حال دوران است، و این حرکت مداری یک میدان مغناطیسی در مرکز

\* با این حال، به همین ترتیب می‌توان گفت که  $\alpha^2$  مقیاس ترازهای بور را تعیین می‌کند یعنی  $\alpha^2 = -\frac{2E_1}{mc^2}$ .

تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید.\*

$$B = \frac{ev}{cr^2} \quad (43-5)$$

یا، بر حسب تکانه زاویه‌ای مداری الکترون،  $L = rmv$ ، برابر است با:

$$B = \frac{e}{mcr^3} L \quad (44-5)$$

الکترون چرخان، یک دوقطبی مغناطیسی کوچک با گشتاور دوقطبی\*\* زیر است

$$\mu = -\frac{e}{mc} S \quad (45-5)$$

از الکتروپدینامیک کلاسیک می‌دانیم که انرژی دوقطبی مغناطیسی  $\mu$  در میدان مغناطیسی  $B$  برابر است با [۷]

$$W = -\mu \cdot B \quad (46-5)$$

اما الکترون در چارچوب لخت نیست.\*\*\* برای دقت بیشتر باید در واقع «چارچوب لحظه‌ای» الکترون را در نظر بگیریم، یعنی دستگاه لختی که سرعت آن در یک لحظه معین بر سرعت الکترون منطبق می‌شود. در پی‌گیری حرکت الکترون، رشته پیوسته‌ای از تبدیلهای لورنتس بینهایت کوچک

\* این رابطه را می‌توان با پیدا کردن فرمول میدان مغناطیسی در مرکز حلقه دایره‌ای  $B = 2\pi I/rc$  به راحتی به دست آورد، و از  $I = e/t$  برای «جریان پروتون»، که در آن  $t = 2\pi r/v$  زمان یک دور کامل است، استفاده کرد. راه دیگر، استفاده از این حقیقت است که اگر در یک دستگاه لخت (مربوط به پروتون)  $B = 0$  باشد، در دستگاهی که با سرعت  $v$  حرکت می‌کند داریم  $B = -v/c \times E$ . در این حالت  $E$  میدان پروتون است:  $e/r^2$ .

\*\* ضریب تناسب بین  $\mu$  و  $S$  را نسبت زیرومغناطیسی می‌نامند. مقدار کلاسیک آن  $-e/2mc$  است، این برای تکانه زاویه‌ای مداری صحیح است. اما به دلایل نسبیتی، اثر اسپین در تولید دوقطبی مغناطیسی «دوبرابر اثری است که باید باشد». یکی از موفقیت‌های نظریه بدیع دیراک درباره الکترون توجیه این ۲ی اضافی بود. اما، معلوم شد که این موضوع کاملاً درست نیست؛ تصحیحات مختصری را الکتروپدینامیک کوانتومی وارد می‌کند و اولین بار شوئینگر در اواخر دههٔ چهل آنها را محاسبه کرد. تاکنون، گشتاور مغناطیسی بی‌هنجار الکترون به‌طور تجربی و نظری با دقت شگفت‌انگیزی محاسبه شده است. در کتابچه داده‌های ذرات با ۱۳ رقم بامعنی! برای مقاصد فعلی ما گشتاور مغناطیسی الکترون برابر است با مگنتون بور یعنی  $e\hbar/2mc$ .

\*\*\* البته می‌توان تمام مسئله را در چارچوب ساکن پروتون تحلیل کرد. از این نظر میدان مغناطیسی وجود ندارد و جفت‌شدگی اسپین-مدار به گشتاور نیرو، یا، روی دوقطبی مغناطیسی  $m$  که با سرعت  $v$  از میدان الکتریکی  $E$  عبور می‌کند، نسبت داده می‌شود:  $\tau = -(1/c)m \times (v \times E)$ .

دخیل‌اند که ما را از یک چارچوب لحظه‌ای متحرک به چارچوب دیگر می‌برد. این روال که به حرکت تقدیمی توماس می‌انجامد [۸] ضریب  $1/2$  را در متن حاضر وارد می‌کند. پس هامیلتونی جفت‌شدگی اسپین-مدار برابر است با:

$$\Delta H_{so} = \frac{e^2}{2m^2 c^2 r^3} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}) \quad (47-5)$$

در حضور جفت‌شدگی اسپین-مدار نه  $\mathbf{L}$  و نه  $\mathbf{S}$  به‌تنهایی پایسته نیستند؛ کمیتی که پایسته است تکانه زاویه کل  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  است [۹]. با مربع‌کردن آن داریم:

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad (48-5)$$

با استفاده از عبارتهای (۲-۴) و (۶-۴) داریم:

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad (49-5)$$

که  $j$ ،  $l$  و  $s$  اعداد کوانتومی بیانگر تکانه زاویه‌ای کل و مداری و اسپین است (البته برای الکترون  $s = \frac{1}{2}$  است). اکنون مقدار انتظاری  $r^{-3}$  را لازم داریم\*:

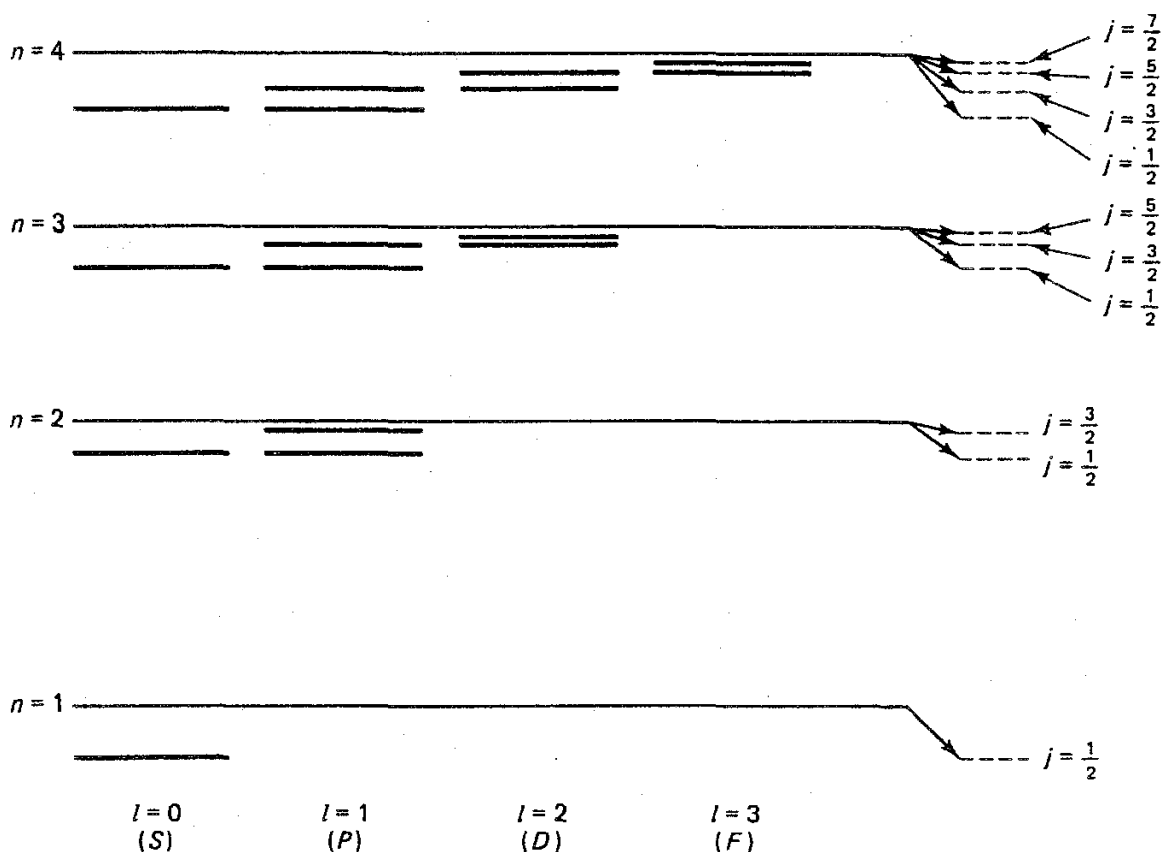
$$\left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle = \frac{1}{l(l + \frac{1}{2})(l + 1)n^3 a^3} \quad (50-5)$$

اگر این رابطه را در معادله (۳۵-۵) قرار دهیم، خواهیم داشت

$$\Delta E_{so} = \alpha^2 m c^2 \frac{[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}]}{4n^3 l(l + \frac{1}{2})(l + 1)} \quad (51-5)$$

توجه کنید که این عبارت از همان مرتبه صحیح نسبتی  $\alpha^2 m c^2$  است، اگرچه عوامل فیزیکی دخیل (در این برخورد) کاملاً متفاوت هستند. با ترکیب این دو اثر، معادله‌های (۴۲-۵) و (۵۱-۵)، ساختار ریز کل هیدروژن را می‌دهد. با استفاده از این واقعیت که  $j$  فقط  $l + \frac{1}{2}$  یا  $l - \frac{1}{2}$  است [معادله (۱۲-۴)] به‌دست می‌آوریم (مسئله ۹-۵)

\* مرجع ۶ را ببینید. وقتی  $l = 0$  باشد  $\langle r^{-3} \rangle$  بینهایت می‌شود. در واقع برای این حالت باید جداگانه اقدام شود. خوشبختانه  $l$  از بین می‌رود و نتیجه نهایی، معادله (۵۲-۵)، حتی وقتی  $l = 0$  باشد صحیح است. وقتی تکانه زاویه‌ای مداری صفر باشد، جفت‌شدگی اسپین-مدار صفر می‌شود. اما یک تصحیح جبرانی بخش نسبیتی ساختار ریز وجود دارد که به هریتی نبودن  $\mathbf{P}^2$  وقتی  $l = 0$  است مربوط می‌شود.



شکل ۴-۵ ساختار ریز در هیدروژن.  $n$  امین تراز بور (خط ریز) به  $n$  زیر تراز (خطوط شکسته) شکافته می‌شود که با  $(n - \frac{1}{2}), \dots, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$  مشخص می‌شود. بجز آخرین مورد در هر تراز دو مقدار  $l$  سهمیم‌اند:  $l = j - \frac{1}{2}$  و  $l = j + \frac{1}{2}$ . اصطلاحات طیف‌سنجی  $S$  برای  $l = 0$  و  $P$  برای  $l = 1$  و  $D$  برای  $l = 2$  و  $F$  برای  $l = 3$  نشان داده شده‌اند. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد همه ترازها به طرف پایین منتقل می‌شوند (نمودار مقیاس ندارد).

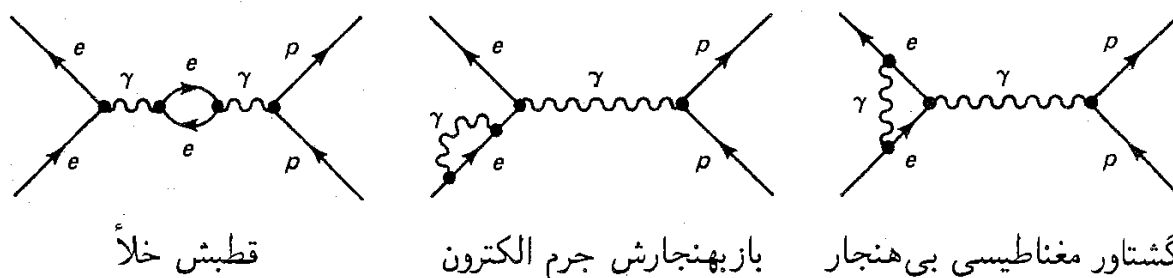
$$\Delta E_{fs} = -\alpha^2 mc^2 \frac{1}{4n^2} \left( \frac{2n}{(j + \frac{1}{2})} - \frac{3}{2} \right) \quad (52-5)$$

عجیب اینکه، این فرمول با تصحیح نسبیتی تنها، معادله (۴۲-۵)، یکسان است، بجز اینکه به جای  $l$ ،  $j$  قرار گرفته است. همه انرژیها افت می‌کنند ( $\Delta E_{fs}$  منفی است). چون  $l$  هر مقدار صحیح از صفر تا  $n - 1$  را می‌تواند اختیار کند، پس  $j$  هر مقدار نیمه صحیح از  $\frac{1}{2}$  تا  $n - \frac{1}{2}$  را دارد. بنابراین،  $n$  امین تراز انرژی  $E_n$  به  $n$  زیر تراز شکافته می‌شود (شکل ۴-۵ را ببینید).

### ۴-۵ انتقال لمب

یک جنبه چشمگیر فرمول ساختار ریز (۵۲-۵) آن است که فقط به  $j$  بستگی دارد و نه به  $l$ ؛ به طور کلی دو مقدار مختلف  $l$  انرژی یکسانی دارند. مثلاً حالت‌های  $2S_{1/2}$  ( $j = \frac{1}{2}, l = 0, n = 2$ ) و





شکل ۳-۵ برخی نمودارهای حلقه‌ای که در انتقال لمب سهمیند.

$2P_{1/2}$  ( $n = 2, l = 1, j = \frac{1}{2}$ ) کاملاً واگن باقی می‌مانند. لمب و رادرفورد در ۱۹۴۷ یک آزمایش کلاسیک انجام دادند که نشان داد واقعیت غیر از این است [۱۰]. انرژی حالت  $S$  کمی بیشتر از حالت  $P$  است. این انتقال لمب را بته و فاینمن و شوئینگر و توموناگا و دیگران توجه کردند؛ این انتقال ناشی از کوانتش خود میدان الکترومغناطیسی است. در هر جای دیگر این بحث — در محاسبه ترازهای بور، در به‌دست آوردن فرمول ساختار ریز و حتی در تحلیل ساختار فوق ریز در بخش بعدی — با میدان الکترومغناطیسی کاملاً کلاسیک در نظر گرفته شد. قانون کولن اساس معادله (۲۵-۵) است. قانون بیوساوار معادله (۴۳-۵) را می‌دهد. معادله (۴۶-۵) ناشی از نیروی لورنتس است. اما، انتقال لمب، مثالی از تصحیح تابشی در الکترودینامیک کوانتومی است که نظریه نیمه‌کلاسیک\* به آن حساس نیست. در فرمول‌بندی فاینمن این نتیجه از نمودارهای حلقه‌ای به‌دست می‌آید مانند شکل (۳-۵) که در مورد آن بعداً به‌طور کمی بحث می‌کنیم.

به لحاظ کمی، نمودار اول شکل (۳-۵)، تولید خودبه‌خود جفت الکترون-پوزیترون را در مجاورت هسته نشان می‌دهد، که به استتار جزئی بار پروتون می‌انجامد (شکل ۲-۱). نمودار دوم بیانگر این حقیقت است که حالت پایه میدان الکترومغناطیسی صفر نیست [۱۱]. الکترون با حرکت در «افت‌وخیز خلأ» میدان، تکان مختصری می‌خورد، و انرژی‌اش تغییر می‌کند. نمودار سوم به تعدیل مختصر گشتاور دو قطبی مغناطیسی می‌انجامد. معادله (۴۵-۵) ضریب  $(1 + \alpha/2\pi)$  را  $116^\circ 10'$  را به‌دست می‌آورد. اکنون در موقعیتی نیستیم که این اثرها را محاسبه کنیم ولی برای کامل‌شدن بحث نتایج را در اینجا می‌آوریم [۱۲]:

$$l = 0 \text{ به‌ازای}$$

$$\Delta E_{\text{لمب}} = \alpha^5 mc^2 \frac{1}{4n^3} \{k(n, 0)\} \quad (53-5)$$

که  $k(n, 0)$  ضریب عددی است که با  $n$  اندکی تغییر می‌کند یعنی از ۱۲٫۷ (برای  $n = 1$ ) تا \* به این دلیل نیمه‌کلاسیک نامیده می‌شود که با الکترون برخورد کوانتوم مکانیکی می‌شود، درحالی که برخورد با میدان الکترودینامیک کلاسیک است.

۱۳۲ (برای  $n \rightarrow \infty$ ).

به‌ازای  $l \neq 0$

$$\Delta E_{\text{سب}} = \alpha^5 m c^2 \frac{1}{4n^3} \left\{ k(n, l) \pm \frac{1}{\pi(j + \frac{1}{4})(l + \frac{1}{4})} \right\}, \text{ به‌ازای } j = l \pm \frac{1}{4} \quad (54-5)$$

که  $k(n, l)$  عدد بسیار کوچکی است (کوچکتر از ۰.۵) که با  $n$  و  $l$  به آرامی تغییر می‌کند. بدیهی است که انتقال لمب بسیار کوچک است، بجز برای حالت‌های  $l = 0$ ، که مقدار آن حدود ۱۰٪ ساختار ریز است. با این حال، چون به  $l$  بستگی دارد، واگنی جفت حالت‌های با  $n$  و  $l$  مشترک، شکل (۲-۵)، را بالا می‌برد و مخصوصاً ترازهای  $2S_{1/2}$  و  $2P_{1/2}$  را می‌شکافد (مسئله ۵-۱۱).

## ۵-۵ ساختار فوق ریز

ساختار ریز و انتقال لمب تصحیح‌های کوچکی برای ترازهای انرژی بور هستند، ولی این پایان کار نیست؛ اثر کوچکتر دیگری (با ضریب  $10^5$ ) وجود دارد که ناشی از اسپین هسته است. پروتون نیز مانند الکترون آهنربای کوچکی را تشکیل می‌دهد، اما چون خیلی سنگین‌تر است، با همان تکانه زاویه‌ای ( $\frac{1}{2}\hbar$ ) گشتاور دوقطبی بسیار کوچکتری دارد:\*

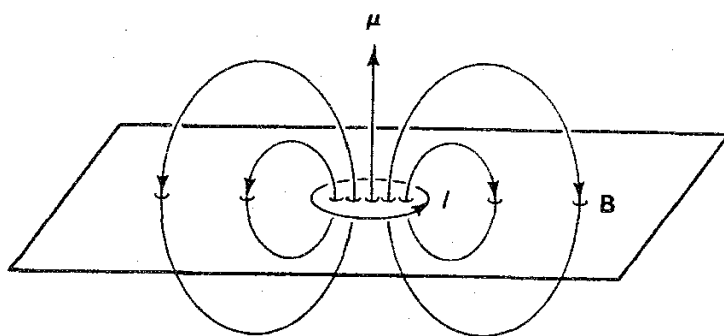
$$\mu_p = \gamma_p \frac{e}{m_p c} \mathbf{S}_p \quad (55-5)$$

پروتون جسمی مرکب است و گشتاور مغناطیسی آن به‌سادگی  $e\hbar/2m_p c$  نیست، که برای ذره‌ای واقعاً بنیادی با اسپین  $\frac{1}{2}$  باید باشد. بنابراین، مقدار تجربی ضریب  $\gamma_p$  برابر است با  $2.7928$ . بعداً در مدل کوارک چگونگی محاسبه این کمیت را خواهیم دید. اسپین هسته با همان سازوکاری که برهم‌کنش اسپین-مدار ساختار ریز را به‌وجود می‌آورد، با حرکت مداری الکترون برهم‌کنش می‌کند، فقط در این حالت دوز و کلک مربوط به تغییر دستگاه مرجع و حرکت تقدیمی توماس، وجود ندارد. با مراجعه به محاسبه قبلی [معادله (۴۷-۵)] برهم‌کنش اسپین مدار را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:\*\*

$$\Delta H_{\text{pso}} = \frac{\gamma_p e^2}{m m_p c^2 r^3} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}_p) \quad (56-5)$$

علاوه بر آن، اسپین پروتون نیز مستقیماً با اسپین الکترون برهم‌کنش می‌کند. در اکثر کتاب‌های

\* به زبان فانتزی‌تر، نسبت زیرمغناطیسی پروتون خیلی کوچکتر از الکترون است.  
\*\* توجه کنید که معادله (۴۴-۵) دارای یک علامت منفی می‌شود، زیرا درباره میدان الکتریکی الکترون مداری صحبت می‌کنیم نه پروتون.



شکل ۴-۵ میدان دوقطبی مغناطیسی. در صفحه حلقه جریان، خارج از حلقه  $B$  به سمت پایین و داخل حلقه به طرف بالاست.

الکتروسیسته و مغناطیس [۱۳] می‌توان دید که دوقطبی مغناطیسی  $\mu$  میدای به صورت زیر تولید می‌کند

$$B(\mathbf{r}) = \frac{1}{r^3} \left[ \frac{3(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^2} - \boldsymbol{\mu} \right] \quad (57-5)$$

در واقع، این فرمول کاملاً درست نیست؛ اگر دوقطبی را یک حلقه جریان کوچکی در نظر بگیریم، بنابراین معادله (۵۷-۵) در صفحه حلقه (که  $\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r} = 0$ ) جهت  $B$  همیشه جهت  $\boldsymbol{\mu}$  است، در حالی که در داخل حلقه  $B$  موازی  $\boldsymbol{\mu}$  است [شکل ۴-۵]. درست است که اگر حلقه را کوچک کنیم تا دوقطبی نقطه‌ای «کامل» بسازیم، منطقه‌ای که در آن جهت «میدان غلط» است کوچک و کوچکتر می‌شود. از طرف دیگر، «شدت» آن بزرگ و بزرگتر می‌شود، زیرا همه خطهای میدان باید از داخل حلقه بگذرد. رفتار درست با این میدان «بی‌هنجار» مسئله ظریفی در الکترودینامیک است [۱۴]. در نتیجه داریم

$$B(\mathbf{r}) = \frac{1}{r^3} \left[ \frac{3(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^2} - \boldsymbol{\mu} \right] + \frac{8\pi}{3} \boldsymbol{\mu} \delta^3(\mathbf{r}) \quad (58-5)$$

که  $\delta^3(\mathbf{r})$  تابع دلتای دیراک است\* که در  $r = 0$  بینهایت و بقیه جاها صفر است. مادامی که از مبدأ دور باشیم، فرمول ساده (۵۷-۵) کاملاً صحیح است. چنانکه به زودی خواهیم دید، جمله تابع دلتا سهم مهمی در ساختار ریز دارد. در این مورد پروتون میدان  $B$  را به وجود می‌آورد و انرژی الکترون در آن از معادله (۴۶-۵) به دست می‌آید. بنابراین هامیلتونی اسپین-اسپین عبارت است از:

$$\Delta H_{ss} = \frac{\gamma_p e^{\hbar}}{mm_p c^2} \left\{ \frac{1}{r^3} [3(\mathbf{S}_p \cdot \hat{\mathbf{r}})(\mathbf{S}_e \cdot \hat{\mathbf{r}}) - (\mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_e)] + \frac{8\pi}{3} (\mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_e) \delta^3(\mathbf{r}) \right\} \quad (59-5)$$

\* در پیوست (الف) در مورد تابع دلتا بحث می‌شود. فعلاً کافی است بدانید که  $\int f(\mathbf{r}) \delta^3(\mathbf{r}) d^3r = f(0)$  در واقع، جمله اول معادله (۵۸-۵) برای ناحیه خارج کره کوچکی به شعاع  $\epsilon$  به کار می‌رود و جمله دوم در ناحیه داخل آن. در پایان محاسبه  $\epsilon$  برابر صفر قرار داده می‌شود.

که  $S_p$  و  $S_e$  گشتاور زاویه‌ای اسپین پروتون و الکترون است. برهم‌کنش اسپین مدار هسته‌ای (۵-۵۶) و جفت‌شدگی اسپین-اسپین پروتون-الکترون هر دو مسؤل ساختار فوق ریز هیدروژن هستند. برای محاسبه انتقال‌های انرژی حاصل، فرمول استاندارد نظریه اختلال (۵-۳۵) را دوباره به‌کار می‌گیریم. در اینجا برای حالت‌های با  $l = 0$  تغییر کاملاً متفاوت است. بنابراین ابتدا آنها را در نظر می‌گیریم. چون تکانه زاویه‌ای مداری صفر است جفت‌شدگی اسپین-مدار وجود ندارد. به‌علاوه، چون تابع موج دارای تقارن کروی است  $(Y_{00}(\theta, \phi) = 1/\sqrt{4\pi})$  مقدار انتظاری جمله اول معادله (۵-۵۹) صفر می‌شود (مسئله ۵-۱۲ را ببینید). پس فقط سهم تابع دلتا باقی می‌ماند.

$$\Delta E_{hf} = \frac{4\pi\gamma_p e^2}{3mm_p c^2} (\mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_e) |\psi_{n00}(0)|^2 \quad (5-60)$$

از معادله (۵-۲۸) پیدا می‌کنیم (مسئله ۵-۱۳) که

$$|\psi_{n00}(0)|^2 = \frac{1}{\pi n^2 a^3} \quad (5-61)$$

اگر

$$\mathbf{F} = \mathbf{L} + \mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p = \mathbf{J} + \mathbf{S}_p \quad (5-62)$$

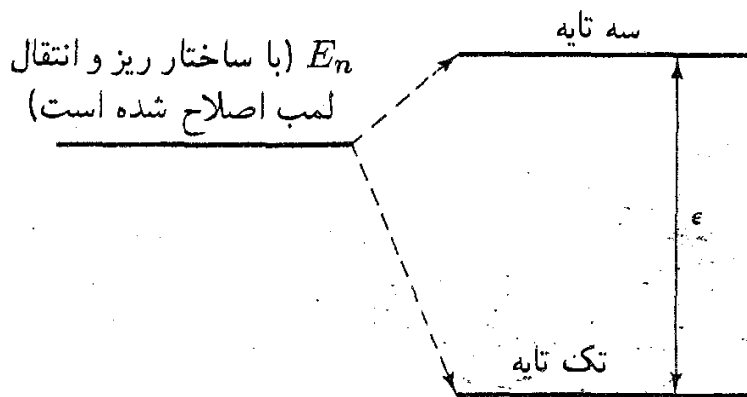
تکانه زاویه‌ای کل اتم با اعداد کوانتومی  $f$  و  $m_f$  باشد؛ در این مورد  $\mathbf{L} = 0$  است، بنابراین  $F^2 = S_e^2 + S_p^2 + 2\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p$  و داریم

$$\mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_e = \frac{\hbar^2}{2} [f(f+1) - s_p(s_p+1) - s_e(s_e+1)] = \frac{\hbar^2}{2} \left[ f(f+1) - \frac{3}{2} \right] \quad (5-63)$$

پس

$$\Delta E_{hr} = \left( \frac{m}{m_p} \right) \alpha^2 m c^2 \frac{4\gamma_p}{3n^2} \left[ f(f+1) - \frac{3}{2} \right] \quad (5-64)$$

در مقایسه با فرمول ساختار ریز (۵-۵۲)، درمی‌یابیم که اختلاف مقیاس ناشی از نسبت جرمی  $(m/m_p)$  در جلوی آن است؛ در نتیجه اثرهای فوق ریز در هیدروژن هزار بار کوچکتر است. توجه کنید که



شکل ۵-۵ شکافتگی فوق ریز برای  $l = 0$ .

$f$  دو مقدار می‌تواند داشته باشد: صفر در حالت تک پایه (وقتی اسپینها پاد موازی هستند) و ۱ در حالت سه تایه (وقتی اسپینها موازی هستند). بنابراین هر تراز  $l = 0$  به دو حالت تقسیم می‌شود و حالت تک پایه به پایین و حالت سه تایه به بالا رانده می‌شود (شکل ۵-۵). برای  $n = 1$  فاصله انرژی برابر است با:

$$\epsilon = E_{\text{سه تایه}} - E_{\text{تک تایه}} = \frac{3^2 \gamma_p E_1^2}{3 m_p c^2} \quad (65-5)$$

که متناظر با فوتونی با طول موج زیر است

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar c}{\epsilon} = 21.1 \text{ cm} \quad (66-5)$$

این گذاری است که «خط مشهور ۲۱ سانتی متر» در نجوم میکروویو از آن ناشی می‌شود [۱۵]. برای  $l = 0$  دیدیم که ساختار فوق ریز کاملاً ناشی از جمله «تماس» در جفت شدگی اسپین-اسپین است. برای  $l \neq 0$  درست برعکس است. این بار تابع دلتا هیچ سهمی ندارد. تابع موج (۲۸-۵) در  $r$  کوچک به صورت  $r^l$  است، بنابراین وقتی  $l > 0$ ،  $\psi(0) = 0$  است. به لحاظ فیزیکی (شبه) نیروی گریز از مرکز الکترون را دور از هسته نگه می‌دارد. در نتیجه داریم:

$$\Delta E_{\text{hf}} = \frac{\gamma_p e^2}{m m_p c^2} \left\langle \frac{1}{r^3} [(L \cdot S_p) + 3(S_p \cdot \hat{r})(S_e \cdot \hat{r}) - (S_p \cdot S_e)] \right\rangle \quad (67-5)$$

این مقدار انتظاری را بته و سالپتر [۱۶] محاسبه کرده‌اند، نتیجه عبارت است از

$$\Delta E_{\text{hf}} = \left( \frac{m}{m_p} \right) \alpha^4 m c^2 \frac{\gamma_p}{2 n^3} \frac{[f(f+1) - j(j+1) - \frac{3}{4}]}{j(j+1)(l + \frac{1}{2})} \quad (68-5)$$

معلوم شده است که این فرمول برای  $l = 0$  هم به کار می‌رود، زیرا در آن حالت  $j = 1/2$  است،

و معادله (۶۴-۵) دوباره به دست می آید. چون، پروتون اسپین دارای  $1/2$  است،  $f$  فقط می تواند  $1/2 + j$  یا  $1/2 - j$  باشد؛ با این اطلاعات معادله (۶۸-۵) اندکی ساده می شود:

$$\Delta E_{hf} = \left( \frac{m}{m_p} \right) \alpha^2 m c^2 \frac{\gamma_p}{2n^2} \frac{\pm 1}{(f + \frac{1}{2})(l + \frac{1}{2})}, \quad f = j \pm \frac{1}{2} \quad (69-5)$$

هر یک از ترازهای شکل (۲-۵) که با مقادیر خاص  $n, l$  و  $j$  مشخص شده اند، به دو تراز که یکی بالاتر و دیگری پایین تر رفته است، شکافته می شوند.

### ۶-۵ پوزیترونیم

نظریه ای را که برای اتم هیدروژن معمولی به دست آوردیم، با بعضی اصلاحات، برای اتمهای به اصطلاح «غیرعادی» به کار می بریم که در آن به جای پروتون یا نوترون ذرات دیگر قرار گرفته اند. به عنوان مثال، می توان هیدروژن میونی  $(p^+ \mu^-)$ ، هیدروژن پیونی  $(p^+ \pi^-)$ ، پوزیترونیم  $(e^+ e^-)$ ، میونیم  $(\mu^+ e^-)$  و غیره را تولید کرد. البته، این حالتها غیرعادی ناپایدارند، اما خیلی از آنها به اندازه کافی دوام می آورند که یک طیف خوش تعریف را به نمایش بگذارند. به ویژه، پوزیترونیم یک زمینه آزمون غنی برای الکترودینامیک کوانتومی فراهم می آورد. در سال ۱۹۴۴ پیرنه آن را به صورت نظری تحلیل کرد، و در ۱۹۵۱ دو تنش نخستین بار آن را در آزمایشگاه تولید کرد [۱۷]. در سالهای اخیر پوزیترونیم به عنوان مدلی برای کوارکونیم اهمیت یافته است.

بارزترین اختلاف بین پوزیترونیم و هیدروژن آن است که دیگر با هسته ای سنگین و ساکن که الکترون حول آن می گردد سروکار نداریم، بلکه دو ذره با جرم یکسان داریم که هر دو حول مرکز جرم مشترکشان می گردند. مانند مکانیک کلاسیک، این مسئله دو جسمی را می توان به مسئله ای یک جسمی با جرم کاهیده تبدیل کرد.

$$m_{\text{کاهیده}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (70-5)$$

زیرا اگر هامیلتونی دو جسمی به شکل زیر باشد

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + V(r_1, r_2) \quad (71-5)$$

و اگر بتانسیل فقط به فاصله  $r = |r_2 - r_1|$  بستگی داشته باشد، و اگر در دستگاه  $CM$  که  $p_1 = -p_2 = p$  کار کنیم، پس

$$H = \frac{p^2}{2m_{\text{کاهیده}}} + V(r) \quad (72-5)$$

که هامیلتونی یک تک ذره با تکانه  $p$  و جرم کاهیده  $m$  است، و مختصه «شعاعی» آن،  $r$ ، فاصله بین ۱ و ۲ است. هامیلتونی مختل نشده پوزیترونیم به شکل (۷۱-۵)،  $m_1 = m_2 = m$  است. بنابراین،  $m_{\text{کاهیده}} = m/2$  و  $V = -e^2/r$  مانند هیدروژن است. بنابراین ترازهای انرژی مختل نشده پوزیترونیم را می‌توان با قراردادن  $m \rightarrow m/2$  در فرمول بور (۲۶-۵) به دست آورد\*:

$$E_n^{\text{پوزیترونیم}} = \frac{1}{4} E_n = -\alpha^2 mc^2 \frac{1}{4n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (73-5)$$

به عنوان مثال، انرژی بستگی حالت پایه  $6.8 \text{ eV} = 13.6 \text{ eV}/2$  است. توابع موج مختل نشده همان توابع قبلی (۲۸-۵) هستند، با این تفاوت که شعاع بور که به صورت  $1/m$  [معادله (۲۹-۵)] است، دو برابر می‌شود:

$$a_{\text{پوزیترونیم}} = 2a = 1.06 \times 10^{-8} \text{ cm} \quad (74-5)$$

اختلال، بجز برای ضرایب عددی مزاحم، مانند قبل است. به عنوان مثال، تصحیح نسبیتی دارای ضریب ۲ می‌شود:

$$\Delta H_{\text{نسبیتی}} = -\frac{1}{8m_1^2 c^2} p_1^4 - \frac{1}{8m_2^2 c^2} p_2^4 = -\frac{1}{4m^2 c^2} p^4 \quad (75-5)$$

از طرف دیگر، مقدار انتظاری  $p^4$  در حالت  $\psi_{nlm}$  اتم هیدروژن به صورت  $(mc)^4$  درمی‌آید. بنابراین برای پوزیترونیم به اندازه  $(\frac{1}{4})^4$  کم می‌شود. پس از تصحیح نسبیتی برای پوزیترونیم  $\frac{1}{8}$  هیدروژن است [معادله (۴۲-۵)]. نکته مهم‌تر این است که در پوزیترونیم شکافتگی فوق ریز از همان مرتبه ساختار ریز  $(\alpha^4 mc^2)$  است، زیرا نسبت جرمی  $(m/m_p)$ ، که آثار اسپین پروتون در هیدروژن را می‌پوشاند، در پوزیترونیم یک است\*\*. ضمناً، چون «هسته»  $(e^+)$  ساکن نیست، دیگر با یک پتانسیل واقعاً استاتیک سروکار نداریم و تصحیح جدیدی ناشی از زمان انتشار محدود برای میدان الکترومغناطیسی وجود دارد. این تصحیح را می‌توان با استفاده از الکترودینامیک کلاسیک محاسبه کرد که به شکل زیر است

\* در مورد هیدروژن معمولی، اختلاف جرم کاهیده و جرم الکترون فقط در حدود ۵٪ است. با وجود این، در واقع  $m$  موجود در فرمول بور جرم کاهیده است، و این اختلاف‌های قابل مشاهده‌ای را در طیف هیدروژن و دوتریم به وجود می‌آورد.

\*\* این امر به سردرگمی در اصطلاحات می‌انجامد. من واژه «ساختار ریز» را برای همه اختلاف‌های از مرتبه  $\alpha^4 mc^2$ ، بجز جمله نابودی زوج، و از جمله جفت‌شدگی اسپین-اسپین و اسپین-مدار پوزیترونیم به کار می‌برم، که همانند آن در هیدروژن «فوق ریز» نامیده می‌شود.

$$\Delta H_{\text{نیستی}} = -\frac{e^2}{2m^2c^2} \frac{1}{r} [p^2 + (\mathbf{p} \cdot \hat{r})^2] \quad (76-5)$$

و سهم آن از مرتبه  $(\alpha^4 mc^2)$  است. وقتی همه اینها را کنار هم بگذاریم، فرمول ساختار ریز پوزیترونیم به صورت زیر درمی آید [۱۸].

$$E_{\text{پوزیترونیم}}^{\text{fs}} = \alpha^4 mc^2 \frac{1}{2n^2} \left[ \frac{11}{32n} - \frac{(1 + \frac{1}{2}\epsilon)}{(2l + 1)} \right] \quad (77-5)$$

که  $\epsilon = 0$  برای ترکیب تک تاییه اسپین است، در حالی که برای سه تاییه داریم

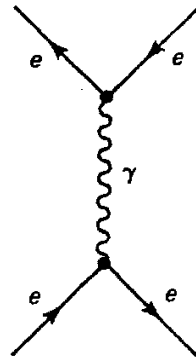
$$\epsilon = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{-(2l + 4)}{(l + 1)(2l + 3)}, & j = l + 1 \text{ به ازای} \\ \frac{1}{l(l + 1)}, & j = l \text{ به ازای} \\ \frac{(2l - 1)}{l(2l - 1)}, & j = l - 1 \text{ به ازای} \end{array} \right. \quad (78-5)$$

[در هیدروژن، که اسپین پروتون ( $S_p$ ) فقط در سطح فوق ریز سهم است،  $\mathbf{J}$  را به عنوان مجموع اسپین الکترون و تکانه زاویه ای مداری ( $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}_e$ ) به کار می بریم؛ برای تکانه زاویه ای کل یک حرف جدید  $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{S}_p = \mathbf{L} + \mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p$  نیاز داریم. در پوزیترونیم سهم دو اسپین به یک اندازه است، و معمولاً ابتدا آنها را ترکیب می کنیم ( $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ ) و  $\mathbf{J}$  را به عنوان اسپین کل به کار می بریم:  $[\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} = \mathbf{L} + \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2]$

انتقال لمب، از مرتبه  $\alpha^2 mc^2$ ، تصحیح کوچکی در این مورد به عمل می آورد. اما، چون این واگنی «تصادفی» قبلاً در سطح ساختار ریز در پوزیترونیم شکسته شده است، انتقال لمب اهمیت خود را از دست می دهد، و در اینجا به آن نمی پردازم. اما، یک اختلال جدید، بدون مشابه در هیدروژن، وجود دارد که ناشی از این حقیقت است که  $e^+$  و  $e^-$  می توانند موقتاً نابود شوند و یک فوتون مجازی به وجود آورند. دیدگاه فاینمن از این فرایند در نمودار شکل (۶-۵) نشان داده شده است. چون باید الکترون و پوزیترون برهم منطبق شوند، این اختلال با  $|\psi(0)|^2$  متناسب است،  $+$  و بنابراین وقتی  $l = 0$  است رخ می دهد [اظهارنظرهای قبل از (۶۷-۵) را ببینید]. به علاوه، چون فوتون دارای اسپین است، این کار فقط در آرایش سه تاییه صورت می گیرد. هنوز در موقعیتی نیستیم که این تصحیح را محاسبه کنیم، اما انرژی حالت سه تاییه  $S$  به اندازه مقدار زیر زیاد می شود.

$$\Delta E_{\text{نابودی}} = \alpha^4 mc^2 \frac{1}{4n^3} \quad (l = 0, s = 1) \quad (79-5)$$





شکل ۵-۶ نمودار نابودی زوج، که بر طیف پوزیترونیم تاثیر می‌گذارد اما در هیدروژن رخ نمی‌دهد.

توجه کنید که این از همان مرتبه ساختار ریز است. شکافتگی کامل ترازهای بور  $n = 1$  و  $n = 2$  در پوزیترونیم در شکل (۵-۷) نشان داده شده است. [حالت‌های پوزیترونیم معمولاً با  $l^{(2s+1)}$  مشخص می‌شود که  $l$  نمادگذاری طیف‌سنجی ( $S$  برای  $l = 0$  و  $P$  برای  $l = 1$  و  $D$  برای  $l = 2$  و غیره) و  $s$  اسپین کل (صفر برای تک‌تایه و ۱ برای سه‌تایه) است.

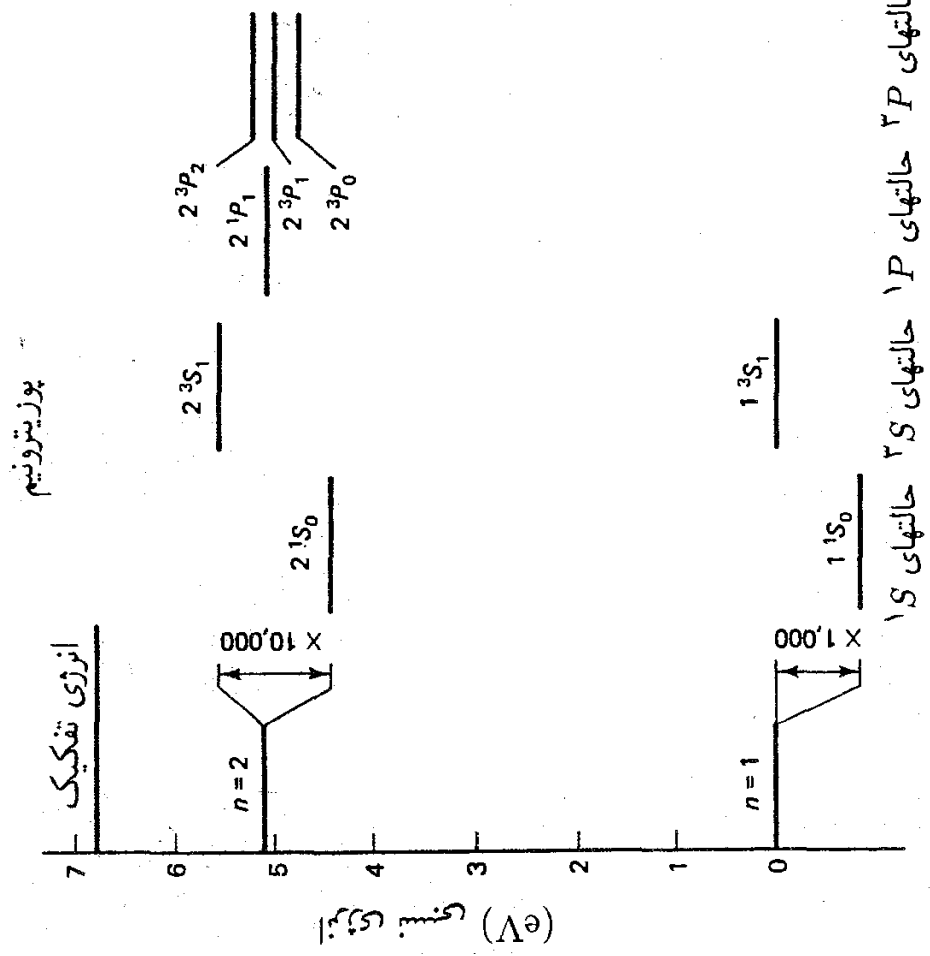
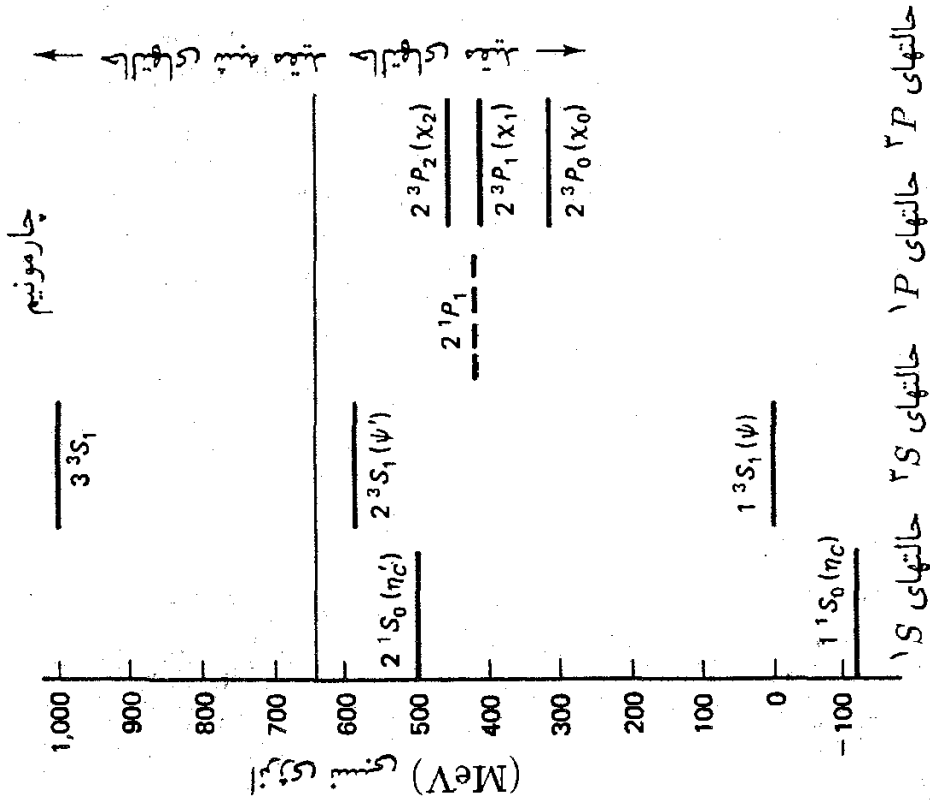
مانند مورد هیدروژن، پوزیترونیم می‌تواند گذارهایی را با جذب یا گسیل یک فوتون از تراز به تراز دیگر انجام دهد، که طول‌موج آن را می‌توان از اختلاف انرژی دو تراز تعیین کرد. برخلاف هیدروژن، پوزیترونیم می‌تواند کاملاً فرو بیاشد، پوزیترون الکترون را نابود و دو فوتون حقیقی یا بیشتر تولید می‌کند. (چرا آنها نمی‌توانند یک فوتون حقیقی تولید کنند؟) عدد همیوگی بار برای پوزیترونیم  $l+s$  است، در حالی که برای  $n$  فوتون  $C = (-1)^n$  است) (نگاه کنید به صفحه ۱۵۸). پس ناوردایی همیوگی بار قاعده‌گزینش

$$(-1)^{l+s} = (-1)^n \quad (۵-۸)$$

را برای واپاشی پوزیترونیم در حالت  $l$  و  $s$  به  $n$  فوتون تجویز می‌کند. چون پوزیترون و الکترون فقط برای  $l = 0$  همپوشان می‌شوند، این واپاشی فقط از حالت‌های  $S$  رخ می‌دهد\*. از قرار معلوم، حالت تک‌تایه ( $s = 0$ ) باید به تعداد زوجی از فوتون (نوعاً دوتا) و حالت سه‌تایه ( $s = 1$ ) به اعداد فردی از فوتون (نوعاً سه‌تا) بینجامد. همان‌طور که در فصل ۷ خواهیم دید، سطح مقطع نابودی دو فوتون\*\* برای سرعت نسبی کم  $v$  در ترکیب تک‌پایه عبارت است از

\* در واقع، پوزیترونیم اصولاً می‌تواند مستقیماً از حالتی با  $l > 0$  با فرابندی با مرتبه بالاتر واپاشد، اما احتمال رفتن به حالت  $S$  و واپاشی از این حالت بیشتر است.

\*\* این بند سطح مقطع، پیش از موقع چیزهایی را درباره‌ی آهنگ واپاشی، و طول عمر خواهد گفت که در فصل ۶ بررسی می‌شود، پیش‌بینی می‌کند. این مواد در اینجا برای کامل کردن بحث آمده است.



شکل ۷-۵ طیف ترازهای انرژی در پوزیترونیم و چارمونیم. توجه کنید که مقیاس انرژی برای چارمونیم با ضریب  $10^4$  میلیون بزرگ می‌شود. در پوزیترونیم ترکیبهای مختلف تکانه زاویه‌ای باعث انتقالهای انرژی کوچک می‌شود (با بسط مقیاس عمودی نشان داده شده است)، اما در چارمونیم انتقالها بسیار بزرگتر هستند. همه انرژیها نسبت به حالت مرجع  $1^1S_0$  داده شده‌اند. در  $633 \text{ MeV}$  بالاتر از انرژی  $\psi$  چارمونیم شبه مقید می‌شود، زیرا می‌تواند به  $D^0$  و  $D^+$  واپاشد.

$$\sigma = 4\pi\alpha^2 \left( \frac{\hbar^2}{m^2 cv} \right) \quad (81-5)$$

برحسب این سطح مقطع، آهنگ واپاشی برابر است با

$$\Gamma = \sigma v |\psi(0)|^2 \quad (82-5)$$

با استفاده از معادله (61-5) با شعاع بور مناسب برای پوزیترونیم [معادله (74-5)]، به دست می‌آوریم

$$\Gamma = \alpha^5 mc^2 \frac{1}{2\hbar n^3} \quad (83-5)$$

به‌ویژه، طول عمر حالت پایه،  $\tau = \Gamma^{-1}$ ، عبارت است از

$$\tau = \frac{2\hbar}{\alpha^5 mc^2} = 1.25 \times 10^{-10} \text{ sec} \quad (84-5)$$

## ۷-۵ کوارکونیم

در مدل کوارک همهٔ مزونها حالت‌های مقید دو ذره‌ای  $q_1 \bar{q}_2$  هستند، و طبیعی است بپرسیم که آیا همان روش هیدروژن و پوزیترونیم را می‌توان برای همهٔ مزونها به‌کار برد؟ این برنامه دو مشکل بلافصل دارد: ۱. برخلاف هیدروژن و پوزیترونیم، که در آن نیروهای مؤثر کاملاً الکترومغناطیسی و به خوبی شناخته شده‌اند، کوارکها را نیروی قوی به هم می‌پیوندد. نمی‌دانیم، به جای قانون کولن، از چه پتانسیلی استفاده کنیم یا مشابه قوی مغناطیس چیست تا جفت‌شدگی اسپین را به دست آوریم، اصولاً، اینها را می‌توان از طریق کرومودینامیک به دست آورد. اما در حال حاضر کسی نمی‌داند چگونه این محاسبات را انجام دهد. اما، می‌توان حدسهایی قریب به یقین زد، زیرا ساختار کرومودینامیک بسیار شبیه الکتروودینامیک است، بجز بعضی جمله‌های غیرخطی، که به خاطر آزادی مجانبی، احتمالاً در فاصله‌های کوتاه سهم چندانی ندارند. به زبان QCD (کرومودینامیک کوانتومی)، در رفتار فاصله‌های کوتاه تبادل یک گلوئون غالب است، همان‌طور که در QED (الکتروودینامیک کوانتومی) تبادل یک فوتون حاکم می‌شود. چون گلوئون و فوتون هر دو ذرات بدون جرم با اسپین ۱ هستند، در این تقریب برهم‌کنشها، بجز برای ثابت جفت‌شدگی ( $\alpha_s$  به جای  $\alpha$ ) و «ضرایب رنگ» مختلف که از شمارش رنگ‌های مختلف گلوئونهایی سهیم در یک فرایند معین به دست می‌آیند، یکسان هستند. همهٔ اینها در فصل ۹ بررسی می‌شوند؛ فعلاً، نکتهٔ اساسی این است که در برد کوتاه، انتظار پتانسیل کولنی  $V \sim 1/r$ ، و یک ساختار ریز-فوق ریز را داریم که به لحاظ کیفی شبیه هیدروژن و پوزیترونیم است. از طرف دیگر، در فاصله‌های زیاد

مجبوریم محبوس بودن کوارک را به حساب آوریم: پتانسیل باید بودن محدودیت افزایش یابد. شکل تابعی دقیق  $V(r)$  در  $r$  بزرگ تا اندازه‌ای حدسی است؛ برخی نویسندگان پتانسیل نوسانگر هماهنگ  $V \sim r^2$  و برخی بستگی لگاریتمی  $V \sim \ln(r)$  را ترجیح می‌دهند. شاید ساده‌ترین شکل پتانسیلی خطی  $V \sim r$  متناظر با نیروی ثابت باشد. حقیقت این است که هر یک از اینها می‌توانند با داده‌های موجود سازگاری معقولی داشته باشند، زیرا در گستره محدودی از فاصله‌ها که دارای کاوه‌های حساس هستیم تفاوت قابل ملاحظه‌ای ندارند. پس برای اهداف خود، می‌توانیم شکل زیر را انتخاب کنیم

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s \hbar c}{r} + F_0 r \quad (۸۵-۵)$$

که  $\alpha_s$  مشابه کرومودینامیکی ثابت ساختار ریز، و  $\frac{4}{3}$  عامل رنگ مربوط به آن است که در فصل ۹ محاسبه می‌کنیم. به لحاظ تجربی،  $F_0$  در حدود ۱۶ تن است (۱)، یعنی کوارک و پادکوارک، بدون توجه به فاصله‌شان\*، یکدیگر را با نیروی حداقل ۱۶ تن جذب می‌کنند. پس شاید فهم اینکه چرا کسی تاکنون نتوانسته است یک کوارک را از یک هادرون بیرون بکشد ساده شود.

۲. مزونهای متشکل از کوارک سبک ( $u, d, s$ ) ذاتاً نسبتی هستند، چون انرژیهای بستگی آنها (نوعاً چند صد MeV) در مقایسه با جرم اجزای تشکیل‌دهنده‌شان کوچک نیست. هر چه تاکنون انجام دادیم بر اساس مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی، به‌ویژه، معادله شرودینگر بود. درست است که یک تصحیح نسبیتی را وارد کردیم، اما این تصحیح فقط تقریبی از پایین‌ترین مرتبه برای شروع کار بود، و استفاده از نظریه اختلال برای این موضوع و سهم عوامل مؤثر در ساختار ریز و فوق ریز با این فرض بود که تغییر خیلی مختصری در ترازهای انرژی به وجود می‌آورند (شکافتگی در شکل‌های ۲-۵ و ۷-۵ بسیار مبالغه‌آمیز است). متأسفانه، حل دقیق مسئله حالت مقید نسبیتی در این مرحله موجود نیست. اگر چه، برای کوارکهای سنگین ( $c, b, t$ ) نظریه غیر نسبیتی باید به صورت معقول به کار رود\*\* اما، حتی در این مورد، انرژی بستگی ( $E$ ) چنان کسر بزرگی را

\* در فاصله‌های خیلی کوتاه  $F_0$  و  $\alpha_s$  کم می‌شوند، که به آزادی مجانبی می‌انجامد، اما اکنون آن را ثابت در نظر می‌گیریم.  
 \*\* در مورد پتانسیل کاملاً کولنی،  $E/mc^2 \sim \alpha^2$  [نگاه کنید به معادله (۲۶-۵)]، به طوری که انرژی بستگی کسر ثابتی از انرژی سکون اجزا، بدون توجه به جرم آنهاست. اگر این موضوع در کرومودینامیک صادق بود، مزونهای متشکل از کوارک سنگین کمتر از مزونهای سبک‌تر نسبیتی نبودند. به هر حال، دو چیز در این مورد به نفع ماست، که هر دو ناشی از این حقیقت‌اند که حالت مقید دو ذره سنگین نوعاً کوچکتر از دو ذره سبک است [مثلاً شعاع بور متناسب با  $1/m$  است (معادله (۲۹-۵))]. ۱. مزونهای متشکل از کوارک سبک به جمله محدودکننده در پتانسیل حساس‌تر هستند، و انرژیهای بستگی یک پتانسیل خطی متناسب با  $m^{-1/2}$  می‌شود، نه  $m$  و ۲. به دلیل آزادی مجانبی، خود  $\alpha_s$  برای حالت‌های کوارک سنگین کوچکتر است. به لحاظ تجربی، مقداری آن برای مزون  $\phi$  در حدود ۵٪، اما برای  $\psi$  نزدیک به ۲٪ است.

تشکیل می‌دهد که آماده‌ایم ترازهای مختلف انرژی را نمایش مزونهای مختلف با جرمهای زیر در نظر بگیریم.

$$M = m_1 + m_2 + E/c^2 \quad (۸۶-۵)$$

اندکی قبل از کشف  $\psi$ ، پولیتزر و اپلکوئیست [۱۹] پیشنهاد کردند که اگر (چنانکه گلاشو و دیگران مطرح کرده‌اند) یک کوارک سنگین «افسون» وجود داشته باشد، باید حالت مقید غیر نسبیتی  $c\bar{c}$  با طیف ترازهای انرژی شبیه پوزیترونیم باشد. آنها آن را «چارمونیم» نامیدند (که بیشتر بر مقایسه تأکید دارد تا زیبایی زبان). وقتی  $\psi$  در سال ۱۹۷۴ پیدا شد، خیلی زود به‌عنوان حالت  $1^3S_1$  چارمونیم شناسایی شد. (در آزمایشهای SLAC،  $\psi$  با نابودی  $e^+e^-$  از طریق یک فوتون مجازی تولید شد:  $\psi \rightarrow \gamma \rightarrow e^+e^-$ ، بنابراین باید همان اعداد کوانتومی  $\gamma$  به‌ویژه اسپین ۱، را داشته باشد. پس نمی‌توانست حالت پایه چارمونیم باشد، بلکه از قرار معلوم پایین‌ترین حالت با تکانه زاویه‌ای کل ۱ بود.) با مراجعه به نمودار تراز پوزیترونیم (شکل ۷-۵) انتظار یک حالت اسپین صفر با جرم کم ( $1^1S_0$ ) و ۶ ترکیب  $n = 2$  را داریم. در عرض دو هفته  $\psi(2^3S_1)$  پیدا شد. یافتن آن آسان بود، زیرا همان اسپین و پاریته فوتون را داشت؛ و مانند  $\psi$  به سادگی با افزایش انرژی باریکه تولید شد. بعدها همه حالت‌های  $n = 1$  و  $n = 2$  کشف شدند [۲۰]، بجز  $2^1P_1$  که جرم آن حدود  $3500 \text{ MeV}/c^2$  پیش‌بینی شده بود، و مشکلات تجربی خاصی را به‌وجود می‌آورد. نام‌گذاری زیر پذیرفته شده است: حالت‌های  $S$  تک‌تایه (اسپین صفر)  $\eta_c$  و حالت‌های  $S$  سه‌تایه (اسپین ۱)  $\psi$  و حالت‌های  $P$  سه‌تایه (اسپین ۰، ۱ یا ۲) با  $\chi_0, \chi_1, \chi_2$  مشخص شدند. برای مدتی مقدار  $n$  با پریمها نشان داده می‌شد، ولی به‌زودی منسوخ شد و روش معمول فعلی‌شان دادن جرم ذره در پرانتز است. پس برای  $n = 1$  داریم  $\psi = \psi(3100)$ ؛ برای  $n = 2$ ؛  $\psi' = \psi(3685)$ ؛  $n = 3$ ؛  $\psi'' = \psi(4030)$ ؛  $n = 4$ ؛  $\psi''' = \psi(4160)$  و غیره\*. همسبستگی بین حالت‌های چارمونیم و پوزیترونیم تقریباً کامل است (شکل ۷-۵). به‌خاطر داشته باشید که فاصله بین دو تراز  $n = 1$ ، که در مورد هیدروژن شکافتگی فوق ریز نامیده می‌شود، در چارمونیم  $10^{11}$  برابر پوزیترونیم است. اما به‌رغم این اختلاف مقیاس بزرگ، ترتیب ترازهای انرژی، و برای یک  $n$  مفروض، فاصله نسبی آنها به‌صورت بارزی مشابه است.\*\* متأسفانه حل دقیق معادله شرودینگر با پتانسیل کولنی

---

\* بعضی نویسندگان، از جمله نویسندگان کتابچه داده‌های ذرات، تعداد حالت‌های متوالی را با ۱ برای هر ترکیب  $s, l$  و  $z$  شروع کرده‌اند، بنابراین آنچه من حالت  $2P$  نامیده‌ام (در شکل ۷-۵)  $1P$  نوشته شده است. از این بابت متأسفم. همین‌طور  $\psi(3770)$  جایگزین حالت  $3^3D_1$  شده است و واقعاً متعلق به این سلسله مراتب نیست.

\*\* در روزهای اولیه جرم اندک  $\eta_c$  و  $\eta'_c$  که ظاهراً در حدود  $150 \text{ MeV}/c^2$  بود باعث نگرانی شد، اما آزمایشها غلط بود و مقادیر تصحیح شده با نظریه سازگار هستند. نگاه کنید به مرجع ۲۰.

جدول ۲-۵ ترازهای انرژی «بور» برای پتانسیل کولنی به علاوه خطی (معادله ۵-۸) با مقادیر مختلف  $F$ . این مقادیر مربوط به حالت‌های  $S$  ( $l = 0$ ) است و  $\alpha_s = 0.2$  و  $m = 1500 \text{ MeV}/c^2$  در نظر گرفته شده است (جرم کاهیده  $750 \text{ MeV}/c^2$  است).

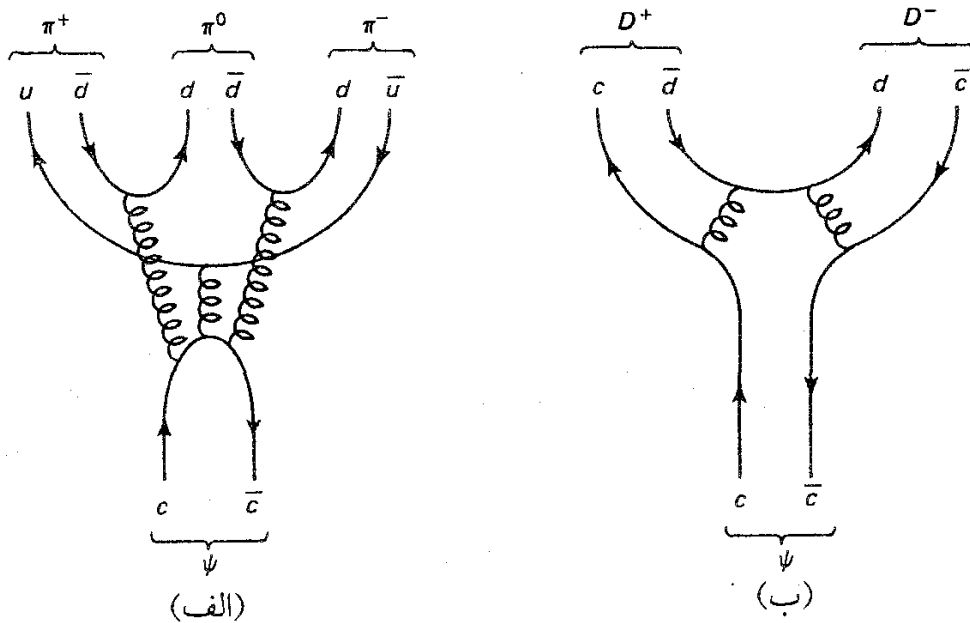
$E_0$ (MeV/fm)	$E_1$ (MeV)	$E_2$ (MeV)	$E_3$ (MeV)	$E_4$ (MeV)
۵۰۰	۳۰۷	۶۷۷	۹۶۱	۱۲۱۰
۱۰۰۰	۵۳۳	۱۱۰۰	۱۵۵۰	۱۹۴۰
۱۵۰۰	۷۲۷	۱۴۸۰	۲۰۴۰	۲۵۵۰

نتایج عددی را ریچارد اس. کرنال از جدول‌های منتشر نشده تهیه کرده است.

به اضافه خطی را نمی‌دانیم و نمی‌توانم فرمول ساده‌ای برای انرژی‌های «بور» به شما بدهم. با این حال می‌توان این کار را به صورت عددی انجام داد (جدول ۲-۵)، و  $F$  را می‌توان طوری برگزید که بر داده‌ها برازش یابد (این چگونگی به دست آمدن ۱۶ تن - یا با یکاهای معقول تر  $900 \text{ MeV}/\text{fm}$  - است) [۲۱]. (مسئله ۵-۲۱).

همه حالت‌های چارمونیم با  $n = 1$  و  $n = 2$  عمری نسبتاً طولانی دارند زیرا قاعده OZI (فصل ۲، بخش ۲-۵) مانع از واپاشی قوی آنها می‌شود. برای  $n \geq 3$  جرم چارمونیم بالاتر از آستانه (OZI-مجاز) تولید دو مزون  $D$  افسون‌دار ( $D^0, \bar{D}^0$ ) به جرم  $1865 \text{ MeV}/c^2$  یا  $D^\pm$  به جرم  $1869 \text{ MeV}/c^2$  قرار می‌گیرد. بنابراین، طول عمر آنها خیلی کوتاه‌تر است و آنها را «حالات شبه‌مقید» می‌نامیم (شکل ۵-۸). حالت‌های شبه‌مقید چارمونیم حداقل تا  $n = 4$  مشاهده شده است.

پس از انقلاب نوامبر کارهای نظری گسترده‌ای در مورد امکان وجود یک نسل سوم کوارک ( $b$  و  $t$ ) به وجود آمد و در ۱۹۷۶ ایختن و گاتفرید [۲۲] پیش‌بینی کردند که «باتمونیم» ( $b\bar{b}$ ) باید سلسله مراتبی از حالت‌های مقید حتی غنی‌تر از چارمونیم به نمایش گذارد (شکل ۵-۹). نظیر مزون  $D$  با کوارک  $b$  (یعنی  $B$ ) جرم تخمینی به اندازه کافی بزرگ دارد به طوری که نه فقط  $n = 1$  و  $n = 2$  بلکه تراز  $n = 3$  آن نیز باید مقید باشد. در سال ۱۹۷۷ مزون اوپسیلون کشف شد و به عنوان حالت  $1^3S_1$  باتمونیم تعبیر شد. در حال حاضر، حالت‌های  $1^3S_1$  برای  $n$  تا ۴، علاوه بر شش حالت  $1^3P_0$  برای  $n = 2$  و  $n = 3$  یافته شده‌اند. اتفاقاً فاصله‌های تراز  $\psi$  و  $\Upsilon$  به طور قابل ملاحظه‌ای مشابه‌اند (شکل ۵-۱۰)، اگر چه جرم کوارک  $b$  بیشتر از سه برابر کوارک افسون است. برای پتانسیل کولنی ناب فاصله‌ها با جرم تناسب مستقیم دارند [معادله (۵-۲۶)]، در حالی که برای پتانسیل خطی ناب به صورت  $m^{-1/2}$  است (مسئله ۵-۲۰). اگر پتانسیل میان کوارکی (۵-۸) را جدی بگیریم، فاصله‌های مساوی باید ناشی از تباری دو جمله و یک جنبه تصادفی مقدار خاص  $F$  (که به خاطر دارید با برازش



شکل ۸-۵ الف) قاعده OZI از واپاشی چارمونیم در کمتر از آستانه  $D\bar{D}$  جلوگیری می‌کند. ب) واپاشی چارمونیم در بالای آستانه  $D\bar{D}$  مجاز است.

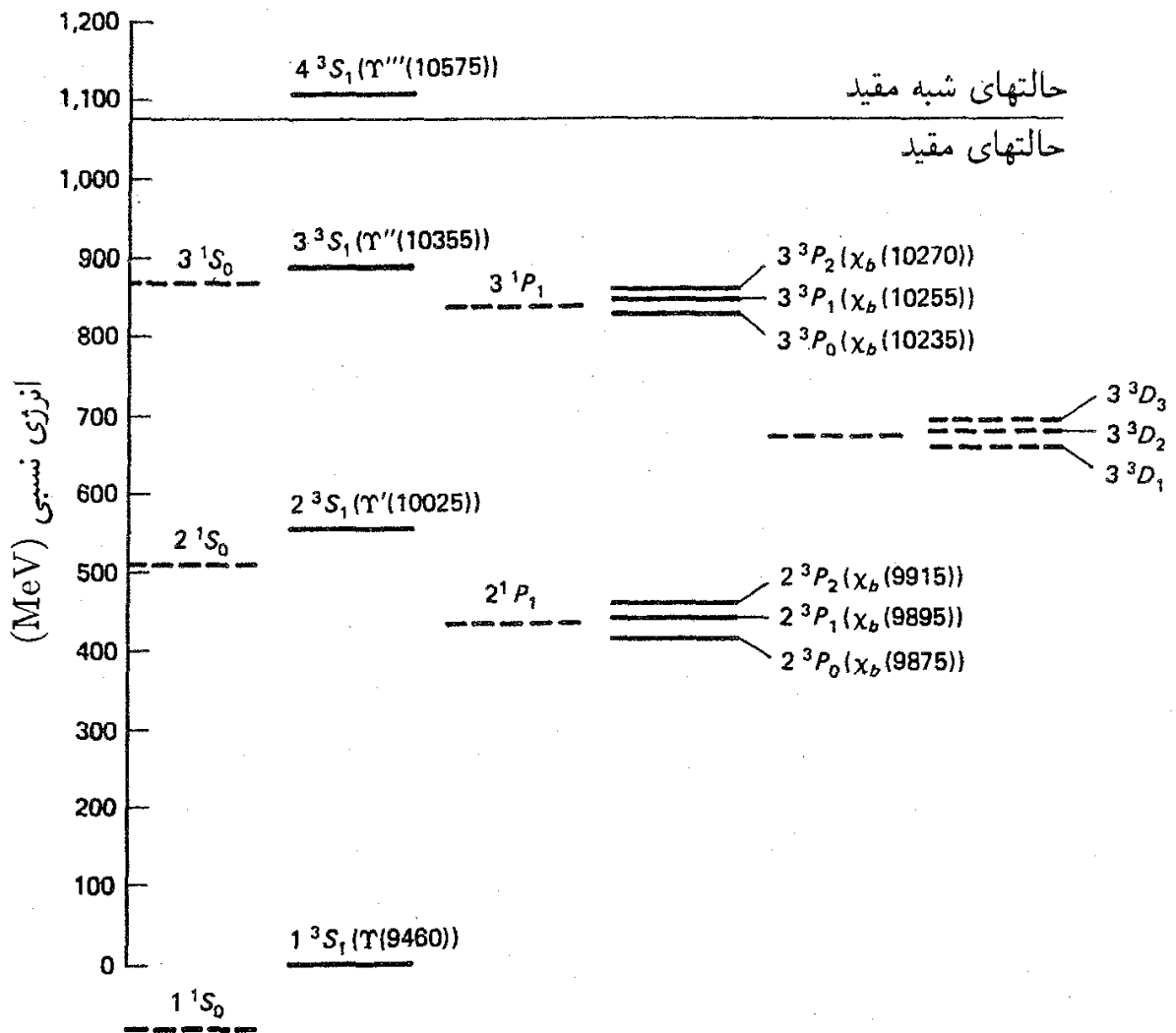
به داده‌های  $\psi$  تنظیم کردیم) باشد. سیستم خیلی سنگین‌تر «تاپونیم» باید به بخش فاصله-کوتاه (کولنی) پتانسیل حساس‌تر باشد، و از قرار معلوم فاصله‌های مساوی  $\psi$  و  $\Upsilon$  را نخواهد داشت\* . ضمناً، چارمونیم و باتمونیم فقط دو سیستم اول از شش سیستم ممکن کوارکونیم هستند؛ علاوه بر تاپونیم می‌توان منتظر مخلوطی از ترکیبهای  $c\bar{b}$ ،  $c\bar{t}$  و  $b\bar{t}$  نیز بود. اما، مدلی برای این موارد، موئونیم ( $\mu^+e^-$ ) است نه پوزیترونیم.

### ۸-۵ مزونهای با کوارک سبک

اکنون مزونهای متشکل از کوارکهای سبک ( $u, d, s$ ) را در نظر بگیرید. این دستگاهها نسبیتی هستند، به خاطر داشته باشید که از معادله شرودینگر نمی‌توان استفاده کرد، و نظریه نسبتاً محدود است [۲۳]. به‌ویژه، برخلاف آنچه در مورد کوارکهای سنگین انجام دادیم به طیف حالت‌های برانگیخته نخواهیم پرداخت (جدول ۴-۶)، بلکه توجه خود را به حالت پایه  $l = 0$  محدود می‌کنیم. اسپین کوارکها می‌تواند پادموازی (حالت تک‌تایه  $s = 0$ ) یا موازی (حالت سه‌تایه  $s = 1$ ) باشد؛ ترکیب اول نه‌تایه شبه نرده‌ای و دومی نه‌تایه برداری را می‌دهد (شکل ۵-۱۱).

ابتدا مسئله‌ای را که در فصل ۱ حل نشد روشن می‌کنیم. نه‌مزون را با ترکیب کوارک و یا پادکوارک با هر ترکیب ممکن به‌دست آوردیم (فصل ۱ بخش ۱-۸)، اما سه حالت خنثی با شگفتی

\* با این حال، در پتانسیل لگاریتمی فاصله ترازها مستقل از جرم است، بنابراین اگر شکافتگی دستگاه تاپونیم با  $\psi$  و  $\Upsilon$  جور شود، دلیلی برای استفاده از  $V(r) \sim \ln(r)$  خواهد بود.



حالت‌های  ${}^3D$  حالت‌های  ${}^1D$  حالت‌های  ${}^3P$  حالت‌های  ${}^1P$  حالت‌های  ${}^3S$  حالت‌های  ${}^1S$

شکل ۵-۹ باتمونیم. توجه کنید که حالت‌های مقید بیشتری نسبت به چارمونیم وجود دارد — با شکل ۵-۷ مقایسه کنید.

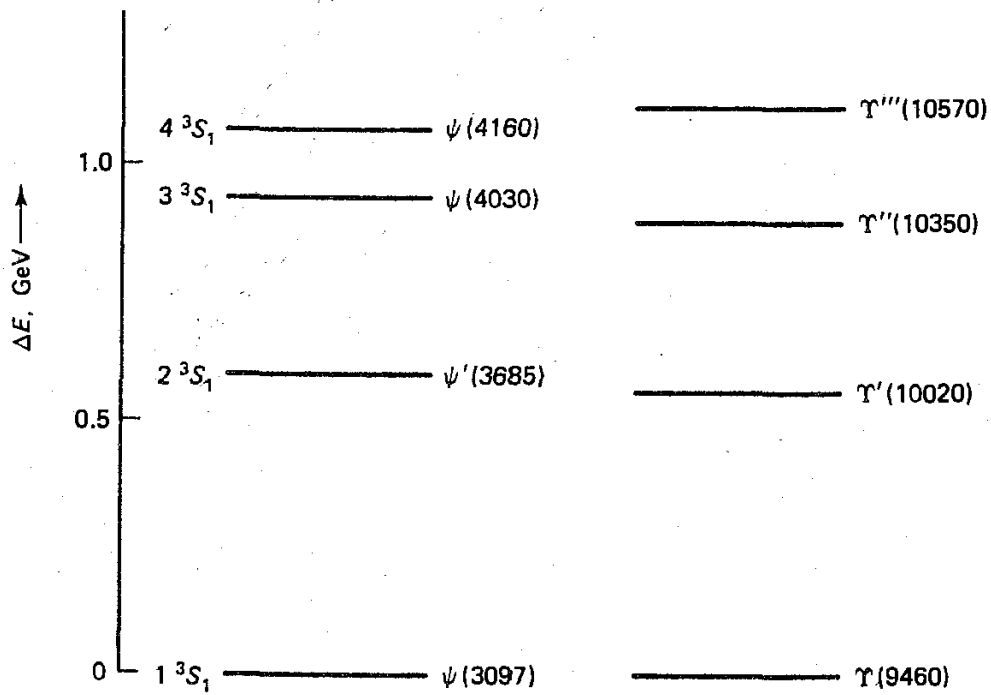
صفر  $(s\bar{s}, d\bar{d}$  و  $u\bar{u})$  باقی ماند و معلوم نبود کدام یک  $\pi^0$  و کدام  $\eta$  و کدام  $\eta'$  بود (یا در حالت برداری  $\rho^0, \omega$  و  $\phi$ ). اکنون در موقعیتی هستیم که این ابهام را بر طرف کنیم. کوارک‌های بالا و پایین یک دوتایه ایزواسپین می‌سازند:

$$u = \left| \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right\rangle, \quad d = \left| \begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right\rangle \quad (۸۷-۵)$$

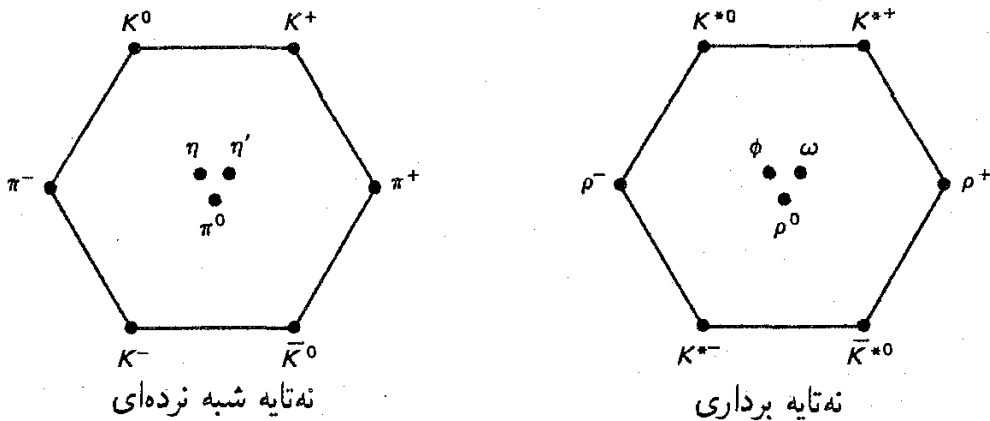
پادکوارکها نیز همین‌طور:

$$\bar{d} = -\left| \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right\rangle, \quad \bar{u} = \left| \begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{matrix} \right\rangle \quad (۸۸-۵)$$





شکل ۱۰-۵ فاصله ترازها در دستگاه  $\psi$  و  $\Upsilon$ .



شکل ۱۱-۵ مزونهای با کوارک سبک با  $I = 0$ .

(توجه کنید که  $\bar{d}$  دارای  $I_3 = +1/2$  و  $\bar{u}$  دارای  $I_3 = -1/2$  است، در یک چند تاییه، به ذره‌ای که بار بیشتری دارد  $I_3$  بزرگ‌تری نسبت داده می‌شود. علامت منفی مربوط به جزئیات است [۲۴]، که تأثیر چندانی در بحث ما ندارد.) وقتی دو ذره با  $I = 1/2$  را ترکیب می‌کنیم، یک سه تاییه به دست می‌آوریم (معادله ۱۵-۴)

$$\begin{cases} |1 \ 1\rangle = -u\bar{d} \\ |1 \ 0\rangle = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2} \\ |1 \ -1\rangle = d\bar{u} \end{cases} \quad (۱۹-۵)$$

و یک ایزواسپین تک‌تایه (معادله ۴-۱۶)

$$|0^0\rangle = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2} \quad (90-5)$$

در مورد مزونهای شبه نرده‌ای سه‌تایه پیون و برای مزونهای برداری  $\rho$  است. ظاهراً  $\pi^0$  (یا  $\rho^0$ ) نه  $u\bar{u}$  است نه  $d\bar{d}$ ، بلکه ترکیبی از آنهاست

$$\pi^0, \rho^0 = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2} \quad (91-5)$$

اگر می‌توانستید یک  $\pi^0$  را قطعه‌قطعه کنید، نیمی از اوقات  $u$  در یک دست  $u$  و  $\bar{u}$  در دست دیگر قرار می‌گرفت. در نیم دیگر در یک دست  $d$  و در دست دیگر  $\bar{d}$  قرار می‌گرفت. این وضعیت دو حالت  $I = 0$  را به‌جا می‌گذارد (ترکیب ایزواسپین تک‌تایه معادله ۵-۹۰)  $(s\bar{s})$  و  $\eta$  باید  $\eta'$  (یا  $\omega$  و  $\phi$ ) را نشان دهد. در اینجا وضعیت خیلی روشن نیست، زیرا این ذرات حامل اعداد کوانتومی یکسان هستند، و در عمل تمایل به «مخلوط شدن» دارند. در مورد شبه‌نرده‌ایها، حالت‌های فیزیکی به‌صورت زیر ظاهر می‌شوند

$$\eta = (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6} \quad (92-5)$$

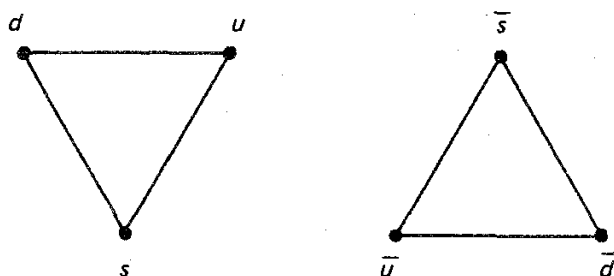
$$\eta' = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3} \quad (93-5)$$

در حالی‌که برای مزونهای برداری به‌دست می‌آوریم

$$\omega = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2} \quad (94-5)$$

$$\phi = s\bar{s} \quad (95-5)$$

تا جایی که راه هشت‌گانه تقارن خوبی باشد، ترکیب شبه‌نرده‌ای «طبیعی» تر است، زیرا  $\eta'$  که نسبت به  $u, d$  و  $s$  متقارن است، بر اثر تبدیلهای  $SU(3)$  تغییر نمی‌کند؛ یعنی تحت  $SU(3)$  «تک‌تایه» است، درست همان‌طور که  $\pi^0$  تحت  $SU(2)$  (ایزواسپین) تک‌تایه است. در ضمن،  $\eta$  به‌عنوان بخشی از یک «هشت‌تایه»  $SU(3)$  تبدیل می‌شود، و اعضای دیگرش سه‌پیون و چهار کانون هستند. (این، در واقع هشت‌تایه شبه نرده‌ای اصلی است.) برخلاف آن نه  $\phi$  نه  $\omega$  هیچ‌کدام تک‌تایه  $SU(3)$  نیستند. آنها چیزی هستند که «حداکثر» می‌توان گفت مخلوط‌اند، زیرا کوارک شگفت



شکل ۵-۱۲ کوارکها و پادکوارکها.

سوی دو کوارک دیگر است. [ضمناً به نظر می‌رسد که بقیهٔ نه‌تایه‌های مزونی از الگوی اختلاط  $\phi - \omega$  پیروی می‌کنند، شاید به‌استثنای  $D$  و  $E$  (جدول ۴-۶)]. در ضمن، مزونهای شگفت از ترکیب کوارک  $s$  با  $u$  یا  $d$  ساخته می‌شوند

$$K^+ = u\bar{s}, \quad K^0 = d\bar{s}, \quad \bar{K}^0 = -s\bar{d}, \quad K^- = s\bar{u} \quad (۹۶-۵)$$

به زبان نظریه گروه، سه کوارک سبک متعلق نمایش اصلی  $SU(3)$  (به نشانهٔ ۳) است، در حالی که پادکوارک متعلق به نمایش همیوگ (۳) است (شکل ۵-۱۲). آنچه انجام داده‌ایم ترکیب این نمایشها و به‌دست آوردن هشت‌تایه و تک‌تایه است:

$$3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1 \quad (۹۷-۵)$$

درست مانند فصل ۴ که دو نمایش دوبعدی (اسپین ۱/۲)  $SU(2)$  را برای به‌دست آوردن سه‌تایه و تک‌تایه ترکیب کردیم\*

$$2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1 \quad (۹۸-۵)$$

اگر  $SU(3)$  یک تقارن کامل بود، همهٔ ذرات در یک ابر چندتایه جرم یکسانی می‌داشتند. ولی به‌وضوح چنین نیست؛ مثلاً  $K$  جرمی بیش از سه برابر  $\pi$  دارد. همان‌طور که در فصل ۴ نشان دادیم، شکسته شدن تقارن طعم بدین سبب است که جرم کوارکها یکسان نیست؛ جرم کوارک  $u$  و  $d$  تقریباً یکی است (به این دلیل است که ایزواسپین تقارن خوبی است) اما کوارک  $s$  به‌طور قابل ملاحظه‌ای سنگین‌تر است. تقریباً می‌توان گفت،  $K$ ها سنگین‌تر از  $\pi$ ها هستند زیرا یک کوارک  $s$

\* متأسفانه (از دیدگاه سازگاری نمادگذاری) نمایش  $SU(3)$  معمولاً با تعداد ابعاد مشخص می‌شود، در حالی که نمایش  $SU(2)$  اغلب با اسپین مشخص می‌شود، بنابراین معادلهٔ (۹۸-۵) به‌صورت  $\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 1 \oplus 0$  نوشته می‌شود. به هر حال، اغلب نمایش اصلی  $SU(2)$  با همیوگ آن هم‌ارز است؛ فقط یک نوع اسپین ۱/۲ وجود دارد. به این دلیل است که در معادلهٔ (۸۸-۵) قادریم  $\bar{u}$  و  $\bar{d}$  را برحسب حالت‌های ایزواسپین ۱/۲ معمولی نمایش دهیم. برای  $SU(3)$  چنین نیست.

جایگزین یک  $u$  و  $d$  آنها شده است. اما این تمام داستان نیست، اگر چنین بود،  $\rho$  و  $\pi$  باید جرم یکسانی داشته باشند؛ زیرا محتوای کوارکی آنها یکسان است و هر دو در حالت پایه فضایی ( $l = 0$ ،  $n = 1$ ) هستند. چون مزونهای شبه نرده‌ای و برداری فقط دارای سمتگیری اسپین کوارک متفاوت هستند، اختلاف جرم آنها باید مربوط به برهم‌کنش اسپین-اسپین باشد که همانند شکافتگی فوق ریز در حالت پایه هیدروژن در QCD است. به خاطر دارید که فرمول QED عبارت است از

$$\Delta E_{\text{hf}} = \frac{4\pi\gamma_p e^2}{3mm_p c^2} (\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p) |\psi_{100}(0)|^2 \quad (۶۰-۵)$$

منطقی به نظر می‌رسد که فرض کنیم جفت‌شدگی اسپین-اسپین هر QCD ساختار مشابهی داشته باشد؛ یعنی باید با حاصل ضرب نقطه‌ای اسپینها و عکس حاصل ضرب جرمها متناسب باشد. با این فرضها به فرمول جرم مزونی زیر می‌رسیم

$$M(\text{مزون}) = m_1 + m_2 + A \frac{(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)}{m_1 m_2} \quad (۹۹-۵)$$

ضریب  $A$  با  $|\psi(0)|^2$  رابطه دارد که در موقعیتی نیستیم که آن را محاسبه کنیم. فرض می‌کنیم که برای همه مزونهای برداری و شبه نرده‌ای یکسان باشد، زیرا آنها حالت‌های کوانتومی یکسانی را اشغال می‌کنند\*. با ترفند متداول مربع کردن  $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$  [معادله (۶۳-۵)] به دست می‌آوریم

$$\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 = \begin{cases} \frac{1}{4} \hbar^2, & \text{برای } s = 1 \text{ (مزونهای برداری)} \\ -\frac{3}{4} \hbar^2, & \text{برای } s = 0 \text{ (شبه نرده‌ایها)} \end{cases} \quad (۱۰۰-۵)$$

برای جرم  $m_u = m_d = 310 \text{ MeV}/c^2$ ،  $m_s = 483 \text{ MeV}/c^2$  «بهترین مقدار برازش»  $A$ ،  $(2m_u/\hbar)^2 160 \text{ MeV}/c^2$  است و نتایج جدول ۳-۵ را به دست می‌آوریم. با توجه به پایه‌های لوزان این نظریه، معادله (۹۹-۵) به صورت شگفت‌انگیزی خوب عمل می‌کند، جرم هفت مزون مستقل با دقت ۱٪ با سه پارامتر ورودی قابل تنظیم به دست می‌آید. (اما، توجه کنید که  $\eta'$  در جدول نیست. نگاه کنید به مسئله ۵-۲۲.)

\* از نظر من این فرض سؤال‌برانگیز است: ۱. می‌دانیم برای پتانسیل کولنی [معادله‌های (۲۹-۵) و (۶۱-۵)]  $|\psi(0)|^2$  با توان سوم جرم کاهشده متناسب است. (برای پتانسیل خطی با  $m$  متناسب است). چرا بستگی صریح جرم در مخرج معادله (۹۹-۵) را حفظ کنیم، در حالی که آماده‌ایم در صورت آن را نادیده بگیریم؟ ۲. اعضای مرکزی ( $I_3 = 0$ ) هر نه تابه ترکیب یک کوارک و یک کوارک آن است و در نتیجه می‌توانند درست مانند آنچه پوزیترونیم نابود شوند، این کار برای مزونهای دیگر ممکن نیست. با این حال، نتیجه موفقیت‌آمیز است و معادله (۹۹-۵) به صورت قابل ملاحظه‌ای خوب کار می‌کند.

جدول ۳-۵ جرم مزونهای شبه‌نرده‌ای و برداری ( $\text{MeV}/c^2$ )

مشاهده شده	محاسبه شده	مزون
۱۳۸	۱۴۰	$\pi$
۴۹۶	۴۸۴	K
۵۴۹	۵۵۹	$\eta$
۷۷۶	۷۸۰	$\rho$
۷۸۳	۷۸۰	$\omega$
۸۹۲	۸۹۶	$K^*$
۱۰۲۰	۱۰۳۲	$\phi$

## ۹-۵ باریونها

ممکن است روزی بتوانیم باریونهای با کوارک سنگین غیر نسبیتی —  $ccc$  و شاید حتی  $cbb$  را بسازیم. اینها وابسته‌های باریونی کوارکونیم — هستند که می‌توان آنها را «کوارکونیم» نامید زیرا نزدیک‌ترین مشابه اتمی آن هلیوم است. اگر چه، در حال حاضر ساختن باریون با یک کوارک سنگین به اندازه کافی مشکل است، تا چه رسد به سه کوارک، و در اینجا به طیف باریون با کوارک سنگین نمی‌اندیشیم. از طرف دیگر، آرایه مشاهده شده باریونهای با کوارک سبک بسیار بزرگ است (نگاه کنید به جدول ۴-۵). تحلیل باریونها به چند دلیل از مزونها مشکل‌تر است. اولاً، باریون یک سیستم سه‌ذره‌ای است. در تکانه زاویه‌ای مداری وجود دارد نه یکی (شکل ۵-۱۳). ما به حالت پایه علاقه‌مندیم که برای آن  $l = l' = 0$  است. در این حالت تکانه زاویه‌ای باریون صرفاً ترکیب اسپینهای سه کوارک است. چون کوارکها دارای اسپین  $\frac{1}{2}$  هستند، بنابراین می‌توانند هر یک از دو حالت «اسپین بالا» ( $\uparrow$ ) یا «اسپین پایین» ( $\downarrow$ ) را اشغال کنند. پس هشت حالت ممکن برای سه کوارک وجود دارد:  $(\uparrow\uparrow\uparrow)$ ،  $(\uparrow\uparrow\downarrow)$ ،  $(\uparrow\downarrow\uparrow)$ ،  $(\uparrow\downarrow\downarrow)$ ،  $(\downarrow\downarrow\downarrow)$ ، و  $(\downarrow\downarrow\uparrow)$ ،  $(\downarrow\uparrow\downarrow)$ ،  $(\downarrow\uparrow\uparrow)$ ،  $(\uparrow\downarrow\downarrow)$ ، زیرا ویژه حالت‌های تکانه زاویه‌ای کل نیستند. همان طور که در مثال ۴-۲ دیدیم اسپینهای کوارک می‌توانند ترکیب شوند و اسپین کل  $\frac{3}{2}$  یا  $\frac{1}{2}$  را بدهند، و مورد اخیر با دوروش مجزا به دست می‌آید. به بیان دقیق‌تر

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle &= (\uparrow\uparrow\uparrow) \\ \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= (\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow) / \sqrt{3} \\ \left| \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle &= (\downarrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow) / \sqrt{3} \\ \left| \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right\rangle &= (\downarrow\downarrow\downarrow) \end{aligned} \right\} \frac{3}{2} \text{ اسپین } (\psi_s) \quad (10-15)$$

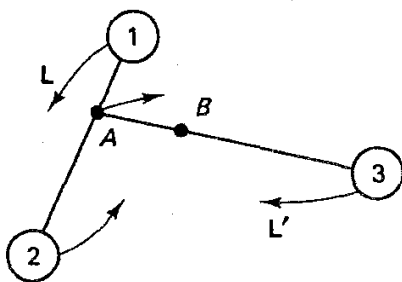
جدول ۴-۵ باریونهای با کوارک سبک (اسپین =  $J$ ، پاریته =  $P$ ، شگفتی =  $S$ ، ایزواسپین =  $I$ . این فهرست کامل نیست؛ باریونهای با اسپین تا  $\frac{1}{2}$  مشاهده شده‌اند.)

$S = -1$						$SU(3)$
$S = -3$	$S = -2$	$I = 1$	$I = 0$	$S = 0$	$J^P$	نمایش
	$\Xi(1318)$	$\Sigma(1193)$	$\Lambda(1116)$	$N(939)$	$\frac{1}{2}^+$	۸
$\Omega(1672)$	$\Xi(1533)$	$\Sigma(1385)$		$\Delta(1232)$	$\frac{3}{2}^+$	۱۰
			$\Lambda(1405)$		$\frac{1}{2}^-$	۱
			$\Lambda(1520)$		$\frac{3}{2}^-$	
		$\Sigma(1750)$	$\Lambda(1670)$	$N(1535)$	$\frac{1}{2}^-$	۸
			$\Lambda(1870)$	$N(1700)$	"	
	$\Xi(1820)?$	$\Sigma(1670)$	$\Lambda(1690)$	$N(1520)$	$\frac{3}{2}^-$	
		$\Sigma(1940)?$		$N(1700)$	"	
		$\Sigma(1765)$	$\Lambda(1830)$	$N(1670)$	$\frac{5}{2}^-$	
				$\Delta(1650)$	$\frac{1}{2}^-$	۱۰
				$\Delta(1670)$	$\frac{3}{2}^-$	
			$\Lambda(1860)$	$N(1810)$	$\frac{3}{2}^+$	۸
	$\Xi(2030)?$	$\Sigma(1915)$	$\Lambda(1815)$	$N(1688)$	$\frac{5}{2}^+$	۸
				$\Delta(1910)$	$\frac{1}{2}^+$	۱۰
					$\frac{3}{2}^+$	
				$\Delta(1890)$	$\frac{5}{2}^+$	
		$\Sigma(2030)$		$\Delta(1950)$	$\frac{7}{2}^+$	
		$\Sigma(1660)$		$N(1470)$	$\frac{1}{2}^+$	۸
				$\Delta(1690)$	$\frac{3}{2}^+$	۱۰

منبع: S. Gasiorowicz and J. L. Rosner. *Am. J. Phys.* **49**, 954(1981)

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_{12} &= (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \uparrow / \sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle_{12} &= (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \downarrow / \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \text{ اسپین } (\psi_{12}) \quad (102-5)$$

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_{23} &= \uparrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) / \sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle_{23} &= \downarrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) / \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \text{ اسپین } (\psi_{23}) \quad (103-5)$$



شکل ۱۳-۵ تکانه‌های زاویه‌ای مداری برای دستگاه سه جسمی.  $L$  تکانه زاویه‌ای ۱ و ۲ حول مرکز جرمشان (A) است.  $L'$  تکانه زاویه‌ای این ترکیب و ۳ حول مرکز جرم هر سه (B) است.

ترکیب‌های اسپین  $\frac{3}{2}$  کاملاً متقارن هستند، به این معنی که تعویض هر دو ذره حالت را دست نخورده باقی می‌گذارد. ترکیب‌های اسپین  $\frac{1}{2}$  تا اندازه‌ای پاد متقارن‌اند: تعویض دو ذره علامت را تغییر می‌دهد. مجموعه اول نسبت به ذره ۱ و ۲ (و در نتیجه زیرنویس) پاد متقارن است؛ مجموعه دومی نسبت به ۲ و ۳ پاد متقارن است. همچنین می‌توان یک جفت حالت پاد متقارن نسبت به ۱ و ۳ ساخت:

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \right\rangle_{13} &= (\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow) / \sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \right\rangle_{13} &= (\uparrow\downarrow\downarrow - \downarrow\downarrow\uparrow) / \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \text{ اسپین } (\psi_{13}) \quad (104-5)$$

به هر حال، اینها مستقل از دوتای دیگر نیستند؛ می‌توانید این را خودتان امتحان کنید،

$$| \rangle_{13} = | \rangle_{12} + | \rangle_{23} \quad (105-5)$$

به زبان نظریه گروه، ضرب مستقیم سه نمایش اصلی (دو بعدی)  $SU(2)$  به جمع مستقیم یک نمایش چهار بعدی و دو نمایش دو بعدی تجزیه می‌شود\*

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2 \quad (106-5)$$

از جنبه دیگری نیز پیچیده‌تر از مزونها هستند و آن به اصل طرد پائولی مربوط می‌شود. در فرمول‌بندی اولیه اصل طرد پائولی بیان می‌کرد که هیچ دو الکترونی نمی‌تواند حالت کوانتومی

\* اگر نمایشها، به جای ابعاد، با اسپین مشخص شوند، معادله (۱۰۶-۵) به صورت  $\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \oplus \frac{1}{2} \oplus \frac{1}{2}$  در می‌آید. ضمناً، می‌توان ترکیب اسپین  $\frac{1}{2}$  - که نیز نسبت به ذره ۱ و ۲ متقارن است ساخت: بعضی نویسندگان استفاده از  $| \rangle_{12}$  و  $| \rangle_{13}$  را به جای  $| \rangle_{12}$  و  $| \rangle_{23}$  ترجیح می‌دهند.

یکسانی را اشغال کنند. این مسئله برای بیان اینکه چرا همه الکترونهاى اتم به حالت پایه ( $\psi_{100}$ ) فرو نمی‌ریزند، مطرح شد (اگر چنین بود چیز زیادی برای شیمی نمی‌ماند): آنها نمی‌توانند چنین کنند زیرا حالت پایه فقط دو الکترون یکی با اسپین بالا و یکی با اسپین پایین را در خود جای می‌دهد. وقتی این مکانها اشغال شد، الکترونهاى بعدی به اولین حالت برانگیخته  $n = 2, 000$  و غیره می‌روند. از این نظر، اصل طرد پائولی کمی بی‌پایه به نظر می‌رسد. اما در واقع بر چیزی بسیار عمیق‌تر استوار است: اگر دو ذره مطلقاً یکسان باشند باید با تابع موج آنها برخوردی یکسان داشت. اگر کسی مخفیانه آنها را عوض کرد، حالت فیزیکی نباید تغییر کند. شاید از این نتیجه بگیرید  $\psi(1, 2) = \psi(2, 1)$ ، اما این نتیجه‌گیری بسیار تند است. کمیت‌های فیزیکی را مربع تابع موج تعیین می‌کند، بنابراین با اطمینان می‌توان گفت که  $\psi(1, 2) = \pm \psi(2, 1)$ : تابع موج تحت تعویض دو ذره یکسان باید یا زوج — متقارن — یا فرد — پاد متقارن باشد\*. اما این تابع زوج است یا فرد؟ مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی پاسخی به این پرسش نمی‌دهد؛ فقط دو گروه ذره وجود دارد. بوزونها که تابع موج آنها زوج و فرمیونها که تابع موج آنها فرد است. این یک واقعیت تجربی است که همه ذرات با اسپین صحیح بوزون هستند، در حالی که ذرات با اسپین نیمه صحیح فرمیون‌اند. یکی از دستاوردهای بزرگ نظریه میدان کوانتومی اثبات دقیق این ارتباط بین «اسپین و آمار» بود.

بوزونها (اسپین صحیح)  $\Leftarrow$  تابع موج متقارن:  $\psi(1, 2) = \psi(2, 1)$

فرمیونها (اسپین نیمه صحیح)  $\Leftarrow$  تابع موج پاد متقارن:  $\psi(1, 2) = -\psi(2, 1)$

فرض کنید دو ذره یکی در حالت  $\psi_\alpha$  و دیگری در حالت  $\psi_\beta$  داریم. اگر ذرات متمایز باشند (مثلاً یکی موئون و یکی الکترون) در آن صورت با معنی است بپرسیم کدام در حالت  $\psi_\alpha$  و کدام در حالت  $\psi_\beta$  است. تابع موج سیستم اگر ذره ۱ در  $\psi_\alpha$  و ذره ۲ در  $\psi_\beta$  باشد عبارت است از

$$\psi(1, 2) = \psi_\alpha(1)\psi_\beta(2)$$

اگر عکس این باشد به صورت

$$\psi(1, 2) = \psi_\beta(1)\psi_\alpha(2)$$

است. ولی اگر دو ذره غیرقابل تمیز باشند، نمی‌توان گفت کدام یک در کدام حالت است. اگر ذرات یکسان بوزون باشند، تابع موج ترکیب متقارن

\* از  $|\psi(1, 2)|^2 = |\psi(2, 1)|^2$  نتیجه می‌شود که  $\psi(1, 2) = e^{i\phi}\psi(2, 1)$ . با دوبرار تعویض به نقطه اول برمی‌گردیم، بنابراین  $e^{2i\phi} = 1$  و در نتیجه  $e^{i\phi} = \pm 1$  است.



$$\psi(1, 2) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2) + \psi_\beta(1)\psi_\alpha(2)) \quad (107-5)$$

و اگر فرمیون‌های یکسان باشند، تابع موج ترکیب پاد متقارن

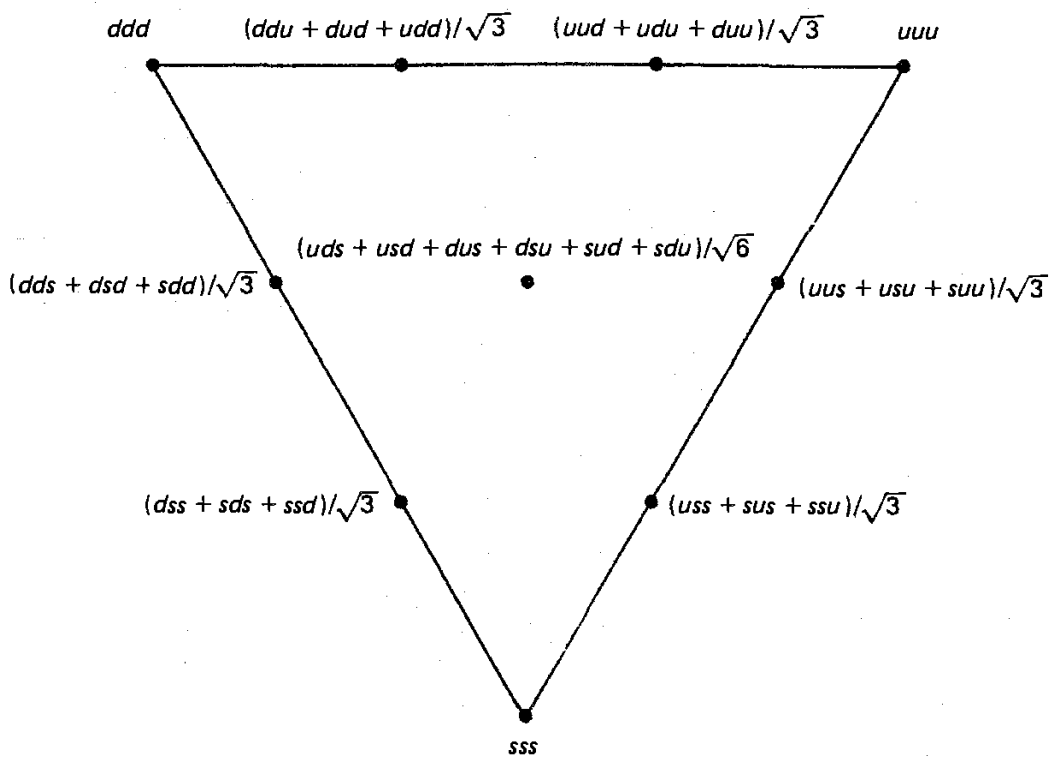
$$\psi(1, 2) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (\psi_\alpha(1)\psi_\beta(2) - \psi_\beta(1)\psi_\alpha(2)) \quad (108-5)$$

را خواهد داشت. به‌ویژه، اگر بکشید دو فرمیون (مثلاً الکترون) را در حالت یکسان ( $\psi_\alpha = \psi_\beta$ ) قرار دهید؛ مقدار صفر را به‌دست می‌آورید. این کار غیرممکن است. این اصل طرد پائولی اولیه است؛ اما اکنون می‌بینیم که این یک فرض بی‌پایه نیست، بلکه پیامد یک نیاز ساختاری روی توابع موج ذرات یکسان است. اما، توجه کنید که اصل طرد پائولی در مورد بوزونها به‌کار نمی‌رود؛ می‌توانید هر تعداد پیون را که بخواهید در یک حالت قرار دهید. هیچ شرط تقارنی برای ذرات قابل تمیز وجود ندارد. به همین دلیل وقتی توابع موج مزون را می‌ساختیم هیچ نگرانی نداشتیم (زیرا از یک کوارک و یک پاد کوارک تشکیل شده بود که همواره قابل تمیز هستند). اما در مورد باریونها سه کوارک را کنار یکدیگر قرار می‌دهیم و باید شرط پاد متقارن کردن را به حساب آوریم. حال، تابع موج یک باریون از چند قسمت تشکیل شده است؛ یک بخش فضایی بیان‌کننده مکان سه کوارک؛ یک بخش اسپین نشانگر اسپینها؛ و یک مؤلفه طعم که چگونگی ترکیب  $d, u$  و  $s$  دخیل را نشان می‌دهد:

$$\psi = \psi(\text{رنگ})\psi(\text{طعم})\psi(\text{اسپین})\psi(\text{فضایی}) \quad (109-5)$$

کل این تابع باید نسبت به تعویض دو کوارک پاد متقارن باشد\* . ما شکل تابعی تابع موج حالت پایه فضایی را نمی‌دانیم، اما بدون شک متقارن است؛ زیرا  $l = l' = 0$ ، اصلاً وابستگی تکانه زاویه‌ای وجود ندارد. حالت اسپین می‌تواند یا کاملاً متقارن ( $j = \frac{3}{2}$ ) یا دارای تقارن آمیخته ( $j = \frac{1}{2}$ ) باشد. برای طعم  $27 = 3^3$  امکان وجود دارد:  $uuu, uud, udu, udu, udd, \dots, sss$  که آنها را به ترکیب متقارن، پاد متقارن و ترکیبهای مخلوط دسته‌بندی می‌کنیم؛ اینها نمایشهای تحویل‌ناپذیر  $SU(3)$  را تشکیل می‌دهند، درست مانند ترکیبهای اسپین که نمایشهای  $SU(2)$  را تشکیل می‌دهند. این موضوع به‌طور مناسبی در الگوهای راه هشت‌گانه نشان داده شده است:

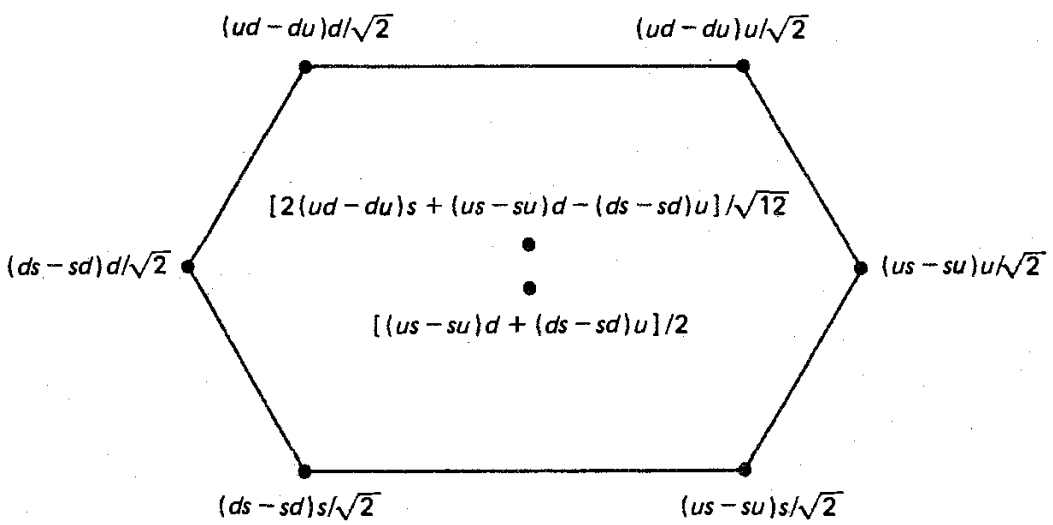
\* توجه کنید که بسط دقیق اندیشه «ذرات یکسان» در اینجا به‌طور ضمنی انجام شده است، زیرا ما با همه کوارکها، بدون توجه به رنگ یا حتی طعم، به عنوان حالت‌های مختلف یک ذره، برخورد می‌کنیم.



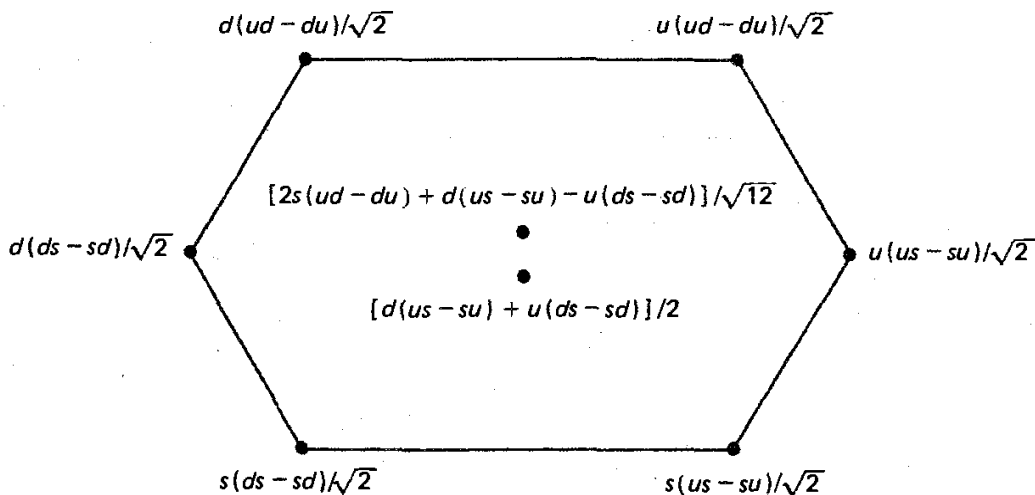
حالت‌های کاملاً متقارن  $\psi_8$ :

•  
 $(uds - usd + dsu - dus + sud - sdu)/\sqrt{6}$

حالت کاملاً پاد متقارن  $\psi_A$ :



نسبت به ۱ و ۲ پاد متقارن  $\psi_{12}$ :

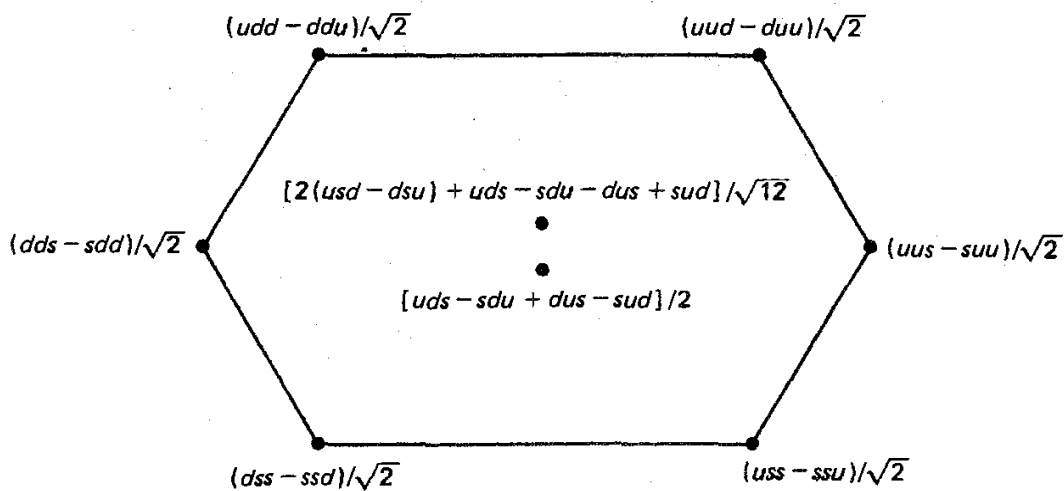


نسبت به ۲ و ۳ پاد متقارن:  $\psi_{23}$

بنابراین ترکیب طعم‌های سه کوارک سبک یک ده تایی، یک تک‌تایی و دو هشت‌تایی می‌دهد؛ به زبان نظریه گروه، حاصلضرب مستقیم سه نمایش بنیادی  $SU(3)$  بنابه قاعده زیر تجزیه می‌شود

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \quad (110-5)$$

ضمناً می‌توان یک هشت‌تایی پاد متقارن نسبت به ۱ و ۳ ساخت، ولی این مستقل نیست  $(\psi_{13} = \psi_{12} + \psi_{23})$ ؛ زیرا از هر ۲۷ حالت قابل دسترس برای ساختن چهار نمایش ۱۰، ۸، ۸ و ۱ استفاده کرده‌ایم.



نسبت به ۱ و ۳ پاد متقارن:  $\psi_{13}$

سرانجام، مسئله رنگ مطرح است. در فصل ۱، یک قانون کلی که بنا به آن همه ذرات طبیعی بدون رنگ هستند را بیان کردم؛ اگر مزونی حاوی یک کوارک قرمز باشد حتماً حاوی کوارک پاد قرمز نیز باشد، و هر باریون باید دارای یک کوارک از هر رنگ باشد. در واقع، این فرمول بندی ساده‌ای از یک قانون عمیق‌تر است:

### هر ذره طبیعی یک تک‌پایه رنگ است

سه رنگ یک تقارن  $SU(3)$  رنگ تولید می‌کنند، درست همان‌طور که سه طعم کوارک سبک  $SU(3)$  طعم را تولید می‌کنند. اما، تقارن در مورد اول دقیق است — کوارکهای با رنگهای مختلف جرم یکسان دارند — در حالی که تقارن دوم تقریبی است — کوارکهای با طعمهای مختلف جرم متفاوت دارند. با قرار دادن سه رنگ در کنار هم یک ده تاییه رنگ، دو هشت تاییه رنگ و یک تک تاییه رنگ به دست می‌آوریم (کافی است در نمودار بالا بنویسیم طعم  $\rightarrow$  رنگ  $u \rightarrow$  قرمز،  $d \rightarrow$  سبز،  $S \rightarrow$  آبی). اما طبیعت تک تاییه را انتخاب می‌کند، بنابراین برای باریونهای حالت رنگ همواره عبارت است از:

$$\psi(\text{رنگ}) = (rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr) / \sqrt{6} \quad (111-5)$$

چون تابع موج رنگ برای همه باریونها یکسان است، معمولاً نگران گنجاندن صریح آن نیستیم. اما، مهم است که به خاطر داشته باشیم که  $\psi(\text{رنگ})$  پاد متقارن است، بدین منظور بقیه تابع موج باید متقارن باشد. به ویژه، در حالت پایه [با (فضایی)  $\psi$  متقارن] حاصل ضرب (اسپین)  $\psi$  و (طعم)  $\psi$  باید کاملاً متقارن باشد. فرض کنید با آرایش اسپین متقارن شروع کنیم؛ این باید با حالت طعم متقارن باشد، و ده تاییه باریونی با اسپین  $\frac{3}{2}$  را به دست می‌آوریم:

$$\psi(\text{ده تاییه باریونی}) = \psi_s(\text{اسپین}) \psi_s(\text{طعم}) \quad (112-5)$$

### مثال ۱-۵

تابع موج  $\Delta^+$  را در حالت اسپینی  $-\frac{1}{2}$  بنویسید (قسمتهای فضایی و رنگ مهم نیستند).  
حل.

$$\begin{aligned} |\Delta^+ : \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\rangle &= [(uud + udu + duu) / \sqrt{3}] [(\downarrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow) / \sqrt{3}] \\ &= [u(\downarrow)u(\downarrow)d(\uparrow) + u(\downarrow)u(\uparrow)d(\downarrow) + u(\uparrow)u(\downarrow)d(\downarrow)] \end{aligned}$$

$$+ u(\downarrow)d(\downarrow)u(\uparrow) + u(\downarrow)d(\uparrow)u(\downarrow) + u(\uparrow)d(\downarrow)u(\downarrow) \\ + d(\downarrow)u(\downarrow)u(\uparrow) + d(\downarrow)u(\uparrow)u(\downarrow) + d(\uparrow)u(\downarrow)u(\downarrow)]/3$$

به‌عنوان مثال، اگر می‌توانستید این ذره را جدا کنید، با احتمال اینکه اولیه کوآرک  $d$  با اسپین بالا باشد  $\frac{1}{4}$  و احتمال اینکه کوآرک  $u$  با اسپین پایین باشد  $\frac{1}{4}$  است.

