

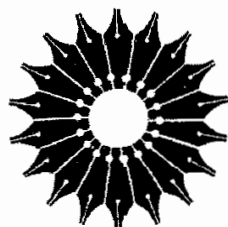


آشنایی با کیهان شناسی

جیانت ویشنو نارلیکار



ترجمه منیژه رهبر



آشنایی با کیهان‌شناسی

جیانت ویشنو نارلیکار

ترجمه منیژه رهبر

مرکز نشر دانشگاهی



An Introduction to Cosmology
Third Edition
Jayant Vishnu Narlikar
Cambridge University Press, 2002

آشنایی با کیهان‌شناسی
تألیف جیانت ویشنو نارلیکار
ترجمه منیره رهبر
طراح جلد: بهرام کاروسی راد
نمونه خوان: لیلا محسنی
حروفچینی و صفحه‌آرایی: زهرا صاعده‌فاضل، نادیا فرهاد توسکی
ناظر چاپ: خشایار نصیری‌منش
مرکز نشر دانشگاهی
چاپ اول ۱۳۸۸
تعداد ۱۰۰۰
لیتوگرافی، چاپ و صحافی: وسه
۹۵۰۰ تومان
حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است
فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

سرشناسه: نارلیکار، جیانت ویشنو، ۱۹۳۸-م. Narlikar, Jayant Vishnu
عنوان و نام پدیدآور: آشنایی با کیهان‌شناسی / جیانت ویشنو نارلیکار؛ ترجمه منیره رهبر.
مشخصات نشر: تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۸.
مشخصات ظاهری: چهارده، ۶۴۲ص.
فروست: مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۳۴۱، فیزیک؛ ۱۳۹.
شابک: 978-964-01-1341-7
وضعیت فهرست‌نویسی: فیبا
یادداشت: عنوان اصلی: An introduction to cosmology, 3rd ed, 2002.
موضوع: کیهان‌شناسی
شناسه افزوده: رهبر، منیره، ۱۳۲۴-
شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی
رده‌بندی کنگره: ۱۳۸۸ آ۵ / ن QB۹۸۱
رده‌بندی دیویی: ۵۲۳/۱
شماره کتابشناسی ملی: ۱۸۶۴۳۳۶

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	مقدمه
۳	پیشگفتار ویراست اول
۷	پیشگفتار ویراست دوم
۹	پیشگفتار ویراست سوم
۱۱	۱ ساختار بزرگ مقیاس عالم
۱۱	۱.۱ نجوم و کیهان‌شناسی
۱۳	۲.۱ از هرشل تا هابل
۲۰	۳.۱ انواع کهکشان
۲۹	۴.۱ چشمه‌های رادیویی
۳۳	۵.۱ کوازارها
۳۶	۶.۱ ساختارها در بزرگترین مقیاس

۴۰	۷.۱	مختصات و فهرست اجسام نجومی
۴۳	۸.۱	انبساط عالم
۴۷	۹.۱	تابشهای زمینه
۴۸	۱۰.۱	مدلهای نظری عالم
۵۲	۲	نسبیت عام
۵۲	۱.۲	فضا، زمان، و گرانش
۵۶	۲.۲	بردارها و تانسورها
۵۸	۱.۲.۲	زده‌ای‌ها
۵۸	۲.۲.۲	بردارهای پادوردا
۵۹	۳.۲.۲	بردارهای هموردا
۶۱	۴.۲.۲	تانسورها
۶۳	۵.۲.۲	تانسورهای متقارن و پادمتقارن
۶۴	۶.۲.۲	ادغام
۶۵	۳.۲	مشتق‌گیری هموردا
۷۰	۴.۲	هندسهٔ ریمانی
۷۲	۵.۲	خمیدگی فضا-زمان
۷۵	۱.۵.۲	تقارنهای <i>Riklm</i>
۷۵	۲.۵.۲	تانسورهای اینشتین و ریچی
۷۶	۳.۵.۲	اتحادهای بیانکی
۷۶	۶.۲	ژئودزیکها
۸۰	۷.۲	اصل هم‌ارزی
۸۴	۸.۲	اصل کنش و تانسورهای انرژی
۸۶	۱.۸.۲	تانسور انرژی ماده
۹۰	۲.۸.۲	تانسور انرژی میدان الکترومغناطیسی
۹۱	۹.۲	معادله‌های گرانشی
۹۲	۱.۹.۲	تقریب نیوتونی

۹۵	۱۰.۲ حل شوارتس شیلد
۹۸	۱۱.۲ آزمونهای تجربی نسبیت عام
۱۱۰	۱.۱۱.۲ سیاهچاله‌ها
۱۱۹	۳ از نسبیت تا کیهان‌شناسی
۱۱۹	۱.۳ زمینه تاریخی
۱۲۱	۲.۳ کیهان‌شناسی نیوتونی
۱۲۳	۱.۲.۳ انتقال به سرخ
۱۲۶	۳.۳ عالم اینشتین
۱۳۲	۴.۳ عالم در حال انبساط
۱۳۴	۵.۳ فرضهای ساده‌کننده کیهان‌شناسی
۱۳۴	۱.۵.۳ اصل موضوع وایل
۱۳۷	۲.۵.۳ اصل کیهان‌شناسی
۱۴۱	۶.۳ انتقال به سرخ
۱۴۳	۷.۳ قدر ظاهری
۱۴۹	۸.۳ قانون هابل
۱۵۰	۹.۳ اندازه زاویه‌ای
۱۵۲	۱۰.۳ روشنایی سطحی
۱۵۲	۱۱.۳ شمارشهای چشمه
۱۵۷	۴ مدل‌های فریدمان
۱۵۷	۱.۴ مقدمه
۱۵۷	۱.۱.۴ کیهان‌شناسی نیوتونی
۱۶۰	۲.۴ معادله‌های میدان اینشتین در کیهان‌شناسی
۱۶۲	۳.۴ تانسورهای انرژی عالم
۱۶۳	۱.۳.۴ حرکت‌های کاتوره‌ای در عالم در حال انبساط
۱۶۶	۲.۳.۴ سیطره ماده در برابر تابش
۱۶۹	۴.۴ مدل‌های فریدمان

۱۷۰	۱.۴.۴	مقطعه‌های اقلیدسی ($k = 0$)
۱۷۲	۲.۴.۴	مقطعه‌های بسته ($k = 1$)
۱۷۴	۳.۴.۴	مقطعه‌های باز ($k = -1$)
۱۷۸	۴.۴.۴	تکینگی فضا زمان
۱۷۹	۵.۴	فاصله درخشندگی
۱۷۹	۱.۵.۴	مدل اینشتین-دوسیتته
۱۸۰	۲.۵.۴	مدل بسته
۱۸۱	۳.۵.۴	مدل باز
۱۸۳	۶.۴	افقها و شعاع هابل
۱۸۳	۱.۶.۴	افق ذره
۱۸۴	۲.۶.۴	افق رویداد
۱۸۶	۷.۴	رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ
۱۸۸	۸.۴	شمارشهای چشمه
۱۹۰	۹.۴	زمینه تابش از چشمه‌ها
۱۹۲	۱۰.۴	مدلهای کیهان‌شناختی با جمله λ
۱۹۷	۱۱.۴	اظهارنظرهای نهایی
۲۰۲	۵	بقایای مهبانگ
۲۰۲	۱.۵	عالم با سیطره تابش
۲۰۶	۲.۵	ترمودینامیک عالم اولیه
۲۰۷	۱.۲.۵	تابعهای توزیع
۲۱۰	۲.۲.۵	رفتار آنتروپی
۲۱۱	۳.۲.۵	تقریبهای دمای زیاد و کم
۲۱۳	۳.۵	نوترینوهای آغازین
۲۱۵	۱.۳.۵	عصر واجفتیدگی نوترینو
۲۱۵	۲.۳.۵	دوره نابودی e^+ و e^-
۲۱۷	۴.۵	نسبت نوترون به پروتون

۲۲۲	۵.۵	سنتز هسته‌های سبک
۲۲۵	۱.۵.۵	هلیم آغازین و گونه‌های نوترینو
۲۲۷	۲.۵.۵	دوتریم و هسته‌های سبک دیگر
۲۲۸	۶.۵	زمینه ریزموج
۲۳۴	۷.۵	اظهارنظ‌های نهایی
۲۳۸	۶	عالم نخستین
۲۳۸	۱.۶	کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات
۲۴۰	۱.۱.۶	ترکیب ذره‌ای عالم نخستین
۲۴۳	۲.۶	بقای ذرات جرم‌دار
۲۴۹	۳.۶	نظریه‌های وحدت بزرگ و بی‌تقارنی باریونی
۲۵۰	۱.۳.۶	الکترودینامیک
۲۵۰	۲.۳.۶	برهم‌کنش ضعیف
۲۵۳	۳.۳.۶	الکترودینامیک کوانتومی
۲۵۳	۴.۳.۶	GUTs: SU(۵)
۲۵۷	۵.۳.۶	پیدایش باریون در عالم اولیه
۲۶۰	۶.۳.۶	شکست خودبه‌خود تقارن
۲۶۳	۴.۶	بعضی مسئله‌های کیهان‌شناسی فریدمان
۲۶۳	۱.۴.۶	مسئله افق
۲۶۴	۲.۴.۶	مسئله تخت بودن
۲۶۷	۳.۴.۶	مسئله آنروپی
۲۶۸	۴.۴.۶	مسئله تک‌قطبی
۲۶۸	۵.۶	عالم تورمی
۲۶۹	۱.۵.۶	مدل تورمی گوث
۲۷۳	۲.۵.۶	عالم تورمی جدید
۲۷۶	۳.۵.۶	تورم آشوبناک
۲۷۶	۴.۵.۶	تورم: نقطه‌های ضعف و فلکهای تدویر

صفحه	عنوان
۲۷۷	۶.۶ سیاهچاله‌های آغازین
۲۸۰	۷.۶ کیهان‌شناسی کوانتومی
۲۸۲	۸.۶ نتیجه‌گیری
۲۸۲	۱.۸.۶ مسئله عدد کوچک
۲۸۸	۷ تشکیل ساختارهای بزرگ-مقیاس در عالم
۲۸۸	۱.۷ مسئله‌ای کلیدی در کیهان‌شناسی
۲۸۹	۲.۷ جرم جینز در عالم در حال انبساط
۲۹۰	۱.۲.۷ معادله‌های بنیادی
۲۹۵	۲.۲.۷ تحول جرم جینز
۲۹۸	۳.۷ رشد در دوره پس از بازترکیب
۲۹۹	۱.۳.۷ مدل اینشتین-دوسیته
۳۰۰	۲.۳.۷ مدل بسته ($k = 1$)
۳۰۱	۳.۳.۷ مدل باز ($k = -1$)
۳۰۲	۴.۳.۷ رشد در عالمهای تحت سیطره تابش
۳۰۳	۴.۷ قندهای رصدی
۳۰۳	۱.۴.۷ ناهمسانگردی زاویه کوچک
۳۰۵	۲.۴.۷ انواع اختلالها
۳۰۶	۳.۴.۷ قید افق
۳۰۷	۴.۴.۷ طیف مقیاس-ناوردا
۳۰۸	۵.۴.۷ سلسله مراتب ساختارها
۳۰۹	۶.۴.۷ توزیع سن
۳۱۰	۵.۷ افت و خیزهای چگالی و جرم
۳۱۳	۶.۷ ورودیها از مرحله تورمی
۳۱۳	۱.۶.۷ ارتباطهای تصادفی در افت و خیزهای اولیه
۳۱۶	۲.۶.۷ طیف مقیاس-ناوردا
۳۱۹	۷.۷ نقش ماده تاریک

۳۱۹	۱.۷.۷	انواع مادهٔ تاریک غیرباریونی
۳۲۰	۲.۷.۷	نوترینوهای جرم‌دار
۳۲۴	۳.۷.۷	مادهٔ تاریک و اندازهٔ ساختار
۳۲۶	۸.۷	رژیم غیرخطی
۳۲۶	۱.۸.۷	تقریب زلدویچ
۳۲۸	۲.۸.۷	شبیه‌سازیهای N جسمی
۳۳۶	۸	کیهان‌شناسیهای دیگر
۳۳۶	۱.۸	جایگزینهایی برای کیهان‌شناسی فریدمان
۳۳۷	۲.۸	اصل ماخ
۳۴۱	۳.۸	نظریهٔ گرانی برنز-دیکی
۳۴۴	۱.۳.۸	اصل کُنش
۳۴۵	۲.۳.۸	اندازه‌گیریهای ω در منظومهٔ شمسی
۳۴۶	۴.۸	جوابهای کیهان‌شناختی در نظریهٔ برنز-دیکی
۳۴۷	۱.۴.۸	$C = 0$
۳۴۷	۲.۴.۸	$C \neq 0$
۳۴۸	۳.۴.۸	تولید هسته‌های سبک
۳۴۹	۴.۴.۸	تغییرات G
۳۵۰	۵.۴.۸	تورم در کیهان‌شناسیهای برنز-دیکی
۳۵۰	۵.۸	کیهان‌شناسیهای هوپل-نارلیکار
۳۵۲	۱.۵.۸	گریزی به نظریهٔ الکترومغناطیس
۳۵۶	۲.۵.۸	لختی و گرانی
۳۵۷	۳.۵.۸	ناوردایی همدیس
۳۵۹	۶.۸	معادله‌های گرانشی نظریهٔ HN
۳۶۴	۷.۸	فرضیهٔ عددهای بزرگ
۳۶۸	۸.۸	دو متریک
۳۷۰	۱.۸.۸	آفرینش ذرات

۳۷۰	۲.۸.۸ تعیین β
۳۷۱	۹.۸ مدل‌های کیهان‌شناختی مبتنی بر LNH
۳۷۴	۱.۹.۸ بازگشت مجدد به کیهان‌شناسی HN
۳۷۶	۱۰.۸ نتیجه‌گیری
۳۸۲	۹ کیهان‌شناسی‌های با آفرینش ماده
۳۸۲	۱.۹ مقدمه
۳۸۳	۲.۹ نظریهٔ حالت پایا
۳۸۴	۱.۲.۹ اصل کیهان‌شناختی کامل
۳۸۷	۲.۲.۹ نظریهٔ میدانی برای آفرینش
۳۹۲	۳.۹ پارامترهای قابل مشاهدهٔ نظریهٔ حالت پایا
۳۹۴	۴.۹ ملاحظات فیزیکی و اخترفیزیکی
۳۹۴	۱.۴.۹ عالم داغ
۳۹۵	۲.۴.۹ عالم حبابی
۳۹۶	۳.۴.۹ منشأ عناصر و زمینهٔ ریزموج
۳۹۷	۵.۹ کیهان‌شناسی حالت-شبه-پایا
۴۰۲	۶.۹ ذرات پلانک
۴۰۳	۷.۹ ثابت کیهان‌شناختی
۴۰۶	۸.۹ آفرینش ماده
۴۱۳	۹.۹ مدل‌های کیهان‌شناختی
۴۱۳	۱.۹.۹ مدّ خلاق
۴۱۴	۲.۹.۹ مدّ غیرخلاق
۴۱۵	۳.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = 0$
۴۱۶	۴.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = \pm 1$
۴۱۸	۱۰.۹ جواب حالت شبه‌پایا
۴۲۰	۱۱.۹ تصویر اخترفیزیکی
۴۲۱	۱۲.۹ منشأ هسته‌های سبک

۴۲۴	زمینه ریزموج ۱۳.۹
۴۲۴	دمای زمینه ۱.۱۳.۹
۴۲۶	گرمایی شدن ۲.۱۳.۹
۴۳۱	ناهمسانگردی زمینه ۳.۱۳.۹
۴۳۳	ساختار بزرگ-مقیاس ۱۴.۹
۴۳۵	اظهارنظرهای نهایی ۱۵.۹
۴۴۲	۱۰ آزمونهای رصدی موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی
۴۴۲	۱.۱۰ مقدمه
۴۴۵	۲.۱۰ اندازه‌گیری ثابت هابل
۴۴۵	۱.۲.۱۰ مدول فاصله
۴۴۷	۲.۲.۱۰ خاموشی کهکشانی
۴۴۸	۳.۲.۱۰ اندازه‌گیریهای فاصله برون‌کهکشانی
۴۶۲	۴.۲.۱۰ ثابت هابل
۴۶۵	۳.۱۰ ناهمسانگردی میدانهای سرعت بزرگ مقیاس موضعی
۴۶۶	۱.۳.۱۰ توزیع موضعی
۴۶۸	۲.۳.۱۰ بازنگری ثابت هابل
۴۷۱	۴.۱۰ توزیع و چگالی ماده در اطراف ما
۴۷۲	۱.۴.۱۰ نسبتهای جرم به نور
۴۸۰	۲.۴.۱۰ محدودیتهای ناشی از تشکیل ساختار
۴۸۱	۳.۴.۱۰ ماده تاریک
۴۸۸	۵.۱۰ سن عالم
۴۸۸	۱.۵.۱۰ تحول ستاره‌ای
۴۸۹	۲.۵.۱۰ گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای
۴۹۳	۶.۱۰ فراوانی هسته‌های سبک
۴۹۳	${}^4\text{He}$ ۱.۶.۱۰
۴۹۶	${}^2\text{H}$ ۲.۶.۱۰

۴۹۷	${}^3\text{He}$ و ${}^7\text{Li}$ ۳.۶.۱۰
۴۹۸	۷.۱۰ شواهدی بر وجود پادماده
۵۰۰	۸.۱۰ زمینة ریزموج
۵۰۱	۱.۸.۱۰ طیف
۵۰۴	۲.۸.۱۰ ناهمسانگردی
۵۲۱	۱۱ رصدهای مربوط به بخشهای دوردست عالم
۵۲۱	۱.۱۱ مخروط نور گذشته
۵۲۳	۲.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر
۵۲۵	۱.۲.۱۱ خطاهای رصدی و عدم قطعیتها
۵۳۰	۲.۲.۱۱ نمودار هابل
۵۳۲	۳.۲.۱۱ نمودار هابل که با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia به دست آمده است
۵۳۶	۳.۱۱ شمارش تعداد اجسام برون کهکشانی
۵۳۷	۱.۳.۱۱ کهکشانشها
۵۴۰	۲.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: روشها
۵۴۴	۳.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: داده‌ها
۵۴۷	۴.۱۱ تغییر اندازه‌های زاویه‌ای با فاصله
۵۵۴	۵.۱۱ آزمون روشنایی سطحی
۵۵۵	۶.۱۱ کوازارها به عنوان کاوه‌های تاریخچه عالم
۵۶۶	۷.۱۱ قیدهای رصدی مربوط به پارامترهای کیهان‌شناختی
۵۷۴	۸.۱۱ تغییر ثابتهای بنیادی
۵۷۴	۱.۸.۱۱ تغییر $\alpha = e^2/(\hbar c)$
۵۷۵	۲.۸.۱۱ تغییر G
۵۸۱	۱۲ برداشت کلی منتقدانه
۵۸۱	۱.۱۲ کیهان‌شناسی به عنوان یک علم
۵۸۲	۲.۱۲ محدودیتهای رصدی QSSC
۵۸۲	۱.۲.۱۲ رابطه انتقال به سرخ-قدر

۵۸۴	۲.۲.۱۲ شمارشهای چشمه رادیویی
۵۸۴	۳.۲.۱۲ رابطه اندازه زاویه ای-انتقال به سرخ
۵۸۶	۴.۲.۱۲ تابش زمینه ریزموج
۵۸۷	۵.۲.۱۲ هسته های سبک
۵۸۷	۶.۲.۱۲ ماده تاریک
۵۸۸	۳.۱۲ دلایل به نفع کیهان شناسی استاندارد
۵۸۹	۴.۱۲ شواهد بر علیه کیهان شناسی استاندارد
۵۹۱	۵.۱۲ چشم انداز آینده
۵۹۱	۱.۵.۱۲ آزمونهایی که می توانند SC را رد کنند
۵۹۳	۲.۵.۱۲ آزمونهایی که می توانند QSSC را رد کنند
۵۹۵	۶.۱۲ اظهارنظرهای پایانی
۶۰۵	جدول مقادیر ثابت
۶۰۸	واژه نامه نمادها و اختصارها
۶۰۹	کتاب شناسی
۶۲۷	نمایه

مقدمه

این کتاب مهمی است که امیدوارم تمام کسانی که با فیزیک و کیهان‌شناسی سروکار دارند، آن را مطالعه کنند. ضمانت می‌کنم دانشجویانی که به‌طور منظم مثالهای بسیار عالی این کتاب را حل کنند، معلومات بسیاری در زمینه نسبیت و کیهان‌شناسی به‌دست آورند. همچنین قول می‌دهم که متخصصان با تجربه نیز بسیاری از مطالب را شگفت‌انگیز و شادی‌آفرین بیابند.

این کتاب، با پشتوانهٔ سالها پژوهش تراز اول، شاهکاری از شفافیت است. جیانت نارلیکار^۱، از اولین روزهای تحصیل در دورهٔ تحصیلات تکمیلی، یک نویسنده و سخنران صریح بوده است. شگفتی سخنرانی نارلیکار در آن است که بفهمیم چگونه می‌تواند با آهنگی چنان آرام، مطالبی را با دقت و سرفرصت روی تختهٔ سیاه بنویسد، و در مدت یک ساعت مطالب قابل ملاحظه‌ای را شرح دهد. پاسخ این معما آن است که وی برخلاف اغلب ما هیچ وقتی را صرف پرداختن به مسائل نامربوط نمی‌کند، و این همان چیزی است که خوانندهٔ این کتاب از اولین صفحه تا آخر متوجه آن خواهد شد. باید به نویسنده، ناشر، و خواننده تبریک گفت.

من این مطلب را در هنگام چاپ اولین ویراست کتاب نوشتم. اکنون نیاز به هیچ تغییری نیست فقط باید چیزهایی را اضافه کرد. این تنها یک کتاب مهم نیست، بلکه با تفاوت قابل ملاحظه، بهترین کتاب است. حیف است که دانشجویان آن را نخوانند.

فرد هویل^۲

1. Jayant Narlikar

۲. سر فرد هویل اندکی پیش از انتشار این کتاب درگذشت.

پیشگفتار ویراست اول

روند کیهان‌شناسی جدید را پیشرفتهای نظری و رصدی هر دو هدایت کرده‌اند. رونق آن در واقع از سال ۱۹۱۷ زمانی آغاز شد که آلبرت اینشتین در مقاله‌ای به این کار جاه‌طلبانه پرداخت که عالم را به‌کمک یک مدل ریاضی ساده توصیف کند. پنج سال بعد الکساندر فریدمان^۱ مدل‌های عالم در حال انبساط را بر مبنای مهبانگ بنا کرد. پس از این تحقیقات نظری کار پیشگامانه ادوین هابل^۲ و میلتون هیومیسون^۳ صورت گرفت، که پایه‌های رصدی کیهان‌شناسی کنونی به‌شمار می‌آیند. در سال ۱۹۴۸ نظریه‌ی حالت پایای هرمان بوندی^۴، توماس گلد^۵، و فرد هویل^۶ اختلاف نظرهایی را به‌وجود آورد که به بسیاری از آزمونهای رصدی انجامید که برای رشد سلامت موضوع به‌عنوان شاخه‌ای از علوم ضروری بود. سپس در سال ۱۹۶۵ آرنو پنزیاس^۷ و رابرت ویلسون^۸ زمینه‌ی ریزموج را کشف کردند، که نه تنها باعث تجدید حیات مفهوم مهبانگ داغی شد که جورج گاموف^۹ دو دهه قبل مطرح کرده بود، بلکه پیش‌بینی‌های متهورانه درباره‌ی تاریخچه‌ی اولیه‌ی عالم را تشویق کرد.

نقطه‌های عطف بالا به نوشتن بسیاری از کتابهای عامه‌پسند درباره‌ی کیهان‌شناسی انجامیده‌اند. به‌ویژه، رشد علاقه‌مندی به مباحث نسبیت عام و کیهان‌شناسی در سالهای ۱۹۷۰ در تعدادی کتاب درسی کلاسیک بازتاب یافت که در اوایل دهه‌ی ۱۹۸۰ منتشر شدند. هدف کتاب فعلی آشنا کردن خواننده با وضعیت این موضوع در اوایل ۱۹۸۰ است. اما، رهیافت این کتاب با آنچه در بیشتر کتابهای این موضوع یافت می‌شود تفاوت دارد، و شاید باید بگوییم که این تغییرات کدام‌اند و چرا وارد شده‌اند. به‌عنوان مثال، معمولاً کیهان‌شناسی در پایان کتابهای درسی نسبیت عام آورده می‌شود، و اغلب

-
1. Alexander Friedmann
 2. Edwin Hubble
 3. Milton Humason
 4. Hermann Bondi
 5. Thomas Gold
 6. Fred Hoyle
 7. Arno Penzias
 8. Robert Wilson
 9. George Gamow

به‌جای اینکه سهم خود را داشته باشد بیشتر به‌صورت یک پیوست بود. شاید این دلیلی است که چرا کیهان‌شناسی از بقیهٔ نجوم، که واقعاً به آن تعلق دارد، جدا مانده است. منجمان تمایل دارند که کیهان‌شناسی را قلمرو متخصصان نسبت عام در نظر بگیرند تا بسط منطقی نجوم برون‌کهکشانی. برای تصحیح این تمایل، اهمیت نسبی کیهان‌شناسی و نسبت عام در این کتاب معکوس شده است. فصل ۲ نسبت عام را بیشتر به‌عنوان ابزاری جهت مطالعهٔ کیهان‌شناسی ارائه می‌کند تا موضوعی که به‌خاطر خودش حائز اهمیت است. بنابراین متخصص نسبت ممکن است با بسیاری از موضوعها روبه‌رو شود که با آنها به‌طور سطحی برخورد می‌کند یا اصلاً به آنها نمی‌پردازد. این فصل فقط به مطالبی می‌پردازد که برای شناخت ویژگیهای هندسی عالم در بزرگ مقیاس واقعاً ضروری هستند. این رهیافت را با این امیدواری اختیار کرده‌ام که برخورد ساده با نسبت عام به اندازهٔ یک بررسی تمام‌عیار باعث ناراحتی تازه‌واردان نشود. متخصص نسبت می‌تواند از این فصل رد شود و فقط برای آشنایی با نمادگذاری به آن رجوع کند.

فصول ۳ و ۴ مدل‌های استاندارد کیهان‌شناسی را به‌صورت حل معادله‌های اینشتین مطرح می‌کنند. ابزارهایی که در فصل ۲ توسعه یافتند در اینجا به‌کار می‌روند، و خواننده متوجه می‌شود که روند امور از فصل ۲ راحت‌تر شده است.

فصول ۵، ۶ و ۷ به جنبه‌های فیزیکی کیهان‌شناسی استاندارد می‌پردازند. ایدهٔ گاموف دربارهٔ سنتز هسته‌های اولیه، ناآگاهی کنونی ما از چگونگی تشکیل کهکشان، و ویژگیهای زمینهٔ ریزموج، و نقشی که فیزیک ذرات اخیراً در شناخت ما از عالم اولیه داشته است در اینجا بررسی می‌شود. شاید اینجا مرحلهٔ مناسبی برای گذار به کیهان‌شناسی رصدی باشد. اما، حس کردم که خواننده باید گشت و گذاری در کیهان‌شناسی غیراستاندارد نیز داشته باشد. برخلاف آنچه امروزه بسیاری از متخصصان کیهان‌شناسی (متأسفانه) تبلیغ می‌کنند، این موضوع نه کتابی خاتمه‌یافته است، و نه کیهان‌شناسی استاندارد تنها پاسخ ممکن به منشأ و تکوین عالم. در بخش III این کتاب با مدل‌های دیگر در این مورد آشنا می‌شوید.

گرچه برخی از خوانندگان ترجیح می‌دهند که یک آزمون رصدی را بلافاصله پس از پیش‌بینی نظری بررسی کنند، اما من رصدها را در آخرین قسمت کتاب آورده‌ام. این رهیافت ارزیابی کلی مدل‌های مختلف را امکان‌پذیر ساخته است. بررسی کلی رصدهای کیهان‌شناختی نشان می‌دهد که چگونه روشهای بهتر و درک کاملتر خطاها و عدم قطعیتها اغلب به ارزیابی مجدد انجامیده است (یک مثال کلاسیک مقدار ثابت هابل است که هنوز مقدار آن قطعی نیست!). بنابراین به جزئیات بسیاری از رصدها نپرداخته‌ام، بلکه تأکید کرده‌ام که این رصدها چگونه انجام می‌گیرند و چشمه‌های

ممکن خطا کدام‌اند. در هر صورت پرداختن به جزئیات در یک کتاب درسی مقدماتی عاقلانه نیست. به‌رغم پیشرفتهای قابل ملاحظه، کیهان‌شناسی هنوز موضوعی تمام نشده است. از جنبهٔ رصدی، پرتاب تلسکوپهای فضایی در اواسط دههٔ ۱۹۸۰ دیدگاه ما را از عالم دگرگون خواهد ساخت. به‌لحاظ نظری، نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs)، تا زمانی که کیهان‌شناسی کوانتومی به اندازهٔ کافی رشد نکند، با مسئله عالم اولیه دست به‌گریبان‌اند. کیهان‌شناسان هنوز باید مسائلی را درک کنند که وجود حیات در عالم به‌وجود می‌آورد. چگونه حیات به‌وجود آمد؟ این حیات منحصر به زمین است یا در سراسر عالم گسترش یافته است؟ یک کتاب درسی آینده ممکن است بخش اعظم مباحث خود را به بحث دربارهٔ سهم زیست‌شناسی در کیهان‌شناسی اختصاص دهد.

فرض کرده‌ام که خواننده با روشهای ریاضی استاندارد مانند معادله‌های دیفرانسیل، آنالیز برداری، سری فوریه و تبدیلهای حسابان تغییرات، و غیره آشنایی دارد. آشنایی با فیزیک مقدماتی از جمله مکانیک، الکترودینامیک مقدماتی، نظریهٔ الکترومغناطیس، ساختار اتمی، و دینامیک شاره‌ها نیز ضروری است. همین‌طور، معلومات اولیه دربارهٔ نجوم مقدماتی سودمند خواهد بود. این کتاب برای سالهای آخر دورهٔ کارشناسی، دانشجویان کارشناسی ارشد، مدرسان نجوم و کیهان‌شناسی مفید است. کتاب دارای ۴۰۰ تمرین است، که ۸۰ درصد آنها سرشت محاسباتی دارند. بسیاری از آنها به درک بهتر آنچه توصیف شده است کمک می‌کنند. امیدوارم که آنها به هدف مورد نظرشان برسند. از آرت بارلتل^۱ برای تشویق به نوشتن کتاب سپاسگزارم. اظهار نظرهای باب گولد^۲، باب واگنر^۳، دیمتری میهالاس^۴، ریچارد بوئرز^۵ و جف بریج^۶ کمک مهمی در هنگام آماده‌سازی دست‌نویس بود. سرانجام، این فرد هویل بود که در دورهٔ تحصیلات تکمیلی مرا با حوزهٔ مسحورکنندهٔ کیهان‌شناسی آشنا ساخت، و من به‌لحاظ موافقت با نوشتن مقدمه بر این کتاب مدیون او هستم. من نوشتن کتاب را هنگامی آغاز کردم که در بخش ریاضیات کاربردی و نجوم در یونیورسیتی کالج کاردیف در ویلز بودم. از رئیس بخش، چاندر ویکراماسینگه^۷، برای امکاناتی که در کاردیف در اختیارم گذاشت سپاسگزارم. ماشین‌نویسی سریع دست‌نویس را مرهون خانم سوزان بال و آقای پ. جوزف هستم. همین‌طور خوشحالم که از کمک بخش نقشه‌کشی و امکانات زیراکس انستیتوی تاتا برای تحقیقات بنیادی تشکر کنم.

جیانث نارلیکار

بمبئی، هندوستان

1. Art Bartlett 2. Bob Gould 3. Bob Wagoner 4. Dimitri Mihalas
5. Richard Bowers 6. Geoff Burbidge 7. Chandra Wickramasinghe

پیشگفتار ویراست دوم

خوشوقتم که ویراست دوم نسخهٔ تجدیدنظرشده آشنایی با کیهان‌شناسی به پایان رسیده است. انگیزه و قالب‌بندی این ویراست مانند قبل است، در نتیجه این پیشگفتار مورد مفصلتر ویراست قبلی را تکمیل می‌کند.

تغییرات اعمال‌شده در این ویراست بازتاب گستردهٔ تحولات کیهان‌شناسی در سالهای دههٔ ۱۹۸۰ مانند ورودیهای مربوط به فیزیک ذرات از جمله عالم تورمی، تلاشهای جدید در تشکیل ساختار، رصدهای اخیر در ساختار بزرگ مقیاس و حدود (حساستر) اصلاح‌شدهٔ شدت نوسانهای زمینهٔ ریزموج است. بخشهای رصدی به‌روز شده‌اند اگرچه هیچ کتاب درسی نمی‌تواند با پیشرفتهای سریع رصدهای کیهان‌شناختی همگام شود.

مقایسهٔ دو ویراست تغییر ترتیب مختصر و کارآمد ساختن فصلهای مربوط به کیهان‌شناسی‌های دیگر را نشان می‌دهد. فصل‌نهایی از ویراست قبلی نسبت به کیهان‌شناسی‌های استاندارد انتقادآمیزتر است. به‌نظر من، این کار برای تصحیح این برداشت ضروری است که مدل استاندارد مهبانگ عالم را چنان خوب توصیف می‌کند که به‌هیچ مدلی تازه دیگری نیاز نیست.

از سیمون میتون^۱ برای تشویق به تجدیدنظر کتاب جهت انتشارات دانشگاه کمبریج سپاسگزارم. از سانتوش خادیلکار^۲ برای ماشین‌نویسی سریع و کمک به کارهای آروینید پارانیپیه^۳ متشکرم، که امکان داد کار در چارچوب مورد نظر سیمون تکمیل شود. همچنین از منتقدانی که ویراست اول را بررسی کرده‌اند و اظهار نظرهای سازندهٔ آنها به آماده ساختن این نسخه تجدیدنظر شده کمک کرد، ممنونم.

جیانته. وی. نارلیکار

مرکز بین‌دانشگاهی نجوم و اخترفیزیک
پون، هندوستان

پیشگفتار ویراست سوم

احساس نیاز به ویراست سوم این کتاب، معیار پیشرفته‌های کیهان‌شناسی در دههٔ اخیر است. ویراست دوم درست در هنگامی منتشر شد که ماهوارهٔ COBE ناهمگنیهای کوچک مقیاس تابش زمینهٔ ریزموج را برای نخستین بار آشکار ساخت. گرچه یافته‌های COBE سبب آرامش خاطر نظریه‌پردازان مهبانگ شد که از نبود ظاهری دلیلی برای برهم‌کنش آغازین ماده و تابش (که هر سناریوی تشکیل ساختار بزرگ مقیاس ناگزیر به آن نیاز دارد) ناراحت بودند، اما آنها به اصلاحات قابل ملاحظه‌ای در مدل‌های موجود نیاز دارند. پس از COBE تعداد یافته‌های موجود در زمینه ناهمگنیها در مقیاسهای زاویه‌ای مختلف رشد قابل ملاحظه‌ای کرده است و در زمان تهیهٔ این ویراست، امکان توجه به یافته‌های BOOMERANG و MAXIMA به‌وجود آمد.

ویراست سوم به رصدهای ابرنواخترهای نوع I نیز می‌پردازد که در آن به رابطهٔ قدر-انتقال به سرخهای تا حدود ۰/۸ دست یافته‌اند. همین‌طور داستان چگونگی تغییر تدریجی مدل تورمی و پذیرش نقش مهمتری را برای ثابت کیهان‌شناختی نقل می‌کند. بنابراین دز فصل‌های مربوط به کیهان‌شناسی رصدی تجدیدنظر و بسط قابل ملاحظه‌ای صورت گرفته است.

به لحاظ نظری، ایده‌های اصلی کیهان‌شناسی استاندارد اصولاً تغییری نکرده است. حملهٔ اصلی به مسئله شناخت تشکیل ساختار صورت گرفته است، که می‌توان آن را مشکلترین چالش کیهان‌شناسی مهبانگ دانست. آیا مادهٔ تاریک در تشکیل ساختارهای مرئی نقشی اساسی دارد؟ آیا مادهٔ تاریک دارای مؤلفهٔ غیر باریونی قابل ملاحظه است؟ آیا می‌توان مؤلفهٔ باریونی را با فراوانیهای مشاهده‌شدهٔ هسته‌های سبک، به‌ویژه دوتریم و لیتیم، سازگار ساخت؟ آیا مدل‌های نظری می‌توانند با ستارگان بسیار پیری که اکنون مشاهده می‌شوند، همساز باشند؟ در زمان نوشتن این کتاب هیچ

پاسخ قطعی «آری» یا «نه» به این پرسشها وجود ندارد. فصل پایانی به بررسی انتقادی سناریوهای مهبانگ از دیدگاههای مختلف می‌پردازد و موضوعهای مربوط به دستاوردهای بعدی کیهان‌شناسی را مطرح می‌کند.

به‌واسطهٔ سرشت نسبتاً نامحدود این مطالب کتاب به مرور فصلهای ۸ و ۹ کتاب قبلی می‌پردازد و می‌کوشد به شناخت عالم از طریق ایده‌های مختلف بپردازد و بر ادعاهایی تمرکز کند که می‌توانند اکنون به خوبی با کیهان‌شناسی مهبانگ رقابت کنند. گرچه این کیهان‌شناسیهای رقیب نقش بارزی در هیچ برنامه درسی کنونی ندارند، اما به دانشجویان (و خوانندگان) شدیداً توصیه می‌کنم که این فصلها را بخوانند تا متوجه شوند که چگونه تعدادی از دانشمندان صاحب‌نام به اندازهٔ کافی از مدل استاندارد ناراحت شده‌اند که به فکر مدل‌های دیگر بیفتند.

از سیمون میتون به خاطر اصرار متقاعدکننده برای نوشتن این ویراست سپاسگزارم. خوشحالم که از آروینید پارانیپیه برای کمک در به‌دست‌آوردن تصویرها و از پرم کومار^۱ برای رسم تصاویر، که اغلب آنها در این ویراست جدید است، تشکر کنم. از کمک ویانکاتش ساماک^۲ برای آماده کردن دست‌نویس به صورت آماده برای LATEX ممنونم.

جیانگ ویشنو نارلیکار

مرکز بین‌دانشگاهی نجوم و اخترفیزیک

پون، هندوستان



ساختار بزرگ مقیاس عالم

۱.۱ نجوم و کیهان‌شناسی

هیچ شاخه‌ای از علوم نمی‌تواند مدعی داشتن زمینه‌ای جالب توجه‌تر از کیهان‌شناسی شود، زیرا کیهان‌شناسی علم مطالعهٔ عالم است، و تعریف عالم همه چیز را دربر می‌گیرد. اگرچه، کیهان‌شناسی به خاطر درگیریهای عمیق معمولاً تخیل شاعران، فیلسوفان و متفکران دینی را برانگیخته است، اما رهیافت ما به موضوع از طریق علوم و نجوم خواهد بود. نجوم کار خود را با مطالعهٔ ویژگیهای سیارات و ستارگان آغاز کرد، و به تدریج گسترش یافت و به مرزهای دستگاه راه شیری رسید، که کهکشان مربوط به ماست. روشهای نجومی جدید موضوع را فراتر از کهکشان به اجسام دوردستی گسترش داده‌اند که نور آنها پس از بیلیونها سال به ما می‌رسد.

کیهان‌شناسی بیشتر به جهان فراکهکشانی می‌پردازد. این یک بررسی ساختار بزرگ مقیاس عالم است که تا فاصله‌های بیلیونها سال نوری گسترش می‌یابد — مطالعهٔ کلی رفتار دینامیکی و فیزیکی بیلیونها کهکشان که در فاصله‌های وسیعی پراکنده شده‌اند و تحول این دستگاه عظیم در مدت چندبیلیون سال.

در نگاه اول شاید این بررسی کاری جاه طلبانه به نظر آید. آیا ابزارهای رصدی ما به اندازه کافی خوب هستند تا اطلاعات علمی کافی درباره ساختار بزرگ مقیاس عالم را در اختیارمان بگذارند؟ آیا شناخت ما از قوانین طبیعت به اندازه کافی پیشرفته و پخته هست که این اطلاعات را تفسیر کند؟ می توان با اظهار نظری از اینشتین به پرسشها پاسخ داد: «غیر قابل درکترین چیز درباره عالم قابل فهم بودن آن است.» اگرچه روشهای مشاهده ما کامل نیستند و شناخت ما از قوانین فیزیکی هنوز جای پیشرفت بسیار دارد، اما اکنون در موقعیتی هستیم که از آنچه درباره عالم مشاهده می کنیم برداشتی داشته باشیم و می توان مطالعه کیهان شناسی را به عنوان شاخه ای از علوم آغاز کرد. یعنی ساختار بزرگ مقیاس عالم را دستگاهی فیزیکی در نظر می گیریم، که تابع قانونهای شناخته شده فیزیک است، و روال معمول علم را دنبال می کنیم، یعنی مشاهده جنبه های مربوط به این بررسی و سپس کوشش در جهت تفسیر آنها و پیش بینی هایی که بتوان آنها را با مشاهده های بیشتر آزمود. این موضوع کتاب را تشکیل می دهد. با وجود این، موفقیت ما در تفسیر عالم از طریق مدل های فیزیکی نباید باعث شود که متوجه عظمت و عمق پرسشهای بنیادی مطرح شده نشویم مدلهای در بهترین شرایط، فقط تقریب اولی از واقعیت را نشان می دهند، و می توانند کاملاً مبهم باشند.

کار خود را با مرور مختصر بعضی از جنبه های عالم شروع می کنیم که به موضوع کیهان شناسی مربوط می شوند. با این همه، قبل از رسیدن به شناخت فعلی، مرور مختصر چگونگی رسیدن به این شناخت سازنده است. در آنچه پس از این خواهد آمد، و در واقع، در سراسر کتاب، از یكاهای طول، جرم، و زمان زیر استفاده می کنیم که در کیهان شناسی متداول اند.

■ طول فیزیکدانها از متر (برای یكاهای SI) یا سانتی متر (برای یكاهای c.g.s) استفاده می کنند. اگرچه از این یكاهای در به دست آوردن عبارتهای مربوط به فرمولهای فیزیکی استفاده می کنیم، اما آنها برای فاصله های کیهانی بسیار کوتاه اند. فیزیکدانها سال نوری را ترجیح می دهند، که فاصله ای است که نور در یک سال می پیماید ($10^{18} \text{ cm} \approx 9.46 \times 10^{17} \text{ cm}$)، در حالی که منجمان پارسک را ترجیح می دهند، یکایی که در تعیین فاصله های ستاره ای با استفاده از روش اختلاف منظر به صورت طبیعی مطرح می شود. یک پارسک طبق تعریف مسافتی است که وقتی از آن به صورت متقارن و در جهت عمود بنگریم با نصف قطر مدار زمین زاویه ای برابر با ۱ ثانیه کمانی تشکیل دهد. یكاهای بزرگتری که می توان با پارسک (pc) ساخت عبارت اند از، کیلوپارسک ($1 \text{ kpc} = 10^3 \text{ pc}$)، مگاپارسک ($1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$)، و گیگاپارسک ($1 \text{ Gpc} = 10^9 \text{ pc}$).

■ زمان یکای بنیادی زمان دوره «ثانیه» است، ولی گاهی در کیهان شناسی به مقیاسهای زمانی بسیار طولانیتر نیاز داریم. یکای نوعی گیگاسال ($3 \times 10^{16} \text{ s} \approx 1 \text{ Gyr} \equiv 10^9 \text{ سال}$).

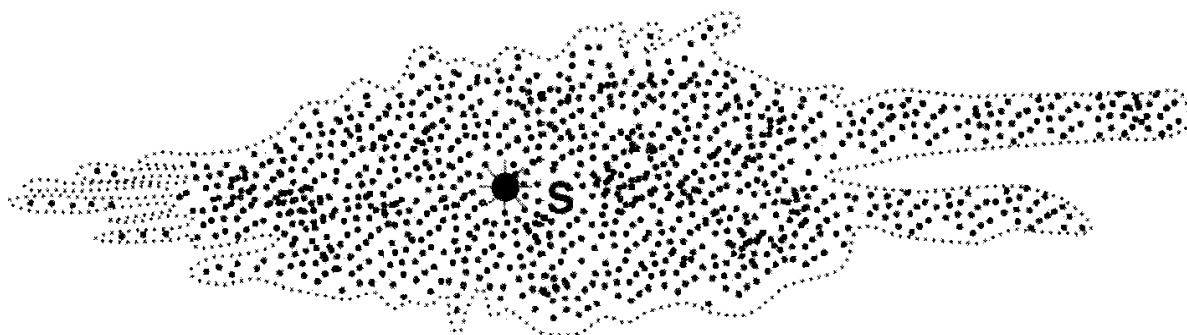
■ جرم فیزیکدانها از یکای «کیلوگرم» (یکاهای SI) یا گرم (یکاهای c.g.s) استفاده می‌کنند، ولی جرم اجسام نجومی را به بهترین وجه می‌توان برحسب یکای جرم برابر جرم خورشید بیان کرد. $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{33} \text{ g}$

۲.۱ از هرشل تا هابل

در تاریخ نجوم، عصر ویلیام هرشل^۱ (۱۷۳۸-۱۸۲۲) دوره بارزی است که در آن مرزهای نجوم از منظومه شمسی فراتر رفت، تا به ستارگان راه شیری بنگرد. اگرچه هرشل (نگاه کنید به شکل ۱.۱) بیشتر به خاطر کشف سیاه اورانوس (اولین سیاره‌ای که در تاریخ ثبت شده کشف شده است) مشهور شد، اما مطالعه او درباره ستارگان بود که اولین شناخت را از چگونگی راه شیری، یعنی توزیع ستارگان در یک قرص که همگی در اطراف خورشید توزیع شده بودند، به دست داد. این



شکل ۱.۱ ویلیام هرشل (۱۷۳۸-۱۸۲۲).



شکل ۲.۱ نقشه‌ای از راه شیری که ویلیام هرشل در سال ۱۷۸۸ تهیه کرد و خورشید (S) را در مرکز آن نشان می‌دهد.

توزیع ستارگان در بزرگ مقیاس که اکنون به کهکشان معروف است، از هنگامی شروع شد که راه شیری کهکشان نامیده شد. شکل ۲.۱ نقشه‌ای از راه شیری را نشان می‌دهد که هرشل تهیه کرد. توجه کنید که خورشید در مرکز کهکشان قرار دارد.

تصویر هرشل با خورشید در مرکز کهکشان، تا شروع قرن نوزدهم تصویر پذیرفته شده بود. فاصله‌های ستارگان کهکشان را در ابتدا به روش مثلثاتی تعیین می‌کردند. متأسفانه دقت این روش در فاصله‌های بیش از $10^3 - 5^3$ pc از بین می‌رود. به علاوه، تکه‌های تاریک در راه شیری ناشی از نبود ستارگان نیست؛ بلکه به واسطه جذب نور ستارگان در ذرات گردوغبار موجود در مسیرشان به وجود می‌آیند. تکه‌های تاریک سحابی مانند سحابی معروف کله‌اسبی (نگاه کنید به شکل ۳.۱) ناحیه‌های با تراکم گردوغبار را نشان می‌دهد. گردوغبار میان ستاره‌ای می‌تواند به چند صورت، مانند گرانیات، سیلیکات‌ها و هیدروژن جامد، وجود داشته باشد. تأثیر این گردوغبار کاهش شدت نور ستارگان دوردست کهکشان به واسطه جذب و پراکندگی است. منجمان ابتدا در برآورد فاصله‌های ستاره‌ای در کهکشان مبالغه می‌کردند، زیرا تصحیح خاموشی میان ستاره‌ای را انجام نمی‌دادند. (بدون این تصحیح، کم نوری یک ستاره کاملاً به حساب فاصله آن از ما گذاشته می‌شد.) منجمان اولیه منطقه‌های تاریک را نیز به اشتباه «حفره‌ها» یا منطقه‌های تهی کهکشان در نظر می‌گرفتند. روش قابل اعتمادتری که از ستارگان متغیر موسوم به قیفادوسی استفاده می‌کرد در سال ۱۹۱۲ به وجود آمد. هارلو شپیلی^۱ از این روش برای اندازه‌گیری ستارگان دور دست کهکشان ما استفاده کرد و نشان داد که این کهکشان بسیار بزرگتر از چیزی است که قبلاً تصور می‌شد. تصویر تجدیدنظرشده از اندازه کل کهکشان شامل تغییر مکان خورشید و سیارات آن از مقابل مرکز

1. Harlow Shapely

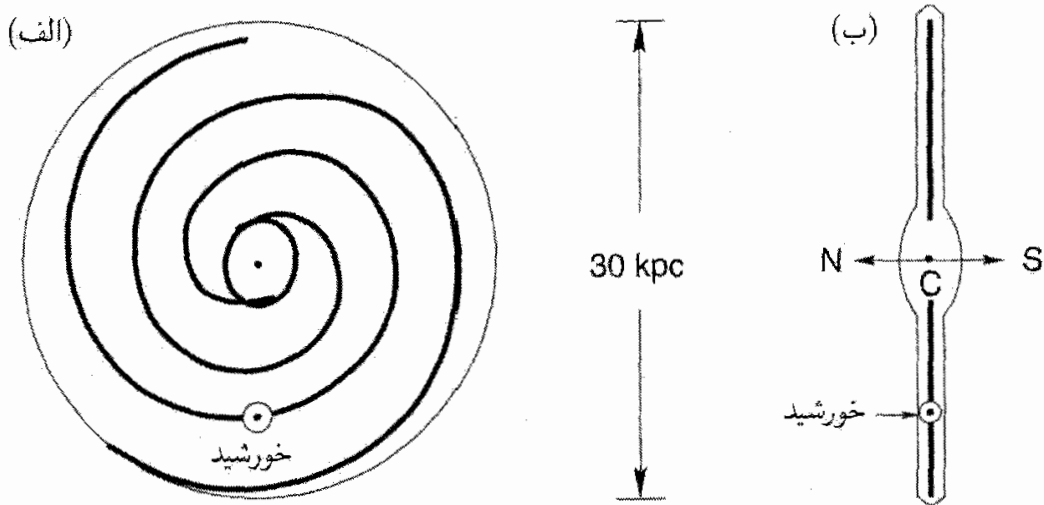


شکل ۳.۱ سحابی کله‌اسبی در صورت فلکی جبار. تصویر تاریک را گردوغبار میان ستاره‌ای به وجود آورده است. این عکس را دانش‌آموزان علاقه‌مند یون یا استفاده از تلسکوپ ۱۴ اینچی رصدخانه مونت ویلسون از طریق اینترنت گرفته‌اند.

کهکشان نیز می‌شد، البته پس از جر و بحث‌های بسیار بین افرادی چون جی. سی. کپتین^۱، که گمان می‌کرد خورشید کم و بیش در مرکز کهکشانی (GC) است. و اقلیت کوچکی چون شیپلی، که در آن در فاصله‌ای دور از GC قرار می‌دادند. باید این واقعیت را به حساب آوریم، که برخلاف سایر کهکشانها، که از بیرون به آنها نگاه می‌کنیم، شکل و اندازه راه شیری را باید از رصدهای داخلی تعیین کرد.

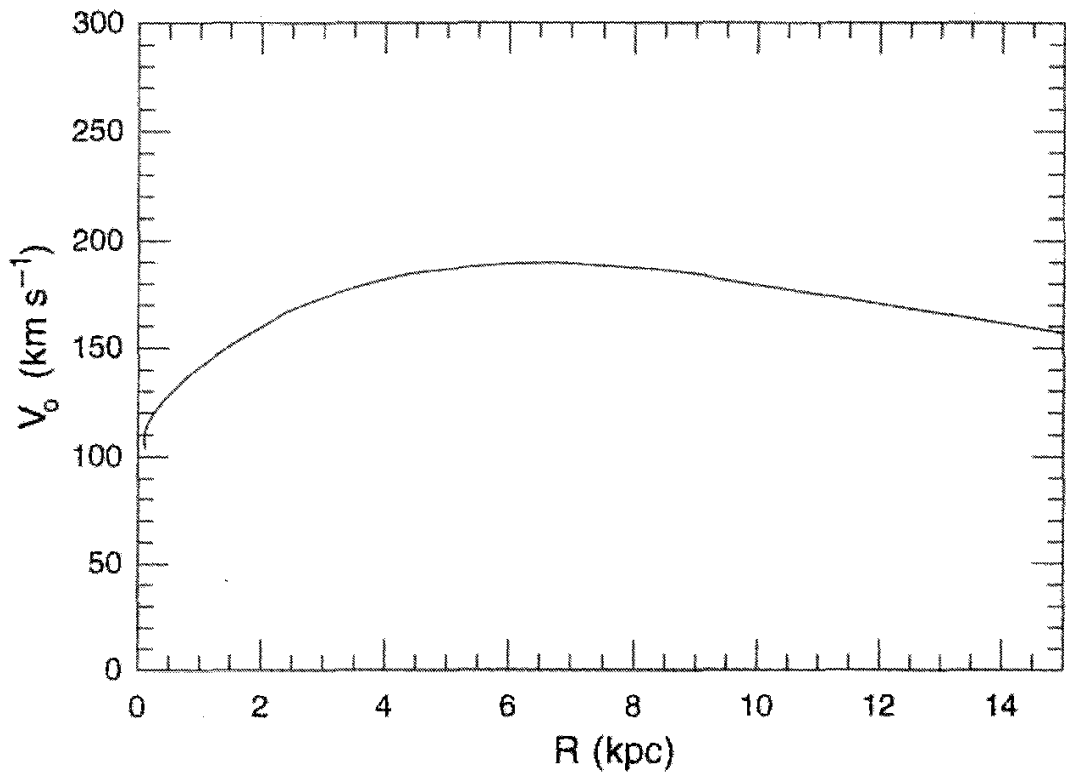
شکل ۴.۱ طرح کلی راه شیری را نشان می‌دهد که اکنون به آن پی برده‌اند. تصویر آن از روبه‌رو در شکل ۴.۱ (الف) و از پهلو در شکل ۴.۱ (ب) مشاهده می‌شود. تصویر از روبه‌رو ساختار ماریپچی کهکشان را نشان می‌دهد، در حالی که تصویر جانبی نشان می‌دهد که این کهکشان قرصی با یک برآمدگی در وسط است. این قرص را صفحه کهکشانی نیز می‌نامند.

1. J. C. Kapteyn

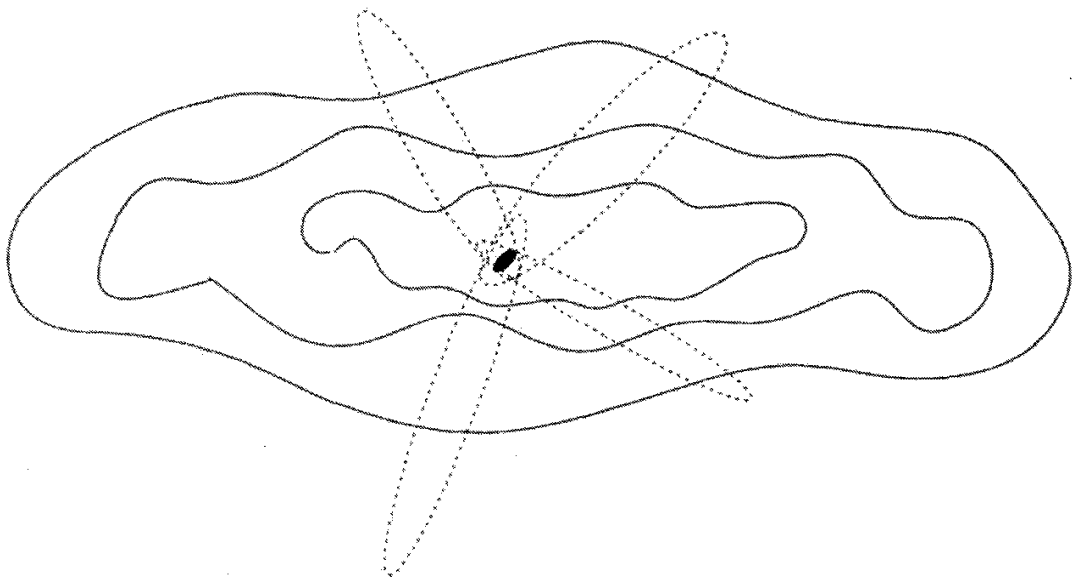


شکل ۴.۱ طرح کلی راه شیری در طرف چپ که (الف) از روبه‌رو به صورت یک دستگاه دایره‌ای با بازوهای مارپیچی و (ب) به‌طور جانبی به صورت قرصی با برآمدگی مرکزی مشاهده می‌شود. خورشید و سیارات آن در فاصلهٔ دوسوم از مرکز به طرف خارج قرار دارند. کهکشان دور محور مرکزی خود می‌چرخد، که N و S قطبهای شمال و جنوب کهکشانی هستند. C مرکز کهکشان است.

قطر قرص در حدود 30 kpc و ضخامت آن تقریباً 1 kpc برآورد شده است. خورشید، همراه با سیاراتش در فاصلهٔ تقریباً 10 kpc از مرکز کهکشان قرار دارد. کهکشان دور محور قطبی خود می‌چرخد، اگرچه نه به صورت جسمی صلب. شکل ۵.۱ نشان می‌دهد که چگونه سرعت مداری دایره‌ای آن در فاصله‌های مختلف از GC تغییر می‌کند. مثلاً خورشید تقریباً در هر 200 میلیون سال مدار کاملی را طی می‌کند. بسیاری از ستارگان دیگر هم مثل خورشید دور مرکز کهکشانی (GC) می‌چرخند، در حالی که برخی از ستارگان دیگر مدارهایی کاملاً خارج از مرکز دارند که آنها را از صفحهٔ کهکشانی خارج و به GC بسیار نزدیک می‌کند. (شکل ۶.۱ دو نوع مدار را نشان می‌دهد. (ستارگان نوع اول (مانند خورشید) با مدارهای دایره‌ای در قرص (که با خطهای پیوسته نشان داده شده‌اند) را ستارگان جمعیت I، و ستارگان نوع دوم را ستارگان جمعیت II می‌نامند. مدار آنها با خطهای نقطه‌چین در شکل ۶.۱ مشخص شده است. منجمان حتی از نسل قدیمیتری از ستارگان به نام ستارگان جمعیت III نام می‌برند، که ظاهراً بسیار پرجرم بوده‌اند، و به واسطهٔ سوختن سریع، اکنون نابود شده‌اند. جرم کهکشان ما تقریباً $10^{11} M_{\odot}$ برآورد شده است که $2 \times 10^{33} \text{ g}$ \approx جرم خورشید $M_{\odot} \equiv$ (که یکای جرم مناسبی در نجوم است). تخمین زده می‌شود که بیش از 10^{11} ستاره در کهکشان ما وجود دارد. اما، این فقط ستارگان نیستند که کهکشان را تشکیل می‌دهند. مسیرهای تاریک در شکل ۷.۱ نشان می‌دهند که مادهٔ پوشاننده‌ای نیز وجود دارد.



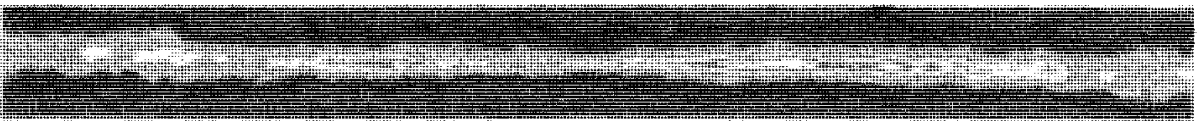
شکل ۵.۱ نموداری که مدلی از سرعت چرخشی کهکشان دور محور قطبی اش، یعنی در اطراف GC، را نشان می‌دهد که آشکارا قرص صلبی نیست که دور محورش می‌چرخد.



شکل ۶.۱ دو نوع مدار ستارگان جمعیت-I و جمعیت-II. ستارگان نوع اول (مانند خورشید، مانند مورد شکل ۵.۱) در مدارهای تقریباً دایره‌ای در قرص حرکت می‌کنند، در حالی که ستارگان نوع دوم در مدارهای با خروج از مرکز بزرگ وارد هاله شده و همین‌طور به GC بسیار نزدیک می‌شوند.



شکل ۷.۱ تصویر مرکبی از راه شیری که از اتصال عکسهایی به دست آمده است که در جهت‌های مختلف گرفته شده‌اند. بخشهای روشن مربوط به ستارگان است، در حالی که مسیرهای تاریک جاهایی را نشان می‌دهد که گردوغبار در بین راه نور ستارگان را خاموش کرده است.

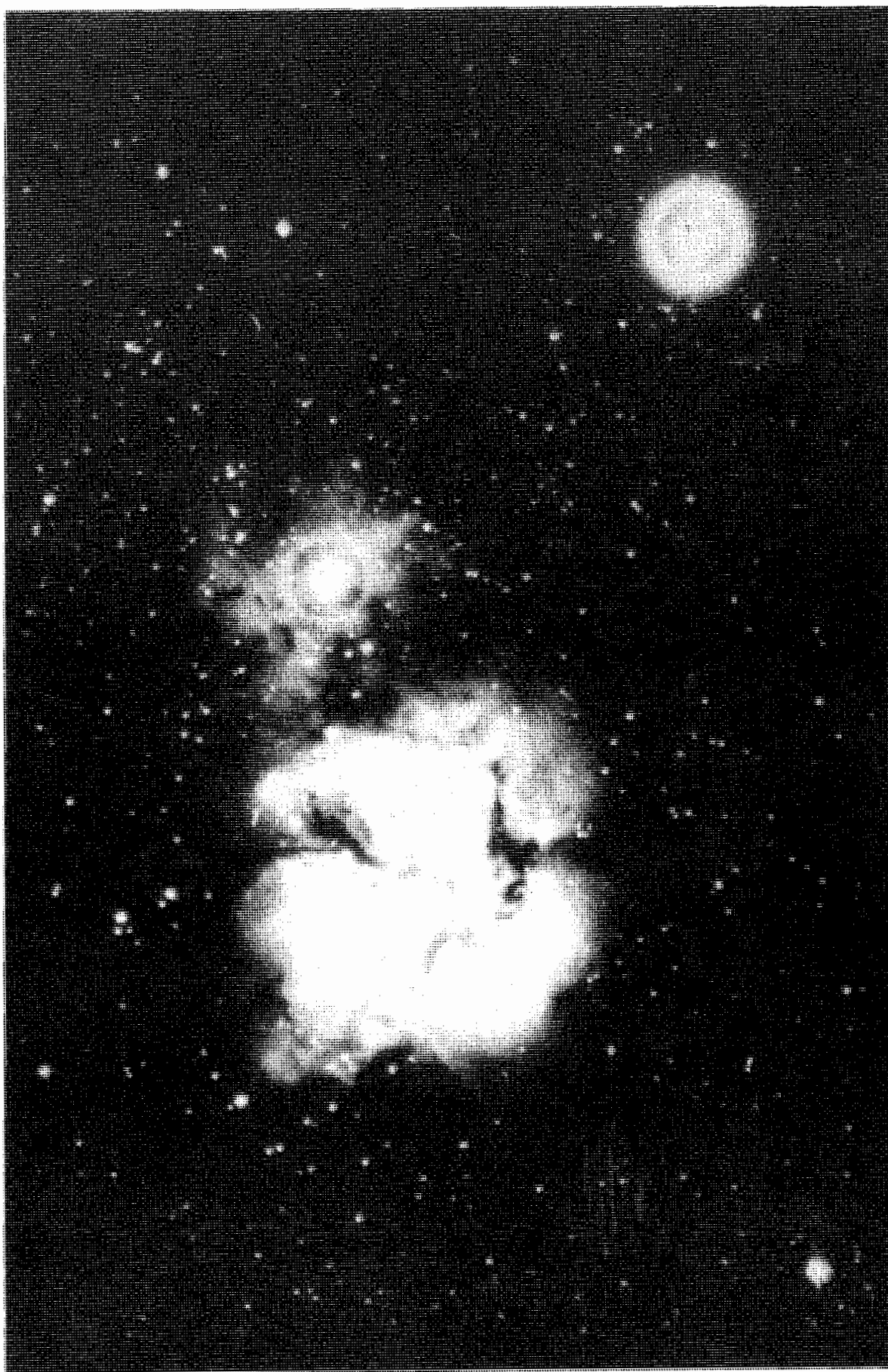


شکل ۸.۱ نقشه راه شیری، با استفاده از اتم هیدروژن؛ یعنی با برجسته کردن منطقه‌های H-I.

خطهای جذبی در طیف ستارگان کهکشانی نشان می‌دهد که گازهای جذب‌کننده در محیط میان ستاره‌ای وجود دارند. گاز به شکلهای مختلف اتمی و مولکولی، داغ و سرد ظاهر می‌شود. سحابیهای گسیلی در اطراف ستارگان از گازی ساخته شده‌اند که تابش فرابنفش ستارگان را جذب و آن را به صورت نور مرئی با رنگهای تماشایی تابش می‌کند. مناطق به اصطلاح H II منطقه‌های داغ نزدیک ستارگان و حاوی گاز هیدروژنی هستند که تابش فرابنفش ستارگان آن را یونیده کرده است. برعکس، مناطق H I منطقه‌های خنک حاوی هیدروژن اتمی هستند. رصدهای ۲۱ cm در نجوم رادیویی عمدتاً عامل آشکارسازی هیدروژن در کهکشان هستند. به علاوه، از سالهای ۱۹۶۰ مطالعات رادیویی و ریزموجی وجود مولکولهای پیچیده را در ابرهای گاز میان ستاره‌ای نمایان ساخته است. شکلهای ۸.۱ و ۹.۱ به ترتیب منطقه‌های H I و H II را نشان می‌دهند.

چند سال دیگر طول کشید تا منجمان متوجه اهمیت سرشت کهکشانی عالم شوند. در آغاز قرن بیستم این باور عمومی وجود داشت که همه سحابیهای مه‌آلود در داخل راه شیری قرار دارند. این ایده چند منجم را که سحابیها مانند راه شیری کهکشانهایی از ستارگان هستند مسخره می‌کردند یا نادیده می‌گرفتند. یک دلیل برای تردید در این مورد که آنها کهکشانهای دوردست هستند ادعای وان مانن^۱ درباره ویژه حرکت‌های آنها بود. از دید وان مانن سحابیهای مارپیچی چون M۳۳، M۸۱، M۱۰۱، NGC۴۰۵۱، NGC۴۷۳۶، اگر در واقع در فاصله‌های چندمیلیون سال نوری بودند. باید ویژه حرکت‌هایی به بزرگی 15000 km s^{-1} داشته باشند. نظریه‌های دینامیکی این نوع حرکت‌های بزرگ را با توجه به پایداری ساختارهای مارپیچی رد می‌کرد. با این همه، سایر رصadan نتوانستند اندازه‌گیریهای وان مانن را تکرار کنند و این ادعا به تدریج اعتبار خود را از دست داد.

1. van Maanen

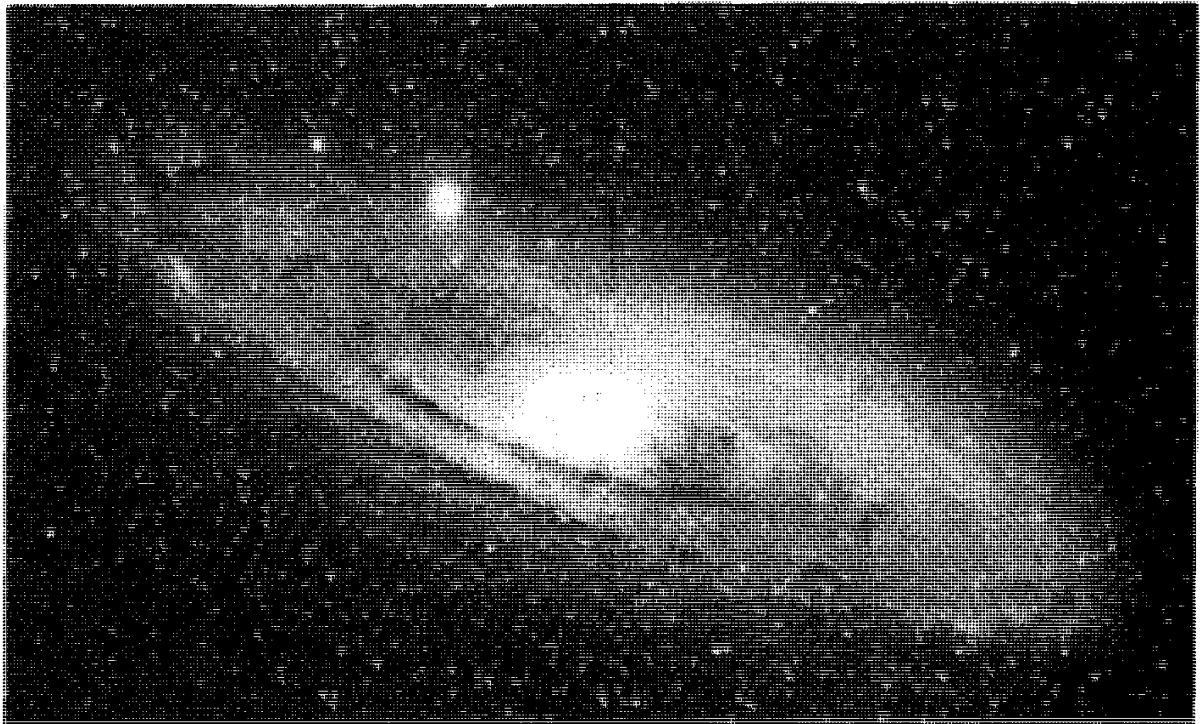


شکل ۹.۱ یک نمونه از منطقه II-H در کهکشان، سحابی تریفید.

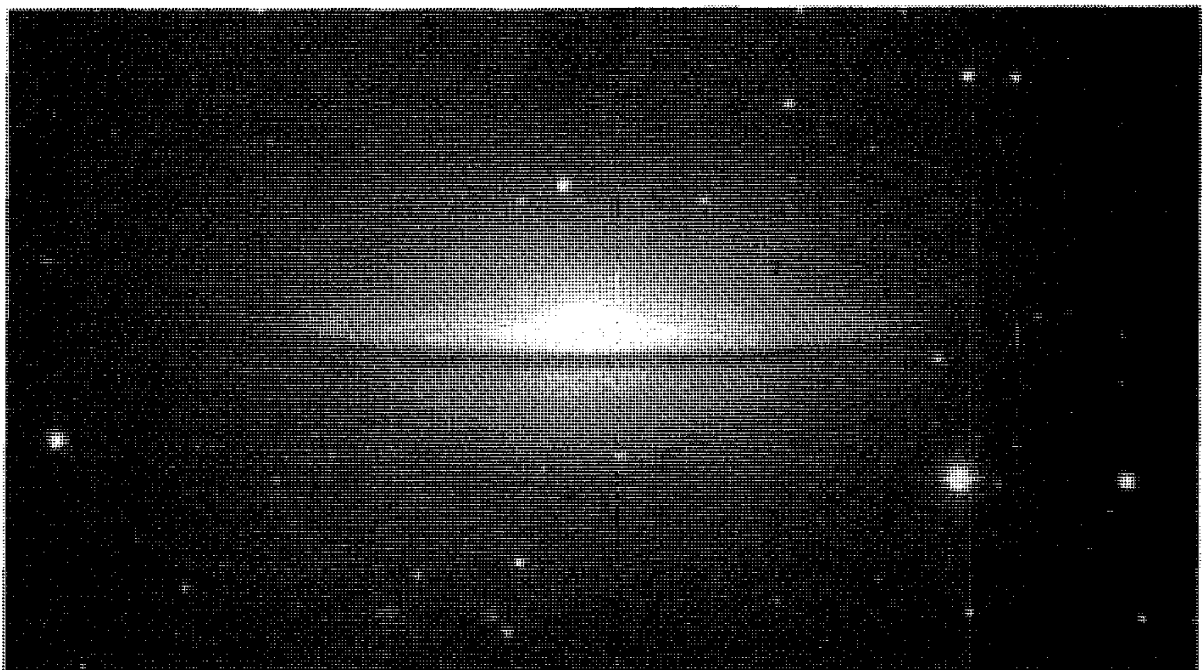
جالب است توجه کنیم شیپلی که نقشی چنان بارز در شناخت ساختار و اندازه راه شیری داشت، این دیدگاه محافظه‌کارانه را (که اکثریت با آن موافق بودند) اختیار کرد که همهٔ سحابیها بخشی از راه شیری هستند. در پایان دههٔ دوم قرن بیستم، جروبحث مشهوری دربارهٔ این موضوع بین شیپلی و کرتیس^۱ در گرفت. همان طور که زود معلوم شد، نظر شیپلی قابل دفاع نبود. در سالهای ۱۹۲۰، هابل کشف کرد که برخی سحابیهای روشن که قبلاً بخشی از کهکشان در نظر گرفته می‌شدند در واقع اجسام دوردستی هستند که بسیار فراتر از آن قرار گرفته‌اند. کشف هابل سرانجام این باور را که تمام عالم قابل مشاهده در راه شیری، جزیره‌ای شناور در فضای نامتناهی قرار دارد به فراموشی سپرد. بعداً معلوم شد سحابیهایی را که هابل ثابت کرده بود فراکهکشانی اند کهکشانهای مستقلی هستند. این ایده را که کهکشان ما ممکن است یکی از کهکشانهای بسیاری باشد که عالم را پر کرده‌اند و همهٔ کهکشانها چون جزیره‌هایی در فضای بیکران (و در غیر این صورت تهی‌اند) هستند را امانوئل کانت^۲ در قرن هجدهم پیشنهاد کرده بود و از آن پس به «فرضیهٔ عالم جزیره‌ای» معروف شد. امروز منجمان دیدگاه بسیار بهتری را دربارهٔ وسعت عالم فراکهکشانی دارند. در بخش بعد جنبه‌های کلی انواع مختلف کهکشانهای شناخته شده را بررسی می‌کنیم. در آنجا خواهیم دید که به نظر می‌رسد کهکشانها حاوی مادهٔ تاریکی باشند که به‌طور قابل ملاحظه‌ای تا فراتر از مرزهای مرئی آنها گسترش یافته است.

۳.۱ انواع کهکشان

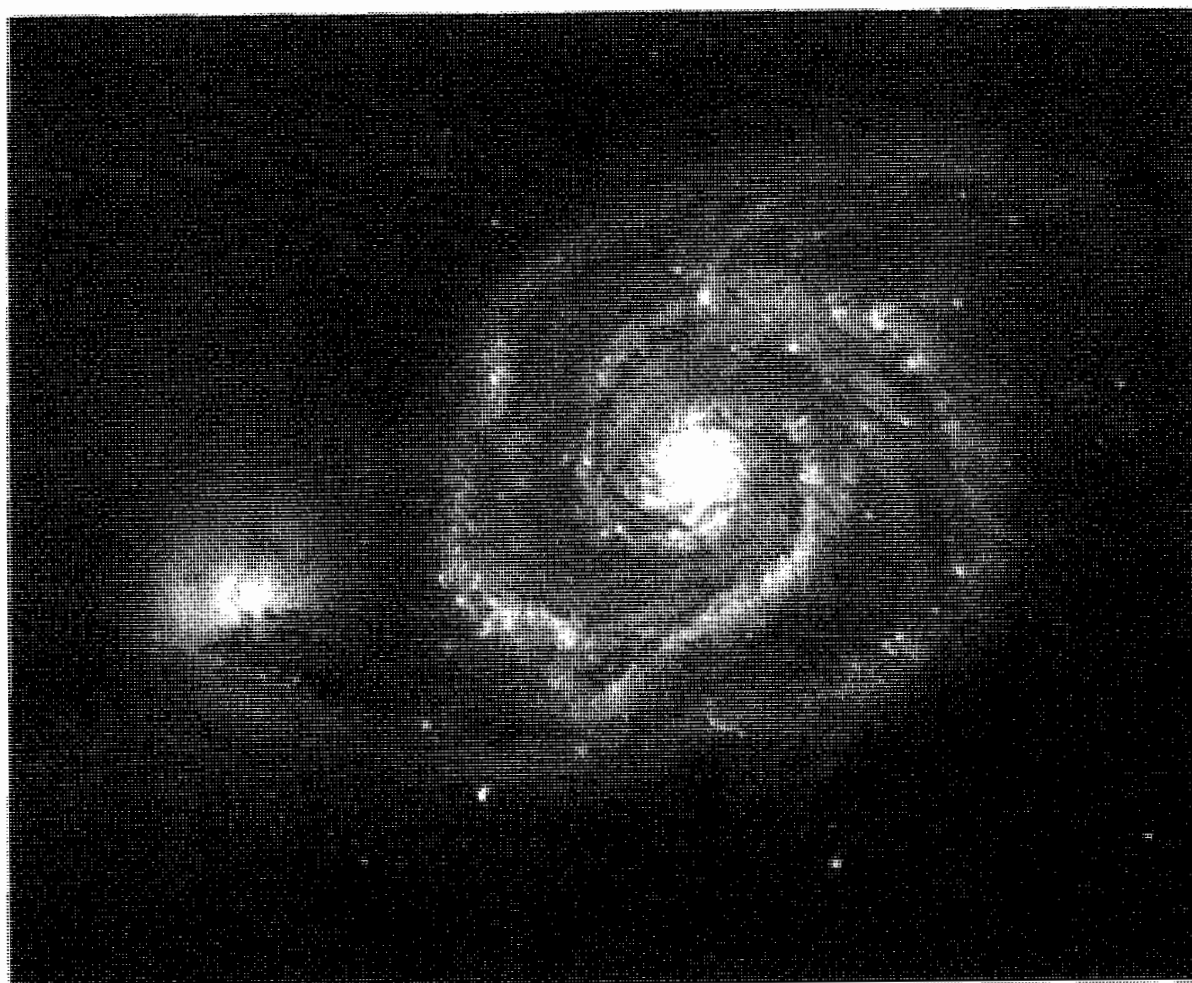
ساختار مارپیچی کهکشان ما که در شکل ۴.۱ (الف) نشان داده شده است را مشکل می‌توان با مشاهده تعیین کرد، زیرا ما از داخل به آن می‌نگریم. مشاهدهٔ این ساختار در کهکشانهای دیگر راحت‌تر است، مگر اینکه از پهلو به آنها نگاه کنیم. نزدیکترین کهکشان بزرگ به ما، به نام M۳۱ (برای معنی این برجسب به بخش ۷.۱ نگاه کنید)، در صورت فلکی امراة‌المسلسله، دارای ساختار مارپیچی مشابه است (شکل ۱۰.۱). این نوع کهکشانها که کهکشانهای مارپیچی خوانده می‌شوند احتمالاً فراوانترین کهکشان از نوع درخشان هستند (شکلهای ۱۱.۱ و ۱۲.۱). مانند کهکشان ما آنها دارای حرکت دورانی، تخت و برجستگی در قسمت وسط و راههای تاریک از مادهٔ جذب‌کننده هستند. در سال ۱۹۲۶ هابل انواع کهکشانها را به‌صورت زیر طبقه‌بندی کرد. انواع مختلف کهکشانهای مارپیچی Sa، Sb، Sc، و غیره نامیده شدند. دنباله برحسب اهمیت نزولی هستهٔ مرکزی یا برجستگی در مقایسه با قرص اطراف آن مرتب شده است (شکل ۱۳.۱). در امتداد دنباله، درخشندگی کره‌وار مرکزی کاهش می‌یابد و شل‌شدگی بازوهای مارپیچ بیشتر می‌شود. کهکشان ما و M۳۱ از



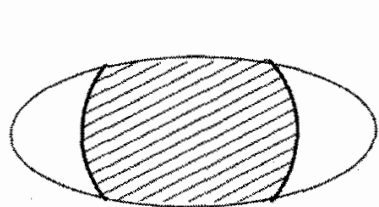
شکل ۱۰.۱ کهکشان بزرگ در صورت فلکی امراة المسلسله، یک کهکشان مارپیچی نوع Sb.



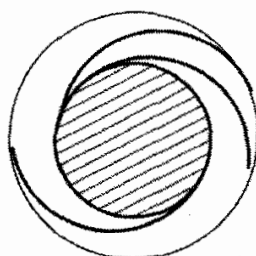
شکل ۱۱.۱ یک کهکشان نوع Sa، معروف به «کلاه مکزیکی».



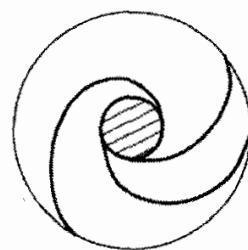
شکل ۱۲.۱ یک کهکشان نوع Sc، موسوم به «گرداب».



Sa

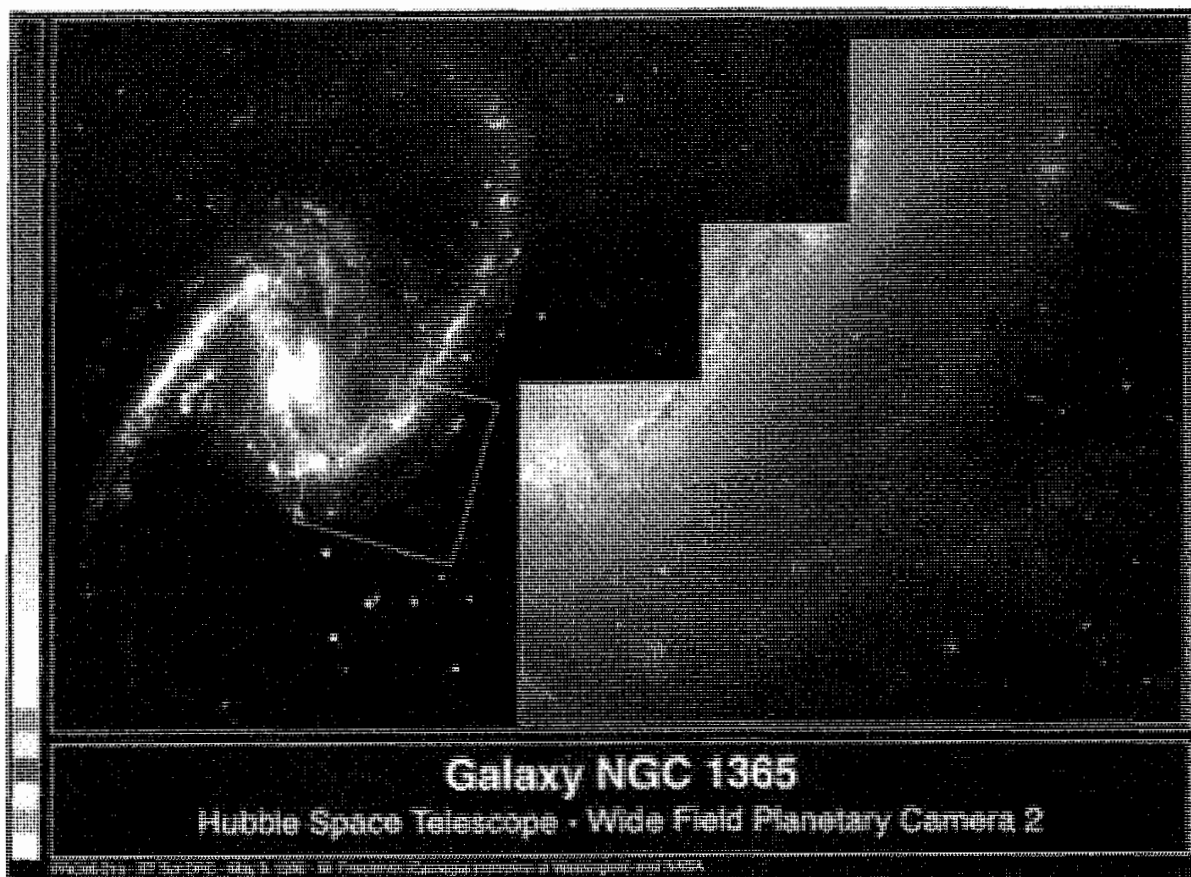


Sb



Sc

شکل ۱۳.۱ دنباله کهکشانهای مارپیچی. ناحیه هاشوردار هسته کهکشان را نشان می‌دهد.



شکل ۱۴.۱ NGC ۱۳۶۵، مثالی از ماریچی خطدار. تصویر با تلسکوپ فضایی هابل (HST)^۱ با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده است که آن را با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده است که آن را انجمن دانشگاهها برای پژوهش در نجوم اداره می‌کند.

نوع Sb هستند. بعضی از ماریچها دارای خطهایی در قسمت مرکزی هستند. این کهکشانها را ماریچهای خطدار می‌نامند و به صورت SBa، SBb، و غیره طبقه‌بندی می‌شوند. تصاویر طرح‌وار این کهکشانها در شکل ۱۴.۱ نشان داده شده‌اند.

در حالی که در میان کهکشانهای درخشان تعداد ماریچها از همه بیشتر است، اما، در بین تمام کهکشانها تعداد بیضویها از همه بیشتر است. این کهکشانها به شکل بیضیوارند، چرخش اندکی از خود نشان می‌دهند، و دارای مقدار کمی گاز و گردوغبارند (شکلهای ۱۵.۱ و ۱۶.۱). انواع مختلف کهکشانهای بیضوی را در دنباله E^0, E^1, \dots, E^7 قرار می‌دهند. این دنباله به ترتیب نمایه‌های تخت‌تری از کهکشانها را نشان می‌دهد، E^0 تقریباً کروی و E^7 به شکل عدسی تخت است. اگر a و b قطرهای کوچک و بزرگ بیضی باشند، n برای کهکشان En از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n = 10 \frac{a - b}{a}. \quad (1.1)$$

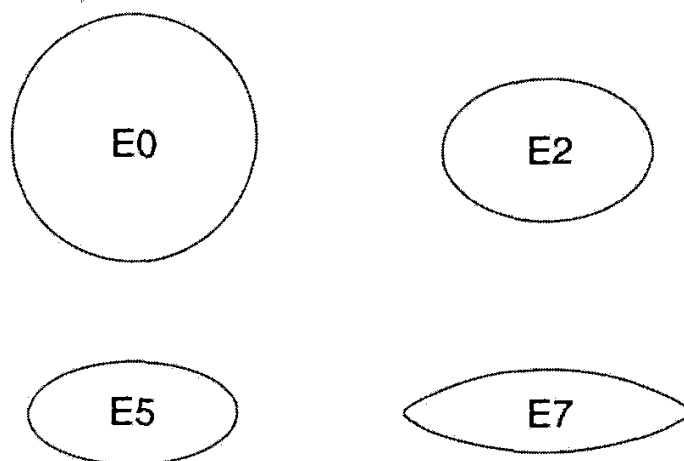
1. Hubble Space Telescope



شکل ۱۵.۱ کهکشان بیضوی نوع E^۰ در صورت فلکی سنبله، M۸۷. گمان می‌رود که هسته آن حاوی جرم رمبیده از مرتبه $5 \times 10^9 M_{\odot}$ است.



شکل ۱۶.۱ کهکشان ماریچی از نوع E۲ در امراة المسلسله، M۳۲.



شکل ۱۷.۱ دنباله کهکشانهای نوع بیضوی. تمام انواع بین E^0 و E^7 نشان داده نشده‌اند.

برخلاف تصویرهای ستارگان، که اغلب نقطه‌ای شکل‌اند، کهکشانها به صورت ابرهایی هستند که در بالا شرح داده شد، منجمان می‌توانند توزیع نور در یک کهکشان را با بهره‌گیری از وسایل حالت جامد مانند قطعه بار جفت‌شده^۱ (CCD) با دقت زیاد اندازه بگیرند. توزیع بار را معمولاً با خطهای هم‌نور، یا پربندهای با شدت مساوی نشان می‌دهند. در بسیاری از کهکشانها، به‌ویژه بیضوی، افزایش حساسیت اندازه‌گیری نشان می‌دهد که مرز یک کهکشان کاملاً مشخص نیست؛ بلکه شدت نور از مرکز به طرف لبه به تدریج کم می‌شود. از این نظر منجمان معمولاً از شعاع هولمبرگ^۲ استفاده می‌کنند که مربوط به هم‌نوری است که در آن روشنایی سطحی به $26.5 m_{pg}$ (قدر عکاسی)^۳ به‌ازای مربع قوس‌کمانی فرو می‌افتد، تا مرز نوری کهکشان را نشان دهند.

چندین دهه پس از کشف کهکشانها، گمان می‌رفت که آنها تا جایی امتداد یافته‌اند که قابل مشاهده‌اند. بنابراین شعاع هولمبرگ را پهنه کهکشان نوعی در نظر می‌گرفتند. اما، در سالهای هفتاد مدارهای ابرهای هیدروژن خنثی که به دور کهکشانهای مارپیچی می‌گردند نشان داد که جرم آنها بسیار فراتر از جرم مرئی کهکشان است.

شکل ۱۸.۱ نمونه‌ای از منحنی دوران یک کهکشان مارپیچی را نشان می‌دهد. در فاصله r

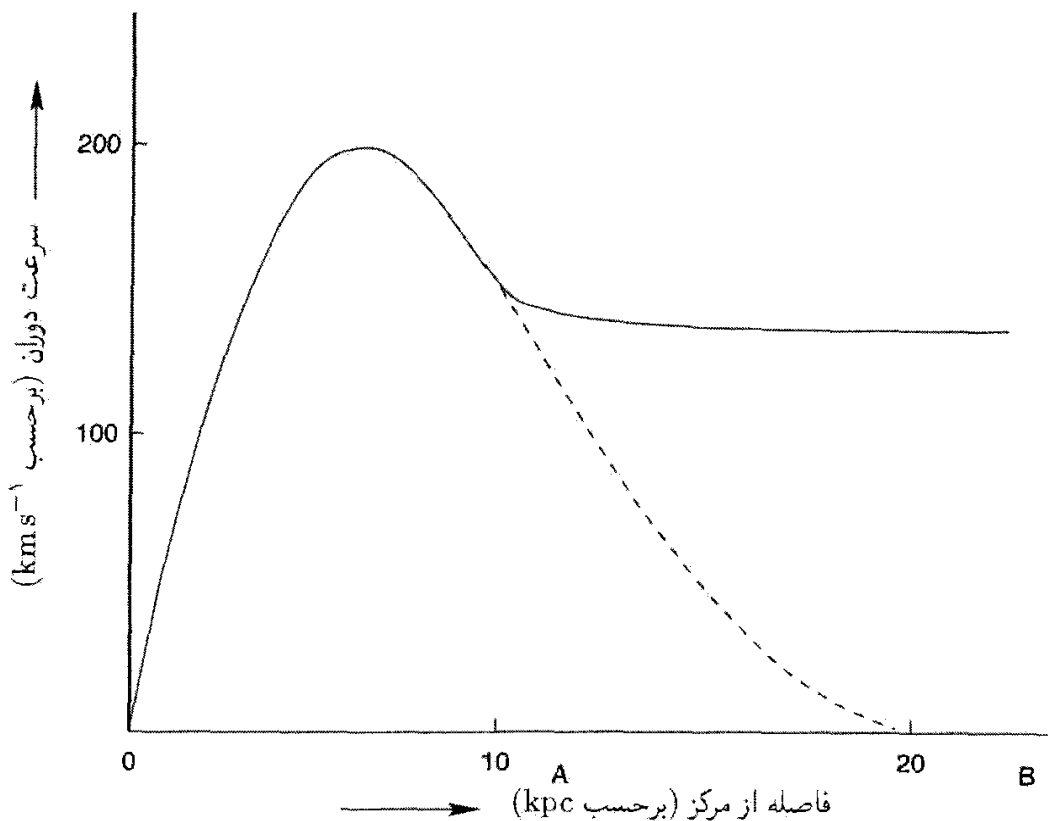
از مرکز O ی کهکشان، یک مدار کپلری دارای سرعت زیر خواهد بود

$$v = \left(\frac{GM(r)}{r} \right)^{1/2} \quad (2.1)$$

که $M(r)$ جرم کهکشانی تا شعاع r از مرکز است. نقطه A پهنه مرئی کهکشان را نشان می‌دهد.

1. charge-coupled device 2. Holmberg radius

۳. قدر معیاری از روشنایی جسم سماوی است. برای جزئیات کمی به بخش ۶.۳ نگاه کنید.

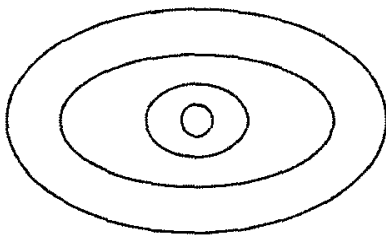


شکل ۱۸.۱ منحنی دوران یک کهکشان مارپیچی تا نقطه B تخت است، که بسیار فراتر از پهنه مرئی تا نقطه A قرار دارد. منحنی خط چین نشان می‌دهد که اگر همه جرم کهکشان در مرز مرئی آن قرار داشت، منحنی دوران چگونه به طرف پایین شیب پیدا می‌کرد.

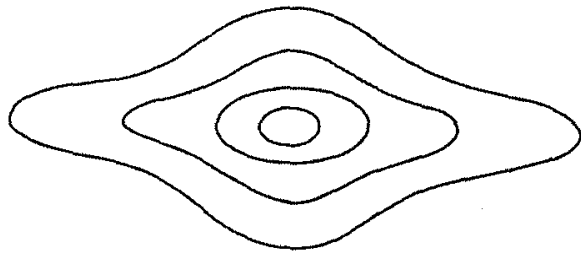
اگر همه جرم مرئی بود، $M(r)$ فراتر از A و v باید به $r^{-1/2}$ فرو می‌افتاد. در واقع، v تا نقطه B، که فاصله آن از O دو تا سه برابر A است، کم و بیش ثابت می‌ماند.

اگر قانونهای نیوتونی گرانی و مکانیک معتبر باشند، باید نتیجه بگیریم که $M(r)$ در فراتر از A افزایش می‌یابد؛ به عبارت دیگر، ماده نامرئی تا فاصله بسیار فراتر از شعاع مرئی کهکشان وجود دارد. این ماده تاریک مسئله‌های بسیاری را برای نظریه‌های کیهان‌شناسی مطرح می‌کند که در بخشهای بعد به آن می‌پردازیم.

نوع دیگری از کهکشان، به نام S^0 ، حد فاصل کهکشانهای بیضوی و مارپیچی است (شکل ۱۹.۱). کهکشانهای S^0 ، مانند کهکشانهای بیضوی، گاز و گردوغبار مختصری دارند، در حالی که منحنیهای هم نور آنها شبیه کهکشانهای مارپیچی است (شکل ۲۰.۱). این کهکشانها ممکن است بر اثر برخورد کهکشانهای مارپیچی و بیضوی تشکیل شده باشند. برخورد کهکشانها، به ویژه در خوشه‌های کهکشانی، چندان نامتعارف نیست. ستارگان در این برخوردها تقریباً سالم باقی می‌مانند، چون فاصله آنها از یکدیگر زیاد است، اما گاز و گردوغبار میان ستاره‌ای می‌تواند در فضای میان



بیضوی



مارپیچی

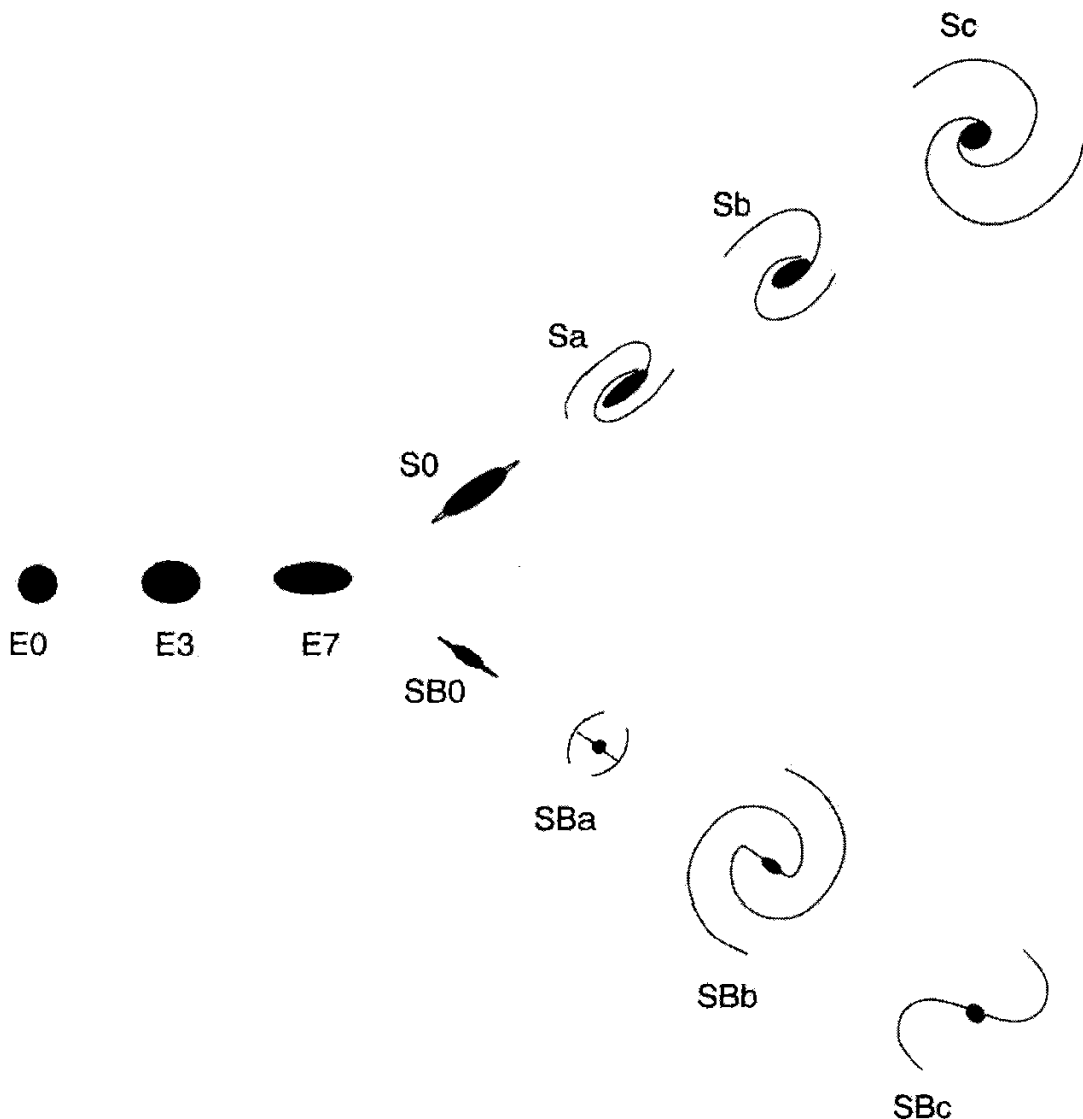
شکل ۲۰.۱ هم‌نورهای (پربندهای با روشنایی برابر) یک کهکشان 5° بیشتر شبیه کهکشانهای مارپیچی (ب) است تا کهکشان بیضوی (الف).

کهکشانی فوران کند. در این مورد منحنیهای هم‌نور (ناشی از نور ستاره) دست‌نخورده باقی می‌مانند. شکل ۲۱.۱ طبقه‌بندی نوک «دیپازونی» هابل و دنباله کهکشانش را نشان می‌دهد. گرچه نوعی نظم در این تصویر وجود دارد، ولی هنوز نمی‌توانیم بگوییم که این نوعی دنباله تکاملی است، زیرا شناخت ما از تحول کهکشانش هنوز بسیار مختصر است.

علاوه بر کهکشانهایی که قبلاً گفتیم، انواع دیگری وجود دارند که به‌طور کلی به‌صورت «نامنظم» طبقه‌بندی می‌شوند. اما، برخی از انواع کهکشانهای این گروه به‌خاطر جنبه‌های خاص خود بارزند. به‌عنوان مثال، سیفرت^۱ در سال ۱۹۴۳ گروهی از کهکشانش را مطالعه کرد که هسته آنها بسیاری از مشخصات ستارگان مانند خطهای گسیلی پهن را داشت. (به‌عنوان یک قاعده طیفهای کهکشانش دارای خطهای جذبی ناشی از گاز میان کهکشانی هستند.) کهکشانهای سیفرت دارای مقدار زیادی گسیل فروسرخ نیز هستند؛ در برخی موارد روشنایی فروسرخ می‌تواند تا 10° برابر روشنایی مرئی کهکشان ما باشد. (شکل ۲۳.۱). شباهت زیادی بین سیفرتها و گروه دیگری از اجسام نجومی موسوم به کرازارها (که در بخش ۵.۱ توصیف شده‌اند) وجود دارد.

سوای این انواع ریخت‌شناختی، کهکشانش را می‌توان برحسب طیف و درخشندگی نیز طبقه‌بندی کرد. دبلیو. دبلیو. مورگان^۲ طبقه‌بندی طیفی صوری، و ون دن برگ^۳ رده‌های به‌اصطلاح درخشندگی را وارد کرد. در اینجا وارد جزئیات این رده‌بندی نمی‌شویم. امیدوارم، وقتی شناخت بیشتری از ساختار و تحول کهکشانش به دست آمد، این رده‌بندی بهتر فهمیده شود. در این بین، اینها را می‌توان شاخصهایی تجربی از فیزیک کهکشانی دانست، شاخصهایی که می‌تواند به شناخت بهتر آنها کمک کند، درست همان‌طور که رده‌بندی تجربی ستارگان به درک نهایی ساختار ستاره‌ای و تحول آنها انجامید.

1. Seyfert 2. W. W. Morgan 3. van den Bergh



شکل ۲۱.۱ دنباله انواع کهکشان از نظر هابل.

۴.۱ چشمه‌های رادیویی

ابداع اخترشناسی رادیویی به کشف چشمه‌های گسیل رادیویی در بیرون از کهکشان انجامید. چنانکه در فصل ۱^۰ خواهیم دید، این چشمه‌های رادیویی کاهه‌های توانمندی برای ساختار عالم هستند. اولین چشمه رادیویی برون کهکشانی، دجاجة A، را جی. اس. هی^۱، اس. جی. پارسونز^۲ و جی. دبلیو. فیلیپس^۳ در سال ۱۹۴۶ کشف کردند. وقتی دبلیو. باده^۴ و آر. مینکوفسکی^۵ در مونت ویلسون و رصدخانه پالومار توانستند محل چشمه رادیویی را در آسمان به دقت مشخص کنند، متوجه شدند که محل چیزی را تعیین کردند که شبیه دو کهکشان برخوردکننده در مکان چشمه

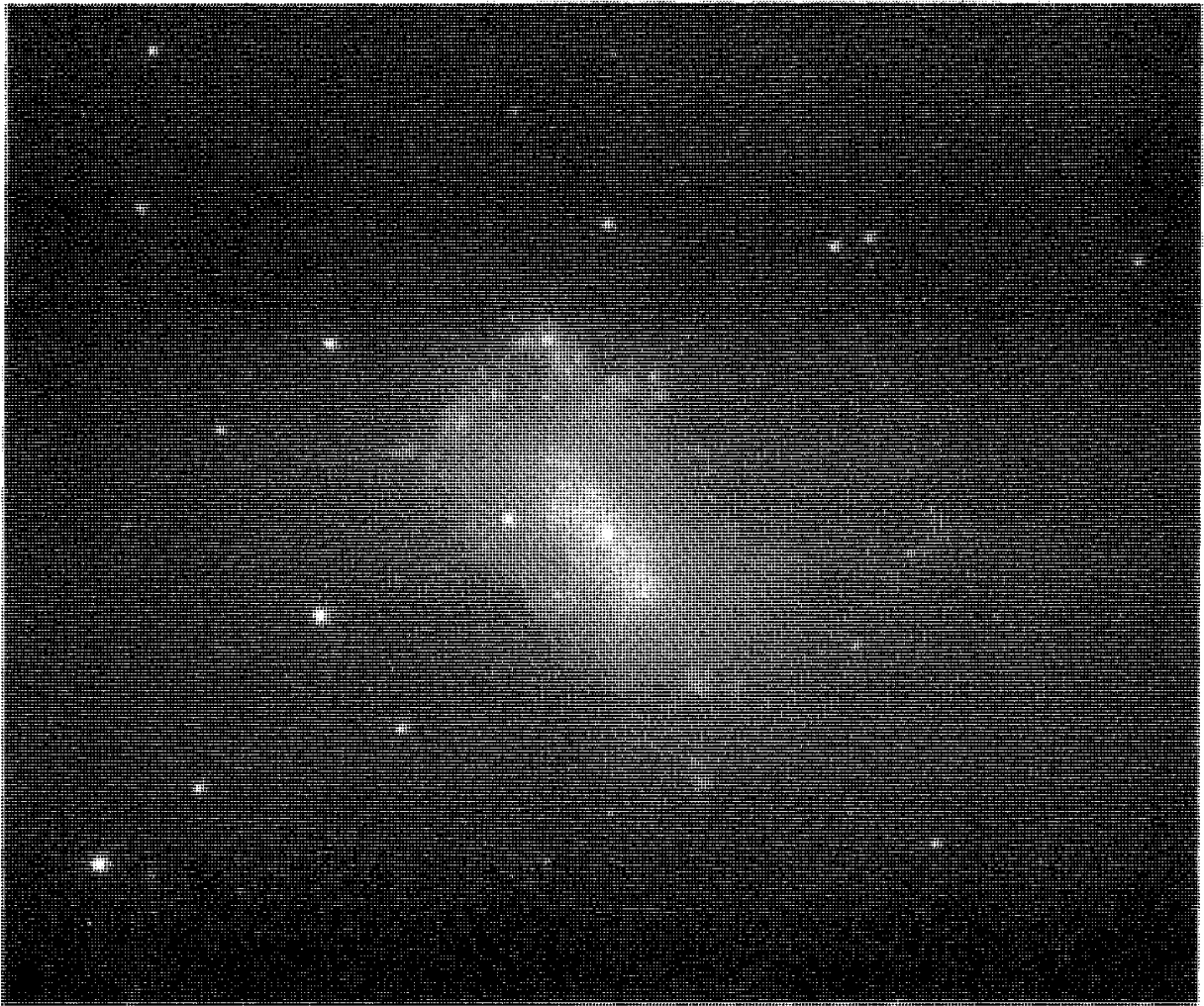
1. J. S. Hey

2. S. J. Parsons

3. J. W. Phillips

4. W. Baade

5. R. M. Minkowski

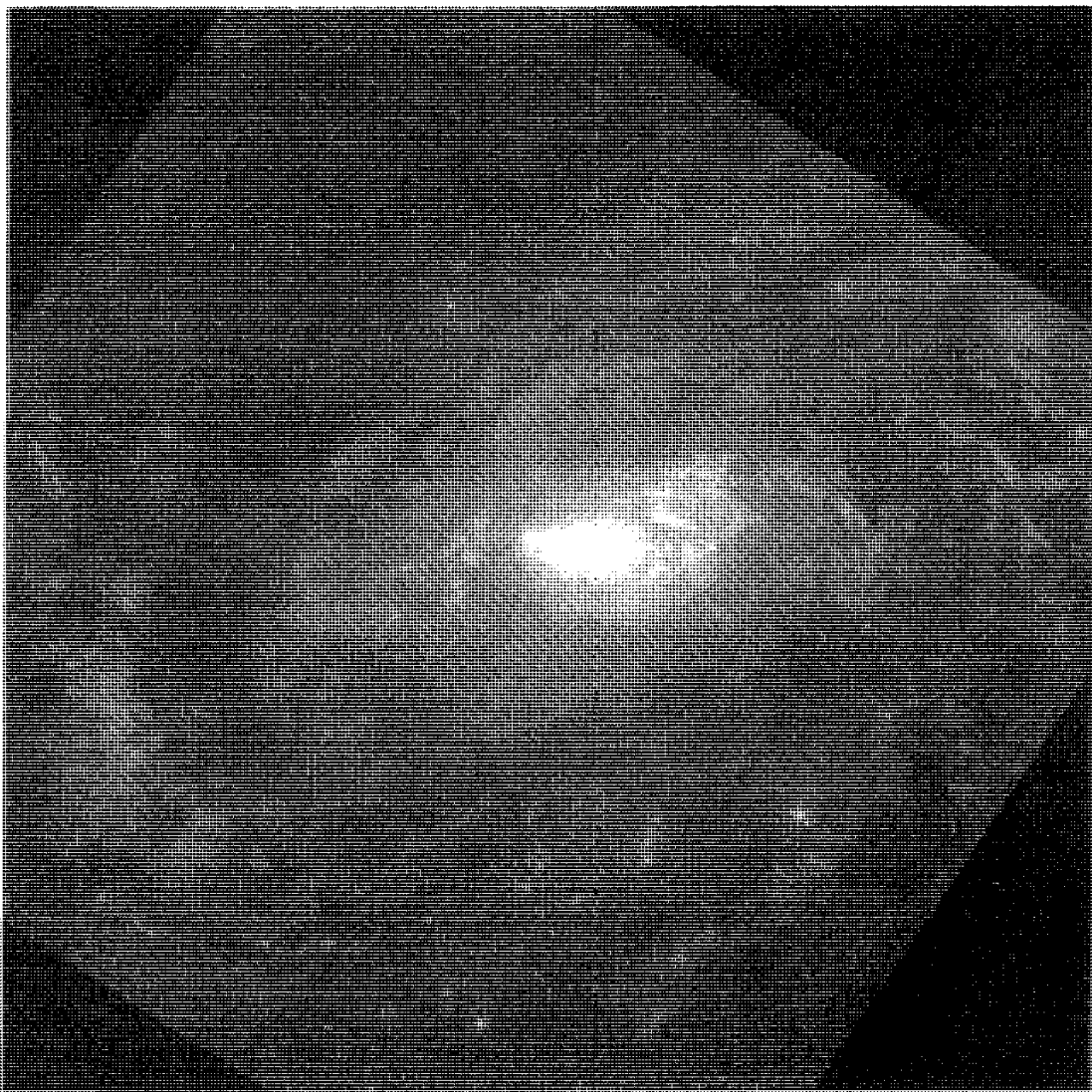


شکل ۲۲.۱ NGC ۴۴۴۹، یک کهکشان نامنظم.

رادیویی بود (شکل ۲۴.۱). این فرایند شناسایی محل چشمه رادیویی روی صفحه عکاسی (یا بسیار نزدیک به آن) را شناسایی اپتیکی چشمه رادیویی می‌نامند. کشف دجاجة A به این دیدگاه اولیه انجامید که چشمه‌های رادیویی ناشی از برخورد کهکشانها هستند.

اما، سرانجام معلوم شد باده در این نتیجه‌گیری که شیء اپتیکی در محل دجاجة A یک زوج کهکشان برخوردکننده اند دچار اشتباه شده است. در سالهای هفتاد مطالعه ساختار چشمه‌های رادیویی با جزئیات دقیق امکان‌پذیر شد. (تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار بلند می‌تواند ساختارها را در مقیاس زاویه‌ای کمتر از یک هزارم ثانیه کمانی آشکار سازد.) تصویر مربوط به دجاجة A و اغلب چشمه‌های رادیویی برون‌کهکشانی در شکل ۲۵.۱ نشان داده شده است.

در اینجا دو لکه گسیلنده امواج رادیویی داریم که در دو طرف بخش مرکزی قرار گرفته‌اند، که معمولاً در حوالی یا در دو طرف یک کهکشان یا کوازار است. تصور می‌شود که گسیل رادیویی

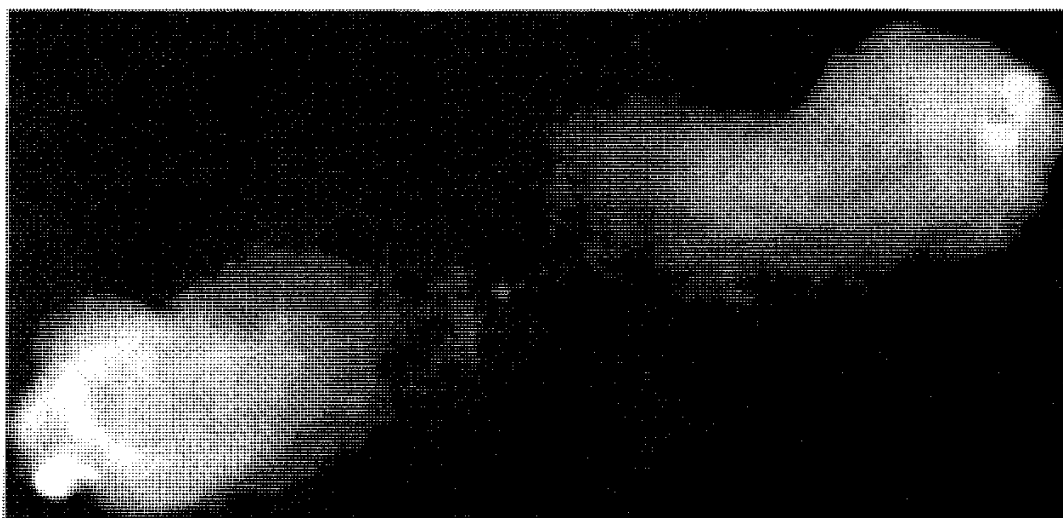


شکل ۲۳.۱ قسمت مرکزی کهکشان سیفرت ۱۰۶۸ NGC که با تلسکوپ فضایی هابل گرفته شده است.

از لکه‌ها بر اثر شتابگیری الکترونیهای پرانرژی در میدانهای مغناطیسی محیط باشد، که به گسیل سیکلوترونی معروف است. خود این ذرات ممکن است بر اثر انفجار در قسمت مرکزی جسم شلیک شده باشند. چشمه انفجار هنوز یک معماست. در سال ۱۹۶۳ اف. هویل و دلیو. ا. فاؤلر^۱ پیشنهاد کردند که انرژی گرانشی جسم رمبده ممکن است به‌گونه‌ای به‌انرژی جنبشی الکترون تبدیل شده باشد. در اواخر سالهای ۱۹۷۰ چند سناریو مطرح شد که در آنها یک سیاهچاله پرجرم با جرم تقریباً $10^8 M_{\odot}$ دخیل بود. همان‌طور که جی. بریج در سال ۱۹۵۸ متذکر شد، یک ماشین انرژی پرتوان برای تولید مخازن 10^{58} تا 10^{62} ارگ در این چشمه‌های رادیویی ضروری است. انرژی پتانسیل دو کهکشان برخوردکننده بسیار کمتر از این مقدار است.



شکل ۲۴.۱ چشمه رادیویی دجاجة A در اطراف جسم اپتیکی در مرکز تصویر قرار دارد.



شکل ۲۵.۱ نقشهٔ رادیویی دجاجة A عادیترین نوع چشمهٔ رادیویی برون‌کھکشانى را نشان می‌دهد، که از دو لکهٔ گسیلنده امواج رادیویی تشکیل شده است که به صورت متقارن در دو طرف ناحیهٔ مرکزی قرار دارند. گمان می‌رود که ناحیهٔ مرکزی چشمهٔ فعالیتی باشد که ذرات سریعی را که در امتداد فورانها در حرکت‌اند تولید می‌کند. این فورانها با محیط میان کھکشانى برخورد می‌کنند و باعث گسیل رادیویی در لکه‌ها می‌شوند.

۵.۱ کوازارها

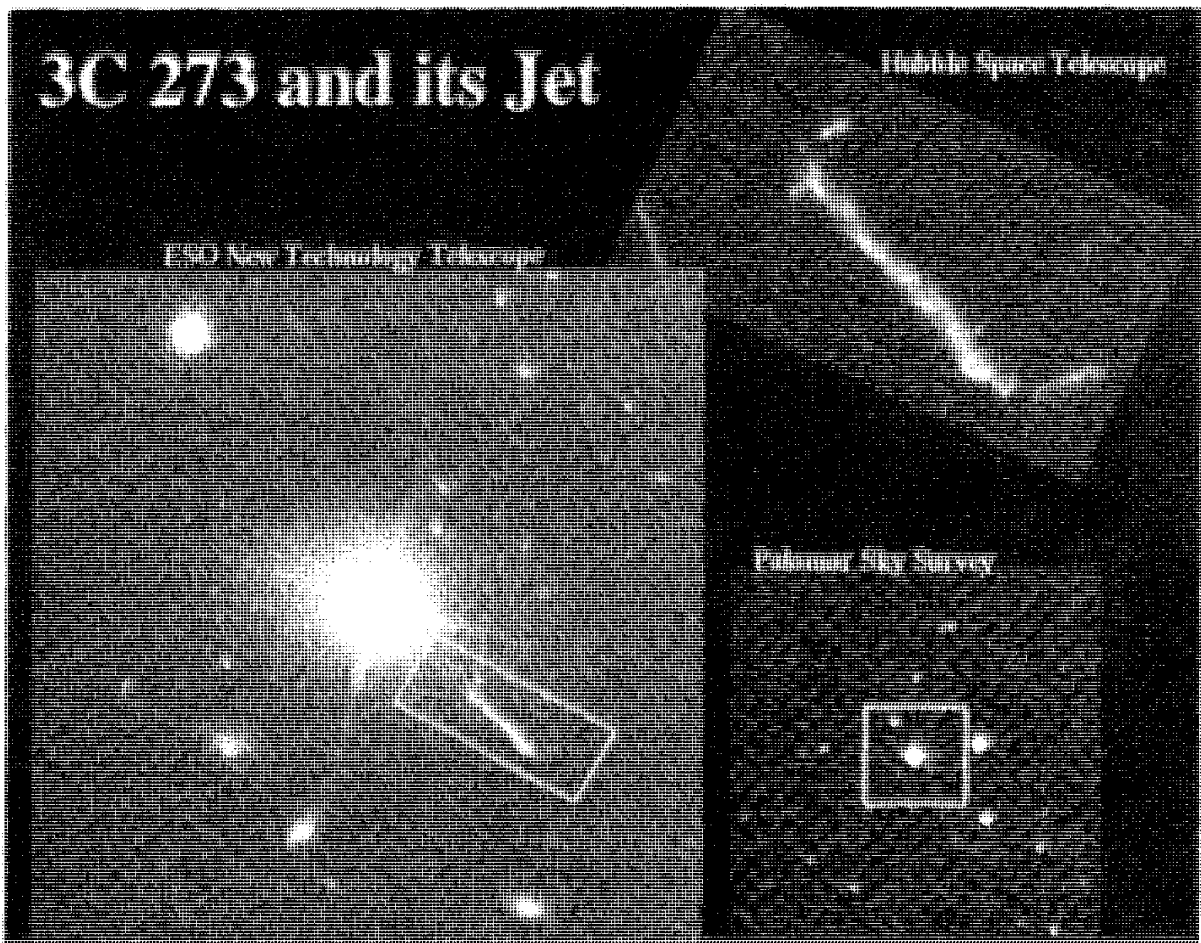
واژه کوازار شکل کوتاه‌شده نام کامل «چشمهٔ رادیویی شبه‌ستاره‌ای»^۱ است. کوازارها را ابتدا در سال ۱۹۶۳ در نتیجه برنامه شناسایی اپتیکی کشف کردند. مکان رادیویی کوازار ۳C۲۷۳ (برای معنای این اعداد کاتولوگ به بخش ۷.۱ رجوع کنید) با استتار ماه به دقت تعیین شد.^۲ شناسایی اپتیکی این شیء (شکل ۲۶.۱) و یک چشمهٔ رادیویی دیگر، ۳C۴۸، اجسام ستاره مانند با خطهای گسیلی را نمایان ساخت؛ و در ابتدا فرض شد که اینها ستارگان رادیویی در کھکشان هستند. بررسی دقیق طیف آنها نشان داد که طول موج خطهای گسیلی به شدت به سرخ منتقل شده است. اگر طول موج یک خط گسیلی در آزمایشگاه λ_0 و طول موج مشاهده شده $\lambda > \lambda_0$ باشد، می‌گویند خط با کسر z که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید انتقال به سرخ یافته است

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}. \quad (۳.۱)$$

معمولاً z را انتقال به سرخ جسم می‌نامند. برای ۳C۲۷۳، $z = 0.158$ ، در حالی که برای ۳C۴۸،

1. quasi-stellar radio source

۲. اگر ماه اتفاقاً از خط دید چشمه بگذرد، می‌گویند چشمه استتار شده است. افت شدت چشمهٔ رادیویی که ماه آن را مسدود کرده است و خیز آن پس از عبور ماه نشانهٔ دقیقی از هنگام استتار است، و چون محل ماه را در آسمان دقیقاً می‌دانیم، می‌توانیم برآورد دقیقی از جهت چشمهٔ رادیویی به دست آوریم.



شکل ۲۶.۱ کوازار ۳C۲۷۳، اولین جسمی که کشف و به‌عنوان جسم فراکهکشانی شناسایی شد. فوران مشخص شده است.

$z = 0.367$ است. (واژه انتقال به سرخ بدین منظور به‌کار می‌رود که نشان دهد انتقال به طرف انتهای سرخ طیف مرئی است.)

مقادیر بالا در مقایسه با انتقال به سرخ برای ستارگان کهکشان که $10^{-3} <$ است بسیار زیاد بودند. این اجسام چه بودند؟ در سال ۱۹۶۴ ترل^۱ پیشنهاد کرد که آنها ستارگان سریعی هستند که از کهکشان به بیرون پرتاب شده‌اند. اما، تفسیر پرطرفدارتر این بود که این انتقالهای به سرخ بر اثر انبساط عالم است که آن را در بخش ۸.۱ بررسی می‌کنیم.

اگر برداشت اخیر درست باشد، کوازارها باید اجسامی در فاصله بسیار دور باشند، و برای این فاصله‌های زیاد آنها به اندازه کافی درخشان هستند که با ستارگان اشتباه گرفته شوند، پس باید ذاتاً بسیار توانمند باشند. بسیاری از کوازارها تغییرات سریع خروجی نور و امواج رادیویی را از خود نشان می‌دهند. این واقعیت اندازه فیزیکی آنها را محدود می‌کند؛ زیرا برای اینکه جسمی در

1. Terrell



شکل ۲۷.۱ یک نقشه پرتو X کوازار ۳C۲۷۳ که با تلسکوپ پرتو X چاندرایا تهیه شده است.

مقیاس زمانی مشخصه T تغییر کند، اندازه آن باید محدود به cT باشد، که c سرعت نور است. این محدودیت، ناشی از نسبیت خاص که با توجه به آن هیچ اغتشاش فیزیکی نمی‌تواند با سرعت بزرگتر از c منتشر شود، کوازارها را در واقع اجسام بسیار متراکمی می‌سازد. در بخش ۲.۱ دیدیم که اندازه کهکشانی ما چقدر است. یک کوازار در مقایسه با آن می‌تواند مقدار انرژی قابل مقایسه‌ای را در واحد زمان از حجمی گسیل دارد که گستره آن ممکن است فقط چند ساعت نوری باشد! اکنون بیش از ۱۰۰۰۰ کوازار شناخته شده‌اند. فقط چند درصد کل آنها امواج رادیویی گسیل می‌دارند. بنابراین صفت اولیه «چشمه رادیویی» را نمی‌توان در مورد تمام کوازارها به کار برد، و اگرچه اصطلاح «کوازار» امروزه برای اجسامی که به لحاظ رادیویی ساکت‌اند نیز به کار می‌رود، اما بنیادگرایان ممکن است اصطلاح «شیء اختروش»^۱ (QSO) را ترجیح دهند.

در اوایل سالهای ۱۹۸۰، ماهواره نجومی پرتو X رصدخانه اینشتین نشان داد که گسیل پرتو X یک جنبه مشترک همه کوازارها، و بسیار متداولتر از گسیل رادیویی است (شکل ۲۷.۱). معمولاً تصور می‌شود که گسیل پرتو X ناشی از درونی‌ترین ناحیه کوازار است در حالی که گسیلهای اپتیکی و رادیویی از ناحیه‌هایی سرچشمه می‌گیرند که به ترتیب در قسمتهای خارجی تر قرار دارند.

اخیراً مطالعات چند طول موجی QSO متداول شده است، همین‌طور برقراری ارتباط بین

1. quasi-stellar object

پدیده QSO با هسته‌های متراکم و فعال کهکشانی چون سیفرتها. این امیدواری وجود دارد که بدین ترتیب دستاویز بهتری درباره مدلهای انرژی و این سیستمها و تحول آنها به دست می‌آوریم.

۶.۱ ساختارها در بزرگترین مقیاس

کهکشانی که عضوی از یک گروه کهکشانی نباشد را کهکشان میدان می‌نامند. سایر کهکشانیها اعضای گروهها یا خوشه‌هایی هستند که ممکن است شامل تعداد اندک یا صدها کهکشان بزرگ باشد. به عنوان مثال، کهکشان ما عضو گروهی از تقریباً ۲۰ کهکشان، به نام گروه بزرگ است، که فاصله آنها از یکدیگر تا حدود ۱ Mpc است. نزدیکترین اعضای گروه عبارت‌اند از ابرهای بزرگ و کوچک ماژلانی، که در فاصله تقریباً ۵۰ kpc از ما قرار دارند.

جدول ۱.۱ فهرست چند خوشه بزرگتر است (شکل ۲۸.۱). فاصله‌های این جدول، به واسطه خطای موجود در اندازه‌گیریهای برون‌کهکشانی، دقیق نیستند. مقیاس فاصله برون‌کهکشانی به اندازه ثابت هابل بستگی دارد (بخش ۸.۱). به رغم پیشرفت مداوم در روشهای اندازه‌گیری، هم‌اکنون منجمان در مورد مقدار واقعی این ثابت با یکدیگر توافق ندارند. به هر حال، نسبت این اعداد باید برآورد معقولی از فاصله‌های نسبی این خوشه‌ها به دست دهد.

جورج. آبل^۱ خوشه‌ها را تا فاصله‌های حدود شجاع II، با این معیار دقیق که آنها عضو یک خوشه باشند، فهرست‌بندی کرده است. برای مشخص کردن یک خوشه باید در پی افزایش چگالی

جدول ۱.۱ برخی از خوشه‌های غنی کهکشانی

نام خوشه	فاصله از زمین (Mpc) الف
سنبله	۲۱
حوت	۸۲
برساوش	۱۰۰
گیسو	۱۲۲
برزانونشسته	۱۹۰
جوزا	۴۳۰
شجاع II	۱۱۱۰

الف. فاصله متناظر است با $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.



شکل ۲۸.۱ خوشه کهکشانی گیسو.

عددی کهکشانیها در منطقه‌ای خاص در مقایسه با چگالی کلی زمینه باشیم. مرتبه «غنی بودن» یک خوشه با توجه به اندازه، گستره روشنایی، و زمینه مشخص می‌شود. اف. زویکی^۱ نیز خوشه‌های کهکشانی را فهرست‌بندی کرده است. اما معیارهای او به اندازه معیارهای آبل دقیق نیستند.

چقدر ماده در یک خوشه وجود دارد؟ ما می‌کشیم تا در بخش ۴.۱ به این پرسش پاسخ دهیم. فعلاً می‌توانیم بگوییم که یک خوشه می‌تواند حاوی جرم در حدود $10^{14} M_{\odot}$ باشد. به‌علاوه، اگر بخواهیم چگالی متوسط ماده در عالم را با توجه به ماده‌ای که در خوشه‌های کهکشانی می‌بینیم برآورد کنیم به عددی چند برابر $10^{-3} g cm^{-3}$ می‌رسیم. اما، بعداً در این کتاب خواهیم دید که حتی خوشه‌ها می‌توانند حاوی مقدار قابل ملاحظه‌ای ماده تاریک باشند. زیرا فعالیت دینامیکی یک خوشه، که از محاسبه انرژی جنبشی کهکشانی‌های آن محاسبه می‌شود، بسیار بیشتر از انرژی پتانسیل گرانشی این کهکشانیهاست، و اگر فرض کنیم که خوشه‌ها به تعادل دینامیکی رسیده‌اند، این تضاد جدی‌تر می‌شود. برای حل این مسئله باید فرض کرد که هر کهکشان نوعی حاوی مقدار قابل ملاحظه‌ای ماده تاریک با سرعت نسبتاً کم است. اگر

1. F. Zwicky

مادهٔ تاریک را در نظر بگیریم، این برآوردهای مربوط به جرم و چگالی را می‌توانیم زیاد کنیم. از طرف دیگر، چگالی متوسط ماده در کهکشان، تقریباً $2.4 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ است. پس حجمی که این کهکشانها اشغال کرده‌اند $10^{-6} \leq$ برابر حجم کل عالم است. این موضوع نشان می‌دهد که چرا کهکشانها را در مدل‌های کیهان‌شناسی به صورت نقطه در نظر می‌گیرند.

خوشه‌های کهکشانی علاوه بر گسیل اپتیکی، گسیل رادیویی و پرتو X نیز از خود نشان می‌دهند. این گسیلها علاوه بر تک تک چشمه‌ها در خوشه، به صورت پراکنده از سراسر خوشه ناشی می‌شوند. آیا ساختاری بزرگتر از خوشه‌ها در عالم وجود دارد؟ به این پرسش می‌توان با مطالعهٔ ساختار کهکشانها در آسمان برای ناکاتورگی (یعنی، گروه‌بندی یا دسته کردن) در مقیاسهای بزرگتر و بزرگتر پاسخ داد. این مطالعات وجود ساختارهای بزرگتر در مقیاس تقریباً 5° Mpc را، در مقایسه با مقیاسهای خوشه‌ای حدود 5 Mpc نشان داده است. این واحدهای بزرگتر را ابرخوشه می‌نامند. به عنوان مثال، جی. دو وکولورزا^۱ دریافته است که گروه محلی ما عضوی از یک ابرخوشه به مرکز خوشه کهکشانهای سنبله است. سی. دی. شین^۲ و همکاران در رصدخانهٔ لیک دسته‌بندی مشابهی را در سایر مناطق آسمان یافته‌اند. آبل نیز این دسته‌بندی را در تحلیل صفحات نقشه برداری آسمان پالومار-نشنال جئوگرافیک یافته است.

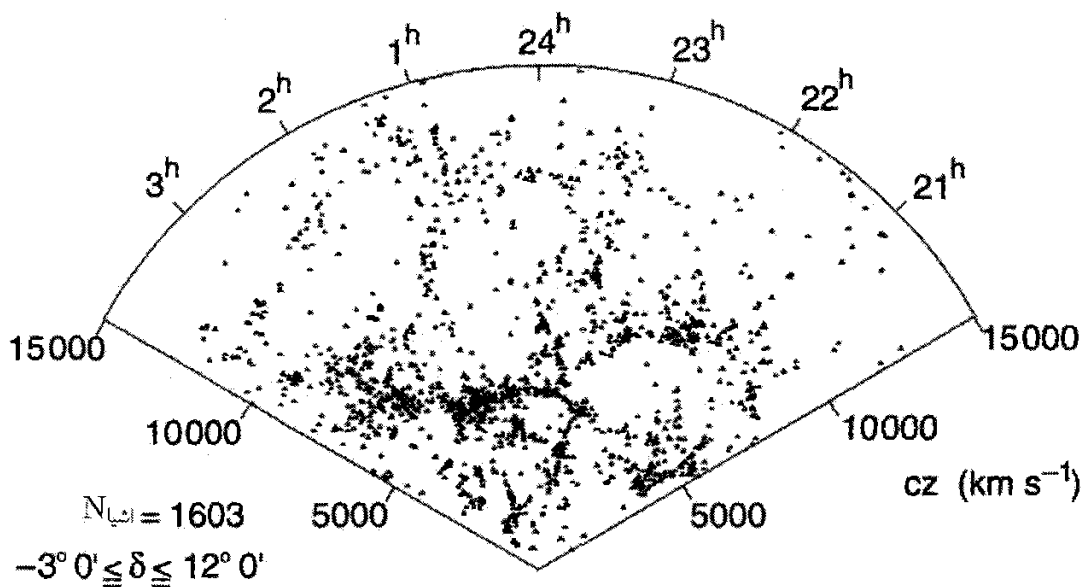
در سالهای ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰ بهبود قابل ملاحظه‌ای در روشهای رصد اشیای برون کهکشانی گسسته حاصل شد. با تعیین فاصله‌ها به کمک قانون هابل (بخش ۸.۱) به دست آوردن چشم اندازهای سه بعدی از توزیع ماده در عالم امکان پذیر شد. این چشم اندازها نشان می‌دهند که اشیای گسسته دارای توزیع ناهمگن در بزرگ مقیاس هستند. به عنوان مثال، در این نقشه برداریها خصوصیات زیر مشخص شده است:

۱. ابرخوشه‌ها. همان‌طور که قبلاً دیدیم، این اشیا در مقیاسهای حدود 5° Mpc یا بیشتر مشاهده می‌شوند و حاوی چند هزار کهکشان هستند. به عنوان مثال، ابرخوشهٔ محلی ما که حاوی گروه محلی است به شکل یک بیضیوار تخت است که صفحهٔ تقارن آن صفحهٔ ابرکهکشانی نامیده می‌شود. این صفحه از مرکز خوشهٔ سنبله و مرکز کهکشان خود ما می‌گذرد.

۲. حفره‌ها. این حفره‌ها گافهایی در توزیع ابرخوشه‌های بزرگ هستند که اندازهٔ آنها از مرتبهٔ 10° تا 20° Mpc است. ظاهراً هیچ کهکشانی در این نواحی وجود ندارد (شکل ۲۹.۱).

۳. رشته‌ها. مرز حفره‌ها توزیعهای رشته‌مانندی از کهکشانها و ابرکهکشانها هستند. شکل ۲۹.۱

این ویژگی را به روشنی نشان می‌دهد.

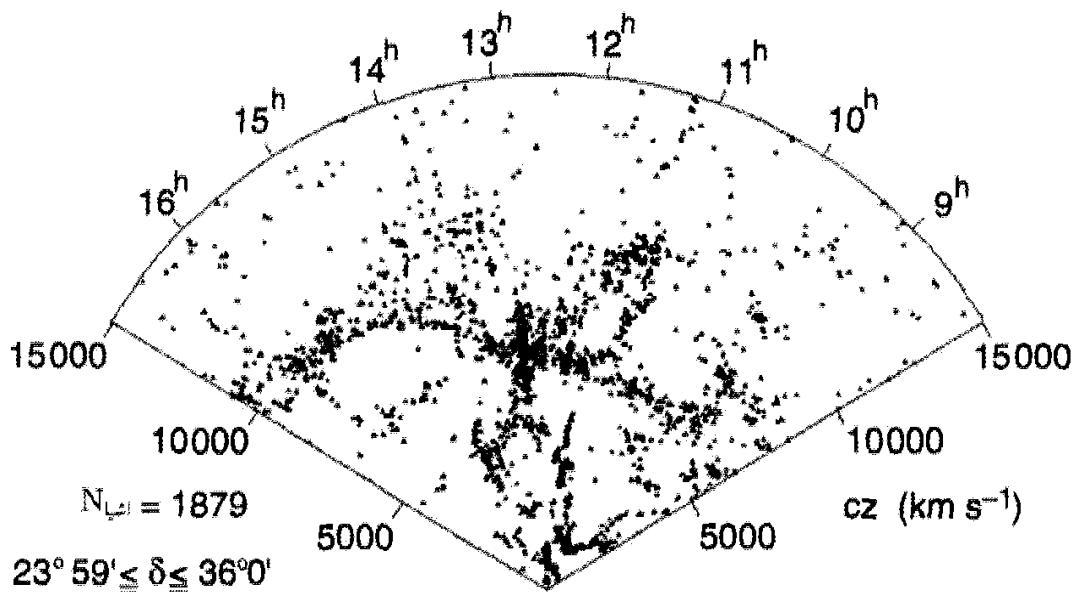


شکل ۲۹.۱ توزیع کهکشانها که در این بررسی مرکز اختریفی یک به دست آمده است، حفره‌های عظیم و رشته‌های بلند را نشان می‌دهد.

۴. رباینده عظیم و دیوار عظیم. در اواخر سالهای ۱۹۸۰ معلوم شد که کهکشانهای موجود در داخل و اطراف گروه محلی ما دارای حرکت جریانی به طرف آبرخوشه شجاع-قنطورس در آسمان جنوبی است. سرعت نوعی این جریان در آنچه چارچوب سکون کیهان‌شناختی نامیده می‌شود، و در فصل ۳ بررسی می‌کنیم، در حدود 600 km s^{-1} برآورد شده است. این همان چارچوب مرجعی است که در آن تابش زمینه ریزموج کیهانی همسانگرد است (بخش ۹.۱). گمان می‌رود که این حرکت را «رباینده‌ای عظیم» (GA) به وجود آورده باشد؛ که توده عظیمی متشکل از ده‌ها هزار کهکشان است. حجم رباینده به بزرگی 10^6 Mpc^3 است. این GA را مشاهده نمی‌کنیم ولی از روی اثرهای گرانشی آن می‌توان به وجودش پی برد.

نگاشت عالم در بزرگ مقیاس حضور ورقه بزرگ و نازکی از جرم را نیز نشان می‌دهد. پهنه این ورقه معروف به «دیوار عظیم» در حدود $170 \times 60 \text{ Mpc}^2$ (با استفاده از ثابت هابل $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$) است. برخلاف GA، دیوار عظیم در شکل ۳۰.۱ مشاهده نمی‌شود. بنابراین، ناهمگنیهای ساختاری فاصله‌های تا حدود 10° درصد اندازه مشخصه عالم را که در بخش ۱۰.۱ آمده است دربر می‌گیرد.

بعضی بررسیها ساختار یاخته‌ای را برای عالم مطرح می‌سازد؛ یعنی، ماده ترجیح می‌دهد که به صورت شبکه-مانند توزیع شود، که اندازه مشخصه یاخته در آن در حدود 125 Mpc است. برخی تحلیلها مدعی سلسله مراتب فراکتالی در بزرگ مقیاس هستند که تا فراتر از مقیاس 200 Mpc



شکل ۳۰.۱ توزیع کهکشانها در این بررسی مرکز اختریفی یک جریان طولی از کهکشانها را در گستره سرعت $7000-10000 \text{ km s}^{-1}$ نشان می دهد که اغلب آنها را «دیوار عظیم» می نامند.

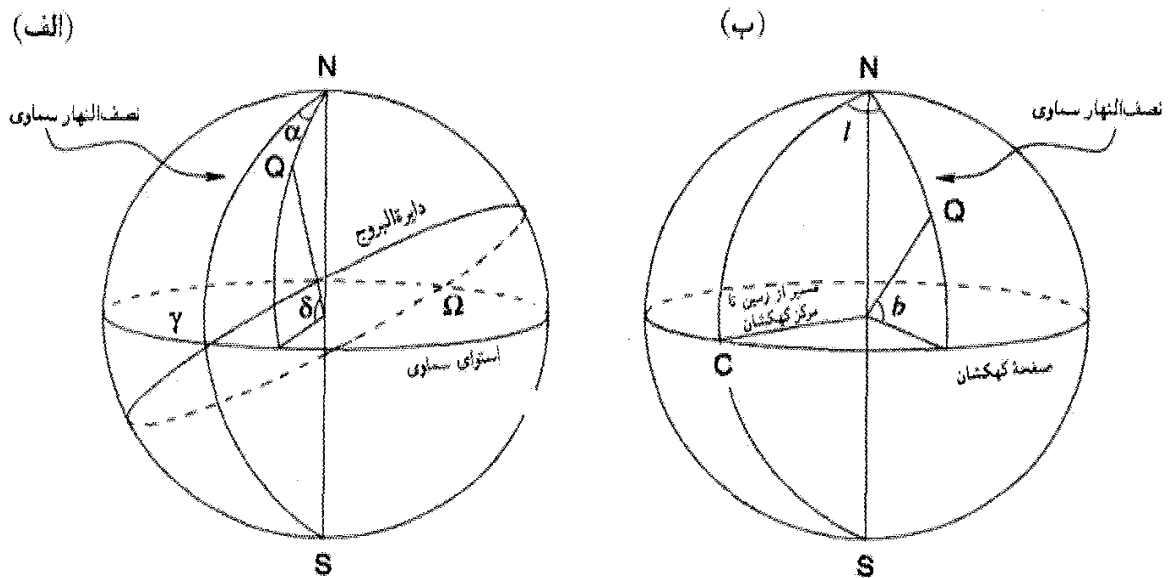
گسترش می یابد. با این همه، در زمان نوشتن این کتاب، دلیلی برای بررسی این نوع ساختار احساس نشده است.

در سالهای ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ این باور عمومی وجود داشت که عالم در بزرگ مقیاس همگن است. مدل های کیهان شناسی در آن روزها از این فرض ساده استفاده می کردند. در فصل های ۳ و ۴ این مدلها را بررسی می کنیم. اما اکنون معلوم شده است که این مدلها بسیار ساده انگارانه بودند. آنها با این مسئله مواجه اند که چگونگی به وجود آمدن ناهمگنی های ساختاری را در بزرگ مقیاس توجیه کنند. این مسئله دشوارتر شده است، زیرا چنانکه بعداً در این فصل خواهیم دید، تابش زمینه کیهانی به نسبت بسیار هموارتر است.

۷.۱ مختصات و فهرست اجسام نجومی

قبل از ادامه بحث خواهیم دید که منجم چگونه مکان اجرام فلکی را در آسمان مشخص می کند. به طور کلی منجم فاصله جسم از ما را نمی داند؛ بلکه تصویر آن را بر روی چیزی که کره سماوی نامیده می شود مشاهده می کند. بنابراین، دو مختصه طول و عرض برای مشخص کردن محل جسم بر روی کره ضروری است.

شکل ۳۱.۱ دو دستگاه مختصات مختلف را نشان می دهد، که هر دو در موقعیتهای مختلف



شکل ۳۱.۱ این شکل نشان می‌دهد که چگونه (α, δ) و (l, b) برای جسم Q در آسمان در دو دستگاه مختصات اندازه‌گیری می‌شوند. (الف) دستگاه مختصات بر مبنای هندسه دستگاه خورشید-زمین. (ب) دستگاه مختصات بر اساس هندسه کهکشان ما.

برای منجم سودمندند. دستگاه شکل ۳۱.۱ (الف) از مختصات بُعد (RA)، که با α نشان داده می‌شود) و میل (δ) بهره می‌گیرد که آنها را شکل هندسی دستگاه زمین-خورشید مشخص می‌کند. در اینجا قطبها نقطه‌های N و S محل برخورد محور دوران زمین با کره سماوی هستند. استوای سماوی دایره عظیمه‌ای از کره سماوی است که صفحه آن بر NS عمود است. صفحه‌ای که به نظر می‌رسد خورشید در آن حرکت می‌کند (آن گونه که از زمین دیده می‌شود) کره سماوی را در دایره عظیمه دیگری به نام دایره البروج قطع می‌کند. دایره البروج و استوای سماوی در دو نقطه γ («اولین نقطه حمل») و Ω («اولین نقطه میزان») با هم برخورد می‌کنند، که به ترتیب متناظر با محل خورشید در ۲۱ مارس و ۲۲ سپتامبر است. حال α و δ طول و عرض یک جسم سماوی هستند که نسبت به استوای سماوی و دایره عظیمه‌ای که از N، γ ، S، Ω می‌گذرد اندازه‌گیری شده‌اند. دایره اخیر به نام نصف النهار سماوی، همان نقش را دارد که نصف النهار گرینویچ بر روی زمین، و γ نقطه صفر α است. معمولاً α را بر حسب ساعت و دقیقه اندازه می‌گیرند، که گستره 360° متناظر با ۲۴ ساعت است. میل را بر حسب درجه، دقیقه، و ثانیه بیان می‌کنند و + نشانه شمال و - علامت جنوب است.

در حالی که مختصات (α, δ) برای اندازه‌گیری‌هایی که از زمین می‌شود مناسب است، اما

جدول ۲.۱ برخی فهرستهایی که در کیهان‌شناسی به‌کار می‌روند

نام	نوع جسم	رمز فهرست
مسیه ^۱	سحابیها و کهکشانها	M و پس از آن شماره فهرست
عمومی جدید ^۲	سحابیها و کهکشانها	NGC و پس از آن شماره فهرست برحسب RA صعدی
آبل	خوشه‌ها	A و پس از آن شماره فهرست برحسب RA صعدی
کمبریج (نقشه برداریهای سوم، چهارم و پنجم)	چشمه‌های رادیویی	۳C، ۴C، و ۵C و پس از آن شماره فهرست برحسب RA صعدی
منبع اوهایو	چشمه‌های رادیویی	O و پس از آن یک حرف (B تا Z به استثنای O) و یک عدد. این عدد ساعتهای RA را نشان می‌دهد، اولین رقم میل در بازه‌های 10° ، و دو عدد بعدی بخش اعشاری RA از دو محل است. بنابراین $101 + 1442$ عبارت است از OQ-172

کیهان‌شناس معمولاً می‌خواهد بداند که جسم چگونه در مقابل صفحه کهکشانی قرار گرفته است. بدین منظور مختصات کهکشانی مفید است. این مختصات در شکل ۳۱.۱ (ب) نشان داده شده است. استوای کهکشانی دایره عظیمه‌ای است که در آن صفحه کهکشان نصف‌النهار «صفر» را که از نقطه‌های N، S و نقطه C کره سماوی می‌گذرد قطع می‌کند. این نصف‌النهار را «نصف‌النهار کهکشانی» می‌نامند. طول کهکشانی را با l و عرض آن را با b نشان می‌دهند. در دستگاه (α, δ) ، نقطه C دارای مختصات $17^h 42^m, 4$ و $\alpha \approx -28^\circ 55'$ و $\delta \approx$ است می‌توان با استفاده از مثلثات کروی یک دستگاه را به دستگاه دیگر تبدیل کرد.

اجسام نجومی را به راههای مختلف فهرست‌بندی می‌کنند. جدول ۲.۱^۱ برخی از فهرستهای به‌کاررفته در این کتاب و حروف رمز آن را نشان می‌دهد. این یک سیاهه فراگیر نیست، بلکه نشان می‌دهد که چشمه‌ها چگونه شماره‌گذاری و فهرست‌بندی می‌شوند. یک روش منظم‌تر که در گردآورهای اخیر متداول شده است، فهرست‌بندی جسم با مقادیر (α, δ) به صورت $\alpha(\pm)\delta$ است. بنابراین، جسم ۱۱۴۳-۲۴۵ دارای بعد $11^h 43^m$ و میل $(\equiv -24^\circ 50')$ است.

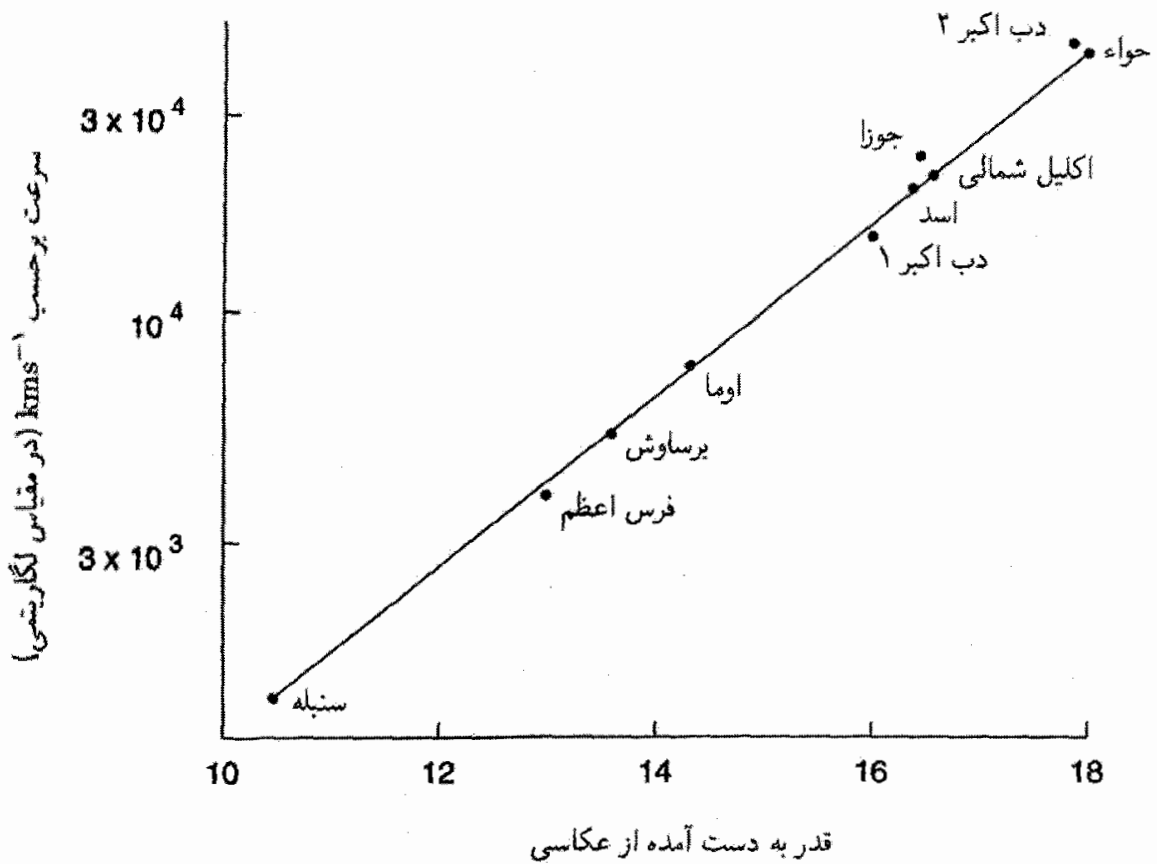
1. Messier 2. New General

۸.۱ انبساط عالم

اکنون به رصدهایی می‌پردازیم که آغازگر کیهان‌شناسی جدید شدند، و به قانون مهمی انجامیدند که ادوین هابل بیان کرد (شکل ۳۲.۱). بین سالهای ۱۹۱۲ و ۱۹۲۵ وی. ام. اسلیفر^۱ جابه‌جاییهایی را در طیف بیش از 2° جسم اندازه گرفت که بعدها معلوم شد کهکشانی هستند. اسلیفر متعجب شد که همهٔ این جابه‌جاییها به طرف انتهای سرخ طیف هستند. (نزدیکترین همسایهٔ ما کهکشان زن



شکل ۳۲.۱ ادوین هابل (۱۸۸۹-۱۹۵۳) در مقابل تلسکوپ ۴۸ اینچی اشمیت در پالومار ایستاده است.

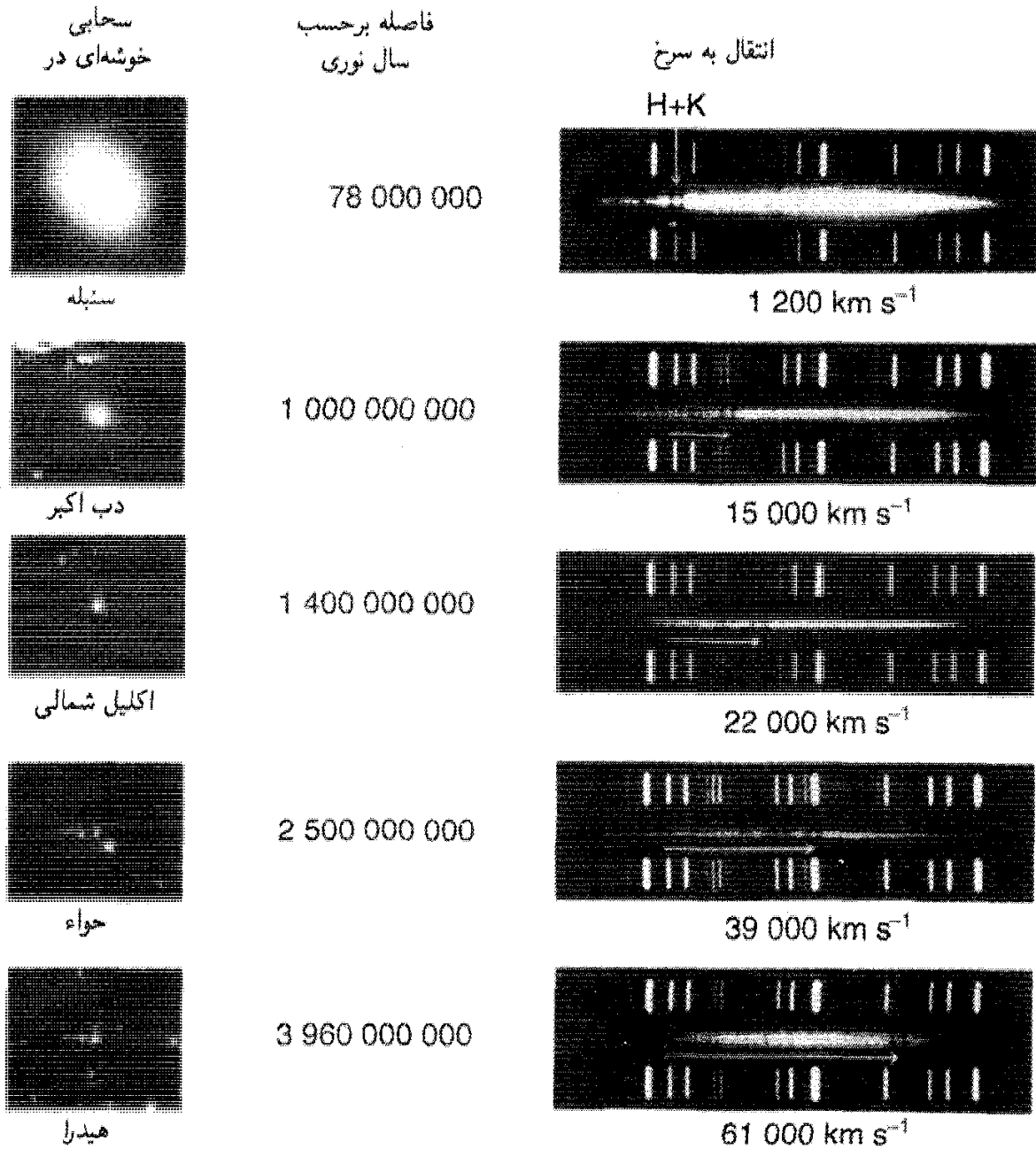


شکل ۳۳.۱ نمودار هابل برای پنجمین عضو درخشان در خوشه‌های کهکشانی. قدرها از عکاسی به دست آمده‌اند. در فصل ۱۰ خواهیم دید که چگونه می‌توان قدرها را به فاصله تبدیل کرد. سرعتها از ضرب انتقال به سرخهای مشاهده شده در c به دست آمده‌اند.

به زنجیر بسته انتقال به آبی از خود نشان می‌دهد. اگر از فرمول انتقال دوپلر نیوتونی استفاده کنیم، سرعت شعاعی عقب‌نشینی کهکشان را به صورت $V = cz$ به دست می‌آوریم، که z انتقال به سرخ تعریف شده در رابطه (۳.۱) است. (چون در این رصدها $z \ll 1$ است، می‌توان از فرمول انتقال دوپلر نیوتونی استفاده کرد.)

سپس ادوین هابل و میلتن هیومیسون فهرست رصدهای اسلیفر را به کهکشانهای بیشتر و درخشانترین خوشه‌های کهکشانی گسترش دادند. مثالی از طرح حاصل از ترسیم انتقال به سرخ برحسب فاصله زمین تا یک کهکشان در شکل ۳۳.۱ نشان داده شده است. همین‌طور، به شکل ۳۴.۱ هم نگاه کنید که در آن عکسهایی از خوشه‌های کهکشانی در مقابل طیف آنها نشان داده شده است. با حرکت به طرف پایین فهرست خطهای تاریک رفته‌رفته بیشتر به طرف راست (انتهای سرخ) منتقل می‌شوند. همین‌طور، کهکشانهای کوچکتر و کم‌نورتر می‌شوند که با تأثیر فاصله سازگار است.

انبساط عالم ۴۵



شکل ۳۴.۱ رابطه میان انتقال به سرخ و فاصله سحابی برون کهکشانی، انتقالهای به سرخ (Z) با سرعت، CZ بیان شده‌اند. پیکانها انتقال را برای خطهای H و K کلسیم نشان می‌دهند. فاصله‌ها بر مبنای سرعت انبساط $50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ است.

در واقع، هابل، سرعت شعاعی کهکشان را برحسب قدر ظاهری آن رسم کرد. اگر همه کهکشانهای مشاهده شده به یک اندازه روشن باشند، قدر آنها با لگاریتم فاصله شان از زمین متناسب است (برای تعریف «قدر» به فصل ۳ رجوع کنید). بنابراین خط راستی که از بین خوشه نقطه‌ها رسم شود نظیر رابطه خطی زیر خواهد بود.

$$V = cz = H_0 D \quad (۴.۱)$$

که در آن D فاصله کیهکشان و z انتقال به سرخ است. ثابت H_0 را اکنون ثابت هابل می‌نامند. اگر به جای رسم z برحسب D ، $\log z$ برحسب قدر ظاهری m کیهکشان رسم شود، یک خط راست دیگر به دست می‌آید. با استفاده از معادله (۵۸.۳) فصل ۳، به دست می‌آوریم

$$m = 5 \log D + \text{const.} \quad (5.1)$$

(۴.۱) ایجاب می‌کند که

$$m = 5 \log z + \text{const.} \quad (6.1)$$

چون فاصله‌های کیهکشانه‌های دور دست را از قدر ظاهری آنها (که در فصل ۱۰ بررسی می‌شود) به دست می‌آوریم، (۶.۱) شکل عملی رابطه خطی هابل (۴.۱) است.

رابطه (۴.۱) به قانون هابل معروف است. این رابطه به صورت یک قانون خطی در سال ۱۹۲۹ منتشر شد، و هیجان بسیار به وجود آورد زیرا تفسیر اولیه قانون هابل این بود که انفجار عظیمی در همسایگی ما در عالم صورت گرفته است که از آن کیهکشانه‌ها به بیرون پرتاب شده‌اند. اما، خطی بودن قانون هابل نشان می‌دهد که لازم نیست خود را در مکان خاصی از عالم فرض کنیم. اگر جمعیت کیهکشانه‌ها را از هر کیهکشان دیگر نگاه کنیم، قانون هابل یکسانی به دست می‌آوریم. ترکیب این واقعیت با همگن بودن و همسانگردی توزیع جمعیت کیهکشانه‌ها ساختار بسیار منظم عالم را بدون هیچ مکان یا جهت برتر نشان می‌دهد.

یک تکه خمیر از آردی که خود به خود پف می‌کند را در نظر بگیرید که در تنور پخته می‌شود و فرض کنید دانه‌های زیره را به طور یکنواخت در خمیر پخش کرده‌ایم. خمیر بر اثر پخته شدن منبسط می‌شود و دانه‌های زیره از یکدیگر دور می‌شوند. پدیده عقب‌نشینی کیهکشانه‌ها را می‌توان به همین صورت در نظر گرفت. آنها نقطه‌هایی فضایی هستند که منبسط می‌شود. بدین ترتیب مفهوم عالم در حال انبساط شکل گرفت؛ در اینجا نیز کیهکشانه‌ها منبسط نمی‌شوند بلکه فاصله آنها از یکدیگر زیاد می‌شود.

آهنگ انبساط را ثابت هابل مشخص می‌کند. هابل مقدار H_0 را در حدود $53 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ به دست آورد. (توجه کنید که این یکاها از این رو به دست می‌آید که H_0 سرعت تقسیم بر فاصله است. ابعاد H_0^{-1} صرفاً بعد زمان است). چنانکه در بخش ۲.۱ خواهیم دید، هابل فاصله‌های کیهکشانی را بسیار دست‌کم گرفته بود، در نتیجه مقدار H_0 بسیار زیاد بود. اکنون تصور می‌شود که مقدار آن در گستره $50-80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ باشد. ما آن را به صورت $100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ خواهیم نوشت، که h_0 در گستره $0.75-0.55$ است. توجه کنید که با توجه به اعتبار قانون هابل می‌توان فاصله اجسام برون‌کیهکشانی را از انتقال به سرخ آنها به دست آورد.

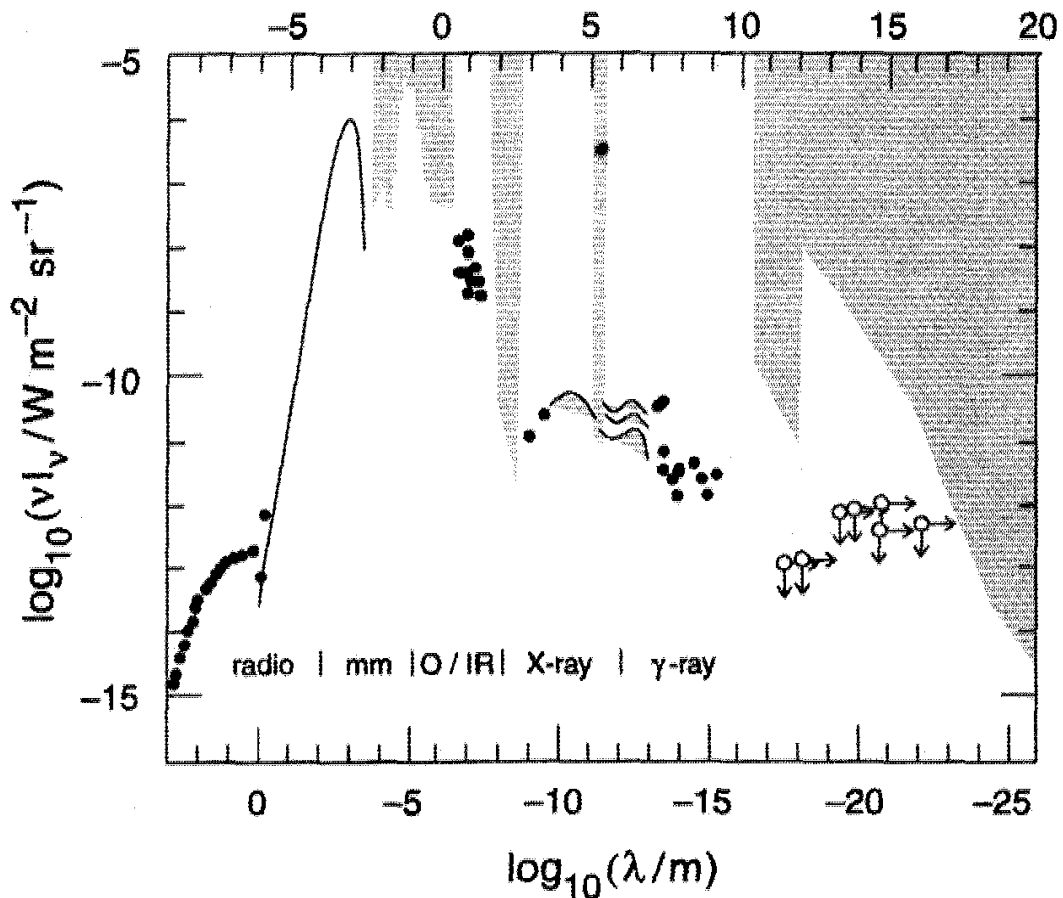
۹.۱ تابشهای زمینه

بجز ماده به صورت مرئی، عالم حاوی تابش در بسامدهای مختلف نیز هست. به طور کلی اندازه‌گیریهای تابش الکترومغناطیسی در بسامد معین (یا در گستره معینی از بسامدها) قله‌هایی را نشان می‌دهد که مربوط به چشمه‌های گسسته در فاصله‌های نسبتاً نزدیک است که بسیاری از آنها را می‌توان در جهت‌های خاص شناسایی کرد. اما، پس از اینکه این قله‌ها کنار گذاشته شدند، هنوز یک تابش زمینه پس‌مانده وجود دارد. این تابش زمینه نیز می‌تواند ناشی از چشمه‌های گسسته‌ای باشد که در فاصله بسیار دورترند و در نتیجه نمی‌توان آنها را تفکیک کرد، یا می‌تواند ناشی از فرایندهایی در فضاها میان کهکشانی باشد. جدول ۳.۱ برآوردی خام از چگالیهای انرژی در گستره‌های مختلف طول موج است. باید به خاطر داشت که اندازه‌گیریهای پرتو X و پرتو γ فقط از اوایل سالهای ۱۹۶۰ با پیدایش نجوم فضایی امکان‌پذیر شد.

چگالی انرژی کل در عالم حداقل سه مرتبه بزرگی از چگالی ماده موجود در آن کمتر است. به خاطر داشته باشید که چگالی مشاهده‌شده ماده به شکل کهکشانیها، خوشه‌های کهکشانی، و غیره، در حدود $10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$ ، یعنی معادل چگالی انرژی چندبرابر $10^{-1} \text{ erg cm}^{-3}$ است. این موضوع را اغلب بدین صورت بیان می‌کنند که در حال حاضر عالم «تحت سیطره ماده» است. از جدول ۳.۱ یا شکل ۳۵.۱ معلوم می‌شود که غالبترین نوع تابش زمینه ریزموجها هستند. طیف زمینه ریزموج به طیف تابش جسم سیاه در دمای تقریباً 2.7 K بسیار نزدیک است. چون تابش جسم سیاه جزئیات مربوط به تک‌تک چشمه‌ها را پاک می‌کند، تعجب‌آور نیست که هیچ چشمه گسسته‌ای را نمی‌توان در این طیف شناسایی کرد. به علاوه، همگنی و همسانگردی شدید

جدول ۳.۱ تابش زمینه در سطوح مختلف

چگالی انرژی (erg cm^{-3})	بسامد، ν طول موج، λ گستره انرژی، E	نوع تابش
$\leq 10^{-18}$	$\nu \leq 4080 \text{ MHz}$	رادیویی
$\approx 4 \times 10^{-13}$	λ از 1 mm تا 80 cm	ریزموج
$\approx 3.5 \times 10^{-15}$	λ از 4000 \AA تا 8000 \AA	اپتیکی
$\approx 10^{-16}$	E از 1 تا 40 keV	پرتوهای X
$\leq 2 \times 10^{-17}$	$E \geq 100 \text{ MeV}$	پرتوهای γ



شکل ۳۵.۱ این نمودار شدتهای تابش زمینه کیهانی را در طول موجهای مختلف نشان می‌دهد. نمودار در مقیاس لگاریتمی رسم شده است. ناحیه سایه‌دار فقط حدود بالاتر را مشخص می‌کند. نمادهای O و IR معرف نواحی اپتیکی و فروسرخ‌اند. به غلبه ریزموجهای با طول موج میلی‌متری توجه کنید.

این تابش در مقیاسهای زاویه‌ای کوچک هرگونه امکان سرچشمه گرفتن آن از چشمه‌های گسسته در اندازه کیهانشانی را منتفی می‌سازد. چنانکه در فصل ۵ خواهیم دید، رایجترین تعبیر آن است که این تابش بقایای دوران اولیه داغی است که عالم بسیار چگالتر از امروز بوده است. برخلاف توزیع ماده، این باقیمانده تابش بسیار همگن است. این تضاد شناخت منشأ ساختار گسسته در برابر تابش زمینه هموار را دشوارتر می‌سازد.

۱۰.۱ مدل‌های نظری عالم

اکنون به انقلابی نظری می‌پردازیم که آلبرت اینشتین آغازگر آن بود. در کیهان‌شناسی، نظریه، و مشاهده‌ها دست در دست یکدیگر به پیش رفته‌اند. اگر رصدهای هابل را آغازگر کیهان‌شناسی رصدی

جدول ۴.۱ توزیعهای فضایی و جرمهای سیستمهای نجومی

جرم	اندازه خطی	جسم
$2 \times 10^{32} \text{ g} \equiv M_{\odot}$	$7 \times 10^8 \text{ cm}$ (شعاع)	خورشید
$\approx 10^{11} M_{\odot}$	$\approx 15 \text{ kpc}$	کهکشان
$\approx 10^{12} - 10^{14} M_{\odot}$	$\approx 5 \text{ Mpc}$	خوشه
$\approx 10^{15} M_{\odot}$	$\approx 50 \text{ Mpc}$	ابرخوشه
$\approx 10^{21} M_{\odot}$	$\approx 3000 \text{ Mpc}$	عالم الف

الف. برای $h_0 = 1$.

جدید بدانیم، باید امتیاز بنیانگذاری پایه‌های کیهان‌شناسی نظری جدید را به نظریه نسبیت عالم اینشتین بدهیم. در فصل ۳ بررسی خواهیم کرد که چگونه دستاوردهای نظری در کیهان‌شناسی در واقع بیش از یک دهه قبل از رصدهای هیجان‌انگیز هابل آغاز شد. این فصل را با توجه به این پرسشهای کلی به پایان می‌رسانیم که چرا نسبیت تا این اندازه برای کیهان‌شناسی اهمیت دارد، در حالی که گرانش نیوتونی معمولاً در نجوم و اخترفیزیک از مطالعه منظومه شمسی تا راه شیری به خوبی به‌کار می‌رود. جدول ۴.۱ مرتبه‌های بزرگی دخیل در ساختار بزرگ مقیاس عالم را نشان می‌دهد. آخرین ورودی مربوط به مقیاس فاصله مشخصه c/H است که از ثابت هابل و جرم موجود در حجم «قابل مشاهده» به شعاع c/H به دست می‌آید اگر چگالی مربوط به ماده مرئی در حوالی ما باشد. همین‌طور، مقیاس زمانی مشخصه عالم برابر است با سال $H_0^{-1} \approx 10^{10}$.

چه برهم‌کنشی در فیزیک احتمالاً در این فاصله‌های زیاد و با این جرمهای عظیم مؤثر است؟ از چهار برهم‌کنش شناخته‌شده فقط گرانی و الکترومغناطیس بلند برد هستند. اگرچه برهم‌کنش الکترومغناطیسی در مقیاس اتمی بسیار شدیدتر از گرانی است، اما در تعیین ساختار بزرگ مقیاس عالم مؤثر نیست، زیرا شواهد دال بر آن است که توازن بار الکتریکی در خوشه‌های کهکشانی، و فضای میان کهکشانی حفظ می‌شود. همین‌طور هیچ دلیلی برای جریانهای الکتریکی بزرگ مقیاس وجود ندارد که بتوانند با میدانهای مغناطیسی برهم‌کنش کنند و نیروهای قوی به‌وجود آورند. برعکس، جرمهای عظیم اجسام نجومی میدانهای گرانشی عظیم به‌وجود می‌آورند. بنابراین گرانی در کیهان‌شناسی مطرح‌ترین نیرو است.

با توجه به اینکه به یک نظریه گرانی برای کیهان‌شناسی نیازمندیم، چارچوب نیوتونی چه اشکالی دارد؟ این چارچوب در نظریه ساختار ستاره‌ای به خوبی کار کرده است. حتی در دینامیک ستاره‌ای در کهکشان نیز به‌کار می‌رود. پس چرا از آن در کیهان‌شناسی استفاده نکنیم؟ بگذارید به کمک

جدول ۴.۱ سعی کنیم تا پاسخ این پرسش را بفهمیم. گرانی نیوتونی نظریه‌ای برای کنش فوری در یک فاصله است. به این عنوان، این نظریه با نسبیت خاص ناسازگار است، به‌ویژه با حد (c) که نظریه بر سرعت انتشار برهم‌کنش در فضا اعمال می‌کند. در بخشهایی از نجوم که در آنها فاصله‌های اعمال گرانی نسبتاً کوتاه است، بهره‌گیری از گرانی نیوتونی مجاز به‌شمار می‌آید. اما، همان‌طور که جدول ۴.۱ نشان می‌دهد، فاصله‌های کیهان‌شناختی به اندازه‌ای بزرگ‌اند که کنش از دور با سرعت بینهایت غیرواقعی است. اما، برای ابعاد ستاره‌ای یا حتی کهکشانی چنین نیست. با این همه، خود نسبیت خاص چنانکه اینشتین هم متوجه‌شده بود، در حضور گرانی مورد تردید قرار می‌گیرد. مفاهیم چارچوب لخت و ناظر لخت (که هیچ نیرویی بر آنها وارد نشود)، که برای نسبیت خاص بسیار بنیادی هستند، در حضور گرانی تحقق ناپذیرند. به نظر می‌رسد که گرانی یک نیروی همیشه موجود است که نمی‌توان آن را کاملاً حذف کرد. چون بر هر ماده موجود جاذبه گرانشی وارد می‌شود، یک ناظر لخت اصلاً نمی‌تواند در ناحیه‌های گسترده فضا و زمان وجود داشته باشد! بدین دلیل در اینشتین انگیزه لازم برای فرمولبندی نظریه نسبیت عام به‌وجود آمد که ویژگیهای گرانشی فوق‌الذکر را وارد نسبیت می‌کرد. نسبیت عام این مزیت را دارد که وقتی اثرهای گرانشی نسبتاً ضعیف باشند به گرانش نیوتونی و نسبیت خاص تحویل می‌یابد.

با وجود این، بی. ای. میلنه^۱ و دبلیو. اچ. مک‌کرتا^۲ در سال ۱۹۳۴ نشان دادند که با در نظر گرفتن حدوسط گرانی نیوتونی و نسبیت خاص می‌توان کیهان‌شناسی را به اندازه کافی توصیف کرد. اگرچه درک کیهان‌شناسی نیوتونی راحت است و رهیافت مک‌کرتا-میلنه مزایای ارائه تصویری ساده از کیهان‌شناسی را دارد. ما در فصلهای ۳ و ۴ به آن رجوع خواهیم کرد. با وجود این، رهیافت ما در اینجا آماده ساختن خواننده برای ایده‌های پیشرفته‌تر در کیهان‌شناسی است و در نتیجه بهتر است چارچوبی را به‌کار ببریم که مشکلات مفهومی نداشته‌باشد، و کیهان‌شناسان در استفاده از آن احساس راحتی کنند. بنابراین بهتر است بحث کیهان‌شناسی خود را با مرور خطوط اصلی نسبیت عام آغاز کنیم. برخورد با این نظریه در فصل ۲ در سطح مقدماتی است. بنابراین، حتی اگر خواننده قبلاً با این نظریه آشنا باشد می‌تواند آن را مفید بیاید، زیرا با نمادگذاری به‌کاررفته در بقیه کتاب آشنا می‌شود.

تمرینها

۱. قطر AB مدار زمین را 3×10^4 km و ستاره S را در فاصله d طوری در نظر بگیرید که $SA = SB$ و زاویه ASB برابر ۲ ثانیه کمانی باشد. d را محاسبه کنید. این یکای فاصله پارسک است. رابطه آن را با سال نوری تعیین کنید.

تمرینها ۵۱

۲. با فرض اینکه خورشید تقریباً در هر $۱۰^۸ \times ۲$ سال یک مدار دایره‌ای را به دور مرکز کهکشان، در فاصله ۱۰ kpc بپیماید، جرم موجود در مدار خورشیدی را به دست آورید، فرض کنید که این حجم کروی است و تأثیر جرم موجود در خارج آن را نادیده بگیرید. (می‌توانید از دینامیک و گرانش نیوتونی استفاده کنید.)

۳. کهکشانی دارای جرم مرئی $۱۰^{۱۱} M_{\odot}$ و منحنی دوران تختی است که در سطح $۱۵۰ \text{ km s}^{-۱}$ تا ۲۵ kpc امتداد دارد. نسبت جرم ماده تاریک به جرم مرئی آن چقدر است؟

۴. انرژی گرانشی یک زوج کهکشان برخوردکننده، هر یک به جرم $۱۰^{۱۱} M_{\odot}$ ، را محاسبه کنید که فاصله آنها از هم تقریباً ۱۰ kpc است و آن را با انرژی مورد نیاز یک چشمه رادیویی توانمند مقایسه کنید. از این مقایسه چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۵. با استفاده از ثابت هابل $h_0 = ۰٫۶$ ، حد بالای تقریبی اندازه زاویه‌ای کوازاری با انتقال به سرخ $z = ۰٫۲$ را در صورتی تعیین کنید که تغییرات زمانی ۱ h را از خود نشان دهد. (این استدلال را به‌کار ببرید که هیچ اثر فیزیکی نمی‌تواند در ماده سریعتر از نور حرکت کند.)

۶. با استفاده از چگالی انرژی زمینه ریزموج در شکل ۳.۱ دمای آن را برآورد کنید، آن را جسم سیاه در نظر بگیرید.

نسبیت عام

۱.۲ فضا، زمان، و گرانش

هر نظریه علمی مهم ویژگی بارز مربوط به خود را دارد. جنبه بارز گرانش نیوتونی قانون عکس مجذور فاصله است. برای آنهایی که با قوانین دینامیک آشنا نیستند، این واقعیت که یک سیاره تحت تأثیر نیروی جاذبه به طرف خورشید دور آن بگردد تعجب آور است. دستاورد عمده نظریه الکترومغناطیس ماکسول وحدت بخشیدن به الکتریسیته و مغناطیس و نشان دادن این موضوع بود که خود نور هم یک موج الکترومغناطیسی است. موقعیت یکتای سرعت نور مشخصه نسبیت خاص اینشتین است، درحالی که ویژگی مهم مکانیک کوانتومی، که آن را از مکانیک کلاسیک متمایز می سازد، اصل عدم قطعیت است.

مشخصه بارز نسبیت عام که می تواند آن را کاملاً به خود اختصاص دهد چیست؟ سر نخی در مورد پاسخ به این پرسش را عنوان این بخش در اختیارمان می گذارد.

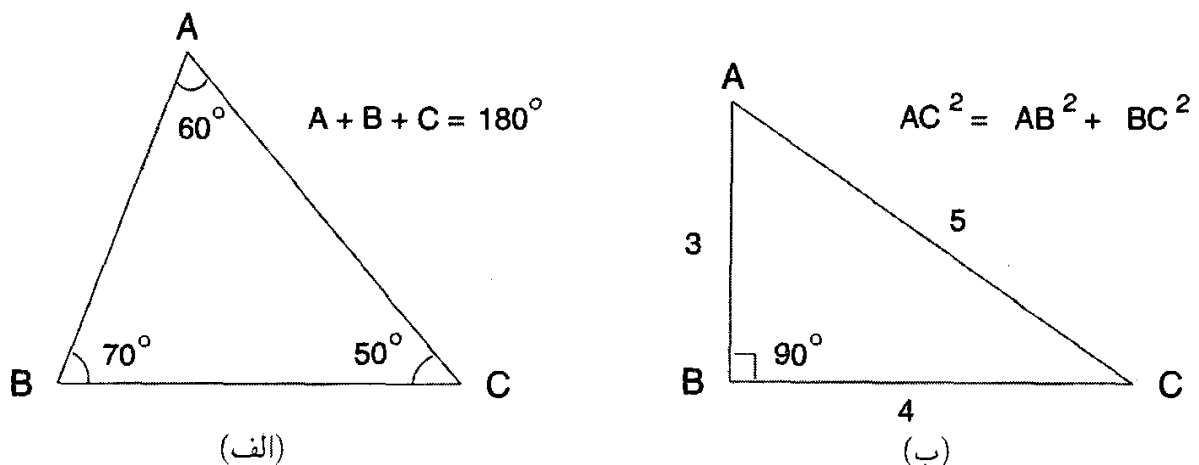
بگذارید گرانش را با الکتریسیته مقایسه کنیم. می دانیم که دو بار الکتریکی غیرهمنام، طبق قانون عکس مجذوری کولن، یکدیگر را جذب می کنند، درست همان طور که دو جرم بنابر قانون

عکس مجذوری نیوتونی یکدیگر را به صورت گرانشی جذب می‌کنند. از این نظر، الکتریسیته و گرانش مشابه‌اند. اما، نمی‌توان از این فراتر رفت! همچنین می‌دانیم که دو بار الکتریکی همانم یکدیگر را دفع می‌کنند، و به نظر می‌رسد که این ویژگی همتایی در گرانش ندارد. هر تکه ماده تکه دیگر را جذب می‌کند، و ما هیچ مورد دافعه گرانشی نداریم.

می‌توان این تفاوت بین الکتریسیته و گرانش را به صورت عملی‌تری بیان کرد. وجود دافعه علاوه بر جاذبه این امکان را فراهم می‌سازد که اتاقک بسته‌ای بسازیم که درون آن از هر تأثیر الکتریکی خارجی مصون باشد. اما در مورد گرانش چنین نیست! نمی‌توان به هیچ ناحیه‌ای از فضا اشاره کرد که تحت تأثیر عوامل گرانشی خارجی نباشد. گرانش دائمی است: نمی‌توان آن را به اختیار از میان برد. این سرشت همیشه در صحنه گرانش نقش مهمی در نظریه نسبیت عام اینشتین دارد. اینشتین استدلال کرد که گرانش، به واسطه تداوم باید یک جزء ذاتی فضا و زمان باشد. وی، به کمک بارقه استادانه نبوغ، این ویژگی را به صورت هندسه فضا و زمان مشخص کرد. وی گفت که هر تأثیری را که به گرانش نسبت دهیم در واقع از این رو به وجود می‌آید که هندسه فضا و زمان «غیرعادی» است. بگذارید بینیم منظور از واژه «غیرعادی» چیست و چگونه این ویژگی فضا و زمان به اثرهای گرانشی می‌انجامد— زیرا ویژگیهای بارزی که نسبت عام را از سایر نظریه‌های فیزیک متمایز می‌کند در اینجا نهفته است.

ویژگی «عادی» فضا، که در مدرسه می‌آموزیم تا آن را به راههای مختلف به کار ببریم، هندسه‌ای است که پایه‌های آن را ریاضیدان یونانی اقلیدس در حدود ۳۰۰ سال قبل از میلاد بنا نهاد. هندسه اقلیدسی ساختاری منطقی است که در آن قضیه‌های مربوط به مثلثها، متوازی‌الاضلاعها، دایره‌ها، و غیره بر مبنای اصول موضوعی ثابت می‌شود که بدیهی در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین نتایجی که در شکل ۱.۲ نشان داده شده‌اند پیامد قضیه‌های مربوط به هندسه اقلیدسی است، که مبنای آنها اصول موضوع اولیه اقلیدس است.

فقط در قرن نوزدهم ریاضیدانان متوجه شدند که اصول موضوع اقلیدس خدشه‌ناپذیر نیست. می‌توانیم اصول موضوع جدیدی را در نظر بگیریم، که متقابلاً ناسازگار نباشند، و به هندسه جدیدی بینجامند. در واقع، چنانکه کار ریاضیدانهایی چون گاوس^۱ (۱۷۷۷-۱۸۵۵)، بولیا^۲ (۱۸۰۲-۱۸۶۰)، لوباجفسکی^۳ (۱۷۹۳-۱۸۵۶)، و ریمان^۴ (۱۸۲۶-۱۸۶۶) نشان داد، تعداد زیادی از این هندسه‌ها را می‌توان ساخت. این هندسه‌ها را به طور کلی هندسه‌های نااقلیدسی می‌نامند. مثلاً، هندسه سطح کره نااقلیدسی است. اگر یک خط راست روی سطح کره را خط



شکل ۱.۲ (الف) مجموع سه زاویه مثلث ABC برابر 180° است. (ب) قضیه مشهور فیثاغورس برای یک مثلث قائم الزاویه ABC .

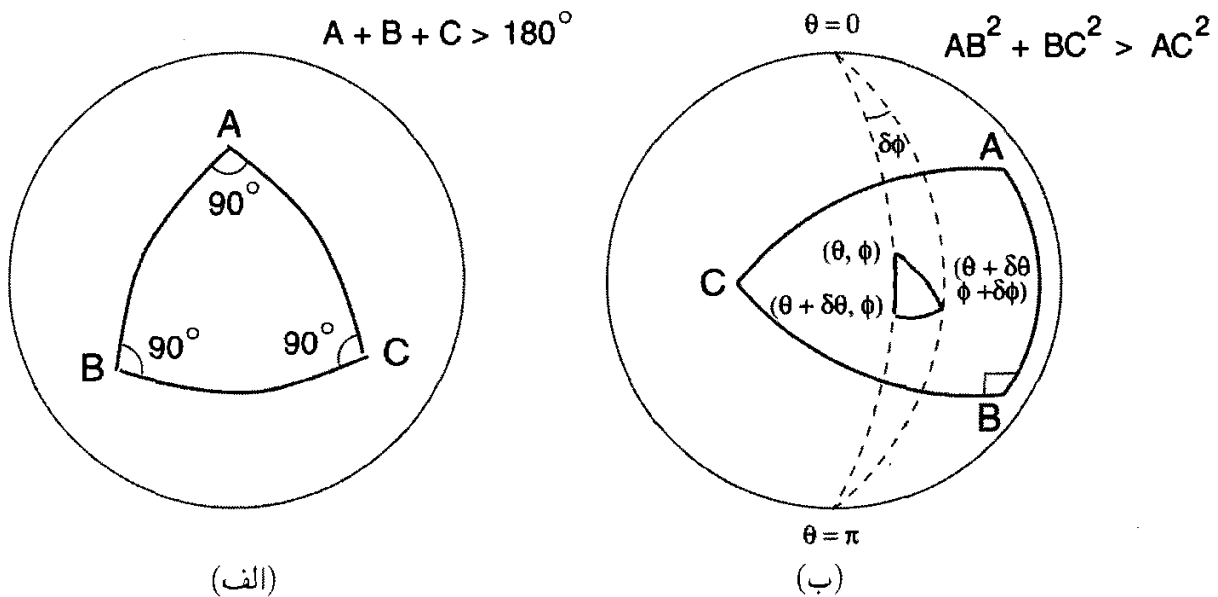
کوتاهترین فاصله بین دو نقطه در نظر بگیریم، به راحتی می توان دید که این خطها دایره های عظیمه هستند و هر دو خط راست با یکدیگر برخورد می کنند. بنابراین، در این هندسه خطهای موازی وجود ندارد. شکل ۲.۲ نشان می دهد که چگونه قضیه های شکل ۱.۲ در مورد هندسه نااقلیدسی سطح کره صادق نیستند.

مفهوم هندسه فضا را می توان، به واسطه شالوده هایی که اینشتین با نظریه نسبیت خاص خود بنا نهاد، به هندسه فضا و زمان گسترش داد. بگذارید از نسبیت خاص نتیجه آشنای زیر را یادآور شوم. بگذارید (x, y, z) مختصات دکارتی سیستم و t زمانی باشد که ناظر O ساکن در یک چارچوب مرجع لخت اندازه می گیرد، یعنی، ناظری که نیرویی بر او وارد نمی شود. بعداً به بحث درباره این ناظر خواهیم پرداخت. بگذارید دو رویداد مجاور در فضا و زمان را با مختصات (x, y, z, t) و $(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$ مشخص کنیم. مشابه اقلیدسی قضیه فیثاغورس در شکل ۱.۲ (ب) به قرار زیر است. مربع «فاصله» بین دو رویداد از رابطه زیر به دست می آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (1.2)$$

فاصله ds از این نظر ناورداست که ناظر لخت دیگر O' ، که این فاصله را با بهره گیری از دستگاه مختصات متفاوت (x', y', z', t') اندازه می گیرد، همین پاسخ را به دست می آورد.

اما، وقتی از نسبیت خاص به نسبیت عام می رویم و ایده اینشتین را که هندسه فضا و زمان در حضور گرانش غیرعادی است کمی می کنیم، شکل ساده (۱.۲) را به نفع شکل پیچیده تری کنار می گذاریم. این با گذار از شکل ۱.۲ (ب) به شکل ۲.۲ (ب) قابل مقایسه است. شکل پیچیده تر



شکل ۲.۲ (الف) روی سطح یک کره مجموع هر سه زاویه بیش از 180° می‌شود. برای مثلث نشان داده شده، مجموع سه زاویه 270° است. (ب) قضیه فیثاغورس برای یک مثلث قائم الزاویه کروی (که در داخل ΔABC نشان داده شده است) معتبر نیست، اما در مختصات کروی (θ, ϕ) پیچیده‌تر به نظر می‌رسد و به صورت $ds^2 = a^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$ در می‌آید، که شعاع دایره است.

هنوز درجه دوم است، و ما آن را رسماً به صورت زیر می‌نویسیم:

$$ds^2 = \sum_{i,k=0}^3 g_{ik} dx^i dx^k. \quad (2.2)$$

در اینجا نمادگذاری را به صورت زیر اصلاح کرده‌ایم. مختصات اکنون x^i نامیده می‌شوند که $i = 0, 1, 2, 3$ سه مختصه فضا و $i = 0$ مختصه زمان است. ضریبهای g_{ik} توابعی از x^i با این ویژگی هستند که ماتریس $\|g_{ik}\|$ دارای نشان -2 است. (یعنی اگر معادله درجه دوم (۲.۲) قطری شود، دارای یک جمله مربعی با ضریب مثبت و سه جمله مربعی با ضرایب منفی خواهد بود. نشان برابر است با تعداد جمله‌های مثبت منهای تعداد جمله‌های منفی.) مناسب است که این ساختار وحدت یافته فضا و زمان را فضازمان بنامیم.

بدیهی است، هندسه فضازمانی که در آن فاصله نوردای بنیادی به جای رابطه (۱.۲) از رابطه (۲.۲) به دست می‌آید «غیرعادی» است. ویژگیهای آن به تابع g_{ik} بستگی دارد. اما آیا این ویژگیها چیزی درباره حضور گرانش به ما می‌گوید؟ به چه طریق می‌توان به روشنی پدیده‌های گرانشی مانند حرکت سیارات تأثیر هندسه در نظر گرفت؟ در بقیه این فصل می‌کوشیم به این پرسشها پاسخ دهیم.

۲.۲ بردارها و تانسورها

بگذارید دوباره مثال هندسه روی سطح کره‌ای به شعاع a را در نظر بگیریم. اگر فرض کنیم که کره در فضای سه‌بعدی با مختصات دکارتی x, y, z قرار دارد، می‌توانیم معادله سطح کره را به صورت زیر بنویسیم

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2. \quad (3.2)$$

اما، برای توصیف هندسه سطح کره، بهتر است از مختصاتی بهره بگیریم که ذاتاً مربوط به سطح کره است. چنین مختصاتی موجود است و مانند عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی برای مشخص کردن یک نقطه بر روی زمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. به صورت دقیقتر،

$$x = a \sin \theta \cos \phi, \quad y = a \sin \theta \sin \phi, \quad z = a \cos \theta \quad (4.2)$$

به طوری که برای هر (θ, ϕ) با $0 \leq \theta \leq \pi$ و $0 \leq \phi < 2\pi$ می‌توان محل نقطه (x, y, z) را بر روی سطح کره مشخص کرد. مثلثات کروی نشان می‌دهد که چگونه می‌توان زاویه‌ها، اضلاع، و غیره را در مثلثهایی که روی سطح کره رسم می‌شوند اندازه‌گیری و به هم مربوط کرد. قاعده‌های هندسه اقلیدسی در مورد این اندازه‌گیریها به کار نمی‌روند. در مثال بالا، مربع فاصله بین دو نقطه مجاور (ϕ, θ) و $(\phi + d\phi, \theta + d\theta)$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$d\sigma^2 = [dx^2 + dy^2 + dz^2]_{\Sigma} = a^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (5.2)$$

بنابراین مثالهایی از g_{ik} داریم که ثابت نیستند (ضریب $d\phi^2$ برابر است با $a^2 \sin^2 \theta$). اما، ثابت نبودن g_{ik} یا سرشت ناقطری آن بدین معنی نیست که با هندسه نااقلیدسی سروکار داریم. برای مثال، در فضای سه‌بعدی اقلیدسی، تبدیل

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta \quad (6.2)$$

که (θ, ϕ) مانند قبل تعریف می‌شود و $0 \leq r \leq \infty$ می‌دهد

$$d\sigma^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (7.2)$$

دوباره g_{ik} را بر حسب r و θ داریم. اما می‌دانیم که با هندسه اقلیدسی سروکار داریم و وابستگی g_{ik} به r و θ یک اثر کاملاً مختصاتی است.

بنابراین باید به‌گونه‌ای اطلاعات هندسی لازم را جدا از اثرهای کاملاً مختصاتی استخراج کنیم. به صورت کیفی می‌توان دید که اطلاعات لازم باید حتی وقتی از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر می‌رویم دوام بیاورند. برای به دست آوردن این اطلاعات، باید نظامی را به وجود آوریم که تعیین کند چه چیزهایی بر اثر تبدیل مختصات تغییر نمی‌کنند. این نظام را ناورداها، بردارها، و تانسورهای که اکنون بررسی می‌کنیم فراهم می‌سازند.

بگذارید ابتدا قرارداد مجموعیابی را معرفی کنیم. اغلب به جمعهایی به شکل زیر برمی‌خوریم

$$\sum_{i=0}^3 A_i B^i, \quad \sum_{k=0}^3 A_{ik} B^k, \quad \sum_{i,k=0}^3 P_{ik} \xi^i \xi^k, \dots$$

در این موارد بهتر است که نماد مجموعیابی را حذف کنیم و این کمیتها را به صورت زیر بنویسیم

$$A_i B^i, \quad A_{ik} B^k, \quad P_{ik} \xi^i \xi^k, \dots,$$

قاعده آن است که هرگاه شاخصی یک بار به صورت اندیس پایین و یک بار به صورت اندیس بالا در یک عبارت ظاهر شد، به صورت خودکار روی تمام مقادیر (از ۰ تا ۳) جمع بسته می‌شود. بنابراین رابطه (۲.۲) را می‌توان به صورت فشرده‌تر زیر نوشت

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (۸.۲)$$

در اینجا ذکر یک هشدار ضروری است: این قرارداد مجموعیابی در هیچ شرایط دیگر به کار نمی‌رود. بنابراین در مورد کمیتهای زیر صادق نیست.

$$A_i B_i, \quad A_{ik} B_i C_i, \dots$$

که در آن شاخصهای تکراری با دو بار ظاهر شدن، یک بار بالا و یک بار پایین، از قاعده پیروی نمی‌کنند. اما، این عبارتها در اغلب محاسبه‌های نسبیتی ظاهر نمی‌شوند. در واقع، ظهور چنین عبارتهای «هیولایی» به ما هشدار می‌دهد که در کار با شاخصها اشتباه کرده‌ایم.

ما فرض خواهیم کرد که شاخصهای لاتین i, j, k, \dots فقط تمام مقادیر ۰، ۱، ۲، ۳ را اختیار می‌کنند. این مقادیر معمولاً برای مؤلفه‌های فضا به کار می‌روند، و در اینجا از شاخصهای μ, ν, \dots بدین منظور استفاده می‌کنیم.

شایان ذکر است که بسیاری از کتابهای درسی دیگر از قرارداد نشان دادن مختصات فضا زمان با شاخصهای یونانی λ, μ, ν و غیره استفاده می‌کنند. همین‌طور، بسیاری از مؤلفان ترجیح می‌دهند

که (۱.۲) را با علامت مخالف سمت راست بنویسند. این تفاوتها سرشت آرایشی دارند و تأثیری در فیزیک مسئله ندارند.

۱.۲.۲ زردهایها

یک کمیت زردهای یا ناوردای تحت هیچ تغییر مختصاتی تغییر نمی‌کند. بنابراین، اگر $\phi(x^i)$ تابعی از مختصات باشد، در صورتی ناورداست که مقدار آن تحت تبدیل از x^i به مختصات جدید x'^i حفظ شود:

$$\phi(x^i) = \phi[x^i(x'^k)] = \phi'(x'^k). \quad (9.2)$$

توجه کنید که شکل تابع ممکن است تغییر کند، اما مقدار آن تغییر نمی‌کند.

۲.۲.۲ بردارهای پادوردا

فرض کنید یک منحنی در فضا و زمان داریم، که با λ پارامتری‌سازی شده است (نگاه کنید به شکل ۳.۲). بنابراین، نقطه‌های روی منحنی دارای مختصات زیر هستند

$$x^i \equiv x^i(\lambda) \quad (10.2)$$

که x^i ها توابع معینی از λ هستند. جهت مماس بر منحنی در هر نقطه را برداری با چهار مؤلفه تعیین می‌کند،

$$A^i \equiv \frac{dx^i}{d\lambda}. \quad (11.2)$$

توجه کنید که جهت مماس بر منحنی مفهومی ناورداست: تغییر مختصات نباید این مفهوم را تغییر دهد، اگرچه چهار مؤلفه آن در مختصات جدید متفاوت خواهند بود. فرض کنید مختصات جدید x'^i و مؤلفه‌های جدید A'^i باشند. پس داریم

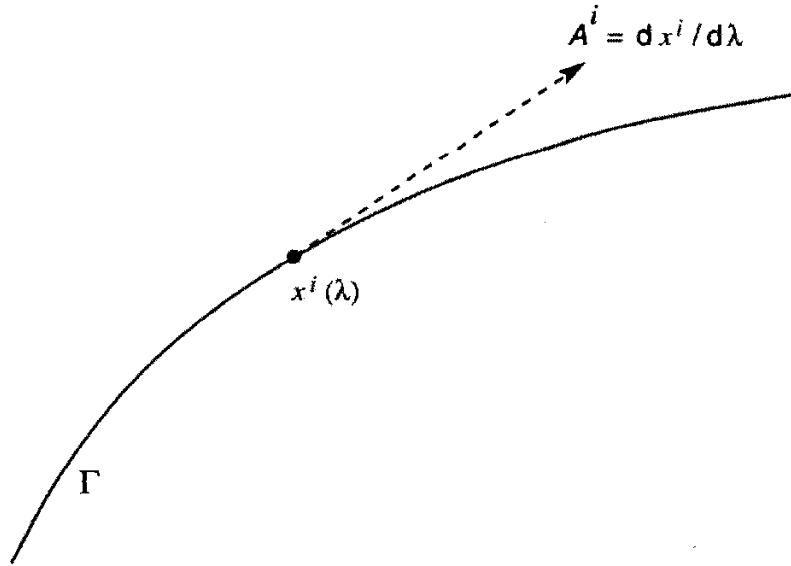
$$A'^i \equiv \frac{dx'^i}{d\lambda}. \quad (12.2)$$

بجز مواردی که خلاف آن ذکر شود، فرض خواهیم کرد که توابع تبدیل

$$x^i = x^i(x'^k), \quad x'^k = x'^k(x^i) \quad (13.2)$$

پیوسته و لااقل دارای مشتق دوم هستند. پس به راحتی می‌توان دید که A^i و A'^i با تبدیل خطی زیر به هم مربوط می‌شوند

$$A'^k = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} \frac{dx^i}{d\lambda} = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} A^i. \quad (14.2)$$



شکل ۳.۲ بردار مماس بر منحنی Γ به صورت یک بردار پادوردا تبدیل می‌شود.

رابطه (۱۴.۲) را به عنوان قانون تبدیل برای هر بردار A^i به کار خواهیم برد. کمیت‌هایی را که تحت قانون خطی بالا تبدیل می‌شوند بردارهای پادوردا می‌نامند. چهار مؤلفه یک بردار پادوردا را یک اندیس بالا مشخص می‌کند.

به عنوان مثال، منحنی پارامتری سازی شده زیر را در نظر بگیرید

$$x^0 = \text{const.}, \quad x^1 = \text{const.}, \quad x^2 = \lambda, \quad x^3 = \lambda^2. \quad (15.2)$$

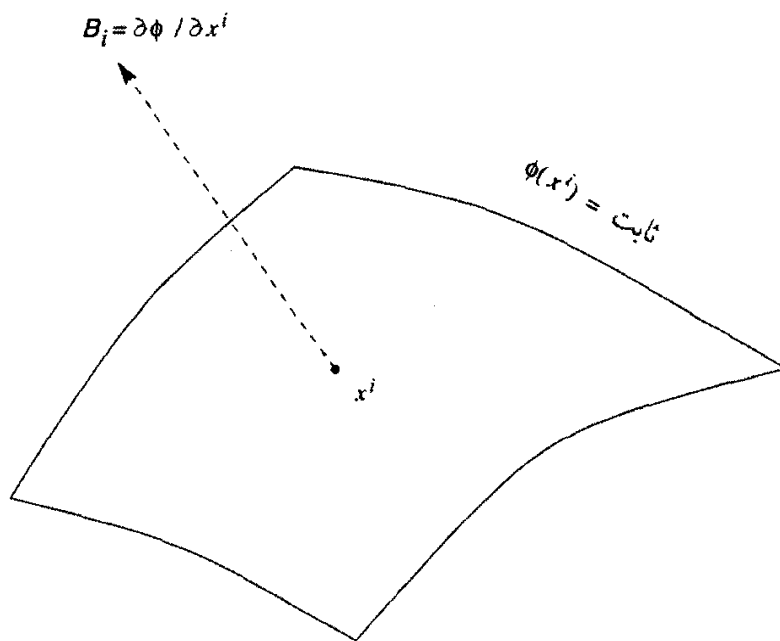
مماس بر این منحنی را بردار پادوردای A^i مشخص می‌کند، که مؤلفه‌های آن عبارت‌اند از

$$A^0 = 0, \quad A^1 = 0, \quad A^2 = 1, \quad A^3 = 2\lambda. \quad (16.2)$$

۳.۲.۲ بردارهای هموردا

سپس تابع نرده‌ای $\phi(x^k)$ را در نظر بگیرید. معادله

$$\phi(x^k) = \text{const.} \quad (17.2)$$



شکل ۴.۲ عمود بر سطح سه‌بعدی Σ به صورت یک بردار هموردا تبدیل می‌شود.

آبرویه‌ای (یعنی، رویه‌ای سه‌بعدی) را توصیف می‌کند که عمود بر آن با چهار کمیت زیر مشخص می‌شود

$$B_i = \frac{\partial\phi}{\partial x^i}. \quad (18.2)$$

(نگاه کنید به شکل ۴.۲). باز هم، مفهوم عمود بر یک آبرویه باید مستقل از مختصات به کار رفته باشد. با توجه به تبدیل مختصات (۱۳.۲)، مؤلفه‌های جدید عبارت‌اند از

$$B'_i = \frac{\partial\phi}{\partial x'^i}.$$

به راحتی دیده می‌شود که $B_i \leftrightarrow B'_i$ یک تبدیل خطی است:

$$B'_k = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} B_i. \quad (19.2)$$

باز هم، رابطه (۱۸.۲) را به عنوان یک قانون تبدیل هر بردار B_i تعمیم می‌دهیم. کمیت‌هایی که طبق این قاعده تبدیل می‌شوند را بردارهای هموردا می‌نامند. به عنوان مثال، عمود بر کره واحد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\phi = (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = 1$$

دارای مؤلفه‌های هموردای زیر است

$$B_0 = 0, \quad B_1 = 2x^1, \quad B_2 = 2x^2, \quad B_3 = 2x^3.$$

۴.۲.۲ تانسورها

مفهوم یک بردار را می‌توان به مفهوم یک تانسور تعمیم داد. بنابراین یک تانسور پادوردای رتبه ۲ با قانون تبدیل زیر مشخص می‌شود

$$T'^{ik} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x'^k}{\partial x^n} T^{mn}. \quad (20.2)$$

یک تانسور هموردای رتبه ۲ به همین ترتیب با قانون تبدیل زیر مشخص می‌شود

$$T'_{ik} = \frac{\partial x^m}{\partial x'^i} \frac{\partial x^n}{\partial x'^k} T_{mn}. \quad (21.2)$$

می‌توان تانسورهای مخلوط داشت. بنابراین T_k^i یک تانسور مخلوط رتبه ۲، با یک اندیس پادوردا و یک اندیس همورداست. این تانسور به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$T_k'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^n}{\partial x'^k} T_n^m. \quad (22.2)$$

باز هم، این مفاهیم را می‌توان به راحتی به تانسورهای با رتبه بالاتر از ۲ تعمیم داد. قاعده وارد کردن عامل تبدیل $\partial x'^i / \partial x^m$ برای هر اندیس پادوردای i و یک عامل $\partial x^n / \partial x'^k$ برای هر اندیس هموردای k است.

مثال ۱

کمیت‌های g_{ik} به صورت یک تانسور هموردا تبدیل می‌شوند. این نتیجه پیامد این فرض است که ds^2 در رابطه (۸.۲) ناورداست. برای

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{ik} dx^i dx^k \\ &= g_{ik} \left(\frac{\partial x^i}{\partial x'^m} dx'^m \right) \left(\frac{\partial x^k}{\partial x'^n} dx'^n \right) \\ &= \left(g_{ik} \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^k}{\partial x'^n} \right) dx'^m dx'^n \\ &= g'_{mn} dx'^m dx'^n \end{aligned}$$

یعنی،

$$g'_{mn} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^k}{\partial x'^n} g_{ik}. \quad (23.2)$$

این تانسور را تانسور متریک می‌نامند. عبارت مربعی برای ds^2 را جزء خط فضا زمان یا متریک فضا زمان می‌خوانند.

مثال ۲

دلتای کرونکر که با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$\delta_k^i = 1 \quad \text{اگر} \quad i = k, \quad \text{در غیر این صورت} \quad \delta_k^i = 0. \quad (24.2)$$

یک تانسور مخلوط رتبه ۲ است.

مثال ۳

ماتریس $\|g^{ik}\|$ را طوری تعریف کنید که عکس ماتریس $\|g_{ik}\|$ باشد، با فرض اینکه g ، دترمینان $\|g_{ik}\| \neq 0$ (چون دارای نشان ۲- است، g منفی است). بنابراین داریم

$$g_{ik} g^{kl} = \delta_i^l. \quad (25.2)$$

اگر بتوان نشان داد که g^{ik} مانند یک تانسور پادوردا رتبه ۲ تبدیل می‌شود (تمرین ۶).

مثال ۴

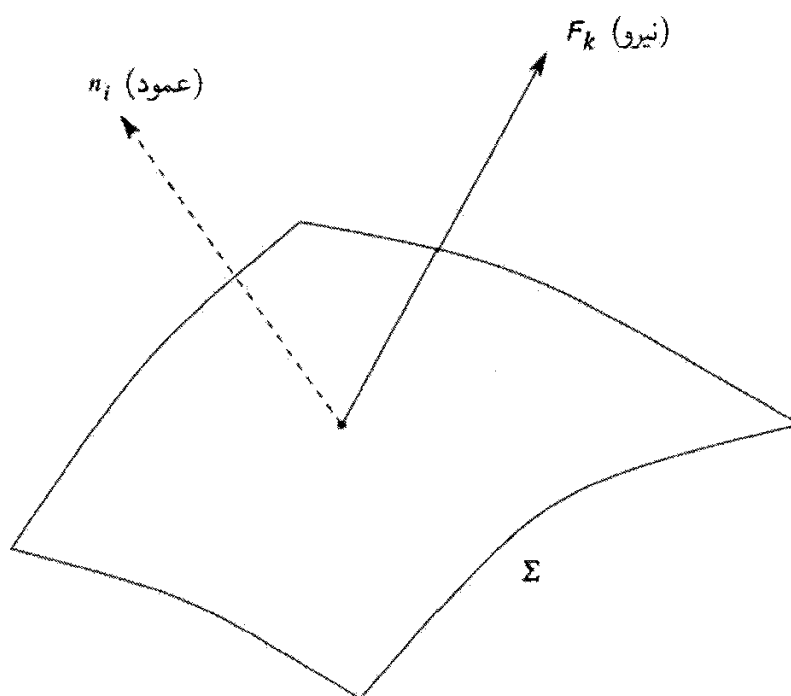
با مثال فیزیکی تانسورها در هنگامی روبه‌رو می‌شویم که در مورد تغییر شکل مواد بحث می‌کنیم. شکل ۵.۲ سطح Σ ی چنین ماده‌ای را نشان می‌دهد، که دارای عمود n_i در نقطه نوعی P است. اگر این سطح در معرض فشار قرار گیرد، نیروی وارد بر جزء سطح اطراف P در جهت F_k خواهد بود، که با عمود بر سطح تفاوت دارد، ولی با رابطه تانسور خطی زیر به آن مربوط می‌شود

$$F_k = T_k^i n_i,$$

که T_k^i تانسور تنش است. اگر تنش همسانگرد باشد، داریم

$$T_k^i = p \delta_k^i$$

که p فشاری است که نیروی قائم بر سطح Σ را به وجود می‌آورد.



شکل ۵.۲ نیروی ناشی از تنش F_k وارد بر سطح Σ یک ماده کشسان الزاماً در امتداد عمود بر سطح n_i نیست. تانسور تنش بردار نیرو را به بردار عمود مربوط می‌سازد.

۵.۲.۲ تانسورهای متقارن و پادمتقارن

اگر تانسورهای A_{ik} و S_{ik} در رابطه‌های زیر صدق کنند

$$S_{ik} = S_{ki}, \quad A_{ik} = -A_{ki} \quad (۲۶.۲)$$

به ترتیب تانسورهای متقارن و پادمتقارن رتبه ۲ هستند. این موضوع را می‌توان به تانسورهای رتبه بالاتر تعمیم داد، و ما به تانسورهای ویژه‌ای برمی‌خوریم که دارای مشخصات تقارن و پادتقارن نسبت به یک اندیس یا همه آنها هستند.

مثال ۱

g_{ik} و g^{ik} تانسورهای متقارن‌اند.

مثال ۲

نماد ε_{ijkl} را با ویژگیهای زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ijkl} &= +1 && \text{اگر } (ijkl) \text{ یک جایگشت زوج (۰۱۲۳) باشد} \\ \varepsilon_{ijkl} &= -1 && \text{اگر } (ijkl) \text{ یک جایگشت فرد (۰۱۲۳) باشد} \\ \varepsilon_{ijkl} &= 0 && \text{در غیر این صورت} \end{aligned} \quad (27.2)$$

نشان خواهیم داد که

$$e_{ijkl} = \sqrt{-g} \varepsilon_{ijkl} \quad (28.2)$$

مثل یک تانسور تبدیل می‌شود.

ابتدا دترمینان (۲۳.۲) را می‌گیریم. فرض می‌کنیم J ژاکوبی $|\partial x^i / \partial x'^m|$ باشد. سپس با استفاده از این قاعده که دترمینان حاصلضرب ماتریسها برابر حاصلضرب دترمینانهای آنهاست، به دست می‌آوریم

$$g' = J^2 g. \quad (29.2)$$

با این همه، از تعریف دترمینان داریم

$$\varepsilon_{mnpq} J = \varepsilon_{ijkl} \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^j}{\partial x'^n} \frac{\partial x^k}{\partial x'^p} \frac{\partial x^l}{\partial x'^q}. \quad (30.2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۲۸.۲) و (۲۹.۲) به این نتیجه می‌رسیم که: e_{ijkl} تانسوری کاملاً پادمتقارن است. اما به صورت دقیق، e_{ijkl} شبه‌تانسور است، زیرا علامت آن بر اثر تبدیلهای شامل بازتاب چون $x'^0 = -x^0$ ، $x'^1 = x^1$ ، $x'^2 = x^2$ و $x'^3 = x^3$.

تمرینهای ۳-۱۰ در پایان این فصل به شناخت طرز کار بردارها و تانسورها کمک خواهد کرد. این بخش را با عمل مهم به پایان می‌رسانیم.

۶.۲.۲ ادغام

عمل ادغام شامل یکسان دانستن یک اندیس پایین با یک اندیس بالا در یک تانسور آمیخته است. این روال رتبه تانسور را به ۲ کاهش می‌دهد.

بنابراین $A^i B_k$ یک تانسور رتبه ۲ است اگر A^i و B_k بردار باشند. قرار دادن $i = k$ یک

زده‌ای خواهد بود

$$A^i B_i = A^0 B_0 + A^1 B_1 + A^2 B_2 + A^3 B_3.$$

مانند مورد نسبت خاص، می‌توانیم A^i را طبق رابطه‌های زیر به صورت فضاگونه، زمان‌گونه، یا صفر تعریف کنیم

$$g_{ik}A^iA^k < 0, \quad g_{ik}A^iA^k > 0, \quad \text{یا} \quad g_{ik}A^iA^k = 0.$$

بهرتر است تانسورهای مربوطه را با رابطه‌های زیر تعریف کنیم

$$A_i = g_{ik}A^k, \quad A^k = g^{ik}A_i. \quad (31.2)$$

بنابراین $g_{ik}A^iA^k = A_kA^k$. عملیات دخیل در (31.2) را پایین بردن و بالا بردن اندیسها می‌گویند. معمولاً می‌توانیم A^i و A_i را یک جسم بنامیم.

دستکاری تانسورها در بالا روشن است (و می‌توان اغلب اثبات کرد) که حاصلضرب دو تانسور یک تانسور است. نتیجه معکوس اغلب در نتیجه‌گیری اینکه یک کمیت تانسور است مفید واقع می‌شود. این نتیجه را قانون خارج قسمت می‌گویند. طبق این قانون رابطه‌ای چون

$$PQ = R$$

در تمام چارچوبهای مرجع برقرار است، و در آن P یک تانسور دلخواه رتبه m ، R تانسور رتبه $m+n$ ، و Q یک تانسور رتبه n است.

۳.۲ مشتق‌گیری هموردا

یک میدان برداری تابعی برداری از فضا در یک زیرفضای فضا زمان است. بنابراین $B_i(x^k)$ یک میدان برداری همورداست که چهار مؤلفه آن در هر نقطه (x^k) که تعریف شده است، طبق قاعده (19.2) تبدیل می‌شوند. فرض کنید B_i یک تابع مشتق‌پذیر (x^k) باشد. آیا مشتقهای $\partial B_i / \partial x^k$ مثل یک تانسور تبدیل می‌یابند؟

قبلاً دیدیم که مشتقهای $\partial \phi / \partial x^k$ یک زده‌ای به صورت بردار تبدیل می‌یابند. بنابراین در نظر اول پاسخ به پرسش بالا ممکن است «آری» باشد. در واقع، در نسبت خاص اغلب به چنین نتیجه‌هایی برمی‌خوریم. به عنوان مثال، اگر A_i ۴-پتانسیل میدان الکترومغناطیسی (که به زبان چهار بعدی نسبت خاص تعریف شده است) باشد، $\partial A_i / \partial x^k$ ، برای مختصات دکارتی (x, y, z) و زمان t (1.2)، به صورت یک تانسور تبدیل می‌شود. اما، در فضا زمان کلیتر ما با یک سیستم مختصات دلخواه، پاسخ به پرسش بالا منفی است.

این نتیجه با مشتق‌گیری از (۱۹.۲) به راحتی تأیید می‌شود. به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial B'_k}{\partial x'^m} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \frac{\partial x^n}{\partial x'^m} \frac{\partial B_i}{\partial x^n} + \frac{\partial^2 x^i}{\partial x'^m \partial x'^k} B_i. \quad (۳۲.۲)$$

بنابراین، گرچه جمله اول طرف راست برای اینکه $\partial B_i / \partial x^n$ را یک تانسور بسازد مناسب به نظر می‌رسد، اما جمله دوم این اثر را ضایع می‌کند. همچنین سرخ‌ی درباره‌ی اینکه چرا این اتفاق می‌افتد به دست می‌دهد. مشتق دوم

$$\frac{\partial^2 x^i}{\partial x'^m \partial x'^k}$$

به طور کلی مخالف صفر است و نشان می‌دهد که ضریب‌های تبدیل در معادله (۱۹.۲) بر حسب مکان در فضا زمان تغییر می‌کنند. بنابراین وقتی در صدد تشکیل مشتق $\partial B_i / \partial x^n$ بر می‌آییم، مجبوریم آن را به صورت یک حد تعریف کنیم

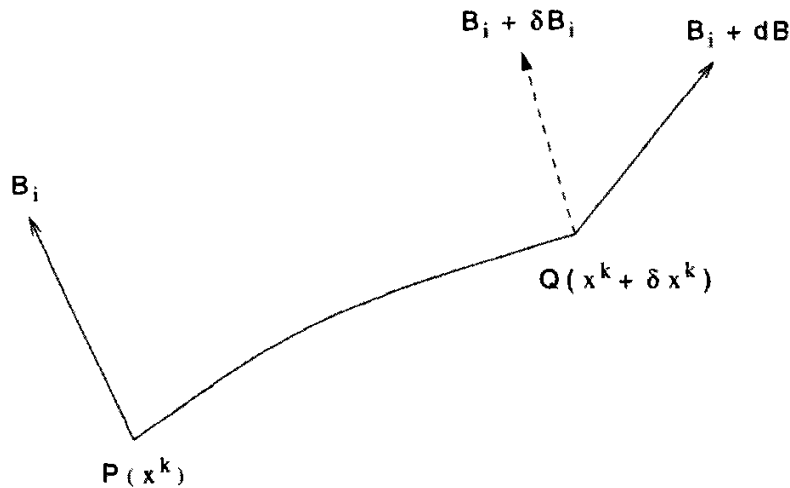
$$\frac{\partial B_i}{\partial x^n} = \lim_{\delta x^n \rightarrow 0} \left(\frac{B^i(x^k + \delta x^k) - B^i(x^k)}{\delta x^n} \right).$$

اما، دو جمله صورت کسر در دو نقطه مختلف به صورت بردار تبدیل می‌شوند زیرا ضریب‌های تبدیل بر حسب مکان تغییر می‌کنند. بنابراین انتظار نداریم که تفاضل آنها یک بردار باشد. (تفاضل دو بردار در صورتی بردار است که هر دو در یک نقطه تعریف شوند.)

این وضعیت در شکل ۶.۲ ترسیم شده است. P و Q دو نقطه مجاور (x^k) و $(x^k + \delta x^k)$ هستند، که بردارهای B_i در آنجا به صورت پیکانهای پیوسته نشان داده شده است. برای توصیف تغییر بردار از P به Q، باید به گونه‌ای این تفاضل را در یک نقطه اندازه بگیریم. چگونه می‌توان این کار را کرد؟

این کار به وسیله‌ی ابزاری صورت می‌گیرد که به ترابرد موازی معروف است. فرض کنید بردار B_i در P به Q برده شود که اندازه و جهت آن تغییر نکند. در شکل ۶.۲ این با بردار خط‌چین در Q نشان داده شده است. تفاوت بین بردار $B_i(x^k + \delta x^k)$ و این بردار خط‌چین یک بردار در Q است که تفاضل فیزیکی واقعی بردار در عبور از P به Q را نشان می‌دهد. بنابراین، بالاخره توانستیم فرایند مشتق‌گیری از بردار را تعریف کنیم، البته اگر بدانیم که در یک ترابرد موازی از P به Q چه بر سر B_i می‌آید.

ابتدا باید توجه کنیم که بردار خط‌چین لازم نیست همان مؤلفه‌های بردار خط‌پر در P را داشته باشد. فقط در مختصات دکارتی مؤلفه‌ها یکسان‌اند. به عنوان مثال، صفحه اقلیدسی با یک سیستم



شکل ۶.۲ میدان برداری دارای مؤلفه‌های B_i در P و $B_i + dB_i$ در Q است. اگر B_i موازی خودش، در امتداد یک منحنی بینهایت کوچک که P را به Q متصل می‌کند، منتقل شود، مؤلفه‌های آن در Q ، $B_i + \delta B_i$ خواهد بود.

مختصات قطبی را در نظر بگیرید. بردار \mathbf{A} در نقطه P با مختصات (r, θ) دارای مؤلفه‌های A_r و A_θ در جهت‌های شعاعی و عرضی است. اکنون اگر، مطابق شکل ۷.۲، از P به نقطه‌ی مجاور Q با مختصات قطبی $(r + \delta r, \theta + \delta \theta)$ برویم، جهت‌های شعاعی و عرضی در Q الزاماً با این جهت‌ها در P موازی نیستند. بنابراین پس از ترابرد موازی \mathbf{A} از P به Q ، مؤلفه‌های شعاعی و عرضی آن در Q با A_r و A_θ تفاوت خواهند داشت.

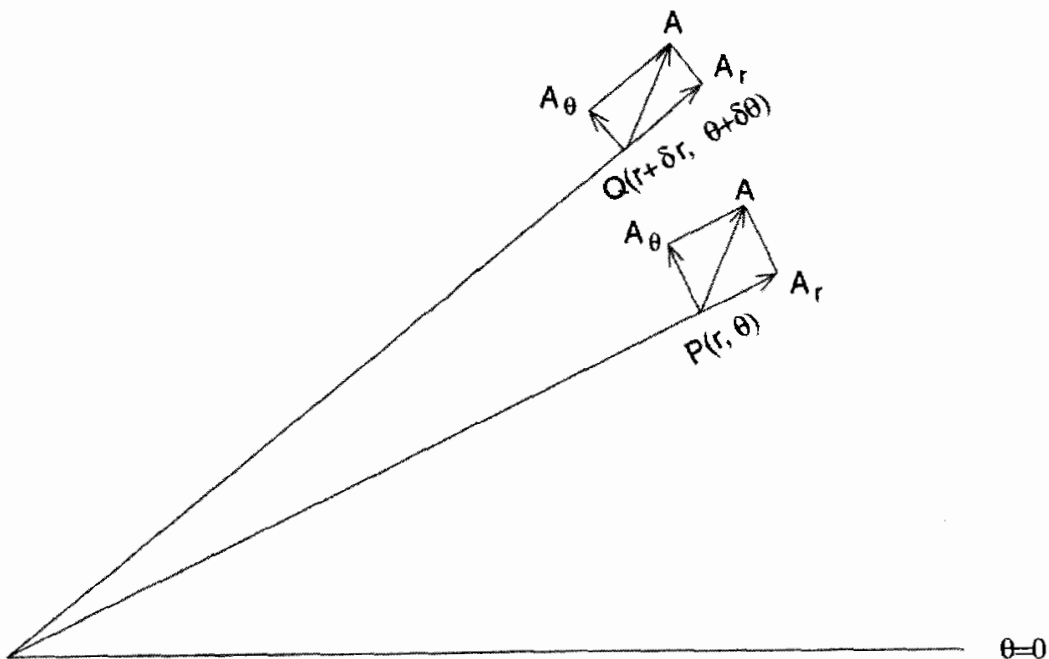
یک محاسبه‌ی ساده (نگاه کنید به تمرین ۱۱) نشان می‌دهد که مؤلفه‌های \mathbf{A} در Q عبارت‌اند از $A_r + \delta \theta A_\theta$ و $A_\theta - \delta \theta A_r$. با درس گرفتن از این مثال برای مورد کلی، می‌بینیم که تغییرات مؤلفه‌های B_i در ترابری موازی با مؤلفه‌های اولیه‌ی B_i و نیز جابه‌جایی مکان δx^k از P به Q وجود دارد. می‌توان تغییر را به‌طور کلی به‌صورت زیر نشان داد

$$\delta B_i = \Gamma_{ik}^l B_l \delta x^k \quad (۳۳.۲)$$

که در آن مؤلفه‌های Γ_{ik}^l به‌طور کلی، توابعی از فضا و زمان هستند. این کمیته‌ها را سه نماد شاخص یا نمادهای کریستوفل^۱ می‌نامند.

توجه کنید که واردکردن (۳۳.۲) چیزی جدید سوای معرفی متریک است. متریک به ما می‌گوید که چگونه فاصله‌ی بین نقطه‌های مجاور را اندازه بگیریم، درحالی‌که رابطه‌ی (۳۳.۲) نشان می‌دهد که چگونه بردارهای موازی در نقاط مجاور را تعریف کنیم. این ویژگی موازی بودن موضعی را اغلب ارتباط آفین فضا زمان می‌نامند.

1. Christoffel symbols

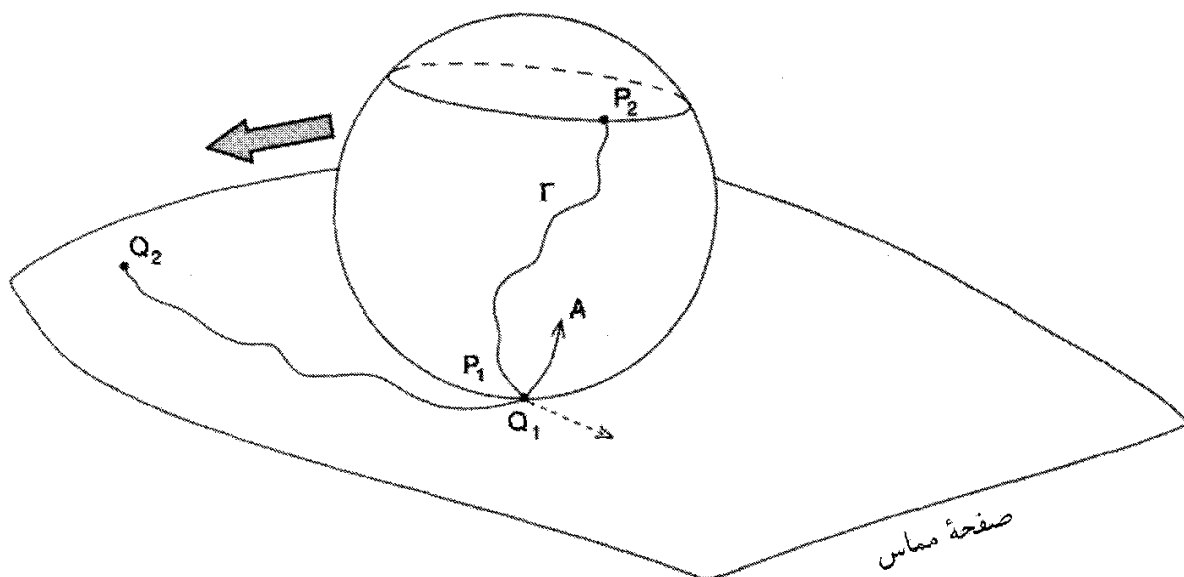


شکل ۷.۲ جهتهای شعاعی و عرضی در Q با جهتهای شعاعی و عرضی در P موازی نیستند. بنابراین بردارهای مساوی و موازی A در P و Q مؤلفه‌های شعاعی و عرضی متفاوت دارند.

مثال کره را در نظر می‌گیریم. فرض کنید Γ خمی باشد که بر روی سطح کروی نقطه‌های P_1 و P_2 را به هم متصل کند. پیکان موجود در شکل ۸.۲ نشانگر اندازه و جهت بردار A در نقطه P_1 ، همراه با نگاشت A (پیکان نقطه‌چین) در نقطه نظیر Q_1 روی صفحه است. چگونه می‌توانیم آن را موازی با P_2 منتقل کنیم؟ صفحه‌ای را در نظر بگیرید که با کره در نقطه P_1 مماس است، با نگاشت بردار A (پیکان نقطه‌چین) در نقطه نظیر Q_1 روی صفحه. (منظور ما از نگاشت آن است که اندازه و جهت بردار اولیه روی کره و بردار نگاشته شده روی صفحه مماس باید همساز باشد.) اکنون کره را به دقت روی صفحه بغلتانید به طوری که در نقطه‌های متوالی Γ با آن در تماس قرار گیرد. وقتی به نقطه P_2 رسیدید، توقف کنید. نقطه نظیر روی صفحه Q_2 را P_2 بنامید. برداری را موازی بردار آغازین روی صفحه در نقطه نظیر P_2 رسم کنید. سپس به نگاشت این بردار بر روی کره بپردازید. این بردار منتقل شده موجود در P_1 است.

با مراجعه به رابطه (۳۳.۲)، می‌بینیم که تفاوت میان بردارهای پیوسته و نقطه‌چین در Q از رابطه زیر به دست می‌آید

$$B_i(x^k + \delta x^k) - [B_i(x^k) + \delta B_i] = \left(\frac{\partial B_i}{\partial x^k} - \Gamma_{ik}^l B_l \right) \delta x^k. \quad (34.2)$$



شکل ۸.۲ تراورد موازی بر روی یک سطح کروی. برای توضیح بیشتر به متن نگاه کنید.

در نتیجه می‌توان مشتق با معنی فیزیکی یک بردار را به صورت زیر باز تعریف کرد

$$B_{i;k} \equiv \frac{\partial B_i}{\partial x^k} - \Gamma_{ik}^l B_l \equiv B_{i,k} - \Gamma_{ik}^l B_l. \quad (35.2)$$

این مشتق، بنابه تعریف، باید مانند یک تانسور تبدیل شود. آن را مشتق هموردا می‌نامند و با نقطه ویرگول نمایش می‌دهند، برخلاف مشتق معمولی که با ویرگول مشخص می‌شود.

اگر $B_{i;k}$ باید مثل یک تانسور تبدیل یابد، ضرایب Γ_{kl}^i باید طبق قانون زیر تبدیل شوند:

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^n}{\partial x'^k} \frac{\partial x^p}{\partial x'^l} \Gamma_{np}^m + \frac{\partial^2 x^p}{\partial x'^k \partial x'^l} \frac{\partial x'^i}{\partial x^p}. \quad (36.2)$$

این نتیجه را می‌توان با محاسباتی سراسری ولی خسته‌کننده تأیید کرد.

یک کمیت زده‌ای، البته تحت تراورد موازی تغییر نمی‌کند، بدین دلیل $\partial\phi/\partial x^k$ مانند یک بردار تبدیل می‌شود. اگر این نتیجه را به‌کار ببریم درمی‌یابیم که برای بردار A_i ، $(A_i A^i)_{,k}$ یک بردار است. این ویژگی امکان ساخت مشتق هموردای یک بردار پادوردای A^i را فراهم می‌سازد

$$A^i_{;k} \equiv \frac{\partial A^i}{\partial x^k} + \Gamma_{lk}^i A^l \equiv A^i_{,k} + \Gamma_{lk}^i A^l. \quad (37.2)$$

قاعده مشتق‌گیری هموردای یک تانسور با رتبه دلخواه به‌آسانی به‌دست می‌آید: ما برای هر اندیس پادوردای یک جمله $(+\Gamma)$ و برای هر اندیس هموردای یک جمله $(-\Gamma)$ وارد می‌کنیم. بنابراین

برای تانسور متریک داریم

$$g_{ik;l} = \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} - \Gamma_{il}^p g_{pk} - \Gamma_{kl}^p g_{ip}. \quad (38.2)$$

۴.۲ هندسهٔ ریمانی

اینشتین از هندسهٔ نااقلیدسی ریمان برای توصیف نظریهٔ گرانش خود استفاده کرد. هندسهٔ ریمانی ساده‌سازیهایی اضافی زیر را وارد می‌کند

$$\Gamma_{kl}^i = \Gamma_{lk}^i; \quad g_{ik;l} \equiv 0. \quad (39.2)$$

توجه کنید که طبق تعریف بخش قبل، لازم نیست که ارتباط آفین در این شرایط صدق کند. در واقع هندسه‌هایی نیز وجود دارند که در آنها رابطه‌های بالا صادق نیستند. با این‌همه، برای نظریهٔ نسبیّت این شرایط را هم در نظر می‌گیریم.

با بازگشت به (۳۸.۲)، می‌بینیم که $g_{ik;l} = 0$ معادلهٔ خطی برای Γ_{kl}^i مجهول Γ_{kl}^i در اختیارمان می‌گذارد. این معادله‌ها دارای جواب یکتا هستند. از (۳۸.۲) و (۳۹.۲) به‌دست می‌آوریم

$$\Gamma_{k|il} + \Gamma_{i|kl} = g_{ik,l}$$

که در آن

$$\Gamma_{k|il} = g_{pk} \Gamma_{il}^p.$$

از دوران چرخه‌ای اندیسه‌ها دو رابطهٔ دیگر به‌دست می‌آوریم:

$$\Gamma_{l|ki} + \Gamma_{k|li} = g_{kl,i}, \quad \Gamma_{i|lk} + \Gamma_{l|ik} = g_{li,k}.$$

با بهره‌گیری از شرط تقارن (۳۹.۲) برای حذف $\Gamma_{k|il} = \Gamma_{k|li}$ و $\Gamma_{l|ki} = \Gamma_{l|ik}$ از سه رابطهٔ بالا به‌دست می‌آوریم

$$2\Gamma_{i|kl} = g_{ik,l} + g_{li,k} - g_{kl,i}.$$

با بالابردن اندیس i ، جواب مطلوب را به‌دست می‌آوریم:

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left(\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{lm}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right). \quad (40.2)$$

سپس برخی ویژگیهای این نمادها را که در کارهای مختلف مفیدند در نظر می‌گیریم. اگر از دترمینان تانسور متریک مشتق بگیریم خواهیم داشت:

$$dg = g g^{ik} dg_{ik}. \quad (41.2)$$

این رابطه در بیان Γ_{kl}^i و مشتقهای هموردا به شکل نسبتاً ساده سودمند است. بنابراین، با بهره‌گیری از (40.2) و (41.2)، می‌توان روابط زیر را ثابت کرد:

$$\Gamma_{il}^l = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{-g})$$

$$\Gamma_{ik}^l g^{ik} = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^m} (\sqrt{-g} g^{ml})$$

$$A^i_{;i} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{-g} A^i)$$

$$F^i_{;k} = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g} F^{ik}) \quad \text{برای} \quad F^{ik} = -F^{ki}. \quad (42.2)$$

در اینجا A^i و F^{ik} به ترتیب میدانهای برداری و تانسوری هستند. به عنوان مثال، برای اثبات رابطهٔ اول توجه کنید که از (40.2) با $k \equiv i$ داریم،

$$\Gamma_{il}^i = \frac{1}{\sqrt{-g}} g^{im} (g_{mi,l} + g_{lm,i} - g_{il,m}).$$

چون $(g_{lm,i} - g_{il,m})$ برحسب (i, m) پادمتقارن است، حاصلضرب آن با g^{im} متقارن صفر می‌شود. سپس نتیجه با یادآوری (41.2) به دست می‌آید.

شرط تقارن (39.2) ما را قادر می‌سازد تا مختصات خاصی را برگزینیم که در آن نمادهای کریستوفل همه در یک نقطهٔ معین صفر شوند. فرض کنید که کار را با $\Gamma_{np}^m \neq 0$ در دستگاه مختصات (x^i) در نقطهٔ P آغاز کنیم. مختصات P را به صورت x_P^i در نظر بگیرید. اکنون مختصات جدید در حوالی P را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$x'^k = x^k - x_P^k - \frac{1}{\sqrt{-g}} \Gamma_{nm}^k (x^n - x_P^n)(x^m - x_P^m). \quad (43.2)$$

پس در P داریم

$$x'_i = 0, \quad \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} = \delta_m^i, \quad \frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^n \partial x^m} = -\Gamma_{nm}^i$$

با این نتیجه که، از (۳۶.۲) داریم،

$$\Gamma_{mn}^i|_P = 0.$$

به علاوه، با یک تبدیل خطی می‌توانیم دستگاه مختصاتی را انتخاب کنیم که در آن در هر نقطه برگزیده P داشته باشیم

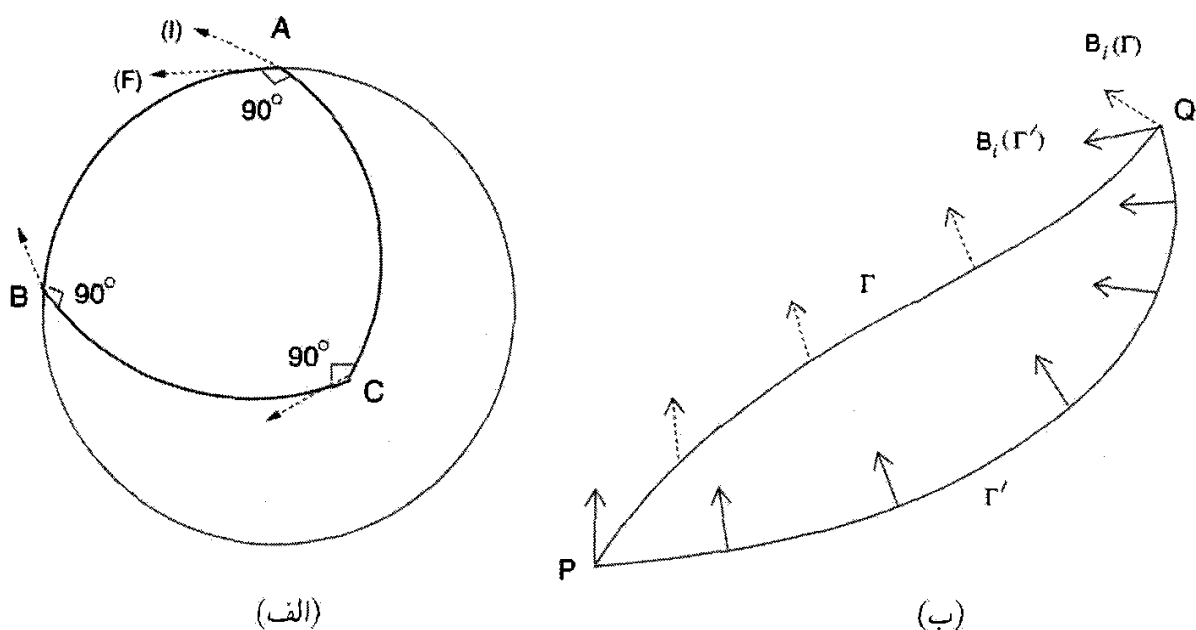
$$g_{ik} = \eta_{ik} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1), \quad \Gamma_{kl}^i = 0 \quad (44.2)$$

چنین دستگاه مختصاتی را، به دلایلی که بعداً معلوم خواهد شد، دستگاه مختصات لخت موضعی می‌نامند. سوای معانی ضمنی فیزیکی در نسبت عام، دستگاه مختصات لخت موضعی اغلب یک ابزار ریاضی سودمند برای ساده‌سازی محاسبات است. همچنین به خواننده هشدار می‌دهیم که واژه مهم «محلی» است: ساده‌سازیهایی را که (۴۴.۲) ایجاب می‌کند نمی‌توان به‌طور سراسری به‌کار برد. چه چیز مانع از آن می‌شود که بتوان به یک دستگاه مختصات لخت سراسری دست یافت؟ در جستجوی پاسخی به این پرسش به جدیدترین جنبه تفاوت هندسه ناقلیدسی با همتای اقلیدسی آن برمی‌خوریم.

۵.۲ خمیدگی فضا زمان

شکل ۹.۲ (الف) مثال قبلی هندسه ناقلیدسی را برای سطح یک کره تکرار می‌کند. مثلث ABC شکل ۲.۲ (الف) را داریم که هر یک از سه زاویه آن 90° است. بینیم چه بر سر برداری (که با پیکان نقطه‌چین نشان داده است) می‌آید که به‌طور موازی در امتداد سه ضلع این مثلث انتقال می‌یابد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، این بردار وقتی سفر خود را در نقطه A آغاز می‌کند بر AB عمود است. وقتی به نقطه B می‌رسد در امتداد CB قرار دارد. بنابراین در حرکت از B به C در جهت این خط است. در C مجدداً بر AC عمود می‌شود. بنابراین در امتداد CA از C به A حرکت می‌کند، این عمود بودن را حفظ می‌کند با این نتیجه که وقتی به A می‌رسد در جهت AB است. به عبارت دیگر، یک دور حول این مثلث باعث تغییر جهت بردار به اندازه 90° شده است، اگرچه در هر مرحله به موازات خودش حرکت کرده است!

آزمایشی مشابه با مثلی که روی یک صفحه کاغذ تخت رسم شده باشد نشان می‌دهد که در حرکت یک بردار به موازات خود حول مثلث هیچ تغییر جهتی صورت نمی‌گیرد. بنابراین مثلث فیزیکی ما رفتاری متفاوت از مثلث تخت اقلیدسی دارد.



شکل ۹.۲ (الف) ترابرد موازی یک بردار دور مثلث ABC جهت آن را از F به I تغییر می‌دهد. ترابرد موازی بردار B_i از P به Q به Γ بین P و Q بستگی دارد که بردار در امتداد آن منتقل می‌شود. برای خم بالای Γ ، نتیجه نهایی بردار خط‌چین در Q است، درحالی‌که برای خم پایینی Γ' نتیجه نهایی با پیکان کامل نشان داده شده است.

پدیده‌ای که در شکل ۹.۲ (الف) نشان داده شده است را می‌توان به صورت زیر نیز بیان کرد. اگر بردارمان را در امتداد دو مسیر از A به C حرکت دهیم — در امتداد AC و در امتداد AB به علاوه BC — درمی‌یابیم که به دو جهت متفاوت اشاره خواهد داشت. در واقع، اگر هر دو منحنی دلخواه را از A به C در نظر می‌گیریم درمی‌یافتیم که ترابرد موازی یک بردار از A به C از یک منحنی به منحنی دیگر تغییر می‌کند؛ یعنی، نتیجه به مسیر ترابرد از A به C بستگی دارد. این یکی از ویژگی‌هایی است که فضای خمیده را از فضای تخت متمایز می‌سازد. بگذارید آن را به صورت کلی‌تر در فضا زمان چهار بعدی در نظر بگیریم. اگر بردار B_i در P به طور موازی به Q منتقل شود و اگر این شرط را اعمال کنیم که پاسخ باید مستقل از خمی باشد که P را به Q متصل می‌کند (نگاه کنید به شکل ۹.۲ (ب)). دیدیم که تحت ترابرد موازی از نقطه $\{x^i\}$ به نقطه مجاور $\{x^i + \delta x^i\}$ ، مؤلفه‌های بردار مطابق (۳۳.۲) تغییر می‌کنند. اگر امکان داشت که B_i را از P به Q منتقل کنیم بدون اینکه نتیجه به مسیر انتخاب شده بستگی داشته باشد، می‌توانستیم یک میدان برداری $B^i(x^k)$ تولید کنیم که در معادله دیفرانسیل زیر صدق کند

$$\frac{\partial B_i}{\partial x^k} = \Gamma_{ik}^l B_l \quad (۴۵.۲)$$

بنابراین پاسخ پرسش ما به یافتن جواب ناصفر برای دستگاه چهار معادله دیفرانسیل (۴۵.۲) بستگی دارد.

شرط لازم برای وجود یک جواب به آسانی به دست می‌آید. از (۴۵.۲) نسبت به x^n مشتق می‌گیریم تا به دست آوریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 B_i}{\partial x^n \partial x^k} &= \frac{\partial}{\partial x^n} (\Gamma_{ik}^l B_l) = \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^n} B_l + \Gamma_{ik}^l \frac{\partial B_l}{\partial x^n} \\ &= \left(\frac{\partial \Gamma_{ik}^m}{\partial x^n} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{ln}^m \right) B_m. \end{aligned}$$

اکنون ترتیب مشتق‌گیری نسبت به x^n و x^k را عوض می‌کنیم و از نتیجه $B_{i,nk} = B_{i,kn}$ بهره می‌گیریم. بدین ترتیب شرط لازم را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$R_{i\ kn}^m \equiv \frac{\partial \Gamma_{ik}^m}{\partial x^n} - \frac{\partial \Gamma_{in}^m}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{ln}^m - \Gamma_{in}^l \Gamma_{lk}^m = 0. \quad (46.2)$$

از عبارت بالا به سادگی معلوم نمی‌شود که $R_{i\ kn}^m$ باید یک تانسور باشد. اما، نتیجه ما برای معنی دار بودن، از هر مختصاتی که برای به دست آوردن آن استفاده کنیم، باید معتبر باشد. بنابراین انتظار داریم که $R_{i\ kn}^m$ یک تانسور باشد. محاسبه‌ای ساده نشان می‌دهد که برای هر میدان برداری دوبار مشتق‌پذیر B_i

$$B_{i;nk} - B_{i;kn} \equiv R_{i\ kn}^m B_m. \quad (47.2)$$

چون طرف چپ یک تانسور است، پس طرف راست نیز باید تانسور باشد، و چون B_m یک بردار دلخواه است، از قانون خارج قسمت (نگاه کنید به تمرین ۱۰) این نتیجه به دست می‌آید که $R_{i\ kn}^m$ مؤلفه‌های یک تانسور هستند.

این تانسور، که به تانسور ریمان کریستوفل (یا، به طور ساده‌تر، تانسور ریمان) معروف است، نقش مهمی در مشخص کردن ویژگیهای هندسی فضا زمان دارد. اگرچه رابطه (۴۶.۲) را به صورت یک شرط لازم به دست آوردیم، یک روش دقیقتر نشان می‌دهد که (۴۶.۲) نیز شرط کافی برای آن است که یک میدان برداری $B_i(x^k)$ را بتوان با تراورد موازی در فضا زمان تعریف کرد. در اینجا، به جزئیات ریاضی اثبات آن نمی‌پردازیم.

در صورتی فضا زمان را تخت می‌گویند که تانسور ریمان آن در همه جا صفر باشد. در غیر این صورت، فضا زمان خمیده است. تمرینهای ۲۶ و ۲۷ دو راه دیگر را به نمایش می‌گذارد که به وسیله آنها این تانسور ویژگیهای یک فضا زمان خمیده را از فضا زمان تخت متمایز می‌سازد.

۱.۵.۲ تقارنهای R_{iklm}

راحت تر است که برای مطالعه ویژگیهای تقارن تانسور ریمان، اندیس دوم آن را پایین آورد. چون تقارن یا پادتقارن یک تانسور به مختصات به کار رفته بستگی ندارد، بهتر است (۴۶.۲) را در مختصات لخت موضعی (۴۴.۲) بنویسیم. به دست می آوریم

$$R_{iklm} = \frac{1}{4}(g_{kl,im} + g_{im,kl} - g_{km,il} - g_{il,km}). \quad (48.2)$$

از این عبارت تقارنهای زیر بلافاصله به دست می آید

$$R_{iklm} = -R_{kilm} = -R_{ikml} = R_{lmik}. \quad (49.2)$$

می توانیم رابطه هایی از نوع زیر را هم به دست آوریم

$$R_{iklm} + R_{imkl} + R_{ilmk} \equiv 0. \quad (50.2)$$

اگر همه این تقارنها را به حساب آوریم، درمی یابیم که از $256 = 4^4$ مؤلفه تانسور ریمان، فقط حداکثر ۲۰ مؤلفه مستقل هستند! به علاوه، به زودی خواهیم دید که اتحادهایی وجود دارد که مشتقهای آنها را به یکدیگر مرتبط می سازد.

۲.۵.۲ تانسورهای اینشتین و ریچی^۱

با بهره گیری از فرایند ادغام می توان از R_{iklm} تانسورهایی با رتبه کمتر ساخت. تانسور

$$R_{kl} = g^{im} R_{iklm} \equiv R_{klm}^m \quad (51.2)$$

تانسور ریچی خوانده می شود. اگر از دستگاه مختصات لخت موضعی استفاده کنیم. بلافاصله می بینیم که

$$R_{kl} = R_{lk}. \quad (52.2)$$

به واسطه تقارنهای (۴۹.۲)، هیچ تانسور رتبه دوم مستقل دیگری را نمی توان از R_{iklm} ساخت. با ادغام بیشتر یک کمیت نرده ای به دست می آوریم:

$$R = g^{ik} R_{ik} \equiv R_k^k. \quad (53.2)$$

R را خمیدگی زرده‌ای می‌نامند. تانسور

$$G_{ik} \equiv R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R \quad (54.2)$$

نقش مهمی در نسبیت عام اینشتین ایفا خواهد کرد. این تانسور، تانسور اینشتین خوانده می‌شود.

۳.۵.۲ اتحادهای بیانکی^۱

عبارت (۴۸.۲) تقارن دیگری را برای مؤلفه‌های R_{iklm} نشان می‌دهد. این تقارن جبری نیست، بلکه شامل حسابان است. به زبان هموردا می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد

$$R_{iklm;n} + R_{iknl;m} + R_{ikmn;l} \equiv 0. \quad (55.2)$$

این رابطه‌ها را اتحادهای بیانکی می‌نامند. اثبات آنها به ساده‌ترین وجه از دستگاههای لخت موضعی، مانند (۴۸.۲) به دست می‌آید.

با ضرب (۵۵.۲) در $g^{im}g^{kn}$ و بهره‌گیری از (۵۱.۲) تا (۵۳.۲)، می‌توانیم اتحاد دیگری را به دست آوریم که در نسبیت مهم است

$$\left(R^{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R \right)_{;k} \equiv 0. \quad (56.2)$$

به عبارت دیگر، تانسور اینشتین G^{ik} دارای دیورژانس صفر است.

۶.۲ ژئودزیکها

تاکنون درباره هندسه‌های ناقلیدسی صحبت کردیم بدون اینکه بگوییم که آیا چیزی هم‌ارز خط راست در هندسه اقلیدسی در آنها وجود دارد. اکنون نشان می‌دهیم که چگونه مفاهیم هم‌ارز آن به صورتی که در زیر خواهیم گفت در هندسه ریمانی وجود دارد.

دو ویژگی خط راست را می‌توان تعمیم داد: ویژگی «مستقیم بودن» و ویژگی «کوتاهترین فاصله بودن». مستقیم بودن به معنای آن است که با حرکت در امتداد خط، جهت آن تغییر نمی‌کند. ابتدا بگذارید ببینیم که چگونه می‌توان این ویژگی را تعمیم داد.

اگر $x^i(\lambda)$ نمایش پارامتری یک منحنی در فضا زمان باشد، بردار مماس بر آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$u^i = \frac{dx^i}{d\lambda} \quad (57.2)$$

1. Bianchi

معیار مستقیم بودن ایجاب می‌کند که u^i در امتداد منحنی تغییر نکند. در عبور از λ به $\lambda + \delta\lambda$ ، تغییر در u^i از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta u^i = \frac{du^i}{d\lambda} \delta\lambda + \Gamma_{kl}^i u^k \delta x^l.$$

عبارت دوم در طرف راست ناشی از تغییر حاصل از تراورد موازی در جابه‌جایی مختصات δx^l است. اما، $\delta x^l = u^l \delta\lambda$. بنابراین شرط عدم تغییر جهت u^i ایجاب می‌کند که $\Delta u^i = 0$ ؛ یعنی

$$\frac{du^i}{d\lambda} + \Gamma_{kl}^i u^k u^l = 0. \quad (58.2)$$

این شرطی است که باید برقرار باشد تا منحنی ما مستقیم بشود. دومین ویژگی خط راست در فضای اقلیدسی آن است که این خط کوتاهترین فاصله بین دو نقطه است. بگذارید این ویژگی را به صورت زیر تعمیم دهیم. اگر منحنی، که با λ پارامتری‌سازی شده است، دو نقطه P_1 و P_2 با پارامترهای به ترتیب λ_1 و λ_2 را در فضا زمان به هم متصل کند، «فاصله» P_2 از P_1 به صورت زیر تعریف می‌شود

$$s(P_2, P_1) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left(g_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda} \right)^{1/2} d\lambda \equiv \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L d\lambda. \quad (59.2)$$

اکنون می‌خواهیم که $s(P_2, P_1)$ برای جابه‌جاییهای کوچک منحنی که P_1 را به P_2 متصل می‌کند «مانا» باشد، این جابه‌جاییها در P_1 و P_2 صفر می‌شود (نگاه کنید به شکل ۱۰.۲ (ب)).

این یک مسئله استاندارد در حسابان تغییرات است، و حل آن به معادله‌های آشنای اویلر-لاگرانژ

می‌انجامد

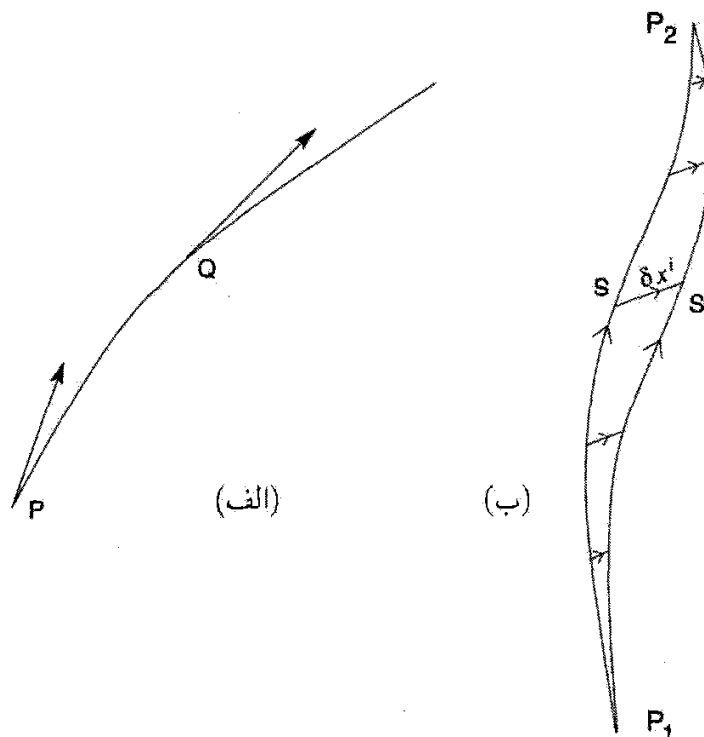
$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^i} = 0. \quad (60.2)$$

که در آن $\dot{x}^i \equiv dx^i/d\lambda$ و $L \equiv [g_{ik}(dx^i/d\lambda)(dx^k/d\lambda)]^{1/2}$ تابعی از x^i و \dot{x}^i است. به راحتی دیده می‌شود که (۶۰.۲) به رابطه زیر می‌انجامد

$$\frac{d}{d\lambda} \left(g_{ik} \frac{1}{L} \frac{dx^k}{d\lambda} \right) - \frac{1}{L} g_{mn,i} \frac{1}{L} \frac{dx^m}{d\lambda} \frac{dx^n}{d\lambda} = 0.$$

با جایگزینی

$$ds = L d\lambda \quad (61.2)$$



شکل ۱۰.۲ (الف) بردار مماس بر ژئودزیک موازی خودش حرکت می‌کند. مماسها در P و Q موازی‌اند زیرا روی یک ژئودزیک Γ قرار دارند. (ب) شرط مانایی نشان می‌دهد که فاصله «s» بین P_1 و P_2 برای تغییر کوچک (δx^i) خم Γ که آنها را به هم متصل می‌کند باید ثابت بماند.

و بهره‌گیری از (۴۰.۲)، معادله بالا به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0. \quad (62.2)$$

چند نکته مبهم در به دست آوردن این رابطه وجود دارد که باید سر و سامان یابد. اولاً، L فقط برای منحنیهای زمان‌گونه حقیقی خواهد بود. بنابراین اگر بخواهیم از یک پارامتر حقیقی در امتداد منحنی استفاده کنیم، باید برای منحنیهای فضاگونه به جای ds مقدار زیر را بگذاریم

$$d\sigma = i ds, \quad i = \sqrt{-1}. \quad (63.2)$$

برای خمهای صفر، $L = 0$. بنابراین نحوه برخورد بالا به کار نمی‌رود. بنابراین راحت‌تر است که انتگرال زیر را جایگزین (۵۹.۲) کنیم:

$$I = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L^2 d\lambda \quad (64.2)$$

و $\delta I = 0$ را در نظر بگیریم. همواره می‌توان پارامتر جدید $\lambda' = \lambda'(\lambda)$ را چنان در نظر گرفت که معادله خم با λ' به جای s همان شکل (۶۲.۲) را داشته باشد.

