



# آشنایی با کیهان شناسی

جیانت ویشنو نارلیکار



ترجمه منیژه رهبر



# آشنایی با کیهان‌شناسی

جیانت ویشنو نارلیکار

ترجمه منیژه رهبر



*An Introduction to Cosmology*  
Third Edition  
Jayant Vishnu Narlikar  
Cambridge University Press, 2002

آشنایی با کیهان‌شناسی  
تألیف جیانت ویشنو نارلیکار  
ترجمه منیره رهبر  
طراح جلد: بهرام کاروسی راد  
نمونه‌خوان: لیلا محسنی  
حروفچینی و صفحه‌آرایی: زهرا صاعدفاضل، نادیا فرهاد توسکی  
ناظر چاپ: خشایار نصیری‌منش  
مرکز نشر دانشگاهی  
چاپ اول ۱۳۸۸  
تعداد ۱۰۰۰  
لیتوگرافی، چاپ و صحافی: وسه  
۹۵۰۰ تومان  
حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است  
فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

سرشناسه: نارلیکار، جیانت ویشنو، ۱۹۳۸ م. Narlikar, Jayant Vishnu.  
عنوان و نام پدیدآور: آشنایی با کیهان‌شناسی / جیانت ویشنو نارلیکار؛ ترجمه منیره رهبر.  
مشخصات نشر: تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۸.  
مشخصات ظاهری: چهارده، ۶۴۲ ص.  
فروست: مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۳۴۱، فیزیک؛ ۱۳۹.  
شابک: 978-964-01-1341-7  
وضعیت فهرست‌نویسی: فیا  
یادداشت: عنوان اصلی: *An introduction to cosmology, 3rd ed, 2002.*  
موضوع: کیهان‌شناسی  
شناسه افزوده: رهبر، منیره، ۱۳۲۴-  
شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی  
رده‌بندی کنگره: ۱۳۸۸ آ۵ / ن/ ۹۸۱ QB  
رده‌بندی دیویی: ۵۲۳/۱  
شماره کتابشناسی ملی: ۱۸۶۴۳۳۶

بسم الله الرحمن الرحيم

## فهرست

صفحه	عنوان
۱	مقدمه
۳	پیشگفتار ویراست اول
۷	پیشگفتار ویراست دوم
۹	پیشگفتار ویراست سوم
۱۱	۱ ساختار بزرگ مقیاس عالم
۱۱	۱.۱ نجوم و کیهان‌شناسی
۱۳	۲.۱ از هرشل تا هابل
۲۰	۳.۱ انواع کهکشان
۲۹	۴.۱ چشمه‌های رادیویی
۳۳	۵.۱ کوازارها
۳۶	۶.۱ ساختارها در بزرگترین مقیاس

۴۰	مختصات و فهرست اجسام نجومی	۷.۱
۴۳	انبساط عالم	۸.۱
۴۷	تابشهای زمينه	۹.۱
۴۸	مدلهای نظری عالم	۱۰.۱

۵۲	نسبیت عام	۲
۵۲	فضا، زمان، و گرانش	۱.۲
۵۶	بردارها و تانسورها	۲.۲
۵۸	زده‌ای‌ها	۱.۲.۲
۵۸	بردارهای پادوردا	۲.۲.۲
۵۹	بردارهای هموردا	۳.۲.۲
۶۱	تانسورها	۴.۲.۲
۶۳	تانسورهای متقارن و پادمقارن	۵.۲.۲
۶۴	ادغام	۶.۲.۲
۶۵	مشتق‌گیری هموردا	۳.۲
۷۰	هندسهٔ ریمانی	۴.۲
۷۲	خمیدگی فضا-زمان	۵.۲
۷۵	تقارنهای <i>Piklm</i>	۱.۵.۲
۷۵	تانسورهای اینشتین و ریچی	۲.۵.۲
۷۶	اتحادهای بیانکی	۳.۵.۲
۷۶	ژئودزیکها	۶.۲
۸۰	اصل هم‌ارزی	۷.۲
۸۴	اصل کنش و تانسورهای انرژی	۸.۲
۸۶	تانسور انرژی ماده	۱.۸.۲
۹۰	تانسور انرژی میدان الکترومغناطیسی	۲.۸.۲
۹۱	معادله‌های گرانشی	۹.۲
۹۲	تقریب نیوتونی	۱.۹.۲

۹۵	۱۰.۲ حل شوارتس شیلد
۹۸	۱۱.۲ آزمونهای تجربی نسبیت عام
۱۱۰	۱.۱۱.۲ سیاهچاله‌ها
۱۱۹	۳ از نسبیت تا کیهان‌شناسی
۱۱۹	۱.۳ زمینه تاریخی
۱۲۱	۲.۳ کیهان‌شناسی نیوتونی
۱۲۳	۱.۲.۳ انتقال به سرخ
۱۲۶	۳.۳ عالم اینشتین
۱۳۲	۴.۳ عالم در حال انبساط
۱۳۴	۵.۳ فرضهای ساده‌کننده کیهان‌شناسی
۱۳۴	۱.۵.۳ اصل موضوع وایل
۱۳۷	۲.۵.۳ اصل کیهان‌شناسی
۱۴۱	۶.۳ انتقال به سرخ
۱۴۳	۷.۳ قدر ظاهری
۱۴۹	۸.۳ قانون هابل
۱۵۰	۹.۳ اندازه زاویه‌ای
۱۵۲	۱۰.۳ روشنایی سطحی
۱۵۲	۱۱.۳ شمارشهای چشمه
۱۵۷	۴ مدل‌های فریدمان
۱۵۷	۱.۴ مقدمه
۱۵۷	۱.۱.۴ کیهان‌شناسی نیوتونی
۱۶۰	۲.۴ معادله‌های میدان اینشتین در کیهان‌شناسی
۱۶۲	۳.۴ تانسورهای انرژی عالم
۱۶۳	۱.۳.۴ حرکت‌های کاتوره‌ای در عالم در حال انبساط
۱۶۶	۲.۳.۴ سیطره ماده در برابر تابش
۱۶۹	۴.۴ مدل‌های فریدمان

