

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

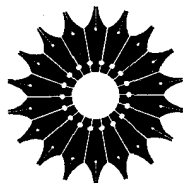


مرکز نشر دانشگاهی

آشنایی با نسبیت خاص

رابرت رزنیکی

ترجمهٔ جعفر گودرزی



آشنایی با نسبیت خاص

رابرت رزنیك

ترجمهٔ جعفر گودرزی

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	۱. زمینه تجربی نظریه نسبیت خاص
۱	۱.۱ مقدمه
۳	۲.۱ تبدیلات گالیله
۸	۳.۱ نسبیت نیوتونی
۱۶	۴.۱ الکترومغناطیس و نسبیت نیوتونی
۱۸	۵.۱ کوششهایی برای یافتن چارچوب مطلق - آزمایش مایکلسون - مورلی
۲۷	۶.۱ کوششهایی برای حفظ مفهوم چارچوب مرجح اتر - فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد
۲۸	۷.۱ کوششهایی برای حفظ مفهوم چارچوب مرجح اتر - فرضیه کشش اتری
۳۴	۸.۱ کوششهایی برای اصلاح الکترودینامیک
۳۵	۹.۱ اصول موضوع نظریه نسبیت خاص
۳۹	۱۰.۱ ایششتین و مبدأ نظریه نسبیت
۴۲	سوالات
۴۴	مسائل
۴۸	مراجع
۵۱	۲. سینماتیک نسبیتی
۵۱	۱.۲ نسبیت همزمانی

۵۷	۲.۲ به دست آوردن معادلات تبدیل لورنتس	
۶۳	۳.۲ چند نتیجه از معادلات تبدیل لورنتس	
۶۶	۴.۲ نگاهی فیزیکی تر به جنبه‌های اصلی معادلات تبدیل لورنتس	
۶۷	(الف) مقایسه طولهای عمود بر حرکت نسبی	
۶۸	(ب) مقایسه اندازه گیریهای بازه‌های زمانی	
۷۱	(ج) مقایسه طولهای موازی با حرکت نسبی	
۷۳	(د) اختلاف فاز در همزمان کردن ساعتها	
۸۰	۵.۲ ناظر در نسبیت	
۸۱	۶.۲ جمع نسبیتی سرعتها	
۸۷	۷.۲ ایبراهی و اثر دوپلر در نسبیت	
۹۴	۸.۲ عقل سلیم و نسبیت خاص	
۹۴	(الف) سرعت حدی علامات (c)	
۹۵	(ب) مطلقیت و نسبیت	
۹۶	(ج) «حقیقت» انقباض طول	
۹۶	(د) اجسام صلب و واحد طول	
۹۸	سوالات	
۱۰۱	مسائل	
۱۱۳	مراجع	
۱۱۵	۳. دینامیک نسبیتی	
۱۱۵	۱.۳ مکانیک و نسبیت	
۱۱۷	۲.۳ ضرورت تعریف مجدد اندازه حرکت	
۱۱۹	۳.۳ اندازه حرکت نسبیتی	
۱۲۴	۴.۳ نظره‌های مختلف درباره جرم در نسبیت	
۱۲۵	۵.۳ قانون نسبیتی نیرو و دینامیک يك ذره	
۱۳۸	۶.۳ هم‌ارزی جرم و انرژی	
۱۵۲	۷.۳ خواص تبدیلی اندازه حرکت، انرژی، جرم و نیرو	
۱۵۷	سوالات	
۱۵۹	مسائل	
۱۶۷	مراجع	

۴. نسبت و الکترو مغناطیس
- ۱۶۹ ۱.۴ مقدمه
- ۱۶۹ ۲.۴ بستگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به یکدیگر
- ۱۷۵ ۳.۴ معادلات تبدیل برای B و E
- ۱۸۵ ۴.۴ میدان حاصل از یک بار نقطه‌ای متحرک با حرکت یکنواخت
- ۱۸۶ ۵.۴ میدانها و نیروها در مجاورت یک سیم حامل جریان
- ۱۸۹ ۶.۴ نیروهای بین بارهای متحرک
- ۱۹۲ ۷.۴ ناوردایی معادلات ماکسول
- ۱۹۶ ۸.۴ محدودیتهای ممکن نسبت خاص

سؤالات

۱۹۷

مسائل

۱۹۸

ضمیمه تکمیلی الف - نمایش هندسی فضا - زمان

۲۵۴

الف.۱ نمودار فضا - زمانی

۲۵۴

الف.۲ همزمانی، انقباض و اتساع

۲۱۵

الف.۳ ترتیب زمانی و جدایی مکانی رویدادها

۲۱۳

سؤالات و مسائل

۲۱۷

مراجع

۲۱۹

ضمیمه تکمیلی ب - پارادوکس دوقلوها

۲۲۱

ب.۱ مقدمه

۲۲۱

ب.۲ همبستگی زمان ویژه و مسیر

۲۲۲

ب.۳ نمودار فضا - زمانی « پارادوکس دوقلوها »

۲۲۳

ب.۴ بعضی ملاحظات دیگر

۲۲۷

ب.۵ یک امتحان تجربی

۲۲۸

سؤالات و مسائل

۲۲۹

مراجع

۲۲۹

ضمیمه تکمیلی ج - اصل هم‌ارزی و نسبیت عام

۲۳۲

ج.۱ مقدمه

۲۳۲

۲۳۲	ج. ۲ اصل هم‌ارزی
۲۳۳	ج. ۳ جابجایی به سوی سرخ‌گرانشی
۲۳۶	ج. ۴ نظریهٔ نسبیّت عام
۲۳۹	سؤالات و مسائل
۲۴۰	مراجع
۲۴۱	جواب بعضی از مسائل
۲۴۵	واژه‌نامهٔ فارسی - انگلیسی
۲۴۷	واژه‌نامهٔ انگلیسی - فارسی
۲۴۹	واژه‌یاب

پیشگفتار

این کتاب می‌تواند به‌عنوان نخستین بخش یک کتاب درسی دربارهٔ «فیزیک مدرن» در نظر گرفته شود و در واقع، پایه‌ای است برای بررسی کاملتر نسبت دریک کتاب درسی که در حال حاضر با رابرت آیزبرگ مشغول نوشتن آن هستم. کتاب درسی مزبور جلد سوم و پایانی مجموعه‌ای دربارهٔ فیزیک مقدماتی است که دو جلد اول آن را با همکاری دیوید هالییدی نوشته‌ام.

با وجود این، مطالب کتاب آشنایی با نسبیت خاص دارای یک هماهنگی مخصوص به‌خود است و می‌تواند به طرق مختلف مورد استفاده قرار گیرد. به‌عنوان مثال، در دورهٔ دو سالهٔ فیزیک مقدماتی در رنسلرا، این فصول براساس زمینه‌ای از الکترومغناطیس و اپتیک کتاب درسی هالییدی - رزنیک پی‌ریزی شده و قبل از بحث کامل فیزیک کوانتومی ارائه می‌شوند. کاربردهای نسبیت در بعضی از زمینه‌ها، مثل فیزیک انرژی‌های بالا، همان طور که ما در جلد سوم انجام داده‌ایم، بعد از ارائهٔ آن زمینه‌ها آورده می‌شوند. طرق دیگری نیز برای استفاده از این فصول وجود دارد. به‌عنوان مثال، این مطلب را براحتی می‌توان با مطالب کلاسیک ادغام کرد. فصلهای اول، دربارهٔ زمینه‌های تجربی و جنبه‌های سینماتیکی نسبیت، و همچنین دینامیک نسبیتی، می‌توانند بلافاصله پس از بحث مکانیک نیوتونی آورده شوند، در صورتی که جنبه‌های الکترومغناطیسی نسبیت را می‌توان بعد از ارائهٔ معادلات ماکسول تدریس کرد. این کتاب همچنین می‌تواند جانشین بررسی کوتاه و مختصری از اصول نسبیت شود که در گذشته‌ای نه چندان دور در دوره‌های فیزیک مدرن ارائه می‌شد. ممکن است کاربرد های دیگری نیز به ذهن معلمان فیزیک برسد.

در اینجا مطالب انتخابی زیادی، نه تنها به‌خاطر نفع ذاتی آنها، بلکه به‌خاطر اینکه معلم بتواند وسعت و عمق بحث خود را گسترش دهد، ارائه شده‌اند. لذا، در چند ضمیمهٔ جداگانه، مطالبی تکمیلی دربارهٔ نمایش هندسی فضا-زمان، پارادوکس دوقلوها، و اصل هم‌ارزی و نسبیت عام ارائه شده‌اند. همچنین، در متن کتاب مطالبی از نوع تاریخچه‌ای، پیشرفته، یا خاص، برای استفاده‌های انتخابی، با حروف ریزتر چاپ شده‌اند. همچنین، تقریباً در حدود ۲۵ مسئله و سؤال فکری، گسترهٔ وسیعی را از نظر محتوی و میزان دشواری می‌پوشانند، به طوری که با انتخاب مناسب نوع و تعداد آنها می‌توان تأثیر درس را به‌طور قابل

ملاحظه ای تغییر داد. در پایان هر فصل مرجعهای زیادی ذکر شده اند، بخصوص برای اینکه دانشجویان تشویق شوند در مورد نسبت بیشتر مطالعه کنند. در عین حال، مطالب بقدری جامع هستند که کتاب را خود کفا می کنند. مواد کمک آموزشی، از قبیل جدولهای خلاصه کننده و مثالهای حل شده به کار گرفته شده اند تا دانشجو را در یادگیری بدون استعانت از دیگران یاری کنند.

نوشتن این کتاب باعلاقه عشق گونه ای صورت گرفته است. نسبت همیشه يك موضوع مورد علاقه من بوده است و اینشتین یکی از قهرمانان دوره جوانی من بود. در دو دهه قبل، فرانکورتی زیبایی موضوع را با درسی که در دانشگاه جان هاپکینز تدریس کرد برای من متجلی ساخت. همچنین، شدیداً تحت تأثیر بررسی نسبت از کتابهای درسی کلاسیک پتیر-سرگمن^۲ و ولفگانگ پانوفسکی^۳ و ملبا فیلیپس^۴ قرار گرفتم. در تجدید نظر پیش نویسیها، تدریس در کلاس، و در مرحله چاپ از انتقادات سازنده و کمکهای ارزشمند افراد زیادی بخصوص ریچارد آلبا کلی^۵، کنت برنشتاین^۶، بنیامین کی^۷، رابرت آیزبرگ^۸، دیوید هالییدی و رلاندر لیختنشتاین^۹ برخوردار شدم. از خانم کاسی یانگ^۹ به خاطر مهارت و از خود گذشته گی که در ماشین نویسی نسخه های مختلف یادداشتها به کار برد و از ناشرین، شرکت جان وایلی و پسران، به خاطر همکاری شان، صمیمانه سپاسگزار می کنم. به همسر و دخترانم که تحمل رنج سالهای نوشتن برای آنها امری عادی شده است، عمیق ترین سپاس را تقدیم می کنم. آزادی من از بعضی وظایف دیگر در مدت تهیه دست نویس، تا اندازه ای توسط بورسی که بنیاد فورد در اختیار مدرسه مهندسی در نرسلر برای گسترش برنامه های تحصیلاتی گذاشته بود امکان پذیر شد.

بالاترین امید من این است که این کوشش نسبت را برای دانشجویان مبتدی قابل حصول و در آنها احساسی را، که همان فیزیک است، بیدار کند.

رابرت رزیک

تروی، نیویورک

ژانویه ۱۹۶۸

-
- | | |
|----------------------|------------------------|
| 1. Franco Rasetti | 2. Peter Bergmann |
| 3. Wolfgang Panofsky | 4. Melba Phillips |
| 5. Richard Albagli | 6. Kenneth Brownstein |
| 7. Benjamin Chi | 8. Roland Lichtenstein |
| 9. Cassie Young | |

زمینه تجربی نظریه نسبیت خاص

۱.۱ مقدمه

برای ارسال يك علامت با بیشترین سرعت ممکن از نقطه‌ای به نقطه دیگر در يك فضای تهی، از يك باریکه نور یا تابش الکترومغناطیسی دیگر، مثل امواج رادیویی، استفاده می‌کنیم. تا کنون روشی سریعتر از این برای علامت‌دهی کشف نشده است. از این واقعیت تجربی چنین مستفاد می‌شود که سرعت نور در فضای تهی، $c (= 300 \times 10^8 \text{ m/sec})$ ، سرعت حدى مناسبی است که سرعت‌های دیگر، از قبیل سرعت‌های ذرات یا امواج مکانیکی می‌توانند با آن مقایسه شوند.

در جهان ماکروسکوپیک تجربیات معمولی ما، سرعت ذرات متحرك یا امواج مکانیکی، نسبت به هر ناظرى، همیشه از c کوچکتر است. مثلاً يك ماهواره مصنوعي که به دور زمین می‌گردد با سرعت ۲۹۱۶۰ کیلومتر در ساعت نسبت به زمین حرکت می‌کند؛ در اینجا $u/c = 0.0000027$. امواج صوتی، در دمای معمولی، با سرعت 332 m/sec در هوا حرکت می‌کنند به طوری که $u/c = 0.00000010$. در این محیط ماکروسکوپیک همیشه حاضر، ولی محدود، بود که برای اولین بار نظرات ما در مورد فضا و زمان شکل گرفت و همچنین نیوتون دستگاه مکانیک خود را در آن گسترش داد.

در جهان میکروسکوپیک باسانی می‌توان ذراتی یافت که سرعت آنها خیلی نزدیک به سرعت نور باشد. برای الکترونی که در اختلاف پتانسیل ۱۰ میلیون ولت، یعنی پتانسیلی که باسانی می‌توان تهیه کرد، شتاب گرفته باشد، سرعت u برابر است با $0.99988c$.

* مقداری که در حال حاضر برای سرعت نور مورد قبول است عبارت است از $(29997925 \pm 0.0000003) \times 10^8 \text{ m/sec}$

بدون آزمایش تجربی مستقیم نمی‌توان مطمئن بود که آیا می‌توان مکانیک نیوتونی را بدون تغییر، از ناحیه سرعت‌های کم ($u/c \ll 1$) که در آن گسترش یافته است، به ناحیه سرعت‌های زیاد ($u/c \rightarrow 1$) تعمیم داد یا نه. در واقع تجربه نشان می‌دهد که مکانیک نیوتونی وقتی در مورد چنین ذرات سریعی اعمال شود جواب‌های درستی را پیشگویی نمی‌کند. در واقع، در مکانیک نیوتونی، علی‌الاصول، حدی برای سرعت قابل حصول یک ذره وجود ندارد، به طوری که سرعت نور به هیچ وجه نقش خاصی را بازی نمی‌کند. با وجود این، اگر انرژی ۱۰ میلیون الکترون ولتی الکترون فوق به چهار برابر افزایش پیدا کند (۴۰ میلیون الکترون ولت) تجربه نشان می‌دهد [۱] که سرعت آن دو برابر، یعنی c ۱٫۹۹۹۷۶، آن طور که از رابطه نیوتونی $K = Mv^2/2$ انتظار می‌رود، نمی‌شود بلکه زیر c باقی می‌ماند. این سرعت فقط از c ۰٫۹۹۹۸۸ به c ۰٫۹۹۹۹۹ افزایش می‌یابد (افزایشی برابر با ۱۱ درصد). یا، اگر یک الکترون با انرژی ۱۰ میلیون الکترون ولت در میدان مغناطیسی 20 weber/m^2 ، و عمود بر آن، حرکت شعاع انحناى اندازه‌گیری شده مسیر آن 53 cm (که از رابطه کلاسیک $r = mv/qB$ محاسبه می‌شود) نیست، بلکه برابر با 18 cm است. بنابراین، با اینکه مکانیک نیوتونی در سرعت‌های کم خیلی خوب عمل می‌کند، در سرعت‌های زیاد، هر چه u/c به یک نزدیکتر شود بیشتر با شکست مواجه می‌شود. در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴ آلبرت اینشتین نظریه نسبیت خاص خود را منتشر کرد. گرچه انگیزه او به دست آوردن بینش عمیقتری از ماهیت الکترومغناطیس بود، ولی در نظریه خود مکانیک نیوتونی را نیز گسترش و تعمیم داد. او به طور صحیحی نتایج آزمایش‌های مکانیکی را برای تمام سرعت‌ها، از $u/c = 0$ تا $u/c \rightarrow 1$ ، پیشگویی کرد. مکانیک نیوتونی به صورت حالت خاص مهمی از یک نظریه عمومی‌تر تجلی کرد. در گسترش این نظریه نسبیت، اینشتین بدقت روش‌های به کار برده شده در اندازه‌گیری بازه‌های مکانی و زمانی را بررسی کرد. این روشها مستلزم استفاده از علامات نوری هستند و در حقیقت، فرض درباره چگونگی انتشار نور یکی از دوفرضیه مرکزی است که نظریه روی آنها بنا شده است. نظریه او منجر به نظر کاملاً جدیدی در مورد ماهیت فضا و زمان شد.

وجود ارتباط بین مکانیک و الکترومغناطیس شگفت‌آور نیست. زیرا (همان‌طور که خواهیم دید) نور که در اندازه‌گیری‌های بنیادی فضا و زمان، که اساس مکانیک را تشکیل می‌دهند، نقشی اساسی بازی می‌کند، یک پدیده الکترومغناطیسی است. با وجود این، محیط نیوتونی با سرعت‌های کم به قدری جزو زندگی روزمره ما شده است که هر کسی که برای اولین بار نظرات اینشتین در مورد فضا - زمان را مطالعه می‌کند، در درک مفاهیم آنها با مشکلاتی مواجه خواهد شد. وقتی اینشتین می‌گوید «عقل سلیم عبارت از آن پیشداوری‌هایی است که قبل از سن هجده سالگی در مغز جای می‌گیرند» ممکن است بخواهد روی همین مشکل انگشت بگذارد. در واقع، گفته شده است که هر نظریه بزرگ از یک بدعت شروع و به یک تعصب منتهی می‌شود. نظرات گالیله و نیوتون نیز در مورد حرکت، ممکن است تا کنون چنین مراحل را پشت سر گذاشته باشند. بیش از نیم قرن آزمایش و کاربرد، نظریه نسبیت خاص را از مرحله بدعت بیرون آورده است و آن را بر پایه‌های نظری

و عملی صحیحی استوار کرده است. بعلاوه، نشان خواهیم داد که يك تجزیه و تحلیل دقیق از فرضهای اساسی اینشتین و نیوتون روشن خواهد کرد که فرضهای اینشتین، در حقیقت، خیلی منطقی تر از فرضهای نیوتون هستند.

در صفحات بعد اساس تجربی ایده‌های نظریه نسبیت خاص را بررسی خواهیم کرد. چون قبلاً دیدیم که مکانیک نیوتونی در مورد ذرات با سرعت زیاد با شکست مواجه می‌شود، عاقلانه به نظر می‌رسد که کار خود را با بررسی مبانی مکانیک نیوتونی شروع کنیم. شاید به این طریق بتوانیم کلیدی برای تعمیم آن پیدا کنیم به طوری که، در عین اینکه با تجربه‌های دیرینه‌های کم هماهنگی کامل دارد، بتواند برای سرعت‌های زیاد نیز نتایج درستی بدهد.

۲.۱ تبدیلات گالیله

مطلب را با در نظر گرفتن يك دویداد فیزیکی آغاز می‌کنیم. رویداد چیزی است که مستقل از چارچوب مرجعی که برای توصیف آن به کار می‌رود اتفاق می‌افتد. برای مثال می‌توان برخورد دوزره یا روشن شدن يك منبع کوچک نور را رویداد نامید. رویداد در يك نقطه از فضا و در يك لحظه از زمان رخ می‌دهد. يك رویداد را، نسبت به چارچوب مرجع معین، با چهار عدد (فضا-زمانی) مثلاً، اعداد مکانی x, y, z و زمان t مشخص می‌کنیم. به عنوان مثال، برخورد دوزره ممکن است در $x = 1 \text{ m}$ ، $y = 4 \text{ m}$ ، $z = 11 \text{ m}$ و در لحظه $t = 7 \text{ sec}$ در يك چارچوب مرجع (مثلاً يك آزمایشگاه بر روی زمین) صورت گیرد. بنابراین چهار عدد $(1, 4, 11, 7)$ این رویداد را در آن چارچوب مرجع مشخص می‌کنند. همین رویداد در چارچوب مرجع دیگری (مثلاً يك هواپیمای در حال پرواز) نیز با چهار عدد، که ممکن است با اعداد مربوط به چارچوب آزمایشگاهی متفاوت باشند، مشخص می‌شود. بنابراین، اگر بخواهیم رویدادها را توصیف کنیم، اولین قدم عبارت است از انتخاب يك چارچوب مرجع.

يك چارچوب مرجع را که در آن قانون لختی یعنی قانون اول نیوتون صادق باشد به عنوان دستگاه لخت تعریف می‌کنیم. در چنین دستگاهی، که می‌توان آن را يك دستگاه بدون شتاب نیز نامید، جسمی که تحت اثر هیچ نیروی خارجی قرار نگرفته باشد با سرعت ثابتی حرکت می‌کند. نیوتون فرض کرد که چارچوب مرجعی که نسبت به ستارگان ثابت باشد يك دستگاه لخت است. يك کشتی فضایی که در فضاهاى خیلی دور با موتور خاموش و بدون چرخش به دور خود حرکت می‌کند يك دستگاه لخت ایده‌آل را تشکیل می‌دهد. چارچوبهایی که نسبت به چنین دستگاهی شتاب دارند لخت نیستند.

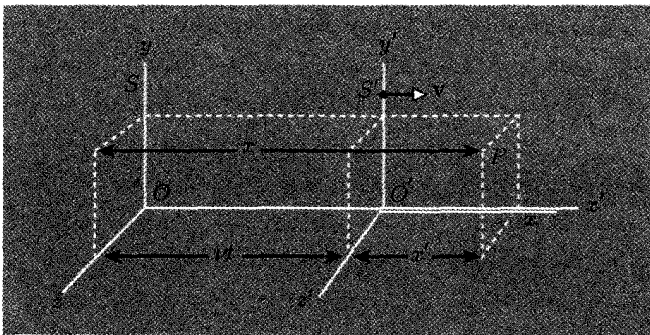
اغلب اوقات می‌توان در عمل از اثرات (شتابی) کوچک ناشی از حرکت وضعی و انتقالی زمین و همچنین حرکت خورشید صرف نظر کرد.* در نتیجه می‌توان هر مجموعه‌ای از

* وضعیتهایی که در آنها این اثرات قابل ملاحظه اند عبارات اند از آزمایش آونک فوکو یا انحراف از حالت قائم برای جسمی که سقوط آزاد انجام می‌دهد. مرتبه بزرگی چنین اثراتی از نتیجه سقوط آزاد جسمی از ارتفاع ۳۵ متری در استوا به دست می‌آید. انحراف این جسم از حالت قائم کمتر از ۴۲ سانتیمتر است.

محورهای متصل به زمین را به طور تقریبی به عنوان يك دستگاه مختصات لخت در نظر گرفت. بنابراین هر مجموعه‌ای از محورها که نسبت به زمین با سرعت یکنواخت حرکت کنند مانند محورهای متصل به قطار، کشتی یا هواپیما، (تقریباً) يك دستگاه لخت خواهد بود، زیرا حرکت با سرعت یکنواخت شتابی ایجاد نمی‌کند. اما دستگاه محورهایی که نسبت به زمین شتاب داشته باشد، مثل دستگاه محورهایی متصل به يك چرخ فلک یا يك اتومبیل شتاب‌دار، يك دستگاه لخت نخواهد بود. ذره‌ای که تحت اثر هیچ نیروی خارجی نباشد نسبت به ناظری که در چنین دستگاه نالختی قرار داشته باشد دارای حرکت مستقیم‌الخط با تندی ثابت نخواهد بود.

نظریه نسبیت خاص، که در اینجا مطالعه می‌کنیم، فقط به بررسی رویدادها توسط ناظرهایی که در چارچوبهای مرجع لخت قرار دارند می‌پردازد. اجسامی که حرکت آنها مورد مطالعه قرار می‌گیرد ممکن است نسبت به چنین چارچوبهایی شتاب داشته باشند ولی خود چارچوبها بدون شتاب اند. نظریه نسبیت عام، که در سال ۱۹۱۷/۱۲۹۶ توسط اینشتین ارائه شد، با تمام چارچوبهای مرجع از جمله چارچوبهای نالخت، سروکار دارد و ما آن را به طور مختصر، در ضمیمه تکمیلی ج مطالعه خواهیم کرد.

اکنون، همان‌طور که در شکل ۱.۱ نشان داده شده است، يك چارچوب لخت S و يك چارچوب لخت دیگر S' را که نسبت به S با سرعت ثابت v حرکت می‌کند در نظر



شکل ۱.۱ دو چارچوب لخت که در آنها محورهایی $x - x'$ مشترک و محورهایی $y - y'$ و $z - z'$ موازی اند. از نظر چارچوب S ، چارچوب S' با سرعت v در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. همین‌طور، از نظر S' ، چارچوب S با همین سرعت در جهت منفی محور x حرکت می‌کند. نقطه P معرف رویدادی است که مختصات فضا-زمانی آن می‌تواند توسط هر کدام از ناظرها اندازه‌گیری شود. مبدأهای O و O' در زمانهای $t = 0$ و $t' = 0$ هم‌یکدیگر منطبق‌اند.

می گیریم. برای سهولت، محورهای دودستگاه را موازی بایکدیگر انتخاب می کنیم و فرض می کنیم حرکت در امتداد محور مشترك $x-x'$ انجام می گیرد. براحتی می توان نتایج را به چارچوبهایی با جهت های دلخواه و سرعت نسبی دلخواه تعمیم داد، اما اصول فیزیکی مورد بحث بستگی به این انتخاب ساده که ما در حال حاضر کرده ایم ندارد. خاطر نشان کنیم همان طور که می توانیم در نظر بگیریم S' با سرعت v نسبت به S حرکت می کند همان طور نیز می توان در نظر گرفت S با سرعت $-v$ نسبت به S' حرکت می کند.

فرض کنیم در نقطه P رویدادی، که مختصات فضایی و زمانی آن نسبت به هر کدام از چارچوب های لخت اندازه گیری می شود، اتفاق بیفتد. ناظر متصل به S ، توسط خط کشها و ساعت هایی که در اختیار دارد، مکان و زمان وقوع این رویداد را با مختصات x ، y و z و زمان t مشخص می کند. ناظر متصل به S' با وسایل اندازه گیری خود همین رویداد را با مختصات x' ، y' ، z' و زمان t' مشخص می کند. مختصات x ، y و z مکان رویداد P را که توسط ناظر S نسبت به مبدأ O اندازه گیری شده است به دست می دهد، و t زمان وقوع این رویداد را که ناظر S با ساعت های خود اندازه گیری کرده است مشخص می کند. به همین ترتیب مختصات x' ، y' و z' مکان P را نسبت به مبدأ O' و t' زمان آن را نسبت به ساعت های ناظر لخت S' مشخص می کنند.

اکنون این سؤال پیش می آید که چه رابطه ای بین مقادیر x ، y ، z ، t و x' ، y' ، z' ، t' وجود دارد. دو ناظر لخت از خط کشهایی که از پیش با هم مقایسه شده اند و مطابق با یکدیگر مدرج شده اند، و از ساعت هایی که از پیش با هم همزمان و مدرج شده اند استفاده می کنند. روش کلاسیکی را که بعداً با دقت زیادتری بررسی خواهیم کرد، بر این فرض استوار است که بازه های مکانی و بازه های زمانی مطلق اند، یعنی برای تمام ناظر های لخت یکی هستند. مثلاً اگر خط کشها وقتی نسبت به یکدیگر ساکن اند دارای یک طول باشند، به طور ضمنی فرض می شود که وقتی نسبت به یکدیگر در حال حرکت هستند نیز دارای یک طول خواهند بود. همچنین، اگر ساعت ها وقتی در حال سکون هستند همزمان و به طور یکسان مدرج شده باشند، فرض می شود اعدادی را که نشان می دهند و همچنین آهنگ آنها بعداً نیز با یکدیگر مطابقت خواهند داشت، حتی اگر نسبت به یکدیگر در حال حرکت باشند. اینها نمونه هایی از فرض های « عقل سلیم » در نظریه کلاسیک است.

این نتایج را صریحاً می توان به صورت زیر نمایش داد. برای سهولت فرض کنیم که ساعت های هر دو ناظر در لحظه ای که O و O' ، مبدأ های چارچوب های S و S' که در حال حرکت نسبی هستند، بر یکدیگر منطبق اند عدد صفر را نشان دهند. تبدیلات گالیله، که مقادیر x ، y ، z و t را به x' ، y' ، z' و t' ارتباط می دهند، عبارت اند از

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

(۱-۱ الف)

این معادلات با دید کلاسیک ما، که اساس آن با آسانی از شکل ۱-۱ مستفاد می‌شود، مطابقت می‌کنند. فرض می‌شود که زمان می‌تواند مستقل از هر چارچوب مرجع خاصی تعیین شود. این یک فرض ضمنی فیزیک کلاسیک است که در معادلات تبدیل، با عدم حضور تبدیلی برای t بیان می‌شود. این فرض عمومی بودن ماهیت زمان را می‌توان با اضافه کردن رابطه زیر به تبدیلات گالیلئو تصریح کرد

$$t = t' \quad (1-1 \text{ ب})$$

از معادلات (۱-۱ الف) و (۱-۱ ب) فوراً نتیجه می‌شود که بازه زمانی بین وقوع دو رویداد معین، مثلاً P و Q ، برای هر دو ناظر یکی است، یعنی

$$t_P' - t_Q' = t_P - t_Q, \quad (1-2 \text{ الف})$$

و همین‌طور فاصله یا بازه مکانی، بین دو نقطه، مثلاً A و B ، که در یک زمان اندازه‌گیری شده باشند، برای هر دو ناظر یکی است، یعنی

$$x_B' - x_A' = x_B - x_A \quad (1-2 \text{ ب})$$

این نتیجه (معادله ۱-۲ ب) بررسی دقیقتری را ایجاب می‌کند. مثلاً فرض کنیم A و B دو سربله‌ای باشند که نسبت به چارچوب S ساکن است. ناظر پریم‌دار، که میله نسبت به او با سرعت v حرکت می‌کند مکانهای دوسر آن را در نقاط x_A' و x_B' اندازه می‌گیرد. در صورتی که ناظر بدون پریم این مکانها را با x_A و x_B مشخص می‌کند. با استفاده از تبدیلات گالیلئو خواهیم داشت $x_B' = x_B - vt_B'$ ، $x_A' = x_A - vt_A'$ ، و در نتیجه، $x_B' - x_A' = x_B - x_A - v(t_B' - t_A')$ ، چون دو نقطه انتهایی A و B ، در یک زمان اندازه‌گیری شده‌اند داریم $t_A' = t_B'$ ، و بنابراین همان‌طور که در بالا به دست آمد، خواهیم داشت $x_B' - x_A' = x_B - x_A$.

همچنین می‌توان فرض کرد که میله نسبت به دستگاه پریم‌دار ساکن است و بنابراین، نسبت به ناظر بدون پریم با سرعت v حرکت می‌کند. در این حالت از تبدیلات گالیلئو، که می‌توان آنها را به صورت

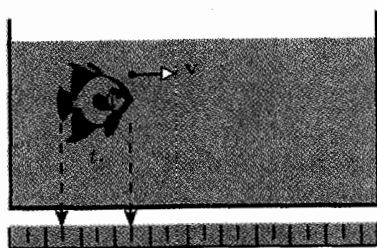
$$\begin{aligned} x &= x' + vt' \\ y &= y' \end{aligned} \quad (1-3)$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

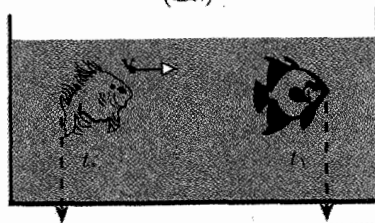
نوشت، نتیجه می‌شود $x_B = x_B' + vt_B'$ و $x_A = x_A' + vt_A'$ ، که با توجه به رابطه $t_A' = t_B'$ ، فوراً خواهیم داشت $x_B - x_A = x_B' - x_A'$.

توجه کنید که هر ناظر دو اندازه گیری (نقاط انتهایی x_A و x_B یا x'_A و x'_B) انجام می دهد و فرض کردیم که این اندازه گیریها در يك زمان ($t_A = t_B$ یا $t'_A = t'_B$) انجام می گیرند. فرض اخیر، یعنی همزمانی اندازه گیریها، رکن اصلی تعریف ما از طول میله متحرك است. مسلماً، نباید برای تعیین طول میله متحرك مکانهای دوسر آن را در زمانهای متفاوت اندازه گیری کرد؛ این درست مثل این است که برای اندازه گیری طول بدن يك ماهی در حال شنا، مکان دم آن را در يك زمان و مکان سر آن را در زمان دیگری اندازه بگیریم (شکل ۲۰۱).



$x_A(t_0)$ $x_B(t_0)$

(الف)



$x_A(t_0)$

$x_B(t_1)$

(ب)

شکل ۲۰۱ برای اندازه گیری طول بدن يك ماهی در حال شنا باید مکانهای دم و سر آن را به طور همزمان اندازه گیری کرد (الف)، نه در زمانهای دلخواه (ب).

اندازه گیریهای بازه های مکانی و زمانی که در بالا انجام شدند، بر طبق تبدیل گالیله مطلق هستند، یعنی برای تمام ناظرهای لخت یکسان اند. سرعت نسبی چارچوبها، v ، دلخواه است و در نتایج وارد نمی شود. وقتی به نتیجه فوق ایسن فرض فیزیک کلاسیک را اضافه کنیم که جرم جسم ثابت و مستقل از حرکت آن نسبت به ناظر است، می توانیم نتیجه بگیریم که مکانیک کلاسیک و تبدیلات گالیله ایجاب می کنند که طول، جرم و زمان، یعنی سه کمیت اساسی مکانیک، از حرکت نسبی اندازه گیرنده (یا ناظر) مستقل باشند.

۳.۱ نسبیت نیوتونی

اندازه گیریهای ناظرهای لخت متفاوت در مورد سرعتها و شتابهای اجسام را چگونه باهم مقایسه کنیم؟ مکان يك ذره متحرك تابعی است از زمان، به طوری که می توان سرعت و شتاب آن را به وسیله مشتقات مکان نسبت به زمان بیان کرد. ما فقط نیاز به محاسبه مشتقات متوالی تبدیلات گالیلله نسبت به زمان داریم. تبدیل سرعت فوراً به دست می آید. با شروع از

$$x' = x - vt$$

و مشتق گیری از آن نسبت به زمان، خواهیم داشت

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v.$$

اما چون $t = t'$ ، عملگر d/dt با عملگر d/dt' یکی است، و در نتیجه

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx'}{dt'}.$$

در نتیجه،

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$$

همچنین،

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt}$$

و

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt}.$$

$dx'/dt' = u_x'$ مؤلفه x سرعت در چارچوب S' ، و $dx/dt = u_x$ مؤلفه x سرعت در چارچوب S ، و ... است، به طوری که با آسانی به قضیه کلاسیک جمع سرعتها می رسیم

$$u_x' = u_x - v$$

$$u_y' = u_y \quad (۴-۱)$$

$$u_z' = u_z$$

در حالت کلیتری که در آن v ، سرعت نسبی چارچوبها، دارای مؤلفههایی روی هر سه

محور باشد به نتیجهٔ کلیتر (برداری) زیر خواهیم رسید:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v} \quad (5-1)$$

دانشجویان کنون به مثالهای زیادی در این مورد برخورد کرده است. مثلا، سرعت یک هواپیما نسبت به هوا (\mathbf{u}') برابر است با سرعت هواپیما نسبت به زمین (\mathbf{u}) منهای سرعت هوا نسبت به زمین (\mathbf{v}).

▲ **مثال ۱.** مسافری با سرعت 375 km/hr در امتداد راهروی قطاری که خود در یک مسیر مستقیم با سرعت ثابت 925 km/hr نسبت به زمین حرکت می کند، به طرف جلو قدم می زند. سرعت مسافر نسبت به زمین چقدر است؟
قطار را به عنوان چارچوب پریم دار انتخاب می کنیم. بنا بر این $u_x' = 375 \text{ km/hr}$
چارچوب پریم دار نسبت به زمین (چارچوب بدون پریم) با سرعت $v = 925 \text{ km/hr}$
به طرف جلو حرکت می کند. بنا بر این سرعت مسافر نسبت به زمین عبارت است از

$$u_x = u_x' + v = 375 \text{ km/hr} + 925 \text{ km/hr} = 96 \text{ km/hr}.$$

▲ **مثال ۲.** از اتمهای یک مادهٔ رادیو آکتیو که نسبت به آزمایشگاه ساکن است، دو الکترون در جهتهای مخالف یکدیگر پرتاب می شوند. سرعت هر الکترون نسبت به ناظر آزمایشگاه $0.67c$ است. سرعت یک الکترون نسبت به الکترون دیگر، طبق قضیهٔ کلاسیک جمع سرعتها چقدر است؟

در اینجا یک الکترون را به عنوان چارچوب S ، آزمایشگاه را به عنوان چارچوب S' ، و الکترون دیگر را به عنوان جسمی که سرعت آن در دستگاه S جستجو می شود در نظر می گیریم (شکل ۳۰۱). در چارچوب S' ، الکترون دوم با سرعت $0.67c$ در جهت مثبت محور x' حرکت می کند، و چارچوب S (الکترون اول) با سرعت $0.67c$ در جهت منفی x' حرکت می کند. بنا بر این $u_x' = 0.67c$ و $v = +0.67c$ و سرعت الکترون دوم نسبت به چارچوب S ، طبق قضیهٔ کلاسیک جمع سرعتها برابر است با

$$\triangle \quad u_x = u_x' + v = +0.67c + 0.67c = 1.34c$$

برای به دست آوردن تبدیل شتاب، کافی است از روابط تبدیل سرعتها (معادلات ۱-۴) نسبت به زمان مشتق بگیریم. با به کار بردن روش قبلی خواهیم داشت

$$\frac{d}{dt'}(u_x') = \frac{d}{dt}(u_x - v)$$

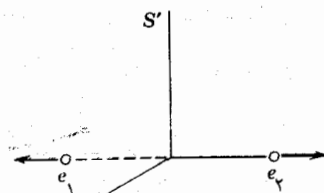
یا، با توجه به اینکه v ثابت است،

$$\frac{du_x'}{dt'} = \frac{du_x}{dt}$$

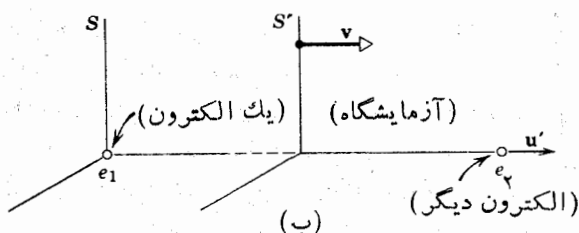
$$\frac{du_y'}{dt'} = \frac{du_y}{dt}$$

$$\frac{du_z'}{dt'} = \frac{du_z}{dt}$$

یعنی $a_x' = a_x$ ، $a_y' = a_y$ و $a_z' = a_z$ ، و در نتیجه $\mathbf{a}' = \mathbf{a}$ ؛ حرکت نسبی یکنواخت چارچوبهای مرجع تأثیری روی مؤلفه‌های شتاب ذره ندارد. این نتیجه مستقیماً با مشتق-گیری متوالی از معادلات (۱-۱) نیز به دست می‌آید و به‌طور کلی در حالتی که \mathbf{v} جهت غیر مشخصی نیز داشته باشد صادق است (البته تا وقتی که \mathbf{v} ثابت است).



(الف)



(ب)

شکل ۳.۱ (الف) در چارچوب آزمایشگاه، الکترونها در دو جهت مخالف و با سرعت‌های مساوی حرکت می‌کنند. **(ب)** در چارچوب ساکن یک الکترون، S ، آزمایشگاه با سرعت \mathbf{v} حرکت می‌کند. در چارچوب آزمایشگاه، S' ، الکترون دوم با سرعت \mathbf{u}' حرکت می‌کند. سرعت الکترون دوم نسبت به الکترون اول چقدر است؟

دیدیم که سرعت یک ذره برای ناظرهایی که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند متفاوت است. این تفاوت برابر است با سرعت نسبی دو ناظر، که در مورد ناظرهای لخت، سرعت ثابتی است. بنابراین نتیجه می‌شود که وقتی سرعت ذرات تغییر می‌کند این

تغییر برای هر دو ناظر یکسان است، در نتیجه، آنها شتاب یکسانی را برای ذره اندازه می گیرند. شتاب ذره برای تمام چارچوهای مرجعی که نسبت به یکدیگر با سرعت ثابت حرکت می کنند یکی است، یعنی

$$a' = a \quad (۶-۱)$$

در فیزیک کلاسیک جرم نیز به حرکت چارچوهای مرجع بستگی ندارد. در نتیجه حاصل ضرب ma برای تمام ناظرهای لخت یکی خواهد بود. اگر $F = ma$ به عنوان تعریف نیرو در نظر گرفته شود، مسلماً تمام ناظرها یک مقدار برای نیرو به دست خواهند آورد. اگر $F = ma$ باشد، پس $F' = ma'$ و $F = F'$. قوانین نیوتونی حرکت و معادلات حرکت یک ذره در تمام دستگاههای لخت دقیقاً یکسان خواهند بود. چون در مکانیک اصول بقا یا پایستگی - از قبیل اصول پایستگی انرژی، اندازه حرکت خطی و اندازه حرکت زاویه ای - از قوانین نیوتونی منتج می شوند، نتیجه می شود که قبل از استخراج چند نتیجه مهم از این بند، باید نخست مطمئن شویم که خوب فهمیده ایم این بند چه می گوید و چه نمی گوید.

اولاً، در مورد تغییر ناپذیری (ناوردایی) قوانین نیوتون (یعنی، یکسان بودن این قوانین برای تمام ناظرهای لخت) باید یادآوری کنیم که بیان کامل این قوانین شامل حکمهای زیر است: (۱) ذرات دودو با یکدیگر برهم کنش دارند (قانون سوم)، (۲) نیروهای کنش و واکنش در امتداد خط مستقیم هستند که ذرات برهم کنش دارا به یکدیگر وصل می کند. از این گذشته بزرگی بسیاری از نیروهایی که با آنها سروکار داریم فقط به فاصله بین دوزره بستگی دارد (ر. ک. مثال ۳). در نتیجه، این قوانین در مورد پدیدههایی مانند گرانش، نیروهای وان در والس و الکتروستاتیک برقرارند. بعلاوه با در نظر گرفتن مجموعه ای از نقاط مادی که با یکدیگر برهم کنش دارند، می توانیم مکانیک اجسام سخت، اجسام کشایند و هیدرودینامیک را نیز منظور کنیم. اما یادآوری می کنیم که الکترودینامیک جزو آنها به شمار نمی آید، زیرا در برهم کنش بین ذرات باردار متحرک (یعنی برهم کنش بین ذرات باردار و میدان مغناطیسی) نیروهایی دخالت می کنند که راستای آنها با راستای خط واصل بین ذرات یکی نیست. همچنین خاطر نشان می کنیم که این نیروها نه فقط تابع مکان ذرات، بلکه تابع سرعتهای آنها نیز هستند. ما بعداً (در فصل چهارم) به بحث در مورد الکترودینامیک برمی گردیم.

ثانیاً، با اینکه ناظرهای لخت متفاوت، سرعتهای متفاوت و، در نتیجه، اندازه حرکتها و انرژیهای متفاوتی برای یک ذره به دست می آورند، ولی در اینکه اندازه حرکت در یک برخورد پایسته است یا پایسته نیست، انرژی مکانیکی پایسته است یا پایسته نیست و غیره، هم عقیده هستند. سرعت یک توپ تیس در عرشه یک اقیانوس پیمای متحرک نسبت به بازیکن و نسبت به ناظری که در ساحل قرار دارد فرق می کند. همچنین سرعت گلوله های بیلبارد روی میزی که در خانه ای قرارداد نسبت به بازیکن و نسبت به مسافری که در یک قطار متحرک واقع است تفاوت می کند. اما، بدون توجه به مقادیر اندازه حرکت یا انرژی مکانیکی ذره یا دستگاه، اگر یکی از ناظرها ملاحظه کند که در یک برهم کنش، این کمیات تغییر

نمی‌کنند، ناظر دیگر نیز همین نتیجه را مشاهده خواهد کرد. با اینکه اعداد نسبت داده شده به کمیاتی از قبیل سرعت، اندازه حرکت، و انرژی جنبشی برای ناظرهای لخت مختلف، تفاوت دارند، قوانین مکانیک (مثلاً قوانین نیوتون و اصول پایستگی) در تمام دستگاههای لخت یکسان خواهند بود (ر. ک. مسائل ۲ تا ۶).

▲ مثال ۳. ذره‌ای به جرم $m_1 = 3 \text{ kg}$ در امتداد محور x از چارچوب S با سرعت $u_1 = +4 \text{ m/sec}$ ، به ذره دیگری به جرم $m_2 = 1 \text{ kg}$ که در امتداد همین محور با سرعت $u_2 = -3 \text{ m/sec}$ حرکت می‌کند نزدیک می‌شود. پس از برخورد شاخ به شاخ، مشاهده می‌شود که جرم m_2 با سرعت $U_2 = +3 \text{ m/sec}$ در امتداد محور x حرکت می‌کند.

الف) سرعت U_1 جرم m_1 را پس از برخورد پیدا کنید.

از قانون پایستگی اندازه حرکت استفاده می‌کنیم.

قبل از برخورد، اندازه حرکت این دستگاه دو ذره‌ای عبارت است از:

$$P = m_1 u_1 + m_2 u_2 = (3 \text{ kg})(+4 \text{ m/sec}) + 1 \text{ kg}(-3 \text{ m/sec}) \\ = +9 \text{ kg-m/sec}$$

بعد از برخورد، اندازه حرکت دستگاه، یعنی

$$P = m_1 U_1 + m_2 U_2$$

نیز $+9 \text{ kg-m/sec}$ است، بنابراین

$$+9 \text{ kg-m/sec} = (3 \text{ kg})(U_1) + 1 \text{ kg}(+3 \text{ m/sec})$$

با

$$U_1 = +2 \text{ m/sec} \quad \text{در امتداد محور } x$$

ب) این برخورد را از نظر ناظر S' که نسبت به S با سرعت $v = +2 \text{ m/sec}$

در امتداد محور x حرکت می‌کند بررسی کنید.

چهار سرعت اندازه‌گیری شده در S' را می‌توان از معادله تبدیل گالیله‌ای

سرعت (معادله ۱-۵)، یعنی $u' = u - v$ ، محاسبه کرد. خواهیم داشت:

$$u_1' = u_1 - v = +4 \text{ m/sec} - 2 \text{ m/sec} = 2 \text{ m/sec}$$

$$u_2' = u_2 - v = -3 \text{ m/sec} - 2 \text{ m/sec} = -5 \text{ m/sec}$$

$$U_1' = U_1 - v = +2 \text{ m/sec} - 2 \text{ m/sec} = 0$$

$$U_2' = U_2 - v = +3 \text{ m/sec} - 2 \text{ m/sec} = 1 \text{ m/sec}$$

اندازه حرکت دستگاه در S' ، قبل از برخورد، برابر است با

$$P' = m_1 u_1' + m_2 u_2' = (3\text{kg})(2\text{m/sec}) + (1\text{kg})(-5\text{m/sec}) \\ = +1\text{kg}\cdot\text{m/sec}$$

و بعد از برخورد عبارت است از

$$P' = m_1 U_1' + m_2 U_2' = (3\text{kg})(0) + (1\text{kg})(1\text{m/sec}) \\ = +1\text{kg}\cdot\text{m/sec}$$

در نتیجه، با وجود اینکه مقادیر عددی سرعت و اندازه حرکت در دو چارچوب S و S' متفاوت اند، وقتی اندازه حرکت در S پایسته باشد در S' نیز پایسته خواهد بود. ▲

نتیجه مهمی که از بحث فوق به دست می آید این است که هیچ آزمایش مکانیکی که کاملاً در یک چارچوب لخت انجام گرفته باشد نمی تواند اطلاعاتی در مورد حرکت این چارچوب نسبت به هر چارچوب لخت دیگر، به ناظر بدهد. یک بیلبارد باز واقع در اتاقک در بسته قطاری که با سرعت یکنواخت در امتداد خط مستقیمی حرکت می کند نمی تواند از رفتار توپ بیلبارد، به حرکت قطار نسبت به زمین پی ببرد. همچنین، تنیس باز واقع در یک زمین تنیس سرپوشیده در یک کشتی اقیانوس پیما که در امتداد خط مستقیمی با سرعت یکنواخت (روی دریای آرام) حرکت می کند نمی تواند از بازی خود اطلاعاتی در مورد حرکت کشتی نسبت به آب به دست بیاورد. بدون توجه به مقدار سرعت نسبی (شاید صفر)، ناوقتی که این سرعت ثابت باشد نتایج یکسان خواهند بود. البته با مقایسه اندازه گیریهای انجام شده در دو چارچوب، مثلاً با نگاه کردن از پنجره قطار به بیرون، یا مقایسه داده های متفاوتی که دو ناظر از یک رویداد به دست می آورند، می توان سرعت نسبی دو چارچوب را تعیین کرد. ولی، در این صورت، ما سرعت نسبی را از مشاهداتی که فقط در یک دستگاه انجام شده باشند به دست نیاورده ایم.

وانگهی، ابدأ هیچ طریقه ای برای تعیین سرعت مطلق یک چارچوب مرجع لخت، به کمک آزمایشهای مکانیکی، وجود ندارد. هیچ چارچوب لختی نسبت به دیگری رجحان و برتری ندارد، زیرا، قوانین مکانیک در تمام آنها یکسان هستند. بنابراین هیچ دستگاه مطلق ساکنی که از نظر فیزیکی قابل تعریف باشد وجود ندارد. می گوئیم تا آنجا که به مکانیک مربوط می شود تمام چارچوبهای لخت هم ارز هستند. شخصی که سوار قطار است نمی تواند به طور مطلق بگوید که فقط او حرکت می کند، یا فقط زمین به طرف عقب حرکت می کند، یا اینکه ترکیبی از این حرکتها در کار است. راستی، آیا شما که در روی زمین هستید، می گوئید که ثابت هستید، یا اینکه با سرعت 30km/sec (سرعت زمین در حرکت به دور خورشید) حرکت می کنید، یا اینکه سرعت شما باز هم زیادتر است (مثلاً به اندازه سرعت خورشید در حرکت خود به دور مرکز کهکشان)؟ در واقع هیچ آزمایش مکانیکی نمی تواند سرعت مطلقی را در فضای تهی آشکار کند. این نتیجه، که ما می توانیم فقط از سرعت نسبی یک چارچوب نسبت به دیگری سخن بگوئیم و نه از سرعت مطلق آن، گاهی اوقات نسبیت نیوتونی نامیده می شود.

▲ مثال ۴. فرض کنید نیروهایی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند در امتداد خط مستقیم هستند که آنها را به یکدیگر وصل می‌کند و بزرگی این نیروهای مساوی و مختلف‌الجهت فقط تابع فاصلهٔ دو ذره است. تحت این شرایط، می‌توان همیشه این نیروها را به صورت منهای مشتق مکانی انرژی پتانسیل نمایش داد. نشان دهید که معادلات حرکت چنین ذره‌ای در اثر تبدیلات گالیله تغییر نمی‌کنند.

فاصلهٔ بین دودره را در چارچوب S با r_{12} و در چارچوب S' با r'_{12} نمایش می‌دهیم. انرژی پتانسیل U دستگاه S تابعی از r_{12} است که ما آن را به صورت $U(r_{12})$ می‌نویسیم. در نتیجه مؤلفه‌های نیرو عبارت‌اند از

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad \text{و} \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

و معادلات حرکت ذرهٔ ۱، مثلاً به جرم m_1 ، در چارچوب S به صورت زیر خواهند بود

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial x_1}$$

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial y_1} \quad (1-7 \text{ الف})$$

$$m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial z_1}$$

در فیزیک کلاسیک فرض می‌شود که جرم یک جسم مستقل از چارچوب مرجع لختی است که جسم در آن بررسی می‌شود. همچنین دیدیم که، تحت تبدیلات گالیله، ناظر S' همان شتابی را برای یک جسم به دست می‌آورد که ناظر S به دست می‌آورد. از این رو (با به کار بردن x' ، y' ، z' و t' به عنوان مختصات جسم برای ناظر پریم‌دار، و x ، y ، z و t به عنوان مختصات همین جسم برای ناظر بدون پریم) قبلاً نتیجه گرفتیم که $m_1' = m_1$ و همچنین

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = \frac{d^2 x_1'}{dt'^2} \quad \text{و} \quad \frac{d^2 y_1}{dt^2} = \frac{d^2 y_1'}{dt'^2} \quad \text{و} \quad \frac{d^2 z_1}{dt^2} = \frac{d^2 z_1'}{dt'^2}$$

بعلاوه دیدیم که فاصلهٔ دو ذره برای هر دو ناظر یکی است، یعنی،

$$z_2' - z_1' = z_2 - z_1 \quad \text{و} \quad y_2' - y_1' = y_2 - y_1, \quad x_2' - x_1' = x_2 - x_1$$

بنابراین

$$\begin{aligned} r_{12}' &= \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = r_{12} \end{aligned}$$

انرژی پتانسیل دستگاه با $U(r_{12})$ نمایش داده می شود که تابعی از فاصله دو ذره است، مثلا مانند k/r_{12} . چون $r_{12} = r'_{12}$ ، انرژی پتانسیل $U(r_{12})$ در اثر تبدیلات گالیله به صورت همان تابع از r'_{12} در می آید. در نتیجه $U(r_{12}) = U(r'_{12})$ ، که در آن $U(r'_{12})$ انرژی پتانسیل را بر حسب متغیرهای دستگاه پریم دار بیان می کند.

یادآوری کنیم که می خواهیم ثابت کنیم اگر رابطه بین مختصات یک ذره در دو دستگاه لخت متفاوت به صورت تبدیلات گالیله باشد، معادلات حرکت ذره ۱ در چارچوب لخت S درست مثل معادلات حرکت همان ذره در دستگاه لخت S' خواهد بود. یعنی، می خواهیم ثابت کنیم تمام ناظرهای لخت قوانین مکانیکی یکسانی را به کار می برند. تا اینجا نتیجه گرفتیم که طرف چپ معادلات (۱-۷ الف) در اثر تبدیل از S به S' به همان شکل باقی می ماند، و همچنین $U(r_{12})$ و $U(r'_{12})$ یکسان هستند. آنچه اکنون باید ثابت کنیم عبارت است از

$$-\frac{\partial U}{\partial x_1} = -\frac{\partial U}{\partial x'_1}, \quad -\frac{\partial U}{\partial y_1} = -\frac{\partial U}{\partial y'_1} \quad \text{و} \quad -\frac{\partial U}{\partial z_1} = -\frac{\partial U}{\partial z'_1}$$

و با این کار استدلال خود را کامل کرده ایم. ما فقط مشتق گیری نسبت به x را انجام می دهیم (مشتق گیری نسبت به y و z به طریق کاملا مشابهی انجام می گیرد). داریم

$$-\frac{\partial U}{\partial x_1} = -\frac{dU}{dr_{12}} \frac{\partial r_{12}}{\partial x_1} = \frac{dU}{dr_{12}} \frac{x_2 - x_1}{r_{12}}$$

$$-\frac{\partial U}{\partial x'_1} = -\frac{dU}{dr'_{12}} \frac{\partial r'_{12}}{\partial x'_1} = \frac{dU}{dr'_{12}} \frac{x'_2 - x'_1}{r'_{12}}$$

اما $r_{12} = r'_{12}$ ، $x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1$ و $U(r_{12}) = U(r'_{12})$ ، بنابراین

$$-\frac{\partial U}{\partial x_1} = -\frac{\partial U}{\partial x'_1}$$

در نتیجه، با اعمال معادلات تبدیل گالیله به معادلات حرکت ذره ۱ در S ، معادلات حرکت یکسانی برای همین ذره ۱ در S' به دست می آوریم، یعنی

$$m_1 \frac{d^2 x'_1}{dt'^2} = -\frac{\partial U}{\partial x'_1}$$

$$m_1 \frac{d^2 y'_1}{dt'^2} = -\frac{\partial U}{\partial y'_1} \quad (1-7b)$$

$$m_1 \frac{d^2 z'_1}{dt'^2} = -\frac{\partial U}{\partial z'_1}$$

که در آن متغیرهای x_1, y_1, z_1 و t از چارچوب S در معادلات (۱-۷ الف) به متغیرهای متناظر x_1', y_1', z_1' و t' از چارچوب S' در معادلات (۱-۷ ب) تبدیل شده‌اند. مسلماً برای ذرهٔ ۲ نیز نتایج مشابهی به دست خواهیم آورد و، در واقع، این روش با آسانی به مجموعه‌ای از ذرات تعمیم داده می‌شود.

این مثال بوضوح نشان می‌دهد که قوانین نیوتونی مکانیک و معادلات حرکت در تمام چارچوبهای لخت، که به وسیلهٔ تبدیلات گالیله به یکدیگر مربوط می‌شوند، یکسان هستند. در اثر تبدیلات گالیله رابطه $F = ma$ به $F' = ma'$ تبدیل می‌شود. Δ

قوانین تبدیل، در حالت کلی، خیلی از کمیات را تغییر می‌دهند و بعضی دیگر را تغییر نمی‌دهند. این کمیات تغییر نیافته تغییر ناپذیرهای (ناوردهای) تبدیل نامیده می‌شوند. مثلاً، در اثر تبدیلات گالیله بین چارچوبهای مرجع لخت متفاوت، شتاب و مهمتر از آن، قوانین حرکت نیوتونی نیز تغییر ناپذیر هستند. بیان اینکه چه کمیاتی تغییر ناپذیر هستند اصل نسبیت نامیده می‌شود که می‌گوید برای چنین کمیاتی تمام چارچوبهای مرجع لخت با یکدیگر هم‌ارزند، و هیچک از آنها وضع مطلق یا مرجحی نسبت به دیگران نخواهد داشت. نیوتون اصل نسبیت خود را به صورت زیر بیان کرد: «حرکت اجسام واقع در یک فضای معین نسبت به یکدیگر، خواه این فضا ساکن باشد یا با سرعت یکنواخت در امتداد خط راستی حرکت کند، یکی است.»

۴.۱ الکترومغناطیس و نسبیت نیوتونی

اکنون وضع را از نقطه نظر الکترودینامیک بررسی کنیم. به بیان دیگر، بینیم آیا غیر از قوانین مکانیک، قوانین دیگر فیزیک (مانند قوانین الکترومغناطیس) نیز در اثر تبدیلات گالیله تغییر ناپذیرند. اگر چنین باشد اصل نسبیت نیوتونی نه تنها برای مکانیک بلکه برای تمام فیزیک صادق خواهد بود. یعنی، هیچ چارچوب لختی بر دیگری ارجح نیست و هیچ نوع آزمایشی (نه فقط آزمایشهای مکانیکی) در فیزیک، که در یک چارچوب انجام شده باشد، نمی‌تواند سرعت آن را نسبت به چارچوب دیگر تعیین کند. بنابراین، هیچ چارچوب مرجح مطلق یا وجود ندارد.

برای اینکه فوراً بینیم وضعیت الکترومغناطیس، تا آنجا که به تبدیلات گالیله مربوط می‌شود، با وضعیت مکانیک تفاوت دارد، یک تپ نوری (یعنی، یک تپ الکترومغناطیسی) را در نظر می‌گیریم که نسبت به محیطی که در آن منتشر می‌شود، با سرعت c به طرف راست حرکت می‌کند. از نظر تاریخی به «محیط» انتشار نور نام «اتر» داده شده بود، زیرا زمانی که بینشی مکانیکی از فیزیک بر تفکر فیزیکدانها حاکم بود (اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم)، واقعاً پذیرفته نمی‌شد که یک آشفتگی الکترومغناطیسی بتواند در خلأ منتشر شود. برای سهولت، می‌توان چارچوب «اتر»، S ، را به عنوان یک چارچوب لخت در نظر گرفت که ناظر در آن سرعت نور را دقیقاً برابر با

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 299792458 \times 10^8 \text{ m/sec}$$

به دست می آورد. ناظر چارچوب S' که با سرعت ثابت v نسبت به این چارچوب اتر حرکت می کند، طبق تبدیلات گالیله ای سرعتها، باید سرعت دیگری بین $c+v$ و $c-v$ بسته به جهت حرکت نسبی دو چارچوب، برای این تب نوری به دست آورد.

بنا بر این، در تبدیلات گالیله سرعت نور مسلماً تغییر ناپذیر نیست. اگر این تبدیلات حقیقتاً در مورد پدیده های نوری یا الکترومغناطیسی صادق باشند، یک و فقط یک دستگاه لخت وجود دارد که در آن سرعت نور دقیقاً برابر c است؛ یعنی دستگاه لخت یگانه ای وجود دارد که اتر نسبت به آن ساکن است. در این صورت یک طریقه فیزیکی برای مشخص کردن یک چارچوب مطلق (یا ساکن) و برای تعیین سرعت چارچوبهای دیگر نسبت به این چارچوب، با انجام آزمایشهای نوری در این چارچوبها، خواهیم داشت.

یک طریقه صوری تر برای بیان این مطلب چنین است: معادلات الکترومغناطیس ما کسول، که مثلاً معادله امواج الکترومغناطیسی از آنها به دست می آید، شامل ثابت $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ هستند، که سرعت انتشار امواج تخت در خلا است. اما، طبق تبدیلات گالیله، این سرعت نمی تواند برای ناظرهایی که در چارچوبهای لخت متفاوت قرار دارند یکی باشد. بنا بر این اثرهای الکترومغناطیسی برای ناظرهای متفاوت احتمالاً یکسان نخواهند بود. در واقع، شکل معادلات ما کسول در اثر تبدیلات گالیله تغییر می کنند، در صورتی که قوانین نیوتون تغییر نمی کنند. مثلاً، اگر در رفتن از چارچوب S به چارچوب S' از معادلات (۱-۱) استفاده شود، شکل معادلات موج تغییر می کند (ر. ک. مسئله ۸). اما اگر قبول کنیم که هم تبدیلات گالیله و هم معادلات ما کسول هر دو اساساً درست هستند، خود به خود نتیجه می شود که یک چارچوب مرجع ممتاز و یگانه (چارچوب «اتر») وجود دارد که در آن معادلات ما کسول صادق اند و نور در آن با سرعت $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ منتشر می شود. بنا بر این به نظر می رسد که وضعیت به صورت زیر باشد*: این حقیقت که اصل نسبیت گالیله در مورد قوانین نیوتونی صادق است ولی در مورد قوانین الکترومغناطیسی ما کسول صادق نیست ایجاب می کند که نتایج درست را از بین امکانات زیر انتخاب کنیم.

۱- اصل نسبیت برای مکانیک وجود دارد ولی برای الکترومغناطیس وجود ندارد، در الکترودینامیک یک چارچوب لخت ممتاز، یعنی چارچوب اتر، وجود دارد. اگر این انتخاب درست باشد تبدیلات گالیله قابل اعمال هستند و ما قادر خواهیم بود چارچوب اتر را به طور تجربی پیدا کنیم.

۲- یک اصل نسبیت وجود دارد که هم برای مکانیک و هم برای الکترومغناطیس صادق است، ولی قوانین الکترومغناطیس به صورتی که توسط ما کسول ارائه شده اند درست نیستند. اگر این انتخاب درست باشد بایستی قادر به انجام آزمایشهایی باشیم که انحرافهایی را از الکترودینامیک ما کسول نشان دهند، و قوانین الکترومغناطیس را نباید از نو تنظیم کنیم. تبدیلات گالیله در اینجا نیز قابل اعمال اند.

* این نحوه بررسی از مرجع ۲ اقتباس شده است.

۳- يك اصل نسبیت وجود دارد كه هم برای مکانیک و هم برای الکترومغناطیس صادق است، ولی قوانین مکانیک به صورتی كه توسط نیوتون ارائه شده‌اند درست نیستند. اگر این انتخاب درست باشد باید بتوانیم آزمایشهایی انجام دهیم كه انحرافهایی را از قوانین نیوتونی نشان دهند، و قوانین مکانیک را باید از نو تنظیم کنیم. در این حالت قوانین صحیح تبدیل دیگر قوانین گالیله نیستند (زیرا آنها با تغییرناپذیری معادلات ماكسول سازگارند) بلکه قوانین دیگری هستند كه هم با الکترومغناطیس كلاسیك سازگارند و هم با مکانیک جدید.

قبلاً یادآوری کردیم (بخش ۱۰۱) كه مکانیک نیوتونی در سرعتهای زیاد با شكست مواجه می‌شود. بنا بر این، دانشجو از شنیدن اینکه انتخاب سوم، كه منجر به نسبیت اینشتین می‌شود، انتخاب درستی است، شكفت زده نخواهد شد. در بخشهای زیر تجربه‌هایی را كه منجر به رد كردن انتخابهای ۲ و ۱ شده‌اند مطالعه می‌کنیم. این امر می‌تواند مقدمهٔ پرتوری برای پیدا كردن اصل نسبیت جدید و قوانین تبدیل مربوط به انتخاب ۳ باشد.

۵.۱ كوششهایی برای یافتن چارچوب مطلق - آزمایش مایكلسون - مورلی

آزمایش واضح و آشكاری* كه می‌توان انجام داد این است كه سرعت نور را در چند دستگاه لخت مختلف اندازه بگیریم و ببینیم آیا این سرعت در دستگاههای مختلف متفاوت است یا نه، و اگر چنین باشد، بویژه ببینیم آیا دلیلی برای وجود يك دستگاه یگانه یعنی چارچوب «اثر» وجود دارد كه سرعت نور در آن برابر با c ؛ مقدار پیشگویی شده به وسیلهٔ نظریهٔ الکترومغناطیس، باشد. مایكلسون در سال ۱۸۸۱/۱۲۶۰، مایكلسون و مورلی در سال ۱۸۸۷/۱۲۶۶ يك چنین آزمایشی را انجام دادند [۴]. برای درك بهتر مطلب قدری بیشتر به مفهوم «اثر» دقت کنیم.

وقتی می‌گوییم سرعت صوت در هوای خشك و در صفر درجهٔ سانتیگراد 331 m/sec است، در ذهنمان يك ناظر يك دستگاه مرجع مجسم می‌کنیم كه نسبت به تودهٔ هوایی كه صوت در آن حرکت می‌کند ساکن‌اند. سرعت صوت برای ناظرهایی كه نسبت به این تودهٔ هوا حرکت می‌کنند دقیقاً به وسیلهٔ تبدیلات گالیله‌ای سرعت (معادلات ۱ - ۱) داده می‌شود. اما وقتی می‌گوئیم سرعت نور در خلاء $(= 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}) = 29997925 \times 10^8 \text{ m/sec}$ است به هیچ وجه معلوم نیست كه به چه دستگاه مرجعی اشاره شده است. دستگاه مرجعی كه نسبت به محیط انتشار نور ساکن باشد اشکالاتی ایجاد می‌کند زیرا در این مورد، برخلاف صوت، به نظر نمی‌رسد كه محیطی وجود داشته باشد. با وجود این، برای فیزیکدانهای قرن نوزدهم

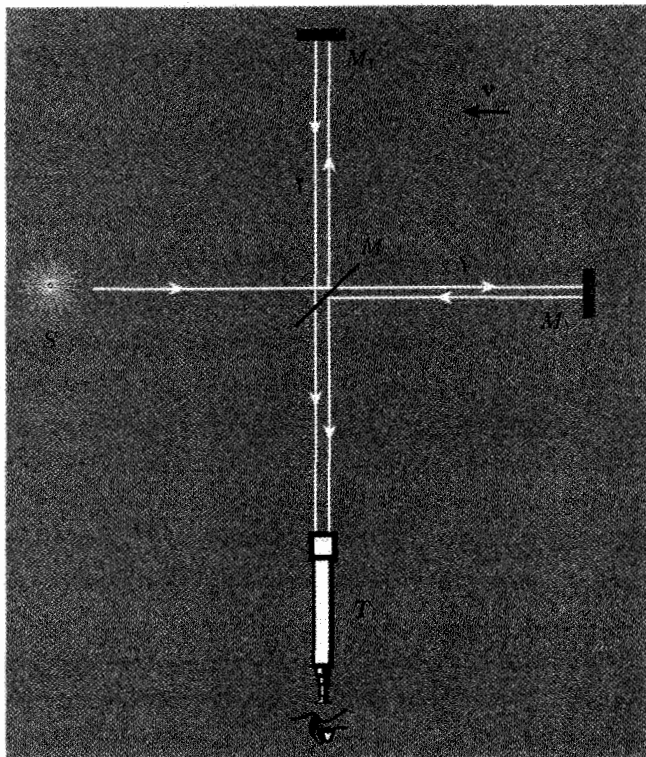
* از دو آزمایش مشهور «تروتن - نوبل» (Trouton - Noble) و «مایكلسون - مورلی» فقط آزمایش اخیر را مورد بحث قرار می‌دهیم. برای بحث دربارهٔ آزمایش «تروتن - نوبل» به مرجع ۳ مراجعه کنید.

غیر قابل تصور بود که نور و دیگر امواج الکترومغناطیسی، برخلاف تمام انواع دیگر موج، بتوانند بدون هیچ گونه محیطی منتشر شوند. به نظر می رسید که فرض محیطی به نام اتر یک قدم منطقی باشد، هر چند برای توجیه آشکارناپذیری آن لازم بود که برای خواصی غیر-عادی، مثل چگالی صفر و شفافیت کامل، در نظر گرفته شود. فرض شده بود که اتر تمام فضا را پر می کند و محیطی است که سرعت نور نسبت به آن c است. لذا نتیجه می شد که ناظری که در اتر با سرعت v حرکت می کند سرعت یک باریکه نور را برابر با c' به دست می آورد به طوری که $c' = c + v$. برای امتحان این نتیجه بود که آزمایش مایکلسون - مورلی طرح ریزی شد.

اگر اتری وجود داشته باشد، زمین دوران کننده و چرخان می باید در آن حرکت کند و ناظری که در روی زمین است می باید یک «باد اتری» احساس کند که با سرعت v نسبت به زمین حرکت می کند. اگر فرض کنیم v برابر با سرعت حرکت انتقالی زمین به دور خورشید، در حدود 30 km/sec باشد داریم $v/c \approx 10^{-4}$. آزمایشهای نوری که دقت آنها تا مرتبه اول v/c بود قادر نبودند حرکت مطلق زمین در اتر را آشکار کنند، اما فرنل^۱ (و بعداً لورنتس^۲) نشان دادند که چگونه این نتیجه می تواند به وسیله نظریه اتر توجیه شود. ولی این توجیه اشکالاتی داشت، به طوری که مسئله به وسیله آزمایشهایی که دقت آنها تا مرتبه اول v/c بود حقیقتاً به طور رضایتبخشی حل نشد. عقیده عموم بر این بود که برای اثبات غیر مبهم فرضیه اتر می باید آزمایشی ترتیب داد که بتواند اثرات «مرتبه دوم» را اندازه بگیرد. اثر مرتبه اول بزرگ نیست ($v/c = 10^{-4}$)، یعنی اثری معادل یک درده هزار) ولی اثر مرتبه دوم آن حقیقتاً خیلی کوچک است ($v^2/c^2 = 10^{-8}$)، یعنی اثری معادل یک درصد میلیون).

مایکلسون (۱۲۳۰ - ۱۳۱۰) / (۱۸۵۲ - ۱۹۳۱) تداخل سنجی اختراع کرد که حساسیت قابل ملاحظه آن انجام چنین آزمایشی را ممکن ساخت. مایکلسون نخست در سال ۱۸۸۱/۱۲۶۰ آزمایش را انجام داد، و سپس با همکاری مورلی، در سال ۱۲۶۶ / ۱۸۸۷ آزمایش دقیقتری را که پایه تجربی نظریه نسبیت قرار گرفت ارائه کرد. به خاطر اختراع تداخل سنج و همچنین انجام آزمایشهای نوری متعدد جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۲۸۶/۱۹۰۷، به مایکلسون اعطا شد و او اولین آمریکایی بود که به دریافت چنین جایزه ای مفتخر گردید.

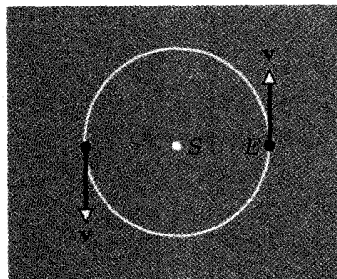
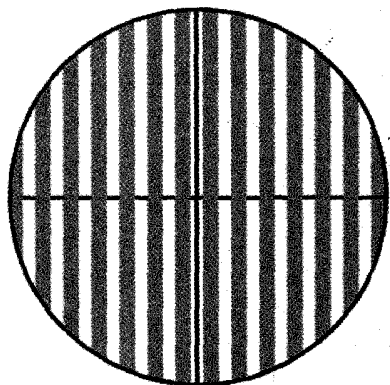
اکنون به توضیح آزمایش مایکلسون - مورلی می پردازیم. تداخل سنج مایکلسون (شکل ۴۰۱) در روی زمین ثابت است. اگر تصور کنیم که اتر نسبت به بخورشید ساکن است، زمین (و تداخل سنج) با سرعت 30 km/sec در آن حرکت می کند. این حرکت در فصول مختلف در جهات مختلف انجام می گیرد (شکل ۵۰۱). در حال حاضر از حرکت چرخشی زمین صرف نظر می کنیم. باریکه نور (امواج تخت یا پرتوهای موازی) ایجاد شده توسط چشمه آزمایشگاهی S (که نسبت به تداخل سنج ساکن است) به وسیله آینه نیمه نقره اندود



شکل ۴.۱ طرح ساده‌ای از تداخل‌سنج مایکلسون که نشان می‌دهد باریکه نور تابیده شده از چشمه S به وسیله آئینه نیمه نقره اندود M به دو باریکه تقسیم می‌شود. این باریکه‌ها توسط آئینه‌های ۱ و ۲ بازتابیده می‌شوند و به طرف آئینه نیمه نقره اندود برمی‌گردند. آنها سپس وارد تلسکوپ T می‌شوند و در آنجا، پس از تداخل، یک نقش فریز به دست می‌آید. در این شکل v سرعت اثرنسبت به تداخل‌سنج است.

M به دو باریکه همدوس تقسیم می‌شود. باریکه ۱ از M عبور می‌کند و باریکه ۲ به وسیله آن بازتابیده می‌شود. باریکه‌های ۱ و ۲ پس از بازتاب توسط آئینه‌های M_1 و M_2 به طرف M برمی‌گردند. سپس قسمتی از باریکه بازگشتی ۱ توسط M بازتابیده می‌شود و همراه با قسمتی از باریکه بازگشتی ۲ که از M عبور کرده است وارد تلسکوپ T می‌شوند و در آنجا با هم تداخل می‌کنند. این تداخل، بسته به اختلاف فاز دو باریکه نور، سازنده یا ویرانگر خواهد بود. سطح آئینه نیمه نقره اندود M با راستای باریکه‌های نور زاویه 45° می‌سازد. اگر آئینه‌های M_1 و M_2 با تقریب بسیار خوبی (ولی نه کاملاً) عمود بر یکدیگر باشند، دو تلسکوپ یک دستگاه فریز (شکل ۶.۱) با خطوط تقریباً موازی

مشاهده می کنیم که شبیه آن چیزی است که از يك گوه نازك هوا بين دو صفحه شیشه ای به دست می آوریم.



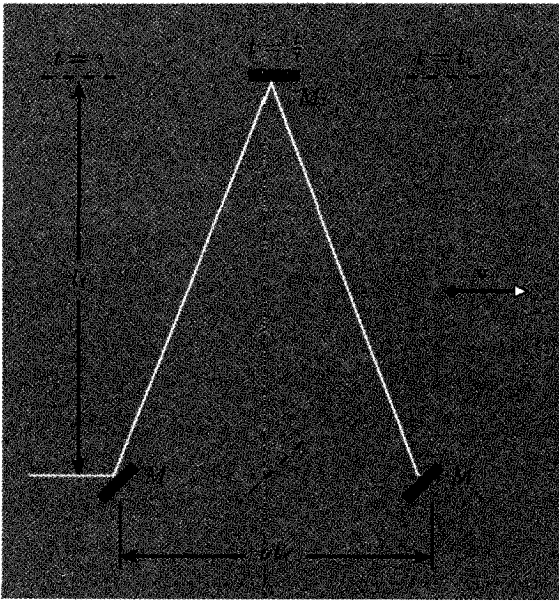
شکل ۶.۱ يك دستگاه فریز متعارف که وقتی M_1 و M_2 کاملاً برهم عمود نیستند در تلسکوپ T دیده می شود.

شکل ۵.۱ زمین، E ، با سرعت 30 km/hr در روی مدار تقریباً دایره ای شکل خود به دور خورشید حرکت می کند و در هر شش ماه جهت سرعت آن عوض می شود.

اکنون اختلاف فاز بین باریکه های ۱ و ۲ را حساب می کنیم. این اختلاف می تواند معلول دو علت باشد که عبارت اند از اختلاف طول مسیرهای پیموده شده l_1 و l_2 ، و سرعت های متفاوت نسبت به دستگاه تداخل سنج به علت «باد اتری» که با سرعت v نسبت به دستگاه حرکت می کند. در حال حاضر علت اصلی علت دوم است. این سرعت های متفاوت خیلی شبیه به سرعت های شنا گری، نسبت به ساحل، هستند که در جهت جریان یا خلاف جریان، یا عمود بر جریان يك آب جاری شنا می کند. زمان لازم برای رفت و برگشت باریکه ۱ از M به M_1 و بالعکس عبارت است از

$$t_1 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v} = l_1 \left(\frac{2c}{c^2 - v^2} \right) = \frac{2l_1}{c} \left(\frac{1}{1 - v^2/c^2} \right)$$

زیرا نوری که سرعت آن نسبت به اتر c باشد وقتی در «جهت جریان» باد اتری حرکت کند دارای سرعت $c-v$ ، و وقتی در «خلاف جهت جریان» باد اتری حرکت کند دارای سرعت $c+v$ نسبت به تداخل سنج خواهد بود. همان طور که در شکل ۷.۱ نشان داده شده است مسیر باریکه ۲، که از M به M_2 می رود و باز می گردد، يك مسیر عرضی در داخل



شکل ۷۰۱ مسیر عرضی باریکه ۲. آینه‌ها با سرعت v و نور با سرعت c در « اتر » حرکت می‌کنند. بازتاب از آینه متحرک خود بخود یک مسیر عرضی به ما می‌دهد. در این شکل v سرعت تداخل سنج نسبت به « اتر » است.

اتر است که باریکه را به آینه (پیش رونده) M بر می‌گرداند. زمان رفت و برگشت از رابطه

$$2 \left[l_2^2 + \left(\frac{v l_2}{c} \right)^2 \right]^{1/2} = c t_2$$

یا

$$t_2 = \frac{2l_2}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

به دست می‌آید.

محاسبه t_2 در چارچوب اتر و محاسبه t_1 در چارچوب تداخل سنج انجام شده است. چون زمان در فیزیک کلاسیک کمیت مطلقی است، این مسئله کاملاً قابل قبول است. توجه کنید که هر دو اثر از مرتبه دوم هستند ($10^{-8} \approx v^2/c^2$) و در یک جهت اند (هر دو زمان عبور را نسبت به حالت $v=0$ افزایش می‌دهند). اختلاف این دو زمان عبور عبارت است از

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2}{c} \left[\frac{l_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{l_1}{1 - v^2/c^2} \right].$$

اکنون دستگاه را به اندازه 90° می‌چرخانیم به طوری که l_1 طول مسیر عرضی و l_2 طول مسیر طولی شود. اگر در این حالت زمانهای متناظر را با پریم مشخص کنیم، با بحثی نظیر بحث فوق، اختلاف زمان عبور به صورت زیر خواهد بود

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{2}{c} \left[\frac{l_2}{1 - v^2/c^2} - \frac{l_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right].$$

در نتیجه، چرخش تداخل سنج تغییری در تفاضل زمانهای فوق به صورت زیر به وجود می‌آورد

$$\Delta t' - \Delta t = \frac{2}{c} \left[\frac{l_2 + l_1}{1 - v^2/c^2} - \frac{l_2 + l_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right].$$

با استفاده از بسط دو جمله‌ای نیوتون و صرف نظر کردن از جمله‌های بالا تر از مرتبه دوم خواهیم داشت

$$\Delta t' - \Delta t \cong \frac{2}{c} (l_1 + l_2) \left[1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right] = \left(\frac{l_1 + l_2}{c} \right) \frac{v^2}{c^2}$$

بنابراین، چرخش تداخل سنج باید باعث جابجایی فریزها شود، زیرا رابطه فازی بین باریکه‌های ۱ و ۲ را تغییر می‌دهد.

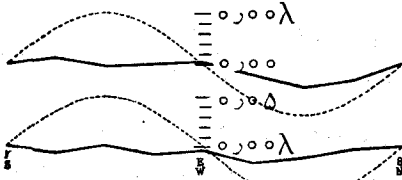
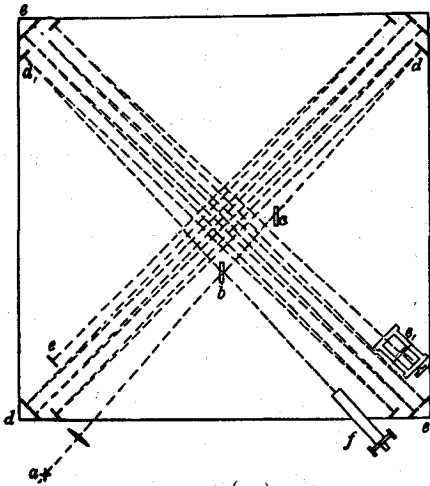
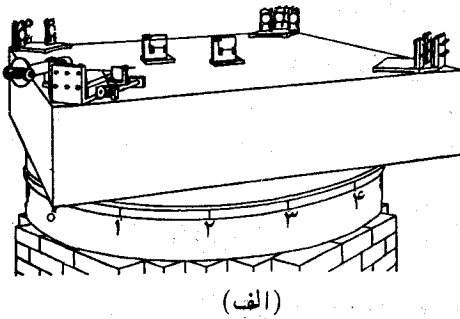
اگر اختلاف راه نوری بین باریکه‌ها، مثلاً به اندازه یک طول موج تغییر کند فریزها به اندازه یک فریز نسبت به خطوط متقاطع تلسکوپ جابجا خواهند شد. فرض کنیم فریزها به اندازه ΔN فریز نسبت به خط مرکزی تلسکوپ جابجا شوند. در این صورت اگر طول موج نور به کار برده شده λ ، و در نتیجه دوره آن $T = 1/\nu = \lambda/c$ باشد، خواهیم داشت

$$\Delta N = \frac{\Delta t' - \Delta t}{T} \cong \frac{l_1 + l_2}{cT} \frac{v^2}{c^2} = \frac{l_1 + l_2}{\lambda} \frac{v^2}{c^2} \quad (8-1)$$

مایکلسون و مورلی توانستند راه نوری $l_1 + l_2$ را تا حدود 22m برسانند. در آزمایشهای آنها طول بازوها تقریباً برابر بود، یعنی $l_1 = l_2 = l$ ، به طوری که $\Delta N = (2l/\lambda)(v^2/c^2)$. به ازای $\lambda = 545 \times 10^{-7}\text{m}$ و $v/c = 10^{-4}$ از معادله (8-1) خواهیم داشت

$$\Delta N = \frac{22\text{m}}{545 \times 10^{-7}\text{m}} 10^{-8} = 0.04$$

یا یک جابجایی برابر با 0.04 فریز.



شکل ۸۰۱ (الف) نصب دستگاه
 هایکلسون - مورلی، (ب) منظره
 افقی، (ج) نتایج مشاهده شده. خطوط
 شکسته پر نشان دهنده جایابی فریزها
 در آزمایش هایکلسون - مورلی به
 صورت تابعی از زاویه چرخش تداخل-
 سنج هستند. منحنیهای هموار نقطه چین،
 که باید در ضریب عددی ۸ ضرب
 شوند تا به مقیاس صحیحی آورده شوند،
 نشان دهنده جایابی پیشگویی شده
 فریزها توسط فرضیه اتر است.

هایکلسون و مورلی برای ثبات، تداخل سنج را بر روی یک لوحه سنگی بزرگ نصب کردند و دستگاه را در جیوه شناور ساختند به طوری که می توانست با آرامی حول یک محور مرکزی بچرخد. برای زیاد کردن راه نوری تا سر حد امکان، آینه‌هایی را بر روی لوحه مزبور

طوری نصب کردند که بتوانند باریکه‌ها را هشت بار به عقب و جلو بازتاب دهند. فریزها تحت چرخش پیوسته دستگاه مورد مشاهده قرار گرفتند. آنها می‌توانستند جابجایی‌هایی به کوچکی $1/100$ فریز را آشکار سازند (ر. ک. شکل ۸.۱). مشاهدات هم در روز و هم در شب (برای بررسی اثر چرخش زمین به دور خود) و در طول تمام فصول (برای بررسی اثر گردش زمین به دور خورشید) انجام گرفت. اما جابجایی مورد انتظار فریزها مشاهده نشد. در واقع، نتیجه تجربی این بود که فریزها به هیچ وجه جابجا نمی‌شوند.

این نتیجه صفر ($\Delta N = 0$) چنان ضربه‌ای به فرضیه اتر زد که آزمایش توسط افراد زیادی در مدت پنجاه سال تکرار شد. نتیجه صفر همیشه تأیید می‌شد (ر. ک. جدول ۱۰۱) و این خود انگیزه‌ای قوی برای بررسی تجربی و نظری شد. در سال $1958/1337$ جی. پی. سدار هولم و سی. اچ. تاووز^۲ و همکاران او [۵] آزمایشی بر اساس «بادتری» با به کار بردن میکروموج ترتیب دادند و نشان دادند که اگر اتری وجود داشته باشد و زمین در آن حرکت کند، سرعت زمین نسبت به اتر باید کمتر از $1/10000$ سرعت مداری آن باشد. دقت این آزمایش ۵۰ برابر بیشتر از دقت بهترین آزمایش از نوع آزمایش مایکلسون-مورلی بود. نتیجه صفر بخوبی تثبیت شد.

دانشجو باید توجه کند که آزمایش مایکلسون-مورلی عمده‌تاً به چرخش 90° درجه‌ای تداخل سنج، یعنی به عوض شدن نقشه‌های $1/4$ و $1/2$ ، که در حین حرکت دستگاه با سرعت v در داخل «اتر» صورت می‌گیرد، بستگی دارد. در پیشگویی جابجایی فریزها، v را سرعت زمین نسبت به اتری که نسبت به خورشید ثابت است در نظر گرفتیم. اما خود منظومه شمسی ممکن است در داخل این اتر فرضی در حرکت باشد. در واقع، خود نتایج تجربی سرعت زمین را نسبت به اتر، اگر حقیقتاً اتری وجود داشته باشد، تعیین می‌کنند، و از این نتایج $v = 0$ به دست می‌آید. حال اگر در یک لحظه در چنین اتری سرعت صفر باشد، مسلماً انتظار هیچ گونه جابجایی برای فریزها نمی‌رود. اما سرعت نمی‌تواند همیشه صفر باشد زیرا سرعت دستگاه در شبانه‌روز (دائر چرخش زمین) و از فصلی به فصل دیگر (در اثر حرکت زمین به دور خورشید) تغییر می‌کند. بنابراین، این آزمایش تنها به سرعت «مطلق» زمین در اتر بستگی ندارد بلکه به تغییر سرعت زمین نسبت به «اتر» نیز بستگی دارد. اگر چارچوب اتر وجود می‌داشت چنین حرکت متغیری در «اتر» بر اتری به وسیله آزمایشهای دقیق آشکار و اندازه‌گیری می‌شد. به نظر می‌رسد که این نتیجه صفر، وجود چارچوب اتر (مطلق) را رد کند.