هشت تابه باریونی پر در دستر است، چون باید حالت‌های با تقارن آمیخته را کنار هم بگذاریم تا ترکیبی کاملاً متقارن بسازد. توجه کنید که حاصل ضرب دو تابع پاد متقارن، متقارن است. بنابراین  $\psi_{12}$  (طعم)  $\times \psi_{12}$  (اسپین) نسبت به ۱ و ۲ متقارن است، زیرا با ۲  $\leftrightarrow$  ۱ دو علامت منفی به دست می‌آید. همین‌طور،  $\psi_{23}$  (طعم)  $\cdot \psi_{23}$  (اسپین) نسبت به ۲ و ۳ متقارن است و  $\psi_{13}$  (طعم)  $\cdot \psi_{13}$  (اسپین) نسبت به ۱ و ۳ متقارن است. اگر اینها را جمع کنیم، نتیجه به روشنی نسبت به هر سه متقارن است (برای عامل بهنجارش نگاه کنید به مسئله ۵-۲۶):

$$\psi(\text{هشت تابه باریونی}) = (\sqrt{2}/3)[\psi_{12}(\text{اسپین})\psi_{12}(\text{طعم}) + \psi_{23}(\text{اسپین})\psi_{23}(\text{طعم}) \\ + \psi_{13}(\text{اسپین})\psi_{13}(\text{طعم})] \quad (5-113)$$

### مثال ۵-۲

تابع موج اسپین/طعم را برای پروتونی با اسپین بالا بنویسید.

حل.

$$|p : \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = \left\{ \frac{1}{4}(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)(udu - duu) + \frac{1}{4}(\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow)(uud - udu) \right. \\ \left. + \frac{1}{4}(\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow)(uud - duu) \right\} \frac{\sqrt{2}}{3} = \{uud(2\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow) \\ + udu(2\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow) + duu(2\downarrow\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow\downarrow)\} \frac{1}{3\sqrt{2}} \\ = \frac{2}{3\sqrt{2}}(u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)) - \frac{1}{3\sqrt{2}}(u(\uparrow)u(\downarrow)d(\uparrow)) \\ - \frac{1}{2\sqrt{3}}(u(\downarrow)u(\uparrow)d(\uparrow)) + \text{جایگشتها}$$

امیدوارم لااقل از این تمرین نتیجه گرفته باشید که تشکیل توابع موج باریونها در مدل کوآرکی کار ساده‌ای نیست. غیر از تابع موج فضایی، سه اسپین و سه طعم و سه رنگ وجود دارد که تردستی

طوری باید کنار یکدیگر قرار گیرند که با اصل طرد پائولی سازگار باشد. همچنین مرا ببخشید که توضیح چگونگی تولید هشت تاییه باریونی (به خاطر دارید که ده تاییه را با شمارش ساده کوارک در فصل ۱ به دست آوردم) را با استفاده از سه کوارک به تعویق انداخته‌ام. نکته اساسی آن است که گوشه‌های ده تاییه حاوی سه کوارک یکسان است ( $sss$  و  $ddd$ ,  $uuu$ )؛ آنها الزاماً یک حالت طعم متقارن را تشکیل می‌دهند، بنابراین باید حالت اسپین ( $j = \frac{3}{2}$ ) متقارن داشته باشند. با دو کوارک یکسان (مثلاً  $uud$ ) سه ترتیب وجود دارد ( $uud$ ,  $udu$ ,  $duu$ )؛ می‌توانید ترکیب خطی متقارنی بسازید که وارد ده تاییه می‌شود و دو تقارن آمیخته که متعلق به هشت تاییه  $SU(3)$  است. سرانجام، با سه کوارک متفاوت  $uds$  شش امکان وجود دارد — ترکیب خطی کاملاً متقارن ده تاییه را کامل می‌کند، ترکیب کاملاً پادمقارن تک تاییه  $SU(3)$  را می‌سازد و چهار تاییه باقی مانده به دو هشت تاییه می‌رود. دوباره به نقش اساسی (و پنهان) رنگ در همه اینها توجه کنید. بدون توجه به آن، باید در جستجوی توابع موج اسپین/طعم پاد متقارن باشیم؛ اسپین  $\frac{1}{2}$  (متقارن) باید با تک تاییه طعم (پاد متقارن) همراه باشد. ساختن هشت تاییه اسپین  $\frac{1}{2}$  بدون رنگ ممکن است (مسئله ۵-۲۸)، ولی به جای ده تاییه یک باریون با اسپین  $\frac{3}{2}$  خواهیم داشت. برای اجتناب از این فاجعه، بدون قربانی کردن اصل پائولی بود که در ابتدا رنگ معرفی شد [۲۵].

## ۵-۱۰ جرمها و گشتاورهای مغناطیسی باریونی

به عنوان کاربردی از توابع موج اسپین/طعم باریون، اکنون گشتاور دو قطبی مغناطیسی ذرات هشت تاییه را حساب می‌کنیم\*. در نبود حرکت مداری گشتاور مغناطیسی خالص باریون به سادگی جمع برداری گشتاورهای سه کوارک تشکیل دهنده آن است:

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \quad (5-114)$$

این به طعم کوارکها بستگی دارد (زیرا سه طعم گشتاورهای مغناطیسی متفاوتی دارند) و به پیکربندی اسپین (که سمتگیری نسبی سه دو قطبی را مشخص می‌کند) بستگی دارد. همان طور که قبلاً گفتیم [معادله (۵-۴۵)] گشتاور دو قطبی ذره نقطه‌ای با اسپین  $\frac{1}{2}$  و بار  $q$  و جرم  $m$  برابر است با\*\*

$$\mu = \frac{q}{mc} S \quad (5-45)$$

\* تا به حال، هیچ گشتاور ده تاییه‌ای اندازه‌گیری نشده است، بنابراین به آن نمی‌پردازیم. همین طور مزونهای شبه نرده‌ای اسپین ندارند، و بنابراین گشتاور مغناطیسی‌شان صفر است. مزونها برداری گشتاور مغناطیسی دارند، اما تا جایی که می‌دانم اندازه‌گیری نشده‌اند.

\*\* در اینجا تصحیح تابشی را نادیده می‌گیریم، که باید برای کوارکها بزرگتر از الکترونها باشد، اما هنوز کسر کوچکی از گشتاور مغناطیسی کل است.

و اندازه آن برابر است با

$$\mu = \frac{q\hbar}{2mc} \quad (115-5)$$

به طور دقیق‌تر، این مقدار  $\mu_z$  در حالت اسپین بالا است که برای آن  $S_z = \hbar/2$  است. اگر بار منفی باشد،  $\mu$  نیز منفی می‌شود — و این خاطر نشان می‌سازد که گشتاور مغناطیسی در جهت عکس اسپین است. معمولاً به جای  $\mu$  از  $\mu$  به عنوان «گشتاور مغناطیسی» ذره یاد می‌شود. برای کوارکها داریم

$$\mu_u = \frac{2}{3} \frac{e\hbar}{2m_u c}, \quad \mu_d = -\frac{1}{3} \frac{e\hbar}{2m_d c}, \quad \mu_s = -\frac{1}{3} \frac{e\hbar}{2m_s c} \quad (116-5)$$

پس گشتاور مغناطیسی باریون  $B$ ، عبارت است از

$$\mu_B = \langle B \uparrow | (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)_z | B \uparrow \rangle = \frac{2}{\hbar} \sum_{i=1}^3 \langle B \uparrow | (\mu_i S_{i_z}) | B \uparrow \rangle \quad (117-5)$$

### مثال ۳-۵

گشتاور مغناطیسی پروتون را حساب کنید.

حل. تابع موج در مثال ۲-۵ به دست آمد. جمله اول برابر است با

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} [u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)]$$

اکنون

$$\begin{aligned} & (\mu_1 S_{1_z} + \mu_2 S_{2_z} + \mu_3 S_{3_z}) |u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)\rangle \\ &= \left[ \mu_u \frac{\hbar}{2} + \mu_u \frac{\hbar}{2} + \mu_d \left( -\frac{\hbar}{2} \right) \right] |u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)\rangle \end{aligned}$$

بنابراین سهم این جمله برابر است با

$$\left( \frac{2}{3\sqrt{2}} \right)^2 \frac{\hbar}{2} \sum_{i=1}^3 \langle u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow) | (\mu_i S_{i_z}) | u(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow) \rangle = \frac{2}{9} (2\mu_u - \mu_d)$$

همین‌طور، جمله دوم  $(u(\uparrow)u(\downarrow)d(\uparrow))$  مقدار  $\frac{1}{18}\mu_d$  است و همین‌طور جمله سوم\*. به همین ترتیب می‌توان هر سه جمله را ارزیابی کرد، اما بقیه جایگشتها هستند، که در آن  $d$  در محل ۲ یا ۱ قرار می‌گیرد. بنابراین، نتیجه عبارت است از:

\* توجه کنید که همه چیز بهنجار است، به طوری که مثلاً  $\langle u(\uparrow) | u(\uparrow) \rangle = 1$  و حالتها متعامد هستند  $\langle u(\uparrow) | u(\downarrow) \rangle = 0$ .

جدول ۵-۵ گشتاور دو قطبی مغناطیسی هشت تاییه باریونی

باریون	گشتاور	پیشنهادی	تجربی
$p$	$(\frac{2}{3})\mu_u - (\frac{1}{3})\mu_d$	۲۷۹	۲۷۹۳
$n$	$(\frac{2}{3})\mu_d - (\frac{1}{3})\mu_u$	-۱۸۶	-۱۹۱۳
$\Lambda$	$\mu_s$	-۰۵۸	-۰۶۱
$\Sigma^+$	$(\frac{2}{3})\mu_u - (\frac{1}{3})\mu_s$	۲۶۸	$2.23 \pm 0.13$
$\Sigma^0$	$(\frac{2}{3})(\mu_u + \mu_d) - (\frac{1}{3})\mu_s$	۰۸۲	
$\Sigma^-$	$(\frac{2}{3})\mu_d - (\frac{1}{3})\mu_s$	-۱۰۵	$-1.41 \pm 0.25$
$\Xi^0$	$(\frac{2}{3})\mu_s - (\frac{1}{3})\mu_u$	-۱۴۰	$-1.253 \pm 0.14$
$\Xi^-$	$(\frac{2}{3})\mu_s - (\frac{1}{3})\mu_d$	-۰۴۷	$-0.69 \pm 0.04$

مقادیر عددی داده شده بر حسب ضربی از مگنتون هسته‌ای، گاوس/MeV  $\times 10^{-18} = 3.152 \times 10^{-18} \frac{e\hbar}{2m_p c}$  است.

$$\mu_p = 3 \left[ \frac{2}{9}(2\mu_u - \mu_d) + \frac{1}{18}\mu_d + \frac{1}{18}\mu_d \right] = \frac{1}{3}(4\mu_u - \mu_d)$$

بدین ترتیب می‌توان همهٔ هشت گشتاور مغناطیسی را بر حسب  $\mu_u$ ،  $\mu_d$  و  $\mu_s$  به دست آورد (مسئله ۵-۲۹). نتایج در ستون دوم جدول ۵-۵ فهرست‌بندی شده است. برای به دست آوردن اعداد، باید گشتاور مغناطیسی کوارک (۵-۱۱۶) را بدانیم. با استفاده از جرم کوارک‌های تشکیل‌دهنده باریون در جدول ۴-۴، اعداد ستون سوم جدول ۵-۵ را به دست می‌آوریم. مقایسه با آزمایش، با توجه به عدم قطعیت در جرم کوارک و گشتاور مغناطیسی بی‌هنجار خوب است. اگر نسبتها را در نظر بگیریم پیش‌بینیهای بهتری به دست می‌آید. به‌ویژه، اگر  $m_u = m_d$  باشد، داریم:

$$\frac{\mu_n}{\mu_p} = -\frac{2}{3} \quad (5-118)$$

که با نتیجه تجربی  $0.68497945 \pm 0.00000058$  قابل مقایسه است.

سرانجام، به مسئله جرم باریون می‌رسیم. وضعیت درست مثل مزونهاست: اگر طعم  $SU(3)$  یک تقارن کامل بود، جرم همهٔ باریونهای هشت تاییه یکسان می‌شد. ولی این طور نیست. در درجهٔ اول این را به سنگین‌تر بودن کوارک  $s$  نسبت به  $u$  و  $d$  نسبت می‌دهیم، اما این نمی‌تواند تمام داستان باشد، زیرا در این صورت باید جرم  $\Lambda$  و  $\Sigma$  برابر و جرم  $\Delta$  و پروتون یکی باشد. از قرار معلوم سهم اسپین-اسپین («فوق ریز») قابل توجه است، که مانند قبل آن را متناسب با ضرب نقطه‌ای



اسپین و متناسب یا عکس ضرب جرمها در نظر می‌گیریم. تنها اختلاف در این مورد وجود سه زوج اسپین با رابطه زیر است:

$$M(\text{باریون}) = m_1 + m_2 + m_3 + A' \left[ \frac{S_1 \cdot S_2}{m_1 m_2} + \frac{S_1 \cdot S_3}{m_1 m_3} + \frac{S_2 \cdot S_3}{m_2 m_3} \right] \quad (119-5)$$

در اینجا  $A'$  [مانند  $A$  در معادله (۹۹-۵)] ثابتی است، که آن را طوری تنظیم می‌کنیم تا برازش به داده‌ها بهینه شود.

ضرب اسپینها وقتی که جرم کوارکها برابر باشد ساده می‌شود

$$J^2 = (S_1 + S_2 + S_3)^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + 2(S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3) \quad (120-5)$$

و بنابراین

$$S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3 = \frac{\hbar^2}{2} \left[ j(j+1) - \frac{9}{4} \right] \quad (121-5)$$

$$= \begin{cases} \frac{3}{4} \hbar^2, & j = \frac{3}{2} \quad \text{ده‌تایه به‌ازای} \\ -\frac{3}{4} \hbar^2, & j = \frac{1}{2} \quad \text{هشت‌تایه به‌ازای} \end{cases}$$

پس جرم نوکلئون (پروتون یا نوتون) برابر است با

$$M_N = 3m_u - \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_u^2} A' \quad (122-5)$$

و جرم  $\Delta$

$$M_\Delta = 3m_u + \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_u^2} A' \quad (123-5)$$

و جرم  $\Omega^-$

$$M_\Omega = 3m_s + \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_s^2} A' \quad (124-5)$$

است. در واقع در حالت ده‌تایه همه اسپینها «موازی» هستند (هر زوج طوری ترکیب می‌شود که

اسپین ۱ شود) بنابراین

$$(S_1 + S_2)^2 = S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 \cdot S_2 = 2\hbar^2 \quad (125-5)$$

(و همین طور برای ۱ و ۳ یا ۲ و ۳). بنابراین برای ده تاییه

$$S_1 \cdot S_2 = S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_3 = \frac{\hbar^2}{4} \quad (126-5)$$

[که با معادله (۱۲۱-۵) سازگار است] و بنابراین

$$M_{\Sigma^*} = 2m_u + m_s + \frac{\hbar^2}{4} A' \left( \frac{1}{m_u^2} + \frac{2}{m_u m_s} \right) \quad (127-5)$$

در حالی که

$$M_{\Xi^*} = m_u + 2m_s + \frac{\hbar^2}{4} A' \left( \frac{2}{m_u m_s} + \frac{1}{m_s^2} \right) \quad (128-5)$$

$\Sigma$  و  $\Lambda$  را می‌توان با توجه به اینکه کوارکهای بالا و پایین ترکیب می‌شوند تا به ترتیب ایزو اسپین ۱ و صفر را بدهند به دست آورد، و برای اینکه تابع موج طعم/اسپین تحت تعویض  $u$  و  $d$  متقارن باشد باید اسپینها ترکیب شوند تا به ترتیب اسپین کل ۱ و صفر را بسازند. برای  $\Sigma$ ها

$$(S_u + S_d)^2 = S_u^2 + S_d^2 + 2S_u \cdot S_d = 2\hbar^2, \quad \Rightarrow S_u \cdot S_d = \frac{\hbar^2}{4} \quad (129-5)$$

است. در حالی که برای  $\Lambda$

$$(S_u + S_d)^2 = 0, \quad \Rightarrow S_u \cdot S_d = -\frac{3}{4}\hbar^2 \quad (130-5)$$

با استفاده از این دو نتیجه در معادله (۱۲۱-۵) به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} M_{\Sigma} &= 2m_u + m_s + A' \left[ \frac{S_u \cdot S_d}{m_u m_d} + \frac{(S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3 - S_u \cdot S_d)}{m_u m_s} \right] \\ &= 2m_u + m_s + \frac{\hbar^2}{4} A' \left( \frac{1}{m_u^2} - \frac{4}{m_u m_s} \right) \quad (131-5) \end{aligned}$$

جدول ۵-۶ هشت‌تایه باریونی و جرم‌های ده‌تایه

باریون	مشاهده شده	محاسبه شده
۹۳۹	۹۳۹	$N$
۱۱۱۴	۱۱۱۶	$\Lambda$
۱۱۹۳	۱۱۷۹	$\Sigma$
۱۳۱۸	۱۳۲۷	$\Xi$
۱۲۳۲	۱۲۳۹	$\Delta$
۱۳۸۴	۱۳۸۱	$\Sigma^*$
۱۵۳۳	۱۵۲۹	$\Xi^*$
۱۶۷۲	۱۶۸۲	$\Omega$

و

$$M_{\Lambda} = 2m_u + m_s - \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{m_u^2} A' \quad (132-5)$$

محاسبه جرم  $\Xi$  ها را به عهده شما می‌گذارم (مسئله ۵-۳۲):

$$M_{\Xi} = 2m_s + m_u + \frac{\hbar^2}{4} A' \left( \frac{1}{m_s^2} - \frac{4}{m_u m_s} \right) \quad (133-5)$$

با استفاده از جرم کوارکها در جدول ۴-۴ و انتخاب  $A' = \left(\frac{2m_u}{\hbar}\right)^2 \cdot 50 \text{ MeV}/c^2$  برازش عالی به داده‌های تجربی به دست می‌آوریم (جدول ۵-۶).

## مراجع و یادداشتهای

۱. موضوعی که دنبال می‌شود شاید برای بعضی خوانندگان بسیار آشنا و برای بقیه خیلی مختصر باشد. دسته اول امیدوار می‌شوند و با نگاه سطحی به سرعت از آن می‌گذرند. دسته دوم باید به هر کتاب استاندارد کوانتومی مراجعه کنند مانند

D. Park, *Introduction to the Quantum Theory*, 2d Ed. (New York: Mc Grow-Hill, 1974)

یا

E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, 2d Ed. (New York: Wiley 1970).

۲. به دست آوردن روابط در هر کتاب الکترومغناطیس سطح متوسط پیدا می‌شود، برای مثال

D. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1981), App. A.

3. Merzbacher (ref.1), p. 184.

4. Merzbacher (ref.1), p. 209.

۵. گزارش فریبنده مطالعه تجربی طیف هیدروژن از نیمه قرن نوزدهم تا امروز را در مقاله زیر ببینید

T. W. Hänsch, A. L. Schawlow, and G. W. Series in *Scientific American* (March 1979).

۶. به عنوان مثال نگاه کنید به کتابهای زیر

H. Margenau and G. M. Murphy, *The Mathematics of Physics and Chemistry*, 2d Ed. (Princeton, NJ: Van Nostrand, 1956)

یا

M. Mizushima, *Quantum Mechanics of Atomic Spectra and Atomic Structure* (New York: Benjamin, 1970) Sect. 5. 2.

معادله (۴۰-۵) را می‌توان به راحتی از قضیه ویریا به دست آورد کتاب

Merzbacher (ref.1), p.168

را ببینید. مقادیر انتظاری توانهای  $r$  با فرمول زیبای کرامر به هم مربوط می‌شوند. نگاه کنید به کتاب

A. Messiah, *Quantum Mechanics Vol. I* (New York: Wiley, 1958), p. 431.

۷. اگر الکتروستاتیک موجود در معادله‌های (۴۳-۵)، (۴۵-۵) و (۴۶-۵) برایتان آشنا نیست.

می‌توانید به هر کتاب الکتروستاتیک و مغناطیس مراجعه کنید. به عنوان مثال

E. M. Purcell, *Electricity and Magnetism*, 2d Ed. (New York: McGraw-Hill, 1985)

یا

J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1975).

۸. به‌عنوان مثال نگاه کنید به

R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics* (New York: McGraw-Hill, 1959).

۹. در مکانیک کوانتومی با نشان دادن اینکه  $J$  و  $L^2$  و  $S^2$  یا  $\Delta H_{so}$  جابه‌جا می‌شوند، ثابت می‌شود. نگاه کنید به کتاب

Park (ref.1), p. 469.

تعبیر من از ساختار ریز بسیار نزدیک به تعبیر پارک است.

10. W. E. Lamb. Jr., and R. C. Retherford, *Phys. Rev.* **72**, 241(1947).

۱۱. هر مد بهنجار توابع میدان الکترومغناطیسی به‌صورت نوسانگر است؛ در مکانیک کوانتومی انرژی حالت پایه نوسانگر هماهنگ صفر نیست بلکه  $\frac{1}{2}\hbar\omega$  است. نگاه کنید به کتاب

J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* (New York: McGraw-Hill, 1964), p. 58.

۱۲. برای جزییات نگاه کنید به بخش ۲۱ کتاب زیر

H. A. Bethe and E. E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One-and Two-Electron Atoms* (Berlin: Springer-Verlag, 1957).

۱۳. به‌عنوان مثال، نگاه کنید صفحه ۲۱۳، مرجع ۲.

۱۴. به‌عنوان مثال، نگاه کنید به کتاب

D. J. Griffiths, *Am. J. Phys.* **50**, 698 (1982).

15. H. I. Ewen and E. M. Purcell, *Nature* **169**, 356 (1951).

۱۶. نگاه کنید به صفحه ۱۰۹، مرجع ۱۲.

۱۷. طیف پوزیترونیم در بته و سال پیتر (مرجع ۱۲) بخش ۲۳ بررسی شده است. کارهای اخیر را

S. Berko and H. N. Pendelton, *Ann. Rev. Nucl, Part, Sci*, **30**, 543 (1980) and A. Rich, *Rev. Mod. Phys.* **53**, 127 (1981).

مرور کرده‌اند.

۱۸. نگاه کنید به مرجع ۱۷.

19. T. Appelquist and H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 43 (1975);  
*Phys. Rev.* **D12**, 1404 (1975).

۲۰. گزارش جالب این اکتشافات را در مقاله «کوارکونیم»

E. D. Bloom and G. J. Feldman in *Scientific American* (May 1982)

آمده است. جزئیات ساختار ریز کوارکونیم و پوزیترونیم کاملاً یکسان نیست. نگاه کنید به کتاب زیر

E. Eichten and F. Feinberg, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 1205 (1979) and *Phys. Rev.* **D23**, 2724 (1981).

۲۱. روشهای دیگر برای برآورد  $F$  وجود دارد که تقریباً همان جواب را می دهد. نگاه کنید به کتاب زیر

D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1982), p. 209.

22. E. Eichten and K. Gottfried, *Phys. Lett.* **66B**, 286 (1977).

۲۳. «مدل کیسه MIT» یک روش ممکن برای بررسی دستگاههای با کوارک سبک نسبیتی را به قیمت دینامیک بسیار ساده شده مطرح می کند. کوارکها ذرات آزاد در نظر گرفته می شوند که در یک «کیسه» کروی مجبوس اند و با فشار خارجی بی پایه ای پایدار می شوند. محاسبات جالب بسیاری با استفاده از مدل کیسه ای انجام شده است، اما کسی مدعی آن نیست که این یک تصویر نسبیتی واقعی از ساختارها درون است. نگاه کنید به کتاب زیر

F. E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons* (London: Academic, 1979), Chapter 18.

۲۴. به عنوان مثال نگاه کنید به کتاب

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984), p. 42.

۲۵. ساختار توابع موج مزونی و باریونی روشهای مختلف انجام شده است مثلاً

S. Gasiorowicz and J. L. Rosner, *Am. J. Phys.* **49**, 954 (1981),

یک مقاله غنی شامل اطلاعات مفید و قابل حصول درباره مدل کوارک است.

## مسائل

۱-۵ (الف) جرم دوترون  $1875.6 \text{ MeV}/c^2$  است. انرژی بستگی آن چقدر است؟ آیا این یک دستگاه نسبیتی است؟

(ب) اگر جرم کوآرک بالا و پایین را مقدار جدول ۴-۴ («جرم مؤثر مزون») در نظر بگیریم، انرژی بستگی پیون چقدر می‌شود؟ آیا دستگاه نسبیتی است؟  
 ۲-۵ از معادله (۸-۵) با استفاده از معادله‌های (۱۴-۵) و (۱۵-۵) معادله‌های (۱۶-۵)، (۱۷-۵) و (۱۸-۵) را به دست آورید.  
 ۳-۵ نشان دهید که هماهنگی‌های کروی تحت تبدیل پارته بر حسب زوج و فرد بودن  $l$  یا زوج هستند یا فرد. یعنی با

$$P : Y_l^m(\theta, \phi) \rightarrow (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi)$$

۴-۵ با استفاده از معادله‌های (۲۱-۵) و (۲۲-۵)،  $Y_2^0$ ،  $Y_2^1$  و  $Y_2^2$  را پیدا کنید. نتایج را با جدول ۱-۵ کنترل کنید.

۵-۵ نشان دهید که قرار دادن معادله (۲۵-۵) در معادله (۲۴-۵) به انرژی‌های بور، معادله (۲۶-۵)، می‌انجامد. [اشاره: اندیشه اصلی حل معادله (۲۴-۵) با سری‌های توانی است، نتایج باید بهنجار باشد. اما اگر قبلاً چنین محاسباتی را ندیده‌اید، بهتر است قبل از اقدام به یک کتاب کوانتومی مراجعه کنید. مثلاً [Merzbacher (ref.1), Chap.10, Sects.5 and 6].

۶-۵ با استفاده از معادله (۸-۵) تابع موج حالت پایه  $\psi_{100}$  را به دست آورید. تحقیق کنید که انرژی مناسب در معادله شرودینگر (۸-۵) صدق می‌کند، و به درستی بهنجار شده است. [پاسخ:  

$$[\psi_{100} = (1/\sqrt{\pi a^3})e^{-r/a}$$

۷-۵ با استفاده از معادله (۲۸-۵)، توابع موج هیدروژن برای  $n = 2$  را به دست آورید (چند تابع موج وجود دارد؟)

۸-۵ فرض کنید می‌خواهید یک کمیت دینامیکی  $Q(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  — مثلاً انرژی جنبشی  $\frac{\mathbf{p}^2}{2m}$ ، انرژی پتانسیل  $V(\mathbf{r})$  یا تکانه زاویه‌ای  $(\mathbf{r} \times \mathbf{p})$  را به دست آورید. اگر  $Q$  را برای همه ذراتی که در حالت یکسان  $\psi$  هستند اندازه بگیرید، در حالت کلی نتایج تکرارپذیر به دست نمی‌آورد؛ مکانیک کوانتومی فقط می‌تواند احتمال به دست آوردن جواب مشخص را تعیین کند. به‌ویژه، مقدار میانگین (یا «انتظاری»)  $Q$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\langle Q \rangle = \int \psi^* Q \left( \mathbf{r}, \frac{\hbar}{i} \nabla \right) \psi d^3x$$

(الف)  $\langle r \rangle$ ،  $\langle r^2 \rangle$ ،  $\langle r^{-1} \rangle$ ،  $\langle r^{-2} \rangle$  را در حالت پایه هیدروژن حساب کنید. [از تابع موج مسئله ۶-۵ استفاده کنید.]

(ب) مقادیر انتظاری انرژی جنبشی و پتانسیل را در حالت پایه هیدروژن پیدا کنید. آیا جمع

آنها همان طور که انتظار دارید هست؟

۹-۵ با شروع از تصحیح نسبیتی (۴۲-۵) و جفت شدگی اسپین-مدار (۵۱-۵)، فرمول ساختار ریز را به دست آورید.

۱۰-۵ شکافتگی انرژی بین تراز  $j = \frac{3}{2}$  و  $j = \frac{1}{2}$  برای  $n = 2$  (نگاه کنید به شکل ۲-۵) را برحسب الکترون ولت به دست آورید. این مقدار با فاصله  $n = 1$  و  $n = 2$  انرژیهای بور چه رابطه‌ای دارد؟

۱۱-۵ با استفاده از (۵۳-۵) و (۵۴-۵) گاف انرژی انتقال لمب را بین ترازهای  $2S_{1/2}$  و  $2P_{1/2}$  در هیدروژن برآورد کنید. بسامد فوتون گسیل شده در این گذار چقدر است؟ [مقدار تجربی  $1057\text{MHz}$  است.]

۱۲-۵ فرض کنید  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  دو بردار ثابت هستند. نشان دهید که مقدار انتظاری

$$Q \equiv [3(\mathbf{A} \cdot \hat{r})(\mathbf{B} \cdot \hat{r}) - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})]$$

در هر حالت با تقارن کروی صفر است. [راهنمایی: ابتدا متقاعد شوید که  $\langle Q \rangle$  باید متناسب با  $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$  باشد:]

$$\langle Q \rangle = \alpha(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

که  $\alpha$  ثابت تناسب مستقل از  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  است. برای به دست آوردن  $\alpha$ ، حالتی را در نظر بگیرید که  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  موازی هستند، و محور  $z$  را در این جهت انتخاب کنید. پس

$$\alpha = \langle (3 \cos^2 \theta - 1) \rangle$$

اکنون انتگرال‌گیری  $\theta$  را انجام دهید. [توجه کنید که ورود تابع دلخواهی از  $r$  به مقدار انتظاری در شناسه آن تأثیری ندارد. به‌ویژه، مقدار انتظاری جمله اول معادله (۵۹-۵) برای یک الکترون در حالت  $S$  باید صفر شود.]

۱۳-۵ معادله (۶۱-۵) را به دست آورید. [اشاره: ابتدا با استفاده از (۳۰-۵) نشان دهید که  $[L_{n-1}^n(0) = n(n!)]$

۱۴-۵ اگر ساختار ریز، انتقال لمب و شکافتگی فوق ریز را به حساب آوریم، اختلاف ترازهای انرژی  $n = 2$  در هیدروژن چقدر می‌شود؟ شکافتگی فوق ریز بین ترازهای  $2S_{1/2}$  و  $2P_{1/2}$  را پیدا کنید و با انتقال لمب (مسئله ۱۱-۵) مقایسه کنید

۱۵-۵ شکافتگی تراز بور  $n = 3$  را در پوزیترونیم تحلیل کنید. چند تراز مختلف وجود دارد و



انرژی نسبی آنها چقدر است؟ نمودار ترازها را مشابه شکل ۷-۵ تشکیل دهید.  
 ۱۶-۵ سطح مقطع  $e^+ + e^- \rightarrow 3\gamma$  در پیکربندی اسپینی سه‌تایه برابر است با

$$\sigma = \frac{16}{9}(\pi^2 - 9)\alpha^3 \left( \frac{\hbar^2}{m^2 cv} \right)$$

طول عمر پوزیترونیم را در حالت  $1^3S_1$  پیدا کنید. [پاسخ تجربی  $1.45 \times 10^{-7}$  s است].  
 ۱۷-۵ فرض کنید ذره  $A$  دارای بار  $e_a$ ، و ذره  $B$  بار  $e_b$ ، است. فرض کنید  $A$  خیلی سنگین‌تر از  $B$  باشد. همان‌طور که در فصل ۷ خواهیم دید سطح مقطع فرایند الکترومغناطیسی  $A + \bar{A} \rightarrow B + \bar{B}$  برابر است با

$$\sigma = \frac{16\pi}{3} \left( \frac{e_a e_b}{m_a c^2} \right)^2 \frac{c}{v}$$

آهنگ واپاشی «موثونی میونیم»  $\mu^+ \mu^-$  را در حالت پایه (الف) برای  $\gamma + \gamma$  و (ب) برای  $e^+ + e^-$  حساب کنید.

۱۸-۵ درست همان‌طور که پوزیترونیم، در پیکربندی سه‌تایه، به سه فوتون و امی باشد (مسئله ۱۶-۵)، مزون  $\psi$  (چارمونیم در پیکربندی سه‌تایه) به سه گلوئون واپاشیده می‌شود (گلوئون سپس به ترکیبهای مختلف هادرون تبدیل می‌شود). در واقع، سطح مقطع  $g + \bar{g} \rightarrow c + \bar{c} \rightarrow 3\gamma$  برابر با  $e^+ + e^- \rightarrow 3\gamma$  است، فقط  $\alpha_s^3 \rightarrow \frac{5}{18} \alpha^3$  می‌شود (به اصطلاح «ثابت رنگ» است، که چگونگی محاسبه آن را در فصل ۹ خواهید دید). با استفاده از این و فرمولهای مسائل ۱۶-۵ و ۱۷-۵ و معادله (۸۲-۵) «نسبتهای انشعاب» زیر را

$$\Gamma(\psi \rightarrow \text{هادرون}) : \Gamma(\psi \rightarrow e^+ e^-) : \Gamma(\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-)$$

تعیین و آنها را با مقادیر تجربی مقایسه کنید.

۱۹-۵ مزون  $\phi(s\bar{s})$  را مقید در نظر می‌گیرید یا شبه مقید؟  
 ۲۰-۵ بر مبنای ابعادی، نشان دهید که ترازهای انرژی پتانسیل کاملاً خطی  $V(r) = F \cdot r$  باید به شکل

$$E_n = \left( \frac{(F \cdot \hbar)^2}{m} \right)^{1/3} a_n$$

باشد که در آن  $a_n$  یا عامل عددی بدون بعد است.

۲۱-۵ با استفاده از نتایج عددی جدول ۲-۵ را جرم چهارتا از سبک‌ترین  $\psi$ ها و  $\Upsilon$ ها را «پیش‌بینی» و آنها را با نتایج تجربی مقایسه کنید (شکل ۵-۱۰). چه مقدار  $F$  بهترین برازش به فاصله‌های تراز را دارد؟ چرا جرمهای محاسبه شده سازگاری بهتری با تجربه ندارند؟

۲۲-۵ بر اساس معادله (۵-۹۹)، با استفاده از مقادیر  $m_s, m_d, m_u$  و  $A$ ی داده شده در متن کتاب، جرم همه مزونهای جدول ۳-۵ را حساب کنید. [راهنمایی: برای  $\eta, \phi$  و  $\omega$ ، ابتدا جرم  $u\bar{u}$ ،  $d\bar{d}$  و  $s\bar{s}$  خالص را پیدا کنید. به عنوان مثال  $\eta$  را به صورت  $\frac{1}{\sqrt{2}}u\bar{u}$ ،  $\frac{1}{\sqrt{2}}d\bar{d}$  و  $\frac{1}{\sqrt{2}}s\bar{s}$  در نظر بگیرید]. همچنین این فرمول را برای  $\eta'$  به کار ببرید و به نتیجه فاجعه‌آمیز آن توجه کنید. [برای اظهار نظر درباره مشکل جرم  $\eta'$  نگاه کنید به کتاب

C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions* (New York: Benjamin, 1983), p: 252.]

۲۳-۵ در متن کتاب برای محاسبه جرم کوارکهای سبک شبه نرده‌ای و مزونهای برداری از معادله (۵-۹۹) استفاده کردیم. اما همین فرمول برای سیستمهای دارای کوارک سنگین شامل افسون و زیبایی به کار می‌رود.

(الف) جرم مزونهای شبه نرده‌ای  $\eta_c(c\bar{c})$ ،  $D(c\bar{u})$  و  $F(c\bar{s})$  و مزونهای برداری متناظر  $\psi(c\bar{c})$ ،  $D^*(c\bar{u})$  و  $F^*(c\bar{s})$  را محاسبه و با مقادیر تجربی کتایچه داده‌های ذرات مقایسه کنید.

(ب) همین کار را برای مزونهای «زیبا»  $b\bar{u}$ ،  $b\bar{s}$ ،  $b\bar{c}$  و  $b\bar{b}$  انجام دهید. [تاکنون فقط شبه نرده‌ای  $B(b\bar{u})$  و بردار  $\Upsilon(b\bar{b})$  به صورت تجربی آشکار شده است.]

۲۴-۵ هشت حالت  $\psi_{12}$  در بخش ۵-۹ را بسازید. [راهنمایی: شش‌تای خارجی ساده هستند محتوای کوارکی را با  $Q$  و  $S$  تعیین می‌کند، و تنها کاری که باید بکنید پادمتقارن کردن آن نسبت به ۱ و ۲ است. برای به دست آوردن دو حالت مرکزی به خاطر داشته باشید که ذره موجود در محل « $\Sigma^0$ » با « $\Sigma^+$ » و « $\Sigma^-$ » سه تایی ایزواسپینی را تشکیل می‌دهد؛ سپس  $\Lambda$  را می‌توان با متعامدسازی نسبت به « $\Sigma^0$ » و « $\psi_A$  ساخت.»]

۲۵-۵ تابع موج رنگ مزونها، مشابه معادله (۵-۱۱۱) را به دست آورید.

۲۶-۵ بررسی کنید که تابع موج اسپین/طعم هشت تاییه باریونی (۵-۱۱۳) به درستی بهنجار شده است. به خاطر داشته باشید که  $\psi_{13}$  مستقل از  $\psi_{12}$  و  $\psi_{23}$  نیست.

۲۷-۵ توابع موج اسپین-طعم را، مانند مثال ۲-۵، برای  $\Sigma^+$  با اسپین بالا و  $\Lambda$  با اسپین پایین بنویسید.

۲۸-۵ یک هشت تاییه باریونی اسپین/طعم کاملاً پادمتقارن تدوین کنید. [در این پیکربندی برای پادمتقارن کردن تابع موج نیازی به رنگ نداریم. اما، نمی‌توان یک ده تاییه پاد متقارن تدوین کرد.] (نگاه کنید به کتاب (Halzen and Martin, ref. 24, Exercise 2.18).

۲۹-۵ (الف) عبارتهای ستون دوم جدول ۵-۵ را به دست آورید.

(ب) از این نتایج، اعداد ستون سوم جدول ۵-۵ را محاسبه کنید.

۳۰-۵ نسبت  $\mu_n/\mu_p$  را برای پیکربندی به دست آمده در مسئله ۲۸-۵ محاسبه کنید. توجه کنید که  $\mu_p$  در این حالت منفی است (۱). آیا نتیجه شما با تجربه سازگار است؟ (در اینجا، ضربه دوم به مدل کوارک بدون رنگ وارد می‌شود، اولین ضربه ناتوانی در توجیه کردن ده تاییه است.)

۳۱-۵ نشان دهید که  $\mu_{p^+} = -\mu_{p^-} = \mu_{\bar{p}}$ . (نگاه کنید به کتاب

(Halzen and Martin, ref. 24, Exercise 2.19.

۳۲-۵ با استفاده از معادله (۱۱۹-۵) جرم  $\Xi$  را حساب کنید.

## حساب فاینمن

در این فصل فرمولبندی کمی دینامیک ذرات بنیادی را آغاز می‌کنیم، که در عمل محاسبه آهنکهای واپاشی ( $\Gamma$ ) و سطح مقطعهای پراکندگی ( $\sigma$ ) است. روال کار شامل دو بخش مجزاست. (۱) ارزیابی نمودارهای فاینمن مربوطه برای تعیین «دامنه» ( $\mathcal{M}$ ) در فرایند موردنظر و (۲) وارد کردن  $\mathcal{M}$  در «قاعده طلایی» فرمی برای محاسبه  $\Gamma$  یا  $\sigma$ ، برحسب مورد. برای اجتناب از پیچیدگیهای جبری گیج‌کننده مدل ساده شده‌ای را مطرح می‌کنیم. نظریه‌های واقعی —  $QED$ ،  $QCD$  و  $GWS$  — در فصلهای بعد تشریح می‌شوند. اگر بخواهید، می‌توانید فصل ۶ را بلافاصله پس از فصل ۳ بخوانید. این فصل را با دقت و آگاهانه بخوانید، در غیر این صورت مطالب پس از آن غیرقابل فهم خواهند بود.

### ۱-۶ طول عمرها و سطح مقطعها

همان‌طور که در مقدمه ذکر شد، سه‌کاوه تجربی برای برهم‌کنشهای ذرات بنیادی داریم: حالت‌های مقید، واپاشیها و پراکندگی. مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی (در فرمولبندی شرودینگر) برای پرداختن به حالت‌های مقید مناسب است و بدین دلیل آن را تا اندازه‌ای ممکن در فصل ۵ به‌کار بردیم، برعکس، نظریه نسبیتی برای توصیف واپاشیها و پراکندگی، نظریه نسبیتی (فرمولبندی فاینمنی) بسیار مناسب

است. در این فصل، ایده‌های اصل بنیادی و راهبردهای «حساب» فاینمن را معرفی می‌کنیم؛ در فصلهای بعد از آن در جهت گسترش نظریه‌های برهم‌کنشهای قوی، الکترومغناطیسی و ضعیف استفاده می‌کنیم.

در ابتدا، باید بدانیم چه کمیت‌های فیزیکی را می‌خواهیم محاسبه کنیم. در مورد واپاشیها، مورد توجه‌ترین مورد طول عمر ذره مورد نظر است. منظور دقیق ما از طول عمر، مثلاً موئون چیست؟ البته منظور ما، یک موئون در حال سکون است؛ موئون متحرک (از دیدگاه ما)، به واسطه اتساع زمان، عمر طولانی‌تری دارد. اما حتی موئونها ساکن همگی یک اندازه دوام نمی‌آورند، زیرا عاملی ذاتاً کاتوره‌ای در فرایند واپاشی وجود دارد. نمی‌توان امیدوار به محاسبه طول عمر یک موئون خاص بود؛ بلکه، در پی آنیم که طول عمر میانگین (یا متوسط)،  $\tau$ ، موئون را در یک نمونه بزرگ محاسبه کنیم. اما، ذرات بنیادی هیچ حافظه‌ای ندارند، بنابراین احتمال اینکه یک موئون در یک میکروثانیه بعد واپاشد به اینکه چقدر قبل از آن خلق شده است بستگی ندارد. (این موضوع در دستگاههای زیستی کاملاً متفاوت است: احتمال مرگ یک مرد ۸۰ ساله در سال آینده بسیار بیشتر از یک مرد ۲۰ ساله است و بدن وی علایم هشت دهه فرسودگی را نشان می‌دهد. اما همه موئونها بدون توجه به زمان تولیدشان یکسان‌اند، از دیدگاه واقعی، همه آنها در شرایط یکسان قرار دارند.) پس پارامتر مهم، آهنگ واپاشی،  $\Gamma$ ، احتمال به‌ازای واحد زمان است که هر موئون معین فرد بپاشد. اگر مجموعه بزرگی از موئونها، مثلاً  $N(t)$  موئون در زمان  $t$  داشته باشیم،  $N\Gamma dt$  از آنها در زمان  $dt$  پس از آن وامی‌باشند. البته، این عمل باعث کاهش تعداد موئونها باقیمانده می‌شود:

$$dN = -\Gamma N dt \quad (1-6)$$

که از آن نتیجه می‌شود

$$N(t) = N(0)e^{-\Gamma t} \quad (2-6)$$

بدیهی است که تعداد ذرات باقیمانده با گذشت زمان به‌صورت نمایش کاهش می‌یابد. همان‌طور که خودتان می‌توانید بررسی کنید (مسئله ۱-۶) طول عمر متوسط عکس آهنگ واپاشی است:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \quad (3-6)$$

در واقع، اغلب ذرات می‌توانند به‌راههای مختلف واپاشند. برای مثال،  $\pi^+$  معمولاً به  $\mu^+ + \nu_\mu$  وامی‌باشد، اما در بعضی موارد به‌صورت  $e^+ + \nu_e$  و گاهی به  $\mu^+ + \nu_\mu + \gamma$  وامی‌باشد، حتی دیده شده است که به  $e^+ + \nu_e + \pi^0$  نیز واپاشی کند. در این شرایط آهنگ واپاشی کل مجموع

آهنگ تک‌تک واپاشیهاست:

$$\Gamma_{\text{کل}} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \quad (4-6)$$

و طول عمر ذره عکس  $\Gamma_{\text{کل}}$  است:

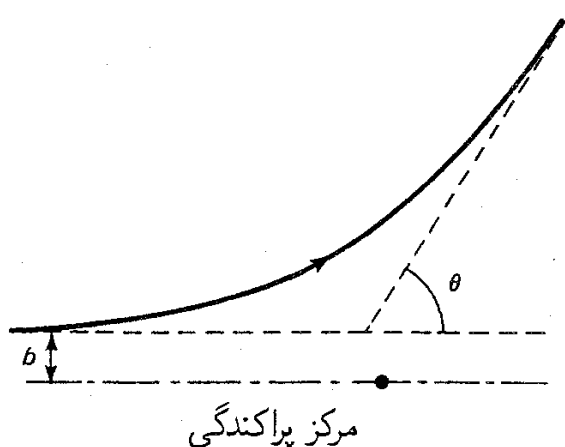
$$\tau = 1/\Gamma_{\text{کل}} \quad (5-6)$$

علاوه بر  $\tau$ ، می‌خواهیم نسبت‌های انشعاب مختلف، یعنی کسری از ذرات که به صورت خاصی و امی‌پاشد را حساب کنیم. نسبت‌های انشعاب را آهنگهای واپاشی تعیین می‌کند:

$$\Gamma_i/\Gamma_{\text{کل}} = \text{نسبت انشعاب برای } i\text{امین مد واپاشی} \quad (6-6)$$

پس مسئله اساسی در واپاشیها محاسبه آهنگ واپاشی  $\Gamma_i$  برای هر مد واپاشی است؛ از آنجا به دست آوردن طول عمر و نسبت‌های انشعاب کار ساده‌ای است.

اما پراکندگی چگونه است؟ آزمایشگر چه کمیتی را باید اندازه‌گیری کند و نظریه پرداز چه چیزی را باید محاسبه کند؟ اگر درباره تیراندازی که «چشم گاوی» را نشانه گرفته است صحبت می‌کردیم، پارامتر مورد علاقه ما اندازه هدف یا به عبارت دقیق‌تر سطح مقطعی بود که در معرض تیرهای فرودی قرار دارد. تقریباً، همین مسئله برای پراکندگی ذرات بنیادی صادق است: اگر جریانی از الکترون ما را به یک مخزن هیدروژن (که اساساً مجموعه‌ای از پروتونهاست) شلیک کنید، پارامتر مورد توجه اندازه پروتون است — یعنی سطح مقطع  $\sigma$  که در مقابل باریکه فرودی قرار می‌گیرد. اما، به چند دلیل وضعیت پیچیده‌تر از مورد تیراندازی است؛ قبل از هر چیز، هدف «فرم» است و مورد ساده «خوردن یا نخوردن» در کار نیست، بلکه «هر چه نزدیک‌تر شوید انحراف بیشتر می‌شود.» با وجود این، هنوز می‌توان یک سطح مقطع «موثر» تعریف کرد؛ چگونگی کار را در پاراگراف بعد نشان می‌دهیم. ثانیاً، سطح مقطع علاوه بر ساختار «هدف» به سرشت «بیکان»ها نیز بستگی دارد. الکترونها با شدت بیشتر از نوترینوها و کمتر از میونها از هیدروژن پراکنده می‌شوند، زیرا برهم‌کنشهای دخیل متفاوت هستند. پراکندگی به ذرات خروجی نیز بستگی دارد؛ اگر انرژی به اندازه کافی زیاد باشد، نه تنها پراکندگی کشسان ( $e + p \rightarrow e + p$ ) بلکه انواع فرایندهای ناکشسان نظیر  $e + p \rightarrow e + p + \gamma$  یا  $e + p + \pi^0$  و یا حتی  $\nu_e + \Lambda$  نیز خواهیم داشت. هر یک از اینها دارای سطح مقطع پراکندگی مخصوص به خود،  $\sigma_i$  (برای فرایند  $i$ ام) است. اما، در برخی آزمایشها محصولات نهایی بررسی نمی‌شوند و فقط به سطح مقطع کل (فراگیر) علاقه‌مندیم.



شکل ۱-۶ پراکندگی از پتانسیل تثبیت شده:  $\theta$  زاویه پراکندگی،  $b$  پارامتر برخورد است.

$$\sigma_{\text{کل}} = \sum_{i=1}^n \sigma_i \quad (۷-۶)$$

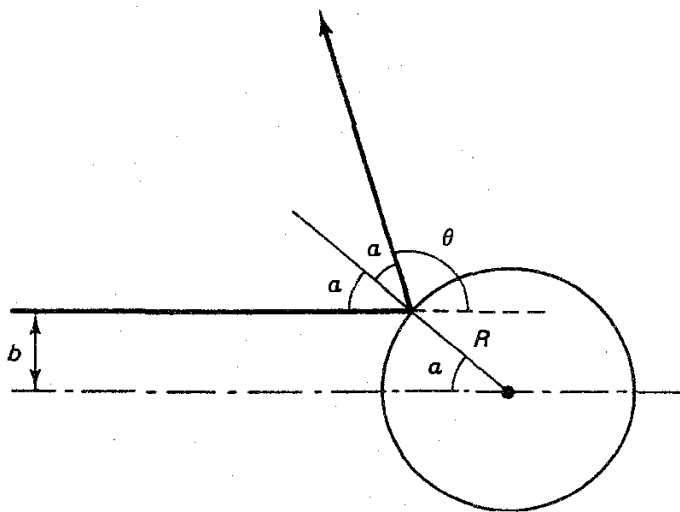
سرانجام، هر سطح مقطع نوعاً تابع سرعت ذرات فرودی است. در ابتدایی‌ترین سطح شاید انتظار داشته باشیم که سطح مقطع متناسب با مدت زمانی باشد که ذره فرودی در نزدیکی هدف سپری می‌کند، یعنی  $\sigma$  باید برعکس  $v$  متناسب باشد. اما این رفتار در حوالی «تشدید» — انرژی خاصی که در آن ذرات دخیل مایل به برهم‌کنش هستند، و قبل از دور شدن از هم حالتی نیمه مقید با عمر کوتاه را تشکیل می‌دهند، به صورت بارزی تغییر می‌کند. در واقع، این «برآمدگی»ها در نمودار  $\sigma$  برحسب  $v$  (یا در نمودار متداول‌تر  $\sigma$  برحسب  $E$ ) وسیله‌ای هستند که به کمک آنها می‌توان ذرات با عمر کوتاه را کشف کرد (نگاه کنید به شکل ۴-۶). پس، برخلاف هدف تیرانداز، فیزیک زیادی در سطح مقطع ذره بنیادی وجود دارد.

اکنون، به این پرسش که منظورمان از سطح مقطع وقتی هدف «نرم» است چیست، برمی‌گردیم. فرض کنید یک ذره (مثلاً الکترون) با پتانسیلی (مثلاً پتانسیل کولنی یک پروتون ساکن) مواجه و در زاویه  $\theta$  پراکنده شود. این زاویه پراکندگی تابعی از پارامتر برخورد  $b$  یعنی فاصله ذره فرودی تا مرکز پراکندگی در صورتی است که ذره در مسیر اولیه‌اش به حرکت ادامه می‌داد (شکل ۱-۶). معمولاً، هر چه پارامتر برخورد کوچکتر باشد، انحراف بیشتر است، اما شکل تابع واقعی  $\theta(b)$  به پتانسیل خاص دخیل بستگی دارد.

### مثال ۱-۶

#### پراکندگی کره سخت

فرض کنید ذره‌ای به‌طور کشسان از کره‌ای به شعاع  $R$  برگردد. از شکل ۲-۶ داریم:



شکل ۲-۶ پراکندگی از کره سخت.

$$b = R \sin \alpha, \quad 2\alpha + \theta = \pi$$

$$\sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{پس:}$$

$$b = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{یا} \quad \theta = 2 \cos^{-1}\left(\frac{b}{R}\right) \quad \text{و در نتیجه:}$$

این رابطه‌ای بین  $\theta$  و  $b$  برای پراکندگی کلاسیک کره سخت است.

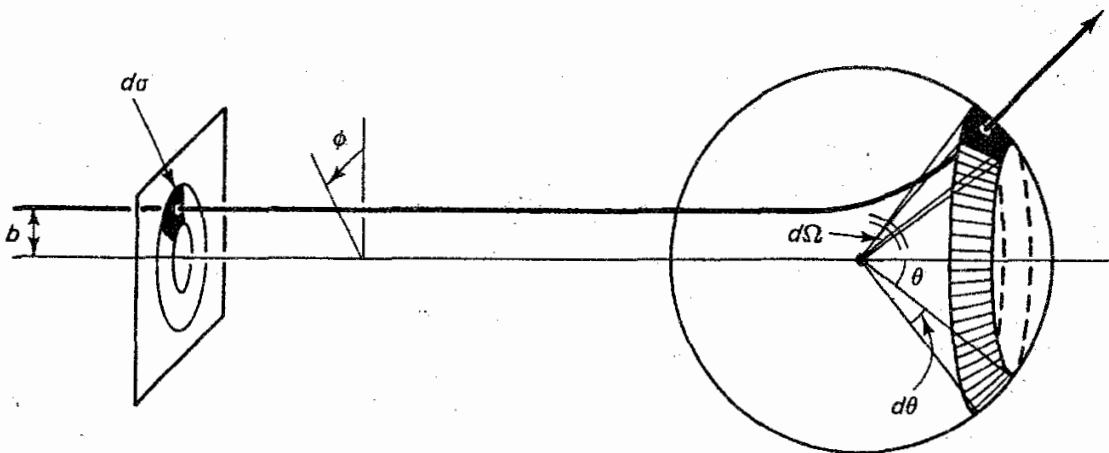
اگر ذره با پارامتر برخوردی بین  $b$  و  $b + db$  وارد شود، در زاویه پراکندگی بین  $\theta$  و  $\theta + d\theta$  خارج می‌شود. در حالت کلی، اگر ذره از سطح بی‌نهایت کوچک  $d\sigma$  بگذرد، در زاویه فضایی متناظر  $d\Omega$  پراکنده می‌شود (شکل ۳-۶). طبیعی است که هر چه  $d\sigma$  را بزرگتر کنیم،  $d\Omega$  بزرگتری حاصل می‌شود. ضریب تناسب سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی  $D$ ، نامیده می‌شود:

$$d\sigma = D(\theta) d\Omega \quad (۸-۶)$$

اصولاً  $D$  ممکن است به زاویه سمتی  $\phi$  بستگی داشته باشد؛ اما، اغلب پتانسیلهای مورد نظر تقارن کروی دارند، و در این موارد سطح مقطع دیفرانسیلی فقط تابع  $\theta$  (یا، اگر ترجیح می‌دهید،  $b$ ) است. در ضمن نماد  $D$  را خودم انتخاب کرده‌ام؛ و اغلب مردم آن را با  $d\sigma/d\Omega$  نشان می‌دهند و در بقیه کتاب به اصطلاحات استاندارد برمی‌گردم. نام «سطح مقطع دیفرانسیلی» انتخاب بدی است؛ زیرا به لحاظ ریاضی اصلاً دیفرانسیل نیست (کلمات برای  $d\sigma$  مناسب‌ترند تا برای  $d\sigma/d\Omega$ ).

حال، از شکل ۳-۶ می‌بینیم که





شکل ۳-۶ ذره فرودی از سطح  $d\sigma$  به زاویه فضایی  $d\Omega$  پراکنده می‌شود.

$$d\sigma = |b db d\phi|, \quad d\Omega = |\sin\theta d\theta d\phi| \quad (۹-۶)$$

(مساحتها و زاویه‌های فضایی ذاتاً مثبت‌اند، بنابراین درون قدرمطلق قرار گرفته‌اند). پس،

$$D(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{d}{\sin\theta} \left( \frac{db}{d\theta} \right) \right| \quad (۱۰-۶)$$

### مثال ۲-۶

برای پراکندگی کره سخت مثال ۱-۶ داریم:

$$\frac{db}{d\theta} = -\frac{R}{2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

و در نتیجه

$$D(\theta) = \frac{Rb \sin(\theta/2)}{2 \sin\theta} = \frac{R^2 \cos(\theta/2) \sin(\theta/2)}{2 \sin\theta} = \frac{R^2}{4}$$

سرانجام، سطح مقطع کل انتگرال  $d\sigma$  روی تمام زاویه‌های فضایی است:

$$\sigma = \int d\sigma = \int D(\theta) d\Omega \quad (۱۱-۶)$$

### مثال ۳-۶

برای پراکندگی کره سخت

$$\sigma = \int \frac{R^2}{4} d\Omega = \pi R^2$$

که البته کل سطح مقطعی است که کره در معرض باریکه فرودی قرار می‌دهد: هر ذره درون این سطح پراکنده می‌شود و هر ذره خارج از آن بدون انحراف عبور می‌کند.

همان‌طور که در مثال ۳-۶ نشان می‌دهد، صورتگرایی به‌دست آمده در این مورد با احساس طبیعی ما از جمله سطح مقطع در مورد هدف «سخت» سازگاری دارد؛ و مزیت آن در این است که می‌توان آن را برای هدفهای «نرم» که لبه‌های تیز ندارند، نیز به‌کار برد.

### مثال ۴-۶

#### پراکندگی رادرفورد

ذره‌ای با بار  $q_1$  از ذره ساکنی با بار  $q_2$  پراکنده می‌شود. در مکانیک کلاسیک رابطه پارامتر برخورد با زاویه پراکندگی به‌صورت زیر است [۱]

$$b = \frac{q_1 q_2}{2E} \cot(\theta/2)$$

که در آن  $E$  انرژی جنبشی اولیه بار فرودی است. بنابراین سطح مقطع دیفرانسیلی برابر است با

$$D(\theta) = \left( \frac{q_1 q_2}{4E \sin^2(\theta/2)} \right)^2$$

در این مورد سطح مقطع کل بینهایت است\*.

$$\sigma = 2\pi \left( \frac{q_1 q_2}{4E} \right)^2 \int_0^\pi \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin \theta \, d\theta = \infty$$

اکنون فرض کنید باریکه‌ای از ذرات فرودی با درخشندگی یکنواخت  $\mathcal{L}$  (تعداد ذراتی است که در واحد زمان از واحد سطح می‌گذرند) داریم. پس  $dN = \mathcal{L} \, d\sigma$  تعداد ذراتی است که در واحد زمان از سطح  $d\sigma$  می‌گذرند، و در نتیجه تعدادی است که در واحد زمان در زاویه فضایی  $d\Omega$  پراکنده می‌شوند:

$$dN = \mathcal{L} \, d\sigma = \mathcal{L} D(\theta) d\Omega$$

پس

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = D(\theta) = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega} \quad (۱۲-۶)$$

اغلب این رابطه روش راحت‌تری برای محاسبه کردن سطح مقطع دیفرانسیلی است: تعداد ذراتی که در واحد زمان به زاویه فضایی  $d\Omega$  پراکنده شده‌اند تقسیم بر  $d\Omega$  و درخشندگی. (یا چنانکه

\* این امر به این واقعیت که برد پتانسیل کولنی بینهایت است مربوط می‌شود (پانوشت صفحه ۲۲ متن را ببینید).

فیزیکدانان شتابدهنده‌ها دوست دارند مطرح کنند، «آهنگ رویدادها برابر است با سطح مقطع ضربدر درخشندگی»<sup>\*</sup>.

## ۲-۶ قاعدهٔ طلایی

در بخش ۱-۶ کمیتهای فیزیکی اصلی را که باید محاسبه کنیم مانند آهنگ واپاشیها و سطح مقطعیهای پراکندگی مطرح کردیم. در هر مورد روش کار دارای دو جزء (۱) دامنهٔ  $\mathcal{M}$  فرایند و (۲) فضای فاز موجود است.<sup>\*\*</sup> دامنه حاوی تمام اطلاعات دینامیکی است؛ آن را با ارزیابی نمودارهای فاینمن مناسب و استفاده از «قواعد فاینمن» مناسب برهم‌کنش مورد نظر، محاسبه می‌کنیم. عامل فضای فاز فقط شامل اطلاعات سینماتیکی است؛ و فقط به جرمها، انرژیها و تکانهٔ شرکت‌کنندگان بستگی دارد، و بازتاب این واقعیت است که یک فرایند معین احتمال وقوع بیشتری دارد، یعنی «جای مانور» بیشتری در حالت‌های نهایی وجود دارد. مثلاً در واپاشی یک ذرهٔ سنگین به تعدادی ذرهٔ سبک‌تر ثانویه، عامل اصلی فضای فاز بزرگتری دخیل است، زیرا راههای مختلف بسیاری برای تقسیم انرژی بین آنها وجود دارد. برعکس، واپاشی نوترون  $(n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e)$  که در آن جرم اضافی اندکی برای تبدیل به انرژی وجود دارد، به شدت محدود می‌شود و عامل فضای فاز بسیار کوچک است.<sup>\*\*\*</sup>

آهنگ گذار برای یک فرایند معین را دامنه و فضای فاز طبق «قاعدهٔ طلایی» فرمی تعیین می‌کند:

$$\text{فضای فاز} = \frac{2\pi}{h} |\mathcal{M}|^2 \times \text{آهنگ گذار} \quad (۱۳-۶)$$

به دست آوردن قاعدهٔ طلایی غیرنسبیتی را در هر کتاب مکانیک کوانتومی می‌توان یافت [۲]. برای نسخهٔ نسبیتی آن باید به کتابی در زمینهٔ نظریهٔ میدان کوانتومی رجوع کرد [۳]. در اینجا وارد جزئیات آن نمی‌شویم و برای مقاصد ما کافی است فرمولبند کمی قاعدهٔ طلایی را برای دو حالت مورد نظرمان ذکر کنیم.

\* در این بحث فرض کرده‌ایم که خود هدف ساکن است، و ذرهٔ فرودی درگذر از پتانسیل پراکنده منحرف می‌شود. هدف من معرفی ایده‌های اساسی به ساده‌ترین شکل ممکن است. اما در بخش ۲-۶ صورتگرایی کاملاً کلی است؛ بحث شامل پس‌زنی هسته هدف، و مجاز بودن تغییر هویت ذرات در فرایند پراکندگی است. (مثلاً در واکنش  $\pi^- + p^+ \rightarrow K^+ + \Sigma^-$  می‌تواند نشانگر زاویهٔ فضایی باشد که مثلاً  $K^+$  به آن پراکنده می‌شود).

\*\* دامنه را جزء ماتریس نیز می‌نامند و گاهی به فضای فاز، چگالی حالت‌های نهایی می‌گویند.

\*\*\* برای حالت حدی واپاشی  $\Xi^- \rightarrow \bar{K}^0 + \pi^-$  (ممنوع سینماتیکی) را در نظر بگیرید. چون جرم محصولات نهایی کمتر از  $\Omega$  است، هیچ فضای فازی موجود نیست و آهنگ واپاشی صفر است.

قاعدهٔ طلایی برای واپاشیها. فرض کنید ذره ۱، به چند ذره ۲، ۳، ۴، ...،  $n$  واپاشد.

$$1 \rightarrow 2 + 3 + 4 + \dots + n \quad (14-6)$$

آهنگ واپاشی از فرمول\* زیر به دست می آید

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2\hbar m_1} \left[ \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \dots \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n) \quad (15-6)$$

که در آن  $p_i = (E_i/c, \mathbf{p}_i)$  چارتکانهٔ ذره  $i$ ام (به جرم  $m_i$  و در نتیجه  $E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 c^2 = m_i^2 c^4$ ) است. \*\* تابع دلتا\*\*\* یابستگی انرژی و تکانه را اعمال می کند، این تابع صفر است مگر اینکه  $p_1 = p_2 + p_3 + \dots + p_n$ . ذرهٔ واپاشنده در حال سکون فرض شده است  $p_1 = (m_1 c, 0)$ . حاصلضرب عواملی آماری است که برای هر گروهی از  $j$  ذره یکسان در حالت نهایی  $1/j!$  است.

معادلهٔ (۱۵-۶) آهنگ دیفرانسیلی را برای یک واپاشی تعیین می کند که در آن سه تکانهٔ ذرهٔ ۲ در محدودهٔ  $d^3 \mathbf{p}_2$  حول مقدار  $\mathbf{p}_2$ ، و سه تکانهٔ ذرهٔ ۳ در محدودهٔ  $d^3 \mathbf{p}_3$  حول  $\mathbf{p}_3$  و مانند آن باشد. معمولاً، به تک تک تکانه‌های محصولات واپاشی علاقه مند نیستیم، و بنابراین برای به دست آوردن آهنگ واپاشی کل  $\Gamma$  برای مد مورد بررسی (۱۴-۶) روی تمام تکانه‌های خروجی انتگرال می گیریم. به ویژه، اگر فقط دو ذره در حالت نهایی وجود داشته باشد داریم:

$$\Gamma = \frac{S}{\hbar m_1} \left( \frac{c}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{2} \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{E_2 E_3} \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) d^3 \mathbf{p}_2 d^3 \mathbf{p}_3 \quad (16-6)$$

به طور کلی، دامنهٔ  $\mathcal{M}$  تابعی از  $\mathbf{p}_2$  و  $\mathbf{p}_3$  است و نمی توان آن را از انتگرال خارج کرد. با وجود این، برای واپاشی دو جسمی، همان طور که دو مثال زیر نشان می دهند، می توان بدون دانستن شکل تابعی  $\mathcal{M}$ ، انتگرال را صریحاً محاسبه کرد. چون در حالت عمومی (مثال ۶-۶) پیچیدگیهای جبری

\* اگر ضرایب مختلف  $c$ ،  $2\pi$  و نظایر آن را یک جا بنویسید فرمول ساده تر به نظر می رسد، اما وقتی به شکل نشان داده شده دسته بندی می شوند، ساختار آن واضح تر است.

\*\* توجه کنید این رابطه  $E_i$  را برحسب  $\mathbf{p}_i$  می دهد:  $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$ ؛ در واقع تا جایی که معادله (۱۵-۶) مورد توجه باشد، باید به  $E_i$  به مثابه کوتاه نویسی این عبارت نگریست.

\*\*\* کسانی که با تابع دلتای دیراک آشنا نیستند، باید قبل از ادامه کار پیوست A را مطالعه کنند.

دخیل‌اند، ابتدا حالت خاصی را که محصولات واپاشی هر دو بدون جرم باشند در نظر می‌گیریم (مثال ۵-۶).

### مثال ۵-۶

ذره‌ای به جرم  $m$  به دو ذرهٔ ثانویه بدون جرم و امی‌باشد (مثلاً  $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^0$ ). اگر دامنه برای این فرایند  $\mathcal{M}(p_2, p_2)$  باشد، آهنگ واپاشی را بیابید.

حل. ابتدا با استفاده از این واقعیت که  $E_1 = mc^2$  و  $p_1 = 0$  تابع دلتا را بازنویسی می‌کنیم:

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_2) = \delta\left(mc - \frac{E_2}{c} - \frac{E_2}{c}\right) \delta^3(-p_2 - p_2) \quad (۱۷-۶)$$

چون  $m_2 = m_2 = 0$  داریم  $E_2 = |p_2|c$ ، پس  $E_2 = |p_2|c$ .

$$\Gamma = \frac{S}{\hbar m} \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{2} \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{|p_2||p_2|} \times \delta(mc - |p_2| - |p_2|) \delta^3(-p_2 - p_2) d^3p_2 d^3p_2 \quad (۱۸-۶)$$

سپس برای انتگرال‌گیری روی  $p_2$  از  $\delta^3(-p_2 - p_2)$  استفاده می‌کنیم. این کار با جایگزینی سادهٔ هر  $p_2$  با  $-p_2$  صورت می‌گیرد که بازتاب پایستگی تکانه است:

$$\Gamma = \frac{S}{2(4\pi)^2 \hbar m} \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{|p_2|^2} \delta(mc - 2|p_2|) d^3p_2 \quad (۱۹-۶)$$

در این مرحله  $|\mathcal{M}|^2$  فقط تابعی از  $p_2$  است؛ در واقع چون  $|\mathcal{M}|^2$  یک اسکالر است، فقط می‌تواند به  $|p_2|$  وابسته باشد\*. با رفتن به مختصات کروی،

$$d^3p_2 = |p_2|^2 d|p_2| \sin\theta d\theta d\phi \quad (۲۰-۶)$$

و انتگرال‌گیری زاویه‌ای،  $\int \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi$  داریم،

$$\Gamma = \frac{S}{4\pi \hbar m} \int_0^\infty |\mathcal{M}|^2 \delta(mc - 2|p_2|) d|p_2| \quad (۲۱-۶)$$

اکنون داریم [نگاه کنید به معادلهٔ (الف-۹)]:

$$\delta(mc - 2|p_2|) = \frac{1}{2} \delta\left(|p_2| - \frac{mc}{2}\right) \quad (۲۲-۶)$$

\* اگر ذرات اسپین داشته باشند، ممکن است  $|\mathcal{M}|^2$  به  $(\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{S}_j)$  و  $(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j)$  نیز وابسته باشد، با این حال چون آزمایشها به ندرت سمتگیری اسپین را اندازه می‌گیرند، اغلب با دامنه‌های با میانگین‌گیری اسپینی کار می‌کنیم. در این مورد همانند مورد اسپین ۰، تنها برداری که دیده می‌شود  $\mathbf{p}_2$  و تنها متغیر نزده‌ای  $p_2$  است.

و نتیجه می‌گیریم که:

$$\Gamma = \frac{S}{16\pi\hbar m} |\mathcal{M}|^2 \quad (23-6)$$

که در آن  $\mathcal{M}$  در تکانه‌ای که از قانون پایستگی  $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$  و  $|\mathbf{p}_1| = mc/2$  به دست می‌آید، محاسبه شود.\*

## مثال ۶-۶

### واپاشی دوجسمی

اکنون حالت عمومی واپاشی دوجسمی را در نظر بگیرید، که در آن ذرات خروجی دارای جرم  $m_2$  و  $m_3$  هستند. با فرض معلوم بودن  $\mathcal{M}$ ، آهنگ واپاشی را بیابید.

حل. مجدداً، مانند (معادله ۶-۱۷) با بازنویسی تابع دلتا شروع می‌کنیم، و روی  $\mathbf{p}_3$  انتگرال می‌گیریم. اما در اینجا  $E_2 = c\sqrt{m_2^2 c^2 + \mathbf{p}_2^2}$ ،  $E_3 = c\sqrt{m_3^2 c^2 + \mathbf{p}_3^2}$ ، بنابراین به جای معادله (۶-۱۹) داریم:

$$\Gamma = \frac{S}{2(4\pi)^2 \hbar m_1} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta(m_1 c - \sqrt{m_2^2 c^2 + \mathbf{p}_2^2} - \sqrt{m_3^2 c^2 + \mathbf{p}_3^2})}{\sqrt{m_2^2 c^2 + \mathbf{p}_2^2} \sqrt{m_3^2 c^2 + \mathbf{p}_3^2}} d^3 \mathbf{p}_2 \quad (24-6)$$

مانند قبل،  $|\mathcal{M}|^2$  فقط تابعی از  $|\mathbf{p}_2|$  است، بنابراین مختصات کروی را وارد می‌کنیم و انتگرال زاویه‌ای را می‌گیریم:

$$\Gamma = \frac{S}{8\pi\hbar m_1} \int_0^\infty \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta(m_1 c - \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} - \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2})}{\sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2}} \rho^2 d\rho \quad (25-6)$$

که در آن  $\rho$  کوتاه‌نویسی برای  $|\mathbf{p}_2|$  است. می‌توان از فرمول کلی (الف-۱۳) برای تحویل تابع دلتای باقی‌مانده استفاده کرد، اما ساده‌تر، و روشن‌گرانه‌تر، آن است که تبدیل متغیر زیر را به کار ببریم:

$$E \equiv c(\sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} + \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2}) \quad (26-6)$$

(از نظر فیزیکی،  $E$  معرف انرژی کل ذرات خروجی است—به همین دلیل حرف  $E$  انتخاب شده است.) از این رابطه نتیجه می‌شود

$$dE = \frac{E\rho}{\sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_3^2 c^2 + \rho^2}} d\rho \quad (27-6)$$

\* در مورد خاص  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$  دو ذرهٔ یکسان در حالت نهایی وجود دارد، پس  $S = \frac{1}{2}$ . برای  $\nu + \bar{\nu} \rightarrow \pi^0$ ،  $S = 1$ .

و بنابراین

$$\Gamma = \frac{S}{\lambda\pi\hbar m_1} \int_{(m_2+m_3)c}^{\infty} |\mathcal{M}|^2 \frac{\rho}{E} \delta\left(m_1c - \frac{E}{c}\right) dE \quad (28-6)$$

اما [معادله الف-۹]

$$\delta(m_1c - E/c) = c\delta(E - m_1c^2) \quad (29-6)$$

و نتیجه می‌گیریم که:

$$\Gamma = \frac{S|\mathcal{M}|^2\rho_0}{\lambda\pi\hbar m_1^2 c} \quad (30-6)$$

به شرط آنکه  $m_1 > (m_2 + m_3)$ ؛ در غیر این صورت قله تابع دلتا خارج از ناحیه انتگرال‌گیری می‌افتد و  $\Gamma = 0$  می‌شود، که نشان می‌دهد ذره نمی‌تواند به ذرات ثانویه سنگین‌تر واپاشد. در اینجا  $\rho_0$  مقدار  $\rho$  برای  $E = m_1c^2$  است. با حل معادله (۲۶-۶) درمی‌یابیم که (مسئله ۵-۶):

$$\rho_0 = \frac{c}{2m_1} \sqrt{m_1^4 + m_2^4 + m_3^4 - 2m_1^2m_2^2 - 2m_1^2m_3^2 - 2m_2^2m_3^2} \quad (31-6)$$

به خاطر داشته باشید که  $\rho$  مخفف متغیر  $|\mathbf{p}_2|$  بود؛  $\rho_0$  مقدار ویژه‌ای از  $|\mathbf{p}_2|$  است که با پایستگی انرژی سازگار است، و معادله (۳۱-۶) نتیجه‌ای را که در فصل ۳ (مسئله ۳-۱۶) به دست آورده بودیم باز تولید می‌کند. پس در نمادی قابل فهم‌تر داریم:

$$\Gamma = \frac{S|\mathbf{p}|}{\lambda\pi\hbar m_1^2 c} |\mathcal{M}|^2 \quad (32-6)$$

که در آن  $|\mathbf{p}|$  اندازه یکی از تکانه‌های خروجی است، که برحسب سه جرم معادله (۳۱-۶) داده می‌شود و  $\mathcal{M}$  در تکانه‌ای محاسبه می‌شود که از قانون پایستگی است به دست می‌آید. توجه کنید که اگر  $m_2 = m_3 = 0$  باشد  $|\mathbf{p}| = m_1c/2$  می‌شود و معادله (۶-۲۳) را به دست می‌آوریم.

فرمول نهایی واپاشی دو جسمی (۳۲-۶) به طور غیرمنتظره‌ای ساده و کلی است. در فصل‌های بعد بارها از آن استفاده خواهیم کرد. متأسفانه، وقتی سه ذره یا بیشتر در حالت نهایی وجود داشته باشد، تا وقتی شکل تابعی برای فرایند مورد بررسی را ندانیم نمی‌توانیم انتگرالها را بگیریم. در چنین مواردی (که خوشبختانه بسیار کم به آنها برمی‌خوریم) باید به قاعده طلایی بازگشت و از اول شروع به کار کرد.

قاعده طلایی برای پراکندگی فرض کنید ذرات ۱ و ۲ برخورد کنند و ذرات ۳، ۴، ...،  $n$  را تولید کنند:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n \quad (33-6)$$

سطح مقطع از فرمول زیر به دست می‌آید

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 \frac{\hbar^2 S}{4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left[ \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \dots \right. \\ \left. \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 \dots - p_n) \quad (34-6)$$

که مانند قبل  $p_i(E_i/c, \mathbf{p}_i)$  چار تکانهٔ ذره  $i$ ام (به جرم  $m_i$ ) و  $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$  و  $S$  ضریب آماری  $(1/j!)$  برای هر گروه  $j$  ذره یکسان در حالت نهایی است. توجه داشته باشید که تابع دلتا پایستگی انرژی و تکانه را اعمال می‌کند.

معادلهٔ (۳۴-۶) سطح مقطع را برای فرایندی که در آن سه تکانهٔ ذرهٔ ۳ در محدودهٔ  $d^3 \mathbf{p}_2$  حول مقدار  $\mathbf{p}_2$  و سه تکانهٔ ذرهٔ ۴ در محدودهٔ  $d^3 \mathbf{p}_3$  حول  $\mathbf{p}_3$  و نظایر آن است، تعیین می‌کند. در یک وضعیت نوعی فقط زاویه‌ای را که ذرهٔ ۳ در آن خارج می‌شود مطالعه می‌کنیم. در این مورد روی همهٔ تکانه‌های دیگر  $(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_n)$  و روی اندازهٔ  $\mathbf{p}_2$  انتگرال می‌گیریم؛ آنچه باقی می‌ماند  $d\sigma/d\Omega$ ، سطح مقطع پراکندگی برای پراکندگی ذرهٔ ۳ را به داخل زاویهٔ فضایی  $d\Omega$  می‌دهد.

### مثال ۷-۶

پراکندگی دو جسمی در چارچوب  $CM$   
فرایند

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 \quad (35-6)$$

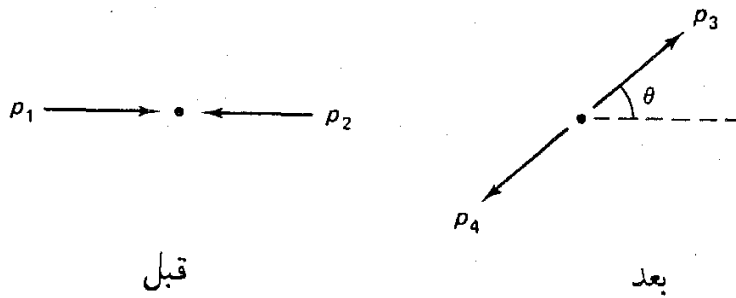
را در چارچوب  $CM$  در نظر بگیرید. اگر دامنه  $\mathcal{M}$  باشد، سطح مقطع دیفرانسیلی را حساب کنید. حل. در چارچوب  $CM$ ،  $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$  و بنابراین  $\mathbf{p}_2^2 = \mathbf{p}_1^2$  و  $p_1 \cdot p_2 = E_1 E_2 / c^2 + \mathbf{p}_1^2$  پس از اندکی عملیات جبری ساده (نگاه کنید به مسئلهٔ ۷-۶) نتیجه می‌شود:

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = (E_1 + E_2) |\mathbf{p}_1| / c \quad (36-6)$$

پس:

$$d\sigma = \left( \frac{\hbar c}{\lambda \pi} \right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2 c}{(E_1 + E_2) |\mathbf{p}_1|} \frac{d^3 \mathbf{p}_2 d^3 \mathbf{p}_3}{E_2 E_3} \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \quad (37-6)$$





شکل ۴-۶ پراکندگی دو جسمی در چارچوب CM.

طبق معمول از بازنویسی تابع دلتا شروع کنیم\*:

$$\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = \delta\left(\frac{E_1 + E_2 - E_3 - E_4}{c}\right) \delta^3(-\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \quad (38-6)$$

سپس انرژیهای خروجی را برحسب  $\mathbf{p}_3$  و  $\mathbf{p}_4$  ( $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$ ) می‌نویسیم و انتگرال روی  $\mathbf{p}_4$  را می‌گیریم (که طی آن  $\mathbf{p}_4 \rightarrow -\mathbf{p}_3$ ):\*\*

$$d\sigma = \left(\frac{\hbar}{\Lambda\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2 c}{(E_1 + E_2)|\mathbf{p}_1|} \times \frac{\delta((E_1 + E_2)/c) - \sqrt{m_3^2 c^2 + \mathbf{p}_3^2} - \sqrt{m_4^2 c^2 + \mathbf{p}_4^2}}{\sqrt{m_3^2 c^2 + \mathbf{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 c^2 + \mathbf{p}_4^2}} d^3 \mathbf{p}_3 \quad (39-6)$$

اما، در اینجا  $|\mathcal{M}|^2$  علاوه بر اندازه به جهت  $\mathbf{p}_3$  نیز وابسته است\*\*\*، بنابراین نمی‌توان انتگرال زاویه‌ای را گرفت. با نوشتن:

$$d^3 \mathbf{p}_3 = \rho^2 d\rho d\Omega \quad (40-6)$$

\* توجه کنید که  $\mathbf{p}_1$  و  $\mathbf{p}_2$  بردارهای ثابتی هستند (که با انتخاب چارچوب مرجع به هم مربوط می‌شوند:  $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ )، اما در این مرحله  $\mathbf{p}_3$  و  $\mathbf{p}_4$  متغیرهای انتگرال‌گیری‌اند. فقط پس از انتگرال‌گیری روی  $\mathbf{p}_4$  محدود می‌شوند ( $\mathbf{p}_4 = -\mathbf{p}_3$ ) و پس از انتگرال‌گیری روی  $|\mathbf{p}_3|$  برحسب زاویه پراکندگی  $\theta$  معین می‌شوند.

\*\* از نمادگذاری استاندارد (بی‌دقت) استفاده کرده‌ایم که در آن از نماد یکسان  $d\sigma$  در قبل و بعد از انتگرال‌گیری روی  $\mathbf{p}_4$  (و در واقع همان‌طور که چند لحظه بعد خواهید دید، روی  $|\mathbf{p}_3|$ ) استفاده شده است.

\*\*\* در حالت کلی،  $|\mathcal{M}|^2$  به هر چارچوب تکانه وابسته است؛ با این حال، در این مورد  $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$  و  $\mathbf{p}_4 = -\mathbf{p}_3$  پس  $|\mathcal{M}|^2$  فقط تابعی از  $\mathbf{p}_1$  و  $\mathbf{p}_3$  است، (همچنان فرض کنید که اسپین در آن وارد نمی‌شود). از این بردارها می‌توان اسکالرهای را ساخت:  $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_1 = |\mathbf{p}_1|^2$ ،  $\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_3 = |\mathbf{p}_3|^2$  و  $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3 = |\mathbf{p}_1| |\mathbf{p}_3| \cos \theta$ ، اما  $\mathbf{p}_1$  ثابت است، بنابراین تنها متغیرهای انتگرال‌گیری که  $|\mathcal{M}|^2$  می‌تواند به آنها وابسته باشد عبارت‌اند از،  $|\mathbf{p}_3|$  و  $\theta$ .

(که  $\rho$  مخفی برای  $|\mathbf{p}_r|$  و  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ ) به دست می‌آوریم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda\pi}\right)^2 \frac{Sc}{(E_1 + E_2)|\mathbf{p}_1|} \int_0^\infty |\mathcal{M}|^2 \times \frac{\delta((E_1 + E_2)/c) - \sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} - \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2}}{\sqrt{m_1^2 c^2 + \rho^2} \sqrt{m_2^2 c^2 + \rho^2}} \rho^2 d\rho \quad (41-6)$$

انتگرال روی  $\rho$  شبیه معادلهٔ (۲۵-۶) است که در آن باید  $m_2 \rightarrow m_1$  و  $m_1 \rightarrow ((E_1 + E_2)/c)$  با توجه با نتیجهٔ قبلی (۳۲-۶) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c}{\lambda\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \quad (42-6)$$

که در آن  $|\mathbf{p}_f|$  اندازهٔ هر یک از تکانه‌های خروجی و  $|\mathbf{p}_i|$  اندازهٔ هر یک از تکانه‌های فرودی است. مانند مورد واپاشیها، حالت نهایی دو جسمی کاملاً ساده است، به این معنی که می‌توان محاسبات را تا آخر انجام داد بدون آنکه شکل صریح تابعی  $\mathcal{M}$  را بدانیم. در فصلهای بعد اغلب از معادلهٔ (۴۲-۶) استفاده خواهیم کرد.

در ضمن، طول عمر آشکارا دارای بعد زمان (ثانیه) است؛ بنابراین آهنگ واپاشی ( $\Gamma = \frac{1}{\tau}$ ) برحسب عکس ثانیه اندازه‌گیری می‌شود. سطح مقطع دارای بعد  $\text{cm}^2$ ، یا به‌طور مناسب‌تر «بارن» است:

$$1 \text{ بارن} = 10^{-24} \text{cm}^2 \quad (43-6)$$

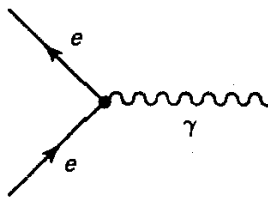
سطح مقطع دیفرانسیلی،  $d\sigma/d\Omega$ ، برحسب بارن بر استرادیان، یا به‌طور ساده برحسب بارن داده می‌شود (استرادیان، مانند رادیان، بدون بعد است). دامنهٔ  $\mathcal{M}$  دارای یکایی است که به تعداد ذرات موجود بستگی دارد: اگر  $n$ ، خط خارجی وجود داشته باشد (خروجیها به‌علاوه ورودیها)، بعد  $\mathcal{M}$  مربوط به تکانهٔ آنهاست که به توان  $4 - n$  رسیده باشد:

$$\mathcal{M} \text{ بعد} = (mc)^{4-n} \quad (44-6)$$

برای مثال، در فرایند سه‌ذره‌ای ( $A \rightarrow B + C$ )،  $\mathcal{M}$  دارای بعد تکانه است و در فرایند چهار ذره‌ای ( $A + B \rightarrow C + D$  یا  $A \rightarrow B + C + D$ )،  $\mathcal{M}$  بدون بعد است. خودتان می‌توانید بررسی کنید که دو قاعدهٔ طلایی یکاهای صحیح  $\Gamma$  و  $\sigma$  را می‌دهند.

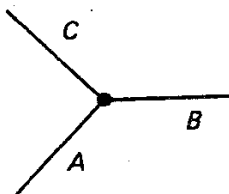
## ۳-۶ قاعده‌های فاینمن برای یک نظریهٔ اسباب‌بازی

در بخش ۲-۶ آموختیم که چگونه آهنگ واپاشی و سطح مقطع پراکندگی را برحسب دامنهٔ  $\mathcal{M}$  فرایند مورد نظر حساب کنیم. اکنون نشان می‌دهم که چگونه می‌توان خود  $\mathcal{M}$  را با استفاده «از قاعده‌های فاینمن» در ارزیابی نمودارهای مناسب، تعیین کرد. می‌توان مستقیماً به سیستمهای «واقعی» نظیر الکترودینامیک کوانتومی پردازیم که در آن الکترونها و فوتونها از طریق رأس اولیه برهم‌کنش می‌کنند:

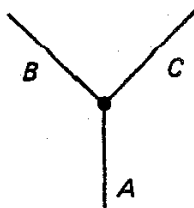


این کار بدیع‌ترین، مهم‌ترین و قابل فهم‌ترین کاربرد روش فاینمن است. متأسفانه، این فن دارای پیچیدگیهای سرگرم‌کنندهٔ (مربوط به اسپین  $\frac{1}{2}$  الکترون و اسپین فوتون) است که ربطی به خود حسابان فاینمن ندارد. در فصل ۷ نشان می‌دهم که چگونه باید به ذرات اسپین‌دار کار کرد، اما در حال حاضر نمی‌خواهم مسئله را پیچیده کنم، بنابراین یک نظریهٔ «اسباب‌بازی» را مطرح می‌کنم، که ربطی به دنیای واقعی ندارد، اما می‌تواند روش را با حداقل وسایل اضافی به نمایش بگذارد [۴].

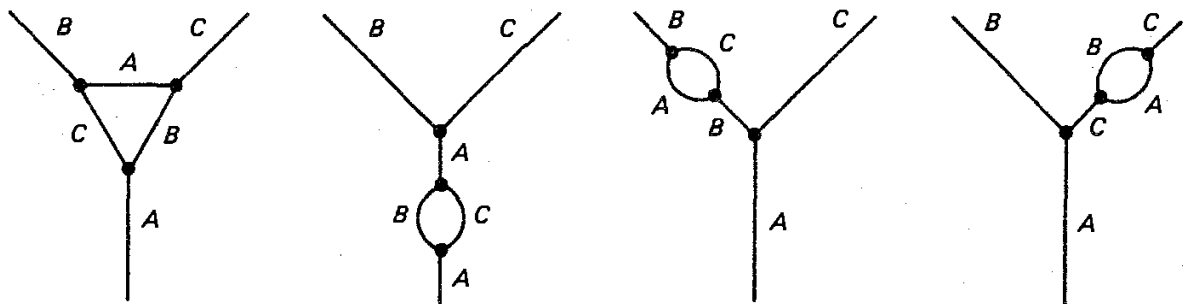
دنیایی را در نظر بگیرید که در آن فقط سه نوع ذره وجود دارد — آنها را  $A$ ،  $B$  و  $C$  می‌نامیم — با جرمهای  $m_A$ ،  $m_B$  و  $m_C$ . این ذرات دارای اسپین صفر هستند، و هر ذره پادذرهٔ خودش است. فقط یک رأس اولیه وجود دارد که سه ذره به وسیله آن با هم برهم‌کنش می‌کنند.



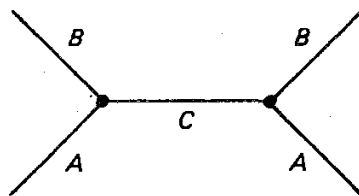
فرض می‌کنیم که  $A$  سنگین‌ترین آنها، و در واقع سنگین‌تر از مجموع  $B$  و  $C$  باشد، به طوری که بتواند به  $B + C$  واپاشی کند. نمودار با پایین‌ترین مرتبه که این فروپاشی را توصیف می‌کند عبارت است از:



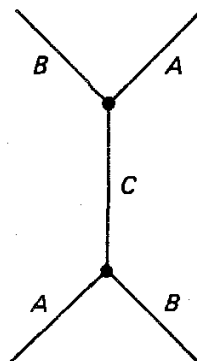
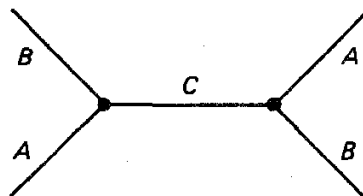
که برای تصحیحهای مرتبهٔ سوم (مختصری) وجود دارد:



و حتی تصحیح‌های مرتبه‌های بالاتر کوچکتری نیز وجود دارند. اولین برنامهٔ ما محاسبهٔ طول عمر  $A$ ، تا پایین‌ترین مرتبه است. سپس، فرایندهای مختلف پراکندگی نظیر  $A + A \rightarrow B + B$  را بررسی می‌کنیم:



$$A + B \rightarrow A + B$$

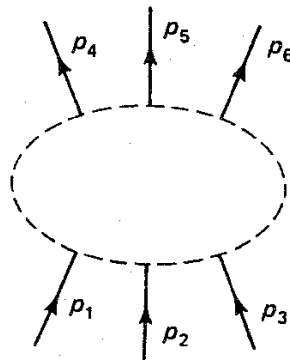


و نظایر آن. می‌خواهیم سطح مقطع را برای هر یک از این رویدادها تعیین کنیم. مسئله یافتن دامنهٔ  $\mathcal{M}$  مربوط به نمودار فاینمن معین است. روال کار به صورت زیر است [۵].

۱. نمادگذاری. چهار تکانه‌های ورودی و خروجی را با  $p_1, p_2, \dots, p_n$  (شکل ۵-۶) و تکانه‌های داخلی را با  $q_1, q_2, \dots$  مشخص کنید. پیکانی روی هر خط بگذارید، تا بتوانید «مثبت» را تشخیص دهید (برای خطوط داخلی انتخاب جهت دلخواه است)\*.

۲. ثابت جفت‌شدگی. برای هر رأس یک ضریب

\* چون این ذرات پاد ذرهٔ خودشان هستند، نیازی به پیکانها برای دنبال کردن آنها را نداریم. در فصلهای بعدی باید بیشتر مراقب باشیم.



شکل ۵-۶ یک نمونه نمودار فاینمن، خطوط خارجی علامتگذاری شده‌اند (خطوط داخلی نشان داده نشده‌اند).

$$-ig$$

بنویسید که  $g$  ثابت جفت‌شدگی نامیده می‌شود و قدرت برهم‌کنش بین  $A$ ،  $B$  و  $C$  را مشخص می‌کند. در این نظریهٔ اسباب‌بازی،  $g$  دارای بعد تکانه است؛ در نظریه‌های «دنیای واقعی» که بعداً خواهیم دید، ثابت جفت‌شدگی همواره بدون بعد است.

۳. انتشارگر. برای هر خط داخلی، عامل زیر را بنویسید:

$$\frac{i}{q_j^2 - m_j^2 c^2}$$

که در آن  $q_j$  چارتکانه خط  $(q_j^2 \equiv q_j^\mu q_{j\mu})$  و  $m_j$  جرم ذره‌ای است که آن خط توصیف می‌کند. (توجه کنید که  $q_j^2 \neq m_j^2 c^2$ ، زیرا یک ذرهٔ مجازی روی پوستهٔ جرمی‌اش قرار ندارد.)

۴. پایستگی انرژی و تکانه. برای هر رأس یک تابع دلتا به شکل زیر بنویسید

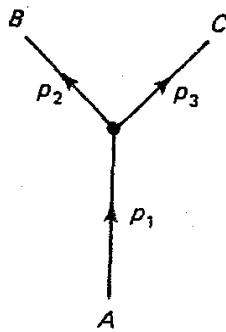
$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$$

که در آن  $k$ ها سه چارتکانه‌ای هستند که به رأس وارد می‌شوند (اگر پیکانها به طرف خارج باشند،  $k$  برابر منهای چارتکانه آن خط است). این عامل پایستگی انرژی و تکانه را در هر رأس اعمال می‌کند، زیرا تابع دلتا صفر است مگر اینکه جمع تکانه‌های ورودی برابر جمع تکانه‌های خروجی باشد.

۵. انتگرال‌گیری روی تکانه‌های داخلی. برای هر خط داخلی، عامل زیر را بنویسید

$$\frac{1}{(2\pi)^4} d^4 q_j$$

و روی تکانه‌های داخلی انتگرال بگیرید.



شکل ۶-۶ سهم پایین‌ترین مرتبه در  $A \rightarrow B + C$ .

۶. حذف تابع دلتا. نتیجه کار شامل یک تابع دلتاست

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$$

که پایستگی انرژی و تکانه کلی را اعمال می‌کند. با حذف این عامل آنچه باقی می‌ماند  $-i\mathcal{M}$  است.\*

در بخش‌های بعد خواهیم دید که چگونه این قاعده‌ها برای بررسی برخی نمودارهای فاینمن ابتدایی در «نظریه ABC» به‌کار می‌روند.

#### ۴-۶ طول عمر A

ساده‌ترین نمودار ممکن، سهم پایین‌ترین مرتبه  $A \rightarrow B + C$  را نشان می‌دهد و هیچ خط داخلی ندارد (شکل ۶-۶). در این نمودار یک رأس وجود دارد، که آن یک ضریب  $-ig$  (قاعده ۲) و یک تابع دلتا

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3)$$

(قاعده ۴) را انتخاب می‌کنیم و فوراً آن را حذف می‌کنیم (قاعده ۶) و به دست می‌آوریم:

$$-i\mathcal{M} = -ig$$

\* وقتی به این کار عادت کردید، می‌توانید مراحل ۴، ۵ و ۶ را در قالب یک قاعده «انتگرال‌گیری روی تکانه‌های داخلی نامعین» در آورید. این کاری است که اغلب کتابها انجام می‌دهند، اما من فکر می‌کنم روشی که در اینجا ارائه شده واضح‌تر است حتی اگر وقت بیشتری بگیرد. در ضمن، دقت کنید که هر تابع دلتا حامل ضریب  $(2\pi)^4$  و هر جزء حجم چهاربعدی حامل ضریب  $(2\pi)^{-4}$  است. در نهایت اغلب این ضرایب حذف می‌شوند و شاید فکر کنید که وجود آیا آنها واقعاً ضروری است (همین نکته برای  $z$ های انتشارگر و ثابتهای جفت‌شدگی به‌کار می‌رود). آنها ضروری هستند و دستورالعملهایی که در اینجا داده شده اصولی‌ترین راه ردیابی آنهاست. نقل است که روزی فاینمن از فرط عصبانیت (بر سر یک دانشجویی که «نمی‌توانست به این مسائل جزئی بپردازد») که: «اگر نتوانید  $4\pi$  را در محل صحیح قرار دهید، هیچ چیز نمی‌دانید.»

$$\mathcal{M} = g \quad (45-6)$$

این دامنه (در پایین ترین مرتبه) است؛ آهنگ واپاشی با قرار دادن  $\mathcal{M}$  در معادله (۳۲-۶) به دست می آید:

$$\Gamma = \frac{g^2 |\mathbf{p}|}{\lambda \pi \hbar m_A^2 c} \quad (46-6)$$

که در آن  $|\mathbf{p}|$  (اندازه یکی از تکانه های خروجی) برابر است با:

$$|\mathbf{p}| = \frac{c}{\sqrt{m_A^2}} \sqrt{m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 - 2m_A^2 m_B^2 - 2m_A^2 m_C^2 - 2m_B^2 m_C^2} \quad (47-6)$$

پس طول عمر  $A$ ، برابر است با

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \frac{\lambda \pi \hbar m_A^2 c}{g^2 |\mathbf{p}|} \quad (48-6)$$

باید بررسی کنید که یکای  $\tau$  درست از آب درآمده است.

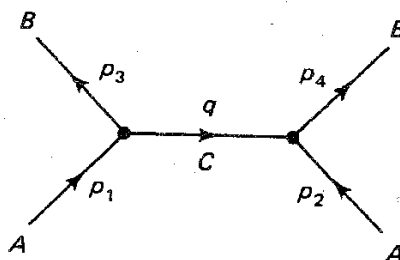
### ۵-۶ پراکندگی

سهام پایین ترین مرتبه در فرایند  $A + A \rightarrow B + B$  در شکل ۷-۶ نشان داده شده است. در این مورد دو رأس (بنابراین دو ضریب  $-ig$ ) و یک خط داخلی، با انتشارگر زیر وجود دارد

$$\frac{i}{q^2 - m_C^2 c^2}$$

دو تابع دلتا:

$$(\sqrt{\pi})^4 \delta^4(p_1 - p_2 - q) \quad \text{و} \quad (\sqrt{\pi})^4 \delta^4(p_2 + q - p_4)$$



شکل ۷-۶ سهم پایین ترین مرتبه در  $A + A \rightarrow B + B$

ویک انتگرال‌گیری:

$$\frac{1}{(2\pi)^4} d^4 q$$

وجود دارد. با استفاده از قاعده‌های ۱ تا ۵ داریم:

$$-i(2\pi)^4 g^2 \int \frac{1}{q^2 - m_C^2 c^2} \delta^4(p_1 - p_2 - q) \delta^4(p_2 + q - p_3) d^4 q$$

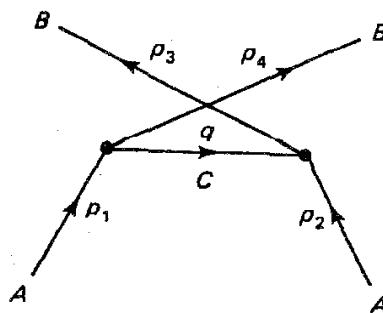
تابع دلتای دوم مقدار هر چیز را جز در نقطه  $q = p_3 - p_2$  کنار می‌گذارد، پس داریم:

$$-ig^2 \frac{1}{(p_3 - p_2)^2 - m_C^2 c^2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_2)$$

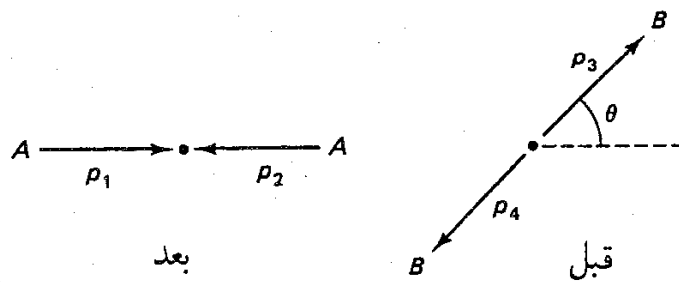
همان‌طور که قبلاً گفتیم فقط یک تابع دلتا باقی می‌ماند که بازتاب پایستگی کلی انرژی و تکانه است. با حذف آن (قاعده ۶) داریم:

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{(p_3 - p_2)^2 - m_C^2 c^2} \quad (۴۹-۶)$$

اما این تمام داستان نیست، زیرا نمودار دیگری از مرتبه  $g^2$  وجود دارد که از «پیچش» خطهای  $B$  به دست می‌آید (شکل ۸-۶). (با پیچش خطوط  $A$  نمودار جدید دیگری به دست می‌آید (شکل ۸-۶). (با پیچش خطوط  $A$  نمودار جدید دیگری به دست آید؛ تنها انتخاب در اینجا آن است که  $p_1$  به  $p_2$  وصل شود یا  $p_2$ ). چون تفاوت این نمودار با شکل ۷-۶ فقط در تعویض  $p_2 \leftrightarrow p_3$  است، نیازی به محاسبه آن، از اول نیست؛ با استفاده از معادله (۴۹-۶) می‌توان بلافاصله دامنه کل (از مرتبه  $g^2$ ) را برای فرایند  $A + A \rightarrow B + B$  نوشت:

شکل ۸-۶ نمودار دومی که در پایین‌ترین مرتبه  $A + A \rightarrow B + B$  سهمیم است.





شکل ۹-۶  $A + A \rightarrow B + B$  در چارچوب  $CM$ .

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{(p_1 - p_2)^2 - m_C^2 c^2} + \frac{g^2}{(p_2 - p_1)^2 - m_C^2 c^2} \quad (50-6)$$

توجه کنید که  $\mathcal{M}$  ضمناً یا ناوردای لورنتسی است. این مورد همیشه درست است؛ و جزئی از ساختار قاعده‌های فاینمن است.

فرض کنید به سطح مقطع دیفرانسیلی  $(d\sigma/d\Omega)$  این فرایند در دستگاه  $CM$  علاقه‌مند باشیم (شکل ۹-۶). برای سادگی قرار می‌دهیم،  $m_A = m_B = m$  و  $m_C = 0$ . آن‌گاه داریم:

$$(p_1 - p_2)^2 - m_C^2 c^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 \cdot p_2 = -2p^2(1 - \cos\theta) \quad (51-6)$$

$$(p_2 - p_1)^2 - m_C^2 c^2 = p_2^2 + p_1^2 - 2p_2 \cdot p_1 = -2p^2(1 + \cos\theta) \quad (52-6)$$

(که در آن  $p$  تکانه فرودی ذره ۱ است) و بنابراین:

$$\mathcal{M} = -\frac{g^2}{p^2 \sin^2 \theta} \quad (53-6)$$

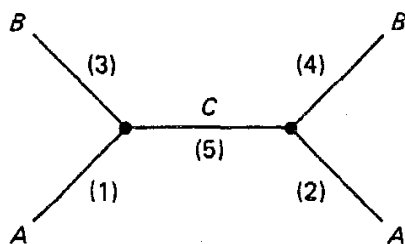
طبق معادله (۴۲-۶) داریم،

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left( \frac{\hbar c g^2}{16\pi E p^2 \sin^2 \theta} \right)^2 \quad (54-6)$$

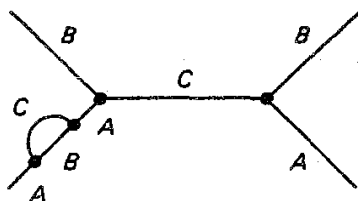
در این مورد، مانند پراکندگی رادرفورد (مثال ۴-۶) سطح مقطع کل بینهایت است.

### ۶-۶ نمودارهای مرتبه بالاتر

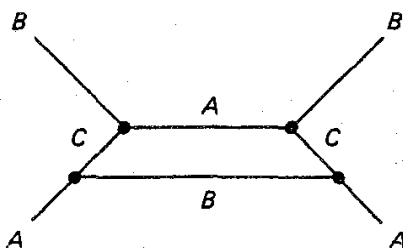
تاکنون فقط پایین‌ترین مرتبه («سطح درختی») نمودارهای فاینمن را بررسی کردیم. مثلاً، برای مورد  $A + A \rightarrow B + B$  نمودار زیر را در نظر گرفتیم:



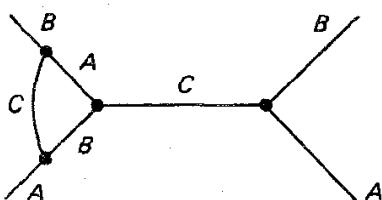
این نمودار دو رأس دارد، بنابراین  $\mathcal{M}$  با  $g^2$  متناسب است. اما نمودارهای دیگری با چهار رأس نیز وجود دارند که در این فرایند سهم‌اند. اگر خط اضافه شده از خط (۱) شروع شوند، می‌توانند به همان خط (۱) نیز ختم شود:



یا می‌توانند به خط (۲) ختم شوند:



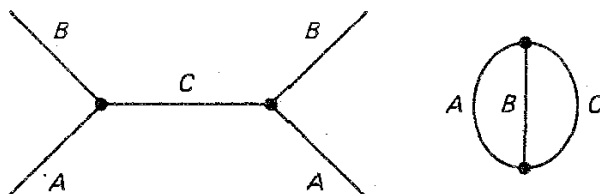
یا به خط (۳):



و یا به خط (۵) ختم شود. پس پنج نمودار وجود دارد که در آنها خط اضافه شده، متصل به خط (۱) است. البته، ۵ نمودار نیز وجود دارد که یک سر خط به خط (۲) متصل است، اما قبلاً یکی از آنها را به حساب آورده بودیم (خطی که خط (۱) را به (۲) وصل می‌کرد)، پس چهار نمودار جدید وجود دارد. همین‌طور، سه نمودار برای خط (۳) دو نمودار برای خط (۴) و یک نمودار برای خط (۵) وجود دارد. پس در کل

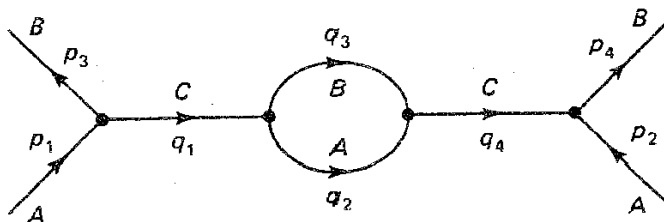
$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

نمودار مرتبه چهار برای این فرایند وجود دارد، و ۱۵ نمودار دیگر برای نسخه تحریف شده آنها وجود دارد. (نمودارهای ناهمبند نظیر



را به حساب نمی‌آوریم.)

بدون شک همه این نمودارهای «یک حلقه‌ای» را بررسی نخواهیم کرد (حتی فکر نمودارهای دو حلقه‌ای را نخواهیم کرد)، اما دوست دارم نگاه نزدیک‌تری به یکی از آنها داشته باشیم— یعنی نموداری که خط ۵ را به خودش وصل می‌کند.



با اعمال قاعده‌های فاینمن ۱ تا ۵، به دست می‌آوریم

$$g^F \int \frac{\delta^F(p_1 - q_1 - p_3) \delta^F(q_1 - q_2 - q_3) \delta^F(q_2 + q_3 - q_4) \delta^F(q_4 + p_2 - p_4)}{(q_1^2 - m_C^2 c^2)(q_2^2 - m_A^2 c^2)(q_3^2 - m_B^2 c^2)(q_4^2 - m_C^2 c^2)} \times d^F q_1 d^F q_2 d^F q_3 d^F q_4 \quad (55-6)$$

با استفاده از تابع دلتا ابتدا روی  $q_1$  انتگرال می‌گیریم، سپس  $(p_1 - p_3)$  جایگزین  $q_1$  می‌کنیم؛ در انتگرال‌گیری روی  $q_4$ ، آخرین تابع دلتا را به کار می‌بریم، و  $(p_2 - p_4)$  را جانشین  $q_4$  می‌کنیم:

$$\frac{g^F}{[(p_1 - p_3)^2 - m_C^2 c^2][(p_2 - p_4)^2 - m_C^2 c^2]} \times \int \frac{\delta^F(p_1 - p_3 - q_2 - q_3) \delta^F(q_2 + q_3 - p_2 + p_4)}{(q_2^2 - m_A^2 c^2)(q_3^2 - m_B^2 c^2)} d^F q_2 d^F q_3 \quad (56-6)$$

در اینجا اولین تابع دلتا  $p_1 - p_3 - q_2 - q_3$  را جایگزین  $q_2$  می‌کند و تابع دلتای دوم به شکل

$$\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$$

در می‌آید، که با قاعده ۶ آن را حذف و آنچه باقی می‌ماند عبارت است از:

$$M = i \left( \frac{g}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{[(p_1 - p_2)^2 - m_C^2 c^2]^2} \int \frac{1}{[(p_1 - p_2 - q)^2 - m_A^2 c^2][q^2 - m_B^2 c^2]} d^4 q \quad (57-6)$$

(در اینجا زیرنویس  $q_2$  را انداخته‌ام).

اگر انرژی را داشته باشید، می‌توانید بکوشید تا انتگرال را محاسبه کنید، اما به شما بگویم که با شکلی مواجه‌اید. زیرا جزء حجم چهاربعدی را می‌توان به صورت  $d^4 q = q^2 dq d\Omega'$  نوشت (که  $d\Omega'$  بخش زاویه‌ای را نشان می‌دهد)، (درست مانند مختصات قطبی دوبعدی که جزء سطح  $r dr d\theta$  است و در مختصات کروی سه‌بعدی که جزء حجم  $r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi$  است). در  $q$  های بزرگ انتگرالده اساساً درست  $1/q^2$  است، پس انتگرال  $q$  به شکل

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{q^2} q^2 dq = \ln |q|^\infty = \infty \quad (58-6)$$

است. انتگرال در  $q$  های بزرگ به صورت لگاریتمی واگراست. این فاجعه، به همین صورت یا صورتی دیگر، باعث شد تا پیشرفت الکترودینامیک کوانتومی تقریباً نزدیک به دو دهه به تعویق افتد. تا آنکه کوششهای جمعی فیزیکدانانی بزرگ—ازدیراک، پائولی، کرامر، وایسکوف و بته تا، نوموناگا، شوینگر و فاینمن—روشهای نظام‌مندی را برای «زدودن بینهایتها» گسترش داد. اولین قدم منظم کردن انتگرال است که با استفاده از فرایندهای قطع مناسب بدون آسیب رساندن به جنبه‌های مطلوب (نظیر ناوردایی لورنتسی) انتگرالها را متناهی می‌کند. در مورد معادله (57-6) این کار را می‌توان با وارد کردن عامل

$$\frac{-M^2 c^2}{(q^2 - M^2 c^2)} \quad (59-6)$$

در زیر انتگرال، انجام داد. فرض می‌کنیم که جرم قطع  $M$  بسیار بزرگ باشد و در آخر محاسبات آن را بینهایت می‌گیریم (توجه کنید که وقتی  $M \rightarrow \infty$  «عامل سرهم‌بندی» به ۱ میل می‌کند)\*. اینک می‌توان انتگرال را حساب کرد [۶] و آن را به دو قسمت جدا کرد: جمله‌ای محدود و مستقل از  $M$  و جمله‌ای (در این مورد) شامل لگاریتم  $M$  که در حد  $M \rightarrow \infty$  بینهایت می‌شود.

\* هیچ کس نمی‌تواند منکر شود که این فرایند مصنوعی است. اما، همچنان می‌توان استدلال کرد که عبارت (59-6) صرفاً بازتاب ناآگاهی ما از رفتار نظریه میزان کوانتومی در انرژیهای بالا (فاصله‌های کوتاه) است. شاید انتشارگرهای فاینمن در این محدوده کاملاً درست نباشند، و  $M$  روش ناپخته‌ای برای به حساب آوردن تصحیحات نامعلوم است.

در اینجا معجزه‌ای رخ می‌دهد: تمام جمله‌های وابسته به  $M$  و اگر در پاسخ نهایی به شکل افزوده‌هایی به جرمها و ثابتهای جفت‌شدگی ظاهر می‌شوند. اگر این موضوع را جدی بگیریم، به معنای آن است که جرمها و ثابتهای فیزیکی،  $m$ ها و  $g$ هایی نیستند که در قاعده‌های فاینمن اصلی ظاهر شده‌اند، بلکه «باز بهنجار شده» آنها هستند که شامل عوامل اضافی زیرند:

$$m_{\text{فیزیکی}} = m + \delta m; \quad g_{\text{فیزیکی}} = g + \delta g \quad (۶-۶۰)$$

این واقعیت که  $\delta m$  و  $\delta g$  بینهایت‌اند (در حد  $M \rightarrow \infty$ ) نگران‌کننده است، اما فاجعه نیست، زیرا به هر حال هرگز آنها را اندازه نمی‌گیریم؛ آنچه در آزمایشگاه می‌بینیم مقادیر فیزیکی‌اند که (به‌وضوح) متناهی‌اند (ظاهراً جرمها و جفت‌شدگیها غیرقابل اندازه‌گیری «صرف»  $m$  و  $g$ ، شامل بینهایت‌های جبرانی هستند). \* به‌عنوان یک موضوع عملی، بینهایت‌ها را با استفاده از مقادیر فیزیکی  $m$  و  $g$  در قاعده‌های فاینمن منظور می‌کنیم، و سپس سهم واگرای نمودارهای مرتبه بالاتر، را به‌صورت منظم نادیده می‌گیریم. در عین حال، سهمهای محدود (مستقل از  $M$ ) از نمودارهای حلقه‌ای باقی می‌ماند. آنها، به تصحیح‌هایی در  $m$  و  $g$  (در این مورد کاملاً قابل محاسبه) می‌انجامد— که، به هر حال، تابعی از چارتکانه خطی هستند که حلقه در آن وارد شده است ( $p_1 - p_2$  در مثال قبل). یعنی جرمها و ثابتهای جفت‌شدگی موثر واقعاً به انرژیهای ذرات موجود بستگی دارند؛ آنها را جرمهای «روان» و ثابتهای جفت‌شدگی «روان» می‌نامیم. در انرژیهای کم وابستگی نوعاً جزئی است و معمولاً می‌توان آن را نادیده گرفت. اما نتایج مشاهده‌پذیری به شکل جابه‌جایی لمب (در QED) و آزادی مجانبی (در QCD) دارند.\*\*

به‌عنوان مثال، یک مورد هنگامی است که «ذرات» زیر ساختاری داشته باشند که در فاصله‌های بسیار کوتاه مناسب باشد. یک بار دیراک می‌گفت:

این درست یک روایی است— چاله است. باید تغییری بنیادی در تفکرمان بدهیم، شاید این تعبیر به‌اندازه گذار از نظریه مدار بور به مکانیک کوانتومی بنیادی باشد. وقتی عددی را به دست می‌آورید که بینهایت می‌شود در صورتی که می‌بایست معین می‌شد، باید قبول کنید که چیزی در معادله‌های شما غلط است، و امیدوار نباشید که با دستکاری کردن آن عدد به نظریه خوبی دست یابیم.

\* در صورتی که تسلی بخش باشد، باید اشاره کنم اساساً مورد مشابهی در الکترودینامیک کلاسیک رخ می‌دهد: انرژی الکترواستاتیکی یک بار نقطه‌ای بینهایت است که سهم نامحدود را در جرم ذره (از طریق  $E = mc^2$ ) ایجاد می‌کند. شاید این بدان معنا باشد که هیچ بار نقطه‌ای واقعی در الکترودینامیک کلاسیک وجود ندارد، شاید در نظریه میدان کوانتومی نیز چنین معنایی وجود داشته باشد. با این حال، در هر موردی می‌دانیم چگونه از ذرات نقطه‌ای به‌عنوان ساختارهای نظری اجتناب کنیم.

\*\* تعبیری فیزیکی از ثابت جفت‌شدگی روان در QED و QCD در فصل ۲، بخش ۲-۳ پیشنهاد شد. توجیه زیبایی از باز بهنجارش جرم در (P. Nelson, *American Scientist*, 73, 66 (1985)) داده شده است. بنابر

روالی را که در این سه پاراگراف اخیر ترسیم کردم باز بهنجارش نامیده می‌شود. اگر تمام بینهایت‌های ناشی از نمودارهای مرتبه بالاتر را بتوان با این روش اصلاح کرد، می‌گوییم که نظریه باز بهنجارش‌پذیر است. نظریه  $ABC$  و الکترودینامیک کوانتومی باز بهنجارش‌پذیرند. در اوایل دهه هفتاد توفت نشان داد که همه نظریه‌های پیمانه‌ای از جمله کرومودینامیک، نظریه الکتروضعیف گلاشو، واینبرگ و سلام، باز بهنجارش‌پذیرند. این امر کشف بسیار مهمی بود، زیرا در این محاسبات با پایین‌ترین مرتبه، یک نظریه غیر باز بهنجارش‌پذیر جوابهای وابسته به قطع، و در نتیجه، کاملاً بی‌معنی، می‌دهد.