۱۷۰	مقطعه‌های اقلیدسی ( $k = 0$ )	۱.۴.۴
۱۷۲	مقطعه‌های بسته ( $k = 1$ )	۲.۴.۴
۱۷۴	مقطعه‌های باز ( $k = -1$ )	۳.۴.۴
۱۷۸	تکینگی فضا زمان	۴.۴.۴
۱۷۹	فاصلهٔ درخشندگی	۵.۴
۱۷۹	مدل اینشتین-دوسیته	۱.۵.۴
۱۸۰	مدل بسته	۲.۵.۴
۱۸۱	مدل باز	۳.۵.۴
۱۸۳	افق‌ها و شعاع هابل	۶.۴
۱۸۳	افق ذره	۱.۶.۴
۱۸۴	افق رویداد	۲.۶.۴
۱۸۶	رابطهٔ اندازهٔ زاویه‌ای-انتقال به سرخ	۷.۴
۱۸۸	شمارشهای چشمه	۸.۴
۱۹۰	زمینهٔ تابش از چشمه‌ها	۹.۴
۱۹۲	مدلهای کیهان‌شناختی با جملهٔ $\lambda$	۱۰.۴
۱۹۷	اظهارنظرهای نهایی	۱۱.۴
۲۰۲	بقایای مهبانگ	۵
۲۰۲	عالم با سیطرهٔ تابش	۱.۵
۲۰۶	ترمودینامیک عالم اولیه	۲.۵
۲۰۷	تابعهای توزیع	۱.۲.۵
۲۱۰	رفتار آنتروپی	۲.۲.۵
۲۱۱	تقریبهای دمای زیاد و کم	۳.۲.۵
۲۱۳	نوترینوهای آغازین	۳.۵
۲۱۵	عصر واجفتیدگی نوترینو	۱.۳.۵
۲۱۵	دورهٔ نابودی $e^-$ و $e^+$	۲.۳.۵
۲۱۷	نسبت نوترون به پروتون	۴.۵

۲۲۲	سنتر هسته‌های سبک	۵.۵
۲۲۵	هلمینگ آغازین و گونه‌های نوترینو	۱.۵.۵
۲۲۷	دوتریم و هسته‌های سبک دیگر	۲.۵.۵
۲۲۸	زمینه ریزموج	۶.۵
۲۳۴	اظهارنظرهای نهایی	۷.۵
۲۳۸	عالم نخستین	۶
۲۳۸	کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات	۱.۶
۲۴۰	ترکیب ذره‌ای عالم نخستین	۱.۱.۶
۲۴۳	بقای ذرات جرم‌دار	۲.۶
۲۴۹	نظریه‌های وحدت بزرگ و بی‌تقارنی باریونی	۳.۶
۲۵۰	الکترودینامیک	۱.۳.۶
۲۵۰	برهم‌کنش ضعیف	۲.۳.۶
۲۵۳	الکترودینامیک کوانتومی	۳.۳.۶
۲۵۳	GUTs: SU(۵)	۴.۳.۶
۲۵۷	پیدایش باریون در عالم اولیه	۵.۳.۶
۲۶۰	شکست خودبه‌خود تقارن	۶.۳.۶
۲۶۳	بعضی مسئله‌های کیهان‌شناسی فریدمان	۴.۶
۲۶۳	مسئله افق	۱.۴.۶
۲۶۴	مسئله تخت بودن	۲.۴.۶
۲۶۷	مسئله آنروپی	۳.۴.۶
۲۶۸	مسئله تک‌قطبی	۴.۴.۶
۲۶۸	عالم تورمی	۵.۶
۲۶۹	مدل تورمی گوث	۱.۵.۶
۲۷۳	عالم تورمی جدید	۲.۵.۶
۲۷۶	تورم آشوبناک	۳.۵.۶
۲۷۶	تورم: نقطه‌های ضعف و فلکهای تدویر	۴.۵.۶



۲۷۷	سیاهچاله‌های آغازین	۶.۶
۲۸۰	کیهان‌شناسی کوانتومی	۷.۶
۲۸۲	نتیجه‌گیری	۸.۶
۲۸۲	مسئله عدد کوچک	۱.۸.۶
۲۸۸	تشکیل ساختارهای بزرگ-مقیاس در عالم	۷
۲۸۸	مسئله‌ای کلیدی در کیهان‌شناسی	۱.۷
۲۸۹	جرم جینز در عالم در حال انبساط	۲.۷
۲۹۰	معادله‌های بنیادی	۱.۲.۷
۲۹۵	تحول جرم جینز	۲.۲.۷
۲۹۸	رشد در دوره پس از بازترکیب	۳.۷
۲۹۹	مدل اینشتین-دوسیتیه	۱.۳.۷
۳۰۰	مدل بسته ( $k = 1$ )	۲.۳.۷
۳۰۱	مدل باز ( $k = -1$ )	۳.۳.۷
۳۰۲	رشد در عالمهای تحت سیطره تابش	۴.۳.۷
۳۰۳	قیدهای رصدی	۴.۷
۳۰۳	ناهمسانگردی زاویه کوچک	۱.۴.۷
۳۰۵	انواع اختلالها	۲.۴.۷
۳۰۶	قید افق	۳.۴.۷
۳۰۷	طیف مقیاس-ناوردا	۴.۴.۷
۳۰۸	سلسله مراتب ساختارها	۵.۴.۷
۳۰۹	توزیع سن	۶.۴.۷
۳۱۰	افت و خیزهای چگالی و جرم	۵.۷
۳۱۳	ورودها از مرحله تورمی	۶.۷
۳۱۳	ارتباطهای تصادفی در افت و خیزهای اولیه	۱.۶.۷
۳۱۶	طیف مقیاس-ناوردا	۲.۶.۷
۳۱۹	نقش ماده تاریک	۷.۷