یک راه برای تعبیر نتیجه صفر آزمایش مایکلسون-مورلی این است که به طور ساده نتیجه بگیریم که سرعت نور، یعنی c ، در تمام جهات و در تمام دستگاههای لخت یکی است، زیرا اگر سرعتهای «طولی» و «عرضی» در تمام دستگاهها، به جای $|c+v|$ ، برابر c باشند حقیقت فوق در آزمایش (با فرض تساوی بازوها) به نتیجه $\Delta N = 0$ منجر می‌شود. با وجود این، چنین نتیجه‌ای که با تبدیلات گالیله‌ای (سرعت) ناسازگار بود در آن زمان

جدول ۱۰۱ کوششهای مربوط به آزمایش مایکلسون - مورلی *

حد بالای جابجایی مشاهده شده فریزها	جابجایی پیشگویی شده فریزها توسط نظریه اتر	l (متر)	محل آزمایش	سال	آزمایش کننده
۰٫۰۰۲	۰٫۰۰۴	۱٫۲	پوتسدام	۱۸۸۱	مایکلسون
۰٫۰۰۱	۰٫۰۴۰	۱۱٫۰	کلیولند	۱۸۸۷	مایکلسون و مورلی
۰٫۰۰۱۵	۱٫۱۳	۳۲٫۲	کلیولند	۱۹۰۴-۱۹۰۲	مورلی و میلر
۰٫۰۰۸	۱٫۱۲	۳۲٫۰	مونت ویلسون	۱۹۲۱	میلر
۰٫۰۰۳۰	۱٫۱۲	۳۲٫۰	کلیولند	۱۹۲۴-۱۹۲۳	میلر
۰٫۰۰۱۴	۱٫۱۲	۳۲٫۰	کلیولند	۱۹۲۴	میلر (با نور خورشید)
۰٫۰۰۲	۰٫۰۳	۸٫۶	هایدبرگ	۱۹۲۴	توماشک (با نور ستاره)
۰٫۰۰۸۸	۱٫۱۲	۳۲٫۰	مونت ویلسون	۱۹۲۵-۱۹۲۶	میلر
۰٫۰۰۰۲	۰٫۰۰۷	۲٫۰	پاسادانا و مونت ویلسون	۱۹۲۶	کنندی
۰٫۰۰۰۰۴	۰٫۰۰۷	۲٫۰	پاسادانا	۱۹۲۷	ایلینگورت
۰٫۰۰۰۶	۰٫۱۳	۲٫۸	مونت ریچی	۱۹۲۷	پیکارد و استاهل
۰٫۰۰۱۰	۰٫۰۹	۲۵٫۹	مونت ویلسون	۱۹۲۹	مایکلسون و همکاران
۰٫۰۰۰۲	۰٫۰۷۵	۲۱٫۰	ینا	۱۹۳۰	یوس

خیلی فیلسوفانه به نظر می‌رسید. اگر سرعت اندازه‌گیری شده نور به حرکت ناظر بستگی نداشته باشد، تمام دستگاههای لخت برای انتشار نور هم ارز یکدیگر خواهند بود و هیچ دلیل تجربی که وجود یک دستگاه لخت گانه، یعنی اثر، را نشان دهد وجود نخواهد داشت. با وجود این، برای «نجات اثر» و توجیه نتایج مایکلسون - مورلی، دانشمندان فرضیه‌های گوناگونی را ارائه کردند. این فرضیات را در بخشهای بعد شرح خواهیم داد.

۶.۱ کوششهایی برای حفظ مفهوم چارچوب مرجح اثر - فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد

فیتزجرالد در سال ۱۸۹۲/۱۲۷۱ برای توجیه نتیجه صفر آزمایش مایکلسون - مورلی و همچنین ابقای مفهوم چارچوب مرجح اثر فرضیه‌ای ارائه داد که بعداً توسط لورنتس تکمیل شد. طبق فرضیه آنها تمام اجسام در جهت حرکت خود نسبت به اثر ساکن، به نسبت عامل $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ منقبض می‌شوند. برای سهولت نسبت v/c را با علامت β نمایش می‌دهیم، لذا عامل فوق به صورت $\sqrt{1 - \beta^2}$ نوشته می‌شود. اکنون اگر l طول یک جسم که نسبت به اثر ساکن است (طول سکون) و l طول آن وقتی که نسبت به اثر در حرکت است باشد، در آزمایش مایکلسون - مورلی خواهیم داشت

$$l_1 = l_1^0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{و} \quad l_2 = l_2^0$$

نتیجه اخیر از این واقعیت ناشی می‌شود که در فرضیه آنها فرض شده بود که طولهای عمود بر جهت حرکت در اثر حرکت تغییر نمی‌کنند. بنابراین

$$\Delta t = \frac{2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} (l_1^0 - l_2^0)$$

و بعد از یک چرخش ۹۰ درجه‌ای،

$$\Delta t' = \frac{2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} (l_1^0 - l_2^0) \quad (9-1)$$

در نتیجه نباید انتظار داشت که در اثر چرخش تداخل سنج فریزها جابجا شوند، زیرا $\Delta t' = \Delta t = 0$.

لورنتس توانست این انقباض را به وسیله نظریه الکترونی خود در مورد ماده توضیح دهد. اما این نظریه مفصل و کمی پیچیده بود و دیگر نتایج پیش‌بینی شده آن را نمی‌شد به طور تجربی به دست آورد. بعلاوه می‌توان توجیه نتیجه تداخل سنج توسط فرضیه انقباض را بی‌اعتبار کرد. یادآوری کنیم که در آزمایش اصلی، طول بازوها (تقریباً) برابر بود ($l_1 = l_2 = l$). حال تداخل سنجی را در نظر بگیرید که در آن $l_1 \neq l_2$. در این حالت، حتی با در نظر گرفتن اثر انقباض لورنتس، وقتی سرعت تداخل سنج نسبت به اثر تغییر

کند و از v به v' برسد، انتظار داریم که فریزها جابجا شوند. جابجایی پیش‌بینی شده فریزها (با تقریب مرتبه دوم؛ ر.ک. مسئله ۱۱) عبارت است از:

$$\Delta N = \frac{l_1 - l_2}{\lambda} \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{v'^2}{c^2} \right) \quad (10-1)$$

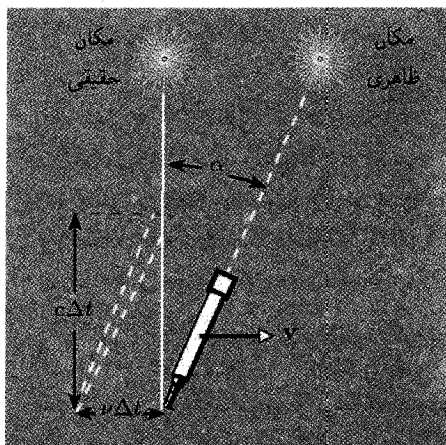
کندی و تورندیک [۶]، با به‌کار بردن تداخل سنجی با بازوهای نابرابر (اختلاف مسیر در حدود ۱۶ متر بود، یعنی تا حدی که همدوسی منبع اجازه می‌داد) آزمایش مربوط را ترتیب دادند. بسا وجود اینکه تفاضل $(v^2 - v'^2)/c^2$ در اثر چرخش زمین (بزرگترین تغییر هر دوازده ساعت یک بار اتفاق می‌افتد) و همچنین در اثر حرکت دورانی زمین (بزرگترین تغییر هر شش ماه یک بار اتفاق می‌افتد) باید تغییر کند، هیچیک از این دو اثر مشاهده نشد (یعنی $\Delta N = 0$)، و این امر مستقیماً با فرضیه انقباض متناقص است.

۷.۱ کوششهایی برای حفظ مفهوم چارچوب مرجح اتر-فرضیه کشش اتری

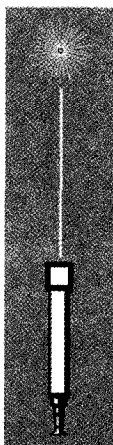
نظر دیگری که برای پابرجا نگاه داشتن مفهوم اتر پیشنهاد شد فرضیه «کشش اتری» بود. در این فرضیه فرض شد که چارچوب اتر به‌تمام اجسامی که جرمشان متناهی است متصل است، یعنی همراه با این اجسام کشیده می‌شود. با این فرض، اتر «موضعی» خودبخود یک نتیجه صفر برای آزمایش مایکلسون-مورلی به‌دست می‌دهد. خصوصیت جالب این فرضیه این بود که اصلاحی را در مکانیک کلاسیک یا الکترومغناطیس ایجاب نمی‌کرد. اما دوائر کاملاً تثبیت شده وجود داشت که با فرضیه کشش اتری در تناقض بودند: ابراهای ستاره‌ای و ضرب همرفت فیزو. اکنون به بررسی این دوائر می‌پردازیم، زیرا، عاقبت باید آنها را با هر نظریه‌ای که بالاخره مورد قبول قرار گیرد توجیه کنیم.

ابراهی نور اولین بار توسط برادلی [ر.ک. مرجع ۷] در سال ۱۷۲۷/۱۱۰۶ گزارش شد. او رصد کرد که ستارگان (نسبت به دستگاه محورهاى مختصات نجومی متصل به زمین) در روی دایره‌هایی حرکت می‌کنند و قطر ظاهری این مدارها در حدود ۴ ثانیه قوسی است. این مطلب را می‌توان به طریق زیر فهمید. فرض کنیم ستاره‌ای درست بالای سر ما طوری قرار گرفته باشد که اگر زمین نسبت به اتر ثابت باشد لوله تلسکوپ‌ی که برای دیدن آن به‌کار می‌رود باید کاملاً به‌طور قائم قرار گیرد. یعنی، پرتوهای نوری که از ستاره می‌آیند (ر.ک. شکل ۹.۱ الف) باید به‌طور مستقیم از لوله تلسکوپ پایین بیایند. اکنون تصور کنید که زمین در داخل اتر با سرعت v به‌طرف راست حرکت می‌کند. برای اینکه پرتوها بدون برخورد با جدار تلسکوپ از آن عبور کنند - یعنی برای اینکه ستاره دیده شود - باید همان‌طور که در شکل ۹.۱ ب نشان داده شده است لوله تلسکوپ را کج کنیم. نور به‌طور مستقیم (همانند قبل) در اتر پایین می‌آید، اما در مدت Δt که نور فاصله قائم $l = c\Delta t$ را از عدسی شیشی تا عدسی چشمی طی می‌کند، تلسکوپ فاصله $v\Delta t$ را به‌طرف راست طی کرده است. عدسی چشمی در لحظه‌ای که نور از تلسکوپ خارج می‌شود

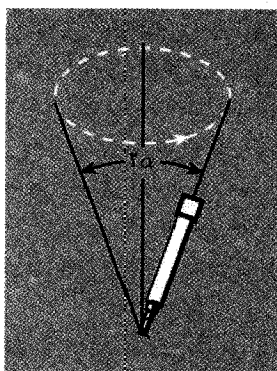
روی همان خط قائمی است که عدسی شیئی در لحظه ورود نور به تلسکوپ روی آن قرار



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۹.۱ (الف) ستاره و تلسکوپ حرکتی نسبت به یکدیگر ندارند (یعنی هر دو در اتر ساکن هستند) و ستاره مستقیماً در بالای سرن قرار دارد. (ب) اکنون تلسکوپ در اثر سرعت v به طرف راست حرکت می‌کند و باید به اندازه زاویه α (که در شکل به‌طور اغراق آمیزی بزرگ نشان داده شده است) از حالت قائم منحرف شود تا ستاره دیده شود. در این حالت مکان ظاهری ستاره با مکان حقیقی آن متفاوت است (منظور از مکان «حقیقی» ستاره مکان آن نسبت به خورشید یعنی نسبت به زمین است که نسبت به خورشید حرکتی نداشته باشد). (ج) مخروط ابیراهی، با قطر زاویه ای 2α ، که توسط محور تلسکوپ در مدت یک سال جاروب می‌شود.

داشت. از نظر تلسکوپ نور در امتداد محور از شیئی به چشمی حرکت می کند. زاویه کج شدگی تلسکوپ، α ، با رابطه زیر داده می شود

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v \Delta t}{c \Delta t} = \frac{v}{c} \quad (11-1)$$

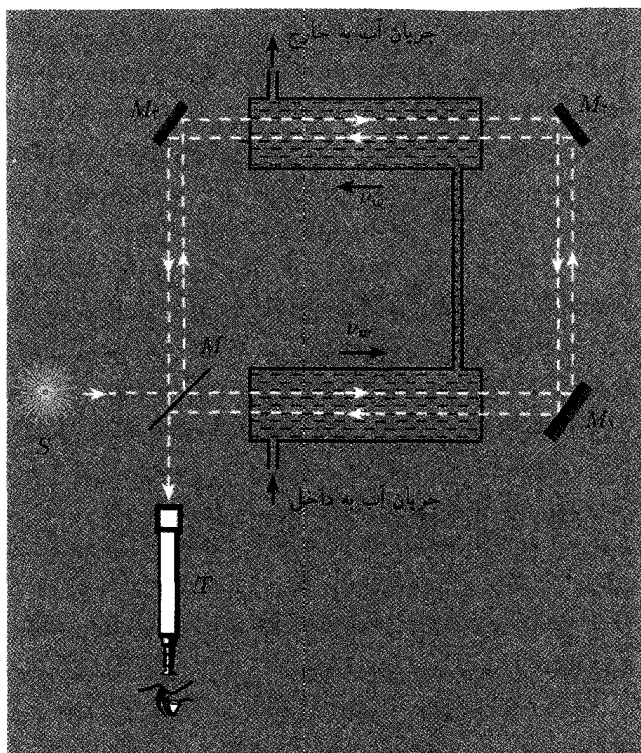
در آن زمان می دانستند که زمین تقریباً با سرعت 30 km/sec به دور خورشید حرکت می کند، بنابراین، با $c = 3 \times 10^8 \text{ km/sec}$ ، زاویه α برابر با 2.5×10^{-8} ثانیه قوسی به دست می آید. حرکت زمین تقریباً دایره ای است، بنابراین، جهت ایبراهی هر شش ماه یکبار عکس می شود و محور تلسکوپ در مدت یک سال یک مخروط ایبراهی رسم می کند (شکل ۹.۱ ج).

قطر ظاهری مخروط، یا مسیر دایره ای شکل رصد شده ستاره، برابر با $2\alpha = 4.1 \times 10^{-8}$ ثانیه قوسی است که به نحو بسیار خوبی با رصدها مطابقت می کند. تحلیل مربوط به ستارگان که مستقیماً بالای سر ما نیستند، گرچه قدری پیچیده تر است، ولی شبیه به تحلیل فوق است و در اصل یکسان اند (رک. مسئله ۱۲).

نتیجه مهمی که از این مطابقت حاصل می شود این است که اتر همراه زمین به اطراف کشیده نمی شود. اگر اتر همراه زمین کشیده می شد، اتر نسبت به زمین ساکن بود و نیازی به کج کردن تلسکوپ نمی بود و ابدأ ایبراهی وجود نمی داشت. یعنی، در این صورت، اتر (همراه زمین)، با سرعت v به طرف راست حرکت می کرد (شکل ۹.۱ ج) و بنابراین نیازی به هیچ تصحیحی به خاطر حرکت زمین در داخل اتر نمی بود؛ همان طور که باد امواج صوتی را با خود حمل می کند پرتوهای نوری نیز توسط اتر کشیده می شدند. در نتیجه، اگر اتری وجود داشته باشد همراه زمین کشیده نمی شود، بلکه برعکس، زمین آزادانه در داخل آن حرکت می کند. بنابراین نمی توانیم نتیجه آزمایش مایکلسون-مورلی را با فرضیه کشش اتری توجیه کنیم.

اثر تثبیت شده دیگری که با فرضیه کشش اتری در تناقض است به انتشار امواج الکترومغناطیسی در محیطهای متحرک مربوط می شود. فرنل در سال ۱۸۱۷/۱۱۹۶ پیشگویی کرد که نور تا اندازه ای با محیط متحرک کشیده می شود و فرمول درستی بر اساس فرضیه اتری برای این اثر به دست آورد. این اثر در سال ۱۸۵۱/۱۲۳۵ توسط فیزو به طور تجربی تأیید شد. اساس آزمایش فیزو در شکل ۱۰.۱ نشان داده شده است. نور از منبع S روی آئینه نیمه نقره اندود M می تابد. این آئینه نور را به دو قسمت تقسیم می کند. یک قسمت از آن عبور می کند و به آئینه M_1 می رسد که پس از بازتابهای متوالی از M_1 ، M_2 و M_3 مسیری در جهت پادساعتگرد می پیماید و دوباره به M باز می گردد. قسمت دیگر به طرف M_4 بازتابیده می شود و پس از بازتابهای متوالی توسط M_4 ، M_3 و M_2 مسیری در جهت ساعتگرد می پیماید و دوباره به M بازمی گردد. در M ، قسمتی از باریکه بازگشتی اول از M عبور می کند و قسمتی از باریکه بازگشتی دوم از آن

بازتابیده می‌شود و با هم به تلسکوپ T می‌روند. فریزهای تداخلی، که نمایانگر اختلاف راه نوری بین این دو باریکه هستند، در داخل تلسکوپ دیده خواهند شد. آب در داخل



شکل ۱۰.۱ طرح‌واره آزمایش فیزو

لوله‌ها (که انتهای آنها شیشه‌ای و مسطح است)؛ مطابق شکل، جریان دارد به طوری که یک باریکه نور همیشه در جهت جریان و باریکه دیگر همیشه در خلاف جهت جریان حرکت می‌کند. البته جهت جریان آب را می‌توان معکوس کرد ولی شرایط بیرون لوله‌ها برای هر دو باریکه یکسان باقی می‌مانند.

حال فرض کنیم چارچوب S ما همان وسیله آزمایش باشد. در این چارچوب آزمایشگاهی سرعت نور در آب ساکن c/n و سرعت آب v_w می‌باشد. آیا جریان آب، یعنی محیطی که نور در آن منتشر می‌شود، روی سرعت نور نسبت به چارچوب آزمایشگاهی تأثیر می‌گذارد؟ طبق نظر فرنل جواب مثبت است. سرعت نور، v ، در محیطی با ضریب شکست n ، که با سرعت v_w نسبت به ناظر (یعنی نسبت به چارچوب مرجع S که سرعت

نور در فضای تهی نسبت به آن c است) حرکت می کند، توسط فرنل با رابطه زیر داده شده است

$$v = \frac{c}{n} \pm v_w \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad (1-12)$$

ضریب $(1 - 1/n^2)$ ضریب کشش فرنل نامیده می شود. سرعت نور به علت حرکت محیط انتشار با c/n تفاوت دارد. اما چون عامل $(1 - 1/n^2)$ کوچکتر از یک است، تغییر (افزایش یا کاهش) سرعت کمتر از v_w ، یعنی سرعت حرکت محیط، است و از اینجا عبارت «کشش» توجیه می شود. مثلاً برای نور زرد سدیم در آب، افزایش (یا کاهش) سرعت برابر با ۵۶۵/۵۸۵ است. توجه کنید که برای $n=1$ («خلأ متحرک») معادله $(1-12)$ ، به $v=c$ تبدیل می شود.

این نتیجه را می توان با در نظر گرفتن اینکه نور هم به وسیله محیط شکستند و هم به وسیله اتری که در آن نفوذ می کند کشیده می شود، فهمید. بنابراین وقتی اثر در حال سکون باشد و محیط شکستند در داخل آن حرکت کند، نور نسبت به ناظر ساکن طوری عمل می کند که گویی فقط قسمتی از سرعت محیط به سرعت آن افزوده شده است. این نتیجه می تواند مستقیماً از نظریه الکترومغناطیس به دست آید. در آنجا بردار جابجایی الکتریکی \mathbf{D} را که مجموع دو جمله $(\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})$ است به کار می بریم. جمله اول به میدان الکتریکی \mathbf{E} در خلأ بستگی دارد و جمله دوم قطبش \mathbf{P} است که به محیط شکستند مربوط می شود. در محاسبه سرعت امواج الکترومغناطیسی در یک محیط شکستند متحرک، در مقایسه با سرعت آنها در محیط ساکن، فقط آن قسمت از \mathbf{D} که به \mathbf{P} مربوط است در اختلاف دخالت می کند. در آزمایش فیزو، آب با سرعتی در حدود 7 m/sec در لوله ها حرکت می کرد و او جابجایی فریزها را برای تمام سرعتهای از صفر تا 7 m/sec و همچنین تأثیر معکوس - کردن جهت جریان را بر آن مورد مشاهده قرار داد. اندازه گیریهای فیزو پیشگویی فرنل را تأیید کردند. این آزمایش در سال $1845/1846$ به وسیله مایکلسون و مورلی و پس از سال $1893/1894$ به وسیله زیمان^۱ و دیگران با دقت خیلی زیاده تری تکرار شد که باز هم ضریب کشش فرنل را تأیید کردند.

▲ **مثال ۵.** در آزمایش فیزو اندازه های تقریبی پارامترها به صورت زیر بودند:

$l = 1.5 \text{ m}$ ، $n = 1.33$ ، $\lambda = 5.3 \times 10^{-7} \text{ m}$ و $v_w = 7 \text{ m/sec}$. برای فریزها یک جابجایی معادل با ۲۳/۵ فریز نسبت به حالت $v_w = 0$ مشاهده شد. ضریب کشش را محاسبه کنید و آن را با مقدار پیشگویی شده مقایسه کنید.

ضریب کشش را با d نمایش می دهیم. بنابراین زمان لازم برای اینکه باریکه^۱

از آب عبور کند عبارت است از

$$t_1 = \frac{2l}{(c/n) - v_w d}$$

و برای باریکه ۲

$$t_2 = \frac{2l}{(c/n) + v_w d}$$

در نتیجه

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2lv_w d}{(c/n)^2 - v_w^2 d^2} \approx \frac{2ln^2 v_w d}{c^2}$$

دوره ارتعاش نور عبارت است از $T = \lambda/c$ ، بنابراین

$$\Delta N \cong \frac{\Delta t}{T} = \frac{2ln^2 v_w d}{\lambda c}$$

و، با توجه به مقادیر فوق، خواهیم داشت

$$d = \frac{\lambda c \Delta N}{2ln^2 v_w} = 0.44$$

مقدار پیشگویی فرنل (ر. ک. معادله ۱-۱۲) عبارت است از

$$d = 1 - \frac{1}{n^2} = 0.44$$

اگر اتر همراه با آب کشیده می‌شد، سرعت نور در چارچوب آزمایشگاه، طبق نظریات گالیله، در یک لوله $(c/n) + v_w$ و در لوله دیگر $(c/n) - v_w$ می‌بود. در صورتی که همان‌طور که دیدیم، آزمایش فیزو بر حسب عدم وجود کشش اتری، چه به وسیله دستگاه و چه به وسیله آب متحرک در داخل آن، و همچنین بر حسب کشش جزئی ناشی از حرکت محیط شکست، به نحو خیلی ساده‌تری تفسیر می‌شود. در واقع آزمایش ایراهی، وقتی با تلسکوپ پراز آب انجام شود (ر. ک. سؤال ۱۵) درست به همان نتیجه و تعبیر منجر می‌شود. در نتیجه، فرضیه کشش اتری با واقعیات تجربی تناقض دارد.

به نظر می‌رسد که هیچ پایه تجربی قابل قبولی برای مفهوم اتر، یعنی، برای یک چارچوب مرجع مرجع وجود ندارد. این مطلب چه اتر را ساکن در نظر بگیریم و چه فرض کنیم همراه با ماده کشیده می‌شود صادق است. اکنون باید به این انتخاب روی بیاوریم که در آن اصل نسبیت هم در الکترومغناطیس معتبر است و هم در مکانیک. پس، اگر چنین

باشد، یا الکترو دینامیک را باید طوری اصلاح کرد که با اصل نسبیت کلاسیک سازگار شود، یا به اصل نسبیت دیگری نیاز داریم که با الکترو دینامیک سازگار باشد، که در این صورت قوانین مکانیک کلاسیک باید اصلاح شوند.

۸.۱ کوششهایی برای اصلاح الکترو دینامیک

اکنون به بررسی کوششهایی که برای اصلاح الکترو دینامیک صورت گرفته اند بپردازیم. یک تعبیر ممکن برای نتیجه آزمایش مایکلسون-مورلی (نتیجه ای که با اصل نسبیت کلاسیک تناقض دارد) این است که مقدار سرعت نور در تمام چارچوبهای لخت یکی است. اگر چنین باشد، مطمئناً سرعت نور نمی تواند بستگی به سرعت منبع نور نسبت به ناظر داشته باشد. در نتیجه، اگر بخواهیم از اصل تغییرناپذیری (ناوردایی) سرعت نور به عنوان تعبیر صحیح نتایج آزمایش مایکلسون-مورلی احتراز کنیم، یک اصلاح مناسب الکترو دینامیک این است که فرض کنیم سرعت امواج نوری به حرکت چشمه بستگی دارد نه به اثر. نظریه های مختلفی که بر اساس این فرض بنا شده اند نظریه های گسیلی نامیده می شوند. نقطه مشترک تمام این نظریه ها این فرضیه است که سرعت نور نسبت به چشمه اصلی برابر است با c و این سرعت مستقل از نوع حرکت محیطی است که نور در آن منتشر می شود. این فرضیه خود بخود نتیجه صفر آزمایش مایکلسون-مورلی را توجیه می کند. این نظریه ها در پیشگویی شان در مورد سرعت نور پس از بازتاب از یک آینه متحرک با یکدیگر تفاوت دارند.* مع هذا همه نظریه های گسیلی با دو نوع آزمایش مستقیماً در تناقض هستند. نمونه آزمایشهای نوع اول رصدهای دوسه^۱ روی ستارگان مزدوج (ر. ک. مرجع ۹ و مسئله ۱۴)، و نمونه آزمایشهای دوم آزمایش مایکلسون-مورلی با استفاده از یک چشمه نور برون زمینی است.

دو ستاره خیلی نزدیک به هم که روی مدارهایی حول مرکز جرم مشترکشان می چرخند ستارگان مزدوج نامیده می شوند. فرض کنیم این مدارها دایره ای هستند و همچنین فرض کنیم که سرعت نوری که از ستاره ها به ما می رسد در خلاء برابر است با c ، که در آن v مؤلفه سرعت چشمه نسبت به ناظر در امتداد خط واصل چشمه به ناظر در لحظه گسیل نور از ستاره است. بنابراین، زمان لازم برای رسیدن نور از ستاره نزدیک شونده به زمین کوچکتر از زمان لازم برای رسیدن نور از ستاره دور شونده است. در نتیجه، باید مدارهای دایره ای ستارگان مزدوج برای ناظر روی زمین هم مرکز به نظر نیایند. ولی اندازه گیریها نشان می دهند که ناظر زمینی مدارهای ستارگان مزدوج را هم مرکز می بیند.

* نظریه چشمه ای اصلی فرض می کند که سرعت نور نسبت به منبع همان مقدار c باقی می ماند، نظریه پرتابی فرض می کند که سرعت نسبت به آینه، c می شود، و نظریه چشمه ای جدید فرض می کند که سرعت نسبت به تصویر چشمه در آینه برابر با c می شود (ر. ک. مرجع ۸).

نتایج فوق با این فرض که سرعت نور مستقل از سرعت جسمه است سازگارند.* نتیجه گیری دوسیمه این بود که اگر سرعت نور برابر با c نباشد و در عوض برابر با $c + kv$ باشد، مقدار تجربی k باید کمتر از 2×10^{-3} باشد. آزمایشهای جدیدتر [۱۱]، با به کار بردن چشمه‌های زمینی سریع، مستقل بودن سرعت امواج الکترومغناطیسی از سرعت چشمه را تأیید می‌کنند. در جدیدترین آزمایش (۱۳۴۳/۱۹۶۴)، سرعت امواج الکترومغناطیسی حاصل از تلاشی مزونهای π^0 سریع که در سنکروترون سرن^۱ ایجاد شده بودند اندازه گیری شد. انرژی این مزونها بزرگتر از $(6 \text{ GeV} = 6 \times 10^9 \text{ eV})$ بود و سرعت مطلق پروتوگامای گسیل شده از این چشمه های متحرک سریع به وسیله اندازه گیری زمان مربوط به طی یک فاصله معین اندازه گیری شد. نتیجه ای که به دست آمد متناظر با مقدار $k = (-3 \pm 13) \times 10^{-5}$ بود.

آزمایش مایکلسون-مورلی، با استفاده از نور برون زمینی، به وسیله ر. توماشک، که از نور ستاره استفاده کرد، و دی. سی. میلر، که از نورخورشید استفاده کرد [۱۲] انجام شد. اگر سرعت چشمه (ناشی از حرکات چرخشی و انتقالی نسبت به تداخل سنج) روی سرعت نور تأثیر بگذارد، باید تغییرات پیچیده ای در فریزها مشاهده کنیم. اما چنین اثرهایی در هیچکدام از آزمایشها مشاهده نشدند.

قبلاً دیدیم که فرضیه اتر غیر قابل دفاع است. اکنون تجربه ما را مجبور می‌کند نتیجه بگیریم که قوانین الکترو دینامیک درست هستند و نیازی به اصلاح ندارند. سرعت نور (یعنی، تابش الکترومغناطیسی) در تمام دستگاههای لخت یکی است و مستقل از حرکت نسبی چشمه و ناظر است. در نتیجه، آن اصل نسبیتی درست است که هم در مورد مکانیک و هم در مورد الکترومغناطیس صادق باشد. مسلماً این اصل نسبیت نمی‌تواند اصل گالیله ای باشد زیرا اصل اخیر ایجاب می‌کرد که سرعت نور بستگی به حرکت نسبی چشمه و ناظر داشته باشد. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که تبدیلات گالیله را باید کنار گذاشت، و در نتیجه قوانین اساسی مکانیک را که با این تبدیلات سازگار بودند باید اصلاح کرد.

۹.۱ اصول موضوع نظریه نسبیت خاص

در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴، قبل از اینکه خیلی از آزمایشهایی که قبلاً بحث کردیم عملاً انجام شده باشند (ر.ک. سؤال ۱۸)، آلبرت اینشتین (۱۲۵۸ - ۱۳۳۴) / (۱۸۷۹ - ۱۹۵۵)، ظاهراً بدون اطلاع از چند مقاله مهم قبلی در مورد موضوع، برای معضلی که فیزیک در مقابل آن قرار گرفته بود راه حلی پیشنهاد کرد. در مقاله ای تحت عنوان «درباره الکترو دینامیک اجسام متحرک» [۱۳] اینشتین نوشت: «... هیچیک از ویژگیهای واقعیتهای مشاهده شده با مفهوم سکون مطلق ارتباط ندارد،... برای تمام دستگاههایی که معادلات مکانیک در آنها برقرارند، معادلات الکترو دینامیکی و اپتیکی معادل نیز برقرار خواهند بود... در

* برای تحلیل و بحث در تعبیرهای متفاوت آزمایش دوسیمه به مرجع ۱۰ مراجعه کنید.

زیر، این فرضها را (که بعداً آنها را اصل نسبیت خواهیم نامید) در نظر می‌گیریم و فرض دیگری نیز وارد می‌کنیم که در اولین نظر با فرض قبلی کاملاً مغایر است و آن اینکه نور در خلأ با سرعت c که مستقل از ماهیت حرکت چشمه آن است منتشر می‌شود. این دو فرض برای بیان يك نظریه ساده و سازگار الکترو دینامیک اجسام متحرک، بر پایه نظریه ماکسول برای اجسام ساکن، کاملاً کافی‌اند.

این فرضهای اینشتین را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

۱. قوانین فیزیک در تمام دستگاههای لخت یکسان هستند. هیچ دستگاه لخت مرجعی وجود ندارد (اصل نسبیت).

۲. در فضای تهی مقدار سرعت نور در تمام دستگاههای لخت یکسان و برابر c است (اصل ثابت بودن سرعت نور).

اصل نسبیت اینشتین از اصل نسبیت نیوتونی، که فقط شامل قوانین مکانیک می‌شود، فراتر می‌رود و تمام قوانین فیزیک را در بر می‌گیرد. این اصل می‌گوید: غیرممکن است به وسیله اندازه گیریهای فیزیکی بتوان تعیین کرد که آیا يك دستگاه لخت فی نفسه ساکن است یا متحرک؛ فقط می‌توان از حرکت نسبی دو دستگاه صحبت کرد. بدین ترتیب هیچ نوع آزمایش فیزیکی، که تماماً در داخل يك دستگاه لخت انجام شود، نمی‌تواند برای ناظر حرکت نسبی این دستگاه را نسبت به هر دستگاه لخت دیگر تعیین کند. اصل دوم فوق که صریحاً با تبدیلات گالیله‌ای سرعت (معادله ۱-۵) در تناقض است، بوضوح با آزمایش مایکلسون-مورلی (و آزمایشهای بعدی) سازگار است. تمام نظریه نسبیت خاص مستقیماً از این دو فرض نتیجه می‌شود. سادگی، صراحت و عمومیت این فرضها از ویژگیهای نبوغ اینشتین هستند. موفقیت نظریه او می‌تواند فقط در مقایسه با آزمایش مورد قضاوت قرار گیرد. این نظریه نه تنها قادر بود نتایج تمام آزمایشهای موجود را توضیح دهد، بلکه اثرهای جدیدتری را نیز پیشگویی کرد که به وسیله آزمایشهای بعدی تأیید شدند. تا کنون هیچ ایراد تجربی بر علیه نظریه نسبیت خاص اینشتین پیدا نشده است.

در جدول ۲۰۱ هفت نظریه را که در زمانهای مختلف پیشنهاد شده‌اند ذکر کرده‌ایم و پیشگویی آنها را در مورد نتایج سیزده آزمایش اساسی قدیم و جدید مقایسه کرده‌ایم. توجه کنید که فقط نظریه نسبیت خاص با همه این آزمایشها توافق دارد. ما قبلاً درباره موفقیتها و شکستهای نظریه اتر و نظریه‌های گسلی در اغلب آزمایشهای مبتنی بر انتشار نور بحث کرده‌ایم و اکنون باید نشان دهیم که نظریه نسبیت خاص چگونه نتایج آنها را توجیه می‌کند. بعلاوه، چند آزمایش در زمینه‌های دیگر، که بعضی از آنها به دنبال پیشگوییهای نسبیت پیشنهاد شده‌اند و با مکانیک نیوتونی در تناقض آشکار هستند، بساید مورد بررسی قرار گیرند. آنچه از این مقدمه مقایسه‌ای حاصل می‌شود عبارت است از اساس اجباراً تجربی نظریه نسبیت خاص. تنها این نظریه است که با دنیای حقیقی فیزیک تجربی در توافق است.

همان طور که بعداً اغلب نظریه‌های جدید و بزرگ پیش می‌آید، برای عده زیادی

آزمایشهای مربوط به انتشار نور												آزمایشهای درزمینه‌های دیگر				
انقاي يك قطبي، با استفاده از آهنربای دائمی	آزمایش تروتن - نوبل	واپاشی مزون در سرعت زیاد	تابش از بارهای متحرك	هم‌ادری عمومی جرم - انرژی	تغییرات جرم با سرعت	آزمایش مایکلسون-مورلی، با استفاده از نور خورشید	طیف‌نمایی دوسپته از ستارگان مزدوج	چشمه‌ها و آینه‌های متحرك	کندي - تورندريك	مایکلسون - مورلی	ضرب همرفت فیزو	انبراهی	نظریه			
غ	غ	ن	ص	ن	غ	غ	ص	ص	غ	غ	ص	ص			اتر ساکن، بدون انقباض	نظریه‌های اتر
غ	ص	ن	ص	ن	ص	ص	ص	ص	غ	ص	ص	ص			اتر ساکن، با انقباض لورنتس	
ن	ص	ن	ن	ن	غ	ص	ص	ص	ص	غ	غ	غ			اتر متصل به اجسام	
ن	ن	ن	غ	ن	ن	غ	غ	ص	ص	ص	ص	ص	چشمه‌ای اصلی	نظریه‌های گسیلی		
ن	ن	ن	غ	ن	ن	غ	غ	غ	ص	ص	ن	ص	پرتابی			
ن	ن	ن	غ	ن	ن	ص	غ	غ	ص	ص	ن	ص	چشمه‌ای جدید			
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	نظریه نسبیت خاص			

شرح: ص (صحیح)، نظریه با آزمایش وفق می‌دهد.
 غ (غلط)، نظریه با آزمایش وفق نمی‌دهد.
 ن (نامعلوم): نظریه قابل اعمال به آزمایش نیست.

گرفته شده از

مسلم شده بود که باید نظرهای قدیمی غلط باشند. مثلاً، در بحث مفهوم اتر به عنوان يك ماده، مفهومی که مدتها بعد از نسبیت باقی ماند، ماکس بورن [۱۴] خاطر نشان کرده که خواص کشایندی ماده، با موفقیت روزافزونی، از نیروهای الکترومغناطیسی به دست می آیند. لذا سعی در توضیح پدیده های الکترومغناطیسی بر حسب خواص کشایندی يك محیط فرضی، کاملاً غیر منطقی خواهد بود. در همین زمینه هرمان بوندی [۱۵] گفته است :

«نظریه نسبیت خاص يك نتیجه ضروری واجتناب ناپذیر اساسی بودن وحدت فیزیک است، زیرا غیر قابل تحمل خواهد بود که تمام دستگاههای لخت از نظر دینامیکی هم ارز باشند ولی از نظر اندازه گیریهای نوری متمایز از یکدیگر باشند. در حال حاضر مسلم بودن چنین تبعیضی در قرن نوزدهم باور نکردنی به نظر می رسد، اما در آن زمان تشخیص اینکه آیا اعتبار جهانی اصل نسبیت نیوتونی مهمتر است یا مطلق بودن ماهیت زمان، کار آسانی نبود.»

چیزی که اینشتین را به ارائه این پیشنهادهای انقلابی هدایت کرد نگرانیهای او در مورد ماهیت زمان بود. بعداً خواهیم دید که يك تصور روشن از مفهوم زمان چقدر در گسترش نظریه نسبیت مهم بود. لذا، طبق بحثهای ما در این فصل، باید برنامه این نظریه اکنون روشن شده باشد. اولاً باید معادلات تبدیل بین دو دستگاه (لخت) را که دارای حرکت یکنواخت هستند طوری به دست آوریم که سرعت نور ثابت نگاه دارند. ثانیاً، باید ببینیم آیا قوانین فیزیکی در این تبدیلات به همان صورت باقی می ماند (یعنی تغییر ناپذیرند) یا نه. قوانینی که تغییر ناپذیر (ناوردا) نیستند باید طوری تعمیم داده شوند که از اصل نسبیت پیروی کنند.

معادلات تبدیل جدیدی که بدین طریق توسط اینشتین به دست آمدند، به دلایل تاریخی، به معادلات تبدیل لورنتس موسوم اند. دیدیم (بخش ۳.۱) که معادله حرکت نیوتون در این تبدیلات گالیله، که در حال حاضر آنها را نادرست می دانیم، ناوردا است. لذا، احتمال دارد که قوانین نیوتون - و شاید قوانین فیزیکی دیگری که عموماً مورد قبول هستند - در این تبدیلات لورنتس ناوردا نباشند. در این صورت، این قوانین را باید تعمیم داد. انتظار داریم این تعمیم طوری باشد که قوانین جدید برای سرعتهای خیلی کوچکتر از سرعت نور به همان قوانین قدیم تبدیل شوند. زیرا در این گستره، هم تبدیلات گالیله و هم قوانین نیوتون، حداقل به طور تقریبی، صحیح اند.

در جدول ۳.۱، نظریه نسبیت را با نظریه های قدیمتر گسیلی و اتر، بر حسب فرضهای اساسی و نتایج آنها، با هم مقایسه می کنیم.

جدول ۳۰۱ فرضهای اصلی و نتایج نظریه‌های مختلف

نظریه نسبیت خاص	نظریه کلاسیک اتر	نظریه گسیلی	دستگاه مرجع
دستگاه مرجع خاصی وجود ندارد	اتر ساکن يك دستگاه مرجع خاص است	دستگاه مرجع خاصی وجود ندارد	
سرعت نور مستقل از حرکت است	سرعت نور مستقل از حرکت چشمه است	سرعت نور به حرکت چشمه بستگی دارد	بستگی سرعت
فضا و زمان به یکدیگر وابسته اند	فضا و زمان مستقل از یکدیگرند	فضا و زمان مستقل از یکدیگرند	ارتباط فضا-زمان
چارچوبهای لخت که نسبت به هم حرکت می کنند با تبدیلات لورنتس به یکدیگر مربوط می شوند.	چارچوبهای لخت که نسبت به هم حرکت می کنند با تبدیلات گالیله به یکدیگر مربوط می شوند.	چارچوبهای لخت که نسبت به هم حرکت می کنند با تبدیلات گالیله به یکدیگر مربوط می شوند.	معادلات تبدیل

گرفته شده از

Panofsky and Phillips, *Classical Electricity and Magnetism* (2nd ed.) Addison-Wesley, New York (1962).

۱۰۰۱ اینشتین و مبدأ نظریه نسبیت

بحث درباره شخص آلبرت اینشتین آنچنان موضوع جالب و مسحورکننده‌ای است که به سختی می توان آن را کوتاه و مختصر کرد. تصورات عمومی غلط در مورد مردی که بحق عظمت نبوغ را برای نسل خود متجلی کرد، می توانند به وسیله حقایق از نوع زیر در هم فرو ریزند. پدر و مادر اینشتین برای مدتی نگران این بودند که ممکن است او از نظر فکری عقب مانده باشد، زیرا دیرتر از حد عادی و معمول زبان باز کرد. یکی از معلمانش، که از خیالبافی و رفتار منفی او نسبت به آموزش رسمی مأیوس شده بود، نوهیدانه به او گفت «اینشتین، تو هرگز چیزی نخواهی شد.» او موفق به دریافت دیپلم دبیرستان نشد و در سن پانزده سالگی، بدون امیدواری شغلی، مانند يك «ترك تحصیل کرده» اوقات خود را به بطالت می گذرانید. اولین اقدام اینشتین برای

گرفتن پذیرش از يك انستیتوی پلی تکنیک، به علت عدم موفقیت در امتحان ورودی، با شکست مواجه شد. پس از پذیرفته شدن، در اغلب دروس غایب می شد، و با امانت گرفتن یادداشتهای یکی از دوستانش، در مدت دو ماه قبل از امتحان نهایی به طور خیلی فشرده کار می کرد. او بعداً در این باره گفت: «... بعد از گذراندن امتحان نهایی، تا مدت يك سال تمام، ملاحظه هر مسئله علمی بر ایم زجر آور بود». بعد از دریافت لیسانس دو سال طول کشید تا شغل ثابتی، به عنوان بازرس ثبت اختراعات در اداره ثبت اختراعات سویس در شهر برن پیدا کرد. اینشتین خیلی به دستگاها و وسایل فنی علاقه مند بود، و چون دید می تواند کار روزانه اش را در مدت سه یا چهار ساعت تمام کند، در آنجا به طور مخفی، و همچنین در اوقات بیکاریش، روی مسائل فیزیکی که برای او معمای شده بودند کار می کرد و این کار همچنان ادامه داشت.*

واقعیات فوق، البته، فقط وقتی اعجاب انگیز هستند که هر کدام به طور جداگانه در نظر گرفته شوند. اینشتین بسادگی نمی توانست آن طور که مؤسسه محل کار او، خواه آموزشی، مذهبی، نظامی یا حکومتی، انتظار داشت خود را با محیط هماهنگ کند. او کتاب خوان حریصی بود که خواسته های فکری خود را تعقیب می کرد و کنجکاری عجیبی درباره طبیعت داشت، و يك «آزاداندیش» واقعی با روحیه مستقل بود. همان طور که مارتین کلاین [۱۶] یادآوری کرده آنچه درباره زندگی اینشتین در دوره نوجوانی حقیقتاً تعجب آور است این است که هیچیک از «بزرگترهایش» به نبوغ او پی نبردند.

سوی این مسائل، اکنون نظری به کارهای اولیه اینشتین بیندازیم. در اینجا بجاست که از مارتین کلاین [۱۶] نقل قول کنیم، که گفته است:

« این بازرس جوان در مدت هفت سالی که در برن بود در اوقات بیکاری خود يك سری معجزات علمی، که کلمه ضعیف تری برای آن مناسب نیست، انجام داد. او هیچ کاری کمتر از طرح دیزی خطوط عمده ای که فیزیک نظری قرن بیستم در امتداد آنها گسترش یافت انجام نداد. به لیست خیلی مختصری از کارهای او بسنده خواهیم کرد. او کاملاً مستقل و بدون اطلاع از کارهای جی. ویلارد گیبس، شروع به تحقیق در موضوع مکانیک آماری کرد. او این کار را به طور جدی و به طریقی که نه گیبس و نه بولتزمن انجام داده بودند دنبال کرد. زیرا آن را برای به دست آوردن مبنای نظری اثبات نهایی ماهیت اتمی ماده به کار برد. تعمق اینشتین در مسائل الکترو دینامیک ماکسول-لورنتس او را به خلق نظریه نسبیت خاص هدایت کرد. قبل از ترک برن اصل هم ارزی را تنظیم کرد و با مسائل گرانش، که بعداً آنها را به کمک نظریه نسبیت عام حل کرد، در کشمکش بود، و مثل اینکه اینها کافی نبودند، نظریه جدید دیگری مبنی بر اینکه نور از ذرات انرژی تشکیل شده است، و آن را حتی يك نظریه خیلی انقلابی می دانست، در فیزیک وارد کرد. اینشتین در تعقیب خط فکری پلانک، ولی به طریقی کاملاً متفاوت از آن، نه تنها فرضیه کوانتومی نور را ارائه کرد بلکه تقریباً بلافاصله نتایج آن را در پدیده های مختلفی مثل فوتوشیمی و

* برای بعضی از مقالات و کتابهایی که در بزرگداشت اینشتین نوشته شده اند به مراجع ۱۶ تا ۲۱ مراجعه کنید.

بستگی گرمای ویژه جامدات به دما بررسی کرد.

نکته مهمتر از همه اینکه اینشتین تمام این کارها را بدون ارتباط با مراکز علمی وبدون تماس با هیچکدام از بزرگترهای خود در این رشته، انجام داد. سالها بعد به لئوپولد اینفلدا گفت که تاسن تقریباً سی سالگی هرگز با يك فیزیکدان نظری واقعی برخورد نکرده بود. البته، بایستی جماعه «مگر در آینه» را (که اینفلد تقریباً با صدای بلند می گفت و اینشتین هرگز نگفته بود) به آن اضافه کنیم.

بحث فوق مؤکداً استقلال اینشتین از سایر فیزیکدانهای معاصر است. همچنین از ویژگیهای کار او این بود که همیشه آزمایشهای ممکن را برای تحقیق نظریه های خود پیشگویی می کرد. درسال ۱۹۰۵/۱۲۸۴، در مدت کمتر از هشت هفته، اینشتین سه مقاله تاریخ ساز به مجله سالنامه فیزیک^۲ فرستاد. مقاله اول [۲۲] درباره نظریه کوانتومی نور، شامل توضیح پدیده فوتوالکتریک بود. تجربه های پیشنهاد شده، که صحت معادلات اینشتین را تأیید می کردند، نه سال بعد توسط رابرت آ. میلیکیان^۳ با موفقیت انجام شدند. مقاله دوم درباره جنبه های آماری نظریه مولکولی و شامل تحلیل نظری حرکت براونی بود. بعداً اینشتین در این باره نوشت: «هدف عمده من پیدا کردن حقایقی بود که، تا آنجا که ممکن است، وجود آنها با اندازه معین را تضمین کنند. در اثنای آن، بدون اطلاع از اینکه مشاهدات مربوط به حرکت براونی از مدت ها قبل عادی شده بودند*، کشف کردم که، طبق نظریه اتمی، بسايد حرکت قابل مشاهده ای برای ذرات میکروسکوپیك معلق وجود داشته باشد». مقاله سوم [۱۳]، در مورد نسبیت خاص، شامل کاربردهای آن در الکترو دینامیک، مثل جرم نسبیتی يك جسم متحرك، بود و تمام آنها بعداً به طور تجربی تأیید شدند.

در این شرایط، فکر اینکه آیا، و تا چه حد، اینشتین در جریان تجربه مایکلسون-مورلی** (قدر مسلم این است که نتایج را شنیده بود ولی از جزئیات آن اطلاع نداشت) و یا مقاله های مربوط به لورنتس و پوانکاره**** درسال ۱۹۰۴/۱۲۸۳ (قدر مسلم این است که آنها را نخوانده بود) و یا کارهای دیگران بوده است، بی فایده است، زیرا تمام کسانی که در این امر سهیم بودند اینشتین را به عنوان نویسنده اصلی نظریه نسبیت شناختند. در عوض، باید به ویژگی دیگری از کارهای اینشتین توجه کنیم که نشان می دهد چرا نحوه بررسی او از مسائل معمولاً مطابق جریان روز نبود. یعنی او کوشش می کرد که فرضیه ها به کمترین تعداد ممکن و به عمومیت ترین نوع محدود شوند. مثلاً، لورنتس، که در واقع هرگز نسبیت اینشتین را قبول نکرد، درسال ۱۹۰۴/۱۲۸۳

1. Leopold Infeld 2. *Annalen der Physik* 3. Robert A. Millikan

* این مشاهدات را رابرت براون درسال ۱۸۲۷/۱۲۰۶ منتشر کرده بود.

** برای تحلیل جالبی از این موضوع و کارهای اولیه اینشتین به مراجع ۲۴ و ۲۵ مراجعه کنید.

*** برای مطالعه دقیق وضعیت تاریخی و ویژگیهای کارهای اینشتین به مرجع ۲۶ مراجعه کنید.

4. Poincaré

با استفاده از تعداد زیادی فرضیه‌های مناسب به همان تبدیلاتی رسید که اینشتین در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴ و همچنین فکت^۱ در سال ۱۸۸۷/۱۲۶۶ به آنها دست یافتند. بعلاوه، لورنتس این معادلات را دانسته فرض کرده بود و آنها را برای اثبات ناوردایی معادلات ماکسول در فضای تهی به کار برده بود. از طرف دیگر اینشتین این معادلات را با ساده‌ترین و عمومیترین اصول موضوع، یعنی دو اصل بنیادی نظریه نسبیت، به دست آورد، و با حل آنها به مسئله‌ای که از سن شانزده سالگی ذهن او را به خود مشغول کرده بود، یعنی ماهیت زمان، هدایت شد. لورنتس و پوانکاره جهانی بودن زمان نیوتونی ($t = t'$) را پذیرفته بودند در صورتی که اینشتین چنین مفهومی را کنار گذاشته بود.

نیوتون، حتی بیشتر از خیلی از دانشمندان نسلهای بعد، به اشکالات بنیادی و ذاتی مکانیک خود که بر اساس مفهوم فضای مطلق و زمان مطلق تنظیم شده بود واقف بود. اینشتین تحسین عمیقی برای روش و نحوه بررسی نیوتون قائل بود و می‌توان او را به‌عنوان شخصی که بسیاری از همان روشهای اساسی را برای تحلیل مسائل به کار می‌برد در نظر گرفت. اینشتین در زندگینامه خود [۱۸]، پس از بررسی دقیق مکانیک نیوتونی، می‌نویسد:

«دیگر بس است، نیوتون، مرا ببخش، تو تنها راهی را پیدا کردی که، در عصر خودت، فقط در حد امکان مردی بود که دارای وسیعترین فکر و قدرت آفرینش باشد. مفاهیمی که تو آفریدی حتی امروز نیز راهنمای افکار ما در فیزیک هستند. گرچه اکنون می‌دانیم که اگر بخواهیم درک عمیقتری از روابط داشته باشیم، باید مفاهیم دیگری را که قدری دور از حیطه تجربیات روزمره هستند جاننشین آنها کنیم.»

رویه‌مرفته معقوله به نظر می‌رسد که اینشتین باید گستره اصل نسبیت نیوتون را گسترش و قوانین حرکت نیوتون را تعمیم می‌داد و بعداً قانون گرانش نیوتون را در طرح فضا-زمانی خود می‌گنجاند. در فصلهای بعد خواهیم دید که این کار چگونه انجام گرفت.

سوالات

۱. آیا یک ذره می‌تواند در محیطی با سرعتی بزرگتر از سرعت نور در آن محیط حرکت کند؟ توضیح دهید (ر.ک. فیزیک عمومی، تألیف هالیدی-رزنیک، صفحات ۵۱۷-۵۱۸).
۲. آیا مجموع زوایای داخلی یک مثلث واقع در روی یک سطح کروی 180° است؟ در روی یک سطح تخت چطور؟ تحت چه شرایطی هندسه کروی به هندسه مسطحه تبدیل می‌شود؟ تشابهی بین این مسئله و مکانیک نسبیتی و مکانیک کلاسیک پیدا کنید.
۳. آیا ناظرهای واقع در قطب شمال با ناظرهای واقع در قطب جنوب در مورد جهت

- «بالا» و «پایین» با هم توافق دارند؟ روی چه تعریفی از این اصطلاحات، این دو می‌توانند با هم توافق داشته باشند؟
۴. مثالهایی برای چارچوبهای مرجع غیر لخت بیاورید.
۵. به چه طریقی مفهوم همزمانی در اندازه گیری طول يك جسم وارد می‌شود؟
۶. آیا در يك چارچوب مرجع معین می‌توان يك آزمایش مکانیکی انجام داد که بتواند اطلاعاتی در مورد شتاب آن چارچوب نسبت به يك چارچوب مرجع لخت به ما بدهد؟
۷. تفسیر زیر را که در مورد اغلب شکلها صادق است توضیح دهید: «يك شکل فی نفسه متعلق به يك چارچوب مرجع بخصوص است، یعنی، يك شکل معرف اندازه گیریهایی است که در يك چارچوب مرجع بخصوص انجام می‌گیرد». آیا، بدون اینکه بدانیم ما در چه دستگاهی هستیم، می‌توانیم به طور مطلق به چارچوبهای متحرك، جبهه‌های موج و امثال آن نگاه کنیم؟
۸. دريك برخورد ناکشایند مقدار انرژی گرمایی (انرژی جنبشی مکانیکی داخلی) تولید شده، مستقل از چارچوب مرجع لخت ناظر است. توضیح دهید چرا؟
۹. يك آزمایش آکوستیکی مایکلسون - مورلی مانسته با آزمایش نوری آن ارائه دهید. چه تفاوتها و چه شباهتهایی از مقایسه این دو آزمایش انتظار خواهید داشت؟
۱۰. آیا فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد با مفهوم کلاسیکی جسم صلب تناقض دارد؟
۱۱. يك روش ساده برای امتحان نظریه انقباض لورنتس عبارت است از اندازه گیری يك - طرفه سرعت نور (به جای رفت و برگشت). یعنی، می‌توانیم سرعت نور را در امتداد خط مستقیمی در جهت حرکت زمین در داخل اتر اندازه بگیریم و آن را با سرعت نور در همان امتداد و در جهت مخالف مقایسه کنیم. توضیح دهید چگونه این روش، آشکار - سازی باد اتر را، اگر اتری وجود داشته باشد، ممکن می‌سازد. (چنین آزمایش بسیار دقیقی را امروزه می‌توان با استفاده از «اثر موسباؤثر» انجام داد.)
۱۲. اگر حرکت زمین، به جای اینکه تقریباً دایره‌ای در حول خورشید باشد، یکنواخت و در امتداد خط مستقیمی در داخل «اتر» می‌بود، آیا يك آزمایش ابراهی می‌توانست سرعت آن را اندازه گیری کند؟
۱۳. به چه طریق می‌توان از رصدهای ابراهی برای رد مدل بطلمیوسی منظومه شمسی استفاده کرد؟

۱۴. آیا رصدپذیر بودن ابراهمی ستاره‌ای با اصل نسبیت حرکت یکنواخت تناقض دارد (یعنی، آیا سرعت مطلق را مشخص می‌کند)؟ از این نظر، چه تفاوتی با آزمایش مایکلسون - مورلی دارد؟

۱۵. اگر «اثر» همراه با آب کشیده می‌شد چه نتیجه‌ای از آزمایش ابراهمی، وقتی با تلسکوپ پراز آب انجام شود، می‌توان انتظار داشت؟ (نتایج عملی آن عین همان نتایج آزمایش با تلسکوپ بدون آب است. این آزمایش در سال ۱۲۵۰ / ۱۸۷۱ توسط سر - جورج ایری^۱ انجام گرفت و معادله (۱ - ۱۲) را تأیید کرد. برای تحلیل کامل ر.ک. مرجع ۳)

۱۶. از میان نظریه‌های گسلی گوناگون، فقط نظریه منبع اصلی با نتیجه اَبَتیکی معمولی اثر دوپلر برای یک آینه متحرک سازگار است. توضیح دهید.

۱۷. کدامیک از خانه‌های جدول ۲.۱ در این فصل اثبات شده است؟

۱۸. کدامیک از آزمایشهای مورد بحث در این فصل، تا زمان مقاله ۱۲۸۴ / ۱۹۰۵ اینشتین انجام نشده بودند؟ (ر.ک. مراجع)

مسائل

۰۱. روابط $y = y'$ و $z = z'$ از معادلات (۱ - الف) را با دلائلی بر اساس تقارن توجیه کنید.

۰۲. برای ناظری که در قطاری با حرکت یکنواخت قرار دارد اندازه حرکت دو جسم در اثر برخورد تغییری نمی‌کند. ثابت کنید که برای یک ناظر زمینی نیز اندازه حرکت تغییری نمی‌کند.

۰۳. مسئله ۲ را با فرض اینکه جرمهای دو جسم پس از برخورد با جرمهای آنها قبل از برخورد متفاوت اند، یعنی، با فرض اینکه در خلال برخورد یک انتقال جرم صورت می‌گیرد، تکرار کنید. ثابت کنید برای اینکه اندازه حرکت برای ناظر زمینی پایسته باشد باید قانون پایستگی جرم نیز برقرار باشد.

۰۴. بر حسب تعریف، در یک برخورد کشايند، انرژی جنبشی پایسته است. با استفاده از معادلات تبدیل گالیله نشان دهید که اگر برخوردی در یک چارچوب لخت کشايند باشد در تمام چارچوبهای لخت کشايند خواهد بود.

۵. دوناظر را در نظر بگیرید که چارچوب یکی از آنها متصل به زمین و چارچوب دیگری، مثلا متصل به قطاری باشد که با سرعت یکنواخت u نسبت به زمین حرکت می کند. این ناظرها ذره ای را که در لحظه اولیه نسبت به قطار ساکن بوده است و در طول مدت زمان t به وسیله نیروی ثابتی در جهت جلوشتاب می گیرد مشاهده می کنند. (الف) ثابت کنید که برای هر ناظر کار انجام شده توسط این نیرو برابر با افزایش انرژی جنبشی ذره است، ولی، یکی از ناظرها این مقدار را برابر با $\frac{1}{2} m a^2 t^2$ و ناظر دیگر آن را برابر با $\frac{1}{2} m a^2 t^2 + m a u t$ به دست می آورد. در اینجا a شتاب این ذره، به جرم m است که برای هر دوناظر یکی است. (ب) تفاوت بین کارهای انجام شده توسط همین نیرو را بر حسب فاصله های متفاوتی که از نظر ناظرها در مدت زمان تأثیر نیرو، t طی می شود توضیح دهید. تفاوت بین انرژیهای جنبشی نهایی اندازه گیری شده توسط هر ناظر را بر حسب کاری که ذره می تواند انجام دهد تا نسبت به چارچوب آن ناظر به حال سکون درآید توضیح دهید.

۶. در مسئله قبل فرض کنید که، مثلا، بین ذره و کف قطار اصطکاکی وجود دارد، و نیروی وارد به ذره همان شتاب قبلی را در همان مدت به آن می دهد. به خاطر داشته باشید که انرژیهای جنبشی اولیه و نهایی تغییر نمی کنند، ولی، یک نیروی اضافی برای مقابله با اصطکاک لازم است. (الف) نشان دهید که مقدار گرمای تولید شده برای هر دو ناظر یکسان است. (داهنمایی: کار انجام شده در مقابل نیروی اصطکاک بستگی به حرکت نسبی سطحها دارد.) (ب) از نظر ناظر روی زمین، نیروی به کار برده شده، علاوه بر تولید حرارت و افزایش انرژی جنبشی ذره، روی خود قطار نیز کار انجام می دهد. مقدار این کار را محاسبه کنید. آیا از نظر ناظر روی قطار کار معادلی انجام می گیرد؟ توضیح دهید.

۷. معادلات تبدیل گالیله را برای حالتی که سرعت نسبی چارچوبها غیر مشخص باشد بنویسید. (داهنمایی: v را با مؤلفه های v_x, v_y, v_z در نظر بگیرید.)

۸. ثابت کنید که شکل معادله امواج الکترومغناطیسی

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

در اثر تبدیلات گالیله (معادلات ۱-۱) ثابت نمی ماند (ناوردا نیست). (داهنمایی: از قاعده زنجیری استفاده کنید که بر طبق آن اگر داشته باشیم $f = f(x', y', z', t')$ خواهیم داشت

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial x}$$

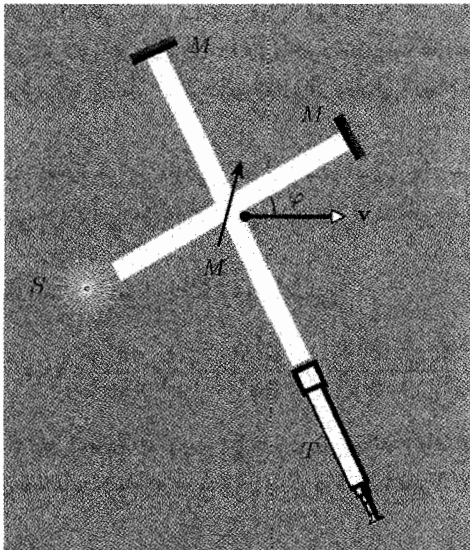
۹. خلبانی را در نظر بگیرید که از A به B به طرف مشرق پرواز کند و سپس از B به A به طرف مغرب برگردد. سرعت هواپیما نسبت به هوا u' و سرعت هوا نسبت به زمین v است. فاصله بین A و B برابر با l و u' سرعت هواپیما نسبت به هوا ثابت است. (الف) اگر $v = 0$ باشد (هوای ساکن) نشان دهید که زمان رفت و برگشت عبارت است از $t_0 = \frac{2l}{u'}$. (ب) فرض کنید هوا دارای سرعتی به طرف مشرق (یا مغرب) باشد. نشان دهید که در این صورت زمان رفت و برگشت عبارت است از

$$t_E = \frac{t_0}{1 - v^2/u'^2}$$

- (ج) فرض کنید سرعت هوا به طرف شمال (یا جنوب) باشد. در این حالت ثابت کنید زمان رفت و برگشت برابر است با

$$t_N = \sqrt{1 - v^2/u'^2} t_0$$

- (د) در قسمتهای (ب) و (ج) باید v را کوچکتر از u' در نظر بگیریم، $v < u'$ ، چرا؟
 (ه) وجه تشابه بین این مسئله و آزمایش مایکلسون - مورلی را بیان کنید.



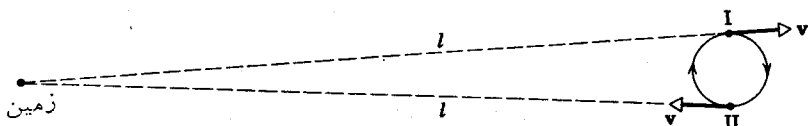
۱۰. در شرح آزمایش مایکلسون - مورلی فرض شده بود که یکی از بازوهای تداخل سنج در امتداد حرکت زمین و دیگری در امتداد عمود بر آن قرار دارد. حال فرض کنید که یکی از بازوها با جهت حرکت زاویه θ بسازد (شکل ۱۱.۱). تحلیل متن را برای این حالت کلیتر تکرار کنید و نشان دهید که با قبول فرضیه انقباض لورنتس - فیتمزجرالد، وقتی دستگاه به اندازه 90° بچرخد، انتظار نمی رود که فریزها جابجا شوند؛ یعنی اختلاف زمانی بین دو باریکه در حالت های قبل و بعد از چرخش یکسان است. (داهنمایبی؛ به خاطر داشته باشید که فقط مؤلفه طول در امتداد حرکت در داخل اثر تأثیر می پذیرد.)

۱۱. معادله (۱ - ۱۰) را به دست آورید.

۱۲. نشان دهید وقتی پرتوهایی که از یک ستاره می آیند با صفحه مدار زمین، به جای زاویه $\theta = 90^\circ$ که برای راحتی در متن در نظر گرفته شده است زاویه غیر مشخص θ را بسازند (c و v دیگر بر هم عمود نیستند) معادله (۱ - ۱۱) با تقریب مرتبه اول نسبت به v/c به $\tan \alpha = (v/c) \sin \theta$ تبدیل می شود. آیا این نکته نتایجی را که در آنجا به دست آمده بود تغییر می دهد؟

۱۳. الف) در آزمایش فیزو (شکل ۱۰.۱) چارچو بهای S و S' و سرعت نسبی v را که به شکل ۱۰.۱ مربوط می شود مشخص کنید. ب) نشان دهید که برای مقادیر بزرگ n، در فرمول کشش فرنل (معادله ۱ - ۱۲)، v به سمت v_0 میل می کند. این نتیجه را چگونه تعبیر می کنید؟ تحت چه شرایطی ضریب کشش فرنل صفر خواهد شد؟ از نظر فیزیکی این مطلب به چه چیز مربوط می شود؟

۱۴. یک ستاره از یک دستگاه مزدوج را که با سرعت v به طور یکنواخت روی دایره ای حرکت می کند در نظر بگیرید. دو موقعیت را در نظر بگیرید. (۱) ستاره در امتداد خطی که آن را به زمین وصل می کند از زمین دور می شود. (۲) ستاره در امتداد خطی که آن را به زمین وصل می کند، به زمین نزدیک می شود (ر. ک. شکل ۱۲.۱). فرض کنیم دوره حرکت ستاره T و فاصله آن از زمین l باشد و l آنقدر بزرگ است که موقعیتهای (۱) و (۲) به اندازه نصف مدار با یکدیگر فاصله دارند. الف) با فرض اینکه نظریه های گسیلی درست باشند نشان دهید که به نظر می رسد زمان رفتن ستاره از موقعیت (۱) به موقعیت (۲) برابر است با $(c^2 - v^2)^{-1/2} (T/2 - vl/c)$ و زمان



شکل ۱۲.۱

رفتن آن از موقعیت (۲) به موقعیت (۱) برابر است با $T/2 + 2lv/(c^2 - v^2)$ (ب) نشان دهید که اگر $T/2 = 2lv/(c^2 - v^2)$ باشد، ستاره در آن واحد هم در موقعیت (۱) و هم در موقعیت (۲) خواهد بود.

۱۵. گلوله تفنگی در ثانیه اول حرکتش ۳۵۰ متر می‌پیماید. در یک روز آرام از این تفنگ که در روی قطاری قرار دارد گلوله‌ای در امتداد ریلها شلیک می‌شود. در این لحظه شخصی در فاصله ۳۵۰ متری از محل شلیک روی خط آتش قرار گرفته است. آیا در حالات زیر گلوله زودتر به شخص می‌رسد یا صدای شلیکها؟ (الف) قطار در حال سکون باشد؛ (ب) قطار از شخص دور می‌شود؛ (ج) قطار به شخص نزدیک می‌شود؛ (د) آیا جمله اول این مسئله مبهم است؟ توضیح دهید؛ (ه) ارتباط این مسئله را با نظریه‌های گسیلی بیان کنید.

مراجع

۱. ر.ك. فیلم

«The Ultimate Speed» by William Bertozzi (produced by Educational Services, Inc., Watertown, Mass.)

و شرح کامل آن در

W. Bertozzi in *Am. J. Phys.* 32, 551-555 (1964).

2. W. K. H. Panofsky and Melba Phillips, *Classical Electricity and Magnetism*, (Addison - Wesley, Reading, Mass., 1955). Chapter 14.

3. F. T. Trouton and H. R. Noble, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A 202, 165 (1903); *Proc. Roy. Soc. (London)*, 72, 132 (1903).

شرح مختصری در

W. G. V. Rosser, *An Introduction to the Theory of Relativity* (Butterworths, London, 1964), pp. 64-65.

آمده است، که مرجع عمومی ارزشمندی است.

4. A. A. Michelson, *Am. J. Sci.*, 122, 120 (1881). A. A. Michelson and E. W. Morley, *Am. J. Sci.*, 134, 333 (1887).

5. J. P. Cedarholm, G. L. Bland, B. L. Have , and C. H. Townes,

«New Experimental Tests of Special Relativity,» *Phys. Rev. Letters*, 1, 342-343 (1958).

6. R. J. Kennedy and E. M. Thorndike, *Phys. Rev.* 42, 400 (1932).

۷. برای شرح جالب و جامعی از کارهای برادلی، د.ک.

Albert Stewart, «The Discovery of Stellar Aberration» *Scientific American* (March 1964), p. 100.

۸. نظریه گسیلی چشمه‌ای اصلی درمقاله زیر آمده است

W. Ritz, *Ann. Chim. et Phys.*, 13, 145 (1908).

بحثهای مربوط به دیگر نظریه‌های گسیلی را می‌توان در مقالات زیر یافت

R. C. Tolman, *Phys. Rev.*, 31, 26 (1910). J. J. Thomson *Phil. Mag.*, 19, 301 (1910); and Stewart, *Phys. Rev.*, 32, 418 (1911).

9. W. De Sitter, *Proc. Amsterdam Acad.*, 15, 1297 (1913), and 16, 395 (1913).

10. «Evidence Against Emission Theories,» J.G. Fox, *Am. J. Phys.*, 33, 1 (1965).

11. D. Sadeh, *Phys. Rev. Letters*, 10, 271 (1963).

(اندازه گیری سرعت تابش الکترومغناطیسی حاصل از انا بودی پوزیترونهاى سریع)؛ همچنین د.ک.

«Test of the Second Postulate of Special Relativity in the GeV Region» by T. Alväger, F. J. M. Farley, J. Kjellman, and I. Wallin, *Phys. Letters*, 12, 260 (1964).

12. R. Tomaschek, *Ann. Phys. (Leipzig)*, 73, 105 (1924). D.C. Miller, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 2, 311 (1925)

13. A. Einstein, «On the Electrodynamics of Moving Bodies,» *Ann. Physik*, 17, 891 (1905).

برای مطالعه خلاصه‌ای از این مقاله، د.ک.

«Great Experiments in Physics,» edited by Morris H. Shamos (Holt Dryden, New York, 1959), p. 318.

14. M. Born, *Naturwissenschaften*, 7, 136 (1919).

15. H. Bondi, *Endeavour*, 20, 121 (1961).
 16. «Einstein and Some Civilized Discontents,» by Martin J. Klein, *Am. J. Phys.*, 18, 38 (1965).
۱۷. ر.ک. فصلهای ۵ و ۱۲ از کتاب
- Barbara Lovett Cline, *The Questioners* (Crowell, New York, 1965).
18. P. A. Schlipp (ed.), *Albert Einstein: Philosopher - Scientist* (Harper Torchbooks, New York, 1959).
 19. Elma Ehrlich Levinger, *Albert Einstein* (Julian Messner, New York, 1949).
 20. Peter Michelmore, *Einstein, Profile of the Man* (Dodd, Mead and Co., New York, 1962).
 21. William Cahn, *Einstein, A Pictorial Biography* (The Citadel Press, New York, 1955).
 22. A. Einstein, *Ann. Physik*, 17, 132 (1905).
 23. A. Einstein, *Ann. Physik*, 17, 549. (1905).
 24. R. S. Shankland, «Conversations with Albert Einstein,» *Am. J. Phys.*, 31, 47 (1963).
 25. R. S. Shankland, «Michelson - Morley Experiment,» *Am. J. Phys.*, 32, 16 (1964).
 26. Gerald Holton, «On the Origins of the Special Theory of Relativity,» *Am. J. phys.*, 28, 627 (1960).

سینماتیک نسبیتی

۱۰۲ نسبت همزمانی

شنک‌لند در کتاب مذاکره با آلبرت اینشتین [۱] می‌نویسد: «از پروفیسور اینشتین پرسیدم قبل از ۱۹۰۵/۱۲۸۴ چه مدت روی نظریه نسبیت خاص کار کرده است. او به من گفت که از سن ۱۶ سالگی شروع کرده و مدت ده سال کار کرده است؛ در آغاز به عنوان یک دانشجو، که البته فقط به‌طور نیمه‌وقت می‌توانست روی آن کار کند، اما مسئله همیشه درمد نظرش بود. او خیلی از تلاش‌های بی‌نتیجه‌اش را رها کرد تا اینکه سرانجام 'زمان' به نظر او مشکوک آمد.» اینشتین چه چیزی از زمان را مورد سؤال قرار داد؟ این چیز عبارت از این فرض بود که یک زمان جهانی وجود دارد که برای تمام ناظرها یکی است. این فرض غالباً ناخودآگاهانه اعمال می‌شد و مطمئناً روی آن تأکید نمی‌شد. در واقع، فقط به‌خاطر تصریح این فرض بود که معادله $t' = t$ را در معادلات تبدیل گالیله (معادله ۱-۱) وارد کردیم. در بحث‌های قبل از نسبیت این فرض با عدم وجود معادله تبدیلی برای t در معادلات گسالیله به‌طور ضمنی وجود داشت. مبنای اساسی مکانیک نیوتونی عبارت بود از اینکه یک مقیاس زمان برای تمام چارچوب‌های مرجع لخت صادق است.*

* نیوتون در کتاب اصول خود نوشت «زمان مطلق، حقیقی و ریاضی، خودبخود و به علت ماهیت ویژه خود، به‌طور یکنواخت و بدون ارتباط با هیچ چیز خارجی جریان دارد.» اگر چه فلاسفه کلاسیک، جهانی بودن مقیاس زمان را قبول کرده بودند، عده زیادی این بیان بخصوص نیوتون را مورد انتقاد قرار دادند و این فرض را که لحظه‌های زمان می‌توانند مستقل از رویدادها وجود داشته باشند غیر ضروری تشخیص دادند. زمان به صورت محصول رویدادها در نظر گرفته می‌شود و عکس آن صادق نیست. مثلاً لایب‌نیتس بر مبنای نظر نیوتون مبنی بر مطلق بودن زمان مخالفت کرد و اختلاف بین نظر او و نظر نیوتون به این صورت مناسب خلاصه می‌شود که طبق نظر نیوتون جهان دارای یک ساعت است، در صورتی که طبق نظر لایب‌نیتس خود جهان یک ساعت است. برای ارزیابی جالبی از فلسفه زمان به مرجع ۲ و برای بحث نظریات نیوتون و لایب‌نیتس به مرجع ۳ مراجعه کنید.

برای برقراری يك مقیاس جهانی برای زمان ، باید قادر باشیم به گزاره‌هایی از قبیل «رویدادهای A و B در يك زمان اتفاق افتاده‌اند» معنی و مفهومی مستقل از چارچوب مرجع بدهیم . اینستین خاطر نشان کرد که وقتی می‌گوییم قطار ساعت ۷ می‌رسد منظور این است که نشان دادن ساعت ۷ به وسیله عقربه‌های ساعت و رسیدن قطار همزمان هستند. مطمئناً اگر ناظرهای لخت مختلف در مورد اینکه آیا دو رویداد همزمان هستند توافق نداشته باشند، يك مقیاس عمومی برای زمان نخواهیم داشت. نخست سعی کنیم يك مقیاس زمان غیرمبهم در يك چارچوب مرجع برقرار کنیم، سپس می‌توانیم درست به همین طریق در تمام چارچوبهای لخت مقیاسهای زمان را برقرار کنیم و عقیده ناظرهای مختلف را درباره ترتیب دو رویداد A و B با هم مقایسه کنیم .

فرض کنیم که این دو رویداد در جایی از يك چارچوب مرجع مشخص اتفاق بیفتند. می‌توانیم ساعتی در این مکان قرار دهیم که زمان وقوع هر کدام از رویدادها را ثبت کند. اگر ساعت برای هر دو رویداد يك عدد را نشان دهد می‌توان به طور منطقی آنها را به عنوان دو رویداد همزمان در نظر گرفت. اما اگر دو رویداد در مکانهای مختلف اتفاق افتاده باشند وضع به چه صورت درمی‌آید؟ اکنون فرض کنیم که در مکان هر رویداد يك ساعت قرار گرفته باشد. البته ساعت واقع در A با ساعت واقع در B از يك نوع هستند. این ساعتها می‌توانند زمان وقوع رویدادها را ثبت کنند ولی ، قبل از اینکه بتوانیم قرائتهای آنها را با هم مقایسه کنیم باید مطمئن باشیم که آنها همزمان هستند .

بعضی از روشهای «بدیهی» همزمان کردن ساعتها غلط از آب درمی‌آیند. مثلاً می‌توانیم این دو ساعت را طوری میزان کنیم که از نظر ناظر A همیشه هر دو يك عدد را نشان دهند. این بدان معنی است که هر وقت ناظر A ساعت B را نگاه کند ساعت B همان عددی را نشان دهد که ساعت خودش نشان می‌دهد. اشکال این کار در این است که اگر ناظر B همین روش را به کار برد (یعنی ، در صورتی ساعتها همزمان هستند که همیشه هر دو يك زمان را برای او نشان دهند) به این نتیجه می‌رسد که اگر ساعتها برای A همزمان باشند برای او همزمان نخواهند بود. زیرا روش فوق‌الذکر واقعیت را که نور برای رفتن از B به A دبلعکس مقداری وقت می‌خواهد نادیده می‌گیرد. دانشجو باید بتواند ثابت کند که اگر فاصله بین دو ساعت L باشد، وقتی يك ناظر ادعا کند که این دو ساعت همزمان هستند ناظر دیگر خواهد دید که ساعت ناظر اول به اندازه $2L/c$ عقبتر از ساعت او است. مطمئناً نمی‌توان در يك چارچوب مرجع ناظرهایی داشت که درباره اینکه آیا ساعتها همزمان هستند یا نه، توافق نداشته باشند، بنابراین این روش را رد می‌کنیم.

برای حل این مشکل کافی است دو ساعت را با هم میزان کنیم و سپس آنها را به محل وقوع رویدادها ببریم. (علی‌الاصول ، در هر نقطه از چارچوب مرجع احتیاج به ساعتی داریم که زمان وقوع رویدادها را ثبت کند. اما به محض اینکه بدانیم چگونه دو ساعت را همزمان کنیم خواهیم توانست تمام ساعتها را، یکی بعد از دیگری، همزمان کنیم.) در اینجا اشکال در این است که ما از قبل چیزی نمی‌دانیم، و بنا بر این نمی‌توانیم فرض کنیم که حرکت

ساعتها (که ممکن است با سرعتها و شتابهای مختلف و از طریق مسیرهای متفاوتی به مکانهای مورد نظر برده شده باشند) روی قرائتهای آنها یا توانایی آنها در ثبت زمان تأثیری نخواهد داشت. حتی در فیزیک کلاسیک، حرکت ساعت می تواند روی سرعت کار کردن آن تأثیر بگذارد.

بنابراین، کار معقولی که باید انجام دهیم این است که ساعتها را در محل قراردسیم و سپس آنها را به وسیله علائم با هم همزمان کنیم. اگر روشی برای انتقال علائم با سرعت بینهایت می داشتیم اشکالی پیش نمی آمد. علائم از ساعت A به ساعت B، ساعت C و... در مدت زمان صفر می رسیدند، و با استفاده از چنین علامتی می توانستیم کاری کنیم که تمام ساعتها یک عدد را نشان دهند. اما هیچ علامت شناخته شده ای چنین خاصیتی را ندارد. تمام علائم شناخته شده برای پیمودن یک فاصله، مقداری وقت می گیرند که با زیاد شدن فاصله پیموده شده زیاد می شود. بهترین علامت برای این کار علامتی است که سرعت آن حتی الامکان بستگی به عوامل کمتری داشته باشد. ما امواج الکترومغناطیسی را به خاطر اینکه برای انتقال، نیاز به محیط مادی ندارند و سرعت آنها در خلأ بستگی به طول موج، دامنه، یا جهت انتشار ندارد انتخاب می کنیم. بعلاوه، سرعت انتشار آنها بزرگترین سرعت شناخته شده است و تجربه نشان می دهد که سرعت آنها برای تمام ناظرهای لخت یکی است. خاصیت اخیر مهمترین عامل در پیدا کردن یک روش عمومی برای همزمانی است.

اکنون باید زمان متناهی لازم برای انتقال علامت را به حساب آورد و در این صورت می توان ساعتها را همزمان کرد. برای انجام این کار فرض کنیم که در محل هر کدام از ساعتها A و B ناظری با یک منبع نور که می تواند روشن و خاموش شود (مثلاً لامپ فلاش) قرار دارد. فاصله بین ساعتها (و ناظرها) را با L نمایش می دهیم. بنا بر این، روش مورد توافق برای همزمانی عبارت از این است که وقتی ساعت A، زمان $t = 0$ را نشان می دهد ناظر A لامپ خود را روشن می کند و در لحظه ای که ناظر B این علامت را دریافت می کند ساعت خود را روی $t = L/c$ قرار می دهد. این روش زمان انتقال نور را به حساب می آورد و ساعتها را به طریقی منطقی همزمان می کند. مثلاً، اگر B لامپ خود را در یک زمان دیرتر t از روی ساعت خودش روشن کند، این علامت در زمان $t + L/c$ به A خواهد رسید، که همان عددی است که ساعت A در هنگام دریافت علامت نشان می دهد. روش دیگری که معادل با روش فوق است عبارت از این است که یک چشمه نور درست در وسط خط مستقیمی که A و B را به یکدیگر وصل می کند قراردسیم و به هر کدام از ناظرها بگوییم که هر وقت علامت نوری را از چشمه دریافت کرد ساعت خود را روی $t = 0$ میزان کند. علامت نوری در یک مدت زمان از نقطه وسط خط واصل به A و B می رسد. بنا بر این، این روش حقیقتاً ساعتها را همزمان می کند.

اکنون که روشی برای همزمان کردن ساعتها در یک چارچوب مرجع داریم، می توانیم روی ترتیب زمانی رویدادها در این چارچوب قضاوت کنیم. زمان یک رویداد به وسیله ساعتی که در محل وقوع آن رویداد قرار دارد اندازه گیری می شود. رویدادهایی که در دو مکان متفاوت در یک چارچوب اتفاق می افتند وقتی همزمان نامیده می شوند که ساعتها

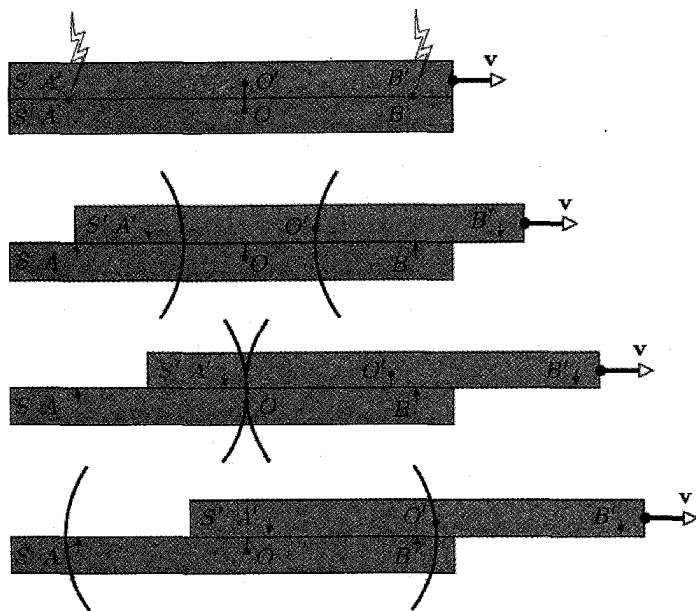
واقع در محل وقوع آنها هر دو يك عدد را نشان دهند. فرض كنيم يك ناظر لخت دو رویداد جدا گانه را همزمان بباید. آیا برای يك ناظر در چارچوب لخت دیگری كه با سرعت v نسبت به چارچوب اول حرکت می كند نیز این دو رویداد همزمان اند؟ (به خاطر داشته باشید كه هر دو ناظر يك روش را برای همزمان كردن ساعت‌های واقع در چارچوب مرجعشان به كار می‌برند). اگر چنین نباشد، همزمانی بستگی به چارچوب مرجعی خواهد داشت كه برای تشریح رویدادها به كار می‌رود و مفهوم همزمانی به جای مطلق بودن، مفهومی نسبی خواهد بود. خواهیم دید كه برخلاف فرض كلاسیك، شق اخیر یعنی نسبی بودن همزمانی واقعیت دارد.

برای درك این مطلب مثالی را در نظر بگیریم. دو چارچوب مرجع لخت S و S' را كه نسبت به هم در حرکت اند در نظر بگیریم. هر چارچوب دارای خط كشها و ساعت‌های همزمان شده مخصوص به خود است. ناظرها ملاحظه می‌كنند كه دو جرقه زده می‌شود و هر کدام اثری دائمی در چارچوبها از خود به جای می‌گذارند.* فرض كنیم هر ناظر لخت بعداً به وسیله اندازه گیری دریابد كه درست در وسط اثرهایی كه در چارچوب مرجع خودش گذاشته شده قرار دارد. در شكل (۲.۱۰ الف)، این اثرها در چارچوب S در نقاط A و B و در چارچوب S' در نقاط A' و B' هستند و ناظرها در O و O' قرار دارند. چون هر ناظر می‌داند كه در وسط دو اثری كه به وسیله این رویدادها به جا گذاشته شده‌اند قرار دارد، نتیجه می‌گیرد كه اگر علامتهای نوری آنها به طور همزمان به ساعت او برسند این رویدادها همزمان اند (رجوع كنید به تعریف همزمانی كه قبلاً آورده شد). از طرف دیگر، اگر يك علامت قبل از دیگری برسد نتیجه می‌گیرد كه يك رویداد زودتر از دیگری اتفاق افتاده است. چون هر ناظر مجموعه‌ای از ساعت‌های همزمان شده دارد، می‌تواند به این نتیجه برسد كه ساعت‌های واقع در محل آثار، وقتی كه این آثار گذاشته شده‌اند، یا يك زمان را نشان می‌دهند (حالت همزمان) یا اینکه زمانهای متفاوتی را نشان می‌دهند (حالت غیر همزمان).

علی‌الاصول امکانات متفاوت زیادی برای نتایج اندازه‌گیریها وجود دارد. برای بحث فرض كنیم ناظر S دریابد كه دو جرقه همزمان هستند، آیا ناظر S' نیز این دو رویداد را همزمان می‌یابد؟ از شكل (۲.۱۰ ب) تا (۲.۱۰ د) مسئله را از دید ناظر S بررسی می‌كنیم و می‌بینیم كه چارچوب S' مثلاً، به طرف راست حرکت می‌كند. در لحظه زدن جرقه در A و A' ، این دو نقطه برهم منطبق‌اند و در لحظه زدن جرقه در B و B' نیز این دو نقطه برهم منطبق هستند. ناظر S درمی‌یابد كه این دو رویداد در يك لحظه اتفاق می‌افتند، بنا بر این، در این لحظه O و O' نیز باید برای او بر یکدیگر منطبق باشند. اما، مدتی طول می‌كشد تا علامتهای نوری حاصل از این رویدادها به O برسند، و در این مدت O' به طرف راست حرکت می‌كند (شكلهای ۲.۱۰ ب تا ۲.۱۰ د). در نتیجه علامت رویداد

* نکته اصلی داشتن چشمه‌های نوری است كه از خود اثری به جای بگذارند. مثلاً، میله‌های منفجر شونده دینامیت چنین کاری را می‌كنند.

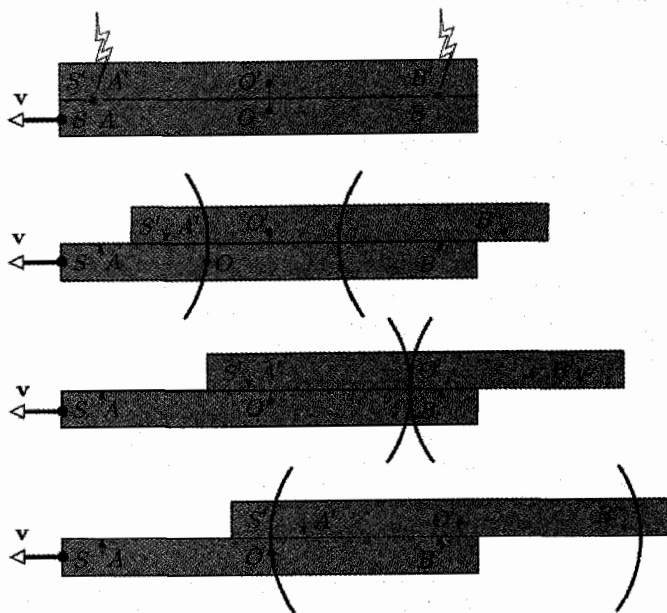
BB' اول به O' می‌رسد (شکل ۱۰۲ ب) بعد به O (شکل ۱۰۲ ج)، در صورتی که، علامت رویداد AA' نخست به O می‌رسد (شکل ۱۰۲ ج) سپس به O' (شکل ۱۰۲ د). مطابق با فرض اولیه ما ناظر S رویدادها را همزمان می‌یابد (هر دو علامت در یک لحظه به O می‌رسند). ولی ناظر S' درمی‌یابد که رویداد BB' از نظر زمانی به رویداد AA' تقدم دارد، برای او این دو رویداد همزمان نیستند. در نتیجه، دو رویداد جدا از هم که نسبت به یک چارچوب مرجع همزمان باشند ملزم نیستند که نسبت به چارچوب دیگر همزمان باشند.



شکل ۱۰۲ از نظر چارچوب S چارچوب S' به طرف راست حرکت می‌کند. در (الف) امواج نوری A ، B و B' را ترك می‌کنند. طرح‌های متوالی فوق بر این فرض استوارند که رویداد AA' و رویداد BB' در چارچوب S همزمان هستند. در (ب) یک جبهه موج به O می‌رسد. در (ج) هر دو جبهه موج به O می‌رسند. در (د) جبهه موج دیگر به O' می‌رسد.

همچنین می‌توانستیم فرض کنیم که دو جرقه طوری زده شوند که ناظر S' آنها را همزمان بباید. در این حالت علامت‌های نوری به‌طور همزمان به O' می‌رسند نه به O . این مطلب را در شکل ۲۰۲ که در آن دید ناظر S' را در نظر می‌گیریم نمایش می‌دهیم.

چارچوب S نسبت به ناظر S' به طرف چپ حرکت می‌کند. اما در این حالت، علامتها به طور همزمان به O نمی‌رسند، علامت رویداد AA' قبل از علامت رویداد BB' به O می‌رسد. در اینجا ناظر S' رویدادها را همزمان می‌یابد، در صورتی که ناظر S درمی‌یابد که رویداد AA' از نظر زمانی مقدم بر رویداد BB' است.