## مراجع و یادداشتهای

۱. مثلاً، نگاه کنید به کتاب،

H. Goldstein, *Classical Mechanics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1980). Sects.3-10

۲. برای مثال، نگاه کنید به کتاب:

D. Park, *Introduction to the Quantum Theory*, 2d Ed. (New York: McGraw-Hill, 1974), Sects. 8.7.

۳. در واقع یافتن توضیحی دست یافتنی و متقاعد کننده مشکل است. فصل ۱۵ و ۱۶ کتاب:

R. P. Feynman, *Theory of Fundamental Processes* (Reading, MA: Benjamin, 1961),

نظریه باز بهنجارش، نه تنها قدرت برهم‌کنشهای مختلف، بلکه جرمهای ذرات درگیر، در مقیاس طولی متفاوت، تغییر می‌کنند. برای آنکه احساسی از این گزاره پر از تضاد داشته باشیم، فرض کنید تویی را زیر آب شلیک کنیم. حتی اگر اصطکاک را نادیده بگیریم، مسیر پرتابه با مسیر متناظر روی زمین تفاوت بسیار خواهد داشت، زیرا گلوله توپ اکنون باید مقدار قابل ملاحظه‌ای آب را با خود بکشد، و جرم «مؤثر» یا ظاهری آن تغییر می‌کند. می‌توان به صورت تجربی جرم مؤثر گلوله توپ را با تکان دادن آن به جلو و عقب با آهنگ  $\omega$  و محاسبه جرم از  $F = ma$  اندازه گرفت. (این همان روشی است که فضانورد خود را در فضا «وزن» می‌کند.) با یافتن جرم مؤثر، می‌توان مسئله مشکل پرتابه زیر آب را با مدل ساده‌شده‌ای جایگزین کرد: آب را کاملاً نادیده می‌گیریم، ولی در معادله‌های نیوتون به جای جرم واقعی گلوله توپ جرم مؤثر را قرار می‌دهیم. بنابراین، جزئیات پیچیده برهم‌کنش با محیط به تعیین یک پارامتر مؤثر تبدیل می‌شود. جنبه کلیدی این رهیافت آن است که جرم مؤثری که بدین ترتیب محاسبه می‌شود تابع  $\omega$  است. برای مثال، وقتی  $\omega$  به صفر میل کند، آب هیچ تأثیری ندارد. به عبارت دیگر، حضور محیط می‌تواند جرم مؤثر وابسته به مقیاسی را تولید کند. در این حالت می‌گوییم محیط جرم مؤثر را «باز بهنجار» کرده است. در فیزیک کوانتومی، هر ذره در «محیطی» متشکل از افت‌وخیزهای کوانتومی تمام ذرات موجود در نظریه حرکت می‌کند. مجدداً می‌توان با نادیده گرفتن محیط و تغییر مقادیر پارامترها به مقادیر «مؤثر» وابسته به مقیاس، محیط را به حساب آورد.

جای خوبی برای شروع است. همچنین بخش ۸-۶ کتاب:

J. M. Jauch and F. Rohrlich, *Theory of photons and Electrons*, 2d Ed (Berlin: Springer, 1976),

و فصل ۷ کتاب زیر:

R. Hagedorn, *Relativistic Kinematics* (New York: Benjamin, 1963).

۴. این مدل را ماکس درسدن به من نشان داد.

۵. شاید پیرسید که این قواعد از کجا آمده‌اند، فکر نمی‌کنم که خود فاینمن در سال ۱۹۴۹ وقتی اولین بار قاعده‌ها را برای QED منتشر کرد [R. P. Feynman, *Phys.Rev.* 76, 749, 769 (1949)] و نیز می‌توانست جواب قانع‌کننده‌ای به شما بدهد. فریمن دایسون بود که نشان داد چگونه از نظریه میدانهای کوانتومی می‌توان قاعده‌های فاینمن را به دست آورد.

(F. J. Dyson, *Phys.Rev.* 75, 486 and 1376 (1949) and 82, 428 (1951)).

برای شنیدن داستان جذاب این وقایع نگاه کنید به فصلهای ۵ و ۶ کتاب دایسون

*Disturbing The Universe* (New York: Harper and Row, 1979).

در فصل ۱۱ به چگونگی به دست آوردن قاعده‌های فاینمن برمی‌گردیم؛ در حال حاضر، آن را به صورت اصول موضوع در نظر می‌گیریم.

۶. این روش در کتاب:

J. J. Sakural, *Advanced Quantum Mechanics* (Reading, MA: Addison-Wesley, 1967);

توضیح داده شده است. به ویژه نگاه کنید به مجموعه مفیدی از فرمولها را در پیوست (ه).

### مسائل

۱-۶ معادله (۳-۶) را به دست آورید. [راهنمایی: چه کسری از نمونه اولیه بین  $t$  و  $t + dt$  وامی‌پاشد؟

پس، احتمال اینکه هر ذره معین بین  $t$  و  $t + dt$  واپاشد را بیابید.]

۲-۶ فیزیکدانان هسته‌ای معمولاً از «نیمه عمر» ( $t_{1/2}$ ) به جای عمر متوسط ( $\tau$ ) استفاده می‌کنند؛

$t_{1/2}$  زمانی است که طول می‌کشد تا نیمی از اعضای «یک نمونه بزرگ واپاشند. نشان دهید که

برای واپاشی نمایی [معادله (۲-۶)] داریم

$$t_{1/2} = \tau \ln 2$$

۳-۶ (الف) فرض کنید با یک میلیون موئون (در حال سکون) شروع کرده‌اید؛ حدود  $10^{-5} \times 2.2$  ثانیه بعد چند تا از آنها هنوز باقی مانده‌اند؟ (ب) با چه احتمالی یک  $\pi^-$  بیش از ۱ ثانیه دوام می‌آورد.

۴-۶ یک ذره غیرنسبیتی به جرم  $m$  از یک پتانسیل واقعه  $V(r) = k/r^2$  ( $k$  مقداری ثابت است) که در نقطه‌ای ثابت است، پراکنده می‌شود.

(الف) زاویه پراکندی  $\theta$  برحسب پارامتر برخورد  $b$  بیابید.

(ب) سطح مقطع دیفرانسیلی  $d\sigma/d\Omega$  را تعیین کنید.

(ج) سطح مقطع کل را بیابید.

[مراجع: گلداشتاين (مرجع ۱) و صفحه ۱۰۸، معادله (۳-۹۷) و

Becker, *Introduction to Theoretical Mechanics* (New York: McGraw-Hill, 1954), p. 231, Example, 10-3.]

۵-۶ با استفاده از تعریف (۶-۲۶) معادله (۶-۳۱) را به دست آورید.

۶-۶ به عنوان کاربردی از مثال ۵-۶، واپاشی  $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^0$  را در نظر بگیرید. البته  $\pi^0$  جسمی مرکب است ( $u\bar{u}$  و  $d\bar{d}$ ) و بنابراین معادله (۶-۲۳) در واقع قابل استفاده نیست. اما فرض کنید که  $\pi^0$  یک ذره واقعا بنیادی باشد، و ببینید چقدر به آن نزدیک می‌شویم. متأسفانه، دامنه  $\mathcal{M}$  را نمی‌دانیم، با این حال، این دامنه باید دارای ابعاد جرم ضربدر سرعت باشد [معادله (۶-۴۴)] و فقط یک جرم و یک سرعت موجود است. به علاوه، همان‌طور که در فصل ۷ خواهیم دید، گسیل هر فوتون عامل  $\sqrt{\alpha}$  (ثابت ساختار ریز) را در  $\mathcal{M}$  وارد می‌کند، بنابراین دامنه باید با  $\alpha$  متناسب باشد. براین اساس، طول عمر  $\pi^0$  را برآورد و آن را با مقدار تجربی مقایسه کنید. [بدیهی است که واپاشی  $\pi^0$  فرایندی بسیار پیچیده‌تر از این مدل خام پیشنهادی است. نگاه کنید به کتاب:

C. Quigg, *Gaug Theories of the strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*, Reading, MA: Benjamin/ Cummings, 1983, eq. (1.2.25).]

۷-۶ (الف) معادله (۶-۳۶) را پراکندگی ذرات ۱ و ۲ در دستگاه  $CM$  به دست آورید.

(ب) فرمول متناظری برای چارچوب آزمایشگاه (ذره ۲ ساکن) به دست آورید.

$$[\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = m_2 |\mathbf{p}_1| c : \text{پاسخ}]$$

۸-۶ پراکندگی کشسان  $A + B \rightarrow A + B$  را در چارچوب آزمایشگاه ( $B$  در ابتدا ساکن است) در نظر بگیرید و فرض کنید هدف به قدری سنگین است که پس‌زنی آن قابل چشمپوشی است ( $m_B c^2 \gg E_n$ ). با استفاده از معادله (۶-۳۴) سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی را تعیین کنید.



[پاسخ:  $(d\sigma/d\Omega) = (\hbar/\lambda\pi m_B c)^2 |\mathcal{M}|^2$ ]

۹-۶ برخورد  $3 + 4 \rightarrow 1 + 2$  را در چارچوب آزمایشگاه (۲ ساکن) در نظر بگیرید که ذرات ۳ و ۴ بدون جرم هستند. فرمولی برای سطح مقطع دیفرانسیلی به دست آورید.

[پاسخ:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda\pi}\right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2 |\mathbf{p}_2|}{m_2 |\mathbf{p}_1| (E_1 + m_2 c^2 - |\mathbf{p}_1| c \cos \theta)}$ ]

۱۰-۶ الف) مسئله پراکندگی کشسان ( $m_3 = m_1, m_4 = m_2$ ) را در چارچوب آزمایشگاه (ذره ۲ ساکن) تحلیل کنید. فرمولی برای سطح مقطع دیفرانسیلی به دست آورید.

[پاسخ:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{\lambda\pi}\right)^2 \frac{\mathbf{p}_2^\dagger S |\mathcal{M}|^2}{m_2 |\mathbf{p}_1| |\mathbf{p}_2| (E_1 + m_2 c^2) - |\mathbf{p}_1| E_2 \cos \theta}$ ]

ب) نشان دهید اگر ذره فرودی بدون جرم باشد ( $m_1 = 0$ ) نتیجه قسمت الف به صورت فرمول زیر ساده می شود

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = S \left(\frac{\hbar E_2}{\lambda\pi m_2 c E_1}\right)^2 |\mathcal{M}|^2$$

۱۱-۶ الف) آیا در نظریه  $ABC$ ، فرایند  $A \rightarrow B + B$  امکان پذیر است؟

ب) فرض کنید نموداری دارای  $n_A$  خط خارجی  $A$ ،  $n_B$  خط خارجی  $B$  و  $n_C$  خط خارجی  $C$  است. معیار ساده‌ای برای تعیین مجاز بودن این واکنش به دست آورید.

ج) فرض کنید  $A$  به قدر کافی سنگین باشد، پس از  $A \rightarrow B + C$ ، محتمل‌ترین مد واپاشی بعدی چیست؟ نمودار فاینمن را برای هر واپاشی رسم کنید.

۱۲-۶ الف) کلیه نمودارهای پایین‌ترین مرتبه را برای  $A + A \rightarrow A + A$  بکشید. (۶ نمودار)

ب) با فرض  $m_B = m_C = 0$ ، دامنه این فرایند را در پایین‌ترین مرتبه بیابید. پاسخ خود را به شکل انتگرالی روی چارتکانه  $q$  باقی مانده بنویسید.

۱۳-۶ با فرض  $m_B = m_C = 0$ ،  $d\sigma/d\Omega$  را برای  $A + A \rightarrow B + B$  در چارچوب  $CM$  محاسبه کنید. سطح مقطع کل  $\sigma$  را نیز به دست آورید.

۱۴-۶  $d\sigma/d\Omega$  و  $\sigma$  را برای  $A + A \rightarrow B + B$  در چارچوب آزمایشگاه بیابید. (فرض کنید  $m_B = m_C = 0$  و  $E$  و  $\mathbf{p}$  به ترتیب انرژی و تکانه  $A$  فرودی باشند). حد غیرنسبیتی و فرانسیتی فرمول به دست آمده را تعیین کنید.

۱۵-۶ (الف) دامنه پایین‌ترین مرتبه را برای  $A + B \rightarrow A + B$  تعیین کنید. [توجه: در اینجا دو نمودار وجود دارد.]

(ب) سطح مقطع دیفرانسیلی را برای این فرایند در چارچوب  $CM$  با فرض  $m_C = 0$ ،  $m_A = m_B = m$  بیابید. پاسخ خود را برحسب انرژی فرودی  $E$  و زاویه پراکندگی  $\theta$  بیان کنید. (ج)  $d\sigma/d\Omega$  را برای این فرایند در چارچوب آزمایشگاه بیابید. فرض کنید  $B$  بسیار سنگین‌تر از  $A$  باشد و ثابت بماند.  $A$  ذره فرودی با انرژی  $E$  است. [راهنمایی: نگاه کنید به مسئله (۸-۶).

فرض کنید  $m_B \gg m_A, m_C$  و  $E/c^2$ .

(د) در قسمت (ج)، سطح مقطع کل  $\sigma$  را بیابید.



## الکترودینامیک کوانتومی

در این فصل معادلهٔ دیراک را معرفی و قاعده‌های فاینمن برای الکترودینامیک کوانتومی را بیان می‌کنیم، برخی ابزارهای مفید را گسترش می‌دهم و بعضی از نتایج کلاسیک  $QED$  را به دست می‌آورم. روش برخورد به شدت به مطالب فصلهای ۲، ۳ و ۶، همچنین فرمولبندی اسپین  $\frac{1}{2}$  فصل ۴ بستگی دارد. فصل ۷، به نوبهٔ خود، مبنای اجتناب‌ناپذیر بقیهٔ کتاب است (با این حال، می‌توانید از مثال ۷-۸ و بخش ۷-۹ همراه با موضوعهای مربوط به آنها در فصلهای ۸ و ۹ صرف‌نظر کنید).

### ۱-۷ معادلهٔ دیراک

هر چند مدل "ABC" در فصل ۶ نظریهٔ میدان کوانتومی کاملاً معقولی است، ولی دنیای واقعی را توصیف نمی‌کند، زیرا ذرات  $A$ ،  $B$  و  $C$  دارای اسپین ۰ هستند، در صورتی‌که کوارکها و لیپونها دارای اسپین  $\frac{1}{2}$  و واسطه‌ها دارای اسپین ۱ هستند. وارد کردن اسپین می‌تواند از نظر جبری دردسرافرین باشد؛ بنابراین تصمیم گرفتیم حساب فاینمن را به سیاق نظریهٔ «اسباب‌بازی» و فارغ از این آشفتگی مطرح کنیم. در مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی ذرات با معادلهٔ شرودینگر توصیف می‌شوند؛ در مکانیک کوانتومی نسبیتی ذرات دارای اسپین را معادلهٔ کلاین-گوردون، ذرات با اسپین

را معادله دیراک و ذرات با اسپین ۱ را معادله پروکا توصیف می‌کنند اما، به محض آنکه قاعده‌های فاینمن تثبیت شدند، معادله میدان شالوده آنها رنگ می‌بازد و در متن کار قرار می‌گیرد — بدین ترتیب فصل ۶ را بدون ذکر معادله کلاین-گوردون به پایان رساندیم. اما برای اسپین ۱/۲ حتی نمادگذاریهای قاعده‌های فاینمن، آشنایی با معادله دیراک را می‌طلبد. به همین دلیل برای سه بخش بعد نظریه دیراک را مطالعه می‌کنیم.

در فصل ۵، شروع از رابطه کلاسیک انرژی-تکانه:

$$\frac{p^2}{2m} + V = E \quad (1-7)$$

استفاده از دستورالعملهای کوانتومی:

$$\mathbf{p} \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla, \quad E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (2-7)$$

و اثر دادن عملگر حاصل بر تابع موج « $\psi$ ، شرودینگر را» به دست آوردیم:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{معادله شرودینگر}) \quad (3-7)$$

درست به همین ترتیب می‌توان معادله کلاین-گوردون را با شروع از ۵ رابطه انرژی-تکانه نسبیتی  $E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4$  یا (به صورت بهتر) رابطه زیر به دست آورد

$$p^\mu p_\mu - m^2 c^2 = 0 \quad (4-7)$$

(از این پس انرژی پتانسیل را در نظر نمی‌گیریم؛ فقط ذرات آزاد را مد نظر می‌گیریم). با کمال تعجب، دستورالعملهای کوانتومی (۲-۷) به هیچ تعدیل نسبیتی نیاز ندارند؛ یعنی در نمادگذاری چاربرداری داریم:

$$p_\mu \rightarrow i\hbar \partial_\mu \quad (5-7)$$

در اینجا\*

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad (6-7)$$

\* گزاردان نسبت به چاربردار مکان-زمان پادوردای  $x^\mu$ ، خود یک چاربردار همورداست، بنابراین شاخصها این چنین قرار گرفته‌اند. معادله (۵-۷)، اگر به طور کامل نوشته شود، بیان می‌کند که  $(E/c, -\mathbf{p}) \rightarrow i\hbar \left( \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right)$ . البته  $\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu}$  (مسئله ۱-۷).

یعنی

$$\partial_0 = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \partial_2 = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \partial_3 = \frac{\partial}{\partial z} \quad (7-7)$$

با قرار دادن (۵-۷) در (۴-۷) اثر مشتق را بر تابع موج  $\psi$  به دست می‌آوریم،

$$-\hbar^2 \partial^\mu \partial_\mu \psi - m^2 c^2 \psi = 0 \quad (8-7)$$

یا

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \nabla^2 \psi = \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \psi \quad (\text{معادله کلاین-گوردون}) \quad (9-7)$$

ظاهراً شرودینگر این معادله را بیش از معادله غیرنسبیتی، که به نام او معروف است، کشف کرده بود؛ ولی سرانجام با توجه به اینکه این معادله با تعبیر آماری  $\psi$  [ که می‌گوید  $|\psi|^2$  احتمال یافتن ذره در نقطه  $(x, y, z)$  است ] سازگار نبود (به دلایلی که نیاز به مطرح کردن آن نداریم) رد شد. منشأ این مشکل این واقعیت بود که معادله کلاین-گوردون نسبت به  $t$  از مرتبه دوم است.\* بنابراین دیراک در پی معادله‌ای بود که با فرمول انرژی-تکانه نسبیتی سازگار و نسبت به زمان از مرتبه اول باشد. شگفت اینکه، در سال ۱۹۲۴ پائولی و وایسکوف نشان دادند که خود تعبیر آماری در نظریه کوانتومی نسبیتی دارای مشکل است\*\* و معادله کلاین-گوردون را به جایگاه شایسته آن برگرداندند تا در حالی که معادله دیراک را برای ذرات با اسپین  $\frac{1}{2}$  نگه داشتند.

راهبرد اصلی دیراک «سازه‌ای» کردن رابطه انرژی تکانه (۴-۷) بود. اگر فقط  $p^0$  را داشتیم (یعنی  $p$  صفر بود) کار ساده می‌شد:

$$(p^0)^2 - m^2 c^2 = (p^0 + mc)(p^0 - mc) = 0 \quad (10-7)$$

پس دو معادله مرتبه اول به دست می‌آوریم:

$$(p^0 - mc) = 0 \quad \text{یا} \quad (p^0 + mc) = 0 \quad (11-7)$$

\* توجه کنید که معادله شرودینگر (۳-۷) نسبت به  $t$  از مرتبه اول است.  
\*\* نکته اساسی آن است که در یک نظریه نسبیتی باید تولید و نابودی زوج را به حساب آورد، و بنابراین تعداد ذرات کمیته پایسته نیست.

هر یک از اینها تضمین می‌کنند که  $p^\mu p_\mu - m^2 c^2 = 0$ . اما اگر مؤلفه‌های دیگر  $p^\mu$  نیز وجود داشته باشند مسئله مشکل می‌شود؛ در این مورد در پی چیزی به شکل

$$(p^\mu p_\mu - m^2 c^2) = (\beta^\kappa p_\kappa + mc)(\gamma^\lambda p_\lambda - mc) \quad (۱۲-۷)$$

هستیم که در آن  $\beta^\kappa$  و  $\gamma^\lambda$  هشت ضریبی هستند که باید تعیین شوند.\* با انجام ضرب سمت راست داریم:

$$\beta^\kappa \gamma^\lambda p_\kappa p_\lambda - mc(\beta^\kappa - \gamma^\kappa)p_\kappa - m^2 c^2$$

چون هیچ جمله خطی نسبت به  $p_\kappa$  را نمی‌خواهیم  $\beta^\kappa = \gamma^\kappa$  را انتخاب کنیم و برای اتمام کار باید ضرایب  $\gamma^\kappa$  را چنان انتخاب کنیم که داشته باشیم:

$$p^\mu p_\mu = \gamma^\kappa \gamma^\lambda p_\kappa p_\lambda$$

یعنی

$$\begin{aligned} (p^0)^2 - (p^1)^2 - (p^2)^2 - (p^3)^2 &= (\gamma^0)^2 (p^0)^2 + (\gamma^1)^2 (p^1)^2 + (\gamma^2)^2 (p^2)^2 \\ &+ (\gamma^3)^2 (p^3)^2 + (\gamma^0 \gamma^1 + \gamma^1 \gamma^0) p^0 p^1 \\ &+ (\gamma^0 \gamma^2 + \gamma^2 \gamma^0) p^0 p^2 + (\gamma^0 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^0) p^0 p^3 \\ &+ (\gamma^1 \gamma^2 + \gamma^2 \gamma^1) p^1 p^2 + (\gamma^1 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^1) p^1 p^3 \\ &+ (\gamma^2 \gamma^3 + \gamma^3 \gamma^2) p^2 p^3 \end{aligned} \quad (۱۳-۷)$$

مسئله از این قرار است: می‌توان  $\gamma^0 = 1$  و  $\gamma^1 = \gamma^2 = \gamma^3 = i$  را انتخاب کرد، اما به نظر نمی‌رسد راهی برای رهایی از جمله‌های ضربی داشته باشیم. در اینجا فکر بکری از ذهن دیراک گذشت: اگر  $\gamma$ ها به جای اعداد، ماتریس باشند چه می‌شود؟ چون ماتریسها جابه‌جا نمی‌شوند، می‌توان مجموعه‌ای را چنان یافت که:

\* در این مورد نمادگذاری شما را به اشتباه می‌اندازد، معادله (۱۲-۷) را به شکل «مفصل» می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} (p^0)^2 - (p^1)^2 - (p^2)^2 - (p^3)^2 - m^2 c^2 \\ = (\beta^0 p^0 - \beta^1 p^1 - \beta^2 p^2 - \beta^3 p^3 + mc)(\gamma^0 p^0 - \gamma^1 p^1 - \gamma^2 p^2 - \gamma^3 p^3 - mc) \end{aligned}$$

$$(\gamma^0)^2 = 1, \quad (\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1,$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 0, \quad \text{برای } \mu \neq \nu \quad (14-7)$$

یا، به صورت موجزتر،

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad (15-7)$$

که  $g^{\mu\nu}$  متریک مینکوفسکی [معادله (۳-۱۳)] است و آکولادها نشانه پاد جابه‌جایی‌اند:

$$\{A, B\} \equiv AB + BA \quad (16-7)$$

شاید بخواهید با این مسئله ور بروید. این کار شدنی است، هر چند کوچکترین ماتریسهایی که سودمندند  $4 \times 4$  هستند. تعدادی از «ماتریسهای گاما» وجود دارند که اساساً هم‌ارزند؛ ما از قرارداد استاندارد «بیورکن و درل» [۱] استفاده می‌کنیم:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (17-7)$$

که در آن  $\sigma^i (i = 1, 2, 3)$  ماتریسهای پائولی [معادله (۴-۲۶)] هستند، و ۱ نشانگر ماتریس یکه  $2 \times 2$  و ۰ ماتریس  $2 \times 2$  با درایه‌های صفر است\*.  
پس رابطه انرژی تکانه نسبیتی به صورت معادله ماتریسی  $4 \times 4$  سازه‌پذیر است:

$$(p^\mu p_\mu - m^2 c^2) = (\gamma^\kappa p_\kappa + mc)(\gamma^\lambda p_\lambda - mc) = 0 \quad (18-7)$$

با حذف یک جمله (واقعاً فرق نمی‌کند کدام جمله، اما انتخاب ما مرسوم است — نگاه کنید به مسئله ۷-۱۰)، معادله دیراک را به دست می‌آوریم:

$$\gamma^\mu p_\mu - mc = 0 \quad (19-7)$$

\* وقتی متن ابهام را مجاز نمی‌داند، از ۱ و ۰ به همین صورت برای ماتریسهای  $2 \times 2$  یا  $4 \times 4$  استفاده خواهیم کرد؛ همچنین، هر جا نیاز باشد، مانند سمت راست معادله (۷-۱۵) یک ماتریس یکه با بعد مناسب به کار می‌رود. تصادفاً، چون  $\sigma$  بخش فضایی یک چاربردار نیست، بین شاخصهای بالا و پایین تمیز قابل نشده‌ایم،  $\sigma^i \equiv \sigma_i$ .

اکنون با جانشین سازی معمول  $p_\mu \rightarrow i\hbar \partial_\mu$  [معادله (۷-۵)] و اثر دادن نتیجه روی تابع موج  $\psi$  داریم:

$$i\hbar \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc\psi = 0 \quad (\text{معادله دیراک}) \quad (۲۰-۷)$$

توجه کنید که در اینجا  $\psi$  ماتریس ستونی چهار جزئی است:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \quad (۲۱-۷)$$

این عبارت را «دو-اسپینور» یا «اسپینور دیراک» می‌نامیم. (هر چند این عبارت چهار مؤلفه دارد، اما این موجود یک چاربردار نیست. در بخش ۷-۳ نشان می‌دهیم که چگونه با تبدیل دستگاههای لخت، چاربردار تبدیل می‌شود، این یک تبدیل لورنتس معمولی نیست.)

## ۲-۷ جوابهای معادله دیراک

اینک در پس جوابهای ساده معادله دیراک هستیم. ابتدا فرض کنید که  $\psi$  مستقل از مکان باشد:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (۲۲-۷)$$

از دید معادله (۷-۵)، عبارت بالا حالتی با تکانه صفر ( $\mathbf{p} = 0$ ) را توصیف می‌کند. معادله دیراک (۲۰-۷) به معادله زیر تبدیل می‌شود

$$\frac{i\hbar}{c} \gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} - mc\psi = 0 \quad (۲۳-۷)$$

یا

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial \psi_A / \partial t \\ \partial \psi_B / \partial t \end{pmatrix} = -i \frac{mc^2}{\hbar} \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \end{pmatrix} \quad (۲۴-۷)$$

که در آن

$$\psi_A = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (۲۵-۷)$$



حامل دو مؤلفه بالایی و

$$\psi_B = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (26-7)$$

حامل دو مؤلفه پایینی است. پس داریم:

$$\frac{\partial \psi_A}{\partial t} = -i \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right) \psi_A, \quad -\frac{\partial \psi_B}{\partial t} = -i \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right) \psi_B \quad (27-7)$$

و جوابها عبارت‌اند از:

$$\psi_A(t) = e^{-i(mc^2/\hbar)t} \psi_A(0), \quad \psi_B(t) = e^{+i(mc^2/\hbar)t} \psi_B(0) \quad (28-7)$$

با رجوع به معادله (۵-۱) متوجه می‌شویم که عامل

$$e^{-iEt/\hbar} \quad (29-7)$$

وابستگی زمانی مشخصه حالت کوانتومی با انرژی  $E$  است. برای یک ذره در حال سکون،  $E = mc^2$ ، پس  $\psi_A$  درست چیزی است که برای  $\mathbf{p} = 0$  انتظار داشتیم. اما در مورد  $\psi_B$  چه؟ ظاهراً این عبارت نشانگر حالتی با انرژی منفی ( $E = -mc^2$ ) است. این همان فاجعه معروفی است که پیشتر در فصل ۱ به آن اشاره کردم، و دیراک در ابتدا سعی کرد با اصل موضوع قرار دادن «دریای» بینهایت و غیر قابل مشاهده از ذرات با انرژی منفی، که تمام حالت‌های ناخواسته را پر می‌کردند، از آن اجتناب کند.\* در عوض، اکنون جوابهای انرژی منفی را به‌عنوان نشانگرهای پادذرات با انرژی مثبت تفسیر می‌کنیم. پس  $\psi_A$  (مثلاً) الکترون‌ها را توصیف می‌کند، در صورتی که  $\psi_B$  معرف پوزیترون‌هاست. هر یک از اسپینورهای دو مؤلفه‌ای مربوط به دستگاهی با اسپین  $\frac{1}{2}$  است. در نتیجه، معادله دیراک با  $\mathbf{p} = 0$  چهار جواب مستقل (در حال حاضر عامل بهنجارش را نادیده می‌گیریم) زیر را مجاز می‌داند:

\* شاید برسید چرا فرض نمی‌کنیم  $\psi_B$  همواره صفر است؛ و جوابهای با انرژیهای منفی را به لحاظ «فیزیکی غیر قابل قبول» بنامیم و آنها را فراموش کنیم. متأسفانه، این کار را نمی‌توان انجام داد. در یک دستگاه کوانتومی به مجموعه کاملی از حالتها نیاز داریم، و حالت‌های با انرژی مثبت به تنهایی کامل نیستند. در معادله شرودینگر علامت  $i$  کاملاً قراردادی است. اگر علامت دیگری را انتخاب می‌کردیم  $e^{iEt/\hbar}$  باید جایگزین (۷-۲۹) به‌عنوان مشخصه وابستگی به زمان حالت‌های پایای انرژی  $E$  شود. در نظریه کوانتومی نسبیتی هر دو علامت به ما تحمیل شده است و این موضوع وقتی به درستی تفسیر شود، حاکی از وجود پادذرات است.

$$\begin{aligned} \psi^{(1)} &= e^{-i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \psi^{(2)} &= e^{-i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \psi^{(3)} &= e^{+i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \psi^{(4)} &= e^{+i(mc^2/\hbar)t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (30-7)$$

که به ترتیب، الکترونی با اسپین بالا، الکترونی با اسپین پایین، پوزیترونی با اسپین بالا و پوزیترونی با اسپین پایین را توصیف می‌کنند. سپس جوابهای موج تخت به شکل زیر

$$\psi(\mathbf{r}, t) = ae^{-i/\hbar(Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} u(E, \mathbf{p}) \quad (31-7)$$

یا در نمادگذاری مرتبت‌تر

$$\psi(x) = ae^{-(i/\hbar)x \cdot p} u(p) \quad (32-7)$$

را پی می‌گیریم. (در اینجا  $a$  ثابت بهنجارش است، که ربطی به مقاصد فعلی ما ندارد، اما بعداً برای برقراری سازگاری یکاها ضروری است.) امیدواریم بتوانیم دو اسپینور  $u(p)$  را چنان بیابیم که  $\psi(x)$  در معادلهٔ دیراک صدق کند. (در این مرحله  $p \equiv (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$  مجموعهٔ از چهار پارامتر دلخواه است، اما چون آنها نشانگر انرژی و تکانه از آب درخواهند آمد، بهتر است از ابتدا حروف مناسبی را برای آنها برگزینیم.) چون وابستگی به  $x$  فقط محدود به نماست داریم:

$$\partial_\mu \psi = -\frac{i}{\hbar} p_\mu a e^{-(i/\hbar)x \cdot p} u \quad (33-7)$$

با قرار دادن این رابطه در معادلهٔ دیراک (۲۰-۷) به دست می‌آید:

$$\gamma^\mu p_\mu a e^{-(i/\hbar)x \cdot p} u - mca e^{-(i/\hbar)x \cdot p} u = 0$$

یا

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (34-7)$$

این معادله به «معادله دیراک فضای تکانه» معروف است. توجه کنید که این معادله کاملاً جبری بدون هیچ مشتقی است. اگر  $u$  در معادله (۳۴-۷) صدق کند، آنگاه (۳۲-۷) در معادله دیراک (۲۰-۷) صدق می‌کند.

اکنون داریم:

$$\gamma^\mu p_\mu = \gamma^\mu p^\mu - \gamma \cdot \mathbf{p} = \frac{E}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \mathbf{p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E/c - \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} & \\ & \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} - E/c \end{pmatrix} \quad (35-7)$$

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = \begin{pmatrix} \left(\frac{E}{c} - mc\right) & -\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} & \left(-\frac{E}{c} - mc\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} \quad \text{پس}$$

$$= \begin{pmatrix} \left(\frac{E}{c} - mc\right) u_A - \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} u_B \\ \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} u_A - \left(\frac{E}{c} + mc\right) u_B \end{pmatrix}$$

که مانند قبل، اندیس  $A$  معرف دو مؤلفه بالا و  $B$  مؤید دو مؤلفه پایین است. به منظور برقراری معادله (۳۴-۷) باید داشته باشیم:

$$u_A = \frac{c}{E - mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) u_B, \quad u_B = \frac{c}{E + mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) u_A \quad (36-7)$$

با قراردادن دومی در اولی داریم:

$$u_A = \frac{c^2}{E^2 - m^2 c^4} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})^2 u_A \quad (37-7)$$

اما

$$\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} = p_x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + p_y \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + p_z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} p_z & (p_x - ip_y) \\ (p_x + ip_y) & -p_z \end{pmatrix} \quad (38-7)$$

پس:

$$(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})^2 = \begin{pmatrix} p_z^2 + (p_x - ip_y)(p_x + ip_y) & p_z(p_x - ip_y) - p_z(p_x - ip_y) \\ p_z(p_x + ip_y) - p_z(p_x + ip_y) & (p_x + ip_y)(p_x - ip_y) + p_z^2 \end{pmatrix} = \mathbf{p}^2 \quad (39-7)$$

که در آن ۱ ماتریس یکه  $2 \times 2$  است (که این بار به شکل صریح نوشته شده است).

پس:

$$u_A = \frac{\mathbf{p}^2 c^2}{E^2 - m^2 c^4} u_A \quad (40-7)$$

و بنابراین\*

$$E^2 - m^2 c^4 = \mathbf{p}^2 c^2 \quad (41-7)$$

یعنی به منظور برقراری معادله دیراک،  $E$  و  $\mathbf{p}$  [در معادله (۳۱-۷)] باید از رابطه انرژی-تکانه نسبیتی متداول پیروی کنند. این تعجب آور نیست، اما جالب است که ببینیم چگونه معادله دیراک این شرط را اعمال می‌کند. به عنوان معادله‌ای برای  $E$ ، (۴۱-۷) دارای دو جواب است:

$$E = \pm \sqrt{m^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2} \quad (42-7)$$

ریشه مثبت مربوط به حالت‌های ذرات و ریشه منفی مربوط به حالت‌های پاد ذرات است. با بازگشت به معادله (۳۶-۷) و استفاده از (۳۸-۷)، نوشتن چهار جواب مستقل برای معادله دیراک (با نادیده گرفتن عامل‌های بهنجارش) موضوعی ساده است:

\* معادله (۴۰-۷) جواب  $u_A = 0$  را نیز مجاز می‌داند؛ اما، همین استدلال با شروع از معادله (۳۶-۷) اما قراردادن اولی در دومی، معادله (۴۰-۷) را می‌دهد بجز آنکه  $u_B$  به جای  $u_A$  قرار می‌گیرد. پس بجز در موردی که  $u_B$  و  $u_A$  هر دو صفر باشند (در موردی که هیچ جوابی نداشته باشیم) معادله (۴۱-۷) باید برقرار باشد.

(۱) با انتخاب  $u_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ، آن‌گاه

$$u_B = \frac{c}{E + mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{c}{E + mc^2} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}$$

(۲) با انتخاب  $u_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ، آن‌گاه

$$u_B = \frac{c}{E + mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{c}{E + mc^2} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix}$$

(۳) با انتخاب  $u_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ، آن‌گاه

$$u_A = \frac{c}{E - mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{c}{E - mc^2} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}$$

(۴) با انتخاب  $u_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ، آن‌گاه

$$u_A = \frac{c}{E - mc^2} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{c}{E - mc^2} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix} \quad (۴۳-۷)$$

برای (۱) و (۲) باید از علامت مثبت در معادله (۴۲-۷) استفاده کنیم، در غیر این صورت اگر  $\mathbf{p} \rightarrow 0$ ،  $u_B$  بینهایت می‌شود؛ بدیهی است که اینها جوابهای ذره‌اند. برای (۳) و (۴) مجبوریم از علامت منفی استفاده کنیم، اینها حالت‌های پاد ذره هستند. بهتر است که این اسپینورها را طوری بهنجار کنیم که داشته باشیم\*

$$u^\dagger u = 2|E|/c \quad (۴۴-۷)$$

\* در واقع، حداقل سه قرارداد مختلف در متون علمی وجود دارد:  $u^\dagger u = 2|E|/c$  (هالزن و مارتین)  $u^\dagger u = |E|/mc^2$  (بیورکن و درل)،  $u^\dagger u = 1$  (بوگولیوبوف و شیرکف)، در این مورد، از قرارداد بیورکن و درل تخطی می‌کنیم زیرا انتخاب آنها مشکلات جعلی را وقتی  $m \rightarrow 0$  وارد می‌کند.

که در آن «صلیب» به معنی همیوخ ترانهاده (یا «همیوخ هرمیتی») است:

$$u = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \Rightarrow u^\dagger = (\alpha^* \beta^* \gamma^* \delta^*)$$

پس

$$u^\dagger u = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 \quad (45-7)$$

بنابراین چهار جواب عبارت‌اند از:

$$u^{(1)} = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{c(p_z)}{E + mc^2} \\ \frac{c(p_x + ip_y)}{E + mc^2} \end{pmatrix}, \quad u^{(2)} = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{c(p_x - ip_y)}{E + mc^2} \\ \frac{c(-p_z)}{E + mc^2} \end{pmatrix}$$

(با  $E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$ )

$$u^{(3)} = N \begin{pmatrix} \frac{c(p_z)}{E - mc^2} \\ \frac{c(p_x + ip_y)}{E - mc^2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u^{(4)} = N \begin{pmatrix} \frac{c(p_x - ip_y)}{E - mc^2} \\ \frac{c(-p_z)}{E - mc^2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left( E = -\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \text{ با} \right) \quad (46-7)$$

و ثابت بهنجارش (نگاه کنید به مسئله ۳-۷) عبارت است از

$$N = \sqrt{(|E| + mc^2)/c} \quad (47-7)$$

شاید گمان کنید که  $u^{(1)}$  الکترونی با اسپین بالا،  $u^{(2)}$  الکترونی با اسپین پایین، و مانند آن را توصیف

می‌کند، اما کاملاً این طور نیست. برای ذرات دیراک ماتریسهای اسپین [تعمیم (۴-۲۱)] عبارت‌اند از

$$S = \frac{\hbar}{2} \Sigma, \quad \text{با } \Sigma \equiv \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix} \quad (48-7)$$

و به سادگی می‌توان بررسی کرد که مثلاً  $u^{(1)}$  ویژه حالت  $\Sigma_z$  نیست. اما، اگر محور  $z$  را چنان بچرخانیم که در راستای حرکت باشد (در این حالت  $p_x = p_y = 0$ ) آن‌گاه  $u^{(1)}$ ،  $u^{(2)}$ ،  $u^{(3)}$  و  $u^{(4)}$  ویژه اسپینورهای  $S_z$  هستند؛  $u^{(1)}$  و  $u^{(3)}$  اسپین بالا و  $u^{(2)}$  و  $u^{(4)}$  اسپین پایین هستند\* (مسئله ۷-۶).  
قبلاً گفتیم که  $E$  و  $\mathbf{p}$  [در معادله (۷-۳۱)] پارامترهای ریاضی‌اند که به لحاظ فیزیکی با انرژی و تکانه متناظر هستند و این برای حالت‌های الکترونی  $u^{(1)}$  و  $u^{(2)}$  کاملاً صادق است. با این حال  $E$  در  $u^{(3)}$  و  $u^{(4)}$  نمی‌تواند انرژی پوزیترون را نشان دهد؛ تمام ذرات آزاد، هم الکترونها و هم پوزیترونها حامل انرژی مثبت‌اند. جوابهای «انرژی منفی» را باید به صورت حالت‌های پادذره با انرژی مثبت تعبیر شوند. برای بیان این جوابها برحسب انرژی و تکانه فیزیکی پوزیترون، علامتهای  $E$  و  $\mathbf{p}$  را معکوس می‌کنیم:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = ae^{i/\hbar(Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} u(-E, -\mathbf{p}) \quad \text{[برای جوابهای (۳) و (۴)]} \quad (49-7)$$

مراقب باشید، که اینها همان جوابهای قبلی معادله دیراک‌اند؛ فقط قرارداد علامت متفاوتی برای پارامترها انتخاب شده است — که با تعبیر فیزیکی آنها سازگاری بهتری دارد. \*\* معمولاً برای حالت‌های پوزیترون از حرف  $v$  استفاده کنیم که برحسب انرژی و تکانه فیزیکی نوشته شده باشد. \*\*\*

\* در واقع، امکان ندارد اسپینورهایی نوشت که همزمان در معادله (۷-۳۴) صدق کنند و ویژه حالت  $S_z$  باشند (جز در حالت خاص  $\hat{z} = p_z$ ). زیرا،  $S$  به تنهایی کمیتی پایسته نیست؛ و فقط تکانه زاویه‌ای کل،  $L + S$  در اینجا پایسته است (مسئله ۷-۸). اما می‌توان ویژه حالت‌های هلیسیت،  $\hat{p} \cdot \Sigma$  را تدوین کرد (در آن هیچ تکانه زاویه‌ای مداری حول راستای حرکت وجود ندارد)، اما اینها تا حدودی مایه دردسرنده (مسئله ۷-۷)، و در عمل کار با اسپینورهای (۷-۴۶) ساده‌تر است، هر چند تغییر فیزیکی آنها خیلی روشن نیست. آنچه واقعاً مهم است آن است که یک مجموعه کامل از جوابها داریم.

\*\* اگر تغییر نمادگذاری در وسط کار، مانند این مورد، شما را نگران می‌کند به معادله (۷-۳۲) برگردید و آن را در همه جا  $p^\mu$  نخوانید — آن را  $k^\mu$  بنامید (یا چیز دیگر). سپس در آخر کار، برای جوابهای (۱) و (۲) قرار دهید:  $k^0 = E/c$ ،  $\mathbf{k} = \mathbf{p}$  و برای جوابهای (۳) و (۴) قرار دهید:  $k^0 = -E/c$  و  $\mathbf{k} = -\mathbf{p}$ .

\*\*\* انتساب  $v^{(1)}$  به  $u^{(1)}$  و  $v^{(2)}$  به  $-u^{(2)}$  متداول است. در حالت خاص  $p_x = p_y = 0$ ،  $v^{(1)}$  اسپین پایین و  $v^{(2)}$  اسپین بالاست. در نگاه اول این کار احمقانه به نظر می‌رسد اما دلیلی برای این کار وجود دارد؛ عملگر همیوگی باریک الکترون با اسپین بالا را با پوزیترونی با اسپین پایین تبدیل می‌کند، پس از این منظر  $u^{(1)}$  و  $v^{(1)}$  و همچنین  $u^{(2)}$  و  $v^{(2)}$  «جفت ذره-پادذره‌اند» (مسئله ۷-۹).

$$v^{(1)}(E, \mathbf{p}) = u^{(2)}(-E, -\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} \frac{c(p_x - ip_y)}{E + mc^2} \\ \frac{c(-p_z)}{E + mc^2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$v^{(2)}(E, \mathbf{p}) = -u^{(3)}(-E, -\mathbf{p}) = -N \begin{pmatrix} \frac{c(p_z)}{E + mc^2} \\ \frac{c(p_x + ip_y)}{E + mc^2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(E = \sqrt{m^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2} \text{ با}) \quad (50-7)$$

از این پس دیگر به جوابهای  $u^{(2)}$  و  $u^{(3)}$  اشاره نخواهیم کرد؛ جوابهای مورد استفاده عبارت‌اند از  $u^{(1)}$  و  $u^{(2)}$  (نشانگر حالت‌های اسپینی الکترونی با انرژی  $E$  و تکانه  $\mathbf{p}$ ) و  $v^{(1)}$  و  $v^{(2)}$  (نشانگر دو حالت اسپینی پوزیترونی با انرژی  $E$  و تکانه  $\mathbf{p}$ ). توجه کنید که وقتی  $u$ ها در معادله دیراک فضای تکانه (۳۴-۷) به شکل زیر صدق کنند.

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (34-7)$$

$v$ ها از معادله‌ای که در آن علامت  $p_\mu$  معکوس شده تبعیت می‌کنند:

$$(\gamma^\mu p_\mu + mc)v = 0 \quad (51-7)$$

ضمناً، البته امواج تخت جوابهای خاص معادله دیراک هستند. با این حال، آنها مورد علاقه ما هستند زیرا ذراتی را با انرژی و تکانه معین توصیف می‌کنند، و در یک آزمایش نوعی پارامترهایی هستند که ما آنها را کنترل و اندازه‌گیری می‌کنیم.

### ۳-۷ هموردهای دو خطی

در بخش ۱-۷ اشاره کردم که مؤلفه‌های اسپینور دیراک در تبدیل از یک دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر مانند یک چاربردار تبدیل نمی‌شوند. پس آنها چگونه تبدیل می‌شوند؟ در اینجا به این کار نمی‌پردازم، و صرفاً نتیجه را ذکر می‌کنیم [۲]: اگر به دستگاهی برویم که با سرعت  $v$  در جهت



$x$  حرکت کند قاعده تبدیل به صورت زیر است

$$\psi \rightarrow \psi' = S\psi \quad (52-7)$$

که در آن  $S$  ماتریس  $4 \times 4$  زیر است:

$$S = a_+ + a_- \gamma^0 \gamma^1 = \begin{pmatrix} a_+ & a_- \sigma_1 \\ a_- \sigma_1 & a_+ \end{pmatrix} \quad (53-7)$$

با

$$a_{\pm} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma \pm 1)} \quad (54-7)$$

و طبق معمول  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

فرض کنید می‌خواهیم از اسپینور یک کمیت نرده‌ای بسازیم. معقول است که عبارت زیر را امتحان کنیم

$$\psi^\dagger \psi = (\psi_1^* \psi_2^* \psi_3^* \psi_4^*) \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + |\psi_3|^2 + |\psi_4|^2 \quad (55-7)$$

متأسفانه، این یک نرده‌ای نیست، که می‌توانید آن را با اعمال قاعده تبدیل قبلی تحقیق کنید\*:

$$(\psi^\dagger \psi)' = (\psi')^\dagger \psi' = \psi^\dagger S^\dagger S \psi \neq (\psi^\dagger \psi) \quad (56-7)$$

در واقع (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۷):

\* توجه کنید که از نهاده یک حاصلضرب، حاصلضرب ترانواده با ترتیب عکس است:

$$(\tilde{A}B)_{ij} = (AB)_{ji} = A_{jk} B_{ki} = \tilde{B}_{ik} \tilde{A}_{kj} = (\tilde{B}\tilde{A})_{ij}$$

مورد مشابهی برای همیوگ هریتی رخ می‌دهد:

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger$$

$$S^\dagger S = S^2 = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c}\sigma_1 \\ -\frac{v}{c}\sigma_1 & 1 \end{pmatrix} \neq 1 \quad (57-7)$$

البته، مجموع مربعات اجزای چاربردار هم ناوردا نیست؛ و باید مؤلفه‌های فضایی دارای علامت منفی باشند [معادله (۱۲-۳)]. با کمی آزمون و خطا می‌توان کشف کرد که برای اسپینورها به علامت منفی برای مؤلفه‌های سوم و چهارم نیاز داریم. همان‌طور که در فصل ۳ برای پیگیری علامتها چاربردارهای هموردا را وارد کردیم، اکنون اسپینور الحاقی را معرفی می‌کنیم:

$$\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0 = (\psi_1^* \psi_2^* - \psi_3^* - \psi_4^*) \quad (58-7)$$

ادعا می‌کنیم که کمیت

$$\bar{\psi}\psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 - |\psi_3|^2 - |\psi_4|^2 \quad (59-7)$$

یک ناوردای نسبیتی است. زیرا  $S^\dagger \gamma^0 S = \gamma^0$  (مسئله ۷-۱۱) و بنابراین

$$(\bar{\psi}\psi)' = (\psi')^\dagger \gamma^0 \psi' = \psi^\dagger S^\dagger \gamma^0 S \psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi = \bar{\psi}\psi \quad (60-7)$$

در فصل ۴ دیدیم که نرده‌ایها و شبه نرده‌ایها را مطابق رفتارشان تحت تبدیل پاریتته  $P : (x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$  از هم تمیز دهیم. شبه نرده‌ایها تغییر علامت می‌دهند و نرده‌ایها نمی‌دهند. طبیعی است که بررسییم آیا  $\bar{\psi}\psi$  از نوع نرده‌ای است یا شبه نرده‌ای. ابتدا، باید بدانیم اسپینورهای دیراک بر اثر  $P$  چگونه تبدیل می‌یابند. البته، آن را مجدداً به دست نمی‌آورم، اما نتیجه را ذکر می‌کنم [۳]:

$$\psi \rightarrow \psi' = \gamma^0 \psi \quad (61-7)$$

که نتیجه می‌دهد:

$$(\bar{\psi}\psi)' = (\psi')^\dagger \gamma^0 \psi' = \psi^\dagger (\gamma^0)^\dagger \gamma^0 \gamma^0 \psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi = \bar{\psi}\psi \quad (62-7)$$

پس  $(\bar{\psi}\psi)$  تحت تأثیر  $P$  ناوردا و یک نرده‌ای «واقعی» است. اما می‌توان از  $\psi$  یک شبه نرده‌ای نیز ساخت:

$$\bar{\psi} \gamma^5 \psi \quad (63-7)$$

که در آن

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (64-7)$$

می‌توانید تحقیق کنید که عبارت فوق یک ناوردای لورنتسی است (مسئله ۷-۱۲). رفتار آن تحت تأثیر پارته عبارت است از:

$$(\bar{\psi}\gamma^5\psi)' = (\psi')^\dagger\gamma^0\gamma^5\psi' = \psi^\dagger\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^0\psi = \psi^\dagger\gamma^5\gamma^0\psi \quad (65-7)$$

درگام آخر از  $1 = (\gamma^0)^2$  استفاده کرده‌ایم. اما  $\gamma^0$  در «محل نادرست» نسبت به  $\gamma^5$  قرار گرفته است، اما می‌توان آن را با توجه به پاد جابه‌جایی‌اش با  $\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$  و [معادله ۷-۱۵] و (البته) جابه‌جایی نسبت به خودش ( $\gamma^3\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^3, \gamma^2\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^2, \gamma^1\gamma^0 = -\gamma^0\gamma^1, \gamma^0\gamma^0 = \gamma^0\gamma^0$ ) «به‌جای خود» برد، پس داریم:

$$\gamma^5\gamma^0 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^0 = (-1)^3\gamma^0(i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3) = -\gamma^0\gamma^5$$

به همین ترتیب،  $\gamma^5$  با همه ماتریسهای  $\gamma$  دیگر پاد جابه‌جا می‌شود:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \quad (66-7)$$

در هر حال داریم

$$(\bar{\psi}\gamma^5\psi)' = -\psi^\dagger\gamma^0\gamma^5\psi = -(\bar{\psi}\gamma^5\psi) \quad (67-7)$$

پس این ترکیب یک شبه نرده‌ای است.

به‌طور کلی، ۱۶ حاصلضرب به شکل  $\psi_\alpha^*\psi_\beta$  (یک مؤلفه از  $\psi^*$  و یکی از  $\psi$ ) که  $i$  و  $j$  از ۱ تا ۴ تغییر می‌کنند، وجود دارد. این ۱۶ حاصلضرب را می‌توان در ترکیبهای خطی مختلف به‌منظور ساختن کمیت‌های با رفتار تبدیلی مشخص، باهم جمع کرد که عبارت‌اند از:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad \bar{\psi}\psi = \text{نرده‌ای} \\ (2) \quad \bar{\psi}\gamma^5\psi = \text{شبه نرده‌ای} \\ (3) \quad \bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \text{بردار} \\ (4) \quad \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi = \text{شبه بردار} \\ (5) \quad \bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi = \text{تانسور پاد متقارن} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(یک مؤلفه)} \\ \text{(یک مؤلفه)} \\ \text{(چهار مؤلفه)} \\ \text{(چهار مؤلفه)} \\ \text{(شش مؤلفه)} \end{array} \quad (68-7)$$

که در آن

$$\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) \quad (۶۹-۷)$$

این ۱۶ جمله می‌دهد، پس همه چیز است که می‌توان به این ترتیب ساخت. مثلاً نمی‌توان، یک تانسور متقارن دو خطی در  $\psi$  و  $\psi^*$  ساخت، و اگر در پی یک بردار باشید، تنها نامزد  $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$  است\* (راه دیگر در نظر گرفتن آن بدین صورت است:  $1, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^5 \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma^5$  و  $\sigma^{\mu\nu}$  «پایه‌های» فضای تمام ماتریسهای  $4 \times 4$  را تشکیل می‌دهند؛ هر ماتریس  $4 \times 4$  را می‌توان به صورت یک ترکیب خطی از این ۱۶ ماتریس نوشت. به خصوص اگر با حاصلضرب از پنج ماتریس  $\gamma$  مواجه شدید، مطمئن باشید که می‌توان آن را به حاصلضربی نه بیش از دو تا از آنها تقلیل داد.) لحظه‌ای تأمل کنید تا از نمادگذاری در (۶۸-۷) لذت ببرید. ویژگی تانسوری هموردهای دوخطی، و حتی رفتار آنها تحت تأثیر پاریته را می‌توان در یک نگاه دید:  $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$  شبیه یک چاربردار به نظر می‌رسد؛ و در واقع یک چاربردار است. اما خود  $\gamma^\mu$  مسلماً یک چاربردار نیست و مجموعه‌ای از چهار ماتریس ثابت (۷-۱۷) است؛ هنگامی که به دستگاههای لخت مختلف می‌روید آنها تغییر نمی‌کنند — ولی  $\psi$  تغییر می‌کند.

### ۴-۷ فوتون

در الکترودینامیک کلاسیک میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ( $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{B}$ ) با چگالی بار  $\rho$  و چگالی جریان  $\mathbf{J}$  تولید و با معادله‌های ماکسول تعیین می‌شدند\*\*:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{(i)} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho & \text{(iii)} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \text{(ii)} \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 & \text{(iv)} \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \end{array} \right\} \quad (۷۰-۷)$$

در نمادگذاری نسبیتی،  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{B}$  با هم تانسور رتبه دو پادمقارن «تانسور شدت میدان»  $F^{\mu\nu}$  را

\* توجه کنید که  $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \psi^\dagger \gamma^\mu \psi = \psi^\dagger \psi$  پس واقعاً مؤلفه صفرم یک چاربردار است. این دلیلی است که چرا قرارداد بهنجارش (۷-۴۴)، که در آن زمان بدون شک عجیب به نظر می‌رسید، در واقع بسیار معقول است. با بهنجارش  $u^\dagger u$  به مؤلفه صفرم چاربردار  $p^\mu$  به یک قرارداد «طبیعی» نسبیتی دست می‌یابیم (مسئله ۷-۱۴). در ضمن همانند مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی،  $\psi^* \psi$  دارای بعد  $^{-1}$  (حجم) است، پس ثابت  $a$  در معادله (۷-۳۱) دارای یکای  $mc(\hbar^{-2/2})$  است.

\*\* پیش فرض این بخش اندکی آشنایی با الکترودینامیک کلاسیک است؛ این بخش چنان طراحی شده است که توصیف فوتون در الکترودینامیک کوانتومی موجه‌تر به نظر آید، اما اگر آن را نمی‌فهمید مستقیماً به بخش ۷-۵ بروید. همچون همیشه از یكاهای cgs گاوسی استفاده کرده‌ایم.

تشکیل می‌دهند:

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (71-7)$$

(یعنی،  $F^{01} = E_x$ ،  $F^{12} = -B_z$  و غیره)، در حالی که  $\rho$  و  $\mathbf{J}$  یک چاربردار به وجود می‌آورند:

$$J^\mu = (c\rho, \mathbf{J}) \quad (72-7)$$

اکنون می‌توان معادله‌های ماکسول ناهمگن [(i) و (iv)] را به صورت مرتب‌تری نوشت:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J^\nu \quad (73-7)$$

از یاد متقارن بودن  $F^{\mu\nu}$  (یعنی:  $F^{\nu\mu} = -F^{\mu\nu}$ ) نتیجه می‌شود که  $J^\mu$  بدون واگرایی است (مسئله ۱۸-۷):

$$\partial_\mu J^\mu = 0 \quad (74-7)$$

یا، در نمادگذاری سه بردار،  $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial}{\partial t} \rho$ ؛ این «معادله پیوستگی»، است که پایستگی موضعی بار را بیان می‌کند (مسئله ۱۹-۷).

برای معادله‌های ماکسول همگن، (iii) با این گزاره که  $\mathbf{B}$  را می‌توان به صورت تاو یک پتانسیل برداری  $\mathbf{A}$  نوشت، هم‌ارز است:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (75-7)$$

با استفاده از این، عبارت (ii) به شکل زیر درمی‌آید

$$\nabla \times \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (76-7)$$

که معادل آن است که بگوییم  $\mathbf{E} + \left(\frac{1}{c}\right) \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)$  را می‌توان به صورت گرادیان یک پتانسیل نرده‌ای  $V$  نوشت:

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (۷۷-۷)$$

در نمادگذاری نسبیتی، معادله‌های (۷۵-۷) و (۷۷-۷) به شکل

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (۷۸-۷)$$

درمی‌آیند که در آن

$$A^\mu = (V, \mathbf{A}) \quad (۷۹-۷)$$

برحسب این پتانسیل چاربردار، معادله‌های ماکسول ناهمگن (۷۳-۷) عبارت‌اند از:

$$\partial_\mu \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) = \frac{4\pi}{c} J^\nu \quad (۸۰-۷)$$

در الکترونیک کلاسیک میدانها موجودات فیزیکی‌اند؛ و پتانسیلها ساختارهای ریاضی مفید هستند. مزیت فرمولبندی پتانسیلی آن است که خود به خود معادله‌های ماکسول همگن را در نظر می‌گیرد: با معلوم بودن معادله‌های (۷۵-۷) و (۷۷-۷)، بلافاصله (ii) و (iii) به دست می‌آیند، و مهم نیست که  $V$  و  $\mathbf{A}$  چه باشند، تنها معادله‌ای که جای نگرانی دارد معادله ناهمگن (۸۰-۷) است. عیب فرمولبندی پتانسیلی آن است که  $V$  و  $\mathbf{A}$  به صورت یکتا تعیین نمی‌شوند. در واقع از معادله (۷۸-۷) روشن است که پتانسیلهای جدید

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \lambda \quad (۸۱-۷)$$

(که در آن  $\lambda$  تابعی دلخواه از زمان و مکان است) به همان خوبی از عهده برمی‌آید، زیرا  $\partial^\mu A'^\nu - \partial^\nu A'^\mu = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ . پتانسیلها که تأثیری در میدانها ندارند، تبدیل پیمانه‌ای نامیده می‌شوند. از این آزادی پیمانه‌ای می‌توان استفاده و یک قید اضافی بر پتانسیلها تحمیل کرد [۴]:

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad (۸۲-۷)$$

این رابطه شرط لورنتس نامیده می‌شود؛ و به کمک آن معادله‌های ماکسول (۸۰-۷) باز هم ساده‌تر می‌شوند:

$$\square A^\mu = \frac{4\pi}{c} J^\mu \quad (۸۳-۷)$$

در اینجا  $\square \equiv \partial^\mu \partial_\mu = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$  و عملگر دالامبری نامیده می‌شود.

با این حال، حتی شرط لورنتس  $A^\mu$  را به طور یکتا مشخص نمی‌کند. به علاوه تبدیلهای پیمانه‌ای، بدون مختل کردن معادله (۷-۸۲) امکان‌پذیر است، به شرط آنکه تابع پیمانه‌ای در معادله موج زیر صدق کند:

$$\square \lambda = 0 \quad (۷-۸۴)$$

متأسفانه، هیچ راه روشنی برای حذف ابهام باقی مانده در  $A^\mu$  وجود ندارد، و باید یا (۱) با این عدم قطعیت که به معنی وجود درجه آزادی اضافی است، ساخت یا (۲) قید اضافی دیگری را تحمیل کرد که هموردایی لورنتس نظریه را به هم می‌زند. هر دو رهیافت در فرمولبندی الکترودینامیک کوانتونی مورد استفاده قرار گرفته است، ما شق دوم را دنبال می‌کنیم. در فضایی تهی که در آن  $J^\mu = 0$ ، می‌گیریم (نگاه کنید به مسئله ۷-۲۰)

$$A^\circ = 0 \quad (۷-۸۵)$$

آن‌گاه شرط لورنتس به صورت زیر درمی‌آید

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (۷-۸۶)$$

این انتخاب (پیمانه کولن) به طرز جذابی ساده است، اما انتخاب یک مؤلفه  $(A^\circ)$  برای برخورد مخصوص ما را به یک دستگاه لخت خاصی مقید می‌کند (یا ما را مجبور می‌کند تبدیلی پیمانه‌ای را در ارتباط با هر تبدیل لورنتس انجام دهیم تا شرط پیمانه کولن برقرار شود). در عمل، این کار به ندرت مسئله‌ساز است، اما از دید زیبایی شناختی ناخوشایند است.

در الکترودینامیک کوانتومی  $A^\mu$  تابع موج فوتون می‌شود. فوتون آزاد در معادله (۷-۸۳) با  $J^\mu = 0$  صدق می‌کند:

$$\square A^\mu = 0 \quad (۷-۸۷)$$

که متوجه می‌شویم معادله کلاین-گوردون (۷-۹) برای ذره بدون جرم است. مانند مورد معادله دیراک، در پی جوابهای موج تخت با تکانه  $p = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$  هستیم:

$$A^\mu(x) = a e^{-i(i/\hbar)p \cdot x} \epsilon^\mu(p) \quad (۷-۸۸)$$

در اینجا  $\epsilon^\mu$  بردار قطبش — مشخص‌کننده اسپین فوتون — است و  $a$  ضریب بهنجارش است.

با جایگذاری معادله (۸۸-۷) در معادله (۸۷-۷) قیدی روی  $p^\mu$  به دست می آوریم:

$$E = |\mathbf{p}|c \quad \text{که به طوری که} \quad p^\mu p_\mu = 0 \quad (۸۹-۷)$$

که برای ذره بدون جرم نیز چنین باید باشد. در ضمن،  $\epsilon^\mu$  چهار مؤلفه دارد، اما همه آنها مستقل نیستند. شرط لورنتس (۸۲-۷) ایجاب می کند که

$$p^\mu \epsilon_\mu = 0 \quad (۹۰-۷)$$

به علاوه در پیمانه کولن داریم:

$$\epsilon^\circ = 0, \quad \epsilon \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (۹۱-۷)$$

یعنی سه بردار قطبش ( $\epsilon$ ) بر جهت انتشار عمود است؛ می گوئیم فوتون آزاد دارای قطبش عرضی است. به همین دلیل پیمانه کولن به پیمانه عرضی نیز معروف است. اینک دو سه بردار مستقل خطی وجود دارد که بر  $\mathbf{p}$  عمودند؛ برای مثال اگر  $\mathbf{p}$  در راستای  $z$ ها باشد، می توان گرفت

$$\epsilon_{(1)} = (1, 0, 0), \quad \epsilon_{(2)} = (0, 1, 0) \quad (۹۲-۷)$$

پس به جای چهار جواب مستقل برای یک تکانه معین (که برای ذره‌ای با اسپین ۱ بسیار زیاد است)، فقط دو تا باقی می ماند. این خیلی کم به نظر می رسد: نباید فوتون سه حالت اسپینی داشته باشد؟ جواب منفی است: ذره جرم دار با اسپین  $s$ ،  $2s + 1$  سمتگیری مختلف اسپینی دارد، اما ذره بدون جرم، بدون توجه به اسپین فقط دو حالت دارد (بجز  $s = 0$ ، که فقط یک حالت دارد). این ذره در جهت حرکتش فقط می تواند  $m_s = +s$  یا  $m_s = -s$  داشته باشد. به بیان دیگر، هلیسیته آن فقط می تواند  $+1$  یا  $-1$  باشد.\*

\* حالت‌های فوتون با  $m_s = \pm 1$  متناظر با قطبش دایره‌ای چپگرد و راستگرد است. بردارهای قطبش مربوطه  $\epsilon_\pm = \mp(\epsilon_1 \pm i\epsilon_2)/\sqrt{2}$  هستند. توجه کنید که با مشخص کردن پیمانه خاصی است که جواب غیر فیزیکی ( $m_s = 0$ ) را حذف می کنیم. اگر بخواهیم رهیافت «هموردا» را دنبال کنیم، که در آن از اعمال شرط پیمانه کولنی اجتناب می کنیم، فوتونهای آزاد طولی نیز در نظریه حضور خواهند داشت. اما این «ارواح» از هر چیز دیگر واجفتیده اند و اثری در نتایج نهایی ندارند.



### ۵-۷ قاعده‌های فاینمن برای الکترو دینامیک کوانتومی

در بخش ۲-۷ دریافتیم که الکترونها و پوزیترونها آزاد با تکانه  $p = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$  و انرژی  $E = \sqrt{m^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2}$ ، با توابع موج نشان داده می‌شوند\*:

$$\begin{array}{ll} \text{پوزیترونها} & \psi(x) = ae^{(i/\hbar)p \cdot x} v^{(s)}(p) \\ \text{الکترونها} & \psi(x) = ae^{-(i/\hbar)p \cdot x} u^{(s)}(p) \end{array} \quad (93-7)$$

که در آن  $s = 1, 2$  برای دو حالت اسپینی است. اسپینورهای  $u^{(s)}$  و  $v^{(s)}$  در معادله‌های دیراک فضای تکانه صدق می‌کنند:

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (\gamma^\mu p_\mu + mc)v = 0 \quad (94-7)$$

و الحاقیهای آنها،  $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$  و  $\bar{v} = v^\dagger \gamma^0$  در

$$\bar{u}(\gamma^\mu p_\mu - mc) = 0 \quad \bar{v}(\gamma^\mu p_\mu + mc) = 0$$

صدق می‌کنند. آنها متعامدند،

$$\bar{u}^{(1)} u^{(2)} = 0 \quad \bar{v}^{(1)} v^{(2)} = 0 \quad (95-7)$$

بهنجار

$$\bar{u}u = 2mc \quad \bar{v}v = -2mc \quad (96-7)$$

و کامل، یعنی

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + mc) \quad \sum_{s=1,2} v^{(s)} \bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - mc) \quad (97-7)$$

\* برای خودکفا ساختن این بخش به عنوان مرجعی ساده‌تر و همچنین تأکید بر شباهتها و تفاوت‌های نظریه الکترونها، پروتونها و فوتونها، با خلاصه‌ای از نتایج اساسی بخشهای اولیه شروع کرده‌ام. در این بحث من از «الکترونها» و «پوزیترونها» صحبت می‌کنم، اما آنها می‌توانند همان  $\mu^-$  و  $\mu^+$  یا  $\tau^-$  و  $\tau^+$  یا (با بار الکتریکی مناسب) کوارکها و پادکوارکها - به طور خلاصه هر ذره باردار با اسپین  $\frac{1}{2}$  باشند.

نگاه کنید به مسئله ۷-۲۲). یک مجموعه صریح مناسب  $(u^{(1)}, u^{(2)}, v^{(1)}, v^{(2)})$  در معادله‌های (۷-۴۶) و (۷-۵۰) داده شده است. معمولاً روی اسپینهای پوزیترون و الکترون میانگین می‌گیریم، و در این مورد مهم نیست که آنها کاملاً اسپین بالا یا پایین نباشند؛ آنچه واقعاً نیاز داریم کامل بودن است. البته در مسائل خاصی که اسپینها مشخص شده‌اند، باید، از اسپینورهای مناسب هر حالت داده شده استفاده کرد.

در ضمن، فوتون آزاد با تکانه  $p = (\frac{E}{c}, \mathbf{p})$  و  $E = |\mathbf{p}|c$  با تابع موج

### فوتونها

(۷-۹۸)

$$A^\mu(x) = ae^{-(i/\hbar)p \cdot x} \epsilon_{(s)}^\mu$$

که در آن  $s = 1, 2$  است برای دو حالت اسپینی (یا «قطبش») فوتون به‌کار می‌رود. بردارهای قطبش  $\epsilon_{(s)}^\mu$  در شرط لورنتس فضای تکانه:

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (۷-۹۹)$$

صدق می‌کنند. آنها متعامدند، به این معنی که

$$\epsilon_{(1)}^{\mu*} \epsilon_{\mu(2)} = 0 \quad (۷-۱۰۰)$$

و بهنجارند

$$\epsilon^{\mu*} \epsilon_\mu = 1 \quad (۷-۱۰۱)$$

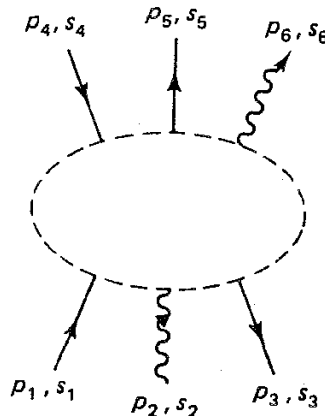
در پیمانه کولن

$$\epsilon^0 = 0, \quad \epsilon \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (۷-۱۰۲)$$

و سه بردار قطبش از رابطه کمال (مسئله ۷-۲۳) پیروی می‌کنند:

$$\sum_{s=1,2} (\epsilon_{(s)})_i (\epsilon_{(s)}^*)_j = \delta_{ij} - \hat{p}_i \hat{p}_j \quad (۷-۱۰۳)$$

یک زوج صریح مناسب  $(\epsilon_{(1)}, \epsilon_{(2)})$  در معادله (۷-۹۲) داده شده است.



شکل ۱-۷ یک نمودار نوعی QED، که خطوط خارجی نشانه‌گذاری شده‌اند. (خطوط داخلی نشان داده نشده‌اند).

برای محاسبه دامنه  $\mathcal{M}$ ، متناظر با نمودار فاینمن خاص به صورت زیر عمل کنید:

- نمادگذاری. چار تکانه‌های ورودی و خروجی را با  $p_1, p_2, \dots, p_n$  و اسپینهای متناظر را،  $s_1, s_2, \dots, s_n$  و چار تکانه‌های داخلی را با  $q_1, q_2, \dots$  نشانه‌گذاری کنید. پیکانهایی روی خطوط به شرح زیر در نظر بگیرید: پیکانهای روی خطوط فرمیونی خارجی نشان می‌دهد که آنها الکترون‌اند یا پوزیترون؛ پیکانهای روی خطوط فرمیونی داخلی چنان در نظر گرفته می‌شوند که «جهت جریان» درون نمودار حفظ شود (یعنی، هر رأس باید یک پیکان ورودی و یک پیکان خروجی داشته باشد). پیکانهای روی خطوط خارجی فوتونی به طرف «جلو» هستند؛ برای خطوط فوتونی داخلی انتخاب دلخواه است (نگاه کنید به شکل ۱-۷).

۲. خطوط خارجی. خطوط خارجی عوامل را به صورت زیر وارد می‌کنند:

$$\left. \begin{array}{l} u : ( \quad ) \text{ ورودی} \\ \bar{u} : ( \quad ) \text{ خروجی} \end{array} \right\} \text{ الکترونها:}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{v} : ( \quad ) \text{ ورودی} \\ v : ( \quad ) \text{ ورودی} \end{array} \right\} \text{ پوزیترونها:}$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon^\mu : ( \quad ) \text{ ورودی} \\ \epsilon^{\mu*} : ( \quad ) \text{ خروجی} \end{array} \right\} \text{ فوتونها:}$$

۳. ضرایب رأس. سهم هر رأس ضریبی به صورت زیر است

$$ig_e \gamma^\mu$$

رابطه ثابت جفت‌شدگی بدون بعد  $g_e$  با بار پوزیترون به صورت  $g_e = e\sqrt{\frac{4\pi}{\hbar c}} = \sqrt{4\pi\alpha}$  است\*.  
۴. انتشارگرها. سهم هر خط داخلی ضربی به صورت زیر است:

$$\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2 c^2} \quad \text{الکترونها و پوزیترونها:}$$

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \quad \text{فوتونها:}$$

سهم دارد.

۵. پایستگی تکانه و انرژی. برای هر رأس، تابع دلتایی به شکل زیر بنویسید.

$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$$

که در آن  $k$ ها سه چاربردار ورودی به هر رأس‌اند (اگر یک پیکان به طرف خارج باشد،  $k$  منفی چاربردار آن خط است، بجز خطوط خارجی پوزیترونها\*\*). این عامل پایستگی انرژی و تکانه را در هر رأس تحمیل می‌کند.

۶. انتگرال‌گیری روی تکانه‌های داخلی. برای هر تکانه داخلی  $q$  عامل

$$\frac{d^4 q}{(2\pi)^4}$$

را بنویسید و انتگرال بگیرید.

۷. حذف تابع دلتا. نتیجه شامل عامل زیر

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$$

متناظر با پایستگی کلی تکانه-انرژی است. این عامل را حذف کنید و آنچه می‌ماند  $i\mathcal{M}$  است.

\* در یکاهای هویساید لورنتس، با  $\hbar$  و  $c$  برابر ۱،  $g_e$  بار پوزیترون است، و بنابراین در اغلب کتابها به صورت « $e$ » نوشته می‌شود. در این کتاب از یکاهای گاوسی استفاده کرده‌ام، و عوامل  $\hbar$  و  $c$  را نگه داشته‌ام. ساده‌ترین راه برای اجتناب از آشفتگی در یکاها، بیان همه نتایج برحسب کمیت بی‌بعد جهانی  $\alpha$  است. در نوشتن قاعده‌های فاینمن برای QED فرض کرده‌ایم که با الکترونها و پوزیترونها سروکار داریم. در حالت کلی، ثابت جفت‌شدگی QED،  $-q\sqrt{\frac{4\pi}{\hbar c}}$  است که  $q$  بار ذره (برای پاد ذره منفی آن) است. برای الکترونها  $q = -e$  و مثلاً برای کوارک «بالا»  $q = \frac{2}{3}e$ .  
\*\* در اینجا مسئله آن است که پیکانها دو کار را انجام می‌دهند: آنها علامت مناسب تکانه را معین می‌کنند، و در مورد خطوط فرمیونی خارجی، می‌گویند که آنها ذره‌اند یا پادذره (برای خطوط داخلی نیازی به بازشناسی نداریم). نقش مورد اخیر تقدم دارد، پس برای پوزیترونها خارجی جهت «مثبت» تکانه خلاف جهت پیکان است.

مانند قبل، روال کار آن اینکه همه نمودارهایی را که در فرایند مورد بررسی سهم دارند را (تا حد مرتبه مورد نظر) بنویسیم و دامنه ( $M$ ) را برای هر یک حساب کنیم، و برای یافتن دامنه کل همه را با هم جمع کنیم و سپس آن را بر حسب مورد در فرمول مناسب سطح مقطع یا طول عمر قرار دهیم. یک مسئله جدید در اینجا وجود دارد: پاد متقارن سازی تابع موج فرمیونی ایجاب می کند که علامت منفی را در ترکیب دامنه ها که فقط در تعویض دو فرمیون خارجی یکسان تفاوت دارند وارد کنیم. مهم نیست که علامت منفی را به کدام نمودار نسبت دهیم، زیرا سرانجام کل آنها به توان او رسانده می شود؛ اما باید علامت منفی نسبی بین آنها وجود داشته باشد.

۸. پاد متقارن سازی. یک علامت منفی بین نمودارهایی که تفاوت آنها فقط در تعویض دو الکترون (یا پوزیترون) ورودی (یا خروجی) یا در تعویض یک الکترون ورودی با پوزیترون خروجی (و بر عکس) است، قرار دهیم.

در مورد کار با حلقه های فرمیونی در آخرین بخش این فصل بحث می کنیم.

## ۶-۷ مثالها

اکنون در موقعیتی هستیم که بسیاری از محاسبات کلاسیک را در الکترو دینامیک کوانتومی دوباره انجام دهیم. برای آنکه در جزئیات محاسبه سردرگم نشوید، ابتدا فهرستی از مهم ترین فرایندها ارائه می کنیم (جدول ۷-۱). ساده ترین مورد پراکندگی الکترون-موئون است، زیرا در آن فقط یک نمودار مرتبه دوم سهم است\*.

### مثال ۷-۱

#### پراکندگی الکترون-موئون

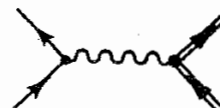
در کاربرد قاعده های فاینمن، در امتداد هر خط فرمیونی «رد به عقب» می رویم (شکل ۷-۲):

\* البته این نمودار لزوماً برای یک  $e$  و یک  $\mu$  نیست. مادامی که جرمها و بارهای صحیح را قرار دهید، هر بار نقطه ای اسپین  $\frac{1}{2}$  می تواند در آن قرار گیرد (مثلاً  $e$  و  $\tau$  یا  $\mu$  و  $\tau$  یا الکترون و کوارک و غیره). در واقع، اغلب کتابها از پراکندگی الکترون-پروتون به عنوان مثالی بنیادی استفاده می کنند، اما در واقع این مورد انتخابی نامناسب است، زیرا پروتون یک ساختار مرکب است نه یک ذره نقطه ای. اما تا جایی که ساختار داخلی پروتون را بتوان نادیده گرفت این تقریب بدی نیست (درست مثل اینکه در نظریه منظومه شمسی با خورشید را جرم نقطه ای در نظر بگیریم). در رژیمی که موئون بسیار سنگین تر از «الکترون» باشد، پراکندگی موت را داریم؛ که اگر «الکترون» غیرنسبیتی باشد پراکندگی رادرفورد تحویل می باید و در واقع دقیقاً همان فرمول سطح مقطعی را به دست می آوریم که مکانیک کلاسیک به دست آورده بود.

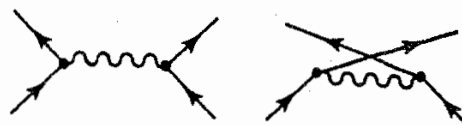
فرایندهای مرتبه دوم

کشسان

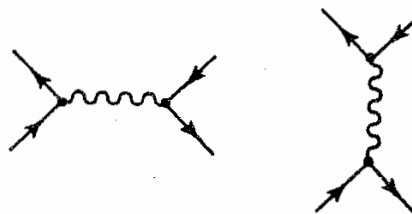
{ پراکندگی الکترون-موئون  $(e + \mu \rightarrow e + \mu)$   
 پراکندگی موت  $(M \gg m) \Leftarrow$  پراکندگی رادرفورد  $(v \ll c)$



{ پراکندگی الکترون-الکترون  $(e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-)$   
 پراکندگی مولر (پراکندگی مولر)



{ پراکندگی الکترون-پوزیترون  $(e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+)$   
 پراکندگی بابا (پراکندگی بابا)



ناکشسان

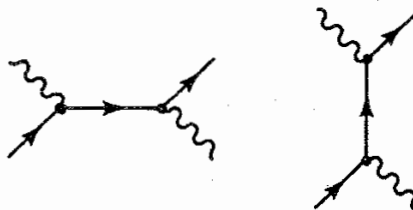
{ نابودی زوج  $(e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma)$



{ تولید زوج  $(\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+)$

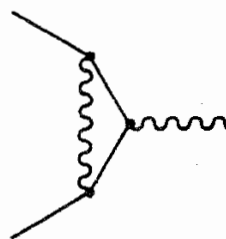


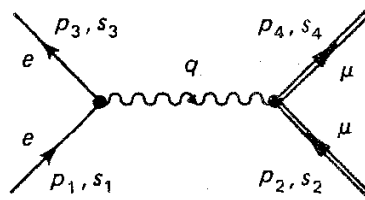
{ پراکندگی کامبتون  $(\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-)$



مهم ترین فرایند مرتبه سوم

{ گشاور مغناطیسی بی‌هنجار الکترون  $\Rightarrow$





شکل ۲-۷ پراکندگی الکترون-موئون.

$$\begin{aligned}
 (\mathcal{M})^2 &= \int [\bar{u}^{(s_2)}(p_2)(ig_e\gamma^\mu)u^{(s_1)}(p_1)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{u}^{(s_4)}(p_4)(ig_e\gamma^\nu)u^{(s_3)}(p_3)] \\
 &\quad \times \delta^4(p_1 - p_2 - q)\delta^4(p_2 + q - p_3) d^4q
 \end{aligned}$$

توجه کنید که شاخصهای فضا-زمان انتشارگر پروتون در عوامل رأس در هر دو طرف خط فوتونی ادغام می‌شوند. با انتگرال‌گیری (بدیهی)  $q$  و حذف کلی تابع دلتا به دست می‌آوریم:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}^{(s_2)}(p_2)\gamma^\mu u^{(s_1)}(p_1)] [\bar{u}^{(s_4)}(p_4)\gamma_\mu u^{(s_3)}(p_3)] \quad (104-7)$$

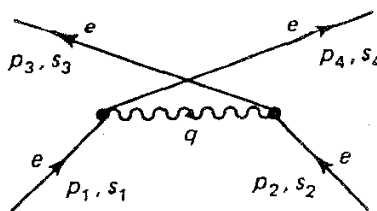
این رابطه بر خلاف ظاهر پیچیده‌اش، با چهار اسپینور و هشت ماتریس  $\gamma$  فقط یک عدد است، که به محض آنکه اسپینها مشخص شوند می‌توان آن را به دست آورد (مسئله ۲۴-۷).

### مثال ۲-۷

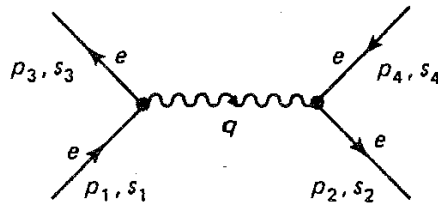
#### پراکندگی الکترون-الکترون

در این حالت نمودار دومی نیز وجود دارد که در آن الکترونی که با تکانه  $p_3$  و اسپین  $s_3$  خارج می‌شود به جای آنکه از الکترون  $p_2$  و  $s_2$  بیاید ناشی از الکترون  $p_1$  و  $s_1$  است (شکل ۳-۷). می‌توان دامنه را از معادله (۱۰۴-۷) با جایگزینی  $p_3, s_3 \leftrightarrow p_2, s_2$  به دست آورد. طبق قاعده ۸، دو نمودار را باید از هم کم کرد، پس دامنه کل عبارت است از:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M} &= -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}^{(3)}\gamma^\mu u^{(1)}] [\bar{u}^{(4)}\gamma_\mu u^{(2)}] \\
 &\quad + \frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}^{(4)}\gamma^\mu u^{(1)}] [\bar{u}^{(3)}\gamma_\mu u^{(2)}] \quad (105-7)
 \end{aligned}$$



شکل ۳-۷ نمودار «پیچانده شده» برای پراکندگی الکترون-الکترون.



شکل ۴-۷ پراکندگی الکترون-پوزیترون.

مثال ۳-۷

پراکندگی الکترون-پوزیترون

مجدداً، در اینجا دو نمودار وجود دارد\* . اولی شبیه نمودار الکترون-موئون (شکل ۴-۷) است:

$$\begin{aligned}
 & (2\pi)^4 \int [\bar{u}(3)(ig_e\gamma^\mu)u(1)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \\
 & \times [\bar{v}(2)(ig_e\gamma^\nu)v(4)] \delta^4(p_1 - p_3 - q) \delta^4(p_2 + q - p_4) d^4q
 \end{aligned}$$

دقت کنید که «حرمت رو به عقب» در امتداد خط پادذره به معنی حرکت رو به جلو در زمان است؛ ترتیب همواره به صورت اسپینور الحاقی/ماتریس گاما/اسپینور است. پس دامنه برای این نمودار عبارت است از

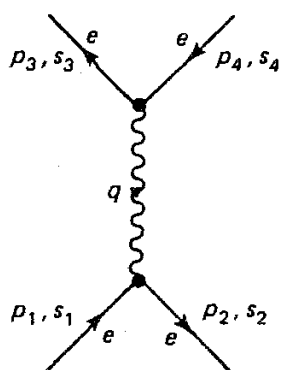
$$\mathcal{M}_1 = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)] \quad (106-7)$$

نمودار دیگر نابودی مجازی الکترون و پوزیترون را نمایش می دهد که با تولید زوج همراه است (شکل ۵-۷):

$$\begin{aligned}
 & (2\pi)^4 \int [\bar{u}(3)(ig_e\gamma^\mu)v(4)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \\
 & \times [\bar{v}(2)(ig_e\gamma^\nu)u(1)] \delta^4(q - p_3 - p_2) \delta^4(p_1 + p_2 - q) d^4q
 \end{aligned}$$

\* واقعیت آن است که برای پراکندگی الکترون-الکترون و الکترون-پوزیترون دو نمودار وجود دارد، اما برای پراکندگی الکترون-موئون فقط یکی وجود دارد که بی تأمل دیده می شود که با حد کلاسیک ناسازگار است. سرانجام، قانون کولن می گوید که نیروی جاذبه یا دافعه بین دو ذره فقط به بارهای آنها بستگی دارد نه به یکسان بودن آنها (یا پادذره بودن یکدیگر). در حد غیرنسبیتی، هنگامی که فرمول الکترون-موئون یا فرمول الکترون-الکترون را به کار می بریم جواب مشابهی به دست می آوریم. اما مطمئناً دامنه ها یکسان نیستند، اما فرمول سطح مقطع (۳۴-۶) دارای ضریب  $S$  است که برای پراکندگی الکترون-الکترون  $\frac{1}{4}$  و برای پراکندگی الکترون-موئون ۱ است. [برای پراکندگی الکترون-پوزیترون  $S = 1$ ، اما دامنه دوم در (۱۰۷-۷) با ضریب  $(\frac{v}{c})^2$  کوچکتر از اولی (۱۰۶-۷) است، پس در حد غیرنسبیتی فقط  $\mathcal{M}_1$  سهم است].



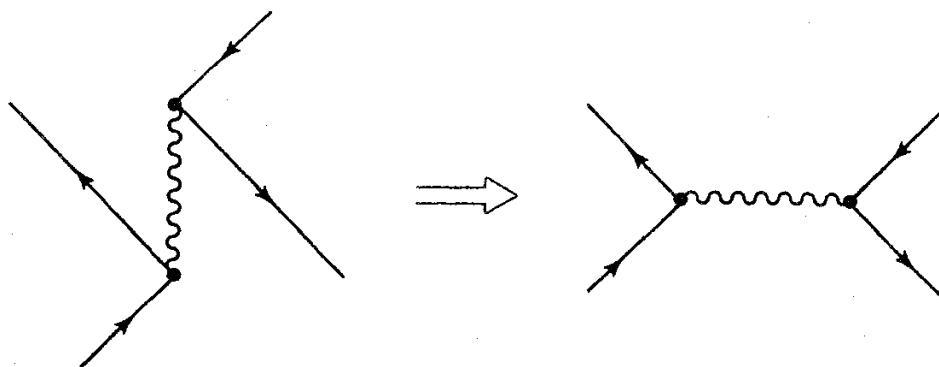


شکل ۵-۷ نمودار دومی که در پراکندگی الکترون-پوزیترون سهم است.

بنابراین دامنه برای این نمودار عبارت است از

$$\mathcal{M}_2 = -\frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)][\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1)] \quad (107-7)$$

حال، باید این دو نمودار را با هم جمع کنیم یا از هم کم کنیم؟ با تعویض پوزیترون ورودی و الکترون خروجی در نمودار دوم (شکل ۵-۷) و رسم مجدد آن در بیکربندی متداول تر نمودار اول (شکل ۴-۷) به دست می آید:



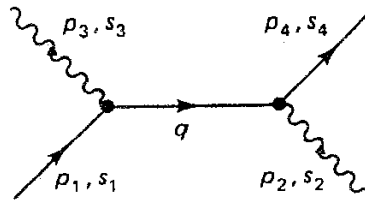
پس طبق قاعده ۸ به یک علامت منفی نیاز داریم:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)] \\ & + \frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)][\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1)] \end{aligned} \quad (108-7)$$

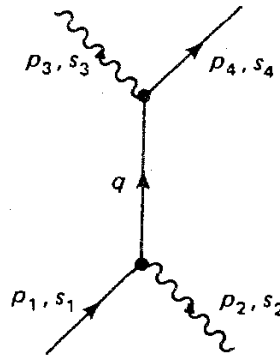
### مثال ۴-۷

#### پراکندگی کامپتون

برای مثالی که شامل انتشارگر الکترون و قطبش فوتون باشد، پراکندگی کامپتون،  $\gamma + e \rightarrow \gamma + e$  را در نظر بگیرید. دوباره دو نمودار وجود دارد، اما آنها با تعویض فرمیونها فرق نمی کنند، و دامنه ها جمع می شوند. از نمودار اول (شکل ۶-۷) داریم:



شکل ۶-۷ پراکندگی کامپتون.



شکل ۷-۷ نمودار دوم برای پراکندگی کامپتون.

$$\begin{aligned}
 & (2\pi)^2 \int \epsilon_\mu(2) \left[ \bar{u}(4) (ig_e \gamma^\mu) \frac{i(\not{q} + mc)}{(q^2 - m^2 c^2)} (ig_e \gamma^\nu) u(1) \right] \\
 & \times \epsilon_\nu(3)^* \delta^4(p_1 - p_2 - q) \delta^4(p_2 + q - p_3) d^4 q
 \end{aligned}$$

توجه کنید که شاخصهای فضا-زمان هر بردار قطبش فوتون با شاخصهای ماتریس  $\gamma$  در رأسهایی که در آن فوتون خلق یا جذب می شود، ادغام می شود. همچنین دقت کنید که چگونه انتشارگر الکترون در حرکت روبه عقب در امتداد خط فرمیونی برازش می یابد. در اینجا از خلاصه نویسی مناسب « $a$ -خط» را معرفی کرده ایم.

$$\not{a} \equiv a^\mu \gamma_\mu \quad (109-7)$$

به وضوح دامنه متناظر با این نمودار عبارت است از\*:

$$\mathcal{M}_1 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2 - m^2 c^2} [\bar{u}(4) \not{a}(2) (\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc) \not{a}(3)^* u(1)] \quad (110-7)$$

در ضمن نمودار دوم (شکل ۷-۷) می دهد:

$$\mathcal{M}_2 = \frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2 - m^2 c^2} [\bar{u}(4) \not{a}(3)^* (\not{p}_1 + \not{p}_2 + mc) \not{a}(2) u(1)] \quad (111-7)$$

و دامنه کل برابر است  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$  است.

\* در اینجا و از این به بعد  $\not{a}$  به معنی  $\epsilon_\mu^* \gamma^\mu$  است؛ ماتریس  $\gamma$  همیوگ نمی شود.

### ۷-۷ شگرد کازیمیر و قضیه‌های رد

در برخی آزمایشها اسپین الکترونها (یا پوزیترونها) ورودی و خروجی مشخص است، و قطبش فوتونها داده شده است. در این صورت، کار بعدی که باید انجام داد وارد کردن اسپینورها و بردارهای قطبش مناسب در عبارات مربوط به  $\mathcal{M}$  و حساب کردن  $|\mathcal{M}|^2$ ، کمیتی که برای تعیین سطح مقطع و طول عمر به آن نیاز داریم، است. با این حال، در بیشتر موارد به اسپینها علاقه مند نیستیم. یک آزمایش نمونه با باریکه‌ای از ذرات که سمتگیری اسپین آنها کاتوره‌ای است آغاز می‌شود، و تعداد ذرات پراکنده شده در جهت معین را می‌شمرد. در این حالت سطح مقطع مربوطه میانگین روی تمام پیکربندیهای اسپینی اولیه  $i$  و جمع روی آرایشهای اسپینی نهایی،  $f$  است. اصولاً، باید بتوان  $|\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2$  را برای هر ترکیب ممکن حساب کرد و سپس عمل جمع و میانگین‌گیری را انجام داد:

میانگین روی اسپینهای اولیه و جمع روی اسپینهای نهایی،

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \equiv |\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2 \quad (112-7)$$

در عمل محاسبه مستقیم  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ ، بدون محاسبه تک-تک دامنه‌ها بسیار ساده‌تر است. مثلاً، دامنه پراکندگی الکترون-موتون (۷-۱۰۴) را در نظر بگیرید. با مربع کردن داریم

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu u(2)][\bar{u}(3)\gamma^\nu u(1)]^* [\bar{u}(4)\gamma_\nu u(2)]^* \quad (113-7)$$

برای اجتناب از سردرگمی، از  $\nu$  به عنوان شاخص فضا-زمان دوم استفاده کرده‌ام). با نگاهی اجمالی به جمله‌های اول و سوم (یا دوم و چهارم) دیده می‌شود که باید کمیتها را به شکل کلی در نظر بگیریم

$$G \equiv [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^* \quad (114-7)$$

که در آن  $(a)$  و  $(b)$  بر اسپینها و تکانه‌های مربوطه دلالت دارند و  $\Gamma_1$  و  $\Gamma_2$  دو ماتریس  $4 \times 4$  هستند. تمام فرایندهایی که در بخش ۷-۶ توصیف شدند — مولر، بابا و پراکندگی کامپتون مانند تولید و نابودی زوج — به آزمایشهایی با ساختار مشابه می‌انجامند. برای شروع، همیوگ مختلط (که شبه همیوگ هرمیتی است، زیرا کمیتهای درون گروه‌ها «ماتریس»  $1 \times 1$  هستند) را حساب می‌کنیم:

$$[\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^* = [u(a)^\dagger \gamma^\dagger \Gamma_2^\dagger u(b)]^\dagger = u(b)^\dagger \Gamma_2^\dagger \gamma^\dagger u(a) \quad (115-7)$$

اما،  $\gamma^{\circ\dagger} = \gamma^{\circ}$  و  $(\gamma^{\circ})^2 = 1$ ، بنابراین

$$[\bar{u}(a)\Gamma_{\gamma}u(b)]^* = u(b)^{\dagger}\gamma^{\circ}\gamma^{\circ}\Gamma_{\gamma}^{\dagger}\gamma^{\circ}u(a) = \bar{u}(b)\bar{\Gamma}_{\gamma}u(a) \quad (116-7)$$

که در آن\*

$$\bar{\Gamma}_{\gamma} \equiv \gamma^{\circ}\Gamma_{\gamma}^{\dagger}\gamma^{\circ} \quad (117-7)$$

پس

$$G = [\bar{u}(a)\Gamma_{\gamma}u(b)][\bar{u}(b)\bar{\Gamma}_{\gamma}u(a)] \quad (118-7)$$

اکنون آماده‌ایم که روی سمت‌گیرهای اسپینی ذره  $(b)$  جمع بزنیم. با استفاده از رابطه کمال (۹۷-۷) داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{اسپینهای } b} G &= \bar{u}(a)\Gamma_{\gamma} \left\{ \sum_{s_b=1,2} u^{(s_b)}(p_b)\bar{u}^{(s_b)}(p_b) \right\} \bar{\Gamma}_{\gamma}u(a) \\ &= \bar{u}(a)\Gamma_{\gamma}(\not{p}_b + m_b c)\bar{\Gamma}_{\gamma}u(a) = \bar{u}(a)Qu(a) \end{aligned} \quad (119-7)$$

که در آن  $Q$  کوتاه‌نویسی موقتی برای ماتریس  $4 \times 4$  است.

$$Q \equiv \Gamma_{\gamma}(\not{p}_b + m_b c)\bar{\Gamma}_{\gamma} \quad (120-7)$$

سپس همین کار را برای ذره  $(a)$  انجام می‌دهیم:

$$\sum_{\text{اسپین } a} \sum_{\text{اسپین } b} G = \sum_{s_a=1,2} \bar{u}^{(s_a)}(p_a)Qu^{(s_a)}(p_a)$$

یا، با نوشتن صریح ضرب ماتریسی ( $i$  و  $j$  از ۱ تا ۴ تغییر می‌کنند) داریم:

\* توجه کنید که اکنون خط تیره دو کار متفاوت انجام می‌دهد. برای اسپینورها نشان‌دهنده الحاقی بودن است:  $\bar{\psi} \equiv \psi^{\dagger}\gamma^{\circ}$  [معادله ۷-۵۸]؛ برای ماتریس  $4 \times 4$  یک ماتریس جدید:  $\bar{\Gamma} \equiv \gamma^{\circ}\Gamma^{\dagger}\gamma^{\circ}$  را تعریف می‌کند.

$$\sum_{s_a=1,2} \bar{u}^{(s_a)}(p_a)_i Q_{ij} u^{(s_a)}(p_a)_j = Q_{ij} \left\{ \sum_{s_a=1,2} u^{(s_a)}(p_a) \bar{u}^{(s_a)}(p_a) \right\}_{ji}$$

$$= Q_{ij} (\not{p}_a + m_a c)_{ji} = Tr(Q(\not{p}_a + m_a c)) \quad (121-7)$$

که در آن  $Tr$  نشانه ردّ یک ماتریس (جمع اجزای قطری آن) است:

$$Tr(A) \equiv \sum_i A_{ii} \quad (122-7)$$

در نتیجه:

$$\sum_{\text{تمام اسپینها}} [\bar{u}(a) \Gamma_\nu u(b)] [\bar{u}(a) \Gamma_\nu u(b)]^* = Tr[\Gamma_\nu (\not{p}_b + m_b c) \bar{\Gamma}_\nu (\not{p}_a + m_a c)] \quad (123-7)$$

شاید این رابطه ساده‌سازی چندانی به نظر نرسد، اما توجه کنید که در آن هیچ اسپینوری باقی نمانده است، به محض آنکه روی اسپینها جمع زدیم، همه چیز به ضرب ماتریسی و گرفتن ردّ تقلیل می‌یابد. چون در پی نام بهتری هستیم، معادله (۱۲۳-۷) را «شگرد کازیمیر» می‌نامیم، زیرا ظاهراً کازیمیر اولین کسی بود که آن را به کار بست [۵] اگر هر  $u$  (در ۱۲۳-۷) با یک  $v$  جایگزین کنیم، جرم متناظر در طرف راست تغییر علامت می‌دهد (نگاه کنید به مسئله ۲۶-۷).

### مثال ۵-۷

در مورد پراکندگی الکترون-موتون (۱۱۳-۷)،  $\Gamma_\nu = \gamma^\nu$  و بنابراین  $\bar{\Gamma}_\nu = \gamma^\nu \gamma^{\nu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\nu$  (مسئله ۲۷-۷). با دوبار به کار بردن شگرد کازیمیر داریم:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^2}{4(p_1 - p_2)^2} Tr[\gamma^\mu (\not{p}_1 + mc) \gamma^\nu (\not{p}_2 + mc)]$$

$$\times Tr[\gamma_\mu (\not{p}_2 + Mc) \gamma_\nu (\not{p}_2 + Mc)] \quad (124-7)$$

که در آن  $m$  جرم الکترون و  $M$  جرم موتون است. چون می‌خواهیم روی اسپینهای اولیه میانگین بگیریم و دو ذره وجود دارد که هر یک دو سمتگیری اسپین دارند، میانگین، ربع مجموع است و ضریب  $1/4$  وارد شده است.

شگرد کازیمیر همه چیز را به مسئله محاسبه ردّ حاصل ضربهای پیچیده‌ای از ماتریسهای  $\gamma$  تقلیل می‌دهد. این جبر را قصیه‌هایی، که در زیر می‌آید (اثبات به عهده شماست، نگاه کنید به

مسائل ۲۹-۷ تا ۳۲-۷) تسهیل می‌کند. اول از همه باید به سه واقعیت کلی در مورد رد‌ها اشاره کنم: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس دلخواه و  $\alpha$  یک عدد باشد

$$Tr(A + B) = Tr(A) + Tr(B) \quad .1$$

$$Tr(\alpha A) = \alpha Tr(A) \quad .2$$

$$Tr(AB) = Tr(BA) \quad .3$$

از ۳ به دست می‌آوریم که  $Tr(ABC) = Tr(CAB) = Tr(BCA)$ ، اما در حالت کلی، برای رد ماتریسهای با ترتیبهای دیگر، این تساوی برقرار نیست:  $Tr(ACB) = Tr(BAC) = Tr(CBA)$ . بدین طریق می‌توان ماتریسها را در یک ضرب از عقب به جلو آورد، اما باید ترتیب آن را حفظ کرد. توجه به

$$g_{\mu\nu}g^{\mu\nu} = 4 \quad .4$$

و رابطه پاد جابه‌جایی بنیادی ماتریسهای  $\gamma$  (به همراه قاعده متناظر برای حاصل ضربهای دارای «خط مورب»):

$$\phi\psi + \psi\phi = 2a \cdot b \quad .5' \quad \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad .5$$

مفید است. از این سه مورد دنباله‌ای از «قضیه‌های انقباض» به دست می‌آید:

$$\gamma_\mu\gamma^\mu = 4 \quad .6$$

$$\gamma_\mu\phi\gamma^\mu = -2\phi \quad .7' \quad \gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\mu = -2\gamma^\nu \quad .7$$

$$\gamma_\mu\phi\psi\gamma^\mu = 4a \cdot b \quad .8' \quad \gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda} \quad .8$$

$$\gamma_\mu\phi\psi\phi\gamma^\mu = -2\phi\psi\phi \quad .9' \quad \gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma\gamma^\mu = -2\gamma^\sigma\gamma^\lambda\gamma^\nu \quad .9$$

و سرانجام، مجموعه‌ای از «قضیه‌های رد» وجود دارد:

۱۰. رد حاصل ضرب تعداد فردی از ماتریسهای گاما صفر است.

$$Tr(1) = 4 \quad .11$$

$$Tr(\phi\psi) = 4a \cdot b \quad .12' \quad Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad .12$$

$$Tr(\phi\psi\phi\psi) = 4(a \cdot b \cdot c \cdot d - a \cdot c \cdot b \cdot d + a \cdot d \cdot b \cdot c) \quad .13' \quad Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) \quad .13$$

$$= 4(g^{\mu\nu}g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda})$$

چون  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  حاصل ضرب تعداد زوجی از ماتریسهای  $\gamma$  است، از قاعده ۱۰ نتیجه می شود که  $Tr(\gamma^5\gamma^\mu) = Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda) = 0$ . اگر  $\gamma^5$  در تعداد زوجی از  $\gamma$ ها ضرب شود به دست می آوریم:

$$Tr(\gamma^5) = 0 \quad ۱۴$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0 \quad ۱۵$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \quad ۱۶$$

$$Tr(\gamma^5\phi\phi\phi) = 0 \quad ۱۵'$$

$$Tr(\gamma^5\phi\phi\phi\phi) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma \quad ۱۶'$$

که

$$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \equiv \begin{cases} -1 & \text{جایگشت زوج } \mu\nu\lambda\sigma \\ +1 & \text{جایگشت فرد } \mu\nu\lambda\sigma \\ * & \text{اگر هر یک از دو شاخص برابر باشند، } 0 \end{cases}$$

### مثال ۶-۷

ردها را در پراکندگی الکترون-موئون برآورد کنید [معادله (۷-۱۲۴)].

$$\begin{aligned} & Tr[\gamma^\mu(\not{p}_1 + mc)\gamma^\nu(\not{p}_2 + mc)] \\ &= Tr(\gamma^\mu\not{p}_1\gamma^\nu\not{p}_2) + mc[Tr(\gamma^\mu\not{p}_1\gamma^\nu) + Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\not{p}_2)] + (mc)^2 Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) \end{aligned}$$

حل. طبق قاعده ۱۰، جمله های داخل کروشه ها صفرند. جمله آخر را می توان با استفاده از قاعده ۱۲ و جمله اول را با قاعده ۱۳ حساب کرد:

$$\begin{aligned} Tr(\gamma^\mu\not{p}_1\gamma^\nu\not{p}_2) &= (p_1)_\lambda (p_2)_\sigma Tr(\gamma^\mu\gamma^\lambda\gamma^\nu\gamma^\sigma) \\ &= (p_1)_\lambda (p_2)_\sigma 4(g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma} - g^{\mu\nu}g^{\lambda\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\lambda\nu}) \\ &= 4(p_1^\mu p_2^\nu - g^{\mu\nu}(p_1 \cdot p_2) + p_1^\nu p_2^\mu) \end{aligned}$$

\* منظور از «جایگشت زوج» تعداد زوجی از تعویض دو شاخص است. سپس  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -\epsilon^{\nu\mu\lambda\sigma} = \epsilon^{\lambda\mu\nu\sigma}$  و نظایر آن. به بیان دیگر،  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$  نسبت به هر زوج شاخص بالا پاد متقارن است. شاید منفی بودن  $\epsilon^{۱۲۳}$  غریب به نظر آید؛ چرا نباید مثبت یک باشد؟ البته این کاملاً قراردادی است. معلوم است کسی که تعریف را تعیین کرده بود می خواسته  $\epsilon^{۱۲۳}$  مثبت یک باشد و از آن نتیجه می شود  $\epsilon^{۱۲۳} = -1$ ، زیرا سه شاخص فضایی بالا رفته اند. در ضمن اگر با نماد لوی-چی ویتای سه بعدی  $\epsilon_{ijk}$  کار کرده باشید (مسئله ۴-۱۹) مواظب باشید که هر چند جایگشت زوج روی سه شاخص با ترتیب چرخه ای متناظر است ( $\epsilon_{ijk} = \epsilon_{jki} = \epsilon_{kij}$ )، در مورد چهار شاخص این طور نیست:  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -\epsilon^{\nu\lambda\sigma\mu} = \epsilon^{\lambda\sigma\mu\nu} = -\epsilon^{\sigma\mu\nu\lambda}$ .

$$\begin{aligned} & Tr(\gamma^\mu(p_1 + mc)\gamma^\nu(p_2 + mc)) \quad \text{پس} \\ & = 4[p_1^\mu p_2^\nu + p_2^\mu p_1^\nu + g^{\mu\nu}((mc)^2 - (p_1 \cdot p_2))] \quad (۱۲۵-۷) \end{aligned}$$

رد دوم (در ۱۲۴-۷) با  $m \rightarrow M, 1 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4$  و پایین آوردن شاخصهای یونانی، یکسان است. پس:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{4g_e^4}{(p_1 - p_2)^4} [p_1^\mu p_2^\nu + p_2^\mu p_1^\nu + g^{\mu\nu}((mc)^2 - (p_1 \cdot p_2))] \\ &\quad \times [p_{2\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{2\nu} + g_{\mu\nu}((Mc)^2 - (p_2 \cdot p_2))] \\ &= \frac{16g_e^4}{(p_1 - p_2)^4} [(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) \\ &\quad - (p_1 \cdot p_2)(Mc)^2 - (p_2 \cdot p_2)(mc)^2 + 2(mMc^2)^2] \quad (۱۲۶-۷) \end{aligned}$$

### ۸-۷ سطح مقطعها و طول عمرها

اکنون به قلمروی آشنایان باز می‌گردیم. با محاسبه  $|\mathcal{M}|^2$  (یا در جای مناسب  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ ) می‌توان آن را در فرمول سطح مقطع مربوطه از فصل ۶: در حالت کلی؛ معادله (۳۴-۶)، پراکندگی دو جسمی در  $CM$ ، معادله (۴۲-۶)، یا در چارچوب آزمایشگاه، معادله‌های حاصل از مسائل (۸-۶) و (۹-۶) یا (۱۰-۶) قرار داد.

### مثال ۷-۷

#### پراکندگی فوت و رادرفورد

الکترونی (به جرم  $m$ ) از «موتونی» بسیار سنگین‌تر (به جرم  $M \gg m$ ) پراکنده می‌شود. با فرض اینکه پس‌زنی  $M$  را بتوان نادیده گرفت، سطح مقطع دیفرانسیلی را در چارچوب آزمایشگاه بیابید. ( $M$  در حال سکون).

حل. طبق مسئله (۸-۶)، سطح مقطع از رابطه زیر به دست می‌آید

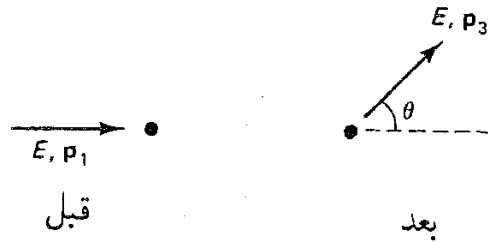
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar}{\lambda\pi Mc} \right)^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$$

چون هدف ساکن است، داریم (شکل ۸-۷):

$$p_1 = \left( \frac{E}{c}, \mathbf{p}_1 \right), \quad p_2 = (Mc, \mathbf{0}), \quad p_3 = \left( \frac{E}{c}, \mathbf{p}_3 \right), \quad p_4 = (Mc, \mathbf{0})$$

که در آن  $E$  انرژی الکترون فرودی (و پراکنده)،  $\mathbf{p}_1$  تکانه الکترون فرودی و  $\mathbf{p}_3$  تکانه الکترون پراکنده شده





شکل ۸-۷ پراکندگی الکترون از هدفی سنگین.

است (اندازه آنها برابر است  $|p_1| = |p_2| \equiv |p|$  و زاویه بین آنها  $\theta$  است:  $p_1 \cdot p_2 = p^2 \cos \theta$ ). بنابراین

$$\begin{aligned} (p_1 - p_2)^2 &= -(p_1 - p_2)^2 = -p_1^2 - p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 \\ &= -2p^2(1 - \cos \theta) = -4p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

$$(p_1 \cdot p_2) = \frac{E^2}{c^2} - p_1 \cdot p_2 = p^2 + m^2 c^2 - p^2 \cos \theta = m^2 c^2 + 2p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) = (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) = (ME)^2$$

$$(p_2 \cdot p_2) = (Mc)^2$$

با قرار دادن در معادله (۱۲۶-۷) داریم

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left( \frac{g_e^2 Mc}{p^2 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \left( (mc)^2 + p^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (127-7)$$

و بنابراین (با  $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$ )

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha \hbar}{2p^2 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \left[ (mc)^2 + p^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (128-7)$$

این رابطه فرمول موت است. این رابطه تقریب خوبی برای سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی الکترون-پروتون است. اگر الکترون فرودی غیرنسبیتی باشد، یعنی  $p^2 \ll (mc)^2$ ، معادله (۱۲۸-۷) به فرمول رادرفورد تحویل می‌یابد (با مثال ۴-۶ مقایسه کنید):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{e^2}{2mv^2 \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \quad (129-7)$$

اما در مورد واپاشیها چه؟ در واقع، چنین چیزی در QED محض وجود ندارد، زیرا اگر یک فرمیون تنها وارد شود، سرانجام باید همان فرمیون خارج شود؛ یک خط فرمیونی نمی‌تواند در یک

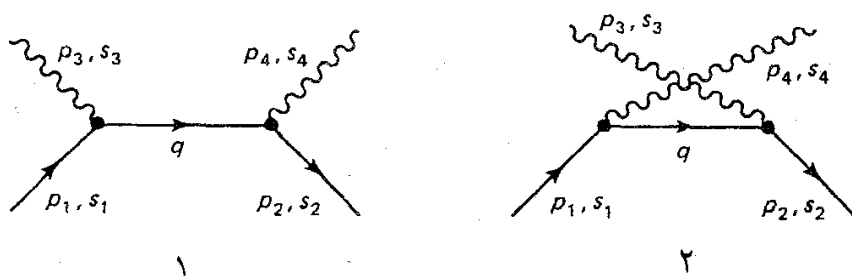
نمودار پایان یابد، در QED هیچ سازوکاری برای تبدیل یک فرمیون (مثلاً یک موئون) به فرمیون دیگر (نظیر یک الکترون) وجود ندارد. شک نیست که واپاشیهای الکترومغناطیسی برای ذرات مرکب وجود دارد، برای مثال  $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^0$ ؛ اما مؤلفه الکترومغناطیسی در این فرایند چیزی جز نابودی زوج کوارک-پادکوارک  $q + \bar{q} \rightarrow \gamma + \gamma$  نیست. این فرایند در واقع یک رویداد پراکندگی است، که در آن دو ذره برخوردکننده در یک حالت مقید هستند. بهترین مثال این فرایند واپاشی پوزیترونیم  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$  است که آن را در مثال زیر بررسی می‌کنیم. این تحلیل را در چارچوب سکون پوزیترونیم انجام می‌دهیم (که می‌توان گفت در چارچوب  $CM$  جفت الکترون-پوزیترون). آنها نوعاً آهسته حرکت می‌کنند؛ در واقع به منظور محاسبه دامنه فرض می‌کنیم آنها در حال سکون‌اند. از سوی دیگر، این یکی از مواردی است که نمی‌توان روی حالت اسپین اولیه میانگین‌گیری کرد، زیرا دستگاه مرکب یا در آرایش تک‌تایه — اسپینهای پاد موازی — است یا در آرایش سه‌تایه — اسپینهای موازی و فرمول سطح مقطع (و بنابراین طول عمر) در دو حالت کاملاً متفاوت است\*.

### مثال ۷-۸

#### نابودی زوج

برای  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$  با فرض آرایش اسپینی تک‌تایه و اینکه الکترون و پوزیترون در حالت سکون‌اند، دامنه را حساب کنید.

حل. همان‌طور که شکل ۷-۹ نشان می‌دهد، دو نمودار در این فرایند سهم‌اند. دامنه عبارت است از (برای سادگی علامت مزدوج مختلط را روی  $\epsilon$ ‌ها حذف کرده‌ام):



شکل ۷-۹ نمودارهایی که در نابودی زوج سهم‌اند.