به راحتی دیده می‌شود که (۶۲.۲) همان (۵۸.۲) است. اگرچه s در (۶۲.۲) مفهوم خاص «در امتداد خم» را دارد، در حالی که λ در (۵۸.۲) عام به نظر می‌رسد، اما مشاهده اینک برای صادق بودن (۵۸.۲)، باید λ مضرب ثابتی از s باشد مشکل نیست. زیرا در (۵۸.۲)

$$g_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda} = C, \quad C = \text{const.} \quad (۶۵.۲)$$

این خمهای «فاصله مانا» را ژئودزیک می‌نامند. برای خمهای زمان‌گونه $C > 0$ ، برای خمهای فضاگونه $C < 0$ ، در حالی که برای خمهای صفر $C = 0$ است. λ را پارامتر آفین می‌نامند.

مثال

بگذارید ژئودزیکهای صفر را برای $r = 0$ ، $t = 0$ تا $r = R$ ، $t = T$ ، $\theta = \theta_1$ ، $\phi = \phi_1$ در فضا زمان دوسیه محاسبه کنیم

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{2Ht} [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]$$

که در آن H مقداری ثابت است. اثبات اینکه θ و ϕ در صورتی در معادله (۶۲.۲) صدق می‌کنند که $\theta = \theta_1$ و $\phi = \phi_1$ باشد دشوار نیست. یعنی خط راست ما در جهت ثابت (θ, ϕ) حرکت می‌کند. معادله t به صورت زیر ساده می‌شود.

$$\frac{d^2 t}{d\lambda^2} + \frac{H}{c^2} e^{2Ht} \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 = 0.$$

از طرف دیگر، انتگرال اول (۶۵.۲) می‌دهد،

$$c^2 \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 = e^{2Ht} \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2.$$

دو معادله را می‌توان به راحتی حل کرد و به دست آورد

$$t = \frac{1}{H} \ln \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_0} \right), \quad r = \frac{c}{H} \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_0}$$

که λ_0 از این شرط مرزی که برای $r = R$ داریم $t = T$ به دست می‌آید. توجه کنید که در صورتی جواب وجود دارد که R و T با شرط زیر به هم مربوط شوند

$$R = \frac{c}{H} (1 - e^{-HT}).$$

سپس نقش ژئودزیکها را در نسبیت عام در نظر می‌گیریم.

۷.۲ اصل هم‌ارزی

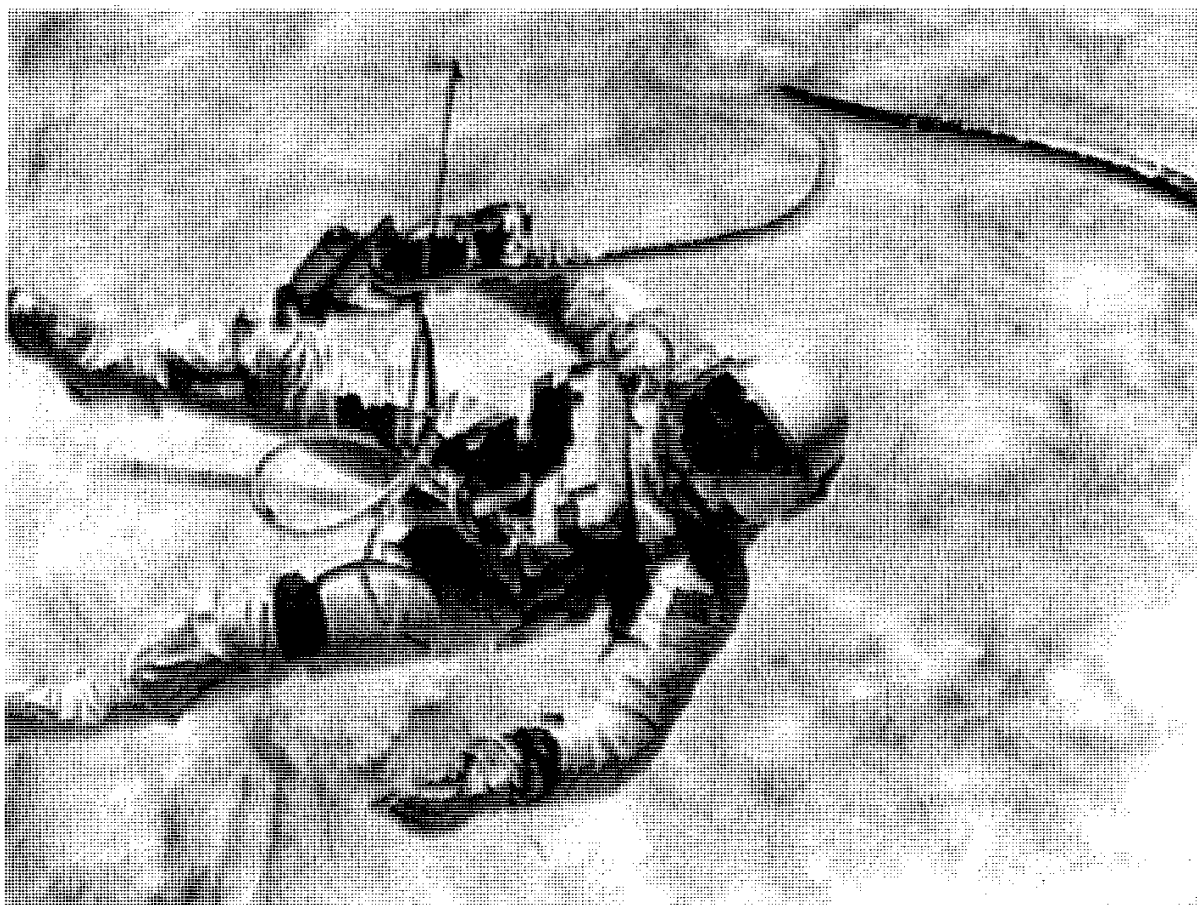
پس از توصیف نظام بردارها و تانسورها، و ترسیم خطوط کلی جنبه‌های چشمگیر هندسهٔ ریمانی، اکنون اولین تماس را با فیزیک برقرار و اصل هم‌ارزی معروف را معرفی می‌کنیم که نقش مهمی را در نسبیت عام ایفا می‌کند.

بگذارید به نتیجه کاملاً ریاضیاتی که در قالب رابطه‌های (۴۴.۲) بیان شد برگردیم و بکشیم تا مفهوم فیزیکی آنها را توصیف کنیم. این رابطه‌ها بیان می‌کنند که مختصات خاصی (لخت موضعی) در حوالی هر نقطهٔ P در فضا‌زمان وجود دارد که مانند مختصات (t, x, y, z) نسبیت خاص عمل می‌کند. به لحاظ فیزیکی، این مختصات چارچوب مرجع خاصی را ایجاد می‌کند که در آن این توهم زودگذر به وجود می‌آید که هندسه در P و در همسایگی نزدیک P مربوط به نسبیت خاص است. این توهم برای P زودگذر و موضعی است زیرا دیدیم که رابطه‌های (۴۴.۲) را نمی‌توان طوری در نظر گرفت که در همه جا و برای تمام زمانها صادق باشد.

از دید تأکیدی در بخش ۱.۲، که گرانش خود را به صورت هندسهٔ ناقلیدسی نشان می‌دهد، باید استدلال کنیم که در چارچوب لخت موضعی بالا، گرانش به صورت لحظه‌ای در حوالی نزدیک به P از میان رفته است. در عمل این کار چگونه رخ می‌دهد؟ مثال معروف آسانسور در حال سقوط آزاد اینشتین را در نظر بگیرید. شخص داخل چنین آسانسوری احساس بی‌وزنی می‌کند. چارچوب مرجع شتابدار آسانسور یک چارچوب لخت موضعی در حوالی نزدیک به شخص سقوط‌کننده است. همین‌طور، سفینهٔ فضایی که به گرد زمین می‌گردد در واقع در گرانی زمین سقوط آزاد می‌کند، و فضا‌نوردان داخل آن احساس بی‌وزنی می‌کنند. (شکل ۱۱.۲ شناوری فضا‌نوردان را در فضاپیما نشان می‌دهد.)

باید تأکید کرد که این احساس بی‌وزنی در آسانسور در حال سقوط یا سفینهٔ فضایی محدود به نواحی موضعی است: هیچ چارچوب کلی وجود ندارد که گرانی زمین را در همه جا، و در تمام زمانها از میان بردارد. اگر بخواهیم که رابطه‌های (۴۴.۲) در تمام نقطه‌های فضا‌زمان برقرار باشد، باید در همه جا داشته باشیم $\partial \Gamma_{kl}^i / \partial x^m = 0$ ، که به $R_{klm}^i = 0$ یعنی فضا‌زمان تخت، می‌انجامد. بنابراین یک فضا‌زمان خمیده با تانسور ریمانی غیرصفر برای توصیف اثرهای واقعی گرانش ضروری است.

اصل هم‌ارزی ضعیف بیان می‌کند که اثرهای گرانش را می‌توان در بازه‌های کوچک زمانی با استفاده از چارچوبهای مرجع شتابدار مناسب از میان برداشت. بدین ترتیب این بیان فیزیکی رابطه‌های ریاضی (۴۴.۲) است. اما، می‌توان از اینجا به بیان بسیار محکمتر اصل هم‌ارزی قوی



شکل ۱۱.۲ فضانوردی در فضا شناور است. برای او گرانی به صورت موضعی از بین رفته است.

رفت، که بنا به آن هر برهم‌کنش فیزیکی (سویا گرانش، که اکنون با هندسه مشخص شده است) در یک چارچوب لخت موضعی طوری رفتار می‌کند که گویی گرانش وجود ندارد. به‌عنوان مثال، معادله‌های ماکسول شکل آشنای (مربوط به نسبیت خاص) خود را در یک چارچوب لخت موضعی دارند. بنابراین ناظری که یک آزمایش محلی را در یک آسانسور در حال سقوط آزاد انجام می‌دهد، سرعت نور را c اندازه می‌گیرد.

اصل هم‌ارزی قوی این امکان را فراهم می‌سازد تا هر قانون فیزیکی را که به زبان هموردای نسبیت خاص بیان می‌شود به صورت کلیتری بیان کنیم که در حضور گرانش خواهد داشت. قانون معمولاً برحسب بردارها، تانسورها، یا اسپینورها در فضازمان مینکوفسکی نسبیت خاص بیان می‌شود. تنها کاری که باید انجام دهیم نوشتن آن به صورت شناخته‌شده (نسبیت خاص) آنها در چارچوب لخت موضعی است. بنابراین در فضازمان تخت نسبیت خاص، میدان الکترومغناطیسی ماکسول F^{ik} با بردار جریان j^k با رابطه زیر مربوط می‌شود

$$F_{,i}^{ik} = 4\pi j^k. \quad (۶۶.۲)$$

در فضا زمان خمیده مشتق هموردا جایگزین مشتق معمولی تانسور می‌شود:

$$F_{;i}^{ik} = 4\pi j^k. \quad (67.2)$$

توجه کنید که اثر گرانش از طریق جمله Γ_{kl}^i موجود در رابطه (67.2) وارد می‌شود. این تعمیم (66.2) به (67.2) را جفت‌شدگی کمینال میدان با گرانش می‌نامند، زیرا ساده‌ترین شکل ممکن است.

بنابراین برای بیان اینکه برهم‌کنشها در حضور گرانش چه رفتاری دارند، هموردایی تحت تبدیل مختصات کلی را معیاری در نظر می‌گیریم که باید معادله‌ها داشته باشند. از مثال میدان الکترومغناطیسی بلافاصله معلوم می‌شود که پرتو نور یک ژئودزیک صفر را توصیف می‌کند. به همین ترتیب اکنون می‌توانیم جسم متحرکی را در نظر بگیریم که برهم‌کنش دیگری بجز گرانش بر آن اثر نمی‌کند—مثلاً کاهه‌ای که در میدان گرانشی زمین در حرکت است. در نبود گرانی، این جسم با سرعت یکنواخت در خط راست حرکت خواهد کرد؛ یعنی با معادله حرکت زیر

$$\frac{du^i}{ds} = 0, \quad u^i = \text{سرعت}. \quad (68.2)$$

در حضور گرانی، (68.2) به معادله ژئودزیک (62.2) تغییر می‌کند. این بخش را با مثال دیگری به پایان می‌بریم که سرنخی دربارهٔ اینکه چگونه اثرهای گرانشی در هندسه فضا زمان طبق نسبیت عام ظاهر می‌شوند در اختیارمان می‌گذارد. فضا زمان مینکوفسکی با جزء خط استاندارد را در نظر بگیرید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (69.2)$$

اگر تبدیل مختصات را برای g ثابت انجام دهیم،

$$x = \frac{c^2}{g} \left[\cosh\left(\frac{gt'}{c}\right) - 1 \right] + x' \cosh\left(\frac{gt'}{c}\right)$$

$$y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{c}{g} \sinh\left(\frac{gt'}{c}\right) + \frac{x'}{c} \sinh\left(\frac{gt'}{c}\right). \quad (70.2)$$

این به جزء خط زیر می‌انجامد

$$ds^2 = \left(1 + \frac{gx'}{c^2}\right)^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2. \quad (71.2)$$

از (۷۱.۲) چه تعبیری می‌توان کرد؟ مبدأ دستگاه (x', y', z') جهانخطی دارد که شکل پارامتری آن در مختصات قدیم از رابطه زیر به دست می‌آید

$$x = \frac{c^2}{g} \left[\cosh \left(\frac{gt'}{c} \right) - 1 \right], \quad y = 0, \quad z = 0, \quad t = \frac{c}{g} \sinh \left(\frac{gt'}{c} \right). \quad (72.2)$$

با بهره‌گیری از سینماتیک نسبیت خاص، به آسانی می‌بینیم که (۷۲.۲) حرکت نقطه‌ای را بیان می‌کند که دارای شتاب ثابت g در جهت x است، نقطه‌ای که برای یک لحظه در مبدأ (z, y, z) در $t = 0$ ساکن است. می‌توان جزء خط (۷۱.۲) و دستگاه مختصات جدید را فضازمانی در چارچوب سکون ناظری با شتاب یکنواخت در نظر گرفت.

محاسبه مستقیم نشان می‌دهد که تمام Γ_{kl}^i های (۷۱.۲) در $x' = 0, y' = 0, z' = 0$ صفر نیستند. بنابراین چارچوب نالخت است. در حوالی مبدأ، مؤلفه متریک به صورت زیر است

$$g_{00} \approx 1 + \frac{2gx'}{c^2} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}. \quad (73.2)$$

ϕ پتانسیل گرانشی نیوتونی برای میدان گرانشی یکنواخت شتاب $-g$ را به واسطه گرانی به وجود می‌آورد. در اینجا موردی برخلاف آسانسور در حال سقوط را داریم: به نظر می‌رسد که با گزینش ناظری با شتاب مناسب یک میدان شبه‌گرانشی تولید کرده‌ایم. از «پیشوند» شبه بدین سبب استفاده کرده‌ایم که میدان گرانشی حقیقی نیست — بلکه توهمی ناشی از گزینش مختصات است. تانسور ریمان صفر است. با وجود این، رابطه (۷۳.۲)، چنانکه در بخش ۹.۲ خواهیم دید، بر میدان گرانشی واقعی نیز دلالت می‌کند.

مثال

ذره‌ای را در نظر بگیرید که در مبدأ $x = 0, y = 0, z = 0$ در چارچوب آشکارا مینکوفسکی (۶۹.۲) در حال سکون نگه‌داشته شده است. مسیر چارچوب با شتاب یکنواخت (۷۱.۲) چیست؟ با قرار دادن $x = 0$ در معادله (۷۰.۲)، به دست می‌آوریم

$$x' = \frac{c^2}{g} \left[\operatorname{sech} \left(\frac{gt'}{c} \right) - 1 \right]$$

که برای t' کوچک، یعنی برای $c/g \ll t'$ ، تقریباً به صورت زیر درمی‌آید

$$x' = -\frac{1}{2}gt'^2.$$

بنابراین، برای ناظر ساکن در چارچوب شتابدار، به نظر می‌رسد که ذره در جهت منفی x' در «سقوط آزاد» است: ناظر این را به حساب گرانی در آن جهت می‌گذارد.

۸.۲ اصل کنش و تانسورهای انرژی

قبل از بررسی کامل نسبیت، بگذارید ببینیم چگونه می‌توان قانونهای فیزیک را با استفاده از اصل هم‌ارزی قوی به زبان هموردای فضا-زمان ریمانی نوشت. مثال آشنای ذرات برهم‌کنش‌کننده با میدان الکترومغناطیسی را در نظر می‌گیریم. قانونهای فیزیک را می‌توان از اصل کنش به دست آورد. ابتدا کنش را در فضا-زمان مینکوفسکی می‌نویسیم

$$A = - \sum_a cm_a \int ds_a - \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F^{ik} d^4x - \sum_a \frac{e_a}{c} \int A_i da^i. \quad (74.2)$$

که در آن A_i مؤلفه‌های ۴-پتانسیل هستند، که با رابطه‌ی زیر به تانسور میدان F_{ik} مربوط می‌شوند

$$A_{k,i} - A_{i,k} = F_{ik} \quad (75.2)$$

که e_a و m_a بار و جرم سکون ذره a است، که مختصات آن a^i و ویژه زمان s_a است با

$$ds_a^2 = \eta_{ik} da^i da^k. \quad (76.2)$$

چگونه می‌توان (۷۴.۲) را به فضا-زمان ریمانی تعمیم داد؟ ابتدا، متوجه می‌شویم که η_{ik}

(۷۶.۲) جایگزین شده است. سپس، با شروع از بردار هموردای A_i ، با تعمیم هموردای

(۷۵.۲) F_{ik} را تولید می‌کنیم:

$$A_{k;i} - A_{i;k} = F_{ik}. \quad (77.2)$$

اما، چون عبارت (۷۷.۲) بر حسب (i, k) پادمتقارن است، جمله‌های اضافی شامل نمادهای کریستوفل صفر می‌شوند و مجدداً به (۷۵.۲) برمی‌گردیم! انتگرال حجمی (۷۴.۲) به صورت زیر درمی‌آید

$$\int F_{ik} F^{ik} \sqrt{-g} d^4x. \quad (78.2)$$

عامل اضافی $\sqrt{-g}$ بدین دلیل وارد شده است که ترکیب زیررفتاری زده‌ای دارد.

$$\sqrt{-g} dx^1 dx^2 dx^3 dx^0 = \frac{1}{24} e_{ijkl} dx^i dx^j dx^k dx^l \quad (79.2)$$

بنابراین شکل کلی (74.2) به صورت زیر است:

$$A = - \sum_a c m_a \int ds_a - \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F^{ik} \sqrt{-g} d^4x - \sum \frac{e_a}{c} \int A_i da^i \quad (80.2)$$

تغییرات جهانخط ذره a معادله حرکت آن را به دست می‌دهد

$$\frac{d^2 a^i}{ds_a^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{da^k}{ds_a} \frac{da^l}{ds_a} = \frac{e_a}{m_a} F_l^i \frac{da^l}{ds_a} \quad (81.2)$$

درحالی‌که تغییرات A_i معادله‌های میدان (67.2) را می‌دهد.

اما گذار از (74.2) به (80.2)، علاوه بر جهانخطهای ذره و پتانسیل برداری، ویژگی مستقل دیگری را وارد کنش می‌کند. این ویژگی جدید هندسه فضا-زمان است که با تانسور متریک g_{ik} مشخص می‌شود. اگر بخواهیم که g_{ik} متغیرهای دینامیکی و A برای تغییرات کوچک به صورت

$$g_{ik} \rightarrow g_{ik} + \delta g_{ik} \quad (82.2)$$

باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا انتظار داریم که از اصل کنش تعمیم‌یافته هندسه فضا-زمان را به دست آوریم؟ بگذارید بررسی کنیم.

نگاهی بر کنش (80.2) نشان می‌دهد که، اگر جهانخطها و A_i را در فضا-زمان ثابت نگه داریم، جمله آخر آن سهمی در تبدیل (82.2) ندارد. اما، دو جمله اول در آن سهمی‌اند. بگذارید آنها را به ترتیب در نظر بگیریم. ابتدا متوجه می‌شویم که

$$\delta(ds_a^2) = \delta g_{ik} da^i da^k$$

یعنی،

$$\delta(ds_a) = \frac{1}{2} \delta g_{ik} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a.$$

بنابراین،

$$\delta \sum_a c m_a \int ds_a = \frac{1}{2} \sum_a c \int m_a \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \delta g_{ik}. \quad (83.2)$$

بگذارید ابتدا این تغییر را در ۴-حجم \mathcal{V} در حوالی نقطه P در نظر بگیریم. اگر یک دستگاه مختصات لخت موضعی را در حوالی P در نظر بگیریم، می‌توانیم عبارت بالا را به صورت شناخته‌شده‌تری بیان کنیم. بگذارید ابتدا

$$p_{(a)}^i = cm_a \frac{da^i}{ds_a}$$

را ۴-تکانه ذره a در نظر بگیریم. در این صورت $cp_{(a)}^0 = E_a$ انرژی ذره است، و به دست می‌آوریم

$$\frac{1}{2} cm_a \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a = \frac{c^2}{2E_a} p_{(a)}^i p_{(a)}^k dt_a = \frac{c}{2E_a} p_{(a)}^i p_{(a)}^k dx_a^0.$$

شکل ۱۲.۲ حجم \mathcal{V} را در ناحیه هاشورزده در حوالی P نشان می‌دهد، t مختصه زمان محلی و x^μ ($\mu = 1, 2, 3$) مختصات قائم محلی است. عبارت (۸۳.۲) را می‌توان انتگرال حجمی روی حجم \mathcal{V} به صورت زیر در نظر گرفت

$$\delta \sum_a cm_a \int ds_a = \frac{1}{2c} \int_{\mathcal{V}} \delta g_{ik} T_{(m)}^{ik} d^4x \quad (84.2)$$

که $T_{(m)}^{ik}$ مجموع عبارتهای

$$\frac{c^2}{E_a} p_{(a)}^i p_{(a)}^k$$

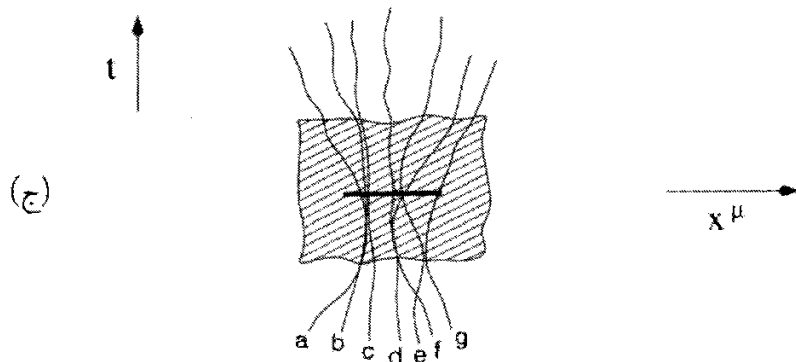
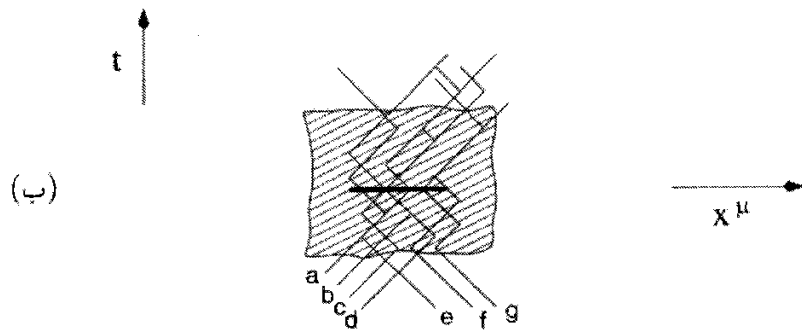
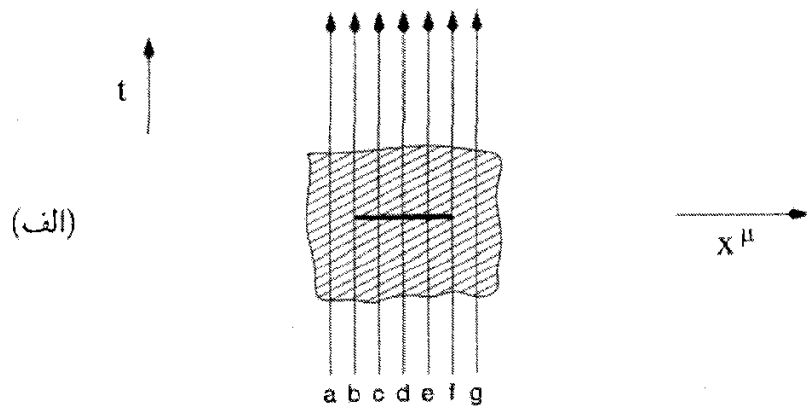
برای هر ذره a است که از واحد حجم ناحیه هاشوردار در حوالی P می‌گذرد. اکنون این جمع‌بندی را تفسیر می‌کنیم.

۱.۸.۲ تانسور انرژی ماده

این عبارت T_{ik} چیزی جز عبارت معمولی تانسور انرژی ماده نیست (که تانسور انرژی تکانه یا تانسور تنش انرژی نیز نامیده می‌شود). چون اغلب به این تانسور نیاز داریم، آن را برای سه نوع مختلف ماده به دست می‌آوریم.

گرد و غبار

این ساده‌ترین مورد است، که در آن همه جهانخطهایی که از ناحیه هاشوردار شکل ۱۲.۲ (الف) می‌گذرند کم و بیش موازی هستند، و نشان می‌دهد که ذرات ماده بدون هیچ حرکت نسبی در حوالی P در حرکت‌اند. اگر ۴-سرعت نوعی را به صورت u^i بنویسیم و از تبدیل لورنتس برای



شکل ۱۲.۲ سه مورد از حرکت ذره در ناحیه لخت موضعی \mathcal{V} در حوالی یک نقطه P از فضا-زمان. خطهای پر روی محورهای x^μ در هر مورد یک واحد ۳-حجم را نشان می‌دهند. همه ذرات a, b, c, d, \dots که از این حجم می‌گذرند در محاسبه T^{ik} به حساب می‌آیند. (الف) جهانخطهای ذره a, b, c, \dots تقریباً موازی‌اند. این تقریب گرد و غبار است. (ب) ذرات به صورت کاتوره‌ای با سرعت نزدیک به سرعت نور در حرکت‌اند و بر اثر برخورد تغییر جهت می‌دهند. این یک مورد نسبیتی است. (ج) موقعیت میانی که در آن ذرات برخورد می‌کنند، تغییر جهت می‌دهند، و تولید فشار می‌کنند، اما حرکت‌های آنها نانسبیتی است. این مورد یک شاره است.

$u^i = (1, 0, 0, 0)$ (یعنی، انتقال به چارچوب سکون گرد و غبار) استفاده کنیم، آنگاه تنها مؤلفه ناصفر تانسور انرژی عبارت است از

$$T^{00} = \sum_a m_a c^2 = \rho_0 c^2$$

که جمع‌زنی روی واحد حجم در حوالی P صورت می‌گیرد. در اینجا ρ_0 چگالی جرم سکون گردوغبار است. در هر چارچوب لورنتس دیگر داریم

$$T_{(m)}^{ik} = \rho_0 c^2 u^i u^k. \quad (۸۵.۲)$$

عبارتی که به راحتی به هر دستگاه مختصات (نالورنتسی) دیگر تعمیم می‌یابد.

ذرات نسبیتی

این وضعیت نشانگر حالت حدی مخالف مورد قبل است. در اینجا با ذرات به شدت نسبیتی سروکار داریم که به صورت کاتوره‌ای در \mathcal{V} (شکل ۱۲.۲ (ب)) حرکت می‌کنند. ۴-تکانه یک ذره نوعی را به صورت زیر تقریب می‌زنیم

$$p^i = \left(\frac{E}{c}, P \right), \quad E^2 = c^2 |\mathbf{P}|^2 + m^2 c^4 \approx c^2 P^2, \quad P = |\mathbf{P}|.$$

با بهره‌گیری از این موضوع که حرکت ذرات کاتوره‌ای است، درمی‌یابیم که تانسور انرژی دارای مؤلفه‌های فشار نیز هست:

$$\begin{aligned} T^{00} &= \sum E = \varepsilon, \\ T^{11} &= T^{22} = T^{33} = \sum \frac{P^2 c^2}{3E}. \end{aligned} \quad (۸۶.۲)$$

عامل $\frac{1}{3}$ ناشی از کاتوره‌ای‌سازی در همه جهتهاست. اینها تنها مؤلفه‌های ناصفر فشار هستند. ε چگالی انرژی است. بنابراین، برای ذرات کاملاً نسبیتی به دست می‌آوریم

$$T_{(m)}^{ik} = \text{diag}(\varepsilon, \frac{1}{3}\varepsilon, \frac{1}{3}\varepsilon, \frac{1}{3}\varepsilon). \quad (۸۷.۲)$$

این شکل را می‌توان برای نوترینوها و فوتونهایی که به صورت کاتوره‌ای در حرکت‌اند نیز به کار برد.

شماره

این وضعیت در شکل ۱۲.۲ (ج) نشان داده شده است و متشکل از ذراتی با حرکت‌های کوچک (نانبیتی) کاتوره‌ای است. اگر چارچوبی را برگزینیم که در آن کل شماره در چارچوب مرجع ساکن است، می‌توانیم مؤلفه‌های $T_{(m)}^{ik}$ را به صورت زیر ارزیابی کنیم. اگر یک ذره نوعی دارای بردار تکانه‌ای به صورت زیر باشد

$$p^0 = \frac{mc}{1 - v^2/c^2}, \quad p^\mu = \frac{mv}{1 - v^2/c^2} \quad (\mu = 1, 2, 3) \quad (۸۸.۲)$$

داریم

$$T^{00} = \sum mc^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \cong \sum mc^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) = \rho c^2,$$

$$T^{11} = T^{22} = T^{33} = \frac{1}{3} \sum mv^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \cong p. \quad (۸۹.۲)$$

که در آن p و ρ چگالی و فشار شماره است. در چارچوب مرجعی که در آن شماره به طور کلی دارای سرعت u^i است، تانسور انرژی به صورت زیر درمی‌آید

$$T_{(m)}^{ik} = (p + \rho c^2) u^i u^k - p \eta^{ik}. \quad (۹۰.۲)$$

بدیهی است که شکل عموماً هموردای (۹۰.۲) به صورت زیر است

$$T_{(m)}^{ik} = (p + \rho c^2) u^i u^k - p g^{ik}. \quad (۹۱.۲)$$

توجه کنید که ρ صرفاً چگالی جرم سکون نیست، بلکه همان‌طور که در (۸۹.۲) دیده می‌شود، شامل چگالی انرژی داخلی نیز هست.

می‌توان با در نظر گرفتن دستگاه مختصات لخت موضعی در P محدودیت را کم کرد. در این صورت شکلی کلی (۸۴.۲) به صورت زیر است

$$\delta \sum_a c m_a \int ds_a = \frac{1}{c} \int T_{(m)}^{ik} = \sqrt{-g} g_{ik} d^4 x. \quad (۹۲.۲)$$

۲.۸.۲ تانسور انرژی میدان الکترومغناطیسی

اکنون تغییر جمله دوم (۷۴.۲) را در نظر می‌گیریم. اگر A_i را ثابت نگه‌داریم، F_{ik} ، که از (۷۷.۲) یا (۷۵.۲) به دست می‌آید، بر اثر تغییر g_{ik} بدون تغییر می‌ماند. بنابراین

$$\delta(F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}) = F_{ik}F_{lm}\delta(g^{il}g^{km}\sqrt{-g}).$$

از (۲۵.۲) به دست می‌آوریم

$$\delta g^{ik}g_{kl} = -g^{ik}\delta g_{kl}$$

یعنی،

$$\delta g^{ik} = -g^{im}g^{kn}\delta g_{mn}. \quad (۹۳.۲)$$

همین‌طور، از (۴۱.۲) داریم

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{4}g^{ik}\sqrt{-g}\delta g_{ik}. \quad (۹۴.۲)$$

با قرار دادن این عبارتها در تغییرات جمله دوم کنش به دست می‌آوریم

$$\delta\frac{1}{16\pi c}\int_{\mathcal{V}}F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}d^4x = \frac{1}{2c}\int_{\mathcal{V}}T_{(em)}^{ik}\sqrt{-g}\delta g_{ik}d^4x \quad (۹۵.۲)$$

که تانسور انرژی الکترومغناطیسی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$T_{(m)}^{ik} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn}g^{ik} - F_l^iF^{lk}\right). \quad (۹۶.۲)$$

از این دو مثال معلوم است که رابطه تانسور انرژی هر جمله کنش به صورت Λ با تغییرات Λ

به شکل زیر است

$$\delta\Lambda = \frac{1}{2c}\int T_{(\Lambda)}^{ik}\sqrt{-g}\delta g_{ik}d^4x. \quad (۹۷.۲)$$

در نظریه‌هایی که فقط در فضای مینکوفسکی تعریف شده‌اند، شکل تانسورهای انرژی تا اندازه‌ای موردی است. آنها به صورت صریح وارد هیچ معادله میدان دینامیکی نمی‌شوند. این تانسورها فقط از طریق دیورژانسهای خود ظاهر می‌شوند، و پایستگی انرژی و تکانه از رابطه زیر به دست می‌آید

$$T_{,k}^{ik} = 0. \quad (۹۸.۲)$$

در چارچوب فضا-زمان خمیده‌ما، T^{ik} از طریق تغییرات g_{ik} تعریفی طبیعی پیدا می‌کند. این تغییرات تانسور متریک بود که باعث شد هیلبرت معادله‌های میدان نسبیت عام را، اندکی پس از اینکه اینشتین آنها را با توجه به ملاحظات رهگشا پیشنهاد کرد، به دست آورد. اکنون به این موضوع می‌پردازیم.

۹.۲ معادله‌های گرانشی

در بخش قبل نشان دادیم که تغییرات A کنش نسبت به g_{il} به تانسور انرژی برهم‌کنشهای مختلف می‌انجامد. اما هنوز معادله‌های دینامیکی را در اختیار نداریم که چگونگی تعیین g_{ik} برحسب توزیع ماده و انرژی را نشان دهد. به نظر اینشتین تانسورهای انرژی باید به صورت «چشمه‌های» گرانی عمل می‌کردند. با دنبال کردن روند کلی فیزیک قرن نوزدهم، به ویژه معادله‌های ماکسول، اینشتین در پی رابطه‌ای بود که برای g_{ik} به عنوان معادله موج عمل کند و T_{ik} چشمه آن باشد. بلافاصله معلوم می‌شود که معادله موج استاندارد به صورت هموردای زیر

$$g^{mn} g_{ik;mn} = \kappa T_{ik}, \quad (۹۹.۲)$$

که در آن κ یک مقدار ثابت باشد، مناسب نیست، زیرا طرف چپ آن به طور همانندی صفر می‌شود. آیا تانسور رتبه دوم با اندیسه‌های متقارن (مانند T_{ik}) وجود دارد که شامل مشتق دوم g_{ik} باشد؟ بدیهی است که اگر این تانسور بخواهد جنبه‌های خاص خمیدگی فضا-زمان را نمایان سازد، باید با تانسور ریمان مرتبط باشد. اینشتین سرانجام، پس از آزمون و خطا به تانسور G_{ik} در رابطه (۵۴.۲) رسید. معادله‌های میدان نسبیت عام، که در سال ۱۹۱۵ چاپ شدند، به صورت زیر بودند

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \equiv G_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad (۱۰۰.۲)$$

این معادله‌ها دارای این امتیاز اضافی هستند که با توجه به اتحادهای بیانکی در (۵۶.۲) باید

داشته باشیم

$$T^{ik}_{;k} \equiv 0. \quad (۱۰۱.۲)$$

یعنی قانون پایستگی انرژی و تکانه به طور طبیعی از (۱۰۰.۲) به دست می‌آید.

اگرچه ده معادله اینشتین برای ده مجهول g_{ik} وجود دارد، اما شرط دیورژانس (۱۰۱.۲) تعداد معادله‌های مستقل را به ۶ تقلیل می‌دهد. این نامعین بودن مسئله ناشی از هموردایی کلی نظریه است: اگر g_{ik} یک جواب باشد، هر تبدیل تانسور g_{ik} که از تبدیل مختصات به دست آید نیز یک جواب است.

رابطه (۱۰۱.۲) برای هر T^{ik} که از اصل کنش با تغییر g_{ik} به دست آمده باشد (تمرین ۳۳) حاصل می‌شود. بنابراین بجاست که بپرسیم آیا تانسور اینشتین را می‌توان از اصل کنش به دست آورد. این مسئله را هیلبرت پس از مطرح کردن معادله‌های گرانش اینشتین حل کرد. مسئله هیلبرت

را می‌توان به صورت زیر مطرح کرد. تغییر جمله زیر را در نظر بگیرید

$$\int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}d^4x$$

برای $g^{ik} \rightarrow g^{ik} + \delta g^{ik}$ با قید اینکه δg^{ik} و δg^i_i در مرز \mathcal{V} صفر شوند. می‌توان نشان داد (تمرین ۳۴ و ۳۵) که

$$\begin{aligned} \delta \int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}d^4x &= \int_{\mathcal{V}} \delta g^{ik} (R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R)\sqrt{-g}d^4x \\ &= - \int_{\mathcal{V}} \delta g_{ik} (R^{ik} - \frac{1}{4}g^{ik}R)\sqrt{-g}d^4x. \end{aligned} \quad (102.2)$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که معادله‌های اینشتین را، در صورت افزودن جمله زیر به A ، می‌توان از اصل کنش به دست آورد

$$A_{\text{گرانشی}} = \frac{1}{2\kappa c} \int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}d^4x. \quad (103.2)$$

به علاوه، اگر به کمیت نرده‌ای R مقداری ثابت (مثلاً، 2λ) را بیفزاییم که یک نرده‌ای بدیهی است، یک سری معادله‌های میدان اصلاح شده به دست می‌آوریم:

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik}. \quad (104.2)$$

می‌توان این معادله‌ها را نشانگر تغییر کنش در ناحیه فضا-زمان حجم معین در نظر گرفت، که در آن λ نقش لاگرانژی ضریب نامعین را دارد. این معادله‌ها را فقط هنگامی در نظر می‌گیریم که درباره کیهان‌شناسی بحث می‌کنیم، زیرا جمله اضافی (جمله λ) دارای اهمیت کیهان‌شناختی است. فعلاً به رابطه (۱۰۰.۲) بازمی‌گردیم و رابطه κ را با ثابتهای شناخته شده فیزیکی به دست می‌آوریم.

۱.۹.۲ تقریب نیوتونی

اکنون به مسئله اساسی اندازه κ و رابطه میان نسبیت عام و گرانش نیوتونی می‌پردازیم. اولین نشانه ارتباط میان گرانش نیوتونی و نظریه فعلی را رابطه (۷۳.۲) به دست داد و دیدیم که g_{00} تفاوت چندانی با واحد ندارد، پس اختلاف $(g_{00} - 1)$ با پتانسیل گرانشی نیوتونی متناسب است. اکنون می‌خواهیم این رابطه را فرمولبندی و در نتیجه κ را تعیین کنیم. نشان می‌دهیم که در آنچه به

اصطلاح حرکت آهسته + تقریب میدان ضعیف خوانده می‌شود، نسبت عام به گرانش نیوتونی تحویل می‌یابد.

این تقریب را فرضهای زیر مشخص می‌کند:

۱. حرکت ذرات نانسبیتی است: $v \ll c$. در این صورت به مکانیک نیوتونی برمی‌گردیم.
۲. میدانهای گرانشی ضعیف‌اند به طوری که

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik}, \quad |h_{ik}| \ll 1. \quad (105.2)$$

این نامساوی نشان می‌دهد که می‌توان توانهای بزرگتر از ۲ $|h_{ik}|$ را در اصل کنش و بزرگتر از ۱ را در معادله‌های میدان نادیده گرفت.

۳. میدانهای گرانشی با زمان به کندی تغییر می‌کنند. این بدان معنی است که می‌توان از مشتقهای زمانی در مقابل مشتقهای فضایی چشمپوشی کرد.

اکنون ببینیم که کنش با این تقریبات چگونه ساده می‌شود. ابتدا توجه کنید که $x^0 = ct$

$$ds^2 = (\eta_{ik} + h_{ik}) dx^i dx^k \approx (1 + h_{00}) c^2 dt^2 - v^2 dt^2 \quad (106.2)$$

یعنی،

$$ds \approx \left(\sqrt{1 + h_{00} - \frac{v^2}{c^2}} \right) c dt \approx \left(1 + \frac{1}{2} h_{00} - \frac{v^2}{2c^2} \right) c dt. \quad (107.2)$$

سپس جمله‌هایی را در نظر می‌گیریم که در آنها خمیدگی نرده‌ای دخیل است. عبارت خطی شده برای تانسور ریمانی (نگاه کنید به (۴۸.۲)) عبارت است از

$$R_{iklm} \approx \frac{1}{2} (h_{kl,im} + h_{im,kl} - h_{km,il} - h_{il,km}). \quad (108.2)$$

مقدارهای نظیر R را نیز می‌توان محاسبه کرد. با این همه، در نظر گرفتن اصل کنش به جای معادله‌های میدان در این تقریب نیاز به دقت دارد، زیرا انتظار داریم عبارتهای درجه دوم در h_{ik} در جمله‌های هندسی (۱۰۳.۲) ظاهر شوند.

بخش سوم رابطه بالا مشتقهای زمانی را به کلی حذف می‌کند. به علاوه، نسبتهای جابه‌جاییهای فضا و زمان $\partial x^\mu / \delta x^0 = v^\mu / c$ است، که v^μ سرعتهای نوعی نیوتونی هستند. بنابراین h_{00} از

هر h_{ik} دیگر لااقل با ضریب c/v مهمتر است. بنابراین، همه h_{ik} های دیگر را در مقایسه با h_{00} نادیده می‌گیریم. بنابراین به دست می‌آوریم

$$g^{00} \approx 1 - h_{00} \quad (109.2)$$

$$\sqrt{-g} \approx 1 + \frac{1}{2} h_{00} \quad (110.2)$$

و

$$R\sqrt{-g} \approx - \left(1 - \frac{1}{2} h_{00} \right) \nabla^2 h_{00}. \quad (111.2)$$

با بهره‌گیری از این رابطه‌ها سرانجام کنش تقریبی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \approx & -\frac{1}{2\kappa} \iint \left(1 - \frac{1}{2} h_{00} \right) \nabla^2 h_{00} d^3 \mathbf{x} dt - \sum \frac{1}{2} mc^2 \int h_{00} dt \\ & + \sum \frac{1}{2} m \int v^2 dt + \text{const.} \end{aligned} \quad (112.2)$$

مقدار ثابت نشانگر جمله‌های مستقل از مسیر است که می‌توان در یک مسئله وردشی آنها را نادیده گرفت. در اینجا نشانه‌های a, b, \dots ذره را حذف کرده‌ایم و از ۳-بردار \mathbf{x} برای x^μ ($\mu = 1, 2, 3$) استفاده کرده‌ایم. می‌توانیم از قضیه گرین بهره بگیریم و از جمله‌های مربوط به سطح چشم‌پوشیم. بنابراین در

$$\begin{aligned} \int_{\text{حجم-3}} \left(1 - \frac{1}{2} h_{00} \right) \nabla^2 h_{00} d^3 \mathbf{x} &= \int_{\text{سطح-2}} \left(1 - \frac{1}{2} h_{00} \right) \nabla h_{00} dS \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\text{حجم-3}} (\nabla h_{00})^2 d^3 \mathbf{x}. \end{aligned}$$

جمله مربوط به سطح را نادیده می‌گیریم. بنابراین

$$\mathcal{A} \approx -\frac{1}{2\kappa} \iint (\nabla h_{00})^2 d^3 \mathbf{x} dt - \sum \frac{1}{2} mc^2 \int h_{00} dt + \sum \frac{1}{2} m \int v^2 dt \quad (113.2)$$

اکنون این را با کنش نیوتونی مقایسه کنید

$$\mathcal{A}_N \approx -\frac{1}{4\pi G} \iint (\nabla \phi)^2 d^3 \mathbf{x} dt - \sum m \int \phi dt + \sum \frac{1}{2} m \int v^2 dt \quad (114.2)$$

که ϕ پتانسیل گرانشی است. بدیهی است که (۱۱۳.۲) به صورت (۱۱۴.۲) درمی آید اگر بگذاریم

$$\phi = \frac{1}{4} c^2 h_{00}, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}. \quad (115.2)$$

بنابراین طرح ما برای ارزیابی κ و ارتباط با چارچوب گرانش نیوتونی کامل شده است. فرضهای ۱ تا ۳ بالا را تقریب نیوتونی می نامند. این تقریب به نظریه گرانش خطی نیوتون می انجامد که کاربردهای زیادی در گستره پدیده های متنوعی از جزر و مد اقیانوسهای زمین یا حرکت سیاره های منظومه شمسی و حرکت ستارگان و کهکشانها در خوشه های کهکشانی دارد. اگر این سه شرط برقرار باشد، نسبیت عام چیز جدیدی اضافه نمی کند. اگر فرضهای ۱ و ۳ را کنار بگذاریم اما فرض ۲ را نگه داریم در حوزه نظریه میدان ضعیف تابش گرانشی هستیم. زیرا، در حد میدان ضعیف مشاهده می کنیم که اثرهای خمیدگی فضا زمان به صورت امواجی با سرعت نور منتشر می شود. اگر این کتاب درسی در درجه اول به نسبیت عام اختصاص داشت، درباره این پدیده جالب بحث می کردیم. چند ویژگی تابش گرانشی در تمرینهای ۳۷ تا ۴۰ آمده است. اما، برای رسیدن به کلیه اثرهای نسبیت عام، باید همه این فرضها را کنار بگذاریم و با معادله های غیرخطی (۱۰۰.۲) به کلیترین صورت برخورد کنیم. این کار طبعاً مشکل است و با گذشت بیش از شش دهه از ارائه این نظریه فقط تعداد کمی راه حل های دقیق با ارتباط فیزیکی سراسر وجود دارد. این فصل را با بحث درباره اولین، ساده ترین، و مهمترین این راه حلها به پایان می بریم.

۱۰.۲ حل شوارتس شیلد

اندکی پس از اینکه اینستین معادله های نسبیت عام خود را منتشر کرد، کارل شوارتس شیلد^۱ (شکل ۱۳.۲) آنها را حل کرد تا هندسه فضا زمان را در خارج از یک توزیع کروی ماده به جرم M به دست آورد. مسئله متناظر در گرانش نیوتونی جواب پتانسیل گرانشی را به صورت زیر می دهد

$$\phi = -\frac{GM}{r}, \quad (116.2)$$

که r فاصله از مرکز توزیع کروی است.

در فاصله های زیاد از مرکز، انتظار داریم که میدان گرانشی ضعیف باشد. بنابراین با تقریب

نیوتونی انتظار داریم که

$$g_{00} \sim 1 - \frac{2GM}{c^2 r}. \quad (117.2)$$

1. Karl Schwarzschild



شکل ۱۳.۲ کارل شوارتس شیلد (۱۹۱۶-۱۸۷۳).

اکنون نشان می‌دهیم که چگونه حل شوارتس شیلد به دست می‌آید و چطور این حل دقیق شکل بالا را به خود می‌گیرد.

مسئله را می‌توان با بهره‌گیری از بحث‌های تقارن حل کرد. اگر فضا زمان در بیرون این توزیع کروی تهی باشد، هندسه آن در حوالی مرکز O ی این توزیع باید متقارن باشد. بنابراین، کار را از کلیترین شکل جزء خطی آغاز می‌کنیم که این شرط تقارن کروی را برآورده سازد. می‌توان نشان داد که کلیترین شکل این جزء خط به صورت زیر است

$$ds^2 = e^{\nu} c^2 dt^2 - e^{\lambda} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (118.2)$$

که ν و λ تابعهایی از r و t هستند. اگر $\nu = \lambda = 0$ باشد جزء خط مینکوفسکی را در مختصات فضایی قطبی کروی به دست می‌آوریم. بنابراین، توابع ν و λ حاوی اثرات ناقلیدسی هستند. اگرچه در این مورد دیگر r معیاری از فاصله شعاعی از O نیست، اما هنوز این معنی را

دارد که سطح کروی با شعاع (ثابت) $r = r_0$ دارای مساحت $4\pi r_0^2$ است. استدلالهای منجر به معادله (۱۱۸.۲) مربوط به نظریه گروه‌اند که ناوردایی فضا زمان را تحت دوران دور نقطه O ایجاب می‌کنند. روشهای مربوط به این استدلالها فراتر از حد این کتاب است. برای جزئیات آن به کتاب ایزنهارت^۱ که مشخصات آن در بخش مربوط به کتاب‌شناسی آمده است رجوع کنید. با معلوم بودن جزء خط (۱۱۸.۲)، گام بعدی محاسبه g^{ik} ، $\sqrt{-g}$ و Γ_{kl}^i است. سپس R_{kl} را محاسبه می‌کنیم، که با رابطه (۵۱.۲) داده شده است و می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$R_{kl} = -\frac{\partial \Gamma_{kl}^i}{\partial x^i} + \frac{\partial^2 (\ln \sqrt{-g})}{\partial x^k \partial x^l} + \Gamma_{kn}^m \Gamma_{lm}^n - \frac{\partial}{\partial x^n} (\ln \sqrt{-g}) \Gamma_{kl}^n. \quad (119.2)$$

چون فضای بیرون از این توزیع تهی است، پس $T_{kl} = 0$. بنابراین، انقباض معادله‌های میدان در (۱۰۰.۲) می‌دهد $R = 0$ ، و این معادله‌ها به صورت زیر درمی‌آیند

$$R_{ik} = 0. \quad (120.2)$$

با دستکاری مؤلفه‌های (۰۰) و (۱۱)، $(r = x^1)$ ، معادله‌های زیر را به دست می‌آوریم

$$e^{-\lambda} \left(\frac{\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = 0 \quad (121.2)$$

$$-e^{-\lambda} \left(\frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = 0. \quad (122.2)$$

و از آنها به دست می‌آوریم

$$\nu' + \lambda' = 0$$

یعنی،

$$\nu + \lambda = f(t)$$

در اینجا پریم به معنی مشتق‌گیری نسبت به r و یک نقطه در بالا به معنی مشتق‌گیری نسبت به t است. به هر حال، تابع دلخواه $f(t)$ را می‌توان برابر صفر قرار داد زیرا هنوز یک تبدیل دلخواه زمان به صورت زیر در اختیار داریم

$$t = g(\bar{t})$$

که ν را به صورت زیر تغییر می‌دهد

$$\bar{\nu} = \nu + 2 \ln \left(\frac{dg}{dt} \right)$$

و شکل جزء خط (۱۱۸.۲) را حفظ می‌کند. بنابراین بدون از دست رفتن کلیت می‌توان در نظر گرفت

$$\nu + \lambda = 0. \quad (123.2)$$

اما، از $R_{01} = 0$ هم داریم

$$\dot{\lambda} = 0. \quad (124.2)$$

بنابراین هر دو λ و $\nu (= -\lambda)$ فقط تابعی از r هستند. پس معادله‌های (۱۲۱.۲) و (۱۲۲.۲) جواب زیر را می‌دهند

$$e^\nu = e^{-\lambda} = 1 - \frac{A}{r}, \quad A = \text{const.}$$

اما، اگر جرم M جسم را بدانیم، می‌توانیم با بهره‌گیری از شرط (۱۱۷.۲) بگذاریم $A = 2GM/c^2$. بنابراین حل لازم را به صورت جزء خط زیر به دست می‌آوریم

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (125.2)$$

که آن را جزء خط شوارتس‌شیلد می‌نامند. معلوم می‌شود که به واسطه تقارنهای مسئله سایر معادله‌های میدان خودبه‌خود صادق هستند: فقط باید مؤلفه‌های (۱۱)، (۰۰)، و (۰۱) به جواب برسند. همین‌طور، جواب (۱۲۵.۲) آشکارا ایستا است. بنابراین، مجالی برای جواب دینامیکی که در آن تابش گرانشی دخیل باشد، حتی در صورت انبساط، انقباض، و نوسان چشمه کروی ما، وجود ندارد. این نتیجه جالب توجه به قضیه بیرکهوف^۱ معروف است. اکنون چند معنی ضمنی این جواب را در نظر می‌گیریم.

۱۱.۲ آزمونهای تجربی نسبیت عام

اغلب آزمونهای فعلی نسبیت عام بر مبنای حل شوارتس‌شیلد است، و هدف آنها اندازه‌گیری تفاوت‌های مختصر میان پیش‌بینی‌های گرانش نیوتونی و مقادیر مربوط به نسبیت عام است. این تفاوتها را در زیر بررسی می‌کنیم.

1. Birkhoff's theorem

اما، قبل از روبه‌رو شدن با وضعیت تجربی باید روشن کنیم که چگونه می‌توان معنایی را به اندازه‌گیریها در فضا-زمان، که اقلیدسی نیست، نسبت داد. قبلاً دیدیم که مختصات وضعیت مطلق ندارند و بنابراین تکیه کورکورانه بر آنها می‌تواند به نتیجه‌های ناصحیحی بینجامد. متریک شوارتس‌شیلد (۱۲۵.۲) را می‌توان برای نشان دادن مفهوم اندازه‌گیری به‌کار برد.

مثال

فرض کنید که ناظری در نقطه $r = \text{const.}$ ، $\theta = \text{const.}$ ، $\phi = \text{const.}$ قرار دارد. چگونه این ناظر می‌تواند زمان ساعت خود را به مختصه t مربوط سازد؟ از اصل هم‌ارزی می‌دانیم که چون $d\tau = ds/c$ ویژه زمان ناظر را در یک چارچوب لخت موضعی اندازه می‌گیرد، و یک کمیت نرده‌ای است، پس این کار را در همه چارچوبها انجام می‌دهد. برای ناظر ما، $d\theta = 0$ ، $dr = 0$ ، $d\phi = 0$ پس از (۱۲۵.۲) به‌دست می‌آوریم

$$d\tau = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{1/2} dt.$$

این جواب مطلوب را می‌دهد.

این آزمونهای تجربی اغلب به کاربرد جزء خط شوارتس‌شیلد در مورد اجسام واقع در منظومه شمسی مربوط می‌شود. با این همه، فراتر از مقایسه پیش‌بینی‌های نسبیتی با پیش‌بینی‌های نیوتونی نظیر آن، به سایر نظریه‌های گرانشی نیز علاقه‌مندیم. در بعضی از آنها (مانند نظریه برنزدیکی که در فصل ۸ بررسی می‌شود) مانند نسبیت از متریک فضا-زمان استفاده می‌کنند، ولی جزء خطهای متفاوت از جزء خطهای شوارتس‌شیلد به‌دست می‌آورند. می‌توان در حدود مربوط به میدان ضعیف و با مقایسه پیش‌بینی‌هایشان در آزمایشهای مختلف هم‌زمان به این موارد نگریست. با استفاده از یک سری پارامتر می‌توان مؤلفه‌های مختلف متریک را با رجوع به این آزمونها مشخص کرد. چون تقریب مورد نظر ما گامی فراتر از حد نیوتونی است، آن را تقریب پس‌انیوتونی پارامتری‌سازی شده یا صرفاً تقریب PPN می‌نامند. پارامترها را با $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta, \gamma, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$ می‌نامند. درباره جزئیات به‌دست آوردن این پارامتر در یک نظریه خاص بحث خواهیم کرد (نگاه کنید به مرور انجام‌شده توسط C. M. Will در انتهای فصل)، به استثنای مشخص کردن دوتای اول که مقدارشان در نسبیت عام برابر واحد است و به صراحت در آزمونهای تجربی این نظریه وجود دارند.

برای مشخص کردن β و γ ، جزء خط شوارتس‌شیلد را به‌صورت همسانگرد بیان می‌کنیم، که

در آن بخش فضایی متریک جزء اقلیدسی ضربدر تابعی فضایی است:

$$ds^2 = e^\mu c^2 dt^2 - e^\eta [dR^2 + R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (۱۲۶.۲)$$

که μ و η توابعی از مختصات شعاعی جدید R هستند. (نگاه کنید به تمرین ۴۲). با بسط آنها برحسب توانهای M/R ، به دست می‌آوریم

$$e^\mu = 1 - 2\frac{M}{R} + 2\beta \left(\frac{M}{R}\right)^2, \quad e^\eta = 1 + 2\gamma \frac{M}{R} \quad (۱۲۷.۲)$$

که، همان‌طور که قبلاً در مورد نسبیت عام گفتیم، هر دو β و γ برابر واحدند. در بعضی نظریه‌های دیگر ممکن است مقادیر متفاوتی را داشته باشیم. بعداً وضعیت کنونی مقادیر اندازه‌گیری شده این پارامترها را به اختصار بیان خواهیم کرد.

انتقال به سرخ‌گرانشی

یک جزء خط ایستا—یعنی، جزء خطی را که در آن g_{ik} تابع $x^0 \equiv ct$ نیست در نظر بگیرید. فرض کنید دو ناظر A و B با جهانخطهای زیر را داریم

$$x^\mu = \text{const.} = a^\mu, b^\mu \quad (۱۲۸.۲)$$

اگر Γ یک ژئودزیک صفر از A به B، با معادله‌های پارامتری زیر باشد

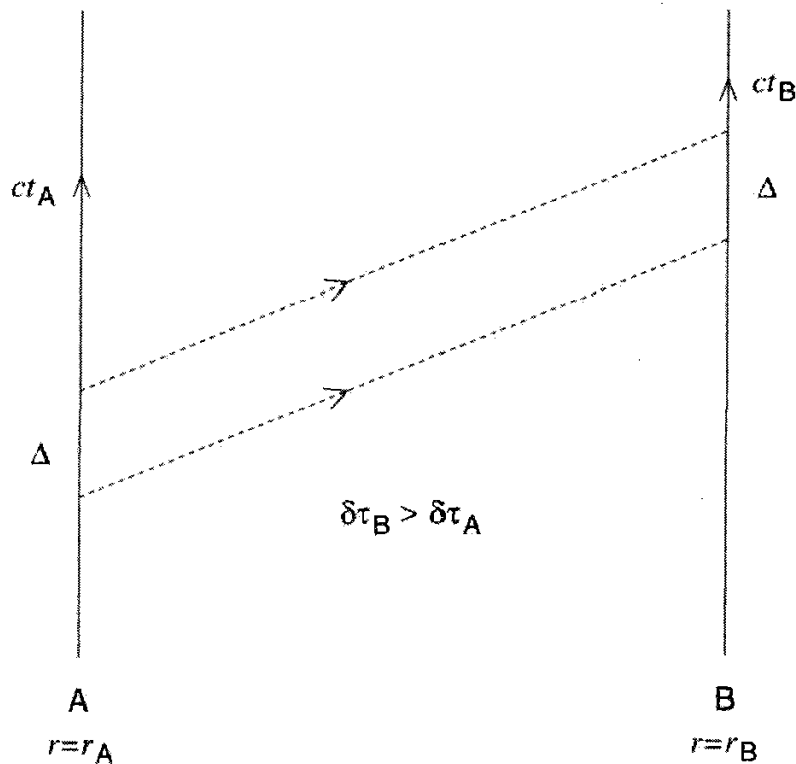
$$x^i = x^i(\lambda) \quad (۱۲۹.۲)$$

که در آن $x^\mu(1) = b^\mu$ ، $x^\mu(0) = a^\mu$ ، $x^0(1) = ct_B$ ، $x^0(0) = ct_A$. ژئودزیک ما به صورت فیزیکی متناظر با چیست؟

این ژئودزیک پرتو نوری را توصیف می‌کند که در t_A ناظر A را ترک می‌کند و در t_B به ناظر B می‌رسد. به واسطه سرشت ایستای جزء خط، باید یک جواب ژئودزیک صفر دیگر به صورت زیر داشته باشیم

$$\begin{aligned} x^\mu &= x^\mu(\lambda) & \mu &= 1, 2, 3 \\ x^0 &= x^0(\lambda) + \Delta, & \Delta &= \text{const.} \end{aligned} \quad (۱۳۰.۲)$$

این پرتو نوری را توصیف می‌کند که در زمان $t_A + \Delta/c$ ناظر A را ترک می‌کند و در زمان $t_B + \Delta/c$ به ناظر B می‌رسد. این نتیجه را در شکل ۱۴.۲ ملاحظه می‌کنید.



شکل ۱۴.۲ ویژه زمان ناظر مستقر در $r = \text{const.}$ در فضا زمان شوارتس شیلد نسبت به مختصه زمان کوتاهتر است. با کاهش r این اثر بیشتر مشهود است. شکل نشان می‌دهد که این اثر با مبادله سیگنالهای نوری بین دو ناظر (که با خطوط نقطه چین نشان داده شده است) آشکارشدنی است. با وجود اینکه ناظر A (نزدیک جرم) سیگنالها را در بازه ویژه زمانی $\delta\tau_A$ می‌فرستد، ناظر دور B آنها را در بازه $\delta\tau_B > \delta\tau_A$ دریافت می‌کند. اختلاف زمان بین سیگنالها در A و B به اندازه Δ یکسان می‌ماند.

حال، در چارچوب سکون A، Δ/c متناظر است با بازه ویژه زمان (اندازه‌گیری شده توسط

(A) زیر

$$\delta\tau_A = \frac{\Delta}{c} [g_{\infty}(a^\mu)]^{1/2}.$$

اگر n موج نور A را در این بازه زمان ترک کرده باشند، A بسامد این امواج را برابر مقدار زیر اندازه می‌گیرد

$$\nu_A = \frac{cn}{\Delta} [g_{\infty}(a^\mu)]^{-1/2}.$$

چون B همین تعداد موج را در بازه زمان متناظر دریافت می‌دارد، نسبت بسامدهایی را که A و B اندازه می‌گیرند به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\frac{\nu_B}{\nu_A} = \left(\frac{g_{\infty}(a^\mu)}{g_{\infty}(b^\mu)} \right)^{1/2}. \quad (131.2)$$

این نسبت طول موجهای λ_B و λ_A نیز هست که A و B به ترتیب اندازه می‌گیرند. اگر در حل شوارتس شیلد A ناظری در سطح یک ستاره مثلاً در $r = r_s$ باشد، و B ناظری دوردست با $r \gg 2GM/c^2$ به دست می‌آوریم

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} \approx \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r_s}\right)^{-1/2}. \quad (132.2)$$

بنابراین، خطهای طیفی یک ستاره متراکم بجرم باید انتقال به سرخ پیدا کند. اگر $2GM/(c^2 r_s)$ در مقایسه با واحد ناچیز باشد، انتقال به سرخ به صورت زیر درمی‌آید

$$z = \frac{\lambda_B - \lambda_A}{\lambda_A} \approx \frac{GM}{c^2 r_s}. \quad (133.2)$$

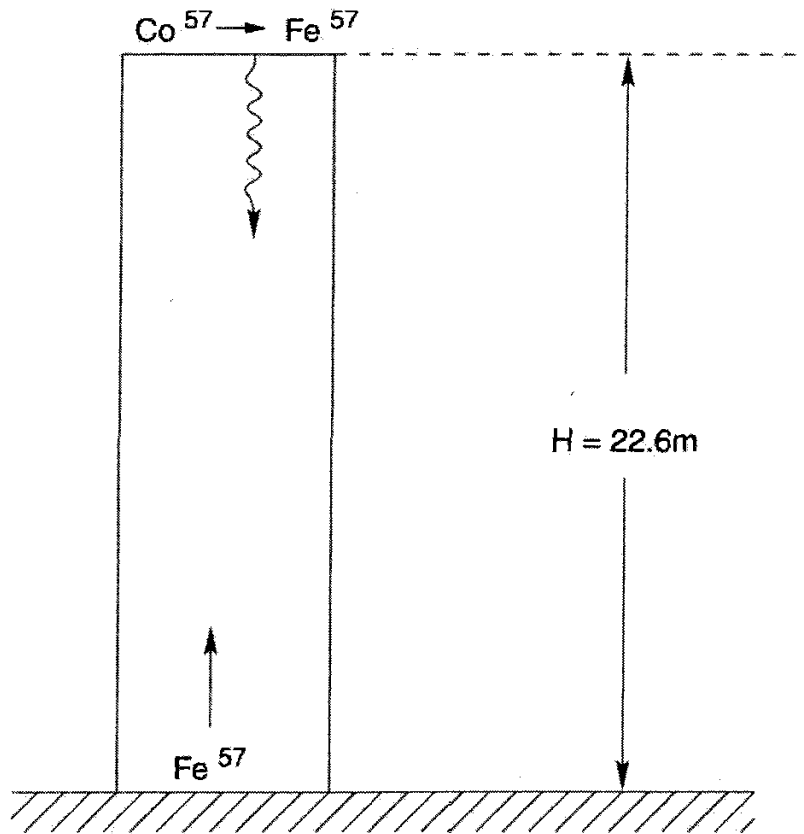
ستارگان کوتوله سفید مانند شعرای یمانی B و 4° نهر B دارای انتقال به سرخی در گستره 10^{-4} تا 10^{-5} هستند، که مرتبه بزرگی صحیح را دارد. اما، اندازه‌گیریهای دقیقتر و قابل اطمینانتر فقط در آزمایشهای زمینی امکان‌پذیر است. به‌عنوان مثال، در سال 1960 پوند^۱ و ربکا^۲ تغییر بسامد فوتونهای پرتو گامای گسیل‌شده از یک اتم آهن برانگیخته را که از ارتفاع 60 تا 70 پا سقوط می‌کرد اندازه گرفتند (نگاه کنید به شکل ۱۵.۲). در هنگام سقوط این فوتون از ارتفاع H ، پتانسیل نیوتونی به اندازه gH افزایش می‌یابد که g شتاب گرانی در سطح زمین است. با توجه به (۱۳۱.۲) می‌بینیم که فوتون باید دارای انتقال به سرخ شود؛ یعنی بسامد آن با کسر gH/c^2 افزایش یابد. اگرچه این کسر در حدود 10^{-15} است، اما می‌توان آن را با روشهای آزمایشگاهی جدید اندازه گرفت. آزمایش پوند-ربکا و کارهای بعدی اثر انتقال به سرخ گرانشی را تأیید کرده است.

حرکت تقدیمی حضيض عطارد

اگر خورشید را جرم M در حل شوارتس شیلد در نظر بگیریم و فرض کنیم که سیارات کاوه‌هایی هستند که در فضا زمان خمیده دور خورشید می‌گردند، در تقریب اول هر سیاره در یک ژئودزیک زمان‌گونه حرکت خواهد کرد. بنابراین، معادله‌های حرکت یک سیاره را به راحتی می‌توان به دست آورد (نگاه کنید به تمرین ۴۵). در تقریب نیوتونی، سیاره مسیری بیضی دارد که معادله قطبی آن به صورت زیر است

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos(\phi - \phi_0). \quad (134.2)$$

که در آن l نیم‌قطر قائم، e خروج از مرکز، و ϕ_0 جهتی است که حضيض (نقطه‌ای با کمترین فاصله از خورشید) قرار دارد.

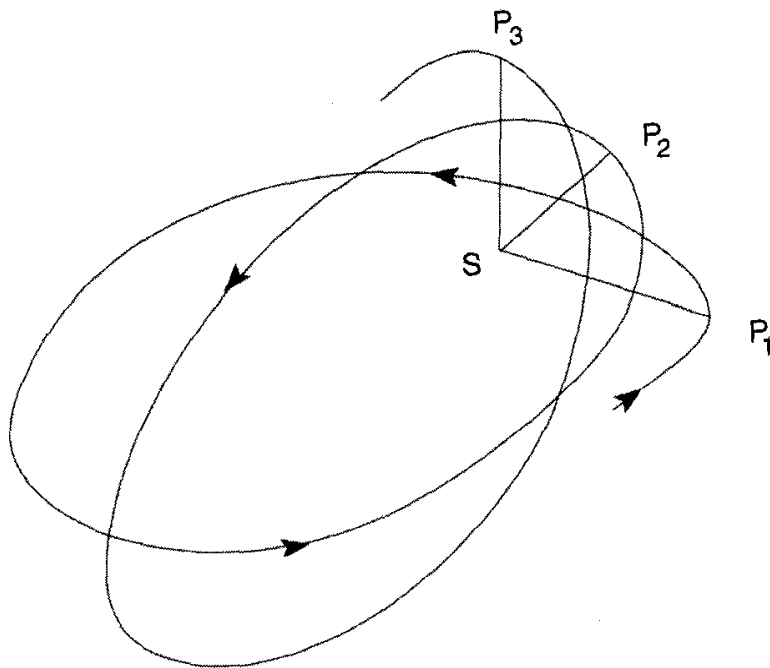


شکل ۱۵.۲ نمودار کلی آزمایش پوند-ربکا. یک هسته کبالت در بالای برج به یک هسته آهن برانگیخته وامی‌باشد. هسته اخیر یک فوتون پرتو γ گسیل می‌کند که در پایین برج جذب یک هسته آهن در حالت پایه می‌شود. برای اطمینان از این جذب، باید کاهش بسامد فوتون افتان جبران شود: هسته جذب‌کننده در پایین برج باید دارای سرعت دوپلری در جهت دور شدن از آن شود.

رصدهای مدار سیاره مشتری نشان داده است که ϕ_0 ثابت نیست، بلکه دارای حرکت تقدیمی مختصر و منظمی با آهنگ ۵۷۵ ثانیه کمانی در قرن است. از این مقدار، ۴۳ ثانیه کمانی در قرن را می‌توان به حساب اختلال در مدار عطارد به واسطه تأثیر گرانشی نیوتونی سایر سیارات گذاشت. با این همه، حل دقیقتر معادله‌ها (نگاه کنید به تمرین ۴۸) نشان می‌دهد که ϕ_0 ثابت نیست، بلکه اندازه آن با آهنگ ثابت، مطابق شکل ۱۶.۲ تغییر می‌کند. این حرکت تقدیمی حضیض با آهنگ زیر انجام می‌شود.

$$n = \frac{6\pi GM_{\odot}}{lTc^2} \quad (۱۳۵.۲)$$

که در آن M_{\odot} جرم خورشید و T دوره سیاره است. مقدار n برای عطارد، که بیشترین خروج از مرکز و نزدیکترین فاصله به خورشید را دارد از همه بزرگتر است. این آهنگ برای عطارد، $n \approx ۴۳$ ثانیه کمانی به ازای هر قرن است، که آهنگ حرکت تقدیمی را که مدت زیادی در نظریه نیوتونی بدون توجه مانده بود، به درستی توضیح می‌دهد.

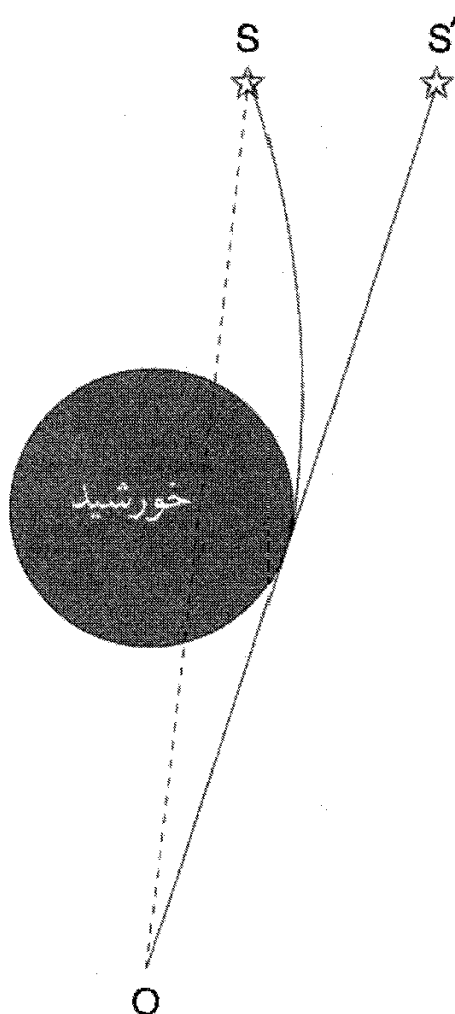


شکل ۱۶.۲ حضيض نقطه با نزديکترین فاصله به خورشيد (S) در مدار عطارد است. با تکميل مدارهای متوالی، نقطه حضيض به طور ثابت از P_1 به P_2 به P_3 و غيره به پيش می رود. (آهنگ پیشروی به ازای هر مدار، در واقع بسیار کوچکتر از چیزی است که در اینجا نشان داده شده است.)

در اواخر سالهای ۱۹۷۰، یک مثال بارزتر این حرکت تقدیمی در سیستم ستارگان دوتایی شامل تپ اختر $16 + \text{PSR} 1913$ مشاهده شد. در اینجا اثرهای گرانشی شدیدتر از سیستم خورشید-عطارد است، و آهنگ حرکت تقدیمی به بزرگی $4/23$ درجه در هر سال می رسد که حدود $10^4 \times 3/6$ مقدار مربوط به عطارد است. (با این همه، به خواننده هشدار می دهیم، برخلاف مورد خورشید-عطارد، که در آن، به علت اختلاف زیاد جرمها، خورشید را می توان ساکن و عطارد را به صورت ذره «آزمون» در حرکت به گرد آن در نظر گرفت، در مورد تپ اخترهای دوتایی جرم ستاره ها قابل مقایسه است و در نتیجه حل شوارتس شیلد را نمی توان دقیقاً به کار برد. در حالت ایده آل باید مسئله دوجسمی نسبیتی را حل کرد. این کار تاکنون امکان پذیر نبوده است و در نتیجه برای مقایسه نظری اغلب از برونمایی تقریبی مسئله خورشید-عطارد استفاده می شود.)

خم شدن نور

درست همان طور که ژئودزیکهای زمان گونه مسیره های سیارات را تعیین می کنند، می توانیم مسیر یک پرتو نور را با تعیین ژئودزیکهای صفر محاسبه کنیم. نوشتن این معادله ها سراسر است (نگاه کنید به مثال ۴۸) همین طور انتگرال گیری از آنها (نگاه کنید به مثال ۴۹). بارزترین اثرها هنگامی به وجود می آید که یک ژئودزیک صفر به توزیع جرم بسیار نزدیک شود.



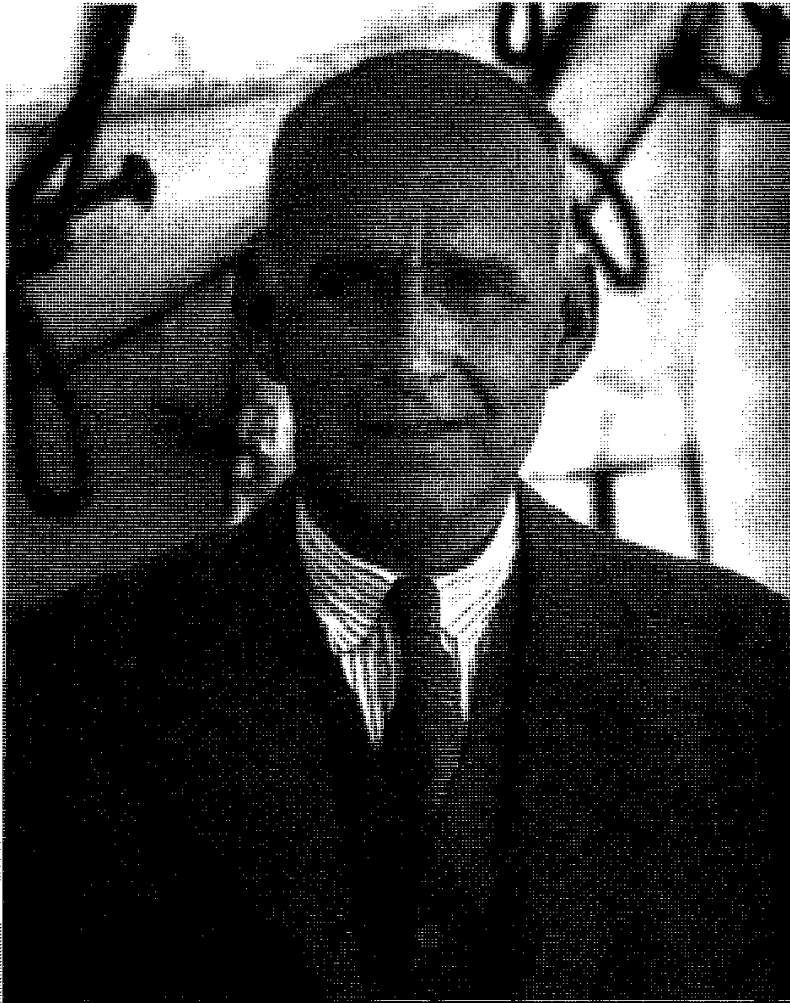
شکل ۱۷.۲ «خم شدن» پرتوهای نور ستاره S تصویر آن را به S' منتقل می‌کند. این اثر، مطابق شکل، هنگامی قابل ملاحظه می‌شود که پرتو نور سطح خورشید را بخراشد.

برای پرتویی از نور که از لبه خورشید می‌گذرد (شکل ۱۷.۲)، جهت فضایی به اندازه زاویه زیر تغییر می‌کند

$$\alpha = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} \simeq 1,75 \text{ ثانیه کمانی} \quad (136.2)$$

که R_{\odot} شعاع خورشید است. زاویه خمیدگی در واقع بسیار کوچک است، و نخستین بار ادینگتون^۱ و همکارانش (شکل ۱۸.۲) در سال ۱۹۱۹ آن را در طی کسوف اقدام به اندازه‌گیری آن کردند. آزمایش شامل اندازه‌گیری تغییر ظاهری جهت ستاره‌ای است که خط دید آن از لبه خورشید می‌گذرد. به دلایل بدیهی، منجمان اپتیکی باید منتظر کسوف کلی خورشید برای انجام این آزمایش می‌شدند. این اندازه‌گیری به نفع اینشتین بود. با این همه، کوششهای بعدی منجمان اپتیکی، به واسطه حساسیت محدود دستگاه اندازه‌گیری و سرشت نادقیق خطاهای سیستماتیک، به نتایجی تا اندازه‌ای

1. Eddington



شکل ۱۸.۲ آرتور استانلی ادینگتون (۱۸۸۲-۱۹۴۴).

غیرقطعی انجامید. در سالهای ۱۹۷۰ اندازه‌گیریهای با استفاده از ریزموج (که برای آن اثرات شکست بسیار کوچک است)، این زاویه خمیدگی را با دقت خیلی بیشتر یعنی خطای تجربی در حدود ۵ درصد تأیید کرده است. این فناوری بعداً بهتر شد و خطهای خطا، چنانکه بعداً در جدول ۱.۲ خواهیم دید، کاهش یافتند.

شایان توجه است که چون در مورد انتقال به سرخ گرانشی و خمیدگی نور نظریه نیوتونی هیچ‌گونه تأثیرگرانی را بر نور پیش‌بینی نمی‌کند، پس این مشاهدات گرانش نیوتونی را رد می‌کنند. اما، می‌توان دیدگاه چارچوب نیوتونی را گسترش داد و استدلال کرد که نور از ذرات (فوتونها) ساخته شده است که تابع قانون عکس مجذوری هستند. (در واقع، خود نیوتون این امکان را حدس زده بود.) سپس می‌توان نشان داد که این نظریه گسترش‌یافته رابطه (۱۳۱.۲) را برای انتقال به سرخ گرانشی می‌دهد (نگاه کنید به تمرین ۵۳)، که همان مقدار نسبیّتی است، اما برای خم شدن نور مقدار آن نصف مقدار نسبیّتی است (نگاه کنید به تمرین ۵۲). بنابراین، خمیدگی امواج ریزموج این نظریه را رد می‌کند.

جدول ۱.۲ حدود مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای PPN (بر مبنای داده‌های مروری C. M. Will)

پارامتر	تأثیر	حد	ملاحظات
$\gamma - 1$	تأخیر زمانی	2×10^{-3}	اندازه‌گیری وایکنینگ
	انحراف نور	3×10^{-4}	VLBI
$\beta - 1$	جابه‌جایی حضيض	3×10^{-3}	$J_2 = 10^{-7}$ از لرزه‌شناسی خورشید
	اثر نوردودت ^۱	6×10^{-4}	$\eta = 4\beta - \gamma - 3$ فرض شده است
ξ	کشندهای روی زمین	10^{-3}	داده‌های گرانی‌سنجی
α_1	قطبش مداری	4×10^{-4}	اندازه‌گیری فاصله ماه با لیزر
		2×10^{-4}	PSR J2317 + 1439
α_2	حرکت تقدیمی اسپین	4×10^{-7}	قرارگرفتن خورشید در امتداد دایرة البروج
α_3	شتاب تپ‌اختر	2×10^{-20}	آمار \dot{P} تپ‌اختر
η الف	اثر نوردودت	10^{-3}	اندازه‌گیری فاصله ماه با لیزر
ζ_1	—	2×10^{-2}	ترکیب حدود PPN
ζ_2	شتاب دوتایی	4×10^{-5}	PSR 1913 + 16 برای \ddot{P}_p
ζ_3	قانون سوم نیوتون	10^{-8}	شتاب ماه
ζ_4	—	—	مستقل نیست

1. Nordtvedt

الف. در اینجا $\eta = 4\beta - \gamma - 3 - 10\xi/3 - \alpha_1 - 2\alpha_2/3 - 2\zeta_1/3 - \zeta_2/3$.

تأخیر در پژواک رادار

درست همان‌طور که جهت پرتو نور بر اثر گرانی خورشید تغییر می‌کند، زمان حرکت ظاهری آن نیز عوض می‌شود. این اثر را می‌توان به صورت سراسر محاسبه کرد. در سالهای ۱۹۷۰ اندازه‌گیری‌هایی با برگشت سیگنالهای رادار گسیل شده از سفینه فضایی مارنیر ۶ و ۷ از سطح زمین در هنگامی که این سیگنالها از لبه خورشید می‌گذشتند انجام شد. تأخیرهایی که انتظار می‌رفت از مرتبه ۲۰۰ میکروثانیه بودند که با دقت حدود ۳ درصد مشاهده شدند. این آزمون نیز با گذشت زمان دقیقتر شده است و جدول ۱.۲ آخرین اطلاعات را نشان می‌دهد.

برابری جرم لختی و گرانشی

یک پیامد مهم اصل هم‌ارزی برابر بودن جرم لختی و گرانشی است. با اندکی تفکر متقاعد می‌شویم که آزمایش گالیله از برج کج پیزا، که نشان داد همه اجسام در سقوط آزاد با سرعت یکسان سقوط می‌کنند، بخش اساسی آزمایش فکری اینشتین در مورد آسانسور در سقوط آزاد است. هر دو آزمایش از این نظر امکان‌پذیرند که کمیت یکسانی به‌عنوان جرم لختی وارد قانون حرکت و به‌عنوان جرم گرانشی وارد قانون گرانش می‌شود.

در آزمایش‌های اخیر اندازه‌گیری فاصله ماه به‌کمک لیزر توانسته‌اند فاصله زمین تا ماه را با دقت چند سانتی‌متر اندازه بگیرند. این آزمایش‌ها نشان می‌دهند که ماه مطابق پیش‌بینی معادله‌های نسبیت عام به دور زمین حرکت می‌کند. به‌ویژه، این آزمایش‌ها نظریه‌های دیگر گرانش، مانند نظریه برنزدیکی^۱ را که تغییر جرم لختی با فاصله از جرم دیگر را مجاز می‌دارند رد می‌کند.

آزمایش‌های تجربی از نوع ترازوی پیچشی که با مواد مختلف و با دقت کافی انجام گرفته‌اند این برابری را با حساسیت زیاد اثبات کرده‌اند. این آزمایش‌ها حدود بالای شدیدی را بر حضور ممکن «نیروی پنجم» که درگستره چند متر عمل می‌کند اعمال می‌کنند. برای مروری بر دقت اندازه‌گیری اصل هم‌ارزی، به‌مقاله C. M. Will در کتاب‌شناسی رجوع کنید.

حرکت تقدیمی ژيروسکوپ

اگرچه حل شوارتس‌شیلد اثرهای گرانشی خورشید و زمین را با دقت زیاد توصیف می‌کند، اما جای توسعه بیشتر نیز وجود دارد. به‌عنوان مثال، یک جرم دوار یک جمله $d\phi/dt$ وارد متریک می‌کند. گرچه اثرات چنین جمله‌هایی برای زمین و خورشید بسیار کوچک‌اند، اما فناوری جدید می‌تواند آنها را اندازه بگیرد.

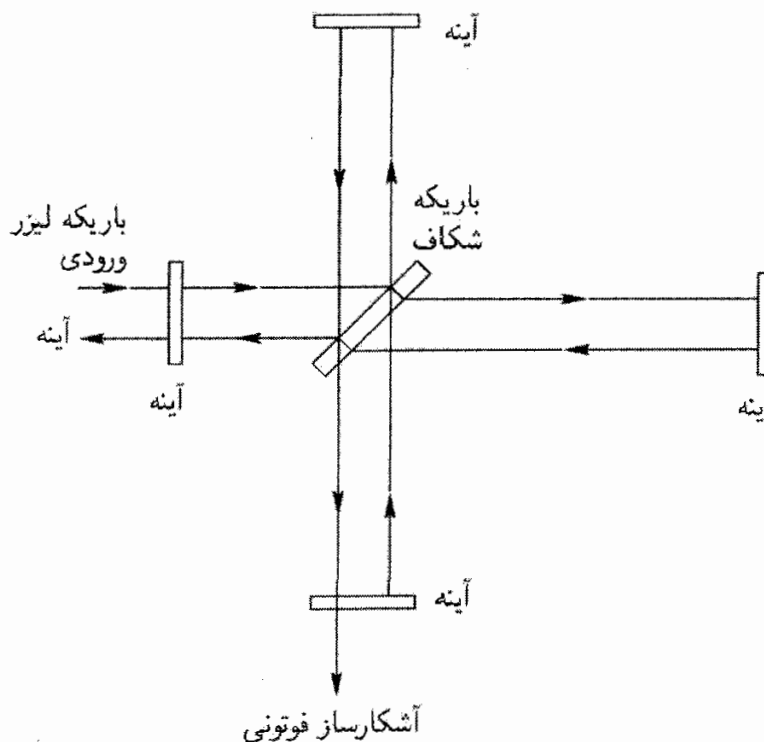
در یک آزمایش پیشنهادی که می‌تواند اثر جرم چرخان را اندازه بگیرد از ژيروسکوپ استفاده می‌شود. محور ژيروسکوپ که در یک مدار استوایی اطراف زمین حرکت می‌کند دارای حرکت تقدیمی آرامی خواهد شد. آهنگ حرکت تقدیمی که تقریباً ۷ ثانیه کمانی در هر سال برآورد شده است را می‌توان با فناوری جدید آشکار ساخت، اکنون سه دهه از برنامه‌ریزی این آزمایش می‌گذرد ولی هنوز انجام نشده است.

جدول ۱.۲ مقادیر اندازه‌گیری‌شده پارامترهای PPN، یا حدود مربوط در به‌دست آوردن آنها

از پیش‌بینی‌های نسبیت عام را نشان می‌دهد. گرچه آزمایش توصیف‌شده در آنجا فراتر از چیزی است که در بالا گفتیم، بدیهی است که نظریه از آن سر بلند بیرون می‌آید.

تابش گرانشی

محاسبه‌های انجام‌شده بر مبنای نظریه میدان ضعیف نشان می‌دهند که اندازه تابش گرانشی مربوط به ایستگاههای زمینی بسیار کوچک و فراتر از توانایی فناوری موجود است. اما، اجسام سماوی می‌توانند مقادیر قابل ملاحظه‌ای تابش گرانشی گسیل دارند، و کوششهایی در جهت ابداع آشکارسازهای اندازه‌گیری آنها انجام شده است. نمونه چشمه‌های امواج گرانی عبارت‌اند از انفجارهای ابرنواختر، ستارگان دوتایی، و احتمالاً تحولات آغازین در عالم اولیه (نگاه کنید به فصل ۶). کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا که در فصل ۸ توصیف می‌شود نیز امواج گرانشی را از رویدادهای ریزه-خلقت توصیف می‌کند. چند آشکارساز در سرتاسر کره زمین برای دریافت این سیگنالهای ضعیف نصب شده است (شکل ۱۹.۲).



شکل ۱۹.۲ نمودار کلی یک آشکارساز تداخل سنجی امواج گرانشی بر مبنای تداخل سنج مایکلسون، که در آن از باریکه‌های لیزری استفاده شده است که مسافت چند کیلومتر بین آینه‌ها را به طور مکرر طی می‌کنند. انتظار داریم که آشکارساز تغییرات کسری کوچک (10^{-21}) طول را در هنگام عبور امواج گرانشی از دستگاه که باعث تغییر هندسه آن می‌شود اندازه بگیرد.

۱.۱۱.۲ سیاهچاله‌ها

همهٔ اثرهایی که در بالا بررسی شد مربوط به گرانی ضعیف است. برای خورشید نسبت $2GM_{\odot}/(c^2 R_{\odot})$ مقدار کوچک 4×10^{-6} است، و برای زمین این مقدار حتی کوچکتر است. آیا می‌توانید جسم چنان متراکمی را مجسم کنید که نسبت M و R آن به صورت زیر باشد؟

$$\frac{2GM}{c^2 R} \sim 1$$

نگاهی به حل شوارتس‌شیلد نشان خواهد داد که برای چنین جسمی هندسهٔ فضا-زمان در حوالی سطح به صورت بارزی ناقلیدسی خواهد بود. در صورت وجود چنین اجسامی، چند نتیجهٔ غیرمنتظره به دست می‌آید (به عنوان مثال به تمرینهای ۵۴ و ۵۵ نگاه کنید). جسمی که شعاع شوارتس‌شیلد آن در شرط زیر صدق کند را سیاهچاله می‌نامند

$$R \leq \frac{2GM}{c^2} \equiv R_S \quad (137.2)$$

همان طور که نام آن ایجاب می‌کند، این جسم سیاه است زیرا گرانی شدید آن نور را به دام می‌اندازد و مانع فرار آن می‌شود. نگاهی به رابطهٔ (۱۳۲.۲) نشان می‌دهد که انتقال به سرخ گرانشی سیاهچاله بینهایت است. چون انتقال به سرخ، z ، مستلزم کاهش انرژی فوتون نور با ضریب $(1+z)^{-1}$ است، هیچ فوتون با انرژی متناهی انرژی کافی برای خروج از سیاهچاله را ندارد.

اخترفیزیکدانان دریافته‌اند که سیاهچاله می‌تواند حالت نهایی ستارهٔ پرجرمی باشد که سوخت هسته‌ای آن، که معمولاً فشار گرمایی و تابشی لازم برای حفظ تعادل در برای خودگرانی را تأمین می‌کند، تمام شده است. اگر جرم چنین ستاره‌ای از جرم بحرانی (معروف به حد چاندراسکار مثلاً در مورد ستارگان کوتولهٔ سفید) تجاوز کند که در کمتر از آن فشار ذرهٔ واگن می‌تواند باعث حفظ تعادل آن می‌شود، و انقباض آن ادامه می‌یابد تا شعاع آن به مقدار بحرانی فوق‌الذکر برسد یا برابر آن شود. با این همه، باید گفت که در ویژهٔ زمان ناظرهای خارجی چون خود ما، هرگز در بازه‌ای محدود به این مرحله نمی‌رسیم. بنابراین همهٔ ادعاهای مربوط به وجود یک سیاهچاله (در یک ستارهٔ دوتایی یا هستهٔ کهکشانی) به لحاظ فنی نادرست است. در بهترین شرایط آنها گزاره‌هایی هستند که جسمی را با شعاع شوارتس‌شیلد اندکی بیش از مقدار بحرانی $2GM/c^2$ توصیف می‌کنند.

کار قابل ملاحظه‌ای بین سالهای ۱۹۶۵ و ۱۹۷۵ در جهت مطالعهٔ سیاهچاله‌ها و ویژگیهای غیرعادی آنها انجام شد. چون تأکید این کتاب بر کیهان‌شناسی است، باید به همین توصیف سطحی قناعت کنیم. اکنون به هدف خود از ذکر مبانی نسبیّت عام به عنوان نظریهٔ مربوط به مدل‌های

کیهان‌شناسی رسیده‌ایم. کسانی که به مطالعه عمیقتر نسبت عام علاقه‌مندند می‌توانند به کتابهای درسی مربوط به آن مراجعه کنند. اکنون به بحث درباره کیهان‌شناسی می‌پردازیم.

تمرینها

۱. ثابت کنید که قطعه تاری که روی زمین کروی کشیده شده باشد در امتداد یک دایره عظیمه قرار دارد، که «خط راستی» روی سطح کروی است. بررسی کنید که آیا خطهای عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی مستقیم‌اند.

۲. یکی از «بدیهیات» هندسه اقلیدسی بر مبنای به اصطلاح اصل موضوع توازی است. با توجه به این اصل از یک نقطه P که روی خط l قرار ندارد، فقط و فقط یک خط به موازات l می‌توان رسم کرد (یعنی، خطی که اگر هر دو خط به طور نامتناهی امتداد یابند یکدیگر را قطع نکنند). در هندسه روی سطح کره و بر سطحی به شکل زمین اسب این اصل موضوع چه وضعی خواهد داشت؟

۳. بردارهای مماس بر نقاط نوعی روی منحنیهایی از فضا زمان را که با عبارتهای زیر داده شده‌اند محاسبه کنید $(x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^0 = ct)$:

$$x = ct_0 \cos(t/t_0), y = ct_0 \sin(t/t_0), z = ct, t_0 = \text{const.} \quad (\text{الف})$$

$$x = 0, y = 0, z^2 - c^2 t^2 = 0 \quad (\text{ب})$$

$$x = ct \cos(t/t_0), y = ct \sin(t/t_0), z = \text{const.}, t_0 = \text{const.} \quad (\text{ج})$$

تعیین کنید که این بردارهای مماس در فضا زمان مینکوفسکی فضاگونه، زمان‌گونه یا صفرند.

۴. مؤلفه‌های قائم سطوح زیر را محاسبه و تعیین کنید که آنها در فضا زمان مینکوفسکی $(x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z, x^0 = ct)$ فضاگونه، زمان‌گونه، یا صفرند:

$$x^2 + y^2 + z^2 - \lambda^2 t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.} \quad (\text{الف})$$

$$x^2 + y^2 - \lambda^2 t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.} \quad (\text{ب})$$

$$x^2 - \lambda^2 t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.} \quad (\text{ج})$$

۵. کدامیک از عبارتهای زیر با توجه به قرارداد مجموعیابی بی‌اعتبار است؟

$$T^{ik} g_l^k \quad (\text{ه}) \quad e_{iklm} e^{iklm} \quad (\text{د}) \quad R_{ik} g_{ik} \quad (\text{ج}) \quad g_{ik} g^{ik} \quad (\text{ب}) \quad A_{ij} B^{jk} A_{jl} \quad (\text{الف})$$

عبارتهایی را که دارای اعتبارند، ساده کنید.

۶. A_{ik} تانسوری است که ماتریس $\|A_{ik}\|$ آن ناتکین است. نشان دهید که مؤلفه‌های ماتریس وارون به صورت یک تانسور تبدیل می‌شوند. (مثالی از این نتیجه تانسور g^{ik} است.)

۷. نشان دهید که ویژگی تقارن و پادتقارن نسبت به اندیسه‌های یک تانسور تحت تبدیلهای مختصات ناوردا هستند.

۸. به کمک فقط g_{ik} ، یک تانسور رتبه چهارم تشکیل دهید که نسبت به جابه‌جایی هر یک از دو شاخص خود متقارن باشد.

۹. نشان دهید که اگر F_{ik} یک میدان تانسوری پادمتقارن باشد، $F_{ik,l} + F_{kl,i} + F_{li,k}$ تانسور رتبه سوم است.

۱۰. قانون خارج قسمتها را به صورت زیر اثبات کنید، اگر $A_{ik}B^k$ به ازای هر بردار دلخواه B^k یک بردار باشد، A_{ik} باید به صورت یک تانسور تبدیل شود.

۱۱. از مختصات قطبی دوبعدی (r, θ) در یک صفحه اقلیدسی استفاده کنید. A_r و A_θ را مؤلفه‌های شعاعی و عرضی بردار A در نقطه P در نظر بگیرید که نسبت به محورهای دکارتی محلی به ترتیب دارای جهت‌های $\theta = \text{const.}$ و $r = \text{const.}$ است. نشان دهید که انتقال موازی بردار در نقطه P به نقطه $Q(r + \delta r, \theta + \delta \theta)$ دو مؤلفه بردار در Q را به صورت زیر می‌دهد

$$A_r + \delta\theta A_\theta, \quad A_\theta - \delta\theta A_r.$$

۱۲. با بهره‌گیری از این شرط که $B_{i;k}$ به صورت تانسور تبدیل می‌شود، رابطه تبدیل (۳۶.۲) برای Γ_{kl}^i را نتیجه بگیرید.

۱۳. از (۳۷.۲) برای $A_{i;k}$ با استفاده از (۳۵.۲) برای $B_{l;k}$ و این فرض که مشتقهای هموردای یک کمیت نرده‌ای برابر مشتقهای معمولی آن هستند را نتیجه بگیرید.

۱۴. فرض کنید دو متریک در یک فضا زمان تعریف شده‌اند، و Γ_{kl}^i و $\bar{\Gamma}_{kl}^i$ دو ارتباط آفین ریمانی متناظر با آنها باشند. نشان دهید که کمیت‌های زیر به صورت تانسور تبدیل می‌شوند

$$Q_{kl}^i = \Gamma_{kl}^i - \bar{\Gamma}_{kl}^i.$$

(مختصات در دو مورد یکی هستند.)

۱۵. نشان دهید که برای رسیدن به یک دستگاه لخت محلی باید داشته باشیم $\Gamma_{kl}^i = \Gamma_{ik}^l$.

۱۶. رابطه‌های (۴۲.۲) را از اصول اولیه به دست آورید.

۱۷. نشان دهید که در یک میدان نرده‌ای ϕ ، عملگر موج به صورت زیر درمی‌آید

$$\square\phi = g^{ik}\phi_{;ik} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial\phi}{\partial x^i} \right).$$

۱۸. جزء خط روی سطح کره‌ای به شعاع a در فضای اقلیدسی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$ds^2 = a^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

برای این فضا $\Gamma_{kl}^i; i, k, l = 1, 2$ را (با $\theta = x^1$ و $\phi = x^2$) محاسبه و نتیجه مورد بحث در کتاب درباره تغییر جهت یک بردار تحت جابه‌جایی موازی در اطراف مثلث ABC با سه زاویه قائمه را ثابت کنید.

۱۹. با بهره‌گیری از اصول اولیه ثابت کنید که $B_{i;nk} - B_{i;kn} = R_{i\ kn}^m B_m$.

۲۰. نشان دهید که برای یک میدان تانسوری پادمتقارن F_{ik} ، داریم $F_{;i}^{ik} = 0$.

۲۱. A_i یک میدان برداری است که برای آن $A_{;i}^i = 0$. اگر $F_{ik} = A_{k;i} - A_{i;k}$ نشان دهید

$$F_{;i}^{ik} = g^{mn} A_{;mn}^k + R_m^k A^m.$$

۲۲. شکل (۴۸.۲) را که R_{iklm} در یک دستگاه مختصات لخت موضعی به خود می‌گیرد به دست آورید. از همین مختصات برای استنتاج سرشت متقارن R_{ik} استفاده کنید.

۲۳. با شماره‌گذاری مستقیم نشان دهید که تعداد مؤلفه‌های مستقل R_{iklm} برابر ۲۰ است.

۲۴. با بهره‌گیری از یک دستگاه مختصات لخت محلی، اتحادهای بیانکی را به دست آورید. برای شکل هموردای این اتحادها نشان دهید که

$$R_{k;l}^l = \frac{1}{4} R_{,k}.$$

۲۵. نشان دهید که اولین انتگرال (۵۸.۲) برابر است با

$$g_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda} = \text{const.}$$

۲۶. نشان دهید که تغییر جهت یک بردار تحت جابه‌جایی موازی در اطراف یک منحنی بسته بینهایت کوچک را می‌توان برحسب تانسور ریمان و سطحی که منحنی دربر می‌گیرد بیان کرد.

۲۷. بسته‌ای از ژئودزیکها را با پارامتر μ طوری مشخص کنید که هر نقطه روی ژئودزیک μ دارای مختصات $x^k(\lambda, \mu)$ باشد که λ پارامتر آفین است. بردار $\nu^k = \partial x^k / \partial \mu$ آهنگ انحراف یک ژئودزیک از ژئودزیک دیگر در بسته را نشان می‌دهد. رابطه‌های زیر را به دست آورید:

$$\nu_{;l}^k u^l = u_{;l}^k \nu^l \quad u^k = \partial x^k / \partial \lambda \quad (\text{الف})$$

$$d^2 \nu^k / d\lambda^2 + R_{lmn}^k u^l \nu^m u^n = 0 \quad (\text{ب})$$

معادله اخیر انحراف ژئودزیک است.

۲۸. با مقایسه انحراف دو ذره آزمون که در دو مسیر شعاعی مجاور بر زمین (کروی) سقوط می‌کنند، مشابه نیوتونی انحراف ژئودزیک را تشکیل دهید.

۲۹. وجود ضریب $\frac{1}{3}$ در رابطه (۸۶.۲) را ثابت کنید.

۳۰. نشان دهید که نتایج (۸۹.۲) بر مبنای نظریه سینتیک استاندارد است.

۳۱. شکل تانسور انرژی برای یک موج الکترومغناطیسی تخت را محاسبه کنید.

۳۲. نشان دهید که چگالی لاگرانژی یک برهم‌کنش فیزیکی در فضا زمان خمیده L است، به طوری که سهم آن در کنش برابر است با

$$\int L \sqrt{-g} d^4x,$$

سپس، اگر L فقط از طریق $g_{ik,l}$ ، g_{ik} به انرژی بستگی داشته باشد، تانسور انرژی برهم‌کنش از رابطه زیر به دست می‌آید

$$T^{ik} = -\frac{2c}{\sqrt{-g}} \left[\frac{\partial L \sqrt{-g}}{\partial g_{ik}} - \left(\frac{\partial L \sqrt{-g}}{\partial g_{ik,l}} \right)_{,l} \right].$$

۳۳. نشان دهید که از سرشت نرده‌ای L در تمرین ۳۲ در بالا می‌توان نتیجه گرفت که

$$T_{;k}^{ik} = 0.$$

راهنمایی: از رابطه (۹۷.۲) و این واقعیت استفاده کنید که تغییر بینهایت کوچک مختصات $x^i \rightarrow x^i + \xi^i$ می‌دهد $\delta g_{ik} = (-\xi_{i;k} + \xi_{k;i})$.

۳۴. نشان دهید که تحت $\delta \Gamma_{kl}^i$ مانند یک تانسور تبدیل می‌شود.

۳۵. نشان دهید که

$$\delta \int_V R \sqrt{-g} d^4x = \int_V (R_{ik} - \frac{1}{4} g_{ik} R) \delta g^{ik} \sqrt{-g} d^4x$$

برای تغییرات متریک که همراه با مشتقهای مربوطه در مرز V صفر می‌شود.

راهنمایی: بنویسید $R = R_{ik} g^{ik}$ به طوری که $\delta R = \delta R_{ik} + R_{ik} \delta g^{ik}$ با بهره‌گیری از یک دستگاه مختصات تخت موضعی نتیجه بگیرید که

$$\sqrt{-g} g^{ik} \delta R_{ik} = -\sqrt{-g} [(g^{ik} \delta \Gamma_{ik}^l)_{;l} - (g^{il} \delta \Gamma_{ik}^k)_{;l}] = \sqrt{-g} w_{;k}^k,$$

که w^k (از تمرین ۳۴) یک بردار است. سپس از قضیه گرین استفاده کنید.
 ۳۶. از تقریب نیوتونی معادله‌های میدان اینشتین و معادله‌های ژئودزیک، معادله پواسون و معادله‌های حرکت نیوتونی در یک میدان گرانشی را به دست آورید.
 ۳۷. نشان دهید که در تقریب میدان ضعیف برای تابش گرانشی می‌توان تبدیل مختصات را چنان انجام داد که شرط پیمانه‌ای زیر برقرار باشد،

$$\psi_{i,k}^k = 0$$

که

$$\psi_i^k = h_i^k - \frac{1}{c} h_i^l \delta_l^k$$

همین‌طور، نشان دهید که ψ_i^k در معادله موج فضای تخت صدق می‌کند

$$\square \psi_i^k = -\frac{16\pi G}{c^4} T_i^k.$$

۳۸. نظریه خطی شده امواج گرانشی بالا را با نظریه الکترومغناطیس ماکسول مقایسه کنید. برای حالت $T_i^k = 0$ جوابهای موج تخت را بنویسید.

۳۹. در حل مربوط به موج تخت معادله موج گرانشی، مؤلفه‌های تانسور ریمان را برآورد کنید. نشان دهید که اصولاً یک موج گرانشی را می‌توان با اندازه‌گیری مؤلفه‌های تانسور ریمان به کمک معادله انحراف ژئودزیک آشکار ساخت.

۴۰. درست همان‌طور که مشتق دوم یک گشتاور دوقطبی الکتریکی متغیر نسبت به زمان به عنوان چشمه اولیه تابش الکترومغناطیسی عمل می‌کند، مشتق سوم یک گشتاور چارقطبی متغیر (جرم) نسبت به زمان ساده‌ترین چشمه امواج گرانشی است. با استفاده از این نتیجه و بحثهای ابعادی نشان دهید که چرا گسیل امواج گرانشی در شرایط آزمایشگاهی بسیار ضعیف است.

۴۱. نشان دهید که اگر جزء خط (۱۱۸.۲) را در داخل ($r \leq r_s$) یک توزیع جرم با تقارن کروی در نظر بگیریم، شکل (۰۰) مؤلفه معادله‌های میدان را به دست می‌آوریم

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2GM(r)}{c^2},$$

که

$$M(r) = \int_0^r 4\pi \rho^2 T_0^0 d\rho.$$

کمیت $M(r_s)$ را می‌توان جرم گرانشی M در نظر گرفت که در جواب خارجی ($r > r_s$) ظاهر می‌شود.

۴۲. نشان دهید که با تبدیل مختصات شعاعی، به صورت $r = f(R)$ ، جزء خط شوارتس‌شیلد را می‌توان به صورت همسانگرد زیر بازنویسی کرد:

$$ds^2 = e^\mu dt^2 - e^\eta [dR^2 + R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)],$$

که در آن

$$e^\mu = \frac{[1 - MG/(2R)]^2}{[1 + MG/(2R)]^2}, \quad e^\eta = \left(1 + \frac{MG}{2R}\right)^2.$$

(در اینجا همسانگرد به معنی آن است که با جهت‌های شعاعی و عرضی برخوردی یکسان صورت می‌گیرد.)

۴۳. نسبت $GM/(c^2 r_s)$ را طوری محاسبه کنید که تمام طیف مرئی (4000 \AA تا 8000 \AA) در نورگسیل شده از سطح یک جسم کروی درست در مرحله خروج دارای انتقال به سرخ باشند.

۴۴. افزایش بسامد یک فوتون پرتو γ را در هنگام سقوط از ارتفاع 100 متر به سطح زمین محاسبه کنید.

۴۵. نشان دهید که اگر ناظر فضازمان شوارتس‌شیلد به جای ساکن بودن به صورت شعاعی حرکت کند و مختصات شعاعی او در زمان t از رابطه $r = f(t)$ به دست آید، بازه ویژه زمان نظیر dt او عبارت است از

$$d\tau = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{1/2} dt \left[1 - \left(\frac{df(t)/dt}{1 - 2GM/(c^2 f(t))}\right)^2\right]^{1/2}.$$

۴۶. نشان دهید که معادله‌های یک ژئودزیک زمان‌گونه در فضازمان شوارتس‌شیلد از رابطه‌های زیر به دست می‌آید

$$\frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{d\nu}{dr} \frac{dr}{ds} \frac{dt}{ds} = 0,$$

$$\frac{d^2 \theta}{ds^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{ds} \frac{d\theta}{ds} - \sin\theta \cos\theta \left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 = 0.$$

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{ds} \frac{d\phi}{ds} + 2 \cot \theta \frac{d\phi}{ds} \frac{d\theta}{ds} = 0,$$

$$\frac{d^2r}{ds^2} - \frac{1}{r} \frac{d\nu}{dr} \left(\frac{dr}{ds}\right)^2 - r e^\nu \left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 - r^2 \sin^2 \theta e^\nu \left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 + \frac{1}{r} e^{2\nu} \frac{d\nu}{dr} \left(\frac{dt}{ds}\right)^2 c^2 = 0$$

که $e^\nu = 1 - \frac{2GM}{c^2 r}$

۴۷. نشان دهید که از معادله‌های تمرین ۴۶ می‌توان بدون از دست رفتن کلیت به صورت زیر انتگرال گرفت:

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{dt}{ds} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1/2} E, \quad r^2 \frac{d\phi}{ds} = h$$

که E و h ثابتهای حرکت‌اند. کدام انتگرال دیگر این معادله‌ها شناخته شده است؟
 ۴۸. نشان دهید که دستگاه خورشید-عطارد یک جواب تقریبی معادله‌های ۴۷ است اگر داشته باشیم

$$r = l[1 + e \cos(\phi - \phi_0)]^{-1}$$

که ϕ_0 تابعی است که بر حسب زمان به کندی افزایش می‌یابد. $d\phi_0/dt$ را برآورد کنید و نتیجه را به حرکت تقدیمی حضیض عطارد مرتبط سازید.
 ۴۹. نشان دهید که ژئودزیکهای صفر (که مثلاً پرتوهای نور را توصیف می‌کنند) در فضا زمان شوارتسشیلد از معادله‌های زیر به دست می‌آیند

$$\frac{d^2t}{d\lambda^2} + \frac{d\nu}{dr} \frac{dr}{d\lambda} \frac{dt}{d\lambda} = 0,$$

$$\frac{d^2\theta}{d\lambda^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\theta}{d\lambda} - \sin \theta \cos \theta \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = 0,$$

$$\frac{d^2\phi}{d\lambda^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\phi}{d\lambda} + 2 \cot \theta \frac{d\phi}{d\lambda} \frac{d\theta}{d\lambda} = 0,$$

$$c^2 \left(\frac{dt}{d\lambda}\right)^2 e^\nu = e^{-\nu} \left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2 + r^2 \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2.$$

۵۰. نشان دهید که به دست آوردن انتگرالهای اول معادله‌های تمرین ۴۸، مشابه انتگرالهای مربوط به تمرین ۴۶ است.

۵۱. نشان دهید که رابطه زیر یک جواب تقریبی برای معادله‌های ژئودزیک صفر است:

$$r \cos \phi = r_s - \frac{GM}{c^2 r_s} (r \cos^2 \phi + 2r \sin^2 \phi).$$

این جواب را به‌عنوان خم شدن نور توسط یک جسم پرجرم تفسیر کنید.

۵۲. با در نظر گرفتن فوتون به‌عنوان پرتابه‌ای که طبق قانون عکس مجذور نیوتونی حرکت می‌کند، خم شدن ناشی از یک جسم پرجرم را محاسبه کنید. نشان دهید که خم شدن خالص نصف مقداری است که از نسبیت عام به‌دست می‌آید.

۵۳. نشان دهید که گرانش نیوتونی را می‌توان طوری تغییر داد که پدیده انتقال به سرخ گرانشی را توصیف کند. (جرم گرانشی $h\nu y/c^2$ را به فوتونی با بسامد ν نسبت دهید.)

۵۴. ستاره‌ای با جرم برابر خورشید از شعاع اولیه R_\odot به آرامی منقبض می‌شود. نشان دهید که انتقال به سرخ گرانشی آن چگونه برحسب مختصات شعاعی r_s افزایش می‌یابد. وقتی $r_s < 2GM_\odot/c^2$ شود چه اتفاقی می‌افتد؟

۵۵. یک پرتو نور مسیری دایره‌ای را دور سیاهچاله‌ای طی می‌کند. نشان دهید که چگونه این کار ممکن می‌شود و اندازه مدار را محاسبه کنید.

از نسبیت تا کیهان‌شناسی

۱.۳ زمینه تاریخی

در سال ۱۹۱۵ اینشتین (شکل ۱.۳) ریزه‌کاریهای نهایی را دربارهٔ نظریهٔ نسبیت عام انجام داد. حل شوارتس‌شیلد که در فصل ۲ بیان شد اولین جواب جالب توجه فیزیکی معادله‌های میدان نسبیت عام بود. این حل نشان داد که چگونه فضا‌زمان در اطراف توزیعی از ماده با تقارن کروی خم می‌شود. مسئله‌ای که شوارتس‌شیلد حل کرد اصولاً یک مسئله موضعی است، از این نظر که انحرافهای هندسهٔ فضا‌زمان از هندسهٔ نسبیت خاص مینکوفسکی با دور شدن تدریجی از کرهٔ گراننده به تدریج از میان می‌رود. این نتیجه را می‌توان با استفاده از جزء خط (۱۲۵.۲) و میل دادن r به بینهایت به راحتی اثبات کرد. به زبان عجیب و غریب فنی، فضا‌زمانی را که دارای این ویژگی است مجانباً تخت می‌نامند. به طور کلی، انتظار داریم که هر توزیع محلی ماده، هندسهٔ فضا‌زمانی را تولید کند که دارای این ویژگی است. حتی از گرانی نیوتونی نیز نتیجهٔ مشابهی را انتظار داریم: یعنی میدان گرانشی یک توزیع محلی ماده در فاصله‌های دور از آن از میان می‌رود. آیا می‌توان عالم را با یک توزیع موضعی ماده تقریب زد؟



شکل ۱.۳ آلبرت اینشتین (۱۹۵۵-۱۸۷۹).

اینشتین احساس کرد که پاسخ این پرسش منفی است. در عوض، او انتظار داشت که عالم پر از ماده‌ای باشد که امکان کاویدن آن را نداریم. حلی از نوع شوارتس‌شیلد نمی‌تواند هندسه فضازمان چنین توزیعی از ماده را در اختیارمان بگذارد. چون هرگز نمی‌توانیم از ماده‌گراننده دور شویم، مفهوم تخت بودن مجانبی باید نقض شود. بنابراین، حل جدیدی برای توصیف عالم پر از ماده ضروری است. اینشتین این حل را در سال ۱۹۱۷ منتشر کرد.

قبل از اینکه به حل اینشتین پردازیم، باید متذکر شویم که بیش از دو قرن قبل از آن نیوتون سعی کرده بود راه‌حلی را به دست آورد که عالم نامتناهی پر از ماده را توصیف کند. یک توزیع بسیار

متقارن از ماده به جویبی در گرانی نیوتونی می‌انجامد. به‌عنوان مثال، توزیع یکنواختی از ماده را در نظر بگیرید که فضای اقلیدسی را پر کرده است. ناظری که از هر منظر به عالم بنگرد آن را در تمام جهتها یکنواخت خواهد یافت، و متوجه می‌شود که این عالم از تمام دیدگاهها سیمایی یکسان را به نمایش می‌گذارد. این دو ویژگی را همسانگردی و همگنی می‌نامند، و نقش ساده‌کننده‌ای در کیهان‌شناسی نسبیتی خواهند داشت. نیوتون دریافت که چنین عالمی ایستا خواهد بود، زیرا هر ذره از ماده به‌طور یکسان به تمام جهتها جذب می‌شود، در نتیجه در همان جایی که هست باقی می‌ماند.

از طرف دیگر، همگنی هر نوع گرادیان فشار در عالم را غیرممکن می‌سازد و می‌دانیم که هر توزیع محدود ماده بدون فشار بر اثر گرانی خود تمایل به جمع شدن دارد. ستارگان از این رو می‌توانند شکل ثابت خود را حفظ کنند که در درونشان گرادیان فشار کافی برای تحمل گرانی آنها وجود دارد. بدیهی است که با گذار از عالم متناهی به عالم نامتناهی چیز جدیدی وارد بحث می‌شود که شرایط مرزی در بینهایت است. وقتی می‌کوشیم تا این شرایط مرزی را تفسیر کنیم، ابهام قابل ملاحظه‌ای در نظریه نیوتونی به‌وجود می‌آید.

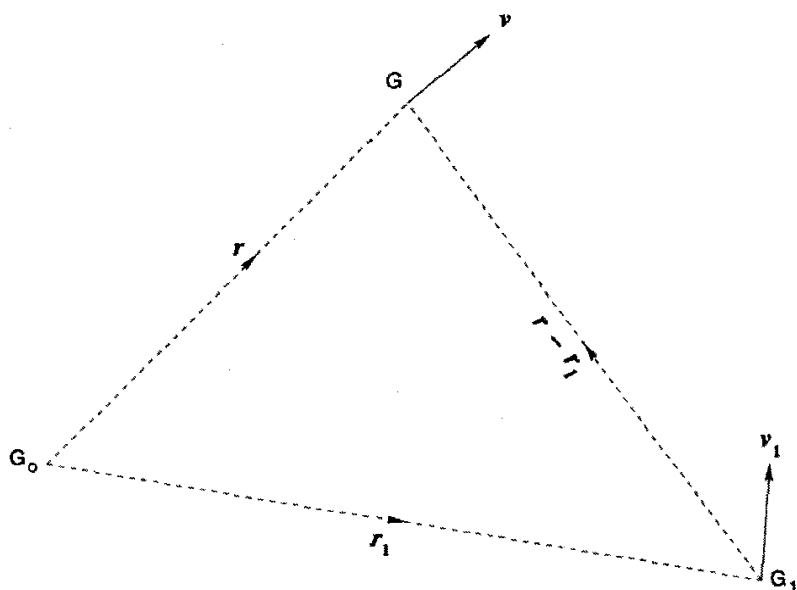
نیوتون همچنین دریافت که حل او ناپایدار است: هر ناهمگنی محلی باعث انقباض گرانشی می‌شود که ناهمگنی موضعی را زیاد می‌کند. نیوتون این ناپایداری جواب را با جواب مربوط به مجموعه‌ای از سوزنها مقایسه کرد که به‌دقت روی نوکشان متوازن شده‌اند.

با وجود این، در سال ۱۹۳۴ یی. ای. میلنه و دبلیو. اچ. مک‌کرتا نشان دادند که چگونه بعضی از مسائل کیهان‌شناسی نیوتونی را می‌توان حل کرد. قبل از پرداختن به کیهان‌شناسی نسبیتی که اینشتین مبتکر آن بود، کیهان‌شناسی نیوتونی را به اختصار بررسی می‌کنیم.

۲.۳ کیهان‌شناسی نیوتونی

در کیهان‌شناسی نیوتونی فضا اقلیدسی است و زمان معنی بی‌چون و چرای دینامیک نیوتونی را دارد. فرض می‌کنیم که عالم همگن و همسانگرد (در بخش بعد درباره این فرضها توضیح خواهیم دید) است و هیچ مکان یا جهت برتری در عالم وجود ندارد. همین‌طور، در هر نقطه از فضا ناظر برتری وجود دارد که عالم را همسانگرد می‌بیند. فرض خواهیم کرد که کهکشان در چنین نقطه‌ای نسبت به این ناظر، که از این پس او را ناظر بنیادی می‌نامیم، در حال سکون است.

فرض می‌کنیم در این عالم $\mathbf{r} \equiv (x_1, x_2, x_3)$ مختصات (البته دکارتی!) کهکشان نوعی G و $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ سرعت آن نسبت به کهکشان G در مبدأ باشد (نگاه کنید به شکل ۲.۳).



شکل ۲.۳ سه کهکشان \$G_0\$، \$G\$ و \$G_1\$ را در اینجا چنان نشان داده‌ایم که بردارهای مکان \$G\$ و \$G_1\$ نسبت به \$G_0\$ با \$\mathbf{r}\$ و \$\mathbf{r}_1\$ به صورت سه کهکشان نوعی مشخص شده‌اند. از دید ناظر مستقر در هریک از این کهکشانها رابطه سرعت - فاصله برای دو کهکشان دیگر باید یکسان باشد. مثلاً اگر ناظر \$G_0\$ سرعت‌های \$G\$ و \$G_1\$ را به ترتیب \$\mathbf{v}\$ و \$\mathbf{v}_1\$ مشاهده کند، ناظر \$G_1\$ سرعت \$G\$ را \$\mathbf{v} - \mathbf{v}_1\$ و بردار فاصله آن را \$\mathbf{r} - \mathbf{r}_1\$ می‌بیند. تقارن ایجاب می‌کند که \$\mathbf{v} - \mathbf{v}_1\$ همان تابعی از \$\mathbf{r} - \mathbf{r}_1\$ باشد که \$\mathbf{v}\$ از \$\mathbf{r}\$ است.

بدیهی است که مبدأ هیچ پایگاه خاصی ندارد: هر ناظر بنیادی را می‌توان در مبدأ مختصات در نظر گرفت. ناظر واقع در \$G_0\$ رابطه سرعت-فاصله کهکشان \$G\$ را به صورت زیر مشاهده می‌کند:

$$\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{r}). \quad (1.3)$$

اگر فرض کنیم که همین رابطه برای هر کهکشان دیگر \$G_1\$ با مختصات \$\mathbf{r}_1\$ و سرعت \$\mathbf{v}_1\$ مشاهده می‌شود، آنگاه، همه ناظرهای بنیادی باید جنبه‌های کلی عالم را یکسان ببینند. تابع \$\mathbf{f}\$ باید در شرط زیر صدق کند

$$\mathbf{f}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) = \mathbf{f}(\mathbf{r}) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_1). \quad (2.3)$$

با توجه به این رابطه تابعی به راحتی نتیجه می‌گیریم که \$f\$ باید تابعی خطی از \$\mathbf{r}\$ باشد. یعنی، می‌توان نوشت

$$v_\mu = H_{\mu\nu} x_\nu \quad (3.3)$$

که قرارداد مجموعیابی را برای سه مختصه فضایی به کار می‌بریم، اما با همه شاخصها (اندیسها) در شکل پایینی آنها. در هندسه اقلیدسی فیزیک نیوتونی، توزیع بین شاخصهای بالایی و پایینی

برای مختصات دکارتی لازم نیست. ضریب تانسوری $H_{\mu\nu}$ حداکثر می‌تواند تابع زمان t باشد. سپس، با فرض همسانگردی در هر عصر t ، تانسور باید به صورت $H_{\mu\nu} = H(t)\delta_{\mu\nu}$ باشد و رابطه سرعت-فاصله به صورت زیر درآید

$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}. \quad (4.3)$$

این همان رابطه سرعت-فاصله هابل است که در فصل ۱ بیان شد. قانون هابل با فرض همگنی و همسانگردی ما سازگار است: مثلاً، امتیاز قرار گرفتن در «پایگاه ویژه» $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ را نداریم. انتگرال‌گیری از معادله دیفرانسیل (۴.۳) را می‌توان با نوشتن \mathbf{r} به صورت زیر تکمیل کرد

$$\mathbf{r} = S(t)\mathbf{r}_0. \quad (5.3)$$

با

$$\dot{S}/S = H(t). \quad (6.3)$$

(نقطه بالا نشان می‌دهد که مشتق‌گیری از کمیت نسبت به t صورت می‌گیرد.)

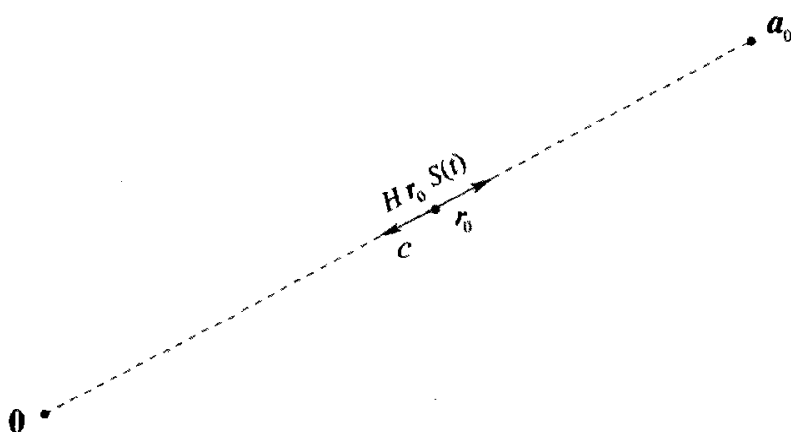
۱.۲.۳ انتقال به سرخ

برای برقراری ارتباط میان رابطه سرعت-فاصله و انتقال به سرخ (که در قانون هابل یافت می‌شود)، باید کار بیشتری انجام دهیم. کهکشانی را در $\mathbf{r}_0 = \mathbf{a}_0$ در نظر بگیرید که به ما نور گسیل می‌کند. اکنون انتشار نور را از آن به ناظر واقع در مبدأ در نظر می‌گیریم، با این فرض که همه سرعتها مانند سینماتیک نیوتونی با هم جمع می‌شوند و هر ناظر بنیادی سرعت نور را برابر c مشاهده می‌کند. مطابق شکل ۳.۳، فرض کنید که نور در $t = t_a$ مکان $\mathbf{r}_0 = \mathbf{a}_0$ را ترک کند و در $t = t_0$ به $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$ برسد.

پرتو نوری که از $\mathbf{r}_0 = \mathbf{a}_0$ به $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$ منتشر می‌شود در زمان t از گستره $t_a < t < t_0$ ناظران میانی در $\mathbf{r}_0 = \eta\mathbf{a}_0$ ، $0 < \eta < 1$ خواهد گذشت. چون سرعت این ناظر سرراه $HS(t)\mathbf{r}_0$ در جهتی است که از ما دور می‌شود، سرعت مؤثر نور برابر است با

$$\frac{dr}{dt} = -c + \eta a_0 \dot{S}(t) \quad (7.3)$$

که در آن $r = r_0 S(t) = \eta a_0 S(t)$.



شکل ۳.۳ یک پرتو نور که از کهکشان واقع در $r_0 = a_0$ به $r_0 = 0$ می‌آید، به واسطه محیط متحرکی که از $r_0 = 0$ دور می‌شود تأخیر پیدا می‌کند. در مقدار میانی r_0 (در بالا) سرعت c پرتو به طرف 0 به اندازه سرعت انبساط $H r_0 S(t)$ کاهش می‌یابد.

چون $dr/dt = \dot{\eta} a_0 S + \eta \dot{a}_0 S$ به دست می‌آوریم

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{c}{a_0 S}, \quad (۸.۳)$$

یعنی،

$$a_0 = \int_{t_a}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)}, \quad (۹.۳)$$

چون در $t = t_a$ داریم $\eta = 1$ و در $t = t_0$ ، $\eta = 0$.

در به دست آوردن (۹.۳) سرعت نور را مانند فرمولهای نیوتونی جمع سرعتها به سرعت ناظر میانی افزودیم. گرچه کار ما با نسبیت خاص ناسازگار خواهد بود، اما در چارچوب نیوتونی کاملاً سازگار است.

اکنون دو ستیغ موج نوری با طول موج λ_a را در نظر بگیرید که از کهکشان بالاگسیل می‌شود. ستیغ اول در t_a آن را ترک می‌کند و در t_0 به مقصد می‌رسد. ستیغ دوم در $t_a + \Delta t_a$ آن را ترک می‌کند و در $t_0 + \Delta t_0$ به مقصد می‌رسد. پس رابطه‌ای مانند (۹.۳) برقرار است، یعنی

$$a_0 = \int_{t_a + \Delta t_a}^{t_0 + \Delta t_0} \frac{c dt}{S(t)}. \quad (۱۰.۳)$$

با کم کردن (۹.۳) از (۱۰.۳) و استفاده از این تقریب که Δt_0 و Δt_a بازه‌های به اندازه کافی کوچکی هستند که $S(t)$ را در آنها ثابت بگیریم، به دست می‌آوریم

$$\frac{c \Delta t_0}{S(t_0)} = \frac{c \Delta t_a}{S(t_a)}. \quad (۱۱.۳)$$

با این همه، اگر λ_0 طول موجی باشد که ما دریافت می‌کنیم، پس $c \Delta t_0 = \lambda_0$ در حالی که $c \Delta t_a = \lambda_a$ در نتیجه

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda_a} = \frac{S(t_0)}{S(t_a)}. \quad (12.3)$$

این رابطه‌ای بین انتقال به سرخ z و عامل مقیاس $S(t)$ است. چون $z > 0$ ، پس برای $t_a < t_0$ داریم $S(t_a) < S(t_0)$. به عبارت دیگر، عامل مقیاس با گذشت زمان افزایش می‌یابد، یعنی عالم در حال انبساط است.

برای فاصله‌های کوتاه $t_a \approx t_0$ و بسط تیلور در حوالی $t = t_0$ به دست می‌آوریم

$$S(t_a) \cong S(t_0) - (t_0 - t_a)\dot{S}(t_0).$$

در نتیجه،

$$1 + z = \frac{S(t_0)}{S(t_a)} = \left(1 - (t_0 - t_a) \frac{\dot{S}(t_0)}{S(t_0)} \right)^{-1} \\ \approx 1 + (t_0 - t_a) \frac{\dot{S}}{S} \Big|_{t_0}$$

با این همه، از (۹.۳)، با همان تقریب داریم

$$a_0 \approx \frac{c(t_0 - t_a)}{S(t_0)}.$$

فاصله کیهکشان از ناظر در $t = t_0$ برابر است با $D = a_0 S(t_0) \cong c(t_0 - t_a)$. این نتیجه از رابطه‌های بالا به دست می‌آید.

در این فصل بیشتر به جنبه‌های سینماتیکی کیهان‌شناسی می‌پردازیم و در نتیجه بحث نیوتونی را در همین جا به پایان می‌رسانیم. همان‌طور که به زودی خواهیم دید، مدل‌های نسبیتی نیز همین نتیجه‌ها را می‌دهند، گرچه، به واسطه سازگاری با برونابی از نسبیت خاص به عام مبنای محکمتری دارند. (مثلاً، در به دست آوردن فرمول انتقال به سرخ لازم نیست سرعت نور را به سرعت محیط اضافه کنیم). به هر حال، در فصل‌های بعد به کیهان‌شناسی نیوتونی باز می‌گردیم تا نشان دهیم که از نظر دینامیکی نیز شبیه مورد نسبیتی است. اکنون بحث کیهان‌شناسی نسبیتی را با حل کلاسیک اینشتین در سال ۱۹۱۷ آغاز می‌کنیم.

۳.۳ عالم اینشتین

از معادله‌های میدان نسبیت عام که در فصل ۲ به دست آمد معلوم است که جواب آنها در کلیترین شکل — جواب یک سری معادله‌های دیفرانسیل جزئی غیرخطی همبسته — فراتر از برد فعلی روشهای موجود در ریاضیات کاربردی است. باید فرضهای تقارن ساده‌کننده را به‌عنوان گامی به‌سوی یک جواب مطرح کرد. درست همان‌طور که شوارتس‌شیلد تقارن کروی را در حل موضعی خود در نظر گرفت، اینشتین در مسئله کیهان‌شناسی خود بنا را بر همگنی و همسانگردی گذاشت. علاوه بر آن، مانند شوارتس‌شیلد، فرض کرد که فضا‌زمان ایستا است. این فرض امکان‌گزینش مختصه زمان t را به‌گونه‌ای فراهم ساخت که جزء خط فضا‌زمان با رابطه زیر داده شود

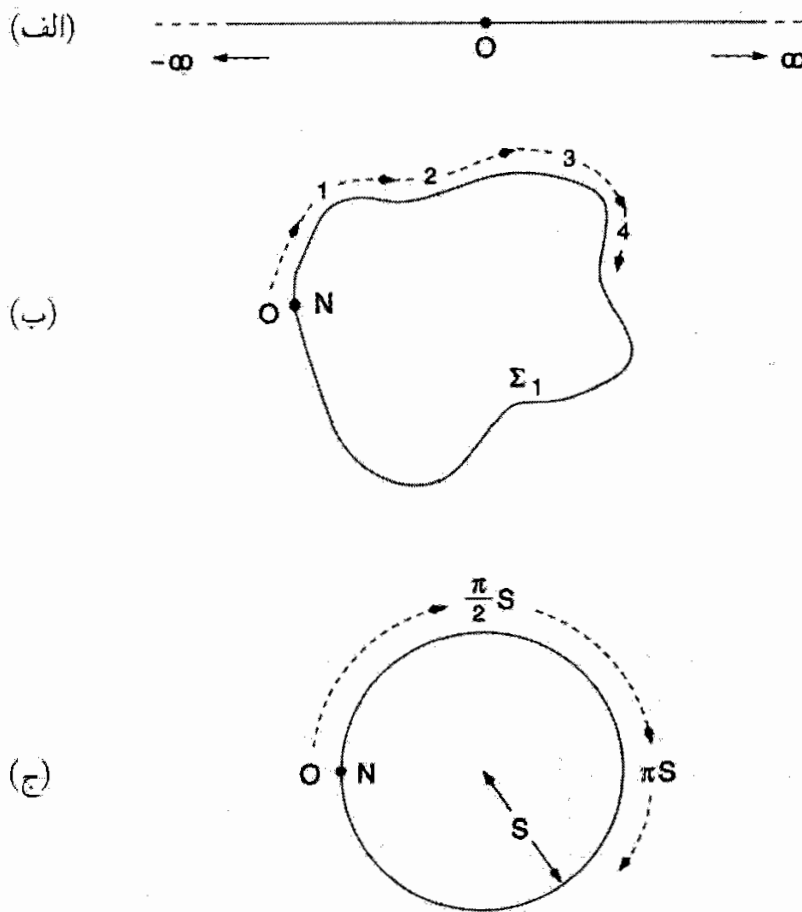
$$ds^2 = c^2 dt^2 - \alpha_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (۱۳.۳)$$

که $\alpha_{\mu\nu}$ فقط توابعی از مختصات فضایی x^μ ($\mu, \nu = 1, 2, 3$) هستند.

توجه کنید که قید همگنی ایجاب می‌کند که ضریب dt^2 فقط یک مقدار ثابت باشد، که ما آن را به c^2 بهنجار کرده‌ایم. همین‌طور، شرط همسانگردی نشان می‌دهد که هیچ جمله‌ای به‌صورت $dt dx^\mu$ نمی‌تواند در جزء خط وجود داشته باشد. این موضوع را به‌صورت زیر می‌توان دید. اگر جمله‌ای مانند $g_{0\mu} dt dx^\mu$ در جزء خط داشته باشیم، جابه‌جاییهای فضایی dx^μ و $-dx^\mu$ سهم مخالفی در ds^2 در بازه کوچک زمان dt خواهند داشت، و همسانگردی، این تغییرات جهتی را ممنوع می‌سازد. آیا چیز دیگری می‌توان درباره $\alpha_{\mu\nu}$ گفت؟

اینشتین گمان می‌کرد که عالم برای «بسته شدن» فضا ماده کافی دارد و این فرض او را به شکل خاصی از $\alpha_{\mu\nu}$ رهنمون شد. اکنون اندکی به مفهوم فضای بسته و چگونگی به‌دست آوردن $\alpha_{\mu\nu}$ می‌پردازیم. بگذارید کار را با مثالهایی از فضا‌های با ابعاد کمتر آغاز کنیم.

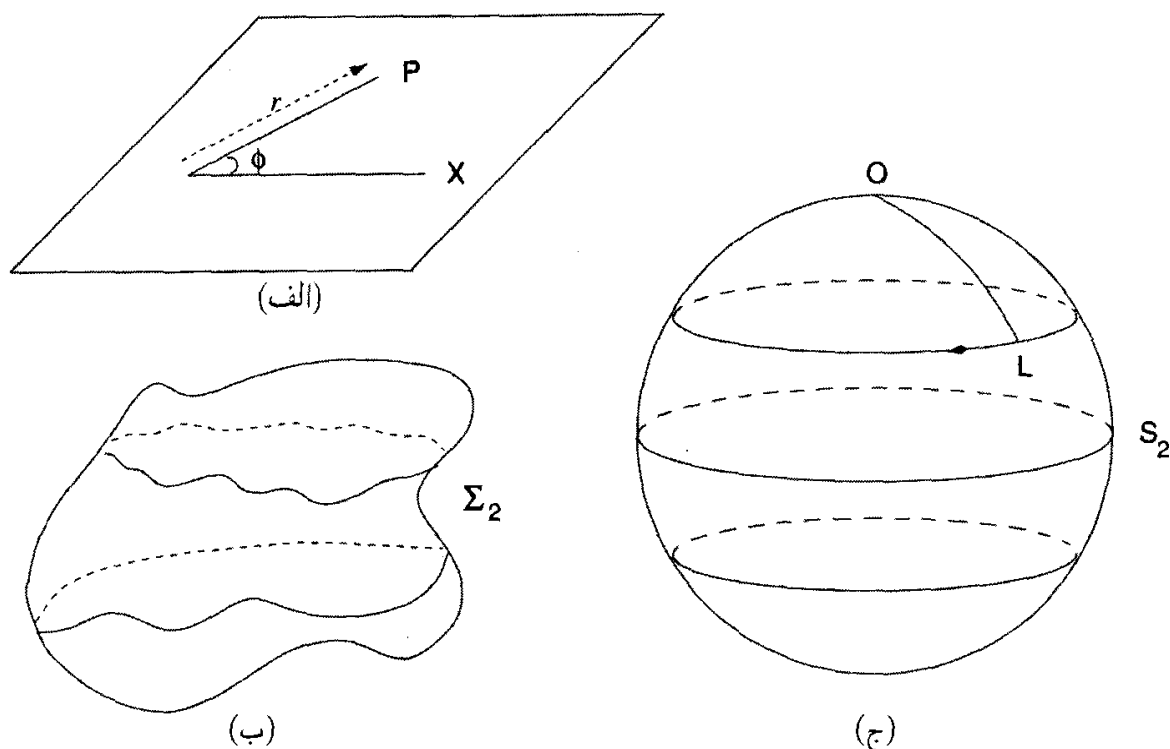
چون ساده‌ترین مثال فضای باز یک خط راست اقلیدسی است که به‌صورت نامحدود در هر دو جهت گسترش یافته باشد. می‌توانیم با استفاده از متغیر حقیقی r هر نقطه روی خط $-\infty < r < \infty$ را مشخص کنیم. شکل ۴.۳ (الف) این خط راست را نشان می‌دهد. شکل ۴.۳ (ب) مثالی از منحنی بسته Σ_1 است. این منحنی مرزی ندارد، اما اگر از متغیر حقیقی r برای نشان دادن نقطه‌های روی منحنی استفاده کنیم، متوجه می‌شویم که گستره محدودی از r کفایت می‌کند. اگر فراتر از این گستره برویم شروع به عبور مکرر از منحنی خواهیم کرد. یک مثال ساده در این مورد دایره S_1 به شعاع S در شکل ۴.۳ (ج) است. اگر از معیار اقلیدسی فاصله برای تعیین محل نقطه بهره بگیریم و آن را با r فاصله این نقطه از نقطه ثابت N نشان دهیم، در می‌یابیم که گستره $0 \leq r < 2\pi S$ تمام نقطه‌های روی دایره را توصیف می‌کند.



شکل ۴.۳ منحنیهای در فضای یک بعدی. (الف) خط راستی که از $-\infty$ تا $+\infty$ امتداد دارد. این مثالی از فضای باز است. (ب) یک منحنی بسته Σ_1 . با شروع از نقطه N بر روی آن به عنوان مبدأ، می توان طول r در امتداد منحنی را برای علامت گذاری نقطه های روی آن به کار برد. اگر طول منحنی L باشد، در $r = L$ به نقطه شروع بازمی گردیم. این یک فضای بسته است. (ج) یک فضای بسته S_1 که همگن است؛ این یک دایره است. اگر شعاع آن S باشد، داریم $L = 2\pi S$.

در حالی که هر دو منحنی شکل ۴.۳ (ب) و (ج) بسته هستند، دایره به وضوح تقارنهایی بیشتر از منحنی Σ_1 دارد. این موضوع را می توان به صورت زیر نشان داد. اگر بخش کوچکی (یک قوس) از دایره را در نظر بگیریم و آن را در امتداد دایره بلغزانیم، این بخش همواره روی دایره قرار خواهد داشت. همین کار را نمی توانیم برای منحنی Σ_1 انجام دهیم. این موضوع را می توان به این شکل بیان کرد که دایره S_1 فضای همگن را توصیف می کند، در حالی که منحنی Σ_1 چنین نیست.

شکل ۵.۳ وضعیت نظیر آن را در دو بعد نشان می دهد. دو مختصه r و ϕ ($0 \leq \phi < 2\pi$) برای تعیین محل نقطه بر روی صفحه اقلیدسی شکل ۵.۳ (الف) لازم است. سطح Σ_2 در شکل ۵.۳ (ب) و کره S_2 به شعاع S که در شکل ۵.۳ (ج) نشان داده شده اند سطوح بسته اند، که یکی از آنها یعنی S_2 همگن است ولی Σ_2 همگن نیست. این ویژگی اخیر را می توان



شکل ۵.۳ (الف) صفحه یک فضای باز دوبعدی است. از هر نقطه O روی آن یک خط مستقیم OX را در هر جهت صفحه رسم کنید. مختصات (r, ϕ) در تصویر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان نقطه P روی صفحه را مشخص ساخت. (ب) یک سطح بسته اختیاری Σ_2 . (ج) یک سطح بسته S_2 که همگن و همسانگرد است. این سطح یک کره است. هر نقطه O روی S_2 را در نظر بگیرید و یک کمان کوچک از یک دایره عظیمه OL را بر روی S_2 رسم کنید. با چرخش OL دور O ، نقطه L در امتداد دایره کوچکی روی S_2 حرکت می‌کند و کمان همواره روی S_2 باقی می‌ماند. این مثالی از همسانگردی است: چنانکه از O دیده می‌شود، سطح S_2 هیچ جهت برتری را از خود نشان نمی‌دهد.

با روش لغزاندن بخش کوچکی از هر سطح در امتداد خودش بررسی کرد.

تقارن ذاتی دیگری در سطح کروی وجود دارد، که می‌توان آن را به صورت زیر نشان داد. در هر نقطه O بر روی آن یک کمان کوچک بر روی سطح رسم کنید و سپس آن را دور نقطه O بچرخانید، و همواره سعی کنید که درست روی سطح قرار گیرد. باز هم سطح کروی S_2 این کار را ممکن می‌سازد، ولی در مورد Σ_2 چنین نیست. این بدان معنی است که سطح S_2 دارای همسانگردی دور O است.

اکنون می‌بینیم که چگونه می‌توان یک فضای سه‌بعدی همگن و همسانگرد ساخت که اینشتین به‌عنوان مدلی برای عالم خود لازم داشت. این S_3 ، یعنی ۳-سطح از یک ابرکره چهاربعدی به شعاع S است. معادله این ۳-سطح برحسب مختصات دکارتی x_1, x_2, x_3 و x_4 به صورت زیر است

$$(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2 + (x_4)^2 = S^2. \quad (14.3)$$

برای بهره‌گیری از مختصات ذاتی سطح، تعریف می‌کنیم

$$\begin{aligned} x_4 &= S \cos \chi, & x_1 &= \sin \chi \cos \theta, & x_2 &= S \sin \chi \sin \theta \cos \phi, \\ x_3 &= S \sin \chi \sin \theta \sin \phi. \end{aligned} \quad (15.3)$$

بنابراین جزء خط روی سطح S_3 از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} d\sigma^2 &= (dx_1)^2 + (dx_2)^2 + (dx_3)^2 + (dx_4)^2 \\ &= S^2 [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \end{aligned} \quad (16.3)$$

خط اخیر از حسابان ساده به دست می‌آید. گستره θ و ϕ و χ عبارت است از

$$0 \leq \chi \leq \pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi. \quad (17.3)$$

در این مرحله لازم به ذکر است که دو راه در مقابل ما وجود دارد. اول اینکه تلویحاً فرض کردیم که χ تمام مقادیر در گستره $0 \leq \chi \leq \pi$ را اختیار می‌کند، و این چیزی را به ما می‌دهد که معمولاً فضای کروی می‌نامیم. اما، اگر نقطه‌های متقاطع را یکسان فرض کنیم، فضای حاصل فضای بیضوی نامیده می‌شود.

راه دیگر بیان $d\sigma^2$ با مختصات r, θ, ϕ است، با $r = \sin \chi$ ($0 \leq r \leq 1$). در فضای بیضوی r این گستره را یک‌بار طی می‌کند: در فضای کروی این کار دوبار انجام می‌شود:

$$d\sigma^2 = S^2 \left(\frac{dr^2}{1-r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (18.3)$$

ثابت S را «شعاع» عالم می‌نامند. بنابراین جزء خط عالم اینشتین از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2 dt^2 - d\sigma^2 \\ &= c^2 dt^2 - S^2 [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \\ &= c^2 dt^2 - S^2 \left(\frac{dr^2}{1-r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \end{aligned} \quad (19.3)$$

توجه کنید که جزء خط (۱۹.۳) را کاملاً از فرض‌های مختلف تقارن به دست آوردیم. از معادله‌های میدان استفاده نکرده‌ایم. اکنون می‌بینیم که وقتی از این جزء خط برای محاسبه طرف چپ معادله‌های اینشتین استفاده می‌کنیم چه اتفاقی رخ می‌دهد.

این کار را می‌توان با نظامی که در فصل ۲ به وجود آوردیم انجام داد. می‌نویسیم $x^0 = ct$ ، $x^1 = r$ ، $x^2 = \theta$ و $x^3 = \phi$ به طوری که

$$g_{00} = 1, \quad g_{11} = -\frac{S^2}{1-r^2}, \quad g_{22} = -S^2 r^2, \quad g_{33} = -S^2 r^2 \sin^2 \theta$$

$$g^{00} = 1, \quad g^{11} = -\frac{1-r^2}{S^2}, \quad g^{22} = -\frac{1}{S^2 r^2}, \quad g^{33} = -\frac{1}{S^2 r^2 \sin^2 \theta}.$$

حسابان مقدماتی نشان می‌دهد که تنها مؤلفه‌های غیرصفر Γ_{kl}^i عبارت‌اند از:

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{r}{1-r^2}, \quad \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \quad \Gamma_{22}^1 = -r(1-r^2),$$

$$\Gamma_{33}^1 = -r(1-r^2) \sin^2 \theta, \quad \Gamma_{33}^2 = -\sin \theta \cos \theta, \quad \Gamma_{33}^3 = \cot \theta.$$

سپس، با بهره‌گیری از رابطه‌های فصل قبل، مؤلفه‌های غیرصفر تانسور اینشتین را به شکل زیر به دست می‌آوریم

$$R_{00}^0 = \frac{1}{4} R = -\frac{3}{S^2}, \quad (20.3)$$

$$R_{11}^1 = \frac{1}{4} R = R_{22}^2 = \frac{1}{4} R = R_{33}^3 = -\frac{1}{S^2}. \quad (21.3)$$

برای تکمیل معادله‌های میدان، اینشتین تانسور انرژی را برای گردوغبار رابطه (۸۵.۲) به کار برد. برای گردوغباری که در چارچوب مرجع بالا در حال سکون است، u^i فقط یک مؤلفه غیرصفر دارد که مؤلفه زمان است. بنابراین، به دست می‌آوریم

$$T_{00}^0 = \rho_0 c^2,$$

$$T_{11}^1 = T_{22}^2 = T_{33}^3 = 0. \quad (22.3)$$

بنابراین دو معادله (۲۰.۳) و (۲۱.۳) به دو معادله مستقل زیر می‌انجامد:

$$-\frac{3}{S^2} = -\frac{\lambda \pi G}{c^2} \rho_0, \quad -\frac{1}{S^2} = 0. \quad (23.3)$$

بدیهی است که این معادله‌ها هیچ جواب معقولی ندارند که نشان می‌دهد هیچ مدل ایستای همگن و همسانگرد و چگال عالم از معادله‌های اینشتین در (۱۰۰.۲) به دست نمی‌آید.

این ناتوانی در تولید چنین مدلی بود که باعث شد اینشتین معادله‌های (۱۰۰.۲) تا (۱۰۴.۲) را اصلاح کند، بنابراین جمله λ را که (اکنون مشهور است) وارد کرد. اگر این ثابت اضافی را وارد کار کنیم، معادله‌های (۲۳.۳) اکنون به صورت زیر در می‌آیند

$$\lambda - \frac{3}{S^2} = -\frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 \quad (24.3)$$

و

$$\lambda - \frac{1}{S^2} = 0 \quad (25.3)$$

حال در واقع یک جواب معقول داریم. به دست می‌آوریم

$$S = \sqrt{\frac{1}{\lambda}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi G \rho_0}} \quad (26.3)$$

اینشتین این جواب را توجیه این فرض در نظر گرفت که با چگالی به اندازه کافی زیاد می‌توان عالم را «بست». در (۲۶.۳) شعاع S عالم را داریم که با استفاده از چگالی ρ_0 به دست می‌آید، با این نتیجه که هرچه مقدار ρ_0 بزرگتر باشد، مقدار S کوچکتر است. اما، اگر λ یک ثابت جهانی معین مانند G باشد، هر دوی ρ_0 و S برحسب λ (همین‌طور G و c) به دست می‌آیند. بزرگی λ چقدر است؟

در سال ۱۹۱۷ اطلاعات اندکی در مورد ρ_0 موجود بود که از روی آن بتوان λ را تعیین کرد.

مقدار

$$S \approx 10^{26} - 10^{27} \text{ cm}$$

که در آن روزها ذکر می‌شد فقط به لحاظ تاریخی اهمیت دارد. اگر ρ_0 را $10^{-31} \text{ g cm}^{-3} \sim$ به عنوان یک برآورد تقریبی چگالی جرمی به صورت کهکشانی در نظر بگیریم (نگاه کنید به فصل ۹) به دست می‌آوریم $S \approx 10^{29} \text{ cm}$ و $\lambda \approx 10^{-58} \text{ cm}^{-2}$.

جمله λ نیروی دافعه‌ای را بین دو جسم وارد می‌کند که متناسب با فاصله میان آنها افزایش می‌یابد. مقدار بالا برای λ کوچکتر از آن است که بتواند تفاوت محسوسی از پیش‌بینی نسبیت عام استاندارد (یعنی، با $\lambda = 0$) در هر یک از آزمونهای منظومه شمسی که در فصل ۲ بیان شد ایجاد کند. بنابراین، مدل اینشتین با هیچ تهدیدی از آزمونهای محلی گرانی روبه‌رو نبود. اما، این مدل، به دلایلی که در زیر بررسی می‌کنیم، بیش از یک دهه دوام نیاورد.

۴.۳ عالم در حال انبساط

در اواخر قرن نوزدهم ارنست ماخ^۱ فیلسوف و دانشمند، برخی ایرادهای مفهومی را به قانون حرکت نیوتون مطرح کرد. ماخ نقش زمینه‌ای را که حرکت در مقابل آن باید اندازه‌گیری شود به‌طور نقادانه بررسی و استدلال کرد تا هنگامی که زمینه‌ای مادی وجود نداشته باشد، نسبت دادن هر نوع معنی به مفاهیم سکون و حرکت بی‌مورد است. اینشتین به‌شدت تحت تأثیر بحثهای ماخ قرار داشت. در عالم اینشتین که در بالا بررسی شد، فضا پر از ماده است و در نتیجه زمینه‌ای از ماده در دوردست وجود دارد به‌طوری که یک ناظر محلی می‌تواند حرکت را اندازه بگیرد و قانونهای مکانیک را فرمولبندی کند. در واقع، هم‌اکنون دیدیم که چگالی ماده سرشت هندسی دقیق فضا-زمان را در دو مدل اینشتین تعیین می‌کند.

اینشتین گمان می‌کرد که این ویژگی منحصر به فرد نسبیت عام است. او احساس می‌کرد که وجود ماده برای داشتن یک هندسه فضا-زمان با معنی ضروری است. اما، این انتظار او که نسبیت عام فقط بتواند چنین فضا-زمان پر از ماده‌ای را به‌عنوان جوابهای معادله‌های میدان به‌دست بدهد اندکی پس از انتشار مقاله‌اش در سال ۱۹۱۷ غلط از آب درآمد. زیرا در سال ۱۹۱۷ و. دوسیته^۲ (شکل ۶.۳) جواب دیگری از معادله‌های میدان در (۱۰۴.۲) را منتشر ساخت که جزء خط آن به‌صورت زیر بود

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{H^2 R^2}{c^2} \right) dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \frac{H^2 R^2}{c^2}} - R^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (27.3)$$

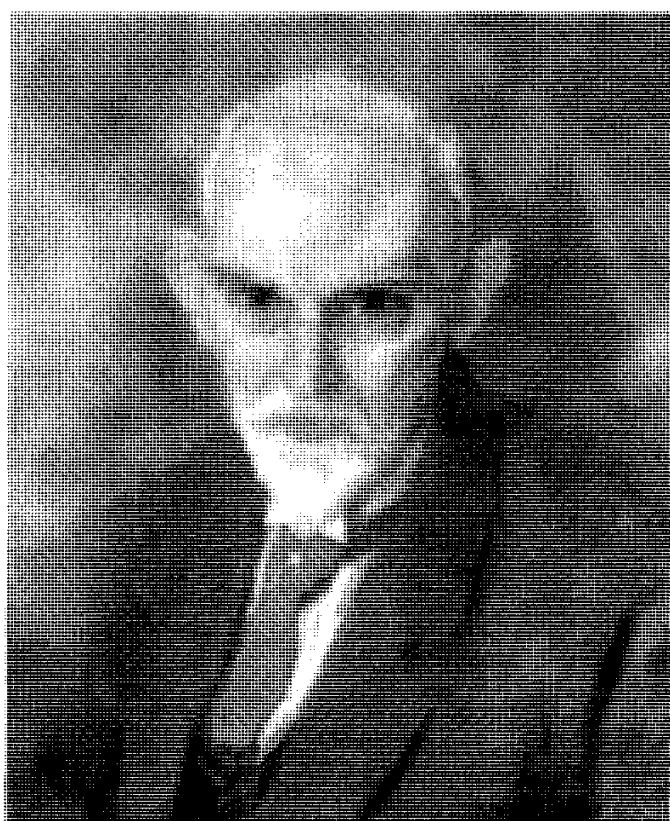
که در آن H ثابتی است که با رابطه زیر به λ مربوط می‌شود

$$\lambda = \frac{3H^2}{c^2}. \quad (28.3)$$

جنبه جالب توجه عالم دوسیته تهی‌بودن آن است. به‌علاوه، گرچه ممکن است از مختصات بالا برداشت کنیم که عالم ایستا است، اما، می‌توان مختصات جدید (t, r, θ, ϕ) را یافت که برحسب آنها جزء خط (۲۷.۳) به‌شکل زیر در می‌آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{2Ht} [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \quad (29.3)$$

به‌راحتی می‌توان ثابت کرد که ذرات آزمون با مقادیر ثابت (r, θ, ϕ) در این مدل ژئودزیکهای زمان‌گونه دارند. بنابراین ویژه‌فاصله بین هر دو ذره که در هر زمان t اندازه‌گیری شود برحسب زمان به‌صورت e^{Ht} افزایش می‌یابد. یعنی، همه این ذرات از یکدیگر دور می‌شوند.



شکل ۶.۳ دلبیو. دوسیت (۱۸۷۲-۱۹۳۴).

اما، این ذرات هیچ‌گونه منزلت مادی ندارند. آنها جرمی ندارند و نمی‌توانند تأثیری در هندسه فضا زمان داشته باشند. به لحاظ دینامیکی عالم تهی است، گرچه از نظر سینماتیکی منبسط می‌شود. همان‌طور که ادینگتون زمانی مطرح کرد، عالم دوسیت دارای حرکت بدون ماده است، برخلاف عالم اینشتین که ماده بدون حرکت دارد.

اما، عالم دوسیت نشان داد که فضا زمان خالی را می‌توان به‌عنوان جوابهای نسبیت عام به‌دست آورد. به دلایلی که در بالا گفتیم، عالمی از این نوع نمی‌تواند معیار ماخ را، که طبق آن باید زمینه‌ای از ماده دور دست وجود داشته باشد تا بتوان حرکت محلی را نسبت به آن اندازه گرفت، برآورده سازد. اگرچه ویژگی تهی بودن عالم دوسیت ناراحت‌کننده بود، اما معلوم شد که خاصیت انبساط آن حقیقتی را دربر دارد. زیرا در پایان دهه سوم قرن بیستم، مشاهدات هابل هیومیسون نشان داد که عالم ایستا نیست، بلکه در واقع منبسط می‌شود.

این مشاهده‌ها در فصل ۱ خلاصه شده‌اند. پدیده انتقال به سرخ مربوط به سحابی را که هابل و هاماسون در سالهای ۱۹۲۰ مشاهده کردند، اکنون عملاً در تمام اجسام فراکهکشانی مشاهده می‌شود. همان‌طور که در بخش ۸.۱ گفتیم، در تفسیر نیوتونی این انتقالهای به سرخ اثر دوپلر دخیل

است. چگونه می‌توان این پدیده را به زبان نسبیت عام بیان کرد؟ آیا می‌توان مدل‌هایی از عالم را به وجود آورد که فکر انبساط دوسپته را با فکر تهی‌نبودن اینشتین ترکیب کند؟ مدل‌های فریدمان که در فصل ۴ بررسی می‌شوند این کار را انجام می‌دهند. این مدل‌ها را در واقع فریدمان بین ۱۹۲۲ تا ۱۹۲۴، پنج سال پیش از اینکه داده‌های هابل منتشر شوند، به دست آورد. بعدها در سال ۱۹۲۷ آبه لومتر^۱ مدل‌های شبیه به فریدمان را به طور مستقل به دست آورد. با این همه، تا زمان تأثیرگذاری رصدهای هابل در سال ۱۹۲۹، این ایده‌ها ناشناخته باقی ماندند.

بقیه این فصل به جنبه‌های سینماتیکی مدل‌های انبساط عالم می‌پردازد. خواهیم گفت که چگونه می‌توان بحث‌هایی را تعمیم داد که رهنمون اینشتین به جزء خط ایستایی (۱۹.۳) شد. این تعمیم راهنمای ما به جزء خط غیرایستایی خواهد شد که ویژگی‌های همگنی و همسانگردی فرضی اینشتین را حفظ می‌کند، و توان بالقوه توضیح داده‌های هابل را دارد.

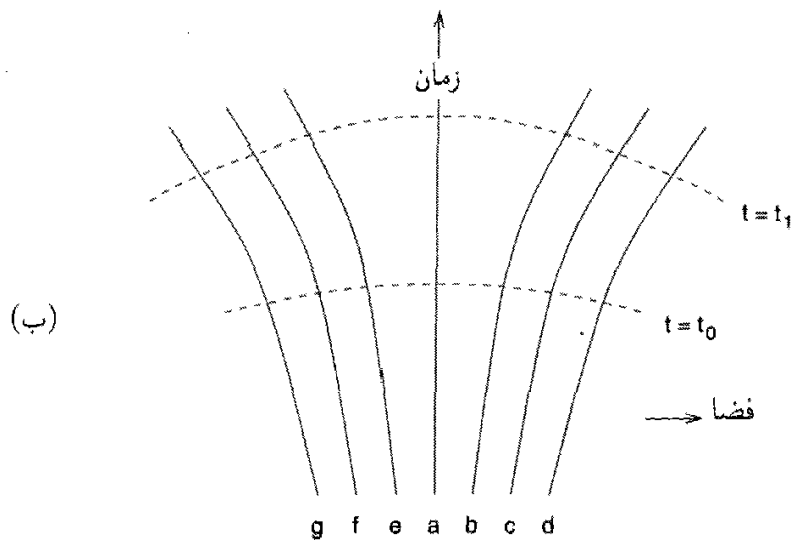
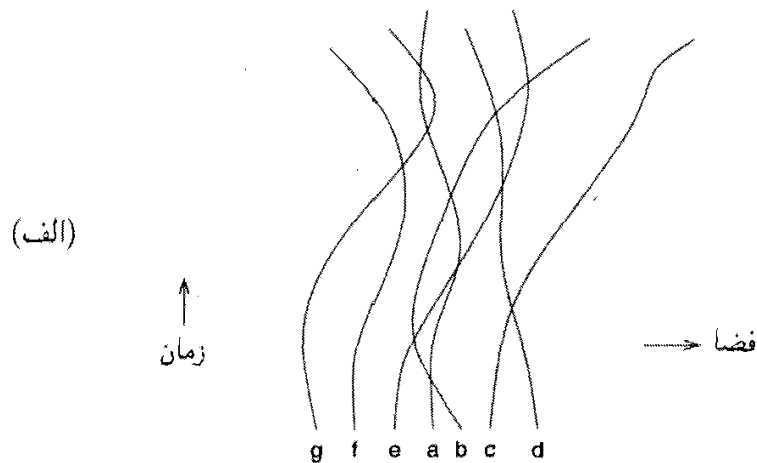
۵.۳ فرضهای ساده‌کننده کیهان‌شناسی

وقتی تصمیم می‌گیریم که یک مدل ایستای عالم را به مدلی غیرایستا تعمیم دهیم، کارمان مشکل می‌شود. شکل ۷.۳(الف) نمودار فضا-زمان با انبوهی از جهان‌خط را نشان می‌دهد که نشانگر ذراتی هستند که به صورت دلخواه در حرکت‌اند. نظم و ترتیبی در این تصویر وجود ندارد، و اگر دو جهان‌خط یکدیگر را قطع کنند، دارای ذرات برخوردکننده خواهیم بود. در واقع، حل معادله‌های میدان اینشتین برای این انبوه ماده گراننده دشوار است. خوشبختانه، عالم تا این اندازه به هم ریخته نیست.

رصدهای هابل نشان می‌دهد که عالم دارای ساختار منظمی است (یا لااقل چنین به نظر می‌رسد) که در آن کهکشانها، که واحدهای بنیادی در نظر گرفته می‌شوند، از یکدیگر دور می‌شوند. بنابراین، شکل ۷.۳(ب) نمونه بخشی از فضا-زمان عالم است که در آن جهان‌خطها یکدیگر را قطع نمی‌کنند و ساختار قیفی شکل را تشکیل می‌دهند که فاصله بین هر دو جهان‌خط آن به طور مداوم افزایش می‌یابد.

۱.۵.۳ اصل موضوع وایل

این تصویر شهودی از نظم را معمولاً، پس از کارهای اولیه هرمان وایل^۲ ریاضیدان، به صورت اصل موضوع وایل بیان می‌کنند. با توجه به این اصل جهان‌خطهای کهکشانها به صورت ناظران بنیادی در



شکل ۷.۳ (الف) بسته دلخواهی از جهانخطهای a, b, c, \dots ذراتی را توصیف می‌کنند که با بی‌نظمی در حرکت‌اند. جهانخطهای متقاطع معرف برخوردهای ذرات‌اند. (ب) ذرات در امتداد خطهای نامتقاطع a, b, c, \dots حرکت می‌کنند که هیچ موجک یا بی‌نظمی ندارند. این نظم است که با اصل موضوع وایل رسماً بیان شده است. توجه کنید که این نظم ما را قادر می‌سازد تا دنباله‌ای از ابرویه‌های فضاگونه عمود بر بسته جهانخطها تشکیل دهیم. اینها ابرویه‌های با زمان کیهانی ثابت t هستند. بنابراین، کیهان‌شناس می‌تواند بدون هیچ ابهامی درباره‌ی دوران کیهانی $t = t_0, t = t_1$ و غیره صحبت کند.

نظر گرفته می‌شوند که یک ۳-بسته ژئودزیکهای نامتقاطع عمود بر یک سری ابررویه‌های فضاگونه را تشکیل می‌دهند.

برای درک کامل اهمیت اصل موضوع وایل، بگذارید آن را برحسب مختصات و متریک فضازمان بیان کنیم. در نتیجه سه مختصه فضاگونه x^μ ($\mu = 1, 2, 3$) را برای مشخص کردن یک نمونه جهانخط در ۳-بسته جهانخطهای کهکشان به‌کار می‌بریم. به‌علاوه، فرض کنید x^0 برحسب عضوی از سری ابررویه‌های فضاگونه باشد که در بالا ذکر کردیم. بنابراین

$$x^0 = \text{const.}$$

یک نمونه ابررویه فضاگونه عمود بر جهانخطی است که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$x^\mu = \text{const.}$$

گرچه، در عمل کهکشانیها مجموعه گسسته‌ای را تشکیل می‌دهند، اما می‌توانیم این مجموعه گسسته (x^μ) را با تقریب شاره هموار به یک پیوستار بسط دهیم. این تقریب چیزی جز ابزار متداول عبور از یک توزیع گسسته ذرات به توزیع پیوسته چگالی نیست. در این مورد، می‌توان کمیت‌های x^μ را پیوستاری در نظر گرفت که همراه با x^0 به‌عنوان صورت چهار مختصه x^i برای توصیف فضا و زمان به‌کار می‌روند.

ذکر اهمیت جهانخطهای نامتقاطع بی‌فایده نیست. اگر جهانخطهای مربوط به دو کهکشان یکدیگر را قطع کنند، دستگاه مختصات بالا از میان می‌رود، زیرا دارای دو مقدار متفاوت x^μ برای یک نقطه فضازمان خواهیم شد (نقطه برخورد). به هر حال، در فصل بعد به یک موقعیت استثنایی برمی‌خوریم که در آن جهانخطها در یک نقطه تکین برخورد می‌کنند!

متریک برحسب این مختصات را به صورت تانسور g_{ik} بیان می‌کنیم. بر مبنای اصل موضوع وایل چه نتیجه‌ای می‌توان درباره این تانسور متریک گرفت؟ شرط تعامد نشان می‌دهد که

$$g_{0\mu} = 0. \quad (30.3)$$

به‌علاوه، این واقعیت که $x^\mu = \text{const.}$ یک ژئودزیک است نشان می‌دهد که معادله‌های ژئودزیک

$$\frac{d^2 x^i}{dx^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0 \quad (31.3)$$

برای $x^i = \text{const.}$ و $i = 1, 2, 3$ برقرارند. در نتیجه

$$\Gamma_{00}^\mu = 0, \quad \mu = 1, 2, 3. \quad (32.3)$$

بنابراین از (۳۰.۳) و (۳۲.۳) به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial g_{\infty\infty}}{\partial x^\mu} = 0, \quad \mu = 1, 2, 3. \quad (33.3)$$

$g_{\infty\infty}$ فقط تابع x^∞ است. بنابراین می‌توان به جای x^∞ هر تابع مناسبی از x^∞ را قرار داد تا $g_{\infty\infty}$ مقداری ثابت شود. بنابراین، بدون از دست رفتن کلیت می‌توان قرار داد،

$$g_{\infty\infty} = 1. \quad (34.3)$$

بنابراین، جزء خط به صورت زیر در می‌آید

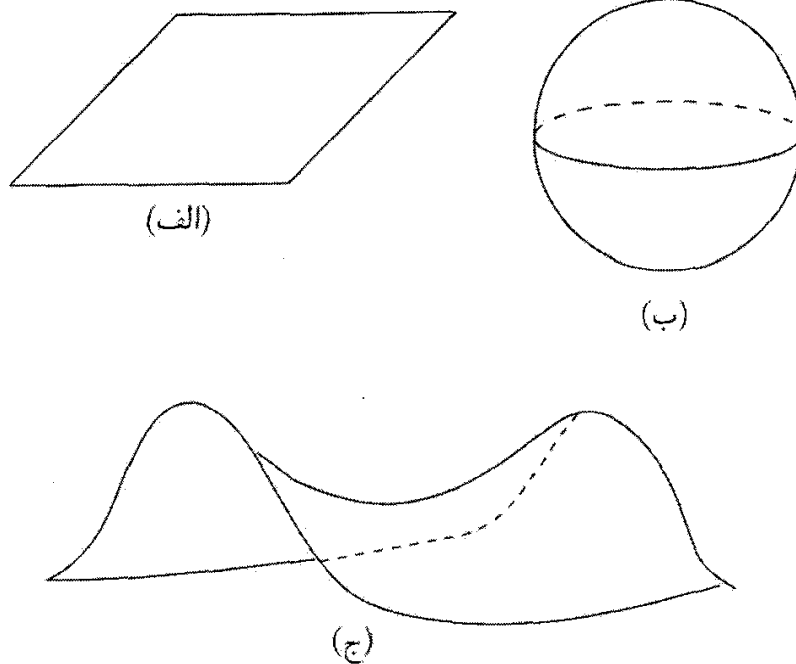
$$\begin{aligned} ds^2 &= (dx^\infty)^2 + g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ &= c^2 dt^2 + g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \end{aligned} \quad (35.3)$$

که قرار داده‌ایم $ct = x^\infty$. این مختصه زمانی زمان کیهانی خوانده می‌شود. به راحتی مشاهده می‌شود که ابرویه‌های فضاگونه در اصل موضوع و ایل رویه‌های همزمانی نسبت به زمان کیهانی هستند. به علاوه، t ویژه زمان مربوط به هر کهکشان است.

۲.۵.۳ اصل کیهان‌شناسی

دومین فرض مهم کیهان‌شناسی با اصل کیهان‌شناختی بیان می‌شود. با توجه به این اصل، در هر زمان کیهانی عالم همگن و همسانگرد است. یعنی، رویه‌های $t = \text{const.}$ نشانگر ویژگی‌هایی هستند که قبلاً در ارتباط با عالم اینشتین بیان شد. در آنجا دیدیم که رویه سه‌بعدی S^3 مربوط به یک ابرکره دارای شرایط لازم همگنی و همسانگردی هست. اما آیا این تنها انتخاب ممکن است؟ همان‌طور که قبلاً دیدیم، اینشتین این راه را برگزید زیرا گمان می‌کرد که فضا بسته است. اما، اگر بر فضای بسته تأکید نداشته باشیم، برای ما دو راه دیگر وجود دارد، که می‌توان آنها را به صورت زیر دید. ابتدا بگذارید یک مورد شبیه آن را در ابعاد کمتر در نظر بگیریم.

شکل ۸.۳ سه رویه را نشان می‌دهد، شکل ۸.۳ (الف) بخشی از صفحه اقلیدسی، شکل ۸.۳ (ب) یک رویه کروی، و شکل ۸.۳ (ج) رویه‌ای زینی شکل است. فرض کنید می‌خواهیم این رویه‌ها را با یک ورق کاغذ بپوشانیم. خواهیم دید که ورقه کاغذ ما کاملاً بر سطح تخت منطبق می‌شود. اگر بخواهیم رویه کروی را بپوشانیم، ورقه کاغذ چروک می‌خورد، که نشان می‌دهد مساحت آن بیش از مقدار لازم برای پوشاندن این رویه است. همین‌طور، اگر بخواهیم رویه زینی شکل را بپوشانیم،



شکل ۸.۳ مثالهایی از رویه‌های (الف) با خمیدگی صفر (ب) خمیدگی مثبت، و (ج) خمیدگی منفی.

کاغذ ما پاره می‌شود، چون مساحت آن برای پوشاندن این رویه کافی نیست. این تفاوتها را می‌توان در مختصات دیفرانسیلی با مفهوم خمیدگی بیان کرد. رویه تخت دارای خمیدگی صفر، رویه کروی دارای خمیدگی مثبت، و رویه زینی شکل دارای خمیدگی منفی است. این آزمایش پوشاندن با کاغذ به‌طور کلی نشان می‌دهد که کدام سطح دارای خمیدگی صفر و کدام دارای خمیدگی مثبت یا منفی است. این فکر را می‌توان به ابعاد بالاتر نیز تعمیم داد.

در عالم اینشتین مقاطع فضا ۳- رویه‌های ابرکره هستند، و در نتیجه دارای خمیدگی مثبت‌اند. ثابت بودن خمیدگی برای اطمینان از ویژگیهای همگنی و همسانگردی ضروری است؛ زیرا اگر خمیدگی فضا از یک نقطه به نقطه دیگر تغییر کند، می‌توان اندازه‌گیریهای فیزیکی برای آشکارسازی این اختلافها را ابداع کرد. همین‌طور می‌توان با در نظر گرفتن آنها به عنوان ۳- رویه‌های با خمیدگی منفی ثابت یا خمیدگی صفر به فضاها همگن و همسانگرد دیگر دست یافت.

برحسب مختصات دکارتی x_1, x_2, x_3, x_4 که قبلاً به‌کار بردیم، ۳- رویه با خمیدگی منفی ثابت با معادله‌ای به شکل زیر داده می‌شود

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 = -S^2 \quad (۳۶.۳)$$

که S مقداری ثابت است. با قرار دادن

$$x_1 = S \sinh \chi \cos \theta, \quad x_2 = S \sinh \chi \sin \theta \cos \phi \quad (37.3)$$

$$x_3 = S \sinh \chi \sin \theta \sin \phi, \quad x_4 = S \cosh \chi \quad (38.3)$$

خواهیم داشت

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2 = S^2 [d\chi^2 + \sinh^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \quad (39.3)$$

به علامت منفی جلوی dx_4^2 توجه کنید. این علامت نشان می‌دهد که ۳- رویه ما در فضای اقلیدسی قرار ندارد، بلکه در یک فضای شبه‌اقلیدسی است. به طور مثال، فضای مینکوفسکی شبه‌اقلیدسی است.^۱ علاوه بر آن اگر بگذاریم

$$r = \sinh \chi \quad (40.3)$$

رابطه (۳۹.۳) به صورت زیر درمی‌آید

$$d\sigma^2 = S^2 \left(\frac{dr^2}{1+r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (41.3)$$

از مقایسه این رابطه با عبارت (۱۸.۳) برای فضای با خمیدگی مثبت:

$$d\sigma^2 = S^2 \left(\frac{dr^2}{1-r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (42.3)$$

هر دو رابطه را می‌توان با وارد کردن پارامتر k که مقادیر ± 1 را اختیار می‌کند به یک رابطه تبدیل کرد:

$$d\sigma^2 = S^2 \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (43.3)$$

توجه کنید که اگر بگذاریم $k = 0$ مورد سومی را به دست می‌آوریم که ۳- رویه با خمیدگی صفر است:

$$d\sigma^2 = S^2 [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \quad (44.3)$$

۱. در فضای اقلیدسی قضیه فیثاغورس با جزء خطی که از رابطه $dx^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + \dots$ حاصل می‌آید، برقرار است. اگر بعضی از علامتهای + در طرف راست را به علامتهای - تغییر دهیم، حاصل یک فضای شبه‌اقلیدسی است.

طرف راست رابطه (۴۴.۳) یک جزء خط اقلیدسی است که با ضریب ثابت S مقیاس‌بندی شده است.

اما، ثابت S می‌تواند تابع زمان کیهانی باشد، زیرا در بحث بالا یک ابررویه با $t = \text{const.}$ را در نظر گرفتیم. بنابراین، کلیترین جزء خط که با اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی سازگار است از رابطه زیر به دست می‌آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right) \quad (45.3)$$

که ۳-رویه‌های $t = \text{const.}$ برای $k = 0$ اقلیدسی، برای $k = +1$ بسته با خمیدگی مثبت، و برای $k = -1$ باز با خمیدگی منفی هستند. به دلایلی که به زودی روشن خواهد شد، عامل مقیاس $S(t)$ را معمولاً عامل انبساط می‌نامند.

جزء خط (۴۵.۳) که تا اندازه‌ای به صورت شهودی و تا اندازه‌ای با بحث‌های اکتشافی به دست آوردیم را اچ. پی. رابرتسون^۱ و ای. جی. واکر^۲ (به طور مستقل) در سال ۱۹۳۰ با دقت تمام به دست آوردند. این جزء خط را معمولاً جزء خط رابرتسون-واکر می‌نامند. جزء خط رابرتسون-واکر را گاهی به کمک تبدیل مختصات شعاعی زیر به صورت اندکی متفاوت بیان می‌کنند

$$\bar{r} = \frac{r}{1 + \sqrt{1 - kr^2}} \quad (46.3)$$

سپس جزء خط به صورت زیر در می‌آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{S^2(t)}{\left(1 + \frac{k\bar{r}^2}{4}\right)^2} [d\bar{r}^2 + \bar{r}^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (47.3)$$

این جزء خط آشکارا برحسب \bar{r} ، θ ، و ϕ همسانگرد است. اما، ما از رابطه (۴۵.۳) استفاده خواهیم کرد.

توجه کنید که چگونه فرض‌های ساده‌کننده کیهان‌شناسی تعداد مجهول‌های تانسور متریک را از ۱۰ به یک تابع $S(t)$ و پارامتر گسسته k ، که مشخصه متریک رابرتسون-واکر است، کاهش می‌دهد. اکنون وظیفه متخصص نسبیت به حل یک معادله دیفرانسیل معمولی برحسب متغیر مستقل t ساده می‌شود. حل این معادله را تا فصل بعد به تعویق می‌اندازیم.

سپس بعضی از جنبه‌های مشاهده‌ای فضا زمان نوعی رابرتسون-واکر را بررسی می‌کنیم. این جنبه‌ها نشان می‌دهند که چگونه هندسهٔ نااقلیدسی می‌تواند نتیجه‌گیریهایی بر مبنای مفاهیم ابتدایی اقلیدسی را تغییر دهد. در اینجا باید به خواننده دربارهٔ این کار متداول و نادقیق نسبت دادن «مدل تخت» به مدل $k = 0$ هشدار دهیم. فضا زمان رابرتسون-واکر برای این مدل تخت نیست؛ فقط زیرفضاهای $t = \text{const.}$ آن تخت‌اند.

۶.۳ انتقال به سرخ

ابتدا بگذارید ببینیم انتقال به سرخ مربوط به سحابی را که هابل و هاماسون به دست آوردند می‌توان بر مبنای مدل رابرتسون-واکر توجیه کرد. کار را با یادآوری این نکته آغاز می‌کنیم که اجزای اصلی موضوع وایل کهکشانهایی با مختصات ثابت x^μ هستند. به راحتی می‌توان x^μ را به (r, θ, ϕ) فضا زمان رابرتسون-واکر مرتبط ساخت. بنابراین، هر کهکشان دارای مختصات (r, θ, ϕ) ثابت است. این چارچوب مختصات را معمولاً چارچوب سکون کیهان‌شناختی می‌نامند. به عنوان ناظر، ما در کهکشان خود قرار داریم که دارای مختصات (r, θ, ϕ) ثابت است.^۱ بدون از دست دادن کلیت می‌توانیم دیدگاه خود را $r = 0$ بگیریم. اگرچه این فرض نشان می‌دهد که خود را در مرکز عالم قرار داده‌ایم، اما این موضوع هیچ موقعیت ویژه‌ای به ما نمی‌دهد. به علت فرض همگنی، هر کهکشان را می‌توان به عنوان $r = 0$ برگزید. این انتخاب ما فقط به خاطر سهولت است.

کهکشان G_1 را در (r_1, θ_1, ϕ_1) در نظر بگیرید که امواج نور را به سوی ما گسیل می‌دارد. بگذارید دورهٔ رصد فعلی را t_0 در نظر بگیریم. در چه زمانی باید موج نور G_1 را ترک کند تا در $t = t_0$ به $r = 0$ برسد؟ برای یافتن پاسخ به این پرسش باید مسیر موج از G_1 به خود را بدانیم. چون نور، چنانکه در فصل ۲ گفتیم، در امتداد ژئودزیکهای صفر حرکت می‌کند، باید ژئودزیک صفر از G_1 تا خودمان را محاسبه کنیم.

از تقارن فضا زمان می‌توان یک ژئودزیک صفر را از $r = 0$ تا $r = r_1$ حدس زد که دارای جهت فضایی ثابت باشد. یعنی، انتظار داریم که در امتداد ژئودزیک صفر داشته باشیم $\theta = \theta_1$ ، $\phi = \phi_1$. این حدس وقتی این مقادیر را در معادله‌های ژئودزیک بگذاریم درست از آب درمی‌آید. در نتیجه، فرض می‌کنیم که فقط r و t در امتداد ژئودزیک صفر تغییر می‌کنند. سپس به یاد می‌آوریم که اولین انتگرال

۱. بعداً، در فصل ۱۰، نشان خواهیم داد که این اظهار نظر فقط تقریباً صحیح است، زیرا کهکشان ما نسبت به این چارچوب کیهان‌شناختی حرکتی مختصر دارد.

ژئودزیک صفر به راحتی به شکل $ds = 0$ است. برای جزء خط رابرتسون-واکر، این رابطه می‌دهد

$$cdt = \pm \frac{Sdr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (48.3)$$

چون r با افزایش t در امتداد این ژئودزیک صفر کاهش می‌یابد، باید در رابطه بالا علامت منها را در نظر بگیریم. فرض کنید که ژئودزیک صفر G_1 را در t_1 ترک کرده باشد. در این صورت از رابطه بالا به دست می‌آوریم

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (49.3)$$

بنابراین، اگر $S(t)$ و k را بدانیم، پاسخ به پرسش ما معلوم است. اما، بینیم چه اتفاقی برای ستیغهای موجی می‌افتد که از G_1 گسیل شده‌اند. فرض کنید ستیغهایی را که در t_1 و $t_1 + \Delta t_1$ گسیل شده‌اند به ترتیب در t_0 و $t_0 + \Delta t_0$ دریافت کنیم، در این صورت، با مقایسه با (49.3)، خواهیم داشت

$$\int_{t_1 + \Delta t_1}^{t_0 + \Delta t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (50.3)$$

اگر $S(t)$ یک تابع کند تغییر باشد، به گونه‌ای که عملاً در بازه کوچک Δt_0 و Δt_1 بدون تغییر بماند، با کم کردن (49.3) از (50.3) به دست می‌آوریم

$$\frac{c\Delta t_0}{S(t_0)} - \frac{c\Delta t_1}{S(t_1)} = 0$$

یعنی،

$$\frac{c\Delta t_0}{c\Delta t_1} = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} \equiv 1 + z. \quad (51.3)$$

مشاهده اینکه کمیت z که در بالا تعریف می‌شود انتقال به سرخ است، مشکل نیست. جمله $c\Delta t_1$ طول موج λ_1 است که ناظر ساکن در کهکشان G_1 اندازه می‌گیرد، در حالی که $c\Delta t_0$ طول موج λ_0 اندازه‌گیری شده توسط ناظر ساکن در کهکشان ماست، زیرا در فضا زمان رابرتسون-واکر زمان کیهانی ویژه زمان در هر کهکشان را اندازه می‌گیرد. بنابراین، طول موج نور با کسر z در گسیل از G_1 به ما افزایش می‌یابد، البته در صورتی که $S(t_0) > S(t_1)$ باشد. به عبارت دیگر، رصدهای انتقال به سرخ هابل را در صورتی می‌توان توجیه کرد که فرض کنیم $S(t)$ تابعی صعودی از زمان است.

مقایسهٔ روش به دست آوردن این انتقال به سرخ با روش نیوتونی که قبلاً به کار بردیم ارزشمند است. بجز برای پارامتر k ، که در مورد نیوتونی برابر واحد است، فرمول (۹.۳) در کیهان‌شناسی نیوتونی همان فرمول (۴۹.۳) است که در بالا به دست آمد. بحث بعدی منتهی به انتقال به سرخ نیز یکسان است. با این همه، منطق در دو مورد متفاوت است. در مورد نیوتونی عبور یک پرتو نور از محیط در حال انبساط را با مفاهیم پیش-نسبیتی تغییر سرعت آن به گونه‌ای در نظر گرفتیم که گویی محیط نسبت به فضای مطلق نیوتونی در حرکت است. از یک جهت این نوعی اثر دوپلر است.

در به دست آوردن این رابطه متوجه شدیم که این اثر در مورد نسبیتی به واسطهٔ عبور نور از فضا زمان ناقلیدسی به وجود می‌آید. این اثر ناشی از اثر دوپلر نیست، چون در چارچوب مرجع ما همهٔ کهکشانها دارای مختصات (r, θ, ϕ) ثابت هستند. در فضا زمان ناقلیدسی نمی‌توان معنی بدون ابهامی به سرعت نسبی دو جسم نسبت داد که فاصلهٔ آنها از هم بسیار زیاد است. مردم اغلب وسوسه می‌شدند که z را با رابطهٔ زیر به سرعت مرتبط سازند

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}. \quad (52.3)$$

این برداشت در چارچوب فعلی ما معتبر نیست، زیرا چنانکه در فصل ۲ دیدیم، نسبیت خاص فقط در یک منطقهٔ موضعی از فضا زمان به کار می‌رود.

همین‌طور باید رابطهٔ (۵۱.۳) را با انتقال به سرخ گرانشی توصیف‌شده در فصل ۲ به دست آورد. انتقال به سرخ گرانشی این ویژگی را دارد که اگر از جسم B به جسم A دارای انتقال به سرخ شود، نور در انتقال از A به B انتقال به آبی می‌یابد. در وضعیت فعلی، اگر نور از کهکشان A به کهکشان B انتقال به سرخ بیابد، در صورتی از کهکشان B به A نیز انتقال به سرخ خواهد یافت که $S(t)$ در مدت انتقال نور افزایش یابد.

این انتقال به سرخ را انتقال به سرخ کیهان‌شناختی می‌نامیم. با این همه، روشی برای وحدت بخشیدن به این سه انتقال به سرخ در زیر یک پرچم وجود دارد که در تمرین ۱۸ بررسی می‌شود.

۷.۳ قدر ظاهری

انتقال به سرخی که در بالا بررسی شد در طیف یک کهکشان نمایان می‌شود. منجم کمیت دیگر مربوط به کهکشان را اندازه می‌گیرد که قدر ظاهری آن است. بگذارید بینیم رابطهٔ قدر ظاهری

با درخشندگی کهکشان و فاصله آن از ما در عالم در حال انبساطی که با فضا زمان رابرتسون-واکر توصیف می‌شود چگونه است.

اگر L انرژی گسیل شده از کهکشان G_1 در واحد زمان در دوره t_1 باشد که نور کهکشان را ترک می‌کند تا در دوره کنونی t_0 به ما برسد. انتقال به سرخ z کهکشان از رابطه (۵۱.۳) به دست می‌آید. اکنون باید گستره طول موج مشاهده شده را مشخص کنیم. برای تثبیت موضوع فرض کنید که توزیع شدت G_1 در طول موج λ از تابع بهنجارشده $I(\lambda)$ به دست آید. بنابراین

$$dL = LI(\lambda)d\lambda \quad (53.3)$$

گستره انرژی گسیل شده در واحد زمان در نوار طول موج $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ است. اگر به جای طول موج از بسامد استفاده می‌کردیم، تابع شدت مربوطه $J(\nu)$ با رابطه زیر به $I(\lambda)$ مربوط می‌شد

$$cJ(\nu) = \lambda^2 I(\lambda). \quad (54.3)$$

منجمان هر دوی $I(\lambda)$ و $J(\nu)$ را، با توجه به سهولت استفاده، به کار می‌برند. در مورد گسیل همسانگرد نور از G_1 ، نوری که به ما می‌رسد به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع r_1 و به مرکز G_1 توزیع شده است (نگاه کنید به شکل ۹.۳). ویژه مساحت رویه این کره چیست؟

در جزء خط رابرتسون-واکر، بگذارید $t = \text{const.}$ و $r = \text{const.}$ تا به دست آورید

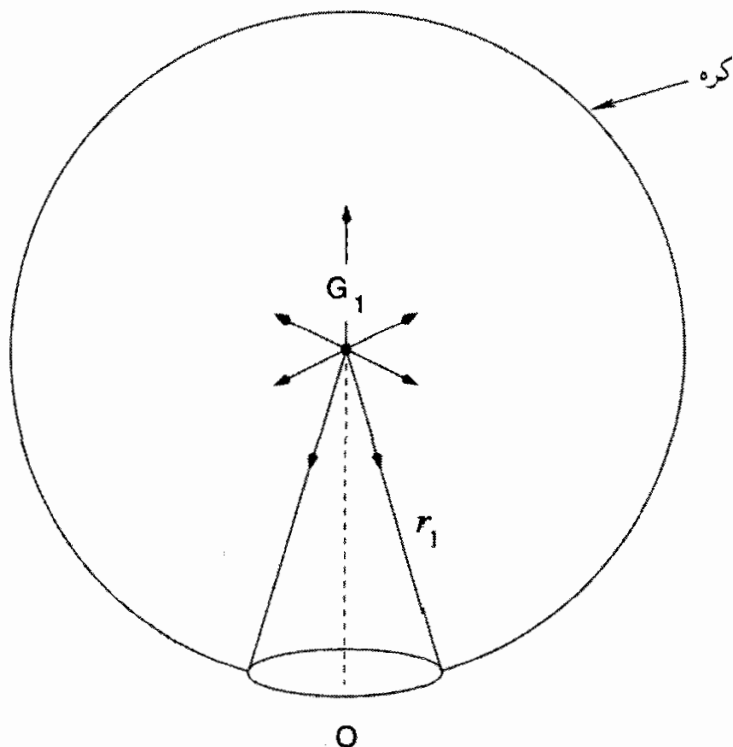
$$ds^2 = -r^2 S^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

این یک جزء خط در سطح کره اقلیدسی به شعاع rS است. بنابراین، پاسخ به پرسش بالا آن است که نور ناشی از G_1 در t_0 در سطح $4\pi r_1^2 S^2(t_0)$ توزیع شده است. گاهی می‌توانیم $rS(t_0)$ را ویژه فاصله یک چشم با مختصات r در عصر t بنامیم. اکنون باید بدانیم که در واحد ویژه سطح عمود بر خط دید مربوط به G_1 در واحد زمان چه مقدار نور در نوار طول موج $(\lambda_0, \lambda_0 + d\lambda_0)$ دریافت کنیم. این کمیت را با $\mathcal{F}(\lambda_0)\Delta\lambda_0$ نشان می‌دهیم.

ابتدا توجه کنید که به علت انتقال به سرخ نوری که در گستره $(\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda_0)$ به ما می‌رسد،

G_1 را در گستره طول موجهای زیر ترک کرده است

$$\left(\frac{\lambda_0}{1+z}, \frac{\lambda_0 + \Delta\lambda_0}{1+z} \right).$$



شکل ۹.۳ تابشی که از کهنکشان G_1 گسیل می‌شود به صورت یکنواخت روی کره‌ای به مرکز G_1 و شعاع r_1 توزیع شده است. ناظر O (یعنی خود ما) روی این کره انتظار دارد که مقادیر متناسب از این تابش را در واحد سطح عمود بر جهت G_1O دریافت دارد.

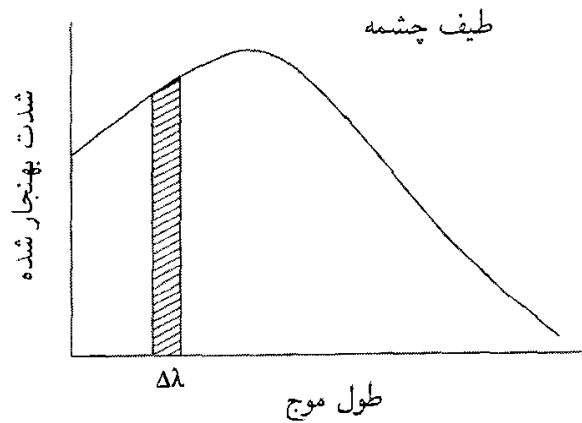
حال مقدار انرژی کل که G_1 را در فاصلهٔ میان t_1 و $t_1 + \Delta t_1$ در گسترهٔ بسامد بالا ترک می‌کند عبارت است از

$$LI \left(\frac{\lambda_0}{1+z} \right) \frac{\Delta \lambda_0}{1+z} \Delta t_1.$$

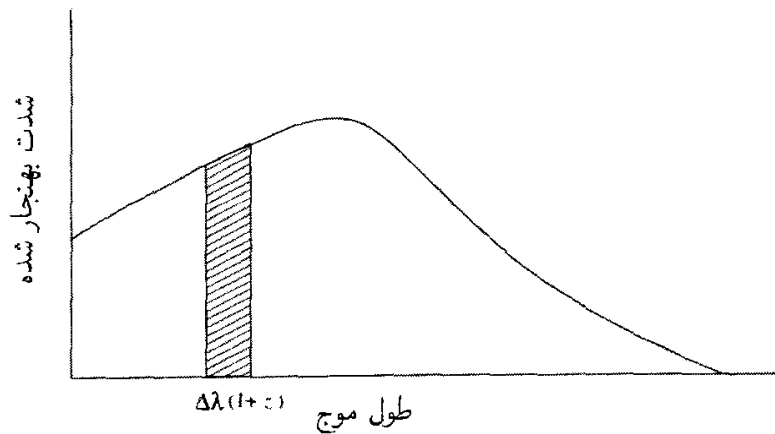
شکل ۱۰.۳ این اثر را نشان می‌دهد.

چند فوتون این مقدار انرژی را حمل می‌کنند؟ برای این عرض نوار به اندازهٔ کافی کوچک، می‌توان یک نمونه فوتون را در نظر گرفت که در هنگام گسیل دارای طول موج $\lambda_0 / (1+z)$ ، بسامد $(1+z)c / \lambda_0$ ، و در نتیجه انرژی برابر $(1+z)ch / \lambda_0$ باشد که در آن ثابت پلانک است. بنابراین، تعداد فوتونها برابر است با

$$\begin{aligned} \delta N &= LI \left(\frac{\lambda_0}{1+z} \right) \frac{\Delta \lambda_0}{1+z} \frac{\Delta t_1}{(1+z)ch / \lambda_0} \\ &= \frac{L\lambda_0}{ch} \frac{1}{(1+z)^2} I \left(\frac{\lambda_0}{1+z} \right) \Delta \lambda_0 \Delta t_1. \end{aligned}$$



↓
در محل ناظر به اندازه $(1+z)$ انتقال پیدا می‌کند



انتقال به سرخ مقیاس باعث می‌شود که مقیاس به اندازه $(1+z)$ کش بیاید.

شکل ۱۰.۳ توزیع شدت یک کهکشان در طول موجهای مختلف را انتقال به سرخ تغییر می‌دهد. این اثر مانند کشیدن محور λ با ضریب $1+z$ است. برای اینکه سطح زیر منحنی یکسان بماند، ارتفاع آن باید با همین ضریب کم شود.

در عصر دریافت، این فوتونها در روبه‌ای به مساحت $4\pi r^2 S^2(t_0)$ توزیع شده‌اند و در بازه زمانی $(t_0, t_0 + \Delta t_0)$ دریافت می‌شوند. بنابراین، تعداد فوتونهای دریافت شده در واحد سطح عمود بر خط دید در واحد زمان از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{L\lambda_0}{ch} \frac{1}{(1+z)^2} I \left(\frac{\lambda_0}{1+z} \right) \Delta\lambda_0 \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} \frac{1}{4\pi r^2 S^2(t_0)}$$

در این عصر، انرژی هر فوتون با ضریب $(1+z)^{-1}$ کم شده است. بنابراین، هر فوتون اکنون

دارای انرژی ch/λ است. اگر رابطه بالا را در این مقدار ضرب کنیم، کمیت مورد نظر را به دست می آوریم

$$\mathcal{F}(\lambda_0)\Delta\lambda_0 = L \frac{1}{(1+z)^2} \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} I\left(\frac{\lambda_0}{1+z}\right) \frac{1}{4\pi r_1^2 S^2(t_0)} \Delta\lambda_0.$$

به هر حال، متوجه می شویم که $\Delta t_1/\Delta t_0$ دارای یک ضریب $(1+z)^{-1}$ دیگر در مخرج است. بنابراین، سرانجام به دست می آوریم

$$\mathcal{F}(\lambda_0) = \frac{LI(\lambda_0/(1+z))}{(1+z)^3 4\pi r_1^2 S^2(t_0)}. \quad (55.3)$$

نتیجه برحسب بسامد را چگالی شار می نامند

$$S(\nu_0) = \frac{LJ[\nu_0(1+z)]}{(1+z)^3 4\pi r_1^2 S^2(t_0)}. \quad (56.3)$$

که در آن $S(\nu_0)\Delta\nu_0$ مقدار تابش دریافتی عمود بر واحد سطح در واحد زمان و درگستره بسامد $(\nu_0, \nu_0 + \Delta\nu_0)$ است.

منجم اپتیکی از این نتیجه به صورت (55.3) استفاده می کند، در حالی که منجم رادیویی آن را به صورت (56.3) به کار می برد. منجم پرتو X به جای بسامد از انرژی استفاده می کند، به طوری که رابطه (56.3) برحسب h مقیاس بندی می شود. ما اغلب این رابطه ها را به کار می بریم، چون با آنها در آزمونهای رصدی کیهان شناسی روبه رو می شویم. این بخش را با به دست آوردن چند نتیجه مورد توجه در نجوم اپتیکی به پایان می بریم.

با انتگرال گیری از (55.3) در تمام طول موجها به دست می آوریم

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi r_1^2 S^2(t_0)(1+z)^2} \quad (57.3)$$

که $L_{\text{bol}} (= L)$ درخشندگی تابش سنجی مطلق G_1 است. همین طور \mathcal{F}_{bol} درخشندگی تابش سنجی ظاهری G_1 است. در مقیاس لگاریتمی قدرها که منجم اپتیکی با آن آشناست، رابطه (57.3) به صورت زیر درمی آید

$$m_{\text{bol}} = -2.5 \log \left(\frac{\mathcal{F}_{\text{bol}}}{\mathcal{F}_\odot} \right),$$

$$M_{\text{bol}} = -2.5 \log \left(\frac{L_{\text{bol}}}{L_\odot} \right) + 4.75,$$

$$m_{\text{bol}} - M_{\text{bol}} = 5 \log D_\lambda - 5, \quad (58.3)$$

که

$$\mathcal{F}_\odot = 2.48 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1},$$

$$L_\odot = \text{درخشندگی خورشیدی} = 2 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1},$$

$$D_\lambda = r_\lambda S(t_0)(1+z). \quad (59.3)$$

D_λ را فاصله درخشندگی G_λ می‌نامند. اگر به قدر در نوار موج اطراف λ_0 علاقه‌مند باشیم، می‌توانیم از (55.3) به صورت لگاریتمی استفاده کنیم، با قدر ظاهری که به صورت زیر تعریف شده باشد

$$m(\lambda_0) = -2.5 \log \mathcal{F}(\lambda_0) + \text{const.}$$

که مقدار ثابت به صافی مورد استفاده بستگی دارد. معمولاً صافی را با اضافه کردن یک زیرنویس به m مشخص می‌کنند. بنابراین، نشانگر قدر عکاسی، m_V مربوط به قدر بصری، m_B نشانه قدر آبی، و غیره است.

به هر حال، توجه کنید که به واسطه انتقال به سرخ منجم باید از یک تصحیح برای به حساب آوردن اثر جمله $I(\lambda_0/(1+z))$ استفاده کند. بنابراین، منجمی که از صافی قرمز استفاده می‌کند می‌تواند در واقع فوتونهایی را دریافت کند که اگر $z \approx 1$ باشد، از بخش آبی طیف G_λ سرچشمه گرفته‌اند. این تصحیح، که در بسیاری از رصدهای کیهان‌شناختی مهم است را تصحیح K می‌نامند.

مثال

فرض کنید طیف رده‌ای از چشمه‌ها در بخش اپتیکی به صورت $J(\nu)\Delta\nu = K\nu^2\Delta\nu$ باشد. فرض کنید چشمه P در همسایگی موضعی ما و چشمه Q دارای انتقال به سرخ $z = 1$ باشد. وقتی قدرهای ظاهری دو چشمه را مثلاً در نوار طول موج 700 nm مقایسه می‌کنیم. Q دارای روشنایی اضافی خواهد شد زیرا طول موج آن از 350 nm انتقال به سرخ یافته است که در آن

ضریب طیفی $\nu^2 \Delta \nu$ در $\lambda = (1+z)^3$ ضرب خواهد شد. اگر این اثر طیفی را در نظر نگیریم و از فرمول (۵۷.۳) استفاده کنیم، در برآورد درخشندگی چشمه دچار خطا خواهیم شد.

۸.۳ قانون هابل

قانون هابل برای کهکشانهای با انتقال به سرخ کم به دست آمد. بزرگترین انتقال به سرخ در مقاله ۱۹۲۹ هابل برابر $z \cong 0.003$ بود. برای این انتقال به سرخهای کوچک می‌توان از بسط تیلور برای به دست آوردن رابطه‌ای خطی میان D_1 و z استفاده کرد، که این رابطه را هابل از رصدهای اولیه خود به دست آورد. محاسبه کاملاً شبیه چیزی است که در کیهان‌شناسی نیوتونی به کار بردیم:

$$D_1 = r_1 S(t_0). \quad (60.3)$$

از بسط تیلور (۴۹.۳) نیز به دست می‌آوریم

$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \approx r_1, \quad (61.3)$$

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} \approx \frac{c(t_0 - t_1)}{S(t_0)}, \quad (62.3)$$

$$S(t_1) \approx S(t_0) - (t_0 - t_1) \left(\frac{\dot{S}}{S} \right)_{t_0} S(t_0), \quad (63.3)$$

$$S(t_1) = \frac{S(t_0)}{1+z} \approx S(t_0)(1-z). \quad (64.3)$$

از این رابطه‌ها و از (۶۰.۳) به دست می‌آوریم

$$D_1 \approx r_1 S(t_0) \approx c(t_0 - t_1)$$

$$\approx \left[\left(\frac{\dot{S}}{S} \right)_{t_0} \right]^{-1} cz, \quad (65.3)$$

که می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد

$$cz = H_0 D_1, \quad (66.3)$$

که H_0 ، ثابت هابل، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$H_0 = \left(\frac{\dot{S}}{S} \right)_{t=t_0} \quad (67.3)$$

از نظر انتقال دوپلر، cz را می‌توان سرعت عقب‌نشینی در z کوچک در نظر گرفت. رابطه (66.3) به این شکل را گاهی رابطه سرعت-فاصله می‌نامند. وقتی ثابت هابل به عنوان بخشی از رابطه سرعت-فاصله بیان شود، دارای یکای سرعت به ازای واحد فاصله و متداولترین یکای مورد استفاده آن کیلومتر در ثانیه به ازای هر مگاپارسک است. در بسیاری از محاسبه‌های رصدی و کیهان‌شناسی فیزیکی از مقدار زیر استفاده می‌کنیم

$$H_0 = h_0 \times 10^0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (68.3)$$

اگرچه هابل در ابتدا $h_0 \sim 5/3$ را به دست آورد، برآورد فعلی آن خیلی کمتر از این مقدار است. مقدار h_0 هنوز نامعلوم است و، تا این اواخر، تصور می‌شد که در گستره $1 \leq h_0 \leq 1.5$ قرار داشته باشد. رصدهای انجام شده توسط تلسکوپ فضایی هابل (HST) و بعضی از تلسکوپهای روی زمین این گستره را به حدود $[0.75-0.85]$ کاهش داده‌اند. در فصل ۱۰ خواهیم دید که چگونه روشهای جدید به نتیجه بالا می‌رسند.

راه دیگر بیان H_0 برحسب یکاهای عکس زمان است؛ یعنی، با بیان

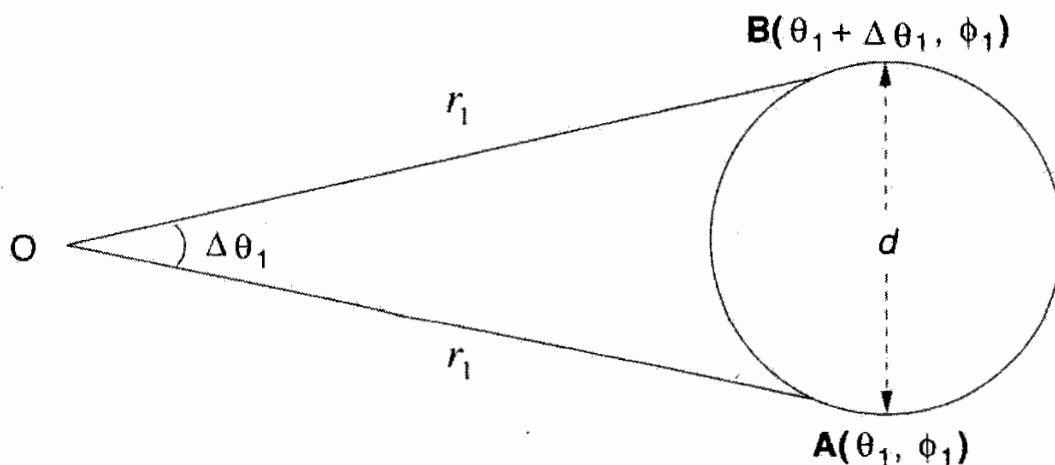
$$\tau_0 = H_0^{-1} \quad (69.3)$$

برحسب یکای زمان است. یکای مناسب τ_0 گیگاسال (Gyr) است. برآورد فعلی τ_0 در گستره تقریبی ۹ تا ۱۸ گیگاسال قرار دارد.

۹.۳ اندازه زاویه‌ای

شکل ۱۱.۳ یک اثر تا اندازه‌ای غیرعادی از هندسه ناقلیدسی فضا زمان رابرتسون-واکر را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم کهکشان G_1 ما، مطابق شکل ۱۱.۳، دارای پهنا d است. این طول d چه زاویه‌ای را در محل ما به وجود می‌آورد؟

برای پاسخ به این پرسش، دو ژئودزیک صفر (نشانگر پرتوهای نور) مجاور هم از دو نقطه A و B را در دو حد G_1 که به طرف منظومه شمسی ما می‌آیند در نظر بگیرید. بدون از دست دادن کلیت

شکل ۱۱.۳ زاویه کھکشان G_1 در محل ناظر O.

می‌توان مختصات زاویه‌ای را چنان برگزید که A دارای مختصات (θ_1, ϕ_1) ، و B دارای مختصات $(\theta_1 + \Delta\theta_1, \phi_1)$ باشد. (اگرچه با در نظر گرفتن مکان خود به عنوان $r = 0$ از همگنی استفاده کرده‌ایم، می‌توانیم از همسانگردی نیز برای گزینش هر جهت خاص به عنوان محور قطبی $\theta = 0$ ، $\theta = \pi$ استفاده کنیم.)

با توجه به جزء خط رابرتسون-واکر، ویژه فاصله بین A و B با قرار دادن $t = t_1 = \text{const.}$ ، $r = r_1 = \text{const.}$ ، $\phi = \phi_1 = \text{const.}$ و $d\theta = \Delta\theta_1$ در (۴۵.۳) به دست می‌آید. سپس به دست می‌آوریم

$$ds^2 = -r_1^2 S^2(t_1) (\Delta\theta_1)^2 = -d^2$$

زیرا در چارچوب سکون G_1 ، فاصله فضاگونه $AB = d$. بنابراین

$$\Delta\theta_1 = \frac{d}{r_1 S(t_1)} = \frac{d(1+z)}{r_1 S(t_0)} \quad (70.3)$$

پاسخ به پرسش موردنظر است.

توجه کنید که با افزایش r_1 کھکشانهای دورتر و دورتر را خواهیم دید، که عصرهای اولیه‌تری از t_1 را نشان می‌دهند. اما، در عالم در حال انبساط $S(t_1)$ در عصرهای اولیه t_1 کوچکتر بوده است، بنابراین معلوم نیست که $r_1 S(t_1)$ با نگرستن به کھکشانهای دورتر به تدریج زیادتر شود. این اثر را می‌توان به «خم شدن تا کانونی شدن گرانشی» نور در عبور از فضا زمان خمیده نسبت داد. بدیهی است که باید سرعت کاهش $S(t_1)$ با افزایش r_1 را بدانیم. اگرچه (۴۹.۳) پاسخی تلویحی در اختیارمان می‌گذارد، اما باید $S(t)$ را بدانیم تا بتوانیم این انتگرال‌گیریها را انجام دهیم.

تنها چیزی که فعلاً می‌توان گفت این است که اندازه زاویه‌ای کهکشانشانها، برخلاف عالم اقلیدسی، الزاماً تابع نزولی یکنواختی از فاصله‌شان نیستند.

۱۰.۳ روشنایی سطحی

یک نتیجه مربوط به انتقال به سرخ تغییر ظاهری روشنایی سطحی با آن است. می‌توان روشنایی سطحی را میانگین روشنایی ظاهری چشمه به‌ازای واحد مساحت سطح تصویر در نظر گرفت. گرچه باید به طیف چشمه (یا تصحیح K) توجه کنیم، اما بگذارید بینیم تأثیر آن بر روشنایی تابش‌سنجی چیست. فرمول (۵۷.۳) روشنایی ظاهری تابش‌سنجی را نشان می‌دهد، در حالی که فرمول (۷۰.۳) قطر ظاهری آن است. از مربوط ساختن روشنایی سطحی به

$$B = \frac{\mathcal{F}_{\text{bol}}}{(\pi/4)\Delta\theta^2} \quad (71.3)$$

به دست می‌آوریم

$$B = \text{const.} \times (1+z)^{-4}. \quad (72.3)$$

توجه کنید که رابطه B با انتقال به سرخ نسبتاً ساده است و می‌توان آن را نشانه فرض عالم در حال انبساط در نظر گرفت. زیرا برای انتقال به سرخ توجیه‌های دیگری نیز وجود دارد که همه آنها بستگی روشنایی سطحی را مانند فرمول (۷۲.۳) پیش‌بینی نمی‌کنند. بنابراین می‌توان در پی رابطه‌ای رصدی برای B برای z آزمودن فرض عالم در حال انبساط بود.

۱۱.۳ شمارشهای چشمه

توزیع چشمه‌های درخشان گسسته تا فاصله‌های زیاد شاید دال بر آن باشد که هندسه فضا زمان نااقلیدسی است. تعداد کهکشانهای تا فاصله مختصه r_1 (یعنی تا فاصله کهکشان G_1) چگونه افزایش می‌یابد؟ فرض کنید که در هر عصر t تعداد $n(t)$ کهکشان در واحد حجم دستگاه مختصات همراه (با استفاده از مختصات r ، θ و ϕ) وجود داشته باشد. واژه «همراه» نشان می‌دهد که اگرچه هر یک از کهکشانهای مختصات (r, θ, ϕ) را حفظ می‌کنند، اما ویژه‌فاصله بین آنها در هر زمان باید با عامل مقیاس $S(t_1)$ افزایش یابد. بنابراین، ویژه حجم در هر ناحیه محدود به این کهکشانهای باید به صورت S^3 افزایش یابد.

وقتی کهکشانهای را در مختصات شعاعی بین r و $r + dt$ رصد می‌کنیم، آنها را در زمانهای بین t و $t + dt$ می‌بینیم، که از (۴۹.۳) داریم

$$\int_t^{t_0} \frac{cdt'}{S(t')} = \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{1 - kr'^2}}. \quad (۷۳.۳)$$

بنابراین، تعداد کهکشانهایی که در این پوسته می‌بینیم برابر است با

$$dN = \frac{4\pi r^2 dr}{\sqrt{1 - kr^2}} n(t), \quad (۷۴.۳)$$

که t از طریق (۵۴.۳) به r مربوط می‌شود. بنابراین، تعداد کهکشانهای لازم تا فاصله $r = r_1$ برابر است با

$$N(r_1) = \int_0^{r_1} \frac{4\pi r^2 n(t) dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (۷۵.۳)$$

اگر هیچ کهکشانی بین $r = r_1$ و $r = 0$ خلق یا نابود نشود، می‌توانیم $n(t)$ را ثابت بگیریم، و انتگرال را به طور صریح محاسبه کنیم. بدیهی است که جواب به پارامتر k بستگی دارد. تابع $N(r_1)$ از شکل اقلیدسی (αr_1^3) در عالم بسته ($k = +1$) تندتر و در این شکل از عالمهای باز با خمیدگی منفی کندتر افزایش می‌یابد. با این همه، به لحاظ فیزیکی معنی زیر به دست می‌آید. اگر کره‌ای را بکشیم که سطح آن در ویژه‌فاصله R از مرکز در فضای $k = 0$ (اقلیدسی) قرار داشته باشد. حجم آن $4\pi R^3/3$ خواهد بود. با این همه، همین کره در فضای $k = +1$ (بسته) حجمی کمتر از $4\pi R^3/3$ ، و در فضای $k = -1$ (باز) حجمی بیش از این مقدار خواهد داشت. در فصل ۱۱ این فکر را به شکلی تا اندازه‌ای متفاوت مطرح می‌کنیم تا برای رصدهای کهکشانهای چشمه‌های رادیویی و کوازارها مناسب باشد.

با بررسی برخی از ویژگیهای کلی عالمهای رابرتسون-واکر، اکنون بهتر است به مدل‌های خاص، یعنی مدل‌هایی که فریدمان ابتدا مطرح کرد، بپردازیم و آنها را در فصل ۴ مطالعه کنیم. این مدل‌ها اطلاعاتی را که تاکنون نداشتیم، یعنی مقدار k و تابع $S(t)$ را در اختیارمان می‌گذارد.

تمرینها

۱. تانسور سرعت-فاصله $H_{\mu\nu}$ در کیهان‌شناسی نیوتونی را مجموع یک تانسور همسانگرد، یک تانسور متقارن با اثر صفر و یک تانسور پادمتقارن در نظر بگیرید. این سه تانسور را به (۱) انبساط، (۲) برش، و (۳) چرخش مربوط سازید.

۲. در مدل کیهان‌شناختی نیوتونی $S(t) \propto t^{2/3}$ و H_0 مقدار اندازه‌گیری شده فعلی ثابت هابل است. نشان دهید، در زمان $(3H_0)^{-1}$ بیش، تمام چارچوب ناظران بنیادی در یک نقطه متمرکز بوده است.

۳. با جای‌گذاری مستقیم نشان دهید که رابطه (۱۶.۳) از (۱۵.۳) به دست می‌آید.

۴. نشان دهید که حجم عالم اینشتین $2\pi^2 S^3$ است. درباره این گزاره که این عالم «متناهی اما بدون مرز است» اظهار نظر کنید. این حجم مربوط به فضای کروی است یا بیضوی؟

۵. پرتویی از نور در جهت معینی از عالم اینشتین گسیل می‌شود. چقدر طول می‌کشد تا این پرتو مداری را دور عالم بپیماید و به جای اول خود باز گردد؟

۶. با بهره‌گیری از مؤلفه‌های متریک و نمادهای کریستوفل این کتاب، رابطه‌های (۲۰.۳) و (۲۱.۳) را اثبات کنید.

۷. با در نظر گرفتن $\rho_0 = 10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$ ، شعاع عالم اینشتین و جرم کل آن را در عالم کروی محاسبه کنید.

۸. با چگالی تمرین ۷، جمله λ را محاسبه و کسری از جاذبه خورشید برای زمین را که به واسطهٔ دافعه λ کم می‌شود برآورد کنید. دربارهٔ اثر این نیرو بر آزمونهای تجربی نسبیت عالم اظهار نظر کنید.

۹. اگر (۲۹.۳) تبدیل مختصات (۲۷.۳) باشد، قانون تبدیل بین (R, T) و (r, t) را به دست آورید.

۱۰. دربارهٔ اینکه چرا نمی‌توان عالم دوسیه را به‌رغم جزء خط ظاهراً ایستای (۲۷.۳) ایستا در نظر گرفت، اظهار نظر کنید.

۱۱. عالم دوسیه دارای یک افق رویداد به مفهوم زیر است. اگر ذرات آزمون با r و θ و ϕ ثابت سیگنالهای نوری به مبداء $r = 0$ گسیل دارند، در هر زمان t یک مقدار حدی r_0 وجود دارد به طوری که سیگنالهای گسیل شده از تمام ذره‌های با $r \geq r_0$ که در t گسیل شده‌اند هرگز به مقصد نمی‌رسند. r_0 را محاسبه کنید.

۱۲. فرض کنید که در اصل موضوع وایل شرط متعامد بودن رویه‌های $t = \text{const.}$ نسبت به ژئودزیک $x^\mu = \text{const.}$ را حذف کنیم، به طوری که (۳۰.۳) برقرار نباشد. نشان دهید که $g_{0\mu}$ باید مستقل از t باشد.

۱۳. با محاسبهٔ ۳-حجم در ناحیهٔ مختصات $r = \text{const.}$ در فضاهای با جزء خط فضایی

$$d\sigma^2 = S^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right), \quad k = 0, 1, -1$$

مشابه سه بعدی آزمایش برای پوشاندن رویه‌های با خمیدگی صفر، مثبت، و منفی توصیف شده در کتاب را به دست آورید.

۱۴. با بهره‌گیری از اصول اولیه، تبدیل مختصات $r = f(\bar{r})$ را که جزء خط رابرتسون-واکر را از شکل (۴۵.۳) به صورت (۴۷.۳) در می‌آورد به دست آورید.

۱۵. پارامتر آفین را برای ژئودزیک صفر شعاعی از کهکشان G_1 به مبدأ $r = 0$ در فضا زمان رابرتسون-واکر تعیین کنید.

۱۶. ذره‌ای به جرم m در $t = t_0$ با تکانه خطی P_0 از یک کهکشان شلیک می‌شود. نشان دهید که تکانه ذره هنگام رسیدن به کهکشان دیگر در زمان بعدی t (چنانکه در چارچوب سکون کهکشان اندازه‌گیری می‌شود) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$P = P_0 \frac{S(t_0)}{S(t)}$$

این نتیجه را با انتقال به سرخ کیهان‌شناختی برای فوتونها مقایسه کنید.

۱۷. کهکشانی به جای دنبال کردن یک ژئودزیک وایل نوعی، دارای سرعت کاتوره‌ای کوچکی نسبت به آن است. با بهره‌گیری از شکل غیرنسبیتی تمرین ۱۶، تعیین کنید که چگونه این سرعت بر حسب زمان کم می‌شود.

۱۸. کهکشان G_1 را در (r_1, θ, ϕ) به عنوان ناظر بنیادی در نظر بگیرید و فرض کنید u^k را بردار سرعت آن در چارچوب رابرتسون-واکر باشد. فرض کنید که انتشار موازی این بردار (نگاه کنید به فصل ۲) در امتداد پرتو صفر کهکشان را در عصر t_0 رصد به مبدأ متصل سازد. فرض کنید که این بردار v^k در O باشد. این نشانگر یک سرعت شعاعی نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی در O است. با بهره‌گیری از اثر دوپلر انتقال به سرخ را برای این حرکت به دست آورید و نشان دهید که این چیزی بجز z در فرمول (۵۱.۳) نیست. می‌توانید این تمرین را برای جزء خط شوارتس شیلد فصل ۲ انجام و نشان دهید که انتقال به سرخ گرانشی را می‌توان اثر دوپلر برای انتقال موازی بردار سرعت چشمه در امتداد ژئودزیک صفر به طرف ناظر در نظر گرفت.

۱۹. در عالمی با $S(t) \propto t^{2/3}$ و $k = 0$ ، مشاهده می‌کنیم که کهکشانی دارای انتقال به سرخ $z = 1/25$ است. چقدر طول می‌کشد تا نور از این کهکشان به ما برسد؟ پاسخ خود را بر حسب یکاهای τ_0 بیان کنید.

۲۰. اگر طیف چشمه گسیلنده در گستره رصدها به صورت $J(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$ ، و $\alpha = \text{const.}$ باشد، شکل‌های (۵۵.۳) و (۵۶.۳) چگونه به نظر می‌رسند؟

۲۱. نشان دهید که برای $S \propto \exp(H_0 t)$ و $k = 0$ ، $H_0 = \text{const.}$ ، رابطه (۵۷.۳) به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi(c/H_0)^2 z^2 (1+z)^2}$$

۲۲. رابطه قدر انتقال به سرخ را برای قدرهای تابش‌سنجی در عالم تمرین ۲۱ به دست آورید.

۲۳. فرمول (۵۷.۳) را برای عالم با $S \propto t^{2/3}$ و $k = 0$ به دست آورید و آن را با نتیجه تمرین

۲۱ مقایسه کنید. کهکشان موجود در عالم تمرین ۲۱ چقدر پرنورتر است؟

۲۴. اگر ثابت هابل به صورت h_0 برحسب یکاهای $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ داده شود، نشان دهید که $\tau_0 \simeq 9.8 h_0^{-1}$ بلیون سال است.

۲۵. نشان دهید اگر $k = 0$ ، $S \propto t^{2/3}$ ، اندازه‌های زاویه‌ای ظاهری اجسام دور دست با اندازه خطی یکسان کمینه‌ای در $z = 1/25$ خواهند داشت.

۲۶. تمرین ۲۵ را برای عالم با $k = 0$ ، $S \propto \exp(H_0 t)$ تکرار کنید. مقدار کمینه اندازه زاویه‌ای ظاهری در چه انتقال به سرخی قرار دارد؟

۲۷. اگر در (۷۵.۳) $k = 1$ و $n(t)$ ثابت و برابر n_0 باشد، نشان دهید که تعداد کهکشانها در کل عالم از رابطه $2\pi^2 (c/H_0)^3 n_0$ به دست می‌آید. مشخص کنید که این جواب مربوط به فضای کروی است یا بیضوی.

۲۸. بر روی کره واحد دایره به فاصله r از نقطه O را مشخص کنید، که r در امتداد کمانهای دایره عظیمه از O اندازه گرفته می‌شود. نشان دهید که مساحت این دایره $4\pi \sin^2 r/2$ است، که از πr^2 یعنی دایره اقلیدسی کمتر می‌شود. مشابه سه‌بعدی این نتیجه را برای عالمهای $k = +1$ و $k = -1$ به دست آورید.

۲۹. با قرار دادن $k = -1$ در $n(t) = n_0 \text{ const.}$ ، $k = -1$ نشان دهید که برای $S(t) = ct$ ، تعداد کهکشانهای با انتقال به سرخ کمتر از z برابر است با

$$N(z) = \pi \left(\frac{c}{H_0} \right)^3 n_0 \left[\frac{(z^2 + 2z)(z^2 + 2z + 2)}{2(1+z)^2} - 2 \ln(1+z) \right]$$

مدلهای فریدمان

۱.۴ مقدمه

آنچه در فصل ۳ بررسی کردیم، دو بخش از اطلاعات مهم دربارهٔ عالم را مشخص نمی‌کند: (۱) آهنگ انبساط آن برحسب $S(t)$ ، و (۲) اینکه بخشهای فضایی $t = \text{const.}$ که با پارامتر k مشخص می‌شوند باز هستند یا بسته. برای یافتن پاسخ این پرسشها باید از اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی فراتر رفت. پس به نظریه‌ای دینامیکی نیاز داریم تا نشان دهد که چگونه عامل مقیاس را از نسبت ماده به تابش موجود در عالم مشخص کنیم. اگرچه قبلاً چارچوبی نسبیتی را به وجود آورده‌ایم تا در آن این ایده‌ها را بیان کنیم، اما بهتر است ابتدا از دیدگاه نیوتونی به مسئله نگاه کنیم. درک مسئله نیوتونی به لحاظ شهودی آسان است، و چنانکه بعداً خواهیم دید نتیجه‌هایی به دست می‌دهد که به آنچه از مدل‌های نسبیتی بسیار دقیقتر و منطقیتر به دست می‌آید شباهت بسیار دارد.

۱.۱.۴ کیهان‌شناسی نیوتونی

در تداوم بخش دوم فصل ۳، چارچوب نیوتونی را برای مطرح ساختن اثرهای دینامیکی بسط می‌دهیم. فرض می‌کنیم که ماده موجود در عالم به شکل «گردوغبار» باشد. منظورمان از گردوغبار

شاره بی فشار و نوعی آرمان‌گرایی است که آن را در مدل‌های نسبیتی بررسی می‌کنیم. بنابراین نمونه‌ای از جزء شاره داریم که دارای چگالی ρ ماده و سرعت کپه‌ای \mathbf{v} است که از قانون هابل به دست می‌آید

$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}, \quad H(t) = \dot{S}/S. \quad (1.4)$$

سپس از معادله پیوستگی مکانیک شارها به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.4)$$

یعنی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div} \mathbf{v} = 0. \quad (3.4)$$

اما، از (۱.۴) داریم $\text{div} \mathbf{v} = 3H(t)$ ، که به رابطه زیر می‌انجامد

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\frac{\dot{S}}{S}\rho = 0$$

یعنی،

$$\rho S^3 = \text{const.} = \rho_0 S_0^3. \quad (4.4)$$

این رقیق‌شدن چگالی در طی انبساط بی‌درروست.

سپس معادله ناویه-استوکس^۱ برای دینامیک شارها را در نظر می‌گیریم

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{F}, \quad (5.4)$$

که p فشار و \mathbf{F} نیروی خارجی به‌ازای واحد جرم موجود در جزء شاره است. در این مورد، نیرو گرانشی است و در رابطه زیر صدق می‌کند

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\rho. \quad (6.4)$$

با قراردادن (۱.۴) در (۵.۴) با $p = 0$ ، به دست می‌آوریم

$$\dot{H}\mathbf{r} + H^2\mathbf{r} = \mathbf{F}. \quad (7.4)$$

با گرفتن دیورژانس از این رابطه و استفاده از $\nabla \cdot \mathbf{r} = 3$ ، به دست می آوریم

$$\dot{H} + H^2 = -\frac{4\pi G\rho}{3}. \quad (8.4)$$

با $H = \dot{S}/S$ و ρ از رابطه (۴.۴) سرانجام معادله دیفرانسیل زیر را برای $S(t)$ به دست می آوریم

$$\frac{\ddot{S}}{S} = -\frac{4\pi G\rho_0 S_0^3}{3S^3},$$

یعنی

$$\ddot{S} = -\frac{4\pi G\rho_0 S_0^3}{3S^2} \quad (9.4)$$

این معادله را پس از ضرب کردن در $2\dot{S}$ می توان به سادگی انتگرال گیری کرد و رابطه زیر را به دست آورد:

$$\dot{S}^2 = \frac{8\pi G\rho_0 S_0^3}{3} \frac{1}{S} - kc^2. \quad (10.4)$$

این خانواده ای از معادله های دیفرانسیل یک پارامتری را می دهد، که در آن پارامتر k عددی مثبت، صفر، یا منفی است. می توان آن را با انرژی انبساط اولیه مرتبط ساخت: فرض می شود که عالم در حجم کوچک S منفجر شده است. اگر $k > 0$ باشد، درمی یابیم که در $S \rightarrow \infty$ دارای انرژی جنبشی متناهی است. برای $k < 0$ عالم در S متناهی متوقف می شود و شروع به رمبش به طرف $S \rightarrow 0$ خواهد کرد. حالت $k = 0$ نشانگر حالت حدی است که در آن عالم در $S \rightarrow \infty$ به حالت سکون در خواهد آمد.

اگرچه مجموعه ای از مدل های کارآمد برای عالم را بدین گونه به دست آورده ایم، اما هنوز احساس راحتی نمی کنیم. مثلاً، به نظر می رسد که معادله (۶.۴) نیرویی به ازای واحد حجم را نشان می دهد که به طرف مرکز دستگاه مختصات برگزیده ماست. چرا باید چنین جهت برتری وجود داشته باشد، در حالی که فرض کردیم عالم همگن و همسانگرد است؟ بررسی دقیق تر نشان می دهد که این نتیجه از این رو به دست می آید که با دستگاهی بسیار گسترده سروکار داریم که در آن حد به طرف بینهایت با توجه به مبدأ مختصات در مرکز در نظر گرفته شده است. در شکل نسبیتی این مدلها این مشکل تفسیری به وجود نمی آید.

گرچه می توانیم بحث درباره ویژگی های فیزیکی این مدلها در چارچوب نیوتونی را دنبال کنیم، اما این کار را انجام نمی دهیم. بلکه، به کیهان شناسی نسبیتی برمی گردیم و می بینیم که این مدلها چه

شبهات نزدیکی با مدل‌های نیوتونی دارند. سپس معادله‌های (۴.۴) و (۱۰.۴) را با نظیر نسبیتی آنها مقایسه خواهیم کرد.

۲.۴ معادله‌های میدان اینشتین در کیهان‌شناسی

همان‌طور که در فصل ۱ دیدیم، نسبیت عالم اینشتین در وهله اول مناسبترین نظریه برای بحث درباره کیهان‌شناسی است. در فصل‌های ۸ و ۹، رهیافتهای متفاوتی را به کیهان‌شناسی در نظر می‌گیریم. اما، فعلاً تکیه ما بر نظریه نسبیت استاندارد است.

وقتی تصمیم به استفاده از نسبیت گرفتیم، رهیافت ما کاملاً جاافتاده است. اگرچه نظریه مجموعه رعب‌انگیزی از معادله‌های میدان دارد (ده معادله دیفرانسیل جزئی برحسب چهار متغیر مستقل)، اما این معادله‌ها در شرایط کیهان‌شناختی، به‌واسطه تقارنهای مطرح‌شده در فصل ۳، یعنی اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی، ساده می‌شوند، بنابراین، جزء خطی که کار را باید با آن شروع کنیم بسیار ساده می‌شود

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right). \quad (11.4)$$

با استفاده از آن تانسور اینشتین را محاسبه و سپس معادله‌های میدان نسبیت عام را فرمولبندی می‌کنیم. برای حل آنها به تانسور انرژی موجود در عالم نیاز داریم. در نتیجه، قرار می‌دهیم

$$x^0 = ct, \quad x^1 = r, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = \phi \quad (12.4)$$

به‌طوری که مؤلفه‌های غیرصفر g_{ik} و g^{ik} عبارت‌اند از

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1, & g_{11} &= -\frac{S^2}{1 - kr^2}, & g_{22} &= -S^2 r^2, & g_{33} &= -S^2 r^2 \sin^2 \theta, \\ g^{00} &= 1, & g^{11} &= -\frac{1 - kr^2}{S^2}, & g^{22} &= -\frac{1}{S^2 r^2}, & g^{33} &= -\frac{1}{S^2 r^2 \sin^2 \theta}, \\ \sqrt{-g} &= \frac{S^3 r^2 \sin \theta}{\sqrt{1 - kr^2}}. \end{aligned} \quad (13.4)$$

پس مؤلفه‌های غیرصفر Γ_{kl}^i به قرار زیرند

$$\Gamma_{\circ 1}^1 = \Gamma_{\circ 2}^2 = \Gamma_{\circ 3}^3 = \frac{1}{c} \frac{\dot{S}}{S},$$

$$\Gamma_{11}^{\circ} = \frac{S\dot{S}}{c(1-kr^2)}, \quad \Gamma_{22}^{\circ} = \frac{S\dot{S}r^2}{c}, \quad \Gamma_{33}^{\circ} = \frac{S\dot{S}r^2 \sin^2 \theta}{c},$$

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{kr}{1-kr^2}, \quad \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r},$$

$$\Gamma_{22}^1 = -r(1-kr^2), \quad \Gamma_{33}^1 = -r(1-kr^2) \sin^2 \theta,$$

$$\Gamma_{23}^2 = -\sin \theta \cos \theta, \quad \Gamma_{23}^3 = \cot \theta.$$

اکنون از عبارت تانسور ریچی (نگاه کنید به فصل ۲) استفاده می‌کنیم که می‌توان آن را

به صورت زیر نوشت:

$$R_{ik} = \frac{\partial^2 \ln \sqrt{-g}}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} + \Gamma_{in}^m \Gamma_{km}^n - \Gamma_{ik}^l \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^l}. \quad (14.4)$$

سپس با محاسبات سراسر و خسته‌کننده می‌توان مؤلفه‌های غیرصفر R_k^i را به دست آورد

$$R_{\circ}^{\circ} = \frac{3}{c^2} \frac{\ddot{S}}{S}, \quad (15.4)$$

$$R_1^1 = R_2^2 = R_3^3 = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{2\dot{S}^2 + 2kc^2}{S^2} \right). \quad (16.4)$$

از این رابطه‌ها به دست می‌آوریم

$$R = \frac{6}{c^2} \left(\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} \right), \quad (17.4)$$

و در نتیجه

$$G_1^1 \equiv R_1^1 - \frac{1}{2}R = -\frac{1}{c^2} \left(2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} \right) = G_2^2 = G_3^3, \quad (18.4)$$

$$G_{\circ}^{\circ} \equiv R_{\circ}^{\circ} - \frac{1}{2}R = -\frac{3}{c^2} \left(\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} \right). \quad (19.4)$$

ما به جزئیات محاسبه پرداختیم تا نشان دهیم چگونه می‌توان از روشهای نسبت عام که در فصل ۲ توسعه یافتند برای مسئله‌های کیهان‌شناسی استفاده کرد. خواننده می‌تواند ببیند که چگونه با قرار دادن $S = \text{const.} = S_0$ و $k = +1$ می‌توان فرمولهای (۲۰.۳) و (۲۱.۳) را برای عالم اینشتین در فصل ۳ به دست آورد. به عنوان اظهار نظری کلی متذکر می‌شویم که به‌واسطه همگنی فضایی، مؤلفه‌های تانسوری بالا (معادله‌های (۱۵.۴) تا (۱۹.۴)) حاوی هیچ مختصه فضایی نیستند. علاوه بر آن، به‌واسطه همسانگردی، سه مؤلفه فضا-فضای تانسور اینشتین برابر می‌شوند. اکنون با به یاد آوردن معادله‌های اینشتین، از معادله‌های (۱۸.۴) و (۱۹.۴)، تنها معادله‌های غیرصفر مجموعه را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\frac{2}{S} \dot{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T^1_1 = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T^2_2 = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T^3_3, \quad (20.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\Lambda \pi G}{3c^2} T^0_0. \quad (21.4)$$

سپس تانسور انرژی را در نظر می‌گیریم.

۳.۴ تانسورهای انرژی عالم

پیش از پرداختن به شکلهای ویژه T^i_k ، بهتر است به دو مشخصه‌ای که هر تانسور انرژی در چارچوب کنونی کیهان‌شناسی باید داشته باشد توجه کنیم. اولین ویژگی از (۲۰.۴) نمایان است

$$T^1_1 = T^2_2 = T^3_3 = -p. \quad (22.4)$$

این واقعیت که این سه مؤلفه T^i_k برابرند تعجب‌آور نیست چون قبلاً با شرط همسانگردی را به عالم اعمال کرده‌ایم. با توجه به بحث فصل ۲، کمیت p همان فشار است. همین‌طور چگالی انرژی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$T^0_0 = \varepsilon. \quad (23.4)$$

ویژگی دوم چندان بدیهی نیست، اما می‌توان آن را از معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) به دست آورد. این ویژگی فشار را به چگالی انرژی مرتبط می‌سازد. متوجه می‌شویم که اگر از (۲۱.۴) نسبت به t مشتق بگیریم، می‌توانیم جواب حاصل را به صورت ترکیب خطی از (۲۰.۴) و (۲۱.۴)

بنویسیم. نتیجه با اتحاد زیر هم‌ارز است:

$$\frac{d}{dt}[S(\dot{S}^2 + kc^2)] \equiv \dot{S}[2S\ddot{S} + \dot{S}^2 + kc^2];$$

یعنی،

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^3) + 3pS^2 = 0. \quad (24.4)$$

به هر حال، لازم نیست که برای رسیدن به (۲۴.۴) معادله‌های میدان (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را به صورت کامل بنویسیم. نتیجه بالا پیامد مستقیم قانون پایستگی نهفته در معادله‌های اینشتین است:

$$T_{k;i}^i = 0. \quad (25.4)$$

توجه کنید که (۲۵.۴) از اتحادهای بیانکی نیز به همین ترتیب به دست می‌آید. اکنون به شکلهای ویژه تانسور انرژی می‌پردازیم.

۱.۳.۴ حرکت‌های کاتوره‌ای در عالم در حال انبساط

رصدهای کنونی نشان می‌دهند که کهکشانها اجزای اصلی تشکیل دهنده عالم هستند. اگر کهکشانها دقیقاً تابع اصل موضوع وایل بودند، بردار سرعت مشخصه کهکشان به صورت زیر می‌بود

$$u^i = (1, 0, 0, 0). \quad (26.4)$$

در تقریب شاره هموار ما، میدان سرعت (۲۶.۴) نشانگر یک حرکت منظم بدون فشار است. بنابراین، در این مورد سیستم کهکشانهای ما مانند گردوغبار رفتار می‌کند، با

$$p = 0, \quad \varepsilon = \rho c^2, \quad (27.4)$$

که ρ چگالی جرم سکون کهکشانهاست.

با توجه به جزئیات مورد بحث در فصل ۱، در اینجا تقریبی را به کار می‌بریم، با در نظر گرفتن نمونه‌ای از کهکشان که مسیر ناظر بنیادی را دنبال می‌کند و این فرض که چگالی p نشانگر چگالی «هموار شده» ماده به صورت کهکشانهاست. این تقریب شاره هموار در صورتی معتبر است که حجم نوعی مورد نظر حاوی تعداد زیادی کهکشان باشد. اگر قبول کنیم که همگنی در مقیاس مثلاً $200 \text{ Mpc} \sim$ به کار می‌رود، تعداد کهکشانهای موجود در این حجم باید متجاوز از یک میلیون

باشد. برای مقایسه، آنچه شعاع هابل عالم نامیده می‌شود، یعنی مقیاس طول مربوط به انبساط عالم $\sim 3000 h_0^{-1}$ است. بنابراین فرض همگن بودن توزیع ماده منطقی است، اما فقط تقریباً چنین است. این همان فرضی بود که با در نظر گرفتن مدل توزیع یکنواخت گردوغبار در کیهان‌شناسی نیوتونی نیز انجام دادیم.

در عمل، کهکشانها دقیقاً تابع اصل موضوع وایل نیستند، و بردارهای سرعت آنها از (۲۶.۴) منحرف می‌شود. این انحرافهای سرعت را می‌توان برای خوشه‌های کهکشانی اندازه گرفت و در حدود $1000 \text{ km s}^{-1} \leq$ هستند. اگر یک نمونه انحراف سرعت را $v \approx 1000 \text{ km s}^{-1}$ در نظر بگیریم، با توجه به بحث فصل ۲، برای p در رابطه (۲۷.۴) مقدار غیرصفری در حدود زیر خواهیم داشت

$$p \approx \frac{v^2}{c^2} \varepsilon \sim 10^{-5} \varepsilon. \quad (28.4)$$

بنابراین، نادیده گرفتن جمله p در عصر حاضر در مقایسه با جمله ε برای وضعیت ایده‌آل (۲۷.۴)، موجه است.

اما عصرهای آینده و گذشته چه می‌شوند؟ برای ارزیابی اهمیت جمله فشار باید ببینیم که چگونه حرکت‌های کاتوره‌ای کهکشانی در عالم منبسط‌شونده تغییر می‌کند. ۴-سرعت یک کهکشان را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$u^i \equiv [1, u^\mu], \quad |u^\mu| \ll 1.$$

علامت \ll نشان می‌دهد که باید توانهای دوم u^μ را در مقایسه با ۱ نادیده گرفت. بنابراین، شرط $u_i u^i = 1$ برقرار است، و ضمناً این فرض تلویحی را نیز داریم که حرکت‌های کاتوره‌ای کوچک‌اند. بنابراین، در نبود نیروهای خارجی، سرعت u^i در معادله ژئودزیک زیر صدق می‌کند

$$\frac{du^i}{ds} + \Gamma_{kl}^i u^k u^l = 0.$$

با قرار دادن Γ_{kl}^i به جای جزء خط رابرتسون-واکر به نتیجه زیر می‌رسیم

$$u^\mu S^2 = \text{const.}$$

به هر حال، u^μ سرعت در مختصات همراه (r, θ, ϕ) است. به هر حال این حرکت‌ها، حرکت‌های فیزیکی نیستند، چون به مختصات همراه مربوط می‌شوند. از ضرب فاصله‌های مختصات در

عامل مقیاس S می‌توان ویژه‌فاصله‌ها را به دست آورد. ویژه‌سرعت‌های کاتوره‌ای v بر حسب S به صورت S^{-1} تغییر می‌کنند

$$v = S(t)(u_\mu u^\mu)^{1/2} \propto S^{-1}. \quad (29.4)$$

(به تمرینهای ۱۶ و ۱۷ در انتهای فصل ۳ نیز رجوع کنید، که در آنها این نتیجه به صورت تقریب غیرنسبیتی برای چگونگی کاهش تکانه در عالم در حال انبساط نشان داده شده است.) بنابراین، مادامی که S در فراتر از عصر حاضر افزایش یابد، تقریب $p \ll \varepsilon$ معتبر خواهد ماند. اما، اگر به گذشته برگردیم، حرکت‌های کهکشان بیشتر و بیشتر متلاطم می‌شود، چون v در گذشته بزرگتر بوده است. بنابراین، اگر از $S_0 \approx 10^{-2} S$ استفاده کنیم (S_0 مقدار S در عصر حاضر است)، از (۲۹.۴) به دست می‌آوریم $\varepsilon \sim 10^{-1} p$. بدیهی است که در این صورت دیگر نمی‌توان در این عصر و دوران قبل از آن جمله p را نادیده گرفت.

در این عصرها باید تصویر ساده‌شده کیهان‌شناسی را کنار بگذاریم و بررسی کنیم آیا کهکشانها در آن عصر به صورت واحدهای جداگانه وجود داشته‌اند. بدیهی است که کهکشانها در مرحله‌ای در گذشته شکل گرفته‌اند و در یک نظریه مناسب کیهان‌شناسی باید بگوییم که آنها در چه هنگام و چگونه تشکیل شده‌اند. به این پرسش در فصل ۷ رجوع خواهیم کرد. فعلاً فقط می‌گوییم که چارچوب کنونی کیهان‌شناختی کهکشانهایی که از هم دور می‌شوند، همین‌طور تقریب گردوغبار (۲۷.۴) در چنین عصرهایی فرو می‌ریزد.

به هر حال، با برونمایی $v \propto S^{-1}$ تا مقادیر بسیار کم S مقدار v با c قابل مقایسه می‌شود و تقریب غیرنسبیتی ما که به $v \propto S^{-1}$ انجامیده بود بی‌اعتبار می‌شود. فرمول صحیح (نگاه کنید به تمرین ۱۶.۳) نشان می‌دهد که P به صورت S^{-1} تغییر می‌کند. در این حوزه باید از فرمول (۸۷.۲) استفاده کنیم، و قرار می‌دهیم

$$p = \frac{1}{3} \varepsilon. \quad (30.4)$$

بنابراین، به نمونه حجم این عصرهای اولیه به صورت ذرات مادی می‌نگریم که به‌طور نسبیتی و به صورت کاتوره‌ای در حرکت‌اند، اما هر حجم کروی از این نوع دارای مرکز جرمی در حال سکون در چارچوب رابرتسون-واکر است. در این مورد اصل موضوع برای یک ذره نوعی صادق نیست، اما هنوز می‌توان آن را برای مرکز جرم نمونه‌ای از حجم کروی به‌کار برد.

۲.۳.۴ سیطره ماده در برابر تابش

بنابراین، اگر S از مقادیر بسیار کوچک به صعود ادامه دهد، رابطه (۳۰.۴) برای عصرهای اولیه برقرار است، درست همان‌طور که (۲۷.۴) در حال حاضر و برای دوره‌های اخیر صادق است. گذار بین این دو عصر از مرحله‌ای به هم ریخته است که در آن نه (۲۷.۴) اعتبار دارد و نه (۳۰.۴). اگر (۲۷.۴) صادق باشد، از (۲۴.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{d}{dS}(\rho S^3) = 0, \quad (31.4)$$

که با انتگرال‌گیری می‌دهد

$$\rho = \rho_0 \frac{S_0^3}{S^3}, \quad (32.4)$$

ρ_0 و S_0 مقادیر ρ و S در عصر حاضر هستند. همین‌طور، با قرار دادن (۳۰.۴) در (۲۴.۴) خواهیم داشت

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^4) = 0, \quad (33.4)$$

که می‌دهد

$$\varepsilon \propto S^{-4}. \quad (34.4)$$

بنابراین، دارای تصویر زیر هستیم. برای توزیعی از ماده (۳۴.۴) هنگامی برقرار است که S در مقایسه با S_0 بسیار کوچک باشد، و (۳۲.۴) در عصرهای جدیدتر اعتبار دارد. به هر حال، اگر علاوه بر ماده، تابش الکترومغناطیسی هم داشته باشیم، این تابش موجود در عالم نیز در T_k^i سهم می‌شود. برای S کوچک، (۳۰.۴) هم برای ماده (که به صورت نانسیتی حرکت می‌کند) و هم تابش به یک اندازه صادق است. اما، با افزایش S باید در سهم ماده و تابش در T_k^i دقت بیشتری بکنیم و بین آنها فرق بگذاریم. زیرا، چنانکه خواهیم دید، گرچه ماده و تابش در S کوچک برهم‌کنش تنگاتنگ داشتند، در عصرهای بعد کاملاً از هم جدا می‌شدند. در فصل ۵ به جزئیات این موضوع خواهیم پرداخت.

فعالاً، اجازه دهید فرض کنیم که در فراتر از عصری که با $S = S_{\text{dec}}$ مشخص می‌شود، تابش و ماده از یکدیگر جدا می‌شوند و هر یک راه خود را می‌گیرند. بنابراین، می‌توان نوشت

$$T_k^i = T_{k|\text{ماده}}^i + T_{k|\text{تابش}}^i \quad (35.4)$$

و فرض کرد که دیورژانس هر تانسور انرژی جداگانه صفر می‌شود چون برای تانسور انرژی تابش داریم (برای $\mu = 1, 2, 3$)

$$-T_{\mu}^{\mu} = \frac{1}{3} T^{\circ} = \frac{1}{3} \varepsilon \quad (36.4)$$

برای $S > S_{dec}$ ، به دست می‌آوریم

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{S_0^4}{S^4} \quad (37.4)$$

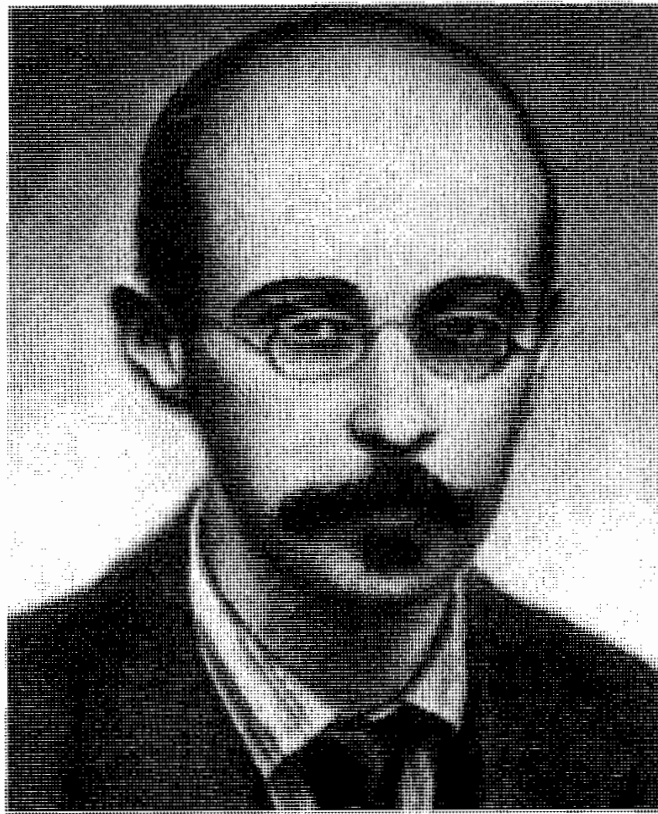
t_{dec} چیست؟ چرا باید از تابش واجفتیده شود؟ قبل از $t = t_{dec}$ چه اتفاقی افتاده است؟ بحث دربارهٔ این پرسشها را به فصل ۵ موکول می‌کنیم. با این همه، عصر مهم دیگری در گذشته عالم وجود دارد، که در آن چگالیهای ماده و تابش برابر بودند. آن را با $t = t_{eq}$ نشان می‌دهیم، که در آن S برابر S_{eq} بوده است. به راحتی می‌توان این مقیاس را به صورت زیر برآورد کرد. برآورد فعلی $\varepsilon_0 \approx 4 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3}$ ، و $\rho_0 c^2 \geq 3 \times 10^{-10} \text{ erg cm}^{-3}$ نشان می‌دهد که چگالی جرم بیش از 10^3 برابر چگالی تابش است. پس $\varepsilon_0 \ll \rho_0 c^2$ و می‌توان سهم تابش (در مقایسه با سهم جرم) را در معادله‌های میدان (۲۰.۴) و (۲۱.۴) در عصر حاضر، و برای $S > S_0$ نادیده گرفت. به هر حال، برای دوره‌های گذشته با $S < S_0$ ، از (۳۲.۴) و (۳۷.۴) داریم

$$\frac{\varepsilon}{\rho c^2} = \frac{\varepsilon_0}{\rho_0 c^2} \frac{S_0}{S} \quad (38.4)$$

و نمی‌توانیم سهم تابش را برای مثلاً $10^3 S_0/S \sim S_0/S$ نادیده بگیریم. این عصر t_{eq} است. در واقع، قبل از این عصر، یعنی برای $S < S_{eq}$ ، اهمیت نسبی تابش و ماده معکوس می‌شود: در تصمیم‌گیری دربارهٔ اینکه S برحسب t چگونه باید تغییر کند، تابش عامل تعیین‌کننده‌تری بود. از بحث بالا مشاهده می‌کنیم که در $S = S_{eq} \approx 10^{-3} S_0$ ، گذاری از عالم با سیطرهٔ تابش به عالم با سیطرهٔ ماده داریم. در این فصل دوره‌های با سیطرهٔ ماده را در نظر می‌گیریم. بنابراین، باید معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را با

$$T_1^1 = 0, \quad T_0^0 = \rho_0 c^2 \frac{S_0^3}{S^3} \quad (39.4)$$

حل کرد. این ساده‌سازی به مدل‌های کلاسیک می‌انجامد که ای. فریدمان اولین بار بین سالهای ۱۹۲۲ و ۱۹۲۴ (شکل ۱.۴) بررسی کرد. اصولاً، این مدلها هرگونه سهم تابش الکترومغناطیسی



شکل ۱.۴ الکساندر فریدمان (۱۸۸۸-۱۹۲۵).

را در T_k^0 نادیده می‌گیرد و فرض می‌کند که ماده موجود در عالم را می‌توان با گردوغبار تقریب زد.

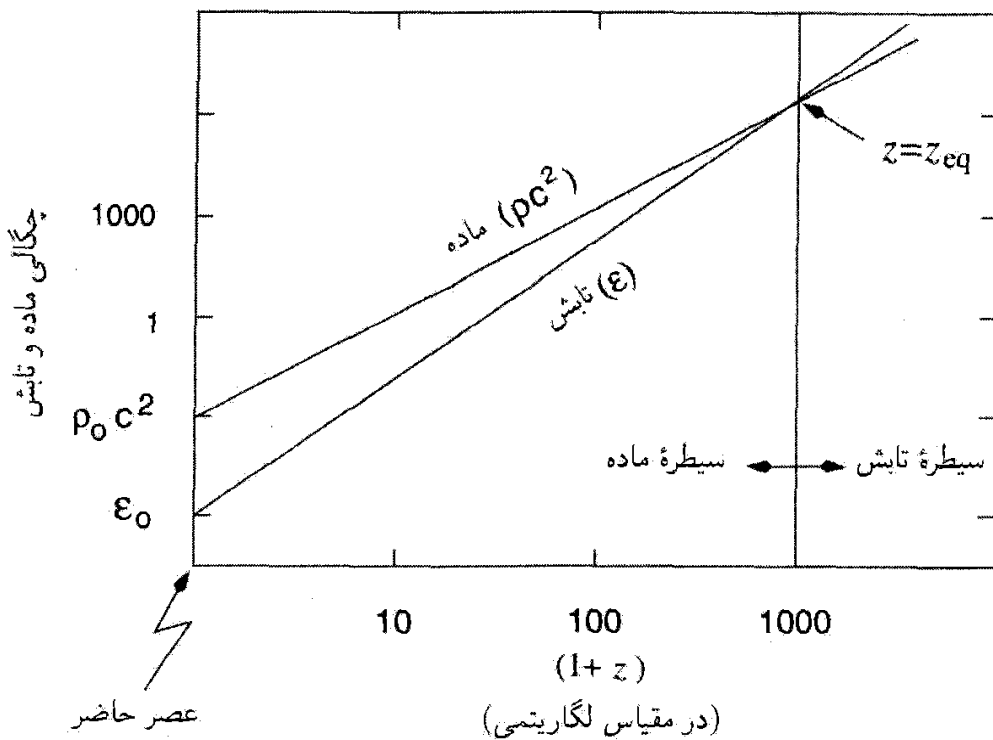
مثال

اگر $\xi = \rho_0 c^2 / \epsilon_0$ باشد، انتقال به سرخ عصر قبل از اینکه عالم تحت سیطره تابش قرار گیرد را برآورد کنید.

در طی عصر t ، انتقال به سرخ z نسبت به عصر حاضر t_0 از رابطه زیر به دست می‌آید

$$1 + z \equiv \frac{S(t_0)}{S(t)}$$

(نگاه کنید به فصل ۳). از (۳۸.۴)، برای این عصر نسبت چگالیهای انرژی ماده و تابش $(1+z)^{-1}$ برابر مقدار کنونی ξ بود. بنابراین، عصر t_{eq} ، که در آن چگالیهای انرژی برابر بودند، از انتقال به سرخ $z_{eq} = \xi - 1$ به دست می‌آید. برای عصرهای پیش از t_{eq} ، یعنی برای $z > z_{eq}$ ، عالم تحت سیطره تابش بود. شکل ۲.۴ این انتقال سیطره را نشان می‌دهد. توجه کنید که اگر مقدار زیادی ماده تاریک موجود باشد، برآورد کنونی ρ_0 زیاد می‌شود و همین‌طور مقدار z_{eq} .