شکل ۲.۲ از نظر چارچوب S' چارچوب S به طرف چپ حرکت می‌کند. در (الف) امواج نوری A, A' و B, B' را ترك می‌کنند. طرحهای متوالی فوق بر این فرض استوارند که رویداد AA' و رویداد BB' در چارچوب S' همزمان هستند. در (ب) يك جبهه موج به O می‌رسد. در (ج) هر دو جبهه موج به O' می‌رسند. در (د) جبهه موج دیگر به O می‌رسد.

در نتیجه، هیچیک از این دو چارچوب بر دیگری ارجحیت ندارد و وضعیت کاملاً دو جانبه است. همزمانی واقعاً يك مفهوم نسبی است نه مطلق.* در واقع اگر یکی از این دو

* در این استدلالها، نشان داده‌ایم که اگر يك ناظر در یابد که رویدادها همزمان هستند، ناظر دیگر آنها را همزمان نخواهد یافت. البته، همچنین ممکن است هیچیک از ناظرها رویدادها را همزمان نیابند در این صورت، آنها یا در ترتیب زمانی رویدادها یا در بازه زمانی بین رویدادها یاهر دو، بایکدیگر توافق نخواهند داشت (ر.ك. ضمیمه الف).

شکل را وارونه کنند، غیر قابل تمیز از یکدیگر می شوند. هیچیک از این دو ناظر نمی تواند مطلقاً ادعا کند که اوسا کن است. در عوض هر ناظر بدروستی فقط اظهار می دارد که ناظر دیگر نسبت به او در حرکت است و علائم نوری با سرعت متناهی c نسبت به او حرکت می کنند. روشن است که اگر علامت بینهایت سریعی می داشتیم، همزمانی مفهوم مطلق می بود، زیرا در مدت زمانی (صفر) که علامت به ناظرها می رسد چارچوبها ابدأ نسبت به یکدیگر حرکت نمی کنند.

از نسیت همزمانی نتایج دیگری نیز به دست می آید. منظور از اندازه گیری طول يك جسم عبارت است از تعیین محل های دو انتهای آن به طور همزمان. چون همزمانی يك مفهوم نسبی است، اندازه گیری های طول نیز تابع چارچوب مرجع و در نتیجه نسبی خواهند بود. بعلاوه درمی یابیم که آهنگ کار ساعتها نیز به چارچوب مرجع بستگی دارد. این مطلب را می توان به طریق زیر ترسیم کرد. دو ساعت را، یکی در روی يك قطار و دیگری در روی زمین، در نظری می گیریم و فرض می کنیم در لحظه ای که آنها از کنار یکدیگر می گذرند (به عبارت دیگر، در لحظه ای که بر یکدیگر منطبق اند) هر دو يك زمان را نشان می دهند (یعنی، عقربه های ساعتها در موقعیتهای یکسانی قرار دارند). حال اگر این ساعتها به توافق خود ادامه دهند می توان گفت که آهنگ کار آنها یکی است. اما، وقتی خیلی دور از یکدیگر باشند، از بحثهای گذشته می دانیم که عقربه های آنها نمی توانند، چه از نظر ناظر روی زمین و چه از نظر ناظر توی قطار، به طور همزمان در موقعیتهای یکسانی قرار گیرند. در نتیجه اندازه گیری های بازه های زمانی نیز نسبی هستند، یعنی تابع چارچوب مرجع ناظرند. با نسبی بودن اندازه گیری های طول و بازه زمانی شاید بتوانیم خودمان را با این واقعیت تجربی که ناظرهایی که نسبت به یکدیگر حرکت نسبی دارند سرعت نور را یکسان اندازه می گیرند (ر. ک. سؤال ۲۵) وفق دهیم. در قسمتهای بعدی با دقت زیادتری این مطالب را بررسی خواهیم کرد.

۲.۲ به دست آوردن معادلات تبدیل لورنتس

دیدیم که باید معادلات جدیدی که با تجربه سازگار باشند جانشین معادلات تبدیل گالیله شوند. در اینجا این معادلات جدید را با استفاده از اصول موضوع نظریه نسبیت خاص به دست خواهیم آورد. سپس برای نشان دادن سازگاری نظریه با بحث بخش گذشته، با بررسی فیزیکی تروسهای اندازه گیری بحث شده در آنجا، تمام جنبه های خاص معادلات تبدیل جدید را دوباره به دست خواهیم آورد.

رویدادی را در چارچوب مرجع K مشاهده می کنیم و مکان و زمان آن را با تعیین مختصات x, y, z, t رویداد مشخص می کنیم. در يك چارچوب K' دیگر x', y', z', t' همین رویداد با مختصات فضا-زمانی x', y', z', t' مشخص می شود. اکنون، به دنبال روابط تابعی $x' = x'(x, y, z, t)$ ، $y' = y'(x, y, z, t)$ ، $z' = z'(x, y, z, t)$ و $t' = t'(x, y, z, t)$ می گردیم. یعنی، معادلات تبدیلی را

می‌خواهیم که مختصات فضا - زمانی يك رویداد برای يك ناظر را به مختصات فضا - زمانی همین رویداد برای ناظر دیگر ارتباط دهند.

از اصول موضوع اساسی نظریه نسبیت و، علاوه، از فرض همگنی فضا و زمان استفاده می‌کنیم. این فرض همگنی (که می‌توان آن را با جمله «تمام نقاط در فضا و زمان هم ارز هستند» بیان کرد) به معنی آن است که مثلا، نتایج اندازه گیری بازه مکانی یا بازه زمانی دو رویداد مشخص نباید بستگی به این داشته باشند که این بازه در چه مکان یا زمانی از چارچوب مرجع ما قرار دارد. کاربرد این فرض را بزودی روشن خواهیم کرد.

برای ساده کردن محاسبات، می‌توانیم سرعت نسبی چارچوبهای S و S' را در امتداد محور مشترک $x-x'$ در نظر بگیریم و فرض می‌کنیم صفحات متناظر موازی باشند (ر.ک. شکل ۱۰۱). این فرض هیچ محدودیتی در نتایج ایجاد نمی‌کند زیرا فضا همسانگرد است. یعنی، خواص آن در تمام جهات یکسان است. همچنین در لحظه‌ای که مبدأهای O و O' بر یکدیگر منطبق اند، ساعت‌ها را بترتیب روی $t=0$ و $t'=0$ میزان می‌کنیم. اکنون، همان طور که در زیر شرح داده می‌شود، فرض همگنی ایجاب می‌کند که معادلات تبدیل خطی باشند (به عبارت دیگر، فقط توانهای اول متغیرها دخالت می‌کنند). بنابراین عمومیترین شکلی که این معادلات می‌توانند داشته باشند (ر.ک. سؤال ۵) عبارت است از

$$\begin{aligned}x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}t \\y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}t \\z' &= a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}t \\t' &= a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{44}t.\end{aligned}\quad (1-2)$$

در اینجا ضرایب با شاخص پایین، ثابت‌هایی هستند که برای به دست آوردن معادلات صحیح تبدیل باید آنها را تعیین کرد. توجه کنید که بستگی ممکن مختصات فضایی و زمانی به یکدیگر را رد نکرده‌ایم.

اگر معادلات خطی نباشند فرض همگنی را نقض می‌کنیم. مثلا، فرض کنید x' به مربع x بستگی داشته باشد، یعنی به صورت $x' = a_{11}x^2$ باشد. در این صورت فاصله بین دو نقطه در چارچوب پریم دار به وسیله رابطه $a_{11}(x_2^2 - x_1^2) = x_2' - x_1'$ به مکانهای این دو نقطه در چارچوب بدون پریم مربوط خواهد شد. حال میله‌ای به طول واحد در S را در نظر بگیرید که نقاط انتهایی آن در $x_1 = 1$ و $x_2 = 2$ باشند، بنابراین $x_2' - x_1' = 3a_{11}$. ولی اگر نقاط انتهایی همین میله در $x_1 = 4$ و $x_2 = 5$ باشند خواهیم داشت $x_2' - x_1' = 9a_{11}$. یعنی اندازه طول میله بستگی به مکان آن در فضا خواهد داشت. به همین طریق می‌توان هر نوع بستگی غیر خطی به t را رد کرد، زیرا بازه زمانی دو رویداد نباید بستگی به اعدادی داشته باشد که عقربه‌های ساعت ناظر روی آنها میزان شده‌اند. بنابراین برای اینکه مبدأ مختصات فضا - زمانی (یا هر نقطه دیگری) نسبت به تمام نقاط

دیگر از نظر فیزیکی رجهان نداشته باشد باید این روابط خطی باشند.

اکنون، در مورد این شانزده ضریب، انتظار می رود که مقادیر آنها به سرعت نسبی دو چارچوب لخت، v ، بستگی داشته باشند. مثلاً اگر $v = 0$ ، دو چارچوب همیشه برهم منطبق خواهند بود و انتظار داریم که $a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_{44} = 1$ و بقیه ضرایب صفر باشند. به طور کلیتر، اگر v نسبت به c کوچک باشد این ضرایب باید به معادلات تبدیل (کلاسیک) گالیلئو منجر شوند. ما به دنبال پیدا کردن ضرایبی هستیم که برای تمام مقادیر v صادق باشند، یعنی، تابعی از v باشند.

به چه طریق می توانیم مقادیر این شانزده ضریب را پیدا کنیم؟ اساساً از اصول موضوع نسبیت استفاده می کنیم، یعنی از (۱) اصل نسبیت، که می گوید هیچ دستگاه لخت مرجعی وجود ندارد و قوانین فیزیک در تمام دستگاههای لخت یکسانند، (۲) اصل ثابت بودن سرعت نور، که می گوید مقدار سرعت نور در فضای تهی در تمام دستگاههای لخت یکی است.

محور x دائماً بر محور x' منطبق است. این امر تنها در صورتی صادق است که برای $y = 0$ و $z = 0$ (که معرف نقاط واقع در روی محور x است) همیشه داشته باشیم $y' = 0$ و $z' = 0$ (که معرف نقاط واقع در روی محور x' است). در نتیجه، معادلات تبدیل برای y و z باید به شکل

$$y' = a_{22}y + a_{23}z \quad \text{و} \quad z' = a_{32}y + a_{33}z$$

باشند. یعنی، ضرایب a_{22} ، a_{23} ، a_{32} و a_{33} با یستی صفر باشند. صفحه xy (که با $z = 0$ مشخص می شود) باید به صفحه $x'y'$ (که با $z' = 0$ مشخص می شود) تبدیل شود. همچنین، برای صفحات xz و $x'z'$ ، از $y = 0$ باید به دست آید $y' = 0$. بنابراین، نتیجه می شود که a_{23} و a_{32} صفرند و خواهیم داشت

$$y' = a_{22}y \quad \text{و} \quad z' = a_{33}z.$$

ضرایب باقیمانده، a_{22} و a_{33} ، را می توان با استفاده از اصول موضوع نسبیت محاسبه کرد. ما محاسبه a_{22} را بررسی می کنیم. میله ای در نظر بگیریم که در امتداد محور قرار دارد و طول آن از نظر ناظر S برابر با واحد طول است. از نظر ناظر S' طول این میله برابر است با a_{22} (زیرا $y' = a_{22} \times 1$). اکنون، فرض کنید که همین میله در امتداد y' از چارچوب S' قرار داشته و نسبت به آن ساکن باشد. وقتی که میله در چارچوب ناظر پریم دار ساکن است این ناظر باید همان طولی (واحد) را برای این میله اندازه بگیرد که ناظر بدون پریم، وقتی که میله نسبت به او ساکن است، اندازه می گیرد. در غیر این صورت، عدم تقارنی بین چارچوبها وجود خواهد داشت. با وجود این، در این حالت، ناظر S طول میله را برابر با $1/a_{22}$ اندازه گرفت (زیرا در اینجا داریم $y = (1/a_{22})y' = (1/a_{22}) \times 1$). اکنون، به علت دوجانبه بودن این اندازه گیریهای طول، اولین اصل موضوع نسبیت ایجاب می کند که این اندازه گیریها یکسان باشند،

چون در غیر این صورت چارچوبها از نظر فیزیکی هم ارز نخواهند بود. در نتیجه، باید داشته باشیم $a_{44} = 1/a_{22}$ یا $a_{44} = 1$. با همین استدلال می توان نتیجه گرفت $a_{43} = 1$. بنابراین دو معادله تبدیل وسطی به صورت زیر درمی آیند

$$y' = y \quad \text{و} \quad z' = z. \quad (2-2)$$

می ماند معادلات تبدیل مربوط به x' و t' ، یعنی

$$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}t$$

$$t' = a_{41}x + a_{42}y + a_{43}z + a_{44}t.$$

ابتدا به معادله t' توجه کنیم. به دلیل تقارن، فرض می کنیم که t' به y و z بستگی ندارد. در غیر این صورت، ساعت های که در صفحه yz نسبت به محور x به طور متقارن قرار گرفته اند (مثلا در $+y$ و $-y$ یا در $+z$ و $-z$) از نظر ناظر S' با یکدیگر توافقی نخواهند داشت و این مطلب با همسانگردی فضا متناقض است. در نتیجه $a_{42} = a_{43} = 0$. در مورد معادله x' ، می دانیم نقاطی که برای آنها $x' = 0$ است با سرعت v در جهت مثبت محور x ها حرکت می کنند به طوری که گزاره $x' = 0$ باید با گزاره $x = vt$ معادل باشد. در نتیجه انتظار داریم که $x' = a_{11}(x - vt)$ معادله تبدیل درستی باشد (زیرا، در این معادله، از $x = vt$ همیشه نتیجه می شود $x' = 0$). بنابراین خواهیم داشت

$$x' = a_{11}x - a_{11}vt = a_{11}x + a_{14}t.$$

از این رابطه نتیجه می شود $a_{14} = -va_{11}$ و چهار معادله ما اکنون به صورتهای ساده زیر درمی آیند

$$x' = a_{11}(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

(3-2)

$$t' = a_{41}x + a_{44}t.$$

حالا مسئله تعیین ضرایب a_{11} ، a_{41} و a_{44} باقی می ماند. برای انجام این کار، از اصل ثابت بودن سرعت نور استفاده می کنیم. فرض کنیم در لحظه $t = 0$ یک موج الکترو-مغناطیسی کروی مبدأ S را که در این لحظه بر مبدأ S' منطبق است ترك می کند. این موج در هر چارچوب لختی با سرعت c در تمام جهات منتشر می شود. بنابراین پیشروی این موج در هر کدام از دستگاههای پریم دار یا بدون پریم توسط معادله کره ای که شعاع آن بر حسب زمان با آهنگ c بزرگ می شود مشخص می گردد. یعنی،

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (۴-۲)$$

یا

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2. \quad (۵-۲)$$

اکنون اگر معادلات تبدیل (۲-۳) را در معادله (۲-۵) قرار دهیم خواهیم داشت

$$a_{11}^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2 (a_{41}x + a_{44}t)^2$$

که پس از مرتب کردن جمله‌ها خواهد شد

$$\begin{aligned} (a_{11}^2 - c^2 a_{41}^2)x^2 + y^2 + z^2 - 2(va_{11}^2 + c^2 a_{41}a_{44})xt = \\ = (c^2 a_{44}^2 - v^2 a_{11}^2)t^2. \end{aligned}$$

برای اینکه این معادله با معادله (۲-۴)، که هر دو یک چیز را بیان می‌کنند، مطابقت داشته باشد باید داشته باشیم

$$c^2 a_{44}^2 - v^2 a_{11}^2 = c^2$$

$$a_{11}^2 - c^2 a_{41}^2 = 1$$

$$va_{11}^2 + c^2 a_{41}a_{44} = 0$$

در اینجا سه معادله سه مجهول داریم که جوابهای آنها (همان طور که دانشجومی‌تواند با جایگذاری در معادلات فوق تحقیق کند) عبارت‌اند از

$$a_{44} = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$a_{11} = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (۶-۲)$$

$$a_{41} = -\frac{v}{c^2} / \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

با قراردادن این مقادیر در معادلات (۲-۳) بالاخره معادلات تبدیل جدید مورد نظر را به صورت زیر به دست خواهیم آورد

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

(۷-۲)

$$t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

که معادلات تبدیل لورنتس* نامیده می‌شوند.

قبل از بررسی معنی این معادلات، باید آنها را تحت دو آزمون لازم قرار دهیم. نخست، اگر چارچوبهای مرجع را عوض کنیم یا، مختصات فضا-زمانی يك رویداد را به جای S در S' در نظر بگیریم، تنها تغییری که اصل نسبیت اجازه می‌دهد، تغییر فیزیکی سرعت نسبی از v به $-v$ است. یعنی، از نظر S' ، چارچوب S به سمت چپ حرکت می‌کند، در صورتی که از نظر S چارچوب S' به سمت راست حرکت می‌کند. اگر از معادلات (۷-۲) x, y, z و t را بر حسب مختصات پریم‌دار پیدا کنیم (ر. ک. مسئله ۳)، خواهیم داشت

$$\begin{aligned}x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\end{aligned}\quad (۸-۲)$$

که از نظر شکل با معادلات (۷-۲) یکسان‌اند با این تفاوت که، همان‌طور که انتظار می‌رفت، v به $-v$ تبدیل شده است.

يك شرط دیگر این است که برای سرعتهایی که نسبت به c کوچک‌اند، یعنی، برای $v/c \ll 1$ ، معادلات لورنتس باید (تقریباً) به معادلات تبدیل گالیله تبدیل شوند. همین‌جور هم هست، زیرا برای $v/c \ll 1$ ، معادلات (۷-۲) به صورت زیر درمی‌آیند**

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}\quad (۹-۲)$$

* اولین بار یوانکاره این نام را به این معادلات داد. لورنتس در نظریه کلاسیک خود در مورد الکترونها، این معادلات را قبل از اینشتین پیشنهاد کرد. اما لورنتس v را سرعت نسبت به چارچوب مطلق اثر در نظر گرفت و تعبیر دیگری از این معادلات ارائه داد.

** در معادله زمان، $t' = (t - vx/c^2) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ ، مثلاً حرکت مبدأ O' را که بارابطه $x = vt$ بیان می‌شود، در نظر بگیریم در نتیجه

$$t' = (t - v^2t/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2} = t\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

وقتی $v/c \rightarrow 0$ ، خواهیم داشت $t' \rightarrow t$.

که همان معادلات تبدیل گالیله کلاسیک هستند.
در جدول ۱.۲ معادلات تبدیل لورنتس را خلاصه می‌کنیم.

جدول ۱.۲ معادلات تبدیل لورنتس

$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
$y' = y$	$y = y'$
$z' = z$	$z = z'$
$t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	$t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

۳.۲ چند نتیجه از معادلات تبدیل لورنتس

معادلات تبدیل لورنتس (معادلات ۲-۷ و ۲-۸) که در بخش گذشته به‌طور نسبتاً صوری از اصول موضوع نسبیت به‌دست آمدند، چند نتیجه جالب برای اندازه‌گیری‌های طول و زمان دارند. ما در این بخش آنها را با مختصار بررسی خواهیم کرد. در بخش بعد این معادلات و نتایج آنها را مستقیماً به عملیات اندازه‌گیری فیزیکی مربوط می‌کنیم و به این ترتیب تعبیر فیزیکی تری از آنها ارائه خواهیم کرد. در سراسر این فصل تجربیهایی را ذکر خواهیم کرد که این نتایج را تأیید می‌کنند.

نتیجه اول: طول يك جسم وقتی که نسبت به ناظر ساکن باشد بیشترین مقدار را دارد و وقتی با سرعت v نسبت به ناظر حرکت می‌کند طول اندازه‌گیری شده آن در جهت حرکتش با عامل $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ منقبض می‌شود، در صورتی که ابعاد عمود بر جهت حرکت آن بدون تغییر باقی می‌مانند. برای اثبات این گزاره، میله‌ای در نظر بگیریم که در امتداد محور x' از چارچوب S' در حال سکون قرار دارد. نقاط انتهایی آن در x_1' و x_2' است و بنابراین طول آن $x_2' - x_1'$ است. طول این میله نسبت به ناظر S ، که میله نسبت به او با سرعت v حرکت می‌کند، چقدر است؟

برای سهولت، مثل سابق، قرار می‌دهیم $v/c = \beta$. از اولین معادله لورنتس خواهیم

$$x_2' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad ; \quad x_1' = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

بنابراین

$$x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

طول میله در چارچوب S عبارت است از فاصله بین نقاط انتهایی، x_1 و x_2 میله متحرک که در یک لحظه در این چارچوب اندازه گیری شده اند. در نتیجه با قرار دادن $t_2 = t_1$ خواهیم داشت

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

یا

$$x_2 - x_1 = (x_2' - x_1') \sqrt{1 - \beta^2} \quad (10-2)$$

بنابراین طول اندازه گیری شده میله، $x_2 - x_1$ با عامل $\sqrt{1 - \beta^2}$ نسبت به طول سکون آن، $x_2' - x_1'$ منقبض شده است. در مورد ابعاد میله در امتداد y و z ، عمود بر جهت حرکت، فوراً از معادلات تبدیل $y' = y$ و $z' = z$ نتیجه می شود که این ابعاد برای هر دو ناظر یکی هستند.

نتیجه دوم: یک ساعت وقتی نسبت به ناظر ساکن است، تندتر از همیشه کار می کند و وقتی با سرعت v نسبت به ناظر حرکت می کند آهنگ کار آن با عامل $\sqrt{1 - \beta^2}$ کند می شود. برای اثبات این گزاره، ساعتی را در نظر بگیرید که در نقطه x' از چارچوب S' در حال سکون باشد. برای سهولت واحد زمان را مدتی در نظر بگیریم که عقربه این ساعت یک دور می زند. در نتیجه، رویدادهایی را که ما مشاهده می کنیم (دو انطباق متوالی عقربه بر یک علامت واقع در روی صفحه ساعت) در چارچوب S' دارای بازه زمانی بین t' و $t' + 1$ هستند. ناظر S این رویدادها را در زمانهای

$$t_1 = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{و} \quad t_2 = \frac{(t' + 1) + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

ثبت می کند. ساعت مورد نظر در چارچوب S' در یک مکان ثابت x' قرار دارد، ولی زمانهای t_1 و t_2 توسط دو ساعت متفاوت از چارچوب S ، یعنی ساعت ساکنی از چارچوب S که در شروع بازه زمانی فوق بر ساعت متحرک منطبق است و ساعت ساکنی از چارچوب S که در پایان این بازه زمانی بر ساعت متحرک منطبق است، قرائت می شوند. اما این ساعتها همزمان اند، بنابراین بازه زمانی بین این رویدادها عبارت است از

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

مسلماً، اگر ساعت S' به جای واحد زمان بازه زمانی $t_2' - t_1'$ را ثبت کرده بود، ساعت S بازه زمانی متناظر را برابر با

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (11-2)$$

ثبت می کرد. در نتیجه، واحد زمانی اندازه گیری شده توسط ساعت S' به صورت زمان طولانیتری توسط ساعت های S ثبت می شود. از نظر ناظر S ، ساعت متحرک S' کندتر به نظر می رسد، یعنی، به نظر می رسد که به نسبت عامل $\sqrt{1 - \beta^2}$ کندتر کار می کند. این نتیجه برای تمام ساعت های S' ، که از S مشاهده می شوند، صدق می کند، زیرا در اثبات ما نقطه x اختیاری بود.

در نسبیت معمولاً چارچوبی را که جسم مشاهده شده در آن ساکن است دستگاه ویژه می نامند. از این رو طول یک میله در چنین چارچوبی طول ویژه نامیده می شود. همچنین، بازه زمانی ویژه عبارت است از بازه زمانی ثبت شده توسط ساعتی که به جسم مشاهده شده متصل است. بازه زمانی ویژه را می توان به طور معادل به صورت بازه زمانی بین دو رویداد که در یک محل در چارچوب S' اتفاق می افتند، یا بازه زمانی اندازه گیری شده توسط یک ساعت واقع در یک مکان تصور کرد. یک بازه زمانی غیر ویژه بازه ای است که توسط دو ساعت متفاوت واقع در دو مکان متفاوت اندازه گیری شود. بنابراین، از بحث قبلی نتیجه می گیریم که اگر $d\tau$ معرف بازه زمانی ویژه باشد، رابطه

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (12-2)$$

بازه زمانی غیر ویژه dt را به بازه زمانی ویژه $d\tau$ ربط می دهد. بعداً کمیت های ویژه دیگری، مثل جرم ویژه، تعریف می کنیم و خواهیم دید که این کمیات در نظریه نسبیت ناوردا هستند. نتیجه سوم معادلات تبدیل لورنتس به صورت زیر است: گرچه آهنگ کند شدن تمام ساعت های یک چارچوب متحرک وقتی از یک چارچوب ساکن مشاهده می شوند یکسان است، اعدادی که این ساعت های متحرک نشان می دهند به اندازه یک ثابت فاذا، که به مکان آنها بستگی دارد، با یکدیگر تفاوت دادند، یعنی غیر همزمان به نظر می رسند. این مطلب فوراً از معادله تبدیل زیر نمایان می شود

$$t = \frac{t' + (v/c^2) x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

یک لحظه از زمان در چارچوب S ، یعنی، یک مقدار معین t را در نظر بگیرید. برای اینکه

معادله فوق صادق باشد باید $x' + (v/c^2) t'$ مقدار معینی داشته باشد. این بدان معنی است که هر چه x' بزرگتر باشد (یعنی هر چه ساعت S' در فاصله دورتری روی محور x' قرار داشته باشد) t' کوچکتر است (یعنی، مقداری که ساعت نشان می‌دهد عقبتر است). در نتیجه، ساعت‌های متحرک با یکدیگر غیرهمفاز، یا غیرهمزمان، به نظر می‌رسند. در بخش بعد خواهیم دید که این درست تجلی دیگری از این واقعیت است که دو رویداد که در چارچوب S به طور همزمان اتفاق می‌افتند، در حالت کلی، در چارچوب S' همزمان نیستند، و برعکس.

تمام نتایج این بخش دوجانبه هستند. یعنی، بدون توجه به اینکه کدام چارچوب به عنوان چارچوب ویژه در نظر گرفته شده است، ناظر چارچوب دیگر طول را منقبض شده و بازه زمانی را متسع شده اندازه می‌گیرد و ساعت‌های متحرک را غیرهمزمان می‌یابد.

▲ مثال ۰۱. در معادله (۲-۱۰) عامل $\sqrt{1-\beta^2}$ و در معادله (۲-۱۲) عامل

$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ ظاهر می‌شود. چون این عوامل در نسبیت بسیار تکرار می‌شوند، مفید خواهد بود که بتوانیم مقادیر آنها را به صورت تابعی از β تخمین بزنیم. مقادیر $\sqrt{1-\beta^2}$ و $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ را به‌ازای

$$v/c = 0.100, 0.300, 0.600, 0.800, 0.900, 0.950, 0.990$$

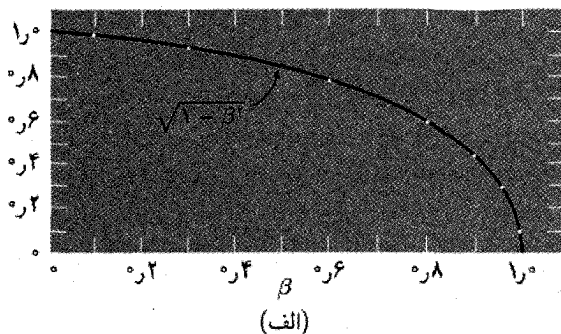
حساب کنید و آنها را به صورت تابعی از β رسم کنید. به دست می‌آوریم

$\beta =$	0.100	0.300	0.600	0.800	0.900	0.950	0.990
$\sqrt{1-\beta^2} =$	0.995	0.954	0.800	0.600	0.436	0.312	0.141
$1/\sqrt{1-\beta^2} =$	1.005	1.048	1.250	1.667	2.294	3.205	7.092

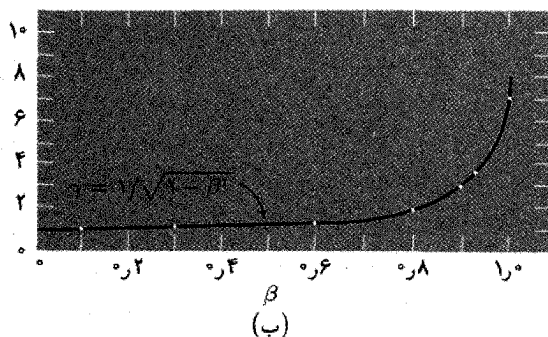
این عوامل در شکل ۳.۲ به صورت تابعی از β رسم شده‌اند.

۴.۲ نگاهی فیزیکی‌تر به جنبه‌های اصلی معادلات تبدیل لورنتس

مهمترین خصوصیات معادلات تبدیل لورنتس از این قرارند: (الف) طولهای عمود بر حرکت نسبی در هر دو چارچوب یک اندازه هستند؛ (ب) بازه زمانی که یک ساعت نشان می‌دهد برای ناظری که ساعت نسبت به او حرکت می‌کند طولانیتر است تا برای ناظری



(الف)



(ب)

شکل ۳۰۲ (الف) منحنی $\sqrt{1 - \beta^2}$ به صورت تابعی از β . (ب) منحنی $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ به صورت تابعی از β .

که ساعت نسبت به او ساکن است؛ (ج) طولهای موازی با حرکت نسبی برای ناظری که اجسام مورد اندازه گیری نسبت به او حرکت می کنند در مقایسه با طولهای سکون، منقبض شده به نظر می آیند؛ و (د) دو ساعت که در یک چارچوب لخت همزمان اند ولی با یکدیگر فاصله دارند برای چارچوب لخت دیگر همزمان نخواهند بود. در اینجا، این یک یک جنبه ها را دوباره به وسیله آزمایشهای ذهنی که مبتنی بر فرایندهای اندازه گیری هستند به دست خواهیم آورد.

(الف) مقایسه طولهای عمود بر حرکت نسبی

دو چارچوب را در نظر بگیریم که در امتداد محور مشترک $x - x'$ دارای حرکت نسبی با سرعت v باشند. در هر چارچوب ناظری با خط کشی که از مبداء مختصات در امتداد قائم (y) و (y') رو به بالا قرار گرفته است وجود دارد و این ناظر طول (سکون) خط کش خود را درست برابر با یک متر اندازه می گیرد. وقتی این ناظرها به هم نزدیک می شوند

وازمقابل یکدیگر عبور می کنند، می خواهیم تعیین کنیم آیا، در لحظه ای که دومبدأ بر یکدیگر منطبق می شوند، انتهای بالایی خط کشها نیز برهم منطبق می شوند یا نه. می توانیم ترتیبی بدهیم که انتهای بالایی هر خط کش توسط زائده نوک تیزی که در آن تعبیه شده است (مثلاً تیغ خود تراش یا قلم نقاشی) روی خط کش دیگر، وقتی از مقابل آن عبور می کند، یک علامت دائمی بگذارد. (خط کشها را طوری قرار می دهیم که هنگام عبور از مقابل یکدیگر به هم برخورد نکنند و همیشه موازی با محور قائم باقی بمانند.) خاطر نشان کنیم که وضعیت کاملاً متقارن است. هر ناظر ادعا می کند که خط کش او یک متر است، هر کدام می بیند که دیگری با سرعت v به او نزدیک می شود و هر کدام ادعا می کند که خط کش او عمود بر حرکت نسبی است. بعلاوه، هر دو ناظر باید در مورد نتیجه اندازه گیری توافق داشته باشند زیرا آنها روی همزمانی اندازه گیریها توافق دارند (اندازه گیریها در لحظه ای انجام می شود که دومبدأ بر یکدیگر منطبق اند). پس از اینکه خط کشها از مقابل یکدیگر عبور کردند، یا هر ناظر درمی یابد که زائده خط کش او به وسیله زائده خط کش دیگری علامت گذاری شده است، یا این که یک ناظر درمی یابد که یک علامت پایینتر از زائده خط کش او گذارده شده است و ناظر دیگر علامتی در روی خط کش خود نمی بیند. یعنی، یا خط کشها برای هر دو ناظر طولهای مساوی دارند، یا این که نتیجه مطلقاً به دست آمده است که هر دو ناظر روی آن توافق دارند و آن این است که یکی از خط کشها کوتاهتر از دیگری است. اینکه هر ناظر در می یابد که طول خط کش دیگری برابر با طول خط کش اوست فوراً از این مطلب حاصل می شود که هر نتیجه دیگری با اصل نسبیت تناقض خواهد داشت. فرض کنیم، به عنوان مثال، ناظر S دریابد که خط کش S' در روی خط کش او (پایینتر از انتهای آن) علامتی گذارده است. او نتیجه می گیرد که خط کش S' کوتاهتر است. این نتیجه مطلق است، زیرا ناظر S علامتی در روی خط کش خود نمی بیند و نتیجه می گیرد که خط کش او کوتاهتر است. اگر برعکس، علامت روی خط کش S' گذاشته می شد هر دو ناظر نتیجه می گرفتند که خط کش S کوتاهتر است. در هر دو حالت این نتیجه یک مبنای فیزیکی برای ترجیح دادن یک چارچوب به چارچوب دیگر به ما می دهد، زیرا با وجود این که تمام شرایط متقارن هستند، نتایج نامتقارن خواهند بود و این نتیجه با اصل نسبیت تناقض دارد. یعنی، قوانین فیزیک برای هر دو دستگاه یکی نخواهند بود. ما در این حالت خاصیتی برای تشخیص حرکت مطلق خواهیم داشت، به این معنی که، خط کش منقبض شده معرف حرکت مطلق در یک جهت، و خط کش منبسط شده معرف حرکت مطلق در جهت دیگر است. در نتیجه، برای این که با اصل موضوع نسبیت تناقض ایجاد نشود، نتیجه می گیریم که طول جسم (یا بازه مکانی) عمود بر حرکت نسبی، برای تمام ناظرهای لخت یکسان است.

(ب) مقایسه اندازه گیریهای بازه های زمانی

یک آزمایش ساده که به طریق مستقیمی رابطه کمی بین بازه زمانی دو رویداد را که توسط

دو چارچوب لخت متفاوت اندازه گیری شده اند آشکار می کنند به صورت زیر است. مسافری را در نظر بگیریم که در قطاری که با سرعت یکنواخت v نسبت به زمین حرکت می کند نشسته است. آزمایش عبارت است از روشن کردن يك لامپ که به طرف آینه ای متوجه است، که درست در بالای آن بر سقف نصب شده است و اندازه گیری زمانی که طول می کشد تا نور این لامپ به سقف برسد و از آنجا در اثر بازتاب از آینه به نقطه ابتدایی برگردد. این وضع در شکل ۴.۲ ترسیم شده است. مسافر، که يك ساعت مچی دارد، می بیند که پرتو نور يك مسیر کاملاً قائم را از A به B و از B به C طی می کند (شکل ۴.۲ الف) و زمان آن را به وسیله ساعت خود اندازه می گیرد. چون نقطه عزیمت و نقطه بازگشت پرتو نور در چارچوب مسافر (S') یکی است، این بازه زمانی که توسط يك ساعت و در يك مکان اندازه گیری می شود، بازه زمانی ویژه است. ناظر دیگر که به چارچوب زمین (S) متصل است، می بیند که قطار و مسافر در این بازه زمانی به طرف راست حرکت می کنند. او این بازه زمانی را از روی اعداد دو ساعت ساکن، یکی واقع در نقطه شروع آزمایش (روشن شدن لامپ)، و دیگری واقع در محلی که آزمایش پایان می پذیرد (رسیدن نور به محل لامپ) اندازه می گیرد. بنابراین، او اعداد يك ساعت متحرک (ساعت مسافر) را با اعداد دو ساعت ساکن مقایسه می کند. برای ناظر S ، پرتو نور يك مسیر مورب را، که در شکل ۴.۲ ج نشان داده شده است، طی می کند. در نتیجه، پرتو نور برای ناظر روی زمین مسیر طولانیتری را طی می کند تا برای مسافر (قبلاً دیدیم که فاصله های عرضی برای هر دو ناظر یکی هستند). چون سرعت نور در هر دو چارچوب یکسان است، مدت زمان بین عزیمت و بازگشت پرتو نور برای ناظر روی زمین بیشتر است تا برای مسافر. ناظر روی زمین نتیجه می گیرد که ساعت مسافر کندکار می کند (ر. ک. شکل ۴.۲ و ۴.۲د). نتیجه کمی فوراً از قضیه فیثاغورث به دست می آید، زیرا

$$\Delta t' = \frac{2BD}{c} \quad ; \quad \Delta t = \frac{AB+BC}{c}$$

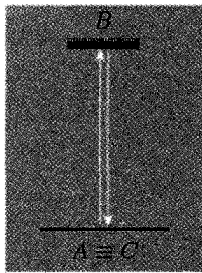
اما داریم

$$(BD)^2 = (AB)^2 - (AD)^2 = (BC)^2 - (DC)^2$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t'}{\Delta t} &= \frac{2BD}{AB+BC} = \frac{2\sqrt{(AB)^2 - (AD)^2}}{2AB} = \sqrt{1 - \left(\frac{AD}{AB}\right)^2} \\ &= \sqrt{1 - v^2/c^2} \end{aligned} \quad (2-13)$$

در اینجا AD فاصله افقی طی شده، با سرعت v ، در مدت زمانی است که نور با سرعت c طول وتر را طی می کند. این نتیجه با معادلات (۲-۱۱) و (۲-۱۲) که قبلاً به طریق صورتی تری به دست آمدند یکسان است.



(الف)

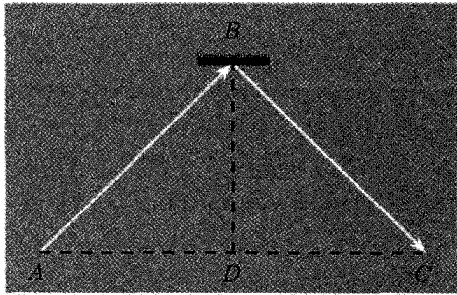


$A(\equiv C)$



$C(\equiv A)$

(ب)



(د)



A



C

(د)

شکل ۴.۲ (الف) مسیر پرتو نور از نظر مسافر در چارچوب S' . B آینه‌ای در سقف است. در این چارچوب A و C یک نقطه مشترک، یعنی، لامپ فلاش هستند. (ب) قرائتهای ساعت مسافر در شروع و پایان رویداد که بازه زمانی را در ساعت متحرک (چارچوب S') تعیین می‌کنند. (ج) مسیر پرتو نور از نظر ناظر زمین (چارچوب S) A و C مکانهای لامپ فلاش در شروع و پایان رویداد هستند که، در اثر حرکت قطار با سرعت v به طرف راست، در این چارچوب متفاوت اند. (د) قرائتهای دو ساعت ساکن (همزمان شده) واقع در محل شروع رویداد (A) و پایان آن (C) (در چارچوب S).

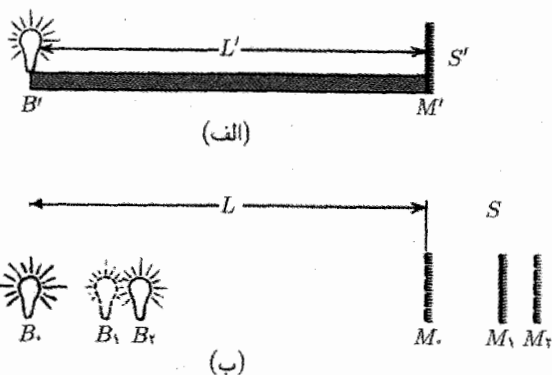
(ج) مقایسه طولهای موازی با حرکت نسبی

در ساده‌ترین اثبات انقباض طول، از نتیجهٔ اتساع زمان که در بالا به دست آمد استفاده می‌شود و مستقیماً نشان داده می‌شود که انقباض طول یک نتیجهٔ ضروری از اتساع زمان است. مثلاً، دو ناظر لخت متفاوت را در نظر بگیریم که می‌خواهند طول سکوی ایستگاه را اندازه بگیرند. یکی از آنها در قطاری که با سرعت v یکنواخت از ایستگاه عبور می‌کند نشسته است و دیگری در ایستگاه ساکن است. ناظر زمینی این طول را برابر با L اندازه می‌گیرد و ادعا می‌کند که مسافر این فاصله را در مدت L/v طی کرده است. این بازهٔ زمانی، Δt ، یک بازهٔ زمانی غیر ویژه است، زیرا رویدادهای مشاهده شده (ورود مسافر به ابتدای سکوی ایستگاه و خروج او از انتهای دیگر) در دو مکان متفاوت از چارچوب زمینی (S) اتفاق می‌افتند و زمان آنها توسط دو ساعت متفاوت اندازه‌گیری می‌شود ولی مسافر مشاهده می‌کند که سکو به او نزدیک می‌شود و از او دور می‌شود و می‌بیند که هر دو رویداد در یک مکان از چارچوب او (S') اتفاق می‌افتند، یعنی ساعت (مثلاً ساعت مچی) او در مکانی که هر دو رویداد اتفاق می‌افتند قرار دارد. او یک بازهٔ زمانی ویژه $\Delta t'$ را اندازه می‌گیرد که همان‌طور که دیدیم (معادلهٔ ۲-۱۳)، توسط $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2}$ به Δt ارتباط پیدا می‌کند. اما $\Delta t = L/v$ و در نتیجه $\Delta t' = L \sqrt{1 - v^2/c^2}$. مسافر ادعا می‌کند که سکو با همان سرعت v نسبت به او حرکت می‌کند و بنابراین فاصلهٔ ابتدا تا انتهای سکو را برابر با $v \Delta t'$ اندازه می‌گیرد. در نتیجه طول سکو برای او برابر است با $L' = v \Delta t' = L \sqrt{1 - v^2/c^2}$. این همان نتیجهٔ انقباض طول است. یعنی، طول موازی با حرکت یک جسم متحرک، در چارچوبی که جسم نسبت به آن با سرعت v حرکت می‌کند، برابر است با $L \sqrt{1 - v^2/c^2}$ که در آن L طول سکون جسم است.

یک اثبات دیگر انقباض طول، گرچه قدری پیچیده‌تر است، مستقیماً به تعبیری از آزمایش مایکلسون - مورلی مربوط می‌شود. میله‌ای را در نظر بگیرید که نسبت به چارچوب S' ساکن است و طول (سکون) آن را در این چارچوب L' بنامید. (خاطر نشان کنیم که در این مثال میله نسبت به S' ساکن است در صورتی که در مثال قبلی، سکو نسبت به S ساکن بود. چون در نسبیت قوانین باید مستقل از چارچوب مرجع مورد استفاده باشند، باید باهم به همان نتیجهٔ فیزیکی برسیم - یعنی، ناظری که می‌بیند میله حرکت می‌کند باید طول آن را کوتاه‌تر از طول سکون آن اندازه بگیرد - خواهیم دید که ناظر S در این مثال طول را کوتاه‌تر می‌بیند، که با اصل نسبیت سازگار است.) در یک انتهای میله یک لامپ فلاش و در انتهای دیگر آن یک آینه قرار می‌دهیم (رک. شکل ۵.۲ الف). ناظر S' مدت زمان رفت و برگشت نور از فلاش به آینه و بالعکس را اندازه می‌گیرد. این بازهٔ زمانی، $\Delta t' = 2L'/c$ ، یک بازهٔ زمانی ویژه است، زیرا توسط یک ساعت در یک مکان اندازه‌گیری می‌شود. این سلسله رویدادها از نظر چارچوب S چگونه خواهد بود؟ (می‌توان چارچوب S را چارچوب تاریخی اتر که تداخل سنج مایکلسون، یعنی چارچوب S' ، در داخل آن با سرعت v حرکت می‌کند، در نظر گرفت.) در مدتی که تب نوری از یک انتهای

میله به انتهای دیگری می‌رود و برمی‌گردد میله به طرف راست حرکت می‌کند (شکل ۵.۲ ب). اکنون Δt_1 ، زمان رسیدن نور به آینه را حساب می‌کنیم. تب نوری باید نه تنها فاصله L (طول میله در S)، بلکه همچنین فاصله $v\Delta t_1$ را که آینه در این مدت به سمت راست حرکت کرده است طی کند. چون سرعت نور در این چارچوب نیز برابر c است، خواهیم داشت $\Delta t_1 = (L + v\Delta t_1)/c$ یا $\Delta t_1 = L/(c - v)$. حال Δt_2 ، مدت زمان برگشت نور از آینه به لامپ را حساب می‌کنیم. در این حالت فاصله‌ای که تب نوری می‌پیماید به اندازه فاصله‌ای که لامپ در این مدت به طرف راست حرکت کرده است کوتاهتر از L است. بنابراین، $\Delta t_2 = (L - v\Delta t_2)/c$ یا $\Delta t_2 = L/(c + v)$. زمان کل رفت و برگشت، در چارچوب S ، عبارت است از

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2cL}{c^2 - v^2} = \frac{(2L/c)}{(1 - v^2/c^2)}$$



شکل ۵.۲ (الف) میله به طول L' در S' ساکن است. لامپ B در یک سر و آینه M' در سر دیگر میله قرار دارد. (ب) مکانهای متوالی لامپ و آینه در چارچوب S ، وقتی که ضمن حرکت میله، که طول آن L است و با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کند، تب نوری B_0 را ترک می‌کند و پس از بازتاب از آینه M_1 به B_2 بازمی‌گردد.

این یک بازه زمانی غیر ویژه است زیرا توسط دو ساعت واقع در دو مکان متفاوت در S (در B_0 و B_2) اندازه‌گیری شده است. رابطه بین بازه‌های زمانی ویژه و غیر ویژه این دو رویداد (صدور و دریافت نور فلاش) با معادله (۲-۱۳)، $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2}$ ،

داده می‌شود. اگر به جای $\Delta t'$ مقدار آن، $\gamma L'/c$ ، و به جای Δt مقدار آن، $\frac{\gamma L/c}{1-v^2/c^2}$ را قرار دهیم خواهیم داشت

$$\frac{\gamma L'}{c} = \frac{\gamma L}{c} \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-v^2/c^2}$$

که از آن نتیجه می‌شود

$$L = L' \sqrt{1-v^2/c^2} \quad (2-14)$$

طول میله‌ای که طول سکون آن L' است در چارچوبی که به موازات میله و با سرعت v نسبت به آن حرکت می‌کند برابر $L' \sqrt{1-v^2/c^2}$ است.

(د) اختلاف فاز در همزمان کردن ساعتها

دانشجو به خاطر دارد که معادله تبدیل لورنتس برای زمان (ر. ک. معادلات (۲-۷) و (۲-۸)) می‌تواند به صورت

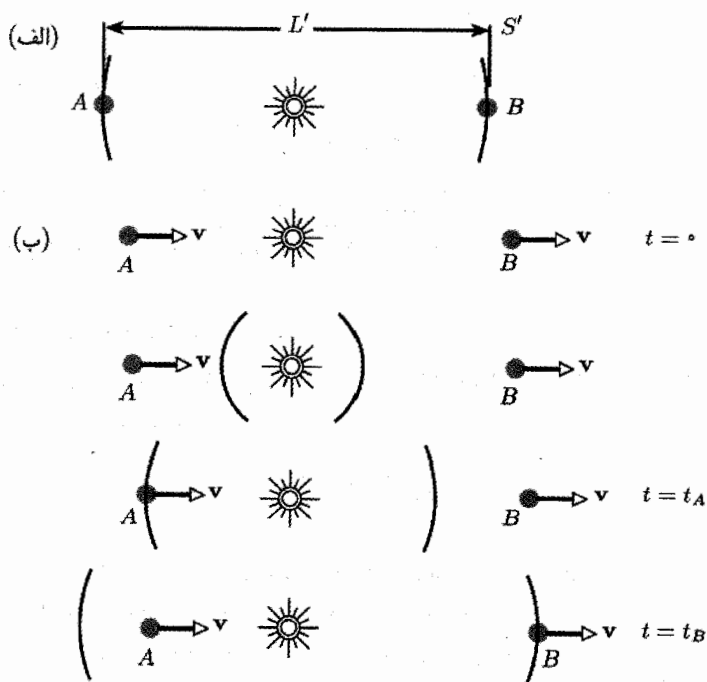
$$t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

نوشته شود. در اینجا می‌خواهیم یک تعبیر فیزیکی از عبارت $\gamma v x'/c^2$ که آن را اختلاف فاز می‌نامیم، ارائه دهیم. دو ساعت را در یک چارچوب همزمان می‌کنیم. می‌خواهیم ببینیم که ناظر چارچوب دیگر در مورد این فرایند چه نتیجه‌ای می‌گیرد.

دو ساعت، A و B ، در نظر بگیریم که نسبت به چارچوب S' ساکن‌اند و فاصله آنها در این چارچوب L' است. یک لامپ فلاش درست در وسط آنها قرار می‌دهیم و به ناظرهایی که کنار ساعتها هستند می‌گوییم که وقتی نور فلاش به آنها رسید ساعت خود را روی $t' = 0$ میزان کنند (ر. ک. شکل ۶.۲ الف). این یک روش مورد قبول برای همزمان کردن دو ساعت جدا از هم می‌باشد (ر. ک. بخش ۱.۲). اکنون از ناظر چارچوب S ، که برای او ساعت‌های A و B با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کنند (شکل ۶.۲ ب). به این فرایند همزمانی نگاه کنیم.

برای ناظر S فاصله دو ساعت $L' \sqrt{1-v^2/c^2}$ خواهد بود و او بترتیب رویداد - های زیر را مشاهده می‌کند: نور از فلاش گسیل می‌شود و نقطه وسط را در تمام جهات با سرعت c ترک می‌کند. در حالی که جبهه موج با سرعت c به پیش می‌رود ساعتها با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کنند. ساعت A قبل از ساعت B نور فلاش را دریافت می‌کند و ناظر A ساعت خود را روی $t' = 0$ میزان می‌کند (شکل سوم از مجموعه (ب)). در نتیجه، تا آنجا که به ناظر S مربوط می‌شود، ساعت خود را قبل از B روی صفر قرار می‌دهد و

بدین ترتیب میزان کردن ساعت‌های پریم دار، برای ناظر بدون پریم، همزمان به نظر نمی‌رسد. در اینجا دوباره به نسبی بودن همزمانی بر می‌خوریم، یعنی، ساعت‌های چارچوب پریم دار از نظر ناظر بدون پریم، که درست همان روش را برای همزمان کردن ساعت‌های خود به کار می‌برد، همزمان نیستند.



شکل ۶.۲ (الف) یک تب نوری که از نقطه وسط ساعت‌های A و B ، که در چارچوب S ساکن هستند و به اندازه L' از یکدیگر فاصله دارند، فرستاده شده است به طور همزمان به A و B می‌رسند. (ب) ترتیب رویدادها از نظر چارچوب S' ، که در آن ساعت‌ها به فاصله L از یکدیگر قرار دارند و با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کنند.

تفاوت اعدادی که ساعت‌های S' نشان می‌دهند از نظر ناظر S چقدر است؟ فرض کنیم ناظر S در لحظه $t = 0$ می‌بیند که فلاش روشن می‌شود. در نتیجه، وقتی تب نوری در $t = t_A$ به ساعت A می‌رسد خواهیم داشت

$$ct_A = (L'/2) \sqrt{1 - v^2/c^2} - vt_A$$

یعنی، فاصله‌ای که تب نوری طی می‌کند تا به A برسد از فاصله اولیه لامپ تا A به اندازه

فاصله ای که A در این مدت به طرف راست حرکت کرده است کوتاهتر است. وقتی که، بعداً، تپ نوری در $t = t_B$ به B می‌رسد (شکل چهارم از مجموعه (ب)) خواهیم داشت $ct_B = (L'/\gamma)\sqrt{1-v^2/c^2} + vt_B$. فاصله ای که تپ طی می‌کند تا به B برسد از فاصله اولیه لامپ تا B به اندازه فاصله ای که B در این مدت به طرف راست طی کرده است زیادتر است. بنابراین بر طبق اندازه گیری ساعتها در S ، بازه زمانی بین میزان کردن ساعت‌های S' و S صفر برابر است با

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{L'\sqrt{1-v^2/c^2}/\gamma}{c-v} - \frac{L'\sqrt{1-v^2/c^2}/\gamma}{c+v}$$

یا

$$\Delta t = \frac{L'v\sqrt{1-v^2/c^2}}{c^2-v^2}$$

اما، در مدت این بازه زمانی، ناظر S مشاهده می‌کند که ساعت A به نسبت عوامل $\sqrt{1-v^2/c^2}$ کندتر کار می‌کند (چون «ساعت‌های متحرک کندکار می‌کنند»). بنابراین از نظر ناظر S ، وقتی که ساعت B بروی زمان $t' = 0$ میزان می‌شود، ساعت A عدد

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1-v^2/c^2} = \frac{L'v(1-v^2/c^2)}{c^2-v^2} = \frac{L'v}{c^2}$$

را نشان خواهد داد.

نتیجه این می‌شود که ناظر S درمی‌یابد که ساعت‌های S' همزمان نیستند و ساعت A به اندازه $L'v/c^2$ جلوتر است. هر چه L' ، فاصله بین دو ساعت در چارچوب پریم‌دار، بیشتر باشد عقب ماندگی ساعت B ، از نظر چارچوب بدون پریم در یک لحظه معین، بیشتر خواهد بود. این نتیجه با معادله تبدیل لورنتس برای زمان کاملاً مطابقت دارد.

در نتیجه، تمام جنبه‌های معادلات تبدیل لورنتس، که در بخش ۲.۲ به طور صوری و مستقیماً از اصول موضوع نسبت به دست آمدند، می‌توانند به طریق فیزیکی تری از فرایندهای اندازه گیری که، البته، اصولاً طوری انتخاب شده‌اند که با آن اصول موضوع در توافق باشند، به دست آیند.

▲ **مثال ۲.** چرا این واقعیت که همزمانی یک مفهوم مطلق نیست غیر منتظره است؟ برای اینکه سرعت نور در مقایسه با سرعت‌های معمولی خیلی زیاد است. دو مورد زیر را، که نسبت به تعویض مختصات زمانی و مکانی قرینه هستند، در نظر بگیرید. مورد ۱: ناظر S' مشاهده می‌کند که دو رویداد در یک مکان ولی در دو زمان متفاوت رخ می‌دهند و ناظر S اعلام می‌کند که این دو رویداد در دو مکان متفاوت رخ داده‌اند. مورد ۲: S' مشاهده می‌کند که دو رویداد در یک زمان ولی در دو مکان متفاوت اتفاق افتاده‌اند

و ناظر S اعلام می کند که این دورویداد در دو زمان متفاوت به وقوع پیوسته اند. مورد ۱ براحتی براساس تجربیات روزمره قابل قبول است. اگر مردی (S') که در قطار متحرکی نشسته است دو سیگار، یکی ده دقیقه بعد از دیگری روشن کند، این رویدادها در یک مکان از چارچوب مرجع او (قطار) اتفاق افتاده اند. با این وجود، یک ناظر زمینی (S)، ادعا می کند که این رویدادها در مکانهای متفاوتی از چارچوب او (زمین) اتفاق افتاده اند. مورد ۲ را، با اینکه درست است، نمی توان براحتی برمبنای تجربیات روزمره مورد تأیید قرار داد. فرض کنیم S' ، که در وسط یک واگن متحرک نشسته است، مشاهده می کند که دومرد در دو طرف واگن، سیگارهای خود را به طور همزمان روشن کنند. ناظر زمینی S ، که مراقب حرکت واگن است، ادعا می کند (اگر بتواند اندازه گیریها را به اندازه کافی دقیق انجام دهد) که مردی که در عقب واگن است سیگار خود را کمی زودتر از مردی که در جلو آن است روشن کرده است. همان طور که اکنون نشان خواهیم داد، اینکه سرعت نور در مقایسه با سرعتهای اجسام بزرگ معمولی بسیار بزرگ است باعث می شود مورد ۲ از لحاظ شهودی کمتر از مورد ۱ قابل قبول به نظر بیاید.

(الف) در مورد ۱ فرض کنیم که بازه زمانی در S' ده دقیقه است، بازه مکانی که ناظر S مشاهده می کند چقدر است؟ (ب) در مورد ۲ فرض کنیم که بازه مکانی در S' بیست و پنج متر است، بازه زمانی مشاهده شده به وسیله S چقدر است؟ v را برابر با 20 m/sec ، یا $\beta = v/c = 6.6 \times 10^{-8}$ ، در نظر بگیرید.

(الف) از معادلات (۲-۸) خواهیم داشت

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

اما داریم $x_2' = x_1'$ و $t_2' - t_1' = 10\text{ min}$ بنابراین

$$x_2 - x_1 = \frac{(20\text{ m/sec})(10\text{ min})}{\sqrt{1 - (6.6 \times 10^{-8})^2}} = 12000\text{ m} = 12\text{ km}$$

این نتیجه به سهولت پذیرفته می شود. چون مخرج کسرفوق برای تمام منظورهی عملی برابر بایک است. این نتیجه، حتی از نظر عددی، آن چیزی است که از معادلات گالیله انتظار خواهیم داشت.

(ب) از معادلات (۲-۸) داریم

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{(v/c^2)(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

داشته ایم $t_2' = t_1'$ و $x_2' - x_1' = 25\text{ m}$ بنابراین

$$t_2 - t_1 = \frac{[(20 \text{ m/sec}) / (300 \times 10^8 \text{ m/sec})^2] (25 \text{ m})}{\sqrt{1 - (606 \times 10^{-8})^2}} = 5.6 \times 10^{-15} \text{ sec}$$

نتیجه، برخلاف آنچه که از فیزیک کلاسیک انتظار می‌رود، صفر نیست. ولی این بازه زمانی به قدری کوتاه است که به سختی می‌توان به طور تجربی نشان داد که واقعاً صفر نیست.

اگر عبارتهای مربوط به $x_2 - x_1$ و $t_2 - t_1$ را مقایسه کنیم می‌بینیم که v به صورت عاملی در جمله دوم عبارت اول و (v/c^2) به صورت عاملی در جمله دوم عبارت دوم ظاهر می‌شود. بنابراین مقدار نسبتاً بزرگ c مورد ۱ را در داخل محدوده تجربی‌های معمولی، ولی مورد ۲ را در خارج از این محدوده قرار می‌دهد. در مثال زیر محدوده‌ای را در نظر می‌گیریم که در آن پدیده‌های نسبیتی باسانی قابل مشاهده باشند.

مثال ۳. در بین ذرات با انرژی زیاد ذرات بارداری به نام پیون وجود دارند که جرم آنها بین جرم الکترون و جرم پروتون و بار الکتریکی آنها مثبت یا منفی است. این ذرات را می‌توان از بیماران هدف مناسبی به وسیله پروتونهای با انرژی زیاد در یک شتاب دهنده به وجود آورد. پیونها هدف را با سرعتی نزدیک به سرعت نور ترك می‌کنند. معلوم شده است که پیونها رادیوآکتیو هستند و وقتی به حال سکون آورده شوند نیمه عمر آنها برابر 1.77×10^{-8} ثانیه اندازه گیری می‌شود. یعنی، نصف تعداد موجود در هر لحظه پس از 1.77×10^{-8} ثانیه واپاشیده می‌شوند. نتیجه به دست آمده این است که شدت یک باریکه پیون هوازی شده که با سرعت $0.99c$ هدف را ترك می‌کند پس از طی ۳۹ متر به نصف مقدار اولیه خود تقلیل می‌یابد. (الف) آیا این نتایج سازگارند؟

اگر نیمه عمر را $1.77 \times 10^{-8} \text{ sec}$ و سرعت را $v = 2.97 \times 10^8 \text{ m/sec}$ ($0.99c$) بگیریم فاصله طی شده‌ای که در آن نصف پیونهای این باریکه از بین می‌روند عبارت است از

$$d = vt = 2.97 \times 10^8 \text{ m/sec} \times 1.77 \times 10^{-8} \text{ sec} = 5.23 \text{ m}$$

این نتیجه با 39 m که از اندازه گیری مستقیم به دست آمده است تناقض دارد. (ب) نشان دهید که چگونه اتساع زمان این اندازه گیریها را توجیه می‌کند. اگر اثرات نسبیتی وجود نمی‌داشت نیمه عمر اندازه گیری شده پیونها چه در حال سکون و چه در حال حرکت یکی می‌بود (مثل فرضی که در قسمت الف کردیم). ولی در نسبیت، نیمه عمرهای ویژه و غیر ویژه با رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند

$$\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

در این حالت نیمه عمر ویژه، یا به عبارت دیگر، بازه زمانی اندازه گیری شده توسط

ساعت متصل به پیون، یعنی، در یک مکان از چارچوب سکون پیون، برابر با 1.77×10^{-8} ثانیه است. ولی در چارچوب آزمایشگاه پیونها با سرعت زیادی حرکت می کنند و این بازه زمانی (غیر ویژه) طولانیتر خواهد بود (ساعتهای متحرک کند کار می کنند). نیمه عمر غیر ویژه که به وسیله دو ساعت متفاوت در چارچوب آزمایشگاه اندازه گیری می شود، عبارت خواهد بود از

$$\Delta t = \frac{1.77 \times 10^{-8} \text{ sec}}{\sqrt{1 - (0.99)^2}} = 1.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

این نیمه عمر مختص چارچوب آزمایشگاه است. پیونهایی که این قدر عمر می کنند در این مدت، با سرعت $0.99c$ ، فاصله زیر را طی می کنند

$$d = 0.99c \times \Delta t = 2.97 \times 10^8 \text{ m/sec} \times 1.3 \times 10^{-7} \text{ sec} = 39 \text{ m}$$

درست همان مقداری که در آزمایشگاه اندازه گیری شده است.

(ج) نشان دهید چگونه انقباض طول اندازه گیریها را توجیه می کند.

در قسمت (الف) طول (39 m) را در چارچوب آزمایشگاه و زمان (1.77×10^{-8} sec) را در چارچوب پیون اندازه گیری کردیم و آنها را به طور ناصحیحی بهم ربط دادیم. در قسمت (ب) طول (39 m) و زمان (1.3×10^{-7} sec) را در چارچوب آزمایشگاه اندازه گرفتیم. حال اندازه گیریهای طول و زمان را در چارچوب پیون انجام می دهیم.

نیمه عمر پیون در چارچوب متصل به آن، یعنی، زمان ویژه 1.77×10^{-8} sec را از قبل می دانیم. فاصله ای که پس از طی آن شدت باریکه پیون به نصف مقدار اولیه آن می رسد چقدر است؟ اگر ما روی پیون نشسته بودیم، فاصله آزمایشگاهی 39 m به نظر ما خیلی کوتاهتر می رسید چون که آزمایشگاه با سرعت $0.99c$ نسبت به ما (پیون) حرکت می کرد. در واقع ما فاصله

$$d' = d \sqrt{1 - v^2/c^2} = 39 \sqrt{1 - (0.99)^2}$$

را اندازه می گرفتیم. زمان لازم برای طی این فاصله عبارت است از $d'/0.99c$ ، یعنی،

$$\Delta \tau = \frac{39 \text{ m} \sqrt{1 - (0.99)^2}}{0.99c} = 1.77 \times 10^{-8} \text{ sec}$$

که درست همان نیمه عمر اندازه گیری شده در دستگاه پیون است.

این مثال واقعیت فیزیکی پیشگوییهای نسبیتی اتساع زمان یا انقباض طول (بسته به این یا آن چارچوب انتخابی) را نشان می دهد. هر پیون دارای یک ساعت است که زمان ویژه و اِپاشی τ را اندازه می گیرد، اما زمان و اِپاشی اندازه گیری شده توسط ناظر آزمایشگاهی خیلی بزرگتر است. به بیان دیگر، پیون متحرک فاصله های آزمایشگاهی

را منقبض شده می بیند و در مدت زمان ویژه و پاشی خود می تواند فاصله های آزمایشگاهی را که بزرگتر از فاصله های اندازه گیری شده چارچوب خود او هستند ببیند. توجه کنید که در ناحیه $v \ll c$ ، اثرات نسبیتی بزرگ اند. در اینکه در مثال ما، فاصله یا $39m$ است یا $53m$ هیچ تردیدی وجود ندارد. اگر زمان ویژه قابل اعمال به چارچوب آزمایشگاه می بود، زمان پیمایش $39m$ $(10^{-7} \text{ sec} \times 10^3)$ متناظر با هفت نیمه عمر می شد (یعنی $7 \cong 10^{-8} \text{ sec} \times 10^3 / 10^{-7} \text{ sec} \times 10^3$)، و به جای اینکه شدت باریکه پيون پس از طی فاصله $39m$ به نصف مقدار اولیه خود تقلیل بیاید به $(1/2)^7$ یا $1/128$ شدت اولیه اش تقلیل می یافت. چنین تفاوت هایی با سانی قابل آشکار سازی هستند.

این مثال به هیچ وجه يك نتیجه منحصر به فرد نیست (به عنوان مثال، ر. ک. مسائل ۲۷ تا ۳۰ و مرجع ۴). در فیزیک انرژی های زیاد تمام اندازه گیری های سینماتیکی (یا دینامیکی) با نتایج انقباض طول و اتساع زمان سازگارند. خود آزمایشها و شتاب دهنده ها با در نظر گرفتن اثرات نسبیتی طرح ریزی شده اند. در واقع، نسبت يك قسمت عادی از فیزیک و مهندسی روزمره دنیای سرعت های بزرگ را تشکیل می دهد.

▲ **مثال ۴.** می توانستیم طول يك میله متحرك را به صورت حاصل ضرب سرعت آن در بازه زمانی بین لحظه ای که يك سر میله از مقابل يك نشانه ثابت عبور می کند و لحظه ای که سردیگر آن از مقابل همین نشانه عبور می کند تعریف کنیم. نشان دهید که این تعریف نیز به نتیجه انقباض طول، معادله $(2 - 10)$ ، منجر می شود. فرض کنیم میله در چارچوب پریم دار ساکن است. بنا بر این

$$x_2' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{و} \quad x_1' = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

که در آنها x_1' و x_2' دوسر میله هستند که طول ویژه آن $x_2' - x_1'$ است. مکانهای دوسر میله در چارچوب بدون پریم عبارت اند از x_1 و x_2 که بترتیب در زمانهای t_1 و t_2 اندازه گیری شده اند. اما، چون نشانه فوق ثابت است، داریم $x_2 = x_1$ ، یعنی در يك نقطه از چارچوب S می ایستیم و میله را که از جلوی ما عبور می کند نگاه می کنیم. در نتیجه

$$x_2 = x_1$$

بنا بر این

$$x_2' \sqrt{1 - \beta^2} + vt_2 = x_1' \sqrt{1 - \beta^2} + vt_1$$

یا

$$t_1 - t_2 = \frac{(x_2' - x_1') \sqrt{1 - \beta^2}}{v}$$

طول مطابق تعریف برابر است با $v(t_1 - t_2)$ ، و با توجه به رابطه فوق خواهیم داشت

$$v(t_1 - t_2) = (x_2' - x_1') / \sqrt{1 - \beta^2}$$

که همان انقباض طول ویژه، $x_2' - x_1'$ ، است که در معادله (۲ - ۱۰) داده شده است.

۵.۲ ناظر در نسبیت

در نسبیت عبارات کوتاه زیادی وجود دارد که براحتی می توانند برای کسانی که وارد نیستند بد تفهیم شوند. مثلاً، جمله «ساعت متحرك كند كار می كند» به این معنی است که ساعتی که با سرعت یکنواخت نسبت به یک چارچوب لخت شامل ساعت‌های همزمان شده حرکت می کند وقتی توسط این ساعتها سنجیده شود کندکاری کند. ما یک ساعت متحرك را با دو ساعت ساکن همزمان شده مقایسه می کنیم. کسانی که برای جمله فوق معنی دیگری در نظر می گیرند غالباً به اشکالاتی برمی خورند.

همچنین، اغلب اوقات به کلمه «ناظر» برمی خوریم. معنی این کلمه نیز کاملاً روشن است، اما ممکن است بد تعبیر شود. ناظر در واقع، مجموعه پهنایت ساعت است که در سراسر فضا توزیع شده اند و نسبت به هم ساکن و با یکدیگر همزمان هستند. مختصات فضا-زمانی یک رویداد (x, y, z, t) توسط ساعتی که در محل رویداد (x, y, z) در زمان وقوع آن (t) قرار دارد ثبت می شود. اندازه گیری‌هایی که به این ترتیب در سراسر فضا-زمان ثبت شده اند و آنها را اندازه گیری‌های موضعی می نامیم می توانند توسط یک آزمایش کننده انتخاب و تجزیه و تحلیل شوند. بنابراین می توان ناظر را آزمایش کننده‌ای دانست که اندازه گیری‌های انجام شده به این طریق را جمع آوری می کند. هر چارچوب لخت دارای یک چنین مجموعه‌ای از ساعت‌های ثبت کننده، یا چنین ناظری است. روابط بین مختصات فضا-زمانی یک رویداد فیزیکی که توسط ناظر S اندازه گیری می شود و مختصات فضا-زمانی همین رویداد که توسط ناظر دیگر S' اندازه گیری می شود، معادلات تبدیل نامیده می شوند. یک تصور غلط از کلمه «ناظر» ناشی از اشتباه «اندازه گرفتن» با «دیدن» است. به عنوان مثال، برای مدت‌ها تصور می شد که انقباض نسبیتی طول باعث خواهد شد که طول اجسام متحرك سریع در امتداد حرکتشان کوتاهتر به چشم بیاید. اندازه گیری همزمان مکان تمام نقاط جسم تصویر «حقیقی» آن را، مطابق با کاربردی که از کلمه «ناظر» در نسبیت داریم، به ما خواهد داد. اما به گفته وایسکوف [۵]،

«وقتی شیئی را می بینیم یا از آن عکس می گیریم، کوانتومهای نوری گسیل شده از جسم را که به طور همزمان به شبکیه چشم یا فیلم عکاسی می رسند ثبت می کنیم. این مسئله ایجاب می کند که این کوانتومهای نوری از تمام نقاط جسم به طور همزمان گسیل نشده باشند. نقاطی که از ناظر دورترند سهم کوانتومهای خود در تصویر را زودتر از نقاطی که نزدیکتر هستند فرستاده اند. در نتیجه، اگر جسم در حرکت باشد، چشم یا دوربین عکاسی، تصویر

و اپیچیده‌ای از جسم خواهد داشت، زیرا وقتی قسمتهای مختلف جسم، نوری را که در عکس دیده می‌شود گسیل می‌کردند جسم در مکانهای مختلفی بوده است.»

بنابراین، برای مقایسه با پیشگوییهای نسبیتی نخست باید زمان پرواز کوانتومهای نوری را از قسمتهای مختلف جسم به چشم یا دوربین عکاسی در نظر بگیریم. بدون این توضیح، یک واپیچیدگی، هم مربوط به اثرات اپتیکی و هم مربوط به اثرات نسبیتی، خواهیم دید. بدین معنی، انقباض لورنتس، بخصوص برای عکسهایی که عمود بر جهت حرکت اجسام بزرگ و سریع از آنها گرفته شده‌اند، قابل رؤیت است (رک. مرجع ۶). اما در نسبیت واژه «ناظر» به معنی «نگاه‌کننده» نیست و ما از این پس آن را به همین معنی «اندازه‌گیرنده» به کار خواهیم برد.

۶.۲ جمع نسبیتی سرعتها

اگر قطاری را که با سرعت v نسبت به زمین و مسافری در قطار را که با سرعت u' نسبت به آن حرکت می‌کند در نظر بگیریم، در فیزیک کلاسیک، سرعت مسافر نسبت به زمین، u ، درست برابر با جمع برداری این دو سرعت خواهد بود (رک. معادله ۱-۵)، یعنی،

$$u = u' + v \quad (۱۵-۲)$$

این درست همان قضیه کلاسیک، یا گالیله‌ای جمع سرعتها است. اما در نظریه نسبیت خاص سرعتها به چه طریق با یکدیگر جمع می‌شوند؟

در حال حاضر حالت خاصی را، که در آن تمام سرعتها در راستای مشترک $x - x'$ دو چارچوب لخت S و S' هستند، در نظر بگیریم. فرض کنیم S چارچوب زمین و S' چارچوب قطاری باشد که با سرعت v نسبت به زمین حرکت می‌کند (شکل ۷.۲). سرعت مسافر در چارچوب S' برابر با u' ، و مکان او در قطار، با گذشت زمان، به صورت $x' = u't'$ داده می‌شود. سرعت مسافر نسبت به زمین چقدر است؟ با استفاده از معادلات تبدیل لورنتس (معادلات ۲-۷) خواهیم داشت

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = u't' \quad \text{و} \quad t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

از ترکیب این روابط نتیجه می‌شود

$$x - vt = u' \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

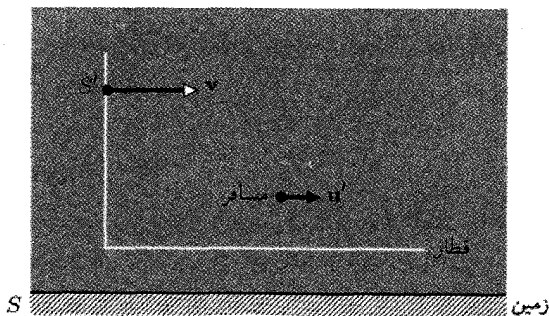
که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$x = \frac{(u' + v)}{1 + u'v/c^2} t. \quad (۱۶-۲)$$

اگر سرعت مسافر نسبت به زمین را u بنامیم، مکان او، با گذشت زمان، نسبت به زمین از رابطه $x = ut$ به دست می آید. با مقایسه این رابطه با معادله (۲-۱۶) خواهیم داشت

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad (2-17)$$

این رابطه، قضیه جمع نسبیتی، یا اینشتینی سرعتها است.



شکل ۷.۲ طرحواره دستگاهی که برای به دست آوردن معادلات جمع نسبیتی سرعتها به کار می رود.

اگر u' و v در مقایسه با c خیلی کوچک باشند، معادله (۲-۱۷) به معادله کلاسیک (۲-۱۵)، $u = u' + v$ ، تبدیل می شود، زیرا در این حالت جمله دوم مخارج معادله (۲-۱۷) در مقابل ۱ قابل صرف نظر کردن است. از طرف دیگر، اگر $u' = c$ باشد، بدون توجه به مقدار v سرعت u همیشه برابر با c خواهد بود. البته $u' = c$ به این معنی است که «مسافر» ما یک تپ نوری است، و می دانیم یکی از فرضیهایی که برای به دست آوردن معادلات تبدیل به کار رفته بود درست همین نتیجه بود، یعنی اینکه سرعت نور برای تمام ناظرها c است. به طور صوری، با فرض $u' = c$ خواهیم داشت

$$u = \frac{c + v}{1 + vc/c^2} = \frac{(c + v)c^2}{(c + v)c/c} = c.$$

در نتیجه، هر سرعتی (کمتر از c) که به طور نسبیتی با c جمع شود نتیجه c به دست می آید. از این لحاظ، c همان نقشی را در نسبیت بازی می کند که سرعت بینهایت در مورد کلاسیک.

قضیه جمع اینشتینی سرعتها می تواند برای توجیه نتایج مشاهده شده آزمایشهایی که به منظور امتحان نظریه های مختلف گسیلی در فصل اول در نظر گرفته شده بودند مورد استفاده قرار گیرد. نتیجه اساسی این آزمایشها این است که سرعت نور مستقل از سرعت چشمه آن است. (ر. ک. بخش ۸.۱). قبلا دیدیم که این یک اصل موضوع اساسی نسبیت

است، لذا از مطابقت نسبیت با این آزمایشها تعجبی نخواهیم کرد. اما اگر فقط به معادلات بدون در نظر گرفتن مبنای فیزیکی آنها، نگاه کنیم می توانیم این نتیجه بخصوص را مستقیماً از قضیه جمع سرعتها به دست آوریم. برای این کار چشمه را به عنوان چارچوب S' در نظر می گیریم. سرعت تب (یا موج) نوری در خلا، طبق نظریه های گسیلی، در این چارچوب برابر با c است. بنابراین، سرعت این تب (یا موج) برای ناظر S ، که چشمه نسبت به او در حال حرکت است، با معادله (۲-۱۸) داده می شود، که باز هم برابر با c است. یعنی، همان طور که در بالا ثابت شد، وقتی $u'_x = c$ باشد $u_x = c$ خواهد بود. همچنین از معادله (۲-۱۷) نتیجه می شود که جمع دو سرعت، که هر کدام کوچکتر از c باشند، نمی تواند از سرعت نور بیشتر شود.

▲ **مثال ۵.** در مثال ۲ از فصل اول پیدا کردیم که وقتی دو الکترون از یک نمونه رادیواکتیو در دو جهت مخالف خارج شوند و سرعت هر کدام نسبت به نمونه به $0.67c$ باشد، سرعت هر یک نسبت به دیگری، طبق فیزیک کلاسیک، $1.34c$ خواهد بود. نتیجه نسبیتی به چه صورت خواهد بود؟

می توان یک الکترون را به عنوان چارچوب S ، نمونه رادیواکتیو را به عنوان چارچوب S' و الکترون دیگر را به عنوان جسمی که سرعت آن را در چارچوب S جستجو می کنیم (ر. ک. شکل ۳۰۱) در نظر گرفت. در این صورت

$$u' = 0.67c \quad \text{و} \quad v = 0.67c$$

و

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} = \frac{(0.67 + 0.67)c}{1 + (0.67)^2} = \frac{1.34c}{1.45} = 0.92c$$

دیده می شود که سرعت یک الکترون نسبت به الکترون دیگر کوچکتر از c است. آیا قضیه جمع نسبیتی سرعتها نتیجه مثال ۱ از فصل اول را تغییر می دهد؟ توضیح دهید.

▲ **مثال ۶.** نشان دهید که قضیه جمع اینشتینی سرعتها منجر به ضریب کشش فرنل معادله (۱-۱۲) می شود. در این حالت v_w سرعت آب نسبت به دستگاه و c/n سرعت نور نسبت به آب است. یعنی داریم

$$u' = \frac{c}{n} \quad \text{و} \quad v = v_w$$

در نتیجه سرعت نور نسبت به دستگاه عبارت است از

$$u = \frac{c/n + v_w}{1 + v_w/nc}$$

برای مقادیر کوچک v_w/c (در آزمایشها $v_w/c = 2.3 \times 10^{-8}$) می توان از جمله های درجه دوم v_w/c صرف نظر کرد، بنابراین

$$u \cong \left(\frac{c}{n} + v_w\right) \left(1 - \frac{v_w}{nc}\right) \cong \frac{c}{n} + v_w \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

این درست همان معادله (۱-۱۲)، یعنی اثر مرتبه اول مشاهده شده، است. توجه کنیم که نیازی به فرض هیچ سازوکار «کششی»، یا به اختراع نظریه هایی در مورد برهم کنش بین ماده و «اتر» نیست. این نتیجه یک پیامد غیر قابل احتراز قضیه جمع سرعتها است و توانایی درعین سادگی بیش از حد نسبیت را نشان می دهد.

توجه به این نکته که سرعتهایی بالاتر از c وجود دادند جالب و آموزنده خواهد بود. با اینکه ماده یا انرژی (یعنی علامتها) نمی توانند سرعتی بیش از c داشته باشند، ولی بعضی فرایندهای سینماتیکی می توانند دارای سرعتهای فوق نور باشند (ر.ک. مرجع ۷ و سؤال ۲۶). به عنوان مثال، سرعت جابجایی نقطه تقاطع لبه تیغه های یک قیچی غول آسا، وقتی قیچی را به سرعت می بندیم، ممکن است از c بزرگتر باشد.* در اینجا فقط نقاط هندسی دخالت می کنند و این حرکت یک تصورات، در صورتی که اشیای مادی مورد بررسی (مثلا اتمهای تیغه قیچی) همیشه با سرعتی کمتر از c حرکت می کنند. مثالهای مشابه دیگری در این باره عبارت انداز، جابجایی نقاط برخورد الکترونها با پرده فلوئورسان، وقتی که این پرده توسط یک باریکه الکترونی جاروب می شود، یا نوریک نورافکن وقتی که ابرهای آسمان را جاروب می کند. اما الکترونها یا فوتونهای نور، که حامل انرژی هستند، با سرعتی حرکت می کنند که از c تجاوز نمی کند.

تا اینجا، فقط تبدیل سرعتهای موازی با راستای حرکت نسبی دو چارچوب مرجع (راستای محور $x - x'$) را در نظر گرفته ایم. برای نشان دادن این مطلب باید پایین u و u' در معادله (۲-۱۷)، شاخص x را قرار دهیم، لذا خواهیم داشت

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x(v/c^2)} \quad (2-18)$$

برای سرعتهایی که عمود بر راستای حرکت نسبی هستند، نتیجه قدری پیچیده تر است. جسم متحرکی را در نظر بگیرید که در S' موازی با محور x' حرکت می کند. فرض

* باید یادآوری کرد که این مثال دینامیکی است زیرا با بستن قیچی می توان علامتی را به انتهای آن ارسال کرد. از این لحاظ ذکر آن در اینجا بيمورد است. در واقع این آزمایش ذهنی با مسئله نسبیت صلابت ارتباط دارد؛ در سرعتهای زیاد مفهوم کلاسیک جسم صلب کاربرد ندارد. (م)

کنید این جسم در زمانهای t_1' و t_2' به ترتیب در y_1' و y_2' باشد. بنا بر این سرعت آن در S' برابر است با $u_y' = \Delta y' / \Delta t' = (y_2' - y_1') / (t_2' - t_1')$ برای پیدا کردن سرعت جسم در S از معادلات تبدیل لورنتس استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت

$$y_2' - y_1' = y_2 - y_1$$

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - (x_2 - x_1)v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta t - \Delta x(v/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

بنابراین

$$\frac{\Delta y'}{\Delta t'} = \frac{\Delta y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{\Delta t - \Delta x(v/c^2)} = \frac{(\Delta y / \Delta t) \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right) v/c^2}$$

$\Delta y / \Delta t$ و $\Delta x / \Delta t$ بترتیب u_y و u_x هستند و در نتیجه

$$u_y' = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - u_x(v/c^2)}$$

برای مقایسه با معادله (۲-۱۸)، می‌توان تبدیل معکوس آن را نوشت. کافی است v را به $-v$ تبدیل کنیم و جای کمیات پریم دارو بدون پریم را عوض کنیم، خواهیم داشت

$$u_y = \frac{u_y' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + u_x'(v/c^2)} \quad (2-19)$$

دانشجو همچنین می‌تواند این نتیجه را با پیدا کردن $\Delta y / \Delta t$ ، به جای $\Delta y' / \Delta t'$ که در فوق به دست آمد، مستقیماً به دست آورد (ر. ک. مسئله ۳۱). درست با همین روش می‌توان نتیجه گرفت

$$u_z = \frac{u_z' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + u_x'(v/c^2)} \quad (2-20)$$

در جدول (۲.۲) معادلات تبدیل نسبیتی سرعتها را خلاصه کرده ایم. در بخشهای آینده فرصت بیشتری برای استفاده از این نتایج و تعبیر مفصلتر آنها خواهیم داشت. در حال حاضر به چند جنبه از تبدیلات سرعت عرضی اشاره می‌کنیم. مؤلفه های عمودی، یا عرضی، سرعت یک جسم از نظر ناظر S (یعنی u_y و u_x) هم به مؤلفه های عرضی سرعت در چارچوب S' (یعنی u_y' و u_x') بستگی دارند و هم به مؤلفه موازی آن (یعنی u_x'). علت ساده نبودن این نتیجه آن است که هیچکدام از ناظرها ناظر ویژه نیستند. اما اگر چارچوبی انتخاب کنیم که در آن $u_x' = 0$ باشد، نتایج عرضی خواهند شد

عرضی $u_x = u'_x \sqrt{1 - v^2/c^2}$ و $u_y = u'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}$ دیدیم که برای بازه‌های مکانی عرضی انقباض طول نخواهیم داشت، پس منشأ عامل $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ چیست؟ فقط کافی است خاطر نشان کنیم که در سرعت، که عبارت است از نسبت بازه مکانی به بازه زمانی، مختصه زمانی و در نتیجه اتساع زمان نیز دخالت می‌کند. در واقع، این مورد خاص تبدیل سرعت عرضی یکی از اثرات مستقیم اتساع زمان است.

جدول ۲.۲ معادلات تبدیل نسبیتی سرعتها

$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2}$	$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x v/c^2}$
$u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - u_x v/c^2}$	$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + u'_x v/c^2}$
$u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - u_x v/c^2}$	$u_z = \frac{u'_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + u'_x v/c^2}$

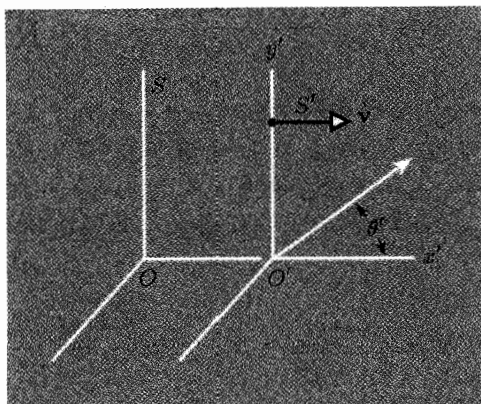
همچنین می‌توان معادلات نسبیتی تبدیل شتابها را با مشتق‌گیری از معادلات تبدیل سرعتها نسبت به زمان به دست آورد (ر. ک. مسئله ۴۲). به‌عنوان مثال، اگر مؤلفه‌های شتاب روی محورهای x و x' را با $a_x = du_x/dt$ و $a'_x = du'_x/dt'$ نمایش دهیم خواهیم داشت

$$a'_x = a_x \frac{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - u_x v/c^2)^3}$$

می‌توان معادلات مشابهی (اما قدری پیچیده‌تر) برای a'_y ، a'_z ، a_y و a_z نیز به دست آورد. جنبه‌های اصلی قابل توجه عبارت‌اند از (۱) شتاب یک ذره بستگی به چارچوب مرجع لختی دارد که در آن اندازه‌گیری می‌شود (برخلاف نتایج گالیله‌ای که در آن $a'_x = a_x$). (۲) وقتی u و v در مقابل c خیلی کوچک باشند نتیجه نسبیتی به نتیجه گالیله‌ای تبدیل می‌شود (وقتی u/c و v/c به سمت صفر میل می‌کنند $a'_x \rightarrow a_x$). باردیگر تأکید می‌کنیم با اینکه در نسبیت خاص چارچوبهای مرجع، لخت (بدون شتاب)‌اند، اجسامی که حرکت آنها را بررسی می‌کنیم می‌توانند نسبت به چنین چارچوبهایی شتاب داشته باشند.

۷.۲ ابیراهی و اثر دوپلر در نسبیت

تا اینجا نشان دادیم که چگونه نسبیت نتایج تجربی آزمایشهای مختلف انتشار نور مندرج در جدول ۲.۱ (از قبیل ضریب کشش فرنل و نتیجه مایکلسون-مورلی) را توضیح می‌دهد و در عین حال نتایج جدیدی را پیشگویی می‌کند که به وسیله تجربه نیز تأیید شده‌اند (اتساع زمان درواپاشی پیونها یا مزونها، که آن هم در جدول ۲.۱ آمده است). در اینجا به استنتاج نتیجه ابیراهی پردازیم. ضمن این کار، به نتیجه جدید دیگری نیز که به وسیله نسبیت پیشگویی شده است و توسط تجربه تأیید شده است، یعنی اثر دوپلر عرضی می‌رسیم.



شکل ۸.۲ یک پرتو، یا قائم موج، از امواج نوری تحت تکفام از مبدأ چارچوب S' گسیل می‌شود. خطوط کوتاه معرف جبهه‌های موجی هستند که به اندازه یک طول موج از هم فاصله دارند. پرتوها در صفحه $x' - y'$ قرار دارند و جهت انتشار با محور x' زاویه θ' می‌سازد.

همان طور که در شکل ۸.۲ نشان داده شده است، یک دسته امواج نوری تحت تکفام با دامنه واحد را که از یک چشمه واقع در مبدأ چارچوب S' گسیل می‌شود، در نظر بگیرید. پرتوها، یا قائمهای موج، طوری انتخاب شده‌اند که در صفحه $x' - y'$ (یا موازی آن) باشند و با محور x' زاویه θ' بسازند. انتشار این موج با عبارت زیر توصیف می‌شود

$$\cos 2\pi \left[\frac{x' \cos \theta' + y' \sin \theta'}{\lambda'} - v't' \right] \quad (2-21)$$

زیرا این عبارت یک تابع دوره‌ای ساده، با دامنه واحد است و موجی را نمایش می‌دهد که با سرعت $\lambda'v' (= c)$ در جهت θ' حرکت می‌کند. توجه کنید که، مثلاً برای $\theta' = 0$ و $\theta' = \pi/2$ این عبارت بترتیب به $\cos 2\pi(x'/\lambda' - v't')$ و $\cos 2\pi(y'/\lambda' - v't')$

یعنی، عبارتهای شناخته شده برای انتشار موجی با بسامد v' و طول موج λ' در جهت مثبت محوره‌های x' و y' ، تبدیل می‌شود. هر کدام از عبارتهای $\cos(2\pi/\lambda')(x' - \lambda'v't')$ و $\cos(2\pi/\lambda')(y' - \lambda'v't')$ نشان می‌دهد که سرعت موج برابر است با $\lambda'v'$ ، که برای امواج الکترومغناطیسی برابر با c است.