\* در واقع، به دلیل وضعیتی ویژه می‌توان این مسئله خاص را با شگرد کازیمیر انجام داد: حالت تک‌تایه فقط می‌تواند به تعداد زوجی از فوتونها واپاشد (عمدتاً دو تا) و حالت سه‌تایه به تعداد فردی و امی باشد (معمولاً سه‌تا). پس در محاسبه اجزای ماتریسی  $e^+e^- \rightarrow \gamma + \gamma$  خودبه‌خود آرایش تک‌تایه انتخاب می‌شود حتی اگر حالت سه‌تایه در جمع روی اسپینها موجود باشد.

$$M_1 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2 - m^2 c^2} \bar{v}(2) \not{p}_1 (\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc) \not{p}_2 u(1) \quad (130-7)$$

$$M_2 = \frac{g_e^2}{(p_1 - p_2)^2 - m^2 c^2} \bar{v}(2) \not{p}_2 (\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc) \not{p}_1 u(1) \quad (131-7)$$

و آنها با هم جمع می‌شوند:

$$M = M_1 + M_2 \quad (132-7)$$

اگر ذرات اولیه در حال سکون باشند فوتونها «پشت به پشت هم» خارج می‌شوند و محور  $z$  را منطبق بر راستای حرکت فوتونها انتخاب می‌کنیم؛ پس:

$$\begin{aligned} p_1 &= mc(1, 0, 0, 0), & p_2 &= mc(1, 0, 0, 0) \\ p_3 &= mc(1, 0, 0, 1), & p_4 &= mc(1, 0, 0, -1) \end{aligned} \quad (133-7)$$

و بنابراین

$$(p_1 - p_2)^2 - m^2 c^2 = (p_3 - p_4)^2 - m^2 c^2 = -2(mc)^2 \quad (134-7)$$

اگر قاعده ۵' بخش ۷-۷ را به کار ببریم، دامنه تا حدودی ساده می‌شود:

$$\not{p}_1 \not{p}_2 = -\not{p}_2 \not{p}_1 + 2(p_1 \cdot p_2)$$

اما  $\epsilon_2$  فقط مؤلفه‌های فضایی دارد (در پیمانه کولن)، در صورتی که  $p_1$  کاملاً زمانی است، پس  $p_1 \cdot p_2 = 0$  و بنابراین:

$$\not{p}_1 \not{p}_2 = -\not{p}_2 \not{p}_1 \quad (135-7)$$

$$\not{p}_2 \not{p}_3 = -\not{p}_3 \not{p}_2 + 2(p_2 \cdot p_3) \quad \text{همچنین}$$

اما با توجه به شرط لورنتس (۷-۹۰) داریم  $(p_2 \cdot p_3) = 0$ ، به طوری که

$$\not{p}_2 \not{p}_3 = -\not{p}_3 \not{p}_2 \quad (136-7)$$

$$(\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc) \not{p}_2 u(1) = \not{p}_2 (-\not{p}_1 + \not{p}_2 + mc) u(1) \quad \text{در نتیجه}$$

اما چون  $u(1)$  در معادله دیراک (۷-۳۴) صدق می‌کند،  $(p_1 - mc)u(1) = 0$ ، پس

$$(\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc) \not{p}_2 u(1) = \not{p}_2 \not{p}_3 u(1) \quad (137-7)$$

به همین ترتیب داریم:

$$(\phi_1 - \phi_2 + mc)\phi_2 u(1) = \phi_2 \phi_2 u(1) \quad (138-7)$$

با کنار هم قراردادن همه اینها داریم:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_e^2}{2(mc)^2} \bar{v}(2) [\phi_2 \phi_2 \phi_2 + \phi_2 \phi_2 \phi_2] u(1) \quad (139-7)$$

$$\phi_2 = mc(\gamma^0 + \gamma^2) \quad \phi_2 = mc(\gamma^0 - \gamma^2) \quad \text{اینک}$$

پس عبارت داخل کروشه را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$mc[(\phi_2 \phi_2 + \phi_2 \phi_2)\gamma^0 - (\phi_2 \phi_2 - \phi_2 \phi_2)\gamma^2] \quad (140-7)$$

اما

$$\phi = -\epsilon \cdot \gamma = - \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \epsilon \\ -\sigma \cdot \epsilon & 0 \end{pmatrix} \quad (141-7)$$

و بنابراین

$$\begin{aligned} \phi_2 \phi_2 &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \epsilon_2 \\ -\sigma \cdot \epsilon_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma \cdot \epsilon_2 \\ -\sigma \cdot \epsilon_2 & 0 \end{pmatrix} \\ &= - \begin{pmatrix} (\sigma \cdot \epsilon_2)(\sigma \cdot \epsilon_2) & 0 \\ 0 & (\sigma \cdot \epsilon_2)(\sigma \cdot \epsilon_2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (142-7)$$

در فصل ۴ (مسئله ۴-۲۰) به قضیه مفید زیر برخوردیم

$$(\sigma \cdot a)(\sigma \cdot b) = a \cdot b + i\sigma \cdot (a \times b) \quad (143-7)$$

پس نتیجه می‌شود که:

$$(\phi_2 \phi_2 + \phi_2 \phi_2) = -2\epsilon_2 \cdot \epsilon_2 \quad (144-7)$$

که می‌توان آن را مستقیماً از قاعده ۵' به دست آورد) و

$$(\phi_2 \phi_2 - \phi_2 \phi_2) = 2i(\epsilon_2 \times \epsilon_2) \cdot \Sigma \quad (145-7)$$

که در آن مانند قبل  $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$  در نتیجه

$$\mathcal{M} = \frac{g_e^2}{(mc)^2} \bar{v}(2) [\epsilon_2 \cdot \epsilon_2 \gamma^0 + i(\epsilon_2 \times \epsilon_2) \cdot \Sigma \gamma^2] u(1) \quad (146-7)$$

تاکنون چیزی در مورد اسپین الکترون و پوزیترون بیان نشده است. به یاد آورید که ما فقط به حالت تک تابه علاقه مندیم:

$$(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$$

به طور نمادین داریم

$$\mathcal{M}_{\text{تک تابه}} = (\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{M}_{\downarrow\uparrow})/\sqrt{2} \quad (147-7)$$

$\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow}$  از معادله (۱۴۶-۷) با «اسپین بالا» برای الکترون به دست می آید

$$u(1) = \sqrt{2mc} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (148-7)$$

و «اسپین پایین» برای پوزیترون

$$\bar{v}(2) = \sqrt{2mc}(0 \ 0 \ 1 \ 0) \quad (149-7)$$

با استفاده از این اسپینورها به دست می آوریم

$$\bar{v}(2)\gamma^0 u(1) = 0 \quad (150-7)$$

$$\bar{v}(2)\Sigma\gamma^3 u(1) = -2mc\hat{z} \quad (151-7)$$

پس

$$\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} = -2ig_e^2(\epsilon_r \times \epsilon_r)_z \quad (152-7)$$

در ضمن، برای  $\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow}$  داریم

$$u(1) = \sqrt{2mc} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{v}(2) = -\sqrt{2mc}(0 \ 0 \ 0 \ 1) \quad (153-7)$$

که از آنها نتیجه می شود:

$$\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow} = 2ig_e^2(\epsilon_r \times \epsilon_r)_z = -\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} \quad (154-7)$$

پس دامنه برای نابودی جفت ساکن  $e^+e^-$  به دو فوتونی که در راستاهای  $\hat{z} \pm$  خارج می‌شوند، عبارت است از

$$\mathcal{M}_{\text{تک‌تایه}} = -2\sqrt{2} ig_e^2 (\epsilon_3 \times \epsilon_4)_z \quad (155-7)$$

(طبق آنچه که گذشت چون  $\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} = -\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow}$ ، پیکربندی سه‌تایه  $(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$  نتیجه صفر می‌دهد، مشاهده قبلی مان مبنی بر اینکه در مورد سه‌تایه واپاشی دو فوتونی ممنوع است را تایید می‌کند). سرانجام، باید بردارهای قطبش فوتونی مناسب را وارد کنیم. به‌یاد آورید که برای «اسپین بالا»  $(m_s = +1)$  داریم:

$$\epsilon_{\uparrow} = -(1/\sqrt{2})(1, i, 0) \quad (156-7)$$

در صورتی که برای «اسپین پایین»  $(m_s = -1)$  داریم:

$$\epsilon_{\downarrow} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1, -i, 0) \quad (157-7)$$

اگر فوتون در راستای  $z$  حرکت کند، اینها به ترتیب متناظر قطبش دایره‌ای راست و چپ هستند. چون مؤلفه  $z$  تکانه زاویه‌ای کل باید صفر باشد، اسپین فوتونها باید مختلف‌الجهت باشند:  $\uparrow\downarrow$  یا  $\downarrow\uparrow$ . در مورد اول داریم

$$(\uparrow\downarrow): \epsilon_3 = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1, i, 0), \epsilon_4 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1, -i, 0),$$

بنابراین

$$\epsilon_3 \times \epsilon_4 = i\hat{k} \quad (158-7)$$

در مورد دوم جای ۳ و ۴ عوض می‌شود، پس

$$(\downarrow\uparrow): \epsilon_3 \times \epsilon_4 = -i\hat{k} \quad (159-7)$$

بدیهی است که به ترکیب پاد متقارن  $(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$  نیاز داریم، که جای تعجبی ندارد: این حالت متناظر اسپین کل صفر است، درست مانند وقتی که دو ذره با اسپین  $1/2$  در ابتدا با هم ترکیب شده‌بودند. مجدداً، دامنه  $(\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{M}_{\downarrow\uparrow})/\sqrt{2}$  است، با این تفاوت که در اینجا پیکانها بر قطبش فوتون دلالت دارند. پس، سرانجام

$$\mathcal{M}_{\text{تک‌تایه}} = -4g_e^2 \quad (160-7)$$

(مزدوج همیوگ بردارهای قطبش را که تاکنون حذف کرده بودم، بازگردانیده‌ام، این کار علامتها را (۱۵۸-۷) و (۱۵۹-۷) معکوس می‌کند).

برای این جواب به ظاهر ساده، کار زیادی بود. اما با آن چه می‌توانیم بکنیم؟ در اولین قدم می‌توان سطح مقطع کل نابودی الکترون پوزیترون را حساب کرد. در چارچوب مرکز جرم سطح مقطع پراکندگی (نگاه کنید به معادله (۶-۴۲)) عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar c}{\lambda \pi (E_\gamma + E_\gamma)} \right)^2 \frac{|p_f|}{|p_i|} |\mathcal{M}|^2 \quad (161-7)$$

در اینجا

$$E_\gamma = E_\gamma = mc^2, \quad |p_f| = mc \quad (162-7)$$

و چون برخورد غیرنسبیتی است:

$$|p_i| = mv \quad (163-7)$$

که  $v$  سرعت الکترون (یا پوزیترون) فرودی است. (در محاسبه  $\mathcal{M}$  از  $v = 0$  استفاده کردیم، اما بدیهی است که نمی‌توان از اینجا این کار را انجام داد. آیا یک ناسازگاری وجود دارد؟ در واقع خیر. این طور تصور کنید که  $\mathcal{M}$  (و همین طور  $E_\gamma$ ،  $E_\gamma$  را  $|p_f|$  و  $|p_i|$ ) را می‌توان بر حسب توانهای  $\frac{v}{c}$  بسط داد. آنچه انجام دادیم، محاسبه جمله اول در هر بسط بوده است). با در نظر گرفتن همه اینها داریم:

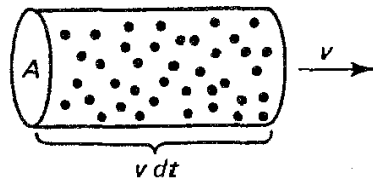
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{cv} \left( \frac{\hbar \alpha}{m} \right)^2 \quad (164-7)$$

چون در این رابطه وابستگی زاویه‌ای وجود ندارد، سطح مقطع کل  $4\pi$  برابر آن است [۶]:

$$\sigma = \frac{4\pi}{cv} \left( \frac{\hbar \alpha}{m} \right)^2 \quad (165-7)$$

سرانجام، می‌خواهیم طول عمر پوزیترون در حالت تک‌تایه را تعیین کنیم، روشن است که این کمیت به سطح مقطع نابودی زوج (۶-۱۶۵) بستگی دارد، اما ارتباط دقیق آن چگونه است؟ به معادله (۶-۱۲) برمی‌گردیم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega} \quad (12-6)$$



شکل ۷-۱۰ تعداد ذرات درون استوانه  $\rho Av$  است، پس تابندگی (تعداد ذرات به ازای واحد سطح در واحد زمان)،  $\rho v$  است.

دیده می شود که تعداد کل پراکندگیها در واحد زمان برابر است با تابندگی ضربدر سطح مقطع:

$$N = \mathcal{L}\sigma \quad (۱۶۶-۷)$$

اگر  $\rho$  تعداد ذرات فرودی به ازای واحد حجم و اگر سرعت حرکت  $v$  باشد، تابندگی (شکل ۷-۱۰) برابر است با

$$\mathcal{L} = \rho v \quad (۱۶۷-۷)$$

برای یک «اتم» تنها، چگالی الکترون  $|\psi(0)|^2$  است و  $N$  احتمال فروپاشی در واحد زمان — یعنی آهنگ واپاشی را نشان می دهد. پس

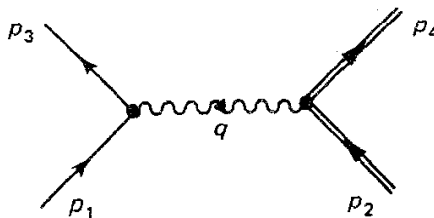
$$\Gamma = v\sigma|\psi(0)|^2 \quad (۱۶۸-۷)$$

معادله های (۷-۱۶۵) و (۷-۱۶۸) فرمولهایی هستند که در فصل ۵ برای تعیین طول عمر پوزیترونیم  $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ ، به کار بردیم [معادله (۵-۸۴)]:

$$\Gamma = \frac{4\pi}{c} \left( \frac{\hbar\alpha}{m} \right)^2 |\psi(0)|^2 \quad (۱۶۹-۷)$$

### ۹-۷ باز بهنجارش

در بخش ۷-۶ پراکندگی «الکترون-موئون» را بررسی کردیم، که در پایین ترین مرتبه با نمودار زیر توصیف می شود





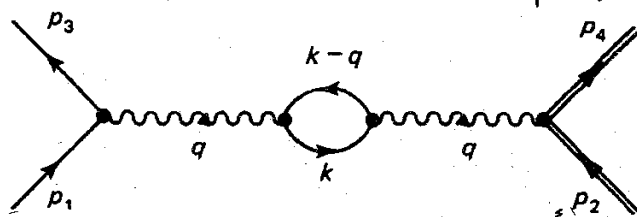
با دامنه متناظر

$$\mathcal{M} = -g_e^2 [\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)] \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{u}(p_2) \gamma^\nu u(p_2)] \quad (170-7)$$

با

$$q = p_1 - p_2 \quad (171-7)$$

تعدادی تصحیح مرتبه چهارم وجود دارد که شاید جالب توجه‌ترین آنها نمودار «قطبش خلاء» باشد



در اینجا فوتون مجازی فوراً به زوج الکترون-پوزیترون تبدیل می‌شود، که به تصحیحی در بار مؤثر الکترون می‌انجامد (همان‌طور که به‌طور کیفی در فصل ۲ دیدیم). حال می‌خواهیم این موضوع را به‌طور کمی نشان دهیم.

دامنه برای این نمودار عبارت است از (مسئله ۷-۸):

$$\mathcal{M} = \frac{-ig_e^2}{q^2} [\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)] \left\{ \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}[\gamma_\mu (\not{k} + mc) \gamma_\nu (\not{q} - \not{k} + mc)]}{(k^2 - m^2 c^2)((q-k)^2 - m^2 c^2)} \right\} [\bar{u}(p_2) \gamma^\nu u(p_2)] \quad (172-7)$$

وارد کردن آن برای تصحیح انتشارگر فوتون است:

$$\frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} - \frac{i}{q^2} \bar{I}_{\mu\nu} \quad (173-7)$$

که در آن [با مقایسه (۱۷۰-۷) و (۱۷۲-۷)]:

$$\bar{I}_{\mu\nu} = -g_e^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}[\gamma_\mu (\not{k} + mc) \gamma_\nu (\not{q} - \not{k} + mc)]}{(k^2 - m^2 c^2)((q-k)^2 - m^2 c^2)} \quad (174-7)$$

متأسفانه، این انتگرال واگراست. به‌صورت خام، این انتگرال باید به‌صورت زیر باشد.

$$\int |k|^2 d|k| \frac{|k|^2}{|k|^4} = \int |k| dk = |k|^2, \quad |k| \rightarrow \infty \quad \text{وقتی} \quad (175-7)$$

(یعنی باید به صورت «مربعی واگرا» باشد). در واقع، به دلیل حذف شدن‌ها در جبر، فقط شبیه  $\ln|k|$  رفتار می‌کند (یعنی به صورت «لگاریتمی واگراست»). اما این مهم نیست به هر صورت بینهایت می‌شود. در فصل ۶ با مسئله مشابهی مواجه شدیم؛ به نظر می‌رسد که مشخصه نمودارهای حلقه بسته در حساب فاینمن باشد. یک بار دیگر، راهبرد ما جذب بینهایتها در جرمها و ثابتهای جفت‌شدگی «باز بهنجار شده» است.

انتگرال (۱۷۴-۷) حاوی دو شاخص فضا-زمان است، ابتدا روی  $k$  انتگرال می‌گیریم، تنها چاربرداری که باقی می‌ماند  $q^\mu$  است، بنابراین  $I_{\mu\nu}$  باید به شکل کلی  $( ) + q_\mu q_\nu ( )$  باشد، که در آن پرانتزها شامل توابعی از  $q^2$  هستند. پس آن را به شکل زیر می‌نویسیم [۷]:

$$I_{\mu\nu} = -ig_{\mu\nu}q^2 I(q^2) + q_\mu q_\nu J(q^2) \quad (176-7)$$

جمله دوم سهمی در  $\mathcal{M}$  ندارد، زیرا  $q_\mu$  در معادله (۱۷۲-۷) با  $\gamma^\mu$  ادغام می‌شود و می‌دهد:

$$[\bar{u}(p_2)\not{q}u(p_1)] = \bar{u}(p_2)(\not{p}_1 - \not{p}_2)u(p_1)$$

در حالی که از معادله (۹۴-۷)

$$\not{p}_1 u(p_1) = mc, \quad \bar{u}(p_2)\not{p}_2 = \not{p}_2 u(p_2)mc$$

و بنابراین

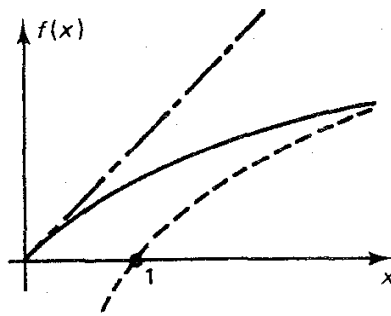
$$[\bar{u}(p_2)\not{q}u(p_1)] = 0 \quad (177-7)$$

پس جمله دوم در معادله (۱۷۶-۷) را فراموش می‌کنیم. برای جمله اول، عملیات مناسب روی انتگرال (۱۷۴-۷) آن را به شکل زیر درمی‌آورد (مسئله ۳۹-۷)

$$I(q^2) = \frac{g_e^2}{12\pi^2} \left\{ \int_{m^2}^{\infty} \frac{dx}{x} - 6 \int_0^1 z(1-z) \ln \left( 1 - \frac{q^2}{m^2 c^2} z(1-z) \right) dz \right\} \quad (178-7)$$

بدیهی است که انتگرال اول دیورژانس لگاریتمی را جدا می‌کند. برای کار با آن، موقتاً یک  $M$  قطع را به آن تحمیل می‌کنیم ( $M$  را با جرم موئون اشتباه نکنید)، که در آخر محاسبات آن را به بینهایت می‌بریم:

$$\int_{m^2}^{\infty} \frac{dx}{x} \rightarrow \int_{m^2}^{M^2} \frac{dx}{x} = \ln \frac{M^2}{m^2} \quad (179-7)$$



شکل ۱۱-۷ نمودار  $f(x)$  [معادله (۱۸۰-۷)]. خط پرتیجه عددی است، خط چین پایین  $\ln x$  [تقریب  $f(x)$  در  $x$  بزرگ] است؛ خط-نقطه بالا  $x/5$  [تقریب  $f(x)$  در  $x$  کوچک] است.

انتگرال دوم:

$$f(x) \equiv 6 \int_0^1 z(1-z) \ln(1+xz(1-z)) dz \quad (180-7)$$

کاملاً متناهی است. ناراحت‌کننده است که باید آن را به این صورت رها کنیم و نمی‌توان آن را به توابع ابتدایی تقلیل داد. با این حال، ارزیابی آن به صورت عددی آسان است (شکل ۱۱-۷)، عبارتهای جدی برای  $x$  های کوچک و بزرگ ساده‌اند:

$$f(x) \cong \begin{cases} x/5 & (x \ll 1) \\ \ln x & (x \gg 1) \end{cases} \quad (181-7)$$

در هر حال داریم:

$$I(q^2) = \frac{g_e^2}{12\pi^2} \left\{ \ln \left( \frac{M^2}{m^2} \right) - f \left( \frac{-q^2}{m^2 c^2} \right) \right\} \quad (182-7)$$

توجه کنید که  $q^2$  در اینجا منفی است. اگر سه تکانه الکترون فرودی در  $CM$ ،  $\mathbf{p}$  و زاویه پراکندگی  $\theta$  باشد، آن‌گاه (مسئله ۷-۴۰)

$$q^2 = -4\mathbf{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (183-7)$$

پس  $\frac{-q^2}{m^2 c^2} \sim \frac{v^2}{c^2}$  و حالت‌های حدی در معادله (۱۸۱-۷) به ترتیب متناظر با پراکندگی غیر نسبیتی و فرا نسبیتی‌اند.

بنابراین دامنه برای پراکندگی الکترون-موئون شامل قطبش خلأ عبارت است از:

$$\mathcal{M} = -g_e^\nu [\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)] \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \left\{ 1 - \frac{g_e^2}{12\pi^2} \left[ \ln \left( \frac{M^2}{m^2} \right) - f \left( \frac{-q^2}{m^2 c^2} \right) \right] \right\} \\ \times [\bar{u}(p_2) \gamma^\nu u(p_2)] \quad (184-7)$$

اکنون نوبت گام بحرانی است، که در آن با معرفی ثابت جفت‌شدگی باز بهنجار شده

$$g_R \equiv g_e \sqrt{1 - \frac{g_e^2}{12\pi^2} \ln \left( \frac{M^2}{m^2} \right)} \quad (185-7)$$

بینهایت را (که اکنون در نقطه قطع  $M$  است) حذف می‌کنیم. با بازنویسی (۱۸۴-۷) برحسب  $g_R$  داریم

$$\mathcal{M} = -g_R^\nu [\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)] \frac{g_{\mu\nu}}{g^2} \left\{ 1 + \frac{g_R^2}{12\pi^2} f \left( \frac{-q^2}{m^2 c^2} \right) \right\} [\bar{u}(p_2) \gamma^\nu u(p_2)] \quad (186-7)$$

[معادله (۱۸۴-۷) فقط تا مرتبه  $g_e^2$  معتبر است، بنابراین مهم نیست که در داخل آکولاد از  $g_e$  استفاده کنیم یا  $g_R$ ]. به دو نکته مهم در مورد این نتیجه باید توجه داشت:

۱. بینهایتها از بین رفته‌اند: در معادله (۱۸۶-۷) هیچ  $M$  وجود ندارد. تمام مراجع برش  $M$  در ثابت جفت‌شدگی جذب شده‌اند. به‌طور قطع، همه چیز اکنون به جای  $g_e$  برحسب  $g_R$  نوشته شده است. اما نکته مهم آن است که آنچه واقعاً در آزمایشگاه اندازه‌گیری می‌کنیم  $g_R$  است نه  $g_e$  (در یکاهای هویساید-لورنتس،  $g$  بار الکترون - یا موئون - است و آن را همانند ثابت جاذبه یا دافعه بین دو ذره از این نوع به‌طور تجربی تعیین می‌کنیم). اگر، در تحلیل نظری فقط به نمودارهای «سطح درختی» (پایین‌ترین مرتبه) نگاه کنیم، به این نتیجه می‌رسیم که بار فیزیکی همان ثابت جفت‌شدگی «برهنه»  $g_e$  است. اما به محض آنکه اثرات مراتب بالاتر را وارد کنیم درمی‌یابیم که این کمیت واقعاً  $g_R$  است نه  $g_e$ ، که متناظر با بار الکتریکی اندازه‌گیری شده است. آیا این بدان معنی است که نتایج قبلی ما همه غلط است؟ خیر. معنی آن این است که با تعبیر ساده  $g_e$  به‌عنوان بار الکتریکی فیزیکی ندانسته بخش واگرای نمودارهای مرتبه بالاتر را به حساب آورده‌ایم.

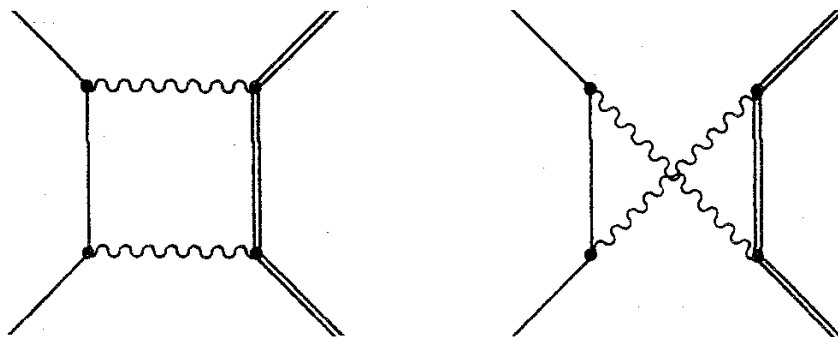
۲. می‌ماند جمله تصحیح متناهی، که در آن نکته مهمی که باید به آن توجه شود وابستگی آن به  $q^2$  است. می‌توان آن را نیز در ثابت جفت‌شدگی ادغام کرد، اما اکنون «ثابت» تابعی از  $q^2$  است و آن را ثابت جفت‌شدگی «متغیر» می‌نامیم:

$$g_R(q^2) = g_R^{(0)} \sqrt{1 + \frac{g_R^{(0)2}}{12\pi^2} f \left( \frac{-q^2}{m^2 c^2} \right)} \quad (187-7)$$

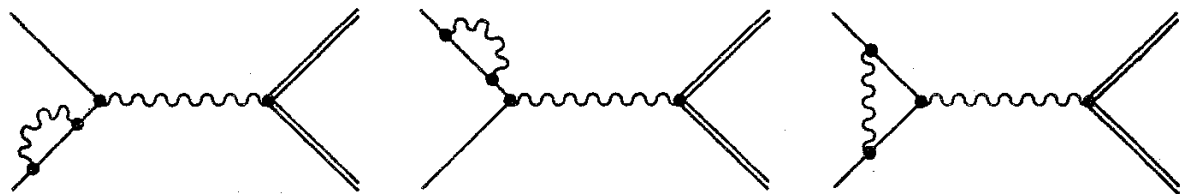
یا، برحسب «ثابت» ساختار ریز ( $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$ ):

$$\alpha(q^2) = \alpha^{(0)} \left\{ 1 + \frac{\alpha^{(0)}}{3\pi} f \left( \frac{-q^2}{m^2 c^2} \right) \right\} \quad (188-7)$$

پس بار مؤثر الکترون (و موئون) سه تکانه انتقالی در برخورد بستگی دارد. انتقال تکانه بیشتر به معنی نزدیکی بیشتر است، پس به بیان دیگر، بار مؤثر هر ذره به فاصله آنها از یکدیگر بستگی دارد. این یک پیامد قطبش خلا است که هر بار را «استتار می‌کند». اکنون فرمول صریحی برای آنچه در فصل ۲ توصیفی کاملاً کیفی بود داریم. چگونه میلیکان و رادرفورد یا حتی کولن هرگز متوجه این اثر نشدند؟ اگر بار الکترون ثابت نیست، چرا همه چیز را از الکترونیک تا شیمی به هم نمی‌زند؟ پاسخ آن است که در حالت‌های غیرنسبیتی، تغییرات بینهایت جزئی است. حتی در برخورد رودر رود در  $\frac{1}{137}$ ، جمله تصحیحی در معادله (۱۸۸-۷) فقط حدود  $6 \times 10^{-6}$  است (مسئله ۷-۴۱). بنابراین، برای بیشتر مقاصد مثلاً  $\alpha^{(0)} = \frac{1}{137}$  به اندازه کافی خوب است. با وجود این، جمله دوم در (۱۸۸-۷) مثلاً در جابه‌جایی لمب سهمی قابل آشکارسازی دارد [۸] به علاوه، در کرومودینامیک کوانتومی با همین مسئله رو به رو می‌شویم که در آن (به واسطه محبوس بودن کوارکها) به محدوده نسبیتی و فاصله‌های کوتاه علاقه‌مندیم. توجه ما به فرایند مرتبه چهارم بخصوص (قطبش خلا) معطوف بوده است، اما البته فرایندهای دیگری نیز وجود دارد. مانند «نمودارهای نردبانی»:

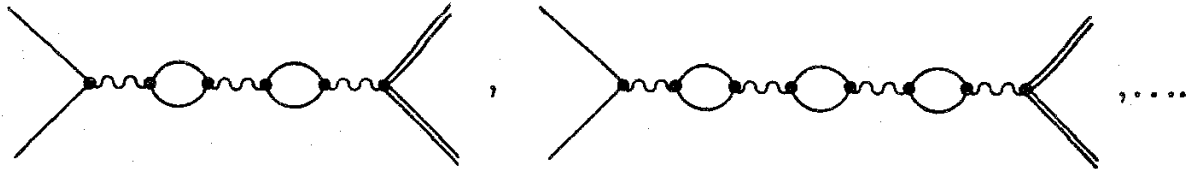


این نمودارها متناهی‌اند و مسئله خاصی را به وجود نمی‌آورند. اما سه نمودار واگرا نیز وجود دارد:



(و البته سه‌تای دیگر که در آنها فوتون مجازی خارجی با موئون جفت می‌شود). دوتای اول جرم الکترون را باز بهنجار می‌کنند؛ و سومی گشتاور مغناطیسی را اصلاح می‌کند. به علاوه، هر سه نمودار اگر جداگانه در نظر گرفته شوند، در باز بهنجارش بار الکترون سهیم‌اند. خوشبختانه، سهمهای اخیر یکدیگر را حذف می‌کنند، پس معادله (۱۸۵-۷) معتبر باقی می‌ماند. (گفتم «خوشبختانه» زیرا

این تصحیحات به جرم ذره‌ای که خط فوتون مجازی به آن متصل شده بستگی دارد و اگر آنها یکدیگر را حذف نمی‌کردند، باز بهنجارش متفاوتی برای موئون و الکترون داشتیم. اتحاد واژد (نامی رسمی برای این حذف شدن) برابری بارهای الکتریکی، بدون توجه به جرم حالت‌های آنها را تضمین می‌کند)\*. و سپس، حتی نمودارهای مرتبه بالاتری نظیر:



نیز وجود دارند. اینها جمله‌های بیشتری از مرتبه  $\alpha^2$ ،  $\alpha^3$  و نظایر آن را در معادله (۷-۱۸۸) وارد می‌کنند، اما، در اینجا موضوع را دنبال نمی‌کنیم، زیرا اکنون ایده‌های اساسی را در اختیار داریم.

## مراجع و یادداشتهای

1. J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics and Relativistic Quantum Fields* (New York: McGraw-Hill, 1964).

۲. مثلاً نگاه کنید به فصل ۲ مرجع ۱.

۳. بخش ۲-۳ مرجع ۱. در واقع علامت در معادله (۷-۶۱) کاملاً قراردادی است؛ یعنی می‌توان  $\psi' = -\gamma^0 \psi$  را نیز به‌کار برد.

۴. نگاه کنید به بخش (۶-۵) کتاب

J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1975).

5. A. Paris, *Inward Bound* (New York: Oxford, 1986) p. 375.

۶. برای به‌دست آوردن بهتر معادله (۷-۱۶۵) نگاه کنید به بخش ۶-۱۲ کتاب

J.M. Jauch and F. Rohrlich, *The Theory of photons and Electronics*, 2d Ed. (New York: Springer-Verlag, 1975).

۷. نمادگذاری من از

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons*, (New York: Wiley, 1984), chap 7,

\* البته، نمی‌توان مانند الکترون در معادله (۷-۱۷۲)، حباب موئونی را روی خط فوتون قرار داد. اما این کار بار موئون و الکترون (و از این لحاظ تاو و کوارکها) را به همین مقدار اصلاح می‌کند. واژد کردن الکترون تصحیح غالب است. زیرا سبک‌ترین ذره است.

و فصل ۸ مرجع ۱ (Bjorken and Drell) پیروی می‌کند. برای بحث بیشتر خواننده باید به این کتابها یا کتاب ساکورایی (مرجع ۶) رجوع کند.

۸. برای مثال نگاه کنید به بخش ۷-۳، مرجع ۷ (Halzen and Martin).

### مسائل

۷-۱ نشان دهید که  $\frac{\partial \phi}{\partial x^\mu}$  یک چاربردار همورد است ( $\phi$  یک تابع نرده‌ای از  $x, y, z$  و  $t$  است). [راهنمایی: ابتدا از (۷-۳)] تعیین کنید که چگونه چاربردارهای هموردا تبدیل می‌شوند؛ سپس با استفاده از  $\partial \phi / \partial x^{\mu'} = (\partial \phi / \partial x^\nu) (\partial x^\nu / \partial x^{\mu'})$  چگونگی تبدیل  $\partial \phi / \partial x^{\mu'}$  را بیابید.

۷-۲ نشان دهید معادله (۷-۱۷) در معادله (۷-۱۵) صدق می‌کند.

۷-۳ با استفاده از معادله‌های (۷-۴۴)، (۷-۴۶) و (۷-۴۷) را به دست آورید.

۷-۴ نشان دهید  $u^{(1)}$  و  $u^{(2)}$  [در معادله (۷-۴۶)] متعامدند، به این معنی که  $u^{(1)\dagger} u^{(2)} = 0$ . به همین ترتیب نشان دهید  $u^{(2)}$  و  $u^{(4)}$  نیز متعامدند. آیا  $u^{(1)}$  و  $u^{(2)}$  متعامدند؟

۷-۵ نشان دهید برای  $u^{(1)}$  و  $u^{(2)}$  [معادله (۷-۴۶)] در حد غیرنسبیتی مؤلفه‌های پایین ( $u_B$ ) به اندازه عامل  $v/c$  از مؤلفه‌های بالای ( $u_A$ ) کوچک‌ترند. [هنگامی که با تقریبهای غیرنسبیتی کار می‌کنیم، این مشاهده موضوعها را ساده می‌کند.  $u_A$  را مؤلفه‌های «بزرگ» و  $u_B$  را مؤلفه‌های «کوچک» در نظر می‌گیریم. برای  $u^{(2)}$  و  $u^{(4)}$  قاعده برعکس می‌شود.) به عکس در حد نسبیتی  $u_B$  و  $u_A$  اندازه‌های قابل مقایسه‌ای دارند.]

۷-۶ اگر محور  $z$  در راستای حرکت باشد، نشان دهید معادله (۷-۴۶) به

$$u^{(1)} = \begin{pmatrix} \sqrt{(E + mc^2)/c} \\ \cdot \\ \sqrt{(E - mc^2)/c} \\ \cdot \end{pmatrix}, \dots$$

تحویل می‌یابد. نشان دهید که اینها ویژه اسپینورهای  $S_z$  هستند و ویژه مقادیرها را بیابید. ۷-۷ اسپینورهای بهنجار  $u^{(+)}$  و  $u^{(-)}$  را که نشانگر الکترونی با تکانه  $\mathbf{p}$  و هلیسیتیته  $\pm 1$  را تدوین کنید. [یعنی  $u$ هایی را بیابید که در معادله (۷-۳۴) با  $E$  مثبت صدق کنند و ویژه اسپینورهای عملگر هلیسیتیته  $(\hat{p} \cdot \Sigma)$  با ویژه مقادیرهای  $\pm 1$  باشند.]

$$u^{(\pm)} = N \begin{pmatrix} u_A \\ \pm c|\mathbf{p}| \\ (E + mc^2)u_A \end{pmatrix}, \quad \text{حل:}$$

$$\left[ u_A = \begin{pmatrix} p_z \pm |\mathbf{p}| \\ p_x + ip_y \end{pmatrix} \right] \quad \text{و} \quad N^2 = \frac{(E + mc^2)}{2|\mathbf{p}|c(|\mathbf{p}| \pm p_z)} \quad \text{که در آن}$$

۸-۷ [هدف از این مسئله آن است که نشان دهیم ذراتی که با معادله دیراک توصیف می‌شوند، علاوه بر تکانه زاویه‌ای مداری ( $\mathbf{L}$ )، حامل تکانه زاویه‌ای ذاتی ( $\mathbf{S}$ ) نیز هستند که هیچ یک از آنها به طور جداگانه پایسته نیستند ولی جمع آنها پایسته است.]

(الف) هامیلتونی  $H$  را برای معادله دیراک بنویسید. [راهنمایی: معادله (۷-۱۹) را برای  $p^0/c$

حل کنید. پاسخ:  $H = c\gamma^0(\gamma \cdot \mathbf{p} + mc)$ ، که در آن  $\mathbf{p} \equiv (\hbar/i)\nabla$  عملگر تکانه است.]

(ب) جابه‌جایی  $H$  را با تکانه زاویه‌ای مداری  $\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  بیابید. [پاسخ:  $[H, \mathbf{L}]$

$$[-i\hbar c\gamma^0(\gamma \times \mathbf{p})]$$

چون  $[H, \mathbf{L}]$  صفر نیست،  $\mathbf{L}$  به تنهایی پایسته نیست. بدیهی است که شکل دیگری از تکانه زاویه‌ای در اینجا پنهان مانده است. «تکانه زاویه‌ای اسپینی»  $\mathbf{S}$  را که با معادله (۷-۴۸) تعریف می‌شود را وارد کنید.

(ج) جابه‌جاگر  $H$  را به تکانه زاویه‌ای اسپینی،  $\mathbf{S} \equiv (\hbar/2)\Sigma$  بیابید. [پاسخ:  $[H, \mathbf{S}]$

$$[i\hbar c\gamma^0(\gamma \times \mathbf{p})]$$

از این قسمت نتیجه می‌شود که تکانه زاویه‌ای کل،  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  پایسته است.

(د) نشان دهید هر دو اسپینوری ویژه حالت  $\mathbf{S}^2$  با ویژه مقدار  $\hbar^2 s(s+1)$  است و  $s$  را بیابید.

اسپین ذره‌ای که با معادله دیراک توصیف می‌شود چقدر است؟

۹-۷ عملگر همیوگی بار ( $C$ ) اسپینور دیراک  $\psi$  را به اسپینور «همیوگی بار»  $\psi_c$  که با  $\psi_c = i\gamma^2\psi^*$  داده می‌شود تبدیل می‌کند. [نگاه کنید به بخش ۴-۵، مرجع ۷، هالزن و مارتین.] همیوگی بار  $u^{(1)}$  و  $u^{(2)}$  را بیابید و با  $v^{(1)}$  و  $v^{(2)}$  مقایسه نمایید.

۱۰-۷ در رفتن از معادله (۷-۱۸) به (۷-۱۹)، ما (به دلخواه) تصمیم گرفتیم که با عاملی که حاوی علامت منفی است کار کنیم. اگر  $\gamma^\mu p_\mu + mc = 0$  را جایگزین (۷-۱۹) کنیم، چه تغییراتی در بخش ۷-۲ رخ می‌دهد؟

۱۱-۷ (الف) با شروع از معادله (۷-۵۳)،  $S^\dagger S$  را محاسبه و معادله (۷-۵۷) را تأیید کنید.

(ب) نشان دهید  $S^\dagger \gamma^0 S = \gamma^0$ .

۱۲-۷ نشان دهید  $\bar{\psi}\gamma^5\psi$  [معادله (۷-۶۳)] تحت معادله (۷-۵۲) ناورد است.



۱۳-۷ نشان دهید اسپینورهای الحاقی  $\bar{u}^{(1,2)}$  و  $\bar{v}^{(1,2)}$  در معادله‌های

$$\bar{u}(\gamma^\mu p_\mu - mc) = 0, \quad \bar{v}(\gamma^\mu p_\mu + mc) = 0$$

صدق می‌کنند [راهنمایی: همیوگ ترانهاده معادله‌های (۳۴-۷) و (۵۱-۷) را بگیرید و از طرف راست در  $\gamma^0$  ضرب کنید و نشان دهید  $\gamma^0 \gamma^\mu = (\gamma^\mu)^\dagger \gamma^0$ ].

۱۴-۷ نشان دهید اگر شرط بهنجارش (۴۴-۷) برحسب اسپینورهای الحاقی نوشته شوند داریم:

$$\bar{u}u = -\bar{v}v = 2mc$$

۱۵-۷ نشان دهید  $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$  یک چاربردار است، این کار را با تأیید اینکه مؤلفه‌های آن طبق قاعده تبدیل لورنتس (۷-۳) تبدیل می‌یابند انجام دهید. بررسی کنید که تحت عملکرد پارته این کمیت همانند بردار (قطبی) تبدیل می‌یابد (یعنی مؤلفه «زمانی» ناورد است، در صورتی که مؤلفه‌های «فضایی» تغییر علامت می‌دهند).

۱۶-۷ نشان دهید اسپینورهای نشانگر الکترون در حال سکون [معادله (۳۰-۷)] ویژه حالت‌های عملگر پارته،  $P$  هستند. پارته ذاتی آنها چیست؟ در مورد پوزیترون چه؟ اگر قرارداد علامت را در معادله (۶۱-۷) تغییر دهید چه می‌شود (نگاه کنید به مرجع ۳)؟ [توجه کنید که هر چند پارته مطلق ذره با اسپین  $\frac{1}{2}$  از جهانی دلخواه است، اما اینکه ذرات و پاد ذرات پارته مخالف داشته باشند، دلخواه نیست].

۱۷-۷ (الف)  $\gamma^\mu \gamma^\nu$  را به صورت ترکیبی خطی از  $1, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^\nu, \gamma^\mu \gamma^\nu$  و  $\sigma^{\mu\nu}$  بیان کنید.  
(ب) ماتریسهای  $\sigma^{12}, \sigma^{13}, \sigma^{23}$  [معادله (۶۹-۷)] را تشکیل دهید و آنها را به  $\Sigma^1, \Sigma^2$  و  $\Sigma^3$  [معادله (۴۸-۷)] ربط دهید.

۱۸-۷ (الف) معادله‌های (۷۰-۷) و (iv) از معادله (۷۳-۷) به دست آورید.

(ب) از معادله (۷۳-۷) معادله (۷۴-۷) را ثابت کنید.

۱۹-۷ نشان دهید معادله پیوستگی (۷۴-۷) پایستگی بار را اعمال می‌کند. [اگر چگونگی کار را نمی‌دانید، به یک کتاب الکترو دینامیک مراجعه کنید].

۲۰-۷ نشان دهید در فضای آزاد [معادله (۱۸۵-۷)] در انتخاب  $A^0 = 0$  آزادیم. [یعنی برای پتانسیل  $A^\mu$  مفروض که در این قید صدق نمی‌کند، تابع پیمانه‌ای  $\lambda$  را بیابید که با معادله (۸۴-۷) سازگار باشد، به طوری که  $A'_\mu$  در معادله (۸۱-۷) صفر باشد].

۲۱-۷ فرض کنید تبدیل پیمانه‌ای (۸۱-۷) را برای پتانسیل موج تخت (۸۸-۷) به کار ببریم. از تابع پیمانه‌ای

$$\lambda = i\hbar\kappa a e^{-(i/\hbar)p \cdot x}$$

که در آن  $\kappa$  ثابتی دلخواه و  $p$  چار تکانه فوتون است.

(الف) نشان دهید این  $\lambda$  در معادله (۷-۸۴) صدق می‌کند.

(ب) نشان دهید اثر این تبدیل پیمانه‌ای اثر تعدیل  $\epsilon^\mu \rightarrow \epsilon^\mu + \kappa p^\mu$  را دارد. [به‌خصوص

اگر انتخاب کنیم  $\kappa = -\epsilon^0/p^0$  بردار قطبش پیمانه کولن را به‌دست می‌آوریم (۷-۹۱). این مشاهده به آزمون ساده زیبایی برای نوردایی پیمانه‌ای نتایج QED می‌انجامد: با جایگزینی  $\epsilon^\mu$  با  $\epsilon^\mu + \kappa p^\mu$  جواب نباید تغییر کند.

۲۲-۷ از  $u^{(1)}, u^{(2)}$  (۷-۴۶) و  $v^{(1)}, v^{(2)}$  (۷-۵۰) استفاده کنید و رابطه‌های کمال (۷-۹۷) را ثابت کنید. [توجه کنید که ضرب ماتریسی «به‌طرف عقب» است:  $u\bar{u}$  یک ماتریس  $4 \times 4$  است که با  $(u\bar{u})_{ij} \equiv u_i\bar{u}_j$  تعریف می‌شود.]

۲۳-۷ از  $\epsilon_{(1)}$  و  $\epsilon_{(2)}$  استفاده کنید و رابطه کمال (۷-۱۰۳) را تأیید کنید.

۲۴-۷ دامنه پراکندگی الکترون-موتون (۷-۱۰۴) را در دستگاه  $CM$  حساب کنید. فرض کنید  $e$  و  $\mu$  در راستای  $z$  به یکدیگر نزدیک می‌شوند، یکدیگر را دفع می‌کنند و در راستای محور  $z$  به عقب برمی‌گردند. همچنین فرض کنید که ذرات اولیه و نهایی دارای هلیسیته  $+1$  هستند. [پاسخ:  $\mathcal{M} = -2g_e^2$ ]

۲۵-۷ دامنه کل [مشابه با معادله (۷-۱۰۴) یا (۷-۱۰۵) یا (۷-۱۰۸) یا (۷-۱۱۰) به‌علاوه (۷-۱۱۱) را برای نابودی زوج  $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$  تعیین کنید.

۲۶-۷ شگرد کازیمیر (۷-۱۲۳) را برای پاد ذرات:

$$\sum_{\text{تمام اسپینها}} [\bar{v}(a)\Gamma_1 v(b)][\bar{v}(a)\Gamma_2 v(b)]^*$$

و برای موارد «آمیخته» به‌دست آورید

$$\sum_{\text{همه اسپینها}} [\bar{u}(a)\Gamma_1 v(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^*, \quad \sum_{\text{همه اسپینها}} [\bar{v}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{v}(a)\Gamma_2 u(b)]^*$$

۲۷-۷ (الف) نشان دهید  $\gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\mu$  برای  $\nu = 0, 1, 2, 3$

(ب) اگر  $\Gamma$  هر حاصلضربی از ماتریسهای  $\gamma$  باشد ( $\Gamma = \gamma_a \gamma_b \dots \gamma_c$ ) نشان دهید که  $\bar{\Gamma}$

[معادله (۷-۱۱۷)] همان حاصلضرب با ترتیب معکوس است،  $\bar{\Gamma} = \gamma_c \dots \gamma_b \gamma_a$ .

۲۸-۷ با به‌کار بردن شگرد کازیمیر عبارتی مشابه معادله (۷-۱۲۴) برای پراکندگی کامپتون بیابید.

دقت کنید که در اینجا چهار جمله وجود دارد:

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_1|^2 + |\mathcal{M}_2|^2 + |\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* + \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2|$$

۲۹-۷ (الف) قضیه‌های رد ۱، ۲ و ۳ بخش ۷-۷ را ثابت کنید.

(ب) معادله ۴ را ثابت کنید.

(ج) با استفاده از رابطه پاد جابه‌جایی ۵، ۵' را ثابت کنید.

۳۰-۷ (الف) از رابطه پاد جابه‌جایی ۵ استفاده کنید و قضیه‌های انقباض ۶، ۷، ۸ و ۹ را ثابت کنید.

(ب) از ۷، ۷'؛ ۸، ۸'؛ ۹، ۹' را ثابت کنید.

۳۱-۷ (الف) قضیه‌های رد ۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ را تأیید کنید.

(ب) از ۱۲، ۱۲'؛ ۱۳، ۱۳' را ثابت کنید.

۳۲-۷ (الف) قضیه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ را ثابت کنید.

(ب) از ۱۵، ۱۵'؛ ۱۶، ۱۶' را ثابت کنید.

۳۳-۷ (الف) نشان دهید که  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\lambda\tau} = -6\delta_\tau^\sigma$  (جمع روی  $\mu, \nu, \lambda$ ).

(ب) نشان دهید:  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\theta\tau} = -2(\delta_\theta^\lambda \delta_\tau^\sigma - \delta_\tau^\lambda \delta_\theta^\sigma)$ .

(ج) فرمول مشابهی برای  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\phi\theta\tau}$  بیابید.

(د) فرمول مشابهی برای  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\omega\phi\theta\tau}$  بیابید.

$\delta_\nu^\mu$  دلتای کرونکر است: اگر  $\mu = \nu$  و  $\mu \neq \nu$  اگر  $\mu \neq \nu$ . این دلتا را می‌توان برحسب تانسور متریک آمیخته (هموردا/پادوردا) نوشت:  $[\delta_\nu^\mu = g^\mu_\nu = g_\nu^\mu]$ .

۳۴-۷ با شروع از معادله (۷-۱۰۵)، میانگین اسپینی دامنه را برای پراکندگی الکترون-الکترون تعیین کنید [مانند معادله (۷-۱۲۶)]. فرض کنید در انرژی‌های بالا کار می‌کنیم به قسمی که جرم الکترون را نتوان نادیده گرفت (یعنی  $m = 0$ ). [راهنمایی: می‌توانید  $\langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle$  و  $\langle |\mathcal{M}_2|^2 \rangle$  را از معادله (۷-۱۲۶) بگیرید. برای  $\langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle$  از طرحی مانند شگرد کازیمیر استفاده کنید تا به دست آورید:

$$\langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle = \frac{-g_e^f}{4(p_1 - p_3)^2 (p_2 - p_4)^2} \text{Tr}(\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_2 \gamma_\mu \not{p}_3 \gamma_\nu \not{p}_4)$$

سپس برای محاسبه رد قضیه‌های انقباض را به‌کارگیرید. توجه کنید که برای ذرات بدون جرم پایستگی تکانه  $(p_1 + p_2 = p_3 + p_4)$  حاکی از آن است که:  $p_1 \cdot p_2 = p_3 \cdot p_4$ ,  $p_1 \cdot p_3 = p_2 \cdot p_4$  و  $p_1 \cdot p_4 = p_2 \cdot p_3$ .

$$\left[ \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{2g_e^f}{(p_1 \cdot p_3)^2 (p_1 \cdot p_4)^2} [(p_1 \cdot p_2)^2 + (p_1 \cdot p_3)^2 + (p_1 \cdot p_4)^2] \right] \text{ پاسخ}$$

۳۵-۷ (الف) با شروع از معادله (۷-۱۲۶) میانگین اسپینی دامنه را برای پراکندگی الکترون-موئون در چارچوب  $CM$  در محدوده انرژیهای بالا ( $m, M \rightarrow 0$ ) بیابید.

(ب) سطح مقطع دیفرانسیل  $CM$  را برای پراکندگی الکترون-موئون در انرژی بالا بیابید. انرژی الکترون را  $E$  و زاویه پراکندگی را  $\theta$  بگیرید.

$$\left[ \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar c}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{g_e^2}{2E^2} \left( \frac{1 + \cos^2 \theta/2}{\sin^2 \theta/2} \right) \text{ پاسخ} \right]$$

۳۶-۷ (الف) با بهره‌گیری از نتیجه مسئله (۷-۳۴) دامنه میانگین‌گیری شده روی اسپین را برای پراکندگی الکترون-الکترون در  $CM$  در رژیم انرژی-بالا ( $m \rightarrow 0$ ) تعیین کنید.

(ب) سطح مقطع دیفرانسیلی در  $CM$  را برای پراکندگی الکترون-الکترون در انرژی زیاد بیابید.

$$\left[ \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar c}{\lambda\pi} \right)^2 \frac{g_e^2}{2E^2} \left( 1 - \frac{4}{\sin^2 \theta} \right)^2 \text{ پاسخ} \right]$$

پاسخها را با مسئله‌های ۳۵-۷ و ۳۶-۷ مقایسه کنید (نگاه کنید به پانوشت صفحه ۲۹۵).

۳۷-۷ با شروع از معادله (۷-۱۵۵) و  $|M|^2$  را حساب کنید، برای جمع روی قطبشهای فوتون از معادله (۷-۱۰۳) استفاده کنید. سازگاری جواب را با معادله (۷-۱۶۰) بررسی کنید و توضیح دهید چرا این روش به جواب صحیح می‌رسد. [توجه کنید که در اینجا روی تمام قطبشهای فوتونی جمع می‌زنیم، در صورتی که در واقع فوتون باید در پیکربندی تک‌تایه باشد].

۳۸-۷ معادله (۷-۱۷۲) را به دست آورید. برای این‌کار فقط به آخرین قاعده فاینمن نیاز داریم: برای یک حلقه بسته فرمیونی شامل ضریب  $-1$  را وارد کنید و رد بگیرید.

۳۹-۷ معادله (۷-۱۷۸) را به دست آورید. [راهنمایی: از قضایای انتگرال پیوست E کتاب ساکورایی (مرجع ۶) استفاده کنید].

۴۰-۷ معادله (۷-۱۸۳) را به دست آورید.

۴۱-۷ جمله تصحیحی در معادله (۷-۱۸۸) را برای حالت برخورد رو در رو در  $CM$  محاسبه کنید؛ فرض کنید الکترون با سرعت  $\frac{1}{2}c$  حرکت می‌کند.

مسائل ۴۲ تا ۴۴ به مدل زیر مربوطند:

چه می‌شد اگر فوتونی به جای آنکه ذره برداری بی‌جرمی (اسپین ۱) باشد: ذره نرده‌ای سنگین

(اسپین ۰) می‌بود؟ به‌خصوص فرض کنید که عامل رأس  $QED$

می‌بود (که ۱ ماتریس واحد  $4 \times 4$  است) و انتشارگر «فوتون»

$$\frac{-i}{q^2 - (m_\gamma c)^2}$$

بود. در اینجا هیچ بردار قطبش فوتونی وجود ندارد و بنابراین هیچ عاملی برای خط فوتون خارجی وجود ندارد. بجز این مورد، قواعد فاینمن برای  $QED$  بدون تغییر می‌مانند.

۴۲-۷ فرض کنید که این فوتون به قدری سنگین باشد که بتواند واپاشد.

(الف) آهنگ واپاشی را برای  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$  حساب کنید.

(ب) اگر  $m_\gamma = 300 \text{ MeV}/c^2$ ، طول عمر فوتون را برحسب ثانیه بیابید.

۴۳-۷ (الف) دامنه  $\mathcal{M}$  را برای پراکندگی الکترون-موئون در این نظریه بیابید.

(ب) میانگین اسپینی کمیت  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  را حساب کنید.

(ج) سطح مقطع دیفرانسیلی را برای پراکندگی الکترون-موئون در چارچوب  $CM$  تعیین کنید.

فرض انرژی به اندازه‌ای زیاد است که بتوان جرم الکترون و موئون را نادیده گرفت:  $m_e, m_\mu \rightarrow 0$ .

پاسخ را برحسب انرژی الکترون فرودی،  $E$  و زاویه پراکندگی  $\theta$  بیان کنید.

(د) از نتیجه قسمت (ج) استفاده کنید و سطح مقطع کل را حساب کنید، فرض کنید «فوتون»

بسیار سنگین است،  $m_\gamma c^2 \ll E$ .

(ه) به قسمت (ب) برگردید؛ اکنون حالت پراکندگی انرژی-پایین از «موئون» بسیار سنگین

را در نظر بگیرید:  $m_\mu \ll m_\gamma \ll m_e \ll |\mathbf{p}_e|/c$ . سطح مقطع دیفرانسیلی را در چارچوب

آزمایشگاه (موئون در حال سکون) پیدا کنید. فرض کنید موئون به صورت قابل ملاحظه‌ای پس زده

نمی‌شود. با فرمول رادرفورد (مثال ۷-۷) مقایسه کنید و سطح مقطع کل را محاسبه کنید.

۴۴-۷ (الف) دامنه  $\mathcal{M}$  را برای نابودی زوج در این نظریه  $(e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma)$  بیابید.

(ب)  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  را تعیین کنید، فرض کنید انرژی به قدری زیاد است که بتوان جرمهای الکترون

و «فوتون» را نادیده گرفت ( $m_e, m_\gamma \rightarrow 0$ ).

(ج) پاسخ قسمت (ب) را در دستگاه  $CM$  حساب کنید. جواب خود را برحسب انرژی

الکترون فرودی،  $E$  و زاویه پراکندگی  $\theta$  بیان کنید.

(د) سطح مقطع دیفرانسیلی برای نابودی زوج را در دستگاه  $CM$  بیابید. همچنان فرض کنید

$m_e = m_\gamma = 0$ . آیا سطح مقطع کل متناهی است؟

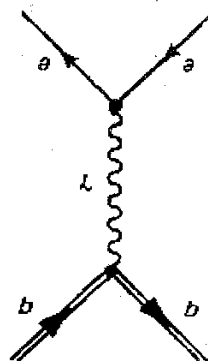


## الکترودینامیک کوارکها و هادرونها

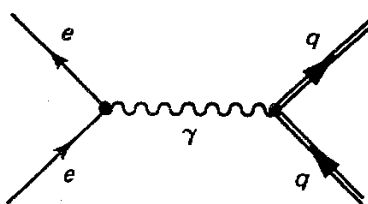
چون برهم کنشهای الکترومغناطیسی کاملاً شناخته شده‌اند، به‌عنوان کاوندهای مفید برای ساختار مزونها و باریونها به‌کار می‌روند. در این فصل دو تا از مهم‌ترین مثالها را بررسی می‌کنیم: تولید هادرونها در پراکندگی  $e^+e^-$  و «پراکندگی ناکشسان عمیق» الکترونها و پروتونها. این دو در تثبیت مدل رنگ/طعم کوارکها اهمیت دارند. از این اطلاعات در فصلهای بعد استفاده نمی‌شود، اما حداقل دو بخش اول باید به دقت مطالعه شوند.

### ۸-۱ برهم کنشهای الکترون-کوارک

آنچه که در فصل ۷ در مورد الکترودینامیک الکترونها و موئونها گفته شده، برای کوارکها نیز به‌کار می‌رود (البته با استفاده از بار مناسب  $\frac{2}{3}e$  یا  $-\frac{1}{3}e$ ). با این همه، با توجه به اینکه کوارکها هرگز به‌صورت آزاد دیده نمی‌شوند وضعیت تجربی پیچیده است، و ناچاریم از رفتار مشاهده شده مزونها و باریونها پی ببریم که از چه اجزائی ساخته شده‌اند. در این فصل به دو مثال مهم می‌پردازیم: تولید هادرونها در پراکندگی الکترون-پوزیترون، که فرایند الکترومغناطیسی زیربنایی آن عبارت است از:



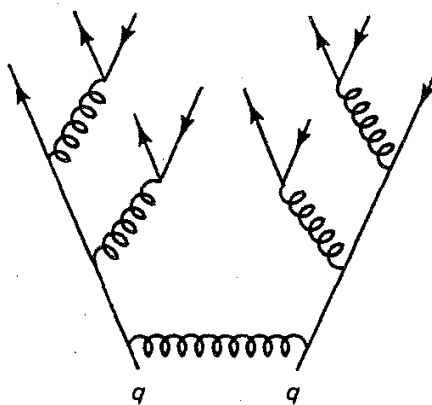
و پراکندگی الکترون-پروتون در انرژیهای بالا («پراکندگی ناکشسان عمیق») که نمودار اصلی آن عبارت است از



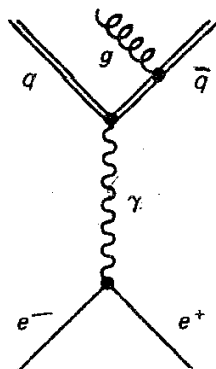
در مورد اول زوج کوارک-پاد کوارک سپس «هادرونیز» می شوند و مزونها و باریونهایی را که مشاهده می کنیم تولید می کنند؛ در مورد اخیر کوارک همراه با کوارکهای «تماشاچی» پروتون را می سازد. ولی، این بخش از مسئله کرومودینامیک است نه الکترو دینامیک؛ و فعلاً فقط به بخش الکترو دینامیکی فرایند علاقه مندیم.

### ۲-۸ تولید هادرون در پراکندگی $e^+e^-$

الکترونها و پوزیترونها در برهم کنشهای قوی شرکت نمی کنند؛ در انرژیهای فعلی تنها راهی که یک برخورد  $e^+e^-$  می تواند ذراتی با برهم کنش قوی تولید کند، از طریق یک فوتون مجازی است: هادرون  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow$  (تا سال ۱۹۸۷ که برخورددهنده خطی در SLAC در انرژیهای به اندازه کافی زیاد برای تولید  $Z^0$  مجازی به کار افتاد، سازوکار غالب برهم کنش ضعیف بود: هارونها  $e^+ + e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow q + \bar{q}$ ). برای یک لحظه کوارکها همانند ذرات آزاد حرکت می کنند، اما هنگامی که به فاصله حدود  $10^{-15}$  متر از هم (قطر هادرون) می رسند، برهم کنش (قوی) آنها به اندازه ای شدید می شود که زوجهای کوارک - پاد کوارک جدیدی - این بار اساساً از لگوتونها، تولید می شوند:

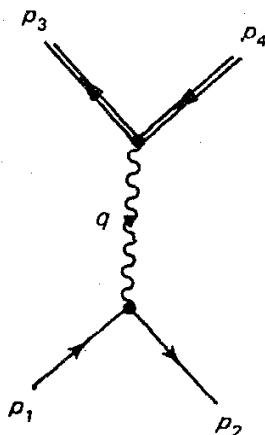


این کوارکها و پادکوارکها، در واقع دوجینهایی از آنها، در یک آزمایش جدید نوعی، در ترکیبهای بی‌شمار برای تشکیل مزونها و باریونهایی که واقعاً به آشکارساز می‌رسند با هم ترکیب می‌شوند. در تمام این بقایا، یک رد پای بی‌چون و چرا در کنار زوج کوارک-پادکوارک اولیه باقی می‌ماند: هادرونها به صورت «جتهای» پشت‌به‌پشت، یکی در راستای کوارک اولیه خارج می‌شود و دیگری راستای پاد کوارک را مشخص می‌کند (شکل ۸-۱). [گاهی یک رویداد سه‌جهتی دیده می‌شود (شکل ۸-۲) که نشان می‌دهد که گلوئون حامل کسر مهمی از انرژی کلی است که در تولید  $q\bar{q}$  اولیه گسیل می‌شود:

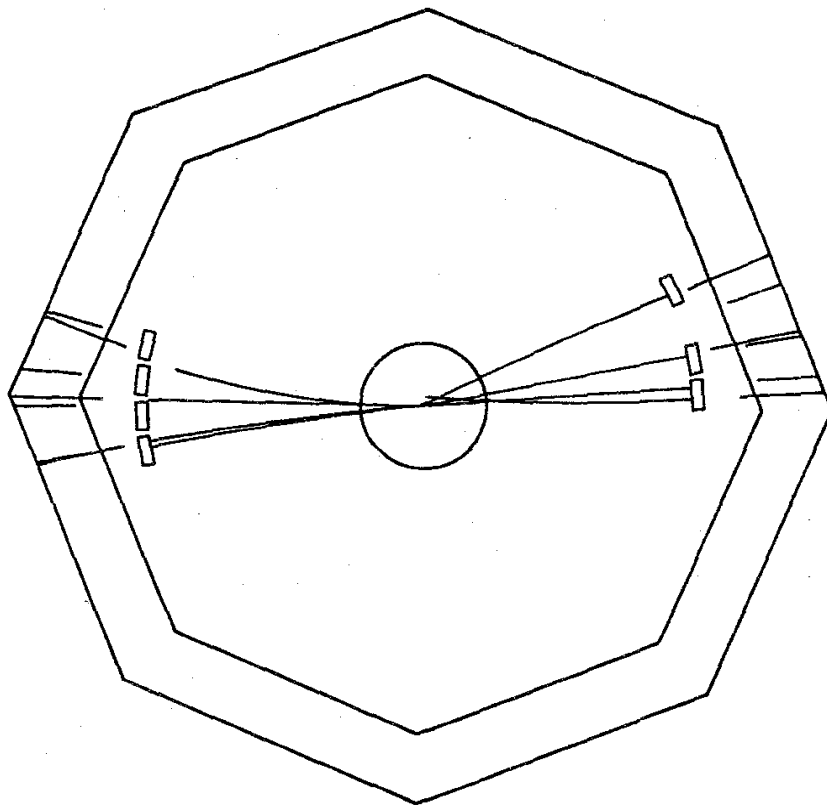


در واقع، مشاهده رویداد سه‌جهتی معمولاً به‌عنوان سراسرترین دلیل وجود گلوئونها در نظر گرفته می‌شود.

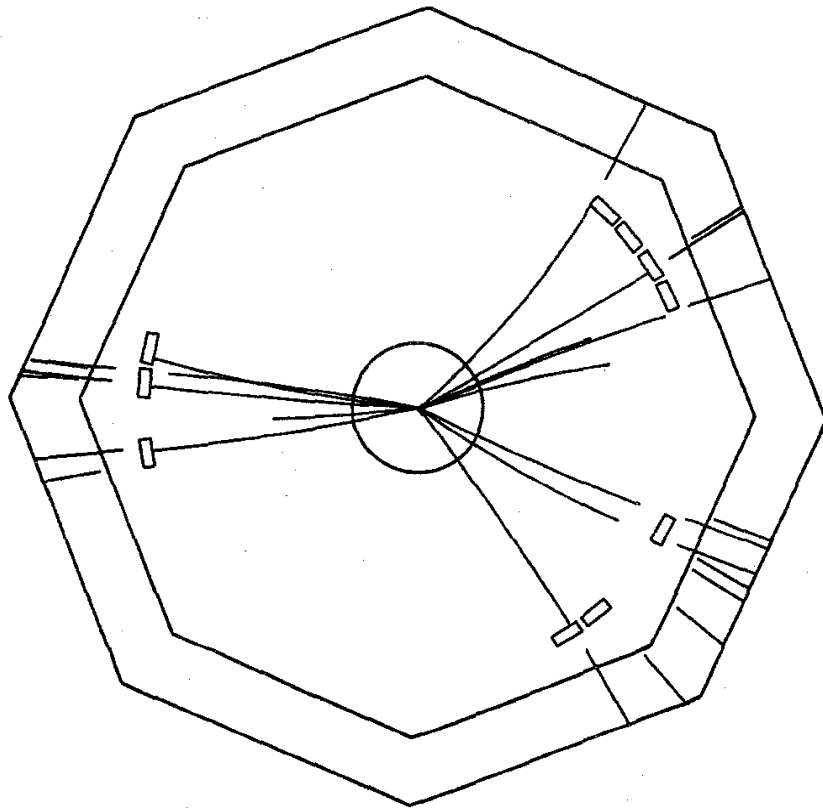
اکنون، اولین مرحله در این فرایند  $QED (e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q + \bar{q})$  معمولی است؛ محاسبات درست مانند مورد مربوط به  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  است:







شکل ۸-۱ یک نمونه از رویداد دو جتی.



شکل ۸-۲ یک رویداد سه جتی.

دامنه عبارت است از:

$$\mathcal{M} = \frac{Qg_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)][\bar{u}(p_2)\gamma_\mu v(p_1)] \quad (1-8)$$

که در آن  $Q$  بار کوآرک، برحسب یکای  $e$  است ( $\frac{2}{3}$ ، برای  $u, c$  و  $-\frac{1}{3}$ ؛ برای  $s, d$  و  $b$ ). با به کار بردن شگرد کازیمیر به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left[ \frac{Qg_e^2}{(p_1 + p_2)^2} \right]^2 \text{Tr}[\gamma^\mu(\not{p}_1 + mc)\gamma^\nu(\not{p}_2 - mc)] \\ &\quad \times \text{Tr}[\gamma^\mu(\not{p}_2 - Mc)\gamma^\nu(\not{p}_1 + Mc)] \end{aligned} \quad (2-8)$$

که در آن  $m$  جرم الکترون و  $M$  جرم کوآرک است. (مسئله ۱-۸) با استفاده از قضیه های رد فصل ۷، این رابطه را می توان به معادله زیر تقلیل داد:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= 8 \left[ \frac{Qg_e^2}{(p_1 + p_2)^2} \right]^2 [(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_2) \\ &\quad + (mc)^2(p_2 \cdot p_2) + (Mc)^2(p_1 \cdot p_2) + 2(mc)^2(Mc)^2] \end{aligned} \quad (3-8)$$

یا برحسب انرژی الکترون فرودی (در  $CM$ )  $E$  و زاویه  $\theta$  بین الکترون ورودی و کوآرک خروجی داریم:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= Q^2 g_e^2 \left\{ 1 + \left( \frac{mc^2}{E} \right)^2 + \left( \frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[ 1 - \left( \frac{mc^2}{E} \right)^2 \right] \left[ 1 - \left( \frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right] \cos^2 \theta \right\} \end{aligned} \quad (4-8)$$

سطح مقطع پراکندگی دیفرانسیلی با معادله (۴۲-۶) داده می شود؛ با انتگرال گیری روی  $\theta$  و  $\phi$  سطح مقطع کل را به دست می آوریم (مسئله ۲-۸):

$$\sigma = \frac{\pi Q^2}{3} \left( \frac{\hbar c \alpha}{E} \right)^2 \sqrt{\frac{1 - (Mc^2/E)^2}{1 - (mc^2/E)^2}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right] \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{mc^2}{E} \right)^2 \right] \quad (5-8)$$

توجه کنید که آستانه در  $E = Mc^2$  است؛ برای انرژیهای کمتر از این مقدار ریشه دوم موهومی می شود که بازتاب این حقیقت است که وقتی انرژی کافی برای خلق زوج  $q\bar{q}$  وجود نداشته باشد فرایند از نظر سینماتیکی ممنوع است. اگر بسیار بالاتر از آستانه باشیم ( $E > Mc^2 \gg mc^2$ ) معادله (۵-۸) به طور قابل ملاحظه ای ساده می شود\*.

$$\sigma = \frac{\pi}{3} \left( \frac{\hbar Q c \alpha}{E} \right)^2 \quad (6-8)$$

با بالا رفتن انرژی باریکه، به طور متوالی با چنین آستانه هایی مواجه می شویم — ابتدا برای موئون و کوارکهای سبک، سپس (در حوالی  $150^\circ \text{MeV}$ ) کوارک افسون، تاو (در  $1784 \text{MeV}$ )، کوارک ته (در  $470^\circ \text{MeV}$ ) و سرانجام (انتظار داریم) آستانه برای کوارک سر را ببینیم. روش زیبایی برای نمایش این ساختار وجود دارد: فرض کنید نسبت آهنگ تولید هادرونی را به زوج موئونی بررسی کنیم:

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{ها درون})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (7-8)$$

چون صورت شامل همه رویدادهای کوارک-پادکوارک است\*\*، معادله (۶-۸) می دهد:

$$R(E) = 3 \sum Q_i^2 \quad (8-8)$$

که در آن جمع روی طعمهای کوارک با آستانه زیر  $E$  زده می شود. توجه کنید که عدد ۳ وجود سه رنگ برای هر طعم را یادآور می شود. برای  $R(E)$  انتظار نموداری «پله ای» را داریم که یک پله در هر آستانه پدید کوارکی بالا می رود، ارتفاع صعود را بار کوارک تعیین کند. در انرژیهای کم که فقط کوارکهای  $u$ ،  $d$  و  $s$  سهمین اند، انتظار داریم که

\* به دلیل حذف شدن جبری این تقریب واقعاً بهتر از آن است که به نظر می رسد: با بسط رادیکال داریم،  $\sqrt{1 - (Mc^2/E)^2} [1 + \frac{1}{4}(Mc^2/E)^2] = 1 - \frac{1}{8}(Mc^2/E)^2 + \dots$  بنابراین خطا از مرتبه  $(Mc^2/E)^2$  است نه  $(Mc^2/E)$ . برای جمله های مربوط به جرم الکترون این جمله ها کوچکتر از مقادیری هستند که با آنها شروع کردیم، پس تصور می شود که این جمله ها تصحیح مرتبه دوم باشند، با این حال این جمله ها در محاسبه  $R$  [معادله (۷-۸)] دقیقاً حذف می شوند].

\*\* لپتون  $\tau$  بیشتر به هادرونها وامی باشد و این باید در بالای  $1784 \text{MeV}$  مقداری (کمتر از ۱) به  $R$  اضافه کند. این موضوع احتمالاً توجیه می کند که چرا اعداد تجربی کمی بیشتر از خط  $(c + s + d + u)$  در شکل ۸-۳ است. واقعیت آن است که آستانه (غیرمنتظره)  $\tau$  پس از  $c$  آن قدر زود سر می رسد که در ابتدا باعث سردرگمی می شوند و به نظر می رسد نظریه به در دسر افتاده است، اما کشف  $\tau$ ، و هموار بودن نمودار در بالای  $\tau$ ، در تصویری ساده اعتماد را باز می گرداند.

$$R = 3\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right] = 2 \quad (9-8)$$

بین آستانه کوارک  $c$  و  $b$  باید داشته باشیم:

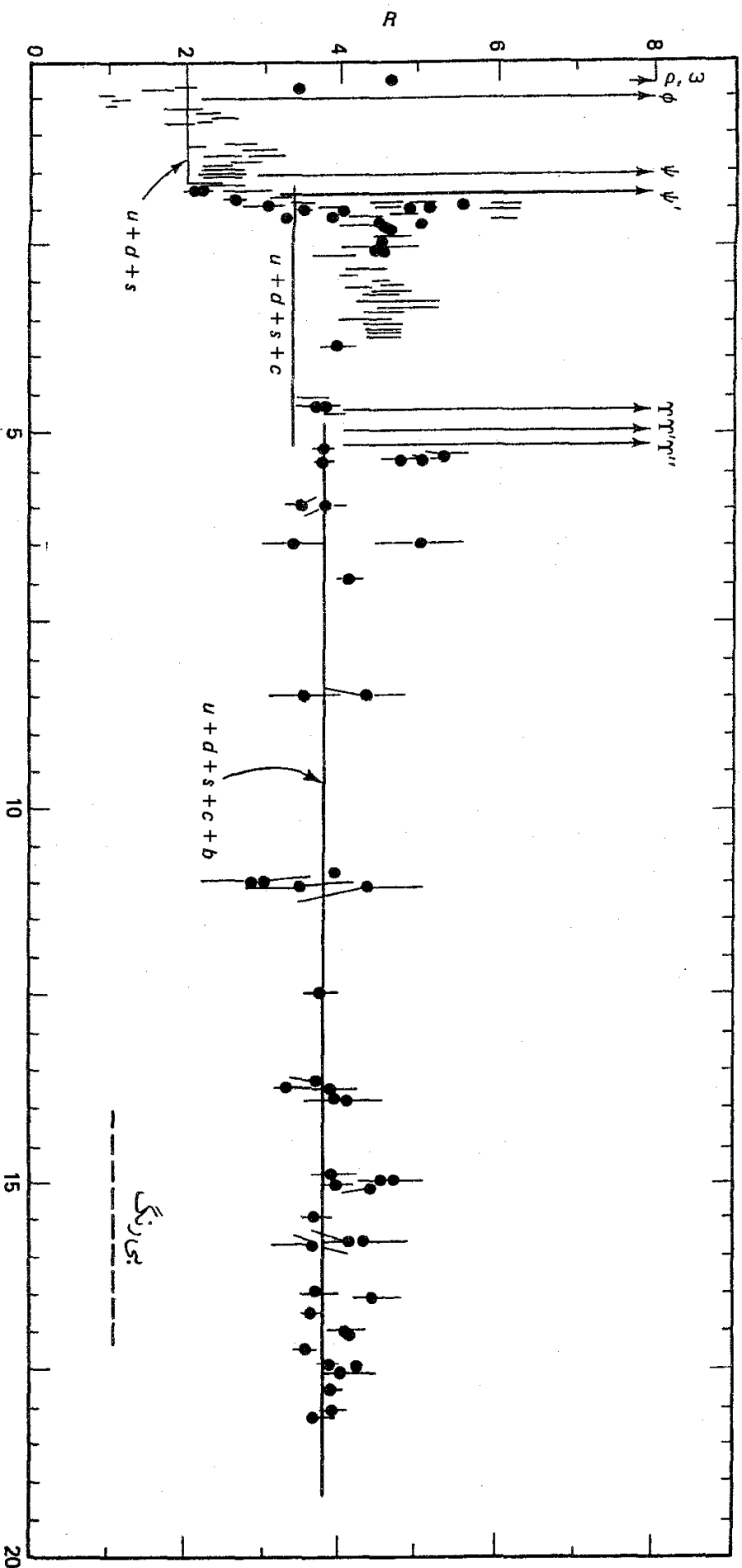
$$R = 2 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{3} \quad (10-8)$$

و بالای آستانه کوارک  $b$  داریم:

$$R = \frac{10}{3} + 3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{11}{3} \quad (11-8)$$

نتایج تجربی در شکل ۳-۸ نشان داده شده است. (کوارک سر باید پرشی در  $R = 5$  تولید کند؛ ظاهراً جرم آن از  $18 \text{ GeV}/c^2$  تجاوز می‌کند، زیرا چنین افزایشی در این داده‌ها ظاهر نشده است.) سازگاری بین نظریه و تجربه، به‌ویژه در انرژیهای بالا بسیار خوب است. ولی شاید بخواهید بدانید چرا این سازگاری کامل نیست. بجز برای تقریبی که در رسیدن از معادله (۵-۸) به معادله (۶-۸) انجام شد (که به‌طور مصنوعی گوشه‌های هر آستانه را تیز می‌کند)، و نادیده گرفتن تاو (که به برآورد کمتر از حد در ناحیه بالای  $1784 \text{ GeV}$  می‌انجامد)، ما با این فرض که فرایند زنجیره‌ای از دو عملکرد متوالی مستقل  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  (QED) و سپس هادرونها  $q\bar{q} \rightarrow$  (QCD) است مسئله را بسیار ساده کرده‌ایم. در واقع، کوارکهایی که در مرحله اول تولید شده‌اند ذرات آزادی که از معادله دیراک پیروی کنند نیستند، بلکه ذراتی مجازی، در مسیر برهم‌کنش دوم‌اند. به‌ویژه، وضعیت وقتی بحرانی است که انرژی درست برابر انرژی تشکیل حالت مقید ( $\phi = s\bar{s}, \psi = c\bar{c}, \Upsilon = b\bar{b}$ ) باشد، در حوالی چنین «تشدیدی» به سختی می‌توان از برهم‌کنش دو کوارک چشم پوشید. بنابراین قله‌های تیز در نمودار وجود دارد که نوعاً در زیر هر آستانه رخ می‌دهند. با این حال، در نواحی تخت وسیع، همواری نمودار نشانگر آن است که تصویر ساده‌ای ما چندان بد نیست. همانند ساختار حتی، این موضوع تجلی آزادی جانبی است، و تعجب‌آور نیست که در انرژیهای بالا بهتر کار کند.

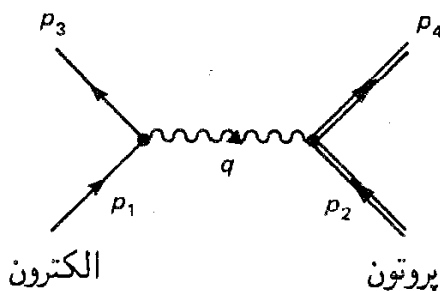
اما، واقعاً اینها نوعی طفره رفتن است، زیرا اهمیت شکل ۳-۸ در تضادهای آشکار و نهان کوچک نیست، بلکه در توافق کلی آن است: ضریب ۳ در معادله (۸-۸) به روشنی متعلق به این موضوع است. بدون این ضریب نظریه (نگاه کنید به خط چین شکل ۳-۸)، نه فقط در تشدیدهای مجزا بلکه در همه جا، به شدت به هم می‌خورد. به یاد داشته باشید که این ضریب ۳ دلیل تجربی قانع‌کننده‌ای برای فرضیه رنگ است، فرضیه‌ای که در ابتدا به دلایل اسرارآمیز نظری معرفی شده بود، اما اکنون جزء اجتناب‌ناپذیر داستان برهم‌کنشهای قوی است.



شکل ۸-۳ R بر حسب انرژی الکترون (بر حسب GeV) رسم شده است.

### ۳-۸ پراکندگی کشسان الکترون-پروتون

اکنون به پراکندگی الکترون-پروتون، که بهترین کاوند برای بررسی ساختار داخلی پروتون است، می‌پردازیم. اگر پروتون بار نقطه‌ای ساده‌ای بود که از معادله دیراک پیروی می‌آرد، باید تحلیلیمان در مورد پراکندگی الکترون-پروتون را با  $M$  برای جرم پروتون دقیقاً تکرار کنیم. نمودار فاینمن با پایین‌ترین مرتبه به صورت زیر است



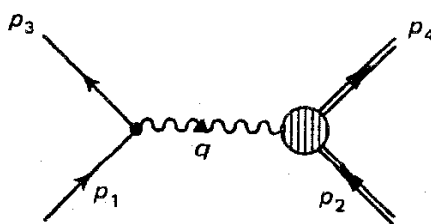
و دامنه (میانگین-اسپین) برابر است با [معادله (۷-۱۲۴)]

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{g_e^2}{q^2} L_{\text{الکترون}}^{\mu\nu} L_{\text{پروتون}}^{\mu\nu} \quad (۱۲-۸)$$

که در آن  $q = p_1 - p_2$  و [معادله (۷-۱۲۵)]

$$L_{\text{الکترون}}^{\mu\nu} = 2 \left\{ p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu + g^{\mu\nu} [(mc)^2 - (p_1 \cdot p_2)] \right\} \quad (۱۳-۸)$$

(و عبارت مشابهی برای پروتون  $L_{\text{پروتون}}^{\mu\nu}$ ، فقط با تغییر  $m \rightarrow M$  و  $1, 3 \rightarrow 2, 4$ ). از این نتایج در مثال ۷-۷ برای به دست آوردن فرمولهای پراکندگی موت و رادفورد استفاده کرده بودیم. اما پروتون یک بار نقطه‌ای ساده نیست، و خیلی قبل از پیدایش مدل کوارکی، صورتگرایی انعطاف‌پذیرتری برای توصیف پراکندگی الکترون-پروتون ابداع شده بود. می‌توان در پایین‌ترین مرتبه QED، فرایند را با نمودار زیر نمایش داد:



که قطره سمت راست نشان می‌دهد که واقعاً نمی‌دانیم چگونه فوتون (مجازی) با پروتون برهم‌کنش می‌کند. (با این حال فرض می‌کنیم که پراکندگی کشسان است:  $e + p \rightarrow e + p$ ; ما فرایندهای ناکشسان را نیز در بخش بعد در نظر خواهیم گرفت:  $e + p \rightarrow e + X$ . حال، نکته اساسی آن

است که رأس الکترون و انتشارگر فوتون تغییر نمی کنند، و بنابراین همچنان  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  [معادله (۸-۱۲)] شکل مرتبی دارد،

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^2}{q^2} L_{\text{پروتون}}^{\mu\nu} K_{\mu\nu} \quad (۸-۱۴)$$

که  $K_{\mu\nu}$  کمیت ناشناخته ای است که رأس فوتون-پروتون را توصیف می کند. اما کاملاً ناشناخته نیست، زیرا چیزهایی را می توان در مورد آن گفت: این موجود مطمئناً تانسوری از رتبه دو است، و تنها متغیرهایی که می تواند به آن وابسته باشند عبارتند از:  $p_2$  و  $q$ . و چون  $q = p_2 - p_2$ ، این سه مستقل از هم نیستند، و در استفاده از هر دو تای از آنها آزادیم؛ انتخاب مرسوم  $q$  و  $p_2$  است (از اینجا به بعد شاخص پایین را حذف می کنیم:  $p \equiv p_2 \equiv$  تکانه پروتون اولیه). اما، تانسورهای زیادی را می توان فقط با دو چار بردار ساخت؛ عمومی ترین شکل ممکن عبارت است از

$$K_{\text{پروتون}}^{\mu\nu} = -K_1 g^{\mu\nu} + \frac{K_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{K_4}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{K_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) \quad (۸-۱۵)$$

که  $K_i$  توابعی (نامعلوم) از تنها متغیر نرده ای مسئله،  $q^2$ ، است. [توجه داشته باشید که  $p^2 = (Mc)^2$  یک ثابت است و  $q \cdot p = -\frac{q^2}{2}$ ]. در تعریف  $K_2$ ،  $K_4$  و  $K_5$  ضرایب  $(Mc)^{-2}$  خارج شده اند و تمام  $K$ ها دارای ابعاد یکسانی هستند\*. در اصل، می توان ترکیب پادمقارن  $(p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu)$  را نیز اضافه کرد، اما چون  $L^{\mu\nu}$  مقارن است (۸-۱۳)، چنین جمله ای هیچ سهمی در  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  ندارد. اما، این چهار تابع مستقل از هم نیستند، می توان نشان داد (مسئله ۸-۴) که:

$$q_\mu K^{\mu\nu} = 1 \quad (۸-۱۶)$$

که از آن به دست می آید (مسئله ۸-۵)

$$K_4 = \frac{1}{4} K_2 \quad \text{و} \quad K_5 = \frac{(Mc)^2}{q^2} K_1 + \frac{1}{4} K_2 \quad (۸-۱۷)$$

پس  $K^{\mu\nu}$  می تواند بر حسب دو تابع (نامعلوم)  $K_1(q)^2$  و  $K_2(q)^2$  بیان شود:

$$K_{\text{پروتون}}^{\mu\nu} = K_1 \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{K_2}{(Mc)^2} \left( p^\mu + \frac{1}{4} q^\mu \right) \left( p^\nu + \frac{1}{4} q^\nu \right) \quad (۸-۱۸)$$

\* شاخص پایین ۳ را به طور سنتی برای جمله ای که در تحلیل متناظر پراکندگی پروتون-نوترینو وارد می شود، نگه می داریم، اما در اینجا چنین چیزی رخ نمی دهد.

مسئله‌ای اساسی در هر نظریهٔ مربوط به ساختار پروتون تعیین این دو تابع است. آنها را می‌توان به سادگی به صورت تجربی اندازه گرفت، زیرا آنها مستقیماً به سطح مقطع پراکندگی کشسان الکترون-پروتون مربوط اند. بنابر معادله‌های (۸-۱۳) و (۸-۱۸) داریم (مسئله ۸-۷):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left( \frac{2g_e^2}{q^2} \right)^2 \left\{ K_1 [(p_1 \cdot p_2) - 2(mc)^2] + K_2 \left[ \frac{(p_1 \cdot p)(p_2 \cdot p)}{(Mc)^2} + \frac{q^2}{4} \right] \right\} \quad (۸-۱۹)$$

می‌توان در چارچوب آزمایشگاه، با هدف پروتون در حال سکون  $p = (Mc, 0, 0, 0)$  کار کرد. الکترونی با انرژی فرودی  $E$  در زاویهٔ  $\theta$  پراکنده و با انرژی  $E'$  خارج می‌شود. اجازه دهید فرض کنیم این فرایند برخوردی با انرژی متوسط باشد  $mc^2 \ll (E, E')$ ، به قسمی که بتوان با اطمینان جرم الکترون را نادیده گرفت (قرار دهیم  $m = 0$ )\*؛ در آن صورت  $p_1 = E/c(1, \hat{p}_i)$  و  $p_2 = E'/c(1, \hat{p}_f)$  و  $\hat{p}_i \cdot \hat{p}_f = \cos \theta$  (مسئله ۸-۸)

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^2 c^2}{4EE' \sin^2(\theta/2)} \left( 2K_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + K_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (۸-۲۰)$$

انرژی الکترون خروجی،  $E'$ ، متغیر مستقلی نیست؛ این کمیت به صورت سینماتیکی با  $E$  و  $\theta$  تعیین می‌شود (مسئله ۸-۹):

$$E' = \frac{E}{1 + (2E/Mc^2) \sin^2(\theta/2)} \quad (۸-۲۱)$$

برای ذرهٔ فرودی بدون جرم داریم (مسئله ۶-۱۰):

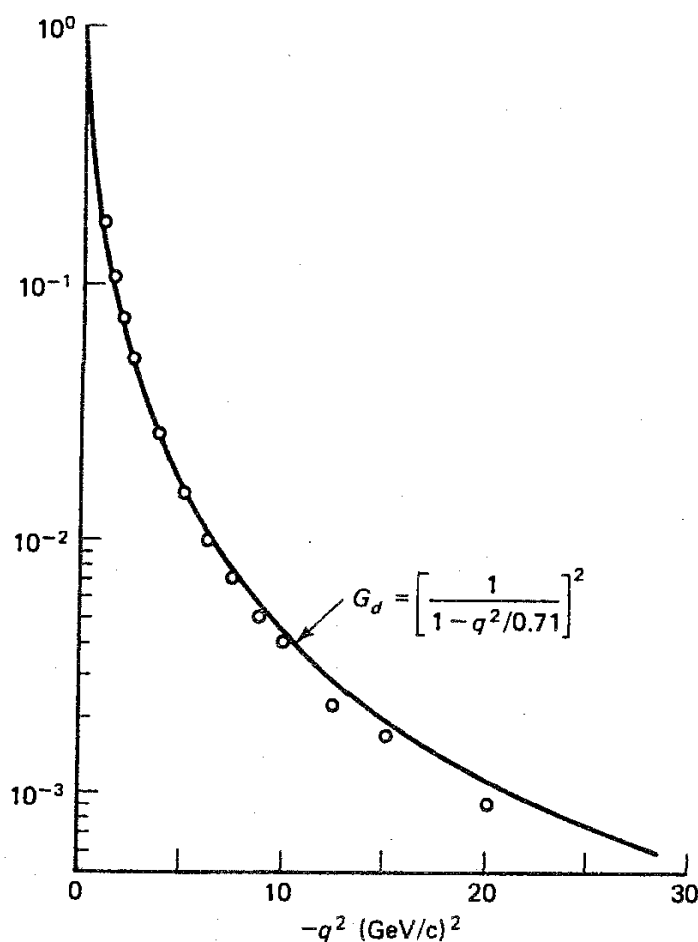
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar E'}{4\pi McE} \right)^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \quad (۸-۲۲)$$

و بنابراین، برای پراکندگی کشسان الکترون-پروتون داریم

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha \hbar}{4ME \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \frac{E'}{E} [2K_1 \sin^2(\theta/2) + K_2 \cos^2(\theta/2)] \quad (۸-۲۳)$$

\* فرمول موت (۷-۱۲۷) ساختار و پس‌زنی پروتون را نادیده می‌گیرد؛ این فرمول در ناحیهٔ  $E \ll Mc^2$  به‌کار می‌رود، ولی فرض نمی‌کند  $E \gg mc^2$ . در اینجا ما در محدودهٔ  $mc^2 \ll E \ll Mc^2$  کار می‌کنیم، اما ساختار و پس‌زنی پروتون را نادیده نمی‌گیریم (یعنی فرض نمی‌کنیم  $E \ll Mc^2$ ). در گسترهٔ میانی.  $mc^2 \ll E \ll Mc^2$  دو نتیجه سازگارند (نگاه کنید به مسئله ۸-۱۰).



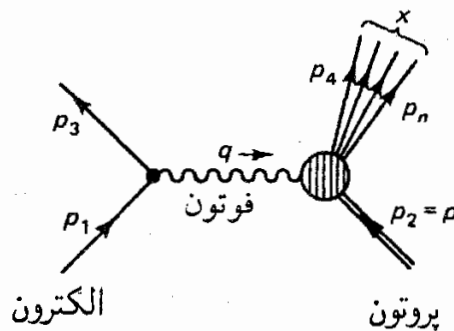


شکل ۴-۸ عامل شکل کشسان پروتون. بجز یک ثابت کلی  $(1 + K)$ ، عاملهای شکل الکتریکی و مغناطیسی  $G_E$  و  $G_M$  (مرجع ۲) عملاً یکسان‌اند و [حداقل تا حد  $10^0 (\text{GeV}/c)^2$ ] به خوبی بر تابع «دوقطبی» پدیده شناختی  $G_d$  (خط پر) منطبق‌اند. دایره‌ها مقادیر تجربی  $(G_M/(1 + K) \approx G_E)$  هستند.

که  $E'$  از معادله (۲۱-۸) به دست می‌آید. این رابطه به فرمول روزنبلوت معروف است و اولین بار در سال ۱۹۵۰ به دست آمد [۱]. با شمارش تعداد الکترونها پراکنده شده در جهتی معین برای ناحیه‌ای از انرژیهای فرودی، می‌توان «عاملهای شکل»  $K_1(q^2)$  و  $K_2(q^2)$  را تعیین و نتایج را با پیشگوییهای نظری مقایسه کرد [۲] (شکل ۴-۸).

### ۴-۸ پراکندگی ناکشسان الکترون-پروتون

در انرژیهای نسبتاً کم پراکندگی الکترون-پروتون ناگزیر کشسان است  $(e + p \rightarrow e + p)$ ؛ پروتون پس زده می‌شود، اما همچنان یک پروتون است. اما اگر الکترون فرودی انرژی کافی داشته باشد، هر چیز دیگری چون پیونها، کائونها، دلتاها و غیره نیز می‌توانند تولید شوند. چنین فرایندهای ناکشسانی  $(e + p \rightarrow e + X)$  را با نموداری به شکل زیر نشان می‌دهیم



مجدداً، قطره حاکی از ناآگاهی ما در مورد رأس پروتون-فوتون است؛ خطوط خروجی اضافی ترکشهای هادرونی ناشی از پروتون منفجر شده را نشان می‌دهد. مانند قبل، رأس الکترونی از برانگیختگیهای انتهای پروتونی تأثیر نمی‌پذیرد، پس دامنه (میانگین-اسپین) برای حالت نهایی مفروض  $X$  به شکل زیر است

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{q^4} L_{\text{الکترون}}^{\mu\nu} K_{\mu\nu}(X) \quad (24-8)$$

که  $K_{\mu\nu}$  کمیت (نامعلومی) است که زیر فرایند  $X \rightarrow \gamma + p$  را توصیف می‌کند و به  $q \equiv (p_1 - p_2)$ ،  $p \equiv p_2$  و تکانه‌های خروجی مختلف  $p_n, \dots, p_5, p_4$  بستگی دارد. سطح مقطع پراکندگی را «قاعده طلایی» [معادله (۳۴-۶)] تعیین می‌کند:

$$d\sigma = \frac{\hbar^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_r}{(2\pi)^3 2E_r} \right) \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_r}{(2\pi)^3 2E_r} \right) \dots \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_r - p_r - \dots - p_n) \quad (25-8)$$

با این حال، در یک آزمایش نوعی فقط تکانه الکترون پراکنده شده ( $p_2$ ) ثبت می‌شود. آنچه ما اندازه می‌گیریم سطح مقطع به اصطلاح «فراگیر» است، که شامل تمام حالت‌های نهایی دست یافتنی  $X$ ، و تمام تکانه‌های خروجی ممکن می‌شود. برای به دست آوردن سطح مقطع فراگیر از معادله (۲۵-۸) روی  $X$  ها جمع می‌زنیم و روی  $p_5, p_4, \dots, p_n$  انتگرال می‌گیریم:

$$d\sigma = \frac{\hbar^2 g_e^4 L^{\mu\nu}}{4 q^4 \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_r}{(2\pi)^3 2E_r} \right) 4\pi M W_{\mu\nu} \quad (26-8)$$

$$W_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{4\pi M} \sum_X \int \cdots \int K_{\mu\nu}(X) \left( \frac{c d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f} \right) \cdots \left( \frac{c d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times (2\pi)^4 \delta^4(q + p - p_f - \cdots - p_n) \quad (27-8)$$

برای یک الکترون بدون جرم با انرژی  $E$  که به پروتون ساکنی به جرم برخوردار می‌کند، ریشه دوم دقیقاً  $ME$  است. در ضمن،  $d^3 p_f = |\mathbf{p}_f|^2 d|\mathbf{p}_f| d\Omega$ ، و (دوباره قرار دهید  $m = 0$ )  $|\mathbf{p}_f| = E'/c$  که  $E' (= E_f)$  انرژی الکترون خروجی است. پس

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left( \frac{\alpha \hbar}{c q^2} \right)^2 \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (28-8)$$

توجه کنید که  $E'$  را در حالت ناکشسان  $E$  و  $\theta$  تعیین نمی‌کند، زیرا در این حالت هادرونها خروجی می‌توانند دارای گستره‌ای از انرژی  $E'$  باشند. [به عبارت دقیق‌تر، تکانه هادرونی کل،  $p_{\text{کل}} = p_f + p_h + \cdots + p_n$  دیگر مانند یک تک پروتون با شرط  $p_{\text{کل}}^2 = M^2 c^2$ ، مقید نمی‌شود. بنابراین،  $p_f = p_1 + p_2 - p_{\text{کل}}$  نیز قیدی ندارد و معادله (۲۱-۸) دیگر به دست نمی‌آید.] از این رو آنچه به آن علاقه‌مندیم سطح مقطع دیفرانسیلی برای پراکندگی در محدوده انرژی خاص  $dE'$  است و این چیزی است که معادله (۲۸-۸) به ما می‌دهد.

از اینجا به بعد داستان را می‌دانیم:  $W_{\mu\nu}$  تانسور رتبه دویی است که می‌تواند فقط تابع  $q$  و  $p$  باشد، روی تمام تکانه‌های دیگر انتگرال گرفته شده است. مانند قبل، می‌توان آن را به شکل زیر نوشت:

$$W^{\mu\nu} = W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_3}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu) \quad (29-8)$$

به هر حال، در اینجا  $W_i$ ها تابعی از دو نرده‌ای مستقل  $q^2$  و  $q \cdot p$  هستند (زیرا  $p_{\text{کل}}^2$  دیگر قیدی ندارد،  $q \cdot p$  نیز دیگر به  $q^2$  وابسته نیست). بار دیگر داریم (مسئله ۴-۸)

$$q_\mu W^{\mu\nu} = 0 \quad (30-8)$$

که از آن به دست می‌آید (مسئله ۱۱-۸)

$$W_3 = \frac{(Mc)^2}{q^2} W_1 + \left( \frac{q \cdot p}{q^2} \right)^2 W_2 \quad \text{و} \quad W_5 = -\frac{(q \cdot p)}{q^2} W_2 \quad (31-8)$$

و بنابراین  $W^{\mu\nu}$  را می‌توان برحسب فقط «دو» تابع «ساختار» بیان کرد:

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{(Mc)^2} \left[ p^\mu - \left( \frac{q \cdot p}{q^2} \right) q^\mu \right] \left[ p^\nu - \left( \frac{q \cdot p}{q^2} \right) q^\nu \right] \quad (32-8)$$

با قرار دادن معادله‌های (۳۱-۸) و (۳۲-۸) در معادله (۲۸-۸) (و مجدداً قرار دادن  $m = 0$ ) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left( \frac{\alpha \hbar}{2E \sin^2(\theta/2)} \right)^2 [2W_1 \sin^2(\theta/2) + W_2 \cos^2(\theta/2)] \quad (33-8)$$

معادله (۳۳-۸) نتیجه‌ی اساسی برای پراکندگی ناکشسان الکترون-پروتون فراگیر است؛ این فرمول مشابه فرمول روزنبلوت (۲۳-۸) است:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha \hbar}{2ME \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \frac{E'}{E} [2K_1 \sin^2(\theta/2) + K_2 \cos^2(\theta/2)] \quad (23-8)$$

که پراکندگی کشسان را توصیف می‌کند. به خاطر داشته باشید که توابع ساختار ( $W_1$  و  $W_2$ ) برای انرژی فرودی معین ( $E$ ) به دو متغیر مستقل بستگی دارد. آزمایشگر باید از  $E'$  و  $\theta$  استفاده کنند، در صورتی که نظریه پرداز عموماً کمیت‌های ناوردای لورنتسی  $q^2$  و  $q \cdot p$  یا کمیت‌های بهتر (برای مقاصدی که در بخش بعد خواهید دید)  $q^2$  و

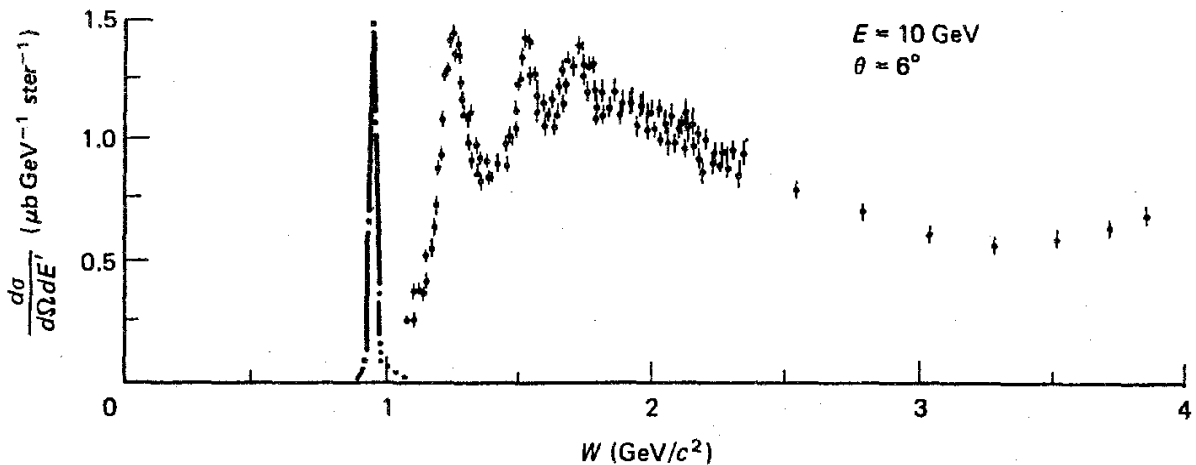
$$x \equiv -\frac{q^2}{2q \cdot p} \quad (34-8)$$

را ترجیح می‌دهد. برعکس عامل‌های شکل کشسان ( $K_1$  و  $K_2$ ) فقط تابع یک متغیرند (برای آزمایشگر  $\theta$  و برای نظریه پرداز  $q^2$ ) - در این حالت  $E'$  را معادله (۲۱-۸) تعیین می‌کند و  $x$  ثابت است ( $x = 1$ ). به بیان رسمی، پراکندگی کشسان حالت خاصی از پراکندگی ناکشسان است که در آن یک قید اضافی ( $p_{\mathcal{J}}^2 = M^2 c^2$ ) به تکانه هادرونیهای خروجی تحمیل شده است. بنابراین باید بشود با انتخاب مناسبی برای  $W$ ها فرمول روزنبلوت را از معادله (۳۳-۸) به دست آورد. می‌توانید خودتان بررسی کنید که

$$W_{1,2}(q^2, x) = -\frac{K_{1,2}(q^2)}{2Mq^2} \delta(x - 1) \quad (35-8)$$

این کار را انجام می‌دهد (مسئله ۸-۱۲).

باید خاطر نشان کرد که فیزیک با ارزش کمی در تمام اینها وجود دارد؛ آنچه ما انجام داده‌ایم



شکل ۵-۸ سطح مقطع برای پراکندگی ناکشسان فراگیر الکترون-پروتون برحسب «جرم گمشده»  $(W = \sqrt{p_{\text{کل}}^2}/c)$ . قله کشسان در  $W = M$  برای برازش در نمودار با ضریب ۸٫۵ کاهش یافته است.

تعیین دستور جلسه‌ای برای نظریه ساختار پروتون بود. یک نظریه موفق باید ما را قادر سازد تا توابع ساختار و عاملهای شکل را، که در این مقطع کاملاً دلخواه‌اند، محاسبه کنیم. ساده‌ترین مدل با پروتون را یک بار نقطه‌ای ساده در نظر می‌گیرد؛ در این حالت (مسئله ۸-۶):

$$K_1 = -q^2 \quad \text{و} \quad K_2 = (2Mc)^2 \quad (36-8)$$

این مدل، در انرژیهای کم، که فقط پراکندگی کشسان رخ می‌دهد، و الکترون هرگز به قدر کافی به پروتون نزدیک نمی‌شود تا ساختار آن را ببیند، مدل بدی نیست. اما این مدل در انرژیهای بالا به شدت ناتوان است (نگاه کنید به شکل ۵-۸). در دو بخش بعد خواهیم دید که مدل کوارکی در محدوده انرژیهای بالا چه چیزی برای گفتن دارد.

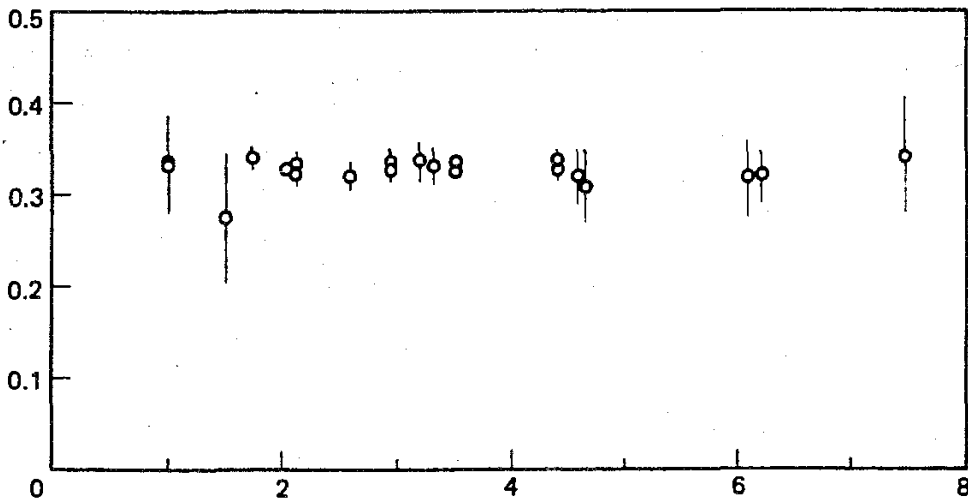
### ۵-۸ الگوی پارتون و مقیاس‌بندی بیورکن

در اواخر دهه شصت، بیورکن پیش‌بینی کرد که در انرژیهای خیلی زیاد بستگی توابع ساختار ناکشسان به  $q^2$  کم‌رنگ و فقط تابعی از  $x$  تنها می‌شوند. به عبارت دقیق‌تر، او پیشنهاد کرد که [۳]

$$MW_1(q^2, x) \rightarrow F_1(x) \quad (37-8)$$

$$\frac{-q^2}{2Mc^2 x} W_2(q^2, x) \rightarrow F_2(x) \quad (38-8)$$

در محدوده به اصطلاح «پراکندگی ناکشسان عمیق» که  $-q^2 [= (4EE'/c^2) \times \sin^2(\theta/2)]$  و



شکل ۶-۸ رفتار مقیاس بندی تابع ساختار  $W_2$  در پراکندگی ناکشسان عمیق. در اینجا کمیت  $-(q^2/2Mc^2x)W_2(q^2, x)$  نسبت به  $-q^2$  (GeV/c<sup>2</sup>) برای  $x = 0.25$  رسم شده است.

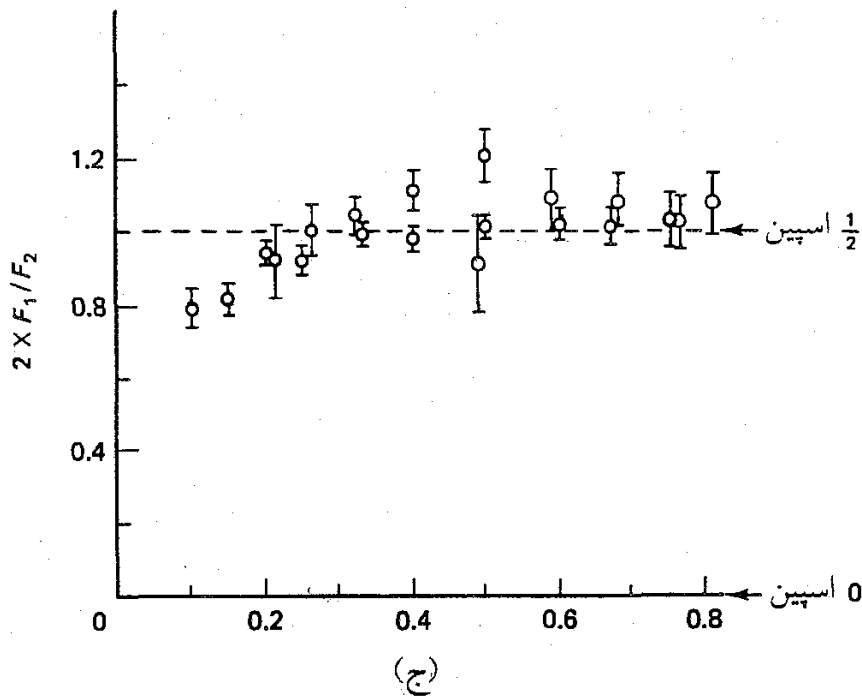
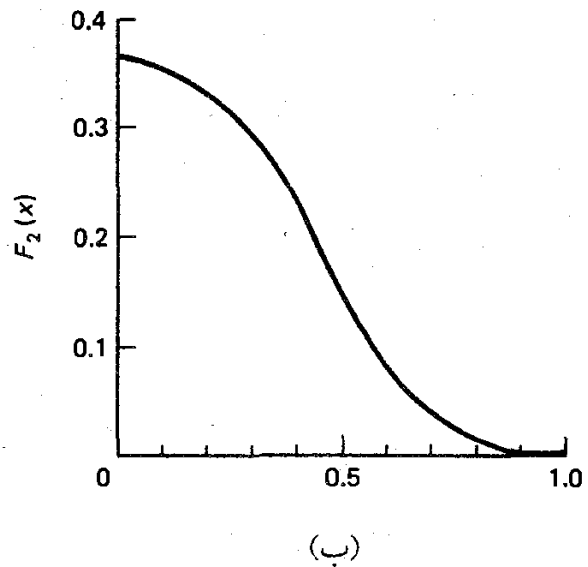
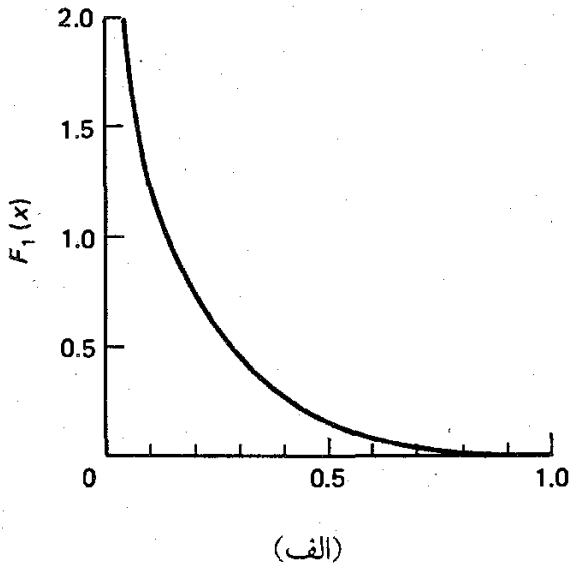
این رفتار به «مقیاس بندی» معروف است، و به طور مهبجی توسط آزمایشهایی در SLAC در اوایل دهه هفتاد تأیید شد (شکل ۶-۸). چنانکه خواهیم دید، مقیاس بندی پیامد این واقعیت است که پروتون از اجزائی نقطه گونه («پارتونها») - اصطلاحی زشت - نامی بود که در آن روزها که باب نبود کوارکها و گلوئونها را خیلی جدی بگیرند روی آنها گذاشته شد ساخته شده است. در سال ۱۹۶۹ کالان و گروس [۲] پیشنهاد کردند که توابع مقیاس بندی بیورکن به هم مربوط هستند:

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (39-8)$$

این رابطه نیز به صورت تجربی تأیید شده است (شکل ۷-۸). رابطه کالان-گروس بازتاب این واقعیت است که اجزای باردار پروتون دارای اسپین ۱/۲ هستند (برای اسپین صفر  $2xF_1/F_2$  به جای ۱ صفر می شود و به وضوح با داده ها ناسازگار است). تأیید تجربی مقیاس بندی بیورکن و رابطه کالان-گروس در پراکندگی ناکشسان عمیق، اولین مدرک قانع کننده را برای وجود کوارکها فراهم آوردند. روشهای متعددی برای به دست آوردن معادله های (۳۷-۸)، (۳۸-۸) و (۳۹-۸) وجود دارد، اما نکته حیاتی آن است که در انرژیهای بالا فوتون مجازی با یک تک کوارک اساساً آزاد برهم کنش می کند. \*\* بنابراین، می توان این پراکندگی را با استفاده از نتایج پراکندگی الکترون-موئون بررسی کرد.

\* به صورت تجربی مقیاس بندی بیورکن برای  $-q^2 > 1$  (GeV/c)<sup>2</sup> و  $(q \cdot p) > 3.5$  (GeV/c) برقرار است. توجه کنید که  $x$  محدود به بازه  $0 \leq x \leq 1$  است (مسئله ۸-۱۳).

\*\* در انرژیهای کم (طول موجهای بلند) فوتون کل پروتون را مانند یک بار نقطه ای ساده «می بیند» - که پراکندگی موت را می دهد. در انرژیهای زیاد (طول موجهای کوتاه) فوتون یک تک کوارک را «می بیند» - که مقیاس بندی بیورکن



شکل ۷-۸ توابع مقیاس و رابطه کالان-گروس. در (الف) و (ب) اندازه‌گیریهای تجربی  $F_1(x)$  و  $F_2(x)$  رسم شده است. در (ج) نسبت  $2xF_1/F_2$  نسبت به  $x$  برای آزمودن رابطه کالان-گروس رسم شده است که به وضوح برای  $x > 0.2$  به خوبی برقرار است.

بنابر معادله‌های (۳۵-۸) و (۳۶-۸)، توابع ساختار برای پراکندگی از کوآرکی با طعم  $i$  عبارت است از:

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2m_i} \delta(x_i - 1), \quad W_2^i = -\frac{2m_i c^2 Q_i^2}{q^2} \delta(x_i - 1) \quad (40-8)$$

و رابطه کالان-گروس را می‌دهد. در انرژیهای میانی فوتون پروتون را با ساختار پیچیده‌اش می‌بیند - روشن است که این مورد برای تحلیل سخت‌ترین مورد است.

در اینجا  $m_i$  جرم کوآرک است و

$$x_i = -\frac{q^2}{2q \cdot p_i} \quad (41-8)$$

که  $p_i$  تکانه کوآرک است. همانند قبل،  $Q_i^2$  بار کوآرک برحسب  $e$  است ( $\frac{2}{3}$  برای  $u$ ،  $-\frac{1}{3}$  برای  $d$  و  $s$ )؛ عامل  $Q_i^2$  را در  $W_i^2$  قرار داده ایم تا مجبور نشویم به بقیه فرمول سطح مقطع (۳۳-۸) دست بزنیم. مشکل آنجاست که هر چند تکانه پروتون  $p$  است اما تکانه هر یک از کوآرکها را نمی دانیم. اجازه دهید فرض کنیم  $z_i$  کسری از تکانه کلی است که کوآرک  $i$ ام حمل می کند، به طوری که

$$p_i = z_i p \quad (42-8)$$

[شاید این معقول به نظر آید، اما طرح غیرقابل اعتمادی است، زیرا فرض می کند که هر مولفه  $p_i^{\mu}$  کسریکسانی از  $p^{\mu}$  را می گیرد. در اینجا جایی برای کوآرک وجود ندارد تا درون پروتون حرکت کنند؛ اگر پروتون در حال سکون باشد، تمام کوآرکها نیز باید ساکن باشند. به خصوص نتیجه می شود که (زیرا  $p_i^2 = m_i^2 c^2$  و  $p^2 = M^2 c^2$ ) که

$$m_i = z_i M \quad (43-8)$$

حاکی از آن است که اگر  $z_i$  متغیر باشد، جرم کوآرکها نیز چنین است! [معادله (۴۲-۸) حاکی از آن است که

$$x_i = \frac{x}{z_i} \quad (44-8)$$

و بنابراین

$$W_i^2 = \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i), \quad W_i^2 = -\frac{2x^2 M c^2}{q^2} Q_i^2 \delta(x - z_i) \quad (45-8)$$

سرانجام، فرض کنید  $f_i(z_i)$  احتمال آن باشد که  $i$ امین کوآرک حامل کسری تکانه  $z_i$  باشد. با انتگرال گیری روی  $z_i$  و جمع روی تمام کوآرکهای داخل پروتون، نتیجه می گیریم که:

\* روشهای دقیق تر به دست آوردن معادله های مقیاس بندی با کار در «چارچوب تکانه نامتناهی» که در آن انرژی پروتون بسیار بزرگتر از جرم آن است از این مسئله اجتناب می کند. در این چارچوب با پروتون و کوآرکها را می توان ذرات بدون جرم در نظر گرفت و (۴۳-۸) به صورت بدیهی برقرار می شود.



$$W_1 = \sum_i \int \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = \frac{1}{2M} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (46-8)$$

$$W_2 = \sum_i \int \left( -\frac{2x^2 M c^2}{q^2} \right) Q_i^2 \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = -\frac{2M c^2}{q^2} x^2 \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (47-8)$$

پس:

$$M W_1 = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_1(x) \quad (48-8)$$

$$-\frac{q^2}{2M c^2 x} W_2 = x \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_2(x) \quad (49-8)$$

که قانون مقیاس بندی بیورکن را تأیید می کند. با مقایسه دو عبارت به دست می آوریم:

$$F_2(x) = 2x F_1(x) \quad (50-8)$$

که رابطه کلان-گروس است.

اهمیت مقیاس بندی بیورکن و فرمول کلان-گروس بر این حقیقت استوار است که آزمون تجربی روشنی را برای مدل کوارک-پارتون، فراهم می آورند، آزمونی که آزمایشهای پراکندگی ناکشسان عمیق SLAC را با موفقیت پشت سر گذاشته است. پروتونها در واقع از اجزای باردار تشکیل شده اند و اجزای آن واقعاً مانند ذرات نقطه گونه دیراکی دارای اسپین  $\frac{1}{2}$  رفتار می کنند. یکی از امتیازهای آن ساده سازی تحلیل پراکندگی الکترون-پروتون در انرژیهای زیاد است. زیرا اکنون به جای دو تابع نامعلوم از دو متغیر  $[W_1(q^2, x)$  و  $W_2(q^2, x)]$ ، فقط باید با یک تابع نامعلوم با یک متغیر  $[F_1(x)]$  دست و پنجه نرم کنیم. اگر معادله های (۳۷-۸)، (۳۸-۸) و (۳۹-۸) را در (۳۳-۸) قرار دهیم خواهیم داشت

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{F_1(x)}{2M} \left( \frac{\alpha \hbar}{E \sin(\theta/2)} \right)^2 \left[ 1 + \frac{2EE'}{(E - E')^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (51-8)$$

به علاوه، معادله (۴۸-۸) نشان می دهد که برای اتمام کار باید توابع احتمال  $f_i(x)$  را بدانیم.

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \quad (52-8)$$

این مسئله را در بخش بعد در نظر می گیریم.