شکل ۲.۴ نمودار چگالیهای تابش و ماده در عالم برحسب انتقال به سرخ روی مقیاس log-log. توجه کنید که با انبساط عالم چگالی تابش با شیبی بیشتر از چگالی ماده فرو می‌افتد. خطها طوری تنظیم شده‌اند که چگالی کنونی ماده هزار برابر چگالی تابش باشد. بنابراین این دو وقتی قابل مقایسه می‌شدند که اندازه عالم $\sim 10^3$ بار کوچکتر بوده است. این با نقطه برخورد دو خط نشان داده شده است. انتقال به سرخ z_{eq} نظیر عصری است که در آن دو چگالی برابر بودند.

البته، فرض می‌کنیم که عالم مقیاس در عصرهای گذشته به صورت یکنواخت رشد کرده است. خواهیم دید که این نتیجه‌گیری از ساده‌ترین مدل عالم به دست می‌آید.

۴.۴ مدل‌های فریدمان

فرض می‌کنیم عالم (در حال حاضر) تحت سیطره گردوغبار باشد. برای گردوغبار معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) به صورت زیر درمی‌آیند

$$2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = 0, \quad (40.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{4\pi G\rho_0}{3} \frac{S_0^3}{S^3}. \quad (41.4)$$

با توجه به قانون پایستگی در (۳۱.۴)، دو معادلهٔ بالا مستقل از هم نیستند، و فقط یکی از آنها برای تعیین $S(t)$ کافی است. چون (۴۱.۴) دارای مرتبهٔ پاینتری است، آن را برای حل برمی‌گزینیم، و سه حالت $k = 0, 1, -1$ را جداگانه بررسی می‌کنیم. با این همه، قبل از ادامهٔ بحث متوجه شباهت این معادله‌ها با معادله‌های کیهان‌شناسی نیوتونی می‌شویم که قبلاً در این فصل به دست آوردیم. مثلاً، به معادلهٔ (۱۰.۴) نگاه کنید که شبیه معادلهٔ (۴۱.۴) در بالاست. در آن معادله یک ثابت k وجود داشت، که به انرژی جنبشی کل اولیه‌ای مربوط می‌شد که به مدل‌های انبساطی انجامید. در اینجا ثابت صرفاً به خمیدگی مقطع‌های فضایی مربوط می‌شود. با این همه، رفتار دینامیکی این مدل‌ها شبیه مدل‌های نیوتونی است. اکنون سه مورد $k = 0, 1, -1$ را بررسی می‌کنیم.

۱.۴.۴ مقطع‌های اقلیدسی ($k = 0$)

این ساده‌ترین مورد است، و آن را مدل اینشتین-دوسیته نیز می‌نامند، چون اینشتین و دوسیته آن را در یک مقالهٔ مشترک در سال ۱۹۳۲ ارائه کردند. معادلهٔ (۴۱.۴) به صورت زیر درمی‌آید

$$\dot{S}^2 = \frac{\Lambda \pi G \rho_0}{3} \frac{S_0^3}{S}. \quad (42.4)$$

از فصل ۳ به خاطر داریم که مقدار فعلی ثابت هابل برابر است با

$$\left. \frac{\dot{S}}{S} \right|_{t_0} = H_0. \quad (43.4)$$

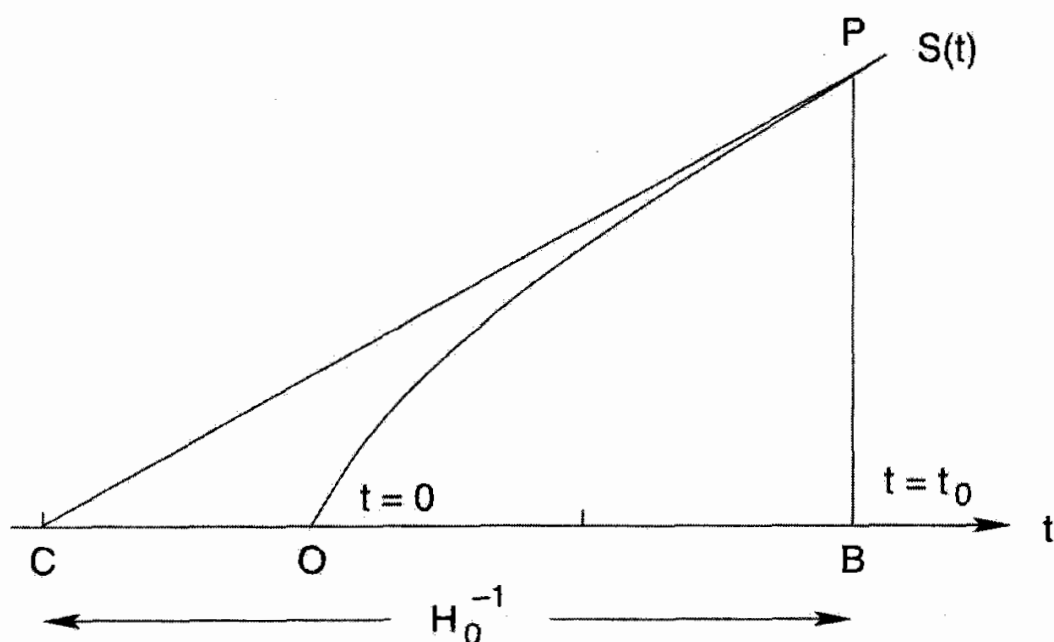
بنابراین با اعمال (۴۳.۴) به عصر حاضر، به دست می‌آوریم

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{\Lambda \pi G} \equiv \rho_c. \quad (44.4)$$

به دلایلی که بعداً روشن می‌شود، ρ_c را اغلب چگالی بستار می‌نامند. با گسترهٔ مقادیر H_0 که در فصل ۳ ذکر شد، داریم

$$\rho_c = 2 \times 10^{-29} h_0^2 \text{ g cm}^{-3}. \quad (45.4)$$

این مقادیر به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیش از چگالی ماده‌ای است که اکنون مشاهده می‌کنیم، و این موضوع را به تفصیل در فصل‌های بعد بررسی می‌کنیم.



شکل ۳.۴ نموداری کلی از $S(t)$ بر حسب t برای مدل اینشتین-دوسیته. عصر حاضر t_0 با نقطه B روی محور t مشخص شده است. عرض نقطه B برابر است با $PB = S_0$ ، مقدار کنونی پارامتر مقیاس. اگر PB را واحد طول بگیریم، مقدار فعلی ثابت هابل از نسبت $1/BC$ به دست می‌آید، که نقطه برخورد محور t با مماس بر منحنی $S(t)$ در نقطه P است. بنابراین $BC = H_0^{-1}$. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، سن عالم که با OB مشخص می‌شود، دو سوم BC است.

با رجوع به (۴۲.۴)، مشاهده می‌کنیم که اثبات جواب داشتن آن راحت است.

$$S = S_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3}. \quad (46.4)$$

با انتگرال‌گیری از معادله دیفرانسیل یک ثابت اختیاری وارد می‌شود که می‌توان با فرض $S = 0$ در $t = 0$ آن را صفر گرفت. همین‌طور از معادله (۴۳.۴) سن عالم مقدار کنونی t است:

$$t_0 = \frac{2}{3H_0}. \quad (47.4)$$

ثابت S_0 ، مقدار عامل مقیاس در عصر حاضر، تعیین نشده است. این ثابت دارای بُعد طول است، و می‌توان آن را در یکای طول برگزیده ادغام کرد. شکل ۳.۴ این جواب را نشان می‌دهد. اگر اندیس 0 را حذف کنیم، نتایج (۴۳.۴)، (۴۴.۴)، و (۴۷.۴) در هر دوره دلخواه t برقرار خواهد بود.

۲.۴.۴ مقطعیهای بسته ($k = 1$)

معادله‌های (۴۰.۴) و (۴۱.۴) اکنون به شکل زیر درمی‌آیند

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + c^2}{S^2} = 0, \quad (48.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + c^2}{S^2} - \frac{8\pi G\rho_0 S_0^3}{3S^3} = 0. \quad (49.4)$$

بهتر است کمیت‌های $H(t)$ و $q(t)$ را به صورت زیر وارد کنیم

$$\frac{\ddot{S}}{S} = -q(t)[H(t)]^2, \quad H(t) = \frac{\dot{S}}{S} \quad (50.4)$$

که مقادیر فعلی آنها با q_0 و H_0 نشان داده می‌شود. قبلاً با H_0 ، پارامتر هابل، روبه‌رو شدیم. پارامتر دوم q_0 را پارامتر شتاب منفی می‌نامند، و در بیان ρ_0 برحسب چگالی بستر سودمند است. با تعریفهای بالا، (۴۸.۴) و (۴۹.۴) برای عصر حاضر به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{c^2}{S_0^2} = (2q_0 - 1)H_0^2, \quad (51.4)$$

$$\rho_0 = \frac{3}{8\pi G} \left(H_0^2 + \frac{c^2}{S_0^2} \right) = \frac{3H_0^2}{4\pi G} q_0. \quad (52.4)$$

چگالی ρ_0 را گاهی به شکل زیر بیان می‌کنند:

$$\rho_0 = \rho_c \Omega_0. \quad (53.4)$$

به طوری که از (۵۲.۴)، (۵۳.۴) و (۴۴.۴) پارامتر چگالی را به دست می‌آوریم

$$\Omega_0 = 2q_0. \quad (54.4)$$

چون طرف چپ (۵۱.۴) مثبت است، باید داشته باشیم

$$q_0 > \frac{1}{2}, \quad \Omega_0 > 1. \quad (55.4)$$

پس چگالی مدل بسته ما از چگالی بستر ρ_c بیشتر است. این موضوع نام «چگالی بستر» را توجیه می‌کند. اگر بخواهیم که این مدل عالمی بسته را بیان کند، چگالی آن باید از چگالی کلی

تجاوز کند. در اینجا باید متذکر شویم که در نتیجه مربوط به مدلهای باز ($k = -1$) نامساویهای (۵۵.۴) معکوس می‌شوند (این موضوع را به زودی ثابت می‌کنیم).

با بهره‌گیری از (۵۱.۴) و (۵۲.۴) برای حذف S_0 و ρ_0 از (۴۹.۴)، معادله دیفرانسیل زیر را به دست می‌آوریم

$$\dot{S}^2 = c^2 \left(\frac{\alpha}{S} - 1 \right) \quad (56.4)$$

که α از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\alpha = \frac{2q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \frac{c}{H_0} \quad (57.4)$$

پارامتر α دارای بُعد طول است. بدین ترتیب مدل با پارامترهای H_0 و q_0 (یا با Ω_0 مشخص می‌شود).

از معادله (۵۴.۴) می‌توان به صورت زیر انتگرال گرفت. به دست می‌آوریم

$$ct = \int \frac{\sqrt{S} dS}{\sqrt{\alpha - S}}$$

با قرار دادن

$$S = \alpha \sin^2 \left(\frac{\Theta}{2} \right) = \frac{1}{2} \alpha (1 - \cos \Theta). \quad (58.4)$$

انتگرال به صورت زیر در می‌آید

$$ct = \int \alpha \sin^2 \left(\frac{\Theta}{2} \right) d\Theta = \frac{1}{2} \alpha (\Theta - \sin \Theta). \quad (59.4)$$

مجدداً، مانند مورد $k = 0$ در $t = 0$ ($\Theta = 0$) مقدار $S = 0$ را در نظر گرفته‌ایم. بنابراین، از شرط $S = S_0$ به دست می‌آوریم $t = t_0$. از (۵۱.۴) و (۵۷.۴) می‌بینیم که در $\Theta = \Theta_0$ داریم $S = S_0$ ، که

$$\frac{1}{2} \alpha (1 - \cos \Theta_0) = \frac{c}{H_0} (2q_0 - 1)^{-1/2} = \frac{(2q_0 - 1)}{2q_0} \alpha;$$

یعنی

$$\cos \Theta_0 = \frac{1 - q_0}{q_0}, \quad \sin \Theta_0 = \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0}. \quad (60.4)$$

بنابراین سن عالم را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$t_0 = \frac{\alpha}{2c} (\Theta_0 - \sin \Theta_0)$$

$$= \frac{q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \left[\cos^{-1} \left(\frac{1 - q_0}{q_0} \right) - \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0} \right] \frac{1}{H_0}. \quad (61.4)$$

به عنوان مثال، برای $q_0 = 1$ به دست می‌آوریم

$$t_0 = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) H_0^{-1}. \quad (62.4)$$

توجه کنید که در $\Theta = \pi$ مقدار S بیشینه می‌شود،

$$S = S_{\max} = \alpha = \frac{2q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \frac{c}{H_0}. \quad (63.4)$$

بدین ترتیب برای $q_0 = 1$ ، عالم تا دو برابر اندازه فعلی‌اش منبسط می‌شود.

بنابراین، در مدل‌های بسته پس از انبساط انقباض صورت می‌گیرد و S به صفر کاهش می‌یابد.

مقدار $S = 0$ در $\Theta = 2\pi$ حاصل می‌شود؛ یعنی، وقتی که

$$t = t_L = \frac{\pi\alpha}{c} = \frac{2\pi q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \frac{1}{H_0}. \quad (64.4)$$

کمیت t_L را می‌توان طول عمر عالم نامید. برای $q_0 = 1$ ، $t_L = 2\pi H_0^{-1} = 2\pi\tau_0$ ، که τ_0 از رابطه (۶۹.۳) به دست می‌آید.

شکل ۴.۴ تابع $S(t)$ را برای مدل‌های بسته و برای تعدادی پارامتر q_0 نشان می‌دهد. تمام

منحنیها طوری تنظیم شده‌اند که در نقطه P دارای مقدار H_0 برابر باشند. توجه کنید که با افزایش

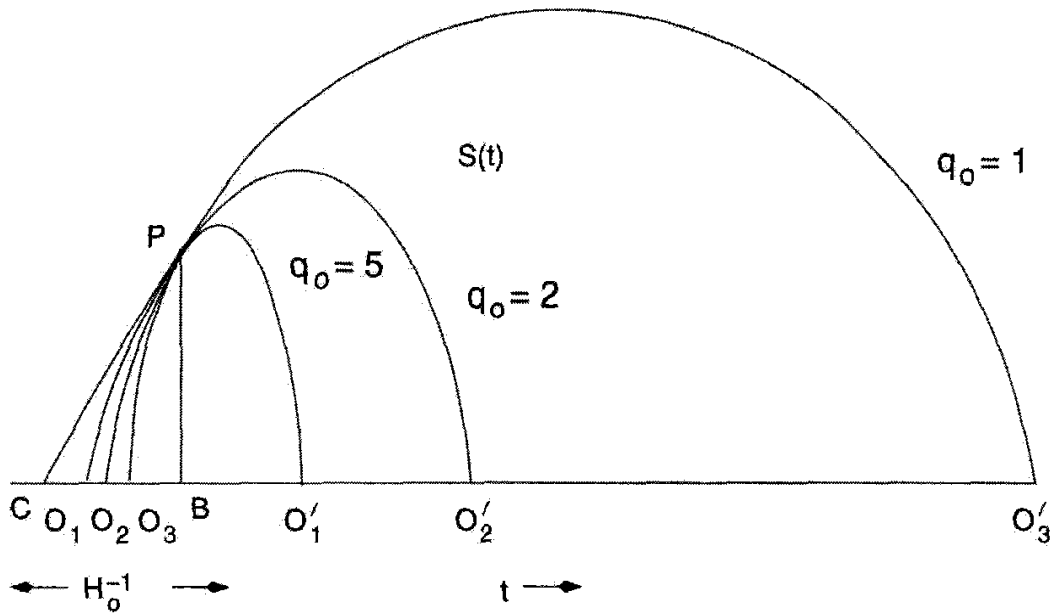
q_0 به بیش از $\frac{1}{4}$ مقدار $S = 0$ در گذشته نزدیکتری حاصل می‌شود.

۳.۴.۴ مقطعهای باز ($k = -1$)

معادله‌های (۴۰.۴) و (۴۱.۴) در این مورد به صورت زیر درمی‌آیند

$$2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 - c^2}{S^2} = 0, \quad (65.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 - c^2}{S^2} - \frac{8\pi G\rho_0 S^3}{3S^3} = 0. \quad (66.4)$$



شکل ۴.۴ منحنیهای $S(t)$ برای $q_0 = 1, 2, 5$. همه منحنیها طوری مقیاس بندی شده اند که در P ، نقطه حاضر، به هم برخورد کنند و دارای مماس مشترک PC باشند. فاصله $BC = H_0^{-1}$. توجه کنید که با افزایش q_0 منحنیهای $S(t)$ مقطع گذشته خط t را در نقطه های $O_1, O_2, O_3 \dots$ قطع می کنند که به نقطه B نزدیکتر است، یعنی با افزایش q_0 سن عالم کاهش می یابد. نقطه های $O'_1, O'_2, O'_3 \dots$ در مقطع آینده خط t تکینگیهایی را نشان می دهد که در آنها موجودیت این مدلها به پایان می رسد.

دوباره از تعریفهای (۵۰.۴) استفاده می کنیم و با اعمال آنها به عصر حاضر به دست می آوریم

$$\frac{c^2}{S_0^2} = (1 - 2q_0)H_0^2, \quad (67.4)$$

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G} q_0. \quad (68.4)$$

بنابراین به جای (۵۵.۴) اکنون داریم

$$0 \leq q_0 \leq \frac{1}{2}, \quad 0 \leq \Omega_0 < 1. \quad (69.4)$$

و به جای (۵۶.۴) به دست می آوریم

$$\dot{S}^2 = c^2 \left(\frac{\beta}{S} + 1 \right), \quad (70.4)$$

با

$$\beta = \frac{2q_0}{(1 - 2q_0)^{3/2}} \frac{c}{H_0}. \quad (71.4)$$

مانند مورد $k = +1$ ، جواب (۷۰.۴) را می‌توان با زاویه Ψ پارامتری‌سازی کرد با

$$S = \frac{1}{4}\beta(\cosh\Psi - 1), \quad ct = \frac{1}{4}\beta(\sinh\Psi - \Psi). \quad (72.4)$$

مقدار فعلی Ψ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\cosh\Psi_0 = \frac{1 - q_0}{q_0}, \quad \sinh\Psi_0 = \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} \quad (73.4)$$

باید مانند دو مورد قبلی در $t = 0$ بگذاریم $S = 0$. سن عالم از رابطه زیر به دست می‌آید

$$t_0 = \frac{\beta}{2c}(\sinh\Psi_0 - \Psi_0) \\ = \frac{q_0}{(1 - 2q_0)^{3/2}} \left[\frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} - \ln \left(\frac{1 - q_0 + \sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} \right) \right] \frac{1}{H_0} \quad (74.4)$$

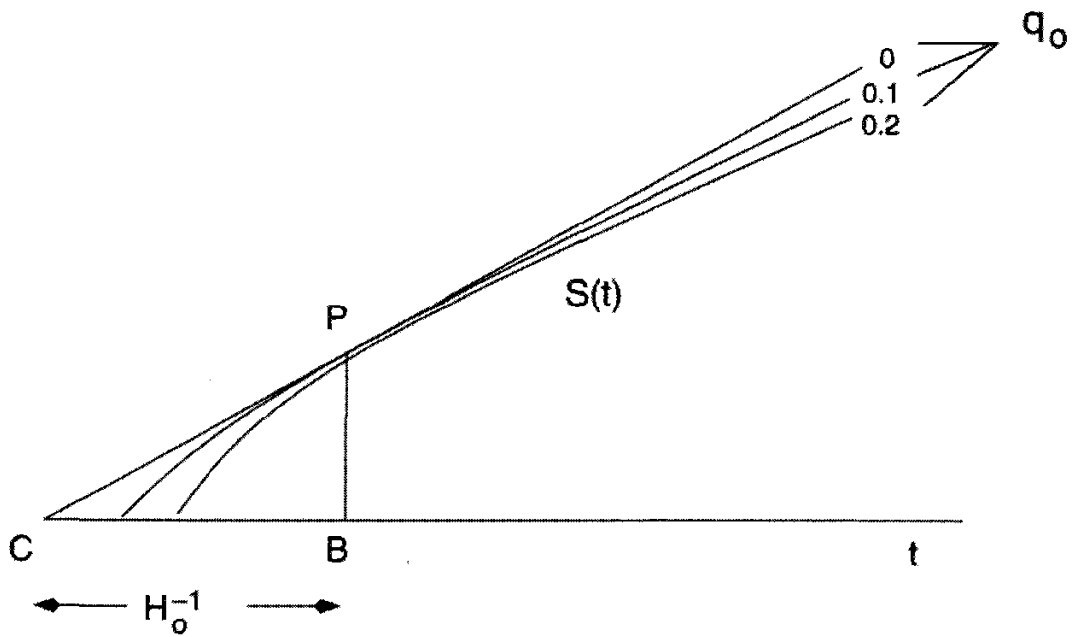
این مدلها مانند مدل اینشتین-دوسیتیه تا ابد منبسط خواهند شد. رفتار $S(t)$ در این مدلها در شکل ۵.۴ نشان داده شده است.

شایان ذکر است که مدل با $q_0 = 0$ ، $S(t) = ct$ نشانگر فضا زمان تخت است. در واقع، با تبدیل مختصات زیر می‌توان جزء خط را طوری تغییر داد تا به شکل آشکارا مینکوفسکی درآید

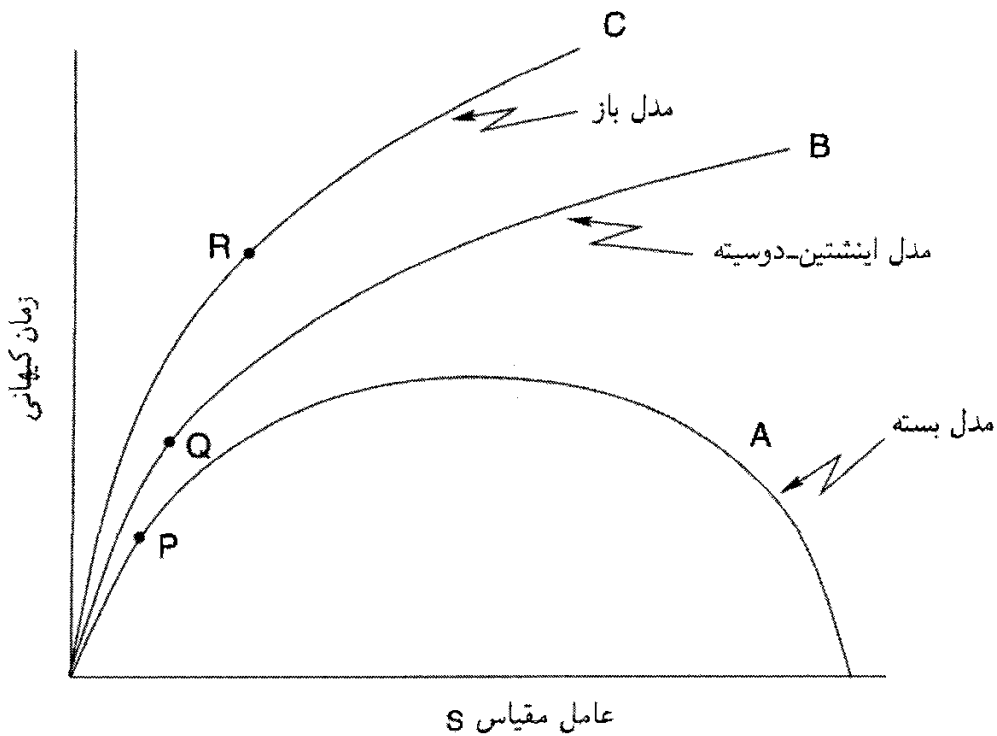
$$R = ctr, \quad T = t\sqrt{1 + r^2}, \\ ds^2 = c^2 dT^2 - dR^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (75.4)$$

این مدل در سینماتیک نسبیتی میلنه^۱، که نظریه‌ای کیهان‌شناختی با شالوده‌هایی متفاوت از نسبیت عام بود، به صورت طبیعی به دست می‌آمد. بدین دلیل مدل بالا را گاهی مدل میلنه می‌نامند. برای مقایسه سه نوع مدل فریدمان ($k = 0, \pm 1$) در شکل ۶.۴ با هم روی یک نمودار نشان داده شده‌اند. یک مدل «تخت» یکتا (که مدل $k = 0$ را اغلب چنین می‌نامند؛ اما این گاهی می‌تواند گمراه‌کننده باشد چون «تختی» مربوط به بخش فضایی $t = \text{const.}$ ، نه فضا زمان به‌طور کلی)، و گستره پیوسته‌ای از مدل‌های $k = \pm 1$ ، که دو مورد نمونه از آنها نشان داده شده است. نقطه روی منحنی یک عصر نوعی $H(t) = \text{const.}$ را نشان می‌دهد. بنابراین، برای ثابت هابل یکسان، مدل‌های باز سن بیشتری را می‌دهند. بعداً در این فصل به این ویژگی خواهیم پرداخت.

1. Milne



شکل ۵.۴ منحنیهای $S(t)$ برای $q_0 = 0, 0.1, 0.2$ ، مانند شکل ۲.۴، همه منحنیها در P دارای مقدار یکسان H_0 هستند. مشاهده می شود که با کاهش q_0 سن عالم افزایش می یابد و برای $q_0 = 0$ برابر مقدار بیشینه (H_0^{-1}) می شود.



شکل ۶.۴ سه نوع مدل فریدمان با هم روی یک نمودار $S(t)$ بر حسب t نشان داده شده اند. نقطه های P, Q و R عصر حاضر را روی منحنیهای مختلف نشان می دهند. با گذر از مدل های باز به بسته، این عصر به عصر تکین اولیه نزدیکتر می شود.

۴.۴.۴ تکینگی فضا زمان

شکل ۶.۴ نشان می‌دهد چگونه همه مدل‌های فریدمان این ویژگی مشترک را دارند که دارای $S = 0$ در یک عصر شوند (که آن را با $t = 0$ مشخص کردیم). با نزدیک شدن به $S = 0$ ثابت هابل به سرعت افزایش می‌یابد، و در $S = 0$ بینهایت می‌شود، به استثنای مورد خاص مدل میلنه $k = -1$ ، $q_0 = 0$. پس این عصر نشانگر فعالیت شدید است و مهبانگ نامیده می‌شود. این خرد هویل بود که در اواخر دهه ۱۹۴۰ این نام‌گذاری را، تا اندازه‌ای به صورت تمسخرآمیز انجام داد، چون او منتقد مفهوم مهبانگ بود (و هنوز هم هست). ما درباره دلایل این موضوع به تفصیل در فصل‌های بعد بحث خواهیم کرد. اکنون صرفاً می‌گوییم که این نام جالفتاده و اکثریت بزرگی از کسانی که در زمینه کیهان‌شناسی کار می‌کنند آن را پذیرفتند. اما، یک دلیل انتقاد هویل را اکنون شرح می‌دهیم.

به لحاظ ریاضی، $S = 0$ بیانگر یک تکینگی در فضا زمان است. اگر مؤلفه‌های R_{iklm} را محاسبه و با آنها ناوردهای زیر را بسازیم

$$R, \quad R_{ik}R^{ik}, \quad R_{iklm}R^{iklm}, \dots,$$

این ناوردها وقتی S به صفر میل کند واگرا می‌شوند. بنابراین، صحبت کردن درباره هندسه فضا زمان در $S = 0$ بی‌معنی است.

$S = 0$ نشانگر سدی نفوذناپذیر در مقابل فیزیکدانها نیز هست. اگر از اصل محکم هم‌ارزی (نگاه کنید به فصل ۲) برای مطالعه طرز کار فرایندهای فیزیکی در میدانهای گرانشی قوی استفاده کنیم، شیوه کار ما دیگر در $S = 0$ معتبر نیست. بنابراین، تکینگی مهبانگ مهمتر (و شاید پردردستر) از بینهایتایی است که در بقیه موارد فیزیک (مانند تصحیح‌های تابشی الکترودینامیک کوانتومی) به وقوع می‌پیوندد.

وجود تکینگی به دلیل فنی زیر در دسرافرین است. مدل‌های فریدمان از معادله‌های میدان اینشتین به دست می‌آیند، که به نوبه خود از یک اصل کنش حاصل می‌شوند. با این همه، معادله‌های میدان و همین‌طور اصل کنش نمی‌تواند در فضا زمانی به کار رود که حاوی یک تکینگی است، زیرا شرایط لازم برای پوستگی، یعنی مشتق‌پذیری و غیره، نقض می‌شوند. بنابراین مسئله‌ای منطقی از این نظر وجود دارد که جوابهای حاصل به وضعیتی می‌انجامند که باعث می‌شود ساختار بنیادی این معادله‌ها نقض شود.

با این همه، کوشش در جهت از بین بردن تکینگی با اصلاح تانسور انرژی احتمالاً موفق نخواهند

بود اگر این اصلاحات به صورت متداول باشند. این موضوع را راجر پن رز^۱، استیون هاوکینگ^۲، رابرت گروش^۳ و دیگران در اواخر سالهای ۱۹۶۰ نشان دادند. فعلاً وجود این تکینگی را به صورت یک واقعیت در رژیم نسبیت عام می‌پذیریم و با آن کنار می‌آییم.

۵.۴ فاصله درخشندگی

چون اغلب از مدل‌های فریدمان برای تفسیر رصدهای کیهان‌شناختی استفاده می‌کنیم، باید کمیت‌های مشاهده‌پذیر این مدل را با شروع از فاصله درخشندگی که در فصل ۳ تعریف شد به دست آوریم. هدف ما بیان پاسخ نهایی برحسب دو پارامتر مشخصه مدل فریدمان یعنی H_0 و q_0 است.

۱.۵.۴ مدل اینشتین-دوسیته

از رابطه (۴۹.۳) برای ایجاد ارتباط میان r_1 ، مختصه شعاعی کهکشان G_1 با زمان t_1 و انتقال به سرخ z آن استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} r_1 &= \int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \frac{c}{S_0} \int_{t_1}^{t_0} t_0^{2/3} t^{-2/3} dt \\ &= \frac{c}{S_0} t_0^{2/3} \times 3(t_0^{1/3} - t_1^{1/3}) \\ &= \frac{3c}{S_0} t_0 \left[1 - \left(\frac{t_1}{t_0} \right)^{1/3} \right]. \end{aligned}$$

اکنون با توجه به (۵۱.۳) داریم

$$1 + z = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} = \left(\frac{t_0}{t_1} \right)^{2/3},$$

به طوری که به کمک (۴۷.۴) داریم

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{3ct_0}{S_0} [1 - (1+z)^{-1/2}] \\ &= \frac{3c}{S_0 H_0} [1 - (1+z)^{-1/2}]. \end{aligned} \quad (۷۶.۴)$$

بنابراین فاصله درخشندگی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} D_1 &= r_1 S_0 (1+z) \\ &= \frac{2c}{H_0} [(1+z) - (1+z)^{1/2}]. \end{aligned} \quad (77.4)$$

۲.۵.۴ مدل بسته

محاسبه پیچیده‌تر است. معادله (۴۹.۳) به صورت زیر در می‌آید

$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}} = \int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)}.$$

از طرف چپ رابطه بالا می‌توان به راحتی انتگرال گرفت. برای انتگرال‌گیری از طرف راست از (۵۶.۴) استفاده می‌کنیم تا به دست آوریم

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \int_{S_1}^{S_0} \frac{dS}{\sqrt{S(\alpha-S)}}.$$

اکنون با استفاده از شکل پارامتری (۵۸.۴): $S = \alpha \sin^2(\Theta/2)$ به دست می‌آوریم

$$\int_{S_1}^{S_0} \frac{dS}{\sqrt{S(\alpha-S)}} = \int_{\Theta_1}^{\Theta_0} d\Theta = \Theta_0 - \Theta_1.$$

با توجه به اینکه انتگرال طرف چپ (۴۹.۳) می‌دهد $r_1 = \sin^{-1} r_1$ داریم

$$r_1 = \sin(\Theta_0 - \Theta_1). \quad (78.4)$$

اکنون باید این پاسخ را به z ربط دهیم. داریم

$$1+z = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} = \frac{\sin^2(\Theta_0/2)}{\sin^2(\Theta_1/2)},$$

که می‌دهد

$$\sin \Theta_1 = \frac{2}{1+z} \sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) \left[z + \cos^2\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) \right]^{1/2},$$

$$\cos \Theta_1 = \frac{z + \cos \Theta_0}{1+z} \quad (79.4)$$

همین طور، از (۶۰.۴) داریم

$$\sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{2q_0 - 1}{2q_0}}, \quad \cos\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2q_0}}.$$

با گرد هم آوردن رابطه‌های حاصل و ساده‌سازی جبری به دست می‌آوریم

$$r_1 = \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0^2(1+z)} [q_0 z + (1 - q_0)(1 - \sqrt{1 + 2zq_0})]. \quad (۸۰.۴)$$

بنابراین، فاصله درخشندگی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} D_1 &= r_1 S_0 (1+z) \\ &= \frac{c}{H_0} \frac{1}{q_0^2} [q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2zq_0} - 1)]. \end{aligned} \quad (۸۱.۴)$$

این فرمول را نخستین بار متیگ^۱ در سال ۱۹۵۸ به دست آورد.

۳.۵.۴ مدل باز

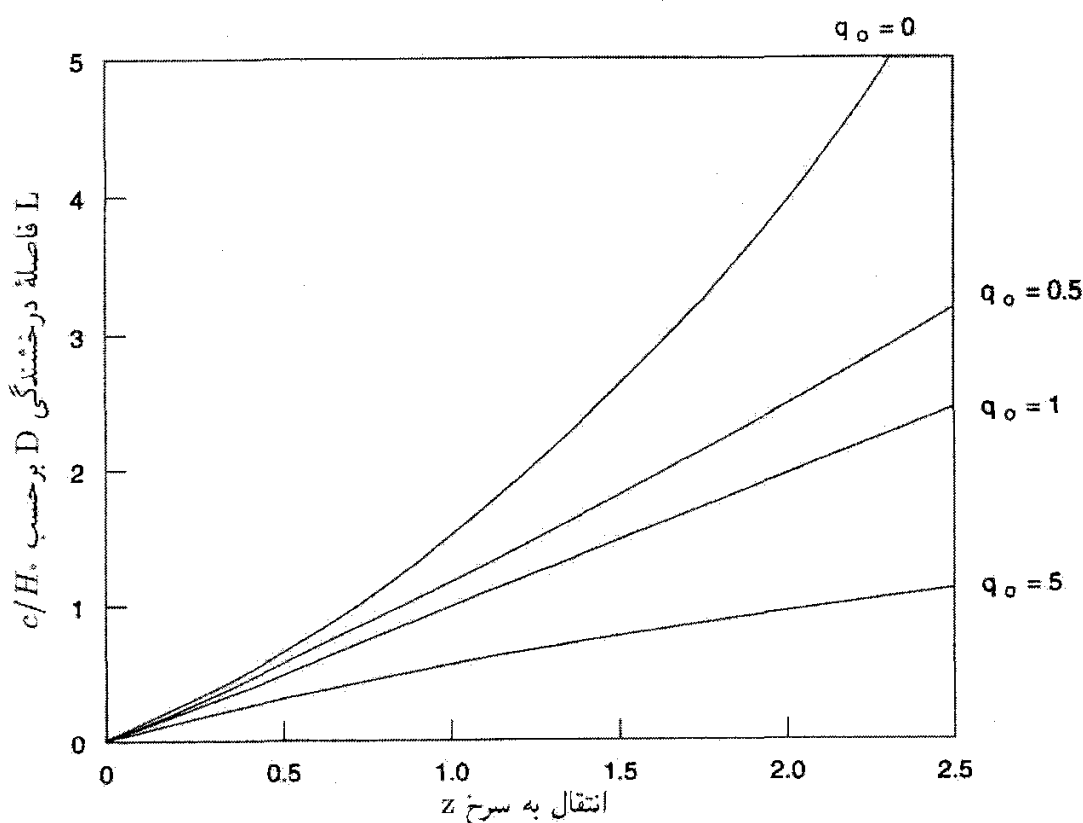
محاسبه در این مورد مانند مدل بسته است، با این تفاوت که تابعهای هذلولوی جانشین توابع مثلثاتی می‌شوند. ما به گامهای میانی نمی‌پردازیم، بلکه فقط نتیجه‌های نهایی را ذکر می‌کنیم

$$r_1 = \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0^2(1+z)} [q_0 z + (1 - q_0)(1 - \sqrt{(1 + 2zq_0)})]. \quad (۸۲.۴)$$

$$D_1 = \frac{c}{H_0} \frac{1}{q_0^2} [q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2zq_0} - 1)]. \quad (۸۳.۴)$$

جالب توجه است که عبارت نهایی D_1 یکسانی را برای $k = \pm 1$ ، $|q_0 - \frac{1}{4}| > 0$ به دست می‌آوریم. اگر بگذاریم $\frac{1}{4} \rightarrow q_0$ ، به راحتی می‌بینیم که مدل اینشتین-دوسیته نیز دارای D_1 به دست آمده از همان فرمول است.

شکل ۷.۴ نمودار $D_1(q_0, z)$ را برحسب z برای مقادیر پارامتری مختلف q_0 نشان می‌دهد. توجه کنید که همه منحنیها با قانون خطی هابل (۶۶.۳) برای z کوچک آغاز و سپس شاخه



شکل ۷.۴ فاصله درخشندگی D_1 (با یکاهای c/H_0) بر حسب انتقال به سرخ z برای $q_0 = 0, \frac{1}{2}, 1, 5$ نشان داده شده است. این رابطه برای $q_0 = 1$ ، طبق پیش‌بینی قانون هابل، خطی است. برای $q_0 < 1$ ، D_1 با z سریعتر از پیش‌بینی قانون هابل افزایش می‌یابد، در حالی که برای $q_0 > 1$ ، افزایش D_1 بر حسب z کندتر است. برای z کوچک همه منحنیها یکی می‌شوند.

شاخه می‌شوند. متوجه می‌شویم که به عنوان یک قانون کلی برای انتقال به سرخ یکسان، فاصله درخشندگی برای مقادیر کمتر q_0 بزرگتر است. بنابراین، برای $q_0 = 1$ داریم

$$D_1 = \frac{c}{H_0} z, \quad (۸۴.۴)$$

در حالی که برای $q_0 = 0$ به دست می‌آوریم

$$D_1 = \frac{c}{H_0} z \left(1 + \frac{z}{2} \right). \quad (۸۵.۴)$$

S_0 در $z = 1$ با توجه به رابطه (۸۵.۴) 50% درصد بیش از (۸۴.۴) است. در فصل ۱۱ درباره امکان تعیین q_0 از رصدهای نوع هابل کهکشانهای دوردست بحث خواهیم کرد. این بحث را با

بیان دوباره فرمول (۸۱.۴) برحسب H_0 و Ω_0 به پایان می‌رسانیم:

$$D_{\lambda} = \frac{2c}{H_0 \Omega_0^2} \{ [\Omega_0 z + (\Omega_0 - 2)] [(1 + z\Omega_0)^{1/2} - 1] \}. \quad (86.4)$$

۶.۴ افقها و شعاع هابل

در بحثهای کیهان‌شناسی اغلب دو نوع افق نمایان می‌شود. از این دو یکی افق ذره است که به حدود ارتباط با گذشته مربوط می‌شود، در حالی که افق رویداد به حدود ارتباط با آینده در ارتباط است. ما به ترتیب این دو مفهوم را بررسی می‌کنیم.

۱.۶.۴ افق ذره

بجاست این پرسش را مطرح کنیم که حد ویژه فاصله‌ای که در آن می‌توانیم چشمه‌های نور را ببینیم چیست؟ پاسخ این پرسش به صورت زیر است. با بازگشت به معادله (۴۹.۳) فصل ۳، می‌توانیم وضعیتی را داشته باشیم که در آن انتگرال طرف چپ در عصر معین t_0 بیشینه است. در نتیجه بیشینه‌ای برای مقدار r_P مختصه شعاعی r_1 به دست می‌آید. برای $r_1 > r_P$ ارتباطی با ما به صورت بالا صورت نمی‌گیرد.

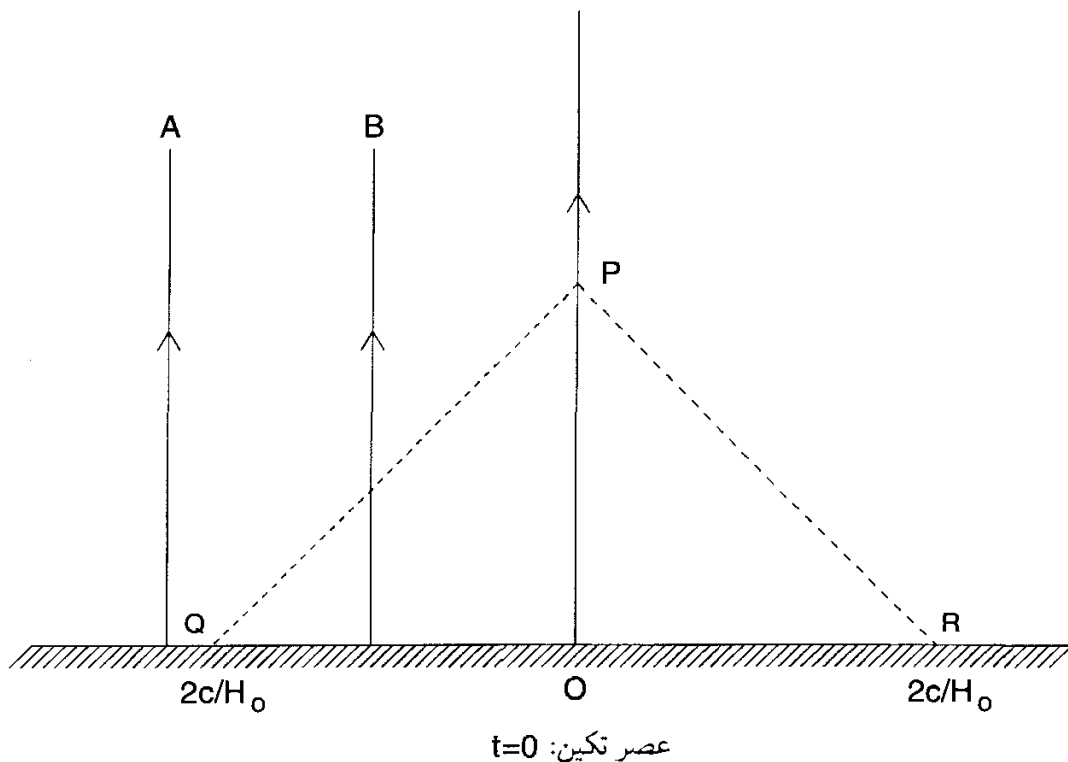
محاسبه این مقدار حدی r_1 ، در مورد مدل‌های فریدمان با قرار دادن حد پایین انتگرال برابر با صفر و نامیدن آن به عنوان r_P انجام می‌شود. ویژه فاصله حدی نظیر آن عبارت است از

$$R_P = S_0 \int_0^{r_P} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}.$$

سپس به راحتی می‌توان ثابت کرد که برای مدل‌های فریدمان

$$R_P = \frac{c}{H_0} \times \begin{cases} 2(k=0, q_0 = \frac{1}{2}) \\ \frac{2}{\sqrt{2q_0 - 1}} \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{2q_0 - 1}{2q_0}} \right) (k=1, q_0 > \frac{1}{2}) \\ \frac{2}{\sqrt{1 - 2q_0}} \sinh^{-1} \left(\sqrt{\frac{1 - 2q_0}{2q_0}} \right) (k=-1, q_0 < \frac{1}{2}) \end{cases} \quad (87.4)$$

وجود مقدار محدود R_P به معنی آن است که عالم دارای یک افق ذره است. ذرات با $r_1 > R_P(t_0)$ را، هر قدر هم که روشهای رصدی ما پیشرفته باشد، نمی‌توانیم مشاهده کنیم.



شکل ۸.۴ مخروط نور گذشته که از P در عصر حاضر $r = 0$ در عالم اینشتین-دوسیت با عصر $t = 0$ در مقطع QR برخورد می‌کند. جهانخطهای ناظر بنیادی چون B در این مقطع با مخروط برخورد می‌کنند. بنابراین سیگنال نور از B به P می‌رسد. از طرف دیگر، خط A خارج از افق ذره P قرار می‌گیرد که با QR نشان داده شده است.

مثال

مدل اینشتین-دوسیت را در نظر بگیرید. از (۸۷.۴) در این مورد به دست می‌آوریم $R_P = 2c/H_0$. این به معنی آن است که اکنون فقط می‌توانیم کهکشانهایی را ببینیم که ویژه فاصله‌شان از ما کمتر از $2c/H_0$ است. نگاه کنید به شکل ۸.۴.

۲.۶.۴ افق رویداد

افق ذره حد ارتباطات با گذشته را مشخص می‌کند. افق رویداد، برخلاف آن حد ارتباطات با آینده را تعیین می‌کند. بگذارید پرسش زیر را مطرح کنیم. ناظری در $r = r_1$ ، $t = t_0$ یک سیگنال نوری را برای ناظری در $r = 0$ می‌فرستد. آیا این سیگنال هرگز به مقصد خواهد رسید؟ فرض کنید که برسد و t_1 زمان رسیدن آن باشد. در این صورت از (۴۹.۳) به دست می‌آوریم

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}$$

این رابطه t_1 مربوط به هر r_1 را در صورتی به دست می‌دهد که انتگرال طرف چپ به اندازه کافی بزرگ باشد تا با انتگرال سمت راست جور شود. حال ممکن است با $t_1 \rightarrow \infty$ انتگرال طرف چپ به مقدار محدودی همگرا شود که متناظر با مقدار انتگرال سمت راست برای مثلاً $r_1 = r_E$ است. در این مورد، امکان برقراری رابطه بالا برای $r_1 > r_E$ وجود ندارد. به عبارت دیگر، سیگنالی که ناظر واقع در $r_1 > r_E$ می‌فرستد هرگز به ناظر واقع در r_0 نخواهد رسید. بنابراین، هیچ ناظر فراتر از ویژه فاصله

$$R_E = S_0 \int_{t_0}^{\infty} \frac{cdt}{S(t)} \quad (۸۸.۴)$$

در $t = t_0$ نمی‌تواند با ناظر دیگر ارتباط برقرار کند.

این حد را افق رویداد می‌نامند. این حد برای مدل‌های فریدمان وجود ندارد، اما برای مدل دوسیتیه، چنانکه در محاسبه زیر خواهیم دید، دارای مقدار c/H_0 است.

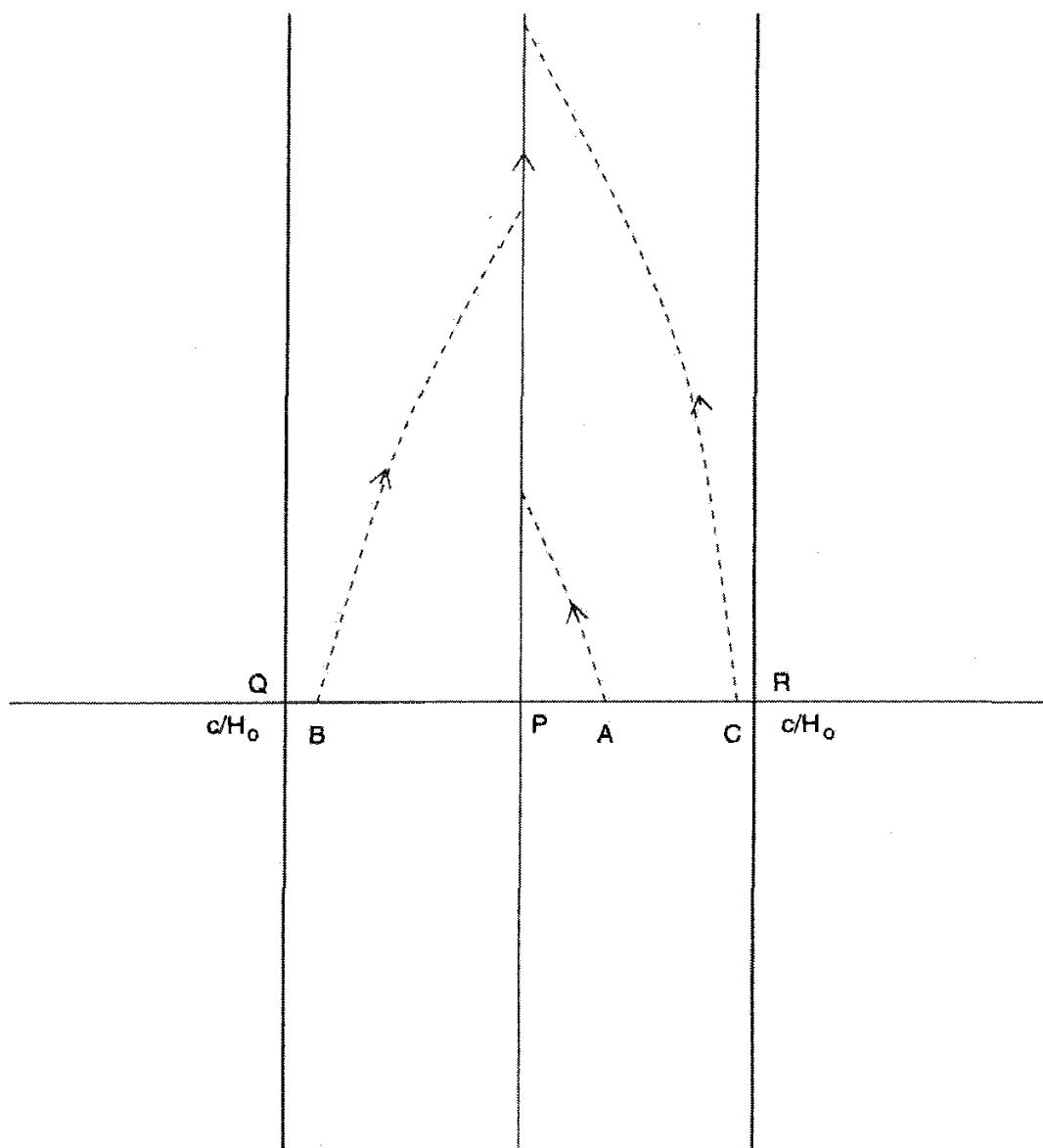
مثال

عالم اینشتین-دوسیتیه را که در فصل ۳ شرح دادیم، در نظر بگیرید. در اینجا داریم $k = 0$ و $S = e^{Ht}$ ، بنابراین به دست می‌آوریم

$$R_E = e^{Ht_0} \int_{t_0}^{\infty} ce^{-Ht} dt = \frac{c}{H_0}.$$

یعنی، اگر یک چشمه نور پرتویی را به فراتر از این گستره زمانی t_0 به ناظری در $r = 0$ بفرستد، این پرتو هرگز به ناظر نخواهد رسید (نگاه کنید به شکل ۹.۴).

توجه کنید که هر دوی افق رویداد و افق ذره شعاع‌های قابل مقایسه با c/H_0 دارند، که به این نتیجه‌گیری غلط می‌انجامد که طول $R_H = c/H_0$ در هر کیهان‌شناسی اندازه افق است. وجود یک افق (ذره یا رویداد) در یک مدل کیهان‌شناسی به عامل مقیاس و رفتار انتگرال مربوط (که در بالا بحث شد) بستگی دارد. بنابراین، در بعضی مدل‌های کیهان‌شناسی افق ذره وجود ندارد و برای این مدلها طول بالا هیچ اهمیتی در محدودیت سیگنال ندارد. در این موارد بهتر است آن را R_H ، شعاع هابل، بنامیم. شعاع هابل که به این صورت تعریف می‌شود فقط مقیاس فاصله مشخصه عالم در $t = t_0$ را نشان می‌دهد؛ این شعاع هیچ‌گونه اهمیت علیتی ندارد مگر اینکه معلوم شود که طول افق است. در بحث درباره کیهان‌شناسی تورمی در فصل‌های ۶ و ۷ به این مطالب باز خواهیم گشت.



شکل ۹.۴ افق رویداد در عالم با مقطع QR نشان داده شده است. ذره‌های A، B، C، و غیره در این مقطع می‌توانند با ناظر P در مرکز ارتباط برقرار کنند. هیچ سیگنالی که خارج از این مقطع قرار داشته باشد نمی‌تواند هرگز به P برسد.

۷.۴ رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ

اکنون از نتیجه به دست آمده در بخش ۹.۳ برای مطالعه چگونگی تغییر اندازه‌های زاویه‌ای ظاهری با انتقال به سرخ در مدل‌های فریدمان استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم که چشمه‌های دارای اندازه زاویه‌ای ثابت d با انتقال به سرخ‌های متفاوت رصد شوند. بنابراین، چشمه واقع در (r_1, θ_1, ϕ_1) با انتقال به سرخ z در محل ناظر واقع در $r = 0$ زاویه زیر را تشکیل می‌دهد

رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ ۱۸۷

$$\Delta\theta_1 = \frac{d}{r_1 S(t_1)} = \frac{d(1+z)^2}{D_1}. \quad (89.4)$$

چون D_1 را از (۸۳.۴) می‌دانیم، $\Delta\theta_1$ را برحسب z و q_0 تعیین می‌کنیم. این واقعیت جالب توجه نمایان می‌شود که $\Delta\theta_1$ با افزایش z به‌طور منظم کاهش نمی‌یابد؛ بلکه در مقدار معینی از z که تابع q_0 است کمینه می‌شود.

این نتیجه را می‌توان برای $q_0 = \frac{1}{3}$ به راحتی به دست آورد. از (۷۷.۴) به دست می‌آوریم

$$\Delta\theta_1 = \frac{dH_0}{2c} \frac{(1+z)^{3/2}}{(1+z)^{1/2} - 1}. \quad (90.4)$$

با مشتق‌گیری سراسر به این نتیجه می‌رسیم که مقدار کمینه $\Delta\theta_1$ (مثلاً θ_{\min}) و انتقال به سرخ $z = z_m$ که در آن این رویداد به‌وقوع می‌پیوندد عبارت‌اند از

$$\theta_{\min} = 3,375 \frac{dH_0}{c}$$

و

$$z_m = 1,25. \quad (91.4)$$

حالت‌های $q_0 \geq \frac{1}{3}$ پیچیده‌ترند. این مورد را برای $q_0 > \frac{1}{3}$ نشان می‌دهیم. به جای استفاده از D_1 رابطه (۸۱.۴)، بهتر است از پارامتر Θ در رابطه‌های (۵۸.۴) و (۵۹.۴) و رابطه (۷۸.۴) استفاده کنیم. به دست می‌آوریم

$$\Delta\theta_1 = \frac{d}{r_1 S(t_1)} = \frac{2d}{\alpha} [(1 - \cos \Theta_1) \sin(\Theta_0 - \Theta_1)]^{-1}. \quad (92.4)$$

ثابت α از معادله (۵۷.۴) معلوم می‌شود. مشتق‌گیری نسبت به Θ_1 نشان می‌دهد که کمینه وقتی به‌وجود می‌آید که

$$\sin \Theta_1 \sin(\Theta_0 - \Theta_1) - (1 - \cos \Theta_1) \cos(\Theta_0 - \Theta_1) = 0$$

یعنی،

$$\sin \left(\Theta_0 - \frac{2\Theta_1}{3} \right) = 0,$$

که می‌دهد

$$\Theta_1 = \frac{2\Theta_0}{3}, \quad 1 + z_m = \frac{1 - \cos \Theta_0}{1 - \cos(2\Theta_0/3)}. \quad (93.4)$$

با استفاده از (۵۷.۴) به دست می‌آوریم

$$\Theta_{\min} = \frac{(2q_0 - 1)^{3/2}}{q_0} \frac{1}{[1 - \cos(2\Theta_0/3)] \sin(\Theta_0/3)} \frac{dH_0}{c}. \quad (94.4)$$

نتیجه نظیر آن برای $q_0 < \frac{1}{2}$ عبارت است از

$$\Theta_{\min} = \frac{(1 - 2q_0)^{3/2}}{q_0} \frac{1}{[\cosh(2\Psi_0/3) - 1] \sinh(\Psi_0/3)} \frac{dH_0}{c}. \quad (95.4)$$

در انتقال به سرخ z_m که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$1 + z_m = \frac{\cosh \Psi_0 - 1}{\cosh(2\Psi_0/3) - 1} \quad (96.4)$$

شکل ۱۰.۴ نمودار $\Delta\theta_1$ برحسب z برای مدل‌های فریدمان مختلف است. توجه کنید که چگونه همه منحنیها در نزدیکی نتیجه اقلیدسی $\Delta\theta_1 \propto z^{-1}$ شروع و سپس در مقادیر بزرگ z با یکدیگر متفاوت می‌شوند. اصولاً، این اثر را می‌توان برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام عالم فریدمان (اگر وجود داشته باشد!) به عالم واقعی نزدیک است به کار برد.

۸.۴ شمارشهای چشمه

اکنون به فرمول کلی (۷۵.۳) باز می‌گردیم و آن را در مورد مدل‌های فریدمان به کار می‌بریم. به کارگیری انتقال به سرخ به عنوان پارامتر فاصله راحت‌تر از r یا t است. مانند قبل، از مورد $k = +1$ شروع می‌کنیم. از (۵۸.۴) و عبارتهای پس از آن داریم

$$r = \sin(\Theta_0 - \Theta_1),$$

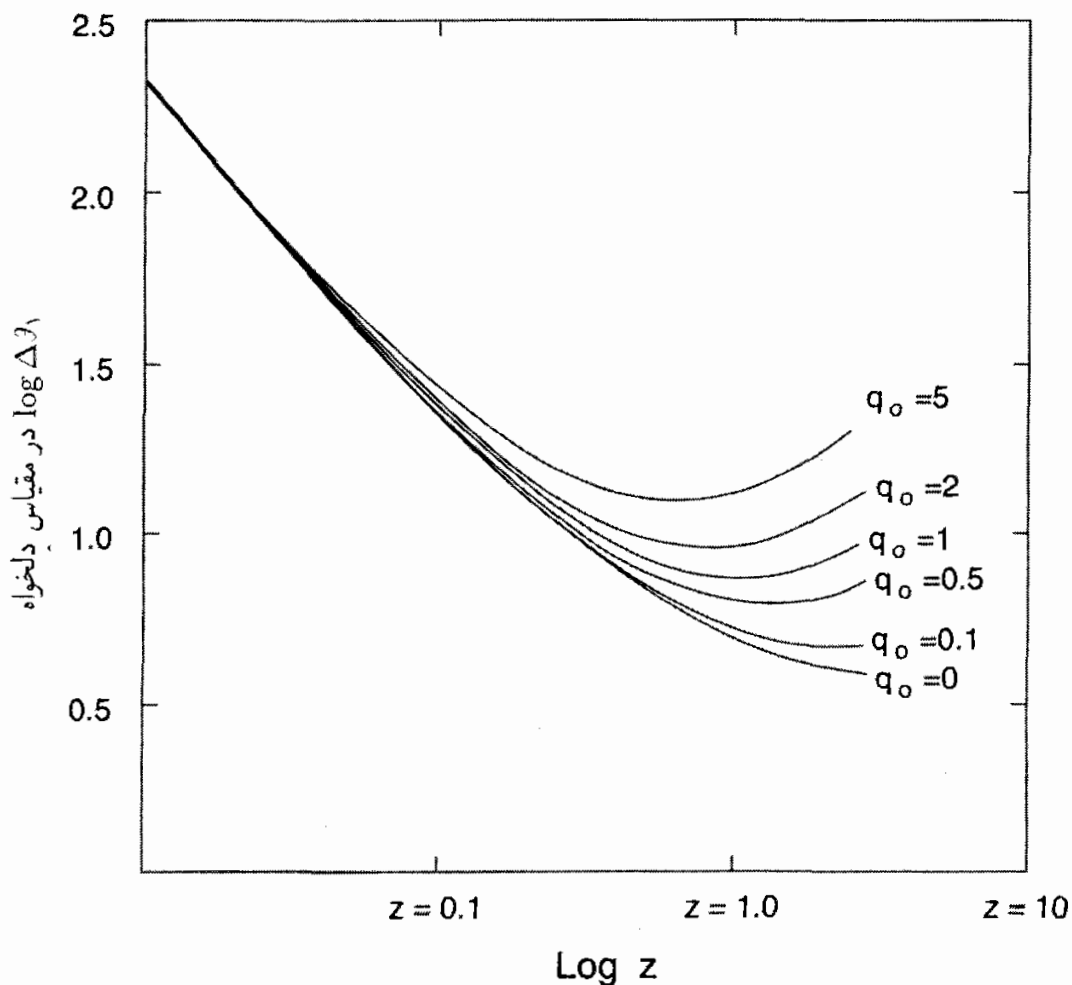
$$\left| \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}} \right| = |d\Theta_1|, \quad 1+z = \frac{\sin^2(\Theta_0/2)}{\sin^2(\Theta_1/2)},$$

$$\left| \frac{dz}{1+z} \right| = \cot\left(\frac{\Theta_1}{2}\right) |d\Theta_1| = \sqrt{\frac{1+2q_0 z}{2q_0 - 1}} |d\Theta_1|.$$

بنابراین تعداد چشمه‌های نجومی با انتقال به سرخهای در گستره $(z, z + dz)$ از رابطه زیر

به دست می‌آید

$$dN = 4\pi \sin^2(\Theta_0 - \Theta_1) n(t) \left| \frac{d\Theta_1}{dz} \right| dz.$$



شکل ۱۰.۴ این نمودار $\log \Delta\theta_1$ را برحسب $\log z$ برای مدل‌های فریدمان با $q_0 = 0, 0.1, 0.5, 1, 2, 5$. همه منحنیها در z کوچک در یک خط راست ادغام می‌شوند که تغییرات $\Delta\theta_1$ برحسب فاصله را در عالم اقلیدسی توصیف می‌کند.

فرض می‌کنیم که $n(t)$ به صورت تابع $n(z)$ از z مشخص شود. با بهره‌گیری از (۱۰.۴) و دستکاری جبری، به دست می‌آوریم

$$dN = 4\pi n(z) \frac{(2q_0 - 1)^{3/2}}{q_0^4} \frac{[q_0 z + (q_0 - 1)\sqrt{1 + 2zq_0} - 1]^2 dz}{\sqrt{1 + 2q_0 z(1 + z)}^3} \quad (97.4)$$

فرض کنید که $n(z)$ به شکل اندکی متفاوت بیان شود. به خاطر داریم که n تعداد چشمه‌ها به ازای واحد مختصه حجم، برحسب مختصات همراه (r, θ, ϕ) است. رابطه میان n و تعداد چشمه‌ها به ازای واحد ویژه حجم چیست؟ اگر این مورد اخیر را با \bar{n} نشان دهیم، داریم

$$n = \bar{n} S^3 = \frac{\bar{n} S_0^3}{(1 + z)^3} \quad (98.4)$$

از (۵۱.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{\bar{n}}{(1+z)^3} = (2q_0 - 1)^{3/2} \left(\frac{H_0}{c}\right)^3 n. \quad (99.4)$$

با قرار دادن در (۹۷.۴) به دست می‌آوریم

$$dN = 4\pi \left(\frac{c}{H_0}\right)^3 \frac{[q_0 z + (q_0 - 1)\sqrt{1 + 2zq_0} - 1]^2 \bar{n} dz}{q_0^2 (1+z)^6 \sqrt{1 + 2q_0 z}}. \quad (100.4)$$

بدین صورت رابطه (۱۰۰.۴) را می‌توان در مورد همه مدل‌های فریدمان به کار برد، اگرچه در به دست آوردن آن فرض کردیم که $q_0 > \frac{1}{2}$ و $k = 1$. موقعیتهایی برای استفاده از این نتیجه در ارتباط با رصدهای شمارش‌های کهکشان و شمارش‌های چشمه داریم.

۹.۴ زمینه تابش از چشمه‌ها

بگذارید با بهره‌گیری از فرمولهای بالا شار تابش را از چشمه‌هایی که در سراسر عالم توزیع شده‌اند محاسبه کنیم. برای تثبیت ایده‌ها فرض کنید $\bar{n}(z)dz$ چشمه به‌ازای واحد ویژه حجم با انتقال به سرخ در گستره $(z, z + dz)$ وجود دارد. فرض کنید که نمونه‌ای از چشمه با انتقال به سرخ z طیف شدت بهنجار شده‌ای به صورت زیر

$$J(\nu; z)$$

و درخشندگی کل $L(z)$ دارد. بنابراین

$$\int_0^\infty J(\nu; z) d\nu = 1. \quad (101.4)$$

اکنون چشمه‌هایی را در نظر بگیرید که در زاویه فضایی کوچک $d\Omega$ در جهت $\theta = \theta_1$ و $\phi = \phi_1$ از مبدأ قرار دارند. رابطه زیر

$$f(\nu_0) \Delta\nu_0 d\Omega$$

شار کلی تابش دریافتی در $r = 0$ در گستره بسامد $(\nu_0, \nu_0 + \Delta\nu_0)$ از تمام چشمه‌های واقع در زاویه فضایی مورد نظر است.

اکنون تعداد چشمه‌ها در گستره انتقال به سرخ نوعی $(z, z + dz)$ از ضرب کردن dN در $d\Omega/(4\pi)$ و شار تابش ناشی از چشمه‌ای در این گستره از کاربرد رابطه (۵۶.۳) به دست می‌آید. با کنار هم گذاشتن این نتیجه‌ها، به دست می‌آوریم

$$f(\nu_0) = \frac{c}{H_0} \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\bar{n}(z)L(z)J[\nu_0(1+z); z]dz}{(1+z)^5 \sqrt{1+2q_0 z}}. \quad (102.4)$$

این فرمول در برآورد سهم چشمه‌ها در تابش زمینه کیهانی سودمند است. توجه کنید که شار $S(\nu_0; z)$ از یک چشمه نوعی در محاسبه بالا با رابطه زیر به کمیت dN/dz مربوط می‌شود

$$\frac{dN}{dz} \cdot [\tilde{S}(\nu_0, z)] = \frac{c}{H_0} \frac{L(z)\bar{n}(z)J[\nu_0(1+z); z]}{(1+z)^5 \sqrt{1+2q_0 z}}. \quad (103.4)$$

حال، در یک فضای اقلیدسی با توزیع یکنواخت چشمه‌ها، تعداد چشمه‌ها تا فاصله اقلیدسی R از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N = \frac{4\pi}{3} R^3 \bar{n}_0.$$

که \bar{n}_0 چگالی عددی چشمه‌هاست که ثابت فرض می‌شود. به علاوه، نمونه‌ای از چشمه در فاصله R با درخشندگی L در مبدأ شاری تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$S = \frac{L}{4\pi R^2}$$

بنابراین به دست می‌آوریم

$$\frac{dN}{dR} S = \bar{n}_0 L = \text{const}. \quad (104.4)$$

برای به دست آوردن نظیر این نتیجه در عالم فریدمان، باید فرض کنیم که $\bar{n}(z) = \bar{n}_0(1+z)^3$ که متناظر با تعداد چشمه‌های ثابت در واحد مختصه حجم است. همین‌طور فرض می‌کنیم که $L(z) = \text{const}$ و از (۱۰۳.۴) روی همه ν_0 انتگرال می‌گیریم. سپس با بهره‌گیری از (۱۰۱.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{dN}{dz} S = \left(\frac{c}{H_0} \right) \frac{L\bar{n}_0}{(1+z)^3 \sqrt{1+2q_0 z}} \quad (105.4)$$

بنابراین، حاصلضرب طرف چپ با افزایش λ در تمام مدل‌های فریدمان به‌طور مداوم کاهش می‌یابد. عامل‌های انتقال به سرخ در مخرج سبب می‌شوند که حاصلضرب تعداد شمارش دیفرانسیلی برحسب شار برای چشمه‌های دوردست کمتر از چشمه‌های نزدیک شود.

این اثر را در سهم چشمه در زمینه در (۱۰۵.۴) نیز می‌بینیم. سهم پوسته‌های دور دست به‌واسطه انتقال به سرخ بی‌وقفه کم می‌شود. بدین ترتیب، این راهی برای حل پارادوکس قدیمی معروف به پارادوکس اولبرس^۱ بود. در سال ۱۸۲۶ هاینریش اولبرس، منجم آلمانی، تابش حاصل از توزیع یکنواختی از چشمه‌ها را در یک عالم اقلیدسی با پهنه نامتناهی فضا و زمان محاسبه کرد. اولبرس با بهره‌گیری از (۱۰۴.۴) نتیجه گرفت که شار خالص بینهایت است! پارادوکس اولبرس اغلب به‌صورت این پرسش مطرح می‌شود که «چرا آسمان در شب تاریک است؟» با استفاده از (۱۰۵.۴) به‌جای (۱۰۴.۴) مشاهده می‌کنیم که تضعیف در انتقال به سرخ‌های بزرگ باعث می‌شود که $f(v_0)$ متناهی شود. جنبه‌های مختلف پارادوکس اولبرس در تمرین‌های ۲۵ تا ۲۹ بررسی می‌شود که نشان می‌دهد عالم در حال انبساط تنها راه رسیدن به یک پاسخ متناهی نیست.

۱۰.۴ مدل‌های کیهان‌شناختی با جمله λ

اگرچه موضوع این فصل مدل‌های فریدمان است، اما اکنون رده‌ای دیگر از مدل‌ها را بررسی می‌کنیم که ارتباط نزدیکی با مدل فریدمان دارند. اینها مدل‌هایی هستند که از معادله‌های اینشتین اصلاح‌شده (۱۰۴.۲) — معادله‌های حاوی ثابت کیهان‌شناختی λ ، به‌دست می‌آیند. قبلاً دو مورد خاص از این جوابها یعنی مدل ایستای اینشتین و مدل تهی دوسپت را در فصل پیش بررسی کردیم. وقتی رصدهای هابل تصویر عالم در حال انبساط را تثبیت کرد، اینشتین قبول کرد که دلیل خاصی برای جمله λ در این معادله‌ها وجود ندارد. وی حتی تا این حد پیش رفت که بگوید واردکردن این جمله بزرگترین گاف زندگی او بوده است، مدل اینشتین-دوسپت که در این فصل بررسی شد حاصل همکاری اینشتین با دوسپت پس از کنار گذاشتن جمله λ است.

با وجود این، در سالهای ۱۹۳۰ کیهان‌شناسانی چون ای. اس. ادینگتون و آبه لومتر متوجه شدند که جمله λ جنبه‌های جالب توجهی را وارد کیهان‌شناسی می‌کند و مدل‌های مبتنی بر آن باید به تفصیل بررسی شوند. در کیهان‌شناسی جدید برخورد با جمله λ از خصمانه تا پرشور تغییر

1. Olbers paradox

می‌کند. ورودیهای فیزیک ذرات در مراحل اولیهٔ عالم تفسیر جدیدی از جمله λ را فراهم آورده است که در فصل ۶ بررسی می‌شود.

قرار دادن $\lambda \neq 0$ رابطه‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را به صورت زیر درمی‌آورد

$$\frac{1}{2} \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T_1 \quad (106.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G}{3c^2} T_0 \quad (107.4)$$

قانونهای پایستگی که در بخش ۳.۴ مطرح شدند از جمله λ تأثیر نمی‌پذیرند. اگر فقط گردوغبار را در نظر بگیریم، معادله (۱۰۷.۴) معادلهٔ دیفرانسیل زیر را به جای (۴۱.۴) به ما می‌دهد:

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G \rho_0}{3} \frac{S_0^3}{S^3} \quad (108.4)$$

همین طور، (۱۰۶.۴) به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{1}{2} \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \lambda c^2 = 0 \quad (109.4)$$

بگذارید ابتدا مدل ایستای اینشتین را به دست آوریم. با قراردادن $\dot{S} = 0$ ، $S = S_0$ و

$\ddot{S} = 0$ در (۱۰۸.۴) و (۱۰۹.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{kc^2}{S_0^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G \rho_0}{3}; \quad \frac{kc^2}{S_0^2} = \lambda c^2.$$

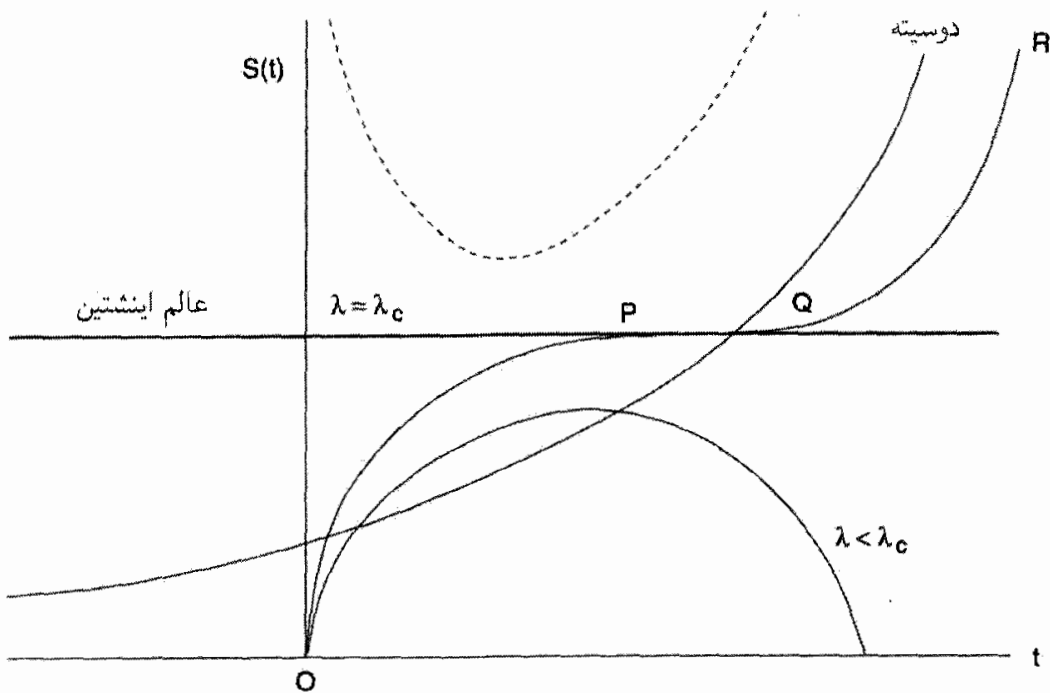
با استفاده از این عبارتها اثبات اینکه $k = +1$ مشکل نیست، و عبارتهایی را که در بخش ۳.۳ پیدا کردیم باز می‌یابیم:

$$\lambda = \frac{1}{S_0^2} \equiv \lambda_c, \quad (110.4)$$

$$\rho_0 = \frac{\lambda_c c^2}{4\pi G} \quad (111.4)$$

مقدار حدی λ را که برای آن یک جواب ایستا امکان‌پذیر است با $\lambda = \lambda_c$ نشان می‌دهیم.

ادینگتون متذکر شد که عالم اینشتین ناپایدار است. اختلالی مختصر شرایط تعادل (۱۱۰.۴)



شکل ۱۱.۴ کیهان‌شناسی‌های λ برای $k = 1$. برای جزئیات به متن کتاب رجوع کنید.

و (۱۱۱.۴) را برهم می‌زند و باعث رمبش به تکینگی ($S \rightarrow 0$) یا انبساط به بینهایت ($S \rightarrow \infty$) می‌شود. ادینگتون و لومتر در عوض مدلی را پیشنهاد کردند که در آن λ اندکی از λ_c تجاوز می‌کرد. در این صورت عالم از $S = 0$ (مهبانگ) فوران می‌کند و در حوالی $S = S_0$ کند می‌شود، و برای مدت زیادی در همین حدود باقی می‌ماند و سپس تا بینهایت منبسط می‌شود. استدلال می‌شد که دوره‌ی شبه ایستای عالم برای تشکیل کهکشانها مناسب است. این مدل در شکل ۱۱.۴ نشان داده شده است که در آن $S(t)$ برای گستره مقادیر λ به ازای $k = 1$ رسم شده است. توجه کنید که برای $\lambda < \lambda_c$ عالم منقبض می‌شود (مانند مورد فریدمان)، در حالی که برای $\lambda > \lambda_c$ سرانجام تا بینهایت پخش و شبیه عالم دوسیه می‌شود.

شکل ۱۱.۴ با منحنی خط‌چین مدل‌های دیگری را نیز نشان می‌دهد که از بینهایت تا مقدار کمینه $S > 0$ منقبض می‌شوند و سپس دوباره تا $S \rightarrow \infty$ انبساط می‌یابند. این مدلها را گاهی مدل نوسانی نوع دوم می‌نامند، تا از مدل‌هایی که به $S = 0$ برمی‌گردند و مدل‌های نوسانی نوع اول خوانده می‌شوند متمایز گردند. به هر حال، این اصطلاحات کاملاً مناسب نیستند، زیرا در این مدلها هیچ تکراری که از واژه «نوسانی» انتظار می‌رود وجود ندارد.

مدل‌های با $k = 0$ و $k = -1$ این رفتارهای مختلف برای $\lambda > 0$ را از خود نشان نمی‌دهند.

از (۱۰۸.۴) رابطه‌ای به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\dot{S}^2 = -kc^2 + \frac{1}{3}\lambda c^2 S^2 + \frac{\Lambda \pi G \rho_0 S_0^3}{3S}. \quad (112.4)$$

که در آن تمام جمله‌های سمت راست نامنفی هستند. بنابراین، \dot{S} تغییر علامت نمی‌دهد، و مدلهایی را به دست می‌آوریم که همواره منبسط می‌شوند. اما، برای $\lambda < 0$ ، می‌توانیم به عالمهایی دست یابیم که مانند مورد $k = 1$ و $\lambda < \lambda_c$ منبسط و سپس باز منقبض می‌شوند. این بحث ما درباره رفتار دینامیکی کلی کیهان‌شناسیهای λ را به پایان می‌رساند. این بخش را با نوشتن (۱۰۸.۴) و (۱۰۹.۴) در عصر حاضر برحسب H_0 و q_0 ختم می‌کنیم. بدین ترتیب به جای عبارتهای قبلی داریم

$$H_0^2 + \frac{kc^2}{S_0^2} - \frac{1}{3}\lambda c^2 = H_0^2 \Omega_0,$$

$$(1 - 2q_0)H_0^2 + \frac{kc^2}{S_0^2} - \lambda c^2 = 0.$$

و از آنها به دست می‌آوریم

$$\Omega_0 = 2q_0 + \frac{2}{3}\lambda \frac{c^2}{H_0^2}. \quad (113.4)$$

بنابراین، رابطه یکتایی بین q_0 و Ω_0 وجود ندارد؛ یک پارامتر اضافی وارد رابطه می‌شود. همچنین توجه کنید که نمی‌توان q_0 منفی، یعنی انبساط شتابدار داشت، اگر $\lambda > 0$ باشد. زیرا جمله λ یک نیروی دافعه کیهانی را وارد می‌کند.

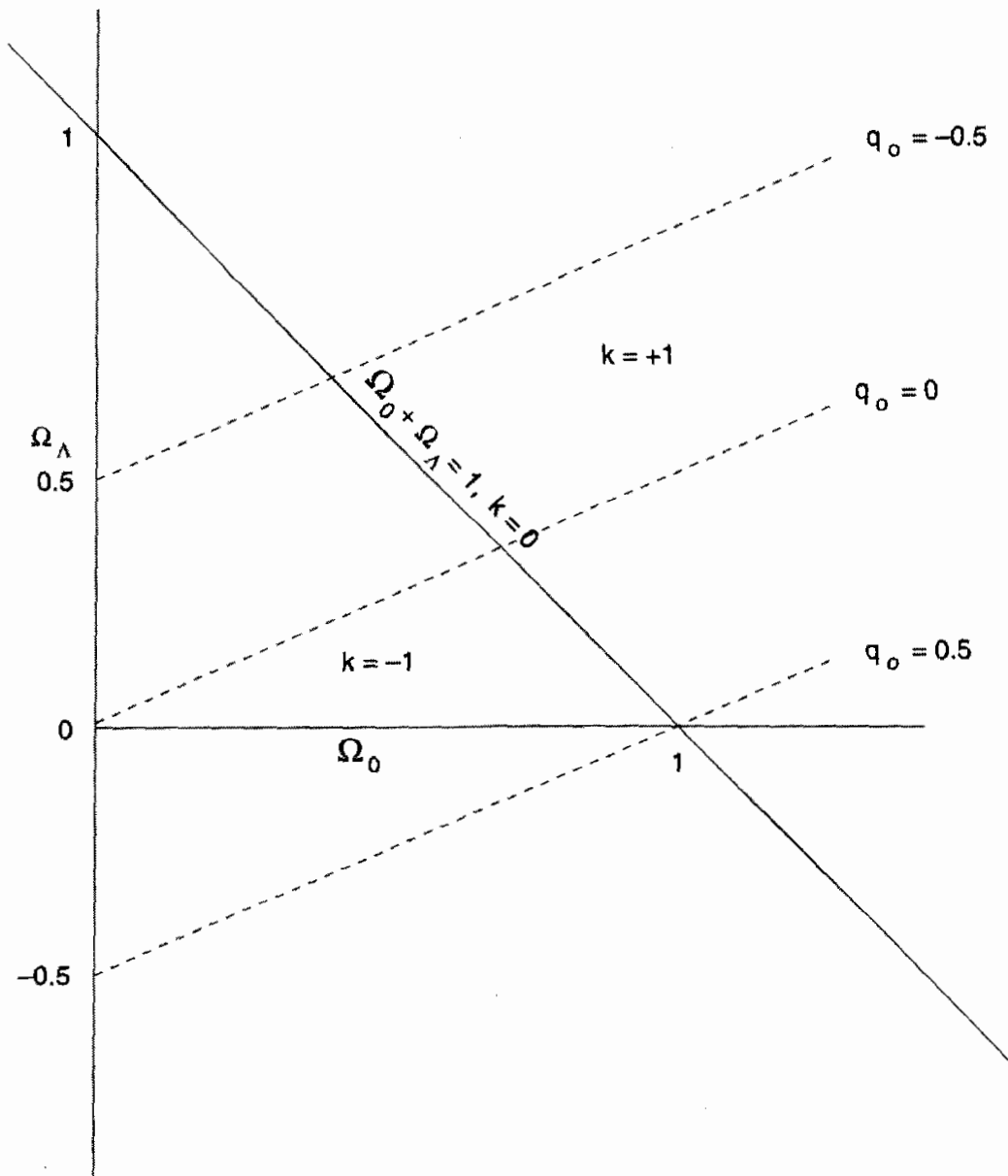
سرانجام، اگر عالم به لحاظ فضایی تخت باشد، یعنی $k = 0$ ، می‌توان رابطه زیر را برای تأیید

این واقعیت نوشت

$$\Omega_0 + \frac{1}{3}\lambda \frac{c^2}{H_0^2} = 1.$$

با نوشتن

$$\frac{1}{3}\lambda \frac{c^2}{H_0^2} = \Omega_\Lambda \quad (114.4)$$

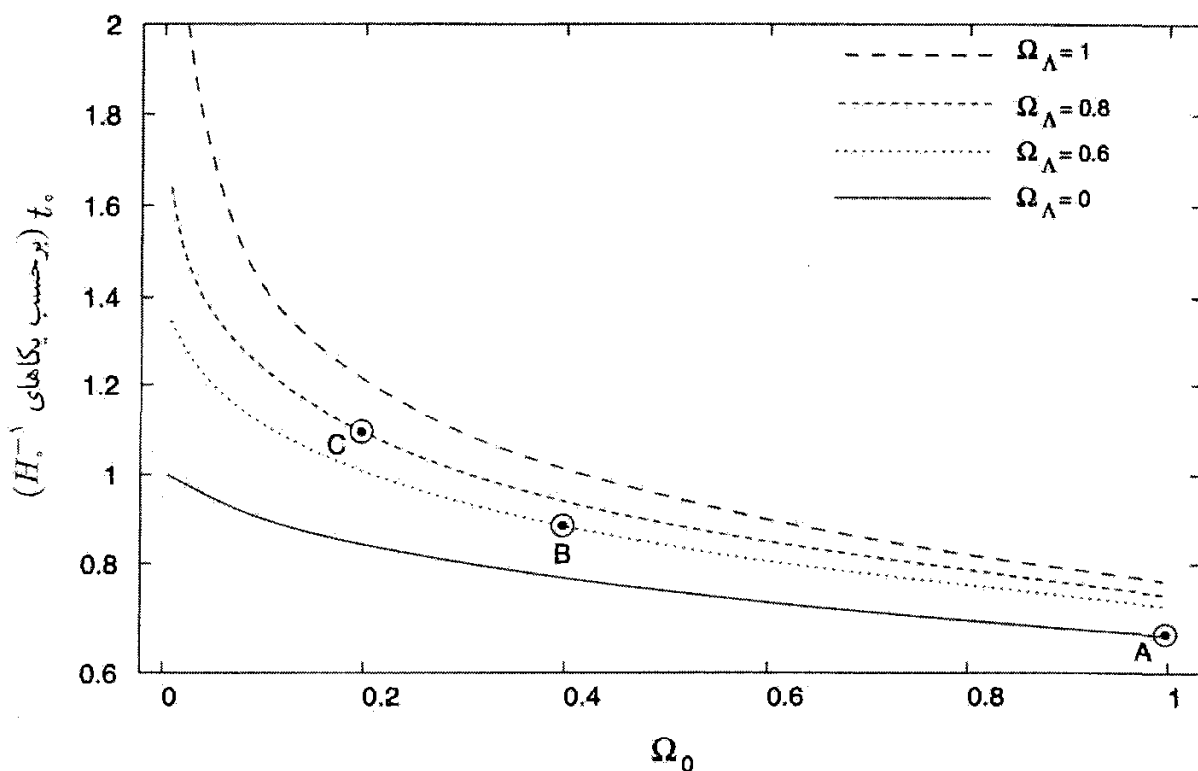


شکل ۱۲.۴ صفحه $(\Omega_0, \Omega_\Lambda)$ با خط $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ که رسم شده است تا $k = 0$ را نشان دهد. بالای این خط $k = 1$ ؛ زیر آن $k = -1$.

رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1 \quad (115.4)$$

شکل ۱۲.۴ این رابطه‌ها را در صفحه $(\Omega_0, \Omega_\Lambda)$ نشان می‌دهد. در اینجا با چند کلمه دلیل این را بیان می‌کنیم که چرا این روزها مدل‌های λ را ترجیح می‌دهند. اندازه‌گیری‌های ثابت هابل و برآوردهای سن ستارگان در خوشه‌های گویسان نشان می‌دهد که سن



شکل ۱۳.۴ سن عالم در مقیاس یگانه‌های H_0^{-1} برحسب Ω_0 برای مدل‌های دارای مقادیر مختلف Ω_Λ ، از جمله صفر، رسم شده است. منحنیها سن را برای یک Ω_Λ ثابت نشان می‌دهند. توجه کنید که با ثابت کیهان‌شناختی مثبت سنهای بیشتری به دست می‌آید. (برای تعریف Ω_Λ به معادله (۱۱۴.۴) رجوع کنید.) همین‌طور جالب توجه است که نقطه‌های A, B, C, ... به ترتیب با افزایش سهم Ω_Λ در $\Omega_\Lambda + \Omega_0 = 1$ ، نظیر سنهای بیشتری هستند.

مدلهای $\lambda = 0$ برای سازگاری با سن ستاره‌ای ناکافی است. همان‌طور که شکل ۱۳.۴ نشان می‌دهد، با داشتن ثابت کیهان‌شناختی ثابت، سن عالم را می‌توان افزایش داد. در نتیجه اگر $\lambda > 0$ باشد قید سن سست می‌شود.

۱۱.۴ اظهارنظرهای نهایی

بحث درباره‌ی ویژگیهای دینامیکی و هندسی عالم در حال انبساط اکنون کامل شده است. کار را با کیهان‌شناسی نیوتونی آغاز کردیم و مدل‌های ساده‌ای را به دست آوردیم، که معلوم شد به مدل‌های نسبیت عام شباهت بسیار دارند — نظریه‌ای که این ایده منحصراً به فرد را مطرح کرد که اثرهای گرانشی با هندسه ناقلیدسی فضا-زمان ارتباطی تنگاتنگ دارند در واقع همان‌طور که قبلاً دیدیم، نسبیت دیدگاه بهتری را از کیهان‌شناسی نسبت به نظریه نیوتونی در اختیار می‌گذارد. در هیچ‌جا

بجز کیهان‌شناسی نمی‌توان اثرهای بزرگ مقیاس هندسه نااقلیدسی را مشاهده کرد. انتقال به سرخ، تار شدن نور حاصل از چشمه‌های دوردست، رفتار عجیب اندازه‌های زاویه‌ای، وجود افق‌های ذره، و شگفت‌انگیزتر از همه، تکینگی فضا-زمان: همه نمونه‌هایی از این اثرها هستند.

به هر حال، در تحلیل نهایی، کیهان‌شناسی تمرینی در خیال‌پردازیهای ریاضی نیست، بلکه نظریه‌ای فیزیکی است که باید پیش‌بینی‌های آزمون‌پذیر رصدی داشته باشد. بنابراین، اکنون باید به کیهان‌شناسی فیزیکی و بحث درباره ویژگیهای فیزیکی عالم در حال انبساط پردازیم. آیا هیچ بازمانده‌ای از دوره‌های بلافاصله پس از مه‌بانگ داریم؟ چگونه کهکشانها، که آنها را واحدهای بنیادی عالم در نظر گرفتیم، در مرحله اول شکل گرفتند؟ و چگونه خود ماده در حالت اولیه خود به وجود آمد؟ در سه فصل بعد به این موضوعها می‌پردازیم.

تمرینها

۱. عبارتهای مربوط به تانسور ریچی و تانسور اینشتین را برای جزء خط رابرتسون-واکر اثبات کنید.
۲. نشان دهید چگونه فرضهای مربوط به اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی تعداد معادله‌های مستقل اینشتین را از 10^0 به 2 کاهش می‌دهد. به کمک قانون پایستگی چه نتیجه دیگری را می‌توان درباره این معادله‌ها به دست آورد؟
۳. از (۲۴.۴) رابطه (۲۵.۴) را نتیجه بگیرید.
۴. با بهره‌گیری از مدل اینشتین-دوسیته، عصری را تخمین بزنید که در آن چگالیهای ماده و تابش در عالم برابر بوده است. برای این محاسبه‌ها $\rho_0 = 10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ و $\epsilon_0 = 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3}$ را در نظر بگیرید و پاسخ خود را به صورت کسری از سن عالم بیان کنید.
۵. چگالی بستر چه اهمیتی دارد؟ نشان دهید که رابطه یکتایی میان پارامتر شتاب منفی q_0 و پارامتر چگالی Ω_0 در عالم فریدمان وجود دارد. جمله λ چه تغییری در این رابطه می‌دهد؟
۶. یک کهکشان با انتقال به سرخ $z = 0.69$ مشاهده می‌شود. با فرض اینکه در عالم اینشتین-دوسیته با ثابت هابل برابر $70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ زندگی می‌کنیم چقدر طول می‌کشد تا نور از این کهکشان به ما برسد؟
۷. با بهره‌گیری از اصول اولیه سن عالم فریدمان با $q_0 = 2$ را محاسبه کنید.
۸. در عالم فریدمان با $q_0 = 1$ ، کهکشانی با $z = 1$ مشاهده می‌شود، در زمانی که این کهکشان نوری را گسیلیده که ما امروز آن را دریافت می‌کنیم سن عالم چقدر بوده است؟ ($H_0 = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$)

۹. پرتویی از نور در دوره فعلی در عالم بسته فریدمان گسیل شده است. درباره امکان اینکه نور دور عالم بگردد و به نقطه اولیه بازگردد بحث کنید.

۱۰. فرمولی برای r_1 و D_1 برای مدل فریدمان باز با q_0 و H_0 معین به دست آورید.

۱۱. نشان دهید که عبارتهای مربوط به D_1 برای حالت‌های $q_0 = \frac{1}{2}$ و $q_0 = 0$ را می‌توان با فرایندهای حدی مناسب از (۸۱.۴) به دست آورد.

۱۲. نشان دهید که مقدار منحصر به فردی از q_0 وجود دارد که برای آن قانون خطی هابل دقیقاً برقرار است.

۱۳. فرمول (۸۱.۴) را وارون کنید تا z برحسب $x \equiv D_1 H_0 / c$ به دست آید. نشان دهید که

$$z = q_0 x - (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2x} - 1).$$

با استفاده از این رابطه نشان دهید که چگونه رابطه سرعت-فاصله هابل در مدل‌های کیهان‌شناختی با q_0 مختلف شروع به جدا شدن از یکدیگر می‌کنند.

۱۴. با محاسبه R_{iklm} نشان دهید که مدل فریدمان با $q_0 = 0$ بیانگر یک فضا-زمان تخت است.

۱۵. با فرض اینکه مدل فریدمان با $q_0 = 0$ فضا-زمانی تخت را توصیف کند، مختصات را بیابید که جزء خط آن به وضوح مربوط به فضا-زمان مینکوفسکی باشد.

۱۶. منظور از افق ذره چیست؟ وابستگی اندازه افق ذره به دوره مشاهده در مدل فریدمان معین چگونه است؟

۱۷. نشان دهید که چرا مدل‌های فریدمان افق رویداد ندارند.

۱۸. در مدل اینشتین-دوسیته n چشمه در واحد حجم مختصات همراه وجود دارد. تعداد چشمه‌هایی را که اصولاً در عصر حاضر برای ما قابل مشاهده‌اند برای n ثابت حساب کنید.

۱۹. در یک مدل فریدمان اندازه زاویه‌ای کمینه در $z = 1$ به وقوع می‌پیوندد. از روی آن مقدار q_0 را به دست آورید.

۲۰. درخشندگی سطحی یک جسم نجومی بنا به تعریف شار دریافتی از جسم تقسیم بر مساحت مقابل زاویه‌ای است که جسم در نقطه رصد به وجود می‌آورد. تغییر درخشندگی سطحی برحسب انتقال به سرخ چگونه است؟

۲۱. با استفاده از اصول اولیه نشان دهید که اندازه‌های زاویه‌ای اجسام نجومی با اندازه زاویه‌ای ثابت در مدل اینشتین-دوسیته دارای کمینه‌ای در $z = 1/25$ است.

۲۲. رابطه (۹۳.۴) را با مشتق‌گیری مستقیم از $D_1(z)$ نسبت به z به دست آورید.

۲۳. رابطه (۹۶.۴) را از اصول اولیه به دست آورید و با استفاده از آن نشان دهید که با $q_0 \rightarrow 0$ داریم $z_m \rightarrow \infty$.

۲۴. اگر در عالم فریدمان تعداد ثابتی چشمه در واحد حجم مختصات همراه داشته باشیم، و هر چشمه تابش خطی با شدت کل ثابت L_0 در بسامد $\bar{\nu}$ گسیل کند، نشان دهید که تابش زمینه حاصل از این چشمه‌ها در عصر فعلی دارای طیف بسامد $S(\nu)d\nu$ است، که در آن برای $\nu > \bar{\nu}$ داریم $S(\nu) = 0$ و برای $\nu < \bar{\nu}$

$$S(\nu) = \frac{c}{H_0} n_0 L_0 \frac{\nu^{3/2}}{\bar{\nu}^2 \sqrt{2q_0 \bar{\nu} - (2q_0 - 1)\nu}}$$

که n_0 ویژه چگالی عددی چشمه‌ها در عصر حاضر است.

۲۵. دربارهٔ محاسبهٔ اولبرس در مورد تاریکی آسمان شب در عالم اقلیدسی بحث کنید.

۲۶. نشان دهید که پاسخ متناهی برای محاسبهٔ نوع اولبرس را می‌توان در صورتی به دست آورد که گستره یا سن عالم محدود باشد.

۲۷. نشان دهید که پاسخ متناهی در محاسبهٔ نوع اولبرس را می‌توان با فرض محدود بودن اندازهٔ چشمه‌ها، به طوری که چشمه‌های نزدیک تابش چشمه‌های دورتر را مسدود کنند، به دست آورد.

۲۸. نشان دهید که پارادوکس اولبرس را می‌توان با این فرض که یک چشمهٔ نوعی، به واسطهٔ منبع انرژی محدود خود، فقط می‌تواند در بازهٔ محدودی از زمان تابش کند حل کرد.

۲۹. با توجه به راه‌حلی ترجیحی خود تمام راه‌های ممکن حل پارادوکس اولبرس را مرور کنید.

۳۰. (۱۰۶.۴) و (۱۰۷.۴) را برای کیهان‌شناسیهای λ به دست آورید و از آنها قانون پایستگی را نتیجه بگیرید.

۳۱. با فرض اینکه اجسام در طی مرحلهٔ شبه‌ایستای کیهان‌شناسی ادینگتون-لومتر اکنون با انتقال به سرخ $z = 2$ مشاهده شوند، چه چیزی می‌توانید در مورد مقدار λ بگویید؟

۳۲. نشان دهید که عامل مقیاس در کیهان‌شناسی λ با $k = 1$ در معادلهٔ زیر صدق می‌کند

$$\dot{S}^2 = c^2 \left(\frac{1}{3} \lambda S^2 - 1 + \frac{\gamma}{S} \right),$$

که در آن

$$\gamma = \frac{2q_0 + \frac{2}{3} \frac{\lambda c^2}{H_0^2}}{\left(2q_0 - 1 + \frac{\lambda c^2}{H_0^2}\right)^{3/2}} \left(\frac{c}{H_0}\right).$$

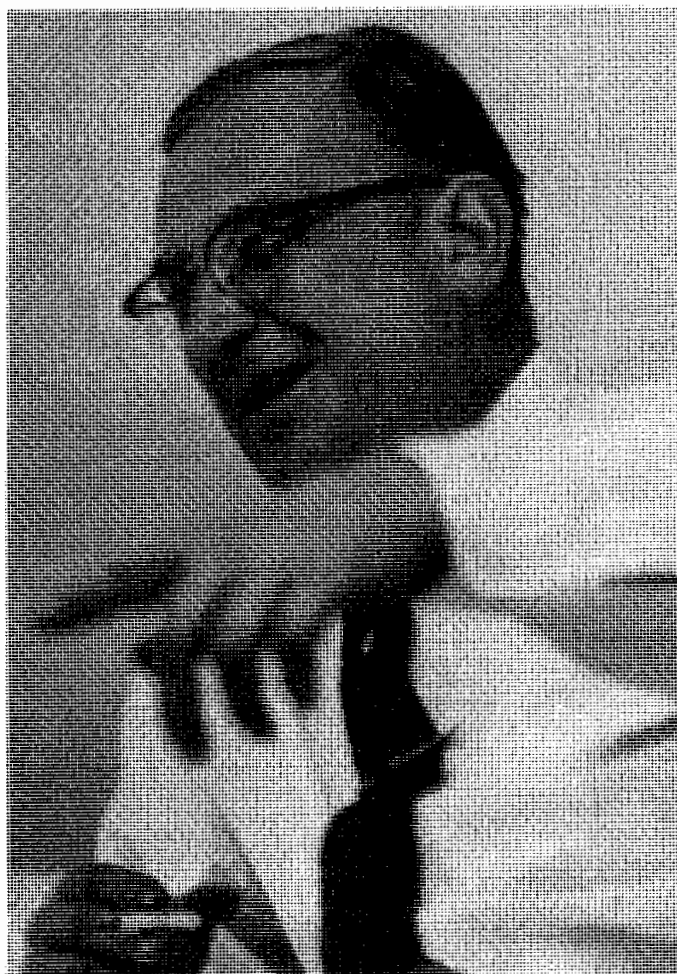
۳۳. انتگرالی را بنویسید که سن عالم مهبانگ را بر $\lambda \neq 0$ به دست دهد. به طور کیفی بحث کنید که چگونه می‌توان از جمله λ برای افزایش سن عالم استفاده کرد.
۳۴. در کیهان‌شناسی λ ، با معلوم بودن q_0 ، حد پایین مقدار λ چیست؟
۳۵. ناورداهای R ، $R_{ik}R^{ik}$ و $R_{iklm}R^{iklm}$ را برای مدل‌های فریدمان محاسبه و نشان دهید که همه آنها برای $S \rightarrow 0$ واگرا می‌شوند. آیا هیچ مورد استثنایی وجود دارد؟
۳۶. تمرین ۳۵ را برای کیهان‌شناسیهای λ تکرار و نشان دهید که همین نتیجه‌گیریها برای مدل‌های با $S \rightarrow 0$ حاصل می‌شود.
۳۷. با یک بحث کلی نشان دهید که برای S به اندازه کافی کوچک، نیروی λ نمی‌تواند مانع از تکینگی فضا زمان شود.



بقایای مهبانگ

۱.۵ عالم با سیطره تابش

در فصل ۴ دیدیم که در همه مدلهای فریدمان عصر در گذشته وجود دارد که در آن عامل مقیاس S صفر بوده است. این دوران را عصر مهبانگ نامیدیم. برای ریاضیدانان مهبانگ مستلزم نقض مفهوم هندسه فضا زمان است، و آنها این موضوع را به عنوان یکی از جنبه‌های اجتناب‌ناپذیر نسبیت عام اینشتین قبول کرده‌اند. این جنبه مانع از آن می‌شود که فیزیکدانان آنچه را که در $S = 0$ یا پیش از آن به وقوع پیوسته است بررسی کنند. برای بعضی فیزیکدانان این پایان ناگهانی گذشته دال بر کامل نبودن نظریه نسبیت است. از نظر آنها نظریه کاملتری برای آینده ممکن است راه اجتناب از سرشت فاجعه‌آمیز طبیعت در عصر $S = 0$ را نشان دهد. نتیجه چنین نظریه‌ای می‌تواند عالمی باشد که همواره منبسط می‌شود یا بین مقادیرهای بیشینه و کمینه (محدود) نوسان می‌کند. در فصل ۹ به این مدلها می‌پردازیم. در این فصل رهیافت به اصطلاح استاندارد را در کیهان‌شناسی دنبال و اعتقاد خود به اعتبار نظریه نسبیت عام را حفظ می‌کنیم و بررسیهای خود را متوجه گذشته عالم در دوره تا حد امکان نزدیک به عصر $S = 0$ خواهیم کرد. هدف این بررسیها این است که ببینیم آیا می‌توان به هیچ

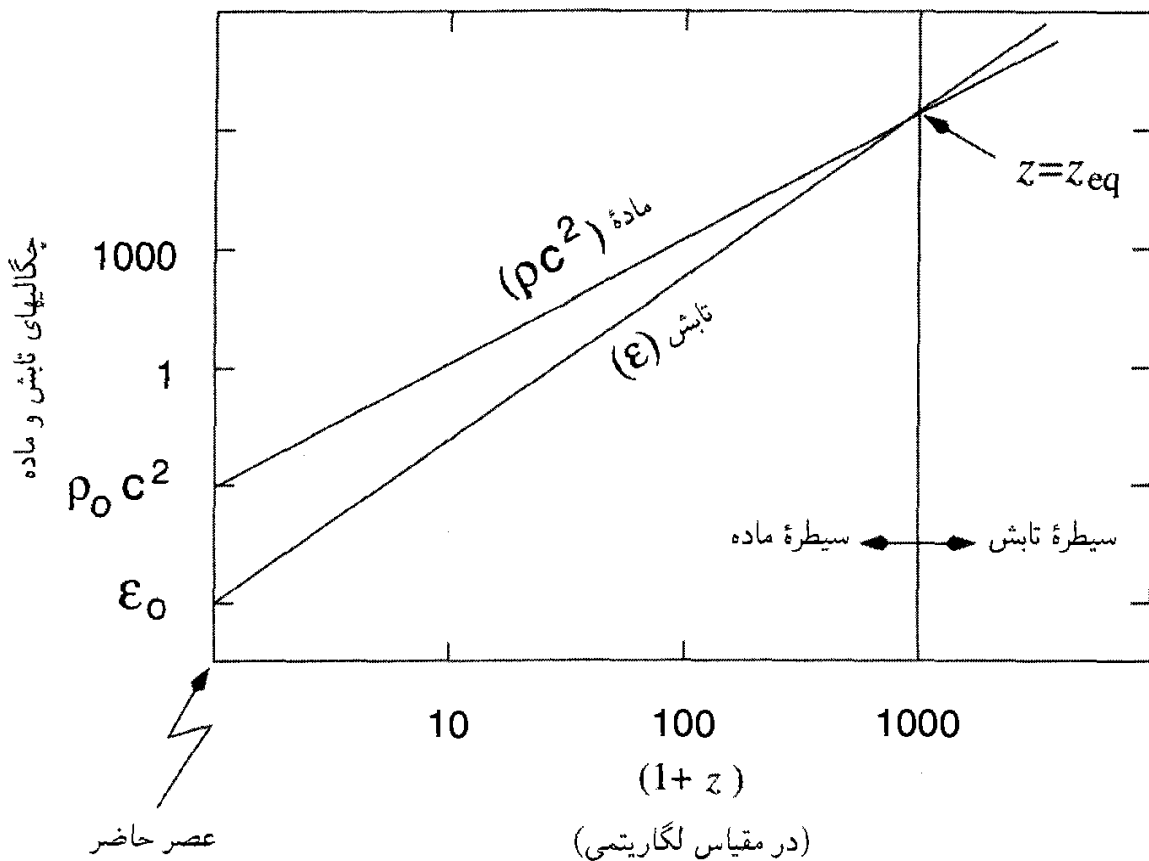


شکل ۱.۵ جورج گاموف (۱۹۰۴-۱۹۶۸).

مدرک حاضر اشاره کرد که نشان دهد عالم در واقع گذشته‌ای داشته که در آن S بسیار نزدیک به صفر بوده است. خلاصه، ما در پی بقایای مهبانگ هستیم.

کار پیشگام در این مورد را جورج گاموف در اواسط دهه ۱۹۴۰ انجام داد. (نگاه کنید به شکل ۱.۵) گاموف به مسئله منشأ عناصر علاقه‌مند بود. او با شروع از اجزای ساختمانی اساسی (موجود در آن زمان) نوترون و پروتون، کوشید تا تشکیل هسته‌ها را از دوتریم، هلیم، و غیره توصیف کند. در فرایندی که او پیش‌بینی کرده بود همجوشی هسته‌ای، یعنی فرایند تشکیل هسته‌ها از پروتونها و نوترونها، دخیل بود. اخیراً فیزیکدانان در سالهای ۱۹۴۰ مطمئن بودند که چنین فرایندهایی در درون ستارگان، که می‌دانستند شرایط مورد نیاز دما و چگالی زیاد وجود دارد، به‌وقوع می‌پیوندد. گاموف متذکر شد که شرایط مشابهی باید در یک عالم فریدمان بلافاصله پس از مهبانگ وجود داشته است.

از رابطه (۳۲.۴) می‌دانیم که چگالی ρ در مقادیر کوچک S بسیار بزرگ بوده است. با این



شکل ۲.۵ شکل ۲.۴ از فصل پیش در اینجا برای رجوع به آن بازتولید شده است. همان طور که در آنجا گفته شد، چگالی انرژی تابش به صورت S^{-4} فرو می‌افتد، در حالی که چگالی انرژی ماده به صورت S^{-3} افت می‌کند. چون اکنون مقدار ماده لااقل 10^3 برابر تابش است، عصر برابری این دو هنگامی به وقوع پیوسته که عامل مقیاس بسیار کوچکتر بوده است.

همه، در فصل ۴ دیدیم که عالم در مراحل اولیه خود تحت سیطره تابش بوده است. یعنی، انبساط چنین عالمی را به جای ماده تابش کنترل می‌کرده است. شکل ۲.۵ بازتولید شکل ۲.۴ است و نشان می‌دهد که چگونه نسبت فعلی ماده به تابش عصری را تعیین می‌کند که در آن عالم از سیطره تابش به سیطره ماده منتقل شد. انتقال به سرخ این عصر نسبت به عصر حاضر لااقل $10^3 \sim$ بوده است. دما چگونه در عصر سیطره تابش، دما را تابش تعیین می‌کرد و محاسبه‌ای ساده نشان می‌دهد که دما نیز احتمالاً بسیار زیاد بوده است. این محاسبه نیازمند این فرض است که چگالی کنونی تابش u_0 باقیمانده یک دوره اولیه داغ باشد. با این فرض، چگالی انرژی تابش در دوران گذشته S از رابطه (۳۷.۴) به دست می‌آید:

$$u = u_0 \frac{S_0^4}{S^4} \quad (1.5)$$

بنابراین، گاموف فرض کرد که در عصرهای اولیه دینامیک انبساط را انرژی تابشی تعیین می‌کرده است نه ماده به صورت گرد و غبار و این عصرها دارای دمای بسیار زیاد بودند.

این ایده‌ها را با محاسبه‌ای ساده و این فرض انجام می‌دهیم که تابش ناشی از جسم سیاه با دمای T بوده است، به طوری که

$$u = aT^4 \quad (2.5)$$

که در آن a ثابت تابش است. یعنی در مراحل اولیه عالم مهبانگ

$$T_0 = aT^4, \quad T_1 = T_2 = T_3 = \frac{1}{3}aT^4. \quad (3.5)$$

همین‌طور انتظار داریم که پارامتر خمیدگی فضا k تأثیر چندانی در دینامیک عالم اولیه نداشته باشد، و آن را برابر صفر می‌گیریم. این فرض، که به فرض تخت بودن معروف است، بدیهی نیست، اما بحث در جزئیات را به فصل بعد موکول می‌کنیم. فعلاً آن را بدون موشکافی می‌پذیریم. بنابراین از (۲۱.۴) داریم

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{\Lambda\pi Ga}{3c^2} T^4. \quad (4.5)$$

به علاوه، از (۱.۵) و (۲.۵) به دست می‌آوریم

$$T = \frac{A}{S}, \quad A = \text{const}. \quad (5.5)$$

با قرار دادن (۵.۵) در (۴.۵) معادله دیفرانسیلی برای S به دست می‌آوریم که می‌توان آن را به راحتی حل کرد. با گذاشتن $t = 0$ در $S = 0$ به دست می‌آوریم

$$S = A \left(\frac{3c^2}{32\pi Ga} \right)^{-1/4} t^{1/2} \quad (6.5)$$

و، مهمتر از آن،

$$T = \left(\frac{3c^2}{32\pi Ga} \right)^{-1/4} t^{-1/2}. \quad (7.5)$$

توجه کنید که کمیت‌های داخل پرانتز در طرف راست معادله بالا کمیت‌های فیزیکی شناخته شده هستند. بنابراین با قرار دادن مقادیر عددی در (۷.۵)، می‌توان نتیجه بالا را به صورت زیر بیان کرد:

$$T_{\text{کلون}} = 1.52 \times 10^{10} t_{\text{ثانیه}}^{-1/2}. \quad (8.5)$$

به عبارت دیگر، در حدود یک ثانیه پس از مهبانگ دمای تابش عالم در حدود $10^{10} \times 1.52$ K بوده است. عالم در این مرحله بی‌تردید به اندازه کافی داغ بوده است تا سنتز هسته‌ای را با توجه به فرض گاموف امکان‌پذیر سازد.

تصویر بالا که ایده مهبانگ داغ نامیده می‌شود، به این فرض بستگی دارد که بقایای مهبانگ موجود همان تابش زمینه ریزموج باشد که آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون در سال ۱۹۶۵ کشف کردند. فعلاً این دلیل را به عنوان تأیید نظر گاموف درباره مهبانگ می‌پذیریم و بحث را ادامه می‌دهیم.

۲.۵ ترمودینامیک عالم اولیه

در سال ۱۹۴۶ جورج گاموف نخستین بار مقاله‌ای درباره سنتز هسته‌های اولیه نوشت. اولین مقاله مفصل درباره این موضوع در سال ۱۹۴۸ را شاگرد گاموف رالف آلفرا^۱، فیزیکدان هسته‌ای هانس بته^۲ (که مدل‌های خورشیدی ادینگتون را به صورتی مطرح کرد که تولید انرژی هسته‌ای به صراحت در آنها وجود داشت) و خود گاموف منتشر کردند. گفته‌اند که گاموف بته را قانع کرد که نام خود را به این مقاله اضافه کند تا فهرست مؤلفان به صورت «آلفا، بته، و گاما»! درآید به هر صورت، این ایده به نظریه $\alpha-\beta-\gamma$ معروف شد.

از روزهایی که گاموف و شاگردانش آلفر و رابرت هرمن^۳ محاسبه‌های مربوط به سنتز هسته‌های اولیه را انجام دادند، پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در شناخت ما از ویژگی‌های ذرات و برهم‌کنش‌های آنها صورت گرفته است. برنامه اولیه گاموف برای به وجود آوردن اصولاً همه عناصر در دقایق اولیه عالم موفق نبود. به دلایلی که بعداً در این فصل خواهیم دید، فقط هسته‌های سبک می‌توانستند در فرایندهای همجوشی آغازین ساخته شدند. در صفحه‌های بعد اصول بنیادی را به اختصار بررسی می‌کنیم که محاسبه‌های جدید بر مبنای آنها قرار دارد.

ابتدا باید اجزای ساختمانی را مشخص کنیم که هسته‌های در عصرهای آغازین از آنها ساخته شدند. فیزیکدانان طبعاً علاقه‌مندند فکر کنند که عالم از ساده‌ترین اجزای ممکن (هرچه می‌خواهد باشد!) ساخته شده است و ساختارهای پیچیده‌تر بر اثر برهم‌کنش‌های فیزیکی از این اجزا تشکیل شدند. بنابراین کیهان‌شناسان را تشویق می‌کنند که چیزهایی را درباره فیزیک ذرات بیاموزند. اگرچه گاموف و همکارانش وجود ذراتی چون پروتونها، نوترونها، الکترونها، و غیره را مسلم فرض می‌کردند، اما فیزیکدانان جدید ذرات بر این باورند که چارچوبی بنیادین را باید برای آفرینش یا موجودیت این

1. Ralph Alpher 2. Hans Bethe 3. Robert Herman

ذرات در نظر گرفت. در فصل ۶ عصرهای اولیه نظریتری را در نظر می‌گیریم و بحث می‌کنیم که چگونه این ذرات به وجود آمدند.

در اینجا داستان را از مرحله‌ای پی‌می‌گیریم که باریونها (نوترونها و پروتونها)، لپتونها (الکترونها، موئونها، نوترینوها، و پاد ذرات آنها)، و فوتونها (ذرات نور) قبلاً موجود و مانند ذرات یک گاز کامل در تعادل ترمودینامیکی بودند. قبل از انجام محاسبات باید روشن کنیم که منظور از «تعادل ترمودینامیکی» و «گاز کامل» چیست. قبلاً گفتیم که در دوره‌های اولیه، بخش اعظم انرژی از ذره‌هایی بود که به صورت نسبی حرکت می‌کردند. بنابراین، این پرسش مطرح می‌شود که آیا این ذرات با یکدیگر برهم‌کنش داشته‌اند یا اغلب آنها به صورت آزاد حرکت می‌کرده‌اند. البته، این ذره‌ها با یکدیگر برهم‌کنش و برخورد داشته‌اند، اما فرض می‌شود که این برخوردها در لحظه‌های کوتاهی از زمان رخ می‌داده‌اند و تأثیر آنها بر حرکت را می‌توان نادیده گرفت. به زودی این موضوع را به صورت کمی بیان خواهیم کرد.

اما، برخوردها و پراکنندگیهای ذرات به باز توزیع انرژیها و تکانه‌های آنها کمک می‌کند. اگر این باز توزیعها با فراوانی کافی به وقوع می‌پیوستند، دستگاه ذرات به طور کلی به حالت تعادل ترمودینامیکی می‌رسید. در این مورد، برای هر نوع از ذرات قاعده معینی وجود دارد که حاکم بر تعداد ذرات در گستره تکانه خاص است. برای رسیدن به تعادل ترمودینامیکی، مقیاس زمانی بین پراکنندگیهای متوالی باید در مقایسه با مقیاس زمان انبساط عالم کوتاه باشد. باز هم، این فکر را به صورت کمی بیان خواهیم کرد.

۱.۲.۵ تابعهای توزیع

با فرض تقریب گاز کامل و تعادل ترمودینامیکی، می‌توان تابعهای توزیع هر نمونه معین از ذرات را نوشت. فرض می‌کنیم که نماد A نشانگر نوع ذرات باشد ($A = 1, 2, \dots$). بنابراین، $n_A(P)dP$ نشانگر چگالی عددی گونه‌ها در گستره تکانه $(P, P + dP)$ باشد، که در آن

$$n_A(P) = \frac{g_A}{2\pi^2 \hbar^3} P^2 \left[\exp\left(\frac{E_A(P) - \mu_A}{kT}\right) \pm 1 \right]^{-1}. \quad (9.5)$$

در فرمول بالا، T دمای توزیع، g_A تعداد حالت‌های اسپین نمونه‌ها، k ثابت بولتزمن، و

$$E_A^2 = c^2 P^2 + m_A^2 c^4 \quad (10.5)$$

انرژی نظیر جرم سکون m_A یک ذره نوعی است. بنابراین، برای الکترون $g_A = 2$ ؛ برای نوترینو $g_A = 1$ و $m_A = 0$ و غیره. علامت $+$ در رابطه (۹.۵) نشان می‌دهد که ذرات از آمار

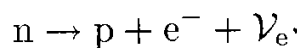
فرمی-دیراک پیروی می‌کنند (این ذرات را فرمیون می‌نامند)، در حالی که علامت - در مورد ذراتی به‌کار می‌رود که تابع آمار بوز-اینشتین هستند (این ذرات را بوزون می‌خوانند). به‌عنوان مثال، الکترون‌ها و نوترینوها فرمیون، و فوتونها بوزون‌اند.

کمیت μ_A پتانسیل شیمیایی گونه‌های A است. برای بحث مفصل دربارهٔ پتانسیل‌های شیمیایی، می‌توانید به هر کتاب درسی استاندارد ترمودینامیک و مکانیک آماری مراجعه کنید. در اینجا گوشزد می‌کنیم که در هر فرایند شامل این ذرات، μ_A پایسته است (درست همان‌طور که بار الکتریکی، انرژی، اسپین، و غیره پایسته‌اند). چون فوتونها می‌توانند در هر تعداد از واکنش‌های نوعی جذب یا گسیل شوند، برای فوتونها می‌گذاریم $\mu_A = 0$. از ملاحظات ترمودینامیک نیز می‌توان این نتیجه را با این استدلال به‌دست آورد که برای تابش جسم سیاه تعداد فوتونها ثابت نیست بلکه از شرایط تعادل گرمایی تعیین می‌شود. بنابراین باید انرژی آزاد هلمهولتز $U - TS$ کمینه شود، که به نتیجهٔ $\mu_A = 0$ برای فوتونها می‌انجامد. چون ذره‌ها و پادذره‌ها (مانند الکترون‌ها و پوزیترون‌ها) به‌صورت زوج نابود می‌شوند و فوتونها را تولید می‌کنند، پتانسیل‌های شیمیایی آنها مساوی و با علامت مخالف است.

بجز کمیت‌های دینامیکی و بار الکتریکی، چند کمیت دیگر نیز در برهم‌کنش‌های ذرات پایسته‌اند. این کمیت‌ها عبارت‌اند از عدد باریونی، عدد لپتونی موئون، و عدد لپتونی الکترون، در محاسبهٔ این عددها، مقدار $+1$ را به ذره و -1 به پادذره اختصاص می‌دهیم. عدد لپتونی الکترون، الکترون‌ها (e^-) و نوترینوهای مربوطه (ν_e) را می‌شمارد، در حالی که عدد لپتونی موئون، موئون‌ها (μ^-) و نوترینوهای مربوط به آنها (ν_μ) را به حساب می‌آورد. با توجه به این قاعده‌های پایستگی و واکنش‌هایی چون



مجازند، در حالی که واکنش‌های زیر مجاز نیستند:



(در فصل ۶ وضعیت را در نظر می‌گیریم که در آن عدد باریونی پایسته نیست. اما، در عصرهایی که مورد نظر ماست، می‌توانیم با اطمینان فرض کنیم که پایستگی چگالی عددی باریونها برقرار است.)

بنابراین، اگر فرض کنیم که در هر واکنش بار الکتریکی، عدد باریونی، عدد لپتون الکترونی، و عدد لپتون موئونی پایسته است، فقط چهار پتانسیل شیمیایی مستقل داریم که نظیر پروتونها، نوترینوهای

الکتریکی، و نوترینوهای موثونی هستند (در فصل ۶ امکان وجود گونه‌های لپتون/نوترینوی دیگر را بررسی خواهیم کرد.) از (۹.۵) می‌بینیم که تعداد ذره‌های هر یک از گونه‌ها در واحد حجم برای تعیین μ_A مربوطه ضروری است و چگالیهای عددی برای $\mu_A > 0$ بزرگ است. این چگالیهای عددی را با دقت کافی نمی‌دانیم، فقط می‌دانیم نسبت زیر (چنانکه به‌زودی خواهیم دید)

$$\frac{N_B}{N_\gamma} = \frac{\text{چگالی عددی باریونها}}{\text{چگالی عددی فوتونها}} \sim 10^{-8} - 10^{-10}$$

در مقایسه با ۱ کوچک است.

کوچکی چگالی عددی باریونی نشان می‌دهد که چگالیهای عددی لپتونها نیز می‌تواند در مقایسه با N_γ کوچک باشد، و معمولاً فرض می‌شود که این فرض توجیه خوبی برای در نظر گرفتن $\mu_A = 0$ برای تمام نمونه‌ها باشد. در محاسبه‌های بعدی خود فرض خواهیم کرد که برای تمام گونه‌های موردنظر $\mu_A = 0$ است.

سپس انتگرالهای زیر را برای چگالی عددی ذره (N_A)، چگالی انرژی (ε_A)، فشار (p_A)، و چگالی آنتروپی (s_A) ذره A به‌دست می‌آوریم

$$N_A = \frac{g_A}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{P^2 dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1}, \quad (11.5)$$

$$\varepsilon_A = \frac{g_A}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{P^2 E_A(P) dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1}, \quad (12.5)$$

$$p_A = \frac{g_A}{6\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{c^2 P^4 [E_A(P)]^{-1} dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1}, \quad (13.5)$$

$$s_A = (p_A + \varepsilon_A)/T. \quad (14.5)$$

می‌توانیم رابطه ساده‌ای را از این فرمولها نتیجه بگیریم یا نشان دهیم که آنتروپی در یک حجم همراه معین با انبساط عالم ثابت می‌ماند. از p_A نسبت به T مشتق بگیرد تا به‌دست آورید

$$\frac{dp_A}{dT} = \frac{g_A}{6\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{c^2 P^4 \exp[E_A(P)/(kT)] dP}{\{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1\}^2 kT^2}.$$

حال با انتگرال‌گیری جزءبه‌جزء از انتگرال بالا به‌دست می‌آوریم

$$\frac{g_A}{g\pi^2 \hbar^3 T} \int_0^\infty \frac{(3P^2 E_A + c^2 P^4 E_A^{-1}) dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1} = \frac{p_A + \varepsilon_A}{T}.$$

با تعریف فشار، چگالی انرژی و چگالی آنتروپی برای مخلوطی از این گازهای در تعادل ترمودینامیکی با

$$p = \sum_A p_A, \quad \varepsilon = \sum_A \varepsilon_A, \quad s = \sum_A s_A \quad (15.5)$$

به رابطه زیر می‌رسیم

$$\frac{dp}{dT} = \frac{p + \varepsilon}{T}. \quad (16.5)$$

سپس این رابطه را در مورد عالم در حال انبساط به کار می‌بریم. زیرا چنانکه خواهیم دید، عالم بر اثر انبساط بی‌دررو خنک می‌شود.

۲.۲.۵ رفتار آنتروپی

ابتدا با توجه به قانون پایستگی برای ε و p در مراحل اولیه عالم در حال انبساط، یعنی قانونی که با رابطه (۲۴.۴) بیان شد، داریم،

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^3) + 3pS^2 = 0, \quad (17.5)$$

و آن را در ارتباط با قانون دوم ترمودینامیک به کار می‌بریم با توجه به این قانون آنتروپی در حجم معین S^3 با انبساط بی‌درروی حجم ثابت می‌ماند. بنابراین، از (۱۴.۵) و (۱۵.۵) به دست می‌آوریم

$$\frac{d}{dt}(S^3 s) = \frac{d}{dt} \left(\frac{S^3}{T} (p + \varepsilon) \right) = 0 \quad (18.5)$$

که، همان‌طور که در (۱۵.۵) دیدیم $s = \sum_A s_A$ آنتروپی کل ذرات در حجم منبسط‌شونده است. از بازنویسی (۱۸.۵) به کمک (۱۷.۵)، به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{dt} \left(\frac{S^3 p}{T} \right) + \frac{1}{T} \frac{d}{dt} (S^3 \varepsilon) + S^3 \varepsilon \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{T} \right) \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{S^3 p}{T} \right) - \frac{3pS^2}{T} \dot{S} + S^3 \varepsilon \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{T} \right), \end{aligned} \quad (19.5)$$

یعنی،

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} (p + \varepsilon). \quad (20.5)$$

توجه کنید که این نتیجه رابطه (۱۶.۵) را، با دستکاری ساده انتگرالها، مستقیماً از (۱۲.۵) و (۱۳.۵) به دست آوردیم. بنابراین، با شروع از (۱۹.۵) می‌توانیم (۱۸.۵) را به دست آوریم. در محاسبه‌های بعدی از ثابت بودن رابطه زیر استفاده می‌کنیم

$$\sigma = \frac{S^3}{T}(p + \varepsilon). \quad (21.5)$$

در تقریب دمای زیاد از (۱۸.۵) به دست می‌آوریم $p = \varepsilon/3 \propto S^{-4}$. بنابراین، از ثابت بودن σ رابطه (۵.۵) را باز می‌یابیم:

$$T \propto 1/S. \quad (22.5)$$

رابطه ساده‌ای چون این در صورت معتبر نبودن تقریب دمای زیاد، برقرار نیست.

۳.۲.۵ تقریبهای دمای زیاد و کم

عبارتهای بالا برای ذره‌هایی که به صورت نسبیستی حرکت می‌کنند ساده می‌شود. در این مورد، انرژی جنبشی به‌ازای هر ذره بسیار بیشتر از انرژی جرم سکون ذره می‌شود، و نامساوی زیر را خواهیم داشت

$$T \gg \frac{m_A c^2}{k} \equiv T_A. \quad (23.5)$$

این مورد را تقریب دمای بالا، یا حد نسبیستی می‌نامند.

جزئیات ترمودینامیکی در جدول ۱.۵ برای گونه‌های مختلف موردنظر درج شده است. عددها برحسب یکاهای کمیتها بیان شده‌اند برای فوتون داریم ($g_A = 2$ ؛ نماد فوتون γ است):

$$N_\gamma = \frac{2/404}{\pi^2} \left(\frac{kT}{ch} \right)^3, \quad \varepsilon_\gamma = \frac{\pi^2 (kT)^4}{15 \hbar^3 c^3} = 3p_\gamma, \quad s_\gamma = \frac{4\pi^2 k}{45} \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \quad (24.5)$$

در این تقریب انرژی پتانسیل هر دو الکترون که به فاصله r از یکدیگر قرار دارند از رابطه زیر به دست می‌آید

$$U = \frac{e^2}{r}.$$

حال فاصله متوسط بین الکترونها از رابطه $ch/(kT) \sim N_e^{-1/3}$ به دست می‌آید. بنابراین انرژی میانگین برهم‌کنش برابر است با

$$(U) \sim \frac{e^2}{hc} kT.$$

جدول ۱.۵ کمیت‌های ترمودینامیکی برای گونه‌های مختلف ذرات در $t \gg T_A$

S_A/S_γ	$\varepsilon_A/\varepsilon_\gamma$	N_A/N_γ	g_A	$T_A(K)$	نماد	گونه‌های ذره A
۱	۱	۱	۲	۰	γ	فوتون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	$5,93 \times 10^9$	e^-	الکترون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲		e^+	پوزیترون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	$1,22 \times 10^{12}$	μ^-	موئون
۷/۸۴	۷/۸	۳/۴	۲		μ^+	پادموئون
۷/۱۶	۷/۱۶	۳/۸	۱	۰	ν_μ, ν_e	نوترینوهای الکترونی و موئونی
۷/۱۶	۷/۱۶	۳/۸	۱		$\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_e$	و پادذره‌های آنها
۱/۲	۱/۲	۱/۲	۱		π^+	پیونها
۱/۲	۱/۲	۱/۲	۱	$1,6 \times 10^{12}$	π^-	
۱/۲	۱/۲	۱/۲	۱		π^0	
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	10^{13}	p	پروتون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	$T_n - T_p \sim 1,5 \times 10^{10}$	n	نوترون

اما، kT انرژی حرکت الکترونها را تعیین می‌کند. پس انرژی برهم‌کنش $e^2/(\hbar c) \sim 1/137$ انرژی حرکت است. چون این کسر کوچک است، در نظر گرفتن الکترونها به صورت گاز آزاد موجه است. برخلاف آن، در دمای کم $T \leq T_A$ برای تمام گونه‌های با $m_A \neq 0$ داریم

$$N_A = \frac{g_A}{h^3} \left(\frac{m_A kT}{2\pi} \right)^3 \exp \left(-\frac{T_A}{T} \right),$$

$$\varepsilon_A = m_A N_A, \quad p_A = N_A kT, \quad s_A = \frac{m_A N_A}{T} c^2. \quad (25.5)$$

توجه کنید که با افت دما همه این کمیتها به سرعت فرو می‌افتند. اغلب این حد را تقریب نانسبیتی می‌نامیم. (برای فوتون و نوترینو با جرم سکون صفر، $T_A = 0$ ، و این تقریب هرگز به کار نمی‌رود.) وقتی این نتیجه‌ها را در مورد کیهان‌شناسی به کار می‌بریم، ملاحظات زیر معمولاً حائز اهمیت است. اولاً، انبساط عالم را گونه‌هایی کنترل می‌کنند که در حد نسبیتی هستند، زیرا اینها ذراتی هستند که به وفور یافت می‌شوند. به واسطه میرایی نمایی معادله (۲۵.۵)، تعداد کمتری از گونه‌های سنگینتر وجود دارد. بنابراین، دمای عالم بر اثر انبساط فرو می‌افتد، و گونه‌های سنگینتر رفته‌رفته اهمیت دینامیکی خود را از دست می‌دهند.

مثال

رابطه انرژی-دما برای آمیزه کیهانی حاوی ذرات جدول ۱.۵ در هنگامی که دما $10^{10} K$ بوده چیست؟ می‌دانیم که تقریباً نسبتی در مورد الکترونها و پوزیترونها به کار می‌رود، در حالی که فوتونها و زوجهای نوترینو-پادنوترینو همواره نسبتی هستند. با افزودن سهم چگالی انرژی جدول ۱.۵ برای این ذرات در نظام بالا و استفاده از (۲۴.۵)، به دست می‌آوریم

$$\varepsilon = \left(\frac{7}{8} + \frac{7}{8} + 1 + 4 \times \frac{7}{16} \right) \varepsilon_\gamma = \frac{9}{4} \varepsilon_\gamma = \frac{9}{4} aT^4.$$

توجه کنید، که اگر همین محاسبه را در دمای $10^8 K$ انجام دهیم، فقط فوتونها و چهارگونه نوترینو نسبتی خواهند بود و در این مرحله رابطه چگالی انرژی-دما به صورت $\varepsilon = (11/4)aT^4$ در می‌آید. بنابراین، ضریب رابطه $\varepsilon-T$ با توجه با مؤلفه نسبتی آمیزه کیهانی تغییر می‌کند. سپس، برای نسبت دادن دمای مشترک به گونه‌های مختلف به تعادل ترمودینامیکی نیاز داریم. شاید بعضی گونه‌ها برهم‌کنش به اندازه کافی قوی برای حفظ تعادل نداشته باشند. برای بررسی وجود این مورد باید آهنگ واکنش (با ذرات دیگر) را برای گونه‌های خاص با آهنگ انبساط که از $H(t)$ به دست می‌آید مقایسه کنیم. این کار را با توصیف برهم‌کنش نوترینوها در طی انبساط عالم نشان می‌دهیم.

۳.۵ نوترینوهای آغازین

از جدول ۱.۵ می‌بینیم که برای $T < 1/5 \times 10^{12} K$ ، تنها ذراتی که با چگالیهای عددی قابل ملاحظه در حالت تعادل گرمایی هستند عبارت‌اند از $e^\pm, \mu^\pm, \nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$ و γ . باریونها (p و n) و پیونها (π^\pm و π^0) که تا کمتر از دماهای بحرانی T_A خنک شده‌اند، بنابراین تقریباً دمای کم برای آنها صادق است. فوتونها، e^\pm و μ^\pm ، از توزیعهای مربوطه از نوع (۹.۵) پیروی می‌کنند. اما، نوترینوها نیاز به توجه خاص دارند، زیرا این مرحله در تعیین میزان بقای آنها بسیار مهم است. به استثنای برهم‌کنش گرانشی، نوترینوها در واکنشهایی نظیر آنچه در زیر می‌آید جذب، گسیل، و یا پراکنده می‌شوند

$$\begin{aligned} e^- + \mu^+ &\leftrightarrow \nu_e + \bar{\nu}_\mu, & e^+ + \mu^- &\leftrightarrow \bar{\nu}_e + \nu_\mu, & \nu_e + \mu^- &\leftrightarrow \nu_\mu + e^- \\ \bar{\nu}_e + \mu^+ &\leftrightarrow \bar{\nu}_\mu + e^+, & \nu_e + e^- &\leftrightarrow \nu_e + e^-, & \bar{\nu}_e + e^+ &\leftrightarrow \bar{\nu}_e + e^+. \end{aligned}$$

آهنگ این برهم‌کنشها را شدت جفت‌شدگی برهم‌کنشهای ضعیف تعیین می‌کند. برای $T \leq T_\mu$ سطح مقطع یک برهم‌کنش نوعی از مرتبهٔ زیر است

$$\Sigma = G^2 \hbar^{-4} (kT)^2 c^{-4}, \quad (26.5)$$

که $G = 1.4 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^{-3}$ ثابت جفت‌شدگی برهم‌کنش ضعیف است. از رابطهٔ (24.5) و جدول ۱.۵ می‌بینیم که چگالیهای عددی ذرات درگیر e^\pm از مرتبهٔ زیر است

$$[kT/(c\hbar)]^3,$$

در حالی که برای موئونها باید (25.5) را به حساب آوریم و یک ضریب میرایی نمایی به صورت زیر وارد کنیم

$$\exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right),$$

بنابراین، آهنگ نوعی برهم‌کنش نوترینو عبارت است از

$$\eta = c\Sigma \left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^3 \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right) = G^2 \hbar^{-7} c^{-6} (kT)^5 \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right). \quad (27.5)$$

اکنون باید توجه کنیم که آهنگ دیگری که به حفظ تعادل نوترینوها مربوط می‌شود، آهنگ انبساط حجمی است که آنها را در بر می‌گیرد. از معادله‌های اینشتین داریم

$$H^2 = \frac{\dot{S}^2}{S} = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon \approx \frac{16\pi^3 G}{90 \hbar^3 c^5} (kT)^4. \quad (28.5)$$

H ، ثابت هابل در هر دورهٔ خاص، معیار آهنگ انبساط حجم مورد نظر است. بنابراین، نسبت آهنگ واکنش به آهنگ انبساط از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\frac{\eta}{H} \sim G^{-1/2} \hbar^{-11/2} G^2 c^{-7/2} (kT)^3 \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right) \quad (29.5)$$

$$\sim \left(\frac{T}{10^{10} \text{ K}}\right)^3 \exp\left(-\frac{10^{12} \text{ K}}{T}\right)$$

$$= T_{10}^3 \exp\left(-\frac{1}{T_{12}}\right). \quad (30.5)$$

در اینجا به جای G, \hbar, c, k و T_μ مقدارهای مربوطه را گذاشته‌ایم و به عبارت عددی بالا رسیده‌ایم. به علاوه، دما را با بهره‌گیری از نمادی می‌نویسیم که دما را برحسب یکاهای 10^nK نشان می‌دهد، یعنی،

$$T_n = \frac{T}{10^n \text{K}}.$$

۱.۳.۵ عصر واجفتیدگی نوترینو

رابطه (۳۰.۵) چه چیزی را بیان می‌کند؟ با افت دما به کمتر از 10^{12}K ، نما به سرعت فرو می‌افتد. یعنی واکنشهایی که در آنها نوترینوها دخیل‌اند با آهنگی کندتر از آهنگ انبساط عالم صورت می‌گیرند. بنابراین، نوترینوها دیگر با بقیه مواد برهم‌کنش نمی‌کنند و در نتیجه با افت دما به مقدارهای خیلی کمتر از $T_{12} = 1$ از تعادل گرمایی خارج می‌شوند. اما دما چقدر باید کمتر از مقدار بالا باشد؟

با توجه به نظریه اولیه برهم‌کنشهای ضعیف این دما در حدود $T_{11} = 1/3$ بود. در اواخر دهه ۱۹۶۰ و اوایل سالهای ۱۹۷۰ کوششهای موفقیت‌آمیزی در جهت وحدت برهم‌کنش ضعیف با برهم‌کنش الکترومغناطیسی صورت گرفت که به واکنشهای اضافی (جریان خنثی) انجامید که مانع از برهم‌کنش نوترینوها با مواد دیگر حتی در دماهای کمتر می‌شود. نتیجه این پژوهشها آن بود که نوترینوها می‌توانند تا دماهای حدود $T_{10} = 1$ در حالت تعادل گرمایی باقی بمانند.

به هر حال، اگرچه نوترینوها از بقیه ماده واجفتیده می‌شوند، اما توزیع آنها با فروافت به $T \propto S^{-1}$ هنوز شکل اولیه‌اش را حفظ می‌کند. علت این امر آن است که با انبساط عالم تکانه و انرژی هر نوترینو به صورت S^{-1} کم می‌شود و چگالی عددی نوترینوها به صورت S^{-3} فرو می‌افتد. چون دمای بقیه مخلوط نیز به صورت S^{-1} کاهش می‌یابد و چون در هنگام واجفتیدگی نوترینوها از بقیه ماده دو دما با هم مساوی بود، بنابراین پس از آن نیز مساوی باقی می‌مانند، اگرچه نوترینوها و بقیه ماده دیگر با هم برهم‌کنش ندارند. این موضوع برای هر چهار نوع $\nu_\mu, \bar{\nu}_e, \nu_e, \bar{\nu}_\mu$ صادق است.

۲.۳.۵ دوره نابودی e^+ و e^-

اما، عصر (بعدی) دیگری وجود دارد که در آن دیگر دمای نوترینو با دمای بقیه مواد مساوی نیست. ابتدا، عالم را در گستره دمای $T_{12} = 1$ تا $T_{10} = 1$ در نظر بگیرید. در این مرحله، دارای نوترینوها، زوجهای الکترون-پوزیترون، و فوتونها هستیم که هر یک دارای تابعهای توزیع به شکل

(۹.۵) در تقریب دمای زیاد هستند (جدول ۱.۵). از این رو، با توجه به مثال پایان بخش پیش داریم

$$\varepsilon = \frac{9}{4} a T^4. \quad (31.5)$$

بنابراین، در این دوره معادله انبساط از شکل ساده شده فرمول (۴.۵) به صورت زیر درمی آید

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{12\pi G a}{c^2} T^4 \quad (32.5)$$

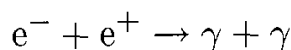
و رابطه (۷.۵) به شکل زیر در می آید

$$T = \left(\frac{c^2}{48\pi G a} \right)^{1/4} t^{-1/2}, \quad (33.5)$$

که می توان آن را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$T_{10} = 1.04 t_{\text{ثانیه}}^{-1/2}. \quad (34.5)$$

به هر حال، در مرحله بعد که دیگر زوجهای الکترون-پوزیترون نسبیتی نیستند، وضعیت پیچیده می شود. بنابراین، تقریب دمای زیاد دیگر برای آنها معتبر نیست و باید از فرمولهای (۱۲.۵) و (۱۳.۵) برای تعیین ε و p و آهنگ انبساط عالم استفاده کنیم. در اینجا وارد جزئیات این مرحله نمی شویم، بلکه در عوض یک باره به مرحله ای می رویم که زوجها نابود شده اند و فقط فوتون باقی مانده است:



بنابراین، انرژی که در ابتدا در e^\pm و فوتونها بود، اکنون فقط صرف فوتونها می شود و تعداد و دمای آنها را زیاد می کند. چگونه می توان این تغییر را ارزیابی کرد؟ در اینجا است که رابطه (۲۱.۵) که بیانگر ثابت بودن σ است به کمک ما می آید.

در مرحله نسبیتی ($T_9 > 5$) برای e^\pm داریم

$$\sigma = \frac{4S^3}{3T} (\varepsilon_{e^-} + \varepsilon_{e^+} + \varepsilon_\gamma) = \frac{11}{3} a (ST)^3. \quad (35.5)$$

وقتی e^\pm نابود شده اند و فقط فوتونها باقیمانده اند، دمای فوتون T_γ از رابطه زیر به دست می آید

$$\sigma = \frac{4}{3} \frac{S^3}{T_\gamma} \varepsilon_\gamma = \frac{4}{3} a (ST_\gamma)^3. \quad (36.5)$$

اکنون از این نتیجه استفاده می‌کنیم که دمای نوترینو همواره به صورت S^{-1} تغییر می‌کند. بگذارید آن را به صورت زیر بنویسیم

$$T_\nu = B/S, \quad B = \text{const.} \quad (37.5)$$

از (۳۶.۵) به دست می‌آوریم

$$\sigma = \frac{11}{3} a B^3 \left(\frac{T}{T_\nu} \right)^3. \quad (38.5)$$

همین‌طور، از (۳۶.۵) به دست می‌آوریم

$$\sigma = \frac{4}{3} a B^3 \left(\frac{T_\gamma}{T_\nu} \right)^3. \quad (39.5)$$

اکنون در عصر قبل از نابودی داریم، $T = T_\nu$ ، به طوری که از (۳۸.۵) به دست می‌آوریم $\sigma = \frac{11}{3} a B^3$. پس از نابودی σ باید دارای همین مقدار باشد، بنابراین می‌توانیم آن را برابر مقدار رابطه (۳۹.۵) قرار دهیم. پس به این نتیجه رسیدیم که دمای فوتون در پایان نابودی e^\pm با ضریب زیر از دمای نوترینو بیشتر شده است

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4} \right)^{1/3} \cong 1.4. \quad (40.5)$$

بنابراین، دمای کنونی نوترینو با ضریب $(1/4)^{-1}$ از دمای فوتون کمتر است. اگر دمای فوتون را 2.7K بگیریم، دمای نوترینو 1.9K است.

۴.۵ نسبت نوترون به پروتون

تاکنون تصویری از عالم اولیه به دست آورده‌ایم که به بهترین نحو می‌توان آن را با جدول زمان-دمای رویدادها در جدول ۲.۵ نشان داد (به شکل ۳.۵ نیز نگاه کنید). فعلاً آخرین مدخل جدول ۲.۵ مورد توجه ماست.

تاکنون در بحث خود توجه چندانی به باریونها یعنی پروتونها و نوترونهای موجود در مخلوط نکرده‌ایم. در تقریب قرار دادن پتانسیلهای شیمیایی برابر با صفر، عدد باریونی را صفر گرفتیم. اعتبار این تقریب وابسته به آن که چگالی عددی باریون چند مرتبه بزرگی (۸ تا ۱۰) کوچکتر از

جدول ۲.۵ جدول زمان-دمای رویدادهای پیش از سنتز هسته‌ای در عالم اولیه

رویدادها	دما (K)	زمان سپری شده از مهبانگ (s)
باریونها، مزونها، لپتونها، و فوتون در تعادل گرمایی هستند.	$> 10^{12}$	$\leq 10^{-4}$
μ^\pm شروع به نابودی و خروج از مخلوط می‌کنند. نوترینوها شروع به واجفتیدن از بقیه ماده می‌کنند.	$10^{12} - 10^{11}$	$10^{-4} - 10^{-2}$
نوترینوها کاملاً واجفتیده می‌شوند. زوجهای e^\pm هنوز نسبیتهی هستند.	$10^{11} - 10^{10}$	$10^{-2} - 1$
زوجهای e^\pm نابود و ناپدید می‌شوند، دمای گاز فوتونی به $1/4 \sim$ برابر دمای نوترینوها افزایش می‌یابد.	$10^{10} - 10^9$	$1 - 180$

چگالی فوتون باشد. با وجود این، اکنون باید به وجود باریونها، هرچند که چگالی عددی آنها کم باشد، توجه کنیم؛ چون برای در نظر گرفتن ایده گاموف در مورد سنتز هسته‌ها در عالم داغ به آنها نیازمندیم. همین‌طور تأکید می‌کنیم که باریونها در این مرحله از انبساط عالم (که سنتز هسته‌ها می‌توانست صورت بگیرد) نقش مهمی در انبساط آن ندارند.

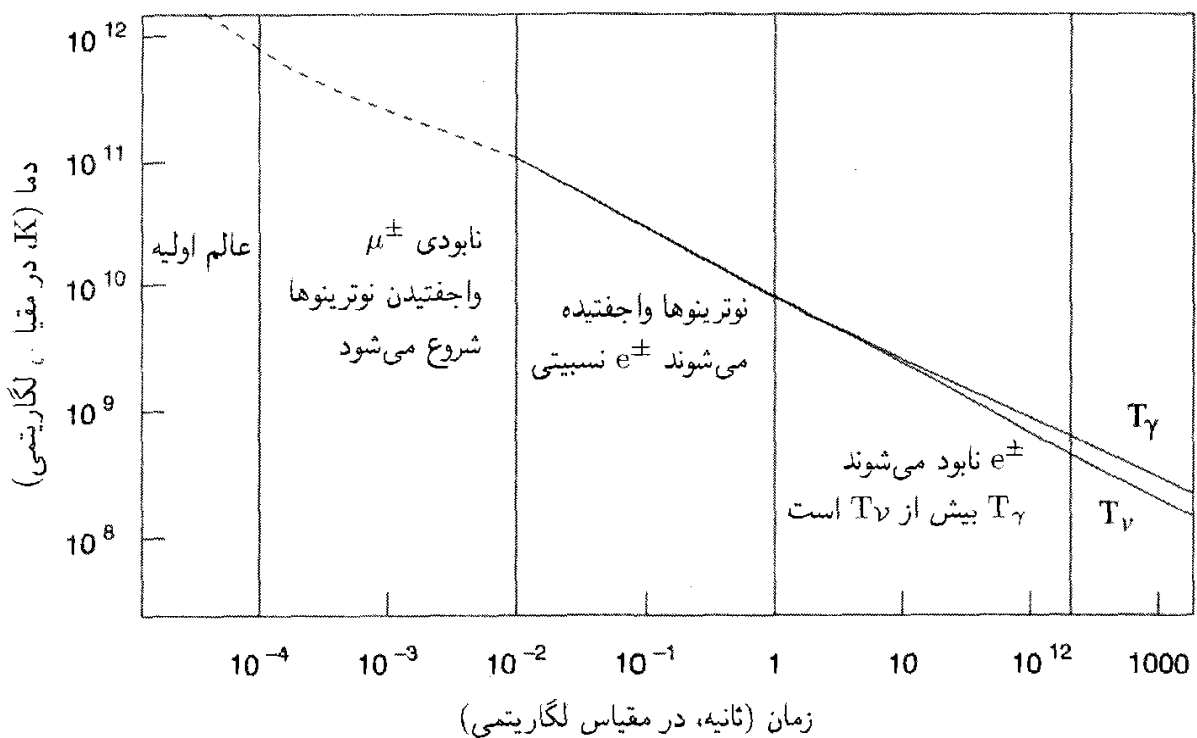
تا جایی که به پتانسیلهای شیمیایی مربوط می‌شود، در بخش بعد آشکارا به آنها خواهیم پرداخت. اما ابتداء متوجه می‌شویم که دماهای T_p و T_n جدول ۱.۵ بسیار زیادند، به طوری که تابعهای توزیع نوترون و پروتون از تقریبهای غیرنسبیتی (۲۵.۵) پیروی می‌کنند. بنابراین، به دست می‌آوریم

$$N_p = \frac{2}{h^3} \left(\frac{m_p kT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{T_p}{T}\right), \quad (41.5)$$

$$N_n = \frac{2}{h^3} \left(\frac{m_n kT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{T_n}{T}\right).$$

در این تقریب نسبت تعداد نوترون به پروتون از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{N_n}{N_p} \cong \exp\left(\frac{T_p - T_n}{T}\right) = \exp\left(-\frac{1/5}{T_{10}}\right). \quad (42.5)$$

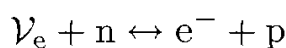


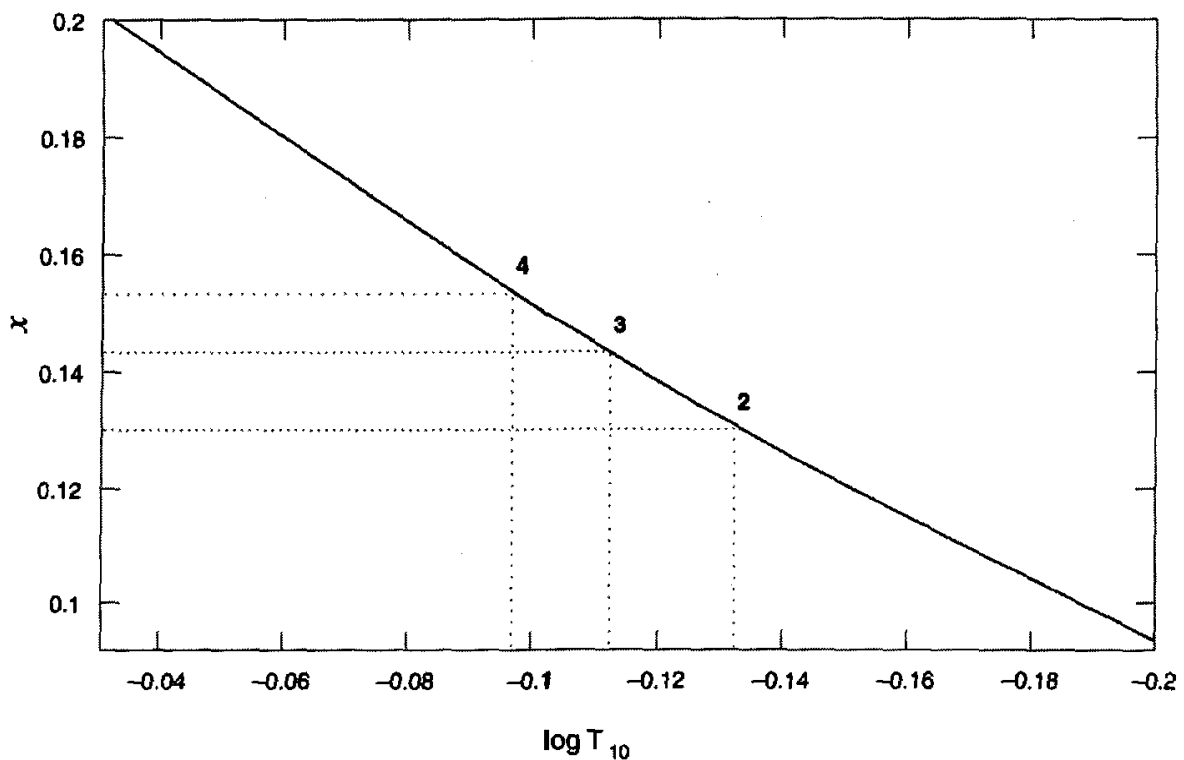
شکل ۳.۵ نمودار زمان-دماي عالم اوليه. بخش خط چين رابطه (T, t) را به درستي بيان نمي‌کند، زيرا ذرات (به‌ويژه پيونها و μ^+) برهم‌کنش مي‌کنند و واقعاً آزاد نيستند. تصوير قابل اعتمادتري براي $t \geq 10^{-2} s$ به دست مي‌آيد. به تفاوت دماي نوترينوها و فوتونها براي $t \geq 10^0 s$ توجه کنید. براي جزئيات به متن کتاب مراجعه کنید.

بنابراين نسبت با کاهش دما از تقريباً ۱ : ۱ در $T \geq 10^{12} K$ به حدود ۵ : ۶ در $T = 10^{11} K$ و به ۳/۵ در $10^{10} K$ فرو مي‌افتد. شکل ۴.۵ اين تغيير با دما را نشان مي‌دهد.

براي حفظ تعادل ترموديناميكي، واکنشهايي که نوترونها را به پروتون تبديل مي‌کنند و برعکس بايد در مقايسه با آهنگ انبساط عالم سريع باشند. اين برهم‌کنشها چيزي جز برهم‌کنشهاي ضعيف نيستند که قبلاً در بررسي و اجفتيدگي نوترينوها از آميژه آغازين بررسي شدند (نگاه کنید به بخش ۳.۵). به هر حال، يک تفاوت وجود دارد. در بحث و اجفتيدگي نوترينوها، بيشتر به واکنش يک نوترينو با لپتونهايي چون e^\pm, μ^\pm علاقه مند بوديم، و سطح مقطع Σ از رابطه (۲۶.۵) براي اين برهم‌کنشها به دست مي‌آمد. همين طور، آهنگ واکنش η از (۲۷.۵) از ضرب کردن در چگاليهاي عددي لپتونهاي شرکت‌کننده به دست مي‌آمد.

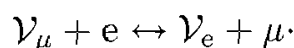
در اين مورد سطح مقطع يک نمونه برهم‌کنش مانند





شکل ۴.۵ نسبت تعداد نوترون به پروتون برحسب دما رسم شده است. سه نقطه روی منحنی مراحل را مشخص می‌کنند که در آن این نسبت عملاً فراوانی هلیم را تعیین می‌کند: سه مورد نشان داده شده نظیر $l = 2, 3, 4$ گونه نوترینوست.

از واکنش کاملاً لپتونی مانند واکنش زیر بزرگتر است



همین طور، چگالیهای لپتون به کاررفته در (۲۷.۵) به طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر از چگالیهای نوکلئونی است که اکنون در نظر می‌گیریم. بنابراین، احتمال اینکه یک نوکلئون با هر نوترینویی برهم‌کنش کند از احتمال برهم‌کنش یک نوترینو با هر نوکلئون بیشتر است. نتیجه آن می‌شود که دمای مؤثری که در آن p و n از تعادل ترمودینامیکی خارج می‌شوند کمتر از دمای مؤثر واجفتیدگی نوترینو خواهد بود که قبلاً تعیین کردیم.

به لحاظ کمی، سطح مقطع به جای $\Sigma \propto T^2$ که در (۲۶.۵) داشتیم به صورت $\propto T$ است، و دمای مؤثر واجفتیدگی T_* که در آن آهنگ واکنش تقریباً در حدود H است به صورت $K < 10^1$ در می‌آید. توجه کنید که اگر عالم با سرعت بیشتر منبسط می‌شد، T زیادتر بود و نسبت N_n/N_p در واجفتیدگی که از (۴۲.۵) به دست می‌آمد بیشتر می‌شد. در بخش ۱.۵.۵ در هنگام مربوط ساختن فراوانی هلیم به تعداد گونه‌های نوترینو به این نکته خواهیم پرداخت.

هنگامی که تعادل ترمودینامیکی دیگر برقرار نباشد، نسبت N_n/N_p دیگر از رابطه (۴۲.۵) به دست نمی‌آید، بلکه از ملاحظات تفصیلی واکنشهای خاص به دست می‌آید که در آنها نوکلئونها دخیل‌اند.

بنابراین، با خنک شدن بیشتر عالم، این نسبت از واکنشهایی به دست می‌آیند که پروتونها را به نوترونها تبدیل می‌کنند و برعکس. این واکنشها اصولاً برهم‌کنشهای ضعیف از نوع زیر هستند



آهنگ این واکنشها را سطح مقطعهایی تعیین می‌کنند که با توجه به نظریه برهم‌کنشهای ضعیف محاسبه شده‌اند. قبل از تثبیت نظریه پیمانهای الکتروضعیف در اواخر سالهای ۱۹۷۰، برای این محاسبه‌ها از نظریه $V-A$ برهم‌کنشهای ضعیف استفاده می‌شد. در اینجا، به جزئیات این محاسبه نمی‌پردازیم، هدف به دست آوردن معادله دیفرانسیل برای نسبت زیر است

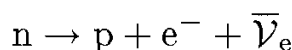
$$X_n = \frac{N_n}{N_p + N_n}. \quad (43.5)$$

اگر $\lambda(n \rightarrow p)$ آهنگ تبدیل نوترون به پروتون را نشان دهد و $\lambda(p \rightarrow n)$ نشانگر آهنگ تبدیل پروتون به نوترون باشد، X_n در معادله زیر صدق می‌کند

$$\frac{dX_n}{dt} = (1 - X_n)\lambda(p \rightarrow n) - X_n\lambda(n \rightarrow p). \quad (44.5)$$

آهنگهای λ به تابعهای توزیع لپتونها بستگی دارند، آنها به نوبه خود تابع دما هستند که به عامل مقیاس عالم در حال انبساط بستگی دارد. انتگرال‌گیری از (۴۴.۵) باید به صورت عددی انجام شود، و این کار ادامه می‌یابد تا همه زوجهای e^\pm از مخلوط خارج شوند. این کار در $T \geq 10^9 K$ صورت می‌گیرد.

وقتی همه e^\pm از بین رفته باشند، هنوز امکان واپاشی نوترونها از طریق واکنش زیر وجود دارد



که زمان مشخصه آن $\tau = 1.013s$ است. بنابراین، از زمانی که زوجها ناپدید شوند تا شروع سنتز هسته‌ای نسبت X_n نوترون با ضریب نمایی $\exp(-t/\tau)$ کاهش می‌یابد.

پس در شروع سنتز هسته‌ای که همه پارامترهای فرایند برهم‌کنش ضعیف را می‌دانیم، نسبت نوترون به پروتون به صورت یکتا تعیین می‌شود. این یک جنبه مفید نظریه سنتز هسته‌ای آغازین است که کوشیرو هایاشی^۱ متذکر شد و اکنون به بحث درباره آن می‌پردازیم.

۵.۵ سنتز هسته‌های سبک

یک نمونه هسته Q با دو کمیت جرم اتمی A و عدد اتمی Z مشخص و به صورت زیر نوشته می‌شود

$${}^A_ZQ.$$

هسته دارای Z پروتون و $(A - Z)$ نوترون است. اگر جرم هسته باشد، انرژی بستگی آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$B_Q = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_Q]c^2. \quad (۴۵.۵)$$

اکنون یک واحد حجم در محیط کیهان‌شناختی را در نظر می‌گیریم که حاوی N_n نوکلئون مقید یا آزاد است. چون جرم پروتون و نوترون تقریباً مساوی است، می‌توان جرم یک نمونه نوکلئون را با m نشان داد. بنابراین $m_n \approx m_p = m$. اگر N_n نوترون آزاد و N_p پروتون آزاد دو مخلوط وجود داشته باشد

$$X_n = \frac{N_n}{N_N}, \quad X_p = \frac{N_p}{N_N} \quad (۴۶.۵)$$

کسر وزنی نوترونها و پروتونهای آزاد را نشان می‌دهد. اگر یک نمونه هسته مقید Q دارای جرم A باشد، تعداد N_Q از آنها در واحد حجم وجود دارد، و می‌توان کسر وزنی Q را به صورت زیر نشان داد

$$X_Q = \frac{N_Q A}{N_N}. \quad (۴۷.۵)$$

حال در دماهای بسیار زیاد ($T \gg 10^9 \text{ K}$)، انتظار داریم که هسته‌ها در تعادل گرمایی باشند. اما، حتی در این دماها $T \ll T_Q$ و فرمول (۴۵.۵) صادق است. به علاوه، چون به چگالیهای عددی نسبی علاقه مندیم، دیگر نمی‌توانیم پتانسیلهای شیمیایی را نادیده بگیریم. از این رو

$$N_Q = g_Q \left(\frac{m_Q kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mu_Q - m_Q c^2}{kT} \right). \quad (۴۸.۵)$$

که در آن پتانسیلهای شیمیایی μ_Q را دوباره وارد کرده‌ایم. چون پتانسیلهای شیمیایی در واکنشهای هسته‌ای پایسته‌اند، داریم

$$\mu_Q = Z\mu_p + (A - Z)\mu_n \quad (۴۹.۵)$$

با فرض اینکه هسته‌ها بر اثر واکنش‌های هسته‌های نوترون‌ها و پروتون‌ها به وجود آمده باشند. با استفاده از معادله (۴۹.۵) پتانسیل‌های شیمیایی ناشناخته را می‌توان در رابطه (۴۸.۵) و رابطه‌های مشابه برای N_p و N_n حذف کرد. نتیجه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$X_Q = \frac{1}{4} g_Q A^{5/2} X_p^Z X_n^{A-Z} \xi^{A-1} \exp\left(\frac{B_Q}{kT}\right) \quad (50.5)$$

که در آن

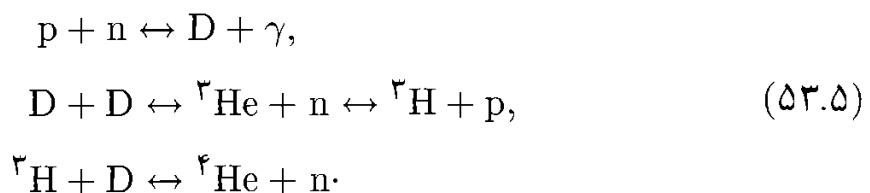
$$\xi = \frac{1}{4} N_N \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\right)^{-3/2} \quad (51.5)$$

برای تشکیل قابل ملاحظه هسته‌های پیچیده، T باید به اندازه کافی کم شود تا $\exp[B_Q/(kT)]$ برای جبران کوچکی ξ^{A-1} به اندازه کافی بزرگ باشد. این رویداد برای هسته Q هنگامی رخ می‌دهد که T به مقدار زیر کاهش یافته باشد

$$T_Q \sim \frac{B_Q}{k(A-1)|\ln \xi|} \quad (52.5)$$

بگذارید ببینیم وقتی فرمول بالا را در مورد هسته ${}^4\text{He}$ به کار ببریم چه اتفاقی می‌افتد. انرژی بستگی این هسته $4/3 \times 10^{-5} \text{ erg}$ است. اگر این مقدار را در (۵۰.۵) بگذاریم و N_N را از مقدار کنونی چگالی نوکلئون‌ها که در حدود 10^{-6} cm^{-3} است برآورد کنیم، درمی‌یابیم که $T_Q \sim 3 \times 10^9 \text{ K}$ (تمرین ۲۳). اما، در این دمای کم چگالی‌های عدد نوکلئون‌های درگیر به اندازه‌ای کوچک است که برخوردهای چهار جسمی که به تشکیل ${}^4\text{He}$ می‌انجامد بسیار نادرند. بنابراین، باید به صورتی که کمتر بلند پروازانه باشد، تشکیل هسته‌های پیچیده را توجیه کنیم.

از این رو، برخوردهای دو جسمی را (که چندان نادر نیستند) برای توجیه تشکیل هسته‌های سنگینتر امتحان می‌کنیم. دوتریم (D)، تربتیم (${}^3\text{H}$) و هلیم (${}^3\text{He}$ و ${}^4\text{He}$) در واکنش‌های زیر تولید می‌شوند



چون در تشکیل دوتریم فقط برخوردهای دو جسمی دخیل‌اند، فراوانی آن به سرعت به مقدار تعادل

زیر می‌رسد

$$X_D = \frac{3}{\sqrt{2}} X_p X_n \xi \exp\left(\frac{B_D}{kT}\right). \quad (54.5)$$

به هر حال، انرژی بستگی B_D دوتریم به اندازه‌ای کوچک است مگر اینکه مقدار T به کمتر از 10^9K برسد، برای آغاز واکنشهای دیگری که به ${}^3\text{H}$ ، ${}^3\text{He}$ ، و ${}^4\text{He}$ می‌انجامد به اندازه کافی زیاد نیست. در واقع، واکنشهای (۵۳.۵)، به استثنای واکنش اول، قبل از کم شدن دما تا مقادیرهای 10^8K با سرعت کافی صورت نمی‌گیرند.

اگرچه در این دماها، سنتز هسته‌ای با سرعت کافی انجام می‌گیرد، اما این واکنشها فراتر از ${}^4\text{He}$ نمی‌روند. علت آن است که هیچ هسته پایدار دارای A برابر ۵ تا ۸ وجود ندارد، و هسته‌های سنگینتر از ${}^4\text{He}$ بلافاصله پس از تشکیل شکسته می‌شوند. فراوانی آغازین آنها بسیار کوچک است. بنابراین، فرایند در اینجا متوقف می‌شود. محاسبه‌های دقیق توسط چند نفر این نتیجه را کاملاً تأیید کرده است.

بنابراین، با شروع از نوترون و پروتونهای آغازین، سرانجام دارای هسته‌های ${}^4\text{He}$ و پروتونهای آزاد خواهیم شد. همه نوترونها را هسته‌های هلیم بلعیده‌اند. از این رو، اگر کسر وزنی هلیم آغازین را در نظر بگیریم، رابطه آن با کمیت X_n ، تراکم نوترون قبل از آغاز سنتز هسته‌ای، بسیار ساده می‌شود. اگر این کسر وزنی را با نماد Y نشان دهیم، به دست می‌آوریم

$$Y = 2X_n. \quad (55.5)$$

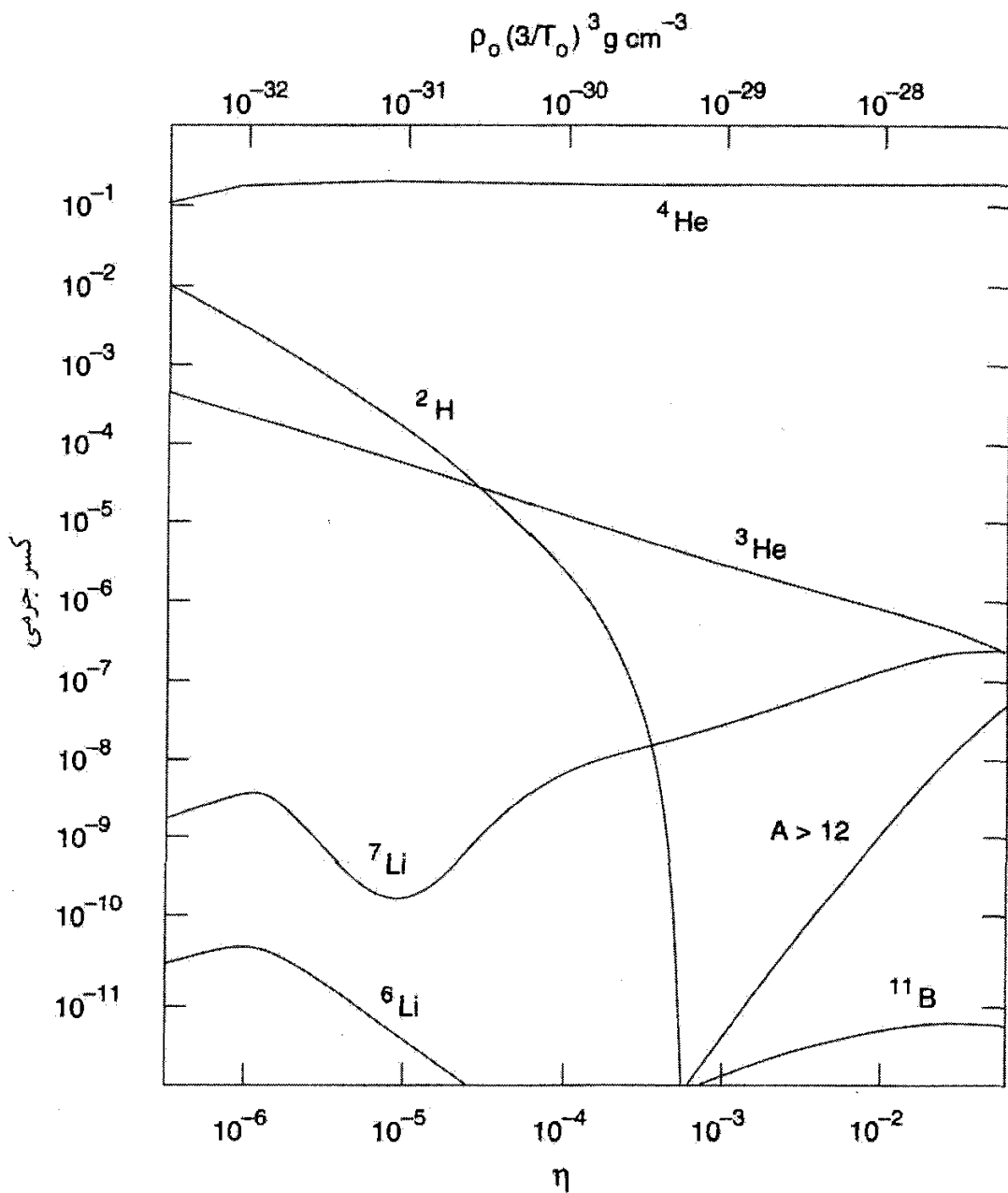
در شکل ۵.۵ کسرهای وزنی ${}^4\text{He}$ ، ${}^3\text{He}$ ، ${}^2\text{H}$ ، و غیره برحسب پارامتر η ، که به صورت زیر تعریف می‌شود، رسم شده است

$$\eta = \left(\frac{\rho_0}{1.97 \times 10^{-26} \text{g cm}^{-3}}\right) \left(\frac{2.7}{T_0}\right)^3. \quad (56.5)$$

بنابراین، η اصولاً معیاری از چگالی نوکلئون در عالم اولیه از طریق فرمول زیر است

$$\rho = \eta T_9^3, \quad T_9 < 3. \quad (57.5)$$

اکنون به بحث درباره تأثیر این پارامتر در تولید آغازین هسته‌های سبک می‌پردازیم.



شکل ۵.۵ فراوانیهای آغازین هسته‌های سبک برحسب چگالی کنونی ماده در عالم فرض شده است که سه نوع نوترینو وجود دارد. رابطه میان ρ_0 و η از (۵۶.۵) به دست می‌آید.

۱.۵.۵ هلیوم آغازین و گونه‌های نوترینو

توجه کنید که کسر وزنی هلیوم به پارامتر η بستگی ندارد. زیرا، همان‌طور که دیدیم، مقدار آن فقط تابع X_n است، که شدیداً به دوره‌ای بستگی دارد که آهنگ برهم‌کنشهای ضعیف به کمتر از آهنگ انبساط تقلیل یافته است. با رجوع به (۴۲.۵) می‌بینیم که در مراحل بسیار ابتدایی نسبت نوترون به پروتون تابع دمای T_* است. آهنگ انبساط سریعتر ایجاب می‌کند که این نسبت در دماهای بالاتری منجمد شود، و در نتیجه به فراوانی ${}^4\text{He}$ بالاتری می‌انجامد.

برای مشاهده کمی این اثر، از (۴۲.۵) به خاطر دارید که یک «عصر آخر» برای دمای T_* وجود داشته است که در آن نسبت نوترون به پروتون را ملاحظات تعادل ترمودینامیکی تعیین می‌کرده است:

$$x = \frac{N_n}{N_p} = \exp\left(-\frac{1/5}{T_{*10}}\right). \quad (58.5)$$

دمای T_* از مساوی قرار دادن ثابت هابل H با آهنگ واکنش η برای تبدیلهای $n \leftrightarrow p$ به دست می‌آمده است. اکنون داریم

$$\eta \propto T_*^4 \quad \text{و} \quad H \propto g^{1/2} T_*^2$$

به طوری که

$$T_*^2 \propto g^{1/2}. \quad (59.5)$$

اگر برای کسر وزنی هلیوم بنویسیم $Y = 2N_n/(N_n + N_p)$ ، می‌توانیم تغییر Y را بر اثر تغییر g (به واسطه افزایش طعمهای نوترینو) به صورت زیر برآورد کنیم. با $g \rightarrow g + \delta g$ ، رابطه‌های بالا ایجاب می‌کند $x \rightarrow x + \delta x$ ، $Y \rightarrow Y + \delta Y$ ، که

$$\delta Y = -\frac{x \ln x}{(1+x)^2} \frac{\delta g}{g}. \quad (60.5)$$

اگر l خانواده لپتون وجود داشته باشد،

$$g = \frac{V}{8}(4 + 2l) + 20. \quad (61.5)$$

از این رو، افزایش $l = 2$ به $l = 3$ می‌دهد $\delta g/g \sim \frac{1}{5}$. برای $Y = \frac{1}{4}$ ، $x = \frac{1}{5}$ به دست می‌آوریم $\delta Y \approx 0.2\%$.

این نتیجه در ارتباط با این پرسش است که چند نوع نوترینوی آغازین وجود داشته است. در صورت‌گرایی GUT که در فصل ۶ بیان خواهد شد سه نوع نوترینوی ν_e ، ν_μ و ν_γ وجود دارد. صورت‌گراییهای دیگر وجود حتی نوترینوهای بیشتر را مجاز می‌دارند و در نتیجه مقدار Y را افزایش می‌دهند. وقتی به رصدها بنگریم، متوجه خواهیم شد که فراوانی فعلی هلیوم وجود بیش از سه نوع نوترینو را منتفی می‌سازد.

جالب است توجه کنیم که آزمایشهای انجام شده در شتابگر ذرات نیز به همین نتیجه‌گیری می‌انجامند. یک سری آزمایش که در سال ۱۹۹۰ با برخوردگر بزرگ الکترون-پوزیترون^۱ (LEP) در سرن انجام شد (نگاه کنید به شکل ۶.۵) بوزونهای میانی Z^0 را به تعداد زیاد تولید کرد. وجود

1. Large Electron-Positron Collider



شکل ۶.۵ برخوردگر بزرگ الکترون-پوزیترون (LEP) در سرن، ژنو که در آن آزمایشها حدودی را بر تعداد گونه‌های نوترینو اعمال کرده است. ذرات در عبور از حلقه‌ای عظیم که مطابق شکل در چندین کیلومتر گسترده شده است تا انرژیهای بسیار زیاد شتاب می‌گیرند.

این ذرات (که برهم‌کنشهای الکتروضعیف را مبادله می‌کنند) را می‌توان از آشکارسازی قله‌هایی در سطح مقطع تولید هادرونها و لپتونها برحسب انرژی نتیجه گرفت. عرض قله طول عمر بوزون Z^0 را تعیین می‌کند که با تعداد گونه‌های موجود نوترینو در ارتباط است. برآوردها به وجود سه نوع نوترینو بسیار نزدیک است که با ملاحظات کیهان‌شناختی بالا سازگاری دارد. این واقعیت موفقیت قابل ملاحظه‌ای را در کار پیوند کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات نشان می‌دهد.

۲.۵.۵ دوتریم و هسته‌های سبک دیگر

برخلاف رفتار Y ، که حساسیت چندانی به η ندارد، فراوانی سایر هسته‌ها تابع η است. این فراوانیها در مقایسه با Y کوچک‌اند. سرانجام، فقط هسته‌های سنگینتر از ${}^4\text{He}$ باقی می‌مانند؛ ${}^3\text{H}$ (تریتم) به ${}^3\text{He}$ وامی‌پاشد. از هسته‌های سنگینتر از ${}^4\text{He}$ ، فقط ${}^7\text{Li}$ (لیتیم) به مقدار قابل ملاحظه‌ای وجود دارد، اگرچه مقدار آن از ${}^3\text{He}$ کمتر است. جالبترین وضعیت برای دوتریم وجود دارد، که فراوانی آن با افزایش η به بیش از 10^{-4} به سرعت فرو می‌افتد. برآورد فعلی کسر جرمی دوتریم

$10^{-5} \sim 2 \times 10^{-5}$ است. از شکل ۵.۵، داریم $\eta \cong 2 \times 10^{-5}$ برای $T_0 = 2,7\text{K}$. این نظیر چگالی کنونی زیر است

$$\rho_0 \sim 4 \times 10^{-31} \text{g cm}^{-3}. \quad (62.5)$$

از مقایسه این مقدار با (۴۵.۴)، مشاهده می‌کنیم که برای $h_0 \Omega_b^2 \lesssim 0.1^2$ و در نتیجه $q_0 \lesssim 0.1$. بنابراین، حتی اگر مقدار کمی از دوتریم دارای منشأ آغازین یافت شود، مدل‌های فریدمان از نوع بسته بی‌اعتبار می‌شوند. به هر حال، گریزگاهی در این استدلال وجود دارد: می‌توانیم ماده غیرباریونی را وارد عالم کنیم. این ماده در فراوانی دوتریم تأثیری ندارد، اما در Ω_b سهمیم است. ماده از این نوع باید تاریک باشد. درباره شرایط رصدی و ماده تاریک در فصل ۱۰ بحث خواهیم کرد.

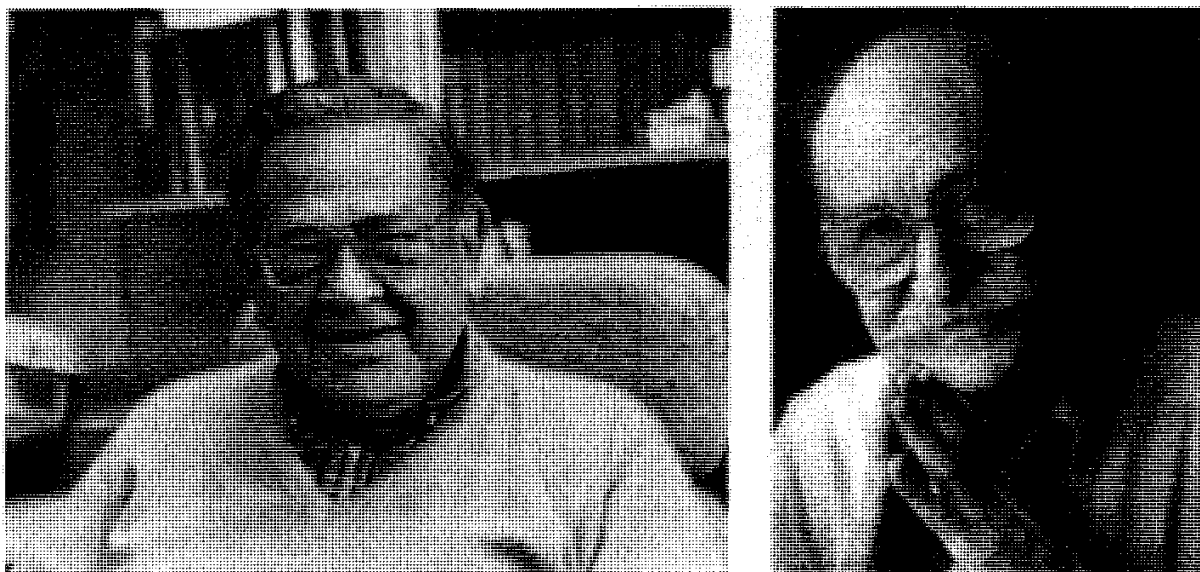
شکل ۵.۵ نشان می‌دهد که تولید آغازین هسته‌های سنگین ($A \geq 12$) بسیار کم است، و به هیچ وجه نمی‌تواند فراوانیهای مشاهده‌شده را توجیه کند. علت اصلی این موضوع آن است که هیچ هسته پایداری با $A = 5, 8$ وجود ندارد. بنابراین، هر تلاشی در جهت سنتز هسته‌های سنگینتر با افزودن پروتون یا چیز دیگر به ${}^4\text{He}$ به شکست می‌انجامد. در واقع، برای عبور از این گاف و رسیدن به هسته‌های پایدار سنگینی چون ${}^{12}\text{C}$ و ${}^{16}\text{O}$ ، باید سناریوهای متفاوتی را در نظر بگیریم. اعماق ستارگان در مسیر رسیدن به مرحله غولهای سرخ برای ساخت چنین هسته‌هایی مناسب است. در واقع مقاله کلاسیک مارگارت و جفری بریج^۱، ویلیام فاولر^۲ و فرد هویل در سال ۱۹۵۷ (این سه مؤلف را پس از این $B^2\text{FH}$ می‌نامیم) نشان داد که چگونه می‌توان این هسته‌ها را در مراحل مختلف تحول ستاره‌ای ساخت.

می‌توان به این جمع‌بندی رسید که این انتظار گاموف که سنتز هر نوع هسته در عالم اولیه امکان‌پذیر بوده تا اندازه‌ای محقق شده است. این ایده برای هسته‌های سبکی چون D ، ${}^3\text{He}$ ، و غیره موفق است. برای به دست آوردن هسته‌های سنگینتر از ${}^4\text{He}$ (و احتمالاً ${}^7\text{Li}$)، اختریف‌یکدانان باید در پی منابع دیگر یعنی ستارگان باشند.

۶.۵ زمینه ریزموج

گاموف و همکارانش آلفر و هرمن (نگاه کنید به شکل ۷.۵) پیش‌بینی دیگری را هم کرده بودند، که ظاهراً تأیید شده است. پیش‌بینی آنها این بود که فوتونهای دوره اولیه داغ پس از خنک شدن

1. Margaret and Geoffrey Burbidge 2. William Fowler



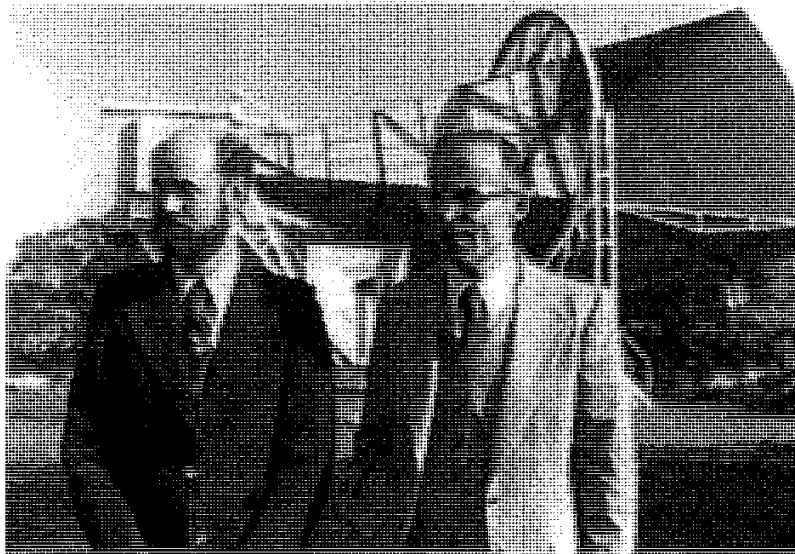
شکل ۷.۵ رالف آلفر (چپ) و رابرت هرمن (راست)، که در سال ۱۹۴۸ وجود تابش زمینه باقیمانده را از محاسبه‌های خود (به اتفاق جورج گاموف) دربارهٔ سنتز هسته‌های اولیه پیش‌بینی کردند.

در حال حاضر یک تابش زمینه گرمایی در ناحیهٔ ریزموج را به وجود آورده‌اند. آلفر و گاموف دمای فعلی این تابش را ۵K برآورد کرده بودند. در نبود مبنای کمی محکم، این برآورد بیشتر حدس و گمان بود. خود گاموف در یک مقالهٔ بعدی دما را ۷K حدس زد و سپس در گام‌های متوالی آن را تا ۵۰K افزایش داد. در سالهای ۱۹۵۰، ایده‌های مربوط به سنتز هسته‌های اولیه چندان مورد توجه قرار نگرفت، زیرا نظریه‌ای وجود نداشت که منشأ هسته‌های سنگین را توضیح دهد. با موفقیتی که سنتز هسته‌ها در ستارگان در این زمینه به دست آورد، علاقه به سناریوی برای سنتز هسته‌های اولیه کم شد و پیش‌بینی بقایای تابش زمینه کم‌وبیش به فراموشی سپرده شد.

با این همه، در اوایل سالهای دههٔ شصت با تشخیص این مطلب که همهٔ هلیوم موجود در عالم می‌توانند در ستارگان ساخته شده باشند، علاقه به مرحلهٔ آغازین عالم دوباره زنده شد، کار فرد هویل و راجر تیلر^۱ در کمبریج بریتانیا و رابرت دیکی و جیم پیبلز در پرینستون ایالات متحده و یاکوب زلدویچ^۲ در مسکو شوروی در سالهای ۱۹۶۴-۶۵ نشان داد که شکل تجدیدنظر شده‌ای از برنامه سنتز هسته‌ای گاموف می‌تواند فراوانی هلیوم را به درستی تعیین کند. بنابراین ایده تابش باقیمانده برای دیکی به اندازهٔ کافی جذاب شد تا یک آزمایش تابش‌سنجی برای آشکارسازی آن را برنامه‌ریزی کند.

همان‌طور که قبلاً گفتیم، این تابش را اولین بار آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون (نگاه کنید به شکل ۸.۵)، در سال ۱۹۶۵ به صورت کم‌وبیش شانسی آشکار ساختند. آنها می‌خواستند از یک

1. Roger Tayler 2. Yakob Zel'dovich



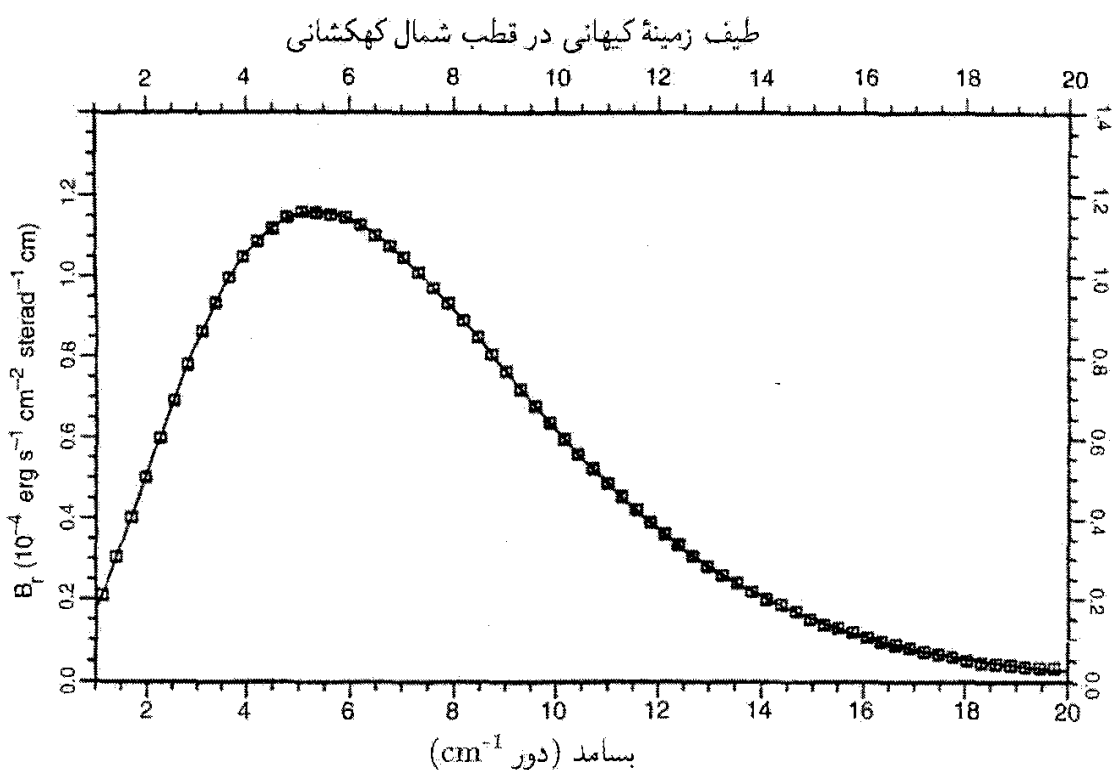
شکل ۸.۵ رابرت ویلسون و آرنو پنزیاس در مقابل آنتن شیپوری خود، که برای کشف زمینه ریزموج به کار رفت.

آنتن بازتابی شیپوری 2° فوتی برای مطالعه تابش ریزموج در راه شیری استفاده کنند. در هنگام آزمایش آنتن، آن را در جهت‌های مختلف قرار دادند و از طول موج 7.35cm استفاده کردند، زیرا نوبه کیهکشان را چندان جذب نمی‌کند. این اندازه‌گیری‌های آزمون‌های حاوی یک مؤلفه همسانگرد بدون توجیه بود، یعنی نمی‌شد آن را به هیچ چشمه کیهکشان یا فراکیهکشان نسبت داد. فقط هنگامی که آنها یادداشتهای خود را با گروه پرینستون مقایسه کردند توانستند آن را به‌عنوان تابش زمینه باقیمانده شناسایی کنند.

اندازه‌گیری پنزیاس-ویلسون در یک طول موج انجام شد، اگر قرار بود آن را به‌عنوان تابش جسم سیاه تفسیر کنند، دمای آن 3.5K می‌شد. در فصل ۱۰ درباره جزئیات رصدهای بعدی این تابش بحث خواهیم کرد. شکل ۹.۵ طیف این تابش را نشان می‌دهد که ماهواره کاوشگر زمینه کیهانی^۱ (COBE) در سال ۱۹۹۰ آن را با دمای $2.735 \pm 0.006\text{K}$ اندازه گرفته است. سرشت جسم سیاه منحنی مربوط به شدت بسامد تا اندازه زیادی درستی آن را تأیید کرده است. برای مشاهده اینکه این زمینه چگونه تشکیل شده است باید تاریخچه عالم اولیه را در مراحل پس از سنتز هسته‌ای بررسی کنیم.

عصر سنتز هسته‌ای هنگامی آغاز شد که دما در حدود 10^9K بود. عالم در مرحله‌های بعدی با انبساط یافتن خنک شد و فشار تابش به صورت S^{-1} کاهش یافت. حضور هسته‌ها، پروتونهای آزاد، و الکترون‌ها تأثیر چندان بر دینامیک عالمی که هنوز تحت سیطره تابش بود نداشت. اما، این

1. Cosmic Background Explorer



شکل ۹.۵ طیف تابش زمینه ریزموج که ماهواره COBE اندازه گرفته است با منحنی پیوسته‌ای که از مستطیلهای خطا می‌گذرد و بهترین برازش به منحنی جسم سیاه در دمای 2.725 K را نشان می‌دهد.

ذرات، به‌ویژه سبکترین آنها، یعنی الکترون‌ها به‌عنوان مرکزهای پراکندگی برای تابش محیط عمل می‌کردند و آن را گرمایی نگه می‌داشتند. بنابراین، عالم در ابتدا کدر بود.

اما، با خنک شدن عالم، جاذبه الکتریکی بین الکترون و پروتون نمایان شد. در محاسبه‌های تقضیلی پی. جی. ای. پیلزا، مخلوط الکترون‌ها و پروتون‌ها و اتمهای هیدروژن در دماهای مختلف مطالعه شدند. به‌علت دافعه کولنی بین الکترون و پروتون، اتم هیدروژن دارای انرژی بستگی معین است. بنابراین، مسئله تعیین چگالیهای عددی نسبی الکترونهای آزاد، پروتونهای آزاد (یعنی یونها)، و اتمهای هیدروژن (H) خنثی در تعادل گرمایی مشابه چیزی است که قبلاً در به‌دست آوردن (۵.۵) در بخش ۵.۵ برای مخلوط نوکلئونهای آزاد و مقید انجام دادیم. تنها تفاوت آن است که در این حالت پیوند الکتروستاتیکی است نه هسته‌ای. با استفاده از همان روش، فرمولی را به‌دست می‌آوریم که چگالیهای عددی الکترونها (N_e)، پروتونها ($N_p = N_e$)، و اتمهای H (N_H) را در دمای معین T به هم مربوط می‌کند:

$$\frac{N_e^2}{N_H} = \left(\frac{m_e k T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{B}{kT}\right) \quad (۶۳.۵)$$



شکل ۱۰.۵ مقنادهای ساها (۱۹۵۶-۱۸۹۳).

که در آن m_e جرم الکترون است. این معادله حالت خاصی از معادله یونش ساهاست. در حوالی سال ۱۹۲۰ مقنادهای ساها^۱ (نگاه کنید به شکل ۱۰.۵) مسئله یونش را در شرایط جوهای ستاره‌ای بررسی کرد و معادله خود را به دست آورد.

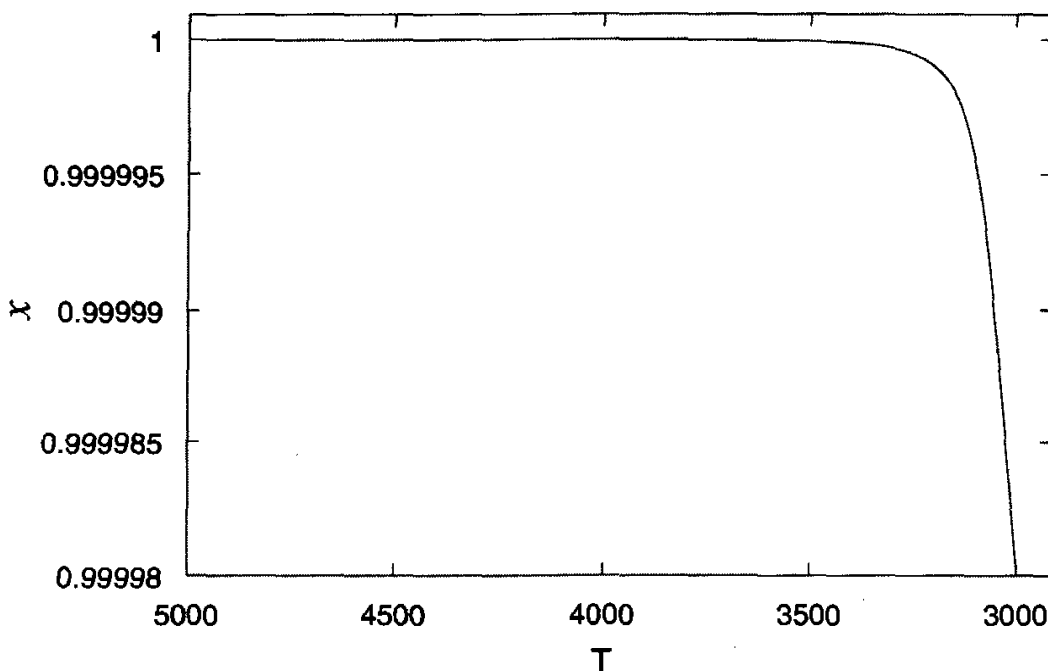
اگر N_B چگالی عددی باریونی کل باشد، می‌توانیم کسر یونش را با نسبت زیر نشان دهیم

$$x = \frac{N_e}{N_B} \quad (۶۴.۵)$$

سپس، چون $N_H = N_B - N_e$ ، از (۶۳.۵) به دست می‌آوریم

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{N_B} \left(\frac{m_e k T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{B}{kT}\right) \quad (۶۵.۵)$$

برای اتم H، $B = ۱۳,۵۹\text{eV}$. با قرار دادن مقادیر عددی در طرف راست (۶۵.۵)، می‌توان x را بر حسب T به دست آورد. نتیجه‌های حاصل (شکل ۱۱.۵) نشان می‌دهند که در گستره دماهای حدود ۵۰۰۰ K تا ۲۵۰۰ K مقدار x ، بر حسب مقدار N_B ، یعنی پارامتر $\Omega_0 \cdot h_0^2$ (فصل ۴)، از ۱ به نزدیک صفر فرو می‌افتد. به عنوان مثال، برای $\Omega_0 \cdot h_0^2 = ۰.۱$ ، در $T = ۳۰۰۰\text{K}$ به دست می‌آوریم $x = ۰.۰۰۳$.



شکل ۱۱.۵ نمودار x برحسب T نشان می‌دهد که چگونه عالم با افت دما رفته‌رفته شفاف و تعداد الکترونهاى آزاد کم شده است.

بنابراین، در این زمان بیشتر الکترونهاى آزاد از آمیزه کیهان شناختی خارج شده‌اند، و در نتیجه عامل اصلی پراکندگی تابش از صحنه خارج شده است. اکنون، عملاً برای تابش شفاف می‌شود. این دوره را عصر بازترکیب می‌نامند، گرچه واژه «بازترکیب» نامناسب است زیرا الکترونها در این عصر برای اولین بار ترکیب می‌شوند. بهتر است که آن را «عصر آخرین پراکندگی» بنامیم. شفاف شدن عالم به معنی آن است که فوتون نور می‌تواند مسافت زیادی را ($\sim c/H$) بدون جذب یا پراکنده شدن طی کند. بنابراین، این عصر آغاز مرحله واجفتیدگی ماده از تابش است. این دوره تا عصر کنونی ادامه داشته است. در این مرحله، بسامد هر فوتون طبق قاعده زیر انتقال به سرخ یافته است

$$\nu \propto \frac{1}{S}, \quad (66.5)$$

در حالی که چگالی فوتونها به صورت زیر کاهش می‌یابد

$$N_{\gamma} \propto \frac{1}{S^3}. \quad (67.5)$$

به راحتی می‌توان دید که در این شرایط تابع توزیع فوتون با کاهش دما به صورت زیر شکل پلانکی خود را حفظ می‌کند.

$$T \propto \frac{1}{S} \quad (68.5)$$

بنابراین، دمای کنونی زمینه 2.7K به معنی آن است که عصر واجفتیده شدن ماده از تابش نظیر انتقال به سرخ 10^3 است. اما، در بخش ۳.۴ دیدیم که عالم در حوالی همین عصر از سیطره تابش خارج و به دوران تسلط ماده منتقل شده است. اینکه چرا گذار از تیرگی به شفافیت و از عصر تسلط تابش به دوران سیطره ماده باید همزمان صورت گیرد را فعلاً نمی‌توان توجیه کرد و باید آن را تصادفی تلقی کرد.

نتیجه دیگری که هنوز فیزیک عالم اولیه قادر به توجیه آن نیست نسبت مشاهده شده فوتونها به باریونهاست

$$\frac{N_\gamma}{N_B} = 3,33 \times 10^9 (\Omega_b h_0^2)^{-1} \left(\frac{T_0}{2.7} \right)^3. \quad (69.5)$$

این نسبت از زمان شفاف شدن عالم پایسته مانده است، اگرچه N_γ و N_B را می‌توان به صورت نظری در عصرهای قبل از آن مطالعه کرد. چرا این نسبت به دست آمده است و نه مقداری دیگر؟ بسیاری از فیزیکدانان بر این باورند که برای حل این معما باید از ایده‌های فیزیک ذرات استفاده کرد. به هر حال، علامت مهم تابش باقیمانده طیف آن است. اختلالهای مختصری در تابش زمینه وجود دارد که بر اثر تشکیل ساختارهای گسسته به وجود آمده‌اند. اما سوای این مطلب، باید شکل طیف زمینه را بسیار نزدیک به شکل پلانکی به دست آوریم. وقتی درباره مشاهده‌های موجود درباره زمینه ریزموج صحبت می‌کنیم باید این پیش‌بینی را به خاطر داشته باشیم.

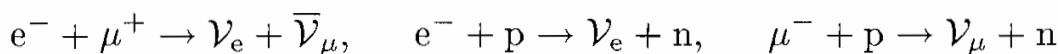
۷.۵ اظهارنظرهای نهایی

مطالعات ما درباره عالم اولیه در این فصل با عصری آغاز شد که در آن عالم بسیار داغ بود و سن آن به زحمت به 10^{-4}s می‌رسید. این عصر در انتقال به سرخ 10^3 و هنگامی که عالم شفاف شد به پایان رسید. اکنون دو راه پیش پای ما وجود دارد: رو به عقب از 10^{-4}s یا رو به جلو تا دوره انتقال به سرخ 10^3 . در فصل ۶ به عقب برمی‌گردیم؛ در فصل ۷ جلو می‌رویم.

تیرگی عالم مانع از آن می‌شود که انتقال به سرخهای 10^3 را مستقیماً «بینیم». بنابراین، هر دلیلی بر وجود مهبانگ یا عالم داغ را باید به صورت غیرمستقیم دریافت کرد. از این نظر فراوانی هسته‌های سبک و جزئیات زمینه ریزموج تنها وسیله‌های بررسی تاریخچه اولیه عالم هستند. اگر کار انجام شده در فصل ۶ بتواند پیش‌بینی‌های آزمون‌پذیری بکند، موفقیتی به حساب خواهد آمد.

تمرینها

۱. چه استدلالهایی باعث شد که جورج گاموف مفهوم مهبانگ داغ را مطرح کند.
۲. مقدارهای c ، G ، و a را در (۷.۵) بگذارید و ضریب عددی (۸.۵) را به دست آورید.
۳. نمودار T بر حسب t را که به صورت رابطه (۸.۵) داده شده است بر روی مقیاس $\log\text{-}\log$ رسم کنید تا تغییرات دما بر حسب زمان به دست آید. با بهره‌گیری از این نمودار سن عالم را وقتی دما برابر (الف) 10^{12}K ، (ب) 10^{11}K ، و (ج) 10^9K بوده است به دست آورید.
۴. از کتاب درسی مکانیک آماری، استدلالهایی را که به تابعهای توزیع (۹.۵) انجامیده است به دست آورید.
۵. از روی واکنشهای



پتانسیلهای شیمیایی مربوطه را که در رابطه‌های زیر صدق کنند به دست آورید

$$\mu_{e^-} - \mu_{\nu_e} = \mu_{\mu^-} - \mu_{\nu_\mu} = \mu_n - \mu_p$$

۶. استدلالهایی را بیان کنید که نشان دهند فقط چهار عدد کوانتومی مستقل پایسته در واکنشهای شیمیایی نوع مثال ۵ وجود دارد.
۷. رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵) را از فرمول (۹.۵) در تقریبی به دست آورید که در آن پتانسیلهای شیمیایی نادیده گرفته می‌شوند.
۸. از رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵) رابطه (۱۶.۵) را در تقریب دمایی زیاد به دست آورید.
۹. با بهره‌گیری از جدول ثابتهای موجود در انتهای کتاب، T_A را برای گونه‌های جدول ۱.۵ به دست آورید و اعداد موجود در جدول را بررسی کنید.
۱۰. از رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵)، رابطه (۱۷.۵) را در تقریب دمایی کم به دست آورید.
۱۱. رابطه (۲۰.۵) را از (۱۳.۵) و (۱۲.۵) مستقیماً به دست آورید.
۱۲. توصیف مک‌کرث-میلنه از کیهان‌شناسی نیوتونی را می‌توان در صورتی به عالم اولیه بسط داد که به جای چگالی تابش ρ در (۶.۴) $\rho + 3p$ را برای تابش بگذاریم. این نتیجه‌ها را با مقادیر مربوط به کیهان‌شناسی نسبیتی مقایسه کنید.
۱۳. همه واکنشهای ممکن را که شامل الکترون، موئون و نوترینوهای مربوطه و همه پادذره‌های آنهاست بنویسید.

۱۴. چرا نوترینو دارای عامل واگنی $g_\nu = 1$ است؟
۱۵. با بهره‌گیری از جدول مقادیر ثابت در انتهای کتاب رابطه (۲۴.۵) را به دست آورید.
۱۶. با استفاده از معادله‌های اینشتین (۲۴.۵) نتیجه بگیرید که اگر عالم با سرعت بیشتر منبسط می‌شد، نسبت نوترون به پروتون در دمای بالاتری منجمد می‌شد.
۱۷. استدلالهایی را بیان کنید که نشان دهد دمای نوترینو پس از واجفتیدن آن از بقیه ماده به صورت S^{-1} کاهش می‌یابد.
۱۸. چرا انتظار داریم که دمای فعلی نوترینو کمتر از دمای فوتون باشد؟ نسبت دو دما را از ملاحظات عالم اولیه به دست آورید.
۱۹. با بهره‌گیری از فرمولهای (۱۲.۵) تا (۱۴.۵)، نتیجه بگیرید که در مرحله نابودی e^- و e^+ و تولید فوتونها، از روی ثابت بودن σ نتیجه می‌گیریم که دمای فوتون T برحسب S طبق قانون زیر تغییر می‌کند

$$ST\xi(T) = \text{const.}$$

که در آن

$$[\xi(x)]^2 = 1 + \frac{15}{2\pi^4} \int_0^\infty \frac{y^2(3x^2 + 4y^2)dy}{\sqrt{x^2 + y^2}[\exp(\sqrt{x^2 + y^2}) + 1]}$$

۲۰. چگالی کل مخلوط آغازین بوزونها و فرمیونهای عالم اولیه در دمای T از فرمول زیر به دست می‌آید

$$\varepsilon = \frac{\pi^2}{30 \hbar^3 c^3} g_*(kT)^4$$

نشان دهید $g_* = g_b + \frac{7}{8}g_f$ که g_b واگنی اسپین کل همه بوزونها و g_f واگنی اسپین کل همه فرمیونهاست.

۲۱. به کمک تمرین ۲۰ نشان دهید که چگونه آهنگ انبساط عالم متأثر از تعداد گونه‌های مختلف ذرات نسبیتی موجود در آن است. تأثیر آن بر رابطه زمان-دما چیست؟

۲۲. با بهره‌گیری از رابطه‌هایی مانند (۴۸.۵)، μ_n ، μ_Q و μ_p را برحسب کمیت‌های باقیمانده بیان کنید. سپس با استفاده از (۴۹.۵) رابطه (۵۰.۵) را به دست آورید.

۲۳. انرژی بستگی هسته ${}^4\text{He}$ عبارت است از $4,3 \times 10^{-5} \text{erg}$. نشان دهید که برای این هسته $B/k(A-1) \cong 10^{11} \text{K}$. سپس فرض کنید که مقدار کنونی دمای تابش 3K ، و مقدار

مربوط به چگالی هسته 10^{-6}cm^{-3} است. با استفاده از این نتیجه که $N_N T^3 = \text{const.}$ نشان دهید که رابطه (۵۲.۵) مقدار T_Q برای ${}^4\text{He}$ را به صورت $3/2 \times 10^9 \text{K}$ می‌دهد. ۲۴. استدلالهایی را ذکر کنید که نشان دهند چرا فراوانی هلیوم آغازین به چگالی عددی باریونهای موجود در عالم حساس نیست.

۲۵. فراوانی کدام هسته‌ها می‌تواند آزمون حساسی برای چگالی باریونی در عالم باشد؟ ۲۶. آیا گریزگاهی به نظرتان می‌رسد که $\Omega_0 = 1$ را مجاز دارد و هنوز امکان تشکیل دزتیم را در مراحل آغازین در یک مدل استاندارد عالم داغ بدهد؟

۲۷. اگر m جرم نوکلئون و Ω_0 پارامتر چگالی باشد. نشان دهید که چگالی عددی کنونی باریونها برابر است با $(8\pi Gm) / (3H_0^2 \Omega_0)$. با بهره‌گیری از این فرمول و دمای کنونی زمینه ریزموج $T_0 = 2.7 \text{K}$ ، مقدار N_B در رابطه (۶۵.۵) را برآورد کنید. معادله ساها را برای $\Omega_0 = 0.1$ ، $h_0 = 1$ حل کنید و نشان دهید که در 3000K ، داریم $x = 0.003$.

۲۸. با بهره‌گیری از طیف جسم سیاه و کیهان‌شناسی فریدمان رابطه (۶۹.۵) را به دست آورید. نسبت N_ν / N_B مربوطه برای نوترینوها چیست؟

۲۹. نشان دهید که با انبساط عالمی که در آن دمای مؤثر به صورت S^{-1} کاهش می‌یابد، شکل طیف سیاه بدون تغییر می‌ماند.

۳۰. چرا نمی‌توان گذشته عالم را فراتر از انتقال به سرخ 10^3 مشاهده کرد؟

۳۱. کاندیداهای ممکن باقیمانده‌های مهبانگ کدام‌اند؟

۳۲. اگر طیف زمینه ریزموج تفاوت بارزی با شکل پلانکی داشته باشد، پیامدهای آن برای مهبانگ داغ چیست؟

۳۳. نشان دهید که پارامتر خمیدگی فضا h برای ثابت کیهان‌شناختی تأثیری در محاسبه‌های عالم اولیه ندارد.

۳۴. با استفاده از سطح مقطع پراکندگی تامسون برای الکترونها، نشان دهید که عمق اپتیکی عالم در عصر کنونی از رابطه $h_0 \Omega_0 \approx 0.18$ به دست می‌آید اگر همه الکترونها موجود در عالم آزاد و تعدادشان برابر تعداد باریونها می‌بود.

۳۵. با فرض اینکه در گذشته چگالی عددی الکترون به صورت $(1+z)^3$ افزایش یافته است، از تحلیل تمرین ۳۴ برای برآورد کوچکترین انتقال به سرخ که در آن عالم اینشتین-دوسیتیه برای تابش مات بوده است استفاده کنید. ($h_0 = 1$) را در نظر بگیرید. درباره این واقعیت که پاسخ شما بسیار کوچکتر از $z \sim 1000$ به دست می‌آید اظهار نظر کنید.



عالم نخستین

۱.۶ کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات

در فصل ۵ دربارهٔ ویژگیهای عالم مهبانگ صحبت کردیم که آغاز آن در عصری بود که عالم سنی برابر 10^{-42} s داشت، در آن هنگام مخلوطی از باریونها، مزونها، لپتونها، و فوتونها در تعادل ترمودینامیکی در دمای 10^{12} K بودند. دیدیم که چگونه این گاز داغ آغازین با انبساط و خنک شدن عالم تحول یافت. داستان خود را در مرحله‌ای به پایان رساندیم که هسته هلیم تشکیل شد، در آن زمان سن عالم در حدود ۳ دقیقه بود.

در سالهای ۱۹۶۰ گسترهٔ عصرهای بالا را توصیف‌کنندهٔ عالم اولیه در نظر می‌گرفتند. در واقع، در اواخر سالهای دههٔ چهل، وقتی جورج گاموف برای اولین بار به این موضوع پرداخت، جامعهٔ فیزیک آن را حدسی‌تر از آن در نظر می‌گرفت که بتوان جدی گرفت. با این همه، فراوانی هسته‌های موجود در عالم، دلیل قانع‌کننده‌ای به نفع این سناریو بود. در سال ۱۹۶۷، رابرت واگنر^۱، ویلیام فاؤلر و فرد هوپل به‌شدت تصویر سنتز هسته‌های اولیه را با استفاده از داده‌های هسته‌ای موجود

1. Robert Wagoner

در آن زمان بازسازی کردند و این موضوع را بر شالوده‌ای محکم بنا نهادند. کشف زمینه ریزموج اعتبار بیشتری به سناریوی عالم اولیه داغ بخشید.

بنابراین، اکنون کیهان‌شناسان با شهامت بیشتری به «عالم نخستین» علاقه نشان می‌دهند: یعنی عصر قبل از این مرحله، وقتی ماده به صورت حتی ابتدایی‌تر از چیزی بود که در بالا فرض کردیم. دلیل این تغییر بیش از آنکه به دستاوردهای کیهان‌شناسی مربوط شود با فیزیک ذرات در ارتباط است. دستاوردهای نظری فیزیک ذرات، که پیشرفت به طرف وحدت برهم‌کنشهای بنیادی فیزیک را نشان می‌دهد، پژوهشهای قابل ملاحظه‌ای در کیهان‌شناسی داشته است. در واقع، چون فیزیکدانان ذرات و کیهان‌شناسان مهبانگ کار مشترکی را در زمینه مطالعات عصرهای اولیه آغاز کرده‌اند که برای هر دو سودمند است، موضوع جدیدی به نام اختر فیزیک ذرات از اواخر دهه ۱۹۷۰ به وجود آمده است. منطق آن به‌قرار زیر است.

تاکنون، فیزیکدانان برای مطالعه برهم‌کنشهای ذرات در انرژیهای زیاد به شتابگرهای پرتوان متکی بوده‌اند. از نظریه کوانتومی مقدماتی، نتیجه می‌گیریم که برای کاوش فاصله‌های کوتاهتر و کوتاهتر، باید به تکانه‌های بالا و بالاتری دست یابیم. بنابراین، برای کاویدن ساختار ذراتی چون پروتون و پيون به شتابگرهای با انرژی زیاد نیازمندیم. شتابگرهای فعلی به انرژیهای حدود چند ده تا صدها $(1\text{GeV} = 10^9\text{eV} \approx 1.6 \times 10^{-3}\text{erg})$ رسیده‌اند. LEP موجود در آزمایشگاههای انرژی زیاد در سرن، ژنو، می‌تواند ذرات با انرژی حدود 10^3GeV تولید کنند. این مقادیر را می‌توان با انرژیهای 10^{16}GeV ، که در آن فیزیکدانهای ذرات بنیادی پدیده‌های جالب توجه وحدت را پیش‌بینی کرده‌اند، مقایسه کرد. انرژیهای در این گستره فراتر از چیزی است که فناوری می‌تواند در آینده قابل پیش‌بینی به آن دست یابد. بنابراین، ایده‌های وحدت به علت نداشتن قابلیت آزمون‌پذیری صرفاً به صورت حدس و گمان باقی مانده‌اند.

با توجه به این زمینه است که فیزیکدانان ذرات برای توجه به این موضوع که لحظه‌های اولیه عالم شتابگر پرنانرژی فقر است، به کیهان‌شناسی روی آورده‌اند، زیرا انرژی نوعی ذرات وقتی سن عالم 10^{-37}s بود، به اندازه «انرژی وحدت بزرگ» یعنی 10^{16}GeV می‌شد. اگر باز هم به مهبانگ نزدیکتر شویم، یعنی در محدوده 10^{-43}s از آن قرار بگیریم، به انرژیهای از مرتبه 10^{19}GeV می‌رسیم، که در آن دینامیک عالم را نظریه کوانتومی گرانش کنترل می‌کرده است. خلاصه آنکه، عالم نخستین تنها مکان ممکن برای تأثیر متقابل برهم‌کنشهای بنیادی مختلف در انرژیهای بسیار زیاد را در اختیارمان می‌گذارد. بدین سبب است که جامعه فیزیک از احتیاط و

تردید اواخر دههٔ چهل به حدس و گمان و ماجراجویی امروز روی آورده است.

این اولین بار نیست که فیزیکدانان برای مطالعهٔ رفتار فرایندهای فیزیکی در شرایط دست‌نیافتنی در آزمایشگاههای زمینی به نجوم روی آورده‌اند. حتی قبل از دستیابی به همجوشی گرمایی بر روی زمین، فیزیکدانها این فرایند را در درون ستارگان مطالعه می‌کردند. اگر باز هم به عقبتر برگردیم، متوجه می‌شویم که این نجوم منظومهٔ شمسی بود که زمینهٔ آزمون واقعی را برای قانونهای گرانش، یعنی اولین برهم‌کنش بنیادی طبیعت که فیزیکدانها بررسی کردند، فراهم ساخت.

طبیعی است که تأثیر متقابل کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات، که در این فصل به آن خواهیم پرداخت، در هر دو زمینه بسیار نامطمئن است. این موضوع به مدل کیهان‌شناختی موردنظر و کارایی ایده‌های فیزیک ذرات بستگی دارد. که هنوز قابل‌تغییرند. بهترین ادعایی که در این مورد می‌توان داشت سازگاری این دو زمینه است. خواننده باید این موضوع را در سراسر محاسبه‌هایی که در اینجا صورت می‌گیرد به‌خاطر داشته باشد.

۱.۱.۶ ترکیب ذره‌ای عالم نخستین

ابتدا بگذارید ببینیم که چه ذراتی در عالم اولیه وجود داشته‌اند، که باریونها و مزونها از آنها تشکیل شدند. این اطلاعات را فیزیک ذرات در اختیار ما می‌گذارد و فهرست آنها در جدول ۱.۶ آمده است. توجه کنید که کوارکها برحسب شش «طعم» بالا، پایین، شگفت، افسون، حقیقت، و زیبایی (یا «بالا» و «پایین») وارد فهرست شده‌اند. هر کوارک با سه برحسب مجرد به نام «رنگ» مشخص می‌شود: قرمز، سبز، و آبی. این کوارکها اجزای تشکیل‌دهندهٔ باریونها و مزونها هستند، باریون از سه کوارک و مزون از یک زوج کوارک-پادکوارک تشکیل شده است. کوارکها با مبادلهٔ گلوئونها با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند، درست همان‌طور که برهم‌کنش الکترونها از طریق مبادلهٔ فوتونهاست.

جدول ۱.۶ فهرست شش لپتون نیز هست، که به‌صورت زوج آمده‌اند. دو زوج (ν_e, e) و (ν_μ, μ) را قبلاً در فصل ۵ دیدیم. زوج سوم (ν_τ, τ) اکنون شناخته شده است. فهرست بوزونها شامل گراویتون، فوتون، هشت گلوئون، به‌علاوهٔ ذرات باردار W^\pm و ذرهٔ خنثی Z^0 است. آیا این اعداد هیچ معنایی دارند؟ چرا شش کوارک؟ چرا شش لپتون؟ چرا هشت گلوئون؟ فیزیکدانان ذرات توصیف همهٔ این ذرات را در چارچوب زبان مجرد نظریهٔ گروه سودمند یافته‌اند (نگاه کنید به بخش ۳.۶).

جرمها در جدول ۱.۶ برحسب یکای MeV است $(1\text{MeV} \equiv 10^6\text{eV})$ است. تاکنون دربارهٔ این یکا صحبت نکرده‌ایم. اکنون به این کار می‌پردازیم، زیرا از ایده‌های فیزیک ذرات بنیادی

جدول ۱.۶ ذرات بنیادی در عالم اولیه

ذره	جرم الف (MeV)	اسپین، \hbar	بار الکتریکی، e	برهم‌کنش ^۳
کوارکها				
u	? + ۴		$\frac{2}{3}$	
d	? + ۸		$-\frac{1}{3}$	G, W
c	? + ۱۱۵۰	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	E, C
s	? + ۱۵۰		$-\frac{1}{3}$	
t	? + ≥ 5000		$\frac{2}{3}$	
b	? + ۴۵۰۰		$-\frac{1}{3}$	
لیتونها				
ν_e	$< 6 \times 10^{-4}?$		۰	G, W
e	۰٫۵۱۱۰		-۱	G, W, E
ν_μ	$< 0٫۶۵$	$\frac{1}{2}$	۰	G, W
μ^-	۱۰۵٫۶۶		-۱	G, W, E
ν_τ	< 250		۰	G, W
τ^-	< 1780		-۱	G, W, E
بوزونها				
گراویتون	$\leq 10^{-36}$	۲	۰	G
γ	$\leq 7 \times 10^{-22}$	۱	۰	G, E
گلوئونها (۸)	≤ 100	۱	۰	G, C
W^\pm	$\sim 8 \times 10^4$	۱	-۱	G, W, E
Z^0	$\sim 9 \times 10^4$	۱	۰	G, W

الف. جرم کوارک به صورت یکتا تعیین نشده است، چون کوارکهای آزاد هنوز یافت نشده‌اند. دلایلی وجود دارد که نشان می‌دهد جرم ν_e ممکن است از مقدار ذکر شده در اینجا بیشتر باشد.
ب. G: گراویتون؛ W: برهم‌کنش ضعیف؛ E: الکترومغناطیسی؛ C: کرومودینامیک.

استفاده خواهیم کرد، که در آن معمولاً از این یکا استفاده می‌شود. بنابراین، برای هر جرم برحسب گرم، mc^2 انرژی برحسب ارگ است. از این رو، از مقیاس تبدیل زیر استفاده می‌کنیم:

$$1 \text{ MeV} = 1,6021917 \times 10^{-6} \text{ erg}$$

به علاوه، چون می‌خواهیم عالم داغ را توصیف کنیم، بیان دما برحسب همین یکا سودمند است. بنابراین، برای T برحسب کلونین، kT انرژی برحسب ارگ بیان می‌شود، که می‌توان آن را برحسب

یکاهای MeV یا GeV نیز بیان کرد. از این رو داریم

$$1g \sim 5,618 \times 10^{28} \text{MeV} = 5,618 \times 10^{25} \text{GeV},$$

$$1K \sim 8,617 \times 10^{-11} \text{MeV} = 8,617 \times 10^{-14} \text{GeV}$$

اگرچه در این ضریبهای تبدیل توانهای زیادی از 1° دخیل اند، اما نشان می دهند که چرا آنها یکاهای مناسبی برای عالم اولیه هستند. به عنوان مثال، دمای در حدود $10^{12} K$ برابر چند MeV است. همین طور، جدول ۱.۶ نشان می دهد که جرمهای موجود در جدول ۱.۶ اگر برحسب MeV بیان شوند اعداد مناسبی را به دست می دهند. برای انرژیهای بیشتر می توان از GeV استفاده کرد. اکنون از فصل ۵ نتیجه ای را یادآور می شویم که دمای عالم را به سن آنکه از معادله اینشتین به دست می آمد مرتبط می ساخت.

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \quad (1.6)$$

اگر بوزونها دارای عامل g کل برابر g_b ، و فرمیونها دارای عامل g_f کل برابر g_f باشند، معادله بالا دارای جواب زیر است

$$\rho c^2 = \frac{1}{4} g a T^4 \quad (2.6)$$

با

$$g = g_b + \frac{7}{8} g_f \quad (3.6)$$

از این رو برای $g = \text{const.}$ داریم

$$S \propto t^{1/2} \quad (4.6)$$

با

$$t = \left(\frac{3c^2}{16\pi G a} \right)^{1/2} g^{-1/2} T^{-2} \quad (5.6)$$

این عبارت را می توان به صورت زیر بیان کرد

$$t_{\text{ثانیه}} = 2,4 g^{-1/2} T_{\text{MeV}}^{-2} = 2,4 \times 10^{-6} g^{-1/2} T_{\text{GeV}}^{-2} \quad (6.6)$$

که از ضریبهای تبدیل برای نوشتن دما برحسب مگاالکترون ولت و گیگا الکترون ولت استفاده شده است.

۲.۶ بقای ذرات جرم‌دار

کار را با یک برونابی ساده از رهیافتی آغاز می‌کنیم که در فصل ۵ در پیش گرفتیم. در این بخش فرض می‌کنیم که کوارکها با هم ترکیب شده‌اند و ذرات (و پادذرات) را به‌وجود آورده‌اند و معیارهای بقای گونه‌ای خاص از ذرات را تعیین می‌کنیم. در تقریب گاز کامل، فرض می‌کنیم که تابعهای توزیع از (۹.۵) به‌دست آیند. در تقریب نسبیته (دمای زیاد) بخش ۲.۵، از فرمول زیر برای چگالی عددی ذرات گونه A استفاده کردیم:

$$N_A = \eta g_A N_\gamma = \eta g_A \frac{2/4}{\pi^2} \left(\frac{kT}{ch} \right)^3 \quad (7.6)$$

که N_γ چگالی عددی فوتونهاست و برای بوزونها $\eta = \frac{1}{4}$ و برای فرمیونها $\eta = \frac{3}{8}$ است. در تقریب ناسبیتی به‌دست می‌آوریم

$$N_A = \frac{g_A}{h^3} \left(\frac{m_A kT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_A c^2}{kT} \right) \quad (8.6)$$

این فرض که همه گونه‌ها در تعادل ترمودینامیکی با بقیه ذرات هستند به (۷.۶) یا (۸.۶) انجامید. برای اینکه رابطه (۷.۶) برقرار باشد از $T \gg T_A \equiv m_A c^2/k$ استفاده کردیم، در حالی که برای برقراری (۸.۶) باید داشته باشیم $T \ll T_A$. اگر گونه‌های A دارای پادذره \bar{A} باشند، درست همین نتایج به‌دست می‌آیند. برای تثبیت ایده‌ها (چون سرانجام از این فرمولها برای باریونها، پروتونها، و نوترونها استفاده خواهیم کرد) فرض می‌کنیم که A یک فرمیون باشد. بنابراین خواهیم داشت $\eta = \frac{3}{8}$.

به‌طوری کلی، A و \bar{A} بر اثر نزدیک شدن به هم نابود خواهند شد. در یک نمونه واکنش، فوتونها تولید خواهند شد:



در واکنش معکوس زوجهای (A, \bar{A}) تولید می‌شوند. پرسشی که می‌خواهیم به آن پاسخ دهیم این است که جابه‌جا کردن چه تأثیری در چگالی عددی N_A یا $N_{\bar{A}}$ دارد؟ برای شروع، فرض کنید که $N_A = N_{\bar{A}}$ ، و ذرات (پادذرات) موجود در حجم همراه V_0 را در نظر بگیرید. ویژه حجم متناظر $V_0 S^3(t)$ است. تعریف می‌کنیم

$$\mathcal{N}_A = N_A V_0 S^3(t), \quad \mathcal{N}_{\bar{A}} = N_{\bar{A}} V_0 S^3(t) \quad (10.6)$$

اگر $\psi(T)$ آهنگ تولید به ازای واحد حجم و $\beta(T)$ ضریب آهنگ نابودی باشد. هردوی ψ و β تابع دما هستند و

$$\beta = \langle v\sigma \rangle. \quad (11.6)$$

که σ سطح مقطع نابودی و v سرعت ذرات است. آزمایشهای شتابگر در مورد سطح مقطع نوکلئون-پادنوکلئون نتیجه $\beta \sim 10^{-15} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ را در گستره انرژی ۰٫۴ تا ۷ GeV می‌دهد. بنابراین، بهتر است بنویسیم

$$\beta = 10^{-15} \bar{\beta} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (12.6)$$

و انتظار داشته باشیم که $\bar{\beta} \sim 1$. بد نیست توجه کنیم که اگر طول موج کامپتون ذره‌ای به جرم m را به صورت $\sigma = \pi(\hbar/mc)^2$ تعریف کنیم، برای پروتون یا نوترونی با $v = c$ ، از (۱۱.۶) به دست می‌آوریم $\beta \sim 4 \times 10^{-17} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. از این رو، می‌توان قرارداد

$$\beta = \zeta \frac{\pi \hbar^2}{m^2 c} \quad (13.6)$$

و انتظار داریم که برای پروتون یا نوترون $\zeta = 10^0$ باشد. آهنگ تغییر $\mathcal{N}_A(\mathcal{N}_{\bar{A}})$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{d\mathcal{N}_A}{dt} = \frac{d\mathcal{N}_{\bar{A}}}{dt} = [\psi(T) - \beta(T)\mathcal{N}_A^2(T)]V_0 S^3(t) \quad (14.6)$$

برای برقراری تعادل برخوردهای مکرر ضروری است. آهنگ برخورد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Gamma(T) = \mathcal{N}_A(T)\beta(T) \propto T^3 \beta(T) \quad (15.6)$$

به طور کلی، $\beta(T)$ با افزایش T کاهش نمی‌یابد. بنابراین، در مراحل اولیه $\Gamma(T)$ چنان بزرگ نبوده است که از آهنگ انبساط حجم، که از رابطه زیر به دست می‌آید، تجاوز کند

$$3H(t) = \frac{3}{2t} \propto T^2 \quad (16.6)$$

بنابراین، در ابتدا

$$t\Gamma(T) \gg 1 \quad (17.6)$$

که برخوردهای متعدد را تضمین می‌کند. در این شرایط تعادلی با توازن تفصیلی میان فرایندهای خلق و نابودی به وجود می‌آید. در حالت تعادل، $\psi(T) = \beta(T)N_{A_0}^2(T)$ ، که در آن $N_{A_0}(T)$ مقدار تعادل $N_A(T)$ است. بنابراین، (۱۴.۶) برای هر کدام از A یا \bar{A} به صورت زیر در می‌آید

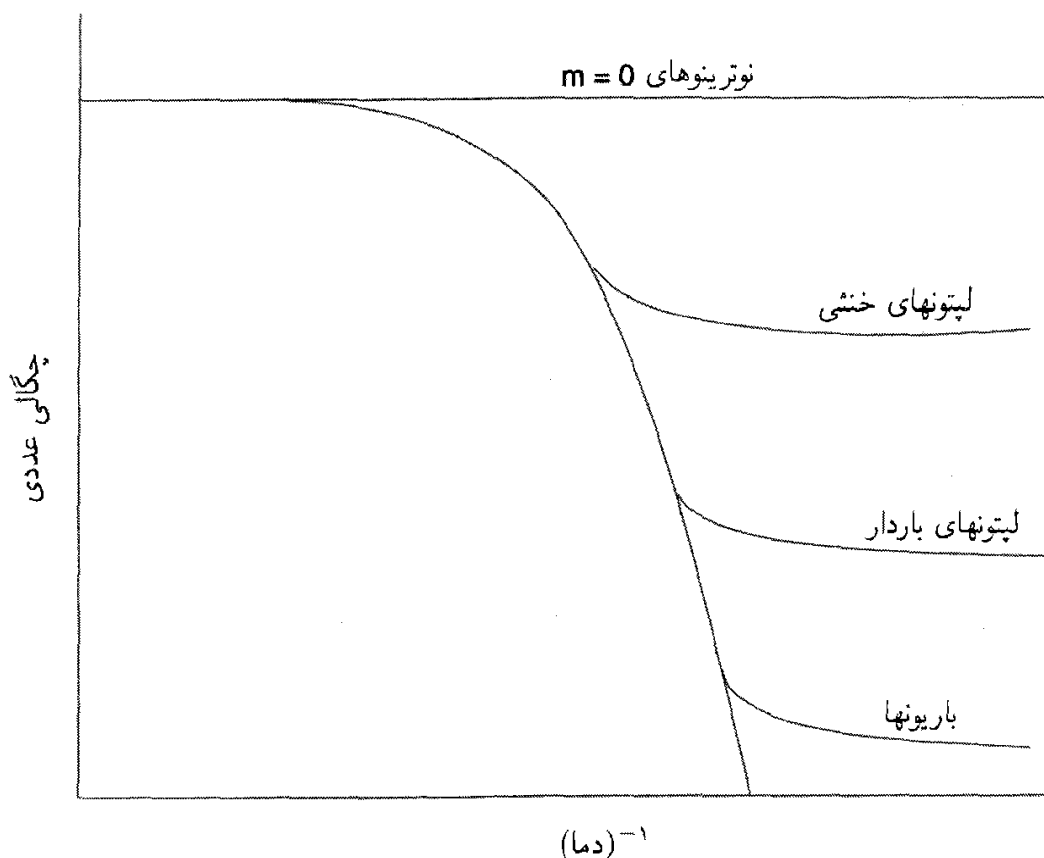
$$\frac{dN}{dt} = \beta(N_0 + N)(N_0 - N) \quad (۱۸.۶)$$

اکنون با رجوع به (۷.۶) می‌بینیم که در تقریب نسبیتهی $N \propto T^3 \propto S^{-3}$ ، به طوری که $N \propto NS^3 = \text{const.} = N_0$ ، از این رو، اگر ذرات نسبیتهی باشند، یک جواب (۱۸.۶) است. اگر علاوه بر آن فرض کنیم که رژیم نسبیتهی به اندازه کافی دوام آورده است تا $t\Gamma(T)$ به کمتر از ۱ تقلیل یابد، به وضعیتهی برمی‌خوریم که در آن N_0 برای دوره‌های بعدی پایسته است. علت این امر آن است که نادر بودن برخوردها، این احتمال را که وقتی $t\Gamma(T)$ به کمتر از ۱ رسید، تولید یا نابودی مقدار N را به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر دهد نامحتمل می‌سازد.

برای ذره‌های بی‌جرم، رژیم نسبیتهی همواره تداوم دارد. از این رو، برای آنها شرایط بالا همیشه برقرار است. در واقع، به مثالی از این استدلال در مورد نوترینوهای بی‌جرم در فصل ۵ برخوردیم. توزیع کنونی نوترینو را می‌توان تا دوره‌ای ردیابی کرد که آنها از بقیه ماده واجفتیده‌اند، یعنی هنگامی که فرایندهای برهم‌کنش ضعیف از آهنگ انبساط عالم کندتر شدند.

اما، این امکان وجود دارد که ذرات دارای جرم، حتی در هنگامی که غیرنسبیتهی شده‌اند، در تعادل ترمودینامیکی باشند. در این مورد، (۸.۶) به کار می‌رود و تعداد N_A با کاهش T به سرعت فرو می‌افتد. در بعضی مراحل که $N_A \ll N_\gamma$ است، آهنگ برخورد سقوط می‌کند ($t\Gamma \ll 1$)، به طوری که تغییرات بیشتر در N_A از طریق خلق و نابودی ممکن نیست. این دوره را با t_* و دمای متناظر با آن را با T_* نشان می‌دهیم. مقدار N_A در این عصر منجمد می‌شود؛ یعنی، در دوره‌های بعد تغییر نمی‌کند. این عدد به عنوان باقیمانده عالم داغ دوام می‌آورد.

شکل ۱.۶ نشان می‌دهد که چگونه N_A تابع جرم‌گونه‌های A است. برای ذرات بی‌جرمی چون فوتون (و نوترینو اگر جرم آن $m = 0$ باشد)، N_A تغییر نمی‌کند. لپتونهای خنثی در مقدار کمتر بعدی منجمد می‌شوند. لپتونهای باردار می‌توانند برای مدتی طولانی‌تر از طریق نیروی الکترومغناطیسی برهم‌کنش کنند و در نتیجه دیرتر و در مقدار N_A ی کمتر از لپتونهای خنثی واجفتیده می‌شوند. پایینتر از همه هادرونها (مزونها، نوترونها، پروتونها، و غیره) قرار دارند، که برهم‌کنش قوی آنها را به هم پیوند می‌دهد و بیشترین جرم را دارند.



شکل ۱.۶ توصیف طرح‌وار چگونگی بقای چگالی عددی یک ذره به جرم و شدت برهم‌کنش آن بستگی دارد. این عدد برای نوترینوها (با جرم سکون صفر و برهم‌کنش ضعیف) از همه بیشتر و برای باریونها (با جرم زیاد و برهم‌کنش قوی) از همه کمتر است.

بگذارید این اثر را به صورت کمی برآورد کنیم. در t_* برای گونه A در رژیم نانسبیتی داریم

$$N_A = \frac{g_A}{h^3} \left(\frac{m_A k T_*}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_A c^2}{k T_*} \right) \quad (19.6)$$

با اعمال شرط $t_* \Gamma(T_*) = 1$ و استفاده از (۱۵.۶) و (۱۹.۶)، به دست می‌آوریم

$$t_* \beta \frac{g_A}{h^3} \left(\frac{m_A k T_*}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_A c^2}{k T_*} \right) = 1 \quad (20.6)$$

تعریف می‌کنیم

$$x_* = \frac{m_A c^2}{k T_*} \quad (21.6)$$

و جرمها و دماها را بر حسب یکاهای MeV بیان می‌کنیم. بنابراین، بر حسب این یکاها $x_* = m_A / T_*$

سپس از (۶.۶) داریم

$$2/4 g^{-1/2} T_*^{-2} \beta \frac{g_A}{\hbar^3 c^3} \left(\frac{m_A T_*}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-x_*} = 1 \quad (22.6)$$

یعنی،

$$2/4 g^{-1/2} \cdot \frac{g_A}{\hbar^3 c^3} \frac{m_A}{(2\pi)^{3/2}} x_*^{1/2} e^{-x_*} = 1 \quad (23.6)$$

این رابطه را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$x_*^{-1/2} e^{x_*} = \Lambda g_A Z \quad (24.6)$$

که

$$Z = m_A \bar{\beta} g^{-1/2} \quad (25.6)$$

با بهره‌گیری از (۱۲.۶)، (۲۴.۶)، و (۲۳.۶)، به دست می‌آوریم

$$\Lambda = \frac{2/4 \times 10^{-15}}{(2\pi)^{3/2}} (\hbar c)^{-3} \approx 2 \times 10^{16} \quad (26.6)$$

(تذکر: در اینجا از یکاهای ثانیه، سانتی‌متر، و MeV استفاده کرده‌ایم. بنابراین $\hbar c$ باید برحسب این یکاها بیان شود.)

اکنون این نتیجه‌ها را برای نوکلئونها، یعنی نوترونها و پروتونها و پادذره‌های آنها به کار می‌بریم. پس $g_A = 8$ ، و با $g_\gamma = 2$ برای فوتونها از (۳.۶) به دست می‌آوریم

$$g = 2 + 7 = 9 \quad (27.6)$$

جرم نوکلئون $m_A \simeq 940 \text{ MeV}$ ، و از (۱۲.۶) داریم $\bar{\beta} \simeq 1$. بنابراین، $Z \simeq 313$. با $g_A = 8$ از (۲۳.۶) و (۲۵.۶) داریم

$$x_*^{-1/2} e^{x_*} \simeq 5 \times 10^{19} \quad (28.6)$$

و از این رو $x_* \simeq 47$ بنابراین

$$T_* \simeq 20 \text{ MeV}, \quad t_* \simeq 0.002 \text{ s} \quad (29.6)$$

از محاسبه بالا می‌توان نسبت نوکلئون به فوتون در عصر حاضر را نیز محاسبه کرد. با فرض اینکه نابودی $A\bar{A}$ چشمه اصلی فوتونها باشد، نتیجه می‌گیریم که تعداد فوتونها در واحد حجم همراه عملاً در مقدار مربوط به دوره t^* منجمد می‌شود. پس مقدار فعلی N_A/N_γ همان مقدار مربوط به $t = t^*$ است. با بهره‌گیری از (۸.۶) برای N_A و (۷.۶) با $\eta = \frac{1}{4}$ ، $g_A = 2$ برای فوتونها، به دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} = \frac{g_A \pi^2}{2.4(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m_A c^2}{kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_A c^2}{kT}\right) \quad (30.6)$$

با $g_A = 8$ و x_* از رابطه (۲۱.۶)، به دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq 2 x_*^{3/2} e^{-x_*} \quad (31.6)$$

اکنون با بهره‌گیری از (۲۸.۶) و $x_* \simeq 47$ داریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq 2 \times 10^{-18} \quad (32.6)$$

در فصل ۵ رابطه (۶۹.۵) مقدار تقریبی فعلی N_γ/N_B را به دست داد. با نمادگذاری کنونی، این مقدار از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq 3 \times 10^{-8} (\Omega_b h_0^2) \left(\frac{T_0}{2.7} \right)^{-3} \quad (33.6)$$

چون $T_0 \sim 2.7$ ، و انتظار نداریم $\Omega_b h_0^2$ کمتر از 10^{-3} باشد در نهایت، اختلاف زیادی را باید توجیه کنیم. نکته انتقادی دیگری نیز وجود دارد. اگر اطمینان داریم که عالم بیشتر از ماده ساخته شده است، پس $N_A \gg N_{\bar{A}}$ و فرمول (۳۲.۶) در مورد N_A به کار می‌رود (که تقریباً برابر $N_A - N_{\bar{A}}$ یعنی چگالی عددی باریونی است). به هر حال، تحلیل ما تاکنون برای ماده و پادماده متقارن بود و بنابراین به $N_A = N_{\bar{A}}$ می‌انجامد. بدیهی است که ورودیهای جدیدی در بحث بالا ضروری است تا بفهمیم چرا $N_A \gg N_{\bar{A}}$ و چرا N_A/N_γ به اندازه‌ای که (۳۳.۶) نشان می‌دهد بزرگ است.

متوجه می‌شویم N_A/N_γ که از (۳۱.۶) به دست می‌آید عدد کوچکی است. در به دست آوردن آن رد ثابتهای بنیادی را که وارد آن می‌شد گم کردیم. مشاهده اینکه (۳۱.۶) برحسب c

G و \hbar و m_A چگونه به نظر می‌رسد سازنده است. با قرار دادن $a = \pi^2 k^4 / (15c^3 \hbar^3)$ و بهره‌گیری از (۱۳.۶)، (۵.۶)، (۲۰.۶)، و (۳۰.۶)، به دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} = \frac{\pi g^{1/2}}{\gamma_{12}} \frac{x_*}{\zeta} \left(\frac{2Gm_A^2}{c\hbar} \right)^{1/2} \quad (34.6)$$

قبلاً دیدیم که $x_*/\zeta \sim \frac{1}{4}$ و $g^{1/2} \sim 3$ ، به طوری که ضریب جلوی عبارت داخل پرانتز از مرتبه واحد است. بنابراین، کوچکی N_A/N_γ مستقیماً به نسبت شدت‌های برهم‌کنش گرانشی و قوی مربوط می‌شود. اگر این نسبت را به صورت زیر نشان دهیم

$$\alpha_G = \frac{Gm_A^2}{c\hbar} \sim 6 \times 10^{-39} \quad (35.6)$$

داریم

$$N_A/N_\gamma \sim \alpha_G^{1/2} \quad (36.6)$$

شدت برهم‌کنش الکترومغناطیسی با ثابت ساختار ریز $\alpha = e^2/(\hbar c) \sim 1/137$ اندازه‌گیری می‌شود. توجه کنید که برهم‌کنش گرانشی در مقایسه چقدر ضعیف است. اگر G به طور قابل ملاحظه‌ای از مقدار فعلی بیشتر می‌بود، مقدار N_A/N_γ بزرگتر می‌شد.

۳.۶ نظریه‌های وحدت بزرگ و بی‌تقارنی باریونی

محاسبه‌های ساده‌شده بخش قبل ما را به دردرس انداخته است، بدیهی است که چیز دقیقتری برای درک (۱) غلبه فعلی باریونها بر پادباریونها، و (۲) نسبت باریون به فوتون در حدود 10^{-9} ضروری است. چون در محاسبه خود فرض کردیم تعادل ترمودینامیکی وجود دارد و ذره-پادذره متقارن‌اند، انتظار داریم که هر ورودی جدید این دو فرض را زیر سؤال ببرد. در این بخش رئوس کلی یکی از راههای حل این مسئله را بیان می‌کنیم.

این راه حل از طریق نظریه‌های معروف به وحدت بزرگ (GUTs) است یعنی نظریه‌ای که چهار برهم‌کنش بنیادی فیزیک را در یک چارچوب گرد هم می‌آورد. استفاده از صورت جمعی نشان می‌دهد که تاکنون نظریه واحدی وجود ندارد که پذیرش عام یافته باشد. در این بخش فقط از چارچوب $SU(5)$ به عنوان یک مثال روشن‌گر استفاده می‌کنیم و معانی تلویحی آن را برای عالم اولیه شرح می‌دهیم. برای درک موارد دخیل در این موضوع، ابتدا نگاهی سطحی به سه برهم‌کنش بنیادی از دید نظریه گروه خواهیم انداخت.

۱.۳.۶ الکترودینامیک

بگذارید کار را با ساده‌ترین و شناخته‌شده‌ترین برهم‌کنش یعنی برهم‌کنش الکترومغناطیسی آغاز کنیم. این برهم‌کنش نشان می‌دهد که چگونه لپتونهای باردار (e^\pm, μ^\pm, τ^\pm) با مبادله فوتونها بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. وقتی یک الکترون تکان داده شود فوتونهایی گسیل می‌کند. فوتون در برخورد با الکترون به آن شتاب می‌دهد. اطلاعات لازم برای مطالعه این برهم‌کنش به یک تابع موج اسپینوری ψ برای لپتون و یک میدان برداری A_i (۴-پتانسیل الکترومغناطیسی) برای فوتون نیاز دارد. دو اثر فیزیکی که در بالا توصیف شد با معادله‌های زیر بیان می‌شوند (که در فضا زمان مینکوفسکی تخت نوشته می‌شوند):

$$(A^{k,i} - A^{i,k})_{,k} \equiv F_{,k}^{ik} = \frac{4\pi e}{c} \bar{\psi} \gamma^i \psi, \quad (37.6)$$

$$\gamma^i \left(\nabla_i - \frac{e}{\hbar c} A_i \right) \psi - \frac{mc}{\hbar} \psi = 0 \quad (38.6)$$

γ_i ها ماتریسهای 4×4 دیراک، و e بار الکتریکی است. ∇_i مشتق‌گیری نسبت به مختصات فضا زمان را نشان می‌دهد.

به راحتی دیده می‌شود که این معادله‌ها تحت تبدیلهای زیر ناورد هستند

$$A_i \rightarrow A_i + \Theta_{,i}, \quad \psi \rightarrow \psi \exp \left(-\frac{ie\Theta}{\hbar c} Q \right) \quad (39.6)$$

که Θ هر تابع خوش رفتار از مختصات فضا زمان و Q عدد صحیح ۱ است. تبدیل ψ تبدیلی یکانی است، و چون نما یک عدد است (یعنی، یک ماتریس 1×1 است)، این تبدیلهای یک گروه یکانی یک بعدی را تشکیل می‌دهند که با $U(1)$ نشان داده می‌شود.

۲.۳.۶ برهم‌کنش ضعیف

این برهم‌کنش ضعیف به هر دو زوج لپتونهای باردار و بدون بار یعنی (e, ν_e) ، (μ, ν_μ) ، (τ, ν_τ) و غیره مربوط می‌شود. در یک نمونه برهم‌کنش اعضای زوج جابه‌جا می‌شوند^۱. بنابراین، برای توصیف زوج به دو تابع موج نیاز داریم: به عنوان مثال، ترکیب زیر

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_\nu \end{pmatrix} \quad (40.6)$$

۱. این قانون پایستگی عدد لپتونی است که در بخش ۲.۳ به آن اشاره کردیم.

زوج (e, ν) را توصیف می‌کند. با توجه به ملاحظات تجربی استدلال می‌شود که برهم‌کنش ضعیف تحت تبدیلهای $U(1)$ با ماتریسهای 2×2 که یکانی و دارای دترمینان ۱ هستند ناورداست. این تبدیلهای گروهی را تشکیل می‌دهند که با $SU(2)$ نشان داده می‌شود. به‌واسطه نقض پاریده و اینکه نوترینوها فقط یک حالت اسپینی دارند — یعنی فقط چپگردند — معمولاً از اندیس پایین L به صورت $SU(2)_L$ استفاده می‌شود. یک عضو گروه را به صورت زیر نشان می‌دهند

$$U = \exp(-iH) \quad (41.6)$$

که H یک ماتریس هرمیتی 2×2 با اثر صفر است. عام‌ترین نوع این ماتریس عبارت است از

$$\begin{pmatrix} a & b + ic \\ b - ic & -a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} & i \\ -i & \end{pmatrix} \quad (42.6)$$

بنابراین، به جای یک عدد تنهای Q در (۳۹.۶) به سه عدد حقیقی a, b, c یا به بیان دقیقتر سه ماتریس نیاز داریم. (این ماتریسها با ماتریسهای معروف پاولی متناسب‌اند.) در این مورد «بارها» سه ماتریس هستند که دوتای آنها قطری نیست. ماتریسهای ناقطری تعویض ψ_e و ψ_ν در (۴۰.۶) را مجاز می‌دارند. یعنی به لحاظ فیزیکی این e و ν هستند که تعویض می‌شوند. در این فرایند یک بوزون W_1 مبادله می‌شوند؛ به‌عنوان مثال،

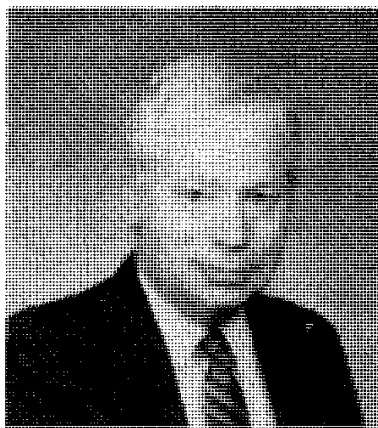
$$e \rightarrow W_1 + \nu \quad (43.6)$$

سه ماتریس رابطه (۴۲.۶) نظیر سه ذره W هستند که دوتای آنها دارای بار $\pm e$ هستند و سومین ذره (W_3) خنثی است.

اگرچه بار الکتریکی مستقیماً در برهم‌کنش ضعیف دخیل نیست، اما به نظر می‌رسد که هنوز به بوزونهای باردار W_1 و W_2 نیاز داشته باشیم. این شرایط باعث شد کوششهایی در جهت پیوند دادن آن به برهم‌کنش الکترومغناطیسی به عمل آید. این پیوند از طریق چارچوب $SU(2)_L \times U(1)$ انجام شد که در ابتدا ای. سلام^۱ و اس. واینبرگ^۲ (شکل ۲.۶) پیشنهاد کرده بودند و گاهی برهم‌کنش الکتروضعیف نامیده می‌شود. این پیوند فوتون را (که یک بوزون است) به سه ذره W_1, W_2, W_3 و W_3 نزدیکتر می‌کند. در این تصویر وحدت‌یافته بهتر است که به جای W_3 از ذره خنثای دیگری به نام Z^0 صحبت کنیم. Z^0 درست مانند فوتون دارای جرم و بار صفر است، و از این رو تبادل آن



(الف)



(ب)

شکل ۲.۶ (الف) عبدالسلام (۱۹۹۶-۱۹۲۶) و (ب) استیون واینبرگ، که به طور مستقل روش وحدت الکترومغناطیس با برهم‌کنش ضعیف را یافتند.

بار الکتریکی را تغییر نمی‌دهد، در نتیجه برهم‌کنش را برهم‌کنش جریان خنثی می‌نامند. بنابراین، در پراکندگی الکترون نوترینوی زیر

$$e + \nu_e \rightarrow e + \nu_e$$

در برهم‌کنش جریان خنثی داریم $e \rightarrow e$ و $\nu_e \rightarrow \nu_e$ ، در حالی که در برهم‌کنش جریان باردار $e \rightarrow \nu_e$ و $\nu_e \rightarrow e$.

برنامه اتحاد از نظریه‌های پیمانه‌ای معروف بهره می‌گیرد. نظریه الکترومغناطیسی از این رو یک نظریه پیمانه‌ای است که معادله‌های آن تحت تبدیل پیمانه‌ای پتانسیل آن ناورد استند. تبدیل A_i که با رابطه (۳۸.۶) داده می‌شود یک تبدیل پیمانه‌ای است و در مدل واینبرگ-سلام، تبدیلهای پیمانه‌ای مشابه نقشی اساسی برای چارچوب $SU(2)_L \times U(1)$ دارند.

یک دلیل استفاده از نظریه پیمانه‌ای آن است که کار «باز بهنجارش» را انجام می‌دهد. این یک اصطلاح فنی رایج در الکترودینامیک کوانتومی (QED) است که نظریه‌ای پیمانه‌ای و باز بهنجارپذیر است. در QED محاسبه‌های استاندارد از دامنه‌های احتمال، مقادیر میانگین، ترازهای انرژی، و غیره، به واسطه واگرا شدن انتگرالها در انرژیهای زیاد؛ بینهایت می‌شوند. باز بهنجارش روش کم کردن یک بینهایت از بینهایت دیگر برای رسیدن به جوابی متناهی است که به لحاظ فیزیکی معنی دارد. اگرچه ریاضیدانان مایل به انجام این کار نیستند، اما فیزیکدانان نظری آن را پذیرفته‌اند زیرا این حسن را دارد که کار با آن صریح و روشن است. به هر حال، بحث در مورد این موضوع بسیار جالب توجه ما را از کیهان‌شناسی دور و وارد جزئیات فنی نظریه میدان می‌کند. بنابراین، فقط

متذکر می‌شوم که آزمایشهای انجام‌شده با شتابگرها جرم بوزونهای W و Z را تعیین کرده‌اند که این مقادیر با پیش‌بینی‌های نظری کاملاً سازگارند.

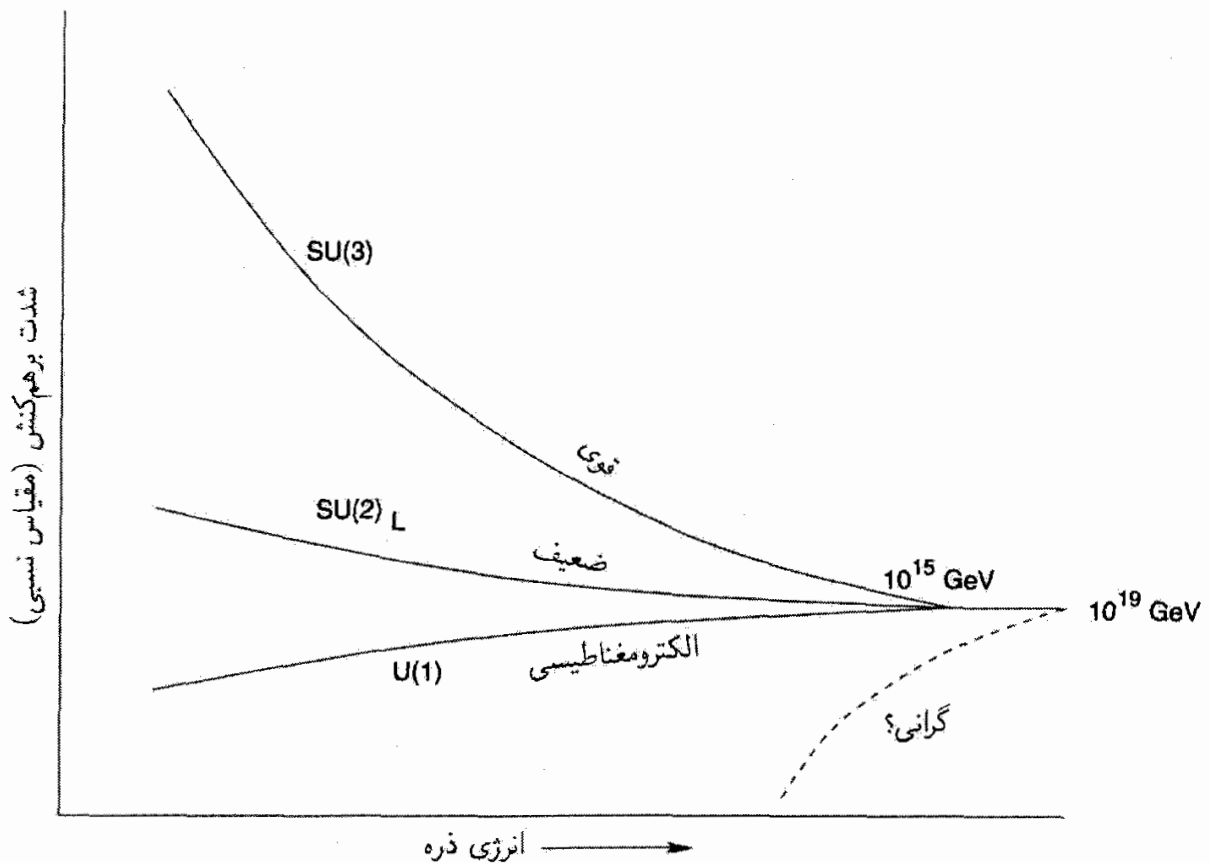
۳.۳.۶ الکترودینامیک کوانتومی

سومین برهم‌کنش بنیادی فیزیک، برهم‌کنش قوی است که در چارچوب کرومودینامیک کوانتومی (QCD) بیان می‌شود. این نظریه از تبدیلیهای تحت گروه $SU(3)$ بهره می‌گیرد. میدانهای بنیادی در اینجا عبارت‌اند از میدانهای کوارکی که بردارهایی سه مؤلفه‌ای در فضای مجردی به نام فضای رنگ با سه «بُعد» قرمز، سبز، و آبی هستند. دوباره رابطه‌ای چون (۴۱.۶) با ماتریسهای 3×3 داریم. ماتریس H اکنون هشت مؤلفه مستقل دارد، و بنابراین مانند (۴۲.۶) دارای هشت ماتریس $T_1 \dots T_8$ هستیم که دوتای آنها (T_3, T_8) قطری است. باز هم ویژگی ماتریسی (۴۱.۶) مبادله کوارکها را مجاز می‌دارد. متناظر با سه W_s در چارچوب $SU(2)$ هشت بوزون $G_1 \dots G_8$ را داریم که گلوئون نامیده می‌شوند. در هنگام مبادله گلوئونهای G_3 و G_8 هیچ تغییر رنگی صورت نمی‌گیرد.