در چارچوب S نیز این جبهه‌های موج، تخت خواهند بود، زیرا تبدیل لورنتس خطی است و یک صفحه را به یک صفحه تبدیل می‌کند. در نتیجه در چارچوب بدون پریم، یا S' ، معادله انتشار به همان شکل

$$\cos 2\pi \left(\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\lambda} - vt \right) \quad (22-2)$$

خواهد بود، که در آن λ و v به ترتیب طول موج و بسامد اندازه گیری شده در چارچوب S هستند و θ زاویه‌ای است که پرتو با محور x می‌سازد. می‌دانیم که اگر عبارات $(21-2)$ و $(22-2)$ معرف امواج الکترومغناطیسی باشند داریم، $\lambda v = c$ و $\lambda'v' = c$ زیرا c سرعت امواج الکترومغناطیسی است که برای تمام ناظرها یکی است. اکنون با قرار دادن

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{و} \quad t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

معادلات تبدیل لورنتس را مستقیماً در مورد عبارت $(21-2)$ به کار می‌بریم. خواهیم داشت

$$\cos 2\pi \left[\frac{1}{\lambda'} \frac{(x - vt)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \theta' + \frac{y \sin \theta'}{\lambda'} - v' \frac{[t - (v/c^2)x]}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]$$

و یا، با مرتب کردن جملات،

$$\cos 2\pi \left[\frac{\cos \theta' + \beta}{\lambda' \sqrt{1 - \beta^2}} x + \frac{\sin \theta'}{\lambda'} y - \frac{v'(\beta \cos \theta' + 1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} t \right]$$

همان طور که انتظار می‌رفت، این عبارت معرف یک موج تخت در چارچوب S است و باید با عبارت $(22-2)$ ، که همان چیز را بیان می‌کند، یکی باشد. در نتیجه، ضرایب x ، y و t در هر دو عبارت باید برابر باشند، بنابراین خواهیم داشت

$$\frac{\cos \theta}{\lambda} = \frac{\cos \theta' + \beta}{\lambda' \sqrt{1 - \beta^2}} \quad (23-2)$$

$$\frac{\sin \theta}{\lambda} = \frac{\sin \theta'}{\lambda'} \quad (24-2)$$

$$v = \frac{v'(1 + \beta \cos \theta')}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (25-2)$$

و همچنین رابطه‌ای که از پیش می‌دانستیم:

$$\lambda v = \lambda' v' = c \quad (26-2)$$

در روشی که ما در اینجا اختیار کرده‌ایم، با یک موج نوری در S' ، که برای آن λ' ، v' و θ' معلوم‌اند شروع می‌کنیم و می‌خواهیم کمیات متناظر در S ، یعنی λ ، v و θ را به دست آوریم. در اینجا ما سه مجهول ولی چهار معادله (۲-۲۳ تا ۲-۲۶) برای به دست آوردن این مجهولات داریم. زیادت‌ر بودن تعداد معادلات از تعداد مجهولات بیان می‌دارد که تمام معادلات مستقل نیستند. به عنوان مثال، اگر یکی از معادلات را، با تقسیم یکی از آنها بر دیگری، حذف کنیم (یعنی، دو معادله را با هم ترکیب کنیم) سه معادله مستقل به دست خواهیم آورد. ساده‌تر از همه تقسیم معادله (۲-۲۴) بر معادله (۲-۲۳) خواهد بود که نتیجه می‌دهد

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta' + \beta} \quad (27-2 \text{ الف})$$

که عبارت است از معادله نسبیتی ابیراهی بود. این معادله جهت‌های انتشار نور، θ و θ' ، از نظر دو چارچوب لخت S و S' را به یکدیگر مربوط می‌کند. تبدیل معکوس فوراً می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta - \beta} \quad (27-2 \text{ ب})$$

این معادله همان معادله (۲-۲۷ الف) است که در آن β را به $-\beta$ تبدیل کرده‌ایم و جای کمیات پریم‌دار و بدون پریم را با یکدیگر عوض کرده‌ایم. آزمایش‌های مربوط به فیزیک انرژی‌های زیاد که با گسیل فوتونها سر و کار دارند دقیقاً این فرمول نسبیتی را تأیید می‌کنند.

مثال ۷. نشان دهید که فرمول دقیق نسبیتی ابیراهی (معادله ۲-۲۷ الف) می‌تواند از معادلات تبدیل سرعت (معادلات ۲-۱۸ و ۲-۱۹) به دست آید.

فرض کنیم یک چشمه S' (مثلاً یک اتم) که در امتداد محور x با سرعت v حرکت می‌کند نوری تحت زاویه θ' با محور x' از چارچوب سکون خود گسیل کند (مثلاً ر.ک. شکل ۸.۲). در چارچوب S زاویه گسیل را با θ نمایش می‌دهیم. سرعت نور در جهت θ' برابر با c است و در نتیجه مؤلفه سرعت در امتداد محورهای x' و y' بترتیب عبارت‌اند از $u_x' = c \cos \theta'$ و $u_y' = c \sin \theta'$ با به‌کاربردن فرمولهای جمع سرعتها خواهیم داشت

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + u_x'v/c^2} = \frac{c \cos \theta' + v}{1 + (v \cos \theta')/c}$$

و

$$u_y = \frac{u_y' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + u_x'v/c^2} = \frac{c \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + (v \cos \theta')/c}$$

اما $\tan \theta = c \sin \theta / c \cos \theta = u_y / u_x$ در نتیجه، با عباراتی که در فوق برای u_x و u_y به دست آورده ایم، خواهیم داشت

$$\tan \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{c \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{c \cos \theta' + v} = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta' + \beta}$$

که همان فرمول نسبیتی ابیراهی (معادله ۲-۲۷ الف) است.

▲ **مثال ۸.** ثابت کنید که اثر مرتبه اول رصد شده ابیراهی، که مربوط به تصویر کلاسیک است، حالت خاصی از فرمول دقیق نسبیتی است.

موردی را در نظر بگیرید که در چارچوب S ، ستاره به طور مستقیم در بالای سر قرار دارد. جهت امواج تختی که از این ستاره دریافت می شود در جهت منفی محور y است، در نتیجه $\theta = 3\pi/2$. در S' جهت انتشار θ' است که توسط معادله (۲-۲۷ ب)، با $\theta = 3\pi/2$ ، داده می شود. یعنی

$$\tan \theta' = \frac{\sin(3\pi/2) \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos(3\pi/2) - \beta} = \frac{-\sqrt{1 - \beta^2}}{-\beta}$$

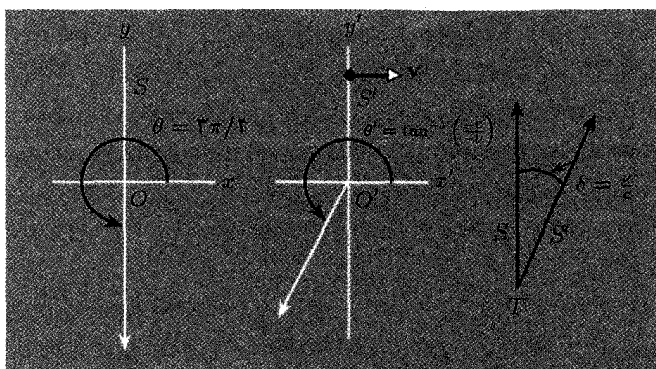
وقتی v نسبت به c خیلی کوچک باشد ($v \ll c$)، v/c یا β در مقابل ۱ خیلی کوچک خواهد بود و بنابراین، β^2 در مقابل ۱ قابل صرف نظر کردن می شود. با صرف نظر کردن از جمله های درجه دوم، می توان نوشت

$$\tan \theta' = \frac{-\sqrt{1 - \beta^2}}{-\beta} \cong \frac{-1}{-\beta} = \frac{1}{\beta} = \frac{c}{v}$$

همان طور که در شکل ۹.۲ نشان داده شده است این نتیجه با اثر مرتبه اول رصد شده ابیراهی، که مربوط به تعبیر کلاسیک این وضعیت است توافق کامل دارد. در شکل ۹.۲ الف جهت های انتشار نور ستاره در S و S' و در شکل ۹.۲ ب جهت گیری تلسکوپ های را که در S و S' ستاره را رصد می کنند، نشان داده ایم.

▲ **مثال ۹.** ماکس بورن در کتاب نظریه نسبیت اینشتین [۸] در این مورد می گوید

« این نتیجه فوق العاده جالب است زیرا تمام نظریه‌های دیگر اشکالات قابل ملاحظه‌ای در تبیین ابیراهی دارند. از تبدیلات گالیله ابتدا انحرافی برای صفحه موج و جهت موج به دست نمی‌آید و برای توضیح ابیراهی ناچار از وارد کردن مفهوم « پرتو » هستیم، که در دستگاههای متحرك، لزومی ندارد که بر جهت انتشار منطبق باشد. در نظریه اینشتین این اشکال از بین می‌رود. در هر دستگاه لخت S جهت پرتو (یعنی جهتی که در آن انرژی منتقل می‌شود) بر قائم بر صفحه‌های موج منطبق است و ابیراهی مثل اثر دوپلر و ضریب همرفت فریل، از مفهوم موج و با کمک تبدیل لورنتس به دست می‌آید. این طریقه به دست آوردن قوانین بنیادی اپتیک اجسام متحرك به نحو بارزی نشان می‌دهد که نظریه نسبیت اینشتین مافوق تمام نظریه‌های دیگر است.»



شکل ۹.۲ (الف) در S ، جهت انتشار از چشمه در امتداد y — است و $\theta = 2\pi/2$ در S' ، همین پرتو با y' — زاویه می‌سازد. (ب) خط دید تلسکوپ در S قائم است و در S' ، برای دیدن چشمه، با زاویه $\delta = v/c$ به طرف جلو متمایل شده است.

سومین معادله از چهار معادله فوق (معادلات ۲ تا ۲۳ تا ۲۶) مستقیماً پدیده دیگری را که قرار بود بررسی کنیم، یعنی، معادله نسبیتی اثر دوپلر، را به دست می‌دهد:

$$v = \frac{v'(1 + \beta \cos \theta')}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (۲-۲۵ \text{ الف})$$

که معکوس آن به صورت زیر نوشته می‌شود

$$v' = \frac{v(1 - \beta \cos \theta)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (۲-۲۵ \text{ ب})$$

نخست تحقیق کنیم که فرمول نسبیتی به فرمول کلاسیک تقلیل پیدا می کند. یعنی، برای $v \ll c$ ، از جملاتی که نسبت به v/c یا β ، بالاتر از درجه اول هستند صرف نظر می کنیم؛ نتیجه مرتبه اول باید همان نتیجه کلاسیک باشد. از معادله (۲-۲۵) (با به کار بردن قضیه بسط دوجمله ای و نگاهداشتن جمله های مرتبه اول) خواهیم داشت

$$v = \frac{v' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta} \cong \frac{v'}{1 - \beta \cos \theta} \cong v' (1 + \beta \cos \theta)$$

که همان نتیجه کلاسیک است. برای روشنتر شدن مسئله چند حالت خاص را در نظر می گیریم. برای $\theta = 0$ ، که مربوط به حالت حرکت ناظر S به طرف چشمه یا چشمه به طرف ناظر است، داریم

$$v = v' (1 + \beta) = v' \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

که نشان می دهد بسامد مشاهده شده v بزرگتر از بسامد ویژه v' است. برای $\theta = 180^\circ$ ، که مربوط به حالت دور شدن ناظر S از چشمه یا چشمه از ناظر است، خواهیم داشت

$$v = v' (1 - \beta) = v' \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

که نشان می دهد بسامد مشاهده شده v کوچکتر از بسامد ویژه v' است. بالاخره، برای $\theta = 90^\circ$ ، که مربوط به حالتی است که خط رؤیت عمود بر جهت حرکت نسبی است، از نظر کلاسیک اثر دوپلر وجود ندارد، یعنی، $v = v'$. تمام این نتایج مرتبه اول اثرهای کلاسیک هستند.

اکنون اگر v در مقابل c کوچک نباشد، اثرات نسبیتی (مرتبه دوم) را به دست خواهیم آورد. بجا و مناسب خواهد بود این اثرات را، به طور جدا گانه، به عنوان اثرات طولی و اثرات عرضی در نظر بگیریم. لذا، برای اثر طولی دوپلر در نسبیت، معادله (۲-۲۵) را به کار می بریم و قرار می دهیم $\theta = 0^\circ$ یا $\theta = 180^\circ$. به این ترتیب، در رابطه $v = (v' \sqrt{1 - \beta^2}) / (1 - \beta \cos \theta)$ به ازای $\theta = 0^\circ$ (چشمه و ناظر به طرف یکدیگر حرکت می کنند)، خواهیم داشت

$$v = v' \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} = v' \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} \quad (28-2)$$

و به ازای $\theta = 180^\circ$ (چشمه و ناظر از یکدیگر دور می شوند) خواهیم داشت

$$v = v' \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} = v' \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} \quad (29-2)$$

این نتایج، نخستین بار در سال ۱۹۳۸/۱۳۱۷ به طور تجربی توسط ایوزا و استیل ول^۱، که (با توجه به پیشنهادی که برای نخستین بار اینشتین در سال ۱۹۰۷/۱۲۸۶ کرده بود) یک باریکه از اتمهای هیدروژن برانگیخته، با سرعت و جهت کاملاً معین، رابه عنوان چشمه تابش به کار برده بودند [۹ و ۱۰]، تأیید شد. این آزمایش در سال ۱۹۶۱/۱۳۴۰ بسا دقت بیشتری توسط ماندلبرگ و ویتن [۱۱] تکرار شد و مجدداً اثر نسبیتی را تأیید کرد. اما، جالبتر از همه این است که فرمول نسبیتی یک اثر عرضی دوپلر پیشگویی می کند، که یک اثر کاملاً نسبیتی است، زیرا در فیزیک کلاسیک به هیچ وجه اثر عرضی دوپلر وجود ندارد. این پیشگویی، از معادله (۲-۲۵) ب) ، $v = (v' \sqrt{1 - \beta^2}) / (1 - \beta \cos \theta)$ ، وقتی θ را برابر با 90° قرار می دهیم، به صورت زیر به دست می آید

$$v = v' \sqrt{1 - \beta^2} \quad (2-30)$$

اگر خط رؤیت ما با امتداد حرکت نسبی زاویه 90° بسازد، یک بسامد v مشاهده خواهیم کرد که از بسامد ویژه چشمه ای که از مقابل معبور می کند، v' ، کوچکتر است. ایوز و استیل ول [۹] بترتیب در سالهای ۱۹۳۸/۱۳۱۷ و ۱۹۴۱/۱۳۲۰ ، و اوتینگ [۱۲] در سال ۱۹۳۹/۱۳۲۸ وجود اثر عرضی دوپلر را تأیید کردند. اخیراً کوندینگ [۱۳] داده های کمی بسیار خوبی به دست آورده است که فرمول نسبیتی را در محدوده خطای آزمایشگاهی ۱۱ درصد تأیید می کنند.

آموزنده است توجه کنیم که اثر عرضی دوپلر به سادگی توسط اتساع زمان تعبیر می شود. چشمه متحرک در واقع ساعت متحرکی است که تیک تیک آن به صورت نوسانات الکترومغناطیسی است. قبلادیدیم که ساعت های متحرک کند کار می کنند. در نتیجه، تعداد معینی نوسان را در مدتی طولانیتر از زمان ویژه دریافت خواهیم کرد. یا، به طور معادل مشاهده می کنیم که تعداد نوسانها در واحد زمان خودمان از تعداد نوسانهایی که در واحد زمان چارچوب ویژه دیده می شود کوچکتر است. لذا، بسامدی که دریافت می کنیم کمتر از بسامد ویژه است. اثر عرضی دوپلر مثال فیزیکی دیگری برای تأیید اتساع زمان نسبیتی است.

در اثرهای دوپلر و ابیراهی، نظریه نسبت یک سادگی ذاتی نسبت به تعبیر کلاسیک این اثرها وارد می کند، به این معنی که دو حالت جدا گانه که در نظریه کلاسیک متفاوت اند (یعنی، چشمه ساکن-ناظر متحرک، و ناظر ساکن-چشمه متحرک) در نظریه نسبیت یکسانند. این مسئله نیز با مشاهدات توافق دارد. همچنین توجه کنیم که از یک بررسی سه اثر ابیراهی، اثر طولی و اثر عرضی دوپلر، یکجا به دست می آیند. شاید، می بایست یادآوری می شد که خواص الکترومغناطیسی وجود دارند که نمی توانند صرفاً با در نظر گرفتن جمله فاز، آن-طوری که انجام داده ایم، به دست آیند. برای تعیین چیزهایی از قبیل درجه قطبیدگی، توزیع توان نسبت به جهت، و اندازه حرکت، به شناخت خواص تبدیل خود میدانهای الکترومغناطیسی (فصل چهارم) نیاز داریم.

۸.۲ عقل سلیم و نسبیت خاص

اکنون در موقعیتی هستیم که نظری به آنچه گذشت می‌تواند برایمان مفید باشد. بعداً پیشگوییهای زیادتری از نسبیت خاص خواهیم دید که به وسیلهٔ تجربه تأیید شده‌اند و با نظرات کلاسیکی تناقض مستقیم دارند. در سرتاسر فیزیک اتمی، هسته‌ای، انرژیهای زیاد و حالت جامد، نسبیت برای توضیح درست جهان میکروسکوپیك تقریباً به طور عادی به کار برده می‌شود. بعلاوه، نسبیت، همان‌طور که تاکنون به طرق مختلف نشان داده‌ایم و درآینده نیز نشان خواهیم داد، يك نظریهٔ منسجم وبدون تناقض است. بنابراین، چون جهان روزمرهٔ ما میکروسکوپیك ما با تقریب خوب و قابل قبولی از فیزیک کلاسیک پیروی می‌کند و دانشجویان هنوز آن قدر با نسبیت زندگی نکرده‌اند و یا آن را به کار نبرده‌اند که به اندازهٔ کافی به آن آشنا شده باشند، ممکن است سوء تفاهمهایی در مورد این نظریه باقی مانده باشد که ارزش دارد آنها را در اینجا مورد بحث قرار دهیم.

(الف) سرعت حدی علامات (c)

دیدیم که اگر امکان می‌داشت علامات با سرعت بینهایت انتقال داده شوند، می‌توانستیم با روش مطلق تعیین کنیم که آیا دو رویداد همزمان هستند یا نه. نسبیت همزمانی بستگی به وجود يك سرعت متناهی برای انتقال علامات دارد. اکنون، محتملاً قبول خواهیم کرد که انتظار اینکه يك کنش فیزیکی با سرعت بینهایت انتقال یابد غیر واقعی است. در واقع تصور اینکه بتوانیم علامتی ایجاد کنیم که در مدت زمان صفر به تمام نقاط جهان برسد خیالی به نظر می‌رسد. در واقع، آنچه که تخیلی است فیزیک کلاسیک است (که اساساً چنین فرضی را در نظر می‌گیرد)، نه فیزیک نسبیتی که حدی برای سرعت قائل می‌شود. بعلاوه، نتایج آزمایشها نسبی بودن اندازه‌گیریهای زمانی را تأیید کرده‌اند. طبیعت در واقع نشان می‌دهد که نسبیت يك نظریهٔ عملی اندازه‌گیری است، و مثل نظریهٔ کلاسیک يك نظریهٔ ایده‌آلی فلسفی نیست.

می‌توانیم به این مسئله به طریق دیگری نگاه کنیم. از این حقیقت که تجربه ماهیت مطلق زمان را رد می‌کند، می‌توان نتیجه گرفت که علامات نمی‌توانند با سرعت بینهایت انتقال یابند. در نتیجه، باید يك سرعت معین و متناهی وجود داشته باشد که هیچ سرعتی از آن تجاوز نکند و ما آن را سرعت حدی می‌نامیم. اصل نسبیت فوراً نشان می‌دهد که سرعت حدی همان سرعت نور است. زیرا این نتیجه که هیچ سرعتی نمی‌تواند از يك حد معین تجاوز کند مطمئناً يك قانون فیزیکی است و طبق اصل نسبیت قوانین فیزیکی برای تمام ناظرهای لخت یکسان هستند. در نتیجه این حد معین، سرعت حدی، باید دقیقاً برای تمام چارچوبهای مرجع لخت یکی باشد. به تجربه دیده‌ایم که سرعت نور دقیقاً این خاصیت را دارد.

از این نقطه نظر، سرعت امواج الکترومغناطیسی در خلا^۱ نقشی وسیع‌تر از سرعت انتقال يك موجود فیزیکی بخصوص دارد. این سرعت يك سرعت حدی برای حرکت هر چیزی در طبیعت می‌شود.

(ب) مطلقیت و نسبیت

نظریه نسبیت را می‌شد، با توجیه مختصری، نظریه مطلقیت نامید. این حقیقت که ناظرهایی که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند به بازه‌های مکانی و زمانی بین دو رویداد، به جای اعداد مطلق، اعداد متفاوتی نسبت می‌دهند، فکر کلاسیکی را آشفته می‌کند. این مطلب، علی‌رغم اینکه حتی در فیزیک کلاسیک نیز، مثلاً، اندازه حرکت و یا انرژی جنبشی یک ذره، برای دو ناظر که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند مقادیر متفاوتی دارند، صادق است. آنچه که ظاهراً ایجاد اشکال می‌کند عبارت است از این مفهوم فلسفی که کمیات طول و زمان به طور مجرد مطلق هستند و این باور که نسبیت با این مفهوم تناقض دارد. اکنون، بدون وارد شدن به این موضوع فلسفی توجه به این نکته مهم است که نسبیت به طور ساده می‌گوید که طول اندازه‌گیری شده یا بازه زمانی بین دو رویداد بستگی به حرکت نسبی رویدادها و اندازه گیرنده دارد. نسبیت یک نظریه اندازه‌گیری است، و حرکت روی اندازه‌گیری تأثیر می‌گذارد. حال به جنبه‌های مختلف این مسئله نگاه کنیم.

اینکه حرکت نسبی باید بر روی اندازه‌گیریها تأثیر کند تقریباً یک مفهوم ناشی از «عقل سلیم» است و فیزیک کلاسیک پر است از چنین نمونه‌هایی، از جمله ایراهی و اثر دوپلر که بحث شد. بعلاوه، برای توجیه چنین پدیده‌هایی در نسبیت، نیازی به صحبت درباره ساخت ماده یا مفهوم اثر به منظور پیدا کردن تغییرات طول و زمان در اثر حرکت نداریم. بلکه این نتایج مستقیماً از خود فرایند اندازه‌گیری نتیجه می‌شوند. در حقیقت، در می‌یابیم که پدیده‌ها دوجانبه هستند. یعنی، درست همان طور که ساعت A به نظر B کند کار می‌کند، ساعت B نیز از نظر A کند کار می‌کند و درست همان طور که متر A از نظر B در امتداد حرکت منقبض شده به نظر می‌رسد، متر B نیز از نظر A به همان ترتیب و به همان اندازه منقبض شده به نظر می‌رسد.

از این گذشته، در نسبیت طولها و زمانهای مطلق نیز وجود دارند. طول سکون یک میله کمیتی است مطلق و برای تمام ناظرهای لخت یکی است. اگر ناظرهای لخت متفاوت میله معینی را در چارچوب خود به حال سکون در آورند و سپس طول آن را اندازه بگیرند همه آنها یک طول برای این میله به دست خواهند آورد. همچنین برای ساعتها، همان ویژه (که بهتر می‌بود «زمان موضعی» نامیده شود) یک کمیت ناورد است.* مثلاً، بسامد نوسان یک مولکول آمونیوم برای تمام ناظرهای لخت و متفاوتی که این مولکول را در چارچوب خود به حال سکون در بیاورند یکی است.

جایی که نظریه نسبیت بوضوح «مطلق‌تر» از فیزیک کلاسیک است در خود اصل نسبیت است: قوانین فیزیک مطلق هستند. دیدیم که تبدیلات گالیله و مفاهیم کلاسیکی، مثلاً، با ناوردایی قوانین الکترومغناطیسی (واپتیک) در تناقض هستند. مطمئناً عدم توجه به مطلقیت

* از نظر هم‌زمانی، می‌توان گفت که ترتیب زمانی دو رویداد را که در یک مکان رخ می‌دهند می‌شود به طور مطلق تعیین کرد. اما در حالتی که دو رویداد از نظر مکانی جدا باشند، هم‌زمانی یک مفهوم نسبی است.

قوانین فیزیک، آن طور که مفاهیم کلاسیکی زمان و طول ایجاب می کنند، ما را در يك دنیای فیزیکی پیچیده و دلخواه رها خواهد کرد. با این قیاس، نسبت هم مطلق است و هم ساده.

(ج) «حقیقت» انقباض طول

آیا انقباض طول «حقیقی» است یا ظاهری؟ به این سؤال می توان با طرح سؤال مشابهی پاسخ داد. آیا جابجایی بسامد، یا طول موج، در اثر دوپلر حقیقی است یا ظاهری؟ مسلماً بسامد ویژه (یعنی بسامد سکون) چشمه برای تمام ناظرهایی که قبل از اندازه گیری چشمه را نسبت به چارچوب خود به حال سکون در بیاورند یکی است. همچنین، طول ویژه کمیتی است ناورداد. وقتی که چشمه و ناظر نسبت به یکدیگر حرکت می کنند ناظر قطعاً يك جابجایی بسامد (یا طول موج) را مشاهده می کند. همچنین میله متحرك قطعاً منقبض شده به نظر می آید. به همان مفهومی که اندازه گیریها حقیقی هستند این اثرها نیز حقیقی اند. ما ادعا نمی کنیم که چون يك جابجایی مشاهده می کنیم بسامد ویژه تغییر کرده است. همچنین ادعا نمی کنیم که چون طول را منقبض شده دریافته ایم طول ویژه تغییر کرده است. این اثرها ظاهری هستند (یعنی، معلول حرکت هستند) به این مفهوم که کمیات ویژه تغییری نکرده اند.

برای توضیح انقباض طول از نظریه های ماده صحبتی نمی کنیم اما، در عوض، خود فرایند اندازه گیری را درمد نظر قرار می دهیم. مثلاً، همان طور که لورنتس می خواست ثابت کند، ادعا نمی کنیم که حرکت از طریق تأثیر روی نیروهای کشاینندی يك انقباض فیزیکی در ساخت الکترونی یا اتمی ماده ایجاد می کند (حرکت نسبی است، و نه مطلق)، بلکه داستان ماهی را در نظرمی گیریم. طول بدن يك ماهی که در آب در حال شناست عبارت است از فاصله بین مکانهای دم و سر آن، که به طور همزمان اندازه گیری شده باشند ناظرهایی که در مورد همزمان بودن اندازه گیریها توافق نداشته باشند مسلماً در مورد طول اندازه گیری شده نیز توافق نخواهند داشت. در نتیجه، انقباض طول ناشی از نسبت همزمانی است. چون در اندازه گیریهای طول مقایسه بین دو طول (مثلاً میله متحرك و میله اندازه گیرنده) دخالت می کند، می توان دید که انقباض طول لورنتس، در واقع، يك خاصیت ذاتی میله نیست بلکه برعکس، رابطه ای است بین دو میله که نسبت به یکدیگر در حال حرکت هستند. این رابطه هم مشاهده پذیر و هم دوجانبه است.

(د) اجسام صلب و واحد طول

در فیزیک کلاسیک، اساس اندازه گیری طول (یا فضا) اغلب مبتنی بر مفهوم جسم صلب ایده آل است. علی الاصول، برای مقیاس فاصله از میله صلبی با طول واحد استفاده می شود. حتی در نسبت نیز می توان يك میله استاندارد را به عنوان فاصله واحد در نظر گرفت. این میله باید نخست نسبت به چارچوب هر ناظر به حال سکون در آورده شود

تا بتوان آن را به عنوان واحد مختصات فضایی به کار برد. ولی مفهوم جسم صلب ایده آل در نسبیت مفهوم غیر قابل دفاعی است زیرا چنین جسمی قادر خواهد بود که علامات را آنآ انتقال دهد، یعنی یک آشفتگی که در یک سر آن ایجاد شود با سرعت بینهایت به سر دیگر آن می رسد، که با این اصل نسبیتی که برای سرعت انتقال یک علامت یک حد بالای متناهی وجود دارد، در تناقض است.

بنابراین، باید از مفهوم جسم صلب ایده آل صرف نظر کنیم. این مسئله اشکالی ایجاد نخواهد کرد زیرا، اساساً، اندازه گیریهای زمانی مقدم بر اندازه گیریهای فضایی اند. می دانیم که در نسبیت چنین است (برای تعریف طول از مفهوم همزمانی استفاده می شود) اما در مکانیک کلاسیک وجود چنین وضع مشابهی کمتر مورد شناسایی قرار گرفته است.

مثلاً، برای اندازه گیریهای فواصل در مقیاس نجومی، مفهوم جسم صلب مورد استفاده قرار نمی گیرد. در عوض از روش «رادار» استفاده می شود. زمان رفت و برگشت امواج الکترومغناطیسی را اندازه می گیریم و فاصله مکانی را به صورت حاصل ضرب سرعت c در این بازه زمانی به دست می آوریم. حتی واحدهایی از قبیل سال نوری نیز چنین روشی را ایجاد می کنند. حیوانات (مثلاً ماهیها و شب پرها) نیز از یک روش «صوتی» مشابه برای تعیین فواصل استفاده می کنند. در مقیاس اتمی و زیر اتمی نیز برای اندازه گیری فواصل از جسم صلب استفاده نمی شود. در اینجا نیز از خواص امواج الکترومغناطیسی استفاده می شود و نه از اجسام صلب. در حقیقت، کمیتی که امروزه به عنوان واحد طول به کار برده می شود عبارت است از طول موج نوری با بسامد معین ν ، که عبارت است از فاصله c/ν که موج در مدت یک تناوب با سرعت c طی می کند. در نظریه اتمی، بسامدها کمیات استاندارد یا مشخصه ای هستند. بنابراین استانداردهای زمانی مقدم هستند و از آنها طولها به کمک c تعیین می شوند.

به منظور تأکید بیشتر در مورد «عقل سلیم» در نسبیت، بجاست بحث را با نقل قولی از بوندی [۱۴] در مورد معرفی نظریه نسبیت خاتمه دهیم.

«در ابتدا، نسبیت تکان دهنده، خلاف عقیده حاکم و خیلی مرموز به نظر می آمد و تمام کوششهایی که به منظور توضیح آن برای همگان صورت می گرفت به منظور تأکید بر روی این جنبه های تکان دهنده و مرموز، که بسختی قابل تدریس و قابل درک هستند، بود. کوشش داشتند که روی جنبه های انقلابی نظریه تکیه کنند، در صورتی که مطمئناً آموزش بهتر این بود که در مورد پیوستگی این نظریه با افکار پیشین پافشاری کنند.»

«نخست لازم است به طور خیلی روشنی دانشجو را با روش نیوتونی آشنا کرد. قانون اول نیوتون در دینامیک مستقیماً به مفهوم یک ناظر لخت به معنی ناظری که قانون لختی را درست می یابد منجر می شود... هم ارزی کامل ناظرهای لخت با یکدیگر از نظر قانون اول نیوتون یک نتیجه منطقی و مستقیم از این قانون است. این هم ارزی از نظر قانون دوم یک لزوم منطقی نیست، بلکه یک گسترش موجه است. با این گسترش موجه به اصل نسبیت نیوتون می رسیم که می گوید: تمام ناظرهای لخت تا آنجا که به آزمایشهای دینامیکی مربوط می شود هم ارز هستند. آشکار است که محدود بودن به تجربه های دینامیکی به طور

ساده ناشی از این است که اصل نسبیت مذکور از قوانین دینامیکی به دست آمده است...»
 «قدم بعدی... عبارت از نشان دادن این امر است که چقدر بیمعنی خواهد بود اگر دینامیک را از هر لحاظ از بقیهٔ فیزیک جدا کنیم. در فیزیک هیچ تجربی وجود ندارد که تنها شامل دینامیک باشد و نه چیز دیگری... در نتیجه اصل نسبیت نیوتونی بی‌محتوی است، زیرا به یک گروه از تجربه‌هایی - تجربه‌های صرفاً دینامیکی - اعمال می‌شود که وجود ندارند. بنابراین دو انتخاب بیشتر نمی‌ماند، یا کنار گذاشتن این اصل، و یا کنار گذاشتن محدودیت آن به تجربه‌های دینامیکی. انتخاب اول ما را به جای دورتری هدایت نمی‌کند و بوضوح بعضی از نکات مهم تجربه را نادیده می‌گیرد. انتخاب دوم فوراً به اصل نسبیت اینشتین منجر می‌شود، که طبق آن تمام ناظرهای لخت هم‌ارز هستند. انتخاب دوم این اصل را نه به عنوان یک نتیجه‌گیری منطقی، بلکه به عنوان یک حدس معقول و پربار که از آن نتایج مشاهده‌پذیری می‌تواند به دست آید، معرفی می‌کند. به طوری که این فرضیهٔ بخصوص می‌تواند مورد آزمون تجربی قرار گیرد. بنابراین باید به اصل نسبیت نه به عنوان یک قدم جدید انقلابی، بلکه به عنوان تکمیل طبیعی و تقریباً آشکار کارهای نیوتون نگاه کرد.»

سوالات

۱. تفاوت بین صوت و نور را از نظر ارزش آنها به عنوان علاماتی برای همزمان کردن بیان کنید. آیا عدم شباهتی بین آنها وجود دارد؟
۲. اگر سرعت حدی علامات، در فیزیک کلاسیک، به جای بینهایت c می‌بود، آیا همزمانی در فیزیک کلاسیک یک مفهوم مطلق می‌بود یا یک مفهوم نسبی؟
۳. مثالی از فیزیک کلاسیک بیاورید که در آن حرکت یک ساعت روی آهنگ کار آن تأثیر داشته باشد. (بزرگی این تأثیر ممکن است بستگی به جزئیات ساختمان ساعت داشته باشد.)
۴. توضیح دهید که چگونه نتیجهٔ آزمایش مایکلسون - مورلی در تعریفی (روشی) که برای همزمانی (برای همزمان کردن ساعتها) به کار بردیم وارد شد؟
۵. اگر به هر کدام از معادلات تبدیل (با شانزده ضریب) عدد ثابت متفاوتی اضافه کنیم باز هم خطی هستند. ما به طور ضمنی همهٔ آنها را مساوی با صفر گرفته‌ایم. معنی این انتخاب چیست؟ (دانهمایی: انتخاب مبدأها را در نظر بگیرید.)
۶. طبق معادلات (۲-۴) و (۲-۵) هر ناظر لخت مرکز موج الکترومغناطیسی کروی را در هر زمان در مبدأ چارچوب مرجع خودش می‌بیند، حتی وقتی که این مبدأها بر یکدیگر منطبق نباشند. این نتیجه چگونه به روش ما در همزمان کردن ساعتها مرتبط می‌شود؟

۷. چگونه می توان حذف جوابهای منفی برای a_{11} و a_{44} را در حل معادلات بخش ۲.۲ توجیه کرد؟
۸. غیر از اصل نسبیت و فرض ثابت بودن c ، چه فرضهای دیگری برای به دست آوردن تبدیلات لورنتس در نظر گرفته شدند؟
۹. در به دست آوردن انقباض طول به همان نتیجه ای رسیدیم که لورنتس پیشنهاد کرده بود. پس چرا فرضیه انقباض طول لورنتس را رد کردیم؟ به بیان دیگر، تفاوت فرضهای ما با فرضهای لورنتس در چیست؟
۱۰. دو ناظر، یکی ساکن نسبت به S و دیگری ساکن نسبت به S' ، هر کدام یک خط کش در جهت موازی با حرکت نسبی شان حمل می کنند. هر ناظر با اندازه گیری در می یابد که خط کش ناظر دیگر کوتاه تر از خط کش اوست. این تناقض ظاهری را توضیح دهید. (دانهمایی: با وضعیت زیر مقایسه کنید. هوشنگ از آرش که در عقب یک واگن ایستاده است و از او دور می شود خدا حافظی می کند. هوشنگ می گوید که آرش لاغر تر شده است. آرش می گوید که هوشنگ لاغر تر شده است. آیا هر دو یک چیز را اندازه می گیرند؟)
۱۱. با اینکه در نسبیت (که در آن حرکت نسبی است و نه مطلق) در می یابیم که «ساعتهای متحرک کندکار می کنند»، این اثر هیچ رابطه ای با تغییر کار ساعت در اثر حرکت ندارد، پس به چه چیزی مربوط است؟
۱۲. در اتساع زمان چه چیز متسع می شود؟ آیا «پس افتادگی زمانی» واژه بهتری است؟
۱۳. در مورد این بیان ویترو [۲] که می گوید: «همان طور که ناظرهای واقع در مکانهای مختلف دورنماهای فضایی مختلفی از جهان دارند، همان طور نیز ناظرهایی که سرعتهای مختلفی دارند دورنماهای زمانی مختلفی از جهان دارند»، اظهار نظر کنید.
۱۴. ما همیشه وقتی مبداهای دو چارچوب لخت بر هم منطبق بوده اند ساعتهای واقع در آنها را روی صفر قرار داده ایم. اگر این ساعتها روی عدد دیگری غیر از صفر همزمان شوند، آیا می توان تبدیلات لورنتس را به همان شکل سابق به کار برد؟ توضیح دهید. (ر. ک. مسئله ۵).
۱۵. آیا درست است که دو رویداد که در یک مکان و در یک زمان برای یک ناظر اتفاق می افتند برای تمام ناظرها همزمان هستند؟ توضیح دهید.
۱۶. اگر در یک مکان از یک چارچوب مرجع رویداد A قبل از رویداد B اتفاق بیفتد آیا در تمام چارچوبهای مرجع لخت نیز رویداد A قبل از رویداد B اتفاق خواهد افتاد؟ آیا آنها در هر چارچوب لخت دیگری در یک مکان اتفاق خواهند افتاد؟ آیا بازه زمانی بین این رویدادها در هر چارچوب لخت دیگری همین قدر است؟ (ر. ک. ضمیمه

تکمیلی الف).

۱۷. اگر در چارچوب S دو رویداد به طور همزمان ولی در دو مکان مختلف اتفاق افتاده باشند، آیا در هر چارچوب دیگر S' نیز همزمان خواهند بود؟ آیا فاصله مکانی آنها در هر چارچوب دیگر همین قدر است؟ توضیح دهید. (ر. ک. ضمیمه تکمیلی الف).

۱۸. دیدیم که دو ساعت متحرک به اندازه $L'v/c^2$ با هم اختلاف فاز دارند. آیا اگر جهت حرکت ساعتها را عوض کنیم علامت این اختلاف عوض می شود؟ (تبدیل v به $-v$ — معادل است با بردن ناظر از S به S'). از نظر فیزیکی توضیح دهید.

۱۹. با به خاطر آوردن اینکه هر ناظری مقیاس طول ناظر دیگر را منقبض و مقیاس زمانی آن را متسع در می یابد، توضیح دهید چطور می شود که در علامت اختلاف فاز توافق ندارند.

۲۰. اگر وجود اتر وصحت معادلات تبدیل لورنتس را قبول داشته باشیم می توانیم ثابت کنیم که تمام ناظرهای لخت، بدون توجه به سرعت حرکت آنها در اتر، یک سرعت، c ، برای نور اندازه می گیرند (به عنوان مثال ر. ک. فصل هشتم از مرجع ۱۵). این مطلب را توجیه کنید. (داهنمایی: علاوه بر اتساع زمان و انقباض طول احتیاج به در نظر گرفتن اختلاف فاز در همزمان کردن ساعتها داریم).

۲۱. به کمک قضیه جمع نسبیتی سرعتها نشان دهید چگونه می توانیم نتیجه آزمایش مایکلسون-مورلی و رصدهای مربوط به ستارگان مزدوج را توجیه کنیم.

۲۲. معادله (۲-۱۷) برای جمع نسبیتی سرعتهای موازی، هم برای مقادیر مثبت u' و v و هم برای مقادیر منفی آنها صادق است، گرچه در مثالهای ما فقط کمیات مثبت در نظر گرفته شدند. یکی از مثالها را تغییر دهید تا یک مقدار منفی برای u' یا v دربر داشته باشد و نشان دهید که نتایج فیزیکی تغییری نمی کنند.

۲۳. نتایج به دست آمده از اندازه گیری بازه های مکانی و زمانی، توسط ناظرهای واقع در چارچوبهایی که سرعت نسبیتی آنها c است، را با هم مقایسه کنید. از این نقطه نظر به چه معنایی c سرعت حدی می شود؟

۲۴. در مثال ۶، اگر $v_{\text{rel}} = -c/n$ می بود چه اتفاقی می افتاد؟

۲۵. یک جبهه موج کروی نور را که از یک منبع منتشر می شود در نظر بگیرید. اختلاف سرعتهای دو قطعه از جبهه موج که در جهت های مخالف یکدیگر حرکت می کنند، برای ناظر واقع در چشمه، چقدر است؟ سرعت نسبی یک قطعه از جبهه موج نسبت به قطعه دیگر چقدر است؟

۲۶. آهنگ جارو کردن دنباله یک ستاره دنباله دار می تواند از سرعت نور تجاوز کند. این پدیده را توضیح دهید و نشان دهید که تناقضی با نسبیت ندارد.

۲۷. با استفاده از سخنان ماکس بورن در بخش ۷.۲، دلیلی بیاورید که نشان دهد نسبیت با وجود فوتونها سازگاری دارد.

۲۸. منبعی در S' در نظر بگیرید که به طور یکنواخت در تمام جهات نور (فوتون) گسیل می‌کند. در S ، این تابش برای مقادیر بزرگ v در جهت جلو متمرکز می‌شود. این پدیده را به‌طور کیفی توضیح دهید (ر. ک. مسئله ۴۳).

۲۹. چند نتیجه تجربی را که توسط فیزیک کلاسیک پیشگویی نشده یا توجیه نمی‌شوند ولی به وسیله نظریه نسبیت خاص پیشگویی شده یا توجیه می‌شوند نام ببرید.

۳۰. آیا، طبق نظریه نسبیت، هر چیزی نسبی است یا چیزهای تغییرناپذیری هم وجود دارند که این نظریه آنها را مجاز می‌داند؟ به بیان دیگر، آیا چیزهایی وجود دارند که برای تمام ناظرها یکی باشد؟ اگر جواب مثبت باشد، چند تا از آنها را نام ببرید.

۳۱. چرا نظریه اینشتین نظریه نسبیت نامیده می‌شود؟ آیا نام دیگری آن را بهتر مشخص می‌کند؟

۳۲. آیا مفهوم کلاسیکی یک مایع تراکم ناپذیر در نسبیت معتبر است؟ توضیح دهید.

۳۳. اندازه حرکت زاویه‌ای کل برای یک مجموعه کلاسیک ذرات عبارت است از حاصل جمع اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و اسپینی. آیا می‌توان اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی را به عنوان مثالی از یک کمیت «ویژه» در فیزیک کلاسیک در نظر گرفت؟ (در چارچوب ویژه اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی برابراست با اندازه حرکت زاویه‌ای کل، زیرا قسمت مداری صفر است.)

۳۴. مفید بودن نسبیت درسرعت‌های زیادرا مورد تأکید قرار دادیم. نسبیت در کیهان‌شناسی، که در آن مسافت‌های بزرگ و بازه‌های زمانی طولانی دخالت می‌کنند، نیز مفید است. از شکل معادلات تبدیل لورنتس نشان دهید که چرا چنین است.

مسائل

۱. (الف) در شکل ۱.۲، S' را قطاری به طول ویژه ۸۰ کیلومتر در نظر بگیرید که با سرعت ۱۶۰ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند. بازه زمانی بین دریافت دو جبهه موج توسط O' چقدر است؟ (این کار را به دو طریق انجام دهید: اول با استفاده از تبدیلات لورنتس؛ دوم با پیدا کردن عباراتی برای زمان دریافت این دو علامت توسط O' و کم کردن آنها از یکدیگر. (داهنمایی: به خاطر داشته باشید که رویدادها را از چارچوب زمینی S نگاه می‌کنید.) (ب) اگر قطار روی ریلها ساکن باشد این بازه زمانی چقدر می‌شود؟ (ج) اگر جبهه‌های موج با سرعت بینهایت حرکت کنند این بازه زمانی چقدر می‌شود؟

۰۲ نشان دهید معادلات (۲-۶) برای $a_{۴۴}$ ، $a_{۱۱}$ ، و $a_{۴۱}$ ، جوابهای معادلاتی هستند که قبل از آنها آمده‌اند.

۰۳ معادلات (۲-۸) را مستقیماً از معادلات (۲-۷) به دست آورید.

۰۴ فرض کنید در S رویدادی در $x = ۱۰۰\text{km}$ ، $y = ۱۰\text{km}$ و $z = ۱۰\text{km}$ در زمان $t = ۵ \times ۱۰^{-۶}\text{sec}$ اتفاق می‌افتد. همچنین فرض کنید S' ، نسبت به S ، با سرعت $۰.۹۲c$ در امتداد محور مشترک $x-x'$ حرکت می‌کند و در لحظه $t = t' = ۰$ مبدأهای آنها بر یکدیگر منطبق‌اند. مختصات x' ، y' ، z' و t' این رویداد را در S' پیدا کنید. جوابها را با به کار بردن تبدیلات معکوس جهت به دست آوردن داده‌های اولیه امتحان کنید.

۰۵ دو ناظر A و B در چارچوب S ، در فاصله ۰.۶ متری از یکدیگر قرار دارند. فرض

کنید S' با سرعت $\frac{3}{5}c$ نسبت به S حرکت می‌کند و مبدأهای آنها، O و O' ، در

لحظه $t = t' = ۳ \times ۱۰^{-۷}\text{sec} (= ۹۰/c)$ چارچوب S'

دو ناظر دارد، یکی در A' و دیگری در B' به طوری که، طبق ساعتهای چارچوب S ، وقتی A' در مقابل A قرار می‌گیرد B' نیز در مقابل B قرار می‌گیرد (شکل ۱۰.۲ الف).

(الف) وقتی B' در مقابل B قرار می‌گیرد ساعت B' چه عددی را نشان می‌دهد؟ این کار را دوبار انجام دهید: اول، برای به دست آوردن t' مستقیماً از تبدیل لورنتس

استفاده کنید. دوم از تبدیل معکوس لورنتس استفاده کنید و t' را از حل آن به دست آورید. آیا جوابها با هم مطابقت دارند؟ (تذکر: رابطه بین x و x' مثل رابطه بین

طولهای غیر ویژه و ویژه و ویژه است.) (ب) دستگاه S' به حرکت خود ادامه می‌دهد تا A' در مقابل B قرار بگیرد. ساعت B در این موقع چه عددی را نشان می‌دهد؟

(ج) وقتی ساعت A' در مقابل B قرار بگیرد چه عددی را نشان می‌دهد؟ این را نیز به دو طریق انجام دهید. اول با استفاده از تبدیلات لورنتس و دوم با استفاده از

بازه‌های زمانی ویژه و غیر ویژه (تذکر: ممکن است مناسب بدانید که زمان را بر حسب واحدهای $۱/c$ ، مثلاً $۹۰/c = ۳ \times ۱۰^{-۷}\text{sec}$ و غیره بیان کنید.)

۰۶ به ازای چه مقداری از سرعت v عبارتهای گالیلو و لورنتس برای x به اندازه ۰.۱۰

درصد با یکدیگر تفاوت دارند؟ مسئله را برای ۱ درصد و ۱۰ درصد تکرار کنید.

۰۷ ناسوردایی معادله موج الکترومغناطیسی را در نسبیت، بسا نشان دادن اینکه عملگر

دیفرانسیلی مربوط ناوردا است، ثابت کنید. یعنی، نشان دهید وقتی متغیرهای فضا-

زمانی به وسیله تبدیلات لورنتس به یکدیگر مربوط شوند داریم

$$\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

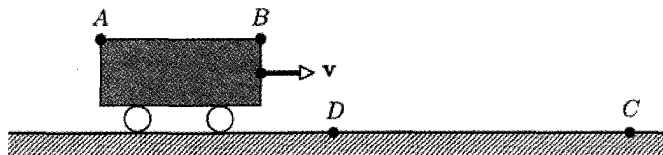
(ر. ک. مسئله ۱-۸).

۸. نشان دهید که زمان ویژه، که به وسیله معادله (۲-۱۲) به صورت $d\tau = dt\sqrt{1-\beta^2}$ داده شده است، نسبت به تبدیلات لورنتس یک کمیت ناورد است. (دانهمایی: در

$$\beta^2 = v^2/c^2 \quad (v^2 = (dx/dt)^2 + (dy/dt)^2 + (dz/dt)^2)$$

۹. دو رویداد، یکی در مکان x_1, y_1, z_1 و دیگری در مکان متفاوت x_2, y_2, z_2 در یک زمان نسبت به ناظر S اتفاق می افتند. (الف) آیا این رویدادها برای ناظر دیگر S' که نسبت به S با سرعت v حرکت می کند، همزمان هستند؟ (ب) اگر همزمان نیستند، بازه زمانی بین وقوع این رویدادها برای این ناظر چقدر است؟ (ج) وقتی $v \rightarrow 0$ ، این بازه زمانی به چه صورت درمی آید؟ وقتی فاصله مکانی بین رویدادها به سمت صفر میل کند این بازه زمانی چه خواهد شد؟

۱۰. واگنی با سرعت ثابت v روی ریلی حرکت می کند (ر. ک. شکل ۱۰۰۲). A و B در دو انتهای واگن و ناظرهای C و D در امتداد ریل قرار دارند. رویداد گذشتن A از مقابل C را با AC نمایش می دهیم و همین طور برای دیگر رویدادها. (الف) از چهار رویداد AD, BC, BD, AC کدامیک برای اندازه گیری آهنگ کار ساعت متعلق به A توسط ناظرهای روی ریل مفید هستند؟ (ب) بازه زمانی بین این دو رویداد را برای ناظرهای روی ریل با Δt نمایش می دهیم. بازه زمانی که ساعت متحرک نشان می دهد چقدر است؟ (ج) فرض کنید رویدادهای BC و AD در چارچوب مرجع ریل همزمان هستند. آیا در چارچوب مرجع واگن نیز همزمان هستند؟ اگر نه، کدامیک زودتر اتفاق می افتد؟



شکل ۱۰۰۲ مربوط به مسائل ۱۰ و ۱۱

۱۱. یک واگن با سرعت ثابت، مثل حالت مسئله ۱۰، روی ریل حرکت می کند. رویداد AD با رویداد BC در چارچوب ریل همزمان هستند. (الف) ناظرهای روی ریل

اقدام به اندازه گیری طول واگن، AB ، می کنند. این کار را می توانند یا با استفاده از رویدادهای BD و AD و کار روی اندازه گیریهای زمانی، یا با استفاده از رویدادهای BC و AC انجام دهند. در هیچیک از این حالات ناظرهای روی واگن نمی توانند این نتایج را معتبر بدانند. برای هر حالت توضیح دهید چرا. (ب) فرض کنید ناظرهای روی واگن بخواهند فاصله DC را با گذاشتن دو علامت به طور همزمان در روی یک خط کش بلند، اندازه بگیرند. ناظر E (نسبت به A و B) کجا باید قرار بگیرد تا AD با EC در چارچوب واگن همزمان باشند؟ بر حسب همزمانی توضیح دهید چرا. آیا می توانید بگویید چرا انقباض طول وجود دارد؟

۱۲. در دستگاه لخت S یک رویداد در نقطه A روی محور x اتفاق می افتد. $۱۰^{-۶}$ ثانیه بعد رویدادی در نقطه B ، به فاصله ۶۰۰ متر دورتر از نقطه قبلی، روی محور x اتفاق می افتد. از نظر S نقاط A و B به اندازه ۶۰۰ متر با یکدیگر فاصله دارند. (الف) آیا یک دستگاه لخت دیگر، S' ، وجود دارد که با سرعتی کمتر از c نسبت به S در امتداد موازی با محور x حرکت کند و این دو رویداد برای ناظر واقع در S' همزمان باشند؟ اگر چنین باشد، بزرگی و جهت سرعت S' نسبت به S کدامند؟ بازه مکانی بین رویدادهای A و B از نظر S' چقدر است؟ (ب) قسمت الف را برای حالتی که A و B از نظر S فقط به اندازه ۱۰۰ متر با یکدیگر فاصله داشته باشند تکرار کنید.

۱۳. بازه زمانی ویژه بین وقوع دو رویداد را در حالات زیر پیدا کنید: (الف) اگر در یک چارچوب لخت بازه مکانی بین دو رویداد $۱۰^۹$ متر و بازه زمانی بین آنها ۵ ثانیه باشد؛ (ب) اگر در یک چارچوب لخت بازه مکانی آنها $۱۰^۸ \times ۷۵$ متر و بازه زمانی آنها ۲۵ ثانیه باشد؛ (ج) اگر در یک چارچوب لخت بازه مکانی آنها $۱۰^۵ \times ۵$ متر و بازه زمانی آنها ۱۵ ثانیه باشد.

۱۴. طبق معمول چارچوبهای S و S' دارای سرعت نسبی v در امتداد محور مشترک $x-x'$ هستند و مبدأهای آنها در $t=t'=0$ بر یکدیگر منطبق اند. در t ثانیه بعد در می یابیم که فقط یک صفحه در S وجود دارد که ساعت‌های روی آن با ساعت‌های S' مطابقت دارند. (الف) نشان دهید که این صفحه با رابطه زیر مشخص می شود

$$x = \left(\frac{c^2}{v}\right) \left[1 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \right] t$$

و با سرعت زیر در S حرکت می کند

$$u = \left(\frac{c^2}{v}\right) \left[1 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \right]$$

(ب) نشان دهید که این سرعت کوچکتر از v است؛ (ج) فرض کنید که یک ناظر S'' با سرعت u نسبت به S حرکت می کند. این بدان معنی است که ساعت‌هایی که در S و S' در مقابل این ناظر قرار گیرند بازه زمانی غیرویژه یکسانی را برای رویدادی که ناظر چارچوب S'' حامل زمان ویژه آن است، اندازه می گیرند. با استفاده از نتیجه قسمت ب و رابطه اتساع زمان، توضیح دهید این امر چگونه ممکن است.

۱۵. (الف) در مسئله ۱۴ فرض کنید $v = 3c/5$. سرعت u ، یعنی سرعت S'' نسبت به S ، را پیدا کنید. آیا جواب شما با قسمت ب از مسئله ۱۴ سازگار است؟ (ب) با به کار بردن این مقدار u در معادلات تبدیل سرعت، سرعت S' را نسبت به S'' پیدا کنید. آیا جواب شما با قسمت ج از مسئله ۱۴ سازگار است؟ (ج) ثابت کنید که نتیجه ب یک نتیجه عمومی است، یعنی، برای هر سرعت نسبی v بین S و S' ، ناظری در این چارچوب بخصوص S'' می بیند که چارچوب S با سرعت u — و چارچوب S' با سرعت $u +$ نسبت به او حرکت می کنند؛ (د) نتیجه ج را با استفاده از دلایل تقارنی و این واقعیت که هیچ چارچوب مرجع مرجعی وجود ندارد، به طور منطقی توجیه کنید.

۱۶. در به دست آوردن انقباض طول به طریق فیزیکی (بخش ۴.۲)، اتساع زمان را معلوم فرض کردیم. به طریق مشابهی اتساع زمان را برای مسیرهای طولی نور، با این فرض که انقباض طول معلوم است، به دست آورید.

۱۷. نشان دهید که چگونه چهار نتیجه فرایندهای اندازه گیری فیزیکی در بخش ۴.۲ می توانند با هم ترکیب شوند و معادلات تبدیل لورنتس در بخش ۲.۲ را به دست دهند.

۱۸. هواپیمایی، با طول سکون 40 m ، با سرعت یکنواخت 630 m/sec نسبت به زمین حرکت می کند. (الف) طول این هواپیما برای یک ناظر در روی زمین به چه نسبت از طول سکون آن کوتاهتر به نظر می رسد؟ (ب) برای ساعت‌های روی زمین چقدر طول می کشد تا ساعت هواپیما یک میکروثانیه از آنها عقب بیفتند؟ (فرض کنید که فقط نسبت خاص دخالت می کند.)

۱۹. شعاع سکون زمین را می توان 6400 km و سرعت انتقالی آن به دور خورشید را می توان 30 km/sec در نظر گرفت. به علت حرکت انتقالی زمین به دور خورشید، قطر آن برای یک ناظر روی خورشید چقدر کوتاهتر به نظر می آید؟

۲۰. جهانی را در نظر بگیرید که در آن سرعت نور c برابر با 160 کیلومتر بر ساعت باشد.

يك كاديلاك، که با سرعت v نسبت به يك رادار سرعت سنج ثابت حرکت می کند، از فولکس واگنی که با حداکثر سرعت مجاز $c/2 = 80 \text{ km/hr}$ حرکت می کند، سبقت می گیرد. سرعت كاديلاك طوری است که طول آن با فولکس واگن از نظر ناظر ثابت یکی است. سرعت كاديلاك چقدر از حداکثر سرعت مجاز تجاوز می کند؟ طول ویژه كاديلاك دوبرابر طول ویژه فولکس واگن است.

۲۱. الکترونی با انرژی 100 MeV ، که برای آن $\beta = 0.9999975$ ، در امتداد يك لوله خالی از هوا حرکت می کند. طول این لوله، l' ، از نظر ناظر آزمایشگاه S' ، که لوله نسبت به او در حال سکون است، 300 متر است. ناظر S که با الکترون حرکت می کند می بیند که لوله با سرعت v به عقب حرکت می کند. ناظر S طول این لوله را چقدر اندازه می گیرد؟

۲۲. طول يك سفینه فضایی دقیقاً برابر نصف طول ویژه آن اندازه گیری شده است. (الف) سرعت سفینه فضایی نسبت به چارچوب ناظر چقدر است؟ (ب) اتساع واحد زمان سفینه فضایی چقدر است؟

۲۳. شعاع کهکشان ما 10^{20} m یا 3×10^4 سال نوری است. (الف) آیا علی الاصول شخصی، با عمر معمولی، می تواند از مرکز این کهکشان به کنار آن برسد؟ برای توضیح یا از اتساع زمان یا از انقباض طول استفاده کنید؛ (ب) این شخص به چه سرعت ثابتی نیاز دارد تا بتواند این سفر را در مدت 30 سال (زمان ویژه) انجام دهد؟

۲۴. دو سفینه فضایی، هر کدام با طول ویژه 100 متر که در جهت های مخالف حرکت می کنند از کنار یکدیگر می گذرند. اگر فضا نوردی واقع در جلوی یکی از سفینه ها بازه زمانی عبور سفینه دیگر را از مقابل خود $10^{-6} \times 205$ ثانیه اندازه بگیرد، (الف) سرعت نسبی سفینه ها چقدر است؟ (ب) چه زمانی برای ناظر کشتی اول طول می کشد تا دماغه سفینه دوم از جلو تا عقب سفینه اول را ببیند؟

۲۵. يك قهرمان پرش با نیزه را در نظر بگیرید که نیزه ای به طول 6 m ، موازی با جهت حرکتش، در دست دارد و با سرعت از اتاقکی به طول 3 m که درهای کشویی دو طرف آن باز هستند عبور می کند. آیا می توان درهای کشویی اتاقک را طوری بست که نیزه قبل از برخورد با در خروجی کاملاً در داخل آن قرار بگیرد؟ وضعیت را از نظر قهرمان پرش با نیزه و همچنین از نظر ناظری که روی بام اتاقک قرار دارد مورد بحث قرار دهید (د.ك. مرجع ۱۶).

۲۶. میله ای با طول سکون 10 m ، روی يك میز صاف، با سرعت $0.8c$ نسبت به آن،

به‌طور طولی حرکت می‌کند. یک سوراخ دایره‌ای شکل با قطر سکون m ۱۲۰ در سرراه میله قرار دارد. (الف) قطر سوراخ از نظر میله چقدر است؟ (ب) طول میله از نظر سوراخ چقدر است؟ (ج) آیا میله (به علت نیروی گرانشی) در داخل سوراخ خواهد افتاد یا نه؟ توضیح دهید (ر.ک. مرجعهای ۱۷ و ۱۸).

۲۷. (الف) اگر عمر متوسط (ویژه) یک مزون μ برابر با $10^{-6} \times 2.3 \times 10^8$ ثانیه باشد، این مزون چه فاصله متوسطی را قبل از نابودی، از نظر چارچوبهای مرجعی که سرعت مزون در آنها c ۵۰۰، c ۶۰۰ و c ۹۹۰ باشد، در خلأ طی خواهد کرد؟ (ب) هر کدام از این فاصله‌ها را با فاصله‌ای که مزون از نظر خودش می‌پیماید مقایسه کنید.

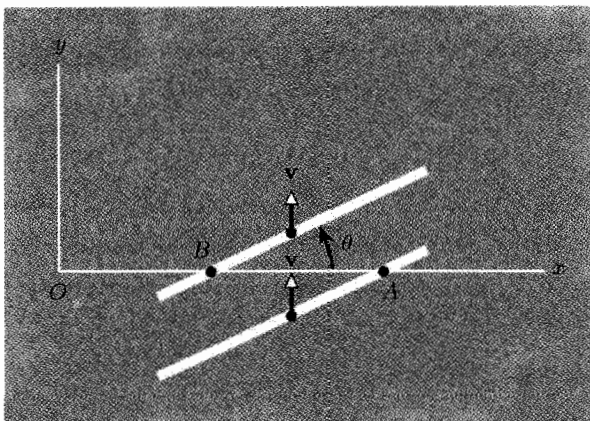
۲۸. در یک برخورد با انرژی زیاد یک ذره کیهانی اولیه در جو زمین، یک مزون μ در ارتفاع ۲۰۰ کیلومتری از سطح دریا، به وجود آمده است. این مزون با سرعت c ۹۹۰ به‌طور قائم پایین می‌آید و $10^{-8} \times 2.5$ ثانیه پس از ایجاد، در دستگاه ویژه خودش، فروپاشیده می‌شود. این فروپاشی از نظر ناظر روی زمین در چه ارتفاعی از سطح دریا صورت می‌گیرد؟

۲۹. عمر متوسط مزونهای μ ، که در یک قطعه سرب در آزمایشگاه متوقف شده‌اند برابر، $10^{-6} \times 2.3$ ثانیه است. عمر متوسط مزونهای μ خیلی سریع حاصل از فروپاشی پرتوهای کیهانی از نظر ناظر روی زمین $10^{-5} \times 1.6$ ثانیه است. سرعت این مزونهای μ کیهانی را پیدا کنید.

۳۰. تجربه‌های آزمایشگاهی روی مزونهای μ ی در حال سکون نشان می‌دهند که عمر متوسط (ویژه) آنها در حدود $10^{-6} \times 2.3$ ثانیه است. این گونه مزونهای μ در ارتفاعات بالای جو زمین به وسیله واکنشهای پرتوهای کیهانی ایجاد می‌شوند و با سرعت c ۹۹۰ نسبت به زمین، فاصله‌ای از ۴۰۰۰ متر تا ۱۳۰۰۰ متر را قبل از واپاشی طی می‌کنند. (الف) نشان دهید اگر عمر مزون μ در پرواز فقط $10^{-6} \times 2.3$ ثانیه باشد، فاصله متوسطی که یک مزون μ قبل از واپاشی می‌تواند طی کند خیلی کمتر از حتی کوتاهترین فاصله، ۴۰۰۰ متر، است؛ (ب) سازگاری مشاهدات در مورد طولهای پیموده شده و عمر را با محاسبه عمر مزون μ در پرواز، از نظر ناظر روی زمین، شرح دهید؛ (ج) این سازگاری را با محاسبه طول پیموده شده از نظر ناظر متصل به مزون در پرواز در جو زمین شرح دهید.

۳۱. (الف) معادله $(2 - 18)$ را به‌روش معادله $(2 - 19)$ به‌دست آورید؛ (ب) معادله $(2 - 19)$ را، به‌جای اینکه از معکوس μ_y' به‌دست آورید، مستقیماً به‌دست آورید.

۳۲. در شکل ۱۱۰۲، A و B نقاط تقاطع محور x (میلۀ ثابت) با یک میلۀ مایل (میلۀ متحرك) در دو زمان مختلف هستند. میلۀ مایل با سرعت v در جهت $y +$ (بدون چرخش) حرکت می کند. (الف) نشان دهید که نقطۀ تقاطع میله ها با سرعت $u = v \cot \theta$ به سمت چپ حرکت می کند؛ (ب) فرض کنید $\theta = 15^\circ$ و $v = c/3$. نشان دهید که در این صورت u از c تجاوز می کند. توضیح دهید چرا این نتیجه هیچ تناقضی با نسبیت ندارد.



شکل ۱۱۰۲ مربوط به مسئله ۳۲

۳۳. یک ذرۀ کیهانی با سرعت $0.8c$ در امتداد محور زمین به طرف قطب شمال و ذرۀ دیگری با سرعت $0.6c$ به طرف قطب جنوب نزدیک می شوند. سرعت یکی از ذرات را نسبت به دیگری پیدا کنید. (داهنمایی: زمین و یکی از ذرات را به عنوان دو دستگاه لخت در نظر بگیرید.)

۳۴. فرض کنید کسۀ ذره ای به موازات محور $x - x'$ حرکت می کند و فرض کنید $v = 40000 \text{ km/hr}$ و $u_x' = 40000 \text{ km/hr}$ است. اگر برای محاسبۀ u_x ، به جای معادلۀ لورنتس، از معادلۀ گالیله استفاده کنیم چند درصد خطا خواهیم داشت؟ سرعت نور برابر است با $10^8 \times 10^8 \text{ km/hr}$.

۳۵. سه چارچوب مرجع لخت S ، S' و S'' را در نظر بگیرید. فرض کنید S' با سرعت v نسبت به S و S'' با سرعت v' نسبت به S' حرکت می کند. تمام سرعتها همخط هستند. (الف) معادلات تبدیل بین x, y, z, t و x', y', z', t' و همچنین

* در متن اصلی این زاویه برابر با 60° درجه اختیار شده است. اما برای اینکه، با فرض $v = c/3$ ، u از c تجاوز نکند لازم است که این زاویه کوچکتر از 18° درجه اختیار شود. (۴)

بین x', y', z', t' و x'', y'', z'', t'' را بنویسید. این معادلات را با هم ترکیب کنید و روابط بین x, y, z, t و x'', y'', z'', t'' را به دست آورید؛ (ب) نشان دهید که این روابط با معادلات تبدیل مستقیم S به S'' ، که در آنها v'' ، سرعت S'' نسبت به S ، از قضیه جمع نسبیتی سرعتها، یعنی

$$v'' = \frac{v + v'}{1 + vv'/c^2}$$

به دست می آید، معادل هستند؛ (ج) توضیح دهید چگونه تحلیل فوق ثابت می کند که دو تبدیل متوالی لورنتس معادل است با یک تبدیل مستقیم.

۳۶. فرض کنید که یک ذره نسبت به دستگاه پریم دار با سرعت u' در صفحه $x'-y'$ طوری حرکت می کند که مسیر آن با محور x' زاویه θ' بسازد. (الف) نشان دهید که معادلات حرکت آن در S' با روابط

$$x' = u't' \cos \theta', \quad y' = u't' \sin \theta', \quad z' = 0$$

داده می شوند؛ (ب) در دستگاه S ، سرعت متناظر u و زاویه متناظر θ از معادلات

$$x = ut \cos \theta, \quad y = ut \sin \theta, \quad z = 0$$

تعیین می شوند. درستی این گزاره را اثبات کنید؛ (ج) با استفاده از معادلات تبدیل لورنتس نشان دهید که بزرگی و جهت سرعت در S با روابط زیر داده می شوند

$$u^2 = \frac{u'^2 + v^2 + 2u'v \cos \theta' - (u'^2 v^2 / c^2) \sin^2 \theta'}{[1 + (u'v/c^2) \cos \theta']^2}$$

و

$$\tan \theta = \frac{u' \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{u' \cos \theta' + v}$$

(د) این نتیجه چگونه به معادله نسبیتی ابیراهی نور، یعنی معادله (۲-۲۷ الف)، مربوط می شود؟ (داهنمایی: u' در مورد نور چه خواهد بود؟) (ه) نشان دهید که عبارت u^2 در قسمت ج با عبارتی که با استفاده از معادلات (۲-۱۸) و (۲-۱۹) و $u^2 = u_x^2 + u_y^2$ به دست می آید، یکسان است.

۳۷. (الف) نشان دهید که، با $u'^2 = u_x'^2 + u_y'^2$ و $u^2 = u_x^2 + u_y^2$ ، می توان نوشت

$$c^2 - u^2 = \frac{c^2(c^2 - u'^2)(c^2 - v^2)}{(c^2 + u_x'v)^2}$$

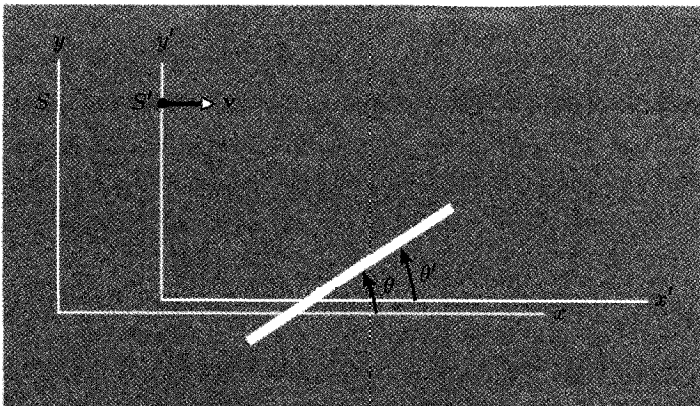
(ب) با استفاده از این نتیجه نشان دهید اگر $u' < c$ و $v < c$ ، آنگاه u باید

کوچکتر از c باشد. به بیان دیگر، حاصل جمع نسبیتی دو سرعت که هر کدام کوچکتر از c باشند سرعتی کوچکتر از c خواهد بود؛ (ج) بسا استفاده از این نتیجه نشان دهید اگر $c = u'$ یا $v = c$ ، آنگاه u باید مساوی با c باشد. به بیان دیگر، جمع نسبیتی هر سرعتی با سرعت نور دوباره همان سرعت نور را به دست می دهد (مرجع ۱۹).

۳۸. يك هسته راديو اکتیو را در نظر بگیرید که با سرعت یکنواخت $0.5c$ نسبت به آزمایشگاه حرکت می کند. (الف) این هسته با گسیل الکترونی که با سرعت $0.8c$ در جهت حرکت هسته (محور مشترك $x - x'$) حرکت می کند واپاشیده می شود. سرعت (بزرگی و جهت) الکترون را در چارچوب آزمایشگاهی، S ، پیدا کنید؛ (ب) هسته با گسیل الکترونی که با سرعت $0.8c$ در جهت مثبت محور y' حرکت می کند واپاشیده می شود. سرعت (بزرگی و جهت) الکترون را در چارچوب آزمایشگاه پیدا کنید؛ (ج) هسته با گسیل الکترونی که با سرعت $0.8c$ در جهت مثبت محور y (عمود بر حرکت اولیه هسته در چارچوب آزمایشگاه) حرکت می کند واپاشیده می شود. سرعت الکترون در چارچوب آزمایشگاه و جهت گسیل الکترون را در چارچوبی که هسته قبلاً در آن ساکن بوده است، S' ، پیدا کنید.

۳۹. فرض کنید رویداد A موجب وقوع رویداد B در چارچوب S می شود و این تأثیر با سرعتی بزرگتر از c منتشر می شود. با استفاده از قضیه جمع سرعتها نشان دهید که يك چارچوب لخت S' وجود دارد که نسبت به S با سرعتی کمتر از c حرکت می کند و در آن ترتیب وقوع این رویدادها وارونه است. در نتیجه، اگر قرار باشد که مفاهیم علت و معلول محفوظ بمانند، ممکن نیست بتوان علاماتی فرستاد که با سرعتی بیش از سرعت نور منتشر شوند.

۴۰. خط کشی به طول L که نسبت به S ساکن است با محور x زاویه θ می سازد



(ر. ک. شکل ۱۲.۲). طول آن، L' ، و زاویه آن بسا محور x' ، θ' ، را از نظر ناظری واقع در S' ، که با سرعت v نسبت به S در امتداد محور مشترك $x - x'$ حرکت می کند، پیدا کنید.

۴۱. جسمی با سرعت u و تحت زاویه θ با محور x ، در دستگاه S ، حرکت می کند. یک دستگاه دیگر S' با سرعت v در امتداد محور x نسبت به S حرکت می کند. سرعت، u' ، و زاویه حرکت، θ' ، این جسم را از نظر ناظری که در S' است پیدا کنید.

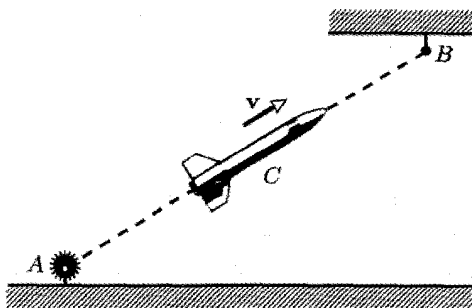
۴۲. تبدیل نسبیتی شتاب، یعنی

$$a_x' = \frac{a_x (1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - u_x v/c^2)^3}$$

را که در آن $a_x = du_x/dt$ و $a_x' = du_x'/dt'$ ، به دست آورید. (دانهمایی: $(du_x/dt)' = (du_x/dt)(dt/dt')$)

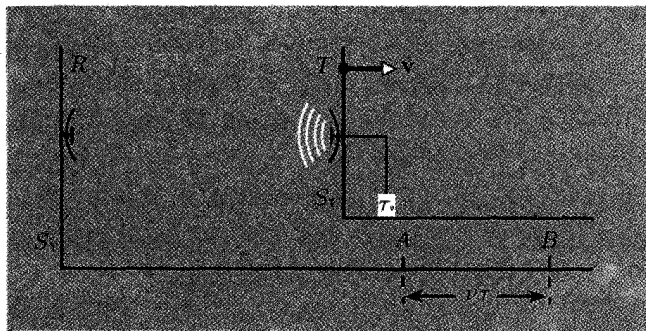
۴۳. چشمه نوری در حال سکون در چارچوب S' در نظر بگیرید که به طور یکنواخت در تمام جهات تابش می کند. توزیع تابش را در چارچوب آزمایشگاه S ، که چشمه در آن با سرعت $4c/5$ حرکت می کند، پیدا کنید (دانهمایی: زاویه θ متناظر با $0, 30, 60, 90, 120, 150, 180$ درجه را پیدا کنید. یک منحنی قطبی از داده ها به درك مطلب کمک خواهد کرد.) آیا می توانید حدس بزنید چرا این پدیده غالباً، «اثر چراغ جلو» نامیده می شود؟

۴۴. A در روی زمین، با نور فلاش هر شش دقیقه یک علامت می فرستد. B در روی یک ایستگاه فضایی که نسبت به زمین ساکن است، قرار دارد. C در روی موشکی که از



A به طرف B با سرعت ثابت c در نسبت به A حرکت می کند (ر. ک. شکل ۱۳.۲) قرار دارد. (الف) در چه بازه‌هایی B این علامات را از A دریافت می کند؟ (ب) در چه بازه‌هایی C علامات را از A دریافت می کند؟ (ج) اگر C علاماتی بفرستد که بازه‌های زمانی آنها با بازه‌هایی که از A دریافت می کند برابر باشند، B در چه بازه‌هایی علامات C را دریافت می کند؟

۴۵. يك فرستنده رادار (T) در دستگاه S_p ، که نسبت به دستگاه S_1 با سرعت v به طرف راست حرکت می کند، ساکن است (ر. ک. شکل ۱۴.۲). يك زمان سنج در S_p ، با تناوب τ_0 (از نظر S_p) باعث می شود که فرستنده T تپهای راداری گسیل کند. این تپها با سرعت نور حرکت می کنند و توسط گیرنده R ، که در S_1 ثابت است، دریافت می شوند. (الف) تناوب زمان سنج (τ) از نظر ناظرهای A و B ، که به اندازه $v\tau$ از هم فاصله دارند، چقدر است؟ (ب) نشان دهید که برای گیرنده R بازه زمانی بین تپهایی که از S_p دریافت می کند مساوی با τ یا τ_0 نیست بلکه برابر است با $\tau' = \tau_0 \sqrt{(c+v)(c-v)}$. (ج) توضیح دهید چرا ناظر واقع در R تناوب فرستنده را متفاوت از ناظرهای A و B ، که در همان چارچوب مرجع او هستند، اندازه می گیرد. (دانهمایی: رویدادهای اندازه گیری شده توسط R را با رویدادهای اندازه گیری شده توسط A و B مقایسه کنید. منظور از زمان ویژه در هر حالت چیست؟)



شکل ۱۴.۲ مربوط به مسئله ۴۵

۴۶. در حالت انتشار موج در يك محیط، جابجاییهای دوبرابر برای حالتی که چشمه در داخل محیط حرکت می کند و حالتی که ناظر در داخل محیط حرکت می کند با هم تفاوت دارند. در صورتی که در حالت انتشار نور در خلا، این دومورد معادل هستند. نشان دهید که اگر متوسط هندسی دو نتیجه قبلی را بگیریم دقیقاً جابجایی نسبی دوبرابر را به دست خواهیم آورد (ر. ک. مرجع ۱۰، بخشهای ۴۵ تا ۴۵).

۰۴۷. يك كشتی فضایی با سرعت $0.2c$ از زمین دور می‌شود. از این كشتی نوری ساطع می‌شود که برای مسافرین آبی به نظر می‌رسد. این نور به نظر ناظر روی زمین چه رنگی خواهد بود؟

۰۴۸. تغییر طول موج را در اثر طولی نسبیتی دوپلر برای خط D_1 سدیم (5896 \AA) در حالتی که چشمه و ناظر با سرعت‌های نسبی $0.1c$ ، $0.4c$ و $0.8c$ به یکدیگر نزدیک می‌شوند پیدا کنید. آیا نتیجه کلاسیکی (تقریب مرتبه اول) تقریب خوبی است؟

۰۴۹. تغییر طول موج را در اثر نسبیتی دوپلر برای خط H_α (6563 \AA)، مربوط به H_α ، که از ستاره‌ای که با سرعت نسبی $0.1c$ ، $0.2c$ ، $0.3c$ از زمین دور می‌شود گسیل می‌شود، پیدا کنید. آیا نتیجه کلاسیکی (تقریب مرتبه اول) تقریب خوبی است؟

۰۵۰. تغییر طول موج، اگر وجود داشته باشد، در اثر دوپلر را برای خط D_1 سدیم (5890 \AA) که از چشمه‌ای که با سرعت ثابت $0.1c$ روی دایره‌ای می‌چرخد گسیل می‌شود، از نظر ناظری که در مرکز دایره قرار دارد پیدا کنید.

مراجع

1. *Am. J. Phys.*, January 1963, p. 47.
2. G. J. Whitrow, *The Natural Philosophy of Time* Harper Torch-books, Harper and Row, New York, 1963.
3. Herman Erlichson, «The Leibniz - Clarke Controversy: Absolute versus Relative Space and Time,» *Am. J. Phys.*, **35**, 89 (1967).
4. David H. Frisch and James H. Smith, «Measurement of Relativistic Time Dilation Using μ - Mesons,» *Am. J. Phys.*, **31**, 342 (1963).

و فیلمی در این رابطه، با مشخصات زیر تهیه شده است :

- «Time Dilation - An Experiment with μ - Mesons,» Educational Services, Inc., Watertown, Mass.
5. V. T. Weisskopf, «The Visual Appearance of Rapidly Moving Objects,» *Physics Today* **13** (9) (September 1960).

6. G. D. Scott and M. R. Viner, «The Geometrical Appearance of Large Objects Moving at Relativistic Speeds,» *Am. J. Phys.*, **33**, 534 (1965).
7. Milton A. Rothman, «Things that go Faster than Light,» *Scientific American*, **203**, 142 (July 1960).
8. Max Born, *Einstein's Theory of Relativity* Dover Publications, New York, 1962.
9. H. E. Ives and G. R. Stilwell, *J. Opt. Soc. Am.*, **28**, 215 (1938); and **31**, 369 (1941).
10. D. Halliday and R. Resnick, *Physics*, John Wiley and Sons, 1966, p. 1008.
11. Mandelberg, and Witten, *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, 529 (1962).
12. G. Otting, *Phys. Z.*, **40**, 681 (1939).
13. Walter Kundig, *Phys. Rev.*, **129**, 2371 (1963).
14. H. Bondi, «The Teaching of Special Relativity,» *Physics Education*, **1**, (4), 223 (1966).
15. David Bohm, *The Special Theory of Relativity* W.A. Benjamin, New York 1965.
16. E. M. Dewan, «Stress Effects Due to Lorentz Contraction,» *Am. J. Phys.*, **31**, 383 (1963).
17. W. Rindler, «Length Contraction Paradox» *Am. J. Phys.*, **29**, 365 (1961).
18. R. Shaw. «Length Contraction Paradox» *Am. J. Phys.*, **30**, 72, (1962).
19. W. Rindler, *Special Relativity*, Interscience Publishers, New York, 1960.

دینامیک نسبی

۱.۳ مکانیک و نسبیت

در فصل اول دیدیم که تجربه ما را به قبول این نتیجه وادار می‌کند که تبدیلات گالیله باید عوض شوند و قوانین بنیادی مکانیک، که با این تبدیلات سازگار بودند، نیز احتیاج به اصلاح دارند. در فصل دوم معادلات تبدیل جدید، یعنی تبدیلات لورنتس، را به دست آوردیم و دخالت آنها را در پدیده‌های سینماتیکی بررسی کردیم. اکنون باید پدیده‌های دینامیکی را در نظر بگیریم و ببینیم به چه طریق باید قوانین مکانیک کلاسیک را اصلاح کرد تا مکانیک جدید با نسبیت سازگار شود.

اصولاً، مکانیک کلاسیک نیوتونی با نسبیت ناسازگار است، زیرا قوانین آن تحت تبدیلات گالیله تغییر ناپذیر (ناوردا) هستند و نه تحت تبدیلات لورنتس. این نتیجه‌ی صوری از نظرهای دیگر نیز قابل توجیه است. مثلاً، در مکانیک نیوتونی نیرو می‌تواند ذره‌ای را تا سرعت بینهایت شتاب دهد، در صورتی که در نسبیت سرعت حدی c است. اشکال دیگر مکانیک کلاسیک این است که در آن نیروهای کنش از دور مجاز هستند و نیروهای کنش و واکنش برابری ندارند. در نسبیت، این برابری، بجز برای نیروهای تماسی، معنی ندارد، زیرا همزمانی رویدادهایی که جدا از یکدیگر باشند نسبی است.

مثلاً در مکانیک کلاسیک، می‌توان گفت دو جسم که در روی یک سطح بدون اصطکاک به وسیله فنر کشیده و سبکی به یکدیگر متصل شده‌اند، تحت اثر نیروهایی مساوی و مختلف‌العلامه قرار دارند که در یک لحظه بر آنها اثر می‌کنند. در نسبیت، که همزمانی رویدادهای جدا از یکدیگر یک مفهوم نسبی است، مفهوم «در یک لحظه» از یک ناظر لخت به ناظر دیگر متفاوت است. جز در مواردی که نیروهای کنش و واکنش تماسی باشند (یعنی ذرات بر هم کنش کننده

جدا از یکدیگر نباشند) نمی‌توان به آنها مفهومی مستقل از چارچوبهای مرجع به کار برده شده داد.

نیروی الکتروستاتیکی، که به نظر می‌رسد يك نیروی کنش از دور باشد، می‌تواند به‌عنوان يك پدیده میدان در نظر گرفته شود. یعنی، بار الکتریکی میدانی ایجاد می‌کند و بار آزمون در مکان خود با این میدان برهم کنش می‌کند. نیروهای دیگری که ظاهراً کنش از دور هستند نیز می‌توانند به‌طور مشابه به‌عنوان پدیده‌های میدانی در نظر گرفته شوند. بنابراین، اثر کلی ملاحظات نسبیتی به‌طور ساده این است که نظر میتنی بر کنش از دور را کنار بگذاریم. این کار بر احتی با دادن خسارت ناچیزی در فیزیک کلاسیک انجام می‌شود.

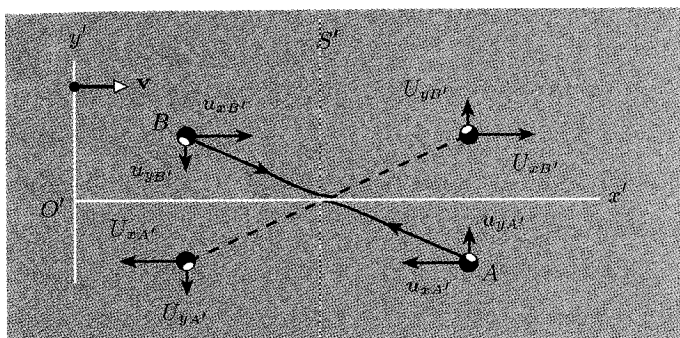
بنابراین برای پیدا کردن قانون جدیدی برای حرکت که با نسبیت سازگار باشد، نیروهای کنش از دور را کنار می‌گذاریم. اما، مثلاً پدیده‌های برخوردی (نیروهای تماسی) یا پدیده‌های میدانی (بار در يك میدان الکترومغناطیسی) را، که در هیچکدام از آنها مفهوم کنش از دور دخالت نمی‌کند، می‌توان در نظر گرفت. در هر کدام از این حالات، وقتی قانونی برای حرکت، که تحت تبدیلات لورنتس ناوردا باشد، به دست می‌آوریم، باید مطمئن باشیم که وقتی $v/c \rightarrow 0$ ، این قانون به شکل نیوتونی خود در می‌آید. زیرا در ناحیه $v/c \ll 1$ ، قوانین نیوتونی با تجربه توافق دارند. در نتیجه، قوانین نسبیتی حرکت تعمیمی از قوانین کلاسیک آن خواهند بود.

مسئله را با مطالعه برخورد شروع می‌کنیم. در اینجا فرض می‌کنیم که برهم کنش بین ذرات فقط در بازه زمانی بینهایت کوتاهی، که از فاصله بین آنها بتوان صرف نظر کرد، صورت می‌گیرد (یا به عبارت دیگر، برد نیروها نسبت به ابعاد دستگاه خیلی کوتاه است). ذرات در مدت برخورد شتاب می‌گیرند، اما، قبل و بعد از برهم کنش شتابی وجود ندارد. قوانین پایستگی اندازه حرکت و انرژی از نظر کلاسیک در مدت این برهم کنش معتبر هستند. اگر بخواهیم این قوانین پایستگی از نظر نسبیتی نیز معتبر باشند (یعنی، تحت تبدیلات لورنتس ناوردا باشند) و در نتیجه قوانین عمومی فیزیک باشند، باید شکل کلاسیک آنها را طوری اصلاح کنیم که وقتی $v/c \rightarrow 0$ ، به همان شکل کلاسیک خود تبدیل پیدا کنند. بدین طریق قوانین نسبیتی حرکت را به دست خواهیم آورد.

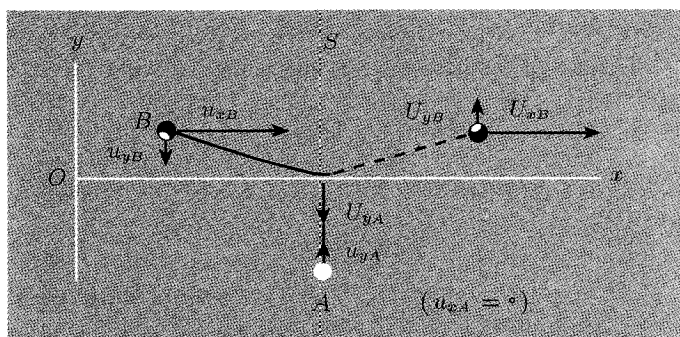
همچنین می‌توانستیم بحث را با مطالعه حرکت ذرات باردار در يك میدان الکترومغناطیسی شروع کنیم. از يك نظر، نسبیت طوری ساخته شد که قوانین الکترومغناطیس را حفظ کند، در نتیجه باید انتظار داشت که نیروهای الکترومغناطیسی تحت تبدیلات لورنتس ناوردا باشند. چون همه نیروها باید دارای شکل ناوردای یکسانی باشند، این روش به قانون نسبیتی حرکت نیز منجر خواهد شد. لذا، در انجام این روش نخست باید بدانیم میدانهای الکتریکی و مغناطیسی چگونه تبدیل می‌شوند. این مسئله را بعداً بررسی خواهیم کرد. در اینجا فقط اعلام می‌کنیم که هم‌روش برخوردی و هم روش میدان الکترومغناطیسی به يك نوع معادله نسبیتی حرکت منجر می‌شوند. اکنون این معادله حرکت را از روش برخوردی به دست می‌آوریم.

۲.۳ ضرورت تعریف مجدد اندازه حرکت

نخستین چیزی که می‌خواهیم ثابت کنیم این است که اگر بخواهیم کمیتی نظیر اندازه حرکت را (که برای آن در فیزیک کلاسیک یک قانون پایستگی وجود دارد) پیدا کنیم که برای آن در نسبیت نیز یک قانون پایستگی وجود داشته باشد، نمی‌توانیم از همان عبارت کلاسیک اندازه حرکت استفاده کنیم. بلکه باید مجدداً اندازه حرکت را طوری تعریف کنیم که قانون پایستگی آن در برخوردها تحت تبدیلات لورنتس ناوردا باشد.



(الف) U_{yB}



(ب)

شکل ۱.۳ یک برخورد بخصوص از نظر (الف) ناظر S' ، (ب) ناظر S . در اینجا حروف کوچک (u) مربوط به قبل از برخورد و حروف بزرگ (U) مربوط به بعد از برخورد می‌باشند. شاخصها (B و A) نمایشگر ذره و (y و x) مؤلفه‌ها هستند. مقادیر در S' با پریم و در S بدون پریم مشخص شده‌اند.