۳۱۹	انواع مادهٔ تاریک غیرباریونی	۱.۷.۷
۳۲۰	نوترینوهای جرم‌دار	۲.۷.۷
۳۲۴	مادهٔ تاریک و اندازهٔ ساختار	۳.۷.۷
۳۲۶	رژیم غیرخطی	۸.۷
۳۲۶	تقریب زلدویچ	۱.۸.۷
۳۲۸	شبیه‌سازیهای $N$ جسمی	۲.۸.۷
۳۳۶	کیهان‌شناسیهای دیگر	۸
۳۳۶	جایگزینهایی برای کیهان‌شناسی فریدمان	۱.۸
۳۳۷	اصل ماخ	۲.۸
۳۴۱	نظریهٔ گرانی برنز-دیکلی	۳.۸
۳۴۴	اصل کنش	۱.۳.۸
۳۴۵	اندازه‌گیریهای $\omega$ در منظومهٔ شمسی	۲.۳.۸
۳۴۶	جوابهای کیهان‌شناختی در نظریهٔ برنز-دیکلی	۴.۸
۳۴۷	$C = 0$	۱.۴.۸
۳۴۷	$C \neq 0$	۲.۴.۸
۳۴۸	تولید هسته‌های سبک	۳.۴.۸
۳۴۹	تغییرات $G$	۴.۴.۸
۳۵۰	تورم در کیهان‌شناسیهای برنز-دیکلی	۵.۴.۸
۳۵۰	کیهان‌شناسیهای هویل-نارلیکار	۵.۸
۳۵۲	گریزی به نظریهٔ الکترومغناطیس	۱.۵.۸
۳۵۶	لختی و گرانی	۲.۵.۸
۳۵۷	ناوردایی همدیس	۳.۵.۸
۳۵۹	معادله‌های گرانشی نظریهٔ HN	۶.۸
۳۶۴	فرضیهٔ عددهای بزرگ	۷.۸
۳۶۸	دو متریک	۸.۸
۳۷۰	آفرینش ذرات	۱.۸.۸

۳۷۰	۲.۸.۸ تعیین $\beta$
۳۷۱	۹.۸ مدل‌های کیهان‌شناختی مبتنی بر LNH
۳۷۴	۱.۹.۸ بازگشت مجدد به کیهان‌شناسی HN
۳۷۶	۱۰.۸ نتیجه‌گیری
۳۸۲	۹ کیهان‌شناسی‌های با آفرینش ماده
۳۸۲	۱.۹ مقدمه
۳۸۳	۲.۹ نظریهٔ حالت پایا
۳۸۴	۱.۲.۹ اصل کیهان‌شناختی کامل
۳۸۷	۲.۲.۹ نظریهٔ میدانی برای آفرینش
۳۹۲	۳.۹ پارامترهای قابل مشاهدهٔ نظریهٔ حالت پایا
۳۹۴	۴.۹ ملاحظات فیزیکی و اخت‌فیزیکی
۳۹۴	۱.۴.۹ عالم داغ
۳۹۵	۲.۴.۹ عالم حبابی
۳۹۶	۳.۴.۹ منشأ عناصر و زمینهٔ ریزموج
۳۹۷	۵.۹ کیهان‌شناسی حالت-شبه‌پایا
۴۰۲	۶.۹ ذرات پلانک
۴۰۳	۷.۹ ثابت کیهان‌شناختی
۴۰۶	۸.۹ آفرینش ماده
۴۱۳	۹.۹ مدل‌های کیهان‌شناختی
۴۱۳	۱.۹.۹ مدّ خلاق
۴۱۴	۲.۹.۹ مدّ غیرخلاق
۴۱۵	۳.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = 0$
۴۱۶	۴.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = \pm 1$
۴۱۸	۱۰.۹ جواب حالت شبه‌پایا
۴۲۰	۱۱.۹ تصویر اخت‌فیزیکی
۴۲۱	۱۲.۹ منشأ هسته‌های سبک

۴۲۴	زمینه ریزموج ۱۳.۹
۴۲۴	دمای زمینه ۱.۱۳.۹
۴۲۶	گرمایی شدن ۲.۱۳.۹
۴۳۱	ناهمسانگردی زمینه ۳.۱۳.۹
۴۳۳	ساختار بزرگ-مقیاس ۱۴.۹
۲۱۵	اظهارنظرهای نهایی ۱۵.۹
۴۴۲	۱۰ آزمونهای رصدی موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی
۴۴۲	۱.۱۰ مقدمه
۴۴۵	۲.۱۰ اندازه‌گیری ثابت هابل
۴۴۵	۱.۲.۱۰ مدول فاصله
۴۴۷	۲.۲.۱۰ خاموشی کهکشانی
۴۴۸	۳.۲.۱۰ اندازه‌گیریهای فاصله برون‌کهکشانی
۴۶۲	۴.۲.۱۰ ثابت هابل
۴۶۵	۳.۱۰ ناهمسانگردی میدانهای سرعت بزرگ مقیاس موضعی
۴۶۶	۱.۳.۱۰ توزیع موضعی
۴۶۸	۲.۳.۱۰ بازنگری ثابت هابل
۴۷۱	۴.۱۰ توزیع و چگالی ماده در اطراف ما
۴۷۲	۱.۴.۱۰ نسبتهای جرم به نور
۴۸۰	۲.۴.۱۰ محدودیتهای ناشی از تشکیل ساختار
۴۸۱	۳.۴.۱۰ ماده تاریک
۴۸۸	۵.۱۰ سن عالم
۴۸۸	۱.۵.۱۰ تحول ستاره‌ای
۴۸۹	۲.۵.۱۰ گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای
۴۹۳	۶.۱۰ فراوانی هسته‌های سبک
۴۹۳	${}^4\text{He}$ ۱.۶.۱۰
۴۹۶	${}^2\text{H}$ ۲.۶.۱۰