### ۸-۶ توابع توزیع کوارک

اگر صورت ظاهر معادله (۸-۴۳) را در نظر بگیریم، کسری از تکانه را که  $z_i$  آمین کوارک حمل می‌کند با جرمش متناسب است، و بنابراین چگالی احتمال  $f_i$  باید یک تابع دلتا باشد\*:

$$f_i(z_i) = \delta\left(\frac{m_i}{M} - z_i\right) \quad (۸-۵۳)$$

به علاوه، اگر پروتون از دو کوارک بالا و یک کوارک پایین تشکیل شده باشد، بنابه معادله (۸-۴۸) داریم:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \delta\left(\frac{m_d}{M} - x\right) \right\} \quad (۸-۵۴)$$

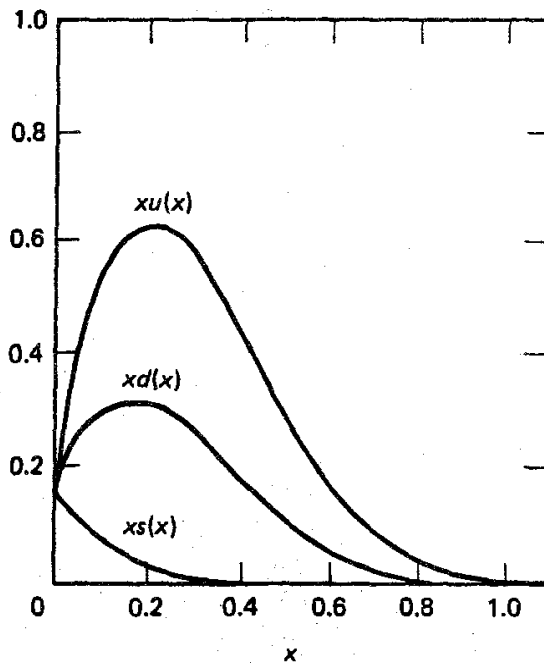
و اگر  $m_u = m_d$  باشد، نتیجه ساده زیر به دست می‌آید\*\*:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right), \quad F_2(x) = x \delta\left(\frac{m_u}{M} - x\right) \quad (۸-۵۵)$$

در این مدل سطح مقطع به شکل الکترون-موئون درمی‌آید، که در آن جرم کوارک به جای جرم موئون قرار گرفته است. چنین پروتونی در مسئله ظاهر نمی‌شود و ما به سادگی پراکندگی کشسانی الکترونها از کوارکهای آزاد را داریم.

این تصویر ساده (که مطابق شکل ۸-۷ کاملاً با داده‌های تجربی ناسازگار است) چه عیبی دارد؟ اساساً این ایده را که کوارکها در داخل پروتون آزادند دقیقاً در نظر گرفته‌ایم. درست است که آنها در برهم‌کنش با فوتون مجازی همانند ذرات آزاد رفتار می‌کنند، اما در مقیاس زمانی طولانی‌تر به وضوح آزاد نیستند؛ گذشته از همه چیز، آنها به وسیله نیروهای محبوس کننده QCD به یکدیگر وابسته‌اند. به ویژه، «جرم» کوارک داخل یک هادرون مفهوم چندان خوش‌تعریفی نیست (همان‌طور که در چند مورد متوجه شده‌ایم — نگاه کنید به فصل ۴ بخش ۴-۵ و فصل ۵ بخشهای ۵-۸ و ۵-۱۰). از آنجا که آنها دائماً باهم برکنش می‌کنند، کوارکها در واقع ذراتی مجازی‌اند و نمی‌توانند روی پوسته جرمی‌شان قرار گیرند. از این جهت بهتر است که در معادله (۸-۴۳)  $m_i$  را متغیر پیوسته‌ای در

\* فرض کرده‌ام  $\int_0^1 f_i(x) dx = 1$ ، زیرا این رابطه احتمال کل یافتن کوارک  $z_i$  با کسری از تکانه پروتون است.  
 \*\* سازگاری ایجاب می‌کند که  $m_u = \frac{1}{3}M$ ، زیرا اگر اینها تنها اجزای پروتون باشند باید داشته باشیم:  $\sum_i \int_0^1 x f_i(x) dx = 1$ . با این حال این تصویر ساده سهم گلوئونها و کوارکهای «دریا» را، همان‌طور که خواهیم دید، نادیده می‌گیرد.



شکل ۸-۸ توابع توزیع کوارک.

نظر بگیریم و سپس تابع دلتا در (۸-۵۳) با توجه به آن پخش شود. اینکه شکل دقیق آن چیست مسئله‌ای در کرومودینامیک کوانتومی است که در حال حاضر در موقعیتی نیستیم که به آن پردازیم. به علاوه، اینکه گفته شود پروتون فقط از کوارکها تشکیل شده است ساده‌انگاری بیش از اندازه است. فرض کنید که  $u(x)$  (چگالی) احتمال آن باشد که کوارک  $u$  حامل کسر تکانه  $x$  و  $d(x)$  احتمال متناظر برای کوارک  $d$  باشد\*، پس

$$F_2(x) = x \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 u(x) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 d(x) \right\} \quad (۸-۵۶)$$

[در یک مدل ساده  $u(x) = 2\delta(m_u/M - x)$  و  $d(x) = \delta(m_d/M - x)$  شاید وسوسه شویم که بگذاریم  $u(x) = 2d(x)$ ، اما این فرض را داده‌ها (شکل ۸-۸)، حداقل در حوالی  $x = 0$  و  $x = 1$ ، تأیید نمی‌کند. (کوارکی که حامل ۹۰٪ تکانه پروتون است به احتمال قریب به یقین باید  $u$  باشد، در صورتی که در تراز ۱۰٪ فقط احتمال کمی وجود دارد که  $u$  باشد.) با وجود است، تکانه میانگین که کوارکهای بالا حمل می‌کنند  $(\int_0^1 pxu(x)dx)$  حتماً دو برابر میانگین است که کوارک پایین حمل می‌کند، زیرا تعداد آنها دو برابر و وزن همه آنها تقریباً یکی است:

\* به عبارت دقیق‌تر، اگر نمونه بزرگی از پروتونها داشته باشد،  $u(x)dx$  تعداد میانگین کوارکهای بالایی است (بر پروتون) که حامل کسری از تکانه بین  $x$  و  $(x + dx)$  هستند.

$$\int_0^1 xu(x)dx = 2 \int_0^1 x d(x)dx \quad (57-8)$$

[و این امر توسط داده‌های پراکندگی الکترون-نوترون تأیید شده است (مسئله ۸-۱۵)]. با ترکیب معادله‌های (۵۶-۸) و (۵۷-۸) در می‌یابیم که:

$$\int_0^1 x d(x)dx = \int_0^1 F_V(x)dx \quad (58-8)$$

اگر سطح زیر منحنی تجربی (شکل ۷-۸) را اندازه بگیرید، می‌بینید که مقدار انتگرال حدود ۰٫۱۸ است، پس

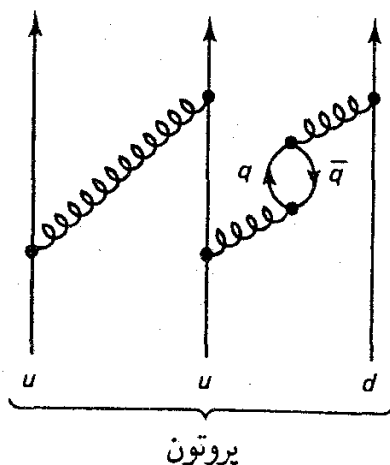
$$\int_0^1 x d(x)dx = 0.18, \quad \int_0^1 xu(x)dx = 0.36 \quad (59-8)$$

این اعداد معنی تلویحی قابل ملاحظه‌ای دارند: میانگین تکانه کل که کوارکها حمل می‌کنند برابر است با:

$$\int_0^1 xpu(x)dx + \int_0^1 xpd(x)dx = p(0.18 + 0.36) = 0.54p \quad (60-8)$$

پس به طور متوسط، فقط ۵۴٪ تکانه پروتون به حساب کوارکها گذاشته می‌شود. پس چه چیزی بقیه را حمل می‌کند؟ پاسخ: گلوئونها. زیرا آنها بدون بارند، پس در پراکندگی الکترون-پروتون سهمی ندارند، اما قسمتی از تکانه پروتونها را حمل می‌کنند. توابع ساختار به ما اجازه می‌دهد تا تکانه حمل شده توسط پارتونهای باردار را تعیین کنیم؛ و آنچه باقی می‌ماند باید مربوط به پارتونهای بدون بار باشد. پس، به طور غیرمستقیم آزمایشهای پراکندگی ناکشسان عمیق مدرک قابل ملاحظه‌ای را برای وجود گلوئونها و کوارکها، فراهم می‌آورد.

سرانجام، حتی محتوای کوارکی پروتون نیز پیچیده‌تر از آن است که مطرح کرده‌ام. زیرا گلوئونها می‌توانند زوجهای کوارک-پاد کوارک تولید کنند:



در هر لحظه معین شاید پروتون واقعاً شامل جفتهای  $u\bar{u}$  یا  $d\bar{d}$  یا  $s\bar{s}$  اضافی یا حتی جفتهای بیشتری از آنها باشد. (اصولاً، پروتون می‌تواند حتی جفتهای کوآرک سنگین  $cc\bar{c}$ ,  $bb\bar{b}$ ,  $tt\bar{t}$  — نیز داشته باشد، اما این به دلیل جرم زیاد آنها در مخرج انتشارگر کوآرک، این امر احتمال کمتری دارد) کوآرکهای «اصلی» (برای پروتون  $u, u, d$ ) را کوآرکهای «ظرفیت» و کوآرکهای «اضافی» را کوآرکهای «دریا» می‌نامیم. در پراکندگی الکترون-پروتون، برای فوتون مجازی این امکان وجود دارد که با یکی از کوآرکهای دریا جفت شود، پی در واقع باید آنها در فرمول  $F_2$  و  $F_1$  نیز وارد شوند:

$$F_1(x) = \frac{1}{4} \left\{ \left( \frac{2}{3} \right)^2 [u(x) + \bar{u}(x)] + \left( \frac{1}{3} \right)^2 [d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] \right\} \quad (۶۱-۸)$$

در اینجا چنین پیشرفتی حاصل نشد: به نظر می‌رسد که یک تابع نامعلوم را با شش تابع نامعلوم عوض کرده‌ایم! خوشبختانه «توابع ساختار کوآرکی \* مشابهی (با ضرایب متفاوت) در پراکندگی الکترون-نوترون و در پراکندگی نوترینو-پروتون به وجود می‌آید، پس مقداری اطلاعات از آزمایشهای مستقل در مورد آنها داریم. به علاوه، چند «قاعده جمع» آنها را مقید می‌کند (مسئله ۸-۱۶). چون کوآرکهای دریا با سازوکار یکسانی تولید می‌شوند و تقریباً جرم مشابهی دارند، معقول است که فرض کنیم

$$\bar{u}(x) \cong \bar{d}(x) \cong \bar{s}(x) \cong s(x) \quad (۶۲-۸)$$

در حالی که توزیعهای کوآرک بالا و پایین را می‌توان به بخش ظرفیت و بخش دریا تقسیم کرد [احتمالاً مورد دوم برابر  $s(x)$  است] داریم

$$u(x) = u_v(x) + s(x), \quad d(x) = d_v(x) + s(x) \quad (۶۳-۸)$$

این رابطه‌ها مسئله را به سه تابع نامعلوم تقلیل می‌دهد:

$$F_1(x) = \frac{1}{18} \{ 4u_v(x) + d_v(x) + 12s(x) \} \quad (۶۴-۸)$$

شکل این توابع، آن‌طور که از آزمایشها برمی‌آید، در شکل ۸-۸ نشان داده شده است. توجه کنید که دریا فقط در  $x$ های نسبتاً کم سهمیم است (یعنی، کوآرکهای دریا نوعاً فقط حامل کسر کوچکی از

\* در این مبادله هر چیزی «تابع ساختار» نامیده می‌شود:  $W_2, W_1, F_2$  و  $F_1$  «توابع ساختار پروتون» هستند؛  $f_2$ ها و  $u(x), \bar{u}(x), d(x), \bar{d}(x), s(x), \bar{s}(x), u_v(x)$  و  $d_v(x)$  «توابع ساختار کوآرک» هستند. برای مورد دوم عبارت «توابع توزیع» را ترجیح می‌دهم.

تکانه پروتون هستند — به این دلیل است که می توان با اطمینان آنها را در محاسبه سهم گلوئون نادیده گرفت). حال تعداد کوارکهای ظرفیت  $u$  بدون تردید ۲ و برای کوارکهای ظرفیت  $d$ ، ۱ است، پس

$$\int_0^1 u_v(x) dx = 2, \quad \int_0^1 d_v(x) dx = 1 \quad (۶۵-۸)$$

پس نتیجه می شود

$$\int_0^1 s(x) dx = \frac{3}{4} \left( 2 \int_0^1 F_1(x) dx - 1 \right) \quad (۶۶-۸)$$

و بنابراین، اصولاً می توان تعداد میانگین کوارکهای دریا از هر نوع را با اندازه گیری سطح زیر نمودار  $F_1(x)$  (شکل ۷-۸ الف) تعیین کرد. متأسفانه، این سطح زیر منحنی به رفتار تابع در حد  $x \rightarrow 0$  بسیار حساس است، و تابع آن است که چگونه منحنی تجربی را برونیابی کنید، و ممکن است هر عددی بین ۵- تا بی نهایت باشد. (در واقع، برخی نظریه ها پیش بینی می کنند که پروتون شامل تعداد بسیار زیادی از کوارکهای دریای بسیار کم انرژی است؛ و نام «دریا» از این بابت است).

## مراجع و یادداشتها

1. M. N. Rosenbluth, Phys.Rev. 79, 615 (1950)

۲. برای مثال، نگاه کنید به فصل ۶ کتاب

H. Frauenfelder and E. M. Henley, *Subatomic Physics*, (Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1974)

باید به شما هشدار دهم که این موضوع یک کابوس نمادگذاری در متون علمی است. فقط دو متغیر — انرژی الکترون فرودی ( $E$ ) و زاویه پراکندگی ( $\theta$ ) در مسئله وجود دارد — اما برخورد با ترکیبات کم و بیش کاتوره ای از  $E, E', \theta, q^2, Q^2 \equiv -q^2, \tau \equiv -q^2/4M^2c^2, \nu \equiv p \cdot q/Mc$  عادی  $x \equiv -q^2/2p \cdot q, W \equiv \sqrt{(q+p)^2}, \omega \equiv -2p \cdot q/q^2$  و  $y \equiv p \cdot q/p \cdot p_1$  اما راههای متفاوت زیادی برای بیان آنها وجود دارد. برخی مولفان  $F_1$  و  $F_2$  را با  $K_1 = -q^2(F_1 + KF_2)^2$  و  $K_2 = -q^2(F_1 - K\tau F_2)^2$  (مورد آخر به ترتیب با تبدیل فوریه توزیعهای بار و گشتاور مغناطیسی ارتباط دارند؛ سهم «بی هنجار» گشتاور مغناطیسی پروتون است) انتخاب می کنند و برخی دیگر  $G_M = F_1 + KF_2, G_E = F_1 - K\tau F_2$  را ترجیح می دهند. (بخش ۲-۸ کتاب

F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984),

را ببینید) هر کسی می‌تواند این بازی را انجام دهد؛  $K_1$  و  $K_2$  نیز سهم خود من است.

3. J. D. Bjorken, *Phys.Rev.* **179**, 1547 (1969); *Phys.Rev.* **163**, 1767 (1967).

(توابع بیورکن  $F_1$  و  $F_2$  هیچ رابطه‌ای با توابع شکل  $F_1$  و  $F_2$  مرجع ۲ ندارند. از این بابت متأسفم.)

4. C. G. Callan and D. Gross, *Phys.Rev.Lett.* **22**, 156 (1969).

### مسائل

۱-۸ (الف) از قاعده‌های فاینمن برای QED معادله (۱-۸) را به دست آورید.

(ب) از معادله (۱-۸) معادله (۲-۸) را به دست آورید.

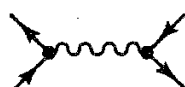
(ج) از معادله (۲-۸) معادله (۳-۸) را به دست آورید.

(د) از معادله (۳-۸) معادله (۴-۸) را به دست آورید.

۲-۸ با شروع از معادله (۴-۸) معادله (۵-۸) را به دست آورید.

۳-۸ چرا در تعریف  $R$  [معادله (۷-۸)]، در مخرج از  $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)$  استفاده نکردیم؟

[پاسخ: به یک دلیل، می‌بایست نمودار متقاطع



را وارد می‌کردیم و دیگر عوامل سینماتیکی حذف نمی‌شدند.]

۴-۸ معادله (۱۶-۸) را ثابت کنید. [راهنمایی: ابتدا نشان دهید  $q_\mu L^{\mu\nu} = 0$ . سپس استدلال

کنید که به همین صورت می‌توان  $K^{\mu\nu}$  را چنان گرفت که  $q_\mu K^{\mu\nu} = 0$ ، بدین صورت که هر

جمله‌ای در  $K^{\mu\nu}$  که از  $q_\mu K^{\mu\nu} = 0$  پیروی نکند هیچ سهمی در  $L^{\mu\nu} K_{\mu\nu}$  ندارد.] توضیح:

معادله (۱۶-۸) در واقع به سادگی از پایستگی بار در رأس پروتون به دست می‌آید، اما ما صورتگرایی

را در اینجا بر این مبنا قرار ندادیم (نگاه کنید به بخشهای ۲-۸ و ۳-۸ مرجع ۲. هالزن و مارتین).

[یک راه برای ادامه کار به صورت زیر است:  $q^\mu = (0, 0, 0, q)$  اختیار کنید؛ آن‌گاه:  $q_\mu L^{\mu\nu} =$

$L^{\mu\nu} K_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \square & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \square & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \\ \times & \times \end{pmatrix}$  پس  $L^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \square & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  می‌تواند صفر باشد.]

۵-۸ از معادله (۱۶-۸)، معادله (۱۷-۸) را ثابت کنید. [راهنمایی: ابتدا با  $q_\nu$  ادغام کنید، سپس با  $p_\nu$ .

۶-۸ برای یک پروتون «دیراک»  $K_1$  و  $K_2$  بیابید. [پاسخ: (۱۳-۸) و (۱۸-۸) را مقایسه کنید:

$$[.K_1 = -q^2, K_2 = (2Mc)^2]$$

۷-۸ معادله (۱۹-۸) را به دست آورید.

۸-۸ معادله (۲۰-۸) را به دست آورید.

۹-۸ معادله (۲۱-۸) را به دست آورید.

۱۰-۸ امتحان کنید که فرمول روزنبلوت (۲۳-۸) با فرمول موت (۱۲۸-۷) در محدوده انرژیهای میانی  $mc^2 \ll E \ll Mc^2$  سازگار است. از عبارت مربوط به  $K_1$  و  $K_2$  مناسب پروتون «دیراک» (مسئله ۶-۸) استفاده کنید.

۱۱-۸ معادله (۳۱-۸) را به دست آورید. [توجه کنید که وقتی  $p \cdot q = -q^2/2$  باشد در حالت کشسان به معادله (۱۲-۸) تحویل می‌یابد].

۱۲-۸ برای دوباره به دست آوردن (۲۳-۸)، معادله (۳۵-۸) را در معادله (۳۳-۸) قرار دهید و روی  $E'$  انتگرال بگیرید ( $\theta$  را ثابت بگیرید).

۱۳-۸ نشان دهید  $x$  [معادله (۳۴-۸)] به ناحیه  $0 \leq x \leq 1$  محدود است. برای چه نوع برخوردی  $x = 1$  است؟ برای چه نوع برخوردی  $x = 0$  است؟ [پاسخ: کشسان؛  $E \gg E'$ ]

۱۴-۸ فرض کنید پروتون یک بار «دیراکی» باشد؛ مقیاس توابع ساختار چه می‌شود؟ در این صورت  $F_1(x)$  و  $F_2(x)$  در این مورد چه هستند؟ آیا رابطه کالان-گروس برقرار است؟ [پاسخ:  $F_1(x) = \frac{1}{3}\delta(x-1)$ ;  $F_2(x) = \delta(x-1)$ ؛ بله.]

۱۵-۸ انجام آزمایشهای پراکندگی الکترون-نوترون دشوارتر از آزمایشهای پراکندگی الکترون-پروتون است، زیرا نمی‌توان هدفی از نوترونهای آزاد ساخت. با وجود این، داده‌های لازم را می‌توان از پراکندگی الکترون-دوترون به دست آورد و معلوم می‌شود که  $\int_0^1 F_2^{\text{دوترون}} dx = 0.12$ . از این رابطه همراه با نتیجه مربوط به پروتون،  $\int_0^1 F_2^{\text{پروتون}} dx = 0.18$ ، برای تأیید معادله (۵۷-۸) استفاده کنید.

[راهنمایی: برای ارتباط  $u^n(x)$  و  $d^n(x)$  با توابع متناظرشان برای پروتون چه فرض می‌کنید؟] ۱۶-۸ از محتوای طعمی معلوم پروتون، مقدار  $\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx$  را بیابید. «قاعده جمع» متناظر را برای  $d$  و  $s$  بنویسید.

۱۷-۸ آیا داده‌های شکل ۷-۸ ب و ۸-۸ با معادله (۵۶-۸) سازگارند؟



## کرومودینامیک کوانتومی

در این فصل قاعده‌های فاینمن را برای کرومودینامیک کوانتومی، نظریهٔ برهم‌کنشهای قوی تدوین می‌کنیم. برخی از نتایجی را که دال بر  $QCD$  اختلالی هستند به دست می‌آوریم (به‌ویژه، پتانسیل موثر میان کوارکی در ترکیبهای مختلف باریونی و مزونی)، و ایده‌های اساسی حاکم بر رفتارهای مجانبی ترسیم می‌شوند. این موارد به شدت متکی بر فصل ۷ و همچنین سه بخش آخر فصل ۵ هستند. این بخش به عنوان پیش‌نیاز فصول ۱۰ و ۱۱ مورد نیاز نیست.

### ۱-۹ قاعده‌های فاینمن برای کرومودینامیک

در دو فصل اخیر دیدیم که چگونه الکترومدینامیک کوانتومی (QED) برهم‌کنشهای ذرات باردار را توصیف می‌کند؛ در فصل حاضر خواهیم دید که چگونه کرومودینامیک کوانتومی (QCD) برهم‌کنشهای ذرات دارای رنگ را توصیف می‌کند. واسطه برهم‌کنشهای الکترومغناطیسی فوتونها و واسطه برهم‌کنشهای کرومودینامیک گلوئونها هستند. شدت نیروی الکترومغناطیسی با ثابت جفت‌شدگی زیر تعیین می‌کند

$$g_e = \sqrt{4\pi\alpha} \quad (1-9)$$

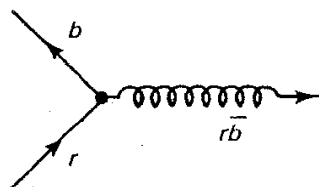
با یکاهای مناسب  $g_e$  بار بنیادی است (بار پوزیترون). شدت نیروی کرومودینامیکی را ثابت جفت‌شدگی «قوی» تعیین می‌کند

$$g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s} \quad (2-9)$$

که می‌توان آن را یکای بنیادی رنگ تلقی کرد. کوارکها در سه رنگ\* وجود دارند، «قرمز» ( $r$ )، «آبی» ( $b$ ) و «سبز» ( $g$ ). پس برای مشخص کردن یک حالت کوارکی در QCD نه تنها به اسپینور دیراک  $u^{(s)}(p)$ ، که تکانه و اسپین آن را می‌دهد، بلکه به یک بردار ستونی متشکل از سه جزء  $c$  که رنگ آن را می‌دهد نیز نیاز داریم:

$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ برای قرمز, } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ برای آبی, } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ برای سبز} \quad (3-9)$$

(اجزای  $c$  را با شاخص پایین رومی در حوالی وسط حروف — مثلاً  $c_i$  — برحسب زده‌ایم، پس  $i, j, k$  از ۱ تا ۳ برای رنگهای کوارکی تغییر می‌کنند.\*\*)  
 نوعاً، رنگ کوارک در رأس کوارک-گلوئون تغییر می‌کند و اختلاف را گلوئون حمل می‌کند. مثلاً:



(در این نمودار یک کوارک قرمز به کوارک آبی تبدیل شده و یک گلوئون قرمز-پاد آبی گسیل می‌کند.) هر گلوئون حامل یک واحد رنگ و یک واحد پاد رنگ است. پس به نظر می‌رسد که باید نه نوع گلوئون وجود داشته باشد —  $g\bar{g}, g\bar{b}, g\bar{r}, b\bar{g}, b\bar{b}, b\bar{r}, r\bar{g}, r\bar{b}, r\bar{r}$  — این نظریه نه گلوئونی اصولاً کاملاً امکان‌پذیر است، اما دنیایی را که این نظریه توصیف می‌کند با دنیای ما تفاوت بسیار دارد. برحسب تقارن  $SU(3)$  رنگ (که همان‌طور که خواهیم دید، QCD بر مبنای آن است)، این نه \*

\* البته کوارکها طعمهای مختلف نیز دارند، اما این بخش به QCD مربوط نیست، بجز در مواردی که طعمهای مختلف کوارکی جرمهای متفاوت داشته باشند. همان‌طور که QED فقط بار ذرات را در نظر دارد، QCD فقط به رنگ آنها توجه دارد.

\*\* باید به شما هشدار دهم که اغلب کتابهای حالت‌های رنگ کوارک را به صراحت مشخص نمی‌کنند؛ بلکه آنها را «به‌طور تلویحی» یا «مستتر در  $u(p)$ » در نظر می‌گیریم. اما من فکر می‌کنم بهتر است در این مقطع آنها را صریحاً بنویسیم، اگر چه نمادگذاری اندکی پیچیده می‌شود.

حالت یک «هشتاد تایه رنگ»:

$$\left\{ \begin{array}{ll} |1\rangle = (r\bar{b} + b\bar{r})/\sqrt{2} & |5\rangle = -i(r\bar{g} - g\bar{r})/\sqrt{2} \\ |2\rangle = -i(r\bar{b} - b\bar{r})/\sqrt{2} & |6\rangle = (b\bar{g} + g\bar{b})/\sqrt{2} \\ |3\rangle = (r\bar{r} - b\bar{b})/\sqrt{2} & |7\rangle = -i(b\bar{g} - g\bar{b})/\sqrt{2} \\ |4\rangle = (r\bar{g} + g\bar{r})/\sqrt{2} & |8\rangle = (r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})/\sqrt{6} \end{array} \right. \quad (4-9)$$

و یک «تک تایه رنگ»:

$$|9\rangle = (r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})/\sqrt{3} \quad (5-9)$$

را تشکیل می دهند (نگاه کنید به بخش ۵-۸؛ در آنجا ما با طعم سروکار داشتیم نه رنگ، اما ریاضیات یکسان است — فقط قرار دهید  $u, d, s \rightarrow r, b, g$ . در اینجا با اسپین ایزوتوبی کاری نداریم و از ترکیب خطی متفاوتی از حالتها در هشت تایه استفاده کرده ایم. این کار نمادگذاریهایی بعدی را ساده می کند.) اگر تک تایه گلوئونی وجود داشته باشد، مانند فوتون معمولی و مشخص است. \* محبوبس بودن ایجاب می کند که تمام ذرات خنثی موجود تک تایه رنگ باشند و این امر «توضیح» می دهد که چرا هشت تایه گلوئونی هرگز به صورت ذرات آزاد ظاهر نمی شوند. \*\* اما  $|9\rangle$  یک تک تایه رنگ است، و باید واسطه ای داشته باشد. به علاوه، می تواند بین دو تک تایه رنگ (مثلاً بین یک پروتون و نوترون)، مبادله و سبب پیدایش نیروی بلندبرد با جفت شدگی قوی شود \*\*\*، در

\* شاید «نهمین گلوئون» فوتون باشد! این امر وحدت زیبایی از برهم کنشهای قوی و الکترومغناطیسی را تولید می کند. البته، شدت جفت شدگی دقیقاً درست نیست، اما مسئله ای است با تمام وجوه وحدت و شاید بتواند انجام شود.

مشکل بسیار جدی تر در این ایده وجود دارد که نشان دادن آن را به شما واگذار می کنم (مسئله ۹-۱). \*\* به تفاوت بین «بدون رنگ بودن» و «یک تایه رنگ» توجه کنید. گلوئونهای  $|3\rangle$  و  $|8\rangle$  از این جهت بی رنگ اند که مقدار خالص هر رنگ صفر است، اما یک تایه های رنگی نیستند. این وضعیت همانند اسپین است. می توان حالتی با  $S_z = 0$  داشت، اما این نشان نمی دهد که اسپین صفر است (هر چند اسپین صفر بدون شک حاکی از آن است که  $S_z = 0$  و به همین ترتیب تک تایه رنگ الزاماً بدون رنگ است). بسیاری از مؤلفان از کلمه «بدون رنگ» به معنی «تک تایه رنگ» استفاده می کنند اما این سبب سوء تفاهم می شود. (خود من در فصلهای ۱ و ۲ بی دقت بوده ام، زیرا در آنجا نمی توانستم ایده تک تایه رنگ را توضیح دهم.) شاید شما کلمه رنگ-ناوردا «یا حتی» رنگ-نورده ای را (به «تک تایه رنگ») ترجیح دهید؛ نکته اساسی آن است که چنین حالتی تحت تبدیلهای  $SU(3)$  رنگ تأثیر نمی پذیرد (مسئله ۹-۲).

\*\*\* چون گلوئونها بی جرم اند، می توانند واسطه نیرویی با برد بینهایت باشند (مانند الکترو دینامیک). از این نظر، نیروی بین کوارکها واقعاً بلند برد است. با این حال، محبوبس بودن، و نبود گلوئون تک تایه، این موضوع را پنهان می کند. یک

صورتی که می‌دانیم نیروی قوی بسیار کوتاه برد است. به عبارت دیگر، به‌وضوح فقط هشت گلوئون وجود دارد.\*

گلوئونها همانند فوتون، ذراتی بدون جرم با اسپین ۱ هستند؛ آنها را با بردار قطبش،  $\epsilon^\mu$ ، که عمود بر تکانه گلوئون،  $p$ ، است نمایش می‌دهند:

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (\text{شرط لورنتس}) \quad (۶-۹)$$

همانند قبل، پیمانه کلون را اختیار می‌کنیم\*\*:

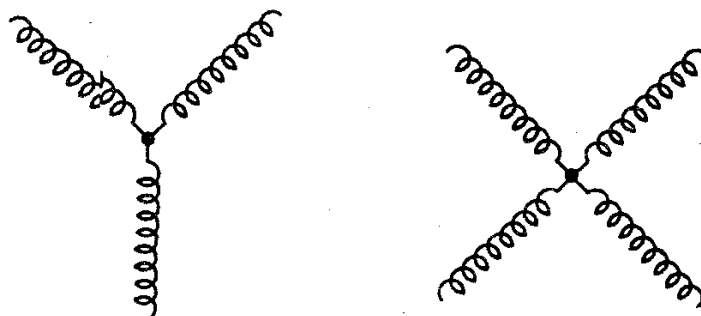
$$\epsilon \cdot p = 0 \quad \epsilon^\circ = 0 \quad \text{به‌طوری که} \quad (۷-۹)$$

این پیمانه آشکارا هموردایی لورنتس را نقض می‌کند، اما چاره‌ای نداریم (نگاه کنید به بخش ۷-۴). برای توصیف حالت رنگ گلوئون به بردار ستونی هشت جزئی  $a$  نیز نیاز داریم:

$$(۸-۹) \quad \text{برای } |7\rangle \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{برای } |1\rangle \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a = \quad \text{و غیره}$$

[اجزای  $a$  با شاخص بالای حروف مشخص شده‌اند  $(a^\alpha)$ ؛  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  روی حالت‌های مختلف رنگ گلوئونها از ۱ تا ۸ تغییر می‌کنند.] چون خود گلوئونها حامل رنگ‌اند (برخلاف فوتون که به حالت تک‌تایه (نظیر پروتون) فقط می‌تواند یک تک‌تایه (نظیر پیون) را جذب یا گسیل کند، پس گلوئونهای تنها نمی‌توانند بین یک پروتون و نوترون مبادله شوند. بدین سبب است که نیرویی که مشاهده می‌کنیم کوتاه برد است. اگر گلوئون تک‌تایه وجود داشت، می‌توانست بین تک‌تایه‌ها مبادله شود و نیروی قوی باید مؤلفه‌ای با برد بینهایت می‌دانست. \* به زبان نظریه گروه، خواه تقارن QCD  $U(3)$  باشد (که تمام نه گلوئون را لازم می‌دارد) چه  $SU(3)$  (که فقط هشت تا را مجاز می‌داند). سرانجام همین است. وضعیت تجربی مسئله را قطعاً به نفع مورد اخیر حل می‌کند. \*\* در اینجا نکته‌ای ظریف وجود دارد، زیرا تبدیلهای پیمانه‌ای در کرومودینامیک پیچیده‌تر از معادله (۷-۸) هستند و در واقع پیمانه کولن نمی‌تواند به‌صورت سازگار اعمال کرد. با این حال، تصحیح معادله (۷-۸) شامل ضربی از  $g$  است، و بنابراین در حساب فاینمن خطایی که از استفاده پیمانه کولن حاصل می‌شود را می‌توان با اصلاح مناسب قاعده‌ها برای محاسبه نمودارهای مرتبه‌های بالاتر (حلقه‌ها) جبران کرد.

لحاظ الکتریکی خنثی است)، مستقیماً با یکدیگر جفت می‌شوند. در واقع یک رأس سه گلوئونی و یک رأس چهار گلوئونی وجود دارد:



قبل از آنکه قاعده‌های فاینمن برای QCD را بیان کنم دو مورد مربوط به نمادگذاری را مطرح می‌کنیم. اولاً، «ماتریسهای  $\lambda$ » گلمان که در  $SU(3)$  همان نقشی را دارند که ماتریسهای اسپین پائولی در  $SU(2)$ :

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (9-9)$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

ثانیاً، جابه‌جاگرهای ماتریسهای  $\lambda$  معرف «ثابتهای ساختار» ( $f^{\alpha\beta\gamma}$ ) گروه  $SU(3)$  هستند:

$$[\lambda^\alpha, \lambda^\beta] = 2if^{\alpha\beta\gamma}\lambda^\gamma \quad (10-9)$$

(جمع روی  $\gamma$  - از ۱ تا ۸ - با تکرار شاخص اعمال شده است). ثابتهای ساختار کاملاً پاد متقارن‌اند،  $f^{\beta\alpha\gamma} = f^{\alpha\gamma\beta} = -f^{\alpha\beta\gamma}$ . می‌توانید خودتان آن را انجام دهید (مسئله ۹-۵). چون شاخصها از ۱ تا ۸ تغییر می‌کنند، در کل  $8 \times 8 \times 8 = 512$  ثابت ساختار وجود دارد، اما اغلب آنها صفرند و بقیه آنها را می‌توان با توجه به شرط پاد تقارن از مجموعه زیر به دست آورد:

$$f^{123} = 1, \quad f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{516} = f^{627} = \frac{1}{2},$$

$$f^{458} = f^{678} = \sqrt{3}/2 \quad (11-9)$$

اکنون می‌توان قاعده‌های فاینمن برای ارزیابی نمودارهای درختی\* در QCD بیان کرد:  
 ۱. خطوط خارجی. برای یک کوارک خارجی با تکانه  $p$ ، اسپین  $s$  و رنگ  $c$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} u^{(s)}(p)c : \text{ (ورودی) } \\ \bar{u}^{(s)}(p)c^\dagger : \text{ (خروجی) } \end{array} \right\} \text{ کوارک} \quad (12-9)$$

(توجه کنید که  $c^\dagger = \bar{c}^*$  یک ماتریس سطری خواهد بود). برای یک پادکوارک خارجی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v}^{(s)}(p)c^\dagger : \text{ (ورودی) } \\ v^{(s)}(p)c : \text{ (خروجی) } \end{array} \right\} \text{ پادکوارک} \quad (13-9)$$

که در آن  $c$  نشانگر رنگ کوارک متناظر است. برای گلوئون خارجی با تکانه  $p$ ، قطبش  $\epsilon$  و رنگ  $a$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_\mu(p)a^\alpha : \text{ (ورودی) } \\ \epsilon_\mu^*(p)a^{\alpha*} : \text{ (خروجی) } \end{array} \right\} \text{ گلوئون} \quad (14-9)$$

برای اجتناب از سردرگمی بد نیست که روی نمودار شاخصهایی (فضا-زمان و رنگ) را که برای هر گلوئون به‌کار برده‌اید نشان دهید.

۲. انتشارگرها. هر خط داخلی به‌اندازهٔ عامل:

$$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - m^2 c^2} : \text{ (کوارک-پادکوارک)} \quad (15-9)$$

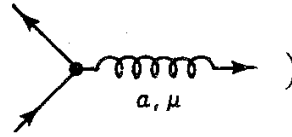
$$\frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{\alpha\beta}}{q^2} > : \text{ (سه گلوئونی)} \quad (16-9)$$

سهام دارد.

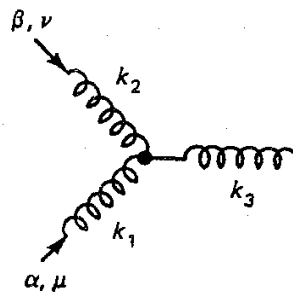
۳. رئوس. هر رأس عامل

\* نمودارهای حلقه‌ای در QCD به قاعده‌های ویژه‌ای نیاز دارند، که متضمن وارد کردن موجودات به «اشباح فادیف-پوپوف» است. اینها دریای عمیقی هستند که در اینجا وارد عرصه خطرناک آن نمی‌شویم [۱].

(۱۷-۹) کوارک-گلوئون  $( \text{---} )$  :  $\frac{-ig_s}{2} \lambda^{\alpha} \gamma^{\mu}$



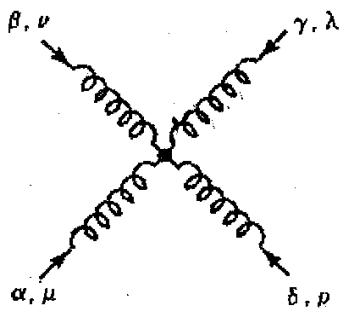
سه گلوئونی :  $( \text{---} )$   $\gamma, \lambda$



(۱۸-۹)  $-g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(k_1 - k_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(k_2 - k_3)_\mu + g_{\lambda\mu}(k_3 - k_1)_\nu]$

را وارد می‌کند. در اینجا فرض شده است که تکانه‌های گلوئون  $(k_2, k_1, k_3)$  به طرف رأس هستند؛ اگر هر نقطه‌ای در نمودار به طرف بیرون رأس بود علامت آن عوض می‌شود. برای رأس چهار گلوئونی ضریب عبارت است از:

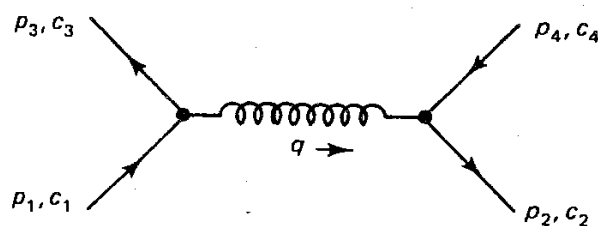
چهار گلوئونی  $( \text{---} )$  :



(۱۹-۹)  $-ig_s^2 [f^{\alpha\beta\eta} f^{\gamma\delta\eta} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) + f^{\alpha\delta\eta} f^{\beta\gamma\eta} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho}) + f^{\alpha\gamma\eta} f^{\delta\beta\eta} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho})]$

(جمع روی  $\eta$  انجام می‌شود.)

هر چیزی جز اینها مانند QED است: پایستگی انرژی و تکانه را در هر رأس برای تعیین چارتکانه داخلی اعمال کنید؛ هر خط فرمیونی «را به سمت عقب» در راستای پیکان دنبال کنید و کل تابع دلتا را حذف و نتیجه را با  $-i\mathcal{M}$  قرار دهید. در دو بخش آینده با ذکر مثالهایی شیوه انجام کار را نشان می‌دهم.



شکل ۹-۱ برهم‌کنش کوارک-پاد کوارک.

## ۹-۲ برهم‌کنش کوارک-کوارک

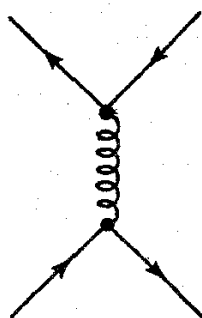
در این بخش برهم‌کنش بین دو کوارک (و همچنین یک کوارک و پاد کوارک) در پایین مرتبه QCD را در نظر می‌گیریم. البته، نمی‌توانیم پراکندگی کوارک-کوارک را مستقیماً در آزمایشگاه مشاهده کنیم (هر چند پراکندگی هادرون-ها درون یک تجلی غیرمستقیم از آن است)، پس در اینجا در پی سطح مقطعها نیستیم. بلکه بر پتانسیل مؤثر بین کوارکها تأکید می‌کنیم که مشابه پتانسیل کولنی الکترودینامیکی در QCD است. در فصل ۵، در تحلیل کوارکونیم از این پتانسیلها استفاده کردیم و قول دادیم در آینده آن را به دست آوریم. به خاطر داشته باشید که این یک محاسبه نظریه اختلالی است، و فقط تا جایی معتبر است که جفت‌شدگی  $\alpha_s$  کوچک باشد. نمی‌توانیم امیدوار باشیم که جمله محبوس بودن در پتانسیل را از این روش به دست آوریم — تلویحاً به آزادی مجانبی متکی هستیم و آنچه که خواهیم یافت رفتار کوتاه برد است. با وجود این، یک نتیجه بسیار دلالت‌کننده به دست خواهیم آورد: هنگامی که کوارکها در پیکربندی تک‌تایه رنگ هستند، به شدت یکدیگر را جذب می‌کنند (در واقع در پیکربندیهای دیگر معمولاً یکدیگر را دفع می‌کنند). پس در برد بسیار کوتاه، تک‌تایه رنگ «کانال با بیشترین جاذبه» است که نشان می‌دهد که حداقل برای حالت‌های تک‌تایه، بستگی محتمل‌تر است.\*

حالت ۱: کوارک و پاد کوارک ابتدا برهم‌کنش کوارک و پاد کوارک در QCD را در نظر بگیرید.

فرض خواهیم کرد که آنها دارای طعمهای متفاوت‌اند پس تنها نمودار (در پایین‌ترین مرتبه) چیزی است که در شکل ۹-۱ آمده است\*\* و مثلاً نشانگر  $u + \bar{d} \rightarrow u + \bar{d}$  است. دامنه عبارت است از

\* این نتیجه‌ای بسیار خوشایند است، اما ثابت نمی‌کند که بستگی باید در تک‌تایه رنگ رخ دهد یا اینکه بستگی نمی‌تواند در پیکربندیهای دیگر رخ دهد. زیرا باید رفتار بلند برد پتانسیل را بدانیم، که در حال حاضر فقط می‌توانیم در مورد آن حدس بزنیم.

\*\* اصولاً برای طعم یکسان (مثلاً  $u + u \rightarrow u + u$ ) باید نمودار مرتبه دوم را نیز به حساب آوریم:





$$-i\mathcal{M} = [\bar{u}(3)c_f^\dagger] \left[ -i\frac{g_s}{2} \lambda^\alpha \lambda^\mu \right] [u(1)c_1] \left[ \frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{\alpha\beta}}{q^2} \right] \\ \times [\bar{v}(2)c_f^\dagger] \left[ -i\frac{g_s}{2} \lambda^\beta \gamma^\nu \right] [v(4)c_f] \quad (20-9)$$

پس:

$$\mathcal{M} = \frac{-g_s^2}{4} \frac{1}{q^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4)](c_f^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_f^\dagger \lambda^\alpha c_f) \quad (21-9)$$

(جمع روی  $\alpha$  صورت گرفته است). این معادله درست همان چیزی است که برای پراکندگی الکترون-پوزیترون (۷-۱۰۶) داشتیم، بجز آنکه (البته)  $g_s$  جایگزین  $g_e$  شده است و «عامل رنگ» را نیاز داریم

$$f = \frac{1}{4}(c_f^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_f^\dagger \lambda^\alpha c_f) \quad (22-9)$$

بنابراین، پتانسیلی که برهم‌کنش  $q\bar{q}$  را توصیف می‌کند همان چیزی است که بین دو بار مختلف‌العلامت در الکترومدینامیک وجود دارد (یعنی: پتانسیل کولنی)، جز آنکه  $f\alpha_s$  جایگزین  $\alpha$  شده است:

$$V_{q\bar{q}}(r) = -f \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (23-9)$$

حال، خود عامل رنگ به حالت رنگ کوارکهای برهم‌کنش کننده بستگی دارد. از یک کوارک و پاد کوارک می‌توان تک‌تایه رنگ (۹-۵) و هشت‌تایه رنگ (۹-۴) ساخت (تمام اعضای آن  $f$  یکسانی می‌دهند). ابتدا عامل هشت‌تایه رنگ را حساب می‌کنیم زیرا اندکی ساده‌تر است [۲].

### مثال ۹-۱

#### عامل رنگ برای آرایش هشت‌تایه

یک حالت هشت‌تایه نوعی (۹-۴)  $r\bar{b}$  است (هر حالت دیگری را نیز می‌توان به همین صورت انجام داد؛ نگاه کنید به مسئله ۹-۶). در اینجا کوارک ورودی قرمز و پادکوارک ورودی پاد آبی است. چون رنگ پایسته است، کوارک خروجی باید قرمز و پادکوارک خروجی باید پاد آبی باشد. پس

اما، در حد غیرنسبیتی که در اینجا مورد نظر است، این نمودار مرتبه دوم به هیچ وجه سهمی ندارد (نگاه کنید به پانویشت صفحه ۲۹۵)، پس در عمل آنچه که اعمال می‌کنیم در مورد هر طعم به کار می‌رود (مسئله ۹-۷ را نیز ببینید).

$$c_1 = c_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_3 = c_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

و بنابراین

$$f = \frac{1}{4} \left[ (1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[ (0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{4} \lambda_{11}^\alpha \lambda_{22}^\alpha$$

نظری اجمالی به ماتریسهای  $\lambda$  نشان می‌دهد تنها  $\lambda$ هایی که در وضعیت ۱۱ و ۲۲ ظاهر می‌شوند،  $\lambda^1$  و  $\lambda^3$  هستند. پس

$$f = \frac{1}{4} (\lambda_{11}^3 \lambda_{22}^3 + \lambda_{11}^1 \lambda_{22}^1) = \frac{1}{4} [(1)(-1) + (1/\sqrt{3})(1/\sqrt{3})] = -\frac{1}{6} \quad (24-9)$$

### مثال ۲-۹

عامل رنگ برای پیکربندی تک‌تایه

یک حالت تک‌تایه رنگ (۵-۹) عبارت است از:

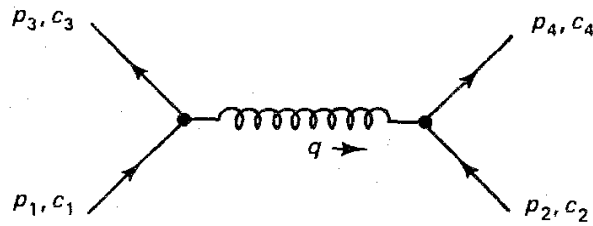
$$(1/\sqrt{3})(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})$$

اگر کوآرکهای ورودی در حالت تک‌تایه باشند (که مثلاً برای یک مزون چنین است) عامل رنگ حاصل جمع سه جمله است:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[ c_r^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] [(1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha c_r] + \left[ c_b^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] [(0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha c_r] \right. \\ \left. + \left[ c_g^\dagger \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] [(0 \ 0 \ 1) \lambda^\alpha c_r] \right\}$$

کوآرکهای خروجی نیز الزاماً در حالت تک‌تایه هستند، و روی هم رفته نه جمله داریم که می‌توان آنها را به صورت فشرده زیر نوشت:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} (\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{ji}^\alpha) = \frac{1}{12} Tr(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) \quad (25-9)$$



شکل ۹-۲ برهم‌کنش کوارک-کوارک.

( در عبارت دوم جمع روی  $\epsilon$  و  $\bar{q}$  از ۱ تا ۳ صورت گرفته است). حال داریم

$$Tr(\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 2\delta^{\alpha\beta} \quad (۲۶-۹)$$

(مسئله ۹-۳)، پس با جمع روی  $\alpha$  داریم:

$$Tr(\lambda^\alpha \lambda^\alpha) = ۱۶ \quad (۲۷-۹)$$

پس بدیهی است برای تک‌تایه رنگ داریم:

$$f = \frac{۴}{۳} \quad (۲۸-۹)$$

با قرار دادن معادله‌های (۲۴-۹) و (۲۸-۹) در معادله (۲۳-۹) نتیجه می‌گیریم که پتانسیلهای

کوارک-پادکوارک عبارت‌اند از:

$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{۴}{۳} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{تک‌تایه رنگ}) \quad (۲۹-۹)$$

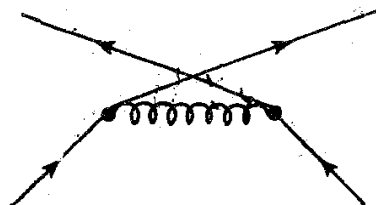
$$V_{q\bar{q}}(r) = \frac{۱}{۶} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{هشت‌تایه رنگ}) \quad (۳۰-۹)$$

از علامتها دیده می‌شود که در تک‌تایه رنگ نیرو جاذبه و برای هشت‌تایه دافعه است. این موضوع کمک می‌کند توضیح دهیم چرا بستگی کوارک-پادکوارک (برای تشکیل مزون) در پیکربندی تک‌تایه رخ می‌دهد نه در آرایش هشت‌تایه (که در آن صورت مزونهای رنگی تولید می‌شد).

حالت ۲: کوارک و کوارک اکنون به برهم‌کنش بین دو کوارک باز می‌گردیم. دوباره، فرض

می‌کنیم که آنها طعمهای مختلف دارند، پس تنها نمودار (در پایین‌ترین مرتبه) نمودار شکل ۹-۲ است\* که مثلاً واکنش  $u + d \rightarrow u + d$  را نشان می‌دهد. دامنه عبارت است از

\* برای کوارکهای یکسان نمودار «مقاطع» نیز وجود دارد:



$$\mathcal{M} = \frac{-g_s^2}{4} \frac{1}{q^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu u(2)](c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_2^\dagger \lambda^\alpha c_2) \quad (31-9)$$

این رابطه همانند رابطه پراکندگی الکترون-موئون (۷-۱۰۴) است، جز آنکه  $g_s$  جایگزین  $g_e$  شده است و یک عامل رنگ در آن وجود دارد

$$f = \frac{1}{4}(c_1^\dagger \lambda^\alpha c_1)(c_2^\dagger \lambda^\alpha c_2) \quad (32-9)$$

بنابراین، پتانسیل همان شکل پتانسیل بارهای همنام در الکتروستاتیک را خواهد داشت:

$$V_{qq}(r) = f \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (33-9)$$

دوباره، عامل رنگ به آرایش کوارکها بستگی دارد. اما از دو کوارک نمی‌توان یک هشت‌تایه و تک‌تایه (همانند  $q\bar{q}$ ) ساخت — بلکه می‌توان یک سه‌تایه (ترکیبات پاد متقارن):

$$\left\{ \begin{array}{l} (rb - br)/\sqrt{2} \\ (bg - gb)/\sqrt{2} \\ (gr - rg)/\sqrt{2} \end{array} \right\} \quad (\text{سه‌تایه}) \quad (34-9)$$

و یک شش‌تایه (ترکیبات متقارن):

$$\left\{ \begin{array}{l} rr, bb, gg, \\ (rb + br)/\sqrt{2}, (bg + gb)/\sqrt{2}, (gr + rg)/\sqrt{2} \end{array} \right\} \quad (\text{شش‌تایه}) \quad (35-9)$$

به‌دست آورد.\*

### مثال ۳-۹

#### عامل رنگ برای پیکربندی شش‌تایه

یک حالت شش‌تایه نوعی  $rr$  است (هر چیزی را که ترجیح می‌دهید به‌کار ببرید — همین نتیجه را برای  $f$  به‌دست می‌آورید). در این مورد داریم:

با این حال، به حساب آوردن این نمودار، به‌همراه عامل آماری  $S$  در فرمول سطح مقطع، به همان غیرنسبیتی مشابهی می‌انجامد (نگاه کنید به پانوشت صفحه ۲۹۵)، پس در واقع پتانسیلهای ما حتی با کوارکهای با طعم یکسان صحیح است.

\* به زبان نظریه گروه  $1 \oplus 8 = 3 \otimes 3$ ، اما  $3 \otimes 3 = 3 \oplus 6$ .

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

و بنابراین

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{4} \left[ (1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[ (1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{4} (\lambda_{11}^\alpha \lambda_{11}^\alpha) \\ &= \frac{1}{4} [\lambda_{11}^\alpha \lambda_{11}^\alpha + \lambda_{11}^\alpha \lambda_{11}^\alpha] = \frac{1}{4} [(1)(1) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)] \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (36-9)$$

مثال ۴-۹

عامل رنگ برای آرایش سه تایی

یک حالت سه تایی نوعی  $(rb - br)/\sqrt{2}$  است، پس

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[ (1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[ (0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right. \\ &\quad - \left[ (0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[ (1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &\quad - \left[ (1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[ (0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\ &\quad \left. - \left[ (0 \ 1 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \left[ (1 \ 0 \ 0) \lambda^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right\} \\ &= \frac{1}{\lambda} \{ \lambda_{11}^\alpha \lambda_{22}^\alpha - \lambda_{21}^\alpha \lambda_{12}^\alpha - \lambda_{22}^\alpha \lambda_{11}^\alpha + \lambda_{21}^\alpha \lambda_{11}^\alpha \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^{\alpha} \lambda_{22}^{\alpha} - \lambda_{12}^{\alpha} \lambda_{21}^{\alpha}) \\
 &= \frac{1}{4} (\lambda_{11}^2 + \lambda_{22}^2 + \lambda_{11}^{\beta} \lambda_{22}^{\beta} - \lambda_{12}^{\beta} \lambda_{21}^{\beta} - \lambda_{12}^{\gamma} \lambda_{21}^{\gamma}) \\
 &= \frac{1}{4} (-1 + \frac{1}{3} - 1 - 1) = -\frac{2}{3} \quad (۳۷-۹)
 \end{aligned}$$

با قرار دادن معادله‌های (۳۶-۹) و (۳۷-۹) در معادله (۳۳-۹) نتیجه می‌گیریم که پتانسیلهای کوارک-کوارک عبارت‌اند از

$$V_{qq}(r) = -\frac{2}{3} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{سه‌تایه رنگ}) \quad (۳۸-۹)$$

$$V_{qq}(r) = \frac{1}{3} \frac{(\alpha_s \hbar c)}{r} \quad (\text{شش‌تایه رنگ}) \quad (۳۹-۹)$$

به‌ویژه، علامتها نشان می‌دهند که نیرو برای سه‌تایه جاذبه و برای شش‌تایه دافعه است. البته، آنها بدین شکل چندان مفید نیستند، زیرا هیچ‌کدام از این ترکیبها در طبیعت وجود ندارند\*. اما، معنی ضمنی جالب توجهی در پیوند سه کوارک دارد. این بار می‌توانیم مانند بخش ۵-۹ فصل ۵ پیدا کردیم، یک تک‌تایه (کاملاً پاد متقارن)، یک ده‌تایه (کاملاً متقارن) و دو هشت‌تایه (با تقارن آمیخته) بسازیم\*\*. چون تک‌تایه کاملاً پاد متقارن است، هر جفت از کوارکها در حالت سه‌تایه (متقارن) کانال جاذبه هستند، در ده‌تایه هر جفت در حالت شش‌تایه (متقارن) هستند — آنها دفع می‌شوند. برای دو هشت‌تایه، بعضی جفتها در حالت سه‌تایه و برخی در حالت شش‌تایه هستند. پس انتظار مقداری جاذبه، و مقداری دافعه را داریم. هر چند فقط در آرایش تک‌تایه می‌توان به جاذبه کاملاً متقابل سه کوارک دست یافت. مجدداً این یک نتیجه خوشایند است: مانند مورد مزونها، هنگامی که کوارکها در حالت تک‌تایه رنگ هستند مطلوب‌ترین شرایط برای بستگی را دارند.

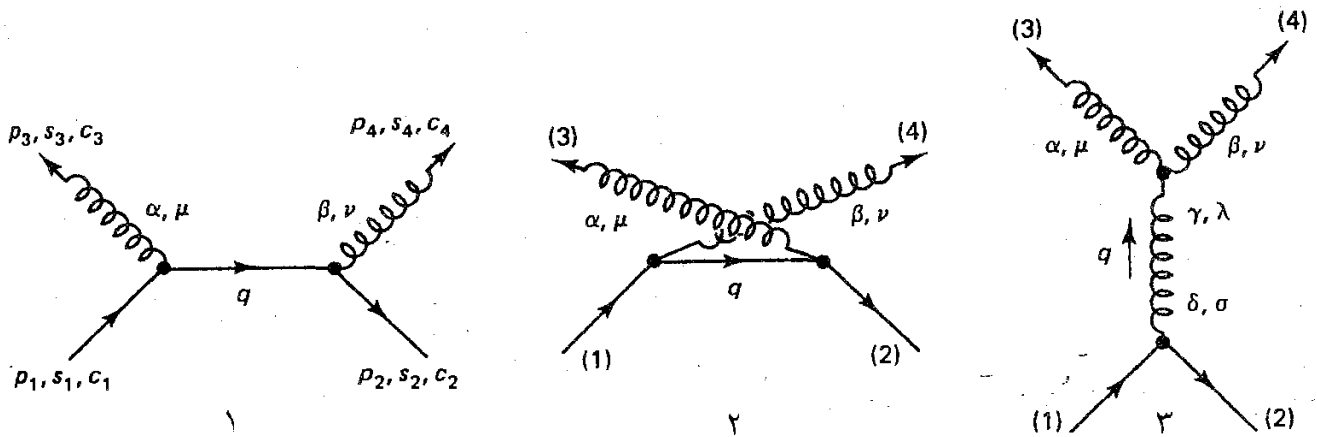
### ۳-۹ نابودی زوج در QCD

در این بخش فرایند کوارک به اضافه پاد کوارک ← دو گلوئون یعنی — مشابه نابودی زوج در QCD

\* اگر به هشدار پانوش (\* ) صفحه ۳۵۹ توجه نکرده باشید، شاید از یافتن دو کوارک در حالت سه‌تایه که یکدیگر را جذب می‌کنند نگران شده باشید. اینکه جفت‌شدگی  $q\bar{q}$  تک‌تایه دو بار قوی‌تر است مایه دلخوشی است؛ اما اگر این تمام داستان بود شاید انتظار داشتیم بستگی سه‌تایه  $qq$  به‌وقوع می‌پیوست، که به حالت‌های آزاد «دو کوارکی» می‌انجامید. در واقع، حدسهایی در مورد امکان وجود ترکیب دو کوارکی در هسته وجود دارد [۳].

\*\* در فصل ۵ با طعمها سروکار داشتیم نه رنگها، اما ریاضیات آنها یکسان است. از دید نظریه گروه:  $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$ .

را در نظر می‌گیریم. محاسبات کاملاً شبیه مثال ۷-۸ است؛ با این حال، در QCD سه نمودار در پایین‌ترین مرتبه سهیم‌اند:



دامنه در نمودار ۱ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned}
 -i\mathcal{M}_1 &= \bar{v}(2)c_2^\dagger \left[ -i\frac{g_s}{\Lambda} \lambda^\beta \lambda^\nu \right] [\epsilon_{\nu}^* a_{\nu}^{\beta*}] \left[ \frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - m^2 c^2} \right] \\
 &\times \left[ -i\frac{g_s}{\Lambda} \lambda^\alpha \lambda^\mu \right] [\epsilon_{\mu}^* a_{\mu}^{\alpha*}] u(1)c_1 \quad (40-9)
 \end{aligned}$$

برای سهولت از اینجا به بعد علامت \* را که در نمادگذاری به ما تحمیل شده بود در بردارهای قطبش و حالت‌های رنگ جذب می‌کنیم. در اینجا \$q = p\_1 - p\_2\$، پس

$$q^2 - m^2 c^2 = p_1^2 - 2p_1 \cdot p_2 + p_2^2 - m^2 c^2 = -2p_1 \cdot p_2 \quad (41-9)$$

و بنابراین:

$$\mathcal{M}_1 = \frac{-g_s^2}{\Lambda^2} \frac{1}{p_1 \cdot p_2} \bar{v}(2) [\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc] \not{\epsilon}_2 u(1) \times a_{\nu}^{\alpha} a_{\nu}^{\beta} (c_2^\dagger \lambda^\beta \lambda^\alpha c_1) \quad (42-9)$$

همین‌طور، برای نمودار ۲ داریم

$$\mathcal{M}_2 = \frac{-g_s^2}{\Lambda^2} \frac{1}{p_1 \cdot p_2} \bar{v}(2) [\epsilon_{\nu} (\not{p}_1 - \not{p}_2 + mc) \epsilon_{\nu}] u(1) a_{\nu}^{\alpha} a_{\nu}^{\beta} (c_2^\dagger \lambda^{\alpha} \lambda^{\beta} c_1) \quad (43-9)$$

توجه کنید که این بار \$\lambda\$‌ها با ترتیب مخالف ظاهر شده است. سرانجام، برای نمودار ۳ داریم:

$$\begin{aligned}
 -i\mathcal{M}_r = & \bar{v}(2)c_1^\dagger \left[ -i\frac{g_s}{2}\lambda^\delta\lambda_\sigma \right] u(1)c_1 \left[ -i\frac{g^{\sigma\lambda}\delta^{\delta\gamma}}{q^2} \right] \cdot \{ -g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(-p_r + p_r)_\lambda \\
 & + g_{\nu\lambda}(-p_r - q)_\mu + g_{\lambda\mu}(q + p_r)_\nu] \} [\epsilon_r^\mu a_r^\alpha] [\epsilon_r^\nu a_r^\beta] \quad (44-9)
 \end{aligned}$$

در این مورد  $q = p_r + p_r$ ، پس  $q^2 = 2p_r \cdot p_r$ ؛ با ساده‌سازی (و استفاده از  $\epsilon_r \cdot p_r = \epsilon_r \cdot p_r = 0$ ) به دست می‌آوریم (مسئله ۹-۱۰):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_r = & i\frac{g_s^2}{4} \frac{1}{p_r \cdot p_r} \bar{v}(2) [(\epsilon_r \cdot \epsilon_r)(\not{p}_r - \not{p}_r) + 2(p_r \cdot \epsilon_r)\epsilon_r - 2(p_r \cdot \epsilon_r)\epsilon_r] u(1) \\
 & \times f^{\alpha\beta\gamma} a_r^\alpha a_r^\beta (c_1^\dagger \lambda^\gamma c_1) \quad (45-9)
 \end{aligned}$$

تاکنون، همه اینها کلی بودند (و تقریباً نامرتب). برای مرتب کردن آنها (همان‌طور که در مطالعه نابودی  $e^+e^-$  دیدیم) فرض می‌کنیم ذرات اولیه در حال سکون‌اند:

$$p_1 = p_2 = (mc, 0), \quad p_r = (mc, \mathbf{p}), \quad p_r = (mc, -\mathbf{p}) \quad (46-9)$$

آن‌گاه

$$p_1 \cdot p_2 = p_1 \cdot p_r = (mc)^2 \quad \text{و} \quad p_r \cdot p_r = 2(mc)^2 \quad (47-9)$$

در ضمن، در پیمانه کولن، معادله (۷-۹) به قرار زیر است:

$$p_r \cdot \epsilon_r = -\mathbf{p} \cdot \epsilon_r = -p_r \cdot \epsilon_r = 0 \quad (48-9)$$

(همین‌طور  $p_r \cdot \epsilon_r = 0$ )، بنابراین دو جمله در  $\mathcal{M}_r$  حذف می‌شوند. برای ساده‌سازی  $\mathcal{M}_1$  و  $\mathcal{M}_2$  از معادله‌های (۷-۱۳۷) و (۷-۱۳۸) استفاده می‌کنیم و درمی‌یابیم که دامنه کل ( $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_r$ ) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M} = & -\frac{g_s^2}{\lambda(mc)^2} a_r^\alpha a_r^\beta \bar{v}(2)c_1^\dagger [\not{p}_r \not{p}_r \not{p}_r \lambda^\alpha \lambda^\beta + \not{p}_r \not{p}_r \not{p}_r \lambda^\beta \lambda^\alpha \\
 & - i(\epsilon_r \cdot \epsilon_r)(\not{p}_r - \not{p}_r) f^{\alpha\beta\gamma} \lambda^\gamma] c_1 u(1) \quad (49-9)
 \end{aligned}$$

می‌توان مختصات را چنان تنظیم کرد که محور  $z$  روی  $\mathbf{p}$  قرار گیرد؛ آن‌گاه داریم:



$$p_z = mc(\gamma^0 - \gamma^3), \quad p_x = mc(\gamma^0 + \gamma^3), \quad p_x - p_z = 2mc\gamma^3 \quad (50-9)$$

از معادله‌های (۱۴۲-۷) و (۱۴۳-۷) داریم:

$$\epsilon_z \epsilon_x = -(\epsilon_z \cdot \epsilon_x) - i(\epsilon_z \times \epsilon_x) \cdot \Sigma, \quad \not{\epsilon}_x \not{\epsilon}_z = -(\epsilon_z \cdot \epsilon_x) + i(\epsilon_z \times \epsilon_x) \cdot \Sigma \quad (51-9)$$

با قرار دادن این عبارات در معادله (۴۹-۹) و به‌کار بستن رابطه‌های جابه‌جایی (۱۰-۹) برای  $\lambda$  ها به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \frac{g_s^2}{\lambda mc} a_f^\alpha a_f^\beta \bar{v}(2) c_f^\dagger ((\epsilon_z \cdot \epsilon_x) \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \gamma^0 \\ & + i(\epsilon_z \times \epsilon_x) \cdot \Sigma (\{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \gamma^0 + \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \gamma^3)) c_1 u(1) \end{aligned} \quad (52-9)$$

که در آن آکولادها بیانگر یاد جابه‌جاگرها هستند:  $\{A, B\} \equiv AB + BA$ . (می‌توانید این نتیجه را با عبارت متناظر آن در QED (۱۴۶-۷) مقایسه کنید، در صورتی که  $\lambda$  ها را برابر ۱ قرار دهید، و حالت‌های رنگ  $a$  و  $c$  را حذف کنید و قرار دهید  $g_e \rightarrow \frac{g_s}{4}$  به همان عبارت می‌انجامد.) اکنون فرض کنید کوارکها در حالت اسپین صفر (تک‌تایه) باشند (حالت سه‌تایه به هیچ طریقی به دو گلوئون تبدیل نمی‌شود، حداقل سه گلوئون لازم است):

$$\mathcal{M} = (\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow} - \mathcal{M}_{\downarrow\uparrow}) / \sqrt{2} \quad (53-9)$$

برای  $\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow}$  داریم [نگاه کنید به معادله‌های (۱۵۰-۷) و (۱۵۱-۷)]:

$$\bar{v}(2) \gamma^0 u(1) = \bar{v}(2) \Sigma \gamma^0 u(1) = 0, \quad \bar{v}(2) \Sigma \gamma^3 u(1) = -2mc\hat{z} \quad (54-9)$$

مانند قبل،  $\mathcal{M}_{\downarrow\uparrow} = -\mathcal{M}_{\uparrow\downarrow}$  و آنچه باقی می‌ماند عبارت است از\*:

$$\mathcal{M} = -i\sqrt{2} \frac{g_s^2}{4} (\epsilon_z \times \epsilon_x)_z a_f^\alpha a_f^\beta (c_f^\dagger \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} c_1) \quad (\text{اسپین یک‌تایه}) \quad (55-9)$$

\* در این مرحله تمام جمله‌های  $\epsilon_z \cdot \epsilon_x$  حذف می‌شوند. این واقعیت که  $\mathcal{M}_z$  با  $\epsilon_z \cdot \epsilon_x$  متناسب است [معادله (۴۹-۹)] به معنی آن است که هنگامی که کوارکها در آرایش تک‌تایه در حال سکون باشند، نمودار شامل رأس سه گلوئونی هیچ سهمی ندارد. اغلب کتابها از ابتدا از آن چشم‌پوشی می‌کنند. اما در اصل باید آن را در نظر گرفت (به مسئله ۱۱-۹ نیز نگاه کنید).

بار دیگر نتیجه‌ای به دست آوردیم که با چیزی در QED (معادله ۷-۱۵۵) یکسان است جز آنکه  $g_e \rightarrow g_s$  و وجود عامل رنگ

$$f = \frac{1}{\lambda} a_f^\alpha a_f^\beta (c_f^\dagger \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} c_f) \quad (56-9)$$

به خصوص اگر کوارکها حالت تک‌تایه رنگ را اشغال کنند،  $(\frac{1}{\sqrt{3}})(r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})$ ، داریم:

$$f = \frac{1}{\lambda} a_f^\alpha a_f^\beta \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ (1 \ 0 \ 0) \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (0 \ 1 \ 0) \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (0 \ 0 \ 1) \{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{\lambda \sqrt{3}} a_f^\alpha a_f^\beta Tr\{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} \quad (57-9)$$

اما

$$Tr\{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} = 2Tr(\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 4\delta^{\alpha\beta} \quad (58-9)$$

(مسئله ۹-۳)، بنابراین

$$f = \frac{1}{2\sqrt{3}} a_f^\alpha a_f^\alpha \quad (\text{تک‌تایه رنگ}) \quad (59-9)$$

حال، حالت تک‌تایه برای دو گلوئون (مسئله ۹-۱۲) عبارت است از

$$|\text{تک‌تایه}\rangle = \frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{n=1}^{\lambda} |n\rangle_1 |n\rangle_2 \quad (60-9)$$

بدیهی است که

$$a_f^\alpha a_f^\alpha = \frac{1}{\sqrt{8}} (\lambda) = 2\sqrt{2} \quad (61-9)$$

و بنابراین

$$f = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (62-9)$$

نتیجه‌گیری: برای فرایند  $q + \bar{q} \rightarrow g + g$  در پیکربندی تک‌تایه اسپینی تک‌تایه رنگ، با کوارکهای در حال سکون، دافعه عبارت است از:

$$\mathcal{M} = -4\sqrt{\frac{2}{3}} g_s^2 \quad (۶۳-۹)$$

[نگاه کنید به معادله (۱۶۰-۷)] و سطح مقطع برابر است با:

$$\sigma = \frac{2}{3} \frac{4\pi}{cv} \left( \frac{\hbar \alpha_s}{m} \right)^2 \quad (۶۴-۹)$$

[نگاه کنید به معادله (۱۶۵-۷)]. همان‌طور که سطح مقطع برای  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$  نشان داد، آهنگ واپاشی پوزیترونیم عبارت است از:

$$\Gamma = \sigma v |\psi(0)|^2 \quad (۶۵-۹)$$

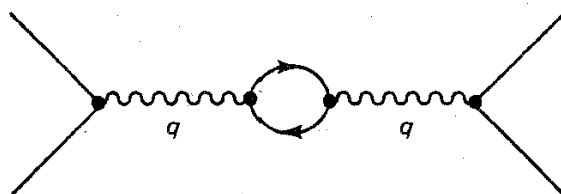
[معادله (۱۶۸-۷)], پس اکنون می‌توانیم فرمولی را برای واپاشی حالت کوارکونیم اسپین صفر ارائه دهیم (همانند  $\eta_c$  - توجه کنید که خود  $\psi$  و  $\Upsilon$  دارای اسپین ۱ هستند و به سه گلوئون تبدیل می‌شوند):

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g) = \frac{8\pi}{3c} \left( \frac{\hbar \alpha_s}{m} \right)^2 |\psi(0)|^2 \quad (۶۶-۹)$$

رابطه بدین صورت چندان مفید نیست، زیرا  $\psi(0)$  را نمی‌شناسیم. با این حال واپاشی الکترومغناطیسی  $\eta_c \rightarrow 2\gamma$  شامل ضریب مشابهی است و می‌توانیم عبارت پاکیزه‌ای را برای نسبت‌های انشعابی به‌دست آوریم (مسئله ۹-۱۳).

## ۴-۹ آزادی مجانبی

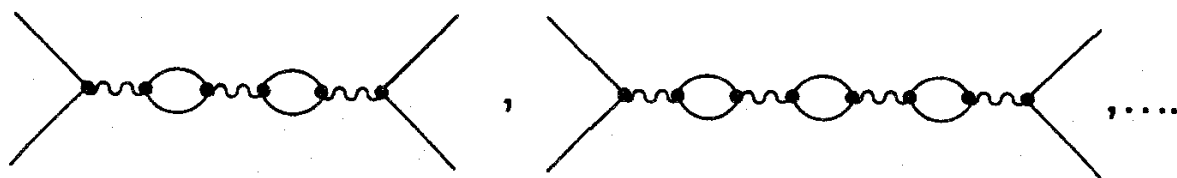
در آخرین بخش فصل ۷ دریافتیم که نمودار حلقه‌ای



در الکترودینامیک کوانتومی باعث می‌شود بار مؤثر الکترون تابعی از انتقال تکانه  $q$  شود\*:

$$\alpha(|q^2|) = \alpha(0) \left\{ 1 + \frac{\alpha(0)}{3\pi} \ln(|q^2|/(mc)^2) \right\} \quad (|q^2| = -q^2 \gg (mc)^2) \quad (67-9)$$

با نزدیک شدن بارها به یکدیگر قدرت جفت‌شدگی افزایش می‌یابد  $(|q^2|)$ ، واقعیتی که به صورت فیزیکی آن را نتیجه‌ای از «قطبش خلأ» تغییر می‌کنیم: توابع خلأ به عنوان نوعی محیط دی‌الکتریک تا اندازه‌ای باعث استتار بار می‌شوند. هر چه نزدیک‌تر شویم، استتار کمتر و بار مؤثر بیشتر می‌شود. البته معادله (67-9) فقط تا مرتبه  $\alpha(0)^2$  معتبر است. تصحیحات مرتبه بالاتری وجود دارند که در آنها موارد غالب زنجیره‌هایی از حلقه‌هاست:



این نمودارها را می‌توان آشکارا باهم جمع کرد و نتیجه عبارت است از\*\*:

$$\alpha(|q^2|) = \frac{\alpha(0)}{1 - (\alpha(0)/3\pi) \ln(|q^2|/(mc)^2)} \quad (|q^2| \gg (mc)^2) \quad (68-9)$$

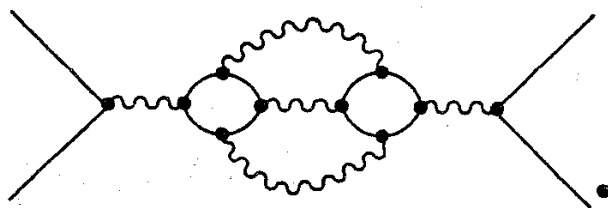
ظاهراً، جفت‌شدگی در  $\ln(|q^2|/(mc)^2) = 3\pi/\alpha(0)$  بینهایت می‌شود. با این حال، این موضوع

\* یک جمله واگرا نیز وارد می‌شود که آن را در بار «باز بهنجار شده» جذب کرده‌ایم [معادله (7-185)]. اما این مسئله کاملاً متفاوتی است که هیچ پیامد قابل مشاهده‌ای ندارد (هر چند ممکن است باعث در دسر شود) و هنگامی که واژه‌های مناسب گفته شود دیگر اهمیتی ندارد. وابستگی کاملاً معین  $\alpha$  به  $q^2$  موضوعی مهم است، زیرا حاوی پیامدهای سر راست و قابل اندازه‌گیری است.

\*\* این نتیجه شاید چندان تعجب‌آور نباشد. در واقع آنچه در دست داریم سری هندسی

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

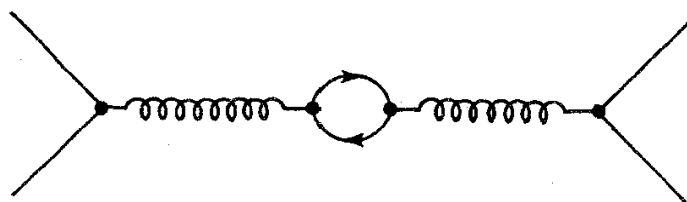
است که در آن  $x$  برای یک حلقه،  $x^2$  برای دو حلقه و ... است. هر چند معادله (68-9) در تمام مرتبه‌ها از  $\alpha(0)$  صحیح است، اما دقیق نیست، زیرا نمودارهایی مانند



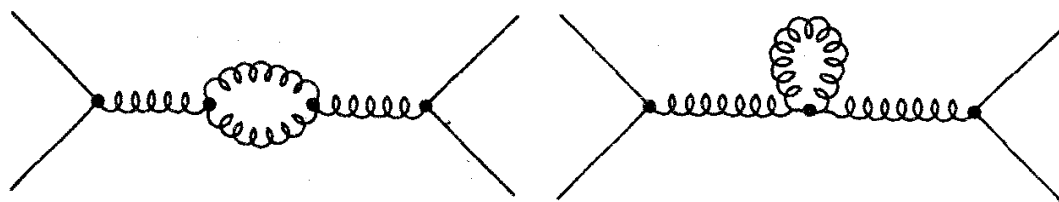
را نادیده گرفته‌ایم می‌توان نشان داد که اینها در حد  $|q^2| \gg (mc)^2$  سهم کمتری دارند. معادله (68-9) تقریب «لگاریتم عمده» نامیده می‌شود.

را نباید خیلی جدی گرفت، زیرا در انرژیهای حدود  $10^{28}$  MeV رخ می‌دهد، که (به بیان ملایم) دست نیافتنی است (مسئله ۹-۱۵).

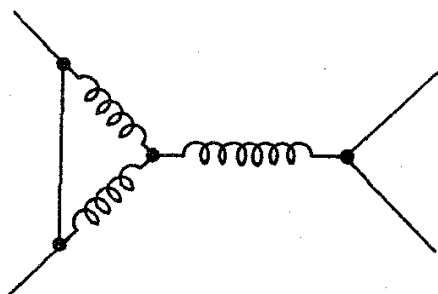
مسئله مشابهی در QCD رخ می‌دهد؛ حلقه‌های کوارک-پادکوارک:



به استتار رنگ کوارک می‌انجامد که (با پیمانه مناسب عوامل رنگ) شبیه معادله (۹-۶۷) است. با این حال، پیچیدگی جدیدی در این داستان وجود دارد، زیرا در QCD حلقه‌ها گلوئونی مجازی هم داریم:



همچنین نمودارهایی به شکل



معلوم شده است [۴] که سهم گلوئونی در جهت دیگر عمل می‌کند و یک وضعیت «ضد استتار» به وجود می‌آورد. از توضیحی کیفی و متقاعدکننده در مورد این اثر آگاه نیستیم [۵] — کافی است که بگوییم فرمول ثابت جفت‌شدگی پویا در QCD [مشابه معادله (۹-۶۸)] عبارت است از

$$\alpha_s(|q^2|) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (\alpha_s(\mu^2)/12\pi)(11n - 2f)\ln(|q^2|/\mu^2)} \quad (|q^2| \gg \mu^2) \quad (۹-۶۹)$$

که در آن  $n$  تعداد رنگها (در مدل استاندارد ۳) و  $f$  تعداد طعمها (در مدل استاندارد ۶) است. در هر نظریه‌ای که در آن  $11n > 2f$ ، حالت ضد استتاری غالب می‌شود و ثابت جفت‌شدگی با افزایش  $|q^2|$  کاهش می‌یابد؛ در فاصله‌های کوتاه نیروی «قوی» نسبتاً ضعیف می‌شود. البته، این موضوع مبنای آزادی جانبی است که بسیاری از چیزهایی را که می‌توان به صورت کمی در

مورد هادرونها گفت پیشگویی می‌کند. آزادی مجانبی همان چیزی است که به ما اجازه می‌دهد که پارتونها به عنوان ذراتی اساساً آزاد رفتار کنیم که به مقیاس بندی بیورکن می‌انجامد. این چیزی است که استفاده از حساب فاینمن در QCD را برای محاسبه پتانسیلهای بین کوارکی مجاز می‌دارد؛ آزادی مجانبی جزئی بنیادی در نظریه کوارکونیم و احتمالاً مسئول قاده OZI است. اگر کشف به موقع آزادی مجانبی صورت نمی‌گرفت کرومودینامیک از گردونه خارج می‌شد [۶].

شاید متوجه ظهور پارامتر جدید،  $\mu$ ، در معادله (۹-۶۹) نشده باشید. تعریف «بار» یک ذره به عنوان مقداری بلندبرد (کاملاً استتار شده) یعنی آنچه کولن و میلیکان اندازه‌گیری کردند، و همان چیزی که یک مهندس یا یک شیمیدان یا حتی یک فیزیکدان اتمی (بجز آنهایی که جابه‌جایی لمب را اندازه می‌گیرند) با آن سروکار دارند — در الکترو دینامیک طبیعی است. پس  $\alpha(0)$  همان ثابت ساختار ریز «قدیمی و خوب»،  $\frac{1}{137}$ ، است و این ثابت پارامتر معقولی برای بسط دادن اختلالی است. اما ما مجبور نیستیم به این صورت کار کنیم؛ می‌توانیم با هر مقدار دیگر  $q^2$  کار کنیم [فقط به شرط اینکه پایین‌تر از تکینگی در (۹-۶۸) بمانیم، که در آن  $\alpha(|q^2|)$  بیشتر از ۱ می‌شود و نظریه اختلال از کار می‌افتد]. با این حال، در QCD نمی‌توان از  $q^2 = 0$  شروع به کار کرد زیرا این جایی است که  $\alpha_s$  بزرگ می‌شود. باید به عنوان مرجع از جایی استفاده کنیم که در آن  $\alpha_s$  به قدری کوچک و بسط اختلالی جایز باشد. بدین دلیل است که معادله (۹-۶۹) به جای  $\alpha_s(0)$  برحسب  $\alpha_s(\mu^2)$  بیان شده است. مادامی که مقدار آن به اندازه‌ای بزرگ باشد که  $\alpha_s(\mu^2) < 1$ ، مهم نیست که چه مقداری از  $\mu$  مورد استفاده قرار گیرد (مسئله ۹-۱۶). در واقع اگر متغیر جدید  $\Lambda$  استفاده کنیم که در رابطه زیر به دست می‌آید

$$\ln \Lambda^2 = \ln \mu^2 - 12\pi / [(11n - 2f)\alpha_s(\mu^2)] \quad (9-70)$$

ثابت جفت‌شدگی پایا را می‌توان برحسب یک تک پارامتر بیان کرد (مسئله ۹-۱۷):

$$\alpha_s(|q^2|) = \frac{12\pi}{(11n - 2f)\ln(|q^2|/\Lambda^2)} \quad (|q^2| \gg \Lambda^2) \quad (9-71)$$

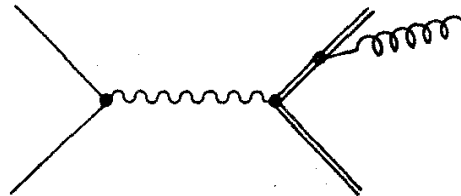
این نتیجه موجز مقدار جفت‌شدگی قوی در هر  $|q^2|$  را برحسب ثابت  $\Lambda$  ارائه می‌دهد. متأسفانه، تعیین دقیق  $\Lambda$  از داده‌های تجربی مشکل است، اما  $\Lambda_c$  در گستره

$$100 \text{ MeV} < \Lambda_c < 500 \text{ MeV} \quad (9-72)$$

قرار دارد. دقت کنید در حالی که جفت‌شدگی QED در محدوده انرژی قابل دسترس فقط اندکی تغییر می‌کند (مسئله ۹-۱۵)، تغییرات جفت‌شدگی QCD اساسی است (مسئله ۹-۱۸).

## ۹-۵ کاربردهای QCD

باید پذیرفت که تعداد چیزهایی را که می‌توان در QCD واقعاً محاسبه کرد به غایت اندک است. البته، همه چیزهایی را که می‌توان انجام داد نشان نداده‌ایم. موارد نقض مقیاس‌بندی ناشی از فرایند گسیل گلوئونی نظیر



را می‌توان به تفصیل تحلیل کرد، سازگاری با تجربه تحسین‌برانگیز است؛ تصحیحاتی QCD را برای فرمول  $R$  [معادله (۸-۸)] می‌توان حساب کرد؛ و فرایند «درل-یان»  $p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- + x$  را می‌توان برای نقض مقیاس‌بندی مطالعه کرد [۷]. همه اینها اختلالی و مبتنی بر آزادی مجانبی هستند و به ناحیه فاصله‌های کوتاه محدود می‌شوند. در حد دیگر، کارهای زیادی به شناخت محصور بودن در QCD اختصاص دارد، اما در این کار چنانکه باید رفتار بلند برد نیروهای میان کوارکی دخیل است، و نمی‌تواند به صورت اختلالی انجام شود. نویدبخش‌ترین روش «نظریه پیمانه‌ای شبکه‌ای» است که در آن شبکه‌ای متناهی از نقطه‌های گسسته جایگزین پیوستار فضا-زمان می‌شود و معادله‌های QCD به صورت عددی حل می‌شوند. می‌توان امیدوار بود در حدی که فاصله شبکه به صفر میل می‌کند نتایج واقعی به دست آید [۸]. مشکل آن است که هر نظریه، حتی QED، روی شبکه‌های متناهی محصور بودن را از خود بروز می‌دهند. این پرسش ظریف مطرح می‌شود که آیا این رفتار در حد پیوستار نیز تداوم دارد. در QED نوعی «گذار فاز» را می‌یابیم که در آن سیستم به یک مُد نامحصور منتقل می‌شود؛ اما محاسبات رایانه‌ای نشان می‌دهد که این گذار فاز در QCD رخ نمی‌دهد و بنابراین نظریه محصور باقی می‌ماند. این موضوع به تأیید جفت‌شدگی در QCD به شدت نزدیک می‌شود، هر چند اثباتی دقیق مرجح است.

اما محصور بودن، هر چند که مهم است، اما بیشتر به سازگاری داخلی مدل مربوط می‌شود تا به داده‌های تجربی. اگر QCD نظریه‌ای صحیح برای برهم‌کنش‌های قوی است، پس جواب آن برای مسائل کلاسیک فیزیک هادرون‌ها در کجاست؟ چرا در حال حاضر نمی‌توانیم اختلاف جرم نوترون-پروتون با نیروی بین دو پروتون، یا سطح مقطع پراکندگی پيون-نوکلئون و یا انرژی بستگی دوترون را حساب کنیم؟ مشکل آنجاست که تمام این پرسش‌های به ظاهر ساده شامل مسائل بس ذره‌ای پیچیده‌ای هستند. فکر می‌کنیم که به مرور زمان راه‌هایی را برای کار با چنین موضوعهایی به وسیله QCD بیابیم، همان‌طور که شیمی فیزیکدانان آموختند که چگونه مکانیک کوانتومی را در مولکولهای بزرگ به کار ببندند. اما در حال حاضر باید با دستاوردهای نسبتاً کم بسازیم.

## مراجع و یادداشتهای

۱. خواننده علاقه‌مند باید به بررسی کلاسیک

E. S. Abers and B. W. Lee, *Phys.Rep.* **9C**,(1973),1

رجوع کنید.

۲. برخی بر این اعتقادند که می‌توان عاملهای رنگ را به‌طور سرانگشتی حساب کرد؛ هر کس شگرد خاص خود را دارد. به کتابهای زیر نگاه کنید.

D. H. Perkins, *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison. Wesley, 1982), App. G; F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons*, (New York: Wiley, 1989), Sect. 2-15 and p. 211; C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interaction* (Reading, MA: Benjamin/Cummings, 1983), pp. 198-199.

من ترجیح می‌دهم این کار را با روش کسل‌کننده‌تری که در اینجا نشان داده شد انجام دهم که به رهیافت

G. L. Kane in *Color Symmetry and Quark Confinement*, Proceedings of the 12th Rencontre de Mariond, Vol. III, J. Tran Thanh Van, ed. (1977), p. 9.

نزدیک‌تر است.

۳. نگاه کنید به (1982) 305 *Nature*, **296**, "Demom Nuclei," F. Close.

۴. مرجع (۲) 8.3 *C. Quigg*, Sect.

۵. با این حال، به مرجع ۲ 223 *C. Quigg*, p. و *Sci. Am.* (April 1985) نگاه کنید.

6. H. D. Politzer, *Phys.Rev.Lett.* **30**, 1346 (1973); *Phys.Rep.* **14C**, 130 (1974); D. J. Gross and F. Wilczek, *Phys.Rev.Lett.* **30**, 1343 (1973)

۷. مرجع ۲: 11 و 10 *Halzen and Martin*, Chaps. 8.4 و 8.5: ۲ *Quigg*, Sects.

8. C. Rebbi, *Sci.Am.* (February 1983).

۹. خلاصه‌ای از شواهد تجربی به نفع QCD را

P. Söding and G. Wolf, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **31**, 231 (1981) S

ارائه کرده است.



مسائل

۹-۱ چرا فوتون نمی‌توانند «نهمین گلوئون» باشد؟ [پاسخ: گلوئونها با قدرت یکسانی با تمام باریونها جفت می‌شوند و نه (مانند فوتون). متناسب با بار آنها. چون جرم و اعداد باریونی در توده ماده تقریباً متناسب‌اند، در واقع، این نیرو باید بسیار شبیه کمکی به گرانی به نظر رسد. در اوایل سال ۱۹۸۶ این امکان تب و تاب و زودگذری را به وجود آورد. E. Fischbach et al., *Phys.Rev.Lett.* **56**, (1986) 3 با این حال به اظهارنظرهای *Phys.Rev.Lett.* **56**, 2423 (1986) نگاه کنید.]  
 ۹-۲ تبدیلهای رنگ  $SU(3)$  طبق قاعده تبدیل

$$c \rightarrow c' = Uc$$

به صورت «قرمز»، «آبی» و «سبز» علامتگذاری می‌شوند که در آن  $U$  هر ماتریس  $3 \times 3$  یکانی ( $UU^\dagger = 1$ ) با درمیان ۱ و  $c$  بردار ستونی دارای سه جزء است. برای مثال

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

باید  $b \rightarrow r$  و  $r \rightarrow g$  و  $g \rightarrow b$  و گلوئون نهم ( $|9\rangle$ ) آشکارا تحت  $U$  ناورداست، اما هشت تاییه گلوئونی چنین نیستند. نشان دهید  $|7\rangle$  و  $|8\rangle$  به ترکیبی خطی از یکدیگر می‌روند:

$$|7'\rangle = \alpha|7\rangle + \beta|8\rangle, \quad |8'\rangle = \gamma|7\rangle + \delta|8\rangle$$

اعداد  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  را بیابید.

$$9-3 \text{ نشان دهید } Tr(\lambda^\alpha \lambda^\beta) = 2\delta^{\alpha\beta}$$

(توجه کنید که ماتریسهای  $\lambda$  بدون رد هستند.)

۹-۴ ثابتهای ساختار برای  $SU(2)$  چگونه‌اند؟ یعنی در عبارت

$$[\sigma^i, \sigma^j] = 2if^{ijk}\sigma^k$$

اعداد  $f^{ijk}$  چه هستند.

۹-۵ (الف) فرض کنید  $f^{\alpha\beta\gamma}$  کاملاً پاد متقارن است (در آن صورت به طور خودکار داریم  $f^{112} = 0$  و با محاسبه  $f^{122}$  دیگر نباید دلوایس  $f^{231}, f^{213}$  و غیره بود.) چند ثابت ساختار غیر بدیهی متمایز باقی می‌ماند؟

$$\left[ \frac{۸ \cdot ۷ \cdot ۶}{۳ \cdot ۲ \cdot ۱} = ۵۶ \text{ پاسخ} \right]$$

(از اینها، معلوم می‌شود که فقط نه تا از آنها غیرصفرند — در معادله (۹-۱۱) فهرست شده‌اند — و از میان آنها فقط سه تا اعداد متفاوتی دارند).

(ب)  $[\lambda^1, \lambda^2]$  را به دست آورید و تأیید کنید که برای همه  $\gamma$ ها بجز ۳،  $f^{12\gamma} = 0$ ، در صورتی

$$\text{که } f^{123} = ۱.$$

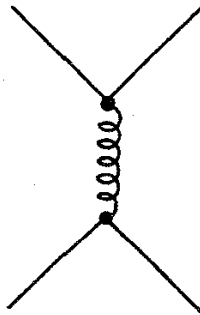
(ج) همین‌طور،  $[\lambda^1, \lambda^3]$  و  $[\lambda^2, \lambda^3]$  را حساب کنید و ثابتهای ساختار حاصل را به دست

آورید.

۹-۶ عامل رنگ هشت‌تایه  $qq$  را با استفاده از حالت: (الف)  $b\bar{g}$ ، (ب)  $(r\bar{r} - b\bar{b})\sqrt{2}$ ،

(ج)  $(r\bar{r} + b\bar{b} - 2g\bar{g})\sqrt{6}$  حساب کنید.

۹-۷ دامنه،  $\mathcal{M}$ ، را برای نمودار زیر بیابید.



در این حالت [مانند معادله (۹-۲۲)] عامل رنگ چیست؟  $f$  را در آرایش تک‌تایه رنگ محاسبه کنید. آیا می‌توانید پاسخ را توجیه کنید؟ [پاسخ: این عامل صفر است؛ تک‌تایه نمی‌تواند با هشت‌تایه (گلوئونی) جفت شود.]

۹-۸ با استفاده از حالت  $(rb + br)\sqrt{2}$  عامل زنگ شش‌تایه  $qq$  را محاسبه کنید.

۹-۹ عاملهای رنگ همواره شامل عبارتهایی به شکل  $\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{kl}^\alpha$  (جمع روی  $\alpha$ ) هستند. فرمول ساده‌ای برای این کمیت وجود دارد که محاسبه را کوتاه می‌کند:

$$\lambda_{ij}^\alpha \lambda_{kl}^\alpha = 2\delta_{il}\delta_{jk} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}$$

[نگاه کنید به Kane در مرجع ۲]: این قضیه را برای

(الف)  $i = j = k = l = ۱$  [معادله (۹-۳۶)]

(ب)  $k = l = ۲, i = j = ۱$  [معادله (۹-۲۴)]

(ج)  $j = k = ۲, i = l = ۱$  [معادله (۹-۳۷)]

بررسی کنید.

(د) از این قضیه برای تأیید معادله (۹-۲۷) استفاده کنید.

۹-۱۰ با شروع از معادله (۹-۴۴)، معادله (۹-۴۵) را به دست آورید.

۹-۱۱ آزمون ساده‌ای برای نوردایی پیمانه‌ای دامنه ( $\mathcal{M}$ ) در QCD (یا QED) وجود دارد: به جای هر بردار قطبش گلوئون (یا فوتون) تکانه‌اش را قرار دهید (مثلاً  $p_3 \rightarrow \epsilon_3$ ) و باید مقدار صفر را به دست آورید. (نگاه کنید به مسئله ۷-۲۱). با استفاده از این معیار نشان دهید  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3$  پیمانه نورداست، اما  $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$  به تنهایی پیمانه نورد است. [پس رأس سه گلوئونی در QCD اساساً نوردایی پیمانه‌ای را حفظ می‌کند. برخلاف آن، توجه کنید که در QED،  $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$  به تنهایی پیمانه نورد است (مثال ۷-۸). این واقعیت که ماتریسهای  $\lambda$  جابه‌جا نمی‌شوند (تفاوت را به وجود می‌آورد).

۹-۱۲ ترکیب تک‌تایه رنگ دو گلوئون (۹-۶۰) را تشکیل دهید. یک روش به صورت زیر است: فرض کنید

$$c = \begin{pmatrix} r \\ b \\ g \end{pmatrix}$$

تحت  $SU(3)$ ،  $c \rightarrow c' = Uc$  که در آن  $U$  ماتریسی یکانی ( $UU^\dagger = 1$ ) با دترمینان ۱ است. همین‌طور فرض کنید  $d^\dagger = (\bar{r}, \bar{b}, \bar{g})$  و با قاعده  $d^\dagger \rightarrow d'^\dagger = d^\dagger U^\dagger$  تبدیل می‌شود. از ماتریس

$$M \equiv cd^\dagger = \begin{pmatrix} r\bar{r} & r\bar{b} & r\bar{g} \\ b\bar{r} & b\bar{b} & b\bar{g} \\ g\bar{r} & g\bar{b} & g\bar{g} \end{pmatrix}$$

توجه کنید که  $M' = c'd'^\dagger = U M U^\dagger$ .

رد را از بین می‌برد:

$$N \equiv M - \frac{1}{3} [Tr(M)]$$

را صفر قرار دهید،  $Tr(N) = 0$ . [توجه کنید که  $Tr(M) = (r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g})$  پس این ترکیب تحت  $SU(3)$  نورد است؛ این عبارت ترکیب تک‌تایه در  $1 \oplus 8 = 3 \otimes \bar{3}$  است و  $N$  یک هشت‌تایه است.]

$$N' = M' - \frac{1}{3}[Tr(M')] = U M U^\dagger - \frac{1}{3}[Tr(M)] U U^\dagger = U N U^\dagger$$

پرسش آن است که چگونه از تلفیق دو هشت‌تایه می‌توان یک تک‌تایه به دست آورد، یعنی چگونه باید ترکیبی دوخطی از  $N_1$  و  $N_2$  ساخت که تحت  $U$  ناوردا باشد. جواب این چنین است:

$$S \equiv Tr(N_1 N_2)$$

زیرا

$$s' = Tr(N'_1 N'_2) = Tr(U N_1 U^\dagger U N_2 U^\dagger) = Tr(U^\dagger U N_1 N_2) = Tr(N_1 N_2) = s$$

آنچه باید نشان دهیم چگونگی بیان  $s$  برحسب اجزای  $M_1$  و  $M_2$  است:

$$\begin{aligned} Tr(N_1 N_2) &= Tr\left\{\left(M_1 - \frac{1}{3}[Tr(M_1)]\right)\left(M_2 - \frac{1}{3}[Tr(M_2)]\right)\right\} \\ &= Tr(M_1 M_2) - \frac{1}{3}[Tr(M_1)][Tr(M_2)] \\ &= \frac{2}{3}[(r\bar{r})_1(r\bar{r})_2 + (b\bar{b})_1(b\bar{b})_2 + (g\bar{g})_1(g\bar{g})_2] \\ &\quad - \frac{1}{3}[(r\bar{r})_1(b\bar{b})_2 + (r\bar{r})_1(g\bar{g})_2 + (b\bar{b})_1(r\bar{r})_2 + (b\bar{b})_1(g\bar{g})_2 \\ &\quad + (g\bar{g})_1(r\bar{r})_2 + (g\bar{g})_1(b\bar{b})_2] + [(r\bar{b})_1(b\bar{r})_2 + (r\bar{g})_1(g\bar{r})_2 \\ &\quad + (b\bar{r})_1(r\bar{b})_2 + (b\bar{g})_1(r\bar{g})_2 + (g\bar{r})_1(r\bar{g})_2 + (g\bar{b})_1(b\bar{g})_2] \\ &= |1\rangle_1|1\rangle_2 + |2\rangle_1|2\rangle_2 + |3\rangle_1|3\rangle_2 + |4\rangle_1|4\rangle_2 + |5\rangle_1|5\rangle_2 + |6\rangle_1|6\rangle_2 \\ &\quad + |7\rangle_1|7\rangle_2 + |8\rangle_1|8\rangle_2 = \sum_{n=1}^8 |n\rangle_1|n\rangle_2 \end{aligned}$$

این عبارت — حاصل ضرب ناوردای دو هشت‌تایه — مانند حاصل ضرب نقطه‌ای دو ۳ بردار  $SU(2)$  در  $SU(3)$  است.

۱۳-۹ نسبت انشعاب  $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)/\Gamma(\eta_c \rightarrow 2\gamma)$  را تعیین کنید. [راهنمایی: از معادله (۹-۶۶) برای صورت کسر و با اصلاحات مناسبی در معادله‌های (۷-۱۶۵) و (۷-۱۶۸) برای مخرج کسر استفاده کنید. دو اصلاح وجود دارد: (i) تغییر کوارک،  $Qe$  است و (ii) برای کوارکهای در حالت تک‌تایه (۹-۵) عامل رنگ ۳ وجود دارد. پاسخ:  $[\frac{9}{8}(\alpha_s/\alpha)]^2$ .

۱۴-۹ (پراکندگی گلوئون-گلوئون)

(الف) نمودارهای پایین‌ترین مرتبه را که نشانگر برهم‌کنش دو گلوئون باشند، رسم کنید (چهار

نمودار وجود دارد).

(ب) دامنه‌های متناظر هر یک را بنویسید.

(ج) گلوئون ورودی و خروجی را در حالت تک‌تایه رنگ فرض کنید. دامنه‌های حاصل را حساب کنید.

(د) به چارچوب  $CM$  بروید که در آن هر گلوئون دارای انرژی  $E$  است؛ همه عواملهای سینماتیکی را برحسب  $E$  و زاویه پراکندگی  $\theta$  بیان کنید. با جمع دامنه‌ها،  $\mathcal{M}$  کل را به دست آورید.

(ه) سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی را بیابید.

(و) تعیین کنید چه وقت نیرو جاذبه است و چه وقت دافعه.

۱۵-۹ (الف) انرژی  $(\sqrt{|q^2|c^2})$  را حساب کنید که در آن ثابت جفت‌شدگی QED (۹-۶۸) بینهایت شود. (به خاطر داشته باشید که  $\alpha(^{\circ}) = \frac{1}{137}$  ثابت ساختار ریز است.)

(ب) در چه انرژی به ۱٪ انحراف از  $\alpha(^{\circ})$  می‌رسیم؟ آیا می‌توان به این مقدار انرژی دست یافت؟

۱۶-۹ ثابت کنید که مقدار  $\mu$  در معادله (۹-۶۹) اختیاری است. [یعنی فرض کنید فیزیکدان  $A$  از مقدار  $\mu_a$  استفاده کنید و فیزیکدان  $B$  مقدار متفاوت  $\mu_b$  را به کار گیرد. فرض کنید نسخه  $A$  معادله (۹-۶۹) صحیح باشد، ثابت کنید معادله مربوط به  $B$  نیز صحیح است.]

۱۷-۹ از معادله‌های (۹-۶۹) و (۹-۷۰) معادله (۹-۷۱) را به دست آورید.

۱۸-۹  $\alpha_s$  را در انرژی  $10^{\circ}$  و  $10^{\circ} GeV$  حساب کنید. فرض کنید  $3 GeV = \Lambda_c$ . اگر

$1 GeV = \Lambda_c$  بود چه می‌شد؟ در مورد  $1 GeV = \Lambda_c$  چطور؟

## برهم‌کنشهای ضعیف

این فصل مروری بر نظریهٔ برهم‌کنشهای ضعیف است. مطالب این فصل به شدت متکی به فصل ۷ است ولی به فصلهای ۸ و ۹ ربطی ندارد. بخش ۴-۶ از فصل ۴ زمینهٔ مفیدی است. کار را با بیان قاعده‌های فاینمن برای جفت‌شدگی لپتونها به  $W^\pm$  آغاز می‌کنیم و سه مسئله کلاسیک را به تفصیل بررسی می‌کنیم: واپاشیهای بتازای موئون، نوترون و پيون باردار. سپس، جفت‌شدگی کوارکها با  $W^\pm$  را در نظر می‌گیریم که زاویهٔ کابیو، سازوکار  $GIM$ ، و ماتریس کوبایاشی-ماسکاو را مطرح می‌کند. در بخش ۱۰-۶ قاعده‌های فاینمن را برای جفت‌شدگی کوارکها و لپتونها با  $Z^0$  بیان می‌کنیم و بخش آخر (شاید مشکل‌ترین مطلب این کتاب) نشان می‌دهد که چگونه تمام عوامل رؤس الکترومغناطیسی وضعیت را می‌توان در نظریهٔ الکترو ضعیف گلاشو-واینبرگ-سلام به‌دست آورد.

### ۱-۱۰ برهم‌کنشهای ضعیف لپتونی باردار

ذرات واسطهٔ برهم‌کنشهای ضعیف (مانند فوتونها در QED و گلوئونها در QCD)  $W^+$  ها و  $W^-$  و  $Z^0$  هستند. برخلاف فوتونها و گلوئونها که بدون جرم‌اند، این «بوزونهای برداری میانی» بسیار سنگین هستند — سنگین‌تر از تمام ذرات بنیادی که تاکنون آشکار شده‌اند. مقدار تجربی

آنها عبارت است از

$$M_W = 82 \pm 2 \text{ GeV}/c^2, \quad M_Z = 92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2 \quad (1-10)$$

حال، یک ذره جرم‌دار با اسپین ۱، سه حالت قطبش مجاز دارد ( $m_s = 1, 0, -1$ ) در صورتی که یک ذره آزاد بدون جرم فقط دو حالت قطبش مجاز دارد (اگر  $z$  جهت حرکت باشد، قطبش «طولی»  $m_s = 0$  به وجود نمی‌آید). پس برای فوتونها و گلوئونها، شرط لورنتس

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (2-10)$$

(تعداد مؤلفه‌های مستقل در  $\epsilon^\mu$  از ۴ به ۳ کاهش می‌دهد) و پیمانه کولن ( $\epsilon^0 = 0$ )، به طوری که  $\epsilon \cdot p = 0$ ، تعداد مؤلفه‌های مستقل را از ۳ به ۲ تقلیل می‌دهد) را اعمال می‌کنیم. با این حال، شرط لورنتس به تنهایی برای  $W$ ها و  $Z$  آزادی پیمانه‌ای را از بین می‌برد و به پیمانه کولن متوسل نمی‌شویم. به علاوه، انتشارگر ذرات جرم‌دار دارای اسپین ۱ دیگر به شکل ساده  $-ig_{\mu\nu}/q^2$  نیست، بلکه به صورت زیر است،

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2 c^2)}{q^2 - M^2 c^2} \quad (\text{انتشارگر برای } W \text{ و } Z) \quad (3-10)$$

که در آن  $M$ ، بسته به مورد،  $M_W$  یا  $M_Z$  است\*. در عمل معمولاً  $q^2$  بسیار کوچکتر از  $(Mc)^2$  است به طوری که با اطمینان می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد

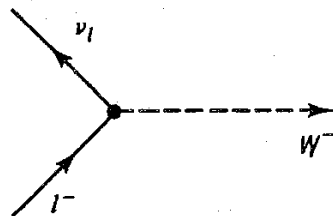
$$\frac{ig_{\mu\nu}}{(Mc)^2} \quad (\text{انتشارگر برای } (Mc)^2 \ll q^2) \quad (4-10)$$

با این حال، اگر انرژیهای دخیل در فرایند با مقدار  $Mc^2$  قابل مقایسه باشند، باید به عبارت دقیق بازگشت.

نظریه برهم‌کنشهای ضعیف «باردار» (که با  $W$ ها مبادله می‌شوند) ساده‌تر از مورد «خنثی» (که با  $Z$  مبادله می‌شوند) است، بنابراین فعلاً به مورد اول می‌پردازیم. در این بخش جفت‌شدگی

\* شاید از این بابت که این انتشارگر در حد  $M \rightarrow 0$  به انتشارگر فوتون تحویل نمی‌یابد نگران شوید. برای ذرات با اسپین ۱ (یا بالاتر) حد بی‌جرم بودن آشکارا غیرقابل اعتماد است، زیرا از یک جنبه بحرانی این حد روالی بی‌بسته نیست. تعداد درجه‌های آزادی (که همان تعداد سمگیری مجاز اسپینی است) ناگهان از  $2s + 1$  (برای  $M \neq 0$ ) به ۲ (برای  $M = 0$ ) تقلیل می‌یابد. همواره راههایی برای فرمولبندی نظریه‌ای که گذاری همواز به  $M = 0$  را مجاز بدانند وجود دارد، اما فقط به قیمت وارد کردن حالت‌های غیر فیزیکی کاذب.

$W$ ها را به لپتونها در نظر می‌گیریم؛ در بخش بعد به جفت‌شدگی آنها با کوارکها و هادرونها می‌پردازیم. رأس بنیادی لپتونی عبارت است از:



در اینجا یک الکترون، موئون یا تاو با گسیل یک  $W^-$  (یا جذب  $W^+$ ) به نوترینو مربوطه‌اش تبدیل می‌شود. البته، فرایند معکوس ( $\nu_l \rightarrow l^- + W^+$ ) همچنین واکنشهای «چلیپایی» حاوی پاد لپتونها نیز امکان‌پذیر است. قاعده‌های فاینمن مانند مورد QED است (بجز تصحیحاتی که قبلاً برای تطبیق با واسطه‌های جرم‌دار به آن اشاره شد)، بجز برای عامل رأس

$$(5-10) \quad \text{(عامل رأس ضعیف)} \quad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$

اعداد ۲ مختلفی که ظاهر شده‌اند صرفاً قراردادی هستند، و  $g_w = \sqrt{4\pi\alpha_w}$  «ثابت جفت‌شدگی ضعیف» است (مانند  $g_e$  در QED و  $g_s$  در QCD). با این حال، عامل  $(1 - \gamma^5)$  از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، چون  $\gamma^\mu$  به‌تنهایی جفت‌شدگی برداری (شبه QED یا QCD) را می‌دهد، در صورتی که  $\gamma^\mu \gamma^5$  بردار محوری را به‌دنبال دارد [نگاه کنید به معادله (۶۸-۷)]. نظریه‌ای که برداری را به یک بردار محوری اضافه می‌کند قطعاً پایستگی پاریته را نقض می‌کند، و این درست همان چیزی است که در برهم‌کنشهای ضعیف رخ می‌دهد (فصل ۴، بخش ۴-۶)\*.

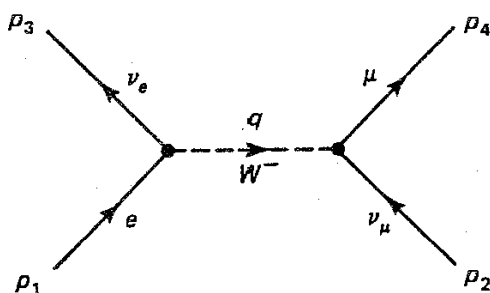
## مثال ۱۰-۱

### معکوس واپاشی موئونی

فرایند  $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$  را که (در پایین‌ترین مرتبه) با نمودار

\* در واقع، از این جهت که دو جمله به‌طور یکسان بزرگ هستند، نقض «بیشینال» است. هنگامی که نقض پاریته برای اولین بار در نظر گرفته شد، از عاملی به شکل  $(1 + \epsilon\gamma^5)$  استفاده شده بود، اما خیلی زود آزمایشها نشان دادند که  $\epsilon = -1$ . (نگاه کنید به مسئله ۱۰-۱). این موضوع را جفت‌شدگی « $V-A$ » (یک بردار منهای یک بردار محوری) می‌نامیم. نظریه اولیه فرمی برای واپاشی بتازا یک نظریه برداری ناب (شبه QED) بود، و اگر چه دیگران جفت‌شدگیهای نرده‌ای، شبه نرده‌ای، تانسوری، یا محوری ناب را پیشنهاد کردند، ولی تا سال ۱۹۵۶ هیچ کس به‌طور جدی در صدد آمیزش جمله‌های با پاریته متفاوت نبرنامد.





نمایش داده می‌شود را در نظر بگیرید. در اینجا  $q = p_1 - p_3$  است و برای هر آزمایش محتمل در آینده نزدیک،  $q^2 \ll M_W^2 c^2$  است، پس با اطمینان می‌توان از انتشارگر ساده شده (۴-۱۰) استفاده کرد و دامنه عبارت است از

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{\lambda(M_W c)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(1-\gamma^5)u(2)] \quad (6-10)$$

با به‌کارگیری شگرد کارمیر (۷-۱۲۳) درمی‌یابیم که

$$\sum_{\text{اسپینها}} |\mathcal{M}|^2 = \left( \frac{g_w^2}{\lambda(M_W c)^2} \right)^2 \text{Tr}[\gamma^\mu(1-\gamma^5)(\not{p}_1 + m_e c)\gamma^\nu(1-\gamma^5)\not{p}_3] \\ \times \text{Tr}[\gamma_\mu(1-\gamma^5)\not{p}_2\gamma_\nu(1-\gamma^5)(\not{p}_4 + m_\mu c)] \quad (7-10)$$

قضیه‌های رد در فصل ۷ بخش ۷-۷، برای اولین رد عبارت

$$\lambda[p_1^\mu p_3^\nu + p_3^\nu p_1^\mu - g^{\mu\nu}(p_1 \cdot p_3) - i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} p_{1\lambda} p_{3\sigma}] \quad (8-10)$$

و برای دومین رد

$$\lambda[p_{2\mu} p_{4\nu} + p_{4\nu} p_{2\mu} - g_{\mu\nu}(p_2 \cdot p_4) - i\epsilon_{\mu\nu\kappa\tau} p_2^\kappa p_4^\tau] \quad (9-10)$$

را می‌دهد. در نتیجه خواهیم داشت\*:

$$\sum_{\text{اسپینها}} |\mathcal{M}|^2 = 4 \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \quad (10-10)$$

در واقع، می‌خواهیم روی اسپینهای نهایی جمع بزنیم اما روی اسپینهای اولیه میانگین بگیریم. الکترون دو حالت اسپینی دارد اما نوترینو (همان‌طور که به بخش ۴-۶ فصل ۴ دیدیم) فقط یک حالت اسپینی دارد (اگر دوست داشته باشید، نوترینوهای فرودی همواره می‌توانند قطبیده باشند، زیرا فقط «چپگردند») پس:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \quad (11-10)$$

\* توجه کنید که  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\kappa\tau} = -2(\delta_\kappa^\lambda \delta_\tau^\sigma - \delta_\tau^\lambda \delta_\kappa^\sigma)$ . (مسئله ۷-۳۳).

حال اگر به چارچوب  $CM$  برویم و جرم الکترونها را نادیده بگیریم داریم:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \lambda \left( \frac{g_w E}{M_W c^2} \right)^4 \left\{ 1 - \left( \frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\} \quad (12-10)$$

که در آن  $E$  انرژی الکترون (یا نوترینو) فرودی است. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی [معادله (۶-۴۲)] همسانگرد است (همه زاویه‌های پراکندگی احتمال یکسانی دارند)

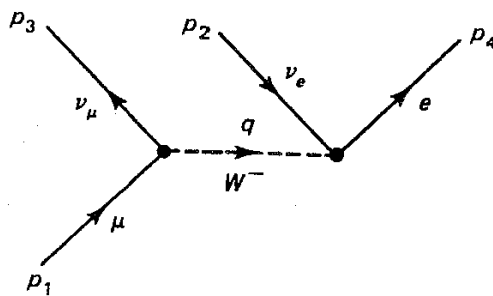
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left( \frac{\hbar c g_w^2 E}{4\pi (M_W c^2)^2} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\}^2 \quad (13-10)$$

و سطح مقطع کل برابر است:

$$\sigma = \frac{1}{4\pi} \left[ \left( \frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 \hbar c E \right]^2 \left\{ 1 - \left( \frac{m_\mu c^2}{2E} \right)^2 \right\}^2 \quad (14-10)$$

### ۲-۱۰ واپاشی موئون

پراکندگی الکترون-نوترینو برای مطالعه تجربی ساده‌ترین موضوع ممکن نیست، اما ارتباط نزدیکی با فرایند واپاشی موئون  $(\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e)$  دارد که یکی از پاکیزه‌ترین پدیده‌های برهم‌کنش ضعیف به لحاظ نظری و تجربی است. نمودار فاینمن



به دامنه

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{\lambda (M_W c)^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(1-\gamma^5)v(2)] \quad (15-10)$$

می‌انجامد که همانند قبل از آن به دست می‌آوریم،

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \quad (16-10)$$

در چارچوب سکون موئون،  $p_1 = (m_\mu c, 0)$  و داریم:

$$p_1 \cdot p_2 = m_\mu E_\nu \quad (۱۷-۱۰)$$

و چون  $p_1 = p_2 + p_3 + p_4$

$$\begin{aligned} (p_2 + p_4)^2 &= p_2^2 + p_4^2 + 2p_2 \cdot p_4 = m_e^2 c^2 + 2p_2 \cdot p_4 = (p_1 - p_2)^2 \\ &= p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 \cdot p_2 = m_\mu^2 c^2 - 2p_1 \cdot p_2 \end{aligned} \quad (۱۸-۱۰)$$

که از آن نتیجه می‌شود:

$$p_2 \cdot p_4 = \frac{(m_\mu^2 - m_e^2)c^2}{2} - m_\mu E_\nu \quad (۱۹-۱۰)$$

اگر قرار دهیم  $m_e = 0$  بدون از دست دادن دقت قابل ملاحظه، محاسبات ساده‌تر خواهد شد، به طوری که

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left( \frac{g_w}{M_w c} \right)^4 m_\mu^2 E_\nu (m_\mu c^2 - 2E_\nu) \quad (۲۰-۱۰)$$

اکنون، آهنگ واپاشی از قاعدهٔ طلایی\* (۱۵-۶) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{2\hbar m_\mu} \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left( \frac{c d^3 \mathbf{d}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) \\ & \quad (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) \end{aligned} \quad (۲۱-۱۰)$$

که در آن  $E_2 = |\mathbf{p}_2|c$ ،  $E_3 = |\mathbf{p}_3|c$ ،  $E_4 = |\mathbf{p}_4|c$  و  $E_\nu = |\mathbf{p}_\nu|c$  برای شروع تابع دلتا را جدا می‌کنیم:

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) = \delta \left( m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c} \right) \delta^3(\mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4) \quad (۲۲-۱۰)$$

و انتگرال‌گیری روی  $\mathbf{p}_3$  را می‌گیریم:

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle c^3}{16(2\pi)^5 \hbar m_\mu} \frac{(d^3 \mathbf{p}_2)(d^3 \mathbf{p}_4)}{E_2 E_3 E_4} \delta \left( m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c} \right) \quad (۲۳-۱۰)$$

\* توجه داشته باشد که این یک واپاشی سه جسمی است، پس باید دوباره به قاعدهٔ طلایی مراجعه کنیم.