نخست برخوردکشایند بین دو جسم مشابه را از نظر دو ناظر لخت متفاوت S و S' ، براساس مکانیک کلاسیک بررسی می‌کنیم. برخورد را طوری انتخاب می‌کنیم که در

چارچوب S' کاملاً متقارن باشد، یعنی، دو جسم مورد نظر، A و B ، دارای سرعت‌های اولیه مساوی و مختلف‌الجهت باشند و در نتیجه اندازه حرکت کل صفر باشد (شکل ۱۰۳). به عبارت دیگر، $\mathbf{u}_{yA}' = -\mathbf{u}_{yB}'$ و $\mathbf{u}_{xA}' = -\mathbf{u}_{xB}'$. چون برخورد کشایند است بزرگی سرعت‌های نهایی نیز مساوی با بزرگی سرعت‌های اولیه است و اندازه حرکت کل بعد از برخورد صفر باقی می‌ماند. خواهیم داشت

$$\mathbf{u}_{xA}' = \mathbf{U}_{xA}' = -\mathbf{U}_{xB}' = -\mathbf{u}_{xB}' \quad \text{و} \quad \mathbf{u}_{yA}' = -\mathbf{U}_{yA}' = \mathbf{U}_{yB}' = -\mathbf{u}_{yB}'$$

یعنی ناظر S' می‌بیند که مؤلفه‌های y سرعت‌ها در اثر برخورد تغییر جهت می‌دهند و مؤلفه‌های x آنها بدون تغییر باقی می‌مانند.

از نظر ناظر S ، چارچوب مرجع S' با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کند. عمداً v را برابر با

$$v = \mathbf{u}_{xB}' = -\mathbf{u}_{xA}' \quad (۱-۳)$$

انتخاب می‌کنیم تا سرعت جسم A در چارچوب S مؤلفه x نداشته باشند (ر. ک. شکل ۱۰۳ ب). مؤلفه‌های y سرعت باید در اثر این تبدیل، طبق مکانیک نیوتونی، بدون تغییر بمانند و در این برخورد اندازه حرکت باید از نظر ناظر S نیز پایسته باشد. یعنی

$$\mathbf{u}_{yB} = -\mathbf{U}_{yB} \quad \mathbf{u}_{yA} = -\mathbf{U}_{yA} \quad \mathbf{u}_{yB} = \mathbf{u}_{yB}' \quad \mathbf{u}_{yA} = \mathbf{u}_{yA}'$$

اندازه حرکتی که جسم A از دست می‌دهد، $\gamma m u_{yA}$ ، برابر است با اندازه حرکتی که جسم B به دست می‌آورد، $\gamma m u_{yB}$ ، به طوری که از نظر بزرگی داریم

$$\gamma m u_{yA} = \gamma m u_{yB} \quad (۲-۳)$$

و چون هر دو جسم دارای جرم یکسان m هستند، نتیجه می‌گیریم که

$$u_{yA} = u_{yB} \quad (۳-۳)$$

این روابط نتایج نیوتونی هستند.

اکنون بینیم آیا این نتایج با تبدیلات لورنتس سازگار هستند یا نه. سازگار نیستند، زیرا با تبدیلات نسبیتی سرعت در تناقض‌اند. اگر معادلات موجود در جدول ۲.۲ را به کار ببریم می‌بینیم که نسبیت ایجاب می‌کند که برای جسم B داشته باشیم

$$u_{yB}' = \frac{u_{yB} \sqrt{1-\beta^2}}{1-u_{xB}v/c^2} \quad (۴-۳)$$

در صورتی که برای جسم A ، که برای آن $u_{xA} = 0$ ، داریم

$$u_{yA}' = u_{yA} \sqrt{1-\beta^2} \quad (۵-۳)$$

در نتیجه، تبدیلات نسبیتی روی مؤلفه‌های y سرعت تأخیر می‌گذارند. اولاً مقادیر این

مؤلفه‌ها در يك چارچوب با مقادیر آنها در چارچوب دیگر یکی نیستند. ولی مهمتر اینکه اگر بزرگیهای این مؤلفه‌ها در يك دستگاه با هم برابر باشند لازم نیست که در دستگاه دیگر نیز برابر باشند. در واقع، هر گاه مانند قبل فرض کنیم که $u_{yB}' = u_{yA}'$ ، با ترکیب و تنظیم معادلات (۳-۴) و (۳-۵) خواهیم داشت

$$u_{yA} = u_{yB} \frac{1}{1 - u_{xB}v/c^2} \quad (۳-۶)$$

که با نتیجه نیوتونی، معادله (۳-۳)، در تناقض است. در نتیجه، در طی برخورد، بزرگی تغییرات مؤلفه y سرعتها در يك چارچوب با بزرگی تغییرات آن در چارچوب دیگر متفاوت است. نتیجه اینکه، اگر اندازه حرکت را طبق فرمولهای کلاسیک، $\mathbf{P} = m\mathbf{u}$ و $\mathbf{P}' = m\mathbf{u}'$ حساب کنیم، وقتی در يك برخورد اندازه حرکت، در يك چارچوب پایسته باشد در چارچوب دیگر پایسته نخواهد بود.

این نتیجه با اصل موضوع اساسی نسبیت، که می‌گوید قوانین فیزیک در تمام چارچوبهای لخت یکسان هستند، در تناقض است. اگر بنا باشد پایستگی اندازه حرکت در برخوردها، یک قانون فیزیکی باشد، پس تعریف کلاسیک اندازه حرکت نمی‌تواند عموماً درست باشد. خاطر نشان کنیم که اختلاف بین معادلات (۳-۳) و (۳-۶) وقتی $u_{xB} \ll c$ و $v \ll c$ ، ناسچیز می‌شود. در نتیجه در سرعتهای بالاست که فرمول بندی نیوتونی قانون پایستگی اندازه حرکت اعتبار خود را از دست می‌دهد. بنابراین باید تعریف اندازه حرکت را طوری تعمیم داد که در سرعتهای پایین به نتیجه کلاسیک آن تبدیل یابد.

در بخش بعد نشان خواهیم داد که می‌توان شکل کلاسیک تعریف اندازه حرکت یک ذره، $\mathbf{P} = m\mathbf{u}$ ، که در آن \mathbf{P} اندازه حرکت، m جرم و \mathbf{u} سرعت ذره است، و همچنین قانون کلاسیک پایستگی اندازه حرکت یک دستگاه از ذرات برهم کنش کننده را حفظ کرد، به شرط اینکه مفهوم کلاسیک جرم را تغییر دهیم. لازم است جرم یک ذره را تابعی از سرعت آن، u ، یعنی $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ در نظر بگیریم که m_0 جرم کلاسیک ذره و m جرم نسبیتی آن است. بروشنی دیده می‌شود که وقتی u/c به سمت صفر میل کند، m به سمت m_0 میل می‌کند. لذا اندازه حرکت نسبیتی به صورت $\mathbf{P} = m\mathbf{u} = m_0 \mathbf{u} / \sqrt{1 - \beta^2}$ در می‌آید، و وقتی $\beta \rightarrow 0$ ، به عبارت کلاسیک $\mathbf{P} = m_0 \mathbf{u}$ تقلیل پیدا می‌کند. حالا این نتایج را به دست می‌آوریم.

۳.۳ اندازه حرکت نسبیتی

در معادله (۳-۲)، که بر اساس پایستگی اندازه حرکت استوار است، فرض کردیم که جرم m برای هر دو جسم یکی است و، به این طریق، به این نتیجه (غلط) هدایت شدیم که مؤلفه‌های y سرعتها دارای یک بزرگی هستند. درست است که این دو جسم وقتی کنار

یکدیگر در حال سکون باشند یکسانند، اما، چون طول یک میله و آهنگ کار یک ساعت بستگی به حرکت میله و ساعت نسبت به ناظر دارند ممکن است جرم یک جسم نیز بستگی به حرکت آن نسبت به ناظر داشته باشد. در این حالت شکل نیوتونی اندازه حرکت می تواند هنوز درست باشد به طوری که، مثلاً، بتوانیم معادله (۳-۲) را مجدداً به کار بریم،

$$\gamma m_A u_{yA} = \gamma m_B u_{yB} \quad (۷-۳)$$

در اینجا جرمها با شاخص، به صورت m_A و m_B ، مشخص شده اند که بیانگر این نکته است که می توانند دارای مقادیر متفاوتی باشند.

اجسام A و B ، در شکل ۱۰۳ ب، با سرعتهای متفاوتی در S حرکت می کنند و، اگر نتیجه نسبیتی (معادله ۳-۶) را برای سرعتها قبول کنیم، از ترکیب معادلات (۳-۶) و (۳-۷) خواهیم داشت

$$m_B = m_A \frac{u_{yA}}{u_{yB}} = \frac{m_A}{1 - u_{xB}v/c^2} \quad (۸-۳)$$

در نتیجه، اگر قرار باشد قانون پایستگی نسبیتی اندازه حرکت به همان شکل نیوتونی آن باشد، جرمهای نسبیتی، m_A و m_B ، برابر نیستند. اکنون بینیم جرم نسبیتی به چه طریق باید با سرعت تغییر کند.

می توان معادله (۳-۸) را با حذف v ساده کرد. یادآوری کنیم که $v = u_{xB}'$ (معادله ۳-۱)، و u_{xB}' توسط تبدیلات سرعت لورنتس به u_{xB} مربوط می شود (جدول ۲۰۲).

$$u_{xB}' (=v) = \frac{u_{xB} - v}{1 - u_{xB}v/c^2}$$

که از آن نتیجه خواهد شد

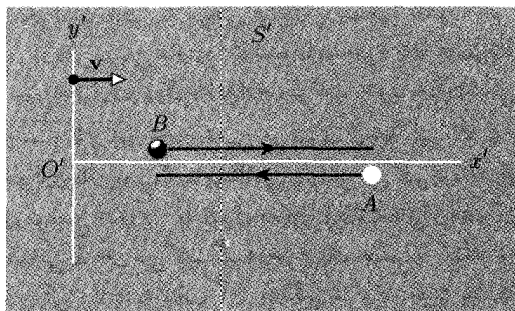
$$v = \frac{c^2}{u_{xB}} \left(1 - \sqrt{1 - (u_{xB}/c)^2} \right)$$

اگر این عبارت v را در معادله (۳-۸) قرار دهیم خواهیم داشت

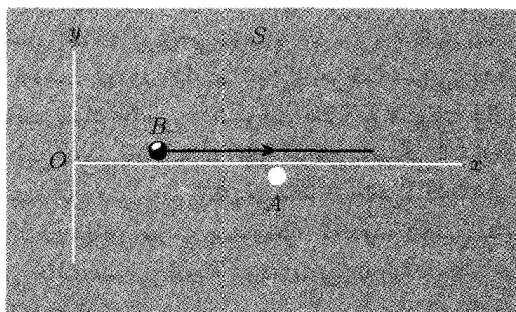
$$m_B = \frac{m_A}{\sqrt{1 - (u_{xB}/c)^2}} \quad (۹-۳)$$

با در نظر گرفتن یک حالت خاص برخورد که در آن مؤلفه های y - y' سرعت به سمت صفر میل می کنند، می توان به طریق ساده ای بستگی جرم نسبیتی هر کدام از ذرات با سرعت را پیدا کرد. بدین ترتیب سرعتهای ذرات بترتیب برابر با بزرگی مؤلفه های x سرعتهای آنها خواهد بود. این مطلب در شکلهای ۲۰۳ الف و ۲۰۳ ب نمایش داده شده

است. ناظر S می بیند که دو ذره متحرک از پهلو می گذرند و یک برخورد خراشان انجام می دهند. ناظر S می بیند که جسم A ساکن است و جسم B با سرعت u_{xB} از پهلو می گذرد و یک برخورد خراشان با آن انجام می دهد. معادله (۳-۹) باید در مورد این برخورد خراشان، مثل سایر برخوردها، نیز صادق باشد زیرا در پیدا کردن آن هیچ محدودیتی برای u_y' قائل نشده ایم.



(الف)



(ب)

شکل ۲.۳ برخورد شکل ۱.۳ در حالت حدی که در

$$u_{yA}' = u_{yB}' = 0 \text{ آن}$$

چون جسم A در S ساکن است، جرم m_A باید همان جرم معمولی نیوتونی باشد که اکنون آن را جرم سکون می نامیم و با m_0 نمایش می دهیم. چون این دو جسم مشابه هستند، این جرم با جرم جسم B ، وقتی که B در حال سکون باشد، برابر است، اما در S ، جسم B با سرعت u_{xB} ، که ما آن را به طور ساده با u نمایش می دهیم، حرکت می کند و جرم آن، m_B ، که می توانیم آن را جرم نسبیتی بنامیم و با m نمایش دهیم، نخواهد بود. از معادله (۳-۹) خواهیم داشت

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (۱۰-۳)$$

که نشان می‌دهد چگونه جرم نسبیتی يك جسم، m ، که با سرعت u حرکت می‌کند با u تغییر می‌کند. فوراً می‌بینیم که وقتی $u = 0$ ، یعنی وقتی جسم در حال سکون است، خواهیم داشت $m = m_0$ ، یعنی جرم سکون. به‌طور عمومیت‌تر، وقتی $u/c \rightarrow 0$ ، خواهیم داشت $m \rightarrow m_0$ ، که حد نیوتونی عبارت عمومیت‌تر جرم نسبیتی m است.

در نتیجه، اگر بخواهیم شکل کلاسیکی قانون پایستگی اندازه حرکت را حفظ کنیم، درعین حال این قانون از نظر نسبیتی ناوردا باشد، باید جرم يك جسم متحرک را با معادله (۱۰-۳) تعریف کنیم. به عبارت دیگر، اندازه حرکت هنوز هم به شکل mu است ولی جرم با رابطه $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ تعیین می‌شود. توجه کنید که u سرعت جسم نسبت به S ، که آن را به عنوان چارچوب آزمایشگاهی در نظر می‌گیریم، است و الزاماً ارتباطی با تغییر چارچوبهای مرجع ندارد. با قبول معادله (۱۰-۳) به عنوان تعریف جرم يك جسم متحرک، به‌طور ضمنی فرض می‌کنیم که جرم يك جسم با اینکه به سرعت آن نسبت به چارچوب مرجع بستگی دارد به شتاب آن بستگی ندارد. جرم يك کمیت نرده‌ای باقی می‌ماند، به این معنی که مقدار آن بستگی به جهت سرعت جسم ندارد. جرم سکون اغلب اوقات جرم ویژه نامیده می‌شود، زیرا این جرم، مثل طول و زمان ویژه، در دستگاه لختی که در آن جسم ساکن است اندازه‌گیری می‌شود.

در بالا برای به دست آوردن عبارت اندازه حرکت نسبیتی، روشی ارائه دادیم که آشکارا در اطراف حالت بسیار خاصی دور می‌زد. مثلاً، سرعت ذره (B) موازی با سرعت نسبی $S' - S$ بود و این روش فقط به در نظر گرفتن پایستگی اندازه حرکت در امتداد محور x بستگی داشت. این روش به ما امکان می‌دهد تا حدس آگاهانه‌ای در مورد چگونگی نتیجه عمومی بزنیم. از روشهای عمومی پیچیده‌تر، که دقیقاً به همین نتایج منجر می‌شوند، احتراز کرده‌ایم. وقتی حالت عمومی انجام شود، u برابر با قدر مطلق سرعت ذره می‌شود، یعنی $u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$.

برای تکمیل این استنتاج بخصوص، احتیاج داریم که استدلال خود را دو قدم جلوتر ببریم. اولاً، با به کار بردن عبارتی که به‌طور آزمایشی برای اندازه حرکت پیدا کرده‌ایم، می‌توانیم بوضوح نشان دهیم که اگر اندازه حرکت يك دستگاه از ذرات برهم-کنش کننده در يك چارچوب لخت، S ، ناوردا باشد، در این صورت (با به کار بردن تبدیلات لورنتس) در هر چارچوب لخت دیگر، S' ، نیز ناوردا خواهد بود (ر. ک. مسئله ۴۳). در واقع می‌توان نتیجه گرفت که این شکل اندازه حرکت تنها شکلی است که این خاصیت را دارد. ثانیاً این قانون پایستگی اندازه حرکت يك واقعیت تجربی است، به این معنی که تجربه صحت این قانون نسبیتی را تأیید می‌کند، ما نه تنها تعریفی برای اندازه حرکت پیدا کرده‌ایم که این کمیت را در نظریه پایسته نگاه می‌دارد، بلکه این نظریه با آزمایشهای فیزیکی هماهنگ است.

در نتیجه، برای اینکه قانون پایستگی اندازه حرکت در برخورد‌ها در تمام چارچوب‌های مرجع از نظر تجربی معتبر باشد، باید اندازه حرکت را نه به صورت $m_0 \mathbf{u}$ ، بلکه به صورت

$$\mathbf{P} = \frac{m_0 \mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (11-3)$$

تعریف کنیم. بنابراین مؤلفه‌های اندازه حرکت عبارت‌اند از

$$P_x = \frac{m_0 u_x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad P_y = \frac{m_0 u_y}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad P_z = \frac{m_0 u_z}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (12-3)$$

که آنها را به منظور تأکید بر این نکته که بزرگی سرعت کل u در مخرج معادله تمام مؤلفه‌ها وارد می‌شود، به‌طور صریح نوشته‌ایم.

▲ مثال ۰۱. برای چه مقدار $u/c (= \beta)$ جرم نسبیتی یک ذره به نسبت معین f از جرم سکون آن تجاوز می‌کند. از معادله (۳-۱۰) داریم

$$f = \frac{m - m_0}{m_0} = \frac{m}{m_0} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1$$

که پس از حل آن نسبت به β ، خواهیم داشت

$$\beta = \frac{\sqrt{f(2+f)}}{1+f}$$

در جدول زیر چند مقدار محاسبه شده که برای تمام ذرات، بدون توجه به جرم سکون آنها، صادق است آورده شده‌اند.

f	β
۰٫۰۰۰۱ (۰٫۰۱ درصد)	۰٫۰۰۱۴
۰٫۰۰۱	۰٫۰۱۴
۰٫۰۱	۰٫۰۴۲
۱ (۱۰۰ درصد)	۰٫۸۷
۱۰	۰٫۹۹۴
۱۰۰	۰٫۹۹۹

۴.۳ نظریه‌های مختلف درباره جرم در نسبیت

دانشجو، در مطالعه نسبیت، محتملاً به دو تعبیر متفاوت از اندازه حرکت نسبیتی برخورد خواهد کرد. لذا، توضیح این تعبیرهای متفاوت در اینجا باعث جلوگیری از اشتباهات بعدی خواهد شد. این توضیح نشان خواهد داد که هیچکدام از این تعبیرها غلط نیست بلکه تفاوت آنها مربوط به تفاوت سلیقه است.

اندازه حرکت کلاسیکی مؤلفه‌هایی چون $p_x = m_0(dx/dt)$ دارد. اگر در نسبیت بخواهیم اندازه حرکت را به عنوان حاصل ضرب جرم در سرعت معمولی در نظر بگیریم باید جرم را تغییر دهیم و بنویسیم $p_x = m(dx/dt)$ که در آن m ، موسوم به جرم نسبیتی، عبارت است از $m_0/\sqrt{1-\beta^2}$. این همان نظری است که در بخشهای قبلی ارائه دادیم.

با وجود این، می‌توان جرم را به عنوان یک کمیت نرده‌ای ناوردا که خاصیت لختی جسم را مشخص می‌کند، در نظر گرفت. در این صورت، در عبارت نسبیتی اندازه حرکت، عامل $1/\sqrt{1-\beta^2}$ را، به جای اینکه به جرم ربط دهیم به سرعت معمولی ربط می‌دهیم. به بیان دیگر، می‌توان نوشت $p_x = m_0(dx/d\tau)$ که در آن $dx/d\tau$ مؤلفه سرعت نسبیتی در امتداد محور x است. در اینجا جرم m_0 و همچنین بازه زمانی ویژه $d\tau$ ناوردا هستند. این فرمولبندی از این نظر مفید است که روی کمیت‌های ناوردا تأکید می‌کند. بعلاوه، با فلسفه اساسی نسبیت سازگار است، به این معنی که: نسبیت، مفاهیم ما از زمان و فضا را اصلاح می‌کند، به طوری که انتظاری رود کمیات سینماتیکی، مثل سرعت، تغییر کنند، در صورتی که خواصی از جسم که مستقیماً به زمان و فضا بستگی ندارند (مثل بار و جرم) باید بدون تغییر باقی بمانند. اگر، به عنوان مثال، عبارت کلاسیکی اندازه حرکت $p_x = m_0(dx/dt)$ را بسا عبارت نسبیتی آن، $p_x = m_0(dx/d\tau)$ ، مقایسه کنیم، دیده می‌شود که اختلاف بین آنها به علت اختلاف بین مقادیر جرم نیست، بلکه به علت اختلاف بین زمان ویژه $d\tau$ و زمان غیر ویژه dt است. در واقع، باید یادآوری کرد که، خواه عامل $1/\sqrt{1-\beta^2}$ را به جرم پیوند دهیم خواه به سرعت، منشاء این عامل در اندازه گیریهای مربوط به برخورد سینماتیکی است، یعنی، به علت نسبیتی بودن اندازه گیریهای زمانی به وجود آمده است.

با این وجود، به کار بردن مفهوم جرم نسبیتی دارای امتیازاتی از نظر یادگیری است. هم اندازه حرکت (mu) و هم انرژی کل (mc^2) ، همان طور که بعداً خواهیم دید، شکلهای ساده و آشنایی بر حسب جرم نسبیتی m دارند، ولی (ر. ک. سؤال ۳) نمی‌توان در هر معادله کلاسیکی فقط m_0 را به m تبدیل کرد تا معادله صحیح نسبیتی به دست آید. همچنین، وقتی $u \rightarrow c$ ، در فرمول نسبیتی جرم $m \rightarrow \infty$ ، و این نکته توجه قابل قبولی برای سرعت حدی c که یک جسم می‌تواند کسب کند به دست می‌دهد. لختی جسم با سرعت زیاد می‌شود و افزایش سرعت جسم را مشکلتر می‌سازد. بالاخره می‌توان نتیجه گرفت که ثابت بودن جرم ویژه یک جسم به برخوردهای کاملاً کشایند، که در عمل پدیده نادری است، محدود می‌شود. چون جرم ویژه می‌تواند تغییر کند (موضوعی که بعداً در بخش ۶.۳ مورد بحث قرار خواهیم داد)، صحبت از یک جرم نسبیتی که با سرعت تغییر می‌کند کمتر از حالات دیگر قابل ایراد به نظر

می‌رسد. ما از این به بعد عبارت « جرم سکون » را برای m_0 و عبارت « جرم نسبیتی » را برای m به کار خواهیم برد.

۵.۳ قانون نسبیتی نیرو و دینامیک یک ذره

اکنون قانون دوم نیوتون باید به صورت

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(\mathbf{p}) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right) \quad (13-3)$$

درمکانیک نسبیتی تعمیم داده شود. وقتی قانون به این شکل نوشته شود می‌توان فوراً قانون پایستگی اندازه حرکت نسبیتی را از آن نتیجه گرفت؛ وقتی \mathbf{F} صفر باشد، اندازه حرکت پایسته است. بعلاوه، وقتی \mathbf{F} ، به صورتی که توسط معادله (۱۳-۳) تعریف شده است، صفر نباشد می‌توان بر احوالی نتیجه گرفت که اگر برای دستگاهی از ذرات برهم کنش کننده اندازه حرکت نسبیتی کل به اندازه $\Delta \mathbf{P}$ تغییر کند، این تغییر با تکان کل $\int \mathbf{F} dt$ که به دستگاه داده شده است، برابر است (ر. ک. مسئله ۴۴). در نتیجه نیروی تعریف شده توسط معادله (۱۳-۳) دارای همان خواص عمومی مورد نظر ما است. توجه کنیم که این شکل جدید قانون، معادله (۱۳-۳)، معادل با

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = (m_0/\sqrt{1 - u^2/c^2}) (d\mathbf{u}/dt)$$

یعنی حاصل ضرب شتاب در جرم نسبیتی، نیست.

همچنین نتیجه می‌گیریم که تجربه با معادله (۱۳-۳) توافق دارد. مثلاً وقتی حرکت ذرات باردار در سرعت‌های زیاد را بررسی می‌کنیم، به این نتیجه می‌رسیم که معادله‌ای که به طور صحیح حرکت را بیان می‌کند عبارت است از

$$q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right) \quad (14-3)$$

که با معادله (۱۳-۳) مطابقت می‌کند. در اینجا $q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ نیروی الکترومغناطیسی لورنتس است که در آن \mathbf{E} میدان الکتریکی، \mathbf{B} میدان مغناطیسی و \mathbf{u} سرعت ذره است، که تمام آنها در یک چارچوب مرجع اندازه گیری شده‌اند، و q و m_0 مقادیر ثابتی هستند که بترتیب خواص الکتریکی (بار) و لختی (جرم سکون) ذره را بیان می‌کنند. یادآوری کنیم که قانون نیروی لورنتس در الکترومغناطیس کلاسیک، در نسبیت نیز، همان طور که باید از بحث‌های فصل اول انتظار داشته باشیم، معتبر باقی می‌ماند.

بعداً به این مسئله که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و نیروها از یک چارچوب

لورنتس به چارچوب دیگر چگونه تبدیل می‌شوند باز خواهیم گشت. لذا، در حال حاضر، خود را به یک چارچوب مرجع (چارچوب آزمایشگاهی) محدود خواهیم کرد و مفاهیم دیگر مکانیک، از قبیل کاروانرژی را که از عبارات نسبیتی نیرو، معادله (۳-۱۳)، به دست می‌آیند گسترش خواهیم داد. در اینجا حرکت یک ذره را مورد بحث قرار می‌دهیم و در قسمتهای بعد دستگاههای چند ذره‌ای را در نظر خواهیم گرفت.

در مکانیک نیوتونی انرژی جنبشی، K ، یک ذره را برابر با کاری که توسط یک نیروی خارجی انجام می‌شود تا سرعت آن را از صفر به مقدار u افزایش دهد تعریف کردیم. یعنی

$$K = \int_{u=0}^{u=u} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

که در آن $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$ کار انجام شده توسط نیروی \mathbf{F} در تغییر مکان ذره به اندازه $d\mathbf{l}$ است. برای سهولت، می‌توان حرکت را به یک بعد، مثلاً x ، محدود کرد. زیرا حالت سه بعدی را با یک گسترش ساده می‌توان به دست آورد (ر.ک. مسئله ۸). بنابراین از نظر کلاسیک،

$$K = \int_{u=0}^{u=u} F dx = \int m_0 \frac{du}{dt} dx = \int m_0 du \frac{dx}{dt} = m_0 \int_0^u u du = \frac{1}{2} m_0 u^2$$

در اینجا، برای تأکید بر اینکه در مکانیک نیوتونی جرم با سرعت تغییر نمی‌کند، و اینکه نیرو را به صورت $m_0 a = m_0 (du/dt)$ در نظر می‌گیریم، جرم ذره را با m_0 نمایش می‌دهیم.

در مکانیک نسبیتی، به کاربردن تعریف متناظری برای انرژی جنبشی که در آن از معادله نسبیتی حرکت، معادله (۳-۱۳)، به جای معادله نیوتونی، استفاده می‌شود مفید خواهد بود. بنابراین، از نظر نسبیتی،

$$\begin{aligned} K &= \int_{u=0}^{u=u} F dx = \int \frac{d}{dt} (\mu u) dx = \int d(\mu u) \frac{dx}{dt} \\ &= \int (m du + u dm) u = \int_{u=0}^{u=u} (\mu u du + u^2 dm) \end{aligned} \quad (3-15)$$

که در آن هم m و هم u متغیر هستند. بعلاوه، این کمیات توسط معادله (۳-۱۰)،
 $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ ، که می‌توان آن را به صورت

$$m^2 c^2 - m^2 u^2 = m_0^2 c^2$$

نوشت، به یکدیگر مربوط می‌شوند. با دیفرانسیل گیری از این معادله نتیجه می‌شود

$$2mc^2 dm - 2m^2 u du - 2mu^2 dm = 0$$

که پس از تقسیم بر $2m$ می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$mu du + u^2 dm = c^2 dm$$

طرف چپ این معادله درست همان عبارت زیرانترگرال در معادله (۳-۱۵) است. در نتیجه می‌توان عبارت نسبیتی برای انرژی جنبشی يك ذره را به صورت

$$K = \int_{u=0}^{u=u} c^2 dm = c^2 \int_{m=m_0}^{m=m} dm = mc^2 - m_0 c^2 \quad (3-16 \text{ الف})$$

نوشت که با به کار بردن معادله (۳-۱۰)، خواهیم داشت

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - 1 \right) \quad (3-16 \text{ ب})$$

همچنین، اگر mc^2 را برابر با E ، که انرژی کل ذره نامیده می‌شود (نامی که موجه بودن آن بعداً روشن خواهد شد)، در نظر بگیریم، می‌توان معادله (۳-۱۶) را به طور فشرده به صورت

$$E = m_0 c^2 + K \quad (3-17)$$

نوشت که در آن $m_0 c^2$ انرژی سکون ذره نامیده می‌شود. انرژی سکون ذره (بر حسب تعریف) عبارت است از انرژی ذره در حالت سکون، یعنی وقتی $u=0$ و $K=0$. انرژی کل ذره (معادله ۳-۱۷) عبارت از مجموع انرژی سکون* و انرژی جنبشی آن است.

عبارت نسبیتی K باید، وقتی $u/c \ll 1$ ، به نتیجه کلاسیک آن، $\frac{1}{2} m_0 u^2$ ، تبدیل

شود. حالا این مطلب را تحقیق می‌کنیم. از

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left[(1-u^2/c^2)^{-1/2} - 1 \right]$$

و قضیه دو جمله‌ای بر حسب u/c نتیجه می‌شود

$$K = m_0 c^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u}{c} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{u}{c} \right)^4 + \dots - 1 \right] = \frac{1}{2} m_0 u^2$$

* در فیزیک کلاسیک، انرژی يك ذره منفرد با تقریب يك ثابت اختیاری تعریف شده است. نسبیت این ثابت اختیاری را طوری تعیین می‌کند که انرژی يك ذره ساکن برابر با $E_0 = m_0 c^2$ باشد. معنی فیزیکی آن (ر. ک. بخش ۳.۶) این است که حتی يك ذره بیحرکت دارای يك انرژی سکون است که با $m_0 c^2$ داده می‌شود.

که در آن، برای $u/c \ll 1$ ، فقط دو جمله اول بسط را به عنوان با معنی در نظر گرفته ایم. بدین ترتیب حد نیوتونی نتیجهٔ نسبیتی تأیید می‌شود.

همچنین توجه به این نکته جالب است که، وقتی $u \rightarrow c$ ، در معادلهٔ (۳-۱۶) ب، انرژی جنبشی K به سمت بینهایت میل می‌کند. یعنی، از معادلهٔ (۳-۱۵)، مقدار کاری که باید روی ذره انجام داد تا با شتاب دادن به آن سرعتش به سرعت نور برسد بینهایت است. یک بار دیگر نتیجه می‌گیریم که c نقش یک سرعت حدی را دارد. همچنین از معادلهٔ (۳-۱۶ الف)، که می‌توان آن را به صورت $K = (m - m_0)c^2$ نوشت، نتیجه می‌گیریم که تغییر انرژی جنبشی یک ذره به تغییر جرم (لختی) آن وابسته است.

اغلب اوقات در جستجوی رابطه‌ای بین انرژی جنبشی یک ذره سریع، K ، و اندازه حرکت آن، p ، هستیم. این رابطه می‌تواند از حذف u بین معادلهٔ (۳-۱۶ ب) و معادلهٔ (۳-۱۱) به دست آید. دانشجو می‌تواند تحقیق کند (مسئلهٔ ۱۵) که نتیجه عبارت است از

$$(K + m_0 c^2)^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2 \quad (3-18 \text{ الف})$$

که، با توجه به رابطهٔ $E = K + m_0 c^2$ برای انرژی کل، می‌تواند به صورت زیر نیز نوشته شود

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2 \quad (3-18 \text{ ب})$$

مثلت قائم‌الزاویهٔ شکل ۳.۳ وسیلهٔ کمکی مفیدی برای به خاطر سپردن معادلات (۳-۱۸) است.

رابطهٔ بین K و p (معادلهٔ ۳-۱۸ الف) باید برای $u/c \ll 1$ به عبارت نیوتونی $p = \sqrt{2m_0 K}$ تبدیل شود. برای اینکه ببینیم آیا چنین است یا نه، معادلهٔ (۳-۱۸ الف) را بسط می‌دهیم و خواهیم داشت

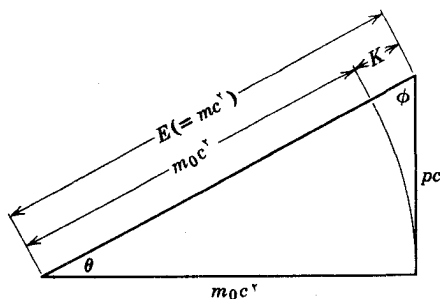
$$K^2 + 2K m_0 c^2 = p^2 c^2$$

وقتی که $u/c \ll 1$ ، انرژی جنبشی K ، یک ذره متحرک همیشه خیلی کوچکتر از انرژی سکون آن، $m_0 c^2$ ، خواهد بود (ر. ک. مسئلهٔ ۷). تحت این شرایط، از جملهٔ اول سمت چپ معادلهٔ فوق (K^2) در مقایسه با جملهٔ دوم آن ($2K m_0 c^2$) می‌توان صرف نظر کرد. در نتیجه، همان‌طور که انتظار می‌رفت، این معادله به صورت $p = \sqrt{2m_0 K}$ خواهد شد. عبارت نسبیتی، معادلهٔ (۳-۱۸ ب)، که غالباً به صورت

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} \quad (3-19)$$

نوشته می‌شود، در فیزیک انرژیهای زیاد، برای محاسبهٔ انرژی کل ذره، وقتی اندازه حرکت آن معلوم باشد، یا برعکس، مفید است. با مشتق‌گیری از معادلهٔ (۳-۱۹) نسبت به p ، می‌توان رابطهٔ مفید دیگری را به دست آورد

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc}{\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}} = \frac{pc^2}{c \sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}} = \frac{pc^2}{E}$$



شکل ۳.۳ یک وسیله کمکی برای به ذهن سپردن روابط بین انرژی کل E ، انرژی سکون $m_0 c^2$ ، و اندازه حرکت p با استفاده از یک مثلث قائم الزاویه و رابطه فیثاغورث. این رابطه عبارت است از

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2$$

رابطه $E = m_0 c^2 + K$ بین انرژی کل، انرژی سکون، و انرژی جنبشی K نیز نمایش داده شده است. دانشجو می تواند ثابت کند

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \beta^2} \text{ و } \sin \theta = \beta$$

که در آن $\beta = u/c$.

اما با توجه به $E = mc^2$ و $\mathbf{p} = m\mathbf{u}$ ، این رابطه به رابطه زیر تبدیل می شود

$$\frac{dE}{dp} = u \quad (20-3)$$

به عنوان آخرین مسئله در دینامیک نسبیتی یک ذره منفرد، شتاب یک ذره تحت تأثیر یک نیرو را بررسی می کنیم. به طور کلی، نیرو با رابطه $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt = d(m\mathbf{u})/dt$ یا

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \mathbf{u} \frac{dm}{dt} \quad (21-3)$$

داده می شود. می دانیم $m = E/c^2$ ، بنابراین

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} (K + m_0 c^2) = \frac{1}{c^2} \frac{dK}{dt}$$

اما

$$\frac{dK}{dt} = \frac{(\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l})}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{l}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}$$

در نتیجه

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{c^2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}.$$

حال می‌توان این نتیجه را در معادله (۳-۲۱) قرار داد و نتیجه گرفت

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{\mathbf{u}(\mathbf{F} \cdot \mathbf{u})}{c^2}.$$

شتاب \mathbf{a} با رابطه $\mathbf{a} = d\mathbf{u}/dt$ تعریف می‌شود، بنابراین عبارت عمومی شتاب عبارت است از

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m} - \frac{\mathbf{u}}{mc^2} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}) \quad (۳-۲۲)$$

نتیجه‌ای که فوراً از این معادله به دست می‌آید این است که، به‌طور کلی، در نسبیت شتاب \mathbf{a} موازی با نیرو نیست، زیرا جمله آخر معادله فوق در جهت سرعت \mathbf{u} است.

اما دو حالت ساده ولی مفید وجود دارد که در آنها شتاب موازی با نیرو است. یکی از آنها حالتی است که در آن نیروی \mathbf{F} موازی با سرعت \mathbf{u} است، به طوری که شتاب \mathbf{a} هم موازی با \mathbf{u} و هم موازی با \mathbf{F} است. در این مورد، ذره مثل ذره بار داری که در یک میدان الکتریکی یکنواخت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، روی یک خط مستقیم حرکت می‌کند. چون \mathbf{a} و \mathbf{F} موازی اند، می‌توان معادله (۳-۲۱) را در این حالت خاص به صورت $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ نوشت، و با قرار دادن $\mathbf{F} = m(du/dt) + u(dm/dt)$ نتیجه گرفت $\mathbf{F} = m_0 \mathbf{a} / (1 - u^2/c^2)^{3/2}$ (ر.ک. مسئله ۱۱). برای به ذهن سپردن اینکه این نتیجه وقتی \mathbf{F} و \mathbf{a} با سرعت \mathbf{u} موازی هستند به کار می‌رود، آن را به صورت

$$F_{\parallel} = \frac{m_0}{(1 - u^2/c^2)^{3/2}} a_{\parallel}$$

می‌نویسیم. کمیت $m_0 / (1 - u^2/c^2)^{3/2}$ گاهی اوقات «جرم طولی» نامیده می‌شود. حالت دیگری که در آن \mathbf{a} موازی با \mathbf{F} است حالتی است که در آن نیروی \mathbf{F} عمود بر سرعت \mathbf{u} است، زیرا در این حالت $\mathbf{F} \cdot \mathbf{u} = 0$ و معادله (۳-۲۲) به صورت

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m = \mathbf{F}\sqrt{1-u^2/c^2}/m_0$$

در می آید. نیروی وارد به ذره بار داری که با سرعت \mathbf{u} در میدان مغناطیسی \mathbf{B} حرکت می کند (یعنی، $\mathbf{F} = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$) مثال خوبی برای این حالت است. در اینجا برای به ذهن سپردن اینکه این نتیجه وقتی \mathbf{F} و \mathbf{a} بر سرعت \mathbf{u} عموداند به کار می رود، آن را به صورت

$$F_{\perp} = \frac{m_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}} a_{\perp}$$

می نویسیم، که ایجاب می کند کمیت $m_0/\sqrt{1-u^2/c^2}$ را «جرم عرضی» بنامیم.

▲ مثال ۰۲. (الف) انرژی جنبشی ذره بار داری با بار q که در یک میدان الکتریکی یکنواخت از حال سکون شروع به حرکت می کند و اختلاف پتانسیل الکتروستاتیکی V_0 ولت را طی می کند چقدر است؟

کار انجام شده روی بار q توسط میدان الکتریکی \mathbf{E} در تغییر مکان $d\mathbf{l}$ عبارت است از

$$dW = q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

فرض کنیم که میدان یکنواخت و در جهت محور x باشد. بنابراین $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E_x dx$ ، در نتیجه

$$W = \int qE_x dx$$

اما $E_x = -(dV/dx)$ ، که در آن V پتانسیل الکتروستاتیکی است، بنابراین

$$W = -\int q \frac{dV}{dx} dx = -q \int dV = -q(V_f - V_i) = q(V_i - V_f) = qV_0$$

که در آن V_0 اختلاف بین پتانسیل اولیه V_i و پتانسیل نهایی V_f است. انرژی جنبشی کسب شده توسط بار q برابر است با کاری که میدان روی آن انجام می دهد، بنابراین

$$K = qV_0 \quad (۳-۲۳)$$

یادآوری کنیم که به طور ضمنی بار ذره را ثابت و مستقل از حرکت ذره فرض کرده ایم. (ب) این ذره را الکترون در نظر بگیرید و فرض کنید اختلاف پتانسیل $۱۰^۴$ ولت باشد. انرژی جنبشی، سرعت و جرم الکترون را در انتهای مسیر پیدا کنید.

بار الکترون برابر است با $e = -۱.۶۰۲ \times 10^{-۱۹}$ کولن. اختلاف پتانسیل در اینجا برابر است با $V_f - V_i = -10^4$ ولت، و بار منفی در خلاف جهت \mathbf{E} شتاب می گیرد. در نتیجه انرژی جنبشی کسب شده عبارت است از

$$K = qV_0 = (-1.602 \times 10^{-19})(-10^4) = 1.602 \times 10^{-15} \text{ ژول}$$

از معادله (۳-۱۶)، $K = mc^2 - m_0c^2$ ، خواهیم داشت

$$\frac{K}{c^2} = (m - m_0)$$

یا

$$(1.602 \times 10^{-15} \text{ ژول} / 8.99 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{sec}^2) = m - m_0 = 1.78 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

و یا $m_0 = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ، جرم الکترون متحرک را برابر با

$$m = (9.109 + 0.178) \times 10^{-31} \text{ kg} = 9.287 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

به دست خواهیم آورد. یادآوری کنیم $m/m_0 = 1.02$ ، بنابراین افزایش جرم در اثر حرکت در حدود ۲ درصد جرم سکون آن است.

از معادله (۳-۱۵)، $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ ، خواهیم داشت

$$\frac{u^2}{c^2} = \left[1 - \left(\frac{m_0}{m} \right)^2 \right] = \left[1 - \left(\frac{9.109}{9.287} \right)^2 \right] = 0.038$$

یا

$$u = 0.195c = 5.85 \times 10^7 \text{ m/sec}$$

الکترون سرعتی در حدود یک پنجم سرعت نور کسب می کند. اینها پیشگوییهای نسبیتی اند. در زیر خواهیم دید که ایسن پیشگوییها مستقیماً توسط آزمایش تأیید شده اند.

▲ مثال ۳. (الف) نشان دهید اگر ذره بار داری در ناحیه‌ای که در آن یک میدان مغناطیسی یکنواخت وجود دارد، در جهت عمود بر میدان وارد شود یک مسیر دایره‌ای طی خواهد کرد که شعاع آن متناسب با اندازه حرکت ذره است.
 بار ذره را q و جرم سکون آن را m_0 در نظر می گیریم. اگر سرعت آن \mathbf{u} باشد نیروی وارد به ذره عبارت است از

$$\mathbf{F} = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

که هم عمود بر \mathbf{u} و هم عمود بر میدان مغناطیسی \mathbf{B} است. در نتیجه با توجه به معادله (۳-۲۲)، شتاب

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{q}{m} \mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

و نیرو در یک جهت هستند. چون شتاب همیشه عمود بر u ، سرعت ذره، است، سرعت ثابت است و ذره روی یک دایره حرکت می‌کند. شعاع این دایره را با r نمایش می‌دهیم، بنا بر این شتاب مرکز گرای آن برابر u^2/r است. این شتاب را با شتابی که در بالا به دست آورده‌ایم، $a = quB/m$ ، برابر قرار می‌دهیم و نتیجه می‌گیریم

$$\frac{quB}{m} = \frac{u^2}{r} \quad \text{یا}$$

$$r = \frac{mu}{qB} = \frac{p}{qB} \quad (24-3)$$

در نتیجه شعاع متناسب است با اندازه حرکت $p (= mu)$.

یادآوری کنیم که هم معادله مربوط به شتاب و هم معادله مربوط به شعاع (معادله ۲۴-۳) از نظر شکل شبیه به نتایج کلاسیک هستند. ولی جرم نسبیتی $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ باید جانشین جرم سکون m_0 در فرمولهای کلاسیک شود.

اگر سرعت اولیه ذره باردار دارای مؤلفه‌ای موازی با میدان مغناطیسی باشد، حرکت آن چگونه تغییر خواهد کرد؟

(ب) شعاع مسیر الکترونی با انرژی جنبشی ۱۰ Mev را که در داخل یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت 2×10^{10} weber/m² و عمود بر آن حرکت می‌کند، هم به طور کلاسیک و هم به طور نسبیتی، محاسبه کنید.

به طور کلاسیک، داریم $r = m_0 u / qB$. رابطه کلاسیک بین انرژی جنبشی و اندازه حرکت عبارت است از $p = \sqrt{2m_0 K}$ بنابراین

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2m_0 K} \\ &= \sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 10 \text{ Mev} \times 1.6 \times 10^{-13} \text{ J/MeV}} \\ &= 1.7 \times 10^{-22} \text{ kg m/sec} \end{aligned}$$

در نتیجه

$$r = \frac{m_0 u}{qB} = \frac{p}{qB} = \frac{1.7 \times 10^{-22}}{1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{10}} \text{ m} = 5.3 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.53 \text{ cm}$$

به طور نسبیتی، داریم $r = mu/qB$. رابطه نسبیتی بین انرژی جنبشی و اندازه حرکت (معادله ۳-۱۸ الف) می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(K + m_0 c^2)^2 - (m_0 c^2)^2}$$

در اینجا انرژی سکون الکترون، $m_0 c^2$ ، برابر است با 0.51 Mev ، بنابراین

$$p = \frac{1}{3 \times 10^8} \sqrt{(10 + 0.51)^2 - (0.51)^2} \frac{\text{Mev} \cdot \text{sec}}{\text{m}} \quad (\text{Mev} / \text{دول} \times 10^{-13})$$

$$= 5.96 \times 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{sec}$$

در نتیجه

$$r = \frac{mu}{qB} = \frac{p}{qB} = \frac{5.96 \times 10^{-21}}{1.6 \times 10^{-19} \times 2.0} \text{ m} = 1.88 \times 10^{-2} \text{ m} = 1.88 \text{ cm}$$

تجربه، نتیجهٔ نسبیته را تأیید می‌کند (به مطالب زیر مراجعه کنید).
 در آزمایش‌های اولیهٔ مربوط به دینامیک نسبیته، توسط بوخرر [۱]، از معادلهٔ (۳-۲۴) استفاده می‌شد. الکترونها (حاصل از تلاشی β ذرات رادیواکتیو) وارد یک گزینشگر سرعت می‌شوند، که سرعت آنهایی را که خارج می‌شوند تعیین می‌کند، سپس داخل یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شوند که در آن می‌توان شعاع مسیر دایره‌ای آنها را اندازه‌گیری کرد. نتایج بوخرر در جدول ۱.۳ نشان داده شده‌اند.

جدول ۱.۳ نتایج بوخرر

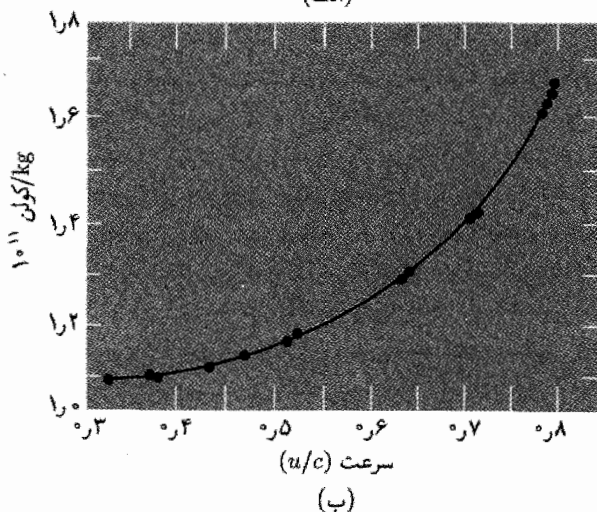
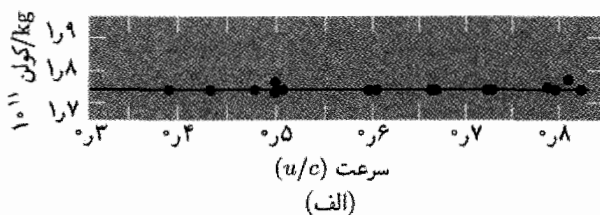
$\frac{e}{m_0} \left(= \frac{e}{m \sqrt{1 - u^2/c^2}} \right)$ کولن/kg	$\frac{e}{m} \left(= \frac{u}{rB} \right)$ کولن/kg	$\frac{u}{c}$
(محاسبه شده)	(اندازه‌گیری شده)	(اندازه‌گیری شده)
1.752×10^{11}	1.661×10^{11}	۰.۳۱۷۳
1.761×10^{11}	1.630×10^{11}	۰.۳۸۸۷
1.760×10^{11}	1.590×10^{11}	۰.۳۲۸۱
1.763×10^{11}	1.511×10^{11}	۰.۳۵۱۵۴
1.767×10^{11}	1.283×10^{11}	۰.۳۶۸۷۰

درستون اول، سرعت بر حسب کسری از سرعت نور داده شده است. درستون دوم نسبت e/m داده شده است که با استفاده از کمیات اندازه‌گیری شده در معادلهٔ (۳-۲۴)، به

صورت $e/m = u/rB$ ، محاسبه شده است. روشن است که مقدار e/m با سرعت الکترونها تغییر می کند. ستون سوم مقادیر محاسبه شده $e/m_0 \sqrt{1 - u^2/c^2} = e/m_0$ را به ما می دهد که مشاهده می شود ثابت اند. این نتایج با رابطه نسبیتی

$$r = \frac{m_0 u}{qB \sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

سازگارند، و نه با رابطه کلاسیک $r = m_0 u / qB$ ، و می توانند به عنوان تأیید کننده



شکل ۴.۳ تحقیق تجربی فرمول نسبیتی جرم. نقاط تجربی نشان داده شده مربوط به مقادیری از u/c بین ۰.۳۲ تا ۰.۸۲ هستند.

(الف) نسبت $e/m_0 = e/m \sqrt{1 - u^2/c^2}$

(ب) نسبت $m/m_0 = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$

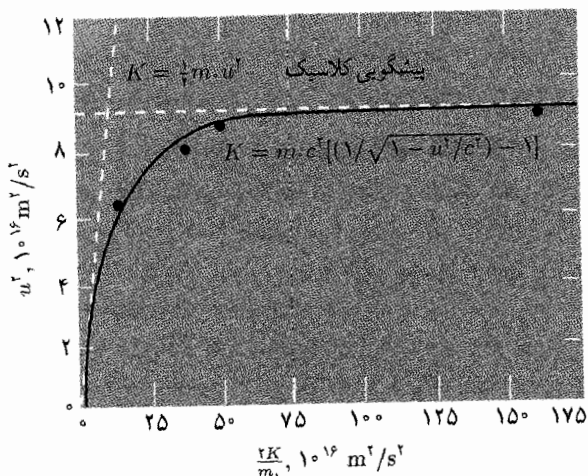
معادله (۳-۱۰)، $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ ، که تغییرات جرم را بر حسب سرعت بیان می‌کند، تعبیر شوند. * از آن به بعد آزمایشهای مشابه متعددی برای گستره وسیعی از u/c انجام گرفته است که همیشه نتایج نسبیتی را تأیید کرده‌اند (ر. ک. شکل ۴.۳).

دانشجو ممکن است این سؤال بجا را از خود پرسد که چرا، در اندازه‌گیری تغییرات e/m با سرعت، ما این تغییرات را فقط به جرم نسبت می‌دهیم، و به عنوان مثال، آنها را به بار الکتریکی یا اثر پیچیده‌تر دیگری نسبت نمی‌دهیم. مثلاً می‌توانستیم نتیجه بگیریم که $e = e_0 \sqrt{1 - u^2/c^2}$. در واقع، ما در بالا به‌طور ضمنی فرض کرده‌ایم که بار الکترون مستقل از سرعت آن است. این فرض نتیجه مستقیمی از الکترودینامیک نسبیتی است، که در آن بار ذره در اثر حرکت تغییر نمی‌کند. یعنی، بار در نسبیت یک کمیت ناورد است. کمی تأمل نشان می‌دهد که این مطلب مسوجه است، زیرا در غیر این صورت مثلاً خاصیت خنثی بودن اتم، به علت حرکت الکترونها داخل آن، به هم می‌خورد. البته، به عنوان یک دلیل قاطع، به آزمایشی باز می‌گردیم که نه فقط نظریه نسبیت را به طور کلی و یکجا اثبات می‌کند، بلکه مستقیماً این نتیجه بخصوص ثابت بودن e را نیز تأیید می‌کند (برای تجزیه و تحلیل چنین آزمایشی به مراجع ۲ و ۳ مراجعه کنید).

روابط سه‌کار برده شده در مثال ۲، در بالا، مستقیماً به وسیله آزمایشی که اخیراً توسط برتوتزی^۱ [۴] انجام شده است امتحان شده‌اند. الکترونها در میدان الکتریکی یک شتاب‌دهنده خطی تا سرعت زیادی شتاب داده می‌شوند و پس از خروج وارد یک اتاق خلا^۲ می‌شوند. سرعت آنها می‌تواند به وسیله تعیین زمان پرواز آنها در عبور از مقابل دو هدف با فاصله معین اندازه‌گیری شود. باز یاد کردن تدریجی اختلاف پتانسیل شتاب‌دهنده می‌توانیم منحنی مقادیر eV ، انرژی جنبشی الکترونها خارج شده، را بر حسب سرعت اندازه‌گیری شده، u ، رسم کنیم. در آزمایش مسورد نظراً امتحان مستقلی به منظور تأیید رابطه $K = eV$ انجام گرفت. این عمل را می‌توان با متوقف کردن الکترونها توسط یک جمع‌کننده، که در آن انرژی جنبشی الکترونها جذب شده تبدیل به انرژی گرمایی شده و این انرژی گرمایی باعث بالا رفتن دمای جمع‌کننده می‌شود، و تعیین انرژی آزاد شده توسط هر الکترون، به وسیله گرماسنجی، انجام داد. در این آزمایش معلوم شد که انرژی جنبشی متوسط هر الکترون قبل از برخورد، که از این طریق به دست می‌آید، با انرژی جنبشی حاصل از eV توافق دارد.

در شکل ۵.۳ منحنی نتایج به دست آمده را رسم کرده‌ایم. در اینجا، روی محور عرضها u^2 و روی محور طولها $2K/m_0$ برده شده است. در انرژیهای کم نتایج تجربی

* این نتایج نه تنها تأیید می‌کنند که نسبیت شکل تابعی درست $m(u)$ را پیشگویی می‌کند، بلکه همچنین تأیید می‌کنند که سرعت حدی (c) برابر است با 3×10^{10} cm/sec.



شکل ۵.۳ دیده می‌شود که نقاط تجربی بر توتری با منحنی نسبیتی انرژی جنبشی K نسبت به u^2 (منحنی پر) تطبیق می‌کنند و نه با منحنی کلاسیک آن (منحنی خط‌چین)

(منحنی پر) با پیشگویی کلاسیک (منحنی خط‌چین)، $K = \frac{1}{2} m_0 u^2$ ، (یعنی $2K/m_0 = u^2$) توافق دارد. اما، بتدریج کسه انرژی افزایش پیدا می‌کند، می‌بینیم کسه $2K/m_0 > u^2$ می‌شود. در واقع، مقادیر اندازه‌گیری شده u همیشه، بدون توجه به مقدار انرژی، از c کمتر است، به طوری که منحنی تجربی به خط نقطه‌چین، که مربوط به $u = c$ است، نزدیک می‌شود ولی هرگز به آن نمی‌رسد. می‌بینیم که برای رسیدن به یک سرعت معین به انرژی زیادتری از آنچه که به طور کلاسیک پیش‌بینی شده است، نیاز داریم. همچنین، با برون‌یابی ملاحظه می‌شود که انرژی لازم برای شتاب دادن الکترون تا سرعت نور بینهایت است. منحنی تجربی با پیشگویی نسبیتی، معادله (۳-۱۷)،

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - 1 \right)$$

توافق دارد و می‌تواند به‌عنوان تأیید دیگری برای فرمول جرم نسبیتی، معادله (۳-۱۵)، $m = m_0 \sqrt{1 - u^2/c^2}$ ، در نظر گرفته شود.

دانشجو باید با دقت توجه کند که فرمول نسبیتی انرژی جنبشی $\frac{1}{2} mu^2$ نیست، همان‌طور که قبلاً هم ذکر شد، این مطلب نشان‌دهنده خطر موجود در این فکر است که برای

تعمیم فرمولهای کلاسیک به فرمولهای نسبیتی کافی است به طور ساده جرم نسبیتی m را به جای جرم سکون m_0 قرار دهیم. در انرژی جنبشی چنین نیست.

۶.۳ هم‌ارزی جرم و انرژی

در بخش ۳.۳ برخورد کشایند، یعنی، برخوردی را که در آن انرژی جنبشی اجسام ثابت می‌ماند بررسی کردیم. حال يك برخورد ناکشایند را در نظر بگیریم. بخصوص دو جسم مشابه را در نظر بگیریم که هر کدام دارای جرم سکون m_0 و انرژی جنبشی K نسبت به يك ناظر خاص S' باشند و پس از برخورد به یکدیگر بچسبند و جسم واحدی به جرم سکون M_0 تشکیل دهند. وضعیتهای قبل و بعد از برخورد در چارچوب S' در شکل ۶.۳ نشان داده شده است. در اینجا، قبل از برخورد، هر کدام از اجسام A و B دارای سرعت‌های مساوی و مختلف‌الجهت u در امتداد محور x' می‌باشند؛ و جسم مرکب C ، که در اثر برخورد به وجود آمده است، نسبت به چارچوب S' ، همان طور که قانون پایستگی اندازه حرکت ایجاب می‌کند، ساکن است. در چارچوب مرجع دیگر، S ، که با سرعت $v (=u')$ نسبت به S' در امتداد محور مشترک $x-x'$ به طرف چپ حرکت می‌کند، جسم مرکب C دارای سرعتی با بزرگی v در امتداد محور x و به طرف راست خواهد بود. در این چارچوب، قبل از برخورد، جسم A ساکن است و جسم B دارای سرعت u_B می‌باشد. وضعیت در چارچوب S در شکل ۷.۳ نمایش داده شده است.

سرعت u_B در چارچوب S می‌تواند از معادله نسبیتی تبدیلی سرعتها، معادله (۲-۱۸)، به صورت زیر به دست آید

$$u_B = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} = \frac{u' + u'}{1 + u'^2/c^2} = 2u' / (1 + u'^2/c^2)$$

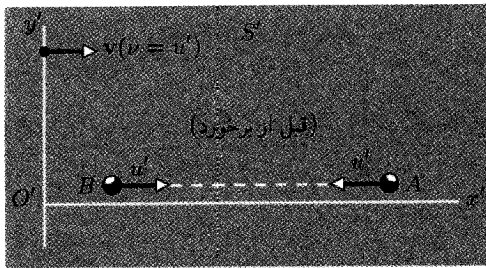
جرم نسبیتی B در چارچوب S عبارت است از

$$m_B = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u_B^2/c^2}} = \frac{m_0 (1 + u'^2/c^2)}{(1 - u'^2/c^2)}$$

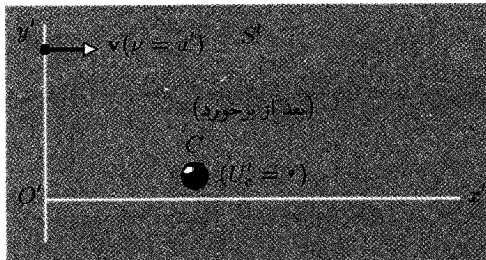
که دانشجو بسايد آن را تحقيق کند. در S ، جسم مرکب C بعد از برخورد با سرعت $v (=u')$ حرکت می‌کند، زیرا این جسم در چارچوب S' ساکن بوده است. در نتیجه، با به کار بردن بقاء (پایستگی) اندازه حرکت نسبیتی در امتداد محور x در این چارچوب (مؤلفه y اندازه حرکت خود بخود پایسته است) خواهیم داشت:

(بعد) = (قبل)

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - u_B^2/c^2}} u_B + 0 = \frac{M_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} v$$

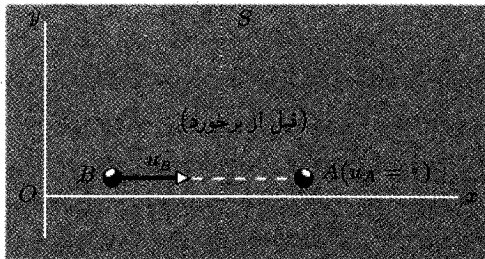


(الف)

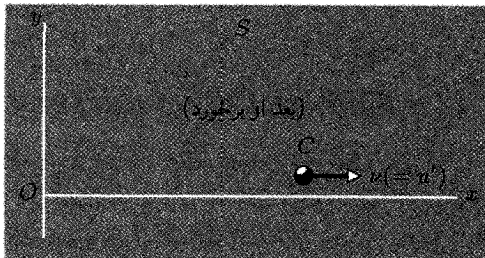


(ب)

شکل ۶.۳ يك برخورد ناکشایند خاص از نظر ناظر S' ، (الف) قبل از برخورد. (ب) بعد از برخورد.



(الف)



(ب)

شکل ۷.۳ همان برخورد مربوط به شکل ۶.۳ از نظر ناظر S ، (الف) قبل از برخورد، (ب) بعد از برخورد.

که با توجه به $v = u'$ و عبارت u_B که در بالا داده شده است، خواهد شد

$$\frac{m_0(1+u'^2/c^2)}{(1-u'^2/c^2)} \cdot \frac{2u'}{(1+u'^2/c^2)} = \frac{M_0 u'}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

و از آنجا

$$M_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} \quad (25-3)$$

جرم سکون جسم مرکب برابر با مجموع جرمهای سکون اجسام اولیه ($2m_0$) نیست بلکه به اندازه

$$M_0 - 2m_0 = 2m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} - 1 \right) \quad (3-26 \text{ الف})$$

بزرگتر از آن است. قبل از برخورد، انرژی جنبشی اجسام در S' برابر بود با

$$K_A + K_B = 2K = 2m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} - 1 \right) \quad (3-26 \text{ ب})$$

اما تمام این انرژی جنبشی در اثر برخورد از بین رفته است. به جای آن، بعد از برخورد، نوعی انرژی داخلی، انقبیل انرژی گرمایی یا انرژی برانگیختگی، ظاهر می شود. حالا می بینیم که این انرژی داخلی اضافی سبب می شود که جرم سکون (لختی) جسم مرکب بزرگتر از جرم سکون (لختی) کل این دو جسم جداگانه باشد. بنابراین جرم سکون هم ارز با انرژی (انرژی وابسته به جرم سکون) است و در اصل بقاء (پایستگی) انرژی باید در نظر گرفته شود. این نتیجه از تبدیلات لورنتس و اصل پایستگی اندازه حرکت، که جهت رسیدن به این نتیجه مورد استفاده قرار گرفتند، حاصل می شود. از معادله (3-26 الف) و (3-26 ب) دیده می شود

$$K_A + K_B = (M_0 - 2m_0)c^2$$

که مستقیماً نشان می دهد که، در این حال، انرژی وابسته به افزایش جرم سکون بعد از برخورد، $\Delta m_0 c^2$ ، برابر است با انرژی جنبشی موجود قبل از برخورد. بنا بر این می توان گفت که، اگرچه در یک برخورد ناکشایند انرژی جنبشی بتنهایی پایسته نیست، ولی انرژی کل پایسته است. انرژی کل شامل انرژی وابسته به جرم سکون به اضافه انرژی جنبشی می باشد. به علاوه پایستگی انرژی کل معادل است با پایستگی جرم نسبی. این مطلب را در زیر اثبات خواهیم کرد و به دنبال آن چند نتیجه مهم خواهیم گرفت.

▲ مثال ۰۴. (الف) نشان دهید که، در هر دو چارچوب S و S' ، انرژی کل در برخورد کاملاً ناکشایند شکلهای ۶.۳ و ۷.۳ پایسته است. نخست چارچوب S' را در نظر بگیریم (شکل ۶.۳). قبل از برخورد انرژی کل عبارت است از

$$2(m_0 c^2 + K) = \frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}}$$

بعد از برخورد انرژی کل برابر است با

$$M_0 c^2 = \left(\frac{2m_0}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} \right) c^2 = \frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}}$$

در نتیجه، انرژی کل در این برخورد، در چارچوب S' ، پایسته است. اکنون چارچوب S را در نظر بگیریم (شکل ۷.۳). قبل از برخورد، انرژی کل برابر است با

$$\begin{aligned} m_0 c^2 + (m_0 c^2 + K_B) &= 2m_0 c^2 + m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - u_B'^2/c^2}} - 1 \right] \\ &= 2m_0 c^2 + m_0 c^2 \left[\frac{2u'^2/c^2}{1 - u'^2/c^2} \right] = \frac{2m_0 c^2}{(1 - u'^2/c^2)} \end{aligned}$$

بعد از برخورد انرژی کل برابر است با

$$M_0 c^2 + K_C = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} c^2 + \frac{2m_0}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right]$$

که، با توجه به $v = u'$ ، خواهد شد

$$\frac{2m_0}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} c^2 + \frac{2m_0}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} - 1 \right] = \frac{2m_0 c^2}{(1 - u'^2/c^2)}$$

در نتیجه، انرژی کل در این برخورد، در چارچوب S ، پایسته است. (ب) نشان دهید که جرم نسبیتی نیز در هر کدام از چارچوبها پایسته است. نخست چارچوب S' را در نظر بگیریم (شکل ۶.۳). قبل از برخورد جرم نسبیتی برابر است با

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} + \frac{m_0}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} = \frac{2m_0}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

بعد از برخورد جرم نسبیتی برابر است با همان جرم سکون، زیرا $U'_c = 0$ ؛ به بیان دیگر

$$M_0 / \sqrt{1-U'_c{}^2/c^2} = \left(\frac{2m_0}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} \right) / \sqrt{1-0} = \frac{2m_0}{\sqrt{1-u'^2/c^2}}$$

بنابراین جرم نسبیتی در این برخورد، در چارچوب S' ، پایسته است. اکنون چارچوب S را در نظر بگیریم (شکل ۷.۳). قبل از برخورد جرم نسبیتی عبارت است از

$$m_0 + \frac{m_0}{\sqrt{1-u_B'^2/c^2}} = m_0 + m_0 \frac{(1+u'^2/c^2)}{(1-u'^2/c^2)} = \frac{2m_0}{(1-u'^2/c^2)}$$

بعد از برخورد جرم نسبیتی برابر است با

$$M_0 / \sqrt{1-v^2/c^2} = \left(\frac{2m_0}{\sqrt{1-u'^2/c^2}} \right) / \sqrt{1-u'^2/c^2} = \frac{2m_0}{(1-u'^2/c^2)}$$

بنابراین دیده می‌شود که جرم نسبیتی در این برخورد، در چارچوب S ، پایسته است. ▲

دیدیم که پایستگی انرژی کل معادل است با پایستگی جرم (نسبیتی). یعنی، ناوردایی انرژی مستلزم ناوردایی جرم (نسبیتی) است. جرم و انرژی هم‌ارز هستند و یک ناوردای واحد را تشکیل می‌دهند که می‌توان آن را جرم - انرژی نامید. با ضرب کردن معادلات جرم بالا در ثابت جهانی c^2 می‌توان معادلات انرژی مربوط را از لحاظ عددی به دست آورد. رابطه

$$E = mc^2 \quad (27-3)$$

این حقیقت را بیان می‌کند که جرم - انرژی می‌تواند بر حسب واحد انرژی (E)، یا به طور معادل، با واحد جرم ($m = E/c^2$) بیان شود. در واقع، برای تسهیل محاسبات مربوط به انرژی*، بیان جرم بر حسب الکترون ولت امر متداولی شده است. مثلا جرم سکون یک

* باید تأکید کرد که جرم و انرژی از لحاظ عددی برابر نیستند زیرا واحدهای آنها متفاوت اند. با وجود این، از لحاظ فیزیکی کمیات هم‌ارزی هستند که به یکدیگر مربوط اند. ارتباط بین آنها تا اندازه‌ای شبیه به ارتباط بین ارتفاع یک ستون جیوه و فشار هوا است.

الکترون برابر است با $1\text{Mev} \approx 0.51$. به طور مشابه، به ذراتی که جرم سکون آنها صفر است (مثل فوتونها، ر.ك. قسمتهای زیر) می توان جرم مؤثری هم ارز با انرژی آنها نسبت داد. درحقیقت، جرمی که به اشکال مختلف انرژی نسبت می دهیم، دارای تمام خواصی است که تا کنون به جرم نسبت داده ایم. خواصی از قبیل لختی، وزن، دخالت در تعیین مرکز جرم يك دستگاه و غیره . بعضی از این خواص را بعداً ، در همین فصل ، خواهیم آورد (همچنین ر.ك. مرجع ۵).

معادله (۳-۲۷) ، $E = mc^2$ ، مسلماً یکی از معادلات مشهور فیزیک است . این معادله از راه کاربردهای عملی و نتایج نظری متعددی تأیید شده است. اینشتین، که دراصل این نتیجه را در زمینه دیگری به دست آورده بود؛ این فرض متهورانه را اتخاذ کرد که نتیجه مزبور دارای قابلیت کاربرد جهانی است، و آن را مهمترین نتیجه نظریه نسبیت خاص خود می دانست.

حال اگر به عقب بر گردیم و به معادلات مربوط به يك ذره منفرد نگاه کنیم (بخش ۶.۳) ، می بینیم که این معادلات با نتایجی که از برخورد دو جسم به دست آورده ایم سازگارند. در آنجا ما انرژی کل ذره را به صورت mc^2 تعریف کردیم و آن را با نماد E نمایش دادیم. سپس با استفاده از رابطه $E = mc^2$ (پایین معادله ۳-۲۱) نتیجه گرفتیم که $dm/dt = (1/c^2)(dK/dt)$. این رابطه همچنین می تواند به صورت

$$\frac{dK}{dt} = c^2 \frac{dm}{dt} \quad (3-28)$$

بیان شود که نشان می دهد تغییرات انرژی جنبشی يك ذره باعث تغییرات متناسبی در جرم (نسبیتی) آن خواهد شد. یعنی، جرم و انرژی با یکدیگر هم ارز هستند* و واحدهای آنها در عامل c^2 با یکدیگر تفاوت دارند.

اگر انرژی جنبشی يك جسم را به عنوان يك نوع انرژی خارجی در نظر بگیریم ، انرژی وابسته به جرم سکون می تواند به عنوان انرژی داخلی آن در نظر گرفته شود. قسمتی از این انرژی داخلی شامل چیزهایی است از قبیل حرکت مولکولی ، که با جذب یا دفع انرژی حرارتی توسط جسم تغییر می کند، یا انرژی پتانسیل بین مولکولی، که وقتی واکنشهای شیمیایی (از قبیل تجزیه یا ترکیب) رخ می دهند تغییر می کند. همچنین انرژی داخلی می تواند به صورت انرژی پتانسیل اتمی ، که می تواند وقتی يك اتم تابش جذب می کند و برانگیخته می شود و یا تابش گسیل می کند و برانگیختگی خود را از دست می دهد تغییر کند، یا به صورت انرژی پتانسیل هسته ای، که می تواند در اثر واکنشهای هسته ای تغییر کند، در آید. با وجود این، قسمت اعظم انرژی داخلی مربوط به انرژی وابسته به جرم سکون کل ذرات « بنیادی » است که به عنوان منبع اصلی انرژی داخلی به حساب می آید.

* يك اتحاد مناسب عبارت است از $931 \text{ Mev/a.m.u.} = (3 \times 10^8 \text{ m/sec})^2 = c^2$. (ر.ك. مسئله ۲۸).

این انرژی نیز می‌تواند به طرقي مانند آفرینش و نابودی الکترون - پوزیترون، تغییر کند (ر. ک. مسائل ۳۱، ۳۷ و ۳۸). بنا بر این جرم سکون (یا جرم ویژه) يك جسم، در حالت کلی، ثابت نیست. البته، اگر تغییری در انرژی داخلی جسم ایجاد نشود (یا اگر يك دستگاه بسته را که تبادل انرژی نمی‌کند در نظر بگیریم) می‌توان جرم سکون جسم (دستگاه) را ثابت در نظر گرفت.

نظرفوق در مورد هم‌ارز بودن انرژی داخلی يك ذره با جرم سکون آن می‌تواند به مجموعه‌ای از ذرات گسترش داده شود. مثلاً گاهی اوقات، باینکه می‌دانیم اتم از ذرات زیادی با انرژیهای داخلی گوناگون تشکیل شده‌است، آن را به عنوان يك ذره در نظر می‌گیریم و به آن يك جرم سکون نسبت می‌دهیم. همچنین می‌توانیم به هر مجموعه از ذراتی که نسبت به یکدیگر در حرکت هستند، در چارچوبی که مرکز جرم آنها ساکن است (یعنی چارچوبی که در آن برآیند اندازه حرکتهای صفر است)، يك جرم سکون نسبت بدهیم. جرم سکون دستگاه، در کل، سهم انرژی داخلی دستگاه درلختی را نیز شامل می‌شود.

اکنون دوباره توجه خود را به برخورد ها یا برهم‌کنشهای بین اجسام معطوف می‌کنیم. همان‌طور که قبلاً دیدیم، بدون توجه به ماهیت برخورد، انرژی کل پایسته است و پایستگی انرژی کل معادل است با پایستگی جرم (نسبیتی). در فیزیک کلاسیک دواصل پایستگی جداگانه داشتیم: (۱) پایستگی جرم (کلاسیکی)، مثلاً در واکنشهای شیمیایی، و (۲) پایستگی انرژی. در نسبیت این دو در يك اصل ادغام می‌شوند که همان اصل پایستگی جرم-انرژی است. این دو قانون کلاسیک را می‌توان به عنوان حالات خاصی در نظر گرفت که انتظار می‌رود تنها در صورتی با تجربه مطابقت داشته باشند که انتقال انرژی به دستگاه یا به خارج آن، در مقایسه با انرژی وابسته به جرم سکون دستگاه، آن قدر کوچک باشد که تغییر نسبی ایجاد شده در جرم سکون کوچکتر از آن باشد که بتوان اندازه‌گیری کرد.

▲ مثال ۵. يك واحد جرم اتمی (1 a.m.u.) (تقریباً) برابر است با $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$. جرم سکون پروتون (هسته اتم هیدروژن) برابر است با 1.00731 a.m.u. و جرم سکون نوترون (يك ذره خنثی و یکی از سازندگان تمام هسته‌ها جز هیدروژن) برابر است با 1.00867 a.m.u. . يك دوترون (هسته هیدروژن سنگین) از يك نوترون و يك پروتون تشکیل شده‌است. جرم سکون دوترون با 2.01360 a.m.u. به دست آمده است. در نتیجه، جرم سکون دوترون از مجموع جرمهای سکون نوترون و پروتون به اندازه

$$\Delta m = [(1.00731 + 1.00867) - 2.01360] \text{ a.m.u.} = 0.00238 \text{ a.m.u.}$$

کمتر است، که این اختلاف، بر حسب واحد انرژی، معادل است با

$$\begin{aligned} \Delta m \cdot c^2 &= (0.00238 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}) (3.00 \times 10^8 \text{ m/sec})^2 \\ &= 3.57 \times 10^{-13} \text{ ژول} = 2.22 \times 10^6 \text{ eV} \\ &= 2.22 \text{ Mev} \end{aligned}$$

وقتی یک نوترون و یک پروتون در حال سکون با هم ترکیب شوند و یک دوترون به وجود آورند، درست همین مقدار انرژی را به شکل تابش الکترومغناطیسی (گاما) بیرون می‌دهند. اگر دوترون بخواهد به یک پروتون و یک نوترون تجزیه شود باید همین مقدار انرژی به آن اضافه شود. لذا این انرژی، 2.022 Mev ، انرژی اتصال دوترون نامیده می‌شود.
خاطر نشان کنیم که

$$\frac{\Delta m_0}{M_0} = \frac{0.000238}{2.01360} = 1.18 \times 10^{-3} = 0.12 \text{ درصد}$$

این تغییر نسبی جرم سکون مشخصه بزرگیهایی است که در واکنشهای هسته‌ای به دست می‌آیند.

▲ مثال ۶. انرژی اتصال اتم هیدروژن برابر است با 13.6 eV . به عبارت دیگر، مقدار انرژی که باید به اتم هیدروژن داد تا آن را به اجزای تشکیل دهنده‌اش، پروتون و الکترون، تجزیه کند، برابر است با 13.6 eV . جرم سکون اتم هیدروژن، M_0 ، عبارت است از 1.007276 a.m.u. وقتی اتم هیدروژن یونیده می‌شود تغییر جرم سکون، Δm_0 ، برابر است با

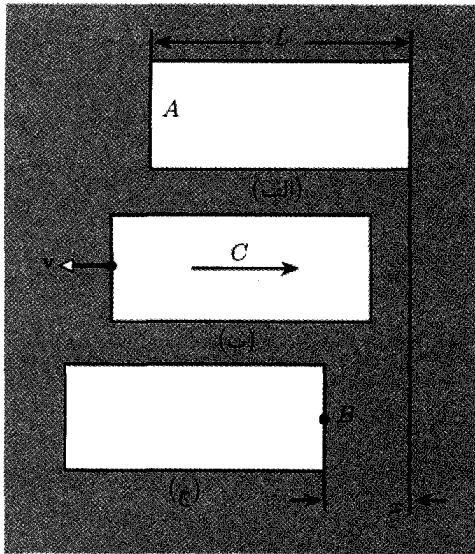
$$13.6 \text{ eV} = \frac{13.6 \text{ eV}}{931 \times 10^6 \text{ eV/a.m.u.}} = 1.46 \times 10^{-8} \text{ a.m.u.}$$

و در نتیجه

$$\frac{\Delta m_0}{M_0} = \frac{1.46 \times 10^{-8}}{1.008} = 1.45 \times 10^{-8} = 1.45 \times 10^{-6} \text{ درصد}$$

این تغییر نسبی جرم سکون واقعاً کوچکتر از خطای تجربی است که در اندازه‌گیری نسبت جرمهای پروتون و الکترون رخ می‌دهد. لذا، در عمل نمی‌توان این تغییر را آشکار کرد. بنابراین، در واکنشهای شیمیایی، نمی‌توانیم تغییرات جرم سکون را آشکار کنیم و اصل کلاسیکی پایستگی جرم (سکون) عملاً درست است.

▲ مثال ۷. آزمایش ذهنی زیر را در نظر بگیریم. یک لوله مکعب مستطیلی شکل به جرم M و طول L در چارچوب S در حال سکون است. یک تپ تابش الکترومغناطیسی با انرژی E از یک سر لوله گسیل شده و سپس در سر دیگر جذب می‌شود. نشان دهید که لختی وابسته به این تابش برابر است با $m = E/c^2$.
این وضعیت در شکل ۸.۳ نمایش داده شده است. تپ تابش الکترومغناطیسی به



شکل ۸۰۳ (الف) يك لوله مكعب مستطیلی شكل به طول L و جرم M که در چارچوب S ساکن است. (ب) يك تپ تابشی از A گسیل می شود و به طرف راست حرکت می کند و لوله با سرعت v به طرف چپ پس می زند. (ج) تابش در B ، انتهای راست لوله، جذب می شود و لوله را، که به اندازه x پس زده است، به حال سکون در می آورد.

سمت راست گسیل می شود. طبق نظریه الکترومغناطیسی ماکسول به این تابش اندازه حرکت $p = E/c$ وابسته است. بنابراین، برای پایداری اندازه حرکت، لوله با سرعت v به سمت چپ پس می زند. اگر جرم وابسته به انرژی تابشی باشد، جرم لوله پس-زنده برابر $M - m$ خواهد بود و پایداری اندازه حرکت در چارچوب S ایجاب می کند که داشته باشیم

$$(M - m)v = \frac{E}{c}$$

زمان پرواز تپ تابشی، با سرعت c ، عبارت است از $t = (L - x)/c$ ، که برابر است با زمان پس زنی لوله، $t = x/v$ ، که در آن x فاصله پس زنی است. از ترکیب این دو رابطه خواهیم داشت

$$\frac{v}{c} = \frac{x}{L-x}$$

چون نیروها داخلی هستند، مرکز جرم دستگاه در مدت فرایند گسیل و جذب تابش تغییر نمی‌کند. اگر جرم مؤثری باشد که از راه تابش منتقل شده است، مرکز جرم در صورتی تغییر نمی‌کند که داشته باشیم $Mx = mL$ (دانشجو باید خود بتواند این تساوی را اثبات کند)، یا

$$m = \frac{Mx}{L}$$

معادلات فوق را بایکدیگر ترکیب می‌کنیم و m را به صورت زیر بدست می‌آوریم. با استفاده از تساوی

$$\frac{x}{L-x} = \frac{E/c^2}{M-m}$$

خواهیم داشت

$$x = \frac{EL/(M-m)c^2}{1 + E/c^2(M-m)} = \frac{EL/c^2}{(M-m) + E/c^2}$$

سپس با وارد کردن $m = x(M/L)$ نتیجه می‌گیریم

$$m = \frac{ME/c^2}{(M-m) + E/c^2}$$

که جواب آن عبارت است از $m = E/c^2$.

اگر قدری عمیقتر به این آزمایش ذهنی بیندیشیم، نتیجه خواهیم گرفت که این تجزیه و تحلیل باروح نسبیت تناقض دارد. بعد از پس زدن انتهای چپ، انتهای راست لوله به چه طریق «پیام» مبنی بر شروع حرکت به سمت چپ را دریافت می‌کند؟ این پیام برای اینکه از تپ تابشی گسیل شده «سبقت» بگیرد، باید تندتر از نور حرکت کند. اگر لوله، مثل یک جسم صلب حرکت می‌کرد، پیام با سرعت بینهایت حرکت می‌کرد. مسلماً تمام لوله شبیه به یک جسم صلب پس نمی‌زند. پس معنی «چیست»؟

در واقع چیزی که اتفاق می‌افتد این است که «علامت پس زنی» مثل یک موج کشايند در طول دیواره‌های لوله، با سرعت صوت حرکت می‌کند و بعد از تپ تابشی به انتهای راست لوله می‌رسد. اما قبل از آن، تپ تابشی جذب شده است و علامت دیگری به صورت یک موج کشايند به عقب برمی‌گردد و به طرف انتهای اولی حرکت می‌کند. در نتیجه لوله به ارتعاش در می‌آید و به هیچ وجه صلب نیست. تحلیل درست این وضعیت، گرچه آشکارا پیچیده است، منجر به همین نتیجه اساسی می‌شود که در مثال به دست آمده است.

اینشتین نتیجه مثال ۷ را از راه دیگری به دست آورد. فرض کنیم لوله نسبت به آزمایشگاه ساکن بوده و حاوی انرژی تابشی (الکترومغناطیسی) باشد که با دیواره‌ها در تعادل ترمودینامیکی است. انرژی تابشی فشاری روی دیواره‌های لوله وارد می‌کند، و در این حالت خاص (تعادل)، نیروی کل وارد به یک دیوار نیروی وارد به دیوار مقابل را خنثی می‌کند. با وجود این، اگر لوله تحت اثر یک نیروی خارجی به طرف جلو شتاب گرفته باشد، تابش بازتابیده از دیواره عقبی، در مسدودت این شتاب، اندازه حرکت آن را بیشتر از تابش بازتابیده از دیواره جلویی تغییر می‌دهد. نتیجه اینکه تابش یک نیروی غیر صفر به لوله وارد می‌کند که با شتاب آن مخالفت می‌کند و درست همان اندازه در لختی لوله سهم نخواهد داشت که جرم $m = E/c^2$.*

اینشتین در مقاله‌ای [۶] تحت عنوان « آیا لختی جسم به محتوای انرژی آن بستگی دارد؟ » می‌نویسد:

« اگر جسمی انرژی E را به صورت تابش از دست بدهد، جرم آن به اندازه E/c^2 کم می‌شود. اینکه انرژی گرفته شده از جسم به صورت انرژی تابشی در می‌آید مسلماً تفاوتی نمی‌کند، بنابراین به این نتیجه عمومی‌تری رسیدیم که جرم یک جسم میزانی از محتوای انرژی آن است ... امتحان موفقیت آمیز این نظریه با اجسامی که محتوای انرژی آنها بشدت تغییر می‌کند (مثلاً بانمکهای رادیوم) غیر ممکن نیست. اگر نظریه به واقعیتها مربوط باشد، تابش باعث تبادل لختی بین اجسام گسیل‌کننده و جذب‌کننده می‌شود. »

تجربه، نظریه اینشتین را بوفور تأیید کرده است.

امروزه چنین تب تابشی را فوتون می‌نامند و می‌توان به آن به عنوان یک ذره با جرم سکون صفر نگریست. رابطه $p = E/c$ ، که از الکترومغناطیس کلاسیک گرفته شده است، با نتیجه نسبیت خاص در مورد ذرات با « جرم سکون صفر » سازگار است. زیرا، از معادله

$$(۳-۱۹) \quad E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}, \quad \text{دیده می‌شود وقتی } m_0 = 0 \text{ باشد داریم } p = E/c.$$

این نتیجه با این حقیقت که فوتونها با سرعت نور حرکت می‌کنند نیز سازگار است. زیرا، از رابطه $E = mc^2 = m_0 c^2 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ دیده می‌شود که وقتی $m_0 \rightarrow 0$ انرژی E ، برای $u < c$ ، به سمت صفر میل می‌کند، برای اینکه وقتی $m_0 \rightarrow 0$ انرژی E متناهی (نه صفرونه بینهایت) بماند باید $u \rightarrow c$. با وجود این، اگر دقیقتر بگوییم، جمله « جرم سکون صفر » قدری گمراه‌کننده است زیرا، غیر ممکن است بتوان چارچوب مرجعی پیدا کرد که در آن فوتونها (یا هر ذره دیگری که با سرعت نور حرکت می‌کند) در حال سکون باشند (ر. ک. سؤال ۱۲). لذا اگر m_0 از اندازه گیریهای انرژی و اندازه حرکت به صورت $m_0 = \sqrt{(E/c^2)^2 - (p/c)^2}$ به دست آید، وقتی $p = E/c$

* برای به دست آوردن $E = mc^2$ به روشی دیگر، به مثال ۹ و مرجع ۷ مراجعه کنید.

باشد (همان طور که برای فوتون* چنین است) داریم $m_0 = 0$.
 این نتیجه که یک ذره با جرم سکون صفر می تواند دارای یک انرژی و اندازه حرکت متناهی باشد و اینکه چنین ذراتی باید با سرعت نور حرکت کنند، با مفهومی که به صورت انرژی داخلی به جرم سکون داده ایم نیز سازگار است. برای اینکه اگر جرم سکون همان انرژی داخلی باشد، که وقتی یک جسم ساکن است وجود دارد، در این صورت « جسم » بدون جرم، انرژی داخلی ندارد. تمامی انرژی آن خارجی خواهد بود که متضمن حرکت جسم در فضا می شود. حال اگر چنین جسمی با سرعتی کمتر از c در یک چارچوب مرجع حرکت می کرد، همیشه می توانستیم یک چارچوب مرجع دیگر پیدا کنیم که جسم در آن ساکن باشد. اما اگر این جسم با سرعت c در یک چارچوب مرجع حرکت کند، در تمام چارچوبهای مرجع دیگر نیز با همین سرعت c حرکت خواهد کرد. در نتیجه، این مسئله که جسم با جرم سکون صفر باید با سرعت نور حرکت کند و هیچ جا ساکن نباشد با تبدیل لورنتس سازگار است.

▲ مثال ۸. زمین از خورشید با آهنگ $m^2/\text{وات}$ 1.34×10^2 انرژی تابشی دریافت می کند. آهنگ کم شدن جرم سکون خورشید در اثر این تابش چقدر است؟ جرم سکون خورشید در حال حاضر در حدود 2.0×10^{30} kg است.
 اگر فرض کنیم که خورشید به طور همسانگرد تابش می کند، آهنگ کل تابش خورشید برابر است با مقدار انرژی تابشی که در واحد زمان از سطح کره ای به شعاع فاصله متوسط زمین از خورشید، $m = 1.49 \times 10^{11}$ ، عبور می کند، یعنی

$$\text{وات} = 3.92 \times 10^{26} = [4\pi(1.49 \times 10^{11} m)^2] (1.34 \times 10^2 \text{ وات}/m^2)$$

چون

$$(\text{جرم}/\text{انرژی}) / (\text{زمان}/\text{انرژی}) = \text{زمان}/\text{جرم}$$

از $\text{kg}/\text{ذول} = 8.99 \times 10^{16} = E/m = c^2$ نتیجه می شود که آهنگ کاهش جرم سکون خورشید عبارت است از

$$\frac{3.92 \times 10^{26} \text{ ذول}/\text{sec}}{8.99 \times 10^{16} \text{ ذول}/\text{kg}} = 4.36 \times 10^9 \text{ kg}/\text{sec}$$

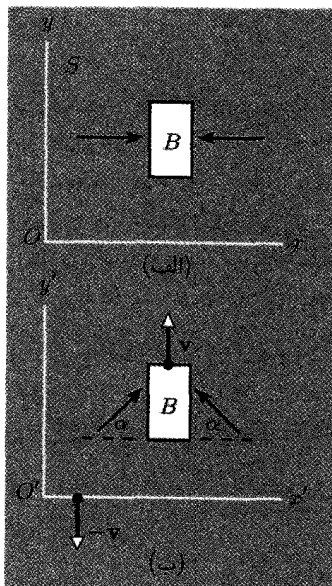
* برای دانشجویانی که با رابطه $p = E/c$ ، که در الکترومغناطیس به دست آمده است ، آشنایی ندارند ، استدلال می تواند به طریق عکس صورت گیرد . از رابطه نسبیتی $E = m_0 c^2 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ شروع می کنیم. این رابطه ایجاب می کند که اگر $u = c$ باشد E بینهایت شود مگر اینکه $m_0 = 0$ باشد. بنابراین، در مورد فوتونها، که، بر حسب تعریف، برای آنها $m_0 = 0$ است داریم $u = c$. پس، از $E = c[p^2 + m_0^2 c^2]^{1/2}$ نتیجه می شود که فوتون باید در رابطه $p = E/c$ صدق کند. به دست آمدن این نتیجه، به طور مستقل، در الکترومغناطیس، مبین سازگاری بین نسبیت و الکترومغناطیس کلاسیک است.