۴۹۷	${}^3\text{He}$ و ${}^7\text{Li}$ ۳.۶.۱۰
۴۹۸	۷.۱۰ شواهدی بر وجود پادماده
۵۰۰	۸.۱۰ زمینه ریزموج
۵۰۱	۱.۸.۱۰ طیف
۵۰۴	۲.۸.۱۰ ناهمسانگردی
۵۲۱	۱۱ رصدهای مربوط به بخشهای دوردست عالم
۵۲۱	۱.۱۱ مخروط نور گذشته
۵۲۳	۲.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر
۵۲۵	۱.۲.۱۱ خطاهای رصدی و عدم قطعیتها
۵۳۰	۲.۲.۱۱ نمودار هابل
۵۳۲	۳.۲.۱۱ نمودار هابل که با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia به دست آمده است
۵۳۶	۳.۱۱ شمارش تعداد اجسام برون کهکشانی
۵۳۷	۱.۳.۱۱ کهکشانشها
۵۴۰	۲.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: روشها
۵۴۴	۳.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: داده‌ها
۵۴۷	۴.۱۱ تغییر اندازه‌های زاویه‌ای با فاصله
۵۵۴	۵.۱۱ آزمون روشنیایی سطحی
۵۵۵	۶.۱۱ کوازارها به عنوان کاهه‌های تاریخچه عالم
۵۶۶	۷.۱۱ قندهای رصدی مربوط به پارامترهای کیهان‌شناختی
۵۷۴	۸.۱۱ تغییر ثابتهای بنیادی
۵۷۴	۱.۸.۱۱ تغییر $\alpha = e^2/(\hbar c)$
۵۷۵	۲.۸.۱۱ تغییر $G$
۵۸۱	۱۲ برداشت کلی منتقدانه
۵۸۱	۱.۱۲ کیهان‌شناسی به عنوان یک علم
۵۸۲	۲.۱۲ محدودیتهای رصدی QSSC
۵۸۲	۱.۲.۱۲ رابطه انتقال به سرخ-قدر

۵۸۴	۲.۲.۱۲ شمارشهای چشمهٔ رادیویی
۵۸۴	۳.۲.۱۲ رابطهٔ اندازهٔ زاویه‌ای-انتقال به سرخ
۵۸۶	۴.۲.۱۲ تابش زمينهٔ ریزموج
۵۸۷	۵.۲.۱۲ هسته‌های سبک
۵۸۷	۶.۲.۱۲ مادهٔ تاریک
۵۸۸	۳.۱۲ دلایل به نفع کیهان‌شناسی استاندارد
۵۸۹	۴.۱۲ شواهد برعلیه کیهان‌شناسی استاندارد
۵۹۱	۵.۱۲ چشم‌انداز آینده
۵۹۱	۱.۵.۱۲ آزمونهایی که می‌توانند SC را رد کنند
۵۹۳	۲.۵.۱۲ آزمونهایی که می‌توانند QSSC را رد کنند
۵۹۵	۶.۱۲ اظهارنظرهای پایانی
۶۰۵	جدول مقادیر ثابت
۶۰۸	واژه‌نامهٔ نمادها و اختصارها
۶۰۹	کتاب‌شناسی
۶۲۷	نمایه

## مقدمه

این کتاب مهمی است که امیدوارم تمام کسانی که با فیزیک و کیهان‌شناسی سروکار دارند، آن را مطالعه کنند. ضمانت می‌کنم دانشجویانی که به‌طور منظم مثالهای بسیار عالی این کتاب را حل کنند، معلومات بسیاری در زمینه نسبیت و کیهان‌شناسی به‌دست آورند. همچنین قول می‌دهم که متخصصان با تجربه نیز بسیاری از مطالب را شگفت‌انگیز و شادی‌آفرین بیابند.

این کتاب، با پشتوانهٔ سالها پژوهش تراز اول، شاهکاری از شفافیت است. جیانت نارلیکار<sup>۱</sup>، از اولین روزهای تحصیل در دورهٔ تحصیلات تکمیلی، یک نویسنده و سخنران صریح بوده است. شگفتی سخنرانی نارلیکار در آن است که بفهمیم چگونه می‌تواند با آهنگی چنان آرام، مطالبی را با دقت و سرفرصت روی تختهٔ سیاه بنویسد، و در مدت یک ساعت مطالب قابل ملاحظه‌ای را شرح دهد. پاسخ این معما آن است که وی برخلاف اغلب ما هیچ وقتی را صرف پرداختن به مسائل نامربوط نمی‌کند، و این همان چیزی است که خوانندهٔ این کتاب از اولین صفحه تا آخر متوجه آن خواهد شد. باید به نویسنده، ناشر، و خواننده تبریک گفت.

من این مطلب را در هنگام چاپ اولین ویراست کتاب نوشتم. اکنون نیاز به هیچ تغییری نیست فقط باید چیزهایی را اضافه کرد. این تنها یک کتاب مهم نیست، بلکه با تفاوت قابل ملاحظه، بهترین کتاب است. حیف است که دانشجویان آن را نخوانند.

فرد هویل<sup>۲</sup>

---

1. Jayant Narlikar

۲. سر فرد هویل اندکی پیش از انتشار این کتاب درگذشت.