که در آن  $E_{\gamma}$  به جای  $c|\mathbf{p}_{\gamma} + \mathbf{p}_{\pi}|$  قرار گرفته است. سپس روی  $\mathbf{p}_{\gamma}$  انتگرال می‌گیریم. با قراردادن محور قطبی در امتداد  $\mathbf{p}_{\pi}$  (که برای انتگرال‌گیری روی  $\mathbf{p}_{\gamma}$  ثابت است). داریم

$$\left(\frac{E_{\gamma}}{c}\right)^2 = |\mathbf{p}_{\gamma} + \mathbf{p}_{\pi}|^2 = \mathbf{p}_{\gamma}^2 + \mathbf{p}_{\pi}^2 + 2\mathbf{p}_{\gamma} \cdot \mathbf{p}_{\pi}$$

$$= \frac{1}{c^2}(E_{\gamma}^2 + E_{\pi}^2 + 2E_{\gamma}E_{\pi} \cos \theta) \quad (24-10)$$

$$d^3\mathbf{p}_{\gamma} = \left(\frac{E_{\gamma}}{c}\right)^2 \frac{dE_{\gamma}}{c} \sin \theta d\theta d\phi \quad (25-10)$$

انتگرال روی  $\phi$  بدیهی است ( $\int d\phi = 2\pi$ )؛ برای انتگرال‌گیری روی  $\theta$  قرار می‌دهیم

$$x \equiv \frac{1}{c} \sqrt{E_{\gamma}^2 + E_{\pi}^2 + 2E_{\gamma}E_{\pi} \cos \theta} = \frac{E_{\gamma}}{c} \quad (26-10)$$

بنابراین

$$dx = -\frac{E_{\gamma}E_{\pi} \sin \theta d\theta}{cE_{\gamma}} \quad (27-10)$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin \theta d\theta}{E_{\gamma}} \delta\left(m_{\mu}c - \frac{E_{\gamma}}{c} - \frac{E_{\pi}}{c} - \frac{E_{\gamma}}{c}\right) \quad \text{پس:}$$

$$= \frac{c}{E_{\gamma}E_{\pi}} \int_{x_-}^{x_+} \delta\left(m_{\mu}c - x - \frac{E_{\gamma}}{c} - \frac{E_{\pi}}{c}\right) dx$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{c}{E_{\gamma}E_{\pi}}, \quad x_- < \left(m_{\mu}c - \frac{E_{\gamma}}{c} - \frac{E_{\pi}}{c}\right) < x_+ \\ 0, \quad \text{در غیر این صورت} \end{array} \right\} \quad (28-10)$$

که در آن:

$$X_{\pm} \equiv \frac{1}{c} \sqrt{E_{\gamma}^2 + E_{\pi}^2 \pm 2E_{\gamma}E_{\pi}} = \frac{1}{c} |E_{\gamma} \pm E_{\pi}| \quad (29-10)$$

نامساوی موجود در معادله (۲۸-۱۰) را می‌توان به صورت ساده‌تری بیان کرد:

$$|E_{\gamma} - E_{\pi}| < (m_{\mu}c^2 - E_{\gamma} - E_{\pi}) < E_{\gamma} + E_{\pi} \quad (30-10)$$

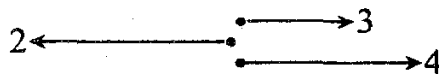
یا با اضافه کردن  $(E_\gamma + E_\tau)$  و تقسیم بر ۲:

$$\frac{1}{2}\{|E_\gamma - E_\tau| + E_\gamma + E_\tau\} < \frac{1}{2}m_\mu c^2 < (E_\gamma + E_\tau) \quad (31-10)$$

جمله سمت چپ بزرگتر از  $E_\gamma$  و  $E_\tau$  است؛ جمله دیگر حتی کوچکتر نیز هست، بنابراین عبارت  $(31-10)$  معادل سه نامساوی است:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_\gamma < \frac{1}{2}m_\mu c^2 \\ E_\tau < \frac{1}{2}m_\mu c^2 \\ (E_\gamma + E_\tau) > \frac{1}{2}m_\mu c^2 \end{array} \right\} \quad (32-10)$$

[ این متدها به لحاظ سینماتیکی معقول‌اند: مثلاً، ذره ۲ هنگامی بیشترین مقدار ممکن انرژی را می‌گیرد که ذرات ۳ و ۴ در خلاف جهت آن حرکت کنند:



در این مورد ذره ۲ نیمی از انرژی موجود  $(\frac{1}{2}m_\mu c^2)$  را دریافت می‌کند در صورتی که ذرات ۳ و ۴ در نیمه دیگر شریک می‌شوند. اگر زاویه غیر صفری بین ۳ و ۴ وجود داشته باشد، ذره ۲ انرژی کمتری را دریافت می‌کند و دو ذره ۳ و ۴ به همان اندازه بیشتر انرژی می‌گیرند. پس  $\frac{1}{2}m_\mu c^2$  بیشینه انرژی برای هر تک ذره خروجی است و کمینه کل برای هر زوج.]

نامساویهای  $(32-10)$  حدود انتگرالهای روی  $E_\tau$  و  $E_\gamma$  را مشخص می‌کنند:  $E_\tau$  از  $E_\tau - \frac{1}{2}m_\mu c^2$  تا  $\frac{1}{2}m_\mu c^2$  و  $E_\gamma$  از ۰ تا  $\frac{1}{2}m_\mu c^2$  تغییر خواهد کرد. آنچه از انتگرالهای  $\theta$  و  $\phi$  باقی می‌ماند عبارت است از:

$$d\Gamma = \frac{\langle |M|^2 \rangle c}{(4\pi)^2 \hbar m_\mu} dE_\tau \frac{d^3 \mathbf{p}_\tau}{E_\tau^2} \quad (33-10)$$

با قرار دادن در معادله  $(20-10)$  و انتگرال‌گیری روی  $E_\tau$  داریم:

$$d\Gamma = \left( \frac{g_w}{4\pi M_w c} \right)^2 \frac{m_\mu c}{\hbar} \frac{d^3 \mathbf{p}_\tau}{E_\tau^2} \int_{\sqrt{\frac{1}{2}m_\mu c^2 - E_\tau}}^{\sqrt{\frac{1}{2}m_\mu c^2}} E_\tau (m_\mu c^2 - 2E_\tau) dE_\tau$$

$$= \left( \frac{g_w}{4\pi M_W c} \right)^2 \frac{m_\mu c}{\hbar} \left( \frac{m_\mu c^2}{2} - \frac{2}{3} E_\nu \right) d^3 \mathbf{p}_\nu \quad (34-10)$$

$$d^3 \mathbf{p}_\nu = 4\pi \left( \frac{E_\nu}{c} \right)^2 \frac{dE_\nu}{c} \quad \text{سرانجام با نوشتن:}$$

و نوشتن شاخص پایین  $E \equiv E_\nu$  انرژی الکترون) به دست می آوریم:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \frac{m_\mu^2 E^2}{2\hbar(4\pi)^2} \left( 1 - \frac{2E}{3m_\mu c^2} \right) \quad (35-10)$$

که توزیع انرژی الکترونها گسیل شده در واپاشی موئون را بیان می کند. این معادله به دقت بر طیف تجربی می برازد (شکل ۱-۱۰). آهنگ واپاشی کل عبارت است از:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \frac{m_\mu^2}{2\hbar(4\pi)^2} \int_0^{1/2 m_\mu c^2} E^2 \left( 1 - \frac{2E}{3m_\mu c^2} \right) dE \\ &= \left( \frac{m_\mu g_w}{M_W} \right)^2 \frac{m_\mu c^2}{12\hbar(\lambda\pi)^2} \end{aligned} \quad (36-10)$$

و بنابراین طول عمر موئون برابر است با:

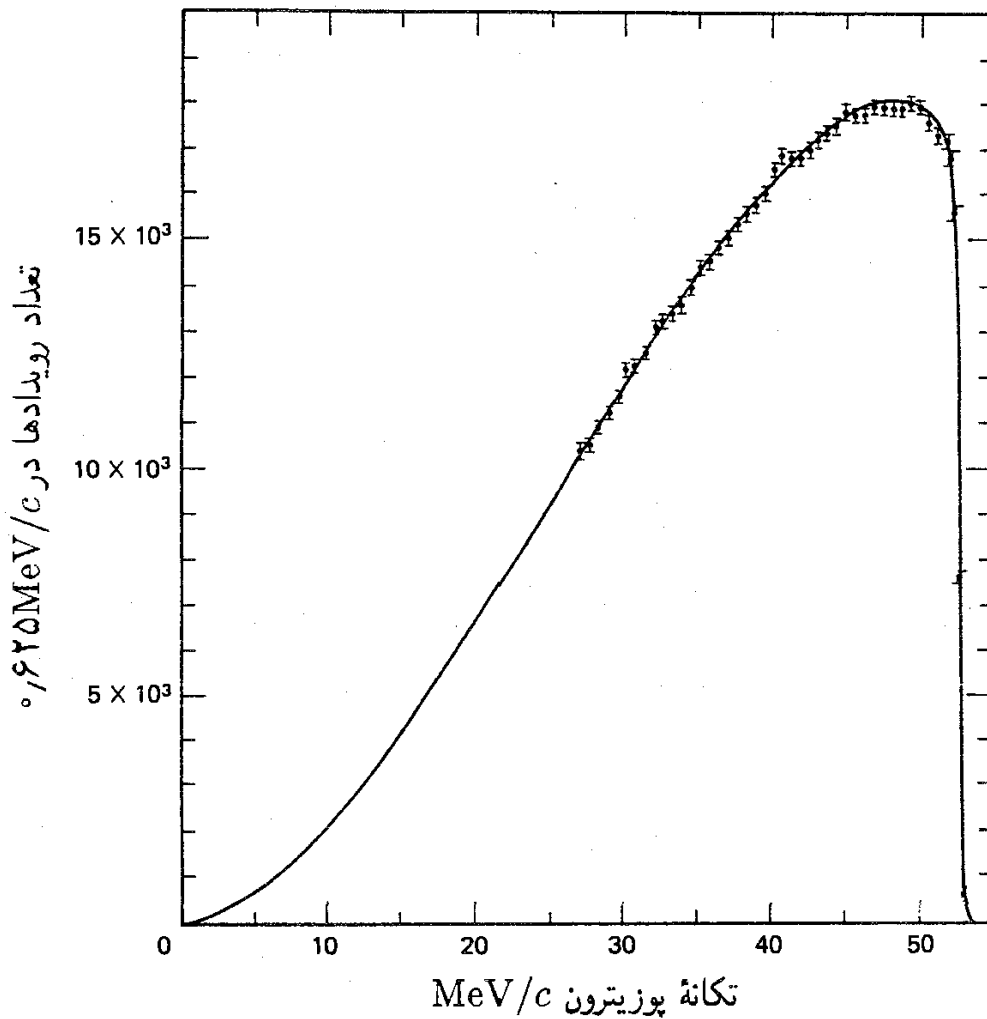
$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \left( \frac{M_W}{m_\mu g_w} \right)^2 \frac{12\hbar(\lambda\pi)^2}{m_\mu c^2} \quad (37-10)$$

توجه کنید که  $g_w$  و  $M_W$  چه در فرمول طول عمر موئون با در سطح مقطع پراکندگی الکترون-نوترینو فقط به صورت نیست ظاهر می شوند و به صورت جداگانه وارد نمی شوند. در واقع، مرسوم است که فرمولهای برهم کنش ضعیف را برحسب «ثابت جفت شدگی فرمی» بیان کنند:

$$G_F \equiv \frac{\sqrt{2}}{\lambda} \left( \frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 (\hbar c)^2 \quad (38-10)$$

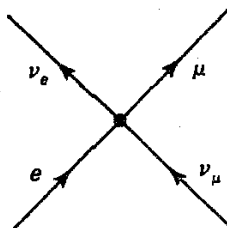
پس طول عمر موئون به صورت زیر نوشته می شود

$$\tau = \frac{192\pi^3 \hbar^4}{G^2 m_\mu^5 c^4} \quad (39-10)$$

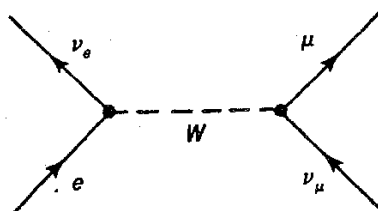


شکل ۱۰-۱ طیف تجربی پوزیترونها در  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \nu_\mu$ . خط پریشگویی نظری طیف مبتنی بر معادله (۱۰-۳۵) است که برای اثرات مغناطیسی الکترون تصحیح شده است.

در نظریه اولیه فرمی برای واپاشی بتازا (۱۹۳۳)، هیچ  $W$ ی وجود نداشت؛ فرض می‌شد که برهم‌کنش جفت‌شدگی مستقیم چهار ذره باشد که به زبان فاینمنی با نمودار به شکل زیر نمایش داده می‌شود



از دیده‌گاه نوین، نظریه فرمی با انتشارگر  $W$  با دو عامل رأس در نمودار



به منظور تشکیل ثابت جفت‌شدگی موثر چهارذره‌ای  $G_F$  ترکیب شده است. این نظریه کار می‌کند، اما فقط به این دلیل که  $W$  به قدری سنگین است که عبارت  $(4-10)$  تقریب خوبی برای انتشارگر واقعی  $(3-10)$  است\*، و در واقع قبلاً در دهه پنجاه معلوم شده بود که نظریه فرمی نمی‌تواند در انرژیهای بالا معتبر باشد. فکریک واسطه ضعیف (مانند فوتون) را اوکلاین خیلی قبل در ۱۹۳۸ مطرح کرده بود. اگر جرم و طول عمر مشاهده شده موئون را در روابط قرار دهیم، به دست می‌آوریم:

$$G_F/(\hbar c)^2 = \frac{\sqrt{2}}{8} \left( \frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 = 1.166 \times 10^{-5} / \text{GeV}^2 \quad (40-10)$$

مقدار متناظر برای  $g_w$  (به دلیل عدم قطعیت تجربی  $M_W$ ، در حال حاضر دقت این مقدار کمتر است) عبارت است از

$$g_w = 0.66 \quad (41-10)$$

و بنابراین «ثابت ساختار ریز ضعیف» برابر است با

$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} = \frac{1}{29} \quad (42-10)$$

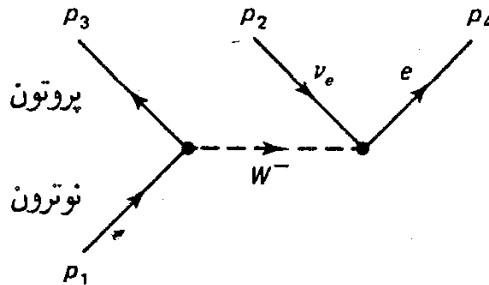
این عدد تکان‌دهنده است: زیرا ۵ برابر بزرگتر از ثابت ساختار ریز الکترومغناطیسی  $(\alpha = \frac{1}{137})$  است! برهم‌کنش به دلیل کوچکی جفت‌شدگی ذاتی ضعیف نیست (جفت‌شدگی کوچک نیست)، بلکه این ضعف به دلیل پر جرم بودن واسطه‌ها — یا به عبارت دقیق‌تر، به دلیل آن است که ما نوعاً در انرژیهای بسیار پایین‌تر از جرم  $W$  کار می‌کنیم که مخرج را در انتشارگر  $(q^2 - M_W^2 c^2)$  بسیار بزرگ می‌کند. در حال حاضر دستگاههایی در دست ساخت هستند که خواهند توانست در انرژیهایی نزدیک به  $M_W c^2$  کار می‌کنند و در این ناحیه برهم‌کنشهای «ضعیف» به لحاظ قدرت از همتای الکترومغناطیسی‌اش بسیار پیش می‌افتد.

### ۳-۱۰ واپاشی نوترون

موفقیت فرمول واپاشی موئون  $(35-10)$  ما را تشویق می‌کند تا همین روش را برای واپاشی نوترون، \* فرمی فکر می‌کرد که جفت‌شدگی، همان‌طور که در پانوش (\* ) صفحه ۳۸۳ به آن اشاره کردیم، بردار ناب است: با وجود این، نارساییها (که برای آنها نمی‌توان فرمی را سرزنش کرد؛ او نظریه‌اش را در زمانی مطرح کرد که نوترینو موجودی غریب و خود معادله دیراک کاملاً جدید بود). نظریه فرمی به نحو شگفت‌انگیزی قدرت پیشگویی داشت، و تمام تحولات بعدی نسبت به آن اصلاحات کوچکی به شمار می‌روند.



موت و رادرفورد (که پروتون را ذره «دیراک» بنیادی در نظر می‌گیرد) پراکندگی الکترون-پروتون را در انرژیهای کم به خوبی توجیه می‌کند، بنابراین می‌توان امیدوار بود که نمودار



(همانند واپاشی موئون، تنها با جایگزینی  $n \rightarrow p + W^-$  به جای  $\mu \rightarrow \nu_\mu + W^-$  تقریب معقولی برای واپاشی بتازای نوترون باشد. از دیدگاه محاسباتی تنها جنبه جدید این است که اکنون ذره ۳ ذره‌ای با جرم زیاد است (پروتون به جای نوترینو). این موضوع (مسئله ۱۰-۴) تغییری در دامنه به وجود نمی‌آورد:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_4) \quad (43-10)$$

که مشابه (۱۰-۱۶) است. در چارچوب سکون نوترون داریم

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 m_n E_\nu [(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - 2m_n E_\nu] \quad (44-10)$$

در این مورد انرژی سکون الکترون کسر قابل ملاحظه‌ای از کل انرژی آزاد شده است،  $(m_n - m_p - m_e)c^2$ ، به طوری که نمی‌توان جرم الکترون را نادیده گرفت. محاسبه آهنگ واپاشی مانند قبل است:

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{2\hbar m_n} \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_\nu}{(2\pi)^3 2E_\nu} \right) \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_e}{(2\pi)^3 2E_e} \right) \left( \frac{c d^3 \mathbf{p}_\bar{\nu}_e}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\nu}_e}} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) \quad (45-10)$$

که

$$E_\nu = c|\mathbf{p}_\nu|, \quad E_e = c\sqrt{\mathbf{p}_e^2 + m_e^2 c^2}, \quad E_{\bar{\nu}_e} = c\sqrt{\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}^2 + m_e^2 c^2} \quad (46-10)$$

انتگرال روی  $\mathbf{p}_2$  می‌دهد:

$$d\Gamma = \frac{2c^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{(4\pi)^0 \hbar m_n} \frac{d^3 \mathbf{p}_\gamma d^3 \mathbf{p}_f}{E_\gamma E_\gamma E_f} \delta \left( m_n c - \frac{E_\gamma}{c} - \frac{E_f}{c} - \frac{E_f}{c} \right) \quad (47-10)$$

که شبیه معادله (۲۳-۱۰) است، جز آنکه در اینجا

$$E_\gamma = c \sqrt{(\mathbf{p}_\gamma + \mathbf{p}_f)^2 + m_p^2 c^2} \quad (48-10)$$

برای انتگرال‌گیری روی  $\mathbf{p}_\gamma$ ، قرار می‌دهیم

$$d^3 \mathbf{p}_\gamma = |\mathbf{p}_\gamma|^2 d|\mathbf{p}_\gamma| \sin \theta d\theta d\phi = \frac{1}{c^3} E_\gamma^2 dE_\gamma \sin \theta d\theta d\phi \quad (49-10)$$

و مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم که محور  $z$  در امتداد  $\mathbf{p}_f$  (که برای انتگرال‌گیری  $\mathbf{p}_\gamma$  ثابت) قرار گیرد؛ آنگاه

$$E_\gamma = c \sqrt{|\mathbf{p}_\gamma|^2 + |\mathbf{p}_f|^2 + 2|\mathbf{p}_\gamma||\mathbf{p}_f| \cos \theta + m_p^2 c^2} \equiv cx \quad (50-10)$$

و

$$\frac{E_\gamma \sin \theta d\theta}{E_\gamma} = -\frac{dx}{|\mathbf{p}_f|} \quad (51-10)$$

انتگرال‌های  $\phi$  و  $\theta$  (یا بهتر  $x$ ) می‌دهد

$$d\Gamma = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{(4\pi)^2 \hbar m_n} \frac{dE_\gamma d^3 \mathbf{p}_f}{E_f |\mathbf{p}_f|} I \quad (52-10)$$

که در آن

$$I \equiv \int_{x_-}^{x_+} \delta \left( m_n c - x - \frac{E_\gamma}{c} - \frac{E_f}{c} \right) dx = \begin{cases} 1, & x_- < \left( m_n c - \frac{E_\gamma}{c} - \frac{E_f}{c} \right) < x_+ \\ 0, & \text{بقیه } x \text{ ها} \end{cases} \quad (53-10)$$

و حدود [از (۵۰-۱۰)] عبارت‌اند از

$$x_{\pm} = \sqrt{(|\mathbf{p}_\tau| \pm |\mathbf{p}_\tau|)^2 + m_p^2 c^2} \quad (54-10)$$

مانند قبل، معادله (53-10) حدود انتگرال  $E_\tau$  را معین می‌کند؛ انجام عملیات جبری به عهده شماست (مسئله 5-10):

$$E_{\pm} = \frac{\frac{1}{2}(m_n^2 - m_p^2 + m_e^2)c^2 - m_n E_\tau}{m_n - E_\tau/c^2 \mp |\mathbf{p}_\tau|/c} \quad (55-10)$$

پس انتگرال  $E_\tau$  عبارت است از

$$\int_{E_-}^{E_+} E_\tau [(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - 2m_n E_\tau] dE_\tau \equiv J(E_\tau) \quad (56-10)$$

و چون

$$d^3 \mathbf{p}_\tau = 4\pi |\mathbf{p}_\tau|^2 d|\mathbf{p}_\tau| = \frac{4\pi}{c^2} |\mathbf{p}_\tau| E_\tau dE_\tau \quad (57-10)$$

نتیجه می‌گیریم که

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\hbar c^2 (4\pi)^2} \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 J(E) \quad (58-10)$$

(چون موردی برای ابهام وجود ندارد، شاخص پایین را در  $E_\tau$  حذف می‌کنیم؛ از این پس  $E$  انرژی الکترون است).

معادله (58-10) دقیق است (اگر بخواهید، از آن برای به‌دست آوردن مجدد معادله (35-10) با قراردادن  $m_n \rightarrow m_\mu$  و  $m_p, m_e \rightarrow 0$  استفاده کنید)، اما  $J(E)$  تابعی دست و پاگیر است. از تعریف (56-10) داریم:

$$J(E) = \frac{1}{4} (m_n^2 - m_p^2 - m_e^2) c^4 (E_+^2 - E_-^2) - \frac{2m_n}{3} (E_+^3 - E_-^3) \quad (59-10)$$

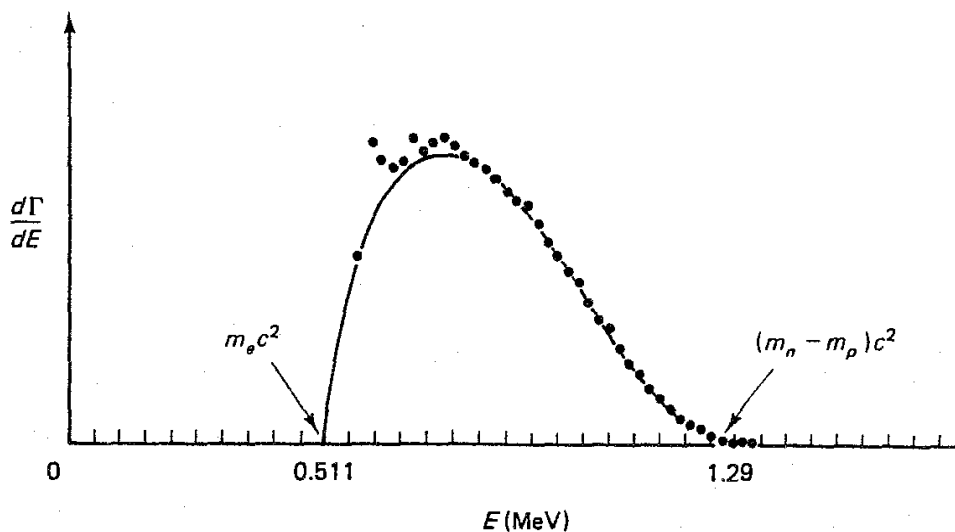
که  $E_{\pm}$  از معادله (55-10) به‌دست می‌آید. در این مرحله، با توجه به اینکه چهار عدد کوچک وجود دارد، تقریب زدن سودمند است.

$$\epsilon \equiv \frac{m_n - m_p}{m_n} = 0.0014,$$

$$\delta \equiv \frac{m_e}{m_n} = 0.0005$$

$$\eta \equiv \frac{E_\tau}{m_n c^2} \quad (\delta < \eta < \epsilon),$$

$$\phi \equiv \frac{|\mathbf{p}_\tau|}{m_n c} \quad (0 < \phi < \eta) \quad (60-10)$$



شکل ۱۰-۲ توزیع انرژی الکترون ناشی از واپاشی بتای نوترون. (خط پر منحنی نظری و نقطه‌ها داده‌های تجربی است).

(آخری اینها از هم مستقل نیستند:  $\phi^2 = \eta^2 - \delta^2$ ). با بسط تا پایین‌ترین مرتبه (مسئله ۱۰-۵) به دست می‌آوریم:

$$J \cong 4m_n^2 c^6 \eta \phi (\epsilon - \eta)^2 = \frac{4}{c^2} E \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} [(m_n - m_p) c^2 - E]^2 \quad (10-61)$$

بنابراین توزیع انرژی الکترون از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\pi^3 \hbar} \left( \frac{g_w}{2M_W c^2} \right)^4 E \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} [(m_n - m_p) c^2 - E]^2 \quad (10-62)$$

نتایج تجربی در شکل ۱۰-۲ نشان داده شده است. محدوده انرژی الکترونها از  $m_e c^2$  تا  $(m_n - m_p) c^2$  است (مسئله ۱۰-۶). با انتگرال‌گیری روی  $E$ ، آهنگ واپاشی کل را به دست می‌آوریم (مسئله ۱۰-۷):

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi^3 \hbar} \left( \frac{g_w}{2M_W c^2} \right)^4 (m_e c^2)^5 \times \left[ \frac{1}{15} (2a^2 - 9a^2 - 8) \sqrt{a^2 - 1} + a \ln(a + \sqrt{a^2 - 1}) \right] \quad (10-63)$$

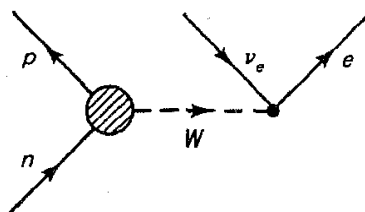
که در آن

$$a \equiv \frac{m_n - m_p}{m_e} \quad (10-64)$$

با قراردادن اعداد، درمی‌یابیم که (مسئله ۱۰-۸)

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = 1316 \text{ sec} \quad (10-65)$$

به اصطلاح، در محدوده مناسب قرار دارد: طول عمر تجربی\* نوترون  $16 \pm 898 \text{ sec}$  است و با علم به اینکه گستره طول عمر واپاشیهای ضعیف از ۱۵ دقیقه تا  $10^{-13}$  ثانیه است، ممکن است که خوشحال شویم از اینکه مرتبه بزرگی درستی را به دست آورده‌ایم. اما چرا توافق دقیق وجود ندارد؟ مسئله اصلی آن است که ما پروتون و نوترون را طوری در نظر گرفتیم که گویی ذرات نقطه‌ای ساده‌اند و درست مانند لپتونها با  $W$  برهم‌کنش می‌کنند. برای برخورد صحیح با آنها، باید از ابتدا شروع کنیم و بپذیریم که واقعاً نمی‌دانیم چگونه  $W$  با ساختارهای ترکیبی جفت می‌شود و در نمودار فاینمن (به منظور نشان دادن این بی‌اطلاعی) یک لکه می‌کشیم



و دامنه را برحسب «عاملهای شکل» ناشناخته‌ای بیان می‌کنیم که ساختار آنها را فقط هموردایی لورنتس محدود می‌کند — همان‌طور که در فصل ۸ برای رأس پروتون-نوترون انجام دادیم. فقط هنگامی که یک QCD جا افتاده بتواند جزئیات ساختار نوکلئونها را در اختیار ما قرار دهد خواهیم توانست به‌طور کامل محاسبات طول عمر نوترون را انجام دهیم.

اما، برای پراکندگی الکترون-پروتون در انرژی پایین فرمول موت هنوز خوب کار می‌کند: پس چرا اصولاً یک فرایند که در الکترودینامیک جوابهای درستی می‌دهد در برهم‌کنشهای ضعیف چنین نیست؟ در هر دو مورد طول موج «کاوه» (γ یا W بسته به مورد) بسیار بزرگتر از قطر «هدف» (p یا n) است (نگاه کنید به مسئله ۱۰-۹). ساختار داخلی نوکلئونها «تفکیک» نمی‌شود و همانند یک ذره نقطه‌ای عمل می‌کند. پرسش بسیار مهم آن است که، قدرت جفت‌شدگی خالص این جسم

\* اعداد از کتابچه داده‌های ذرات (Particle Data Booklet) گرفته شده‌اند. کار با نوترونهای آزاد بسیار سخت است، و طول عمر «رسمی» نوترونها در طول زمان تغییر کرده است و در ۱۵ سال اخیر بیش از ۱۰٪ افت کرده است. همین‌طور توجه کنید که فیزیکدانان هسته‌ای مایل‌اند نیمه‌عمرها  $(t_{1/2} = \tau \ln 2)$  را در فهرست وارد کنند و متخصصان واپاشی بتا را اغلب آن را با «نیمه عمر تطبیقی» — که مقدار «ft» نامیده می‌شود — بررسی می‌کنند که در آن عوامل سینماتیکی و کولنی حذف شده‌اند. (برای نوترون عامل تصحیح f در حدود ۱۷ است). همه این مطالب برای آن است که شما را آگاه سازد که اعداد مورد استفاده در متون علمی برای «طول عمر» نوترون پراکنده‌اند، و آگاهی از اطلاعات دقیق و تاریخ مربوطه آن سودمند است.

چیست؟ البته، بار خالص پروتون  $e$  است (همان طور که برای  $\mu^+$  چنین است). مهم نیست که چه فرایندهای پیچیده‌ای در داخل پروتون در جریان است — کوارکهای ظرفیت گلوئونهای مجازی گسیل می‌دارند، گلوئونها جفتهای کوارک-پادکوارک تولید می‌کنند، کوارکهای «دریا» دوباره ترکیب می‌شوند و مانند آن — زیرا در همه این فعالیتهای بی‌امان بار پایسته می‌ماند. از دید یک فوتون با طول موج بلند، نوکلئون یک نقطه به نظر می‌رسد، و بار خالص نوکلئون مرکب مجموع بار کوارکهای ظرفیت است. اما هیچ دلیل پیشینی دال بر اینکه این موضوع در مورد جفت‌شدگی ضعیف به‌کار می‌رود وجود ندارد، هنگامی که یک گلوئون به زوج کوارک-پاد کوارک تبدیل می‌شود، سهم خالص این زوج در جفت‌شدگی ضعیف ممکن است صفر نباشد — چه کسی می‌داند؟ برای منظور داشتن این مورد، جایگزینی زیر را در عامل رأس  $n \rightarrow p + W$  انجام می‌دهیم:

$$(1 - \gamma^5) \rightarrow (c_V - c_A \gamma^5) \quad (66-10)$$

که  $c_V$  تصحیحی بر بردار «بار ضعیف» و  $c_A$  تصحیحی بر بردار محوری «بار ضعیف» است\* حل، همین فرایند بنیادی،  $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$  نه فقط برای نوترونهای آزاد، بلکه برای هسته‌های پرتوزا نیز رخ می‌دهد، پس اصولاً فرصتهای مستقل زیادی برای اندازه‌گیری  $c_V$  و  $c_A$  در اختیار داریم.\*\* نتایج تجربی به قرار زیرند:

$$c_V = 1.000 \pm 0.003, \quad c_A = 1.26 \pm 0.02 \quad (67-10)$$

شگفت‌آور آنکه بردار بار ضعیف را برهم‌کنشهای قوی درون نوکلئون تعدیل نمی‌کند. احتمالاً، مانند بار الکتریکی، یک قانون پایستگی از آن «محافظت» می‌کند؛ این را فرضیهٔ «جریان برداری پایسته»<sup>۱</sup> (CVC) می‌نامیم. حتی جملهٔ محوری تغییر چندان نمی‌کند؛ ظاهراً، این نیز «تقریباً» پایسته است. این موضوع را فرضیهٔ «جریان محوری تا اندازه‌ای پایسته»<sup>۲</sup> (PCAC) می‌نامیم. اثر جایگزینی (66-10) در طول عمر نوترون چیزی است که می‌توانید خودتان حساب کنید (اگر توانش را داشته باشید). در تقریب خوبی آهنگ واپاشی با ضریب زیر افزایش می‌یابد

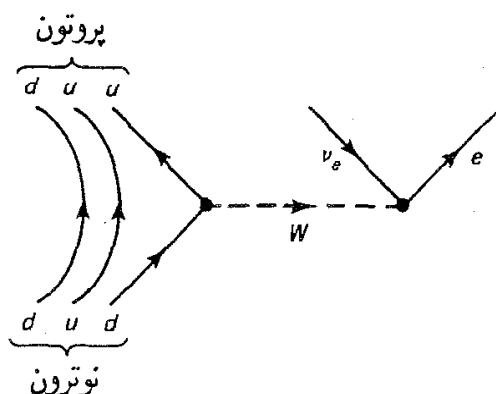
$$\frac{1}{4}(c_V^2 + 3c_A^2) = 1.44 \quad (68-10)$$

\*  $c_V$  و  $c_A$  به حدود  $q^2 = 0$  عامل شکل ضعیف متناظر مربوط هستند.  
\*\* یک مورد مورد توجه  $^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}$  است، که (با توجه به اسپین و پاریته مشاهده شدهٔ ذرات اولین و نهایی) می‌دانیم که فقط شامل جفت‌شدگی برداری است. این واکنش اندازه‌گیری نسبتاً دقیق و سراسازی از  $c_V$  فراهم می‌سازد.

و طول عمر به همین نسبت کاهش می‌یابد:

$$\tau = \frac{1316 \text{ sec}}{1.44} = 914 \text{ sec} \quad (69-10)$$

اینک این مقدار در محدوده خطای مقدار تجربی قرار گرفته است. متأسفانه، این سازگاری گمراه‌کننده است زیرا همچنان تصحیح دیگری باید صورت گیرد. فرایند کوارکی زیربنایی در اینجا  $d \rightarrow u + W$  است (با دو تماشاجی)



و این رأس کوارکی حامل ضریب  $\cos \theta_C$  است که

$$\theta_C = 13.1^\circ \quad (70-10)$$

زاویه کایبو است. در بخش بعد در این مورد بیشتر صحبت می‌کنیم، اما نکته اساسی در اینجا آن است که مقدار نظری برای طول عمر نوترون، که برای ناپایستگی بار محوری تصحیح و با زاویه کایبو اصلاح شده باشد برابر است با

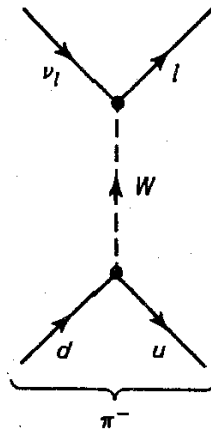
$$\tau = \frac{914 \text{ sec}}{\cos^2 \theta_C} = 963 \text{ sec} \quad (71-10)$$

که دوگام به پیش و یک گام به پس است!\*

### ۱۰-۴ واپاشی پیون

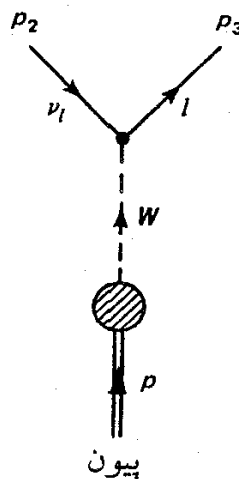
مطابق مدل کوارکی، واپاشی پیون باردار  $(\pi^- \rightarrow \bar{l} + \bar{\nu}_l)$ ، که  $l$  یک موئون یا یک الکترون است) واقعاً یک رویداد پراکندگی است که در آن کوارکهای فرودی به یکدیگر وابسته‌اند:

\* این آخر داستان نیست؛ تصحیح کولنی کوچکی نیز وجود دارد (ناشی از جاذبه بین الکترون و پروتون در حالت نهایی)؛ احتمالاً یک وابستگی به  $q^2$  در عامل شکل حتی در حوالی  $q^2 = 0$  وجود دارد؛ و شاید خطاهایی در داده‌های تجربی وجود داشته باشد. به‌ویژه، طول عمر نوترون، به خطاهای موجود در  $CA$  بسیار حساس است. اما ما در محدوده ۶٪ از نتایج تجربی قرار داریم، و زمان حرکت است.



از این لحاظ این فرایند یک مشابه برهم‌کنش ضعیف برای فرایند الکترومغناطیسی واپاشی پوزیترونیم  $(e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma)$  و یا فرایند قوی واپاشی  $(c + \bar{c} \rightarrow g + g)$  است. با دنبال کردن روشهای مثال ۷-۸ و بخش ۳-۹ فصل ۹ (مثال ۱۰-۱۰) می‌توانیم این فرایند را تحلیل کنیم، اما در آخر با یک ضریب  $|\psi(0)|^2$  برخورد خواهیم کرد و در این مرحله هیچ ایده‌ای در مورد اینکه تابع موج کوآرک  $(\psi)$  درون پیون چگونه است نداریم. با توجه به اینکه این محاسبه به هر حال دارای این عامل ضربی نامعین است، روند زیر ساده‌تر خواهد بود.

نمودار فاینمن را با لکه‌ای که نشانگر جفت‌شدگی  $\pi^-$  به  $W^-$  باشد دوباره رسم می‌کنیم:



شاید ندانیم که  $W$  چگونه با پیون جفت می‌شود، اما می‌دانیم چگونه با لپتونها جفت می‌شوند، پس دامنه باید به شکل کلی زیر باشد:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{\lambda(M_W c)^2} [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(2)] F^\mu \quad (72-10)$$

که  $F^\mu$  «تابع شکلی» است که لکه  $\pi \rightarrow W$  را توصیف می‌کند. این عامل باید یک چاربردار باشد تا با  $\gamma_\mu$  در عامل لپتونی ادغام شود، اما اسپین پیون صفر است و تنها بردار وابسته به



آن\* که می‌توان به کمک آن  $F^\mu$  را ساخت تکانه  $p^{\mu*}$  است. (دیگر از نوشتن شاخص پایین تکانه پیون خوداری می‌کنیم  $p \equiv p_1$ ). پس  $F^\mu$  باید یک کمیت زرده‌ای ضربدر  $p^\mu$  باشد:

$$F^\mu = f_\pi p^\mu \quad (۷۳-۱۰)$$

(اصولاً،  $f_\pi$  تابعی از  $p^2$  — تنها زرده‌ای موجود — است اما چون پیون در پوسته جرمی خود قرار دارد،  $p^2 = m_\pi^2 c^2$  و بنابراین  $f_\pi$  تنها یک عدد ثابت است. آن را «ثابت واپاشی پیون» می‌نامیم.)\*\* با جمع‌زنی روی اسپینهای خروجی، داریم

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \left[ \frac{f_\pi}{\lambda} \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \right]^2 p_\mu p_\nu \text{Tr}[\gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_3 + m_l c)] \\ &= \frac{1}{\lambda} \left[ f_\pi \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^2 \right]^2 [2(p \cdot p_2)(p \cdot p_3) - p^2(p_2 \cdot p_3)] \end{aligned} \quad (۷۴-۱۰)$$

[قبلاً در معادله (۹-۱۰) رد محاسبه شده است]. اما  $p = p_2 + p_3$ ، پس

$$p \cdot p_2 = p_2 \cdot p_3, \quad p \cdot p_3 = m_l^2 c^2 + p_2 \cdot p_3 \quad (۷۵-۱۰)$$

و

$$p^2 = p_2^2 + p_3^2 + 2p_2 \cdot p_3$$

به طوری که

$$2p_2 \cdot p_3 = (m_\pi^2 - m_l^2) c^2 \quad (۷۶-۱۰)$$

\* توجه کنید که عامل شکل (ضعیف) پیون را در سطح  $\mathcal{M}$  وارد کردیم، در صورتی که برای عاملهای شکل (الکترومغناطیسی) پروتون و توابع ساختار تا مرحله  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  صبر کردیم. زیرا پروتون دارای اسپین است و باید آن را در فهرست بردارهای موجود وارد کرد؛ فقط پس از میانگین‌گیری روی اسپین‌هاست که این فهرست به دو تا تقلیل می‌یابد و مسئله معقول می‌شود. اما، پیون اسپین ندارد، پس می‌توان عامل شکل را مستقیماً وارد  $\mathcal{M}$  کرد که به جای یک کمیت تانسوری، فقط کمیتی برداری است.

\*\* ظاهراً ثابت واپاشی پیون شامل عامل  $|\psi(0)|^2$  است که قبلاً به آن اشاره کردیم، و ناآگاهی خود را با محمل مناسب‌تری پوشانده بودیم (مسئله ۱۰-۱۰).

بنابراین

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left( \frac{g_w}{2M_W} \right)^4 f_\pi^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2) \quad (77-10)$$

(یک ثابت).

آهنگ واپاشی از فرمول استاندارد (۳۲-۶) به دست می‌آید:

$$\Gamma = \frac{|p_\nu|}{4\pi\hbar m_\pi^2 c} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \quad (78-10)$$

و تکانه خروجی عبارت است از [نگاه کنید به معادله (۳۱-۶) یا مسئله ۳-۱۶]:

$$|p_\nu| = \frac{c}{2m_\pi} (m_\pi^2 - m_l^2) \quad (79-10)$$

پس

$$\Gamma = \frac{f_\pi^2}{\pi\hbar m_\pi^2} \left( \frac{g_w}{2M_W} \right)^4 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2)^2 \quad (80-10)$$

البته، بدون دانستن ثابت واپاشی،  $f_\pi$ ، نمی‌توانیم طول عمر پيون را محاسبه کنیم\*. با وجود این می‌توانیم نسبت‌های انشعاب را تعیین کنیم

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.28 \times 10^{-2} \quad (81-10)$$

مقدار تجربی  $1.23 \pm 0.02 \times 10^{-2}$  است. در نگاه اول این مقدار نتیجه شگفت‌انگیزی است، زیرا پیش‌بینی می‌کند (به درستی) که پيون مد واپاشی به موئون را ترجیح می‌دهد، اگر چه الکترون بسیار سبک‌تر است. ملاحظات فضای فاز به نفع واپاشی‌هایی است که جرم تا حد امکان کاهش می‌یابد، و بجز در مواردی برخی قوانین پایستگی مطرح شوند معمولاً درمی‌یابیم که سبک‌ترین حالت نهایی متداول‌ترین آنهاست. واپاشی پيون یک استثنای معروف است، که نیاز به توصیف دینامیکی ویژه‌ای دارد. معادله (۸۰-۱۰) سرخشی را به دست می‌دهد: توجه کنید که اگر الکترون بی‌جرم بود، مد  $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$  به‌کلی ممنوع می‌شد. آیا می‌توان این مورد حدی را فهمید؟ بلی،

\* واقعیت مسلمی است که اگر قرار دهید  $f_\pi = m_\pi c$  (یا به صورت بهتر  $m_\pi c \cos \theta_c$ ) می‌توانید به طول عمر  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  بسیار نزدیک شوید، اما می‌دانم هیچ تأیید نظری قانع‌کننده‌ای برای این فرض وجود ندارد.

بیون دارای اسپین صفر است، بنابراین الکترون و پاد نوترینو باید با اسپینهای مخالف و در نتیجه هلیسیتته‌های مساوی خارج شوند:



چون پاد نوترینو همواره راستگرد است، بنابراین الکترون نیز باید راستگرد باشد. اما اگر الکترون واقعاً بدون جرم بود (همانند نوترینو) فقط می‌توانست به صورت ذره‌ای چپگرد وجود داشته باشد. به عبارت دقیق‌تر،  $\gamma^5 - 1$  در عامل رأس ضعیف فقط باید با الکترونهای چپگرد جفت شود، همان‌طور که فقط با نوترینوهای چپگرد جفت می‌شود (مسئله ۱۰-۱۱). بدین سبب است که اگر الکترون بی‌جرم می‌بود واپاشی  $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$  به هیچ وجه نمی‌توانست رخ دهد و به همین دلیل این واپاشی برای الکترونهای فیزیکی با جرم بسیار نزدیک به صفر) به شدت سرکوب شده است.

### ۱۰-۵ برهم‌کنشهای ضعیف باردار کوارکها

جفت‌شدگی با  $W^\pm$  برای لپتونها صرفاً در محدوده یک نسل رخ می‌دهد:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad (\text{نسلهای لپتونی})$$

یعنی،  $e^- \rightarrow \nu_e + W^-$ ،  $\bar{\mu} \rightarrow \nu_\mu + W^-$ ،  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + W^-$ ، اما هیچ جفت‌شدگی بین نسلی مثلاً از نوع  $e^- \rightarrow \nu_\mu + W^-$  نداریم. در واقع این مشاهدات در قوانین پایستگی عدد الکترونی، عدد موثونی و عدد تاویبی تجلی می‌کند. جفت‌شدگی  $W$  با کوارکها به این سادگی نیست، زیرا هر چند ساختار نسلا مشابه است

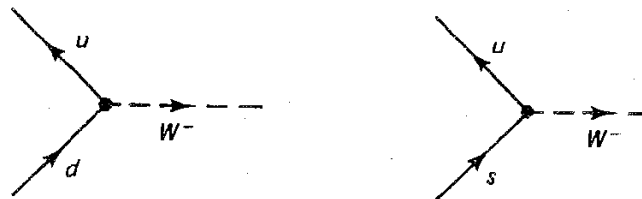
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (\text{نسلهای کوارک})$$

اما برهم‌کنشهای ضعیف هویت جداگانه نسلا را کاملاً محترم نمی‌شمارد. شک نیست که برهم‌کنشهایی به شکل  $d \rightarrow u + W^-$  (فرابندی که زیربنای واپاشی نوترون است  $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ ) وجود دارند، اما برهم‌کنشهایی با جفت‌شدگی بین نسلی نظیر  $s \rightarrow u + W^-$  نیز وجود دارد (مثلاً واپاشی  $\Lambda \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$  دیده می‌شود). در واقع، اگر چنین نبود باید سه قانون «پایستگی طعم» مطلق وجود می‌داشت: پایستگی «بالایی به پایینی»، «افسون به اضافه شگفت» و «حقیقت به اضافه زیبایی» — مانند سه قانون پایستگی عدد لپتونی. در نتیجه، سبک‌ترین ذره

برهم‌کنشهای ضعیف باردار کوارکها ۴۰۳

شگفت ( $K^-$ ) می‌بایست مطلقاً پایدار می‌بود، و همین‌طور برای مزون  $B$  (سبک‌ترین ذره زیبا)؛ و جهان ما کاملاً متفاوت می‌بود.

در ۱۹۶۳ (هنگامی که  $d, u$  و  $s$  تنها کوارکهای شناخته شده بودند) کابیو [۱] پیشنهاد کرد که رأس  $d \rightarrow u + W^-$  حامل ضریب  $\cos \theta_C$  است، در حالی که  $s \rightarrow u + W^-$  دارای ضریب  $\sin \theta_C$  است؛ سوای این مسئله جفت‌شدگی لپتونی آنها یکسان است [معادله (۵-۱۰)]:



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \cos \theta_C \quad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \sin \theta_C \quad (۸۲-۱۰)$$

فرایند با تغییر شگفتی ( $s \rightarrow u + W^-$ ) آشکارا ضعیف‌تر از فرایندی است که شگفتی را پایسته نگاه می‌دارد ( $d \rightarrow u + W^-$ )، بنابراین از قرار معلوم «زاویه کابیو»،  $\theta_C$  نسبتاً کوچک است. به لحاظ تجربی

$$\theta_C = ۱۳٫۱^\circ \quad (۸۳-۱۰)$$

برهم‌کنشهای ضعیف تقریباً نسل‌های کوارک را محترم می‌شمارند ... اما نه کاملاً.

## مثال ۲-۱۰

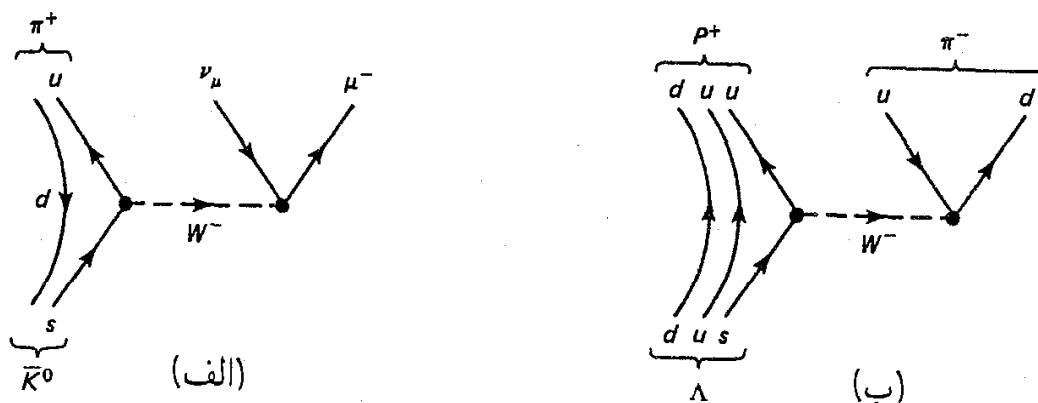
### واپاشیهای لپتونی

واپاشی  $K^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l$  را در نظر بگیرید که  $l$  یک الکترون یا یک موئون است. این فرایند مشابه واپاشی  $\pi^-$  (بخش ۴-۱۰) است، اما در اینجا رأس کوارک به جای  $d + \bar{u} \rightarrow W^-$ ، به صورت  $s + \bar{u} \rightarrow W^-$  است. از معادله (۸۰-۱۰) داریم:

$$\Gamma = \frac{f_K^2}{\pi \hbar m_K^2} \left( \frac{g_w}{4M_W} \right)^2 m_l^2 (m_K^2 - m_l^2)^2$$

قدرت جفت‌شدگی احتمالاً مانند قبل است، بجز آنکه  $f_\pi$  حاوی ضریب  $\cos \theta_C$  بود و در اینجا  $f_K$  شامل ضریب  $\sin \theta_C$  است. در نتیجه:

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow l^- + \bar{\nu}_l)} = \tan^2 \theta_C \left( \frac{m_\pi}{m_K} \right)^2 \left( \frac{m_K^2 - m_l^2}{m_\pi^2 - m_l^2} \right)^2 \quad (۸۴-۱۰)$$



شکل ۳-۱۰ الف) یک نمونه واپاشی نیمه لپتونی ( $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ ) ب) یک نمونه واپاشی ضعیف غیرلپتونی ( $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$ ).

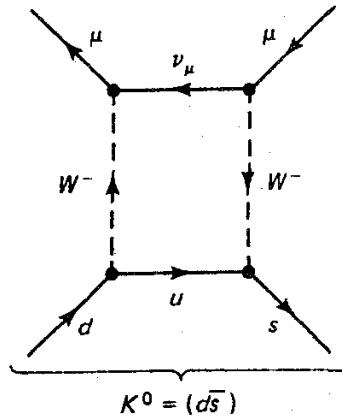
با قرار دادن اعداد مناسب، مقدار ۹۶٪ را برای مُد موثون ( $l = \mu$ ) و ۱۹٪ برای مد الکترون ( $l = e$ ) به دست می‌آوریم: [نسبت‌های تجربی به ترتیب ۱۳۴ و ۲۶٪ هستند که متناظر با زاویه کابیبوی ۱۵٫۴° است. این واپاشیها بردار-محوری ناب هستند، و همان‌طور که قبلاً دیدیم — نگاه کنید به معادله (۱۰-۶۷) — نباید انتظار توافق کامل را داشته باشیم.

به دلایلی آشکار، فرایندهایی از نوعی که در مثال ۲-۱۰ در نظر گرفته شد را واپاشیهای لپتونی می‌نامند. واپاشیهای نیمه لپتونی نظیر  $\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ ،  $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  (شکل ۳-۱۰ الف) نیز وجود دارند، یا برای واپاشی بتازای نوترون،  $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ . سرانجام، برهم‌کنشهای ضعیف غیرلپتونی نظیر  $K^- \rightarrow \pi^0 + \pi^-$  یا  $\Lambda \rightarrow p^+ + \pi^-$  (شکل ۳-۱۰ ب) نیز وجود دارند. معمولاً، تحلیل مورد اخیر از همه دشوارتر است زیرا آلودگی برهم‌کنش قوی در هر دو انتهای خط  $W$  وجود دارد. در این کتاب فرایندهای غیر لپتونی ضعیف را بررسی خواهیم کرد [۲].

### مثال ۳-۱۰

#### واپاشیهای نیمه لپتونی

در مورد واپاشی نوترون ( $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ ) فرایند کوارکی اصلی  $d \rightarrow u + W^-$  (با دو تماشاجی) است. با این حال، دو کوارک  $d$  در نوترون وجود دارد و هر یک از آنها می‌توانند با  $W$  جفت شوند؛ دامنه خالص برای فرایند جمع آنهاست. ساده‌ترین راه برای دانستن اعداد استفاده از توابع موج کوارکی بخش ۵-۹ فصل ۵ است. حالت‌های طعم  $\psi_{12}$ ، برای مثال می‌دهد:  $n = (ud - du)d/\sqrt{2}$  که از آن  $(d \rightarrow u)$  به دست می‌آوریم  $p = (ud - du)u/\sqrt{2} = [(uu - uu)d + (ud - du)u]/\sqrt{2}$ ، پس ضریب کلی  $\cos \theta_C$  است (همان‌طور که در انتهای بخش ۳-۱۰ اشاره کردم). اما در واپاشی



شکل ۴-۱۰ واپاشی  $K^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

فرایند کوارکی همچنان  $d \rightarrow u$  است، اما در اینجا داریم  $\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e$

$$\begin{aligned} \dot{\Sigma} &= [(us - su)d + (ds - sd)u]/\sqrt{2} \rightarrow [(us - su)u + (us - su)u]/\sqrt{2} \\ &= (us - su)u = \sqrt{2} \dot{\Sigma}^+ \end{aligned}$$

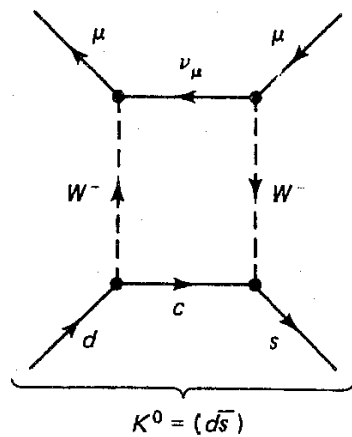
و بنابراین دامنه ضریب  $\sqrt{2} \cos \theta_C$  دارد.\* آهنگ واپاشی از معادله (۶۳-۱۰) به دست می‌آید که (در حالت  $a \gg 1$ ) به شکل زیر درمی‌آید

$$\Gamma = \frac{1}{30 \pi^2 \hbar} \left( \frac{g_w}{2M_W c^2} \right)^4 (\Delta m c^2)^5 X^2$$

که در آن کاهش جرم باریونی و  $X$  ضریب کابیبو ( $\cos \theta_C$  برای واپاشی نوترون،  $\sqrt{2} \cos \theta_C$  برای  $\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e$  و غیره) است. یافتن اعداد به‌عنوان تمرین به شما واگذار می‌شود (مسئله ۱۰-۱۳).\*\*

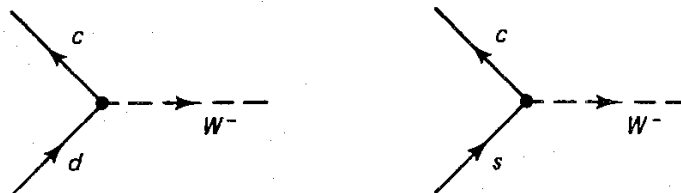
نظریه کابیبو در مورد دهها آهنگ واپاشی بسیار موفق بود، اما یک مسئله نگران‌کننده باقی ماند: این تصویر به  $K^0$  اجازه می‌دهد تا به جفت  $\mu^+ \mu^-$  واپاشد (شکل ۴-۱۰). دامنه باید با  $\sin \theta_C \cos \theta_C$  متناسب باشد، اما آهنگ محاسبه شده بسیار بزرگتر از حد تجربی مجاز است. \* در واقع، یک تفاوت فنی در اینجا وجود دارد: کوارک فعال در حالت تک‌تایه اسپین به تماشایی مقید است. خوشبختانه، این موضوع اثری در طول عمر ندارد.

\*\* این فرایند فقط شامل کوارکهای ظرفیت است، بنابراین به ناپایستگی جفت‌شدگی محوری حساس نیست. همان‌طور که در معادله (۶۸-۱۰) دیدیم PCAC می‌تواند به تصحیح نزدیک ۵٪ بینجامد، بنابراین نمی‌توان دقت زیادی را برای طول عمرها انتظار داشت. نظریه کابیبو راهی برای محاسبه جفت‌شدگیهای محوری را در بردارد که در اینجا به آن نمی‌پردازیم.



شکل ۵-۱۰ سازوکار GIM [ این نمودار ۴-۱۰ را خنثی می‌کند]. به جایگزینی کوارک مجازی  $c$  به جای  $u$  توجه کنید.

حل این پارادوکس را گلاشو، ایلویپولوس و مایانی (GIM) [۳] در سال ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند. آنها کوارک چهارمی ( $c$ ) را مطرح کردند - به خاطر داشته باشید که این تاریخ چهار سال قبل از «انقلاب نوامبر» بود که اولین دلیل تجربی سراسر را بر وجود افسون تولید کرد - که جفت‌شدگی آن با  $s$  و  $d$  به ترتیب شامل  $\cos \theta_C$  و  $-\sin \theta_C$  بود:



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)(-\sin \theta_C) \quad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\cos \theta_C \quad (۸۵-۱۰)$$

در «سازوکار GIM» نمودار شکل ۴-۱۰ را نمودار متناظر با  $c$  به جای  $u$  (شکل ۵-۱۰) خنثی می‌کند، زیرا این بار دامنه با  $-\sin \theta_C \cos \theta_C$  متناسب است\*

طرح کابیو- GIM تعبیر ساده‌ای دارد: به جای کوارکهای فیزیکی  $d$  و  $s$ ، حالت‌های «صحیح» که برای برهم‌کنشهای ضعیف استفاده می‌شوند  $d'$  و  $s'$  هستند که با

\* این خنثی شدن کامل نیست، زیرا جرم  $c$  با جرم  $u$  برابر نیست. با این حال، این ذرات مجازی به قدری خارج از پوسته جرمی هستند که انتشارگرهای هر دوی آنها اساساً  $\frac{1}{q^2}$  است. (در محاسبه  $\mathcal{M}$  باید روی یک تکانه داخلی باقی مانده که با قوانین پایستگی تثبیت نشده بود انتگرال بگیریم. این اساساً تکانه‌ای که «حول یک حلقه می‌چرخد». به علت دو انتشارگر  $W$ ، سهم اصلی در ناحیه جرم  $W$  و به قدری بزرگتر از جرم  $u$  و  $c$  است که می‌توان با تقریب خوبی جرم آنها را نادیده گرفت. در واقع، واپاشی صورت می‌گیرد و بینهایت کند است، و اگر اثرات اختلاف جرم  $u/c$  را وارد کنید، محاسبات با آهنگ مشاهده شده سازگار خواهند بود.

$$d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C, \quad s' = -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \quad (۸۶-۱۰)$$

یا، به شکل ماتریسی

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (۸۷-۱۰)$$

$W$ ها با حالت‌های «چرخیده کابینو»:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

درست همانند زوج‌های لپتونی  $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}$  و  $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$  جفت می‌شوند؛ جفت‌شدگی آنها با ذرات فیزیکی (حالت‌های با طعم مشخص) از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

یعنی  $d \rightarrow u + W^-$  حامل ضریب  $\cos \theta_C$ ،  $s \rightarrow u + W^-$  ضریب  $\sin \theta_C$  و نظایر آن است.\*

در آن زمان، سازوکار GIM — با معرفی کوارک جدید برای تثبیت یک نقص فنی مرموز در نظریه‌ای آزموده نشده — کمی نامعقول به نظر می‌رسید. اما این شک با کشف  $\psi(c\bar{c})$  در سال ۱۹۷۴ فروکش کرد. در این فاصله، کوبایاشی و ماسکاوا [۴] طرح کابینو GIM را چنان تعمیم

\* این کاملاً قراردادی است که به جای  $u, c, d, s$  را بچرخانیم؛ می‌توان همین نتیجه را با معرفی  $u' = u \cos \theta_C - c \sin \theta_C$  و  $c' = u \sin \theta_C + c \cos \theta_C$  به دست آورد. راستی، شاید بیرسید که چرا این چرخش در بخش لپتونی رخ نمی‌دهد. پاسخ آن است که اغلب اتفاق می‌افتد — یا به عبارت دیگر اگر رخ دهد هیچ‌گاه متوجه آن نمی‌شویم. نکته آن است که همه نوترینوها بدون جرم‌اند و هر ترکیب خطی از آنها نیز همچنان بدون جرم است. بنابراین هیچ «برجسی» برای تعیین حالت‌های «نچرخیده» وجود ندارد و آنچه مثلاً که ما  $\nu_e$  می‌نامیم «نوترینوی جفت‌شده با  $e$  در برهم‌کنشهای ضعیف» است، همین‌طور  $d'$  «کوارک جفت‌شده با  $u$  در برهم‌کنشهای ضعیف است.»



دادند که از عهده هر سه نسل کوآرک برآید\* . «نسلهای برهم‌کنش ضعیف»

$$(10-88) \quad \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} \quad (\text{نسلهای کوآرک برهم‌کنش ضعیف})$$

با حالت‌های کوآرک فیزیکی توسط ماتریس کوپایاشی-ماسکاو ارتباط دارند:

$$(10-89) \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

که برای مثال  $u_{ud}$  جفت‌شدگی  $u$  به  $d (d \rightarrow u + W^-)$  را مشخص می‌کند. نه ورودی در ماتریس KM وجود دارد اما همه آنها مستقل نیستند (مسئله (۱۰-۱۴).  $U$  می‌تواند به نوعی «شکل بندادی» تحویل یاد که در آن فقط سه «زاویه تعمیم یافته کابیو»  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  و یک عامل فاز  $(\delta)$  [۵] باقی بماند:

$$(10-90) \quad U = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_2 & s_1 s_2 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

در اینجا  $c_i$  به جای  $\cos \theta_i$  و  $s_i$  به جای  $\sin \theta_i$  به کار رفته است. اگر  $\theta_2 = \theta_3 = 0$  نسل سوم نمی‌تواند با دو نسل دیگر مخلوط شود و همان تصویر ابتدایی کابیو- GIM با  $\theta_1 = \theta_C$  به دست می‌آید. با این حال، دلیل قانع‌کننده‌ای (واپاشی مشاهده شده مزون  $(B^-(b\bar{u}))$  برای برخی مخلوط‌شدنهای نسل سوم وجود دارد. هر چند سهم آن در توفیق طرح اولیه کابیو- GIM باید نسبتاً ناچیز باشد. مدل استاندارد هیچ بینشی نسبت به ماتریس KM به دست نمی‌دهد (در واقع، این یکی از نقاط ضعف مدل استاندارد است)؛ در اینجا، فقط مقادیر اجزای ماتریس حاصل از

\* جالب توجه است که کوپایاشی و ماسکاو نسل سوم کوآرک را قبل از آنکه نسل دوم کامل شود و خیلی قبل از آنکه شواهد تجربی برای نسل سوم لپتونها یا کوآرکها وجود داشته باشد پیشنهاد کرده بودند. انگیزه آنها تمایل به توجیه نقض CP در چارچوب طرح کابیو GIM بود. معلوم شد که بدین منظور باید عدد مختلطی را در ماتریس «دوران» (۱۰-۸۷) وارد کرد، اما این جمله را همواره می‌توان با تعریف مجدد مناسب فازهای کوآرکی حذف کرد مگر آنکه به سراغ ماتریس  $3 \times 3$  می‌رفتند و در نتیجه به سه نسل رهنمون شوند. فقط باید دید که آیا جمله  $\delta$  در ماتریس KM که چشمه واقعی نقض CP در طبیعت است اما پیشگویی قبل از موقع سه نسل کاملاً تأیید شد.

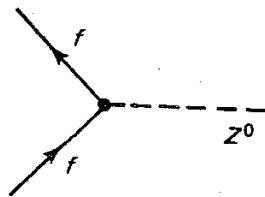
تجربه را در نظر می‌گیریم. کوشش اندکی صرف اندازه‌گیری دقیق این پارامترها شده است. تاکنون، فقط اندازه‌های آنها به دقت شناخته شده است [۶]:

$$|U_{ij}| = \begin{pmatrix} 0.9705 & -0.9770 & 0.21 & -0.24 & 0 & -0.14 \\ 0.21 & -0.24 & 0.971 & -0.973 & 0.36 & -0.70 \\ 0 & -0.24 & 0.36 & -0.69 & 0.997 & -0.999 \end{pmatrix} \quad (10-91)$$

مخلوط شدن نسل سوم (اجزای غیرقطری در سطر و ستون سوم)، چنانکه از طول عمر به غایت طولانی مزون B ( $10^{-12}$  ثانیه) به دست آمده است، در واقع، بسیار کوچک است.

### ۱۰-۶ برهم‌کنشهای ضعیف خنثی

در سال ۱۹۵۸ بلودمن [۷] پیشنهاد کرد که ممکن است برهم‌کنشهای ضعیف خنثی وجود داشته باشند که واسطه آنها عضو بدون باری از  $W$ ها-  $Z^0$  باشد:



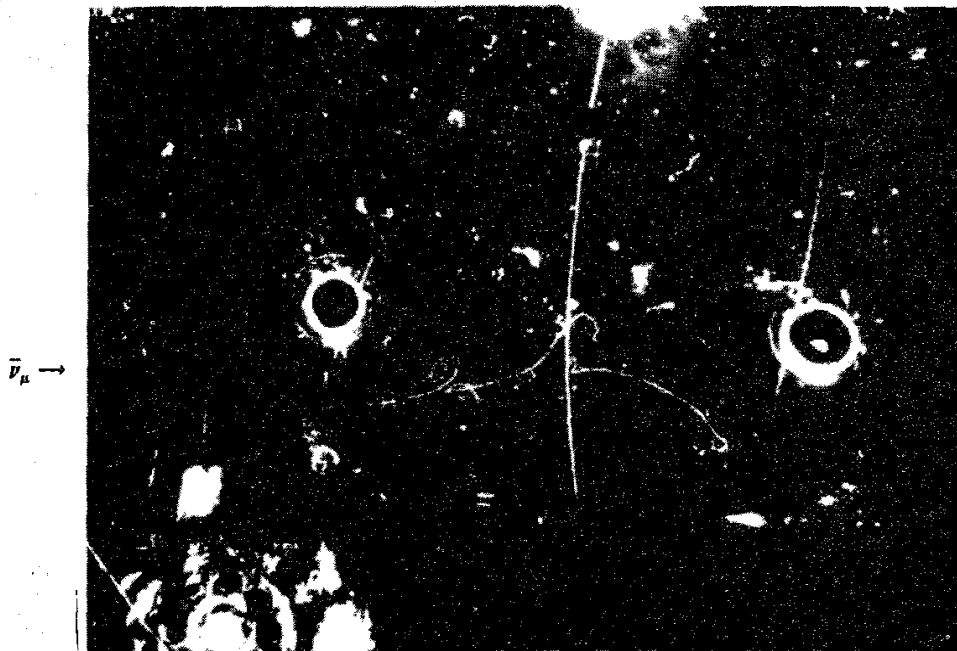
در اینجا  $f$  می‌تواند هر لپتون یا کوارکی باشد. با این حال، توجه کنید که همان فرمیونی که وارد شده است خارج می‌شود (درست مثل QED و QCD). مثلاً جفت شدگیهایی از نوع  $\mu^- \rightarrow e^- + Z^0$  (که پایستگی اعداد موثونی و الکترونی را نقض می‌کند) یا  $s \rightarrow d + Z^0$  (این فرایند خنثی با تغییر شگفتی به  $\mu^+ + \mu^- \rightarrow K^0$  می‌انجامد که قبلاً گفتیم قویاً ممنوع است) مجاز نیستند\*. در سال ۱۹۶۱ گلاشو [۸] اولین مقاله‌اش را در مورد وحدت برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی

\* در مورد فرایندهای خنثی، فرق نمی‌کند که از حالت‌های فیزیکی ( $d, s, b$ ) استفاده کنید یا از حالت‌های «چرخیده کابیو» ( $d', s', b'$ ). به‌طور کلی استدلال به‌صورت زیر است:

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} d' \\ \diagdown \\ \bullet \\ \diagup \\ d' \end{array} \text{---} Z^0 \quad \mathcal{M} \sim \bar{d}'d' = \bar{d}d \cos^2 \theta_C + \bar{s}s \sin^2 \theta_C + (\bar{d}s + \bar{s}d) \sin \theta_C \cos \theta_C \quad \text{می‌دهد:} \end{array}$$

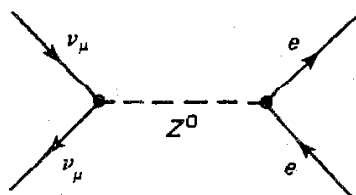
$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} s' \\ \diagdown \\ \bullet \\ \diagup \\ s' \end{array} \text{---} Z^0 \quad \mathcal{M} \sim \bar{s}'s' = \bar{d}d \sin^2 \theta_C + \bar{s}s \cos^2 \theta_C - (\bar{d}s + \bar{s}d) \sin \theta_C \cos \theta_C \quad \text{می‌دهد:} \end{array}$$

بنابراین جمع آن دو عبارت است از  $\bar{d}'d' + \bar{s}'s' = \bar{d}d + \bar{s}s$  پس دامنه خالص، پس از ترکیب هر دو نمودار، از هر کدام از حالت‌ها که استفاده کنیم یکسان خواهد شد. (همین استدلال به سه نسل تعمیم می‌یابد، مادامی که ماتریس KM یکانی باشد).



شکل ۱۰-۶ اولین تصویر از فرایند ضعیف خنثی  $(\bar{\nu}_\mu + e^- + \bar{\nu}_\mu + e^-)$  نوترینو از سمت چپ وارد می‌شود (بدون هیچ ردی) و با الکترونی که به صورت افقی به طرف راست در حرکت است، برخورد می‌کند، و دو فوتون (که در تصویر فقط هنگامی که زوج الکترون پوزیترون تولید می‌کند دیده می‌شود) گسیل می‌شود که همان طور که دیده می‌شود در میدان مغناطیسی اعمال شده مارپیچی به طرف داخل را می‌پیماید. (عکس از CERN).

منتشر کرد؛ نظریهٔ او به وجود فرایندهای ضعیف خنثی نیاز داشت و ساختار آنها را تعیین کرده بود (نگاه کنید به بخش ۱۰-۷). در ۱۹۶۷، واینبرگ و سلام مدل گلاشو را به صورت «شکست خودبه‌خود نظریهٔ پیمانه‌ای» فرمولبندی کردند [۹] و در سال ۱۹۷۱ توفت [۱۰] نشان داد که نظریهٔ گلاشو-واینبرگ-سلام باز بهنجارپذیر است. پس دلایل نظری بسیار قانع‌کننده‌ای برای این فکر که برهم‌کنشهای ضعیف خنثی در طبیعت رخ می‌دهد وجود داشت، اما برای مدت طولانی هیچ دادهٔ تجربی که موید این امیدواری باشد وجود نداشت. سرانجام، در سال ۱۹۷۳ [۱۱] عکسی از اتاقک حباب در سرن (۱۰-۶) اولین دلیل قانع‌کننده برای واکنش  $\bar{\nu}_\mu + e \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e$  را آشکار کرد که میانجیگری  $Z^0$  را مطرح می‌کرد:

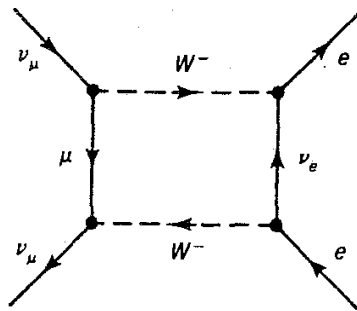


آزمایشهای مشابهی نیز حاکی از فرایند متناظر نوترینو-کوارک به شکل پراکندگی جامع نوترینو-نوکلئون بودند:

$$\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \bar{\nu}_\mu + X$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + X$$

سطح مقطعهای آنها حدود ثلث رویدادهای باردار مرتبط با آنها ( $\bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \mu^+ + X$ ) و ( $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$ ) بود که نشان می‌داد که اینها در واقع نوع جدیدی از برهم‌کنش ضعیف‌اند و نه فقط فرایندی از مرتبه بالاتر (که باید سطح مقطع بسیار کوچکتر داشته باشند).



نتایج CERN برای نظریه پردازان الکترو ضعیف، که به مدت چند سال منزوی شده بودند، دلگرم‌کننده بود. در ضمن یک سری آزمایشهای پراکندگی ناکشسان عمیق (در سرن) انجام شد که نه تنها ساختار بنیادی برهم‌کنشهای ضعیف خنثی و باردار، بلکه خود مدل کوارک-پارتون را که مستقیماً از پراکندگی نوکلئون-الکترون (فرایندی الکترومغناطیسی) تا پراکندگی نوترینو-نوکلئون (فرایند ضعیف) به دست می‌آمد را نیز تأیید کرد [۱۲].

همان‌طور که دیده شد، جفت‌شدگی کوارکها و لپتونها با  $W^\pm$  یک شکل « $V-A$ » عمومی است، عامل رأس همواره برابر است با

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad (\text{عامل رأس } W^\pm) \quad (۹۲-۱۰)$$

درست است که جفت‌شدگی محوری به ساختارهای ترکیبی، نظیر یک پروتون، تعدیل می‌شود، اما این نتیجه برهم‌کنش قوی است — فرایند کوارکی زیربنایی  $V-A$  ناب است). جفت‌شدگی  $Z^0$  به این سادگی نیست:

$$\frac{-ig_z}{2} \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5) \quad (\text{عامل رأس } Z^0) \quad (۹۳-۱۰)$$

که در آن  $g_z$  ثابت جفت‌شدگی خنثی است و ضرایب  $c_V^f$  و  $c_A^f$  به کوارک یا لپتون ( $f$ ) خاص موجود بستگی دارد. مدل GWS، تمام این اعداد را یک پارامتر بنیادی  $\theta_w$ ، موسوم به «زاویه اختلاط ضعیف» (یا «زاویه واینبرگ») تعیین می‌کند. نگاه کنید به جدول ۱-۱. به علاوه، ثابتهای جفت‌شدگی ضعیف به یکای بنیادی بار الکتریکی مربوط‌اند:

جدول ۱-۱۰ جفت‌شدگیهای بردار محوری و بردار خنثی در مدل GWS

$c_A$	$c_V$	$f$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w$	$e^-, \mu^-, \tau^-$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$u, c, t$
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$d, s, b$

$$g_w = \frac{g_e}{\sin \theta_w}, \quad g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \quad (94-10)$$

که  $g_e$  ثابت جفت‌شدگی الکترومغناطیسی (با یکاهای مناسب، بار پوزیترون) است. در بخش بعد خواهیم دید که این پیشگوییها از کجا آمده‌اند. مدل استاندارد هیچ راهی را برای محاسبه خود  $\theta_w$  تأمین نمی‌کند؛ بلکه نظیر ماتریس KM، مقدار آن از تجربه به دست می‌آید:

$$\theta_w = 28.7^\circ \quad (\sin^2 \theta_w = 0.23) \quad (95-10)$$

به دست آوردن  $\theta_w$  چالشی بزرگ برای هر نظریه‌ای است که از مدل استاندارد فراتر برود. در ضمن انتشارگر  $Z^0$  [معادله (۳-۱۰)] عبارت است از

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2 c^2)}{q^2 - M_Z^2 c^2} \quad (96-10)$$

در حالت  $q^2 \ll M_Z^2 c^2$ ، این عبارت تبدیل می‌شود به

$$\frac{i g_{\mu\nu}}{(M_Z c)^2} \quad (97-10)$$

سرانجام، جرمهای  $W^\pm$  و  $Z^0$  با رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند

$$M_W = M_Z \cos \theta_w \quad (98-10)$$

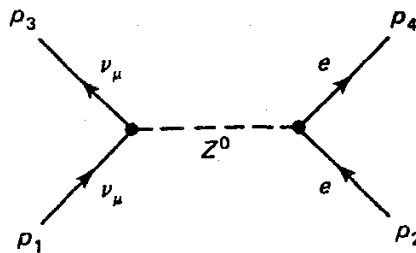
معادله‌های (۹۳-۱۰) - (۹۸-۱۰) پیشگوییهای بنیادی مدل GWS هستند. با معلوم بودن زاویه اختلاط ضعیف، می‌توانیم جرمهای  $W$  و  $Z$  را محاسبه کنیم (مسئله ۱۰-۱۷). کشف آنها توسط

رویا در سال ۱۹۸۳ در سرن با  $M_W = 82 \text{ GeV}/c^2$  و  $M_Z = 92 \text{ GeV}/c^2$  (همان‌طور که پیشگویی شده بود) دلیل قانع‌کننده‌ای برای مدل GWS بود [۱۳].

### مثال ۱۰-۴

#### پراکندگی کشسان نوترینو-الکترون

در مثال ۱۰-۱ سطح مقطع فرایندی با میانجیگری  $W$ ،  $\nu_\mu + e \rightarrow \nu_e + \mu$  را محاسبه کردیم. اکنون واکنش  $\nu_\mu + e \rightarrow \nu_\mu + e$  را که میانجی‌اش  $Z^0$  است بررسی می‌کنیم:



دامنه عبارت است از

$$\mathcal{M} = \frac{g_z^2}{\Lambda(M_{ZC})^2} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)u(2)] \quad (99-10)$$

و بنابراین

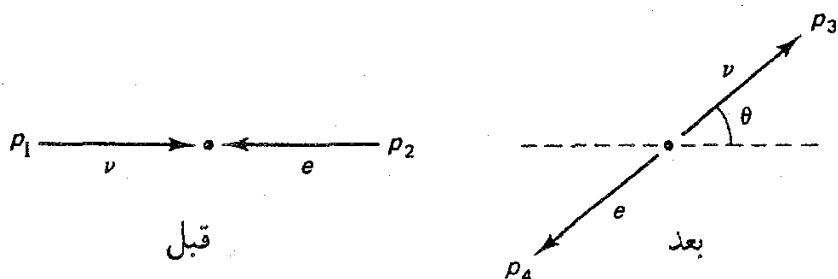
$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= 2 \left( \frac{g_z}{4M_{ZC}} \right)^4 \text{Tr} \{ \gamma^\mu(1-\gamma^5) \not{p}_1 \gamma^\nu(1-\gamma^5) \not{p}_3 \} \\ &\quad \times \text{Tr} \{ \gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_2 + mc) \gamma_\nu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_4 + mc) \} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_z}{M_{ZC}} \right)^4 \{ (c_V + c_A)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \\ &\quad + (c_V - c_A)^2 (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - (mc)^2 (c_V^2 - c_A^2)(p_1 \cdot p_3) \} \end{aligned} \quad (100-10)$$

که  $m$  جرم الکترون و  $c_V$  و  $c_A$  جفت‌شدگیهای ضعیف خنثی برای الکترون هستند. حال اگر به چارچوب CM برویم و جرم الکترون را نادیده بگیریم (یعنی قرار دهیم  $m \rightarrow 0$ ) خواهیم داشت:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = 2 \left( \frac{g_z E}{M_{ZC}} \right)^4 \left[ (c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (101-10)$$

که  $E$  انرژی الکترون (یا نوترینو)، و  $\theta$  زاویه پراکندگی (شکل ۷-۱۰) است. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی [معادله (۶-۴۲)] عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2 \left( \frac{\hbar c}{\pi} \right)^2 \left( \frac{g_z}{4M_{ZC}} \right)^4 E^2 \left[ (c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (102-10)$$



شکل ۷-۱۰ پراکندگی کشسان الکترون-نوترینو در CM.

و سطح مقطع پراکندگی کل (انتگرال‌گیری شده روی تمام زاویه‌ها) برابر است با

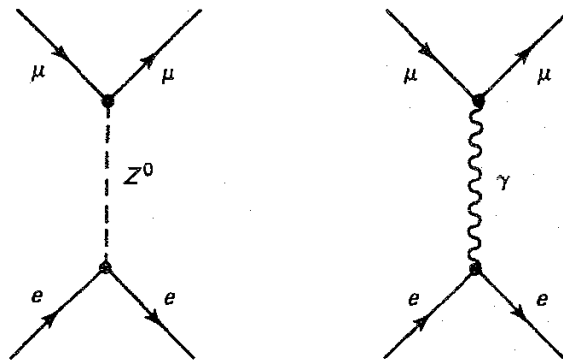
$$\sigma = \frac{2}{3\pi} (\hbar c)^2 \left( \frac{g_z}{2M_Z c^2} \right)^4 E^2 (c_V^2 + c_A^2 + c_V c_A) \quad (10.3-10)$$

با قرار دادن مقادیر GWS بر  $c_V$  و  $c_A$  (از جدول ۱-۱۰)، و مقایسه نتیجه با مثال ۱-۱۰ [معادله ۱۰-۱۴]] درمی‌یابیم که برای انرژیهای خیلی بیشتر از جرم موئون داریم

$$\frac{\sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-)}{\sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_e + \mu^-)} = \frac{1}{4} - \sin^2 \theta_w + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w = 0.09 \quad (10.4-10)$$

مقدار تجربی فعلی [۱۴]  $0.08 \pm 0.01$  است که با توجه به  $10\%$  خطای اندازه‌گیری و خطای موجود در  $\theta_w$  (تا اندازه‌ای کوچکتر)، دارای سازگاری عالی است.

شاید پرسید چرا آشکارسازی آزمایشگاهی برهم‌کنشهای ضعیف خنثی این قدر به طول انجامید؛ یعنی ۱۵ سال فاصله بین تحقیقات نظری اولیه بلودمن و آزمایشهای قطعی در سرن وجود دارد. علت آن است که بیشتر فرایندهای ضعیف را فرایندهای الکترومغناطیسی رقیب «می‌پوشاند». مثلاً  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  می‌تواند یا با  $Z^0$  مجازی یا با  $\gamma$  مجازی رخ می‌دهد (شکل ۸-۱۰)؛ در انرژیهای کم سازوکار فوتون به شدت غالب است\*. این دلیلی است بر آنکه چرا در ابتدا از پراکندگی نوترینو برای تأیید وجود برهم‌کنشهای ضعیف خنثی استفاده شد؛ نوترینوها جفت‌شدگی الکترومغناطیسی ندارند، بنابراین اثرات ضعیف پوشیده نمی‌ماند. اما آزمایشهای نوترینویی بسیار مشکل است؛ و این دلیل تأخیر بود. راه دیگر انجام آزمایشها در انرژیهای بسیار زیاد است — به‌ویژه، در حوالی جرم  $Z^0$  که مخرج انتشارگر  $Z^0$  کوچک می‌شود \* با این حال، جالب توجه است که در هر فرایند الکترومغناطیسی آلودگی مختصری از فرایند ضعیف وجود دارد، زیرا  $Z^0$  با هر آنچه که با آن جفت شود. جفت می‌شود. مثلاً پتانسیل کولنی بین الکترون و هسته‌ها در اتم با تبادل  $Z^0$  اندکی تغییر می‌کند، و این موضوع در طیف اتمی قابل مشاهده است. همین‌طور، برهم‌کنش ضعیف سهم مختصری در پراکندگی الکترون-پروتون دارد. هر چند این اثرات ناچیزند، اما علامت گویایی دارند که نقض پارите است. (نگاه کنید به مرجع ۱۵).



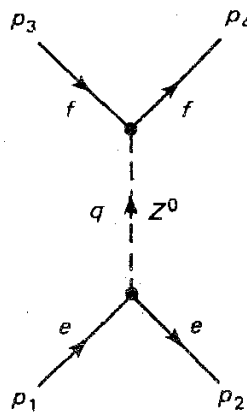
شکل ۱۰-۸ سهمهای ضعیف و الکترومغناطیسی در  $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

و برهم‌کنش «ضعیف» متناظر بزرگ می‌شود. در روزهای اولیه برآورد  $\theta_w$  مشکل و در نتیجه جرم  $Z^0$  کاملاً نامعین بود. اما در اواخر دههٔ هفتاد داده‌های آزمایشی متنوعی  $\theta_w \approx 29^\circ$  را تعیین کردند که به  $M_Z = 90 \text{ GeV}/c^2$  می‌انجامید (مسئله ۱۰-۱۷). این پیشگویی در سال ۱۹۸۳ به صورت تکان‌دهنده‌ای تأیید شد [۱۵] و باعث کوششهای فراوانی در ساختن برخورددهندهٔ الکترون-پوزیترون شد که در قلعهٔ  $Z^0$  عمل می‌کرد. [دو تا از این نوع وسایل عبارت‌اند از برخورددهندهٔ خطی استانفورد (SLC) در SLAC و LEP در سرن، که به ترتیب در ۱۹۸۷ و ۱۹۸۹ شروع به کار کردند.]

### مثال ۱۰-۵

پراکندگی الکترون-پوزیترون نزدیک قطب  $Z^0$

فرایند  $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$  (شکل ۱۰-۹) را در نظر بگیرید، که در آن  $f$  می‌تواند هر کوارک یا



شکل ۱۰-۹ پراکندگی الکترون-پوزیترون در حوالی قطب  $Z^0$ .



لیتونی باشد\*. در اینجا از شکل تقریبی انتشارگر  $Z^0$  [معادله (۹۷-۱۰)] استفاده نمی‌کنیم، زیرا دقیقاً به ناحیه  $q^2 \approx (M_Z c)^2$  علاقه‌مندیم. دامنه عبارت است از

$$\mathcal{M} = - \frac{g_z^2}{4(q^2 - (M_Z c)^2)} [\bar{u}(4)\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)v(3)] \times \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{(M_Z c)^2} \right) [\bar{v}(2)\gamma^\nu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)u(1)] \quad (105-10)$$

که  $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$ . چون در حوالی  $90 \text{ GeV}$  کار می‌کنیم، می‌توانیم جرمهای کوارک و لیتون را نادیده بگیریم\*\*. در این مورد جمله دوم سهمی در انتشارگر ندارد چون  $q_\mu$  با  $\gamma^\mu$  ادغام می‌شود و می‌دهد:

$$\bar{u}(4)\not{q}(c_V - c_A\gamma^5)v(3)$$

اما  $\not{q} = \not{p}_3 + \not{p}_4$  و  $\bar{u}(4)\not{p}_4 = 0$  (معادله دیراک (۹۴-۷) برای ذره بی‌جرم)، و به همین دلیل

$$\not{p}_3(c_V - c_A\gamma^5)v(3) = (c_V + c_A\gamma^5)\not{p}_3v(3) = 0$$

پس

$$\mathcal{M} = - \frac{g_z^2}{4[q^2 - (M_Z c)^2]} [\bar{u}(4)\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)v(3)] \times [\bar{v}(2)\gamma_\mu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)u(1)] \quad (106-10)$$

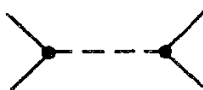
و نتیجه می‌شود که

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left[ \frac{g_z^2}{4(q^2 - (M_Z c)^2)} \right]^2 \text{Tr}\{\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)\not{p}_3\gamma^\nu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)\not{p}_4\} \times \text{Tr}\{\gamma_\mu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)\not{p}_1\gamma_\nu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)\not{p}_2\} \quad (107-10)$$

حال، اولین رد عبارت است از

$$(c_V^f + c_A^f)[p_3^\mu p_4^\nu + p_3^\nu p_4^\mu - g^{\mu\nu}(p_3 \cdot p_4)] - 2ic_V c_A \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} p_{3\lambda} p_{4\sigma} \quad (108-10)$$

\* اما، نمی‌تواند الکترون باشد، زیرا در آن صورت باید نمودار زیر را نیز در نظر بگیریم.



\*\* فرض کرده‌ام که  $m_f \ll M_Z$  که بجز وقتی که  $f$  کوارک بالا باشد تقریب ایمنی است. آنچه که در حال حاضر می‌دانیم آن است که  $m_t > 23 \text{ GeV}$ .

و نظیر همین عبارت برای رد دوم وجود دارد، پس به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{2} \left[ \frac{g_z^2}{q^2 - (M_Z c)^2} \right]^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] \\ &\times [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \\ &+ 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \} \quad (109-10) \end{aligned}$$

در چارچوب CM این رابطه تبدیل می‌شود به:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \left[ \frac{g_z^2 E^2}{(2E)^2 - (M_Z c^2)^2} \right]^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2](1 + \cos^2 \theta) \\ &- 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \} \quad (110-10) \end{aligned}$$

که  $E$  انرژی هر یک از ذرات و  $\theta$  زاویه پراکندگی است. پس سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی (۶-۴۲) عبارت است از:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left( \frac{\hbar c g_z^2 E}{16\pi [(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]} \right)^2 \{ [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2](1 + \cos^2 \theta) \\ &- 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e \cos \theta \} \quad (111-10) \end{aligned}$$

و سطح مقطع کل برابر است با

$$\sigma = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{\hbar c g_z^2 E}{4[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]} \right)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2] \quad (112-10)$$

این رابطه نشان می‌دهد که  $\sigma$  در قطب  $Z^0$  بینهایت می‌شود، یعنی وقتی انرژی کل  $(2E)$  به مقدار  $M_Z c^2$  می‌رسد (یعنی درست وقتی که  $Z^0$  در پوسته جرمی‌اش قرار می‌گیرد). مسئله این است که در اینجا  $Z^0$  را یک ذره پایدار در نظر گرفتیم، که چنین نیست.  $Z^0$  دارای طول عمر معین  $\tau_Z$  (که هنوز دقیقاً اندازه‌گیری نشده) است که تأثیر آن «پخش شدن» جرم آن است. می‌توان طول عمر را با اصلاح انتشارگر به حساب آورد [۱۶].

$$\frac{1}{q^2 - (M_Z c)^2} \rightarrow \frac{1}{q^2 - (M_Z c)^2 + i\hbar M_Z \Gamma_Z} \quad (113-10)$$

که  $\Gamma_Z$  آهنگ واپاشی ( $\Gamma_Z = \frac{1}{\tau_Z}$ ) است. با این تعدیل سطح مقطع می‌شود

$$\sigma = \frac{(\hbar c g_z^2 E)^2}{48\pi} \frac{[(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2]}{[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar M_Z c^2 \Gamma_Z)^2} \quad (114-10)$$

چون  $\hbar\Gamma_Z \ll M_Z c^2$ ، تصحیح ناشی از متناهی بودن طول عمر  $Z^0$  جز در نقاط بسیار نزدیک قطب  $Z^0$ ، قابل چشمپوشی است، که تأثیر آن هموار کردن تیرک نامتناهی است. در فصل ۸ سطح مقطع را برای همین فرایند که واسطه‌اش فوتون بود محاسبه کردیم [معادله (۸-۶)]:

$$\sigma = \frac{(\hbar c g_e^2)^2 (Q^f)^2}{48\pi E^2} \quad (10-115)$$

(که  $Q^f$  بار  $f$  بر حسب  $e$  است). پس نسبت آهنگهای ضعیف به الکترومغناطیسی (مثلاً) در تولید موئون عبارت است از

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \left\{ \frac{(\frac{1}{3} - 2 \sin^2 \theta_w + 4 \sin^4 \theta_w)^2}{(\sin \theta_w \cos \theta_w)^2} \right\} \times \frac{E^4}{[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar\Gamma_Z M_Z c^2)^2} \quad (10-116)$$

اگر از مقدار فعلی زاویه اختلاط ضعیف (۱۰-۹۵) استفاده کنیم، عامل داخل آکولاد تقریباً برابر ۲ می‌شود. در ناحیه به اندازه کافی زیر قطب  $Z^0$  ( $2E \ll M_Z c^2$ ) داریم

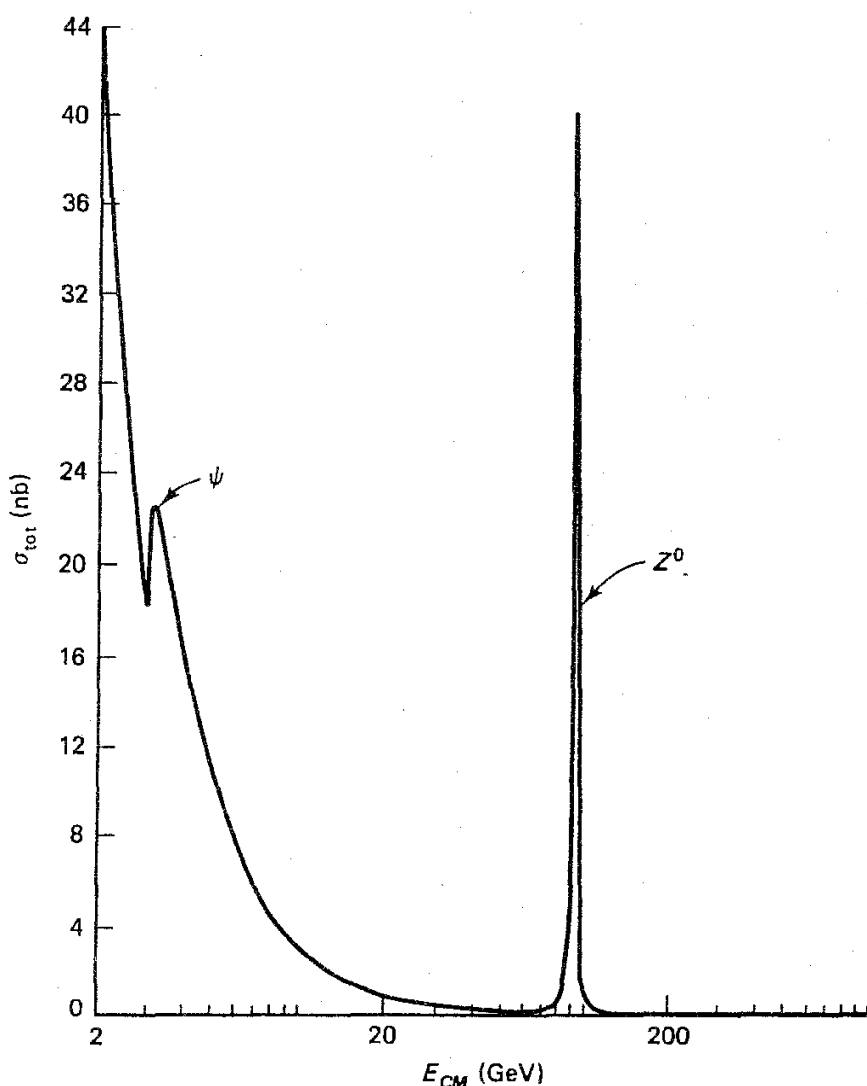
$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \cong 2 \left( \frac{E}{M_Z c^2} \right)^4 \quad (10-117)$$

و مسیر الکترومغناطیسی عالی می‌شود (در  $2E = \frac{1}{3} M_Z c^2$  سهم برهم‌کنش ضعیف کمتر از ۱٪ است). اما درست روی قطب  $Z^0$  ( $2E = M_Z c^2$ ) داریم

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \cong \frac{1}{8} \left( \frac{M_Z c^2}{\hbar\Gamma_Z} \right) \quad (10-118)$$

طول عمر  $Z^0$  به راحتی با استفاده از  $\hbar\Gamma_Z = 2.5 \text{ GeV}$  برآورد می‌شود (مسئله ۱۰-۲) و به دست می‌آوریم  $\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \cong 200$ . بنابراین، در قطب  $Z^0$  سازوکار ضعیف با ضریبی بالاتر از  $10^2$  و احتمالاً بالاتر از  $10^3$  ترجیح داده می‌شود\* (شکل ۱۰-۱۰ را ببینید).

\* موضوع مورد توجه دیگر «تداخل» الکترومغناطیسی-ضعیف است که هنگامی که دامنه‌های با هم ترکیب شوند رخ می‌دهد:  $|\mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z|^2 = |\mathcal{M}_\gamma|^2 + |\mathcal{M}_Z|^2 + 2 \text{Re}(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z)$  را حساب کردیم. اما جمله ضربی آزمون حساسی را برای نظریه GWS، حتی در انرژیهای زیر قطب  $Z^0$ ، فراهم می‌آورد (هالزوم و مارتین، مرجع ۱۲، بخش ۱۳-۶ و مرجع ۱۵ را ببینید). در واقع، موفقیت آزمایشهای تداخل الکتروضعیف در ۱۹۷۸ اغلب نظریه پردازان را متقاعد کرد که مدل GWS درست است. برای روایتی دیگر نگاه کنید *Physics Today*, September 1978, p.17.



شکل ۱۰-۱۰ پراکندگی الکترون-پوزیترون در حوالی قطب  $Z^0$ .

### ۱۰-۷ وحدت الکتروضعیف

#### ۱۰-۷-۱ حالت‌های فرمیونی کایرال

اکنون همهٔ ورقها رو شده‌اند\*؛ تنها چیزی که می‌ماند این است که توضیح دهیم پارامترهای GWS در جدول ۱۰-۱ و معادله‌های (۹۴-۱۰) تا (۹۸-۱۰) از کجا می‌آیند. هدف اولیهٔ گلاشو وحدت برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی و ضعیف به منظور ترکیب آنها در یک سیستم نظری واحد بود، به قسمی که به صورت پدیده‌های بی‌ربط ظاهر نشوند بلکه نشانه‌های متفاوت یک برهم‌کنش بنیادی «الکتروضعیف» باشند. در سال ۱۹۱۶ این یک پیشنهاد جسورانه بود [۱۷]. در وهلهٔ اول تفاوت فاحشی بین قدرت نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی وجود داشت. با این حال، همان‌طور که

\* در مورد جفت‌شدگی‌های  $W$ ها و  $Z^0$ ها با یکدیگر (یا  $W$ ها با فوتونها) بحثی نکردیم. قاعده‌ها شبیه همان قاعده‌های جفت‌شدگی گلوئون-گلوئون در QCD است و در پیوست «د» فهرست شده‌اند.

گلاشو و دیگران تأکید کردند این اختلاف را می‌توان ناشی از آن دانست که در برهم‌کنشهای ضعیف، واسطه‌ها ذرات بسیار سنگین هستند. البته این پاسخ بلافاصله به پرسش دومی می‌انجامد که: اگر واقعاً فقط یک برهم‌کنش بنیادی وجود دارد چرا میانجی الکترومغناطیسی ( $\gamma$ ) بدون جرم است، در صورتی که میانجیهای ضعیف ( $Z^0$  و  $W^\pm$ ) بسیار سنگین‌اند؟ گلاشو پاسخ مناسبی برای این پرسش نداشت (او با ظفره رفتن می‌گفت که «این مشکلی است که باید نادیده بگیریم!»). راه‌حل را واینبرگ و سلام در ۱۹۶۷ به صورت «سازوکار هیگز» (فصل ۱۱) ارائه کردند (مراجع ۸ و ۹). سرانجام، تفاوت ساختاری بین عاملهای رأس ضعیف و الکترومغناطیسی وجود دارد که در اولین نگاه هرگونه امکان وحدت را منتفی می‌سازد: اولی برداری ناب است ( $\gamma^\mu$ ) در صورتی که دومی شامل قسمتهای برداری و بردار محوری است. به‌ویژه، جفت‌شدگی  $W^\pm$  به‌طور «بیشین» دارای ویژگی  $V-A$  است ( $\gamma^\mu(1-\gamma^5)$ ).

آخرین مشکل را با بردار هوشمندانه‌ای که ماتریس  $(1-\gamma^5)$  را در اسپینور خود ذره ادغام می‌کند، برطرف می‌کنیم. به‌طور دقیق، تعریف می‌کنیم

$$u_L(p) \equiv \frac{(1-\gamma^5)}{2} u(p) \quad (119-10)$$

شاخص پایین ( $L$ ) موید «چپگردی» است و برای «هلپسسته ۱-» است. با این حال، از جهاتی گمراه‌کننده است، زیرا به‌طور کلی  $u_L$  ویژه حالت هلپسسته نیست. در واقع، همان‌طور که به راحتی می‌توانید نشان دهید (نگاه کنید به مسئله ۱۰-۲۳)

$$\gamma^5 u(p) = \begin{pmatrix} \frac{c(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E + mc^2} & 0 \\ 0 & \frac{c(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E - mc^2} \end{pmatrix} u(p) \quad (120-10)$$

اگر ذره مورد بررسی بدون جرم باشد، آن‌گاه  $E = |\mathbf{p}|c$  و

$$\gamma^5 u(p) = (\hat{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\Sigma}) u(p) \quad (121-10)$$

که مانند قبل

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \quad (122-10)$$

یادآور می‌شویم که [معادله (۴۸-۷)]  $\hbar/2\Sigma$  ماتریس اسپین برای ذره دیراک است و بنابراین  $(\hat{p} \cdot \Sigma)$  هلیسیته است، با ویژه مقادیرهای  $\pm 1$ .

$$\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u(p) = \begin{cases} 0, & \text{اگر } u(p) \text{ دارای هلیسیته } +1 \text{ باشد} \\ u(p), & \text{اگر } u(p) \text{ هلیسیته } -1 \text{ داشته باشد} \end{cases} \quad (m=0 \text{ برای } m=0) \quad (123-10)$$

به طور کلی تر،  $1/2(1 - \gamma^5)$  به عنوان «عملگر تصویر» عمل می‌کند که مؤلفه هلیسیته  $1 - u(p)$  را برمی‌گزیند. از سوی دیگر، اگر ذره بدون جرم نباشد، فقط در ناحیه فرانسیتی ( $E \gg mc^2$ ) معادله (۱۲۱-۱۰) (تقریباً) معتبر است و بنابراین فقط در این حد است که  $u_L$  (آن طور که با معادله (۱۱۹-۱۰) تعریف شد) دارای هلیسیته  $-1$  است. با وجود این، همه  $u_L$  را حالت «چپگرد» می‌نامند و ما نیز از همین زبان متداول استفاده می‌کنیم\* . در ضمن، برای یاد ذره معادله (۱۲۱-۱۰) به صورت زیر است

$$\gamma^5 v(p) = -(\hat{p} \cdot \Sigma)v(p) \quad (m=0 \text{ اگر } m=0) \quad (124-10)$$

(نگاه کنید به مسئله ۱۰-۲۳) و بدین دلیل تعریف می‌کنیم

$$v_L(p) \equiv \frac{(1 + \gamma^5)}{2}v(p) \quad (125-10)$$

اسپینورهای «راستگرد» متناظر عبارت‌اند از:

$$u_R(p) \equiv \frac{(1 + \gamma^5)}{2}u(p), \quad v_R(p) \equiv \frac{(1 - \gamma^5)}{2}v(p) \quad (126-10)$$

و برای اسپینورهای الحاقی داریم:

$$\bar{u}_L = u_L^\dagger \gamma^0 = u^\dagger \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \frac{(1 + \gamma^5)}{2} = \bar{u} \frac{(1 + \gamma^5)}{2} \quad (127-10)$$

[به یاد داشته باشید که  $\gamma^5$  هرمیتی است ( $\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$ ) و با  $\gamma^\mu$  پاد جابه‌جا می‌شود ( $\gamma^\mu \gamma^5 = -\gamma^5 \gamma^\mu$ )]. همین طور

\* لطفاً توجه داشته باشید که معادله (۱۱۹-۱۰) تعریف  $u_L$  است — هیچ‌کس اعتراضی به آن ندارد. تنها نگرانی نام گمراه‌کننده آن است. «چپگردی» به معنای «هلیسیته  $-1$ » نیست، بجز موردی که جرم ذره ناچیز باشد.

جدول ۱۰-۲ اسپینورهای کایرال

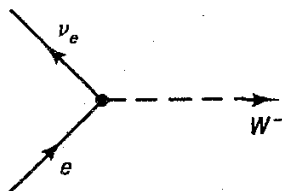
پادذرات	ذرات
$v_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)v$	$u_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)u$
$v_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)v$	$u_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)u$
$\bar{v}_L = \bar{v} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)$	$\bar{u}_L = \bar{u} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)$
$\bar{v}_R = \bar{v} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma^5)$	$\bar{u}_R = \bar{u} \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma^5)$

$L$  و  $R$  به ترتیب متناظر با هلیسسته  $+1$  و  $-1$  است اگر  $m = 0$

باشد، و اگر  $E \gg mc^2$  باشد تقریباً چنین است.

$$\bar{v}_L = \bar{v} \frac{(1 - \gamma^5)}{2}, \quad \bar{u}_R = \bar{u} \frac{(1 - \gamma^5)}{2}, \quad \bar{v}_R = \bar{v} \frac{(1 + \gamma^5)}{2} \quad (128-10)$$

این اسپینورهای مختلف را (که در جدول ۱۰-۲ آمده‌اند) حالت‌های «کایرال» فرمیونی می‌نامیم (از واژه یونانی برای «دست») تأکید می‌کنم که اینها همه فقط نمادگذاری و اصطلاح‌شناسی است؛ و فقط به این دلیل مفید است که به ما اجازه می‌دهند تا برهم‌کنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را به شکل تازه‌ای که وحدت آنها را تسهیل کند در آوریم. برای شروع، جفت‌شدگی یک الکترون و نوترینو را با  $W^-$  در نظر بگیرید (مثلاً آن‌طور که در معکوس واپاشی بتازای مثال ۱۰-۱ رخ می‌دهد):



سهم  $\mathcal{M}$  از این رأس از رابطه زیر به دست می‌آید

$$j_{\mu}^{-} = \bar{\nu} \gamma_{\mu} \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) e \quad (129-10)$$

در اینجا  $e$  و  $\nu$  نشانگر اسپینورهای ذرات‌اند؛ برای مدتی باید رد انواع مختلف ذرات را به دقت دنبال کنیم و  $u_{\nu e}$  و  $u_e$  (و غیره مایه زحمت می‌شوند). این کمیت (با بار منفی) «جریان» ضعیف نامیده می‌شود و همان‌طور که خواهیم دید نقشی شبیه جریان الکتریکی در QED را ایفا می‌کند. اکنون داریم:

$$\left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} [1 - 2\gamma^5 + (\gamma^5)^2] = \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \quad (130-10)$$

$$\gamma_\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) = \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \quad (131-10)$$

پس

$$\gamma_\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) = \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \quad (132-10)$$

شاید بهبود چندانی به نظر نرسد، اما این رابطه ما را قادر می‌سازد تا معادله (۱۲۹-۱۰) را برحسب اسپینورهای کایرال، مرتب‌تر بنویسیم:

$$j_\mu^- = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L \quad (133-10)$$

اکنون عامل رأس ضعیف کاملاً برداری است — اما فقط الکترونهای چپگرد را به نوترینوهای چپگرد جفت می‌کند. ولی تفاوت ساختای با رأس بنیادی در QED دارد؛ اما، می‌توانیم کار مشابهی را در اینجا انجام دهیم. توجه داشته باشید که

$$u = \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u + \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) u = u_L + u_R \quad (134-10)$$

(همین‌طور  $\bar{u} = \bar{u}_L + \bar{u}_R$ )، پس خود «جریان» الکترومغناطیسی را می‌توان برحسب اسپینورهای کایرال نوشت:

$$j_\mu^{em} = -\bar{e} \gamma_\mu e = -(\bar{e}_L + \bar{e}_R) \gamma_\mu (e_L + e_R) = -\bar{e}_L \gamma_\mu e_L - \bar{e}_R \gamma_\mu e_R \quad (135-10)$$

(برای اهداف بعدی بهتر است ضرب  $-1$ ، برای به حساب آوردن بار منفی الکترون، وارد شود). توجه کنید که «عبارت ضربی» حذف می‌شود:

$$\bar{e}_L \gamma_\mu e_R = \bar{e} \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_\mu \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) e = \bar{e} \gamma_\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \left( \frac{1 + \gamma^5}{2} \right) e \quad (136-10)$$

اما

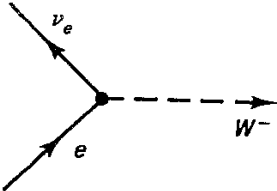
$$(1 - \gamma^5)(1 + \gamma^5) = 1 - (\gamma^5)^2 = 0 \quad (137-10)$$



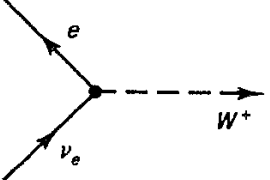
به نظر می‌رسد معادله‌های (۱۰-۱۳۳) و (۱۰-۱۳۵) چیزی باشند که با آنها شاید بتوان نظریه وحدت یافته را ساخت. درست است که جریان ضعیف فقط با حالت‌های چپگرد جفت می‌شود، در حالی که جریان الکترومغناطیسی با هر دو نوع حالت، اما سوای این آنها بسیار شبیه یکدیگرند. این فرمولبندی به قدری جذاب است که فیزیکدانان را برمی‌انگیزد تا فرمیونهای چپگرد و راستگرد را تقریباً ذرات متفاوت در نظر بگیرند\* . از این نظر عامل  $(1 - \gamma^2)/2$  در جفت‌شدگی ضعیف باردار ذرات شرکت‌کننده را مشخص می‌کند نه برهم‌کنش آنها را؛ مورد اخیر در همه موارد قوی، الکترومغناطیسی و ضعیف — برداری است.

### ۱۰-۷-۲ ایزواسپین و فوق بار ضعیف

علاوه بر جریان ضعیف دارای بار منفی زیر

$$j_{\mu}^{-} = \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L$$


که فرایند  $e^{-} \rightarrow \nu_e + W^{-}$  را توصیف می‌کند، جریان دارای بار مثبتی نیز وجود دارد:

$$j_{\mu}^{+} = \bar{e}_L \gamma_{\mu} \nu_L$$


که نشانگر فرایند  $\nu_e \rightarrow e^{-} + W^{+}$  است. می‌توان هر دو را با معرفی یک دوتایه چپگرد به صورت موجزتری بیان کرد،

\* خطری در اینجا وجود دارد. شاید خودتان به این فکر افتاده باشید که مثلاً آیا الکترون چپگرد همان جرم الکترون راستگرد را دارد؛ یا با توجه به اینکه هیچ برهم‌کنش برداری نمی‌تواند یک ذره چپگرد را به ذره راستگرد جفت کند [معادله‌های (۱۰-۱۳۶) و (۱۰-۱۳۷) را ببینید]، شاید بپرسید چگونه این دو «دنیا» با هم ارتباط برقرار می‌کنند. همه این پرسشها ناشی از سوءتفاهم در مورد  $u_L$  و  $u_R$  است. مسئله این است که آنها در توصیف برهم‌کنشهای ذرات مفیدند، دستگردی در انتشار یک ذره آزاد پایسته نیست (مگر آنکه جرم صفر باشد). (رسماً  $\gamma^5$  با هامیلتونی ذره آزاد جابه‌جا نمی‌شود). در حقیقت  $u_L$  و  $u_R$  در معادله دیراک صدق نمی‌کنند (مسئله ۱۰-۲۴). ذره‌ای که در آغاز چپگرد است خیلی زود یک مؤلفه راستگرد پیدا می‌کند. (در عوض، هلیسیته در انتشار ذره آزاد پایسته است). فقط برای فرمیونهای بدون جرم می‌توان اجزای راستگرد و چپگرد را به معنای واقعی کلمه ذراتی متمایز در نظر گرفت، و البته نوترینوهای راستگرد و چپگرد ذرات متمایز هستند؛ همان‌طور که می‌دانیم نوترینوهای راستگرد وجود ندارند.

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad (۱۳۸-۱۰)$$

و ماتریسهای  $2 \times 2$ :

$$\tau^+ \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^- \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (۱۳۹-۱۰)$$

به طوری که

$$j_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L \quad (۱۴۰-۱۰)$$

با نمادگذاری موجزتری بیان کرد.

ماتریسهای  $\tau^\pm$  ترکیبهای خطی دو ماتریس اول اسپین پائولی [معادله (۴-۲۶)] هستند:

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2) \quad (۱۴۱-۱۰)$$

در اینجا به جای  $\sigma$  از  $\tau$  استفاده کرده‌ام تا از اشتباه گرفتن احتمالی با اسپین معمولی اجتناب کنم). این بسیار شبیه ایزواسپین در فصل ۴ بخش ۴-۵ است که در آن پروتون و نوترون را در یک دوتایه مشابه با (۱۳۸-۱۰) قرار دادیم. در واقع، می‌توان در فکریا تقارن کامل «ایزواسپین ضعیف»

بود اگر فقط یک جریان ضعیف سوم متناظر با  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tau^3$  وجود می‌داشت:

$$j_\mu^3 = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \tau^3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L \quad (۱۴۲-۱۰)$$

«عالی!» (ادعای شما را می‌شنوم.) «جریان ضعیف خنثی وجود دارد!» زیاد تند نروید. این جریان فقط ذرات چپگرد را جفت می‌کند. به بیان قدیمی‌تر این جریان  $V-A$  ناب است، در صورتی که در برهم‌کنش ضعیف خنثی مؤلفه‌های راستگرد نیز دخیل‌اند.

توجه به شباهت با ایزواسپین، ما را به در نظر گرفتن مشابه ضعیف فوق بار\* ( $Y$ ) رهنمون می‌شود، که با فرمول گلیمان-نیشی جیما [معادله (۴-۳۷)] به بار الکتریکی ( $Q$  در آحاد  $e$ ) و مؤلفه

\* شما احتمالاً این کلمه را فراموش کرده‌اید، اما فوق بار اساساً همان شگفتی است، ولی در مورد باریونها فقط جابه‌جا شده است، پس سطر مرکزی در نمودار راه هشت‌تایه همواره دارای  $Y = 0$  است. به بیان دقیق‌تر  $Y = S + A$  که  $A$  عدد باریونی است.

سوم ایزواسپین ( $I^3$ ) مربوط می‌شود:

$$Q = I^3 + \frac{1}{2}Y \quad (۱۴۳-۱۰)$$

اکنون جریان «فوق بار ضعیف» را وارد می‌کنیم.

$$j_\mu^Y = 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3 = -2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{\nu}_L\gamma_\mu \nu_L \quad (۱۴۴-۱۰)$$

تا جایی که به ایزواسپین مربوط می‌شود، این عبارت یک ساخت ناورداست، زیرا مورد اخیر به طور کلی کاری به مؤلفه‌های راستگرد ندارد، و خود ترکیب:

$$\bar{e}_L\gamma_\mu e_L + \bar{\nu}_L\gamma_\mu \nu_L = \bar{\chi}_L\gamma_\mu \chi_L$$

ناورداست\*. گروه تقارن زیربنایی آن  $SU(2)_L \otimes U(1)$  نامیده می‌شود؛  $SU(2)_L$  به ایزواسپین ضعیف (با شاخصی که دال بر آن است که فقط حالت‌های چپگرد دخیل‌اند) و  $U(1)$  مربوط به فوق بار ضعیف (شامل هر دو خصلت کایرالی) است.