با این آهنگ، کاهش نسبی جرم سکون خورشید برابر است با

$$\frac{436 \times 10^9 \text{ kg/sec} \times 314 \times 10^7 \text{ sec/سال}}{20 \times 210^3 \text{ kg}} = 68 \times 10^{-14} \text{ برسال}$$

▲ **مثال ۹.** در اینجا « اثبات مقدماتی هم‌ارزی جرم و انرژی » را، که به اینشتین نسبت داده شده است [۷]، ارائه می‌کنیم.

جسم B را که در چارچوب S ساکن است در نظر بگیریم (شکل ۹.۳ الف). دو تابش، هر کدام با انرژی $E/2$ ، یکی در جهت $+x$ و دیگری در جهت $-x$ روی B می‌تابند. این تنها به وسیله B جذب می‌شوند و، بنابراین، انرژی آن به اندازه E زیاد می‌شود. به علت تقارن، B باید در S ساکن بماند. اکنون همین فرایند را در S' که نسبت به S با سرعت ثابت v در جهت منفی y حرکت می‌کند بررسی کنیم. در



شکل ۹.۳ (الف) جسم B در S ساکن است. دو تابش درجه‌هایی که با سهمها مشخص شده اند روی جسم می‌تابند، (ب) در S' ، که نسبت به S با سرعت v در جهت منفی y حرکت می‌کند، جسم B با سرعت v در امتداد $+y'$ حرکت می‌کند و تنها به طرف بالای محور x' متمایل هستند و جهت‌های آنها، که با سهمها مشخص شده‌اند، با این محور زاویه α می‌سازند.

اینجا (شکل ۹.۳ ب) جسم B با سرعت v در جهت مثبت y' حرکت می‌کند، و تپهای تابشی قدری به طرف بالا متمایل هستند و با محور x' زاویه α می‌سازند. سرعت B پس از جذب تابش نسبت به S' تغییری نمی‌کند زیرا، همان‌طور که دیدیم، در مدت این فرآیند B نسبت به S ساکن می‌ماند.

اکنون قانون پایستگی اندازه حرکت را برای این فرایند در S' به کار ببریم. اندازه حرکت B در S' برابر است با Mv (از مکانیک کلاسیک) در جهت مثبت y' . هر تپ تابشی دارای انرژی $E/2$ و اندازه حرکت $E/2c$ (طبق الکترومغناطیس کلاسیک) است و مؤلفه y' این اندازه حرکتها عبارت است از $E/2c \sin \alpha$. در نتیجه قبل از اینکه عمل جذب انجام بگیرد، مؤلفه y' اندازه حرکت دستگاه عبارت است از

$$Mv + 2\left(\frac{E}{2c}\right) \sin \alpha$$

بعد از جذب، جسم B دارای جرم M' و اندازه حرکت $M'v$ در جهت مثبت y' می‌شود. با مساوی قرار دادن مؤلفه‌های y' اندازه حرکت قبل از جذب با مؤلفه‌های آن بعد از جذب، خواهیم داشت

$$Mv + \frac{E}{c} \sin \alpha = M'v$$

حال، چون $v \ll c$ ، و در نتیجه $\sin \alpha \cong \alpha = v/c$ (نتیجه کلاسیک ابیراهی)، بنا بر این

$$Mv + \frac{E}{c} \frac{v}{c} = M'v$$

پس

$$M + \frac{E}{c^2} = M'$$

یا

$$M' - M = \frac{E}{c^2}$$

بنابراین افزایش E ، انرژی جسم B ، به صورت زیر، به افزایش جرم آن، $\Delta M = M' - M$ ، مربوط می‌شود.

$$E = \Delta M c^2$$

اگر اینشتین از نظریه نسبیت خاص خود برای به دست آوردن این نتیجه استفاده

کرده باشد، به چه طریق آن را به کار برده است؟ از چه تقریبهایی استفاده شده است؟ ▲

۷.۳ خواص تبدیلی اندازه حرکت ، انرژی ، جرم و نیرو

در بخش ۵.۳ دینامیک يك ذره منفرد را با استفاده از معادله نسبیتی حرکت ، که برای حرکت سریع ذرات باردار با تجربه مطابقت داشت، بررسی کردیم. در آنجا جرم نسبیتی و انرژی کل، شامل انرژی وابسته به جرم سکون ، را دخالت دادیم. با وجود این تمام فرمولهائی را که به کار بردیم در یک چارچوب مرجع، که آن را چارچوب آزمایشگاهی نامیدیم، قابل اعمال بودند. اغلب اوقات ، مثل هنگامی که واکنشهای هسته‌ای را تجزیه و تحلیل می‌کنیم، اگر بتوانیم این روابط را به چارچوبهای مرجع لخت دیگر، مثل چارچوب مرکز جرم، تبدیل کنیم، مفید خواهد بود. بنابراین، ما در اینجا روابطی را ارائه می‌کنیم که مقادیر اندازه حرکت، انرژی، جرم و نیرو در یک چارچوب S را به مقادیر متناظر همین کمیات در چارچوب دیگر S' که نسبت به S با سرعت یکنواخت v در امتداد محورهای مشترک $x-x'$ حرکت می‌کند، ربط می‌دهند. بدین وسیله پیش‌بینی جدیدی در مورد نسبیت به دست خواهیم آورد. در بخشهای بعدی متن، بعضی از این نتایج را به کار خواهیم برد. * با رابطه بین سرعت u يك ذره در S و سرعت u' آن در S' (که براحتی قابل تحقیق است ، ر. ک. مسئله ۳۷ از فصل دوم) یعنی

$$c^2 - u'^2 = \frac{c^2(c^2 - u^2)(c^2 - v^2)}{(c^2 + u_x'v)^2}$$

شروع می‌کنیم. اگر طرفین را پس از تقسیم بر c^2 معکوس کنیم و سپس از آنها جذر بگیریم نتیجه می‌شود

$$\frac{1}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}} = \frac{1 + u_x'v/c^2}{\sqrt{1 - u'^2/c^2} \sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۳ - ۲۹)$$

این رابطه بعداً مفید خواهد بود.

اکنون با آسانی می‌توانیم روابط تبدیل مؤلفه‌های اندازه حرکت و انرژی را به دست بیاوریم. در چارچوب S (بر حسب تعریف) داریم

$$P_x = \frac{m_0 u_x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad P_y = \frac{m_0 u_y}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$P_z = \frac{m_0 u_z}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

* معلم ممکن است ترجیح دهد که این بخش را به بعد از مطالعه فصل چهارم موکول کند.

در چارچوب S' کمیات متناظر (بر حسب تعریف) عبارت اند از

$$p_x' = \frac{m_0 u_x'}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}}, \quad p_y' = \frac{m_0 u_y'}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}}$$

$$p_z' = \frac{m_0 u_z'}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}}, \quad E' = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - u'^2/c^2}}$$

با استفاده از معادله (۳-۲۹) و معادلات تبدیل مؤلفه‌های سرعت (معادلات ۲-۱۸ تا ۲-۲۲)، دانشجو می‌تواند براحتی تحقیق کند که روابط بین این کمیات عبارت اند از:

$$p_x = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(p_x' + \frac{E'v}{c^2} \right)$$

$$p_y = p_y',$$

$$p_z = p_z',$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} (E' + v p_x') \quad (۳-۳۰ \text{ الف})$$

روابط معکوس با تبدیل v به $-v$ و تعویض کمیات پریم دار با بدون پریم، به صورت زیر به دست می‌آیند

$$p_x' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(p_x - \frac{Ev}{c^2} \right)$$

$$p_y' = p_y,$$

$$p_z' = p_z,$$

$$E' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} (E - v p_x) \quad (۳-۳۰ \text{ ب})$$

روابط (۳-۳۰ الف) و (۳-۳۰ ب) معادلات تبدیل مؤلفه‌های اندازه حرکت و انرژی می‌باشند و آنها را در جدول ۲.۳ خلاصه کرده‌ایم.

اگر این نتایج را با تبدیلات اصلی لورنتس که x, y, z, t و x', y', z', t' را به یکدیگر ربط می‌دهند (ر. ک. جدول ۱.۲)، مقایسه کنیم شباهت عجیبی بین آنها پیدا می‌کنیم (ر. ک. مسئله ۳۹ و سؤال ۱۸). کمیات p_x, p_y, p_z و E/c^2 درست مثل مختصات فضا - زمانی x, y, z, t تبدیل می‌شوند و این خود وسیله بسیار خوبی برای به خاطر سپردن تبدیلات است. مثلاً

جدول ۲.۳ تبدیلات نسبیتی اندازه حرکت و انرژی

$p_x' = \frac{p_x - Ev/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	$p_x = \frac{p_x' + E'v/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
$p_y' = p_y$	$p_y = p_y'$
$p_z' = p_z$	$p_z = p_z'$
$E' = \frac{E - vp_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	$E = \frac{E' + vp_x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$p_x' = \frac{p_x - v(E/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\frac{E'}{c^2} = \frac{(E/c^2) - (v/c^2)p_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

وقتی نسبیت در شکل چهاربعدی (فضا - زمان) خود قرار گیرد، طبیعتاً يك چهار - بردار اندازه حرکت ظاهر می شود، که مؤلفه « زمانی » آن انرژی است. تاکنون در بسیاری از معادلات نسبیت خاص (مثلاً، معادلات ۳ - ۱۸ تا ۳ - ۲۵) به ارتباط متقابل بین انرژی E يك ذره و اندازه حرکت p آن برخورد کرده ایم. شاید عمیقترین ارتباط بین انرژی و اندازه حرکت يك ذره این باشد که: اگر انرژی و اندازه حرکت در يك برهم کنش نسبت به يك ناظر لخت پایسته باشد الزاماً انرژی و اندازه حرکت در همین برهم کنش نسبت به تمام ناظرهای لخت دیگر پایسته خواهند بود. به علاوه، اگر اندازه حرکت پایسته باشد انرژی نیز باید پایسته باشد. این نتایج در مطالعه برخورددها در بخش ۶.۳ ظاهر شدند، و می توان ثابت کرد که به طور صریح از معادلات تبدیل (معادلات ۳ - ۳۵) به دست می آیند (ر. ک. مسئله ۴۵). این مطلب انسجام و سازگاری داخلی تعاریف نسبیتی اندازه حرکت و انرژی را تأیید می کند.

خاطر نشان کنیم که معادلات تبدیل جرم مستقیماً از تبدیلات انرژی به دست می آیند.

یعنی، از $E = mc^2$ که در آن $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ و $E' = m'c^2$ که در آن $m' = m_0 / \sqrt{1 - u'^2/c^2}$ را به هم ربط می‌دهند داریم

$$m = \frac{m'(1 + u_x'v/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (3-31 \text{ الف})$$

و معکوس آن

$$m' = \frac{m(1 - u_x'v/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (3-31 \text{ ب})$$

معادلات (3-31 الف) و (3-31 ب) معادلات تبدیل جرم هستند. بالاخره، معادلات تبدیل نیرو را ارائه می‌کنیم.* در چارچوب S داریم

$$F_x = \frac{d}{dt}(mu_x), \quad F_y = \frac{d}{dt}(mu_y), \quad F_z = \frac{d}{dt}(mu_z)$$

در حالی که معادلات متناظر در چارچوب S' عبارت‌اند از

$$F_x' = \frac{d}{dt'}(m'u_x'), \quad F_y' = \frac{d}{dt'}(m'u_y'), \quad F_z' = \frac{d}{dt'}(m'u_z')$$

این کمیات به وسیله روابط زیر به یکدیگر مربوط می‌شوند

$$F_x = F_x' + \frac{u_y'v}{(c^2 + u_x'v)}F_y' + \frac{u_z'v}{(c^2 + u_x'v)}F_z'$$

$$F_y = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{(1 + u_x'v/c^2)}F_y'$$

$$F_z = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{(1 + u_x'v/c^2)}F_z'$$

و روابط معکوس عبارت‌اند از

$$F_x' = F_x - \frac{u_y v}{(c^2 - u_x'v)}F_y - \frac{u_z v}{(c^2 - u_x'v)}F_z$$

* برای اثبات به مرجع ۸ مراجعه کنید.

$$F_y' = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{(1 - u_x v/c^2)} F_y$$

$$F_z' = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{(1 - u_x v/c^2)} F_z$$

این روابط را می‌توان با قراردادن $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ و استفاده از حاصل ضرب داخلی \mathbf{u} و \mathbf{F} به صورت فشرده‌تر نوشت. بنابراین

$$F_x = \frac{F_x' + (v/c^2) \mathbf{u}' \cdot \mathbf{F}'}{(1 + u_x' v/c^2)}, \quad F_y = \frac{F_y'}{\gamma(1 + u_x' v/c^2)}$$

$$F_z = \frac{F_z'}{\gamma(1 + u_x' v/c^2)} \quad (3-32 \text{ الف})$$

و

$$F_x' = \frac{F_x - (v/c^2) \mathbf{u} \cdot \mathbf{F}}{(1 - u_x v/c^2)}, \quad F_y' = \frac{F_y}{\gamma(1 - u_x v/c^2)}$$

$$F_z' = \frac{F_z}{\gamma(1 - u_x v/c^2)} \quad (3-32 \text{ ب})$$

معادلات (3-32 الف) و (3-32 ب) معادلات تبدیل مؤلفه‌های نیرو هستند. به‌عنوان امتحان، یادآوری کنیم که درحد نیوتونی، که در آن $v/c \ll 1$ است، این معادلات، همان طور که انتظار می‌رود، به $\mathbf{F} = \mathbf{F}'$ تقلیل پیدا می‌کنند.

یک جنبهٔ جالب این معادلات این است که نیرو در یک چارچوب، مثلاً F_x ، با توان وابسته به همین نیرو در چارچوب دیگر، $\mathbf{u}' \cdot \mathbf{F}'$ ، ارتباط دارد. این ارتباط شبیه به ارتباط بین p_x و E' در معادله (3-35) است. چنین استنباط می‌شود که درست همان طور که بین انرژی و اندازه حرکت، و وقتی نسبیت را در شکل چهار بعدی (فضا-زمان) قرار دهیم، ارتباط وجود دارد بین توان و نیرو نیز وجود دارد. در واقع، براحتی می‌توان نشان داد که رابطهٔ چهارمی، متعلق به معادلات (3-32)، توان را به صورت زیردخال می‌دهد

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{F} = \frac{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{F}' + v F_x'}{(1 + u_x' v/c^2)}$$

و رابطهٔ معکوس آن

$$\mathbf{u}' \cdot \mathbf{F}' = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{F} - v F_x}{(1 - u_x v/c^2)}$$

تمام اینها مؤید ماهیت تعمیم دهنده نظریه نسبیت است. این مطلب به مباحثه‌ای در تاریخ مکانیک کلاسیک ارتباط پیدا می‌کند که در آن برای بعضیها تأثیر نیرو در زمان، $Fdt = dp$ ، به عنوان اندازه بامعنی نیرو تلقی می‌شد، درحالی که برای بعضی دیگر، تأثیر نیرو درفاصله، $Fdx = dE$ ، به عنوان یک کمیت با معنی تلقی می‌شد. به عبارت دیگر، F می‌تواند به عنوان آهنگ تغییر زمانی اندازه حرکت، dp/dt ، یا به عنوان آهنگ تغییر مکانی انرژی، dE/dx ، در نظر گرفته شود. در معادلات نسبیتی هر دو مفهوم به کار برده شده است، زیرا F'_z نه تنها به $F'_z = dp/dt$ ، بلکه به $\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}$ ، که به صورت $(dE/dx) \cdot (dx/dt)$ می‌باشد، نیز بستگی دارد.

بالاخره، نگاهی به حالت خاص معادلات (۳-۳۲)، که هم مفید و هم ساده است، بیندازیم. ذره‌ای را در نظر بگیریم که به طور لحظه‌ای در چارچوب S' ساکن بوده و تحت تأثیر نیرویی با مؤلفه‌های F'_x ، F'_y و F'_z قرار داشته باشد. چون، در این چارچوب ویژه $u' = 0$ است، تبدیلات نیرو به صورت زیر در می‌آیند

$$F_z = F'_z$$

$$F_y = \frac{F'_y}{\gamma} = F'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$F_x = \frac{F'_x}{\gamma} = F'_x \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (3-33)$$

که در آن F_x ، F_y و F_z مؤلفه‌های نیرو در یک چارچوب (ناویژه) دیگر هستند. توجه کنیم که نیروی وارد شده به ذره، در چارچوبی که ذره در آن به طور لحظه‌ای ساکن است، بزرگتر از همین نیرو در هر چارچوب دیگر است.

روش به دست آوردن تبدیلات نیرو گرچه از نظر جبری پیچیده است، ولی علی‌الاصول ساده و سراسر است، زیرا برای این کار ما فقط از معادلات تبدیلی که تا کنون شناخته و فهمیده شده‌اند استفاده می‌کنیم. منظور از نوشتن تبدیلات نیرو در فصل بعد، هنگامی که چگونگی وابستگی مقادار عددی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به چارچوب ناظر را بررسی می‌کنیم، روشنتر خواهد شد.

سؤالات

۱. آیا در نسبیت \mathbf{F} برابر است با $m\mathbf{a}$ ؟ آیا در نسبیت $m\mathbf{a}$ برابر است با $d(\mathbf{mu})/dt$ ؟
۲. تفاوت بین متغیر بودن جرم در مسائل فیزیک کلاسیک را با تغییر نسبیتی جرم بیان کنید.
۳. آیا می‌توان در معادلات کلاسیک به طور ساده m را به جای m_0 قرار داد و معادله

صحیح نسیتی متناظر را به دست آورد؟ مثال بیاورید.

۴. فرض کنید F نه موازی با u باشد و نه عمود بر آن. آیا در این صورت F و a می توانند موازی باشند؟ (داهنمایی: $u = 0$ را در نظر بگیرید.)
۵. دیدیم که F و a در صورتی موازی هستند که یا F با u موازی باشد یا F بر u عمود باشد. با توجه به این واقعیت که همیشه می توانیم F را به این دو مؤلفه تجزیه کنیم، چرا F همیشه با a موازی نیست؟
۶. هر نیرویی می تواند به دو مؤلفه تجزیه شود، یکی در امتداد خط حرکت و دیگری عمود بر آن. بنا بر این، آیا شتاب حاصل می تواند از معادلات جرم طولی و جرم عرضی پیشگویی شود؟
۷. آیا جسمی می تواند تا سرعت نور شتاب داده شود؟ توضیح دهید.
۸. در مثال ۴ توضیح دهید چرا با وجود اینکه انرژی کل در تمام چارچوبهای مرجع پایسته است، مقدار انرژی کل در S از لحاظ عددی برابر با مقدار آن در S' نیست.
۹. دیدیم که، در یک برخورد کشایند بین دو کره، هم جرم سکون و هم جرم نسبیتی کره قبل از برخورد، برابر با کمیات متناظر بعد از برخورد است. در هدت برخورد چه بر سر این کمیات می آید؟ (داهنمایی: نیروهای ضربه ای که کره ها به یکدیگر وارد می کنند معادل بایک انرژی پتانسیل کشایند داخلی متغیر هستند.)
۱۰. انتظار دارید که تغییر نسبیتی جرم چه تأثیری روی کار سیکلوترونها داشته باشد؟
۱۱. آیا درست است که ذره ای که دارای انرژی است باید دارای اندازه حرکت نیز باشد؟ اگر ذره جرم سکون نداشته باشد چگونه؟
۱۲. اگر فوتونها در یک چارچوب مرجع دارای سرعت c باشند، آیا چارچوب دیگری وجود دارد که در آن فوتونها ساکن باشند؟ آیا فوتونها می توانند سرعت دیگری غیر از c داشته باشند؟
۱۳. چون تابش یک انتقال انرژی است، جرم را منتقل می کند و حامل اندازه حرکت است. در نتیجه تابش، باید به اجسامی که روی آنها می تابد فشار وارد کند. چند مثال بیاورید.
۱۴. تحت چه شرایطی جرم سکون (یا ویژه) یک جسم کمیت ثابتی است؟ تحت چه

شرایطی می توان از جرم ویژه متغیر صحبت کرد ؟

۱۵. يك كره فلزی داغ در روی يك ترازو سرد می شود. آیا ترازو تغییری در جرم سکون نشان می دهد ؟

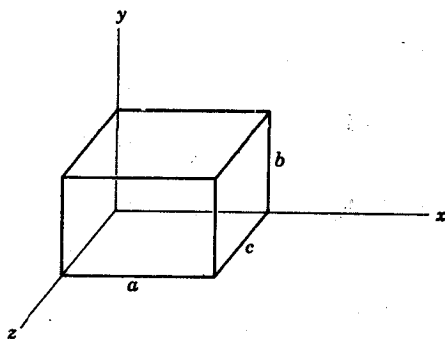
۱۶. انرژی پتانسیل چه نقشی در هم ارزی جرم و انرژی بازی می کند ؟

۱۷. فزنی را با بستن دو سر آن به یکدیگر متر اکم نگاه می داریم. سپس آن را در داخل اسید فرو می بریم و فنر در آن حل می شود. بر سر انرژی پتانسیل ذخیره شده آن چه خواهد آمد ؟

۱۸. نشان دهید که اندازه حرکت مشابه جابجایی است ، به این معنی که اندازه حرکت صرفاً از حاصل ضرب جابجایی در عامل ناوردای m_0/dt به دست می آید. به طریق مشابهی نشان دهید که انرژی مشابه زمان است به این معنی که انرژی صرفاً از حاصل ضرب زمان در عامل ناوردای $m_0.c^2/dt$ به دست می آید (ر.ک. بخشهای ۴.۳ و ۷.۳).

مسائل

۱. جعبه ای به ابعاد a ، b و c ، مطابق شکل ۱۰.۳ ، در حال سکون در نظر بگیرید. جرم سکون آن m_0 و چگالی سکون آن $\rho_0 = m_0/abc$ است. (الف) حجم جعبه



شکل ۱۰.۳

از نظر ناظری که نسبت به آن با سرعت u در امتداد محور x حرکت می کند چقدر است؟ (ب) جرم آن از نظر همین ناظر چقدر است؟ (ج) چگالی جعبه، بر حسب ρ_0 ، از نظر این ناظر چقدر است؟

۲. برخورد کشایند زیر را در نظر بگیرید: ذره A دارای جرم سکون m_0 و ذره B دارای جرم سکون $2m_0$ است. قبل از برخورد ذره A با سرعت c در جهت $+x$ حرکت می کند و ذره B ساکن است. بعد از برخورد، ذره A در جهت $+y$ و ذره B تحت زاویه δ نسبت به محور $+x$ حرکت می کند. سه معادله بنویسید (آنها را حل نکنید) که از آنها بتوان δ و سرعت های A و B را بعد از برخورد به دست آورد.

۳. سرعت الکترونی که انرژی جنبشی آن برابر با انرژی سکونش باشد چقدر است؟ آیا این نتیجه بستگی به جرم الکترون دارد؟

۴. عمر متوسط مزون μ در حال سکون $6-10 \times 2.3$ ثانیه است. در یک اندازه گیری آزمایشگاهی عمر متوسط مزون μ ، $6-10 \times 0.9$ ثانیه به دست می آید. (الف) سرعت مزون نسبت به آزمایشگاه چقدر است؟ (ب) جرم سکون مزون μ برابر با $207m_e$ است. جرم مؤثر چنین مزونی وقتی با این سرعت حرکت کند چقدر است؟ (ج) انرژی جنبشی آن چقدر است؟ اندازه حرکت آن چقدر است؟

۵. در یک سنکروترون، الکترونی تا انرژی 100 BeV شتاب می گیرد. (الف) جرم مؤثر این الکترون را بر حسب جرم سکون آن پیدا کنید. (ب) سرعت این الکترون را بر حسب سرعت نور پیدا کنید. (ج) جواب های الف و ب را وقتی که انرژی الکترون مزبور 100 MeV باشد پیدا کنید.

۶. سرعت (الف) الکترونها و (ب) پروتونهای را که در یک اختلاف پتانسیل الکتروستاتیکی 10 میلیون ولتی سقوط می کنند محاسبه کنید. (ج) نسبت جرم نسبیتی به جرم سکون را در هر حالت پیدا کنید.

۷. ثابت کنید که اگر $u/c \ll 1$ باشد، انرژی جنبشی یک ذره متحرک، K ، همیشه خیلی کوچکتر از انرژی وابسته به جرم سکون آن، $m_0 c^2$ ، خواهد بود.

۸. رابطه $K = (m - m_0)c^2$ را برای حرکت در یک فضای سه بعدی به دست آورید.

۹. ثابت کنید که در شکل ۳.۳: $\sin \theta = u/c = \beta$ و $\sin \phi = \sqrt{1 - u^2/c^2} = \sqrt{1 - \beta^2}$

است.

۱۰. الف) با حذف u بین معادلات (۳-۱۱) و (۳-۱۶) معادله (۳-۱۸ الف) را، که K و p را به یکدیگر ارتباط می‌دهد، به دست آورید. ب) با شروع از معادلات (۳-۱۸ الف) و (۳-۱۸ ب) روابط مفید زیر را بین E ، K و m_0 برای ذرات نسبیتی پیدا کنید.

$$K = c\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2} - m_0 c^2 \quad (۱)$$

$$p = \frac{\sqrt{K^2 + 2m_0 c^2 K}}{c} \quad (۲)$$

$$m_0 = \frac{\sqrt{E^2 - p^2 c^2}}{c^2} \quad (۳)$$

۱۱. وقتی \mathbf{F} موازی با \mathbf{u} باشد نشان دهید که گذاشتن $m = m_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2}$ در $F = m(du/dt) + u(dm/dt)$ منجر به $F = m_0 a / (1 - u^2/c^2)^{3/2}$ می‌شود.

۱۲. با اینکه a و F در حالت عمومی موازی نیستند (معادله ۳-۲۲)، نشان دهید که زاویه بین آنها همیشه کمتر از 90° است.

۱۳. الف) طبق فیزیک کلاسیک، چه اختلاف پتانسیلی الکترون را تا سرعت نور شتاب می‌دهد؟ ب) با این اختلاف پتانسیل، الکترون از نظر نسبیتی چه سرعتی را به دست خواهد آورد؟ ج) در این سرعت جرم وانرژی جنبشی آن چه خواهد بود؟

۱۴. بار q در داخل میدان الکتریکی یکنواخت \mathbf{E} ، که در جهت مثبت محور x قرار دارد، در نقطه $x = 0$ از حالت سکون شتاب می‌گیرد. الف) نشان دهید که شتاب این بار با رابطه زیر داده می‌شود

$$a_x = \frac{qE}{m_0} \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}$$

ب) نشان دهید که سرعت آن در زمان t با رابطه زیر داده می‌شود

$$u_x = \frac{qEt/m_0}{\sqrt{1 + (qEt/m_0 c)^2}}$$

ج) نشان دهید که فاصله پیموده شده در مدت زمان t با رابطه زیر داده می‌شود

$$x = \frac{m_0 c^2}{qE} \left(\sqrt{1 + (qEt/m_0 c)^2} - 1 \right)$$

(د) نشان دهید که برای مقادیر بزرگ t ، u_x به سمت c و x به سمت ct میل می کند.
 (ه) نشان دهید که اگر $c \gg qEt/m_0$ باشد، برای a_x ، u_x و x نتایج کلاسیک به دست می آیند.

۱۵. (الف) نشان دهید که وقتی $u/c < 1/10$ یا وقتی $1/200 < K/m_0 c^2$ باشد، عبارتهای کلاسیک انرژی جنبشی و اندازه حرکت، یعنی $K = 1/2 m_0 u^2$ و $p = m_0 u$ ، می توانند با خطایی کمتر از یک درصد به کار روند. (ب) نشان دهید که وقتی $u/c > 99/100$ یا وقتی $K/m_0 c^2 > 7$ باشد رابطه نسبیتی $p = E/c$ ، برای ذره‌ای با جرم سکون صفر، می تواند، با خطایی کمتر از یک درصد، در مورد ذره‌ای با جرم سکون m_0 به کار رود.

۱۶. (الف) نشان دهید که جرم سکون ذره‌ای که با سرعت نور حرکت می کند باید صفر باشد. (ب) نشان دهید که برای ذره‌ای با جرم سکون صفر داریم $u = c$ ، $p = E/c$ و $K = E$.

۱۷. منحنی تغییرات انرژی کل E را بر حسب اندازه حرکت p برای ذره‌ای با جرم سکون m_0 در حسابات زیر رسم کنید (الف) ذره کلاسیک (ب) ذره نسبیتی (ج) ذره‌ای با جرم سکون صفر (د) درجه ناحیه‌ای منحنی p به منحنی الف و درجه ناحیه‌ای منحنی p به منحنی ج نزدیک می شود؟ (ه) معنی فیزیکی نقاط تقاطع منحنیها با محورها و همچنین شبیه‌های (مشتق‌های) آنها را به طور خلاصه توضیح دهید.

۱۸. یک الکترون ۵۰ مگاواتی عمود بر یک میدان مغناطیسی روی مسیری با شعاع انحنا ۲۰ سانتیمتر حرکت می کند. القای مغناطیسی B چقدر است؟ نسبت جرم مؤثر الکترون به جرم سکون آن چقدر است؟

۱۹. یک پروتون کیهانی با انرژی ۱۰ BeV در صفحه استوایی زمین و در ناحیه‌ای که اندازه القای مغناطیسی زمین 5×10^{-5} weber/m² است به زمین نزدیک می شود. شعاع مسیر خمیده آن در این ناحیه چقدر است؟

۲۰. (الف) نشان دهید که فرکانس زاویه‌ای باری که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت می کند عبارت است از $\omega = (qB/m) \sqrt{1 - u^2/c^2}$. (ب) این نتیجه را با نتیجه کلاسیکی، که بعضی از سیکلوترونها بر اساس آن طرح ریزی شده‌اند، مقایسه کنید و به طور کیفی توضیح دهید که این طرح از نظر نسبیتی چگونه باید اصلاح گردد؟

۲۱. میدان مغناطیسی کل در منظومه شمسی 2×10^{-19} weber/m² است. شعاع

انحنای یک پروتون کیهانی با انرژی 10 BeV را در این میدان پیدا کنید. این شعاع را با شعاع مدار زمین به دور خورشید مقایسه کنید.

۲۲. اندازه گیریهای مربوط به یونش نشان می دهند که یک ذره باردار ویژه، با سرعتی که به وسیله $\beta = u/c = 0.71$ داده می شود در داخل یک میدان مغناطیسی به شدت 100 weber/m^2 روی مسیری به شعاع انحنای 0.46 m حرکت می کند. جرم ذره را پیدا کنید و آن را شناسایی کنید.

۲۳. در یک برخورد با انرژی زیاد که یک ذره کیهانی اولیه در نزدیکی بالای جو زمین، در ارتفاع 120 کیلومتری از سطح دریا، یک مزون π^+ با انرژی کل $10^5 \times 1.35 \text{ MeV}$ آفریده می شود و به طور قائم به طرف پایین حرکت می کند. این مزون، در چارچوب ویژه خود $10^{-8} \times 200$ ثانیه بعد از آفرینش فرو پاشیده می شود. در چه ارتفاعی از سطح دریا این فروپاشی رخ می دهد؟ انرژی سکون مزون π برابر است با 139.6 MeV .

۲۴. «جرم مؤثر» یک فوتون (یک بسته تابش الکترومغناطیسی با جرم سکون صفر و انرژی $h\nu$) می تواند از رابطه $m = E/c^2$ تعیین شود. «جرمهای مؤثر» فوتونی به طول موج 5000 \AA (ناحیه مرئی) و فوتونی به طول موج 100 \AA (ناحیه پرتو X) را محاسبه کنید.

۲۵. با استفاده از داده های مثال ۸ فشاری را که تابش خورشیدی بر زمین وارد می کند پیدا کنید.

۲۶. یک گرم ماده هم ارز با چه مقدار انرژی است؟

۲۷. یک تن آب از نقطه انجماد تا نقطه جوش گرم شده است. چند کیلو گرم و چند درصد جرم اصلیش به جرم آن افزوده خواهد شد؟

۲۸. الف) ثابت کنید که $1 \text{ a. m. u.} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$. ب) انرژی هم ارز با جرم سکون یک الکترون و جرم سکون یک پروتون را پیدا کنید.

۲۹. الف) در انفجار یک بمب شکافتی که محتوی 3.0 کیلو گرم ماده شکافت پذیر است چه مقدار انرژی آزاد می شود؟ فرض کنید که 0.1 درصد جرم سکون تبدیل به انرژی آزاد شده گردد. ب) چه جرمی از TNT باید منفجر شود تا این مقدار انرژی آزاد شود؟ فرض کنید که هر مول TNT در اثر انفجار $820,000$ کالری انرژی آزاد کند. وزن مولکولی TNT برابر است با 227 kg/mole (ج) برای

جرمهای مساوی ماده منفجره، انفجارهای شکافتی چقدر مؤثرتر از TNT هستند؟ به بیان دیگر درصدهایی از جرم سکون را که در هر یک از این دو حالت تبدیل به انرژی آزاد شده می شود با هم مقایسه کنید؟

۳۰. هسته C^{12} تشکیل شده است از شش پروتون (H^1) و شش نوترون (n) که از راه نیروهای هسته ای خیلی قوی نزدیک یکدیگر نگاه داشته شده اند. جرمهای سکون عبارت اند از

$$C^{12} \quad ۱۲۰۰۰۰۰۰۰۰ \text{ a. m. u. ,}$$

$$H^1 \quad ۱۰۰۰۷۸۲۵ \text{ a. m. u. ,}$$

$$n \quad ۱۰۰۰۸۶۶۵ \text{ a. m. u.}$$

چه مقدار انرژی لازم است تا هسته C^{12} را به پروتونها و نوترونهای سازنده آن تجزیه کند؟ این انرژی به انرژی اتصال C^{12} موسوم است. (این جرمها درحقیقت همان جرمهای اتمهای خنثی هستند، اما انرژی اتصال الکترونها نسبتاً قابل صرف نظر - کردن است و تعداد آنها قبل و بعد از تجزیه C^{12} یکسان می باشد.)

۳۱. یک پوزیترون و یک الکترون که در چارچوب S ساکن هستند ترکیب می شوند و با ناپدید کردن یکدیگر، دو فوتون به وجود می آورند. (الف) انرژی و اندازه حرکت هر کدام از فوتونها در این چارچوب چقدر است؟ در این فرآیند چه کمباتی پایسته اند؟ (ب) ثابت کنید که پوزیترون و الکترون نمی توانند ترکیب شوند و فقط یک فوتون ایجاد کنند.

۳۲. جسمی به جرم سکون m_0 ، با سرعت اولیه $c/۶$ به طور کاملاً ناکشایند با جسمی شبیه خودش که ساکن است برخورد می کند. (الف) سرعت جسم واحد به دست آمده چقدر است؟ (ب) جرم سکون آن را پیدا کنید.

۳۳. یک اتم برانگیخته به جرم m ، که در حالت اولیه در چارچوب S ساکن است، فوتونی گسیل می کند و پس می زند. کاهش انرژی داخلی اتم ΔE و انرژی فوتون $h\nu$ است. نشان دهید که $h\nu = \Delta E(1 - \Delta E/2mc^2)$.

۳۴. هسته یک اتم کربن، که در حالت اولیه در چارچوب آزمایشگاهی ساکن است، با گسیل یک فوتون به انرژی ۴۰۴۳ Mev از یک حالت به حالت دیگری می رود. جرم سکون اتم در حالت نهایی ۱۲۰۰۰۰۰ واحد جرم اتمی است (یک واحد جرم اتمی متناظر است با ۹۳۱۰۴۷۸ Mev). (الف) اندازه حرکت اتم کربن، بعد از تلاشی، در چارچوب آزمایشگاهی چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی اتم کربن،

بر حسب Mev، بعد از تلاشی، در چارچوب آزمایشگاهی چقدر است؟

۳۵. جسم ساکنی به جرم m خود بخود به دو قسمت به جرمهای سکون m_1 و m_2 تقسیم می شود که بترتیب با سرعتهای v_1 و v_2 حرکت می کنند. با استفاده از پایستگی جرم - انرژی نشان دهید $m > m_1 + m_2$.

۳۶. یک مزون π باردار در حال سکون ($m_e = 273$ جرم سکون) به یک نوترینو (با جرم سکون صفر) و یک مزون μ ($m_e = 207$ جرم سکون) تلاشی می یابد. انرژیهای جنبشی نوترینو و مزون μ را پیدا کنید.

۳۷. یک پرتو γ یک زوج الکترون - پوزیترون می آفریند. (الف) مستقیماً نشان دهید بدون حضور جسم سومی که مقداری از اندازه حرکت را جذب کند، انرژی و اندازه حرکت، هر دو نمی توانند پایسته باشند. (دانهمایی: انرژیها را برابر فرض کنید و نشان دهید که از این فرض نتیجه می شود اندازه حرکتی قبل و بعد از برهم کنش برابر نخواهند بود.) (ب) نتیجه قسمت الف را با استفاده از اصول موضوع نسبت ثابت کنید. (دانهمایی: برای اینکه پرتو γ بتواند این زوج را بیافریند باید انرژی آن حداقل برابر با $2m_0c^2$ باشد. فرض کنید که در چارچوب S این شرط برقرار است. ناظری واقع در چارچوب S' که از فوتون دور می شود چه خواهد دید؟) (ج) نتیجه قسمت الف را مستقیماً از منحنی مسئله ۱۷ به دست آورید.

از این مسئله می توان نتیجه گرفت که آفرینش زوج نمی تواند در خلأ صورت گیرد. برای برقرار بودن قوانین پایستگی و همچنین برای توجیه پارادوکسی که از (ب) استنباط می شود باید جسم دیگری در آن حوالی حضور داشته باشد تا مقداری از اندازه حرکت حاصل از پس زدن در این برهم کنش را جذب کند.

۳۸. یک پرتو γ (هنگام عبور از نزدیکی یک هسته) یک زوج الکترون - پوزیترون می آفریند که وارد یک میدان مغناطیسی به شدت 10^5 weber/m^2 می شوند. میدان مغناطیسی بر مسیرهای پرواز هر دو ذره، که به ترتیب کمانهای دایره ای به شعاعهای ۴۰ سانتیمتر و ۱۰ سانتیمتر اند، عمود است. (الف) انرژی پرتوهای گامای فرودی را پیدا کنید. (ب) اگر مسیرهای مشاهده شده در همان میدان مغناطیسی دارای همان شعاعها باشند ولی صفحه حرکت ذرات با میدان مغناطیسی زاویه 30° بسازد، آیا انرژی محاسبه شده در بالا متفاوت خواهد بود؟ مختصراً توضیح دهید.

۳۹. با استفاده از معادله (۳-۲۹) و معادلات تبدیل مؤلفه های سرعت (معادلات ۲-۱۸ تا ۲-۲۰)، معادلات تبدیل مؤلفه های اندازه حرکت و انرژی (معادلات ۳-۲۰ الف) و (۳-۲۰ ب) را پیدا کنید.

۴۰. کمیت $(x^2 + y^2 + z^2) - c^2 t^2$ ، مربوط به يك رویداد، ناورداد (برای تمام ناظرها یکسان است) و برابر با $c^2 \tau^2$ است، که در آن τ زمان ویژه است. به بیان دیگر $c^2 \tau^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = c^2 t'^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2) = c^2 \tau^2$. به همین طریق نشان دهید کمیت $(E^2/c^2) - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$ برای يك ذره ناورداد و برابر است با $m_0^2 c^2$.

۴۱. الکترونی در چارچوب S با سرعت $v = 0.8c$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. (الف) انرژی و اندازه حرکت آن را در چارچوب S پیدا کنید. (ب) چارچوب S' با سرعت $0.6c$ نسبت به S به طرف راست حرکت می‌کند. اندازه حرکت و انرژی الکترون را در این چارچوب پیدا کنید.

۴۲. فرض کنید که تابش الکترومغناطیسی از فوتونها، یعنی ذراتی با جرم سکون صفر و انرژی $E = hv$ ، تشکیل شده است. نشان دهید که فرمولهای دوپلر و ابیراهی، که در فصل دوم بیان شد، می‌توانند از قوانین تبدیل مؤلفه‌های اندازه حرکت و انرژی به دست آیند (جدول ۲.۳).

۴۳. برای دستگاهی از ذرات برهم کنش کننده، در غیاب نیروهای خارجی، قوانین اندازه حرکت و انرژی می‌توانند در چارچوب S به صورت $\sum_i m_i \mathbf{u}_i = \text{const}$ و $\sum_i m_i c^2 = \text{const}$ نوشته شوند، که در آنها جرم نسبیتی ذره i ام عبارت است از $m_i = m_{0i} / \sqrt{1 - u_i^2/c^2}$. با استفاده از تبدیلات لورنتس نشان دهید که اگر این قوانین در S صادق باشند در S' نیز صادق خواهند بود (از نظر شکل).

۴۴. نشان دهید که وقتی \mathbf{F} (توسط معادله ۱۳ - ۳ تعریف شده) صفر نباشد، اگر اندازه حرکت نسبیتی کل دستگاهی از ذرات برهم کنش کننده به اندازه $\Delta \mathbf{P}$ تغییر کند، این تغییر برابر با $\int \mathbf{F} dt$ ، تکان کل داده شده به دستگاه، خواهد بود.

۴۵. (الف) معادلات تبدیل اندازه حرکت و انرژی (ر. ک. جدول ۲.۳) را بر حسب تفاضلهای مقادیر اولیه ونهایی مؤلفه‌های اندازه حرکت $(\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z)$ و تفاضل انرژیهای اولیه ونهایی (ΔE) دستگاه از ذرات برهم کنش کننده بنویسید. درست بودن روش خود را اثبات کنید. (ب) اکنون نشان دهید که اگر اندازه حرکت و انرژی در S پایسته باشند (یعنی $\Delta p_x = \Delta p_y = \Delta p_z = \Delta E = 0$) در S' نیز پایسته خواهند بود. (ج) بالاخره نشان دهید که اگر اندازه حرکت پایسته باشد، انرژی نیز باید پایسته باشد. این نتیجه را با نتیجه مسئله ۳ از فصل اول مقایسه کنید.

1. A. H. Bucherer, *Ann. Physik*, **28**, 513 (1909).
2. R. Fleischmann and R. Kollath, «Method for Measurement of the Charge of Fast Moving Electrons,» *Zeitschrift fur Physik*, **134**, 526 (1953).
3. R. Kollath and D. Menzel, «Measurement of the Charge on Moving Electrons,» *Zeitschrift fur Physik*, **134**, 530 (1953).
4. W. Bertozzi, «Speed and Kinetic Energy of Relativistic Electrons,» *Am. J. Phys.* **32**, 551 (1964).
5. R. T. weidner, «On Weighing Photons,» *Am, J. Phys.* **35**, 443 (1967).
6. *The Principle of Relativity*, Dover Publications, 1923, p. 29. (A collection of original papers by Einstein, Lorentz, Weyl, and Minkowski.)
7. Albert Einstien, *Out of My Later Years*, Philosophical Library, New York, 1950, pp. 116-119.
8. W. G. V. Rosser, *Contemp. Physics*, **1**, 453 (1960).

نسبیت و الکترومغناطیس

۱.۴ مقدمه

دیدیم که چگونه سینماتیک و دینامیک باید از صورت کلاسیک خود تعمیم داده شوند تا بتوانند جوابگوی خواسته‌های نسبیت خاص باشند. همچنین نقشی را که آزمایش‌های نوری در گسترش نظریه نسبیت داشته‌اند و تمییرهای جدیدی را که به این آزمایش‌ها داده شده‌اند مشاهده کردیم. اکنون به بررسی الکتروسیسته و مغناطیس کلاسیک پردازیم و ببینیم به خاطر ملاحظات نسبیتی چه اصلاحاتی باید در آنها صورت گیرد. بررسی‌های خود را به میدانهای الکترومغناطیسی درخلاً محدود خواهیم کرد.

الکترومغناطیس کلاسیک با نسبیت خاص سازگار است. معادلات ماکسول تحت تبدیلات لورنتس ناورداند و نیازی به اصلاح ندارند. در واقع، لورنتس معادلات تبدیل خود را، در ابتدا، با تکیه بر لزوم ناوردایی معادلات ماکسول به دست آورد. در بیانیه‌ای [۱] که اینشتین در سال ۱۹۵۲ برای کنفرانس بزرگداشت صدمین سال تولد مایکلسون فرستاد نوشت:

« تأثیر تجربه سرنوشت‌ساز مایکلسون - مورلی روی کوششهای من نسبتاً غیرمستقیم بوده است. من از طریق بررسی قاطع لورنتس در مورد الکترو دینامیک اجسام متحرک در سال ۱۸۹۵ که قبل از گسترش نظریه نسبیت خاص با آن آشنا بودم، از این تجربه آگاه شدم ... چیزی که مرا کم و بیش مستقیماً به نظریه نسبیت خاص هدایت کرد این اعتقاد بود که نیروی متحرک الکتریکی وارد بر یک جسم متحرک در داخل یک میدان مغناطیسی چیزی جز میدان الکتریکی نیست.»

در نتیجه، می‌توانستیم مطالعات خود را به اثبات ناوردایی معادلات ماکسول (همان-طور که در بخش ۷.۴ انجام خواهد شد) محدود کنیم و بحث را در همانجا خاتمه دهیم.

اما، این محدودیت ما را ازمزیت حقیقی بررسی نسبیتی الکترومغناطیس محروم می‌کند. نسبیت بینش جدیدی به ما می‌دهد که در کمان را از الکترومغناطیس بالا می‌برد. همچنین روشهای نسبیت غالباً بسیار ساده‌تر از روشهای کلاسیک برای حل مسائل الکترومغناطیسی اند به طوری که نظریه نسبیت يك كمك عملی در حل مسائل است. در بخشهای بعدی مثالهایی از نقطه نظر نسبیتی و عملی بودن آن خواهیم آورد.

مسئله زیر ارزش چنین ملاحظاتی را فوراً روشن می‌کند. يك بار الکتریکی را که در يك چارچوب مرجع لخت S حرکت می‌کند در نظر بگیریم. این بار، که ما آن را بار چشمه‌ای می‌نامیم و به q نمایش می‌دهیم، میدانی بالقای مغناطیسی \mathbf{B} ایجاد می‌کند. بار دیگری، که آن را بار آزمون می‌نامیم و به q نمایش می‌دهیم در این میدان با سرعت \mathbf{u} حرکت می‌کند. در نتیجه بار آزمون تحت تأثیر نیروی الکترومغناطیسی $\mathbf{F}_m = q(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ در چارچوب S قرار می‌گیرد. اکنون ناظری در يك چارچوب لخت S' که با سرعت \mathbf{u} ، سرعت بار آزمون، و یا با سرعت بار چشمه‌ای نسبت به چارچوب S حرکت می‌کند، در نظر بگیریم. در هیچیک از این دو چارچوب، نیروی مغناطیسی وجود نخواهد داشت. زیرا با سرعت بار آزمون صفر است، یا بار چشمه‌ای ساکن است و میدان مغناطیسی وجود ندارد، در نتیجه $\mathbf{F}_m = 0$. اما چارچوبهای لخت هم‌ارز هستند و هیچکدام به دیگری ارجحیت ندارد. پس آیا نیروی مغناطیسی وجود دارد یا نه؟ حل این پارادوکس از راه نسبیت ساده است و ما بعداً به این مسئله بر خواهیم گشت.

۲.۴ بستگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به یکدیگر

پارادوکسهایی نظیر آنچه در فوق اشاره شد با توجه به این واقعیت، حل خواهند شد که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی مفهومهای جداگانه‌ای ندارند، بلکه ما فقط يك مفهوم داریم و آن مفهوم میدان الکترومغناطیسی است. این واقعیت به روشنی در نسبیت نشان داده شده است. مثلاً میدانی که در يك چارچوب الکتریکی خالص و یا مغناطیسی خالص باشد عموماً در چارچوب دیگر هم دارای مؤلفه الکتریکی و هم دارای مؤلفه مغناطیسی است. وقتی طریقه تبدیل بردارهای میدانی \mathbf{E} و \mathbf{B} از يك چارچوب به چارچوب دیگر را پیدا کردیم تمام این مطالب را می‌توان مستقیماً اثبات کرد (بخش ۳.۴). اما قبل از آن، آموزنده است که، به يك طریقه نیمه کمی، يك سیم حامل جریان را از نظر دو چارچوب لخت بررسی کنیم. این بررسی بینشی را در مورد بستگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به یکدیگر به ما خواهد داد.

مسئله را با در نظر گرفتن يك عنصر حجم که شامل بار الکتریکی باشد شروع می‌کنیم. برای سادگی فرض کنید که، این عنصر حجم يك مکعب باشد که طول سکون ضلع آن برابر l باشد و N الکترون در برداشته باشد. بار داخل مکعب Ne ، و در نتیجه، چگالی بار (مقدار بار در واحد حجم) $\rho_0 = Ne/l$ خواهد بود. اگر بارها در چارچوب S'

ساکن باشند جریانی در این چارچوب وجود نخواهد داشت و چگالی شدت جریان* (شدت جریانی که از واحد سطح مقطع عمودی می گذرد) $j = 0$ خواهد بود. اکنون این عنصر حجم را در چارچوب S ، که در آن با سرعت u حرکت می کند، در نظر بگیریم. مجدداً، برای سادگی، u را در جهت یکی از اضلاع مکعب فرض می کنیم. طول این ضلع در S برابر با $l_0 \sqrt{1 - u^2/c^2}$ خواهد بود، در صورتی که طول اضلاع دیگر l_0 است. در نتیجه، حجم مکعب در S برابر با $l_0^3 \sqrt{1 - u^2/c^2}$ است. ولی، تعداد الکترونها و بار هر یک از آنها تغییر نمی کند، بنا بر این چگالی بار برای ناظر S برابر است با $\rho = Ne/l_0^3 \sqrt{1 - u^2/c^2}$ که با توجه به تعریف ρ_0 خواهد شد

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (1-4)$$

بارها با سرعت u در S حرکت می کنند، بنا بر این j ، چگالی شدت جریان اندازه گیری شده (شدت جریان بر واحد سطح مقطع)، برابر با حاصل ضرب چگالی بار مکعب در سرعت آن، یعنی $j = \rho u = Ne u / l_0^3 \sqrt{1 - u^2/c^2}$ خواهد بود. از ترکیب این رابطه با ρ_0 خواهیم داشت:

$$j = \frac{\rho_0 u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (2-4)$$

اگر یک چگالی شدت جریان به مؤلفه های j_x ، j_y و j_z در نظر می گرفتیم مسلماً به نتیجه عمومی زیر می رسیدیم

$$j_x = \frac{\rho_0 u_x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad j_y = \frac{\rho_0 u_y}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad (3-4)$$

$$j_z = \frac{\rho_0 u_z}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad \rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

اکنون به مشابهنی بسیار جالب توجه کنیم. رابطه بین چگالی شدت جریان و چگالی بار فضا - زمانی شبیه به رابطه بین اندازه حرکت و انرژی و همچنین رابطه بین مختصات

* چگالی شدت جریان توسط رابطه $i = \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$ به شدت جریان مربوط می شود، که در آن i (بردار) چگالی شدت جریان، $d\mathbf{S}$ یک (بردار) عنصر سطح هادی و i شدت جریان است. شدت جریان عبارت است از شار بردار \mathbf{j} روی سطح. در حالتی که ما در نظر گرفته ایم شدت جریان به طور یکنواخت در سطح یک هادی با سطح مقطع $A (=l_0^2)$ توزیع شده است. بنابراین $i = jA$ یا $j = i/A$. به بیان دیگر \mathbf{j} در روی سطح انتگرال گیری ثابت و عمود بر آن است. چگالی شدت جریان عبارت است از شدت جریان بر واحد سطح مقطع عمودی.

فضایی و زمانی است. در واقع همان طور که $c^2 t^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$ يك كمیت ناورددا و برابر با $c^2 \tau^2$ است و همان طور که $c^2 m^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$ يك كمیت ناورددا و برابر با $c^2 m_0^2$ است (مثلاً، ر.ك. به مسئله ۳-۴۰)، همان طور نیز می توانیم كمیتی ناورددا از ترکیب \mathbf{j} و ρ به دست آوریم. براحتی ثابت می شود (مسئله ۴-۱) که این كمیت عبارت است از $c^2 \rho_0^2 = c^2 \rho^2 - (j_x^2 + j_y^2 + j_z^2)$. سه رابطه مشابه فوق را می توان به طور ساده به صورت زیر نوشت

$$c^2 t^2 - r^2 = c^2 \tau^2$$

$$c^2 m^2 - p^2 = c^2 m_0^2$$

$$c^2 \rho^2 - j^2 = c^2 \rho_0^2$$

در واقع، معادلات (۴-۱) و (۴-۲) می توانند به صورت زیر نوشته شوند

$$\rho = \frac{\rho_0}{m_0} m \quad \text{و} \quad \mathbf{j} = \frac{\rho_0}{m_0} \mathbf{p} \quad (۴-۳)$$

از این روابط فوراً در می یابیم که کمیات \mathbf{j} و ρ ، به ترتیب، دقیقاً مانند \mathbf{p} و m تبدیل می شوند. در نتیجه، با توجه به معادلات (۴-۳)، فوراً معادلات تبدیل به صورت

$$j_x' = \frac{j_x - \rho v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad j_y' = j_y, \quad j_z' = j_z$$

$$\rho' = \frac{\rho - v j_x / c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۴-۴ \text{ الف})$$

و معکوس آنها به صورت

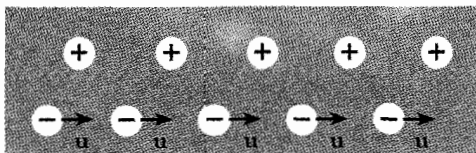
$$j_x = \frac{j_x' + \rho' v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad j_y = j_y', \quad j_z = j_z'$$

$$\rho = \frac{\rho' + v j_x' / c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (۴-۴ \text{ ب})$$

به دست می آیند. مطابق معمول، فرض می کنیم که چارچوب S' با سرعت v در امتداد محورهای مشترك $x - x'$ نسبت به چارچوب S حرکت می کند.

اکنون این روابط را برای تجزیه و تحلیل میدانها در اطراف يك سیم حامل جریان به کار می بریم. يك سیم مستقیم بلند (چارچوب S) در نظر بگیریم که در آن الکترونهاي آزاد با سرعت سوق u به سمت راست حرکت می کنند. تعداد الکترونهاي آزاد در واحد حجم، n ، را برابر با تعداد یونهاي مثبت در واحد حجم اختیار می کنیم. بنابراین بسار

کل در هر عنصر حجم غیرمشخصی از سیم صفر است. به علت وجود این شرایط فاصله بین الکترونها باید بسا فاصله بین یونهای مثبت برابر باشد (ر. ک. شکل ۱۰۴). ولی یونهای مثبت نسبت به چارچوب S ساکن هستند درحالی که الکترونها در حرکتند.



شکل ۱۰۴ نمایش یک بعدی یک سیم حامل جریان که در چارچوب S ساکن است. یونهای مثبت ساکن هستند و الکترونها آزاد با سرعت ثابت u به طرف راست حرکت می کنند. دستگاه از نظر الکتریکی خنثی است و فاصله (اندازه گیری شده) بین الکترونها با فاصله بین یونهای مثبت برابر است.

حالا چگالی شدت جریان و چگالی بار الکتریکی را در S بنویسیم. چگالی بارهای منفی (مربوط به الکترونها) عبارت است از $\rho^- = -ne$ و چگالی بارهای مثبت (مربوط به یونها) عبارت است از $\rho^+ = +ne$ ، که در آن e اندازه بار یک الکترون است. چگالی بار کل، $\rho = \rho^+ + \rho^-$ ، صفر است. اما برای چگالی شدت جریان داریم $j_x = j_x^+ + j_x^- = \rho^- u$ و $j_x^+ = 0$ و در نتیجه، اکنون وضعیت را در چارچوب S' ، که نسبت به S با سرعت v به طرف راست حرکت می کند، در نظر بگیریم. این ناظر اظهار می کند که بارهای مثبت (به طرف چپ) حرکت می کنند. اما، جالبتر اینکه نتیجه می گیرد سیم از لحاظ الکتریکی خنثی نیست. زیرا اگر چگالی بار را در S' ، که از معادله (۴-۴) به دست می آید، در نظر بگیریم، در حالت کلی خواهیم داشت:

$$\rho'^- = \frac{\rho^- - v j_x^- / c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{و} \quad \rho'^+ = \frac{\rho^+ - j_x^+ / c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

و با توجه به $j_x^- = \rho^- u$ و $j_x^+ = 0$ ، نتیجه می شود

$$\rho'^- = \rho^- \frac{(1 - vu/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{و} \quad \rho'^+ = \frac{\rho^+}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

با قراردادن $\rho^- = -ne$ و $\rho^+ = +ne$ ، چگالی بار کل، $[\rho' = \rho'^+ + \rho'^-]$ ، به صورت زیر درخواهد آمد

$$\rho' = \frac{ne}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{ne(1 - vu/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{nev u/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

که مخالف صفر و مثبت است. بنابراین ناظر S' می بیند که سیم از نظر الکتریکی مثبت است. اینک نتایج را خلاصه کنیم. در چارچوب S چگالی بار کل صفر است و میدان الکتریکی وجود ندارد، اما، یک چگالی شدت جریان کل وجود دارد که باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی B در اطراف سیم می شود. در نتیجه، در چارچوب S فقط میدان مغناطیسی وجود دارد. از طرف دیگر، در چارچوب S' هم یک چگالی بار کل مثبت و هم یک چگالی شدت جریان وجود دارد. در نتیجه هم میدان الکتریکی E' و هم میدان مغناطیسی B' وجود دارد. این مثال خاص این نتیجه عمومی را نشان می دهد که پاسخ این سؤال که، آیا یک میدان الکترومغناطیسی، الکتریکی خالص، یا مغناطیسی خالص، و یا هم الکتریکی و هم مغناطیسی است، بستگی به چارچوب لختی دارد که چشمه ها در آن مورد مشاهده قرار می گیرند.

با در نظر داشتن دید کیفی این مثال، اکنون نتیجه حالت کلی را جستجو می کنیم: با معلوم بودن مؤلفه های الکتریکی و مغناطیسی، E و B ، یک میدان الکترومغناطیسی در یک چارچوب لخت دیگر (S') به چه طریق می توانیم مقادیر E و B این میدان را در یک چارچوب لخت دیگر (S) به دست آوریم. وقتی این نتیجه به دست آمد می توانیم آن را در مورد مسائل عادی، از جمله پارادوکس ذکر شده در بخش ۱۰۴ به کار ببریم. دانشجو ممکن است بپرسد منشاء این چگالی بار کل مثبت در S' در مثال فوق چیست. منشاء آن نسبی بودن همزمانی است. از بعضی جنبه ها مسئله شبیه به انقباض طول در سینما تیک نسبیتی است. ببینیم این شباهت چگونه است. اول، سیم را قبل از اینکه نیروی محرکه الکتریکی به دو سر آن وارد شود، یعنی قبل از اینکه جریانی برقرار شود، در نظر بگیریم. هم یونهای مثبت و هم الکترونها نسبت به K ساکن هستند، چگالی بارهای مثبت و چگالی بارهای منفی با هم برابر بوده و سیم از نظر الکتریکی خنثی است. حالا یک نیروی محرکه الکتریکی به دو سر سیم وصل می کنیم به طوری که تمام الکترونها در K در یک لحظه و روبه یک طرف، شروع به حرکت کنند.* به عنوان مثال، در یک سیم دایره ای شکل این حالت را می توان با فرو بردن یک آهنربا در مرکز آن به وجود آورد. در نتیجه، در چارچوب K ، سیم خنثی باقی می ماند. زیرا فاصله بین الکترونها مثل فاصله آنها قبل از برقراری جریان است (ر. ک. مسئله ۲۱ و سؤال ۴). اما در S' وضعیت چگونه است؟ در اینجا یونهای مثبت حرکت می کنند و فاصله آنها نسبت به فاصله سکونشان منقبض می شود و در نتیجه، چگالی بارهای مثبت افزایش پیدا می کند. همچنین فاصله بین الکترونها در S' ممکن است افزایش یابد (مثلا اگر $u = v$) باشد الکترونها می توانند در حال سکون باشند) و در نتیجه چگالی بارهای منفی کاهش پیدا می کند. از این نظر فاصله بین یونهای مثبت مجاور یکدیگر را می توان به عنوان یک میله متحرک و فاصله بین الکترونهای مجاور یکدیگر را به عنوان یک میله

* یادآوری کنیم که وقتی یک سر میله ساکنی را هل می دهیم رفتار ذرات داخل میله به این صورت نخواهد بود. مدتی طول می کشد تا این علامت به هر کدام از ذرات برسد، و ذرات دورتر، دیرتر شروع به حرکت می کنند.

متحرک دیگر در نظر گرفت. لذا، دو ناظر S و S' در مورد همزمان بودن اندازه گیری مکانهای دو سیم‌ها توافق ندارند، و در نتیجه، فاصله‌های مختلفی به دست می‌آورند. این مسئله منجر به متفاوت بودن چگالی بارها برای دو ناظر می‌شود، به طوری که اگر چگالی بار کل در S صفر باشد این چگالی در S' مثبت خواهد بود. پس مسئله ناوردایی بار چه می‌شود؟ آیا بار کل در S با بار کل در S' تفاوت دارد؟ نه، چنین نیست. در یک مدار بسته جهت‌های حرکت الکترونها در قسمتهای مختلف مدار با یکدیگر تفاوت دارد. در نتیجه، در S' ، یک قسمت از سیم ممکن است از نظر الکتریکی مثبت و قسمت دیگر آن منفی باشد (ر.ک. سؤال ۳). لذا، کل مدار از نظر الکتریکی خنثی می‌ماند.

۳.۴ معادلات تبدیل برای E و B

نیروی الکترومغناطیسی (یا لودنسی) وارد به یک ذره با بار الکتریکی q ، که با سرعت \mathbf{u} حرکت می‌کند، در زمان و مکانی که در آن میدان الکتریکی \mathbf{E} و میدان مغناطیسی \mathbf{B} است عبارت است از

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

با اینکه نیروی الکتریکی بستگی به حرکت بار آزمون ندارد، ولی به نیروی مغناطیسی بستگی دارد. چون حرکت ذره بستگی به چارچوبی دارد که در آن توصیف می‌شود تعجب آور نخواهد بود که میدانها نیز بستگی به چارچوبی داشته باشند که در آن توصیف می‌شوند. ما در اینجا تبدیلات میدانها را از حالت‌های خاص به دست می‌آوریم، ولی نتایج به دست آمده در حالت عمومی نیز کاملاً صادق خواهند بود.

دیدیم (بخش ۶.۳) که معادلات تبدیل نیرو بین چارچوب S و یک چارچوب دیگر S' ، که در آن ذره به طور لحظه‌ای ساکن است، عبارت‌اند از

$$F_x = F'_x$$

$$F_y = F'_y \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{F'_y}{\gamma} \quad (3-33)$$

$$F_z = F'_z \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{F'_z}{\gamma}$$

در چارچوب S که در آن میدان الکتریکی \mathbf{E}' و میدان مغناطیسی \mathbf{B}' می‌باشد، ذره‌ای با بار q طوری در نظر بگیریم که به طور لحظه‌ای نسبت به آن ساکن باشد. نیروی الکترومغناطیسی وارد بر این ذره عبارت خواهد بود از $\mathbf{F}' = q\mathbf{E}'$ ، زیرا به ذره ساکن نیروی مغناطیسی وارد نمی‌شود. در چارچوب S نیروی متناظر عبارت خواهد بود از $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ ، زیرا در این چارچوب ذره با سرعت \mathbf{v} ، سرعت S' نسبت به

S ، حرکت می‌کند. v را در امتداد محور مشترک $x-x'$ می‌گیریم. بنابراین $v_x = v$ و $v_y = v_z = 0$ است.

اکنون معادلات (۳-۳۳) را یکی یکی بدکار می‌بریم. با توجه به

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{B})_x = v_y B_z - v_z B_y = 0$$

خواهیم داشت

$$F_x = q [E_x + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_x] = qE_x$$

و

$$F_x' = qE_x'$$

سپس از معادله $F_x' = F_x$ خواهیم داشت $qE_x' = qE_x$. و، بنابراین، معادله E_x' به صورت زیر به دست می‌آید

$$E_x' = E_x$$

با استفاده از معادله مؤلفه y خواهیم داشت

$$qE_y' / \gamma = q [E_y + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_y]$$

لذا، با توجه به $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})_y = v_z B_x - v_x B_z = vB_z$ ، معادله تبدیل برای E_y' خواهد شد:

$$E_y' = \gamma (E_y - vB_z)$$

به طریق مشابهی، از معادله مؤلفه z معادله تبدیل برای E_z' را به دست می‌آوریم، یعنی

$$E_z' = \gamma (E_z + vB_y)$$

بنابراین، تبدیلات مؤلفه‌های میدان الکتریکی را به صورت زیر خلاصه می‌کنیم

$$E_x' = E_x$$

$$E_x = E_x'$$

$$E_y' = \gamma (E_y - vB_z)$$

$$E_y = \gamma (E_y' + vB_z') \quad (5-4)$$

$$E_z' = \gamma (E_z + vB_y)$$

$$E_z = \gamma (E_z' - vB_y')$$

معادلات طرف چپ در سطرهای پیش به دست آمدند. معادلات طرف راست، که همان تبدیلات معکوس هستند، از تبدیل v به $-v$ و تعویض کمیات پریم دار و بدون پریم به دست آمده‌اند.

در واقع، محدود کردن v ، سرعت S' نسبت به S ، به امتداد محور x الزامی نیست زیرا انتخاب خود این محور کاملاً اختیاری است. در عوض، اگر مؤلفه‌های میدانها را موازی (\parallel) و عمود (\perp) بر جهت سرعت نسبی در نظر بگیریم می‌توانیم این تبدیلات

را در حالت کاملاً عمومی به صورت زیر بنویسیم

$$E_{\parallel}' = E_{\parallel}$$

$$E_{\perp}' = \gamma [E_{\perp} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})_{\perp}] \quad (4-6)$$

که بیان می‌کنند، مؤلفه \mathbf{E} موازی با سرعت نسبی دو چارچوب تغییر نمی‌کند، در صورتی که مؤلفه \mathbf{E} در امتداد عمود بر سرعت نسبی تبدیل به مخلوطی از میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی می‌شود.

اکنون تبدیلات مؤلفه‌های میدان مغناطیسی را بررسی کنیم. در اینجا نیز یک حالت نسبتاً ساده را انتخاب می‌کنیم که در عین حال نتایج آن عمومی باشند. مثل قبل، حرکت نسبی چارچوبهای S و S' را در امتداد محورهای مشترک $x-x'$ انتخاب می‌کنیم. ذره‌ای را با بار q در چارچوب S' در نظر بگیریم که فقط در امتداد محور y' ، با سرعت u' ، حرکت کند. در این صورت، با توجه به $u' = u_y'$ ، مؤلفه‌های نیروی $\mathbf{F}' = q(\mathbf{E}' + \mathbf{u}' \times \mathbf{B}')$ در چارچوب پریم‌دار (S') عبارت خواهند بود از $F_x' = q(E_x' + u_y' B_z')$ و $F_y' = qE_y'$ و $F_z' = q(E_z' - u_y' B_x')$. برای پیدا کردن نیرو در S اول باید سرعت ذره را در این دستگاه بدون پریم بدانیم. برای این کار نیاز به معادلات تبدیل سرعتها، معادلات (۲-۱۸) تا (۲-۲۰)، داریم که از آنها نتیجه می‌شود $u_x = v$ ، $u_y = u_y' / \gamma$ ، $u_z = 0$ ، یعنی، با اینکه در چارچوب S' ، ذره فقط در امتداد y' حرکت می‌کند، در چارچوب S سرعت آن دارای یک مؤلفه در امتداد محور x و یک مؤلفه در امتداد محور y است. بنابراین، نیروی در چارچوب S دارای مؤلفه‌های زیر است

$$F_x = q(E_x + u_y B_z) \quad , \quad F_y = q(E_y - v B_z)$$

$$F_z = q(E_z + v B_y - u_y B_x)$$

حالا که مؤلفه‌های نیرو در هر دو چارچوب لخت را داریم، باید آنها را در معادلات عمومی تبدیل نیرو، معادلات (۳-۳۲ الف) یا (۳-۳۲ ب)، قرار دهیم و رابطه بین میدانها را پیدا کنیم. با انجام این کار و با توجه به معادلات (۴-۵) خواهیم داشت (ر. ک. مسئله ۳)

$$B_x' = B_x \quad , \quad B_z' = \gamma [B_z - (v/c^2) E_y]$$

برای پیدا کردن معادله تبدیل مؤلفه y میدان مغناطیسی \mathbf{B} ، باید حالتی را در نظر بگیریم که ذره در چارچوب S' ، به جای محور y' ، فقط در امتداد محور z' حرکت کند. با روشی مشابه فوق نتیجه خواهد شد (ر. ک. مسئله ۳) $B_y' = \gamma [B_y + (v/c^2) E_z]$ ، در نتیجه، می‌توانیم تبدیلات مؤلفه‌های میدان مغناطیسی را به صورت زیر خلاصه کنیم

$$\begin{aligned}
 B_x' &= B_x & B_x &= B_x' \\
 B_y' &= \gamma \left(B_y + \frac{v}{c^2} E_z \right) & B_y &= \gamma \left(B_y' - \frac{v}{c^2} E_z' \right) \\
 B_z' &= \gamma \left(B_z - \frac{v}{c^2} E_y \right) & B_z &= \gamma \left(B_z' + \frac{v}{c^2} E_y' \right)
 \end{aligned} \tag{۷-۴}$$

يك بار ديگر ياد آوري كنيم كه نيازي نيست جهت سرعت نسبي v در S' نسبت به S رابه امتداد محور x محدود كنيم. اگر مؤلفه‌هاي ميدان مغناطيسي را موازي وعمود بر جهت سرعت نسبي در نظر بگيريم مي توانيم اين تبديلات رابه صورت كاملا عمومي زير بنويسيم

$$\begin{aligned}
 B_{\parallel}' &= B_{\parallel} \\
 B_{\perp}' &= \gamma \left[B_{\perp} - \frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \times \mathbf{E})_{\perp} \right]
 \end{aligned} \tag{۸-۴}$$

كه بيان مي كنند مؤلفه \mathbf{B} موازي با سرعت نسبي دوچار چوب تغيير نمي كند، درصورتى كه مؤلفه \mathbf{B} در امتداد عمود بر سرعت نسبي تبديل به مخلوطى از ميدانهاي الكتريكي و مغناطيسي مي شود.

معادلات تبديل \mathbf{E} (معادله ۴-۵ يا ۴-۶) و معادلات تبديل \mathbf{B} (معادلات ۴-۷ يا ۴-۸) با يكديگر شباهت مي باشند و تفاوت آنها تنها در يك علامت و يك عامل c^2 در معادلات \mathbf{B} در مقايسه با معادلات \mathbf{E} است.

براي امتحان سازگاري جوابها، دانشجو مي تواند ثابت كند (ر.ك. مسئله ۱۰) كه معادلات (۴-۵) و (۴-۷) داراي اين خاصيت هستند كه مي توان سه معادله اول هر مجموعه را معكوس كرد (يعني، ميدانهاي بدون پريم را بر حسب ميدانهاي پريم دار پيدا كرد) و سه معادله دوم آن مجموعه رابه دست آورد. امسا، براي انجام اين منظور بايد به جاي اينكه سه معادله اول (۴-۵) و سه معادله اول (۴-۷) رابه عنوان دو مجموعه جدا گانه در نظر بگيريم، تمام آنها را به عنوان يك مجموعه شش تايي در نظر بگيريم. به اين طريق مي توانيم روش پيدا كردن معادلات تبديل معكوس را، مبنى بر تبديل \mathbf{v} به $-\mathbf{v}$ و تعويض كميات بدون پريم با پريم دار، به طور صريح توجيه كنيم. در عين حال، به روش ديگري وابستگي \mathbf{E} و \mathbf{B} به يكديگر را مشاهده مي كنيم. زيرا اين قانون تبديل، تمام شش مؤلفه \mathbf{E} و \mathbf{B} رابه يكديگر مربوط مي كند و دو قانون تبديل جدا گانه، يكي براي \mathbf{E} و يكي براي \mathbf{B} ، به ما نمي دهد. ميدانهاي مغناطيسي والكتريكي نمي توانند به عنوان دو كميت مستقل از يكديگر وجود داشته باشند بلکه وابسته به يكديگرند.*

* با اينكه \mathbf{E} ، \mathbf{B} يا هر تر كيبى از آنها، تشكيل يك چهار - بردار نمي دهند، مي توان \mathbf{E} و \mathbf{B} رابا هم تركيب كرد و يك كميت واحد، به صورت يك چهار - تانسور، به نام تانسور ميدان الكترومغناطيسي، به دست آورد

تبدیلات میدان الکترومغناطیسی را در جدول ۱.۴ خلاصه می‌کنیم.

جدول ۱.۴ تبدیلات نسبیتی میدان الکترومغناطیسی

$E_x' = E_x$	$E_x = E_x'$
$E_y' = \gamma(E_y - vB_z)$	$E_y = \gamma(E_y' + vB_z')$
$E_z' = \gamma(E_z + vB_y)$	$E_z = \gamma(E_z' - vB_y')$
$B_x' = B_x$	$B_x = B_x'$
$B_y' = \gamma(B_y + vE_z/c^2)$	$B_y = \gamma(B_y' - vE_z'/c^2)$
$B_z' = \gamma(B_z - vE_y/c^2)$	$B_z = \gamma(B_z' + vE_y'/c^2)$

▲ مثال ۰۱. (الف): فرض کنید که يك میدان الکترومغناطیسی در چارچوب لخت الکتريکی خالص باشد، یعنی $\mathbf{E} \neq 0$ ولی $\mathbf{B} = 0$. این میدان را در چارچوب لخت S' تشریح کنید.

از معادلات (۴-۶) و (۴-۸) خواهیم داشت که در S' :

$$\begin{aligned} E_{\parallel}' &= E_{\parallel} & B_{\parallel}' &= 0 \\ E_{\perp}' &= \gamma E_{\perp} & B_{\perp}' &= -\frac{\gamma}{c^2} (\mathbf{v} \times \mathbf{E})_{\perp} \end{aligned}$$

اما

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{E}) = \mathbf{v} \times \mathbf{E}_{\perp} = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}_{\perp}'}{\gamma} = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}'}{\gamma}$$

در نتیجه

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B}_{\perp}' = \frac{-\gamma}{c^2} (\mathbf{v} \times \mathbf{E}) = -\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}'}{c^2}$$

در چارچوب پريم‌دار هم میدان مغناطیسی \mathbf{B}' و هم میدان الکتريکی \mathbf{E}' هر دو وجود دارند. بنا بر این، آنچه برای ناظر S يك میدان مغناطیسی خالص \mathbf{E} است، برای ناظر S' به صورت دو میدان الکتريکی و مغناطیسی خواهد بود.

(ب): فرض کنید که يك میدان الکترومغناطیسی در چارچوب لخت S مغناطیسی

خالص باشد، یعنی، $\mathbf{E} = 0$ ولی $\mathbf{B} \neq 0$. این میدان را در چارچوب لخت S' تشریح کنید.

از معادلات (۴-۶) و (۴-۸) نتیجه می‌شود که در S' :

$$\begin{aligned} E_{\parallel}' &= 0 & B_{\parallel}' &= B_{\parallel} \\ E_{\perp}' &= \gamma(\mathbf{v} \times \mathbf{B})_{\perp} & B_{\perp}' &= \gamma B_{\perp} \end{aligned}$$

اما داریم

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}_{\perp} = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}_{\perp}'}{\gamma} = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}'}{\gamma}$$

بنابراین

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}_{\perp}' = \gamma(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{v} \times \mathbf{B}'$$

در چارچوب پریم دار هم میدان الکتریکی \mathbf{E}' و هم میدان مغناطیسی \mathbf{B}' هر دو وجود دارند. بنابراین، آنچه برای ناظر S يك میدان مغناطیسی خالص \mathbf{B} است برای ناظر S' به صورت هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی خواهد بود.

این مثال مستقیماً به این گفتهٔ اینشتین که «نیروی محرکهٔ الکتریکی وارد به جسمی که در داخل يك میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، چیزی جز يك میدان الکتریکی نیست.» ارتباط پیدا می‌کند.

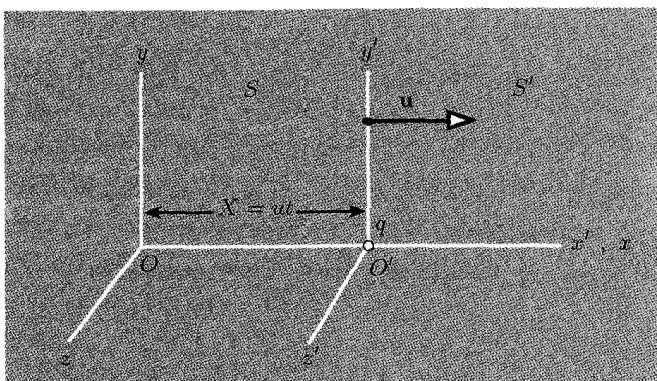
در معادلات تبدیل مستقیماً دیدیم که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به طور جداگانه وجود ندارند. این معادلات همچنین دارای يك فایدهٔ خیلی عملی هستند. ممکن است بتوانیم مسائل مشکل را با انتخاب دستگاه مرجعی که در آن پیدا کردن جواب ساده‌تر باشد حل کنیم و سپس نتایج را به دستگاهی که در آزمایشگاه مورد استفادهٔ ما است، تبدیل کنیم. این قسمت را در بخشهای بعد توضیح خواهیم داد.

۴.۴ میدان حاصل از يك بار نقطه‌ای متحرك با حرکت یکنواخت

ذره‌ای با بار q را در نظر می‌گیریم که در چارچوب S با سرعت یکنواخت \mathbf{u} حرکت می‌کند. می‌خواهیم میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی حاصل از این بار متحرك را در چارچوب S حساب کنیم. با انتخاب يك چارچوب لخت S' ، که ذرهٔ مزبور در مبداء آن ساکن است و در نتیجه، میدان در این چارچوب فقط میدان الکتریکی ایستای حاصل از يك بار نقطه‌ای است، می‌توانیم به روش ساده‌ای يك جواب دقیق برای این مسئله به دست آوریم. سپس معادلات تبدیل میدان الکترومغناطیسی را به کار می‌بریم و فوراً میدانهای مربوط به بار متحرك در چارچوب S را پیدا می‌کنیم.

در شکل ۲.۴ بار q در مبدا چارچوب S' که با سرعت u در امتداد محور مشترک $x-x'$ ، نسبت به S ، حرکت می کند نشان داده شده است. فرض کنید مکان این بار در امتداد محور x و در لحظه t به صورت $X=ut$ داده شود. بنابراین مختصات فضایی q در S به صورت $(X, 0, 0)$ خواهد بود. میدان حاصل از این بار در S' (چارچوب سکون آن) الکتریکی خالص است، یعنی:

$$\mathbf{E}' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{r}'}{r'^3} \quad \mathbf{B}' = 0 \quad (۹-۴)$$



شکل ۲.۴ بار q ، که در مبدا O' از چارچوب S' ساکن است، در S در مکان $(X, 0, 0)$ ، که در آن $X=ut$ است، قرار دارد.

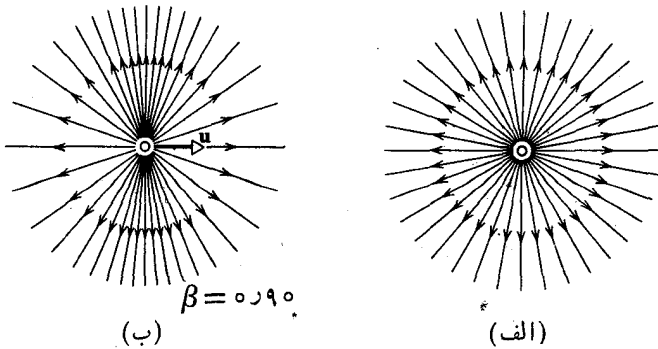
همان طور که در شکل ۳.۴ الف نشان داده شده است خطوط میدان الکتریکی، با تقارن کروی، از بار q واگرا می شوند. در اینجا:

$$r' = (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1/2} \quad (۱۰-۴)$$

فاصله O' از نقطه ای است که شدت میدان در آن اندازه گیری می شود. * این میدان، همان طور که قانون کولن ایجاب می کند، متناسب با عکس مجذور r' است

برای پیدا کردن میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{B} که توسط بار متحرک در چارچوب لخت S ایجاد می شود به طور ساده از معادلات تبدیل میدان، معادلات (۴-۵) و (۴-۷)،

* تأکید می کنیم که مختصات (X, Y, Z) ، که در اینجا برابرند با $(ut, 0, 0)$ ، مختصات منبع میدان (به بیان دیگر، پارچشمه ای) هستند در صورتی که مختصات (x, y, z) مختصات نقطه ای است که میدان در آن محاسبه می شود. با استفاده از تبدیلات لورنتس می توان نقطه فضا-زمانی (x, y, z, t) میدان در S را به همان نقطه فضا-زمانی (x', y', z', t') میدان در S' مربوط کرد.



شکل ۳.۴ (الف) خطوط میدان الکتریکی، در چارچوب سکون S ، با تقارن کروی از q واگرا می‌شوند. (ب) در چارچوبی که در آن q با سرعت زیاد حرکت می‌کند، خطوط میدان الکتریکی در جهت عرضی متراکم می‌شوند.

استفاده می‌کنیم. اما، نخست باید توجه کرد که \mathbf{r}' دارای مؤلفه‌های x' ، y' و z' است و میدان در S باید برحسب x ، y و z بیان شود. در نتیجه، باید از معادلات تبدیل لورنتس نیز استفاده کرد، بنابراین، مثلاً

$$r' = (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1/2} = [\gamma^2(x - ut)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}$$

که در آن

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

در نتیجه

$$E_x' = \frac{qx'}{4\pi\epsilon_0 r'^3}, \quad E_y' = \frac{qy'}{4\pi\epsilon_0 r'^3}, \quad E_z' = \frac{qz'}{4\pi\epsilon_0 r'^3}$$

از معادلات (۴ - ۵) نتیجه می‌شود:

$$E_x = E_x' = \frac{qx'}{4\pi\epsilon_0 r'^3} = \frac{q\gamma(x - ut)}{4\pi\epsilon_0 [\gamma^2(x - ut)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}$$

و با توجه به $X = ut$ ، که مکان ذره باردار را معین می‌کند خواهیم داشت

$$E_x = \frac{q\gamma(x - X)}{4\pi\epsilon_0 [\gamma^2(x - X)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}$$

$$E_y = \frac{q\gamma y}{4\pi\epsilon_0 [\gamma^2(x - X)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \quad (۱۱ - ۴)$$

$$E_z = \frac{q\gamma z}{4\pi\epsilon_0 [\gamma^2(x - X)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}$$

که عبات اند از مؤلفه‌های میدان \mathbf{E} در نقطه x ، y و z در چارچوب S .
 به طریق مشابهی، مؤلفه‌های میدان مغناطیسی \mathbf{B} در چارچوب S به طور صریح،
 با قرار دادن \mathbf{E}' و \mathbf{B}' در معادلات تبدیل مؤلفه‌های میدان مغناطیسی، معادلات (۴-۷)،
 به دست می‌آیند. در واقع، از (معکوس) معادله (۴-۸) فوراً نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = 0, \quad \mathbf{B}_{\perp} = (\mathbf{u} \times \mathbf{E}) / c^2$$

و یا (چون \mathbf{u} در امتداد محور x است)

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{u} \times \mathbf{E}}{c^2} \quad (۴-۱۲)$$

چنانچه بخواهیم مؤلفه‌های \mathbf{B} را در نقطه (x, y, z) پیدا کنیم مقادیر E_x و E_y را که
 در فوق پیدا شده‌اند در معادلات

$$B_x = 0$$

$$B_y = -\frac{u}{c^2} E_z \quad (۴-۱۳)$$

$$B_z = \frac{u}{c^2} E_y$$

قرار می‌دهیم. معادلات (۴-۱۱) و (۴-۱۳) عبارتهای دقیق میدانهای الکتریکی و
 مغناطیسی حاصل از یک بار متحرک با حرکت یکنواخت هستند و در نتیجه مسئله ما حل شده
 است. توجه کنیم که، چون $X = ut$ ، این میدانها هم به زمان t و هم به x ، y و z
 بستگی دارند. همچنین توجه کنیم که ضریب γ به طور متقارنی در این معادلات ظاهر
 می‌شود.

بررسی اینکه میدان الکتریکی، که در چارچوب سکون (S') شعاعی، متناسب با
 عکس مجذور فاصله و دارای تقارن کروی است، در S به چه صورت در می‌آید جالب
 خواهد بود. میدان الکتریکی را در لحظه $t = 0$ ، که بار متحرک q در نقطه O ،
 مبدا چارچوب S ، است در نظر بگیریم. در لحظات دیگر میدان به همین شکل خواهد
 بود ولی به اندازه ut به طرف راست انتقال خواهد یافت. با توجه به $X(=ut) = 0$ ،
 معادله (۴-۱۱) به صورت زیر در می‌آید

$$\mathbf{E} = \frac{q\gamma\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 [\gamma^2 x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \quad (۴-۱۴)$$

در نتیجه، \mathbf{E} هنوز يك میدان شعاعی در امتداد \mathbf{r} و به طرف خارج است [ضمناً، همان -
 طور که از معادله (۴-۱۲) بر می‌آید، \mathbf{B} بر صفحه حاصل از \mathbf{E} و \mathbf{u} عمود است].

آیا میدان الکتریکی هنوز با عکس مربع فاصله متناسب است و آیا هنوز دارای تقارن کروی است؟ زاویه بین \mathbf{r} و محور x را θ بگیریم. بنابراین

$$y^2 + z^2 = r^2 \sin^2 \theta, \quad x = r \cos \theta$$

در این صورت، با $\beta = u/c$ و $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ ، دانشجو بر احنی می‌تواند ثابت کند که

$$\gamma^2 x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \gamma^2 (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)$$

با قرار دادن این عبارت در معادله (۴-۱۴) خواهیم داشت

$$\mathbf{E} = \frac{q(1-\beta^2)}{4\pi\epsilon_0 r^2 (1-\beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (4-15)$$

در نتیجه، میدان، به خاطر اینکه بستگی آن به فاصله شعاعی r به صورت $1/r^2$ است، یک میدان متناسب با عکس مجذور فاصله است، ولی شدت میدان در یک فاصله شعاعی معین به جهت بستگی دارد و میدان دارای تقارن کروی نیست.

مثال ۲. شدت میدان الکتریکی را از معادله (۴-۱۵) برای حالات حدی (الف) $\theta = 0^\circ$ ، (ب) $\theta = 90^\circ$ و (ج) $\beta = 0$ محاسبه کنید.

(الف) معنی $\theta = 0^\circ$ این است که \mathbf{E} مستقیماً در جلو بار الکتریکی و روی خط حرکت آن در نظر گرفته شود، و این معادل با محاسبه $E_{||}$ است. بنابراین با $\sin^2 \theta = 0$ خواهیم داشت

$$E_{||} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} (1 - \beta^2)$$

(ب) معنی $\theta = 90^\circ$ این است که \mathbf{E} در امتداد عمود بر محور x ، یا عمود بر خط حرکت بار در نظر گرفته شود، و این با محاسبه E_{\perp} معادل است. بنابراین، با $\sin^2 \theta = 1$ خواهیم داشت

$$E_{\perp} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{1-\beta^2}}$$

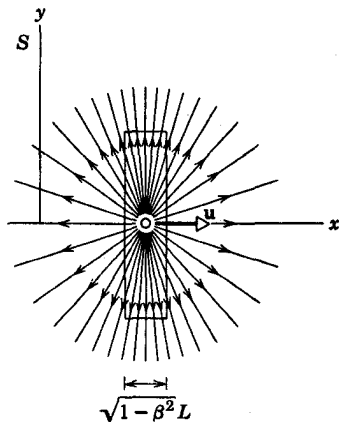
در نتیجه، برای یک ذره باردار با سرعت زیاد (یعنی β^2 قابل صرف نظر کردن نیست) $E_{||}$ نسبت به میدان ایستا کوچکتر و E_{\perp} نسبت به آن بزرگتر است. این اثر نسبیتی در شکل (۴-۳) نشان داده شده است، خطوط میدان الکتریکی در جهتهای عرضی متراکم می‌شوند.

(ج) وقتی $\beta = 0$ است از معادله (۴-۱۵) خواهیم داشت

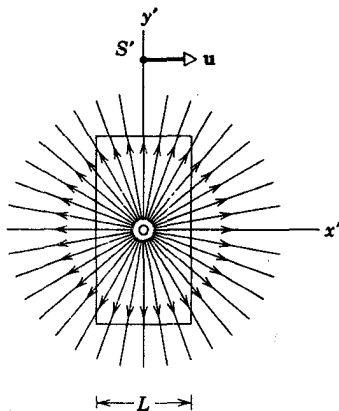
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{و} \quad E_{\parallel} = E_{\perp}$$

در نتیجه اگر سرعت ذره باردار کم باشد (یعنی $\beta \ll 1$) مؤلفه‌های میدان الکتریکی تقریباً برابر با مؤلفه‌های میدان ایستا در شکل ۳.۴ الف می‌باشند.