## پیشگفتار ویراست اول

روند کیهان‌شناسی جدید را پیشرفت‌های نظری و رصدی هر دو هدایت کرده‌اند. رونق آن در واقع از سال ۱۹۱۷ زمانی آغاز شد که آلبرت اینشتین در مقاله‌ای به این کار جاه‌طلبانه پرداخت که عالم را به‌کمک یک مدل ریاضی ساده توصیف کند. پنج سال بعد الکساندر فریدمان<sup>۱</sup> مدل‌های عالم در حال انبساط را بر مبنای مهبانگ بنا کرد. پس از این تحقیقات نظری کار پیشگامانه ادوین هابل<sup>۲</sup> و میلتون هیومیسون<sup>۳</sup> صورت گرفت، که پایه‌های رصدی کیهان‌شناسی کنونی به‌شمار می‌آیند. در سال ۱۹۴۸ نظریهٔ حالت پایای هرمان بوندی<sup>۴</sup>، توماس گلد<sup>۵</sup>، و فرد هویل<sup>۶</sup> اختلاف نظرهایی را به‌وجود آورد که به بسیاری از آزمون‌های رصدی انجامید که برای رشد سلامت موضوع به‌عنوان شاخه‌ای از علوم ضروری بود. سپس در سال ۱۹۶۵ آرنو پنزیاس<sup>۷</sup> و رابرت ویلسون<sup>۸</sup> زمینهٔ ریزموج را کشف کردند، که نه تنها باعث تجدید حیات مفهوم مهبانگ داغی شد که جورج گاموف<sup>۹</sup> دو دهه قبل مطرح کرده بود، بلکه پیش‌بینی‌های متهورانه دربارهٔ تاریخچهٔ اولیهٔ عالم را تشویق کرد.

نقطه‌های عطف بالا به نوشتن بسیاری از کتاب‌های عامه‌پسند دربارهٔ کیهان‌شناسی انجامیده‌اند. به‌ویژه، رشد علاقه‌مندی به مباحث نسبیت عام و کیهان‌شناسی در سال‌های ۱۹۷۰ در تعدادی کتاب درسی کلاسیک بازتاب یافت که در اوایل دههٔ ۱۹۸۰ منتشر شدند. هدف کتاب فعلی آشنا کردن خواننده با وضعیت این موضوع در اوایل ۱۹۸۰ است. اما، رهیافت این کتاب با آنچه در بیشتر کتاب‌های این موضوع یافت می‌شود تفاوت دارد، و شاید باید بگویم که این تغییرات کدام‌اند و چرا وارد شده‌اند. به‌عنوان مثال، معمولاً کیهان‌شناسی در پایان کتاب‌های درسی نسبیت عام آورده می‌شد، و اغلب

- 
- |                        |                 |                   |                 |
|------------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
| 1. Alexander Friedmann | 2. Edwin Hubble | 3. Milton Humason |                 |
| 4. Hermann Bondi       | 5. Thomas Gold  | 6. Fred Hoyle     | 7. Arno Penzias |
| 8. Robert Wilson       | 9. George Gamow |                   |                 |



به‌جای اینکه سهم خود را داشته باشد بیشتر به‌صورت یک پیوست بود. شاید این دلیلی است که چرا کیهان‌شناسی از بقیهٔ نجوم، که واقعاً به آن تعلق دارد، جدا مانده است. منجمان تمایل دارند که کیهان‌شناسی را قلمرو متخصصان نسبیت عام در نظر بگیرند تا بسط منطقی نجوم برون کهکشانی. برای تصحیح این تمایل، اهمیت نسبی کیهان‌شناسی و نسبیت عام در این کتاب معکوس شده است. فصل ۲ نسبیت عام را بیشتر به‌عنوان ابزاری جهت مطالعهٔ کیهان‌شناسی ارائه می‌کند تا موضوعی که به‌خاطر خودش حائز اهمیت است. بنابراین متخصص نسبیت ممکن است با بسیاری از موضوعها روبه‌رو شود که با آنها به‌طور سطحی برخورد می‌کند یا اصلاً به آنها نمی‌پردازد. این فصل فقط به مطالبی می‌پردازد که برای شناخت ویژگیهای هندسی عالم در بزرگ مقیاس واقعاً ضروری هستند. این رهیافت را با این امیدواری اختیار کرده‌ام که برخورد ساده با نسبیت عام به اندازهٔ یک بررسی تمام‌عیار باعث ناراحتی تازه‌واردان نشود. متخصص نسبیت می‌تواند از این فصل رد شود و فقط برای آشنایی با نمادگذاری به آن رجوع کند.

فصول ۳ و ۴ مدل‌های استاندارد کیهان‌شناسی را به‌صورت حل معادله‌های اینشتین مطرح می‌کنند. ابزارهایی که در فصل ۲ توسعه یافتند در اینجا به‌کار می‌روند، و خواننده متوجه می‌شود که روند امور از فصل ۲ راحت‌تر شده است.

فصول ۵، ۶ و ۷ به جنبه‌های فیزیکی کیهان‌شناسی استاندارد می‌پردازند. ایدهٔ گاموف دربارهٔ سنتز هسته‌های اولیه، ناآگاهی کنونی ما از چگونگی تشکیل کهکشان، و ویژگیهای زمینهٔ ریزموج، و نقشی که فیزیک ذرات اخیراً در شناخت ما از عالم اولیه داشته است در اینجا بررسی می‌شود. شاید اینجا مرحلهٔ مناسبی برای گذار به کیهان‌شناسی رصدی باشد. اما، حس کردم که خواننده باید گشت و گذاری در کیهان‌شناسی غیراستاندارد نیز داشته باشد. برخلاف آنچه امروزه بسیاری از متخصصان کیهان‌شناسی (متأسفانه) تبلیغ می‌کنند، این موضوع نه کتابی خاتمه‌یافته است، و نه کیهان‌شناسی استاندارد تنها پاسخ ممکن به منشأ و تکوین عالم. در بخش III این کتاب با مدل‌های دیگر در این مورد آشنا می‌شوید.