همه کارها را برحسب الکترون و نوترینوی آن انجام داده‌ایم، اما تعمیم آن به دیگر لپتون‌ها و کوارک‌ها امری بدیهی است. از دو تابه‌های چپگرد (در مورد کوارک‌ها، کایبوی چرخیده)

$$\chi_L \rightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} d \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L \quad (۱۴۵-۱۰)$$

سه جریان ایزواسپین ضعیف:

$$j_\mu = \frac{1}{2}\bar{\chi}_L\gamma_\mu \tau \chi_L \quad (۱۴۶-۱۰)$$

و جریان فوق بار ضعیف

$$j_\mu^Y = 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3 \quad (۱۴۷-۱۰)$$

\* اگر بخواهید می‌توانید فکر کنید که آنچه انجام داده‌ایم ترکیب کردن دو دوتایه ایزواسپین ضعیف برای ساختن یک ایزو سه‌تایه  $\bar{\nu}_L e_L$ ،  $(\bar{\nu}_L \nu_L - \bar{e}_L e_L)$ ،  $\bar{e}_L \nu_L$  [مانند (۵-۸۹)] و یک ایزو تک‌تایه  $(\bar{\nu}_L \nu_L + \bar{e}_L e_L)$  [مانند (۵-۹۰)] است. سه‌تایه اول برای ساختن جریان‌های ایزواسپین ضعیف  $j^\pm$  و  $j^3$  به‌کار می‌رود و آخری همراه با یک موجود راستگرد جریان فوق بار ضعیف،  $j^Y$ ، را به‌وجود می‌آورد.

را می‌سازیم که  $j_\mu^{em}$  جریان الکتریکی است:

$$j_\mu^{em} = \sum_{i=1}^2 Q_i (\bar{u}_{iL} \gamma_\mu u_{iL} + \bar{u}_{iR} \gamma_\mu u_{iR}) \quad (148-10)$$

(جمع روی ذرات دوتایه با بار الکتریکی  $Q_i$  انجام شده است).\*

### ۱۰-۷-۳ اختلاط الکتروضعیف

حال، مدل GWS مدعی است که سه جریان ایزواسپین ضعیف، با قدرت  $g_w$ ، به ایزو سه‌تایه ضعیف بوزونهای برداری میانه،  $W$  جفت می‌شود، در صورتی که جریان فوق بار ضعیف با قدرت  $g'/2$  با ایزو تک‌تایه بوزونهای برداری میانه،  $B$  جفت می‌شود:

$$-i \left[ g_w \mathbf{j}_\mu \cdot \mathbf{W}^\mu + \frac{g'}{2} j_\mu^Y B^\mu \right] \quad (149-10)$$

این ساختار اساسی همه الکترودینامیک و همه برهم‌کنشهای ضعیف را در بردارد. حروف سیاه نشانگر سه بردار در فضای ایزواسپین ضعیف است؛ ضرب نقطه‌ای را می‌توان به صورت صریح زیر نوشت:

$$\mathbf{j}_\mu \cdot \mathbf{W}^\mu = j_\mu^1 W^{\mu 1} + j_\mu^2 W^{\mu 2} + j_\mu^3 W^{\mu 3} \quad (150-10)$$

یا، برحسب جریانهای بردار،  $j_\mu^\pm = j_\mu^1 \pm i j_\mu^2$

$$\mathbf{j}_\mu \cdot \mathbf{W}^\mu = (1/\sqrt{2}) j_\mu^+ W^{\mu +} + (1/\sqrt{2}) j_\mu^- W^{\mu -} + j_\mu^3 W^{\mu 3} \quad (151-10)$$

\* شاید برسید چه تفاوتی بین ایزواسپین ضعیف (و فوق بار) و همتهای معمولی آنها («قوی») وجود دارد. به خصوص

این پرسش هنگامی بجاست که به کوارکهای سبک پردازیم: دوتایه ایزواسپین ضعیف  $\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$  است، در صورتی که

دوتایه ایزواسپین قوی  $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$  است. سؤالی نسبتاً مشابه: آیا چیزی در این هست؟ خیر. روی هم رفته (i) ایزواسپین

ضعیف در مورد لپتونها و کوارکها به کار می‌رود (و بر هر سه نسل کوارکی)؛ (ii) ایزواسپین ضعیف فقط شامل خصلت

کایرالی چپگرد است (همه حالت‌های راستگرد تک‌تایه‌اند. یعنی تا آنجا که به ایزواسپین ضعیف مربوط می‌شود ناوردا

هستند)؛ (iii) ایزو دوتایه‌ها کابیو- چرخیده‌اند. به‌طور ساده، ایزواسپین قوی و ایزواسپین ضعیف، بجز در مورد ساختار

ریاضی مشترک، ربطی به هم ندارند (که از این نظر مانند بسیاری سیستمهای دیگر، نظیر اسپین ۱/۲ هستند) و

(شاید متأسفانه) نام مشترکی دارند.

که

$$W_{\mu}^{\pm} \equiv (1/\sqrt{2})(W_{\mu}^1 \mp iW_{\mu}^2) \quad (152-10)$$

توابع موج نشانگر ذرات  $W^{\pm}$  هستند.

اکنون می‌توان جفت‌شدگیهای به  $W^{\pm}$  را از ضرایب  $W_{\mu}^{\pm}$  در عبارت (۱۴۹-۱۰) به دست آورد. برای مثال در فرایند  $e^{-} \rightarrow \nu_e + W^{-}$  داریم  $j_{\mu}^{-} = \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L = \bar{\nu} \gamma_{\mu} [(1 - \gamma^5)/2] e$  [معادله (۱۲۹-۱۰) را ببینید]، عبارت

$$-ig_w (1/\sqrt{2}) j_{\mu}^{-} W^{\mu-} = -\frac{ig_w}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_{\mu} (1 - \gamma^5) e] W^{\mu-} \quad (153-10)$$

را می‌دهد. عامل رأس عبارت است از:

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma_{\mu} (1 - \gamma^5) \quad (154-10)$$

که درست چیزی است که با آن شروع کردیم [معادله (۵-۱۰)].

اما تقارن زیربنایی  $SU(2)_L \otimes U(1)$  در نظریه GWS «شکسته» می‌شود: دو حالت خنثی،  $W^3$  و  $B$ ، «آمیخته» می‌شوند و یک ترکیب خطی بدون جرم (فوتون) و یک ترکیب خطی سنگین ( $Z^0$ ) را که متعامدند تولید می‌کنند:

$$\begin{aligned} A_{\mu} &= B_{\mu} \cos \theta_w + W_{\mu}^3 \sin \theta_w \\ Z_{\mu} &= -B_{\mu} \sin \theta_w + W_{\mu}^3 \cos \theta_w \end{aligned} \quad (155-10)$$

اکنون می‌بینید که چرا  $\theta_w$  «زاویه اختلاط ضعیف» نام گرفته است. پس قسمت خنثی برهم‌کنش الکترو ضعیف (۱۴۹-۱۰) برحسب حالت‌های فیزیکی ( $Z^{\mu}$  و  $A^{\mu}$ ) عبارت خواهد شد از:

$$\begin{aligned} -i \left[ g_w j_{\mu}^3 W^{\mu 3} + \frac{g'}{4} j_{\mu}^Y B^{\mu} \right] &= -i \left\{ \left[ g_w \sin \theta_w j_{\mu}^3 + \frac{g'}{4} \cos \theta_w j_{\mu}^Y \right] A^{\mu} \right. \\ &\left. + \left[ g_w \cos \theta_w j_{\mu}^3 - \frac{g'}{4} \sin \theta_w j_{\mu}^Y \right] Z^{\mu} \right\} \end{aligned} \quad (156-10)$$

البته می‌دانیم که جفت‌شدگی الکترومغناطیسی، به زبان فعلی عبارت است از

$$-ig_e j_{\mu}^{em} A^{\mu} \quad (157-10)$$

در ضمن، از معادله (۱۴۷-۱۰) داریم،  $j_\mu^{em} = j_\mu^z + 1/2 j_\mu^y$ ، بدیهی است که سازگاری نظری وحدت یافته الکترو-ضعیف با QED معمولی ایجاب می‌کند که

$$g_w \sin \theta_w = g' \cos \theta_w = g_e \quad (158-10)$$

ثابت‌های جفت‌شدگی الکترومغناطیسی و ضعیف مستقل از هم نیستند. فقط جفت‌شدگی ضعیف با  $Z^0$  باقی می‌ماند. با استفاده از معادله‌های (۱۴۷-۱۰)، (۱۵۶-۱۰) و (۱۵۸-۱۰)، به دست می‌آوریم:

$$-ig_z(j_\mu^z - \sin^2 \theta_w j_\mu^{em}) Z^\mu \quad (159-10)$$

که

$$g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \quad (160-10)$$

از عبارت (۱۵۹-۱۰) می‌توانیم جفت‌شدگی‌های ضعیف خنثی را به دست آوریم. مثلاً فرایند  $\nu_e \rightarrow \nu_e + Z^0$  منحصرأ ناشی از جمله  $j_\mu^z$  است؛ با رجوع به معادله (۱۴۲-۱۰)، داریم

$$-i \frac{g_z}{2} (\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) Z^\mu = -i \frac{g_z}{2} \left[ \bar{\nu} \gamma_\mu \left( \frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \nu \right] Z^\mu$$

و بنابراین جفت‌شدگی‌های برداری و بردار محوری [معادله (۹۳-۱۰)] عبارت‌اند از  $c_V^z = c_A^z = \frac{1}{2}$  به دست آوردن بقیه اجزای جدول ۱-۱۰ را به خواننده وامی‌گذارم.\* (مسئله ۱۰-۲۶).

سرانجام، این پرسش مطرح می‌شود که چرا تقارن زیربنایی  $SU(2)_r \otimes U(1)$  برهم‌کنش‌های الکتروضعیف «شکسته» می‌شود — چرا حالت‌های  $B$  و  $W^z$  «مخلوط» می‌شوند؟ [معادله (۱۵۵-۱۰)] — تا  $Z^0$  و فوتون را بسازند؟ اگر هر دوی برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی و ضعیف تجلی یک نیروی الکتروضعیف‌اند، چرا واسطه‌های ضعیف ( $W^\pm$  و  $Z^0$ ) تا این اندازه سنگین شده‌اند، در صورتی که واسطه الکترومغناطیسی ( $\gamma$ ) بدون جرم است؟ به این مطالب در فصل بعد می‌پردازیم.

\* چون زاویه اختلاط ضعیف در مدل GWS تعیین نشده است، اثر آن در دو ثابت جفت‌شدگی مثلاً  $g_w$  و  $g_e$  یا  $g_z$  و  $g_e$  باقی می‌ماند؛ از این جهت این نظریه کاملاً نظریه وحدت یافته نیست، اما یک نظریه مرکب از برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی و ضعیف است.

## مراجع و یادداشتهای

1. N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 531 (1963).

۲. برای محاسبات مفصل‌تر در نظریه برهم‌کنش ضعیف به رساله کلاسیک در

*Theory of Weak Interactions in Particl Physics*; R. E. Marshak, Riazuddin, and C. P. Ryan (New York: Wiley, 1969)

مراجعه کنید یا به متن مختصر در

*Weak Interactions*; E. D. Commins; (New York: McGraw-Hill, 1973)

برای مروری به روز برهم‌کنشهای ضعیف در مدل کوارکی نگاه کنید به

J. F. Donoghue, E. Golowich, and B. Holstein, *Phys. Rep.* **131**, 319 (1986)

یا

E. D. Commins and P. H. Bucksbaum: *Weak Interactions of Leptons and Quarks* (Cambridge Univ. Press , 1983).

3. S. L. Glashow, J. Illiopoulos, and L. Maiani, *Phys. Rev.* **D2**, 1585 (1970).

این مقاله و مقاله‌های بنیادی دیگر در مورد نظریه برهم‌کنش ضعیف در کتاب زیر دوباره چاپ شده‌اند.

*Gauge Theory of Weak and Electromagnetic Interactions*, C. H. Lai, ed. (Singapore: World Scientific, 1981).

4. M.Kobayashi and K.Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49**, 652 (1973).

۵. مؤلفهای مختلف از قراردادهای مختلفی در نوشتن ماتریس KM استفاده کرده‌اند؛ من نمادگذاری L.-L.Chau, *Phys. Rep.* **95**, 2(1083) را دنبال کرده‌ام.

6. F. J. Gilman, *Rev. Mod. Phys.* **56**, S297 (1984).

برای بحث مفیدی در مورد ماتریس KM نگاه کنید به کتاب زیر:

*Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, T.- P. Cheng and L.-F. Li (New York: Oxford, 1984), Sect. 12.2.

7. S. A. Bludman, *Nuovo Cimento* **9**, 443 (1958).

از جهتی فرایند نموده در شکل (۱۰-۴) یک برهم‌کنش ضعیف خنثی است، زیرا  $s$  و  $d$  دارای بار مشابه‌اند. با این حال، کلمه «خنثی» را برای برهم‌کنشهای ضعیفی که واسطه آنها  $Z^0$  است نگه می‌داریم.

۸. در مرجع ۳ نیز چاپ شده است.

S. L. Glashow. *Nucl. Phys.* **22**, 579 (1961).

9. S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967); A. Salam, *Elementary Particle Theory*, N. Svartholm, ed. (Stockholm: Almquist and Wiksell, 1968).

چاپ شده در مرجع ۳.

10. G. 't Hooft. *Nucl. Phys.* **B33**, 173 (1971) and **B35**, 167 (1971).

چاپ شده در مرجع ۳.

11. F. J. Hasert et al., *Phys. Lett.* **46B**, 138

۱۲. برای مثال، کتابهای زیر را ببینید:

D. H. Perkins, *Introduction to High-Energy Physics*, 2d Ed. (Reading MA: Addison-Wesley, 1982), Sect. 8.8.2; I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics* (Bristol: Adam Hilger, 1982) Sect. 6. 2; F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984), Sects. 12.7 and 12.10; F. E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons* (London: Academic, 1979), Sect. 11.3.

13. G. Arnison, et al., *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983) and **126B**, 398 (1983).

برای مروری بر این اکتشافات مقاله:

E. Radermacher, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **14**, 231 (1985)

را ببینید.

۱۴. داده‌های مربوط به  $\nu_\mu + \bar{e} \rightarrow \nu_e + \mu^-$  از

F. Bergsma et al., *Phys. Lett.* **122B**, 465 (1983)



و داده‌ها مربوط به  $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + \bar{e}$  از

R. H. Heisterberg et al., *Phys. Rev. Lett.* **44**, 635 (1980)

اقتباس شده‌اند. (داده‌های اولیه)

P. Alibran et al., *Phys. Lett.* **74B**, 422 (1978)

که با مدل GWS ناسازگار بود، غلط بودند، هر چند در آن زمان باعث نگرانی شدند؛ این داده‌ها را

N. Armenise et al. *Phys. Lett.* **86B**, 225 (1979)

تصحیح کرد).

15. E. N. Fortson and L. Wilets, *Advances in Atomic and Molecular Physics*, **16**, 319 (1980); C. Y. Prescott et al., *Phys. Lett.* **77B**, 347 (1978) and **84B**, 524 (1979); S. L. Wu, *Phys. Rep.* **107**, 229 (1984).

۱۶. برای مثال نگاه کنید به کتاب زیر:

H. Frauenfelder and E. M. Henley, *Subatomic physics*, (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1974), Sect. 5. 7.

۱۷. حتی جسورانه‌تر در سال ۱۹۵۷، هنگامی بود که شوئینگر کار بنیادی اساسی‌اش را در مورد این نظریه نوشت:

J. Schwinger, *Ann. Phys. (NY)* **2**, 407 (1957).

چاپ شده در مرجع ۳.

### مسائل

۱۰-۱ الف)  $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$  را برای  $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$  با استفاده از جفت‌شدگی کلی‌تر  $\gamma^\mu(1 + \epsilon\gamma^5)$  حساب کنید. تحقیق کنید که جواب شما برای  $\epsilon = -1$  به معادله (۱۰-۱۱) تبدیل می‌شود.

$$\sum_{\text{اسپینها}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 [(\epsilon^2 - 1)^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (\epsilon^2 + 1)(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)] \quad \text{[پاسخ]}$$

ب) قرار دهید  $m_e = m_\mu = 0$  و سطح مقطع دیفرانسیلی را در  $CM$  محاسبه کنید. سطح مقطع کل را نیز بیابید.

(ج) اگر داده‌های دقیقی از این واکنش داشتید، چگونه می‌توانستید  $\epsilon$  را تعیین کنید؟  
 ۱۰-۲ طول عمر لپتون  $\tau$  را حساب کنید. آن را با نتایج تجربی مقایسه کنید. (فرض کنید که جرم موئون در مقایسه با  $m_\tau$  ناچیز است. آیا داده‌های تجربی این تقریب را تأیید می‌کند؟)  
 ۱۰-۳ فرض کنید برهم‌کنش ضعیف برداری ناب بود (چنانکه فرمی فرض کرده بود). آیا می‌توانستید همچنان نموداری را که در شکل ۱۰-۱ نشان داده شده است به دست آورید؟  
 ۱۰-۴ از جفت‌شدگی  $\gamma^\mu(1 + \epsilon\gamma^5)$  برای  $n \rightarrow p + W$  و  $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$  برای لپتون‌ها استفاده کنید و دامنه میانگین‌گیری شده روی اسپین را برای واپاشی بتازای نوترون حساب کنید. نشان دهید هنگامی که  $\epsilon = -1$  باشد، نتیجه به معادله (۱-۴۳) تبدیل می‌شود.

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{g_w}{M_W c} \right)^4 \left[ (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)(1 - \epsilon)^2 + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)(1 + \epsilon)^2 - (1 - \epsilon^2)m_p m_n c^2 (p_2 \cdot p_4) \right]$$

[پاسخ:  $(1 - \epsilon)^2$ ]

۱۰-۵ الف) معادله (۱۰-۵۵) را به دست آورید. ب) معادله (۱۰-۶۱) را به دست آورید.  
 ۱۰-۶ در متن درس گفته شد که انرژی الکترون در واپاشی نوترون در حدود  $(m_n - m_p)c^2$  است. این دقیق نیست، زیرا این رابطه از انرژی جنبشی پروتون و نوترون را نادیده می‌گیرد. کدام پیکربندی سینماتیکی بیشینه انرژی الکترون را می‌دهد؟ با استفاده از پایستگی انرژی و تکانه را انرژی بیشینه الکترون را به صورت دقیق تعیین کنید.

$$[(m_n^2 - m_p^2 + m_e^2)c^2 / 2m_n]$$

[پاسخ:  $(m_n^2 - m_p^2 + m_e^2)c^2 / 2m_n$ ]

این مقدار چقدر از جواب تقریبی دور است (درصد خطا چقدر است)؟  
 ۱۰-۷ الف) از معادله (۱۰-۶۲) انتگرال بگیرید تا معادله (۱۰-۶۳) را به دست آورید.  
 ب) تقریبی مناسب برای  $\Delta m = (m_n - m_p)$  را به کار ببرید. دقت کنید که اکنون  $m_e$  اینک حذف می‌شود. Z.

۱۰-۸ معادله (۱۰-۶۵) را به دست آورید.  
 ۱۰-۹ کمترین طول موج دوبروی  $W(\lambda = \frac{h}{p})$  را در واپاشی نوترون بیابید و آن را با قطع نوترون ( $\sim 10^{-13}$  cm) مقایسه کنید. [پاسخ: بیشینه  $1.18 \text{ MeV}/c$  هنگامی رخ می‌دهد که  $p$  و  $e$  در خلاف جهت یکدیگر گسیل شوند، پس کمینه  $\lambda = 10^{-10}$  cm است).  
 ۱۰-۱۰ با استفاده از روشهای مثال ۷-۸ و بخش ۹-۳ واپاشی  $\pi^-$  را به عنوان فرایند پراکندگی تحلیل کنید. آهنگ واپاشی را محاسبه کنید و با مقایسه جواب خود با آنچه در متن درس به دست

آمده است، فرمولی برای  $f_\pi$  برحسب  $|\psi(0)|^2$  به دست آورید. فرض کنید  $m_u = m_d = m$ .

$$\left[ f_\pi^2 = \frac{4\hbar^2 m}{m_\pi^2 c} \cos^2 \theta_C |\psi(0)|^2 \text{ پاسخ} \right]$$

۱۰-۱۱ نشان دهید اگر  $mc^2 \ll E$

$$\gamma^0 u \cong \begin{pmatrix} \sigma \cdot \hat{p} & 0 \\ 0 & \sigma \cdot \hat{p} \end{pmatrix} u$$

$u$  اسپینور ذره است که در معادله دیراک صدق می‌کند:

$$u = \begin{pmatrix} u_A \\ \frac{c(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E + mc^2} u_A \end{pmatrix}$$

که  $E > 0$  [معادله (۷-۳۶)]. بنابراین نشان دهید که ماتریس تصویر

$$P_\pm \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^0)$$

مؤلفه‌های  $\pm 1$  هلیسیتیته  $u$  را به دست می‌دهد:

$$\boldsymbol{\Sigma} \cdot \hat{p}(P_\pm u) = \pm(P_\pm u)$$

۱۰-۱۲ نسبت آهنگهای واپاشی  $K^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$  و  $K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  را حساب کنید. طول عمر مشاهده شده  $K^-$   $1.2 \times 10^{-8}$  ثانیه است و ۶۴٪ ذرات  $K^-$  در شاخه  $\mu^- + \bar{\nu}_\mu$  واپاشیده می‌شود. ثابت واپاشی کائون  $f_K$  را برآورد کنید.

۱۰-۱۳ آهنگ واپاشی را برای فرایندهای زیر محاسبه کنید:

$$\Sigma^- \rightarrow \Lambda + e + \bar{\nu}_e \text{ (ب)} \quad \Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e \text{ (الف)}$$

$$\Lambda \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e \text{ (د)} \quad \Xi^- \rightarrow \Xi^0 + e + \bar{\nu}_e \text{ (ج)}$$

$$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ + e + \bar{\nu}_e \text{ (و)} \quad \Sigma^- \rightarrow n + e + \bar{\nu}_e \text{ (ه)}$$

فرض کنید جفت‌شدگی همواره  $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$  است — یعنی، تصحیح برهم‌کنش قوی بر جفت‌شدگی محوری را نادیده بگیرید — اما ضریب کابینو را فراموش نکنید. آنها را با نتایج تجربی مقایسه کنید (در صورت در دسترس بودن).

۱۴-۱۰ الف) نشان دهید مادامی که ماتریس KM یکانی است ( $U^{-1} = U^+$ ) سازوکار GIM برای حذف  $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  برای هر سه (یا هر تعداد از) نسلها کار می‌کند.

ب) چند پارامتر حقیقی مستقل در ماتریس یکانی  $3 \times 3$  عمومی وجود دارد؟ در ماتریس  $n \times n$  یکانی چندتا؟

در تغییر فاز تابع موج هر کوآرک آزادیم (بهنجارش  $u$  فقط  $|N|^2$  را تعیین می‌کند؛ مسئله ۳-۷ را ببینید)، پس  $2n$  تا از این پارامترها اختیاری‌اند — یا بهتر  $(2n - 1)$  زیرا تغییر فاز تابع موج همه کوآرکها به یک مقدار هیچ اثری در  $U$  ندارد. سؤال: آیا می‌توانیم ماتریس KM را به ماتریس حقیقی تقلیل دهیم (اگر این ماتریس حقیقی و یکانی باشد، آنگاه متعامد است:  $U^{-1} = \bar{U}$ ).

ج) چند پارامتر حقیقی مستقل در ماتریس متعامد عمومی  $3 \times 3$  (حقیقی) وجود دارد؟ در ماتریس  $n \times n$  چطور؟

د) پس پاسخ چیست؟ آیا می‌توان ماتریس KM به ماتریس حقیقی تبدیل کرد؟ در مورد حالتی فقط با دو نسل ( $n = 2$ ) چطور؟

۱۵-۱۰ نشان دهید ماتریس KM ( $10^\circ - 90^\circ$ ) برای هر عدد حقیقی  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  و  $\delta$  یکانی است.

۱۶-۱۰ فرض کنید از مزون  $(t\bar{d})T^+$  شروع کرده‌اید. با معلوم بودن معادله  $(10^\circ - 91^\circ)$ ، محتمل‌ترین رشته واپاشی کدام است؟ [پاسخ: با کنار گذاشتن پیونها یا لپتونها، انتظار داریم:  $T^+ \rightarrow B^+ \rightarrow \pi^+ [D^+ \rightarrow \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+$ .

۱۷-۱۰ از مقدار ثابت فرمی  $G_F$  (معادله  $(10^\circ - 40^\circ)$ ) و  $\theta_w$  (معادله  $(10^\circ - 95^\circ)$ ) استفاده کنید و جرم  $W^\pm$  و  $Z^0$  را در نظریه GWS «پیش‌بینی» کنید. نتیجه را مقادیر تجربی مقایسه کنید.

۱۸-۱۰ در مثال  $10^\circ - 4^\circ$  به جای نوترینوهای الکترون از نوترینوهای موئون استفاده کردیم. واقعیت آن است که تولید باریکه‌های  $\nu_\mu$  و  $\bar{\nu}_\mu$  آسان‌تر از تولید باریکه‌های  $\nu_e$  و  $\bar{\nu}_e$  است، اما یک دلیل نظری هم وجود دارد که چرا  $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$  ساده‌تر از  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$  یا  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$  توضیح دهید.

۱۹-۱۰ الف) سطح مقطع دیفرانسیلی و کل را برای  $\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$  در مدل GWS محاسبه کنید.

[پاسخ: همانند معادله  $(10^\circ - 103^\circ)$  فقط با این تفاوت که علامت  $c_{ACV}$  عکس می‌شود. نگاه کنید به معادله  $13 - 49$  مرجع ۱۲].

ب) نسبت  $\sigma(\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-) / \sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-)$  را بیابید. فرض کنید انرژی به اندازه‌ای زیاد است که می‌توانید قرار دهید:  $m_e = 0$ .

۱۰-۲۰ (الف) آهنگ واپاشی را برای  $f + \bar{f} \rightarrow Z^0$  محاسبه کنید که در آن  $f$  هر کوارک یا لپتونی می‌تواند باشد. فرض کنید  $f$  (در مقایسه با  $Z$ ) بسیار سبک است، یعنی جرم قابل چشم‌پوشی است.

$$\left[ \text{پاسخ: } \Gamma(Z^0 \rightarrow f + \bar{f}) = \frac{g_z^2 M_Z c^2}{4\pi\hbar} (|c_V^f|^2 + |c_A^f|^2) \right]$$

(ب) فرض کنید که اینها مدهای واپاشی غالب هستند، نسبتهای انشعاب را برای هر قطعه کوارک و لپتون بیابید (به یاد داشته باشید که کوارکها در سه رنگ ظاهر می‌شوند). فرض کنید  $2m_t < M_Z$  و تقریب به‌کار رفته در (الف) حتی برای  $t$  نیز معتبر است.

[پاسخ: ۳٪ برای هر  $e, \mu, \tau$ ؛ ۶٪ برای هر  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ؛ ۱۰٪ برای هر  $t, c, u$ ؛ ۱۴٪ برای هر  $b, s, d$ ].  
(ج) طول عمر  $Z^0$  را محاسبه کنید. اگر نسل چهارمی وجود می‌داشت، این طول عمر چقدر تغییر می‌کرد؟ (دقت کنید که اندازه‌گیری دقیق طول عمر  $Z^0$  معلوم می‌کند که چند کوارک و لپتون می‌تواند جرم کمتر از  $45 \text{ GeV}/c^2$  داشته باشد).

۱۰-۲۱  $R$  (نسبت کل تولید زوج کوارک به تولید زوج موئون در پراکندگی  $e^+e^-$ ) را هنگامی که واسطه فرایند  $Z^0$  باشد برآورد کنید. برای استدلال فرض می‌کند کوارک بالا بسیار سبک است، پس می‌توان معادله (۱۰-۱۱۲) را به‌کار بست. رنگ را فراموش نکنید.

۱۰-۲۲ نسبت در معادله (۱۰-۱۱۶) را برحسب انرژی کل  $(2E)$  رسم کنید. از ۲ برای عبارت داخل آکولاد و  $M_Z c^2 = 90 \text{ GeV}$  و  $\hbar\Gamma_Z = 2.5 \text{ GeV}$  استفاده کنید.

۱۰-۲۳ با استفاده از (۷-۳۶) معادله (۱۰-۱۲۰) را به‌دست آورید. معادله (۱۰-۱۲۴) را نیز به‌دست آورید.

۱۰-۲۴ (الف) اگر  $u(p)$  در معادله دیراک (۷-۳۴) صدق کند، نشان دهید  $u_L$  و  $u_R$  (جدول ۱۰-۲) در آن صدق نمی‌کنند (مگر  $m = 0$ ).

(ب) ویژه مقادارها و ویژه اسپینورهای ماتریسهای  $(1 \pm \gamma^5)$  را بیابید.

(ج) آیا اسپینورهایی وجود دارند که ویژه حالت‌های همزمان  $P_+$  (مثلاً  $P_+$ ) و عملگر دیراک  $(\not{p} - mc)$

باشند؟

[پاسخ: خیر؛ این عملگرها باهم جابه‌جا نمی‌شوند].

۱۰-۲۵ برای دوتایه کوارکی  $u$  و  $d'$  جریانهای ایزواسپین ضعیف  $j_\mu^\pm$  و  $j_\mu^3$  را به‌دست آورید. جریان الکترومغناطیسی  $(j_\mu^{em})$  و جریان فوق بار ضعیف  $(j_\mu^Y)$  را نیز تشکیل دهید (پاسخ را برحسب  $d'$  بنویسید).

۱۰-۲۶ از عبارت (۱۰-۱۵۹)، جفت‌شدگیهای برداری و بردار محوری جدول ۱۰-۱ را تعیین کنید.

## نظریه‌های پیمانه‌ای

این فصل «نظریه‌های پیمانه‌ای» را مطرح می‌کند که اکنون معتقدیم زیربنای کلیهٔ برهم‌کنشهای ذرات بنیادی است. با شروع از فرمولبندی لاگرانژی مکانیک کلاسیک، به لاگرانژی نظریهٔ میدان، اصل نوردایی پیمانه‌ای محلی، نظریهٔ شکست خودبه‌خود تقارن، و سازوکار هیگز (که جرم  $W$  ها و  $Z$  را توجیه می‌کند) می‌پردازیم. این مطالب کاملاً مجردند (برخلاف فصلهای قبل)؛ این مواد به نظریهٔ میدانهای کوانتومی مربوط می‌شوند که قاعده‌های فاینمن از آن به‌دست می‌آیند. این نظریه‌ها هیچ کمکی به محاسبهٔ سطح مقطعها یا طول عمرها نمی‌کنند. از سوی دیگر، ایده‌هایی که در اینجا مطرح می‌شود مبنایی را تشکیل می‌دهند که در واقع همهٔ نظریه‌های نوین به کمک آن پیش‌بینی می‌شوند. برای فهم این فصل مطالعهٔ مکانیک لاگرانژی به شما کمک می‌کند، اما نمادگذاری نسبیتی فصل ۳، نظریهٔ گروه فصل ۴، حساب فاینمن فصل ۶ و معادلهٔ دیراک فصل ۷ اساسی‌تر هستند.

### ۱۱-۱ فرمولبندی لاگرانژی مکانیک ذرات کلاسیک

بنابر قانون دوم حرکت نیوتون، ذره‌ای به جرم تحت تأثیر نیروی  $F$  دارای شتاب  $a$  خواهد شد که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (1-11)$$

اگر نیرو پایستار باشد، می‌توان آن را به صورت گرادیان یک تابع انرژی پتانسیل اسکالر  $U$  بیان کرد:

$$\mathbf{F} = -\nabla U \quad (2-11)$$

و قانون نیوتون می‌شود

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla U \quad (3-11)$$

که  $v$  سرعت است [۱].

فرمولبندی دیگر مکانیک کلاسیک با «لاگرانژی» شروع می‌شود:

$$L = T - U \quad (4-11)$$

که  $T$  انرژی جنبشی ذره است:

$$T = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 \quad (5-11)$$

لاگرانژی تابعی است از مختصات  $q_i$  (مثلاً  $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$ ) و مشتقات زمانی آنها  $\dot{q}_i$  ( $\dot{q}_1 = v_x, \dot{q}_2 = v_y, \dot{q}_3 = v_z$ ). در فرمولبندی لاگرانژی قانون اصلی حرکت، معادلهٔ اوایلر-لاگرانژ است [۲]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6-11)$$

پس در مختصات دکارتی داریم:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial L}{\partial v_x} = m v_x \quad (7-11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad (8-11)$$

و معادلهٔ اوایلر-لاگرانژ (برای  $i = 1$ ) مؤلفهٔ  $x$  قانون نیوتون را به شکل (۳-۱۱) باز تولید می‌کند. بنابراین فرمولبندی لاگرانژی معادل فرمولبندی نیوتونی است (حداقل برای دستگاه‌های پایستار)، اما

این فرمولبندی دارای بعضی امتیازهای نظری است که بخشهای بعد خواهیم دید (به مسئله ۱۱-۱ هم نگاه کنید).

### ۱۱-۲ لاگرانژی در نظریه میدان نسبیتی

یک ذره، فی نفسه، موجودی جایگزیده است؛ در مکانیک ذرات کلاسیک، نوعاً به محاسبه مکان ذره برحسب زمان یعنی  $x(t)$ ،  $y(t)$  و  $z(t)$  علاقه مندیم. از سوی دیگر، یک میدان، ناحیه‌ای از فضا را اشغال می‌کند؛ در نظریه میدان مسئله مورد توجه ما محاسبه یک یا چند تابع از مکان و زمان  $\phi_i(x, y, z, t)$  است. متغیرهای میدان  $\phi_i$ ، مثلاً، ممکن است دمای هر نقطه از اتاق، یا پتانسیل الکتریکی  $V$  یا سه مؤلفه میدان مغناطیسی  $\mathbf{B}$  باشند. در مکانیک ذره، لاگرانژی  $L$  را معرفی کردیم که تابعی از مختصات  $q_i$  و مشتقهای زمانی آنها  $\dot{q}_i$  بود؛ در نظریه میدان کار را با لاگرانژی  $\mathcal{L}$  (در حقیقت، چگالی لاگرانژی شروع می‌کنیم) که تابعی از میدانهای  $\phi_i$  مشتقهای  $x, y, z$  و  $t$  آنهاست:

$$\partial_\mu \phi_i \equiv \frac{\partial \phi_i}{\partial x^\mu} \quad (9-11)$$

در مورد اول، در سمت چپ معادله اویلر-لاگرانژ (۱۱-۶) فقط شامل مشتقهای زمانی دخیل‌اند؛ یک نظریه نسبیتی باید با مختصات فضایی و زمانی به یک چشم نگاه کند، و معادله‌های اویلر-لاگرانژ همان‌گونه که انتظار دارید تعمیم می‌یابند:

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (10-11)$$

### مثال ۱۱-۱

لاگرانژی کلین-گوردون برای یک میدان اسکالر (اسپین-۰)  
فرض کنید یک متغیر میدان زده‌ای منفرد  $\phi$  داریم و لاگرانژی عبارت است از

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - \frac{1}{4} \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (11-11)$$

در این مورد داریم

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} = \partial^\mu \phi \quad (12-11)$$

(اگر این باعث سردرگمی شما می‌شود، لاگرانژی را به طور «کامل» بنویسید:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} [\partial_0 \phi \partial_0 \phi - \partial_1 \phi \partial_1 \phi - \partial_2 \phi \partial_2 \phi - \partial_3 \phi \partial_3 \phi] - \frac{1}{4} \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2$$



در این شکل واضح است که

$$\frac{\partial}{\partial(\partial_0\phi)} = \partial_0\phi = \partial^0\phi, \quad \frac{\partial}{\partial(\partial_1\phi)} = -\partial_1\phi = \partial^1\phi,$$

و غیره.) در ضمن

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = -\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\phi$$

بنابراین فرمول اویلر-لاگرانژ ایجاب می‌کند

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\phi = 0 \quad (11-13)$$

که معادله کلاین-گوردون [معادله (۷-۹)] است، که ذره‌ای با اسپین صفر و جرم  $m$  را (در نظریه میدان کوانتومی) توصیف می‌کند.

### مثال ۱۱-۲

لاگرانژی دیراک برای یک میدان اسپینوری (اسپین  $\frac{1}{2}$ ) اکنون یک میدان اسپینوری  $\psi$  و لاگرانژی زیر را در نظر بگیرید

$$\mathcal{L} = i(\hbar c)\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - (mc^2)\bar{\psi}\psi \quad (11-14)$$

با  $\psi$  و اسپینور الحاقی آن  $\bar{\psi}$  به عنوان متغیرهای میدان مستقل رفتار می‌کنیم\*. با اعمال معادله اویلر-لاگرانژ بر  $\bar{\psi}$  به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} = 0, \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} = i\hbar c\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc^2\psi$$

پس

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)\psi = 0 \quad (11-15)$$

این رابطه معادله دیراک [معادله (۷-۲۰)] است که ذره‌ای با اسپین  $\frac{1}{2}$  و جرم  $m$  را (در نظریه میدان کوانتومی) توصیف می‌کند. ضمناً اگر معادله اویلر-لاگرانژ را برای  $\psi$  به کار ببندیم، به دست می‌آوریم:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} = i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu, \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = -mc^2\bar{\psi}$$

\* چون  $\psi$  یک اسپینور مختلط است، در اینجا واقعاً هشت میدان مستقل وجود دارد ( $i$  از ۱ تا ۸ تغییر می‌کند): بخشهای حقیقی و موهومی هر یک از چهار مؤلفه  $\psi$ . اما با اعمال معادله‌های اویلر-لاگرانژ می‌توان هر ترکیب خطی از این هشت تا را به کار برد، و ما، چهار مؤلفه از  $\psi$  به علاوه چهار مؤلفه  $\bar{\psi}$  را انتخاب می‌کنیم.

$$i \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + \left(\frac{mc}{\hbar}\right) \bar{\psi} = 0 \quad \text{و بنابراین}$$

که الحاقی معادله دیراک است (مسئله ۷-۱۳).

### مثال ۱۱-۳

لاگرانژی پروکا برای یک میدان برداری (اسپین ۱) سرانجام، یک میدان برداری  $A^\mu$  با لاگرانژی زیر را در نظر بگیرید

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu \quad (16-11)$$

که در آن

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} = \frac{-1}{4\pi} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \quad (17-11)$$

(نگاه کنید به مسئله ۱۱-۲) و

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu \quad (18-11)$$

پس معادله اوایلر-لاگرانژ می‌دهد

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu = 0 \quad (19-11)$$

این رابطه، معادله پروکا نام دارد و ذره‌ای با اسپین ۱ و جرم  $m$  را توصیف می‌کند. در ضمن، چون ترکیب  $(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)$  به کرات در این نظریه مطرح می‌شود، معرفی کوتاه‌نویسی

$$F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (20-11)$$

مفید است. پس لاگرانژی می‌شود

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu \quad (21-11)$$

و معادله میدان می‌شود

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu = 0 \quad (22-11)$$

اگر این نمادگذاری الکترودینامیک را به یاد شما می‌آورد، اتفاقی نیست، زیرا میدان الکترومغناطیسی دقیقاً یک میدان برداری بدون جرم است؛ اگر در معادله (۲۲-۱۱) قرار دهیم  $m = 0$ ، آنچه باقی می‌ماند معادله‌های ماکسول در فضای تهی است.

لاگرانژیهای این مثالها از آسمان نازل شده‌اند (یا به عبارت بهتر، آنها طوری سرهم شده‌اند که معادله‌های مورد نظر را بازسازی می‌کنند). در مکانیک ذره کلاسیک  $L$  به دست می‌آید  $(L = T - U)$ ، اما در نظریه میدان نسبیتی  $\mathcal{L}$  معمولاً مسلم فرض می‌شود - یعنی از جایی شروع می‌کنیم. لاگرانژی برای یک سیستم خاص به هیچ وجه منحصر به فرد نیست؛ همواره می‌توان  $\mathcal{L}$  را در یک ثابت ضرب کرد، یا دیورژانسی را به آن اضافه کرد ( $\partial_\mu M^\mu$  که در آن  $M^\mu$  هر تابعی از  $\phi_i$  و  $\partial_\mu \phi_i$  است) - هنگامی که معادله‌های اویلر-لاگرانژ را به کار می‌بندیم این جمله‌ها حذف می‌شوند، پس هیچ اثری در معادله‌های میدان ندارند. از این نظر مثلاً ضریب  $\frac{1}{c}$  در لاگرانژی کلاین-گوردون کاملاً قراردادی است\*. بجز این مورد، آنچه در اینجا داریم، لاگرانژی‌هایی برای اسپین صفر، اسپین  $\frac{1}{2}$  و اسپین یک است. با این حال، تاکنون فقط در مورد میدانهای آزاد، بدون هیچ چشمه یا برهم‌کنشی، صحبت کردیم.

## مثال ۴-۱۱

لاگرانژی ماکسول برای میدان برداری بدون جرم با چشمه  $J^\mu$

فرض کنید

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{c} J^\mu A_\mu \quad (23-11)$$

که (دوباره)  $F^{\mu\nu}$  مؤید  $\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$  و  $J^\mu$  یک تابع معین است. معادله اویلر-لاگرانژ می‌دهد

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J^\nu \quad (24-11)$$

که شکل تانسوری معادله‌های ماکسول است (همان‌طور که در فصل ۷ بخش ۷-۴ دیدیم) و میدان الکترومغناطیسی را که بر اثر جریان  $J^\mu$  تولید شده است توصیف می‌کند. در ضمن، از معادله (۲۴-۱۱) به دست می‌آید که

\* لاگرانژی ( $L$ ) دارای یکای انرژی است [معادله (۴-۱۱)] و چگالی ( $\mathcal{L}$ ) دارای یکای انرژی بر واحد حجم است. بعد میدانها به قرار زیرند:

$$\phi \text{ (میدان اسکالر): } \sqrt{ML}/T$$

$$\psi \text{ (میدان اسپینوری): } L^{-3/2}$$

$$A^\mu \text{ (میدان برداری): } \sqrt{ML}/T$$

اینها چنان برگزیده شده‌اند که  $\psi$  (در حد غیرنسبیتی) به معادله شرودینگر و  $A^\mu$  (در حد غیر کوانتومی) به پتانسیل برداری ماکسول تبدیل شوند. در ضمن در یکاهای هویساید، لورنتس، لاگرانژیهای پروکا و ماکسول باید در  $4\pi$  ضرب شوند.

$$\partial_\nu J^\nu = 0 \quad (25-11)$$

یعنی، سازگاری درونی لاگرانژی ماکسول (۱۱-۲۳) مستلزم آن است که جریان در معادله پیوستگی (۷-۷۴) صدق کند؛ شما نمی‌توانید هر تابعی که قبلاً برای  $J^\mu$  استفاده کرده‌اید در آن قرار دهید — بلکه پایستگی بار باید محترم شمرده شود.

### ۱۱-۳ ناوردایی پیمانه‌ای موضعی

توجه کنید که لاگرانژی دیراک

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi \quad (14-11)$$

تحت تبدیل زیر ناورداست

$$\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi \quad (\text{تبدیل پیمانه‌ای کلی}) \quad (26-11)$$

(که  $\theta$  عددی حقیقی است)، زیرا  $\bar{\psi} \rightarrow e^{-i\theta} \bar{\psi}$ ، و در ترکیب  $\bar{\psi} \psi$  عوامل نمایی حذف می‌شوند. به دلایل تاریخی، (۱۱-۲۶) را یک تبدیل پیمانه‌ای (کلی) می‌نامیم (تبدیل «فاز» جمله مناسب‌تری است). اما چه می‌شود اگر عامل فاز در نقطه‌های فضا زمان دیگر، متفاوت باشند؛ یعنی اگر  $\theta$  تابعی از  $x^\mu$  باشد:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta(x)} \psi \quad (\text{تبدیل پیمانه‌ای موضعی}) \quad (27-11)$$

آیا لاگرانژی تحت این تبدیل پیمانه‌ای «موضعی» ناورداست؟ پاسخ منفی است، زیرا اکنون یک جمله اضافی از مشتق  $\theta$  به دست می‌آوریم:

$$\partial_\mu (e^{i\theta} \psi) = i(\partial_\mu \theta) e^{i\theta} \psi + e^{i\theta} \partial_\mu \psi \quad (28-11)$$

پس

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} - \hbar c (\partial_\mu \theta) \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (29-11)$$

در واقع، به دلایلی که خواهد آمد مرسوم است که ضریب  $(q/\hbar c)$  را از  $\theta$  خارج کرده و قرار دهیم

$$\lambda(x) \equiv -\frac{\hbar c}{q} \theta(x) \quad (30-11)$$

که  $q$  بار ذرهٔ دخیل در مسئله است. پس، برحسب  $\lambda$  داریم،

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + (q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)\partial_\mu\lambda \quad (31-11)$$

و تحت تبدیل پیمانه‌ای موضعی داریم

$$\psi \rightarrow e^{-iq\lambda(x)/\hbar c}\psi \quad (32-11)$$

تاکنون، هیچ چیز خاص جدید و عمیقی وجود نداشت. مسئلهٔ حساس هنگامی پیش می‌آید که بخواهیم لاگرانژی کامل تحت تبدیلات پیمانه‌ای موضعی ناوردا بماند\* . چون لاگرانژی دیراک (۱۴-۱۱) به صورت موضعی پیمانه ناوردا نیست، مجبوریم چیزی به آن اضافه کنیم تا جملهٔ اضافی در معادلهٔ (۳۱-۱۱) از بین برود. فرض کنید

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - mc^2\bar{\psi}\psi] - (q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu \quad (33-11)$$

که  $A_\mu$  میدانی جدید (موسوم به میدان «پیمانه‌ای») است که تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی مطابق قاعدهٔ زیر تبدیل می‌شود

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\lambda \quad (34-11)$$

این لاگرانژی «جدید و اصلاح شده» تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی ناورداست؛ بهایی که باید می‌پرداختیم وارد کردن میدان برداری جدیدی بود که به واسطهٔ جملهٔ آخر معادلهٔ (۳۳-۱۱) با  $\psi$  جفت می‌شود (مسئله ۶-۱۱). اما معادلهٔ (۳۳-۱۱) همهٔ ماجرا نیست. لاگرانژی کامل باید شامل یک جملهٔ «آزاد» (جنبشی) برای میدان پیمانه‌ای باشد. چون میدان برداری است به لاگرانژی پروکا نگاه می‌کنیم و می‌نویسیم

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{4\pi} \left( \frac{m_{AC}}{\hbar} \right)^2 A^\nu A_\nu \quad (21.11)$$

\* هیچ دلیل فیزیکی قانع‌کننده‌ای برای اینکه چرا یک نوردایی کلی باید به طور موضعی صادق باشد سراغ ندارم. اگر شما معتقدید که تبدیلهای پیمانه‌ای از جهتی «بنیادی» است، آن‌گاه باید بتوانید آنها را به طور مستقل در نقطهٔ فضاگونهٔ جداگانه انجام دهید (که گذشته از همه چیز، یا یکدیگر در ارتباط نیستند). اما فکر می‌کنم که این نیاز به پرسش دارد. فعلاً، بهتر است که شرط نوردایی پیمانه‌ای موضعی را در جای خود یک اصل فیزیکی در نظر بگیریم.

اما در اینجا مسئله‌ای وجود دارد، چون چنانکه خودتان می‌توانید بررسی کنید، هر چند  $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$  تحت (۱۱-۳۴) ناورداست ولی  $A^\nu A_\nu$  چنین نیست. از قرار معلوم، میدان پیمانه‌ای باید بدون جرم باشد ( $m_A = 0$ )، در غیر این صورت نوردایی پیمانه‌ای موضعی از دست می‌رود. نتیجه‌گیری: اگر با لاگرانژی دیراک آغاز و نوردایی پیمانه موضعی را اعمال کنیم، مجبوریم میدان برداری بدون جرمی را وارد کنیم ( $A^\mu$ )، و لاگرانژی کامل به صورت زیر درمی‌آید.

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] + \left[ \frac{-1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] - [(q\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) A_\mu] \quad (11-35)$$

همان‌طور که ممکن است حدس بزنید،  $A^\mu$  دقیقاً پتانسیل الکترومغناطیسی است؛ قاعده تبدیل پیمانه‌ای برای  $A^\mu$  (۱۱-۳۴) درست همان چیزی است که قبلاً در فصل ۷ [معادله (۷-۸۱)] پیدا کرده بودیم، و دو جمله آخر در معادله (۱۱-۳۵) لاگرانژی ماکسول (۱۱-۲۳)، با چگالی جریان زیر را باز تولید می‌کند.

$$J^\mu = cq(\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) \quad (11-36)$$

پس شرط نوردایی پیمانه‌ای موضعی، که در مورد لاگرانژی آزاد دیراک اعمال شد، تمام الکترودینامیک را تولید، اجزای جریان حاصل از ذرات دیراک را مشخص می‌کند. اگر روال استناد به نوردایی پیمانه‌ای موضعی مرموز به نظر می‌رسد، اجازه دهید آن را مرور کنیم و ببینیم چه چیزی واقعاً در آن دخیل است. اختلاف بین تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی و کلی هنگامی رخ می‌دهد که مشتقهای میدان را محاسبه می‌کنیم [معادله (۱۱-۲۸)]:

$$\partial_\mu \psi \rightarrow e^{-iq\lambda/\hbar c} \left[ \partial_\mu - i\frac{q}{\hbar c} (\partial_\mu \lambda) \right] \psi \quad (11-37)$$

به جای یک عامل فاز ساده، جمله‌ای اضافی شامل  $\partial_\mu \lambda$  را در نظر می‌گیریم. اگر در لاگرانژی اولیه (آزاد) به جای هر مشتق ( $\partial_\mu$ ) آنچه که اصطلاحاً «مشتق هموردا» نامیده می‌شود را قرار دهیم

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + i\frac{q}{\hbar c} A_\mu \quad (11-38)$$

تبدیل  $A_\mu$  [معادله (۱۱-۳۴)] جمله ناراحت‌کننده در معادله (۱۱-۳۷) را حذف خواهد کرد

$$D_\mu \psi \rightarrow e^{-iq\lambda/\hbar c} D_\mu \psi \quad (11-39)$$

و نوردایی  $\mathcal{L}$  ابقا می‌شود. قرار دادن  $D_\mu$  به جای  $\partial_\mu$  ابزار ساده‌ای برای تبدیل نوردایی کلی لاگرانژی

به ناوردایی موضعی آن است؛ این کار را «قاعدهٔ جفت‌شدگی کمینال» می‌نامیم [این، در واقع چیزی است که برای تولید جملهٔ اضافی در معادلهٔ (۱۱-۳۳) از آن استفاده کردیم\*]. اما مشتق هموردا میدان برداری جدیدی ( $A_\mu$ ) را مطرح می‌کند که به لاگرانژی آزاد خود نیازمند است؛ اگر این مورد ناوردایی پیمانه‌ای موضعی را ضایع نکند، میدانهای پیمانه‌ای را باید بدون جرم بگیریم. این امر به عبارت نهایی (۱۱-۳۵) می‌انجامد، که افراد آگاه بلافاصله متوجه می‌شوند لاگرانژی الکترودینامیک کوانتومی است — میدان دیراک (الکترونها و پوزیترونها) است که با میدان ماکسول (فوتونها) برهم‌کنش می‌کند.

ایدهٔ ناوردایی پیمانه‌ای موضعی به کارهای هرمان وایل در سال ۱۹۱۹ برمی‌گردد [۳] با این حال، توان و عمومیت آن تا اوایل دههٔ هفتاد شناخته نشده بود. نقطهٔ شروع کار ما — تبدیل فاز کلی (۱۱-۲۶) — را می‌توان به صورت حاصل ضرب  $\psi$  در ماتریس یکانی  $1 \times 1$  در نظر گرفت:

$$\psi \rightarrow U\psi, \quad U^\dagger U = 1 \quad (۱۱-۴۰)$$

(در اینجا  $U = e^{i\theta}$ ). گروه تمام این ماتریسها  $U(1)$  است (جدول ۴-۲)، و بنابراین تقارن موجود «ناوردایی پیمانه‌ای  $U(1)$  نامیده می‌شود. این اصطلاح برای موردی که پیش رو داریم مبالغه‌آمیز است (ماتریس  $1 \times 1$  یک عدد است، پس چرا آن را به صورت عدد در نظر نگیریم؟)، اما در سال ۱۹۵۴ یانگ و میلز [۴] همین راهبرد (تأکید بر برقراری تبدیل ناوردایی کلی به صورت موضعی) را به گروه  $SU(2)$  اعمال کردند و سپس این تفکر به  $SU(3)$  گسترش یافت و کرومودینامیک به وجود آمد. در مدل استاندارد همهٔ برهم‌کنشهای بنیادی به همین طریق تولید می‌شوند.

## ۱۱-۴ نظریهٔ یانگ-میلز

اکنون فرض کنید دو میدان اسپین  $\frac{1}{2}$ ،  $\psi_1$  و  $\psi_2$  داریم. در نبود هر برهم‌کنش، لاگرانژی عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \partial_\mu \psi_1 - m_1 c^2 \bar{\psi}_1 \psi_1] + [i\hbar c \bar{\psi}_2 \gamma^\mu \partial_\mu \psi_2 - m_2 c^2 \bar{\psi}_2 \psi_2] \quad (۱۱-۴۱)$$

\* قاعدهٔ جفت‌شدگی کمینال بسیار قدیمی‌تر از ناوردایی پیمانه‌ای موضعی است، برحسب تکانه داریم  $p_\mu \leftrightarrow i\hbar \partial_\mu$  نگاه کنید به معادلهٔ (۷-۵)) این قاعده می‌شود  $p_\mu \rightarrow p_\mu - i(q/c)A_\mu$  که شگردی آشنا در الکترودینامیک کلاسیک برای پیدا کردن معادلهٔ حرکت ذرهٔ باردار در حضور میدان الکترودینامیکی است. معادلهٔ (۱۲-۲۹) کتاب

J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2d Ed. (New York: Wiley, 1975)

را ببینید. از این نظر، این کار به فرمولبندی پیچیدهٔ قانون نیروی لورنتس می‌انجامد. در نظریهٔ جدید ذرات ترجیح می‌دهیم ناوردایی پیمانه‌ای را اصل بگیریم و جفت‌شدگی کمینال را ابزاری برای رسیدن به آن.

که دقیقاً جمع دو لاگرانژی دیراک است. (با اعمال، معادله‌های اویلر-لاگرانژ بر این  $\mathcal{L}$ ، در می‌یابید که  $\psi_1$  و  $\psi_2$  هر دو معادلهٔ دیراک با جرم مناسب پیروی می‌کنند.) اما می‌توان با ترکیب  $\psi_1$  و  $\psi_2$  در بردار ستونی دو مؤلفه‌ای

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad (42-11)$$

معادلهٔ (۴۱-۱۱) را به صورت موجزتری نوشت. (البته خود  $\psi_1$  و  $\psi_2$  اسپینورهای دیراک چهار مؤلفه‌ای‌اند و شاید نمادگذاری دو شاخصی را ترجیح دهید:  $\psi_{\alpha,i}$  که  $\alpha = 1, 2$  معرف ذرات و  $i = 1, 2, 3, 4$  برچسب مؤلفهٔ اسپینور است. با این حال، فعلاً فقط با شاخص ذرات سروکار داریم، هر چند که البته ماتریسهای دیراک بر شاخصهای اسپینوری اثر می‌کنند.) اسپینور الحاقی عبارت است از

$$\bar{\psi} = (\bar{\psi}_1 \quad \bar{\psi}_2) \quad (43-11)$$

و لاگرانژی می‌شود

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - c^2 \bar{\psi} M \psi \quad (44-11)$$

که

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (45-11)$$

«ماتریس جرم» است. به‌ویژه، اگر دو جرم یکسان باشند، معادلهٔ (۴۴-۱۱) تبدیل می‌شود به

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi \quad (46-11)$$

این لاگرانژی درست شبیه لاگرانژی دیراک تک ذره‌ای به نظر می‌رسد. با این حال،  $\psi$  در اینجا یک بردار ستونی دو مؤلفه‌ای است، و  $\mathcal{L}$  ناوردایی کلی عمومی‌تری را می‌پذیرد:

$$\psi \rightarrow U\psi \quad (47-11)$$

$U$  هر ماتریس یکانی  $2 \times 2$  است که:



$$U^\dagger U = 1 \quad (48-11)$$

زیرا تحت تبدیل (۴۷-۱۱)،

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} U^\dagger \quad (49-11)$$

و بنابراین ترکیب  $\bar{\psi}\psi$  ناورد است. اکنون، همان‌طور که هر عدد مختلط با قدر مطلق واحد را می‌توان به شکل  $e^{i\theta}$  با  $\theta$  حقیقی نوشت، هر ماتریس یکانی را نیز می‌توان به شکل [۵] زیر نوشت

$$U = e^{iH} \quad (50-11)$$

که  $H$  هرمیتی است ( $H = H^\dagger$ )\*. به علاوه، عمومی‌ترین ماتریس  $2 \times 2$  هرمیتی را می‌توان برحسب چهار عدد حقیقی  $a_1, a_2, a_3$  و  $\theta$  بیان کرد (مسئله ۱۱-۱۰):

$$H = \theta 1 + \tau \cdot \mathbf{a} \quad (51-11)$$

که ۱ ماتریس یکه  $2 \times 2$ ،  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  ماتریسهای پائولی (۴-۲۶) و ضرب نقطه‌ای قرارداد کوتاه‌نویسی برای  $\tau_1 a_1 + \tau_2 a_2 + \tau_3 a_3$  است. پس هر ماتریس یکانی  $2 \times 2$  را می‌توان به صورت حاصل ضرب زیر بیان کرد

$$U = e^{i\theta} e^{i\tau \cdot \mathbf{a}} \quad (52-11)$$

قبلاً متوجه مفهوم تلویحی تبدیلهای فاز ( $e^{i\theta}$ ) شدیم؛ در این بخش به تبدیلهایی به شکل زیر می‌پردازیم

$$\psi \rightarrow e^{i\tau \cdot \mathbf{a}} \psi \quad [\text{تبدیل } SU(2) \text{ غیر محلی}] \quad (53-11)$$

ماتریس  $e^{i\tau \cdot \mathbf{a}}$  دارای دترمینان ۱ است [نگاه کنید به مسئله ۴-۲۲]، و بنابراین متعلق به گروه  $SU(2)$  است. با تعمیم نمادگذاری بخش ۱۱-۳ می‌گوییم لاگرانژی (۱۱-۴۶) تحت تبدیلهای پیمانه‌ای کلی

\* در نظریه ماتریسها تعمیم طبیعی همیوگی مختلط (\*) همیوگی هرمیتی (+) است. همیوگی ترانهاده. البته، در مورد ماتریسهای  $1 \times 1$  (اعداد مختلط) تمایزی وجود ندارد، اما برای ابعاد بالاتر این همیوگی هرمیتی است که واجد خواص مفیدتری نسبت به همیوگی مختلط است. از این نظر نزدیک‌ترین مشابه عدد حقیقی ( $a = a^*$ )، ماتریس هرمیتی است ( $A = A^\dagger$ ) و مشابه عددی به قدر مطلق ۱ ( $a^* a = 1$ ) ماتریس یکانی است ( $A^\dagger A = 1$ ).

$SU(2)$  ناورداست\*. آنچه یانگ و میلز انجام دادند، تبدیل این ناوردایی کلی به وضعیت ناوردایی موضعی بود.

الهام و راهبرد آنها شبیه وایل بود، اما ابزار آنها مناسب‌تر بود، در واقع کاملاً جالب است که این ابزار اصلاً کار می‌کند. گام اول آن است که پارامتر  $(\mathbf{a})$  را توابعی او  $x^\mu$  قرار دهیم [همانند قبل معادله (۱۱-۳۰)، قرار می‌دهیم:  $\lambda(x) \equiv -(\hbar c/q)\mathbf{a}(x)$  که  $q$  ثابت جفت‌شدگی مشابه بار الکتریکی است]:

$$\psi \rightarrow S\psi, \quad S \equiv e^{-iq\tau \cdot \lambda(x)/\hbar c} \quad [\text{تبدیل } SU(2) \text{ محلی}] \quad (54-11)$$

رابطهٔ فوق می‌گوید که  $\mathcal{L}$  تحت این تبدیل ناوردا نیست، زیرا در مشتق دارای جمله‌ای اضافی می‌شود:

$$\partial_\mu \psi \rightarrow S \partial_\mu \psi + (\partial_\mu S)\psi \quad (55-11)$$

دوباره، چارهٔ کار جایگزینی مشتق با «مشتق هموردا» در  $\mathcal{L}$  است که مدل آن در (۱۱-۳۸) آمده است، اما باید ساختار معادله (۱۱-۵۵) را به حساب آورد:

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} \tau \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (56-11)$$

و برای میدانهای پیمانه  $\mathbf{A}_\mu$  (که این بار سه تا از آنها را در نظر می‌گیریم) قاعدهٔ تبدیل را طوری در نظر می‌گیریم که

$$\mathcal{D}_\mu \psi \rightarrow S(\mathcal{D}_\mu \psi) \quad (57-11)$$

که طبق آن لاگرانژی (۱۱-۴۶) به وضوح ناورداست.

یافتن قاعدهٔ تبدیل برای  $\mathbf{A}_\mu$  از (۱۱-۵۷) بدیهی نیست [۶]. به عهدهٔ شما می‌گذارم که نشان دهید  $\mathbf{A}_\mu \rightarrow \mathbf{A}'_\mu$ ، که  $\mathbf{A}'_\mu$  از رابطهٔ زیر به دست می‌آید (مسئلهٔ ۱۱-۱۱)

$$\tau \cdot \mathbf{A}'_\mu = S(\tau \cdot \mathbf{A}_\mu)S^{-1} + i \left( \frac{\hbar c}{q} \right) (\partial_\mu S)S^{-1} \quad (58-11)$$

\* این نیز تحت گروه بزرگتر  $U(2)$  نیز ناورداست. اما (۱۱-۵۲) نشان می‌دهد که هر جزء  $U(2)$  را می‌توان به صورت حاصل ضرب جزئی از  $SU(2)$  در یک عامل فاز مناسب نوشت (به زبان نظریهٔ گروه:  $U(2) = U(1) \otimes SU(2)$ ) و چون قبلاً ناوردایی  $U(1)$  را مطالعه کرده‌ایم. تنها چیزی جدید در اینجا تقارن  $SU(2)$  است.

این کار نسبتاً سر راست است. اما در جمله اول  $S$  و  $S^{-1}$  را نمی‌توان کنار هم قرار داد، زیرا آنها با  $\tau \cdot \mathbf{A}_\mu$  جابه‌جا نمی‌شوند. گرادیان هم به سادگی  $-i(q \tau \cdot \partial_\mu \lambda / \hbar c) S$  نیست، زیرا  $S$  با  $\tau \cdot \partial_\mu \lambda$  جابه‌جا نمی‌شود. اگر به قدر کافی انرژی دارید، می‌توانید نتیجه دقیق را به دست آورید (با استفاده از مسائل ۲۰-۴ و ۲۱-۴)، اما جواب چندان روشنگر نیست. برای منظور ما دانستن قاعده تبدیل تقریبی کافی است، در حد  $\lambda$ ‌های بسیار کوچک، که برای آن می‌توان  $S$  را بسط داد و جملات مرتبه اول را نگاه داشت، داریم:

$$S \cong 1 - \frac{iq}{\hbar c} \tau \cdot \lambda, \quad S^{-1} \cong 1 + \frac{iq}{\hbar c} \tau \cdot \lambda, \quad \partial_\mu S \cong -\frac{iq}{\hbar c} \tau \cdot (\partial_\mu \lambda) \quad (59-11)$$

در این تقریب معادله (۵۸-۱۱) می‌دهد

$$\tau \cdot \mathbf{A}'_\mu \cong \tau \cdot \mathbf{A}_\mu + \frac{iq}{\hbar c} [\tau \cdot \mathbf{A}_\mu, \tau \cdot \lambda] + \tau \cdot \partial_\mu \lambda \quad (60-11)$$

و بنابراین (با استفاده از مسئله ۲۰-۴ و محاسبه جابه‌جایی):

$$\mathbf{A}'_\mu \cong \mathbf{A}_\mu + \partial_\mu \lambda + \frac{2q}{\hbar c} (\lambda \times \mathbf{A}_\mu) \quad (61-11)$$

لاگرانژی حاصل

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - (q \bar{\psi} \gamma^\mu \tau \psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (62-11)$$

تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی (۵۴-۱۱) و (۵۸-۱۱) ناورداست، اما، ناچاریم سه میدان برداری جدید  $\mathbf{A}^\mu = (A_1^\mu, A_2^\mu, A_3^\mu)$  معرفی کنیم، و هر یک به لاگرانژی آزاد خود نیاز دارند:

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{16\pi} F_1^{\mu\nu} F_{\mu\nu 1} - \frac{1}{16\pi} F_2^{\mu\nu} F_{\mu\nu 2} - \frac{1}{16\pi} F_3^{\mu\nu} F_{\mu\nu 3} = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} \quad (63-11)$$

(مجدداً، نماد سه-بردار مربوط به شاخص ذره است.) جمله جرمی پروکا

$$\frac{1}{4\pi} \left( \frac{m_A c}{\hbar} \right)^2 \mathbf{A}^\nu \cdot \mathbf{A}_\nu \quad (64-11)$$

را ناوردایی پیمانه‌ای موضعی کنار می‌گذارد؛ چون مانند قبل، میدانهای پیمانه‌ای باید بودن جرم

باشند، اما این بار خود وابستگی قدیمی  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$  باید اصلاح شود، زیرا با این تعریف لاگرانژی میدان پیمانه‌ای (۱۱-۶۳) نیز ناوردا نیست (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۲). در عوض باید قرار دهیم\*

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu - \frac{2q}{\hbar c} (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \quad (۶۵-۱۱)$$

تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی بینهایت کوچک (۱۱-۶۱) داریم:

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{F}^{\mu\nu}) \quad (۶۶-۱۱)$$

(مسئله ۱۱-۱۳)، و بنابراین  $\mathcal{L}_A$  ناورداست. (باری اثبات ناوردایی به تبدیلهای پیمانه‌ای متناهی نیز گسترش می‌یابد، نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۴). نتیجه‌گیری: لاگرانژی کامل یانگ-میلز عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - \frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} - (q \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (۶۷-۱۱)$$

که  $\mathbf{F}^{\mu\nu}$  با معادله (۱۱-۶۵) تعریف شده است؛ این لاگرانژی تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی (۱۱-۵۴) و (۱۱-۵۸)  $SU(2)$  ناورداست، و دو میدان دیراک با جرم یکسان در برهم‌کنش با سه میدان برداری بدون جرم را توصیف می‌کند. همه این نتایج حاصل از آن است که ناوردایی کلی  $SU(2)$  لاگرانژی اولیه آزاد (۱۱-۴۶) باید به صورت موضعی صادق باشد. با اقتباس از زبان الکترودینامیک می‌گوییم که میدانهای دیراک سه جریان

$$\mathbf{J}^\mu \equiv cq(\bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi) \quad (۶۸-۱۱)$$

را تولید می‌کنند که چشمه‌های میدانهای پیمانه‌ای هستند؛ لاگرانژی برای میدانهای پیمانه‌ای تنها عبارت است از

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} - \frac{1}{c} \mathbf{J}^\mu \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (۶۹-۱۱)$$

\* تعریف (۱۱-۶۵) آن‌طور که به نظر می‌رسد اختیاری نیست؛ بلکه با سه میدان برداری، تانسور پاد متقارن دومی نیز وجود دارد،  $(\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu)$  و ضریب  $-2q/\hbar c$  طوری اختیار می‌شود، تا  $\mathcal{L}_A$  ناوردا سازد، توجه کنید هنگامی که ثابت جفت‌شدگی  $q$  به صفر میل کند، برای هر میدان اسپینوری، لاگرانژی آزاد دیراک، و برای هر یک از سه میدان پیمانه‌ای، لاگرانژی آزاد پروکا (بدون جرم) باقی می‌ماند.

که یادآور لاگرانژی ماکسول (۱۱-۲۳) است، و یک نظریه میدان کلاسیک غنی را به وجود می‌آورد [۷].  
(نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۵.)

هر چند نظریه یانگ-میلز ملهم از همان فکر وایل (یعنی: اینکه ناوردایی کلی باید موضعی شود) است، اما اجرای آن از دو نظر زیرکانه‌تر است: (۱) قاعده تبدیل برای میدانهای پیمانهای، و (۲) عبارت  $F^{\mu\nu}$  برحسب  $A^\mu$ . هر دو پیچیدگی ناشی از این واقعیت است که گروه تقارن مورد نظر غیر آبلی است (ماتریسهای  $2 \times 2$  جابه‌جا نمی‌شوند، در صورتی که ماتریسهای  $1 \times 1$  جابه‌جا، به وضوح، می‌شوند). برای تأکید بر این تمایز، مورد وایل را نظریه پیمانهای آبلی و مورد یانگ-میلز را نظریه پیمانهای غیر آبلی می‌نامیم. در فیزیک ذرات بنیادی معاصر گروههای تقارنی بسیاری کشف شده‌اند؛ در بقیه بخشهای این کتاب با برخی از آنها مواجه خواهیم شد. با این حال، کار مشکل را پشت سر گذاشته‌ایم: گسترش نظریه غیر آبلی به گروههای تقارنی بالاتر با استفاده از مدل یانگ-میلز فرایندی سر راست است.

هر چند نظریه یانگ-میلز به شکل اولیه‌اش کاربرد اندکی دارد، این نظریه با این مقدمه شروع شد که دو ذره بنیادی با اسپین  $\frac{1}{2}$  و جرم یکسان وجود دارد، و تا جایی که می‌دانیم چنین زوجی در طبیعت وجود ندارد. خود یانگ و میلز دستگاه نوکلئونی (پروتون و نوترون) را در نظر داشتند و فکر می‌کردند که مدل آنها راهی برای تحقق بخشیدن به ناوردای ایزوسپین هاینبرگ در برهم‌کنشهای قوی است. اختلاف جرم اندک پروتون و نوترون،  $29 \text{ MeV}/c^2$ ، را به شکست تقارن الکترومغناطیسی نسبت می‌دادند. برای موفقیت نظریه وجود یک ایزو سه‌تایه‌ای از ذرات برداری (اسپین ۱) بدون جرم ضروری بود. تنها نامزد موجود مزونهای  $\rho$  بودند، اما مشکل بتوان آنها را بدون جرم ( $M_\rho = 770 \text{ MeV}/c^2$ ) در نظر گرفت، و این تفاوت اندکی که بتوان آن را به برهم‌کنش الکترومغناطیسی نسبت داد نیست. کوششهایی برای مداوای نظریه یانگ-میلز و سازگاری آن با بوزونهای پیمانهای جرم‌دار صورت گرفت، اما وقتی آنها به بار نشستند (با سازوکار هیگز) معلوم شد که  $p$ ،  $n$  و  $\rho$  در هر صورت ذرات مرکب هستند، و ایزواسپین مؤلفه‌ای از تقارن طعم بزرگتری است که بیش از آن شکسته شده است که بتواند نقش بنیادی در برهم‌کنشهای قوی داشته باشد. هنگامی که سرانجام نظریه پیمانهای غیر آبلی به سهم خود وارد میدان شد، در زمینه تقارن رنگ ( $SU(3)$ ) در برهم‌کنشهای قوی و تقارن ایزواسپین-فوق بار ضعیف ( $SU(2) \otimes U(1)$ ) در برهم‌کنشهای ضعیف بود. در ضمن، برای بیش از یک دهه بعد از ۱۹۵۴ مدل یانگ-میلز — نظریه دوست داشتنی که ظاهراً طبیعت تصمیم گرفته بود از آن استفاده نکند، افول کرد.

## ۱۱-۵ کرومودینامیک

طبق مدل کوارک رنگی، هر طعم کوارک در سه رنگ قرمز، آبی و سبز ظاهر می‌شود. هر چند

طعمهای مختلف جرمهای متفاوتی دارند (جدول ۴-۴)، برای یک طعم معین فرض می‌شود سه رنگ وزن یکسانی داشته باشند. پس لاگرانژی آزاد برای یک طعم خاص عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi}_\tau \gamma^\mu \partial_\mu \psi_\tau - mc^2 \bar{\psi}_\tau \psi_\tau] + [i\hbar c \bar{\psi}_b \gamma^\mu \partial_\mu \psi_b - mc^2 \bar{\psi}_b \psi_b] + [i\hbar c \bar{\psi}_g \gamma^\mu \partial_\mu \psi_g - mc^2 \bar{\psi}_g \psi_g] \quad (70-11)$$

مانند قبل، با معرفی

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_\tau \\ \psi_b \\ \psi_g \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi} = (\bar{\psi}_\tau \bar{\psi}_b \bar{\psi}_g) \quad (71-11)$$

می‌توان نمادگذاری را ساده کرد، پس

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi \quad (72-11)$$

این لاگرانژی درست شبیه لاگرانژی اولیهٔ دیراک به نظر می‌رسد، فقط در اینجا  $\psi$  نشانگر یک بردار ستونی سه مؤلفه‌ای است (هر مؤلفه از آن خود یک اسپینور دیراک چهار مؤلفه‌ای است). همان‌طور که لاگرانژی دیراک تک ذره‌ای (۱۱-۱۴) دارای ناودایی فاز  $U(1)$  (کلی) است و لاگرانژی دو ذره‌ای (جرم مساوی) (۱۱-۴۱) ناوردایی  $U(2)$  را می‌پذیرد، این لاگرانژی سه ذره‌ای (با جرم مساوی) تقارن  $U(3)$  را بروز می‌دهد. می‌توان گفت که این لاگرانژی تحت تبدیلهایی به شکل

$$\psi \rightarrow U\psi \quad (\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}U^\dagger) \quad (73-11)$$

ناورداست که  $U$  هر ماتریس یکانی  $3 \times 3$  است:

$$U^\dagger U = 1 \quad (74-11)$$

اما به‌خاطر داشته باشید که [معادلهٔ (۱۱-۵۰)]، هر ماتریس یکانی را می‌توان به‌صورت  $e$  به‌توان ماتریس هرمیتی نوشت:

$$U = e^{iH}, \quad H^\dagger = H \quad (75-11)$$

به‌علاوه، هر ماتریس هرمیتی  $3 \times 3$  را می‌توان برحسب نه عدد حقیقی  $a_1, a_2, \dots, a_8$  و  $\theta$  بیان

کرد (مسئله ۱۱-۱۶):

$$H = \theta 1 + \lambda \cdot \mathbf{a} \quad (۷۶-۱۱)$$

که  $\mathbf{a}$  ماتریس یکه  $3 \times 3$ ،  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_8$  ماتریسهای گلمان [معادله ۹-۹] و ضرب داخلی نشانگر جمع از ۱ تا ۸ است:

$$\lambda \cdot \mathbf{a} \equiv \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_8 a_8 \quad (۷۷-۱۱)$$

پس

$$U = e^{i\theta} e^{i\lambda \cdot \mathbf{a}} \quad (۷۸-۱۱)$$

ما قبلاً تبدیلهای فاز ( $e^{i\theta}$ ) را کشف کرده بودیم؛ چیز جدید جمله دوم است. دترمینان ماتریس  $e^{i\lambda \cdot \mathbf{a}}$  یک است (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۷) و به گروه  $SU(3)$  تعلق دارد\*. پس آنچه ما به آن علاقه‌مندیم ناوردایی لاگرانژی (۷۲-۱۱) تحت تبدیلهای پیمانه‌ای  $SU(3)$  است، تقارن کلی که قصد ما موضعی کردن آن است.

یعنی  $\mathcal{L}$  را چنان تغییر دهیم که تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی  $SU(3)$  ناوردا بماند:

$$\psi \rightarrow S\psi, \quad S \equiv e^{-iq\lambda \cdot \phi(\mathbf{x})/\hbar c} \quad (۷۹-۱۱)$$

(مجدداً، قرار می‌دهیم  $\phi \equiv -(\hbar c/q)\mathbf{a}$  با ثابت جفت‌شدگی  $q$  که نقشی همانند بار الکتریکی در QED دارد). مانند همیشه، «مشتق هموردای»  $\mathcal{D}_\mu$  را جایگزین مشتق معمولی  $\partial_\mu$  می‌کنیم:

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} \lambda \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (۸۰-۱۱)$$

و قاعده تبدیل برای میدانهای پیمانه‌ای  $\mathbf{A}_\mu$  (که  $\mathbf{a}$  تا از آنها وجود دارد) را چنان در نظر می‌گیریم که

$$\mathcal{D}_\mu \psi \rightarrow S(\mathcal{D}_\mu \psi) \quad (۸۱-۱۱)$$

مجدداً، این عبارت ایجاب می‌کند که [نگاه کنید به معادله (۵۸-۱۱)]

$$\lambda \cdot \mathbf{A}'_\mu = S(\lambda \cdot \mathbf{A}_\mu)S^{-1} + i \left( \frac{\hbar c}{q} \right) (\partial_\mu S)S^{-1} \quad (۸۲-۱۱)$$

\* به زبان نظریه گروه نشان می‌دهیم  $U(3) = U(1) \otimes SU(3)$

که، برای حالت بینهایت کوچک، فرمولی همسان با عبارت (۱۱-۶۱) می‌دهد

$$\mathbf{A}'_{\mu} \cong \mathbf{A}_{\mu} + \partial_{\mu}\phi + \frac{\gamma q}{\hbar c}(\phi \times \mathbf{A}_{\mu}) \quad (۱۱-۸۳)$$

با این حال، این بار ضرب خارجی نمادی برای کوتاه‌نویسی

$$(\mathbf{B} \times \mathbf{C})_i = \sum_{j,k=1}^3 f_{ijk} B_j C_k \quad (۱۱-۸۴)$$

است که  $f_{ijk}$  ثابتهای ساختار  $SU(3)$  [معادله (۹-۱۰)]، مانند  $\epsilon_{ijk}$  برای  $SU(2)$  است. (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۸.)  
لاگرانژی اصلاح شده

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^{\mu} D_{\mu} \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - (q \bar{\psi} \gamma^{\mu} \lambda \psi) \cdot \mathbf{A}_{\mu} \quad (۱۱-۸۵)$$

تحت تبدیلهای پیمانه‌ای محلی  $SU(3)$  [(۱۱-۷۹) و (۱۱-۸۲)] ناورداست، اما مطابق معمول به بهای ورود میدانهای پیمانه‌ای  $\mathbf{A}^{\mu}$  (در اینجا هشت تا). به زبان ذرات، اینها متناظر با هشت گلوئون هستند، نظیر میدان پیمانه‌ای  $U(1)$  در نظریهٔ وایل که نشانگر فوتون است.\* برای اتمام کار باید لاگرانژی گلوئون آزاد را اضافه کنیم:

$$\mathcal{L}_{\text{گلوئونها}} = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} \quad (۱۱-۸۶)$$

که، همانند مورد یانگ-میلز

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^{\mu} \mathbf{A}^{\nu} - \partial^{\nu} \mathbf{A}^{\mu} - \frac{\gamma q}{\hbar c} (\mathbf{A}^{\mu} \times \mathbf{A}^{\nu}) \quad (۱۱-۸۷)$$

[با ضرب خارجی  $SU(3)$  در معادله (۱۱-۸۴) تعریف شده است].  
نتیجه‌گیری: لاگرانژی کامل کرومودینامیک عبارت است از

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi - mc^2 \bar{\psi} \psi] - \frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} - (q \bar{\psi} \gamma^{\mu} \lambda \psi) \cdot \mathbf{A}_{\mu} \quad (۱۱-۸۸)$$

\* به خاطر داشته باشید که «گلوئون نهم» را که به‌طور کلی با همهٔ کوارکها جفت می‌شود، را آزمایش کنار می‌گذارد. (نگاه کنید به مسئله ۹-۱.)



البته، به شش نسخه از معادله (۱۱-۸۸)، هر یک با جرمی مناسب برای شش طعم کوارک نیاز داریم.  $\mathcal{L}$  تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی  $SU(3)$  ناورداست، و سه میدان دیراک با جرم مساوی (سه رنگ یک طعم کوارک معین) را در برهم‌کنش با هشت میدان برداری بدون جرم (گلوئونها) توصیف می‌کند. این لاگرانژی از این شرط که تقارن کلی  $SU(3)$  لاگرانژی اولیه (۱۱-۷۰) باید موضعی شود به دست می‌آید. میدانهای دیراک هشت جریان رنگ را تشکیل می‌دهند

$$\mathbf{J}^\mu \equiv c q (\bar{\psi} \gamma^\mu \lambda \psi) \quad (۱۱-۸۹)$$

که به‌عنوان چشمه‌های میدانهای رنگ  $(A_\mu)$  عمل می‌کنند، همان‌طور که جریانهای الکتریکی چشمه میدان الکترومغناطیسی هستند. نظریه‌ای که در اینجا بیان شد به لحاظ ساختاری به نظریه یانگ-میلز بسیار نزدیک است. اما، در این مورد، معتقدیم که این نظریه توصیف صحیح پدیده‌هایی که در طبیعت به‌وقوع می‌پیوندد، یعنی برهم‌کنش قوی است.

## ۱۱-۶ قاعده‌های فاینمن

تا اینجا لاگرانژی‌هایی که در نظر گرفتیم شاید آنهایی بودند که میدانهای کلاسیک را به‌خوبی کوانتومی توصیف می‌کردند، در واقع، لاگرانژی ماکسول در هر کتاب درسی الکترودینامیک کلاسیک پیدا می‌شود. در گذر از نظریه میدان کلاسیک به نظریه میدان کوانتومی متناظر آن اصلاح لاگرانژی یا معادله‌های میدان دخیل نیست، بلکه برداشت تازه‌ای از متغیرهای میدان مورد نیاز است؛ میدانها کوانتیده‌اند و ذرات تجلی کوانتومهای میدان مربوطه هستند. بنابراین فوتون کوانتوم میدان الکترودینامیک  $A^\mu$ ؛ لپتونها و کوارکها کوانتومهای میدانهای دیراک، گلوئونها کوانتومهای هشت میدان پیمانه‌ای  $SU(3)$ ، و  $W^\pm$  و  $Z^0$  کوانتومهای میدانهای پروکای مربوطه هستند. خود روال کوانتتش اسرارآمیز است، و اینجا جای بررسی آن نیست [۸]؛ برای اهداف ما نکته اساسی این است که هر لاگرانژی مجموعه خاصی از قاعده‌های فاینمن را تعیین می‌کند. پس آنچه نیاز داریم، رهنمودی برای به‌دست آوردن قاعده‌های فاینمن است که هر لاگرانژی معین حکم می‌شود.

برای شروع توجه کنید که  $\mathcal{L}$  از دو نوع جمله تشکیل شده است: لاگرانژی آزاد هر میدان شرکت‌کننده، به‌علاوه جمله‌های مختلف برهم‌کنشی ( $\mathcal{L}_{int}$ ). اولی — لاگرانژی کلاین — گوردون برای اسپین صفر دیراک برای اسپین  $\frac{1}{2}$ ، پروکا برای اسپین ۱؛ یا چیزی نامتعارف‌تر برای نظریه‌ای با اسپین بالاتر — انتشارگر را تعیین می‌کند؛ و دومی — که با توسل به ناوردایی پیمانه‌ای موضعی یا چیز دیگری به‌دست می‌آید — عاملهای رأس را تعیین می‌کند.

لاگرانژی آزاد  $\Leftarrow$  انتشارگر

جمله‌های برهم‌کنشی  $\Leftarrow$  عامل‌های رأس

اجازه دهید ابتدا انتشارگر را در نظر بگیریم.

کاربرد معادلهٔ اویلر-لاگرانژ در مورد لاگرانژی آزاد سه معادلهٔ میدان را به دست می‌دهد:

$$\left[ \partial^\mu \partial_\mu + \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \phi = 0 \quad (\text{کلاین-گوردون، برای اسپین صفر}) \quad (11-13)$$

$$\left[ i\gamma^\mu \partial_\mu - \left( \frac{mc}{\hbar} \right) \right] \psi = 0 \quad (\text{دیراک، برای اسپین } \frac{1}{2}) \quad (11-15)$$

$$\left[ \partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu \right] = 0 \quad (\text{پروکا، برای اسپین } 1) \quad (11-22)$$

معادله‌های متناظر بر «فضای تکانه» از دستورالعمل استاندارد  $p_\mu \leftrightarrow i\hbar \partial_\mu$  [معادلهٔ (۷-۵)] به دست می‌آید:

$$[p^2 - (mc)^2] \phi = 0 \quad (11-90)$$

$$[\not{p} - (mc)] \psi = 0 \quad (11-91)$$

$$[(-p^2 + (mc)^2)g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu] A^\nu = 0 \quad (11-92)$$

انتشارگر به سادگی  $i$  (برابر) معکوس هر کدام از گروه‌هاست:

$$\frac{i}{p^2 - (mc)^2} \quad \text{انتشارگر اسپین صفر:} \quad (11-93)$$

$$\frac{i}{\not{p} - mc} = i \frac{(\not{p} + mc)}{p^2 - (mc)^2} \quad \text{انتشارگر اسپین } \frac{1}{2}: \quad (11-94)$$

$$\frac{-i}{p^2 - (mc)^2} \left[ g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{(mc)^2} \right] \quad \text{انتشارگر اسپین } 1: \quad (11-95)$$

توجه کنید که در مورد دوم این انتشارگر یک ماتریس  $4 \times 4$  است و ما ماتریس وارون را می‌خواهیم؛ در مورد سوم انتشارگر تانسور رتبهٔ دو  $(T_{\mu\nu})$  است و ما تانسور وارون  $(T^{-1})_{\mu\nu}$  را می‌خواهیم

به طوری که  $\delta_{\mu}^{\nu} = (T^{-1})^{\lambda\nu} T_{\mu\lambda}$ . (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۱۹). اینها دقیقاً انتشارگرهایی هستند که در فصلهای ۶، ۷ و ۱۰ از آنها استفاده کردیم.\* چون به وضوح نمی‌توانیم در انتشارگر پروکا (۱۱-۹۵) قرار دهیم  $m \rightarrow 0$ ، برای به دست آوردن انتشارگر فوتون، باید به معادله میدان آزاد (۱۱-۲۲) بازگردیم:

$$\partial_{\mu}(\partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu}) = 0 \quad (\text{ماکسول، برای ذره بدون جرم اسپینی ۱}) \quad (۱۱-۹۶)$$

همان‌طور که قبلاً اشاره کردم، این معادله  $A^{\mu}$  را به طور منحصر به فرد تعیین نمی‌کند، اگر شرط لورنتس را اعمال کنیم

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = 0 \quad (۱۱-۸۲)$$

آن‌گاه (۱۱-۹۶) تبدیل می‌شود به:

$$\partial^{\nu} A^{\nu} = 0 \quad (۱۱-۹۷)$$

که در فضای تکانه می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$(-p^{\nu} g_{\mu\nu}) A^{\nu} = 0 \quad (۱۱-۹۸)$$

پس انتشارگر فوتون عبارت است از

$$-i \frac{g_{\mu\nu}}{p^{\nu}} \quad \text{انتشارگر بدون جرم اسپین ۱} \quad (۱۱-۹۹)$$

برای یافتن عامل‌های رأس، ابتدا  $i\mathcal{L}_{\text{int}}$  را در فضای تکانه  $(i\hbar \partial_{\mu} \rightarrow p_{\mu})$  می‌نویسیم و میدانهای دخیل را امتحان می‌کنیم؛ این کار ساختار کیفی برهم‌کنش را تعیین می‌کند. مثلاً در مورد لاگرانژی QED (۱۱-۳۵) داریم:

$$i\mathcal{L}_{\text{int}} = -i(q\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi)A_{\mu} \quad (۱۱-۱۰۰)$$

\* در واقع، این فرایند فقط انتشارگر را تا حد یک ثابت ضریبی تعیین می‌کند، زیرا معادله‌های میدان (۱۱-۹۰)، (۱۱-۹۱) و (۱۱-۹۲)، همواره می‌توانند در چنین ضریبی ضرب شوند. در شکل «بنیادی» این معادله‌ها ضرایب  $mc$  یا  $(mc)^2$ ،  $\pm 1$  اختیار می‌شوند و علامت آنها با جمله جرمی در  $\mathcal{L}$  تطبیق داده می‌شوند. قراردادهای دیگر به مجموعه از قاعده‌های فاینمن با اندکی تفاوت می‌انجامند، اما البته دامنه محاسبه شده واکنشها را تغییر نمی‌دهند.

در اینجا سه میدان  $(\psi, \bar{\psi})$  و  $A_\mu$  دخیل‌اند و این رأس را تعریف می‌کند که در آن سه خط به هم می‌پیوندند — یک فرمیون ورودی، یک فرمیون خروجی و یک فوتون. برای یافتن خود عامل رأس، فقط متغیرهای میدان را پاک می‌کنیم:

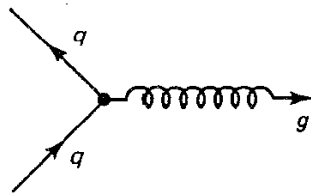
$$-i\sqrt{\frac{4\pi}{\hbar c}}q\gamma^\mu = ig_e\gamma^\mu$$

(عامل رأس QED برای ذره باردار منفی) (۱۰۱-۱۱)

(در مورد فوتون، آنچه واقعاً باید پاک کنیم  $A^\mu\sqrt{\hbar c/4\pi}$  است؛ ضریب اضافی ناشی از استفاده ما از یکاهای cgs است که، برای این منظور، پر در دسر است.) همین موضوع در مورد کرومودینامیک به کار می‌رود (۱۱-۸۸): جفت‌شدگی کوارک-گلوئون:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -(q\bar{\psi}\gamma^\mu\lambda\psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (102-11)$$

است که رأسی به شکل زیر می‌دهد



با عامل رأس

$$-i\frac{g_s}{4}\gamma^\mu\lambda \quad (103-11)$$

(معمولاً ثابت جفت‌شدگی قوی با ضریب ۲ تعریف می‌شود:  $g_s \equiv 2\sqrt{4\pi/\hbar c}q$  که  $q$  «بار قوی» است که در لاگرانژی ظاهر می‌شود). با این حال، جفت‌شدگی مستقیم گلوئون-گلوئون نیز وجود دارد که ناشی از جمله  $\mathbf{F}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu}$  در  $\mathcal{L}$  است، زیرا  $\mathbf{F}^{\mu\nu}$  نه تنها شامل قسمت «آزاد»،  $\partial^\mu\mathbf{A}^\nu - \partial^\nu\mathbf{A}^\mu$  است بلکه یک جمله برهم‌کنشی  $-(2q/\hbar c)(\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu)$  [معادله (۱۱-۸۷)] نیز دارد. با مربع کردن آن به دست می‌آوریم:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \left(\frac{q}{4\pi\hbar c}\right) [(\partial^\mu\mathbf{A}^\nu - \partial^\nu\mathbf{A}^\mu) \cdot (\mathbf{A}_\mu \times \mathbf{A}_\nu) + (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \cdot (\partial_\mu\mathbf{A}_\nu - \partial_\nu\mathbf{A}_\mu)] - \frac{q^2}{4\pi(\hbar c)^2} (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \cdot (\mathbf{A}_\mu \times \mathbf{A}_\nu) \quad (104-11)$$

جمله اول حامل سه عامل  $A^\mu$  است و به رأس سه-گلوئونی (۹-۱۸) می‌انجامد؛ جمله دوم چهار عامل  $A^\mu$  دارد و رأس چهار-گلوئونی (۹-۱۹) را می‌دهد. (برای تمرین به دست آوردن قاعده‌های فاینمن از لاگرانژیها، نگاه کنید به مسائل ۱۱-۲۰ و ۱-۲۱ ببینید.)

### ۷-۱۱ جمله جرمی

اصل ناوردایی پیمانه‌ای موضعی برای برهم‌کنشهای قوی و الکترومغناطیسی خوب کار می‌کند. در وهله اول، این اصل وسیله‌ای برای تعیین جفت‌شدگیها در اختیار ما قرار می‌دهد (در «گذشته» تشکیل  $\mathcal{L}_{int}$  کاملاً موردی بود). به علاوه، همان‌طور که توفت و دیگران در اوایل دهه هفتاد ثابت کردند [۹]، نظریه‌های پیمانه‌ای به‌طور خودکار باز پهنجارش پذیرند. اما کاربرد آنها در برهم‌کنشهای «ضعیف» با این واقعیت که میدانهای پیمانه‌ای بدون جرم‌اند متوقف شد. به خاطر داشته باشید، که جمله جرمی در لاگرانژی پروکا به‌صورت موضعی ناوردای پیمانه‌ای نیست، و هر چند که فوتون و گلوئونها بی‌جرم‌اند، اما  $W$ ها و  $Z^0$  مسلماً چنین نیستند. پس این پرسش مطرح می‌شود که آیا می‌توان نظریه پیمانه‌ای را طوری اصلاح کرد که میدانهای پیمانه‌ای جرم‌دار را نیز در خود جای دهد؟ پاسخ مثبت است، اما روال کار — استفاده از شکست خودبه‌خود تقارن و سازوکار هیگز — فوق‌العاده هوشمندانه دشوار است و بهتر است با تفکر دقیق در مورد چگونگی وارد کردن جمله جرمی در لاگرانژی شروع شود. مثلاً فرض کنید، لاگرانژی زیر برای میدان نرده‌ای  $\phi$  داده شده است:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + e^{-(\alpha\phi)^2} \quad (105-11)$$

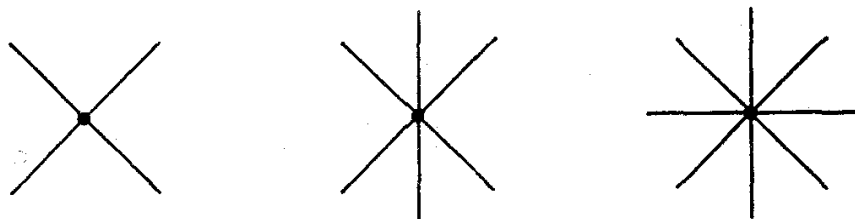
که  $\alpha$  ثابتی (حقیقی) است. در اینجا جمله جرمی کجاست؟ در نگاه اول اثری از آن دیده نمی‌شود، و شاید نتیجه بگیرید که این یک میدان بدون جرم است. اما این درست نیست، زیرا اگر عامل نمایی را بسط بدهید،  $\mathcal{L}$  به شکل زیر درمی‌آید

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + 1 - \alpha^2\phi^2 + \frac{1}{4}\alpha^4\phi^4 - \frac{1}{6}\alpha^6\phi^6 + \dots \quad (106-11)$$

۱ نامربوط است (یک جمله ثابت در  $\mathcal{L}$  اثری در معادله‌های میدان ندارد)، اما جمله دوم درست مانند جمله جرمی در لاگرانژی کلاین-گوردون (۱۱-۱۱)، با  $\alpha^2 = \frac{1}{4}(mc/\hbar)^2$ ، به نظر می‌رسد. ظاهراً این لاگرانژی ذره‌ای به جرم

$$m = \sqrt{2}\alpha\hbar/c \quad (107-11)$$

را توصیف می‌کند. جمله‌های مرتبه بالاتر جفت‌شدگیهایی به شکل



و نظایر آن را نشان می‌دهند، البته، این یک نظریه واقعی تلقی نمی‌شود — پیشنهاد می‌کنم که این فقط مثالی از آن است که چگونه جمله جرمی در یک لاگرانژی ممکن است «تغییر شکل» دهد. برای شناسایی آن،  $\mathcal{L}$  را برحسب توانهای  $\phi$  بسط می‌دهیم و جمله متناسب با  $\phi^2$  را بیرون می‌کشیم (در حالت کلی این جمله‌ای مرتبه دوم نسبت به میدانهای  $A^\mu, \psi, \phi$  یا هر چیز دیگر است). اما در اینجا نکته ظریفی پنهان است، که آن را با لاگرانژی زیر نشان می‌دهم:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + \frac{1}{4}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda^2\phi^4 \quad (108-11)$$

در اینجا  $\mu$  و  $\lambda$  ثابتهای (حقیقی) هستند. جمله دوم شبیه جرم و جمله سوم شبیه برهم‌کنش است. اما دست نگه دارید! علامت غلط است [با معادله (۱۱-۱۱) مقایسه کنید]. اگر آن جمله جرمی باشد، پس  $m$  باید موهومی باشد که بی‌معنی است. پس، چگونه باید این لاگرانژی را تعبیر کرد؟ برای پاسخ به این پرسش، باید پی ببریم که حساب فاینمن در واقع فرایندی اختلالی است، که در آن با شروع از حالت پایه («خلأ»)، میدانها را افت و خیزهایی حول آن حالت در نظر می‌گیریم. برای لاگرانژی‌هایی که تاکنون در نظر گرفته‌ایم، حالت پایه — پیکربندی میدان با کمترین انرژی — همواره بدیهی بوده است:  $\phi = 0$ . اما برای لاگرانژی (۱۰۸-۱۱)،  $\phi = 0$  حالت پایه نیست. برای تعیین حالت زمینه واقعی،  $\mathcal{L}$  را به صورت جمله «جنبشی»  $(\frac{1}{4}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi)$  منهای یک جمله «پتانسیل» می‌نویسیم [با الهام از لاگرانژی کلاسیک (۴-۱۱)]:

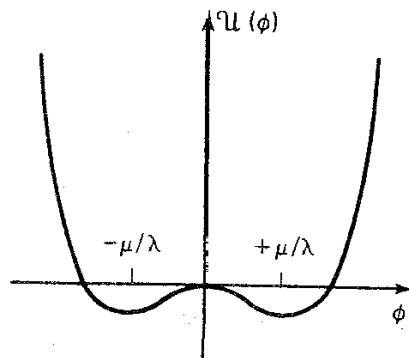
$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{U} \quad (109-11)$$

و به دنبال کمینه  $\mathcal{U}$  می‌گردیم. برای مورد فعلی داریم:

$$\mathcal{U}(\phi) = -\frac{1}{4}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda^2\phi^4 \quad (110-11)$$

و کمینه در

$$\phi = \pm\mu/\lambda \quad (111-11)$$

شکل ۱-۱۱ نمودار  $U(\phi)$ ، معادله (۱۱۰-۱۱).

رخ می‌دهد (نگاه کنید به شکل ۱-۱۱). برای این لاگرانژی، حساب فاینمن را باید برحسب مشتقاتی یک یا چند تا از این حالت‌های پایه فرمولبندی کرد. این کار ورود متغیر میدان جدید،  $\eta$ ، را که به صورت زیر تعریف می‌شود، مطرح می‌کند.

$$\eta \equiv \phi \pm \frac{\mu}{\lambda} \quad (112-11)$$

لاگرانژی برحسب،  $\eta$  می‌شود

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \pm \mu \lambda \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \frac{1}{4}(\mu^2/\lambda)^2 \quad (113-11)$$

اکنون جمله دوم جمله جرمی با علامت صحیح است و [با مقایسه با معادله (۱۱-۱۱)] درمی‌یابیم که جرم ذره عبارت است از

$$m = \sqrt{2} \mu \hbar / c \quad (114-11)$$

در ضمن، جمله‌های سوم و چهارم جفت‌شدگی‌هایی به شکل



را نمایش می‌دهند. (جمله آخر یک ثابت است که هیچ مفهومی ندارد).

تأکید می‌کنم که لاگرانژی‌های (۱۰۸-۱۱) و (۱۱۳-۱۱) درست یک سیستم فیزیکی مشابه را نمایش می‌دهند؛ همه آنچه که انجام دادیم تغییر نمادگذاری (۱۱۲-۱۱) بود. اما نسخه اول برای

حساب فاینمن مناسب نیست (در واقع، سری اختلالی نسبت به  $\phi$  همگرا نمی‌شد، زیرا حول نقطه ناپایداری بسط داده شده بود)؛ فقط در فرمولبندی دوم می‌توان عاملهای جرمی و رأسی را بازخوانی کرد.

نتیجه‌گیری: برای تعیین جمله جرمی در یک لاگرانژی، ابتدا محل حالت پایه را تعیین می‌کنیم [ترکیبی از میدان که برای آن  $U(\phi)$  کمینه است] و  $\mathcal{L}$  را برحسب انحراف،  $\eta$ ، از کمینه بیان می‌کنیم. سپس آن را برحسب توانهای  $\eta$  بسط می‌دهیم و از ضریب جمله  $\eta^2$  جرم را به دست می‌آوریم.

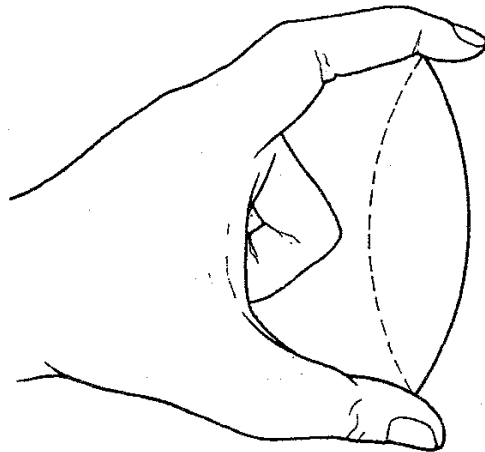
### ۸-۱۱ شکست خودبه‌خود تقارن

مثالی که در نظر گرفتیم پدیده مهم دیگری را نیز نشان می‌دهد که شکست خودبه‌خود تقارن است. لاگرانژی اولیه (۱۰۸-۱۱) نسبت به  $\phi$  زوج و تحت  $\phi \rightarrow -\phi$  ناورداست. اما لاگرانژی باز فرمولبندی شده (۱۱۳-۱۱) نسبت به  $\eta$  زوج نیست؛ تقارن «شکسته» شده است. چگونه این اتفاق افتاد؟ این واقعه رخ داد چون «خلاً» (هر کدام از دو حالت پایه را که برای کار در نظر بگیریم) در تقارن لاگرانژی سهیم نیست. (البته مجموعه‌ای از همه حالت‌های پایه چنین هست، اما برای برپایی صورتگرایی فاینمن مجبوریم فقط با یکی از آنها کار کنیم، و این موضوع تقارن را از بین می‌برد.) این را شکست «خودبه‌خود» تقارن می‌گویم چون هیچ عامل خارجی مسئول آن نیست (آن‌گونه، که مثلاً گرانی تقارن سه‌بعدی در این اتاق را می‌شکند، و «بالا» و «پایین» را کاملاً از «چپ» و «راست» متفاوت می‌سازد). به بیان دیگر، تقارن واقعی سیستم با گزینش دلخواهی از یک حالت پایه به خصوص (نامتقارن) «پنهان» شده است. مثالهایی از شکست خودبه‌خود تقارن در بسیاری از شاخه‌های فیزیک وجود دارد. برای مثال، یک نوار پلاستیکی نازک (مثلاً یک خط‌کش کوتاه) را بگیرید. اگر دو طرف آن را فشار دهید، نوار به شکل منحنی درمی‌آید، اما می‌تواند هم به طرف راست تاب بردارد هم به طرف چپ — هر دو حالت‌های پایه‌ای دستگاه هستند، و هر دو تقارن چپ — راست را می‌شکند (نگاه کنید به شکل ۱۱-۲).

اما شکست خودبه‌خود تقارنی که اکنون بررسی کردیم، تقارنی گسسته فقط با دو حالت پایه بود. اتفاق جالب توجه‌تر هنگامی رخ می‌دهد که تقارنهای پیوسته را در نظر بگیریم. (یک میله پلاستیکی — مثلاً میل بافتنی — را جایگزین نوار پلاستیکی شکل ۱۱-۲ کنید. این میله می‌تواند در هر جهتی تاب بردارد و نه فقط در جهت راست و چپ\*.) ساختن یک لاگرانژی با تقارن خودبه‌خود شکسته شده پیوسته ساده است. مثلاً:

\* یک مثال پیشرفته‌تر فرومغناطیسی است: در حالت پایه اسپینی همه الکترون‌ها همسو شده‌اند، اما جهت این همسویی به تاریخچه آن بستگی دارد. نظریه متقارن است، اما یک قطعه آهن معین دارای سمتگیری ویژه‌ای است که تقارن را می‌شکند.





شکل ۱۱-۲ شکست خودبه‌خود تقارن در یک نوار پلاستیکی.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi_1)(\partial^\mu \phi_1) + \frac{1}{4}(\partial_\mu \phi_2)(\partial^\mu \phi_2) + \frac{1}{4}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (11-115)$$

این لاگرانژی مشابه معادله (۱۱-۱۰۸) است، بجز آنکه دو میدان،  $\phi_1$  و  $\phi_2$  داریم، و چون در  $\mathcal{L}$  مجموع مربعات دخیل است، تحت دوران در فضای  $\phi_1, \phi_2$  ناورداست.\* در اینجا تابع «انرژی پتانسیل» عبارت است از:

$$\mathcal{U} = -\frac{1}{4}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (11-116)$$

و کمینه‌ها روی دایره‌ای به شعاع  $\mu/\lambda$  قرار داد:

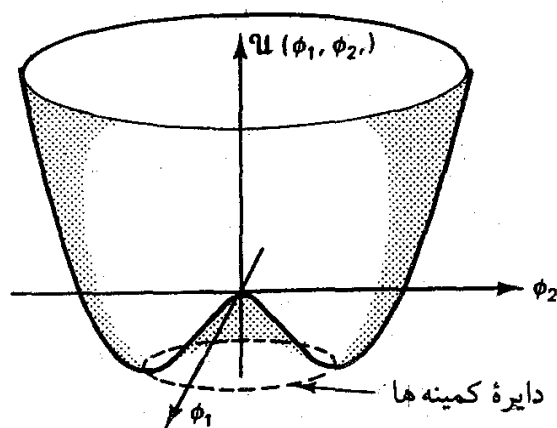
$$\phi_{1 \min}^2 + \phi_{2 \min}^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \quad (11-117)$$

(نگاه کنید به شکل ۱۱-۳). برای به‌کار بستن حساب فاینمن باید حول حالت پایه خاصی («خلأ») بسط دهیم — همچنین می‌توان در نظر گرفت که

$$\phi_{1 \min} = \frac{\mu}{\lambda}; \quad \phi_{2 \min} = 0 \quad (11-118)$$

همانند قبل، میدانهای جدید،  $\eta$  و  $\xi$ ، را وارد می‌کنیم که افت و خیزهای حول حالت پایه باشند:

\* به لحاظ نظریه گروهی، این لاگرانژی تحت  $SO(2)$  ناورداست:  $\phi_1 \rightarrow \phi_1 \cos \theta + \phi_2 \sin \theta$ ؛  $\phi_2 \rightarrow -\phi_1 \sin \theta + \phi_2 \cos \theta$  (نگاه کنید به مسئله ۴-۶).



شکل ۱۱-۳ تابع پتانسیل (۱۱-۱۱۶).

$$\eta \equiv \phi_1 - \mu/\lambda; \quad \xi \equiv \phi_2 \quad (11-119)$$

با بازنویسی لاگرانژی برحسب این متغیرهای جدید میدان، به دست می‌آوریم (مسئله ۱۱-۲۲):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[ \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[ \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) \right] \\ & + \left[ \mu \lambda (\eta^2 + \eta \xi^2) - \frac{\lambda^2}{4} (\eta^4 + \xi^4 + 2\eta^2 \xi^2) \right] + \frac{\mu^4}{(4\lambda^2)} \end{aligned} \quad (11-120)$$

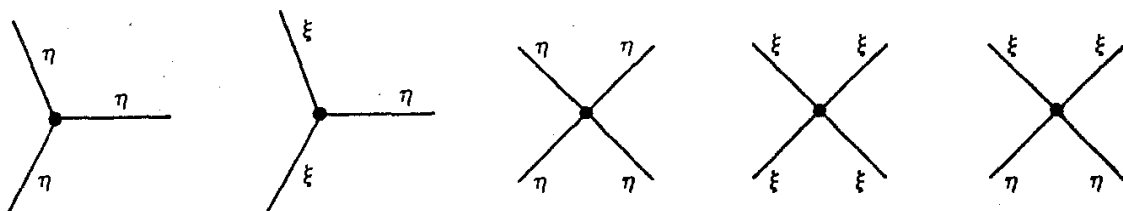
جمله اول لاگرانژی کلاین-گوردون آزاد (۱۱-۱۱) برای میدان  $\eta$  است، که از قرار معلوم حامل جرم زیر است

$$m_\eta = \sqrt{2} \mu \hbar / c \quad (11-121)$$

[همانند قبل، نگاه کنید به معادله (۱۱-۱۱۴)]: جمله دوم لاگرانژی آزاد برای میدان  $\xi$  است، که بدون جرم است:

$$m_\xi = 0 \quad (11-122)$$

و جمله سوم پنج جفت‌شدگی زیر را تعریف می‌کنند:



(البته، ثابت آخر نامربوط است.) این شکل لاگرانژی به‌طور کلی متقارن به‌نظر نمی‌رسد؛ تقارن (۱۱-۱۱۵) باگزینش حالت خلاً ویژه‌ای شکسته (یا به بیان دقیق‌تر «پنهان») شده است. نکته مهمی که در اینجا باید به آن توجه شود آن است که یکی از میدانها (ξ) به‌طور خودکار بدون جرم است. این اتفاقی نیست. می‌توان نشان داد که شکست خودبه‌خود یک تقارن کلی پیوسته همواره با ظهور یک یا چند ذره (اسپین صفر) نرده‌ای بدون (که آنها را «بوزونهای گلدستون» می‌نامیم) همراه است (قضیه گلدستون) [۱۰]\*. خوب این یک فاجعه است؛ امیدوار بودیم با به‌کار بردن سازوکار شکست خود به خود تقارن دلیلی برای جرم میدانهای پیمانه‌ای برهم‌کنش ضعیف بیابیم اما اکنون دریافتیم که این سازوکار بوزونهای نرده‌ای بدون جرمی را وارد می‌کند، و چنین چیزی در فهرست ذرات بنیادی شناخته شده وجود ندارد.\*\* اما صبر کنید، زیرا یک گردش نهایی باورنکردنی در این ماجرا وجود دارد. این موضوع وقتی نمایان می‌شود که ایده شکست خودبه‌خود تقارن را در مورد نوردایی پیمانه‌ای موضعی به‌کار ببندیم.

### ۹-۱۱ سازکار هیگز

لاگرانژی بخش ۸-۱۱ را می‌توان به‌صورت بهتری با تلفیق دو میدان حقیقی  $\phi_1$  و  $\phi_2$  به‌صورت یک میدان مختلط به‌صورت آراسته‌تری نوشت:

$$\phi \equiv \phi_1 + i\phi_2 \quad (11-123)$$

به‌طوری که

$$\phi^* \phi = \phi_1^2 + \phi_2^2 \quad (11-124)$$

در این نمادگذاری (که چیزی جز نمادگذاری نیست) لاگرانژی (۱۱-۱۱۵) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) + \frac{1}{4} \mu^2 (\phi^* \phi) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 \quad (11-125)$$

\* به‌طور شهودی، این قضیه با این واقعیت در ارتباط است که هیچ مقاومتی در مقابل برانگیختگی در جهت ξ وجود ندارد. تلنگری به میل بافتنی خم شده برزید و میل آزادانه حول محورش می‌چرخد، در صورتی که برانگیختگی شعاعی با نیروی بازگرداننده، مواجه می‌شود، و دستگاه نوسان می‌کند.

\*\* تصور اینکه چنین ذراتی تاکنون آشکار نشده باشد مشکل است. برای ذرات سنگین همواره احتمالی وجود دارد — شاید انرژی کافی برای تولید آن نداشته باشید — اما یک ذره بدون جرم مطمئناً باید در جایی حتی اگر فقط به شکل انرژی و تکانه «گمشده» باشد آشکار شود.

و تقارن دورانی ( $SO(2)$ ) که خودبه خود شکسته می‌شد به ناوردایی تحت تبدیلهای فاز ( $U(1)$ ) تبدیل می‌شود

$$\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi \quad (11-126)$$

این دقیقاً از نوع تقارنی است که قبلاً در بخش ۱۱-۳ بررسی کرده بودیم، جز آنکه در اینجا به جای اسپینورها با میدانهای نرده‌ای کار می‌کنیم. می‌توان دستگاه را تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی ناوردا کرد

$$\phi \rightarrow e^{i\theta(x)} \phi \quad (11-127)$$

این کار با بهره‌گیری از ابزار معمول میدان پیمانه‌ای بدون جرم  $A^\mu$  و جایگزینی مشتقهای هموردای ( $11-128$ ) به جای مشتقهای موجود در معادله ( $11-125$ ) انجام می‌شود:

$$D_\mu = \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \quad (11-128)$$

پس

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \left[ \left( \partial_\mu - \frac{iq}{\hbar c} A_\mu \right) \phi^* \right] \left[ \left( \partial^\mu + \frac{iq}{\hbar c} A^\mu \right) \phi \right] \\ & + \frac{1}{2} \mu^2 (\phi^* \phi) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (11-129)$$

حال به سادگی گامهای بخش ۱۱-۸ را دنبال می‌کنیم، و آنها را برای لاگرانژی ناوردای موضعی ( $11-129$ ) به‌کار می‌بندیم. میدانهای جدید زیر را تعریف می‌کنیم

$$\eta \equiv \phi_1 - \mu/\lambda, \quad \xi \equiv \phi_2 \quad (11-130)$$

[با معادله ( $11-119$ ) مقایسه کنید]، لاگرانژی می‌شود (نگاه کنید به مسئله  $11-25$ ):

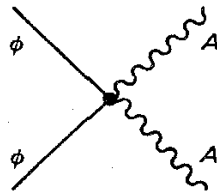
$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[ \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[ \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) \right] \\ & + \left[ -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( \frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right] - 2i \left( \frac{\mu}{\lambda} \frac{q}{\hbar c} \right) (\partial_\mu \xi) A^\mu \end{aligned}$$

$$+ \left\{ \frac{q}{\hbar c} [\eta(\partial_\mu \xi) - \xi(\partial_\mu \eta)] A^\mu + \frac{\mu}{\lambda} \left( \frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) + \frac{1}{2} \left( \frac{q}{\hbar c} \right)^2 (\xi^2 + \eta^2) (A_\mu A^\mu) - \lambda \mu (\eta^2 + \xi^2) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\eta^2 + 2\eta^2 \xi^2 + \xi^4) \right\} + \left( \frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2 \quad (11-131)$$

خط اول مانند قبل، معادله (۱۱-۱۲۰) است؛ و ذره نرده‌ای ( $\eta$ ) با جرم  $\sqrt{2}\mu\hbar/c$  و بوزون گلدستون بدون جرم ( $\xi$ ) را توصیف می‌کند. خط دوم میدان پیمانه‌ای آزاد  $A^\mu$  را توصیف می‌کند، اما — به‌طور معجزه‌آسا! — جرم‌دار شده است:

$$m_A = 2\sqrt{\pi} \left( \frac{q\mu}{\lambda c^2} \right) \quad (11-132)$$

[با لاگرانژی پروکا (۱۱-۲۱) مقایسه کنید]. جمله داخل آکولاد جفت‌شدگیهای مختلف  $\eta, \xi$  و  $A^\mu$  را مشخص می‌کنند (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۲۶). مشاهده این‌که جرم  $A^\mu$  از کجا آمد ساده است: لاگرانژی اولیه (۱۱-۱۲۹) حاوی جمله‌ای به شکل  $\phi^* \phi A_\mu A^\mu$  است که در نبود شکست خود به خود تقارن نشانگر جفت‌شدگی است:



اما هنگامی که حالت پایه به خارج از مرکز «حرکت می‌کند و میدان  $\mu/\lambda$  یک مقدار ثابت به‌دست می‌آورد [معادله (۱۱-۱۳۰)]، این قسمت از لاگرانژی شکل جمله جرمی پروکار را به‌خود می‌گیرد. با این حال، هنوز بوزون گلدستون ( $\xi$ ) ناخواسته را داریم. به‌علاوه، کمیت مشکوکی در  $\mathcal{L}$  وجود دارد:

$$-2i \left( \frac{\mu q}{\lambda \hbar c} \right) (\partial_\mu \xi) A^\mu \quad (11-133)$$

با این باید چکار کنیم؟ اگر به آن به صورت یک برهم‌کنش نگاه کنیم، به رأسی به شکل



می‌انجامد که در آن  $\xi$  به  $A$  تبدیل می‌شود. هر جمله‌ای مثل این، نسبت به دو میدان مختلف دوخطی است و نشانگر آن است که ما ذرات بنیادیمان را در این نظریه به غلط شناسایی کرده‌ایم

(مسئله ۱۱-۲۳). در هر دو شکل میدان  $\phi_2 = \xi$  دخیل است و هر دو را می‌توان با بهره‌برداری از ناوردایی پیمانه‌ای موضعی  $\mathcal{L}$  [در شکل اولیه (۱۱-۱۲۹)] به منظور تبدیل کامل این میدان! از بین برد. معادله (۱۱-۱۲۶) را برحسب بخشهای حقیقی و موهومی‌اش می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}\phi \rightarrow \phi' &= (\cos \theta + i \sin \theta)(\phi_1 + i\phi_2) \\ &= (\phi_1 \cos \theta - \phi_2 \sin \theta) + i(\phi_1 \sin \theta + \phi_2 \cos \theta)\end{aligned}\quad (11-134)$$

می‌بینیم که با انتخاب

$$\theta = -\tan^{-1}(\phi_2/\phi_1) \quad (11-135)$$

$\phi'$  حقیقی می‌ماند که به معنای  $\phi'_2 = 0$  است. میدان پیمانه  $A^\mu$  طبق (۱۱-۳۴) تبدیل می‌شود، اما لاگرانژی برحسب متغیرهای میدان جدید همان شکل را به خود می‌گیرد که برحسب متغیرهای قدیمی داشت (که به مفهوم آن است که  $\mathcal{L}$  ناورداست). تنها تفاوت در اینجا آن است که  $\xi$  اکنون صفر است. در این پیمانه خاص لاگرانژی (۱۱-۱۳۱) به صورت زیر درمی‌آید

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \left[ \frac{1}{4} (\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[ -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{4} \left( \frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right] \\ &+ \left\{ \frac{\mu}{\lambda} \left( \frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) + \frac{1}{4} \left( \frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta^2 (A_\mu A^\mu) - \lambda \mu \eta^2 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 \right\} \\ &+ \left( \frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2\end{aligned}\quad (11-136)$$

با گزینش زیرکانه پیمانه، بوزون گلدستون و جمله مزاحم در  $\mathcal{L}$  را حذف کردیم؛ و میدان نرده‌ای جرم‌دار  $\eta$  (ذره «هیگز») و میدان پیمانه‌ای جرم‌دار  $A^\mu$  باقی ماند.