نتایج مثال پیشین را می‌توان به ناوردایی بار مربوط کرد. مقدار بار به وسیله قانون گاوس، $q = \epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ ، تعیین می‌شود. اگر بار q ناوردا باشد، بر حسب تعریف، باید شار الکتریکی روی سطح بسته‌ای که بار را دربردارد (انتگرال فوق) ناوردا باشد. اکنون جعبه استوانه‌ای شکلی (شکل ۴.۴ الف) در نظر بگیریم که در چارچوب S' بار q را دربرداشته و محور استوانه در امتداد $x - x'$ قرار داشته باشد. سطوح عمود بر x' (یعنی، سطوح تخت دو انتهای استوانه که بردارهای قائم به آنها در امتداد $x - x'$ هستند) از نظر S ، که استوانه نسبت به آن حرکت می‌کند (شکل ۴.۴ ب) منقبض نمی‌شوند. اما سطح موازی با x' (یعنی، سطح جانبی استوانه که بردار قائم بر آن عمود بر محور x' است) از نظر S منقبض می‌شوند و مساحت آن به نسبت $\sqrt{1 - \beta^2} = 1/\gamma$ تغییر می‌کند. لذا این جعبه برای S در مقایسه با شکل سکون آن منقبض شده به نظر می‌رسد.



(ب)



(الف)

شکل ۴.۴ قانون گاوس که به یک ذره باردار متحرك اعمال شده است. بار به وسیله یک سطح گاوسی استوانه‌ای شکل احاطه شده است. شار خارج شده از سطح جانبی استوانه و هم چنین شار خارج شده از سطوح انتهایی آن در هر دو چارچوب یکسان هستند.

با وجود این، اگر بنا باشد بار داخل استوانه ناوردا باشد، باید شار الکتریکی که از سطوح استوانه عبور می‌کند برای تمام ناظرها یکی باشد. یعنی اگر، $q = q'$ باشد پس $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{S}'$. یک روش ساده برای رسیدن به این نتیجه این است که بخواهیم

شار خارج شده از سطوح انتهایی استوانه و همچنین شار خارج شده از سطح جانبی آن از نظر هردو ناظر یکسان باشند. در نتیجه $E_x = E'_x$ ، یعنی، مؤلفه‌های میدان در امتداد $x - x'$ تغییر نمی‌کند. زیرا سطوح تخت انتهایی تغییر نمی‌کنند؛ و $E_y = \gamma E'_y$ و $E_z = \gamma E'_z$ ، یعنی، مؤلفه‌های میدان الکتریکی در امتداد عمود بر $x - x'$ به نسبت عامل γ برای ناظر S تغییر می‌کنند، زیرا برای این ناظر سطح جانبی به نسبت عامل $1/\gamma$ تغییر می‌کند. اینکه بار در مثال ما ناوردا است، و اینکه ناوردایی شار به طریق ساده فوق تأمین می‌شود از این واقعیت نتیجه می‌شوند که نتایج ما با معادلات تبدیل (معادلات ۴-۵)، که نقطه شروع مثال ما بودند، یکسان‌اند. برای باری که در S' ساکن است، $B' = 0$ بوده و درست مثل بالا از معادلات (۴-۵) نتیجه می‌شود

$$E_x = E'_x \quad E_y = \gamma E'_y \quad E_z = \gamma E'_z$$

۵.۴ میدانها و نیروها در مجاورت یک سیم حامل جریان

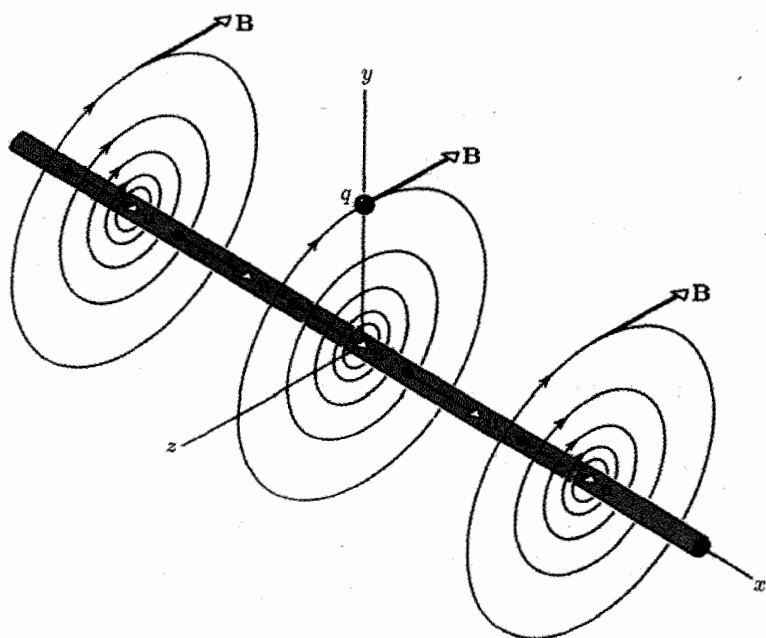
اکنون به سیم حامل جریان که در بخش ۲.۴ مورد بحث قرار گرفت بر می‌گردیم. در آنجا ما از چنین سیمی برای اثبات وابستگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی به یکدیگر استفاده کردیم. تشریح میدان به چارچوب لختی که منبعها در آن مشاهده می‌شوند بستگی دارد. در اینجا از معادلات تبدیل میدانها، که توصیفهای مختلف از یک میدان را به یکدیگر مربوط می‌کنند، استفاده می‌کنیم و نیروهای را که در میدان خارج از سیم به یک بار آزمون وارد می‌شوند بررسی می‌کنیم.

یک بار آزمون q در نظر بگیرید که در چارچوب S ساکن است و در خارج یک سیم مستقیم بلند و ساکن که حامل جریان است قرار دارد. مشخص کردن بار داخل سیم به وسیله چگالی خطی λ (مقدار بار در واحد طول) به جای چگالی حجمی ρ (مقدار بار در واحد حجم) محاسبات جبری را ساده‌تر می‌کند. فرض کنیم که جریان در اثر حرکت الکترونها ایجاد شود و فرض کنیم که سرعت سوق آنها برابر u باشد. یونهای مثبت نسبت به S ساکن‌اند اما چگالی خطی آنها، λ^+ ، برابر با چگالی خطی λ^- مربوط به الکترونها متحرک است. در چارچوب S شدت جریان $i = \lambda^- u$ است و جهت آن مخالف با جهت حرکت الکترونها است.

چون چگالی بار کل صفر است، یعنی، چون داریم $\lambda = \lambda^+ + \lambda^- = 0$ ، میدان الکتریکی در چارچوب S در خارج سیم صفر است. (اگر λ صفر نباشد میدان الکتریکی شعاعی بوده و با رابطه $E = (\lambda / 2\pi \epsilon_0) / r$ ، که در آن r فاصله عمودی از سیم است، داده می‌شود.) اما، در خارج سیم یک میدان مغناطیسی وجود دارد، که با رابطه $B = (\mu_0 / 2\pi) i / r$ داده می‌شود، و دایره‌های متحدالمرکزی در اطراف سیم تشکیل می‌دهد (شکل ۵.۴). در نتیجه، با $i = \lambda^- u$ ، میدانها در چارچوب S به صورت زیر خواهند بود

$$E=0 \quad \text{و} \quad B = \frac{\mu_0 \lambda^- u}{2\pi r}$$

نیروی وارد به يك بار آزمون در این میدانها به چه صورت است؟ این نیرو صفر است، زیرا هم میدان الکتریکی صفر است (نیروی الکتریکی وجود ندارد) و هم بار آزمون حرکت نمی کند (نیروی مغناطیسی وجود ندارد).



شکل ۵.۴ يك سیم مستقیم بلند و ساکن که حامل جریان است، يك میدان مغناطیسی در S ایجاد می کند. الکترونها با چگالی خطی λ^- با سرعت سوق u در جهت مثبت محور x حرکت می کنند. جریان، $i = \lambda u$ ، در جهت منفی محور x ها است. يك بار آزمون q در روی محور y در حال سکون قرار دارد.

اکنون وضعیت را در چارچوب S' ، که با سرعت $\mathbf{v} = \mathbf{u}$ نسبت به S حرکت می کند و در نتیجه الکترونهاي داخل سیم در این چارچوب ساکن اند، در نظر بگیریم. قوانین تبدیل نیرو فوراً به ما می گویند که نیروی وارد به بار در S' نیز باید صفر باشد. می دانیم که اگر باری در يك چارچوب لخت شتاب نداشته باشد در هیچ چارچوب لخت دیگری شتاب نخواهد داشت. بنابراین، این نتیجه قابل انتظار است. چیزی که در اینجا جالب توجه است این است که در S' يك میدان الکتریکی وجود دارد (ر. ک. بخش ۲.۴).

در نتیجه، یک نیروی الکتریکی باید به q وارد شود. اگر نیروی کل صفر باشد باید یک نیروی مغناطیسی نیز وجود داشته باشد که اثر این نیروی الکتریکی را خنثی کند. البته این مسئله امکانپذیر است زیرا بار آزمون q در S' ساکن نیست و حرکت می‌کند. می‌توان با کاربرد مستقیم تبدیلات \mathbf{E} و \mathbf{B} ثابت کرد که $F' = 0$.

فرض کنیم بار q در یک نقطه دلخواه روی محور y از چارچوب S قرار داشته باشد (ر. ک. شکل ۵.۴). در این نقطه چون میدان الکتریکی در S صفر است، داریم

$$E_x = 0 \quad E_y = 0 \quad E_z = 0$$

$$B_x = 0 \quad B_y = 0 \quad B_z = -\frac{\mu_0 \lambda^- u}{2\pi r}$$

که علامت منفی در B_z نمایانگر این است که \mathbf{B} در جهت منفی z است. اکنون، با $v = u$ ، مؤلفه‌های \mathbf{E}' و \mathbf{B}' در چارچوب S' را از معادلات (۴-۵) و (۴-۷) پیدا می‌کنیم. از معادلات (۴-۵) داریم:

$$E'_x = E_x = 0$$

$$E'_y = \gamma(E_y - uB_z) = \gamma\left(0 + u\frac{\mu_0 \lambda^- u}{2\pi r}\right) = \gamma u^2 \frac{\mu_0 \lambda^-}{2\pi r}$$

$$E'_z = \gamma(E_z + uB_y) = \gamma(0 + 0) = 0$$

میدان الکتریکی در امتداد محور y' و در جهتی است که از سیم دور می‌شود، و نیروی الکتریکی وارد به بار q در S' در جهت مثبت محور y' بوده و بزرگی آن برابر است با

$$F_E' = qE' = q\gamma u^2 \frac{\mu_0 \lambda^-}{2\pi r}$$

مؤلفه‌های میدان مغناطیسی از معادلات (۴-۷) به صورت زیر به دست می‌آیند

$$B'_x = B_x = 0$$

$$B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{u}{c^2} E_z\right) = \gamma(0 + 0) = 0$$

$$B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{u}{c^2} E_y\right) = \gamma\left(-\frac{\mu_0 \lambda^- u}{2\pi r} - 0\right) = -\gamma \frac{\mu_0 \lambda^- u}{2\pi r}$$

در S' بار q با سرعت u به طرف چپ (در امتداد x') حرکت می‌کند. بنابراین، با توجه به اینکه B'_z در جهت منفی محور z' است، جهت نیروی مغناطیسی به طرف سیم و در جهت منفی y' می‌باشد و بزرگی آن برابر است با

$$F_B' = |q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}')| = qu \gamma \frac{\mu_0 \lambda^- u}{2\pi r} = q \gamma u^2 \frac{\mu_0 \lambda^-}{2\pi r}$$

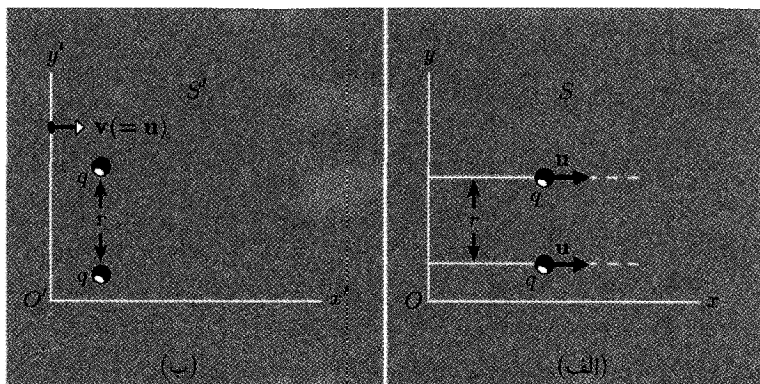
در نتیجه، همان طور که می‌خواستیم ثابت کنیم $\mathbf{F}' = \mathbf{F}_E' + \mathbf{F}_B' = 0$

اکنون دانشجو باید قادر باشد پارادوکس ذکر شده در بخش ۱.۴ را حل کند، زیرا در چارچوب S' یک نیروی مغناطیسی به بار آزمون q وارد می‌شود در صورتی که در چارچوب S نیروی مغناطیسی به آن وارد نمی‌شود، درست همان وضعیتی که پیشتر ارائه شد.

توجه کنیم که، در همه جا، فرض کرده‌ایم که بار الکتریکی ناوردنا است، یعنی بار اندازه‌گیری شده توسط تمام ناظرهای لخت یکسان است ($q \equiv q'$). این مسئله نه تنها به وسیله سازگاری تمام نتایجی که براساس این فرض به دست آمده‌اند و همچنین توافق این نتایج با تجربه تأیید می‌شود، بلکه ناوردایی بار با تجربه مستقیم نیز تأیید می‌شود (به عنوان مثال، ر. ک. مرجع ۲).

۶.۴ نیروهای بین بارهای متحرك

به عنوان آخرین مثال در مورد پیش عمیقی از الکترومغناطیس که از راه نسبت میسر می‌شود دو ذره با بار مساوی q را در نظر بگیریم که با سرعت‌های مساوی و یکنواخت \mathbf{u} حرکت می‌کنند. فرض کنیم \mathbf{u} در امتداد محور x از چارچوب S باشد و برای سادگی، مختصه x هر دو بار یکسان، و فاصله آنها از یکدیگر r باشد (شکل ۶.۴ الف). انتظار داریم که این بارها نیروهایی به یکدیگر وارد کنند، یک نیروی دافعه الکتریکی و یک نیروی جاذبه مغناطیسی. آیا این نیروها با هم برابرند؟



شکل ۶.۴ الف) دو ذره با بار مساوی q ، در حالی که فاصله آنها r است، با سرعت‌های مساوی و یکنواخت \mathbf{u} حرکت می‌کنند. (ب) همان وضعیت در S' ، که نسبت به S با سرعت $\mathbf{v} = \mathbf{u}$ حرکت می‌کند.

با راهنمایی مثال قبل، يك چارچوب لخت ديگر، S' ، در نظر می گیریم که مسئله در آن ساده تر باشد. فرض کنیم S' با سرعت یکنواخت $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ نسبت به S در امتداد $x - x'$ حرکت کند، به طوری که بارها در S' ساکن اند (ر. ک. شکل ۶.۴ ب). در اینجا، نیروی مغناطیسی ابدأ وجود ندارد و نیروی الکتریکی يك نیروی دافعه است. بارها سعی می کنند در امتداد y' از یکدیگر دور شوند و هر کدام نیرویی با بزرگی

$$F_y' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

روی دیگری وارد می کند. نیروی وارد به بار بالایی $+F_y'$ ، و نیروی وارد به بار پایینی $-F_y'$ است. يك مرتبه دیگر خاطر نشان کنیم که بار، ناوردا در نظر گرفته شده است. همچنین خاطر نشان کنیم که فاصله r در اثر تبدیل از S به S' تغییر نمی کند (زیرا این فاصله در جهت y یا y' اندازه گیری می شود و داریم $y = y'$).

اکنون با به کار بردن معادلات تبدیل نیرو (معادلات ۳-۳۳)، که در آنها زده به طور لحظه ای در S' ساکن است و تحت اثر نیرویی با مؤلفه های F_x' ، F_y' و F_z' قرار دارد، مؤلفه های F_x ، F_y و F_z نیرو را که در چارچوب S روی ذره مورد نظر وارد می شوند به دست می آوریم. می دانیم که در چارچوب لخت S ، که در آن بارها در حال حرکت اند، هم نیروی مغناطیسی و هم نیروی الکتریکی به هر کدام از ذرات وارد می شود، اما نیروی کل به چه صورت؟ از معادله (۳-۳۳) برای نیرویی که روی ذره بالایی اثر می کند داریم

$$F_x = F_x' = 0$$

$$F_z = F_z' / \gamma = 0$$

$$F_y = F_y' / \gamma = F_y' \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

در نتیجه، نیروی کل در جهت مثبت y ها است. ذرات باردار یکدیگر را دفع می کنند و لذا نیروی دافعه الکتریکی باید قویتر از نیروی جاذبه مغناطیسی باشد.

این مثال از لحاظ اطلاعات غنی است. مثلاً، توجه کنیم که فقط وقتی $v = c$ باشد نیروی کل صفر است. بنابراین بارها در تمام چارچوبهای لخت یکدیگر را دفع می کنند، یا به بیان دیگر نیروی الکتریکی همیشه بزرگتر از نیروی مغناطیسی است. گرچه بزرگی نیروی کل به چارچوب بستگی دارد ولی ایسن نیرو همیشه دافعه است. همچنین، وقتی $v \rightarrow 0$ ، ما به نتیجه حالت ایستا، که در آن فقط نیروی الکتریکی وجود دارد بر می گردیم.

بنابراین، به طور آشکار، نیروی مغناطیسی، که فقط در حالت $v \neq 0$ وجود دارد، نسبت به نیروی الکتریکی يك اثر مرتبه دوم است. زیرا اثر آن به صورت مربع نسبت سرعت بارها به سرعت نور، یعنی $(v/c)^2$ ، ظاهر می شود.

در این مثال، ما با قانون کولن برای نیروهای بین بارهای الکترواستاتیکی (در چارچوب S') شروع می کنیم و نیروهای مغناطیسی را که به وسیله بارهای متحرك (در چارچوب S) ایجاد می شوند نیز حساب می کنیم. فرضهایی که به کار بردیم عبارت بودند از تبدیلات نیرو در نسبیت خاص و ناوردایی بار. از تبدیلات مؤلفه های میدان الکترومغناطیسی استفاده نکردیم. در نتیجه، عمیقترین بینشی که از این مثال به دست آورده ایم این است که نیروهای مغناطیسی می توانند به عنوان نیروهای نسبیتی تعبیر شوند؛ این نیروها آن قسمتی از نیروی به دست آمده، در تبدیل نیرو از چارچوب سکون به چارچوب متحرك، هستند که به سرعت ذره آزمون نسبت به ناظر بستگی دارند. به بیان دیگر، اگر تمام آنچه که ما در الکترومغناطیس می دانستیم فقط قانون کولن بود، با سه کار بردن نسبیت خاص و ناوردایی بار می توانستیم ثابت کنیم که میدانهای مغناطیسی باید وجود داشته باشند. میدان مغناطیسی به طبیعتترین طریق، یعنی به عنوان میدانی که به وسیله يك بار چشمه ای متحرك ایجاد می شود و روی يك بار آزمون نیرویی وارد می کند که به سرعت آن نسبت به ناظر بستگی دارد، در نسبیت وارد می شود. همچنین می توان نتیجه گرفت که قانون نیروی لورنتس صادق و قابل اعمال است و، بنا بر این، تمام معادلات ما کسول و معادلات تبدیل میدانهای الکترومغناطیسی می توانند به دست آیند. بدین طریق، الکترومغناطیس می تواند از نظریه نسبیت استنتاج شود. درست برعکس گسترش تاریخی این دو موضوع.*

اگر حالت کلیتری را در نظر می گرفتیم که در آن دو ذره مذکور دارای سرعتهای یکنواخت ولی متفاوت از یکدیگر می بودند، به این نتیجه می رسیدیم که نیروی مغناطیسی، در مقایسه با نیروی الکتریکی، به نسبت $(v u/c^2)$ کوچکتر است، که در آن v سرعت بار چشمه ای و u سرعت بار آزمون است. بنا بر این، ظاهراً این سؤال پیش می آید که، وقتی u و v سرعتهای معمولی باشند، اصلاً چگونه می توانیم نیروی مغناطیسی را مشاهده کنیم، زیرا به نظر می رسد که، در عمل، نیروهای الکتریکی، نیروهای مغناطیسی را کاملاً تحت الشعاع قرار می دهند. جواب این است که، البته ما می توانیم در خیلی از موارد نیروهای الکتریکی را کاملاً حذف کنیم، به طوری که نیروی مشاهده شده فقط نیروی مغناطیسی باشد. سیم حامل جریان مثالی از این مورد است، زیرا گرچه در داخل سیم بارهای الکتریکی بسیاری وجود دارند ولی بارهای مثبت و منفی برابرند و بنابراین میدان الکتریکی وجود ندارد. الکترونهاي متحرك يك میدان مغناطیسی ایجاد می کنند که روی بارهایی که در آن حرکت می کنند نیروهایی وارد می کند. در واقع، به علت بزرگی عدد آووگادرو (وجود تعداد بسیار زیاد الکترونهاي متحرك) نیروهای مغناطیسی می توانند به طور معمولی بزرگ باشند (همان طور که از دستگاههای ساده آزمایشگاهی سال اول

می‌دانید). درحقیقت، با توجه به اینکه سرعت سوق الکترونها بسیار کوچک و در حدود 1 mm/sec است (مثلاً ر.ك. مرجع ۴)، و همچنین با توجه به اینکه نیروی مغناطیسی را می‌توان به عنوان يك اثرنسبیتی در نظر گرفت، این بیان را که نسبت فقط در سرعت‌های نزدیک به سرعت نور اهمیت پیدا می‌کند باید با احتیاط به کار برد.

۷.۴ ناوردایی معادلات ماکسول

مجدداً به آنچه که در دینامیک نسبیتی انجام داده‌ایم نظری بیفکنیم. بنا در نظر گرفتن برخوردهای مکانیکی و معادلات تبدیل لورنتس، نیروی نسبیتی و قوانین تبدیل آن را از يك چارچوب لخت به چارچوب دیگر پیدا کردیم. سپس با قبول قانون نیروی لورنتس $\mathbf{F} = q[\mathbf{E} + (\mathbf{u} \times \mathbf{B})]$ ، به عنوان نیروی درست بین بارهای متحرک، و با فرض ناوردایی بارالکتریکی، معادلات تبدیل میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{B} را به دست آوردیم.

حالا می‌توانیم کارهای زیر را نیز انجام دهیم. می‌توانیم با تبدیلات لورنتس شروع کنیم و بخواهیم که معادلات ماکسول از نظر نسبیتی ناوردا باشند. سپس می‌توانیم فرمولهای تبدیل میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{B} را طوری به دست آوریم که پاسخگوی ایسن خواسته باشند. خواهیم دید که به همان نتایج قبلی می‌رسیم.

بدین ترتیب يك بار دیگر نشان داده می‌شود که نسبت خاص از نظر داخلی منسجم و سازگار است. اما نتیجه مهمتر این است که بدین وسیله اثبات می‌شود قوانین تبدیلی که برای نیرو و در حالت برخورد به دست آوردیم، در مورد نیروهای الکترومغناطیسی نیز صادق هستند. درحقیقت، به محض اینکه به طور صریح نشان دادیم که معادلات ماکسول به طور صحیحی تبدیل می‌شوند، مسئله اساسی نسبت خاص را به طور کامل حل کرده‌ایم. حال نشان دهیم که این کار چگونه می‌تواند انجام گیرد.

با نوشتن شکل دیفرانسیلی معادلات ماکسول شروع می‌کنیم (ر.ك. مرجع ۵). این معادلات عبارت‌اند از

$$\epsilon_0 \operatorname{div} \mathbf{E} = \rho \quad (۴-۱۶)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (۴-۱۷)$$

$$\operatorname{curl} \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (۴-۱۸)$$

$$\operatorname{curl} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (۴-۱۹)$$

معادلات (۴-۱۷) و (۴-۱۹) شامل کمیات ϵ_0 ، μ_0 ، ρ یا \mathbf{j} نیستند و شکل آنها در خلا و در محیط مادی یکسان است. این معادلات فقط شامل کمیات میدانی \mathbf{E} و \mathbf{B}

هستند. لذا استفاده از آنها برای اثبات ناوردایی معادلات ماکسول را حتر است. ما خود را به این دو معادله محدود می کنیم ولی تأکید می کنیم که به سه طریق مشابهی می توان از معادلات (۴-۱۶) و (۴-۱۸) شروع کرد و به همان نتیجه رسید.*

مؤلفه های فضایی معادله بردار (۴-۱۹) و معادله (۴-۱۷) می توانند به صورت زیر نوشته شوند

$$\frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \quad (۴-۲۰)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (۴-۲۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (۴-۲۲)$$

و

$$\frac{\partial}{\partial x} B_x + \frac{\partial}{\partial y} B_y + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0 \quad (۴-۲۳)$$

این معادلات يك دستگاه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی از مؤلفه های میدان \mathbf{E} : (E_x, E_y, E_z) ، و مؤلفه های میدان \mathbf{B} : (B_x, B_y, B_z) هستند و در نقطه x, y, z و زمان t در چارچوب لخت S صادق اند. حالا ما می خواهیم که این معادلات در چارچوب لخت دیگر S' ، که نسبت به S با سرعت یکنواخت \mathbf{v} در امتداد محورهای مشترک $x-x'$ حرکت می کنند، به همین شکل باشند. یعنی، می خواهیم همین میدانها، که در دستگاه S' با \mathbf{E}' و \mathbf{B}' نمایش داده می شوند، در مختصات فضا-زمانی x', y', z' و t' در S' ، که (از راه تبدیلات لورنتس) به x, y, z و t در S مربوط اند، با روابط

$$\text{curl } \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} \quad (۴-۱۹')$$

$$\text{div } \mathbf{B}' = 0 \quad (۴-۱۷')$$

یا بر حسب مؤلفه ها، با روابط

$$\frac{\partial E_z'}{\partial y'} - \frac{\partial E_y'}{\partial z'} = -\frac{\partial B_x'}{\partial t'} \quad (۴-۲۰')$$

* در این حالت، می باید تبدیلات مربوط به چگالی جریان \mathbf{j} و چگالی بار ρ (ر. ک. معادلات ۴-۴ الف و ب) و همچنین معادلات لورنتس را به کار ببریم.

$$\frac{\partial E_x'}{\partial z'} - \frac{\partial E_z'}{\partial x'} = -\frac{\partial B_y'}{\partial t'} \quad (۲۱' - ۴)$$

$$\frac{\partial E_y'}{\partial x'} - \frac{\partial E_x'}{\partial y'} = -\frac{\partial B_z'}{\partial t'} \quad (۲۲' - ۴)$$

$$\frac{\partial B_x'}{\partial x'} + \frac{\partial B_y'}{\partial y'} + \frac{\partial B_z'}{\partial z'} = 0 \quad (۲۳' - ۴)$$

به یکدیگر مربوط شوند.

در این کار ما احتیاج به دانستن رابطه بین مشتقات جزئی نسبت به يك دسته از متغیرها (t, z, y, x) و مشتقات جزئی نسبت به دسته دیگر از متغیرها (t', z', y', x') داریم خود متغیرها از راه تبدیلات لورنتس (ر. ک. جداول ۱.۲) به یکدیگر مربوط می شوند. این تبدیلات را می توان با استفاده از $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ به صورت فشرده $t' = \gamma(t - xv/c^2)$ و $z' = z$ ، $y' = y$ ، $x' = \gamma(x - vt)$ نوشت. رابطه مربوط به $\partial/\partial x$ عبارت است از

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial x'}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial y'}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial y'} + \frac{\partial z'}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial t'}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial t'} \quad (۲۴ - ۴)$$

برای $\partial/\partial y$ ، $\partial/\partial z$ و $\partial/\partial t$ روابط متناظری وجود دارند (که به طور ساده با تعویض x به وسیله y ، z و t به دست می آیند). اما، از معادلات لورنتس خواهیم داشت

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \gamma, \quad \frac{\partial y'}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial z'}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial t'}{\partial x} = -\frac{\gamma v}{c^2}$$

بنابراین

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'} \right) \quad (۲۵ - ۴)$$

به همین طریق خواهیم داشت

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'} \quad (۲۶ - ۴)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} \quad (۲۷ - ۴)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \gamma \left(\frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'} \right) \quad (۲۸ - ۴)$$

گام بعدی عبارت از گذاشتن این روابط در معادلات (۴-۲۰) تا (۴-۲۳) می باشد. با انجام این عمل در مورد معادله (۴-۲۱)، به عنوان مثال، نتیجه می گیریم که این معادله به صورت زیر در می آید

$$\frac{\partial}{\partial z'} E_x - \frac{\partial}{\partial x'} [\gamma(E_x + vB_y)] = -\frac{\partial}{\partial t'} \left[\gamma \left(B_y + \frac{vE_x}{c^2} \right) \right] \quad (۴-۲۹)$$

اگر بنا باشد که شکل معادله (۴-۱۲) ناوردا باشد، پس باید معادله فوق در S' به صورت معادله (۴-۲۱') یعنی:

$$\frac{\partial}{\partial z'} E_x' - \frac{\partial}{\partial x'} E_x' = -\frac{\partial}{\partial t'} B_y'$$

باشد. اگر قرار دهیم

$$E_x' = E_x$$

$$E_x' = \gamma(E_x + vB_y)$$

$$B_y' = \gamma \left(B_y + \frac{vE_x}{c^2} \right)$$

معادلات (۴-۲۹) و (۴-۲۱') یکسان خواهند بود. اما این روابط درست همان معادلات تبدیل مؤلفه‌های میدانهای الکترومغناطیسی هستند که قبلا به دست آوردیم (ر. ک. جدول ۱۰۴).

به همین طریق، اگر روابط بین مشتقات جزئی را در معادله (۴-۲۲) قرار دهیم و بخواهیم نتیجه آن با معادله (۴-۲۲') یکسان باشد، خواهیم داشت:

$$E_x' = E_x$$

$$E_y' = \gamma(E_y - vB_x)$$

$$B_x' = \gamma \left(B_x - \frac{vE_y}{c^2} \right)$$

که باز همان تبدیلاتی هستند که قبلا پیدا کردیم (ر. ک. جدول ۱۰۴). برای تکمیل این فرآیند، باید ببینیم چگونه B_x تبدیل می شود زیرا معادلات تبدیل سایر مؤلفه‌های میدان الکترومغناطیسی را تا کنون پیدا کرده ایم. این منظور، با قرار دادن معادلات (۴-۲۵) تا (۴-۲۸) در بقینه معادلات ماکسول (معادلات ۴-۲۰ و ۴-۲۳) حاصل خواهد شد. پس از قدری محاسبه نتیجه می شود که در صورتی معادله (۴-۲۰) به (۴-۲۰') و (۴-۲۳) به (۴-۲۳') تبدیل می شود که قرار دهیم

$$B_x' = B_x$$

این معادله مجموعه معادلات تبدیل مؤلفه‌های میدانهای الکترومغناطیسی را تکمیل می‌کند. در نتیجه، وقتی مختصات فضا-زمانی را از راه تبدیلات لورنتس تبدیل می‌کنیم، در می‌یابیم که به شرطی معادلات ماکسول از لحاظ شکل تغییر نمی‌کنند که میدانهای الکترومغناطیسی به صورتی که قبلاً، بسا توجه به ملاحظات دیگری، پیدا کردیم، طبق جدول ۱.۴، تبدیل شوند.

۸.۴ محدودیتهای ممکن نسبیت خاص

تا اینجا برنامه اصلی خود را، که عبارت بود از پیدا کردن تبدیلاتی (تبدیلات لورنتس) که سرعت نور را ثابت نگاه دارد و همچنین پیدا کردن شکلهای ناوردایی برای قوانین مکانیک و الکترومغناطیس، تکمیل کرده‌ایم. به نظرمی‌رسد که اصل نسبیت (اینشتین) در مورد تمام* قوانین فیزیک صادق است.

با وجود اینکه، بر اساس دانش فعلی ما، نظریه نسبیت خاص به اندازه هر قسمت دیگری از فیزیک با نجر به سازگار است، ولی البته، ما نمی‌توانیم مطمئن باشیم که این نظریه نیز عاقبت جای خود را به یک نظریه دیگر نخواهد داد. بویژه در حوزه‌های بسیار کوچک (فیزیک ذرات بنیادی) یا بسیار بزرگ (کیهان‌شناسی) ممکن است درک جدیدی ظاهر شود که ما را وادار به تجدیدنظر در فرضهای اساسی بنماید، و درست همان‌طور که نسبیت، با وجود انحراف ریشه‌ای آن از نظرات نیوتونی، می‌تواند به عنوان گسترش منطقی آنها در نظر گرفته شود، همان‌طور نیز نظریه جدیدی ممکن است در مقایسه با نسبیت چنین رابطه‌ای داشته باشد. همان آزمون‌ها و تحلیل‌های نقادانه‌ای که مشخص‌کننده تولید و توسعه نسبیت هستند، اکنون در حوزه‌های زیراتمی و اخترشناسی در شرف انجام‌اند. مثلاً، بلوخینتسف^۱ [۶] پیشنهاد می‌کند ممکن است یک بازه بنیادی وجود داشته باشد که به عنوان مقیاسی برای ناحیه‌ای از فضا-زمان که ساخت آن با ساخت ناحیه‌های نسبیتی فضا-زمان تفاوت دارد به کار رود. این بازه ممکن است وابسته به ناحیه‌ای از فضا-زمان در مجاورت یک دستگاه از ذرات بنیادی برهم‌کنش‌دار، یا وابسته به خلأ فیزیکی باشد. در چنین وضعیتی می‌توانیم نتایج یا فرضهای نسبیت، از قبیل علیت، همگنی و همسانگردی فضا-زمان، را به‌طور تجربی تحقیق کنیم. بلوخینتسف چنین نتیجه‌گیری می‌کند:

«داده‌های تجربی که در اختیار فیزیک امروزی‌اند محدود به ابعاد $10^{-15} \text{ cm} \sim (Mc^2/E) (\hbar/Mc) > a_0$ در دستگاه مختصات آزمایشگاهی هستند ... مجموعه حقایقی که در این ناحیه شناخته شده‌اند با سینماتیک نسبیتی تناقضی ندارند و به

* نه فقط نیروی الکترومغناطیسی بلکه تمام نیروهایی که خواص آنها را می‌شناسیم می‌توانند با عباراتی که از نظر نسبیتی ناوردا باشند نوشته شوند.

طور متوسط این سینماتیک با دقت تقریباً يك درصد صادق است. بستگی جرم به سرعت با دقت خیلی زیادتری (بیش از ۱٪) تحقیق شده است. بسا این وصف، انحرافات بزرگ ممکن (ولی با احتمالی اندك) از سینماتیک نسبیتی هنوز بررسی نشده‌اند... این انحرافات می‌توانند ناشی از نقض همگنی یا همسانگردی فضا - زمان در مقیاس کوچک باشند. این انحرافات می‌توانند در داخل محدوده تقریباً يك درصد اتفاق بیفتند. نگران کننده‌تر، وضع نظریه موضعی میدان است که با هندسه در نظر گرفته شده و بسا علیت ارتباط نزدیک دارد. اگر این عدم توافق بین نظریه و تجربه تأیید شود، می‌تواند به عنوان يك زیربنای جدی برای ارزیابی مجدد و ریشه‌ای اصول موضوع نظریه کنونی قرار گیرد. نظر به اهمیت این مسئله لازم است اندازه گیریها را بازمه دقیقتر انجام داد و محاسبات را تکمیل کرد. »

سؤالات

۱. اگر بار کل يك کمیت ناوردا باشد (مقدار آن در تمام چارچوبهای لخت یکی باشد) چگونه ممکن است سیمی که در يك چارچوب خنثی است در چارچوب دیگر باردار به نظر برسد؟
۲. در مثال بحث شده در بخش ۲.۴، کسه در آن جریان، در چارچوب S ، دوائر حرکت الکترونها به وجود آمده بود، نتیجه گرفتیم که چگالی بار الکتریکی در چارچوب S' مثبت است. فرض کنیم که u و v به جای اینکه موازی و هم جهت باشند موازی و در خلاف جهت یکدیگر باشند. آیا باز هم چگالی بار در S' مثبت خواهد بود؟ آیا مقدار آن در S با مقدار آن در S' متفاوت خواهد بود؟
۳. دقیقاً توضیح دهید چگونه ناظر S' می‌تواند يك قسمت از يك مدار بسته را از نظر الکتریکی مثبت و قسمت دیگر را منفی بداند در حالی که تمام قسمتها از نظر ناظر S خنثی به نظر می‌رسند (ر. ک. مسئله ۲۱ و ضمیمه تکمیلی الف).
۴. اگر در مداری که شامل يك باطری است، با بستن کلید جریانی در آن برقرار شود، آیا تمام الکترونها هدایتی در يك زمان شروع به حرکت می‌کنند؟ چگونه می‌توان آن را شبیه به حرکت ذرات میله‌ای دانست که با کشیدن یا هل دادن يك سر آن از حالت سکون به حرکت در می‌آید؟ در چنین مداری، چگالی بار الکتریکی (قبل و بعد از بستن کلید) و قانون پایستگی بار به چه صورتی در می‌آیند؟ (ر. ک. مسئله ۲۱ و ضمیمه تکمیلی الف).
۵. در مثال ۲، آیا حالت $\theta = 180^\circ$ با حالت $\theta = 0^\circ$ تفاوت دارد؟ آیا حالت $\theta = 270^\circ$ با حالت $\theta = 90^\circ$ تفاوت دارد؟

۶. پارادوکس ظاهری بین لزوم $E_{||}' = E_{||}$ از معادله (۴-۶) و نتیجه قسمت الف از مثال ۲ را حل کنید. (داهنمایی: نسبی بودن همزمانی و رابطه بین r و r' را در نظر بگیرید.)
۷. اگر نیروهای مغناطیسی در مقایسه با نیروهای الکتریکی از مرتبه دوم هستند، چرا می‌توان نیروهای مغناطیسی را بدون اشکال زیاد مشاهده کرد؟
۸. از نظر تاریخی، نسبیت از نظریه الکترومغناطیس سرچشمه گرفت. با توجه به اینکه این دو نظریه با یکدیگر توافق کامل دارند، آیا نظریه الکترومغناطیس می‌توانست با نسبیت، به صورتی که ارائه شد، شروع کند و گسترش یابد؟ حداقل سه چه اطلاعات دیگری غیر از نسبیت نیاز داریم؟
۹. آیا هر سطح جدید، از حوزه زیر میکروسکوپی تا حوزه فوق ماکروسکوپی، مستلزم تجدید نظر در نظریه‌ای است که برای سطح مجاور آن مناسب است؟ آیا می‌توان سطح را چنین تعریف کرده در آنجا نظریه جدیدی لازم است؟ یعنی، اگر یک نظریه به طور یکسان در سطوح مختلف قابل کاربرد باشد، آیا صحبت از سطوح مختلف معنا دارد؟

مسائل

۱. مستقیماً ثابت کنید که $c^2 \rho^2 - (j_x^2 + j_y^2 + j_z^2)$ کمیت ناوردایی برابر با $c^2 \rho_0^2$ است.
۲. حدود غیرنسبیتی معادلات (۴-۴) (یعنی، نتایج مربوط به حالت $v/c \ll 1$) عبارت‌اند از: $\rho \cong \rho_0$ و $j_x = j_x' + \rho_0 v$. درستی این روابط را تحقیق کنید و جمله‌های آنها را از نظر فیزیکی تعبیر کنید.
۳. عملیات مقدم بر معادلات (۴-۷) را برای تأیید نتایج تبدیلات مؤلفه‌های میدان مغناطیسی انجام دهید.
۴. ثابت کنید که معادلات (۴-۶) با معادلات (۴-۵) سازگار هستند (معادلند). همین کار را برای معادلات (۴-۸) و (۴-۷) انجام دهید.
۵. حد غیرنسبیتی معادلات تبدیل میدان الکترومغناطیسی مذکور در جدول ۱۰۴ چیست؟ آیا نتایج شما دارای معنی فیزیکی هستند؟
۶. نشان دهید که کمیت $E^2 - c^2 B^2$ در اثر تبدیلات لورنتس ناورد است. سپس

استدلال کنید که اگر در يك چارچوب لخت $E = cB$ باشد در هر چارچوب لخت دیگر نیز $E' = cB'$ خواهد بود، و اگر در يك چارچوب لخت $E > cB$ باشد در هر چارچوب لخت دیگر نیز $E' > cB'$ خواهد بود.

۷. نشان دهید که کمیت $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ تحت تبدیلات لورنتس ناورد است. سپس ثابت کنید که اگر در يك چارچوب لخت میدان الکتريکی و میدان مغناطیسی به یکدیگر عمود باشند در تمام چارچوبها به یکدیگر عمود خواهند بود.

۸. (الف) ناوردایی $E^2 - c^2 B^2$ و $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ را برای يك موج الکترومغناطیسی تخت درخلاً بررسی کنید. (ب) نشان دهید که امواج تخت در يك چارچوب لخت، در يك چارچوب لخت دیگر به امواج تخت تبدیل می‌شوند.

۹. نشان دهید که برای يك موج الکترومغناطیسی داده شده، می‌توان يك چارچوب لخت پیدا کرد که دريك نقطه معین آن داشته باشیم $\mathbf{E} = 0$ (اگر $E < cB$ باشد) یا $B = 0$ (اگر $E > cB$ باشد)، و فقط اگر، در آن نقطه $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ باشد. یعنی اگر (و فقط اگر) \mathbf{E} و \mathbf{B} به یکدیگر عمود باشند می‌توان يك چارچوب لخت پیدا کرد که در آن یا میدان الکتريکی وجود نداشته باشد یا میدان مغناطیسی. از نتایج مسائل قبل (۶ و ۷) و تبدیلات مؤلفه‌های میدان استفاده کنید.

۱۰. به‌طور صریح نشان دهید که تبدیلات معکوس در جدول ۱۰۴ مستقیماً از حل تبدیلات داخلی (یعنی، پیدا کردن میدانهای بدون پریم بر حسب میدانهای پریم‌دار) به دست می‌آیند.

۱۱. با استفاده از معادلات (۴-۱۲) و (۴-۱۴) نشان دهید که (الف)

$$\mathbf{B} = \frac{q \mathbf{u} \times \mathbf{r}}{4\pi \epsilon_0 c^2 \gamma^2 r^3 [1 - (u^2/c^2) \sin^2 \theta]^{3/2}}$$

(ب) در حد سرعتهای کم (با استفاده از $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$) این عبارت به قانون بیو-سوارا تبدیل می‌شود

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 q \mathbf{u} \times \mathbf{r}}{4\pi r^3}$$

۱۲. بزرگی میدان الکتريکی يسك ذره باردار بسیار سریع را بر حسب زاویه θ بین

جهت حرکت ذره و محور x ، بسرای يك مقدار معين r رسم كنيد (ر. ك. معادله (۴-۵) . فرض كنيد $\beta = v/c = 0.995$ و $0 \leq \theta \leq 90^\circ$.

۱۳. با مراجعه به شكل ۳.۴ ب كه در آن نشان داده شده است كه ميدان الكتريكي يك ذره باردار بسيار سريع تقارن كروي ندارد، نشان دهيد كه نتيجه الكترواستاتيكي $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ صادق نيست ، يعنى ميدان الكتريكي پايتار نيست . آيا ميدان مغناطيسي متغيري وابسته به اين بار متحرك وجود دارد ؟ با اين وصف آيا انتظار داريد \mathbf{E} پايتار باشد ؟

۱۴. يك ذره با بار الكتريكي q با سرعت يكنواخت \mathbf{u} در چارچوب لخت S حرکت می کند. يك چارچوب S' را در نظر بگيريد كه نسبت به S با سرعت \mathbf{u} حرکت می کند و بار q در آن ساكن بوده و نيروي وارد به بار $\mathbf{F}' = q\mathbf{E}'$ است. با استفاده از تبديلات مؤلفه های نيرو و تبديلات مؤلفه های \mathbf{E} و \mathbf{B} نشان دهيد كه نيروي وارد به ذره در چارچوب S نيروي لورنتس ، $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$ ، است .

۱۵. با استفاده از تبديلات نيرو نشان دهيد كه ، اگر بار چشمه ای (چشمه ایجاد ميدان) نسبت به بارآزمون (باری كه ميدان روی آن عمل می كند) با سرعت v در امتداد خطی كه آنها را به هم وصل می كند دور يا نزديك شود ، نيروي وارد به بار آزمایشی $(1 - v^2/c^2)$ برابر نيروي كولنی معمولی است . (دانهمایی : تبديلات را از چارچوبی كه در آن بار چشمه ای ساكن است شروع كنيد و اثر انقباض فضا را در مد نظر داشته باشيد.)

۱۶. با استفاده از تبديلات نيرو نشان دهيد كه ، اگر بار چشمه ای نسبت به بارآزمون با سرعت v در امتداد عمود بر فاصله عرضی آنها حرکت كند ، نيروي وارد به بار آزمون در لحظه ای كه خط واصل آنها بر v عمود است $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ برابر نيروي كولنی معمولی است. اين را با نتايج مسئله قبل مقایسه كنيد.

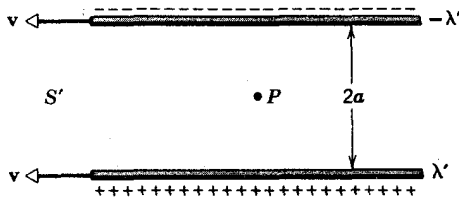
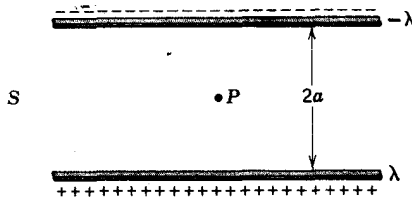
۱۷. نتيجه بخش ۵.۴ را كه در آن از $\mathbf{F} = 0$ نتيجه می شد $\mathbf{F}' = 0$ با استفاده از تبديلات نيرو ، به جای استفاده از تبديلات مؤلفه های ميدان ، ثابت كنيد.

۱۸. در مثال مربوط به دو بار، كه در چارچوب S' (چارچوب ویژه) ساكن بودند و به اندازه r' از يكديگر فاصله داشتند، توجه كنيد كه از نظر چارچوب S (چارچوب آزمایشگاهی)، كه با سرعت v در جهت عمود بر خط واصل دو بار حرکت می كند، نيروي متقابل بين دو بار در چارچوب آزمایشگاهی كوچكتر از همين نيرو در چارچوب ویژه است. اين نيرو را برای دو الكترون ، كه در امتداد محور يك شتاب دهنده خطی به فاصله $10^{-9} \times 500$ متر از يكديگر با سرعت $v = 0.9999c$ به

به طور موازی حرکت می کنند ، هم در چارچوب آزمایشگاهی و هم در چارچوب ویژه پیدا کنید.

۱۹. مثال دو بار الکتریکی را که در چارچوب S' ساکن هستند و به اندازه r از هم فاصله دارند در نظر بگیریم . نیروی کولنی ایستای به دست آمده در S' را به یک چارچوب S ، که با سرعت v موازی با خط واصل بین دو بار حرکت می کند ، تبدیل کنید و نیروی متقابل بین دو بار را در این چارچوب پیدا کنید.

۲۰. دو سیم طویل موازی که به اندازه $2a$ از هم فاصله دارند و توزیع بار در آنها یکسان ، یکنواخت و مختلف‌العلامه است ، در نظر بگیریم (ر. ک. شکل ۷۰۴) . در چارچوب S که نسبت به سیمها در حال سکون است جریانی وجود ندارد و چگالی خطی بار λ است.



شکل ۷۰۴ مربوط به مسئله ۲۰

(الف) میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را ، در چارچوب S ، در نقطه P در وسط دو سیم محاسبه کنید.

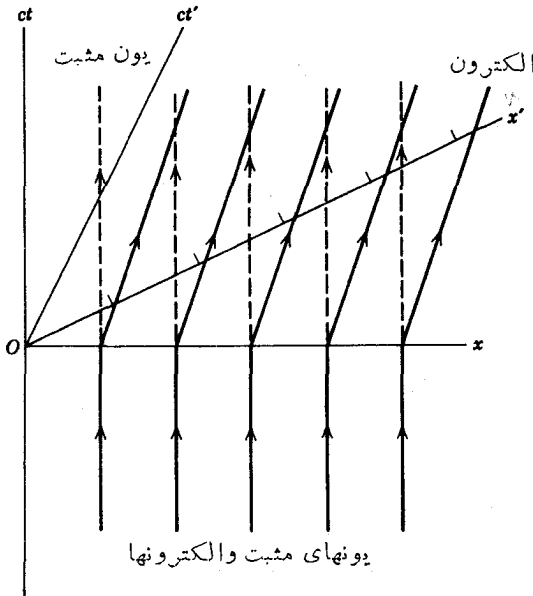
(ب) چارچوب S' با سرعت v موازی با سیمها (محور x) حرکت می کند. چگالی خطی بار λ' و جریان i' (اگر وجود داشته باشد) را در چارچوب S' پیدا کنید.

(ج) با استفاده از نتایج ب ، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را در S' در

يك نقطه در وسط دو سیم محاسبه کنید.

(د) با استفاده از معادلات تبدیل میدان و نتایج الف، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را در S در وسط دو سیم محاسبه کنید. آیا این نتیجه با جوابی که در ج به دست آورده اید توافق دارد؟

۲۱. نمودار فضا-زمانی (ر.ک. ضمیمه تکمیلی الف) جریان را در يك قطعه از سیم، شکل ۸.۴، در نظر بگیرید.



شکل ۸.۴ مربوط به مسئله ۲۱

- (الف) نشان دهید که جهانخطهای الکترونها قبل از اینکه، در لحظه $t = 0$ ، نیروی محرکه الکتریکی به دو سرسیم وصل شود موازی محور ct هستند.
- (ب) نشان دهید که بعد از برقراری نیروی محرکه الکتریکی، در لحظه $t = 0$ ، جهانخطهای الکترونها نسبت به محور ct مایل می باشند.
- (ج) نشان دهید که جهانخطهای یونهای مثبت هم برای $t < 0$ و هم برای $t > 0$ به موازات محور ct هستند.
- (د) نشان دهید که این نمودار مربوط به تمام الکترونهاست که به طور همزمان، در چارچوب S ، شروع به حرکت کنند.
- (ه) نشان دهید که، در چارچوب S ، فاصله بین الکترونها بعد از شروع حرکت برابر با فاصله آنها قبل از حرکت است.

- (و) نشان دهید که در S' هرچه الکترونها از نقطه O دورتر باشند زودتر شروع به حرکت می‌کنند.
- (ز) نشان دهید که فاصله بارها در S' با فاصله آنها در S متفاوت است، یونهای مثبت به هم نزدیکتر و الکترونها از هم دورترند (با اینکه سیم در S خنثی است، چگالی بار آن در S' مثبت است).
- (ح) بالاخره، قطعه دیگری از مدار را در نظر بگیرید که در آن الکترونها در S در خلاف جهتی که در نمودار نشان داده شده است حرکت می‌کنند. جهانخطها را برای $t > 0$ رسم کنید و نشان دهید که این قطعه سیم، با وجود اینکه در S خنثی است، در S' دارای چگالی منفی است.

مراجع

1. R. S. Shankland, « Michelson - Morley Experiment, » *Am. J. Phys.*, **32** (1), 16 (1964).
2. R. Fleischmann and R. Kollath, « Method for Measurement of the Charge of Fast Moving Electrons, » *Z. Physik*, **134**, 526 (1953); and R. Kollath and D. Menzel, « Measurement of the Charge of Fast Moving Electrons, » *Z. Physik*, **134**, 530 (1953)
3. Edward M. Purcell, *Electricity and Magnetism*, Mc Grow-Hill, New York, 1965.
4. D. Halliday and R. Resnick, *Physics*, Part II, John Wiley, 1966 p. 773.
5. Supplementary Topic V of Ref. 4.
6. D. I. Blokhintsev, « Basis for Special Relativity Theory Provided by Experiments in High Energy Physics, » *Soviet Phys. Usp.* **9** (3), 405 (1966)

نمایش هندسی فضا- زمان

الف . ۱ نمودار فضا - زمانی

در فیزیک کلاسیک، مختصه زمانی در اثر تبدیل از یک چارچوب لخت به یک چارچوب دیگر تغییر نمی‌کند. مختصه زمانی، t' ، یک دستگاه لخت به مختصات فضایی x ، y و z یک دستگاه لخت دیگر بستگی ندارد و معادله تبدیل عبارت است از $t' = t$. ولی، در نسبیت، فضا و زمان به یکدیگر وابسته‌اند. مختصه زمانی یک دستگاه لخت هم به مختصه زمانی و هم به مختصات مکانی یک دستگاه لخت دیگر بستگی دارد و معادله تبدیل عبارت است از

$$t' = \frac{[t - (v/c^2)x]}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

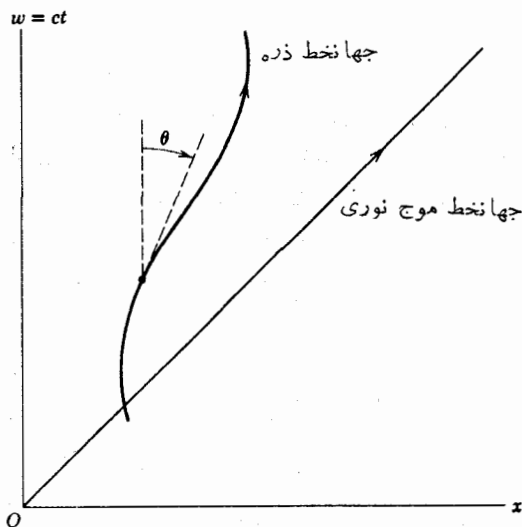
در نتیجه به جای اینکه مانند فیزیک کلاسیک فضا و زمان را به طور جدا گانه در نظر بگیریم در نسبیت طبیعی خواهد بود که آنها را با هم در نظر بگیریم. مینکوفسکی^۱ اولین کسی بود که بوضوح نشان داد این مسئله به چه طریق می‌تواند صورت گیرد.

در آنچه که در زیر می‌آید، ما فقط یکی از محوره‌های فضایی، محور x ، را در نظر می‌گیریم و محوره‌های y و z را فراموش می‌کنیم. این ساده سازی جبری از عمومیت مسئله کم نمی‌کند و ما را قادر می‌سازد تا با دقت بیشتری توجه خود را به وابستگی فضا و زمان و نمایش هندسی آن متمرکز کنیم. بنابراین، مختصات یک رویداد با x و t مشخص می‌شوند. تمام مختصات فضا - زمانی ممکن را می‌توان در یک نمودار فضا - زمانی که در آن محور فضا، افقی و محور زمان، قائم است نمایش داد. مناسب و بجاست که ابعاد مختصات را یکسان اختیار کنیم، این کار، با ضرب کردن زمان t در ثابت جهانی c ، سرعت

نور، با آسانی صورت می‌گیرد. ct را با علامت w مشخص می‌کنیم. در این صورت معادلات تبدیل لورنتس (ر. ل. جدول ۱۰۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - \beta w}{\sqrt{1 - \beta^2}} & x &= \frac{x' + \beta w'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ w' &= \frac{w - \beta x}{\sqrt{1 - \beta^2}} & w &= \frac{w' + \beta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{aligned} \quad (\text{الف} - ۱)$$

به تقارن معادلات، که به این صورت نوشته شده‌اند، توجه کنید. برای نمایش هندسی این وضعیت، محورهای x و w از چارچوب S را عمود به یکدیگر رسم می‌کنیم (شکل الف. ۱).



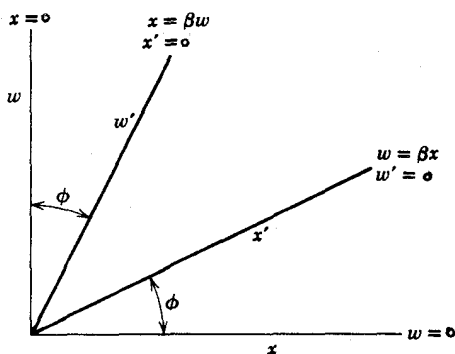
شکل الف. ۱

اگر می‌خواستیم حرکت یک ذره را در این چارچوب نمایش دهیم می‌باید یک منحنی، به نام جهانخط، که مکان هندسی-نقاط فضا-زمانی مربوط به حرکت را به ما می‌دهد، رسم کنیم.* مماس بر جهانخط در هر نقطه آن، $dx/dw = 1/c(dx/dt)$ ،

* مینکوفسکی فضا-زمان را «جهان» نامید. بنابراین، رویدادها نقاط جهان هستند و مجموعه رویدادهایی که تاریخچه یک ذره را می‌دهد یک جهانخط است. قوانین فیزیکی مربوط به پرمکنش ذرات می‌توانند به‌عنوان روابط هندسی بین جهانخطهای آنها در نظر گرفته شوند. به این معنی، ممکن است گفته شود که مینکوفسکی فیزیک را «هندسه‌ای» کرده است.

همیشه با محور زمان زاویه‌ای کمتر از 45° تشکیل می‌دهد. زیرا این زاویه (ر.ک. شکل الف.۱) با رابطه $\tan \theta = dx/dw = u/c$ داده می‌شود و برای يك ذره مسادی باید داشته باشیم $u < c$. جهانخط يك موج نوری، که برای آن $u = c$ است، خط مستقیمی است که با محورها زاویه 45° می‌سازد.

اکنون چارچوب پریم‌دار (S') را که با سرعت v در امتداد محوره‌های مشترك $x-x'$ نسبت به S حرکت می‌کند در نظر بگیریم. معادله حرکت S' نسبت به S می‌تواند با قرار دادن $x' = 0$ (که مبداء S' را مشخص می‌کند) به دست آید؛ از معادله (الف-۱) دیده می‌شود که این معادله متناظر است با $x = \beta w (= vt)$. خط $x' = 0$ (یعنی $x = \beta w$) را در نمودار رسم می‌کنیم (شکل الف.۲) و متوجه می‌شویم که، چون $v < c$ و $\beta < 1$ ، زاویه‌ای که این خط با محور w می‌سازد، $\phi (= \tan^{-1} \beta)$ ، از 45° کمتر است. درست همان‌طور که محور w مربوط به $x = 0$ است و محور زمان در چارچوب S است، خط $x' = 0$ نیز محور زمان w' را در S' مشخص می‌کند.



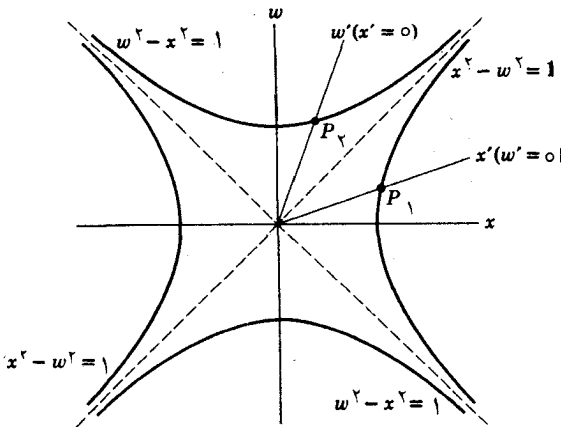
شکل الف. ۲

حالا، اگر خط $w' = 0$ را (که مکان ساعتیابی را که در S' زمان $t' = 0$ را نشان می‌دهند مشخص می‌کند) رسم کنیم محور فضایی x' ها را خواهیم داشت. یعنی، درست همان‌طور که محور x' ها مربوط به $w = 0$ است محور w' ها نیز مربوط به $w' = 0$ می‌شود. اما، با توجه به معادلات (الف-۱)، از $w' = 0$ نتیجه می‌شود $w = \beta x$ ، که معادله این محور در نمودار $w-x$ است (شکل الف.۲). * زاویه بین محوره‌های فضایی با زاویه

* برای سهولت، ما فقط در ربع صفحه‌ای که در آن x و w هر دو مثبت هستند عمل می‌کنیم. يك موج نوری که x آن با گذشت زمان افزایش پیدا می‌کند ربع سوم را (که در آن هم x و هم w منفی هستند) مثل ربع اول به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. يك موج نوری که x آن با گذشت زمان کاهش پیدا می‌کند ربع دوم و ربع چهارم را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند (مثلا ر.ک. خطوط خط‌چین در شکل الف.۳). روش مشابهی در مورد جهانخط يك ذره و همچنین در مورد محوره‌های پریم‌دار وقتی مختصات فضا-زمانی منفی دخالت می‌کنند یا وقتی چارچوب پریم‌دار نسبت به چارچوب بدون پریم در جهت مخالف حرکت می‌کند ($\beta < 0$) نیز به کار می‌رود.

بین محورهای زمانی یکسان است.

از شکل الف. ۲، می بینیم که در فضای چهار بعدی (t, z, y, x) معادلات لورنتس يك دستگاه قائم را به يك دستگاه غیر قائم تبدیل می کنند. این نمایش را می توانیم برای نشان دادن نسبی بودن همزمانی، ارائه تعبیر هندسی اثرهای انقباض فضا و اتساع زمان و همچنین توضیح دو جانبه بودن این اثرها به کار ببریم. برای انجام این کارها به وضوح، اول وضعیت را در نمودار جدیدی (شکل الف. ۲) نمایش می دهیم. در این جا ما دوشاخه هذلولی $w^2 - x^2 = 1$ و دوشاخه هذلولی $x^2 - w^2 = 1$ را رسم می کنیم. این خطوط، که معنی آنها بزودی روشن خواهد شد، به طور مجانبی به جهات خطهای ۴۵ درجه ای پرتو نوری نزدیک می شوند. همچنین محورهای x و w از چارچوب S و محورهای x' و w' از چارچوب S' را رسم می کنیم.



شکل الف. ۳

نقطه فضا - زمانی P_1 محل تقاطع شاخه طرف راست هذلولی $x^2 - w^2 = 1$ با محور x' است، که با $w = \beta x$ مشخص می شود. در نتیجه P_1 روی این دوخط واقع می شود و مختصات آن (از ترکیب معادلات این خطوط) به صورت زیر به دست می آید

$$w = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{و} \quad x = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\text{الف} - ۲)$$

اما مقایسه معادله (الف - ۲) با معادله (الف - ۱) نشان می دهد که معادله (الف - ۲) طول واحد (یعنی، $x' = 1$) و زمان صفر (یعنی، $w' = 0$) را در چارچوب S' مشخص می کند. یعنی فاصله OP_1 واحد طول رادر روی محور x' مشخص می کند. به طور مشابهی، نقطه فضا - زمانی P_2 محل تقاطع شاخه فوقانی هذلولی $w^2 - x^2 = 1$ با محور w' است، که با رابطه $x = \beta w$ مشخص می شود. در نتیجه P_2 روی این دوخط واقع می شود

و مختصات آن (از ترکیب معادلات این خطوط) به صورت زیر به دست می آید

$$w = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{و} \quad x = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (\text{الف} - ۳)$$

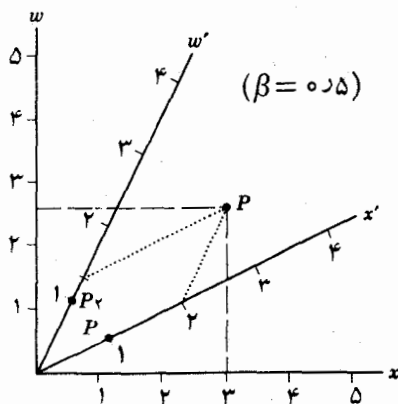
مقایسه معادله (الف - ۳) با معادله (الف - ۱) نشان می دهد که معادله (الف - ۳) زمان واحد (یعنی، $w' = 1$) و طول صفر (یعنی، $x' = 0$) را در چارچوب S' مشخص می کند. یعنی، بازه OP_4 واحد زمان را روی محور w' مشخص می کند. هذلولیهای فوق اغلب اوقات منحنیهای درجه بندی نامیده می شوند. به عنوان مثال، هذلولی فوقانی را در نظر بگیرید. در نقطه $x = 0$ داریم $w = 1$ ، که (به واحد ct) واحد زمان در S است. در هر نقطه دیگر x داریم:

$$c^2 t^2 - x^2 = c^2 \left(t^2 - \frac{x^2}{c^2} \right) = c^2 \tau^2 = 1$$

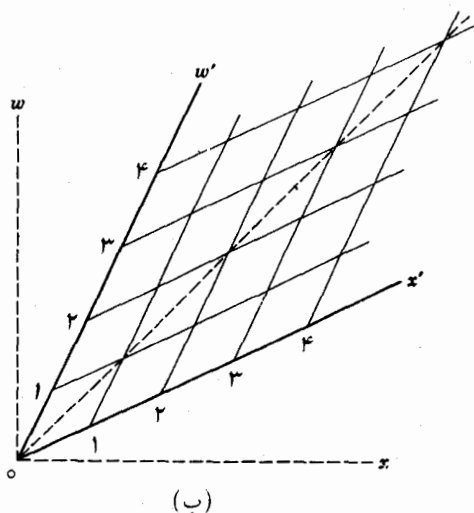
بنابراین نقاط روی هذلولی فوقانی واحد زمان ساعتی را به ما می دهند که نسبت به S' ساکن باشد. یعنی، زمان ویژه به واحد ct برابر است با یک. سرعت نسبی S' نسبت به S هر چه باشد، محل تقاطع محور زمان با این هذلولی واحد زمان در S' را مشخص می کند. همچنین، برای هذلولی طرف راست، در نقطه $w = 0$ داریم $x = 1$ ، که عبارت است از واحد طول در S (فاصله از مبدا). برای هر مقدار دیگر w ، نقاط روی هذلولی مورد نظر واحد طولی را که در یک چارچوب S' ساکن است مشخص می کنند. سرعت S' نسبت به S به کمک زاویه میل محور فضایی، که هذلولی را در نقطه مورد نظر قطع می کند، تعیین می شود.

اکنون فرض کنیم که رویدادها را از دو چارچوب لخت S و S' ، که سرعت نسبی آنها معلوم است مشاهده می کنیم. منحنیهای درجه بندی هذلولی بازه زمانی واحد و بازه طولی واحد را در روی محورهای این چارچوبها معین می کنند. به محض اینکه از هذلولیها برای این منظور استفاده کردیم، می توانیم آنها را کنار بگذاریم. در شکل الف. ۴، درجه بندی محورهای S و S' نشان داده شده است. بازه زمانی واحد در روی محور w' قطعه خطی است که بزرگتر از بازه زمانی واحد در روی محور w است، همچنین بازه طولی واحد روی محور x' قطعه خطی است که طولتر از بازه طولی واحد روی محور x است. اولین چیزی که باید قادر به انجام آن باشیم عبارت از تعیین مختصات فضا - زمانی یک رویداد، مثل P ، به کمک نمودار مینکوفسکی است. برای پیدا کردن مختصه فضایی رویداد، به طور ساده خطی به موازات محور زمان از P تا محور فضایی رسم می کنیم. همچنین مختصه زمانی با رسم یک خط به موازات محور فضایی از P تا محور زمان تعیین می شود. این قاعده هم برای چارچوب پریم دار و هم برای چارچوب بدون پریم صادق است. مثلاً در شکل الف. ۴، مختصات فضا - زمانی P در S عبارت اند از $x = 3$ و $w = 2.75$ (خطوط خط چین)، و در S' عبارت اند از $x' = 2$ و $w' = 1.75$

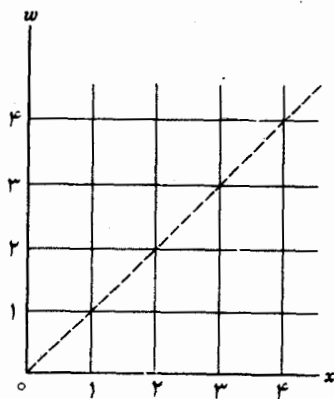
(خطوط نقطه چین). وقتی بخواهیم خطوط مختصات S' را روی شکل مربوط به S نمایش دهیم، درست مثل این است که شبکه مربعی خطوط مختصات S (شکل الف. ۵) را به طرف خط 45° درجه‌ای نیمساز فشرده کرده باشیم (شکل الف. ۵. ب)، به طور آشکار، تبدیلات لورنتس یک دستگاه قائم را به یک دستگاه غیرقائم تبدیل می‌کنند.



شکل الف. ۴



(ب)



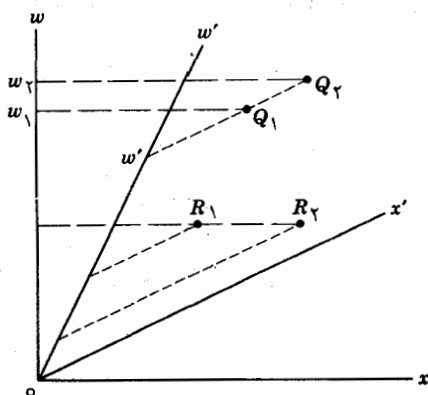
(الف)

شکل الف. ۵

الف. ۲. همزمانی، انقباض و اتساع

اینک براحتمی می‌توانیم نسبی بودن همزمانی را نشان دهیم. از نظر S' ، دو رویداد در

صورتی همزمان هستند که دارای يك مختصه زمانی w' باشند. در نتیجه ، رویدادهایی که روی يك خط موازی با محور x' قرار داشته باشند برای S' همزمان هستند. مثلاً ، در شکل الف.۶ رویدادهای Q_1 ، Q_2 در S' همزمان اند. این رویدادها ، مسلماً در S همزمان نیستند ، زیرا در زمانهای متفاوت w_1 و w_2 ، از این چارچوب رخ داده اند. همین طور ، دو رویداد R_1 و R_2 که در S همزمان هستند ، در S' از نظر زمانی جدا هستند.



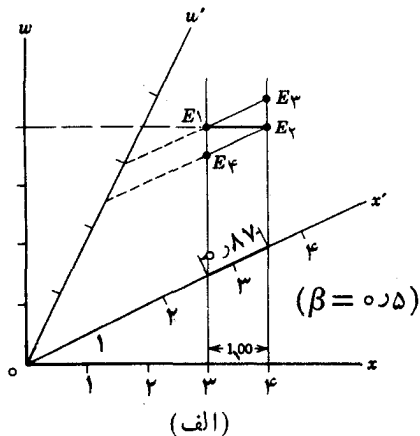
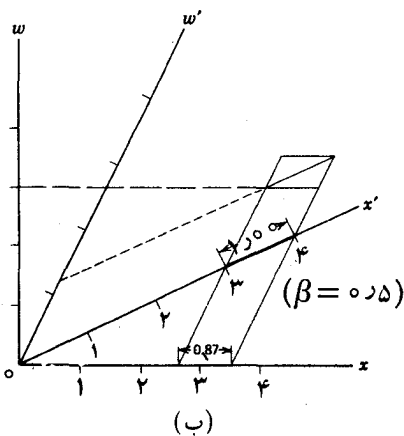
شکل الف . ۶

راجع به انقباض فضا ، شکل الف.۷ الف را در نظر بگیریم. فرض کنیم يك خط کش نسبت به چارچوب S ساکن باشد و دو انتهای آن ، مثلاً در $x_1 = 3$ و $x_2 = 4$. قرار داشته باشند. بتدریج که زمان می گذرد ، جهانخط هر کدام از این دو انتها يك خط قائم موازی با محور w رسم می کنند. طول این خط کش عبارت است از فاصله بین نقاط انتهایی آن ، که به طور همزمان اندازه گیری شده باشند. در چارچوب سکون S ، طول عبارت است از فاصله بین نقاط تقاطع جهانخطها با محور x ها ، یا هر خط دیگری که موازی محور x ها باشد. زیرا ، این نقاط تقاطع دو رویداد همزمان در S را مشخص می کنند. در این مورد طول سکون يك متر است. برای پیدا کردن طول خط کش در S' ، که خط کش نسبت به آن حرکت می کند ، باید فاصله بین نقاط انتهایی آن را در S' ، که به طور همزمان اندازه گیری شده باشند ، به دست آوریم . این فاصله عبارت از فاصله بین نقاط تقاطع جهانخطها با محور x' ، یا هر خط موازی با محور x' ، است. زیرا این نقاط تقاطع ، دو رویداد همزمان در S' را مشخص می کنند. طول خط کش (متحرك) در S' به طور آشکار کمتر از يك متر است (ر.ك. شكل الف.۷ الف) .

توجه کنیم که شکل الف.۷ الف به وضوح آشکار می کند که به علت عدم توافق در همزمانی رویدادها طولهای متفاوتی برای خط کش اندازه گیری می شود. در حقیقت دو رویدادی که یکی از این ناظرها برای تعیین طول يك جسم اندازه می گیرد بادو رویدادی که دیگری اندازه می گیرد یکی نیستند (یعنی ناظر S ، مثلاً ، رویدادهای E_1 و E_2 و ناظر

S' رویدادهای E_1 و E_3 یا E_4 و E_4 را به کار می برد). زیرا رویدادهایی که نسبت به یک ناظر لخت همزمان باشند نسبت به دیگری همزمان نخواهند بود (برای توضیح مفصلتر این مسئله به مرجع ۲ مراجعه کنید). همچنین باید توجه کنیم که، بتدریج که زمان می گذرد، مختصه x' هر کدام از دو انتهای خط کش کاهش پیدا می کند (به طور ساده نقاط متوالی جهانخط را به طور موازی با محور w' ، روی محور x' تصویر کنید)، و این امر، با این واقعیت که خط کشی که در S' ساکن است در S به طرف چپ حرکت می کند، سازگار است.

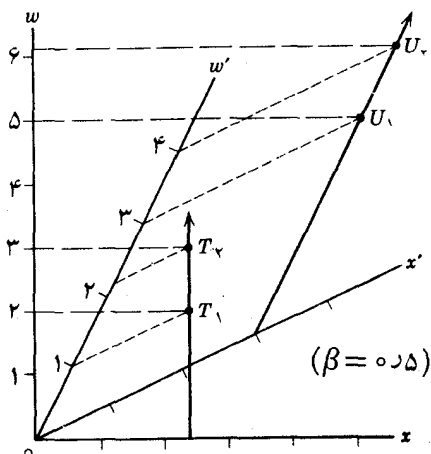
دوجانبه بودن این نتیجه در شکل الف. ۷. ب نشان داده شده است. در اینجا ما یک خط کش داریم که در S' ساکن است و جهانخطهای دو انتهای آن موازی با محور w' هستند (مثلا، نقاط انتهایی آن همیشه در $x' = 3$ و $x' = 4$ قرار دارند). طول سکون خط کش یک متر است. در S ، که در آن خط کش به طرف راست حرکت می کند، طول اندازه گیری شده عبارت است از فاصله بین نقاط تقاطع این جهانخطها با محور x ، یا هر خطی که موازی با محور x باشد. طول خط کش (متحرک) در S آشکارا کمتر از یک متر است (ر. ک. شکل الف. ۷. ب).



شکل الف. ۷

اکنون باقی می ماند که نتیجه اتساع زمان را به طور هندسی نشان دهیم. برای این منظور شکل الف. ۸. را در نظر بگیریم. ساعتی در نظر بگیریم که در چارچوب S ساکن باشد و فاصله تیکهای آن برابر واحد زمان باشد. جهانخط این ساعت منفرجه، در شکل الف. ۸. با خط قائم پردد $x = 2.3$ ، نشان داده شده است. T_1 و T_2 رویدادهای تیک کردن ساعت را در $w(=ct) = 2$ و $w(=ct) = 3$ نشان می دهند (بازه زمانی بین این دو رویداد در S یک واحد است)، در S' ، این ساعت به طرف چپ حرکت می کند، به طوری که هر وقت که یک تیک می کند در مکانی غیر از مکان مربوط به تیک قبل است. برای

اندازه گیری بازه زمانی بین رویدادهای T_1 و T_2 در S' ، دوساعت متفاوت، یکی در محل وقوع T_1 و دیگری در محل وقوع T_2 ، به کار می بریم. اختلاف بین قرائت ایسن ساعتها در S' عبارت از اختلاف زمانی بین رویدادهای T_1 و T_2 در S' است. از شکل، دیده می شود که این بازه زمانی بزرگتر از واحد است. در نتیجه، از نظر S' ، ساعت متحرک S کند کار می کند. در مدت زمانی که ساعت S يك واحد زمان را ثبت می کند، ساعت S' زمانی بزرگتر از واحد را ثبت می کند.

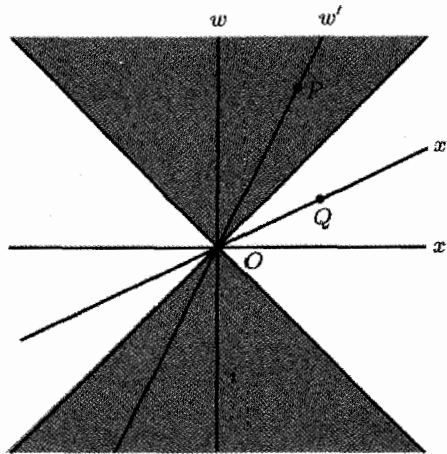


شکل الف ۸.

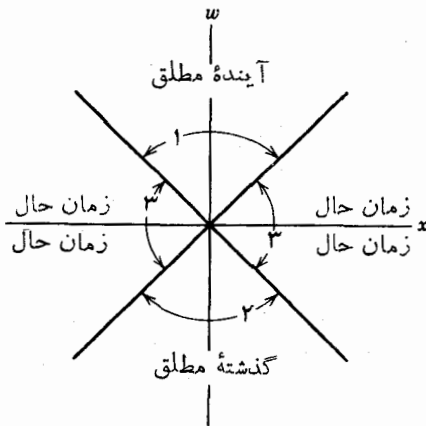
ماهیت دوجانبه نتیجه اتساع زمان نیز در شکل الف ۸. نمایش داده شده است. دانشجو خود باید استدلال مفصل را ارائه دهد. در اینجا تیکهای U_1 و U_2 ساعتی که در S ساکن است به اندازه يك واحد زمانی ویژه از یکدیگر فاصله دارند. از نظر S اختلاف زمانی این دو رویداد بزرگتر از واحد است.

الف ۳. ترتیب زمانی و جدایی مکانی رویدادها

همچنین می توانیم نمایش هندسی فضا-زمان را برای به دست آوردن بینش عمیقتری از مفهوم همزمانی و ترتیب زمانی رویدادها، که در فصل دوم مورد بحث قرار گرفتند، به کار بریم. ناحیه هاشور زده در شکل الف ۹، را، به عنوان مثال، در نظر بگیریم. از هر نقطه P در داخل این ناحیه، که به وسیله جهانخطهای امواج نوری محدود شده است، می توانیم يك محور w' رسم کنیم که از مرکز عبور کند؛ یعنی، می توانیم يك چارچوب لخت S' پیدا کنیم که در آن رویدادهای O و P در يك مکان ($x' = 0$) اتفاق بیفتند و فقط از نظر زمانی از هم جدا باشند. همان طور که در شکل الف ۹. نشان داده شده است، رویداد P



شکل الف . ۹



شکل الف . ۱۰

از لحاظ زمانی بعد از رویداد O قرار دارد (در ساعتهای S' دیرتر اتفاق می افتد). این مطلب در مورد هر رویداد P که در نیمه بالایی ناحیه هاشور زده اتفاق بیفتد صادق است. در نتیجه، رویدادهایی که در نیمه بالایی (ناحیه ۱ در شکل الف. ۱۰) قرار دارند مطلقاً نسبت به O در آینده قرار دارند، و این ناحیه آینده مطلق نامیده می شود. اگر رویداد P در یک نقطه فضا - زمانی در نیمه پایینی ناحیه هاشور زده (ناحیه ۲ در شکل الف. ۱۰) قرار بگیرد، در این صورت رویداد P از نظر زمانی مقدم بر رویداد O خواهد بود. رویدادهایی که در نیمه پایینی قرار دارند به طور مطلق نسبت به O در گذشته قرار دارند و این ناحیه گذشته مطلق نامیده می شود. بنابراین، در نواحی هاشور زده، برای رویدادها یک ترتیب زمانی معین نسبت به O وجود دارد، زیرا همیشه می توانیم چارچوبی

پیدا کنیم که در آن O و P در یک مکان رخ بدهند، یعنی یک ساعت تنها، به طور مطلق، ترتیب زمانی رویدادها در این مکان را تعیین خواهد کرد.

اینک نواحی هاشور نزده در شکل الف. ۹ را در نظر بگیریم. از هر نقطه Q می توانیم یک محور x' رسم کنیم که از مبدا عبور کند. یعنی، می توانیم یک چارچوب لخت S' پیدا کنیم که در آن رویدادهای O و Q در یک زمان ($w' = ct' = 0$) اتفاق بیفتند و فقط از لحاظ فضایی از یکدیگر جدا باشند. برای هر نقطه فضا - زمانی Q که در نواحی هاشور نزده (ناحیه ۳ در شکل الف. ۱۰) قرار داشته باشد، همیشه می توان یک چارچوب لخت پیدا کرد که در آن رویدادهای O و Q همزمان باشند. بنابراین این ناحیه زمان حال نامیده می شود. البته، در چارچوبهای لخت دیگر رویدادهای O و Q همزمان نیستند و ترتیب زمانی مطلق برای این رویدادها وجود ندارد بلکه ترتیب زمانی آنها نسبی است.

اگر به جای ترتیب زمانی رویدادها، جدایی فضایی آنها را بررسی کنیم، می بینیم که رویدادهایی که در ناحیه زمان حال قرار دارند به طور مطلق از O جدا هستند، در صورتی که رویدادهایی که در آینده مطلق یا گذشته مطلق قرار دارند ترتیب فضایی معینی نسبت به O ندارند. در واقع، ناحیه ۳ (زمان حال) « فضا گونه » و ناحیه های (۱) و (۲) (آینده مطلق و گذشته مطلق) « زمان گونه » نامیده می شوند. یعنی، یک بازه جهانی نظیر OQ ، فضا گونه و یک بازه جهانی نظیر OP زمان گونه است.

ملاحظات هندسی ارائه شده با ماهیت ناوردای زمان ویژه یعنی با رابطه
 زیر ارائه دهیم. در رابطه

$$(\tau_2 - \tau_1)^2 = (t_2 - t_1)^2 - \frac{1}{c^2} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]$$

فرض کنیم شاخص ۱ بیانگر مبدا ($t_1 = 0 = x_1 = y_1 = z_1$) و شاخص ۲ بیانگر هر نقطه دیگری از فضا - زمان باشد بنابراین

$$\tau^2 = t^2 - \frac{1}{c^2} (x^2 + y^2 + z^2)$$

اکنون، با توجه به اینکه در حالت مورد مطالعه، y و z را فراموش کرده ایم، عبارت فوق به صورت $\tau^2 = t^2 - x^2/c^2$ در می آید. می توان این رابطه را به صورت مناسب $x^2 - c^2\tau^2 = x^2 - w^2$ نوشت که، طبق قراردادمان، به صورت $w^2 - c^2\tau^2 = x^2$ است. کمیت $c^2\tau^2$ یک کمیت ناورداست، یعنی، برای هر زوج رویداد معین داریم

$$w^2 - x^2 = w'^2 - x'^2$$

در نتیجه کمیت $c^2\tau^2 -$ ، که ما آن را σ^2 خواهیم نامید، نیز ناورداست. بنابراین، دو رابطه به صورت زیر داریم

$$c^2\tau^2 = w^2 - x^2 \quad \text{و} \quad \sigma^2 = x^2 - w^2$$

اینک شکل‌های الف. ۹ و الف. ۱۰ را در نظر بگیریم. برای نقاط فضا - زمانی واقع در ناحیه‌های ۲ و ۱ داریم $w > x$ (یعنی، $ct > x$). بنابراین $c^2\tau^2 = w^2 - x^2 > 0$. چون $c^2\tau^2$ مثبت است، زمان ویژه در این نواحی یک کمیت حقیقی است. برای نقاط فضا - زمانی واقع در ناحیه ۳ داریم $x > w$ (یعنی، $x > ct$) بنابراین $c^2\tau^2 = w^2 - x^2 < 0$. چون $c^2\tau^2$ منفی است، زمان ویژه در این نواحی موهومی است. اما σ در این ناحیه یک کمیت حقیقی است زیرا در ناحیه ۳ داریم $\sigma^2 = x^2 - w^2 > 0$. در نتیجه برای هر دو رویداد (یعنی، رویدادی در مبدأ و رویدادی در جای دیگر در فضا - زمان) τ حقیقی است یا σ ، و τ یا σ را می‌توان بازه فضا - زمانی بین این دو رویداد نامید. وقتی τ حقیقی باشد این بازه را « زمان گونه »، و وقتی σ حقیقی باشد آن را « فضا گونه » می‌نامند. چون σ و τ از خواص ناوردای دو رویدادند، زمان گونه‌ای یا فضا گونه‌ای بازه بین دو رویداد به هیچ وجه بستگی به چارچوب لخت به کار رفته برای بررسی رویدادها نخواهد داشت.

در ناحیه فضا گونه می‌توان یک چارچوب لخت پیدا کرد که در آن دو رویداد همزمان باشند، بنابراین σ می‌تواند به عنوان بازه فضایی بین دو رویداد در این چارچوب در نظر گرفته شود (یعنی، داریم $w'^2 - x'^2 = x^2 - w^2 = \sigma^2$ ، ولی چون در S' داریم $w' = 0$ ، پس $\sigma = x'$). در ناحیه زمان گونه می‌توان یک چارچوب لخت پیدا کرد که در آن دو رویداد در یک مکان رخ دهند. بنابراین τ می‌تواند به عنوان بازه زمانی بین دو رویداد در این چارچوب در نظر گرفته شود (یعنی، داریم $c^2\tau'^2 - x'^2 = c^2\tau^2 - x^2 = \tau^2$ ، ولی چون در S' داریم $x' = 0$ پس $\tau = \tau'$).

اما درباره نقاط واقع در روی خطوط 45° چه می‌توان گفت؟ برای چنین نقاطی داریم $x = w$. بنابراین بازه زمانی ویژه بین دو رویداد روی این خطوط صفر است، زیرا اگر $x = w$ باشد داریم $c^2\tau^2 = x^2 - w^2 = 0$. قبلاً دیدیم که این خطوط نمایانگر جهانخطهای پرتوهای نوری است و سرعت حدی ($v = c$) را در نسبیت مشخص می‌کنند. در یک طرف این خطوط 45° (ناحیه هاشور زده در شکل الف. ۹) بازه زمانی ویژه حقیقی، و در طرف دیگر آن (نواحی هاشور نزده)، موهومی است. مقدار موهومی τ مربوط به سرعت‌های بالاتر از سرعت نور می‌شود. اما هیچ علامتی نمی‌تواند تندتر از c حرکت کند. تمام این مطالب به سؤال جالبی ارتباط پیدا می‌کند که می‌تواند در مورد ناحیه هاشور نزده مطرح شود.

در این ناحیه، که آن را زمان حال نامیده‌ایم، ترتیب زمانی مطلق برای رویدادها وجود ندارد. رویداد O ممکن است در یک چارچوب لخت قبل از رویداد Q و در چارچوب دیگر بعد از رویداد Q رخ بدهد. این مسئله چه تأثیری روی مفاهیم دیرینه و ریشه‌ای ما از علت و معلول خواهد داشت؟ آیا نظریه نسبیت اصل علیت را نفی می‌کند؟ برای امتحان علت و معلول می‌باید رویدادها را در یک مکان آزمایش کنیم تا بتوانیم در

هر موردی به طور مطلق بگوئیم که Q بعد از O رخ داده است یا O بعد از Q رخ داده است. اما در ناحیهٔ زمان حال، یا فضا گونه، این دو رویداد به قدری سریع و پشت سرهم اتفاق می افتند که بازه زمانی آنها کمتر از زمان لازم برای رفتن نور از محل يك رویداد به محل رویداد دیگر است. مسا به طور مطلق نمی توانیم ترتیب زمانی چنین رویدادهایی را تعیین کنیم. زیرا، هیچ علامتی نمی تواند فاصلهٔ بین يك رویداد تا رویداد دیگر را تندتر از c طی کند. به بیان دیگر، هیچ چارچوب مرجعی وجود ندارد که دو رویداد نسبت به آن در يك مکان رخ بدهند. بنابراین، نمی توانیم علیت را برای چنین رویدادهایی، حتی در اصل، امتحان کنیم. در نتیجه، قانون علیت، که به وسیلهٔ ترتیب زمانی رویداد O و رویدادهای ناحیهٔ فضا گونه تعیین می شود، نقض نمی شود. مسا می توانیم با استدلال دیگری غیر از استدلال عملی فوق، به همین نتیجه برسیم. اگر دو رویداد، O و Q ، به طور علی با یکدیگر ارتباط داشته باشند، باید قادر باشند از لحاظ فیزیکی با یکدیگر برهم کنش کنند. اما هیچ علامت فیزیکی نمی تواند تندتر از c حرکت کند و در نتیجه رویدادهای O و Q نمی توانند از لحاظ فیزیکی با یکدیگر برهم کنش کنند. بنابراین ترتیب زمانی آنها فاقد اهمیت است، زیرا آنها نمی توانند به طور علی باهم ارتباط داشته باشند. رویدادهایی که بتوانند از لحاظ فیزیکی با O برهم کنش داشته باشند در ناحیه‌هایی غیر از زمان حال قرار دارند. نسبت برای چنین رویدادهایی، O و P ، يك ترتیب زمانی روشن و بدون ابهام تعیین می کند. در نتیجه، نسبت با اصل علیت کاملا سازگار است.