گرچه برخی از خوانندگان ترجیح می‌دهند که یک آزمون رصدی را بلافاصله پس از پیش‌بینی نظری بررسی کنند، اما من رصدها را در آخرین قسمت کتاب آورده‌ام. این رهیافت ارزیابی کلی مدل‌های مختلف را امکان‌پذیر ساخته است. بررسی کلی رصدهای کیهان‌شناختی نشان می‌دهد که چگونه روشهای بهتر و درک کاملتر خطاها و عدم قطعیتها اغلب به ارزیابی مجدد انجامیده است (یک مثال کلاسیک مقدار ثابت هابل است که هنوز مقدار آن قطعی نیست!). بنابراین به جزئیات بسیاری از رصدها نپرداخته‌ام، بلکه تأکید کرده‌ام که این رصدها چگونه انجام می‌گیرند و چشمه‌های

ممکن خطا کدام‌اند. در هر صورت پرداختن به جزئیات در یک کتاب درسی مقدماتی عاقلانه نیست. به‌رغم پیشرفتهای قابل ملاحظه، کیهان‌شناسی هنوز موضوعی تمام نشده است. از جنبهٔ رصدی، پرتاب تلسکوپهای فضایی در اواسط دههٔ ۱۹۸۰ دیدگاه ما را از عالم دگرگون خواهد ساخت. به‌لحاظ نظری، نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs)، تا زمانی که کیهان‌شناسی کوانتومی به اندازهٔ کافی رشد نکند، با مسئله عالم اولیه دست به‌گریبان‌اند. کیهان‌شناسان هنوز باید مسائلی را درک کنند که وجود حیات در عالم به‌وجود می‌آورد. چگونه حیات به‌وجود آمد؟ این حیات منحصر به زمین است یا در سراسر عالم گسترش یافته است؟ یک کتاب درسی آینده ممکن است بخش اعظم مباحث خود را به بحث دربارهٔ سهم زیست‌شناسی در کیهان‌شناسی اختصاص دهد.

فرض کرده‌ام که خواننده با روشهای ریاضی استاندارد مانند معادله‌های دیفرانسیل، آنالیز برداری، سری فوریه و تبدیلهای حسابان تغییرات، و غیره آشنایی دارد. آشنایی با فیزیک مقدماتی از جمله مکانیک، الکترودینامیک مقدماتی، نظریهٔ الکترومغناطیس، ساختار اتمی، و دینامیک شاره‌ها نیز ضروری است. همین‌طور، معلومات اولیه دربارهٔ نجوم مقدماتی سودمند خواهد بود. این کتاب برای سالهای آخر دورهٔ کارشناسی، دانشجویان کارشناسی ارشد، مدرسان نجوم و کیهان‌شناسی مفید است. کتاب دارای ۴۰۰ تمرین است، که ۸۰ درصد آنها سرشت محاسباتی دارند. بسیاری از آنها به درک بهتر آنچه توصیف شده است کمک می‌کنند. امیدوارم که آنها به هدف مورد نظرشان برسند.

از آرت بارتلت<sup>۱</sup> برای تشویق به نوشتن کتاب سپاسگزارم. اظهار نظرهای باب گولد<sup>۲</sup>، باب واگونر<sup>۳</sup>، دیمتری میهالاس<sup>۴</sup>، ریچارد بوئر<sup>۵</sup> و جف بریج<sup>۶</sup> کمک مهمی در هنگام آماده‌سازی دست‌نویس بود. سرانجام، این فرد هویل بود که در دورهٔ تحصیلات تکمیلی مرا با حوزهٔ مسحورکنندهٔ کیهان‌شناسی آشنا ساخت، و من به‌لحاظ موافقت با نوشتن مقدمه بر این کتاب مدیون او هستم. من نوشتن کتاب را هنگامی آغاز کردم که در بخش ریاضیات کاربردی و نجوم در یونیورسیتی کالج کاردیف در ویلز بودم. از رئیس بخش، چاندر ویکراماسینگه<sup>۷</sup>، برای امکاناتی که در کاردیف در اختیارم گذاشت سپاسگزارم. ماشین‌نویسی سریع دست‌نویس را مرهون خانم سوزان بال و آقای پ. جوزف هستم. همین‌طور خوشحالم که از کمک بخش نقشه‌کشی و امکانات زیراکس انستیتوی تاتا برای تحقیقات بنیادی تشکر کنم.

جیانت نارلیکار

بمبئی، هندوستان

## پیشگفتار ویراست دوم

خوشوقتم که ویراست دوم نسخهٔ تجدیدنظرشده آشنایی با کیهان‌شناسی به پایان رسیده است. انگیزه و قالب‌بندی این ویراست مانند قبل است، در نتیجه این پیشگفتار مورد مفصلتر ویراست قبلی را تکمیل می‌کند.

تغییرات اعمال‌شده در این ویراست بازتاب گستردهٔ تحولات کیهان‌شناسی در سالهای دههٔ ۱۹۸۰ مانند ورودیهای مربوط به فیزیک ذرات از جمله عالم تورمی، تلاشهای جدید در تشکیل ساختار، رصدهای اخیر در ساختار بزرگ مقیاس و حدود (حساستر) اصلاح‌شدهٔ شدت نوسانهای زمینهٔ ریزموج است. بخشهای رصدی به‌روز شده‌اند اگرچه هیچ کتاب درسی نمی‌تواند با پیشرفتهای سریع رصدهای کیهان‌شناختی همگام شود.

مقایسهٔ دو ویراست تغییر ترتیب مختصر و کارآمد ساختن فصلهای مربوط به کیهان‌شناسی‌های دیگر را نشان می‌دهد. فصل‌نهایی از ویراست قبلی نسبت به کیهان‌شناسی‌های استاندارد انتقادآمیزتر است. به‌نظر من، این کار برای تصحیح این برداشت ضروری است که مدل استاندارد مهبانگ عالم را چنان خوب توصیف می‌کند که به‌هیچ مدل تازه دیگری نیاز نیست.

از سیمون میتون<sup>۱</sup> برای تشویق به تجدیدنظر کتاب جهت انتشارات دانشگاه کمبریج سپاسگزارم. از سانتوش خادیلکار<sup>۲</sup> برای ماشین‌نویسی سریع و کمک به کارهای آروینید پارانیپیه<sup>۳</sup> متشکرم، که امکان داد کار در چارچوب مورد نظر سیمون تکمیل شود. همچنین از منتقدانی که ویراست اول را بررسی کرده‌اند و اظهار نظرهای سازندهٔ آنها به آماده ساختن این نسخه تجدید نظر شده کمک کرد، ممنونم.