گلوئونها یک نیروی میان کوارکی تولید می‌کنند (درست همان‌طور که فوتون مسئول نیروی الکترومغناطیسی بین ذرات باردار است). گمان می‌رود که این نیرو چنان بزرگ باشد که انتظار پیوند کوارکها را در گروههای دو و سه‌تایی داریم. حالت‌های با دو ذره، یک کوارک و یک پادکوارک، مزونها (مانند π^+) را تشکیل می‌دهند، در حالی که حالت‌های سه کوارکی باربونها هستند. کوارکها دارای بار کسری هستند. بار کوارک u برابر $\frac{2}{3}e$ و بار کوارک d مساوی $-\frac{1}{3}e$ است. بنابراین، پروتون از دو کوارک u و یک کوارک d ، و نوترون از دو کوارک d و یک کوارک u تشکیل شده است.

GUTs: $SU(5)$ ۴.۳.۶

در هرگونه تلاش در جهت وحدت بخشیدن انتظار داریم که برهم‌کنشهای دخیل شدتهای قابل مقایسه داشته باشند. در انرژیهای معمولی آزمایشگاهی برهم‌کنش قوی (کرومودینامیک کوانتومی) پرتوان‌ترین آنهاست و پس از آن به ترتیب الکترودینامیک و برهم‌کنش ضعیف قرار دارند. اما، با افزایش انرژی گاف میان این سه باریک می‌شود. در حدود 10^2 GeV ، شدت دو برهم‌کنش آخر قابل مقایسه، و در نتیجه یک نظریه «الکتروضعیف» امکان‌پذیر می‌شود. ملاحظات نظری نشان می‌دهد که اگر برونیابی تا انرژیهای بسیار زیاد صورت گیرد، شدت برهم‌کنش قوی کم و شدت برهم‌کنش الکتروضعیف زیاد می‌شود. در حوالی 10^{15} GeV این برهم‌کنشها قابل مقایسه می‌شوند و وحدت آنها طبیعی به نظر می‌رسد. شکل ۳.۶ تغییرات شدت این سه برهم‌کنش را با افزایش



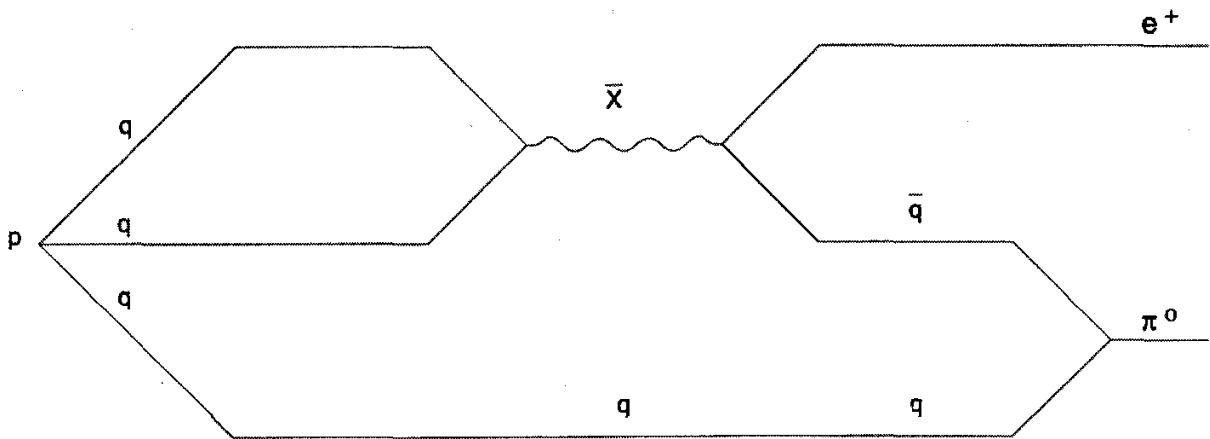
شکل ۳.۶ در انرژی‌های از مرتبه 10^{15} GeV شدتهای برهم‌کنشهای قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی قابل مقایسه می‌شود. از این رو معلوم می‌شود که این انرژی برای وحدت بزرگ مناسب است. در انرژی باز هم فراتر یعنی در 10^{19} انرژی شاخص دیگری را می‌بینیم که در آن انتظار داریم گرانش کوانتیده شود. در این مرحله شاید یک نظریه واحد برای همه برهم‌کنشهای بنیادی داشته باشیم.

انرژی نشان می‌دهد. شکل ۳.۶ شاخص دیگری را در انرژی 10^{19} GeV نشان می‌دهد. که انرژی پلانک است

$$E_P = \left(\frac{c^5 \hbar}{G} \right)^{1/2} \cong 1,2 \times 10^{19} \text{ GeV} \quad (44.6)$$

بدیهی است که G و \hbar در این عبارت باید به گرانی کوانتومی مربوط باشند. بعداً، آن را جداگانه بررسی می‌کنیم. فعلاً، آن را از کوشش در جهت وحدت بخشیدن کنار می‌گذاریم. اگر بخواهیم سه برهم‌کنش را در یک طرح وحدت بزرگ متحد کنیم، می‌توانیم آن سه را در ساختار زیر با هم ترکیب کنیم

$$SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$$



شکل ۴.۶ واپاشی پروتون از طریق مبادله بوزونهای X صورت می‌گیرد، که کوارک‌ها را به لپتونها تبدیل می‌کند و برعکس. شکل نشان می‌دهد که چگونه این کار انجام می‌شود. دو تا از سه کوارک (q) در پروتون (p) با هم ترکیب می‌شوند و X را به وجود می‌آورند که به یک پوزیترون و پادکوارک وامی‌باشد. سپس پادکوارک در ترکیب با سومین کوارک مزون π را تشکیل می‌دهد.

به هر حال، معلوم شده است که چنین ساختاری می‌تواند بخشی از یک ساختار بزرگتر را تشکیل دهد که با SU(۵) نشان داده می‌شود. باز هم، اگر به (۴۱.۶) رجوع کنیم و آن را به ماتریسهای ۵ × ۵ اعمال کنیم، ماتریس H دارای ۲۴ ثابت اختیاری است. بنابراین، ۲۴ بوزون وجود دارد که اکنون بین موجودات بنیادی مختلف مبادله می‌شوند. ۴ تا از این بوزونها را قبلاً در ارتباط با برهم‌کنش الکتروضعیف و ۸ تا (گلوئونها) را در کرومودینامیک دیدیم. بنابراین، ۱۲ بوزون دیگر را لازم داریم تا فهرست ۲۴ تایی را کامل کنیم. به منظور تخصیص نشانه مشخص، آنها را به سادگی بوزونهای X می‌نامیم.

انتظار داریم که بوزونهای X شرکت‌کنندگان در کرومودینامیک (یعنی، کوارکها) را با شرکت‌کنندگان در برهم‌کنش الکتروضعیف (یعنی، لپتونها) مرتبط سازند. بنابراین، در نظریه SU(۵)، می‌توان هر یک از شش کوارک (u, d, c, s, t, b) را با مبادله بوزونهای X به هر یک از شش لپتون (ν_e, ν_μ, ν_τ, e, μ, τ) تبدیل کرد و برعکس. در اینجا است که می‌توان باریونها را خلق یا نابود کرد. شکل ۴.۶ سناریویی را نشان می‌دهد که به واپاشی پروتون می‌انجامد.

در شکل ۴.۶ یک X-bar (یعنی، یک پادذره) X گسیل و جذب می‌شود. با فرض اینکه جرم این ذره m_X باشد، دامنه احتمال برهم‌کنش بالا حاوی یک ضریب m_X^{-۲} است. بنابراین، طول عمر واپاشی پروتون τ_p به صورت توان چهارم m_X تغییر می‌کند. چون انتظار داریم که طول عمر حاوی ضریبهای ħ, c، و جرم پروتون m_p باشد، با توجه به ملاحظات ابعادی می‌نویسیم

$$\tau_p \sim \frac{\hbar m_X^4}{m_p^5 c^2} \quad (45.6)$$

$$\sim 2.87 \times 10^{-22} [m_X c^2 (\text{GeV})]^4 \text{ years}$$

مشاهده نشدن واپاشی پروتونها در تجربه‌های آزمایشگاهی حد پایینی را برای τ_p در 10^{29} سال تعیین می‌کند. بنابراین، (۴۵.۶) نشان می‌دهد که

$$m_X c^2 \geq 10^{15} \text{ GeV} \quad (46.6)$$

با مقدار سال $\tau_p \sim 10^{30}$ هیچ امیدی به مشاهده یک پروتون خاص نداریم. اما، در جمعیت بزرگی از پروتونها، تعداد کمی ممکن است واپاشیده شوند. به‌عنوان مثال، اگر سال $\tau_p \sim 10^{30}$ باشد، انتظار داریم که در هر 10^{10} تن ماده در حدود 5° پروتون در هر سال واپاشد. آزمایشهای انجام‌شده در سالهای ۱۹۸۰ نتوانستند چنین واپاشیهایی را بدون ابهام برای سال $\tau_p \leq 10^{31}$ مشاهده کنند. این موضوع باعث شد که این نظریه ساده $SU(5)$ به نفع چارچوبهای پیچیده‌تر کنار گذاشته شود.

نظریه‌های دینامیکی دقیق برای کمی کردن τ_p و m_X ضروری هستند. اما، در حالی که آزمایش واپاشی پروتون برای سال $\tau_p \leq 10^{33}$ به سختی امکان‌پذیر است، آزمون کامل پیش‌بینی‌های GUTs فراتر از دیدگاه فناوری کنونی است. لازم به ذکر است که یک پیش‌بینی شناخته‌شده به فرضیه آزادی مجانبی معروف است. با توجه به این فرضیه، در انرژیهای بسیار زیاد برهم‌کنشهای ذرات شروع به از دست دادن شدت خود می‌کنند. اما، حتی این فرضیه را هنوز باید به صورت تجربی آزمود.

البته، شق دیگر بهره‌گیری از عالم داغ برای آزمودن پیش‌بینی‌های نظری است. حتی در اینجا، برای جرم 10^{15} GeV ، دما ($= mc^2/k$) دارای مقدار 10^{28} K خواهد بود! دمای 10^{15} GeV با توجه به (۶.۶)، سن عالم را 10^{-36} s به دست می‌دهد. ما آن را عصر GUT می‌نامیم. ام. یوشی‌مورا^۱ مطرح کرده است که با توجه به GUTs می‌توان اندکی باریون بیش از پاد باریون داشت، زیرا عدد باریونی پایسته نیست. اما، فرضهای بیشتری لازم است تا بتوان نتیجه‌ای سازگار با مشاهده‌ها به دست آورد. سناریوی زیر چیزی است که اس. واینبرگ و اف. ویلزک^۲ پیشنهاد کرده‌اند.

۵.۳.۶ پیدایش باریون در عالم اولیه

بگذارید جرم بوزون X را (که باعث ناپایداری باریون می‌شود) با m_X و شدت جفت‌شدگی آن را با α_X نشان دهیم. شدت جفت‌شدگی، برحسب نوع ذره X ، می‌تواند از 10^{-2} تا 10^{-5} تغییر کند. آهنگ برخوردهایی را که در آنها عدد باریونی پایسته نیست با Γ_c نشان می‌دهیم؛ یعنی، برخوردهایی که در آنها بوزون X دخیل است. خود بوزون X دوام چندانی ندارد، مقیاس زمانی آن از مرتبه $\hbar/(m_X c^2)$ است. آهنگ واپاشی مشخصه بوزون X را با Γ_X نشان می‌دهیم. بنابراین دارای سه مقیاس زمانی Γ_c^{-1} ، Γ_X^{-1} و H^{-1} هستیم. شگرد کار تنظیم مناسب این مقیاسها به‌گونه‌ای است که جواب مطلوب را تولید کند. این بحث به‌صورت کیفی، به‌قرار زیر است.

در عصرهای اولیه با دمای $\geq 10^{19} \text{ GeV}$ ، گرانی قوی‌ترین نیروی بین اجزای مختلف عالم بود. سایر برهم‌کنشها (از جمله قوی‌ترین آنها) QCD با توجه به فرضیه آزادی مجانبی اهمیتی نداشتند. با ادامه انبساط عالم و افت دمای آن دوره‌ای فرا رسید که گرانی ضعیف‌تر شد، در حالی که سایر برهم‌کنشها هنوز اهمیت پیدا نکرده بودند. بنابراین برای $T \leq 10^{19} \text{ GeV}$ ذرات اساساً برای مدتی آزاد باقی ماندند.

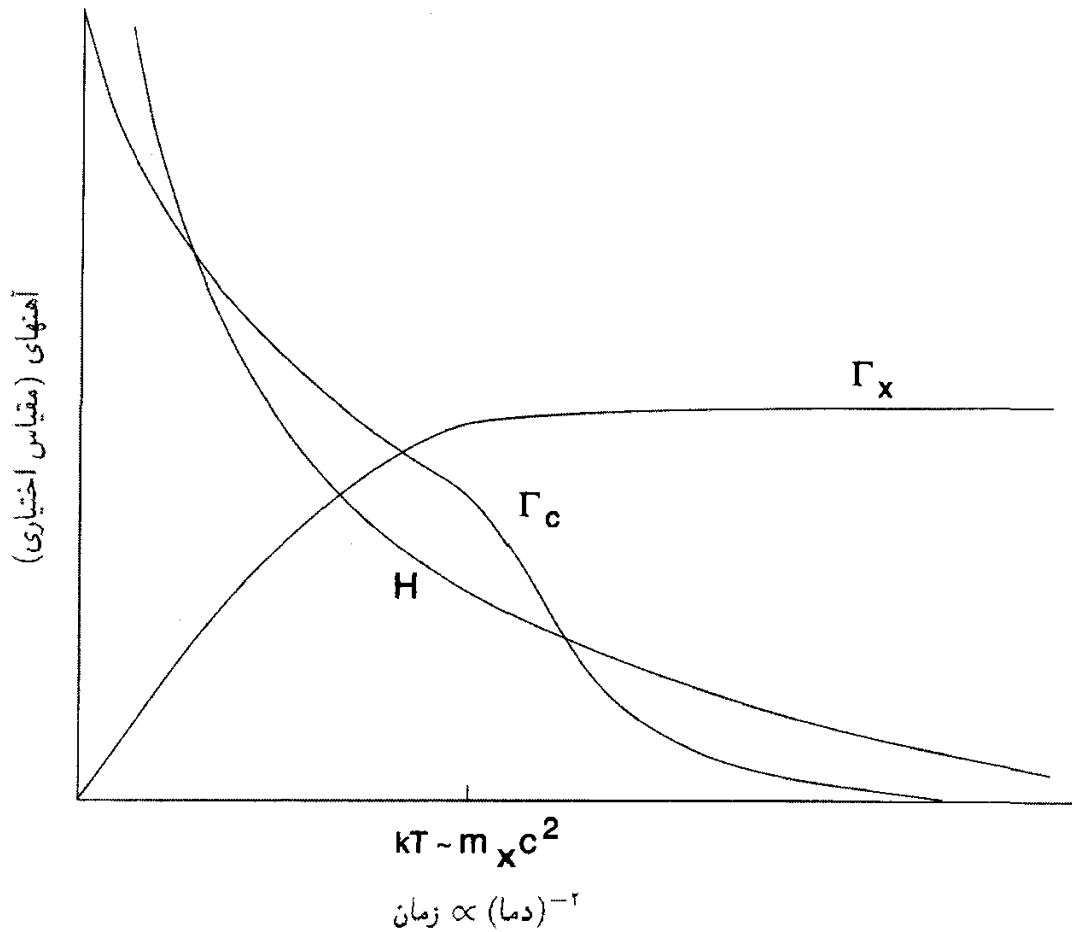
در این مرحله لازم است که سرشت تابعهای توزیع را که با فرمول (۹.۵) داده می‌شود بررسی کنیم. در اینجا می‌بینیم تا زمانی که $T \gg T_A$ ، یعنی، تا هنگامی که در رژیمهای نسبیتی هستیم، تابع توزیع شکل تعادل خود را در طی انبساط آزاد با $T \propto S^{-1}$ حفظ می‌کند. اما، اگر $T \leq T_A$ شود تابع نمی‌تواند بر اثر انبساط آزاد شکل خود را حفظ کند. از این رو، ممکن است از شکل تعادل منحرف شود.

حال در میان گونه‌های مختلف در عالم اولیه، بوزونهای X احتمالاً سنگینترین آنها هستند. بنابراین، اگر مقدار T_X به اندازه کافی زیاد باشد. این امکان وجود دارد که بوزونهای X ابتدا از تعادل خارج شوند. اما، برای این کار باید آنها تا آن زمان واپاشیده نشده باشند. آهنگ واپاشی بوزون X از مرتبه زیر است

$$\Gamma_X \cong \alpha_X g m_X c^2 / \hbar \quad (۴۷.۶)$$

که g تعداد مؤثر درجه‌های آزادی برای گونه‌های مختلف ذرات است (g می‌تواند بین 10^0 و 10^2 باشد؛ برای $SU(5)$ مقدار آن $16^0 \sim$ است).

از طرف دیگر، آهنگ انبساط از (۱.۶) به‌دست می‌آید. آهنگ برخورد $\Gamma_X \ll \Gamma_c \approx \alpha_X$. مقایسه این سه آهنگ نشان می‌دهد که $\Gamma_c < \Gamma_X < H$ یعنی بلافاصله پس از آن است که گرانی ضعیف شد. از این رو، عالم در این مرحله بدون هیچ‌گونه برهم‌کنش بین گونه‌های مختلف



شکل ۵.۶ سه آهنگ H ، Γ_e و Γ_X برای مورد $m_X c^2 < \alpha_X 10^{10} \text{ GeV}$. وقتی kT به کمتر از $m_X c^2$ فرافتد، Γ_X از آهنگ انبساط H تجاوز می‌کند و تعداد بوزونهای X ، ضمن حفظ توزیع تعادل، به‌طور نمایی کاهش می‌یابد. هیچ اضافه باریون خالصی در این مورد به‌وجود نمی‌آید.

منبسط می‌شده است. بوزونهای X هنگامی شروع به واپاشی کردند که سن عالم با Γ_X^{-1} قابل مقایسه شد. با بهره‌گیری از (۱.۶)، (۲.۶)، و (۴۷.۶) به‌دست می‌آوریم

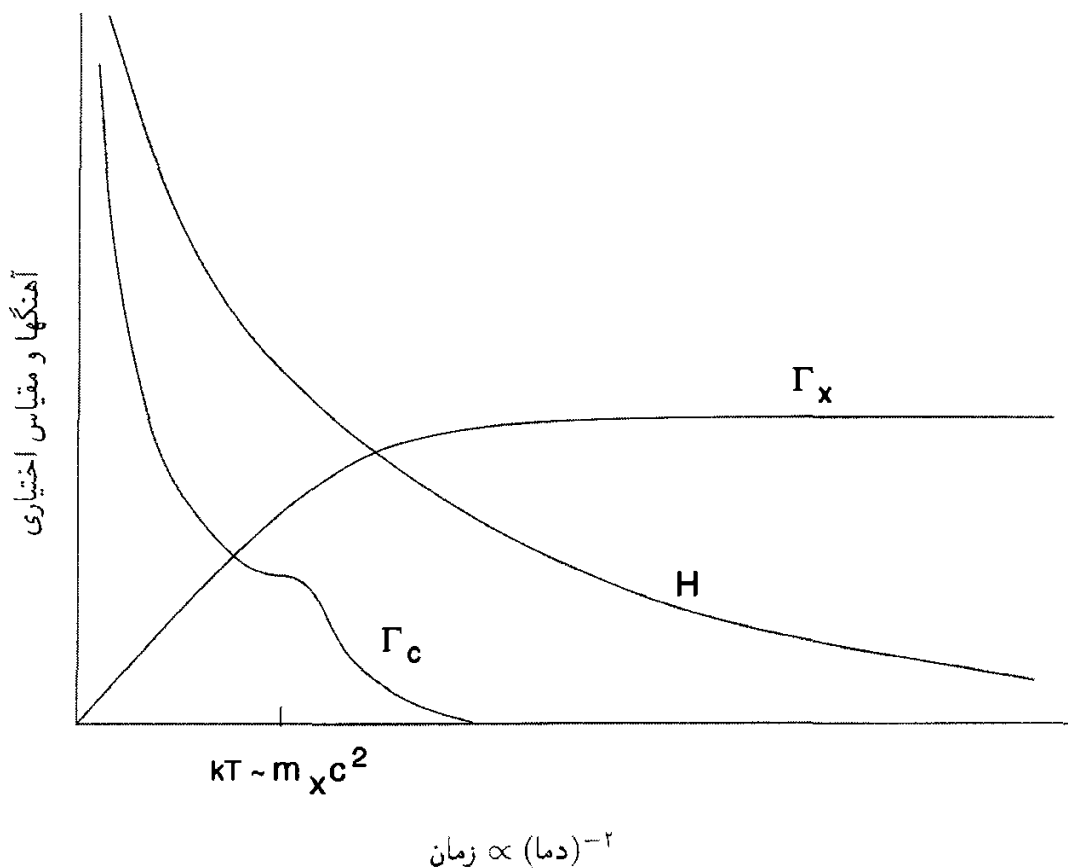
$$T = \left(\frac{3g\alpha_X^2 m_X^2 c^4}{4\pi G a \hbar^2} \right)^{1/4} \quad (48.6)$$

هنگامی که عالم تا دمای بالا سرد شده بود، بوزونهای X شروع به واپاشی کردند. پس این پرسش مطرح می‌شود که آیا این ذرات تا آن زمان در حالت تعادل بوده‌اند؟

همان‌طور که دیدیم، با مقایسه T با T_X می‌توان به این پرسش پاسخ داد. به دو مورد علاقه‌مندیم:

(۱) $T \gg T_X$ و (۲) $T \leq T_X$. این موارد به ترتیب در شکل‌های ۵.۶ و ۶.۶ نمایش داده شده‌اند.

در مورد (۱) واپاشیها هنگامی رخ داده است که تابعهای توزیع بوزونهای X هنوز شکل تعادل



شکل ۶.۶ شکل ۵.۶ که برای مورد $m_X c^2 > \alpha_X 10^{12} \text{ GeV}$ دوباره رسم شده است. وقتی kT به کمتر از $m_X c^2$ فرو می‌افتد، واپاشیها و نابودیها مؤثر نیستند، چون هر دوی Γ_X و Γ_c کمتر از H هستند. تا زمانی که Γ_X بیش از H شود، بوزونهای X به حالت تعادل نمی‌رسند. در این مرحله X ، \bar{X} آزادانه وامی‌پاشند و می‌توانند اضافه باریون خالص تولید کنند. چون $\Gamma_c < H$ این اضافه باریون باقی می‌ماند.

خود را داشته‌اند. در این شرایط بوزونهای X نمی‌توانسته‌اند اضافه باریون خالصی تولید کنند؛ زیرا تعادل گرمایی ایجاد می‌کند که هر واپاشی (مانند مورد شکل ۴.۶) که به از بین رفتن عدد باریونی می‌انجامد با واپاشیهای معکوس جبران شود. اما، در مورد (۲)، تابع توزیع بوزونهای X از شکل تعادل منحرف می‌شود و در نتیجه توازن تفضیلی میان واپاشیهای مستقیم و معکوس به‌وجود نمی‌آید. بنابراین، ورودی جدیدی برای بحث دربارهٔ سناریوی عالم اولیه در بخش ۲.۶ را مورد (۲) فراهم می‌آورد. با دور شدن از تعادل ترمودینامیکی در زمان مناسب، توزیع بوزون X امکان تولید عدم تقارن باریونی را دارد.

شرط تجاوز T_X از مقدار T در رابطه (۴۸.۶) را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد

$$m_X > \left(\frac{3g\alpha_X^2 k^4}{4\pi Gac^4} \right)^{1/2} = g^{1/2} \alpha_X m_p \quad (49.6)$$

ملاحظات تجربی چارچوب $SU(5)$ نشان می‌دهد که با توجه به نامساوی بالا $m_X c^2$ باید متجاوز از 10^{16} GeV شود. این با برآورد قبلی ما در مورد جرم بوزون X از حد پایین طول عمر پروتون سازگار است.

تاکنون فرض انحراف از تعادل ترمودینامیکی را مطرح کردیم. اکنون فرض دیگری را دربارهٔ عدم تقارن باریون-پادباریون وارد می‌کنیم. فرض کنید که بوزون X به دو حالت با عددهای باریونی B_1 و B_2 با کسرهای r در حالت ۱ و $1-r$ در حالت ۲ واپاشد. در یک وضعیت کاملاً متقارن، بوزون \bar{X} با عدد باریونی $-B_1$ و کسر r به حالت ۱، و عدد باریونی $-B_2$ و کسر $1-r$ به حالت ۲ واپاشد. به هر حال، اگر تقارن کامل وجود نداشته باشد، کسرها برای واپاشی \bar{X} به ترتیب \bar{r} و $1-\bar{r}$ خواهند بود ($\bar{r} \neq r$). تعداد خالص باریون تولیدشده در این فرایندها برابر است با

$$\Delta B = (r - \bar{r})(B_1 - B_2) \quad (50.6)$$

چون برخوردهایی که در آنها عدد باریونی پایسته نیست و ΔB را از بین می‌برند با آهنگی کندتر از $H(H < \Gamma_c)$ به وقوع می‌پیوندند، انتظار داریم که ΔB پایسته بماند.

از این رو، برای به حساب آوردن اضافه باریون مشاهده‌شده نسبت به پادباریون و بحث دربارهٔ چگالی عدد باریونی کنونی که $10^9 \sim$ برابر چگالی فوتون مشاهده‌شده است، باید اطمینان حاصل کنیم که پارامترهای GUT به گونه‌ای هستند که عبارت کمی مناسب را برای ΔB می‌دهند. ادعا شده است که مقادیر منطقی برای پارامترهای GUTs در واقع به فرمولی می‌انجامد که با (33.6) سازگار است.

اگر این ادعاها منطقی باشند یا نباشند، استدلال بالا نشان می‌دهد چگونه عالم اولیه صحنهٔ جالب توجهی برای کاربرد GUTs است.

۶.۳.۶ شکست خودبه‌خود تقارن

تغییر گروه بزرگتری از تقارنها به زیر گروه $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ خودبه‌خود است. در سازوکار واقعی مجموعه‌ای از میدانهای زرده‌ای به نام میدانهای هیگز ϕ دخیل‌اند که در هنگام این کار از مقادیر اولیهٔ صفر به مجموعه‌ای از مقادیر محدود تغییر می‌یابند. چگونگی و چرایی این رویداد و نقش میدانهای هیگز در فرایند داستان مفصلی است که ما را به هزارتوی نظریه‌های میدان پیمانه‌ای می‌کشاند. توضیح زیر از کنار مسئله می‌گذرد و توصیفی سطحی فراهم می‌آورد.

کار را از مقایسه فرومغناطیسی و نقش اساسی دمای کوری (77°C برای آهن) آغاز می‌کنیم. در بالاتر از این دما یک میلهٔ آهنی هیچ‌گونه آثار مغناطیسی در میدان خارجی از خود نشان

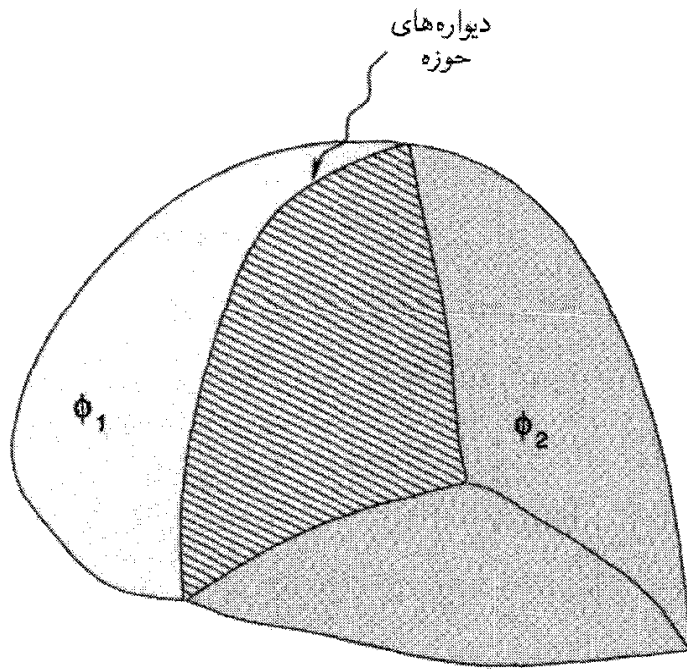
نمی‌دهد. زیرا آهنرباهای هسته‌ای بنیادی به‌صورت کاتوره‌ای توزیع شده‌اند و مغناطیدگی برابند صفر است. به‌لحاظ انرژی، این پایینترین حالت میله است که میله به‌عنوان پایدارترین حالت در آن باقی می‌ماند. در زیر دمای کوری حالت با کمترین انرژی به حالتی تغییر می‌کند که در آن همه هسته‌ها در امتداد میله ردیف شده‌اند، و دو قطب در دو انتهای آن به‌وجود آورده‌اند. برحسب اینکه کدام یک از دو قطب (شمال یا جنوب) در یک سر معین قرار گرفته باشد، دو حالت با کمترین انرژی یکسان وجود دارد. گزینش نهایی یک حالت ظاهراً تقارن را می‌شکند، اگرچه به‌لحاظ نظری و ذاتی تقارن همواره وجود دارد.

در عالم نخستین پدیده مشابهی برای میدان ϕ رخ داده است. بالاتر از یک دمای T_c ، حالت خلأ یعنی حالت با کمترین انرژی چیزی جز حالت $\phi = 0$ نیست. در کمتر از T_c حالت با کمترین انرژی تغییر می‌کند. اکنون این حالت نظیر وضعیتی است که در آن ϕ دارای مقادیر غیرصفر است. با مثالهای صریح این موضوع در بخش ۵.۶ مواجه می‌شویم.

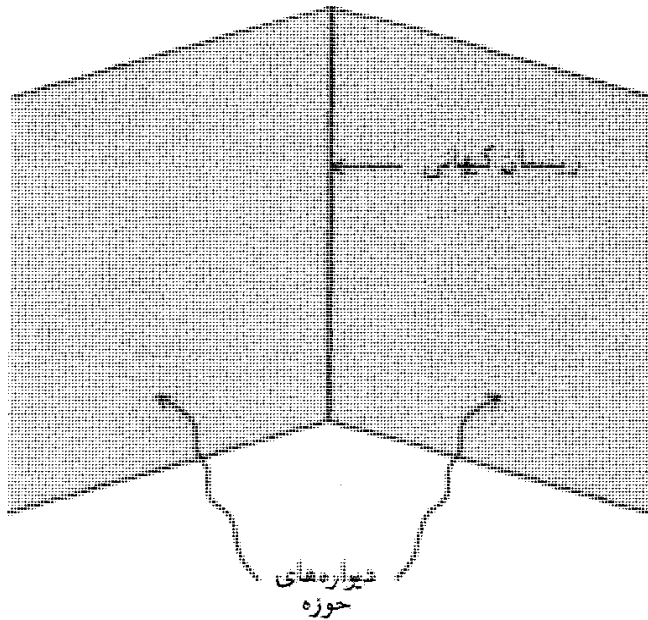
فعلاً فرض می‌کنیم مقدارهای متفاوت $\phi_i (i = 1, 2, \dots)$ برای میدان ϕ وجود دارد، که همه آنها نظیر حالت‌های با کمترین انرژی هستند که اکنون وضعیت خلأ را به‌دست آورده است. تقارنی بنیادی نسبت به همه ϕ_i ها وجود دارد، اما در عمل سیستم فقط می‌تواند به‌صورت خودبه‌خود به یکی از آنها دست یابد. این دوباره یک شکست آشکار تقارن است.

پیامدهای این موضوع برای لحظه‌های اولیه عالم، که در شکل‌های ۷.۶ (الف) نشان داده شده، به این صورت است که آن را به سه حوزه مختلف تقسیم می‌کند که هر کدام از آنها ϕ_i متفاوتی هستند. بدین طریق، عالم دارای ناپیوستگیهایی در امتداد دیواره‌های حوزه می‌شود. این موضوع به‌صورت ناپیوستگیهای بارزی در توزیع ماده ظاهر می‌شود. توجه اینکه در واقع چنین ناپیوستگیهایی را نمی‌بینیم (مثلاً به‌صورت ورقه‌های ماده) دشوار است. این مشکل به مسئله دیواره حوزه معروف است. این به ناپیوستگیهای بارزی در توزیع ماده می‌انجامد. توضیح این واقعیت که چرا این ناپیوستگیها را واقعاً (مثلاً به‌صورت ورقه‌های بزرگ ماده) نمی‌بینیم دشوار است. این مشکل به مسئله دیواره حوزه معروف است.

محل برخورد دو دیواره حوزه، ساختاری خطی به‌نام «ریسمان کیهانی» است (نگاه کنید به شکل ۷.۶ (ب)). این ساختارهای رشته‌ای در سناریوهای تشکیل کهکشانها فراخوانده می‌شوند. (نگاه کنید به فصل ۷) که در آن معلوم می‌شود تعداد زیادی از کهکشانها در ساختارهای خطی توزیع شده‌اند.



(الف)



(ب)

شکل ۷.۶ شکست خودبه‌خود تقارن می‌تواند مرزهایی را در فضا به‌جا گذارد که حوزه‌های شرایط فیزیکی متفاوت را از هم جدا می‌کنند. در (الف) این جدایی به‌صورت «دیواره حوزه» نشان داده شده است. در (ب) می‌بینیم که چگونه دو دیواره حوزه در ساختاری خطی به نام «ریسمان کیهانی» برخورد می‌کنند.

۴.۶ بعضی مسئله‌های کیهان‌شناسی فریدمان

از بحث بالا شاید به نظر برسد که با رفتن به لحظه‌های اولیه‌ی عالم به پیشرفتی در شناخت بعضی از جنبه‌های کنونی عالم نائل شده‌ایم. در واقع، وضعیت درست برعکس است: پیش از آن مسئله پیدا کرده‌ایم که بتوانیم با این ابزار حل کنیم. مسئله دیواره‌ی حوزه یکی از آنهاست. سایر مسئله‌های مهمتر را در زیر مطرح می‌کنیم.

۱.۴.۶ مسئله افق

فرض می‌کنیم که شرایط اولیه‌ی عالم بسیار زود و در عصر t در دوره سیطره تابش تثبیت شده باشد. از ملاحظات فصل ۴ در مورد عامل مقیاس $S \propto t^{1/2}$ ویژه شعاع افق ذره در آن دوره را به صورت زیر به دست آوریم

$$R_P = 2ct \quad (51.6)$$

بُرد تمام فرایندهای فیزیکی در این دوره را R_P محدود می‌کرده است. به طوری که انتظار نداریم همگنی کمیت‌های فیزیکی به فراتر از قطر $2R_P$ گسترش یافته باشد، مگر اینکه این فرض تا حدی سرهم‌بندی شده را بپذیریم که عالم همگن خلق شده است. به عبارت دیگر، محدودیت‌های تصادفی نشان می‌دهند که هیچ منطقه با اندازه بزرگتر از $2R_P$ نمی‌تواند همگن باشد. وقتی شرایط اولیه تثبیت شدند، این منطقه تا اندازه‌های بسیار بزرگتر از دوره حاضر رشد کرد؛ ضریب رشد η نسبت عامل‌های مقیاس در عصر حاضر و دوره اولیه است

$$\eta = \frac{S(t_0)}{S(t)}$$

چگونه می‌توان η را برآورد کرد؟

ساده‌ترین روش مقایسه دماها در t و t_0 است، چون (از ملاحظات فصل ۵) $S \propto T^{-1}$ بنابراین

$$\eta = \frac{T(t)}{T(t_0)}$$

$T(t)$ از (۶.۶) به دست می‌آید بهتر است T_0 را نیز برحسب GeV بیان کنیم:

$$T_0 (\text{GeV}) = 2,3 \times 10^{-13} \left(\frac{T_0}{2/\sqrt{K}} \right) \quad (52.6)$$

با ترکیب (۶.۶) و (۵۲.۶) و نوشتن مقدار c در (۵۱.۶)، حد فعلی منطقه همگن را به صورت زیر به دست می آوریم

$$R_{\text{همگن}}(t_0) = 2ct \quad (53.6)$$

$$= 6.2 \times 10^{12} \times T_{\text{GeV}}^{-1} g^{-1/2} \times \left(\frac{2/\sqrt{K}}{T_0} \right) \text{cm}$$

برای $T_{\text{GeV}} \cong 10^{15}$ ، $g \cong 100$ ، $T_0 \cong 2,7\text{K}$ مقدار شگفت‌انگیز کوچک 62cm به دست می آید! به عبارت دیگر، هیچ دلیلی نداریم که انتظار همگنی در مقیاس بزرگتر از مثلاً ۱ متر را داشته باشیم. این واقعیت که بقایای زمینه ریزموج در مقیاس کیهانی $10^{28}\text{cm} \sim$ همگن است نشان می دهد که استدلال بالا دارای اشکال اساسی است. با وجود این، مدل استاندارد هیچ راه گریزی از این به اصطلاح مسئله افق در اختیارمان نمی گذارد. همین طور توجه کنید که هرچه (در کوشش برای تثبیت شرایط اولیه) به گذشته دورتر برویم، T_{GeV} بزرگتر و مقدار $R_{\text{همگن}}(t_0)$ کوچکتر می شود. شکل ۸.۶ مسئله افق را نشان می دهد.

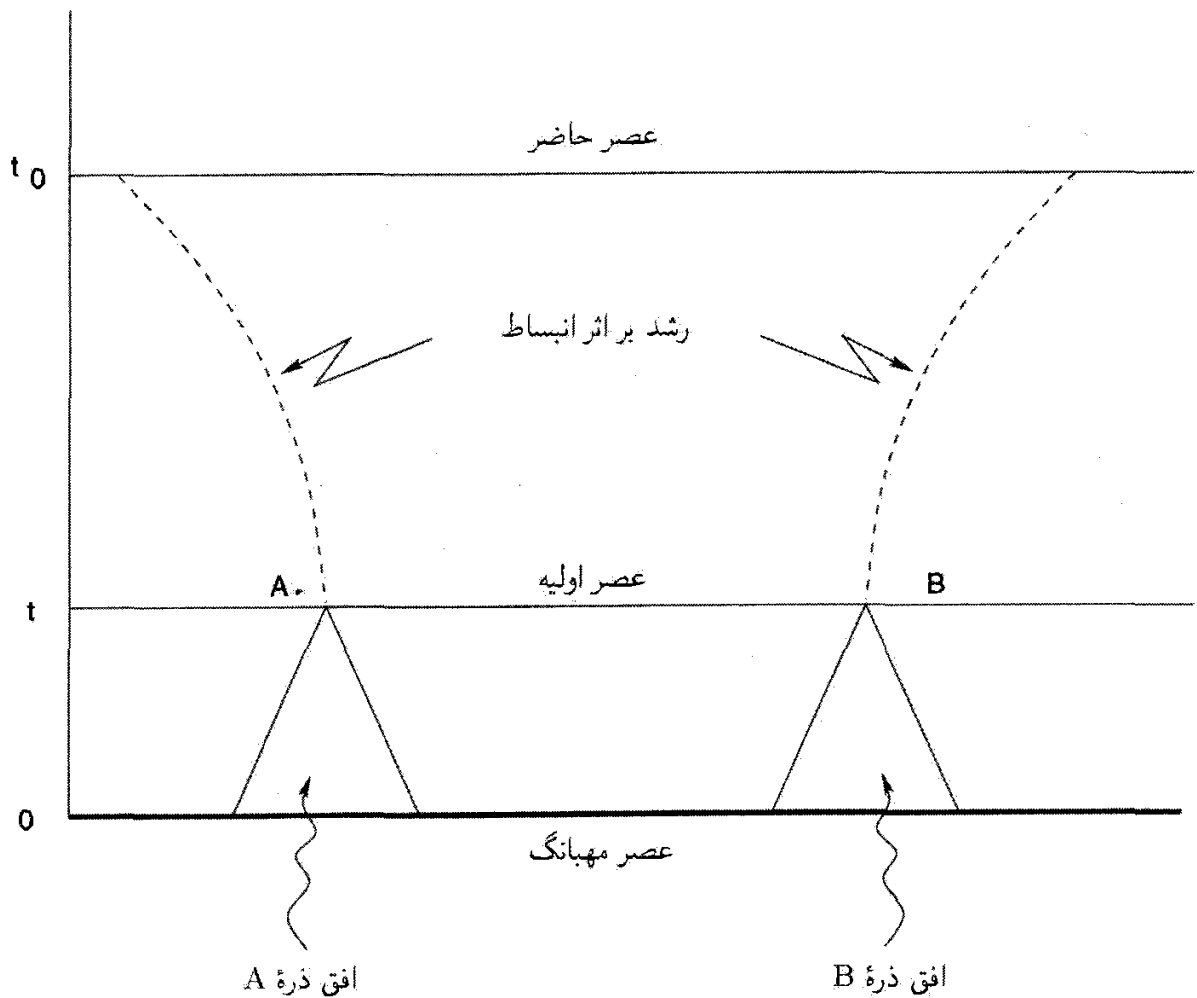
۲.۴.۶ مسئله تخت بودن

هنگام بحث درباره عالم اولیه و نخستین جمله kc^2/S^2 را در معادله های میدان نادیده گرفتیم. بنابراین، (۱.۶) در واقع باید به صورت زیر باشد

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} + \frac{kc^2}{S^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \quad (54.6)$$

توجیه ما در چشمپوشی از این جمله آن بود که با $S \rightarrow 0$ داریم $\dot{S}^2 \rightarrow \infty$ و در نتیجه اولین جمله بسیار بزرگتر از $|kc^2|$ در طرف چپ (۵۴.۶) می شود. اما، این استدلال وابسته به مقیاس است. از این رو، اگر بنویسیم $S = At^{1/2}$ ، خواهیم داشت $\dot{S}^2 = A^2/(4t)$. اینکه \dot{S}^2 به ازای $k = \pm 1$ از c^2 تجاوز کند به A بستگی دارد. مقدار A را از پیش نمی دانیم، مگر اینکه آن را به اندازه فعلی عالم مرتبط سازیم. راحت تر است که به جای آن پارامتر چگالی Ω را در نظر بگیریم. با نوشتن $\rho = \Omega\rho_c$ مانند (۵۳.۴)، در هر عصری که $S \propto t^{1/2}$ باشد خواهیم داشت

$$\frac{kc^2}{S^2} = (\Omega - 1) \frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{\Omega - 1}{4t^2} \quad (55.6)$$



شکل ۸.۶ در عصرهای بسیار اولیه t ، ناظران A و B دارای افقهای ذره‌ای هستند که برهم‌نهاده نمی‌شوند. بنابراین، دلیل پیشینی برای اینکه چرا A و B باید شرایط اولیه یکسانی داشته باشند وجود ندارد. با وجود این، عالمی که اکنون مشاهده می‌شود در فاصله‌هایی بسیار بیش از آنچه AB می‌تواند در حال حاضر تا آن اندازه رشد کند (قسمت خط چین) همگن است.

از طرف دیگر، برای دوره فعلی داریم

$$\frac{kc^2}{S^2} = (\Omega_0 - 1)H_0^2 \quad (56.6)$$

از تقسیم (55.6) بر (56.6) و بهره‌گیری از $S \propto T^{-1}$ به‌ازای $k = \pm 1$ به‌دست می‌آوریم

$$\Omega - 1 = 4H_0^2 t^2 \frac{T^2}{T_0^2} (\Omega_0 - 1)$$

بجز $(\Omega_0 - 1)$ ، تمام کمیت‌های طرف راست معلوم هستند. با استفاده از (6.6) برای t و (52.6)

برای T_0 ، به دست می آوریم

$$(\Omega - 1) \cong 4,3 h_0^2 g^{-1} \times 10^{-21} T_{\text{GeV}}^{-2} \left(\frac{2/\sqrt{K}}{T_0} \right)^2 (\Omega_0 - 1) \quad (57.6)$$

برای $T_{\text{GeV}} = 10^{15}$ و $g \cong 10^0$ به ازای $T_0 \cong 2,7\text{K}$ به دست می آوریم

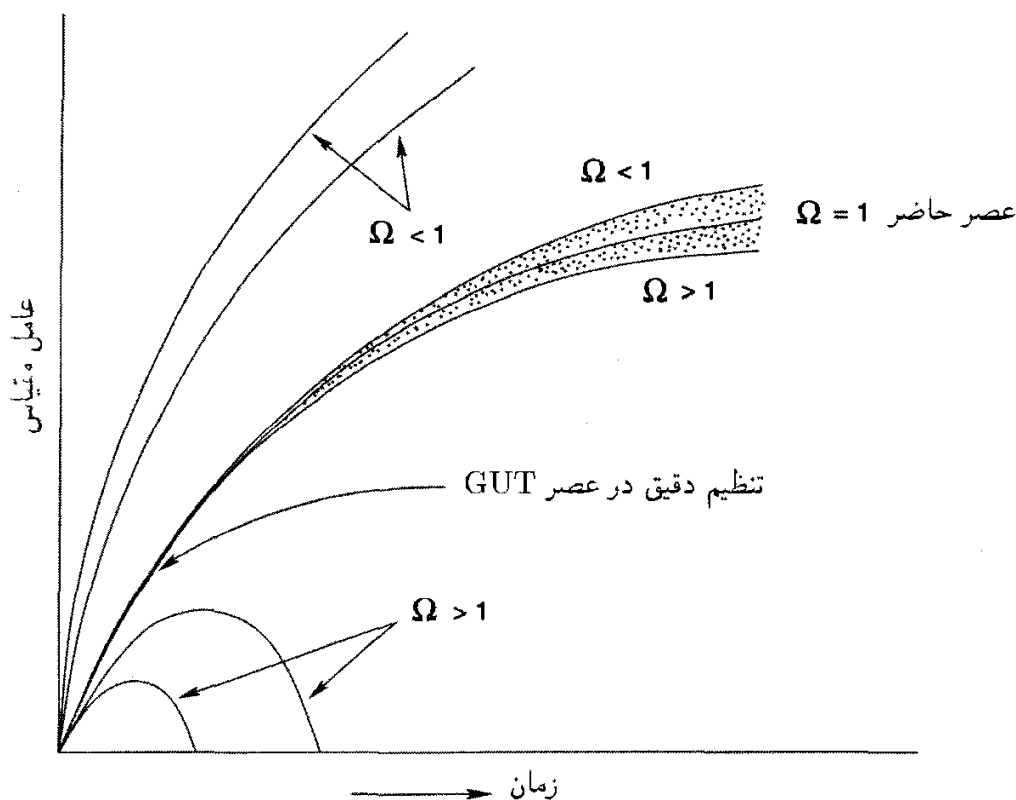
$$\Omega - 1 \cong 4,3 h_0^2 \times 10^{-53} (\Omega_0 - 1) \quad (58.6)$$

این عبارت تجلی چیزی است که به مسئله تخت بودن معروف است. فرض کنید که شرایط اولیه از جمله پارامتر چگالی Ω در عصر GUT یعنی هنگامی که $T \cong 10^{15}\text{GeV}$ است تعیین شده باشد. در این صورت مقدار کنونی $(\Omega_0 - 1)$ از (58.6) به دست می آید. یا با معکوس کردن روند استدلال، فرض کنید که عدم قطعیت رصدی فعلی نشان دهد که $|\Omega_0 - 1| \sim \mathcal{O}(1)$ در این صورت، از (58.6) در عصر GUT اختلاف Ω با واحد کسری از مرتبه 10^{-53} بوده است. به عبارت دیگر، انحراف از مقدار تخت $\Omega = 1$ در این مرحله باید بسیار کوچک باشد. هرگونه تسامح از این تنظیم دقیق در حال حاضر ضربه گستره بسیار وسیعی از Ω_0 خواهد انجامید که بسیار فراتر از مقادیری است که رصدها مجاز می دارند.

بنابراین، نادیده گرفتن جمله خمیدگی $k c^2 / S^2$ با تنظیم دقیق عالم به مدل تخت ($k = 0$) در ارتباط است. اگر این تنظیم وجود نداشت، عالم در مقیاسهای زمانی در حدود 10^{-35}s ، که مشخصه عصر GUT است، یا فرو می ریخت ($k = 1$) و یا تا بینهایت منبسط می شد ($k = -1$).

شکل ۹.۶ این معضل را نشان می دهد. ناحیه سایه دار مجموعه ای از مدل های فریدمان خوب تنظیم شده را نشان می دهد که به گستره مقادیر مشاهده شده $|\Omega_0 - 1| \sim \mathcal{O}(1)$ کنونی می انجامند. منحنی بالا و پایین شکل با مقیاسهای زمانی 10^{-35}s ، معمولاً باید در مرحله GUT عمل می کردند. چه عاملی باعث شده است که عالم به جای آن وارد ناحیه سایه دار شود؟

این مسئله را ابتدا ار. اچ. دیکی^۱ و پی. جی. ای. پبلز، مطرح کردند. آنها عصر GUT را در $t \sim 1\text{s}$ بررسی می کردند که در آن نوترینوها واجفتیده بودند و نابودی زوج (e^\pm) در آستانه شروع بود. بنابراین $T \sim 10^{-3}\text{GeV}$ ، $g \sim 10$ ، و به جای 10^{-53} به عنوان ضریب (58.6)، مقدار $t \sim 10^{-16}$ را به دست می آوریم. بدیهی است که اگر به زمانهای باز هم عقبتر و نزدیکتر به $t = 0$ برویم، تنظیم دقیقتری ضروری می شود. مثلاً، اگر مسئله را در عصر پلانک آغاز کنیم برای گستره تنظیم، به جای 10^{-53} مقدار 10^{-61} را به دست می آوریم.



شکل ۹.۶ مسئله تخت بودن، که به کمک تابعهای توزیع برای مدل‌های $k = 0, \pm 1$ و $\Omega < 1$ و $\Omega \geq 1, \Omega = 1$ رسم شده است. عدم قطعیت قابل مشاهده فراتر از گستره منحنیهای ناحیه سایه‌دار می‌رود، که همه آنها در عصر GUT، نزدیک به منحنی $\Omega = 1$ ، در یک جا جمع شده بودند.

۳.۴.۶ مسئله آنتروپی

این تکرار مسئله تخت بودن و مسئله افق به صورتی متفاوت است. آنتروپی در یک حجم همراه معین در انبساط بی‌دررو ثابت می‌ماند (بخش ۲.۵). آنتروپی فوتونی کنونی در عالم قابل مشاهده با شعاع $R \approx h_0^{-1} \times 10^{28} \text{ cm}$ از مقدار بسیار بزرگ زیر به دست می‌آید

$$\Sigma = \frac{4\pi}{3k} \alpha T_0^3 R^3 \approx h_0^{-3} \times 4,487 \left(\frac{T_0}{2,7} \right)^3 \quad (59.6)$$

چرا این مقدار بزرگ؟ اگر آنتروپی پایسته بود به دست می‌آوریم $ST = \text{const.}$ اما، در مسئله تخت بودن دیدیم که این فرض به تنظیم دقیق می‌انجامد در حالی که برای مسئله افق اندازه همگنی بسیار کوچکی به دست می‌آید. بنابراین، به نظر می‌آید که مشکل به $\Sigma = \text{const.}$ مربوط باشد: این مسئله در صورتی حل می‌شود که فرض انبساط بی‌دررو در مرحله‌ای نقض شود و Σ با ضریب بسیار بزرگی تا مقدار کنونی خیز بردارد.

۴.۴.۶ مسئله تک قطبی

در یک GUT، هرگاه شکست تقارن یک گروه بنیادی بزرگتر مانند $SU(5)$ به زیرگروهی مانند $U(1) \times SU(2)_L \times SU(3)$ رخ می‌دهد که حاوی گروه $U(1)$ است، به‌طور اجتناب‌ناپذیر ذراتی به‌وجود می‌آیند که ویژگیهای تک قطبی مغناطیسی را دارند. این یک نتیجه‌گیری ریاضی دقیق در نظریه‌های میدان پیمانه‌ای است. جرم تک قطبی نوعاً (برحسب یکاهای انرژی) در حدود 10^{16} GeV است. تک قطبی‌ها ذراتی بسیار پایدارند که وقتی تولید شدند دیگر نابود نمی‌شوند. بنابراین، به‌عنوان بقایای واقعه تا عصر حاضر دوام می‌آورند.

در عصر GUT یعنی t که اندازه افق $2ct$ است، انتظار داریم حداقل یک تک قطبی به‌ازای کره‌ای به شعاع اندازه افق وجود داشته باشد، یعنی چگالی جرمی تک قطبی برابر است با

$$\frac{10^{16} \text{ GeV}/c^2}{\left(\frac{4\pi}{3}\right) (2ct)^3}$$

اکنون این چگالی با ضریب $(T_0/T)^3$ رقیق شده است. برای T_0 برحسب گیگاالکترون‌ولت از رابطه (۵۲.۶) و $T = 10^{15} \text{ GeV}$ برای چگالی فعلی تک قطبی به‌دست می‌آوریم

$$\rho_M \cong 1.5 \times 10^{-13} \left(\frac{T_0}{2.7\text{K}}\right)^3 \text{ g cm}^{-3} \quad (60.6)$$

این مقدار بسیار بیشتر از چگالی بستر $10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ است، بنابراین مسئله تک قطبی یکی از مسئله‌های ناجور مدل استاندارد است. باز هم مانند موارد قبل، اگر به‌جای عصر GUT حتی از عصر اولیه‌تری استفاده کنیم، این تضاد زیادتر می‌شود.

۵.۶ عالم تورمی

این مشکلات مدل مهبانگ هنگامی نمایان شدند که کیهان‌شناسی فیزیکی تا عصرهای اولیه گسترش یافت. حل این مشکلات به یک ورودی جدید در حوالی عصر GUT نیاز داشت، این ورودی دینامیک عالم را لااقل به‌طور موقت تغییر می‌داد. این ورودیها را دی. کازاناس^۱ در سال ۱۹۸۰، آلن گوث^۲ در سال ۱۹۸۱ و همین‌طور کی. ساتو^۳ در سال ۱۹۸۱ به‌طور مستقل مطرح کردند. این رهیافتهای اصولاً مشابه‌اند؛ رهیافت گوث را، که شناخته‌شده‌ترین فرد بین این سه نفر است، در زیر توصیف می‌کنیم.

1. D. Kazanas 2. Alan Guth 3. K. Sato

آلن گوٹ مدل موسوم به فاز تورمی را برای حل این مسائل مطرح کرد. کلمه «تورم» برای مشخص کردن انبساط سریع در نظر گرفته شده است. بنابراین رشته زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} t < t_1 &: \text{عامل مقیاس } S(t) \propto t^{1/2} \\ t_1 < t < t_2 &: \text{عامل مقیاس } S(t) \propto \exp(t/\tau), \quad \tau = \text{const.} \\ t_2 < t &: \text{عامل مقیاس } S(t) \propto t^{1/2} \end{aligned} \quad (۶۱.۶)$$

به طور خلاصه، مرحله‌ای با انبساط سریع نمایی را در مدت $[t_1, t_2]$ وارد کرده‌ایم. این گستره زمانی چیست؟ مقدار ثابت زمانی τ را چگونه تعیین کنیم؟ برای پاسخ به این پرسشها روش گوٹ را بررسی می‌کنیم.

۱.۵.۶ مدل تورمی گوٹ

همان طور که قبلاً دیدیم شکست تقارن GUT به $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ به گذار فازی می‌انجامید که در آن حالت خلاً (یعنی حالت با کمترین انرژی) میدان هیگز ϕ تغییر می‌کند. خلاً اولیه با $\phi = 0$ دیگر خلاً واقعی نیست. به هر حال، اگر بلافاصله به حالت خلاً واقعی دست یابیم، حالت تورمی به وجود می‌آید.

مقایسه‌ای که این سناریو را مجسم سازد مناسب خواهد بود. فرض کنید بخار در دمای تغییر حالت 100°C سرد شود. معمولاً انتظار داریم که بخار در این دما به آب تبدیل شود. به هر حال، می‌توان بخار را تا دماهای کمتر از 100°C فوق سرد کرد. اگرچه بخار در این مورد در حالتی ناپایدار خواهد بود. ناپایداری هنگامی به وجود می‌آید که بخشهایی از بخار به قطره‌های ریز آب چگالیده و این قطره‌های ریز درهم ادغام شوند تا سرانجام چگالش تکمیل گردد. در حالت فوق سرد بخار هنوز گرمای نهان خود را دارد که این گرما با تشکیل قطره‌های ریز آزاد می‌شود.

فرض کنید که فوق سرد شدن مشابهی در دمای گذار فاز GUT صورت گرفته باشد. آنچه به وقوع می‌پیوندد تا اندازه‌ای شبیه مورد بخار-آب است. جزئیات آن به تابع انرژی پتانسیل $V(\phi, T)$ بستگی دارد که در زیر آن را بررسی می‌کنیم.

اصل کنش بیانگر دینامیک میدان ϕ را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$A(\phi) = \int \left(\frac{1}{4} \phi_i \phi^i - V(\phi) \right) \alpha^4 x \quad (۶۲.۶)$$

که $\phi_i = \partial\phi/\partial x^i$ و $V(\phi)$ به صورت زیر داده شده است. اولاً، ϕ یک میدان پیمانه‌ای نرده‌ای

است، اما درجه‌های آزادی داخلی آن را تعداد مولدهای گروه پیمان‌های مشخص می‌کند. اگر ماتریسهای مولد را $\tau_A (A = 1, 2, \dots, N)$ بگیریم. می‌توانیم بنویسیم

$$\phi = \sum_A \phi^A \tau_A \quad (63.6)$$

و صورت درجه دوم زیر را برای V در نظر بگیریم

$$V = -\frac{1}{4} \mu^2 \text{Tr} \phi^2 + \frac{1}{4} a (\text{Tr} \phi^2)^2 + \frac{1}{4} b \text{Tr} \phi^4 + \frac{1}{3} c \text{Tr} \phi^3 \quad (64.6)$$

که μ, a, b, c ثابتهای جفت‌شدگی هستند. در یک نمونه شکست تقارن از نوع زیر

$$SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$$

داریم

$$\langle \phi \rangle = \Phi \text{diag}(1, 1, 1, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}) \quad (65.6)$$

که Φ یک نرده‌ای معمولی است. همین‌طور، اگر

$$SU(5) \rightarrow SU(4) \times U(1) \quad (66.6)$$

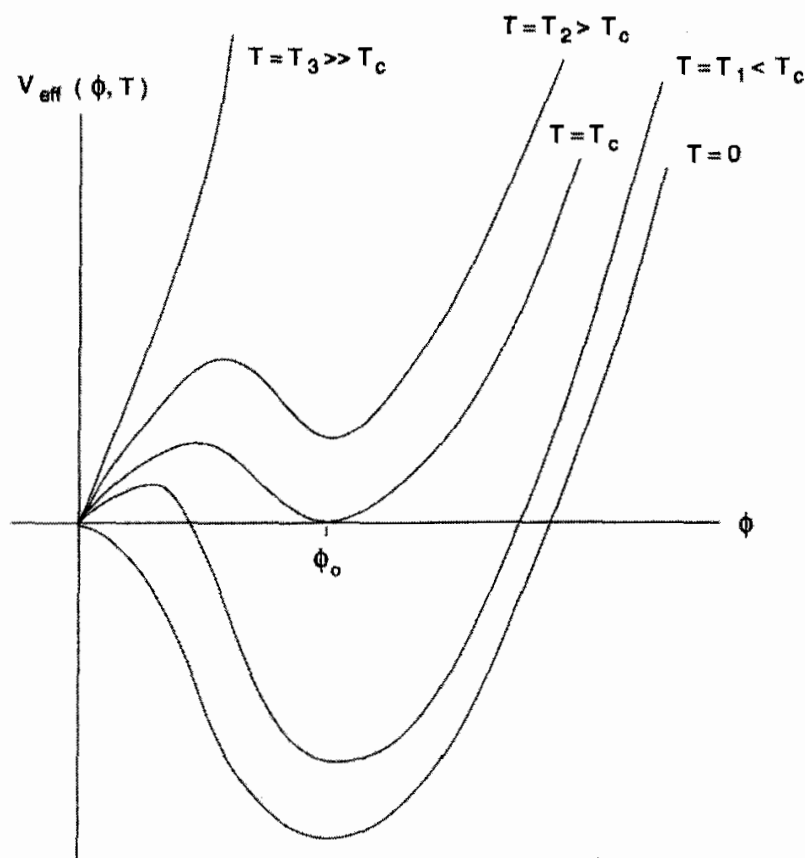
آنگاه

$$\langle \phi \rangle = \sigma \text{diag}(1, 1, 1, 1, -4) \quad \sigma \text{ یک نرده‌ای است} \quad (67.6)$$

در هر مورد $\text{Tr} \phi = 0$. اگر گروه تقارن بنیادی GUT متفاوت باشد، البته نمایشهای متفاوتی برای ϕ خواهیم داشت. برای اهداف کیهان‌شناختی باید بدانیم که $V(\phi)$ از طریق معادله‌های اینشتین چه تأثیری بر هندسه فضا-زمان دارد. بدین منظور باید روی افت‌وخیزهای کوانتومی میدان ϕ میانگین بگیریم تا یک پتانسیل میانگین «مؤثر» به دست آوریم

$$V_{\text{eff}}(\phi) = \alpha \phi^2 - \beta \phi^4 + \gamma \phi^4 \ln(\phi/\sigma^2) \quad (68.6)$$

که α, β, γ و σ پارامترهایی از فیزیک ذرات است.



شکل ۱۰.۶ پتانسیل مؤثر میدان هیگنز، $V_{\text{eff}}(\phi, T)$ در دماهای مختلف. برای $T < T_c$ خلا واقعی یعنی حالت با کمترین انرژی دیگر در $\phi = 0$ قرار ندارد.

چون تحلیل باید برای عالم اولیه داغ صورت گیرد، افت و خیزهای گرمایی نیز وجود خواهند داشت. وارد کردن آنها به اضافه کردن یک مؤلفه گرمایی به $V_{\text{eff}}(\phi)$ می‌انجامد تا پتانسیل کل به دست آید

$$V(\phi, T) = V_{\text{eff}}(\phi) + \frac{18T^4}{\pi^2} \int_0^\infty x^2 \ln \left\{ 1 - \exp \left[- \left(x^2 + a \frac{\phi^2}{T^2} \right)^{1/2} \right] \right\} dx \quad (69.6)$$

در اینجا a مقداری ثابت است. شکل ۱۰.۶ نمودار تغییرات $V(\phi, T)$ را برحسب ϕ برای گستره‌ای از مقادیر T نشان می‌دهد.

توجه کنید که برای مقدار بحرانی $T = T_c$ ، تابع $V(\phi, T)$ بر محور ϕ در دو نقطه $\phi = 0$ و $\phi = \phi_0$ مماس می‌شود که هر دو نقطه کمینه‌های محلی برای $V(\phi, T)$ هستند. برای $T \gg T_c$ فقط یک کمینه، در $\phi = 0$ ، وجود دارد. با کم شدن T ، کمینه دیگری در سطح بالاتر ظاهر می‌شود،

در حالی که با رفتن T به کمتر از T_c این کمینه دوم به سطح پایستری سقوط می‌کند. به عبارت دیگر، برای $T < T_c$ حالت دارای کمترین انرژی میدان ϕ نه در $\phi = 0$ که در مقدار $\phi > 0$ قرار می‌گیرد. این جایی است که دارای وضعیت بخار فوق سرد می‌شویم.

فرض کنید که عالم را تا کمتر از دمای بحرانی T_c خنک کنیم. با سقوط T به کمتر از T_c حالت با کمترین انرژی به صورت گسسته جابه‌جا می‌شود که علامت تغییر فاز است. اما، اگر عالم فوق سرد باشد، در $\phi = 0$ در خلأ «دروغی» باقی می‌ماند تا اینکه در مرحله‌ای میدان ϕ در سد $V(\phi) > 0$ تونل بزند و در سرایشی $V(\phi)$ به خلأ «واقعی» برسد. بگذارید اختلاف انرژی این دو حالت خلأ را با ϵ_0 نشان دهیم. قبل از اینکه تونل زنی صورت گیرد عالم دارای چگالی انرژی ϵ_r است که باید از طریق معادله‌های اینشتین تأثیرهای دینامیکی داشته باشد

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\lambda\pi G}{3c^2}(\epsilon_0 + \epsilon_r) \quad (70.6)$$

در اینجا $\epsilon_r \propto 1/S^4$ چگالی انرژی تابش و ذرات نسبیتی است. چون مقدار ϵ_r با انبساط عالم فرو می‌افتد، در حالی که ϵ_0 ثابت می‌ماند پس مقدار اخیر غالب می‌شود. بنابراین، ϵ_r را نادیده می‌گیریم و (70.6) را حل می‌کنیم، به عنوان مثال، برای $k = +1$ به دست می‌آوریم

$$S = \left(\frac{3c^4}{\lambda\pi G\epsilon_0} \right)^{1/2} \cosh \left[\left(\frac{\lambda\pi G\epsilon_0}{3c^2} \right)^{1/2} t \right] \quad (71.6)$$

برای $k = -1$ عبارت مشابهی را به دست می‌آوریم که در آن «sinh» جایگزین «cosh» شده است. نکته مهمی که باید در نظر بگیریم این است که برای

$$t \gg \left(\frac{3c^2}{\lambda\pi G\epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (72.6)$$

هر یک از جوابها به جواب $k = 0$ (تخت) نزدیک می‌شود

$$S \propto \exp(at), \quad a = \left(\frac{\lambda\pi G\epsilon_0}{3c^2} \right)^{1/2} \quad (73.6)$$

بسط نمایی شبیه مدل دوسیه است. در واقع، تانسور انرژی خلأ دروغی جمله λg_{ik} در معادله‌های اینشتین را شبیه‌سازی می‌کند.

بسط سریع به صورت نمایی ادامه می‌یابد تا تونل زنی صورت گیرد و ϕ به مقدار خلاً واقعی برسد. میانگین زمان τ برای تونل زنی را می‌توان به طور کوانتومی مکانیکی محاسبه کرد. به دست می‌آوریم

$$a\tau \approx 67, \quad Z = \exp(a\tau) \approx 10^{29} \quad (74.6)$$

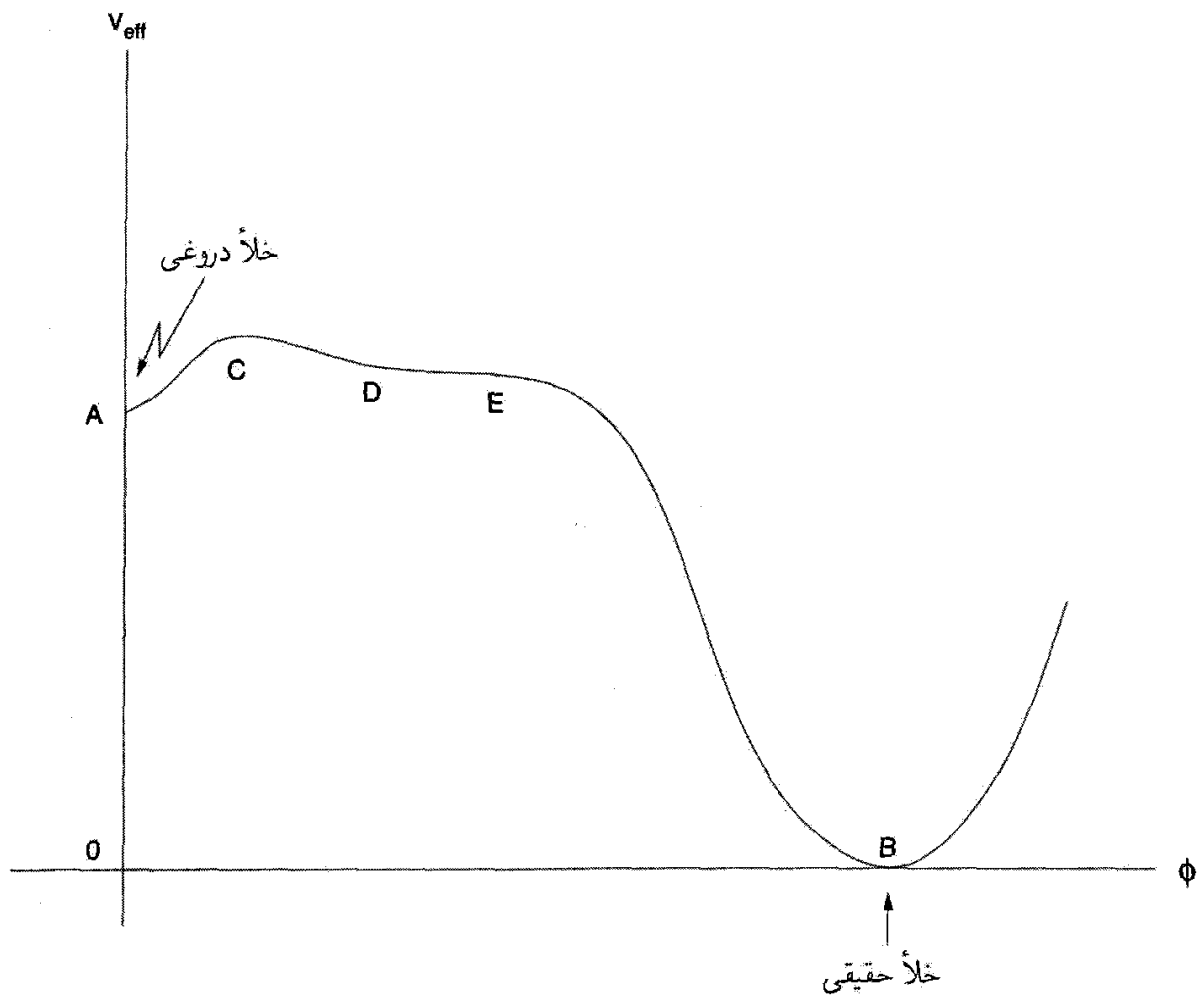
به عبارت دیگر، بسط نمایی تورم به مدت کافی دوام می‌آورد تا عامل مقیاس با ضریب بسیار بزرگ، $Z \sim 10^{29}$ ، منفجر شود. بنابراین، اگر با جمله خمیدگی (kc^2/S^2) قابل مقایسه با جمله (\dot{S}^2/S^2) قبل از تورم کار را شروع می‌کردیم در پایان کار جمله اول با ضریب $10^{58} \sim Z^2$ کاهش می‌یافت در حالی که جمله دوم ثابت می‌ماند. این ضریب بزرگ Z نه تنها تنظیم دقیق در مسئله تخت بودن را به عهده می‌گیرد، بلکه مسئله افق را (با افزایش منطقه همگن به طور خطی با ضریب Z)، و مسئله تک قطبی را (با کاهش چگالی تک قطبی با ضریب Z^3) حل می‌کند. همین طور دیواره‌های حوزه از هم دور می‌شوند به طوری که احتمال عبور یکی از آنها از عالم قابل مشاهده کم می‌شود. با این همه، یک اشکال اساسی وجود داشت که مدل گوث را غیر عملی می‌ساخت. این اشکال ناشی از آنتروپی بود. زیرا آنتروپی نیز با ضریب $Z^3 = 10^{87}$ زیاد می‌شد که توجیه می‌کرد چرا عالم کنونی دارای چنین مقدار Σ ی بزرگی است. اما، چگونه این آنتروپی باید در عالم تخلیه می‌شد؟

انتظار می‌رفت که با تکمیل گذار فاز در ناحیه‌ای کران دار، عالم به مرحله انبساط با سیطره تابش فریدمان منتقل شود، زیرا دیگر دارای انرژی ϵ نبود. بنابراین، ناحیه تورمی به حبابهای فریدمان منبسط شونده شکسته می‌شد. بیشتر انرژی اضافی در سطح این حبابها قرار می‌گرفت، به طوری که در هنگام برخورد دو حباب انرژی گرمایی می‌شد. بدین ترتیب در منطقه‌های گسترده و گسترده‌تر گذار فاز صورت می‌گرفت و دارای انرژی گرمایی و آنتروپی می‌شدند.

این انتظار از این رو تحقق نیافت که عالم بیرون از حبابها به طور نمایی منبسط می‌شود، و حبابهای تشکیل شده در قسمتهای مختلف با چنان سرعتی از یکدیگر دور می‌شوند که نمی‌توانند باهم برخورد کنند. بنابراین، سازوکار گرمایی شدن بالا عملی نیست.

۲.۵.۶ عالم تورمی جدید

طولی نکشید که روایت بازنگری شده‌ای از عالم تورمی مطرح شد. ای. دی. لینده^۱ در شوروی و ای. آلبرشت^۲ و پی. جی. اشتینهارت^۳ در ایالات متحده به طور مستقل چیزی را پیشنهاد کردند که به عالم تورمی جدید معروف شد. تفاوت اساسی میان این عالم و مدل مربوط به گوث در انتخاب



شکل ۱۱.۶ $V_{\text{eff}}(\phi, T)$ به کار رفته در مدل تورمی جدید.

$V_{\text{eff}}(\phi, T)$ بود. در مدل جدید $V_{\text{eff}}(\phi, T)$ از کار اِس. کلمن^۱ و ای. واینبرگ^۲ اقتباس شده بود.

$$V_{\text{eff}}(\phi, T) = \frac{25}{16} \alpha^2 \left[\phi^4 \ln \left(\frac{\phi^2}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} (\sigma^4 - \phi^4) \right] + \frac{18}{\pi^2} T^4 \int_0^\infty \ln \left\{ 1 - \exp \left[- \left(x^2 + \frac{5}{12} \phi^2 \frac{g^2}{T^2} \right)^{1/2} \right] \right\} dx \quad (75.6)$$

که α ، σ و g مقادیر ثابت هستند. شکل ۱۱.۶ نمودار $V_{\text{eff}}(\phi, T)$ به ازای یک مقدار مشخصه T است.

ما خلای دروغین در $A(\phi = 0)$ و یک خلأ واقعی در $B(\phi = \sigma)$ داریم. یک برآمدگی

1. S. Coleman

2. E. Weinberg

وابسته به دما در C فراتر از $(\phi > 0)$ وجود دارد که به دنبال آن قسمت سطح DE قرار دارد که قبل از سقوط با شیب زیاد از E تا B به آرامی به طرف پایین شیب پیدا می‌کند. برای اینکه تورم در مدت کافی صورت بگیرد باید سیستم در بخش بالای شکل باقی بماند، یعنی در مدتی که در برآمدگی C تونل می‌زند سپس به آرامی از D به E می‌رود. پس از آن سیستم به B فرو می‌افتد، اما به جای اینکه در آنجا باقی بماند شروع به نوسان میرا می‌کند که در طی آن انرژی گرمایی می‌شود و آنتروپی افزایش می‌یابد. مقیاس زمانی فروافت میدان ϕ برابر Γ^{-1} است. دینامیک واقعی عالم که از معادله‌های اینشتین به دست می‌آید را می‌توان به صورت عددی حل کرد. یک جواب «رضایت‌بخش» از تنظیم پارامترها به دست می‌آید. بنابراین، جواب زیر یک حل رضایت‌بخش است:

$\phi = \phi_i \approx 0$	غلتش در پلاتو آغاز می‌شود
$t \leq 190 H^{-1}$	زمان غلتش که مدت تورم نیز هست
	با $S \propto \exp(Ht)$
$H \approx 2 \times 10^{10} \text{ GeV}$	ثابت هابل برای تورم
$Z \approx \exp(190) \approx 10^{40}$	خیز در اندازه خطی بر اثر تورم
$\tau_{\text{نوسان}} \approx \exp(4/8) \times 10^{-4} H^{-1}$	زمان نوسان قبل از مستقر شدن
	در $\phi = \sigma \approx 2 \times 10^{15} \text{ GeV}$

توجه کنید که این مدل نقاط ضعف مدل استاندارد را بیش از اندازه اصلاح می‌کند. به عنوان مثال، اندازه افق با ضریب 10^{40} خیز برمی‌دارد، به طوری اندازه کنونی عالم قابل مشاهده با ضریب $10^{23} \sim$ بزرگتر می‌شود. همین‌طور توجه کنید که چون یک ناحیه به اندازه کافی بزرگ است (بیش از مقدار لازم!) که عالم قابل مشاهده را دربر بگیرد، نیازی به برخورد و ادغام حبابهای مختلف نیست. در مدل گوث حبابها کوچک بودند به طوری که برخورد و ادغام برای تولید یک منطقه به اندازه کافی بزرگ، علاوه بر شرط باز گرمایش، ضروری بود.

چون $H^{-1} \ll \tau_{\text{نوسان}}$ ، نوسانها بر اثر واپاشی ϕ به ذرات نسبیتی و تابش میرا می‌شوند. با $10^{13} \text{ GeV} \approx \tau$ ، زمان واپاشی Γ^{-1} طوری تنظیم شده است که $H^{-1} \ll$ باشد تا «بازگرمایش» صورت گیرد. دمای عالم مجدداً به $2 \times 10^{14} \text{ GeV} \approx$ افزایش می‌یابد.

نقطه ضعف مدل جدید تورمی آن است که نیاز به تنظیم دقیق ϕ_i/σ دارد که ϕ_i مقدار اولیه‌ای است که از آن غلتش آرام به طرف پایین آغاز می‌شود. به $10^{-5} < \phi_i/\sigma$ و جرم بوزون

هیگز $\sigma^{-5} < m$ نیاز داریم. اگر $m \geq 10^9 \text{ GeV}$ باشد مدل موفق نیست. چون کل مفهوم تورم از این رو وارد شد تا از تنظیم دقیق اجتناب شود، این شرط مانند آن است که تمام قاعده‌های بازی را نقض کنیم.

۳.۵.۶ تورم آشوبناک

مدل اولیه گوث به یک گذار فاز مرتبه اول شدید استناد می‌کرد، در حالی که مدل دوم را می‌توان مدلی در نظر گرفت که به یک گذار فاز مرتبه اول ضعیف یا حتی مرتبه دوم نیاز دارد. آیا می‌توانیم مدلی تورمی بسازیم که در آن هیچ گذار فازی دخیل نباشد؟

آری! این مدل را لینده تحت عنوان «تورم آشوبناک» مطرح کرد. در اینجا تابع $V(\phi)$ به صورت ساده زیر است

$$V(\phi) = \lambda\phi^4 \quad (۷۶.۶)$$

تورم به واسطه حرکت نسبتاً آرام ϕ از مقدار اولیه ϕ_0 به طرف کمینه به وجود می‌آید. گمان می‌رود که این مقدار اولیه ناشی از شرایط اولیه آشوبناک باشد. در حالی که با این روش می‌توان تورم کافی به وجود آورد، اما باید اطمینان حاصل کرد که انرژی جنبشی اولیه میدان ϕ در مقایسه با انرژی پتانسیل کوچک است. محاسبه‌های مفصل نشان می‌دهد که برای نیل به این هدف میدان باید در اندازه‌های بزرگتر از شعاع هابل یکنواخت باشد! همین‌طور، مقدار λ باید در حوالی $10^{-14} \times 4$ تنظیم دقیق شود تا اختلالهای چگالی صحیح به دست آید.

اینده در سال ۱۸۸۷ گامی فراتر نهاد و پیشنهاد کرد که عالم همواره در مرحله انبساط تورمی است. عالم از تعداد نمایی بسیار زیاد مینی-عالم متفاوت تشکیل شده است، که در داخل آنها همه حالت‌های خلأ شبه پایدار محقق می‌شوند، و یکی از آنها ممکن است به گونه‌ای باشد که به عالم اطراف ما بینجامد. انتظار نمی‌رود که عالم اولیه آغازی در عصر معین داشته باشد. بعداً، در فصل ۹، درمی‌یابیم که این ایده به نظریه حالت پایا که در سال ۱۹۴۸ مطرح شد شباهت مفهومی دارد.

۴.۵.۶ تورم: نقطه‌های ضعف و فلکهای تدویر

نقش تورم در اختلالهای چگالی فراینده موضوع مهمی است که در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. احتمالاً این مهمترین موضوعی است که با توجه به آن مفهوم تورم باقی خواهد ماند یا از بین می‌رود!

با وجود این، حالت سیال فعلی فیزیک ذرات پژوهشهایی را در این شاخه از کیهان‌شناسی دارد.

بنابراین، چند فلک تدویر تورم ظاهر شدند که برخی از بین رفتند، دیگران دارای نیمه عمر شش ماه تا یک سال بودند، و بعضی باقی ماندند. مرور همه آنها امکان پذیر نیست، مخصوصاً چون نتیجه‌ای که کیهان‌شناسی به آن علاقه‌مند باشند تولید نکردند.

یک نکته اساسی توجیه‌نشده جمله λ است. اگرچه این مسئله (که در زیر توصیف می‌کنیم) بدون توجه به تورم نیز به وجود می‌آید، اما مسئله تورم آن را بارزتر ساخت. معما در کوچک بودن λ مورد استفاده اینشتین (فصل ۴) در هنگامی است آن را به صورت نسبت بدون بعد زیر بیان کرد

$$\alpha_\gamma = \frac{G\hbar\lambda_0}{c^3} \approx 10^{-126} \quad (77.6)$$

زیرنویس صفر در λ نشان می‌دهد که به مقدار فعلی آن علاقه‌مندیم، که از مرتبه H_0^2/c^2 است. اما، دیدیم که در طول تورم تانسور انرژی تکانه خلأ دروغی تانسوری متناظر با جمله λ با $\lambda_{\text{GUT}} = \lambda$ است، که در آن

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{GUT}}} \approx 10^{-108} \quad (78.6)$$

از این رو، در آغاز λ می‌تواند به بزرگی $c^3/(G\hbar)$ باشد، که سپس به λ_{GUT} و سرانجام λ تبدیل می‌شود. (در بین این مرحله‌ها یک گذار فاز در شکست تقارن الکتروضعیف رخ می‌دهد، که در آن $\lambda/\lambda_{\text{EW}} \approx 10^{-57}$) این پرسش مطرح می‌شود که λ چگونه می‌تواند از یک مقدار اولیه بزرگ تا 10^{-126} تغییر کند؟ این چگونه تنظیم دقیقی است؟ این موضوع به مسئله خروجی دلپذیر ثابت کیهان‌شناسی معروف است.

با تمام این فلکهای تدویر، مدل تورمی یک پیش‌بینی واضح درباره حالت کنونی عالم، یعنی $\Omega_0 = 1$ ، می‌کند. زیرا نزدیکی Ω_0 به واحد به‌گونه‌ای است که به $\Omega_0 = 1$ یا خیلی نزدیک به ۱ (برای $k = \pm 1$) می‌انجامد. این پیش‌بینی خود به خود ایجاب می‌کند که ماده غیرباریونی وجود داشته باشد، زیرا از فصل ۵ داریم که کسر چگالی باریونی $\Omega_B \ll 1$.

۶.۶ سیاهچاله‌های آغازین

اکنون با گذار از بحث برهم‌کنشهای ذرات و GUTs به مطالعه پیامدهای غیرعادی گرانی می‌پردازیم. بحث ما به سیاهچاله‌ها مربوط می‌شود که در فصل ۲ به اختصار بررسی کردیم.

همان‌گونه که از اسم «سیاهچاله» برمی‌آید، انتظار نداریم که هیچ تابشی از چنین جسمی خارج شود. برای یک جسم کروی به جرم M ، شرط سیاهچاله وقتی حاصل می‌شود که مساحت سطح

آن $4\pi R_s^2$ شود که R_s شعاع شوارتس شیلد، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (۷۹.۶)$$

هیچ ذره مادی یا سیگنال نوری که از $R \leq R_s$ گسیل شده باشد نمی‌تواند — لااقل تا جایی که به نظریه نسبیت عام کلاسیک مربوط می‌شود، وارد ناحیه $R > R_s$ شود.

با وجود این، استیون هاوکینگ در سال ۱۹۷۴ این پیشنهاد جالب را مطرح کرد که سیاهچاله می‌تواند تابش کند. محاسبه‌های هاوکینگ از فیزیک کلاسیک فراتر می‌رفت: زیرا حالتی را در نظر می‌گرفت که هر میدان (مثلاً میدان الکترومغناطیسی) در فضا زمان بیرون سیاهچاله کوانتیده می‌شد. توصیف کوانتوم مکانیکی خلأ بسیار پیچیده‌تر از بیان کلاسیک است که به سادگی بیان می‌کند که خلأ تهی است. با توجه به نظریه میدان کوانتومی، خلأ مملو از ذرات و پادذراتی است که وجود آنها را نمی‌توان مستقیماً آشکار ساخت. اما، تداخل آنها با فرایندهای فیزیکی در فضا زمان می‌تواند به نتیجه‌های قابل آشکارسازی بینجامد. هاوکینگ متوجه شد که یکی از این نتیجه‌ها که می‌توان در فضا زمان بیرون یک سیاهچاله در نظر گرفت آن است که ناظر واقع در بینهایت شاری از ذرات را می‌بیند که از حوالی یک سیاهچاله بیرون می‌آیند. ما وارد محاسباتی نمی‌شویم که به این نتیجه‌گیری می‌انجامد؛ بلکه فقط پیامدهای این فرایند را در عالم اولیه در نظر می‌گیریم. شکل ۱۲.۶ توصیفی کیفی از طرز کار فرایند هاوکینگ است. تمام جنبه‌های فرایند هاوکینگ تاکنون مطالعه نشده است. مثلاً مسئله مهمی که هنوز حل نشده است به واکنش معکوس مربوط می‌شود که گسیل ذرات از سیاهچاله چه تأثیری بر هندسه فضا زمان بیرون آن وارد و چگونه آن را تغییر می‌دهد، و این تغییر چه تأثیری بر فرایندهای تابش از سیاهچاله دارد.

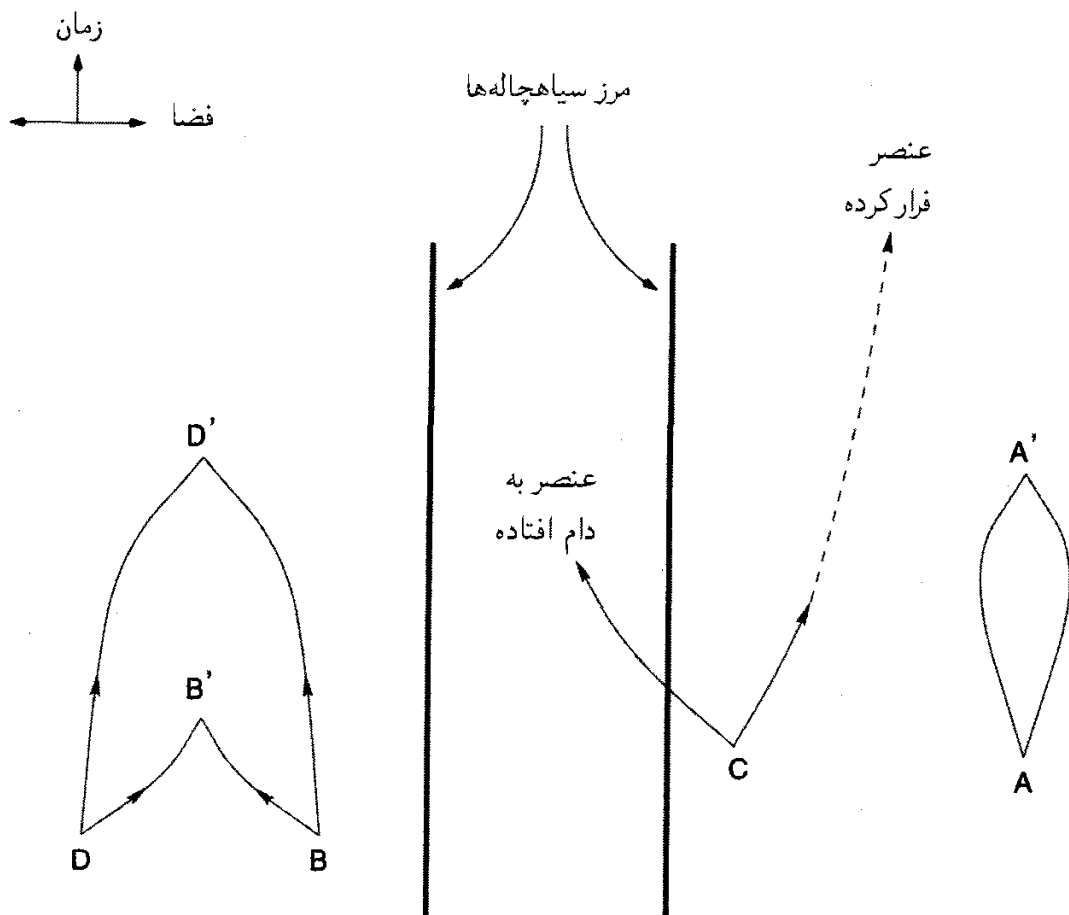
در اینجا از این ایده استفاده می‌کنیم که سیاهچاله‌های به جرم M ذراتی را با طیف گرمایی در دمای T گسیل می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$kT = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM} \sim 10^{26} M_g^{-1} \quad (۸۰.۶)$$

که $M_g = M$ برحسب گرم است. گسیل ذرات از سیاهچاله باعث کاهش جرم با آهنگ زیر می‌شود

$$\frac{dM_g}{dt} \sim -10^{26} M_g^{-2} s^{-1} \quad (۸۱.۶)$$

که منظور از \sim ثابت عددی از مرتبه ۱ است که در طرف راست ظاهر می‌شود تا گونه‌های مختلف ذره گسیل شده را به حساب آورد. اگر از (۸۱.۶) انتگرال بگیریم، درمی‌یابیم که تمام جرم سیاهچاله



شکل ۱۲.۶ خطوط پهن مرز یک سیاهچاله را مشخص می‌کنند. دو پیکان خروجی از نقطه‌های A ، B ، C ... تولید زوج در افت و خیزهای خلأ را نشان می‌دهند. اگر سیاهچاله‌ای وجود نداشت، زوجها به سادگی در نقطه‌های A' ، B' نابود و ناپدید می‌شدند. سیاهچاله می‌تواند به صورت گزینشی فقط یکی از اعضای زوج را در C جذب و بگذارد تا دیگری فرار کند. ناظری در دور دست که این ذره را می‌بیند به این نتیجه می‌رسد که سیاهچاله این ذره را خلق کرده است. چون ذرات مجازی به وجود آمده می‌توانند انرژی منفی داشته باشند، سیاهچاله با جذب عضو با انرژی منفی بخشی از جرم خود را از دست می‌دهد. این ذره فراری حامل انرژی مثبت، گسیل انرژی از سیاهچاله را توصیف می‌کند. این اساس فرایند هاوکینگ است.

در زمان τ که از رابطه زیر به دست می‌آید به صورت تابش در می‌آید

$$\tau \sim 3 \times 10^{-27} M_g^3 s \quad (۸۲.۶)$$

بنابراین، سیاهچاله‌ای که بلافاصله پس از مهبانگ با جرمی $5 \times 10^{14} g$ به وجود آمده باشد تا امروز دوام می‌آورد.

فرایندی که در بالا توصیف شد در ابتدا، وقتی سیاهچاله سنگین و سرد است، به کندی صورت می‌گیرد. اما، با کم شدن M دمای T افزایش می‌یابد. و آهنگ اتلاف جرم زیاد می‌شود تا سرانجام

به سطح فاجعه آمیزی برسد. این مرحله نهایی را اغلب تبخیر و انفجار سیاهچاله می نامند. همان طور که در بالا دیدیم، سیاهچاله ای با جرم ستاره ای ($M_g \gg 10^{33}$) مشکل می تواند در طول عمر عالم منفجر شود! و چون سیاهچاله هایی که در سناریوهای مختلف اخترفیزیکی در نظر گرفته می شوند دارای جرم لا اقل $2M_{\odot}$ هستند، فرایند هاوکینگ فقط به لحاظ علمی جالب توجه است. به هر حال، سناریوهایی در عالم آغازین وجود دارد که می تواند به سیاهچاله های آغازین^۱ (PBHs) با جرمهای بسیار کمتر از M_{\odot} بینجامد. بی. کر^۲ در سال ۱۹۷۵ نخستین کسی بود که این سیاهچاله ها را به تفصیل بررسی کرد. کر به منظور توجیه چگالی نوکلئون مشاهده شده فعلی و تابش زمینه میکروموج گسیل باریونها، لپتونها، فوتونها، و غیره از سیاهچاله های با جرم کم، تشکیل و تبخیر PBHs را مطالعه کرد. این مفاهیم مبتنی بر حدس و گمان اند و به طور مناسب با سایر سناریوهای عالم نخستین (که آنها نیز به همین اندازه حدسی اند!) آمیخته نشده اند.

جنبه جالب توجه این رهیافت آن است که PBHs به عنوان چشمه های ذرات مختلفی عمل می کنند که به گونه ای در عالم خلق شده اند. با این همه، فرض اینکه PBHs تبخیرشونده کنونی ممکن است فورانهای پرتو γ را توجیه کنند منطقی به نظر نمی رسد، زیرا طیف پرتوهای γ که در این فرایند گسیل می شود مانند طیف رویدادهای فوران مشاهده شده نیست.

هنوز چند نکته مبهم در سناریوی PBHs وجود دارد که باید روشن شود. در عمیقترین سطح باید بفهمیم که آنها اصلاً چگونه تشکیل می شوند، زیرا فرایند معمول رمبش گرانشی که گمان می رود به سیاهچاله های ستاره ای و پرجرمتر بینجامد در اینجا به کار نمی رود. سپس باید مفاهیم ترمودینامیک و مکانیک آماری را در فضا زمان بسیار خمیده به کار ببریم تا به مفاهیم دما و طیف جسم سیاه معنی دقیق بدهیم فرمولهای (۸۰.۶) و (۸۱.۶) صرفاً از برونمایی ساده فضا زمان تخت ترمودینامیک استفاده می کنند (به بخش پایانی این فصل رجوع کنید که در آن این موضوع روشنتر شده است). به علاوه، واکنش معکوس هنوز حل نشده است. سرانجام، در جبهه رصدی، این مفهوم عجیب هنوز در انتظار کاربرد مناسب در عالم واقعی است.

۷.۶ کیهان شناسی کوانتومی

در این فصل سرانجام پژوهشهای خود در تاریخ گذشته عالم را تا دوره $10^{-43} \text{ s} \sim t$ دنبال می کنیم. آیا اتکا به مدل مهبانگ استاندارد برای عالم تا این اندازه جوان موجه است؟ یک راه پاسخ به این پرسش جستجوی حدی است که نظریه کلاسیک اعتبار خود را از دست می دهد و

1. primordial black holes (PBHs) 2. B. Carr

مکانیک کوانتومی وارد کار می‌شود. در فراتر از این حد نمی‌توانیم به نظریه کلاسیک گرانی، یعنی نظریه نسبیت، اعتماد کنیم.

نگاهی به اصل کنش (۱۰۳.۲) نشان می‌دهد که حد مورد نظر را می‌توان از مساوی قرار دادن

کنش گرانشی

$$A_g = \frac{c^3}{16\pi G} \int_V R \sqrt{-g} d^4x \quad (۸۳.۶)$$

با ثابت پلانک به دست آورد. برای $A_g \gg \hbar$ توان توصیف کلاسیک هندسه فضا-زمان را به کار برد، در حالی که برای $A_g \ll \hbar$ توصیف کوانتومی کیهان‌شناسی اجتناب‌ناپذیر است. اما برای ارزیابی A_g به \mathcal{V} ، یعنی ۴-حجم خمینه فضا-زمان نیاز داریم.

در مدل مه‌بانگ \mathcal{V} را حجم فضایی در نظر می‌گیریم که افق ذره در بر می‌گیرد و با گستره زمانی عالم مقید شده است. بنابراین، در هر عصر t برای $k = 0$ ، $S \propto t^{1/2}$ ، افق ذره از رابطه زیر به دست می‌آید

$$rS = 2ct$$

برای $S \propto t^{1/2}$ ، $R = 0$ و در نتیجه $A_g = 0$. اما، این بدین سبب رخ می‌دهد که اثر T_k^i در عالم اولیه صفر است. به عنوان یک برآورد مرتبه بزرگی می‌توان در محاسبه A_g به جای R از R_0 استفاده کرد؛ ایده‌ای درباره چگونگی تغییر بخش هندسی کنش بر حسب زمان به دست می‌دهد. برای $S \propto t^{1/2}$ ، $R_0 = 3/(4c^2 t^2)$ ، از این رو، تا عصر t داریم،

$$A_g \sim \frac{c^4}{16\pi G} \int_0^t \frac{3}{4c^2 t_1^2} \frac{4\pi}{3} (2ct_1)^3 dt_1 = \frac{c^3}{4G} t^2$$

با برابر قرار دادن A_g و \hbar ، به دست می‌آوریم

$$t = 2t_P = 2\sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \cong 10^{-43} \text{ s} \quad (۸۴.۶)$$

این گستره زمانی را زمان پلانک می‌نامند. هیچ بحث کلاسیک کیهان‌شناسی مه‌بانگ استاندارد را نمی‌توان تا دوره‌های $t < t_P$ عقب برد. قبلاً در (۴۴.۶)، وقتی دما $E \sim 10^{19} \text{ GeV}$ بود با این دما مواجه شدیم. این انرژی، به طوری که از (۴۴.۶) برمی‌آید، برابر \hbar/t_P است.

بنابراین، بحث‌های فعلی GUTs و کیهان‌شناسی ما را درست به عصر پلانک بردند. اینکه آیا عالم در واقع دارای یک تکینگی فضا-زمان در $t = 0$ است را باید نه به کمک نسبیت عام کلاسیک

که با بهره‌گیری از یک نظریه مناسب گرانی کوانتومی حل کرد. در حال حاضر هدف به دست آوردن یک نظریه گرانی کوانتومی مؤثر بسیار دور به نظر می‌رسد. رهیافتهای مختلف به کار رفته در کوانتیده کردن گرانی در پاسخ به این پرسش که آیا عالم دارای یک عصر تکین بوده است توافق ندارند. یک رهیافت ساده پیشنهاد می‌کند که اگر افت‌وخیزهای کوانتومی عالمهای همگن و همسانگرد را در نظر بگیریم، به «احتمال زیاد» از تکینگی فضا زمان اجتناب می‌شود. در اینجا احتمال به صورت کوانتومی مکانیکی است. در واقع، نتیجه را می‌توان به صورت کلیتری بیان کرد که مؤلف اثبات می‌کند، یعنی اگر کلیترین افت‌وخیزهای همدیس کوانتومی یک جواب کیهان‌شناختی تکین کلاسیک را در نظر بگیریم، به احتمال زیاد، تکینگی در این افت‌وخیزها موجود نخواهد بود.

۸.۶ نتیجه‌گیری

پیش از پایان بحث عالم اولیه، بحثی که در آن معلومات ناکافی خود را تا جایی که می‌توانستیم عقب بردیم، باید خواننده را از گشاده‌دستیهای خود از برونیابی مکانیک آماری معمولی به شرایط حدی آگاه سازیم. تی پادمانابان^۱ و ام. ام. واسانتی^۲ ابتدا به این جنبه از عالم نخستین در سال ۱۹۸۲ اشاره کردند. بنابراین پس از این آن را مسئله عدد کوچک می‌نامیم.

۱.۸.۶ مسئله عدد کوچک

در بحث عالم اولیه و نخستین، معمولاً دمایی نظیر انرژی متوسط در طی هر عصر معین عالم وجود دارد. بدین ترتیب دماها را در معادله (۶.۶) برحسب مگا یا گیگا الکترون ولت بیان کردیم. حال این موضوع وقتی با معنی است که اطمینان داشته باشیم ذرات در تعادل گرمایی هستند. برای حل این مسئله، از نتیجه‌های شناخته‌شده مکانیک آماری فضا زمان تحت استفاده می‌کنیم. توجه بهره‌گیری از فرمولهای فضا زمان تحت در فضا زمان بسیار خمیده از طریق اصل محکم هم‌ارزی صورت می‌گیرد. درباره این اصل در فصل ۲ بحث کردیم. برای اینکه بتوانیم آن را در حجم معین \mathcal{V} ، مثلاً، از فضا زمان، به کار ببریم، بعد خطی مشخصه آن باید نسبت به شعاع خمیدگی فضا زمان کوچک باشد. (یک مورد شبیه آن تقریب زمین-مسطح است که برای اندازه‌های ناحیه‌ای بر روی زمین صادق است که در مقایسه با شعاع زمین کوچک هستند.) هرچه ناحیه کوچکتر باشد تقریب فضا زمان تحت با دقت بیشتری به کار می‌رود. با این همه، نمی‌توان \mathcal{V} را به دلخواه کوچک گرفت، زیرا باید تعداد \mathcal{N} بزرگی از ذرات را داشته باشیم تا بتوانیم آن را در فرمولهای مکانیک آماری به کار

بریم. دو شرط متضاد وجود دارد، پس بگذارید ببینیم آیا آنها در عصرهای اولیهٔ عالم مهبانگ صادق هستند.

در عصر t ، مؤلفهٔ نوعی تانسور خمیدگی برابر است با $(1/c^2 t^2)$ و بعد خطی مشخصهٔ نظیر آن که خمیدگی فضا-زمان را معین می‌کند ct است. اگر L اندازهٔ خطی مشخصهٔ منطقهٔ \mathcal{V} ما باشد. باید داشته باشیم

$$L = \alpha ct, \quad \alpha \ll 1 \quad (85.6)$$

اکنون بگذاریم \mathcal{N} را در ناحیه‌ای به اندازهٔ L محاسبه کنیم. با بهره‌گیری از فرمولهای فصل ۵، یعنی معادلهٔ (۲۴.۵)، مبتنی بر مکانیک آماری فضا-زمان-تخت در دماهای بالا، تعداد ذرات گونه‌های مختلف با عدد مؤثر حالت‌های اسپین g را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= 2.4 \times \frac{g}{\pi^2} \left(\frac{kT}{c\hbar} \right)^3 \times \frac{4\pi}{3} L^3 \\ &\sim g \left(\frac{kT}{c\hbar} \right)^3 L^3 \end{aligned} \quad (86.6)$$

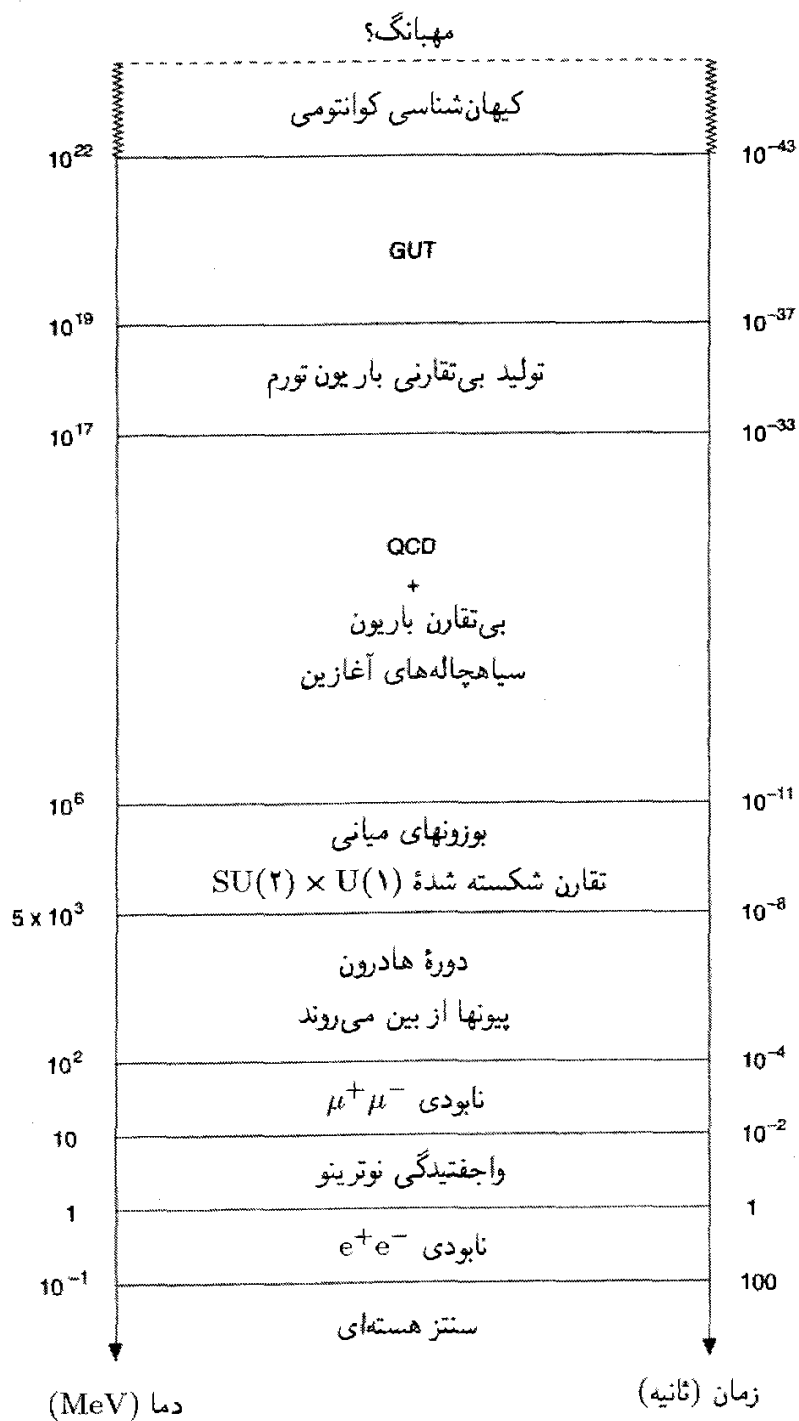
دمای عالم اولیه T با معادله شبیه (۶.۶) به t مربوط می‌شود که می‌توان آن را برحسب زمان پلانک t_P تعریف شده در معادلهٔ (۸۴.۶) و دمای پلانک $T_P = \hbar/(kt_P)$ به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &\sim g \alpha^3 \left(\frac{45}{16\pi^3 g} \right)^3 \\ &\sim \frac{\alpha^3}{30\sqrt{g}} \left(\frac{T_P}{T} \right)^3 \end{aligned} \quad (87.6)$$

توجه کنید که بجز در مواردی که T به اندازهٔ کافی کوچک باشد، شرط $\mathcal{N} \gg 1$ را که برای کاربرد مکانیک آماری ضروری است به دست نمی‌آوریم. بگذارید فرض کنیم که T چقدر باید کم باشد. در آزمونهای استاندارد منظومهٔ شمسی اثرهای خمیدگی با α به کوچکی $10^{-6} \sim$ را آشکار می‌سازیم. اگر از همین استاندارد استفاده کنیم، برای عصر GUT، با مثلاً $T = 10^{15} \text{ GeV}$ و $g = 100$ مقدار زیر را به دست می‌آوریم

$$\mathcal{N} = 3 \times 10^{-9} \quad (88.6)$$

که عدد بزرگی نیست! حتی اگر ضابطهٔ فضا-زمان-تخت را به $\alpha = 10^{-3}$ تقلیل دهیم، $\mathcal{N} = 3$ را به دست می‌آوریم. بدون شک، قانونهای مکانیک آماری را نمی‌توان حتی با این مقدار به کار برد!



شکل ۱۳.۶ محور زمان در نمودار بالا از عصر مهبانگ $t = 0$ آغاز می‌شود. برهم‌کنشها و رویدادهایی که بر حالت عالم حاکم‌اند در بخشهای دمای مربوطه نشان داده شده‌اند. باید به‌خاطر داشته باشیم که افزایش دما با رابطه (۶.۶) به کاهش زمان مربوط می‌شود. با این همه، در دوره هادرون معادله حالت ماده پیچیده است به‌طوری که (۶.۶) به‌کار نمی‌رود.

اگر برای این مقدار α ، بخواهیم \mathcal{N} به صورت قابل ملاحظه‌ای زیاد شود، به دماهای T بسیار کمتر از 10^{15} GeV نیاز داریم. بنابراین، مگر در مواردی که از مکانیک آماری دقیق فضازمان-خمیده استفاده کنیم (که تاکنون برای استفاده در کیهان‌شناسی توسعه نیافته است)، مطالعات آماری برهم‌کنشهای ذرات این فصل مجاز نیستند. برعکس، می‌توانیم خود را قانع کنیم که محاسبات فصل قبل در دماهای به اندازه کافی انجام گرفتند تا بتوانیم از مکانیک آماری فضازمان-تخت استفاده کنیم.

شاید مکانیک آماری دقیق فضازمان-خمیده سرانجام گامهایی را که تأیید کند که در این فصل توصیف کردیم. تا زمانی که این کار ممکن شود باید مفهوم دما و تعادل گرمایی در عالم با سن کمتر از 10^{-36} را فرضی اضافی در نظر بگیریم که باید توجیه شود.

شکل ۱۳.۶ نموداری کلی از رویدادهای عالم اولیه را نشان می‌دهد که از این فرضها به دست آمده است. بررسی بعدی ما تشکیل ساختارهای گسسته را در عالم به مسئله شکل‌گیری نظریه‌ای موفق مربوط می‌سازد که با «بذرهای» افت‌وخیزهای موضعی در عالم نخستین آغاز می‌شود و به صورت کهکشانات، خوشه‌ها، ابرخوشه‌ها و غیره در می‌آید.

تمرینها

۱. بگویند منظور از این مطلب که «عالم اولیه شتابگر انرژی زیاد فقر است» چیست.
۲. جرم و دمای سطح خورشید را در یک کتاب درسی نجوم پیدا و آنها را برحسب MeV بیان کنید.
۳. بگویند چرا گیگا الکترون ولت یکای مناسبی برای توصیف جرمها و دماهای عالم اولیه است.
۴. با قرار دادن ثابتهای بنیادی مختلف در (۵.۶) ضریب عددی رابطه (۶.۶) را به دست آورید.
۵. با فرض اینکه عالم فقط حاوی ذرات (و نیز پادذرات کوارکها و لپتونهای) فهرست شده در جدول ۱.۶ باشد، عامل g را از (۳.۶) برآورد کنید.
۶. با استدلالهای کیفی بر مبنای تعادل ترمودینامیکی و بقای گونه‌های مختلف ذرات در برهم‌کنشهای مختلف بگویند چرا انتظار داریم هادرونها گونه‌های با کمترین فراوانی در عالم باشند.
۷. استدلالهای تمرین ۶ را برای برآورد تقریبی نسبت باریونها به فوتونها در عصر حاضر به کار ببرید. درباره کوچکی این نسبت اظهار نظر کنید.
۸. کوچک بودن نسبت تمرین ۷ را به شدتهای برهم‌کنشهای گرانشی و قوی ربط دهید. ثابت گرانشی چقدر باید بزرگتر باشد تا مقدار محاسبه شده N_A/N_γ به اندازه مقدار مشاهده شده شود؟

۹. نشان دهید که در نظریه‌ای با تقارن $SU(n)$ تعداد «بارها» برابر $n^2 - 1$ خواهد بود. تعداد بوزونهای مربوطه در این نظریه چیست؟

۱۰. نتیجه کلی تمرین ۹ را با مثالهای خاص نظریه‌های فیزیکی با $n = 2, 3$ و 5 نشان دهید.

۱۱. مؤلفه‌های جریان خنثی و جریان باردار برهم‌کنش الکتروضعیف را از هم تمیز دهید. مثالهایی از هر کدام بیاورید.

۱۲. نشان دهید چگونه می‌توان باریونها را با تبدیلهای مناسب در نسخه $SU(5)$ از GUTs خلق و نابود کرد. نشان دهید چگونه پروتون می‌تواند واپاشد، و بگویید در این رویداد کدام محصولات واپاشی تولید می‌شوند.

۱۳. یک تجربه آزمایشگاهی برای اثبات وجود بوزونهای X را شرح دهید. چرا نمی‌توان این بوزونها را مستقیماً در یک شتابگر با انرژی زیاد تولید کرد؟

۱۴. بگویید چگونه عالم داغ می‌تواند یک زمینه آزمون برای پیش‌بینی‌های GUTs باشد.

۱۵. با استدلال کیفی نشان دهید که اضافه باریون چگونه می‌تواند در عالم اولیه تولید شده باشد.

۱۶. برای بوزونهای X مقیاس زمانی زیر را برآورد کنید

$$\tau \sim \frac{\hbar}{m_X c^2}$$

۱۷. بگویید چرا مسئله‌های تخت بودن و افق با کوشش در جهت تثبیت شرایط اولیه در دوره‌های زودتر و زودتر جدیتر می‌شود.

۱۸. با دلیلهای اخترفیزیکی نشان دهید چرا انتظار نداریم که اکنون تک‌قطبی‌های مغناطیسی آزاد به مقدار زیاد داشته باشیم.

۱۹. در مدل تورمی گوث فرض کنید $\lambda(t_0)$ آهنگ تشکیل حبابها در ویژه حجم معین و $p(t)$ احتمال آن باشد که هیچ حبابی نقطه معینی از فضا را احاطه نکرده باشد. نشان دهید که

$$p(t) = \exp \left(- \int_0^t \lambda(t_1) S^3(t_1) V(t, t_1) dt_1 \right)$$

که در آن

$$V(t, t_1) = \frac{4\pi}{3} \left(\int_{t_1}^t \frac{c dt_2}{S(t_2)} \right)^3$$

۲۰. اگر آهنگ هسته‌زایی را بتوان با ثابت λ_0 در تمرین ۱۹ بیان کرد، نشان دهید

$$p(t) = \text{const.} \times \exp \left(- \frac{t}{\tau} \right)$$

$$\tau = 3a^3 / (4\pi\lambda_0) \text{ که}$$

۲۱. نشان دهید که در مورد کلمن-واینبرگ، تحول ϕ در مدت گسترش آرام تقریباً از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\ddot{\phi} + 3a\dot{\phi} + V'(\varphi) = 0$$

که می‌توان ϕ را نادیده گرفت و $a = 25\pi\alpha^2 G\sigma^4 / (24c^2)$

۲۲. نشان دهید حتی اگر بتوان گفت که چرا تغییر Ω در این عصر $\Delta\Omega = O(1)$ است، عصر آینده دارای $\Delta\Omega$ بزرگتر و بزرگتر خواهد بود.

۲۳. دمای یک سیاهچاله کروی با جرم برابر (الف) جرم پروتون، (ب) یک تن، (ج) زمین، (د) خورشید، و (ه) ستاره‌ای به جرم $10 M_\odot$ را برحسب کلوین محاسبه کنید.

۲۴. با قرار دادن مقدارهای \hbar, c, G و k نتیجه‌های (۸۰.۶) و (۸۱.۶) را ثابت کنید.

۲۵. زمان τ را که سیاهچاله‌ای به جرم M تحت تابش خودش دوام می‌آورد برحسب ثابتهای بنیادی بیان کنید.

۲۶. با در نظر گرفتن $k = 0, S \propto t^{1/2}$ در عالم اولیه، اندازه افق ذره را محاسبه کنید. با مساوی قرار دادن این مقدار با شعاع شوارتس‌شیلد یک سیاهچاله، جرم M آن را به دست آورید. نشان دهید که جرم از رابطه زیر به دست می‌آید

$$M = \frac{c^3 t}{G}$$

۲۷. بگویید چگونه سیاهچاله‌های آغازین می‌توانستند چشمه‌های ذرات و تابشی باشند که اکنون در عالم وجود دارد.

۲۸. $A_g(t)$ برای مدل فریدمان بسته را با مقدارهای معین q_0 و h_0 محاسبه کنید. بازه زمانی $(t, 0)$ و گستره فضا را تمام فضا (کروی) در نظر بگیرید. عصری را که در آن $A_g = \hbar$ است تخمین بزنید. چرا پاسخی متفاوت از t_P به دست می‌آورد؟

۲۹. طول پلانک مربوط به گرانی را به طول کامپتون پروتون و عامل شدت α_G در (۳۵.۶) ربط دهید. نشان دهید که در عصر پلانک شعاع شوارتس‌شیلد سیاهچاله آغازین که افق ذره را پر می‌کند از مرتبه طول موج کامپتون سیاهچاله است.

۳۰. در مورد حدی که می‌توان نسبیت عام را در بحث عالم اولیه تا آن جلو برد اظهار نظر کنید.



تشکیل ساختارهای بزرگ-مقیاس در عالم

۱.۷ مسئله‌ای کلیدی در کیهان‌شناسی

فصل ۵ روایت موفقیت مدل مهبانگ داغ، چگونگی ترکیب ذرات و تشکیل هسته‌های سبک در دماهای 10^8K و این موضوع بود که چگونه بقایای مهبانگ امروز به صورت تابش زمینه ریزموج مشاهده می‌شود. با پشت‌گرمی به این موفقیتها، کیهان‌شناسان مهبانگ پژوهشهای خود را به زمانهای گذشته بردند تا به عصر ذرات بسیار پرانرژی برسند. این پژوهشها، که رهوس مطالب آن در فصل ۶ بیان شد، کیهان‌شناسان را در تماس با نظریه‌پردازان ذرات بسیار پرانرژی قرار داد، و به ورودیهای جدید در کیهان‌شناسی کلاسیک مانند تورم، ناپایستگی باریونها و غیره انجامید.

اگرچه این پژوهشها هیجان‌انگیزند، اما نباید این واقعیت را از نظر دور داشت که کیهان‌شناسی شاخه‌ای از فیزیک است، و بدین لحاظ برای حمایت از این حدسها به حقایق محکم نیاز دارد. یک واقعیت قوی وجود ساختارهای گسسته در عالم است که گستره آنها از کهکشانها تا ابرخوشه‌ها تغییر می‌کند. چگونه این ساختارها به وجود آمده‌اند؟ چرا به صورت ناهمگن توزیع شده‌اند، و چرا همتای تابشی آنها چنین هموار است؟ این مسئله‌های کلیدی کیهان‌شناسی حتماً باید راه‌حلی داشته باشند

که در تاریخ اولیه عالم نهفته است.

در این فصل برخی از کوششهای انجام شده در جهت دست یافتن به این راه حل را مرور می‌کنیم. اگر سناریوی مهبانگ صحیح باشد باید حاوی راه حلی برای بعضی یا تمام عصرهای زیر باشد.

۱. عصر پلانک؛

۲. عصر تورم/GUTs؛

۳. عصر آخرین پراکندگی که در آن تابش از ماده واجفتید؛

۴. عصری که عالم از سیطره تابش به سیطره ماده منتقل شد؛

۵. عصر انتقال به سرخ در حدود ۵ هنگامی که QSQS احتمالاً شروع به تشکیل شدن کردند

(این عصر اخیر با این مشاهده تثبیت می‌شود که تعداد این اجسام گسسته با نزدیک شدن به انتقال به سرخهای از این مرتبه به تدریج کم می‌شود)؛

۶. عصر حاضر، که سلسله مراتبی از ساختارها را در اختیارمان می‌گذارد که در آن حفره‌ها

نیز نقش دارند، همین‌طور حرکت عجیبی که بر انبساط عالم نهاده می‌شود؛ و همین‌طور

۷. نقش ماده تاریک، باریونی و نیز غیر باریونی.

بررسیهایی که همه این عصرها را در نظر می‌گیرند طبعاً بسیار گسترده‌اند و مقاله‌های مروری

مفصل و کتابهای زیادی درباره تشکیل ساختار نوشته شده است. در این شرح مقدماتی طبعاً

نمی‌توانیم حق مطلب را درباره این موضوع با جزئیات آن ادا کنیم، ولی در اینجا تصویری کلی از

رئوس مطالب کوششهای انجام شده در این زمینه ارائه می‌کنیم.

استراتژی در این مورد در نظر گرفتن افت‌وخیزهای کوچک چگالی در دوره‌های اولیه (۱) و

(۲) و بررسی رشد آنها در دوره‌های متوالی بعدی است. چون فیزیک عالم به شدت تغییر می‌کند،

روش به دست آوردن جوابها نیز متغیر است. ابتدا دوره‌های (۳) و (۴) رو به جلو را در نظر می‌گیریم

که به لحاظ تاریخی در ابتدا مورد بررسی قرار گرفتند و شامل بخشهایی از کیهان‌شناسی است که

در مورد آنها اطمینان بیشتری وجود دارد.

۲.۷ جرم جینز در عالم در حال انبساط

در سال ۱۹۰۲، سر جیمز جینز^۱ (شکل ۱.۷) مسئله تشکیل کهکشانها در عالم را فرایندی در

نظر گرفت که در آن تأثیر متقابل جاذبه گرانشی و نیروی فشار وارد بر توده‌ای از شاره غیرنسبیتی

دخیل بود. جینز از فیزیک نیوتونی استفاده کرد و عالم را ایستا در نظر گرفت. به هر حال، ایده او

را می‌توان طوری تغییر داد که، لااقل بخشی از آن، برای مسئله ما مناسب باشد.

1. James Jeans



شکل ۱.۷ جیمز جینز (۱۸۷۷-۱۹۴۶).

۱.۲.۷ معادله‌های بنیادی

فرض کنید که عالم پر از شاره‌ای با چگالی ρ ، فشار p ، میدان سرعت v و میدان نیروی گرانشی \mathbf{F} است. فرض می‌کنیم که فیزیک نیوتونی علاوه بر دینامیک شاره‌ها برای گرانی نیز معتبر است. بنابراین، معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.7)$$

و معادله اوایلر

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p = \mathbf{F} \quad (2.7)$$

برای حرکت شاره معتبر است، در حالی که معادله پواسون برای \mathbf{F} به‌کار می‌رود:

$$\nabla \times \mathbf{F} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\rho \quad (3.7)$$

در وضعیت بدون اختلال همگنی و همسانگردی، همان طور که متن کیهان‌شناسی نیوتونی در فصل ۳ و ۴ گفتیم جواب ساده‌ی زیر را برای معادله‌های بالا به دست می‌آوریم

$$p = 0, \quad \rho \propto \frac{1}{S^3(t)}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{r} \frac{\dot{S}(t)}{S(t)} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi G\rho}{3} \mathbf{r} \quad (5.7)$$

عامل مقیاس $S(t)$ در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند

$$\frac{\ddot{S}}{S} = -\frac{4\pi G\rho}{3} \quad (6.7)$$

اکنون اختلالهای این جواب ساده را در نظر می‌گیریم. هدف ما از این کار مشاهده این موضوع است که آیا اندازه کپه‌ای بودن اولیه بر اثر ناپایداری گرانشی رشد می‌کند. بنابراین، تغییرات کوچک p و \mathbf{F} ، \mathbf{v} و ρ در جواب بالا را در نظر می‌گیریم، و آنها را به ترتیب با ρ_1 ، \mathbf{v}_1 ، \mathbf{F}_1 و p_1 نشان می‌دهیم. برای شروع، این اختلالها را کوچک در نظر می‌گیریم، به طوری که معادله‌ها را بتوان خطی کرد. معادله‌های خطی به صورت زیر در می‌آیند

$$\dot{\rho}_1 + \frac{\dot{S}(t)}{S(t)} (\mathbf{r} \cdot \nabla) \rho_1 + 3 \frac{\dot{S}(t)}{S(t)} \rho_1 + \rho \nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0, \quad (7.7)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_1 + \frac{\dot{S}(t)}{S(t)} [(\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1] + \frac{1}{\rho} \nabla p_1 - \mathbf{F}_1 = 0, \quad (8.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{F}_1 = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{F}_1 = -4\pi G\rho_1 \quad (9.7)$$

همین طور، برای افت و خیزهای بی دررو داریم

$$p_1 = c_s^2 \rho_1 \quad (10.7)$$

c_s ، سرعت صوت ($c_s = \sqrt{dp_1/d\rho_1}$) است.

به راحتی می‌توان دید که (۷.۷) تا (۹.۷) دارای جوابهای موج تخت به صورت زیر هستند:

$$\rho_1(\mathbf{r}, t) = \bar{\rho}_1(t) e^{i\chi}, \quad \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t) = \bar{\mathbf{v}}_1(t) e^{i\chi} \quad (11.7)$$

با

$$\chi = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}}{S(t)} \quad (12.7)$$

و

$$\dot{\bar{\rho}}_{\lambda} + \frac{\dot{S}}{S} \bar{\rho}_{\lambda} + \frac{i\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{\lambda}}{S} \bar{\rho}_{\lambda} = 0, \quad (13.7)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{v}}}_{\lambda} + \frac{\dot{S}}{S} \bar{\mathbf{v}}_{\lambda} + \frac{ic_s^2}{S\rho} \mathbf{k} \bar{\rho}_{\lambda} - \bar{\mathbf{F}}_{\lambda} = 0, \quad (14.7)$$

$$\mathbf{k} \times \bar{\mathbf{F}}_{\lambda} = 0, \quad i\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{F}}_{\lambda} = -4\pi G \bar{\rho}_{\lambda} S \quad (15.7)$$

اکنون بهتر است که $\bar{\mathbf{v}}_{\lambda}$ را به دو مؤلفه در امتداد و عمود بر بردار موج \mathbf{k} تجزیه کنیم. بنابراین،

می‌نویسیم

$$\bar{\mathbf{v}}_{\lambda} = \frac{\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{\lambda}}{k^2} \mathbf{k} + \frac{\mathbf{k} \times (\bar{\mathbf{v}}_{\lambda} \times \mathbf{k})}{k^2} \quad (16.7)$$

$$= \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$

با در نظر گرفتن ضرب برداری (۱۴.۷) و \mathbf{k} به دست می‌آوریم

$$\left(\dot{\bar{\mathbf{v}}}_{\lambda} + \frac{\dot{S}}{S} \bar{\mathbf{v}}_{\lambda} \right) \times \mathbf{k} = 0$$

که از آن تعریف ما از \mathbf{v}_{\perp} به رابطه زیر می‌انجامد

$$\mathbf{v}_{\perp} S = \text{const.} \quad (17.7)$$

از این رو، مدل عرضی (یا دورانی) در عالم در حال انبساط تمایل به کاهش دارد. مد موازی با \mathbf{k} چه می‌شود؟ با در نظر گرفتن حاصلضرب نرده‌ای (۱۴.۷) و \mathbf{k} رابطه زیر را به دست می‌آوریم

$$\dot{v}_{\parallel} + \frac{\dot{S}}{S} v_{\parallel} + \frac{i}{k} \left(\frac{c_s^2 k^2}{S} - 4\pi G S \right) \frac{\bar{\rho}_{\lambda}}{\rho} = 0 \quad (18.7)$$

اکنون پارامتر تضاد چگالی را تعریف می‌کنیم

$$\delta = \frac{\bar{\rho}_{\lambda}}{\rho} \quad (19.7)$$

سپس، چون $\rho \propto S^{-3}$ از (۱۳.۷) به دست می آوریم

$$\dot{\delta} = -\frac{ik}{S}v_{\parallel} \quad (20.7)$$

با حذف v_{\parallel} بین (۱۸.۷) و (۲۰.۷)، به دست می آوریم

$$\ddot{\delta} + \frac{2\dot{S}}{S}\dot{\delta} + \left(\frac{c_s^2 k^2}{S^2} - 4\pi G\rho\right)\delta = 0 \quad (21.7)$$

این معادله‌ای است که نشان می دهد چگونه ناپایداری گرانشی به رشد چگالشهایی در عالم در حال انبساط می انجامد.

ابتدا (۲۱.۷) را در تقریب شبه ایستا در نظر می گیریم، که در آن انبساط عالم نادیده گرفته می شود. از این رو، داریم $S = \text{const.}$ و $\dot{S}/S = 0$. این موضوع ما را به محاسبه اولیه جینز از عالم ایستا می برد. $K = k/S$ را عدد موج مؤثر برای جواب (۱۱.۷) و (۱۲.۷) تعریف می کنیم و مقدار

$$K_J = \left(\frac{4\pi G\rho}{c_s^2}\right)^{1/2} \quad (22.7)$$

را عدد موج جینز می نامیم. اکنون معادله (۲۱.۷) به صورت زیر درمی آید

$$\ddot{\delta} + c_s^2(K^2 - K_J^2)\delta = 0 \quad (23.7)$$

در این تقریب به راحتی دیده می شود که (۲۳.۷) دارای جوابهای سینوسی (یعنی نوسانی) برای $K > K_J$ و جوابهای نمایی (یعنی فزاینده و میرا) به ازای $K < K_J$ است. اگر بنویسیم

$$\delta \propto e^{i\omega t} \quad (24.7)$$

خواهیم داشت

$$\omega^2 = c_s^2(K^2 - K_J^2) \quad (25.7)$$

ابتدا توجه کنید که برای $K < K_J$ آهنگ رشد $|\omega|$ وقتی $K = 0$ باشد بیشینه و برابر است با

$$|\omega|_{\max} = c_s K_J \quad (26.7)$$

به هر حال، آهنگ انبساط عالم، که تاکنون آن را نادیده گرفته ایم، نیز در این حدود است. زیرا، از معادله‌های اینشتین (برای کیهان شناسی $k = 0$) به دست می آوریم

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{8\pi G\rho}{3}$$

یعنی،

$$\frac{\dot{S}}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} K_J c_s \quad (27.7)$$

بنابراین، به طور قانونی نمی‌توانیم انبساط عالم در مسئله کنونی را نادیده بگیریم. با وجود این، چیز مفیدی را در این تحلیل حفظ می‌کنیم. اگر در (۲۵.۷) بگذاریم $K \gg K_J$ آشفته‌گیهای سینوسی به دست می‌آوریم که رشد نمی‌کنند بلکه به سادگی مانند امواج صوتی منتشر می‌شوند. این به چه معناست؟ برای درک مفهوم $K \gg K_J$ ، جرم زیر را تعریف کنید

$$M = \frac{4\pi n m_H}{3} \left(\frac{2\pi}{K}\right)^3 \quad (28.7)$$

M جرم کره‌ای به شعاع $2\pi/K$ است که حاوی اتمهای هیدروژن هر یک به جرم m_H با چگالی عددی n است. با انبساط عالم، n به صورت S^{-3} و در نتیجه K به صورت S^{-1} کاهش می‌یابد. بنابراین، M ناوردا باقی می‌ماند. با در نظر گرفتن $\rho \approx n m_H$ برای زمان حال، می‌بینیم که انرژی گرانشی این کره برابر است با

$$\mathcal{E}_G \approx \frac{GM^2}{2\pi/K} \approx \frac{16\pi^2 G \rho^2}{9} \left(\frac{2\pi}{K}\right)^5.$$

از طرف دیگر، انرژی گرمایی این کره برابر است با

$$\mathcal{E}_{th} = \frac{4\pi}{3} \rho c_s^2 \left(\frac{2\pi}{K}\right)^3$$

با مقایسه دو عبارت بالا، می‌بینیم که

$$K \gg K_J \Rightarrow \mathcal{E}_{th} \gg \mathcal{E}_G \quad (29.7)$$

به علاوه، $K \gg K_J$ می‌دهد

$$|\omega| \gg \frac{\dot{S}}{S} \quad (30.7)$$

از این رو، در تقریب موج صوتی نیروهای گرانشی و انبساط عالم را می‌توان نادیده گرفت. بهتر است شرط $K \gg K_J$ را به صورت زیر بیان کنیم

$$M \ll \frac{4\pi n m_H}{3} \left(\frac{2\pi}{K_J}\right)^3 \equiv M_J \quad (31.7)$$

که M_J جرم جینز نامیده می‌شود. بنابراین، نتیجهٔ بالا نشان می‌دهد فقط آشفته‌گیهایی امکان رشد دارند که جرم آنها از جرم M_J جینز تجاوز کند. برای این کره‌ها نیروی گرانشی می‌تواند بر نیروی گرمایی غلبه کند و به تراکم کره و در نتیجه ناپایداری گرانشی بینجامد.

۲.۲.۷ تحول جرم جینز

بگذارید تغییرات M_J را با گذار عالم از مرحله‌های مختلف دنبال کنیم، کار را از عصری آغاز می‌کنیم که e^- و e^+ نابود شدند (نگاه کنید به فصل ۵) با یک تقریب خوب می‌توان فرض کرد تا زمانی که الکترون‌ها با پروتون‌ها ترکیب شدند و اتمهای هیدروژن را به وجود آوردند، عالم عمدتاً از هیدروژنهای یونیدهٔ غیرنسبیتی در تعادل گرمایی با تابش جسم سیاه با دمای T تشکیل شده بود. در این دوره می‌توان فشار و آنتروپی ماده را در مقایسه با تابش نادیده گرفت. بنابراین، چگالی، فشار و چگالی آنتروپی به صورت زیر است:

$$\rho = nm_H + \frac{aT^4}{c^2} \quad (۳۲.۷)$$

$$p = \frac{1}{3}aT^4, \quad (۳۳.۷)$$

$$s = \frac{4}{3}aT^3 \quad (۳۴.۷)$$

در تغییر آنتروپی بی‌درو حجم همراه ثابت است، به طوری که $s/n = \text{const.}$ از این رو، برای ارزیابی c_s^2 باید $dp/d\rho$ را در s/n ثابت محاسبه کنیم. یک محاسبهٔ ساده می‌دهد

$$c_s^2 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{Ts}{c^2 nm_H + Ts} \right) c^2 \quad (۳۵.۷)$$

در ارزیابی جرم جینز از (۳۱.۷) اگر به جای ρ در (۲۲.۷) بگذاریم $\rho + p/c^2$ ، هیچ نتیجه‌گیری (که در هر صورت فقط در حدود مرتبهٔ بزرگی است!) تغییر نمی‌کند. یک محاسبهٔ ساده می‌دهد

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2} s^2}{9a^{1/2} n^2 m_H^2 G^{3/2}} \left(1 + \frac{Ts}{nm_H c^2} \right)^{-2} \quad (۳۶.۷)$$

بتر است که از آنتروپی ویژه استفاده کنیم

$$\sigma = \frac{s}{kn}, \quad k = \text{ثابت بولتزمن} \quad (۳۷.۷)$$

پس

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2} \sigma^2 / k^2}{9a^{1/2} G^{3/2} m_H^2} \left(1 + \frac{\sigma kT}{m_H c^2} \right)^{-2} \quad (38.7)$$

با افت دما به $3000 \text{ K} \sim$ باز ترکیب الکترونها با هیدروژن یونیده تقریباً کامل است. این با اسم بی‌مسمای عصر آخرین پراکندگی است. اگر دمای زمینه فعلی را 2.7 K بگیریم، عصر بازترکیب تقریباً نظیر با انتقال به سرخ در گستره $1500 - 1000 \sim z$ است. در هر برآورد عددی $z_{\text{dec}} = 1000$ را انتقال به سرخ در آخرین پراکندگی در نظر می‌گیریم که در آن ماده از تابش واجفتید.

پس از عصر بازترکیب، فشار تابش بی‌اهمیت می‌شود و گاز (اتمهای H) رفتاری را پیدا می‌کند که از گاز تک‌اتمی انتظار می‌رود: با $\gamma = \frac{5}{3}$ و

$$\rho = nm_H + \frac{3}{2} \frac{nkT}{c^2}, \quad (39.7)$$

$$p = nkT, \quad (40.7)$$

$$c_s^2 = \frac{5}{3} \frac{kT}{m_H} \quad (41.7)$$

جرم جینز به صورت زیر درمی‌آید

$$M_J = 4 \left(\frac{\pi}{3} \right)^{3/2} \left(\frac{\delta kT}{G} \right)^{3/2} n^{-1/2} m_H^{-2} \quad (42.7)$$

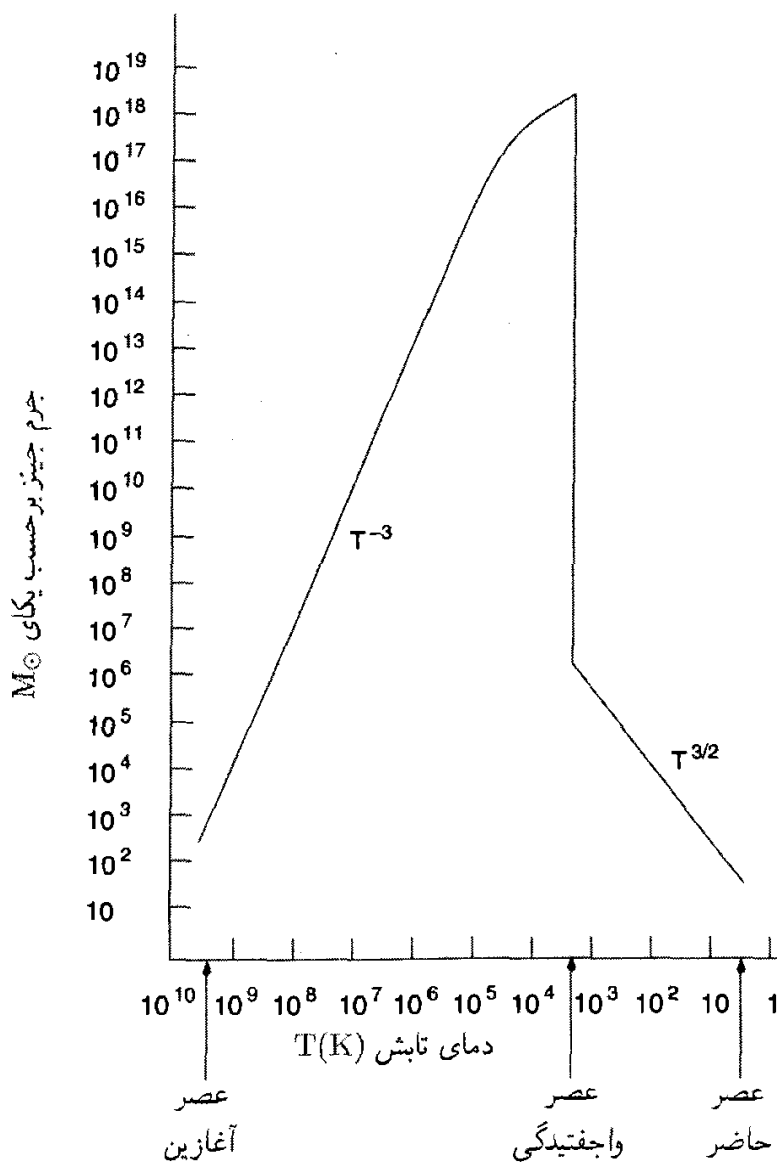
درست پس از واجفتیدگی، دمای ماده با دمای تابش برابر است. از این رو می‌توان با بهره‌گیری از (۳۴.۷) جواب بالا را برحسب σ بیان کرد:

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2} \delta^{3/2} k^2 \sigma^{1/2}}{9a^{1/2} G^{3/2} m_H^2} \quad (43.7)$$

دمای ماده پس از آن چگونه فرو می‌افتد؟ در فصل ۴ دیدیم که حرکت‌های کاتوره‌ای به صورت S^{-1} کاهش می‌یابد، بنابراین در این عصر غیرنسبیتی این دما به صورت S^{-2} کم می‌شود. از این رو با شروع از (۴۳.۷)، در واجفتیدگی، M_J طبق (۴۲.۷) فرو می‌افتد، یعنی،

$$M_J \propto T^{3/2} n^{-1/2} \propto S^{-2/2} \quad (44.7)$$

شکل ۲.۷ چگونگی تغییر M_J با دمای T_γ را با فرض اینکه دمای فعلی تابش $2.7 \text{ K} \sim$ و



شکل ۲.۷ نمودار تقریبی جرم جینز M_J برحسب دمای تابش در عالم دارای چگالی آنتروپی $\sigma \cong 10^9$.

برابر تابش زمینه میکروموج باشد نشان می‌دهد. کمیت دیگری که علاوه بر دما وارد عبارت (۳۸.۷) می‌شود σ یعنی آنتروپی ویژه است. در فصل ۵ دیدیم که σ با نسبت فوتون به باریون متناسب است مقداری در گستره 10^8 تا 10^{10} دارد. در شکل ۲.۷ داریم $\sigma \cong 10^9$. بهتر است M_J را برحسب جرم خورشید M_\odot بیان کنیم.

مشاهده می‌کنیم که در $10^9 K$ ، $T_\gamma \sim 10^9 K$ ، M_J در گستره 10^4 تا $10^5 M_\odot$ است. برای M_J ، $T \gg m_{\text{HC}}^2 / (\sigma k)$ به صورت T_γ^{-3} افزایش می‌یابد. این افزایش ادامه می‌یابد تا T_γ به دمای 10^4 تا $10^5 K$ فرافتد. (برای σ انتخابی ما $m_{\text{HC}}^2 / (\sigma k) = 10^4$). بالاترین مقداری که M_J می‌تواند به آن برسد در گستره 10^{17} تا $10^{19} M_\odot$ است. این درست قبل از دوره آخرین

پراکندگی است که مقدار M_J به چند برابر $10^6 M_\odot$ کاهش می‌یابد. این یک افت سریع است. اما پس از آن M_J به صورت $S^{-3/2}$ ، یعنی $T_\gamma^{3/2}$ کم می‌شود. این رفتار M_J به ما کمک می‌کند تا مشکلات تشکیل کهکشانشانها در عالم در حال انبساط را بفهمیم.

فرض کنید که به تشکیل کهکشانی با جرم نوعی $10^{11} M_\odot \sim$ علاقه‌مندیم. با توجه به (38.7) ، M_J کمتر از این مقدار خواهد بود تا اینکه دما به $10^4 K \sim$ کاهش یابد (به شکل ۲.۷) نیز نگاه کنید). با توجه به نظریهٔ خام جرم جینز، می‌بینیم که افت و خیز جرم $10^{11} M_\odot \sim$ دارای احتمال رشد تحت تأثیر خود-گرانش تا فروافت دما به این مقدار است. مُد واقعی رشد را باید با بهره‌گیری از نظریهٔ اختلال با معادله‌های نسبیت عام کامل محاسبه کرد. این مسئلهٔ پیچیده را ای. لیفشیتز^۱ در سال ۱۹۴۶ حل کرد. در اینجا وارد جزئیات مسئله نمی‌شویم، بلکه فقط نتیجه را بیان می‌کنیم: در مدلهای بهنجار با سریعترین رشد $\delta\rho/\rho$ مانند t افزایش می‌یابد.

در مرحلهٔ بعد، که $M_J > 10^{11} M_\odot$ ، افت و خیزهای ما نمی‌تواند رشد کند، بلکه تا پس از دورهٔ بازترکیب، وقتی M_J دوباره به کمتر از $10^{11} M_\odot$ کاهش یافته است (شکل ۲.۷) مانند یک موج صوتی نوسان می‌کند. پس از کاهش دما به $3000 K \sim$ ، رشد امکان‌پذیر می‌شود و می‌توانیم از معادله‌های نیوتونی ساده استفاده کنیم. این مسئله را در بخش بعد حل خواهیم کرد. اما، بدیهی است که در محدودهٔ نظریهٔ جرم جینز، به‌نظر نمی‌رسد که عدد $10^{11} M_\odot$ هیچ اهمیت ویژه‌ای داشته باشد. جرم نوعی در بازترکیب از مرتبهٔ جرم یک خوشهٔ گویسان است: این جرم بسیار کمتر از $10^{11} M_\odot$ است. این موضوع را ا. ج. دیککی و پی. جی. ای. پیلز در سال ۱۹۶۸ خاطرنشان ساختند و مشکل اصلی کوشش در جهت درک این مطلب است که چرا یگانه‌های نوعی در حدود $10^{11} M_\odot$ در عالم یافت می‌شوند.

۳.۷ رشد در دورهٔ پس از بازترکیب

اکنون می‌خواهیم (۲۱.۷) را در چارچوب مدلهای فریدمان حل کنیم. هدف ما از این کار کوشش در جهت ارتباط افت و خیزهای فعلی دما و چگالی عددی با مقدارهای مربوط به عصر بازترکیب است، با این امید که این محاسبه سرنخایی را در مورد چگونگی تشکیل کهکشانشانها در آن عصر به‌دست دهد. ما این مسئله را جداگانه برای سه نوع $k = -1, k = 1, k = 0$ مدلهای فریدمان در نظر می‌گیریم. در این محاسبه‌ها یک ساده‌سازی انجام می‌دهیم. جمله $c^2 k^2 / S^2$ را در مقایسه با $4\pi G\rho$ نادیده می‌گیریم. به لحاظ فیزیکی، این به معنی چشمپوشی از حرکت‌های کاتوره‌ای در مقایسه با زیرلایهٔ در حال انبساط است؛ یعنی، این تقریب نظیر نادیده گرفتن M_J در مقایسه با جرم

1. E. Lifshitz

رشد در دوره پس از بازترکیب ۲۹۹

کهکشانی است. این چشمپوشی معتبر است، زیرا در عصر پس از بازترکیب M_J فقط $10^6 M_\odot$ (یعنی تقریباً 10^{-5} برابر جرم کهکشانی) است.

۱.۳.۷ مدل اینشتین-دوسیت

در این مدل (نگاه کنید به فصل ۴)

$$S(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}, \quad t_0 = \frac{2}{3}H_0^{-1}, \quad \rho = \frac{1}{6\pi Gt^2} \quad (45.7)$$

بنابراین، (۲۱.۷) به صورت زیر درمی آید

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3t}\dot{\delta} - \frac{2}{3t^2}\delta = 0 \quad (46.7)$$

این معادله دارای حل عمومی زیر است

$$\delta = At^{2/3} + Bt^{-1} \quad (47.7)$$

بنابراین مد فزاینده $\propto t^{2/3}$ و مد میرا $\propto t^{-1}$ است. اگر هر دو مد در شروع کار به صورت قابل مقایسه وجود داشته باشند، سرانجام فقط مد فزاینده دارای اهمیت خواهد بود. بنابراین، می‌گذاریم $B = 0$.

در عصر واجفتیدگی t_{dec} و z_{dec} را زمان کیهانی و انتقال به سرخ در نظر بگیرید. اگر دمای عصر $3000 \text{ K} \sim$ باشد داریم

$$1 + z_{dec} \cong 10^3 \quad (48.7)$$

چون دمای تابش در گذشته متناسب با $(1+z)$ زیاد شده است. از این رو تضاد چگالی δ باید با ضریب زیر رشد کرده باشد

$$\Sigma = \frac{\delta(t_0)}{\delta(t_{dec})} = \left(\frac{t_0}{t_{dec}}\right)^{2/3} = (1+z_{dec}) \sim 10^3 \quad (49.7)$$

۲.۳.۷ مدل بسته ($k = 1$)

با بهره‌گیری از رابطه‌های (۵۶.۴) تا (۶۰.۴) می‌نویسیم

$$ct = \frac{1}{2}\alpha(\Theta - \sin \Theta), \quad S = \frac{1}{2}\alpha(1 - \cos \Theta)$$

$$\rho = \frac{3H_0^2 q_0 (1 - \cos \Theta_0)^3}{4\pi G (1 - \cos \Theta)^3} = \frac{3H_0^2 (2q_0 - 1)^3}{4\pi G q_0^2 (1 - \cos \Theta)^3}, \quad (50.7)$$

$$\alpha = \frac{2q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \left(\frac{c}{H_0} \right)$$

با تعویض متغیر مستقل از t به Θ در (۲۱.۷) به دست می‌آوریم

$$(1 - \cos \Theta) \frac{d^2 \delta}{d\Theta^2} + \sin \Theta \frac{d\delta}{d\Theta} - 3\delta = 0 \quad (51.7)$$

این معادله دارای جواب عمومی زیر است

$$\delta = A \left(\frac{5 + \cos \Theta}{1 - \cos \Theta} - \frac{3\Theta \sin \Theta}{(1 - \cos \Theta)^2} \right) + B \frac{\sin \Theta}{(1 - \cos \Theta)^2} \quad (52.7)$$

باز هم، مد فزاینده آن است که در ثابت A ضرب می‌شود. با تمرکز بر این مد، ابتدا متوجه می‌شویم که برای عصر بازترکیب z_{dec} که از (۴۸.۷) به دست می‌آید کوچک است. در نتیجه

$$1 + z_{dec} = \frac{1 - \cos \Theta_0}{1 - \cos \Theta_{dec}} \approx \frac{2}{\Theta_{dec}^2} (1 - \cos \Theta_0)$$

یعنی،

$$\Theta_{dec} = \left(\frac{2(1 - \cos \Theta_0)}{1 + z_{dec}} \right)^{1/2} \quad (53.7)$$

بنابراین، عامل رشد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \Sigma &= \frac{5(1 + z_{dec})[(5 + \cos \Theta_0)(1 - \cos \Theta_0) - 3\Theta_0 \sin \Theta_0]}{(1 - \cos \Theta_0)^3} \\ &= \frac{5(1 + z_{dec})q_0}{(2q_0 - 1)^2} \left[4q_0 + 1 - \frac{3q_0}{\sqrt{2q_0 - 1}} \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0} \right) \right] \quad (54.7) \end{aligned}$$

که از (۶۰.۴) برای بیان $\cos \Theta_0$ برحسب q_0 استفاده کرده‌ایم.

۳.۳.۷ مدل باز ($k = -1$)

باز هم با بهره‌گیری از رابطه‌های (۷۰.۴) تا (۷۳.۴)، بر حسب پارامتر Ψ می‌نویسیم

$$ct = \frac{1}{4}\beta(\sinh\Psi - \Psi), \quad S = \frac{1}{4}\beta(\cosh\Psi - 1)$$

$$\rho = \frac{3H_0^2(1 - 2q_0)^3}{4\pi Gq_0^2(\cosh\Psi - 1)^3}, \quad (55.7)$$

$$\beta = \frac{2q_0}{(1 - 2q_0)^{3/2}} \left(\frac{c}{H_0} \right)$$

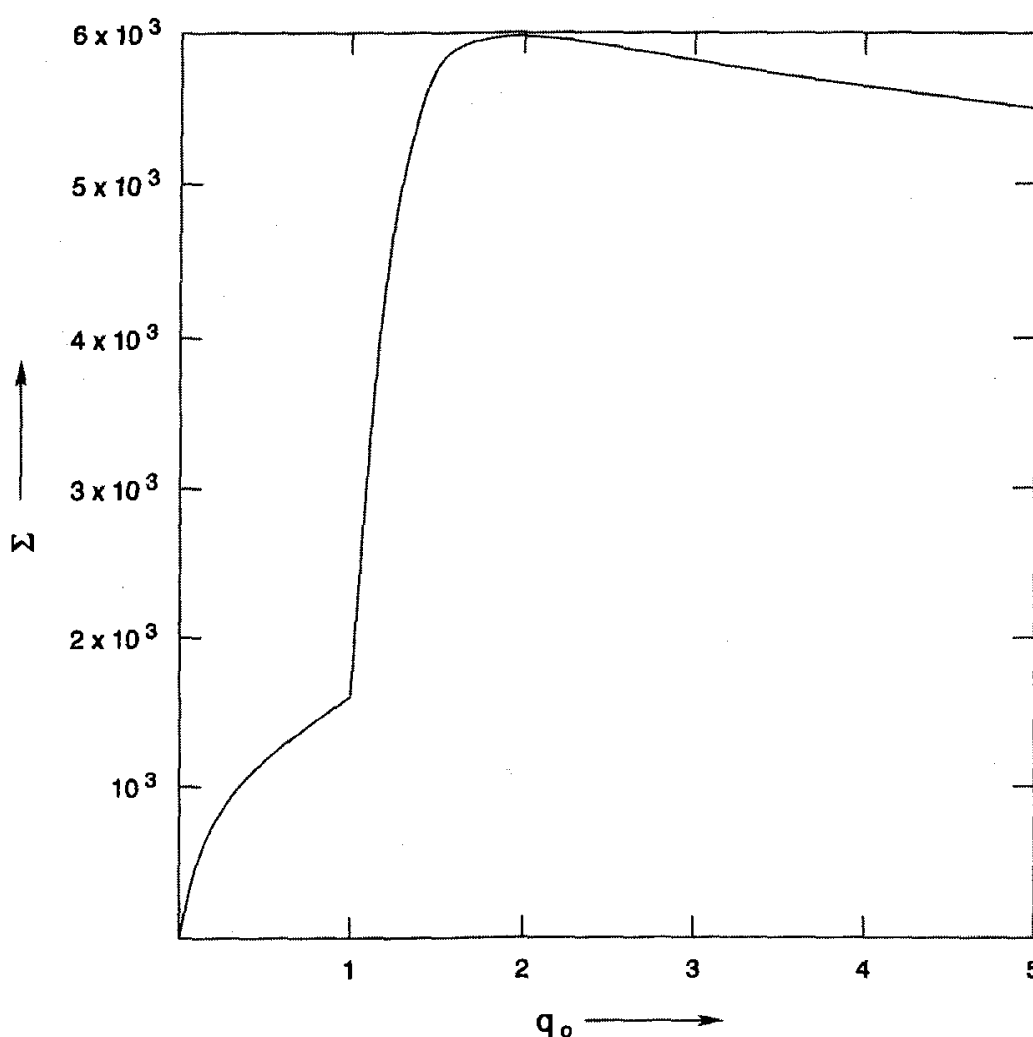
با روشی درست مانند مدل بسته، سرانجام عامل رشد را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\Sigma = \frac{5(1 + z_{\text{dec}})q_0}{(1 - 2q_0)^2} \left[1 + 4q_0 - \frac{3q_0}{\sqrt{1 - 2q_0}} \sinh^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} \right) \right] \quad (56.7)$$

شکل ۳.۷ نمودار Σ بر حسب q_0 را در گستره $0 \leq q_0 \leq 5$ نشان می‌دهد. توجه کنید Σ تا $6 \times 10^3 \sim$ افزایش می‌یابد. قبلاً دیدیم که برای $q_0 = \frac{1}{4}$ ، $q_0 = 10^3 \sim 1 + z_{\text{dec}} = \Sigma$. معنی Σ بر حسب تشکیل کهکشان چیست؟

باید بپذیریم که $\delta = \delta\rho/\rho$ یعنی تضاد چگالی بین کهکشانها و محیط اطراف، به طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از ۱ است، چون چگالی کهکشان لااقل با ضریب 10^3 از چگالی ماده در خوشه کهکشانها بیشتر است. به علاوه، چگالی میان خوشه‌ای $10^{-28} \text{g cm}^{-3} \sim$ است، که یک مرتبه بزرگی از چگالی ستار عالم ($10^{-29} \text{g cm}^{-3} \sim$) بیشتر است. از این رو، برای اعمال نظریه تشکیل کهکشان باید $\delta\rho/\rho \gg 1$ باشد، و در این ناحیه خطی کردن معادله‌های بنیادی معتبر نیست. بنابراین، نمی‌توانیم محاسبات خود را به صورت دقیق به کار ببریم.

به هر حال، می‌توان تحلیل بالا را برای اطلاع از این موضوع به کار برد که برای تشکیل کهکشانها تضاد چگالی فعلی باید لااقل برابر واحد باشد. از این رو، اگر فعلاً بگذاریم $\delta\rho/\rho \sim 1$ می‌توانیم انتظار داشته باشیم که $\delta\rho_{\text{dec}}/\rho_{\text{dec}}$ در زمان باز ترکیب، حداقل برابر واحد باشد. فقط نظریه غیرخطی کامل می‌تواند تعیین کند که $\delta\rho_{\text{dec}}/\rho_{\text{dec}}$ باید چقدر باشد تا در حال حاضر تضادهای چگالی بزرگی به وجود آورد. به هر حال، حتی حد پایین Σ^{-1} به اندازه‌ای است که، به طوری که اکنون خواهیم دید، می‌توان در اندازه‌گیریهای دقیق زمینه ریزموج آشکار ساخت.



شکل ۳.۷ تابع رشد Σ برحسب q_0 برای $0 \leq q_0 \leq 5$ ، به ازای $z_{\text{dec}} \cong 1000$ رسم شده است.

۴.۳.۷ رشد در عالمهای تحت سیطره تابش

تاکنون بحث ما مبتنی بر مدل‌های تحت سیطره ماده بود، یعنی مدل‌هایی که انبساط آنها را ماده غیرنسبیتی کنترل می‌کرد. با این همه، همان‌طور که در فصل ۴ دیدیم، یک عصر t_{eq} وجود داشت که پیش از آن عالم تحت سیطره تابش بود. در این عالمها چگونه ناهمگنیها رشد کردند؟

تفاوت عالم تحت سیطره تابش با عالم تحت سیطره ماده در آن است که فشار تابش p سهم قابل توجهی در جاذبه گرانشی دارد. در واقع، داریم $p = \rho c^2 / 3$ ، به طوری که چگالی مؤثر $\rho + 3p/c^2 = 2\rho$ است. معادله‌های هیدرودینامیک که در بخش ۱.۲.۷ به دست آمدند را باید با توجه به این موضوع اصلاح کرد. وارد جزئیات نمی‌شویم، اما معادله‌ای را برای δ می‌نویسیم که سرانجام از محاسبه به دست می‌آید:

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{S}}{S}\dot{\delta} + \left(\frac{c_s^2 k^2}{S^2} - \frac{32\pi G\rho}{3} \right) \delta = 0 \quad (57.7)$$

در اینجا سرعت صوت $c_s = c/\sqrt{3}$ است. می‌توان فرض کرد که جمله خمیدگی (k) تأثیر قابل ملاحظه‌ای ندارد و می‌توان آن را برابر صفر گرفت. (گوشزد: به مسئله تخت بودن در فصل پیش رجوع کنید!) عدد موج جینز نظیر آن اکنون برابر است با

$$K_J = \left(\frac{32\pi G\rho}{3c_s^2} \right)^{1/2} \quad (58.7)$$

به راحتی می‌توان نشان داد که مدهای رشد و میرایی را مانند قبل می‌توان در یک جواب کلی ادغام کرد

$$\delta = At + Bt^{-1} \quad (59.7)$$

البته، در اینجا فرض کردیم که عدد موج جینز بسیار بزرگتر از عدد موج ناهمگنی تحت بررسی ماست.

۴.۷ قیده‌های رصدی

ایده «رشد افت‌وخیزها» که در بالا بیان شد در برخورد با رصدها با یک مسئله مواجه می‌شود. ما علاوه بر مرور مختصر این مسئله، سایر قیده‌هایی را بررسی می‌کنیم که یک نظریه تشکیل ساختار موفق باید داشته باشد. اگرچه این قیده‌ها مشکلاتی را برای مدل مهبانگ استاندارد به وجود می‌آورند، اما باید به آنها به صورت مثبت‌تری نگاه کنیم. زیرا، نشانگر پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در نجوم رصدی برون کهکشانی در سالهای ۱۹۸۰ به واسطه روشهای رصدی است که به صورت روزافزون دقیقتر می‌شوند. برای همگام شدن با این پیشرفتها در جبهه رصدی، نظریه‌های کیهان‌شناختی نیز باید پخته‌تر شوند و کمتر بر مبنای حدی و گمان باشند. بررسی خود را از تأثیر احتمالی افت‌وخیزهای چگالی بر تشکیل کهکشانها در زمینه ریزموج آغاز می‌کنیم.

۱.۴.۷ ناهمسانگردی زاویه کوچک

بگذارید تأثیر این افت‌وخیزهای $\delta\rho/\rho$ ، تضاد چگالی در عصر بازترکیب را بر تابش زمینه بررسی کنیم. با فرض اینکه افت‌وخیزها بی‌دررو باشند، چگالی عددی ذرات به صورت مکعب دمای

تابش تغییر می‌کند، بنابراین

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)_{\text{dec}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)_{\text{dec}} \quad (60.7)$$

که شاخص پایین (dec) نشانگر عصر باز ترکیب است.

چون عالم پس از این عصر به لحاظ اپتیکی رقیق است، این افت‌وخیزها بر تابش زمینه تأثیر می‌گذارد، این تأثیر اکنون نیز مشاهده می‌شود. یعنی اگر سراسر آسمان را برویم افت‌وخیزهایی را در دمای زمینه مشاهده خواهیم کرد. مرتبه بزرگی این نوسان دما در عصر حاضر چیست؟ در چه اندازه زاویه‌ای مشخصه‌ای باید این افت‌وخیزها را مشاهده کنیم؟

محاسبه‌های ما مقدار $(\delta \rho / \rho)_{\text{dec}}$ را در حدود Σ^{-1} تعیین کرده است. برای مدل‌های کیهان‌شناختی مختلف (نگاه کنید به شکل ۳.۷)، Σ^{-1} در گستره 10^{-2} تا 3×10^{-4} قرار دارد. از این رو، با توجه به (60.7) افت‌وخیزهای فعلی $\Delta T / T$ باید در گستره 10^{-3} تا 3×10^{-4} باشد. این موضوع البته بر مبنای فرض رقیق بودن اپتیکی صحت دارد.

در تثبیت افت‌وخیزهای اندازه زاویه‌ای دو راه برای ما وجود دارد. ابتدا، متوجه می‌شویم که (28.7) جرم M یک افت‌وخیز نوعی را به طول موج مشخصه $2\pi / K$ مرتبط می‌سازد. زاویه‌ای که طول $2\pi / K$ در انتقال به سرخ z_{dec} به وجود می‌آورد چقدر است؟ برای پاسخ به این پرسش به فرمول اندازه زاویه‌ای نیاز داریم که در فصل ۴ به دست آوردیم. فرمولهای (89.4)، (92.4) و (95.4) را فرا می‌خوانیم و از آنها در حد انتقال به سرخ بزرگ ($1 + z_{\text{dec}} \approx 1000$) استفاده می‌کنیم. بنابراین، اندازه زاویه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{K} \cdot \frac{(1 + z_{\text{dec}})^2}{D_{\setminus}}$$

که

$$D_{\setminus} \cong \frac{c}{H_0} \cdot \frac{z_{\text{dec}}}{q_0} \approx \frac{c}{H_0} \frac{(1 + z_{\text{dec}})}{q_0}$$

بنابراین از (28.7) داریم

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{2\pi}{K} \cdot \frac{H_0 q_0}{c} (1 + z_{\text{dec}}) \\ &= \frac{H_0 q_0}{c} (1 + z_{\text{dec}}) \cdot \left(\frac{3M}{4\pi n_{\text{dec}} m_{\text{H}}}\right)^{1/3} \end{aligned} \quad (61.7)$$

قیده‌های رصدی ۳۰۵

چون $n_{\text{dec}} = n_0 (1 + z_{\text{dec}})^3$ که n_0 چگالی عددی فعلی است، سرانجام به دست می‌آوریم

$$\Delta\theta = \frac{H_0 q_0}{c} \left(\frac{3M}{4\pi n_0 m_H} \right)^{1/3} \quad (62.7)$$

با بهره‌گیری از نتیجه $n_0 m_H = 3H_0^2 q_0 / (4\pi G)$ می‌توان نتیجه بالا را به صورت زیر بیان کرد:

$$(\Delta\theta) \cong 23 \left(\frac{3}{10^{11} M_\odot} \right) (h_0 q_0^2)^{1/3} \text{ ثانیه کمانی} \quad (63.7)$$

بنابراین، تشکیل کهکشان باید وصله مشخصه‌ای را با اندازه زاویه‌ای $2^\circ \sim$ ثانیه کمانی به جا بگذارد. بدون شک هیچ اختلالی از این نوع در مقیاس بالا به دست نیامده است.

راه دوم کشف ناهمگنی موجود در زمینه ریزموج آن است که در مقیاس زاویه‌ای بزرگتر از اندازه محدود افق ذره عالم فریدمان به وجود آمده باشد. این موضوع را به زودی در بخش ۳.۴.۷ تحت عنوان مسئله افق بررسی خواهیم کرد.

۲.۴.۷ انواع اختلالها

عدم کشف افت‌وخیزهای دمای $\Delta T/T$ در گستره $10^{-3} \sim$ تا 3×10^{-4} تا اوایل سالهای ۱۹۹۰ باعث شد که کیهان‌شناسان مدل استاندارد به غور و بررسی بسیاری بپردازند. آیا در تأثیر افت‌وخیزهای ماده بر تابش زمینه اغراق شده بود؟ اگر چنین بود، اعتبار فرضیه حاضر در کجا از میان می‌رفت؟ آیا فرایندهایی دیگر می‌توانست در تشکیل ساختار مؤثر باشد، و ارتباط واقعی ماده-تابش را ضعیفتر از چیزی کند که در اینجا فرض کردیم؟ چند شق دیگر را به اختصار بررسی می‌کنیم.

تاکنون فرض کردیم که افت‌وخیزها بی‌دررو هستند، یعنی آنتروپی را ناوردا باقی می‌گذارند. به علت نسبت بزرگ فوتون-به-باریون که در فصل ۵ دیدیم، فوتونها تقریباً همه آنتروپی را حمل می‌کنند. آنتروپی به‌ازای هر باریون متناسب با T^3/ρ_m است، که T دمای تابش و ρ_m چگالی ماده است. از ثابت بودن این نسبت در معادله (۶۰.۷) استفاده کردیم که به چشم‌داشت‌های نسبتاً بالا برای $\Delta T/T$ انجامید.

برای کم کردن این چشم داشت شق دیگر افت‌وخیزهای تکدماست در اینجا فرض می‌شود که دمای تابش در مدت اختلالهای ماده ناوردا باقی می‌ماند. به عبارت دیگر، ارتباطی میان $\delta\rho$ و ΔT وجود ندارد. این موضوع را می‌توان با این استدلال که رسانندگی گرمایی زیاد محیط کیهان‌شناختی باعث تعدیل سریع دما می‌شود توجیه کرد. بدون توجه به تکدما یا بی‌دررو بودن در

دوره پیش از واجفتیدگی، افت و خیزها در دوره پس از آن باعث واجفتیدگی افت و خیزهای ماده (و در نتیجه عدم برهم‌کنش آن) با تابش می‌شوند.

نوع سوم اختلال باعث افت و خیزهای تک‌خمیدگی می‌شود. این افت و خیزها با حفظ چگالی انرژی خمیدگی فضا زمان را حفظ می‌کنند. در نتیجه، چگالهای تابش و ماده روی هم‌رفته تغییر نمی‌کند، یعنی، $\delta\varepsilon = -\delta\rho_m c^2$. معمولاً این اختلالها هنگامی به وجود می‌آیند که هیچ ماده غیرباریونی در آن حوالی وجود نداشته باشد. درباره لزوم ماده غیرباریونی بعداً صحبت خواهیم کرد. فعلاً متذکر می‌شویم که این ماده با تابش برهم‌کنش نمی‌کند، در این صورت افت و خیزهای موجود در آن هیچ تأثیری بر تابش زمینه ندارند.

۳.۴.۷ قید افق

دومین عامل مؤثر بر ناهمگنی زمینه ریزموج ناشی از اندازه محدود افق ذره است. فرض کنید که در هر عصر، t ، چگالی میانگین هموارشده عالم را نشان دهد، در حالی که $\rho(\mathbf{r}, t)$ چگالی واقعی در هر نقطه فضا با مختصه \mathbf{r} است. به منظور تثبیت ایده‌ها، و ساده کردن موضوع، مسئله را برای مدل $k = 0$ حل می‌کنیم. «تضاد چگالی» $\delta(\mathbf{r}, t)$ را به صورت زیر نشان می‌دهیم

$$\delta(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} = \int \delta_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \quad (۶۴.۷)$$

اگر $S(t)$ عامل مقیاس باشد، ویژه طول نظیر \mathbf{r} برابر است با $S(t)|\mathbf{r}|$. از این رو عدد موج فیزیکی برای \mathbf{k} برابر k/S است.

بنابراین، ناهمگنی که با $\delta(\mathbf{r}, t)$ مشخص شد به صورت برهم‌نهی مؤلفه‌های با عددهای موج مختلف مشاهده می‌شود. اندازه نوعی $(2\pi/k)S(t)$ در عالم در حال انبساط کش می‌آید. علاوه بر آن، دامنه یک k معین بر اثر ناپایداری گرانشی رشد می‌کند. پس ناهمگنی در عصر t با توجه به اندازه مشخصه کنونی λ_0 نظیر ویژه طول زیر است

$$\lambda(t) = \lambda_0 \frac{S(t)}{S(t_0)} \quad (۶۵.۷)$$

با $S(t) \propto t^n$ ، یعنی (مثلاً $n = \frac{1}{3}$ برای مرحله سیطره تابش و $n = \frac{2}{3}$ برای دوره سیطره ماده)، به دست می‌آوریم که $\lambda(t) \propto t^n$. اما، همان‌طور که قبلاً دیدیم، اندازه افق ذره با t متناسب است (نگاه کنید به معادله‌های (۸۷.۴) و (۵۱.۶)). بنابراین، با $n < 1$ ، برای t به اندازه کافی کوچک، $\lambda(t)$ از افق ذره تجاوز می‌کند.

چون فرایندهای فیزیکی تحت تأثیر اصل علیت هستند، پس هر مقیاس اختریفی که مربوطه کنونی به هسته‌ای از افت‌وخیزها نیاز دارد که در هر دوره قبلی از اندازه افق تجاوز نکند. پس در اینجا یک تضاد آشکار وجود دارد. (برای مقادیر عددی صریح مقیاسهای طول نوعی به تمرینهای ۲۰ و ۲۱ رجوع کنید.) در بخش ۵.۷ به این موضوع باز می‌گردیم.

به‌طور کلی، می‌توان استدلال کرد که اندازه افق در عصر آخرین پراکندگی t_{dec} از مرتبه ct_{dec} بوده است. اندازه زاویه‌ای این ناحیه اگر امروز مشاهده شود چقدر است؟ پاسخ (نگاه کنید به تمرین ۲۲) برابر مقدار زیر به دست می‌آید

$$\Theta_{\text{H}} = \sqrt{\frac{\Lambda q_0}{z_{\text{dec}}}} \sim 5\sqrt{q_0} \text{ درجه} \quad (66.7)$$

بنابراین انتظار داریم که در این مقیاس زاویه‌ای ساختاری را در تابش زمینه مشاهده کنیم. با این همه، اگر استدلال شود که مرحله تورمی همه چیز را یکنواخت ساخته است، انتظار نداریم که این نشانه قابل ملاحظه باشد.

۴.۴.۷ طیف مقیاس-ناوردا

ابتدا تابع همبستگی دونقطه‌ای $\xi(r)$ را برای کهکشانهایی تعریف می‌کنیم که در آنها احتمال یافتن یک کهکشان در حجم معین δV در فاصله r از یک کهکشان معین به صورت زیر تعریف شده باشد:

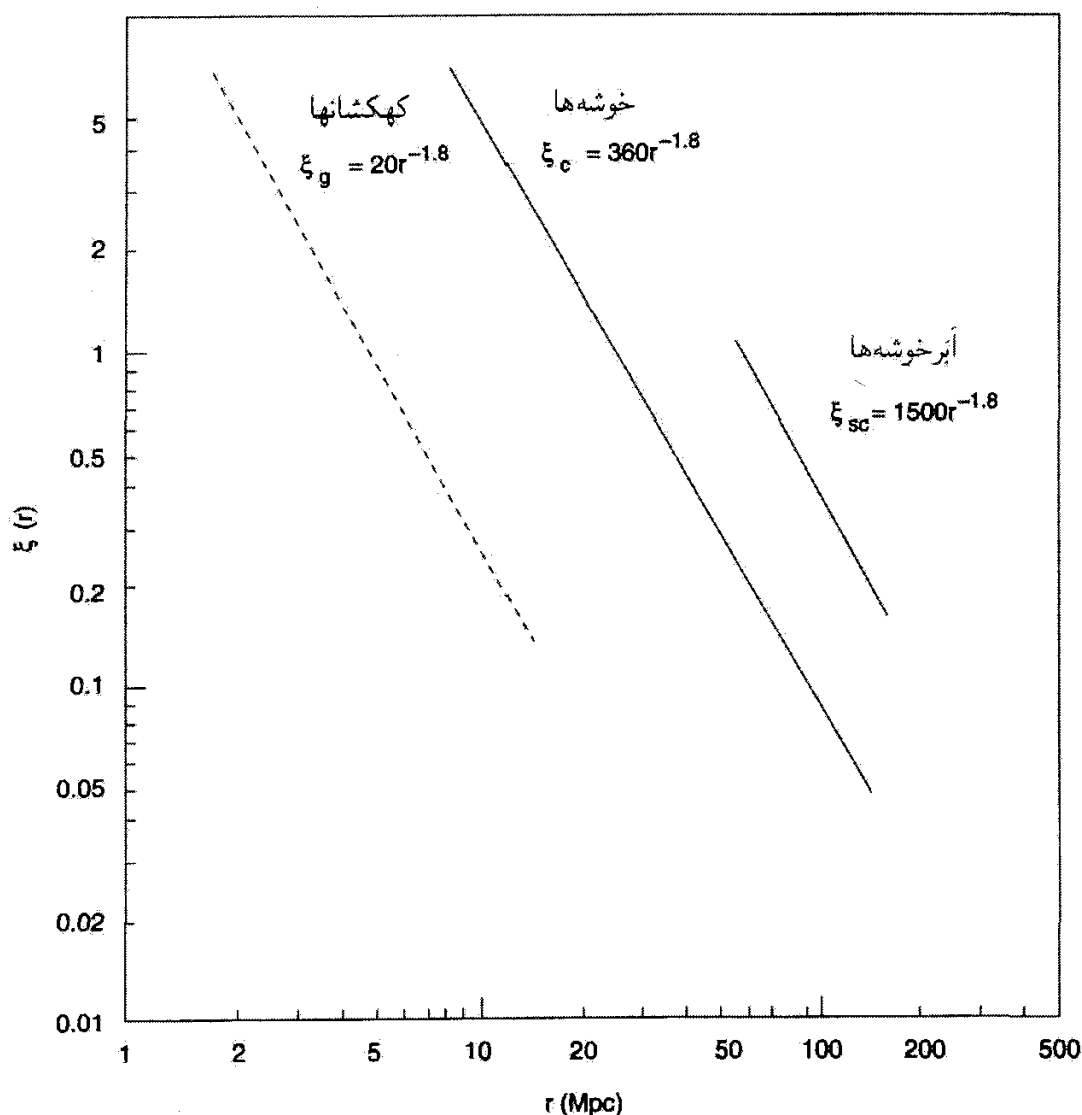
$$\delta\rho = \bar{n}\{1 + \xi(r)\}\delta V \quad (67.7)$$

در اینجا \bar{n} میانگین چگالی عددی کهکشانهاست. مطالعه تفضیلی شمارش کهکشانها نشان می‌دهد که $\xi(r)$ به صورت زیر است

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} \quad (68.7)$$

که $r_0 = 5h_0^{-1}\text{Mpc}$ و $\gamma = 1.8$.

حال $\xi(r)$ مقیاس-ناوردا و نمونه‌ای از فراکتالهاست. به علاوه، نتایج همبستگی کهکشان، خوشه و ابرخوشه به صورت تعجب‌آوری دارای شکل تابعی یکسان با γ یکسان هستند. از این رو، اگر نمی‌دانستیم که چه جمعیتی در یک فهرست توصیف شده‌اند، قادر نبودیم پاسخ را از تحلیل همبستگی آنها تعیین کنیم. شکل ۴.۷ این یکی بودن را نشان می‌دهد. این تابعهای همبستگی



شکل ۴.۷ تابع همبستگی برای خوشه‌ها و کهکشانه‌ها همین‌طور آبرخوشه‌ها با توجه به توزیع مشاهده‌شده $\xi(r)$ یکسان است، اگرچه مقیاسهای مشخصه آنها با هم تفاوت دارد.

به صورت ریاضی زیر بیان می‌شوند

$$\xi_L(r) = 0.3 \left(\frac{r}{L} \right)^{-1.8} \quad (۴۹.۷)$$

که $L = (\bar{n})^{-1/3}$. این طیف مقیاس-ناوردا را باید با یک نظریه تشکیل کهکشان توجیه کرد.

۵.۴.۷ سلسله مراتب ساختارها

گستره ساختارهای گسسته از کهکشانهای با جرمهای $10^{11} M_{\odot}$ و اندازه‌های 10 kpc تا آبرخوشه‌ها با مقیاس جرمهای $(10^{14} - 10^{15}) M_{\odot}$ و اندازه‌های $50 - 100 \text{ Mpc}$ تغییر

می‌کند. همین‌طور باید ساختار رشته‌ای بزرگ - مقیاسی را که با حفره‌های عظیم به اندازه $100-200 \text{ Mpc}$ پراکنده شده است درک کنیم. دو ناهمگنی بزرگ - مقیاس نزدیک، دیوار بزرگ و رباینده بزرگ معروف هستند.

یک نظریه تشکیل ساختار می‌تواند یکی از دو نوع «سر-پایین» یا «ته-بالا» باشد. در سناریوی سر-پایین، ساختارهای بزرگ - مقیاس ابتدا تشکیل می‌شوند و سپس به ساختارهای کوچکتر تجزیه می‌شوند. عکس آن در مورد ته-بالا صدق می‌کند، که در آن ابتدا ساختارهای با مقیاس کوچکتر شکل می‌گیرند و سپس با به هم پیوستن در گروهها ساختارهای بزرگتر را تشکیل می‌دهند. معمولاً می‌توان تشکیل ساختارهای اولیه را به نوع اختلال مؤثر مربوط ساخت. بنابراین، می‌توان استدلال کرد، در افت‌وخیزهای بی‌دررو، اولین ساختارهای تشکیل‌شده ساختارهای پرجرم در مقیاس ابرخوشه هستند و در نتیجه سناریوی سر-پایین در کار است. با افت‌وخیزهای تکدما، ساختارهایی در مقیاس جرم $(10^5-10^6) M_{\odot}$ (که به اندازه خوشه گویسان نزدیکترند تا کهکشان نوعی)، ابتدا شکل می‌گیرند؛ این از سناریوی ته-بالا پیروی می‌کند.

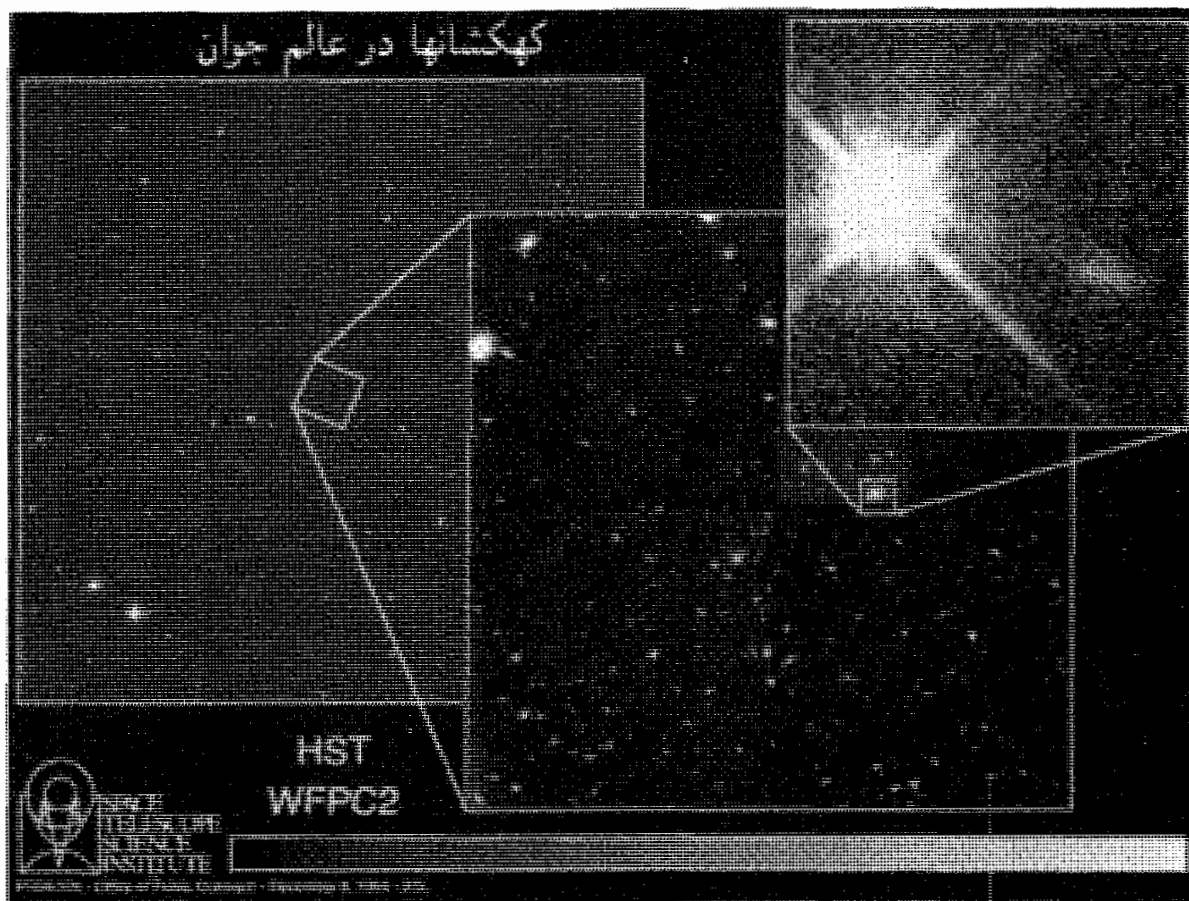
۶.۴.۷ توزیع سن

آیا همه کهکشانها کم‌وبیش در یک عصر شکل گرفته‌اند، یا فرایند تشکیل آنها پیوسته و در حال پیشرفت است؟ چه موقع این کار آغاز شده است؟ آیا روند تکامل این فرایند به تشکیل QSOs بستگی داشته است؟

سرنخها و آزمونهای ممکن از توزیعهای انتقال به سرخ اجسام گسسته، برآوردهای سن کهکشانها و از تحول شیمیایی آنها به دست می‌آید. انتقال به سرخهای QSOs کاهش تدریجی تعداد آنها را در فراتر از $z = 5$ نشان می‌دهد. با توجه به مراحل تکاملی ستارگان درون کهکشانها و فراوانی عناصر سنگین در آنها به نظر می‌رسد که کهکشانها دارای سنهای مختلف باشند. این سرنخها قیدهای مهمی را بر نظریه‌های تشکیل ساختار تحمیل می‌کند.

از مطالعه هرچه بیشتر کهکشانهای با انتقال به سرخ زیاد، رنگ این کهکشانها سن آنها را تعیین می‌کند. بنابراین می‌توان یافته‌های مربوط به یک کهکشان کاملاً شکل‌گرفته با انتقال به سرخ زیاد را به سناریوی تشکیل ساختار مربوط ساخت. شکل ۵.۷ چنین کهکشانی را نشان می‌دهد. فرض کنید که در چارچوب مدل اینشتین-دوسیتته کار می‌کنیم و کهکشانی کاملاً شکل‌گرفته با ستارگانی در انتقال به سرخ $z = 3$ را می‌بینیم. در این صورت سن عالم در زمان رصد کهکشان عبارت است از

$$\tau = \frac{2}{3} h_0^{-1} (1+z)^{-3/2} \times 10^{10} \text{ سال} \quad (70.7)$$



شکل ۵.۷ در تصویر بالا در طرف راست، منظره بزرگ شده کهکشانی با انتقال به سرخ $z = 3/330$ را می بینیم که کهکشانی عادی است که در آن ستارگان شکل می گیرند. این کهکشان در فاصله $\sim 100 \text{ Mpc}$ در جلوی کوازار ۲۶۳-۰۰۰۰۰ Q قرار دارد. تصویر توسط HST با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده است که انجمن دانشگاهها برای پژوهش در نجوم آن را اداره می کند.

مثلاً، برای $h_0 \cong 0.6$ ، مقدار آن برابر $1/4 \times 10^9$ سال به دست می آید. بنابراین این رصد قیدی را بر نظریه تشکیل ساختار برای تولید این کهکشان در محدوده زمانی بالا اعمال می کند. این قید برای کهکشان بیشتر شکل گرفته یا ستارگان نسبتاً پیر شدیدتر می شود.

۵.۷ افت و خیزهای چگالی و جرم

قبل از ادامه بحث، بد نیست فرمول تضاد-چگالی (۶۴.۷) را اندکی بسط دهیم. ضریبهای فوریه $\delta(\mathbf{r}, t)$ می توانند در مربوط ساختن اندازه ناهمگنیها به جرم آنها سودمند باشند. در آنچه پس از این خواهد آمد وابستگی به زمان و افت و خیزهای چگالی و جرم را نادیده می گیریم، زیرا به میانگینهای مربوط به عصر معین t علاقه مندیم.

با بهره‌گیری از (۶۴.۷) می‌بینیم که میانگین فضایی $\delta^2(\mathbf{r})$ در حجم به اندازه کافی بزرگ V (به اندازه کافی بزرگ که شامل چند ناحیه به لحاظ آماری همگن باشد تا بتوان $\delta(\mathbf{r})$ را متغیری کاتوره‌ای در نظر گرفت) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \langle \delta^2(\mathbf{r}) \rangle_V &= \int \frac{\delta^2(\mathbf{r})}{V} d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{V} \int |\delta_{\mathbf{k}}|^2 \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \\ &= \frac{1}{2\pi^2 V} \int k^3 |\delta_k|^2 \frac{dk}{k} \end{aligned} \quad (71.7)$$

که در آن فرض کرده‌ایم وابستگی زاویه‌ای افت‌وخیزها در وضعیت همگنی و همسانگردی بزرگ - مقیاس قابل ملاحظه نیست. بنابراین پسوند یک مؤلفه نوعی فوریه فقط اندازه $k = |\mathbf{k}|$ عدد موج است. اگر هر $\delta_{\mathbf{k}}$ را یک متغیر کاتوره‌ای گاوسی با میانگین صفر و انحراف معیار σ_k^2 در نظر بگیریم، در این صورت σ_k^2 طیف توان افت‌وخیزها می‌نامیم. اگر V به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توانیم مقادیر اندازه‌گیری شده $|\delta_k|^2$ را پارامترهای طیف توان δ_k^2 می‌نامیم. اکنون می‌توان این ایده‌ها را به تابع همبستگی دو نقطه‌ای $\xi(r)$ مرتبط ساخت که قبلاً در بخش ۴.۴.۷ معرفی کردیم. در هر نقطه \mathbf{r} این تابع با رابطه زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned} \xi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{V} \int |\delta_{\mathbf{k}}|^2 \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \\ &= \int \delta(\mathbf{r} + \mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}') \frac{d^3\mathbf{r}'}{V} \end{aligned} \quad (72.7)$$

با استفاده از این صورت‌گرایی می‌توان نشان داد، اگر چگالی هموارشده گروهی از اجسام پرجرم مانند کهکشانها را نشان دهد، احتمال P_{12} یافتن دو کهکشان در \mathbf{r}_1 و \mathbf{r}_2 به فاصله $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} P_{12} &\propto \int \rho(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r} + \mathbf{r}_2) d^3\mathbf{r} \\ &\propto \bar{\rho}^2 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12})] \end{aligned} \quad (73.7)$$

اگر وجود این کهکشانها رویدادهایی مستقل از یکدیگر بودند، احتمال وقوع آنها در مکانهای معین صرفاً با $\bar{\rho}^2$ متناسب بود. اگر این احتمال را با \bar{P} نشان دهیم، احتمال مورد بالا به صورت زیر خواهد بود

$$P_{12} = \bar{P}[1 + \xi(r_{12})] \quad (74.7)$$

سرانجام ساختار مورد نظر را به صورت «جرم اضافی» در حجم معین، مثلاً کره‌ای به شعاع R در نظر می‌گیریم. برای بررسی چنین حجم کراندارى به یک «تابع پنجره» نیاز داریم تا سهم هر جرم فراتر از این حجم را حذف کند. گرچه تابع هویساید درست همین کار را انجام می‌دهد، اما کار با آن گاهی دشوار می‌شود و بهتر است آن را با تابعی گاوسی تقریب بزنیم. بنابراین جرم اضافی موجود در کره‌ای به شعاع R و مرکز \mathbf{r} را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\delta M_R(\mathbf{r}) = \bar{\rho} \int \delta(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1) W(\mathbf{r}_1) d^3 \mathbf{r}_1 \quad (75.7)$$

که تابع پنجره به صورت زیر است

$$W(\mathbf{r}_1) = \text{const.} \times \exp\left(-\frac{r_1^2}{2R^2}\right) \quad (76.7)$$

تبدیل فوریه $\delta M_R(\mathbf{r})$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\delta M_R(\mathbf{k}) = (2\pi)^{3/2} R^3 \delta_{\mathbf{k}} \exp\left(-\frac{k^2 R^2}{2}\right) \quad (77.7)$$

که نشان می‌دهد سهم مربوط به اعداد موج بیش از R^{-1} به سرعت فرو می‌افتد، یعنی، افت و خیزهای در مقیاس کوچکتر از R بر اثر میانگین‌گیری ناچیز می‌شود. توصیف جرم اضافی $\delta M_R/M_R$ را می‌توان مانند افت و خیزهای چگالی محاسبه کرد. با استفاده از پنجره گاوسی $W(\mathbf{r}_1)$ ، می‌توان طبق رابطه زیر یک حجم مؤثر گاوسی V_G را تعریف کرد

$$M_R \equiv \int \rho(\mathbf{r}_1) W(\mathbf{r}_1) d^3 \mathbf{r}_1 = (2\pi)^{3/2} R^3 \bar{\rho} \equiv V_G \bar{\rho} \quad (78.7)$$

بنابراین به دست می‌آوریم

$$\langle (\delta M_R/M_R)^2 \rangle = \int_0^\infty \left(\frac{W_k}{V_G}\right)^2 \frac{k^3 |\delta_k|^2 dk}{2\pi^2 V k} \quad (79.7)$$

اگر $|\delta k|^2 = Ak^n$ ، یک تابع قانون توان با A ثابت باشد، می توان انتگرال را به صورت تحلیلی ارزیابی کرد:

$$\langle (\delta M_R / M_R)^2 \rangle \equiv \sigma_M^2(R) = \Gamma \left(\frac{n+3}{2} \right) \frac{A}{2} \left(\frac{k^3 |\delta k|^2}{2\pi^2 V} \right)_{(k=R^{-1})} \quad (۸۰.۷)$$

بنابراین افت و خیز جرم با کمیت $k^3 |\delta k|^2$ در طول موج حدود اندازه R ناحیه نسبت مستقیم دارد، زیرا رفتار قانون توان این کمیت، $\sigma_M^2(R)$ رفتاری چون $R^{-(n+3)}$ دارد. از این نتیجه ها بعداً در این فصل استفاده خواهیم کرد.

۶.۷ ورودیهها از مرحله تورمی

یکی از جنبه های جالب توجه مدل های تورمی آن است که در آنها امکان تولید هسته افت و خیزهایی وجود دارد که می توانند رشد کنند و ساختارهای بزرگ - مقیاسی با طیف مقیاس-ناوردا به وجود آورند. برای نشان دادن موضوع ابتدا سناریویی را بررسی می کنیم که ساختارهای مشاهده شده را از اختلالهای هسته تولید و تعیین می کند که چه اختلالی ضروری است، سپس سرشت اختلالهایی را بررسی می کنیم که بر اثر تورم تولید شده اند و خواهیم دید که این افت و خیزها در مقایسه با موارد لازم چگونه اند.

۱.۶.۷ ارتباطهای تصادفی در افت و خیزهای اولیه

در بخش قبل دیدیم که در یک مدل فریدمان اولیه چگونه طول موجهای فیزیکی (ناهمگنهای امروزی در بزرگ-مقیاس) از افق ذره بزرگتر بودند و در نتیجه نمی توانستند با برهم کنشهای تصادفی مرتبط شوند. اگر یک مرحله تورمی وجود داشته باشد، این نتیجه گیری تغییر می کند. بگذارید با یک مثال روشنتر ببینیم که چگونه این اتفاق رخ می دهد.

طول موج λ_0 وابسته به جرم کهکشانی M را در عصر حاضر در نظر بگیرید. اگر چگالی میانگین از رابطه زیر به دست آید

$$\bar{\rho}_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \Omega_0$$

داریم

$$M = \frac{4\pi}{3} \bar{\rho}_0 \lambda_0^3$$

یعنی،

$$\lambda_0 = \left(\frac{2GM}{H_0^2 \Omega_0} \right)^{1/3} \quad (81.7)$$

اکنون این مقیاس طول را تا عصر t_f بلافاصله پس از پایان تورم پی می‌گیریم. چون عامل مقیاس با عکس دمای تابش تغییر می‌کند، عامل مقیاس در t_f برابر بوده است با

$$\lambda_f \equiv \lambda(t_f) = \lambda_0 \frac{S(t_f)}{S(t_0)} = \left(\frac{2GM}{H_0^2 \Omega_0} \right)^{1/3} \frac{T_0}{T_f} \quad (82.7)$$

چون در مرحله تورمی $t_i \leq t \leq t_f$ عامل مقیاس به صورت نمایی افزایش می‌یابد، مقیاس در t_i برابر بود با

$$\lambda_i = \lambda_f \exp a(t_i - t_f) = \lambda_f Z^{-1} \quad (83.7)$$

Z ضریبی است که با آن عالم متورم شده است (نگاه کنید به معادله (۷۴.۶)). حال اندازه عالم در مقایسه با اندازه افق چگونه است؟

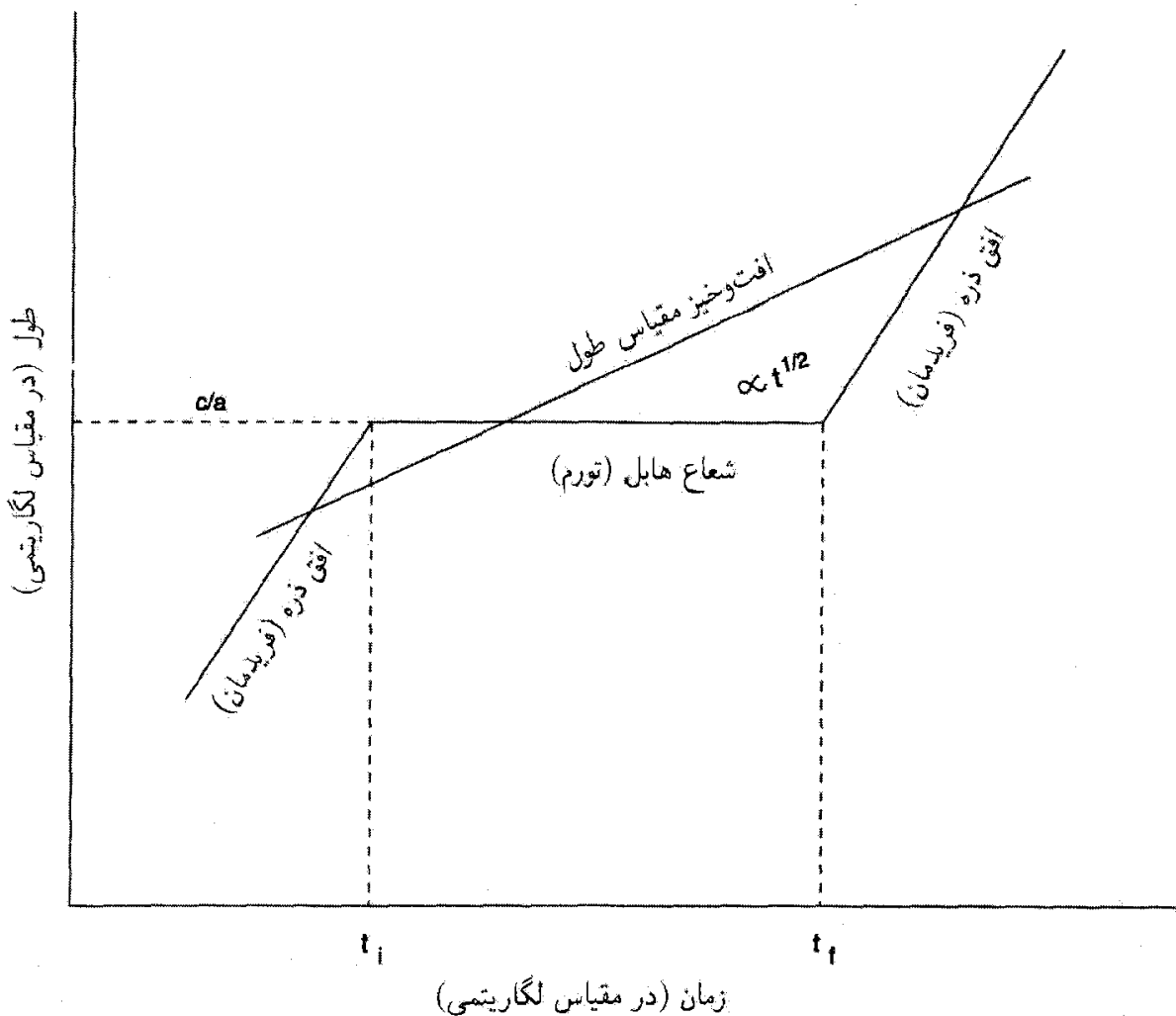
با فرض اینکه عالم در طی $t_i \leq t \leq t_f$ در مد انبساط بوده است، سرشت افق تغییر می‌کند. فضا زمان دوسپته در گستره زمان کامل $-\infty < t < \infty$ دارای افق ذره نیست. بلکه اگر ضریب انبساط $\exp(at)$ باشد، یک افق رویداد به شعاع c/a خواهد داشت. اما، در اینجا با بازه محدود انبساط دوسپته سروکار داریم، و در نتیجه موضوع تا اندازه‌ای مبهم است. برای ارتباطات تصادفی که در مخروط نور گذشته به وجود آمده‌اند، باید صرفاً از افق ذره صحبت کنیم. در نبود یک افق ذره مشخص، می‌توان c/a ، یعنی «شعاع هابل» معروف را طول مقیاسی در نظر گرفت که در آن ارتباطات تصادفی می‌توانند تثبیت شوند.

به واسطه بزرگی ضریب Z انتظار داریم که برای اغلب مقیاسهای مربوط به اخترشناسی

$$\lambda_i < c/a \quad (84.7)$$

به عبارت دیگر، شعاع هابل از طول مقیاس تجاوز می‌کند. بنابراین، مسئله علیت اولیه کیهان‌شناسی استاندارد از سرراه برداشته می‌شود.

شکل ۶.۷ وضعیت بازنگری شده را نشان می‌دهد. این شکل شعاع هابل در دوره تورمی و به دنبال آن شعاع افق ذره در مرحله انبساط فریدمان با سیطره تابش را نشان می‌دهد. در $t_i \leq t \leq t_f$ شعاع هابل در c/a ثابت است. برای $t > t_f$ افق ذره در t رشد می‌کند. در مقایسه



شکل ۶.۷ اندازه مقیاس یک افت وخیز به صورت $S(t)$ تغییر می‌کند. مقدار آن از شعاع هابل مدل تورمی خارج می‌شود و سپس در مرحله فریدمان دوباره وارد افق ذره می‌شود.

با این مقیاسها، نمونه طول مقیاس برای یک افت وخیز نظیر عدد موج k همواره متناسب با عامل مقیاس عالم افزایش می‌یابد، یعنی در مدت $t_i < t < t_f$ به صورت $\exp(at)$ ($2\pi/k$) رشد می‌کند. بنابراین در یک زمان خروجی t که از رابطه زیر به دست می‌آید. از شعاع هابل تجاوز می‌کند و به طرف خارج می‌رود

$$\frac{2\pi}{k} \exp(at_{\text{خروجی}}) = \frac{c}{a} \quad (۸۵.۷)$$

برای ورودی $t_i < t < t_f$ ، مقیاس مورد نظر از هر دوی c/a در مرحله تورمی و اندازه افق در مرحله فریدمان پس از آن تجاوز می‌کند. زمان ورودی t از عصری به دست می‌آید که در آن طول افت وخیز (که در رژیم فریدمان متناسب با $t^{1/2}$ رشد می‌کند) با افق ذره (که به صورت t افزایش می‌یابد) برابر شود. پسوند «ورودی» نشان می‌دهد که برای ورودی $t > t_f$ طول افت وخیز کمتر

از افق ذره خواهد بود. بنابراین، تورم این امکان را هم می‌سازد که با شروع از هسته افت‌وخیزها در دوره‌های بسیار اولیه به مقیاسهای مشاهده‌شده فعلی برسیم. در بازه ورودی $t < t < t$ خروجی است که ارتباطات تصادفی از بین می‌روند و همبستگیهایی که قبل از خروجی t به وجود آمده‌اند دست‌نخورده باقی می‌مانند. همین‌طور توجه کنید که هر دوی خروجی t و ورودی t به k بستگی دارند و این وضع نقشی کلیدی در تعیین طیف افت‌وخیزها دارد.

۲.۶.۷ طیف مقیاس-ناوردا

با توجه به بحث بالا، باید دامنه یک اختلال چگالی نوعی را در زمان (k) ورودی t که وارد افق می‌شود بدانیم. از تجربه فوریه چگالی اختلال فرمول (۶۴.۷) استفاده می‌کنیم. برای (k) ورودی $t > t$ می‌توانیم رشد آن را، ابتدا با روشهای خطی کردن تا اینکه اندازه $|\delta_k(t)|^2$ آن با واحد قابل مقایسه شود و سپس با سایر روشها، مطالعه کنیم. (این واقعیت که $\Delta T/T$ در تابش زمینه ریزموج $10^{-5} <$ است، ایجاب می‌کند که $|\delta_k(t)|^2$ در مرحله با سیطره تابش انبساط $1 \ll$ باشد، و در نتیجه خطی کردن موجه است.) بنابراین، باید تابع زیر را بدانیم

$$F(\mathbf{k}) \equiv |\delta_{\mathbf{k}}(t)|_{t=t_{\text{ورودی}}(k)}^2 \quad (۸۶.۷)$$

هاریسون^۱ در ۱۹۷۰ و زلدویچ در ۱۹۷۲ مستقلاً با توجه به ملاحظات نظری در زمان ورود به افق، استدلال کرده بودند که اختلالها باید به صورت $F(\mathbf{k}) \propto k^{-3}$ باشند. این استدلال را به بحث فعلی مربوط خواهیم ساخت. ابتدا رابطه بین افت‌وخیزهای چگالی و جرم را در ناحیه‌ای به اندازه R ، در نظر می‌گیریم که در بخش قبل به دست آوردیم.

در آنجا دیدیم که افت‌وخیزهای ریشه میانگین مربعی (RMS) جرم M به‌عنوان کسری از جرم متوسط موجود در ناحیه‌ای به اندازه R در $k = R^{-1}$ با $k^3 |\delta_{\mathbf{k}}|^2$ متناسب است. بنابراین، برای $F(\mathbf{k}) \propto k^{-3}$ بالا، مقدار (RMS) $\langle (\delta M/M)^2 \rangle$ مستقل از مقیاس R در (\mathbf{k}) ورودی $t = t$ است، از این رو به تمام مقیاسها در زمان ورود به افق توان یکسان می‌دهد. همان‌گونه که در بخش ۴.۴.۷ دیدیم، یک طیف مقیاس-ناوردا با توزیع گسسته ساختارها در بزرگ - مقیاس مشخص می‌شود.

به نظر می‌رسد مدل تورمی که در بخش ۶ بررسی شد قابلیت تولید این نوع طیف را از طریق افت‌وخیزهای میدان نرده‌ای $\phi(\mathbf{r}, t)$ داراست. افت‌وخیزها را به صورت $f(\mathbf{r}, t)$ از مقدار میانگین هموارشده $\phi_0(t)$ می‌نویسیم. از این رو

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \phi_0(t) + f(\mathbf{r}, t) \quad (۸۷.۷)$$

این افت و خیزها به افت و خیزهایی در چگالی انرژی می‌انجامند. چون چگالی انرژی یک میدان نرده‌ای $\frac{1}{4}\dot{\phi}^2 \cong \rho c^2$ است، به دست می‌آوریم

$$\delta\rho(\mathbf{r}, t) \cong \dot{\phi}_0(t) f(\mathbf{r}, t)/c^2 \quad (88.7)$$

برای $|\phi_0| \ll |f|$ با نوشتن

$$f(\mathbf{r}, t) = \int Q_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \quad (89.7)$$

داریم

$$\delta\rho(\mathbf{k}, t) c^2 \cong \dot{\phi}_0(t) \dot{Q}_{\mathbf{k}}(t) \quad (90.7)$$

در چگالی انرژی میانگین در مدت تورم جمله ثابت V_0 (مثلاً پتانسیل کلمن-واینبرگ^۱ غالب و تضاد چگالی به صورت زیر است

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{\delta\rho c^2}{V_0} = \frac{\dot{\phi}_0 \dot{Q}_{\mathbf{k}}(t)}{V_0} \quad (91.7)$$

برای ϕ_0 متوسط رشد ϕ را در مرحله پیشرفت کند به کار می‌بریم: اما f چیست؟ اکنون در واقع افت و خیزهای ϕ در اینجا دارای منشأ کوانتومی هستند، و در تقریب کلاسیک، از $f(\mathbf{r}, t)$ برای تقلید کلاسیک آنها استفاده می‌کنیم. در نظریه میدان کوانتومی، میدان باید یک عملگر $\hat{\phi}(\mathbf{r}, t)$ باشد که ضرایب فوری آنها یعنی $\hat{q}_{\mathbf{k}}(t)$ نیز عملگرهایی هستند. در یک حالت کوانتومی که با تابع موج $\psi_{\mathbf{k}}$ مشخص می‌شود، افت و خیزهای $\hat{q}_{\mathbf{k}}$ از رابطه پاشندگی به دست می‌آید

$$\sigma_{\mathbf{k}}^{\dagger}(t) = \langle \psi_{\mathbf{k}} | \hat{q}_{\mathbf{k}}^{\dagger}(t) | \psi_{\mathbf{k}} \rangle \quad (92.7)$$

مقدار میانگین (در $\mathbf{k} \neq 0$) $\psi_{\mathbf{k}}$ صفر است. زیرا ϕ_0 ، مقدار میانگین ϕ ، همگن است. چون به نظر می‌رسد که $\sigma_{\mathbf{k}}^{\dagger}(t)$ معیار خوبی از افت و خیزهای کوانتومی باشد، می‌توانیم $Q_{\mathbf{k}}(t)$ را به $\sigma_{\mathbf{k}}(t)$ مربوط کنیم و بنویسیم

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{\dot{\phi}_0(t)}{V_0} \dot{\sigma}_{\mathbf{k}}(t) \quad (93.7)$$

بنابراین، از تقریبی نیمه‌کلاسیک برای برآورد افت و خیزهای چگالی انرژی میدان ϕ استفاده کرده‌ایم که به عنوان هسته افت و خیزهای چگالی در طول مرحله تومی $t_i < t < t_f$ عمل می‌کند.

برای مقایسه با رصدها باید مقدار $\delta_k(t)$ در ورودی $t = t_{\text{ورودی}}$ را بدانیم. چند نفر از کسانی که دربارهٔ نظریهٔ تورم کار می‌کنند راهی برای ارتباط (ورودی $\delta_k(t)$ با خروجی $\delta_k(t)$) از طریق یک قانون پایستگی تقریبی یافته‌اند

$$\frac{\delta_k(t_{\text{ورودی}})}{1 + W(t_{\text{ورودی}})} = \frac{\delta_k(t_{\text{خروجی}})}{1 + W(t_{\text{خروجی}})} \quad (۹۴.۷)$$

که $W(t)$ نسبت فشار $p(t)$ به چگالی $\rho(t)$ میدان زمینهٔ میانگین است. در طول مرحلهٔ تورمی، با $\phi_0^2 \ll V_0$

$$p(t) = \frac{1}{3}\dot{\phi}_0^2 - V_0, \quad \rho(t) = \frac{1}{3}\dot{\phi}_0^2 + V_0, \quad 1 + W(t) \simeq \frac{\dot{\phi}_0^2}{V_0} \quad (۹۵.۷)$$

در مرحلهٔ سیطرهٔ تابش $1 + W = \frac{4}{3}$. بنابراین،

$$\delta_k(t_{\text{ورودی}}) = \frac{4}{3} \frac{V_0}{\dot{\phi}_0^2} \delta_k(t_{\text{خروجی}}) \quad (۹۶.۷)$$

$$= \frac{4}{3} \left. \frac{\dot{\sigma}_k}{\dot{\phi}_0} \right|_{t=t_{\text{خروجی}}} \quad (۹۷.۷)$$

برای پتانسیل کلمن-واینبرگ، $\sigma_k(t)$ و $\phi_0(t)$ از محاسبه‌های مفصل به دست می‌آید. نتیجهٔ نهایی عبارت است از

$$\delta_k(t_{\text{ورودی}}) \approx 10^2 k^{-3/2} \quad (۹۸.۷)$$

به عبارت دیگر، شرط

$$k^3 |\delta_k(t_{\text{ورودی}})|^2 = \text{const.} \quad (۹۹.۷)$$

مورد نیاز یک طیف مقیاس-ناوردا برقرار است. در حالی که این بدون شک موفقیتی برای مدل تورمی است، اما نتیجه به سختی رضایت‌بخش است. زیرا، پس از قرار دادن اعداد درمی‌یابیم که دامنهٔ افت‌وخیزها بسیار بزرگ است! به جای به دست آوردن مقادیر از مرتبهٔ 10^{-4} ، معادلهٔ (۹۸.۷) به دامنهٔ $10^2 \sim$ می‌انجامد. بنابراین، تنظیم دقیق غیرواقعی پارامترهای نظریه برای کم کردن دامنه تا سطح مطلوب ضروری است.

۷.۷ نقش ماده تاریک

وجود ماده تاریک در تشکیل ساختارها نیز نقشی با اهمیت دارد. دیدیم که چگونه هموار بودن زمینه ریزموج پهنه $\delta\rho/\rho$ در عصر بازترکیب را محدود می‌سازد. استدلال به‌کار رفته در مساوی قرار دادن $\delta\rho/\rho$ برای ماده و تابش به باریونی بودن ماده بستگی داشت. ماده باریونی با تابش برهم‌کنش نمی‌کند، در نتیجه نمی‌توانیم افت‌وخیزهای $\delta\rho/\rho$ این ماده را همراه با افت‌وخیزهای بسیار کوچکتر تابش زمینه داشته باشیم.

به هر حال، این استدلال در حالتی که توده ماده غیرباریونی است و در نتیجه (احتمالاً) با تابش برهم‌کنش ندارد بی‌اعتبار می‌شود. این موضوع $\delta\rho/\rho$ بزرگ را برای افت‌وخیزهای باریونی مجاز می‌دارد. پس می‌توانیم افت‌وخیزهای باریونی (که در آن عصر کوچک بودند) را طوری تنظیم کنیم که با افت‌وخیزهای بزرگتر ماده غیرباریونی در دوره‌های بعدی همگام شود. زیرا این دو نوع ماده به‌صورت گرانشی برهم‌کنش می‌کنند. چون ماده غیرباریونی با تابش برهم‌کنش ندارد پس برای تمام مقاصد نجومی «تاریک» است.

۱.۷.۷ انواع ماده تاریک غیرباریونی

ماده غیرباریونی می‌تواند به‌طور کلی از دو نوع «داغ» و «سرد» باشد. این صفتها نشان می‌دهند که ذرات ماده تاریک پس از واجفتیدگی از بقیه ماده (باریونی) با چه سرعتی در عالم حرکت می‌کنند. در فصل ۵ دیدیم که در دمای 10^4 K ~ نوترینوها از بقیه مواد واجفتیدند. در دمایی از این مرتبه حرکت الکترون (با جرم سکون $5 \text{ MeV}/c^2$) نسبتی است. پس، حتی اگر نوترینو دارای جرم سکون حدود 20 تا $40 \text{ eV}/c^2$ باشد، حرکت آن در زمان واجفتیدگی نسبتی است. بنابراین، نوترینوها مثالی از «ماده تاریک داغ^۱» (HDM) هستند. در هنگام واجفتیدگی آنها با سرعت‌های نسبتی حرکت می‌کرده‌اند. برعکس، ذراتی که سرعت آنها در هنگام واجفتیدن c << بوده است ذرات «ماده تاریک سرد^۲» (CDM) نامیده می‌شوند.

جدول ۱.۷ فهرستی از نامزدهای ماده تاریک سرد، باریونی و غیرباریونی، را نشان می‌دهد. در گروه اخیر تنها گونه شناخته‌شده نوترینوهای HDM هستند. تمام ذرات دیگر در نظریه‌های وحدت بزرگ یا ابرتقارن (SUSY) در نظر گرفته شده‌اند. هیچ‌کدام از آنها در آزمایش‌های با شتابگر آشکارسازی نشده‌اند. بنابراین بحث را با نوترینوهای جرم‌دار آغاز می‌کنیم. از تمام ذراتی که در فهرست آمده‌اند، تنها ذره‌ای که تاکنون ملموس بوده نوترینوست. اگرچه هنوز معلوم نیست که نوترینو جرم سکون دارد یا خیر، بد نیست چند پیامد این موضوع را بررسی کنیم.

جدول ۱.۷ بعضی نامزدهای مادهٔ تاریک

نوع	پیش‌بینی شده توسط	جرم تقریبی	نامزد/ذره
CDM	شکست تقارن QCD	10^{-5}eV	اکسیون، مایورون، بوزون گلدستون
HDM	GUTs	$10-10^6 \text{eV}$	نوترینوی معمولی
HDM	SUSY/SUGR ^{الف}	$10-10^6 \text{eV}$	هیگزینوی سبک، فوتینو، گراوتینو، اکسیون، اسنوترینو،
HDM یا WDM	QED اصلاح شده	$20-4000 \text{eV}$	پارافوتون
WDM	اَبَرضعیف	500eV	نوترینوی راستگرد
WDM	SUSY/SUGR	500eV	گراوتینو و غیره
CDM یا WDM	SUSY/SUGR	keV	فوتینو، گراوتینو، اکسیون، ذرهٔ آینه‌ای، نوترینوی سیمپسون
CDM	SUSY/SUGR	MeV	فوتینو، اسنوترینو، هیگزینو، گلوئینو، نوترینوی سنگین
HDM یا CDM	SUSY/SUGR	MeV	
CDM	مدلهای مرکب	$20-200 \text{TeV}$	پرئون
CDM	GUTs	10^{16}GeV	تک‌قطبها
CDM	نظریه‌های با ابعاد بالاتر	10^{19}GeV	پیرگون، ماکزیمون، پری‌پل، نیوتریتیز، شوارتس‌شیلد
CDM	SUSY/SUGR	10^{19}GeV	ریسمانهای ابرمتقارن
CDM	QCD, GUTs	10^{15}g	تکه‌های کوارک، نوکلئیریتی‌ها

الف. SUGR \equiv Supergravity

۲.۷.۷ نوترینوهای جرم‌دار

آزمایشهای اف. رینس^۱ و اچ. دبلیو. سوبل^۲ و ای. پازیرب^۳ نیز وی. ای. لیوبیموف و همکاران^۴ در سال ۱۹۸۰ نشان داد که نوترینوها می‌توانند در واقع دارای جرم سکون مختصری باشند. آزمایشهای بعدی گروههای مختلف در این مورد تا اندازه‌ای مبهم بوده است. در اوایل دههٔ ۱۹۹۰، دنیس شاما^۵ نشان داد که وجود نوترینوی با جرم سکون 17 keV دارای چند پیامد احتمالی در نجوم فراکهکشانی است. در سال ۱۹۹۸، سازمان همکاری سوپر-کامیوکانده^۶ متشکل از دانشمندان ۲۳

1. F. Reines 2. H. W. Sobel 3. E. Pasierb 4. V. A. Lyubimov et al. 5. Dennis Sciama 6. Super-Kamiokande Collaboration

مؤسسه در ژاپن و ایالات متحده دلیل غیرمستقیمی را برای جرم مختصر نوترینوی موثونی اعلام کردند.

این دلیل بر مبنای مطالعات روی نوترینوهایی بود که در هنگام بمباران جو بالای زمین با پرتوهای کیهانی تولید می‌شوند و رگبارهایی از ذرات ثانویه را به وجود می‌آورند که بر زمین فرو می‌بارد. گروه سوپر کامیوکانده از مخزن بزرگ 50000 تنی از آب بسیار خالص استفاده کردند، که در عمق 1000 m زیر زمین در معدن موزومی شرکت معدن و ذوب فلزات کامیوکا قرار داشت. بر اثر برهم‌کنشهای نوترینو در این مخزن با توجه به نوع نوترینوی دخیل (نوترینوی الکترونی یا نوترینوی موثونی) درخشهای ضعیف نورگسیل می‌شود و شمارش تعداد نسبی آنها برحسب فاصله از نقطهٔ تولید، دانشمندان به این نتیجه رسیدند نوترینوهای موثونی، مثلاً، بین نوترینوی موثونی و نوترینوی T ، یا نوع دیگری از نوترینو که هنوز ناشناخته است «نوسان می‌کنند». آزمایش جرمهایی را که به این اثر می‌انجامد تعیین نمی‌کند، بلکه آهنگ ناپدید شدن آنها نشان می‌دهد که اختلاف جرم بین انواع نوسان‌کننده بسیار کوچک است. در هنگام نوشتن این مطلب مقدار پذیرفته‌شدهٔ عامی برای جرم نوترینو وجود ندارد، بنابراین این موضوع هنوز حل نشده است.

با این همه، کیهان‌شناسان به امکان این نوسان علاقه‌مندند زیرا امکانات اختریفیزیکی جالب توجهی، از جمله تشکیل ساختار بزرگ-مقیاس را در اختیار می‌گذارد. در سال ۱۹۷۲، ار. کوسیک^۱ و جی. مک‌کلیلاند^۲ حدس زده بودند که «جرم گمشده» عالم (یعنی، ماده تاریک) را می‌توان به حساب نوترینوهای باقیمانده گذاشت. اکنون دربارهٔ این امکان چه می‌توان گفت؟ در اینجا پیامدهای کیهان‌شناختی داشتن جرم سکون محدود (یعنی، ناصفر) نوترینوها را شرح می‌دهیم.

بگذارید محاسبه‌ها را انجام دهیم، و حتی برای نوترینوهای جرم دار $g_{\nu} = 1$ را در نظر بگیریم. اگر جرم سکون نوترینو بزرگتر از $2 \times 10^{-4} \text{ eV}$ باشد، امروز دارای سرعت‌های کاتوره‌ای اندکی خواهند بود. برای راحتی، جرم سکون نوترینو را برحسب الکترون ولت بیان می‌کنیم و می‌نویسیم

$$m_{\nu} = M_{\nu} \text{ eV}$$

از جدول ۱.۵ می‌دانیم که چگالی عددی نوترینوها سه-هشتم چگالی عددی فوتونهای با همان دماست. همین‌طور می‌دانیم که چگالی عددی فوتونها به صورت مکعب دمای فوتون تغییر می‌کند. چون در مرحلهٔ پس از نابودی $e^{-} - e^{+}$ داریم

$$\left(\frac{T_{\nu}}{T_{\gamma}}\right)^3 = \frac{4}{11}$$

۳۲۲ تشکیل ساختارهای بزرگ-مقیاس در عالم

چگالی عددی فعلی نوترینوها عبارت است از

$$\left(\frac{N_\nu}{N_\gamma}\right)_0 = \frac{3}{22} \quad (100.7)$$

با در نظر گرفتن همه چیز، چگالی جرمی نوترینوها در حال حاضر را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\rho_\nu = \Sigma \Omega_\nu \rho_c \quad (101.7)$$

که Σ جمع روی گونه‌های مختلف نوترینوست و

$$\Omega_\nu \simeq \frac{M_\nu}{150} \left(\frac{T_0}{3}\right)^3 h_0^{-2} \quad (102.7)$$

پادنوترینوها همین سهم را در چگالی خواهند داشت. اگر همه گونه‌های مختلف نوترینو (و پادنوترینوی آنها) را در نظر بگیریم متوجه می‌شویم که سهم آنها در چگالی در صورتی با سهم ماده باریونی قابل مقایسه می‌شود که

$$\sum_{\text{تمام گونه‌ها}} m_\nu \geq 1.5 \text{ eV} \quad (103.7)$$

اگر نوترینوها همراه با نوکلئونها برمبند و خوشه‌ها را تشکیل دهند، حد پایینتری برای نسبت ماده غیردرخشان به درخشان (نوکلئونی) به دست می‌آوریم. این حد پایینتر عبارت است از

$$\frac{\Sigma \Omega_\nu}{\Omega_B} \geq \frac{2}{3} \sum M_\nu \quad (104.7)$$

از گسیل پرتوهای X از خوشه‌ها تخمین زده شده است که جرم گاز داغ با فرمول زیر به جرم کل خوشه مربوط می‌شود

$$M_{\text{HG}} \approx 0.1 (2h_0)^{-3/2} M_{\text{کل}} \quad (105.7)$$

می‌توان $M_{\text{کل}}/M_{\text{HG}}$ را حد بالای (104.7) در نظر گرفت. که نتیجه می‌شود

$$\sum M_\nu \leq 40 h_0^{3/2} \quad (106.7)$$

بنابراین، برای h_0 در گستره $\frac{1}{3}$ تا ۱، حد بالای Σm_ν در گستره ۱۵ ~ تا ۴۰ eV قرار دارد.

در سال ۱۹۷۹ اس. تریمن^۱ و جی. گان^۲ دستاویز دیگری را در مورد جرم نوترینو خاطر نشان ساختند. نوترینوی جرم دار در زمان واجفتیدگی دارای تابع توزیع زیر در فضای تکانه است.

$$dn_\nu = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \left[\exp\left(\frac{p_\nu c}{kT_\nu}\right) + 1 \right]^{-1} d^3p_\nu \quad (107.7)$$

در زمان واجفتیدگی، با خنک شدن $p_\nu \propto T_\nu$ و نوترینوها سرانجام نانسبیتی خواهند شد. نوترینوهایی که به آرامی حرکت می‌کنند در معرض گیرافتادن در چاههای پتانسیل گرانشی سیستمهای سنگینی هستند که سرانجام کهکشان یا خوشه‌های کهکشانی را تشکیل می‌دهند. به دام افتادن و رمبش نوترینوها تابع توزیع آنها را از (۱۰۷.۷) به توزیع ماکسولی یک گاز تکدما تغییر می‌دهد. این توزیع نهایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$dn_\nu = \frac{\rho_\nu}{m_\nu^3} \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) \quad (108.7)$$

برای اینکه (۱۰۸.۷) نشانگر گازی باشد که در میدان گرانشی جرم M در فاصله R به دام افتاده است، باید

$$\langle v^2 \rangle \equiv 3\sigma^2 \simeq \frac{GM}{R}$$

یعنی،

$$\langle \rho \rangle \equiv \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{9\sigma^2}{4\pi G R^2} \quad (109.7)$$

با بیان M برحسب M_\odot ، R برحسب مگاپارسک، و σ برحسب $100 \text{ km s}^{-1} \equiv \sigma_{100}$ ، به دست می‌آوریم

$$\frac{M}{M_\odot} \simeq 7 \times 10^{12} \sigma_{100} R_{\text{Mpc}}, \quad \langle \rho \rangle \simeq 10^{-28} \left(\frac{\sigma_{100}}{R_{\text{Mpc}}}\right)^2 \text{ g cm}^{-3} \quad (110.7)$$

یکی از جنبه‌های رمبش همراه با تغییرات سریع انرژی عبارت است از کاهش چگالی بیشینه فضای فاز. (این عمل بر اثر حرکت ذرات گاز صورت می‌گیرد و مخلوط شدن حالتها به وقوع می‌پیوندد که در آن بیشینهٔ تابع توزیع اولیه با بخشهای کم چگالی تر تابع توزیع مخلوط می‌شوند). بنابراین، با مقایسهٔ بیشینه‌های (۱۰۷.۷) و (۱۰۸.۷)، به دست می‌آوریم

$$\frac{g_\nu}{(2\pi\hbar)^3} > \frac{\rho_\nu}{m_\nu^3 (2\pi\sigma^2)^{3/2}}$$

یعنی،

$$m_\nu > \left(\frac{\rho_\nu (2\pi)^{3/2} \hbar^3}{g_\nu \sigma^3} \right)^{1/4} \quad (111.7)$$

با بیان این نامساوی برحسب (۱۱۰.۷)، به‌ازای $g_\nu = 1$ به‌دست می‌آوریم

$$M_\nu \geq 4.5 \sigma_{100}^{-1/4} R_{\text{Mpc}}^{-1/2} \quad (112.7)$$

نوترینوهای باقیمانده که به اندازه کافی سنگین هستند می‌توانند برمبند و جرم را در مقیاسهای مختلف که از (۱۱۲.۷) به‌دست می‌آید غالب سازند. ترمین و گان یک جنبهٔ عجیب این موضوع را خاطرنشان ساختند.^۱ هرچه مقدار M_ν بزرگتر باشد، جرم غیرقابل مشاهده در مقیاسه با جرم درخشان بیشتر خواهد شد. حال می‌دانیم که این نسبت در خوشه‌های کهکشانی از همه زیادتر و در کهکشانهای تک از همه کمتر است. از این رو، به‌نظر می‌رسد که نوترینوهای باقیمانده مسئله جرم گمشده را حل نمی‌کنند. برای حل این تضاد، شرام^۲ و استیگمن^۳ پیشنهاد کرده‌اند که m_ν ممکن است در گستره ۴ تا 20 eV باشد. پس این نوترینوها به‌اندازه کافی سنگین نیستند تا در کپه‌شدن گرانشی در مقیاس یک کهکشان نقش غالب را داشته باشند، اما در مقیاس خوشه‌ها می‌توانند مؤثر باشند.

نوترینوهای بسیار سنگین برای کیهان‌شناسی مهیبت‌ناگ نامطلوب‌اند. اگر جرم همهٔ نوترینوها به‌طور میانگین 25 eV باشد، $\Sigma \Omega_\nu$ نزدیک به ۱ خواهد شد. جرم بزرگتر از این مقدار یا افزایش گونه‌های نوترینوی باقیمانده $\Sigma \Omega_\nu$ و Ω را به‌مقدار فراتر از مقدار بستار $\Omega = 1$ افزایش می‌دهد. همان‌طور که در فصل ۴ دیدیم، عالمهای بسته سنهای کمتری دارند و سن کلی $6 \times 10^9 \leq$ سال ممکن است به‌صورت نامطلوبی کوچک باشد. بنابراین، پیشنهاد شده است که در چنین شرایطی از کیهان‌شناسیهای λ استفاده شود.

این محاسبه‌ها نشان می‌دهند که چگونه اخت‌فیزیک می‌تواند قیدهای با ارزشی بر ویژگیهای ذرات بنیادی اعمال کند.

۳.۷.۷ مادهٔ تاریک و اندازهٔ ساختار

یک رابطهٔ جالب بین جرم ذرات HDM غیرباریونی و جرم ساختار بزرگ - مقیاس وابسته به آن ظاهر می‌شود. ایده‌ها به‌قرار زیرند. فرض کنید m_X جرم یک ذرهٔ X است که بدون برخورد (یعنی، ۱. کاسیک و مک‌کیلاندر سال ۱۹۷۳ از استدلالهای مشابهی برای تعیین حدود پایین جرمهای نوترینو استفاده کردند.

بدون برهم‌کنش) با سرعت نسبی حرکت می‌کند. جمعیتی از این ذرات تمایل به از بین بردن هر نوع ناهمگنی دارد. سپس حد مزبور برای اندازهٔ ناهمگنی بر اندازهٔ افق ذره اعمال می‌شود. این اثر را می‌توان به صورت زیر برآورد کرد.

ذره نسبی است تا اینکه دمای محیط به مقدار زیر فرو افتد

$$T_X = \frac{m_X c^2}{k} \quad (113.7)$$

با توجه به رابطهٔ زمان-دما در عالم اولیهٔ (۵.۶)، زمان این دوره عبارت است از

$$t_X = \left(\frac{3c^2}{16\pi G a} \right)^{1/2} g^{-1/2} T_X^{-2} \quad (114.7)$$

در این عصر اندازهٔ افق برابر است با

$$R_X = 2ct_X \quad (115.7)$$

چگالی انرژی ذرات در تعادل گرمایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\varepsilon = \frac{\pi^2 (kT_X)^4 g}{15 \hbar^3 c^3} \cdot 2 \quad (116.7)$$

بنابراین، کل جرم موجود در کرهٔ افق از ترکیب (۱۱۳.۷) تا (۱۱۶.۷) به دست می‌آید. پس از

اندکی دستکاری اندازه آن به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{4\pi}{3} R_X^3 (\varepsilon/c^2) \\ &= \frac{\sqrt{3}\pi^{3/2} g^{-1/2}}{60 G^{3/2} a^{3/2}} \cdot \frac{k^6}{\hbar^3 c^3 a^{3/2}} m_X^{-2}. \end{aligned} \quad (117.7)$$

با نوشتن ثابت تابش و جرم پلانک به صورت زیر

$$a = \frac{\pi^2}{15} \cdot \frac{k^4}{\hbar^3 c^3}, \quad m_P = \sqrt{\frac{c\hbar}{G}} \quad (118.7)$$

رابطهٔ بالا به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{M} = \frac{3\sqrt{5}}{4\pi\sqrt{\pi}g^{1/2}} \frac{m_P^3}{m_X^2} = \alpha \frac{m_P^3}{m_X^2} \quad (119.7)$$

ثابت α از مرتبه واحد است. (g را می‌توان بین 10^0 و 10^0 گرفت).
 با در نظر گرفتن جرم نوترینو برحسب الکترون ولت و M برحسب جرم خورشید M_{\odot} رابطه
 بالا به صورت زیر در می‌آید

$$M \approx 1.5\alpha \times 10^{15} \left(\frac{30 \text{ eV}}{m} \right)^2 M_{\odot} \quad (120.7)$$

از این رو، با نوترینوهای الکترونی جرم‌دار به صورت HDM، مقیاس مشخصه ناهمگنی‌های
 آبرخوشه-گونه را به دست می‌آوریم. بنابراین، اگر این نوع HDM را در نظر بگیریم دارای سناریوی
 سر-پایین خواهیم شد.

از طرف دیگر، برای CDM ذرات پس از واجفتیدگی حرکت چندانی نخواهند داشت، و جرم
 آنها بسیار زیاد است. در نتیجه ساختارهای حاصل بسیار کوچکتر از HDM است و با سناریوی
 ته-بالا روبه‌رو خواهیم بود. تمرین ۲۹ در پایان فصل نشان می‌دهد چگونه می‌توان ساختار غالب
 تحت سیطره CDM را برآورد کرد.

۸.۷ رژیم غیرخطی

رشته رویدادهای منتهی به تشکیل کهکشان را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- مرحله ۱ افت‌وخیزهای کوانتومی در دوره آغازین، مثلاً در فاز تورمی، به وجود آمدند.
 - مرحله ۲ افت‌وخیزها وارد افق عالم با سیطره تابش شدند و به صورت خطی تا دوره بازترکیب
 رشد کردند.
 - مرحله ۳ در دوره پسا-بازترکیب حضور و سرشت ماده تاریک تأثیر شدیدی بر رشد داشت.
 - مرحله ۴ افت‌وخیزها به اندازه کافی بزرگ شدند، به طوری که فرایندهای غیرخطی اهمیت پیدا
 کردند. نتیجه نهایی این مرحله ساختار بزرگ - مقیاسی است که باید بتوانیم با تلسکوپ مشاوره
 کنیم.
- مراحل ۱-۳ را بررسی کردیم و اکنون به مرحله نهایی می‌پردازیم.

۱.۸.۷ تقریب زلدویچ

در سال ۱۹۷۰ زلدویچ تصویر ساده‌ای از چگونگی رشد مدهای افت‌وخیز چگالی به رژیم
 غیرخطی ارائه کرد. این رهیافت را به طور مختصر بررسی می‌کنیم.

فرض کنید ماده کیهانی از اجزای شاره‌ای تشکیل شده است که مسیر آنها از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mathbf{r} = S(t)[\mathbf{q} - b(t)\nabla_{\mathbf{q}}\psi(\mathbf{q})] \quad (121.7)$$

که در آن $S(t)$ عامل انبساط، \mathbf{q} مختصه همراه جزء شاره، $b(t)$ افت و خیزهای رشد را توصیف می‌کند و ψ پتانسیل اختلالی است.

اگر ρ_0 چگالی در مختصات همراه و $\rho(\mathbf{r}, t)$ ویژه چگالی باشد، از یک رابطه ساده پایستگی جرم به دست می‌آوریم

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{S^3} \det \left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \right\|^{-1} \quad (122.7)$$

درمیان تبدیل ژاکوبی و ماتریس آن دارای ویژه مقادیرهای $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ است که تابعهای کاتوره‌ای پیوسته از مختصات \mathbf{q} هستند. از این رو، چگالی به صورت زیر درمی‌آید

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{S^3} (1 - b\lambda_1)^{-1} (1 - b\lambda_2)^{-1} (1 - b\lambda_3)^{-1} \quad (123.7)$$

بدون از دست رفتن کلیت فرض می‌کنیم $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$. پس با رشد $b(t)$ و $b\lambda_1 \rightarrow 1$ چگالی بینهایت می‌شود. جزء حجم اولیه که شکل مکعبی داشت اکنون به صورت یک رویه تخت دوبعدی درمی‌آید که زلدویچ آن را «پنکیک» نامید.

تاکنون گرانی در نظر گرفته نشده است. برای خودسازگار شدن تصویر باید معادله پواسون صادق باشد:

$$\nabla \cdot \ddot{\mathbf{r}} = -4\pi G\rho \quad (124.7)$$

برای حل معادله سه‌ناوردای ماتریس تبدیل را می‌نویسیم

$$I_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \quad I_2 = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1, \quad I_3 = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \quad (125.7)$$

بنابراین معادله پواسون به صورت زیر درمی‌آید

$$\left(3\frac{\ddot{S}}{S} + 4\pi G\frac{\rho_0}{S^3} \right) - (I_1 - 2bI_2 + 3b^2I_3) \left(\ddot{b} + 2\frac{\ddot{S}}{S}\ddot{b} + 3\frac{\ddot{S}}{S}\dot{b} \right) + 3\frac{\ddot{S}}{S}(2b^3I_3 - b^2I_2) = 0 \quad (126.7)$$

اولین جمله با توجه به قانون نمایی کیهان‌شناختی صفر می‌شود. دومین جمله در صورتی صفر است که

$$\ddot{b} + 2\frac{\dot{S}}{S}\dot{b} + 3\frac{\ddot{S}}{S}b = 0 \quad (127.7)$$

این معادله رشد افت‌وخیزهای خطی است. جمله آخر را می‌توان به خطای کسری چگالی که از رابطه زیر به دست می‌آید ربط داد

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{2b^3I_3 - b^2I_2}{1 - bI_1 + b^2I_2 - b^3I_3} \quad (128.7)$$

برای یک رمبش هامن $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ و در نتیجه $\Delta\rho = 0$. یعنی تقریب زلدویچ دقیق است. اگر $\lambda_1 > 0$ باشد، رمبش هنگامی رخ می‌دهد که $b = \lambda_1^{-1}$. برای $b \ll 1$ در رژیم خطی هستیم و (123.7) تقریباً به صورت زیر در می‌آید

$$\rho(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\rho_0}{S^3} [1 + b(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)]$$

یعنی، چگالی باقیمانده خطی شده عبارت است از

$$\delta(\mathbf{r}, t) \simeq bI \quad (129.7)$$

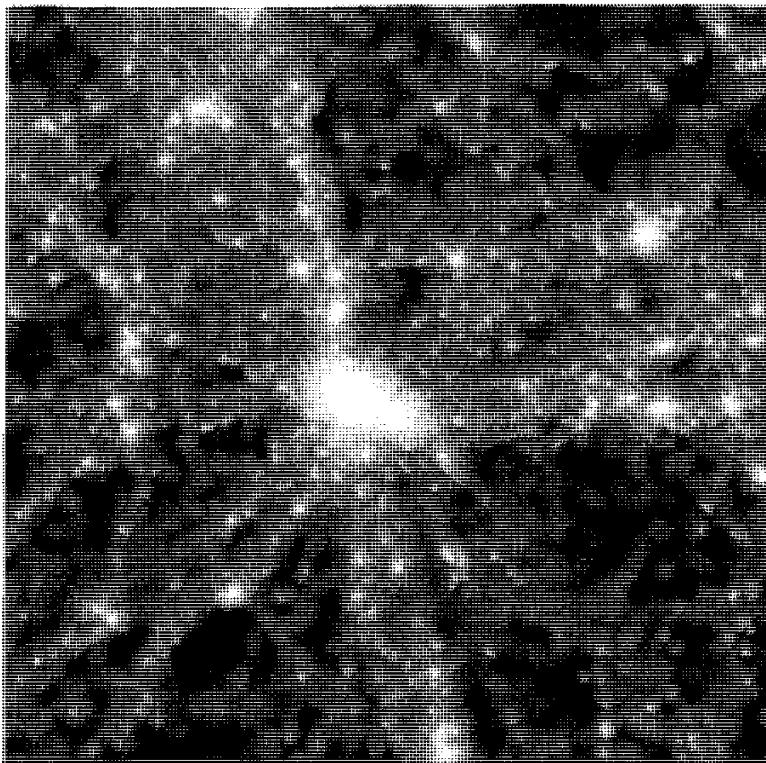
بنابراین، تصویر ساده‌ای از چگونگی گذار از رژیم خطی و غیرخطی داریم. این تقریب نقطه شروع شبیه‌سازیهایی دقیقتر N جسمی بر روی کامپیوتر است.

۲.۸.۷ شبیه‌سازیهایی N جسمی

یک طرح کلی برای شبیه‌سازیهایی عددی می‌تواند به صورت زیر باشد. N ذره (معمولاً یکسان) به جرمهای $m_i (i = 1, \dots, N)$ داریم. نیروی وارد بر ذره i در نقطه \mathbf{r}_i با بهره‌گیری از قانون عکس مجذوری اصلاح شده به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\mathbf{F}_i = Gm_i \sum_{j \neq i} \frac{m_j(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 + \varepsilon^2)^{3/2}} \quad (130.7)$$

عدد کوچک ε برای اجتناب از وارد آمدن نیروهای بسیار بزرگ در برخوردهای نزدیک وارد شده است. این نیرو شتاب ذره i ام را تعیین می‌کند. با معلوم بودن مکان و سرعت ذره در یک لحظه، می‌توان آنها را در لحظه‌ای بعد تعیین کرد.



شکل ۷.۷ نمونه‌ای از نتیجه‌های حاصل از شبیه‌سازیهای N جسمی که از طرح مشترک ویرگو بین دانشمندان اسرائیلی و انستیتوی ماکس پلانک آلمان برای اخترفیزیک به دست آمده است. نوعاً از 256^3 ذره در شبیه‌سازیهای انجام شده روی دو ابرکامپیوتر موازی Cray T3D استفاده شده است. نتیجه موزاییک بالا از مدل CDM با پارامتر چگالی $\Omega_0 = 0.3$ و ثابت کیهان‌شناختی حاصل از $\Omega_8 = 0.7$ به دست آمده است. پارامتر هابل $h_0 = 0.7$ و جرم هر ذره $10^{11} M_{\odot} h_0^{-1}$ فرض شده است.

این روش سراسر است اما برای مقادیر بزرگ N بسیار وقت‌گیر است. بنابراین، روشهای تقریبی سریعتر برای پیشرفت ابداع شده است. به هر حال، سرعتهای کامپیوتر بسیار کمتر از آن است که شبیه‌سازیهای واقع‌بینانه از مسئله واقعی به دست دهد. اما، روشهای آماری به‌عنوان نشانه‌ای از آنچه رخ می‌دهد سودمندند.

در یک طرح نوعی $N \geq 10^5$ و محاسبه از $\delta\rho/\rho \approx 0.2$ آغاز می‌شود. تقریب زلدویچ برای به دست آوردن مکان و سرعتهای اولیه در اختلال مد در حال رشد به کار می‌رود. پارامترهای آزاد محاسبه H_0 و Ω_0 و نیز دامنه اولیه افت‌وخیزها هستند که شکل طیف را تعیین می‌کنند. طیف با حل معادله‌های رشد افت‌وخیزهای خطی برای هر k تحول پیدا می‌کند.

محصول نهایی یک سناریوی HDM نوعی در شکل ۷.۷ نشان داده شده است. تصویرهای مشابهی برای CDM به دست آمده است. مقایسه این نمودارها با نقشه برداریهای واقعی انتقال به سرخ است که نگاشتی سه‌بعدی از عالم می‌دهد. حرکت‌های بزرگ-مقیاس با این داده‌ها مقایسه می‌شود.

با توجه به سناریوی مورد استفاده (HDM، CDM، و غیره)، فرایندهای فیزیکی وجود دارد که شکل طیف توان اولیه را تغییر می‌دهد. می‌توان آن را با t_i زمانی (آغازین) که افت و خیزها در آن رسماً مشخص شده است و t_f یعنی زمانی که تأثیر فرایندها از بین می‌رود نشان داد. سپس، با نوشتن طیف توان اختلال در زمان t به صورت $P(k; t)$ ، به دست می‌آوریم

$$\frac{P(k; t_f)}{[\Sigma(t_f)]^2} = T^2(k; t_f, t_i) \frac{P(k, t_i)}{[\Sigma(t_i)]^2} \quad (131.7)$$

تابع $\Sigma(t)$ قانون رشد خطی برای اختلالهای بالاتر از مقیاس جینز است که در بخش ۳.۷ بحث شد. بنابراین، در نبود اثرهای دیگر، $T = 1$ است. با این همه، اثرهای دیگر در فرمول رشد از طریق تابع $T(k; t_f, t_i)$ نمایان می‌شوند که به تابع انتقال معروف است. معمولاً T را از انتگرال‌گیری خطی اثرهای مربوطه به دست می‌آورند.

به حق می‌توان گفت که گرچه این تمرینها شناخت قابل ملاحظه‌ای از چگونگی رشد فرایندهای غیرخطی و تأثیر انواع متفاوت مادهٔ تاریک بر آنها به دست داده است، اما هیچ شبیه‌سازی موفقیت‌آمیزی از عالم واقعی تاکنون امکان‌پذیر نبوده است. یک پرسش مهم این است که آیا کهکشانهای توزیع جرم را دنبال می‌کنند؟ سناریوی CDM در صورتی مفید است که کهکشانهای توزیع جرم را دنبال نکنند بلکه در برخی منطقه‌های «مستعد» تشکیل شوند. این استعداد به صورت زیر وارد می‌شود. توزیعی گاوسی از افت و خیزهای $\delta\rho$ مربوط به CDM را دور یک میانگین ρ در نظر بگیرید. اگر هیچ نوع آمادگی وجود نداشته باشد نور جرم را دنبال می‌کند، یعنی، کهکشانهای $\delta\rho/\rho$ را تقلید می‌کنند. به هر حال، اگر کهکشانهای ترجیحاً در مقدارهای زیاد ρ تشکیل شوند، نوعی گرایش وجود دارد. پارامتر گرایش در صورت عدم گرایش برابر واحد و در صورت وجود آن $b > 1$ است. با محدود کردن به $b > 1.5$ ، دنبالهٔ توزیع گاوسی در محلی که $\delta\rho$ به اندازهٔ کافی زیاد است بریده می‌شود. امتیاز عملی این کار کاهش $\Delta T/T$ است. به عنوان مثال، جی. سیلک^۱ و ان. ویتوریو^۲ نشان داده‌اند که در مقیاس زاویه‌ای $4/5$ و $1/5$

$$\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{6 \times 10^{-6}}{\Omega_0 h_0 b} \quad (132.7)$$

از این رو، برای $\Omega_0 = 1$ ، $h_0 = 1$ و $b = 1.5$ انتظار داریم که $\Delta T/T$ در حدود 4×10^{-6} باشد. حد فعلی $\Delta T/T$ مقدار $b > 0.4$ را مجاز می‌دارد.

اگرچه در این شمارش مدلهای CDM دوام می‌آورند، اما در توصیف حرکت‌های جریانی در مقیاس بسیار بزرگ و ساختارهای بزرگ مانند دیوار و ربایندهٔ عظیم مشکلاتی به وجود می‌آید.

مدلهای HDM می‌توانند ساختارهای بزرگ-مقیاس را توضیح دهند، اما توجیه ساختارهای در اندازهٔ کهکشان و مقادیر کم $\Delta T/T$ دشوار است.

نتایج COBE در اوایل سالهای ۱۹۹۰ نشان داد که چگونه مطالعات آماری ناهمگنیهای زاویه‌ای تابش زمینهٔ ریزموج می‌تواند قیدهایی را بر سناریوهای تشکیل ساختار اعمال کند. وقتی قیدهای کلی رصدی در نظریه‌های مختلف را در فصل ۱۰ و ۱۱ بررسی می‌کنیم، دربارهٔ این یافته‌ها بحث خواهیم کرد. در آنجا مطالعات بیشتری را که با استفاده از طرحهای فضایی پیشرفته‌تری چون MAP و PLANCK انجام شده است شرح خواهیم داد.

علاوه بر نظریه‌های HDM، CDM، بالا، سناریوهای دیگری وجود دارد. در فرضیهٔ ریسمانهای کیهانی، ناپیوستگیهای خطی در گذار فاز GUT (نگاه کنید به فصل ۶) به‌عنوان هسته‌های رشد این افت‌وخیزها عمل می‌کنند. با انبساط عالم این ریسمانها از هم باز می‌شوند و چند تکهٔ دراز و حلقه‌های بسته در شعاع هابل فعلی به‌جا می‌گذارند. در مدل انفجاری، فرایندهای غیرگرانشی مانند امواج شوکی حاصل از انفجارهای اَبَرنواختری فرایندهای تشکیل ساختار را به‌کار می‌اندازند. هیچ‌کدام از این رهیافتها نمی‌تواند مدعی سازگاری با رصدها باشند. شاید ایده‌های متهورانه‌تری لازم باشد! و بنابراین این فصل را در حالی به پایان می‌رسانیم که مسئلهٔ بخش ۱.۷ حل نشده است.

تمرینها

۱. بگوئید منظور از مدهای عرضی و دورانی میدان سرعت در تحلیل مرتبهٔ اول در عالم در حال انبساط چیست. نشان دهید که این مدها با انبساط عالم کاهش می‌یابند.
۲. رابطهٔ (۲۱.۷) را که تضاد چگالی در عالم در حال انبساط در آن صدق کند به‌دست آورید.
۳. ارتباط مدهای طولی میدان سرعت را با تضاد چگالی به‌دست آورید. دربارهٔ این واقعیت که تضاد چگالی به مدهای عرضی بستگی ندارد اظهار نظر کنید.
۴. اهمیت فیزیکی عدد موج جینز چیست؟ رابطهٔ آن با جرم جینز چگونه است؟
۵. نشان دهید چرا نمی‌توانیم انبساط عالم در محاسبات نوع جینز را نادیده بگیریم.
۶. انرژی گرانشی و انرژی گرمایی یک اختلال کروی نوعی در عالم در حال انبساط را برآورد کنید. این نسبت انرژیها را با نسبت جرم اختلال به جرم جینز مرتبط سازید.
۷. اهمیت جرم جینز را در ارتباط با اختلالهایی که می‌توانند یا نمی‌توانند در عالم در حال انبساط رشد کنند بیان کنید.

۸. با بهره‌گیری از داده‌های جو زمین، مقادیر (الف) طول جینز و (ب) جرم جینز برای هوا در دما و فشار متعارفی را برآورد کنید.

۹. نشان دهید که با ρ و p از رابطه زیر

$$\rho = nm_{\text{H}} + \frac{aT^4}{c^2}, \quad p = \frac{1}{3}aT^4$$

سرعت صورت عبارت است از

$$c_s^2 = \frac{1}{3}c^2 \left(1 + \frac{m_{\text{H}}c^2}{\sigma kT} \right)^{-1}$$

که $k\sigma$ آتروپی به‌ازای هر ذره است.

۱۰. نشان دهید که پس از عصر بازترکیب جرم جینز از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$M_{\text{J}} \simeq \frac{4\pi}{3} \left(\frac{5\pi kT}{3G} \right)^{3/2} n^{-1/2} m_{\text{H}}^{-2}$$

که T دمای ماده است.

۱۱. با این فرض که در ترمین 1° دمای ماده با دمای تابش در عصر بازترکیب برابر باشد، نشان دهید که M_{J} در این عصر از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$M_{\text{J}} \simeq \frac{4\pi}{3} \left(\frac{5\pi kT_0}{3G} \right)^{3/2} n_0^{-1/2} m_{\text{H}}^{-2}$$

که T_0 دمای فعلی زمینه ریزموج است.

۱۲. M_{J} در ترمین ۱۱ را در عالم فریدمان با (h_0, Ω_0) معین و $T_0 = 3\text{K}$ برآورد کنید. نشان دهید که

$$\begin{aligned} M_{\text{J}} &\simeq 2.54 \times 10^{29} (\Omega_0 h_0^2)^{-1/2} g \\ &\simeq 1.27 \times 10^6 (\Omega_0 h_0^2)^{-1/2} M_{\odot} \end{aligned}$$

۱۳. نشان دهید که (۴۳.۷) در عصر بازترکیب می‌دهد

$$M_{\text{J}} \simeq 100 M_{\odot} \sigma^{1/2}$$

۱۴. تحول جرم جینز در عالم در حال انبساط را دنبال کنید و دربارهٔ چگونگی رفتار افت و خیزهای اندازه کهکشان در دوره‌های پیش و پس از بازترکیب بحث کنید.

۱۵. نشان دهید که در بحث رشد جرمی بسیار بیش از جرم جینز در دورهٔ پس از بازترکیب می‌توان اثر فشار را نادیده گرفت. آیا این فرض برای مطالعهٔ رفتار اختلالهای در اندازهٔ کهکشان مناسب است.

۱۶. دربارهٔ رشد افت و خیزها در مدل‌های فریدمان در دورهٔ پس از بازترکیب به صورت کینی بحث کنید.

۱۷. با استفاده از اصول اولیه معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید

$$(1 - \cos \Theta) \frac{d^2 \delta}{d\Theta^2} + \sin \Theta \frac{d\delta}{d\Theta} - 3\delta = 0$$

و جوابهای آن را به رفتار افت و خیزها در دورهٔ پس از واجفتیدگی در عالم فریدمان بسته مرتبط سازید.

۱۸. با یک فرایند محدودکنندهٔ مناسب ثابت کنید که با $\frac{1}{4} \rightarrow q_0$ هر دوی (۵۶.۷) و (۵۴.۷) به (۴۹.۷) میل می‌کند. Σ را برحسب q_0 برای $10^3 = 1 + z_{\text{dec}}$ رسم کنید.

۱۹. برخی از کوششهای انجام شده در جهت درک چگونگی تشکیل کهکشانها را مرور کنید.

۲۰. نشان دهید که جرم وابسته به طول موج λ برحسب MPC عبارت است از

$$M(\lambda) = 1.5 \times 10^{11} \Omega_0 h_0^2 \lambda^3 M_\odot$$

۲۱. در تمرین قبل جرم در حدود $10^{12} M_\odot$ نظیر $1.88 \text{ Mpc} \approx \lambda$ بود. نشان دهید که این طول موج برای تمام انتقال به سرخهای متجاوز از

$$z = 1.41 \times 10^5 (\Omega_0 h_0^2)^{1/3}$$

از افق بزرگتر بوده است.

۲۲. زاویه‌ای را که افق ذره در عصر واجفتیدگی در محل ناظر امروزی به وجود می‌آورد، با پیروی از گامهای زیر به دست آورید.

(۱) ثابت هابل و پارامتر شتاب منفی را در انتقال به سرخ واجفتیدگی z_{dec} و در نتیجه پارامتر

d_H افق را محاسبه کنید. با مدل $k = 1$ کار کنید.

(۲) مختصه زاویه‌ای $\theta = 0$ را به طرف مرکز C کره افق در نظر بگیرید و فرض کنید که مسیر پرتوهای نور از ناظر O و مماس بر این کره مخروطی را تشکیل می‌دهد که نیم-زاویه عمودی آن $\theta = \theta_H/2$ است.

(۳) صفحه سمتی $\phi = \text{const.}$ این مخروط را در مثلثی قطع می‌کند که قاعده آن، مثلاً ACB و رأس آن در O است، قاعده آن ژئودزیکی فضاگونه با معادله زیر است

$$r^2 + \frac{1}{1 - kr^2} \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 = \frac{r^4}{r_0^4}$$

که r_0 مختصه رابرتسون-واکر C است. فرض کنید r_1 مختصه شعاعی دومی A و B باشد.

(۴) کمیت‌های d_H و θ_H را به r_0 و r_1 ربط دهید.

(۵) از این رابطه‌ها ارتباط d_H و θ_H را به دست آورید.

۲۳. نشان دهید که اگر سه نوع نوترینوی جرم‌دار باقیمانده در عالم کنونی غالب بودند، جرم میانگین نوترینوی لازم برای بستن عالم عبارت بود از

$$25 \left(\frac{T_0}{3} \right)^{-3} h_0^2 \text{eV.}$$

۲۴. فرض کنید عالم دارای باریون کافی بود تا $\Omega_B = 1$ شود، و علاوه بر آن سه نوع نوترینو با جرم میانگین 25eV وجود داشت. سن عالم را برای $T_0 = 3$ ، $h_0 = 1$ محاسبه کنید.