سؤالات و مسائل

۱. معادلات (الف - ۱)، (الف - ۲) و (الف - ۳) را به دست آورید.
۲. دو ناظر لخت، هر کدام با مجموعه‌ای از ساعت‌هایی که از لحاظ فیزیکی یکسان هستند و به يك روش همزمان شده‌اند، نسبت به یکدیگر حرکت می کنند. هر ناظری، به کمک اندازه گیری، نتیجه می گیرد که ساعت ناظر دیگر کند کار می کند. این پارادوکس ظاهری را توضیح دهید.
۳. يك بار دیگر مسائل ۱۵ و ۱۱ از فصل دوم را بخوانید.
(الف) يك جهان-نمودار برای این مسئله رسم کنید که شامل چهار نقطه‌های ناظرهای A, B, C, D و E باشد. نقاط AD, BD, AC, BC و EC را با علامت مشخص کنید.
(ب) به وسیلهٔ این نمودار، نشان دهید که بازهٔ زمانی اندازه گیری شده بین رویدادهای AD و AC توسط ساعتی که در A قرار دارد کوتاهتر از بازهٔ زمانی ثبت شده توسط ساعت‌های واقع در D و C است.
(ج) نشان دهید که، اگر ناظرهای روی واگن بخوانند طول DC را

به وسیله علامت گذاری همزمان روی يك خط كشن در چارچوب خودشان اندازه گیری کنند، طولی را که اندازه می گیرند کوتاهتر از طول در حال سکون DC است. این نتیجه را، با استفاده از نمودار، بر اساس همزمانی توضیح دهید. در این مسئله، برای راحتی، v را برابر با $c/2$ اختیار کنید.

۴. علاوه بر بازه های زمان گونه و فضا گونه، می توانیم درباره بازه های « نور گونه » نیز صحبت کنیم. برای این بازه ها τ یا σ چه مقادیری خواهند داشت؟ توضیح دهید.

۵. مسئله ۱۲ از فصل دوم را به وسیله نمودار مینکوفسکی حل کنید. نتایج خود را با محاسبه کمیات ناوردای $c^2\tau^2$ یا $c^2\sigma^2$ امتحان کنید.

۶. مسئله ۱۳ از فصل دوم را به وسیله نمودار مینکوفسکی حل کنید. نتایج خود را با محاسبه کمیات ناوردای $c^2\tau^2$ یا $c^2\sigma^2$ امتحان کنید.

۷. جهان - نمودارهای رسم شده در متن از نظر چارچوب بدون پریم رسم شده اند. يك دستگاه S' در نظر بگیرید که با سرعت $v = c/2$ نسبت به دستگاه S به سمت راست حرکت کند.

(الف) جهان - نمودار این دو چارچوب را از نقطه نظر چارچوب پریم دار S رسم کنید (یعنی، محورهای ct' - x' را به طور قائم رسم کنید و به خاطر داشته باشید که چارچوب S' با سرعت v - نسبت به S' حرکت می کند).

(ب) تحقیق کنید که سه پدیده نسبی بودن همزمانی، انقباض طول و اتساع زمان هنوز پلر جا هستند.

۸. سه دستگاه S ، S' و S'' را طوری در نظر بگیرید که، S' با سرعت $c/5$ به طرف راست، و S'' با سرعت $c/3$ به طرف راست، نسبت به S حرکت کنند. (الف) با به کار بردن نمودار مینکوفسکی سرعت S'' را نسبت به S' پیدا کنید.

(ب) مسئله را برای حرکت S'' با سرعت $c/2$ نسبت به S' ، تکرار کنید. (داهنمایی: خطوطی را برای مقادیر ثابت x' و t' در نمودار رسم کنید. با به کار بردن این شبکه خطوط، شیب جهانخط را برای $\beta = 1/3$ و $\beta = 1/2$ به دست آورید.)

۹. مسئله ۲۱ از فصل چهارم را به طریق فوق حل کنید.

۱۰. در مورد سؤالات ۳ و ۴ از فصل چهارم بحث کنید.

مراجع

1. H. Minkowski, « Space and Time » in *The Principle of Relativity*, Dover Publications, Inc.
این مقاله ترجمه نطفی است که مینکوفسکی در ۲۱ سپتامبر ۱۹۰۸ م. (۱۲۸۷ ه.ش.) ایراد کرد.
2. A. Gamba, « Physical Quantities in Different Reference Systems According to Relativity, » *Am. J. Phys.*, **35**, 83 (1967).

ضمیمه تکمیلی ب

پارادوکس دوقلوها

ب. ۱ مقدمه

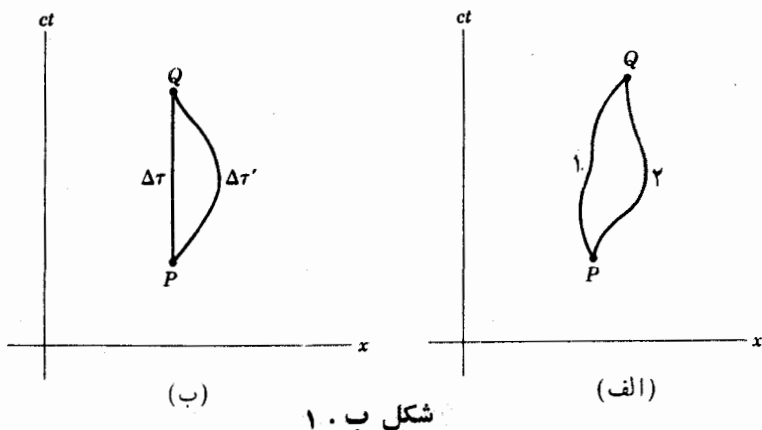
اخیراً مطالب زیادی دربارهٔ چیزی که پارادوکس دوقلوها یا پارادوکس ساعتها نامیده می‌شود نوشته شده‌است (ر. ک. مرجع ۱). اینستین در سال ۱۹۱۱ [۲]، مخصوصاً چنین پیشگویی کرد:

« اگر موجود زنده‌ای را در داخل يك جعبه قرار دهیم ... می‌توان ترتیبی داد که این موجود زنده پس از يك پرواز طولانی به مکان اول بر گردانده شود، بدون اینکه وضع آن تغییر قابل توجهی کرده باشد. درحالی که ازمرگ موجود مشابهی که در مکان اولیه باقی مانده است مدت زیادی گذشته است و نسلهای جدیدی به وجود آمده‌اند. اگر حرکت این موجود تقریباً با سرعت نور انجام می‌گرفت، زمان طولانی مسافرت برای او در حدود يك لحظه می‌شد. »

اگر موجود ساکن يك مرد و موجود سفرکننده همزاد او باشد، در این صورت مرد مسافر وقتی به خانه برمی‌گردد برادر همزاد خود را خیلی مستتر از خودش می‌بیند. پارادوکس روی این ادعا دور می‌زند که در نسبیت هر کدام از همزادها می‌تواند همزاد دیگر را مسافر بداند، در این صورت هر کدام از آنها دیگری را جوانتر می‌بیند، و این يك تناقض منطقی است. در این ادعا فرض می‌شود که وضعیت دوقلوها متقارن و تعویض‌پذیر است ولی این فرض صحیح نیست. به علاوه، تجربه‌های قابل حصولی انجام شده‌اند و پیشگویی اینستین را تأیید کرده‌اند. در بخشهای بعدی، بادقت زیادتری به جنبه‌های مختلف این مسئله نگاه می‌کنیم.

ب. ۲ همبستگی زمان ویژه با مسیر

يك نمودار فضا- زمان را که به مسئله ما مربوط باشد (شکل ب. ۱ الف) در نظر بگیریم.



شکل ب. ۱

رویدادهای P و Q را می‌توانیم به وسیلهٔ جهانخطهای مختلفی به یکدیگر متصل کنیم (۱ و ۲ در شکل ب. ۱ الف). از این‌که فاصلهٔ پیموده شدهٔ بین P و Q (اعداد نشان داده شده به وسیلهٔ مسافت سنج) تابع مسیر انتخاب شده است تعجب نخواهیم کرد. این مسئله در مورد زمانی که به وسیلهٔ ساعت‌های سفر کننده ثبت می‌شود نیز صادق است و زمانها تابع مسیر هستند. اجازه دهید این نتایج را مستقیماً تشریح کنیم. زمانی که به وسیلهٔ ساعت متصل به شیئی که یک جهانخط ترسیم می‌کند ثبت می‌شود، زمان ویژه است. قبلاً دیدیم (معادله ۱۲-۲) که رابطهٔ بین زمان ویژه τ و زمان t عبارت است از $d\tau = dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$. در برای حرکت در یک فضای یک بعدی می‌توانیم بنویسیم $d\tau = \sqrt{dt^2 - dx^2/c^2}$. در نتیجه بازهٔ زمانی ویژه بین رویدادهای P و Q عبارت است از انتگرال

$$\Delta\tau = \int_P^Q \sqrt{dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}} \quad (\text{ب-۱})$$

که در روی یک مسیر (جهانخط) از P به Q محاسبه می‌شود. اکنون حالت خاصی را در نظر بگیریم که در آن یکی از جهانخطها مربوط به ساعتی باشد که روی محور x ساکن است (شکل ب. ۱ ب). این خط یک خط قائم است. حال فرض کنیم مسیر دیگری داریم که از آن، ساعت دیگری نظیر ساعت قبلی از P به Q برده می‌شود. چنین ساعتی نخست از ساعت اولی دور می‌شود سپس به طرف آن برمی‌گردد، زیرا این دو ساعت در P و Q برهم منطبق‌اند. بازهٔ زمانی ویژه در طول جهانخط اول عبارت است از:

$$\Delta\tau = \int_P^Q \sqrt{dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}} = \int_P^Q \sqrt{dt^2 - 0} = \int_P^Q dt = t_Q - t_P$$

زیرا در طول این مسیر dx صفر است و بازهٔ زمانی ویژه برابر است با بازهٔ $t_Q - t_P$ ، که

توسط ساعت‌های در حال سکون ثبت می‌شود. بازه زمانی ویژه در طول جهان خط دوم عبارت است از

$$\Delta\tau' = \int_P^Q \sqrt{dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}}$$

$\Delta\tau'$ برابر با $\Delta\tau$ نیست. در واقع، چون dx^2 همیشه مثبت است، نتیجه می‌گیریم

$$\Delta\tau' < \Delta\tau \quad (۲-۲)$$

وقتی ساعتها به هم می‌رسند اعداد متفاوتی را نشان می‌دهند، ساعت سفرکننده نسبت به ساعت ساکن عقب می‌ماند (اختلاف زمانی کمتری را نشان می‌دهد).

در اینجا باید توجه کرد که چارچوب $x-t$ یک چارچوب لخت است. حرکت ساعت سفرکننده در این چارچوب به وسیله یک جهانخط خمیده نشان داده شده است، زیرا این ساعت، به جای حرکت با سرعت یکنواخت، دارای یک حرکت شتاب‌دار است. مثلاً بدون اینکه سرعت آن وارونه شده باشد نمی‌توانست بدطرف ساعت ساکن بازگردد. نظریه نسبیت خاص تسا وقتی می‌تواند رفتار اشیاء شتاب‌دار را پیشگویی کند که، در فرمول‌بندی قوانین فیزیکی، دیدگاه ناظر لخت (بدون شتاب) را به کار ببریم. این همان چیزی است که ما تاکنون انجام داده‌ایم. چارچوب متصل به ساعتی که در روی یک مسیر رفت و برگشت مسافرت می‌کند یک چارچوب لخت نخواهد بود. ما می‌توانستیم قوانین فیزیکی را طوری از نو فرمول‌بندی کنیم که شکل آنها برای ناظرهای شتاب‌دار (غیر لخت) نیز یکسان باشد - این کار بر نامه نظریه نسبیت عام است - اما برای توضیح پارادوکس دوقلوها انجام چنین کاری لازم نیست. آنچه ما در اینجا می‌خواهیم ثابت کنیم این است که وضعیت نسبت به ساعتها (یا دوقلوها) متقارن نیست. یکی از آنها همیشه در یک چارچوب لخت است در صورتی که، دیگری این طور نیست.

ب. ۳ نمودار فضا - زمانی « پارادوکس دوقلوها »

در بخشهای پیشین در مورد اتساع زمان، از اینکه « ساعت‌های متحرک کند می‌شوند » صحبت کردیم. معنی این جمله این است که ساعتی که با سرعت u نسبت به یک چارچوب لخت، شامل ساعت‌های همزمان شده، حرکت می‌کند، وقتی با این ساعتها سنجیده شود، به نسبت عامل $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ کند کار می‌کند. یعنی، برای سنجیدن ساعتی گسه با سرعت ثابت نسبت به یک چارچوب لخت حرکت می‌کند، حداقل احتیاج به دو ساعت همزمان شده در این چارچوب داریم، قبلاً پیدا کردیم که این نتیجه دو جانبه است، بدین معنی که، اگر یک ساعت S' با ساعت‌های S سنجیده شود کندتر کار می‌کند، و همچنین، اگر یک ساعت S با ساعت‌های S' سنجیده شود کندتر کار می‌کند.

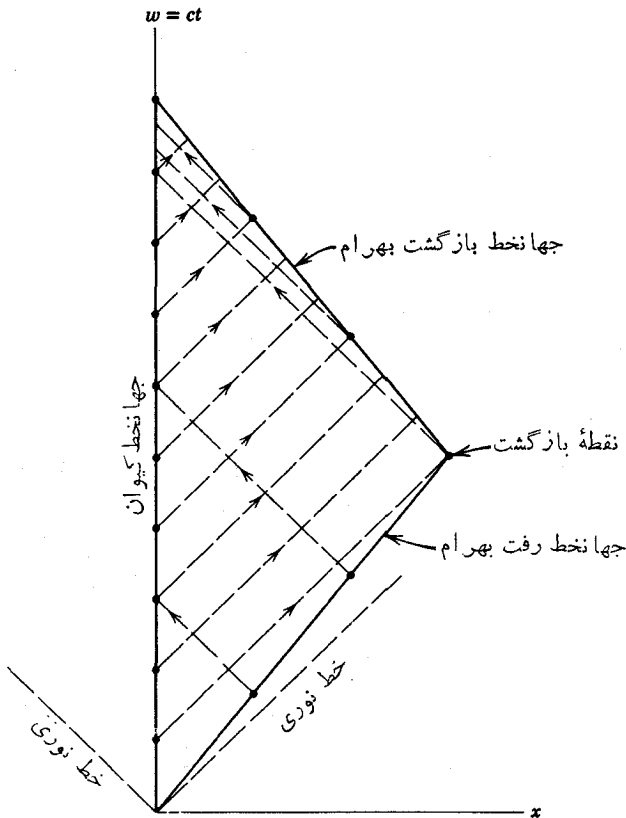
در پارادوکس دوقلوها وضعیت فرق می‌کند. اگر همزاد سفرکننده همیشه با سرعت ثابت روی یک خط راست حرکت می‌کند، هرگز به خانه باز نمی‌گشت. و هر کدام از

دوقلوها ، حقیقتاً ادعا می کرد که ساعت دوقلوی دیگر، درمقایسه با ساعت‌های همزمان شده چارچوب خودش ، کندتر کار می کند. برای بازگشت به خانه ، یعنی ، برای يك سفر رفت و برگشت، همزاد سفرکننده مجبور خواهد بود سرعت خود را تغییر دهد. ما در پارادوکس دوقلوها می‌خواهیم يك ساعت متحرك را با يك ساعت ساکن مقایسه کنیم . برای انجام این کار بایسد این ساعتها را دوبار برهم منطبق کنیم - یعنی ، دوباره باید پهلوی هم باز گردند. در اینجا منظور این نیست که يك ساعت را به عنوان متحرك و ساعت دیگر را به عنوان ساکن ، که منجر به قرائت دوعدد متفاوت می‌شود، در نظر بگیریم. زیرا اگر هر کدام از دو ناظر به نظر دیگری بسا سرعت ثابت روی يك خط مستقیم حرکت کند ، نمی‌توانند به‌طور مطلق ادعا کنند که کداميك متحرك و کداميك ساکن است . در عوض ، اینکه یکی از ساعتها سرعتش را تغییر می‌دهند و دیگری سرعت خود را تغییر نمی‌دهد ، وضعیت را نامتقارن می‌کند.

حالا ممکن است برسید چگونه دوقلوها می‌توانند بگویند کداميك سرعتش را تغییر داده است. این روشن است. هر دوقلویی می‌تواند يك شتاب‌سنج با خود حمل کند. اگر اولی سرعت خود را تغییر دهد یا جهت حرکت خود را عوض کند شتاب او آشکار خواهد شد. ما ممکن است از حرکت يك هواپیما، یا يك قطار، که سرعت آن یکنواخت باشد، آگاه نباشیم ، اما اگر در روی يك منحنی حرکت کند، پایین و بالا برود ، تند و کند شود، چون به این طرف و آن طرف پرت می‌شویم ، خود شتاب‌سنج خود هستیم. همزاد ما در روی زمین که مراقب ماست این تغییرات را احساس نمی‌کند - شتاب‌سنج او چیزی ثبت نمی‌کند - در نتیجه می‌توان گفت که دوقلوها از این نظر با هم تفاوت دارند یعنی آنکه سفر رفت و برگشت انجام می‌دهد شتابی را احساس کرده و ثبت می‌کند در صورتی که، آنکه در خانه مانده است چیزی احساس و ثبت نمی‌کند.

يك مثال عددی، که توسط داروین [۳] پیشنهاد شده است به روشن شدن موضوع کمک می‌کند. فرض کنیم که در روز اول سال، بهرام برادر همزاد خود کیوان را ، که در يك کشتی فضایی در فضای تهی ساکن است ، ترك می‌کند. بهرام در کشتی فضایی دیگری موشک‌هایی را روشن می‌کند که او را با سرعت ۸۰٪ از کیوان دور می‌کند و بسا ساعت خودش به مدت سه سال مسافت می‌کند. سپس با روشن کردن موشک‌های قویتری سرعت خود را درست وارونه می‌کند و بعد از سه سال دیگر، بسا ساعت خودش، موشک‌های دیگری را برای بازسوم روشن می‌کند و کنار کیوان متوقف می‌شود. در این هنگام ساعت‌های خود را باهم مقایسه می‌کنند. ساعت بهرام می‌گوید که او برای مدت شش سال در مسافت بوده است ، در صورتی که ساعت کیوان می‌گوید که ده سال از آن تاریخ گذشته است . بینیم این مسئله چگونه پیش می‌آید.

نخست ، برای ساده کردن مسئله ، از تأثیر شتاب روی ساعت سفرکننده صرف نظر می‌کنیم . مثلاً بهرام می‌تواند ساعت خود را در مدت این سه شتاب‌گیری متوقف کند . می‌توانیم خطای ناشی از این کار را درمقایسه با زمان کل مسافت خیلی کوچک کنیم. زیرا می‌توانیم، بدون اینکه مدت‌های شتاب‌گیری را تغییر دهیم، هر چه بخواهیم مسافت را دورتر



شکل ب ۲۰

و طولانیتر کنیم. به هر حال در اینجا زمان کسل مورد نظر است.* ما این عدم تقارن را از بین نمی بریم، زیرا حتی در حالت ایده آلی که در شکل ب.۲ نمایش داده شده است (که در آن جهانخطها، به جای خطوط خمیده، خطوط مستقیمی هستند) کیوان همیشه در یک چارچوب لخت جای دارد. در صورتی که بهرام، مسلماً، در دو چارچوب لخت متفاوت است. یکی در مدت دور شدن (با سرعت ۰.۸۷c) و دیگری در مدت بازگشت (با سرعت ۰.۸۷c -).

* این نکته را می توان با این مسئله مقایسه کرد که فاصله کل پیموده شده بین دو نقطه معین توسط دو راننده، که یکی در امتداد وتر یک مثلث قائم الزاویه و دیگری در امتداد دو ضلع دیگر آن حرکت می کند، کاملاً متفاوت است. یک راننده همیشه در روی یک خط مستقیم حرکت می کند و دیگری، بایک گردش به راست، روی دو خط مستقیم حرکت می کند. می توانیم فاصله بین این دو نقطه را هر چه زیاد اختیار کنیم بدون اینکه مجبور باشیم بیش از یک گردش انجام دهیم. اختلاف در فاصله پیموده شده به وسیله دو راننده، قطعاً از گردشی که یکی از آنها انجام می دهد حاصل نمی شود.

فرض کنیم کشتیه‌های فضایی مجهز به ساعت‌های یکسانی باشند که در هر یک سال يك علامت نوری به خارج می‌فرستند. کیوان علامتهایی را که از ساعت بهرام صادر می‌شود دریافت کرده و آنها را در مقابل علامتهای سالیانه خودش ثبت می‌کند. به همین طریق بهرام علامتهای صادر شده از ساعت کیوان را دریافت کرده و آنها را در مقابل علامتهای سالیانه ساعت خودش ثبت می‌کند.

در شکل ب. ۲، جهان‌خط کیوان خط مستقیمی در امتداد محور ct است، او در نقطه $x = 0$ قرار دارد، و ما در روی این خط ده سال (بر حسب ct) به وسیله ده نقطه شاخص، که هر کدام مربوط به ارسال يك علامت سالیانه ساعت کیوان در روز اول سال او است، جدا می‌کنیم. جهان‌خط بهرام در مرحله اول خط مستقیمی است که نسبت به محور ct زاویه می‌سازد، و مربوط به محور ct' از چارچوبی است که با سرعت $0.8c$ نسبت به چارچوب کیوان حرکت می‌کند. و ما روی آن سه سال (بر حسب ct') به وسیله سه نقطه شاخص که هر کدام مربوط به ارسال يك علامت سالیانه ساعت بهرام در روز اول سال او است جدا می‌کنیم. بهرام بعد از سه سال خودش، خود را به يك چارچوب لخت دیگر منتقل می‌کند که جهان‌خط آن خط مستقیمی است که با محور ct زاویه می‌سازد، و مربوط به محور ct'' از چارچوبی است که با سرعت $0.8c$ نسبت به چارچوب کیوان حرکت می‌کند. در روی این جهان‌خط اخیر نیز سه سال (بر حسب ct'') به وسیله سه نقطه شاخص، که هر کدام مربوط به ارسال يك علامت سالیانه ساعت بهرام در روز اول سال او است، جدا می‌کنیم. به اتساع بازه زمانی ساعت بهرام در مقایسه با بازه زمانی ساعت کیوان توجه کنیم.

اکنون جهان‌خطهای علامتهای نوری ساعت بهرام را رسم کنیم. از هر نقطه شاخص روی جهان‌خط بهرام يك خط مستقیم که با محورها زاویه 45° بسازد (مربوط به يك علامت نوری با سرعت c) رسم می‌کنیم تا جهان‌خط کیوان را در $x = 0$ قطع کند. شش علامت وجود دارد، که آخرین آنها وقتی بهرام پیش کیوان بازمی‌گردد گسیل می‌شود. به همین طریق، علامتهای ساعت کیوان خطوط مستقیمی هستند که از هر نقطه شاخص در روی جهان‌خط کیوان با زاویه 45° نسبت به محورها رسم شده‌اند و به طرف کشتی فضایی بهرام می‌روند. می‌بینیم که ده علامت وجود دارد که آخرین آنها وقتی گسیل می‌شود که بهرام برگشته و به کیوان می‌رسد.

به چه طریق می‌توانیم این نمودار فضا-زمانی را به طور عددی تأیید کنیم؟ فقط به وسیله اثر دوپلر. وقتی ساعتها از یکدیگر دور می‌شوند، فرکانس علامتهای آنها به علت اثر دوپلر از فرکانس ویژه آنها کمتر می‌شود. در این حالت ضریب دوپلر (ر. ک. معادله ۲ - ۲۹) عبارت است از

$$\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = \sqrt{\frac{c-0.8c}{c+0.8c}} = \sqrt{\frac{0.2c}{1.8c}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

در نتیجه بهرام اولین علامت کیوان را بعد از سه سال، به ساعت خودش، درست موقعی که

می خواهد دور بزند و عقب گرد کند ، دریافت می کند. همچنین کیوان پیغامهای بهرام را هر سه سال يك بار (به سال خودش) دریافت می کند و در عرض نه سال سه علامت دریافت می کند. وقتی ساعتها به یکدیگر نزدیک می شوند ، فرکانس علامتهای آنها به علت اثر دوپلر نسبت به فرکانس ویژه آنها بیشتر می شود . در این حالت ضریب دوپلر (ر. ك. معادله ۲-۲۸) عبارت است از

$$\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \sqrt{\frac{۱۰۸}{۰٫۰۲}} = \sqrt{۹} = ۳$$

بنابراین ، بهرام در مدت سه سال باز گشت خود ، نه علامت از کیوان دریافت می کند. بهرام مجموعاً ده علامت از کیوان دریافت می کند. همین طور ، کیوان در آخرین سال سفر بهرام سه علامت از او دریافت می کند. در نتیجه ، کیوان مجموعاً شش علامت از بهرام دریافت می کند.

در مورد علامتها اختلاف نظری وجود ندارد : بهرام شش علامت می فرستد و کیوان شش علامت دریافت می کند. کیوان ده علامت می فرستد و بهرام ده علامت دریافت می کند. همه چیز جور در می آید ، هر کدام از آنها جا بجایی صحیح دوپلر ساعت دیگری را می بیند و هر کدام از آنها با تعداد علامتهایی که دیگری فرستاده است موافقت دارد . اختلاف در زمانهای کلی که دو قلوها ثبت می کنند به این واقعیت مربوط می شود که کیوان می بیند دور شدن بهرام از او نه سال و برگشتنش يك سال طول کشیده است. در صورتی که بسا ساعت بهرام دور شدن او سه سال و بازگشتن او نیز سه سال طول کشیده است . اعداد ثبت شده به وسیله کیوان نشان می دهند که او علامتها را در نه سال اول با آهنگ کند و در يك سال آخر با آهنگ تند دریافت کرده است. اعداد ثبت شده به وسیله بهرام نشان می دهند که او علامتها را در سه سال با آهنگ کند و در سه سال دیگر با آهنگ تند دریافت کرده است. بدین طریق ، عدم تقارن اصلی به وسیله اثر دوپلر آشکار می شود. وقتی بهرام و کیوان اعداد ثبت شده خود را با هم مقایسه می کنند قبول می کنند که ساعت کیوان ده سال و ساعت بهرام فقط شش سال را ثبت کرده است. سفر رفت و برگشت شش ساله بهرام ، ده سال برای کیوان طول کشیده است.

ب . ۴ بعضی ملاحظات دیگر

آیا واقماً بهرام چهار سال جوانتر از برادر همزاد خود خواهد بود ؟ چون می توانیم برای کلمه « ساعت » هر پدیده طبیعی متناوب ، از قبیل ضربان قلب یا ضربان نبض را به کار بریم ، جواب مثبت است. می توان گفت که بهرام در مدت مسافرت خود با آهنگ کندتری نسبت به کیوان زندگی کرده است ، زیرا فعالیتهای بدنی او با همان کندی ساعت فیزیکی او انجام گرفته است. ساعتهای بیولوژیکی ، از این نظر ، مانند ساعتهای فیزیکی رفتار می کنند. هیچ دلیلی وجود ندارد که بین فیزیک فرایندهای آلی و فیزیک مواد غیر آلی که

در این فرآیندها دخالت دارند اختلافی وجود داشته باشد. اگر حرکت روی آهنگ کار یک ساعت فیزیکی تأثیر بگذارد، ما انتظار داریم که روی ساعت بیولوژیکی نیز به همان طریق تأثیر کند.

نکته جالب توجه، قبول عام این مفهوم است که فرایندهای زندگی انسانی را می توان با سرد کردن کندتر کرد و در نتیجه به وسیله اختلاف دما می توان به اختلاف سن متناظری برای دو قلوها دست یافت. آنچه در حالت نسبیته، که در آن اختلاف سن از اختلاف در حرکت ناشی می شود برخلاف متعارف می باشد این است که چون حرکت (یکنواخت) نسبی است، به نظر می آید (به غلط) که وضعیت باید متقارن باشد. اما، درست همان طور که اختلاف دما حقیقی، قابل اندازه گیری و مسورد توافق دو قلوها در مثال قبل است، در حالت نسبیته نیز اختلاف در حرکت حقیقی، قابل اندازه گیری و مسورد توافق آنهاست. تغییر چارچوبهای لخت، یعنی شتابها، متقارن نیستند. نتایج به طور مطلق مورد توافق هستند.

با اینکه برای توضیح پارادوکس دو قلوها نیازی به استفاده از نظریه نسبیت عام نیست، دانشجو ممکن است از خود پرسد که اگر می توانستیم از چارچوبهای مرجع شتاب دار استفاده کنیم نتیجه به چه صورت در می آید. در این صورت ما می توانستیم کشتی فضایی بهرام را به عنوان چارچوب مرجع خود به کار بریم، به طوری که بهرام ساکن بوده و این کیوان است که، در این چارچوب، یک سفر رفت و برگشت فضایی انجام می دهد. در این حالت نتیجه به دست آمده این است که در این چارچوب باید یک میدان گرانشی، برای توجیه شتابهایی که بهرام احساس می کند و این حقیقت که کیوان، با اینکه یک سفر رفت و برگشت انجام می دهد، هیچ شتابی احساس نمی کند، وجود داشته باشد. در این صورت اگر، همان طور که نسبیت عام ایجاب می کند، جایجایی فرکانس نور را در این میدان گرانشی حساب کنیم، به همان نتیجه ای می رسیم که در نسبیت خاص رسیدیم (ر. ک. مرجع ۴).

ب. ۵ یک امتحان تجربی

تجربه هایی که برای ما قابل حصول اند مبتنی بر فضا نوردانی که با سرعت نزدیک به سرعت نور حرکت می کنند نیستند، بلکه در عوض مربوط به هسته های رادیواکتیوی هستند که تغییر در تیکهای (مثلاً آهنگ بیرون دادن فوتونها) آنها در سرعت های مختلف را می توان با دقت خیلی زیادی اندازه گرفت. یک منبع رادیواکتیو فوتونهای γ را می توان طوری تنظیم کرد که در محدوده یک بازه فرکانسی خیلی تیز با یک جذب کننده چنین فوتونهایی در حال تشدید قرار بگیرد (اثر موسباثر). مثلاً از یک منبع (آهن رادیواکتیو ^{57}Fe) واقع در مرکز یک چرخنده، و یک جذب کننده تشدیدی واقع در روی محیط آن استفاده می شود و اندازه گیرها به صورت تابعی از سرعت زاویه ای چرخنده انجام می شوند. تجربه را

می‌توان یا در چارچوب لخت متصل به منبع با استفاده از نسبیّت خاص، یا در چارچوب مرجع متصل به جذب‌کننده شتاب‌دار با استفاده از نسبیّت عام، تجزیه و تحلیل کرد. اندازه‌گیری‌ها را می‌توان به‌عنوان اثر دوپلر عرضی یا اتساع زمان، که در اثر گرانش ایجاد می‌شود، در نظر گرفت که هر دو این واقعیت را بیسان می‌کنند که ساعتی که دارای شتاب است نسبت به ساعت ساکن کندتر کار می‌کند. یک دوقلو در خانه می‌ماند و دیگری یک سفر رفت و برگشت انجام می‌دهد. نتایج این تجربه‌ها [مراجع ۵ تا ۷] نشان می‌دهند که هسته‌های رادیواکتیو واقع در روی محیط چرخنده کمتر از هسته‌های مشابهی که در مرکز چرخنده ساکن هستند تلاشی می‌یابند. سن همزادی که سفر رفت و برگشت انجام می‌دهد، با توجه به خطای تجربی، دقیقاً به اندازه‌ای که نظریه نسبیّت پیشگویی می‌کند، از سن برادری که در خانه مانده است کمتر است.

سؤالات و مسائل

۱. طول یک مسیر راست‌خط بین دو نقطه در فضا (فضای اقلیدسی) کوتاه‌تر از طول یک مسیر خمیده است که این دو نقطه را به یکدیگر وصل می‌کند. آیا زمان ویژه مربوط به یک جهان‌خط مستقیم بین دو رویداد در فضا (فضای مینکوفسکی) کوتاه‌تر یا طولی‌تر از زمان ویژه مربوط به یک جهان‌خط خمیده بین همین دو رویداد می‌باشد؟ توضیح دهید.
۲. آیا ازدیاد نامتقارن سن (دوقلوهای مورد بحث) وابسته به شتاب است؟ جواب خود را توضیح دهید.
۳. توضیح دهید (بر حسب زنش قلب، فعالیت‌های بدنی و فکری و غیره) چرا همزاد مسافرت‌کننده جوان‌تر، بیش از زمان ویژه خود زندگی نکرده است، در حالی که دوقلوی خانه‌نشین ادعا می‌کند که او بیشتر زندگی کرده است؟ از آنجا جمله «شما طبق زمان ویژه خود پیر می‌شوید» را توضیح دهید.
۴. اتساع زمان یک اثر متقارن (دوجانبه) بوده و نتیجه پارادوکس دوقلوه نامتقارن (غیر دوجانبه) است. از چه نظر این اثرها با یکدیگر ارتباط دارند؟

مراجع

۱. مقالات زیادی درباره این موضوع در کتاب زیر جمع‌آوری شده است
Special Relativity Theory - Selected Reprints, edited by Gerald -
 Holton and published by the American Institute of Physics,
 New York, 1963.

۲. به نقل از

- A. Einstein, *Vierteljahrchrift der Naturforsch. Gesellsch in Zurich*, 56 (1911). A. Kopff, *The Mathematical Theory of Relativity*, (trans. H. Levy), London, 1923, p. 52, by C. J. Whitrow in *The Natural Philosophy of Time*, Harper Torchbooks, New York, 1961, p. 215.
3. C. G. Darwin, « The Clock Paradox in Relativity, » *Nature*, 180, 976 (1957).
4. O. R. Frisch, «Time and Relativity :Part II,»*Contemporary Physics*, 3, 194 (1962).

همچنین ر. ک.

O. R. Frisch, «Time and Relativity: Part I,» *Contemporary Physics*, 3, 16 (1961).

مقالات بالا مسئله را به طور ارزنده‌ای ارائه می‌کنند.

5. J. J. Hay, J. P. Schiffer, T. E. Cranshaw, and P. A. Egelstaff, *Phys. Rev. Letters*, 4, 165 (1960).
- این مقاله در مرجع ۶ مورد بحث قرار گرفته است.
6. J. Bronowski, « The Clock Paradox, » *Scientific American*, February, 1963.
7. Walter Kundig, *Phys. Rev.* 129, 2371 (1963).

اصل هم‌ارزی و نسبیت عام

ج ۱۰ مقدمه

دیدیم که نظریه نسبیت خاص ما را وادار به اصلاح قوانین کلاسیک حرکت می‌کند. لیکن قوانین کلاسیک الکترومغناطیس، شامل قانون نیروی لورنتس، در نسبیت معتبر می‌مانند. اما در مورد نیروی گرانشی، یعنی، قانون گرانش نیوتون - آیانسپیت ما را وادار به اصلاح آن نیز می‌کند؟ علی‌رغم تمام موفقیت‌هایی که قانون گرانش نیوتون در هماهنگ کردن مشاهدات تجربی داشته است، این قانون، صرفنظر از دلایل دیگر، به دلیل اینکه یک نظریه مبتنی بر کنش از دور است از لحاظ مفهوم مورد شک و تردید است (ر. ک. بخش ۱۰.۳). در این نظریه فرض می‌شود که نیروی برهم‌کنش گرانشی بین اجسام به‌طور آنی، یعنی با سرعت بینهایت، منتقل می‌شود و این با خواسته نسبیت مبنی بر اینکه سرعت حسی هر علامتی، c ، سرعت نور است در تناقض قرار می‌گیرد. در مورد تعبیر جرم نیز جنبه‌های نگران‌کننده‌ای در قانون گرانش وجود دارد. از یک طرف، جرم لختی با جرم گرانشی برابر است، که در نظریه کلاسیک ظاهراً یک تصادف است (ر. ک. مرجع ۱). یقیناً ایسن برابری باید دارای یک معنای فیزیکی باشد. از طرف دیگر، مفهوم نسبیتی جرم - انرژی می‌گوید که لختی ذرات با جرم سکون صفر، خواص جرمی (از قبیل لختی و وزن) از خود بروز می‌دهند. اما چنین ذراتی از حوزه نظریه کلاسیک خارج هستند. اگر گرانش روی آنها اثر می‌کند، باید ببینیم چگونه می‌توان این حقیقت را در یک نظریه گرانش وارد کرد.

در سال ۱۹۱۱ اینشتین اصل هم‌ارزی خود را، که نقطه شروعی برای یک نظریه گرانش جدید شد، عرضه کرد. در سال ۱۹۱۶، او نظریه نسبیت عام خود را منتشر کرد. در این نظریه اثرات گرانشی با سرعت نور منتشر می‌شوند و قوانین فیزیکی طوری از نو فرمول‌بندی شده‌اند که برای ناظرهای شتاب‌دار (غیر لخت) ناوردا باشند. اصل هم‌ارزی از راه تجربه قویاً تأیید شده است. اجازه دهید نخست این اصل را بررسی کنیم.

ج. ۲. اصل هم‌ارزی

دو چارچوب را در نظر بگیریم: (۱) یک چارچوب مرجع بدون شتاب (لخت) S که در آن میدان گرانشی یکنواخت وجود دارد. (۲) یک چارچوب مرجع S' ، که نسبت به یک چارچوب لخت دارای شتاب یکنواخت است ولی در آن میدان گرانشی وجود ندارد. این دو چارچوب از نظر فیزیکی هم‌ارز هستند، یعنی آزمایشهایی که در این دو چارچوب تحت شرایط یکسان، انجام شوند باید به نتایج یکسانی منجر شوند. این اصل هم‌ارزی اینستین است.

به عنوان مثال، یک سفینه فضایی در نظر بگیریم که در یک چارچوب مرجع لخت S که در آن یک میدان گرانشی یکنواخت وجود دارد، مثلاً در روی زمین، ساکن باشد. در داخل سفینه فضایی، اشیای رها شده بایک شتاب، مثلاً g ، در میدان گرانشی سقوط می‌کنند و به اشیای ساکن، مثلاً به فضاوردی که در کف سفینه نشسته است، نیرویی وارد می‌شود که نیروی وزن او را خنثی می‌کند. اکنون فرض کنیم سفینه فضایی به طرف ناحیه‌ای از فضای خارجی که در آن میدان گرانشی وجود نداشته باشد اقدام به مسافرت کند. موشکهای سفینه فضایی به آن، چارچوب جدید S' ما، نسبت به چارچوب لخت S ، شتابی برابر با $\mathbf{a} = -\mathbf{g}$ می‌دهند. به بیان دیگر سفینه فضایی به طرف خارج از ناحیه‌ای که میدان زمین (یا هر میدان گرانشی دیگری) در آن قابل ملاحظه است شتاب می‌گیرد. شرایط داخل سفینه فضایی در این حال شبیه به شرایط داخل آن است، وقتی که روی زمین ساکن بود. شیئی که به وسیله فضاورد در داخل سفینه فضایی رها می‌شود، نسبت به سفینه، با شتاب g به طرف پایین سقوط می‌کند. و به شیئی که نسبت به کشتی فضایی ساکن است، مثلاً به فضاوردی که روی کف سفینه نشسته است، نیرویی وارد می‌شود که از نیرویی که قبلاً نیروی وزن آن را خنثی می‌کرد غیر قابل تمیز است. فضاورد نمی‌تواند به کمک مشاهداتی که در چارچوب خود انجام می‌دهد تفاوت بین دو وضعیت زیر را: (۱) سفینه فضایی او در ناحیه‌ای که میدان گرانشی وجود ندارد نسبت به یک چارچوب لخت، شتاب دارد و (۲) کشتی او در ناحیه‌ای که میدان گرانشی یکنواختی وجود دارد نسبت به یک چارچوب لخت بدون شتاب است، بیان کند. این دو وضعیت کاملاً هم‌ارز هستند.

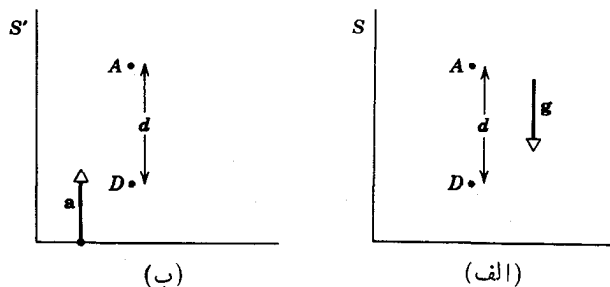
در واقع نتیجه می‌گیریم که اگر جسمی در داخل یک میدان گرانشی یکنواخت - مثل آسانسور یک ساختمان واقع در روی زمین - قرار داشته باشد و در عین حال با شتابی که اندازه آن برابر با شتابی که از این میدان ناشی می‌شود، در جهت میدان حرکت کند - مثل همین آسانسور در حال سقوط آزاد - در این صورت رفتار ذرات داخل این جسم شبیه رفتار آنها در یک چارچوب مرجع لخت بدون میدان گرانشی خواهد بود. این ذرات بدون شتاب خواهند بود مگر اینکه نیرویی به آنها وارد شود. این همان وضعیتی است که در داخل ماهواره‌های مصنوعی زمینی وجود دارد که در آنها اشیای رها شده توسط فضاورد نسبت به ماهواره سقوط نمی‌کنند (در فضا شناور می‌مانند) و خود فضاورد از نیرویی که، قبل از پرتاب ماهواره، در خلاف جهت نیروی گرانشی به او وارد می‌شد

آزاد است (خود را بدون وزن احساس می کند).

ایشتمین نشان داد که از اصل هم‌ارزی نتیجه می‌شود که نمی‌توان از شتاب مطلق يك چارچوب مرجع صحبت کرد بلکه از شتاب نسبی می‌توان حرف زد، درست همان‌طور که از نظریه نسبیت خاص نتیجه شد که ما نمی‌توانیم از سرعت مطلق يك چارچوب مرجع حرفی بزنیم و فقط از سرعت نسبی آن می‌توان حرف زد. این شباهت با نسبیت خاص يك شباهت صوری است، زیرا اگر تضمین کنیم که هیچ میدان گرانشی مطلقى وجود ندارد شتاب مطلق نیز وجود نخواهد داشت. همچنین از اصل هم‌ارزی نتیجه می‌شود (این نتیجه تصادفی نیست) که جرم لختی و جرم گرانشی برابرند (ر. ک. سؤال ۱).

ج. ۳. جابجایی به سوی سرخ گرانشی

اکنون اصل هم‌ارزی را به کار ببریم و ببینیم چه اثرهای گرانشی ممکن است وجود داشته باشند که در نظریه کلاسیک منظور نشده‌اند. يك تپ تا بشی (يك فوتون) را در نظر بگیريد که از يك اتم A که در چارچوب S (مثلاً يك سفینه فضایی ساکن در روی زمین) ساکن است گسیل می‌شود. در يك میدان گرانشی یکنواخت g به طرف پایین وجود دارد و فوتون در این میدان به اندازه فاصله d سقوط می‌کند، سپس توسط آشکارساز D جذب می‌شود (ر. ک. شکل ج. ۱ الف). برای بررسی اثری که گرانش روی فوتون دارد، وضعیت معادلی را که در شکل ج. ۱۰ ب نشان داده شده است، در نظر بگیریم. در اینجا يك اتم و يك آشکارساز داریم که در چارچوب S' ، که در آن میدان گرانشی وجود ندارد، به اندازه d از هم فاصله دارند، و چارچوب S' (مثلاً يك سفینه فضایی در فضای خارجی) با شتاب یکنواخت $a = g$ نسبت به چارچوب S به طرف بالا حرکت می‌کند. سرعت اتم در این چارچوب، وقتی فوتون گسیل می‌شود برابر است. سرعت آشکارساز، وقتی فوتون به آن می‌رسد، عبارت است از $u + at$ ، که در آن t زمان پرواز فوتون است. اما t (تقریباً) برابر است با d/c (ر. ک. سؤال ۲) و $a = g$ ، بنابراین سرعت آشکارساز، هنگام جذب فوتون، برابر است با $u + gd/c$. در واقع سرعت آشکارساز نسبت به اتم گسیل‌کننده برابر است با $v = gd/c$ که مستقل از u است. در نتیجه، فرکانس دریافتی،



شکل ج. ۱۰

v' ، بزرگتر از فرکانس گسیل شده ، v ، خواهد بود و از فرمول دوپلر داریم

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \sqrt{\frac{c+gd/c}{c-gd/c}} \cong 1 + g \frac{d}{c^2} \quad (ج-۱)$$

با توجه به اصل هم‌ارزی ، باید در چارچوب S نیز به همین نتیجه برسیم. اما در این چارچوب A و D در حال سکون هستند و اثر دوپلری برای توجیه افزایش فرکانس وجود ندارد. در عوض ، یک میدان گرانشی وجود دارد ، و از نتیجه چارچوب S' چنین برمی‌آید که این میدان ممکن است روی فوتون تأثیر داشته باشد. اجازه دهید که این امکان را با نسبت دادن یک جرم گرانشی به فوتون ، برابر با جرم لختی آن ، E/c^2 ، بررسی کنیم. در این صورت وقتی فوتون در یک میدان گرانشی با شدت g به اندازه d سقوط می‌کند ، انرژی برابر با $(E/c^2)gd$ به دست می‌آورد. چگونه می‌توانیم انرژی E را به فرکانس v ربط دهیم؟ در نظریه کوانتومی این ارتباط عبارت است از $E = hv$ که در آن h عدد ثابتی موسوم به ثابت پلانک است. در حال حاضر همین رابطه را به کار می‌بریم. بنابراین انرژی فوتون در موقع جذب توسط D برابر است با انرژی اولیه آن در هنگام گسیل به اضافه انرژی که در اثر سقوط از A به D کسب کرده است ، یا $hv + (hv/c^2)gd$. اگر این انرژی هنگام جذب را $E' = hv'$ بنامیم ، خواهیم داشت :

$$hv' = hv + hv g \frac{d}{c^2}$$

یا

$$\frac{v'}{v} = 1 + g \frac{d}{c^2} \quad (ج-۲)$$

که همان نتیجه‌ای است که در چارچوب S' به دست آمد (معادله ج-۱) . در واقع لازم نیست که از مکانیک کوانتومی استفاده کنیم. در خود نسبیت نیز می‌توانیم ثابت کنیم که انرژی E متناسب است با v . زیرا ، از تبدیل نسبیتی انرژی و اندازه حرکت ، نتیجه می‌شود که وقتی از یک چارچوب به چارچوب دیگر برویم انرژی و فرکانس یک تب الکترومغناطیسی به یک نسبت تغییر می‌کنند (ر. ک. سؤال ۳) . بنابراین ، چنین نتیجه می‌شود که انرژی و فرکانس نور در اثر سقوط در یک میدان گرانشی افزایش پیدا می‌کنند (طول موج آن کاهش پیدا می‌کند و ما می‌گوییم که به سوی آبی جابجا می‌شود) . مسلماً ، اگر جای گسیل‌کننده و آشکارساز را عوض کنیم ، نتیجه می‌گیریم که انرژی و فرکانس نور در اثر صعود در یک میدان گرانشی کاهش می‌یابد (طول موج آن زیاد می‌شود و ما می‌گوییم که به سوی سرخ جابجا می‌شود) .

تغییر نسبی پیشگویی شده در فرکانس ، $(v' - v)/v$ یا $\Delta v/v$ ، عبارت است از gd/c^2 ، حتی اگر d را فاصله سطح دریا تا قلّه بلندترین کوه‌های روی زمین در نظر

بگیریم مقدار آن فقط در حدود ۱۲-۱۰ می شود. مع ذلک پاوندا^۱ و ربکا^۲ [۲] در سال ۱۹۶۰ توانستند این پیشگویی را، با به کار بردن برج ۲۲۵ متری جفرسون^۳ در هاروارد^۴ تأیید کنند! برای چنین فاصله کمی داریم

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{gd}{c^2} = \frac{(9.8 \text{ m/sec}^2)(225 \text{ m})}{(3 \times 10^8 \text{ m/sec})^2} \approx 2.5 \times 10^{-15}$$

که به طور غیر قابل باوری کوچک است. با به کار بردن اثر موسباوئر (که اندازه گیری خیلی حساس جابجاییهای فرکانس را ممکن می سازد) بایک منبع پرتو گاما و همچنین دقت تحسین انگیزی در کنترل متغیرهای دخالت کننده، پاوندا و ربکا ایسن اثر گرانشی را روی فوتونها مشاهده و پیشگویی را به طور کمی تأیید کردند. از مقایسه مشاهدات تجربی و محاسبات نظری نتیجه گرفتند

$$\frac{(\Delta \nu)_{\text{تجربی}}}{(\Delta \nu)_{\text{نظری}}} = 1.05 \pm 0.10$$

با زیادتر کردن ظرافت و دقت تجربه اصلی، پاوندا و اسنایدر^۵ [۵] در سال ۱۹۶۵ نتیجه زیر را به دست آوردند:

$$\frac{(\Delta \nu)_{\text{تجربی}}}{(\Delta \nu)_{\text{نظری}}} = 0.9990 \pm 0.00076$$

براحتی می توانیم نتایج خود را (معادلات ج-۱ و ج-۲) به فوتونهایی که از سطح ستارگان گسیل شده و به زمین می رسند، تعمیم دهیم. در اینجا فرض می کنیم که لازم نیست میدان گرانشی یکنواخت باشد و نتیجه فقط به اختلاف در پتانسیل گرانشی بین منبع و ناظر بستگی دارد. در این صورت به جای gd داریم GM_s/R_s ، که در آن M_s جرم ستاره و R_s شعاع آن است، و چون وقتی فوتون در میدان گرانشی ستاره صعود می کند و انرژی از دست می دهد خواهیم داشت:

$$\nu' \approx \nu \left(1 - \frac{GM_s}{R_s c^2} \right) \quad (\text{ج-۳})$$

این اثر به جابجایی به سوی سرخ گرانشی موسوم است، زیرا نور در قسمت مرئی طیف، از لحاظ فرکانس به طرف انتهای سرخ جابجا می شود. این اثر با جابجایی به سوی سرخ دوپلر حاصل از ستاره های دور شونده، تفاوت دارد. در واقع چون جابجایی دوپلر خیلی بزرگتر است، جابجایی به سوی سرخ گرانشی با قطعیت تأیید نشده است.

ج ۴۰ نظریه نسبیت عام

اکنون به شکل ج. ۱۰ الف برگردیم که در آن آشکار ساز D فرکانسی زیادتر از آنچه که اتم A گسیل می کند اندازه می گیرد. ممکن است عجیب به نظر بیاید که بدون حرکت نسبی منبع و آشکار ساز فرکانس می تواند افزایش پیدا کند. به هر حال D مطمئناً همان تعداد ارتعاشاتی را که A فرستاده است دریافت می کند. حتمی فاصله بین D و A نیز ثابت می ماند، پس افزایش اندازه گیری شده فرکانس را چگونه تعبیر کنیم؟ جواب، یک بار دیگر، این است که در مورد زمان عدم توافقی وجود دارد. یعنی، با توجه به اینکه فرکانس عبارت است از تعداد نوسانات در واحد زمان، اختلاف در فرکانس باید ناشی از اختلاف در زمان باشد. آهنگ کار ساعت A باید با آهنگ کار ساعت D تفاوت داشته باشد. می گوئیم که ساعتی که در ناحیه ای با پتانسیل گرانشی زیاد قرار دارند از ساعتی که در ناحیه ای با پتانسیل گرانشی کم قرار دارند تندتر کار می کنند. مثلاً فرض کنیم اتم گسیل کننده، ساعتی باشد که آهنگ کار آن برابر با فرکانس تابش باشد. بنابراین هر چه پتانسیل گرانشی محل اتم گسیل کننده زیادتر باشد فرکانس آن از نظر D (یعنی، در مقایسه با اتم مشابهی که در محل D تابش می کند) زیادتر خواهد بود. به همین طریق، اگر جای A و D را عوض کنیم، هر چه پتانسیل گرانشی محل اتم کمتر باشد فرکانس آن از نظر D (یعنی، در مقایسه با اتم مشابهی که در محل D تابش می کند) کمتر خواهد بود. وقتی «پارادوکس دوقلوها» را، به جای چارچوبهای لخت، از نظر چارچوبهای غیر لخت بررسی می کنیم به علت این جابجایی فرکانس، که به وسیله میدانهای گرانشی (هم ارز) ایجاد می شود، نتیجه به دست آمده همان نتیجه ای است که در نظریه نسبیت خاص به دست می آید (ر. ل. مرجع ۴ از ضمیمه تکمیلی ب).

این اینشتین بود که اصل هم ارزی یک دستگاه واقع در یک میدان گرانشی یکنواخت و یک دستگاه مرجع با شتاب یکنواخت را برای تمام فرایندهای فیزیکی ارائه داد. او، همچنین، اثبات کرد که آهنگ کار ساعتی واقع در ناحیه های با پتانسیل گرانشی کمتر کندتر از آهنگ کار ساعتی واقع در ناحیه های با پتانسیل گرانشی زیادتر است. به علاوه او توجه دیگران را به جابجایی به سوی سرخ گرانشی، که توسط این نظریه پیشگویی شده است، و به نیاز نسبت دادن یک جرم گرانشی $m = E/c^2$ به انرژی E ، جلب کرد. یکی دیگر از نتایج او این بود که، در یک میدان گرانشی جهت سرعت نور ثابت نیست. در حقیقت پرتوهای نوری، به علت جرم گرانشی خود، در یک میدان گرانشی خم می شوند و اینشتین پیشگویی کرد که این خم شدن باعث جابجایی مکان ستارگان ثابتی که در نزدیکی لبه خورشید دیده می شوند خواهد شد.

از همه اینها، می بینیم که نسبیت خاص فقط می تواند در غیاب میدان گرانشی صحیح باشد، زیرا تعریف همزمانی، که تبدیلات لورنتس بر اساس آن بنا شده اند، با بستگی سرعت نور و آهنگ کار ساعتها به پتانسیل گرانشی در تناقض است. در نتیجه به نظریه

عمومیتری نیاز داریم* که اصل هم ارزی را در نظر بگیرد و حتی آن را به میدانهای گرانشی غیر یکنواخت (غیر همگن) نیز تعمیم دهد. به علاوه خود اثرهای گرانشی نیز باید به وسیله نظریه میدان که در آن سرعت انتشار متناهی است بررسی شوند. اینشتین در یک رشته مقالات [۴]، یک چنین نظریه عمومی را برای نسبیت فرمول بندی کرد.

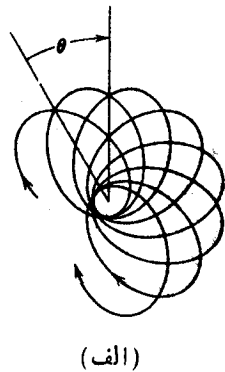
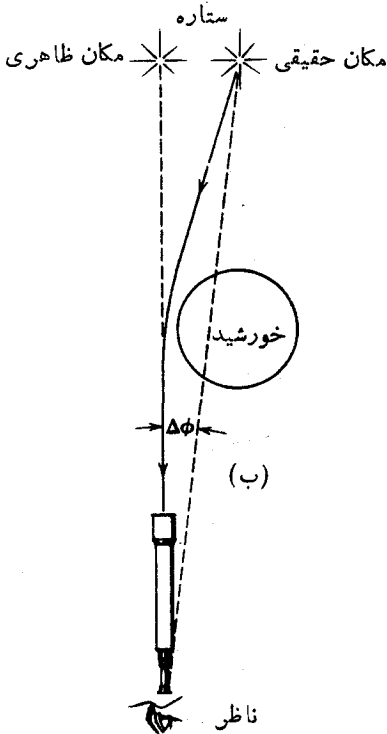
ما فقط به ذکر بعضی از جنبه های نظریه نسبیت عام می پردازیم. موضوع به نحو آشکاری خارج از محدوده کتابی در این سطح است.* * اولاً، میدانهای گرانشی غیر همگن را می توان به چارچوبهای شتاب دار تبدیل کرد. برای این کار به هر نقطه ای از میدان یک چارچوب شتاب دار جداگانه، که جانشین میدان موضعی (بینهایت کوچک) در آنجامی شود، نسبت می دهیم. در این گونه چارچوبهای موضعی، نظریه نسبیت خاص معتبر است. بنابراین ناوردایی قوانین فیزیکی تحت تبدیلات لورنتس در نواحی بینهایت کوچک صادق است. ثانیاً، به کمک یک سنج ناوردای فضا - زمان که از این مطالب نتیجه می شود، می توان هندسه را به گرانش مربوط کرد و هندسه ناقلیدسی می شود. یعنی، حضور یک جسم مادی خیلی بزرگ باعث می شود که در فضا - زمان مجاور آن یک پیچش ایجاد شود به نحوی که فضا - زمان ناقلیدسی می شود. این پیچیدگی معادل است با میدان گرانشی. انحنای فضا - زمان در نسبیت عام جانشین میدان گرانشی نظریه کلاسیک می شود. در نتیجه، هندسه فضا - زمان از راه حضور ماده تعیین می شود. به این معنا، هندسه به صورت شاخه ای از فیزیک در می آید. این که نسبیت خاص در ناحیه های کوچک معتبر است به این واقعیت مربوط می شود که هندسه اقلیدسی فقط در روی قسمتهای کوچک سطوح خمیده معتبر است. در ناحیه های بزرگ، نسبیت خاص و هندسه اقلیدسی لزوماً صادق نیستند و در نتیجه لازم نیست که جهان خطهای پرتوهای نوری و حرکت اجزای مستقیم باشند، در عوض زمین پیمای، یعنی نزدیکترین خط ممکن به خط مستقیم، هستند. ثالثاً فرض می شود که قوانین فیزیکی نسبت به تبدیلات بین تمام چارچوبهای مرجع، با هر حرکتی، ناوردا باشند. در نتیجه، تمام ناظرها هم ارز هستند. بالاخره، یک نظریه ویژه گرانشی پیشنهاد می شود که با دیگر خواسته ها سازگار است، و در آن اثرهای گرانشی با سرعت نور منتشر می شوند.

نظریه های ویژه دیگری برای گرانش در سالهای اخیر پیشنهاد شده اند (مثلاً ر. ک. مرجع ۶) نظریه اینشتین این جاذبه را دارد که از نظر شکل ساده ترین آنهاست. همچنین نظریه هایی که با بعضی از جنبه های اساسی نسبیت عام در تضاد هستند توصیه شده اند [۸۷]. ترتیب دادن تجربه هایی جهت بررسی تمام این نظریه ها مشکل است (برای خلاصه و تعبیر این تجربه ها به مراجع ۹ و ۱۰ مراجعه کنید). دو پیشگویی بزرگ نظریه اینشتین

* درست همان طور که نسبیت گالیله حالت خاصی از نسبیت خاص اینشتین است، نسبیت خاص نیز حالت خاصی از نسبیت عام است. میدان گرانشی (مثل آنچه که در نزدیکی زمین وجود دارد) معمولاً آن قدر ضعیف است که اختلاف مشاهده پذیری بین نسبیت خاص و نسبیت عام دیده نمی شود. در اغلب موارد ما در حد نسبیتی خاص نسبیت عام عمل می کنیم.

* * برای چند بحث مقدماتی خوب به مرجع ۵ مراجعه کنید.

عبارت اند از: ۱- تقدیم حضيض سیاره عطارد (شکل ج. ۲۰ الف) باید با آنچه که نظریه کلاسیک پیش بینی می کند تفاوت داشته باشد و این تفاوت در حدود ۴۳ ثانیه کمان در یک قرن است و ۲- مکان ستارگانی که نور آنها از نزدیکی لبه خورشید عبور می کند (مثلاً در هنگام کسوف مورد رصد قرار گیرند) باید به اندازه ۱٫۵۷ ثانیه کمان نسبت به مکان رصد شده آنها در شب جابجا شود (به علت انحراف در میدان گرانشی خورشید).



شکل ج. ۲۰ الف) سیاره ای که مدار حرکت آن تقدیمی است، حول یک مرکز ثابت نیرو حرکت می کند. نقطه حضيض، یا نزدیکترین نقطه مسیر به مرکز، بعد از هر دور به اندازه θ جابجا می شود. در مورد سیاره عطارد، مدار تقریباً دایره ای است و تقدیم نقطه حضيض خیلی کوچک است (فقط ۵۶۰۰ ثانیه کمان در یک قرن). بجز تقریباً ۴۰ ثانیه از این مقدار بقیه ناشی از جاذبه گرانشی سایر سیارات است و به طور کلاسیک می تواند محاسبه شود. این باقی مانده با نظریه نسبیت اینشتین مطابقت دارد. (ب) نور یک ستاره که از کنار خورشید می گذرد و به زمین می رسد به طرف خورشید منحرف شده و باعث می شود که به نظر برسد ستاره به اندازه زاویه $\Delta\varphi = ۱٫۷۵$ ثانیه کمان نسبت به خورشید جابجا شده است. این شکل فقط به صورت یک طرح است، و مسلماً در مقیاس واقعی نیست.

نتایج تجربی با پیشگوییهای اینشتین سازگار هستند. در مورد پیشگویی اول، نتایج با دقت زیادی شناخته شده هستند اما تغییرهایی غیر از تغییر اینشتین، برای آنها ارائه شده‌اند. در مورد پیشگویی دوم دقت نتایج غیر قطعی است. در حال حاضر کارهای تجربی زیادی جهت روشن کردن وضعیت در دست اقدام است. مع ذلک، در مورد معتبر بودن اصل هم‌ارزی اینشتین (که به وسیله تجربه‌های پائند تأیید شده است) اتفاق نظر وجود دارد. اما در مورد نظریه گرانشی ویژه او هنوز بحث پایان نیافته است.

نظریه نسبیت عام یکی از بزرگترین دستاوردهای اندیشه بشری در تمام طول تاریخ است. اصالت و غیرسنتی بودن طرز بررسی آن از نسبت خاص بیستراست. ایسن نظریه خیلی بیشتر از نظریه نسبیت خاص و تقریباً به طور کامل کار فقط یک نفر، آلبرت اینشتین، بود. تأثیر فلسفی نظریه نسبیت روی اندیشه انسان عمیق بوده است، و چشم‌اندازهای علمی که توسط آن باز شد بدون اغراق بی پایان‌اند. به گفتهٔ ماکس بورن [۵]: «بر طبق نظری که برای اولین بار توسط ارنست ماخ^۱ بیان شد نیروهای لخت به وسیلهٔ کل ستارگان ثابت به وجود می‌آیند. ایسن نظر، اعمال نظریه نسبیت عام به کل جهان را توصیه می‌کنند. این قدم عملاً در سال ۱۹۱۷ توسط اینشتین برداشته شد، و گسترش مدرن کیهان‌شناسی و کیهان‌زایی، و علوم مربوط به ساخت و پیدایش عالم، از این تاریخ آغاز می‌شود. این گسترش هنوز در جریان است و از نظر نتایج مهم بسیار غنی است، گرچه با نتیجه‌گیری نهایی هنوز خیلی فاصله دارد.»

سوالات و مسائل

۱. با شروع از این واقعیت که تمام اجسامی که تحت تأثیر هیچ نیروی قرار ندارند نسبت به یک چارچوب لخت با سرعت یکنواخت حرکت می‌کنند، سپس با در نظر گرفتن حرکت این اجسام در یک چارچوب شتاب‌دار، و بالاخره با به کار بردن اصل هم‌ارزی، نشان دهید که در یک میدان گرانشی یکنواخت تمام اجسام با یک شتاب سقوط می‌کنند و از آنجا برابری جرم لختی و جرم گرانشی را نتیجه بگیرید.
۲. چرا رابطه $t = d/c$ ، که برای تعیین زمان پرواز فوتون در چارچوب S' (شکل ج. ۱۰ ب) به کار رفت، به جای اینکه دقیق باشد، فقط تقریبی است؟
۳. ثابت کنید که نسبیت خاص از نظر متناسب بودن E و ν برای یک فوتون، با فیزیک کوانتومی سازگاری دارد.
۴. آیا گرانش را می‌توان به جای یک نیروی «حقیقی»، به عنوان یک نیروی «مجازی»، که از شتاب چارچوب مرجع شخص نسبت به یک چارچوب مرجع لخت ناشی می‌شود، در نظر گرفت؟

مراجع

۱. بخش ۱۶.۴ کتاب

«*Physics*,» Part I, R. Resnick and D. Halliday, John Wiley and Sons, Inc., New York (1966).

2. R. V. Pound and G. A. Rebka, Jr., «Apparent Weight of Photons,» *Phys. Rev. Letters*, **4**, 337 (1960).

3. R. V. Pound and J. L. Snider, «Effect of Gravity on Gamma Radiation,» *Phys. Rev.*, **140**, B-788 (1965).

4. A. Einstein, «Die Grundlagen der allgemeinen Relativitäts-theorie,» *Ann. Phys. Lpz.* **49**, 769 (1916).

این مقاله به اضافه چند مقاله دیگر به انگلیسی ترجمه شده و در کتاب زیر گردآوری شده است
The Principle of Relativity by Einstein and others, Dover Publications, Inc., 1923.

5. Max Born, *Einstein's Theory of Relativity*, Chapter VII, Dover Publications, Inc. New York (1962)

Albert Einstein, *Relativity, The Special and General Theory*, Crown Publishers, Inc. (1961).

کتاب فوق، تجدید چاپ مربوط به ویرایش پانزدهم (۱۹۵۲) از ترجمه ای است که در سال ۱۹۱۶ به عمل آمد.

6. R. H. Dicke, «The Richtmeyer Memorial Lecture - Gravitation and Cosmic Physics,» *Am. J. Phys.*, **35**, 559 (1967).

۷. بعضی از آنها در کتاب زیر بحث شده است

«A Crucial Test of Relativity Theory,» by Robert Bernhard in *Scientific Research*, August, 1967, p. 62.

8. C. Alton Coulter, «Spin 1/2 Particles in a Gravitational Field,» *Am. J. Phys.*, **35**, 603 (1967).

9. L. Witten (ed.), *Gravitation: An Introduction to Current Research*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1962.

10. R. H. Dicke, *The Theoretical Significance of Experimental Relativity*, by Gordon and Breach, New York, 1964.

جواب بعضی از مسائل

فصل ۱

۱۵. الف) با هم. ب) صوت. ج) گلوله.

فصل ۲

۱. الف) $10^{-12} \text{ sec} \times 4000$ ؛ ب) صفر.

۴. $x' = 2520 \text{ km}$ ، $y' = 10 \text{ km}$ ، $z' = 1 \text{ km}$

$t' = -770 \times 10^{-4} \text{ sec}$

۵. الف) $10^{-7} \text{ sec} = 135 \times 45/c$ ؛ ب) $10^{-7} \text{ sec} = 63 \times 190/c$ ؛

ج) $10^{-7} \text{ sec} = 57 \times 170/c$.

۶. الف) $10^7 \text{ m/sec} = 1344 \times 0.05447c$ ؛

ب) $10^7 \text{ m/sec} = 234 \times 0.05141c$ ؛

ج) $10^8 \text{ m/sec} = 131 \times 0.0436c$.

۹. الف) خیر، ب) $\frac{v/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}$

۱۰. الف) AD ، AC ؛ ب) $\Delta t \sqrt{1-\beta^2}$ ؛ ج) خیر، BC پیش از AD .

۱۲. الف) بله؛ $v = c/2$ در جهت مثبت x 519 m .

۱۳. الف) 3374 sec ، ب) صفر ثانیه، ج) نامعین.

۱۵. الف) $u = c/3$ ؛ ب) $c/3$.

۱۸. الف) $10^{-12} \text{ m} = 22 \times \Delta L/L_0$ ؛ ب) $526 \text{ روز} = 45 \times 10^5 \text{ sec}$

۱۹. الف) $L - L_0 = 640 \times 10^{-5} \text{ km}$.

۲۰. 64 km/h از سرعت مجاز تجاوز می‌کند.

۲۱. $2.012 \times 10^{-2} \text{ m}$

۲۲. الف) $2760 \times 10^8 \text{ m/sec} = 0.866c$ ؛ ب) سرعت کار ساعتهای سفینه نصف خواهد شد.

۲۳. الف) بله ؛ ب) $v = 0.99999990c$

۲۴. الف) $3.94 \times 10^7 \text{ m/sec}$ ؛ ب) $2.54 \times 10^{-6} \text{ sec}$

۲۵. الف) 1.67 m ؛ ب) 1.67 m

۲۶. الف) (I) صفر ؛ (II) 517 m ؛ (III) 1420 m ؛ (IV) 4840 m ؛

ب) (I) صفر ، (II) 414 m ؛ (III) 622 m ؛ (IV) 683 m

۲۷. 1.99947 m

۲۸. $0.999c$

۲۹. $0.946c$

۳۰. يك در 10^9

۳۱. الف) $0.817c$ درجهت مثبت x ؛

ب) $0.801c$ ، 86.4 درجه نسبت به محور x ؛

ج) $0.799c$ ، 86.4 درجه نسبت به محور x' .

$$\tan \theta' = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad L' = L\sqrt{1-\beta^2} \cos^2 \theta \quad 40$$

$$u' = \frac{[u^2 + v^2 + 2uv \cos \theta - (uv/c)^2 \sin^2 \theta]^{1/2}}{1 + (uv/c) \cos \theta} \quad 41$$

$$\tan \theta' = \frac{u \sin \theta \sqrt{1-(v/c)^2}}{v + u \cos \theta}$$

۳۲. الف) ۶ دقیقه ، ب) ۱۲ دقیقه ، ج) ۶ دقیقه .

۳۳. الف) $\tau_0 / \sqrt{1-\beta^2}$

۳۴. سبز .

۳۵. (I) 560 \AA ؛ (II) 2040 \AA ؛ (III) 3930 \AA

۴۹. $13 \text{ \AA} (I) ; 66 \text{ \AA} (II) ; 690 \text{ \AA} (III)$

۵۰. $\Delta\lambda = 29 \text{ \AA}$

فصل ۳

۱. الف) $abc\sqrt{1-\beta^2}$ ، ب) $m_0/\sqrt{1-\beta^2}$ (ج) $\rho' = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$

۳. خیر، ۰.۸۶۷c

۴. الف) $2784 \times 10^8 \text{ m/sec} = 0.948c$ ؛ ب) $621 m_e$ ؛

ج) $212 \text{ Mev} \cdot 10^{-19} \text{ kg-m/sec}$

۵. الف) $1962 m_e$ ؛ ب) $0.999999987c$ ؛ ج) $2796 m_e$ ، $0.9942c$ ، $v =$

۶. الف) $0.99882c$ ؛ ب) $0.1c$ ؛ ج) 206 (الکترون) ، 101 (پروتون).

۱۳. الف) 256×10^5 ولت ؛ ب) $0.6c$ ؛ ج) $1.43 \times 10^{-30} \text{ kg}$

۱۴. 41×10^{-14} ژول .

۱۸. الف) 0.145 weber/m^2 ، ب) 1.98

۱۹. 663 km

۲۱. $1.82 \times 10^{20} \text{ m}$

۲۲. $267 m_e$ ؛ مزون پی .

۲۳. 1142 کیلومتر بالاتراز سطح دریا .

۲۴. الف) $472 \times 10^{-36} \text{ kg}$ ؛ ب) $27208 \times 10^{-32} \text{ kg}$

۲۵. $474 \times 10^{-6} \text{ نیوتون/m}^2$

۲۶. $562 \times 10^{26} \text{ Mev}$

۲۷. $\Delta m = 4722 \times 10^{-12} \text{ kg}$ ؛ $4764 \times 10^{-12} \%$

۲۸. ب) 51 Mev (الکترون) ؛ 93872 Mev (پروتون) .

۲۹. الف) 27×10^{14} ژول ، ب) $1.79 \times 10^7 \text{ kg}$

۳۰. 92162 Mev

۳۱. $2772 \times 10^{-22} \text{ kg-m/sec}$ ؛ 51 Mev

۳۲. الف) $c/3$ ؛ ب) $2.012m_0$.

۳۴. الف) $2.34 \times 10^{-21} \text{ kg-m/sec}$ ؛ ب) $8.778 \times 10^{-4} \text{ Mev}$.

۳۶. 2958 Mev (نوترینو)؛ 422 Mev (موئون).

۳۸. الف) 438 Mev .

۴۱. الف) $363 \times 10^{-22} \text{ kg-m/sec}$ ؛ 3850 Mev .

ب) $p_x' = 1.15 \times 10^{-22} \text{ kg-m/sec}$ ؛ $p_y' = p_z' = 0$.

552 Mev .

فصل ۴

۸. الف) برای هر دو، صفر.

۱۸. نیوتون $F_y' = 922 \times 10^{-12}$ ؛ نیوتون $F_y = 412 \times 10^{-12}$.

۲۰. الف) $E_x = E_x' = 0$ ؛ $E_y = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0 a}$ ؛ $B_x = B_y = B_z = 0$.

ب) $i' = \gamma \lambda v$ ؛ $\lambda' = \lambda \gamma$.

ج) $E_x' = E_z' = 0$ ؛ $E_y' = \frac{\lambda'}{\pi \epsilon_0 a}$ ؛ $B_x' = B_y' = 0$ ؛ $B_z' = -\frac{\mu_0 i'}{\pi a}$.

ضمیمه تکمیلی الف

۸. الف) $c/3$ ، ب) $c/7$.

واژه نامه فارسی - انگلیسی

absolute future	آینده مطلق
aberration	ابیراهی
time dilation	اتساع زمان
headlight effect	اثر چراغ جلو
principle of equivalence	اصل هم‌ارزی
binding energy	انرژی اتصال
length contraction	انقباض طول
proper time interval	بازه زمانی ویژه
space - time interval	بازه فضا - زمانی
inelastic collision	برخورد ناکشاینده
twin paradox	پارادوکس دو قلوها
Galilean transformations	تبدیلات گالیله
Lorentz transformations	تبدیلات لورنتس
rest mass	جرم سکون
transverse mass	جرم عرضی
gravitational mass	جرم گرانشی
inertial mass	جرم لختی
relativistic mass	جرم نسبیتی
proper mass	جرم ویژه

world line	جهانخط
world diagram	جهان نمودار
inertial frame	چارچوب لخت
preferred frame	چارچوب مرجع
proper frame	دستگاه ویژه
event	رویداد
present	زمان حال
time like	زمان گونه
proper length	طول ویژه
space like	فضا گونه
ether drag	کشش اتری
Fresnel drag	کشش فرنل
action at a distance	کنش از دور
absolute past	گذشتهٔ مطلق
observer	ناظر
Emission theories	نظریه‌های گسیلی
space - time diagram	نمودار فضا - زمانی
synchronization	همزمانی

واژه نامه انگلیسی - فارسی

aberration	ابیراهی
absolute future	آینده مطلق
absolute past	گذشته مطلق
action at a distance	کنش از دور
binding energy	انرژی اتصال
Emission theories	نظریه های گسیلی
ether drag	کشش اتری
event	رویداد
Fresnel - drag	کشش فرنل
Galilean transformations	تبدیلات گالیله
gravitational mass	جرم گرانشی
headlight effect	اثر چراغ جلو
inelastic collision	برخورد ناکشایند
inertial frame	چارچوب لخت
inertial mass	جرم لختی
length contraction	انقباض طول
Lorentz transformations	تبدیلات لورنتس

observer	ناظر
preferred frame	چارچوب مرجح
present	زمان حال
principle of equivalence	اصل هم‌ارزی
proper frame	دستگاه ویژه
proper length	طول ویژه
proper mass	جرم ویژه
proper time interval	بازه زمانی ویژه
relativistic mass	جرم نسبی
rest mass	جرم سکون
space like	فضا گونه
space - time diagram	نمودار فضا - زمانی
space - time interval	بازه فضا - زمانی
synchronization	همزمانی
time dilation	اتساع زمان
time like	زمان گونه
transverse mass	جرم عرضی
twin paradox	پارادوکس دوقلوها
world diagram	جهان نمودار
world line	جهان خط

واژه یاب

اصل	آ
- ثابت بودن سرعت نور ۳۶	آزمایش
- نسبیّت ۳۶	- مایکلسون - مورلی ۲۴، ۱۹، ۱۸
- نسبیّت اینشتین ۹۸، ۳۶، ۳۵	- ایوز استیل ول ۹۳
- نیوتونی نسبیّت (مفهوم) ۱۳، ۱۲	آینده مطلق ۲۱۴، ۲۱۳
- هم‌ارزی ۲۳۲، ۲۳۱	
انرژی	الف
- اتصال ۱۴۵، ۱۴۴	ایراهی ۳۰، ۲۹، ۲۸
- ، تبدیل نسبیّت ۱۵۴، ۱۵۳	- ، ردکشش اتری ۳۰، ۲۹
- جنبشی، بیان کلاسیکی ۱۲۶، ۱۲۵	- فرمولبندی نسبیّت ۸۹، ۸۸، ۸۷
- جنبشی، بیان نسبیّت ۱۲۷، ۱۲۶	۹۱، ۹۰
- سکون ۱۲۷	اثر
- کل ۱۲۷	- ، مفهوم کلاسیک ۱۹، ۱۸، ۱۶
- لخت ۱۴۸، ۱۴۴، ۱۴۳	- ی، کشش ۲۸
- ، مؤلفه چهار - بردار ۱۵۴	اتساع زمان ۲۱۳، ۷۸، ۷۱
اندازه حرکت	- به‌طور هندسی ۲۱۲
- ، چهار - بردار ۱۵۹، ۱۵۴	- و اثر دوپلر ۹۳، ۹۲
- ، نقص مفهوم کلاسیکی ۱۱۶، ۱۱۵	اثر چراغ جلو ۱۱۱، ۱۰۱
- ، تبدیل نسبیّت ۱۵۴، ۱۵۳	اختلاف فاز در هم‌زمان کردن ساعتها ۶۵،
- نسبیّت ۱۱۹	۷۵، ۷۳
انقباض طول ، نمایش هندسی ۲۱۱	از بین رفتن مزون پی ۷۹، ۷۷

پایستگی جرم

- هم ارزی با پایستگی انرژی ۱۴۰،
- ۱۴۲، ۱۴۱
- بستگی با پایستگی اندازه حرکت ۴۴

- اینشتین ۴۲، ۴۱، ۴۰، ۳۹، ۳۸
- اینشتین، آلبرت؛ نقل قول ۴۱، ۳۵، ۲
- ۲۲۱، ۱۶۹، ۱۵۱-۱۴۷، ۴۲

ب

بار الکتریکی

ت

تبدیلات

- گالیله ۱۷، ۱۶، ۵، ۳
- میدان الکترومغناطیسی ۱۷۹
- نسبیتی میدان الکترومغناطیسی ۱۷۹

- ، تبدیل نسبیتی ۱۷۲، ۱۷۱، ۱۷۰
- ، ناورداد در نسبیت ۱۸۴، ۱۳۶
- ۱۸۵
- و همزمانی ۱۷۴
- بازه فضا - زمانی ۲۱۶

تبدیل

- انرژی ۱۵۳
- جرم ۱۵۴
- خطی، معادلات ۵۸
- سرعت ۸
- کلاسیکی شتاب ۹
- مؤلفه‌های اندازه حرکت ۱۵۳
- مؤلفه‌های نیرو ۱۵۶

- برخورد ناکشایند و هم ارزی جرم و انرژی
- ۱۴۴، ۱۳۸
- بلوخینتسف؛ نقل قول ۱۹۶
- بورن، ماکس؛ نقل قول ۹۱، ۹۰
- بوندی، هرمان؛ نقل قول ۳۹، ۳۸
- ۹۹، ۹۸

تبدیل لورنتس

- ، پی آمدها ۶۷، ۶۶
- استنتاج صوری ۶۲، ۶۱، ۵۷
- استنتاج فیزیکی ۱۰۵
- الزامات ۳۸
- ثابت همزمانی ۱۰۲، ۹۹، ۹۸
- ترتیب زمانی رویدادها ۲۱۶، ۲۱۴، ۲۱۳
- توان وابسته به نیرو ۱۵۷، ۱۵۶

- پارادوکس دوقلوها، امتحان تجربی ۲۲۸
- پایستگی اندازه حرکت
- بیان نسبیتی ۱۲۳، ۱۲۲
- شکست بیان کلاسیکی ۱۱۷، ۱۱۶
- ۱۱۹، ۱۱۸

- بستگی با پایستگی انرژی ۱۵۴
- به عنوان يك قانون فیزیکی ۴۴
- پایستگی انرژی

ج

جرم

- تبدیل نسبیتی ۱۵۴
- به عنوان کمیت نرده ای ناورداد ۱۲۴

- بستگی با پایستگی اندازه حرکت
- ۱۵۴
- به عنوان يك قانون فیزیکی ۴۴، ۱۱
- کل ۱۴۹، ۱۴۲، ۱۴۱

- د
- دستگاه ویژه ۶۵
 - دوپلر، اثر
 - عرضی بر حسب اتساع زمان ۹۳، ۹۴
 - ، معادلهٔ نسبیتی ۹۱، ۹۲
 - دوسیته ۳۴، ۴۷
- ر
- رویداد ۳
- ز
- زمان حال ۲۱۴
 - زمان کلاسیکی ۵، ۶، ۵۱، ۵۲
 - زمان گونه ۲۱۵، ۲۱۶
 - زمان - مکانی، بازه؛ ناوردایی ۲۱۶
 - زمان ویژه
 - ، بازه ۲۲۲
 - ، کمیت ناوردای ۹۵
 - ، ماهیت ناوردای ۲۱۵
 - ، همبستگی با مسیر ۲۲۱
- س
- ساعت
 - بیولوژیکی ۲۲۷، ۲۲۸
 - فیزیکی ۲۲۷، ۲۲۸
 - ستارگان مزدوج، رصدها ۳۴، ۳۷
 - سرعت حدی ۹۴، ۱۲۴، ۱۲۸
 - سرعت نور ۱۶، ۱۷
 - ، ناوردایی ۳۶
- لختی و گرانشی ۲۳۱، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۹
- سکون ۱۲۱، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵
- به عنوان انرژی داخلی ۱۴۴
- طولی ۱۳۵
- نسبیتی ۱۱۹، ۱۲۲، ۱۲۳
- ویژه ۱۲۲
- جسم صلب ۹۶، ۹۷، ۱۴۷
- جهانخط ۲۰۶
- چ
- چارچوب لخت ۳، ۳۵، ۳۶، ۹۷، ۹۸
- ، تعریف ۳
- ، هم ارزی ۱۳، ۳۸، ۹۷
- چارچوب مرجع ۱۳، ۱۶، ۱۷
- نسبت به ناظر ۴۳
- چارچوبهای
- مرجع شتابدار ۲۲۸، ۲۳۲، ۲۳۳
 - هم ارز ۱۳، ۳۸، ۹۸، ۲۳۱، ۲۳۲
 - چگالی بار الکتریکی ۱۷۳
 - بستگی به چارچوب لخت ۱۷۴
 - چگالی شدت جریان ۱۷۳
 - تعریف ۱۷۱
 - به عنوان یک چهار- بردار ۱۷۱، ۱۷۲
 - ، تبدیل نسبیتی ۱۷۱، ۱۷۲
- ح
- حرکت
- ذرات، نمایش هندسی ۲۰۶
 - شتابدار، نمایش هندسی ۲۲۳

ش

شتاب

- ، آشکارسازی ۲۲۴
- ، تبدیل کلاسیکی ۱۰
- ، معادلات نسبیتی تبدیل ۸۶
- شتابدار ، چارچوبهای مرجع ۲۲۸ ،
- ۲۳۲ ، ۲۳۳
- شتاب يك ذره ، تحت تأثیر يك نیرو
- ۱۳۰ ، ۱۲۹

شنک لند ، نقل قول ۵۱

ط

طول ۹۹ ، ۷۳ ، ۷۱ ، ۶۳

- ، اندازه گیری ۲۱۱ ، ۷ ، ۶

- ، انقباض ۲۱۲ ، ۲۱۱ ، ۱۰۴

- ، حقیقت انقباض ۹۷ ، ۹۶

- واحد روی يك نمودار مینکوفسکی

۲۰۹

طول ویژه ۶۵

ع

عطارد ، نقطه حضیض ۲۳۸

علیت ۲۱۷ ، ۲۱۶ ، ۱۱۰

ک

کلاین ، مارتین ؛ نقل قول ۴۰ ، ۴۱

کندکار کردن ساعت‌های متحرك ۲۲۳ ، ۸۰

کندی - توندیک ، آزمایش ۲۸

کشش از دور ۱۱۶ ، ۱۱۵

گ

گالیه ، تبدیلات ۱۷ ، ۱۶ ، ۵ ، ۳

گذشته مطلق ۲۱۵ ، ۲۱۴

گرانش ، نظریه میدان ۲۳۷ ، ۲۳۶

- و نور ۲۳۸ ، ۲۳۵ ، ۲۳۴ ، ۲۳۳

گرانشی

- ، جابجایی به سوی سرخ ۲۳۵

- ، جرم ۲۳۴ ، ۲۳۳

- ، میدان ۲۳۵ ، ۲۳۴ ، ۲۳۳

ل

لورنتس - فیتزجرالد ، انقباض ۲۸ ، ۲۷ ،

۹۹

م

ماکسول ، معادلات

- ، ناوردایی تحت تبدیل لورنتس

۱۹۶ ، ۱۹۵ ، ۱۹۲

ف

فرنل ، کشش ۴۷ ، ۳۲ ، ۳۱

- بیان نسبیتی ۸۳

غ

غیر همزمانی و غیر همگامی ساعت‌های متحرك

۶۵

- و تبدیلات گالیه ۱۷
 محیطهای متحرك ۳۰
 معادلات تبدیل لورنتس ۶۲، ۶۳
 - نسبیتی شتاب ۸۶
 - ماکسول، ناوردایی تحت تبدیلات
 لورنتس ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۵، ۱۹۶
 منحنیهای درجه بندی هذلولی ۲۰۹
 موسباوئر، اثر
 - ، آزمون آثار نسبیتی عام ۲۳۶
 - و آزمون پارادوکس دوقلوها ۲۲۸
 میدان الکترومغناطیسی، تبدیلات نسبیتی
 ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷
 - دوبار متحرك ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱،
 ۱۹۲
 - ، چهار- تانسور ۱۷۸
 - يك سیم حامل جریان ۱۸۶، ۱۸۷،
 ۱۸۸
 میدان حاصل از يك بار نقطه ای متحرك با
 حرکت یکنواخت ۱۸۰ - ۱۸۳
 میدانهای الکتربیکی و مغناطیسی، بستگی
 ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۷، ۱۷۸
 ن
 ناظر ۸۰، ۸۱، ۸۲
 ناورداها و قوانین تبدیل ۱۶، ۱۷
 ناوردایی امواج الکترومغناطیسی تحت
 تبدیلات گالیه ۴۵
 - بار الکتربیکی ۱۳۶، ۱۸۵، ۱۸۶،
 ۱۹۰
 - برای يك موج الکترومغناطیسی تخت
 ۱۹۹
 - شار الکتربیکی ۱۸۷، ۱۸۸
 - قوانین نیوتون تحت تبدیلات گالیه
 ۱۰، ۱۱، ۱۵
 - موج الکترومغناطیسی تحت تبدیلات
 لورنتس ۱۰۲
 نسبیت، اصل موضوع ۳۵، ۳۶
 - نیوتونی ۱۳
 - و عقل سلیم ۹۴، ۹۷
 - خاص، حوزة اعتبار ۴۳، ۲۳۶،
 ۲۳۷
 - ، محدودیتهای ممکن ۱۹۶
 - عام ۲۳۱
 - همزمانی ۵۳، ۵۴، ۵۷، ۷۵،
 ۷۶، ۲۱۰
 نسبی بودن همزمانی، نمایش هندسی ۲۱۰
 نظریه های گسیلی ۳۴، ۳۵، ۴۴
 نقل قول
 - آلبرت اینشتین ۲، ۳۵، ۴۱، ۴۲،
 ۱۴۷، ۱۵۱، ۱۶۹، ۲۲۱
 - بلوخینتسف ۱۹۶
 - شنک لند ۵۱
 - مارتین کلاین ۴۰، ۴۱
 - ماکس بورن ۹۰، ۹۱
 - نیوتون ۱۶، ۵۱
 وایسکوف ۸۰
 - ویترو ۹۹
 - هرمان بوندی ۳۸، ۳۹، ۹۸، ۹۹
 نمودار
 - فضا- زمانی ۲۰۵
 - مینکوفسکی، تعیین مختصات فضا-
 زمانی ۲۰۹

نور در میدان گرانشی ، ۲۳۲، ۲۳۳،

۲۳۴، ۲۳۸

جرم مؤثر ، ۱۴، ۱۴۳

گسیل از جسمی متحرك ، ۱۰۱، ۱۱۱

نیرو ، بیان نسبیتی ، ۱۲۵، ۱۲۸، ۱۲۹

شکل چهار-برداري ، ۱۵۶، ۱۵۷

معادلات تبدیل ، ۱۵۵، ۱۵۶

ی لورنتس ، ۱۲۵، ۱۷۵

های بین بارهای متحرك ، ۱۸۹، ۱۹۱

ها و میدانها در مجاورت يك سیم

حامل جریان ، ۱۸۶، ۱۸۹

نیوتون ؛ نقل قول ، ۱۶، ۵۱

و

وایسکوف ؛ نقل قول ، ۸۰

ویترو ؛ نقل قول ، ۹۹

ویژه ، بازه زمانی ، ۶۵

چارچوب ، ۶۶

دستگاه ، ۶۵

زمان ، ۱۱۲

طول ، ۶۵

ه

هم‌ارزی ، اصل ، ۲۳۱، ۲۳۲

جرم وانرژی ، ۱۳۸، ۱۴۲، ۱۴۵،

۱۵۱، ۱۵۲

همزمانی ، ۵۲، ۵۳

تعریف ، ۵۱، ۵۴

حرکت بارها ، ۱۷۴

ساعات در يك چارچوب مرجع ، ۵۲

۵۳

اندازه گیری طول ، ۶، ۷، ۲۱۱،

۲۱۲