جیانته. وی. نارلیکار

مرکز بین دانشگاهی نجوم و اختر فیزیک  
پون، هندوستان

## پیشگفتار ویراست سوم

احساس نیاز به ویراست سوم این کتاب، معیار پیشرفت‌های کیهان‌شناسی در دهه اخیر است. ویراست دوم درست در هنگامی منتشر شد که ماهواره COBE ناهمگنی‌های کوچک مقیاس تابش زمینه ریزموج را برای نخستین بار آشکار ساخت. گرچه یافته‌های COBE سبب آرامش خاطر نظریه پردازان مهبانگ شد که از نبود ظاهری دلیلی برای برهم‌کنش آغازین ماده و تابش (که هر سناریوی تشکیل ساختار بزرگ مقیاس ناگزیر به آن نیاز دارد) ناراحت بودند، اما آنها به اصلاحات قابل ملاحظه‌ای در مدل‌های موجود نیاز دارند. پس از COBE تعداد یافته‌های موجود در زمینه ناهمگنی‌ها در مقیاس‌های زاویه‌ای مختلف رشد قابل ملاحظه‌ای کرده است و در زمان تهیه این ویراست، امکان توجه به یافته‌های BOOMERANG و MAXIMA به وجود آمد.

ویراست سوم به رصدهای ابرنواخترهای نوع I نیز می‌پردازد که در آن به رابطه قدر-انتقال به سرخ‌های تاحدود  $0.8$  دست یافته‌اند. همین‌طور داستان چگونگی تغییر تدریجی مدل تورمی و پذیرش نقش مهمتری را برای ثابت کیهان‌شناختی نقل می‌کند. بنابراین در فصل‌های مربوط به کیهان‌شناسی رصدی تجدیدنظر و بسط قابل ملاحظه‌ای صورت گرفته است.

به لحاظ نظری، ایده‌های اصلی کیهان‌شناسی استاندارد اصولاً تغییری نکرده است. حمله اصلی به مسئله شناخت تشکیل ساختار صورت گرفته است، که می‌توان آن را مشکلترین چالش کیهان‌شناسی مهبانگ دانست. آیا ماده تاریک در تشکیل ساختارهای مرئی نقشی اساسی دارد؟ آیا ماده تاریک دارای مؤلفه غیرباریونی قابل ملاحظه است؟ آیا می‌توان مؤلفه باریونی را با فراوانی‌های مشاهده شده هسته‌های سبک، به‌ویژه دوتریم و لیتیم، سازگار ساخت؟ آیا مدل‌های نظری می‌توانند با ستارگان بسیار پیری که اکنون مشاهده می‌شوند، همساز باشند؟ در زمان نوشتن این کتاب هیچ

پاسخ قطعی «آری» یا «نه» به این پرسشها وجود ندارد. فصل پایانی به بررسی انتقادی سناریوهای مهبانگ از دیدگاههای مختلف می پردازد و موضوعهای مربوط به دستاوردهای بعدی کیهان‌شناسی را مطرح می‌کند.

به واسطه سرشت نسبتاً نامحدود این مطالب کتاب به مرور فصلهای ۸ و ۹ کتاب قبلی می‌پردازد و می‌کوشد به شناخت عالم از طریق ایده‌های مختلف بپردازد و بر ادعاهایی تمرکز کند که می‌تواند اکنون به خوبی با کیهان‌شناسی مهبانگ رقابت کنند. گرچه این کیهان‌شناسیهای رقیب نقش بارزی در هیچ برنامه درسی کنونی ندارند، اما به دانشجویان (و خوانندگان) شدیداً توصیه می‌کنم که این فصلها را بخوانند تا متوجه شوند که چگونه تعدادی از دانشمندان صاحب‌نام به اندازه کافی از مدل استاندارد ناراحت شده‌اند که به فکر مدل‌های دیگر بیفتند.

از سیمون میتون به خاطر اصرار متقاعدکننده برای نوشتن این ویراست سپاسگزارم. خوشحالم که از آروینید پارانییبه برای کمک در به‌دست‌آوردن تصویرها و از پرم کومار<sup>۱</sup> برای رسم تصاویر، که اغلب آنها در این ویراست جدید است، تشکر کنم. از کمک ویانکاتش ساماک<sup>۲</sup> برای آماده کردن دست‌نویس به صورت آماده برای LATEX ممنونم.

جیانته ویشنو نارلیکار

مرکز بین‌دانشگاهی نجوم و اخترفیزیک

پون، هندوستان



# ساختار بزرگ مقیاس عالم

## ۱.۱ نجوم و کیهان‌شناسی

هیچ شاخه‌ای از علوم نمی‌تواند مدعی داشتن زمینه‌ای جالب توجه‌تر از کیهان‌شناسی شود، زیرا کیهان‌شناسی علم مطالعهٔ عالم است، و تعریف عالم همه‌چیز را دربر می‌گیرد. اگرچه، کیهان‌شناسی به‌خاطر درگیریهایی عمیق معمولاً تخیل شاعران، فیلسوفان و متفکران دینی را برانگیخته است، اما رهیافت ما به موضوع از طریق علوم و نجوم خواهد بود. نجوم کار خود را با مطالعهٔ ویژگیهای سیارات و ستارگان آغاز کرد، و به تدریج گسترش یافت و به مرزهای دستگاه راه شیری رسید، که کهکشان مربوط به ماست. روشهای نجومی جدید موضوع را فراتر از کهکشان به اجسام دوردستی گسترش داده‌اند که نور آنها پس از بیلیونها سال به ما می‌رسد.