۲۵. بگویید مشاهده جرم نوترینو چه تأثیری در سن عالم دارد. با مثال تمرین ۲۴، اگر سن عالم بسیار کم درآید، می‌توانید راهی برای خروجی از مشکل با به‌کارگیری کیهان‌شناسیهای λ -ی فصل ۴ بیابید؟

۲۶. یک نوترینوی آغازین دارای جرم سکون 1eV است. سرعت کاتوره‌ای آن را نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی در عصر حاضر برآورد کنید.

۲۷. بگویید چگونه نوترینوهای جرم‌دار ممکن است در چگالش ماده در کهکشانها در ساختارهای بزرگتر مؤثر باشند. آیا می‌توان درباره گستره جرم m_ν سازگاری اندیشید که این جرم گمشده در کهکشانها و خوشه‌های کهکشانی را به حساب آورد.

۲۸. در رابطه (۱۱۴.۷) به جای G جرم پلانک را قرار دهید و به M برسید.

۲۹. برای CDM بحث حرکت جریان آزاد را تکرار کنید که در کتاب برای اندازه ساختارهای تشکیل‌شده با HDM داده شده است. فرض کنید ذره CDM با سرعت c حرکت می‌کند تا غیرنسبیتی شود و هنگامی به این مرحله می‌رسد که دمایش به $m_\nu c^2/k$ فروافتاده باشد. حال با

تمرینها ۳۳۵

استفاده از نسبت چگالی عددی CDM کنونی ذره‌های n_X و n_γ نسبت T_X/T را تعیین کنید و نشان دهید که مقیاس جریان آزاد عبارت است از

$$\lambda_{FS} = \text{const.} \times (\Omega_X h^2)^{1/3} m_X^{-4/3}$$

با قرار دادن مقادیر ثابت، جرم ساختار را با در نظر گرفتن CDM محاسبه و نشان دهید، برای $m_X \sim 1 \text{ keV}$ ، جرم M برابر $6 \times 10^9 M_\odot$ است.

۳۰. قندهای رصدی را که باید در نظریه‌های تشکیل کهکشان وجود داشته باشند به اختصار بیان کنید.



کیهان‌شناسیهای دیگر

۱.۸ جایگزینهایی برای کیهان‌شناسی فریدمان

در سالهای ۲۴-۱۹۲۲ وقتی فریدمان جوابهای معادله‌های اینشتین را برای عالم در حال انبساط مطرح کرد، کارش چندان مورد توجه قرار نگرفت. پس از اینکه هابل انتقال به سرخ مربوط به سحابی را کشف کرد، کیهان‌شناسان این مدلها را ساده‌ترین نقطه شروع برای بحث در این مورد در نظر گرفتند. از طرف دیگر، فیزیکدانان این کوششها را ساده‌لوحانه و حدسی می‌دانستند، و در نتیجه توجه چندانی به‌کار بسیار سازنده جورج گاموف در مورد عالم اولیه نکردند. سرانجام، نقطه عطف کیهان‌شناسی در سال ۱۹۶۵ هنگامی اتفاق افتاد که تابش زمینه ریزموج^۱ کشف شد. به‌نظر می‌رسد که این MBR سناریوی عالم اولیه را تأیید کند، و همراه با اعتبار رو به گسترش قانون هابل که با استفاده از تلسکوپهای بزرگتر و بهتر به‌دست آمده بود، پایه‌های کیهان‌شناسی به‌عنوان شاخه‌ای از فیزیک گذاشته شد. در اواسط سالهای ۱۹۷۰ تعداد قابل ملاحظه‌ای از فیزیکدانها کیهان‌شناسی فریدمان را جدی گرفتند، بیشتر به خاطر اینکه تشخیص دادند کیهان‌شناسی مهبانگ

1. microwave background radiation

یک زمینه، و تنها زمینه شناخته شده فعلی را برای برنامه فیزیک انرژیهای بالا و وحدت بزرگ مورد نظرشان را فراهم می‌سازد. همین‌طور کیهان‌شناسان برای شناخت منشأ اولیه ماده به فیزیک ذرات روی آورده‌اند. در واقع، موضوع اخترفیزیک ذرات از تعامل مشترک کیهان‌شناسان مهبانگ و فیزیکدانان ذرات با انرژیهای زیاد به وجود آمده است.

فصلهای ۶ و ۷ تجسمی از چگونگی پیشرفت این کیهان‌شناسی با ورودیهای فیزیک ذرات به دست داد. اکنون در این فصل این پرسش را مطرح می‌کنیم که کیهان‌شناسی فریدمان تا چه اندازه نظریه‌ای درست درباره منشأ و ساختار بزرگ-مقیاس عالم است؟ گرچه امروزه اکثریتی از کیهان‌شناسان روی درستی مدل‌های فریدمان شرط می‌بندند، تعدادی «مخالف» نیز وجود دارند که با این مدلها قانع نمی‌شوند. و از کوششهای آنها نظریه‌های دیگری به وجود آمده است که با مدل استاندارد مهبانگ مقایسه می‌شود.

درباره این نظریه‌ها به اندازه کیهان‌شناسی فریدمان کار نشده است. این موضوع، با توجه به توان فکری که صرف آنها شده است، تعجب‌آور نیست. با وجود این، حاوی چشم‌اندازهای متفاوتی هستند که می‌تواند راه حلی برای بعضی از مسئله‌های بارزی باشند که کیهان‌شناسی فریدمان موفق به حل آنها نشده است. در این فصل و فصل بعد به شرح چند تا از این نظریه‌ها می‌پردازیم که مبتنی بر مفاهیم زیرند:

۱. اصل ماخ،

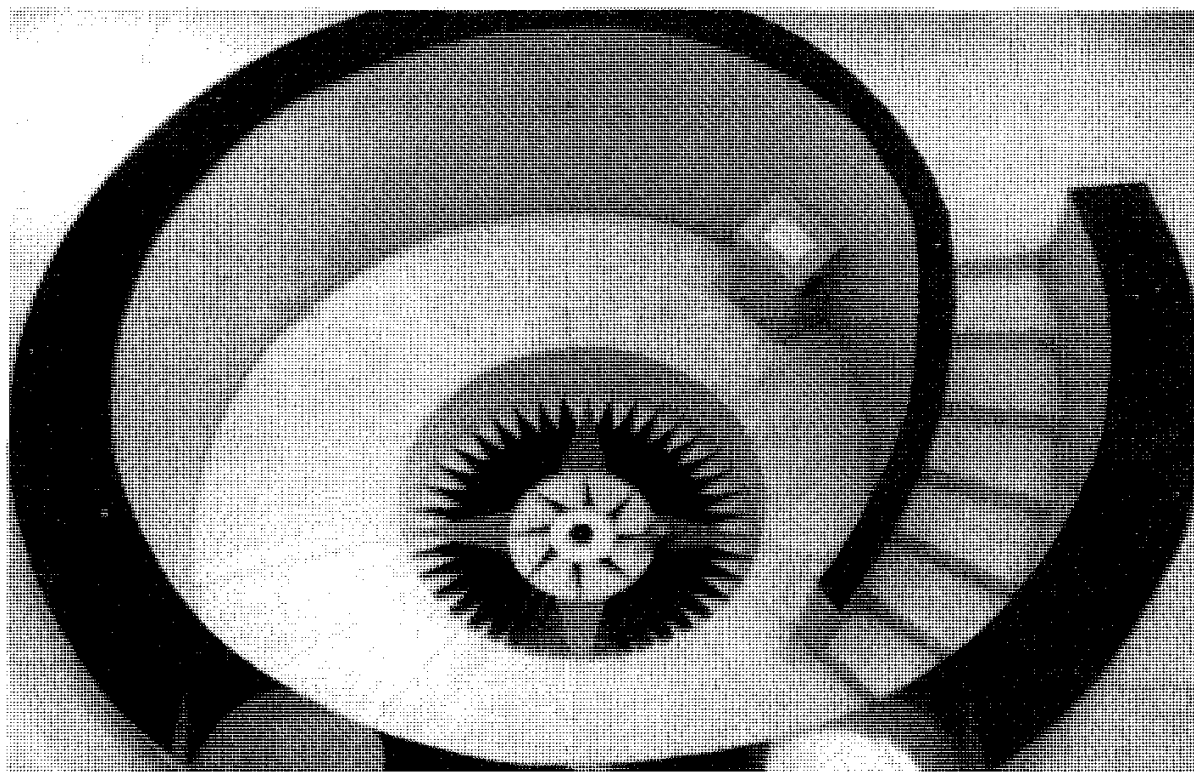
۲. فرضیه اعداد-بزرگ و

۳. آفرینش ماده.

آخرین این مفاهیم را در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. در اینجا به اصل ماخ می‌پردازیم که ایده‌ای جذاب است و مباحثه قابل ملاحظه‌ای را در بین چند نسل از کیهان‌شناسان و فیزیکدانان به وجود آورده است.

۲.۸ اصل ماخ

دو راه برای اندازه‌گیری دوران زمین به دور محور قطبی‌اش وجود دارد. با مشاهده طلوع و غروب ستارگان، منجمان می‌توانند دوره یکبار چرخش زمین به دور محورش یعنی $23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}}$ را تعیین کنند. روش دوم استفاده از آونگ فوکوست که صفحه آن با نوسانهای آونگ به تدریج دور محور افقی دوران می‌کند (شکل ۱.۸ را ببینید). با دانستن عرض جغرافیایی محل آونگ، می‌توان دوره چرخش زمین را محاسبه کرد. دو روش یک پاسخ به دست می‌دهند.



شکل ۱.۸ آونگ فوکو در مرکز بین دانشگاهی برای نجوم و اخترفیزیک، پون. گلولهٔ این آونگ در یک صفحه عمودی نوسان می‌کند که به آرامی در جهت ساعتگرد دور محور قائم می‌چرخد، صفحهٔ نوسان در طول $(\sin l)^{-1}$ روز یک دور کامل می‌زند، که l عرض جغرافیایی محل آونگ است. دورهٔ آن در پون تقریباً ۷۵ ساعت است.

در نگاه اول این موضوع شگفت‌انگیز به نظر نمی‌رسد. اما، بررسی دقیقتر نشان می‌دهد که چرا این نتیجه چندان بدیهی نیست. به دو روش مبتنی بر فرضهای متفاوت‌اند. روش اول دورهٔ چرخش زمین در زمینهٔ ستارگان دور دست را اندازه می‌گیرد، در حالی که روش دوم از مکانیک نیوتونی استاندارد در چارچوب مرجع چرخان بهره می‌گیرد. در مورد اخیر، به تغییر قانونهای نیوتون در هنگامی توجه می‌کنیم که پیامدهای این قانونها در چارچوب مرجعی اندازه‌گیری می‌شوند که نسبت به «فضای مطلق» که آنها را ابتدا نیوتون نسبت به آن بیان کرد در حرکت است.

بنابراین، در فرضی که دو روش را یکسان در نظر می‌گیرد انطباق فضای مطلق با زمینهٔ ستارگان دور دست تلویحاً نهفته است. ارنست ماخ (نگاه کنید به شکل ۲.۸) در قرن نوزدهم متذکر شد که این انطباق بدیهی نیست. او چیز عمیقتری در آن دید و استدلال کرد که فرض فضای مطلق، که نوشتن قانونهای نیوتون و رسیدن به مفهوم لختی را مجاز می‌دارد، ارتباط نزدیکی با زمینهٔ قسمتهای دور دست عالم دارد. این استدلال به «اصل ماخ» معروف است و ما به تحلیل بیشتر آن می‌پردازیم.



شکل ۲.۸ ارنست ماخ (۱۸۳۸ - ۱۹۱۶).

اگر قانون دوم نیوتون در چارچوب فضای مطلق تعریف شود به صورت شناخته شده زیر در

می آید

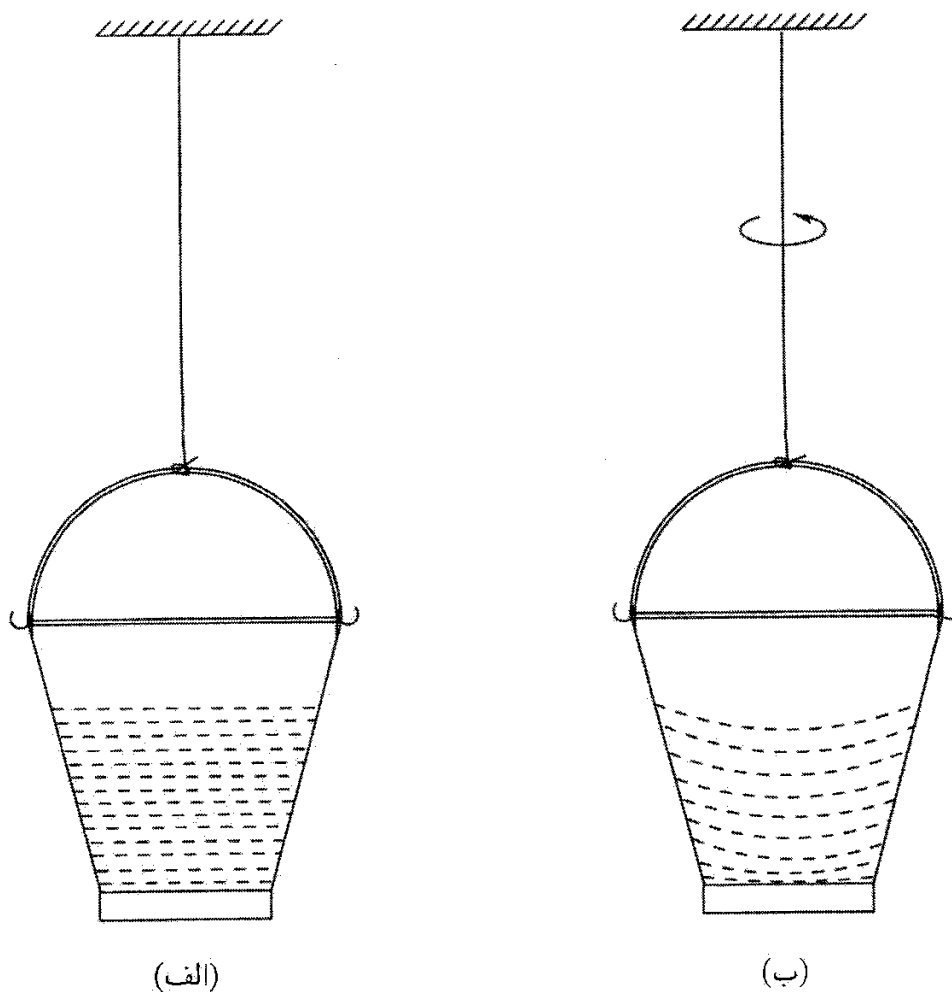
$$\mathbf{P} = m\mathbf{f} \quad (۱.۸)$$

این قانون بیان می کند که اگر به جسمی به جرم m نیروی خارجی \mathbf{P} اعمال شود، دارای شتاب \mathbf{f} می شود. دستگاه مختصاتی را که \mathbf{P} و \mathbf{f} در آن اندازه گیری می شوند با Σ نشان می دهیم.

نیوتون کاملاً آگاه بود که قانون دومش فقط نسبت به Σ و چارچوبهایی که نسبت به آن در حرکت یکنواخت هستند شکل ساده (۱.۸) را دارد. اگر چارچوب دیگر Σ' را برگزینیم که نسبت به Σ دارای شتاب \mathbf{a} است، قانون حرکت در آن به صورت زیر درمی آید

$$\mathbf{P}' \equiv \mathbf{P} - m\mathbf{a} = m\mathbf{f}' \quad (۲.۸)$$

اگرچه (۲.۸) ظاهراً با (۱.۸) یکسان به نظر می رسد، و \mathbf{f}' شتاب جسم در Σ' است، اما چیز تازه ای وارد جمله مربوط به نیرو شده است. این جمله $m\mathbf{a}$ است که ربطی به نیروی خارجی ندارد بلکه فقط تابع جرم m جسم و شتاب \mathbf{a} چارچوب مرجع نسبت به فضای مطلق است. با توجه به این جنبه از نیروی اضافی در (۲.۸)، نیوتون آن را «نیروی لختی» نامید. همان طور که این نام ایجاب می کند، نیروی اضافی متناسب با جرم لختی جسم است. نیوتون در پرنکیپیا، به بحث مفصل درباره این نیرو پرداخته و مثال یک سطل پر از آب چرخان را آورده است (نگاه کنید به شکل (۳.۸)).



شکل ۳.۸ (الف) یک سطل پر از آب که با یک طناب از سقف آویزان است. همین سطل که برای باز کردن پیچشی که به طناب داده شده است می‌چرخد. سطح آب در (الف) تخت و افقی است، در حالی که در (ب) به طرف داخل خمیده شده است. این خمیدگی آب نتیجه نیروی مرکزگریزی است که به جرم چرخان آب وارد می‌شود. این مثال را نیوتون در پرنکیپیا بررسی کرده است. نیوتون استدلال کرد که در (الف) سطل نسبت به فضای مطلق ساکن است، در حالی که در (ب) نسبت به فضای مطلق در حرکت است و در نتیجه باید نیرو یا نیروهای اضافی برای توجیه خمیدگی آب در نظر گرفته شوند. نیروی مرکزگرن، نیروی اضافی در این مثال است.

به نظر ماخ، بحث نیوتون از این نظر کامل نبود که وجود فضای مطلق به دلخواه و به طور مجرد فرض شده بود. چرا Σ وضعیتی را دارد که در آن نیازمند نیروی لختی نیست؟ چگونه می‌توان Σ را بدون توسل به قانون سوم حرکت، که مبتنی بر آن است، شناسایی کرد؟

برای ماخ پاسخ این پرسشها در رصد بخشهای دور دست عالم نهفته بود. این عالم است که چارچوب مرجع زمینه‌ای را فراهم می‌آورد که می‌توان آن را چارچوب Σ نیوتون در نظر گرفت. به جای آنکه بگوییم سرعت دوران زمین نسبت به Σ تصادفاً با سرعت نسبت به بخشهای دور

دست عالم یکی است، ماخ آن را دال بر این گرفت که بخشهای دور دست عالم به گونه‌ای وارد فرمولبندی قوانین محلی مکانیک می‌شوند.

یک راه برای تحقق این امر ارتباط مستقیم میان ویژگی لختی و وجود زمینهٔ کلی است. برای فهم این دیدگاه، جسمی را در عالم تهی در نظر بگیرید. در نبود نیرو رابطهٔ (۱.۸) به صورت زیر درمی‌آید

$$m\mathbf{f} = \circ \quad (3.8)$$

این معادله چه چیزی را ایجاب می‌کند؟ با پیروی از نیوتون از (۳.۸) نتیجه می‌گیریم که $\mathbf{f} = \circ$ یعنی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اما، اکنون دیگر زمینه‌ای را نداریم تا سرعتها را نسبت به آن اندازه بگیریم. از این رو، $\mathbf{f} = \circ$ هیچ‌گونه اهمیت عملی ندارد. بلکه نبود زمینه‌ای ملموس برای اندازه‌گیری حرکت نشان می‌دهد که \mathbf{f} باید کاملاً مبهم باشد. به راحتی می‌توان دید که این نتیجه‌گیری پیامد طبیعی این فرض جالب توجه، که از رابطهٔ (۳.۸) نیز می‌توان به آن رسید، است که

$$m = \circ \quad (4.8)$$

به عبارت دیگر، وابستگی معیار لختی به وجود زمینه به‌گونه‌ای است که در نبود زمینه این معیار از میان می‌رود! این وضع، جنبه جدیدی را وارد مکانیک می‌کند که نیوتون در نظر نگرفته بود. این دیدگاه نیوتونی که لختی از ویژگیهای ماده است را باید به این صورت تقویت کرد که لختی ویژگی ماده و نیز زمینه‌ای است که بقیهٔ عالم به وجود می‌آورد. این ایدهٔ کلی به اصل ماخ معروف است. این دیدگاه ماخی نه تنها مکانیک محلی را اصلاح می‌کند، بلکه عناصری جدیدی را به کیهان‌شناسی اضافه می‌کند. زیرا، بجز در عالمی که تابع اصل کیهان‌شناختی کامل باشد، اکنون مبنایی برای فرض ثابت ماندن جرم ذرات در عالم در حال تحول وجود ندارد. این دلیلی برای در نظر گرفتن مجدد مدل‌های کیهان‌شناختی از دیدگاه ماخ است. در اینجا به مثالهایی از چگونگی بررسی کمی اصل ماخ توسط فیزیکدانان مختلف و به دست آمدن مدل‌های کیهان‌شناختی جدید می‌پردازیم.

۳.۸ نظریهٔ گرانی برنز-دیکی

در سال ۱۹۶۱ سی. برنز و ار. اچ. دیکی (نگاه کنید به شکل ۴.۸) بدیل جالب توجهی را برای نسبیت عام بر مبنای اصل ماخ مطرح ساختند. برای درک دلایلی که به معادله‌های میدان



(الف)



(ب)

شکل ۴.۸ کارل برنز (۱۹۳۵-) (الف) و رابرت دیکی (۱۹۹۷-۱۹۱۶).



شکل ۵.۸ دنیس دبلیو. شاما (۱۹۲۶-۲۰۰۰).

آنها انجامید، ابتدا متوجه می‌شویم که خود مفهوم جرم لختی متغیر بخش ۱.۸ به مسئلهٔ تفسیر می‌انجامد. زیرا، چگونه می‌توان دو جرم در نقطه‌های مختلف فضا-زمان را با هم مقایسه کرد؟ جرمها برحسب یگاهای خاصی، مانند جرمهای ذرات بنیادی، اندازه‌گیری می‌شوند که خودشان در معرض تغییرند! ما به یکای مستقلی از جرم نیازمندیم تا بتوانیم افزایش و کاهش جرم را نسبت به آن اندازه بگیریم. این یکا را گرانی، یعنی جرم پلانک معروف که قبلاً دیدیم، فراهم می‌آورد

$$\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2} \cong 2,16 \times 10^{-5} \text{g} \quad (5.8)$$

بنابراین کمیت بدون بُعد

$$\chi = m \left(\frac{G}{\hbar c}\right)^{1/2} \quad (6.8)$$

که در نقطه‌های مختلف فضا-زمان اندازه‌گیری شود نشان می‌دهد که آیا جرمها تغییر می‌کنند. یا به صورت دیگر، اگر بر استفاده از یگاهای یکسان در همه جا تأکید داشته باشیم، تغییر χ تعیین می‌کند که G در حال تغییر است^۱. این نتیجه‌گیری است که برنز و دیکی در رهیافت به اصل ماخ به آن رسیدند. آنها در پی چارچوبی بودند که در آن ثابت گرانشی G ناشی از ساختار عالم باشد، به طوری که G متغیر پیامد ماخی یک عالم متغیر باشد.

در سال ۱۹۵۳ دی. دلیو. شاما^۲ استدلالهایی کلی کرده بود که به رابطه‌ای کلی میان G و ساختار بزرگ مقیاس عالم می‌انجامید. ما قبلاً در کیهان‌شناسیهای فریدمان به مثالی از این رابطه‌ها برخورد کرده‌ایم

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G} q_0 \quad (7.8)$$

اگر $R_0 = c/H_0$ را طول مشخصهٔ عالم و $M_0 = 4\pi\rho_0 R_0^3/3$ را جرم مشخصهٔ آن در نظر بگیریم، رابطهٔ بالا به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{1}{G} = \frac{M_0}{R_0 c^2} q_0^{-1} \sim \frac{M_0}{R_0 c^2} \sim \sum \frac{m}{rc^2} \quad (8.8)$$

با در نظر گرفتن جفت‌شدگی دینامیکی بین لختی و گرانی، انتظار داریم که رابطه‌ای از نوع بالا برقرار باشد. برنز و دیکی این رابطه را از نوعی در نظر گرفتند که G^{-1} را از برهم‌نهی خطی سهم ۱. البته می‌توان فرض کرد که c و \hbar نیز تغییر می‌کنند. با این همه، با ثابت نگه داشتن c و \hbar از اصل کمترین تغییر در نظریه‌های موجود پیروی می‌کنیم. بنابراین با ثابت نگهداشتن c و \hbar ، نظریهٔ نسبت خاص و نظریهٔ کوانتومی تغییری نمی‌کنند.

لختی $m/(rc^2)$ تعیین کند که در آن m جرمی است که در فاصله r از نقطه‌ای قرار دارد که G اندازه‌گیری می‌شود. چون m/r یک جواب معادله موج نرده‌ای با چشمه‌ای نقطه‌ای به شدت m است، برنز و دیکی فرض کردند که G به صورت عکس میدان نرده‌ای ϕ تغییر می‌کند:

$$G \sim \phi^{-1} \quad (9.8)$$

که انتظار داریم ϕ در یک معادله موج نرده‌ای صدق کند که چشمه آن تمام ماده موجود در عالم است.

۱.۳.۸ اصل کنش

مفاهیم شهودی موجود در اصل کنش برنز-دیکی را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$A = \frac{c^3}{16\pi} \int_V (\phi R + \omega \phi^{-1} \phi^k \phi_k) \sqrt{-g} d^4x + \Lambda \quad (10.8)$$

ابتدا توجه کنید که ضریب R به جای $c^3/(16\pi G)$ در کنش اینشتین-هیلبرت به صورت $c^3\phi/(16\pi)$ است. دلیل آن رفتاری از G است که با (۹.۸) نشان دادیم. جمله دوم، با $\phi_k \equiv \partial\phi/\partial x^k$ ، اطمینان می‌دهد که ϕ در یک معادله موج صدق می‌کند، در حالی که جمله سوم، از طریق چگالی لاگرانژی L ، حاوی تمام ماده و انرژی موجود در ناحیه فضا-زمان V است. تانسور انرژی تکانه T^{ik} با رابطه (۹۷.۲) به Λ مربوط می‌شود. ω یک ثابت جفت‌شدگی است. تغییر A برای تغییرات کوچک g^{ik} به معادله‌های میدان زیر می‌انجامد

$$R_{ik} - \frac{1}{4} g_{ik} R = -\frac{\Lambda\pi}{c^4\phi} T_{ik} - \frac{\omega}{\phi^2} (\phi_i \phi_k - \frac{1}{4} g_{ik} \phi^l \phi_l) - \frac{1}{\phi} (\phi_{ik} - g_{ik} \square\phi) \quad (11.8)$$

همین‌طور، تغییر ϕ به معادله زیر را برای ϕ می‌دهد

$$2\phi \square\phi - \phi_k \phi^k = \frac{R}{\omega} \phi^2$$

معادله اخیر را می‌توان با قرار دادن شکل مختصر (۱۱.۸) به جای R ساده کرد. سرانجام به دست می‌آوریم

$$\square\phi = \frac{\Lambda\pi}{(2\omega + 3)c^4} T \quad (12.8)$$

که T رد T_k^i است. بنابراین، (۱۲.۸) به معادلهٔ موج نرده‌ای که با چشمه‌های مادی برای ϕ انتظار داشتیم می‌انجامد، \square عملگر موج است. چون نظریهٔ برنز-دیکی علاوه بر تانسور متریک g_{ik} ، حاوی میدانی نرده‌ای نیز هست، اغلب به آن نظریهٔ نرده‌ای-تانسوری گرانس می‌گویند.

۲.۳.۸ اندازه‌گیریهای ω در منظومهٔ شمسی

این معادله‌های میدان نشان می‌دهند که با $\omega \rightarrow \infty$ نظریهٔ برنز-دیکی به نسبیت عام میل می‌کند (نگاه کنید به تمرین ۸). برای $\omega = O(1)$ نظریه در تعدادی از آزمونهای منظومهٔ شمسی پیش‌بینی‌هایی متفاوت از نسبیت عام می‌کند. این آزمونها را در بخش ۱۰.۲ در متن نسبیت عام به اختصار بررسی کردیم.

محاسبهٔ حرکت تقدیمی حضيض سیارهٔ عطارد پیش‌بینی نظری را $(3\omega + 4)/(3\omega + 6)$ برابر مقدار نسبیت عام به دست می‌دهد. دیکی و همکارانش در سالهای ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند که خورشید پخت و پارامترگشتاور چار قطبی آن 2.5×10^{-5} است، از این رو تغییر میدان گرانشی به حرکت تقدیمی حضيض در حدود ۷ درصد مقدار مشاهده شده (بدون توجه) تقریباً ۴۳ ثانیهٔ کمانی در هر قرن می‌انجامد (نگاه کنید به تمرین ۹). اگر این فرض درست باشد، مقدار نسبیتی تقریباً ۴۳ ثانیهٔ کمانی بسیار زیاد است، در حالی که مقدار $\omega \simeq 6$ برنز-دیکی تقریباً ۴۰ ثانیهٔ کمانی اضافی در هر قرن را به درستی به حساب می‌آورد. اما، بررسیهای خارجی سطح خورشید با پخت بودن حتی از این مرتبه سازگار نیست. از این رو، این آزمون مدرکی برای ω به کوچکی ۶ به دست نمی‌دهد. در واقع، اثرهای پخت بودن اکنون با دقت برآورد شده است و اندازه‌گیریهای جابه‌جایی حضيض انجام گرفته نشان می‌دهد که پارامتر ω باید لا اقل $300 \sim$ باشد.

زاویهٔ خمیدگی پرتو نوری که جسم کروی پرجرمی را می‌خراشد در نظریهٔ برنز-دیکی $(2\omega + 3)/(2\omega + 4)$ برابر مقدار نسبیتی است. چون دقت اندازه‌گیریهای رادیویی و ریزموجی زاویهٔ خمیدگی بهتر از تقریباً ۵ درصد و سازگار با مقدار نسبیتی در این گسترهٔ خطاست، پارامتر ω باید در طی سالیان متوالی به طور مداوم افزایش یابد و اکنون به بزرگی $3300 \sim$ است.

به هر حال، آزمایشهای اندازه‌گیری فاصلهٔ ماه با لیزر و نیز اندازه‌گیریهای انجام شده روی مریخ به کمک کاوشگرهای فرود آمده به نتیجه‌های مشابهی در مورد حد پایین بالا برای ω رسیده‌اند. در اینجا نیز، فاصله زمین-ماه مربوط به نسبیت عام، که سازگاری آن با مشاهده عالی است، و هر انحرافی از آن که رصدها آن را مجاز بشمارند، باید به اندازهٔ کافی کوچک باشد تا به چنین مقدار بزرگ ω نیاز داشته باشد. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که در سطح منظومهٔ شمسی نظریهٔ برنز-دیکی برای بقا به مقدار بزرگی از ω نیاز دارد، از این رو عملاً نمی‌توان آن را از نسبیت عام تمیز داد.

اما، حتی برای مقدار بزرگ ω این نظریه انحرافهای جالب توجهی را از نسبیت عام در سطح کیهان‌شناختی به وجود می‌آورد. بخش بعد به این اختلافها می‌پردازد.

۴.۸ جوابهای کیهان‌شناختی در نظریه برنز-دیکی

در نظریه برنز-دیکی فقط مدل‌های کیهان‌شناختی همگن و همسانگرد را در نظر می‌گیریم. بنابراین، کار را مانند فصل ۴ از جزء خط رابرتسون-واکر و تانسور انرژی برای یک شماره کامل شروع می‌کنیم. میدان نرده‌ای ϕ اکنون فقط تابع زمانی کیهانی است. از این رو معادله‌های میدان به صورت زیر در می‌آیند

$$\frac{2\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = -\frac{\Lambda\pi p}{\phi c^2} - \frac{2\dot{\phi}\dot{S}}{\phi S} - \frac{\omega\dot{\phi}^2}{2\phi^2} - \frac{\ddot{\phi}}{\phi}, \quad (13.8)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\Lambda\pi\varepsilon}{3\phi c^2} - \frac{\dot{\phi}\dot{S}}{\phi S} + \frac{\omega\dot{\phi}^2}{6\phi^2} \quad (14.8)$$

این معادله‌ها را با معادله‌های متناظر (۲۰.۴) و (۲۱.۴) کیهان‌شناسیهای فریدمان مقایسه کنید. معادله پایستگی متناظر با (۲۴.۴) یکسان است:

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^3) + 3pS^2 = 0 \quad (15.8)$$

علاوه بر آن، معادله میدان برای ϕ را داریم

$$\frac{1}{S^3} \frac{d}{dt}(\dot{\phi} S^3) = \frac{\Lambda\pi}{(2\omega + 3)c^2} (\varepsilon - 3p) \quad (16.8)$$

انتظار داریم که جوابهای مهبانگ از این معادله‌ها به دست آیند و دوره مهبانگ در $t = 0$ باشد. پس انتگرال (۱۶.۸) عبارت است از

$$\dot{\phi} S^3 = \frac{\Lambda\pi}{(2\omega + 3)c^2} \int_0^t (\varepsilon - 3p) S^3 dt + C \quad (17.8)$$

که C مقداری ثابت است. برحسب اینکه $C = 0$ یا $C \neq 0$ باشد دو نوع جواب به دست می‌آید.

$$C = 0 \quad ۱.۴.۸$$

یک مثال ساده از این نوع را با $k = 0$, $p = 0$, $\varepsilon = \rho c^2$ در نظر می‌گیریم. بنابراین، جواب مانند مدل اینشتین-دوسیته برای نسبیت عام است. بنویسید

$$S = S_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^A, \quad \phi = \phi_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^B \quad (۱۸.۸)$$

به طوری که $\rho \propto t^{-3A}$ و معادله‌های میدان می‌دهد

$$A = \frac{2\omega + 2}{3\omega + 4}, \quad B = \frac{2}{3\omega + 4} \quad (۱۹.۸)$$

و

$$\rho_0 = \frac{(2\omega + 3)B\phi_0}{8\pi t_0^2} \quad (۲۰.۸)$$

رفتار زمانی S و $G(\propto \phi^{-1})$ در شکل ۶.۸ نشان داده شده است. می‌توان نشان داد که با $\omega \rightarrow \infty$ این جواب به مدل اینشتین-دوسیته میل می‌کند.

در این مدل می‌توان مشابهی برای مدل تابش به دست آورد (نگاه کنید به تمرین ۱۲). اچ. نارایی^۱ جوابهایی را برای $p = n\varepsilon$ با n در گستره $\frac{1}{3} \leq n \leq 0$ به دست آورده است.

$$C \neq 0 \quad ۲.۴.۸$$

در این مورد جمله‌های ϕ در دینامیک عالم در مراحل اولیه غالب هستند. از این رو، برای t به اندازه کافی کوچک، داریم

$$\frac{8\pi}{(2\omega + 3)c^2} \int_0^t (\varepsilon - 3p)S^3 dt \ll |C| \quad (۲۱.۸)$$

برای هر دو مورد گردوغبار و تابش. برای جوابهای قانون توان برای مورد $p = 0$ ، برای t به اندازه کافی کوچک داریم

$$3A + B = 1, \quad t_0 = \frac{S_0^3 \phi_0 B}{C} \quad (۲۲.۸)$$

در مورد عالم با سیطرهٔ تابش، $p = \frac{1}{3}\varepsilon$ و می‌توانیم دوباره جوابی به صورت (۱۸.۸) را امتحان کنیم و با $t \rightarrow 0$ به دست آوریم،

$$A^2 = -AB + \frac{\omega B^2}{6} \quad (۲۳.۸)$$

جدول ۱.۸ کسرهای جرمی ${}^2\text{H}$ و ${}^4\text{He}$ در کیهان‌شناسی برنز-دیکی برای مدل‌های با سیطره ماده الف

ρ_0 (g cm^{-3})			
10^{-29}	10^{-30}	10^{-31}	ω
3.4×10^{-8}	2.6×10^{-5}	7.6×10^{-4}	۵
۰٫۴۰	۰٫۳۳	۰٫۲۶	
$\sim 10^{-9}$	2.1×10^{-5}	7.6×10^{-4}	۱۰
۰٫۳۵	۰٫۳۰	۰٫۲۶	
$\sim 10^{-11}$	1.3×10^{-5}	6.6×10^{-4}	∞
۰٫۲۹	۰٫۲۷	۰٫۲۵	

الف. کسر دوتریم بالاتر از کسر هلیم داده شده است.

با توجه به (۲۲.۸) می‌توانیم (۲۳.۸) را حل کنیم و به دست آوریم

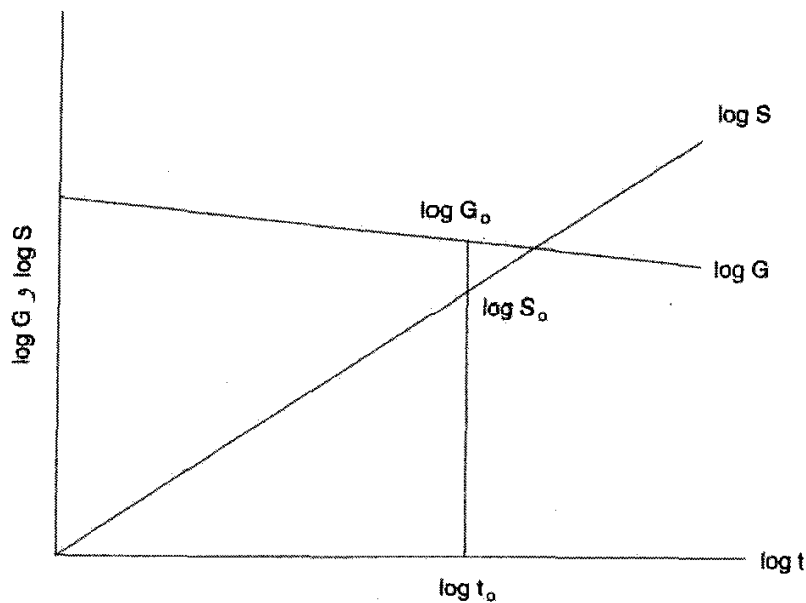
$$A = \frac{\omega + 1 \pm \sqrt{(2\omega/3) + 1}}{3\omega + 4}, \quad B = \frac{1 \pm 3\sqrt{(2\omega/3) + 1}}{3\omega + 4} \quad (24.8)$$

علامت بالا برای مورد $C > 0$ و علامت پایین برای $C < 0$ به کار می‌رود. برای $C = 0$ وقتی $S \rightarrow 0$ داریم $\phi \rightarrow 0$ ، در حالی که برای $C < 0$ وقتی $S \rightarrow 0$ خواهیم داشت $\phi \rightarrow \infty$. این نتیجه‌گیریها بدون توجه به مقادیر h یا معادله حالت برقرار است، زیرا در مقادیر کوچک S دینامیک عالم را جمله ϕ کنترل می‌کند.

۳.۴.۸ تولید هسته‌های سبک

دیکی و جی. اس. گرینشتاین^۱ مسئله سنتز هسته‌ای را در عالم اولیه برنز-دیکی بررسی کردند. گرینشتاین همان رهیافت فیزیکی را دنبال کرد که خلاصه آن در فصل ۵ برای مورد $C = 0$ بیان شد. نتایجی که او برای $h_0 = 1$ به دست آورد در جدول ۱.۸ داده شده است.

برای هر یک از سه مقدار چگالی فعلی ماده ρ_0 ، جدول ۱.۸ سه متری مقدار برای فراوانی دوتریم و تریتیم می‌دهد که با مقادیر $\omega = 5$ ، $\omega = 10$ ، و $\omega = \infty$ متناظرند. آخرین مورد البته به نسبت عام مربوط می‌شود. اختلاف میان نظریه برنز-دیکی و نسبت عام البته برای $\omega = 5$ در مقادیر بالای ρ_0 قابل توجه می‌شود زیرا مقادیر ${}^2\text{H}$ و ${}^4\text{He}$ بیشتری در نظریه اول تشکیل



شکل ۶.۸ رفتار زمانی S و G . هر دو در مقیاس $\log\text{-}\log$ برای $\omega = 6$ رسم شده‌اند. مقیاسها دلخواه هستند.

می‌شوند. برای $\omega \geq 3$ ، فراوانی مشاهده‌شدهٔ کنونی حد بالای $\rho_0 \leq 5 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$ در کیهان‌شناسی برنز-دیکی تعیین می‌کند.

در مدل‌هایی که ϕ غالب است، ثابت C را می‌توان طوری تنظیم کرد که هر فراوانی مطلوب، زیاد یا کم، را تولید کند. برای فراوانیهای کیهانی کمتر از مقدار بالا باید مقدار $|C|$ کوچک مناسب را برگزید. به هر حال، دستاویز رصدی دیگری برای C وجود دارد که در زیر به‌اختصار شرح داده می‌شود.

۴.۴.۸ تغییرات G

چون $G \propto \phi^{-1}$ است، ϕ وابسته به زمان به معنی ثابت گرانشی وابسته به زمان است. همان‌طور که از (۱۹.۸) دیده می‌شود، برای $C = 0$ داریم

$$\frac{\dot{G}}{G} = -\frac{2}{3\omega + 4} \frac{1}{t} = -\frac{H}{\omega + 1}. \quad (25.8)$$

بنابراین $|\dot{G}|$ در حدود ثابت هابل است مگر اینکه ω بزرگ باشد و اندازهٔ آن نشان دهد که ثابت گرانشی باید برحسب زمان کاهش یابد (نگاه کنید به شکل ۶.۸).

اما، برای $|C|$ به اندازه کافی بزرگ، جوابهایی که در آنها ϕ غالب است، حتی در دورهٔ فعلی، تفاوت قابل ملاحظه‌ای با جوابهای مربوط به غلبهٔ ماده دارند. در فصل ۱۱ دوباره شواهد به‌نفع و برعلیه تغییرات G را بررسی خواهیم کرد.

۵.۴.۸ تورم در کیهان‌شناسیهای برنز-دیکی

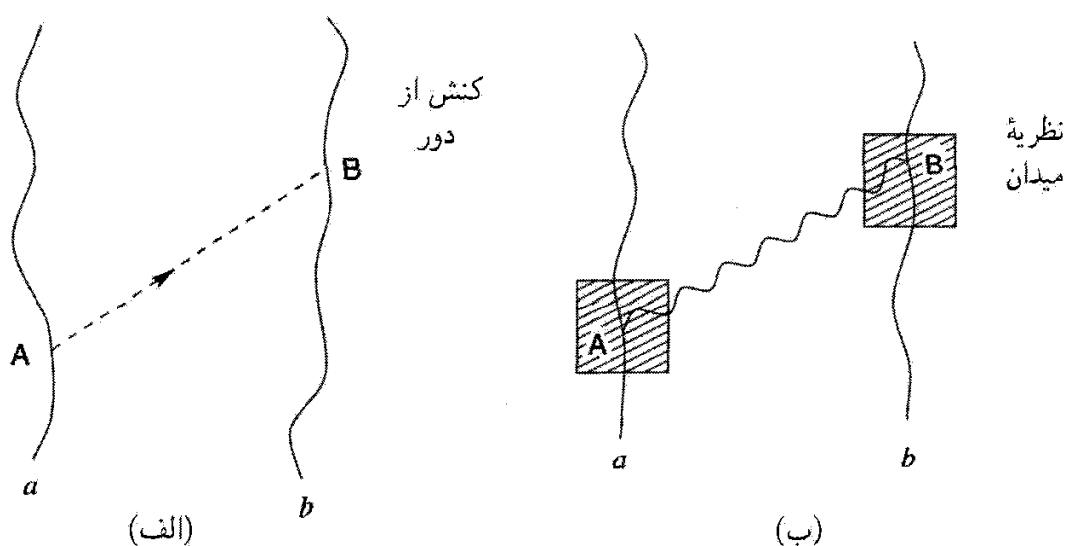
به واسطهٔ سادگی نسبی فرمولبندی و تفسیر نتیجه‌های رصدی، کیهان‌شناسی برنز-دیکی در عالم نخستین نیز بررسی شده است. سی. ماتیاژاگان^۱ و وی. بی. جوهری^۲ اولین کسانی بودند که مرحلهٔ تورمی را در این کیهان‌شناسی بررسی کردند. مسئله تشکیل هسته‌های حباب و درهم ادغام شدن که مدل تورمی گوث با آن روبه‌رو بود مشکلی را به‌وجود آورد که به خروج خوشایند از مرحلهٔ تورمی به مرحله با سیطرهٔ تابش فریدمان معروف است. لا^۳ و اشتینهارت چارچوب برنز-دیکی را برای تولید «تورم گسترده» به کار گرفته‌اند. مرحله «گسترده» از این رو به‌وجود می‌آید که انبساط نمایی نیست بلکه از نوع قانون-توان است. به نظر می‌رسد که این ایده مسئلهٔ خروج خوشایند را حل کند ولی به واسطه واپیچیدگیهای تولیدشده در زمینهٔ ریزموج کیهانی دچار مشکل می‌شود، واپیچیدگیهایی که به صورت غیرمنتظره‌ای زیاد است. علاقه‌مندان به تورم بدون اعتنا به این موانع، با اضافه کردن جفت‌شدگیهای مرتبه بالاتر میدان نرده‌ای و گرانی، تغییری را در مضمون برنز-دیکی کشف کردند. این به مفهوم «تورم فرا-گسترده» انجامید. با این همه، به هیچ یک از این ایده‌ها در سالهای بعد توجه چندانی نشد.

خلاصه اینکه، نظریهٔ برنز-دیکی به‌عنوان بدیلی برای نظریهٔ گرانی مورد توجه فراوان قرار گرفته است، اما، با آزمونهای انجام‌شده در منظومهٔ شمسی مقادیر بسیار نزدیک به پیش‌بینی‌های نظریهٔ نسبیت با دقت هرچه بیشتر و بیشتر به دست آمده است، پارامتر w که آن را از نسبیت عام متمایز می‌سازد باید بزرگتر و بزرگتر شود، بنابراین آن را بیش از پیش، لااقل در مقیاس منظومهٔ شمسی، از نسبیت عام متمایز می‌سازد. در جبهه کیهان‌شناختی، نظریه نتیجه‌هایی متفاوت از کیهان‌شناسی استاندارد فریدمان به دست می‌دهد، اما به نظر نمی‌رسد که این اختلافها تأثیر چندانی بر نظریه پردازان کرده باشد تا کار مطالعهٔ دقیق کیهان‌زایی عالم از عصرهایی نخستین را به‌عهده بگیرند.

۵.۸ کیهان‌شناسیهای هویل-نارلیکار^۴

اکنون یکی دیگر از نظریه‌های گرانش را در نظر می‌گیریم که می‌تواند مدعی سراسرترین توصیف گمی اصل ماخ باشد. این نظریه را ابتدا فرد هویل و نگارنده در سال ۱۹۶۴ پیشنهاد کردند، و در اینجا آن را نظریه HN و مدل کیهان‌شناختی مبتنی بر آن را کیهان‌شناسیهای HN می‌نامیم. در سراسر این بحث $c = ۱$ در نظر گرفته می‌شود.

مانند نسبیت عام و نظریهٔ برنز-دیکی، نظریهٔ HN در فضا-زمان ریمانی فرمولبندی می‌شود. به هر حال، یک تفاوت بارز میان این نظریه و هر نظریه کیهان‌شناسی دیگر که تاکنون بررسی



شکل ۷.۸ (الف) در تصویر کنش از دور، تأثیر از نقطه A واقع بر جهانخط a مستقیماً در فضا-زمان (در امتداد مسیر خط چین) به نقطه B بر روی جهانخط ذره b منتقل می‌شود. (ب) در نظریه میدان، میدان موجود در حوالی A (که با ناحیه سایه‌دار مشخص شده است) آشفتگی می‌شود؛ این آشفتگی به صورت موج در میدان محیط منتشر می‌شود و به حوالی B (که آن هم با ناحیه سایه‌دار مشخص شده است) می‌رسد. سپس این آشفتگی در B نیرویی به b وارد می‌کند. بدین ترتیب تأثیر از a به b منتشر می‌شود.

کردیم وجود دارد. این تفاوت ناشی از این واقعیت است که نسبیت عام، نظریه برنز-دیکی، و غیره نظریه‌های میدان ناب هستند، در حالی که نظریه HN بر مفهوم کنش میان ذره‌ای مستقیم استوار است. تفاوت میان دو نوع نظریه به بهترین نحو در توصیف الکترومغناطیس دیده می‌شود که معمولاً در این بخش و بخش بعد برای مقایسه به آن رجوع خواهیم کرد. تا زمان ابداع نظریه میدان ماکسول، معمولاً برهم‌کنشهای الکتریکی و مغناطیسی را به‌عنوان موارد کنش بین ذرات از راه دور توصیف می‌کردند. موفقیت نظریه ماکسول مفهوم میدان را به‌جای کنش از دور وارد فیزیک کرد (شکل ۷.۸).

چون اصل ماخ (که مستلزم ارتباط میان پدیده‌های محلی و دور دست است) کنش از دور را مطرح می‌کند، حتی یکی از پیروان اولیه آن مانند اینشتین بعدها درباره اعتبار آن دچار تردید شد. مخالفت‌های اینشتین بر این باور استوار بود که کنش از دور لحظه‌ای فرض می‌شد و در نتیجه با نسبیت ناسازگار بود. اما، در اوایل سالهای ۱۹۶۰ معلوم شد که کنش از دور را می‌توان با نسبیت سازگار ساخت و نیز می‌تواند الکترودینامیک را به‌درستی توصیف کند و پیامدهای کیهان‌شناختی جالب توجهی دارد. چون هوپل و نگارنده نقش فعالی در این تحولات داشتند، طبیعی بود که رهیافت کنش از دور را به اصل ماخ اختیار کنند.

بنابراین، در اینجا از نمادگذاری تا اندازه‌ای ناآشنای کنش از دور استفاده می‌کنیم. اگر a ، b ... ذرات موجود در عالم، m_a ، e_a جرم و بار ذره a ام باشد. اصل ماخ ایجاب می‌کند (نگاه کنید به بخش ۲.۸) که کاملاً یک ویژگی ذاتی ذره a نباشد؛ منشأ آن به زمینه حاصل از بقیه عالم نیز بستگی دارد. برای بیان این فکر به صورت کمی، بنویسید

$$m_a(A) = \lambda_a \sum_{b \neq a} m^{(b)}(A) \quad (26.8)$$

این عبارت دارای معنی زیر است. در نقطه نوعی A روی جهانخط ذره a ، جرمی که a به دست می‌آورد برآیند سهم ناشی از سایر ذرات b ($b \neq a$) موجود در عالم است. سهم ناشی از b در A با تابع نرده‌ای $m^{(b)}(A)$ داده می‌شود. ثابت جفت‌شدگی λ_a ذاتی ذره a است. اما، توجه کنید که اگر a تنها ذره موجود در عالم بود، $m_a = 0$ و به نتیجه‌ای می‌رسیدیم که در بخش (۴.۸) به دست آوردیم.

۱.۵.۸ گریزی به نظریه الکترومغناطیس

این توابع $m^{(b)}(X)$ چه هستند؟ اینکه آنها چیزی هستند که ویژگی لختی را از ذرات b به هر ذره X واقع در فضا زمان منتقل می‌کنند از محتوای متن بدیهی است. برای به دست آوردن شکل مناسبی برای آنها از نظریه الکترومغناطیس استفاده می‌کنیم که در آن معمولاً دسته‌ای از آشفتگیهای الکترومغناطیسی را وارد می‌کنیم که صرفاً ناشی از چشمه‌ها، یعنی بارهای الکتریکی متحرک، هستند. در نتیجه، ۴-پتانسیل $A_i^{(b)}(X)$ را نشانگر اثر ناشی از بار الکتریکی b در نقطه X در نظر می‌گیریم. $A_i^{(b)}(X)$ در معادله موج صدق می‌کند

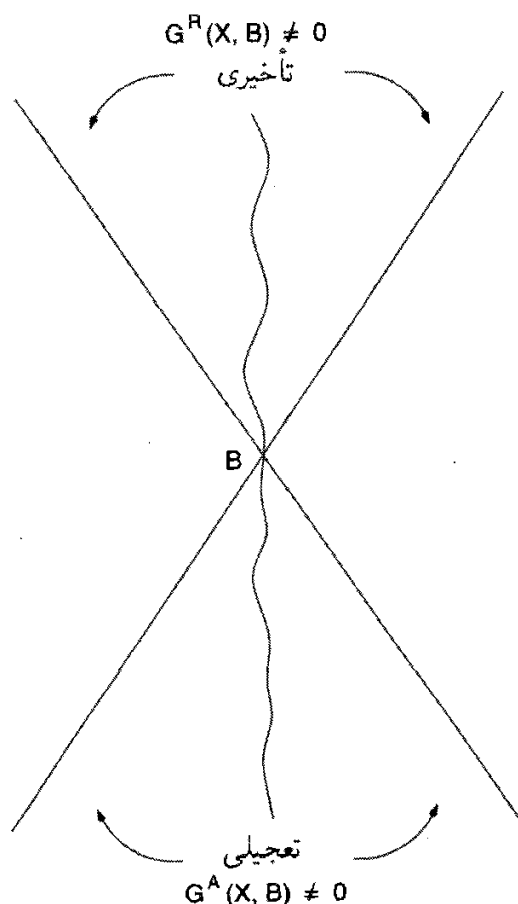
$$\square A_i^{(b)} + R_i^k A_k^{(b)} = 4\pi J_i^{(b)} \quad (27.8)$$

که $J_i^{(b)}$ ۴-جریانی است که بار b تولید می‌کند. جواب (۲۷.۸) را می‌توان به صورت انتگرالی زیر نوشت

$$A_i^{(b)}(X) = 4\pi e_b \int G_{ik}(X, B) db^k \quad (28.8)$$

که $G_{ik}(X, B)$ تابع گرین عملگر موج $(g_i^k \square + R_i^k)$ است. پتانسیل کولنی معروف حالت خاصی از (۲۸.۸) است.

تابع گرین را شکل عملگر موج به تنهایی تعیین نمی‌کند. بلکه باید شرایط مرزی را نیز مشخص کرد. شرایط مرزی متداول را علیت تعیین می‌کند؛ یعنی اگر X در خارج از مخروط نور آینده B



شکل ۸.۸ تابع گرین تأخیری B فقط در مخروط نور آینده B غیرصفر است، در حالی که تابع گرین تعجیلی فقط در مخروط نور گذشته غیرصفر است.

قرار گیرد، تأثیر B در X باید صفر شود. تابع گرین که دارای این شرط باشد را تابع گرین تأخیری می‌خوانند. این تابع گرین را با شاخص بالای R مشخص می‌کنیم. همین‌طور، تابع گرین محدود به مخروط نور گذشته B را معمولاً تابع گرین تعجیلی می‌نامند و آن را با شاخص بالایی A نشان می‌دهند (نگاه کنید به شکل ۸.۸).

این تابعهای گرین در نظریه‌های کنش از دور نقشی کلیدی دارند. چون تابع گرین نوعی در هر دو نقطه پایانی به عنوان بردار عمل می‌کند، پس یک دو بردار است. در ابتدا گمان می‌رفت که کنش از دور باید فوری و در نتیجه با چارچوب نسبیت خاص ناسازگار باشد. اما، کی. شوارتس‌شیلد، اچ. تترود^۱ و ای. دی. فوکر^۲ در سه دهه اول قرن بیستم نشان دادند که در واقع باید یک نظریه کنش از دور سازگار با نسبیت فرمولبندی شود. اگر نقطه‌های A و B فضا زمان را با s_{AB}^2 به عنوان مربع ناوردای فاصله نسبیتی بین آنها در نظر بگیریم، در این صورت $\delta(s_{AB}^2)$ ، که δ تابع دلتای

1. H. Tetrode 2. A. D. Fokker

دیراک است، تابع مناسبی برای انتقال تأثیرهای فیزیکی بین A و B است، زیرا این تابع فقط هنگامی عمل می‌کند که A و B را بتوان با پرتویی از نور به هم متصل کرد (یعنی، هنگامی که $s_{AB}^2 = 0$). بنابراین، این تابع دلتا الزاماً به صورت مؤلفه اصلی هر تابع گرین در هر نظریه کنش از دور ظاهر می‌شود. اصل کنش، که مبنای نظریه الکترومغناطیس در فضا-زمان ریمانی است را در زیر تشریح می‌کنیم. کار را با کنش زیر آغاز می‌کنیم

$$A = - \sum_a \sum_{<b} \epsilon \pi e_a e_b \int \int \bar{G}_{ik} da^i db^k \quad (29.8)$$

که \bar{G}_{ik} تابع گرین متقارن به صورت زیر است

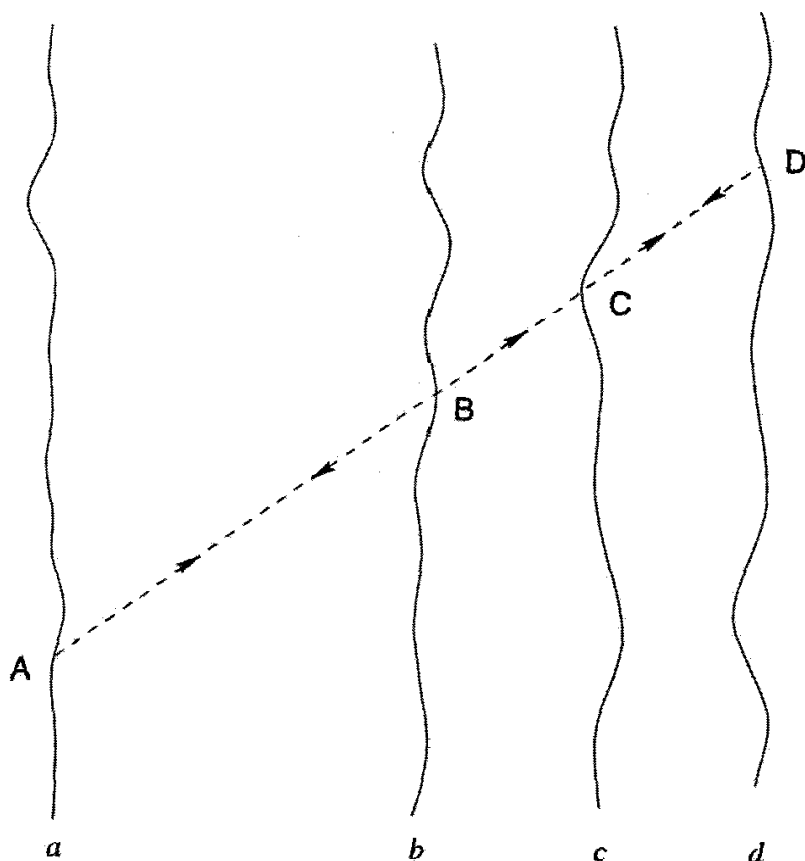
$$\bar{G}_{ik}(A, B) \equiv \frac{1}{4} [G_{ik}^R(A, B) + G_{ik}^A(A, B)]. \quad (30.8)$$

از این رو $\bar{G}_{ik}(A, B) = \bar{G}_{ik}(B, A)$ و هر جمله در کنش بین هر دو زوج ذره کاملاً متقارن است. کنش (۳۰.۸)، همراه با شرایط مرزی کیهان‌شناختی مناسب، همه اثرهای الکترومغناطیسی نظریه میدان ماکسول استاندارد را تولید می‌کند.

اینکه شرایط مرزی کیهان‌شناختی در چارچوب کنش از دور ضروری هستند را می‌توان از مثال ساده زیر دید. هر سیگنال تأخیری که از ذره a گسیل شود، مطابق شکل ۹.۸، واکنشی تعجیلی را از b دریافت می‌دارد. از این رو، نظریه سیگنالهای تعجیلی را می‌پذیرد و به نظر می‌رسد که علیت را نقض کند. به علاوه، در شکل ۹.۸ سیگنال ناشی از b ، بدون توجه به فاصله b ، در همان زمان به a می‌رسد که سیگنال اولیه آن را ترک کرده است! بنابراین، الکترومغناطیس دیگر یک نظریه موضعی نیست: هر اثر به اصطلاح موضعی باید پاسخ عالم را، که از واکنش همه ذرات b سوای a تشکیل شده است، به حساب آورد. یک پاسخ «درست» باید همه اثرهای غیرعلیتی را حذف کند. این مطلب را اولین بار جی. ای. ویلر^۱ و ار. پی. فاینمن^۲ در سال ۱۹۴۵ بیان کردند. بعدها، بین سالهای ۱۹۶۲ و ۱۹۶۳، جی. ای. هوگارت^۳، اف. هویل، و نگارنده نشان دادند که این پاسخ تابع مدل عالم است. اساساً، برای تولید پاسخ درست باید عالم آینده یک جذب‌کننده کامل باشد، یعنی باید بتواند تمام سیگنالهای الکترومغناطیسی به طرف آینده را جذب کند.

پاسخ عالم چیست؟ دیراک در سالهای ۱۹۳۰ نشان داد که وقتی یک بار الکتریکی a شتاب می‌گیرد، به آن یک نیروی میرایی تابشی وارد می‌شود و این نیرو را می‌توان با ارزیابی نصف تفاضل میدانهای تأخیری و تعجیلی بار بر روی جهانخط آن محاسبه کرد:

$$Q(a) = \frac{1}{4} [F^R(a) - F^A(a)]. \quad (31.8)$$



شکل ۹.۸ یک سیگنال تأخیری (که با خط چین نشان داده شده است) نقطه A روی جهانخط a را ترک می‌کند و در نقطه‌های B، C، D، سه نقطه به ذرات b ، c ، d ... برخورد می‌کند. پاسخ تعجیلی آنها، بدون توجه به اینکه فاصله این ذرات از a چیست، در امتداد همین خط چین به a برمی‌گردد. از این رو، حتی بخشهای دوردست عالم پاسخهای فوری به آشفتگی تأخیری خروجی از A تولید می‌کنند.

در نظریه میدان ماکسول نتیجه دیراک فقط یک کنجکاوی بدون استدلال مناسب در این مورد است که چرا باید کنش تابشی از فرمول بالا تعیین شود. این با پرسش بنیادتری در ارتباط بود که در بحث میدانهای الکترومغناطیسی دستگاه نوسان‌کننده‌ای از بارهای الکتریکی مطرح می‌شود. معمولاً جوابهای تأخیری معادله‌های موج ماکسول را برای توصیف این میدانها، بر مبنای علیت، در نظر می‌گیریم. به واسطه این انتخاب است که دستگاه انرژی تابش می‌کند و میرا می‌شود. بنابراین پرسش بنیادی به این صورت است: چرا جوابهای خود را منحصر به جوابهای تأخیری می‌کنیم و جوابهای تعجیلی را نادیده می‌گیریم؟ یا به عبارت دیگر، چرا یک اصل علیت داریم (که بنا به آن علتها پیش از معلولها به وقوع می‌پیوندند)، در حالی که معادله‌های بنیادی فیزیک از نظر زمان متقارن‌اند؟

نظریه ویلر-فاینمن پاسخ برای این پرسش فراهم می‌سازد. این نظریه با تقارن زمانی فرمولبندی

شده است و در آن جوابهای تعجیلی همان اعتبار جوابهای تأخیری را دارند. بنابراین ذره نوعی a یک «همراه ذره مستقیم» را تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$F(a) = \frac{1}{\gamma} [F^R(a) + F^A(a)] \quad (32.8)$$

که به روشنی نسبت به مؤلفه‌های تأخیری و تعجیلی متقارن است. همان‌طور که در بالا دیدیم، کل عالم پاسخی به تک‌تک این میدانهای بار می‌دهد، و در نظریه ویلر-فاینمن، پاسخ عالم به حرکت a درست (۳۱.۸) است! می‌توان نشان داد، برای به دست آوردن پاسخ درست، بخش آینده عالم (که در مخروط نور آینده دستگاه تابش‌کننده قرار دارد) باید جذب‌کننده کامل همه این سیگنالهای تأخیری، یعنی، در جهت آینده، و بخش گذشته عالم یک جذب‌کننده ناکامل همه سیگنالهای تعجیلی، یعنی سیگنالهای در جهت گذشته باشد. بنابراین، در چنین عالمی اگر این پاسخ (۳۱.۸) را میدان بنیادی و دارای تقارن زمانی a ، که با (۳۲.۸) داده می‌شود، اضافه کنیم، میدان خالص در حوالی a را به صورت زیر به دست می‌آوریم

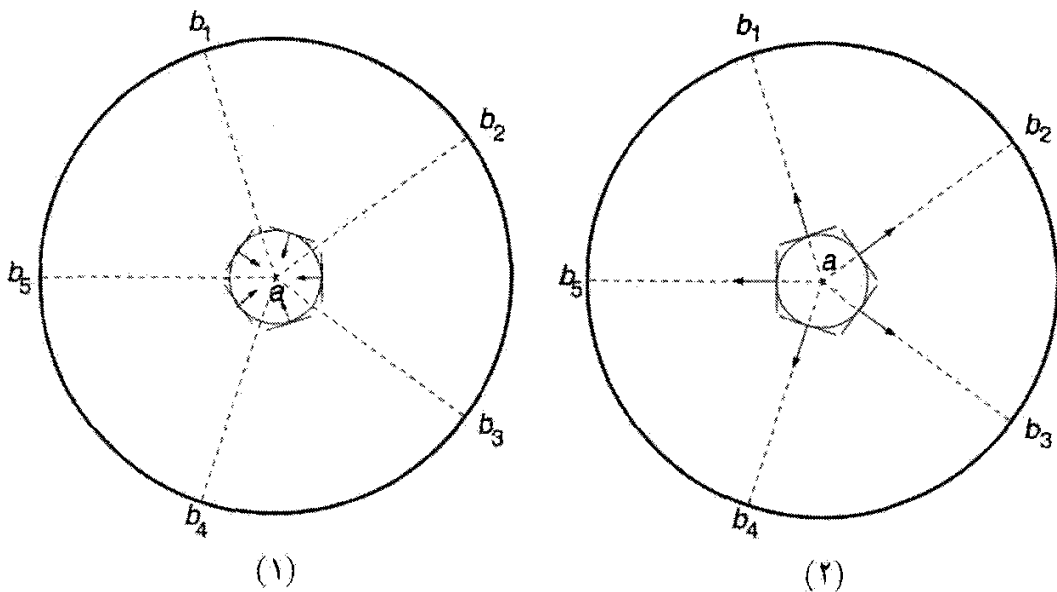
$$\begin{aligned} F_{\text{کل}}(a) &= F(a) + Q(a) = \frac{1}{\gamma} [F^R(a) + F^A(a)] + \frac{1}{\gamma} [F^R(a) - F^A(a)] \\ &= F^R(a) \end{aligned} \quad (33.8)$$

بدین ترتیب، تأثیر کل در حوالی a را به صورت یک اثر تأخیری ناب به دست می‌آوریم. بنابراین پاسخ درست همه اثرهای تعجیلی را، بجز آنهایی که در واکنش تابش موجودند، حذف می‌کند. جالب توجه (و مهم) است که حالت پایا که در فصل بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد پاسخ درست را به دست می‌دهد، در حالی که همه مدل‌های فریدمان از انجام این کار ناتوان‌اند. به علت نیاز سرنوشت‌ساز به جذب کامل، این نظریه را گاهی «نظریه جذب‌کننده تابش» می‌نامند. شکل ۱۰.۸ این رفتار جذب‌کننده آینده را نشان می‌دهد.

۲.۵.۸ لختی و گرانی

هدف ما از گریز به الکترومغناطیس در بحث بالا این بود که نشان دهیم رهیافت مشابه به لختی به نظریه گرانی ماخی می‌انجامد. در مورد لختی متوجه می‌شویم که توابع $m^{(b)}(X)$ نرده‌ای هستند و بنابراین باید با تابعهای گرین نرده‌ای کار کنیم. از این رو می‌نویسیم

$$m^{(b)}(X) = \int \lambda_b \tilde{G}(X, B) ds_b \quad (34.8)$$



شکل ۱۰.۸ جذب‌کننده آینده را نوعاً با کره‌ای به مرکز بار a نشان می‌دهند. میدانهای تعجیلی ذرات b_1, b_2, \dots را با جبهه‌های موج کروی نشان می‌دهند که به ترتیب در آنها همگرا می‌شوند. پوش این جبهه‌های موج ابتدا (۱) موجی کروی است که در a همگرا می‌شود و سپس (۲) یک موج دیگر که از آن واگرا می‌شود. اینها به ترتیب دو بخش $-\frac{1}{4}F^{(A)}(a)$ و $\frac{1}{4}F^{(R)}(a)$ را تشکیل می‌دهند.

و کنش لخت عبارت است از

$$A = - \sum_a \sum_{<b} \int \int \lambda_a \lambda_b \tilde{G}(A, B) ds_a ds_b \quad (35.8)$$

$\tilde{G}(A, B)$ چیست؟ دوباره کار را با مقایسه با الکترومغناطیس پی می‌گیریم. با توجه به تقارن، باید $\tilde{G}(A, B) = G(B, A)$. همین‌طور، باید \tilde{G} تابع گرین مربوط به یک معادله موج زده‌ای باشد. به منظور تعیین \tilde{G} به‌طور کامل باید از یک ویژگی دیگر نظریه الکترومغناطیس ماکسول به نام ناوردایی هم‌مدیس بهره بگیریم که تاکنون مورد بحث قرار نگرفته است.

۳.۵.۸ ناوردایی هم‌مدیس

تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$\bar{g}_{ik} = \Omega^2 g_{ik} \quad (36.8)$$

که در آن Ω تابع دوبار قابل مشتق‌گیری از x^i در گستره $0 < \Omega < \infty$ است. این تبدیل را تبدیل هم‌مدیس می‌نامند. با معلوم بودن خمینه فضازمان \mathcal{M} با مختصات (x^i) و متریک (g_{ik}) ,

با استفاده از (۳۶.۸) خمینه فضا زمان دیگر \bar{M} را با همان دستگاه مختصات (x^i) اما متریک متفاوت $(\Omega^2 g_{ik})$ تولید کرده‌ایم. می‌گوییم M و \bar{M} هم‌دیس یکدیگر هستند. اگر M تخت باشد می‌گوییم \bar{M} به‌طور هم‌دیس تخت است.

اگر نقطه‌های متناظر (با x^i یکسان) را در M و \bar{M} شناسایی کنیم، به‌طور کلی درمی‌یابیم که وقتی از M به \bar{M} می‌رویم فاصله‌های بین دو نقطه کش می‌آید یا جمع می‌شود. به هر حال، مخروطهای صفر در هر دو خمینه تغییر نمی‌کنند. این ناوردایی مخروط صفر با ناوردایی تحت تبدیلهای مختصات تفاوت دارد. تبدیلهای مختصات جهت‌های صفر را به‌طور موضعی حفظ می‌کنند، و در نظریه‌های میدان که برهم‌کنشها را به‌صورت موضعی بررسی می‌کنند اهمیت دارند. نظریه‌های کنش از دور، برهم‌کنشها را به‌طور کلی توصیف می‌کنند و باید ساختار کلی مخروطهای صفر را در نظر بگیرند. از این رو، انتظار داریم که این نظریه‌ها تحت تبدیلهای هم‌دیس نیز شکل خود را حفظ کنند.

به‌راحتی می‌توان نشان داد که خمیدگی نرده‌ای تحت تبدیلهای هم‌دیس به‌صورت زیر تغییر

می‌کند

$$\bar{R} = \Omega^{-2} \left(R + 6 \frac{\square \Omega}{\Omega} \right) \quad (37.8)$$

که \square نسبت به متریک (g_{ik}) ارزیابی می‌شود. اما، کمیتهایی وجود دارند که تحت تبدیل هم‌دیس یکسان باقی می‌مانند. این کمیت را ناوردهای هم‌دیس می‌نامند. به‌راحتی می‌توان دید، که برای مثال، کنشی که نظریه میدان ماکسول را توصیف می‌کند ناوردای هم‌دیس است. تغییر زیر را در نظر بگیرید

$$\bar{A}_i = A_i + \psi_{,i} \quad (\psi = \text{یک تابع نرده‌ای}),$$

$$\bar{F}_{ik} = F_{ik}, \quad \bar{J}_i = \Omega^{-4} J_i$$

این تغییرها شکل معادله‌های ماکسول را دست نخورده باقی می‌گذارد.

اکنون با توجه به این شرط که کنش لخت (۳۵.۸) ناوردای هم‌دیس است شکل $\bar{G}(A, B)$

را مشخص می‌کنیم. چون تحت تبدیل (۳۶.۸) داریم

$$d\bar{s}_a = \Omega(A) ds_a, \quad d\bar{s}_b = \Omega(B) ds_b \quad (38.8)$$

باید داشته باشیم

$$\overline{\bar{G}(A, B)} = \Omega(A)^{-1} \Omega(B)^{-1} \tilde{G}(A, B) \quad (39.8)$$

تنها عملگر موج نرده‌ای که (۳۹.۸) را مجاز می‌دارد عبارت است از

$$\square + \frac{1}{\epsilon} R$$

به عبارت دیگر، $\tilde{G}(X, B)$ در معادله موج صدق می‌کند

$$[\square_X + \frac{1}{\epsilon} R(X)] \tilde{G}(X, B) = [-g(X)]^{-1/2} \delta_4(X, B) \quad (40.8)$$

$\delta_4(X, B)$ تابع دلتای دیراک چهاربعدي است که بجز در حالت $X \equiv B$ صفر می‌شود. بنابراین، مطمئن شده‌ایم که نظریه کنش از دور که با (۳۶.۸) داده می‌شود تحت تبدیلهای هم‌مدیس تغییر نمی‌کند.

۶.۸ معادله‌های گرانشی نظریه HN

کنش نظریه HN از (۳۵.۸) به دست می‌آید، و به کمک تعریفهای (۲۶.۸) و (۳۴.۸) می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$A = - \sum_a \int m_a ds_a \quad (41.8)$$

به این ترتیب، به نظر می‌رسد که این کنش فقط دارای جمله لختی فصل ۲ (نگاه کنید به (۸۰.۲)) است. چگونه چنین کنشی می‌تواند معادله‌های گرانشی به دست دهد؟

پاسخ این پرسش در این واقعیت نهفته است که m_a ها در (۴۱.۸) ثابت نیستند بلکه علاوه بر هندسه فضا-زمان تابع مختصات فضا-زمان نیز هستند. زیرا به کمک تابعهای گرین تعریف شده‌اند، که به نوبه خود برحسب هندسه فضا-زمان تعریف می‌شوند. بنابراین، با تغییر کوچک زیر

$$g_{ik} \rightarrow g_{ik} + \delta g_{ik}$$

معادله موج (۴۰.۸) و نیز جواب آن تغییر می‌کند. از این رو، داریم

$$\tilde{G}(A, B) \rightarrow \tilde{G}(A, B) + \delta \tilde{G}(A, B)$$

و در نتیجه $A \rightarrow A + \delta A$. بنابراین، مسئله‌ای غیرصفر داریم که حل آن را می‌توان به صورت زیر بیان کرد. برای ساده کردن موضوع همه λ_a ها را برابر واحد در نظر می‌گیریم. (بعدها این فرض را کنار می‌گذاریم.)

تابه‌های زیر را تعریف می‌کنیم:

$$m(X) = \sum_a m^{(a)}(X) = \frac{1}{\epsilon} [m^R(X) + m^A(X)], \quad (42.8)$$

$$\phi(X) = m^R(X)m^A(X), \quad m_k \equiv m_{,k}, \dots, \quad (43.8)$$

$$N(X) = \sum_a \int \delta_{\epsilon}(X, A) [-g(X)]^{1/2} ds_a \quad (44.8)$$

مانند مورد الکترومغناطیس، از تابع گرین متقارن $(\frac{1}{\epsilon}R + \frac{1}{\epsilon}A)$ استفاده کرده‌ایم. پس معادله‌های گرانشی به صورت زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{\epsilon} g_{ik} R = -\epsilon \phi [T_{ik} - \frac{1}{\epsilon} (g_{ik} \square \phi - \phi_{;ik})] \quad (45.8)$$

$$-\frac{1}{\epsilon} (m_i^R m_k^A + m_k^R m_i^A - g_{ik} g^{pq} m_p^R m_q^A)]$$

همراه با معادله «چشمه» برای $m(X)$

$$\square m + \frac{1}{\epsilon} R m = N \quad (46.8)$$

به دست آوردن مجموعه نهایی معادله‌های نظریه از نظر کسی که با روشهای کنش مستقیم میان ذره‌ای نا آشناست شاید به صورت ناراحت‌کننده‌ای طولانی به نظر برسد. در اینجا از روش مورد استفاده هویل و نگارنده بهره گرفته‌ایم، که از طریق کار قبلی در مورد الکترومغناطیس به این نظریه رسیدند. مانند مورد الکترومغناطیس، عالم به یک رویداد موضعی پاسخ می‌دهد. برای تأمین علیت و حذف آثار تعجیلی، پاسخ درست باید از رابطه زیر به دست آید

$$\sum_a m^{(a)A}(X) = \sum_a m^{(a)R}(X) = m(X) \quad (47.8)$$

در این شرایط، معادله‌های (45.8) به صورت ساده زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{\epsilon} g_{ik} R = -\frac{\epsilon}{m^2} \left[T_{ik} + \frac{1}{\epsilon} (g_{ik} \square m^2 - m_{;ik}^2) - \left(m_i m_k - \frac{1}{\epsilon} g_{ik} m^l m_l \right) \right] \quad (48.8)$$

اگر از رهیافت نظریه میدان استاندارد بهره می‌گیریم و میدان لختی نرده‌ای $m(X)$ را وارد می‌کردیم، می‌توانستیم به کمک کنش زیر به (46.8) و (48.8) برسیم

$$A = \int \left(\frac{1}{12} R m^2 + m^i m_i \right) \sqrt{-g} d^4 x - \sum_a \int m ds_a \quad (49.8)$$

رهیافت کُنش از دور، به‌رغم اینکه فیزیکدان نظری با آن آشنایی ندارد، از این نظر که توصیف سراسری از اصل ماخ می‌دهد مفید است. تفسیر فیزیکی جملهٔ مربوط به نظریهٔ میدان (۴۹.۸) چندان راحت نیست. به این دلیل، دربارهٔ رهیافت نخست به تفصیل صحبت کردیم. بدین دلیل، رهیافت اخیر را به تفصیل بررسی کردیم. توجه کنید که در رهیافت اول کُنش (۴۱.۸) ما فقط حاوی جملهٔ آخر (۴۹.۸) بود، اما m از تابعهای دو نقطه‌ای غیرمحلّی تشکیل شده بود. در اینجا، m یک میدان سراسری است، با چشمه‌هایی در ماده که ویژگیهای دینامیکی آنها را اولین جمله در کُنش بالا تعیین می‌کند.

چون ویژگی نوردایی هم‌مدیس در فرمولبندی نظریه به‌کار رفته است، انتظار داریم که معادله‌های نهایی (۴۸.۸) و (۴۹.۸) نوردایی هم‌مدیس از خود نشان دهند. این انتظار تحقق می‌یابد. اگر (g_{ik}, m) یک جواب این معادله‌ها باشد،

$$\bar{g}_{ik} = \Omega^2 g_{ik}, \quad \bar{m} = \Omega^{-1} m \quad (50.8)$$

نیز جوابهای معادله هستند. از این رو، بجز نوردایی مختصی نسبت عام، این نظریه نوردایی هم‌مدیس را نیز از خود نشان می‌دهد.

در تمرین ۳۳ فصل ۲ دیدیم که نوردایی مختصی کُنش به یک قانون پایستگی برای تانسور انرژی تکانه می‌انجامد. در این مورد نوردایی هم‌مدیس کُنش به صفر شدن اثر این معادله‌های میدان منجر می‌شود. به راحتی می‌توان نشان داد که اثر (۴۸.۸) با توجه به (۴۶.۸) صفر می‌شود. صفر شدن اثر نشانگر این واقعیت است که مسئله دلایل کافی برای اثبات ندارد. درست همان‌طور که صفر شدن T_{ik}^{ik} در نسبت عام نشان می‌دهد که جوابهای بیشتری را می‌توان از هر جواب تبدیلیهای مختصات تولید کرد، به طوری که می‌توانیم جوابهای بیشتری را از طریق (۵۰.۸) تولید کنیم. همهٔ این جوابها؛ در صورتی که بتوانیم به قاعده بچسبیم که Ω صفر یا بینهایت نمی‌شود، به لحاظ فیزیکی هم‌ارزند.

فرض کنید بتوانیم Ω ی را در گسترهٔ بالا برگزینیم که شرط زیر را تأمین کند

$$\bar{m} = \Omega^{-1} m = \text{const.} = m_0 \quad (51.8)$$

این گزینش Ω در صورتی امکان‌پذیر است که m صفر یا بینهایت نشود. این چارچوب هم‌مدیس را چارچوب اینشتین می‌نامند، که در آن شکل ساده‌ای برای (۴۸.۸) به دست می‌آوریم:

$$R_{ik} - \frac{1}{4} g_{ik} R = -\kappa T_{ik} \quad (52.8)$$

که ثابت κ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\kappa = \frac{6}{m_0^2} \quad (53.8)$$

بنابراین، به معادله‌های اینشتین رسیده‌ایم! در نظر اول به نظر نمی‌رسد که چیزی به دست آورده باشیم. هیچ نظریه جدید و در نتیجه هیچ پیش‌بینی، مانند نظریه برنز-دیکی نداریم. اما، بررسی دقیق چند راه را نشان می‌دهد که در آنها نظریه فراتر از نسبیت می‌رود.

۱. نقطه شروع کار ما بر مبنای اصل ماک بود. فقط در تقریب بس ذره‌ای، که شرط (۴۷.۸) برقرار است، به معادله‌های نهایی اینشتین‌گونه می‌رسیم. در نسبیت عام یک عالم تهی با رابطه زیر داده می‌شود

$$R_{ik} = 0$$

که جوابهای آن فضازمانهای خوش‌تعریف هستند. ذرات آزمون در این فضازمانها مسیره‌های خوش‌تعریف دارند. این مسیره‌ها به نظر ماک هیچ معنایی ندارند، زیرا زمینه‌ای مادی در اختیار نداریم که نسبت به آن حرکت این ذرات را اندازه بگیریم. این جوابها در واقع متناظر با جوابهای $f = 0$ نظریه نیوتونی هستند. در نظریه HN یک عالم تهی متناظر است با

$$m = 0, \quad g_{ik} \text{ نامعین}$$

که با جواب ماک $m = 0$ رابطه (۳.۸) سازگار است.

۲. علامت κ در نسبیت عام به طور دلخواه تثبیت می‌شود. نه در روش اکتشافی اینشتین نه در اصل کنش هیلبرت لزومی برای مثبت بودن κ وجود ندارد. فقط هنگامی که κ با توجه به گرانی نیوتونی در تقریب میدان ضعیف تعیین می‌شود (نگاه کنید به بخش ۹.۲) نتیجه می‌گیریم که $\kappa < 0$. در نظریه HN رابطه (۵۲.۸) نشان می‌دهد که κ باید الزاماً مثبت باشد. (این نتیجه‌گیری تابع فرض $\lambda_a = 1$ نیست؛ علامت λ_a هرچه باشد این نتیجه به دست می‌آید.)

۳. در رهیافت کنش میان ذره‌ای مستقیم نمی‌توان جمله λ را وارد دافعه کیهانی کرد. تیغ اوکام خودبه‌خود وارد عمل می‌شود. در نسبیت جمله λ هنوز امکان‌پذیر است. با این همه، به طوری که در فصل بعد خواهیم دید، اگر این شرط را که میدانهای لختی m باید در معادله‌های موج خطی صدق کنند کنار بگذاریم، با مجاز شمردن غیرخطی بودن، کیهان‌شناسی HN یک ثابت کیهان‌شناختی را نیز مجاز می‌دارد.

۴. گذار از (۴۸.۸) به (۵۲.۸) در صورتی امکان‌پذیر است که $0 < \Omega < \infty$. اگر این قاعده را نقض کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟ فرض کنید در جواب (۴۸.۸) ابررویه‌ای داریم که برای آن $m = 0$ است. اگر تأکید بر تبدیل (۵۱.۸) در ناحیه‌ای داشته باشیم که حاوی چنین ابررویه‌ای است، باید بهای $0 \rightarrow \Omega$ را پردازیم، که به نوبهٔ خود تکنیکی‌های فضا-زمان را تولید می‌کند. کار ا. کی. کبهاوی^۱ در سال ۱۹۷۹ نشان داد که تکنیکی‌های معروف فضا-زمان در نسبیت ناشی از وقوع ابررویه‌ای با جرم صفر در جواب معادله‌های (۴۸.۸) است. به عنوان مثالی ساده از این نتیجه‌گیری بگذارید به تکنیکی مه‌بانگ استاندارد در نسبیت نگاهی بیفکنیم.

جزء خط مینکوفسکی (با $c = 1$) را

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 = dy^2 - dz^2 \quad (54.8)$$

به عنوان جواب (۴۸.۸) در نظر بگیرید. به راحتی می‌توان نشان داد تابع جرم که برای چگالی عددی ثابت N در هر دوی (۴۶.۸) و (۴۸.۸) صدق می‌کند عبارت است از

$$m \propto \tau^2 \quad (55.8)$$

این ساده‌ترین جواب کیهان‌شناختی ممکن در این نظریه است. اکنون اگر بر رفتن به چارچوبی با جرم ثابت \bar{m} اصرار داشته باشیم، از (۵۱.۸) می‌بینیم که Ω ی مناسب باید از رابطهٔ زیر به دست آید

$$\Omega \propto \tau^2 \quad (56.8)$$

اما، Ω روی ابررویهٔ $m = 0$ صفر می‌شود. بنابراین، تبدیل به چارچوب هم‌دیس اینشتین «غیرمجاز» است. بهایی که برای تأکید بر $\bar{m} = \text{const.}$ می‌پردازیم آن است که مدل حاصل دارای یک تکنیکی هندسی در $\tau = 0$ است. در واقع، به راحتی می‌توان نشان داد که این مدل چیزی جز مدل اینشتین-دوسیتهٔ تکین نیست. (برای نشان دادن صریح این نتیجه از تبدیل $\tau \propto t^{1/3}$ استفاده کنید.)

۵. مشاهده اینکه چگونه پدیدهٔ انتقال به سرخ هابل در مدل فضا-زمان تخت (۵۴.۸) و (۵۵.۸) توجیه می‌شود سازنده است. بدیهی است که یک فوتون نور که در فضا-زمان مینکوفسکی حرکت می‌کند دستخوش انتقال به سرخ نمی‌شود. اما، فوتون نوری را در نظر بگیرید که در عصر حاضر

τ از یک کهکشان در فاصله r به‌ناظر می‌رسد. این فوتون از گذار اتمی (یا مولکولی) در زمان $\tau_0 - r$ نشأت گرفته است.

با توجه به فیزیک اتمی، طول موج فوتونی که بدین ترتیب منتقل می‌شود با جرم الکترونی که گذار اتمی را انجام می‌دهد نسبت عکس دارد. از (۵۵.۸) می‌بینیم که اگر λ طول موج فوتون و λ_0 طول موج فوتونی باشد که در گذار مشابه در τ_0 در محل ناظر گسیل شده است، داریم

$$1 + z \equiv \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{m(\tau_0)}{m(\tau_0 - r)} = \frac{\tau_0^2}{(\tau_0 - r)^2} \quad (57.8)$$

بنابراین، انتقال به سرخ در کیهان‌شناسی HN بالا ناشی از تغییر جرمهای ذره است. شکل ۱۱.۸ این اثر را نشان می‌دهد.

۶. اگر فرض ثابت بودن λ_a را آسان بگیریم یک ثابت گرانشی متغیر به‌وجود می‌آید. اگر λ_a برحسب زمان تغییر کند، می‌توان مدل‌های کیهان‌شناختی تولید کرد که در آنها G برحسب زمان تغییر کند. این مدل‌ها را به تفصیل بررسی نمی‌کنیم. نتیجه را می‌توان به شکل زیر نشان داد

$$\frac{\dot{G}}{G} = -\beta H \quad (58.8)$$

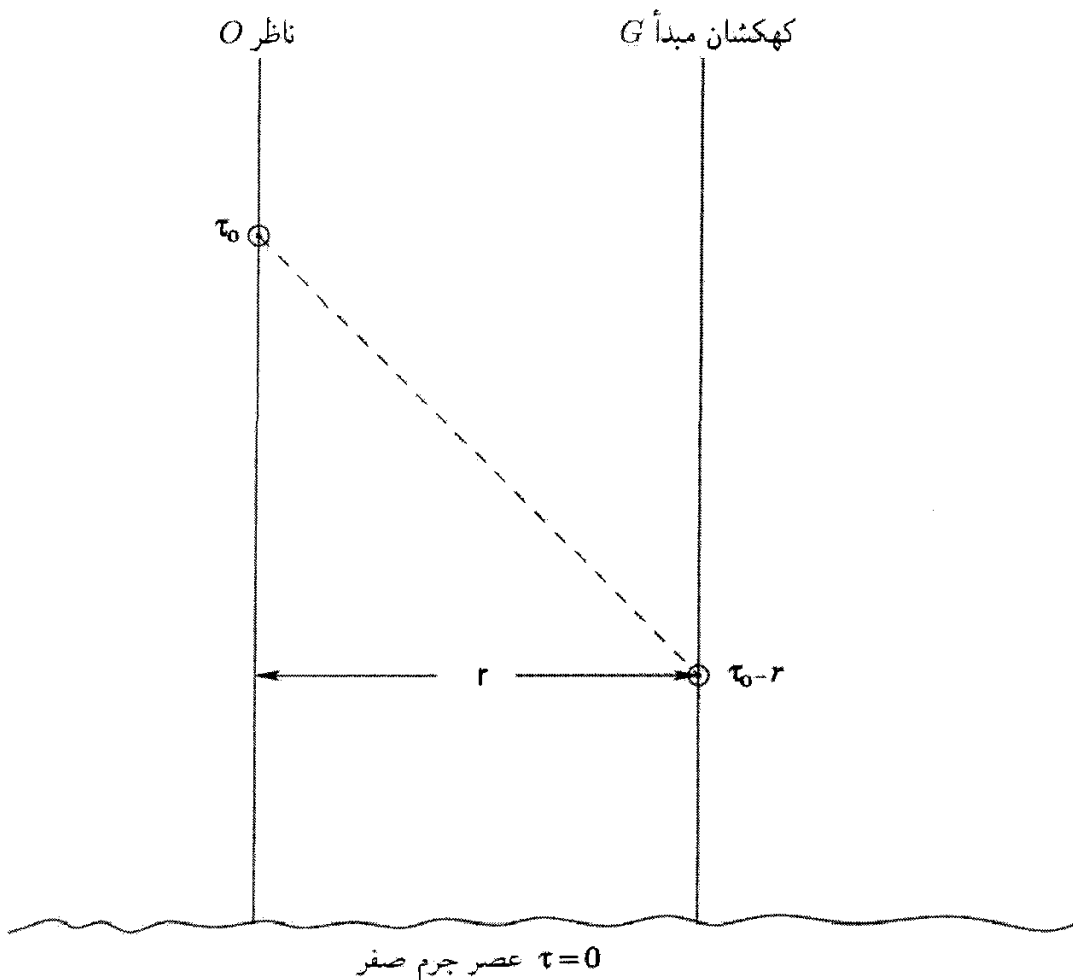
که در آن H ثابت هابل در عصر اندازه‌گیری و β ثابتی از مرتبه واحد است.

هوئل و نگارنده در سال ۱۹۷۲ نشان دادند که افزایش λ_a برحسب زمان را می‌توان به‌عنوان آفرینش ذرات جدید در عالم تفسیر کرد. این مدل‌ها یک نظریه دینامیکی آفرینش (مانند نظریه میدان C در فصل ۹) به‌دست نمی‌دهد، بلکه در عوض بستگی زمانی λ_a را با توسل به فرض اعداد بزرگ به‌دست می‌دهد. اکنون به بیان این فرض و معانی ضمنی آن برای کیهان‌شناسی می‌پردازیم.

۷.۸ فرضیه عددهای بزرگ

فیزیک پر از یکاهای مختلف و کمیتهای با اندازه‌های متفاوت است که به‌طور تجربی تعیین شده‌اند. از این مجموعه وسیع بعضی از ثابتها مانند ثابت گرانشی G ، بار الکترون e ، و غیره در شکل‌گیری قانونهای بنیادی فیزیکی اهمیتی ویژه دارند. اعدادی که اندازه‌های G ، e و غیره را بیان می‌کنند به یکاهای مورد استفاده بستگی دارند. به‌عنوان مثال

$$\begin{aligned} e &= 4,80325 \times 10^{-10} \text{ یکاهای الکتروستاتیک} \\ &= 1,60207 \times 10^{-19} \text{ یکاهای الکترومغناطیس} \end{aligned}$$



شکل ۱۱.۸ جهان خط ناظر (O) و جهان خط کهکشان رصد شده (G) در فضا زمان مینکوفسکی نشان داده شده‌اند. پرتو نوری که این دو را به هم ربط می‌دهد، در راستای خط شکسته است. جرم ذرات در G در زمان گسیل پرتو کمتر از جرم شان در زمان رسیدن پرتو به O است. بنابراین، با محاسبه O، نور ناشی از G طول موجهای بلندتری دارد. (طول موج گسیل شده با معکوس جرم گسیل شونده متناسب است).

بدیهی است که خود این اعداد نمی‌توانند اهمیت مطلق داشته باشند. اما، بعضی ترکیبهای این ثابتهای فیزیکی اصلاً یکایی ندارند. مثلاً ترکیب \hbar ، c و e ،

$$\frac{\hbar c}{e^2} = 137,03602 \quad (59.8)$$

به یكاهای مورد استفاده بستگی ندارند. بنابراین، باید واقعیتی فیزیکی با اهمیت مطلق را بیان کند. در واقع، عکس $e^2/(\hbar c)$ ، که معمولاً به ثابت ساختار ریز معروف است، شدت برهم‌کنش الکترومغناطیسی را بیان می‌کند، که به گمان ما یک ویژگی ذاتی طبیعت است. نظریه‌ای کاملتر در آینده ممکن است علت اهمیت خاص این مقدار را بیان کند.

با معلوم بودن e ، G ، و جرمهای پروتون و الکترون m_p و m_e ، می‌توانیم ثابت بدون بُعد (یعنی، ثابت بدون هیچ یکا) دیگری بسازیم:

$$\frac{e^2}{Gm_p m_e} = 2,3 \times 10^{39} \sim 10^{40} \quad (60.8)$$

این ثابت شدت نسبی نیروهای الکتروبی و گرانشی بین الکترون و پروتون را تعیین می‌کند. این ثابت مانند (59.8) بازتاب یک ویژگی ذاتی طبیعت است. اما، برخلاف (59.8) ثابت (60.8) فوق‌العاده بزرگ است! چرا چنین عدد بزرگی به دست می‌آید؟

شاید ظهور یک ثابت بدون بُعد بزرگ را بتوان به‌عنوان یک خصلت عجیب طبیعت رد کرد. به هر حال، اگر عدد بدون بُعد دیگری را در نظر بگیریم، این معما جدیتر شود. این عدد نسبت مقیاس طول مربوط به عالم، c/H_0 ، و طول وابسته به الکترون، $(m_e c^2)/e^2$ است. این نسبت عبارت است از

$$\frac{m_e c^3}{e^2 H_0} = 3,7 \times 10^{40} h_0^{-1} \sim 10^{40} \quad (61.8)$$

نه تنها یک عدد بزرگ بدون بُعد در (61.8) داریم، بلکه این عدد از همان مرتبه (60.8) است. می‌توانیم عدد بزرگ دیگری را که اهمیت ویژه دارد از فیزیک ذرات و کیهان‌شناسی تولید کنیم. با فرض اینکه چگالی بستار ρ_c باشد، می‌توانیم تعداد ذرات در کره اقلیدسی به شعاع c/H_0 را محاسبه کنیم، اگر جرم هر ذره m_p باشد. پاسخ عبارت است از

$$\begin{aligned} N &= \frac{4\pi}{3m_p} \left(\frac{c}{H_0} \right)^3 \frac{3H_0^2}{8\pi G} = \frac{c^3}{2m_p G H_0} \\ &= 4 \times 10^{79} h_0^{-1} \\ &\sim 10^{80} \end{aligned} \quad (62.8)$$

از این رو، با در نظر گرفتن N به‌عنوان استاندارد مشاهده می‌کنیم که عددهای بدون بُعد (60.8) و (61.8) هر دو از مرتبه $N^{1/2}$ هستند.

واکنش فیزیکدانان نسبت به اهمیت این اعداد متفاوت بوده است. برخی آن را به‌عنوان یک تصادف در نظر می‌گیرند و اهمیتهش را با گفتن «که چه؟» به‌شدت رد می‌کنند. بعضی دیگر اهمیت ژرفی را در این رابطه‌ها می‌یابند. از جمله افراد این گروه فیزیکدانان برجسته‌ای چون ای. اس. ادینگتون^۱ و پی. ای. ام. دیراک^۲ (نگاه کنید به شکل ۱۲.۸) هستند.



شکل ۱۲.۸ پی. ای. ام. دیراک (۱۹۸۴-۱۹۰۲).

دیراک در سال ۱۹۳۷ متذکر شد که رابطه‌های (۶۱.۸) و (۶۲.۸) حاوی ثابت هابل H_0 است، در نتیجه قدرهایی که از این فرمولها به دست می‌آید در مدل استاندارد فریدمان برحسب عصر تغییر می‌کند. در این صورت، تساوی تقریبی (۶۰.۸) و (۶۱.۸) باید تصادفی و مربوط به دوره کنونی عالم باشد، مگر اینکه ثابت (۶۰.۸) نیز به‌گونه‌ای تغییر کند که حالت تساوی تقریبی با (۶۱.۸) را در همه عصرها حفظ کند. با این شرط، تساوی (۶۰.۸) و (۶۱.۸) تصادفی نیست، بلکه یک ویژگی عالم در همه اعصار است. این شرط ایجاب می‌کند که حداقل یکی از به‌اصطلاح ثابتهای e ، m_p ، m_e و G دخیل در (۶۰.۸) در عصرهای مختلف تغییر کند.

دیراک این شرط را به آنچه فرضیه اعداد بزرگ (LNH) نامیده می‌شود تعمیم داد. برای درک این فرضیه نسبت (۶۱.۸) را به صورت رابطه میان مقیاس زمانی وابسته به عالم، $\tau_0 = H_0^{-1}$ ، و زمان لازم برای اینکه نور فاصله‌ای در حدود شعاع کلاسیک الکترون، $t_e = e^2 / (m_e c^3)$ را پیماید در نظر می‌گیریم در این صورت LNH نشان می‌دهد که هر عدد بزرگ در دوره کنونی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\left(\frac{\tau_0}{t_e} \right)^k$$

که k از مرتبه واحد است، و با دوره به صورت $(t/t_e)^k$ با ثابت متناسبی از مرتبه واحد تغییر می‌کند. در نتیجه، اعمال آن به $(۰.۸.۶)$ ایجاب می‌کند که نسبت $e^2/(Gm_p m_e)$ به صورت $(t/t_e)^{-۱}$ تغییر کند. دیراک بین m_p ، m_e ، e در یک طرف با G در طرف دیگر از این جهت تفاوت قائل شد که گروه اول اتمی (کمیت‌های میکروسکوپی) هستند، در حالی که G اهمیت ماکروسکوپی دارد. در کیهان‌شناسیهای ماخی، G در واقع به ساختار بزرگ مقیاس عالم بستگی دارد. بنابراین دیراک فرض کرد که اگر از «یکاهای اتمی» استفاده کنیم که برای کمیت‌های اتمی همواره مقادیری ثابتی دارند، در این صورت t_e ثابت و $G \propto t^{-۱}$ خواهد بود. یعنی، برحسب یکاهای زمان اتمی، ثابت گرانشی باید برحسب دوره به صورت $H \sim |\dot{G}/G|$ تغییر کند. اکنون معنی ضمنی LNH برای کیهان‌شناسی را بررسی می‌کنیم.

۸.۸ دو متریک

بدیهی است که تغییرات پیش‌بینی شده G در LNH برخلاف نظریه گرانش اینشتین است که نیاز به G ثابت دارد. مانند نظریه برنزدیکی، مجبوریم چارچوب نسبیتی را اصلاح کنیم تا بتواند حاوی G متغیر باشد. دیراک رهیافت زیر را به این مسئله داشت.

ابتدا متوجه شد که بسیاری از آزمونهای منظومه شمسی به نفع نظریه نسبیت‌اند (نگاه کنید به فصل ۲) و استدلال کرد که این نظریه را نباید کاملاً کنار گذاشت. در واقع، دیراک دو مقیاس اندازه‌گیری را پیشنهاد کرد که یکی در سیستم اتمی و دیگری در فیزیک گرانش ماکروسکوپی معتبر است. اگر سیستم اتمی را برگزینیم، خواهیم توانست فیزیک اتمی را به صورت معمول، یعنی با مقدارهای ثابت برای ثابت‌های اتمی مانند e ، \hbar ، m_e ، m_p و غیره توصیف کنیم. اما، در این سیستم G متغیر خواهد بود، زیرا دیراک آن را قیدی در نظر گرفت که متعلق به فیزیک گرانش است. از طرف دیگر، اگر از یکاهای گرانشی بهره بگیریم، با توجه به نظر دیراک، G ثابت و کمیت‌های اتمی متغیر خواهند بود. و برحسب یکاهای اخیر پدیده‌های گرانشی را می‌توان با معادله‌های اینشتین (۱۰۰.۲) توصیف کرد.

این دو یکا را می‌توان در چارچوب دیراک با دو متریک فضازمان مختلف مشخصی کرد. این دو را با به ترتیب ds_A^2 و ds_E^2 برای سیستم‌های اتمی و گرانشی مشخص می‌کنیم (شاخص پایین E در مورد اخیر ما را به معادله‌های گرانی اینشتین متعهد می‌سازد). به‌طور کلی این شاخص‌های پایین را با هر کمیتی که نشان دهد چه دستگاه اندازه‌گیری به‌کار می‌رود به‌کار می‌بریم. بنابراین، به‌قول دیراک

$$G_E, \quad (m_e)_A, \quad (m_p)_A$$

ثابت هستند، در حالی که

$$G_A, \quad (m_e)_E, \quad (m_p)_E$$

متغیرند.

با رجوع به آزمونهای نجومی نسبیت عام، متوجه می شویم که جرم جسم گرانشده (مثلاً خورشید) در حل شوارتسشیلد وجود دارد. بدیهی است که این جرم، که جرم گرانشی است، باید برحسب یکاهای گرانشی ثابت باشد. این جرم را با M_E نشان می دهیم. به هر حال، در هر اندازه گیری که روی زمین انجام شود از سیستمهای اتمی (مانند طیف سنجها و ساعت های اتمی) استفاده می شود، و قبل از اینکه هر نتیجه تجربی را تفسیر کنیم باید اطمینان یابیم که تمام کمیت های قابل مشاهده به یکاهای اتمی تبدیل شده اند.

این بحث نشان می دهد چقدر لازم است که نسبت را بدانیم

$$\beta = \frac{ds_E}{ds_A} \quad (۶۳.۸)$$

و بدانیم که تبدیل هر کمیت فیزیکی از یک دستگاه به دستگاه دیگر چگونه باید انجام گیرد. در اینجا باید نظریه ای کمی راهنمایی ما باشد، نظریه ای که فراتر از چیزی باشد که بحث های کیفی ما را به آن رسانده اند.

همین طور متوجه پیامد دیگر مثال منظومه شمسی خود می شویم. اگر فرض کنیم که جسم نجومی ما دارای N_E نوکلئون، هر یک به جرم m_E ، است می توانیم بنویسیم

$$M_E = m_E N_E = m_E N \quad (۶۴.۸)$$

که پسوند E برای N را از این رو حذف کرده ایم که یک عدد ناب است. از هر متریکی که استفاده کنیم، تعداد ذرات یکسانی را در جسم گرانشده به دست می آوریم. در (۶۴.۸) داریم $M_E = \text{const.}$ ، $m_E \neq \text{const.}$ چون کمیت اخیر اتمی است. پس $N \neq \text{const.}$ به عبارت دیگر، ناچاریم نتیجه بگیریم که تعداد نوکلئونها در جسم باید برحسب زمان تغییر کند باز هم به نظریه ای کمی نیاز داریم تا بگوییم N چگونه تغییر می کند؛ اما بحث دیراک به آفرینش (یا نابودی) ذره ها در جسم ماکروسکوپی نیاز دارد.

تاکنون از LNH، که ما را به راه نظریه دو متریک انداخت، استفاده نکردیم. اکنون ببینیم آیا این نظریه می تواند کمک کند تا تعداد نوکلئونها در جسم را تنظیم کنیم.

۱.۸.۸ آفرینش ذرات

اگر به (۶۴.۸) بازگردیم و LNH را برای N به کار ببریم، به راحتی در می‌یابیم که $k = 2$ ، یعنی،

$$N(t) \sim \left(\frac{t}{t_e}\right)^2 \propto t^2 \quad (65.8)$$

به عبارت دیگر، تعداد ذرات در عالم با توجه به آنچه که در بخش ۷.۸ بیان شد با t افزایش می‌یابد. دیراک این نتیجه را طوری تفسیر کرد که مستلزم آفرینش پیوسته ذرات در عالم باشد.

به نظر دیراک، دو راه ممکن برای این آفرینش وجود دارد. در آفرینش جمعی ذرات به صورت یکنواخت در سراسر فضا خلق می‌شوند، در حالی که در آفرینش ضربی ذرات جدید ترجیحاً در جایی به وجود می‌آیند که ماده قبلاً موجود است. بنابراین، در روال اول آفرینش عمدتاً در فضای میان کهکشانی صورت می‌گیرد، در حالی که در روال بعدی آفرینش اغلب در حوالی اجسام نجومی موجود به وقوع می‌پیوندد.

با بهره‌گیری از این ایده‌ها، به (۶۴.۸) باز می‌گردیم. در آفرینش جمعی جسم نجومی تعداد زیادی ذره به دست نمی‌آورد و در نتیجه $N = \text{const.}$ ، که می‌دهد

$$m_E = \text{const.} \quad (\text{آفرینش جمعی}) \quad (66.8)$$

در آفرینش ضربی N باید به صورت t^2 افزایش یابد و در نتیجه

$$m_E \propto t^{-2} \quad (\text{آفرینش ضربی}) \quad (67.8)$$

۲.۸.۸ تعیین β

ارتباط میان ds_E و ds_A را می‌توان با در نظر گرفتن حرکت یک سیاره (مانند زمین) دور یک ستاره (خورشید) تثبیت کرد. معادلهٔ دینامیکی در تقریب نیوتونی عبارت است از

$$GM = v^2 r \quad (68.8)$$

که M جرم ستاره، v سرعت سیاره، و r شعاع مدار است. انتظار داریم که رابطهٔ بالا در هر دو سیستم یکاها برقرار باشد، چون $GM/(v^2 r)$ کمیتی بدون بُعد است. همین‌طور، با $c = 1$ سرعت v بی‌بُعد است. پس برای هر یک از یکاها $v = \text{const.}$ سپس، برحسب یکاهای گرانشی $r_E = \text{const.}$ ، $G_E = \text{const.}$ ، $M_E = \text{const.}$ در نتیجه

اگر از (۶۸.۸) با یکاهای اتمی استفاده کنیم، داریم

$$G_A \sim t^{-1} \quad (۶۹.۸)$$

همین‌طور، در آفرینش ضربی $M_A \propto t^2$ ، در حالی که برای آفرینش جمعی $M_A = \text{const.}$ از این رو برحسب این یکاهای مربوطه

$$r_A \sim \begin{cases} t & \text{(آفرینش ضربی)} \\ t^{-1} & \text{(آفرینش جمعی)} \end{cases} \quad (۷۰.۸)$$

بنابراین داریم

$$\frac{r_A}{r_E} \sim \begin{cases} t & \text{(آفرینش ضربی)} \\ t^{-1} & \text{(آفرینش جمعی)} \end{cases} \quad (۷۱.۸)$$

به عبارت دیگر، برحسب یکاهای اتمی، اگر عالم دارای آفرینش ضربی ماده باشد، فاصله سیاره از ستاره برحسب t افزایش، و اگر آفرینش جمعی باشد کاهش می‌یابد (به صورت t^{-1}). از (۷۰.۸) و (۷۱.۸) رفتار β را که در (۶۳.۸) تعریف شده است به دست می‌آوریم. این نسبت ds_E به ds_A ، برحسب اینکه در عالم آفرینش ضربی یا آفرینش جمعی داشته باشیم، به صورت t^{-1} یا t تغییر می‌کند.

۹.۸ مدل‌های کیهان‌شناختی مبتنی بر LNH

دیراک با استفاده از LNH، مدل‌های کیهان‌شناختی را برای هر دو وضعیتی را که در بالا شرح دادیم، یعنی آفرینش ضربی و آفرینش جمعی، به وجود آورد. مانند مورد کیهان‌شناسی استاندارد، فرض همگنی و همسانگردی ما را به جزء خط رابرتسون-واکر برحسب یکاهای اتمی رهنمون می‌شود

$$ds_A^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right) \quad (۷۲.۸)$$

LNH چگونه k و $S(t)$ را تعیین می‌کند؟ در زیر به بازتولید استدلال دیراک می‌پردازیم. ابتدا متوجه می‌شویم که ویژه مسافت متریک در زمان t بین کهکشان G در $r = 0$ و کهکشانی در $r = r_1$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$d = S(t) \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \equiv S(t) f(r_1) \quad (۷۳.۸)$$

با توجه به LNH، برای t بزرگ (یعنی برای $t \gg t_e$) عبارت $S(t)$ باید $\sim (t/t_e)^n$ یا $\sim \ln(t/t_e)$ باشد. بنابراین، سرعت عقب‌نشینی (متریک) متناظر با (۷۳.۸) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\dot{d} \sim nt_e^{-n} f(r_1) t^{n-1} \quad \text{یا} \quad \dot{d} \sim t^{-1} f(r_1) \quad (74.8)$$

ثابتهایی که در ضرب $(t/t_e)^n$ یا $\ln(t/t_e)$ در $S(t)$ ظاهر می‌شوند باید از مرتبه واحد باشند، و در نتیجه ثابتهای تلویحی در (\sim) رابطه بالا نیز باید از مرتبه واحد باشند. پس به راحتی می‌توان نشان داد که بجز برای $n = 1$ ، عصری در گذشته (برای $n < 1$ یا برای $S \sim \ln t$) یا در آینده (برای $n > 1$) وجود دارد که در آن برای هر کهکشان با $r_1 > 0$ داریم $\dot{d} = c$. به عنوان مثال، برای $n = \frac{1}{4}$ درمی‌یابیم که برای کهکشانی که فعلاً دارای $c \sim 10^{-3}$ است، شرط $\dot{d} = c$ در گذشته از رابطه زیر به دست می‌آید

$$t_p = \left(\frac{\tau_0}{t_e} \right) \times 10^{-6} t_e \sim 10^{34} t_e$$

یعنی، t_p/t_e عدد بزرگی است. اما، با توجه به LNH، t_p عصر ثابتی است که در آن رویداد قابل ملاحظه‌ای برای کهکشان G_1 به وقوع پیوسته است یعنی سرعت عقب‌نشینی آن برابر c شده است. بنابراین، این عصر ثابت نباید عدد بزرگی تولید کند. از این رو فقط مورد

$$S(t) \sim (t/t_e) \quad (75.8)$$

با توجه به LNH مجاز است.

استدلالاتی بالا را می‌توان به دلایل زیر نقد کرد. دوره‌ای که در آن $\dot{d} = c$ به طور کلی در مدل یکتا نیست؛ بلکه به $f(r_1)$ و در نتیجه کهکشان انتخاب شده بستگی دارد. بنابراین، ضرورتی ندارد که LNH در مورد این عصر به کار رود. همین‌طور معلوم نیست که چرا $\dot{d} = c$ را باید با اهمیت تلقی کرد. وقتی سرعت متریک یک کهکشان برای ناظر واقع در $r = 0$ برابر c می‌شود، اتفاق خاصی نمی‌افتد. هیچ ویژگی کلی مانند افق رویداد یا افق ذره وارد بحث نمی‌شود.

با وجود این، اگر بحث را جلوتر ببریم می‌توانیم جزء خط کیهان‌شناختی را به صورت زیر

بنویسیم

$$ds_A^2 = c^2 dt^2 - (At)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right) \quad (76.8)$$

که در آن A مقدار ثابت است. سپس آفرینش ضربی را در نظر می‌گیریم. چون در این مورد از بخش ۸.۸ داریم،

$$ds_E \equiv t^{-1} ds_A \quad (77.8)$$

به راحتی می‌توان دید که تبدیل

$$dt_E = dt/t \quad (78.8)$$

می‌دهد

$$ds_E^2 = c^2 dt_E^2 - A^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right) \quad (79.8)$$

اکنون به خاطر داشته باشید که جزء خط بالا باید یک جواب معادله‌های اینشتین باشد. در فصل ۳ چنین جواب ایستایی را برای گردوغبار همگن و همسانگرد با بهره‌گیری از جمله λ (نگاه کنید به بخش ۳.۳)، یعنی عالم اینشتین با $k = +1$ به دست آوردیم. با مقیاس‌بندی مناسب مختصه r می‌توان (۷۹.۸) را به شکل (۱۸.۳) بیان کرد. به هر حال، توجه کنید که برخلاف عالم اینشتین، عالم دیراک پدیده انتقال به سرخ کهکشانیها را نشان نمی‌دهد، زیرا، در اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ مقایسه آهنگهای کار ساعتهای اتمی کهکشانیهای فرستنده و گیرنده دخیل است؛ و برای این مقایسه‌ها باید به جای جزء خط (۷۹.۸) از (۷۶.۸) استفاده کرد.

برای آفرینش جمعی وضعیت پیچیده‌تر است. در مورد آفرینش ضربی جرم گرانشی یک جسم نجومی، به‌رغم خلق ماده جدید، با کاهش جرم ذرات برحسب زمان ثابت می‌ماند. برای آفرینش جمعی، حتی اگر تعداد ذرات افزایش یابد، جرم آنها ثابت می‌ماند (نگاه کنید به (۶۵.۸)). بنابراین، دیراک با ناپایستگی واضح انرژی روبه‌رو بود. برای پایسته ماندن انرژی، دیراک خلق تعداد مساوی ذره با جرم منفی را همراه با ذرات با جرم مثبت پیشنهاد کرد. توزیع جرم منفی همگن است و با رصدهای نجومی استاندارد غیرقابل آشکارسازی باقی می‌ماند. در وضعیتی کاملاً همگن، توزیعهای جرم منفی و مثبت یکدیگر را به لحاظ گرانشی خنثی و فضا-زمان مینکوفسکی تخت را تولید می‌کنند. تشکیل ستارگان و کهکشانیها با انباشت ذرات با جرم مثبت در عالم واقعی نتیجه انحرافهای مختصر از این وضعیت کاملاً همگن است.

ذکر این نکته مهم است که وقتی دیراک مدل کیهان‌شناختی برمبنای LNH را بین سالهای ۱۹۳۷ و ۱۹۳۸ مطرح کرد در آن هیچ‌گونه آفرینش ماده در نظر گرفته نشده بود. در این مدل، مانند کیهان‌شناسیهای استاندارد، تعداد ذرات در واحد حجم ثابت می‌ماند. در نتیجه، تعداد ذرات

به‌ازای واحد ویژه حجم به‌صورت S^{-3} تغییر می‌کند، و چون ویژه حجم عالم به‌صورت $(c/H)^3$ تغییر می‌کند، تعداد ذرات موجود در عالم که قبلاً با N نشان داده شد به‌صورت زیر تغییر می‌کند

$$S^{-3} \left(\frac{c}{H} \right)^3 \propto (\dot{S})^{-3}$$

به هر حال، از LNH می‌دانیم که

$$N \propto t^2 \quad (۸۰.۸)$$

از این رو داریم

$$t^2 \dot{S}^3 = \text{const.}$$

یعنی،

$$S \propto t^{1/3} \quad (۸۱.۸)$$

بنابراین، هنگامی که هیچ ذره‌ای خلق نمی‌شود، S برحسب زمان بسیار کندتر افزایش می‌یابد. (البته، اگر مانند شروع این بخش، LNH را در مورد تابع S به‌کار ببریم، این جواب کنار گذاشته می‌شود.)

۱.۹.۸ بازگشت مجدد به کیهان‌شناسی HN

برخی از ایده‌های دیراک در روایتی از کیهان‌شناسی HN یافت می‌شود که مؤلفان آن را بین ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ مطرح کردند. در کیهان‌شناسی HN، مواردی را در نظر گرفتیم که $\lambda_a, \lambda_b, \dots$ یعنی ثابت‌هایی که شدت برهم‌کنش لختی را نشان می‌دادند، ثابت‌های واقعی بودند. اما، اگر این ثابت‌ها برحسب زمان تغییر کنند، مدل‌هایی کیهان‌شناختی جدید به‌دست می‌آیند. این مدل‌ها دارای ویژگی‌های زیر هستند: (۱) آفرینش ذرات در تمام اعصار به‌گونه‌ای است که LNH برقرار می‌ماند، (۲) G برحسب یکاهای اتمی تغییر می‌کند، در حالی که (۳) برحسب یکاهای گرانشی G ثابت است و جرم ذرات تغییر می‌کند. بنابراین، مدل مانند مدل آفرینش ضربی است که دیراک بعدها پیشنهاد کرد، اگرچه انگیزه و جزئیات کمی آن متفاوت بود. به‌اختصار نشان خواهیم داد که این مدل چگونه کار می‌کند.

یک عالم مینکوفسکی همگن و همسانگرد را در نظر بگیرید که از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$ds_M^2 = d\tau^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (۸۲.۸)$$

که برای راحتی قرار دادیم $c = 1$. $n(\tau)$ را چگالی عددی ذره و $\lambda(\tau)$ ثابت جفت‌شدگی لختی متغیر با زمان در نظر می‌گیریم. تابعهای $n(\tau)$ و $\lambda(\tau)$ چنان تغییر می‌کنند که اثر یکدیگر را خنثی

سازند؛ یعنی داشته باشیم

$$\lambda n = \text{const.} \quad (۸۳.۸)$$

بنابراین، تابع جرم $m(\tau)$ همان چیزی است که اگر عالم دارای چگالی عددی یکنواخت $n = \text{const.}$ و λ ثابت می‌بود داشتیم. مانند مورد (۵۵.۸) به دست می‌آوریم

$$m(\tau) \propto \tau^2 \quad (۸۴.۸)$$

چون $Gm^2 = \text{const.}$ ، ثابت گرانشی در چارچوب مینکوفسکی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$G_M \propto \tau^{-4} \quad (۸۵.۸)$$

به هر حال، جرم یک نمونه ذره $m(\tau)$ نیست بلکه $\lambda m(\tau)$ است. برای تعیین آن باید $\lambda(\tau)$ را بدانیم. هویل و نگارنده $\lambda(\tau)$ را از این شرط که عالم در امتداد مخروط نور آینده برای تابش الکترومغناطیسی کدر باشد تعیین کردند. این شرط ناشی از نظریهٔ جذب‌کنندهٔ تابش است که در بخش ۱.۵.۸ بررسی شد. به طوری که در این عالم، سیگنالهای الکترومغناطیسی از طریق جوابهای تأخیری منتشر می‌شوند.

این شرط $\lambda(\tau) \propto \tau^{-1}$ و $n(\tau) \propto \tau$ را تثبیت می‌کند. سپس ثابت می‌شود که LNH را این واقعیت که عدد بدون بُعد

$$\lambda^2 (\tau^3 n)^{1/2} \equiv \text{const.} = O(1) \quad (۸۶.۸)$$

یک تبدیل هم‌مدیس است

$$ds_E = \Omega_E ds_M, \quad \Omega_E \propto \tau^2 \quad (۸۷.۸)$$

ما را به چارچوب گرانشی می‌برد که در آن $G_E = \text{const.}$ همین‌طور، جرم گرانشی یک جسم نجومی نیز ثابت می‌ماند. بنابراین، مانند نظریهٔ آفرینش ضربی دیراک، از آزمونهای محلی در منظومهٔ شمسی همان جواب نسبت به دست می‌آید.

برای تبدیل به چارچوب اتمی باید یک تبدیل هم‌مدیس دیگر داشته باشیم

$$ds_A = \Omega_A ds_M, \quad \Omega_A \propto \tau \quad (۸۸.۸)$$

با نوشتن $t \propto \tau^2$ جزء خط اکنون به صورت زیر درمی‌آید

$$ds_A^2 = dt^2 - 2H_0 t [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (۸۹.۸)$$

در این چارچوب ثابت گرانشی به صورت زیر تغییر می‌کند

$$G_A \propto t^{-1} \quad (۹۰.۸)$$

بنابراین، شباهت قابل ملاحظه‌ای بین این نظریه و مدلی که دیراک چند سال بعد مطرح کرد وجود دارد.

۱۰.۸ نتیجه‌گیری

اکنون به پایان گشت وگذار کوتاه در برخی از قسمتهای شناخته‌شده ترکیب‌شناسیهای کیهان‌شناسیهای دیگر رسیده‌ایم. بررسی ما به هیچ‌وجه جامع نیست. درباره‌ی مدل‌های مهمی چون کیهان‌شناسی متقارن ماده-پادماده^۱ آلفن^۱ و کلاین^۲، کیهان‌شناسیهای اینشتین-کارتان، یا نسبت سینماتیکی میلنه بحث نکردیم؛ همین‌طور به ایده‌های غیرعادی چون کیهان‌شناسی زمان سنج سگال^۳ یا مفهوم عدم قطعیت کیهان‌شناختی مک‌کرتا نپرداختیم.

هدف ما در اینجا خلاصه‌کردن تعدادی از کیهان‌شناسیهای غیراستاندارد بود که با ایده‌های فلسفی متفاوت از نسبیت عام، یعنی، اصل ماخ و فرضیه‌ی عددهای بزرگ، آغاز می‌شدند. در فصل بعد انگیزه‌های مربوط به آفرینش ماده را در نظر می‌گیریم که به مدل‌های کیهان‌شناختی جدید انجامیده‌اند. سپس به بخش مهمی می‌پردازیم که آزمودن نظریه‌ها به کمک مشاهده است.

تمرینها

۱. در مورد چگونگی پیدایش نیروهای لختی در دینامیک نیوتونی بحث کنید. سنگی که به ریسمانی بسته شده است در دایره‌ای چرخانده می‌شود. چگونه می‌توان حرکت سنگ را برحسب نیروهای لختی فهمید؟
۲. چه مشاهده‌ای ماخ را به فرمولبندی اصل معروفش رهنمون شد؟
۳. چرا نتیجه‌گیری $f = 0$ از رابطه $mf = 0$ برای یک ذره در عالمی که در آن ذره دیگری وجود ندارد قابل قبول نیست؟ هر نتیجه‌گیری دیگری را که می‌توان از معادله بالا گرفت تفسیر کنید.
۴. مسئله‌ای نظیر آنچه در تمرین ۳ مطرح شد در نسبیت عام طرح کنید، یعنی، برای ذره آزمونی که در عالم تهی در حرکت است. آیا این نظریه حل رضایت‌بخشی برای این مسئله دارد؟

۵. با ثابتهای بنیادی c, \hbar و G یکای جرمی را به دست آورید که بتوان به عنوان استاندارد به کار برد و نتیجه گرفت که آیا جرم ذرات در دوره‌های مختلف تغییر می‌کند. در چه شرایطی می‌توان ادعا کرد که G در عصرهای مختلف تغییر می‌کند؟

۶. بحث کیفی برنز-دیکی را بیان کنید که به این نتیجه‌گیری انجامید که G^{-1} در یک معادله موج نرده‌ای صدق می‌کند که چشمه‌های آن در ماده است.

۷. معادله‌های میدان نظریه برنز-دیکی را از یک اصل کنش به دست آورید. چرا این نظریه را نظریه نرده‌ای-تانسوری می‌نامند؟

۸. نشان دهید که در تقریب $\omega \gg 1$ ، معادله موجی که ϕ در آن صدق می‌کند دارای جواب زیر است

$$\phi = \text{const.} + O\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

اگر ثابت را متناسب با G^{-1} در نظر بگیریم، نشان دهید که معادله‌های برنز-دیکی به صورت زیر درمی‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R = -\frac{\lambda\pi G}{c^4}T_{ik} + O\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

۹. در گرانی نیوتونی خورشید پخت پتانسیل گرانشی زیر را تولید می‌کند

$$\phi = \frac{GM_{\odot}}{r} \left[1 - J \left(\frac{R_{\odot}}{r} \right)^2 P_2(\cos \theta) \right]$$

که J پارامتر گشتاور چارقطبی و P_2 دومین چندجمله‌ای لژاندر است. نشان دهید که مدار سیاره تحت تأثیر این اثر گرانشی دارای حرکت تقدیمی با آهنگ $3\pi R_{\odot}^2 J/l^2$ می‌شود که l نیم پارامتر مسیر مدار است. آهنگ حرکت تقدیمی عطارد را برای $J = 2.5 \times 10^{-5}$ برآورد کنید. این محاسبه چه اهمیتی برای نظریه برنز-دیکی دارد؟

۱۰. درباره آزمونهای نظریه برنز-دیکی در منظومه شمسی بحث کنید.

۱۱. سن عالم برنز-دیکی را برای ساده‌ترین مورد $C = 0, p = 0, k = 0$ محاسبه کنید. سن این مدل از مدل‌های نسبیتی متناظر بزرگتر است یا کوچکتر؟

۱۲. نشان دهید که برای عالم تابشی در کیهان‌شناسی برنز-دیکی با $C = 0$ ، داریم $S \propto t^{1/2}$ و $\phi = \text{const.}$ درباره اینکه در این مورد همان جواب کیهان‌شناسی نسبیتی را به دست می‌آوریم اظهار نظر کنید.

۱۳. نشان دهید که نامساوی (۲۱.۸) برای عالم گردوغبار و نیز عالم تابشی با $C \neq 0$ در کیهان‌شناسی برنز-دیکی صادق است.

۱۴. رفتار S و ϕ را برحسب t در عالم برنز-دیکی اولیه با سیطره ϕ به دست آورید.

۱۵. دربارهٔ سنتز هسته‌های آغازین در کیهان‌شناسی برنز-دیکی بحث کنید.

۱۶. نظریهٔ برنز-دیکی را می‌توان به صورت نظریه‌ای که در آن G ثابت است. اما جرم ذرات برحسب زمان تغییر می‌کند باز تعریف کرد. نشان دهید با تبدیل همدیس می‌توان این کار را انجام داد

$$\bar{g}_{ik} = \frac{\phi}{\phi} g_{ik}, \quad \bar{\phi} = \text{const.}$$

معادله‌های میدان (در متریک جدید) به صورت زیر درمی‌آید

$$\bar{R}_{ik} - \frac{1}{4} \bar{g}_{ik} \bar{R} = -\kappa \bar{T}_{ik}$$

که κ مقداری ثابت است. اگرچه این رابطه مانند معادله‌های اینشتین به نظر می‌رسد، اما \bar{T}_{ik} حاوی ϕ و مشتق‌های آن است. از معادله‌های میدان جدید نشان دهید که

$$\square \ln \phi = \frac{\Lambda \pi G}{(2\omega + 3)c^4} \bar{T}$$

که $G = \text{const.}$ این شکل نظریه را دیکی در سال ۱۹۶۲ به دست آورد. جرم‌های ذرات در این مورد به صورت زیر تغییر می‌کند

$$\bar{m} = m \sqrt{\frac{\phi}{\phi}}, \quad m = \text{const.}$$

۱۷. نشان دهید که در کیهان‌شناسی برنز-دیکی با سیطره ϕ ، می‌توان ثابت گرانشی صعودی در عصر t داشت، اگر

$$\int_0^t (\epsilon - 3p) S^3 dt < -c^2 \left(\frac{2\omega + 3}{\Lambda \pi} \right) C$$

۱۸. تفاوت میان نظریه میدان و نظریه کنش از دور را با مثالی از الکترودینامیک به صورت کیفی شرح دهید.

۱۹. ثابت کنید که در فضا-زمان مینکوفسکی تابع گرین الکترومغناطیسی به شکل ساده‌ی زیر است

$$\bar{G}_{ik} = \frac{1}{4\pi} \delta(s^2) \eta_{ik}$$

که در آن s^2 مربع ناوردای فاصله میان دو جهان نقطه‌ای است که در آن G_{ik} تعریف شده است.

۲۰. با بهره‌گیری از تابع گرین تمرین ۱۹ پتانسیل یک بار الکتریکی ساکن را به دست آورید.

۲۱. نشان دهید چگونه تعریف جرم در نظریه HN در اصل ماخ صدق می‌کند.

۲۲. با تبدیل زمانی نشان دهید که فضا زمان رابرتسون-واکر با $k = 0$ با فضا زمان تخت (مینکوفسکی) هم‌مدیس است.

۲۳. به کمک رشته تبدیلهای زیر نشان دهید که فضا زمان رابرتسون-واکر با $k = +1$ به صورت هم‌مدیس تخت است:

$$r = \sin R, \quad T = \int^t \frac{du}{S(u)}, \quad c = 1$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}(T + R), \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}}(T - R),$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tan \xi + \tan \eta), \quad \rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tan \xi - \tan \eta)$$

رشته تبدیلهای متناظر که نشان می‌دهند مدلهای رابرتسون-واکر $k = -1$ نیز به صورت هم‌مدیس تخت هستند کدام‌اند؟

۲۴. نشان دهید که تانسور زیر به صورت هم‌مدیس ناورداست:

$$C_{ijk}^h = R_{ijk}^h + \frac{1}{\sqrt{2}}(g_j^h R_{ik} - g_k^h R_{ij} + g_{ik} R_j^h - g_{ij} R_k^h) \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} R(g_k^h g_{ij} - g_j^h g_{ik})$$

این تانسور به تانسور وایل با خمیدگی هم‌مدیس معروف است.

۲۵. نشان دهید که ژئودزیک صفر تحت تبدیلهای هم‌مدیس ناورداست.

۲۶. بگویید چرا ناوردایی هم‌مدیس باید نقش مهمی در نظریه‌های کنش از دور داشته باشد.

۲۷. نشان دهید که معادله‌های ماکسول تحت تبدیلهای هم‌مدیس در صورتی بدون تغییر می‌مانند که پتانسیل و میدان به صورت زیر تبدیل شوند

$$\bar{A}_i = A_i + \psi_{;i}, \quad \psi, \quad \bar{F}_{ik} = F_{ik}$$

۲۸. با جانشین‌سازی مستقیم نشان دهید که $\tilde{G}(A, B)$ تعریف شده با (۳۹.۸) در تبدیل هم‌مدیس (۴۰.۸) صدق نمی‌کند.

۲۹. با بهره‌گیری از تخت بودن هم‌مدیس مدل اینشتین-دوسیته شکل صریح $\tilde{G}(A, B)$ را در آن عالم به دست آورید.

۳۰. فرض کنید یک تابع گرین متقارن $G(A, B)$ در معادله موج صدق می‌کند

$$\square_X G(X, B) = [-g(X)]^{-1/2} \delta_4(X, B)$$

نشان دهید که تغییرات مختصر تانسور متریک در ناحیه \mathcal{V} تغییرات اندکی در $G(A, B)$ تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\delta G(A, B) = \int_{\mathcal{V}} \delta(\sqrt{-g} g^{ik}) G^R(A, X)_{,i} G^A(X, B)_{,k} d^4x$$

۳۱. نشان دهید که کنش (۴۹.۸) به معادله میدان (۴۸.۸) می‌انجامد.

۳۲. درجه نامعینی معادله‌های گرانشی نظریه HN را با معادله‌های نسبیت عام مقایسه کنید.

۳۳. نشان دهید که هر کنش ناوردای هم‌مدیس به تانسور انرژی با اثر صفر می‌انجامد.

۳۴. درباره جنبه‌هایی از نظریه گرانی HN که با نسبیت عام متفاوت است بحث کنید.

۳۵. ثابتهای بدون بعدی را از کمیت‌های زیر بسازید.

$$(الف) \quad c, \hbar, e, G \quad (ب) \quad c, \hbar, m_p, G \quad (ج) \quad H_0, c, m_p, G$$

۳۶. کدام یک از ثابتهای بدون بعد تمرین ۳۵ بسیار کوچک یا بسیار بزرگ‌اند؟

۳۷. N را به طور دقیق برای مدل فریدمان بسته به $h_0 = 1$ ، $q_0 = 1$ محاسبه کنید. نشان دهید

که N در تمام دوره‌ها ثابت است. آیا می‌توان این نتیجه را با LNH تطبیق داد؟

۳۸. رابطه‌ای را بیابید که سه عدد بزرگ در (۶۰.۸)، (۶۱.۸)، و (۶۲.۸) را به هم پیوند دهد.

۳۹. از LNH نتیجه بگیرید که ثابت گرانشی باید برحسب دوره با آهنگی (کاهش کسری) کم

شود که از مرتبه ثابت هابل است.

۴۰. استدلال‌هایی را بیان کنید که باعث شد دیراک فرض آفرینش ذره در عالم را مطرح کند.

۴۱. نشان دهید که آفرینش ضربی برحسب یکاهای گرانشی ایجاب می‌کند که جرمهای ذرات

برحسب زمان t به صورت t^{-2} کم شود.

۴۲. تفاوت میان آفرینش جمعی و ضربی چگونه در تکوین درازمدت مدارهای سیاره‌ای نمایان

می‌شود؟ تغییر G چه تأثیری بر سرعت‌های زاویه‌ای مداری سیارات دارد؟

۴۳. استدلال‌های برمبنای LNH را که به این نتیجه‌گیری انجامید که عامل مقیاس عالم در حال

انبساط فقط می‌تواند با زمان کیهانی متناسب باشد بیان کنید. درباره اعتبار این استدلالها بحث

و آنها را با به دست آوردن جزء خط حالت پایای بوندی و گلد برمبنای اصل کیهان‌شناختی کامل مقایسه کنید.

۴۴. فرمول انتقال به سرخ را در عالم دیراک با آفرینش ضربی به دست آورید. بگویید چگونه با وجود ایستا بودن متریک گرانشی این انتقال به سرخ تولید می‌شود.

۴۵. زمان اتمی t_A را برحسب زمان گرانشی t_E برای عالم دیراک با آفرینش ضربی رسم کنید. نشان دهید که اگرچه در متریک گرانشی عالم اینشتین گونه t_E به $-\infty$ میل می‌کند، زمان اتمی فقط تا $t_A = 0$ به عقب برمی‌گردد.

۴۶. ایده کیهان‌شناختی دیراک در مورد آفرینش جرم منفی علاوه بر جرم مثبت را با ایده دیراک دربارهٔ خلأ به عنوان دریایی از الکترونها با انرژی منفی غیرقابل آشکارسازی مقایسه کنید.

۴۷. نشان دهید که در کیهان‌شناسی دیراک بدون آفرینش ذره ثابت گرانشی به صورت زیر درمی‌آید

$$\dot{G}/G = -3H$$

این آهنگ را برحسب برآورد فعلی از ثابت هابل تخمین بزنید. چگونه این آهنگ در مدل‌های دیراک از آفرینش ذره اصلاح می‌شود؟

کیهان‌شناسیهای با آفرینش ماده

۱.۹ مقدمه

بحث کیهان‌شناسیهای دیگر را ادامه می‌دهیم، اما این بار آفرینش ماده انگیزه اصلی ماست. با توجه به اینکه می‌بینیم عالم حاوی ماده (و تابش) است، می‌توانیم این پرسش را مطرح کنیم: این همه ماده از کجا آمده است؟ در کیهان‌شناسی استاندارد مهبانگ، از پاسخ به این پرسش طفره می‌روند: لحظهٔ اولیه به صورت حالت تکین مهبانگ ارائه می‌شود. نمی‌توانیم تحلیل خود را به فراتر از این عصر در گذشته گسترش دهیم، زیرا ریاضیات در تکینگی از کار می‌افتد و هیچ برونمایی در فیزیک شناخته‌شده امکان‌پذیر نیست. بهترین چیزی که می‌توان گفت این است که ماده به‌گونه‌ای در $t = 0$ با چگالی بینهایت و انرژی بینهایت به وجود آمده است. در صورت امکان، البته می‌توانیم فیزیک شناخته‌شده را به دلخواه تا نزدیکی این لحظه برونمایی کنیم، اما باید همواره داشته باشیم $t > 0$.

این فرایند دارای تضادهای درونی است. مثلاً، اصل گنش که از افزودن گنش هیلبرت (۱۰۳.۲)، به گنش (۸۰.۲) به وجود می‌آید تا معادله‌های نسبیت عام را به دست دهد، فرض می‌کند که حجم

ν به دلخواه انتخاب شده است. معادله‌های اینشتین هم به همین ترتیب به دست آمده‌اند. با وجود این، وقتی این معادله‌ها را حل می‌کنیم و مدل‌های فریدمان استاندارد را به دست می‌آوریم، به آغاز تکین می‌رسیم. بنابراین، به منظور حفظ فرضهای اصل وردشی، باید عصر تکین را از هر حجم ν انتخاب شده در تمرین وردشی کنار بگذاریم. بنابراین به مورد ذاتاً متناقضی می‌رسیم که در آن نتیجه‌گیری ما فرضی را که نتیجه‌گیری مبتنی بر آن است مجاز نمی‌شمارد.

آیا می‌توانیم این چارچوب بنیادی کیهان‌شناسی مهبانگ را تغییر دهیم تا عصر تکین آفرینش کنار گذاشته شود و آغاز آن در شناخت ما از پدیده‌های اولیهٔ خلق ماده و انرژی در عالم باشد؟ اکنون مدل‌هایی را در نظر می‌گیریم که هدف آنها این کار بلندپروازانه است.

۲.۹ نظریهٔ حالت پایا

در سال ۱۹۴۸، در همان زمانی که جورج گاموف کار مطالعهٔ مفصل ویژگی‌های فیزیکی عالم را در حوالی عصر مهبانگ بررسی می‌کرد، سه منجم رهیافتی کاملاً متفاوت را به کیهان‌شناسی مطرح کردند. این مدل که اکنون به مدل حالت پایا (یا بدنام!) معروف است، دارای یک عصر تکین از نوع مهبانگ نیست، در واقع این مدل روی محور زمان کیهانی آغاز و پایانی ندارد. صحنهٔ کیهان‌شناسی پس از ارائه مدل حالت پایا به مدت دو دهه، با کوششهایی که در جهت کنار گذاشتن این مدل رقیب انجام می‌شد، جان تازه‌ای پیدا کرد. چه انگیزه‌ای باعث شد تا هرمان بوندی، توماس گلد و فرد هویل (نگاه کنید به شکل ۱.۹) کیهان‌شناسی حالت پایا را پیشنهاد کنند؟

قبل از هر چیز، در سال ۱۹۴۸ مقدار اندازه‌گیری شدهٔ $H_0^{-1} \equiv \tau_0$ فقط 1.8×10^9 سال بود. در نتیجه سن مدل استاندارد فریدمان نمی‌توانست از τ_0 —مقداری حتی کوچکتر از



شکل ۱.۹. تی. گلد (-۱۹۲۰)، اچ. بوندی (-۱۹۱۹) و اف. هویل (۲۰۰۱-۱۹۱۵).

زمین‌شناختی زمین!— تجاوز کند. از این رو دلیل محکمه‌پسندی برای تردید در این نتیجه‌گیری وجود داشت که عالم ۱/۸-۱ ~ بیلیون سال قبل آغاز شده است.

دلیل دوم که قبلاً در مقدمه بالا ذکر شد، آغازی غیرقابل قبول برای عالم در رویدادی تکین بود. علاوه بر آن، می‌توان پرسش فلسفی دیگری را مطرح کرد.

در مطالعه تاریخ گذشته عالم، آیا هیچ تضمینی وجود دارد که قانونهای فیزیکی که در اینجا و اکنون به کار می‌بریم همواره یکسان باقی مانده باشند؟ می‌توانیم فرض کنیم که چنین است و عالم در طول زمان تغییر قابل ملاحظه‌ای نکرده است. اما، عالمهای فریدمان چنین نیستند. محتوای فیزیکی و ویژگیهای یک مدل استاندارد نوعی بلافاصله پس از $t = 0$ تاکنون تغییر قابل ملاحظه‌ای می‌کند (نگاه کنید به فصلهای ۵ تا ۷). بنابراین، فرض اینکه قانونهای فیزیکی در طول تاریخ مدل‌های استاندارد بدون تغییر مانده‌اند بیشتر یک اعتقاد است تا واقعیت اثبات‌شدنی. اگر آنها تغییر نکرده باشند، «حدسها» و «برونبایی‌هایی» که برای صحبت درباره عالم نخستین به کار بردیم، فرضیه‌هایی اثبات‌نشده خواهند بود.

امروزه، چنانکه در فصل ۱۰ خواهیم دید، مسئله سن هنوز وجود دارد، گرچه دیگر به اندازه‌ای که مقدار کم τ_0 در سال ۱۹۴۸ ایجاب می‌کرد جدی نیست. پرسشهای مربوط به تکینگی و آفرینش ماده هنوز در مدل‌های استاندارد وجود دارند: کاری که در فصل ۶ بررسی شد به ما نمی‌گوید که در $t = 0$ چه اتفاقی افتاد. گرچه می‌توان استدلال کرد که گرانی کوانتومی می‌تواند سرانجام مسئله‌های مربوط به تکینگی مهبانگ را حل کند، اما پیشرفت در این مورد تاکنون رضایت‌بخش نبوده است. رهیافت هوپل به نظریه حالت پایا برای حمله به مسئله آفرینش اولیه ماده طراحی شده بود. با این همه، همکارانش بوندی و گلد، فرض ثابت بودن قانونهای فیزیک را دارای بیشترین اهمیت می‌دانستند، زیرا این فرض به مبانی کیهان‌شناسی مربوط می‌شود.

۱.۲.۹ اصل کیهان‌شناختی کامل

بوندی و گلد استدلال می‌کردند که اصل کیهان‌شناختی (نگاه کنید به فصل ۳) این اطمینان را می‌دهد که قانونهای فیزیک که به صورت موضعی کشف شده‌اند دارای اعتبار جهانی هستند؛ اما این اصل به اندازه کافی کلی نیست. این اصل به ما می‌گوید که در هر زمان معین کیهانی t ، همه ناظران بنیادی جنبه‌های بزرگ مقیاس عالم را یکسان می‌بینند. پس این فرض که هیچ تغییر فضایی در قانونهای بنیادی فیزیک در هر زمان کیهانی مفروض صورت نمی‌گیرد موجه است. اما، با توجه به اصل کیهان‌شناختی نمی‌توان نتیجه گرفت که قانونهای فیزیک برحسب زمان تغییر نمی‌کنند.

برای فراهم ساختن چنین توجیهی بوندی و گلد اصل کیهان‌شناختی را به صورت آنچه آنها اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) نامیدند مستحکم ساختند. PCP بیان می‌کند که علاوه بر تقارنهای تلویحی اصل کیهان‌شناختی، عالم در بزرگ مقیاس برحسب زمان تغییر نمی‌کند. از این رو، ویژگیهای هندسی و فیزیکی ابررویه‌های $t = \text{const.}$ برحسب زمان تغییر نمی‌کند.

تأکید بر کیفیت «بزرگ مقیاس» ضرورت دارد. در مقیاس به اندازهٔ کافی کوچک بخشی مشاهده‌شدهٔ عالم تغییر می‌کند. به عنوان مثال، ستارگان در یک کهکشان پیرتر می‌شوند، شکل و ترکیب خوشه‌ای کوچک از کهکشانها برحسب زمان تحول می‌یابد، و غیره، به هر حال، با توجه به PCP ویژگیهای آماری جمعیت‌های بزرگ مقیاس تغییر نمی‌کند.

به عنوان مثال، ثابت هابل، چه آن را اکنون اندازه بگیریم و چه در هر زمان در گذشته یا آینده، باید یکسان باقی بماند، زیرا در اندازه‌گیری دقیق آن آهنگ انبساط عالم دخیل است. چون این یک ویژگی ساختار بزرگ مقیاس عالم است، ثابت بودن H بلافاصله نشان می‌دهد که

$$H = \dot{S}/S = \text{const.} = H_0, \quad \text{یعنی} \quad S = \exp(H_0 t) \quad (1.9)$$

به علاوه، خمیدگی یک ابررویهٔ $t = \text{const.}$ از k/S^2 به دست می‌آید. این را می‌توان در زمانهای مختلف اندازه گرفت و دریافت که بجز در موردی که $k = 0$ باشد تغییر می‌کند. (برای استدلال دیگری که به $k = 0$ می‌انجامد به تمرین ۴ نگاه کنید.) از این رو، PCP رهنمون ما به جزء خط یکتای زیر است

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{2H_0 t} [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \quad (2.9)$$

توجه کنید که بدون حل هیچ‌گونه معادلهٔ میدان، که در کیهان‌شناسی استاندارد برای تعیین $S(t)$ و k ضروری است، به جزء خط حالت پایای عالم رسیده‌ایم. بوندی و گلد این نتیجه را مثالی از توان قیاسی PCP ذکر کرده‌اند. دو مثال دیگر از نتیجه‌گیریهای این اصل به قرار زیر است. همین‌طور به خاطر داشته باشید که این جزء خط با آنچه دوسیده برای این مدل در سال ۱۹۱۷ به دست آورد یکسان است (فصل ۳).

انبساط عالم

جزء خط (۲.۹) به طور کامل با H_0 مشخص می‌شود. می‌توانیم داشته باشیم $H_0 = 0$ ، $H_0 < 0$ ، یا $H_0 > 0$ ، و همگی آنها با PCP سازگارند. برای حل این مسئله، با در نظر گرفتن شرایط ترمودینامیکی موضعی می‌توان نتیجه گرفت که $H_0 > 0$ زیرا، رصدهای ما نشان می‌دهند

که عالم در حوالی ما از حالت تعادل ترمودینامیکی فاصله بسیار دارد. ستارگان تابش می‌کنند؛ منطقه‌های با دماهای زیاد و کم در کهکشان و در خارج آن وجود دارند. اگر $H_0 = 0$ بود، یک عالم اقلیدسی بینهایت پیر داشتیم. چنین عالمی باید، همان‌طور که پارادوکس اولبرس ایجاب می‌کند، تاکنون به تعادل ترمودینامیکی رسیده باشد (به فصل ۴ نگاه کنید). اگر $H_0 < 0$ باشد عالم در حال انقباضی را خواهیم داشت که در آن تابش حاصل از اجسام دوردست دارای انتقال به آبی است. چنین تابشی به تابش زمینه بینهایتی می‌انجامد که حتی از آنچه محاسبات اولبرس نشان می‌دهد بدتر است. از این رو، رصدهای موضعی ما $H_0 \leq 0$ را غیرممکن می‌سازد و فقط $H_0 > 0$ را باقی می‌گذارد که با زمینه محدود و کم آسمان شب سازگار است (نگاه کنید به تمرین ۷). بنابراین عالم باید منبسط شود: این نتیجه‌گیری به کمک PCP و بدون نگاه کردن به طیف هیچ کدام از کهکشانهای مجاور به دست می‌آید!

آفرینش ماده

به راحتی دیده می‌شود که یک ویژه ۳-حجم V که با مختصات ثابت (r, θ, ϕ) تثبیت شده باشد برحسب زمان به صورت زیر افزایش می‌یابد

$$V \propto \exp(3H_0 t),$$

$$\dot{V}/V = 3H_0. \quad (3.9)$$

با توجه به فرضیه حالت پایا، چگالی عالم باید در $\rho = \rho_0$ ثابت بماند. بنابراین، جرم مقدار ماده موجود در حجم V یعنی $M \equiv V\rho_0$ باید به صورت زیر افزایش یابد

$$\dot{M} = 3H_0 V \rho_0.$$

به عبارت دیگر،

$$J = 3H_0 \rho_0. \quad (4.9)$$

آهنگ خلق ماده در واحد حجم را نشان می‌دهد. اگر از یکاهای cgs استفاده کنیم به دست می‌آوریم

$$J = 2 \times 10^{-46} \left(\frac{\rho_0}{\rho_c} \right) h_0^3 \text{ g cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \quad (5.9)$$

که ρ_c و h_0 در فصلهای ۳ و ۴ تعریف شده‌اند.

مقدار کوچک J نشان می‌دهد که برخلاف آفرینش انفجاری ماده در $t = 0$ ، خلق ماده به صورت آرام و پیوسته صورت می‌گیرد.

رهیافت قیاسی بالا اگرچه جذاب است، اما محدودیتهایی را نیز دارد. به عنوان مثال، رابطه‌ای کمی که H_0 را مثلاً مانند کیهان‌شناسیهای فریدمان به ρ مرتبط سازد نداریم. همین‌طور، هیچ نظریهٔ فیزیکی برای پدیده‌های مهمی چون آفرینش مداوم ماده نداریم. آیا قانون بی‌چون و چرای پایستگی ماده و انرژی در فرایند آفرینش ماده نقض شده است؟ بوندی و گلد متوجه این واقعیت بودند که پرسشهایی از این نوع را می‌توان به جای رهیافت قیاسی آنها با یک نظریهٔ دینامیکی پاسخ داد. اما، آنها حس می‌کردند که با استفادهٔ توأم از PCP و رصدهای محلی می‌توان ویژگیهای بزرگ مقیاس عالم را به صورتی تثبیت کرد که بتوان آن را با رصدها آزمود (نگاه کنید به بخش ۳.۹). بنابراین، آنها اهمیت زیادی را به رهیافتی دادند که به جای فرمولبندی نظریه‌ای دینامیکی که بتواند H_0 ، ρ_0 و غیره را به صورت کمی تعیین کند، PCP را با رصدها می‌آزمود.

۲.۲.۹ نظریهٔ میدانی برای آفرینش

از طرف دیگر، فرد هویل دیدگاه مخالف را اختیار کرد. او به دنبال فرایندی نظری بود که بتواند پدیدهٔ آفرینش ماده اولیه را توجیه کند. مقالهٔ سال ۱۹۴۸ او شامل اصلاح معادله‌های میدان نسبیت عام اینشتین بود که در آن طرف راست شامل یک تانسور صریح انرژی تکانه برای «میدان آفرینش» اسکالر بود. با این همه، پس از کوششهایی چند در جهت بهبود چارچوب، سرانجام فرمولبندی را پذیرفت که ام. اچ. ال. پریس^۱ پیشنهاد کرده بود. این فرمولبندی، که به نظریهٔ میدان- C معروف است را هویل و نگارنده در اوایل دهه ۱۹۶۰ به صورت گسترده به کار بردند. نکته‌های مهم نظریهٔ میدان- C به قرار زیرند.

اصل کنش

مانند رهیافت اولیهٔ هویل، نظریهٔ میدان- C شامل افزودن جمله‌های بیشتر به کنش استاندارد اینشتین-هیلبرت است (نگاه کنید به بخشهای ۸.۲ و ۹.۲) تا پدیدهٔ آفرینش ماده را نشان دهد. با بهره‌گیری از تیغ اوکام^۲، میدان اضافی که باید وارد شود یک میدان نرده‌ای با جرم و بار صفر است. این میدان را با C و مشتقهای آن نسبت به مختصات فضا-زمان x^i را با C_i نشان می‌دهیم. در این صورت کنش از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$A = \frac{e^3}{16\pi G} \int R\sqrt{-g}d^4x - \sum_a m_a c \int ds_a - \frac{1}{2c} f \int C_i C^i \sqrt{-g}d^4x + \sum_a \int C_i da^i \quad (6.9)$$

به جای جمله‌های الکترومغناطیسی (که در صورت وجود ذرات باردار وارد می‌شوند)، در (۶.۹) جمله‌های مربوط به میدان- C را داریم. برای پی‌بردن به تفاوت میان دو برهم‌کنش، توجه کنید که جمله آخر (۶.۹) مستقل از مسیر است. اگر جهانخط ذره a بین نقطه‌های پایانی A_1 و A_2 را در نظر بگیریم، داریم

$$\int_{A_1}^{A_2} C_i da^i = C(A_2) - C(A_1) \quad (7.9)$$

معمولاً، این جمله‌های مستقل از مسیر، سهمی در فیزیکی که از اصل کنش به دست می‌آید ندارند. پس چرا این جمله‌ها وارد شده‌اند؟ پاسخ این پرسش در مفهوم جهانخطهای «شکسته» نهفته است. نظریه‌ای که درباره آفرینش (یا نابودی) فی‌نفسه ماده بحث می‌کند باید جهانخطهای با آغاز و پایان (یا هردوی) محدود باشد. اگر جهانخط a را تغییر دهیم و تغییر کنش A در حجم حاوی نقطه A_1 را که در آن جهانخط آغاز می‌شود در نظر بگیریم (نگاه کنید به شکل ۲.۹) A_1 را به دست می‌آوریم (که اکنون تغییر کرده است)

$$m_a c \frac{da^i}{ds_a} g_{ik} - C_k = 0 \quad (8.9)$$

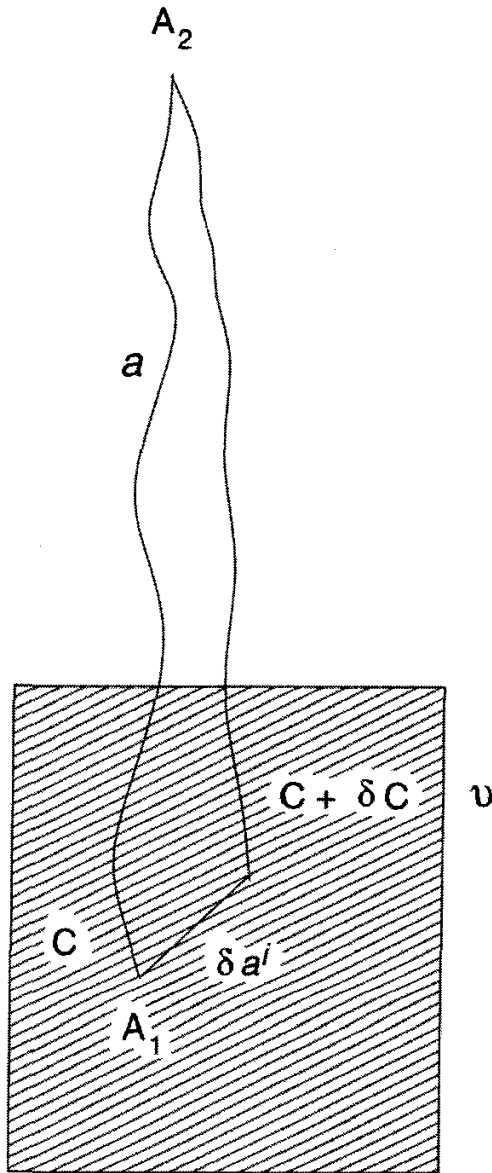
این رابطه نشان می‌دهد که انرژی و تکانه روی هم‌رفته در نقطه آفرینش پایسته هستند. ۴-تکانه ذره خلق‌شده با ۴-تکانه میدان- C خنثی می‌شود. بدیهی است که برای رسیدن به این توازن میدان- C باید دارای انرژی منفی باشد. بعداً به این نکته باز خواهیم گشت. همین‌طور متوجه می‌شویم که چون جمله آفرینش مستقل از مسیر است، معادله حرکت a هنوز معادله یک ژئودزیک است:

$$m_a \left(\frac{d^2 a^i}{ds_a^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{da^k}{ds_a} \frac{da^l}{ds_a} \right) = 0 \quad (9.9)$$

ثابت f در کنش (۶.۹) یک ثابت جفت‌شدگی است. تغییرات C معادله چشمه را به صورت

زیر می‌دهد

$$C_{;k}^k = c f^{-1} \bar{n} \quad (10.9)$$



شکل ۲.۹ جهانخط a در A_1 آغاز می‌شود و در A_2 پایان می‌یابد. اگر تغییرات ناحیهٔ هاشوردار را در نظر بگیریم، نقطهٔ A_1 به اندازهٔ δa^i جابه‌جا می‌شود. این جابه‌جایی جملهٔ برهم‌کنش را به اندازهٔ $-\delta C = C_i \delta a^i$ تغییر می‌دهد. تغییر قسمت لخت کنش نیز سهم $\delta a^i p_i^{(a)}$ را در کنش دارد که $p_i^{(a)}$ -تکانهٔ ذرهٔ a است. نتیجهٔ (۸.۹) پیامد مساوی قرار دادن سهم خالص δA در A_i برابر صفر است.

که \bar{n} تعداد رویدادهای آفرینش خالص به‌ازای ویژهٔ \mathcal{A} -حجم است. در محاسبهٔ \bar{n} یک علامت + به نقطه‌هایی چون A_1 که در آن یک جهانخط آغاز می‌شود و یک علامت - به نقطه‌های چون A_2 که در آن جهانخط پایان می‌یابد اضافه می‌کنیم. باز هم در (۱۰.۹) رابطهٔ میان میدان C و رویدادهای آفرینش/نابودی را ملاحظه می‌کنیم.

سرانجام، تغییر g_{ik} به معادله‌های میدان اصلاح‌شدهٔ اینشتین می‌انجامد

$$R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R = -\frac{\Lambda \pi G}{c^4} \left(T_{(m)}^{ik} + T_{(C)}^{ik} \right) \quad (۱۱.۹)$$

که $T_{(m)}^{ik}$ مانند فصلهای قبل تانسور ماده است در حالی که

$$T_{(C)}^{ik} = -f(C^i C^k - \frac{1}{4} g^{ik} C^l C_l) \quad (12.9)$$

باز هم متوجه می‌شویم که برای $f > 0$ داریم $T_{(C)}^{00} < 0$. از این رو، میدان C دارای چگالی انرژی منفی است که یک اثر دافعه گرانشی تولید می‌کند. این نیروی دافعه است که باعث انبساط عالم می‌شود. اثر بالا می‌تواند مشکل وابسته به نظریه کوانتومی میدانهای با انرژی منفی را حل کند. چون این میدانها دارای حالت با کمترین انرژی نیستند، معمولاً سیستمهای پایدار تشکیل نمی‌دهند. سقوط به حالتهای با انرژی کمتر و کمتر در صورتی به طور اجتناب‌ناپذیر رخ می‌دهد که در یک حالت با انرژی منفی اختلالی در میدان ایجاد کنیم. به هر حال، اگر فیدبک (۱۲.۹) را در هندسه فضا زمان از طریق (۱۱.۹) در نظر بگیریم این نتیجه‌گیری تغییر می‌کند. این فیدبک باعث انبساط فضا و کم شدن مقدار انرژی میدان می‌شود. هر دوی این اثرها در جهت مخالف عمل و به پایداری سیستم کمک می‌کنند.

معادله‌های کیهان‌شناختی

با بهره‌گیری از جزء خط رابرتسون-واکر^۱ و این فرض که ذره خلق شده توسط میدان C دارای جرم m است، از (۸.۹) تا (۱۲.۹) معادله‌های زیر را به دست می‌آوریم:

$$\dot{C} = mc^2, \quad (13.9)$$

$$mf \left(\ddot{C} + 3 \frac{\dot{S}}{S} \dot{C} \right) = \left(\dot{\rho} + \frac{\dot{S}}{S} \rho \right) c^2; \quad (14.9)$$

$$2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{4\pi G f}{c^4} \dot{C}^2, \quad (15.9)$$

$$3 \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = 8\pi G \left(\rho - \frac{f}{2c^4} \dot{C}^2 \right) \quad (16.9)$$

به آسانی می‌توان نشان داد که جواب حالت پایایی (۲.۹) از این معادله به‌ازای رابطه‌های زیر به دست می‌آید

$$k = 0, \quad S = e^{H_0 t}, \quad \rho = \rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G} = fm^2 \quad (17.9)$$

توجه کنید که هر دوی H_0 و ρ_0 برحسب فرایندهای آفرینش بنیادی، یعنی ثابت جفت‌شدگی f و جرم ذرهٔ آفریده داده شده‌اند. از این رو، رهیافت هوپل حاوی اطلاعات کمی است که رهیافت قیاسی PCP ندارد.

اختلال مرتبهٔ اول معادله‌های بالا و جواب (۲.۹) نشان می‌دهند که جواب پایدار است (نگاه کنید به تمرین ۲۰). در واقع، تحلیل پایداری نقش کلیدی (۸.۹) را نمایان می‌سازد. این تحلیل نشان می‌دهد که ذرات خلق‌شده دارای جهانخطهای مربوط به خود در امتداد عمود بر رویه‌های $C = \text{const.}$ هستند. هوپل استدلال کرده است که چنین نتیجه‌ای تأیید فیزیکی فرضیهٔ وایل است: یعنی نشان می‌دهد که چرا جهانخطهای ناظران بنیادی بر خانوادهٔ خاصی از اَبَررویه‌ای فضاگونه متعامدند. در کیهان‌شناسی میدان- C این اَبَررویه‌ها فقط مفاهیم مجرد نیستند بلکه برمبنای فیزیکی برگزیده شده‌اند.

آفرینش انفجاری

اگرچه میدان- C در درجه اول برای به حساب آوردن آفرینش پیوستهٔ ماده وارد شد، اما نگارنده در سال ۱۹۷۳ نشان داد که این میدان آفرینش انفجاری ماده را نیز که برای کیهان‌شناسی مهبانگ ضروری است به حساب می‌آورد. در زیر نشان می‌دهیم که این مورد چگونه برای $k = 0$ به دست می‌آید.

در معادله‌های (۱۳.۹) تا (۱۶.۹)، از این ایده استفاده کردیم که تمام ماده در یک فرایند انفجاری در $t = 0$ خلق شده است. پس طرف راست (۱۴.۹) مانند یک تابع دلتا $\delta(t)$ است، که به جواب زیر می‌انجامد

$$\dot{C} = \frac{A}{S^3}, \quad A = \text{const.}$$

توجه کنید که این جواب، بجز برای دورهٔ $t = 0$ ، با (۱۳.۹) ناسازگار است. این موضوع تعجب‌آور نیست، زیرا فرض کردیم که آفرینش ماده پس از $t = 0$ صورت می‌گیرد. بنابراین، شرط آفرینش (۸.۹) در $t > 0$ صادق نیست.

با قرار دادن \dot{C} در (۱۶.۹)، می‌توانیم از S انتگرال بگیریم و جواب زیر را به دست آوریم

$$S(t) \propto \left(1 + \frac{(t+t_1)^2}{t_0^2} \right)^{1/3} \quad (18.9)$$

که t_0 و t_1 ثابت‌هایی وابسته به شرایط اولیه در $t = 0$ هستند (نگاه کنید به تمرین ۲۲).

عامل مقیاس (۱۸.۹) رفتاری مانند مدل استاندارد اینشتین-دوسیته برای $t \gg t_0$ دارد. در مدل میدان- C نه تنها از تکینگی فضا-زمان در $t = 0$ اجتناب می‌شود، بلکه ماده فعلی را ناشی از انفجار آغازینی می‌بینیم که انرژی و تکانه را پایسته نگه می‌دارد.

این پایستگی انرژی و تکانه باید به‌طور کلی برای هر مدل میدان- C به‌دست آید، زیرا معادله‌های حاکم بر آن از یک اصل کنش به‌دست می‌آیند. بنابراین، انتقاد بر مبنای منشأ توجیه‌نشده ماده جدید، که می‌تواند در مورد آفرینش انفجاری کیهان‌شناسی استاندارد یا آفرینش پیوسته در روایت بوندی-گلد از مدل حالت پایا به‌کار رود، در مورد کیهان‌شناسی میدان- C مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. به بیان فیزیکی، آفرینش توسط فرایند تبادل انرژی و تکانه بین میدان- C با انرژی منفی و ماده توجیه می‌شود. دیورژانس (۱۱.۹) فرمول ریاضی پایستگی انرژی را می‌دهد

$$T_{(m);k}^{ik} = f C^i C_{;k}^k \quad (19.9)$$

به راحتی می‌توان ثابت کرد که این فکر برای میدان انرژی مثبت عملی نیست (نگاه کنید به تمرین ۲۳).

۳.۹ پارامترهای قابل مشاهده نظریه حالت پایا

با کنار گذاشتن دینامیک مدل، اکنون به بعضی جنبه‌های قابل مشاهده نظریه حالت پایا می‌پردازیم. در اینجا اساساً با جزء خط (۲.۸) و ویژگیهای هندسی قابل استنتاج از آن سروکار داریم. در واقع، بوندی و گلد در مقاله اولیه خود تأکید کردند که مدل حالت پایا پیش‌بینی‌های دقیقی می‌کند و در نتیجه در برابر تأیید نشدن تجربی آسیب‌پذیر است. برخلاف مدل‌های مهبانگ، که همواره می‌توان پارامترهای اختیاری را در آن وارد ساخت. (این اظهار نظر در فصل‌های ۹ و ۱۰ با بحث درباره کیهان‌شناسی رصدی روشنتر می‌شود.)

چون محاسبه‌های مربوط به این جنبه‌های قابل مشاهده را در فصل‌های ۳ و ۴ به تفصیل انجام داده‌ایم، در اینجا به‌طور مختصر فقط نتیجه‌ها را ذکر می‌کنیم.

انتقال به سرخ

انتقال به سرخ یک کهکشان G_1 در (r_1, θ_1, ϕ_1) که نور را در t_1 گسیل و ناظر O در $r = 0$ آن را در عصر حاضر دریافت می‌کند عبارت است از

$$z_1 = e^{H_0(t_0 - t_1)} - 1 = r_1 \frac{H_0}{c} e^{H_0 t_0} \quad (20.9)$$

فاصله درخشندگی

این فاصله برای کهکشان بالا از رابطه زیر به دست می آید

$$D_1 = \frac{c}{H_0} z_1 (1 + z_1) \quad (21.9)$$

معادله (۲۱.۹) قانون هابل برای کیهان‌شناسی حالت پایاست. از (۱.۹) همچنین مشاهده می‌کنیم که پارامتر شتاب منفی q_0 برای این کیهان‌شناسی دارای مقدار -1 است.

افق رویداد

اگر به دنبال سیگنالهایی باشیم که ناظران عصر حاضر t_0 به سوی ما گسیل می‌دارند، در صورتی سیگنالهایی را در عصر آینده محدود $t > t_0$ دریافت خواهیم داشت که ویژه فاصله متریک $rS(t_0)$ آنها کوچکتر از c/H_0 باشد که در این صورت شعاع افق رویداد عالم حالت پایاست. می‌توان نشان داد که این مدل دارای افق ذره نیست.

اندازه زاویه‌ای

زاویه $(\ll 1) \Delta\theta$ که یک چشمه نجومی با تصویر اندازه خطی d و انتقال به سرخ z در O به وجود می‌آورد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta\theta = \frac{H_0}{c} d \left(\frac{1+z}{z} \right). \quad (22.9)$$

بنابراین اندازه زاویه‌ای با $z \rightarrow \infty$ به یک کمینه محدود میل می‌کند.

چگالی شار

فرمول (۵۷.۳) در این مورد به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi \left(\frac{c}{H_0} \right)^2 z^2 (1+z)^2} \quad (23.9)$$

برای (۵۶.۳)، به دست می‌آوریم

$$\tilde{\mathcal{F}}(\nu_0) = \frac{LJ(\nu_0 (1+z))}{4\pi \left(\frac{c}{H_0} \right)^2 z^2 (1+z)} \quad (24.9)$$

شمارش تعداد

در نمادگذاری بخش ۱۱.۳، تعداد چشمه‌های با انتقال به سرخ کمتر از z از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N(z) = 4\pi n \left(\frac{c}{H_0} \right)^3 \left(\ln(1+z) - \frac{3z^2 + 2z}{2(1+z)^2} \right) \quad (25.9)$$

توزیع سن کهکشانها

کهکشانهای جدید همواره در عالم در حالت پایا تشکیل می‌شوند. چون عالم منبسط می‌شود، کهکشانها، پس از تشکیل، از یکدیگر دور می‌شوند. از این رو، هرچه جمعیتی از کهکشانها پیرتر باشند، توزیع آنها پراکنده‌تر خواهد بود. چون حجمی که کهکشانها در بر می‌گیرند با افزایش زمان به صورت $\exp(3H_0 t)$ افزایش می‌یابد، از رابطه سن-چگالی کهکشانها نتیجه ساده‌ی زیر را به دست

می‌آوریم

$$Q(\tau) \propto e^{-3H_0 \tau} \quad (26.9)$$

که $Q(\tau)d\tau$ ویژه چگالی عددی کهکشانهای دارای سن بین τ و $\tau + d\tau$ است. بنابراین، سن میانگین $(3H_0)^{-1}$ است.

۴.۹ ملاحظات فیزیکی و اخترفیزیکی

در این بخش به طور مختصر به ایده‌هایی می‌پردازیم که گاهی در بستر نظریه حالت پایا مطرح می‌شود تا به مسئله‌هایی چون سرشت ذرات خلق شده، تشکیل کهکشانها، منشأ تابش زمینه ریزموج، و غیره پردازد. برخی از این مفاهیم ممکن است هنوز مطرح باشند اگرچه تصویر کیهان‌شناختی حالت پایا دوام نیاورده است.

۱.۴.۹ عالم داغ

در سال ۱۹۵۸ گلد و هویل این فرضیه را مطرح کردند که ماده آفریده شده به صورت نوترون بوده است. آفرینش نوترونها هیچ قانون پایستگی استاندارد فیزیک ذرات، بجز ثابت بودن تعداد باریونها، را نقض نمی‌کند. اگرچه این موضوع در سال ۱۹۵۸ یک ایراد بود، اما امروز دیگر عدد باریونی ناوردا در نظر گرفته نمی‌شود. در واقع، در فصل ۶ دیدیم که چگونه در عالم اولیه سناریوهایی براساس ناپایستگی باریونی برای توجیه تعداد باریونهای مشاهده شده در عالم در نظر گرفته شدند. در تصویر گلد-هویل نوترونهای آفریده شده در معرض واپاشی بتا قرار می‌گیرند



پایستگی انرژی و تکانه باعث می‌شود که الکترونها بیشتر انرژی جنبشی را بگیرند و در نتیجه دارای دمای جنبشی زیاد $10^9 \text{ K} \sim$ بشوند (نگاه کنید به تمرین ۲۹). گلد و هویل استدلال کردند که این ناهمگنی ناشی از دمای زیاد به تولید ماشینهای گرمایی بین منطقه‌های داغ و سرد می‌انجامد، که گرادیانهای فشار لازم برای تشکیل چگالشهایی با اندازه $5^\circ \text{ Mpc} \geq$ را فراهم می‌آورند (نگاه کنید به تمرین ۳۰). همان‌طور که قبلاً در فصل ۷ دیدیم، نیروهای گرانشی خالص نمی‌توانند تصویر رضایت‌بخشی از تشکیل کهکشان به دست دهند. گرادیانهای دمای ایجاد شده در عالم داغ گلد و هویل به این فرایند کمک می‌کند.

به هر حال، سیستم حاصل یک کهکشان تنها نیست، بلکه ابرخوشه‌ای متشکل از تقریباً 10^3 تا 10^4 عضو است. به این ناهمگنی‌های بزرگ مقیاس در توزیع کهکشانها در فصل ۱ اشاره کردیم. ناهمگنی‌ها در این مقیاس بزرگ $5^\circ \text{ Mpc} \geq$ ما را به احتیاط در کاربرد دقیق اصل کیهان‌شناسی وا می‌دارد. به‌عنوان مثال، فرمول (۲۶.۸) برای توزیع سن کهکشانها در این مدل برای ناحیه‌ای بسیار بزرگتر از 5° Mpc صادق است. اگر در یک کهکشان معین باشیم، انتظار داریم که اغلب کهکشانها در فاصله مثلاً 2° یا 3° Mpc سنی چون کهکشان ما داشته باشند. بنابراین، تعجب‌آور نیست که نمونه موضعی ما سن متوسطی بسیار بزرگتر از میانگین کلی $3 \times 10^9 h_0^{-1} \approx (3H_0)^{-1}$ سال به دست دهد.

اگرچه الکترونهاي تازه تولید شده دارای دمای جنبشی $10^9 \text{ K} \sim$ هستند، اما دما بر اثر انبساط فرومی‌افتد. دمای میانگین سه-پنجم این مقدار، یعنی در حدود $10^8 \text{ K} \times 6$ است. هویل در سال ۱۹۶۳ پیشنهاد کرد که این محیط میان کهکشانی داغ پرتو X زمینه مشاهده شده را تولید می‌کند. اما، برآوردهای کمی ار. جی. گولد^۱ به زودی نشان داد که پرتو X زمینه در عالم داغ بسیار بیشتر از چیزی است که مشاهده می‌شود، در نتیجه عالم داغ غیرقابل دفاع است. اگرچه اندازه‌گیریهای زمینه فعلی این عالم داغ را برای $h_0 \approx 0.5$ منتفی نمی‌سازد، اخترفیزیکدانان مایل‌اند توجیه‌های دیگری را برای منشأ پرتو X زمینه بیابند.

اگرچه مدل عالم داغ اکنون بی‌اعتبار شده است اما این مدل تمرینی برای ارتباط فیزیک ذرات (واپاشی نوترون) با تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس در عالم بود.

۲.۴.۹ عالم حبابی

در سال ۱۹۶۶ هویل و نگارنده تأثیر افزایش ثابت جفت‌شدگی f به $10^{20} \sim$ را بررسی کردند. همان‌طور که فرمول (۱۷.۹) نشان می‌دهد، در این صورت عالم پایایی با چگالی بسیار زیاد ($\rho_0 \approx 10^{-8} \text{ g cm}^{-3}$) و مقیاس زمانی بسیار کوتاه (سال $1 \approx H_0^{-1}$) خواهیم داشت. اگر

آفرینش این عالم چگال در یک منطقه موضعی آغاز شود، یعنی اگر گذار فازی موضعی از مد سازنده به غیرسازنده داشته باشیم

$$C_{;i}^i = 0 \quad (28.9)$$

این منطقه موضعی طبق (۱۸.۹) منبسط می‌شود. چون چگالی این منطقه از اطراف آن کمتر است، بنابراین شبیه یک حباب هوا در آب است. خواننده می‌تواند با رجوع به فصل ۶ شباهتهای این مدل با مدل تورمی را، که پانزده سال بعد مورد توجه قرار گرفت، کشف کند.

با توجه به این مدل، این حباب تنها چیزی است که در بررسی کیهانشناسیها، کوازارها، و غیره می‌بینیم. از این رو، مشاهده‌ها، در مورد این اختلال ناپایدار اطلاعاتی بیش از عالم حالت پایای اطراف آن در اختیارمان می‌گذارند. به هر حال، اثرهای قابل مشاهده‌ای وجود دارند که دال بر مقدار زیاد f هستند. به‌عنوان مثال، این مؤلفان نشان داده‌اند که آفرینش ذره در حوالی اجسام جرم‌دار موجود افزایش می‌یابد و طیف انرژی ذرات حاصل شبیه پرتوهای کیهانی پرنرژی است. چگالی انرژی واقعی پرتوهای کیهانی به مقدار f زیاد که در اینجا برگزیده شد نیاز دارد.

۳.۴.۹ منشأ عناصر و زمینه ریزموج

بین سالهای ۱۹۶۴ و ۱۹۶۵ دو ضربه تقریباً مهلک به مدل حالت پایا وارد شد. هر دو ضربه ناشی از ملاحظات مربوط به عالم نخستین و عبارت بودند از، (۱) فراوانی هسته‌های سبک و (۲) کشف زمینه ریزموج. درباره این دو به اختصار بحث می‌کنیم.

همان‌طور که در بخش ۵ دیدیم، معلوم شد که ایده‌های گاموف فقط سنتز هسته‌های اولیه سبک را به‌طور موفقیت‌آمیز توصیف می‌کند، که عمدتاً به تولید هلیم و مقدار کمی دوتریم و هسته‌های سبک دیگر می‌انجامد. برای اغلب عناصر، ستارگان محیط مناسب برای سنتز هسته‌ای پی‌درپی را فراهم می‌سازد. این موضوع باعث شد که اغلب منجمان دهه ۱۹۵۰ فکر کنند که سنتز هسته‌ای در ستارگان فرایند کلیدی برای تمام عناصر است، زیرا حتی هلیم هم در ستارگان تولید می‌شد. این به‌نوبه خود باعث شد که منجمان باز هم از ایده‌های گاموف پشتیبانی کنند (نگاه کنید به تمرین ۳۴). بجز هلیم، کشف دوتریم روایت آغازین را معتبرتر ساخت، زیرا هیچ فرایند شناخته‌شده‌ای برای ساخت حتی مقدار اندک دوتریم در ستارگان وجود نداشت. بنابراین، نظریه حالت پایا، که عصر داغی برای ساختن چنین هسته‌هایی نداشت، در توجیه فراوانیهای مشاهده‌شده دچار مشکل شد. مورد مربوط به مهبانگ داغ با کشف زمینه ریزموج در سال ۱۹۶۵ حتی شدیدتر شد. مدل حالت پایا هیچ فرایند طبیعی برای نگهداری تابش زمینه در $3K \sim$ ندارد و هرگز از این دو ضربه

کاملاً بهبود نیافت. با وجود این، مدل به صورت اصلاح شده در سالهای ۱۹۹۰ دوباره مورد توجه قرار گرفت و با جنبه‌های اصلی آن را توصیف خواهیم کرد.

۵.۹ کیهان‌شناسی حالت-شبه-پایا

در سال ۱۹۹۳، فرد هوپل، جفری بریج و نگارنده (از این پس) HBN کیهان‌شناسی جدیدی را مطرح کردند که در عین وابستگی شدید به کیهان‌شناسی حالت پایای قبلی، امکان تحول در مقیاسهای زمانی کوتاهتر را فراهم می‌ساخت. این کیهان‌شناسی که به کیهان‌شناسی حالت-شبه-پایا یا QSSC معروف است از ملاحظات نظریه هوپل-نارلیکار سرچشمه می‌گیرد که در فصل ۸ بیان شد. بحث خود را با یک اظهار نظر کلی آغاز می‌کنیم.

می‌دانیم نسبت عام توصیف کاملی از پدیده‌های گرانشی در حد میدانهای گرانشی ضعیف به دست می‌دهد. در فصل ۲ موفقیت‌های آن را در زمینهٔ رصدی دیدیم. با این همه، هیچ دلیل تجربی یا رصدی وجود ندارد که درستی کمی نسبت عام را برای میدانهای گرانشی قوی مشخص کند. همان‌طور که قبلاً دیدیم، کیهان‌شناسی مهبانگ کار را از شرایط اولیه‌ای همراه با برونیا بیهای فراگیر در حوزه گرانشی و فیزیک انرژی‌های بالا آغاز می‌کند که برای آنها دلایل روشنی وجود ندارد. بنابراین، وقتی شق دیگری را برای آن در نظر می‌گیریم، بهتر است نقطه‌های ضعف مفهومی رهیافت استاندارد را شناسایی کنیم و راههایی را برای اجتناب از آنها بیابیم. HBN کار را از چیزی آغاز می‌کنند که آن را نقطه ضعف اصلی نسبت عام می‌دانند، یعنی چیزی که برخلاف بقیهٔ فیزیک مقیاس ناورد است. همه به این موضوع عادت داریم که نتیجه‌های فیزیک مستقل از یک‌گانه‌ها باشند که کمیتها را برحسب آنها بیان می‌کنیم. علت آن است که نتایج همواره اعداد بی‌بعد هستند. این وضعیت عادی برای یک‌گانه‌ها است که در هر نقطهٔ X فضا زمان یکسان باقی می‌مانند. اما، آیا چیزی در فیزیک وجود دارد که با تغییر یک‌گانه‌ها در نقطه‌های مختلف فضا زمان به صورت متفاوت تغییر کند؟ با استفاده از طول موج کامپتون ذره‌ای مشخص به عنوان یکای طول و توجه به اینکه $c = 1$ ایجاب می‌کند که یک‌گانه‌های زمان و فضا یکسان باشند، می‌توان دربارهٔ تغییر کلی مقیاس طول حاصل از تبدیل شکل زیر

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k \quad (29.9)$$

به

$$ds^{*2} = \Omega^2(x) g_{ik} dx^i dx^k \quad (30.9)$$

بحث کرد.

در فصل ۸، راجع به تبدیل معروف به تبدیل همدیس به اختصار بحث کردیم. در این تبدیل مختصات فضا-زمان نقطه‌های X در مسیر ذره ثابت می‌ماند. ویژه‌فاصله بین نقطه‌های مجاور است که با توجه به انتخاب تابع زده‌ای دوبار مشتق‌پذیر $\Omega(X)$ تغییر می‌کند. بدیهی است آزمایشهای محدود به مکانهایی که در آنها Ω به صورت قابل ملاحظه‌ای تغییر نمی‌کند تحت تأثیر قرار نمی‌گیرند. با این همه، ممکن است رویدادهای یک مکان از طریق انتشار یک میدان، مانند میدان الکترومغناطیسی، به مکانهای دوردست مرتبط شوند. امکان اینکه فیزیک از $\Omega(X)$ حتی برای مشاهده‌های مربوط به مکانهای با فاصله زیاد تأثیر نپذیرد را شرایطی مطرح می‌کند که در آنها مخروطهای نور در تبدیل (۳۰.۹) متأثر نشوند. البته اگر Ω محدود به شرط معروف به همدیس $\Omega \neq 0$ باشد. در واقع، معادله‌های ماکسول نسبت به (۳۰.۹) در صورتی که ناوردا هستند که تانسور میدان الکترومغناطیسی تغییر نکند

$$F_{ik}^* = F_{ik} \quad (31.9)$$

و با $A_i^* = A_i$ که از تبدیل پیمانه‌ای مناسب به دست می‌آید معادله موج برای ۴-پتانسیل نیز ناوردا خواهد بود. این ناوردایی را ناوردایی همدیس می‌نامند.

چون مختصه مکان ذرات تغییر نمی‌کند، تعداد ذراتی که در حجم معین مختصات سه‌بعدی شمرده می‌شوند باید تغییر نکند، گرچه ویژه حجم سه‌بعدی به صورت Ω^3 تغییر می‌کند. چون $|\psi|^2$ احتمالهای ذره به ازای واحد ویژه ۳-حجم را اندازه می‌گیرد، بنابراین تابع موج ψ در مکانیک کوانتومی برای تبدیل ψ به ψ^* طبق رابطه زیر ضروری است

$$\psi^* = \Omega^{-3/2} \psi \quad (32.9)$$

به علاوه، فاصله مختصات فضایی بین دو ذره بی‌تغییر می‌ماند، در حالی که ویژه‌فاصله به اندازه Ω تغییر می‌کند. چون طول موج کامپتون m^{-1} بعضی ذرات استاندارد مورد اخیر را اندازه می‌گیرد، لازم است که m طبق رابطه زیر به m^* تغییر کند

$$m^* = \Omega^{-1} m \quad (33.9)$$

پس تعداد طول موجهای کامپتون که دو ذره را از هم جدا می‌سازد یکسان باقی می‌ماند. این تداخل را می‌توان با در نظر گرفتن رفتار معادله دیراک

$$i\gamma^k \frac{\partial \psi}{\partial x^k} + m\psi = 0 \quad (34.9)$$

تحت تبدیلیهایی (۳۰.۹)، (۳۲.۹) و (۳۳.۹) به دقت آزمود برای انجام این کار ابتدا باید (۳۴.۹) را به فضای ریمانی تعمیم داد، بدین منظور به جای (۳۴.۹) می‌نویسیم،

$$i\gamma^k \psi_{;k} + m\psi = 0 \quad (35.9)$$

و جمله‌های نااقلیدسی را وارد مشتق هموردای میدان اسپینوری ψ می‌کنیم. (در این کتاب به میدانهای اسپینوری نپرداختیم؛ با این همه، می‌توانیم مشتق‌گیری هموردای اسپینوزها را در راستای بردارهایی تعریف کنیم که در فصل ۲ بررسی کردیم.) سپس می‌توانیم ناوردایی همدیس معادلهٔ دیراک، یعنی تبدیل (۳۵.۹) به رابطهٔ زیر را به دست دهیم

$$i\gamma^{*k} \psi_{;k}^* + m^* \psi^* = 0 \quad (36.9)$$

چون مکانیک کوانتومی نسبت به (۳۰.۹) ناوردا و در معرض (۳۳.۹) و (۳۴.۹) است و چون میدان الکترومغناطیسی نیز ناوردای همدیس است، پس مربوط به الکترودینامیک کوانتومی است. تحولات اخیر فیزیک در زمینهٔ فضاهاى مجرد ذرات را نیز مقیاس-ناوردا در نظر می‌گیریم. پس چرا گرانش باید تنها جنبهٔ فیزیک باشد که چنین نیست؟ HBN احساس کردند که اولین گام به سوی شناخت بهتر از کیهان‌شناسی باید علاج این نارسایی باشد و برای این کار دریافتند که صورت‌گرایی نظریهٔ گرانی هویل-نارلیکار که در فصل پیش بیان شد به صورت قابل‌تحسینی مناسب است. بنابراین این صورت‌گرایی را با توجه با QSSC دوباره بیان می‌کنیم. کار را با یافتن کنشی آغاز می‌کنیم که مقدار آن براثر تبدیل مقیاس تغییر نکند. برای مجموعه‌ای از ذرات a, b, \dots به جرمهای m_a, m_b, \dots شکل‌گنش به صورت زیر است

$$A = - \sum_a \int m_a(A) ds_a \quad (37.9)$$

که امکان تغییر جرم برحسب مکان در فضا زمان ایجاب می‌کند که جرم $m_a(A)$ مربوط به ذرهٔ a در نقطه‌های مختلف A مسیرش تغییر کند؛ همین‌طور برای دیگر ذرات.

با $ds_a^* = \Omega ds_a$ و $m_a^* = \Omega^{-1} m_a$ بدیهی است که (۳۷.۹) نسبت تبدیل (مقیاس)

همدیس ناورداست. در فصل پیش دیدیم که خمیدگی نرده‌ای به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$R^* = \Omega^{-2} (R + 6\Omega^{-1} \square \Omega) \quad (38.9)$$

و به همین اندازه روشن است که جملهٔ هیلبرت معمولی که به تانسور اینشتین می‌انجامد ناوردای همدیس نیست. بدین سبب است که معادله‌های نسبیت عام ناوردای همدیس نیستند. چون قبلاً

می‌توان متوجه این موضوع شد، درکنش کارآمد برای نسبیت عام، دارای ترکیب عجیبی از کمیت‌های فیزیکی و هندسی هستیم، بدون شک در اینجاست که باید تغییری صورت گیرد. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که هرگونه کوشش در جهت جایگزین کردن جمله هیلبرت معمولی با کمیت هندسی دیگر موفقیت‌آمیز نخواهد بود، بنابراین (۳۷.۹) به‌عنوان تنها امکان باقی می‌ماند، امکانی که سادگی آن شگفت‌انگیز است. معادله‌های گرانش را باید طبق معمول با تغییر مختصر در تانسور متریک، $g_{ik} \rightarrow g_{ik} + \delta g_{ik}$ در یک حجم کلی چهار بعدی با $\delta g_{ik} = 0$ در مرز این حجم به‌دست آورد. نتیجه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\delta \mathcal{A} = -\frac{1}{2} \int [T^{ik} + (?)] \delta g_{ik} \sqrt{-g} d^4x \quad (39.9)$$

که تانسور انرژی تکانه T^{ik} شکل عادی خود را دارد

$$T^{ik}(X) = \sum_a \int m_a(A) \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \quad (40.9)$$

و (?) تانسوری است که شکل آن را ویژگی جرم ذرات، یعنی تغییرات $m_a(X), m_b(X), \dots$ نسبت به مکان در فضا زمان تعیین می‌کند. معادله‌های گرانشی که از اصل کنش مانا، $\delta \mathcal{A} = 0$ برای همه δg_{ik} به‌دست می‌آیند، صرفاً به‌صورت زیرند

$$T^{ik} + (?) = 0 \quad (41.9)$$

اکنون «میدان جرم» $M(X)$ را طوری انتخاب کنید که در رابطه زیر صدق کند

$$\square_X M(X) + \frac{1}{\epsilon} R M(X) = \sum_a \int \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a \quad (42.9)$$

معادله (۴۲.۹) دارای هر دو جواب تعجیلی و تأخیری است. جزئیات جواب تعجیلی $M^{\text{adv}}(X)$ و جواب تأخیری $M^{\text{ret}}(X)$ را به‌صورت زیر بیان می‌کنیم. $M^{\text{ret}}(X)$ باید جواب به اصطلاح اصلی در حد فضا زمان تخت باشد. این ابهام ناشی از به‌دست آمدن $M^{\text{ret}}(X)$ از معادله موج همگن را برطرف می‌سازد. ابهام نظیر آن برای $M^{\text{adv}}(X)$ را می‌توان با این شرط فیزیکی که میدانهای بدون چشمه باید برابر صفر باشند برطرف کرد، زیرا

$$\square[M^{\text{adv}} - M^{\text{ret}}] + \frac{1}{\epsilon} R[M^{\text{adv}} - M^{\text{ret}}] = 0 \quad (43.9)$$

پیامد فوری این شرط مرزی آن است که $M^{\text{adv}} - M^{\text{ret}}$ ، که بدون چشمه است، باید صفر باشد، به طوری که

$$M^{\text{adv}}(X) = M^{\text{ret}}(X) = M(X) \quad (۴۴.۹)$$

اکنون معادله‌های گرانشی را می‌توان با قرار دادن

$$m_a(A) = M(A) \quad m_b(B) = M(B), \dots \quad (۴۵.۹)$$

به دست آورد. می‌توان تانسور (?) را تعیین کرد و همین‌طور نشان داد که در تبدیل همدیس، جرم میدان $M(X)$ مانند مورد (۳۳.۹) تبدیل می‌شود

$$M^*(X) = \Omega^{-1}(X)M(X) \quad (۴۶.۹)$$

نتیجه‌ای که از شکل معادله موج (۴۳.۹) به دست می‌آید (برای جزئیات به دست آوردن آن نگاه کنید به کتاب تألیف هویل و نارلیکار (۱۹۴۷، ص ۱۱۱) که در کتاب‌شناسی آمده است):

$$K(R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R) = -T_{ik} + M_i M_k - \frac{1}{2}g_{ik}g^{pq}M_p M_q + g_{ik}\square K - K_{;ik} \quad (۴۷.۹)$$

که

$$K = \frac{1}{6}M^2 \quad (۴۸.۹)$$

این معادله‌های گرانشی مقیاس-ناوردا هستند. شاید عجیب به نظر برسد، که از شروعی ساده‌تر از کنش معمول اینشتین-هیلبرت نتیجه‌ای پیچیده‌تر به دست آید؛ اما به نظر می‌رسد که این ویژگی قانونهای فیزیک باشد: هرچه بیان کلی اولیه آنها ساده‌تر و دقیق‌تر باشد پیامدهای تفصیلی و خاص آنها پیچیده‌تر می‌شود. با این همه، ناوردایی همدیس نظریه به کمک ما می‌آید. زیرا، باعث تغییر مقیاس زیر می‌شود

$$\Omega(X) = M(X)/\tilde{m}_0 \quad (۴۹.۹)$$

که \tilde{m}_0 ثابتی با ابعاد $M(X)$ است. پس از تغییر مقیاس، جرم ذره در همه جا \tilde{m}_0 می‌شود و جمله‌های مشتق، برحسب جرم تبدیل‌یافته، از معادله‌های گرانشی حذف می‌شوند. سپس، با تعریف ثابت گرانش G به صورت زیر

$$G = \frac{3}{4\pi\tilde{m}_0^2} \quad (۵۰.۹)$$

معادله (۴۷.۹) شکل نسبیت عام را به خود می‌گیرد

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = -\lambda\pi GT_{ik} \quad (51.9)$$

اکنون معلوم می‌شود که چرا معادله‌های نسبیت عام مقیاس-ناوردا نیستند. معادله‌های مقیاس-ناوردای (۴۷.۹) نسبت به مقیاسی خاص، یعنی مقیاسی که در آن جرم ذرات در همه جا یکسان است، به صورت این معادله‌ها درمی‌آیند.

۶.۹ ذرات پلانک

از معادله موج (۴۷.۹) به راحتی می‌توان دید که $M(X)$ دارای ابعاد $^{-1}$ (طول) است و همین‌طور برای \tilde{m}_0 . در فیزیک ذرات اغلب از یک‌گانه‌ای استفاده می‌شود که برای آنها هم سرعت نور c و هم ثابت پلانک \hbar برابر واحد هستند و برحسب این یک‌گانه جرم دارای ابعاد $^{-1}$ (طول) است. اگر فرض کنیم که این یک‌گانه در بحث بالا به کار می‌روند، از (۵۰.۹) به دست می‌آوریم،

$$\tilde{m}_0 = [3/(4\pi G)]^{1/2} \quad (52.9)$$

که با $\hbar = c = 1$ ، جرم ذره پلانک می‌شود. این نشان می‌دهد که در نظریه گرانش بدون برهم‌کنش‌های فیزیکی دیگر، ذرات باید دارای جرم (۵۲.۹) باشند، که برحسب یک‌گانه‌های عملی معمولی با استفاده از مقدار G تجربی در حدود $g \cdot 10^{-5}$ به دست آمده است. اگر m_P جرم ذرات نسبت به یک‌گانه‌ی تجربی باشد و یک‌گانه‌های عملی تجربی را برای زمان و طول نیز در نظر بگیریم، به طوری که دیگر c و \hbar برابر واحد نشوند. خواهیم داشت

$$\tilde{m}_0 = m_P c / \hbar \quad (53.9)$$

معادله‌های گرانشی (۵۱.۹) عبارت‌اند از

$$\frac{1}{\epsilon} \tilde{m}_0^2 \left(R^{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R \right) = - \sum_a \tilde{m}_0 \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \quad (54.9)$$

طرف راست تانسور انرژی تکانه ذرات a, b, \dots است. با استفاده از (۵۳.۹) برای جایگزین کردن \tilde{m}_0 با m_P به دست می‌آوریم

$$R^{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R = - \frac{\epsilon \hbar}{c^3 m_P^2} \sum_a m_P c^2 \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \quad (55.9)$$

با مساوی قرار دادن $\Lambda\pi G/c^2$ با $6\hbar/(m_P^2 c^2)$ ، اینها به صورت معادله‌های نسبیت عام در می‌آیند، یعنی، برای

$$m_P = \left(\frac{3\hbar c}{4\pi G} \right)^{1/2} \quad (56.9)$$

وقتی از مقدار G که به صورت تجربی تعیین شده است در معادله (۵۶.۹) استفاده کنیم، این مقدار جرم ذره پلانک، یعنی 1.06×10^{-5} می‌شود که در بالا گفتیم. به زودی خواهیم دید که ذره پلانک در QSSC نقشی کلیدی به عنوان ذره بنیادی دارد که باید آفریده شود. با این همه، قبل از پرداختن به این جنبه از نظریه، می‌خواهیم نگاهی دیگر به امکان داشتن یک ثابت کیهان‌شناختی در این کیهان‌شناسی اندازه‌گیری کنیم.

۷.۹ ثابت کیهان‌شناختی

به خاطر دارید که در فصل پیش به این نتیجه رسیدیم که اگر معادله موج به دست آمده برای لختی خطی باشد، صورت‌گرایی بالا به معادله اینشتین بدون ثابت کیهان‌شناختی می‌انجامد. اکنون نشان می‌دهیم که اگر فرض خطی بودن را حذف کنیم، نظریه وجود یک ثابت کیهان‌شناختی را به صورت طبیعی مجاز می‌دارد. به علاوه، اندازه آن را ساختار بزرگ‌مقیاس عالم تعیین می‌کند.

اگر $M^{(a)}(X), M^{(b)}(X), \dots$ را میدانهای جرم حاصل از تک‌تک ذرات پلانک a, b, \dots در نظر بگیریم، میدان جرم کل

$$M(X) = \sum_a M^{(a)}(X) \quad (57.9)$$

هنگامی در معادله موج (۴۲.۹) صدق می‌کند که $M^{(a)}, M^{(b)}, \dots$ در معادله زیر صادق باشند

$$\square M^{(a)} + \frac{1}{6} R M^{(a)} = \int \frac{\delta_T(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a, \dots \quad (58.9)$$

ناوردایی مقیاس کمی ایجاب می‌کند که تبدیل همه میدانهای جرم به صورت

$$M^{*(a)} = M^{(a)} \Omega^{-1} \quad (59.9)$$

نسبت به تغییر مقیاس Ω باشد، وقتی هر دو طرف راست و چپ معادله موج به فرم ستاره‌دار خود ضربدر Ω^{-3} تبدیل می‌شوند، یعنی طرف چپ معادله (۵۸.۹) به $(\square M^{*(a)} + \frac{1}{6} R^* M^{*(a)}) \Omega^{-3}$

و طرف راست آن به

$$\Omega^{-3} \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g^*(A)}} ds_a^*$$

تبدیل می‌شود. در این صورت ضریب Ω^{-3} حذف می‌شود و معادله ناوردای مناسبی به دست می‌آید. بدیهی است که این حذف شدن در صورتی بدون تأثیر است که به جای معادله موج (۵۸.۹) که M^a در آن صدق می‌کند، داشته باشیم

$$\square M^{(a)} + \frac{1}{6} RM^{(a)} + M^{(a)\tau} = \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a \quad (60.9)$$

چون جمله مکعب نسبت به Ω به صورت $\Omega^{-3} M^{*(a)\tau}$ تبدیل می‌شود. تغییر از (۵۸.۹) به (۶۰.۹) ناوردایی مقیاس را ظاهراً در گسترده‌ترین شکل آن حفظ می‌کند. چون قانونهای فیزیک از جنبه‌های دیگر ویژگیهایی با پهن‌ترین گستره سازگار با شکل‌های ناوردایی مربوطه را اختیار می‌کنند؛ شاید فکر کنیم که در اینجا نیز باید چنین باشد، که در این صورت (۶۰.۹) به جای (۵۸.۹) معادله موج صحیح برای $M^{(a)}$ است؛ و همین‌طور $M^{(b)}$ ، ... میدانهای جرم سایر ذرات پلانک‌اند.

با این همه، این انحراف از خطی بودن در معادله‌های موج تک‌تک ذرات مانع از به دست آوردن معادله‌ای مشابه برای $M = \sum_a M^{(a)}$ می‌شود. با وجود این، افزودن تک‌تک معادله‌ها را می‌توان در عالمی همگن در نظر گرفت تا به معادله موجی تقریبی برای M به صورت زیر بینجامد

$$\square M + \frac{1}{6} RM + \Lambda M^\tau = \sum_a \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a \quad (61.9)$$

$$\Lambda = N^{-2} \quad (62.9)$$

که N تعداد مؤثر ذرات سهمیم در مجموع $\sum_a M^{(a)}$ است. این مجموع را می‌توان با قطع اولبرس گونه‌ای تعیین کرد، که بخش عالم اطراف نقطه X تا انتقال به سرخ از مرتبه واحد در $M(X)$ آن دخیل است. در عالم قابل مشاهده این جرم کل در حدود $10^{22} M_\odot \sim$ می‌شود که برای $10^{60} \times 2 \sim$ ذره پلانک کافی است. با این مقدار N

$$\Lambda \simeq 2,5 \times 10^{-121} \quad (63.9)$$

گام بعدی توجه به این نکته است که معادله موج (۶۰.۹) به صورت متداول نظریه میدان از

$\delta A = 0$ برای تابع نرده‌ای $M \rightarrow M + \delta M$ هنگامی به دست می‌آید که به رابطه زیر اعمال شود

$$A = -\frac{1}{2} \int \left(M_i M^i - \frac{1}{6} R M^2 \right) \sqrt{-g} d^4 x + \frac{1}{4} \Lambda \int M^4 \sqrt{-g} d^4 x - \sum_a \int \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} M(X) ds_a \quad (64.9)$$

در مقیاسی که در آن M در همه جا m_P است، جمله مشتق در (۶۴.۹) از میان می‌رود و چون $G = 3/(4\pi m_P^2)$ است. جمله برحسب R همان جمله هیلبرت می‌شود، انتگرالهای خطی نیز چنین‌اند؛ از شرط اینکه جمله‌های باقیمانده یکسان باشند به دست می‌آوریم

$$\lambda = -3\Lambda m_P^2 \quad (65.9)$$

بنابراین نه تنها ثابت کیهان‌شناختی که اندازه‌اش را نیز به دست آورده‌ایم، چیزی که فراتر از دیدگاه معمولی نظریه است. با در نظر گرفتن Λ برابر $10^{-121} \times 2.5$ مانند (۶۳.۹) و با m_P برابر عکس طول موج کامپتون ذره پلانک، $3 \times 10^{32} \text{ cm}^{-1}$ ، از (۶۵.۹) به دست می‌آوریم

$$\lambda \simeq -2 \times 10^{-56} \text{ cm}^{-2} \quad (66.9)$$

که با مقداری که قبلاً برای λ فرض کردیم سازگاری نزدیک دارد. در کیهان‌شناسی مهبانگ کلاسیک هیچ نظریهٔ دینامیکی وجود ندارد که اندازهٔ λ را به چگالی یا مرتبه سایر ویژگیهای فیزیکی ماده مرتبط سازد. برای سازگاری رصدی فرض می‌کنیم که λ اکنون از مرتبهٔ (۶۶.۹) است. اما، علامت ثابت کیهان‌شناختی در اینجا منفی به دست می‌آید. به طوری که خواهیم دید، این اختلاف مهم مسئول تولید نوسانهای کراندار است. اگرچه، در کیهان‌شناسی استاندارد، λ مثبت در نظر گرفته می‌شود، اما بعداً در این فصل خواهیم دید که در چارچوب کیهان‌شناسی مورد بحث در اینجا، λ منفی با مشاهده‌ها ناسازگار نیست.

به دست آوردن λ دینامیکی در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد در صورتی امکان‌پذیر است که به عصرهای تورمی نخستین برویم. با این همه، مقادیر λ که از این نوع محاسبه‌ها به دست می‌آید به صورت ناراحت‌کننده‌ای بزرگ، و در حدود $10^{120} - 10^{108}$ برابر مقداری است که از (۶۶.۹) به دست می‌آید. پس مسئله به این صورت در می‌آید که چگونه مقدار λ را از این مقادیر زیاد به گسترهٔ قابل قبول کنونی کاهش دهیم. برخلاف آن، برای به دست آوردن رابطهٔ کنونی با فرضهای نظری اندک به گسترهٔ قابل قبولی از مقادیر می‌رسیم. همین‌طور، رضایت خاطر در مشاهدهٔ این را هم داریم که کوچکی آن با عدد بزرگ N مرتبط می‌شود.

ذرات پلانک، هنگامی که به جای جفت‌شدگی جرم آنها مقادیر مربوط به ثانویه‌های پایدار را قرار دهیم، در معرض واپاشی سریع قرار می‌گیرند. رابطه (۶۶.۹) در صورتی همچنان معتبر می‌ماند که ذرات ثانویه به همان طورت متناسب با جمله مکعبی با هم برهم‌کنش کنند که ذرات پلانک اولیه با یکدیگر داشتند.

۸.۹ آفرینش ماده

اکنون به تفاوت بنیادی QSSC با کیهان‌شناسی استاندارد، یعنی امکان آفرینش گاه‌به‌گاه ماده جدید می‌پردازیم. همان‌طور که خواهیم دید، اصل‌کنش این امکان را صرفاً با این فرض مجاز می‌شمارد که جهان‌خطهای ذره بی‌پایان نباشند. بنابراین، یک جهان‌خط ممکن است در نقطه معین A_0 فضای زمان آغاز شود و در نقطه معین دیگر A_1 پایان یابد. این بدان معنی است که ذره آفریده، و پس از عمر محدود، نابوده شده است. آیا نظریه می‌تواند دینامیک این فرایند «آفرینش/نابودی» را با همان اصل‌کنش توصیف کند؟ پاسخ «آری» است. همان‌طور که قبلاً دیدیم، جرم مشخصه ذره که از ترکیب ثابتهای بنیادی c ، \hbar و G به دست می‌آید جرم پلانک است. بنابراین، فرض می‌کنیم که ذره نوعی که باید در این فرایند اولیه آفریده شود ذره پلانک است.

نمونه‌ای از ذره پلانک a از A_0 تا $A_0 + \delta A_0$ وجود دارد و در طولی آن n ذره ثانویه پایدار، $10^{18} \times 6 \simeq n$ و a_1, a_2, \dots, a_n و امی باشد. مهم هر ذره ثانویه در میدان جرم $m^{(a_r)}(X)$ می‌شود، که جواب اصلی معادله موج زیر است

$$\square m^{(a_r)} + \frac{1}{6} R m^{(a_r)} + n^2 m^{(a_r)^2} = \frac{1}{n} \int_{A_0}^{A_0 + \delta A_0} \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} da \quad (67.9)$$

در حالی که موجودیت کوتاه a سهم $c^{(a)}(X)$ را دارد که در معادله زیر صدق می‌کند

$$\square c^{(a)} + \frac{1}{6} R c^{(a)} + c^{(a)^2} = \int_{A_0}^{A_0 + \delta A_0} \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} da \quad (68.9)$$

با مجموعیابی $c^{(a)}$ برای a, b, \dots به دست می‌آوریم

$$c(X) = \sum_a c^{(a)}(X) \quad (69.9)$$

در حالی که سهم ذرات پلانک در جرم کل $M(X)$ در دوره موجودیت کوتاهشان

$$\sum_a \sum_{r=1}^n m^{(a_r)}(X) = m(X) \quad (70.9)$$

سهم ذرات پایدار را می‌دهد.

اگرچه $c(X)$ در تابع جرم کل سهم است

$$M(X) = c(X) + m(X) \quad (۷۱.۹)$$

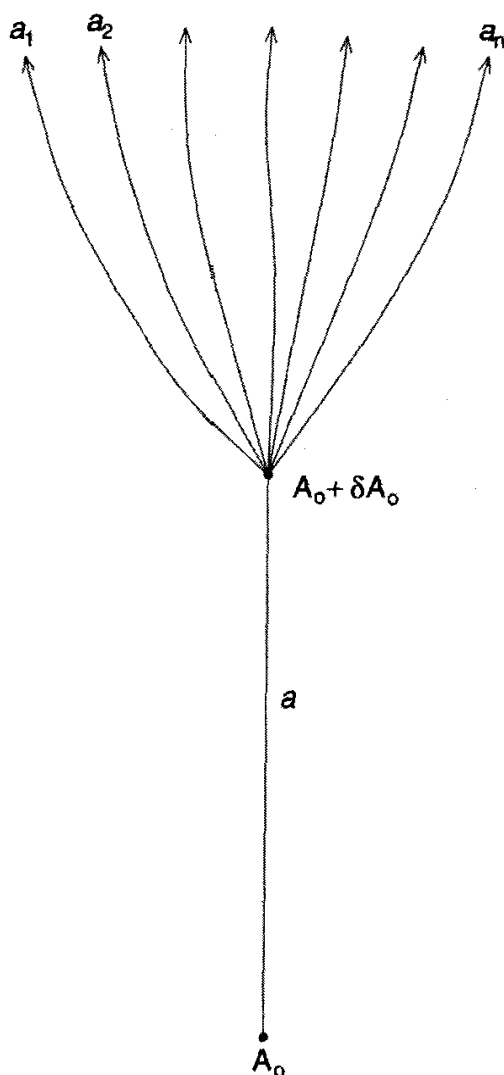
اما این سهم معمولاً نسبت به $M(X)$ کوچک است، یعنی این تفاوت وجود دارد که گرچه $m(X)$ اصولاً میدانی هموار است، اما $c(X)$ دارای افت‌وخیزهای بسیار سریع است و در نتیجه می‌تواند سهم زیادی در مشتقهای $c(X)$ داشته باشد. مثلاً سهم ذره پلانک a در $c(X)$ عمدتاً بین دو مخروط نور قرار دارد که یکی از A_0 است و دیگری از $A_0 + \delta A_0$. در امتداد یک خط زمان‌گونه که این دو مخروط را قطع می‌کند مشارکت در $c(X)$ از صفر در خطی که از A_0 می‌آید به مقداری بیشینه می‌رسد و سپس عملاً در عبور از مخروط نور دوم از $A_0 + \delta A_0$ به صفر فرو می‌افتد. بنابراین در مشتق زمانی $c^{(a)}(X)$ عکس اختلاف زمان بین دو مخروط نور دخیل است. این رابطه معکوس، تداوم کوتاه جمله چشمه در طرف راست (۶۸.۹) را خنثی می‌کند. عامل مورد نظر در حدود زمان واپاشی τ ذرات پلانک، 10^{-43} s است. τ هر چقدر که کوچک باشد، کاهش شدت چشمه $c^{(a)}(X)$ در مشتقهای $c^{(a)}(X)$ بازیافت می‌شود، که در نتیجه نمی‌توان آنها را از معادله‌های گرانشی حذف کرد (نگاه کنید به شکل ۳.۹).

مشتقهای $c^a(X), c^b(X), \dots$ می‌توانند منفی یا مثبت باشند، به طوری که در میانگین‌گیری روی تعداد زیادی ذره پلانک، جمله‌های خطی در مشتقها از بین می‌روند. بنابراین، چون فعلاً ثابت کیهان‌شناختی را حذف می‌کنیم، نشان دادن اینکه پس از این میانگین‌گیری معادله‌های گرانشی به صورت زیر درمی‌آیند مشکل نیست

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R = \frac{6}{m^2} \left[-T_{ik} + \frac{1}{6}(g_{ik}\square m^2 - m_{,ik}^2) + \left(m_i m_k - \frac{1}{4}g_{ik}m_l m^l \right) + \frac{2}{3} \left(c_i c_k - \frac{1}{4}g_{ik}c_l c^l \right) \right] \quad (۷۲.۹)$$

چون همین معادله موج هم برای $c(X)$ به کار می‌رود و هم $m(X)$ ، نظریه مقیاس-ناوردا باقی می‌ماند. بنابراین می‌توان تغییر مقیاسی را وارد کرد که $M(X) = m(X) + c(X)$ را به یک ثابت تبدیل کند، یا تغییر مقیاسی که $m(X)$ را ثابت گرداند. فقط تغییری که $m(X)$ را به ثابت تبدیل می‌کند، یعنی

$$\Omega = m(X)/m_P \quad (۷۳.۹)$$



شکل ۳.۹ یک ذره پلانک در A_0 آفریده می‌شود و به‌زودی در $A_0 + \delta A_0$ به تعداد زیادی باریون، مزون، فوتون و غیره وامی‌پاشد. میدان-ناشی از این کش‌وقوس دارای اندازه کوچک ولی مشتقها بزرگ است.

این امتیاز را دارد که موجکهای با تغییرات سریع را وارد تانسور متریک نمی‌کند. این موجکها اگرچه دارای دامنه کوچک‌اند، اما سهم آنها در مشتقهای تانسور ریمان قابل چشمپوشی نیست، پس بهتر است از آنها اجتناب کنیم، ساده‌سازی با (۷۳.۹) این مشکل را به‌وجود نمی‌آورد، بدین سبب است که جدا کردن بخش اصلی هموار $M(X)$ در (۷۲.۹) اکنون امتیازی به حساب می‌آید، و معادله‌های گرانشی به‌صورت ساده زیر در می‌آیند

$$\lambda \pi G = \frac{6}{m_P^2}, \quad m_P = \text{const.} \quad (74.9)$$

$$R_{ik} - \frac{1}{4} g_{ik} R = -\lambda \pi G [T_{ik} - \frac{2}{3} (c_i c_k - \frac{1}{4} g_{ik} c_l c^l)] \quad (75.9)$$

با استفاده از متریک (۴۵.۳) با $k = 0$ ، معادله‌های دینامیکی برای عامل مقیاس $S(t)$ عبارت‌اند از

$$\frac{2\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{4\pi}{3} G \bar{c}^2 \quad (76.9)$$

$$\frac{3\dot{S}^2}{S^2} = 8\pi G \left(\bar{\rho} - \frac{1}{2} \bar{c}^2 \right) \quad (77.9)$$

که $\bar{\rho}$ چگالی جرمی میانگین ذره و \bar{c}^2 مقدار میانگین \dot{c}^2 است، مقدار میانگین جمله‌های خطی c و \dot{c} صفر است. از رابطه بالا به راحتی می‌توان نشان داد

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{3\dot{S}}{S} \bar{\rho} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{c}^2}{\partial t} + \frac{4\dot{S}}{S} \bar{c}^2 \right) \quad (78.9)$$

اگر در زمان خاص ماده‌ای آفریده نشود، طرف چپ (۷۸.۹) با $\bar{\rho} \propto S^{-3}$ صفر می‌شود. اگر طرف راست نیز در آن زمان صفر باشد، $\bar{c}^2 \propto S^{-4}$. علامت جمله \bar{c}^2 در (۷۷.۹) مربوط به یک فشار منفی و مشخصه میدانهایی است که وارد مدل‌های کیهان‌شناختی تورمی می‌شوند. مفهوم ذرات پلانک باعث ظاهر شدن یک فشار منفی می‌شود. در واقع، انرژی مثبت ذرات آفریده شده، در (۷۶.۹) \ddot{S}/S را زیاد می‌کند و در نتیجه باعث انبساط عالم می‌شود. می‌توان گفت که عالم به واسطه آفرینش ماده منبسط می‌شود. این دو به هم وابسته‌اند زیرا دیورژانس طرف راست معادله‌های گرانشی (۷۵.۹) صفر است.

همان‌گونه که از این ویژگی پایداری انتظار می‌رود، علامت جمله \bar{c}^2 در (۷۷.۹) مربوط به میدان انرژی منفی است. در فیزیک معمولاً از این میدانها اجتناب می‌کنند، زیرا در فضا زمان تخت ناپایداریهای فاجعه‌آمیزی را تولید می‌کنند — آفرینش ماده با انرژی مثبت، یک جمله \bar{c}^2 با انرژی منفی تولید می‌کند که باعث تولید ماده بیشتر و \bar{c}^2 باز هم بزرگتر می‌شود، و الی آخر. در اینجا تأثیر به صورت انبساط فضای موضعی از طریق فورانهای انفجاری از ناحیه‌هایی است که در آنها این ناپایداریها وجود دارند، و از طریق جمله \bar{c}^2 در (۷۶.۹) افزایش سریعی را در \ddot{S} به وجود می‌آورد. بنابراین مکانهای آفرینش ماده بالقوه انفجاری هستند. انبساط انفجاری فضا باعث کنترل فرایند آفرینش می‌شود و مانع از فروریختن انفجاری به ترازهای انرژی منفی می‌شود.

این شرط از این نظر که فعالیت پارانرژی، آن چنانی که در اجرام شبه‌ستاره‌ای و هسته‌های کهکشانی فعال و غیره دیده می‌شود، همه فورانهای انفجاری است، با اختر فیزیک رصدی سازگاری

دارد. جایگاه‌های فراوانی که در آنها فعالیت پرتو X و پرتو γ برقرار است، در نظریه کنونی مکانهایی اند که در آنها آفرینش ماده در حال وقوع است.

با ترکیب ایده‌های بالا درباره آفرینش ماده و ایده‌های مربوط به ثابت کیهان‌شناختی که در بخش ۷.۹ بررسی شد، اکنون معادله‌های میدان به صورت زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = -\lambda\pi G[T_{ik} - \frac{2}{3}(c_i c_k - \frac{1}{4}g_{ik}c_l c^l)] \quad (79.9)$$

بحث آنچه مدل کیهان‌شناختی حالت پایا (QSSC) خوانده می‌شود مبتنی بر معادله (۷۹.۹) است. می‌توان ارتباط آن با میدان C -کیهان‌شناسی حالت پایای قبلی را نیز به دست داد. می‌نویسیم

$$C(X) = \tau c(X) \quad (80.9)$$

که τ طول عمر واپاشی ذره پلانک است، گنش مربوط به ذرات پلانک a, b, \dots

$$- \sum_a \int_{A_0}^{A_0 + \delta A_0} c(A) da \quad (81.9)$$

را می‌توان به صورت زیر تقریب زد

$$-C(A_0) - C(B_0) - \dots \quad (82.9)$$

که شکل آن را در کیهان‌شناسی حالت پایا به کار می‌بریم. بنابراین به جای معادله‌های (۷۹.۹) می‌نویسیم

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = -\lambda\pi G[T_{ik} - f(C_i C_k - \frac{1}{4}g_{ik}C_l C^l)] \quad (83.9)$$

که ثابت جفت‌شدگی قبلی f به صورت زیر تعریف می‌شود

$$f = \frac{2}{3\tau^2} \quad (84.9)$$

(به خواننده یادآوری می‌کنیم که سرعت نور را $c = 1$ در نظر گرفته‌ایم.)

اکنون این پرسش مطرح می‌شود که چرا مشاهده‌های اخت‌فیزیکی نشان می‌دهند که آفرینش ماده در بعضی جاها صورت می‌گیرد و در جاهای دیگر صورت نمی‌گیرد. برای اینکه آفرینش

در نقطه‌های A_0, B_0 صورت گیرد به لحاظ کلاسیک گنش نباید با تغییر مکانهای مختصر این نقطه‌ها در فضا زمان تغییر کند، که قبلاً نشان دادیم ایجاب می‌کند که

$$C_i(A_0)C^i(A_0) = C_i(B_0)C^i(B_0) = \dots = m_P^2 \quad (۸۵.۹)$$

به‌طور دقیقتر، باید $c(X)$ در A_0, B_0 برابر m_P باشد.

$$c(A_0) = c(B_0) = \dots = m_P \quad (۸۶.۹)$$

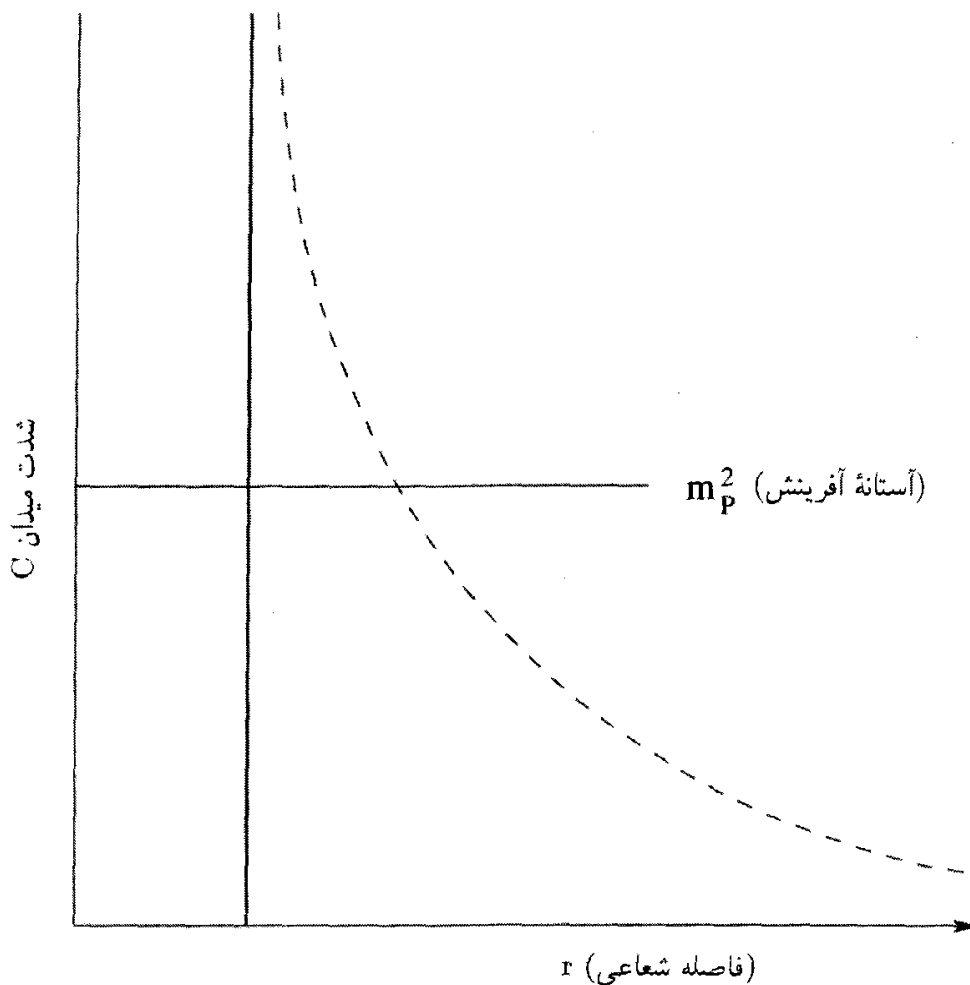
(زیرا معادله (۸۰.۹) نشان می‌دهد که ارتباط میان c و C از طریق طول عمر τ ذره پلانک است.)

همان‌طور که در بالا گفتیم، معمولاً چنین نیست: به‌طور کلی اندازه $c(X)$ بسیار کمتر از m_P است. با این همه، در نزدیکی افق رویداد یک جسم سنگین $C_i(A_0)C^i(A_0)$ با ضریب اتساع زمان نسبیتی افزایش می‌یابد، در حالی که m_P ثابت می‌ماند. شکل ۴.۹ این موضوع را نشان می‌دهد. بنابراین، در فاصله‌های به اندازه کافی نزدیک به یک افق رویداد شرط پایستگی لازم می‌تواند صادق باشد، که پیامد آن وقوع رویدادهای آفرینش فقط در نواحی متراکم است، که با ناحیه‌های متراکم بسیار برانگیخته که به‌صورت گسترده در اخترفیزیک مشاهده می‌شوند سازگاری نزدیک دارد.

این نظریه بیشترین بهره را از توصیف کوانتومی تک‌تک فرایندهای آفرینش می‌گیرد، با این همه، مشکل اساسی این است که ذرات پلانک را به‌صورت ذراتی تعریف می‌کنند که برای آنها طول موج کامپتون و شعاع گرانشی اصولاً یکسان می‌شود، که معنی آن، برخلاف سایر فرایندهای کوانتومی، عدم امکان استفاده از فضا زمان تخت در فرمولبندی نظریه است. یک اختشاش گرانشی الزاماً دخالت دارد و مکان ایده‌آل برای آفرینش در نزدیکی یک جسم سنگین متراکم است. یک بوزون میدان- C دور از جسم متراکم انرژی کافی برای شروع آفرینش ذره پلانک را ندارد. اما با سقوط در میدان گرانشی شدید یک جسم متراکم، انرژی بوزون در ضریب اتساع، یعنی $(1 - \mu/r)^{-1/2}$ برای متریک موضعی شوارتس‌شیلد ضرب می‌شود

$$(1 - \mu/r)dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \mu/r} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (۸۷.۹)$$

سپس بوزونها، مانند مورد تخلیه در یک لیزر، پی‌درپی تکثیر می‌شوند، یکی دوتا می‌شود، دو تا چهارتا، و الی آخر، تولید ذرات نیز به‌همین ترتیب تکثیر می‌شود و اثرهای فشار منفی



شکل ۴.۹ چگونگی صعود شدت میدان- C در حوالی یک جسم سنگین رمبیده

سرانجام باعث انفجار دستگام می‌شود. این رویداد انفجاری را می‌توان مینی-بانگ یا یک رویداد مینی-آفرینش نامید. اما، برخلاف مهبانگ دینامیک این فرایند خوش‌تعریف و ناتکین است.

اگرچه این دیدگاه هنوز کیفی است، اما با واقعیتهای تجربی و اخترفیزیک رصدی سازگار است، زیرا چند پدیده انفجاری، مانند فوران از چشمه‌های رادیویی، فوران پرتوهای γ ، فوران پرتوهای X ، کوازارها و هسته‌های فعال کهکشانی، را مشاهده می‌کنیم. معمولاً، فرض می‌شود که یک سیاهچاله با تبدیل انرژی عظیم گرانشی به انرژیهای جنبشی از نوع «فوران» در این رویداد نقشی اساسی دارد. در واقع، کسی ماده‌ای را که به درون سقوط می‌کند و نشانه سیاهچاله است مشاهده نمی‌کند. بلکه، ماده و تابش خروجی را می‌بیند که با تصویر ارائه شده در بالا به خوبی سازگار است.

۹.۹ مدل‌های کیهان‌شناختی

معادله‌های میدان (۸۳.۹) را برای جزء خط رابرتسون-واکر و ماده به صورت گردوغبار می‌نویسیم، که در این مورد به صورت دو معادله مستقل در می‌آیند

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + k}{S^2} = 3\lambda + 2\pi G f \dot{C}^2 \quad (88.9)$$

$$\frac{3(\dot{S}^2 + k)}{S^2} = 3\lambda + 8\pi G \rho - 6\pi G f \dot{C}^2 \quad (89.9)$$

که در آن سرعت نور را با $c = 1$ و چگالی گردوغبار را با ρ نشان داده‌ایم. از این معادله‌ها قانون پایستگی را به صورت اتحاد به دست می‌آوریم

$$\frac{d}{dS} [S^3 (3\lambda + 8\pi G \rho - 6\pi G f \dot{C}^2)] = 3S^2 (3\lambda + 2\pi G f \dot{C}^2) \quad (90.9)$$

این قانون مدهای «خلاق» و «غیرخلاق» را ادغام می‌کند. این دو را به ترتیب بررسی می‌کنیم.

۱.۹.۹ مد خلاق

در این مد داریم

$$T_{;k}^{ik} \neq 0 \quad (91.9)$$

که برحسب مدل ساده‌شده ما به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{d}{dS} (S^3 \rho) \neq 0 \quad (92.9)$$

برای مورد $k = 0$ ، یک جواب ساده از نوع دوسپته با مقادیر زیر به دست می‌آوریم

$$\dot{C} = m, \quad S = \exp(t/P) \quad (93.9)$$

و از (۸۸.۹) و (۸۹.۹) خواهیم داشت

$$\rho = f m^2, \quad \frac{1}{P^2} = \frac{2\pi G \rho}{3} + \lambda \quad (94.9)$$

چون $\lambda < 0$ است، انتظار داریم که

$$\lambda \approx -\frac{2\pi G \rho}{3}, \quad \frac{1}{P^2} \ll |\lambda| \quad (95.9)$$

اما تعیین P را به پس از بررسی جوابهای غیرخلاق موکول می‌کنیم. برای تکمیل بحث می‌توان موارد $k = \pm 1$ را ذکر کرد که برای آنها عامل مقیاس متفاوت است، اگرچه بقیه کمیتهای یکسان باقی می‌مانند. بنابراین داریم

$$S = \frac{1}{P} \cosh\left(\frac{t}{P}\right), \quad \text{برای } k = 1$$

$$S = \frac{1}{P} \sinh\left(\frac{t}{P}\right), \quad \text{برای } k = -1 \quad (96.9)$$

در واقع هر دوی آنها تغییرات نسبت به متریک دوسیمت هستند. در هر دو مورد بردارهای زمان‌گونه کیلینگ^۱ وجود دارد که نظیر «فرضیه حالت پایا» هستند. با این همه، مورد $k = 0$ را بیشتر بررسی می‌کنیم.

آهنگ آفرینش ماده از رابطه زیر به دست می‌آید

$$J = 3\rho/P \quad (97.9)$$

به طوری که در مورد حالت شبه‌پایا خواهیم دید، این آهنگ آفرینش میانگین کلی تعداد زیادی از رویدادهای کوچک است. به علاوه، چون فعالیت آفرینش دارای افت و خیز است، انتظار داریم که J نوعی میانگین زمانی را نشان دهد. این موضوع پس از در نظر گرفتن مد غیرخلاق و ارتباط آن با مدخلاق روشن می‌شود.

۲.۹.۹ مد غیرخلاق

در این مورد $T_{;k}^{ik} = 0$ و مجموعه متفاوتی از جوابها را به دست می‌آوریم. از پایستگی ماده به تنهایی به دست می‌آوریم

$$\rho \propto 1/S^3 \quad (98.9)$$

در حالی که برای (۹۸.۹) و λ ثابت، (۹۰.۹) به رابطه زیر می‌انجامد

$$\dot{C} \propto 1/S^2 \quad (99.9)$$

بنابراین، از معادله (۸۹.۹) به دست می‌آوریم

$$\frac{\dot{S}^2 + k}{S^2} = \lambda + \frac{A}{S^3} - \frac{B}{S^4} \quad (100.9)$$

1. killing

که A و B ثابتهای مثبت ناشی از ثابتهای تناسب موجود در (۹۸.۹) و (۹۹.۹) هستند. سپس جوابهای (۸۹.۹) را برای مورد $k = 0$ و $k = \pm 1$ در نظر می‌گیریم. ابتدا به مورد اول می‌پردازیم.

۳.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = 0$

اکنون در می‌یابیم که جواب دقیق (۸۹.۹) برای مورد $k = 0$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$S = \bar{S}[\lambda + \eta \cos \theta(t)] \quad (101.9)$$

که η یک پارامتر است و تابع $\theta(t)$ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\dot{\theta}^2 = -\lambda(1 + \eta \cos \theta)^{-2} [6 + 4\eta \cos \theta + \eta^2(1 + \cos^2 \theta)] \quad (102.9)$$

در اینجا، \bar{S} مقداری ثابت است و پارامتر η در شرط $|\eta| < 1$ صدق می‌کند. بنابراین عامل مقیاس هرگز صفر نمی‌شود و مدل بین حدود مقیاس متناهی نوسان می‌کند

$$S_{\min} \equiv \bar{S}(1 - \eta) \leq S \leq \bar{S}(1 + \eta) \equiv S_{\max} \quad (103.9)$$

چگالی ماده و چگالی میدان- C از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند

$$\bar{\rho} = -\frac{3\lambda}{2\pi G}(1 + \eta^2) \quad (104.9)$$

$$f\dot{C}^2 = -\frac{\lambda}{2\pi G}(1 - \eta^2)(3 + \eta^2) \quad (105.9)$$

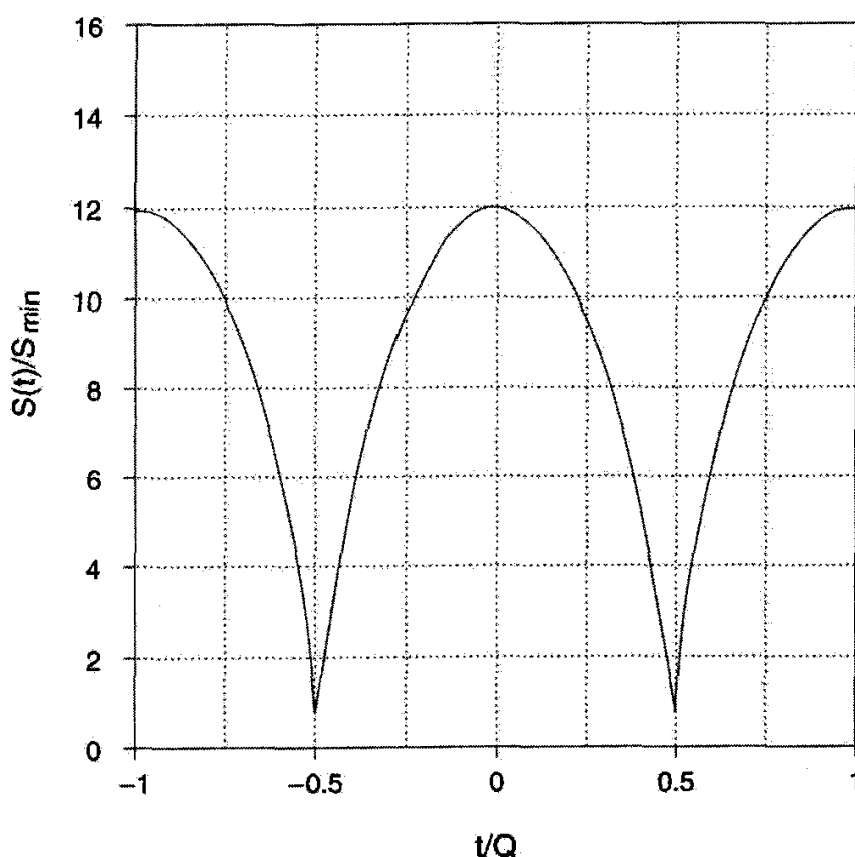
در حالی که دوره نوسان از رابطه زیر به دست می‌آید

$$Q = \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^{2\pi} \frac{(1 + \eta \cos \theta) d\theta}{[6 + 4\eta \cos \theta + \eta^2(1 + \cos^2 \theta)]^{1/2}}$$

$$\equiv \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \xi(\eta) \quad (106.9)$$

جواب نوسانی را می‌توان با جواب ساده‌تر سینوسی با همان دوره تناوب تقریب زد

$$S \approx 1 + \eta \cos \left(\frac{2\pi t}{Q} \right) \quad (107.9)$$



شکل ۵.۹ عامل مقیاس جواب دقیق مورد تخت.

بنابراین تابع $\theta(t)$ تقریباً متناسب با t است.

شکل ۵.۹ نمونه چرخه نوسانی دقیق را نشان می‌دهد که با جواب (۱۰۷.۹) تقریب زده می‌شود، به طوری تنظیم شده است که همان دوره و دامنه را داشته باشد. متوجه می‌شویم که جواب دقیق دارای ستیغهای تخت‌تر و پاستیغهای باریک‌تر از جواب تقریبی است، وگرنه این مورد را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند.

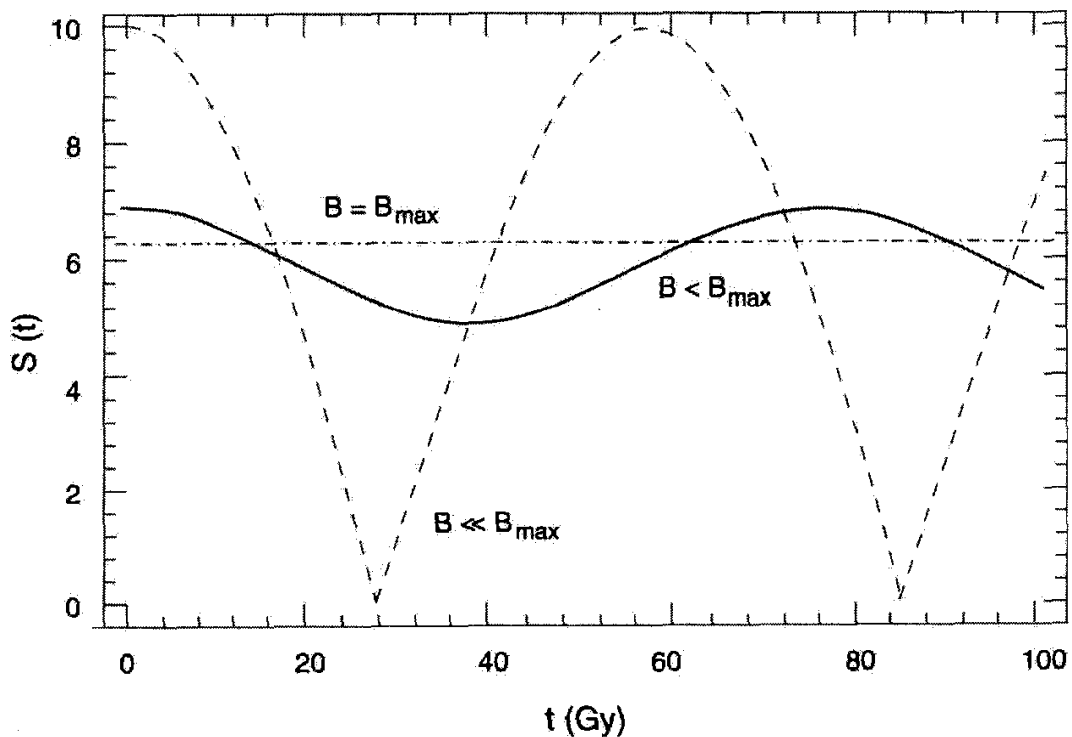
۴.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = \pm 1$

در این مورد (۱۰۰.۹) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\dot{S}^2 = \pm 1 + \lambda S^2 + \frac{A}{S} - \frac{B}{S^2} \quad (108.9)$$

که علامت به علاوه نظیر $k = -1$ و علامت منهای نظیر $k = +1$ است.

امکانات دینامیکی مختلف برای عامل مقیاس با منحنیهای برای طرف راست (۱۰۸.۹) در

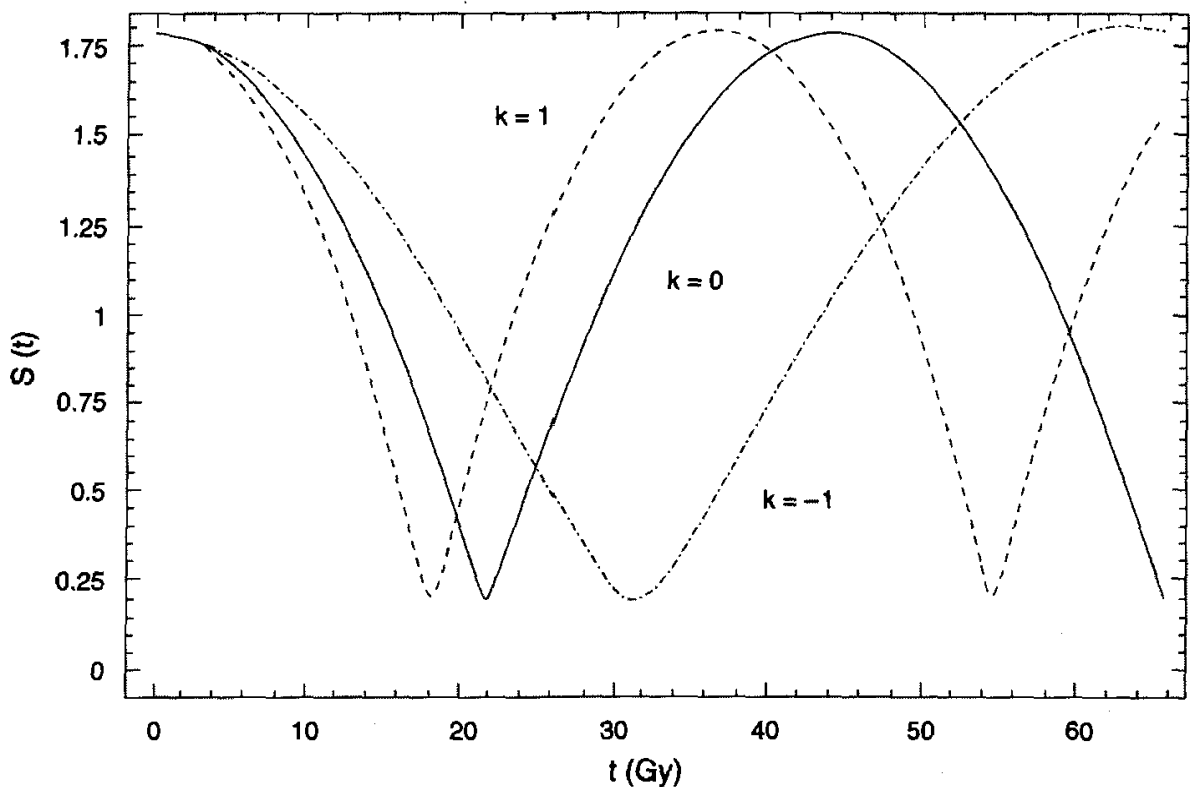


شکل ۶.۹ نمونه‌های عاملهای مقیاس برای پارامترهای مختلف. خطهای افقی عالم ایستا با $B = B_{\max}$ (---) را نشان می‌دهند. برای نوسانهای مختصری را در عامل مقیاس می‌یابیم (—) و برای $B \ll B_{\max}$ دارای نوسانهای بزرگ می‌شویم (---).

شکل ۶.۹ نشان داده شده است که در آنها پارامتر مقادیر مختلف اختیار می‌کند. توجه کنید که گروه خاصی از جوابها وجود دارند که در آنها عالم ایستاست. چون طرف راست (۱۰۸.۹) باید نامنفی باشد، این منحنیها نشان می‌دهند که عامل مقیاس هرگز صفر نمی‌شود. همین‌طور، به‌علت منفی بودن ثابت کیهان‌شناختی، حد بالایی محدودی برای S وجود دارد. بنابراین همه‌ی مدلها بین شعاعهای محدود نوسان می‌کنند. باز هم جواب عمومی از نوع (۱۰۲.۹) است، که در آن $\theta(t)$ در معادله زیر صدق می‌کند

$$\dot{\theta}^2 = \pm \frac{1}{S^2 (1 + \eta \cos \theta)^2} - \frac{\lambda [6 + 4\eta \cos \theta + \eta^2 (1 + \cos^2 \theta)]}{(1 + \eta \cos \theta)^2} \quad (109.9)$$

شکل ۷.۹ نمونه‌های عاملهای مقیاس را برحسب زمان برای موردهای $k = 0, \pm 1$ نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود، برای مورد خمیدگی مثبت مرحله‌ی انقباضی کوتاهتر و سریعتر از موارد با خمیدگی صفر و منفی است. همین‌طور، در مورد $k = \pm 1$ دوره‌ی زمانی کوتاهتر از موردهای $k = 0, -1$ است.



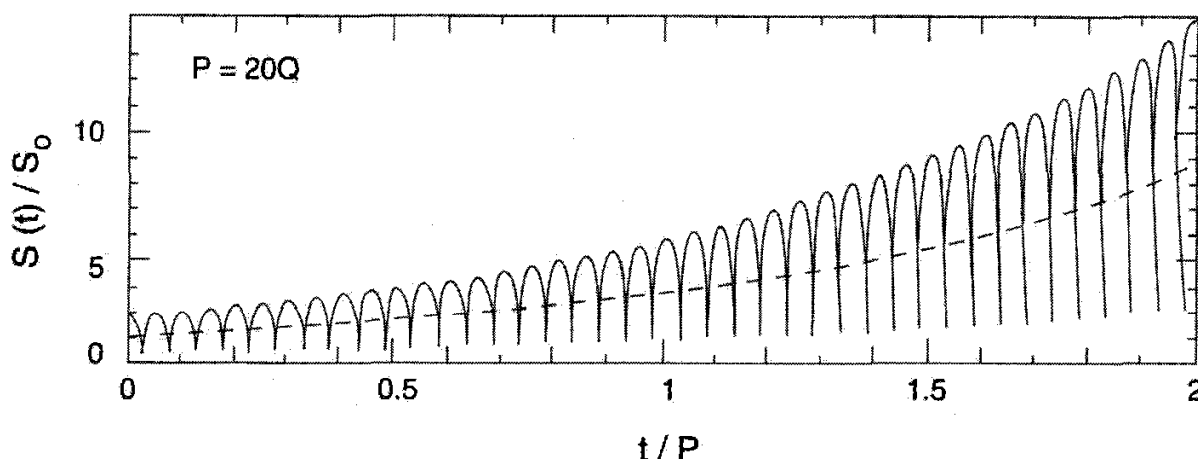
شکل ۷.۹ تأثیر k بر نوسانها. خط پیوسته مورد $k = 0$ است، خط چین مورد $k = +1$ و خط-نقطه مورد $k = -1$ را نشان می‌دهد.

۱۰.۹ جواب حالت شبه‌پایا

کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا با ترکیبی از مدهای خلاق و غیرخلاق توصیف می‌شود. برای دنبال کردن این روال کلی نگاهی به جوابی به شکل زیر می‌اندازیم

$$S(t) = \exp\left(\frac{t}{P}\right) [1 + \eta \cos \theta(t)] \quad (10.9)$$

که در آن $P \gg Q$. بنابراین در دوره Q که از رابطه (۱۰.۶.۹) به دست می‌آید، عالم اصولاً در مد غیرخلاق است. با این همه، در فاصله‌های منظم که با دوره Q از هم جدا شده‌اند، ماده جدید با آهنگی در آن تزریق می‌شود که آهنگ آفرینش در دوره P که از J در رابطه (۹.۷.۹) به دست می‌آید را حفظ کند. احتمالاً این عصرهای آفرینش مربوط به مقادیر کمینه عامل مقیاس در طول نوسانی هستند که در آن تراز زمینه میدان C بالاترین مقدار را دارد (نگاه کنید به شکل ۸.۹). توجه کنید که آنچه به صورت نقطه بازگشت در کمینه‌ای نوعی در شکل ۸.۹ به نظر می‌رسد در واقع خم پیوسته‌ای است که در $S = S_{\min}$ به سرعت تغییر موضع می‌دهد.



شکل ۸.۹ یک منحنی که جواب مرکب QSSC را نشان می‌دهد. عصرهای آفرینش ماده به کمینه‌های نوسان S نزدیک‌اند.

فرض کنید که آفرینش ماده در مقدار کمینه $S = S_{\min}$ صورت گیرد و N ذره در واحد حجم با جرم m_0 آفریده شوند. در این صورت چگالی اضافی شده در طول این عصر در مدّ خلاق عبارت است از

$$\Delta\rho = m_0 N \quad (111.9)$$

پس از یک چرخه حجم فضا با ضریب $\exp(3Q/P)$ منبسط می‌شود، برای برگرداندن چگالی آن به مقدار اولیه باید داشته باشیم

$$(\rho + \Delta\rho)e^{-3Q/P} = \rho, \quad \text{یعنی } \Delta\rho/\rho \cong 3Q/P \quad (112.9)$$

شدت میدان C نیز به همین ترتیب دارای پرشی در زمان آفرینش می‌شود و در چرخه پس از آن با ضریب $\exp(-4Q/P)$ سقوط می‌کند. بنابراین شرط «حالت پایا» از یک چرخه به چرخه دیگر نشان می‌دهد که تغییر شدت میدان \dot{C}^2 باید برابر باشد با

$$\Delta\dot{C}^2 = \frac{4Q}{P}\dot{C}^2 \quad (113.9)$$

مشاهده می‌شود که نتیجه بالا وقتی با (۱۱۲.۹) سازگار می‌شود که به قانون پایستگی (۹۰.۹) توجه کنیم. با کمی دستکاری از این معادله به دست می‌آوریم

$$\frac{3}{4} \frac{1}{S^4} \frac{d}{dS}(f\dot{C}^2 S^4) = \frac{1}{S^3} \frac{d}{dS}(\rho S^3) \quad (114.9)$$

با این همه، طرف راست آهنگ آفرینش ماده به‌ازای واحد حجم است. چون از (۱۱۳.۹) و (۱۱۴.۹) داریم

$$\frac{\Delta \dot{C}^2}{\dot{C}^2} = \frac{4}{3} \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (115.9)$$

و از (۹۴.۹) و (۹۳.۹) داریم $\rho = f \dot{C}^2$ ، مشاهده می‌کنیم (۱۱۵.۹) را می‌توان از (۱۱۲.۹) و (۱۱۳.۹) به‌دست آورد.

به‌طور خلاصه، در می‌یابیم که جواب مرکب مشخصه حالت شبه‌پایای کیهان‌شناسی را به‌درستی نشان می‌دهد زیرا، اگرچه مدت Q هر چرخه درست تکرار چرخه قبل از آن است، اما در درازمدت با ضریب انبساط دوسیتته $\exp(t/P)$ منبسط می‌شود. بنابراین، دو مقیاس زمانی P و Q با ثابت جفت‌شدگی و پارامترهای λ ، f ، G و η معادله‌های میدان به‌هم مربوط می‌شوند. پیشرفت بیشتر در مسئله نظری پس از شناخت نظریه کوانتومی آفرینش توسط میدان C صورت می‌گیرد. این جوابها تعداد کافی از ثابتهای دلخواه را دارند تا، پس از ساده‌سازیهای لازم برای پیروی عالم از اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی، به ما این اطمینان را بدهند که عام هستند. جواب مرکب را می‌توان نمایش چگونگی پیوند مد غیرخلاق با مد خلاق در نظر گرفت. ممکن است امکانات بیشتری برای ترکیب این دو در چارچوب معین وجود داشته باشد. با این همه، چون در پی سادگی استدلال بوده‌ایم (و همین‌طور از کیهان‌شناسی مهبانگ استاندارد استفاده کرده‌ایم) انتخاب خود را به جواب مرکبی محدود ساختیم کرد در اینجا توصیف کردیم. HBN از (۱۱۰.۹)، و یا تقریب آن

$$S(t) = \exp\left(\frac{t}{P}\right) \left[1 + \eta \cos\left(\frac{2\pi t}{Q}\right) \right] \quad (116.9)$$

برای به‌دست آوردن جنبه‌های قابل مشاهده QSSC استفاده کرده‌اند، که به بررسی نکته‌های اصلی آن خواهیم پرداخت.

۱۱.۹ تصویر اخترفیزیکی

در گذر از این جوابهای ریاضی به تفسیر فیزیکی، می‌توان مدل بالا را با استفاده از مقادیر زیر برای پارامترهای آن مجسم کرد:

$$P = 20Q, \quad Q = 4.4 \times 10^{10} \text{ سال}, \quad \eta = 0.8,$$

$$\lambda = -0.3 \times 10^{-56} \text{ cm}^{-2}, \quad t_0 = 0.7Q \quad (117.9)$$

این مقادیر پارامتری به‌طور منحصر به‌فرد انتخاب نشده‌اند؛ بلکه نشانه‌ای از اندازه‌هایی هستند که می‌تواند عالم واقعی را توصیف کند. در فصل‌های بعد، آزمون‌های رصدی مختلفی را بررسی می‌کنیم که می‌توان از آنها برای محدود ساختن این مقادیر استفاده کرد. فقط در این هنگام است که خواهیم دانست آیا QSSC شق مناسب و کارآمدی برای مهبانگ در اختیار می‌گذارد.

با این همه، بد نیست چند پیامد دارای سرشت اختر فیزیکی را ذکر کنیم. مثلاً، چرخه‌ی نوعی دارای طول عمر به اندازه‌ی کافی طولانی است تا اغلب ستارگان دارای جرم بیش از $0.5-0.7 M_{\odot}$ از بین بروند. بنابراین بیشتر ستارگان چرخه‌های قبلی به عنوان تابشگرهای انرژی از بین رفته‌اند. با این همه، جرم آنها همچنان بر ماده‌ی مرئی تأثیر گرانشی وارد می‌سازد. این به اصطلاح ماده‌ی تاریک در ناحیه‌ی دوردست کهکشانها و در درون خوشه‌ها ممکن است متشکل از این بقایای ستاره‌ای باشد. این تغییر تا چه حد با مشاهده‌ها سازگار است؟ بدیهی است که در کیهان‌شناسی مهبانگ مقیاس‌های زمانی به اندازه‌ی کافی طولانی نیستند تا چنین تغییرهایی را مجاز بشمارند. همین‌طور کیهان‌شناسی اجازه نمی‌دهد که ماده تا این حد باریونی باشد. قیود موجود بر ماده‌ی تاریک باریونی در کیهان‌شناسی استاندارد ناشی از (۱) منشأ و فراوانی دوتریم و (۲) ملاحظات مربوط به ساختار بزرگ مقیاس است. در QSSC، چنانکه در این فصل خواهیم دید، این قیود مطرح نیستند. از این پس به بحث درباره‌ی منشأ هسته‌های سبک می‌پردازیم.

۱۲.۹ منشأ هسته‌های سبک

بحث این کیهان‌شناسی را با آفرینش ذره‌ی پلانک به عنوان جزء سازنده‌ی ماده آغاز کردیم. اما، چون این ذره ناپایدار است در مدت حدود $10^{-44} \times 6 \sim \tau$ و امی‌باشد. به چه چیز وامی‌باشد؟ با توجه به جرمش، واپاشی آن سرانجام $10^{18} \times 6 \sim$ نوکلئون تولید می‌کند. با این همه، این واپاشی نمی‌تواند بلافاصله رخ دهد. ملاحظات واکنشی مانع از این بسته‌بندی چگال می‌شود، به طوری که انبوهه‌ی ثانویه‌های حاصل باید ابتدا به صورت بوزونها پخش شوند. تنها وقتی که ابعاد 10^{-7}cm حاصل شد. گروه متشکل از $10^{19} \times 2 \sim$ کوآرک می‌تواند نمایان گردد. از این نظر وضعیت مانند لحظه‌های اولیه‌ی کیهان‌شناسی مهبانگ است. اما به جای مهبانگ داغ گلوله‌ی آتشی در اطراف هر ذره‌ی پلانک آفریده شده داریم.

با این همه، در حالی که در کیهان‌شناسی مهبانگ ذرات پلانک اولیه در مجاور هم قرار دارند، در اینجا فاصله‌ی آنها از هم زیاد است، و هر یک خوشه‌ی ثانویه‌های منبسط‌شونده خود را تولید می‌کند. تفاوت دیگر آن است که ذرات پلانک در اینجا متشکل از ماده‌ای است که عمدتاً به ماده وامی‌باشد،

به طوری که تبدیل عمده انرژی به تابش که در کیهان‌شناسی مهبانگ رخ می‌دهد در اینجا صورت نمی‌گیرد. این کار در کیهان‌شناسی مهبانگ با توجه به دو فرض اصولاً متضاد صورت می‌گیرد. ابتدا گفته می‌شود که ذرات پلانک بین ماده و پادماده توازن برقرار می‌کنند و سپس می‌گویند که این توازن کامل نیست، مثل اینکه بگوییم $1 -$ کاملاً با $1 +$ متوازن نمی‌شود. آنچه از ماده به جا می‌ماند در میدانی با سیطره تابش قرار دارد که چگالی جرم اندکی را در میدان تابش با دمای زیاد تولید می‌کند که جنبه لازم رابطه (۶۹.۵) در فصل ۵ است، که با مقدار مرجح پارامتر η که اندازه آن برای سنتز هسته‌های سبک در کیهان‌شناسی مهبانگ لازم به نظر می‌رسد، می‌دهد

$$\rho \cong 10^{-32} T^3 \quad (118.9)$$

چالش موجود در اینجا دست یافتن به سنتز عناصر سبک با ضریب اطمینان بسیار بالاتر از 10^{-32} در این رابطه است. انرژی تلف شده به صورت تابش در انبساط آتش‌گوی پلانک به سرعت تبدیل به انبساط دینامیکی ذرات ثانویه می‌شود. بدون دانستن مقدار دقیق این اتلاف، می‌توان صرفاً فرض کرد که سرعت انبساطی از مرتبه c به وجود می‌آورد. بنابراین مقیاس زمانی برای انبساط به بعد $10^{-6} - 10^{-7}$ cm در حدود 10^{-16} s می‌شود و چگالی ذرات در هنگامی که سرانجام تعداد زیادی باریون به وجود می‌آید در گستره $10^{36} - 10^{40}$ cm $^{-3}$ است.