لطفاً توجه کنید که لاگرانژیهای (۱۱-۱۲۹) و (۱۱-۱۳۶) دقیقاً دستگاهای فیزیکی یکسانی را توصیف می‌کنند؛ آنچه که انجام دادیم انتخاب پیمانه مناسب (۱۱-۱۳۵) و بازنویسی میدانها برحسب افت و خیزهای حول حالت پایه خاص (۱۱-۱۳۰) بود. تقارن آشکار (۱۱-۱۲۹) را به خاطر نمادگذاری فدا کردیم که مفهوم فیزیکی را روشن‌تر می‌کند، و به ما اجازه می‌دهد تا قاعده‌های فاینمن را به صورت سراسر است‌تری به دست آوریم. راه روشنگری برای تفکر در این مورد وجود دارد: یک میدان برداری بدون جرم دارای دو درجه آزادی (قطبش عرضی) است؛ هنگامی که  $A^\mu$

جرمدار می‌شود، درجه آزادی سومی هم به دست می‌آورد (قطبش طولی). این درجه آزادی اضافی از کجا می‌آید؟ پاسخ: از بوزون گلدستونی، که در این میان از نظریه ناپدید شد. میدان پیمانه‌ای بوزون گلدستون را «خورد» و در نتیجه هم جرم و هم حالت سوم قطبش را به دست می‌آورد\*. این سازوکار مشهور هیگز است، که بر مبنای وحدت نوردایی پیمانه‌ای و شکست خودبه‌خود تقارن بنا شده است. طبق مدل استاندارد، سازوکار هیگز مسئول جرم بوزونهای پیمانه‌ای برهم‌کنش ضعیف ( $W^\pm$  و  $Z^0$ ) است. جزئیات کار همچنان موضوع پیش‌بینیهای نظری است — ذره هیگز هیچ‌گاه در آزمایشگاه دیده نشده است (احتمالاً سنگین‌تر از آن است که با شتابدهنده‌های موجود ساخته شود)\*\*، و «پتانسیل» هیگز کاملاً ناشناخته است (برای استدلال از  $U = -\frac{1}{4}\mu^2(\phi^*\phi) + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^*\phi)^2$  استفاده کرده‌ام). در واقع ممکن است ذرات هیگز زیادی وجود داشته باشد، یا ممکن است ساختاری مرکب داشته باشد، اما مهم نیست: مهم آن است که راهی اصولی برای انتساب جرم به میدانهای پیمانه‌ای یافته‌ایم\*\*\*، و این مجوز ما برای این باور است که تمام برهم‌کنشهای بنیادی — ضعیف و نیز قوی و الکترومغناطیسی — را می‌توان با نظریه‌های پیمانه‌ای موضعی توصیف کرد [۱۱].

## مراجع و یادداشتهای

۱. مثلاً نگاه کنید به کتاب:

R. Resnick and D. Halliday, *Physics*. 3d Ed., (New York: Wiley, 1977), Part I, chap. 8.

۲. معادله‌های اوپلر-لاگرانژ را می‌توان از اصل کمترین کنش به دست آورد. برای بحث بیشتر در مورد روش لاگرانژی در مکانیک کلاسیک کتابهای

J. B. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, 2d Ed. (New York: Academic press, 1970)

\* ما مجبور به پذیرش هیچ پیمانه خاصی نیستیم. با این حال، اگر این کار را نکنیم، نظریه حاوی ذره «جتی» غیرفیزیکی می‌شود و ساده‌ترین کار حذف صریح آن از ابتداست.

\*\* بسیاری از فیزیکدانان ذرات در حال حاضر برای ساختن ابر برخوردنده ابر رسانا (SSC) صف‌آرایی کرده‌اند که هدف اصلی آنها جستجوی ذره هیگز خواهد بود.

\*\*\* در مدل استاندارد ذره هیگز مسئول جرم کوارکها و لپتونها نیز هست؛ ابتدا آنها بدون جرم در نظر گرفته می‌شود. اما فرض می‌شود که با ذره هیگز جفت‌شدگی یوکاوايي داشته باشند (نگاه کنید به مسئله ۱۱-۲۱). وقتی این جفت‌شدگی با شکست خودبه‌خود تقارن (۱۱-۱۳۰) «جابه‌جا» شود، جفت‌شدگی یوکاوا به دو قسمت شکافته می‌شود، یکی برهم‌کنش واقعی و دیگری جمله جرم برای میدان  $\phi$ . این ایده خوبی است، اما در محاسبه جرم فرمیونها به ما کمک نمی‌کند، زیرا خود ثابتهای جفت‌شدگی یوکاوا ناشناخته‌اند. فقط هنگامی که (و اگر) ذره هیگز واقعاً یافت شود ممکن است همه اینها به‌طور تجربی تأیید شوند.

H. Goldstein, *Classical Mechanics*, 2d Ed. (Reading, MA: Addison-Wesley, 1980).

را ببینید.

3. H. Weyl, *Ann. Phys.* **59**, 101 (1919). K. Moriyasu, *An Elementary Primer for Gauge Theory* (Singapore: World Scientific, 1983).

4. C. N. Yang and R. L. Mills, *Phys.Rev.* **96**, 191 (1954).

۵. مثلاً

C. Chevalley, *Theory of Lie Groups* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1946)

را ببینید.

۶. این مورد، و بسیاری از جنبه‌های دیگر نظریه‌های پیمانه‌ای موضعی با زیبایی و وضوح خارق‌العاده‌ای در یادداشتهای تحقیقاتی منتشر نشده‌ی زیر بررسی شده‌اند:

“Classical Chromodynamics” and “Bare Bones of the Classical Theory of Gauge Fields,” by N. A. Wheeler (Portland, OR: Reed Collage, 1981).

7. A. Actor. *Rev.Mod.Phys.* **51**, 461 (1979).

۸. جزئیات در هر بررسی نظریه‌ی میدان کوانتومی نظیر آنهایی که در مقدمه به آنها ارجاع داده شد، یافت می‌شود.

9. G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B33**, 173 (1971), **B35**, 167(1971). Reprinted in C. H. Lai, ed. (Singapore: World Scientific, 1981).

10. J. Goldstone, *Nuovo Cimento* **19**, 154(1961); J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, *Phys.Rev.* **127**, 965(1962).

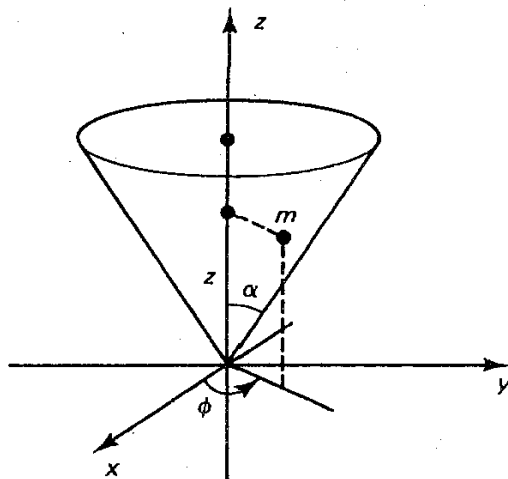
۱۱. برای کاربردهای مفصل‌تر سازوکار هیگز در نظریه‌ی الکترو ضعیف گلاشو، واینبرگ و سلام، برای نمونه، فصل ۱۵ کتاب:

F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, 1984).



## مسائل

۱۱-۱ یک امتیاز فرمولبندی لاگرانژی آن است که ما را به دستگاه مختصات ویژه‌ای متعهد نمی‌کند —  $q$  های معادله (۱۱-۶) می‌تواند مختصات دکارتی، مختصات قطبی یا هر متغیرهای دیگری که مکان ذره را مشخص می‌کنند باشد. مثلاً، فرض کنید، می‌خواهیم حرکت ذره‌ای را که بدون اصطکاک روی سطح داخلی مخروطی که محورش به طرف بالا قرار گرفته حرکت می‌کند را تحلیل کنیم:



(الف)  $T$  و  $U$  را برحسب متغیرهای  $z$  و  $\phi$  و ثابت  $\alpha$  (زاویه نیم رأس مخروط)،  $m$  (جرم ذره) و  $g$  (شتاب جاذبه) بیان کنید.

(ب) لاگرانژی را تشکیل دهید و معادله‌های اویلر-لاگرانژ را برای به دست آوردن معادله‌های دیفرانسیل مربوط به  $z(t)$  و  $\phi(t)$  به کار ببندید.

(ج) نشان دهید  $L = (m \tan^2 \alpha) z^2 \dot{\phi}$  ثابت حرکت است. این کمیت به لحاظ فیزیکی چیست؟

(د) از نتیجه قسمت (ج) برای حذف  $\phi$  از معادله  $z$  استفاده کنید. (معادله دیفرانسیل مرتبه دومی برای  $z(t)$  باقی می‌ماند. اگر بخواهید مسئله را بیشتر جلو ببرید راحت‌تر آن است که به پایستگی انرژی متوسل شوید که معادله مرتبه اول برای  $z$  به دست می‌دهد.)

۱۱-۲ معادله (۱۱-۱۷) را به دست آورید.

۱۱-۳ با شروع از معادله (۱۱-۱۹) نشان دهید  $\partial_\mu A^\mu = 0$ ، در نتیجه هر مؤلفه  $A^\mu$  در معادله کلاین گوردون:  $\square A^\nu + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu = 0$  صدق می‌کند.

۱۱-۴ لاگرانژی دیراک (۱۱-۱۴)، به صورت موجود، نسبت به  $\psi$  و  $\bar{\psi}$  رفتاری نامتقارن دارد. برخی ترجیح می‌دهند آنها برخوردی هم‌سنگ داشته باشند، با استفاده از لاگرانژی اصلاح شده

$$\mathcal{L} = \frac{i\hbar c}{2} [\bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu \psi) - (\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi] - (mc^2) \bar{\psi} \psi$$

معادله‌های اویلر-لاگرانژی را در مورد این  $\mathcal{L}$  به‌کار ببندید و نشان دهید معادله (۱۱-۱۵) و الحاقی به‌دست می‌آید.

۱۱-۵ لاگرانژی کلاین-گوردون برای یک میدان مختلط به‌صورت زیر است

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} (mc/\hbar)^2 \phi^* \phi$$

$\phi$  و  $\phi^*$  را متغیرهای میدان مستقل در نظر بگیرید و معادله‌های میدان را برای هر یک به‌دست آورید و نشان دهید این معادله‌های میدان سازگارند (یعنی، یکی همیوگ مختلط دیگری است).  
۱۱-۶ معادله‌های اویلر-لاگرانژی را به (۱۱-۳۳) اعمال کنید و معادله دیراک با جفت‌شدگی الکترومغناطیسی را بیابید.

۱۱-۷ نشان دهید جریان دیراک (۱۱-۳۶) در معادله پیوستگی (۱۱-۲۵) صدق می‌کند.  
۱۱-۸ لاگرانژی مختلط کلاین-گوردون (مسئله ۱۱-۵) تحت تبدیل پیمانه‌ای کلی  $\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi$  ناورداست. نوردایی پیمانه‌ای موضعی را اعمال کنید تا لاگرانژی پیمانه‌ای ناوردای کامل به‌دست آید و چگالی جریان  $J^\mu$  را تعیین کنید. بررسی کنید که این جریان از معادله پیوستگی (۱۱-۲۵) پیروی می‌کند.

۱۱-۹ (الف) فرض کنید متغیرهای میدان  $(\phi_i)$  تحت یک تبدیل کلی بینهایت کوچک  $\delta\phi_i$  قرار گرفته‌اند. نشان دهید لاگرانژی  $\mathcal{L}$  به‌اندازه

$$\delta\mathcal{L} = \partial_\mu \left\{ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta\phi_i \right\}$$

تغییر می‌کند. به‌ویژه، اگر لاگرانژی تحت تبدیل یادشده ناوردا باشد، آن‌گاه  $\delta\mathcal{L} = 0$  و جمله داخل آکولاد جریان پایسته‌ای را تشکیل می‌دهد (یعنی از معادله پیوستگی پیروی می‌کند). این جوهره قضیه نوتر است که تقارنهای لاگرانژی را به قوانین پایستگی مربوط می‌کند.

(ب) قضیه نوتر را برای لاگرانژی دیراک (۱۱-۱۴) به‌کار ببندید، و جریان پایسته وابسته به نوردایی فاز کلی [معادله (۱۱-۲۶)] به‌دست آورید. آن را با جریان الکتریکی (۱۱-۳۶) مقایسه کنید.

(ج) همین کار را برای لاگرانژی مختلط کلاین-گوردون مسئله ۱۱-۸ انجام دهید.

۱۱-۱۰ معادله (۱۱-۵۱) را به‌دست آورید.

۱۱-۱۱ معادله (۱۱-۵۸) را از معادله (۱۱-۵۷) به‌دست آورید، از (۱۱-۵۴)، (۱۱-۵۵) و (۱۱-۵۶) استفاده کنید.

۱۱-۱۲ فرض کنید بخواهیم  $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$  را در نظریه یانگ-میلز تعریف کنیم.

(الف) قاعده تبدیل را برای این  $F^{\mu\nu}$  تحت تبدیلهای پیمانه‌ای بینهایت کوچک (۱۱-۶۱)

بیابید.

(ب) قاعده تبدیل بینهایت کوچک را برای  $\mathcal{L}_A$  (۱۱-۶۳) در این مورد تعیین کنید. آیا لاگرانژی

ناورد است؟

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} + \frac{2g}{\hbar c} [\lambda \times \mathbf{F}^{\mu\nu} + \mathbf{A}^\mu \times \partial^\nu \lambda - \mathbf{A}^\nu \times \partial^\mu \lambda] \quad (\text{الف})$$

$$[\mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} \rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} + \frac{2g}{\hbar c} (\mathbf{A}_\nu \times \mathbf{F}^{\mu\nu}) \cdot \partial_\mu \lambda] \quad (\text{ب})$$

۱۱-۱۳ با شروع از (۱۱-۶۱) و (۱۱-۶۵)، معادله (۱۱-۶۶) را به دست آورید.

۱۱-۱۴ ثابت کنید لاگرانژی میدان پیمانه‌ای (۱۱-۶۳) تحت تبدیلهای پیمانه‌ای موضعی متناهی

ناورد است:

(الف) از عبارتهای (۱۱-۵۸) و (۱۱-۶۵) استفاده کنید و نشان دهید که

$$\tau \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu'} = S(\tau \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu})S^{-1}$$

[توجه کنید که  $(\partial_\mu S^{-1})S = -S^{-1}(\partial_\mu S)$ ]

(ب) سپس نشان دهید که  $Tr[(\tau \cdot \mathbf{F}^{\mu\nu})(\tau \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu})]$  ناورد است.

(ج) از قسمت (ج) مسئله ۴-۲۰ استفاده کنید و نشان دهید که رد در قسمت (ب) برابر

$2\mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu}$  است.

۱۱-۱۵ معادله‌های اویلر-لاگرانژ را در مورد لاگرانژی (۱۱-۶۹) به کار ببندید. از ارتباطهای استاندارد

(۷۱-۷)، (۷۲-۷) و (۷۹-۷) استفاده کنید و «معادله‌های ماکسول» را برای نظریه یانگ-میلز به دست

آورید. [توجه کنید که سه چگالی بار، سه چگالی جریان، سه پتانسیل نرده‌ای، سه پتانسیل برداری، سه

میدان «الکتریکی» و سه میدان «مغناطیسی» در این نظریه وجود دارد.] (برخلاف الکترودینامیک،

در معادله‌های شما برای دیورژانس و تاو  $\mathbf{E}$ ها و  $\mathbf{B}$ ها به طور اجتناب‌ناپذیری پتانسیلها دخیل‌اند.)

۱۱-۱۶ نشان دهید هر ماتریس هرمیتی  $3 \times 3$  را می‌توان به صورت ترکیب خطی ماتریس یک

و هشت ماتریس گل‌مان نوشت [معادله (۱۱-۷۶)].

۱۱-۱۷ (الف) برای هر ماتریس  $A$  نشان دهید  $\det(e^A) = e^{\text{Tr}(A)}$ . [راهنمایی: ابتدا رابطه

را برای ماتریس قطری امتحان کنید. سپس استدلال خود را به هر ماتریس قطری شدنی تعمیم

دهید (برای ماتریس  $S$ ،  $S^{-1}AS = D$  که  $D$  قطری است). نشان دهید  $\text{Tr}(A) = \text{Tr}(D)$  و

$S^{-1}e^AS = e^D$  پس  $\det(e^A) = \det(e^D)$ . البته تمام ماتریسها قطری‌شدنی نیستند؛ با این

حال هر ماتریس را می‌توان به شکل بندادی جوردان در آورد  $(S^{-1}AS = J)$  که  $J$  قطری است بجز برای یک‌گانه‌هایی که درست زیر قطر اصلی قرار گرفته است.]

(ب) نشان دهید دترمینان  $e^{i\lambda \cdot a}$  [در معادله (۷۸-۱۱)] یک است.

۱۸-۱۱ با شروع از معادله (۸۱-۱۱)، (۸۲-۱۱) و (۸۳-۱۱) را به دست آورید.

۱۹-۱۱ ثابت کنید که انتشارگر پروکا (۹۵-۱۱) از جهتی که در متن توضیح داده شد، وارون تانسور معادله (۹۲-۱۱) است.

۲۰-۱۱ لاگرانژی نظریه  $ABC$  (فصل ۶) را تدوین کنید.

۲۱-۱۱ تعبیری فیزیکی برای لاگرانژی یوکاوا:

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m_1 c^2 \bar{\psi} \psi] + \left[ \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left( \frac{m_2 c}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \right] + \alpha \gamma \bar{\psi} \psi \phi$$

ارائه دهید. اسپین و جرم ذرات چه هستند؟ انتشارگرهای آنها چه هستند؟ نمودارهای فاینمن را برای برهم‌کنش آنها رسم و عامل رأس را تعیین کنید.

۲۲-۱۱ معادله (۱۲۰-۱۱) را به دست آورید.

۲۳-۱۱ فرض کنید  $\psi_1 \equiv (\eta + \xi)/\sqrt{2}$  و  $\psi_2 \equiv (\eta - \xi)/\sqrt{2}$  را به جای تعریف (۱۱۹-۱۱)

میدانهای بنیادی در نظر گرفته‌ایم. لاگرانژی (۱۲۰-۱۱) را برحسب  $\psi_1$  و  $\psi_2$  بیان کنید. [اظهارنظر:

همین طوری، به نظر می‌رسد که در اینجا دو میدان جرم‌دار داریم و بنابراین می‌توانیم از قضیه گلدستون

اجتناب کنیم. متأسفانه، جمله‌ای به شکل  $-\mu^2 \psi_1 \psi_2$  نیز وجود دارد. اگر این جمله را به صورت

یک برهم‌کنش تعبیر کنید،  $\psi_1$  را به  $\psi_2$  تبدیل می‌کند و برعکس، اما این بدان معنی است که هیچ

یک به صورت ذره آزاد مستقل وجود ندارند. بهتر است این عبارت به صورت جمله غیرقطری در

ماتریس جرم (۴۵-۱۱) تعبیر شود، که نشان می‌دهد میدانهای بنیادی در نظریه به صورت نادرست

شناسایی کرده‌ایم. میدانهای فیزیکی آنهایی هستند که برای آنها  $M$  قطری است، و برای آنها هیچ

گذار مستقیمی از یکی به دیگری رخ ندهد. با این وضعیت در بخش ۴-۸ فصل ۴ یک بار مواجه

شدیم: دریافتیم که  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$  و بنابراین آنها حالت‌های فیزیکی ذره نیستند؛ بلکه ترکیب‌های خطی

$K_1$  و  $K_2$ ، که برحسب آنها که ماتریس جرم قطری است، ذرات «واقعی» اند.]

۲۴-۱۱ استدلال پس از معادله (۱۱۵-۱۱) را به سه میدان  $(\phi_2, \phi_1, \phi_3)$  تعمیم دهید. جرمهای

این سه ذره چیست؟ در این مورد چند بوزون گلدستون وجود دارد؟

۲۵-۱۱ از عبارات (۱۲۹-۱۱) و (۱۳۰-۱۱) شروع کنید و معادله (۱۳۱-۱۱) را به دست آورید.

۲۶-۱۱ رأسهای اصلی را برای تمام برهم‌کنشهای داخل آکولاد معادله (۱۳۱-۱۱) را رسم کنید.

آنهایی را که معادله (۱۳۶-۱۱) باقی می‌مانند مشخص کنید.

# پیوست الف

## تابع دلتای دیراک

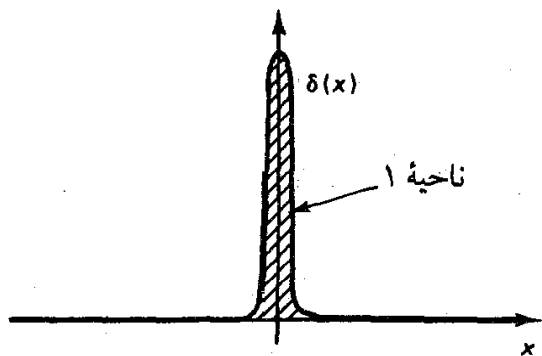
تابع دلتای دیراک،  $\delta(x)$ ، میله‌ای بینهایت بلند و بینهایت باریک با مساحت ۱ در مبدأ است (شکل الف-۱). به طور دقیق‌تر

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (\text{الف-۱})$$

به لحاظ فنی، این اصلاً یک تابع نیست، زیرا مقدار آن در  $x = 0$  متناهی نیست. در متون ریاضی آن را به عنوان تابع تعمیم یافته یا توزیع می‌شناسند. اگر بخواهید می‌توانید آن را حد رشته‌ای از توابع، نظیر مستطیلهایی به ارتفاع  $n$  و عرض  $1/n$  یا مثلث متساوی‌الساقینهایی با ارتفاع  $n$  و قاعده  $2/n$  (شکل الف-۲) یا هر شکل دیگری که بخواهید استفاده کنید، در نظر بگیرید.

اگر  $f(x)$  تابعی «معمولی» باشد (یعنی تابع دلتای دیگری نباشد) در واقع، برای اطمینان خاطر اجازه دهید بگوییم  $f(x)$  پیوسته است — آن‌گاه حاصل ضرب  $f(x)\delta(x)$  همه جا بجز در  $x = 0$  صفر است. پس نتیجه می‌گیریم

$$f(x)\delta(x) = f(0)\delta(x) \quad (\text{الف-۲})$$



شکل الف-۱ تابع دلتای دیراک (باید فرض کنید که منحنی بینهایت بلند و بینهایت باریک است).

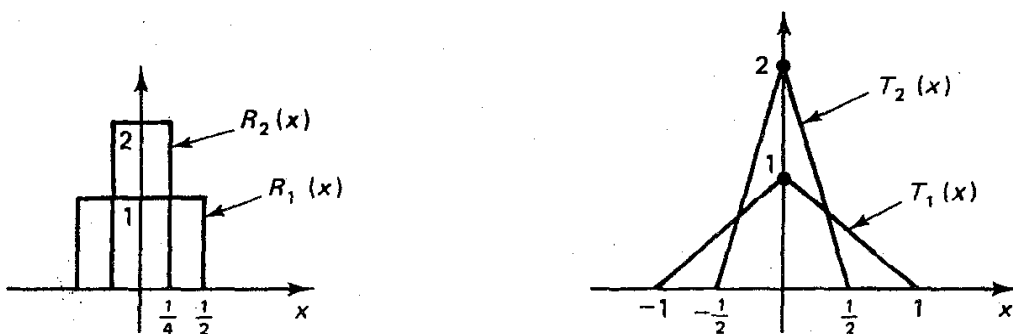
(این مهم‌ترین واقعیت در مورد تابع دلتاست، بنابراین مطمئن شوید که فهمیده‌اید چرا این واقعیت دارد. نکته آن است که حاصل ضرب همه جا بجز  $x = 0$  صفر است، پس می‌توان  $f(x)$  را با مقدارش در مبدأ جایگزین کرد.) به‌ویژه داریم

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = f(0) \quad (\text{الف-۳})$$

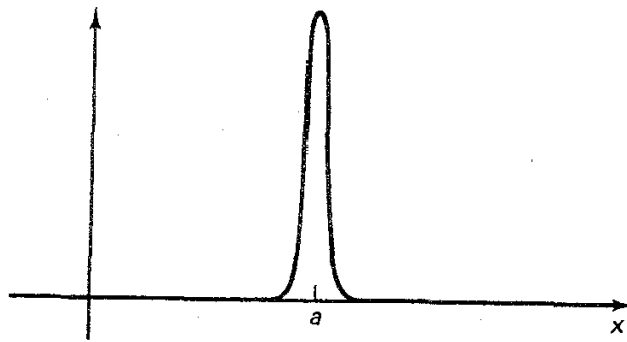
تابع دلتا در زیر انتگرال در  $x = 0$  به قله  $f(x)$  می‌رسد. پس لازم نیست انتگرال از  $-\infty$  تا  $+\infty$  تغییر کند! کافی است محدوده عرض تابع دلتا را بیوشاند و  $-\epsilon$  تا  $+\epsilon$  نیز به همان خوبی کار می‌کند. البته، می‌توان قله را از  $x = 0$  به نقطه دیگر  $x = a$  منتقل کرد:

$$\delta(x - a) = \begin{cases} 0, & x \neq a \\ \infty, & x = a \end{cases} \quad \text{و} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - a)dx = 1 \quad (\text{الف-۴})$$

(نگاه کنید به شکل الف-۳). معادله (الف-۴) به



شکل الف-۲ دو رشته از توابع که حد آنها  $\delta(x)$  است.



شکل الف-۳ نموداری برای  $\delta(x-a)$ .

$$f(x)\delta(x-a) = f(a)\delta(x-a) \quad (\text{الف-۵})$$

و معادله (الف-۳) به (الف-۶)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = f(a)$  تعمیم می‌یابد.  
 اگر  $k$  عددی غیر صفر (حقیقی) باشد، چگونه باید عبارت  $\delta(kx)$  را تفسیر کرد؟ فرض کنید تابع «معمولی»  $f(x)$  را ضرب کنیم و انتگرال بگیریم:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(kx)dx \quad (\text{الف-۶})$$

می‌توان تعویض متغیر داد، و گذاشت  $y \equiv kx$ ، پس  $x = y/k$  و  $dx = 1/k dy$ . اگر  $k$  مثبت باشد انتگرال همچنان از  $-\infty$  یا  $+\infty$  تغییر می‌کند، اما اگر  $k$  منفی باشد، آن‌گاه  $x = \infty$  حاکی از  $y = -\infty$  است و برعکس، پس ترتیب حدود عوض می‌شود. بازگشت به ترتیب «معمول» به بهای علامت منفی تمام می‌شود. پس

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(kx)dx = \pm \int_{-\infty}^{\infty} f(y/k)\delta(y)\frac{dy}{k} = \pm \frac{1}{k}f(0) = \frac{1}{|k|}f(0) \quad (\text{الف-۷})$$

(علامتهای پایین برای  $k$  منفی به‌کار می‌رود، و همان‌طور که نشان داده شده می‌توان با قرار دادن قدرمطلق  $k$ ، آن را به خوبی به حساب آورد.) پس با این قراین،  $\delta(kx)$  همان منظور  $(1/|k|)\delta(x)$  را می‌رساند:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(kx)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\left[\frac{1}{|k|}\delta(x)\right]dx \quad (\text{الف-۸})$$

چون این رابطه برای هر  $f(x)$  برقرار است، پس عبارتهای مربوط به تابع  $\delta$ ها برابرند:\*

\* لحظه‌ای باید روی گام آخر تأمل کنید. معمولاً، تساوی دو انتگرال مسلماً حاکی از تساوی انتگرالده آنها نیست. نکته اساسی در اینجا آن است که انتگرالها برای هر  $f(x)$  باهم برابرند. فرض کنید عبارت تابع دلتا  $\delta(kx)$  و  $(1/|k|)\delta(x)$ ، مثلاً در حوالی  $x = 17$  واقعاً متفاوت بودند. پس باید تابع  $f(x)$  را برمی‌گزیدیم که قله تیزی حول  $x = 17$  داشت،

$$\delta(kx) = \frac{1}{|k|} \delta(x) \quad (\text{الف-۹})$$

آنچه را که اکنون تحلیل کردیم در واقع حالت خاصی از شکل عمومی  $\delta(g(x))$  بود، که در آن  $g(x)$  تابعی از  $x$  است.  $\delta(g(x))$  قله‌هایی در صفرهای  $g(x)$ ،  $x_1, x_2, x_3, \dots$  دارد:

$$g(x_i) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (\text{الف-۱۰})$$

در حوالی  $x_i$  صفر، می‌توان  $g(x)$  را به صورت سری تیلور بسط داد:

$$g(x) = g(x_i) + (x - x_i)g'(x_i) + \frac{1}{2}(x - x_i)^2 g''(x_i) + \dots \cong (x - x_i)g'(x_i) \quad (\text{الف-۱۱})$$

از دید معادله (الف-۹)، قله در  $x_i$  به شکل زیر است

$$\delta(g(x)) = \frac{1}{|g'(x_i)|} \delta(x - x_i) \quad (x \cong x_i) \quad (\text{الف-۱۲})$$

عامل  $|g'(x_i)|^{-1}$  «قدرت» تابع دلتا در  $x_i$  را مشخص می‌کند. این به همراه قله‌های در صفرهای دیگر نتیجه می‌دهد

$$\delta(g(x)) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{|g'(x_i)|} \delta(x - x_i) \quad (\text{الف-۱۳})$$

پس هر عبارتی به شکل  $\delta(g(x))$  را می‌توان به حاصل جمع توابع دلتا ساده تقلیل داد.\*

### مثال الف-۱

عبارت  $\delta(x^2 + x - 2)$  را ساده کنید.

و انتگرالها برابر نمی‌شدند. برعکس، چون انتگرالها باید برابر باشند، نتیجه می‌گیریم که خود عبارات تابع دلتا برابرند. [به لحاظ فنی، همچنان ممکن است آنها در نقاط منزوی متفاوت باشند، اما این نقاط سهمی در انتگرال نداشته باشند. اما می‌توان این ایراد را با توجه به اینکه هر دو طرف معادله (الف-۹) به روشنی جز در  $x = 0$  صفرند، مجاز دانست.] \* معادله (الف-۱۳) به رغم اینکه سری تیلور بریده (الف-۱۱) در به دست آوردن آن به کار رفته دقیق است. در  $x_i$  جملات «اضافی» صفرند، زیرا توانهای  $(x - x_i)$  را در بردارند.



حل. در اینجا  $g(x) = x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$  دو ریشه در  $x_1 = 1$  و  $x_2 = -2$  وجود دارد. با مشتق‌گیری داریم،  $g'(x) = 2x + 1$  پس  $g'(x_1) = 3$  و  $g'(x_2) = -3$ . بنابراین

$$\delta(x^2 + x - 2) = \frac{1}{3}\delta(x - 1) + \frac{1}{3}\delta(x + 2)$$

تعمیم تابع دلتا به سه بعد (یا بیشتر) مسئله ساده‌ای است:

$$\delta^3(\mathbf{r}) = \delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (\text{الف-۱۴})$$

این تابع دلتای سه‌بعدی همه‌جا صفر است جز در مبدأ که در آنجا بینهایت می‌شود. انتگرال سه‌گانه روی  $\delta^3(\mathbf{r})$  یک است:

$$\int \delta^3(\mathbf{r}) d^3r = \int \delta(x)\delta(y)\delta(z) dx dy dz = 1 \quad (\text{الف-۱۵})$$

و

$$\int f(\mathbf{r})\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) d^3r = f(\mathbf{r}_0) \quad (\text{الف-۱۶})$$

برای مثال چگالی بار (بار در واحد حجم) یک بار نقطه‌ای  $q$  که در نقطه  $\mathbf{r}_0$  قرار گرفته را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\rho(\mathbf{r}) = q \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

### مسائل

الف-۱)  $\int_{-1}^2 (2x^2 + 7x + 3)\delta(x - 1) dx = ?$

ب)  $\int_{-\pi}^{\pi} \ln(1 + x)\delta(\pi - x) dx = ?$

الف-۲) از معادله (الف-۱۳) استفاده کنید و عبارت  $\delta(\sqrt{x^2 + 1} - x - 1)$  را ساده کنید.

الف-۳) از معادله (الف-۱۳) استفاده و عبارت  $\delta(\sin x)$  را ساده کنید. تابع را رسم کنید.

الف-۴) فرض کنید  $f(y) = \int_{-2}^2 \delta(y - x(2 - x)) dx$  را بیابید و آن را از  $y = -2$  تا  $y = +2$  رسم کنید.

الف-۵)  $\int_{-1}^5 x^2 \left[ \frac{d^2}{dx^2} \delta(x - 3) \right] dx = ?$  [راهنمایی: انتگرال‌گیری جزء به جزء انجام دهید].

الف-۶) اگر  $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ ،  $\mathbf{b} = (3, 2, 1)$  باشد،  $\int \mathbf{r} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{r})\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{b}) d^3r$  را محاسبه کنید، انتگرال‌گیری روی کره‌ای به شعاع ۱٫۵ که مرکز آن در  $(2, 2, 2)$  قرار دارد انجام می‌شود.

## پیوست ب

### آهنگهای واپاشی و سطح مقطعها

ب-۱ واپاشیها

فرض کنید ذره ۱ به ذرات ۲، ۳، ۴، ...،  $n$  واپاشد:

$$1 \rightarrow 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

آهنگ واپاشی از فرمول زیر به دست می آید

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2\hbar m_1} \left\{ \left[ \frac{c d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right] \left[ \frac{c d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right] \dots \left[ \frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \right\} \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n) \quad (\text{ب-۱})$$

که  $p_i = (\frac{E_i}{c}, \mathbf{p}_i)$  - تکانه نامین ذره است (که شامل جرم  $m_i$  است، به طوری که  $E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 c^2 = m_i^2 c^4$ ). فرض می شود که ذره واپاشنده در حال سکون باشد:  $p_1 = (m_1 c, \mathbf{0})$ .  $S$  حاصل ضرب عاملهای آماری است:  $1/j!$  برای هر گروه از  $j$  ذره یکسان در حالت نهایی.

واپاشی دو جسمی

اگر فقط دو ذره در حالت نهایی وجود داشته باشد، انتگرالها را می‌توان با صراحت انجام داد. آهنگ واپاشی کل عبارت است از:

$$\Gamma = \frac{S|\mathbf{p}|}{4\pi\hbar m_1 c} |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۲})$$

که  $|\mathbf{p}|$  اندازه هر یک از تکانه‌های خروجی است:

$$|\mathbf{p}| = \frac{c}{2m_1} \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 - 2m_1 m_2 - 2m_1 m_3 - 2m_2 m_3} \quad (\text{ب-۳})$$

به‌ویژه، اگر ذرات خروجی بدون جرم باشند، آن‌گاه  $|\mathbf{p}| = m_1 c/2$  و

$$\Gamma = \frac{S}{16\pi\hbar m_1} |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۴})$$

ب-۲ سطح مقطعها

فرض کنید ذرات ۱ و ۲ به هم برخورد کنند و ذرات ۳، ۴، ...،  $n$  را تولید کنند:

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n$$

سطح مقطع از فرمول زیر به‌دست می‌آید

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 \frac{\hbar^2 S}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left\{ \left[ \frac{c d^3 \mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right] \left[ \frac{c d^3 \mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right] \dots \left[ \frac{c d^3 \mathbf{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \right\} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \dots - p_n) \quad (\text{ب-۵})$$

که (همانند قبل)  $p_i = (E_i/c, \mathbf{p}_i)$  چارتکانه ذره  $i$  (با جرم  $m_i$ )،  $E_i = c\sqrt{m_i^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2}$  و  $S$  ضریب آماری است ( $1/j!$  برای هر گروه از  $j$  ذرات یکسان در حالت نهایی).

پراکندگی دو جسمی

اگر فقط دو ذره در حالت نهایی وجود داشته باشد، می‌توان انتگرالها را صریحاً انجام داد.  
(الف) در چارچوب مرکز جرم. در اینجا داریم

$$\sqrt{(p_p \cdot p_r)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = (E_1 + E_2) |\mathbf{p}_1| / c \quad (\text{ب-۶})$$

و

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar c}{\lambda \pi} \right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_2)^2} \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} \quad (\text{ب-۷})$$

که  $|\mathbf{p}_i|$  اندازه هر یک از تکانه‌های ورودی و  $|\mathbf{p}_f|$  اندازه هر یک از تکانه‌های خروجی است. به خصوص برای پراکندگی کشسان ( $A + B \rightarrow A + B$ ) داریم:  $|\mathbf{p}_i| = |\mathbf{p}_f|$ ، پس [با قرار دادن  $E \equiv (E_1 + E_2)/2$ ]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar c}{16\pi} \right)^2 \frac{S |\mathcal{M}|^2}{E^2} \quad (\text{ب-۸})$$

(ب) در چارچوب آزمایشگاه (ذره ۲ در حال سکون). در اینجا داریم:

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} = m_2 c |\mathbf{p}_1| \quad (\text{ب-۹})$$

در مورد پراکندگی کشسان ( $A + B \rightarrow A + B$ ) سطح مقطع دیفرانسیلی عبارت است از

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar}{\lambda \pi} \right)^2 \frac{\mathbf{p}_2^\dagger S |\mathcal{M}|^2}{m_2 |\mathbf{p}_1| |\mathbf{p}_2| (E_1 + m_2 c^2) - |\mathbf{p}_1| E_2 \cos \theta} \quad (\text{ب-۱۰})$$

به خصوص، اگر ذره فرودی بدون جرم باشد ( $m_1 = 0$ )، این رابطه تبدیل می‌شود به:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar E_2}{\lambda \pi m_2 c E_1} \right)^2 S |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۱۱})$$

اگر پس‌زنی هدف قابل چشمپوشی باشد ( $m_2 c^2 \ll E_1$ )، آنگاه (ب-۱۰) به

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\hbar}{\lambda \pi m_2 c} \right)^2 |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{ب-۱۲})$$

تحویل می‌یابد. اگر ذرات خروجی بدون جرم باشند ( $m_r = m_f = 0$ )، (ب-۵) می‌دهد:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar}{4\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2|\mathbf{p}_r|}{m_r|\mathbf{p}_i|(E_i + m_r c^2 - |\mathbf{p}_i|c \cos \theta)} \quad (\text{ب-۱۳})$$

# پیوست ج

## ماتریسهای پائولی و دیراک

ج-۱ ماتریسهای پائولی

اینها سه ماتریس  $2 \times 2$  بدون رد، هرمیتی، یکانی هستند:

$$\sigma_x \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۱})$$

(اغلب از شاخصهای عددی استفاده می‌کنیم:  $\sigma_1 = \sigma_x, \sigma_2 = \sigma_y, \sigma_3 = \sigma_z$ ; بخشی از یک چاربردار نیست، و تفاوتی بین شاخصهای بالا و پایین قایل نمی‌شویم:  $\sigma_1 = \sigma^1, \sigma_2 = \sigma^2, \sigma_3 = \sigma^3$ .)

(الف) قاعده‌های ضربی

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \epsilon_{ijk} \sigma_k \quad (\text{ج-۲})$$

(در جمله اول یک ماتریس یکه  $2 \times 2$  ملحوظ است و در دومی جمع روی  $k$  است). بنابراین:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1 \quad (\text{ج-۳})$$

$$\sigma_x \sigma_y = i\sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z = i\sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x = i\sigma_y \quad (\text{ج-۴})$$

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k \quad (\text{جابہ جایی}) \quad (\text{ج-۵})$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij} \quad (\text{پاد جابہ جایی}) \quad (\text{ج-۶})$$

و برای هر دو بردار  $a$  و  $b$  داریم،

$$(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (\text{ج-۷})$$

(ب) نماییها.

$$e^{i\boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\sigma}} = \cos \theta + i\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \sin \theta \quad (\text{ج-۸})$$

### ج-۲ ماتریسهای دیراک

اینها چهار ماتریس  $4 \times 4$  بدون رد یکنانی هستند:

$$\gamma^0 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۹})$$

(اینجا ۱ ماتریس یکه  $2 \times 2$ ، و ۰ ماتریس صفر  $2 \times 2$  و  $\sigma^i$ ها ماتریسهای پائولی هستند. شاخصهای پایین بر علامت مؤلفه‌های «فضایی» را تغییر می‌دهد:  $\gamma_i = -\gamma^i$ ،  $\gamma_0 = \gamma^0$ .)  
ماتریسهای محوری گونه را نیز تعریف می‌کنیم:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{ج-۱۰})$$

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۱۱})$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \quad (\text{ج-۱۲})$$

برای هر چهار بردار  $a^\mu$ ، ماتریس  $4 \times 4$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\not{a} \equiv a_\mu \gamma^\mu \quad (\text{ج-۱۳})$$

(الف) قاعده‌های ضربی . برحسب متریک

$$g^{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{ج-۱۴})$$

(توجه کنید که  $g^{\mu\nu}g_{\mu\nu} = 4$  داریم:

$$\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad \not{a}\not{b} + \not{b}\not{a} = 2a \cdot b \quad (\text{ج-۱۵})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\mu = 4 \quad (\text{ج-۱۶})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\mu = -2\gamma^\nu, \quad \gamma_\mu\not{a}\gamma^\mu = -2\not{a} \quad (\text{ج-۱۷})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda}, \quad \gamma_\mu\not{a}\not{b}\gamma^\mu = 4a \cdot b \quad (\text{ج-۱۸})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma\gamma^\mu = -2\gamma^\sigma\gamma^\lambda\gamma^\nu, \quad \gamma_\mu\not{a}\not{b}\not{c}\gamma^\mu = -2\not{a}\not{b}\not{c} \quad (\text{ج-۱۹})$$

(ب) قضیه‌های رد. رد حاصل ضرب تعداد فردی از ماتریسهای گاما صفر است:

$$Tr(1) = 4 \quad (\text{ج-۲۰})$$

$$Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \quad Tr(\not{a}\not{b}) = 4a \cdot b \quad (\text{ج-۲۱})$$

$$Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu}g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda}),$$

$$Tr(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4(a \cdot b c \cdot d - a \cdot c b \cdot d + a \cdot d b \cdot c) \quad (\text{ج-۲۲})$$

چون  $Tr(\gamma^5\gamma^\mu) = 0$  و  $Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0$  حاصل ضرب تعداد زوجی ماتریس  $\gamma$  است نتیجه می‌شود که  $Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda) = 0$  هنگامی که  $\gamma^5$  در تعداد زوجی از  $\gamma$ ها ضرب شود درمی‌یابیم که:

$$Tr(\gamma^5) = 0 \quad (\text{ج-۲۳})$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0, \quad Tr(\gamma^5\not{a}\not{b}) = 0 \quad (\text{ج-۲۴})$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}, \quad Tr(\gamma^5\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma \quad (\text{ج-۲۵})$$



که  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -1$  است، اگر  $\mu\nu\lambda\sigma$  جایگشت زوج  $0123$  باشد و  $+1$  است برای جایگشت فرد و  $0$  است هرگاه دو شاخص یکسان باشند. توجه کنید که

$$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\kappa\tau} = -2(\delta_{\kappa}^{\lambda} \delta_{\tau}^{\sigma} - \delta_{\tau}^{\lambda} \delta_{\kappa}^{\sigma}) \quad (\text{ج-۲۶})$$

## پیوست د

### قاعده‌های فاینمن (سه سطح)

#### د-۱ خطهای خارجی

اسپین صفر: (هیچ چیز)

$$\left. \begin{array}{l} \text{ذره ورودی: } u \\ \text{پاد ذره ورودی: } \bar{v} \\ \text{ذره خروجی: } \bar{u} \\ \text{پاد ذره خروجی: } v \end{array} \right\} \text{اسپین } \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ورودی: } \epsilon^\mu \\ \text{خروجی: } \epsilon^{\mu*} \end{array} \right\} \text{اسپین } 1$$

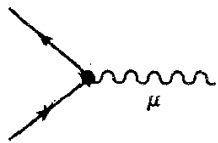
#### د-۲ انتشارگرها

$$\frac{i}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{اسپین صفر}$$

$$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{اسپین } \frac{1}{2}$$

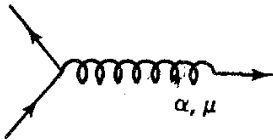
$$\left. \begin{array}{l} \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^\nu} \quad \text{بدون جرم:} \\ \frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^\nu - (mc)^2} \quad \text{جرمدار:} \end{array} \right\} \text{اسپین ۱:}$$

د-۳ عاملهای رأس:



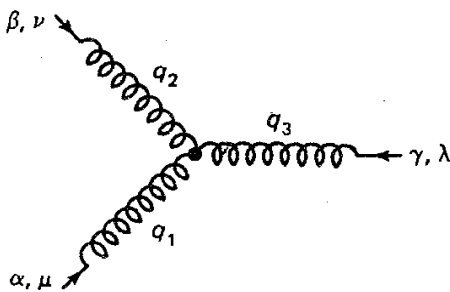
$$ig_e \gamma^\mu \quad (g_e = \sqrt{4\pi\alpha})$$

: QED

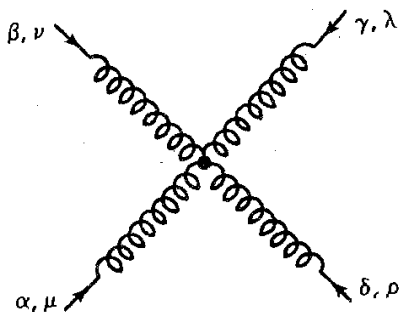


$$\frac{-ig_s}{2} \lambda^\sigma \gamma^\mu$$

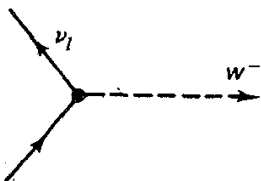
: QCD



$$-g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(q_1 - q_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(q_2 - q_3)_\mu + g_{\lambda\mu}(q_3 - q_1)_\nu]$$



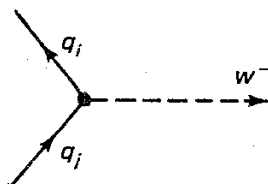
$$-ig_s^2 [f^{\alpha\beta\eta} f^{\gamma\delta\eta} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) + f^{\alpha\delta\eta} f^{\beta\gamma\eta} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho}) + f^{\sigma\gamma\eta} f^{\delta\beta\eta} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho})]$$



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$

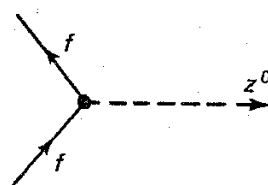
:GWS

(در اینجا  $l$  هر لپتونی است و  $\nu_l$  نوترینوی مربوطه.)



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) U_{ij}$$

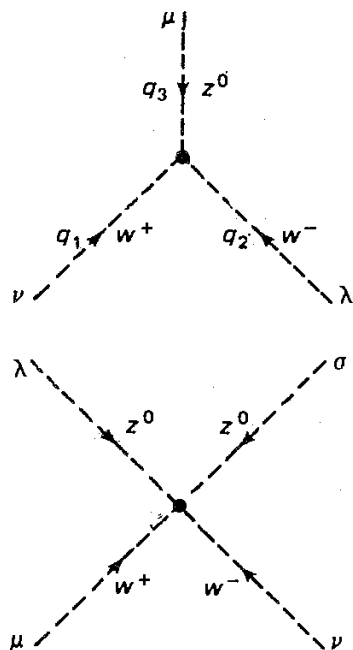
(در اینجا  $t$  یا  $c$  یا  $u$  یا  $b$  یا  $s$  یا  $d$ ;  $U$  ماتریس کوپایاشی-ماسکاواست.)



$$\frac{-ig_z}{2} \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5)$$

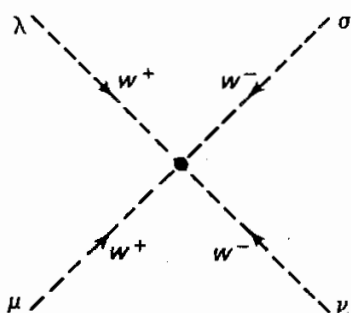
( $f$  هر کوارک یا لپتون دلخواه است.)

$c_A$	$c_V$	$f$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w$	$e^-, \mu^-, \tau^-$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$u, c, t$
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$d, s, b$



$$ig_w \cos \theta_w [g_{\nu\lambda} (q_1 - q_2)_\mu + g_{\lambda\mu} (q_2 - q_3)_\nu + g_{\mu\nu} (q_3 - q_1)_\lambda]$$

$$-ig_w^2 \cos^2 \theta_w (2g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$

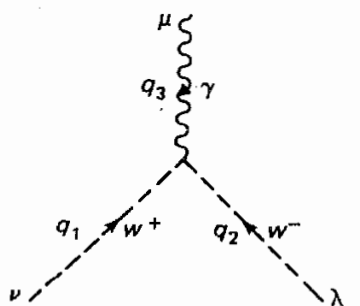


$$ig_w^2 (\gamma_{\mu\lambda} \gamma_{\nu\sigma} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$

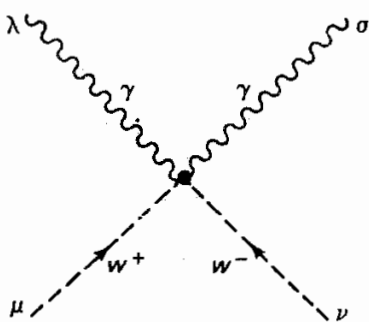
ثابت‌های جفت‌شدگی ضعیف با ثابت جفت‌شدگی الکترومغناطیسی مربوط است:

$$g_w = \frac{g_e}{\sin \theta_w}; \quad g_z = \frac{g_e}{\sin \theta_w \cos \theta_w}$$

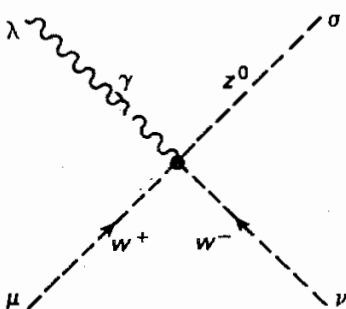
جفت‌شدگی‌های «آمیخته» فوتون با  $W$  و  $Z$  نیز وجود دارد:



$$ig_e [g_{\nu\lambda} (q_1 - q_2)_\mu + g_{\lambda\mu} (q_2 - q_3)_\nu + q_{\mu\nu} (q_3 - q_1)_\lambda]$$



$$-ig_e^2 (\gamma_{\mu\nu} \gamma_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$



$$-ig_e g_w \cos \theta_w (\gamma_{\mu\nu} \gamma_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda})$$

## نمایه

آهنگ واپاشی دیفرانسیلی ۲۴۳	آبلی ۴۵۱، ۱۲۹
ابر بار ۴۲، ۴۲۴-۴۲۵	آحاد لورنتس - هوی ساید ۱۳، ۲۹۱، ۳۱۵،
ابر بار ضعیف ۴۲۴-۴۲۶	۲۴۲
ابرچندتایه ۴۴-۵۲، ۱۴۸، ۲۱۰، ۲۲۱	آزادی مجانبی ۷۴-۷۷، ۲۰۲-۲۰۳، ۲۶۰، ۳۵۲،
ابعاد	۳۷۴-۳۷۰
~ ثابت جفت‌شدگی ۲۵۱، ۲۹۱	آستانه ۲۷، ۱۱۶-۱۱۷، ۱۲۲، ۳۳۱-۳۳۰
~ دامنه ۲۴۹-۲۵۰	آشکارساز ۹
~ میدان ۴۴۱	$\alpha_s$ ۳۷۲، ۳۵۳، ۲۰۳، ۹۲، ۷۴
اتاقک حباب ۴۳	$\alpha_w$ ۳۹۱، ۳۸۳، ۹۲
اتحاد وارد ۳۱۷	آهنگ واپاشی ۲۳۵-۲۳۶، ۲۴۲-۲۴۵، ۴۸۲
اتم نهانی ۱۹۷	~ پوزیترونیم ۲۰۰، ۳۱۰-۳۱۱
اثر فوتوالکتریک ۱۹	~ پیون ۴۰۰
احتمال گذار ۵	~ دو جسمی ۲۴۵-۲۴۶
اختلاط	~ کائون ۴۰۳
~ کابیو ۸۴-۸۵، ۸۹، ۴۰۳-۴۰۸	~ کوارکونیوم ۳۷۰
~ کائون خنثی ۱۵۹-۱۶۵	~ موئون ۳۸۵-۳۹۱
~ کوبایاشی ماسکوا ۸۴-۸۵، ۴۰۷-۴۰۸	~ نوترون ۳۹۵-۳۹۶

- ذرات W و Z ۳۸۲، ۴۱۲، ۴۱۹  
 ذره ناپایدار ۴۱۷  
 فوتون ۲۹۰  
 کوارک ۳۵۷  
 گلوئون ۳۵۷  
 انرژی
- پایستگی ← پایستگی انرژی  
 جنبشی ۱۰۸-۱۱۱، ۱۸۶  
 سکون ۱۰۸  
 عملگر ۱۷۹  
 نسبیته ۱۰۵-۱۱۰، ۱۸۶  
 انرژی بور ۱۸۳، ۲۳۰  
 انرژی‌های مجاز ۱۸۳  
 انقباض لورنتس ۹۹  
 انقلاب نوامبر ۵۰-۵۴، ۲۰۵  
 ایزواسپین ۱۲۶، ۱۴۲-۱۴۹-۴۲۵  
 ایزواسپینی ضعیف ۴۲۴-۴۲۵  
 باتمونیم ۱۷۷-۱۷۸، ۲۰۵-۲۰۶  
 بار
- استقلال ~ ۱۴۳  
 ~ الکتریکی ۵۷، ۷۳، ۱۴۴  
 باز بهنجارش ~ ۳۱۱-۳۱۶  
 ~ برهنه ۳۱۵  
 ~ ضعیف ۷۹  
 ~ مؤثر ۷۵، ۳۱۶  
 همیوگی ~ ۱۲۶، ۱۵۸-۱۶۰، ۱۶۵-۱۶۶،  
 ۲۰۰، ۲۷۸، ۳۱۹  
 بار مؤثر ← بار  
 بارن ۲۴۹  
 باریکه برخوردی ۸، ۵۵، ۱۲۰-۱۱۹  
 باریون ۲۳، ۳۶، ۴۲-۴۴
- ~ مزون خنثی ۲۰۹-۲۱۰  
 اختلال الکتروضعیف ۴۱۲، ۴۱۸  
 اسپینور ۱۳۸-۱۴۰  
 اسپینور دیراک ۲۷۲، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۸۳، ۲۸۸  
 ۳۷۳  
 اسپینورهای متعامد ۲۸۸، ۳۱۸  
 اسپینی ۱/۲ ۱۳۸-۱۴۱  
 استتار ۷۵-۷۷، ۳۱۵، ۳۷۲  
 اسکالر (نرده‌ای) ۱۰۵، ۲۸۱  
 اسلاک SLAC ۷-۱۱، ۴۸، ۳۲۶، ۳۴۴، ۴۱۵  
 اصل پاؤلی ۳، ۵، ۲۵، ۴۸، ۲۱۴-۲۱۶  
 اصل عدم قطعیت ۶۳، ۶۴، ۸۷  
 اطاقک ابر ۹، ۲۶  
 افسون ۵۱-۵۴، ۵۶، ۲۰۴  
 الحاقی ۲۸۱، ۲۸۷  
 الحاقی هرمیتی ۲۷۷-۲۸۰  
 الکترودینامیک ۶۷-۶۸، ۲۸۳، ۲۸۸  
 الکترودینامیک کوانتومی (QED) ۶، ۲۳، ۶۷،  
 ۷۳-۷۵، ۱۸۹، ۱۹۲، ۲۶۶، ۳۲۴  
 الکترون ۶، ۱۵-۱۶، ۲۹۰  
 الگوی استاندارد ۶، ۵۵-۵۷، ۱۴۹-۱۵۰،  
 ۴۰۸-۴۱۲، ۴۴۶، ۴۷۰  
 الگوی بور ۱۸  
 الگوی پارتون ۳۴۰-۳۴۴  
 انتشارگر ۲۵۲، ۴۵۶  
 اسپین صفر ۲۵۲، ۴۵۶  
 اسپین یک، بی جرم ۲۹۰، ۴۵۸  
 اسپین یک، جرم‌دار ۳۸۲، ۴۵۸  
 اسپین یک‌دوم ۲۵۰، ۴۵۶  
 اصلاح شده ۳۱۲  
 الکترون ۲۹۰

- جرم ~ ۲۲۶-۲۲۳  
 ده‌تایه ~ ۲۲۱، ۲۱۹، ۴۵، ۴۴-۴۲  
 عدد ~
- قوانین پایستگی را ببینید  
 گشتاور مغناطیسی ~ ۲۲۳-۲۲۱  
 هشت‌تایه ~ ۲۲۱-۲۲۰، ۱۳۵، ۴۷، ۴۱  
 باریون A ۳۶، ۳۹، ۴۲، ۸۴  
 باریون زیبا ۵۴  
 باریونهای افسونی ۵۱-۵۳  
 باریونهای باکواریک سبک ۲۱۳-۲۲۶  
 بازبهنجارش ۱۹۲، ۲۶۰-۲۶۱، ۳۱۱، ۳۱۶  
 بازتاب ۱۵۴-۱۵۵  
 باقاعده‌کردن ۲۵۸  
 بالا بودن ۵۶  
 برخورد ۱۱۰-۱۱۲  
 برخورد الاستیک (کشسان) ۱۱۰، ۱۱۱  
 بُرد ۲۲، ۶۴  
 بردار ۲۸۲  
 بردار قطبش ۲۸۶، ۲۸۹  
 بردار قطبی ۱۵۴، ۱۵۵  
 بردار محوری ۱۵۴-۱۵۶، ۳۸۳، ۴۱۲  
 بردارهای قطبش متعامد ۲۸۹  
 برش ۳۱۵  
 برگشت زمانی ۱۲۶، ۱۶۵-۱۶۶  
 بروکهاون ۳۹، ۵۰، ۱۶۳  
 برهم‌کنش V-A ۳۸۳، ۴۱۱-۴۱۸  
 برهم‌کنش برداری ۳۸۳-۳۸۴، ۳۹۱-۳۹۷، ۴۱۱  
 ۴۲۰-۴۲۳  
 برهم‌کنش ضعیف ۷۹-۸۷، ۳۸۲، ۴۰۲-۴۰۳، ۴۰۸  
 ~ بردار ۷۹-۸۰، ۳۸۱-۳۸۳، ۴۰۲-۴۰۷
- ~ خنثی ۸۰-۸۳، ۴۰۹-۴۱۷  
 برهم‌کنش ضعیف خنثی ۷۹-۸۱، ۴۰۹-۴۱۱، ۴۱۳  
 برهم‌کنش کواریک - کواریک ۳۵۹-۳۶۵  
 برهم‌کنشهای ضعیف بردار ۳۸۱-۳۸۵  
 بوآترون ۲۵، ۱۱۶  
 بور ۱۸، ۲۹، ۱۸۵-۱۸۶  
 بوزون ۱۳۳، ۲۱۵  
 بوزون W ۵۴-۵۵، ۵۶، ۶۷-۶۸، ۳۸۱  
 بوزون Z ۸، ۵۵، ۶۷-۶۸، ۳۸۱، ۴۳۵  
 بوزون گلدستون ۴۶۶، ۴۶۸-۴۶۹  
 بوزون برداری میانه ۵۴، ۶۸، ۴۲۷  
 بهنجارش  
 ~ اسپینور پاؤلی ۱۴۰  
 ~ بردار قطبش ۲۸۹  
 ~ تاج موج ۱۷۹  
 بیورکن ۵۱، ۳۴۰  
 پادپروتون ۲۶، ۳۸، ۱۱۶-۱۱۷  
 پادجابه‌جایی ۱۷۳، ۲۷۰  
 پادذره ۵، ۲۵-۲۸، ۴۴-۱۶۶، ۲۲۹، ۲۷۲  
 ۲۷۶-۲۷۸  
 پادمقارن‌سازی ۲۹۲  
 پادنوترون ۲۶  
 پادنوترینو ۳۰، ۳۲-۳۴، ۱۵۳  
 پارامتر برخورد ۲۳۸  
 پارتون ۵۰، ۳۴۰  
 پارینه ۱۲۶، ۱۵۰-۱۵۷، ۱۵۹، ۱۶۲-۱۶۶  
 ۲۸۱-۲۸۲  
 ~ باریون ۱۵۶  
 پایستگی ~ ۱۵۳، ۱۵۶-۱۵۷  
 ~ ذاتی ۱۵۶



- ناکشسان ۳۲۵، ۳۳۳، ۴۱۵، ۴۱۹  
 پراکندگی الکترون - دوترون ۳۵۱  
 پراکندگی الکترون - موئون ۲۹۲-۲۹۳، ۳۰۰، ۳۰۳  
 پراکندگی الکترون - نوترون ۳۴۸، ۳۵۱  
 پراکندگی بابا ۷۰-۷۱، ۹۵، ۲۹۳، ۲۹۵  
 پراکندگی دلبروک ۹۴  
 پراکندگی رادرفورد ۱۷-۱۸، ۴۸، ۲۴۱-۲۴۲، ۲۹۲-۲۹۳، ۳۰۳-۳۰۴، ۳۹۲-۳۹۶  
 پراکندگی کره سخت ۲۳۸-۲۴۰  
 پراکندگی موت ۲۹۳، ۳۰۳-۳۰۴، ۳۳۳-۳۴۱، ۳۹۲، ۳۹۶  
 پراکندگی مولر ۶۹-۷۰، ۲۹۳-۲۹۴  
 پراکندگی ناکشسان ژرف ۴۸، ۵۷، ۳۲۵-۳۲۶، ۳۳۶-۳۴۴  
 پراکندگی نوترینو - الکترون ۳۸۵، ۴۱۰-۴۱۴  
 پراکندگی نوترینو - نوکلئون ۴۱۰ - ۴۱۱  
 پراکندگی نوکلئون - نوکلئون ۱۴۵-۱۴۶  
 پرتو کیهانی ۶، ۲۴، ۲۶، ۳۶، ۱۲۱  
 پروتون ۶، ۱۸، ۳۶، ۴۱، ۴۷-۴۸، ۹۲، ۱۴۲، ۳۳۳، ۳۴۷  
 پلانک ۱۸  
 پوزیترون ۱۸، ۲۵-۲۶، ۲۷۲، ۲۹۰  
 پوزیترونیوم ۱۷۷، ۱۹۷، ۳۱۱  
 پیمانه غیرآبلی ۴۵۲  
 پیمانه کولنی ۲۸۶-۲۸۸، ۳۵۵، ۳۸۲  
 پیون ۲۳-۲۴، ۳۰-۳۱، ۳۳، ۸۱، ۱۵۳، ۳۹۸، ۴۰۲  
 تابع دلتای دیراک ۱۹۴، ۲۴۳-۲۴۴، ۲۵۲، ۲۹۱  
 ۴۷۶-۴۸۰  
 تابع دوقطبی ۳۳۸  
 ذره و پادذره ۱۵۶، ۳۲۰  
 عملگر ~ ۱۵۴-۱۵۶، ۲۸۱  
 فوتون ۱۵۶  
 کوارکها ۱۵۶  
 مزون ۱۵۶-۱۵۷  
 ناوردایی ~ ۱۵۱-۱۵۲  
 نقض ~ ۱۵۱، ۱۶۱  
 پارینه G ۱۵۹-۱۶۰  
 پاؤل ۲۳-۲۵، ۳۰، ۳۵-۳۶  
 پاؤلی، و ۲۹، ۱۵۴، ۲۵۹، ۲۶۸  
 پایین آوردن شاخص ۱۰۵  
 پایینی ۵۶  
 پتانسیل  
 اسکالر ۲۸۴  
 برداری ۲۸۴-۲۸۷  
 بین کوارکها ۲۰۳-۲۰۵، ۳۵۲، ۳۵۹-۳۶۵  
 چاربردار ۲۸۴-۲۸۶  
 خطی به علاوه کولنی ۲۰۳-۲۰۵  
 ~ کولنی ۲۰۲، ۲۴۱، ۳۶۰  
 پتانسیل الکترومغناطیسی ۲۸۴  
 پتانسیل برداری ۲۸۴-۲۸۷  
 پتانسیل خطی - کولنی ۲۰۳-۲۰۵  
 پتانسیل کولنی ۱۸۴، ۲۰۲، ۲۴۱، ۳۶۰، ۳۶۳  
 پتانسیل مرکزی ۱۸۱  
 پراکندگی ۴  
 پراکندگی الکترون - الکترون ← پراکندگی مولر  
 پراکندگی الکترون - پروتون  
 ~ کشسان ۳۳۳، ۳۳۷، ۳۳۹  
 ~ ناکشسان ۳۳۶، ۳۳۹  
 پراکندگی الکترون - پوزیترون  
 ~ کشسان ← پراکندگی بهاها

- تابع شکل ۳۳۶، ۳۳۹-۳۹۶، ۳۹۹  
 تابع شکل مغناطیسی ۳۳۶  
 تابع کار ۱۹  
 تابع لژاندر وابسته ۱۸۲  
 تابع مثلثی ۱۲۳  
 تابع موج ۵، ۱۷۹، ۲۱۶، ۲۶۷، ۴۴۱  
 تاپونیوم ۲۰۶  
 تأخیر زمانی ۹۹  
 تانسور ۱۰۴-۱۰۵  
 تانسور پادمقارن ۱۲۱، ۲۸۲  
 تانسور تنش میدان ۲۸۳  
 تانسور مقارن ۱۲۱  
 تبادل ذرات ۲۱، ۷۰، ۷۳  
 تبدیل  
 ~ اسپینور دیراک ۲۷۹-۲۸۱  
 تبدیل پیمانه‌ای ۱۲۸، ۲۸۵-۲۸۶، ۴۴۳-۴۴۴  
 تبدیل پیمانه‌ای غیرموضعی ۴۴۳، ۴۴۸، ۴۵۱  
 تبدیل پیمانه‌ای موضعی ۴۴۳، ۴۶۷  
 تبدیل لورنتس ۹۷-۱۰۰  
 تشدید ۱۴۷، ۱۷۵، ۲۳۸، ۳۳۱  
 تصحیح نسبیته ۱۸۵-۱۸۶  
 تصحیحات تابشی ۱۹۲  
 تعبیر فاینمن - استالکبرگ ۲۵  
 تقارن ۱۲۶-۱۷۶  
 تقارن پنهانی ۴۶۶  
 تقارن عبوری ۲۷-۲۸، ۷۰  
 تقارن گسسته ۱۲۶  
 تقارنهای داخلی ۱۲۶، ۱۲۸، ۱۴۲، ۱۴۷  
 تکرانه  
 چاربردار ~ ۱۰۷  
 عملگر ~ ۱۷۹، ۲۶۷  
 فضای ~ ۲۷۴، ۲۸۸-۲۸۹، ۴۵۷  
 ~ نسبیته ۱۰۵-۱۱۰  
 تکرانه داخلی ۲۵۲، ۲۹۱  
 تکرانه زاویه‌ای ۱۲۶  
 ~ اسپینی ۱۲۶، ۱۳۱-۱۳۳، ۱۴۱، ۳۱۹  
 جمع ~ ۱۳۳-۱۳۷  
 ~ مداری ۱۳۱-۱۳۳، ۱۸۸، ۳۱۹  
 ویژه مقادیر ~ ۱۸۰  
 تک‌تابه ۱۳۸، ۱۴۵، ۱۹۶  
 توابع ساختار ۳۳۴-۳۴۸  
 توازن تفصیلی ۲۷-۲۸، ۱۶۵  
 تولید زوج ۷۰، ۲۶۸، ۲۹۳  
 تولید وابسته ۳۹-۴۰  
 تولید هادرون ۳۲۵-۳۳۱  
 ثابت پلانک ۱۹، ۱۳۲  
 ثابت جفت‌شدگی ۷۴، ۲۵۱  
 ابعاد ~ ۲۹۱  
 ~ الکترومغناطیسی ۷۴-۷۶، ۲۹۱، ۴۲۸  
 ~ باز بهنجار شده ۳۱۳-۳۱۵، ۳۷۱  
 ~ برهنه ۳۱۵  
 ~ یویا ۷۴، ۲۶۰، ۳۱۵، ۳۷۲-۳۷۳  
 ~ ضعیف ۹۲، ۳۸۲، ۳۹۱، ۴۱۱، ۴۲۵-۴۲۸  
 ~ قوی ۷۴، ۹۲، ۳۵۲، ۴۵۹  
 ~ مؤثر ۷۵، ۲۶۰-۲۶۱  
 ثابت ساختار ۳۵۶، ۳۷۶  
 ثابت ساختار ریز ۱۳، ۷۱، ۱۸۴، ۱۸۸، ۲۹۱  
 ۳۱۵، ۳۷۳، ۳۹۱  
 ثابت فرمی ۳۸۹-۳۹۱  
 ثابت واپاشی پیون ۳۹۹-۴۰۰  
 جابه‌جاگر ۱۷۳  
 جابه‌جایی لمب ۲۲، ۱۹۱-۱۹۳، ۱۹۹، ۲۶۰

- جفت‌شدگی گلوئون - گلوئون ۳۵۹-۳۵۵، ۷۴  
 ۳۷۳، ۳۱۶
- ۴۶۰-۴۵۹، ۳۸۰-۳۶۹ جت ۳۲۸-۳۲۷  
 جفت‌شدگی یوکاوا ۴۷۰ جداسازی متغیرها ۱۷۹-۱۸۱
- جمله انرژی پتانسیل ۴۶۱، ۴۶۴ جرم  
 چار بردار زمان گونه ۱۰۴ اجزاء ~ ۱۵۰  
 چار بردار ۱۰۵-۱۰۰ ~ بازبهنجارشده ۲۶۰-۳۱۳  
 چار - بردار انرژی - تکانه ۱۰۷ پوسته ~ ۷۲  
 چار - بردار پادوردا ۱۰۳، ۲۶۷ ~ پویا ۲۶۰  
 چار بردار زمان گونه ۱۰۴ جریان ~ ۱۵۰  
 چار بردار فضاگونه ۱۰۴ جمله ~ ۴۵۹-۴۶۳  
 چار - بردار هموردا ۱۰۳-۱۰۴، ۲۶۷، ۳۱۸ ~ فیزیکی ۲۶۰  
 چار تکانه ۱۰۸ ~ کائون خنثی ۱۶۵-۱۶۶  
 چارچوب برایت ۱۲۴ ~ لخت ۱۴۹  
 چارچوب تکانه بی‌نهایت ۳۴۳ ماتریس ~ ۴۴۷، ۴۷۴  
 چارچوب ماند ۹۸ منشأ ~ ۴۷۱  
 چارمونوم ۱۷۷-۱۷۸، ۲۰۱-۲۰۷ ~ مؤثر ۱۴۹-۱۵۰، ۲۶۰-۲۶۱  
 چگالی حالات ۲۴۲ ~ نسبی ۱۰۸-۱۱۱  
 چگالی لاگرانژی ۴۳۹، ۴۴۲ جرم کاهیده ۱۹۷  
 چندتایه‌ها ۱۴۳-۱۴۴ جرم مؤثر ← جرم  
 چندجمله‌ای لاگر وابسته ۱۸۴ جریان  
 حالات دستگردی ۴۱۹-۴۲۴ ~ ابربار ضعیف ۴۲۴-۴۲۶  
 حالت ۵ ~ الکترومغناطیسی ۲۸۳-۲۸۶، ۴۲۳، ۴۲۴  
 حالت انرژی منفی ۲۵، ۲۷۲-۲۷۵، ۲۷۸ ۴۴۵، ۴۲۸-۴۲۴  
 حالت پادمقارن ۱۳۸، ۱۴۵، ۲۱۴-۲۲۱ ~ پایسته ۲۸۴، ۳۹۷  
 حالت پایه ~ رنگ ۴۵۶  
 ~ باریونی ۲۱۶ ~ ضعیف ایزواسپینی ۴۲۴-۴۲۵  
 ~ هیدروژن ۲۳۰ ~ ضعیف باردار ۴۲۲  
 حالت چپگرد ۳۳، ۱۵۳، ۴۲۰-۴۲۴ ~ یانگ میلز ۴۵۱  
 حالت راستگرد ۳۳، ۱۵۳، ۴۱۹-۴۲۴ جریان الکترومغناطیسی ۳۰۵  
 حالت شبه مقید ۲۰۰-۲۰۱، ۲۰۵ جفت‌شدگی اسپین - مدار ۱۸۸-۱۸۹، ۱۹۳  
 حالت مقارن ۱۳۷، ۱۴۴، ۲۱۴ جفت‌شدگی حداقل ۴۴۶

~ ۲۰۹, ۴۷-۴۶ $\eta$	حالت مقید ۲۳۴-۱۷۷, ۶۴, ۵۱, ۴۷, ۴
~ ۲۳۳, ۲۱۲-۲۰۹, ۴۷-۴۶ $\eta'$	حبس شدگی ۳۷۴, ۷۹-۷۷, ۵۰, ۴۸
~ الکترون ۲۹۰, ۱۶-۱۵, ۶	حرکت انتقالی ۱۲۸
~ ۸۴, ۶۵, ۴۳-۴۲ $\Omega'$	حرکت تقدیمی توماس ۱۹۰
~ پادپروتون ۱۱۷-۱۱۶, ۳۸-۳۱-۲۶	حساب فاینمن ۴۶۳-۴۶۲, ۲۶۴-۲۳۵, ۷۱
~ پادنوترون ۲۶	حَقَّة کازیمیر ۳۲۱, ۳۰۰-۲۹۸
~ پادنوترینو ۱۵۴-۱۵۳, ۳۴-۳۲, ۳۰	حقیقت ۵۶, ۵۴
~ پروتون ۹۲, ۴۸-۴۷, ۴۱-۳۶, ۱۸, ۶	حلقه‌های ذخیره ۸
۳۴۷, ۳۳۳, ۱۴۲	خط خارجی ۳۵۷, ۲۹۱-۲۹۰, ۷۲-۷۱
~ یوزیترون ۲۹۰, ۲۷۳, ۲۶-۲۵, ۱۸	خط داخلی ۲۹۰, ۲۵۱, ۷۱
~ پيون ۸۱, ۶۴, ۳۳, ۳۱-۳۰, ۲۴, ۲۳	خلاء ۳۶۴-۴۶۳
۴۰۲-۳۹۸, ۲۶۳, ۱۵۴-۱۵۳	دالامبری ۲۸۵
~ ۲۲۶, ۲۲۳, ۹۵, ۴۲-۴۱, ۳۹ $\Xi$	دامنه ۳۵۷, ۲۹۱-۲۹۰, ۲۴۲-۲۴۱, ۲۳۵, ۱۴۶
~ ۳۸۱, ۶۸-۶۷, ۵۶-۵۵ $W$	۲۹۲, ۲۹۰
~ ۱۴۷, ۸۲, ۴۲, ۳۹ $\Delta$	دامنه پراکندگی ۱۴۶
~ دوترون ۱۷۸, ۱۴۵	دامنه میانگینی اسپینی ۲۹۸
~ ۴۳۵, ۳۸۱, ۶۸-۶۷, ۵۶-۵۵, ۸ $Z$	درخشندگی ۳۱۲-۳۱۱, ۲۴۱
~ ۲۲۶-۲۲۳, ۴۰-۳۹ $\Sigma$	دریای دیراک ۲۷۲, ۲۵-۲۳
~ فوتون ۲۹۰, ۲۸۳, ۶۷, ۵۶, ۲۲-۱۸	دفترچه داده‌های ذرات ۱۳۶, ۶۰
~ کوارک d (پایین) ۱۵۰, ۴۵	دلتای کروئکر ۱۷۲
~ کوارک b (زیبایی یا ته) ۱۵۰, ۵۴	دوتایه چپگرد ۴۲۶-۴۲۴
~ کوارک c (افسون) ۱۵۰-۵۱	دوترون ۱۷۸-۱۴۵
~ کوارک u (بالا) ۱۵۰, ۴۵	دوران ۱۲۹-۱۲۸
~ کوارک s (شگفت) ۱۴۹, ۴۵	دیراک ۲۶۹-۲۶۸, ۲۶۰-۲۵۹, ۲۵
~ کوارک t (سریا حقیقت) ۱۵۰, ۵۶-۵۴	دی‌کوارک ۳۶۵
~ گراویتون ۶۸-۶۷, ۵۷, ۲۱	دینامیک رنگ ۸۱, ۶۸-۶۷
~ گلوئون ۳۴۷, ۳۲۷, ۷۴-۷۳, ۶۸-۶۷, ۵۶	ذرات بنیادی ۳
۳۵۴-۳۵۲	ذرات تمیزناپذیر ۳
~ ۱۷۵, ۱۸-۱۷, ۸۴, ۴۲-۴۰, ۳۶ $\Lambda$	ذرات شگفت ۴۰-۳۵
~ ۵۳-۵۱ $\Lambda_c$	ذرات یکسان ۲۱۶, ۲۱۵, ۴۹, ۳
~ لیتون $\tau$ ۳۳۰, ۵۵-۵۱	ذره

۴۵۸-۳۵۷، ۳۵۶-۳۵۳، ۷۴-۷۳ QCD ~	مزون F ۵۱ ~
۴۵۸، ۲۹۱، ۶۹-۶۸ QED ~	مزون K ~
۴۰۸-۴۰۲، ۳۸۲، ۸۵-۸۲، ۸۰-۷۹ ~ ضعیف	باردار ۳۶-۳۷، ۴۶، ۱۵۷، ۴۰۳ ~
۴۲۸-۴۲۷	خشی ۳۶-۳۷، ۴۰-۴۶، ۱۶۱-۱۶۳ ~
راکتور ۶، ۳۲	مزون $\Upsilon$ ۵۴۲، ۱۷۸، ۲۰۵-۲۰۶، ۲۳۰-۲۳۱ ~
رد ۲۹۸-۳۰۱	مزون $\omega$ ۲۰۹-۲۱۲ ~
رنگ ۴۹-۵۰، ۷۴-۷۳، ۷۷، ۸۸، ۳۳۱-۳۳۰	مزون B ۵۲، ۹۵، ۲۰۵ ~
۳۶۸، ۳۵۲	مزون $\psi$ ۵۰-۵۱، ۹۰، ۱۷۸، ۳۳۱-۳۳۰ ~
۴۵۴-۴۵۲، ۳۵۴، ۲۱۹ ~ SU(۳)	مزون D ۹۰-۹۵، ۲۰۵ ~
تک تایی ~ ۲۱۹، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۹، ۳۶۱	مزون $\rho$ ۲۰۹-۲۱۱ ~
۳۷۷، ۳۶۸، ۳۶۵	مزون $\phi$ ۹۰، ۲۰۹-۲۱۲، ۳۳۱-۳۳۲ ~
سه تایی ~ ۳۶۴، ۳۶۳	موتون $\nu$ ۲۴-۲۶، ۳۰-۳۱، ۳۳-۳۴، ۷۹، ۱۲۱، ~
شش تایی ~ ۳۶۳	۳۸۵، ۳۹۱
عامل ~ ۲۰۲، ۳۶۵-۳۶۰، ۳۶۹	نوترون ۱۸، ۳۰-۳۴، ۸۲، ۱۴۲، ۱۶۵، ~
هشت تایی ~ ۳۵۴، ۳۶۰-۳۶۲	۳۹۸-۳۹۱
رویدادهای V ۳۶	نوترینو ۱۸، ۲۴-۲۸، ۳۴، ۱۵۳-۱۵۴ ~
زاویه اختلاط ضعیف ۴۱۱، ۴۲۷	نوکلتون ۱۴۲ ~
زاویه پراکندگی ۲۳۸-۲۳۹	ذره $\alpha$ ذرات را ببینید
زاویه کابیبو ۳۸۱، ۳۹۸، ۴۰۳-۴۰۸	ذره $\Delta$ ۳۹، ۴۲، ۸۲، ۱۴۷
زمان ویژه ۱۰۵	ذره بدون جرم ۱۰۹
زیبایی ۵۴-۵۶	ذره بدون رنگ ۴۹، ۷۷-۷۸، ۳۵۵-۳۵۴
زیرذرات ۵۷، ۶۵	ذره پایدار ۸۶-۸۷
ساختار ریز ۱۸۶-۱۹۱	ذره شبیح ۲۸۷، ۳۵۷، ۴۶۹
ساز و کار GIM ۸۴، ۸۵، ۳۸۱، ۴۰۶-۴۰۸	ذره مجازی ۷۱-۷۲، ۹۵، ۳۲۶
ساز و کار هیگز ۹۱، ۴۲۰، ۴۳۷، ۴۵۲، ۴۶۰	ذره نهانی ۶۵
۴۷۱-۴۶۶	ذره واقعی ۷۲-۷۳
سد مرکزگریز ۱۸۳، ۱۹۶	ذره هیگز ۵۷، ۴۶۹
سر ۵۴	رابطه کالان - گروس ۳۴۱-۳۴۴
سرعت ویژه ۱۰۶	رادر فورد ۱۷-۱۸، ۳۱۶
سپرن ۹، ۴۸، ۵۴-۵۵، ۸۰، ۴۱۰، ۴۱۳-۴۱۵	رأس ۸۸
سطح مقطع ۱۴۶، ۲۳۵-۲۴۱، ۴۸۴	~ ABC ۲۴۹

۱۳۷-۱۳۶ گوردون - کلبش - ضرایب کلبش  
 ضرب اسکالر ۱۰۵  
 ضرب نقطه‌ای ۱۰۴  
 طعم ۴۹-۵۱، ۵۶، ۶۶، ۷۷، ۱۴۲، ۱۵۰، ۳۵۳،  
 ۳۵۴  
 طول عمر ۵۰، ۶۵، ۹۰، ۱۶۳، ۲۳۵، ۲۳۶  
 ~ یوزیترونیم ۲۰۲، ۲۳۱، ۳۱۱  
 ~ پیون ۴۰۰  
 ~ ذره ۲۵۲  
 ~ موئون ۳۸۹  
 ~ نوترون ۳۸۹-۳۹۶  
 طول موج دوبروی ۹  
 طیف ۱۸۳، ۱۸۶-۱۸۷، ۱۹۱، ۲۰۰-۲۰۱،  
 ۲۰۶  
 عامل آماری ۲۴۲  
 عامل شکل الکتریکی ۳۳۶  
 عدد T ۵۵  
 عدد الکترون ← قوانین پایستگی  
 عدد کوانتومی افزاینده ۱۵۸-۱۵۶  
 عدد کوانتومی داخلی ۱۵۸  
 عدد لپتونی ۳۳-۳۴  
 عدد موئونی ۳۳، ۵۵  
 عدم تقارن ماده - پادماده ۲۸، ۱۶۶  
 عملگر بالابرنده ۱۷۳  
 عملگر پایین برنده ۱۷۳  
 عنصر ماتریسی ۲۴۲  
 فرایند درل - یان ۳۷۴  
 فرایند دوجتی ۳۲۷، ۳۲۸  
 فرایند سه جت ۳۲۷-۳۲۸  
 فرایندهای مرتبه بالاتر ۷۱، ۷۶، ۲۵۱-۲۵۶-۲۶۱،  
 ۳۱۱-۳۱۷، ۳۵۵، ۳۷۱-۳۷۳

$A + A \leftarrow B + B \sim 256-253$   
 ~ یایون - نوکلئون ۱۴۶-۱۴۷، ۱۷۴  
 ~ دو جسمی ۲۴۷-۲۴۹  
 ~ رادرفورد ۲۴۱-۳۰۴  
 ~ کره سخت ۲۴۰  
 ~ مات ۳۰۴  
 ~ نابودی زوج (QED) ۲۰۲، ۲۳۲، ۳۱۰  
 ~ نابودی زوج (QCD) ۳۶۹  
 ~ نوکلئون - نوکلئون ۱۴۵  
 سطح مقطع دیفرانسیلی ۲۳۹، ۲۴۹، ۳۱۰  
 سطح مقطع کل ۲۴۰  
 سطح مقطع پوش ۳۳۷-۳۴۰  
 سلام ۶۸، ۴۱۰-۴۱۸  
 سنجه ۱۰۲  
 سه تاییه ۱۳۸، ۱۴۵، ۱۹۶، ۱۹۷  
 شیخ فادیو - پوپوف ۳۵۷  
 شبه اسکالر ۱۵۵-۱۵۶، ۲۸۱-۲۸۲  
 شتابدهنده ۶  
 شرط لورنتس ۲۸۵-۲۸۹، ۳۵۵، ۳۸۲  
 شش تاییه ۳۶۳  
 شعاع بور ۱۸۴  
 شکافتگی فوق ریز  
 ~ در باریونها ۲۲۴-۲۲۶  
 ~ در یوزیترونیم ۱۹۸  
 ~ در مزونها ۲۱۱  
 ~ در هیدروژن ۱۹۱-۱۹۷  
 شکست تقارن ۴۲۸  
 شکست خودبه خود تقارن ۴۱۰، ۴۳۷،  
 ۴۶۰-۴۶۲-۴۶۶  
 شگفتی ۳۹-۴۱، ۴۵-۴۷، ۵۶، ۱۴۴  
 شوئینگر ۶۸، ۱۸۹، ۱۹۲، ۲۵۹

- قضیه انقباض ۳۰۱  
 قضیه گلدستون ۴۶۶، ۴۷۵  
 قضیه نوتر ۱۲۶-۱۲۸، ۱۴۳، ۴۷۳  
 قضیه ویربال ۱۷۸  
 قطبش ۷۵-۷۶، ۲۸۶، ۲۸۹  
 قطبش خلاء ۷۶، ۱۹۲، ۳۱۲، ۳۷۱  
 قطبش طولی ۳۸۲  
 قطبش عرضی ۲۸۷  
 قواعد جمع ۳۴۸-۳۵۱  
 قواعد فاینمن ۵، ۷۱، ۲۴۲، ۲۶۶، ۴۵۶-۴۶۰،  
 ۴۹۰-۴۹۲  
 ۴۲۸-۴۲۷ GUC  
 ۳۵۹-۳۵۲ QCD  
 ۳۲۳، ۲۹۱، ۲۶۶ QED  
 نظریه ABC ۲۵۰-۲۵۳  
 قوانین پایستگی ۸۶، ۹۱، ۹۵، ۱۲۶، ۱۲۸  
 ~ انرژی ۶۳-۶۴، ۷۲، ۱۰۹، ۱۱۱-۱۲۸،  
 ۲۵۲، ۲۹۱  
 ~ ایزواسپین ۱۴۳-۱۴۶  
 ~ بار ۳۹، ۸۶-۸۸، ۱۲۹، ۱۵۸، ۲۸۴، ۳۹۷  
 ~ پاریده ۱۵۳-۱۵۷  
 ~ تکانه ۱۰۹-۱۱۱، ۱۲۸، ۲۵۲، ۲۹۱  
 ~ تکانه زاویه‌ای ۱۲۸  
 ~ جرم ۱۱۰-۱۱۱  
 ~ جریان پایسته ۳۹۷  
 ~ رنگ ۸۸  
 ~ شگفتی ۳۹-۴۱، ۸۹-۹۰، ۱۴۴  
 ~ طعم ۸۱، ۸۹-۹۰  
 ~ عدد الکترونی ۳۴، ۵۵، ۸۹، ۴۰۲  
 ~ عدد باریونی ۳۶-۳۸، ۸۶، ۸۸، ۹۳، ۱۴۴  
 ~ عدد تاؤ ۵۵، ۸۹، ۴۰۲
- فرضیه CVC ۳۹۷  
 فرضیه PCAC ۳۹۷، ۴۰۵  
 فرضیه دو نوترینو ۳۴-۳۵  
 فرمول پلانک ۱۹، ۱۰۹، ۱۸۵  
 فرمول جرم  
 ~ باریونها ۲۲۳-۲۲۶  
 ~ پیون ۶۴  
 ~ W و Z ۴۱۲  
 ~ کوارکونیوم ۲۰۳  
 ~ کولمن - گلاشو ۶۵  
 ~ گلنن - اوکوبر ۶۴  
 ~ مزونها ۲۱۱  
 فرمول جرمی گلنن - اوکوبر ۶۴  
 فرمول روزن بلوث ۳۳۶-۳۳۹  
 فرمول ریذبرگ ۱۸۶  
 فرمول سیکلوترون ۱۰  
 فرمول کولمن - گلاشو ۶۵  
 فرمول گلنن - نی شی جاما ۱۴۴، ۱۷۴، ۴۲۵  
 فرمیون ۱۳۳، ۲۱۵  
 فصل مشترک حلقه‌های ذخیره‌سازی ۸  
 فضای فاز ۲۴۱-۲۴۲  
 فوتون ۱۸-۲۲، ۵۶، ۶۷-۶۹، ۲۸۳-۲۹۰  
 قاعده QZI ۹۰-۹۱، ۹۶، ۲۰۵-۲۰۶، ۳۷۳  
 قاعده جمع سرعتها ۱۰۰-۱۰۶  
 قاعده طلایی ۲۳۵، ۲۴۲-۲۴۹، ۳۸۶  
 ~ برای پراکندگی ۲۴۶-۲۴۷  
 ~ برای واپاشی ۲۴۳، ۳۸۶  
 قدرت ۶۷، ۹۰-۹۳  
 قدرت ذاتی نیروی ضعیف ۹۱، ۳۹۱  
 قضایای رد ۳۰۰-۳۰۱، ۴۸۷  
 قضیه TCP ۵، ۱۶۶

- کوارک ظرفیت ۳۴۹-۳۴۸  
 کوارکونیوم ۲۰۶-۲۰۲، ۱۹۷  
 گراویتون ۶۸-۶۷، ۵۷، ۲۱  
 گروه ۱۲۹  
 ~ آبله ۱۲۹  
 ~ SO(n) ۱۳۰-۱۳۱، ۱۷۰  
 ~ SO(۳) ۱۳۰  
 ~ SU(n) ۱۳۰  
 ~ SU(۲) ۱۳۰، ۱۴۹، ۴۴۸  
 ~ SU(۲) × U(۱) ۴۵۲، ۴۲۹-۴۲۴  
 ~ SU(۳) ۱۴۹، ۱۳۱، ۱۲۶  
 ~ SU(۶) ۱۴۹، ۱۲۶  
 ~ O(n) ۱۷۰-۱۳۰  
 ~ پیوسته ۱۳۰  
 ~ متاهی ۱۳۰  
 ~ نامتاهی ۱۳۰  
 ~ U(n) ۱۳۰  
 گروه دوران ۱۳۰  
 گشتاور دوقطبی الکتریکی ۱۶۶  
 گشتاور مغناطیسی ۱۸۹  
 ~ الکترون ۱۹۳، ۱۸۸، ۲۲  
 ~ باریونها ۲۲۳-۲۲۰  
 ~ پروتون ۱۹۴-۱۹۳  
 گشتاور مغناطیسی بی‌هنجار  
 ~ الکترون ۲۹۲، ۱۹۳، ۱۸۸، ۲۲  
 ~ پروتون ۱۹۴-۱۹۳  
 گلوئون ۳۴۷، ۳۲۷، ۷۴-۷۳، ۶۸-۶۷، ۵۶  
 ۳۵۴-۳۵۲  
 هشت‌تاییه ~ ۳۵۴  
 گلوئون نهم ۴۵۵، ۳۷۶، ۳۵۴-۳۵۳  
 لاپلاسی ۱۸۱
- ~ عدد لپتون ۳۳-۳۴، ۳۷  
 ~ عدد موئون ۳۴، ۸۹، ۴۰۲  
 ~ کوارک ۸۹  
 کامپتون  
 پراکندگی ~ ۲۰-۲۱، ۷۰، ۹۴، ۱۲۵، ۲۹۳  
 ۲۹۷-۲۹۶  
 طول موج ~ ۲۰-۷۶  
 کامل بودن ۲۷۲، ۲۷۸، ۲۸۹، ۲۹۹  
 کت ۵، ۱۳۳  
 کرومودینامیک ۶۸-۶۷، ۴۵۵-۴۵۲  
 کرومودینامیک کوانتومی (QCD) ۶، ۶۸-۶۷  
 ۴۵۵، ۴۵۴، ۳۸۰، ۳۵۲، ۲۰۲، ۷۸-۷۳  
 کلوتوتوپ ۵۶، ۷۳  
 کوارک  
 الگوی ~ ۴۴-۵۱  
 برهم‌کنش ضعیف ~ ۴۰۲-۴۰۸  
 توابع توزیع ~ ۳۴۵-۳۴۸  
 جدول ~ ۵۵، ۱۵۰  
 جرم ~ ۶۵، ۱۴۹  
 جستجوی ~ ۴۷-۴۸  
 عدد ~ ۸۸  
 کوارک b ۵۴، ۱۵۰  
 کوارک c ۵۱-۵۰، ۱۵۰  
 کوارک d ۴۵، ۱۴۹  
 کوارک s (شگفت) ۴۵-۱۵۰  
 کوارک t ۵۴-۵۶، ۱۵۰  
 کوارک u ۴۵، ۱۵۰  
 کوارک پایین ← کوارک d  
 کوارک تماشاچی ۸۲، ۸۴  
 کوارک دریا ۳۴۸-۳۴۹  
 کوارک سنگین ۲۰۳، ۲۱۲



- ماتریسهای گاما  $270, 282, 300, 301, 390$   
 ماتریسهای گلن  $356, 454$   
 متغیرهای مندلیست  $124$   
 مرکز تکانه  $116-118$   
 مزون  $22-23, 36, 39, 40, 42, 45, 46, 157$   
 $206-211$   
 جرم  $210-211$   
 نه تاییه  $44, 46, 47, 157, 206$   
 هشت تاییه  $41$   
 مزون  $7, 46-47, 209$   
 مزون  $\phi, 90, 209, 212, 331$   
 مزون  $\psi, 50-51, 90, 178, 331$   
 مزون  $l', 46-47, 209-211, 233$   
 مزون B  $54, 95, 205$   
 مزون D  $51, 90-95, 205$   
 مزون F  $51$   
 مزون k  $36-46, 157, 161-165, 403$   
 مزون P  $209-212$   
 مزون T  $54, 178, 205-206, 330-331$   
 مزون برداری  $134, 206-211$   
 مزون زیبا  $54$   
 مزون شبه اسکالر  $41, 134, 206, 211$   
 مزون یوکاوا  $18, 22-23, 56, 63, 78$   
 مزونهای افسونی  $51-52$   
 مزونهای باکووارک سبک  $177, 206-211$   
 مسیر هشت تاییه  $41-46, 131, 149-150$   
 مسئله هشت - باریون  $148$   
 مشتق هموردا  $445-449, 454, 467$   
 معادلات ماکسول  $283-287$   
 معادله اوپلر - لاگرانژ  $438-439$   
 معادله پروکا  $267, 441$
- لاگرانژی  $437-442$   
 پروکا  $441-442$   
 دیراک  $440-441$   
 کلاسیکی  $437-438$   
 کلاین - گوردون  $439$   
 QED  $446$   
 QCD  $455$   
 ماکسول  $441$   
 هیگز  $469$   
 یانگ میلز  $452$   
 یوکاوا  $475$   
 لاگرانژی ماکسول  $442$   
 لپتون T  $51-55, 330$   
 لپتون سنگین  $51$   
 لپتونها  $23, 35, 79-81$   
 برهم کنش ضعیف  $381-385, 402$   
 جدول  $35, 56$   
 خانواده  $55$   
 لدرمن، ل. م.  $34, 163$   
 لی، ت. د.  $68, 151, 157$   
 ماتریس اسپینی  $138-140, 173, 278$   
 ماتریس پاؤلی  $140, 173, 270, 425, 448$   
 $486$   
 ماتریس تصویر  $434$   
 ماتریس دوران  $141, 170-172$   
 ماتریس دیراک  $269, 488$   
 ماتریس کوبایاشی - ماسکاو  $84-85, 164$   
 $381, 407-408, 412$   
 ماتریس متعامد  $130$   
 ماتریس هرمیتی  $448, 453$   
 ماتریس یکانی  $130, 447$

- ناوردایی پیمانهای موضعی ۶، ۴۳۷، ۴۴۳-۴۴۶،  
 ۴۴۹، ۴۶۰  
 ناوردایی لورنتس ۱۰۲-۱۰۴، ۱۱۷  
 نسبت ژیرمغناطیسی ۱۸۹، ۱۹۳  
 نسبتهای انشعاب ۸۶، ۲۳۷، ۴۰۱  
 نسبییت ۵، ۹۷-۹۸  
 نسل ۵۵-۵۷، ۴۰۲، ۴۰۸-۴۰۹  
 نظریه ABC ۲۴۹-۲۶۵  
 نظریه GWS (گلاشو - واینبرگ - سلام) ۶،  
 ۵۵، ۵۷، ۶۸، ۸۰، ۹۱، ۲۶۱، ۳۸۱، ۴۰۹  
 ۴۱۲، ۴۱۸، ۴۲۸  
 نظریه اختلال ۷۱  
 غیرنسبیتی ۱۷۷، ۱۸۶  
 نسبییت ← محاسبه فاینمن  
 نظریه بور ۱۸۴-۱۸۶  
 نظریه پیمانهای ۲۶۱، ۴۳۷-۴۷۴  
 نظریه حفره ۲۵  
 نظریه فرمی برای واپاشی بتا ۲۹-۳۰، ۵۴، ۶۸،  
 ۳۹۰-۳۹۱  
 نظریه کایبو ۴۰۳-۴۰۹  
 نظریه گروه ۱۲۶-۱۲۹  
 نظریه میدان کوانتومی ۴-۵، ۱۳، ۲۱، ۲۵، ۱۶۶،  
 ۲۱۵، ۲۳۵، ۲۶۶، ۴۳۷، ۴۵۶  
 نظریه یانگ - میلز ۴۴۶-۴۵۲  
 نقض CP ۱۶۰-۱۶۵، ۴۰۸  
 نقض ماکسیمال پارته ۱۵۱، ۱۶۴، ۳۸۳  
 نماد لوی - چی ویتا ۱۷۲، ۳۰۲، ۳۲۲-۳۸۴  
 نمادگذاری خط ۲۹۶-۲۹۷  
 نمایش ۱۳۰-۱۴۱  
 نمایش بنیادی ۱۴۹، ۲۱۰  
 نمایش کاهش ناپذیر ۱۳۱  
 معادله پیوستگی ۲۸۴، ۴۴۳  
 معادله دیراک ۲۳، ۲۶۶، ۲۷۹  
 فضای تکانه ۲۷۴، ۲۸۸  
 معادله شرودینگر ۱۷۷-۱۸۴، ۲۶۶-۲۶۷، ۲۷۲  
 معادله شعاعی ۱۸۲  
 معادله کلاین - گوردون ۲۶۶-۲۶۸، ۲۸۶  
 معمای T-O ۱۵۷  
 مقدار ft ۳۹۶  
 مقدار انتظاری ۱۸۸، ۲۳۰  
 مقیاس بیورکن ۳۴۰-۳۴۴، ۳۷۳  
 مکانیک ۴  
 مکانیک کوانتومی ۴-۵، ۱۷۸-۱۸۳، ۲۳۵  
 مکانیک نسبییتی ۴، ۱۰۵، ۱۲۰  
 مگنتون بور ۱۸۹  
 موج تخت ۲۷۳، ۲۸۶  
 موئون ۸، ۲۳-۲۴، ۳۰-۳۱، ۳۳، ۸۰، ۱۲۱،  
 ۳۸۵-۳۹۱  
 موئونوم ۱۹۷-۱۹۸، ۲۰۶  
 میدان الکترومغناطیسی ۶۸-۶۹  
 میدانهای پیمانهای ۴۴۴-۴۴۵، ۴۴۹، ۴۵۴  
 نابودی زوج ۷۰، ۱۹۸-۲۰۰، ۲۶۸، ۲۹۳، ۳۰۵،  
 ۳۱۰، ۳۲۵-۳۳۱، ۳۶۵-۳۶۹  
 ناوردا ۱۰۲، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۱۴، ۱۱۷، ۳۵۴  
 ناوردای پیمانهای ۳۲۱، ۳۷۸  
 ~ آبلی ۴۵۲  
 شکست ~ ۴۶۳-۴۶۶  
 ~ غیرآبلی ۴۵۲  
 ~ غیرموضعی ۴۴۳-۴۴۶، ۴۴۹-۴۵۱  
 ~ موضعی ۴۴۳-۴۴۶، ۴۴۹، ۴۵۱  
 ۴۶۶-۴۶۹  
 ناوردایی ۱۲۸

۳۹۱، ۳۸۳، ۷۳، ۶۹-۶۸، ۵۶-۵۵، ۲۱	نمودار ~ سطحی ۳۵۷، ۳۱۵، ۲۵۷
واگرایی لگاریتمی ۳۱۳، ۲۵۹	نمودار جداشده ۲۵۷
واگنی ۱۸۵	نمودار حلقه ۲۵۸-۲۶۰، ۲۹۲، ۳۱۱، ۳۲۳
وحدت ۳۹، ۹۱-۹۳، ۴۱۹-۴۲۹	۳۵۷-۳۵۵، ۳۷۲-۳۷۰
وحدت بزرگ ۳۹، ۹۱-۹۲	نمودار فاینمن ۶۷، ۶۹، ۷۱، ۲۳۵، ۲۵۰-۲۵۲
ویژه بردار ۱۳۹	نوترون ۱۸، ۳۰-۳۴، ۸۲، ۱۴۲، ۱۶۶، ۳۹۱-۳۹۸
ویژه تابع ۱۸۰	نوترینو ۱۸، ۲۴، ۲۸-۳۴، ۱۵۳-۱۵۴
ویژه مقدار ۱۳۹، ۱۸۰	نوترینو کیهانی ۳۲
هادرون ۳۵، ۴۰، ۱۷۸	نوکلئون ۱۴۲
هامیلتونی ۱۸۰-۱۸۶، ۱۹۰-۱۹۴، ۱۹۷، ۳۱۹	نیروی الکتروضعیف ۶، ۵۴، ۶۸، ۴۰۷، ۴۱۹
هسته ۱۷-۱۸	۴۲۹
هشت تایی ۴۴	نیروی الکترومغناطیسی ۶۷، ۶۸
هلیسیته ۳۳، ۱۵۳، ۲۷۸، ۴۲۰-۴۲۴، ۴۳۴	نیروی پنجم ۳۷۴
هماهنگ‌های کروی ۱۸۲-۱۸۳، ۲۳۰	نیروی ضعیف ۳۹، ۶۷-۶۸، ۱۵۱، ۳۸۱-۴۳۶
همزمانی ۹۹	نیروی قوی ۲۲، ۳۹-۴۰، ۶۷-۶۸، ۳۵۲
همورداهای دوخطی ۲۷۹-۲۸۱	نیروی کولنی ۶۹
هیدروژن ۱۷۷، ۱۸۳-۱۹۷	نیروی گرانشی ۶۷
یکاهای ۱۱-۱۲، ۲۴۹-۲۵۰، ۲۹۱، ۴۴۲	نیمه عمر ۸۶، ۲۶۲، ۳۹۶
یونش ۱۰	وایشی ۴-۵، ۸۶-۹۰، ۱۱۳-۱۱۴، ۳۰۴
$\Lambda$ (پارامتر مقیاس در QCD) ۳۷۳	وایشی الکترومغناطیسی ۳۰۵
$\Omega^-$ (امگا منفی) ۴۲-۴۳، ۶۵، ۸۴	وایشی بتازا ۲۸-۳۰، ۳۳، ۵۴، ۶۴، ۶۸، ۳۸۱
$\Sigma$ ۳۹-۴۰، ۲۲۳-۲۲۶	۳۹۲، ۳۹۷
$\Xi$ ۳۹، ۴۱-۴۲، ۹۵، ۲۲۳-۲۲۶	وایشی بتازا معکوس ۳۲، ۳۸۳
$\omega$ (امگا) ۲۰۹-۲۱۲	وایشی غیرلپتونی ۴۰۴-۴۰۵
DESY (دسی) ۸۰	وایشی لپتونی ۴۰۳
GUT؛ وحدت بزرگ را ببینید	وایشی نیمه لپتونی ۸۱، ۴۰۴-۴۰۵
R ۳۳۰-۳۳۲	وارونی ۱۵۴-۱۵۵

### داده‌های ذرات

(جرم برحسب  $\text{MeV}/c^2$ ، طول عمر برحسب ثانیه، بار با یکای بار پروتون)

#### کوارکها (اسپین $\frac{1}{3}$ )

جرم (حدسی)		لخت	بار	طعم	
در مزونها	در باریونها				
۳۱۰	۳۶۳	۷٫۵	$-\frac{1}{3}$	$d$	} نسل اول
۴۸۳		۴٫۲	$+\frac{2}{3}$	$u$	
	۵۳۸	۱۵۰	$-\frac{1}{3}$	$s$	} نسل دوم
۱۵۰۰		۱۱۰۰	$+\frac{2}{3}$	$c$	
۴۷۰۰		۴۲۰۰	$-\frac{1}{3}$	$b$	} نسل سوم
$> ۲۳,۰۰۰$			$+\frac{2}{3}$	$t$	

#### لپتونها (اسپین $\frac{1}{2}$ )

واپاشیهای اصلی	طول عمر	جرم	بار	لپتون	
—	$\infty$	$۰٫۵۱۱۰۰۳$	-۱	$e$	} نسل اول
—	$\infty$	۰	۰	$\nu_e$	
$e\nu_\mu\bar{\nu}_e$	$۲٫۱۹۷ \times 10^{-6}$	۱۰۵٫۶۵۹	-۱	$\mu$	} نسل دوم
—	$\infty$	۰	۰	$\nu_\mu$	
$\mu\nu_\tau\bar{\nu}_\mu, e\nu_\tau\bar{\nu}_e, \rho\nu_\tau$	$۳٫۳ \times 10^{-12}$	۱۷۸۴	-۱	$\tau$	} نسل سوم
—	$\infty$	۰	۰	$\nu_\tau$	

#### واسطه‌ها (اسپین ۱)

نیرو	طول عمر	جرم	بار	واسطه
قوی	$\infty$	۰	۰	گلوئون
الکتروضعیف	$\infty$	۰	۰	فوتون ( $\gamma$ )
	نامعلوم	۸۱٫۸۰۰	$\pm ۱$	$W^\pm$
	نامعلوم	۹۲٫۶۰۰	۰	$Z^0$

باریونها (اسپین  $\frac{1}{2}$ )

وایشیهای اصلی	طول عمر	جرم	بار	محتوای کوارکی	باریون
—	$\infty$	۹۳۸,۲۸۰	+۱	<i>uud</i>	$N \begin{cases} p \\ n \end{cases}$
$p\bar{e}\bar{\nu}_e$	۹۰۰	۹۳۹,۵۷۳	۰	<i>udd</i>	
$p\pi^-, n\pi^+$	$2,63 \times 10^{-10}$	۱۱۱۵,۶	۰	<i>uds</i>	$\Lambda$
$p\pi^0, n\pi^+$	$0,80 \times 10^{-10}$	۱۱۸۹,۴	+۱	<i>uus</i>	$\Sigma^+$
$\Lambda\gamma$	$6 \times 10^{-20}$	۱۱۹۲,۵	۰	<i>uds</i>	$\Sigma^0$
$n\pi^-$	$1,48 \times 10^{-10}$	۱۱۹۷,۳	-۱	<i>dds</i>	$\Sigma^-$
$\Lambda\pi^0$	$2,90 \times 10^{-10}$	۱۳۱۴,۹	۰	<i>uss</i>	$\Xi^0$
$\Lambda\pi^-$	$1,64 \times 10^{-10}$	۱۳۲۱,۳	-۱	<i>dss</i>	$\Xi^-$
معلوم نشده است	$2 \times 10^{-12}$	۲۲۸۱	+۱	<i>udc</i>	$\Lambda_c^+$

باریونها (اسپین  $\frac{3}{2}$ )

وایشیهای اصلی	طول عمر	جرم	بار	محتوای کوارکی	باریون
$N\pi$	$0,6 \times 10^{-23}$	۱۲۳۲	+۲, +۱, ۰, -۱	<i>uuu, uud, udd, ddd</i>	$\Delta$
$\Lambda\pi, \Sigma\pi$	$2 \times 10^{-23}$	۱۳۸۵	+۱, ۰, -۱	<i>uus, uds, dds</i>	$\Sigma^*$
$\Xi\pi$	$7 \times 10^{-23}$	۱۵۳۳	۰, -۱	<i>uss, dss</i>	$\Xi^*$
$\Lambda K^-, \Xi^0\pi^-, \Xi^-\pi^0$	$0,82 \times 10^{-10}$	۱۶۷۲	-۱	<i>sss</i>	$\Omega^-$

مزونهای شبه‌نرده‌ای (اسپین ۰)

واپاشیهای اصلی	طول عمر	جرم	بار	اجزای کوارکی	مزون
$\mu\nu_\mu$	$2.60 \times 10^{-8}$	139,596	+1, -1	$u\bar{d}, d\bar{u}$	$\pi^\pm$
$\gamma\gamma$	$8.7 \times 10^{-17}$	134,964	0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	$\pi^0$
$\mu\nu_\mu, \pi^\pm\pi^0, \pi^\pm\pi^\pm\pi^\mp$	$1.24 \times 10^{-8}$	493,67	+1, -1	$u\bar{s}, s\bar{u}$	$K^\pm$
$\pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$	$\left\{ \begin{array}{l} K_S^0, 8.92 \times 10^{-10} \\ K_L^0, 5.18 \times 10^{-8} \end{array} \right.$	497,72	0, 0	$d\bar{s}, s\bar{d}$	$K^0, \bar{K}^0$
$\pi e\nu_e, \pi\mu\nu_\mu, \pi\pi\pi$					
$\gamma\gamma, \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^+\pi^-\pi^0$	$7 \times 10^{-19}$	548,8	0	$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$	$\eta$
$\eta\pi\pi, \rho^0\gamma$	$3 \times 10^{-21}$	957,6	0	$(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$	$\eta'$
$K\pi\pi$	$9 \times 10^{-13}$	1869	+1, -1	$c\bar{d}, d\bar{c}$	$D^\pm$
$K\pi\pi$	$4 \times 10^{-13}$	1865	0, 0	$c\bar{u}, u\bar{c}$	$D^0, \bar{D}^0$
معلوم نشده است	$3 \times 10^{-13}$	1971	+1, -1	$c\bar{s}, s\bar{c}$	$F^\pm$ (اکنون $D_s^\pm$ )
$D^+$ ?	$14 \times 10^{-13}$	5271	+1, -1	$u\bar{b}, b\bar{u}$	$B^\pm$
		5275	0, 0	$d\bar{b}, b\bar{d}$	$B^0, \bar{B}^0$
$KK\pi, \eta\pi\pi, \eta'\pi\pi$	$6 \times 10^{-13}$	2981	0	$c\bar{c}$	$\eta_c$

مزونهای برداری (اسپین ۱)

واپاشیهای اصلی	طول عمر	جرم	بار	اجزای کوارکی	مزون
$\pi\pi$	$0.4 \times 10^{-23}$	770	+1, -1, 0	$u\bar{d}, d\bar{u}, (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	$\rho$
$K\pi$	$1 \times 10^{-23}$	892	+1, -1, 0, 0	$u\bar{s}, s\bar{u}, d\bar{s}, s\bar{d}$	$K^*$
$\pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\gamma$	$7 \times 10^{-23}$	783	0	$(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$	$\omega$
$K^+K^-, K^0\bar{K}^0$	$20 \times 10^{-23}$	1020	0	$s\bar{s}$	$\phi$
$e^+e^-, \mu^+\mu^-, \Delta\pi, \gamma\pi$	$1 \times 10^{-20}$	3097	0	$c\bar{c}$	$J/\psi$
$D\pi, D\gamma$	$> 1 \times 10^{-22}$	2010	+1, -1, 0, 0	$c\bar{d}, d\bar{c}, c\bar{u}, u\bar{c}$	$D^*$
$\tau^+\tau^-, \mu^+\mu^-, e^+e^-$	$2 \times 10^{-20}$	9460	0	$b\bar{b}$	$\Upsilon$

## ماتریسهای پائولی

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i \epsilon_{ijk} \sigma_k; \quad [\sigma_i, \sigma_j] = 2i \epsilon_{ijk} \sigma_k; \quad \{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}$$

$$(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}); \quad e^{i\hat{\theta} \cdot \boldsymbol{\sigma}} = \cos \theta + i \hat{\theta} \cdot \boldsymbol{\sigma} \sin \theta$$

## ماتریسهای دیراک

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}; \quad g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

قواعد ضربی و قضایای رد: پیوست ج را ببینید.

## معادله دیراک

$$i\hbar\gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc\psi = 0$$

$$(\not{p} - mc)u = 0; \quad (\not{p} + mc)v = 0$$

$$\bar{u}(\not{p} - mc) = 0; \quad \bar{v}(\not{p} + mc) = 0$$

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0; \quad \bar{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0; \quad \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^\nu = \gamma^{\mu\dagger}$$

## قاعده‌های فاینمن

### خطوط خارجی

اسپین 0: (هیچ)

$$\left. \begin{array}{l} u: \text{ذره ورودی} \\ \bar{v}: \text{پادذره ورودی} \\ \bar{u}: \text{ذره خروجی} \\ v: \text{پادذره خروجی} \end{array} \right\} \frac{1}{2} \text{ اسپین}$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon^\mu: \text{ورودی} \\ \epsilon^{\mu*}: \text{خروجی} \end{array} \right\} \text{اسپین 1}$$

## انتشارگرها

$$\frac{i}{q^2 - (mc)^2} \quad : \text{اسپین } 0$$

$$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - (mc)^2} \quad : \frac{1}{2} \text{ اسپین}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \text{ بدون جرم} \\ \frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^2 - (mc)^2} \text{ جرم دار} \end{array} \right\} : 1 \text{ اسپین}$$

عاملهای رأس: پیوسته د را ببینید.

## ثابت‌های فیزیکی و ضرایب تبدیل

$c = 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$	سرعت نور
$\hbar = h/2\pi = 1,0546 \times 10^{-34} \text{ J s} = 6,5822 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$	ثابت پلانک
$e = 1,6022 \times 10^{-19} \text{ C} = 4,8032 \times 10^{-10} \text{ esu}$	بار الکترون (اندازه)
$m_e = 0,511003 \text{ MeV}/c^2 = 9,10953 \times 10^{-31} \text{ kg}$	جرم الکترون
$m_p = 938,280 \text{ MeV}/c^2 = 1,67265 \times 10^{-27} \text{ kg}$	جرم پروتون
$\alpha = e^2/\hbar c = 1/137,036$	ثابت ساختار ریز
$r_e = e^2/m_e c^2 = 2,8179 \times 10^{-15} \text{ m}$	شعاع کلاسیک الکترون
$\lambda_e = h/m_e c = 2,4263 \times 10^{-12} \text{ m}$	طول موج کامپتون الکترون
$a = \hbar^2/e^2 m_e = 0,29177 \times 10^{-11} \text{ m}$	شعاع بور
$E_n = -m_e e^4 / (2\hbar^2 n^2) = -a^2 m_e c^2 / 2n^2 = -13,6 \text{ eV}/n^2$	انرژی بور

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ eV} = 1,60219 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ MeV}/c^2 = 1,782676 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ C} = 2,997925 \times 10^9 \text{ esu}$$