با این همه، بحث در چگالیهای بسیار بیش از این آغاز می‌شود، در فاز کوآرک با چگالی کوآرک به اندازه کافی زیاد، بالاتر از 10^{42} کوآرک در سانتیمتر مکعب، تا واکنشی باعث شود که هر شش طعم کوآرک به طور یکسان وجود داشته باشند. اما، با ادامه انبساط نقش واکنشی کاهش می‌یابد، کوآرکهای پر جرم سروته و افسون به صورت سربارهای انرژی فزاینده در می‌آیند و فرض می‌شود که گذار به کوآرکهای بالا، پایین و شگفت در محدوده زمان موجود صورت گیرد. اما، چون در خارج از فیزیک آزمایشگاهی شناخته شده قرار داریم، این گام، نه از نظر اصول، بلکه با توجه به جزئیات مقیاس زمانی وقوع گذارهای مربوط، مبتنی بر حدس و گمان است.

تنها الکترونهای موجود ناشی از تولید زوج از پرتوهای γ هستند، زیرا مسافت آزاد میانگین الکترونها به اندازه‌ای کوتاه است که می‌توان آن را نادیده گرفت، بنابراین خنثایی بار باید بین خود کوآرکها وجود داشته باشد. یعنی، بار اضافی بین کوآرکها را الکترونها نمی‌توانند متوازن کنند و، چون هرگونه بار اضافی باید کوچک باشد، باز هم با توجه به ملاحظات انرژی، کوآرک شگفت را نمی‌توان مانند کوآرکهای افسون، سروته کنار گذاشت. برای حصول به خنثایی بار، چگالیهای برابر از کوآرکهای بالا، پایین، و شگفت با بارهای به ترتیب برابر $\frac{2}{3}+$ ، $\frac{1}{3}-$ ، و $\frac{1}{3}-$ ضروری است. این موضوع باعث می‌شود که سرانجام از ترکیب کوآرکها باریونها در پایین‌ترین ترازهای انرژی خود تشکیل شوند و D ،

جدول ۱.۹ نسبت فراوانیهای عناصر سبک که از آتش‌گوییهای پلانک به دست می‌آید

2×10^{-5}	D/H
2×10^{-5}	${}^3\text{He}/\text{H}$
10^{-9}	${}^7\text{Li}/\text{H}$
3×10^{-11}	${}^9\text{Be}/\text{H}$
10^{-10}	${}^{11}\text{B}/\text{H}$
10^{-1}	${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}$
10^{-1}	${}^{10}\text{B}/{}^{11}\text{B}$

Λ , Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Ξ^- و Ξ^+ را به میزان تقریباً مساوی به وجود آورند. مقدار اندکی Ω^- نیز وجود دارد ولی می‌توان آن را عملاً نادیده گرفت. بنابراین، با ترکیب نهایی n و p در هسته‌های پایدار ${}^4\text{He}$ به H در حدود ۰/۲۵ می‌شود.

مراحل بعدی انبساط آتش‌گوییهای پلانک را نمی‌توان، به طوری که هویل در سال ۱۹۹۲ انجام داد، به صورت کمی محاسبه کرد. یک میدان تابش از طریق واپاشی ${}^7\text{Li}$ ذره Σ^0 به Λ به وجود می‌آید، و با محاسبه‌های مفصلتر آهنگهای واکنش هسته‌ای می‌توان نشان داد که فقط کسرهای کوچکی از n و p به صورت ${}^4\text{He}$ ترکیب نمی‌شوند و نسبت جرم دقیق ${}^4\text{He}$ به H را بین ۰/۲۳ و ۰/۲۴ به دست می‌دهند. فراوانیهای نسبی سایر هسته‌های سبک با مقادیر مربوط به شهاب‌سنگهای منظومه شمسی، در جدول ۱.۹ به خوبی سازگار است.

هدف ما در اینجا مطرح کردن دو نکته درباره این نتایج است. اولاً، جالب توجه است که چنین نتیجه‌هایی را می‌توان در شرایط وابسته به چگالی، دما، و مقیاس زمانی به دست آورد که با شرایط مربوط به کیهان‌شناسی مه‌بانگ تفاوت بسیار دارند — اگر بحث حاضر غیرواقعی بود انتظار این را نداشتیم. نکته دوم آن است که چون (۱۱۸.۹) دیگر ضروری نیست، دلیلی ندارد که چگالی کیهان‌شناختی کنونی، $\sim 10^{-29} \text{g}^{-3}$ ، کاملاً باریونی نباشد. قبلاً در سال ۱۹۶۷، واگنر، فاوئر، و هویل در هنگام کار مجدد روی مسئله اولیه گاموف درباره سنتز هسته‌های آغازین بر ضرورت شناخت (۱۱۸.۹) بر مبنای اصول اولیه فیزیک تأکید بسیار کردند. با این همه، شناخت آن در چارچوب این نظریه هنوز دور از دسترس است.

مشاهده اینکه نسبت جرمی ${}^4\text{He}/\text{H}$ در واقع در حدود ۰/۲۳ باشد نیازمند آن است که واپاشی ذرات پلانک وارد نظریه موجود شود و در نتیجه در زمانهایی در گذشته آفریده شده باشد.

کیهان‌شناسی مهبانگ نیز به همین موضوع، با آفرینش ذراتی که لحظه‌های کوتاهی پس از مهبانگ وجود داشته‌اند، نیاز دارد. در اینجا می‌توان آفرینش را در طول زمان توزیع کرد، و می‌تواند فرایندی در حال پیشرفت باشد.

۱۳.۹ زمینه ریزموج

در بخش ۳.۴.۹ در ضمن نظریه حالت پایا گفتیم که ملاحظات ساده از نوعی که در تمرین ۳۴ آمده است نشان می‌دهد که عالم باید دارای تابش زمینه‌ای با دمای نزدیک به 2.7 K باشد. اکنون این اثر را با توجه به QSSC نشان می‌دهیم.

۱.۱۳.۹ دمای زمینه

در این محاسبه به چگالی انرژی کنونی نور ستاره میان کهکشانی نیاز داریم، که فرض می‌کنیم عمدتاً از ستارگان کوتوله ناشی می‌شود، یعنی از جمعیت ستارگان پیر، که نوعاً دارای طیف نوع K با تصحیح تابش سنجی حدود 0.75 قدر هستند. بنابراین برآورد متداول $2 \times 10^{-14} \text{ erg cm}^{-3}$ برای چگالی انرژی در طیف بصری $2 \times 10^{-14} \text{ erg cm}^{-3}$ برای کل چگالی انرژی نورستاره می‌شود.

برای میانگین‌گیری روی حجمهای بزرگ، آهنگ تولید نورستاره به‌ازای واحد حجم و در واحد زمان را ϵ بگیرد. با نور ستاره‌ای که از ستارگان به اندازه کافی پیر می‌آید، آهنگ ϵ را می‌توان در مقیاس زمانی Q ، یعنی روی یک چرخه نوسانی، تقریباً ثابت در نظر گرفت. برای این محاسبه از فرمول تقریبی (۱۱۶.۹) استفاده می‌کنیم. برای نشان دادن چگونگی محاسبه $\eta = 0.75$ و $Q = 0.85 t_0$ را در نظر می‌گیریم. این مقادیر پارامتری اندکی با (۱۱۷.۹) تفاوت دارند، اما این اختلاف تأثیر چندانی در نتیجه ندارد. سپس با در نظر گرفتن زمان t برحسب یكاهای Q ، میانگین تولید از آخرین کمینه نوسانی برابر است با

$$\epsilon \int_{0.5}^{0.85} \frac{dt}{1+z} \quad (119.9)$$

این به‌ازای واحد حجم است، ضریب $1/(1+z)$ از این رو در انتگرال ظاهر می‌شود تا هر کوانتوم را انتقال به سرخ دهد. با قرار دادن (۱۱۹.۹) برابر با کل چگالی انرژی نورستاره فعلی، ϵ را از رابطه زیر تعیین می‌کنیم

$$\epsilon \int_{0.5}^{0.85} \frac{1 + 0.75 \cos(2\pi t)}{1 + 0.75 \cos(2\pi t_0)} dt = 2 \times 10^{-14} \quad (120.9)$$

بنابراین، پس از ارزیابی انتگرال، داریم

$$\varepsilon = 1,14 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \text{ در واحد زمان} \quad (121.9)$$

که یکای زمان Q است. بنابراین کل تولید نورستاره از کمینه نوسانی قبلی در $t = -0,5$ تا کمینه موجود در $t = 0,5$ برابر است

$$\varepsilon \int_{-0,5}^{0,5} \frac{dt}{1+z} = 4,56 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \quad (122.9)$$

که از (121.9) برای ε استفاده شده است.

حال، تضعیف چگالی انرژی W_{\min} در این چرخه در کمینه نوسانی زمینه ریزموج به واسطه عامل $\exp(t/P)$ در $S(t)$ ، $4QW_{\min}/P$ است، و برای نگهداشتن زمینه در تراز پایا از چرخه‌ای به چرخه دیگر، ورودی (122.9) ناشی از گرمایی شدن نورستاره باید این آهنگ اتلاف را جبران کند. بنابراین از شرط پایایی برای $P/Q = 20$ به دست می‌آوریم

$$W_{\min} = 1,14 \times 10^{-13} \frac{P}{Q} = 2,28 \times 10^{-12} \text{ erg cm}^{-3} \quad (123.9)$$

چون (122.9) با توجه به مختصه حجم نوشته شده است، نوعی تضعیف چگالی انرژی زمینه با توان چهارم $S(0,5)/S(t_0)$ بین آخرین کمینه نوسانی و زمان حاضر $t_0 = 0,85$ یعنی، با ضریب $0,1734$ به مقدار زیر وجود دارد

$$W_{\text{کنونی}} = 3,96 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \quad (124.9)$$

عامل مقیاس کیهان‌شناختی طوری تنظیم شده است که در $t = t_0$ برابر واحد باشد، این چگالی انرژی زمینه ریزموج به‌ازای یکای ویژه حجم نیز هست. با تقسیم (124.9) بر ثابت چگالی تابش و سپس گرفتن ریشه چهارم دمای تابش کنونی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$T_0 = 2,68 \text{ K} \quad (125.9)$$

که به مقدار مشاهده‌شده $2,73 \text{ K}$ بسیار نزدیک است. با در نظر گرفتن برآوردهای مورد استفاده برای محاسبه دما، سازگاری در واقع چشمگیر است. این موضوع مخصوصاً وقتی جالب توجه می‌شود که به خاطر آوریم تغییر استاندارد این زمینه «باقیمانده»، یعنی دمای کنونی را نمی‌توان اصلاً برآورد کرد. اگرچه آلفر و هرمان در پیشنهاد آن برابر 5 K در مقاله سال ۱۹۴۸ خود حدس خوبی زده بودند. خود گاموف برآوردهای مختلفی را داد که از $7 \sim$ تا $50 \text{ K} \sim$ تغییر می‌کرد! با این همه، جنبه بسیار مهم این نتیجه، که باید هنوز توجیه شود، فرایند گرمایی شدنی است که نور ستاره باقیمانده را به طیف گرمایی تبدیل می‌کند.

۲.۱۳.۹ گرمایی شدن

در کیهان‌شناسی مهبانگ گرمایی شدن تابش در عصرهای آغازین و معمولاً از طریق پراکندگی فوتونها از الکترونها صورت گرفته است. در QSSC، الکترونهای آزاد وجود ندارند تا عمل گرمایی شدن را انجام دهند. بلکه باید گردوغبار میان کهکشانی از نوع خاص را برای این منظور در نظر بگیریم. در سالهای ۱۹۸۰، فرد هویل و چاندررا ویکراماسینگه^۱ ذراتی رشته‌ای شکل از گردوغبار کیهانی را برای عوامل ایده‌آل برای این کار مطرح کردند. این دانه‌های گردوغبار از کجا به وجود می‌آیند؟ معلوم شد که ابرنواخترها زمینه‌ای ایده‌آل برای این هدف هستند. رویدادهای مینی-آفرینش QSSC نیز می‌توانند به عنوان چشمه‌هایی عمل کنند.

برآورد شده است که در نمونه‌ای از ابرنواختر نوع II مانند SN۱۹۸۷A، جرم کل آهن تولید شده $0.1 M_{\odot}$ است. فلز در پوسته‌ای غنی از آهن تولید و از حالت بخار در دمای اولیه 10^4 K و چگالی 10^9 g cm^{-3} تا حالتی با دمای 10^3 K و چگالی $10^{-15} \text{ g cm}^{-3}$ سرد می‌شود. در این دوره هسته‌های عناصر گرده آهن، مخصوصاً Ni^{56} ، نیز به Fe^{56} وامی‌باشد و چگالی بخار آهن آغاز می‌شود. جزئیات فرایند رشد نشان می‌دهد که چگالش اولیه تا شعاع $0.1 \mu\text{m}$ به صورت کروی است. پس از آن واپاشی پرتوزای Co^{56} دارای یک محور دررفتگی می‌شود که رشد رشته در امتداد آن صورت می‌گیرد. رشد خطی و برحسب زمان نمایی است، طول آن در زمان t عبارت است از

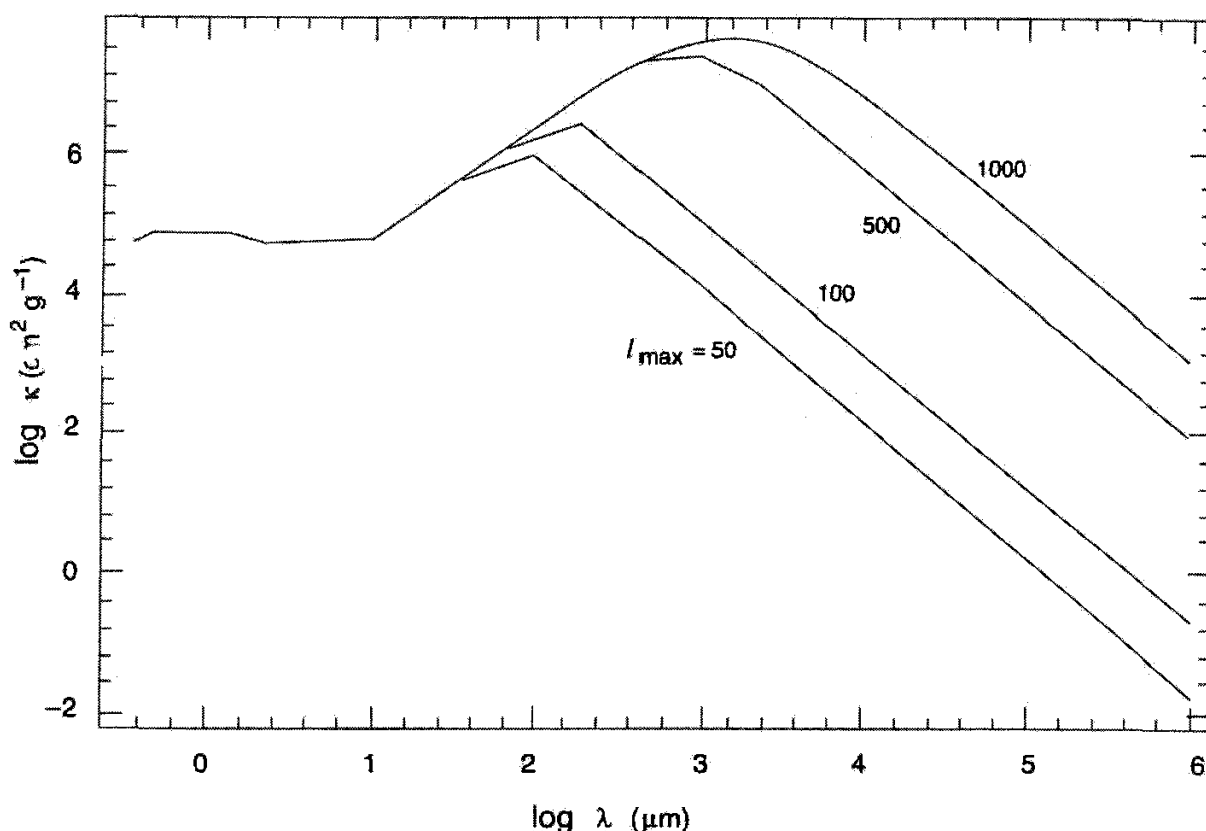
$$l = l_0 \exp(t/t_1) \quad (126.9)$$

که زمان مشخصه t_1 را پارامترهای مختلف فرایند چگالش تعیین می‌کند. بنابراین چگالیده‌ها رشته‌های موین به طول مختلف هستند که توزیع طول آنها از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n(l)dl = B dl/l, \quad l_{\min} \leq l \leq l_{\max}, \quad B = \text{const.} \quad (127.9)$$

$n(l)dl$ چگالی عددی رشته‌های با طول بین l و $l + dl$ است. حد بالای طول آنها ناشی از شکستن رشته‌های بر اثر برخورد است. بجز آهن، کربن تولید و پرتاب شده از ابرنواختر نیز می‌تواند به شکل رشته ظاهر شود.

دلیلی آزمایشگاهی برای چگالش بخارهای فلزی به رشته‌های موین وجود دارد. فرایند چگالش باعث می‌شود که دانه‌ها، به علت وجود نقصهای بلوری، به جای رشد به صورت همسانگرد، به شکل خطی رشد کنند. بنابراین به جای گویهای کروی گردوغبار رشته‌هایی چگالیده می‌شوند.

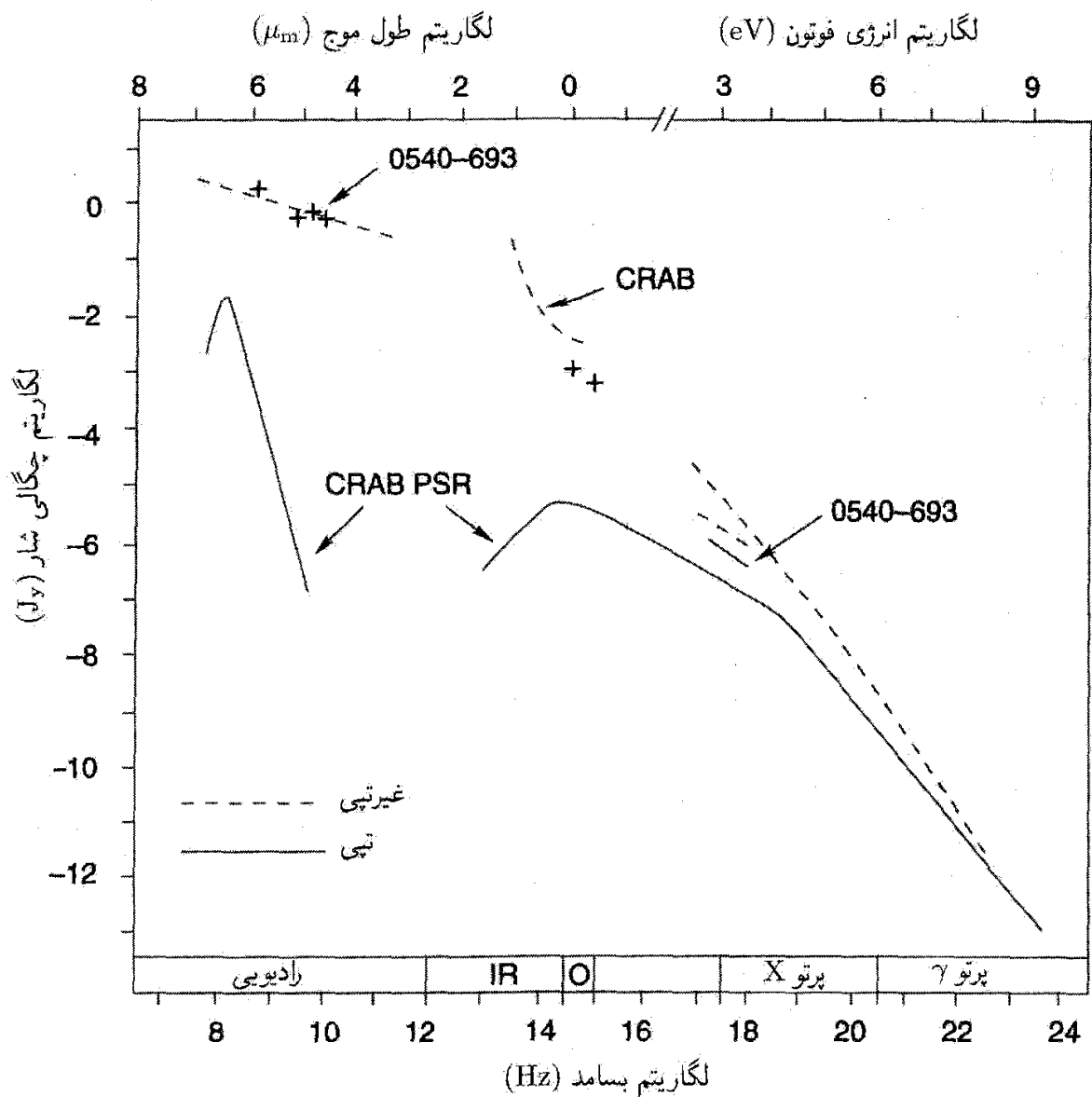


شکل ۹.۹ ضریب خاموشی جرمی برحسب طول موج برای رشته‌های به طول مختلف برحسب میکرومتر رسم شده است. به جذب غالب در طول موجهای حدود میلیمتر توجه کنید، این جذب برای موجهای رادیویی ناچیز است.

گرچه رشته‌هایی که بدین ترتیب تولید شده‌اند در حوالی منبع خود باقی می‌مانند، اما این کار برای همه آنها ضروری نیست و اغلب آنها می‌توانند، به علت سرعت‌های زیادی که از موج شوکی ابرنواختر گرفته‌اند، وارد فضای میان‌ستاره‌ای شوند. چگالی جرمی متوسط این رشته‌ها می‌تواند به کوچکی $10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$ باشد. با وجود این، می‌توانند چند اثر قابل مشاهده تولید کنند. برای شناخت این اثرها باید به ویژگیهای انهدام آنها توجه کنیم.

یک رشته آهنی می‌تواند استوانه‌ای با شعاع سطح مقطع $1 \mu\text{m}$ و 10^5 ، و طولی در گستره $10^5 - 5$ باشد. شکل ۹.۹ ضریب انهدام جرمی را برای جمعیتی از این دانه‌ها نشان می‌دهد که طبق قانون رابطه (۱۲۷.۹) توزیع شده‌اند. به قله چشمگیر در گستره میلیمتر-سانتیمتر توجه کنید که مشاهده‌های زیر آن را تأیید می‌کند.

۱. تپ‌اختر خرچنگ. طیف پیوستاری تپ‌اختر خرچنگ در گستره طول موجهای $30 \mu\text{m}$ تا 30 cm یک فرورفتگی دارد، که می‌توان آن را به حضور رشته‌هایی نسبت داد که از ابرنواختر خرچنگ سرچشمه گرفته‌اند و هنوز در آن حوالی وجود دارند. شکل ۱۰.۹ این اثر را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰.۹ این طیف بس طول موجی تپ‌اختر خرچنگ یک فرورفتگی را در گستره میلی‌متر از خود نشان می‌دهد، که نشانگر عامل خاموش‌کننده‌ای در آن حوالی است. رشته‌های فلزی توضیحی طبیعی برای این مشاهده‌اند اگر ضریب جذب جرمی شکل ۹.۹ را در نظر بگیریم.

۲. مرکز کهکشانی. چون مرکز کهکشانی از لحاظ ابرنواختر غنی است، انتظار داریم چگالی رشته‌ها در آنجا بیش از حد معمول باشد. خط‌های C II و N II در طول موج‌های به ترتیب $157.7 \mu\text{m}$ و $205.3 \mu\text{m}$ در بررسی‌های انجام‌شده در منطقه مرکز کهکشان فرورفتگی از خود نشان می‌دهند، این واقعیت را می‌توان با حضور رشته‌هایی به طول تا $100 \mu\text{m}$ توجیه کرد.

۳. جرم گردوغبار در چشمه‌های با انتقال به سرخ بالا. ویکراماسینگه رامادورایی^۱ نشان داده‌اند که جرم گردوغبار لازم برای توجیه شارهای بالای موج میلی‌متری در چشمه‌های با انتقال به سرخ بالا

1. Ramadurai

به طول قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد (با ضریب 10^{-3} ~) اگر مبدل‌های کارآمدتری برای تبدیل تابش محیط به این امواج وجود داشته باشد، یعنی اگر فرض کنیم که رشته‌های فلزی موجودند. در غیر این صورت، تحلیل‌های اخیر کهکشانی‌های پرازگردوغبار با انتقال به سرخ بالا، با فرض اینکه به صورت متداول کروی باشند، وجود جرم گردوغبار قابل ملاحظه‌ای را ایجاب می‌کند. اگر فرض کنیم که رشته‌های بخش عمده گردوغبار را تشکیل دهند، برآوردهای جرم با ضریب قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.

۴. طیف‌های گوازارهای رادیویی و هسته‌های فعال کهکشانی. طیف مربوط به چشمه‌های رادیویی، مانند تپاختر خرچنگ، و هسته‌های فعال کهکشانی فرورفتگی‌هایی را در پیوستار از خود نشان می‌دهند که نشانگر جذب در ناحیه طول موج میلیمتری است. این موضوع را می‌توان به بهترین نحو با خاموشی به وسیله رشته‌ها توضیح داد.

۵. جذب میان‌کهکشانی. به طوری که در فصل ۱۲ خواهیم دید، وجود گردوغبار میان‌کهکشانی به صورت رشته‌های فلزی توضیح مناسبی را برای رابطه قدر-انتقال به سرخ ابرنواخترهای نوع-Ia با انتقال به سرخ بزرگ در اختیار می‌گذارد.

در حالی که رشته‌های آهنی احتمالاً چشمه غالب کدوری در ناحیه ریزموج هستند، رشته‌های کربنی در طول موج‌های کوتاه‌تر به طور قابل ملاحظه‌ای غلبه می‌کنند، زیرا کربن به مقدار فراوانتر در ستاره‌ها تولید می‌شود و کارایی آن در طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است. در بحث زیر نسبت $S(t)/S_{\min}$ در یک چرخه نوعی را با x نشان می‌دهیم. بنابراین، اگر بیشینه انتقال به سرخ قابل مشاهده در طی این چرخه ۵ باشد، مقدار کنونی $x = 6$ است.

ضریب جذب رشته‌های گرافیتی برای تمام طول موج‌های بزرگتر از $1 \mu\text{m}$ ~ اصولاً ثابت است، و حتی به طول موج‌های بلندتر نیز گسترش می‌یابد، و مقدار آن برای رشته‌های به قطر $1 \mu\text{m}$ و طول 1 mm ~ برابر است با $10^5 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$. از طرف دیگر، ضریب جذب در حدود سه برابر مقدار آن برای تابش فرابنفش، $3 \times 10^5 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ ~، است که ایجاب می‌کند چگالی میان‌کهکشانی $10^{-34} \text{ g cm}^{-3}$ ~ باشد تا جذب فرابنفش قابل ملاحظه‌ای را در هنگامی تولید کند که پارامتر x ، با نزدیک شدن به عصر کمینه-مقیاس در مرحله انقباض هر چرخه، به کمتر از ۶ کاهش می‌یابد. بنابراین چگالی میان‌کهکشانی $10^{-34} \text{ g cm}^{-3}$ ~ در $z_{\max} = 5$ در $z = 0$ به $2 \times 10^{-32} \text{ g cm}^{-3}$ ~ افزایش می‌یابد. در فاصله کیهان‌شناختی 10^{27} cm برای این عصر مقدار عمق‌های اپتیکی ۶ ~ برای نور فرابنفش و ۱ ~ برای طول موج‌های بلندتر از $1 \mu\text{m}$ به دست می‌آید.

پس تودهٔ عظیم تابش اپتیکی به شکل نورستاره که گرمایی شده است در هر مرحلهٔ انقباض به مدت 10^{11} سال در حرکت بوده است و این مدت برای ریزموجها از این هم طولانی‌تر است. تابشی که بر رشته‌های کربنی فرود می‌آید بیشتر در مرحلهٔ آخرین بیشینهٔ نوسان منتشر شده است. این شامل همهٔ تابش ریزموج می‌شود که قبل از نوسان کنونی موجود بوده‌اند و همهٔ نورستاره‌ای که کهکشانها در نیمهٔ اول چرخهٔ جاری تولید کرده‌اند، با این پیامد که همهٔ این تابشها دارای چگالی انرژی بسیار یکنواخت هستند. با این همه، لازم نیست که رشته‌های کربنی که مسئول جذب نورستاره و بازگسیل آن به صورت ریزموج هستند به صورت یکنواخت توزیع شده باشند. رشته‌های کربن می‌توانند در مقیاس خوشه‌های کهکشانی به صورت کپه‌ای باشند. این به معنی آن است که تبدیل نورستاره به ریزموج با نزدیک شدن به کمینهٔ نوسان به صورت کپه‌ای صورت می‌گیرد.

با وجود این، هر رشتهٔ کربن، در هر کجا که قرار گرفته باشد، خود را در حمامی با چگالی انرژی یکنواخت می‌یابد، حمام تابشی که کسر قابل ملاحظه‌ای از آن از ریزموجهای چرخهٔ قبلی تشکیل شده است و بقیهٔ آن اغلب نورستاره‌ای است که باید به ریزموج تبدیل شود. اگر همهٔ تابش در ناحیهٔ ریزموج بود، تخت بودن ضریب جذب نسبت به طول موج در گستره بلندتر از $1 \mu\text{m}$ ~ ایجاب می‌کرد که دمایی که ذرات به آن می‌رسیدند صرفاً دمای استاندارد ریزموجی باشد که اکنون مشاهده می‌شود، که $2,73 \text{ K}$ ~ است. با این همه، چون کسری از آن، مثلاً 10% ، تابش فرابنفش است، مؤلفهٔ ستاره‌ای که از مقادیر نزولی پارامتر x انتقال به آبی یافته است، دارای ضریب جذب بالاتر از مقداری است که در بالا بحث شد. این موضوع باعث افزایش دمای T_g دانه‌ها به مقدار بالاتر از $2,73 \text{ K}$ ~، یعنی مقدار زیر می‌شود

$$T_g \sim [0,9 + (3^{1/4} \times 0,1)] 2,73 \simeq 2,82 \text{ K} \quad (128.9)$$

جملهٔ دوم داخل کروشه مربوط به جذب نورستاره است. چون نورستاره به تدریج با عمق اپتیکی τ جذب می‌شود، به جای ضریب $0,1$ در معادله $\exp(-\tau)$ را قرار می‌دهیم و به جای ضریب $0,9$ می‌گذاریم $\exp(-\tau) - 0,1$ ، به طوری که دمای دانه‌ها طبق رابطهٔ زیر تغییر می‌کند

$$T_g [1 + 0,1 e^{-\tau} (3^{1/4} - 1)] \times 2,73 \text{ K} \quad (129.9)$$

بنابراین، با جذب شدن نورستاره، دمای رشته‌ها در حدود $0,1 \text{ K}$ بالاتر می‌رود و سپس با جذب تدریجی نورستاره به $2,73 \text{ K}$ فرو می‌افتد.

چون گسیلمندی ذرات تابع طول موج نیست، آنها به ازای هر مقدار T_g ، طبق معادلهٔ فوق با دماهایی که ممکن است تا حدود $2,82 \text{ K}$ افزایش یابند، فقط گسیل با توزیع

پلانک $1/\{\exp[h\nu/(kT)] - 1\}$ خواهند داشت. اما، به طور کلی آنها شدت پلانک $\nu^3/\{\exp[h\nu/(kT)] - 1\}$ را تولید نمی‌کنند. وقتی دما تا $2,73K$ بالا رود شدت تابش اندکی رقیق می‌شود.

بنابراین پیامد حاصل از این اولین جذب نورستاره چیست؟ نتیجه چگالی انرژی یکنواخت ریزموجها با توزیعی تقریباً به صورت جسم سیاه در دمای $2,73K$ است، اما با افت و خیزهایی در جزئیات مربوط به منحنی شدت، که این جزئیات در ابتدا دارای توزیع تا اندازه‌ای ناهموارند زیرا رشته‌های کربن به صورت نامرتب توزیع شده‌اند.

حال، با نورستاره جذب شده و دمای یکنواخت ذرات در همه جا، جذب و بازگسیل بیشتر به طور اجتناب‌ناپذیری توزیع پلانک دقیق برای $2,73K$ را تولید می‌کند. فقط جذبهای بیشتر در کمینه‌های نوسانی برای این گام آخر ضروری هستند. این کار را، چنانکه نارلیکار، ادموندز^۱، و ویکراماسینگه در سال ۱۹۷۵ نشان دادند، می‌توان با رشته‌های کربن انجام داد. با این همه، اضافه کردن حتی مقدار کمی از رشته‌های آهن، با کدري زیاد در مرکز توزیع ریزموج، این گام نهایی را حتی سرنوشت‌سازتر می‌کند.

نکته اساسی چیزی است که قبلاً بر آن تأکید شد، یعنی اینکه انبساط در بیشینه نوسانی باعث مخلوط شدن تابشی می‌شود که از فاصله‌های بسیار دور 10^{29} cm می‌آید، و این کار با چگالی میان‌کهکشانی کم ذرات صورت می‌گیرد و باعث می‌شود که تابش آزادانه حرکت کند.

۳.۱۳.۹ ناهمسانگردی زمینه

تأثیر T بالا، که به صورت کپه‌ای در مقیاس خوشه‌های کهکشانی توزیع شده، باعث می‌شود که این فرایند افزایش مختصر دما و سپس بازگشت به $2,73K$ نیز ناهموار باشد. اما کاری که انجام نمی‌شود آن است که چگالی کل انرژی تابش به هیچ وجه ناهموار نیست. هنگامی که چگالی انرژی تابش به طور کلی یکنواخت شد، این ویژگی بنیادی بر اثر جذب و بازگسیل توسط ذرات تغییر نمی‌کند. زیرا البته هر ذره همان مقدار انرژی گسیل می‌کند که جذب کرده است — مجموعه کل ذرات دارای محتوای گرمایی ناچیز است — ذرات فقط مقدار مختصری گرما را ذخیره می‌کنند. بنابراین، این برداشت که توزیع ناهموار جذب‌کننده‌ها توزیع ناهموار تابش را به وجود می‌آورد درست نیست.

با این همه، همواره مقداری تابش از چشمه‌های موضعی، مانند یک کهکشان، گسیل می‌شود که می‌تواند افت و خیزهایی را در چگالی انرژی به وجود آورد. کهکشانهایی که در آنها نور بیشتر ناشی از کوتوله‌های رشته اصلی است قدر مطلق در حدود 21 — خواهند داشت، یعنی گسیلی

در حدود $10^{44} \text{ erg s}^{-1}$ سهم یک کهکشان نزدیک، با فاصله مشخصه‌ای در حدود 3 Mpc ، در چگالی انرژی $3 \times 10^{-18} \text{ erg cm}^{-3}$ است، در مقایسه با چگالی انرژی کیهان‌شناختی $10^{-14} \text{ erg cm}^{-3}$ ، یعنی، تغییرات موضعی چگالی انرژی در حدود یک قسمت در 3000 است. این موضوع باعث تغییر دمای ذرات گرمایی‌کننده به اندازه یک قسمت در 12000 می‌شود، که وقتی اثر تمام ذرات گرمایی‌کننده را که به حد اولبرس رسیده‌اند در نظر بگیریم، ناچیز می‌شود. یک حد اعلائی افت‌وخیز ناشی از چشمه‌های موضعی مربوط به خوشه‌های غنی کهکشانهاست. بنابراین، برای ذره‌گردوغباری که در فاصله 3 Mpc از خوشه غنی متشکل از 1000 کهکشان قرار دارد، اصلاح موضعی میدان کیهانی نورستاره ($10^{-14} \text{ erg cm}^{-3}$) برابر است با $3 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} = 3 \times 10^{-18} \text{ erg cm}^{-3} \times 3 \times 1000$. این افت‌وخیز چگالی انرژی در حدود 3% است که می‌تواند دمای ذرات را از 273 K با مقدار 3% تغییر محاسبه شده در بالا به حدود 283 K افزایش دهد. بنابراین تغییری در حدود 10^{-2} K 3×10^{-2} به وجود می‌آید.

وقتی آسمان را در یک مقیاس زاویه‌ای بررسی کنیم به طوری که یکی از باریکه‌های مقایسه‌شونده حاوی خوشه‌ای غنی از کهکشانها باشد و دیگری چنین نباشد، انتظار داریم تغییری قابل آشکارسازی در دمای مؤثر زمینه به دست آید. با این همه، مقدار تغییر به هیچ‌وجه به بزرگی $30 \times 10^{-2} \text{ K}$ نیست که اکنون محاسبه کردیم. زیرا ذراتی که این تغییر در مورد آنها به کار می‌رود باید در فاصله حدود 3 Mpc از خوشه کهکشانها قرار گرفته باشند و این افت‌وخیزهای کاملاً موضعی را همراه با ذرات گرمایی‌کننده‌ای در نظر بگیریم که در امتداد خط دید تا حد اولبرس قرار گرفته‌اند. مورد اخیر اندازه افت‌وخیزها را با ضریب حدود 1000 ، تا $3 \times 10^{-5} \text{ K}$ ، یا حدود $30 \mu\text{K}$ کم می‌کند، که با افت‌وخیزهای مشاهده‌شده، چنانکه در فصل بعد خواهیم دید، سازگاری خوبی دارد.

به طور خلاصه، برخلاف وضعیت کیهان‌شناسی مهبانگ، افت‌وخیزهای زمینه ریزموج چیزی جز انحرافهای مختصر نیستند که بر اثر تغییرات فضایی چگالی انرژی نورستاره ستاره به واسطه توزیع ناهمگن کهکشانها به وجود می‌آیند.

بنابراین، انرژی زمینه ریزموج، طیف، و دامنه افت‌وخیزها را به دست آوردیم. پس QSSC مسئله‌ای را حل می‌کند که نظریه حالت پایا از حل آن ناتوان است. با این همه، آزمونهای کیهان‌شناختی دیگری نیز وجود دارند و جالب است ببینیم این کیهان‌شناسی با کیهان‌شناسی استاندارد چه برخوردی دارد. در دو فصل بعد دلایل رصدی را بررسی می‌کنیم که هر مدل کیهان‌شناختی باید در نظر بگیرد، در فصل ۱۲ به QSSC باز خواهیم گشت.

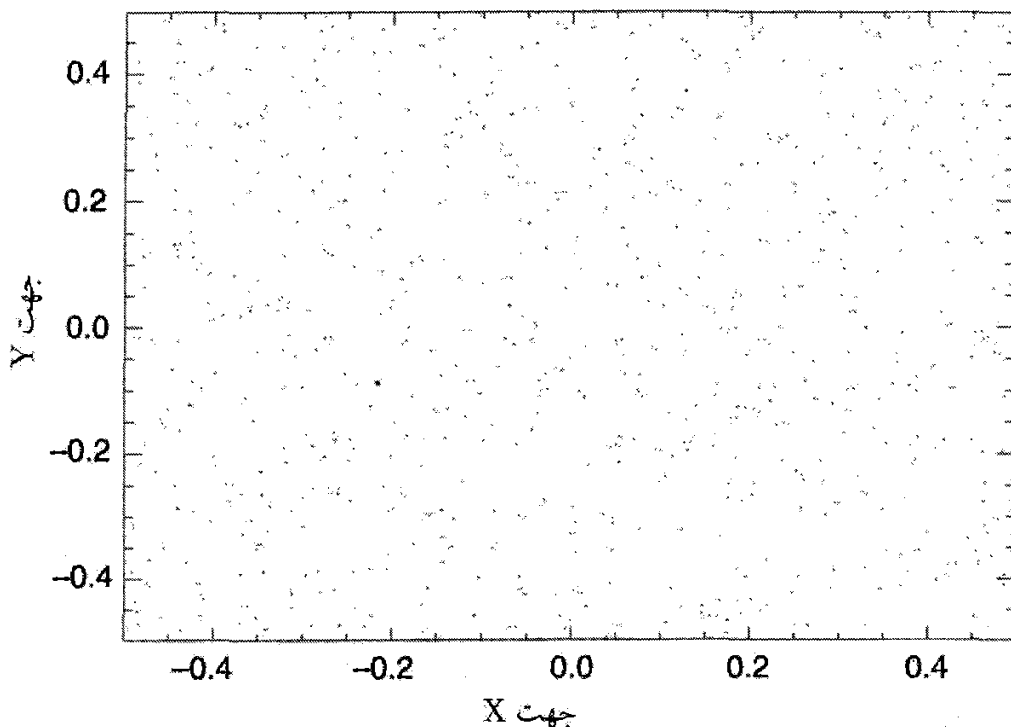
۱۴.۹ ساختار بزرگ - مقیاس

برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ که در آن ساختارها باید از ناهمگنهایی آغازین شکل بگیرد که به صورت دستی وارد شده‌اند، در اینجا مسئله این است که چگونه ساختارهای چرخه کنونی را از آنچه در چرخه‌های قبل وجود داشته باز تولید کنیم. چون رویدادهای مینی-آفرینش در این کیهان‌شناسی نقش اساسی دارند، انتظار داریم که هسته‌های جدید آفرینش از ماده‌ای که از آنها پرتاب شده است شکل بگیرد.

با وجود این، بد نیست ببینیم چگونه ناپایداریهای گرانشی در این کیهان‌شناسی رشد کردند. در سال ۱۹۷۷، بانرجی^۱ و نارلیکار رهیافت زیر را اختیار کردند. متریک، چگالی و میدان- C دچار اختلال شدند، با محدود کردن به کمیت‌های مرتبه اول، تغییرات این اختلالها در فضا زمان زمینه محاسبه شد. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، چگالی ناهمگنیها در مرحله انقباض یک نوسان رشد کرد و در مرحله انبساط آن میرا شد. با این همه، روی هم رفته ناپایداری قابل ملاحظه‌ای در جواب وجود نداشت. درحالی‌که این موضوع باعث اطمینان از قوت جواب اصلی می‌شود، اما فرد را مجبور می‌کند که به جستجوی اثرهای غیرگرانشی برای تولید ساختار بپردازد. فرایند آفرینش یک امکان را در اختیار می‌گذارد. در کوششی اخیر برای شناخت چگونگی رشد ساختارها و توزیع آنها در فضا، فرد هویل آزمایش تجربی زیر را پیشنهاد و علی نیری^۲ و سانوانجینیر^۳ و نگارنده آن را امتحان کردند. تعداد زیادی نقطه ($N \sim 10^5 - 10^6$) در سطحی مربعی به صورت کاتوره‌ای توزیع شد. هر نقطه همسایه‌ای کاتوره‌ای را در محدوده معین x از فاصله میان ذره‌ای مجموعه اولیه تولید می‌کرد. سپس سطح به دو برابر اندازه اولیه مقیاس‌بندی شد، به طوری که چگالی ذرات یکسان باقی ماند. سپس، از این سطح منبسط‌شده، بخش مرکزی نظیر سطح اولیه حفظ و بقیه کنار گذاشته شد. با این مربع جدید آزمایش تکرار شد.

به زودی، یعنی، پس از سه یا چهار بار تکرار روال بالا، خوشه‌ها و حفره‌ها در تصویر شروع به شکل گرفتن کردند و اندازه حفره‌ها افزایش یافت درحالی‌که با تکرار آزمایش خوشه‌بندی چگالتر شد. اگر آفرینش همسایه جدید B در اطراف نقطه نوعی A کاملاً کاتوره‌ای نبود، بلکه به تاریخچه قبلی آفرینش A بستگی داشت، به طوری که AB بیشتر در جهتی قرار می‌گرفت که A پرتاب شده است، ساختار رشته‌ای همراه با حفره‌ها رشد می‌کرد. این هم ترازوی را می‌توان با این فرض که مرکز آفرینش جسم چرخان رمبیده‌ای (چون سیاهچاله کِر) را در خود جای داده است توجیه کرد؛ زیرا در این صورت ذرات آفریده ترجیحاً در امتداد محور چرخش پرتاب می‌شوند. تصویرهایی که بدین ترتیب تولید شدند به ساختار بزرگ-مقیاس شباهت بسیار داشتند.

$$N=1000000, \quad x=0.8, \quad n=10, \quad \Delta Z=0.001$$

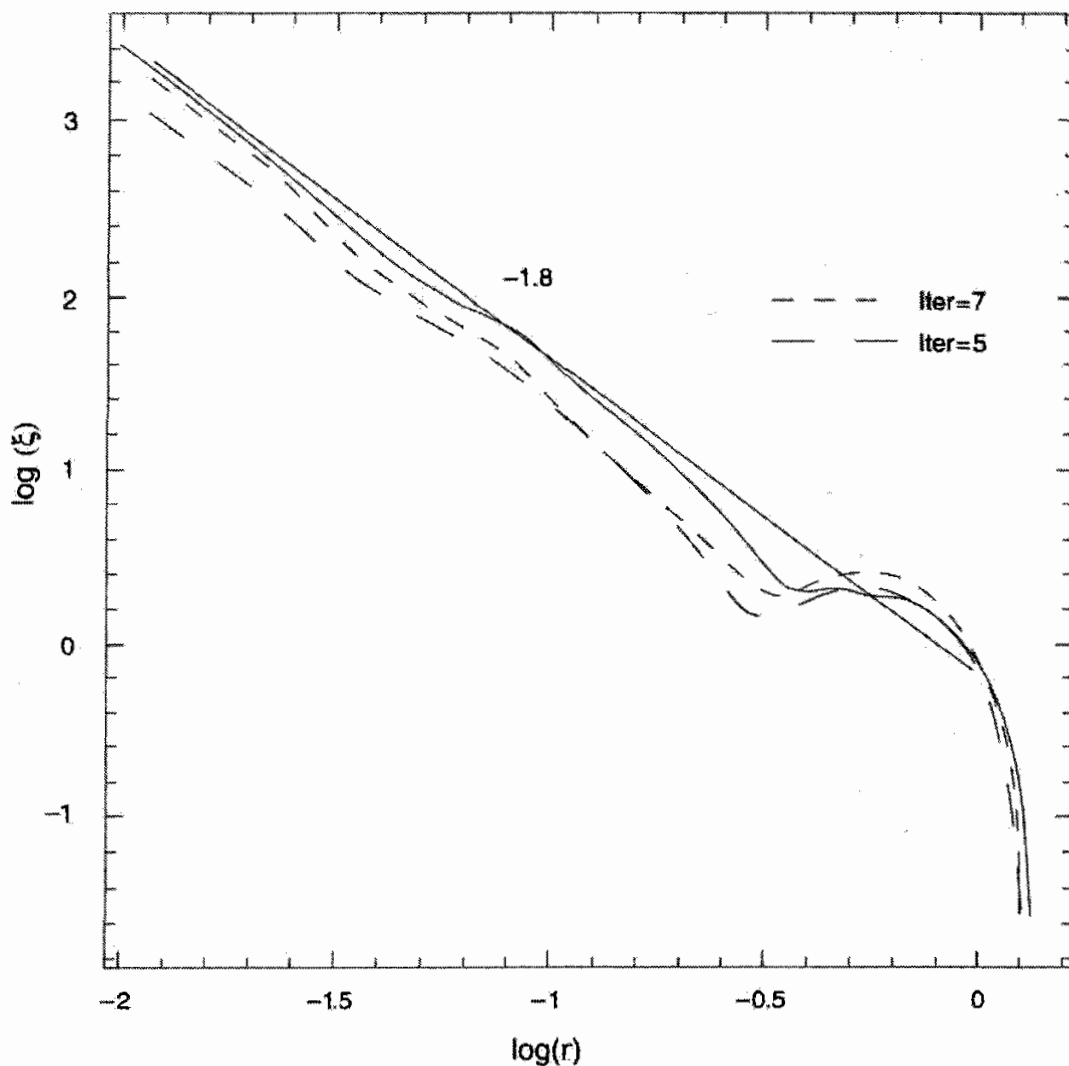


شکل ۱۱.۹ یک شبیه‌سازی بزرگ-مقیاس QSSC، بر مبنای آفرینش یک نسل از خوشه‌ها در حوالی خوشه‌های مربوط به نسل قبل، که در آن پرتاب هم‌تراز از یک نسل به نسل بعد در نظر گرفته شده است. با گذر از یک نسل به نسل بعد رشته‌ها و حفره‌ها شکل می‌گیرند. شکل نتیجه را پس از ده تکرار، برای مقادیر پارامتری بالای شکل، نشان می‌دهد. نقطه‌ها توزیع روی برش نازکی را در جهت Z توزیع مکعبی نشان می‌دهند.

آزمایش در سه بعد تکرار شد و برشهای دوبعدی نیز برای ساختار بررسی شدند. باز هم شکل آنها به رشته‌ها و حفره‌های مربوط به بررسیهای انتقال به سرخ شباهت قابل ملاحظه داشت. برای نزدیک‌تر کردن آزمایش به دینامیک QSSC، مکعب اولیه با ضریب (Q/P) در هر جهت منبسط شد و گذاشتیم فقط کسر

$$f = [1 - \exp(-3Q/P)] \quad (۱۳۰.۹)$$

مجموعه نقطه‌های اولیه همسایه‌های جدیدی را تولید کنند. کارهای اولیه علی‌نیری نشان می‌دهد که رشته‌ها و حفره‌ها فقط پس از چند تکرار ظاهر می‌شوند. مثلاً، نگاه کنید به شکل ۱۱.۹. خوشه‌بندی مشاهده‌شده در شکل ۱۱.۹ چگونه با خوشه‌بندی مشاهده‌شده مقایسه می‌شود؟ تمرینی برای اندازه‌گیری تابع همبستگی دو نقطه‌ای ξ ، تعریف شده در فصل ۷، برای شبیه‌سازیهای مشاهده‌شده پس از تکرارهای پی‌درپی انجام شد. همان‌طور که شکل ۱۲.۹ نشان می‌دهد، رابطه



شکل ۱۲.۹ یک تابع همبستگی دو نقطه‌ای برای شبیه‌سازیهای از نوعی که در شکل ۱۱.۹ آمده است دارای توزیعی از نوع قانون توان با شاخصی است که پس از چند بار تکرار فرایند آفرینش به $-1/8$ نزدیک می‌شود. تکامل شاخص به طرف شیب خط ایده‌آل $-1/8$ (که با خط پیوسته مشخص شده) برای تکرار تا ده نسل نشان داده شده است.

$r - \xi$ به سرعت به طیف قانون توان با شاخص $-1/8$ نزدیک می‌شود. بنابراین معلوم می‌شود که رهیافت کنونی به تشکیل ساختار، اگرچه سرشت ساده دارد، اما می‌تواند به واقعیت نزدیک باشد.

۱۵.۹ اظهارنظرهای نهایی

ایده‌های بالا کوششهایی را نشان می‌دهد که برای شناخت پدیده آفرینش ماده در چارچوب فیزیکی خوش تعریف صورت گرفته است. نظریه حالت پایای بوندی و گلد به این نتیجه می‌رسد که آفرینش

ماده پیامد اجتناب‌ناپذیر اصل کیهان‌شناختی کامل است. رهیافت هوپل نظریه میدان شناخته‌شده‌تر را برای توجیه این پدیده در چارچوب نسبیت عام مطرح می‌کند. از طرف دیگر، کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا با شروع از اصل ماخ و معادله‌های گرانشی عام‌تر، با یک ثابت کیهان‌شناختی و میدانی نرده‌ای که آفرینش ماده را مشخص می‌کند، به نسبیت عام «می‌رسند». اصولاً، QSSC از جایی کار را شروع می‌کند که نظریه حالت پایا آن را ترک کرده است، و می‌تواند مدعی حل مسئله‌های مهمی باشد که باعث دردسر نظریه اخیر بوده‌اند.

موفقیت‌های بلافصل نظریه عبارت‌اند از:

۱. این شرط که G حاصل از تمام ذرات موجود در عالم الزاماً مثبت است ایجاب می‌کند که گرانش به صورت نیروی جاذبه عمل کند. انبوهه ماده باید تمایل به گردهم آمدن داشته باشد. این برخلاف نسبیت عام است، که برای آن گرانش می‌تواند مرکز‌گریز هم باشد، که پیامد انتخاب G منفی درکنش نسبیت عام منفی است و باعث می‌شود که انبوهه ماده همواره از هم دور شوند.
۲. در مورد کیهان‌شناختی با همگنی و همسانگردی، فشار ناشی از جمله میدان C در معادله‌های گرانشی منفی است، که انبساط عالم را توجیه می‌کند. بنابراین، انبساط مربوط به فرایند آغازین اسرارآمیزی چون «مهبانگ» نیست.
۳. باز هم در مورد کیهان‌شناختی، انرژی مربوط به میدان C منفی است، که اطمینان می‌دهد وقتی شرایط آفرینش برقرار باشد، تحول آن به صورت شارشار، با پیامدهای انفجاری است.
۴. معلوم شده است که اندازه ثابت λ باید در حدودی باشد که در کیهان‌شناسی ضروری است. برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، این به جای اینکه یک فرض باشد یک نتیجه‌گیری است؛ و به جوابی می‌انجامد که از نظر مشاهده دارای مرتبه بزرگی صحیح است. با این همه، علامت λ منفی، یعنی برخلاف چیزی است که معمولاً فرض می‌شود.
۵. در یک مدل QSSC نوعی عالم دارای انبساط درازمدت از نوع دوسویه است، که روی نوسانهای کوتاه‌مدت بین عاملهای مقیاس کمینه و بیشینه محدود نهاده می‌شود. بنابراین جواب نشانگر عالم ناتکین است.
۶. با ذرات جدیداً آفریده شده‌ای که ذرات پلانک‌اند، واپاشی آنها امکان تولید عناصر سبک را فراهم می‌سازد.
۷. زمینه ریزموج با نورستاره باقیمانده از چرخه‌های قبلی QSSC ارتباط مستقیم دارد، گرمایی شدن آن توزیع جسم سیاه با دمای $2.7K$ را به وجود می‌آورد. برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، توضیحی اخترفیزیکی برای این موضوع داریم که چرا دمای زمینه دارای این اندازه است.

۸. حضور ماده تاریک را می‌توان برحسب بقایای ستارگان چرخه‌های قبل فهمید که نورشان به صورت زمینه ریزموج ظاهر می‌شود.
۹. موفقیت مدل اسباب‌بازی که برای تشکیل ساختار از طریق رویدادهای مینی-آفرینش توسعه یافت گامهای بیشتر در این راه را تشویق می‌کند.
- این مفهوم حالت پایای اصلاح‌شده، که اکنون به صورت مؤثرتر از نظریه‌حالت پایای کلاسیک قدیم به‌کار می‌رود، مسئله کیهان‌شناختی را به مسئله‌ای تبدیل می‌کند که در آن پارامترهایی را که محاسبه‌های برمبنای آن صورت می‌گیرد می‌توان از مشاهده‌های نجومی تعیین کرد. آنها مانند کیهان‌شناسی مهبانگ مبتنی بر حدس و گمان نیستند. در فصلهای باقیمانده کیهان‌شناسی مهبانگ و QSSC را در معرض بررسی رصدی دقیقتر قرار می‌دهیم و عملکرد آنها را مقایسه می‌کنیم.

تمرینها

۱. درباره ملاحظاتی که به فرمولبندی کیهان‌شناسی حالت پایا انجامید بحث کنید. آیا هیچ‌کدام از این ملاحظات امروز معتبرند؟
۲. اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) چیست؟ این اصل برای از میان برداشتن چه کمبودهای اصل کیهان‌شناختی معمولی طراحی شده است؟
۳. با در نظر گرفتن اجسام نجومی مختلف، به مقیاس طولی برسید که در آن انتظار دارید PCP به‌کار رود. مقیاسهای زمانی متناظر که در آنها انتظار دارید عالم از این اصل پیروی کند کدام‌اند؟
۴. خمیدگی نرده‌ای R را برای مدل رابرتسون-واکر محاسبه کنید. از PCP برای ثابت بودن R بهره بگیرید و نشان دهید که این موضوع سبب می‌شود S تابعهای ویژه‌ای از t برای $k = 0, \pm 1$ باشد. با استفاده از ثابت بودن هابل نتیجه بگیرید که $k = 0$.
۵. نشان دهید که پارامتر شتاب منفی برای عالم حالت پایا در تمام دوره‌ها برابر -1 است.
۶. از PCP و مشاهده موضعی انحراف از تعادل ترمودینامیکی نتیجه بگیرید که عالم حالت پایا باید منبسط شود.
۷. نشان دهید که اگر عالم حالت پایا دارای ویژه چگالی عددی n از چشمه‌هایی باشد که هر یک با درخشندگی L تابش می‌کنند، شدت کل در زاویه فضایی $d\Omega$ آسمان از $F d\Omega$ به دست می‌آید که

$$F = \frac{1}{16\pi} Ln \frac{c}{H_0}$$

با قرار دادن مقادیرهای مشخصه L ، n برای کهکشانها F را برآورد کنید و نتیجه بگیرید که آسمان شب کاملاً تاریک است.

۸. در مورد اعتبار گزاره زیر بحث کنید: «از راههای حل پارادوکس اولبرس، تنها راه ممکن برای مدل حالت پایا انبساط عالم است».

۹. نشان دهید که با توجه به کیهان‌شناسی میدان- C آهنگ آفرینش ماده لازم برای تداوم مدل حالت پایا از رابطه زیر به دست می‌آید

$$Q = 4 \times 10^{-46} h_0^3 g \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$$

۱۰. با بهره‌گیری از تمرین ۹، آهنگ آفرینش را برحسب جرم خورشید در هر سال در هر مگاپارسک مکعب بیان کنید.

۱۱. در مورد مزایا و محدودیتهای کیهان‌شناسی میدان- C بحث کنید.

۱۲. ادعا شده است که نظریه حالت پایا به راحتی قابل آزمودن و در نتیجه بیشتر از مدل استاندارد مهبانگ کیهان‌شناسی در معرض عدم تأیید است. با ذکر چند مثال، این ادعا را توجیه کنید.

۱۳. میدان- C و میدان الکترومغناطیسی را مقایسه و تفاوت‌های آنها را بیان کنید.

۱۴. با ذکر مثال میدان- C نشان دهید که جمله‌های مستقل از مسیر کنش می‌توانند به نتایج غیرصفر بینجامند.

۱۵. نشان دهید که در نبود نیروهای دیگر، ذره آفریده شده در کیهان‌شناسی میدان- C یک ژئودزیک را دنبال می‌کند.

۱۶. نشان دهید که در نظریه میدان- C در هنگام آفرینش یک ذره انرژی کل و تکانه پایسته می‌ماند.

۱۷. با تغییر g_{ik} و قرار دادن تغییرات مرتبه اول کنش برابر با صفر، شکل تانسور انرژی تکانه میدان- C را به دست آورید. نشان دهید که

$$T_{(C);k}^{ik} = -f C^i C_{;k}^k$$

این رابطه را در حوالی نقطه‌ای از فضا-زمان که در آن ذره آفریده می‌شود ارزیابی کنید و قانون پایستگی ۴-تکانه را نتیجه بگیرید.

۱۸. پیامدهای منفی بودن انرژی میدان- C را بررسی کنید.

۱۹. معادله‌های کیهان‌شناختی (۱۳.۹) تا (۱۶.۹) به دست آورید. جواب کلی این معادله‌ها را برای مورد $k = 0$ بنویسید.

۲۰. اختلالی در جزء خط حالت پایا را به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \quad x^0 = ct$$

$$g_{00} = (1 + h_{00}), \quad g_{0\mu} = 0, \quad g_{\mu\nu} = -(\delta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) e^{2H_0 t}$$

که h_{ik} تابعهای کلی مختصات فضا-زمان هستند. به علاوه، چگالی و بردار جریان را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$\rho = \frac{3H_0^2}{4\pi G} + \rho_1, \quad u^i = (1, 0, 0, 0) + u_1^i$$

با در نظر گرفتن $\rho_1, u_1^i, h_{\mu\nu}$ به صورت کمیت‌های کوچک مرتبه اول، نشان دهید که آنها برحسب زمان به صورت زیر فرو می‌افتند

$$\rho_1 = Ae^{-3H_0 t} + Be^{-\delta H_0 t}, \quad u_1^i = \bar{u}^i e^{-\delta H_0 t},$$

$$h_{00} = 0, \quad h_{\mu\nu} = \alpha_{\mu\nu} + \beta_{\mu\nu} e^{-2H_0 t} + \gamma_{\mu\nu} e^{-3H_0 t} + \varepsilon_{\mu\nu} e^{-\delta H_0 t}$$

توابع $A, B, \bar{u}^i, \alpha_{\mu\nu}, \dots, \varepsilon_{\mu\nu}$ تابع x^μ هستند. ثابت کنید که با انبساط عالم حتی ناهمگنی مربوط به اهمیت کمتری پیدا می‌کند.

۲۱. نتیجه بگیرید که بردار جریان ماده آفریده شده دارای اسپین صفر است. این نتیجه چه پیامدهایی برای اصل ماک دارد؟

۲۲. جواب (۱۸.۹) را برای فرایند آفرینش انفجاری استنتاج کنید. پارامترهای جواب خود را به مقدار ماده آفریده شده در عالم ربط دهید. به ویژه، نشان دهید که

$$t_1 = t_0$$

و چگالی بیشینه در $t = 0$ به وجود می‌آید و برابر است با fm^2 .

۲۳. مخزن انرژی ξ را در حجم V در حال انبساط در نظر بگیرید. نشان دهید که اگر $\xi > 0$ ، انبساط و تبدیل انرژی به ماده به صورت ξ مساوی صفر در زمان محدود در می‌آید. همین‌طور نشان دهید که اگر $\xi < 0$ باشد این نتیجه‌گیری به شدت تغییر می‌کند.

۲۴. نشان دهید در کیهان‌شناسی حالت پایا انتقال به سرخ یک کهکشان با ویژه فاصله شعاعی آن کهکشان از ما متناسب است.

۲۵. نشان دهید که کیهان‌شناسی حالت پایا دارای افق ذره نیست، بلکه دارای افق رویدادی با ویژه شعاع c/H_0 است. یعنی، نشان دهید که کیهانشانی که ویژه فاصله شعاعی آن از ما از c/H_0 تجاوز کند نمی‌تواند هرگز با ما تماس بگیرد.

۲۶. تفاوت قدر تابش‌سنجی ظاهری یک کهکشان با انتقال به سرخ $z = 1$ را که با توجه به مدل حالت پایا محاسبه شده است با مقدار مربوط به مدل فریدمان با $q_0 = 1$ برآورد کنید.

۲۷. خانواده‌ای از چشمه‌های رادیویی با درخشندگی یکسان و طیف انرژی که برحسب بسامد ν به صورت $\nu^{-1} \sim$ تغییر می‌کند در عالم حالت پایا شمرده شده‌اند. نشان دهید که چگالی شار S برحسب انتقال به سرخ z چشم به صورت زیر تغییر می‌کند

$$S \propto z^{-2}(1+z)^{-2}$$

شیب $d \log N / d \log S$ را برحسب z محاسبه کنید که N از رابطه (۲۵.۹) به دست می‌آید. این تابع را برای $z = 10^{-n}$ ، $n = 0, 1, 2, 3, 4$ جدول‌بندی کنید. از این جدول چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲۸. در عالمی با جزء خط

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t)[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]$$

ویژه چگالی عددی کهکشانهای دارای سن بین τ و $\tau + d\tau$ در عصر t است. فرض کنید $\eta(t)$ آهنگ تزریق کهکشانها (به‌ازای واحد ویژه حجم) در عالم باشد. نشان دهید که $Q(t, \tau)$ در معادله زیر صدق می‌کند

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial \tau} + 3\frac{\dot{S}}{S}Q = \eta(t)\delta(\tau)$$

از این معادله توزیع سن کهکشانها در عالم حالت پایا را نتیجه بگیرید.

۲۹. انرژیهای جرم سکون نوترون و پروتون را در جدول ثابتها در انتهای کتاب پیدا کنید. با فرض اینکه $20 \sim$ درصد اختلاف انرژی را الکترون در واپاشی β بگیرید، سرعت و انرژی جنبشی الکترون را برآورد کنید.

۳۰. برای چگالی اتم هیدروژن $2 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-3}$ و دمای جنبشی 10^9 K ، سرعت صوت را برآورد کنید. این سرعت را برابر سرعت انبساط $H_0 D$ قانون هابل قرار دهید و مقیاس فاصله بی‌نظمی را برآورد کنید که در عالم داغ گلد-هویل به‌وجود می‌آید و در آن فشارهای گرمایی با نیروی انبساط کلی رقابت می‌کنند.

۳۱. عالم حبابی را با مدل‌های تورمی مقایسه کنید.

۳۲. دربارهٔ عالم حبابی بحث کنید. آیا هیچ شباهتی میان تولید ناهمگنیهای فضایی در عالم داغ و شیوه‌ای که عالم حبابی ناپایداریهای زمانی تولید می‌کند وجود دارد؟ در این مدلها چه اتفاقی برای PCP می‌افتد؟

۳۳. یک حباب در حال انبساط را می‌توان ابری از گاز در نظر گرفت که به صورت شعاعی به طرف خارج حرکت می‌کند. در یک حباب کروی یکنواخت به جرم $M(r)$ در محدودهٔ شعاع r انبساط از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\dot{r}^2 = 2GM(r)/r$$

سپس فرض کنید یک جسم بسیار پر جرم به جرم μ هنگامی که $r = r_0$ است در مبدأ ظاهر شود. نشان دهید که این ابر اکنون تا شعاع بیشینه زیر منبسط می‌شود.

$$r_{\max} = \left(1 + \frac{M}{\mu}\right) r_0$$

در نظریهٔ عالم حبابی این فکر مبنای تشکیل یک کهکشان بیضوی به صورت ابری از گاز تا شعاع r_{\max} است که به صورت گرانشی با جسم بسیار پر جرمی در هستهٔ کهکشانی کنترل می‌شود.

۳۴. با فرض اینکه کهکشان ما با آهنگ $4 \times 10^{43} \text{ erg s}^{-1}$ به مدت $3 \times 10^{17} \text{ s}$ تابش کند و این انرژی از تبدیل هیدروژن به هلیوم به دست آید، برآورد کنید که بدین ترتیب چقدر هلیوم تشکیل می‌شود. (در تبدیل هیدروژن به هلیوم $6 \times 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$ آزاد می‌شود. دربارهٔ پاسخ خود در ارتباط با کسر جرم هلیوم آغازین به دست آمده در فصل ۵ اظهار نظر کنید.

۳۵. فرض کنید که اکنون تابش گرمایی با دمای $2,7 \text{ K}$ وجود دارد، حد پایین پارامتر B در معادلهٔ (۱۰۰.۹) را چنان تعیین کنید که وجود مدل ناتکینی را تضمین کند.

۳۶. مقادیر پارامتری را طوری تعیین کنید که باعث وجود جوابهای ایستا برای معادلهٔ (۱۰۰.۹) شود. شرط $\lambda < 0$ تا چه حد برای این جوابها ضروری است؟

۳۷. چرا فراوانی دوتریم چگالی باریونها در QSSC را محدود نمی‌کند؟

۳۸. عبارتی را برای زاویه‌ای بنویسید که یک خوشهٔ کروی به شعاع R در $Z = Z_{\max}$ در QSSC در محل ناظر به وجود می‌آورد. این عبارت را به مقیاس زاویه‌ای ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموج در QSSC ربط دهید.

۳۹. بگویید چرا QSSC مسئله‌ای از نوع اولبرس برای تاریکی آسمان شب ندارد.

۴۰. نشان دهید که مدل QSSC افق رویداد دارد، اما افق ذره ندارد.

آزمونهای رصدی موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی

۱.۱۰ مقدمه

بحث ما تاکنون بیشتر نظری بود: اکنون وقت آن است که نظریه‌هایی را که تاکنون توصیف کردیم با واقعیت مرتبط سازیم. این کار را می‌توان با آزمونهای رصدی مختلف مبتنی بر پیش‌بینی مدل‌های کیهان‌شناختی انجام داد. به‌خاطر داشته باشید که در روزهای اولیه، عالم ایستای اینشتین را رصدهای انتقال به سرخ هابل کشف کرد، رصدهایی که سرانجام به پذیرش فرض بنیادی عالم در حال انبساط انجامید.

این مثال جنبه‌ی دیگر از مجادله‌ی نظریه در برابر مشاهده را نشان می‌دهد که گاهی فراموش می‌شود. رصدهای هابل به‌صرف این واقعیت بیان نمی‌کند که عالم در حال انبساط است. بخش مبتنی بر واقعیت رصدها آن بود که یک انتقال به سرخ سحابه‌ای وجود داشت که با قدر ظاهری افزایش می‌یافت. با توجه به این واقعیت، انتقال به سرخ را، با توجه به معادله (۵۱.۳) ناشی از انبساط

عالم تفسیر می‌کنیم، و همین‌طور با بهره‌گیری از معادله‌های (۵۵.۳) تا (۵۸.۳) قدر ظاهری را به فاصله مرتبط می‌سازیم. پس این تفسیر ما از رصدهای هابل از طریق مدل‌های انبساطی است که باید با رصدهای دقیقتر آزموده شود. زیرا ممکن است تفسیرهای دیگری از رصدهای هابل وجود داشته باشد، مانند تفسیری که در فصل ۸ بیان شد (نگاه کنید به معادله (۵۷.۸)) و در یک مرحله کیهان‌شناس شاید بخواهد بررسی کند که کدام‌یک از این تفسیرها درست است. تفسیر دیگری که در این کتاب بررسی نکردیم، مربوط به فوتون «خسته» است. اگر فوتون جرم سکون کوچکی باشد و در هنگام حرکت در عالم از طریق برهم‌کنش با ماده انرژی از دست دهد، انتقال به سرخ پیدا خواهد کرد، و این انتقال به سرخ با فاصله افزایش می‌یابد. چگونه می‌توان این فرضیه را آزمود؟ به‌طور خلاصه، داده‌های بنیادی یکسان، در نظریه‌های مختلف می‌توانند تفسیرهای متفاوت داشته باشند، بنابراین باید فراتر رفت و آزمونهای دقیقتری را برای تمیز دادن تفسیرهای مختلف یافت.

ما دیدگاه کارل پوپر^۱ را اختیار می‌کنیم که آزمونها می‌توانند یک نظریه علمی را رد کنند، اما هرگز آن را اثبات نمی‌کنند. اگر آزمون‌ی نتایج بسیار متفاوت از پیش‌بینی‌های نظریه به دست دهد، این نظریه رد می‌شود. با این‌همه، اگر آزمون نتیجه‌های پیش‌بینی‌شده نظریه را بدهد، تنها چیزی که می‌توانیم بگوییم آن است که نظریه با نتیجه‌های آزمون سازگار است. در حالی که اثبات سازگاری میزان اعتبار نظریه را بهبود می‌بخشد، اما نظریه هنوز در مرحله آزمایشی باقی می‌ماند.

در این فصل رصدهای اخترشناسی را مرور می‌کنیم که می‌خواهند ساختار بزرگ مقیاس عالم را از بررسی‌های نسبتاً محلی تعیین کنند. این آزمونها چیزی درباره ساختار هندسی بزرگ-مقیاس عالم به ما نمی‌گویند، زیرا تا فاصله‌های به اندازه کافی دورگسترش نمی‌یابند. با وجود این، خواهیم دید که چگونه حتی اندازه‌گیری‌های موضعی، در مورد آنچه می‌توانیم درباره بخشهای دور دست عالم بگوییم محدودیت ایجاد می‌کنند. این موضوع شاید متناقض‌نما باشد، اما پیامد فرضهای تقارنی است که در اغلب مدل‌های عالم، به‌ویژه اصل کیهان‌شناختی، در نظر گرفته می‌شود.

در مرتبط ساختن مدل‌های کیهان‌شناختی به این رصدها بیشتر درباره کیهان‌شناسی استاندارد مهبانگ بحث خواهیم کرد. همان‌طور که در فصل‌های قبل بحث شد، این مدلها را می‌توان به‌صورت زیر طبقه‌بندی کرد.

■ مارک I مدل فریدمان-لومتر با سیطره گردوغبار با $k = 0$ و $\lambda = 0$. این را مدل اینشتین-دوسیته می‌نامند زیرا اینشتین و دوسیته (۱۹۳۲) پس از تثبیت شدن انبساط عالم هابل مشترکاً از آن دفاع می‌کردند.

■ مارک II مانند مارک I به اضافه انبساط با سیطره تابش پیش از t_{eq} . جورج گاموف از این مدل برای بحث درباره سنتز هسته آغازین استفاده کرده است.

■ مارک III مانند مارک II است به اضافه تورمی که به $\Omega_m = 1$ انجامید. این با پیدایش تورم مورد توجه قرار گرفت.

■ مارک IV مانند مارک III به اضافه تورمی که به $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ انجامید. این هنگامی طرفدار پیدا کرد که مشکلات رصدی مارک III را منتفی ساخت.

■ مارک V مدل فریدمان-لومتر با $k = -1$ به اضافه یک مرحله اولیه با سیطره تابش و بدون تورم. این را گاهی عالم کم‌چگالی می‌نامند و در سالهای ۱۹۷۰ پیش از تورم و ماده تاریک مورد توجه بود، ولی اخیراً در مورد آن اختلاف نظر به وجود آمده است.

همین‌طور درباره چند کیهان‌شناسی دیگر نیز بحث کردیم. با این همه، فقط یکی از آنها، یعنی کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا (QSSC)، را با مدل‌های مهبانگ در پس زمینه رصدها بررسی می‌کنیم.

این آزمونها به اختصار عبارت‌اند از:

۱. اندازه‌گیری ثابت هابل،

۲. ناهمسانگردی بزرگ مقیاس میدان سرعت،

۳. توزیع و چگالی ماده در اطراف ما،

۴. سن عالم،

۵. فراوانی هسته‌های سبک،

۶. نشانه وجود پادماده در عالم،

۷. تابش زمینه ریزموج.

بررسی کیهان‌شناسی رصدی کنونی چند موضوع را مطرح می‌کند که رصادان و نظریه پردازان در مورد آنها اختلاف دارند. گاهی نکته‌های فیزیکی مهم در زیر این انبوه داده‌های عددی مدفون می‌شوند. به طوری که تفسیر تازه‌ای ضروری می‌شود. رهیافت ما در این کتاب تأکید بر مواردی است که رصدها جزئیات عددی بحث‌انگیز بسیاری از نمایان می‌سازند. هرچند کوشیده‌ایم تا «داده‌های روزآمد» را ارائه دهیم، اما رصدهای جدیدتر از آنچه در اینجا بررسی شده‌اند در طول زمان پدید می‌آیند. امیدواریم هرگاه این واقعه رخ دهد، خواننده بتواند موارد مورد بحث را به داده‌های جدید مرتبط سازد و ببیند که نتیجه‌گیرها از آن چه تأثیری می‌پذیرند.

۲.۱۰ اندازه‌گیری ثابت هابل

کیهان‌شناسی جدید با رصدهای هابل، که در فصل ۱ دیدیم، آغاز شد. هابل مقدار $h_0 \sim 5/3$ را از رصدهای اولیه خود به دست آورد، در حالی که رصدهای کنونی نشان می‌دهد که h_0 در گستره $0.5 \leq h_0 \leq 1$ قرار دارد. خواننده شاید نه تنها به این فکر بیفتد که چگونه این تغییر بارز در طی شش دهه صورت گرفته است، بلکه متوجه این واقعیت نیز بشود که هنوز هم خطای زیادی در مورد مقدار واقعی این پارامتر مهم کیهان‌شناسی جدید وجود دارد. در این بخش می‌کوشیم تا وضعیت را روشن کنیم.

در شروع کار یادآور می‌شویم که ثابت هابل H_0 ، انتقال به سرخ z مربوط به یک کهکشان نزدیک را به فاصله D از ما مرتبط می‌سازد:

$$cz = H_0 D. \quad (۱.۱۰)$$

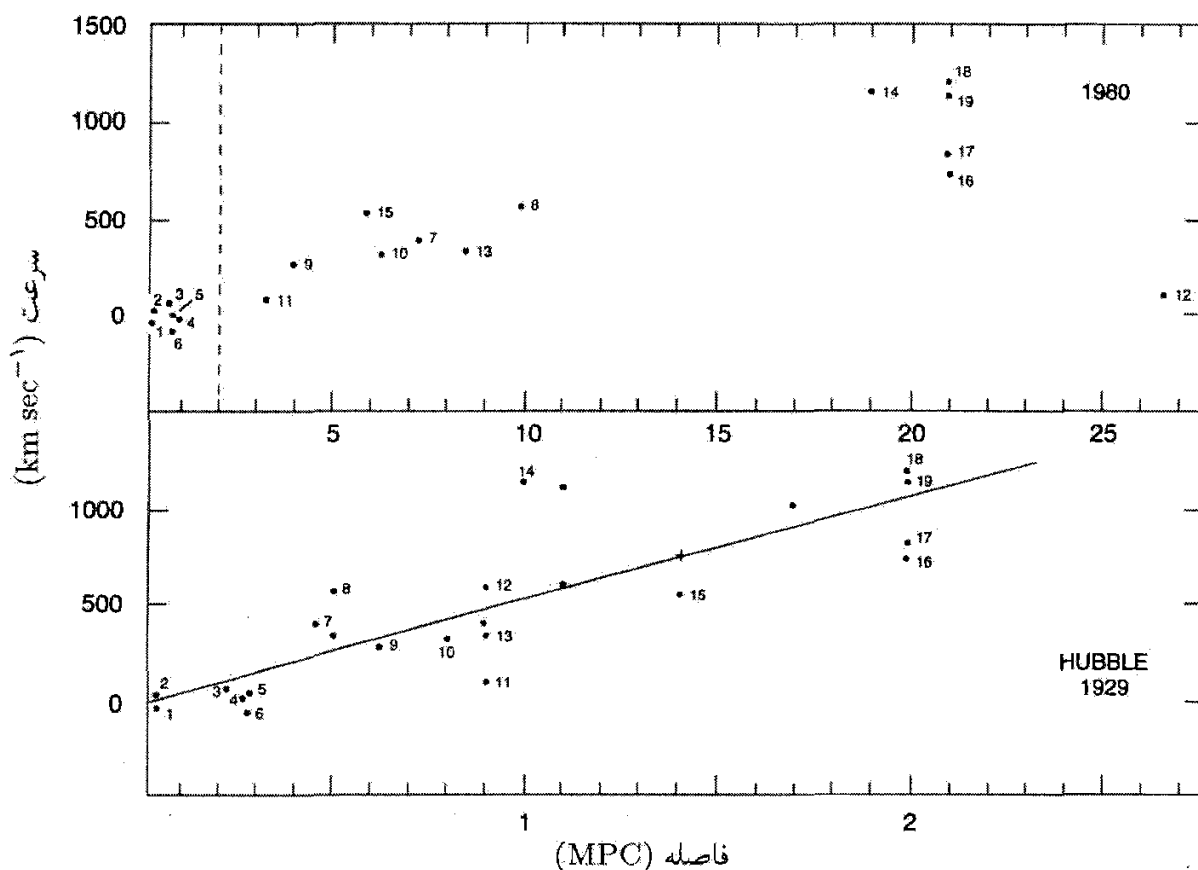
از این رو، اگر z و D را برای تعدادی کهکشان اندازه بگیریم (کاری که هابل کرد)، می‌توانیم H_0 را برآورد کنیم. رصدها مقدار z را نسبتاً دقیق به دست می‌دهند. مشکل وقتی به وجود می‌آید که می‌خواهیم D را تخمین بزنیم. مقدار بزرگی که هابل به دست آورد ناشی از آن بود که در بررسیهای خود فاصله کهکشانش را بی‌اندازه دست‌کم گرفته بود.

مثلاً، شکل ۱.۱۰، رابطه اولیه هابل را همراه با نمودار همان اجسام برون کهکشانی با برآوردهای فاصله جدید و تجدید نظر شده نشان می‌دهد. خواننده می‌تواند خود تصمیم بگیرد که آیا هابل می‌توانست با داده‌های تجدیدنظر شده رابطه‌ای خطی به دست آورد.

منجمان چگونه فاصله کهکشانش را اندازه می‌گیرند؟ روشهای موجود برای انجام این کار، که همه ناشی از این فلسفه کلی اس. ون دن برگ در سال ۱۹۷۵ است که «همه اندازه‌گیریهای فاصله فراکهکشانی در نهایت مبتنی بر این فرض است که اشیا دوردست قابل تشخیص مانند اجسام از همان نوع‌اند در حوالی ما قرار دارند.» خواهیم دید که این فلسفه در عمل به چه صورت در می‌آید.

۱.۲.۱۰ مدول فاصله

قبل از شروع کار، بد نیست مفهوم مدول فاصله را که منجم ستاره‌ای با آن آشناست معرفی کنیم. به خاطر داشته باشید که برای جسمی با درخشندگی L در فاصله D از ما، قدرهای مطلق و ظاهری



شکل ۱.۱۰ نمودار هابل که در کنار نمودار جدید با فاصله‌های تجدیدنظر شده همان اجسام نشان داده شده است.

از فرمول زیر به دست می‌آیند

$$m = -2.5 \log \left(\frac{L}{4\pi D^2} \right) + \text{const.}, \quad (2.10)$$

$$M = -2.5 \log L + \text{const.} \quad (3.10)$$

مقدار ثابت در (۲.۱۰) را با اختصاص دادن قدر $m = 0$ به جسمی با $L/(4\pi D^2) = 2.52 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ با (۳.۱۰) ثابت رابطه (۳.۱۰) با تعریف M به صورت قدر ظاهری جسمی تعیین می‌شود که آن را در فاصله 10 pc مشاهده می‌کنیم. بنابراین، اگر D برحسب پارسک اندازه‌گیری شود، از (۲.۱۰) و (۳.۱۰) داریم

$$m - M = 5 \log D_{\text{pc}} - 5. \quad (4.10)$$

منجم ستاره‌ای معمولاً فاصله‌ها را برحسب پارسک اندازه می‌گیرد. از این رو، رابطه بالا برای او مناسب است. از طرف دیگر، کیهان‌شناس فاصله‌ها را برحسب مگا پارسک اندازه می‌گیرد.

بنابراین، شکل مناسب (۴.۱۰) برای او عبارت است از

$$m - M = 5 \log D_{\text{Mpc}} + 25 = \mu \quad (5.10)$$

که μ مدول فاصله است.

اگر در رابطه هابل (۱.۹) بگذاریم $H_0 = 100 h_0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ و $c = 2,997929 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ ، به رابطه زیر برای قانون هابل می‌رسیم:

$$\begin{aligned} 5 \log h_0 &= 42,38 + (M - m) + 5 \log z \\ &= 42,38 - \mu + 5 \log z. \end{aligned} \quad (6.10)$$

مثال

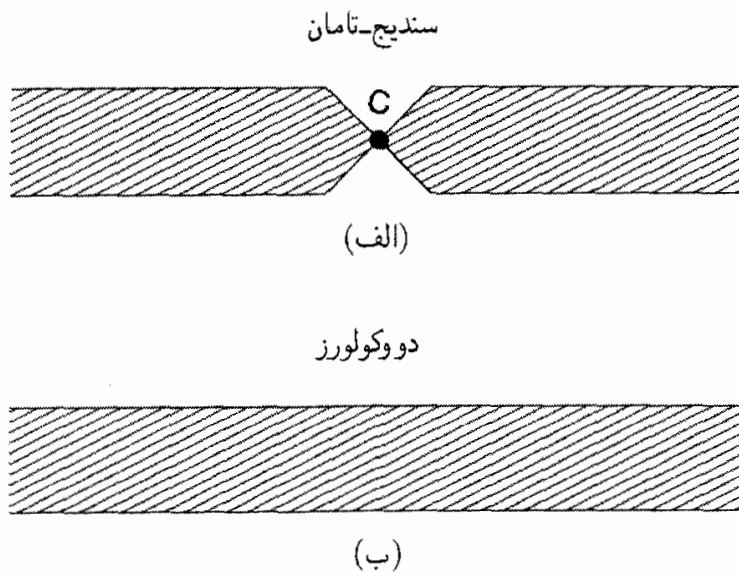
کهکشانی با انتقال به سرخ $z = 0,002$ دارای مدول فاصله $30 \approx$ است. رابطه بالا را می‌توان برای محاسبه h_0 به‌کار برد. محاسبه‌ای ساده ثابت هابل را $60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \approx$ به‌دست می‌دهد. پس برای برآورد h_0 باید μ و z کهکشان را تعیین کنیم.

۲.۲.۱۰ خاموشی کهکشانی

تعریفهای بالا این تصحیح مهم را که ناشی از نگرستن به هر کهکشان از میان کهکشان خود ماست نادیده می‌گیرد. بنابراین، شار نور کهکشان خارج از کهکشان ما بر اثر جذب و پراکندگی در آن تا اندازه‌ای کاهش می‌یابد. کاهش شدت نور به چگالی ستونی؛ یعنی فاصله‌ای که نور در کهکشان ما می‌پیماید و چگالی عوامل جاذب و پراکننده مسیر بستگی دارد. چه مقداری را باید به این اثر اختصاص داد؟ بدیهی است که درخشندگی واقعی کهکشان مشاهده‌شده باید بیشتر باشد و قدر مطلق واقعی آن از مقادیر متناظری که بدون توجه به این تصحیح به‌دست آمده‌اند کمتر است. در نتیجه، اگر بخواهیم از فرمول بالا استفاده کنیم در برآورد M باید آن را به اندازه تابع خاموشی A کم کنیم. همین‌طور، اگر مقدار M را برای یک کهکشان دوردست بدانیم، قبل از محاسبه مدول فاصله باید قدر ظاهری اندازه‌گیری شده را به اندازه A کم کنیم.

رصادان در مورد مقدار A اتفاق نظر ندارند. ا. سندیج^۱ و جی. تامان^۲ قانون خاموشی زیر را برای قدرهای آبی به‌کار برده‌اند:

$$A = \begin{cases} 0 & \text{برای } |b| > 50^\circ \\ 0,13(|\text{cosec } b| - 1) & \text{برای } |b| \leq 50^\circ \end{cases} \quad (7.10)$$



شکل ۲.۱۰ مدل‌های کهکشانی که (الف) سندیج و تامان و (ب) دو وکولورز برای محاسبه خاموشی نور مرئی خارج از کهکشان ما در نظر گرفتند. در مورد اول نبود منطقه هاشوردار در عرضهای زیاد نشان می‌دهد که هیچ خاموشی برای $|b| > 5^\circ$ وجود ندارد.

در حالی که جی. دو وکولورز از قانون کسکانت یکتواخت زیر

$$a = 0.2^\circ (|\operatorname{cosec} b| - 1) \quad (۸.۱۰)$$

برای همه عرضهای کهکشانی b بهره می‌گیرد. شکل ۲.۱۰ مدل‌های کهکشانی زیربنای این فرمولها را نشان می‌دهد. بدیهی است که تصحیحات متفاوت خاموشی می‌توانند به پاسخهای مختلفی برای h_0 بینجامند.

۳.۲.۱۰ اندازه‌گیریهای فاصله برون کهکشانی

فاصله سیارات و قمرهای درون منظومه شمسی را می‌توان با استفاده از مثلثات و قانونهای کپلر به دقت اندازه گرفت. فاصله ستارگان تقریباً ۲۵ تا ۵۰ pc را می‌توان به کمک اختلاف منظر مثلثاتی به دست آورد. اگر باز هم دورتر برویم، روش با اعتبار بیشتر برمبنای زنجیره اصلی هیادهاست. مقایسه زنجیره اصلی خوشه هیادها با زنجیره‌های اصلی خوشه‌های دورتر در کهکشان ما امکان اندازه‌گیری فاصله‌های ستارگان را در این خوشه‌ها فراهم می‌سازد. به هر حال، این روشها در فراتر از کهکشان ما عملی نیستند. بنابراین، روشهای جدیدی برای اندازه‌گیری فاصله‌های برون کهکشانی ضروری است. در زیر به بحث درباره برخی از آنها می‌پردازیم.

(الف) متغیرهای قیفاووسی. متغیرهای قیفاووسی گروهی از ستارگان هستند که درخشندگی آنها در حدود 10° درصد، اما با نظم بسیار زیاد، تغییر می‌کند. پس می‌توان دوره P را به یک چرخه تغییرات هر متغیر قیفاووسی نسبت داد. اولین ستاره از این نوع، به نام δ ی قیفاووسی را جان گودریکه^۱ در سال ۱۷۸۴ کشف کرد. او به واسطهٔ ابتلای به یک تب در کودکی کر و لال بود، بر این معلولیتها غلبه کرده و منجمی رصدی شده بود. کشف او در سال ۱۷۸۴ را این مشاهده تأیید کرد که شدت نور ستاره بین کمینه و بیشینه با ضریب دو تغییر می‌کند. از آن پس ستارگان از این نوع را متغیرهای قیفاووسی یا صرفاً قیفاووسی می‌نامند. شکل 3.10° نشان می‌دهد که چگونه اندازه و شدت یک قیفاووسی به صورت تپنده تغییر می‌کند. معمولاً ستاره‌ای چون قیفاووسی δ وقتی می‌تپد که اختلالی داخلی در ساختار آن توازن بین نیروی فشار هیدروستاتیک و گرانی را برهم زند. در اینجا وارد جزئیات این فرایند نمی‌شویم، بجز اینکه بگوییم، ناشناخت فعلی از ساختار ستاره‌ای می‌توان توضیحی نه تنها برای تپش ستاره بلکه برای ویژگی بسیار مهمی ارائه کرد که قیفاووسیها را برای اندازه‌گیری فاصلهٔ میان کهکشانی چنان سودمند می‌سازد.

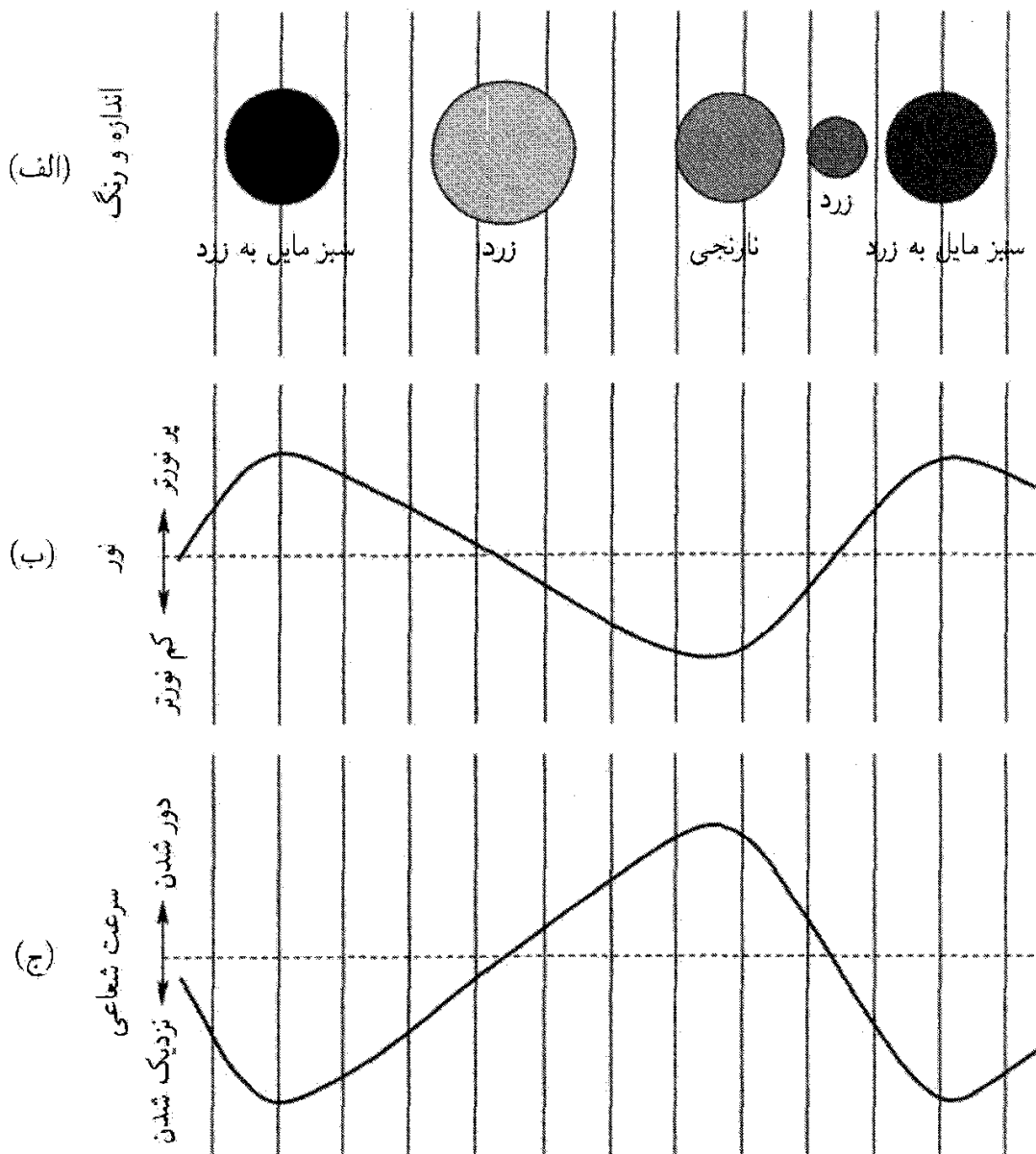
این ویژگی را هنریتا لئادیت^۲ در سال ۱۹۱۲ کشف کرد و رابطهٔ یکتایی را بین P و درخشندگی میانگین L نشان می‌دهد. شکل 4.10° این رابطه را نشان می‌دهد که می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد

$$\langle M_V \rangle = a + b \log_{10} P \quad (9.10)$$

که $\langle M_V \rangle$ قدرمطلق میانگین قیفاووسی است و دورهٔ نوسان برحسب روز اندازه‌گیری می‌شود. باز هم وارد جزئیات کوششهای انجام‌شده در جهت اندازه‌گیری دقیق a و b در میان چند خطای رصدی نمی‌شویم. کار پیشگامانه در این زمینه را آینار هرتسپرانگ^۳ و هارلو شیپلی انجام دادند. چون قیفاووسی‌ها پرنور و متغیرند، می‌توان آنها را در کهکشانهای نزدیک به راحتی آشکارسازی کرد. بنابراین، اگر یکی از آنها را در کهکشانی آشکارسازی کنیم و دوره‌اش را اندازه بگیریم، می‌توانیم درخشندگی L و در نتیجه قدر مطلق M آن را به دقت برآورد کنیم. سپس از روی (5.10°) مدول فاصله و در نتیجه فاصلهٔ کهکشانی که در آن قرار دارد به دست می‌آید.

به کمک قیفاووسی‌ها بود که هابل نشان داد کهکشانهایی خارج از کهکشان ما وجود دارد. کارهای اولیهٔ او که به کشف انبساط عالم انجامید نیز بر مبنای قیفاووسی‌ها بود. این روش ما را تا فاصله‌های $10^\circ \text{ Mpc} \sim$ می‌برد؛ یعنی تا کهکشانهایی که در حوالی ما قرار دارند.

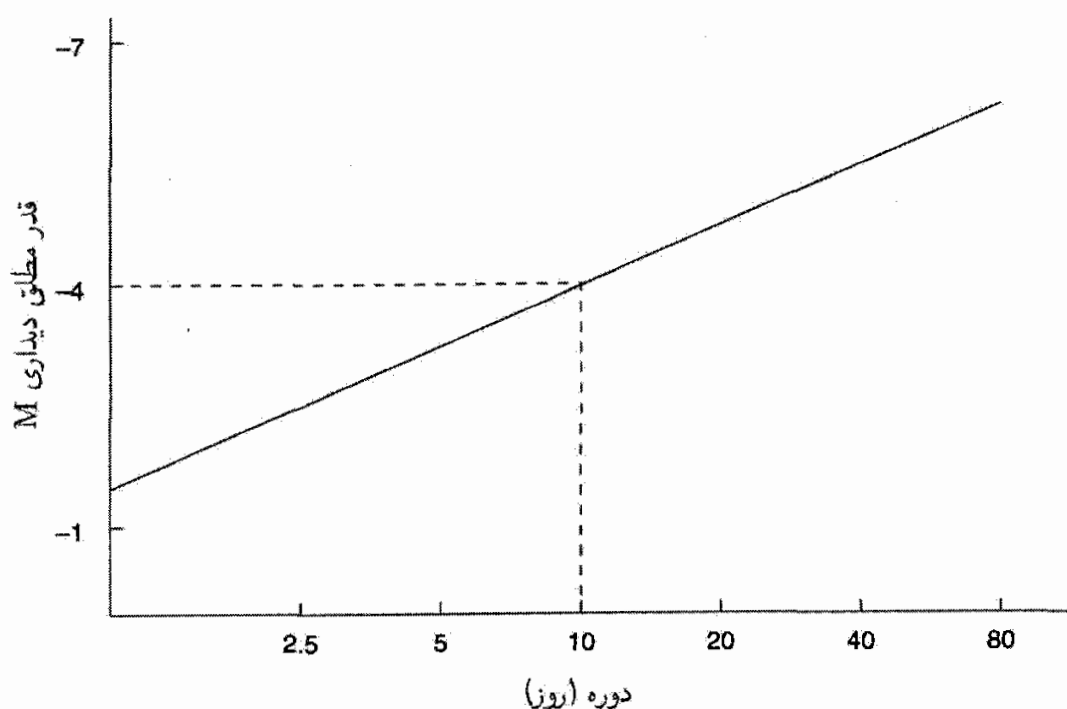
با این همه، مشکلی وجود داشت که باعث شد هابل با این روش فاصله‌ها را بسیار دست‌کم بگیرد! دو نوع قیفاووسی وجود داشت که یکی متعلق به ستارگان جمعیت I کهکشان بود و نوع



شکل ۳.۱۰ نموداری که نوسانهای اندازه، شدت و سرعت شعاعی یک ستاره متغیر قیفاووسی را نشان می‌دهد.

دیگر به ستارگان جمعیت II مربوط می‌شد. منحنیهای نور و طیفهای این دو نوع تفاوت داشتند و درخشندگی گروه اول در حدود چهار برابر گروه دوم بود. والتر باده متوجه این تفاوت شد و آن را در سال ۱۹۵۲ تذکر داد و این به بازنگری در جهت کم کردن ثابت هابل انجامید. حتی امروز تفاوتی بین برآوردهای a و b وجود دارد که رصادان مختلف به دست آورده‌اند. مثلاً، ام. فیست^۱ و کچپول^۲ به دست آورده‌اند $a = -۱,۴۳$ و $b = -۲,۸۱$ ، در حالی که تنویر^۳ به دست آورده است $a = -۱,۳۸$ و $b = ۲,۷۷$.

1. M. Feast 2. Catchpole 3. Tanvir



شکل ۴.۱۰ درخشندگی میانگین که در مقیاس لگاریتمی برحسب دوره برای تعدادی از متغیرهای قیفاووسی رسم شده است. خط راست نشانگر این واقعیت است که درخشندگی این ستارگان با زیاد شدن دوره افزایش می‌یابد، این ویژگی محاسبه درخشندگی قیفاووسی‌های دور دست را با اندازه‌گیری دوره آنها امکان‌پذیر می‌سازد. بنابراین، در شکل بالا یک قیفاووسی با دوره ۱۰ روز دارای قدر مطلق $M = -4$ خواهد بود.

از طرف دیگر، با استفاده از تلسکوپ فضایی هابل^۱ (HST) امکان مشاهده قیفاووسی‌ها در کهکشانهای دورتر فراهم شد. در واقع، یکی از طرحهای کی^۲ HST برآورد مقدار H_0 با خطای ۱۰٪ بود. پژوهشگران اصلی در این تیم بسیار بزرگ وندی فریدمن^۳، رابرت کنیکات جونبور^۴ و ریچارد مولده بودند. اولین گام در پژوهش آنها استفاده از قیفاووسیهای کهکشانی مارپیچی M100 در خوشه سنبله بود (نگاه کنید به شکل ۵.۱۰ و ۶.۱۰). آنها در سال ۱۹۹۴ نتیجه‌ای را بر مبنای ۲۰ قیفاووسی موجود در $M100$ اعلام کردند. مقدار ثابت هابل آنها $17 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \pm 8\%$ بود. این مقدار بعدها با استفاده از روشی که در آن قیفاووسی‌ها دخیل بودند به گستره $7\% - 8\% \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ کاهش یافت.

(ب) روشنترین ستاره. در این روش اندازه‌گیری کهکشانهای دور دست از این فرض استفاده می‌شود که در کهکشانهای مارپیچی Sc مشابه با درخشندگی قابل مقایسه، روشنترین ستاره دارای درخشندگی قابل مقایسه نیز هستند. این ستارگان کدام‌اند؟ می‌توان نشان داد که، وقتی ستاره‌ای با

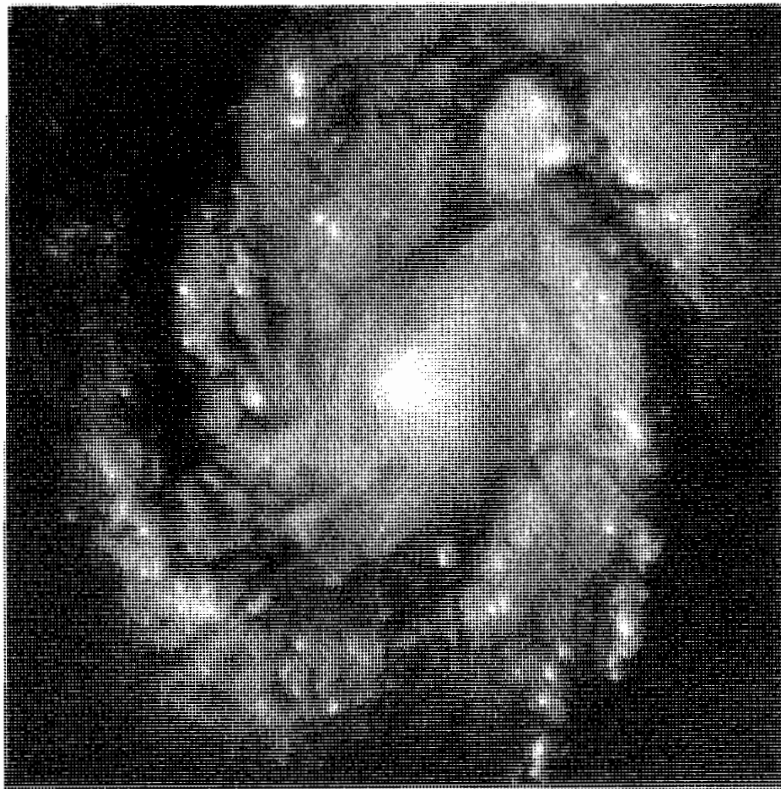
1. Hubble Space Telescope

2. key projects

3. Wendy Freedman

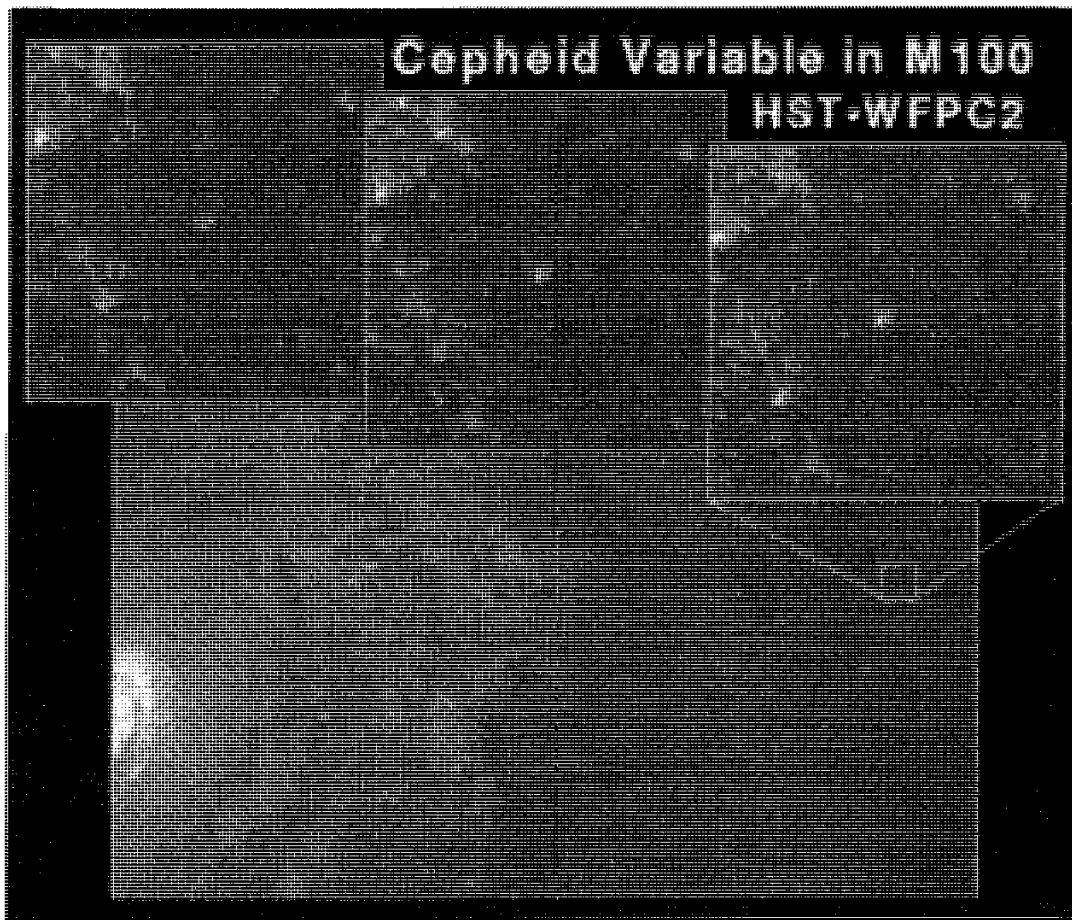
4. Robert Kennicutt Jr

5. Richard Mould



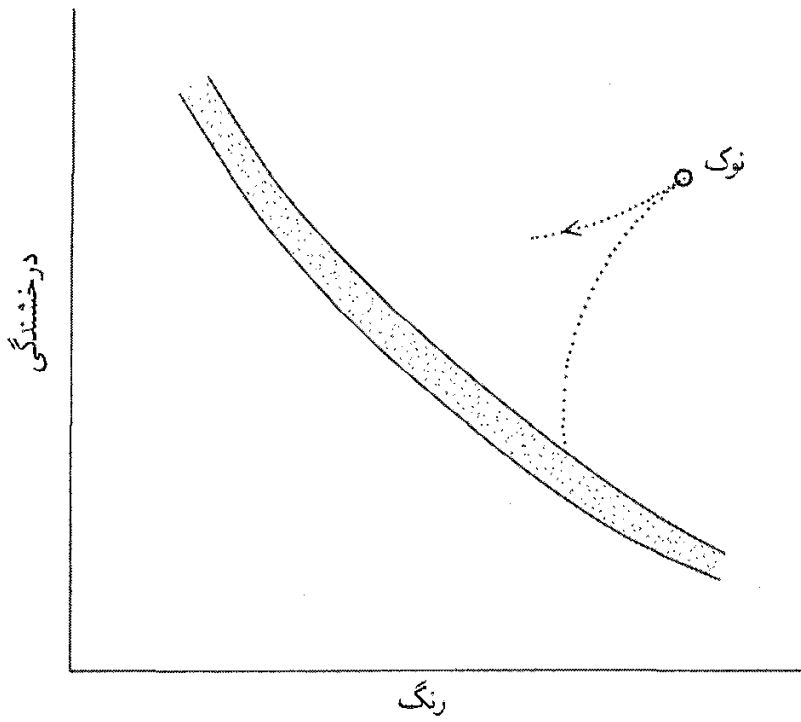
شکل ۵.۱۰ کهکشان ماریچی M_{100} در خوشه سنبله که فاصله‌اش را HST در طرح کی، با استفاده از روش قیفاووسی‌ها، اندازه گرفته است. تصویر HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیقات نجومی آن را اداره می‌کند.

جرم نسبتاً کم به تمام کردن سوخت هیدروژنی هسته‌اش نزدیک شود، همجوشی هیدروژن به هلیم در پوسته‌ای که این هسته را احاطه کرده آغاز می‌شود. با افزایش اندازه پوسته درخشندگی ستاره افزایش می‌یابد و، در نمودار هرتسپرانگ-راسل (HR)، شروع به بالا رفتن در شاخه غول می‌کند (نگاه کنید به شکل ۷.۱۰). خاکستر هلیم تولید شده در پوسته به داخل هسته می‌ریزد، بنابراین جرم و اندازه آن افزایش می‌یابد. وقتی جرم هسته به مقدار بحرانی $0.4 M_{\odot}$ رسید، همجوشی هلیم به سرعت آغاز می‌شود. این پدیده را درخش هلیم می‌نامند. با این همه، درخشندگی زیاد ستاره فقط مدت کوتاهی دوام می‌آورد، و پس از آن ستاره کم‌نورتر می‌شود و در شاخه غول پایین می‌رود. سرانجام، در امتداد شاخه افقی نمودار HR به حرکت درمی‌آید تا ذخیره هلیم آن مصرف شود. نوک شاخه غول است که مرحله‌ای را مشخص می‌کند که ستاره در روشنترین وضعیت است. چون درخشندگی آن ناشی از پوسته هلیم با جرم بحرانی است، مقدار آن از یک ستاره به ستاره دیگر ثابت است. این شمع استاندارد است که کیهان‌شناس برای برآورد فاصله‌ها به کار می‌برد. چون اینها روشنترین ستارگان هستند، می‌توان آنها را در کهکشانهای دور دست تر تشخیص داد، که در آنها قیفاووسی‌ها را (که بسیار کم‌نورند) نمی‌توان دید و همین‌طور لازم نیست منتظر نوردهی

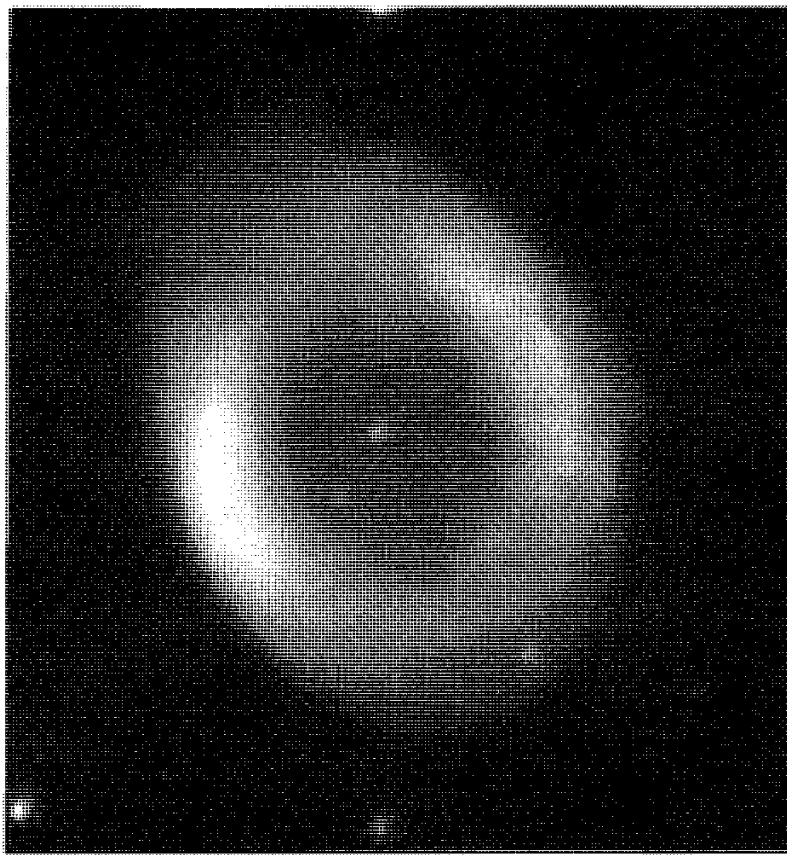


شکل ۶.۱۰ شدت ستاره متغیر قیفاووسی که HST در M100 آشکار ساخته است. به تغییر شدت که قابهای کنار هم توجه کنید. تصویر HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیقات نجومی آن را اداره می‌کند.

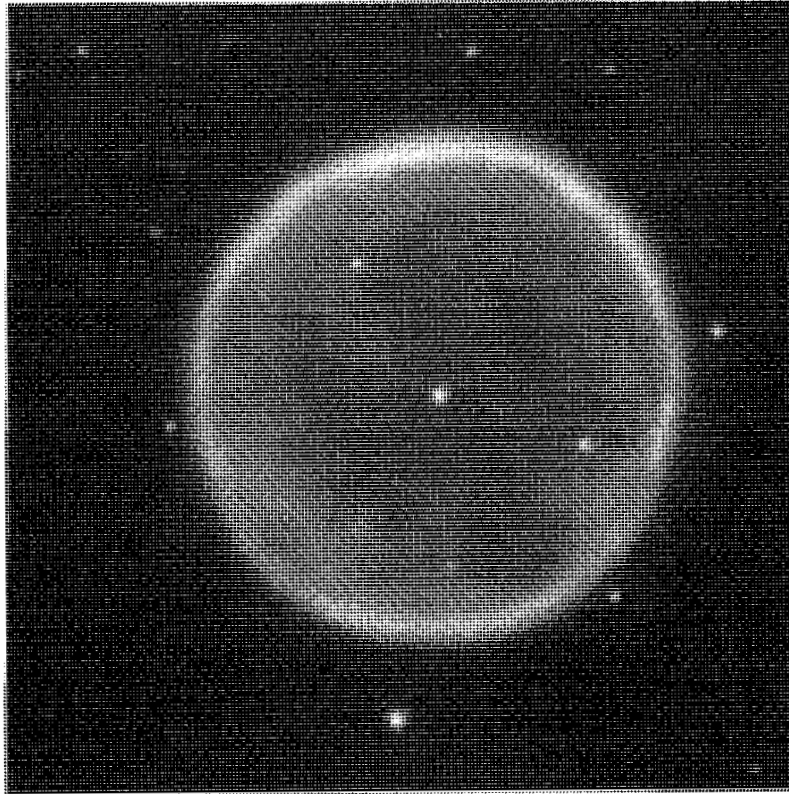
چندباره تصویرها شویم که برای قیفاووسیها ضروری است، پس این روش دارای امتیاز بارز است. مثلاً، هابل دریافت که روشنترین ستارگان کهکشانهای M31 و M33 به طور قابل ملاحظه‌ای روشنتر از روشنترین قیفاووسیها هستند. در واقع، این روش ما را، تنها به کمک رصد از تلسکوپهای روی زمین، تا مرکز خوشه کهکشانهای سنبله، یعنی تا فاصله‌های ۱۵-۱۰ Mpc ~ جلو می‌برد. (ج) سحابیهای سیاره‌ای. سحابیهای سیاره‌ای (PN؛ نگاه کنید به شکل‌های ۱۰.۸ تا ۱۰.۱۰) را پوسته‌های گازی تشکیل می‌دهند که از بخشهای خارجی پوش ستارگان، در مراحل نهایی تکوین پرتاب می‌شود. در این مرحله ستاره غول سرخی است که پوش آن منبسط و پخشیده و هسته آن منقبض و داغتر می‌شود. به طوری که در یک مرحله شروع به گسیل فوتونهای فرابنفشی می‌کند، که پوسته گسیلیده را یونیده کرده و باعث درخشان شدن آن می‌شوند. مرحله سحابی سیاره‌ای تقریباً گذراست، و بیش از حدود ۲۵۰۰۰ سال به طول نمی‌انجامد. برآورده شده که ممکن است حدود ۵۰۰۰۰ سحابی سیاره‌ای در کهکشان ما وجود داشته باشد. تابع درخشندگی آنها، یعنی، تعداد



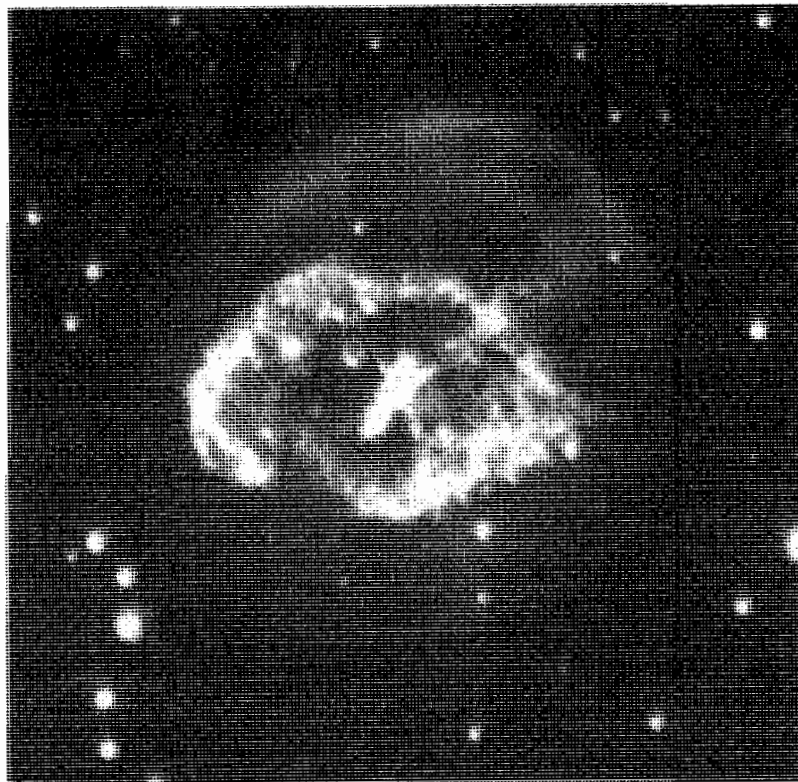
شکل ۷.۱۰ نوک شاخهٔ غول در این نمودار HR نشان داده شده است، که در آن درخشندگی ستاره بیشینه است.



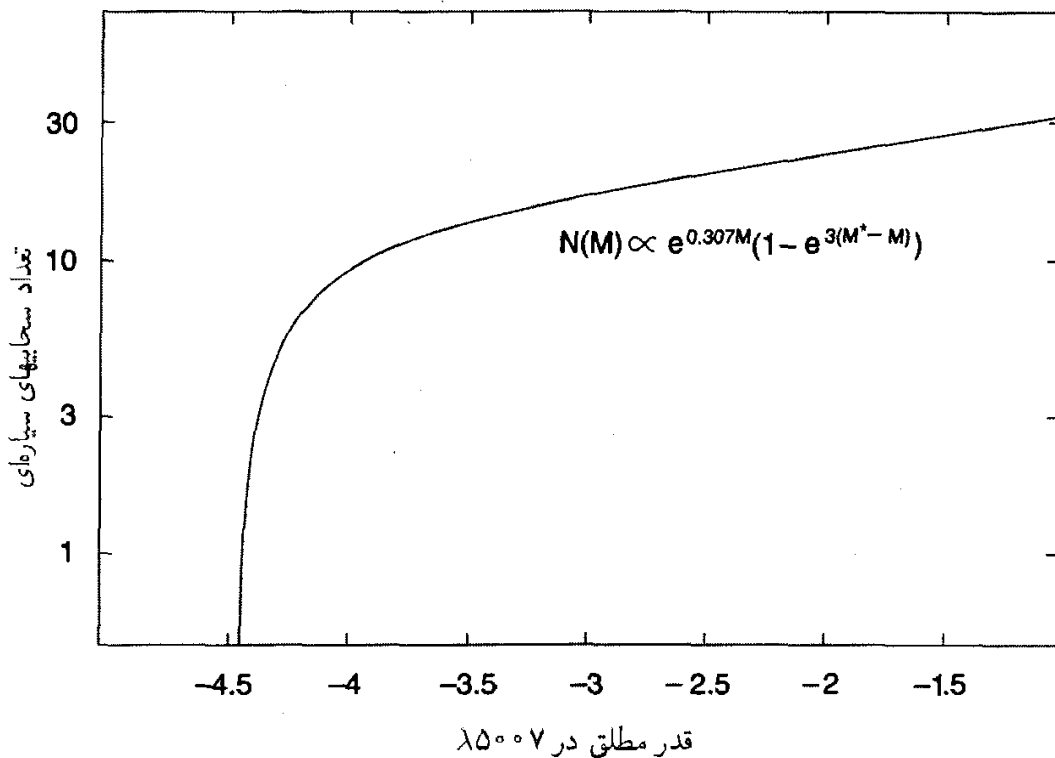
شکل ۸.۱۰ سحابی سیاره‌ای M۵۷، به نام «سحابی حلقه‌ای».



شکل ۹.۱۰ سحابی سیاره‌ای آبل ۳۹. از وبسایت <http://www.noao.edu/image-gallery/html/im0636.html> of WIYN/NOAO/NSF.



شکل ۱۰.۱۰ سحابی سیاره‌ای آبل ۷۸.



شکل ۱۱.۱۰ تابع درخشندگی سحابیهای سیاره‌ای. به قطع‌شدگی تابع در قدر معین توجه کنید که مثل درخشندگی شمع استاندارد عمل می‌کند.

PN موجود در گستره قدر مطلق $(M, M + dM)$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N(M)dM = N_0 \exp(0.307M) \{1 - \exp[3(M^* - M)]\} dM \quad (11.10)$$

که N_0 مقداری ثابت و M^* قدر مطلق روشنترین PN است.

گرچه نمی‌توان هیچ نوع از سحابی سیاره‌ای را به عنوان شمع استاندارد مشخص کرد، اما می‌توان از موقعیتهایی استفاده کرد که شکل تابع درخشندگی در همه کلهکشانها یکسان به نظر می‌رسد. همان‌طور که شکل ۱۱.۱۰ نشان می‌دهد، نوعی قطع در تابع درخشندگی در یک قدر معین وجود دارد، که می‌تواند به عنوان شمع استاندارد عمل کند. این کار را می‌توان با آشکارسازی تعداد کافی از سحابیهای سیاره‌ای در بخش نسبتاً تخت تابع درخشندگی انجام داد. قدر مطلق این در حدود -4.5 است، که امکان استفاده از این روش را برای برآورد فاصله‌های تا حدود 20 Mpc فراهم می‌سازد. جورج جاکوبی^۱ و همکاران فاصله ما از مرکز خوشه سنبله را $15.1 \pm 0.9 \text{ Mpc}$ برآورد کرده‌اند.

(د) منطقه‌های $H-II$. منطقه‌های $H-II$ حوزه‌های بزرگی از هیدروژن یونیده هستند. این

1. George Jacoby

حوزه‌ها را نه تنها در کهکشان ما بلکه در سایر کهکشانها نیز می‌توان یافت. قطر خطی بزرگترین ناحیه H-II، یا باز هم بهتر اندازه میانگین خطی سه تا از بزرگترین منطقه‌های H-II، با درخشندگی و گروه درخشندگی کهکشان مادر (نگاه کنید به بخش ۳.۱) شدیداً تغییر می‌کند. برای کهکشانهای کوتوله این اندازه میانگین به کوچکی ۷۵pc است، در حالی که برای کهکشانهای اَبَرغول این اندازه تا ۴۶۰pc بالا می‌رود. با مقایسه اندازه‌های زاویه‌ای این منطقه‌های H-II در کهکشانهای دور و نزدیک از یک نوع، می‌توان نسبت فاصله‌های آنها را تخمین زد. سپس، اگر فاصله کهکشان نزدیک را بدانیم، می‌توانیم فاصله کهکشان دور را برآورد کنیم. توجه کنید که این روش، برخلاف روشهای دیگری که تاکنون ذکر کردیم، برای تعیین فاصله به جای درخشندگی از اندازه استفاده می‌کند.

(ه) اَبَرنواخترهای نوع II. روش جدید مبتنی بر اَبَرنواخترها اخیراً نویدبخش قابلیت اطمینان بوده است و به فرضهای دلخواه چندانی نیاز ندارد. اصولاً، در این روش تعیین شار واقعی نوری دخیل است که شیدسپهر ستاره در حال انفجار را در بسامدهای مختلف ترک می‌کند، و به روشهای گام به گام سایر روشهای تعیین فاصله بستگی ندارد. این روش متشکل از اندازه‌گیریهای آهنگ انبساط شیدسپهر اَبَرنواختر است، و از روشهای مختلف مورد استفاده دلیو. باده در سال ۱۹۲۶ برای ستارگان متغیر بهره می‌گیرد.

اگر شیدسپهر (نگاه کنید به شکل ۱۲.۱۰) را تقریباً یک جسم سیاه با دمای T و شعاع R در نظر بگیریم، و فرض کنیم که فاصله‌اش از ما D است، اندازه زاویه‌ای θ و چگالی شار $f(\nu)$ در بسامد ν مربوط به آن عبارت خواهد بود از

$$\theta = \frac{R}{D} \quad (11.10)$$

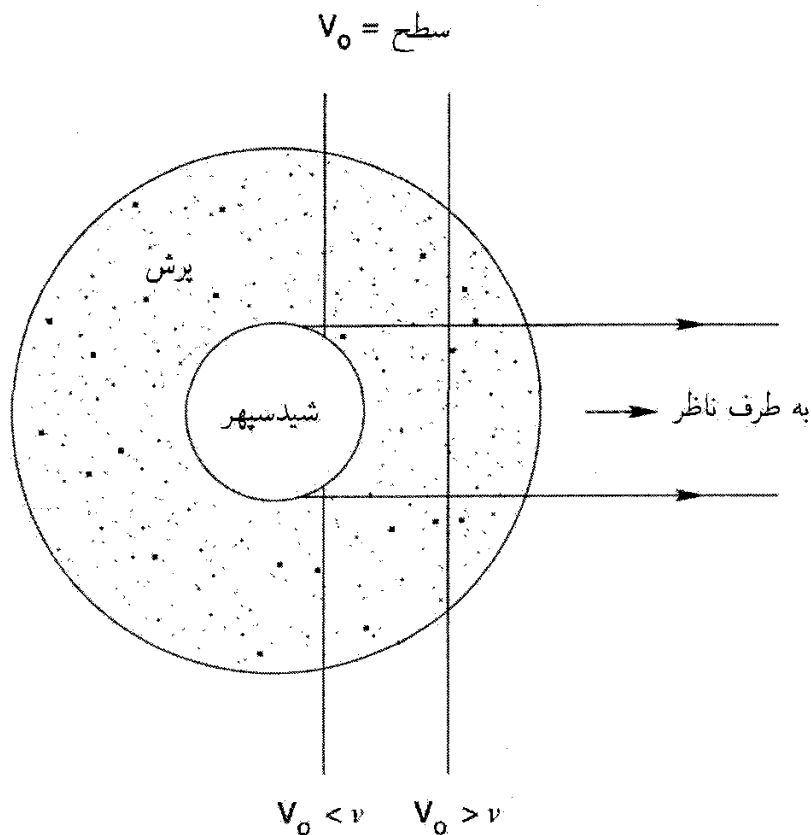
$$f(\nu) = \frac{R^2}{D^2} \frac{2\pi h\nu^3}{c^2(e^{h\nu/(kT)} - 1)} \quad (12.10)$$

(در اینجا انتقال به سرخ را نادیده گرفته‌ایم.)

از این رو، از (۱۱.۱۰) و (۱۲.۱۰) به دست می‌آوریم

$$\theta = \left(\frac{f(\nu)c^2(e^{h\nu/(kT)} - 1)}{2\pi h\nu^3} \right)^{1/2} \quad (13.10)$$

بنابراین، اگر $f(\nu)$ و T را اندازه بگیریم می‌توانیم θ را به دست آوریم. به علاوه، اگر R را اندازه بگیریم، D را از (۱۱.۱۰) به دست می‌آوریم. روشهای طیفی طیف پیوستاری اَبَرنواختر برآوردی



شکل ۱۲.۱۰ منطقه سایه‌دار یوش در حال انبساط ذرات پراکنده اطراف شیدسپهر است. سطوح با سرعت ثابت V_0 ذرات موجود در این پوش نسبت به ناظر (در شرایط ایده‌آل) به صورت صفحه نشان داده شده است. در صفحه طرف چپ V_0 کمتر از سرعت شیدسپهر v است، در حالی که برای صفحه سمت راست $V_0 > v$ است. انتقال از $V_0 < v$ به $V_0 > v$ را می‌توان به میزان پراکندگی حاصل از ذرات موجود در پوش مرتبط ساخت و در نمایه‌های خطی آبرنواختر به صورت تهی شدگیهای متغیر دیده می‌شوند. بررسی این نمایه‌ها به منجم این امکان را می‌دهد که مقدار v را تثبیت کند.

خوبی را از T به دست می‌دهد. برای اندازه‌گیری R ، آر. پی. کیرشنر^۱ و جی. کوان^۲ روش زیر را پیشنهاد کرده‌اند.

در این روش آهنگ انبساط شیدسپهر را با مقدار ثابت v تقریب می‌زنیم، به طوری که اگر انبساط در $t = t_0$ آغاز شده باشد که در آن $R = R_0$ است، شعاع در زمانهای بعد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$R = v(t - t_0) + R_0 \quad (۱۴.۱۰)$$

(ثابت بودن v را این واقعیت توجیه می‌کند که فشار محیط میان ستاره‌ای ناچیز و انبساط آن تقریباً آزاد است). شیدسپهر را جو رقیقی احاطه کرده است که اتمهای آن تابش شیدسپهر را پراکنده

1. R. P. Kirshner 2. J. Kwan

می‌سازند. همان‌گونه که در شکل ۱۲.۱۰ شد، مشاهده‌ی نمایه‌های خطی ما را قادر می‌سازد تا v ، سرعت انبساط شیدسپهری، را اندازه بگیریم، زیرا در جو در حال انبساط بعضی اتمهای پراکنده با سرعت بیشتر و بعضی از آنها با سرعت کمتر از سرعت حرکت شیدسپهر به طرف ناظر حرکت می‌کنند. بنابراین، در فرایند پراکندگی اثر دوپلر مختصری موجود است، و این موضوع در نمایه‌های جذب خط تأثیر می‌گذارد.

سرعت شیدسپهری v متناظر با سرعتی است که در آن تهی شدن پیوستار، در صورتی که تیز و خوش تعریف باشد، بیشینه است. اگر این پیوستار تیز نباشد، بلکه پاستیغ تختی داشته باشد، لبه‌ی سرخ پاستیغ تهی‌شده نشانگر سرعت شیدسپهری است.

ادعا شده است که این فرایند نسبتاً بدون ابهام و عاری از عدم قطعیت‌هایی است که در مورد روشهای دیگر وجود دارد. این روشها به اجسامی نیاز دارد که «شبه هم به نظر برسند» و پارامترهای فیزیکی نظیر درخشندگی و اندازه آنها «یکسان» باشد. به هر حال، این روش به یک رشته رصدهای خوب در مورد ابرنواخترها نیاز دارد که ممکن است برای کهکشانی که می‌خواهیم فاصله‌اش را اندازه بگیریم موجود نباشد.

(و) رابطه تالی-فیشر. در سال ۱۹۷۷ ار. بی. تالی^۱ و جی. ار. فیشر^۲ همبستگی خوبی را بین درخشندگی یک کهکشان مارپیچی و عرض خط ۲۱ سانتی‌متری آن به دست آوردند که به نوع کهکشان بستگی ندارد. بنابراین، اگر نمایه خط ۲۱ سانتی‌متری را برای یک مارپیچ دور تعیین کنیم، می‌توانیم درخشندگی آن را تخمین بزنیم. البته رابطه بین این دو پارامتر فیزیکی شاید بی‌پایه به نظر برسد، اما می‌توان به صورت زیر آن را منطقی ساخت.

اگر کهکشان بچرخد نمایه خط ۲۱ سانتی‌متری پهن می‌شود. اگر زاویه میل صفحه کهکشان در خط دید ما i و سرعت چرخش بیشینه کهکشان T_m باشد، عرض دوپلری خط برابر خواهد بود با

$$w = \frac{2V_m \sin i}{c}. \quad (15.10)$$

با استفاده از نیروی گرانشی جرم M در فاصله برابر با شعاع R برای به وجود آوردن چرخش V_m یک منطقه نوعی H-I، به دست می‌آوریم

$$M = V_m^2 R / G. \quad (16.10)$$

در اینجا V_m را با منحنی چرخشی تخت برای کهکشان مشخص می‌کنیم (نگاه کنید به فصل ۱). با فرض اینکه نسبت جرم-به-نور کهکشان k برای تمام کهکشانهای از یک نوع یکسان باشد،

درخشندگی کهکشان را به صورت زیر به دست می آوریم

$$L = \frac{V_m^2 R}{kG} \quad (۱۷.۱۰)$$

سپس فرض می کنیم که همه کهکشانهای این گروه دارای روشنایی سطحی یکسان $\Sigma = L/(\pi R^2)$ باشند، به طوری که از ترکیب رابطه های بالا به دست آوریم

$$L = \frac{1}{\pi k^2 \Sigma G^2} V_m^4 \propto V_m^4 \quad (۱۸.۱۰)$$

سپس، با بهره گیری از رابطه (۱۵.۱۰)، رابطه تالی-فیشر ایده آل زیر را به دست می آوریم

$$M_G = -1.0 \log V_m + b = -1.0 \log \left(\frac{w}{2 \sin i} \right) + b \quad (۱۹.۱۰)$$

که M_G قدرمطلق کهکشان و b مقداری ثابت است.

رابطه تالی-فیشر تجربی به صورت زیر نوشته می شود

$$M_G = -a \log \left(\frac{w}{2 \sin i} \right) + b \quad (۲۰.۱۰)$$

که a و b ثابتهایی هستند که از رصدها به دست می آیند.

این روش یک مسئله عملی دارد. برای اجتناب از جذب داخلی در کهکشان باید در حالت ایده آل از روبه رو به آن نگاه کرد. با این همه، عرض خط برای کهکشانهای مارپیچی هنگامی به بهترین صورت تعیین می شود که از پهلو به آنها نگاه کنیم، که در این صورت جذب داخلی در کهکشان بزرگ است. بنابراین، رصاد مجبور است از مارپیچی هایی استفاده کند که با زاویه ای به آنها می نگرد و در عین حال عرض خط قابل اعتمادی را به دست می آورد. فاصله گروههای M۸۱ و M۱۰۱ به این ترتیب و پس از استفاده از داده های مربوط به کهکشانهای نزدیکتر M۳۱ و M۳۳ برای درجه بندی به دست آمده است. این روش نیز ما را تا فاصله های $100 \text{ Mpc} \sim$ می برد.

(ز) روش فیبر-جکسون و صفحه بنیادی. روش تالی-فیشر در مورد مارپیچی هایی به کار می رود که چرخش قابل ملاحظه ای از خود نشان دهند. اما برای کهکشانهای بیضوی چطور؟ این کهکشانها نمی چرخند و حاوی مقدار گاز بسیار کمی هستند، بنابراین ابرهای هیدروژن خنثی در آنها موجود نیست. در سال ۱۹۷۶ ساندرز فیبر^۱ و رابرت جکسون^۲ روشی را یافتند که در مورد کهکشانهای بیضوی به کار می رود و شبیه روش تالی-فیشر برای کهکشانهای مارپیچی است. در

این روش درخشندگی L کهکشان به سرعت پاشیدگی σ رابط داده می‌شود که عمدتاً در ناحیه مرکزی یک کهکشان بیضوی وجود دارد. از قضیه ویریال می‌دانیم که، در حالت تعادل دینامیکی، همپاری تقریبی بین انرژی جنبشی (T) حرکت کاتوره‌ای و انرژی پتانسیل گرانشی (Φ) وجود دارد، که با رابطه $2T + \Phi = 0$ نشان داده می‌شود. برای توزیع یکنواخت جرم کل M و شعاع R ، این رابطه به صورت زیر درمی‌آید

$$\sigma^2 = \frac{GM}{\Delta R}. \quad (21.10)$$

با فرض همان فرضهای نسبت جرم-به-نور رابطه (۱۷.۱۰) و روشنایی سطحی میانگین ثابت رابطه (۱۸.۱۰)، به دست می‌آوریم

$$L = \text{const.} \times \sigma^4. \quad (22.10)$$

این رابطه فیبر-جکسون است. با اندازه‌گیری σ ، می‌توان L و در نتیجه فاصله کهکشان بیضوی را به دست آورد.

با این همه، کاربرد این رابطه در مورد کهکشانها پراکندگی قابل ملاحظه‌ای را در اطراف رابطه اصلی نشان می‌دهد، که نشانگر آن است که شاید پارامترهای اضافی وجود دارند که در نظر گرفته نشده‌اند. در سال ۱۹۸۷ جورج دیورگوسکی^۱ و مارک دیویس^۲ نشان دادند که، به جای درخشندگی L ، باید از دو پارامتر استفاده کرد: R_e ، شعاع مؤثر کهکشان بیضوی، و I_e روشنایی سطحی میانگین در داخل این شعاع. در این صورت رابطه تنگاتنگی بین σ ، R_e و I_e به وجود می‌آید که می‌توان آن را به صورت رابطه خطی بین لگاریتمهای آنها نوشت

$$\log R_e = 1.36 \log \sigma - 0.85 \log I_e. \quad (23.10)$$

این رابطه خطی «صفحه‌ای» را در مقیاس لگاریتمی در فضای سه‌بعدی مربوط به سه کمیت بالا نشان می‌دهد، صفحه‌ای که آن را صفحه بنیادی کهکشانهای بیضوی می‌نامند. بنابراین، با استفاده از این روش می‌توان R_e را برای کهکشان بیضوی برآورد کرد و سپس، با استفاده از اندازه زاویه‌ای آن، فاصله‌اش را به دست آورد.

همین‌طور می‌توان، با محدود ساختن خود به ناحیه مرکزی کهکشان بیضوی، شکل تنگاتنگتری از رابطه فیبر-جکسون را به دست آورد. گروه منجمان معروف به «هفت سامورایی» که در بخش بعد با آنها آشنا خواهیم شد، با محدود کردن خود به بخشی که در آن میانگین روشنایی سطحی کل

در مقیاس قدر 20.75^m به ازای مربع ثانیه کمائی می‌شد، منطقه را انتخاب کردند. با نشان دادن قطر این منطقه (دایره‌ای) با D_n ، آنها همبستگی تنگاتنگی را بین D_n و σ به دست آوردند.

(ح) روشنترین کهکشان در خوشه. اگر هزار کهکشان غیرعادی در خوشه سنبه را در نظر بگیریم، یکی از آنها، M87، به طور قابل ملاحظه‌ای از بقیه روشنتر و پرجرمتر و بزرگتر است. این یک کهکشان بیضوی است. ا. سندیج متوجه شد که خوشه‌های دورتر نیز شامل کهکشانهای بیضوی غالب مشابهی هستند. با این فرض (تأییدشده با رصد خوشه‌های نزدیک) که این بیضویها درخشندگی قابل مقایسه‌ای دارند، می‌توانیم M و در نتیجه مدول فاصله خوشه‌های تا فاصله 1000 Mpc را برآورد کنیم.

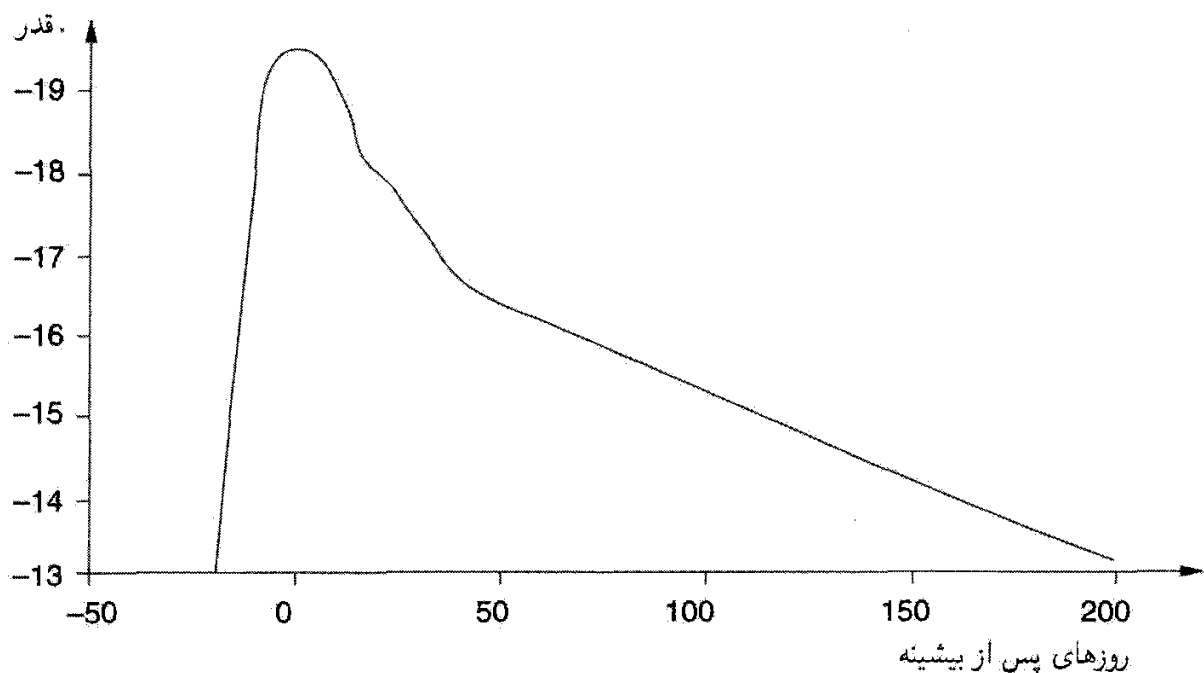
(ط) ابرنواختر نوع Ia. ابرنواخترهای نوع Ia، برخلاف ابرنواختر نوع II، ناشی از کوتوله‌های سفیدند. وقتی یک کوتوله سفید موجود در یک دوتایی دارای جرم نزدیک به حد چاندرااسکارا^۱ ماده را از همدمش جذب کند، دستخوش ناپایداری شده و منفجر می‌شود. یک ابرنواختر نوع II پس از انفجار هسته‌ای را به جا می‌گذارد؛ اما ابرنواختر نوع Ia باعث نابودی کامل ستاره می‌شود. همین‌طور، در ابرنواختر نوع اول، نوترینوها حامل بخش عمده انرژی انفجار هستند، در حالی که در نوع دوم مؤلفه ایتیکی بسیار بزرگتر است. بدین سبب است که ابرنواخترهای نوع Ia در قله خود بسیار پر نورتر از سایر ابرنواخترها هستند. شکل 13.10 نمونه منحنی نور را برای این نوع ابرنواختر نشان می‌دهد. توجه کنید که قدر قله نزدیک به $M_{\max} = -19.5$ است.

آلن سندیج و همکاران قدر قله این ابرنواخترها را به صورت منظم بررسی کردند و آن را با روش اندازه‌گیری فاصله با استفاده از قیفاووسیها مقایسه کردند. قدر قله دارای پاشیدگی مختصر است. مثلاً، می‌تواند از مرتبه 0.15 ΔM_{\max} باشد. این مقادیر را فقط باید نشانه‌ای در نظر گرفت، چون در حال حاضر برآوردها بهبود قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کنند.

بنابراین، ابرنواخترهای نوع Ia شمعی استاندارد را برای اندازه‌گیری فاصله‌های بسیار بیش از 1000 Mpc در اختیار می‌گذارند. نقطه ضعف آنها نامتداول بودن این نوع رویداد است و در نتیجه پایگاه داده‌ها به‌کندی افزایش می‌یابد. نقطه ضعف دیگر آن است که، همان‌طور که شکل 13.10 نشان می‌دهد، مرحله با درخشندگی زیاد دوام چندانی ندارد. در فصل بعد پس از بحث درباره رابطه ثابت هابل در انتقال به سرخهای زیاد، دوباره به این اندازه‌گیریهای فاصله باز خواهیم گشت.

۴.۲.۱۰ ثابت هابل

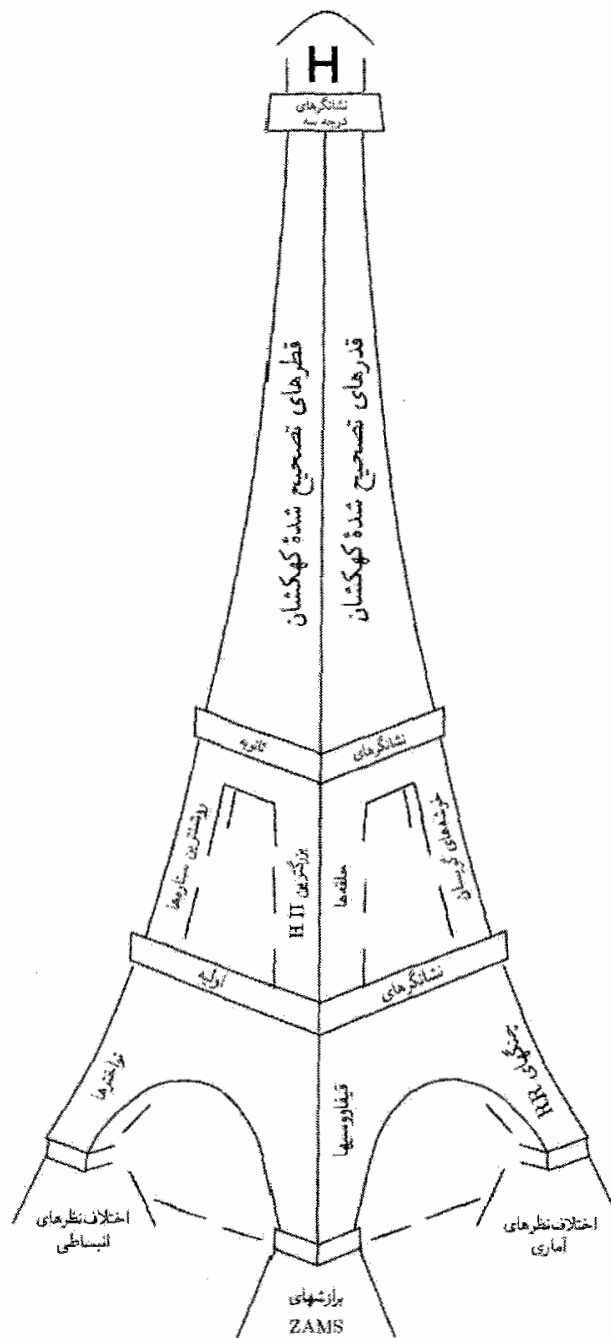
باید اذعان کرد که آنچه در بالا گفته شد دست‌وپا شکسته و ناقص است. مثلاً، روش اف‌ت‌و‌خیزهای روشنایی سطحی، روش تابع درخشندگی خوشه‌های گویسان، استفاده از عدسیهای گرانشی،



شکل ۱۳.۱۰ نمونه منحنی نور یک ابرنواختر نوع Ia. قله درخشندگی را می‌توان به عنوان شمع استاندارد به‌کار برد.

مگامیزرها و اثر سانیف-زلدوویچ^۱ را شرح ندادیم. زیرا هر روش دارای فرضهای درون‌ساز در معرض خطاست و نمی‌توان 10% به‌هیچ‌کدام از آنها اطمینان کرد. بدین سبب است که این روزها منجمان برآوردهای خود را در مقایسه با پیش از یک روش بررسی می‌کنند.

این روشها و روشهای دیگر در «برج ایقلی» خلاصه شده‌اند که ژرار دو ووکولورز^۲ بنا کرده در شکل ۱۴.۱۰ آمده است. توجه کنید که فاصله‌ها از یک طبقه به طبقه بعد افزایش می‌یابد. در هر طبقه دیدگاهی برای خطاهای درجه‌بندی وجود دارد. به‌عنوان مثال، حتی یک بازنگری در مقیاس فاصله ستاره‌ای، مانند فاصله هیادهای رشته اصلی در کهکشان ما، به بازنگری در تمام مقیاسهای پس از آن می‌انجامد. مثلاً، این مورد هنگامی پیش آمد که فاصله‌های ستاره‌ای اندازه‌گیری شده توسط ماهواره هیپارخوس باعث تجدید نظر نزولی در برآوردهای قبلی شد. این خطاهای سیستماتیک در روش اولیه هابل موجود بودند، و هنگامی که با هم جمع شدند مقدار $h_0 \geq 5$ را به‌دست دادند. به‌عنوان مثال، رابطه دوره-درخشندگی که هابل در اختیار داشت نادرست بود. همین‌طور او از قدر مطلق بسیار ضعیفی برای درخشانترین ستارگان در کهکشانهای دیگر استفاده کرد. از شکل (۶.۱۰) می‌بینیم که مقدار M به مقدار زیادی برای h_0 می‌انجامد. در تمام این بحث تلویحاً فرض کرده‌ایم که، در رابطه سرعت-فاصله، این فاصله است که باعث



شکل ۱۴.۱۰ برج ایفلی که در اینجا آمده است نشان می‌دهد که چگونه فاصله‌های کیهان‌شناختی طبقه به طبقه اندازه‌گیری می‌شوند. سطوح مختلف مورد استفاده برای درجه‌بندی از نزدیکترین فاصله در طبقه اول آغاز می‌شوند و به دورترین آنها در بالا می‌انجامد. ZAMS نمایانگر «سن صفر رشته اصلی» است که دلالت بر روش اندازه‌گیری فاصله با بهره‌گیری از هیادهای رشته اصلی دارد که در متن کتاب آمده است.

دردسر می‌شود. اما الزاماً چنین نیست! یک منبع عمده خطا، لااقل برای اندازه‌گیریهای نزدیک، تشخیص جریان هابل «واقعی» از حرکت‌های عجیب و غریبی است که سایر ناهمگنیهای نسبتاً موضعی به وجود می‌آورند. در بخش بعد این مسئله را بیشتر بررسی خواهیم کرد. به این دلایل بهتر است کیهان‌شناسان درباره مقدار دقیق ثابت هابل محتاط باشند. سندیج و تامان مقدار $h_0 \sim 0.75$ را ترجیح می‌دهند، در حالی که دو وکولورز استدلال کرد که $h_0 \sim 0.71$ و سپس گروه پروژه کی HST مقدار آن را $h_0 \sim 0.75$ در نظر گرفتند. با توجه به خطاهای رایج در نشانگرهای فاصله مختلف، اکنون مرسوم است که بگویید h_0 بین این دو حد قرار دارد. ما $h_0 \sim 0.65 \pm 0.10$ را در نظر می‌گیریم که بیشتر اندازه‌گیری حاضر سازگار است. اما هنوز با ثابت هابل به دقت تعیین شده فاصله داریم.

۳.۱۰ ناهمسانگردی میدانهای سرعت بزرگ مقیاس موضعی

اکنون به مشکلات ممکن تعیین v در رابطه هابل $v = H_0 D$ می‌پردازیم، زیرا سرعت موجود در این رابطه چیزی است که به انبساط عالم مربوط می‌شود و نباید حاوی هیچ مؤلفه دیگری باشد. در واقع، این موردی است که در صورت اعتبار کامل اصل موضوع وایل به وجود می‌آید، که در واقع چنین نیست. کهکشانهای حرکت‌های دیگری نیز دارند که بر آن نهاده می‌شود، و در جابه‌جایی طیفی که ناظر اندازه می‌گیرد دخیل‌اند. مثلاً اولین اندازه‌گیری جابه‌جایی طیفی یک کهکشان را اسلیفر در سال ۱۹۱۲ انجام داد و مربوط به یک انتقال به آبی بود. او به این نتیجه‌گیری رسید که سحابی M۳۱ با سرعت حدود 200 km s^{-1} به کهکشان ما نزدیک می‌شود. چند کهکشان نزدیک از خود انتقال به آبی نشان می‌دهند و اینها را می‌توان با چیزی توجیه کرد که اصطلاحاً برهم‌نهی حرکت کاتوره‌ای یا «غیرعادی» کهکشانهای بر «جریان هابل» خوانده می‌شود. این حرکت‌های کاتوره‌ای معمولاً از مرتبه 300 km s^{-1} هستند و در نتیجه سرعت کل یک کهکشان نزدیک را، که برای آن با D کوچک، مؤلفه هابل کوچک خواهد بود، به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌دهند. فقط وقتی به فاصله‌های، مثلاً بیش از 50 Mpc می‌رویم انتظار داریم که قانون هابل بر میدان سرعت غلبه کند.

تصویر ساده عالم همگن و همسانگرد بر مبنای جزء خط رابرتسون-واکر اکنون دیگر بیش از اندازه ساده به نظر می‌رسد، به‌ویژه با کشف سرعت‌های بزرگ مقیاس که به نظر می‌رسد بر جریان هابل برهم‌نهاد شده‌اند. چون تعریف جریان هابل در همسایگی «موضعی» ما کوچک است، بنابراین می‌تواند در سایر سرعتها گم شود. جدا کردن این دور از یکدیگر و مشخص کردن تأثیر سایر

سرعت‌های غیرهابل کاری بس دشوار است. در اینجا فقط به طرح کلی وضعیت در جبهه‌های نظری و رصدی می‌پردازیم و ابتدا موضوع دوم را بررسی می‌کنیم.

در اواسط سالهای هفتاد وی. سی. رابین^۱ و دبلیو. ک. فورد^۲، و دیگران نگاهی به این مسئله انداختند. اثر معروف به رابین-فورد نشان داد که ثابت هابل هنگامی که سرعت‌های شعاعی کهکشانه‌های Sc I و Sc II (I و II رده‌های درخشندگی ون دن براو برای کهکشانه‌های Sc ماریپچی هستند، که I Sc روشنترین رده کهکشانه‌است) اندازه‌گیری می‌شود همسانگرد نیست. ناهمسانگردی از نوع دوقطبی بود و می‌شد آن را به این حساب گذاشت که کهکشان ما با سرعت قابل ملاحظه‌ای در زمینه کهکشانه‌ها حرکت می‌کند. این سرعت برابر بود با

$$l = 163^\circ \pm 15^\circ, b = -11^\circ \pm 14^\circ \text{ به طرف } (454 \pm 125) \text{ km s}^{-1}$$

نسبت به بخش دوردست نمونه به

$$l = 167^\circ \pm 20^\circ, b = 5^\circ \pm 20^\circ \text{ به طرف } (474 \pm 164 \text{ km s}^{-1})$$

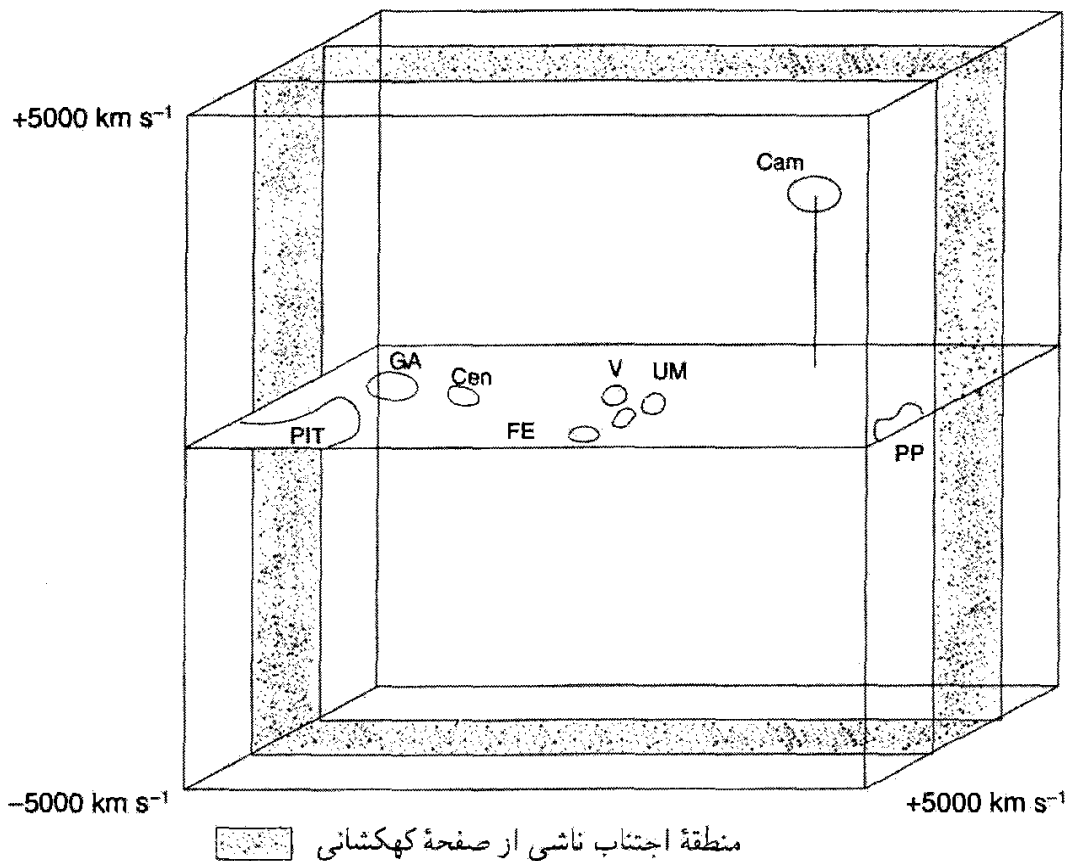
نسبت به قسمت نزدیکتر. این اولین نشانه قرار نداشتن کهکشان در چارچوب سکون کیهان‌شناختی بود.

۱.۳.۱۰ توزیع موضعی

اطلس کهکشانه‌های نزدیک که تالی و فیشر منتشر کرده‌اند، حاوی نقشه‌های مفصل توزیع و سرعت کهکشانه‌ها در منطقه‌ای نسبتاً موضعی است. این نقشه‌ها در تشکیل توپوگرافی ناحیه دور و بر سودمندند. شکل ۱۵.۱۰ طرح کلی توزیع را در ناحیه‌ای مکعبی در اطراف کهکشان ما نشان می‌دهد، که هر ضلع مکعب دیفرانسیل سرعت تقریباً برابر با 10000 km s^{-1} را اندازه می‌گیرد. (یعنی، اگر H_0 ثابت هابل باشد، اندازه خطی تقریباً H_0^{-1} برابر این مقدار است. ما استفاده از سرعت را به‌عنوان فاصله بدین صورت مفید یافته‌ایم.)

ناحیه سایه‌دار مکعب منطقه اجتناب کهکشانی عمود بر ابرصفحه کهکشانی است (نگاه کنید به فصل ۱). می‌توان فرض کرد که حرکت این اجسام از چند مؤلفه تشکیل شده است:

۱. جریان به طرف رابینده بزرگ (GA) که در فاصله 4200 km s^{-1} از گروه موضعی قرار دارد. (این GA تقریباً در $l = 309^\circ$ و $b = +18^\circ$ (مختصات کهکشانی) قرار دارد. مثلاً، دو خوشه قنطورس در GA با سرعت‌های 1000 km s^{-1} (دور از ما)) قرار می‌گیرند.



شکل ۱۵.۱۰ حجم مکعبی حاوی برخی ساختارهای بزرگ مقیاس قابل ملاحظه در حوالی ما. در داخل مکعب GA: رباینده بزرگ؛ V: خوشه سنبله؛ CSC: ابرکوما-حجار؛ حاوی گروه محلی؛ UM، خوشه دب اکبر؛ Cen، قنطورس؛ FE، کوره-نهر؛ Cam، زرافه؛ PP، برسائوش-حوت؛ PIT، طاووس-هندی-تلسکوپ.

۲. سقوط ماده به طرف خوشه سنبله.

۳. «بی‌هنجاری موضعی» که ظاهراً به تصحیح سرعت کلی 360 km s^{-1} برای ناحیه‌ای از گروه موضعی ما تا فاصله‌های 700 km s^{-1} نیاز دارد.

۴. جریان هابل

این مدل چند مؤلفه‌ای پارامترهایی دارد که می‌توان آنها را با روش کمترین مربعات، با بهره‌گیری از رابطه تالی-فیشر^۱ برای مارپیچها برای اندازه‌گیری فاصله‌های آنها (نگاه کنید به بخش ۲.۹) و انتقالهای به سرخ برای سرعتهای شعاعی، تعیین کرد. این مدل سرعتهایی را به دست می‌دهد که با مقادیر مشاهده شده مقایسه و اختلاف آنها به کمک روش کمترین مربعات کمینه می‌شود. این روش را اولین بار «هفت سامورایی» دی. لیندن-بل^۲، اس. ام. فابر^۳، دی. برنشتاین^۴، ار. ال.

1. Tully-Fisher 2. D. Lynden-Bell 3. S. M. Faber 4. D. Burnstein

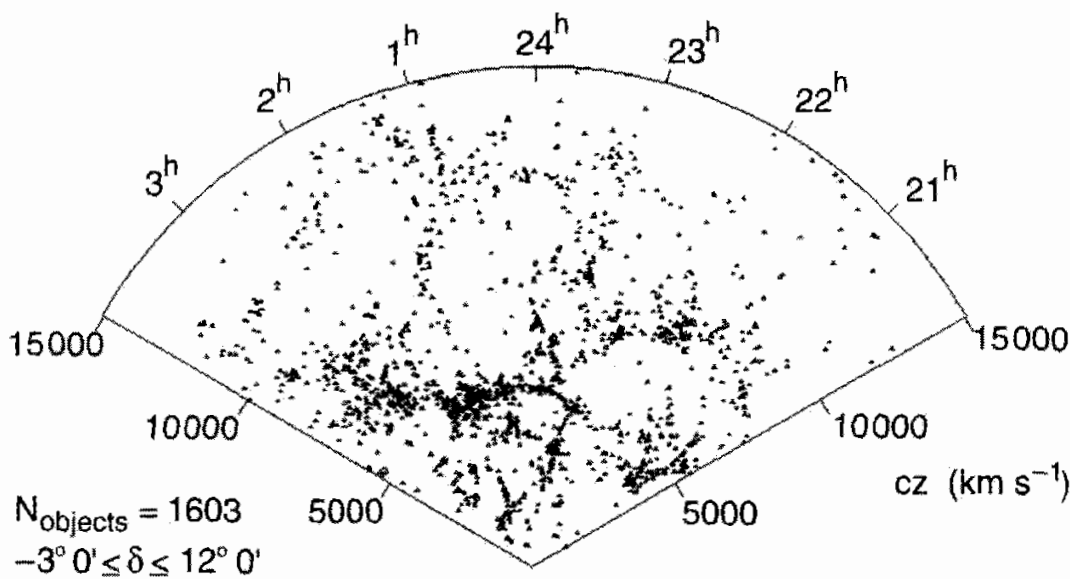
دیویس^۱، ا. درسلا^۲، ار. ترلوویچ^۳، و جی. واگنر^۴ به کار بردند. نتیجه‌گیری کلی به قرار زیر است. GA رباینده با جرم بزرگی است که ماده را جذب می‌کند، و سبب جریان بزرگ مقیاسی به طرف خود می‌شود. در مقیاس کوچکتر و نزدیکتر، خوشه سنبله، کهکشانهای مجاور، از جمله گروه موضعی ما، را به مرکز خود جذب می‌کند. اما، گروه موضعی ما حرکت ناهنجار دیگری را نیز نسبت به جریان سنبله مرکزی دارد. شاید برای برآورد عددی سرعت و جهت دقیق تمام این جریانها بسیار زود باشد. رصدهایی بیشتر در آینده بدون شک به برآوردهای موثقتر کمک خواهد کرد. به هر حال، مباحثه قابل ملاحظه‌ای در مورد اینکه آیا اصلاً GA وجود دارد در جریان است. به عنوان مثال، دی. ا. متیوسون^۵، وی. ال. فورد^۶ و ام. بوخهورن^۷ سرعتهای عجیب ۱۳۵۵ کهکشان مارپیچی در آسمان جنوبی را اندازه گرفته‌اند و با بهره‌گیری از رابطه تالی-فیشر فاصله آنها را تخمین زده‌اند. آنها هیچ‌گونه فروریزی را به منطقه GA نیافتند، بلکه جریان کلی 400 km s^{-1} را در مقیاس $100 h_0^{-1} \text{ Mpc}$ به دست آوردند. بنابراین، تردید قابل ملاحظه‌ای در مورد وجود یک جرم رباینده در آنجا وجود دارد. به احتمال زیاد این کشش را، به جای یک جرم تنهای بزرگ، چند خوشه بزرگ وارد کنند که در آن جهت در فضا توزیع شده‌اند.

این مسئله‌ها وقتی حل می‌شوند که، به کمک نقشه برداریهای انتقال به سرخ بزرگ که اکنون در جریان است یا اخیراً تکمیل شده‌اند، تصویر روشنتری از عالم به دست آوریم. مثلاً، نقشه برداریهای میدان دو درجه‌ای در استرالیا و نقشه برداری انتقال به سرخ لاس کامپاناس^۸ در شیلی حاوی چندصد هزار انتقال به سرخ است. نقشه برداری دیجیتالی آسمان اسلوان^۹ دارای طیف $900000 \sim$ کهکشان تا انتقال به سرخ $0.2 \sim$ است. اگر قانون هابل را در مورد این انتقالهای به سرخ به کار ببریم، نقشه‌های آسمان حاصل از آنها طرح کلی توزیع ماده مرئی را در اختیار می‌گذارند و کمک می‌کنند تا علاوه بر مشخص کردن توزیع متراکم ماده، حفره‌ها را نیز مشخص کنیم. شکل 16.10 و 17.10 نقشه‌های حاصل از این بررسیها را نشان می‌دهند. بدیهی است که فرض همگن از این تصویرها ضربه می‌خورد. این ناهمگنیهای موضعی ناهمسانگردیهای را وارد قانون هابل می‌کنند. بخشی دیگر از اطلاعات را که در بخش 8.10 بررسی می‌کنیم حرکت کهکشان ما نسبت به چارچوب سکون زمینه ریزموج کیهانی است.

۲.۳.۱۰ بازنگری ثابت هابل

به این پرسش باز می‌گردیم که چرا اختلاف نظر در مورد مقدار H_0 (یعنی، اینکه $1 \approx h_0$ یا $0.5 \approx h_0$) ادامه دارد. ار. بی. تالی استدلال کرده است که ناهنجاری سرعت موضعی دلیل

1. R. L. Davies 2. A. Dressler 3. R. Terlevich 4. G. Wagner
5. D. A. Mathewson 6. V. L. Ford 7. M. Buchhorn 8. Las Campanas 9. Sloan



شکل ۱۶.۱۰ این یکی از بخشهای آسمان است که مرکز اختفیزیک آن را عمیقاً بررسی کرده است. با تقسیم سرعتها بر ثابت هابل می‌توان تعیین کرد که اجسام در چه فاصله‌ای از ما قرار دارند.

اصلی ابهام در این مورد است. این استدلال را می‌توان با یک مثال ساده نشان داد. فرض کنید که تراکم جرم موضعی M بر جریان هابل برهم‌نهاده شود. در فاصله R از جرم، سرعت شعاعی به طرف خارج V را می‌توان به صورت زیر نوشت

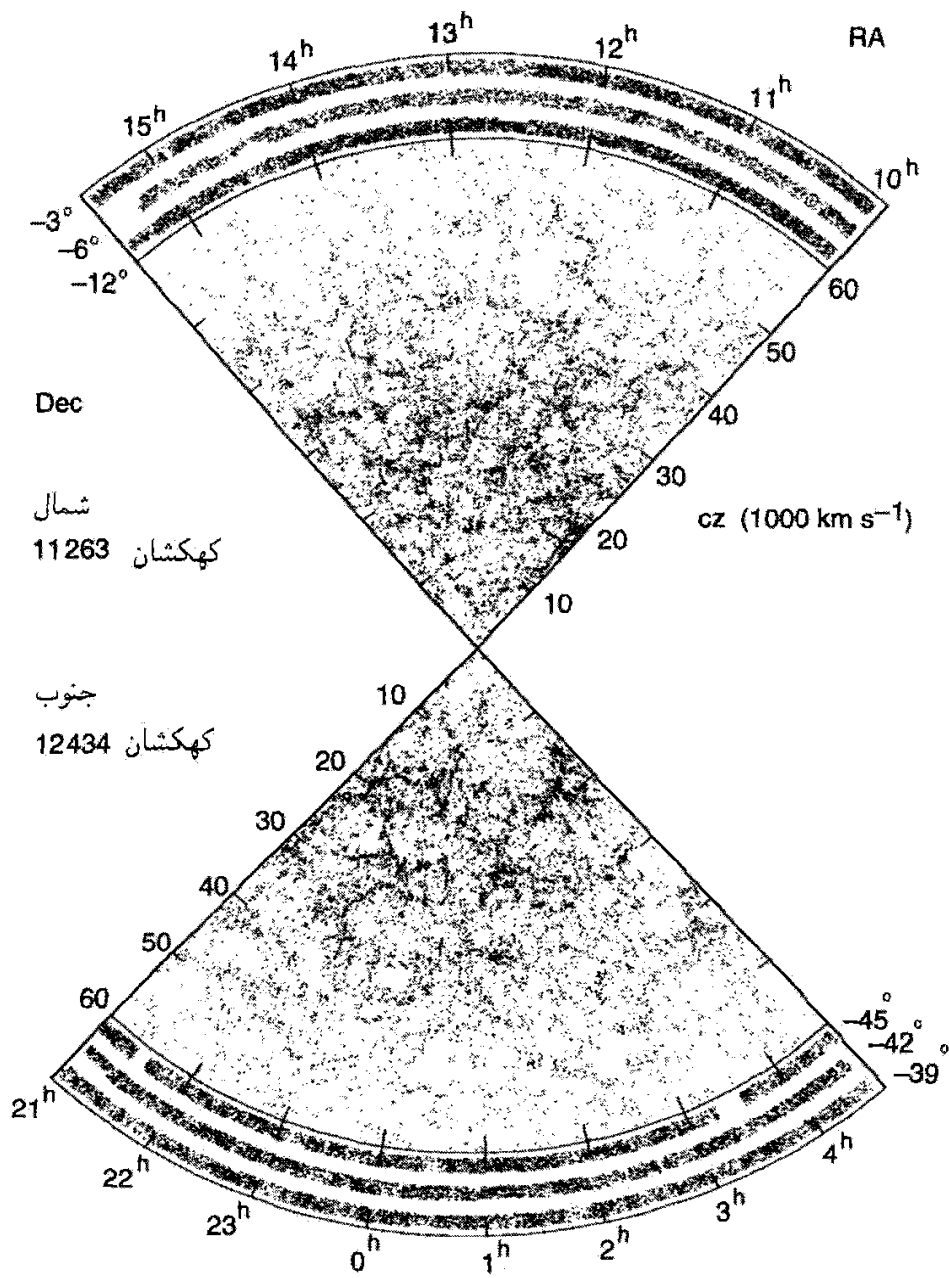
$$V = -\sqrt{\frac{2GM}{R}} + HR \equiv H_{\text{eff}}R. \quad (24.10)$$

اولین جمله سرعتی به طرف داخل است که در بینهایت صفر می‌شود، در حالی که جمله دوم جریان هابل با ثابت هابل H است. می‌توان (۲۴.۱۰) را فقط جریان هابل با ثابت هابل «مؤثر» در نظر گرفت

$$H_{\text{eff}} = H - \sqrt{\frac{2GM}{R^3}}. \quad (25.10)$$

بنابراین، هرچه به تراکم جرم نزدیکتر شویم ثابت هابل مؤثر از ثابت هابل واقعی کوچکتر می‌شود. با دور شدن از M ، ثابت هابل مؤثر به مقدار واقعی نزدیک می‌شود.

از این رو، حضور تراکم جرم در ابرکوما-حجار نوعی ناهنجاری را در سرعت موضعی به وجود می‌آورد که همراه با جریان سنبله مرکزی مقدار ثابت هابل برای کهکشانهای نسبتاً نزدیک را کم می‌کند و h_0 را به 0.15 نزدیکتر می‌سازد. اما، نمونه‌های دورتر کهکشان h_0 را تا اندازه‌ای بزرگ می‌کنند که نظیر با مقدار واقعی ثابت هابل است.



شکل ۱۷.۱۰ این نقشه را نقشه برداری انتقال به سرخ لاس کامپاناس تولید کرده است.

به نظر تالی ناهنجاری موضعی ممکن است ناشی از جرمی در حدود $10^{14} M_{\odot}$ در مقایسه با $10^{15} M_{\odot}$ در خوشه سنبله باشد. برعکس، جرم رباینده بزرگ ممکن است در حدود $5 \times 10^{16} M_{\odot}$ باشد. این مقادیر نشان می‌دهد که رسم توپوگرافی عالم، هم برحسب جرم و هم برحسب سرعت، قبل از نتیجه‌گیری دقیق درباره مقادیر پارامترهای کیهان‌شناختی چقدر اهمیت دارد. سپس می‌خواهیم چگالی میانگین ماده را در عالم تعیین کنیم، این پارامتر دارای پیامدهایی مهم برای نظریه‌های کیهان‌شناختی است که تاکنون بررسی کردیم.

۴.۱۰ توزیع و چگالی ماده در اطراف ما

در فصل ۴ پارامتر Ω را با رابطه زیر تعریف کردیم

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G}\Omega_0 \equiv \rho_c\Omega_0, \quad (26.10)$$

که ρ_c چگالی بستر کنونی در کیهان‌شناسی فریدمان است. به صورت عددی، (۲۶.۱۰) ایجاب می‌کند که

$$\rho = 2 \times 10^{-29} (h_0^2 \Omega_0) \text{ g cm}^{-3}. \quad (27.10)$$

بنابراین، اندازه‌گیری مستقیم مورد نظر است، چون حدود پارامترهای h_0 و Ω_0 را مشخص می‌کند. رهیافت فعلی به این مسئله تعیین حدود چگالی ماده در کهکشانها، خوشه‌های کهکشانی، و غیره است؛ یعنی ماده به صورت استاندارد درخشان. این کار به صورت زیر انجام می‌شود. فرض کنید نسبت جرم به نور را برای کهکشانها می‌دانیم، که معمولاً برحسب یکاهای خورشیدی بیان می‌شود:

$$\left\langle \frac{M_G}{L_G} \right\rangle = \eta \frac{M_\odot}{L_\odot}. \quad (28.10)$$

سپس چگالی درخشندگی متوسط l_G کهکشانها را تعیین می‌کنیم. بهترین مقدار l_G مربوط به فهرست تجدید نظر شده شیلی آمز^۱ و عبارت است از

$$L_{GS} \cong 4.4 \times 10^7 L_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3} \quad \text{برای کهکشانهای ماریچی} \quad (29.10)$$

$$L_{GE} \cong 17.4 \times 10^7 L_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3} \quad \text{برای کهکشانهای E و SO} \quad (30.10)$$

بنابراین چگالی درخشندگی کل از مرتبه زیر است

$$l_G \cong 2.2 \times 10^8 L_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3}. \quad (31.10)$$

از (۲۸.۱۰) و (۳۱.۱۰) چگالی کیهان‌شناختی میانگین به شکل کهکشانهای اطراف خود را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \rho_G &\cong 2.2 \times 10^8 \eta M_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3} \\ &\cong 1.5 \times 10^{-32} \eta h_0 \text{ g cm}^{-3}. \end{aligned} \quad (32.10)$$

برآورد η چقدر است؟ مشکل اصلی در تخمین η مربوط به اندازه‌گیری جرمهای کهکشانی است. اندازه‌گیری درخشندگی در مقایسه با آن آسان و تنها خطا در این فرایند ناشی از دقیق نبودن H_0 است. ما روشهای به‌کار رفته در اندازه‌گیری η برای اجسام مختلف را قبل از خلاصه کردن نتایج جدول ۱.۱۰ مرور می‌کنیم.

مثال

تابع درخشندگی کهکشانیها را که شکرتر^۱ از رابطه زیر برآورد کرده است در نظر بگیرید

$$\Phi(L) = \frac{\Phi^*}{L^*} \left(\frac{L}{L^*} \right)^{-\alpha} \exp \left(-\frac{L}{L^*} \right)$$

با $\Phi^* = 10^{-2} h_0^3 \text{Mpc}^{-3}$ ، $L^* = 10^{10} h_0^{-2} L_\odot$ و $\alpha \sim 1,25$. تعداد کهکشانیهای با درخشندگی در گستره $(L, L + dL)$ ، از $\Phi(L)dL$ به دست می‌آید. از انتگرال‌گیری بین 0 و ∞ به دست می‌آوریم

$$l_G = \int_0^\infty \Phi(L)L dL \sim 3,3 \times 10^8 h_0 L_\odot \text{Mpc}^{-3}.$$

۱.۴.۱۰ نسبتهای جرم به نور

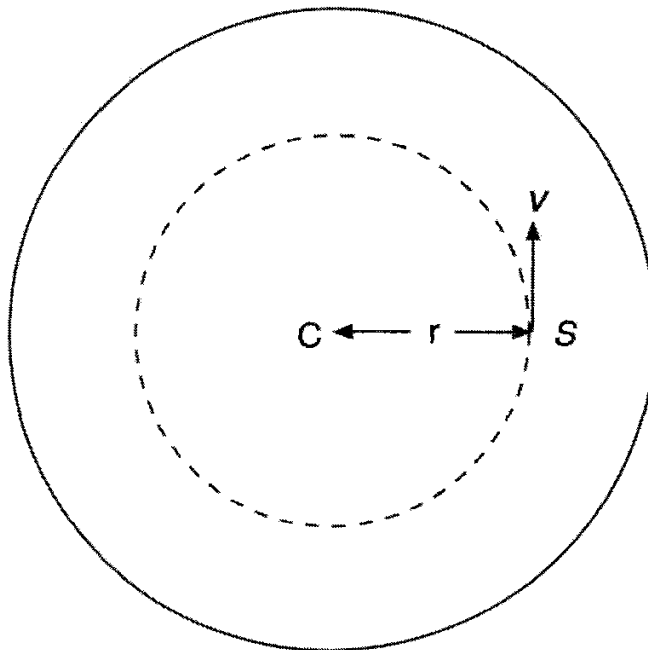
روشهای اندازه‌گیری η برای تک‌تک کهکشانیها و خوشه‌های کهکشانی در زیر خلاصه شده است.

کهکشانیهای مارپیچی

بهترین دستاویز برای جرم موجود در نمونه‌ای از کهکشان مارپیچی را منحنی چرخش آن به دست می‌دهد. شکل ۱۸.۱۰ این اصل را به کمک جسم سطحی به شکل قرص نمایش می‌دهد که توزیع دایره‌ای ستارگان است که به دور مرکز مشترک C می‌گردند. رابطه سرعت چرخش v برای ستاره S در فاصله r از C (در توزیع تعادل) با نیروی گرانشی F_r وارد بر S به طرف مرکز به صورت زیر است

$$m \frac{v^2}{r} = F_r. \quad (33.10)$$

بنابراین، اگر v را بر حسب r بدانیم، F_r را بر حسب r به دست می‌آوریم. سپس، با توجه به قانون گرانش نیوتون (که به واسطه ضعیف بودن میدانهای گرانشی در اینجا قابل استفاده است)، می‌توانیم توزیع جرم را تعیین کنیم. به عنوان مثال، اگر بیشتر جرم در ناحیه هسته اطراف C متمرکز بود داشتیم $F_r \propto r^{-2}$ و $v \propto r^{-1/2}$. توزیع نور در یک کهکشان مارپیچی نشان می‌دهد که رابطه



شکل ۱۸.۱۰ قرص کهکشانی با سیستمی از ستارگان تقریب زده می‌شود که در مدارهای دایره‌ای دور مرکز مشترک C می‌چرخند. سرعت v مربوط به S از قانونهای گرانش و حرکت نیوتون به دست می‌آید.

بالا تقریب خوبی است. اما، در واقع منحنی سرعت چرخش برحسب فاصله $v(r)$ برای اغلب کهکشانها تخت است. یعنی پس از صعود تیز در بیرون منطقه هسته، v برابر مقدار ثابت (مثلاً) v_0 باقی می‌ماند. به علاوه، این رابطه به فراتر از قرص مرئی گسترش می‌یابد.

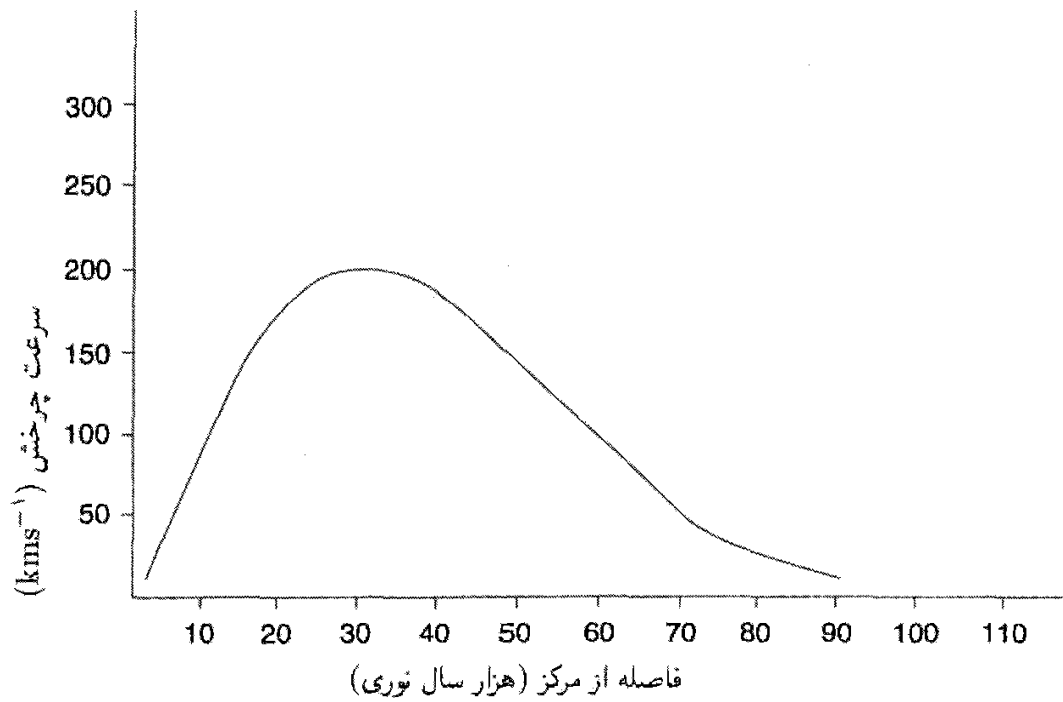
این نتیجه ایجاب می‌کند که یا جرم موجود در بخشهای خارجی کهکشان بیش از آنی باشد که توزیع درخشندگی نشان می‌دهد، یا قانون حرکت نیوتون و قانون عکس مجذور در گستره فاصله‌های کهکشانی (تقریباً چندکیلو پارسک) معتبر نباشند. با توجه به دیدگاه (نه چندان افراطی) اول، منجمان جرم کهکشانهای مارپیچی را برآورد کرده‌اند. اس. ام. فابر و جی. اس. گالاگاری^۱ سرعتهای دوران و جرمهای موجود در شعاع هولمبرگ^۲ را (که در آن روشنایی سطحی به $26.5 m_{pg} \sim$ ^{-۲} (ثانیه کمانی) فرو می‌افتد) برای ۳۹ کهکشان مارپیچی فهرست‌بندی کرده‌اند. چون درخشندگیها را نیز می‌دانیم، می‌توانیم مقدار میانگین η را برای این نمونه تخمین بزنیم. نتیجه عبارت است از

$$\eta \cong (9 \pm 1) h_0. \quad (34.10)$$

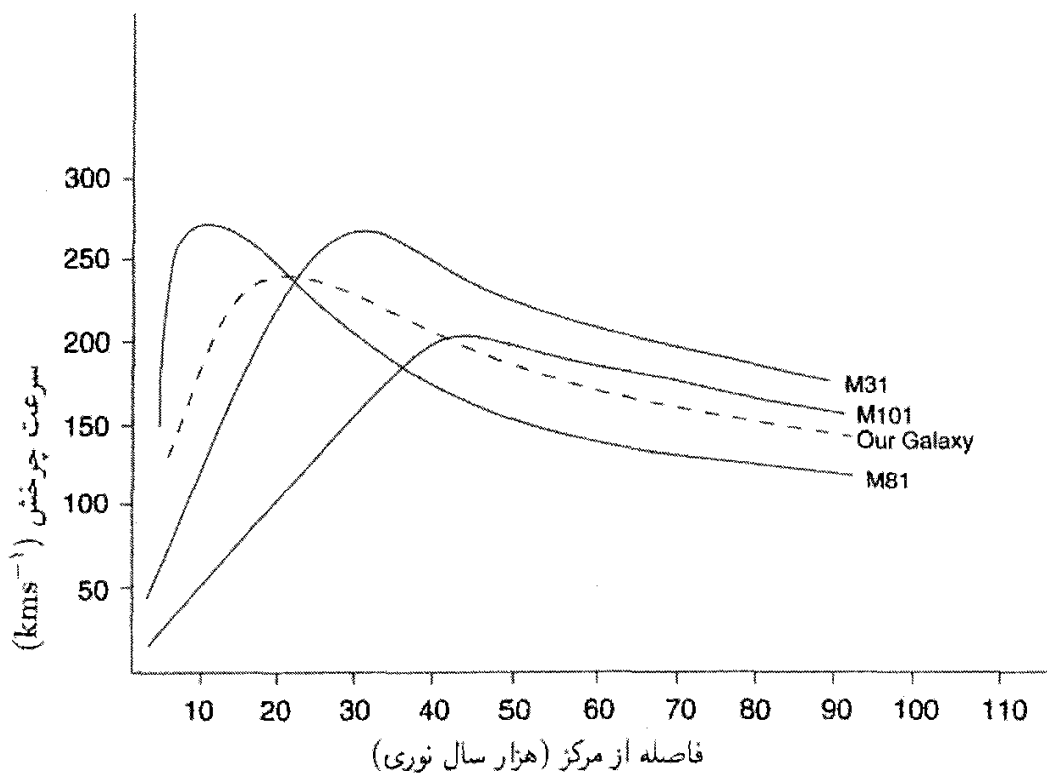
کهکشانهای بیضوی

این کهکشانها هیچ چرخشی از خود نشان نمی‌دهند، ازاین رو روش منحنی چرخش که برای مارپیچها به‌کار می‌رفت در اینجا کاربرد ندارد. در

1. J. S. Gallagher 2. Holmberg radius



(الف)



(ب)

شکل ۱۹.۱۰ منحنیهای چرخش بعضی کهکشانهای ماریچی. توجه کنید که در فاصلههای زیاد از مرکز، انتظار داریم که منحنی نوعی به جای اینکه مانند منحنی واقعی (ب) کم و بیش ثابت بماند، چون منحنی (الف) به صفر فرو بیفتد.

عوض، برآورد جرم بر مبنای تغییر سرعت پراکندگی σ در کهکشان صورت می‌گیرد.

در تقریب جرم کروی، تابع توزیع ستاره در حالت تعادل آماری به شکل زیر در می‌آید

$$f \propto \exp - \left(\frac{v^2/2 + \phi(r)}{\sigma^2} \right), \quad (35.10)$$

که $\phi(r)$ پتانسیل گرانشی و سرعت میانگین مربعی ستاره در نقطه‌ای روی کره تکدمای ستاره برابر است با $\langle v^2 \rangle = 3\sigma^2$. با فرض اینکه چگالی عددی ستارگان به صورت $r^{-\epsilon}$ تغییر کند، رابطه بالا و معادله بواسون جرم داخل شعاع r را به صورت زیر می‌دهند

$$M(< r) = \frac{\epsilon \sigma^2 r}{G}. \quad (36.10)$$

اگر چگالی درخشندگی $j(r)$ مانند چگالی عددی تغییر کند، نسبت درخشندگی به جرم به صورت $r^{\epsilon-2}$ تغییر می‌کند. هنوز نمی‌توان با توجه به رصدها اظهار نظر دقیقی در مورد مقدار ϵ کرد. اما، در نزدیکی مرکز کهکشان بیضوی، رصدهای σ دقیقتر هستند. آی. کینگ^۱ مدلی را برای کهکشان پیشنهاد کرده است که در آن

$$j(r) \propto \left(1 + \frac{r^2}{a^2} \right)^{-3/2}. \quad (37.10)$$

این مدل در اغلب موارد موفق است. یک استثنای قابل ملاحظه کهکشان گول‌آسای M۸۷ است، که برای آن دو گروه از رصادان در سال ۱۹۷۸ استدلال کردند که افزایش سریع $j(r)$ ، و نیز زیاد شدن سریع σ به طرف مرکز، دال بر تراکم جرم در مرکز بسیار بیش از چیزی است که مدل کینگ به دست می‌دهد. از این مطالعات معلوم شده است که میانگین نسبت جرم به نور در ناحیه مرکزی بیضویهای بزرگ در این گستره قرار دارد

$$\eta = (10 \pm 2) h_0. \quad (38.10)$$

آمار گروههای کهکشان

در فهرستی از کهکشانها که معمولاً آنها را بر حسب مختصات در کره سماوی مشخص کرده است، دو کهکشان با مختصات تقریباً یکسان در نزدیکی یکدیگر دیده می‌شوند. اما، آیا می‌توان اطمینان داشت که گروه کهکشانهای ظاهراً نزدیک به هم واقعاً در حوالی هم قرار دارند و بخشی از یک

سیستم فیزیکی هستند؟ پاسخ به این پرسش از دو جهت مورد نظر است که هر دو دارای سرشت آماری هستند و به برآوردهای η می‌انجامند.

اس. جی. آرسث^۱، و جی. ار. گوت^۲، و ای. ال. ترنر^۳ از رهیافت شبیه‌سازیهای N جسمی استفاده کردند که در آن کهکشانها تحت تأثیر کشش گرانشی یکدیگر حرکت می‌کنند و تمایل به خوشه‌ای شدن در گروههای کوچک یا بزرگ را دارند. مقایسه این توزیعها با فهرست واقعی کهکشان به شناسایی گروههای کهکشانی و در نتیجه برآورد η کمک می‌کند.

در رهیافت دیگری که ای. ال. اسکات^۴ و جی. نیمن^۵ پیشگام آن هستند و پی. جی. ای. پیلز و دیگران آن را به‌طور گسترده به‌کار برده‌اند، تابعهای همبستگی کهکشان-کهکشان دخیل است. ما قبلاً در فصل ۷ به آن اشاره کردیم. در این رهیافت احتمال یافتن کهکشان در حجم کوچک δV در فاصله r از یک کهکشان نوعی به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\delta P = n\delta V[1 + \xi(r)], \quad (39.10)$$

که n چگالی عددی میانگین کهکشانهاست. برای توزیع یکنواخت داریم $\xi(r) = 0$. $\xi(r)$ مثبت زیاد شدن چگالی کهکشان در حوالی یک کهکشان نوعی را نشان می‌دهد، از این رو $\xi(r)$ را تابع همبستگی دو نقطه‌ای می‌نامند.

در اندازه‌گیریهای واقعی بردار مکان r از کهکشان نوعی نسبت به ناظر دو مؤلفه دارد. مؤلفه شعاعی π را می‌توان از اختلاف انتقال به سرخ دو کهکشان با استفاده از قانون هابل به‌دست آورد. مؤلفه عرضی σ با توجه به فاصله زاویه‌ای دو کهکشان و ضرب کردن آن در میانگین فاصله هابل به‌دست می‌آید. اما، کهکشانهای بجز سرعت کلی، سرعتهای ویژه (کاتوره‌ای) نسبت به چارچوبهای سکون کیهان‌شناختی موضعی خود را نیز دارند. این سرعتها مؤلفه شعاعی را واپیچیده می‌کنند، در نتیجه اگر نموداری از دو مؤلفه r در دستگاه دکارتی رسم شود، توزیع نقطه‌ها در اطراف محور نظیر با مؤلفه شعاعی خوشه تشکیل می‌دهد.

با بهره‌گیری از این نمودارها برای کهکشانهای NGC و IC، پیلز نتیجه گرفت که $\xi(r)$ با تقریبی خوب عبارت است از

$$\xi(r) = \left(\frac{r_0}{r}\right)^\gamma, \quad \gamma = 1.77, \quad r_0 = 4.2 h_0^{-1} \text{Mpc}. \quad (40.10)$$

آرسث و همکاران نیز از شبیه‌سازیهای کامپیوتری به نتیجه‌ای مشابه رسیدند. سرعتهای ویژه کهکشانهای را می‌توان از اثر تراکمی فوق‌الذکر برآورد کرد، و پاشیدگی سرعت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\langle v^2 \rangle^{1/2} \cong (600 \pm 250) \text{ km s}^{-1}. \quad (41.10)$$

از این نتیجه می‌توان η را به صورت زیر برآورد کرد. میانگین تعداد همسایگان در فاصله مشخصه $r_0 \sim R = 5h_0^{-1} \text{ Mpc}$ عبارت است از

$$\begin{aligned} N &= n \int_0^R [1 + \xi(r)] d^3r \\ &= 42 \end{aligned} \quad (42.10)$$

برای $n = 0.1^3 h_0^3 \text{ Mpc}^{-3}$ (که برای کهکشانهای پرنور تخمین زده شده است). انتظار می‌رود که سرعت ویژه v_i برای کهکشان i که دارای N_i همسایه به جرم M در فاصله R است از مرتبه زیر باشد

$$v_i^2 \sim \frac{GMN_i}{R}.$$

این نتیجه از قضیه معروف ویريال به دست می‌آید، که با توجه به آن در توزیع تعادل N جسمی، همپاری میان انرژی جنبشی و پتانسیل وجود دارد. از این نتیجه‌ها و از برآوردهای $\langle N_i^2 \rangle$ به دست می‌آوریم

$$M \sim \frac{R \langle v_i^2 \rangle \langle N_i \rangle}{G \langle N_i^2 \rangle} \sim 5 \times 10^{12} h_0^{-1} M_\odot \quad (43.10)$$

محاسبه مفصل با بهره‌گیری از داده‌های مربوط به درخشندگی η را در گستره زیر به دست می‌دهد

$$\eta \sim (500 \pm 200) h_0. \quad (44.10)$$

خوشه‌های کهکشانی

اگر تحلیل تابع همبستگی مشابهی را برای خوشه‌های آبلبی با انتقال به سرخ تا $z \leq 0.2$ به کار ببریم. مقدار η برای گروه کهکشانهای اطراف نزدیک به مقدار بالا به دست می‌آید

$$\eta \sim (500 \pm 100) h_0. \quad (45.10)$$

در سال ۱۹۳۳ اف. زویکی^۱ به نکته‌ای اشاره کرد که اکنون به مسئله جرم گمشده در خوشه‌ها معروف است. این مسئله را می‌توان به اختصار به صورت زیر بیان کرد. اگر جرم کهکشانهایی را که در میدان گرانشی یکدیگر در یک خوشه در حرکت‌اند برآورد کنیم، قضیه ویريال جرم خوشه را برحسب پاشیدگی سرعت و شعاع میانگین مؤثر به دست می‌دهد:

$$M = \langle v^2 \rangle \frac{R}{G}. \quad (46.10)$$

پس با توجه به رصدهای پاشیدگی سرعت $\langle v^2 \rangle^{1/2}$ می‌توانیم جرم کل M در یک خوشه را برآورد کنیم. این مقدار به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیش از چیزی است که بر مبنای نسبت جرم به نور یعنی η_G هر کهکشان به دست می‌آید. یعنی، اگر تعداد کهکشانهای خوشه n و درخشندگی کل خوشه L باشد، جرم موجود در خوشه $L\eta_G$ است. تسویکی اولین کسی بود که خاطرنشان ساخت

$$L\eta_G \ll M. \quad (47.10)$$

مثلاً، برای خوشه کوما $M|L\eta_G \sim 300$ (نگاه کنید به تمرین ۲۰). معمولاً جرم یک خوشه را در حدود $10^{15} h_0^{-1} M_\odot$ به دست می‌آوریم. رصدها نشان می‌دهند که در حدود 4000 خوشه بزرگ در کره «موضعی» به شعاع $600 h_0^{-1} \text{Mpc}$ وجود دارد. پس برای چگالی میانگین ماده در خوشه‌ها به دست می‌آوریم

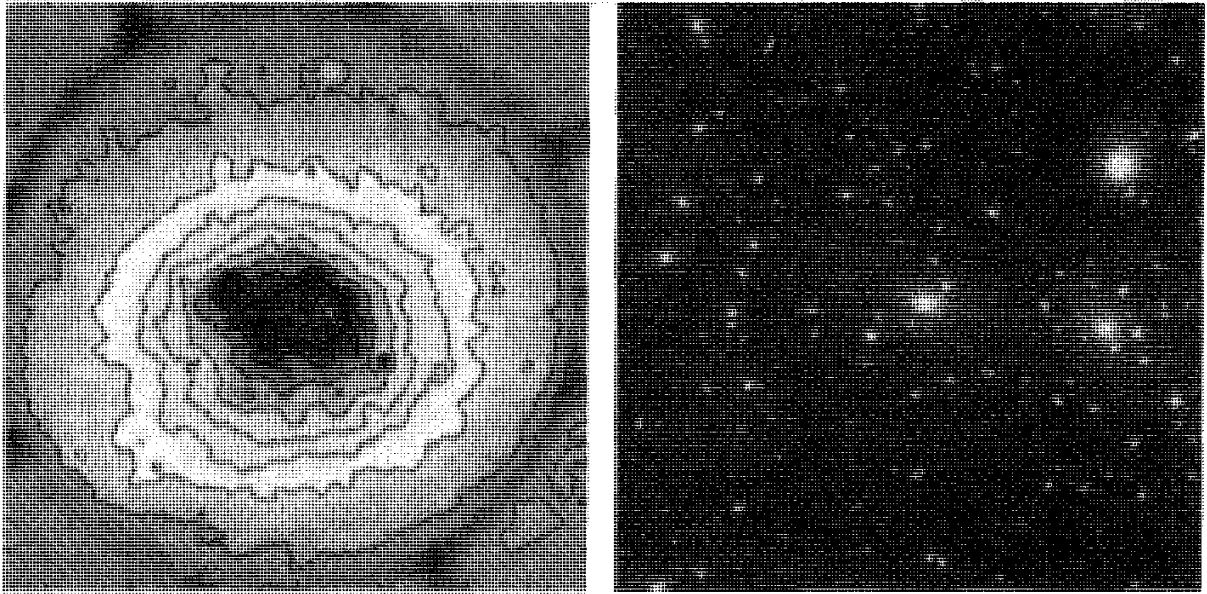
$$\rho_{\text{خوشه}} \approx 4 \times 10^{-31} h_0^2 \text{g cm}^{-3}. \quad (48.10)$$

چگالی برآوردشده خوشه‌ها در همین حدود است، اگرچه همه کهکشانها در داخل خوشه‌ها قرار ندارند. خوشه‌ها دارای جرم به نسبت بیشتر از کهکشانهایی هستند که در آنها قرار گرفته‌اند زیرا نسبت M/L برای آنها تا $300 h_0 M_\odot / L_\odot$ می‌رسد، که ده برابر بزرگتر از مقدار مربوط به کهکشانهاست. این به سبب آن است که خوشه‌ها برای تعادل ویرال به جرم بیشتری از ماده تاریک نیاز دارند.

رصدهای پرتو X ناشی از خوشه‌ها (نگاه کنید به شکل ۲۰.۱۰) نشان داده‌اند که این گسیل ناشی از تابش ترمزی از گاز داغ است و مقدار ماده باریونی موجود در خوشه گیسو کافی نیست تا جرم گمشده‌ای را تأمین کند که با استفاده از قضیه ویرال به دست می‌آید. اگر نسبت ماده باریونی به ماده کل موجود در خوشه گیسو نشانگر مقدار کلی باشد، در این صورت پارامتر چگالی کل Ω_0 را نامساوی زیر محدود می‌کند

$$\Omega_0 \leq \frac{0.15 h_0^{-1/2}}{1 + 0.55 h_0^{3/2}}. \quad (49.10)$$

با این نوع نامساوی، روشن است که (۱) اگر دوتریم موجود در عالم به صورت آغازین ساخته شده بود، نمی‌توانیم موردی را داشته باشیم که پارامتر چگالی فقط با باریونها به حد بالا برسد؛ و (۲) عالم باز است ($k = -1$) مگر اینکه مقدار زیادی ماده تاریک در خارج از خوشه‌ها وجود داشته باشد، در همین مرحله هم محتوای شناخته‌شده باریونی جرم خوشه (M_B) به‌عنوان کسری



شکل ۲۰.۱۰ توزیع پرتو X در یک خوشه. در طرف چپ تصویر ROSAT از خوشه گیسو پربندهای شدت پرتو X را نشان می‌دهد. تصویر اپتیکی در طرف راست قرار دارد.

از جرم کل خوشه با رصدهای مربوط به فراوانی دوتریم ناسازگاری دارد. مثلاً، برای خوشه گیسو، داریم

$$\frac{M_B}{M_{\text{tot}}} \approx 0.1 + 0.05 h_0^{-3/2}. \quad (50.10)$$

اگر این نسبت کلی بود، با حد فراوانی دوتریم برای $\Omega_0 = 1$ مغایرت داشت. در واقع، اگر مثلاً $h_0 = 0.65$ باشد، با قرار دادن این نسبت برابر $0.1 h_0^{-2}$ برای سازگاری با فراوانی دوتریم به دست می‌آوریم $\Omega_0 \approx 0.23$. بنابراین، اگر مقدار کلی Ω_0 برابر واحد در نظر گرفته می‌شد (چنانکه در ابتدا تورم ایجاب می‌کرد، باید به این نتیجه می‌رسیدیم که باریونها به صورت گزینشی در خوشه‌ها قرار گرفته‌اند، در حالی که ماده غیرباریونی فضای میان ستاره‌ای را پر کرده است. با در نظر گرفتن امکان وجود یک عالم با چگالی کم، می‌توانستیم از این گزاره توجیهی اجتناب کنیم.

آبرخوشه موضعی

دو وکولورز خاطر نشان کرده است که ما در ناحیه‌ای قرار داریم که ظاهراً در حول و حوش تجمعی از کهکشانهاست که فاصله آنها از خوشه سنبله کهکشانه عبارت است از

$$D = 11 h_0^{-1} \text{Mpc}.$$

جدول ۱.۱۰ میانگین نسبت جرم به نور به ازای کهکشان

ηh_0^{-1}	جسم
6 ± 2	کهکشان ما (بخش داخلی)
40 ± 30	کهکشان ما (بخش خارجی)
9 ± 1	کهکشانهای ماریچی
10 ± 2	کهکشانهای بیضوی
80 ± 20	زوجهای کهکشان
160 ± 80	گروه محلی
500 ± 200	آمار خوشه‌ای شدن
500 ± 200	خوشه‌های آبل
80 ± 30	آبرخوشه‌های محلی

برآوردهای میانگین نسبت جرم به نور برای آبر خوشه هنوز قطعی نیست، اما تصور می‌شود در گستره زیر باشد

$$\eta \sim (80 \pm 30) h_0 \quad (51.10)$$

جدول ۱.۱۰، خلاصه نتیجه بالا و نیز نتیجه‌هایی است که در اینجا بررسی نشده‌اند. با رجوع به (۳۱.۱۰) اکنون می‌بینیم که پارامتر چگالی را می‌توان لااقل با استفاده از مقادیر جدول ۱.۱۰، در محدوده‌ای وسیع تعیین کرد. چون برآورد بر مبنای داده‌های کهکشان است برآورد Ω_G را با Ω_G نشان می‌دهیم.

طبق جدول ۱.۱۰ گستره مقادیر ηh_0^{-1} بین ۴ و ۷۰۰ است! این Ω_G را بین دو حد زیر می‌دهد

$$0.1003 \leq \Omega_G \leq 0.53 \quad (52.10)$$

توجه کنید که این گستره به h_0 بستگی ندارد. این گستره بسیار افراطی است، زیرا بیشترین عدم قطعیت در مقدار کلی پارامتر η را در نظر می‌گیرد. حد بالای واقعیت می‌تواند $\Omega_G \leq 0.3$ باشد.

۲.۴.۱۰ محدودیتهای ناشی از تشکیل ساختار

نظریه‌های تشکیل ساختار محدودیتهای بیشتری را بر چگالی ماده اعمال می‌کند. ایده‌های جاری را، با این گوشزد که ممکن است با تحول نظریه‌ها اصلاح شوند، مرور می‌کنیم.

در فصل ۷ ریشه میانگین مربعی افت و خیزهای جرم $\langle \delta M_R \rangle$ را در ناحیه‌ای کروی به شعاع R (معادله واید (۷۵.۷)) تعریف کردیم. پارامتر را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\sigma_8 = \left\langle \frac{\delta M_R}{M_R} \right\rangle, \quad R = \lambda h_0^{-1} \text{Mpc}. \quad (53.10)$$

اندازه R برگزیده در بالا مشخصه حجمهای حاوی خوشه‌های بزرگ است. معمولاً انتظار داریم که خوشه‌های پر جرم بر اثر انقباض حجمهای بزرگ در یک عالم با چگالی کم یا حجمهای کوچکتر در عالمی با چگالی زیاد تشکیل شوند. از جزئیات فرایند چگالش رابطه بین Ω_G و σ_8 را برای باز تولید جرمهای مشاهده شده خوشه‌ها تقریباً به صورت زیر به دست می‌آوریم

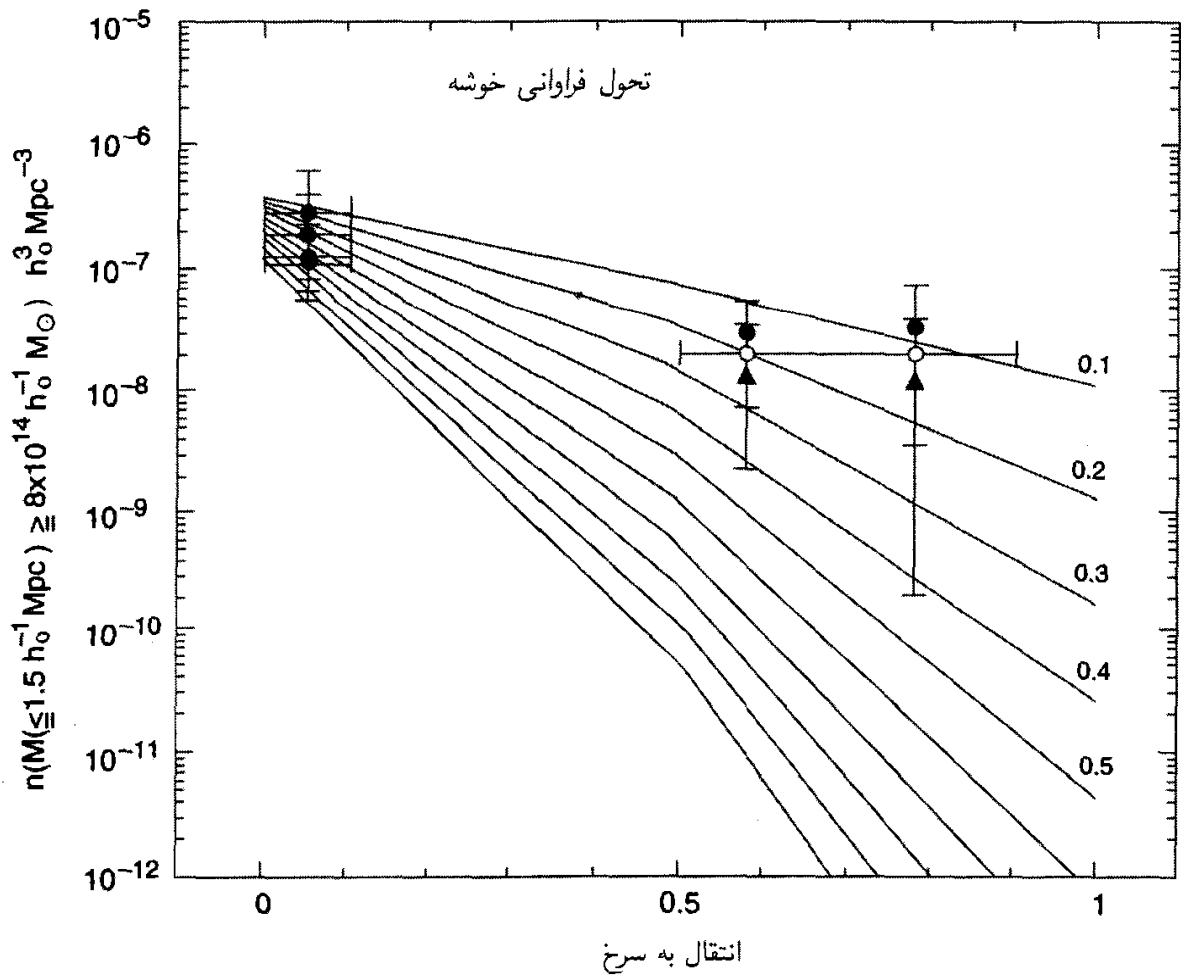
$$\sigma_8 \sqrt{\Omega_G} \approx 0.5. \quad (54.10)$$

بنابراین، اگر مثلاً داشتیم $\Omega_G = 1$ ، $\sigma_8 = 0.5$ مورد نیاز بود در حالی که برای چگالی جرم یک چهارم مقدار بستانار، $\sigma_8 = 1$.

حال نظریه‌های تشکیل ساختار نشان می‌دهند که در مدل‌های چگالی-بالا، مانند مدل‌های با $\Omega_G = 1$ ، افت و خیزها نسبتاً در این اواخر شروع به رشد کرده‌اند و در نتیجه رشد آنها باید سریع باشد. پس، اگر به چگالی عددی خوشه‌های پر جرم مانند گیسو، نگاه می‌کردیم، باید تعداد کمی خوشه‌های با انتقال به سرخ زیاد را می‌یافتیم. مثلاً، احتمال یافتن خوشه‌ای چون گیسو را با انتقال به سرخ $0.5 >$ در سطح 1000 درجه مربع فقط در حدود ۱ درصد است (با توجه به فراوانی فعلی این خوشه‌ها). برعکس، فراوانی این خوشه‌ها در عالم کم-چگالی به‌کندی در گستره انتقال به سرخ $[0, 1]$ تحول می‌یافت. مطالعه نمونه‌هایی از خوشه در انتقال به سرخهای متفاوت یک توزیع فراوانی را از خود نشان می‌دهد که با مورد اخیر، با $\Omega_G = 0.3$ ، در گستره $[0.2, 0.4]$ سازگارتر است. شکل 21.10 نشان می‌دهد که چگونه تحول فراوانی خوشه‌ها با چگالی عالم تغییر می‌کند. در اینجا داده‌ها در واقع محدودیت شدیدتری را نشان می‌دهند، که به نفع پارامتر چگالی $0.2 \sim$ است. می‌توانیم این برآورد را با نسبت‌های جرم به توری مقایسه کنیم که قبلاً از مؤلفه باریونی خوشه‌ها به دست آوردیم. هر سه آنها نشان می‌دهند که رسیدن به چگالی کل ماده، باریونی و غیر باریونی، برابر با چگالی بستانار بدون وارد کردن سناریوهای شدیداً ساختگی دشوار است.

۳.۴.۱۰ ماده تاریک

در کیهان‌شناسی تورمی باید $\Omega_0 = 1$ باشد. بدیهی است که Ω_G بسیار کمتر از این مقدار است. بنابراین، آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که عالم باز نیست؟ آیا تورم منتفی است؟ با این همه، پاسخ به این پرسشها چندان ساده نیستند. وضعیت بودجه ماده به‌قرار زیر است.



شکل ۲۱.۱۰ این منحنیها نشان می دهند چگونه فراوانی خوشه ها برحسب انتقال به سرخ برای مقادیر مختلف Ω_G تحول می یابد. خوشه های با جرم بزرگتر از $8 \times 10^{14} h_0^{-1} M_\odot$ در داخل شعاع همراه $1.5 h_0^{-1} \text{Mpc}$ را در شمارش به ازای واحد حجم در نظر گرفته شده اند. نقطه های مشاهده شده با خطهای خطای همراه با منحنیهای تحول برای پارامترهای مختلف چگالی جرم $(\Omega_G = 0.1, 0.2, 0.3, \dots)$ نشان داده شده اند. ظاهراً داده ها به نفع عالم کم-چگالی با $\Omega_G \approx 0.2$ است.

قبلاً معلوم شده است که بخش قابل ملاحظه ای از ماده موجود در عالم درخشان نیست. دیدیم که اگر قانون عکس مجذوری نیوتونی گرانش را در نظر بگیریم، منحنیهای چرخش تخت کهکشانهای مارپیچی جرمی بیشتر از چیزی را ایجاب می کند که به صورت ستارگان مشاهده می شود. در خوشه های کهکشانی، قضیه ویریال (که باز هم مبتنی بر قانون گرانش نیوتون است) به جرمی بیش از مقدار مشاهده شده نیاز دارد.

در وضعیت اخیر بد نیست دیدگاههای منجم امریکایی و ویکتور آمبارتسومیان^۱ را متذکر شویم

1. Victor Ambartsumian

«طبیعی است بکوشیم با مشاهده نقطه‌های کلیدی که اسرار طبیعت در آنجا پنهان هستند از این اسرار پرده برداریم. دستیابی به این هدف با نظریه‌پردازی به تنهایی ممکن نیست. رصدها تقریباً شواهد تقریباً نامحدودی را به نفع فورانها و انفجارها (ی کهکشانها) در اختیار می‌گذارند، ولی برای فرایندهای چگالش و رمبش تقریباً ناقص‌اند. واقعیتها ادعای برضد ایده‌های مرتبط به فرایند چگالش هستند؛ در عالم قابل مشاهده؛ پدیده‌های متضاد، یعنی انبساط و پخش، مسؤل اغلب تغییراتی هستند که صورت می‌گیرد.»^۱

مشاهده‌های بعدی شاید معلوم کند که خوشه‌ها تابع قضیه ویریال‌اند، یا طبق استدلال آمبارتسومیان، در حال انبساط. این استدلال برای ماده تاریک در مورد اخیر ضعیف می‌شود. فعلاً ما شق اول را در نظر می‌گیریم.

با این همه، حتی اگر قضیه ویریال در مورد خوشه‌ها به کار رود، نمی‌توانیم چگالی جرم کل لازم برای انبساط را به دست آوریم. باید فرض کنیم که، اگر چنین ماده‌ای وجود داشته باشد، بیشتر در حفره‌ها توزیع شده و غیردرخشان است. همین‌طور، این ماده باید غیرباریونی باشد.

در فصل ۵ دیدیم که قیده‌های شدیدی در مورد چگالی باریونی عالم وجود دارد، که با توجه به رصدهای مربوط به دوتریم آغازین اعمال می‌شود. این مدرک بر مبنای دوتریم را در بخش ۶.۱^۰ مرور می‌کنیم، اما اکنون به تأثیر آن بر Ω_0 می‌پردازیم. نسبت‌های M/L بزرگ در جدول ۱.۱^۰ ایجاب می‌کند که حتی در محدوده بالا ماده غیردرخشان زیادی وجود داشته باشد. تا جایی که چگالی این ماده از حدودی که فراوانی دوتریم معلوم می‌کند تجاوز نکند، باریونها می‌توانند ماده غیردرخشان را به صورت زیر به حساب آورند.

۱. ستارگان با درخشندگی کم و بقایای ستارگان. یک امکان «کوتوله‌های قهوه‌ای» یعنی ستارگان با جرمهای بسیا رکتر ($\leq 0.08 M_{\odot}$) از مقداری است که بتوانند بر اثر همجوشی هسته هیدروژن درخشان شود. این ستارگان ممکن است در فرایند تشکیل ستارگان به وجود آیند، اما آشکارسازی آنها بسیار دشوار است مگر اینکه بخشی از دوتاییها باشند. در انتهای دیگر روند تحول ستاره‌ای، ستارگان با جرم زیاد ممکن است به حالت‌های نهایی کوتوله سفید/ستارگان نوترونی/سیاهچاله‌ها رسیده باشند. اما، همان‌طور که بی. کر و دیگران محاسبه کرده‌اند، چگالی در

۱. برگرفته از

این باقی مانده‌ها نمی‌تواند مسئول بیش از $3 \times 10^{-3} \approx \Omega_0$ باشد؛ در غیر این صورت نور کل آنها به صورت غیرقابل قبولی زیاد می‌شود.

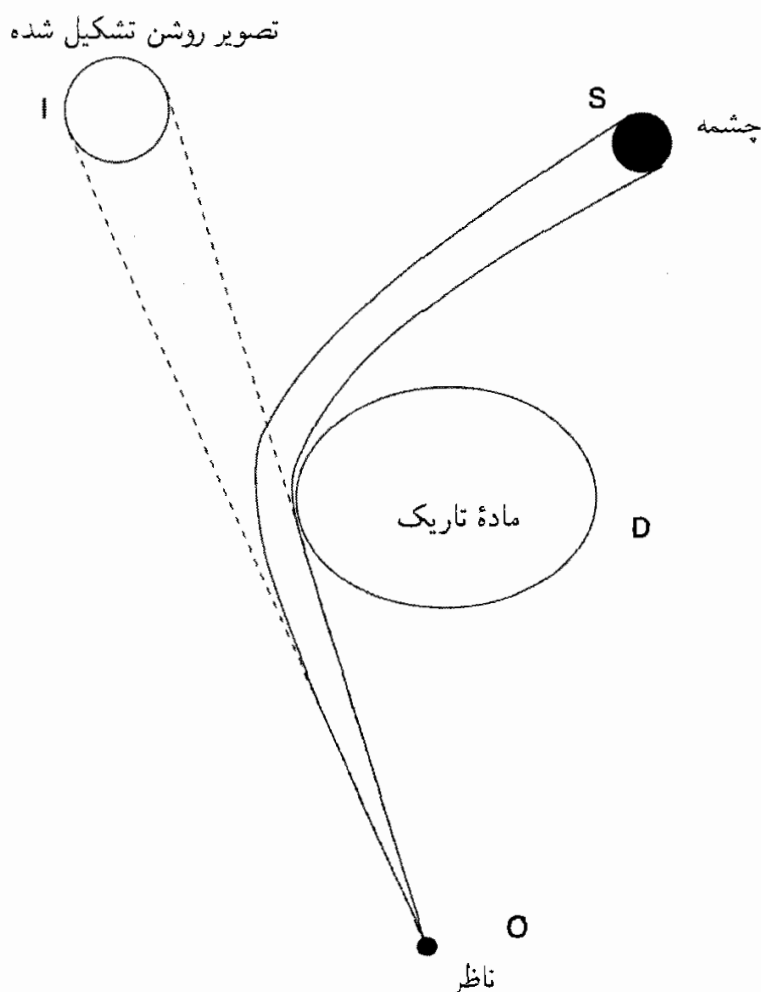
۲. اجسام جامد کوچک مانند دنباله‌دارها، ذرات گردوغبار، و غیره. اما برای شرکت این عوامل در Ω_0 حدی وجود دارد، زیرا اغلب آنها از فلزات سنگین ساخته شده‌اند که فراوانی آنها روی هم رفته از $1 \times 10^{-6} \sim$ فراوانی هیدروژن تجاوز نمی‌کند.

۳. گاز خنثی و یونیده به صورت هیدروژن. به هر حال، مقدار این ماده کمتر از آن است که به حساب ماده تاریک گذاشته شود. به عنوان مثال هاله پرتو X مربوط به M۸۷ محتوای گاز فقط ۳ درصد جرم کل کهکشان را نشان می‌دهد.

همین‌طور محدودیت‌های شدیدی در مورد هیدروژن خنثی میان کهکشانی وجود دارد. در طیف کوازارهای با انتقال به سرخ زیاد ($z > 2$)، طرف آبی خط لیمان ($\lambda = 1215 \text{ \AA}$) باید بر اثر جذب در راه توسط هیدروژن خنثی، آفت قابل ملاحظه‌ای در پیوستار داشته باشد. در سال ۱۹۶۵ جی. گان و بی. ا. پترسون^۱ در کوازار ۳C-۹ به دنبال این اثر گشتند و حد بالا را (بر مبنای هیچ اثر قابل آشکارسازی در حدود حساسیت رصدها) $\Omega_{\text{H I}} \leq 4 \times 10^{-7} h_0^{-1}$ تعیین کردند.

هیدروژن مولکولی را نیز می‌توان، بر مبنای آزمونهای مشابه، از زمره مدعیان ممکن عنوان ماده تاریک کنار گذاشت. سیستمهای خط جذبی α ی لیمان که در کوازارها یافت می‌شوند ممکن است ناشی از ابرهای گسسته هیدروژن خنثی باشند. اما، اغلب هیدروژن موجود در این ابرهای میان-کهکشانی بر اثر تابش کوازار یونیده شده است، و در نتیجه با استفاده از این داده‌ها می‌توان $\Omega_{\text{H II}} \approx 10^{-3}$ را برآورد کرد. به علاوه، این شرط که ابرها رسانش بیش از حد گرم نشده باشند حد $\Omega_{\text{H II}} \leq 0.1 \times 10^{-2} h_0^{-2}$ را بر چگالی محیط یونیده میان کهکشانی اعمال می‌کند.

۴. سیاهچاله‌های پر جرم. این سیاهچاله‌ها، با جرمهای متجاوز از چند صد برابر جرم خورشید، نیز می‌توانند نامزد ماده تاریک باشند. چنین سیاهچاله‌هایی از رمبش ستارگان پر جرمی که به صورت ابرنواخترها منفجر نمی‌شوند و در نتیجه عناصر سنگین را به محیط اطراف پرتاب نمی‌کنند به وجود می‌آیند. (سیاهچاله‌های با جرم کمتر نمی‌توانند تعداد زیادی را تشکیل دهند، زیرا بر اثر انفجارهای ابرنواختر تشکیل شده‌اند و از این رو محیط میان ستاره‌ای را با عناصر سنگین آلوده ساخته‌اند.) بر مبنای بیشترین اثرهای مشاهده شده از این نوع، بی. گر و دیگران استدلال کرده‌اند که سهم سیاهچاله‌ها در Ω_0 بیش از $10^{-4} \sim$ نیست. به هر حال، برای سیاهچاله‌های پر جرم، محدودیت‌های دیگری وجود دارد. سی. کانیزارز^۲ استدلال کرده است تعداد بسیار زیادی از این سیاهچاله‌ها به



شکل ۲۲.۱۰ نمودار کلی یک دستگاه ریزعدسی. تصویر ستاره هنگامی درخشان می‌شود که یک ماده تاریک میانی نقش عدسی را بازی می‌کند.

واسطه تشکیل عدسی گرانشی تأثیر مبالغه‌آمیزی بر کوازارها دارند. نبود تأثیر قابل ملاحظه واپیچیدگی ناشی از این اثر تعداد این سیاهچاله‌های پرجرم را نیز ناچیز می‌سازد.

۵. تشکیل ریز عدسیهای گرانشی. یک راه هوشمندانه برای آشکارسازی حضور کوتوله‌های قهوه‌ای و سایر اشیا تاریک با جرم کمتر از ستاره را چند گروه در اوایل سالهای ۱۹۹۰ با استفاده از مفهوم ریزعدسیهای گرانشی آغاز کردند. در این پدیده، نور ناشی از یک ستاره در قسمت برآمده کهکشان یا در کهکشانی بسیار نزدیک مانند ابرهای ماژلانی می‌توانند مطابق شکل ۲۲.۱۰ توسط یک جسم میانی متشکل از ماده تاریک از نوع بالا که نقش عدسی گرانشی را بازی می‌کند کانونی شود. چون این پدیده در مقیاسی بسیار کوچکتر از عمل عدسی گرانشی صورت می‌گیرد که کهکشانها یا خوشه‌های کهکشانی در مورد کوازارها انجام می‌دهند، آن را تشکیل ریزعدسی گرانشی می‌نامند. این عمل باعث می‌شود که ستاره برای مدت کوتاهی، از حدود چند روز تا یک ماه که

جسم کانونی‌کننده از خط دید عبور می‌کند، بدرخشد. مدت تقویت نور جرم جسم کانونی‌کننده را مشخص می‌کند. گروههای با سروازه‌های تخیلی مانند MACHO^۱، EROS^۲، OGLE^۳ و غیره، تلسکوپهایی را وقف جستجوی این سیستمها کرده‌اند. شکل ۲۳.۱۰ یک مورد مشخصی از این افزایش شدت را نشان می‌دهد. البته، هر وضعیتی که در آن ستاره‌ای ناگهان پرنور می‌شود مربوط به عمل ریزعدسی نیست، زیرا درخشندگی ستاره ممکن است به دلایل دیگر نیز تغییر کند. بنابراین در هنگام تحلیل مواردی که در جستجوهای خودکار پیش می‌آید باید دقت کرد.

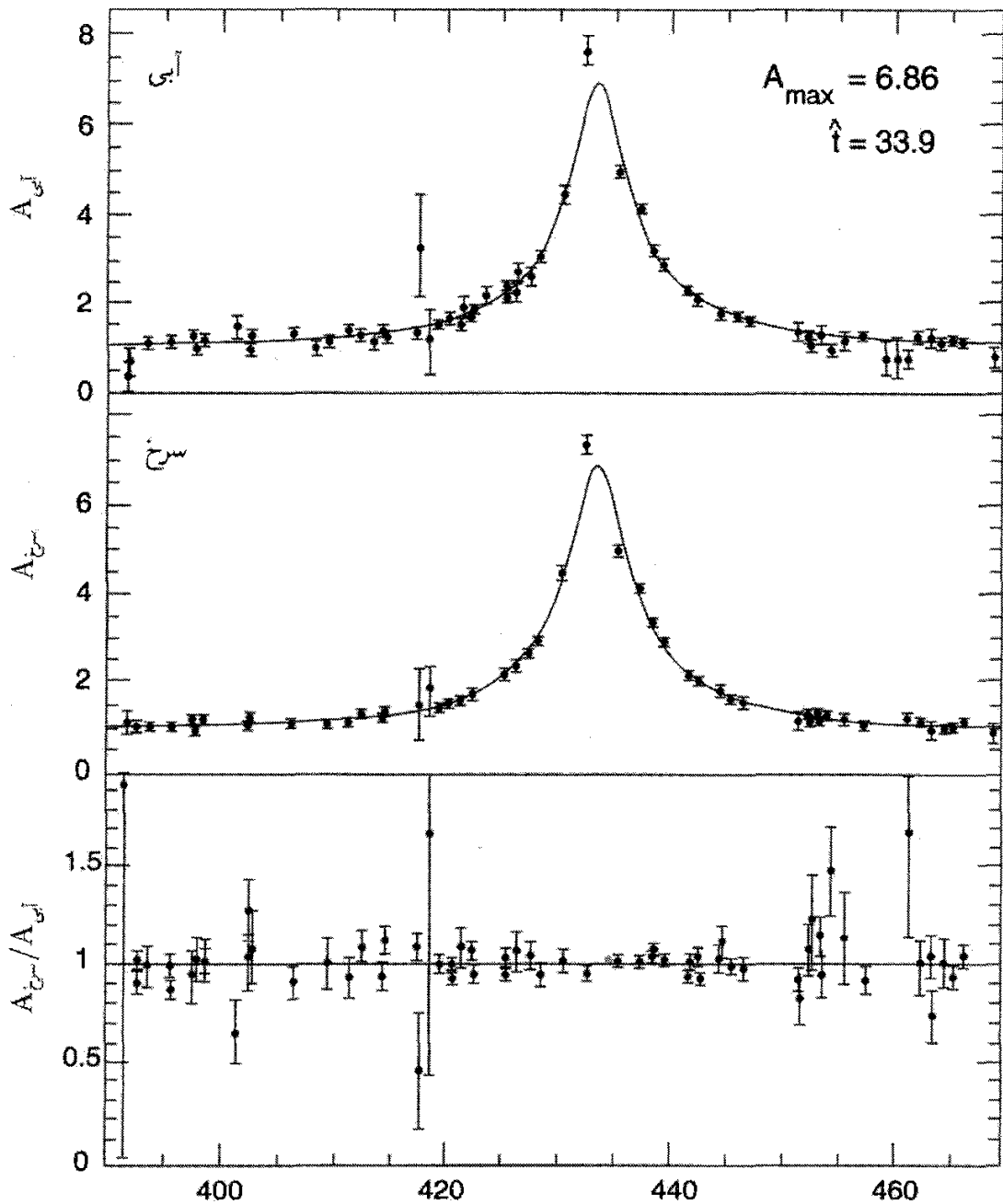
برنامه‌های فعلی مربوط به ریزعدسی به جرمهای ۵-۱۰^۰ برابر جرم خورشید حساس‌اند. این به‌واسطه مقیاس زمانی است: مقیاس زمانی برای جسمی به جرم ۱/۰^۰ جرم خورشید در حدود ۷ روز است، در حالی که مقیاس زمانی برای جسمی با پنج برابر جرم خورشید حدود ۲۰۰ روز می‌شود. برنامه دیدبانی رویدادهایی را که خیلی کمتر از ۷ روز، یا خیلی بیش از ۲۰۰ روز دوام می‌آورند آشکار نخواهد ساخت. بنابراین، اگر اجسامی فراتر از این گستره جرم قرار داشته باشند، روش ریزعدسی نمی‌تواند آنها را مشخص سازد.

اصولاً، روش ریزعدسی را هنوز می‌توان برای آشکارسازی اجسام کوچکتر از ۱/۰^۰ و بزرگتر از پنج برابر جرم خورشید به‌کار برد. با این همه، برنامه را باید طوری تنظیم کرد که به رویدادهای در مقیاس زمانی بلندتر و کوتاهتر حساس باشد.

در این مرحله هنوز معلوم نیست که سهم اجسام از نوع MACHO در چگالی باریونی کل عالم تا چه اندازه است، زیرا هنوز نمی‌توان با صراحت گفت که جمعیت آنها در چه نقطه‌ای در مقابل کهکشان قرار دارد. این احتمال مشخص وجود دارد که بخشی از این ریزعدسیها در قرص یا هاله‌ها کهکشان نباشند، بلکه در ابر بزرگ یا کوچک ماژلانی قرار گرفته باشند. بنابراین برخی برآوردها کسر MACHO مربوط به Ω_B را قابل مقایسه با واحد می‌دانند، در حالی که در برآوردهای دیگر مقدار آن ناچیز است. وابستگی شدیدی نیز به جرم یک MACHO نوعی وجود دارد، که مقدار آن هنوز مشخص نیست. با این همه، این روش توان بالقوه زیادی را برای آشکارسازی مؤلفه تاریک عالم دارد.

۶. ماده غیر باریونی. بنابراین به جایگزینهای غیر باریونی رهنمون می‌شویم، که برای باور کیهان‌شناسی توری با $\Omega_0 = 1$ بدون شک به آنها نیاز داریم. در فصل ۷ شکلهای مختلف ماده تاریک غیر باریونی را بررسی کردیم. چون ظاهراً این مواد با نور و هیچ ماده باریونی و لپتونی برهم‌کنش ندارند، بنابراین «ذرات سنگین دارای برهم‌کنش ضعیف» (WIMPs)^۴ همان‌طور که

1. Massive Astrophysical Compact Halo Object 2. Experience de Recherche d'Objets Sombers 3. Optical Gravitational Lensing Experiment 4. Weakly interacting massive particles



روزهای سپری شده از ۲ ژانویه ۱۹۹۲

شکل ۲۳.۱۰ برنامه MACHO یک رویداد ریزعدسی را گزارش کرده است. خیز و فروافت شدت ستاره در دورنگ مشاهده می‌شود. این با اثر عدسی سازگار است زیرا در همه طول موجها عمل می‌کند.

قبلاً گفته شد، ماده تاریک می‌تواند دو صورت ممکن سرد و داغ را داشته باشد. برهم‌کنش آنها با ماده مرئی، از طریق گرانش، نقش مهمی در توصیف ساختار بزرگ مقیاسی دارد که اکنون مشاهده می‌شود. اگرچه در زمان نوشتن این کتاب، به نظر می‌رسد که CDM انتخاب برتر باشد، اما این

انتخاب برای هیچ سناریوی تشکیل ساختار کاملاً رضایت‌بخش نیست. هیچ‌گونه WIMP وجود ندارد که «وجود» آن در تجربه‌های آزمایشگاهی ثابت شده باشد. نزدیکترین مورد به اعتبار تجربی نوترینوهای جرم‌دار هستند (که به گروه HDM تعلق دارند)، که برای آنها ادعاهای متضادی در مورد جرم غیرصفر آنها وجود دارد.

آیا اگر منجمان دلیل سراسری برای $\Omega_0 = 1$ به دست نیاورند، ایده «تورم» می‌تواند دوام بیاورد؟ پاسخ مثبت است، این کار با احیای جمله λ (نگاه کنید به تمرین ۲۲) صورت می‌گیرد! البته، این موضوع مسئله تنظیم دقیق جمله λ را لاینحل باقی می‌گذارد (نگاه کنید به فصل ۶).

۵.۱۰ سن عالم

فرمولهای (۴۷.۴)، (۶۱.۴) و (۷۴.۴) سن عالم را برحسب مدل‌های فریدمان مختلف به دست می‌دهد. چون این فرمولها تابع دو پارامتر H_0 و q_0 (یا Ω_0) است که هر دوی آنها را در بالا بررسی کردیم، اکنون در موقعیتی هستیم که نگاهی به مسئله سازگاری برآوردهای سن فریدمان با تخمینهای مختلف اخترفیزیکی از سن عالم بیندازیم. شکل ۱۳.۴ چند برآورد مقادیر مشخصه مدل‌های فریدمان را برای مقایسه در اختیارمان می‌گذارد.

در حال حاضر دو راه مختلف برای برآورد سن کهکشانی وجود دارد، که هر دوی آنها در مورد کهکشان ما به کار رفته است. شرط اولیه سازگاری البته این است که سن مدل فریدمان از سن هر جسم داخل آن تجاوز نکند.

۱.۵.۱۰ تحول ستاره‌ای

این روش، که در مورد خوشه‌های گویسان در کهکشان ما به کار رفته است، بر مبنای این اصل قرار دارد که ستارگان با ترک کردن رشته اصلی برای اینکه به صورت غولهای سرخ درآیند، سرختر و پرنورتر می‌شوند. چون مرحله غول سرخ در طول عمر ستاره نسبتاً کوتاه است، مثلاً تا حدود 10^7 درصد زمانی که ستاره در رشته اصلی قرار دارد. نقطه عطف از رشته اصلی به شاخه غول سن خوشه را با خطای 10% درصد تعیین می‌کند.

اگر سن خوشه، یعنی زمانی که خوشه از رشته اصلی خارج می‌شود را با $10^9 \times t_c$ سال نشان دهیم، و Y و Z را فراوانیهای هلیوم و فلز در این مرحله در نظر بگیریم. محاسبه‌های تحول ستاره‌ای نشان می‌دهد که

$$\log t_c = 1.035 + 2.085(0.3 - Y) - 0.3(\log Z + 3). \quad (55.10)$$

از این رو، سن ستاره بستگی شدیدی به فراوانی هلیوم Y دارد. Y را می‌توان از مقایسهٔ زمانی که ستاره در شاخهٔ افقی قرار دارد به زمانی که در شاخهٔ غول سرخ می‌گذراند به دست آورد. اگر این نسبت R باشد، محاسبه نشان می‌دهد که

$$Y = 0.3 - 0.39 \log(f/R), \quad (56.10)$$

که اگر مدل ستاره‌ای نیم-همرفت و سایر اثرها را به حساب آورد، $f = 2$ می‌شود، در حالی که اگر این منظور نشوند خواهیم داشت $f = 1$. R را می‌توان از نسبت ستارگان شاخهٔ افقی و ستارگان غول سرخ موجود در خوشه برآورد کرد. سن ستارگانی که به این روش تعیین شده‌اند در گسترهٔ 13×10^9 تا 18×10^9 سال قرار می‌گیرد.

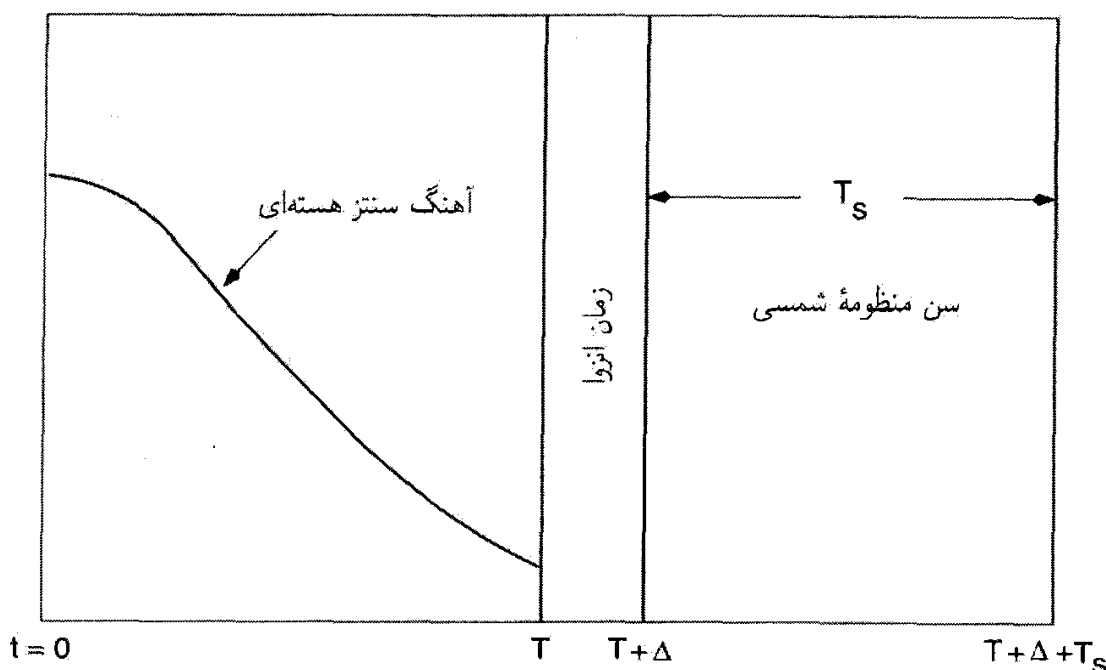
۲.۵.۱۰ گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای

در سال ۱۹۶۰ اف. هویل و دبلیو. ا. فاولر برای نخستین بار نشان دادند که چگونه می‌توان از روی فراوانیهای نسبی هسته‌ای پرتوزا با طول عمر زیاد سن کهکشان ما را برآورد کرد. از این روش قبلاً برای تخمین سن منظومهٔ شمسی استفاده شده بود. به عنوان مثال، مشاهده‌های فعلی در مورد نسبت‌های $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ که برحسب نسبت $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ در مواد مختلف منظومهٔ شمسی (مانند شهابسنگها) رسم شده‌اند، سن این منظومه را دقیقاً $t_S \simeq 4.54 \times 10^9$ سال به دست می‌دهند (نگاه کنید به تمرین ۲۴).

همان‌طور که شکل ۲۴.۱۰ نشان می‌دهد، روش گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای می‌خواهد زمان قبل از تشکیل منظومهٔ شمسی را برآورد کند. با توجه به این روش، ساعت هسته‌ای ما در $t = 0$ با تولد کهکشان به کار می‌افتد. ستارگان تحول می‌یابند و ستارگان پرجرمتر به صورت ابرنواختر در می‌آیند، که هسته‌های پرتوزای دراز-عمر را در آنچه به فرایند r - (جذب سریع نوترون توسط هسته‌های سنگین) معروف است می‌سازد. آهنگ پیشرفت این فرایند را با تابع $p(t)$ نشان می‌دهند، که در $t = T$ به مقداری ناچیز فرو می‌افتد. بین این عصر و تشکیل منظومهٔ شمسی، گاف زمانی کوتاه Δ وجود دارد که به زمان انزوا معروف است و در آن می‌توان سنتز هسته‌ای، به ویژه فرایند r را نادیده گرفت. از این رو، سن هسته‌ای کل کهکشان عبارت است از

$$t_G = T + \Delta + t_S. \quad (57.10)$$

خلاصه، T و Δ را می‌توان به صورت زیر تخمین زد. روش کار، که تغییری را نسبت به کار قبلی هویل و فاولر نشان می‌دهد، مربوط به دی. ان. اشرام^۱ و جی. جی. واسربرگ^۲ است. یک



شکل ۲۴.۱۰ نقشه زمانی که نشان می‌دهد چگونه می‌توان سن کهکشان را برآورد کرد. جزئیات در متن کتاب شرح داده شده است.

سری هسته‌های i ($i = 1, 2, \dots$) را با ثابتهای واپاشی λ_i و آهنگهای تولید $P_i p(t)$ در نظر می‌گیریم. همین‌طور فرض می‌کنیم که فراوانی N_i هسته i بر اثر رقیق شدن ماده ستاره‌ای با گاز خارجی و بازگشت ماده به ستاره، به صورت نمایی با آهنگ ω کاهش می‌یابد. بنابراین، N_i در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند

$$\frac{dN_i}{dt} = -\lambda_i N_i - \omega N_i + P_i p(t). \quad (58.10)$$

فرض می‌کنیم که آهنگ تولید نسبی P_i/P_j دو هسته i و j ثابت است. از معادله (۵۸.۱۰) می‌توان از 0 تا T انتگرال گرفت و به دست آورد

$$N_i(T) = P_i e^{-(\lambda_i + \omega)T} \int_0^T p(t) e^{(\lambda_i + \omega)t} dt. \quad (59.10)$$

بین T و $T + \Delta$ می‌توان جمله‌های ω و $P_i p$ در (۵۸.۱۰) را نادیده و نتیجه گرفت

$$N_i(T + \Delta) = N_i(T) e^{-\lambda_i \Delta}. \quad (60.10)$$

برای هسته‌های دراز-عمر $\lambda_i T \gg 1$ و می‌توان بعضی تقریبها را به‌کار برده با تعریف

$$R_{ij} = \frac{P_i N_j(T + \Delta)}{P_j N_i(T + \Delta)}, \quad (61.10)$$

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int_0^T t p(t) dt}{\int_0^T p(t) dt}. \quad (62.10)$$

به راحتی می‌توان دید که برای $p(t) = \text{const.}$, $\langle \tau \rangle = T/2$, در حالی که برای $p(t) \propto \delta(t)$, $\langle \tau \rangle = 0$. مقدار $\langle \tau \rangle$ به‌طور کلی بین این دو حد قرار دارد.

سپس با محاسبه‌ای ساده می‌توان از (۵۹.۱۰) و (۶۲.۱۰) نتیجه گرفت

$$T = \langle \tau \rangle + \Delta_{ij} - \Delta, \quad (63.10)$$

که

$$\Delta_{ij} = \frac{\ln R_{ij}}{\lambda_i - \lambda_j}. \quad (64.10)$$

ایزوتوپهای پرتوزای توریم (^{232}Th) و اورانیم (^{238}U) و اخیراً زوج اسمیم (^{187}Os)-رنیم (^{187}Re) برای برآورد Δ_{ij} و در نتیجه T و t_G به‌کار رفته‌اند. به ثابتهای واپاشی λ_i و λ_j و کمیت R_{ij} نیاز داریم. نسبت $N_i(T + \Delta)/N_j(T + \Delta)$ در زمان تشکیل منظومه شمسی غالب است، و می‌توان آن را از نسبت کنونی در شهابسنگها و معلومات درباره t_s به‌دست آورد. نسبت P_i/P_j از نظریه‌های سنتز هسته‌ای گرفته می‌شود.

از ایزوتوپهای کوتاه عمر ($\lambda_i T \ll 1$) برای تخمین Δ استفاده می‌شود. از (۵۹.۱۰) و

(۶۰.۱۰) داریم

$$N_i(T + \Delta) = \frac{P_i}{\lambda_i} p(T) \exp(-\lambda_i \Delta). \quad (65.10)$$

در نتیجه

$$\Delta = \frac{1}{\lambda_i - \lambda_j} \ln \left(R_{ij} \frac{\lambda_j}{\lambda_i} \right). \quad (66.10)$$

از روی ایزوتوپهای کوتاه-عمرید (^{129}I) و پلوتونیم (^{244}Pu) درمی‌یابیم که Δ در گستره $10^8 \times (1-2)$ سال قرار دارد.

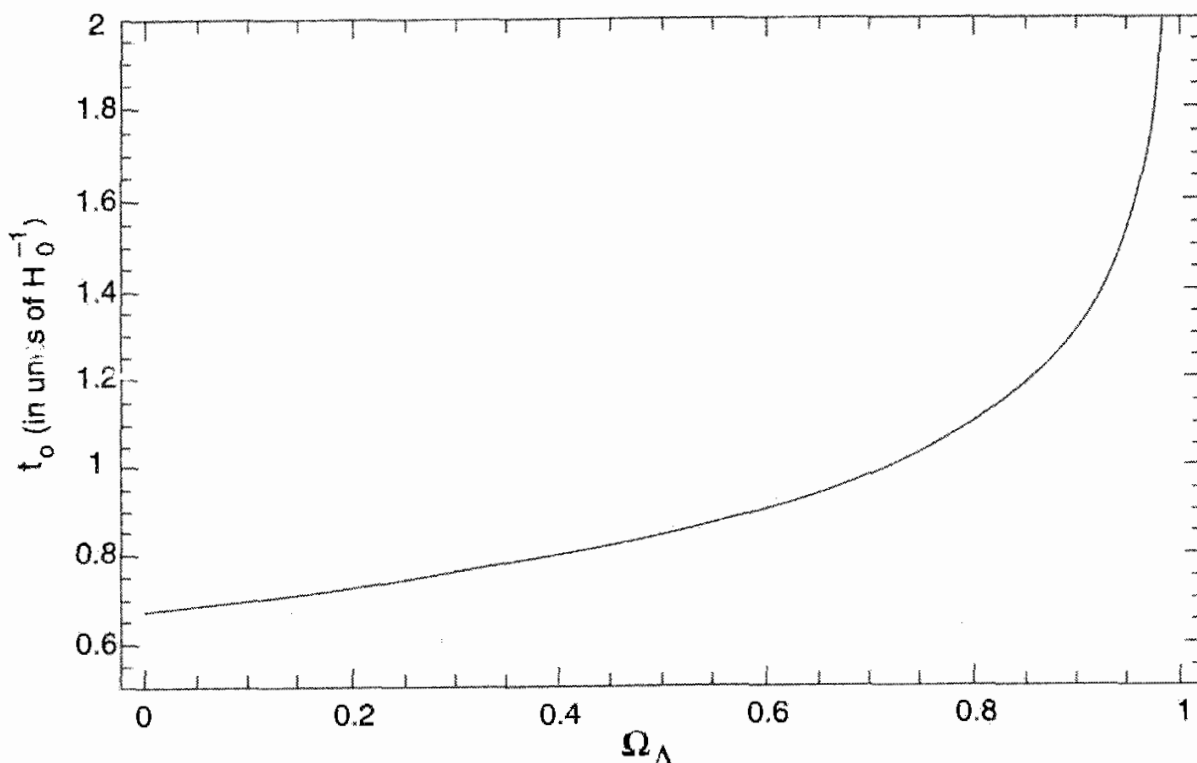
سن هسته‌ای که بدین طریق به‌دست می‌آید در گستره $10^9 \times (6-20)$ سال قرار دارد، دارد، عرض این گستره پهنه خطاهای کمیت‌های مورد استفاده در تعیین بازه‌های Δ_{ij} و $\langle \tau \rangle$ را نشان می‌دهد.

با وجود این، بدیهی است که برآوردهای سن و آنچه از خوشهای گویسان به دست می آید را با مقادیر شکل ۱۲.۴ مقایسه می کنند، و مدلهای با $h_0 = 1$ و $\Omega_0 \geq 1$ را مشکل بتوان با برآوردهای اخترفیزیکی سن کهکشان ما وفق داد. به ویژه، مدل تورمی به خاطر پیش بینی صریح $\Omega_0 = 1$ کنار گذاشته می شود. به ثابت کیهان شناختی نیاز داریم.

برای اینکه مسئله از دیدگاه متداول آسانتر شود، کوششهایی به عمل آمده است تا ببینیم آیا می توان سنهای ستاره ای و پرتوزا را به طور قابل ملاحظه ای کم کرد. به عنوان مثال، اگر اتلاف جرم قابل ملاحظه ای در مرحله رشته اصلی و تحول ستاره ای صورت گیرد، زمانی که ستاره در رشته اصلی می گذارند کاهش می یابد. (زیرا کار را با جرم بیشتری آغاز کرده و سریعتر متحول شده است). با استدلال به این طریق، ال. ا. ویلسون^۱، جی. اچ. بوئن^۲، و سی. استراک-مارسل^۳ ادعا می کنند که می توان سن خوشه های گویسان را به $10^9 \times (10-7)$ سال کاهش داد. همین طور، دبلیو. ا. فاؤلر و سی. سی. مایسل^۴ سن هسته ای کهکشان را با بهره گیری از مدل وابسته به زمان سنتز هسته ای محاسبه کرده اند که در آن پس از «تیرک» اولیه سنتز یکنواختی صورت می گیرد. آنها مدعی اند که بدین ترتیب سن به $10^9 \times (11 \pm 1/6(1\sigma))$ سال کاهش می یابد. اما، اگر $h_0 \approx 1$ باشد حتی این تمرینها، کمکی به مدل تورمی نمی کنند.

به لحاظ رصدی نیز ام. فیست و همکاران که با داده های هیپارخوس در مورد اختلاف منظرهای ستاره ای کار می کنند، راه نویدبخشی را برای کاهش سنهای ستاره ای یافته اند؛ آنها استدلال کردند که افزایش منظمی در فاصله های ستاره ای اصلاح شده وجود دارد، به طوری که درخشندگیهای ستاره ای افزایش و مقیاسهای زمانی تحول کاهش می یابد. این موضوع بدون شک به کاهش گاف موجود بین سنهای ستاره ای و کیهان شناختی کمک می کند، اما در مورد حذف کامل اختلاف موجود با این روش تردید وجود دارد.

با توجه به این دلایل، احیای ثابت کیهان شناختی به کیهان شناسی مهبانگ کمک کرده است. زیرا، همان طور که در فصل ۴ دیدیم، جمله λ را می توان به صورت مناسب انتخاب کرد تا سن عالم را به اندازه ای سازد که می خواهیم. مثلاً، شکل ۲۵.۱۰ نشان می دهد که چگونه سن مدل فریدمان تخت با افزایش اندازه ثابت کیهان شناختی (Ω_Λ که در فصل ۴ تعریف کردیم) تغییر می کند. با این همه، وارد کردن این ثابت فاصله های کیهان شناختی و در نتیجه احتمال کانونی شدن نور یک ستاره دور دست به صورت گرانشی افزایش می یابد. از بسامدهای اجسام کانونی شده، حد بالای پارامتر بدون بعد Ω_Λ تعیین شده است: به طور کلی توافق شده است که Ω_Λ نمی تواند از ۰/۷ تجاوز کند.



شکل ۲۵.۱۰ سن مدل‌های مختلف فریدمان با استفاده از یکاهای H_0^{-1} برحسب Ω_Λ رسم شده است. سن را می‌توان با تنظیم دقیق ثابت کیهان‌شناختی به دلخواه تغییر داد.

۶.۱۰ فراوانی هسته‌های سبک

معلوم شده است که هسته‌های با جرم‌های اتمی $A \geq 12$ ، از طریق فرایندهای مختلف که در نظریه‌های تحول ستارگان بررسی شد، در درون ستارگان ساخته می‌شوند. هسته‌های ${}^6\text{Li}$ ، ${}^9\text{Be}$ ، ${}^{10}\text{B}$ و احتمالاً ${}^{11}\text{B}$ را می‌توان در پرتوهای کیهانی کهکشانی با شکستن هسته‌های سنگین هنگام عبور آنها از گاز میان ستاره‌ای تولید کرد. این هسته‌های سبک، به‌ویژه ${}^2\text{H}$ ، ${}^3\text{He}$ ، ${}^4\text{He}$ ، و ${}^7\text{Li}$ هستند که ظاهراً تولید آنها در ستارگان با مقادارهای مشاهده‌شده مشکل ایجاد می‌کند. به‌علاوه، فراوانی‌های آنها به‌گونه‌ای است که می‌توانستند در سنتز هسته‌ای مهیابنگ تولید شده باشند. بنابراین خواهیم دید که رصدها چه محدودیتهایی را بر کیهان‌شناسی استاندارد، اعمال می‌کند.

${}^4\text{He}$ ۱.۶.۱۰

فراوانی‌های مشاهده‌شده هلیوم (که همواره با کسر جرم Y نشان داده می‌شود) در عالم در گستره وسیع $0.13 \leq Y \leq 0.34$ قرار دارد. این پراکندگی وسیع ناشی از خطاهای موجود در برآوردهای رصدی است. به‌علاوه، تخمین هلیوم آغازین در خورشید در هنگام تشکیل منظومه شمسی در

$10^9 \times 4/54 \sim$ سال قبل به مدل بستگی دارد و در نتیجه نمی‌توان آن را به صورت منحصر به فرد تعیین کرد. ام. پیمبرت^۱، اس. تورس پیمبرت^۲ و جی. اف. ریو^۳ مطرح کرده‌اند که تفکیک Y در هر مکان به صورت زیر است

$$Y = Y_0 + \Delta Y,$$

$$Y_0 = 0.23 \pm 0.02,$$

$$\Delta Y \cong (2.5 \pm 0.5)Z \quad (67.10)$$

که Y_0 فراوانی هلیوم آغازین، ΔY فراوانی هلیوم ستاره‌ای، و Z فراوانی عناصر سنگینی است که ستارگان می‌سازند. چون $Z \leq 0.02$ ، پس نتیجه می‌گیریم که $\Delta Y \leq 0.06$.

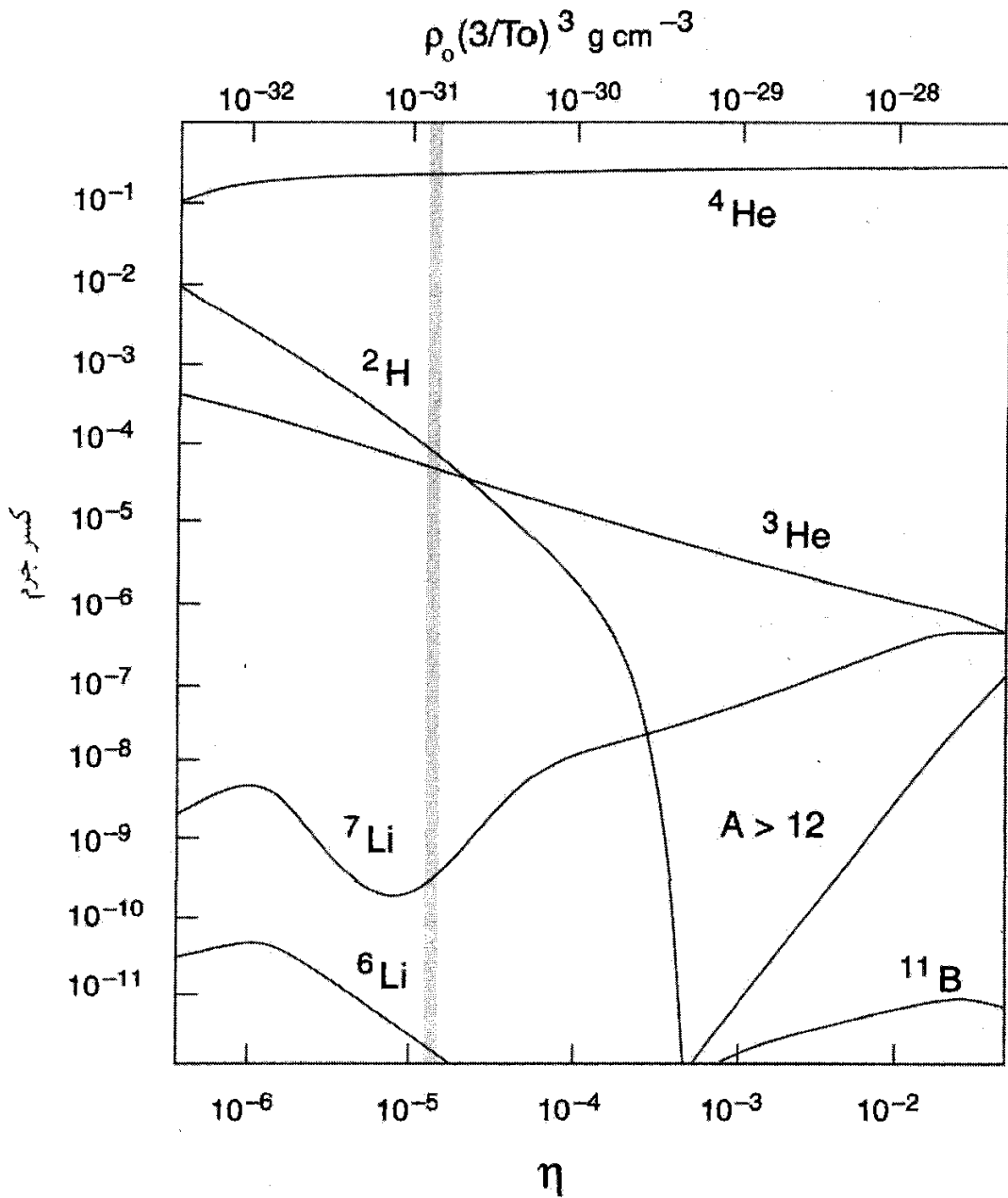
همبستگی میان Y و نسبت اتمهای $[O]/[H]$ (اکسیژن به هیدروژن) و $[N]/[H]$ (نیتروژن به هیدروژن) مورد توجه فراوان است. مقدار زیادی داده‌های کنترل شده در این مورد وجود دارد و خطهای برگشت برازش یافته‌اند. هر جا که این خطها محور عمودی را قطع کنند، برای $[O/H] = 0$ و $[N/H] = 0$ ، برآورد آغازین Y_0 به دست می‌آید. در سال ۱۹۹۲ بی. ای. جی. پاگل^۴، ای. ا. سیمونسون^۵، ار. جی. ترلویچ^۶ و ام. جی. ادموندز مقدار متوسط Y_0 از این داده‌ها را 0.228 ± 0.005 برآورد کردند.

اخیراً ای. ترلویچ^۷، ار. ترلویچ، ای اسکیلمن^۸، جی. استپانیان^۹، و وی. لیپووتسکی^{۱۰} در پی محتوای هلیوم در کهکشانهایی بوده‌اند که به لحاظ فلز فقیر هستند، زیرا به مقدار آغازین نزدیکتر است. در نمونه اول این کهکشانها آنها متوجه شدند که کهکشان $SB5 \ 0.335 - 0.52$ دارای $Y = 0.215 \pm 0.01$ است.

بدیهی است که بقای نظریه سنتز هسته‌ای مهبانگ وابسته به آن است که این مقادیرهای کم Y به جای قاعده کلی به صورت موارد استثنایی در آیند. چون وقتی ${}^4\text{He}$ تولید و به محیط میان ستاره‌ای پرتاب شد، رهایی از دست آن دشوار است، یعنی اجسام با Y کم را باید ناشی از ناهمگنیهای موجود در ترتیب آغازین دانست. گستره قابل تحمل برای سنتز هسته‌ای مهبانگ کدام است؟

بهرتر است به فصل ۵ برگردیم و شکل ۵.۵ را به خاطر آوریم که در اینجا به صورت شکل ۲۶.۱۰ باز تولید شده است. متوجه می‌شویم که در تصویر آغازین Y_0 نسبتاً به h_0 و Ω_0 غیر حساس

- | | | | |
|-------------------|-----------------------|-----------------|-------------------|
| 1. M. Peimbert | 2. S. Torres Peimbert | 3. J. F. Rayo | 4. B. E. J. Pagel |
| 5. E. A. Simonson | 6. R. J. Terlevich | 7. E. Terlevich | 8. E. Skillman |
| 9. J. Stepanian | 10. V. Lipovetskii | | |



شکل ۲۶.۱۰ فراوانی آغازین هسته‌های سبک برحسب چگالی فعلی ماده در عالم. رابطه میان ρ_0 و η از (۵۶.۵) به دست می‌آید. نوار سایه گستره چگالیهای باریونی قابل تحمل با داده‌های فعلی را نشان می‌دهد.

است. اما، وارد کردن لپتونهای جدید نسبت نوترون به پروتون و در نتیجه مقدار Y_0 را زیاد می‌کند. فرمول زیر که نتیجه کار آر. وی. واگونر^۱ است این نتیجه را برای موردی نشان می‌دهد که کسر η در (۵۶.۵) از 10^{-5} تجاوز کند:

$$Y_0 = 0.333 + 0.195 \log \eta + 0.380 \log \xi \quad (۶۸.۱۰)$$

در صورتی که هیچ ذره‌ای بجز آنچه در فصل ۵ در نظر گرفته شد در عالم آغازین وجود نداشته

1. R. V. Wagoner

باشد، کسر $\eta = 1$ می‌شود. برحسب نمادهای فصل ۶، این مطلب ایجاب می‌کند که $g = 9$ باشد. اگر ذرات بیشتری موجود باشند، $g \rightarrow g + \Delta g$ که $\Delta g = \Delta g_b + \frac{Y}{\lambda} \Delta g_f$ و

$$\xi^2 = 1 + \frac{\Delta g}{g}. \quad (69.10)$$

برای $Y_0 \leq 0.25$ و $\Omega_0 = 0.1$ ، فقط یک نوترینوی جدید مجاز است، که نوترینوی τ نامیده می‌شود. جالب توجه است که آزمایشهای مربوط به شتابگرها در برهم‌کنشهای ذرات پرانرژی این نتیجه‌گیری را مستقیماً تأیید می‌کند. به هر حال، اگر Y_0 به بزرگی 0.28 باشد، رابطه (69.10) وجود چهار لپتون را مجاز می‌دارد، در حالی که اگر مقدار آن 0.21 شود مدل استاندارد دچار دردرسر می‌شود. کوچکترین مقدار Y_0 مجاز در مدل‌های استاندارد به 0.236 نزدیک است. آزمایشهای شتابگر مبتنی بر اندازه‌گیری عرض واپاشی بوزون Z^0 نشان می‌دهند که تعداد نمونه‌های نوترینو 0.10 ± 0.3 است. بنابراین اگر کسر جرم آغازین هلیوم بسیار کم نباشد سازگاری وسیعی بین کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات به وجود می‌آید. بنابراین، رصدهای Y_0 دارای اهمیت فراوان هستند و با بهبود تشخیص طیف‌سنجی رصادان باید گزارشهای مربوط به آن ادامه یابد. مثلاً، برآورد بی. ای. جی. پجل^۱ و همکاران در سال ۱۹۹۲، $Y_0 = 0.228 \pm 0.005$ ، یا $Y_0 \leq 0.242$ که قبلاً ذکر شد، با وجود چهار نوع نوترینو ناسازگار است. این برآوردها را می‌توان فقط نشانه‌ای در نظر گرفت که محدودیتهایی را بر کیهان‌شناسی استاندارد اعمال می‌کنند.

۲H ۲.۶.۱۰

فراوانی دوتریم، که آن را با $X(^2\text{H})$ نشان خواهیم داد، عمدتاً از روی خطهای جذبی سری لیمان در طیفهای فرابنفش ستارگان پرنوری اندازه‌گیری شد که با ماهواره کوپرنیک رصد شده بودند. معلوم شد که

$$9 \times 10^{-6} \leq X(^2\text{H}) \leq 3.5 \times 10^{-5}.$$

اگرچه اغلب مقدار میانگین $X(^2\text{H}) \simeq 2 \times 10^{-5}$ ذکر می‌شود، اما مقدار آن اغلب از یک ابر به ابر دیگر تغییری قابل ملاحظه می‌کند. معلوم نیست که آیا این تغییرات به انهدام دوتریم آغازین در فرایندهای مختلف مربوط می‌شود. موضوع باید به انهدام مربوط شود زیرا هیچ سناریوی ستاره‌ای رضایت‌بخشی برای تولید دوتریم وجود ندارد. بنابراین، مقدار آغازین باید با حد بالایی گستره رصدها متناظر باشد. لااقل انتظار داریم که مقدار آن از 2×10^{-5} تجاوز کند (برخلاف

این وضعیت برای ${}^4\text{He}$ ، که برای آن هیچ سازوکار انهدام وجود ندارد ولی فرایندهایی به تولید آن در ستارگان می‌انجامد.

با رجوع به شکل ۲۶.۱۰، مشاهده می‌کنیم که فراوانی آغازین $X({}^2\text{H}) \geq 2 \times 10^{-5}$ ایجاب می‌کند که چگالی باریونی فعلی از $4 \times 10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$ تجاوز نکند، که به نوبه خود حد بالای پارامتر چگالی باریون $(\Omega_B)_0$ را مشخص می‌کند:

$$h_0^2 (\Omega_B)_0 \leq 0.102. \quad (70.10)$$

جالب است توجه کنیم که در سال ۱۹۹۶، تایتلر^۱، فن^۲، و برلز^۳، از اندازه‌گیریهای فراوانی دوتریم در ابرهای اطراف کوازاری با انتقال به سرخ بالا حدودی را بر پارامتر چگالی باریون اعمال کردند:

$$h_0^2 (\Omega_B)_0 \approx 0.1024 \pm 0.0006.$$

بنابراین، اگر ماده موجود در عالم عمدتاً به صورت باریونها باشد، عالم باید باز باشد. (توجه کنید که چون انتظار داریم سیاهچاله‌ها از باریون ساخته شده باشند، این فرض که اغلب کسری Ω_B از واحد را به ماده نامرئی به شکل سیاهچاله‌ها نسبت می‌دهد معقول نیست.) همان‌طور که قبلاً بحث شد، جرم گمشده یا جرم غیرقابل مشاهده می‌تواند غیرباریونی باشد.

حد مربوط به فراوانی دوتریم که در بالا ذکر شد را می‌توان با فراوانی هلیوم، که به چگالی باریونها چندان حساس نیست، کنترل کرد. در این صورت درمی‌یابیم که Y_0 می‌تواند به بزرگی ۰.۲۴۸ باشد. اینکه این مقدار با مقادیر توصیف‌شده در بالا در تضاد است هنوز جای بحث دارد. با این همه، در اینجا باید از تنظیمهای دقیق استفاده کرد. زیرا محدودیت مربوط به چگالی باریونها رابطه تنگاتنگی را بین چگالی و دما ایجاب می‌کند، یعنی ثابت تناسب در رابطه $\rho_B \propto T^3$ در فرمول (۵۷.۵) که در طول سنتز هسته‌ای مهبانگ برقرار است را باید به صورت مناسب برای مدل انتخاب کرد تا جواب درست به دست آید. بنابراین شاید این پرسش مطرح شود که آیا می‌توان این را موفقیتی برای کیهان‌شناسی مهبانگ به حساب آورد.

۳.۶.۱۰ ${}^6\text{Li}$ و ${}^3\text{He}$

منحنی فراوانی ${}^6\text{Li}$ دارای پلاتویی با یک فرورفتگی است. که کمینه‌ای را در مقدار $[\text{Li}]/[\text{H}]$ برابر 10^{-10} برای $\eta = 3/2 \times 10^{-10}$ لمس می‌کند. داده‌های مشاهده‌شده مقدار پلاتوی $10^{-9} \sim$ را کنار می‌گذارد. حتی مقدار کمینه فقط اندکی با کمینه سازگار است. حد بالای $[\text{Li}]/[\text{H}]$ را

کی. سی. ساهو^۱، ام. ساهو^۲، و اس. ار. پوتاش^۳ با مشاهده جذب میان ستاره‌ای در جهت ابر بزرگ ماژلانی برابر $10^{-1} \times 0.8$ تعیین کردند.

پیش‌بینی‌های سنتز هسته‌ای در مهبانگ داغ استاندارد امتیاز خوش تعریف بودن را دارد. اگر اختلافهایی وجود داشته باشد، چه باید کرد؟ یک راه امتحان شده در نظر گرفتن عصرهای اولیه‌تری است که در آن نوکلئونها هنوز تشکیل نشده بودند و ماده به صورت پلاسمای کوارک گلوئون بود. وارد کردن ناهمگنی در این مرحله می‌تواند باعث شود که برخی قسمت‌های عالم در مقایسه با نسبت استاندارد نوترون به پروتون «غنی از پروتون» و بعضی قسمت‌های دیگر «غنی از نوترون» شوند. در این صورت می‌توان پارامتری اضافی داشت تا سازگاری بهتری را بین فراوانیهای مشاهده و پیش‌بینی شده هسته‌های سبک به وجود آورد. این روش تا اندازه‌ای موفقیت‌آمیز است، اما نمی‌تواند مسئله ${}^7\text{Li}$ بالا را توجیه کند.

هسته ${}^3\text{He}$ آزمون توانمندی برای مدل‌های کیهان‌شناسی فراهم نمی‌آورد زیرا نمی‌توانسته به مقدار مشاهده شده در ستارگان تولید شود. بنابراین، روی هم رفته، فقط ${}^2\text{H}$ و ${}^4\text{He}$ (و احتمالاً ${}^7\text{Li}$) حدود مربوط به پارامترهای عالم اولیه را به دست می‌دهند.

۷.۱۰ شواهدی بر وجود پادماده

در فصل ۶ باریون‌زایی، یعنی کوششهای اخیر در توجیه غلبه ماده بر پادماده در عالم را به اختصار بررسی کردیم، اقدامهایی که با بهره‌گیری از نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) به عمل آمده‌اند. دلیل اینکه عالم در واقع فقط از ماده تشکیل شده تا چه اندازه محکم است؟ در اواخر سالهای ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰، اچ. آلفن و او. کلاین مدل‌های کیهان‌شناختی را ارائه کردند که در آنها در ابتدا تقارن کامل بین ماده و پادماده وجود دارد. در مدل آنها، که آن را در اینجا به تفصیل بررسی نمی‌کنیم، مؤلفه‌های متقارن پلازما که عالم را می‌سازند بعداً در فرایندی هیدرومغناطیسی به ناحیه‌های با سیطره ماده و سیطره پادماده تفکیک می‌شوند. مدل‌های مهبانگ با تقارن باریونی را ار. اومنز^۴ و اف. دلبیو. استکر^۵ و دیگران نیز در اواخر سالهای ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ بررسی کرده‌اند.

در فصل ۶ دیدیم بجز در مواردی که از روشهای شکست تقارن خاص، مانند آنچه GUTs مطرح می‌کنند، استفاده شود عالم مهبانگ استاندارد با عدد باریونی خالص صفر به پایان می‌رسد. هدف GUTs فقط آن نیست که بیان کنند چرا عدد باریونی خالص در کل عالم وجود دارد، بلکه می‌خواهند بگویند که چرا نسبت فوتون به باریون چیزی است که (۶۹.۵) نشان می‌دهد. برعکس،

در کیهان‌شناسی با تقارن باریونی تفکیک بین نواحی ماده و پادماده وجود دارد، در حالی که عدد باریونی کل عالم صفر است.

بجز حدسه‌های نظری، دلیل سراسر وجود پادماده در عالم چیست؟ کاوشگرهای فضایی در منظومه شمسی ظاهراً وجود پادماده در این منظومه را رد می‌کنند. اگر هر یک از سیاره‌ها از پادماده ساخته شده بود برهم‌کنش آن با باد خورشیدی پرتوهای γ با شدت زیاد را به وجود می‌آورد. چون رصدهای فراتر از منظومه شمسی عمدتاً بر مبنای تابش الکترومغناطیسی است، که با ماده و پادماده برخوردی یکسان دارد، به دست آوردن پاسخ قطعی به پرسشی بالا برای یک ستاره یا کهکشان دشوار است. پرتوهای کیهانی حامل هسته‌هایی از بخش‌های دوردست کهکشان (و حتی فراسوی کهکشان) هستند. اما، جستجوهای پرماده تاکنون هسته‌های پادماده چندان را در پرتوهای کیهانی آشکار نساخته است. چند پادپروتون (۱ قسمت در $10^4 \sim$) یافته شده‌اند، اما این پادپروتونها ممکن است بر اثر برهم‌کنش پرتوهای کیهانی با ماده میان ستاره‌ای تولید شده باشند. با وجود این، پادهسته‌های سنگین نمی‌توانند بدین طریق تولید شوند، و در نتیجه آشکارسازی آنها در پرتوهای کیهانی وجود پادماده را در عالم تأیید می‌کند. دلایل فعلی تا اندازه‌ای غیرقطعی هستند، گرچه وجود مؤلفه قابل ملاحظه‌ای از پادماده در پرتوهای کیهانی فراکهکشانی را نمی‌توانند نفی کنند.

دوران فاراده نوعی دلیل غیرمستقیم است. این دوران چرخش صفاً قطبش نوری است که از محیط حاوی ذرات باردار و میدانی مغناطیسی می‌گذرد. الکترونها (و نه پروتونها) به واسطه سبک بودن سهم بیشتری در دوران فاراده دارند. اگر پوزیترونها نیز وجود داشته باشند می‌توانند دوران فاراده در جهت مخالف به وجود آورند. چون دوران فاراده خالص در تابش ناشی از چشمه‌های داخل و خارج کهکشان مشاهده شده است. جی. استیگمن^۱ این نتیجه را دلیل عدم توازن فراوانی الکترونها و پوزیترونها تفسیر کرده است. اما، این نتیجه‌گیری بر این اساس است که علامت میدان مغناطیسی همواره یکسان باشد. اگر علامت میدان در هنگام ورود تابش به ناحیه پادماده تغییر کند، دوران فاراده ناشی از پوزیترونها همان علامت دوران ناشی از الکترونها را خواهد داشت.

سایر شواهد غیرمستقیم ناشی از رصدهای پرتو γ زمینه است این زمینه می‌تواند علامتهای اختر فیزیکی متفاوتی—مانند سیاهچاله‌های آغازین، تابش جسم سیاه، و فرایند کامپتون معکوس—به‌علاوه نابودی نوکلئونها و پادنوکلئونها داشته باشد. اما، هر فرایند علامت مخصوص به خود و حدودی از اندازه‌های کمیتهای فیزیکی دخیل را دارد. از تحلیل طیف پرتو γ در گستره انرژی $10^2 - 1 \text{ MeV}$ ، اف. دبلیو. استکر نتیجه گرفته است که تفسیر شامل نابودی ماده—پادماده تعبیری است که به بهترین نحو به داده‌های برآزش می‌یابد. این نواحی ماده و پادماده را باید از

یکدیگر جدا ساخت. به هر حال، استیگمن از این ادعا، با توجه به اینکه برازش مبتنی بر تعدادی پارامتر قابل تنظیم برای برازش به هر طیف پرتوهای γ است، انتقاد کرده است.

تقارن میان ماده و پادماده را جی. آر. بریج^۱ و اف. هویل در سالهای ۱۹۵۰ در زمینه عالم پایا در نظر گرفتند. اگر ذرات تازه خلق شده با پادذره‌های تازه آفریده شده همراه بودند، تقارن در عالم حفظ می‌شد. اما، در این صورت باید زمینه پرتو γ ناشی از نابودی ذرات — پادذرات باید بسیار شدید — بالاتر از چیزی می‌بود که اکنون مشاهده می‌شود.

در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا، فرض می‌شود که میدان نرده‌ای با سازوکار آفرینشی در ارتباط است که تقارن ماده-پادماده را برای همیشه به نفع سازوکار پیشین می‌شکند، یعنی این بحث که در برهم‌کنش ماخی با برد بلند سیطره ماده بر پادماده در چرخه‌های قبلی QSSC همواره ادامه می‌یابد. با این همه، این فرض را باید به کمک فیزیک ذرات در انرژیهای بالا به دقت تثبیت کرد.

۸.۱۰ زمینه ریزموج

اکنون مشاهده‌ای را در نظر می‌گیریم که اهمیت آن در کیهان‌شناسی استاندارد فقط شاید در مرتبه پس از کشف انتقال به سرخهای سحابی هابل باشد. این کشف مهم را ا. ا. پنزیاس و ار. دبلیو. ویلسون، دانشمندان آزمایشگاه تلفن بل هنگامی کردند که در جستجوی شدت‌های امواج رادیویی در صفحه کهکشان راه شیری به کمک آنتنی بودند که بازتابنده شیپوری ۶ متری با نوبه کم داشت، پنزیاس و ویلسون تصمیم گرفتند از طول موج 7.35cm استفاده کنند زیرا در این طول موج نوبه کهکشان ناچیز است. پس از اندازه‌گیری در جهت‌های مختلف و در نظر گرفتن عامل‌های مختلف تابش، متوجه شدند نوبه همسانگردی که آن را به حساب نیاورده بودند باقی می‌ماند. آیا این تابش زمینه واقعی بود؟ و در این صورت علت آن چه بود؟ چون پاسخ این پرسشها را نمی‌دانستند، در اعلام کشف خود تردید کردند.

اگر پنزیاس و ویلسون از پیش‌بینی‌های گاموف و همکارانش آلفر و هرمن در پانزده سال قبل از آن آگاهی داشتند مجبور نبودند برای چاپ این نتیجه صبر کنند. پیش‌بینی آنها این بود که اگر عالم درست بلافاصله پس از مهبانگ مرحله داغی می‌داشت، اکنون باید دارای تابش زمینه باقیمانده خنک شده باشد. آلفر و هرمن دمای زمینه کنونی را در حدود 5K تخمین زده بودند، در حالی که برآورد گاموف 7K بود. پنزیاس و ویلسون، با فرض اینکه تابش مربوط به جسم سیاه باشد، دمای $2.7 \pm 0.3\text{K}$ را به تابش زمینه مشاهده شده نسبت دادند.

در حالی که پنزیاس و ویلسون از کشف خود در شگفت بودند، خبر این کشف به پرینستون رسید و در آنجا پی. جی. ای. پیلز که کاری را در زمینه محاسبات عالم اولیه رهبری می‌کرد، متوجه اهمیت آن شد. در واقع، گروه پرینستون از جمله پیلز و ار. اچ. دیکی، پی. جی. رول^۱ و دی. تی. ویلکینسون^۲ قبلاً آزمایشی را برای اندازه‌گیری این تابش باقیمانده آماده کرده بودند. اگرچه اندازه‌گیری در طول موج 3.2cm آنها در اواخر ۱۹۶۵ به دست آمد، ولی با اعلام کشف پنزیاس و ویلسون در ۱۳ مه ۱۹۶۵ انتظار آن می‌رفت.

۱.۸.۱۰ طیف

از آن پس دمای زمینه در چند طول موج با تابش سنجهای روی زمین در بسامدهای بالاتر از 15cm^{-1} و دستگاههای موجود در بالون، موشک، یا ماهواره در بسامدهای بالاتر اندازه‌گیری شده است. این نتیجه‌ها در جدول ۲.۱۰ آمده‌اند، و ادعای جامع بودن را نیز ندارند. بهتر است با تقسیم بسامدها بر حسب هرتز بر c آنها را بر یکاهای عکس سانتی‌متر بیان کنیم. بنابراین $3\text{cm}^{-1} \equiv 9 \times 10^1\text{Hz}$. شار مشاهده‌شده به صورت دمای جسم سیاه با شار متناظر در گستره بسامد معین بیان می‌شود.

ورودیهای مقابل آزمایش مولکول CN در جدول ۲.۱۰ به صورت زیر به دست آمده است. حالت پایه مولکول CN دارای ترازهای $J = 0, 1, 2, 3, \dots$ است. گذار از $J = 0$ به $J = 1$ با تابش در بسامد 3.79cm^{-1} ایجاد می‌شود، در حالی که گذار از $J = 1$ به $J = 2$ بر اثر تابش با بسامد 7.58cm^{-1} به وجود می‌آید. رصدهای مولکول CN در فضای میان ستاره‌ای نشان می‌دهد که ترازهای بالاتر تا اندازه‌ای پرجمعیت شده‌اند، که نشانه حضور یک میدان تابش است. دمای تابش محیط را می‌توان از میزان برانگیختگی این ترازها (نگاه کنید به تمرین ۳۳) تعیین کرد. این رصدها را ابتدا مک‌لار^۳ در سال ۱۹۴۵ انجام داد، اما در آن زمان متوجه اهمیت آنها نشدند، آنها در واقع نشان می‌دهند که زمینه ریزموج تا فراتر از محیط اطراف ما گسترش یافته است و می‌توان آن را اولین مورد کشف زمینه ریزموج در نظر گرفت.

به منظور بررسی خصلت واقعی جسم سیاه این تابش باید آشکارسازهایی در بالای جو زمین داشته باشیم زیرا اندازه‌گیریهای انجام شده در روی زمین به علت جذب در جو به قله طول موجهای مربوط به جسم سیاه نمی‌رسند. کوششهای چندی در جهت اندازه‌گیری با بالونها و موشکها انجام شد. اما، بسیاری از آنها انحرافهایی را از طیف پلانکی نشان می‌دادند که بعداً معلوم شد هشدارهای غیرواقعی هستند. شاید دقیقترین و جامعترین مطالعه را ماهواره COBE^۴ در سال ۱۹۹۰ انجام داده باشد که در انتهای جدول ۲.۱۰ آمده است.

1. P. G. Roll

2. D. T. Wikinson

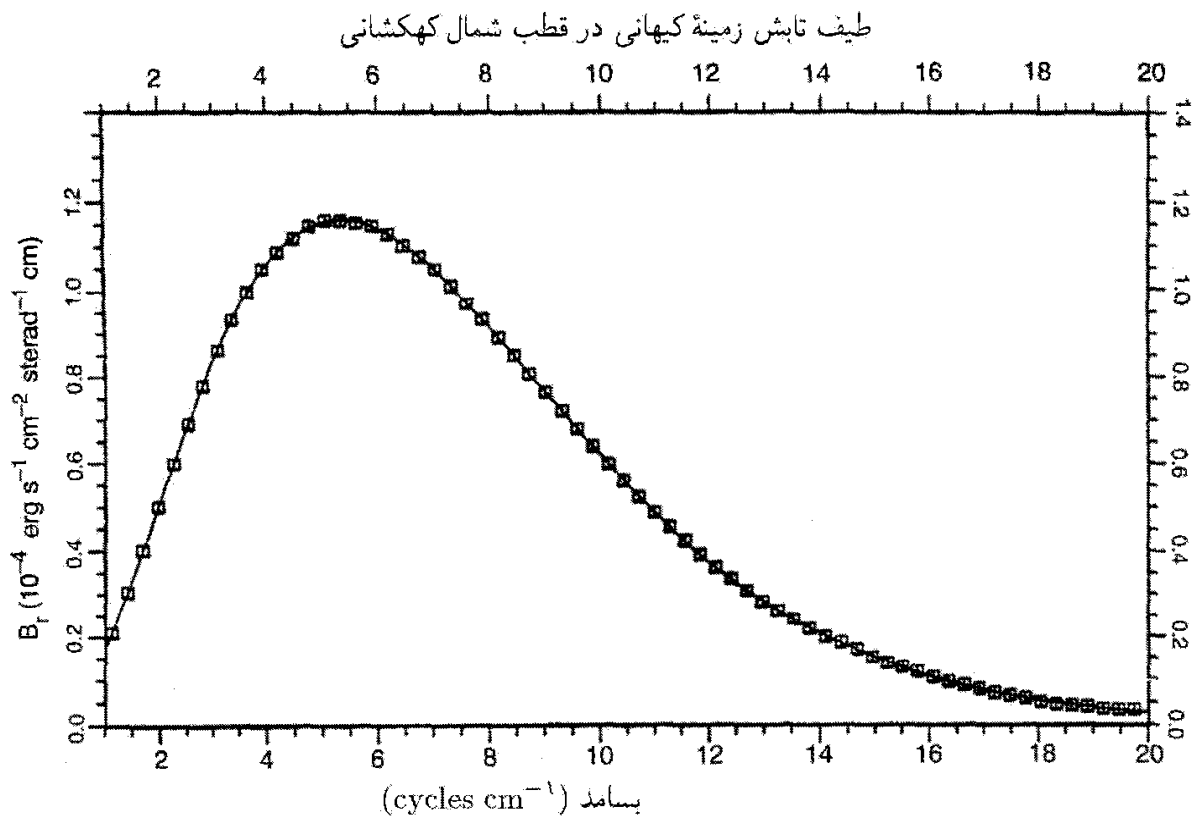
3. McKellar

4. Cosmic Background Explorer Satellite

جدول ۲.۱۰ اندازه‌گیری‌های زمینه ریزموج

مراجع	رصادان	دما (K)	بسامد (cm ⁻¹)	نوع آزمایش
<i>Nature</i> , 216 , 753 (1967)	T. F. Howell and J. R. Shakeshaft	۲,۷ ± ۱,۲	۰,۰۱۳۶-۰,۰۲۰۷	تابش سنجهای روی زمین
<i>Astrophys. J.</i> , 310 , 561 (1986)	N. Mandolesi <i>et al.</i>	۲,۷۰ ± ۰,۰۷	۰,۰۰۷۹	
<i>Astrophys. J.</i> , 142 , 419 (1965)	A. A. Penzias and R. W. Wilson	۲,۳ ± ۰,۳۳	۰,۱۳۶	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 19 , 1199 (1967)	R. A. Stokes, R. B. Partridge and D. T. Wilkinson	۲,۶۹ ± ۰,۱۶ ۰,۲۱	۰,۳۱	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 16 , 405 (1966)	P. G. Roll and D. T. Wilkinson	۲,۰ ± ۰,۵	۰,۳۱۳	
<i>Astrophys. J. Lett.</i> , 313 , L1 (1986)	D. G. Johnson and D. T. Wilkinson	۲,۷۸۳ ± ۰,۰۲۵	۰,۴۱۳	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 19 , 1199 (1967)	R. A. Stokes, R. B. Partridge and D. T. Wilkinson	۲,۷۸ ± ۰,۱۲ ۰,۱۷	۰,۶۳۳	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 18 , 1068 (1967)	W. J. Welch, S. Keachie, D. D. Thornton and G. Wrixon	۲,۰ ± ۰,۴	۰,۶۶۷	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 19 , 1251 (1967)	M. S. Ewing, B. F. Burke and D. H. Staelin	۲,۱۶ ± ۰,۲۶	۱,۰۸	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 19 , 1195 (1967)	D. T. Wilkinson	۲,۵۶ ± ۰,۱۷ ۰,۲۲	۱,۱۷	
<i>Sov. Phys.-Astronomy</i> , 11 , 905 (1968)	V. J. Puzanov, A. E. Salomonovich and K. S. Sankevich	۲,۹ ± ۰,۷	۱,۲۲	
<i>Astrophys. J.</i> , 297 , 119 (1985)	D. M. Meyer and M. Jura	۲,۷۰ ± ۰,۰۴	۱,۸۹	
<i>Sov. Astronomy-A.J.</i> , 15 , 29 (1971)	A. G. Kislyakov, V. I. Chernyshev, Yu. V. Lebskii, V. A. Maltsev and N. V. Serov	۲,۴ ± ۰,۷	۲,۷۹	

<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 26 , 919 (1971)	M. F. Miller, M. McColl, R. J. Pederson and F. L. Vernon Jr	$2,61 \pm 0,25$	$2,7^{\circ}$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 19 , 462 (1968)	P. E. Boynton and R. A. Stokes and D. T. Wilkinson	$2,46 \pm 0,44$	$3,7^{\circ}$	
<i>Nature</i> , 247 , 528 (1974)	P. E. Boynton and R. A. Stokes	$2,46 \pm 0,44$	$3,7^{\circ}$	
<i>Ann. Rev. Astron. Astrophys.</i> , 10 , 305 (1972)	P. Thaddeus	$2,93 \pm 0,06$	$3,79$	CN مولكول
<i>Astrophys. J.</i> , 190 , 543 (1974)	D. J. Hegyi, W. A. Traub and N. P. and Carlton	$2,9 \pm 0,4$	$7,58$	
<i>Nature</i> , 241 , 79 (1973)	K. D. Williamson, A. G. Blair, L. L. Catlin, R. D. Hiebert, E. G. Lloyd, and H. V. Romero	$3,8 \pm 1,9$	$1,67-23,3$	موشك
<i>Astrophys. J.</i> , 178 , L29 (1972)	J. R. Houck, B. T. Soifer, M. Harwit, and J. L. Pipher	$3,4 \pm 3,4$	$7,69-25$	
<i>Astrophys. J.</i> , 329 , 567 (1988)	T. Matsumoto and S. Hayakawa H. Murakami, and K Sato	$2,795 \pm 0,018$	$4,31$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 65 , 537 (1990)	A. E. Lange, and P. L. Richards H. Gush, M. Halpern and E. Wishnow	$2,963 \pm 0,017$	$7,05$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 30 , 757 (1973)	D. Muehlner and R. Weiss	$2,150 \pm 0,026$	$10,4$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , 42 , 925 (1979) and <i>Astrophys. J.</i> , 248 , 18 (1981)	D. P. Woody and P. L. Richards	$2,736 \pm 0,017$	$3,16$	
<i>Astrophys. J. Letts.</i> , 354 , L37 (1990)	J. C. Mather, <i>et al.</i>	$2,5 \pm 0,25$	$1-11,5$	بالون
		$2,96 \pm 0,13$	$2,38-13,53$	
		$2,735 \pm 0,06$	$1,20$	(COBE) ماهواره



شکل ۲۷.۱۰ اندازه‌گیریهای COBE از تابش زمینه ریزموج در بسامدهای مختلف. منحنی پیوسته بهترین برازش منحنی پلانکی به نقطه‌های داده را نشان می‌دهد (برای منبع به جدول ۲.۱۰ نگاه کنید).

ماهواره کاوشگر زمینه کیهانی (COBE) در سال ۱۹۸۹ پرتاب شد و طیف زیبای شکل ۲۷.۱۰ را به دست آورد. اندازه‌گیریهای COBE طیف پلانکی دقیقی را برای جسم سیاه در دمای زیر به دست می‌دهد

$$T_0 = 2,725 \pm 0,06K. \quad (۲۷.۱۰)$$

حساسیت کلی و دقت آزمایش نشان داد که برخی ادعاهای قبلی درباره انحراف قابل ملاحظه از طیف پلانکی در بسامدهای زیاد (مانند وودی و ریچاردز^۱، ماتسوموتو و همکاران^۲ در جدول ۲.۱۰) اشتباه بوده‌اند. در واقع، حتی تجربه‌های آزمایشگاهی طیف پلانکی با این درجه از دقت تولید نکرده‌اند.

۲.۸.۱۰ ناهمسانگردی

اگر زمینه ریزموج (از این پس) MBR در واقع منشأ آغازین داشته باشد، ناهمسانگردی آن می‌تواند اطلاعات زیادی درباره تاریخ حال و گذشته عالم در اختیارمان بگذارد. تحولات اولیه در عصر پس از بازترکیب تأثیر خود را بر تابش زمینه گذاشته است، نشانه‌هایی که انتظار داریم تا امروز

1. Woody and Richards 2. Matsumoto *et al.*

به جا مانده باشند. رصدهای ناهمسانگردی را در زیر بررسی می‌کنیم، ابتدا اندازه‌گیریهای دو زاویه کوچک را در نظر می‌گیریم.

طیف توان زاویه‌ای

هنگامی که به توزیع یک کمیت فیزیکی در کرهٔ سماوی می‌نگریم، ناهمسانگردیهای آن را به بهترین وجه می‌توان به کمک هماهنگهای کروی بیان کرد، کمیتی که MBR را توصیف می‌کند دمای $T(\theta, \phi)$ آن است، که برحسب دو مختصهٔ کروی (چون میل و بُعد) نوشته می‌شود. در نتیجه می‌توان نوشت

$$\frac{\Delta T(\theta, \phi)}{T} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (72.10)$$

جمع‌بندی روی l به جای صفر از ۱ شروع می‌شود، زیرا اختلال مرتبهٔ صفر در کل آسمان همسانگرد است و در T جذب می‌شود. جملهٔ $l = 1$ جمله معروف به ناهمسانگردی-دوقطبی است، که خواهیم دید، از حرکت زمین نسبت به چارچوب سکون MBR ناشی می‌شود. بنابراین، این جمله را نیز وارد سری بالا نمی‌کنیم. مد بعدی $l = 2$ ، مد چارقطبی است.

طیف توان زاویه‌ای با کمیت‌های C_l به صورت زیر تعریف می‌شود

$$C_l \equiv \langle |a_{lm}|^2 \rangle, \quad (73.10)$$

که میانگین‌گیری نسبت به همهٔ امکانات آسمان انجام می‌گیرد و روی همهٔ m ها جمع‌بندی می‌شود. بنابراین هر C_l شدت نسبی هماهنگ l ام را در توزیع کلی نشان می‌دهد.

به طور کلی علاقه‌مندیم به $\Delta T/T$ در مقیاس زاویه‌ای معین ϑ بنگریم. بنابراین، اگر دو جهت را در نظر بگیریم که با بردارهای یکهٔ e_1 و e_2 نشان داده می‌شوند و این زاویه را در بین خود تشکیل می‌دهند، به دست می‌آوریم

$$e_1 \cdot e_2 = \cos \vartheta. \quad (74.10)$$

اکنون تابع خود هموردایی را تعریف می‌کنیم که نشان دهد افت‌وخیزهای دما در دو جهت که زاویهٔ بین آنها ϑ است چگونه با هم مقایسه می‌شوند

$$C(\vartheta) = \left\langle \frac{\Delta T(e_1)}{T}, \frac{\Delta T(e_2)}{T} \right\rangle, \quad (75.10)$$

که برای افت و خیزهای مانا به صورت زیر بیان می شود

$$C(\vartheta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \vartheta). \quad (76.10)$$

فرض کنید، از رصدهای یک آسمان، برآورد تابع خود هموردایی را به صورت $C(\vartheta)$ به دست آورده ایم

$$\hat{C}(\vartheta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} |\hat{a}_{lm}|^2 P_l(\cos \vartheta), \quad (77.10)$$

که a_{lm} از یک رصد آسمان تعیین شده است. در این مورد به برآورد وردایی کیهانی کمیت $C(\vartheta)$ نیاز داریم. می توان نشان داد که این برابر است با

$$\langle |\hat{C}(\vartheta) - C(\vartheta)|^2 \rangle = \left(\frac{1}{4\pi} \right)^2 \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l^2 P_l^2(\cos \vartheta). \quad (78.10)$$

در عمل وقتی می خواهیم سیگنالی را از داده های واقعی آسمان به دست آوریم، جزئیات بسیار پیچیده تر می شوند. در اینجا وارد این جزئیات نمی شویم. اما، متذکر می شویم که چند جمله ایهای لژاندر $p_l(\cos \vartheta)$ حاوی اطلاعات زیر است: مقیاس زاویه ای نوعی همسانگردی تا شاخص l از مرتبه $180^\circ/(\pi l)$ است. اکنون شواهد ناهمسانگردی در مقیاسهای مختلف و دلایل فیزیکی مربوط به آنها را بررسی می کنیم.

ناهمسانگردی دوقطبی

این ناهمسانگردها می توانند ناشی از دو منبع باشند. اصولاً یک مؤلفه دوقطبی ذاتی MBR می تواند ناشی از ناهمسانگردی عالم باشد. امکان دیگر پیامد حرکت زمین نسبت به چارچوب سکونی است که در آن تابش همسانگرد است. اندازه گیریهای انجام شده در زاویه های بزرگ سرنخی از ناهمسانگردی نوع اول به دست نمی دهد؛ اما دلیلی برای اثر دوم در اختیار می گذارد. در آزمایشهای اولیه ای. اس. جانگ^۱، پی. ار. سولسون^۲، دی. تی. ویلکینسون و بی. ای. کوری^۳ ناهمسانگردی به صورت تغییر دما بر حسب جهت به صورت زیر مشاهده شد

$$T = T_0 + T_1 \cos \theta \quad (79.10)$$

با $T_1 \sim 3 \times 10^{-3} \text{ K}$. این تغییرات را می توان با این فرض توجیه کرد که مرکز کهکشان دارای سرعت 54 km s^{-1} در جهت $l = 280^\circ$ ، $b = 30^\circ$ است. یک رشته اندازه گیریهای دیگر

که توسط جی. اف. اسموت^۱، ام. وی. گورنشتاین^۲ و آر. ا. مولر^۳ انجام شد، اثر مشابهی را نشان دادند، اما سرعت نظیر آن برای کهکشان 630 km s^{-1} در جهت $l = 261^\circ$ ، $b = 33^\circ$ بود. گروه اول از بالون برای اندازه‌گیری استفاده کردند، در حالی که گروه دوم از یک هواپیمای U-2 بهره گرفتند: دامنه دوقطبی $3,372 \pm 0,007 \text{ K}$ سرعت $547 \pm 17 \text{ km s}^{-1}$ را برای کهکشان نسبت به زمینه ایجاب می‌کند. توجه کنید که این حرکت سوای حرکت‌های جریانی بزرگ مقیاس است که در بخش ۳.۱۰ بررسی شد. بنابراین، چارچوب سکون سینماتیکی کهکشانها در حوالی ما با چارچوب سکون زمینه ریزموج سازگار نیست.

این اختلاف می‌تواند ناشی از حرکت جریانی بزرگ مقیاس دیگری جمعیت خوشه‌ها نسبت به چارچوب سکون MBR باشد. حل این مسئله نیازمند مطالعات بیشتر است.

ناهمسانگردی ناشی از افق ذره

در فصل ۶ درباره محدودیتهایی بحث کردیم که افق ذره برهمگنی اعمال می‌کند. افق ذره مربوط به واجفتیدگی اکنون با ناظر زاویه θ_H را می‌سازد. می‌توان نشان داد که اندازه‌گیریهای تابش در جهت‌های مختلفی که فاصله زاویه‌ای آنها نسبت به مقدار زیر بزرگ است

$$\theta_H \approx 2 \sqrt{\frac{2q_0}{z_R}} \sim 5^\circ \sqrt{q_0}, \quad (80.10)$$

اصولاً، باید اختلافهایی را نشان دهند که نشانگر ناهمگنیهایی مقیاس افق ذره در $z = z_{\text{dec}}$ است. با این همه، چنین ناهمگنیهایی مشاهده نشده است: MBR در این مقیاسها همگن به نظر می‌رسد. با توسل به تورم این مشکل حل می‌شود، زیرا چنانکه در فصل ۶ دیدیم، افق ذره را حذف می‌کند. (برای به دست آوردن (80.10) نگاه کنید به تمرین ۲۲ در فصل ۰۷.)

ناهمسانگردیهای کوچک-زاویه

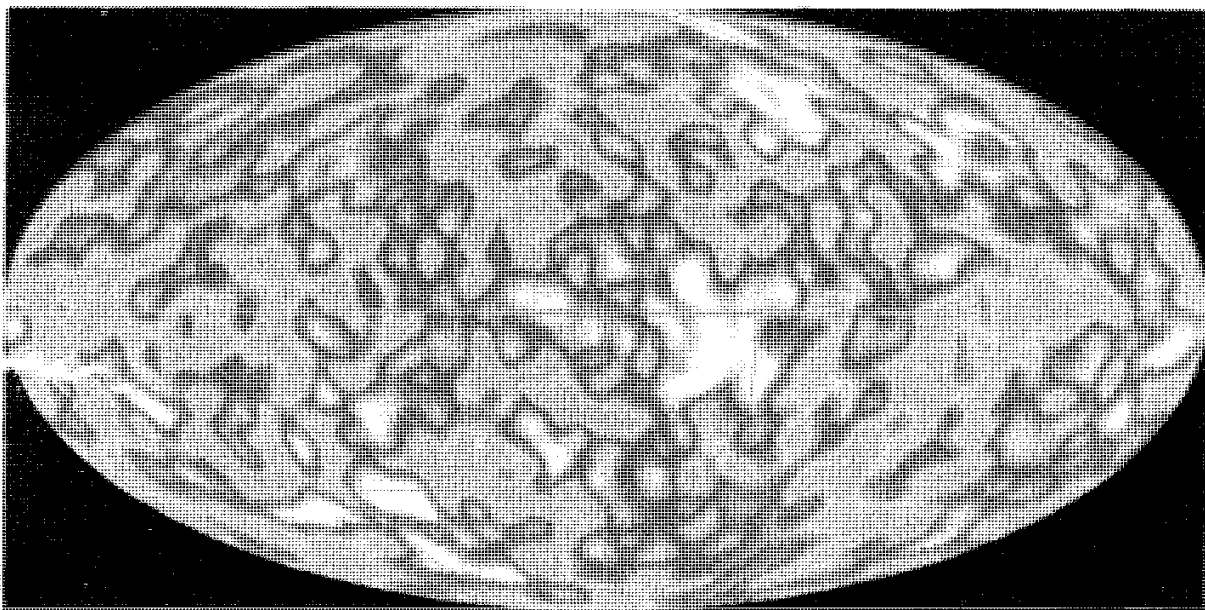
برای بررسی در سطح زاویه‌ای معین θ ، آنتن بزرگی با عرض باریکه $\theta \approx B$ در زاویه کوچک ثابتی نسبت به زمین نشانه می‌رود و بر اثر چرخش زمین آسمان را جارو می‌کند. دمای آنتن T_A افت‌وخیزهای مختصر ΔT_A متشکل از نوسانهای ذاتی زمینه و نیز نوفه گیرنده است. از این رو ΔT_A حد بالایی را برای افت‌وخیزهای ذاتی تعیین می‌کند. اگر $B \gg \theta$ باشد، می‌توانیم فرض کنیم که باریکه تکه‌های $(B/\theta)^2 \sim$ با اندازه زاویه‌ای θ را می‌پوشاند. سپس محاسبه‌های دقیق نشان می‌دهد که افت‌وخیز از مقدار زیر کمتر است

$$\left(1 + \frac{B^2}{\theta^2}\right)^{1/2} \Delta T_A. \quad (81.10)$$

جدول ۳.۱۰ داده‌های مربوط به افت‌وخیزهای کوچک مقیاس است. همه آنها حدود بالایی هستند

جدول ۳.۱۰ ناهمسازگردی زمینه ریزومج در زاویه‌های کوچک (اندازه‌گیری‌های اولیه، مربوط به پیش از سال ۱۹۹۲)

مرجع	رصادان	$\Delta T/T$	مقیاس زاویه‌ای (دقیقه کمانی)	بسامد (cm^{-1})
<i>Sov. Astron.</i> 18 , 126 (1974)	K. C. Stankevich	$< 1/5 \times 10^{-2}$	$10-20$	$0,090$
<i>Astrophys. J.</i> , 182 , L61 (1973)	R. L. Carpenter, S. Gulkis and T. Sato	$< 7 \times 10^{-2}$	> 2	$0,278$
<i>Nature</i> , 216 , 777 (1967)	E. K. Conklin and R. N. Bracewell	$< 1/8 \times 10^{-2}$	10	$0,357$
<i>Astrophys. J. Lett.</i> , 277 , L1 (1984)	J. M. Uson and D. T. Wilkinson	$< 4/5 \times 10^{-5}$	$4,5$	$0,325$
<i>Nature</i> 326 , 462 (1987)	R. D. Davies <i>et al.</i>	$< 4 \times 10^{-5}$	480	$0,34$
<i>IAU Symp. No.</i> , 79 , 315 (1978)	Y. N. Parijskij	$< 8/0 \times 10^{-5}$	> 5	$0,357$
<i>IAU Symp. No.</i> 79 , 317 (1978)	J. C. Pigg	$< 7/0 \times 10^{-2}$	$> 1,25$	$0,500$
<i>Astrophys. J.</i> , 346 , 566 (1989)	A. C. S. Redhead <i>et al.</i>	$< 1/7 \times 10^{-5}$	2	$0,66$
<i>Astrophys. J.</i> , 235 , 681 (1980)	R. B. Partridge	$< 8/0 \times 10^{-5}$	7	$1,02$
<i>Astrophys. J.</i> , 370 , L11 (1991)	P. R. Meinhold and P. M. Lubin	$< 2/5 \times 10^{-5}$	20	$3/0$
<i>Phys. Rev.</i> , D16 , 2424 (1977)	N. Caderni, V. De Cosmo, R. Fabbri, B. Melchiorri, F. Melchiorri and V. Natale	$< 1/2 \times 10^{-2}$	30	$7,692$



شکل ۲۸.۱۰ نقشه سال ۱۹۹۲ COBE اولین آشکارسازی مثبت از افت و خیزهای دمای MBR است.

که هیچ‌گونه آشکارسازی مثبتی در مقیاس زاویه‌ای بزرگتر از چند دقیقه کمانی از آنها صورت نگرفته است. این واقعیت که $\Delta T/T$ در مقیاس چند دقیقه کمانی کوچکتر از 10^{-5} است مشکلاتی را برای نظریه‌های تشکیل کهکشان به وجود آورده است. زیرا، با توجه به بحث فصل ۷، افت و خیزهای دمایی بزرگتر از آنچه اکنون در زمینه باقی‌مانده وجود دارد، باید مشاهده می‌شد. با توجه به این وضعیت بود که در سال ۱۹۹۲، آزمایش COBE مربوط به گذشته نیز برای نخستین بار آشکارسازی مثبتی از ناهمسانگردی MBR در اختیار گذاشت. نقشه COBE از آسمان در شکل ۲۸.۱۰ تکه‌هایی از افت و خیز دمای $\Delta T/T \sim 6 \times 10^{-6}$ را نشان می‌دهد. ناهمگنی نوعی در نقشه COBE در شکل ۲۸.۱۰ در مقیاس زاویه‌ای 1° و به اندازه $\Delta T \sim 30 \mu\text{K}$ است. ناهمسانگردی چارقطبی ($l = 2$) در حدود $17 \mu\text{K}$ است. داده‌های COBE در مدت چهار سال گردآوری و آزمایش در سال ۱۹۹۴ متوقف شد. تحلیل ناهمسانگردی تابش، وقتی با ناهمگنیهای توزیع ماده همگردش شود، یک شاخص طیفی برای مقیاس افت و خیز k به دست می‌دهد که با $n = 1$ سازگار به نظر می‌رسد. با این همه، تحلیل دقیق نشان می‌دهد که مدل‌های استاندارد CDM و HDM تشکیل ساختار نمی‌توانند ساختار بزرگ مقیاسی را توصیف کنند که با داده‌های COBE (به‌عنوان مرحله «اولیه» تشکیل ساختار) آغاز می‌شود و با تشکیل خوشه‌های کهکشانی که امروز مشاهده می‌شوند (به‌عنوان مرحله «نهایی» تشکیل ساختار) به پایان می‌رسد.

این همسانگردی شدید مشکلاتی را در جهت توجیه زمینه ریزموج به صورت برهم‌نهی تابش

جدول ۴.۱۰ اندازه‌گیریهای مربوط به ناهمسانگردی زمینه ریزموج

آزمایشها N	$\Delta T_l (\mu K)$	نوار l
۳	13 ± 3	$2,5 \pm 1$
۲	30 ± 5	$4,5 \pm 1$
۵	$26 \pm 2,5$	8 ± 2
۶	36 ± 3	13 ± 4
۲	35 ± 8	19 ± 7
۴	29 ± 3	52 ± 12
۱۰	$34 \pm 3,5$	63 ± 9
۱۳	42 ± 3	$87 \pm 12,5$
۲۵	49 ± 3	118 ± 17
۲۵	57 ± 2	156 ± 22
۳۰	67 ± 2	241 ± 69
۱۲	43 ± 2	420 ± 123
۷	44 ± 3	629 ± 219
۲	20 ± 5	2544 ± 1081

ناشی از چشمه‌های گسسته به وجود می‌آورد. همان‌طور که در تمرین ۳۴ مطرح شد، تعداد این چشمه‌ها باید بیش از کهکشانشان باشد و در فاصله کمتری از هم قرار گرفته باشند. با این همه، دربارهٔ امکان تولید MBR به صورتی کاملاً متفاوت در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا بحث کردیم. شواهد رصدی را برای این مدل مرور می‌کنیم. در اینجا بحث خود را در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد ادامه می‌دهیم.

داده‌ها COBE و چند آشکارسازی مهم بعدی از ناهمسانگردی در جدول ۴.۱۰ آمده است. جدول ۴.۱۰ فهرست دمای میانگین ناهمسانگردیهای CMB است که در مقیاس‌های زاویه‌ای مختلف با ترکیب آشکارسازها در محدوده نوارهای چندقطبی متناظر، نوارا به دست آمده‌اند. مقادیر جدول صرفاً تصویر گسترده‌ای را نشان می‌دهند که از برآوردهای توان نوار نقطه‌های دادهٔ مربوط به آشکارسازی ناهمسانگردی CMB ۱۴۵ حاصل شده است (سپتامبر ۲۰۰۰، راترا^۱ و سورادیپ^۲).

مقدار این اندازه‌گیرها در گستره محدودیتهای تشکیل ساختار و در نتیجه پارامترهای کیهان‌شناختی قرار دارد. هنوز خیلی زود است که بگوییم تصویر نهایی چگونه است. فقط می‌توانیم به فهرست چند علت ممکن ناهمسانگردی MBR اشاره کنیم تا بتوان در این اندازه‌گیرها به جستجوی آنها پرداخت. کوچک بودن زاویه ایجاب می‌کند که در پی هماهنگیهای بالاتر در گستره $10^0 \sim 10^4$ برویم.

اثر سگس-وولف

این معیاری از افت‌وخیزهای متریک در نزدیکی سطح آخرین پراکندگی است. مثلاً اگر همگنی ماده (کپه شدن/حفره‌ها) در ناحیه‌ای وجود داشته باشد، باعث افت‌وخیزهای g_{ik} از شکل ناهمگنی رابرتسون-واکر می‌شود. به صورت نیوتونی می‌توانیم استدلال کنیم که فوتونهای تشکیل‌دهنده تابش زمینه ناشی از چاه‌های با پتانسیل مختلف (φ) هستند، که باعث تغییر انرژی و در نتیجه T به صورت زیر می‌شوند

$$\left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{انرژی}} = \frac{\delta \varphi}{c^2}. \quad (82.10)$$

علاوه بر آن اتساع زمان نیز وجود دارد، به طوری که فوتونهای خروجی از چاه پتانسیل نسبت به فوتونهای سطحی تأخیر دارند و در نتیجه در عصر بعدی با عامل مقیاس S روبه‌رو می‌شوند. برای عالم اینشتین-دوسیته $S \propto t^{2/3}$ و افت‌وخیز T از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{تأخیر زمانی}} = -\frac{\delta S}{S} = -\frac{2}{3} \frac{\delta t}{t} = -\frac{2}{3} \frac{\delta \varphi}{c^2}, \quad (83.10)$$

زیرا انتقال به سرخ گرانشی این تأخیر زمانی را به وجود آورده است از افزودن این دو اثر به دست می‌آوریم

$$\frac{\Delta T}{T} = \left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{انرژی}} + \left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{تأخیر زمانی}} = \frac{1}{3} \frac{\delta \varphi}{c^2}. \quad (84.10)$$

علاوه بر آن تانسور افت‌وخیزها هم می‌تواند وجود داشته باشد که سهم مختصری در $\Delta T/T$ خواهد داد. چون این افت‌وخیزها تغییرات وابسته به زمان در تانسور متریک به وجود می‌آورند، عامل اصلی آنها امواج گرانشی است. بعضی مدل‌های تورمی افت‌وخیزهای از نوع موج گرانشی را پیش‌بینی می‌کنند که بالقوه قابل آشکارسازی هستند.

سرانجام، اثر ظریف دیگری به نام اثر ریس-شاما^۱ وجود دارد که ناشی از تغییرات چاه گرانشی در هنگامی است که فوتون در داخل آن قرار دارد. بنابراین، در عبور از یک چاه، انرژی و در نتیجه بسامد فوتون تغییر می‌کند. این موضوع به اثرهای غیرخطی در $\Delta T/T$ می‌انجامد.

اثر سانیف-زلدویچ

با توجه به این اثر فوتونهای MBR که وارد خوشه‌ای با گاز داغ می‌شوند بر اثر پراکندگی تامسون از الکترونهای پرنرژی به انرژیهای بالاتر (پرتو X) «رانده می‌شوند». بنابراین، اگر در جهت یک خوشه نگاه کنیم، باید افتی را در شدت تابش ببینیم. در یک تقریب خام که خوشه را به صورت کره‌ای تکدما به شعاع R_c مدل‌سازی می‌کنیم، کسرافت دما MBR به صورت زیر به دست می‌آید

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{4R_c n_e k T_e \sigma_T}{m_e c^2}, \quad (۸۵.۱۰)$$

که n_e چگالی الکترونهای خوشه، T_e دمای الکترون، m_e جرم الکترون و σ_T سطح مقطع پراکندگی تامسون است. تاکنون چند ادعای آشکارسازی این اثر، در خوشه‌های با انتقال به سرخهای تا $z \gtrsim 2$ وجود داشته است (نگاه کنید به جدول ۵.۱۰). این نه تنها نشان می‌دهد که MBR تا این فاصله‌ها گسترش یافته است، بلکه با به دست دادن برآوردی از R_c ، امکان تعیین ثابت هابل را فراهم می‌آورد. مقادیر ثابت هابل که بدین ترتیب تعیین شده‌اند از مرتبه $40 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \leq$ هستند. بدیهی است که اندازه‌گیری این اثر، گرچه مستقیماً ربطی به تشکیل ساختار بزرگ مقیاس ندارد، اما برای کیهان‌شناسان بسیار سودمند است.

نوسانهای ساخاروف^۲

راه دیگر اندازه‌گیری ناهمسانگردی MBR با استفاده از آثار سرعت ناشی از نوسانهای اکوستیکی در داخل افق آخرین پراکندگی است. این نوسانها به افت و خیزهایی در تعداد فوتونها و دمای آنها می‌انجامد که هر دوی آنها با طول موج نوسانها در ارتباطاند. بنابراین، ممکن است رفتاری تناوبی را مشاهده کنیم، که قله‌ای را در ضریبهای C_l طیف توان به دست دهد که مقدار آن به صورت زیر برآورد شده است

$$l_{\text{قله}} \approx 200 \Omega_b^{-1/2}. \quad (۸۶.۱۰)$$

یک اعلام آشکارسازی این نوع قله (که به طور نامناسب «قله دوپلر» نامیده شد، زیرا نوسانهای ماده و نه سرعت مسئول این اثرند) توسط گروه پژوهشگران «BOOMERANG»^۳ (رصدهای

1. Rees-Sciama 2. Sakharov 3. Balloon Observations of Millimetric Extragalactic Radiation and Geomagnetism

جدول ۵.۱۰ خوشه‌های با اثرهای سانیوف-زلدویچ معتبر

خوشه	انتقال به سرخ	$\Delta T_{\text{الف}}(\text{mK})$
آبل ۴۷۸	۰٫۰۹۰۰	$-۰٫۳۸ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۶۶۵	۰٫۱۸۱۰	$-۰٫۳۷ \pm ۰٫۰۷$
آبل ۶۹۷	۰٫۲۸۲	$-۰٫۱۳ \pm ۰٫۰۲$
آبل ۷۷۳	۰٫۱۹۷۰	$-۰٫۳۱ \pm ۰٫۰۴$
آبل ۹۹۰	۰٫۱۴۴	$-۰٫۱۳ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۱۴۱۳	۰٫۱۴۲۷	$-۰٫۱۵ \pm ۰٫۰۲$
آبل ۱۶۵۶	۰٫۰۲۳۲	$-۰٫۲۷ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۱۶۸۹	۰٫۱۸۱۰	$-۱٫۸۷ \pm ۰٫۳۲$
آبل ۲۱۴۲	۰٫۰۸۹۹	$-۰٫۴۴ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۲۱۶۳	۰٫۲۰۱	$-۱٫۶۲ \pm ۰٫۲۲$
آبل ۲۲۱۸	۰٫۱۷۱۰	$-۰٫۴۰ \pm ۰٫۰۵$
آبل ۲۲۵۶	۰٫۰۶۰۱	$-۰٫۲۴ \pm ۰٫۰۳$
CL ۰۰۱۶ + ۱۶	۰٫۵۴۵۵	$-۰٫۴۳ \pm ۰٫۰۳$

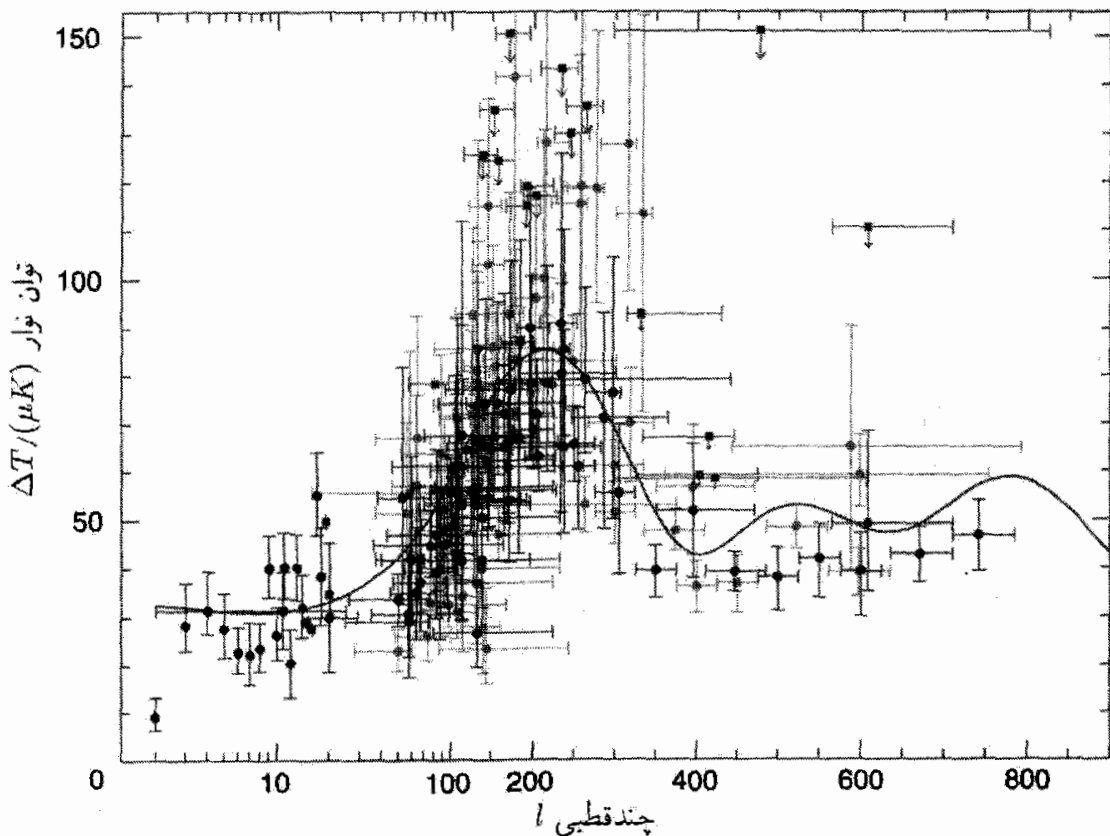
الف. اندازه‌گیریهای اخیر. برای مراجع مفصل نگاه کنید به

M. Birkinshaw, *Physics Reports*, 1999, **310**, 97-195, Tables 4 and 7.

میلی متری تابش فراکاهشانی و مغناطیس زمین) در سال ۲۰۰۰ صورت گرفت. آنها دامنه قله $\Delta T_{200} = (69 \pm 8) \mu\text{K}$ را در $l = 197 \pm 6$ قله آشکار ساختند که با $\Omega_0 = 1$ سازگار است. گروه در واقع طیف توان زاویه‌ای را در $l = 50-600$ اندازه گرفتند. در زمان نوشتن کتاب این نتایج مورد تحلیل بیشتر قرار می‌گیرند.

آزمایشهای آتی

پس از COBE چند آشکارسازی ناهمسانگردی MBR بر روی زمین انجام شده است. شکل ۲۹.۱۰ داده‌های گردآوری شده را نشان می‌دهد که در هنگام نوشتن کتاب روزآمد شده‌اند، اما با گذشت زمان افزایش می‌یابند! در هر صورت، این داده‌ها نشانگر خیز کوششهایی است که نتیجه مثبت آشکارسازی COBE فراهم ساخت.



شکل ۲۹.۱۰ برآورد توان-نوار اندازه‌گیریهای ناهمسانگردی CMB تا سپتامبر ۲۰۰۰. آشکارسازها با دایره‌های توپر نشان داده شده‌اند. مربعها حدود بالای 2σ را مشخص می‌کنند. مکان برحسب l نظیر قله تابع پنجره با عقب‌ماندگی صفر است. خطهای خطای افقی ناحیه‌ای از فضای l را مشخص می‌کنند که پنجره مورد کاوش است (در محدوده \sqrt{e} حساسیت قله). برای این آشکارسازها خط خطای 1σ برای توان نوار شامل عدم قطعیت‌های سیستماتیک شناخته شده است. خط‌های موجود در عرض باریکه و مدرج‌سازی، در صورت معلوم بودن، به حساب آورده شده‌اند و آلودگی پیش‌زمینه حذف شده است. آشکارسازهای مربوط به $l > 900$ و حدود بالای بالاتر از $\Delta T_l = 150 \mu K$ حذف شده‌اند. منحنی طیف پیش‌بینی شده برای مدل تخت با سیطره ثابت کیهان‌شناختی، و چگالی باریونی زیاد است که داده‌های اخیر آن را ترجیح می‌دهند.

پس از COBE دو آزمایش بلندپروازانه ماهواره‌ای دیگر تدارک دیده شده است. این دو عبارت‌اند از MAP و Planck. ماهواره اول را NASA، در ژوئیه ۲۰۰۱ برای اندازه‌گیری آسمان ریزموج در بسامدهای مختلف گستره ۹۰-۲۲ GHz با تفکیک ~ 20 دقیقه کمانی و حساسیت $\sim 35 \mu K$ به ازای هر تصویر-دانه پرتاب کرد. با ترکیب سه کانال با بیشترین بسامد، حساسیت را می‌توان به $20 \mu K$ به ازای هر تصویر-دانه افزایش داد. MAP از طیف توان MBR تا $l \sim 800$ نقشه‌برداری خواهد کرد.

نقشه‌بردار پلانک ESA در سال ۲۰۰۷ پرتاب می‌شود و تابش در گستره بسامدهای

10°GHz - 3° را با ابزار بسامد پایین و 90°GHz - 10° را با ابزار بسامد بالا اندازه می‌گیرد. تفکیک مورد انتظار $10^{\circ} \sim$ دقیقه کمانی است، با حساسیت $2 \times 10^{-6} \sim \Delta T/T$. به طور خلاصه، MBR را کیهان‌شناسان مهبانگ معدنی از اطلاعات می‌دادند. چون آن را باقی‌ماندهٔ عالم اولیه در نظر می‌گیرند، که لااقل به سطح آخرین پراکندگی مربوط می‌شود، طیف و ناهمسانگردیهای آن باید حاوی اطلاعات ارزشمندی دربارهٔ تحولات گذشتهٔ عالم باشد، درست همان‌طور که یک مکان باستان‌شناختی حاوی اطلاعات دربارهٔ تاریخ گذشته است. بدین ترتیب به پایان بحث مربوط به آزمونهای موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی می‌رسیم. بررسی وضعیت رصدی کلی را به پس از نگاه کردن به بررسیها و آزمونهای مربوط به ساختار بزرگ مقیاس عالم در فصل بعد موكول می‌کنیم.

تمرینها

۱. کهکشانی دارای قدرظاهری ۱۸ و قدرمطلق ۱۷- است. نشان دهید که فاصلهٔ این کهکشان از ما 10°Mpc است. در چه شرایطی این نتیجه‌گیری غلط است؟
۲. مدول فاصلهٔ مناسب برای فاصله‌های کیهان‌شناختی را تعریف کنید. نشان دهید که خطای $1/5$ قدر در مدول فاصله می‌تواند به خطای با ضریب ۲ در برآورد ثابت هابل بینجامد.
۳. دربارهٔ تأثیر خاموشی کهکشانی بر اندازه‌گیری فاصله‌های برون‌کهکشانی اظهار نظر کنید. اگر این اثر را نادیده بگیریم، برآورد ثابت هابل بیشتر از مقدار واقعی می‌شود یا کمتر؟
۴. دربارهٔ مدلهای خاموشی کهکشانی رایج بحث کنید. نشان دهید که مدل ووکولورز همواره با پارامتر خاموشی A بزرگتر از مقدار مربوط به مدل سندیج-تامان می‌انجامد. این اختلاف را برای عرضهای کهکشانی $b = 30^{\circ}$ و $b = 60^{\circ}$ برآورد کنید.
۵. فاصلهٔ کهکشانی نزدیک در $b = 30^{\circ}$ با رصد قیفاووسیهای آن و بهره‌گیری از رابطهٔ دوره‌به-درخشندگی برآورد شده است. نشان دهید که فاصلهٔ تخمینی آن که از مدل خاموشی ووکولورز به دست می‌آید همواره از آنچه با استفاده از مدل سندیج-تامان، پس از تصحیح برای خاموشی کهکشانی، حاصل می‌شود کوچکتر است. نسبت ثابت هابل در این دو مدل چقدر می‌شود؟
۶. رابطهٔ دورهٔ P (روز) و قدرمطلق بصری M قیفاووسیهای کهکشانی به صورت زیر است

$$M = -1.18 - 2.9^{\circ} \log P \quad (3 < P < 50).$$

یک قیفاووسی در کهکشانی نزدیک دارای دورهٔ 10° روز و قدرظاهری (تصحیح شده برای خاموشی کهکشانی) 20° است. با بهره‌گیری از این داده‌ها فاصله کهکشانی را برآورد کنید.

۷. در روش تعیین فاصله با انبساط اَبَرنواختر، برآوردهای v ، سرعت شیدسپهری، در زمانهای t_1 و t_2 به ترتیب v_1 و v_2 است. اگر شعاعهای زاویه‌ای در t_1 و t_2 به ترتیب θ_1 و θ_2 باشد، نشان دهید که برآورد فاصله اَبَرنواختر عبارت است از

$$\frac{v^2(t_2 - t_1) + R_0(1 - v_2/v_1)}{\theta_2 - \theta_1(v_2/v_1)}$$

که شعاع تابع قانون $R = v(t - t_0) + R_0$ است.

۸. اَبَرنواختری در NGC ۱۰۵۸ که دارای سرعت شیدسپهری $۸٫۶ \times ۱۰^۸ \text{ cm s}^{-۱}$ بود در تاریخ یولیانی ۲ ۴۴۰ ۵۶۸ (JD) ۲ ۴۴۰ ۵۸۹ دارای سرعت شیدسپهری $۰٫۰۳۹ \times ۱۰^{۱۵} \text{ cm s}^{-۱}$ شد. شعاعهای زاویه‌ای اَبَرنواختر در این تاریخها به ترتیب $۰٫۱۱۵ \times ۱۰^{۱۵} \text{ cm Mpc}^{-۱}$ و $۰٫۱۱۵ \times ۱۰^{۱۵} \text{ cm Mpc}^{-۱}$ بود. به کمک تمرین ۷، و نادیده گرفتن R_0 ، نشان دهید که فاصله اَبَرنواختر در حدود ۱۲ Mpc است و انبساط خارجی آن در تاریخ JD ۲ ۴۴۰ ۵۵۸ آغاز شده است (مبدأ تاریخ یولیانی اول ژانویه ۴۷۱۳ قبل از میلاد است).

۹. مشکلات رصدی موجود در تعیین دقیق ثابت هابل را بیان کنید.

۱۰. در چارچوب نیوتونی که در حوالی ما به کار می‌رود، قانون هابل همسانگرد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = H_0 \mathbf{r},$$

که بردار مکان کهکشانی نسبت به مبدأ است. اگر ناظر واقع در مبدأ با سرعت خاص \mathbf{w} ، رابطه سرعت فاصله ناهمسانگرد زیر را مشاهده کند

$$\mathbf{V}'(\mathbf{r}) = \mathbf{V}(\mathbf{r}) - \mathbf{w} = H_0 \mathbf{r} - \mathbf{w}.$$

نشان دهید که ثابت هابل مؤثر $H(\theta)$ در جهتی که با جهت سرعت خاص ناظر زاویه θ می‌سازد عبارت است از

$$H(\theta) = H_0 - \frac{w \cos \theta}{r}.$$

بنابراین $H(\theta)$ در حوض $(\theta = \pi)$ بیشینه و در اوج $(\theta = 0)$ کمینه است.

۱۱. فرض کنید که رباینده عظیم در فاصله r_0 قرار دارد. این موضوع سبب می‌شود که کهکشانهای حوالی ما به طرف آن کشیده شوند. نشان دهید منحنی سرعت فاصله که از کهکشانی ما مشاهده می‌شود به واسطه این اختلال به شکل «S» در می‌آید.

۱۲. درباره این موضوع اظهار نظر کنید که اگرچه انتقال به سرخ یک چشمه برون کهکشانی نزدیک را می توان به دقت اندازه گرفت، اما تفسیر آن به عنوان سرعت مورد استفاده در رابطه سرعت-فاصله هابل احتمالاً دارای خطاهایی خواهد بود.

۱۳. با بهره گیری از اطلاعات بخش ۲.۱۰ درباره مقیاسهای فاصله برون کهکشانی، چگالی درخشندگی مقیاسهای کهکشانی را به صورت h_0 به دست آورید. نشان دهید Ω_G که از نسبت جرم به نور اجسام درخشان به دست می آید مستقل از h_0 است.

۱۴. اگر $\sigma(r)$ چگالی جرم سطحی در نقطه P در فاصله r از مرکز کهکشان نازکی به شکل قرص باشد. نشان دهید که نیروی گرانشی F_r در P به طرف مرکز کهکشان از رابطه زیر به دست می آید

$$F_r = G \int_0^\infty \sigma(rx) x dx \int_0^{2\pi} \frac{(1 - x \cos \theta) d\theta}{(1 - 2x \cos \theta + x^2)^{3/2}}$$

۱۵. نشان دهید که انتگرال تمرین ۱۴ را می توان برای $\sigma(r) \propto r^{-1}$ محاسبه کرد و نتیجه منحنیهای چرخش تختی به شکل زیر است

$$v^2 = 2\pi G r \sigma(r) = \text{const.}$$

۱۶. درباره معنی تلویحی منحنیهای دوران تخت کهکشانیهای بیضوی بحث کنید. اگر جرم نامرئی وجود نداشته باشد، اما قانونهای نیوتون اصلاح شوند، تغییر نیروی گرانشی برحسب فاصله به چه صورت در می آید؟

۱۷. در توزیع جرم کروی کهکشانی از نوع SO، تابع توزیع ستاره از رابطه (۳۵.۱۰) به دست می آید. با این فرض که جرم همه ستارهها مساوی باشد و چگالی عددی آنها به صورت $r^{-\epsilon}$ ($\epsilon < 0$) تغییر کند، نشان دهید که جرم موجود در کره ای به شعاع r که با کهکشان هم مرکز است از رابطه (۲۳.۹) به دست می آید.

۱۸. به طور کیفی بگویید که چگونه سرعتهای خاص کهکشانیهای موجود در یک خوشه، توزیع نقطهها در نمودار دوبعدی کهکشانیهای یک گروه را واپیچیده می کند. این نقشه فاصله شعاعی کهکشانیها را از یک عضو برحسب فاصله عرضی آنها به دست می دهد.

۱۹. اگر σ و π مؤلفه های بردار فاصله کهکشان نوعی G از کهکشان ثابت G_0 از دید ناظر عمود و موازی برخط دید او باشد. اختلاف انتقال به سرخ بین G و G_0 ، $\pi H_0/c$ ، متشکل از مؤلفه کیهان شناختی و مؤلفه دوپلر ناشی از سرعت خاص w است. اگر w دارای تابع توزیع $f(w)$

باشد، نشان دهید که تابع همبستگی دونقطه‌ای $\xi(\sigma, \pi)$ با رابطه زیر به تابع همبستگی فضایی $\xi(r)$ مربوط می‌شود

$$\xi(\sigma, \pi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(w) \xi \left[\sqrt{\sigma^2 + \left(\pi - \frac{w}{H_0} \right)^2} \right] dw.$$

۲۰. در خوشه کپکشانهای کوما سرعت پراکندگی مشاهده شده 861 km s^{-1} و شعاع خوشه $4.6 h_0^{-1} \text{ Mpc}$ است. نشان دهید که جرم خوشه از قضیه ویرال $2.3 \times 10^{15} h_0^{-1} M_{\odot}$ به دست می‌آید. درخشندگی کل خوشه $75 \times 10^{12} h_0^{-2} L_{\odot}$ برآورد می‌شود. نشان دهید نسبت جرم به نور پارامتر η برای خوشه $300 h_0$ است.

۲۱. درباره مسئله جرم گمشده در خوشه‌ها و کپکشانها بحث کنید.

۲۲. نشان دهید اگر $\Omega_0 < 1$ باشد، برای بسته بودن عالم به جمله λ ای نیاز داریم که مقدار آن از

$$\frac{3H_0^2}{c^2} (1 - \Omega_0)$$

تجاوز کند.

۲۳. در یک خوشه گویسان محتوای فلزی $Z \sim 10^{-3}$ و نسبت ستارگان شاخه افقی به غولهای سرخ 0.9 است. نشان دهید در مدل $f = 1$ سن خوشه گویسان در حدود 11.9×10^9 سال است، در حالی که در مدل $f = 2$ به حدود 2.0×10^{10} سال افزایش می‌یابد.

۲۴. هسته ^{87}Rb با نیمه عمر $\tau = 4.7 \times 10^{10}$ سال به ^{87}Sr و می‌پاشد. $X(t)$ و $Y(t)$ تعداد این هسته‌ها در زمان t در یک شهابسنگ است، به طوری که $X(t) + Y(t)$ پایسته می‌ماند. اگر زمان تشکیل منظومه شمسی t_0 باشد. نشان دهید که نمودار فراوانیهای $X(t)/Z$ برحسب $Y(t)/Z$ ، که Z تعداد هسته‌های ^{86}Sr (بدون تغییر) است، خط راستی را تشکیل می‌دهد که شیب آن عبارت است از

$$\exp(\lambda t_0) - 1$$

که در آن $\lambda = \tau^{-1} \ln 2$.

۲۵. از (59.10) تا (62.10) رابطه (63.10) را نتیجه بگیرید.

۲۶. درباره این گزاره که مقادیر بسیار کم فراوانی ^4He (مثلاً $Y \leq 0.15$) برای تصویر استاندارد سنتز هسته‌ای مهبانگ نامطلوب هستند اظهار نظر کنید. این وضعیت برخلاف مورد موجود برای فراوانی دوتریم است.

۲۷. دربارهٔ تعداد لپتونهای مجاز در دورهٔ آغازین با توجه به فراوانی ${}^4\text{He}$ بحث کنید. چرا این نتیجه‌گیری موفقیتی برای سنتز هسته‌ای مهبانگ در نظر گرفته می‌شود؟

۲۸. فراوانی دوتریم چه محدودیتی را بر چگالی باریون در عالم اعمال می‌کند؟ فرض کنید عالم را بسته در نظر گرفته‌ایم. برای سازگاری این دو نتیجه چه اصلاحاتی را در مدل استاندارد مهبانگ پیشنهاد می‌کنید؟

۲۹. از رابطهٔ (ν, λ) کمترین مقدار λ لازم برای تطبیق فراوانی فعلی دوتریم با یک عالم بسته را تعیین کنید.

۳۰. به‌کمک شکل ۲۶.۱۰ بگویید آیا حدود مربوط به چگالی باریونی لازم برای تولید دوتریم و لیتیم در مقادیر مشاهده‌شده با یکدیگر سازگار هستند.

۳۱. با بهره‌گیری از نظریه‌ای که عبور یک موج الکترومغناطیسی با قطبش خطی و بسامد ν را از محیطی که حاوی n ذرهٔ باردار به جرم m و بار e و میدان مغناطیسی است توصیف می‌کند، نشان دهید که اگر H_{\parallel} مؤلفهٔ میدان مغناطیسی در جهت انتشار موج باشد، در حرکت نور در فاصلهٔ Δl قطبش خطی به اندازهٔ زاویهٔ زیر می‌چرخد.

$$\Delta\theta = \frac{ne^3}{2\pi m^2 c^2} H_{\parallel} \Delta l \nu^{-2}$$

بگویید چگونه می‌توان از این نتیجه (که به چرخش فاراده معروف است) برای بحث دربارهٔ وجود احتمالی پادماده در عالم استفاده کرد.

۳۲. دربارهٔ دلایل موجود به‌نفع و برعلیه وجود پادماده در عالم بحث کنید.

۳۳. نسبت ترازهای اشغال‌شدهٔ حالت‌های $J = 0$ و $J = 1$ مولکولهای CN در ستارهٔ ξ حوا 0.5 ± 0.05 و در ستارهٔ ξ برساوش 0.48 ± 0.15 است. اختلاف انرژی دو تراز برابر kT ، $T = 5,47\text{K}$ و وزنهای اشغال $3 = g_1/g_0$ است. از این داده‌ها نتیجه بگیرید که دماهای تابش فرودی به ترتیب در گسترهٔ $3.22 \pm 0.15\text{K}$ و $3.00 \pm 0.06\text{K}$ قرار می‌گیرد.

۳۴. اگر n چگالی عددی چشمه‌های مولد تابش زمینهٔ کیهانی باشد. مخروطی با زاویهٔ 2θ در محل ناظر تشکیل دهید که اگر این مخروط تا فاصله‌های کیهان‌شناختی امتداد یابد نوعاً شامل یک چشمه می‌شود. در این صورت θ زاویهٔ نوعی را نشان می‌دهد که در آن زمینهٔ تولیدشده ناهمگون است. نشان دهید که $\theta \sim (H_0/c)^{3/2} n^{-1/2}$ این نتیجه را در مورد ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموج در زاویه‌های کوچک به‌کار ببرید.

۳۵. با استفاده از فرمولهای تبدیل لورنتس چگالی شار از یک چارچوب به چارچوب دیگر، نشان دهید که اگر ناظر با سرعت ثابت V نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی حرکت کند، در

۵۲۰ آزمونهای رصدی موضعی دارای ...

تقریب $c \ll |V|$ انحراف دمایی زیر را در جهت بردار یکه k اندازه می‌گیرد

$$\frac{\Delta T}{T} \cong -\frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{k}}{c}$$

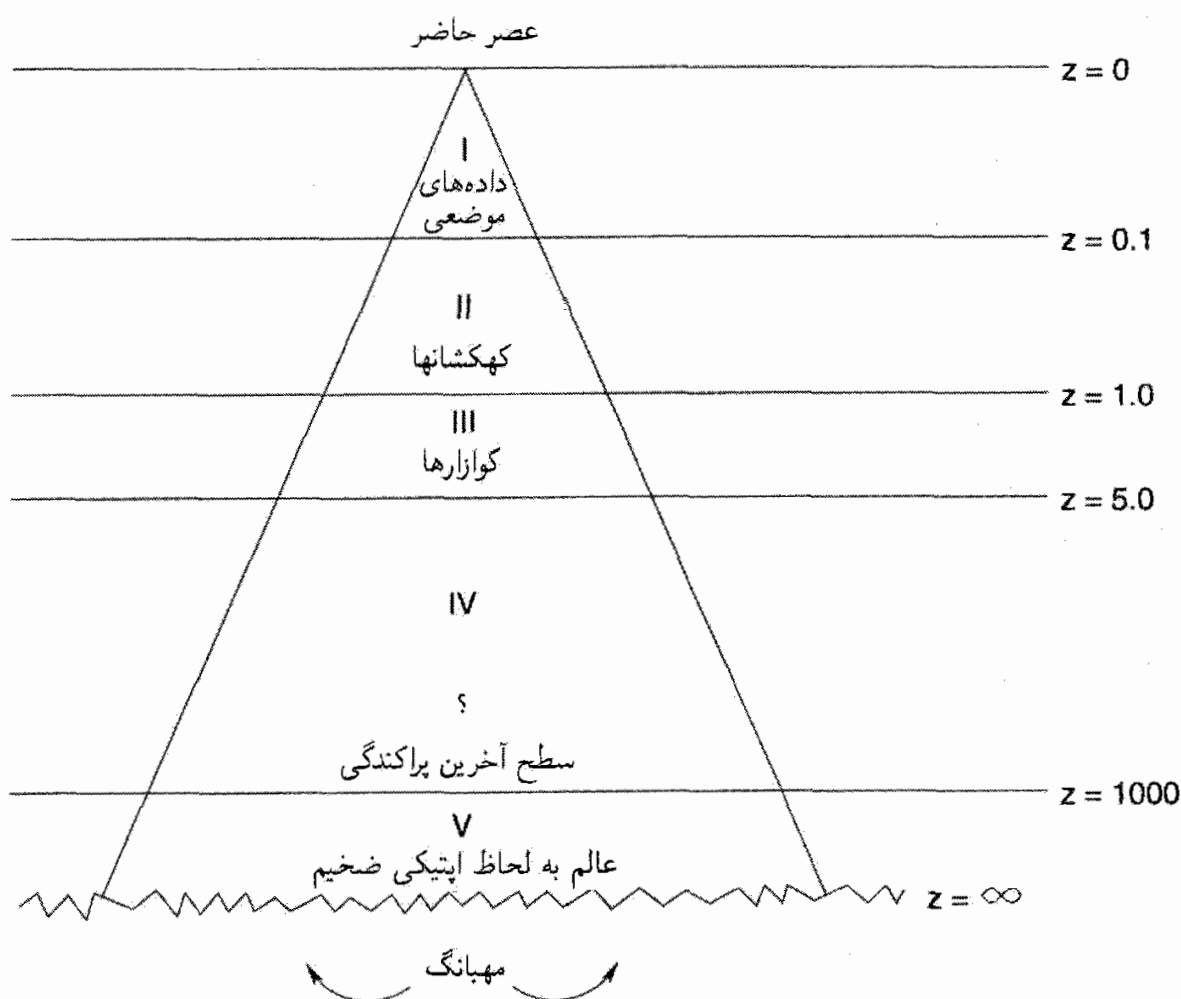
۳۶. می‌دانیم که یک پروتون پرنرژی در برخورد با فوتون ریزموج ۱۳ درصد انرژی خود را از دست می‌دهد تا پیونی را تولید کند. در زمینه ریزموج 55° فوتون در cm^3 وجود دارد و سطح مقطع متوسط برهم‌کنش بالا $2 \times 10^{-28} \text{cm}^2$ است. نشان دهید که پروتون بیشتر انرژی خود را در فاصله $4 \times 10^{25} \text{cm}$ از دست می‌دهد. پیامدهای این نتیجه را بر پرتوهای کیهانی پرنرژی با منشأ برون‌کهکشانی بیان کنید.

رصدهای مربوط به بخشهای دوردست عالم

۱.۱۱ مخروط نور گذشته

درواقع، همه رصدهای عالم به مخروط نور گذشته محدود می‌شود. با وجود این، می‌توان بین آزمونهای رصدی کیهان‌شناسی که در فصل ۱۰ بیان شد با آنچه در اینجا مطرح می‌شود فرق گذاشت. این تفاوت به کمک شکل ۱.۱۱ نشان داده شده است. نمودار طرح کلی مخروط نور گذشته یک ناظر کنونی را برحسب انتقال به سرخ کیهان‌شناختی بیان می‌کند. رصدهای توصیف‌شده در فصل ۱۰ در بالاترین منطقه I با $z \leq 0.1$ قرار می‌گیرند. در این منطقه، معمولاً می‌توان به یک چارچوب لخت موضعی رفت، و فیزیک نیوتونی و نسبیت خاص را به‌کار گرفت (نگاه کنید به بخش ۴.۲). گرچه اغلب مدل‌های کیهان‌شناختی اختلافهای هندسی خود را در حوالی ناظر کم می‌کنند، اما هنوز می‌توان اختلافهای فیزیکی را در این منطقه آزمود. به‌عنوان مثال، می‌توان کوشید تا q و Ω_0 را از رصدهای کهکشانی اندازه گرفت (نگاه کنید به بخش ۴.۱۰).

ناحیه II، $0.1 \leq z \leq 1$ ، کانونی برای مناقشه‌های اخترشناختی بوده است. در این ناحیه از رصدهای مربوط به کهکشانیها و چشمه‌های رادیویی برای تعیین سرشت هندسی عالم استفاده



شکل ۱.۱۱ توصیف کلی وضعیت رصدهای کیهان‌شناختی در امتداد مخروط نور گذشته. ناحیه‌های I تا V در کتاب توصیف و با عصرهای با انتقال به سرخ $z = 0, 0.1, 1.0, 5.0, 1000, \infty$ مشخص شده‌اند.

شده است. این ناحیه را در بخشهای ۲.۱۱ تا ۴.۱۱ به صورت دقیقتر بررسی خواهیم کرد. ناحیه III، $1 \leq z \leq 5.0$ ، عمدتاً از کوازارها و کهکشانهای با انتقال به سرخ بالا تشکیل شده است. هرگونه اختلاف هندسی موجود در مدل‌های کیهان‌شناختی متفاوت در ناحیه II در ناحیه III تقویت می‌شود. بدین دلیل انتظار داریم که کوازارها کاوه‌های مفید کیهان‌شناسی در این ناحیه باشند. با این همه، هنوز تعدادی از منجمان در توجیه منشأ انتقال به سرخ کوازارها احتیاط می‌کنند. در فصل پایانی کتاب، درباره این موضوع بحث خواهیم کرد، در حالی که در این فصل دیدگاه متداولتری را اختیار می‌کنیم.

ناحیه IV، که از $z = 5.0$ تا $z \approx 1000$ گسترده شده است، هنوز در دسترس رصدهای کیهان‌شناختی نیست، در حالی که ناحیه V، که ما را تا مهبانگ ($z = \infty$) عقب می‌برد، اصولاً

غیرقابل رصد است، چون فرض می‌شود به لحاظ اپتیکی ضخیم باشد (فصلهای ۵ تا ۷). البته، در طبقه‌بندی شکل ۱.۱۱ بیشتر به تصویر استاندارد مهبانگ داغ توجه شده است. در بعضی مدل‌های دیگر مانند کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا، ناحیه‌های IV و V وجود ندارند. اشیاء دور دست در فراتر از $z \sim 5$ در این کیهان‌شناسی موجودند، اما دارای انتقال به سرخ زیاد نیستند. درباره QSSC در فصل پایانی کتاب بحث خواهیم کرد.

در فصل ۱۰ آشکارا خود را به ناحیه I محدود کرده بودیم، اگر چه تفسیر باقی‌مانده MBR هسته‌های سبک، و ساختار بزرگ مقیاس ما را به‌طور غیرمستقیم به عصرهایی برد که فراتر از ناحیه‌های II-V قرار داشتند. با این همه، در اینجا خود را به رصدهای ناحیه II محدود می‌سازیم. با این زمینه ابتدا چهار آزمون کلاسیک برای ناحیه II را شرح می‌دهیم:

۱. رابطه انتقال به سرخ-قدر،
۲. شمارش تعداد اجسام برون‌کهنکشان،
۳. تغییر اندازه زاویه‌ای برحسب فاصله و
۴. تغییر روشنایی سطحی برحسب انتقال به سرخ.

به‌علاوه، درباره چند موضوع مربوط، مانند استفاده از کوازارها به‌عنوان کاوه بخشهای دور دست عالم بحث می‌کنیم.

۲.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر

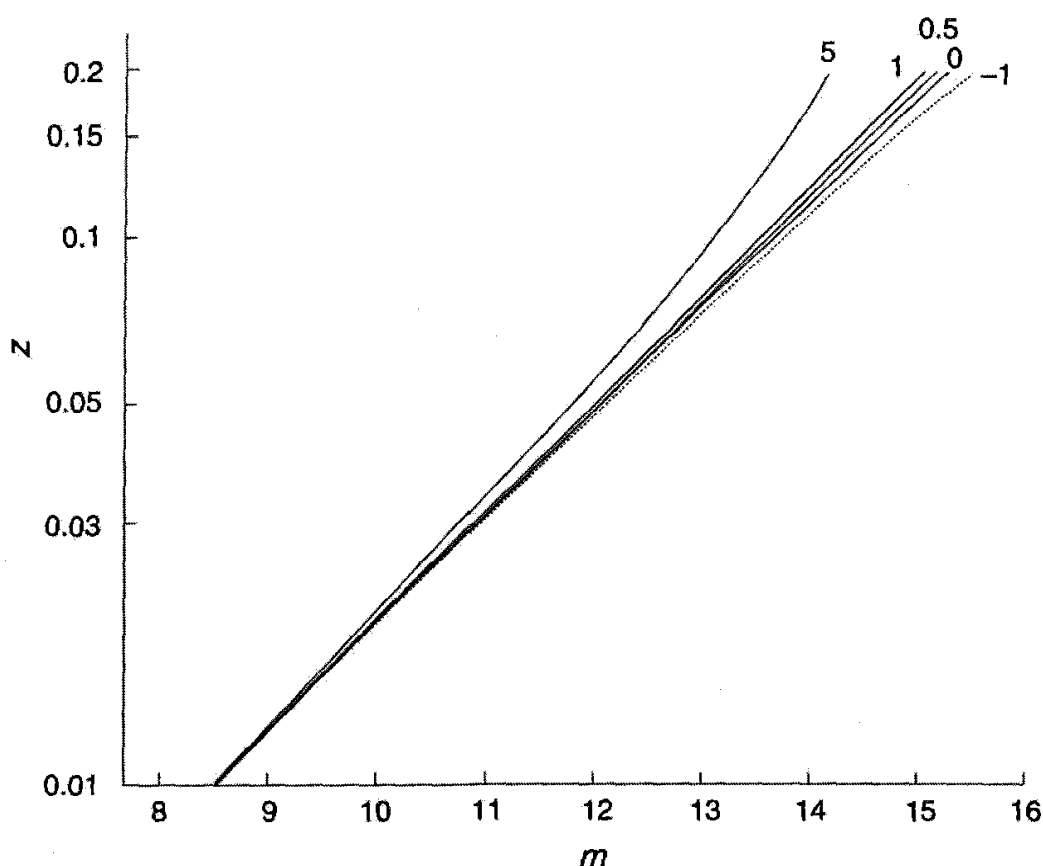
اصولاً، این بسط رابطه هابل به ناحیه II است. در فصل ۱۰ دیدیم که در ناحیه اطراف ما این رابطه با (6.10) نشان داده می‌شود که به‌صورت زیر است:

$$m - M = 42.38 - 5 \log h_0 + 5 \log z. \quad (1.11)$$

وقتی انتقال به سرخ کوچک نیست، این رابطه به‌طور کلی به چه شکل در می‌آید؟ پاسخ این پرسش را رابطه (56.3) بین چگالی شارو درخشندگی برای مدل‌های رابرتسون-واکر در اختیارمان می‌گذارد. کمیت مفید در این رابطه‌ها فاصله درخشندگی D است، که برای مدل‌های فریدمان تابع H_0 ، q_0 ، و z است. از (57.3) فصل ۳ و (83.4) فصل ۴، رابطه زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$m - M = 5 \log D - 5$$

$$= 5 \log \left(\frac{c}{H_0 q_0^2} \right) - 5 + 5 \log [q_0 z + (q_0 - 1) \sqrt{1 + 2q_0 z - 1}]. \quad (2.11)$$



شکل ۲.۱۱ مجموعه‌ای از منحنیهای (m, z) نظری برای $M = -۲۳,۸۸$, $h_0 = ۱$ ، که طبق رابطه تقریبی (۳.۱۱) برای مورد ۵, ۱, ۰/۵, ۰, $q_0 = -۱$ رسم شده‌اند. منحنی خط چین مدل پایا با $q_0 = -۱$ را نشان می‌دهد.

برای هر مدل فریدمان می‌توانیم m را برحسب z بیان کنیم. اگر به ناحیه‌های با انتقال به سرخ کوچک، که در آنها بسط تیلور مرتبه اول صادق باشد، علاقه‌مند باشیم، می‌توانیم (۲.۱۱) را به صورت زیر بنویسیم

$$m - M = ۴۲,۳۸ - ۵ \log h_0 + ۵ \log z + ۱,۰۸۶(۱ - q_0)z + o(z^2) \quad (۳.۱۱)$$

به کمک این رابطه می‌توان رفتار منحنیهای q_0 مختلف با افزایش z را فهمید. با شروع از رابطه هابل (۱.۱۱) یکسان، منحنیهای به تدریج به طرف خارج باز می‌شوند و مطابق شکل ۲.۱۱ منحنیهای با q_0 بالا به چپ و q_0 کم به راست می‌روند. این شکل منحنی مربوط به مدل حالت پایا را نیز نشان می‌دهد که دارای مقدار صوری $q_0 = -۱$ است. از این رو، به نظر می‌رسد که اگر در ناحیه II شکل ۱.۱۱ اندازه‌گیری می‌کنیم، باید بتوانیم بگوییم که داده‌های کدام q_0 را به بهترین نحو نشان می‌دهند.



شکل ۳.۱۱ آلن سنديج (۱۹۲۶-).

۱. ار. سنديج (نگاه كنيد به شكل ۳.۱۱) و همكارانش سالهاي زيادي را صرف اين آزمون كيهان‌شناختي كردند با اين اميد كه هندسه صحيح عالم را برملا سازند. اگرچه سنديج در سالهاي ۱۹۶۰ اغلب مقدار $q_0 \approx 1$ را ذكر کرده است، به تدريج معلوم شد كه تركيب تعدادي خطا اين آزمون را، لااقل در حال حاضر، غيرقطعي مي‌سازد. نتايج مختلف ناشي از كاربردهاي عملي اين آزمون را در زير بررسي مي‌كنيم. بعضي از اين موارد درك و شكل آنها تا اندازه‌اي حل شده است؛ حل بقيه آنها هنوز مشكلي همچنان پا برجاست.

با اين همه، در اواخر سالهاي ۱۹۹۰ كوشش جديدي در جهت احياي اين آزمون هنگامي صورت گرفت كه معلوم شد مي‌توان از ابرنواخترهاي نوع-Ia براي برآورد نسبتاً بدون ابهام m تا انتقال به سرخهاي به بزرگي تا ۱ ~ استفاده كرد. پس از توصيف كوششهاي كلاسيك به رهبري سنديج به اين تلاشهاي جديد باز خواهيم گشت.

۱.۲.۱۱ خطاهای رصدی و عدم قطعیتها

چند منبع عدم قطعیت و خطای سیستماتیک وجود دارد. در اینجا مهمترین آنها را به اختصار بررسی می‌کنیم.

حرکتهای موضعی

چون چارچوب مشاهده ما چارچوب سکون کیهان‌شناختی نیست، تصحیحات کوچکی را باید به عمل آورد. بنابراین، همان‌طور که در بخش ۳.۱° دیدیم، خورشید در کهکشان حرکت می‌کند و کهکشان دارای سرعت خاص است. اما، خوشبختانه این تصحیحات برای رصدهای مربوط به کهکشانهای دورتر و دورتر اهمیت کمتر و کمتری دارند (به‌عنوان مثال، نگاه کنید به تمرین ۱° در پایان فصل ۱°).

عدم قطعیت h_0

رابطه‌های (۲.۱۱) و (۳.۱۱) نشان می‌دهند که در مقایسه نسبی با منحنیهای دو مدل با q_0 مختلف، خطای h_0 از میان می‌رود.

تصحیح دهانه

به اهمیت این تصحیح به تدریج پی بردند. این تصحیح ناشی از آن است که کهکشانهای اجسام دارای لبه‌های تیز نیستند؛ بنابراین کم‌کم در زمینه نور آسمان محو می‌شوند. بنابراین، مقدار نور دریافتی از کهکشان نسبت به نور زمینه به دهانه تلسکوپ بستگی دارد.

جی. بی. گان^۱ و جی. بی. اوکه^۲ روش زیر را برای تصحیح دهانه پیشنهاد کرده‌اند. فرض کنید که قدرها را در نوار طول موجی به مرکز λ_0 اندازه می‌گیریم. در این صورت (۵۵.۳) چگالی شار را در λ_0 به صورت زیر به دست می‌دهد

$$\mathcal{F}(\lambda_0) = \frac{LI[\lambda_0 / (1+z)]}{4\pi(1+z)D^2(q_0, z)} \quad (4.11)$$

که $D(q_0, z)$ فاصله درخشندگی در مدل فریدمان مناسب است. فرض کنید درخشندگی L نسبت به تصویر شعاع ρ از مرکز کهکشان به صورت تابعی نمایی توزیع شده است

$$L(\leq \rho) = L_0 \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^\alpha, \quad \rho_* = \text{const.} \quad (5.11)$$

که α عددی از مرتبه واحد و با تقریبی خوب $\alpha = 0.7$ است.

حال اگر در عالم اینشتین-دوسیت زندگی می‌کردیم، تصویر شعاع ρ_0 در محل ما زاویه زیر را تشکیل می‌دهد (نگاه کنید به (۸۹.۴))

$$\gamma = \frac{H_0 \rho_0 (1+z)^2}{cD(\frac{1}{4}, z)} \quad (6.11)$$

در هر مدل فریدمان کلی، شعاع ρ در رابطه زیر همین زاویه را در مکان ناظر به وجود می‌آورد.

$$\gamma = \frac{H_0 \rho (1+z)^2}{cD(q_0, z)} \quad (7.11)$$

مقایسه (۶.۱۱) و (۷.۱۱) نشان می‌دهد که اگر منجم بخواند قدر ظاهری کهکشانی را در محدوده شعاع زاویه‌ای γ اندازه بگیرد، نور حاصل از شعاعهای مختلف (ρ و ρ_0) کهکشانی را، برحسب مدل فریدمان مورد استفاده، گردآوری می‌کند. اگر استانداردسازی را نسبت به مدل اینشتین-دوسیته انجام دهیم، باید درخشندگی را طبق رابطه (۵.۱۱) تصحیح کنیم. بنابراین، به جای L ثابت، باید داشته باشیم

$$L = L_0 \left(\frac{D(q_0, z)}{D(\frac{1}{4}, z)} \right)^\alpha \quad (8.11)$$

به طوری که (۴.۱۱) به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}(\lambda_0) = \frac{L_0 I[\lambda_0 / (1+z)]}{4\pi (1+z) D(q_0, z)^{2-\alpha} D(\frac{1}{4}, z)^\alpha} \quad (9.11)$$

برای تثبیت ایده‌ها گان و اوکه از $\rho_0 = 16 \text{ kpc}$ برای $h_0 = 0.6$ استفاده کردند.

فرمول (۹.۱۱) را با توجه به این موضوع تصحیح می‌کنیم که با تثبیت γ راه عبور نور از ناحیه کوچکتر ($q_0 > \frac{1}{4}$) یا بزرگتری ($\rho_0 < \frac{1}{4}$) از کهکشانی نسبت به $\rho = \rho_0$ برای $q_0 = \frac{1}{4}$ هموار می‌شود.

تصحیح-K

به این اثر در انتهای بخش ۷.۳ از طریق رابطه (۵۵.۳) اشاره کردیم. این تصحیح ناشی از این واقعیت است که وقتی یک منجم قدر یک کهکشانی با انتقال به سرخ بزرگ z در طول موج λ_0 را اندازه می‌گیرد، نور ناشی از کهکشانی در طول موج گسیلی $(1+z)^{-1} \lambda_0$ را دریافت می‌کند. از این رو، برای مقایسه $m(\lambda_0)$ دو کهکشانی با انتقال به سرخهای متفاوت، باید به این واقعیت توجه کنیم که قدرهای مطلق آنها در انتقال به سرخهای متفاوت اندازه‌گیری می‌شود.

با لگاریتم گرفتن از (۴.۱۱) و تبدیل قدرها، به دست می‌آوریم

$$m(\lambda_0) - M_{\text{bol}} = -2.5 \log\{I[\lambda_0 / (1+z)]\} + 2.5 \log(1+z) + 5 \log D - 5. \quad (10.11)$$

اگر تصحیح تابش‌سنجی مناسب را برای طول موج λ_0 اعمال کنیم به دست می‌آوریم

$$m_{\text{bol}} = m(\lambda_0) + \Delta m(\lambda_0).$$

اما، از (۱۰.۱۱) می‌بینیم که اگر بخواهیم از (۲.۱۱) استفاده کنیم باید تصحیح دیگری را انجام دهیم و به جای آن بنویسیم

$$m_{\text{bol}} = m(\lambda_0) + \Delta m(\lambda_0) - K(\lambda_0) \quad (۱۱.۱۱)$$

$$K(\lambda_0) = ۲٫۵ \log(۱ + z) - ۲٫۵ \log\{I[(\lambda_0 / (۱ + z))]\}. \quad (۱۲.۱۱)$$

بنابراین، باید تابع توزیع شدت $I(\lambda)$ را برای کهکشان منبع بدانیم. اوکه و سنديج در سال ۱۹۶۸ این اثر را به صورت کمی برآورد کردند. اخیراً، نجوم فرابنفش (UV) اطلاعات بیشتری را درباره $I(\lambda)$ برای کهکشانها در طول موجهای UV به دست داده است. برای z بزرگ، این طول موجها نسبت به طول موجهای اپتیکی مشاهده شده انتقال به سرخ می‌یابد (نگاه کنید به تمرین ۶).

اوکه و سنديج همچنین خاطرنشان ساختند که برآورد صحیح جمله K آنچه را که به اثر استینوس-ویتفورد^۱ معروف است و در سالهای ۱۹۵۰ مشاهده شد از میان می‌برد. این اثر مبتنی بر این مشاهده است که با افزایش انتقال به سرخ کهکشانها سرختر و سرختر به نظر می‌رسند. اگر این اثر واقعی بود، ایجاب می‌کرد که کهکشانهای دورتر—یعنی آنهایی که مربوط به عصرهای قدیمتر هستند—به طور سیستماتیک از کهکشانهای دوره فعلی سرختر باشند، و در نتیجه عالم باید در حال تحول باشد. بنابراین، مباحثه‌ای برضد عالم حالت پایا شکل گرفت، مباحثه‌ای که اکنون از اعتبار افتاده است.

بایاس مالمکوئیست^۲

اگر از درخشندگی میانگین کهکشانها در خوشه‌ای دوردست به عنوان شمع استاندارد استفاده کنیم، این بایاس وارد کار می‌شود. چون، با بررسی بیشتر و بیشتر خوشه‌های کهکشانی دوردست، بخش بزرگتر و بزرگتری از کهکشانهای ذاتاً کم نور را از دست می‌دهیم. بنابراین، در نمونه‌ای که به لحاظ قدر محدود شده است، توزیع درخشندگی در انتهای پایینتر قطع می‌شود که تأثیر آن در خوشه‌های هرچه دورتر بارزتر خواهد بود.

اثر اسکات^۱

این اثر که اولین بار بی. اسکات متوجه آن شد، از نوعی است که در برابر آن در بالا هشدار دادیم. چون توزیع روشنایی کهکشانیها در خوشه‌های مختلف حد بالایی تیزی ندارد، با نگرستن به فاصله‌های دور و دورتر، کهکشانیهای ذاتاً پرنور بیشتر و بیشتری را دست‌چین می‌کنیم. این اثر باعث می‌شود که q_0 را زیاد برآورد کنیم.

جذب میان کهکشانی

در سال ۱۹۷۶ اس. ام. چیترا^۲ و نگارنده اثر جذب در غبار میان کهکشانی را بر q_0 برآورد کردیم. چون گردوغبار باعث مبالغه در مقدار قدرها می‌شود، این اثر q_0 را دست‌کم می‌گیرد. این اثر می‌تواند حتی برای کسر ناچیزی از غبار میان کهکشانی قابل ملاحظه شود (نگاه کنید به تمرین ۸). درباره این موضوع مجدداً در هنگام بررسی رابطه $m-z$ در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا در فصل ۱۲ بحث خواهیم کرد.

تحول درخشندگی

یکی از جدیترین مشکلات آزمون انتقال به سرخ-قدر ناشی از تصحیح‌های نامطمئن درخشندگی مشاهده‌شده کهکشانیها در ارزیابی درخشندگی است. اگر همه کهکشانیها در عصر $t_G (< t_0)$ تشکیل شده بودند، با پیر شدن آنها درخشندگی $L(t)$ برحسب $t - t_G$ تغییر می‌کرد، پس درخشندگی فعلی $L(t_0)$ شاید برآورد موثقی از $L(t)$ نباشد. همان‌طور که می‌دانیم، برای هر انتقال به سرخ z دوره گسیل را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد

$$1 + z = \frac{S(t_0)}{S(t)}. \quad (13.11)$$

بازه $t - t_0$ را زمان نگاه به گذشته کهکشان می‌نامند. برای مقدار بسیار کوچک $(z \ll 1)$ ، $t \approx t_0$ و $L(t) \approx L(t_0)$. به هر حال، برای z در ناحیه II، $L(t)$ می‌تواند تفاوت قابل ملاحظه‌ای با $L(t_0)$ داشته باشد، و در نتیجه برونمایی بر مبنای کهکشانیهای اطراف (که $L(t_0)$ را به دست می‌دهد) شاید برای خوشه‌های دوردست مناسب نباشد. بتاتریس تینسلی^۳ نخستین کسی بود که متوجه اهمیت این اثر شد و آن را به صورت کمی به دست آورد. اصولاً، تحول $L(t)$ ناشی از تحول ستارگان موجود در کهکشان است. در اینجا وارد جزئیات استدلالهای تینسلی نمی‌شویم، بلکه فقط قاعده تجربی ناشی از آنها را بیان می‌کنیم.

جمعیت ستاره‌ای در بیضویهای غول‌آسایی که سنجید به کار برد، عمدتاً بسیار پیرو مانند ستارگان جمعیت II در قرص کهکشان ما غنی از فلز بودند. برای تخمین درخشندگی کل آنها باید «تابع جرم اولیه» (IMF) آنها را می‌دانستیم. IMF اساساً توزیع تعداد نسبی ستارگان (در یک خوشه) را در گستره جرمهای متفاوت در زمان تشکیل مشخص می‌کند. چون آهنگ تحول ستاره به جرم آن بستگی دارد، IMF در تعیین ترکیب بعدی خوشه اهمیت دارد. در ناحیه بصری، درخشندگی کل این جمعیت در قانون زیر صدق می‌کند

$$L(t) \propto t^{-1,3+0,3x} \quad (14.11)$$

که x شیب IMF برای ستارگان در گستره $0,8M_{\odot} < M < 1,2M_{\odot}$ (چون برای ناحیه II، $t \ll t_G$ است، رابطه (14.11) را به جای $t - t_G$ بر حسب t نشان می‌دهد). IMF سالپتر^۱ در حوالی خورشید دارای $x \approx 1,35$ است. بنابراین، وابستگی $L(t)$ به t در (14.11) نزدیک به t^{-1} است.

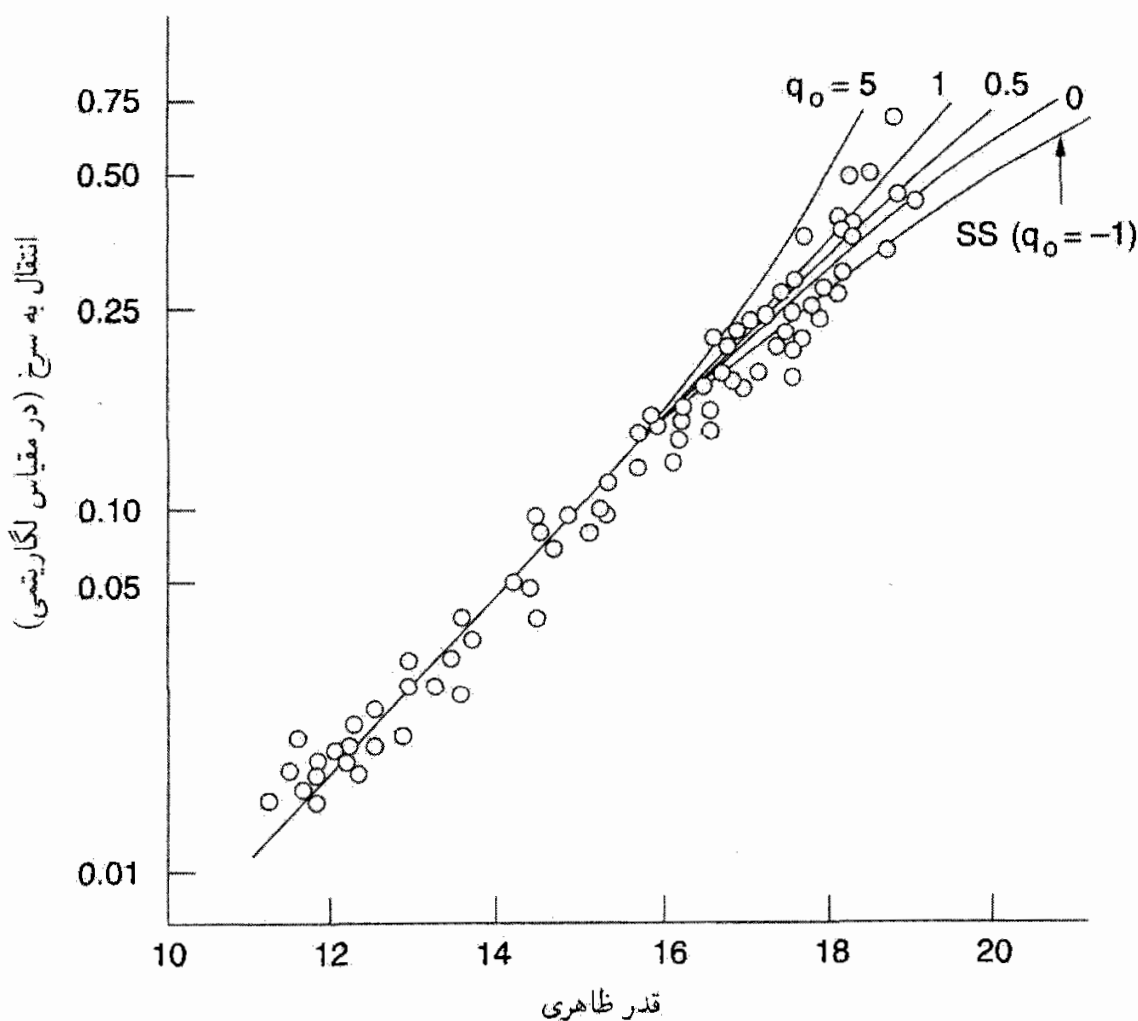
۲.۲.۱۱ نمودار هابل

همه این اثرها روی هم رفته آرایه چشمگیری از مسائل را تشکیل می‌دهند که به دست آوردن مقدار «واقعی» q_0 را بسیار مشکل (و در حال حاضر غیرممکن!) می‌سازد. به عنوان مثال، اگر اثر دهانه و تحول درخشندگی را با هم در نظر بگیریم، رابطه درجه اول $m-z$ ، به جای (3.11) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} m - M = & 42,38 - 5 \log h_0 + 5 \log z \\ & + 1,086z \left(\frac{2 - \alpha}{2} \right) \left[q_0 - \frac{2}{2 - \alpha} \frac{1}{H_0} \frac{1}{L_0} \left(\frac{dL}{dt} \right)_{t_0} \right] \\ & + 1,086 \frac{\alpha}{4} z + \mathcal{O}(z^2). \end{aligned} \quad (15.11)$$

در اینجا برای برآورد $L(t)$ از بسط تیلور تا مرتبه اول استفاده کرده‌ایم. از (15.11) به راحتی می‌بینیم که برای تحول درخشندگی که از (14.11) به دست می‌آید، تصحیح مرتبه اول q_0 عبارت است از

$$\Delta q_0 = (2 - 0,5x)(H_0 t_0)^{-1} \quad (16.11)$$



شکل ۴.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر برای پرنورترین اعضای خوشه. تعدادی منحنی نظری $(q_0 = 5, 1, 0.5, 0, -1)$ بر داده‌ها نهاده شده است. SS نشانگر مدل حالت پایاست.

حاصلضرب $H_0 t_0$ تابع q_0 (و اگر از کیهان‌شناسی λ بهره بگیریم، تابع λ) است. اما، روشن است که q_0 واقعی به اندازه Δq_0 از q_0 مشاهده شده کمتر است.

آلن سن‌دیج، با پیشرفت فناوری رصدی، یک برنامه طولانی مدت مطالعه رابطه هابل تا انتقال به سرخ‌های بزرگتر و بزرگتر را اجرا کرده است. سن‌دیج متوجه شد، تا آنجا که به خوشه‌های دوردست مربوط می‌شود، روشنترین و پرجرمترین کهکشان بیضوی موجود در خوشه، شمع استاندارد خوبی را در اختیار می‌گذارد. معلوم شده است که تغییر درخشندگی این کهکشانهای بیضوی از یک خوشه به خوشه برای خوشه‌های نزدیک به طور قابل ملاحظه‌ای کوچک است. این موضوع مهم است، زیرا با مشاهده تغییرات سیستماتیک شمع استاندارد می‌توان متوجه اثرهای دروغین شد.

شکل ۴.۱۱ نشان می‌دهد که نمودار هابل برای کهکشانهای موجود در ناحیه II پس از تصحیحات مختلف (بجز تصحیح تحول درخشندگی) چگونه به نظر می‌رسد. برای مقایسه تعدادی

از منحنیهای نظری شکل ۲.۱۱ بر روی داده‌های کهکشانی نهاده شده است. اگرچه نمودار هابل دارای پراکندگی مختصر معقولی است، اما چندان فشرده نیست که به راحتی بتوان (با اطمینان کامل) هیچ کدام از منحنیهای نظری را کنار گذاشت. به علاوه، چون q_0 منفی مجاز نیست، عالم در حال شتابگیری کیهان‌شناسیهای λ را نمی‌توان کنار گذاشت.

این بخش را با مرور مختصر دو کیهان‌شناسی غیراستاندارد به پایان می‌بریم. در سالهای ۱۹۶۰ ادعای $q_0 \approx 1$ سن‌دیج برخلاف پیش‌بینی $q_0 = -1$ حالت پایا بود. اما، اکنون خطاهای رابطه $m-z$ به‌گونه‌ای است که مقدار q_0 برآوردشده با این روشها دارای میله‌های خطای بزرگ است. در واقع، چنانکه خواهیم دید، رصدهای فعلی معمولاً به نفع q_0 منفی است. به طوری که در فصل پایانی خواهیم دید، این داده‌های اخیر را کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا با وارد کردن گردوغبار میان ستاره‌ای به صورت رشته‌های فلزی توجیه می‌کند.

۳.۲.۱۱ نمودار هابل که با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia به دست آمده است

در سالهای ۱۹۸۰ متوجه شدند که ابرنواخترهای نوع Ia را می‌توان به صورت زیر به عنوان شمع استاندارد به کار برد. منحنی نور این ابرنواخترها دارای افت و خیز مشخصه متفاوتی در مدت ۳۰ روز است که با کاهش بسیار کندتری دنبال می‌شود. درخشندگی بیشینه ابرنواختر نوع Ia برای این جمعیت مقدار تقریباً یکنواختی را نشان می‌دهد، که پاشیدگی آن بیش از ۰/۱۵ قدر نیست. قبلاً در فصل پیش دیدیم که این ویژگی به اندازه‌گیری ثابت هابل کمک کرده است. با این همه، با فراتر رفتن از آن مشاهده می‌کنیم که چون درخشندگی قله این ابرنواخترها زیاد است، می‌توان آنها را در کهکشانهای دوردست تشخیص داد. بنابراین برای تعیین رابطه $m-z$ از انتقال به سرخهای $1 \sim$ یا حتی بیشتر مناسب هستند.

در سال ۱۹۸۸ طرح کیهان‌شناسی ابرنواختر^۱ (SCP) آغاز شد و جستجوی منظم و رصد این ابرنواخترها را چند رصدخانه در سراسر جهان با تلسکوپهای گروه $m-4$ آغاز کردند. از تلسکوپهای Kech I و II و نیز تلسکوپ $m-3/6$ ESO برای اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ و تعیین طیف استفاده شد. پایگاه داده‌ها در حال رشد است.

در سال ۱۹۹۹ پرلمتر^۲ و همکاران با استفاده از ۶۰ ابرنواختر نمودار هابل را رسم کردند. ۱۸ تای از اینها مربوط به کار هاموی^۳ و همکاران روی ابرنواخترهای نزدیک بود. از اینها به عنوان نقطه صفر نمودار استفاده شد، و ۴۲ ابرنواختر دیگر مربوط به SCP با انتقال به سرخهایی بودند که از ۰/۱۸ شروع می‌شد و تا ۰/۸۳ می‌رسید.

می‌توان مدل‌های فریدمان نظری را با استفاده از فرمول $D(z, q_0)$ فصل ۴ به این داده‌ها برازش داد. اما، این برازشها هرگز چندان رضایت‌بخش نبودند و فضای پارامتر را باید بسط می‌دادند تا شامل ثابت کیهان‌شناختی شود. جنبه‌های نظری این مدلها را به اختصار بررسی می‌کنیم، و نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان رابطه $m-z$ را به صورت عددی به دست آورد. پارامترهای بی‌بعد مورد نظر عبارت‌اند از

$$\Omega_0 = \frac{\Lambda \pi G \rho_0}{3 H_0^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\lambda c^2}{3 H_0^2} \quad (17.11)$$

که به ترتیب، پارامتر چگالی و پارامتر ثابت کیهان‌شناختی هستند.

با استفاده از فرمولهای فصل ۳ و ۴ می‌توان رابطه زیر را بین مختصات شعاعی رابرتسون-واکر

r و z نوشت

$$r(z) = \int_{S(t_0)/(1+z)}^{S(t_0)} \frac{c \, dS}{S \dot{S}}. \quad (18.11)$$

به راحتی می‌توان دید، که با استفاده از معادله (۱۱۲.۴)، می‌شود رابطه بالا را در مورد تخت ($k = 0$) به صورت زیر نوشت

$$r(z) = \frac{c}{H_0} \int_1^{1+z} \frac{dx}{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_0 x^3}}. \quad (19.11)$$

حال با استفاده از رابطه درخشندگی-فاصله $D = rS(t_0)(1+z)$ می‌توان، در تقریب

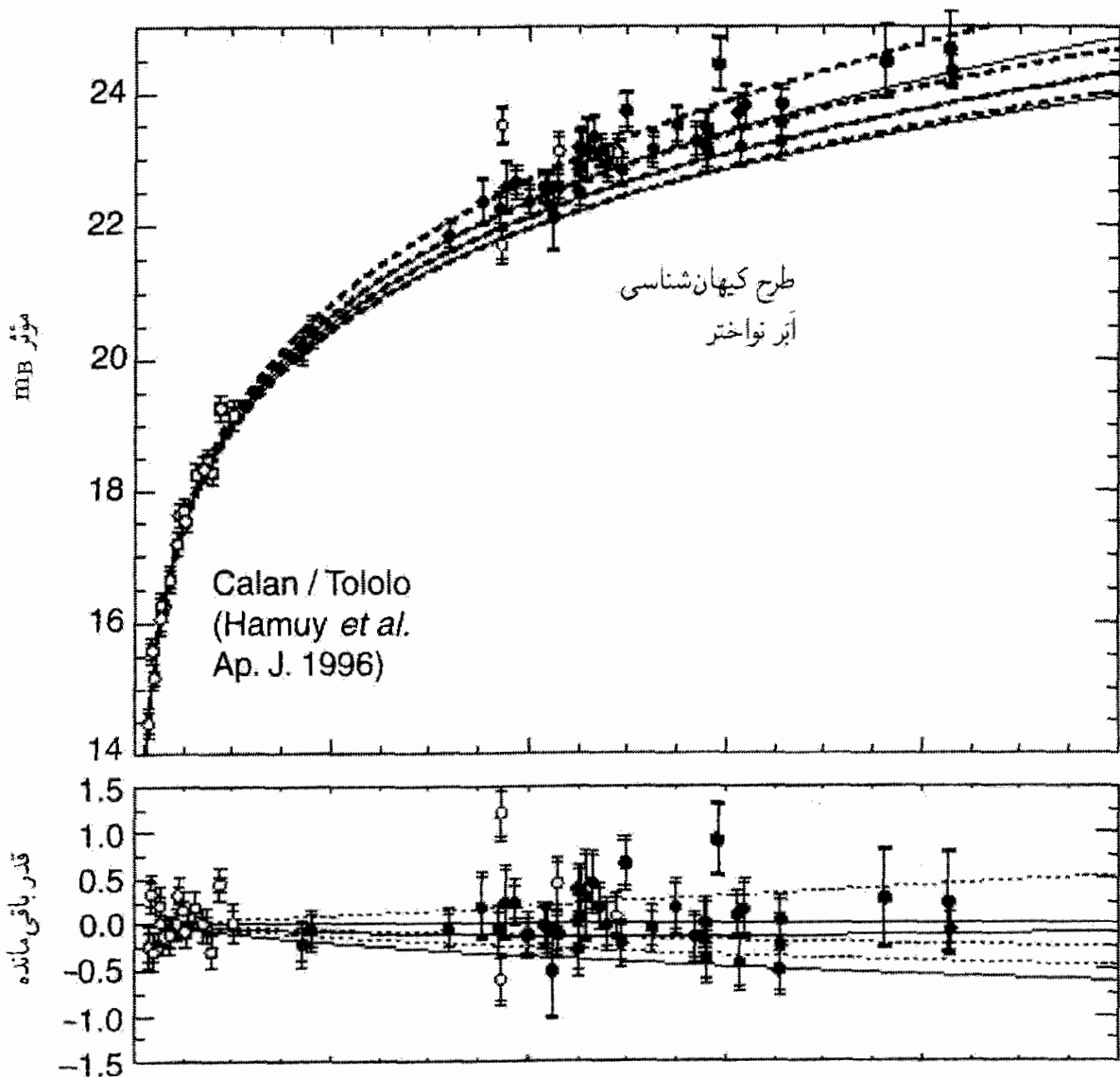
اول، رابطه $m-z$ زیر را نوشت:

$$m(z) = -2.5 \log L + 5 \log D + \text{const}. \quad (20.11)$$

البته این رابطه را باید برای تصحیح k و سایر اثرهای ممکن که قبلاً ذکر شد، تصحیح کرد. L ، چنانکه قبلاً گفتیم، حاوی نوعی پاشیدگی در اطراف درخشندگی شمع استاندارد میانگین است. در برازش بهترین منحنی به داده‌ها باید پاشیدگی در قدرهای ظاهری به حساب آورده شود. شکل‌های ۵.۱۱ و ۶.۱۱ نشان می‌دهد که چگونه مدل‌های نظری مختلف به رصدها برازش می‌یابند.

پرلماتر و همکاران دریافته‌اند که ساده‌ترین مدل فریدمان، یعنی مدل اینشتین-دوسیتته تخت، برازش آماری رضایت‌بخشی ندارند. با این همه، اگر ثابت کیهان‌شناختی غیرصفری را در نظر بگیریم، مدل تخت به خوبی برازش می‌یابد. یعنی، در سازگاری با (۱۱۵.۴)، یعنی

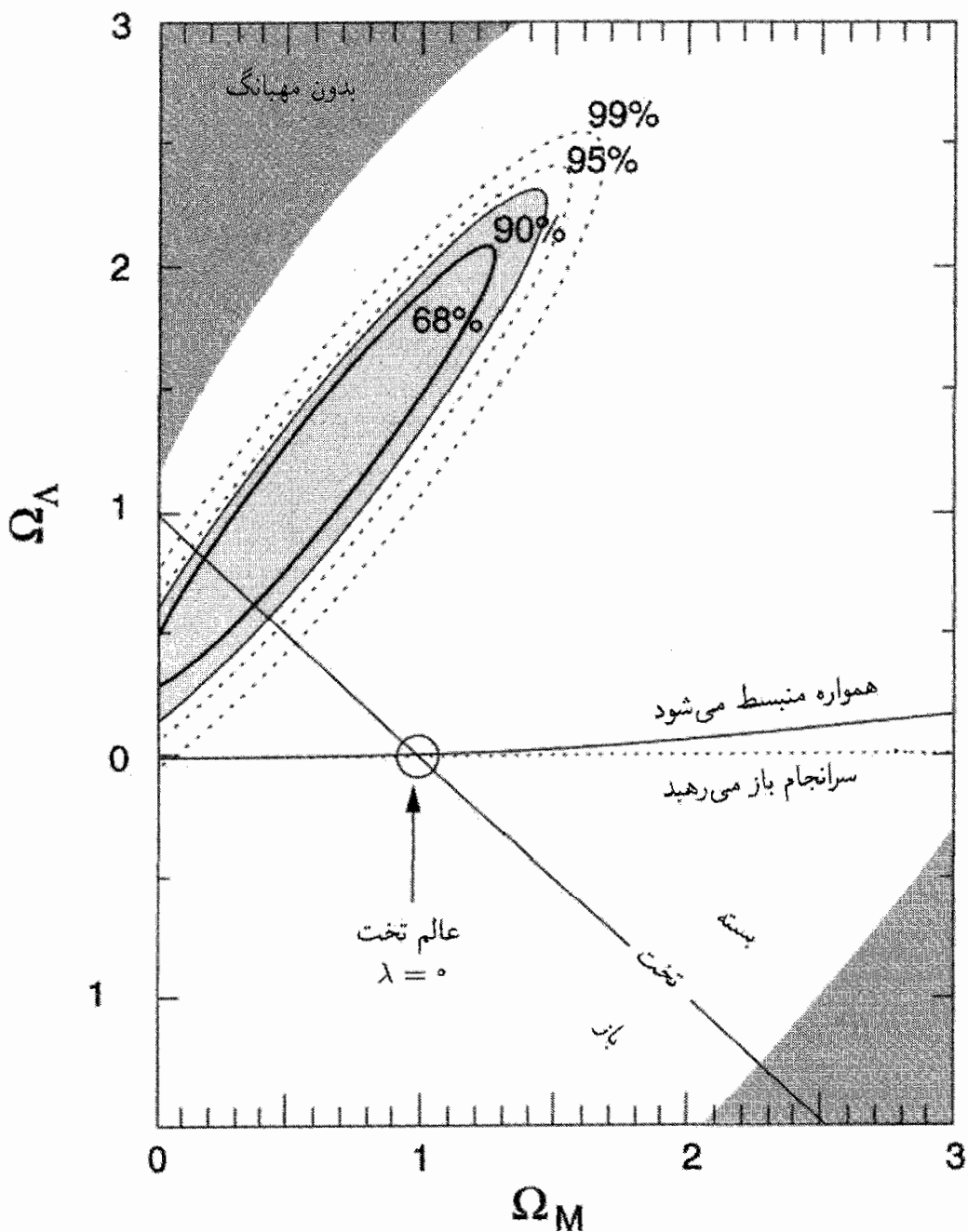
$$\Omega_\Lambda + \Omega_0 = 1$$



شکل ۵.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر که پرلماتر و همکاران، ۵۶۵، ۵۱۷، *Ap. J.*، با استفاده از داده‌های ابرنواخترهای نوع Ia به دست آورده‌اند. منحنیهای خط چین با ثابت کیهان‌شناختی غیرصفر بهتر به داده‌ها برازش می‌یابند.

مدل دارای $\Omega_0 = 0.28$ بهترین برازش را به دست می‌دهد. این موضوع نیاز به یک ثابت کیهان‌شناسی به بزرگی $0.7 \approx$ دارد. به عبارت دیگر، اگر از رابطه (۱۱۳.۴) استفاده کنیم، عالم دارای $q_0 \approx -0.6$ می‌شود.

بدیهی است که با توجه به اهمیت فراوان این یافته‌ها، پیگیری دقیقی باید صورت گیرد. چند پرسش مطرح می‌شود. چقدر اطمینان داریم که تحولی در ابرنواختر صورت نمی‌گیرد که تفسیر شمع استاندارد آنها را ضایع کند؟ تعداد چهار تا پنج ابرنواختر را باید در برازش منحنی به داده‌ها کنار گذاشت چون از بهترین منحنی بسیار دورند. چرا؟ آیا توضیح دیگری سوی مسئله ثابت



شکل ۶.۱۱ ناحیه‌های اطمینان مختلف در صفحه $[\Omega_0, \Omega_\Lambda]$ بر مبنای کار پرلماتر و همکاران *Ap. J.* ۵۱۷، ۵۶۵. توجه کنید که مدل‌های λ -صفر، حتی مدل‌های باز، دور از ناحیه‌های مجاز قرار می‌گیرند.

کیهان‌شناختی برای کم نور شدن اضافی اَبَرنواخترها وجود دارد؟ عده‌ای به اثر احتمالی گردوغبار در کیهان‌شناسی استاندارد متوسل شده‌اند. در بخش ۱.۲.۱۱ درباره این موضوع صحبت کردیم. اثر تدریجی بر طیف، یعنی، سرخ‌شوندگی، به‌عنوان یک جنبهٔ بارز برای مطالعات بیشتر مطرح شده است. وقتی به این آزمون در فصل بعد برگشتیم، نقش گردوغبار میان کهکشانی را در کیهان‌شناسی

حالت شبه پایا بررسی می‌کنیم. همین‌طور در فصل بعد خواهیم دید که چگونه این آزمون نقش مکملی را در فضای پارامتر در رابطه با تابش زمینه ریزموج ایفا می‌کند.

۳.۱۱ شمارش تعداد اجسام برون‌کهکشانی

تاکنون، کار قابل ملاحظه‌ای در مورد شمارش تعداد سه نوع جسم برون‌کهکشانی: (۱) کهکشانها، (۲) چشمه‌های رادیویی، و (۳) کوازارها انجام شده است. از این اجسام بحث درباره کوازارها را به بخش ۶.۱۱ موکول می‌کنیم و فقط کهکشانها و چشمه‌های رادیویی را در نظر می‌گیریم، اگرچه مورد اخیر در مواردی شامل کوازارها می‌شود.

ایده اصلی در ورای این آزمونها پی بردن به این موضوع است که آیا این شمارش تعداد سرشت هندسه فضا زمان پیش‌بینی شده توسط اغلب مدلها را آشکار می‌سازد. فرض کنید که گروهی از اجسام را در اختیار داریم که (۱) به صورت یکنواخت در فضا توزیع شده‌اند و (۲) دارای درخشندگی یکسان L هستند. اگر علاوه بر آن فرض کنیم که (۳) عالم از نوع مینکوفسکی، یعنی دارای هندسه فضایی اقلیدسی است، تعداد چشمه‌ها تا فاصله معین R به صورت زیر خواهد بود

$$N \propto R^3 \quad (21.11)$$

در حالی که شار از ضعیفترین چشمه‌ها تا فاصله R به صورت زیر است

$$S \propto R^{-2}. \quad (22.11)$$

با حذف R بین دو رابطه، به دست می‌آوریم

$$N^2 S^3 = \text{const.}, \quad \text{یعنی} \quad \frac{d \log N}{d \log S} = -1.5 \quad (23.11)$$

بنابراین، رابطه (۲۳.۱۱) نشان می‌دهد که N و S با سه فرض (۱)، (۲)، (۳) به هم مربوط‌اند. با این فرضها N حجم و $S^{-1/2}$ شعاع ناحیه کروی به مرکز ناظر را اندازه می‌گیرد، و (۲۳.۱۱) رابطه حجم و شعاع در هندسه اقلیدسی است.

در بخشهای (۱۱.۳ و ۸.۴) دیدیم وقتی مدلهای رابرتسون-واکر را در نظر می‌گیریم چگونه رابطه حجم-شعاع با قانون مکعبی هندسه اقلیدسی تفاوت پیدا می‌کند. همین‌طور در این بخشها دیدیم که چگونه می‌توان رابطه‌های نظیر آن را در هندسه‌های نااقلیدسی به دست آورد. از این رو، اصولاً می‌توان سازگاری رابطه مشاهده شده را با یکی از مدلهای کیهان‌شناختی مختلف آزمایش کرد. متأسفانه، همان‌طور که با شمارش کهکشانها و چشمه‌های رادیویی مختلف در زیر خواهیم دید، خطاهای مختلف، مانند آزمون $m-z$ ، مانع از نتیجه‌گیری مشخص می‌شود.

۱.۳.۱۱ کهکشانشا

در سال ۱۹۳۶ هابل برای تمیز گذاشتن بین مدل‌های عالم به شمارش کهکشانشا پرداخت. اما، مجبور به کنار گذاشتن این آزمون شد، زیرا تعداد کهکشانشایی که باید شمرده می‌شد بسیار زیاد بود، و بجز در مواردی که به عمق فضا بردیم نمی‌توانیم هیچ تفاوت قابل ملاحظه‌ای را با هندسهٔ اقلیدسی آشکار سازیم. چون منجم اپتیکی شارها را برحسب قدر اندازه می‌گیرد، رابطهٔ (۲۳.۱۱) را می‌توان به صورت رابطهٔ تعداد-قدر بیان کرد

$$\frac{d \log N}{dm} = 0.6. \quad (24.11)$$

برنامهٔ هابل را اخیراً عده‌ای با ابزارهای الکترونیکی و قطعات حالت جامد بسیار، که شمارش کهکشانشای با قدرهای بسیار ضعیف ($m \sim 24$) امکان‌پذیر می‌سازد، از سر گرفته‌اند. به‌عنوان مثال، در سال ۱۹۷۹ جی. ا. تیسون^۱ و جی. اف. یارویس^۲ از روشهای آشکارسازی خودکار و طبقه‌بندی کهکشانشا بر روی صفحه‌ها استفاده کردند. مشکل اصلی در قدرهای ضعیف تشخیص ستارگان از کهکشانشاست.

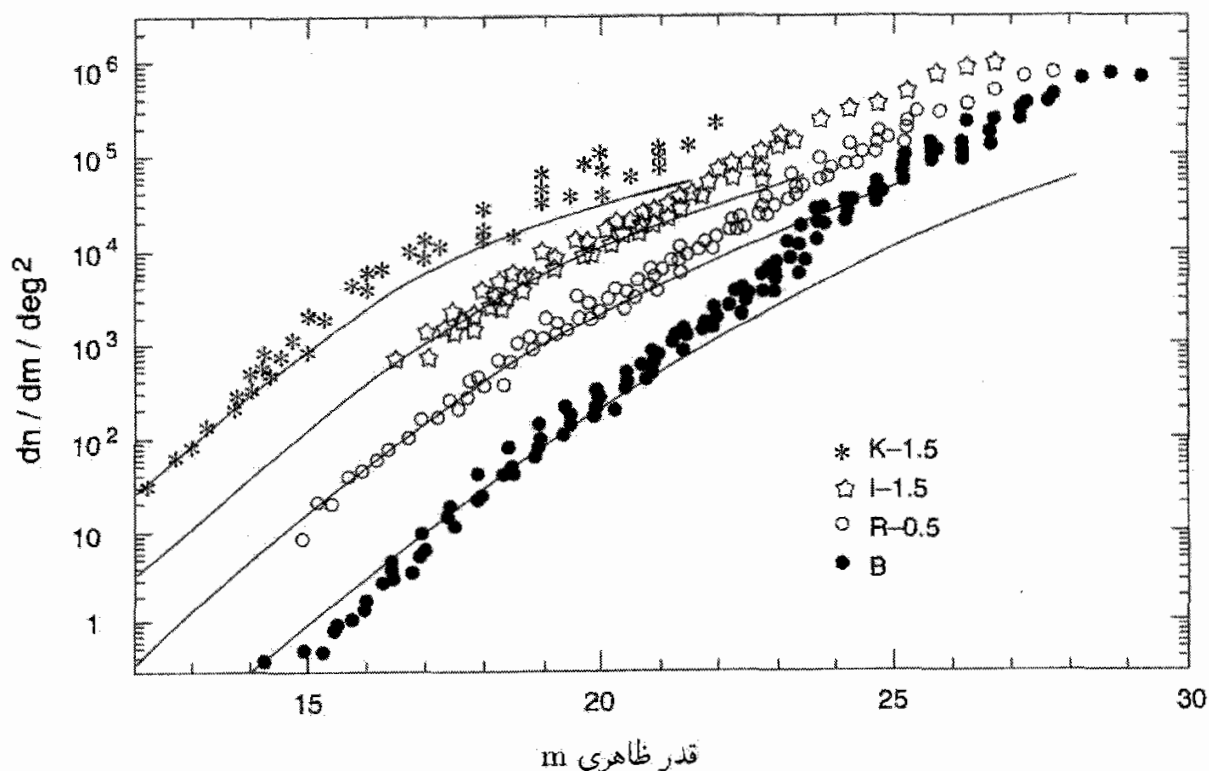
در دو دهه‌ای که از آن زمان می‌گذرد، تصویرگیری از کهکشانشا و طیف‌نمایی در سطح کم‌نور پیشرفت قابل ملاحظه‌ای کرده است و می‌توان با استفاده از اثرهایی که قبلاً در این فصل بررسی شد، مانند تصحیح دهانه و تصحیح- K ، شمارشهای دقیقتری از کهکشانشا به دست آورد. همین‌طور باید تصمیم بگیریم که تابع درخشندگی تا چه حد برحسب زمان تحول می‌یابد. مثلاً، تابع درخشندگی شکرکه از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\Phi(L) \propto \left(\frac{L^*}{L}\right)^{5/4} \exp\left(-\frac{L}{L^*}\right) \quad (25.11)$$

در عصر حاضر به خوبی کاربرد دارد. یعنی، کهکشانشا دارای L ثابت نیستند، بلکه توزیعی از L دارند. ثابت L^* نظیر قدر مطلق $20.6 -$ است. پرسشی که باید به آن پاسخ داد این است: اگر کهکشانشا در عصری کم‌ویش منحصر به فرد (یا در گسترهٔ زمانی نسبتاً باریک) تحول یافته‌اند، پس چرا تحول ستارگان در آنها در درخشندگی و در نتیجه تابع درخشندگی آنها مؤثر است؟

برای به حساب آوردن تصحیح- K باید تابع شدت $I(\lambda)$ را برای کهکشانشا در فرابنفش بدانیم. تصحیح- K هنوز ناشناخته است، بنابراین می‌توان گسترهٔ وسیعی از مدل‌های فریدمان و همین‌طور حالت پایا را در نوار عدم قطعیت به کاربرد. با این همه، اگر فرض کنیم $I(\lambda) \propto \lambda^\alpha$ ، به دست می‌آوریم

$$K(z, \lambda_0) = 2.5(\alpha + 1) \log(1 + z). \quad (26.11)$$



شکل ۷.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی کهکشانی در چهار نوار B, R, I و K در گستره قدرهای ۱۲-۲۸ ~ در اینجا نشان داده شده‌اند. توجه کنید که شمارشها در قدرهای زیاد، همان‌طور که برای متناهی ماندن روشنایی آسمان لازم است، تخت می‌شود. خطهای نشان‌داده‌شده شمارشهای مربوط به مدل‌های بدون تحول با $\Omega = 1$ هستند. بیشترین انحراف از خط بدون تحول برای خط با دایره‌های پر است، که نشانگر جمعیت اضافی کهکشانی آبی کم‌نور است.

در طیفی از نوع جسم سیاه، که می‌توان آن را تقریباً در مورد کهکشان به‌کار برد، در انتهای طول موج بلند داریم $\alpha = -4$ ، در حالی که به طرف طول موجهای کوتاه مقدار آن به -2 میل می‌کند. با این همه، مقادیر واقعی به طیف کهکشانی واقعی بستگی دارد.

شکل ۷.۱۱ نتیجه این شمارشها را نشان می‌دهد. توجه کنید که این نتایج، همان‌طور که با توجه به روشنایی آسمان در یک عالم در حال انبساط انتظار داریم (نگاه کنید به پارادوکس اولبرس در فصل ۴)، تمایل به تخت شدن در قدرهای ضعیف دارند. با این همه، خطهای «بدون تحول» که از نقطه‌های $\Omega = 1$ رسم شده‌اند نشان می‌دهد که نوعی ناسازگاری در انتهای کم‌نور وجود دارد. این ناسازگاری برای شمارشهای نوار-آبی از همه بارزتر است، که نشان می‌دهد تعداد بیشتری کهکشان آبی وجود دارد.

مباحثه قابل توجهی درباره این کهکشانی آبی کم‌نور در نوشته‌ها وجود دارد. ایده‌های مربوط به تشکیل ستارگان نشان می‌دهد که اینها کهکشانی هستند که در آنها انفجار ستاره‌ای، یعنی

تشکیل فعال ستارگان، در جریان است. گمان می‌رود که این نشانگر تعدادی بیش از جمعیتی باشد که بر مبنای تابع درخشندگی شکرتر و ایده‌های مختلف ارائه شده انتظار داریم. آنها می‌توانند کهکشانهای کوتوله با انتقال به سرخهای کم ($z \lesssim 0.4$) باشند، که در واقع در عصر حاضر محو می‌شدند. یا می‌توانیم استلال کنیم که در گذشته کهکشانهای بیشتری وجود داشته‌اند که بسیاری از آنها در هم ادغام شده‌اند، و تعداد کهکشانهای فعلی را کم کرده‌اند. در این مورد هنوز حرف آخر زده نشده است.

ما موضوعهای مربوطی را که نیاز به کاوش بیشتر در گستره عصرهای $4 < z < 1$ برای کهکشانها دارد به اختصار بررسی می‌کنیم. با پیر شدن ستارگان داخل کهکشانها، رنگ آنها چگونه تغییر می‌کند؟ نقشه برداریهای در منطقه فرورسرخ نزدیک به درک این مسئله کمک می‌کند. مثلاً جرم (و رنگ) کهکشانها تحت سیطره غولهاست که ستارگانی با جرم زیادند که زودتر شکل گرفته‌اند. این ستارگان درخشندگی فرورسرخ نزدیک را در یک کهکشان تولید می‌کنند. گرچه ترکیب و در نتیجه رنگ کهکشانها معمولاً به ترکیب ریخت‌شناختی (رده هابل) آنها بستگی دارد، اما درخشندگی فرورسرخ نزدیک، که تحت سیطره ستارگان پیر است، برای تمام انواع کهکشان کم‌و بیش یکسان می‌ماند. بنابراین، در نقشه برداریهای فرورسرخ نزدیک، آمیزه ریخت‌شناختی با انتقال به سرخ تغییر نمی‌کند.

کهکشانهای با انتقال به سرخ زیاد در گستره انتقال به سرخ بالا نیز اطلاعاتی درباره مراحل اولیه تشکیل ستارگان و تحول ستاره‌ای در اختیار می‌گذارند. برآورد سن یک کهکشان در مثلاً $z = 3$ نشان می‌دهد که اولین مراحل تشکیل ستاره در چه زمانی صورت گرفته است. در کیهان‌شناسی اینشتین-دوسیته، این کهکشان هنگامی دیده می‌شود که سن عالم یک‌هشتم مقدار فعلی بوده است. بنابراین، این مطالعات محدودیتهایی را نه تنها بر مدل‌های کیهان‌شناختی بلکه بر نظریه‌های تشکیل ساختار اعمال می‌کند. رابطه‌های رنگ-قدر کهکشانهای بیضوی نیز در اعمال این نوع محدودیتها مفیدند.

یک رابطه مفید دیگر بین فراوانی فلزات Z و در زمینه اپتیکی به فرورسرخ وجود دارد. چون می‌دانیم فلزات فقط در ستارگان تولید می‌شوند، از روی فراوانی فلزات می‌توان تابش زمینه را با بهره‌گیری از کارآی ($0.1 \sim$) برای تولید انرژی در سنتز هسته‌ها در ستارگان برآورد کرد. اگر جزئیات بیشتری از نمونه‌های کامل کهکشانها در پوسته‌های انتقال به سرخ معین را در اختیار داشته باشیم، می‌توانیم به مقدار تابشی پی‌بیریم که ستارگان پر جرم (که به سرعت می‌سوزند و فلزات را در زمان نسبتاً کوتاهی به وجود می‌آورند) تولید کرده‌اند و سپس نتیجه را با آهنگ تشکیل ستارگان در آن عصرها مرتبط سازیم. اولین تلاش از این نوع که لیلی^۱ و همکاران در سال ۱۹۹۶ انجام دادند

که آهنگ تشکیل ستارگان در انتقال به سرخ $z \sim 1$ را به دست داد که تقریباً ده برابر آهنگ تشکیل ستارگان فعلی است. در انتقال به سرخ‌های بالاتر $z \sim 3$ ، کهکشانهای حد لیمان (یعنی آنهایی که در آنها طول موج α ی لیمان 912 \AA به ناحیه مرئی منتقل شده است) سودمندند. زیرا، به واسطه جذب در ابرهای هیدروژن خنثای میانی، طیف این کهکشانها فرورفتگیها یا قطع شدگیهایی را از خود نشان می‌دهد. کهکشان‌های فعالی که در آن ستارگان تشکیل می‌شوند تا حد لیمان دارای طیفی تخت خواهد بود. قطع لیمان برای $z = 3$ به مرکز نوار U منتقل می‌شود و کهکشانهایی را تولید می‌کند که در رنگ U-B قرمزند. (U و B معیاری از قدرهای ظاهری در فرابنفش و آبی هستند. شاخص رنگ U-B در مقیاس لگاریتمی شدتهای نسبی این رنگها را اندازه می‌گیرد.) با استفاده از این معیار نیز آهنگ تشکیل ستاره را $10 M_{\odot} \sim$ در سال به دست می‌دهد. هنوز برای تثبیت این برآوردها بسیار زود است، اما بدون شک این کار با توجه به پیشرفت سریع در نجوم اشیا کم‌نور در سالهای آینده صورت خواهد گرفت.

۲.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: روشها

در مقایسه با شمارش کهکشانها، شمارش چشمه‌های رادیویی این امتیاز را دارد که تعداد آنها به فراوانی کهکشانها نیست. بدین دلیل، پس از اینکه برنامه شمارش کهکشان هابل به جایی نرسید و نجوم رادیویی در طی سالهای ۱۹۵۰ به وجود آمد، احساس شد که زمان مناسب برای آزمون شمارش چشمه فرارسیده است. منجمان رادیویی این احساس را هم داشتند که چشمه‌های توانمند رادیویی را می‌توان در فاصله‌های بسیار دورتر از کهکشانها دید و در نتیجه آزمونهای دقیقی را برای هندسه بزرگ مقیاس عالم در اختیار می‌گذارند.

ام. رایل^۱ در کمبریج، بی. میلز^۲ در سیدنی و جی. بولتون^۳ در کالتک ملی ابتکاری را درباره برنامه شمارش چشمه انجام دادند. چون منجم رادیویی S را در پهنای نوار مشخصی اندازه می‌گیرد، تمایل دارد که $\log N$ را بر حسب $\log S$ رسم کند، که S چگالی شار، یعنی شار S دریافتی در نواری از بسامد تقسیم بر پهنای نوار است. یکای متداول S یانسکی (Jy)، برابر با $10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ است. (به افتخار کی. جی. یانسکی^۴ که کار پیشگامانه‌ای را در نجوم رادیویی در سالهای ۱۹۳۰ انجام داد.) همین‌طور، توان چشمه رادیویی به صورت درخشندگی به ازای نوار بسامد واحد و زاویه فضایی واحد تعریف می‌شود که یکای آن وات بر هرتر بر استرادیان ($\text{W Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$) است.

چند راه برای رسم داده‌های مربوط به شمارش چشمه وجود دارد. چون نشریات نجومی حاوی مراجع مربوط به همه آنهاست، فقط به اختصار به شرح آنها می‌پردازیم.

رابطه $\log N - \log S$

این شکلی است که قبلاً درباره آن بحث کردیم. هندسه اقلیدسی پیش‌بینی می‌کند که

$$\frac{d \log N}{d \log S} = -1.5 \quad (27.11)$$

مدلهای فریدمان و مدلهای حالت پایا، مطابق شکل ۸.۱۱ (الف)، تمایل به تخت شدن دارند.

رابطه $\log N/N_0 - \log S$

به جای رسم N برحسب S ، اغلب راحت‌تر است که N را به صورت کسری از تعداد N_0 که در هندسه اقلیدسی انتظار داریم برحسب S رسم کنیم. شکل ۸.۱۱ (ب) نشان می‌دهد که این نمودارها در کیهان‌شناسی استاندارد و حالت پایا چگونه به نظر می‌رسند. در این شکل به جای نسبت N/N_0 نسبت شمارشهای دیفرانسیلی $\Delta N_0/\Delta N_0$ را رسم کرده‌ایم. یعنی ΔN_0 را تعداد چشمه‌هایی در نظر می‌گیریم که در هندسه اقلیدسی در گستره شار $(S, S + \Delta S)$ انتظار داریم، در حالی که ΔN تعداد واقعی چشمه‌های یافته شده (یا آنچه را که در مدل معینی انتظار داریم) نشان می‌دهد. از این رو، $\Delta N_0 \propto S^{-5/2} \Delta S$ ، و انتظار داریم که $\Delta N/\Delta N_0$ با کاهش S به طور منظم از ۱ کمتر می‌شود.

آزمون درخشندگی-حجم

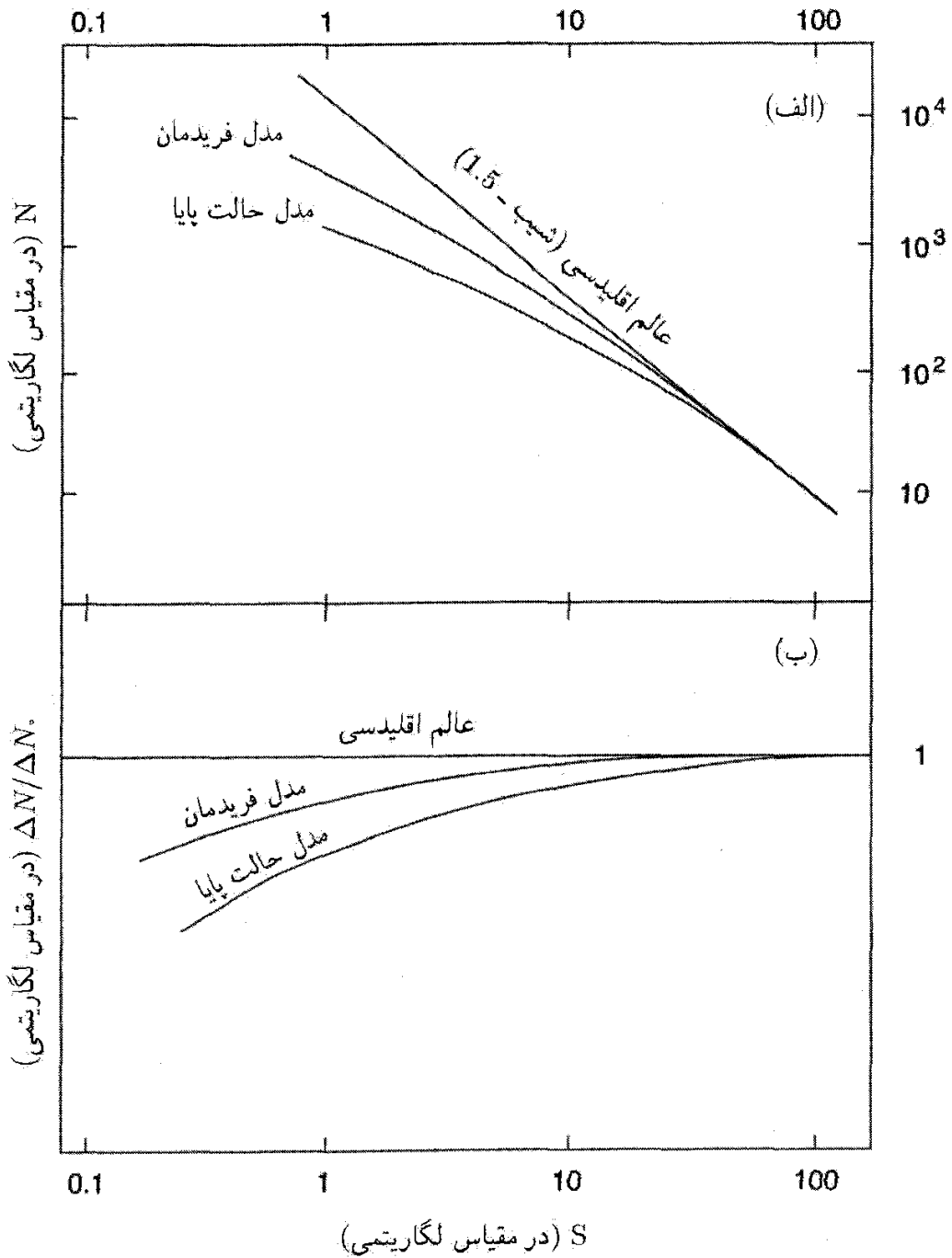
به جای رسم N برحسب S ، اغلب بهتر است که با مسئله چشمه-شمارش به صورت زیر برخورد کنیم. فرض کنید S_m کمترین چگالی شار باشد که در یک بررسی می‌توانیم گردآوری کنیم. فرض کنید چشمه‌ای با $S > S_m$ را یافته‌ایم، و فاصله d آن را هم (مثلاً از انتقال به سرخ) می‌دانیم. پس درخشندگی آن معلوم است. سپس می‌توان این پرسش را مطرح کرد که چقدر می‌توانیم این چشمه را دورتر ببریم تا بتوان آن را در این بررسی به زحمت آشکار ساخت.

از این رو دو حجم V و V_m را داریم. حجم V مربوط به ناحیه‌ای کروی به مرکز محل ما به شعاع d است که چشمه در واقع در مرز آن قرار دارد. حجم V_m مربوط به کره حدی است که در مرز آن چشمه در بررسی ما به زحمت قابل آشکارسازی است. اگر چشمه در کره حدی به صورت کاتوره‌ای توزیع شده بود، مقدار میانگین V/V_m برابر $\frac{1}{3}$ می‌شد. از این رو، در هر کیهان‌شناسی با فرض (۱)، توزیع یکنواخت مقدار میانگین، انتظار داریم که نسبت V/V_m برابر $\frac{1}{3}$ شود.

در عمل، اگر انتقال به سرخهای چشمه‌های رادیویی را بدانیم، می‌توانیم با یک آزمون

درخشندگی-حجم، مقدار میانگین را محاسبه کنیم

$$f = \left\langle \frac{V}{V_m} \right\rangle. \quad (28.11)$$



شکل ۸.۱۱ نمودار کلی (الف) $\log N$ بر حسب $\log S$ و (ب) $\log(\Delta N/\Delta N_0)$ بر حسب $\log S$. منحنیهای نشان داده شده برای مدل فریدمان نشانگر تعدادی منحنی هستند که بین حالت پایا و منحنیهای اقلیدسی برای مقادیر مختلف q قرار دارند.

بدیهی است که این محاسبه به مدل کیهان‌شناختی مورد استفاده بستگی دارد. اگر $f = \frac{1}{4}$ باشد، فرض توزیع یکنواخت تأیید می‌شود. اگر $f > \frac{1}{4}$ باشد، بررسی نشان می‌دهد که چشمه‌های دوردست تا از چشمه‌های نزدیک بیشترند. چون چشمه‌های دوردست در دوره‌های اولیه‌تری مشاهده

می‌شوند، این نتیجه مربوط به موردی از ارزیابی چگالی است که در آن چشمه‌های گذشته بیش از چشمه‌های فعلی است. همین‌طور، $f < \frac{1}{4}$ ارزیابی چگالی از نوع مخالف را نشان می‌دهد. مارتن اشمیت^۱ نخستین کسی بود که این آزمون برای چشمه‌های رادیویی را در سال ۱۹۶۸ مطرح کرد.

روش بیشترین احتمال

این روش تحلیل داده‌های $N-S$ را دی. اف. کرافورد^۲، دی. ال. ژونسی^۳، و اچ. اس. مورداک^۴ در سال ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند، و می‌توان آن را به اختصار به صورت زیر بیان کرد.
رابطه $N-S$ زیر را در نظر بگیرید

$$N(S) = kS^{-\alpha}, \quad S \geq S_m. \quad (29.11)$$

فرض کنید $\sigma = S/S_m$ به طوری که $\sigma \geq 1$ ، و σ_0 را بیشترین مقدار σ بگیرید. اگر $dp(\sigma)$ احتمال یافتن چشمه در گستره $(\sigma, \sigma + d\sigma)$ باشد. از (۲۹.۱۱) داریم

$$dp = \frac{\alpha \sigma^{-(\alpha+1)} d\sigma}{1 - \sigma_0^{-\alpha}}. \quad (30.11)$$

اگر گستره σ را به اندازه کافی کوچک کنیم تا حداکثر حاوی یک چشمه باشد، می‌توانیم M گستره از این نوع داشته باشیم. اگر آنها را با $i (i = 1, 2, \dots, M)$ و احتمالهای متناظر را با p_i نشان دهیم، تابع احتمال \mathcal{L} به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{L} = \sum_i \ln p_i. \quad (31.11)$$

اساس این روش بیشینه کردن \mathcal{L} نسبت به α است. با استفاده از (۳۰.۱۱) برای p_i ، محاسبه‌ای ساده نتیجه زیر را به دست می‌دهد

$$\alpha = \frac{M}{\sum_i \ln \sigma_i}. \quad (32.11)$$

در نمودار معمولی $\log N - \log S$ از افزودن تعداد مربوط به بازه‌های متوالی شار به دست می‌آید، و در این روش خطاها تمایل به انباشته شدن دارند. بنابراین، مقادیر N در این نقشه مستقل از هم نیستند و برآورد α بر مبنای آنها کاملاً موثق نیست. روش بیشترین احتمال هر مشاهده را جداگانه در نظر می‌گیرید، و در نتیجه برآورد α از (۳۲.۱۱) دارای خطاهای سیستماتیک انباشتی نخواهد بود.

۳.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: داده‌ها

قبل از پرداختن به داده‌های واقعی باید نکته‌های زیر را در نظر گرفت.

۱. آزمون شمارش تعداد برای رابطه حجم-فاصله. معیار فاصله یک کهکشان انتقال به سرخ آن است. اما، منجم رادیویی نمی‌تواند انتقال به سرخ را مستقیماً اندازه بگیرد. اگر چشمه رادیویی به طور ایتیکی با کهکشان با انتقال به سرخ معلوم شناسایی شود، فقط باید فاصله آن را اندازه بگیریم. چگالی شار S نمی‌تواند شاخص موثقی از فاصله باشد مگر اینکه اطمینان حاصل کنیم که درخشندگی تمام چشمه‌های تقریباً یکسان است. در عمل توان چشمه‌های رادیویی ضعیف تا قوی در گستره 10^{23} تا $10^{27} \text{ W sr}^{-1}$ تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان یک چشمه ضعیف نزدیک را با چشمه‌ای قوی در دوردست اشتباه گرفت.

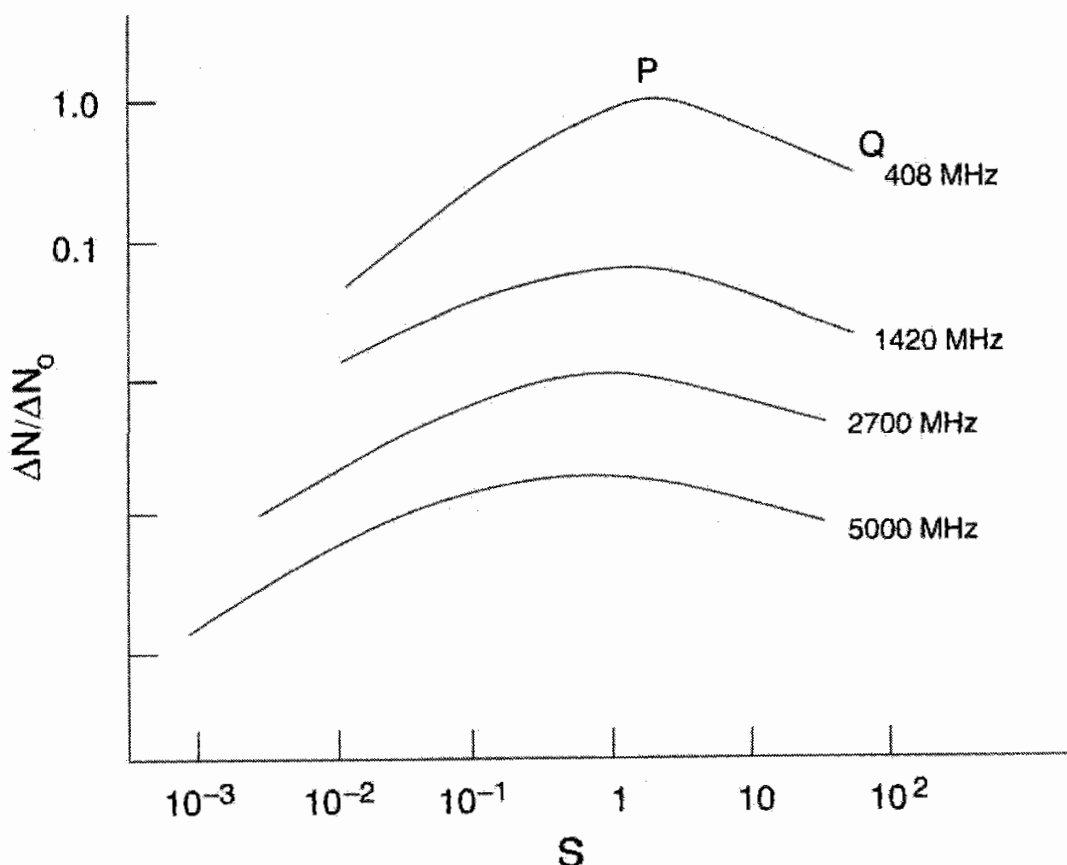
۲. حتی اگر در یک بررسی تمام انتقال به سرخها معلوم باشند، نمونه کاملی برای آزمون رابطه حجم-انتقال به سرخ نخواهیم داشت. زیرا نمونه‌ای که نسبت به چگالی شار کمینه S_m کامل است: الزاماً نسبت به انتقال به سرخ بیشینه z_m کامل نخواهد بود، و برعکس. در نمونه اول، چشمه‌های بسیار ضعیف با انتقال به سرخ متوسط نادیده گرفته می‌شود، در حالی که در نمونه دوم، چشمه‌های قوی و با فاصله زیاد به حساب نمی‌آیند. به دلایل عملی منجم رادیویی نمونه‌های کاملی از نوع $S \geq S_m$ و نمونه‌های ناکاملی از $z \leq z_m$ را در اختیار دارد. نمونه‌های اخیر دچار مشکلی هستند که در قسمت ۱ به آن اشاره کردیم.

۳. طی سالها، معلوم شده است که شمارش اجسام به صورت «جعبه‌های سیاه» گمراه‌کننده است. باید اطلاعاتی در مورد مشخصات بنیادی آنچه که می‌شماریم داشته باشیم.

با این زمینه اکنون به شمارش چشمه‌های رادیویی می‌پردازیم. این شمارش چشمه را می‌توان در بسامدهای مختلف به دست آورد، و به عنوان مثالی روشنگر، شکل ۹.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی چشمه را (نسبت به مقادیر اقلیدسی) مانند شکل ۸.۱۱ (ب) برای چهار بررسی در بسامدهای 408 MHz ، 1420 MHz ، 2700 MHz ، و 5000 MHz به دست می‌دهد. از این نمودار می‌توان بلافاصله متوجه دو نکته مهم شد.

اولاً، بررسی در بسامدهای مختلف نتیجه‌های متفاوت می‌دهد. میزان خمیدگی (منفی) این منحنیهای شمارش چشمه با افزایش بسامد بررسی کم می‌شود. دلیل اصلی اختلاف منحنیها به قرار زیر است. در نمونه‌ای از چشمه رادیویی تابع شدت بسامد (نگاه کنید به بخش ۷.۳) به صورت زیر است

$$J(\nu) \propto \nu^{-\alpha}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (33.11)$$



شکل ۹.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی چشمه در بسامدهای مختلف S در مقیاس لگاریتمی رسم شده است. محل چهار منحنی نسبت به محور $\Delta N/\Delta N_0$ به دلخواه انتخاب شده است. اما، هر بازه مشخص افزایشی با ضریب 10° را در $\Delta N/\Delta N_0$ با حرکت رو به بالا در امتداد محور نشان می‌دهد.

که α شاخص طیفی نامیده می‌شود. بنابراین، برای α بزرگ چگالی شار برحسب بسامد با سرعت بیشتری فرو می‌افتد، در نتیجه، در بررسیها در بسامد کم چشمه‌ها راحت‌تر از بررسیهای بسامد زیاد انتخاب می‌شوند. برای α کم این اثر نامحسوس‌تر است. به این دلیل نسبت چشمه‌های با طیف شیب‌دار (α بزرگ) به چشمه‌های با طیف تخت (α کوچک) در هر بررسی با افزایش بسامد بررسی کم می‌شود. به نظر می‌رسد که سیطره چشمه‌های با طیف تخت در بررسیهای بسامد بالا رفتار موردنظر در شکل ۹.۱۱ را توضیح می‌دهد.

نکته دوم به صعود اولیه $\Delta N/\Delta N_0$ با کاهش S از بالاترین مقدار شار مربوط می‌شود. این اثر در بررسی بسامد پایین در 48° MHz از همه بارزتر است، و سبب مباحثه میان رایل و هوپل در اوایل دهه ۱۹۶۰ شد. به دلیل اهمیت تاریخی آن را به اختصار شرح می‌دهیم.

اگر نقطه قله P را با نقطه بالاترین شار Q در شکل ۹.۱۱ مقایسه کنیم دو نتیجه‌گیری ممکن زیر را خواهیم داشت:

۱. وقتی از Q به چگالیهای شار کمتر می‌رویم افزایش قابل ملاحظه‌ای در تعداد ΔN در مقایسه با ΔN_0 وجود دارد. اگر این چشمه‌ها بسیار دور و پرتوان باشند، اثری تکاملی را مشاهده خواهیم کرد که نشان می‌دهد چگالی عددی چشمه‌های رادیویی در عصر گذشته نسبت به عصر حاضر افزایش سریعی داشته است.

۲. در مقایسه با P ، نقطه Q کمبودی را در چشمه‌های با چگالی شار زیاد در ارتباط با مقدار اقلیدسی نشان می‌دهد. اگر چشمه‌ها روی هم‌رفته چندان قوی نباشند، این کمبود موضعی است و به سادگی نشان می‌دهد که ما در «حفره‌ای» هستیم که تعداد چشمه‌های رادیویی آن کمتر از میانگین است. این اثرها در صورتی به وجود می‌آید که ناهمگنیهایی در مقیاس 50 Mpc در عالم وجود داشته باشد که شبیه چیزی است که از «عالم داغ» مدل حالت پایا انتظار داریم (نگاه کنید به فصل ۸).

هوایل با دیدگاه دوم موافق بود، در حالی که رایبل و همکارانش در کمبریج امکان اول را درست می‌دانستند. آنچه اکنون به دیدگاه کمبریج معروف است، تحول شدیدی را در چگالی عددی ایجاب می‌کرد و در نتیجه برخلاف نظریه حالت پایا بود. بدیهی است که افزایش در چگالی عددی نمی‌تواند به صورت نامحدود ادامه یابد، در غیر این صورت زمینه رادیویی بیش از اندازه زیاد می‌شود. بنابراین، تابعهای مختلفی که تغییر چگالی عددی چشمه‌ها برحسب انتقال به سرخ را بیان می‌کردند، برای برازش داده‌های رصدی در تمام سطوح شار در نظر گرفته شدند. به هر حال، این روش برازش پارامتری آزمون را به عنوان وسیله تشخیص میان کیهان‌شناسیهای q مختلف بی‌حاصل می‌سازد، زیرا توابع تحول پیشنهادی تفاوت‌های هندسی را می‌پوشاند.

اما این تحول واقعاً چه اندازه اثبات شده است؟ نمونه 3CR چشمه‌های رادیویی اکنون کاملاً به طور اپتیکی شناسایی و انتقال به سرخ اعضای آن تعیین شده است. اگر فرض کنیم که انتقال‌های به سرخ نشانگر فاصله باشند، اکنون می‌توان شمارش تعداد آن نمونه را دوباره بررسی کرد. در سال ۱۹۸۹ پی. داس‌گوپتا^۱ و جی. بریج و نگارنده این تمرین را انجام دادند. آنها با این فرض که «هیچ تحولی» در تابع درخشندگی صورت نمی‌گیرد کار را آغاز کردند. بر مبنای داده‌های انتقال به سرخ، این فرض صفر امکان تشکیل این تابع درخشندگی رادیویی (RLF) را فراهم می‌سازد. سپس می‌توان با این RLF نمونه‌های مونت کارلوی نظری چشمه‌ها را انجام داد و نقشه‌های دوبعدی از توزیعهای چگالی شار عددی را به دست آورد. سپس، انحراف این نقشه‌ها از نقشه‌های مشاهده شده تعیین می‌شود.

معلوم شده است که این انحرافها به اندازه کافی بزرگ نیستند تا بتوان آنها را بر مبنای احتمال کنار گذاشت. یعنی، مدل بی‌تحول را نمی‌توان با توجه به داده‌ها کنار گذاشت. برای مدل حالت پایا

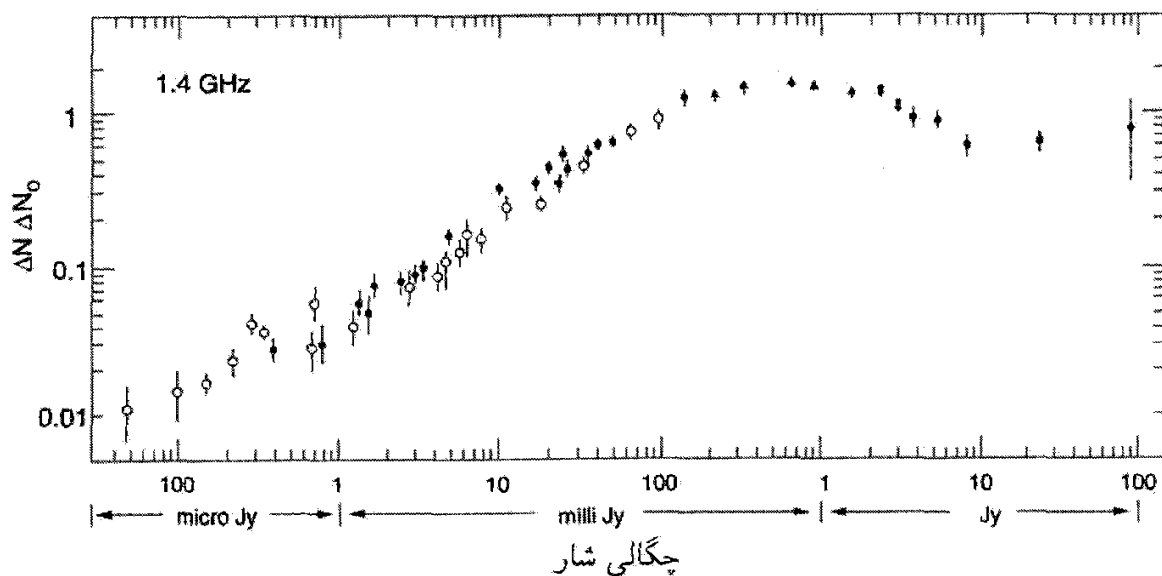
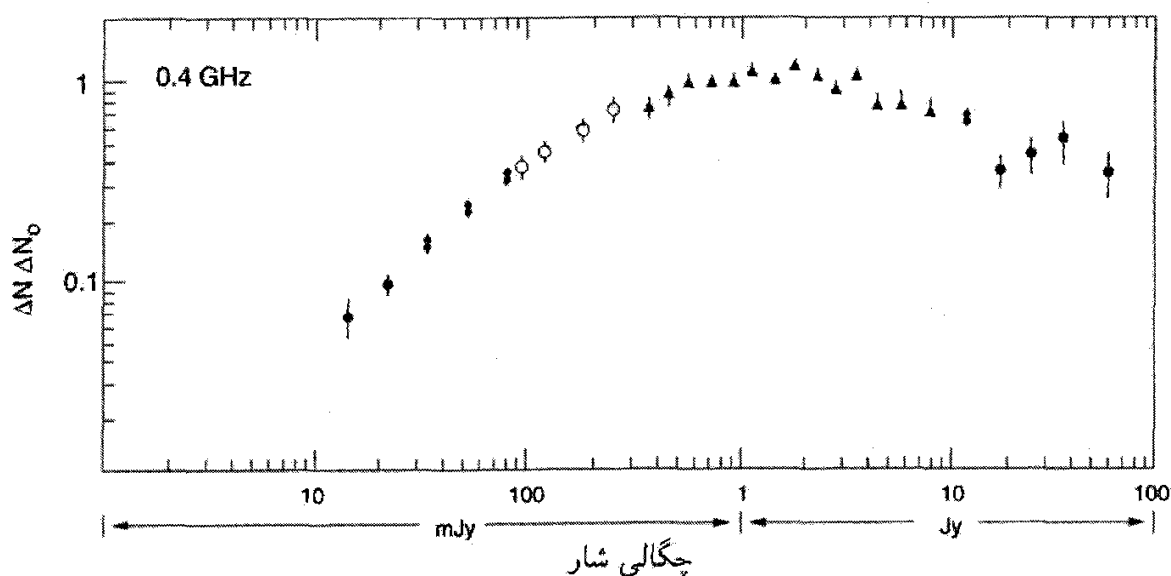
این انحرافها کوچکتر و سطوح اطمینان بالاتر هستند. سازگاری میان مدل «بی‌تحول» و مشاهده‌ها با فرض «حفره‌ای موضعی» به اندازه $10^\circ - 5^\circ \text{ Mpc}$ برای چشمه‌های رادیویی بهتر می‌شود. با توجه به ناهمگنی (ابرخوشه‌ها و حفره‌ها) در این مقیاس، فرض حفره‌ای محلی امروز دیگر مانند سالهای ۱۹۶۰ چندان عجیب به نظر نمی‌رسد.

سرانجام، در شکل ۱۰.۱۱ منحنی مرکبی داریم که نشان می‌دهد چگونه شمارشهای چشمه‌ی دیفرانسیلی، که به صورت کسری از شمارشهای اقلیدسی بیان شده‌اند، برحسب چگالی شار تغییر می‌کنند. با سپاس از نجوم رادیویی جدید اکنون می‌توانیم شمارشهای چشمه را در سطح میکروویانسکی انجام دهیم، در حالی که بررسی 3C بازنگری شده به 9Jy محدود بود. شمارشها در انتهای شار زیاد بالا می‌رود و سپس با شیب زیاد فرومی‌افتد، و تمایل دارد که در انتهای ضعیف تخت شود. معمولاً، مدل‌های مهبانگ برای باز تولید شمارشهای مشاهده‌شده علاوه بر تحول در چگالی عددی چشمه‌ها به تحول در درخشندگی نیز نیاز دارند. با این همه، در فصل بعد نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا، شمارشها را بدون فرض هیچ‌گونه تحولی باز تولید کرد.

۴.۱۱ تغییر اندازه‌های زاویه‌ای با فاصله

در باره این آزمون در فصل‌های ۳ و ۴ به اختصار بحث کردیم (نگاه کنید به بخش‌های ۹.۳ و ۷.۴)، و دیدیم که اندازه زاویه‌ای جسمی که تصویر اندازه خطی آن ثابت است برحسب فاصله فضایی از ما به صورت یکنواخت کم نمی‌شود. شکل ۱۰.۴ چگونگی تغییر اندازه زاویه‌ای با انتقال به سرخ جسم را نشان می‌دهد. در سال ۱۹۵۸ اف. هویل برای نخستین بار پیشنهاد کرد که این ویژگی هندسه‌های نااقلیدسی را اصولاً می‌توان با مشاهده‌های نجومی آزمود. (با این همه، کتاب کلاسیک تولمن که در اواسط سالهای ۱۹۳۰ نوشته شده این نتیجه به دست آمده است.)

این آزمون را می‌توان برای کهکشانها در ناحیه اپتیکی ترتیب داد. اما، انتقال به سرخ کهکشانها به اندازه کافی زیاد (یعنی، مثلاً $z \geq 1$) نمی‌شود تا اثرهای پیش‌بینی شده را مشاهده‌پذیر سازد. مثلاً، در سال ۱۹۷۵ ار. جی. داد^۱، دی. اچ. مورگان^۲، کی. ناندی^۳، وی. سی. ردیش^۴، و اچ. سدون^۵ تصویرهای ۳۰۰۰ کهکشان کم‌نور تا قدر B برابر با ۲۳ را در تلسکوپ ۴۸ اینچی یو. ک. اسمیت در استرالیا بررسی کردند. آنها به جای انتقال به سرخ، که انتظار نمی‌رفت از ۰/۵ تجاوز کند، تعداد N کهکشانهای بزرگتر از اندازه زاویه‌ای مشخص θ را رسم کردند. اما، منحنی مشاهده‌شده با گستره وسیعی از مدل‌های



شکل ۱۱.۱۰ اختلاف شمارشهای چشمه نسبت به مقادیر اقلیدسی در بازه‌ای از چگالیهای شار نشان می‌دهد که بعد از افزایشی در ناحیه کوچکی از انتهای روشن، شمارشها به طور مداوم افت می‌کنند و این معمولاً به قبول تحول نیاز دارد، تا با هر مدل فریدمان قابل تطبیق باشد. شکل بالایی شمارشها را در ۴۰۸ MHz نشان می‌دهد. در صورتی که شکل پایینی همان را در ۱٫۴ GHz نشان می‌دهد. منحنی شمارش در انتهای ضعیف تخت می‌شود.

فریدمان ($0^\circ \leq q_0 \leq 13^\circ$)، همین‌طور برای $q_0 = -1$ متناظر با مدل حالت پایا سازگار بود. این نتیجه نشان داد که کهکشانهای کاوه‌های حساس مناسبی برای گزینش گستره باریکی از q_0 نیستند. احتمال دارد که چشمه‌های رادیویی، همان‌گونه که هویل پیش‌بینی کرده بود، اطلاعات مفیدتری فراهم آورند اگر بتوان قویترین آنها را با انتقال به سرخ $z \geq 1$ مشاهده کرد. به‌طور کلی، چشمه‌های

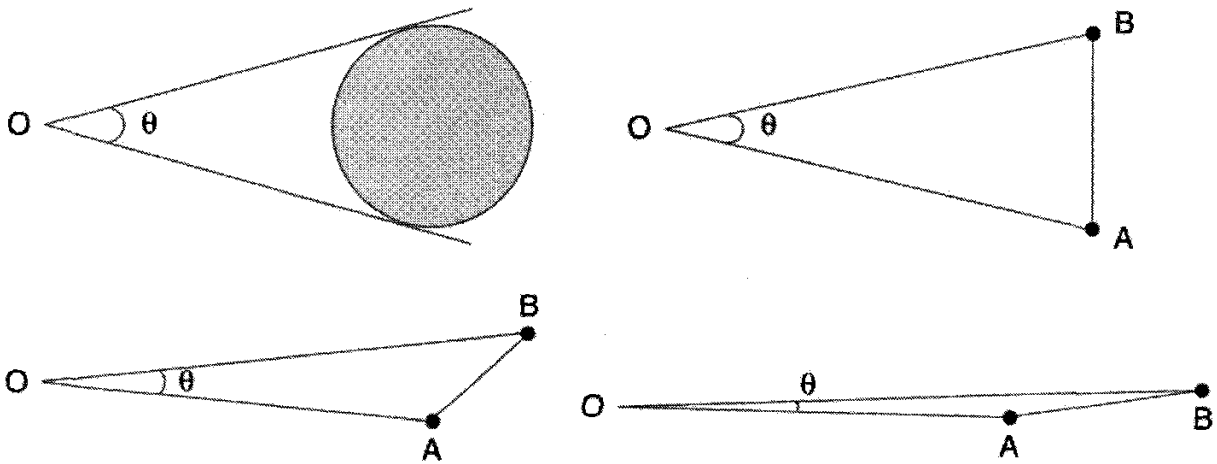


شکل ۱۱.۱۱ تصویر رادیویی پردازش شده از دجاجة A ساختار معمولترین چشمه رادیویی برون کهکشانی را با دو قطعه رادیوگسیل که به صورت متقارن در دو طرف ناحیه مرکزی قرار دارد نشان می‌دهد. گمان می‌رود که ناحیه مرکزی چشمه فعالیتی است که ذرات سریعی را تولید می‌کند که با ساختاری فورانی از آن خارج می‌شوند و پس از برخورد با محیط میان کهکشانی دو لب رادیوگسیل را به وجود می‌آورند.

رادیویی ساختارهای دوگانه‌ای چون شکل ۱۱.۱۱ دارند. هر چشمه نوعی از دو قطعه گسیلنده رادیویی تشکیل شده‌اند که در فاصله‌ای از هم قرار دارند، که در گستره از چند kpc تا 1000 kpc است. اندازه زاویه‌ای نوعی 20° ~ ثانیه کمانی در محل ناظر است، این زاویه‌ها را به راحتی می‌توان اندازه گرفت. اما، برخلاف زاویه‌ای که کره به وجود می‌آورد، و به سمتگیری آن بستگی ندارد، زاویه حاصل از یک چشمه خطی AB، مانند آنچه در شکل ۱۲.۱۱ نشان داده شده است، به زاویه‌ای که AB با خط دید می‌سازد بستگی دارد. از این رو، حتی زاویه‌های حاصل از چشمه‌های با اندازه خطی یکسان در فاصله مساوی نوعی پراکندگی از خود نشان می‌دهند.

داده‌هایی را که جی. اف. سی. واردل^۱ و جی. کی. مایلی^۲ در سال ۱۹۷۴ برای کوازارها منتشر کردند، پراکندگی قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهد، این موضوع تا اندازه‌ای ناشی از اثرهای افکنش بالا و مقداری به واسطه آن است که اندازه خطی d ثابت نیست. اما حتی با در نظر گرفتن

۵۵° رصد‌های مربوط به بخش‌های دوردست عالم



شکل ۱۲.۱۱ چشمه خطی AB زاویه‌ای را در محل ناظر O به وجود می‌آورد. اگر این چشمه برخط دید OC عمود باشد این زاویه بزرگ و اگر چشمه در امتداد خط دید باشد زاویه کوچک خواهد بود. برعکس، چشمه کروی چنین تغییری را در θ به وجود نمی‌آورد زیرا در تمام جهتها یکسان است.

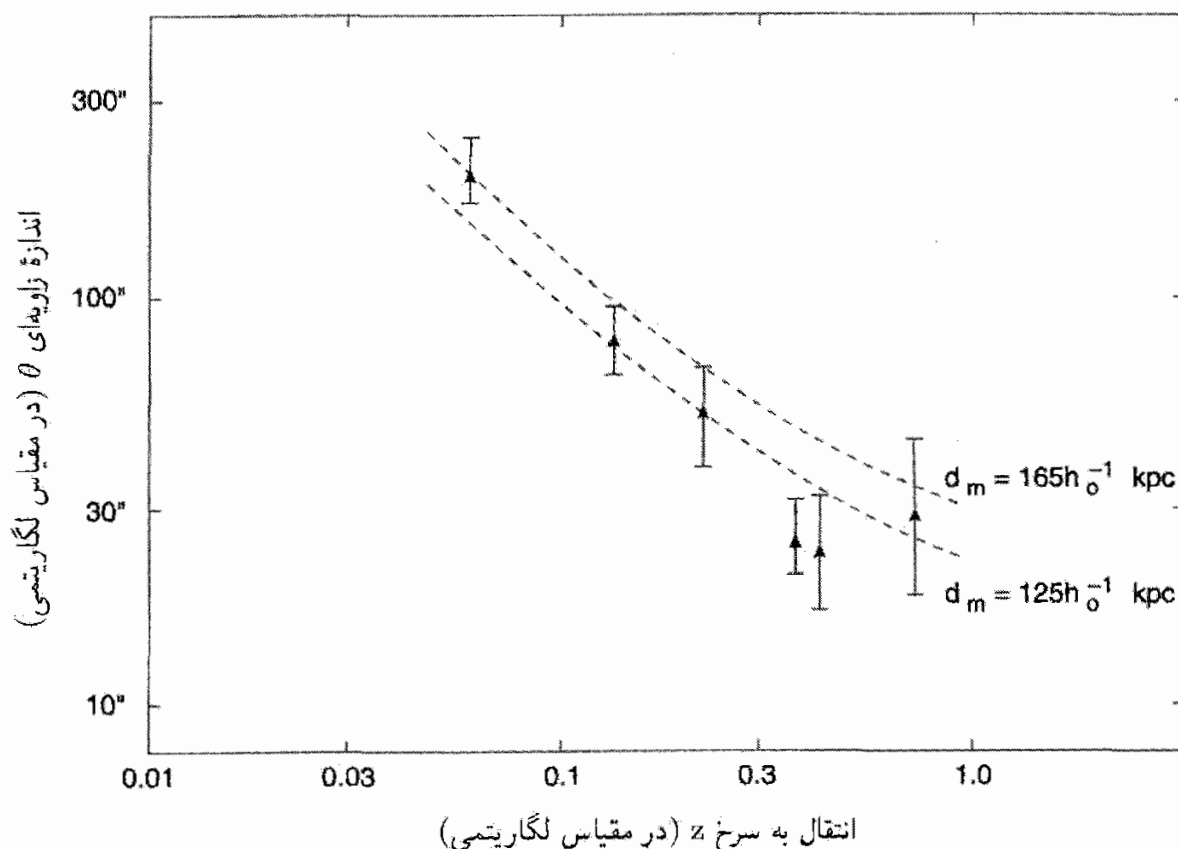
این اثرها، پوش بالایی نمودار نوعی وابستگی به صورت $\theta \propto z^{-1}$ برای z تا ۲/۵ از خود نشان می‌دهد که توجیه آن دشوار است.

شکل ۱۳.۱۱ نموداری از اندازه زاویه‌ای میانه برحسب انتقال به سرخ را برای چشمه‌های رادیویی نشان می‌دهد که منحنیهای $q_0 = 0$ فریدمان بر روی آن نهاده شده‌اند. نقطه‌های مشاهده شده مربوط به کار سال ۱۹۷۹ جی. کتگرت-مرکلین^۱، سی. لاری وال. پادریلی^۲ است. دو منحنی نظری برای اندازه‌های زاویه‌ای میانه $125h_0^{-1} \text{ kpc}$ و $165h_0^{-1} \text{ kpc}$ است. سازگاری چندان بد نیست، اگرچه نمی‌توان انتظار داشت که داده‌ها مقدار خاصی از q_0 را با هر درجه‌ای از اطمینان متمایز سازد.

چون انتقال به سرخ چشمه‌های رادیویی را نمی‌توان مستقیماً اندازه گرفت، بلکه باید آنها را در فرایند شناسایی اپتیکی به دست آورد، بعضی منجمان رادیویی ترجیح می‌دهند که اندازه زاویه‌ای θ را برحسب چگالی شار S رسم کنند. چون درخشندگی رادیویی متغیر است: این روال چشمه پراکندگی دیگری را به رصدها می‌افزاید. اما، ار. دی. اکرز^۳ در گرونینگن و وی. کی. کاپاهی^۴ و جی. سواراپ^۵ در اوتاکاموند^۶ کارهای زیادی را درباره این طرح در ۱۹۷۴ و ۱۹۷۵ انجام دادند. در کار آنها مقدار میانه θ چرخش رو به بالای پیش‌بینی شده در چگالیهای شار کم را از خود نشان نمی‌دهد، بلکه در عوض تمایل به هموار شدن دارد. در این مورد می‌توان یکی از تفسیرهای زیر را به کار برد:

۱. مقدار کم S به معنی z بزرگ است. چون، در z بزرگ θ باید طبق مدل‌های فریدمان با

1. J. Katgert-Merkelijn 2. L. Padrielli 3. R. D. Ekers 4. V. K. Kapahi
5. G. Swarup 6. Ootacamund



شکل ۱۳.۱۱ اندازه زاویه‌ای میانه θ برحسب انتقال به سرخ z برای تعدادی چشمه رادیویی با منحنیهای نظری برای $q_0 = 0$ و اندازه زاویه‌ای میانه $165 h_0^{-1}$ kpc و $125 h_0^{-1}$ kpc رسم شده است؛ به نظر می‌رسد که میله‌های خطا گستره وسیعی از مقادیر q_0 را مجاز می‌دارند، اگرچه حتی یک نتیجه اقلیدسی $\theta \propto z^{-1}$ را نمی‌توان منتفی دانست.

$q_0 > 0$ شروع به افزایش کند، تخت شدن θ به معنی تحول است. به‌ویژه، اندازه خطی d باید با افزایش z کاهش یابد، که ایجاب می‌کند چشمه‌های رادیویی در گذشته کوچکتر از حال باشند.

۲. مقدار کوچک S به معنی z بزرگ نیست. بلکه ممکن است چشمه‌هایی را مشاهده می‌کنیم که درخشندگی آنها کم است. اگر نوعی همبستگی میان اندازه چشمه و درخشندگی وجود داشته باشد، رصدهای $\theta-S$ را می‌توان بازتولید کرد.

کاپاهی موافق تفسیر اول بود و استدلال می‌کرد که تحول اندازه به صورت

$$d \propto (1+z)^\alpha, \quad \alpha \approx 1 \quad (34.11)$$

می‌تواند رصدهای $\theta-S$ را توجیه کند. استدلال او به این صورت بود که در انتقال به سرخ بزرگ، محیط میان کهکشانی (IGM) چگالتر از مقدار کنونی بوده و می‌توانسته اندازه چشمه نوعی

را به صورتی مؤثرتر از موردی محدود سازد که اگر اکنون تشکیل می‌شد. (به‌خاطر داشته باشید که چشمه‌ها می‌توانستند مانند شکل ۱۱.۱۱ با فورانهای گسیل‌شده از یک جسم مرکزی به‌عنوان چشمه شکل بگیرند و پس از برخورد با IGM قطعه‌های گسیلندهٔ رادیویی را تشکیل دهند.

اس. ام. چیترو و نگارنده طرفدار دیدگاه دوم بودیم، و استدلال می‌کردیم که همبستگی بین اندازهٔ ذاتی و درخشندگی پس از شناخت بهتر چشمه‌های رادیویی می‌تواند به‌دست آید. اینکه کدام دیدگاه صحیح است از مطالعهٔ ویژگیهای ساختاری چشمه‌های رادیویی و اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ آنها به‌دست می‌آید.

سپس، کاپاهی چهار نمونهٔ کامل از کهکشانهای رادیویی را با گسترهٔ چگالی و انتقال به سرخ زیر را در نظر گرفت:

۱. نمونهٔ BFDL مربوط به ا. ا. ج. بریدل^۱، ام. ام. دیویس^۲ و بی. بی. فومالونت^۳ و جی.

لکوئو^۴ با چگالی شار در $2 \text{ Jy} > 1.4 \text{ GHz}$ و انتقال به سرخهای $0.2 < z < 0.75$ ؛

۲. نمونهٔ GB/GB۲ جی. ماخالسکی^۵ و جی. جی. کوندون^۶، با چگالی شار در

$0.55 \text{ Jy} > 1.4 \text{ GHz}$ و انتقال به سرخهای $0.4 < z < 0.15$ ؛

۳. همان نمونهٔ (۲) ولی با چگالی شار در $0.2 \text{ Jy} > 1.4 \text{ GHz}$ و انتقال به سرخهای

$0.6 < z < 0.25$ ؛

۴. نمونهٔ بررسی عمیق لیدن-برکلی LBDS^۷ ار. ا. وینتهورست^۸، جی. ام. وان هرد^۹ و پی.

کتگرت^{۱۰} با چگالی شار در $1 \text{ Jy} > 1.4 \text{ GHz}$ و انتقال به سرخهای $z \geq 0.8$.

انتقال به سرخهای طیف نمایی برای اغلب چشمه‌ها فقط در پر نورترین نمونه‌های BFDL

معلوم‌اند. برای نمونه‌های GB/GB۲ آنها را از روی قدرهای اپتیکی با بهره‌گیری از رابطهٔ هابل

برآورد کرده‌اند. نمونهٔ LBDS دارای چشمه‌هایی است که یا با کهکشانهای F با قدر بزرگتر از ۲۲

شناسایی شده‌اند و یا هیچ همتای اپتیکی ندارند، که به معنی داشتن قدرهای اپتیکی کم نورتر از

حد صفحه است. بنابراین اطلاعات سراسری دربارهٔ انتقال به سرخ آنها وجود ندارد، اما انتظار

داریم که انتقال به سرخ آنها متجاوز از ۰٫۸ و احتمالاً کمتر از ۲ باشد.

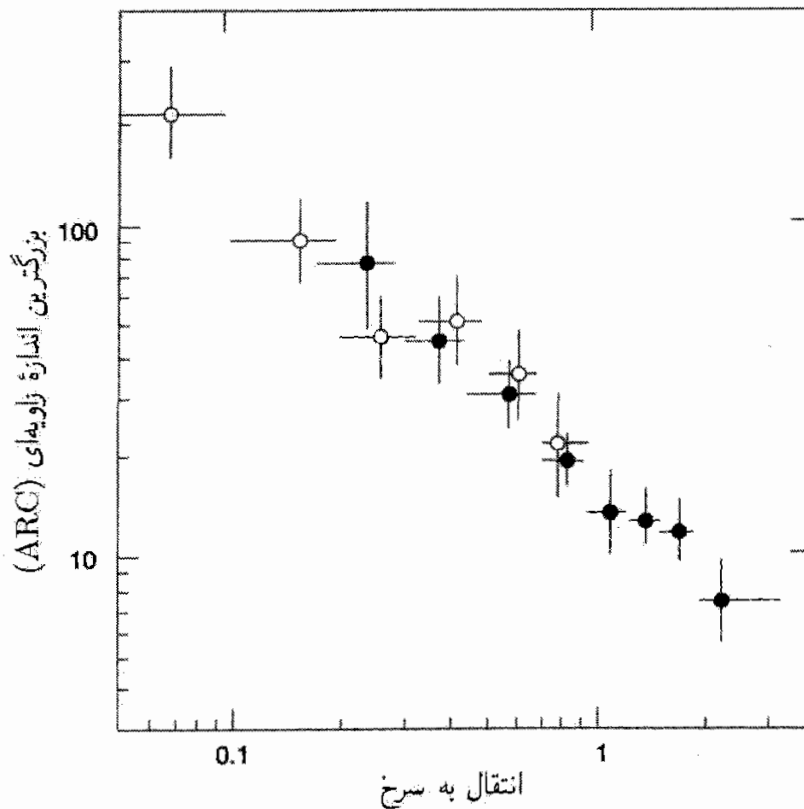
نمودار اندازهٔ زاویه‌ای میانه برحسب انتقال به سرخ برای این چهار نمونه دوباره کاهش منظم

θ_m را به صورت z^{-1} نشان می‌دهد (نگاه کنید به شکل ۱۴.۱۱). کاپاهی برای توجیه این روند

از تحول اندازهٔ خطی با انتقال سرخ استفاده کرده است، که چشمه‌های با انتقال به سرخهای بزرگ

به‌طور سیستماتیک کوچکترند.

- | | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------------------|---------------|
| 1. A. H. Bridle | 2. M. M. Davis | 3. E. B. Fomalont | 4. J. Lequeux |
| 5. J. Machalski | 6. J. J. Condon | 7. Leiden-Berkeley Deep Survey | |
| 8. R. A. Windhorst | 9. G. M. van Heerde | 10. P. Katgert | |



شکل ۱۴.۱۱ تحلیل کاپاهی از رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ نمودار بالا را به وجود می‌آورد، که در آن خط نزدیک به نقطه‌های میانه بررسی چهار مؤلفه‌ای رسم شده است. این خط $\theta \propto z^{-1}$ را روی نقشه log-log تقریب می‌زند.

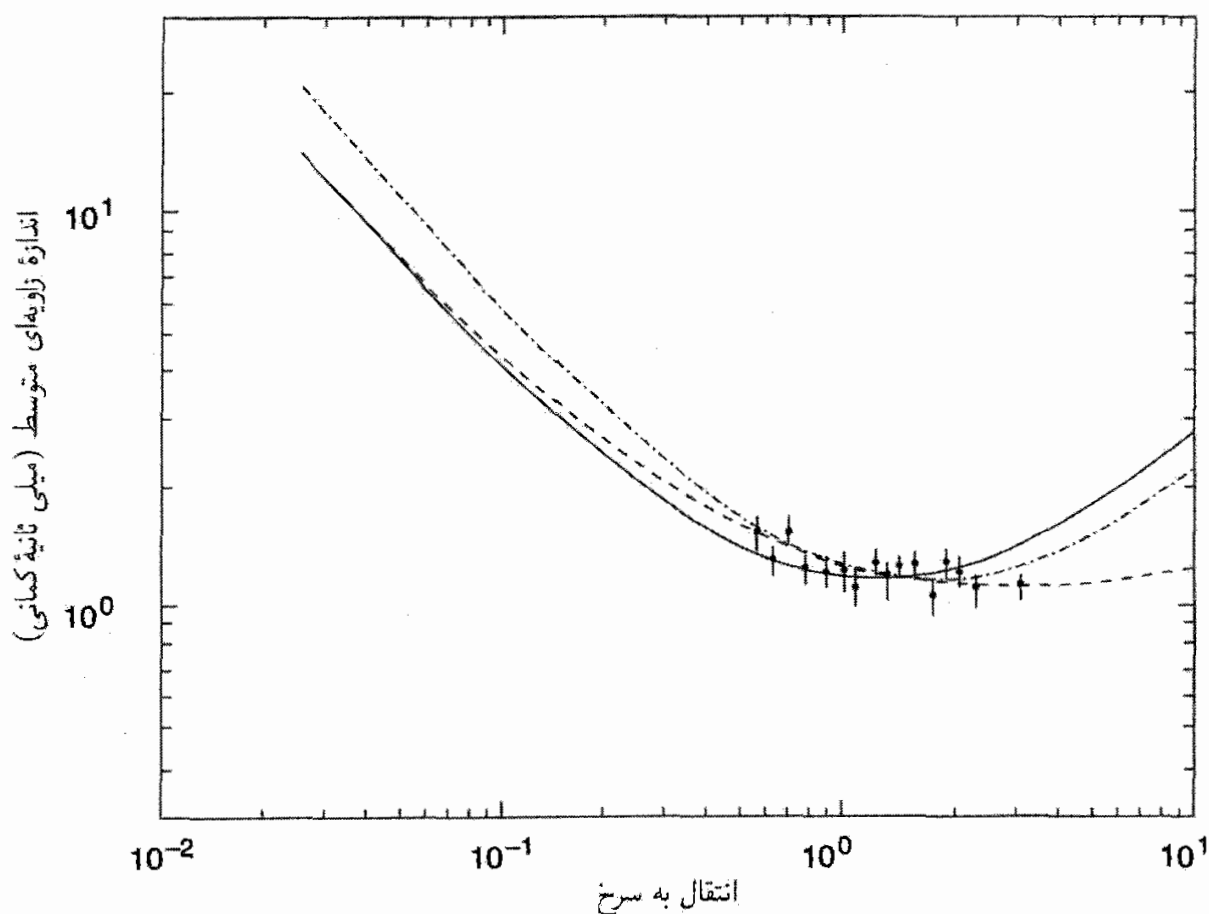
برای از بین بردن یا لااقل کمینه کردن اثر تکاملی IGM، کلرمان^۱ در سال ۱۹۹۳ پیشنهاد کرد که آزمون را در مورد اجزای بسیار ریز کوازارها به کار ببرند که از طریق تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز (VLBI)^۲ به دست می‌آید. مطالعات اولیه^۳ او نتیجه‌ای داشت که با مدل اینشتین-دوسیتته سازگاری بسیار داشت. با این همه، تحلیل کلیتر نمونه^۴ ۲۵۶ چشمه‌های بسیار فشرده با انتقال به سرخهای درگستره^۳ ۰/۵-۳/۸ توسط جی. سی. جکسون^۳ و مارینا دادسون^۴ نشان داد که این مدل در واقع مردود است، و برای برازشهای بهتر باید به ثابت کیهان‌شناختی متوسل شد. شکل ۱۵.۱۱ منحنیهای $\theta-z$ را برای سه نوع مدلی نشان می‌دهد که آنها به داده‌ها برازش داده‌اند. در فصل بعد این داده‌ها را در مورد کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا به کار می‌بریم. بدیهی است، که اگر بتوان اثر تکاملی بر اندازه خطی را بدین ترتیب حذف کرد، این نمونه می‌تواند اطلاعاتی درباره پارامترهای کیهان‌شناختی در اختیار بگذارد.

1. Kellermann

2. very-long-baseline interferometry

3. J. C. Jackson

4. Marina Dodgson



شکل ۱۵.۱۱ این نمودار سه منحنی را نشان می‌دهد که از نقطه‌های داده چشمه‌های بسیار فشرده گذشته‌اند. خط پیوسته برای مدل اینشتین-دوسیتیه است. خط چین نشانگر مدل با $\Omega_0 = 0.2$ و $\Omega_\Lambda = -3/0$ است، که بهترین برازش را با داده‌ها دارد، در حالی که نقطه چین بهترین برازش را با مدل، با $\Omega_0 = 0.2$ ، $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_0 = 0.8$ نشان می‌دهد.

۵.۱۱ آزمون روشنایی سطحی

آزمونی که قدر و اندازه‌های زاویه‌ای را تلفیق می‌کند شامل اندازه‌گیری روشنایی سطحی برحسب انتقال به سرخ است. در مدل‌های جهان رابرتسون-واکر، فرمولهای (۵۷.۳) و (۷۰.۳) در فصل ۳ روشنایی ظاهری یک چشمه و مساحت زاویه‌ای آن را به ترتیب به صورت زیر می‌دهند:

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi r_1^2 S^2(t_0)(1+z)^2} \quad (35.11)$$

$$A \equiv \frac{\pi}{4} (\Delta\theta_1)^2 = \frac{\pi d^2 (1+z)^2}{4r_1^2 S^2(t_0)} \quad (36.11)$$

از تقسیم (۳۵.۱۱) بر (۳۶.۱۱) روشنایی سطحی چشمه به صورت زیر به دست می‌آید

$$\sigma = \frac{L_{\text{bol}}}{\pi^2 d^2 (1+z)^4} \quad (37.11)$$

توجه کنید که σ به r_1 بستگی ندارد؛ همین‌طور تابع q_0 ، یعنی پارامتری که مدل‌های مختلف کیهان‌شناختی را مشخص می‌کند، نیز نیست. بلکه فقط تابع $(1+z)$ با توان منفی چهار است. سندیک تأکید کرده است که این قانون توان چهارم نشانهٔ انبساط هابل است، و بنابراین می‌توان از آن برای تشخیص مدل‌های جهان در حال انبساط از سایر نظریه‌های دیگر که در آنها انتقال به سرخ ناشی از انبساط نیست استفاده کرد.

اگرچه این نظریه‌ها را در فصل ۸ بررسی نکردیم، اما باید متذکر شویم که چنین کیهان‌شناسیهایی وجود دارند. به عنوان مثال، نظریهٔ «نور خسته» جی. سی. پکر^۱ و جی. پی. ویزیه^۲، و کیهان‌شناسی زمان‌سنجی جی. پی. سیگل^۳ و غیره.

سندیک متوجه شده است که اعداد خوشه‌های رتبهٔ اول با پراکندگی نسبتاً کم از قانون $(1+z)^{-4}$ پیروی می‌کنند، بنابراین تصویر عالم در حال انبساط برای انتقال به سرخ کهکشانشان تأیید می‌شود.

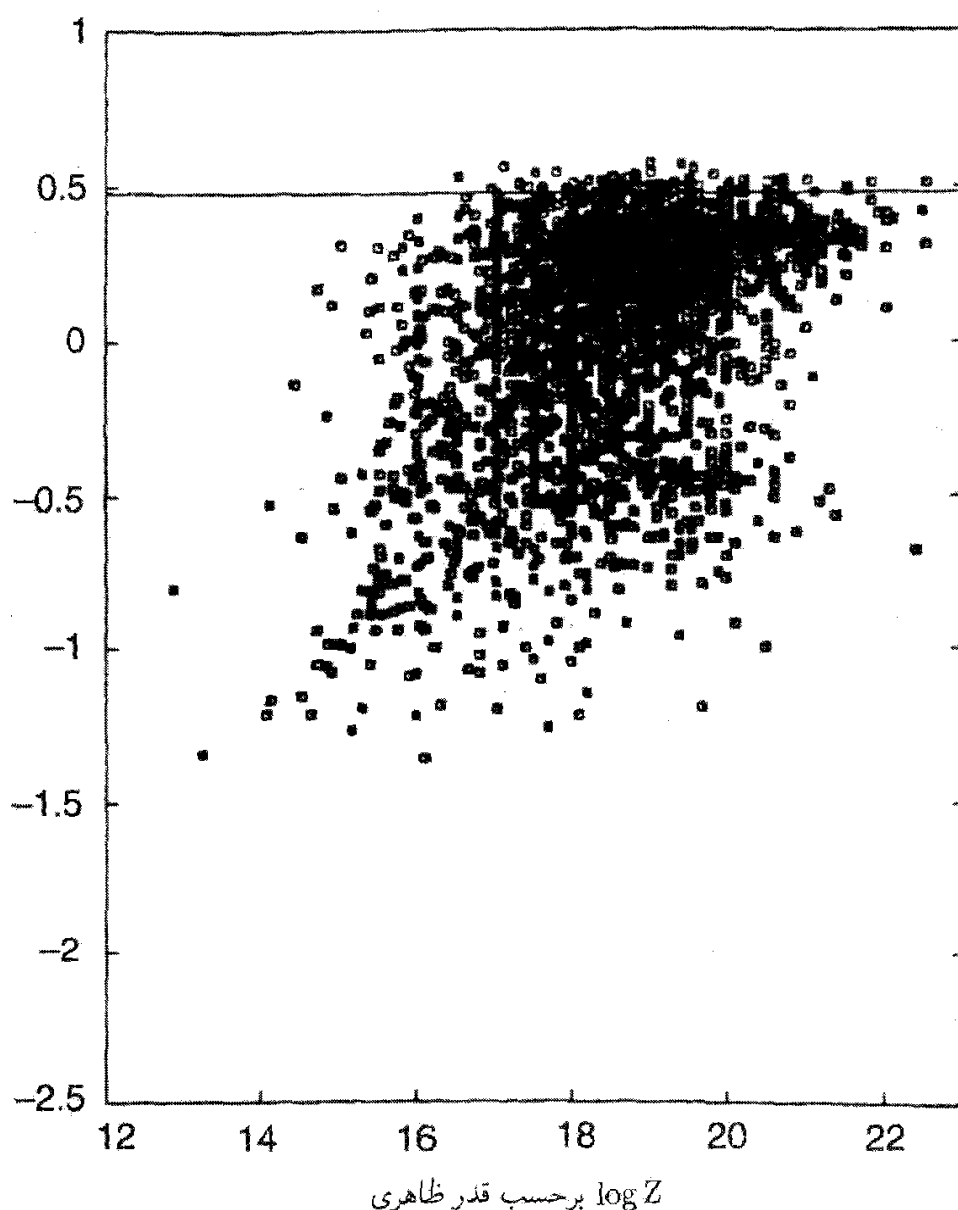
۶.۱۱ کوازارها به عنوان کاوه‌های تاریخچهٔ عالم

در آزمون‌هایی که در بالا توصیف شد فرض می‌شود که انتقال به سرخ اجسام که برای آزمون‌ها به کار می‌روند منشأ کیهان‌شناختی دارند. این فرض برای کهکشانهایی که برای آنها، لااقل در مورد اعداد خوشهٔ رتبهٔ اول، رابطهٔ هابل استحکام لازم را دارد فرضی معقول است.

برخلاف آن، انتقال به سرخ کوازارها به صورت قابل ملاحظه‌ای بزرگتر است. در زمان نوشتن این کتاب ۱۵۰۰۰ کوازار در فهرستهای مختلف آورده شده است. بنابراین، این اجسام متعلق به ناحیهٔ III بخش ۱.۱۰ هستند و باید کاوه‌های کیهان‌شناختی ارزشمندتری باشند. فرض خواهیم کرد که انتقال به سرخ‌های کوازار به علت انبساط عالم باشند و در نتیجه از قانون هابل پیروی کنند. برای شروع، دربارهٔ شواهد این فرض بحث خواهیم کرد، که آنها را فرضیه‌های کیهان‌شناختی (CH) می‌نامیم.

نمودار هابل

نقشهٔ $\log z$ بر حسب m باید، طبق قانون هابل، دارای شیب $d \log z / dm = 5$ باشد که در z ‌های بزرگ برای اثرهای کیهان‌شناختی تصحیح شده است. در اوایل سال ۱۹۶۶ جی. ار. بریج و اف.



شکل ۱۶.۱۱ نمودار هابل برای کوازارها در فهرست هیوئیت-بریج. این شکل شبیه یک نمودار پراکندگی بدون هیچ رابطه محسوس بین m و $\log z$ به نظر می‌رسد.

هوبل متذکر شدند که نمودار هابل برای کوازارها نموداری پراکنده و بدون هیچ‌گونه همبستگی ظاهری میان $\log z$ و m است. با پیدا شدن کوازارهای بیشتر این نتیجه‌گیری معتبر ماند. شکل ۱۶.۱۱ نمودار هابل برای ~ 5000 کوازار در فهرست هیوئیت-بریج را نشان می‌دهد. بدون شک هابل، یا هر منجم که با این داده‌ها به تنهایی روبه‌رو شود نتیجه نمی‌گیرد که رابطه‌ای میان انتقال به سرخ و قدر کوازارها موجود است.

با این همه، به لحاظ تاریخی کوازارها هنگامی کشف شدند که قانون هابل برای کوازارها

به خوبی تثبیت شده بود و هیچ‌کدام از مدهای رقیب، دوپلری یا گرانشی، انتقال به سرخهای به بزرگی $z = 0.1$ را که برای کهکشانشانها متداول است تولید نمی‌کردند. بنابراین، طبیعی بود که فرض شود انتقال به سرخهای کوازارها نیز کیهان‌شناختی است.

در برخورد با نمودار هابل پراکنده، دیدگاه معمول آن است که فرض شود پراکندگی به علت گستردگی وسیع درخشندگی کوازارهاست. جی. ان. باکال^۱ و ار. یی. هیل^۲ در سال ۱۹۷۳ استدلال کردند که رابطهٔ مستحکم هابل برای کوازارها هنگامی نمایان می‌شود که (۱) تصحیح‌های اثرهای گزینش مختلف انجام گیرد، (۲) کوازار نمونه به بازه‌های انتقال به سرخ کوچک (جعبه‌ها) تقسیم شود، و (۳) پرنورترین کوازار در هر جعبهٔ انتقال به سرخ برگزیده شود. اما، بر بیج و اس. اودل^۳ که متوجه شدند تحلیل آنها در همین راستا به شبیهای تخت‌تری برای $d \log z / dm$ می‌انجامد، این نتیجه‌گیری را به چالش کشیده‌اند؛ شبیهای آنها به جای ۵ در گسترهٔ ۲ تا ۳ است.

پیامد این نتیجه‌گیریها هرچه باشد، بدیهی است که نمودار هابل نمی‌تواند دلیلی بر صحت CH باشد؛ در بهترین شرایط، استدلالهای نوع باکال-هیلز می‌تواند آن را با CH هماهنگ سازد. بدون شک، در حال حاضر امیدی برای استفاده از کوازارها برای اندازه‌گیری q به کمک نمودار هابل آنها وجود ندارد.

اکنون به بحث دربارهٔ سایر آزمونهای شامل کوازارها می‌پردازیم.

شمارش تعداد

ام. اشمیت^۴ با بهره‌گیری از آزمون درخشندگی-حجم نتیجه گرفت که میانگین $\langle V/V_m \rangle$ برای کوازارهای رادیویی در فهرست ۳CR^۳ به بزرگی ۰/۶۴ (در مقایسه با مقدار اقلیدسی ۰/۵۰) است. مقادیر زیاد مشابهی در سایر بررسیها به دست می‌آید. بر این اساس، معمولاً استدلال می‌شود که چگالی عددی کوازارها به شدت متحول شده است؛ مقدار آن در گذشته بسیار بیشتر بوده است. مدل‌های تحول درخشندگی و نیز تحول چگالی با عاملهای افزایش مانند $(1+z)^n$ ($n > 1$) یا تابعهای نمایی در زمان نگاه به گذشته برای برآزش داده‌های مربوط به شمارش تعداد کوازارها به کار رفته است. همین‌طور استدلال شده است که کوازارهای رادیویی با طیف شیب‌دار تحولی شدیدتر از کوازارهای رادیویی با طیف تخت داشته‌اند.

همین‌طور شمارش تعداد کوازارهای اپتیکی وجود دارد که شبی ابر اقلیدسی برای رابطهٔ $\log N_m$ (شیب ۰/۸ ~ در مقابل ۰/۶ برای عالم اقلیدسی) در مورد کوازارهای پرنور از خود نشان می‌دهند. منحنی $\log N_m$ در فراتر از قدر B در حدود ۲۰ تخت می‌شود. گفته شده

است که تحول درخشندگی مسئول این شیب‌دار شدن است. اما، در فراتر از $z \approx 3$ تعداد به‌طور قابل ملاحظه‌ای فرو می‌افتد.

شگفت اینکه، اگر فرض کنیم که کوازارها (در ناحیه I) موضعی و به‌طور یکنواخت توزیع شده باشند، $\langle V/V_m \rangle$ برای کوازارهای رادیویی نزدیک به 0.5 می‌شود. این موضوع را ر. لیندز^۱ و دی. ویلز^۲ در بررسی چند نمونه کامل کوازار رادیویی به‌دست آوردند.

در سال ۱۹۷۹ با کشف اینکه (عمدتاً مربوط به رصدخانه اینشتین) گسیل پرتو X مشخصه بسیاری از کوازارهاست، بعد تازه‌ای به مسئله شمارش چشمه افزوده شد. بنابراین، اصولاً می‌توان یک آزمون $\log N - \log S$ برای کوازارهای پرتو X انجام داد. داده‌های اولیه نشان می‌داد که درخشندگی پرتو X و اپتیکی کوازارها همبسته‌اند. از این‌رو، شمارش تعداد اپتیکی کوازارها باید مبنایی برای شمارش تعداد پرتو X نیز در نظر گرفته می‌شد، سپس با بهره‌گیری از فرمولهایی چون (۱۰۲.۴) می‌توان سهم کلی زمینه پرتو X ناشی از فقط کوازارها را برآورد کرد.

شمارش تعداد اپتیکی کوازارها در ۱۹۷۹ صعود با شیب تندی را در تعداد کوازارها کم‌نور نشان داد، و به فاجعه معروف به زمینه پرتو X انجامید. به‌نظر می‌رسید که کوازارها به تنهایی سهمی بیش از 10^0 درصد در زمینه پرتو X دارند. به هر حال، اکنون معلوم شده است که چگالی عددی کوازارها چنانکه قبلاً گمان می‌شد صعود نمی‌کند. با توجه به برآورد بعدی ا.کی. کمباوی^۳ و ا.سی. فابیان^۴، سهم کوازارهای پرتو X در این نوع پرتوهای زمینه نباید از $3^0 \sim$ درصد کل تجاوز کند.

رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ

در مقایسه با وضعیت آشوبناک مورد نمودار هابل، رابطه روشنتری بین یک ویژگی قابل مشاهده (وابسته به فاصله) و z کوازارها از مطالعه اندازه‌های زاویه‌ای به‌دست می‌آید. همان‌طور که در بخش ۴.۱۱ گفتیم، بزرگترین اندازه زاویه‌ای در یک جعبه انتقال به سرخ ظاهراً برای کوازارهای رادیویی به‌صورت z^{-1} کاهش می‌یابد. همین‌طور پیوستگی خامی بین نقشه z - θ کوازارها و همین نقشه برای کهکشانها وجود دارد. که نشان می‌دهد هر دو جسم احتمالاً مربوط به یک سیستم‌اند. با این همه، چرا θ به‌صورت z^{-1} تغییر می‌کند، در صورتی که هیچ مدل فریدمان آن را پیش‌بینی نمی‌کند؟ نکته عجیب آن است که، اگر z متناسب با فاصله D باشد، نتیجه مشاهده شده $\theta \propto D^{-1}$ صرفاً هندسه اقلیدسی را تأیید خواهد کرد! برای اجتناب از ورودیهای نامطمئن از فرض تکامل، این آزمون برای مؤلفه‌های بسیار فشرده کوازارها با VLBI اندازه‌گیری شد. درباره نتایج اولیه آن در بخش ۴.۱۱ بحث کردیم. این رهیافت واضحتر به‌نظر می‌رسد و امید می‌رود که مطالعات بیشتری در این زمینه صورت گیرد.

سیستمهای خط جذبی

چند کوازار علاوه بر خطهای گسیلی خطوط جذبی نیز دارند. انتقال به سرخ خط جذبی z_{em} یک کوازار معمولاً برای تمام خطها یکسان است. اما، در بعضی موارد، بیش از یک انتقال به سرخ خط جذبی z_{abs} یافته شده است. همین‌طور، اغلب $z_{abs} < z_{em}$ ، اگرچه مواردی نیز وجود دارد که $z_{abs} > z_{em}$. چرا این اختلافها در انتقال به سرخ وجود دارد؟

اصولاً، تفاوت میان انتقال به سرخ خط جذبی و انتقال به سرخ خط گسیلی را می‌توان به حساب (۱) حرکت نسبی بین ناحیه گسیلنده و جذب‌کننده، (۲) سهم اندک انتقال به انتقال به سرخ گرانشی نسبت به انتقال به آبی بین دو ناحیه، یا (۳) اختلاف انتقال به سرخهای کیهان‌شناختی نواحی گسیلنده و جذب‌کننده گذاشت. هر دو مورد (۱) و (۲) در چشمه به‌وجود می‌آید، در حالی که (۳) نیاز به این دارد که در راه چشمه به ناظر جذب صورت بگیرد. همین‌طور توجه کنید در حالی که (۱) را چون می‌توان تنظیم کرد تا هر دوی $z_{abs} \geq z_{em}$ را داشته باشد، (۲) و (۳) نیاز به $z_{abs} < z_{em}$ دارند.

با توجه به کارهای انجام‌شده معلوم نیست که آیا سازوکاری رضایت‌بخش در (۱) وجود دارد که سیستمهای مختلف خط جذبی را در جسم توجیه کند. برای کوازار ۲۸۶ C، $z_{em} = 0.85$ ، در حالی که $z_{abs} = 0.69$ ؛ رصدهای ۲۱ سانتی‌متری چشمه اختلاف سرعت اندک ($\sim 3 \text{ km s}^{-1}$) را در فاصله 30° pc در چشمه نشان می‌دهد. این موضوع اختلاف $z_{em} - z_{abs}$ ناشی از خروج گاز با سرعت زیاد از داخل کوازار را نشان می‌دهد.

توجیه متداولتر سیستمهای خط جذبی ناشی از (۳) است که در آن جذب‌کننده‌ها ابرهای میان کهکشانی یا هاله‌ای کهکشانی در راه از QSO به ناظر هستند. معمولاً سه نوع خط جذبی وجود دارد:

۱. خطهای جذبی پهن^۱ (BAL) یا سیستمهای پاستیغ C IV، Si IV، N V، O VI و غیره. علاوه بر $Ly\alpha$. پاستیغها در بخش آبی خطهای گسیلی متناظر قرار دارند و مربوط به سرعت $\leq 0.1c$ هستند.

۲. سیستمهای عناصر سنگین حاوی خطهای تیز ناشی از H تا عناصر سنگینتر است که از گاز رقیق با ترکیب نزدیک به خورشید ناشی می‌شوند. در اینجا تفاوت میان انتقال به سرخهای گسیلی و جذبی نظیر با سرعت $\leq 0.1c$ به طرف کوازار است.

۳. سیستمهای $Ly\alpha$ که با چگالی فزاینده در طرف آبی خط گسیلی ظاهر می‌شوند.

کار قابل ملاحظه‌ای انجام شده است تا معلوم شود که اغلب خطهای جذبی ناشی از اجسام کیهان‌شناختی میانی است که به‌صورت کاتوره‌ای توزیع شده‌اند. در بعضی موارد که خطی جذبی

در انتقال به سرخ معین به‌دست‌آمده، خوشه‌ای کهکشانی با همان انتقال به سرخ در حوالی آن گزارش شده است، به هر حال، همان‌طور که در فصل ۱۰ بررسی شد، آزمون‌گان-پترسون^۱ که هدف آن یافتن هیدروژن خنثی میان کهکشانی قابل ملاحظه در راه کوازارها بود نتیجه‌ای مثبت نداشت. این موضوع بیشتر به‌عنوان دلیلی بر ضد هیدروژن میان کهکشانی در نظر گرفته شد تا قرار داشتن کوازارها در فاصله‌های انتقال به سرخ مربوطه. با توجه به این داده‌ها، اکنون کیهان‌شناسان استدلال می‌کنند که زمانی پس از آخرین پراکندگی ولی پیش از انتقال به سرخ مثلاً ۵ ~، IGM عمدتاً باز یونیده شده است، به طوری که خط جذبی $Ly-\alpha$ در ابرهای هیدروژن خنثی محدود شده است.

تشکیل عدسی گرانشی

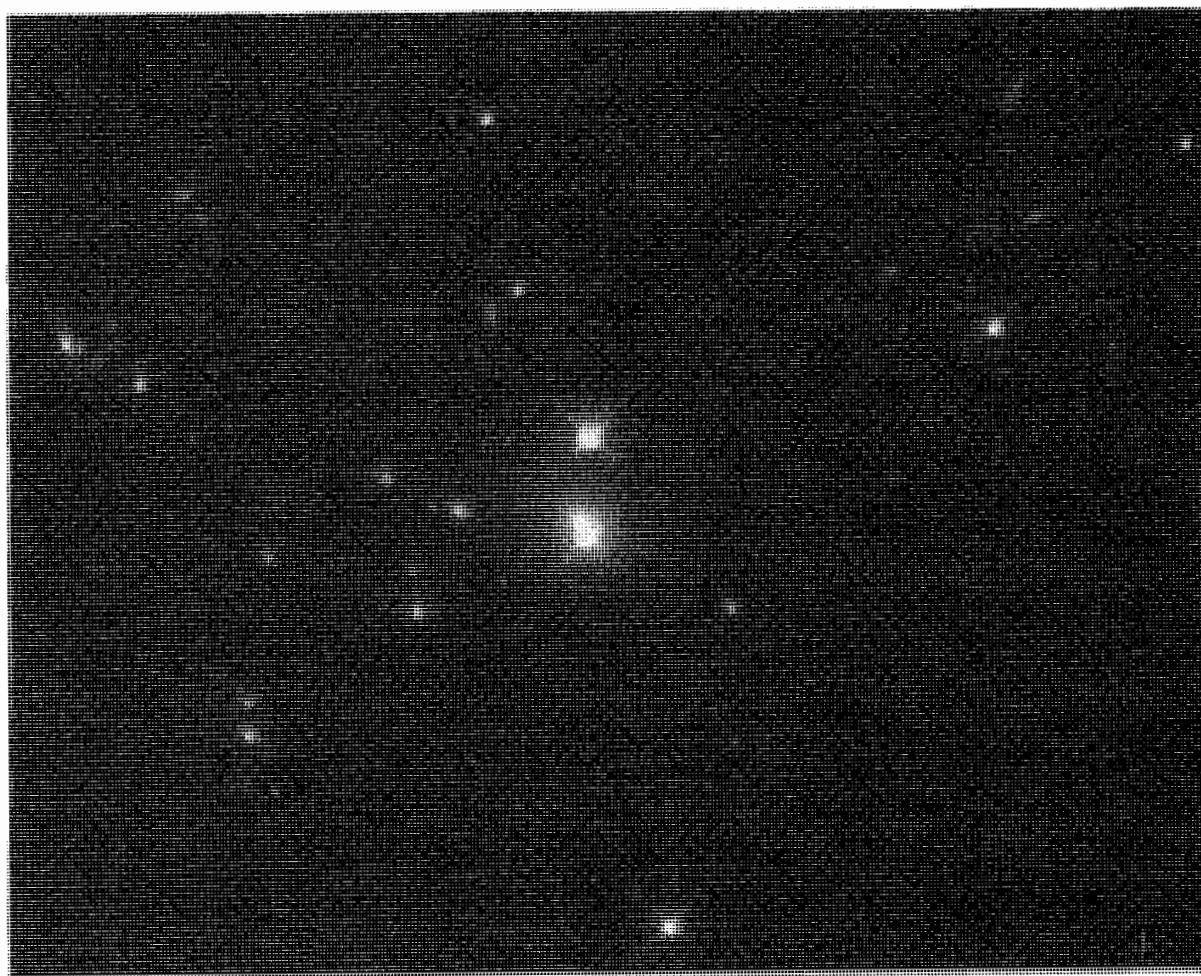
در سال ۱۹۷۹ دو کوازار $A + ۵۶۱ + ۹۵۷$ و B با انتقال به سرخ یکسان $۱/۴$ و طیف‌های مشابه کشف شدند. (نگاه کنید به شکل ۱۷.۱۱) این شباهت این تردید را به وجود آورد که شاید آنها دو تصویر از یک جسم هستند که عدسی گرانشی به وجود آورده است. پس از آن خوشه‌ای از کهکشانیها با انتقال به سرخ $۰/۳۶$ به‌عنوان نامزد احتمالی این عدسی گرانشی شناسایی شده است.

چون فاصله دو کوازار از یکدیگر فقط $۶ \sim$ ثانیه کمانی است، این تفسیر منطقی به نظر می‌رسد و در نتیجه تأییدی بر CH است که با توجه به آن کوازاری که «نقش جسم» را دارد در فاصله‌های دورتر از کهکشانی که «نقش عدسی» را بازی می‌کند قرار دارد. به هر حال، فقط تعداد معدودی از موارد تشکیل عدسی گرانشی مشخص وجود داشته است.

با این همه، با فرض اینکه کوازارها با توجه به انتقال به سرخشان در فاصله‌های زیاد قرار دارند، کانونی کردن آنها کاهه‌های توانمندی را برای مدل‌های کیهان‌شناختی فراهم می‌سازد. مثلاً، کوازار دوقلوی $A + ۵۶۱ + ۹۵۷$ و B افت‌وخیز درخشندگی را در هر دو تصویر از خود نشان داد. حال، اگر دو تصویر نظیر یک چشمه باشند، این دو افت‌وخیز چشمه را از دو مسیر متفاوت مشاهده می‌کنیم. اگر مسیر از B طولانی‌تر از مسیر از A باشد، در هر زمان معین B را در عصری زودتر از A مشاهده می‌کنیم. بنابراین هر افت‌وخیزی را که در A مشاهده کنیم بعداً، پس از بازه زمانی متناظر با $\tau = \Delta L/c$ ، که ΔL اختلاف راه است، در B تکرار می‌شود. نشانه‌هایی وجود دارد که در مورد کوازار بالا، «زمان تأخیر» $۴۱۵ \sim$ روز است. بنابراین، اگر مدلی برای عدسی و مدلی برای عالم داشته باشیم، می‌توانیم مقدار نظری برای این تأخیر زمانی به صورت زیر به دست آوریم

$$\tau = \frac{1}{H_0} F, \quad (38.11)$$

1. Gunn-Peterson



شکل ۱۷.۱۱ دو تصویر کوازار که در بالا نشان داده شده‌اند با $0.957 + 561$ A و B مشخص شده‌اند. گمان می‌رود که این دو تصویرهای یک کوازار باشند که با یک عدسی گرانشی به دست آمده‌اند. برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید. تصویر به وسیله HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیق در نجوم آن را اداره می‌کند.

که برای دستگاه کانونی‌کننده محاسبه می‌شود. بنابراین، با مقایسهٔ این نتیجه با مقدار مشاهده شده، می‌توان ثابت هابل را به دست آورد. با این همه، توجه کنید که محاسبهٔ τ وابسته به مدل است، یعنی به هندسهٔ دستگاه کانونی‌کننده بستگی دارد، که می‌تواند منحصر به فرد نباشد.

محدودیت مفید دیگری که از کانونی کردن گرانشی به دست می‌آید مربوط به مقدار Ω_{Λ} است، که از آمار مربوط به کوازارهای با فاصلهٔ زیاد به دست می‌آید که به صورت گرانشی کانونی شده‌اند. با افزایش مقدار این پارامتر، مقیاس فاصله برای انتقال به سرخ یکسان افزایش می‌یابد، که احتمال این کانونی کردن را افزایش می‌دهد. تحلیل فعلی نشان می‌دهد که حد بالای قوی $0.65 \sim$ برای این پارامتر وجود دارد. این موضوعی مهم در محدود کردن فضای کل پارامتر برای مدل‌های استاندارد است.

باید خاطر نشان ساخت که اولین بار فریتس زویکی^۱ در سال ۱۹۳۷ پیشنهاد کرد که سحابیهای دوردست می‌توانند به صورت عدسی گرانشی عمل کنند. بیش از چهار دهه پس از آن اولین مورد $۵۶۷ + ۹۵۷^\circ$ مشاهده شد.

تغییر پذیری

با توجه به داده‌های اخیر، کوازارها در طول موجهای رادیویی و اپتیکی و نیز پرتوهای X تغییر پذیری سریعی را از خود نشان می‌دهند. طبق یک اصل کلی اگر τ مقیاس زمان مشخصه تغییر باشد، شعاع فیزیکی R نباید از ct تجاوز کند. این موضوع به مسئله تولید انرژی می‌انجامد که اولین بار هوپل، بریج، و دلیو. ال. دلیو سارجنت^۲ در سال ۱۹۶۶ به آن اشاره کردند. این مشکل را می‌توان به اختصار به صورت زیر بیان کرد.

چون شار \mathcal{F} را از کوازار اندازه می‌گیریم، درخشندگی آن با توجه به فاصله‌اش به دست می‌آید. با توجه به CH، فاصله‌ها زیاد و در نتیجه درخشندگی بزرگ است. بنابراین، کوازار باید انرژی زیادی را در حجم کوچکی تولید کند که اندازه خطی ct آن را محدود می‌سازد. در سناریوی تولید انرژی متداول، فرایند مشهور به سنکروترون، الکترونهای نسبیتی در میدانهای مغناطیسی تابش می‌کنند. به هر حال، همان‌طور که هوپل، بریج، و سارجنت متذکر شدند، این فرایند به تولید فوتون با چگالی بسیار زیاد می‌انجامد. این فوتونها با الکترونها برخورد می‌کنند و پراکندگی کامپتون بسیار زیادی را به وجود می‌آورند که باعث کاهش انرژی الکترونهای سریع می‌شود. از این رو نمی‌توان تولید انرژی را حتی در فاصله‌های قابل مقایسه با $ct \simeq R$ ادامه داد؛ الکترونها بسیار پیش از طی مسافتی در این حدود انرژی خود را از دست می‌دهند.

این مشکل سینماتیکی که آیا می‌توان کاری کرد که کوازارها به شعاع $R \leq ct$ محدود شوند را می‌توان با این ایده ام. جی. ریس^۳ تا اندازه‌ای کاهش داد. اگر به جسمی که به صورت نسبیتی با عامل γ لورنتس بزرگ منبسط می‌شود از دور نگاه کنیم، به نظر می‌رسد که اندازه شعاعی آن با آهنگ γc افزایش می‌یابد. بنابراین، مقیاس زمانی تغییر مشاهده شده γ ممکن است بسیار کوچک و نامساوی واقعی در مورد R به صورت $R \leq \gamma ct$ باشد (نگاه کنید به تمرین ۲۰). برای $1 \gg \gamma$ ، مسئله محدودسازی راحت‌تر می‌شود.

گاهی از اندازه فشرده که دال بر مقیاس تغییر زمانی کوتاه است برای حمایت از این فکر استفاده می‌کنند که انرژی کوازار از سیاهچاله‌ای بسیار پر جرم به دست می‌آید. به عنوان مثال، کوازار پرتو X با نام OX ۱۶۹ افت قابل ملاحظه‌ای را در درخشندگی پرتو X در طول 10° دقیقه نشان داد. حد اندازه مربوط به این مقیاس زمانی می‌تواند سیاهچاله‌ای با جرم $10^8 M_\odot \leq$ را در خود جا دهد.

1. Fritz Zwicky 2. W. L. W. Sargent 3. M. J. Rees

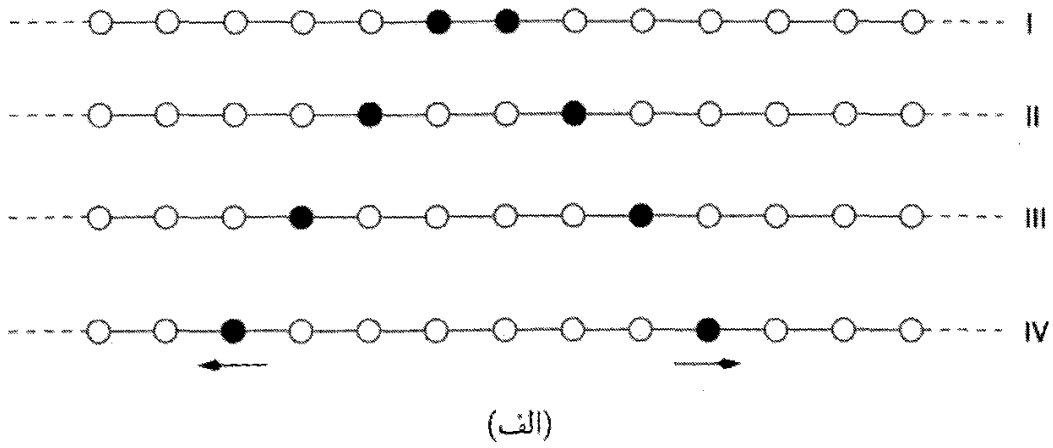
جدا شدنهای با سرعت فراتر از نور

رصد‌های تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز (VLBI) پدیدهٔ عجیبی را در تعدادی از کوازارها نشان داده است. در ناحیهٔ مرکزی این کوازار، دو مؤلفهٔ رادیویی مشاهده می‌شود که به سرعت از هم جدا می‌شوند. چون فاصلهٔ زاویه‌ای در محدودهٔ میلی ثانیه کمانی با روش VLBI قابل اندازه‌گیری است، رصد‌های انجام‌شده در چند ماه یا چند سال برای به‌دست آوردن اثری قابل آشکارسازی کافی است. بنابراین، معلوم شده است که فاصلهٔ زاویه‌ای θ برحسب زمان به‌گونه‌ای تغییر می‌کند (زیاد می‌شود) که، اگر کوازارها در فاصله‌های مشخصی شده با CH باشند، تصویر فاصله خطی باید با سرعت‌هایی بسیار بیش از سرعت نور تغییر کند. بدیهی است که اگر فاصله‌ها بسیار کمتر باشند، سرعت‌های جدا شدن کمتر از سرعت نور می‌شود و این ناسازگاری با نسبیت از میان می‌رود.

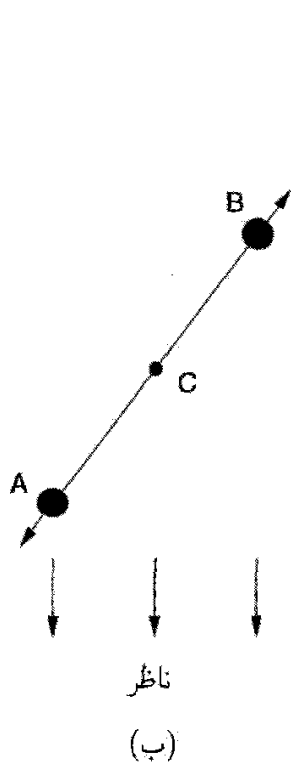
برای حفظ CH به‌رغم این داده‌ها باید نتیجه گرفت که فاصلهٔ مشاهده‌شده غیرواقعی است. راه‌های مختلفی برای خروج از این معضل پیشنهاد شده است که سه‌تای آنها در شکل ۱۸.۱۱ آمده‌اند. شکل ۱۸.۱۱ (الف) اثر درخت کریسمس را نشان می‌دهد که توهم حرکت متوالی نور ناشی از چراغ‌های ساکن است. شکل ۱۸.۱۱ (ب) اثر معروف درخشش نسبیتی را نشان می‌دهد که ریس مطرح کرد و در بالا تحت عنوان تغییرپذیری مطرح شد. مدل نشان داده شده در شکل ۱۸.۱۱ (ج) از پرده‌ای گرانشی به‌صورت کهکشانی یا خوشهٔ کهکشانی حائل استفاده می‌کند که پرتوهای نور (یا امواج رادیویی) ناشی از دو مؤلفه را به‌صورت دیفرانسیلی خم می‌کند به‌طوری که به‌نظر می‌رسد دو تصویر مجازی آنها با سرعت بیش از نور از هم دور می‌شوند.

ریخت‌شناسی

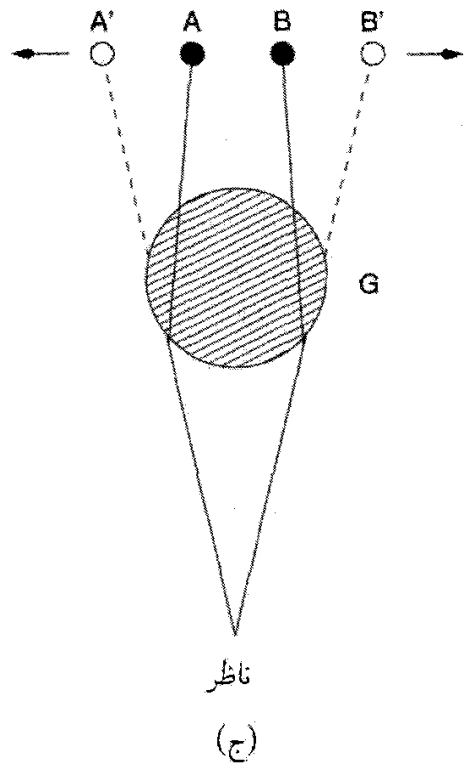
استدلال شده است که کوازارها و هسته‌های کهکشانهای سیفرت اصولاً اجسام یکسانی هستند. به‌طور کلی می‌توان کوازار را هستهٔ کهکشانی در نظر گرفت که پر نور است و بقیهٔ کهکشانی یا مرئی نیست یا نورش ضعیفتر از آن است که مشاهده شود. با توجه به این بحث، اگر CH صحیح باشد، انتقال به سرخ بزرگ به‌معنی فاصلهٔ زیاد است و در آن فاصله فقط هستهٔ پرنور به‌صورت کوازار مرئی است. در بعضی موارد، مانند کوازار Ton ۲۵۶، می‌گویند که پُرز اطراف کوازار توزیع درخشندگی یک کهکشانی بیضوی را دارد. برای تثبیت این نوع دلایل، که به‌نفع CH است، باید نشان دهیم که در واقع کهکشانی از ستارگان در اطراف کوازار وجود دارد. خط‌های جذبی مشخصهٔ ستارگان موجود در کهکشانهای بیضوی دلیل قانع‌کننده‌ای به‌نفع این پیشنهاد است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۸.۱۱ سه روش ایجاد توهم جدا شدن با سرعت‌های بیش از سرعت نور. (الف) یک ردیف چراغ با دایره‌های کوچک نشان داده شده است. دایره‌های توپر چراغهای روشن هستند. در مراحل I تا IV روشنایی طوری تنظیم شده است که ناظری در دوردست تصور می‌کند که دو چشمه نور از مرکز به طرف خارج حرکت می‌کنند. (ب) ناظر در زمانهای مختلف دو مؤلفه‌ای را که در واقع از هم جدا می‌شوند می‌بیند؛ زیرا نور مربوط به مؤلفه نزدیکتر A زودتر از نور پس از نور مؤلفه دورتر B چشمه را ترک می‌کند. C هسته مرکزی ساکن است. توهم جدا شدن A و B با سرعتی بیش از سرعت نور در صورتی به وجود می‌آید که AB تقریباً در امتداد خط دید باشد. این مورد بسیار نادر است. به علاوه، انتقال به آبی می‌یابد و در نتیجه باید بسیار پرنورتر از B باشد که نسبت به ناظر انتقال به سرخ یافته است. معمولاً فرض می‌شود که B ساکن است و A به طرف ناظر می‌تابد (ج) در اینجا کهکشانی حائل پرتوهای ناشی از A و B را خم می‌کند به طوری که ناظر دو تصویر A' و B' را می‌بیند، که حتی اگر A و B با سرعت نسبی کمتر از سرعت نور از هم دور شوند، می‌تواند با سرعت‌های بیش از سرعت نور از هم جدا شوند. برای اینکه این پدیده به وقوع بپیوندد کهکشان G باید موقعیت خاصی را بین چشمه و ناظر اشغال کند.

پیوندهای کوازار-کهکشان

یکی از راه‌های اثبات اینکه انتقال به سرخ‌های کوازار کیهان‌شناختی هستند آن است که نشان دهیم کهکشان و کوازار دارای انتقال به سرخ یکسان همسایهٔ فیزیکی هستند. چون می‌دانیم انتقال به سرخ کهکشان از قانون هابل پیروی می‌کند، پس انتقال به سرخ کوازار نیز باید ناشی از CH باشد. در سالهای ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ گان، ال. بی. رایبسون^۱، و ای. جی. ومپلر^۲ شواهدی از این نوع را ارائه کردند. در سال ۱۹۷۸ ا. ان. استاکتون^۳ یک سری رصدهای قابل توجه را گزارش کرد. استاکتون همهٔ ۲۷ کوازار شناخته‌شده با انتقال به سرخ $0.45 \leq$ و قدرهای بصری کمتر از $19.2 + 5 \log z$ در گسترهٔ میل $+55 < \delta < -15$ را برگزید. سپس کوشید تا طیف‌های همهٔ کهکشانهای قابل مشاهده در صفحه‌های بررسی آسمان پالومار^۴ سرخ را که در محدودهٔ ۴۵ ثانیهٔ کماتی از هر یک از این کوازارها قرار دارند به‌دست آورد از ۲۹ کهکشان از این نوع، او طیف ۲۵ کهکشان را به‌دست آورد که ۱۳‌تای آنها انتقال به سرخ در محدودهٔ $3 \times 10^{-3} \sim$ انتقال به سرخ کوازار مجاور داشتند. آیا این پیوندها واقعی هستند یا نتیجهٔ افکنشهای اتفاقی برآسمان؟ چون منجم نمی‌تواند فاصلهٔ شعاعی کوازارها را اندازه بگیرد، باید از استدلالهای آماری برای حل و فصل موضوع استفاده کند. جفت‌شدگیهای استاکتون با احتمال کمتر از $10^{-6} \times 1/5$ ناشی از افکنشهای تصادفی بودند. بنابراین، متخصص آمار تمایل به پذیرش واقعی بودن پیوند دارد و نتیجه می‌گیرد که کوازارها در نزدیکی کهکشانهای قرار دارند و در نتیجه فاصله‌های آنها مطابق CH است. اگر این استدلال را به‌تنهایی در نظر بگیریم کاملاً محکم جلوه می‌کند. اما مسئله روی دیگری هم دارد که در فصل آخر بررسی می‌کنیم.

به‌طور کلی، می‌توان استدلال کرد که داده‌های زیادی وجود دارند که با کیهان‌شناختی بودن انتقال به سرخ کوازارها سازگارند. همین‌طور می‌توان گفت که کوازارها هسته‌های کهکشانهای فعال هستند که خط‌های گسیلی یک دنبالهٔ ریخت‌شناختی پیوسته را از خود نشان می‌دهند. در واقع، برای توسعهٔ بحث می‌توان استدلال کرد که کوازارها هسته‌های کهکشانهای هستند که نورپوش کهکشانی خود را تحت‌الشعاع قرار می‌دهند. به‌طوری‌که، وقتی از دور به آن می‌نگریم فقط کوازار را می‌بینیم و کهکشان را نمی‌بینیم. در حمایت از این استدلال، مواردی وجود دارد که پُرزی کوازارهای با انتقال به سرخ کم را احاطه کرده است. با این همه، با توجه به فرمول فاصلهٔ کیهان‌شناختی، هنوز دلیل سراسری وجود ندارد که نشان دهد تمام کوازارهای با انتقال به سرخ بسیار زیاد در واقع در فاصله‌های بسیار دور قرار دارند. نزدیکترین مورد به این دلیل سراسری پیوند میان کوازارها و کهکشانهای با انتقال به سرخ یکسان استاکتون است. دلیل غیرمستقیم از مطالعات تشکیل عدسی گرانشی و زمان تأخیر به‌دست می‌آید،

که با CH سازگارند. با توجه به مورد اخیر، شایان توجه است که پیکربندیهای کانونی کردن را می‌توان با فاصله‌ی ما از چشمه (و عدسی) مقیاس‌بندی کرد. اگر چشمه نزدیکتر باشد، یک عدسی با جرم کمتر در فاصله‌ی کوتاه‌تر اثری یکسان تولید خواهد کرد و در نتیجه آزمون زمان تأخیر در تصمیم‌گیری در این مورد که کوازار در فاصله‌ی مربوط به انتقال به سرخ هابل قرار دارد یا به صورت قابل ملاحظه‌ای نزدیکتر است اهمیت فراوان دارد.

۷.۱۱ قیده‌های رصدی مربوط به پارامترهای کیهان‌شناختی

جیم گان و بتاتریس تینسلی در سال ۱۹۷۵ در مقاله‌ای از مجله‌ی نیچر داده‌های کیهان‌شناسی موجود در آن زمان را مرور کردند و به این نتیجه‌گیری رسیدند

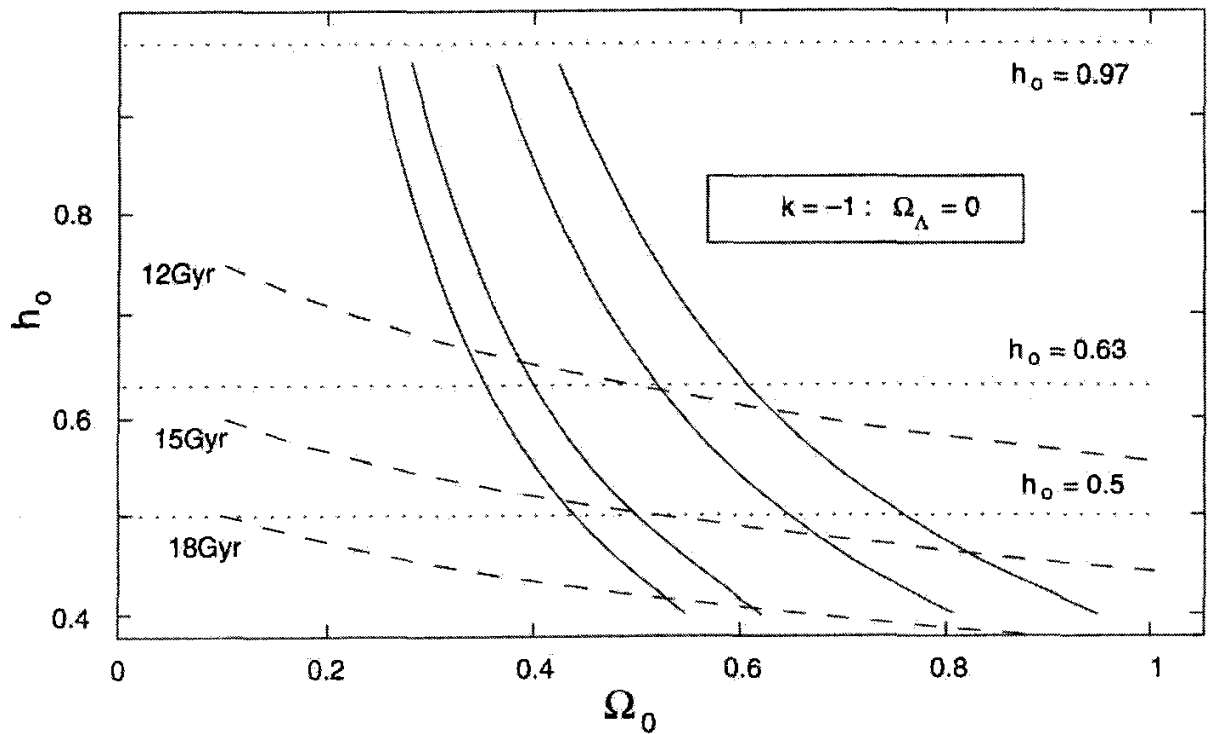
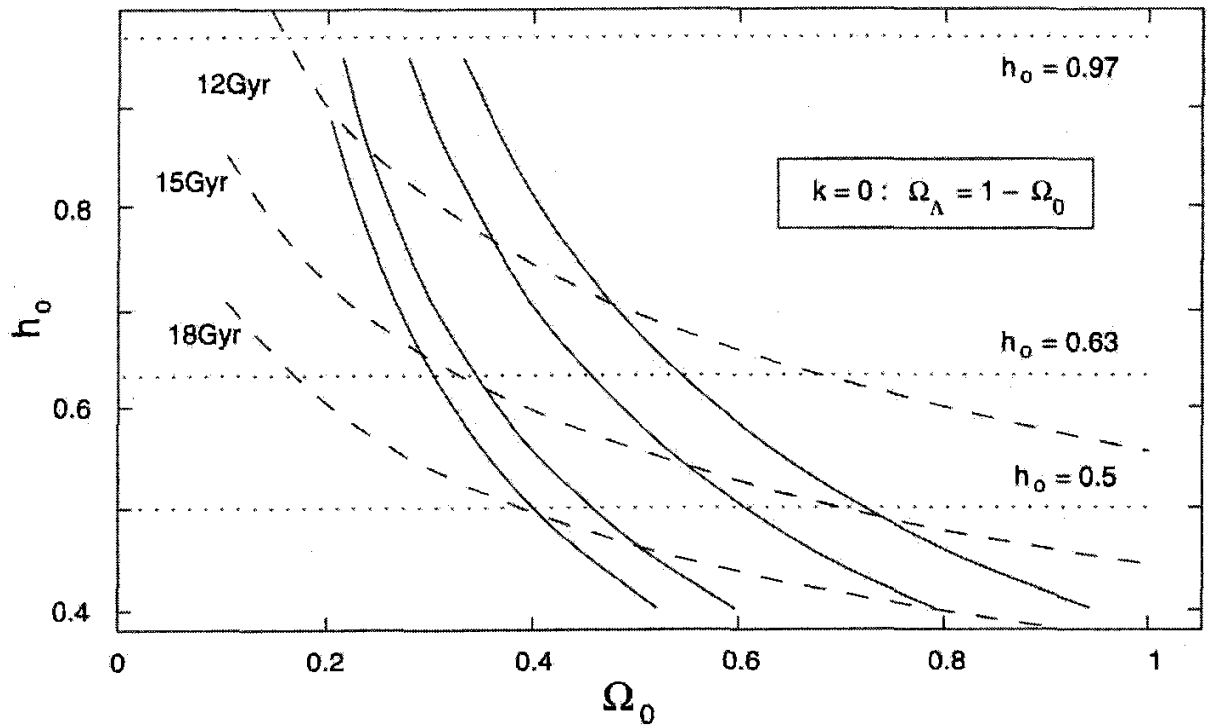
«داده‌های جدید روی نمودار هابل، همراه با محدودیتهای مربوط به چگالی عالم و سن کهکشانها، نشان می‌دهد که منطقیترین مدل‌های کیهان‌شناختی دارای ثابت کیهان‌شناختی مثبت‌اند، بسته هستند، چگالتر از آن‌اند که دوتریم را در مهبانگ بسازند، و برای همیشه منبسط می‌شوند...»

با توجه به پیشرفت فناوری، در این فصل و فصل‌های قبل دیدیم که رصدها و ورودیهای جدید از فیزیک ذرات و نیز کیهان‌شناسی هم در زمینه‌ی رصدی و هم در جبهه‌ی نظری پیشرفت قابل ملاحظه‌ای کرده است. مدل مهبانگ استاندارد، امروزه ریشه‌های بسیار عمیق‌تر از سال ۱۹۷۵ در کیهان‌شناسی پیدا کرده است. بنابراین، بجاست که در قسمتهای پایانی این کتاب، وضعیت کنونی کیهان‌شناسی را بررسی کنیم و ببینیم که محدودیتهای رصدی و نظری فعلاً چگونه‌اند. تعجب‌آور نیست که بعضی از مواردی که گان و تینسلی بررسی کردند هنوز مطرح‌اند، در صورتی که در بقیه‌ی موارد مسئله‌های جدید جانشین مسائل قبلی شده‌اند. هدف ما در اینجا انجام همین کار در چارچوب کیهان‌شناسی جدید است. خلاصه‌ی کلام آن است که به‌رغم در اختیار گرفتن ثابت کیهان‌شناختی به‌عنوان پارامتر اضافی مدل‌های فریدمان، فضای پارامتر مجاز برای این مدل‌ها به‌شدت کاهش یافته است. رصدهایی که در اینجا به‌کار خواهیم برد شامل سن خوشه‌های گویسان، اندازه‌گیری ثابت هابل، فراوانی خوشه‌های غنی کهکشانها، کسر جرم باریونها در خوشه‌های غنی، و فراوانی اجسام با انتقال به سرخ زیاد است. به علاوه ملاحظات مربوط به تشکیل ساختار را نیز در نظر می‌گیریم. مدل مهبانگ استاندارد هیچ سازوکار روشنی برای تولید ناهمگنیهای کوچک در عالم اولیه ندارد. با این همه، می‌توان با توسل به این فرضیه که عالم در عصر آغازین دارای مرحله‌ای تورمی بوده است این سازوکار را مطرح کرد. مدل‌های شامل تورم معمولاً به دو پیش‌بینی زیر می‌انجامد که:

(۱) پارامتر چگالی کل $\Omega_{\text{کل}} = \Omega_0 + \Omega_{\Lambda} = 1$ و (۲) طیف توانی اولیه ناهمگنیها به صورت $P_{\text{in}}(k) \propto k^n$ با $n \simeq 1$. در طی سالها، ایده تورم را چند بار تغییر داده‌اند تا با چالشها رصدی سازگار شود و اکنون می‌توان مدلی را یافت که تقریباً هر مقدار $\Omega_{\text{کل}}$ را برای هر شکل $P_{\text{in}}(k)$ در اختیار بگذارد. برای صراحت با مدل‌های $n = 1$ کار می‌کنیم. رصدهای تابش زمینه ریزموج با اینکه شاخص n برابر واحد باشد سازگارند. با رشد افت‌وخیزها، طیف توانی در مقیاسهای کوچک با فرایندهای فیزیکی مختلف تغییر داده می‌شود و این تغییر را با تابع انتقال توصیف می‌کنند. با تابع انتقال پیشنهادی اِفستاتیو^۱، بوند^۲ و وایت^۳ کار می‌کنیم که با $\Gamma = \Omega_0 h_0$ پارامتری سازی شده است (نگاه کنید به فصل ۷). طیف توانی با رصدهای COBE DMR بهنجار می‌شود و به دست می‌آید $Q_{\text{rms-ps}} = 20 \pm 3 \mu\text{K}$. در اینجا دامنه افت‌وخیزها در چارقطبی است که از افت‌وخیزهای گشتاورهای بالاتر به دست می‌آید.

در اینجا محدودیتهای دو مدل، یعنی مدل‌های با (۱) $\Omega_0 + \Omega_{\Lambda} = 1$ (مدل‌های تخت) و (۲) $\Omega_0 < 1$ و $\Omega_{\Lambda} = 0$ (مدل‌های با خمیدگی فضایی منفی) را بررسی می‌کنیم. اولین مورد با مدل‌های تورمی سازگار است، اگرچه به تنظیم دقیق ثابت کیهان‌شناختی نیاز دارد، که برخلاف روح سناریوی تورمی است. (در باره این موضوع بعداً اظهار نظر می‌کنیم.) مدل دوم را می‌توان یک «مدل ناظر» در نظر گرفت، زیرا می‌کوشد از چیزهایی استفاده کند که به صورت رصدی شناخته شده‌اند. دامنه افت‌وخیزها برای مدل‌های باز از مقیاس‌بندی مجدد مدل $\Omega_0 = 1$ به دست می‌آید. اثر خمیدگی اهمیت ندارد زیرا فقط به مقیاسهای بسیار کوچکتر از مقیاس خمیدگی علاقه‌مندیم. ابتدا فهرست محدودیتهایی را تهیه می‌کنیم که هم ناشی از نظریه هستند و هم مشاهده، و منبع خطا را برای هر محدودیت ذکر می‌کنیم. سپس این محدودیتها را ادغام می‌کنیم تا ناحیه‌های مجاز در فضای پارامتر را بررسی کنیم که با پارامتر چگالی برای ماده (Ω_0) و ثابت هابل (h_0) تعریف می‌شود. نگاه کردن به شکل‌های ۱۹.۱۱ تا ۲۱.۱۱ برای این بحث سازنده است.

شکل ۱۹.۱۱ محدودیتهای پارامتر چگالی را نشان می‌دهد که همه نوع ماده، Ω_0 ، و ثابت هابل h_0 در آن دخیل است و از (۱) سن خوشه‌های گویسان، (۲) اندازه‌گیری ثابت هابل، و (۳) فراوانی خوشه‌های غنی به دست می‌آید. مورد آخر در فصل ۱۰ به اختصار مورد بحث قرار گرفت. جرم موجود در واحد حجم خوشه‌های غنی را می‌توان از چگالی عددی مشاهده‌شده این خوشه‌ها و میانگین جرم آنها برآورد کرد که از روشهای مختلفی چون استفاده از قضیه ویریال، تشکیل عدسی گرانشی، مطالعات پرتو X و غیره به دست می‌آید. این عدد را می‌توان با پارامتر خوشه‌ها $\Omega_{\text{خوشه‌ها}}^{\text{obs}}$ نشان داد و در مدل‌های موفق باید شرط $\Omega_{\text{خوشه‌ها}}^{\text{abs}} = \Omega_{\text{خوشه‌ها}}(> M) \text{ صدق کند. مقایسه مقادیر}$

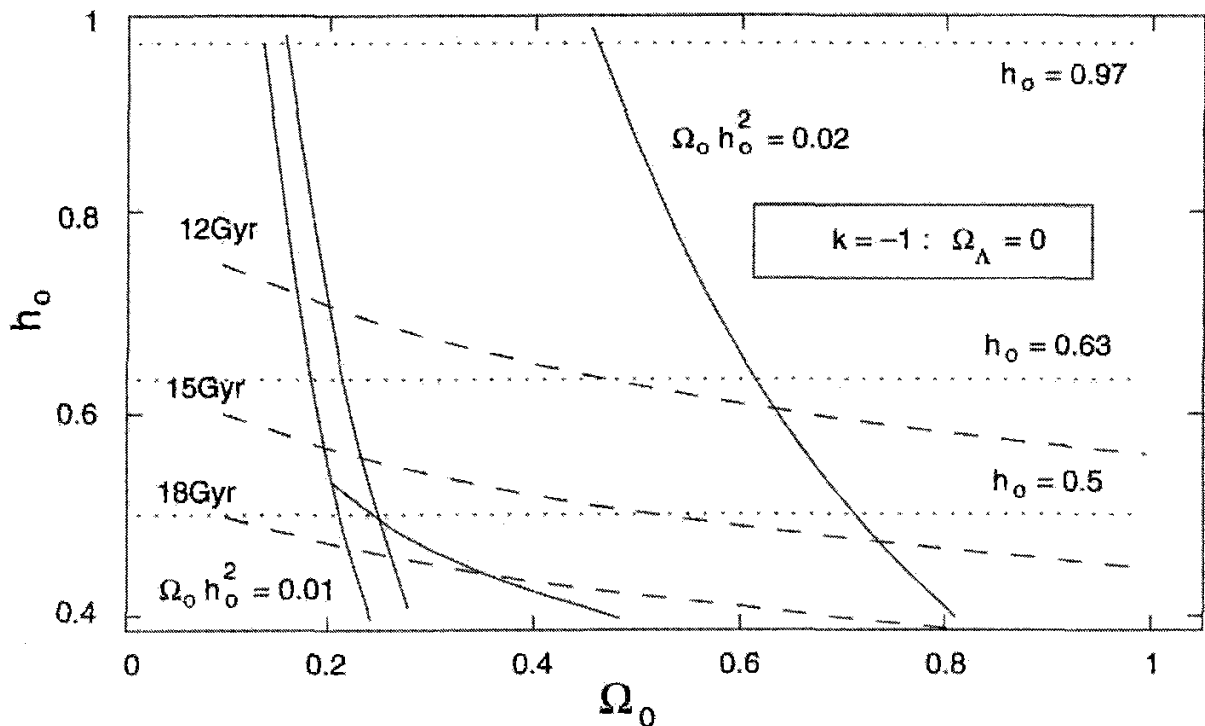
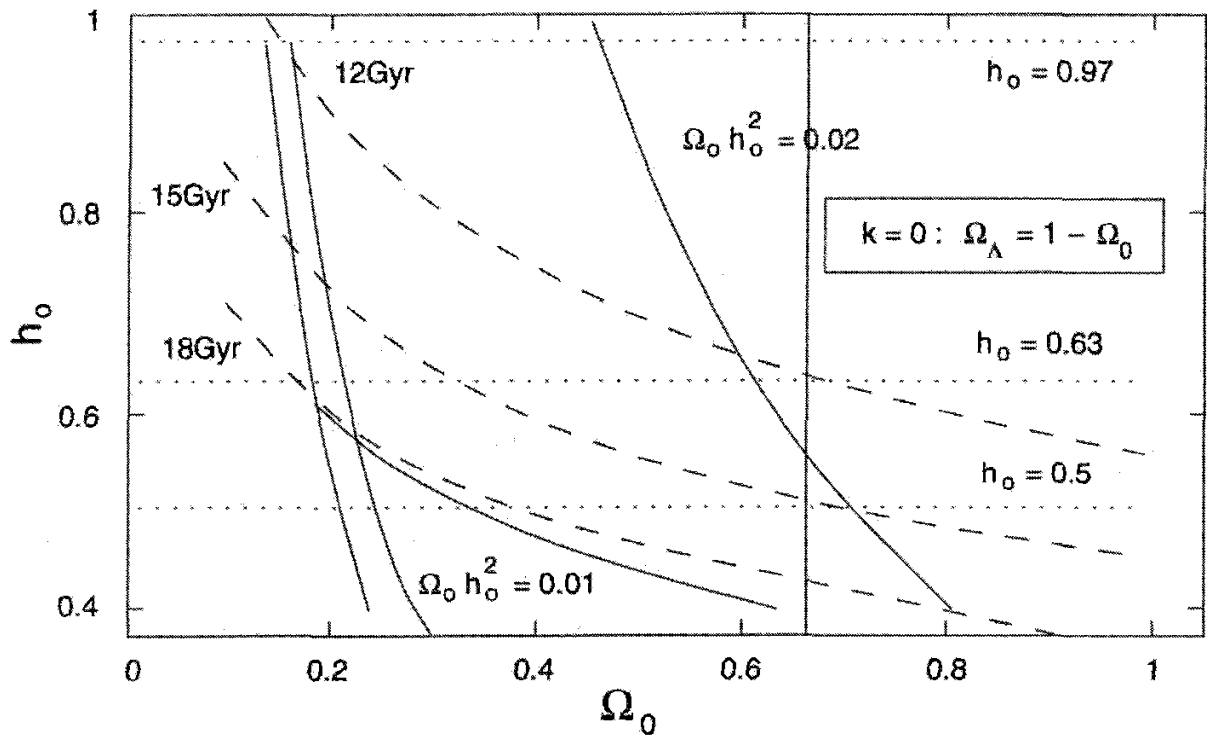


شکل ۱۹.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

مشاهده شده با نظری را می توان با تبدیل چگالی عددی خوشه ها به دامنه افت و خیزهای چگالی انجام داد، که سپس با فرض یک قانون توانی برای RMS افت و خیزهای σ_8 اختلالهای چگالی،

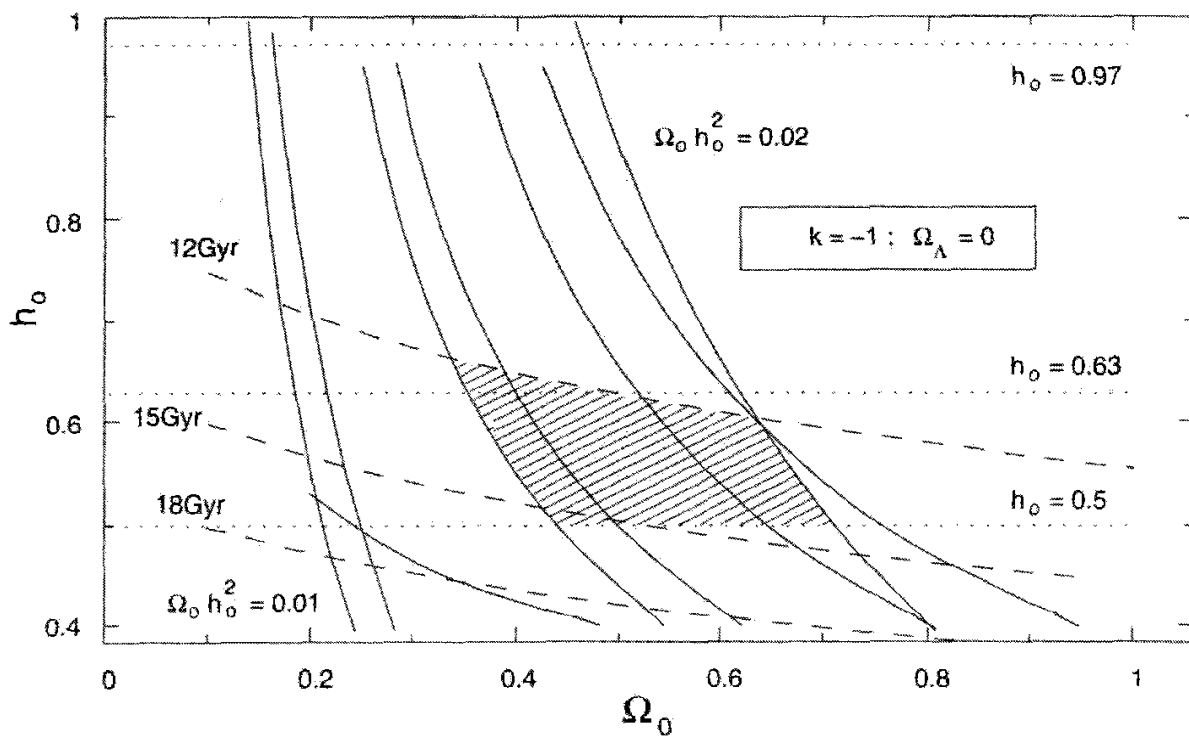
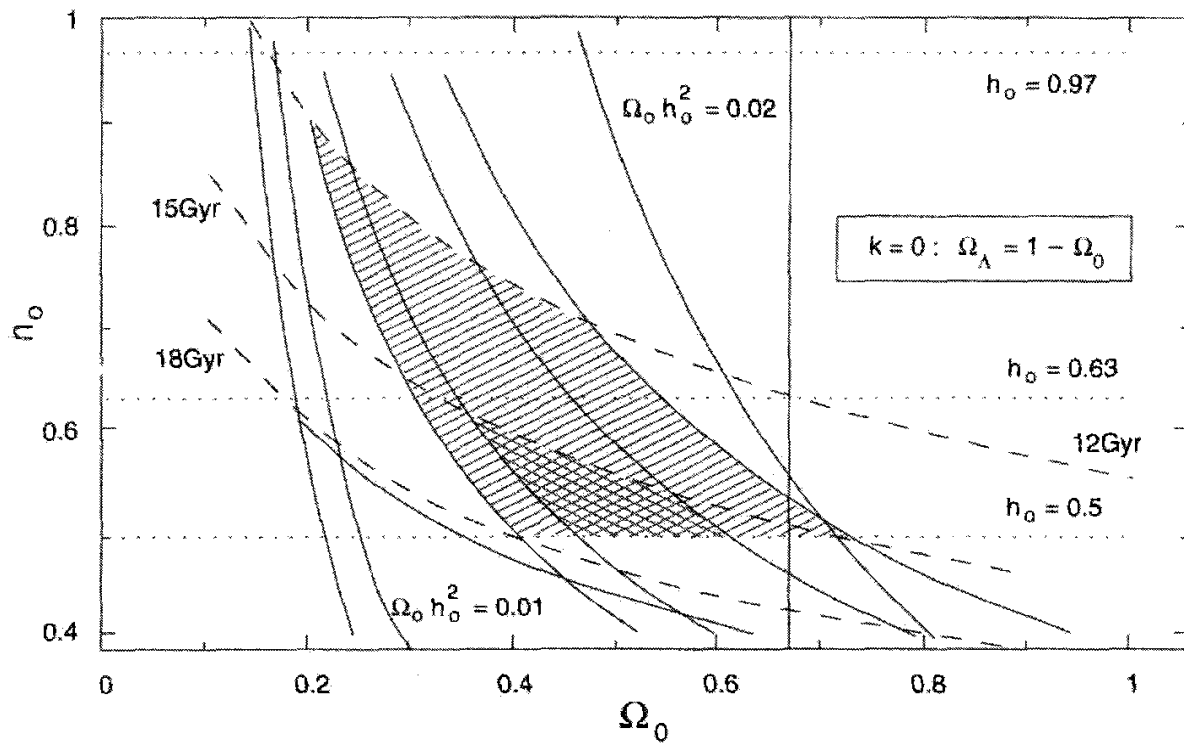
به $h_0^{-1} \text{Mpc}$ مقیاس‌بندی می‌شود. سپس این نتیجه به‌عنوان قیدی بر σ_8 به‌کار می‌رود. احتمال زیادی وجود دارد که جرمها بیش از اندازه برآورد شده باشند و تصحیحاتی هر خطا مقادیر پارامتر $h_0 \Omega_0$ را کم کند.

تصویر بالا محدودیتهای مدل با $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ ، $\Omega_\Lambda \neq 0$ را نشان می‌دهد. تصویر پایینی برای مدل $k = -1$ ، $\Omega_\Lambda = 0$ و $\Omega_0 \leq 1$ است. خطهای سن ثابت به‌صورت خط‌چینهایی در گستره مقادیر Ω_0 و h_0 نشان داده شده‌اند. خطهای نقطه‌چین مقدار در برگیرنده نوار ثابت هابل موضعی ($0.63 < h_0 < 0.97$) را مشخص می‌کنند که از اندازه‌گیریهی HST به‌دست آمده است. همین‌طور حد پایین در نظر گرفته‌شده برای مقدار کلی آن ($h_0 = 0.5$) را نشان داده‌ایم. خطهای پیوسته داخلی ناحیه‌هایی را دربر می‌گیرند که با توجه به فراوانی مشاهده‌شده خوشه‌ها مجازند. خطهای پیوسته خارجی پهنه‌ای را نشان می‌دهند که این ناحیه می‌تواند به واسطه عدم قطعیت در بهنجارش COBE به طیف توانی جابه‌جا شود. توجه کنید که این سه محدودیت ناحیه‌های بزرگ در فضای پارامتر را کنار می‌گذارد. به‌ویژه، بدیهی است که مدل $\Omega = 1$ رد می‌شود. سپس، در شکل ۲۰.۱۱ محدودیتهای اعمال‌شده بر پارامتر چگالی بررسی می‌شود که از ماده، Ω_0 ، ثابت هابل h_0 ناشی از (۱) سن خوشه‌های گویسان، و (۲) اندازه‌گیریهی ثابت هابل، (۳) فراوانی اجسام با انتقال به سرخ بالا، (۴) کسر جرم باریونها در خوشه‌ها و سنتز هسته‌های آغازین و (۵) اندازه‌گیری پارامتر شتاب منفی حاصل می‌شود. تصویر بالایی محدودیتهای مدل با $\Omega_\Lambda \neq 0$ و $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ است. تصویر پایینی برای مدل با $\Omega_\Lambda = 0$ و $\Omega_0 \leq 1$ است. خطهای سن ثابت برای گستره مقادیر Ω_0 و h_0 به‌صورت خط‌چین نشان داده شده‌اند. خطهای نقطه‌چین نوری را مشخص می‌کنند که ثابت هابل موضعی ($0.63 < h_0 < 0.97$) را دربر می‌گیرد که از اندازه‌گیریهی HST به‌دست آمده‌اند. همین‌طور حد پایین فرض شده برای مقدار کلی ($h_0 = 0.5$) نشان داده شده است. خط ضخیم چپ به راست حد پایین مقادیر مجاز h_0 از فراوانی اجسام با انتقال به سرخ بالاست. این خط بیانگر شرطی است که دامنه اختلالهای چگالی در طول جرم $10^{11} M_\odot \sim$ در $z \simeq 2$ از مرتبه واحد بوده است. توجه کنید که این قید ایجاب می‌کند که عالم تخت نتواند چندان پیرتر از ۱۸ گیگاسال باشد. خطهای تقریباً عمودی حدود بالایی را مشخص می‌کنند که سنتز هسته‌های آغازین و کسر جرم باریونها در خوشه‌ها مجاز می‌دارد. برای Ω_0 مشخص، مقادیر مجاز h_0 در زیر این منحنی قرار می‌گیرند. دومین خط از این نوع حد بالای محدودیتی را نشان می‌دهد که مشاهده فراوانی دوتریم در انتقال به سرخهای بالا ایجاب می‌کند. سرانجام، شکل ۲۱.۱۱ خلاصه همه محدودیتهایی است که در دو شکل قبل رسم شده‌اند. ناحیه سایه‌دار برای $t_0 > 12 \text{ Gyr}$ ، $h_0 > 0.5$ و صادق بودن سایر محدودیتهای مجاز است.



شکل ۲۰.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

ناحیه هاشورزده ناحیه با $t_0 > 15\text{Gyr}$ و فراوانی خوشه‌ها در ناحیه مجاز را نشان می‌دهد که در آن عدم قطعیت در بهنجارش داده‌های COBE در نظر گرفته نشده است. اگر عدم قطعیت



شکل ۲۱.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

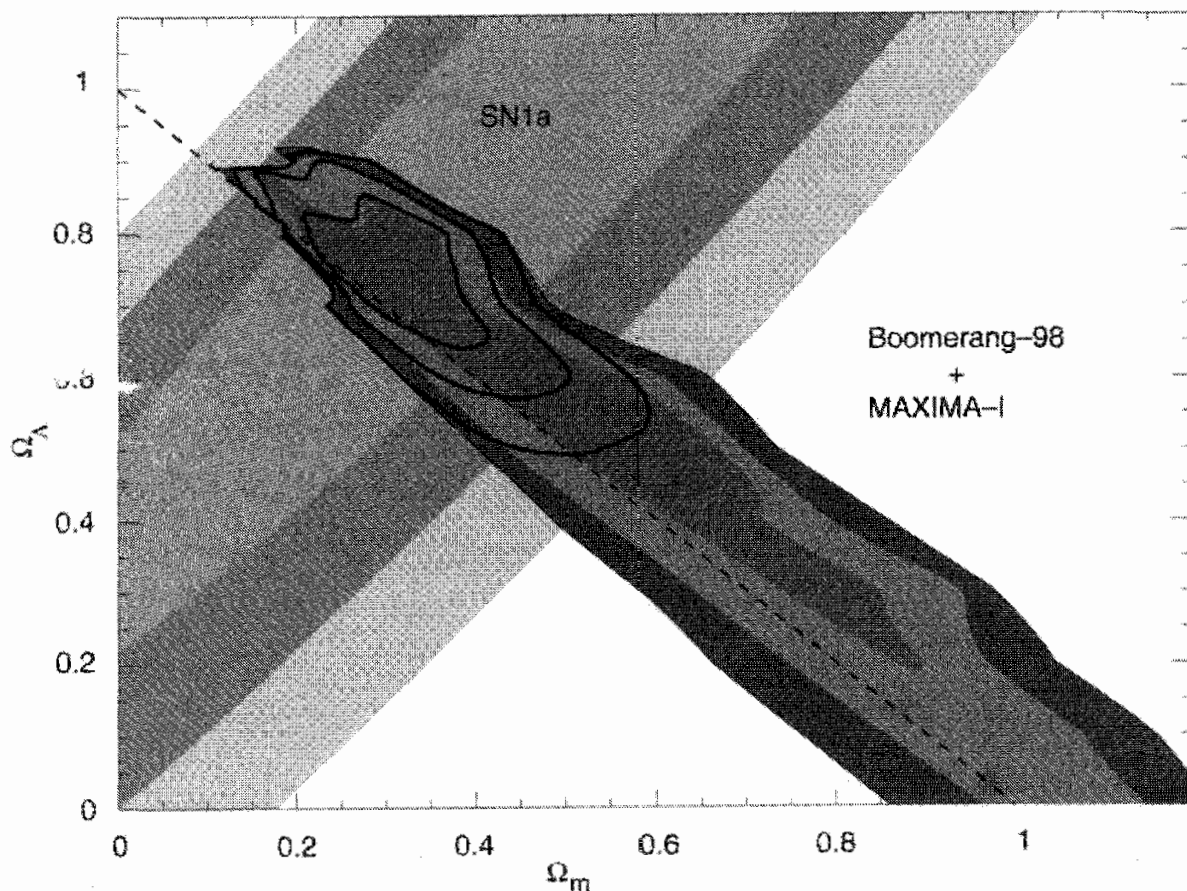
در مشاهده‌ها به حدود نهایی رانده شوند، پارامتر فضای مجاز نظیر ناحیه سایه‌دار می‌شود. تفسیر کمتر محافظه‌کارانه از این مشاهده‌ها به ناحیه مجاز بسیار کوچکتر از چیزی می‌انجامد که در اینجا با ناحیه هاشوردار نشان داده شده است. در اینجا از محدودیت‌های ناشی از پارامتر شتاب منفی و مشاهده فراوانی دوتریم در انتقال به سرخ بالا استفاده نکرده‌ایم.

این مرور مختصر تحولات جدید در کیهان‌شناسی را پس از بررسی گان و تینسلی مشخص می‌کند. اگرچه محدودیت «سن» در مدت چند دهه با کیهان‌شناسی مهبانگ همراه بوده است، اما فقط اکنون به واسطه دقت بیشتر در اندازه‌گیری‌های ثابت هابل و بهبود شناخت ما از تحول ستاره‌ای مورد توجه قرار گرفته است. حتی با در نظر گرفتن خطاهای موجود در هر دو جبهه، نتیجه‌گیری اجتناب‌ناپذیر این است که مدل‌های مهبانگ استاندارد بدون ثابت کیهان‌شناختی عملاً مردودند. حتی با ثابت کیهان‌شناختی، باید به خاطر داشته باشیم که تشکیل عدسی گرانشی مقدار Ω_Λ را به کمتر از ۰/۶۵ محدود می‌سازد.

در اینجا بد نیست که دو مشاهده دیگر را نیز وارد نمودار Ω_Λ برحسب Ω_0 کنیم (نگاه کنید به شکل ۲۲.۱۱). اینها حدودی هستند که داده‌های بومرنگ با رابطه $m-z$ بر ابرنواخترهای نوع-Ia و قله دوپلر مشاهده‌شده در $z \approx 2.0$ اعمال می‌کنند. دو ناحیه متقاطع نشانگر نواحی با ۹۵٪ اطمینان هستند. همپوشانی شامل قطعه خط در امتداد $\Omega_\Lambda + \Omega_0 = 1$ ، برای عالم تخت است. باز هم ثابت کیهان‌شناختی به شدت مورد نیاز است.

محدودیت‌های ناشی از تشکیل ساختار، فراوانی خوشه‌ها، سنتز هسته‌های آغازین و اجسام با انتقال به سرخ بالا تقریباً جدیدند؛ اما محدودیت اضافی را بر مدل‌های حتی با ثابت کیهان‌شناختی اعمال می‌کنند. در واقع، با شناخت فعلی از نجوم فراکهکشانی، اکنون فضای پارامتری مختصری برای مدل استاندارد با ثابت کیهان‌شناختی یا بدون آن باقی می‌ماند. در حالی که یک طرفدار مهبانگ شاید ادعا کند که باریک شدن پنجره مجاز نشانگر همگرایی به طرف مدل THE عالم است، اما این مطلب مسئله دیگری را مطرح می‌کند که نظریه‌پردازان باید نگران آن باشند.

این مسئله «تنظیم دقیق» است که قبلاً در این کتاب مطرح شد. اگر شرط لازم نبودن تنظیم دقیق را این‌گونه در نظر بگیریم که «همه پارامترهای بدون بعد باید از مرتبه واحد باشند»، پس مدل‌های $\Omega_{\text{کل}} = 1$ را طبیعی در نظر می‌گیریم. (هر مدل دیگر به تنظیم دقیق این پارامتر در عالم اولیه نیاز دارد، مشکلی که اغلب «مسئله تخت بودن» نامیده می‌شود.) به همین ترتیب تأکید می‌کردیم که $\Omega_\Lambda = 0$. چنین مدلی را رصدها مردود می‌دارند. در واقع درک این نکته دشوار است که چرا



شکل ۲۲.۱۱ نقشه‌ای که جف^۱ و همکاران، در سال ۲۰۰۰، به دست آوردند، محدودیت ناشی از ناهمسانگردی زمینه ریزموجهای کیهانی (CMB) و SN1a را در صفحه پارامتری $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ نشان می‌دهد. لبه‌های سایه‌داری که تقریباً با خط چین موازی‌اند و با $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ داده می‌شوند، حدهای 1σ ، 2σ و 3σ (تعریف شده به صورت نسبت احتمال معادل برای توزیع گاوسی دوبعدی) را برای احتمال مشترک اندازه‌گیریهای ناهمسانگردی CMB، که از آزمایشهای COBE، بومرنگ و MAXIMA-I به دست آمده‌اند، نشان می‌دهند. لبه‌هایی که با SN1a مشخص شده‌اند، لبه‌های احتمال مشابهی هستند که از رصد نواخترهای با انتقال به سرخ زیاد به دست آمده‌اند. لبه‌های پررنگ قیدهای ترکیبی‌ای هستند که از ضرب کردن داده‌های دو توزیع احتمال مربوط به ناهمسانگردی CMB و ابرنواخترها حاصل شده‌اند.

ثابت کیهان‌شناختی باقی‌مانده چنان است که دقیقاً با شرط تخت بودن سازگار می‌شود. همان‌طور که استیون واینبرگ^۲ در سال ۱۹۸۹ متذکر شد، این مسئله به تنظیم دقیق یک قسمت در 10^{10} نیاز دارد. کوششهایی (مانند هسته اصلی) در جهت توسل به یک ثابت کیهان‌شناختی تکامل‌یابنده برای غلبه بر این مشکل به عمل آمده است؛ با این همه، هیچ کدام از این مدلها دارای جنبه قانع‌کننده نیست. در حال حاضر، باید نتیجه بگیریم که در واقع بحرانی در کیهان‌شناسی وجود دارد.

1. Jaffe 2. Steven Weinberg

۸.۱۱ تغییر ثابتهای بنیادی

کیهان‌شناسی استاندارد بر مبنای این فرض محافظه‌کارانه قرار دارد که فیزیک کنونی و در موقعیت فعلی ما را می‌توان برونیایی کرد و در مورد ساختار بزرگ مقیاس عالم به‌کار برد. این فرض بر مبنای اقتصاد فرضیه‌ها، یا تیغ اوکام معقول است. در میان کیهان‌شناسیهای غیراستاندارد، فقط اصل کیهان‌شناسی کامل اعتبار این فرض را تأیید می‌کند. با توجه به زمینه‌های تجربی دلیلی وجود ندارد که باور کنیم این فرض در غیر این صورت صادق است. بنابراین، ثابتهای بنیادی چون c ، \hbar ، e ، G و جرمهای ذرات می‌توانند بر حسب زمان و مکان تغییر کنند. در فصل ۸ با کیهان‌شناسیهایی مواجه شدیم که فرض کردند دو مورد آخر فهرست بالا در دوره‌های مختلف تغییر می‌کند. دلیل مربوط به این موارد را در این بخش بررسی می‌کنیم.

۱.۸.۱۱ تغییر $\alpha = e^2/(\hbar c)$

با توجه به فرضیهٔ اعداد بزرگ^۱ (LNH) متوجه شدیم که $e^2/(Gm_p m_e)$ با زمان کیهانی t تغییر کند دیراک فرض کرد که این با e ، m_p ، m_e ثابت به معنی $G \propto t^{-1}$ است. این نتیجه را از LNH نیز می‌توان گرفت که با G ، m_p ، m_e ثابت داریم $e^2 \propto t$. این موضوع را گاموف در سال ۱۹۶۷ مطرح کرد، زیرا گمان می‌کرد افت سریع G به صورت t^{-1} برخلاف مشاهده‌هاست. اگر \hbar و c ثابت باشند، تفسیر گاموف به این نتیجه‌گیری می‌انجامد که ثابت ساختار ریز $\alpha \equiv e^2/(\hbar c)$ باید بر حسب دوره به صورت $t \sim$ تغییر کند.

در سال ۱۹۶۷ جی. ان. باکال و ام. اشمیت طول موجهای خط چندتایی O-III در طیف گسیلی پنج کهکشان رادیویی با $z \sim 0.2$ را اندازه گرفتند. اگر α ثابت بود اختلاف طول موج $\delta\lambda$ بین خطهای چندتایی مشاهده‌شده به صورت کسری از طول موج میانگین موزون λ یکی از خطهای رصدشده باید با طیفهای مشاهده‌شده در آزمایشگاه یکسان می‌شد. در غیر این صورت، داریم

$$\frac{\alpha(z)}{\alpha(0)} = \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)_{\text{رصدشده}}^{1/2} \times \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)_{\text{آزمایشگاه}}^{-1/2} \quad (39.11)$$

باکال و اشمیت متوجه شدند که

$$\frac{\alpha(z=0.2)}{\alpha(0)} = 1.001 \pm 0.002. \quad (40.11)$$

اگر α با t متناسب بود، باید برای طرف راست (۴۰.۱۱) مقدار $0.8 \sim$ را به دست می‌آوریم. در سال ۱۹۷۷ ام. اس. رابرتز^۲ انتقال به سرخهای اندازه‌گیری‌شده در طول موجهای اپتیکی

و ۲۱cm را در چشمه‌های برون‌کاهشانی مقایسه کرد و به دست آورد که

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| \leq 4 \times 10^{-12} \text{yr}^{-1}. \quad (41.11)$$

باز هم، این مقدار یک مرتبه بزرگی کمتر از آهنگ پیش‌بینی شده $\alpha \propto t$ است. این مشاهده‌های اولیه استحکام فرض ثابت بودن α را نشان می‌دهند.

۲.۸.۱۱ تغییر G

این مشاهده‌ای مهم است، زیرا ثابت بودن G مبنای نسبیت عام است که کیهان‌شناسی استاندارد بر مبنای آن قرار دارد. از طرف دیگر، چند کیهان‌شناسی غیراستاندارد پیش‌بینی می‌کند که در عصر حاضر $H_0 \sim |\dot{G}/G|$. دلایل مستقیم و غیرمستقیم این تغییر (یا عدم تغییر) G را در زیر بررسی می‌کنیم.

رصدهای راداری

در سال ۱۹۷۶ آی. آی. شاپیرو^۱ و همکاران نتیجه تحلیل چند هزار رصد سیگنالهای راداری را که از سیارات داخلی بین ۱۹۶۶ و ۱۹۷۵ برگشته بود گزارش دادند. با در نظر گرفتن داده‌های دیگر مربوط به ماه و سیاره‌های بیرونی، از نتیجه‌های رادار داریم

$$\left| \frac{\dot{G}}{G} \right| < 10^{-10} \text{yr}^{-1}.$$

روش رادار در طول زمان پیشرفت کرده و حد بالای آن دقیقتر شده است. مثلاً، فاصله‌یابی ماه به کمک لیزر اکنون مقدار \dot{G}/G را برابر $10^{-12} \text{yr}^{-1} (\pm 8)$ تعیین می‌کند. این مقادیر با توجه به خطاهای تجربی با صفر سازگارند.

حرکت میانگین ماه

تی. سی. وان فلاندرن^۲ رصدهای زمین-ماه-خورشید در چند سال را با استفاده از دو مقیاس زمانی: زمان اتمی، که با ساعت‌های اتمی اندازه گرفته شده است و زمان زیجی، که از حرکت خورشید به‌گرد زمین به دست می‌آید بررسی کرد، مبنای این رصدها به قرار زیر است.

فرض کنید که جسمی در مداری دایره‌ای به شعاع r دور جسمی با جرم بسیار بیشتر و با سرعت زاویه‌ای میانگین n می‌گردد. اگر M جرم جسم مرکزی باشد، از مکانیک نیوتونی دو رابطه

1. I. I. Shapiro 2. T. C. Van Flandern

زیر را به دست می‌آوریم

$$GM = r^3 n^2, \quad r^2 n = \text{const.} = h. \quad (42.11)$$

اکنون اگر تغییرات کند G بر حسب زمان را وارد کنیم، از دو رابطه بالا به راحتی نتیجه می‌گیریم

$$\frac{\dot{G}}{G} = \frac{\dot{n}}{2n}. \quad (43.11)$$

بنابراین، میانگین سرعت زاویه‌ای زمین به دور خورشید که با زمان زیجی اندازه‌گیری می‌شود، در صورت کاهش G بر حسب زمان، با آهنگ کسری $2\dot{G}/G$ کند می‌شود. معادله مشابهی را می‌توان برای ماه به دست آورد، بجز اینکه اصطکاک کشندی سیستم ماه-زمین بر حرکت ماه تأثیر می‌گذارد بنابراین برای ماه داریم

$$\frac{\dot{n}_M}{n_M} = \left(\frac{\dot{n}_M}{n_M} \right)_{\text{کشندی}} + \frac{2\dot{G}}{G}. \quad (44.11)$$

اگر \dot{n}_M/n_M با زمان اتمی اندازه‌گیری شود، باید (44.11) را به دست آوریم. به هر حال، همین کمیت که با زمان زیجی اندازه‌گیری شود $2\dot{G}/G$ را که ناشی از (43.11) است کنار می‌گذارد و فقط بخش کشندی را اندازه می‌گیرد. بنابراین، اختلاف میان دو رصد باید $2\dot{G}/G$ را بدهد. خطای اصلی در این روش همواره به دست آوردن برآورد موثقی از اثر کشندی است. اگر خطاهای ذکر شده در تعیینهای مختلف \dot{n} قابل اعتماد باشد، سهمی واقعی از جمله \dot{G}/G در حرکت ماه وجود دارد. ارزیابیهای اولیه داده‌های وان فلاندرن، وقتی در چارچوب کیهان‌شناسی دیراک در نظر گرفته شد، مقدار حدود $10^{-11} \text{yr}^{-1} \times (-6/9 \pm 2/4)$ را به دست داد. این آهنگ با کیهان‌شناسی هوپل-نارلیکار سازگار، اما برای نظریه برنز-دیکی با $\omega \geq 30$ بیش از حد بزرگ است.

مریخ‌نشین وایکینگ

دقیقترین اندازه‌گیری آهنگ تغییر G که تاکنون اندازه‌گیری شده است از تحلیل داده‌های فاصله تا کاوشگرهای وایکینگ فرود آمده بر مریخ گزارش شده است. این آزمایش را ار. دبلیو. هلینگز^۱، پی. جی. آدامز^۲ و جی. دی. آندرسون^۳، ام. اس. کیسی^۴، ای. ال. لاول^۵، ام. استندیش^۶، وی. ام. کنوتو^۷ انجام دادند و آی. گلدمن^۸ از اندازه‌گیریهای فاصله تا کاوشگرهای وایکینگ و سفینه فضایی مارنیر^۹ در مدار مریخ، اندازه‌گیری فاصله تا سطح عطارد و مریخ به کمک رادار، اندازه‌گیریهای

1. R. W. Hellings 2. P. J. Adams 3. J. D. Anderson 4. M. S. Keeseey
5. E. L. Lau 6. E. M. Standish 7. V. M. Canuto 8. I. Goldman 9. Mariner 9

فاصله لیزری مربوط به ماه و اندازه‌گیریهای اپتیکی فاصله تا خورشید و ستارگان استفاده کرد. برآزش کمترین مربعات پارامترهای مدل منظومه شمسی به داده‌ها نشان می‌دهد که

$$\dot{G}/G = (0.2 \pm 0.4) \times 10^{-11} \text{yr}^{-1}.$$

بدون شک این نتیجه با تغییر صفر G سازگار است.

تحول ستاره‌ای

اگر G در گذشته بزرگتر از امروز می‌بود، تحول ستاره‌ای با آهنگ سریعتری انجام می‌گرفت و تغییراتی در رابطه $m-z$ به وجود می‌آمد. در سال ۱۹۸۰ کنوتو و نگارنده نشان دادند تا جایی که به کیهان‌شناسی HN با G -متغیر مربوط می‌شود، داده‌های کنونی درباره رابطه $m-z$ با پیش‌بینیهای نظری سازگارند. اما، خطاهای رابطه $m-z$ به‌گونه‌ای است که نمی‌توان با قطعیت گفت که تغییری در G صورت می‌گیرد. به هر حال، این کارها را باید برای پایگاه داده از نوع ابرنواختر-Ia تکرار کرد.

تحول زیست‌شناختی زمین

اگر G در گذشته بالاتر بود، خورشید پرنورتر و فاصله‌اش از زمین کمتر از حال می‌شد. ثابت خورشیدی (شار تابش خورشید در خارج از جو زمین، که اکنون $1.388 \times 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \approx$ است) باید در هنگام تشکیل زمین بسیار بیشتر از امروز می‌بود. با توجه به برآوردهای هویل از کیهان‌شناسی با G -متغیر، در زمانی که زندگی بر روی زمین به‌وجود آمد، یعنی مثلاً 3×10^9 سال قبل، این ثابت در حدود سه برابر مقدار فعلی بوده است. آیا در چنین شرایطی پیدایش حیات امکان‌پذیر بوده است؟ باز هم می‌توان نشان داد که تغییر G در کیهان‌شناسی HN با تحول زیست‌شناختی زمین ناسازگار نیست، اگرچه از این مدرک نمی‌توان برای اثبات تغییر G برحسب دوره استفاده کرد.

تمرینها

۱. مخروط نور گذشته برای مدل‌های فریدمان را با بیان $D(q_0, z)$ برحسب z محاسبه کنید. این مخروطها را برای $1, \frac{1}{4}, 0$ و q_0 و همین‌طور برای مدل حالت پایا رسم کنید.
۲. درباره چگونگی شاخه‌شاخه‌شدن منحنیهای $m-z$ برای مقادیر مختلف q_0 در مدل‌های کیهان‌شناختی متفاوت بحث کنید. چرا خطای موجود در مقدار H_0 مانع از آزمون مقدار q_0 نمی‌شود؟
۳. بیش از اینکه نمودار $m-z$ بتواند به‌چیزی با اهمیت کیهان‌شناختی بینجامد چه مواردی را باید در نظر گرفت؟

۴. درباره تصحیح دهانه بحث کنید. این تصحیح از چه نظر وابسته به q_0 است؟

۵. نشان دهید

$$\frac{D(1, z)}{D(\frac{1}{q}, z)} = \frac{z}{2[(1+z) - \sqrt{1+z}]}$$

و نتیجه بگیرید که برای $\alpha = 0.7$ تصحیح دهانه در $z = 0.7$ اختلاف قدر $0.9^m \sim 0.1$ را به وجود می آورد.

۶. فرض کنید در گستره $5000 \text{ \AA} < \lambda < 2500 \text{ \AA}$ داشته باشیم $I(\lambda) \propto \lambda^2$. کهکشانی با انتقال به سرخ 0.5 در نوار طول موج به مرکز 5000 \AA مشاهده شده است. کهکشان دیگر با انتقال 0.7 نیز در 5000 \AA رصد شده است. نشان دهید که جمله های K برای دو کهکشان اختلافی $0.41^m \sim 0.1$ دارند.

۷. درباره اثر استبینز-ویتفورد^۱ بحث کنید. آیا با در نظر گرفتن تصحیح- K این اثر از میان می رود؟ چرا؟

۸. فرض کنید $K(\lambda)$ سطح مقطع جذب به ازای واحد جرم غبار میان ستاره ای در طول موج λ باشد. نشان دهید که در مدلی از فریدمان با q_0, H_0 معین، قدر ظاهری کهکشان با انتقال به سرخ z ، در نتیجه جذب میان کهکشانی به میزان زیر (که در طول موج λ_0 اندازه گیری شده است) افزایش می یابد

$$\Delta m = 2.5 \log_{10} e \frac{c\rho_0}{H_0} \int_0^{z_0} K\left(\frac{\lambda_0}{1+z}\right) \frac{(1+z)dz}{\sqrt{1+2q_0z}}$$

که ρ_0 چگالی ماده میان کهکشانی است. با در نظر گرفتن

$$K(\lambda) = (6400/\lambda_{\text{انگستروم}}) \times 10^4 \text{ cm g}^{-1}, q_0 = \frac{1}{3} \rho_0 = 2.45 \times 10^{-33} \text{ g cm}^{-3}, h_0 = 0.5$$

نشان دهید در $\lambda = 6400 \text{ \AA}$ ، برای کهکشان با انتقال به سرخ واحد $1^m \approx \Delta m$.

۹. نشان دهید چگونه ارزیابی درخشندگی تصحیحهای نامطمئن را در مقدار q_0 وارد می کند. با بهره گیری از (۱۶.۱۱) با $x = 1/35$ ، مقادیر «واقعی» q_0 را برای مقدارهای اندازه گیری شده $q_0 = 1$ و $q_0 = \frac{1}{3}$ محاسبه کنید.

۱۰. برای تابع درخشندگی کهکشانها که از رابطه (۲۵.۱۱) به دست می آید، نشان دهید که رابطه $N-m$ در مدل فریدمان $q_0 = 0$ از رابطه زیر به دست می آید

$$N(< m) \propto \int_0^\infty \frac{z^{1/4} e^{-x} dx}{[x^{1/2} + \text{dex}(4.658 - m/5)]^3}$$

که $y = 10^y \text{ dex}$. نشان دهید برای m کوچک نتیجه بالا با مورد هندسه اقلیدسی یکسان است.

۱۱. نشان دهید که چرا تصحیح K برای شمارش تعداد کهکشانهای کم نور ضروری است.

۱۲. یک کهکشان رادیویی با انتقال به سرخ $z = 0.1$ دارای شاخص طیفی $\alpha = 1$ و درخشندگی $10^{44} \text{ erg s}^{-1}$ در گستره بسامد $150 \text{ MHz} \leq \nu \leq 150 \text{ MHz}$ است. برای $h_0 = 1$ نشان دهید که چگالی شار کهکشان $35 \text{ Jy} \sim$ در 1000 MHz و $175 \text{ Jy} \sim$ در 200 MHz است (هرگونه اثر کیهان‌شناختی را نادیده بگیرید).

۱۳. توان رادیویی چشمه تمرین ۱۲ را برحسب وات بر MHz بر استرادیان به ترتیب در بسامدهای 200 MHz و 1000 MHz به دست آورید.

۱۴. فرض کنید احتمال اینکه نسبت V/V_m برای $0 \leq x \leq 1$ در گستره $(x, x + dx)$ باشد با $x^n dx$ متناسب است. n را از مقدار مشاهده شده $\langle V/V_m \rangle = \frac{2}{3}$ برآورد کنید.

۱۵. فرض کنید برای بازه‌های $d\sigma_i$ به اندازه کافی کوچک، حداکثر یک چشمه در هر بازه داریم. با نوشتن (۳۰.۱۱) به صورت

$$p_i = \frac{\alpha \sigma_i^{-(\alpha+1)} d\sigma_i}{1 - \sigma_0^{-\alpha}}$$

و بیشینه کردن عبارت زیر نسبت به α

$$\mathcal{L} = \sum \ln p_i,$$

نشان دهید که برای $1 \gg \sigma_0$ به دست می‌آوریم

$$\alpha = M / \sum \ln \sigma_i.$$

۱۶. فرض کنید $f(L)dL$ تعداد چشمه‌های رادیویی در واحد حجم در گستره درخشندگی $(L, L + dL)$ باشد. اگر به ازای انتقال به سرخهای کوچک نمودار $\log z$ برحسب $\log L$ خط راست با شیب $\frac{1}{5}$ باشد. با فرض اینکه تعداد نقطه‌ها در بازه‌های مساوی $\log L$ ثابت باشد. با بهره‌گیری از هندسه اقلیدسی با $z \propto$ فاصله، از این رصدها نتیجه بگیرید که $f(L) \propto L^{-2/5}$.

۱۷. بگویید چرا نمونه‌ای از چشمه‌های رادیویی که نسبت به چگالی شار کمینه کامل است الزاماً نسبت به چگالی شار بیشینه کامل نیست و برعکس.

۱۸. در یک بررسی رادیویی به دست می‌آوریم $N = 10$ در $S = 12.5 \text{ Jy}$ ، در حالی که $N = 93$ در $S = 5 \text{ Jy}$. نشان دهید در عالم اقلیدسی شمارشهای بالا ایجاب می‌کند که یا

۵۸۰ رصدهای مربوط به بخشهای دوردست عالم

دارای کمبود ۱۳ چشمه در انتهای شار زیاد باشیم یا ۵۳ چشمه اضافی در انتهای با شار کم داشته باشیم. با بهره‌گیری از این مثال دربارهٔ مباحثه رایل-هویل در سالهای ۱۹۶۰ اظهار نظر کنید.
۱۹. نشان دهید در مدل اینشتین-دوسیته تعداد کهکشانهای حائل میان کوازاری با انتقال به سرخ کیهان‌شناختی z و ناظر تقریباً از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$N = 0.006 \left(\frac{R}{3 \text{kpc}} \right)^2 \left(\frac{N_g}{0.1 \text{Mpc}^{-3}} \right) [(1+z)^{3/2} - 1]$$

که $h_0 = 1$ شعاع کهکشان نوعی (که کروی فرض می‌شود)، و N_g چگالی عددی کهکشانهاست. بر مبنای این فرمول چه چیزی دربارهٔ تفسیر کهکشان حائل بر خطهای جذبی کوازار می‌توان گفت؟

۲۰. انفجاری کروی به انبساط یک جسم با سرعت شعاعی V در چارچوب سکون ناظر دوردست O می‌انجامد. با در نظر گرفتن شکل سطح همزمانی O ، نتیجه بگیرید که به نظر می‌رسد به صورت عرضی با سرعت $V(1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ منبسط می‌شود.

۲۱. نشان دهید که سیاهچالهٔ ابرسنگینی به جرم $10^8 M_\odot$ دارای مقیاس زمان مشخصهٔ ۱۵ دقیقه است. (در سناریوی قرص انباشتی، قرص می‌تواند تا 10^6 برابر شعاع سیاهچاله امتداد داشته باشد، در نتیجه مقیاس زمان بالا با ضریب 10^6 افزایش می‌یابد.)

۲۲. رصد کوازار ۳C ۳۴۵ نشان داد که فاصلهٔ زاویه‌ای مؤلفه مرکزی از $0.6^\circ \sim$ میلی‌ثانیهٔ کمانی در سال ۱۹۷۰ به $1.6^\circ \sim$ میلی‌ثانیهٔ کمانی در سال ۱۹۷۵ افزایش می‌یابد. انتقال به سرخ ۳C ۳۴۵ برابر 0.595 است. نشان دهید که اگر انتقال به سرخ کیهان‌شناختی باشد برای $h_0 = 1$ ، سرعت جدا شدن باید حداقل $6.6c \sim$ باشد.

۲۳. نشان دهید اگر ثابت ساختار ریز متناسب با t تغییر کند، در انتقال به سرخ 0.2° ثابت ساختار ریز باید ۷۷ درصد مقدار کنونی آن در مدل اینشتین-دوسیته شود.

۲۴. نشان دهید برای تغییرات کند G در مکانیک نیوتونی، تغییر سرعت زاویه‌ای n ذره‌ای که دور یک جسم پرجرم در مدار دایره‌ای حرکت می‌کند به صورت زیر است

$$\frac{\dot{n}}{n} = \frac{2\dot{G}}{G}$$

۲۵. دربارهٔ خطای ناشی از نیروی کشندی بین زمین و ماه در \dot{G}/G ثابت کنید.

برداشت کلی منتقدانه

۱.۱۲ کیهان‌شناسی به‌عنوان یک علم

فصلهای قبل کوششهایی را بیان کرد که کیهان‌شناسان فعلی برای مطالعه رشته خود در چارچوب نظم علمی به عمل آوردند. کیهان‌شناسی روزهایی را که موضوع حلاسهای فلسفی و جزم‌اندیشی مذهبی بود پشت سر گذاشته و اکنون رشته‌ای است که روش تحقیق علمی را می‌توان در آن به‌کار برد. این تغییر حاصل پیشرفتهای حاصل در روشهای مشاهده ساختار بزرگ مقیاس عالم و قابلیت اعمال گسترده قانونهای فیزیک است. در این فصل پایانی با استفاده از ذخیره تمام مواد موجود، خواهیم دید که نظریه‌ها در برابر مشاهده‌ها چه عملکردی را دارند. با این همه، رعایت جانب احتیاط مفید خواهد بود.

کیهان‌شناسی با ادعای توصیف کلی عالم، از قلمرو تمام شاخه‌های دیگر علم فراتر می‌رود. هر نتیجه‌گیری درباره عالم بدون شک عمیق و پرمحتوا خواهد بود و در نتیجه باید با احتیاط با آن برخورد شود. این احتیاط اغلب در حکمهای مربوط به کیهان‌شناسی وجود ندارد. بسیار پیش می‌آید که پژوهشگر (چه نظریه‌پرداز و چه رصد) وسوسه می‌شود که مدل عالم را چیزی واقعی

در نظر بگیرد. اظهار نظرهای بی‌قید و شرط دربارهٔ وضعیت عالم اغلب در بررسی دقیق مستقل از مدل هستند. مثلاً، اگر نوعی ناهمگنی هماهنگ l در زمینهٔ ریزموج کشف شود، می‌تواند در نظریه‌ای یک تفسیر و در نظریهٔ دیگر تفسیری متفاوت داشته باشد. اگر هر دو تفسیر با رصدها سازگار باشند، ادعای اینکه فقط یک نظریه ثابت شده است غیرمنصفانه خواهد بود.

در دو فصل گذشته از دیدگاه‌های مختلف به کیهان‌شناسی مهبانگ نگاه کردیم. در بخش ۷.۱۱ محدودیتهای رصدی پارامترهای مهبانگ را به اختصار بیان کردیم و نشان دادیم که پارامترهای فضایی که می‌توانند، در صورت موجود بودن، دوام بیاورند بسیار اندک‌اند. بنابراین، پیش از ادامهٔ بحث کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا را به اختصار بررسی می‌کنیم. با این همه، با در نظر گرفتن رصدهای یکسان، متوجه این نکته قابل ذکر می‌شویم که یک رصد را می‌توان در QSSC متفاوت از کیهان‌شناسی استاندارد (مهبانگ) که از این پس آن را SC می‌نامیم، تفسیر کرد.

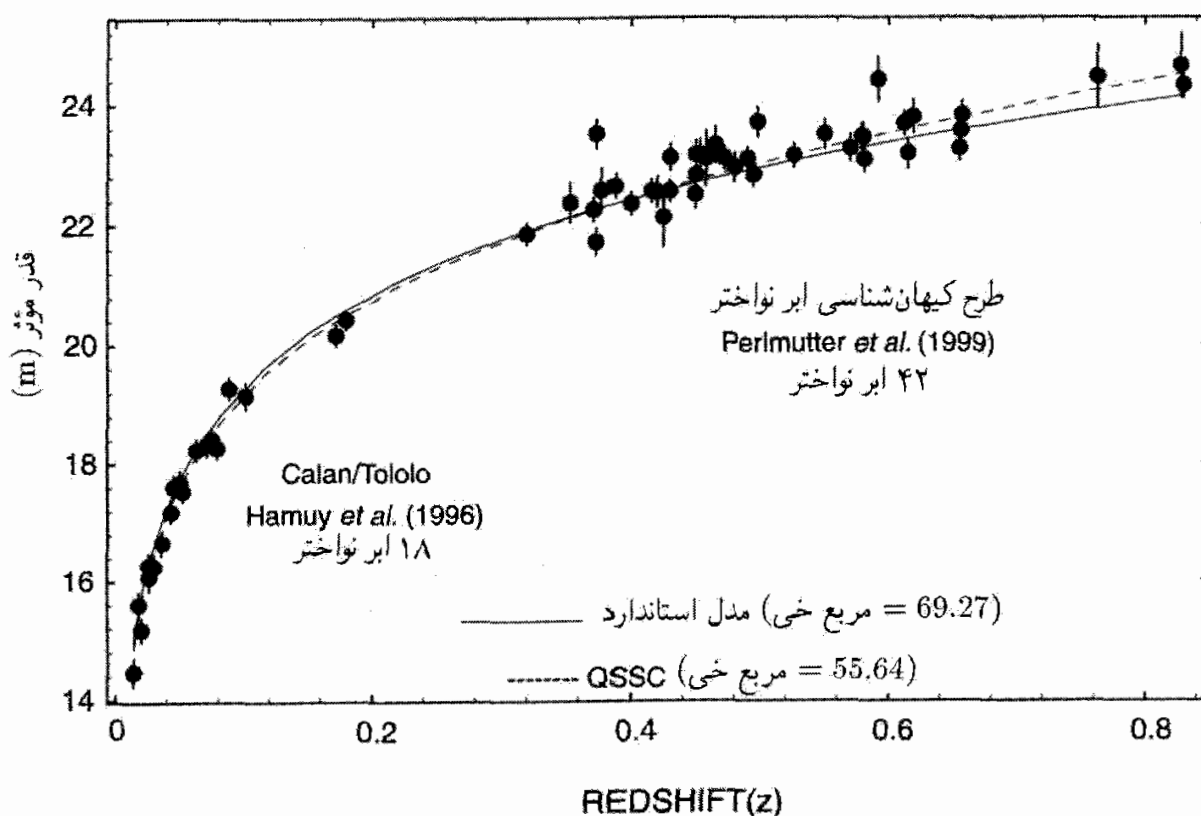
۲.۱۲ محدودیتهای رصدی QSSC

در فصل ۹ دربارهٔ جنبه‌های نظری و رصدی QSSC بحث کردیم. اکنون این ایده‌ها را با ورودیهای رصدی فصل ۱۰ و ۱۱ تکمیل می‌کنیم. با این همه، لازم به ذکر است که با توجه به شکل ۱.۱۱، QSSC دارای ناحیه‌های I، II، و III است، اما چیزی هم‌ارز ناحیه‌های اولیه‌تر SC را ندارد. زیرا، با توجه به انتقال به سرخ، رفتار این کیهان‌شناسی نسبت به زمان یکنواخت نیست. با نوسان عالم، وقتی به فراتر از $z_{\max} \sim 5$ برویم، انتقال به سرخها شروع به کاهش می‌کنند و جای خود را به انتقال به آبی ناچیز می‌دهند. با این همه، پس از چند چرخه زمانی رو به عقب، انتقال به آبی دیگر یافت نمی‌شود، گرچه انتقالهای به سرخ در هر چرخه در گستره‌ای محدود نوسان می‌کنند.

ابتدا آزمونهای عالم دوردست را در نظر می‌گیریم که تا انتقال به سرخهای از رتبه ۵ \sim نظیر ناحیه‌های II و III بالا می‌روند. در اینجا باید گفت که چون QSSC از فرضیهٔ عالم در حال انبساط استفاده می‌کند، با یافته‌های آزمون درخشندگی سطحی سازگار است. سایر آزمونها به‌قرار زیرند.

۱.۲.۱۲ رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر

چگونه QSSC با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia $m-z$ آزمون را توجیه می‌کند؟ اختلاف مهم رابطهٔ استاندارد $m-z$ و این رابطه در QSSC ناشی از حضور دانه‌های گردوغبار رشته مانند است (نگاه کنید به بخش ۲.۱۳.۹). این موضوع باعث کم نور شدن اضافی می‌شود که با تغییر انتقال



شکل ۱.۱۲ داده‌های انتقال به سرخ-قدر برای ابرنواختر نوع Ia با QSSC برازش یافته‌اند، با چگالی بهینه‌شده جمعیت دانه‌های رشته‌ای در فضای میان کهکشانی که باعث خاموشی می‌شوند. مدل SC با $\Omega_\Lambda = 0$ و $\Omega_0 = 1$ برای مقایسه نشان داده شده‌اند.

به سرخ به تدریج به صورت زیر افزایش می‌یابد

$$\Delta m(z) = 2.5 \log_{10} e \times \int_0^{x(z)} \kappa \rho_g dl \quad (1.12)$$

که κ ضریب جذبی جرمی حاصل از دانه‌ها، ρ_g چگالی دانه‌ها، و $x(z)$ ویژه‌فاصله‌ای است که باید تا رسیدن به انتقال به سرخ z از گردوغبار میان کهکشانی گذشت. پس باید این قدر اضافی را به مقدار محاسبه‌شده برای عالم بی‌گردوغبار افزود.

شکل ۱.۱۲ «بهترین برازش» نظری به داده‌ها را نشان می‌دهد. برای به دست آوردن بهترین برازش، دو پارامتر را می‌توان تغییر داد: (۱) قدر مطلق ابرنواختر در قله و (۲) مقدار کنونی ρ_g . مقدار χ^2 برای بهترین برازش با مقدار بهترین برازش کیهان‌شناسی استاندارد که نسبت به Ω_Λ بهینه شده باشد به خوبی قابل مقایسه است. توجه کنید که برازش شکل ۱.۱۲ نسبت به سایر پارامترهای کیهان‌شناختی، که به صورت $z_{\max} = 0.5$, $\eta = 0.811$, $h_0 = 0.65$ و $\Omega_\Lambda = -0.36$

در نظر گرفته می‌شوند، بهینه نمی‌شود. جالب است توجه کنیم که مقدار بهترین برازش ρ_g برابر $3/3 \times 10^{-34} \text{ g cm}^{-3}$ به دست می‌آید، که در گستره صحیح چگالی گردوغبار برای گرمایی کردن نورستاره به تابش زمینه ریزموج قرار دارد. اگر مدل دارای جنبه‌های غلط یا غیرفیزیکی بود، مقداری بسیار متفاوت برای این پارامتر به دست می‌آوریم.

همین‌طور QSSC می‌تواند به این پرسش پاسخ دهد که چرا بعضی ابرنواخترها به‌طور خارق‌العاده‌ای کم‌نورند. این رویداد بدین سبب اتفاق می‌افتد که گردوغبار (که بر اثر بخارهای فلزی خروجی از ابرنواختر تشکیل می‌شود) در اطراف ابرنواختر باقی می‌ماند و سبب ضعیف شدن نور می‌گردد.

۲.۲.۱۲ شمارش‌های چشمه رادیویی

در QSSC این شمارش‌ها را ترکیب جمعیت‌های مختلف چشمه‌های رادیویی به وجود می‌آورد. مثلاً دو گروه زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{I گروه: } L = 10^{26} \text{ W Hz}^{-1}, \quad n_0 = A = \text{const.}, \quad z \geq 0,$$

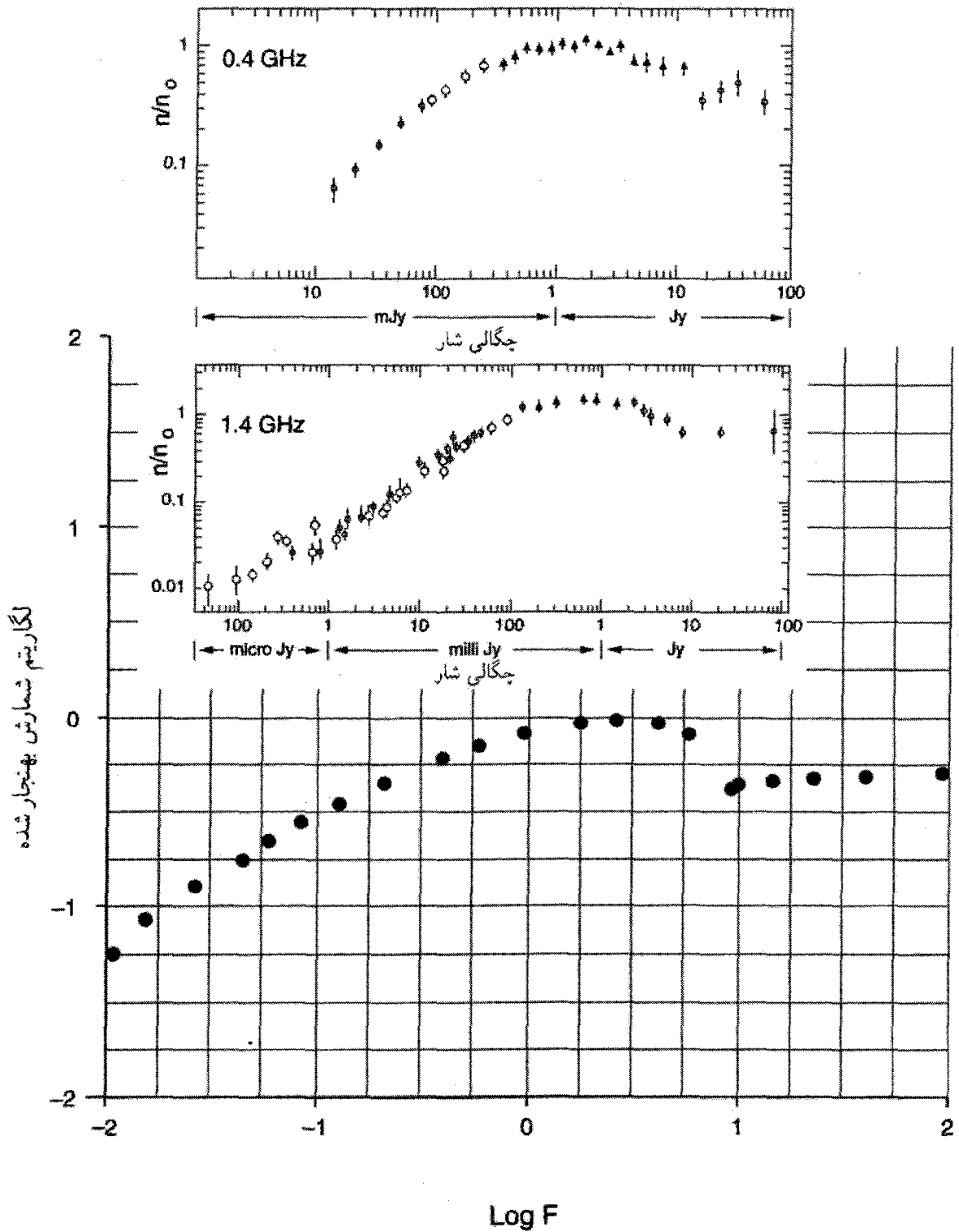
$$\text{II گروه: } L = 5 \times 10^{26} \text{ W Hz}^{-1}, \quad n_0 = A/4, \quad z \geq 0.14$$

که در آن L درخشندگی و n_0 چگالی عددی کنونی جمعیت است. بنابراین چشمه‌های گروه دوم توانمندتر اما دارای جمعیت کم‌ترند و در انتقال به سرخ‌های کمتر از ۰/۱۴ از بین می‌روند. با این همه، با این ترکیب ساده، به منحنی شمارش چشمه در شکل ۲.۱۲ می‌رسیم که با داده‌های شکل ۱۰.۱۱ سازگار است.

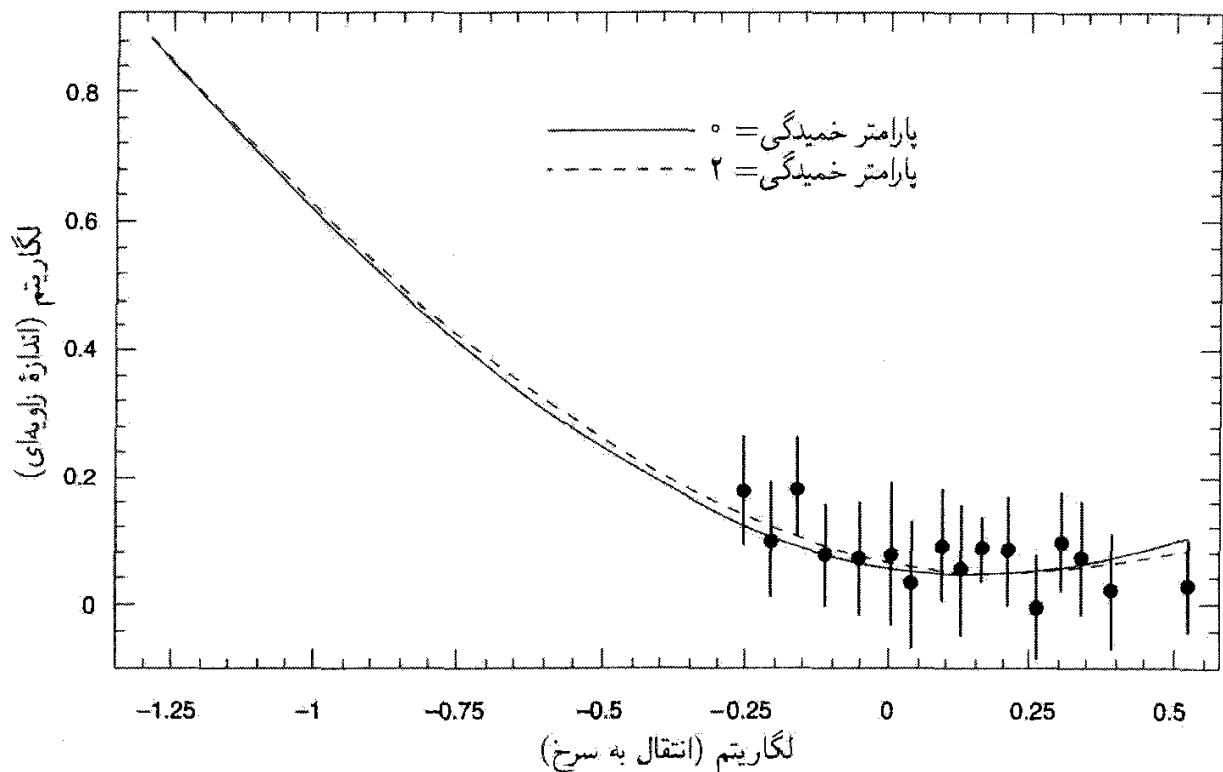
۳.۲.۱۲ رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ

داده‌های مربوط به چشمه‌های رادیویی بسیار متراکم در فصل پیش بررسی شد و به مدل‌های QSSC برازش یافت. برازش حاصل برای دو گروه نمونه در شکل ۳.۱۲ نشان داده شده است. این دو مورد مدل‌های تخت ($k = 0$) و با خمیدگی منفی ($k = -1$) را نشان می‌دهد. پارامتر خمیدگی که در شکل ۳.۱۲ آمده برابر $K_0 = kc^2 / (H_0^2 S_0^2)$ است. گرچه هر دو مدل برازش‌های آماری خوبی را می‌دهند، اما مورد دوم عملکرد بهتری دارد. بد نیست که این یافته‌های اولیه را با داده‌های بعدی که به تدریج به وجود می‌آیند بررسی کنیم.

با بحث درباره ناحیه‌های II و III، اکنون به آزمون ناحیه I می‌پردازیم.



شکل ۲.۱۲ یک محاسبه نظری QSSC از نسبت دیفرانسیلی شمارش چشمه‌های رادیویی که به صورت نسبت شمارشهای اقلیدسی، بر مبنای مخلوطی از دو جمعیت چشمه‌های رادیویی بیان شده است. این را می‌توان با منحنیهای مشاهده شده شکل ۱۰.۱۱ مقایسه کرد که در اینجا در نیمه بالای شکل باز تولید شده‌اند.



شکل ۳.۱۲ دو منحنی نشان داده شده در بالا محاسبات کلی QSSC را برای خمیدگیهای فضایی صفر و منفی نشان می‌دهند. با وجود اینکه هر دو مدل با داده‌های اندازه زاویه‌ای و انتقال به سرخ تناسب رضایت‌بخشی دارد، انتقال به سرخ تا حدودی بهتر ظاهر می‌شود. پارامتر خمیدگی K استفاده شده در اینجا، همان‌طور که در متن معلوم شده، شکل مقیاس‌بندی شده‌ای از k است.

۴.۲.۱۲ تابش زمینه ریزموج

به تفصیل بحث کردیم که چگونه MBR در QSSC به وجود می‌آید و ویژگی‌های که از آن انتظار می‌رود کدام‌اند. اختلاف اصلی SC و QSSC آن است که افت‌وخیزهای $\Delta T/T$ در مورد اول ذاتاً با شرایط اولیه در عالم نخستین و تحول آنها در فرایند تشکیل ساختار در ارتباط است، در حالی که در مورد دوم آنها بازتاب ناهمگنیهای نسبتاً نزدیک و با منشأ جدید هستند. در این مورد هنوز باید کار کرد، و ممکن است به جزئیات بیشتری از توزیع خوشه نسبت به حفره در عالم نیاز داشته باشد.

مثلاً، اگر توزیع ناهمگنی گردوغبار در چرخه کنونی در مقیاس خوشه‌ای غنی از کهکشانها باشد، باعث ناهمگنیهایی در سهم نورستاره‌گرایی باقی مانده در چرخه فعلی، در مقیاس زاویه‌هایی می‌شود که این اجسام در انتقال به سرخ $z_{\max} \sim 5$ تشکیل می‌دهند. این مقادیر نظیر l در گستره $25^\circ - 20^\circ$ است. بنابراین، برآمدگی که «بومرنگ» مشاهده کردند در اینجا تفسیر دیگری پیدا می‌کند.

۵.۲.۱۲ هسته‌های سبک

در باره این موضوع در متن QSSC در فصل ۹ بحث شد. در آنجا استدلال کردیم که هسته‌های سبک در نتیجه واپاشی ذره پلانک در یک گوی آتشین پرنرزی به وجود می‌آیند. با این همه، جفری بریج و فرد هویل در سال ۱۹۹۸ استدلال کردند که تقریباً تمام هسته‌ها را می‌توان در ستارگان ساخت. بنابراین، گرچه سهم ستاره‌ای هلیوم در چرخه فعلی فقط در حدود ۱۰ درصد مقدار مشاهده شده است، اما ستارگان چرخه قبلی در آن سهم بوده‌اند. با انتگرال‌گیری روی همه چرخه‌های قبلی، به سهم کلی تمام چرخه‌های قبلی در فراوانی کنونی ${}^4\text{He}$ می‌رسیم که از مرتبه صحیح است. این واقعیت که دو راه ممکن برای به دست آوردن هسته‌های سبک وجود دارد می‌تواند گاهی برای نظریه نامطلوب باشد، زیرا در این صورت باید بفهمیم چرا یکی از دو فرایند غالب است. شق ستاره‌ای به لحاظ زیبایی‌شناختی بهتر است زیرا در آن فقط یک فرایند باعث آفرینش تمام هسته‌های سبک یا غیر از آن می‌شود. همین‌طور نور ستاره حاصل به صورت کاملاً طبیعی به زمینه ریزموج مرتبط می‌سازد. از طرف دیگر، سناریوی شامل رویدادهای معینی آفرینش، مقدار صحیح دوتریم را به دست می‌دهد، که برای آن هنوز هیچ شق ستاره‌ای صحیحی وجود ندارد. این شاید بدین سبب باشد که یک رویداد مینی آفرینش نوعی فقط باریونها و احتمالاً دوتریم را تولید می‌کند که این دوتریم در فرایند تشکیل ستاره به کار می‌رود.

۶.۲.۱۲ ماده تاریک

برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، QSSC هیچ محدودیتی را بر چگالی عالم، از ملاحظات مربوط به هسته‌های سبک یا از اندازه نشانه‌های تشکیل ساختار بر زمینه ریزموج، اعمال نمی‌کند. بنابراین ماده تاریک، تا اندازه‌ای که لازم است، می‌تواند کاملاً باریونی باشد. چون رویداد مینی آفرینش نوعی در QSSC ساختار بزرگ مقیاس را به وجود می‌آورد، احتمال دارد خوشه‌های که امروز می‌بینیم سرعت‌های انبساطی را داشته باشند که مربوط به منشأ آنهاست و در نتیجه لازم نیست ویر یالیده شوند. در این صورت، شاید در مورد مقدار ماده تاریک موجود در آنها مبالغه شده باشد.

در میان ماده تاریک باریونی، احتمال وجود کوتوله‌های سفید بسیار قدیمی (مثلاً $\sim 30-40 \text{ Gyr}$) می‌تواند همراه با کوتوله‌های قهوه‌ای و سیاره‌هایی مانند مشتری گزینه‌ای در اختیار بگذارد. از این نظر، یافتن اجسام با جرم برابر نصف جرم خورشید از بررسی‌های نوع MACHO می‌تواند حائز اهمیت باشد.

اکنون که محدودیت‌های رصدی فعلی در مورد QSSC را بررسی کرده‌ایم، می‌توانیم وارد مباحثه‌ای مختصر بین طرفداران کیهان‌شناسی استاندارد و مخالفان آن شویم.

۳.۱۲ دلایل به نفع کیهان‌شناسی استاندارد

یک طرفدار پر و پا قرص کیهان‌شناسی استاندارد نکته‌های زیر را به نفع مدل‌های مهبانگ داغ بیان می‌کند.

۱. این مدل‌ها بر مبنای نسبیت عام اینشتین است. تا جایی که آزمون این نظریه امکان‌پذیر بوده است، پیش‌بینی‌های آن را همواره مشاهدات تأیید کرده است. بنابراین، اطمینان داریم که چارچوب مدل‌های ما بر مبنای نظریه‌ای موثق است.

۲. مدل‌های استاندارد ساده‌ترین جواب‌های معادله‌های اینشتین هستند. از این رو، جالب توجه است که آنها می‌توانند مشاهده عمیقی چون قانون هابل را باز تولید کنند. به علاوه، این قانون فکر بعدی این مدل‌ها نیست، بلکه آن را پیش‌بینی کرده است. بنابراین بدیهی است که ما در جهت درست کار می‌کنیم.

۳. تاکنون شق رضایت‌بخش دیگری برای نظریه سنتز هسته‌های آغازین برای توجیه فراوانی هسته‌های سبک، مخصوصاً ${}^2\text{H}$ و ${}^4\text{He}$ وجود نداشته است. سازگاری میان فراوانی‌های مشاهده شده و مقادیر نظری برای ایجاد اطمینان درباره مهبانگ داغ به اندازه کافی خوب است.

۴. مشاهده تابش زمینه ریزموج و طیف پلانکی آن تأیید چشمگیری برای فاز اولیه داغ در تاریخ عالم است. باز هم، مانند مورد (۲)، به نفع این تصویر است که نظریه این مشاهده را پیش‌بینی کرده است.

۵. موفقیت اخیر نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) در اعمال به مراحل ابتدایی عالم نشان می‌دهد که این سناریو نطفه‌ای از واقعیت در خود دارد. به عنوان مثال، این انتظار که با توجه به سنتز هسته‌های آغازین نباید بیش از سه نوع نوترینو داشته باشیم را ظاهراً شتابگرهای ذرات تأیید کرده‌اند. به هر حال، وجود شرایط فیزیکی که در آن سه نیروی بنیادی طبیعت وحدت می‌یابند فقط در مراحل بسیار اولیه عالم امکان‌پذیر بوده است. چون بر این باوریم که قانونهای زائد در طبیعت وجود ندارد، وضعیتی که به هر GUT می‌انجامد باید زمانی در کار بوده باشد؛ در نتیجه عالم بسیار اولیه یک انتخاب منطقی برای مرحله‌ای است که در آن قانونهای وحدت نقش خود را ایفا می‌کردند.

۶. یک پیامد منطقی فاز GUT «تورم» است که به ورودی پرتومی برای کیهان‌شناسی مهبانگ داغ استاندارد تبدیل شده است و این نوید را می‌دهد که برخی از مسائل بارز آن را حل کند. از جمله فراهم ساختن شرایط اولیه مناسب که از آن ساختار بزرگ مقیاس تکامل یافت.

۷. شمارش تعداد و اندازه‌های زاویه‌ای چشمه‌های رادیویی و کوازارها تحول برحسب دوره را در مقیاس زمانی مشخصه انبساط عالم نشان می‌دهد. مدل‌های تکاملی به چگالی فزاینده در

گذشته نیاز دارند، که با پیش‌بینیهای مدل‌های استاندارد که عالم در گذشته چگالترا از حال بوده سازگار است.

۸. موفقیت در آشکارسازی ناهمگنیهای مختصر در زمینه ریزموج به کوشش قابل ملاحظه‌ای در جهت شناخت تکامل ساختار بزرگ مقیاس برحسب برهم‌کنش آن با تابش انجامیده است. این کار به شناخت فیزیک عالم در عصرهای مختلف در گذشته، حتی پیش از عصری که در آن چشمه‌های گسسته قابل مشاهده بودند، کمک می‌کند.

۴.۱۲ شواهد برعلیه کیهان‌شناسی استاندارد

لادری در مباحثه کیهان‌شناختی می‌تواند از برهان مخالف زیر استفاده کند.

۱. نسبت عام فقط در تقریب میدان ضعیف آزموده شده است. ما هیچ دلیل تجربی بر چگونگی رفتار آن در شرایط قوی کیهان‌شناسی نداریم. بنابراین، به مدل‌های استاندارد فقط باید به عنوان برون‌یابی‌هایی به ناحیه‌های حدسی نگاه کرد.

۲. کیهان‌شناسی نسبیته به طور اعم و مدل‌های استاندارد به طور اخص دارای ویژگی عجیب و ناخوش‌آیند تکینگی فضا‌زمان هستند. ظاهر شدن بینهایتها در هر نظریه فیزیکی فاجعه‌آمیز است. در نسبت عام وضعیت بدتر است، چون تکینگی به ساختار فضا‌زمان و محتوای خود عالم مربوط می‌شود. به علاوه، گاهی می‌کوشند با خارج کردن آن از دسترس فیزیک به این عیب شأن بیشتری بدهند. از این رو نباید نگران آن بود که مهبانگ تمام قانونهای پایستگی فیزیک، مانند قانون پایستگی ماده و انرژی، را نقض می‌کند. بلکه می‌خواهند که به این رویداد را چیزی فراتر از دیدگاه علم در نظر بگیریم.

۳. برآوردهای سن اخترفیزیکی و سن هابل از مدل‌های استاندارد با هم اختلاف دارند. این ناسازگاری اگر h_0 به جای $\frac{1}{4}$ نزدیک به ۱، و اگر به جای $1 \sim q_0$ داشته باشیم $q_0 \geq \frac{1}{4}$ بدتر می‌شود. احیای ثابت کیهان‌شناختی نشانه این مسئله است.

۴. نسبت باریون به فوتون $10^8 \sim$ را مدل استاندارد توجیه نمی‌کند و دمای زمینه $3K \sim$ را باید از استدلال‌های کاملاً نظری به دست آورد. اگرچه GUT راهی برای توجیه N_γ/N_B دارد، اما توجیه فعلی هنوز از روش برازش پارامتر و دیکته کردن نتیجه استفاده می‌کند.

۵. به‌رغم کوششهای فراوان متخصصان این رشته، تشکیل ساختار بزرگ مقیاس در عالم، به‌ویژه هموار بودن خارق‌العاده زمینه ریزموج از یک طرف و حرکت‌های جریانی بزرگ مقیاس نسبت به جریان هابلی که امروز مشاهده می‌شود از طرف دیگر، به‌خوبی فهمیده نشده است.

۶. دربارهٔ موضوعی وابسته به شناخت، نوعی احساس ناراحتی در مورد روش انجام تحقیقات دربارهٔ عالم بسیار اولیه به وجود می‌آید. زیرا در حال حاضر چنان نیروی انسانی عظیمی به این رشته اختصاص و برای دهه‌های اخیر تداوم داشته است، که باید بر آن تأکید بیشتری می‌شده است. مقایسه‌ای با سایر رشته‌های فیزیک به درک این مسئله کمک خواهد کرد.

به طور کلی، فیزیک (یا از این نظر، علوم به طور کلی) به واسطهٔ تأثیر متقابل ایده‌های نظری و واقعیت‌های مشاهده‌شده پیشرفت می‌کند. گاهی نظریه بر مبنای حدس و گمان است و با مشاهده‌های قاطع کنترل می‌شود. در موقعیت‌های دیگر نظریهٔ بر پایه مستحکمی قرار دارد، اما مشاهده‌ها را باید تزیینانه‌تر کرد. در کارهای مربوط به عالم بسیار اولیه هیچ‌کدام از این موارد صادق نیست: در اینجا حدس و گمان‌های نظری پهلو به پهلو می‌شود مستقیم رصدی به پیش می‌روند.

فرمولبندی نظریهٔ الکتروضعیف تمرینی در زمینه حدسه‌های نظری در نظریه‌های پیمان‌های بود. این نظریه می‌توانست کار کند یا نکند. عملی بودن آن را سرانجام آزمایش‌های شتابگر نشان دادند. این مثالی از چگونگی عملکرد روش علمی در فیزیک ذرات است. در کارگاموف در مورد عالم اولیه، فیزیکی کاملاً تثبیت شده در سناریوی اختریفی که بر مبنای حدس و گمان بود به کار گرفته شد (زیرا هیچ‌گونه رصد نجومی در مورد عالم وقتی سن آن در حدود ۱ ثانیه وجود ندارد). به هر حال، پیش‌بینی‌های نهایی این کار را می‌توان با حقایق مسلم یعنی فراوانی‌های عناصر و تابش زمینه مقایسه کرد.

هیچ‌کدام از این شرایط در مواجهه با عالم اولیه وجود ندارد. هیچ‌کس نمی‌تواند منکر شود که کارهای انجام شده در زمینهٔ GUTs هنوز شدیداً وابسته به حدس و گمان است. همین‌طور نمی‌توان نظریه‌ها را به صورت دینامیکی با شتابگرهای ذرات آزمود. برای قرار گرفتن در حال و هوای نظریهٔ وحدت بزرگ باید انرژی ذرات 10^{15} GeV باشد که بسیار فراتر از قابلیت‌های فناوری کنونی است. به لحاظ کیهان‌شناختی، فیزیکی مدل استاندارد با تورم یا بدون آن در $t \sim 10^{-36} \text{ s}$ شدیداً حدسی است.

بنابراین یک حدس را با حدس دیگر همساز می‌کنیم. این کار زیانی ندارد اگر همواره به خاطر داشته باشیم که بهترین ادعایی که می‌توان کرد سازگاری این همسازی با چیزی است که اکنون مشاهده می‌کنیم. در عوض، دربارهٔ اینکه عالم در این دوره‌ها چگونه بوده است ادعاهایی قطعی می‌شود.

۷. به علاوه، شرط «تکرارپذیری آزمایش» در این تصویر برقرار نیست. تغییر فازهای GUT، تورم و غیره فقط یک‌بار به وقوع پیوسته است، و شرایط منجر به آنها مجدداً رخ نمی‌دهد. این

وضعیت برخلاف سنتز هسته‌ای در ستارگان است. سنتز هسته‌ای فرایندی در جریان است که می‌توان آن را در هر ستاره آزمایشی مستقل در نظر گرفت.

۸. نقش ماده تاریک غیرباریونی به شدت یادآور «لباس نوی امپراتور» در قصه هانس کریستیان آندرسن است. بجز برای نوترینوها (که جرم‌دار بودن آنها هنوز پرسش برانگیز است)، وجود هیچ شکل دیگر این ماده تاکنون ثابت نشده است. اما، باز هم ذرات اسرارآمیز مختلف بی مطالعه مسلم فرض شده‌اند. شاید کیهان‌شناسان فکر کنند که فیزیکدانان وجود آنها را بر مبنای مستحکم قرار داده‌اند، در حالی که فیزیکدانان تصور می‌کنند این ذرات موجودند زیرا کیهان‌شناسان چنین چیزی را به آنها گفته‌اند. واقعیت مسلم آن است که حق با هیچ‌کدام از دو طرف نیست!

بنابراین، آدم شکاک می‌تواند این پرسش را مطرح کند که «آیا کار در مورد عالم بسیار اولیه، تورم، ماده تاریک و غیره، فیزیک واقعی است؟»

۵.۱۲ چشم‌انداز آینده

با توجه به آنچه که تاکنون ارائه شد، می‌توان پرسش خاصی را در مورد SC و QSSC مطرح کرد: «چه آزمونی را می‌توان انجام داد تا بتواند این کیهان‌شناسی را اصولاً رد کند؟». این پرسش دیدگاه کارل پوپر^۱ درباره نظریه علمی را مطرح می‌کند، که به نظر او باید قابلیت رد شدن را داشته باشد. بنابراین، اگر چنین آزمونی انجام شود و نتایج آن با پیش‌بینی‌های نظریه ناسازگار باشد، نظریه رد شده در نظر گرفته می‌شود. اگر نظریه بخواهد با افزودن بُعد پارامتری اضافی دوام بیاورد، برخلاف روح این پرسش خواهد بود.

۱.۵.۱۲ آزمون‌هایی که می‌توانند SC را رد کنند

در مورد SC آزمون‌های زیر را پیشنهاد می‌کنیم. به نظر ما این آزمون‌ها در رد روایت‌هایی کنونی SC تعیین‌کننده‌اند.

۱. انتقال‌های به آبی. اگر دریابیم که جمعیت کم‌نوری از کهکشانها از خود نشان می‌دهند، دیگر SC نمی‌تواند دوام بیاورد. از طرف دیگر QSSC وجود چنین جمعیتی را پیش‌بینی می‌کند، یعنی کهکشان‌هایی که برای عصرهای نزدیک به آخرین پیشینه عامل مقیاس مشاهده می‌شوند. به هر حال، انتقال‌های مورد نظر کوچک‌اند و از ~ 0.1 تجاوز نمی‌کنند. باید توجه داشت که گرچه یافتن چنین جمعیتی SC را رد می‌کند، اما QSSC را ثابت نمی‌کند: این موضوع صرفاً با نظریه

1. Karl Popper

سازگار است. همین‌طور، نیافتن طیفی که به آبی منتقل شده باشد SC را ثابت نمی‌کند، بلکه با آن سازگار است.

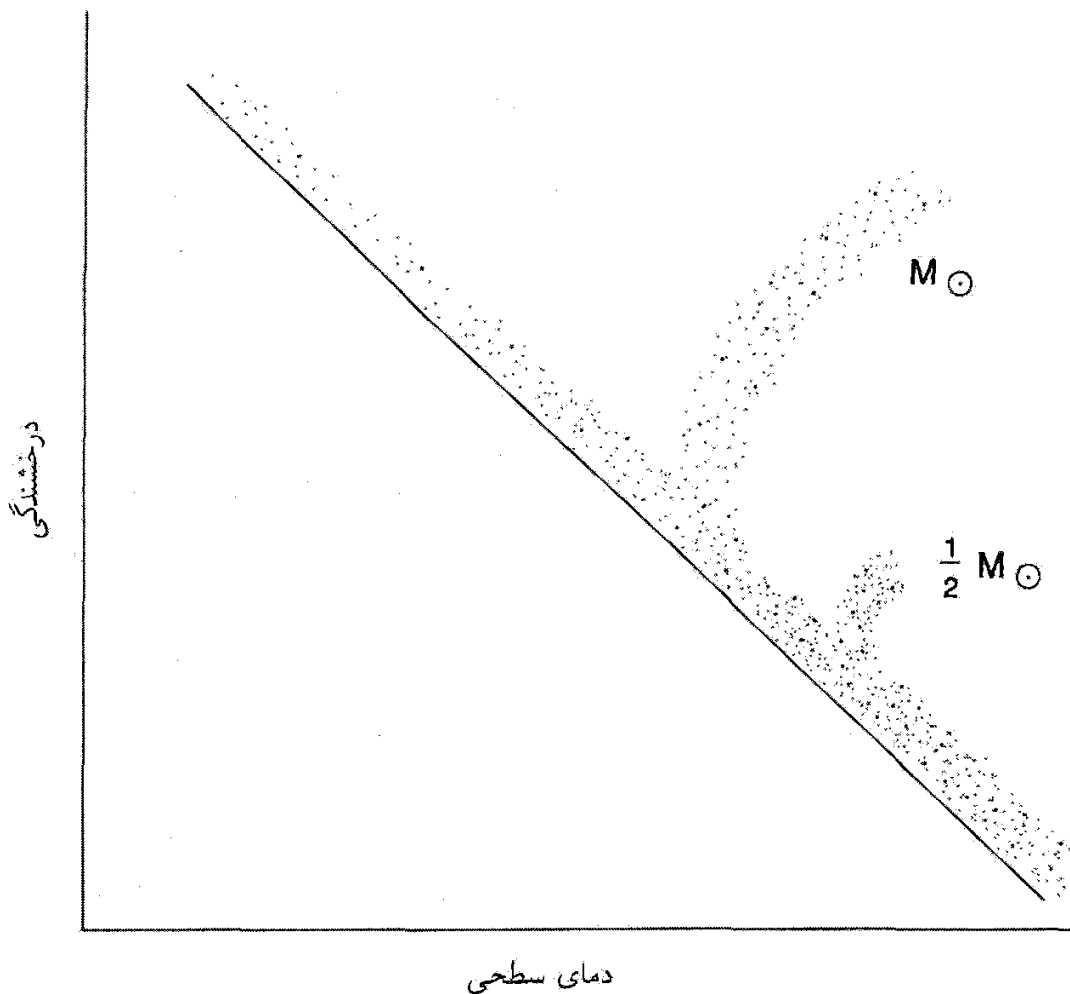
با این همه، مسئله‌هایی در مورد این آزمون وجود دارد. اثرگزینش بدیهی که یک منجم برای شناسایی خط در انتهای طول موج کوتاه خطهای مشاهده‌شده در جستجوی آن است برضد یافتن انتقال به آبی است. زیرا خود پیوستار بر اثر انتقال به آبی روشن می‌شود، پس خطهای نسبتاً ضعیف که به آبی منتقل شده‌اند را مشکل بتوان در زمینه آن آشکار ساخت. اگر به دنبال پیش‌بینی‌های QSSC باشیم، باید طیف‌نمایی را در مورد کهکشانهای کم‌نورتر از 27^m انجام دهیم تا انتقال به آبی را پیدا کنیم، کاری که به هیچ‌وجه راحت نیست.

۲. ستارگان بسیار پیر. QSSC انتظار دارد ستارگان بسیار پیری در کهکشان یافته شدند که در چرخه قبل متولد شده‌اند. اینها می‌توانند ستارگان دارای جرم کم ($0.5 M_{\odot}$) اندکی دورتر از رشته اصلی باشند، که مطابق شکل ۴.۱۲، در مرحله غول قرار دارند، یا در شاخه افقی ستارگان بدون درخش هلیوم مشاهده شدند، و یا به صورت کوتوله‌های سفید بسیار پیر باشند. این ستارگان دارای سنهای 4° – 5° Gyr را نمی‌توان، حتی با ثابت کیهان‌شناختی، در چارچوب SC قرار داد.

۳. ماده تاریک باریونی. اگر، با بررسی خوشه‌های کهکشانی حاوی گاز داغ، رصدهای فضای میان کهکشانی حاوی گردوغبار و اثر ریزعدسیهای از نوع MACHO، نشان داده شود که پارامتر چگالی باریونی Ω_{bar} از مثلاً $0.2 h_0^{-2}$ تجاوز می‌کند، در این صورت SC باطل می‌شود، زیرا مهمترین امتیاز خود را، که قابلیت توجیه فراوانی دوتریم مشاهده شده است، از دست می‌دهد. مقدار زیاد ماده باریونی نیز مشکلاتی را برای سناریوی تشکیل ساختار به وجود می‌آورد، که هدف آنها توجیه ناهمگنیهای مشاهده‌شده در ماده کهکشانی و حرکت‌های بزرگ مقیاس آنها در حالی است که ناهمگنیهای زمینه ریزموج در سطح میکروکلوین را حفظ کند.

۴. نمودار $\Omega_0 = h_0$. قبلاً دیدیم که این نمودار چگونه به محدود کردن SC کمک می‌کند. مشاهده‌های بیشتر ممکن است خطهای خطای پارامترهای مختلف SC را محکمتر و در نتیجه پنجره مجاز در این نمودار را حذف کند. انتظار می‌رود که بررسیهای MAP و PLANCK، همراه با آزمونهایی چون آزمون $m-z$ پارامترهای SC را تعیین کند. این موضوع به محدود کردن فضای پارامتر کمک خواهد کرد.

۵. سنهای ستارگان و کهکشانشانها. بدون توجه به بخش ۲ در بالا، تعیین دقیقتر سن ستارگان در خوشه‌های گویسان کهکشان می‌تواند اصولاً بسیاری از مدلهای SC را رد کند، اگر معلوم شود



شکل ۴.۱۲ نمودار HR دو ستاره با جرمهای M_{\odot} و $M_{\odot}/2$ از رشته اصلی به رشته غول منشعب می‌شوند. ستاره‌ای که با نصف جرم خورشید به صورت غول سرخ منشعب می‌شود می‌تواند سنی برابر $40-50$ Gyr داشته باشد.

که سنهایی، مثلاً در حدود ۱۸ Gyr وجود دارند. همین‌طور، زمان‌سنجی هسته‌ای نیز می‌تواند با تولید سنهای هسته‌ای از همین مرتبه مسائل زیادی را برای مدل‌های SC به وجود آورد. به علاوه، اگر رابطه سن-رنگ برای کهکشانهای با انتقال به سرخ بالا بهبود یابد، می‌توان اصولاً بسیاری از مدل‌های SC را (۱) با تجاوز معیار سن کل، یعنی خط نگاه به گذشته به اضافه سن کهکشان، از سن عالم، یا (۲) آشکارسازی کهکشانهای بالغ و کاملاً شکل‌گرفته در مراحل اولیه عالم، رد کرد.

۲.۵.۱۲ آزمونهایی که می‌توانند QSSC را رد کنند

پس از این به چند آزمون می‌پردازیم که می‌توانند بالقوه QSSC را رد کنند.

۱. کشف عصرهایی با انتقال به سرخهای فوق العاده بالا. همان طور که دیدیم مدل QSSC

بیشترین انتقال به سرخ را در چرخه حاضر دارد. در یک مورد نمونه که در اینجا بیان می شود، z_{\max} برابر ۵ در نظر گرفته شد. مدل انعطاف پذیری کافی برای بالاتر بردن z_{\max} ، مثلاً به حدود ۱۵-۱۰ را دارد. با این همه، هر دلیل مستقیم بر اینکه عالم از عصری با انتقال به سرخ، مثلاً $z \geq 30$ گذشته است، اعتبار QSSC را زیر سؤال می برد. (فراوانی هسته های سبک و زمینه ریزموجی که اکنون می شناسیم چنین دلیلی را تشکیل نمی دهد. زیرا آنها بدین صورت در چارچوب SC تفسیر شده اند: تفسیر آنها در QSSC متفاوت است.)

۲. آشکارنساختن ماده پیر. همان طور که آشکارسازی ماده پیر برخلاف SC است، آشکار

نساختن آن برضد QSSC خواهد بود. چون مدعی آن است که عالم قابل مشاهده حاوی ستارگان بسیار پیر است، جستجوهای اختصاصی برای این اجسام برای آزمون نظریه اهمیت دارند. از این نظر، بد نیست متذکر شویم که یافته های جاری از ریز عدسیهای گرانشی وجود کوتوله های سفید با سن ۱۲-۱۰ Gyr را رد می کند چون در این صورت درخشان می شدند. با این همه، این یافته ها با وجود کوتوله های سفید ۵۰-۴۰ Gyr سازگارند.

۳. نبود رشته های فلزی. دانه های گردوغبار که باعث گرمایی شدن تابش ستاره ای باقی مانده

می شوند تا تابش زمینه را تولید کنند، یعنی رشته های فلزی در فضای میان ستاره ای و میان کهکشانی، رگ حیاتی QSSC هستند. نارلیکار و همکاران (۱۹۹۷) درباره چگونگی تولید و توزیع این رشته ها در فضا بحث کرده اند، و متذکر شده اند که شواهد اولیه با وجود آنها سازگار است. این شواهد را باید به دقت آزمود و دید که چرا این نوع گردوغبار در واقع وجود دارد. از این نظر، تعیین رابطه $m-z$ با استفاده از ابرنواخترهای Ia- تا انتقال به سرخهای متجاوز از واحد می تواند نقشی اساسی داشته باشد. همین طور کوازارهای با درخشندگی قابل ملاحظه در طول موجهای میلی متری، یافتن این نوع کوازارها به معنی آن است که یا آنها به واسطه جذب توسط گردوغبار باید در منطقه میلی متری بسیار درخشان باشند، و یا انتقال به سرخ آنها باید به صورت قابل ملاحظه ای غیرکیهان شناختی باشد، امکانی که در بخش نهایی کتاب به طور مختصر به آن اشاره خواهیم کرد. در صورتی که هیچ یک از دو شق صادق نباشد، QSSC یکی از جهت های اصلی خود را از دست می دهد.

۴. یافتن انباشت سیاهچاله ها. QSSC مدعی آن است که بسته هایی از گسیل پرنرژی در

عالم، مانند هسته های فعال کهکشانی، رویدادهای انفجاری هستند که ماده جدید را به درون عالم می ریزند. بنابراین الگوی سیاهچاله را، که به فروریزش ماده چرخان در یک قرص انباشتی استناد می کند، زیر سؤال می برد. با پیشرفت روشهای رصدی، می توان ناحیه هسته را با دقت بیشتری

بررسی کرد و دید کدام یک از دو شق صحیح‌اند. چون SC ارتباطی به الگوی سیاهچاله-قرص انبساطی ندارد، یافتن در برابر نیافتن این انباشت در آن تأثیر جدی ندارد. اما، QSSC ارتباط جدیتری با الگوی آفرینش انفجاری دارد، بنابراین یافتن موردی از انباشت توسط سیاهچاله در مرکز چشمه‌ای از انرژی برای نظریه نامطلوب است. در اینجا باز هم باید تأکید کنیم که یافتن شواهدی سازگار با انباشت سیاهچاله‌ها اثبات پدیده نیست.

۶.۱۲ اظهارنظ‌های پایانی

در حال حاضر کیهان‌شناسی از یک مرحله بحرانی می‌گذارد. این گزاره چیزی بیش از تکرار مکرراتی است که ظاهراً به نظر می‌رسد. با چند مثال از پرسش‌های چشمگیری که باید به صورتی پاسخ داده شوند به توضیح درباره آن می‌پردازیم.

۱. ماده موجود در عالم چقدر همگن است؟

فناوری به مرحله‌ای رسیده است که رصدهای خودکار در بزرگ مقیاس واقعیتی عملی است، پس انتظار داریم که نقشه‌برداری‌های انتقال به سرخ طیف و انتقال به سرخ کهکشانی را به سرعت در مقیاس میلیون تولید کند. بنابراین، منطقی است که انتظار شناخت بهتر از ساختار بزرگ مقیاس در همسایگی خود را پیش از نظریه‌پردازی بر مبنای مدل همگن و همسانگرد داشته باشیم. به‌ویژه، باید بدانیم که آیا در بالاتر از مقیاس، مثلاً، 20°Mpc ، می‌توان عالم را با اطمینان همگن در نظر گرفت.

مثلاً، ادعا شده است که هیچ مقیاس نهایی ناهمگنی وجود ندارد و عالم دارای سرشت فراکتالی است. اگر چنین باشد، مدل‌های کنونی رابرتسون-واکر رد می‌شوند و باید از نو مدل‌سازی کرد یا با شدت کمتر، شاید ناهمگنی‌هایی را در مقیاس بزرگتر، مثلاً، 40°Mpc بیابیم. در این صورت، مدل‌های کنونی ما تا چه حد قابل اعتمادند؟

۲. آیا خوشه‌ها به لحاظ دینامیکی واهلیده‌اند؟

بخش اعظم مباحثه فعلی در مورد ماده تاریک ناشی از قضیه ویریال برای خوشه‌هاست. اگر توزیع سرعت خاص را بتوان با دقت بیشتر از مقدار کنونی تعیین یا برآورد کرد، شاید بتوان اطمینان یافت که خوشه‌ها ویرالیده هستند یا طبق ادعای شدید آمبارتسومیان در سالهای ۱۹۶۰ در حال انبساط.

QSSC مطرح می‌کند که خوشه‌ها ممکن است در فرایندهای آفرینش انفجاری خلق شده و در حال انبساط باشند. این بدان معناست که قضیه ویریال برای خوشه‌ها معتبر نیست و استحکام

بحث فعلی برای مادهٔ تاریک از میان می‌رود. بنابراین باید بازرسیهای مستقلی را در مورد تعادل آماری توزیع سرعت کهکشانشانها یافت.

۳. آیا عالم دارای ساختار یاخته‌ای است؟

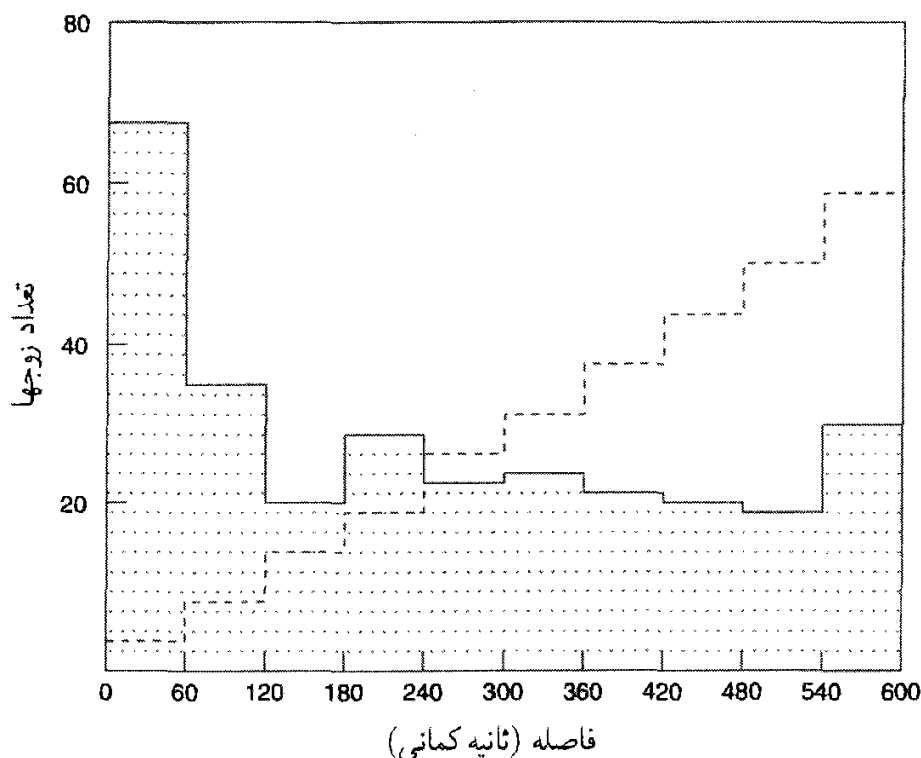
تحلیلهای بزرگ مقیاس باعث شده‌اند که آیناستو^۱ و همکاران در سال ۱۹۹۸ مدعی ساختار یاخته‌ای/دوره‌ای برای عالم شدند. همین‌طور ادعاهایی در مورد عالم فراکتالی وجود دارد که برای آن نمی‌توان «چگالی میانگین» تعریف کرد. هیچ‌کدام از این تحقیقها را نمی‌توان به راحتی در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد یا QSSC قرار داد، گرچه هویل و بریج کوشیده‌اند تا انتقال به سرخهای دوره‌ای در QSSC را با اصلاح رابطهٔ ماخی لختی یک ذره نسبت به بقیهٔ ذرات عالم توجیه کنند. بنابراین، مهم است که با مطالعات مفصلتر بررسی کنیم که آیا ساختار یاخته‌ای مورد ادعا در توزیع بزرگ مقیاس کهکشانشانها واقعاً وجود دارد.

۴. آیا قانون هابل برای همه اجسام فراکهکشانی صادق است؟

در سراسر کتاب این موضوع را که انتقال به سرخ جسم برون‌کهکشانی منشأ کیهان‌شناختی دارد، یعنی به علت انبساط عالم است، مسلم فرض کردیم. در فصل ۱۱ این فرض را به صورت فرضیهٔ کیهان‌شناختی (CH) بیان کردیم. در آنجا به این واقعیت پرداختیم که اگرچه نمودار هابل که CH مبتنی بر آن است رابطهٔ $m-z$ نسبتاً دقیقی را برای کهکشانهای رتبهٔ اول در خوشه نشان می‌دهد، نمودار نظیر آن برای کوازارها پراکندگی قابل ملاحظه‌ای دارد. اگرچه در بارهٔ آزمونهای کیهان‌شناختی برمبنای CH برای کوازارها همانند کهکشانشانها صحبت کردیم، اما متوجه شدیم که در بعضی موارد کوششهای خاصی برای سازگاری CH با داده‌های مربوط به کوازارها ضروری است. این موارد بجز نمودار هابل عبارت‌اند از حرکت با سرعت بیش از نور در کوازارها، تغییرپذیری سریع، نبود فرورفتگیهای جذبی $Ly-\alpha$ ، و غیره.

CH تا چه اندازه برای کوازارها معتبر است؟ بگذارید کار را با داده‌هایی آغاز کنیم که استاکتون^۲ برای کوازارها و کهکشانشانها به صورت زوج یا گروههایی از همسایگان نزدیک در آسمان به دست آورده است. استدلال وی این بود که اگر کوازاری با یک کهکشان در فاصلهٔ زاویه‌ای کوچک یافته شود، این احتمال وجود دارد که آنها همسایهٔ فیزیکی باشند و در نتیجه با توجه به CH باید دارای انتقال به سرخ تقریباً مساوی باشند.

این استدلال بر این واقعیت استوار است که جمعیت کوازارها چندان متراکم نیست، و اگر کهکشانی دلخواه را در نظر بگیریم، احتمال اینکه کوازاری اتفاقاً در فاصلهٔ زاویه‌ای کوچک از آن تصویر شده باشد بسیار کوچک است. اگر احتمال، مثلاً $0.1 <$ باشد، فرض صفر برای افکنش



شکل ۵.۱۲ نمودار ستونی توزیع فاصله‌های 30° زوج کوازار-کهکشان. اگر کوازارها نسبت به کهکشانهای پرنور به صورت کاتوره‌ای توزیع شده بودند، تعداد آنها باید متناسب با مربع فاصله زاویه‌ای افزایش یابد. در عوض، قله‌ای در محدوده 60° ثانیه کمانی وجود دارد. همه کوازارها انتقال به نرخی بیش از کهکشانها دارند.

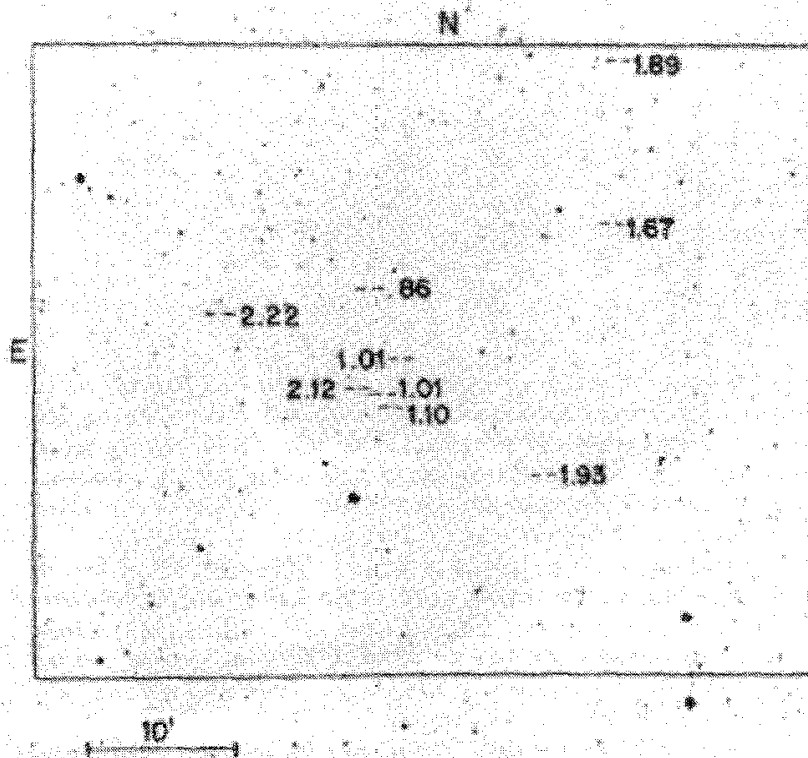
احتمالی آن منتفی می‌شود. در این صورت کوازار می‌تواند به لحاظ فیزیکی نزدیک به کهکشان باشد.

در حالی که استاکتون دلایلی به دست آورد که در این موارد انتقال به سرخ کهکشان و کوازار، z_G و z_Q ، تقریباً یکسان هستند، داده‌های از نوع دیگر نیز وجود دارد. در کتابی که در کتابشناسی آمده است، اچ. سی. آرپ^۱ تعدادی مثال را ذکر کرده است که در آنها فرض افکنش احتمالی رد می‌شود اما $z_G \ll z_Q$. در طی سالها چهار نوع از این موارد انتقال به سرخ متضاد نمایان شده است:

۱. دلایل روزافزونی وجود دارد که نشان می‌دهد کوازارهای با انتقال به سرخ بزرگ ترجیحاً در فاصله نزدیک به کهکشانهای پرنور با انتقال به سرخ کم وجود دارد (نگاه کنید به شکل ۵.۱۲).
 ۲. به صف شدن و شباهت انتقال به سرخ برای کوازارهایی که در سراسر کهکشانهای پرنور توزیع شده‌اند (نگاه کنید به شکل ۶.۱۲).

۳. زوجها یا گروههای کوازار با انتقال به سرخهای متضاد بیش از آنچه بتوان به افکنش شانسی نسبت داد یافته شده‌اند (نگاه کنید به شکل‌های ۶.۱۲ و ۷.۱۲).

1. H. C. Arp

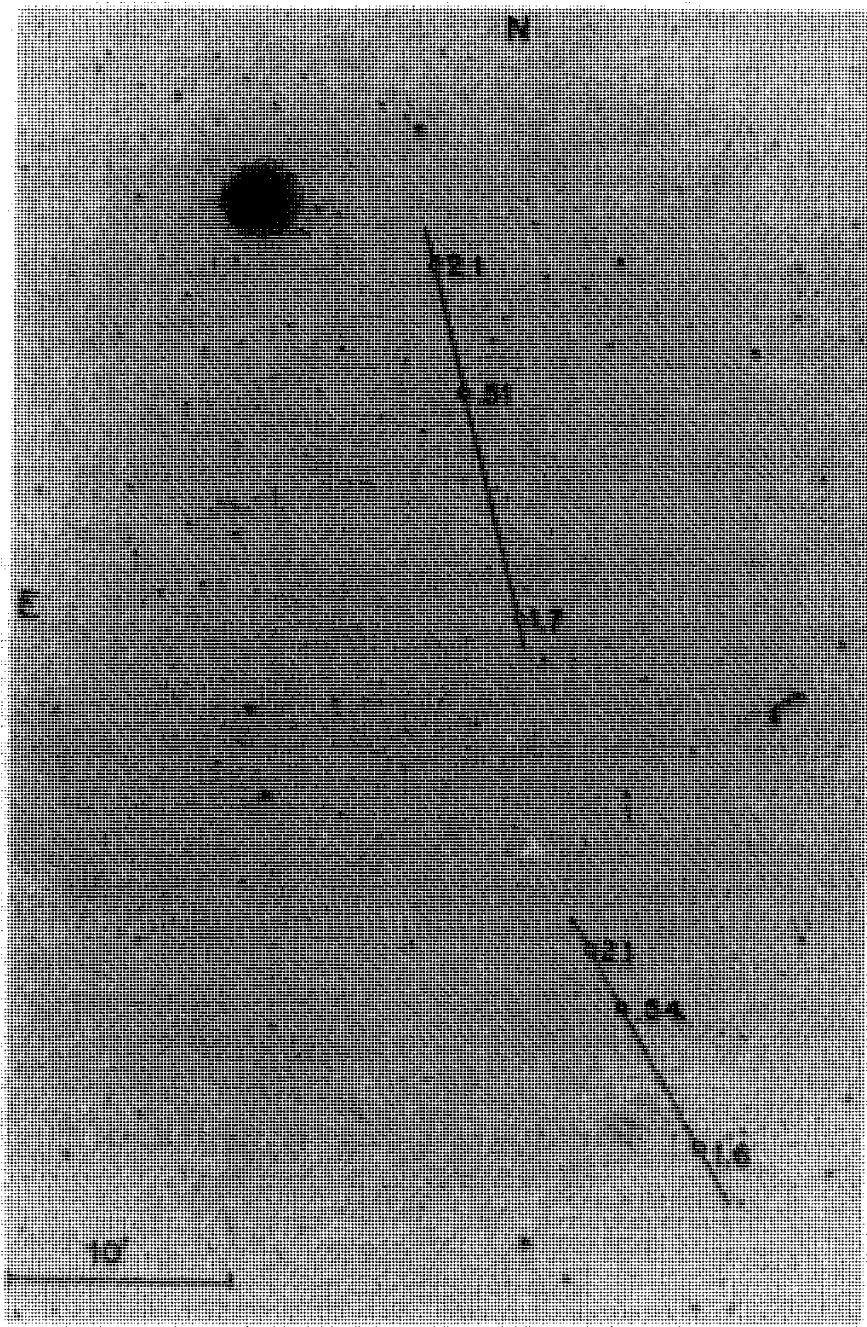


شکل ۶.۱۲ ارتباط میان کوازارهای با انتقال به سرخ متفاوت را (که در شکل مشخص شده‌اند) در حوالی ناحیه یا بُعد $14^h 46^m 14^s$ و میل $11^\circ 11' 42''$ که اچ-آرپ و سی. هازارد به دست آورده‌اند.

۴. رشته‌هایی وجود دارند که زوج کهکشانهای با انتقال به سرخ متضاد را به هم متصل می‌سازند (نگاه کنید به شکل ۸.۱۲ (الف) و (ب)).

بد نیست به خاطر داشته باشیم که فهرست موارد غیرعادی پیوسته افزایش می‌یابد. آنها فقط محدود به چشمه‌های ایتیکی و رادیویی نیستند، بلکه در بین چشمه‌های پرتو X، چنانکه شکل ۹.۱۲ نشان می‌دهد، یافت می‌شوند. خواننده ممکن است علاقه‌مند باشد که مباحثات مربوط به این مثالها را به تفصیل بررسی کند. طرفداران CH علاقه‌مندند که تمام این موارد را یا به عنوان مصنوعات رصدی و یا اثرهای گزینشی رد کنند. یا، می‌خواهند استدلال کنند که چگالی عددی اضافی کوازارهای نزدیک کهکشانهای پرنور می‌تواند ناشی از اثر عدسی گرانشی باشد. در حالی که این انتقاد یا تفکیک داده‌های متضاد می‌تواند در بعضی موارد معتبر باشد، اما مشاهده اینکه این موضوع در تمام موارد صادق باشد دشوار است.

اثر عجیب دیگر، که ابتدا بر بیج در اواخر دهه ۱۹۶۰ متوجه آن شد دوره‌ای بودن آشکار توزیع کوازارهاست. دوره‌ای بودن $\approx 6^\circ / \Delta z$ را که ابتدا بر بیج برای حدود هفتاد QSO مشاهده کرد هنوز وجود دارد و جمعیت آن سی برابر شده است (نگاه کنید شکل ۱۰.۱۲). به علت این ساختار

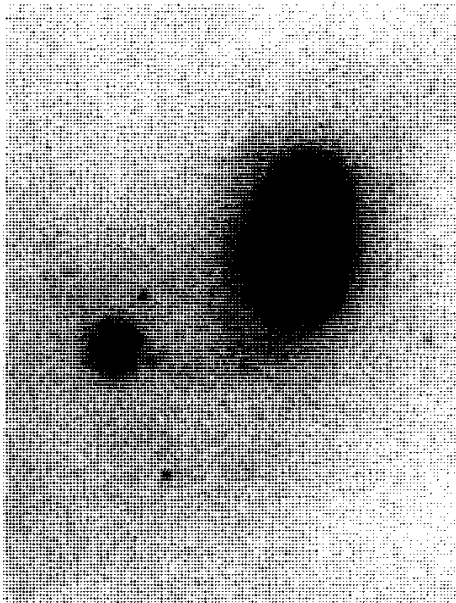


شکل ۷.۱۲ این دو سه‌تایی کوآرک که روی یک صفحه عکاسی یافته شده‌اند مثالهایی از به صف شدن دقیق کوازارهای با انتقال به سرخ مختلف (مشخص شده در شکل) را نشان می‌دهد. احتمال این به صف شدن با افکنش کاتوره‌ای کمتر از 10^{-4} است.

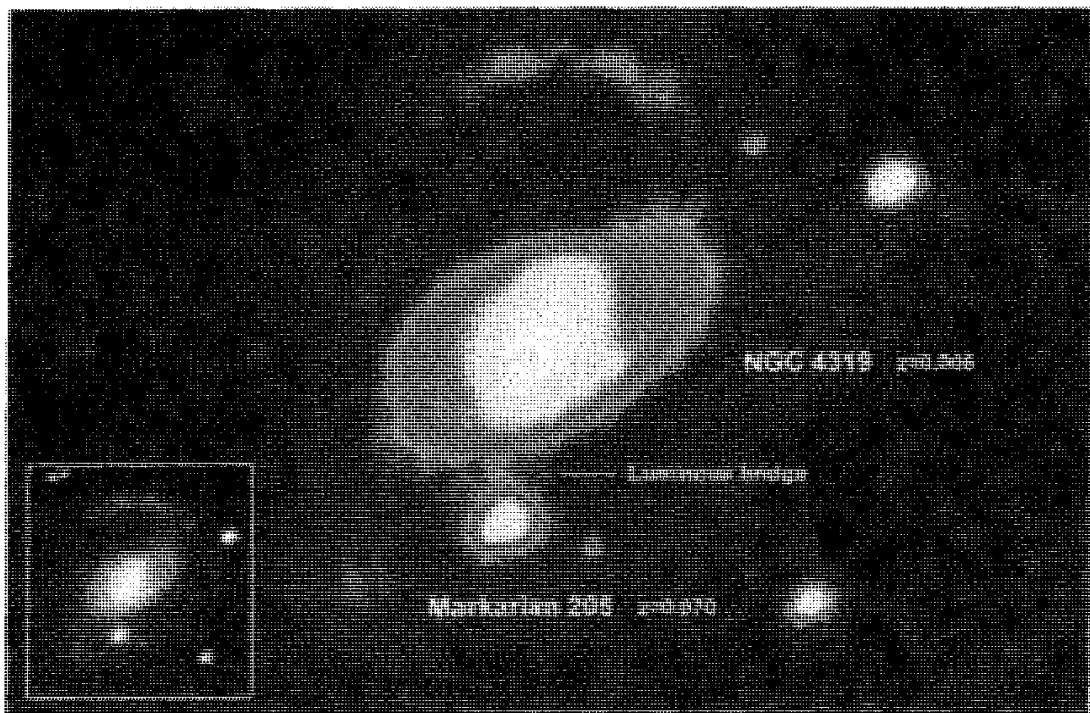
در توزیع z چیست؟ تحلیل‌های آماری مختلف قابل ملاحظه بودن این اثر را تأیید کرده‌اند. موضوع دیگری که ابتدا کارلسون^۱ در ۱۹۷۷ مدعی آن شد دوره‌ای بودن $\log(1+z)$ با دوره 0.206 است. این نیز بسیار سردرگم‌کننده است و در چارچوب عالم در حال انبساط این کتاب قرار نمی‌گیرد.

1. Karlsson

(الف)



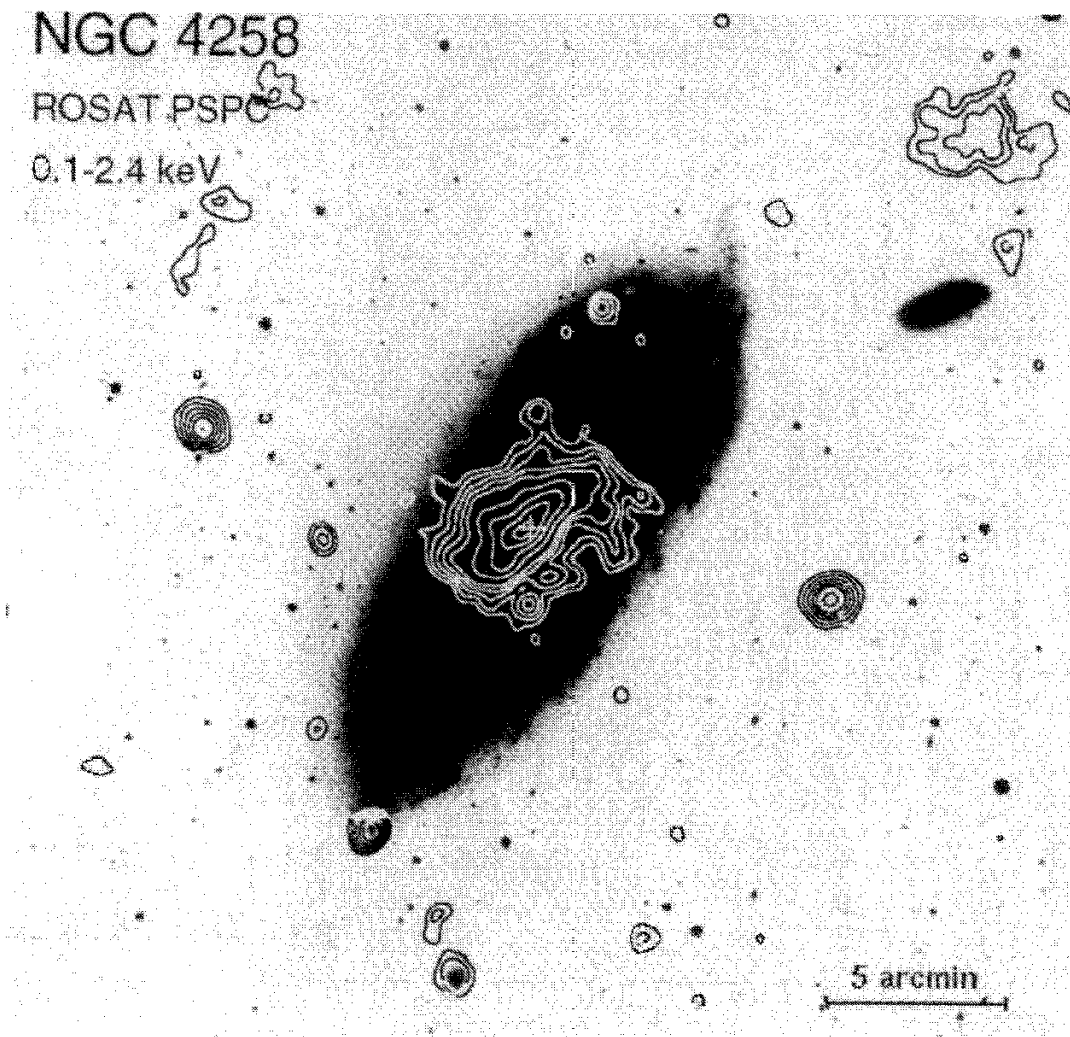
(ب)



شکل ۸.۱۲ (الف) به نظر می‌رسد که کهکشان بزرگ NGC ۷۶۰۳ ($cz = ۸۷۰۰ \text{ km s}^{-۱}$) به یک همدم متراکم ($cz = ۱۶۹۰۰ \text{ km s}^{-۱}$) وابسته باشد (ب) ارتباط نوری که ابتدا آرپ بین NGC ۴۳۱۹ و مارکارین ۲۰۵ با انتقال به سرخ به ترتیب $z = ۰.۰۰۰۶۵$ و $z = ۰.۰۰۷$ یافت را جی. سولنتیک^۱ با رصدهای CCD تأیید کرد.

در مقیاس ریزتر، دلیو، تیفت^۲ دوره‌ای بودن انتقال به سرخ $c\Delta z = ۷۲ \text{ km s}^{-۱}$ را برای انتقال به سرخهای دیفرانسیلی کهکشانهای دوتایی و کهکشانهای گروهی محاسبه کرد. داده‌ها با

1. J. Sulentic 2. W. Tift

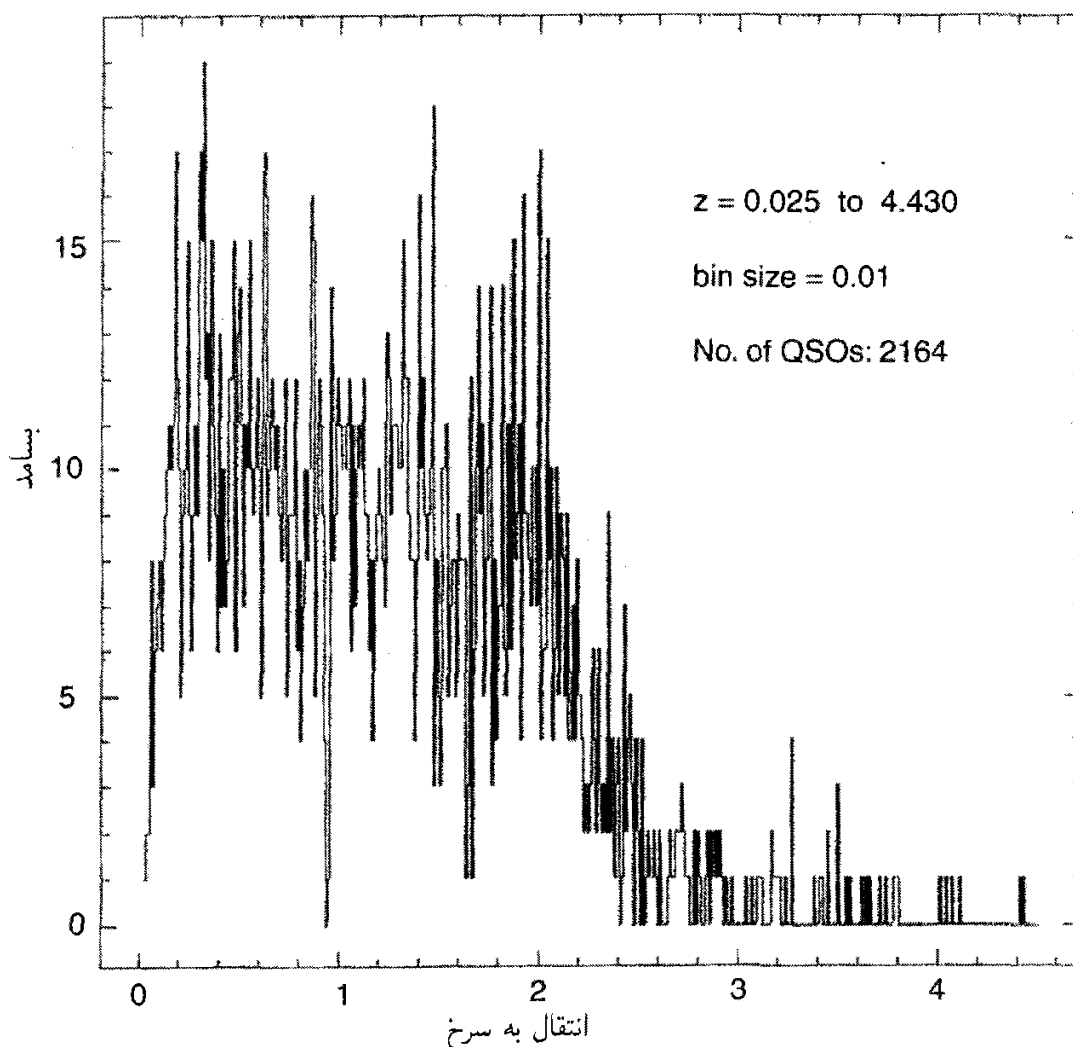


شکل ۹.۱۲ گمان می‌رود که دو چشمه پرتو X که در دو طرف NGC ۴۲۵۸ قرار گرفته‌اند فورانهایی از کهکشان باشند. معلوم شده است که آنها کوازارهایی با انتقال به سرخ $z=0.4$ و $z=0.65$ هستند که به میزان قابل ملاحظه‌ای بیش از مقدار $z=0.002$ مربوط به کهکشان است.

گذشت زمان با اندازه‌گیریهای دقیق انتقال به سرخ ۲۱ سانتی‌متری بهبود یافته است. اگر این اثر دورغین بود، باید از میان می‌رفت. اما در عوض شدیدتر شده است و در برابر تحلیلهای آماری نسبتاً جدی مقاومت کرده است (نگاه کنید به شکل ۱۱.۱۲).

برای عالمی که با قانون هابل تنظیم شده باشد، برآزش این نتایج دشوار است. کیهان‌شناس معمولی تمایل دارد که آنها را نادیده بگیرد به این امید که داده‌های کاملتر این مشکل را از میان بردارد. در زمان نوشتن این مطلب داده‌ها چنین تمایلی را نشان نمی‌دهند!

احتمال دارد که این اثرها واقعی باشد و بی‌میلی ما در نادیده گرفتن آنها ناشی از نبود توجیه منطقی باشد. توضیح این مطلب شاید مؤلفه‌های غیرکیهان‌شناختی دیگری را در انتقال به سرخ



شکل ۱۰.۱۲ نمودار ستونی انتقال به سرخ کوازارها قله‌هایی در مضر بهای ۰/۰۶ دارد. این قله‌ها را طیف توان و سایر تحلیل‌هایی که د. دوازی^۱، پی. داس گوپتا^۲، و جی. وی. نارلیکار^۳ انجام دادند تأیید می‌کند.

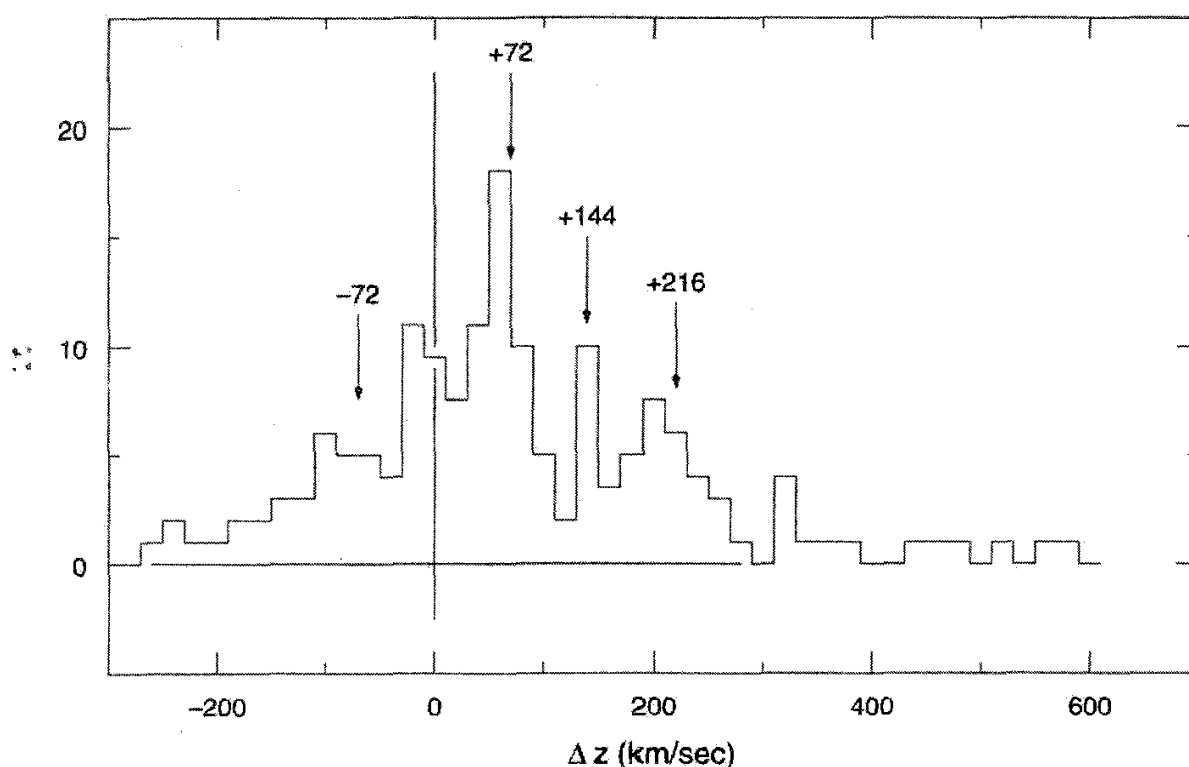
مشاهده‌شده z مطرح کند. پس باید بنویسیم

$$1 + z = (1 + z_C)(1 + z_{NC}) \quad (2.12)$$

مؤلفه کیهان‌شناختی z_C از قانون هابل پیروی می‌کند، در حالی که مؤلفه غیرکیهان‌شناختی z_{NC} رفتار غیرعادی از خود نشان می‌دهد. چه چیزی می‌تواند علت z_{NC} باشد؟ چند دلیل می‌تواند وجود داشته باشد که هیچ‌کدام از آنها به صورت کامل و به طور رضایت‌بخش آزموده نشده‌اند.

۱. اثر دوپلر ناشی از حرکت‌های غیرعادی نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی. این پدیده‌ای

کاملاً شناخته‌شده در فیزیک است.



شکل ۱۱.۱۲ نمودار ستونی اختلاف انتقال به سرخ میان کهکشان اصلی و همدم قله‌هایی را در ضربهای 72 km s^{-1} نشان می‌دهد.

۲. انتقال به سرخ گرانشی ناشی از اجسام پرجرم متراکم که در فصل ۲ بررسی شد.
۳. همدوسی طیفی مورد بحث بی. ولف^۱ سبب انتقال بسامد انتشار در هنگامی می‌شود که افت و خیزهای موجود در چشمه همبسته‌اند.
۴. در نظریه نورخسته، فوتونی با سکون غیرصفر در هنگام انتشار در فضا انرژی از دست می‌دهد.

۵. در فرضیه جرم متغیر ناشی از نظریه ماخی اف. هویل و نگارنده، ذرات می‌توانند در انفجارهای کوچک و بزرگ تولید شوند و ذراتی که دیرتر خلق شده‌اند جرم کم‌تر و در نتیجه انتقال به سرخ بزرگ‌تری دارند. این شقهای دیگر چه اندازه می‌توانند داده‌های متضاد را توجیه کنند؟ آیا این اختلاف با بهتر شدن رصدها کاهش می‌یابد یا اهمیت آنها بیشتر می‌شود؟ بدیهی است که این موضوع تأثیر عظیمی بر قانون هابل به‌طور اخص و کیهان‌شناسی به‌طور اعم دارد.

در مقیاس پلانک چه نظریه‌ای جانشین نسبت عام می‌شود؟

سوای رصدها، مفاهیم جدیدی نیز از طریق نظریه وارد می‌شوند. نظریه نسبت عام که در قرن پیش در خدمت کیهان‌شناسی قرار گرفت اکنون مورد مذاقه قرار می‌گیرد تا ببینیم چگونه در چارچوب

گسترده‌تر وحدت همهٔ برهم‌کنشها برآزش می‌یابد. گرانش کوانتومی، رهیافت حلقه‌های اشتکر^۱ و همکاران، یا رهیافت نظریهٔ ریسمان همگی آزموده شده‌اند و اکنون بسیار زود است که پیش‌بینی کنیم نتیجه مورد قابل عام چه خواهد بود. آیا این رهیافتهای جدید پرتو تازه‌ای بر اصل ماخ و فرضیهٔ اعداد بزرگ می‌افکنند؟ برداشت نهایی هرچه باشد، باید پرتوی تازه‌ای را برتکنیکی فضا زمان و مفهوم مهبانگ بیفکند. همین‌طور ممکن است سناریوهای کنونی در مورد مراحل بسیار اولیهٔ عالم را اصلاح کند.

بحث بالا باید خواننده را قانع کند که موضوع کیهان‌شناسی هنوز بسیار باز است. در فصل ۱ دیدیم که اغلب منجمان در آغاز قرن بیستم فکر می‌کردند که همهٔ عالم در کهکشان ما قرار دارد. روشهای پیشرفتهٔ رصدی به‌زودی این دیدگاه را در هم کوبید، و در اواسط سالهای ۱۹۲۰ تصاویر اجمالی دنیای وسیع برون کهکشانی به تدریج چشم‌انداز کیهان‌شناسی را وسیعتر کرد. اما احتمال بیشتری وجود دارد که تلسکوپهای بزرگتر و بهتر در آینده پدیده‌های جدید و غیرمنتظره‌ای را در عالم نشان دهند، پدیده‌هایی که عظیمترین چالشهای فکری را به‌وجود آورد.

تمرینها

۱. برای $\kappa \cong 6.11 \times 10^4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ برآوردی تقریبی از ρ_g به عمل آورید تا $\Delta m(z)$ کم‌نور شدن اضافی حاصل از گردوغبار میان کهکشانی را تا انتقال به سرخ $z=1.5$ به صورت 0.2^m به دست دهد.

۲. بیشینه انتقال به آبی که انتظار داریم در QSSC با پارامترهای P, Q, η ، و t_0 بیابیم چقدر است؟ برآوردی عددی برای مدل مشخص‌شده با (۱۱۷.۹) به دست آورید.

۳. رصدی را پیشنهاد کنید که مدل مهبانگ را رد کند. جزئیاتی را شرح دهید که اگر یافته شوند می‌توانند دلیل بطلان بی‌چون‌وچرای این مدل باشند. همین کار را در مورد QSSC انجام دهید.

۴. فرض کنید کوازارها در فاصلهٔ ثابت D از کهکشان همدمشان قرار گرفته باشند. نشان دهید که این فرض باعث می‌شود نمودار $\log \theta - \log z_G$ دارای شیب متوسط -1 شود. چرا این فرض با CH ناسازگار است؟ (θ فاصلهٔ زاویه‌ای کوازار و کهکشان است.)

۵. فرض کنید $n(m)$ ، تعداد کوازارهای موجود در واحد درجهٔ مربع باشد که از قدر ظاهری m روشنترند. اگر دو کوازار در فاصلهٔ زاویه‌ای θ دقیقه‌کمانی از هم، دارای انتقال به سرخهای متفاوت باشند، برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه آیا این دو مثالی از انتقال به سرخ غیرعادی را نشان می‌دهند از چه آزمون آماری استفاده می‌کنید؟

جدول مقادیر ثابت

این جدول از منابع زیر گرفته شده است:

I. M. Ryshik and I. S. Gradstein, 1957, *Tables of Series, Products and Integrals* (Berlin: Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften).

Particle Data Group, 1980, 'Review of particle properties', *Rev. Mod. Phys.* 52, No. 2.

A. H. Wapstra and N. B. Gove, 1971, 'The 1971 Atomic Mass Evaluation', *Nuclear Data Tables* 9A, 265.

C. W. Allen, 1973, *Astrophysical Quantities* (London: Athlone Press).

اعداد داخل پرانتز خطای 1σ را در آخرین رقمهای اعداد اصلی نشان می‌دهند.

ثابت‌های ریاضی

$$\pi = 3,14159, \quad e = 2,71828, \quad \zeta(3) = 1,20206$$

$$\ln 2 = 0,69315, \quad \ln 10 = 2,30259, \quad \log e = 0,43429$$

$$1 \text{ رادیان} = 4,8481 \times 10^{-6} \text{ ثانیه کمانی}$$

$$1 \text{ استرادیان} = 3,2828 \times 10^3 \text{ درجه مربع}$$

$$1 \text{ درجه مربع بر روی کره} = 41252,96124$$

ثابتهای فیزیکی

$c = 2,99792458(1,2) \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$	سرعت نور
$\hbar = 1,0545887(57) \times 10^{-27} \text{ erg s}$	ثابت پلانک
$= 6,582173(17) \times 10^{-16} \text{ eV s}$	
$h \equiv 2\pi\hbar = 6,62620 \times 10^{-27} \text{ erg s}$	
$1 \text{ eV} = 1,6021892(46) \times 10^{-12} \text{ erg}$	الکترون ولت
$G = 6,6720(11) \times 10^{-8} \text{ dyn cm}^2 \text{ g}^{-2}$	ثابت گرانشی
$e = 4,803204(14) \times 10^{10} \text{ esu}$	بار الکترون
$\alpha \equiv \frac{e^2}{\hbar c} = [137,03604(11)]^{-1}$	ثابت ساختار ریز
$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 1,6 \times 10^{-33} \text{ cm}$	طول پلانک
$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} = 5,4 \times 10^{-43} \text{ s}$	زمان پلانک
$\sqrt{\frac{c\hbar}{G}} = 2,2 \times 10^{-5} \text{ g}$	جرم پلانک
$m_e = 9,109534(47) \times 10^{-28} \text{ g}$	جرم الکترون
$m_e c^2 = 0,5110034(14) \text{ MeV}$	انرژی جرم الکترون
$m_p c^2 = 938,2796(27) \text{ MeV}$	انرژی جرم پروتون
$m_n c^2 = 939,5731(27) \text{ MeV}$	انرژی جرم نوترون
$\sqrt{\frac{c^5 \hbar}{G}} = 1,2 \times 10^{19} \text{ GeV}$	انرژی پلانک
$\frac{\lambda \pi e^2}{3 m_e^2 c^2} = 0,06652448(33) \times 10^{-24} \text{ cm}^2$	سطح مقطع تامسون
$k = 1,380662(44) \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$	ثابت بولتزمن
$k^{-1} = 11604,50(36) \text{ KeV}^{-1}$	
$= \frac{\lambda \pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} = 7,5641 \times 10^{-15} \text{ erg m}^{-3} \text{ K}^{-4}$	ثابت تابش

جدول مقادیر ثابت ۶۰۷

$$\frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^3 \cong 20.3 T^3 \text{cm}^{-3}$$

چگالی عدد فوتونها در تابش جسم سیاه در دمای T

$$G = 1.02 \times 10^{-5} \left(\frac{\hbar^3}{m_p^3 c}\right)$$

ثابت برهم‌کنش ضعیف

$$= 2.2464(4) \text{MeV}$$

انرژی بستگی دوتریم

$$= 28.2969(4) \text{MeV}$$

انرژی بستگی هلیوم

ثابتهای نجومی

$$1 \text{lyr} = 9.4605 \times 10^{17} \text{cm}$$

سال نوری

$$1 \text{pc} = 3.0856(1) \times 10^{18} \text{cm} \cong 3.26 \text{ly}$$

پارسک

$$R_{\odot} = 6.959 \times 10^{10} \text{cm}$$

شعاع خورشید

$$M_{\odot} = 1.989(1) \times 10^{33} \text{g}$$

جرم خورشید

$$L_{\odot} = 3.826(8) \times 10^{33} \text{erg s}^{-1}$$

درخشندگی خورشید

$$M_{\odot}/L_{\odot} \cong 0.51 \text{g erg}^{-1} \text{s}$$

نسبت جرم/نور خورشید

$$L_{\odot} = 2.97 \times 10^{35} \text{erg s}^{-1}$$

درخشندگی ستاره‌ای با قدر صفر ($M_{\text{bol}} = 0$)

$$l_{\odot} = 2.48 \times 10^{-5} \text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$$

شار ناشی از ستاره‌ای با قدر ظاهری صفر

$$1 \text{Jy (یانسکی)} = 10^{-26} \text{Wm}^{-2} \text{Hz}^{-1}$$

چگالی شار رادیویی

$$H_0 = 100 h_0 \text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}, 0.5 \leq h_0 \leq 1$$

ثابت هابل

$$\tau_0 = H_0^{-1} \cong 9.8 h_0^{-1} \times 10^9 \text{yr}$$

واژه‌نامهٔ نمادها و اختصارها

$۳C, ۴C, \dots$	فهرستهای کمبریج برای چشمه‌های رادیویی
CDM	ماده تاریک سرد
CH	فرضیهٔ کیهان‌شناختی (برای انتقال به سرخ کوازارها)
GA	ربایندهٔ بزرگ
GeV	گیگا الکترون ولت (یکای انرژی)
H	ثابت هابل
h_0	مقدار اندازه‌گیری H برحسب $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
HDM	مادهٔ تاریک داغ
HM	مدول هابل
HN	هویل-نارلیکار
IMF	تابع جرم اولیه
L	درخشندگی
LG	گروه موضعی
LNH	فرضیهٔ اعداد بزرگ
M	قدر مطلق
m	قدر ظاهری
MeV	مگاالکترون ولت (یکای انرژی)
NGC	فهرست کلی جدید
PCP	اصل کیهان‌شناختی کامل
PSR	برحسب فهرست تپ‌آختر
q	پارامتر شتاب منفی
QSSC	کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا
$SU(n)$	گروه یکانی خاص n بعدی
$U(n)$	گروه یکانی n بعدی
VLBI	تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز

کتاب‌شناسی

مراجع زیر به سه گروه تقسیم شده‌اند، (۱) کتابهای درسی، (۲) مقاله‌های مروری و مقاله‌نامه‌های گردهمایی‌های علمی و (۳) فهرست مقاله‌های با سرشت پیشگامانه. در موضوعی چون کیهان‌شناسی که به سرعت رشد می‌کند ارائه فهرست فراگیر مقاله‌ها امکان‌پذیر نیست. امیدوارم که این توزیع منابع اطلاعات به نیازهای مختلف خوانندگان پاسخ دهد.

۱. کتابهای درسی

این فهرستی انتخابی (و نه کامل) از کتابهایی است که بخشی از موضوع ارائه‌شده در کتاب را می‌پوشاند، شماره‌های پس از هر مرجع که به صورت سیاه نشان داده شده مربوط به فصلهایی از کتاب است که همپوشانی دارد.

I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey: *Gauge Theories in Particle Physics* (Bristol, Adam Hilger Ltd, 1982). (6)

*H. C. Arp: *Quasars, Redshifts and Controversies* (Berkeley, Interstellar Media, 1987). (12)

*H. C. Arp: *Seeing Red* (Montréal, Apeiron, 1998). (12)

J. Barbour and H. Pfister: *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity* (Boston, Birkhauser, 1995). (8, 9, 12)

J. Binney and S. Tremaine: *Galactic Dynamics* (Princeton, Princeton University Press, 1987). (6, 7, 10)

J. Binney and M. Merrifield: *Galactic Astronomy* (Princeton, Princeton University Press, 1998). (6, 7, 10)

*H. Bondi: *Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1960). (3, 4, 10, 11)

- G. R. Burbidge and E. M. Burbidge: *Quasi-Stellar Objects* (New York, W. H. Freeman and Company, 1967). (11, 12)
- P. Coles and F. Lucchin: *Cosmology* (Chichester, Wiley, 1996). (7)
- E. M. Corson: *Introduction to Tensors, Spinors and Relativistic Wave Equations* (London, Blakie and Sons, 1953). (2, 6)
- L. P. Eisenhart: *Riemannian Geometry* (Princeton, Princeton University Press, 1926). (2, 3)
- *E. R. Harrison: *Cosmology: The Science of the Universe* (Chichester, Wiley 1996). (1, 3, 4, 10, 11)
- S. W. Hawking and G. F. R. Ellis: *The Large Scale Structure of Space-time* (Cambridge, Cambridge University Press, 1973). (2, 4)
- F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar: *A Different Approach to Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 2000). (3-6, 9)
- F. Hoyle and J. V. Narlikar: *Action at a Distance in Physics and Cosmology* (New York, W. H. Freeman and Company, 1974). (8, 9, 12)
- E. W. Kolb and M. S. Turner: *The Early Universe* (New York, Addison-Wesley Publishing Company, 1990). (5-7)
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *Statistical Physics* (Oxford, Pergamon Press, 1970). (5)
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *The Classical Theory of Fields* (Oxford, Pergamon Press, 1975). (2)
- *J. V. Narlikar: *The Primeval Universe* (Oxford, Oxford University Press, 1988). (3-6)
- T. Padmanabhan: *Large Scale Structure of the Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1993). (7, 10)
- J. V. Peacock: *Cosmological Physics* (Cambridge, Cambridge University Press, 1999). (4-7, 10, 11)
- P. J. E. Peebles: *Physical Cosmology* (Princeton, Princeton University Press, 1971). (4, 5, 7)
- P. J. E. Peebles: *The Large Scale Structure of the Universe* (Princeton, Princeton University Press, 1980). (7, 9)
- A. K. Raychaudhuri: *Theoretical Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1979). (3-6)
- *S. Webb: *Measuring the Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1999). (10)
- S. Weinberg: *Gravitation and Cosmology* (New York, John Wiley and Sons, 1972). (2-5)
- Ya. B. Zeldovich and I. D. Novikov: *The Structure and Evolution of the Universe* (Chicago, University of Chicago Press, 1983). (2-5, 9, 10)

* These texts are less technical and mathematical than the present book.

۲. مقاله‌های مروری و مقاله‌نامه‌ها

خواننده‌ای که می‌خواهد کندوکاو عمیقتری در موضوعهای خاص به عمل آورد می‌تواند کار را از ورودیهای مربوطه در فهرست زیر شروع کند. در اغلب موارد عنوانها به اندازه کافی گویا هستند؛ با این همه، فصلهایی از کتاب که کار ذکر شده به آن مربوط می‌شود در انتهای هر مرجع به صورت سیاه نشان داده شده است.

- E. S. Abers and B. W. Lee: *Gauge Theories*. *Physics Reports* 9 1, 1973. (6)
- N. A. Bahcall: *Large-Scale Structure in the Universe Indicated by Galaxy Clusters*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 26, 631, 1988. (7, 10)
- R. Balian, J. Audouze and D. N. Schramm (Eds.): *Physical Cosmology*. Les Houches Lectures Session XXXII (Amsterdam, North Holland, 1979). (5, 10)
- F. Bertola, J. W. Sulentic and B. F. Madore (Eds.): *New Ideas in Astronomy* (Cambridge, Cambridge University Press, 1988). (12)
- P. Crane (Ed.): *Light Element Abundances*, ESO-EPIC Workshop Proceedings (Berlin, Springer Verlag, 1995). (5, 9, 10)
- A. Dresler: *The Great Attractor: Do Galaxies Trace the Large-Scale Mass Distribution?* *Nature* 350, 391, 1991. (7, 10)
- S. M. Faber and J. S. Gallagher: *Masses and Mass to Light Ratios of Galaxies*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 17, 135, 1979. (10)
- A. Hewitt, G. Burbidge and L. Z. Fang (Eds.): *Observational Cosmology*. IAU Symposium No. 124 (Dordrecht, D. Reidel, 1987). (10–12)
- J. V. Narlikar: *Noncosmological Redshifts*. *Space Science Reviews* 50, 523, 1989. (9, 12)
- J. V. Narlikar and A. K. Kembhavi: *Non-standard Cosmologies*. In *Handbook of Astronomy, Astrophysics and Geophysics, Vol. II*, V. M. Canuto and B. G. Elmgreen (Eds.) (New York, Gordon and Breach, 1988). (8, 9, 12)
- J. V. Narlikar and T. Padmanabhan: *Inflation for Astronomers*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 29, 325, 1991. (6, 7)
- B. E. J. Pagel, E. A. Simonson, R. J. Terlevich and M. G. Edmunds: *The Primordial Helium Abundance from Observations of Extragalactic H II Regions*. *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 255, 325, 1992. (5, 10)
- A. Sandage: *Observational Tests of World Models*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 26, 561, 1988. (10, 11)
- K. Sato: *Cosmological Parameters and the Evolution of the Universe*. IAU Symposium No. 183 (Dordrecht, Kluwer, 1999). (10, 11)
- D. Schramm and R. V. Wagoner: *Element Production in the Early Universe*. *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 27, 37, 1977. (5, 10)
- S. F. Shandarin and Ya. B. Zeldovich: *The Large Scale Structure of the Universe: Turbulence, Intermittency, Structures in Self Gravitating Medium*. *Rev. Mod. Phys.* 61, 185, 1989. (7)
- V. Trimble: *The Existence and Nature of Dark Matter in the Universe*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 25, 425, 1987. (7, 10)

- S. Weinberg: *Beyond the First Three Minutes*. *Physica Scripta* 21, 773, 1980. (6, 7)
 S. Weinberg: *The Cosmological Constant Problem*. *Rev. Mod. Phys.* 61, 1, 1989. (6, 12)
 C. M. Will: *The Confrontation between General Relativity and Experiment*. *Lecture Notes, SLAC Summer School on Particle Physics*, gr-qc/9811036, 1998. (2, 8, 11)

۳. مراجع مربوط به کارهای اولیه

اگرچه مقاله‌هایی که در زیر با فصل مشخص شده‌اند چشم‌اندازی تاریخی را تشکیل می‌دهند، اما بسیاری از آنها کلاسیک و هنوز هم مطرح هستند.

فصل ۱

طبقه‌بندی انواع کهکشانها

- E. Hubble. 1926. 'Extragalactic nebulae' *Ap. J.* 64, 321.
 W. W. Morgan. 1958. 'A preliminary classification of the forms of galaxies according to their stellar spectra' *Publ. Astron. Soc. Pac.* 70, 364.
 S. van den Bergh. 1960. 'The luminosity classification of galaxies and stellar evolution' *Mém. Soc. Roy. Liège (Belgium) Série Cinquième, Vol. III.*

کشف و شناسایی دجاجة A

- J. S. Hey, S. J. Parsons and J. W. Phillips. 1946. 'Fluctuations in cosmic radiation at radio frequencies' *Nature* 158, 234.
 W. Baade and R. Minkowski. 1954. 'Identification of radio sources in Cassiopeia, Cygnus A and Puppis A' *Ap. J.* 119, 206.

دو کوازار اولیه

- C. Hazard, M. B. Mackey and A. J. Shimmins. 1963. 'Investigation of the radio source 3C273 by the method of lunar occultations' *Nature* 197, 1037.
 J. L. Greenstein and M. Schmidt. 1964. 'The quasi stellar radio sources 3C48 and 3C273' *Ap. J.* 140, 1.

خوشه‌ای و آبرخوشه‌ای شدن کهکشانها

- C. D. Shane and C. A. Wirtanen. 1954. 'A distribution of extragalactic nebulae' *A. J.* 59, 285.
 F. Zwicky. 1957. *Morphological Astronomy* (Berlin: Springer-Verlag).
 G. O. Abell. 1958. 'The distribution of rich clusters of galaxies' *Ap. J. Suppl.* 3, 211.
 G. de Vaucouleurs. 1961. 'Recent studies of clusters and superclusters' *A. J.* 66, 629.
 D. Lynden-Bell, S. M. Faber, D. Burstein, R. L. Davies, A. Dressler, R. J. Terlevich and G. Wegner. 1988. 'Photometry and spectroscopy of elliptical galaxies' *Ap. J.* 326, 19.

انتقال به سرخ‌های مربوط به سحابی

- V. M. Slipher. 1914. 'Spectrographic observations of nebulae' Paper presented at the 17th meeting of the AAS, August 1914.
- E. Hubble. 1929. 'A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* 15, 168.
- E. Hubble and M. Humason. 1931. 'The velocity–distance relation among extragalactic nebulae' *Ap. J.* 74, 35.

فصل ۲

فرمول‌بندی معادله‌های میدان نسبیت عام

- A. Einstein. 1915. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 778.
- A. Einstein. 1915. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie (Nachtrag)' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 799.
- A. Einstein. 1915. 'Die Feldgleichungen der Gravitation' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 844.

نسبیت عام از اصل کنش

- D. Hilbert. 1915. 'Die Grundlagen der Physik' *Konigl. Gesell. Wiss. Göttingen, Nachr. Math.-Phys. Kl.*, 395.

حل شوارتس شیلد

- K. Schwarzschild. 1916. 'Über das Gravitationsfeld eines Maßpunktes nach der Einsteinschen Theorie' *Sitzber. Deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math.-Phys. Tech.*, 189.

قضیه بیرکھوف

- G. D. Birkhoff. 1923. *Relativity and Modern Physics* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

انتقال به سرخ گرانشی

- R. V. Pound and G. A. Rebka. 1960. 'Apparent weight of photons' (Laboratory experiment) *Phys. Rev. Lett.* 4, 337.
- W. L. Wiese and D. E. Kelleher. 1971. 'On the cause of redshifts of white dwarf spectra' (40 Eridani B) *Ap. J.* 166, L59.
- J. L. Greenstein, J. B. Oke and H. L. Shipman. 1971. 'Effective temperature, radius and gravitational redshift of Sirius B' *Ap. J.* 169, 563.

پیشروی حضيض

- A. Einstein. 1915. 'Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 831.
- G. M. Clemence. 1947. 'The relativity effect in planetary motions' *Rev. Mod. Phys.* 19, 361.

C. W. Will. 1975. 'Periastron shifts in the binary system 1913+16: theoretical interpretation' *Ap. J.* 196, L3.

J. H. Taylor, L. A. Fowler and R. M. McCullach. 1979. 'Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar PSR 1913+16' *Nature* 277, 437.

خم شدن نور، امواج رادیویی و ریزموجها

F. W. Dyson, A. S. Eddington and C. Davidson. 1920. 'A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of May 29, 1919' *Phil. Trans. Roy. Soc. A* 220, 291.

C. C. Counselman III, S. M. Kent, C. A. Knight, I. I. Shapiro and T. A. Clark. 1974. 'Solar gravitational deflection of radio waves measured by very long baseline interferometry' *Phys. Rev. Lett.* 33, 1621.

E. B. Fomalont and R. A. Sramek. 1975. 'A confirmation of Einstein's general theory of relativity by measuring the bending of microwave radiation in the gravitational field of the Sun' *Ap. J.* 199, 749.

K. W. Weiler, R. D. Ekers, E. Raimond and K. S. Wellington. 1975. 'Dual frequency measurement of the solar gravitational microwave deflection' *Phys. Rev. Lett.* 35, 134.

تأخیر پژواک رادار

J. D. Anderson, P. B. Esposito, W. Martin, C. L. Thornton and D. O. Muhleman. 1975. 'Experimental test of general relativity time-delay data from Mariner 6 and 7' *Ap. J.* 200, 221.

R. D. Reasenberg, I. I. Shapiro, P. E. MacNeil, R. B. Goldstein, J. C. Breidenthal, J. P. Brenkle, D. L. Cain, T. M. Kaufman, T. A. Komarck and A. I. Zygielbaum. 1979. 'Verification of signal retardation by Solar gravity' *Ap. J.* 234, L219.

اصل هم‌ارزی

I. I. Shapiro, C. C. Counselman and R. W. King. 1976. 'Verification of the principle of equivalence for massive bodies' *Phys. Rev. Lett.* 36, 555.

J. G. Williams, R. H. Dicke, P. L. Bender, C. O. Alley, W. E. Carter, D. G. Currie, D. H. Eckhardt, J. E. Faller, W. M. Kaula, J. D. Mulholland, H. H. Plotkin, S. K. Poultney, P. J. Shelus, E. C. Silverberg, W. C. Sinclair, M. A. Slade and D. T. Wilkinson. 1976. 'New test of the equivalence principle from lunar laser ranging' *Phys. Rev. Lett.* 36, 551.

حرکت تقدیمی ژيروسکوپ

L. I. Schiff. 1960. 'Motion of a gyroscope according to Einstein's theory of gravitation' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* 46, 871.

تابش گرانشی

C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler. 1973. *Gravitation* (New York: W. H. Freeman).

فصل ۳

نیوتون می‌کوشد مدلی از عالم بسازد

- I. Newton. 1692 and 1693. Letters to Richard Bentley dated December 10, 1692 and January 17, 1693. In D. T. Whiteside, ed., 1976, *Mathematical Papers of Isaac Newton*, Vol. 7, pp. 233, 238 (Cambridge: Cambridge University Press).

کیهان‌شناسی نیوتونی

- H. Seeliger. 1895. *Astr. Nachr.* cxxxvii, 129 and 1896. *Münch. Ber. Math. Phys. Kl.*, 373.
- C. Neumann. 1896. *Allgemeine Untersuchungen über das Newtonsche Prinzip der Fernwirkungen* (Leipzig).
- W. H. McCrea and E. A. Milne. 1934. 'Newtonian universes and the curvature of space' *Q. J. Math.* 5, 73.

عالم اینشتین

- A. Einstein. 1917. 'Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 142.

عالم دوسیته

- W. de Sitter. 1917. 'On the relativity of inertia: remarks concerning Einstein's latest hypothesis' *Proc. Koninkl. Akad. Wetensch. Amsterdam* 19, 1217.

فرضیه وایل

- H. Weyl. 1923. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie' *Z. Phys.* 24, 230.

جزء خط رابرتسون-واکر

- H. P. Robertson. 1935. 'Kinematics and world structure' *Ap. J.* 82, 248.
- A. G. Walker. 1936. 'On Milne's theory of world-structure' *Proc. Lond. Math. Soc.* (2) 42, 90.

برای موضوعات باقیمانده در فصل ۳، مراجع فهرست شده در فصل ۴ را در موضوعات همانند ببینید.

فصل ۴

مدلهای فریدمان

- A. Friedmann. 1922 and 1924. 'Über die Krümmung des Resumes' *Z. Phys.* 10, 377 and *Z. Phys.* 21, 326.

مدل اینشتین-دوسیته

- A. Einstein and W. de Sitter. 1932. 'On the relation between the expansion and the mean density of the universe' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* 18, 213.

فاصله درخشندگی

W. Mattig. 1958. 'Über den Zusammenhang zwischen Rotverschiebung und scheinbarer Helligkeit' *A. N.* 284, 109.

تغییر اندازه‌های زاویه‌ای

R. C. Tolman. 1933. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology* (Oxford: Oxford University Press).

F. Hoyle. 1959. 'The relation of radioastronomy and cosmology' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 529 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

شمارش تعداد کهکشانها

E. P. Hubble and R. C. Tolman. 1935. 'Two methods of investigating the nature of the nebular red-shift' *Ap. J.* 82, 302.

پارادوکس اولبرس

E. Halley. 1720. 'Of the infinity of the sphere of fixed stars.' *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.* 31, 22. (The first known discussion of the paradox)

H. W. M. Olbers. 1826. 'Über die Durchsichtigkeit des Weltraumes.' *Bode Jahrbuch* 110.

کیهان‌شناسیهای λ

A. S. Eddington. 1930. 'On the instability of Einstein's spherical world' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 90, 668.

Abbé G. Lemaître. 1931. 'A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extragalactic nebulae' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 91, 483. (Translated from the original paper in *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, XLVII A, 49 (1927))

فصل ۵

کارهای اولیه در مورد سنتز هسته‌های آغازین

G. Gamow. 1946. 'Expanding universe and the origin of elements' *Phys. Rev.* 70, 572.

R. A. Alpher and R. C. Hermann. 1948. 'Evolution of the universe' *Nature* 162, 774.

R. A. Alpher, H. A. Bethe and G. Gamow. 1948. 'The origin of chemical elements' *Phys. Rev.* 73, 80. (This paper, with the sequence of authors Alpher/Bethe/Gamow, led to the name ' $\alpha/\beta/\gamma$ theory')

سنتز هسته‌ها در ستارگان

G. R. Burbidge, E. M. Burbidge, W. A. Fowler and F. Hoyle. 1957. 'Synthesis of the elements in stars' *Rev. Mod. Phys.* 29, 547.

کارهای بعدی در مورد سنتز هسته‌ها در ستارگان

- C. Hayashi. 1950. 'Proton–neutron concentration ratio in the expanding universe at the stages preceding the formation of the elements' *Progr. Theor. Phys. (Japan)* 5, 224.
- F. Hoyle and R. J. Tayler. 1964. 'The mystery of cosmic helium abundance' *Nature* 203, 1108.
- P. J. E. Peebles. 1966. 'Primordial helium abundance and the primordial fireball' *Ap. J.* 146, 542.
- Ya. B. Zel'dovich. 1966. 'The 'hot' model of the universe' *Usp. Fiz. Nauk* 89, 647.
- R. V. Wagoner, W. A. Fowler and F. Hoyle. 1967. 'On the synthesis of elements at very high temperatures' *Ap. J.* 148, 3.

فراوانی هلیوم و انواع نوترینو

- J. Yang, D. Schramm, G. Steigman and R. T. Rood. 1979. 'Constraints on cosmology and neutrino physics from big bang nucleosynthesis' *Ap. J.* 227, 697.

کشف زمینه ریزموج

- A. McKeller. 1941. *Pub. Dom. Astrophys. Observatory, Victoria, B.C.*, 7, 251
- A. A. Penzias and R. W. Wilson. 1965. 'Measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s' *Ap. J.* 142, 419.

فصل ۶

گامهایی به سوی نظریه‌ای واحد برای برهم‌کنشهای بنیادی

- J. C. Maxwell. 1864. 'A dynamical theory of the electromagnetic field' *Phil. Trans. Roy. Soc.* 155. (Paper read on 8 December 1864)
- S. Weinberg. 1967. 'A model of leptons' *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264. (The electro-weak interaction)
- A. Salam. 1968. 'Weak and electromagnetic interactions' In N. Swartholm, ed., *Elementary Particle Physics*, p. 367 (Stockholm: Almqvist and Wiksells).
- H. Georgi and S. L. Glashow. 1974. 'Unity of all elementary-particle forces.' *Phys. Rev. Lett.* 32, 438. (The $SU(5)$ framework)

باریونهای اضافی در عالم اولیه

- G. Steigman. 1976. 'Observational tests of antimatter cosmologies' *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 14, 339.
- M. Yoshimura. 1978. 'Unified gauge theories and the baryon number of the universe' *Phys. Rev. Lett.* 41, 281.
- S. Weinberg. 1979. 'Baryon–lepton non-conserving processes' *Phys. Rev. Lett.* 43, 1566.

عالم تورمی

- D. Kazanas. 1980. 'Dynamics of the universe and spontaneous symmetry breaking' *Ap. J.* 241, L59.

- A. H. Guth. 1981. 'Inflationary universe: a possible solution to the horizon and flatness problems' *Phys. Rev. D*23, 347.
- K. Sato. 1981. 'First order phase transition of a vacuum and the expansion of the universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 195, 467.

عالم تورمی جدید

- A. Linde. 1982. 'A new inflationary universe scenario' *Phys. Lett.* B108, 389.
- A. Linde. 1982. 'Scalar field fluctuations in the expanding universe and the new inflationary scenario' *Phys. Lett.* B116, 335.
- A. Albrecht and P. J. Steinhardt. 1982. 'Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking' *Phys. Rev. Lett.* 48, 1220.

تورم آشوبناک

- A. Linde. 1983. 'Chaotic inflation' *Phys. Lett.* B129, 177.

سیاهچاله‌های آغازین

- S. W. Hawking. 1974. 'Black hole explosions?' *Nature* 248, 30.
- B. J. Carr. 1975. 'The primordial black hole mass spectrum' *Ap. J.* 201, 1.

کیهان‌شناسی کوانتومی

- J. Hartle. 1988. 'Quantum cosmology' In B. R. Iyer, A. Kembhavi, J. V. Narlikar and C. V. Vishveshwara, eds., *Highlights in Gravitation and Cosmology*, p. 144 (Cambridge: Cambridge University Press).
- J. V. Narlikar. 1984. 'The vanishing likelihood of spacetime singularity in quantum conformal cosmology' *Found. Phys.*, 14, 443

فصل ۷

جرم جینز

- J. H. Jeans. 1902. 'The stability of a spiral nebula' *Phil. Trans. Roy. Soc.* 199A, 49.

رشد افت‌وخیزها

- E. Lifshitz. 1946. 'On the gravitational instability of the expanding universe' *J. Phys. (USSR)* 10, 116.
- R. H. Dicke and P. J. E. Peebles. 1968. 'Origin of the globular clusters' *Ap. J.* 154, 891.

طیف مقیاس-ناوردا

- E. R. Harrison. 1970. 'Fluctuations at the threshold of classical cosmology' *Phys. Rev. D*1, 2726.
- Ya. B. Zel'dovich. 1972. 'A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 160, 1P.
- J. M. Bardeen, P. J. Steinhardt and M. S. Turner. 1983. 'Spontaneous creation of almost scale-free density perturbations in an inflationary universe' *Phys. Rev. D*28, 679.

مادهٔ تاریک و تشکیل ساختار

- J. R. Bond, G. Efstathiou and J. Silk. 1980. 'Massive neutrinos and the large scale structure of the universe' *Phys. Rev. Lett.* 45, 1980.
- P. J. E. Peebles. 1982. 'The peculiar velocity around a hole in the galaxy distribution' *Ap. J.* 258, 415.

تحول غیرخطی ساختارها

- Ya. B. Zel'dovich. 1970. 'Gravitational instability: an approximate theory for large density perturbations' *Astron. Astrophys.* 5, 84.
- S. D. M. White, C. S. Frenk and M. Davis. 1983. 'Clustering in a neutrino dominated universe' *Ap. J.* 274, L1.
- S. J. Aarseth. 1985. 'Direct N -body calculations' In J. Goodman and P. Hut, eds., *Dynamics of Star Clusters. IAU Symposium No. 113*, p. 251 (Dordrecht: Reidel).
- M. Davis, G. Efstathiou, C. S. Frenk and S. D. M. White. 1985. 'The evolution of large-scale structure in the universe dominated by cold dark matter' *Ap. J.* 292, 371.

نوترینوهای جرم‌دار و کیهان‌شناسی

- R. Cowsik and J. McClelland. 1972. 'An upper limit on the neutrino rest mass' *Phys. Rev. Lett.* 29, 669.
- R. Cowsik and J. McClelland. 1973. 'Gravity of neutrinos of nonzero mass in astrophysics' *Ap. J.* 180, 7.
- S. Tremain and J. E. Gunn. 1979. 'Dynamical role of light neutral leptons in cosmology' *Phys. Rev. Lett.* 42, 407.

فصل ۸

نیروهای لختی و فضای مطلق

- I. Newton. 1687. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1st edn (London: Streater). (English translation by A. Motte (1729) revised by A. Cajori (1934) (Berkeley: University of California Press))
- E. Mach. 1893. *The Science of Mechanics* (Chicago: Open Court).

نظریهٔ لختی سیاما

- D. W. Sciama. 1953. 'On the origin of inertia' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 113, 34.

نظریهٔ گرانی برنز-دیکی

- C. Brans and R. H. Dicke. 1961. 'Mach's principle and a relativistic theory of gravitation' *Phys. Rev.* 124, 125.
- R. H. Dicke. 1962. 'Mach's principle and invariance under transformation of units' *Phys. Rev.* 125, 2163.

آزمونه‌های نظریه برنز-دیکی در منظومه شمسی

R. H. Dicke and H. M. Goldenberg. 1967. 'Solar oblateness and general relativity' *Phys. Rev. Lett.* 18, 313.

H. A. Hill and R. T. Stebbins. 1975. 'The intrinsic visual oblateness of the Sun' *Ap. J.* 200, 471.

جوابهای کیهان‌شناختی نظریه برنز-دیکی

R. H. Dicke. 1968. 'Scalar tensor gravitation and the cosmic fireball' *Ap. J.* 152, 1.

تغییر G در نظریه برنز-دیکی

Variation of G in the Brans-Dicke theory
R. H. Dicke. 1962. 'Implications for cosmology of stellar and galactic evolution rates' *Rev. Mod. Phys.* 34, 110.

نظریه گرانی هویل-نارلیکار

The Hoyle-Narlikar theory of gravity
F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1964. 'A new theory of gravitation' *Proc. Roy. Soc.* A282, 191.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'A conformal theory of gravitation' *Proc. Roy. Soc.* A294, 138.

پاسخ الکترومغناطیسی عالم

J. A. Wheeler and R. P. Feynman. 1945. 'Interaction with the absorber as the mechanism of radiation' *Rev. Mod. Phys.* 17, 157.

J. E. Hogarth. 1962. 'Cosmological considerations of the absorber theory of radiation' *Proc. Roy. Soc.* A267, 365.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1963. 'Time symmetric electrodynamics and the arrow of time in cosmology' *Proc. Roy. Soc.* A277, 1.

تکینگی فضا زمان در کیهان‌شناسی HN

A. K. Kembhavi. 1978. 'Zero mass surfaces and cosmological singularities' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 185, 807.

تغییر G در کیهان‌شناسی HN

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1972. 'Cosmological models in a conformally invariant gravitation theory I & II' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 155, 305 and 323.

اهمیت اعداد بدون بُعد بزرگ

P. A. M. Dirac. 1937. 'The cosmological constants' *Nature* 139, 323.

فرضیه اعداد بزرگ

P. A. M. Dirac. 1938. 'A new basis for cosmology' *Proc. Roy. Soc.* A165, 199.

کیهان‌شناسی دیراک با دو نوع آفرینش

P. A. M. Dirac. 1973. 'Long range forces and broken symmetries' *Proc. Roy. Soc.* A333, 403.

P. A. M. Dirac. 1974. 'Cosmological models and the large numbers hypothesis' *Proc. Roy. Soc. A338*, 439.

فصل ۹

نظریهٔ حالت پایا (اولین پیشنهاد)

H. Bondi and T. Gold. 1948. 'The steady state theory of the expanding universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 108*, 252.

F. Hoyle. 1948. 'A new model for the expanding universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 108*, 372.

کیهان‌شناسی-C

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1962. 'Mach's principle and the creation of matter' *Proc. Roy. Soc. A270*, 334. (Continuous creation)

J. V. Narlikar. 1973. 'Singularity and matter creation in cosmological models' *Nature 242*, 135. (Explosive creation)

عالم داغ

T. Gold and F. Hoyle. 1958. 'Cosmic rays and radio waves as manifestations of a hot universe' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 583 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

عالم حبابی/تشکیل کهکشان

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'A radical departure from the steady state concept in cosmology' *Proc. Roy. Soc. A290*, 162.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'On the formation of elliptical galaxies' *Proc. Roy. Soc. A290*, 177.

کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا

F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar. 'A quasi-steady state cosmological model with creation of matter' *Ap. J. 410*, 437.

برای مطالعهٔ ابعاد مختلف این نوع کیهان‌شناسی به کتاب زیر مراجعه کنید که همهٔ مقاله‌های اولیهٔ این نظریه را فهرست‌بندی کرده است:

F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar. 2000. *A Different Approach to Cosmology* (Cambridge: Cambridge University Press).

فصل ۱۰

اندازه‌گیری H_0

E. Hubble. 1929. 'A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) 15*, 168.

M. L. Humason, N. U. Mayall and A. R. Sandage. 1956. 'Redshifts and magnitudes of extragalactic nebulae' *Ap. J. 61*, 97.

رابطهٔ دوره-درخشندگی قیفاووسیها

- H. Leavitt. 1912. 'Periods of twenty-five variable stars in the small Magellanic cloud'
Harvard College Observatory Circular No. 173.

ناهمگنی جریان هابل

- V. C. Rubin, N. Thonnard and W. K. Ford Jr. 1976. 'Motion of the Galaxy and the Local Group determined from the velocity anisotropy of distant Sc I galaxies, I & II' *A. J.* 81, 687 and 719.

توزیع جرم در کهکشانها

- I. King. 1975. 'The structure of round stellar systems: observation and theory' In A. Hayli, ed., *Dynamics of Stellar Systems*, p. 99 (Dordrecht: Reidel).

آمار گروه کهکشانها

- E. L. Scott. 1961. 'Distribution of galaxies on the sphere' In G. C. McVittie, ed., *Problems in Extragalactic Research*, p. 269 (New York: Macmillan).
J. Neyman. 1961. 'Alternative stochastic models of the spatial distribution of galaxies' In G. C. McVittie, ed., *Problems in Extragalactic Research*, p. 294 (New York: Macmillan).
H. Totsuji and T. Kihara. 1969. 'The correlation function for the distribution of galaxies' *Publ. Astron. Soc. (Japan)* 21, 221.
P. J. E. Peebles. 1974. 'The gravitational instability picture and the nature of distribution of galaxies' *Ap. J.* 189, L51.

جرم گمشده در خوشه‌های کهکشان

- F. Zwicky. 1933. 'Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln' *Helv. Phys. Acta* 6, 10.

آبرخوشهٔ محلی

- G. de Vaucouleurs. 1961. 'Recent studies of clusters and superclusters' *A. J.* 66, 629.

q_0 از ستاب منفی کهکشانهای نزدیک

- A. Sandage, G. Tamman and A. Yahil. 1979. 'The velocity field of bright nearby galaxies I-IV' *Ap. J.* 232, 352 and subsequent papers in later issues of *Ap. J.*

سن کهکشان

- W. A. Fowler and F. Hoyle. 1960. 'Nuclear cosmochronology' *Ann. Phys. (New York)* 10, 280.
I. Iben Jr. 1974. 'Post main-sequence evolution of single stars' *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 12, 215.

فراوانی هسته‌های سبک

- R. V. Wagoner. 1973. 'Big bang nucleosynthesis revisited' *Ap. J.* 179, 343.

اندازه‌گیریهای زمینه ریزموج

مراجع ذکر شده در جداول ۲.۱۰ و ۳.۱۰ را ببینید.

ناهمسانگردی دوقطبی زمینه ریزموج

G. F. Smoot, M. V. Gorenstein and R. A. Muller. 1977. 'Detection of anisotropy in the cosmic black body radiation' *Phys. Rev. Lett.* 39, 898.

E. S. Cheng, P. R. Saulson, D. T. Wilkinson and B. E. Corey. 1979. 'Large scale anisotropy in the 2.7 K radiation' *Ap. J.* 232, L139.

اثر ژلدویچ-سانیوف

R. A. Sunyaev and Ya. B. Zeldovich. 1970. 'Small-scale fluctuations of relic radiation' *Astrophys. Space. Sci.* 7, 3.

زمینه ریزموج و پرتوهای کیهانی پرنرژی

K. Greisen. 1966. 'An end to the cosmic ray spectrum?' *Phys. Rev. Lett.* 16, 748.

فصل ۱۱

q_0 از رابطه $m-z$

A. Sandage. 1972. 'The redshift distance relation, II' *Ap. J.* 178, 1.

J. Kristian, A. Sandage and J. A. Westphal. 1978. 'The extension of the Hubble diagram, II' *Ap. J.* 221, 383.

A. Reiss *et al.* 1998. 'Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant' *A. J.* 116, 1009.

S. Perlmutter *et al.* 1999. 'Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae' *Ap. J.* 517, 565.

تصحیح‌هایی بر نمودار هابل

K. G. Malmquist. 1920. 'A study of stars of spectral type A' *Medd. Lunds. Obs. Ser. II* No. 22.

E. L. Scott. 1957. 'The brightest galaxy in a cluster as a distance indicator' *A. J.* 62, 248. (The Scott effect)

A. Sandage. 1961. 'The ability of the 200-inch telescope to distinguish between selected world models' *Ap. J.* 133, 355.

J. B. Oke and A. Sandage. 1968. 'Energy distributions, K corrections and the Stebbins-Whitford effect for giant elliptical galaxies' *Ap. J.* 154, 21. (K -correction)

J. E. Gunn and J. B. Oke. 1974. 'Spectrophotometry of faint cluster galaxies and the Hubble diagram: an approach to cosmology' *Ap. J.* 195, 255. (Aperture correction)

B. M. Tinsley. 1975. 'Nucleochronology and chemical evolution.' *Ap. J.* 198, 145. (The evolution of luminosity)

S. M. Chitre and J. V. Narlikar. 1976. 'The effect of intergalactic dust on the measurement of the cosmological deceleration parameter q_0 ' *Astrophys. Space Sci.* 44, 101.
(Intergalactic absorption)

شمارش ایتیکی کهکشانیها

E. P. Hubble. 1936. 'Effects of redshifts on the distribution of nebulae' *Ap. J.* 84, 517.

بررسی و شمارشهای چشمه رادیویی

J. R. Shakeshaft, M. Ryle, J. E. Baldwin, B. Elsmore and J. H. Thomson. 1955. 'A survey of radio sources between declinations -38° and $+83^\circ$ ' *Mem. Roy. Astron. Soc.* 67, 97.

B. Y. Mills, O. B. Slee and E. R. Hill. 1958. 'A catalogue of radio sources between declinations $+10^\circ$ and -20° ' *Aus. J. Phys.* 11, 360.

D. O. Edge, J. R. Shakeshaft, W. B. McAdam, J. E. Baldwin and S. Archer. 1959. 'A survey of radio sources at 159 Mc/s' *Mem. Roy. Astron. Soc.* 68, 37.

J. G. Bolton. 1960. 'The discrete sources of cosmic radio emission' *Comptes Rendus de l'Assemblée Générale de l'URSI, Londres, 1960, Session V.*

A. S. Bennett. 1962. 'The revised 3C-catalogue of radio sources' *Mem. Roy. Astron. Soc.* 68, 163.

آزمون درخشندگی حجم

M. Schmidt. 1968. 'Space distribution and luminosity functions of quasi-stellar radio sources' *Ap. J.* 151, 393.

روش بیشترین احتمال

D. F. Crawford, D. L. Jauncey and H. S. Murdoch. 1970. 'Maximum likelihood estimation of the slope from number-flux density counts of radio sources' *Ap. J.* 162, 405.

تفسیرهای شمارش چشمه کیهان‌شناسی

P. F. Scott and M. Ryle. 1961. 'The number flux density relation for radio sources away from the galactic plane' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 122, 389.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1962. 'On the counting of radio sources in steady state cosmology' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 123, 133.

D. L. Jauncey. 1967. 'Reexamination of the source counts for the 3C revised catalogue' *Nature* 216, 877.

F. Hoyle. 1968. 'Review of recent developments in cosmology' *Proc. Roy. Soc.* A308, 1.

تغییر اندازه زاویه‌ای و کیهان‌شناسی

R. C. Tolman. 1934. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*, p. 467 (Oxford: Clarendon Press).

F. Hoyle. 1959. 'The relation of radioastronomy and cosmology' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 529 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

آزمون روشنایی سطحی

- A. Sandage and J.-M. Perelmuter. 1990. 'The surface brightness test for the expansion of the universe I & II' *Ap. J.* 350, 481 and 361, 1.

فهرست کوازار

- A. Hewitt and G. Burbidge. 1987. 'A new optical catalogue of quasi-stellar objects' *Ap. J. Suppl.* 63.
- A. Hewitt and G. Burbidge. 1989. 'The first addition to the new optical catalogue of quasi-stellar objects' *Ap. J. Suppl.* 69, 1.
- M.-P. Veron-Cetty and P. Veron. 1985. 'A catalogue of quasars and active galactic nuclei' *ESO Sci. Rep.* No. 4.

The Hubble diagram of quasars

نمودار هابل کوازارها

- G. R. Burbidge and F. Hoyle. 1966. 'Relation between the redshifts of quasi-stellar objects and their radio and optical magnitudes' *Nature* 210, 1346.

Number counts of quasars

شمارش تعداد کوازارها

- M. Schmidt. 1968. 'Space distribution and luminosity functions of quasi-stellar radio sources' *Ap. J.* 151, 393.
- A. K. Kembhavi and A. Fabian. 1982. 'X-ray quasars and the X-ray background' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 198, 921.

عدسی گرانشی

- F. Zwicky. 1937. 'Nebulae as gravitational lenses' *Phys. Rev.* 51, 290
- D. Walsh, R. F. Carswell and R. J. Weymann. 1979. '0957+561 A, B: twin quasistellar objects or gravitational lens?' *Nature* 279, 381.

جذب لیمان- α

- J. E. Gunn and B. A. Peterson. 1965. 'On the density of neutral hydrogen in the intergalactic space' *Ap. J.* 142, 1633.

مسئله تولید انرژی در کوازارها

- F. Hoyle, G. R. Burbidge and W. L. W. Sargent. 1966. 'On the nature of quasi-stellar sources' *Nature* 209, 751.
- M. J. Rees. 1967. 'Studies in radio source structure, I' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 135, 345.

مسئله جدا شدن کوازارها با سرعت بیشتر از نور

- K. I. Kellermann and D. B. Shaffer. 1977. 'Superlight motion in radio sources and its implications for the distance scale problem' In C. Balkowski and B. E. Westerlund, eds., *Proceedings of the IAU/CNRS Colloquium*, held in Paris, 6-9 September 1976, p. 347 (Paris: CNRS). (For observations and some theoretical models)

J. V. Narlikar and S. M. Chitre. 1980. 'Gravitational screens and superluminal separation in quasars' *Ap. J.* 235, 335.

تغییر $e^2/(\hbar c)$

J. N. Bahcall and M. Schmidt. 1967. 'Does the fine structure constant vary with time?' *Phys. Rev. Lett.* 19, 1294.

M. S. Roberts. 1977. 'High redshift 21-cm lines' In C. Balkowski and B. E. Westerlund, eds., *Proceedings of the IAU/CNRS Colloquium*, held in Paris, 6–9 September 1976, p. 501 (Paris: CNRS).

A. D. Tubbs and A. M. Wolfe. 1980. 'Evidence for large-scale uniformity of physical laws' *Ap. J.* 236, L105.

تغییر G

F. Hoyle. 1972. 'The early history of the Earth' *Q. J. Roy. Astron. Soc.* 13, 328.

I. I. Shapiro. 1976. 'Bounds on the secular variation of the gravitational constant' *B. A. A. S.* 8, 308.

فصل ۱۲

به‌نفع کیهان‌شناسی استاندارد

P. J. E. Peebles, D. N. Schramm, E. L. Turner and R. G. Kron. 1991. 'The case for the hot relativistic big bang cosmology' *Nature* 352, 769.

J. Silk. 1999. 'The case for the big bang' *Comptes Rendus* 327, Series II-b, 829.

علیه کیهان‌شناسی استاندارد

H. C. Arp, G. Burbidge, F. Hoyle, J. V. Narlikar and N. C. Wickramasinghe. 1990. 'The extragalactic universe: an alternative view' *Nature* 346, 807.

J. V. Narlikar. 1999. 'The case against the big bang' *Comptes Rendus* 327, Series II-b, 841.

نمایه

- آبل، جورج ۳۶-۳۸
 آرپ، اچ. سی. ۵۹۸-۶۰۴
 آزادی مجانبی ۲۵۶-۲۵۷
 آزمونه‌های رد SC ۵۹۱-۵۹۳
 کشف انتقال‌های به آبی ۵۹۱-۵۹۲
 محدود کردن پارامتر فضا ۵۹۲
 محدودیت‌های سن ۵۹۲-۵۹۳
 وجود ستارگان بسیار پیر ۵۹۲
 وجود ماده باریونی بسیار زیاد ۵۹۲
 آفرینش ماده ۳۳۷، ۳۸۶-۳۹۲
 آفرینش انفجاری ۳۹۱
 اجسام پرجرم نزدیک به رمبش ۴۱۱-۴۱۲
 نظریه میدان C ۳۸۷-۳۹۲، ۴۱۱-۴۱۰
 آلبرشت، ای. ۲۷۳
 آلفر، رالف ۲۰۶، ۲۲۹، ۴۲۵، ۵۰۰
 آمبارتسومیان، ویکتور ۴۸۳-۴۸۲، ۴۹۵
 آنتروپی در عالم اولیه ۲۱۰، ۲۶۷
 آونگ فوکو ۳۳۷-۳۳۸
 آبرتقارن SUSY ۳۱۹
 آبرخوشه موضعی (محلی) ۳۸، ۴۷۹
 آبرخوشه‌ها ۳۸
- تشکیل شده در عالم داغ حالت پایا ۳۹۵
 آبرویه با جرم صفر ۳۶۳
 ابرهای مازلانی بزرگ و کوچک ۳۶
 اتحادهای بیانکی ۷۶، ۹۱، ۱۶۳
 اثر استینوس-ویتفورد ۵۲۸
 اثر رابین-فورد ۴۶۶
 اثرگان-پترسون ۴۸۴، ۵۶۰
 اختریفیک ذرات ۲۳۹، ۳۳۷
 ادموندز، ام. ۴۳۱
 ادینگتون، ا. اس. ۱۰۵-۱۰۶، ۱۳۳، ۱۹۴-۱۹۲، ۳۶۶
 ارتباط آفین ۶۷، ۱۱۲
 استاکتون، ا. ان. ۵۶۵، ۵۹۷
 استتار توسط ماه ۳۳
 استیگمن، گری ۳۲۴، ۴۹۹
 اسلیفر، وی. ام. ۴۳، ۴۶۵
 اشتکر و همکاران ۶۰۴
 رهیافت حلقه‌ای به گرانی کوانتومی ۶۰۴
 اشتینهارت، پی. جی. ۲۷۳
 اشمیت، مارتن ۵۴۳، ۵۷۴
 اصل علیت ۳۵۵

- اصل کُنش ۸۵-۸۴، ۱۷۸
 برای لختی ۳۵۶
 اصل کیهان‌شناختی ۱۴۰-۱۳۷، ۱۹۸، ۴۲۰
 اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) ۳۴۱،
 ۵۷۳، ۳۸۴-۳۸۷
 اصل ماخ ۳۴۳-۳۳۷، ۳۵۲-۳۵۰، ۳۶۱-۳۶۲،
 ۳۷۶
 اصل موضوع وایل ۱۳۷-۱۳۴، ۱۵۴،
 ۱۶۵-۱۶۳، ۱۹۸، ۴۲۰، ۴۶۵
 توجیه‌شده با آفرینش ماده ۳۹۱
 اصل هم‌ارزی ۸۳-۸۰، ۱۰۸
 اصل ضعیف ۸۰
 اصل قوی ۸۱-۸۰، ۸۴، ۱۷۸، ۲۸۲
 اعداد بدون بُعد در فیزیک ۳۶۴-۳۶۶
 افت‌وخیزهای چگالی، ۳۱۱-۳۱۰
 بی‌دررو ۳۰۵
 تک‌خمیدگی ۳۰۶
 تکدما ۳۰۶-۳۰۵
 افق ذره ۱۸۴-۱۸۳، ۱۹۹، ۲۶۳-۲۶۵،
 ۲۶۸-۲۶۷، ۳۱۶-۳۱۳
 افق رویداد ۱۵۴، ۱۸۵-۱۸۴
 افق: نگاه کنید به افق رویداد، افق ذره
 اقلیدس ۵۳
 اصل موضوع توازی ۱۱۱
 الکترودینامیک ۲۵۰، ۲۵۵-۲۵۳
 امواج گرانشی مربوط به دوره آغازین ۵۱۱
 انتقال به سرخ ۳۴-۳۳، ۴۶، ۱۳۳، ۱۴۳-۱۴۱،
 از اثر وولف ۶۰۳
 در ذرات با جرم متغیر ۳۶۴، ۶۰۳
 دوپلری ۴۴، ۱۳۴-۱۳۳، ۱۴۳-۱۴۲،
 ۱۵۶-۱۵۵، ۶۰۳-۶۰۲
- کیهان‌شناختی ۱۴۳-۱۴۱
 گرانشی ۱۰۲-۱۰۰، ۱۱۰، ۱۱۶-۱۱۵، ۱۵۵،
 ۶۰۳
 انتقال به سرخهای غیرکیهان‌شناختی ۶۰۴-۶۰۱
 انتقال دوپلر ۴۴، ۱۳۴-۱۳۳، ۱۴۳، ۱۵۵
 قله دوپلر ۵۱۳-۵۱۲
 انتقالهای به آبی ۴۴، ۳۶۵، ۵۸۲، ۵۹۲-۵۹۱
 انجینیر، سانو ۴۳۳
 اندازه‌گیری فاصله برون کهکشانی
 اَبَرنواخترهای نوع I ۴۶۲
 اَبَرنواخترهای نوع II- ۴۵۹-۴۵۷
 اندازه‌گیری H_۰ ۴۶۵-۴۴۵
 رابطه تالی-فیشر ۴۶۰-۴۵۹، ۴۶۷
 رابطه فیبر-جکسون ۴۶۱-۴۶۰
 روشن‌ترین ستاره ۴۵۳-۴۵۱
 روشن‌ترین کهکشان خوشه ۴۶۲
 سحابیهای سیاره‌ای ۴۵۶-۴۵۳
 تابع درخشندگی ۴۵۷-۴۵۳
 متغیرهای قیفاووسی ۴۵۲-۴۴۹
 رابطه دوره-درخشندگی ۴۵۱-۴۴۹
 منطقه‌های H-II ۴۵۷-۴۵۶
 انرژی پلانک ۲۵۴
 انفجار ستاره در کهکشان ۵۳۸
 اوکه جی. بی. ۵۲۸
 اولبرس، هاینریش ۱۹۲
 پارادوکس ۱۹۲، ۲۰۰، ۳۸۶، ۵۳۸
 حل ۲۰۰
 ایزنهارت ۹۷
 اینشتین، آلبرت ۱۲، ۴۸، ۵۰، ۷۰، ۹۵، ۱۰۵،
 ۱۲۱-۱۱۹، ۱۲۶، ۱۲۹-۱۲۸، ۱۳۴-۱۳۱،
 ۱۳۸-۱۳۷، ۱۹۲، ۳۵۱

محدودیت‌های ناشی از تشکیل ساختار

۴۸۰-۴۸۱

پارامتر خمیدگی ۱۳۹

پارامتر شتاب منفی q ۱۷۲، ۱۹۸

پارسک (PC) ۱۲، ۵۱

پارسونز، اس. جی. ۲۹

پازیرب، ای. ۳۲۰

پتانسیل شیمیایی ۲۰۸، ۲۱۸-۲۱۷،

۲۲۳-۲۲۲، ۲۳۵

پتانسیل کلمن-واینبرگ ۲۷۴، ۲۸۷، ۳۱۷

پترسون، بی. ا. ۴۸۴

پرنکیپیا ۳۳۹

پروژه کیهان‌شناسی اَبَرنواختر (SCP) ۵۳۲

پریس، ام. اچ. ال. ۳۸۷

پکر، جی. سی. ۵۵۵

پن‌رز، راجر ۱۷۹

پنزیاس، آرنو ۲۰۶، ۲۳۰-۲۲۹، ۵۰۱-۵۰۰

پوپر، کارل ۴۴۳

پوند، جی. ا. ۱۰۲

پیبلز، جیم ۲۲۹، ۲۹۸، ۴۷۶، ۵۰۱

تابع همبستگی کهکشان-کهکشان ۴۷۶

مسئله تخت بودن بحث شده توسط ۲۶۷

پیدایش باریون ۲۶۰-۲۵۷

پیمبرت، ام. ۴۹۴

پیوند کوازار-کهکشان ۵۶۵، ۵۹۸-۵۹۶

تابش زمینه ۴۸-۴۷

از چشمه‌ها ۱۹۲-۱۸۹

تابش گرانشی ۹۵، ۱۰۹، ۱۱۵

تابع انتقال ۳۳۰

تابع پنجره ۳۱۲

تابع جرم اولیه (IMF) ۵۳۰

آزمایش آسانسور در حال سقوط آزاد ۸۰، ۸۳

ایزادهای وارد بر ماخ ۳۵۱-۳۵۲

باده، والتر ۲۹، ۳۰، ۴۵۰، ۴۵۷

باکال، جان ۵۷۴

بانرجی، اس. ۴۳۳

بته، هانس ۲۰۶

بخار اَبَرسرد ۲۶۹، ۲۷۲

بریج، جفری ۳۱، ۲۲۸، ۳۹۷، ۵۴۶، ۵۵۵،

۵۹۸

بریج، مارگارت ۲۲۸

برخوردگر LEP در سرن ۲۲۷-۲۲۶، ۲۳۹

بردار ۶۰-۵۶

پادوردا ۵۸-۵۹

فضاگونه، زمان‌گونه، و صفر ۶۵

میدان برداری ۶۵، ۲۵۰

هموردا ۶۱-۵۹

برنز، کارل ۳۴۵-۳۴۱

برهم‌کنش الکتروضعیف ۲۵۱، ۲۵۵-۲۵۱

برهم‌کنش جریان باردار ۲۵۲

برهم‌کنش جریان خنثی ۲۵۲

برهم‌کنش ضعیف ۲۱۵-۲۱۴، ۲۲۱-۲۱۹،

۲۵۰-۲۵۵

بوزونها ۲۰۸، ۲۵۳

بوزونهای X ۲۶۰-۲۵۵، ۲۸۶

بولتون، جان ۵۴۰

بولیا ۵۳

بوندی، هرمان ۳۸۷-۳۸۳

پادمانابان، تی. ۲۸۲

پارامتر آفین ۷۹

پارامتر چگالی Ω ۱۷۲، ۱۹۸، ۲۶۶-۲۶۴، ۳۹۶،

۵۳۳

- تتابع درخشندگی شکر ۵۳۷-۵۳۹
 تابع گرین ۳۵۲-۳۵۳
 تعجیلی و تأخیری ۳۵۳
 متقارن ۳۵۴
 تابع همبستگی دونقطه‌ای ۳۰۷-۳۰۸، ۳۱۱، ۴۷۶
 تالی، ار. بی. ۴۵۹، ۴۶۸
 تامان. جی. ۴۴۸-۴۴۷، ۴۶۵
 تانسور ۶۱-۶۲
 ادغام ۶۴-۶۵
 تانسور انرژی ۸۴-۹۱، ۱۱۴
 پایستگی ۹۱، ۲۰۰
 درکيهان‌شناسی ۱۷۰-۱۶۲
 ماده ۸۸-۸۶
 ذرات نسبیتی ۸۸
 شماره ۸۹
 گردوغبار ۱۶۵-۱۶۳، ۱۶۸
 میدان الکترومغناطیسی ۹۰
 تانسور اینشتین ۷۶-۷۵، ۹۱، ۱۹۸
 تانسور خمیدگی: نگاه کنید به تانسور ریمانی
 تانسور ریچی ۷۵، ۱۹۸
 تانسور ریمان ۷۴، ۷۵
 تقارنهای ۷۵
 تانسور متریک: نگاه کنید به متریک فضازمان
 تانسور متقارن و پادمتقارن ۶۴-۶۳، ۱۱۲
 تاپسون، جی. ا. ۵۳۷
 تبدیل همدیس ۳۵۷-۳۵۹، ۳۷۵، ۳۹۸
 خمینه همدیس-تخت ۳۵۸
 ناوردایی همدیس ۳۵۸-۳۵۷، ۳۹۸
 تپ اختر ۱۶ + PSR ۱۹۱۳ ۱۰۴
 تترود، اچ. ۳۵۳
- ترابرد موازی ۶۹-۶۶، ۷۴-۷۳، ۱۵۵
 در امتداد مسیرهای مختلف ۷۴-۷۳
 دور یک مثلث کروی ۷۳-۷۲
 ترل، جی. ۳۴
 آزمونهای رد QSSC ۵۹۴-۵۹۳
 آشکار نساختن گردوغبار رشته‌ای ۵۹۴
 آشکار نساختن ماده پیر ۵۹۴
 انباشت سیاهچاله ۵۹۴
 کشف انتقال به سرخهای بسیار بزرگ ۵۹۴
 ترمودینامیک در عالم اولیه ۲۱۳-۲۰۶
 تقریب دمای زیاد (نسبیتی) ۲۱۳-۲۱۱
 تقریب دمای کم (نانسبیتی) ۲۱۲
 تریتم ۲۲۳
 تریمن، اسکات ۳۲۳
 تشکیل ساختار: مسئله بنیادی ۲۸۸-۲۹۰
 تصحیح-K، به رابطه انتقال به سرخ قدر هم نگاه کنید ۱۴۸، ۵۳۷
 تصحیح تابش سنجی ۵۲۸
 تضاد چگالی ۲۹۲
 تغییر ثابتهای بنیادی ۵۷۷-۵۷۴
 از تحول زیست‌شناختی ۵۷۷
 از تحول ستاره‌ای ۵۷۷
 از حرکت میانگین ماه ۵۷۶-۵۷۵
 از رصدهای راداری ۵۷۵
 از مریخ‌نشین وایکینگ ۵۷۶
 تغییر ثابت ساختار ریز ۵۷۴
 تغییر ثابت گرانشی ۵۷۸-۵۷۴
 تقریب پسانیوتونی پارامتری‌سازی شده (PPN) ۹۹
 پارامترهای PPN ۹۹، ۱۰۷، ۱۰۸
 تقریب شماره هموار ۱۳۶، ۱۶۳

تقریب امواج صوتی ۲۹۴
 عدد موج جینز ۲۹۳
 جریان هابل ۴۶۷، ۴۶۹
 جزء خط ۶۲
 جزء خط رابرتسون-واکر ۱۴۱-۱۴۰، ۱۵۱-۱۵۰،
 ۱۵۵-۱۵۳، ۱۹۸، ۳۴۶، ۳۷۱-۳۷۲،
 ۳۹۰، ۴۱۳، ۴۶۵، ۵۲۳، ۵۳۶،
 ۵۵۴
 تخت بودن همیس ۳۷۹
 جزء خط شوارتس شیلد ۹۸
 شعاع شوارتس شیلد ۱۱۰، ۲۷۸
 جکسون، جی. سی. ۵۵۳
 جکسون، رابرت ۴۶۰
 جوهری، وی. بی. ۳۵۰
 جینز، جیمز ۲۸۹
 چارچوب با شتاب یکنواخت ۸۳
 چارچوب سکون کیهان شناختی ۳۹
 چرخش فاراده ۴۹۹
 چشمهٔ رادیویی شبه ستاره‌ای، جسم شبه ستاره‌ای،
 QSO: نگاه کنید به کوازارها
 چشمه‌های رادیویی ۲۹-۳۳
 شناسایی اپتیکی ۳۰، ۳۳-۳۵
 چگالی باریونی ۲۳۷
 چگالی بستار ۱۷۲-۱۷۰، ۱۹۸
 چگالی تابش در برابر ماده ۴۷
 چگالی شار ۱۴۷، ۵۴۰
 چیتره، اس. ام. ۵۲۹، ۵۵۲
 حفره‌ها ۳۸-۳۹
 حل شوارتس شیلد ۹۸-۹۵، ۱۱۰، ۱۱۹
 در مختصات همسانگرد ۱۰۰-۹۹، ۱۱۶
 خمیدگی نرده‌ای ۷۶

تک قطبی مغناطیسی ۲۶۸، ۲۸۶
 تکینگی فضا زمان ۱۷۸، ۲۰۱، ۳۶۳،
 ۳۸۳-۳۸۲، ۵۸۹
 تلسکوپ فضایی هابل (HST) ۴۵۳-۴۵۱
 طرح کی ۴۵۳-۴۵۱
 تنویر ۴۵۰
 تورس-پیمبرت، اس. ۴۹۴
 تورم آشوبناک ۲۷۶
 تورم فراگسترده ۳۵۰
 تورم گسترده ۳۵۰
 تولمن، ار. سی. ۵۴۷
 تیفت، دبلیو. ۶۰۰
 تیلر، راجر ۲۲۹
 تینسلی، بئاتریس ۵۲۹، ۵۶۶
 ثابت کیهان شناختی ۸، ۹۲، ۱۳۱، ۱۹۷-۱۹۲،
 ۲۳۷، ۳۶۲، ۵۳۳، ۵۶۶-۵۷۳
 ازابرنواخترهای نوع Ia ۵۳۵-۵۳۴
 در تورم ۲۷۳، ۲۷۷-۲۷۶
 علامت منفی ۴۰۵
 ثابت گرانشی، تغییرات ۳۴۳، ۳۶۸
 در فرضیه اعداد بزرگ ۳۶۷
 در نظریهٔ برنز-دیکی ۳۴۸
 ثابت هابل H_0 ۳۶، ۴۶، ۴۹، ۱۵۰، ۱۷۱، ۳۸۵،
 ۴۵۰-۴۵۱، ۴۶۵-۴۶۲، ۴۷۰-۴۶۸
 اندازه‌گیری: نگاه کنید به اندازه‌گیری H_0
 جاکوبی، جورج ۴۵۶
 جذب‌کننده‌ها، کامل و ناکامل ۳۵۶
 جرم پلانک ۳۴۳
 جرم جینز در عالم در حال انبساط ۲۹۸-۲۸۹،
 ۲۳۲-۲۳۳
 تعریف جرم جینز ۲۹۵-۲۹۴

- خوشه سنبه ۳۸، ۴۵۶، ۴۶۲
 خوشه کوما ۴۷۸، ۴۸۱، ۵۱۸
 خوشه‌های کهکشانی ۳۶-۳۸
 جریمه‌های ۳۷
 غنای ۳۶-۳۷
 قضیه ویریال برای ۴۷۸، ۴۸۲، ۵۸۷، ۵۹۵
 ماده تاریک در ۳۷-۳۸
 دادسون، مارینا ۵۵۳
 داس گوپتا، پی. ۵۴۶
 دجاجه A، چشمه رادیویی ۲۹-۳۳
 درخشندگی تابش سنجی ۱۴۷
 درخش هلیم ۴۵۲
 دمای کوری ۲۶۰-۲۶۱
 دوتریم ۲۲۳-۲۲۴
 فراوانی ۲۲۸، ۴۹۷-۴۹۶
 وابستگی به چگالی باریون ۴۸۳، ۴۹۷
 دوره‌ای بودن توزیعهای انتقال به سرخ ۶۰۲-۵۹۹
 دوره نابودی زوج الکترون پوزیترون ۲۱۷-۲۱۵
 دوستیته، دبلیو. ۱۳۲
 عالم دوستیته ۱۳۴-۱۳۲، ۱۶۷-۱۶۶، ۱۸۵،
 ۱۹۴-۱۹۲، ۲۷۳
 دو ووکولورز، جی. ۳۸، ۴۴۸، ۴۶۵-۴۶۳
 برج ایفل ثابت هابل ۴۶۳-۴۶۲
 دیراک، پی. ا. ام. ۳۵۴، ۳۶۸-۳۶۶
 فرضیه اعداد بزرگ ۳۶۷-۳۶۶
 فرمول تابش-واکنش ۳۵۶-۳۵۴
 دیکی، رابرت ۲۲۹، ۲۹۸، ۳۴۶-۳۴۱، ۳۴۸،
 ۳۷۸
 بحث درباره مسئله تخت بودن توسط ۲۶۷
 تابش سنج برای زمینه ریزموج ۲۲۹-۲۲۸،
 ۵۰۰
- دیوار عظیم ۴۰-۳۹
 دیورگوسکی، جورج ۴۶۱
 دیویس، مارک ۴۶۱
 ذرات پرجرم با برهم‌کنش ضعیف (WIMP)
 ۴۸۸
 ذره با جریمه‌های متغیر ۳۶۴
 ذره پلانک ۴۰۳-۴۰۲
 آفرینش و واپاشی ۴۰۸-۴۰۶
 به‌عنوان گوی آتش ۴۲۳-۴۲۱، ۵۸۷
 رابرتز، ام. اس. ۵۷۴
 رابرتسون، اچ. پی. ۱۴۰
 رابطه انتقال به سرخ-قدر ۵۳۵-۵۲۳
 اثر اسکات ۵۲۹
 استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia- ۵۲۵
 بایاس مالمکویست ۵۲۸
 تحول درخشندگی ۵۲۹
 تصحیح K- ۵۲۸-۵۲۷
 تصحیح دهانه ۵۲۷-۵۲۶
 جذب میان کهکشانی ۵۲۹
 خطاهای رصدی و عدم قطعیت‌های در
 ۵۳۰-۵۲۵
 رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ ۱۵۱-۱۵۰،
 ۱۵۶-۱۵۵، ۱۸۸-۱۸۶، ۱۹۹، ۵۵۴-۵۴۷
 برای چشمه‌های رادیویی ۵۵۲-۵۴۸
 پراکندگی ناشی از تصویرکردن ۵۵۰-۵۴۹
 برای کوازارها ۵۵۳، ۵۵۹-۵۵۸
 در QSSC ۵۸۶-۵۸۴
 شمارش تعداد کهکشانشان با توجه به اندازه
 زاویه‌ای ۵۴۸-۵۴۷
 رابطه سرعت-فاصله ۴۵-۴۴، ۱۲۳، ۱۵۳
 رابین، ورا ۴۶۶

- رامادورایی، اس. ۴۲۸
 راه شیری: نگاه کنید به کهکشان
 رایبل، مارتین ۵۴۰، ۵۴۵، ۵۴۶
 ربایندهٔ عظیم ۳۹
 ربکا، جی. ا. ۱۰۲
 رژیم غیرخطی ۳۲۶-۳۳۱
 رشته‌ها ۳۸-۳۹
 رشد افت‌وخیزهای جرم
 در دورهٔ پس از بازترکیب ۲۹۸-۳۰۱
 در عالم تحت سیطرهٔ تابش ۳۰۲-۳۰۴
 در مدل اینشتین-دوسیته ۲۹۹
 در مدل بسته ۳۰۰
 رصدخانهٔ اینشتین ۳۵
 روشنایی سطحی ۱۵۲
 به‌عنوان آزمون فرضیهٔ انبساط ۵۵۴-۵۵۵
 ریزعدسیهای گرانشی ۴۸۵-۴۸۷
 جستجو در OGLE, EROS, MACHO
 و غیره ۴۸۶-۴۸۷
 ریس، مارتین ۵۶۲
 ریسمان کیهانی ۲۶۱-۲۶۲، ۳۳۱
 ریمان ۵۳، ۷۰
 تانسور ریمان-کریستوفل: نگاه کنید به تانسور
 ریمان
 رینس، اف. ۳۲۰
 ریو، جی. اف. ۴۹۴
 زلدویچ، یاکوب ۲۲۹، ۳۱۶، ۳۲۶-۳۲۸
 پنکیکهای زلدویچ ۳۲۷
 تقریب زلدویچ ۳۲۶-۳۲۸
 زمان انزوا ۴۸۹
 زمان پلانک ۲۸۱-۲۸۲
 زمان کیهانی ۱۳۷
- زمان نگاه به گذشته ۵۲۹
 زمینهٔ پرتو γ ۵۰۰
 زمینهٔ ریزموج ۳۹، ۴۸-۴۷، ۵۱، ۲۰۶،
 ۲۳۴-۲۳۰، ۳۰۱، ۳۳۶
 از ترازهای CN ۵۱۹، ۵۰۰
 اکتشاف از روی خوش‌شانسی ۲۲۹
 اولین آشکارسازی توسط مکلار ۵۰۱
 برهم‌کنش با پرتوهای کیهانی پارانرژی ۵۲۰
 پیش‌بینی توسط آلفرو و هرمن ۲۲۸-۲۲۹
 تشکیل و سرشت جسم سیاه ۲۳۰-۲۳۴
 حدود مربوط به منشأ چشمهٔ گسسته ۵۱۹
 طیف ۲۳۱-۲۳۰، ۵۰۴-۵۰۰
 اندازه‌گیری‌شده توسط COBE ۲۳۰،
 ۵۰۲-۵۰۱، ۵۰۴
 عصر آخرین پراکندگی ۲۳۳، ۲۹۶
 ناهمسانگردی ۵۱۵-۵۰۴
 آزمایشهای آتی MAP، پلانک ۵۱۳-۵۱۴
 اثر ریس-شاما ۵۱۲
 اثر سانیف-زلدویچ ۵۱۲
 اثر سکس-وولف ۵۱۱
 اندازه‌گیریهای COBE از ۵۱۰-۵۰۹
 ناشی از افق ذره ۵۰۷
 ناهمسانگردی دوقطبی ۵۰۸-۵۰۶
 ناهمسانگردیهای کوچک-زاویه ۵۱۱-۵۰۷
 نوسانهای ساخاروف ۵۱۲
 زمینهٔ ریزموج کیهانی: نگاه کنید به زمینهٔ ریزموج
 زنجیرهٔ اصلی هیادها ۴۴۸
 زویکی، اف. ۳۷، ۴۷۷، ۵۶۲
 پیش‌بینی خاصیت عدسی گرانشی توسط
 ۵۶۱
 فهرست‌بندی خوشه‌ها توسط ۳۶

سن عالم ۱۷۰، ۱۷۷، ۱۹۷-۱۹۶، ۲۰۱، ۳۰۹،
 ۴۹۳-۴۸۸، ۵۸۹
 سن کهکشان ۴۹۲-۴۸۸
 حد به دست آمده از تحول ستاره‌ای ۴۸۹-۴۸۸
 سن خوشه‌های گویسان ۵۶۶
 حد به دست آمده از گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای
 ۴۸۹
 سوبل، اچ. دبلیو. ۳۲۰
 سیاهچاله ۱۱۰، ۱۱۸، ۲۷۷-۲۷۸
 تابش از ۲۸۰-۲۷۷
 سیاهچاله‌های آغازین ۲۸۰-۲۷۷
 سیطره ماده در مقابل تابش ۱۶۹-۱۶۶
 سیلک، جوزف ۳۳۰
 شاپیرو، آی. آی. ۵۷۵
 شاما، دنیس ۳۲۰، ۳۴۳-۳۴۲
 شبیه‌سازیهای N جسمی ۳۳۱-۳۲۸، ۴۷۶
 آرست، گوت و ترنر ۴۷۶
 شرام، دیوید ۳۲۴، ۴۸۹
 شعاع هابل ۱۶۴، ۱۸۵، ۳۱۶-۳۱۴
 شعاع هولمبرگ ۲۵، ۴۷۳
 شعرای یمانی B ۱۰۲
 شکست خودبه‌خود تقارن ۲۶۲-۲۶۰، ۲۶۸
 شمارش تعداد: نگاه کنید به شمارشهای چشمه
 شمارشهای چشمه ۱۵۳-۱۵۲، ۱۵۵،
 ۵۴۷-۵۳۶
 چشمه‌های رادیویی ۵۴۷-۵۴۰
 داده‌های مربوط ۵۴۷-۵۴۴
 رابطه $\log N - \log S$ ۵۴۳-۵۴۱
 روش بیشترین احتمال ۵۴۳
 کهکشانها ۵۴۰-۵۳۶
 شوارتس شیلد، کارل ۹۶-۹۵، ۱۲۶، ۳۵۳

مسئله جرم گمشده ۴۸۰-۴۷۷
 ژونسی، دی. ال. ۵۴۳
 ژئودزیکها ۷۹-۷۶، ۳۸۸
 انحراف ۱۱۴-۱۱۳، ۱۱۵
 در موضوع وایل ۱۳۶-۱۳۴
 معادله‌های ۷۹، ۸۲، ۱۶۴
 ساتو، کی. ۲۶۸
 ساختار بزرگ مقیاس عالم ۴۰-۳۶، ۳۳۱-۲۸۸،
 ۵۸۹
 افت‌وخیزهای چگالی و جرم ۳۱۳-۳۱۰
 جرم جینز ۲۹۸-۲۸۹
 دورهٔ پس از بازترکیب ۳۰۴-۲۹۸
 رژیم رشد غیرخطی ۳۳۱-۳۲۶
 قندهای رصدی بر ۳۱۰-۳۰۳
 مادهٔ تاریک و ۳۲۶
 ورودیها از تورم ۳۱۸-۳۱۳
 ساختار یاخته‌ای عالم ۳۹، ۵۹۶
 سال نوری ۱۲، ۵۰
 ساها، مقتاد ۲۳۲
 سحابی کله‌اسبی ۱۴
 سلام، عبدوس ۲۵۱
 سناریوی تـفـبـالا ۳۰۹، ۳۲۶
 سناریوی سر-پایین ۳۰۹، ۳۲۶
 سنتز هسته‌ها: نگاه کنید به سنتز هسته‌های آغازین
 یا ستاره‌ای
 سنتز هسته‌های آغازین ۲۰۶، ۲۱۸، ۲۲۵-۲۲۱،
 ۲۲۹
 پایان ۲۲۴
 سنتز هسته‌های ستاره‌ای ۲۲۹-۲۲۸
 سندیج، ا. ۴۴۸-۴۴۷، ۴۶۲، ۴۶۵، ۵۲۵، ۵۲۸،
 ۵۳۲-۵۳۱، ۵۵۵

- شواهدی بر وجود پادماده ۴۹۸-۵۰۰
 شیپلی-هارلو ۱۴، ۲۰، ۴۴۹
 شین، سی. دی. ۳۸
 صفحه ابرکھکشانی ۳۸، ۴۶۶
 صفحه بنیادی ۴۶۱-۴۶۰
 طول عمر عالم ۱۷۴
 طیف توان زاویه‌ای ۵۰۵
 تابع خود-هموردا برای ۵۰۵-۵۰۶
 طیف مقیاس-ناوردا ۳۰۸-۳۰۷، ۳۱۸-۳۱۶
 عالم اینشتین ۱۳۱-۱۲۶، ۱۳۸-۱۳۷، ۱۵۴،
 ۱۶۲، ۱۹۴-۱۹۲، ۳۷۳-۳۷۲، ۴۴۳-۴۴۲
 عالم باز ۱۵۳، ۱۷۴-۱۷۷
 عالم بسته ۱۲۷-۱۲۶، ۱۳۱، ۱۳۷، ۱۵۳،
 ۱۷۲-۱۷۴
 عالم بسیار اولیه ۲۳۸-۲۳۹
 بقای ذرات پرجرم در ۲۴۹-۲۴۳
 ترکیب ذره‌ای در ۲۴۲-۲۴۰
 شکست تقارن در ۲۶۲-۲۶۰
 عالم تحت سیطره تابش ۱۶۸-۱۶۷، ۲۰۲-۲۰۵،
 ۲۳۴
 عالم تحت سیطره ماده ۱۶۷، ۲۳۴
 عالم تورمی ۲۷۷-۲۶۸، ۴۸۸-۴۸۶
 انواع: نگاه کنید به تحت عنوان انواع خاص
 برخورد با تخت بودن ۲۷۳-۲۷۲
 خالاهای واقعی و دروغین ۲۷۳-۲۷۲
 رشد اختلالهای چگالی در ۲۷۶، ۳۱۶-۳۱۳
 شباهت با مدل دوسیتته ۲۷۳-۲۷۲
 طیف مقیاس-ناوردا در ۳۱۸-۳۱۶
 مدل گوٹ ۲۲۴-۲۲۳
 مسئله خروجی دلپذیر ۲۲۷-۲۲۶
 مسئله سن با ۴۹۲-۴۹۱
- نقاط ضعف و فلکهای تدویر ۲۷۷-۲۷۶
 عالم تورمی جدید ۲۷۶-۲۷۳
 عالم حالت پایای داغ ۳۹۶-۳۹۴
 عالم حبابی ۳۹۶-۳۹۵
 طیف پرتو کیهانی در ۳۹۶
 عالم در حال انبساط ۴۶-۴۳، ۱۲۵، ۱۳۴-۱۳۲
 توان قیاسی از PCP ۳۸۵
 عالم فراکتالی ۳۹، ۵۹۶
 عصر آخرین پراکندگی ۲۳۳، ۲۹۶
 عصر بازترکیب ۲۳۳، ۲۹۶
 فاصله درخشندگی ۱۴۸، ۱۸۲-۱۷۹
 فاؤلر، دلیو. ا. ۳۱، ۲۲۸، ۲۳۸، ۴۲۳، ۴۸۹،
 ۴۹۲
 فاینمن، ار. پی. ۳۵۴
 فراوانی هسته‌های سبک ۲۲۷-۲۲۴، ۲۳۴،
 ۴۹۳-۴۹۸
 ${}^2\text{H}$ ۴۹۷-۴۹۶
 ${}^4\text{He}$ ۴۹۵-۴۹۳
 ${}^3\text{He}$ ، ${}^7\text{Li}$ ۴۹۸-۴۹۷
 نقش پرتوهای کیهانی در ۴۹۳
 فرض تخت بودن ۲۰۵
 فرضیه اعداد بزرگ ۳۳۷، ۳۶۶-۳۷۶، ۳۷۶
 آفرینش تلویحی توسط ۳۷۰-۳۶۹
 آفرینش جمعی در برابر ضربی ۳۷۱-۳۷۰
 کیهان‌شناسی مبتنی بر ۳۷۴-۳۷۱
 مفهوم دو-متریک ۳۷۱-۳۶۸
 نسبت ۳۶۹
 یکاهای اتمی و گرانشی ۳۶۹-۳۶۸
 فرضیه‌های کیهان‌شناسی (CH) ۵۶۳-۵۶۰،
 ۵۶۶-۵۹۶
 فرمیونها ۲۰۸

- فریدمان الکساندر ۱۳۴، ۱۵۳، ۱۶۷-۱۶۹،
 ۳۳۶-۳۳۷
 مسئله افق ۲۶۳-۲۶۴، ۲۷۳
 مسئله تخت بودن ۲۶۴-۲۶۶، ۲۷۲-۲۷۳
 مسئله تک قطبی ۲۶۸، ۲۷۳
 مسئله دیواره حوزه ۲۶۳-۲۶۱، ۲۷۳
 مسئله‌های ۲۶۸-۲۶۱
 فریدمن ۴۵۱
 فضا زمان ۵۵
 به صورت مجانبی تخت ۱۱۹
 فضا زمان تخت ۷۴، ۱۷۸-۱۷۶
 فضا زمان خمیده ۷۴
 فضا زمان مینکوفسکی ۸۳-۸۱، ۹۰، ۱۱۱،
 ۱۱۹، ۱۳۹، ۱۷۶، ۱۹۹، ۲۵۰،
 ۳۶۳
 فضای بیضوی ۱۲۹
 فضای شبه اقلیدسی ۱۳۹
 فضای کروی ۱۲۹
 فضای مطلق ۳۳۸
 فورد، دبلیو. ک. ۴۶۶
 فوکر، ای. دی. ۳۵۳
 فهرست (تجدید نظر شده) شیپلی-آمز ۴۷۱
 فهرست خوشه‌های آبل ۳۶-۳۷، ۴۷۷-۴۷۸
 فهرست هیوئیت-بربیج ۵۵۶-۵۵۷
 فیبر، اس. ۴۶۰، ۴۷۳
 فیست، ام. ۴۵۰، ۴۹۲
 فیشر، جی. ار. ۴۵۹
 فیلیس، جی. دبلیو. ۲۹
 قانون خارج قسمتها ۶۵، ۷۴، ۱۱۲
 قانون هابل ۳۸، ۴۶، ۱۲۳، ۱۳۴-۱۳۳،
 ۱۵۰-۱۴۹، ۱۵۸، ۱۸۲، ۴۶۵، ۴۶۸.
- ۶۰۳
 قدر ظاهری ۴۶-۴۴، ۱۴۸
 قرارداد مجموعیابی ۵۷
 قضیه بیرکهوف ۹۸
 قضیه فیثاغورس ۵۴
 قیفاووسی δ ۴۴۹
 کار، برنارد ۲۸۰، ۴۸۴-۴۸۳
 کازاناس، دی. ۲۶۸
 کانت، امانوئل ۲۰
 کانتیزارز، سی. ۴۸۴
 کاوسیک، ار. ۳۲۱، ۳۲۴
 کپتین، جی. سی. ۱۵
 کچیول ۴۵۰
 کرافورد، دی. اف. ۵۴۳
 کرتیس، اچ. ۲۰
 کرومودینامیک کوانتومی ۲۵۵-۲۵۳
 کره سماوی ۴۱-۴۰
 کسره‌های جرمی نوکلئونها و هسته‌ها ۲۲۳-۲۲۲
 کلرمان، کی. ۵۵۳
 کلمن، اس. ۲۷۴
 کمبهاوی، ا. کی. ۳۶۳
 کنش از دور ۳۵۳-۳۵۱
 در الکترومغناطیس ۳۵۶-۳۵۲
 کنش میان ذره‌ای مستقیم ۳۵۱
 کنیکات، رابرت جونیور ۴۵۱
 کوارک ۲۴۱-۲۴۰، ۲۵۵-۲۵۳
 میدانهای کوارک ۲۵۳
 کوازار ۲۷۳ ۳۵ ۳۳-۳۲
 کوازار ۳۵ ۳۵ ۳۳-۳۲
 کوازار پرتو X ۱۶۹ OX ۵۲۶
 کوازارها ۳۵-۳۳

- کاهشانها ۱۶۳
 انواع ۲۰-۲۸
 SO ۲۶-۲۷
 بیضوی ۲۳-۲۵، ۲۶-۲۸
 سیفرت ۲۸، ۵۶۳
 ماریچی ۲۰-۲۶
 نامنظم ۲۸
 چرخش ماریچی ۲۵
 حرکت‌های کاتوره‌ای ۱۶۵-۱۶۳
 در میدانها و خوشه‌ها ۳۶
 رده‌های درخشندگی ۲۸، ۴۶۶
 طبقه‌بندی طیفی ۲۸
 طبقه‌بندی هابل از ۲۸
 کاهشانهای آبی ۵۳۸
 کیرشنر، ار. پی. ۴۵۸
 کیلوپارسک (kpc) ۱۲
 کینگ، ایوان ۴۷۵
 کیهان به‌عنوان یک علم ۱۲-۱۱، ۵۸۱-۵۸۲
 کیهان‌شناسی ۱۶۵
 کیهان‌شناسی آلفن-کلاین ۳۷۶، ۴۹۸
 کیهان‌شناسی استاندارد (SC) ۲۰۲، ۵۸۲
 انبساط پیش‌بینی‌شده توسط مدلها ۵۸۸
 شواهد بر علیه ۵۸۹-۵۹۱
 مورد علیه
 اخترفیزیک ذره‌ای به‌شدت حدسی ۵۹۰
 برونمایی حدسی نسبت عام ۵۸۹
 تکنیکی فضا‌زمان اجتناب‌ناپذیر ۵۸۹
 ساختار بزرگ مقیاس درک نشده ۵۸۹
 مسئله سن ۵۸۹
 نداشتن دلیل سرراست برای ماده
 غیرباریونی ۵۹۱
- به‌عنوان کاوه‌های عالم ۵۵۵-۵۶۰
 رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ برای
 ۵۵۸
 سیستم‌های خط جذبی در ۵۵۹-۵۶۰
 شمارش‌های تعداد ۵۵۷-۵۵۸
 نمودار هابل برای ۵۵۵-۵۵۷
 تشکیل عدسیهای گرانشی توسط ۵۶۰-۵۶۲
 آزمون تأخیر زمانی ۵۶۱-۵۶۰
 تغییرپذیری ۵۶۲
 مدل ریس ۵۶۲
 ریخت‌شناسی ۵۶۳
 فاصله نوری ۵۶۳-۵۶۴
 گسیل پرتو X از ۵۵۸
 سهم در پرتو X زمینه ۵۵۸
 مدل‌های ۵۶۳-۵۶۴
 کوان، جی. ۴۵۸
 کوتوله‌های قهوه‌ای ۴۸۳
 کاهشان ۱۶-۱۴، ۳۶-۳۴، ۳۸، ۱۴۱، ۶۰۴
 اجسام نوع MACHO در ۴۸۶-۴۸۷
 ترکیب ۱۸-۲۰
 جرم ۵۱
 جمعیت‌های ستاره‌ای در ۱۶-۱۷
 چرخش ۱۷
 خاموشی در ۴۴۷-۴۴۸
 ساختار ۱۵
 شکل و اندازه ۱۵
 کاهشان زن به زنجیر بسته (امراه‌المسلسله) نگاه
 کنید به M۳۱
 NGC ۱۰۶۸، کاهشان سیفرت ۲۸
 کاهشان کلاه‌مکزیکی ۲۱
 کاهشان گردابی ۲۲

گرانش نیوتونی ۹۵-۹۲، ۱۰۴-۱۰۲، ۱۰۶،
 ۱۱۹-۱۱۸، ۴۸۲
 گرانش و فضا زمان ۵۵-۵۲
 جفت شدگی کمینال با ۸۲
 گرانی کوانتومی ۲۵۴، ۲۸۲-۲۸۱، ۳۸۴
 گرایش ۳۳۰
 گردوغبار میان کهکشانی ۴۳۱-۴۲۶
 جذب توسط ۴۳۰-۴۲۹، ۵۷۸
 کم نور شدن ابرنواخترهای دوردست ۵۸۴
 و رابطه $m - z$ در QSSC ۵۸۳-۵۸۲
 گردوغبار میان ستاره‌ای ۱۴
 گروه، رابرت ۱۷۹
 گروه $SU(2)$ ۲۵۳-۲۵۱
 گروه $SU(2)_L \times U(1)$ ۲۵۱
 گروه $SU(3)$ ۲۵۳
 گروه $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ ۲۵۴، ۲۶۰،
 ۲۶۸-۲۷۰
 گروه $SU(5)$ ۲۴۹، ۲۵۶-۲۵۳، ۲۵۷، ۲۶۸
 گرینشتاین. جی. اس. ۳۴۸
 گلد، توماس ۳۸۷-۳۸۳، ۳۹۵-۳۹۴
 گلوئون ۲۴۰، ۲۵۵-۲۵۳
 گوث، آلن ۲۶۸
 گودریکه، جان ۴۴۹
 گولد، رابرت جی. ۳۹۵
 گیگاپارسک (GPC) ۱۲
 گیگاسال (Gyear) ۱۲
 لپتون ۲۴۱-۲۴۰، ۲۵۰، ۲۵۵
 لوباجفسکی ۵۳
 لومتر، آبه ۱۳۴، ۱۹۴-۱۹۲
 لیفشیتز، ای. ۲۹۸
 لینده، ا. دی. ۲۷۳، ۲۷۶

نسبت فوتون به باریون و دمای MBR
 به دست نیامده ۵۸۹
 نقش مفید تورم ۵۸۸
 کیهان‌شناسی حالت شبه پایا (QSSC)
 ۴۳۷-۳۹۷، ۴۴۴، ۵۰۰-۵۲۳، ۵۳۲-۵۲۹،
 ۵۵۳، ۵۴۷، ۵۳۵-۵۳۶
 تصویر اختر فیزیکی ۴۲۱-۴۲۰
 جواب کیهان‌شناختی ۴۲۰-۴۱۷
 زمینه ریزموج در ۴۳۲-۴۲۴
 دمای ۴۲۶-۴۲۴
 گرمایی شدن ۴۳۱-۴۲۵
 ناهمسانگردی ۴۳۲-۴۳۱
 ساختار بزرگ مقیاس در ۴۳۴-۴۳۳
 منشأ هسته‌های سبک ۴۲۳-۴۲۱
 کیهان‌شناسی زمان سنج سگال ۳۷۶
 کیهان‌شناسی کوانتومی ۲۸۲-۲۸۰
 کیهان‌شناسی نیوتونی ۵۰، ۱۲۵-۱۲۱،
 ۱۵۹-۱۵۷، ۱۶۴
 مدل‌های مک‌کرتا و میلنه ۱۲۵-۱۲۱، ۱۷۰
 کیهان‌شناسیهای اینشتین-کارتان ۳۷۶
 کیهان‌شناسیهای دارای Λ ۱۹۸-۱۹۲
 کیهان‌شناسیهای دارای میدان C و Λ منفی
 ۴۱۷-۴۱۳
 مد خلاق ۴۱۴-۴۱۳
 مد غیرخلاق ۴۱۸-۴۱۴
 کیهان‌شناسیهای دیگر ۴۴۱-۳۳۶
 گالاگار جی. اس. ۴۷۳
 گاموف، جورج ۲۰۳، ۲۰۶، ۲۱۸، ۲۲۹-۲۲۸،
 ۲۳۵، ۲۳۸، ۳۸۳
 گان، جیم ۳۲۳، ۵۶۶، ۵۷۲
 گاوس ۵۳

- لیویموف، وی.ا. ۳۲۰
 لئادیت، هنریتا ۴۴۹
 ماتیاژاگان، سی. ۳۵۰
 ماخ، ارنست ۱۳۲، ۳۳۷-۳۴۰
 مادهٔ تاریک ۲۶، ۳۷-۳۸، ۲۲۸، ۳۳۰، ۴۸۱-۴۸۸
 به شکل غیرباریونی ۴۸۶
 خارج از خوشه‌ها ۴۷۸، ۴۸۳
 در ستارگان با درخشندگی کم و بقایای ستاره‌ای ۴۸۳
 در سیاره‌ها و اجسام جامد کوچک ۴۸۴
 در سیاهچاله‌های پرجرم ۴۸۴-۴۸۵
 در هیدروژن خنثی یا یونیده ۴۸۴
 و اندازهٔ ساختار ۳۲۶-۳۲۴، ۳۳۵-۳۳۴
 ماده غیرباریونی ۲۲۸، ۲۷۷، ۵۹۱
 ماهوارهٔ کوپرنیک ۴۹۶
 ماهوارهٔ هیپارخوس ۴۶۳
 داده‌های مربوط به فاصله‌های ستاره‌ای ۴۹۲
 مایسل، سی. سی. ۴۹۲
 مباحثهٔ رایل-هوئل ۵۴۷-۵۴۵
 متریک فضا زمان ۶۲
 متغیرهای قیفاووسی ۴۵۳-۴۴۹
 متیگ، دبلیو. ۱۸۱
 محدودیتهای رصدی در مورد QSSC ۵۸۲-۵۸۷
 عالم دوردست
 رابطهٔ اندازهٔ زاویه‌ای-انتقال به سرخ ۵۸۴-۵۸۶
 وقوع انتقالهای به آبی ۵۸۲
 عالم موضعی
 زمینهٔ ریزموج ۵۸۷-۵۸۶
- فراوانی هسته‌های سبک ۵۸۷
 مادهٔ تاریک در ۵۸۷
 رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر ۵۸۲-۵۸۳
 شمارشهای چشمهٔ رادیویی ۵۸۴-۵۸۵
 محدودیتهای رصدی مربوط به نظریه‌های تشکیل ساختار ۳۰۸-۳۰۳
 قید افق ۳۰۷-۳۰۶
 محدودیتهای رصدی مربوط به پارامترهای کیهان‌شناختی استاندارد ۵۷۳-۵۶۶، ۳۸۳-۵۸۲
 مختصات به صورت موضعی لخت ۷۲، ۸۰
 مختصات نجومی ۴۲-۴۰
 ارتباط (b) و عرض (l) کهکشانی ۴۱
 بُعد (RA, α) و میل (δ) ۴۲-۴۱
 مدل ادینگتون-لومتر ۱۹۵-۱۹۴، ۲۰۰
 مدل اینشتین-دوسیته ۱۷۰، ۱۷۹، ۱۸۱، ۱۸۴، ۱۹۲، ۱۹۹-۱۹۸، ۳۴۷، ۳۶۳، ۳۹۲
 ۴۴۳، ۵۱۱، ۵۲۷-۵۲۶، ۵۳۳، ۵۳۹
 مدل تخت ۱۴۱
 مدل کینگ ۴۷۵
 مدل میلنه ۱۷۶، ۱۷۸
 مدول فاصله ۴۴۷-۴۴۵، ۴۴۹
 مرکز کهکشانی (GC) ۱۶-۱۴
 مسئلهٔ دیوارهٔ حوزه ۲۶۳-۲۶۱، ۲۷۳
 مشتق‌گیری هموردا ۶۹-۶۵
 معادله‌های گرانشی: نگاه کنید به معادله‌های میدان اینشتین
 معادله‌های میدان اینشتین ۹۵-۹۱، ۱۲۶، ۱۳۱-۱۳۰، ۱۶۳-۱۶۰، ۱۷۸، ۲۳۶
 ۲۷۲، ۲۹۳، ۳۸۳، ۳۸۹
 از اصل کنش هیلبرت ۹۲-۹۱، ۱۷۸، ۳۸۲

- از ملاحظات اکتشافی ۹۰-۹۱
- تقریب نیوتونی ۹۲-۹۵
- مکانیک نیوتونی ۳۳۸-۳۴۱
- مک کرنا، دلبلیو. اچ. ۵۰، ۱۲۱
- مفهوم عدم قطعیت کیهان‌شناختی ۳۷۶
- مک‌کلیلاند، جی. ۳۲۱، ۳۲۴
- مگا پارسک (Mpc) ۱۲
- منحنیهای دوران تخت ۲۵-۲۶، ۴۷۲-۴۷۴
- منطقه‌های H-I ۱۸
- منطقه‌های H-II ۱۹-۱۸، ۴۵۶-۴۵۷
- مورداک، اچ. اس. ۵۴۳
- مورگان، دلبلیو. دلبلیو. ۲۸
- مولد، ریچارد ۴۵۱
- مهبانگ ۱۷۸، ۲۰۲
- مهبانگ داغ ۲۰۶، ۲۳۴، ۲۳۷، ۵۲۲، ۵۶۶
- میدان-C: نگاه کنید به آفرینش ماده
- میدان جرم ۴۰۰
- معادله‌های میدان ۴۰۱-۴۰۰
- میدانهای هیگز ۲۶۰، ۲۶۹
- میلز، بی. ۵۴۰
- میلنه، ای. ا. ۵۰، ۱۲۱
- سینماتیک نسبیتی ۳۷۶
- مینکوفسکی، رودلف ۲۹
- مینی‌بانگ یا رویدادهای مینی‌آفرینش ۴۱۲، ۴۲۶
- نایاستگی باریونها ۲۰۸، ۲۵۷
- نارلیکار، جی. وی. ۳۵۱-۳۵۰، ۳۹۷، ۴۳۱
- ۴۳۳
- ناریایی، اچ. ۳۴۷
- ناظر بنیادی ۱۲۲-۱۲۱، ۱۶۳
- ناوردا: نگاه کنید به اسکالر
- نرده‌ای ۵۸
- نسبت جرم به نور ۴۸۱-۴۷۱
- برای بیضویها ۴۷۷-۴۷۳
- برای خوشه‌های کهکشانیها ۴۸۰-۴۷۷
- برای مارپیچی‌ها ۴۷۴-۴۷۲
- نسبت فوتون به عدد باریونی ۲۳۴، ۲۳۷-۲۳۶، ۲۴۹
- نسبت نوترون به پروتون ۲۲۱-۲۱۷، ۲۳۶
- نسبت نوترینو به عدد باریونی ۲۳۷-۲۳۶
- نسبیت عام ۱۱۱-۱۱۰، ۲۰۲، ۳۹۷
- آزمایش پوند-ریکا ۱۰۲
- آزمونهای تجربی ۱۰۸-۹۸
- انتقال به سرخ‌گرانشی ۱۰۲-۱۰۰
- برابری جرم لختی و گرانشی ۱۰۸
- تأخیر در پژواک رادار ۱۰۷
- حرکت تقدیمی حوض عطار ۱۰۴-۱۰۲، ۱۱۷
- حرکت تقدیمی ژيروسکوپ ۱۰۸
- خم شدن نور ۱۰۶-۱۰۴، ۱۱۸
- نظریه $\alpha - \beta - \gamma$ ۲۰۶
- نظریه برنز-دیکی ۳۵۱-۳۴۱، ۳۶۲
- آزمونهای منظومه شمسی ۳۴۵
- حرکت تقدیمی حوض و پختی خورشیدی ۳۴۵، ۳۷۷
- خم شدن نور ۳۴۵
- فاصله ماه با لیزر ۳۴۵
- اصل کنش برای ۳۴۴
- انگیزه ماخی ۳۴۳-۳۴۱
- تغییرات G ۳۴۹
- تقریب برای Ω بزرگ ۳۷۷
- جوابهای کیهان‌شناختی ۳۴۷-۳۴۶

- در چارچوب با G ثابت ۳۷۸
 مدل‌های با سیطره تابش در ۳۷۷-۳۷۸
 نظریه پیمانهای ۲۵۲، ۲۶۸
 نظریه جذب‌کننده تابش ۳۵۶
 نظریه حالت پایا ۲۷۶، ۳۸۳-۳۹۶
 افق رویداد در ۳۹۳
 انتقال به سرخ در ۳۹۲
 پارامتر شتاب منفی ۳۹۳
 توزیع سن کهکشانشانها در ۳۹۴
 رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ در ۳۹۳
 رابطه چگالی شار-انتقال به سرخ ۳۹۳
 شمارش تعداد در ۳۹۴
 قانون هابل در ۳۹۳
 نظریه ریسمان ۶۰۴
 نظریه نرده‌ای-تانسوری ۳۴۵
 نظریه نورخسته ۵۵۵
 نظریه ویلر-فاینمن ۳۵۴-۳۵۶
 نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) ۲۴۹-۲۵۶،
 ۲۶۰، ۵۹۰
 عصر GUT ۲۵۶، ۲۶۹-۲۶۶، ۲۸۳
 گذار فاز GUT ۲۶۹-۲۷۶
 پتانسیل هیگز برای ۲۷۱-۲۶۹، ۲۷۶
 نقشه‌برداریهای انتقال به سرخ ۴۶۸، ۵۹۵
 نمادهای سه‌شاخصی: نگاه کنید به نمادهای
 کریستوفل
 نمادهای کریستوفل ۶۷، ۷۱، ۸۴
 نمودار هابل ۵۳۵-۵۳۰
 نوترینوها ۲۰۸-۲۰۹، ۲۳۵-۲۳۶
 آشکارسازی ذرات جرم‌دار توسط گروه
 سوپرکامیوکانده ۳۱۹-۳۲۱
 آهنگ واکنش آغازین ۲۱۵-۲۱۳
- به‌عنوان جرم گمشده (HDM) ۳۲۱
 دمای کنونی ۲۱۷
 گونه‌ها و فراوانی هلیوم ۲۲۷-۲۲۵، ۴۹۶-۴۹۵
 نوسانهای ۳۲۱
 واجفتیدگی ۲۱۵
 نوترینوهای جرم‌دار ۳۲۴-۳۱۹، ۳۳۴-۳۳۵
 ۴۰ نهر B ۱۰۲
 نیروی لختی ۳۳۹-۳۴۱
 نیروی، علی ۴۳۳-۴۳۴
 نیوتون، ایزاک ۱۰۶، ۱۲۱-۱۱۹
 آزمایش سطل نیوتون ۳۳۹-۳۴۱
 واپاشی پروتون ۲۵۴-۲۵۶
 واجفتیدگی تابش از ماده ۱۶۷-۱۶۶،
 ۲۳۳-۲۳۴، ۲۹۶، ۳۳۳
 انتقال به سرخ z_{dec} ۲۹۶
 واسانتی، ام. ام. ۲۸۲
 واسربرگ، جی. جی. ۴۸۹
 واکر، ا. جی. ۱۴۰
 واگنر، ار. وی. ۲۳۸، ۴۲۳، ۴۹۵
 وان مانن، ا. ۱۸
 وایل، هرمان ۱۳۴
 تانسور خمیدگی همدیس وایل ۳۷۹
 واینبرگ، استیون ۲۵۱، ۲۵۶، ۵۷۳
 واینبرگ، ای. ۲۷۴
 ون دن برگ، اس. ۲۸، ۴۴۵
 ویژه‌فاصله ۱۴۴
 ویژه، جی. پی. ۵۵۵
 ویکراماسینگه، چاندرا ۴۲۶، ۴۲۸، ۴۳۱
 ویل، سی. ام. ۹۹، ۱۰۸
 ویلر، جی. ا. ۳۵۴
 ویلکز، اف. ۲۵۶

۵۴۶-۵۴۸، ۵۴۵، ۵۰۰، ۴۸۹، ۴۳۳، ۴۲۶، ۴۲۳
۵۵۶

هویل-نارلیکار (H-N) نظریه گرانی
و کیهان‌شناسیها ۳۵۰-۳۶۴
۵۷۷، ۳۹۹، ۳۷۴-۳۷۵

با ملاحظات LNH ۳۷۴-۳۷۵
با ملاحظات جذب‌کننده آتی کامل ۳۷۴-۳۷۵
G متغیر در ۳۷۶

هی، جی. اس. ۲۹

هیلبرت، دی. ۹۱

اصل کنش ۹۱-۹۳

هیومیسون، میلتون ۴۴، ۱۳۳

یارویس، جی. اف. ۵۳۷

یانسکی، کارل جی. ۵۴۰

یانسکی، یکای چگالی شار ۵۴۰

یوشی‌مورا، ام. ۲۵۶

CDM ۳۲۰-۳۲۱، ۳۱۹-۳۲۱، ۳۲۹-۳۳۱، ۳۳۴-۳۳۵

۵۰۹، ۴۸۷

COBE ۲۳۱، ۲۳۱

HDM ۳۲۰-۳۲۱، ۳۱۹-۳۲۱، ۳۲۴-۳۲۶، ۳۲۹-۳۳۰

۴۸۸، ۳۳۱

WDM ۳۲۰

M_{۱۰۰} ۴۵۱-۴۵۳

M_{۳۱} (کهکشان امراة‌المسلسله) ۲۰

M_{۸۷} ۴۷۵، ۴۸۴

M_⊙ ۱۳

U(۱) ۲۶۸، ۲۵۰

ویلسون، رابرت ۲۰۶، ۲۳۰-۲۲۹، ۵۰۰

هابل، ادوین ۲۸، ۴۳، ۴۶، ۴۸، ۴۴۹، ۵۳۷،
۵۴۰

شمارش کهکشان توسط ۵۳۶-۵۳۷

هاریسون، ای. ار. ۳۱۶

طیف هاریسون-زلدویچ ۳۱۶

هاوکنینگ، استیون ۱۷۹، ۲۷۸

فرایند ۲۷۸-۲۸۰

هایاشی، کوشیرو ۲۲۱

هرتسپرانگ، آینار ۴۴۹

هرشل، ویلیام ۱۴-۱۳

نقشه راه شیری توسط ۱۴

هرمن، رابرت ۲۰۶، ۲۲۹-۲۲۸، ۵۰۰

هسته اصلی ۵۷۳

هسته‌های فعال کهکشانی ۳۶، ۴۰۹

هلیم ۲۲۳-۲۲۷، ۲۳۶-۲۳۷

فراوانی و گونه‌های نوترینو ۲۲۴-۲۲۷

همسانگردی ۱۲۱، ۱۲۳، ۱۲۶، ۱۳۴

۱۶۲، ۱۳۷-۱۳۸

همگنی ۱۲۱، ۱۲۷-۱۲۸، ۱۳۴، ۱۳۷-۱۳۸

۴۶۸، ۲۶۳-۲۶۵، ۱۶۲-۱۶۴

هندسه اقلیدسی ۵۳، ۵۶، ۷۲، ۷۶-۷۷

هندسه ریمانی ۷۰، ۷۶، ۸۰، ۳۵۰

هندسه نااقلیدسی ۵۶-۵۳، ۷۲، ۸۰، ۱۱۰

۱۹۷-۱۹۸، ۱۴۱

هوگارت جی. ای. ۳۵۴

هویل، فرد ۳۱، ۱۷۸، ۲۲۹، ۲۳۸، ۳۵۰-۳۵۱

۳۹۴-۳۹۷، ۳۸۳-۳۸۷، ۳۶۰، ۳۵۴