کیهان‌شناسی بیشتر به جهان فراکهکشانی می‌پردازد. این یک بررسی ساختار بزرگ مقیاس عالم است که تا فاصله‌های بیلیونها سال نوری گسترش می‌یابد — مطالعهٔ کلی رفتار دینامیکی و فیزیکی بیلیونها کهکشان که در فاصله‌های وسیعی پراکنده شده‌اند و تحول این دستگاه عظیم در مدت چندبیلیون سال.

در نگاه اول شاید این بررسی کاری جاه طلبانه به نظر آید. آیا ابزارهای رصدی ما به اندازه کافی خوب هستند تا اطلاعات علمی کافی درباره ساختار بزرگ مقیاس عالم را در اختیارمان بگذارند؟ آیا شناخت ما از قوانین طبیعت به اندازه کافی پیشرفته و پخته هست که این اطلاعات را تفسیر کنید؟ می توان با اظهار نظری از اینشتین به پرسشها پاسخ داد: «غیر قابل درکترین چیز درباره عالم قابل فهم بودن آن است.» اگرچه روشهای مشاهده ما کامل نیستند و شناخت ما از قوانین فیزیکی هنوز جای پیشرفت بسیار دارد، اما اکنون در موقعیتی هستیم که از آنچه درباره عالم مشاهده می کنیم برداشتی داشته باشیم و می توان مطالعه کیهان شناسی را به عنوان شاخه ای از علوم آغاز کرد. یعنی ساختار بزرگ مقیاس عالم را دستگاهی فیزیکی در نظر می گیریم، که تابع قانونهای شناخته شده فیزیک است، و روال معمول علم را دنبال می کنیم، یعنی مشاهده جنبه های مربوط به این بررسی و سپس کوشش در جهت تفسیر آنها و پیش بینی هایی که بتوان آنها را با مشاهده های بیشتر آزمود. این موضوع کتاب را تشکیل می دهد. با وجود این، موفقیت ما در تفسیر عالم از طریق مدل های فیزیکی نباید باعث شود که متوجه عظمت و عمق پرسشهای بنیادی مطرح شده نشویم مدلهای، در بهترین شرایط، فقط تقریب اولی از واقعیت را نشان می دهند، و می توانند کاملاً مبهم باشند.

کار خود را با مرور مختصر بعضی از جنبه های عالم شروع می کنیم که به موضوع کیهان شناسی مربوط می شوند. با این همه، قبل از رسیدن به شناخت فعلی، مرور مختصر چگونگی رسیدن به این شناخت سازنده است. در آنچه پس از این خواهد آمد، و در واقع، در سراسر کتاب، از یکاهای طول، جرم، و زمان زیر استفاده می کنیم که در کیهان شناسی متداول اند.

■ طول فیزیکدانها از متر (برای یکاهای SI) یا سانتی متر (برای یکاهای c.g.s) استفاده می کنند. اگرچه از این یکاها در به دست آوردن عبارتهای مربوط به فرمولهای فیزیکی استفاده می کنیم، اما آنها برای فاصله های کیهانی بسیار کوتاه اند. فیزیکدانها سال نوری را ترجیح می دهند، که فاصله ای است که نور در یک سال می پیماید ( $10^{18} \text{ cm} \approx 9.46 \times 10^{17} \text{ cm}$ )، در حالی که منجمان پارسک را ترجیح می دهند، یکایی که در تعیین فاصله های ستاره ای با استفاده از روش اختلاف منظر به صورت طبیعی مطرح می شود. یک پارسک طبق تعریف مسافتی است که وقتی از آن به صورت متقارن و در جهت عمود بنگریم با نصف قطر مدار زمین زاویه ای برابر با ۱ ثانیه کمانی تشکیل دهد. یکاهای بزرگتری که می توان با پارسک (pc) ساخت عبارتند از، کیلوپارسک ( $1 \text{ kpc} = 10^3 \text{ pc}$ )، مگاپارسک ( $1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$ )، و گیگاپارسک ( $1 \text{ Gpc} = 10^9 \text{ pc}$ ).

■ زمان یکای بنیادی زمان دوره «ثانیه» است، ولی گاهی در کیهان شناسی به مقیاسهای زمانی بسیار طولانیتر نیاز داریم. یکای نوعی گیگاسال ( $3 \times 10^{16} \text{ s} \approx 1 \text{ Gyr} \equiv 10^9 \text{ سال}$ ).

■ جرم فیزیکدانها از یکای «کیلوگرم» (یکاهای SI) یا گرم (یکاهای c.g.s) استفاده می‌کنند، ولی جرم اجسام نجومی را به بهترین وجه می‌توان برحسب یکای جرم برابر جرم خورشید  $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{33} \text{g}$  بیان کرد.

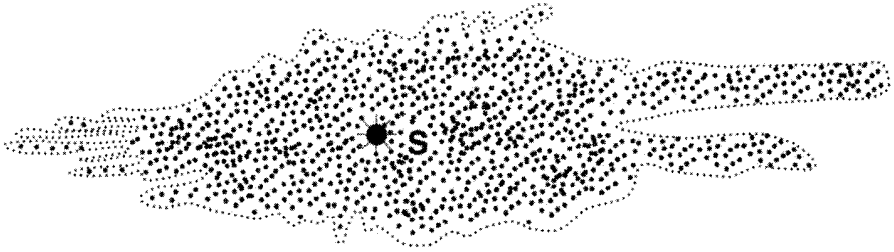
## ۲.۱ از هرشل تا هابل

در تاریخ نجوم، عصر ویلیام هرشل<sup>۱</sup> (۱۷۳۸-۱۸۲۲) دوره بارزی است که در آن مرزهای نجوم از منظومه شمسی فراتر رفت، تا به ستارگان راه شیری بنگرد. اگرچه هرشل (نگاه کنید به شکل ۱.۱) بیشتر به خاطر کشف سیاه اورانوس (اولین سیاره‌ای که در تاریخ ثبت شده کشف شده است) مشهور شد، اما مطالعه او درباره ستارگان بود که اولین شناخت را از چگونگی راه شیری، یعنی توزیع ستارگان در یک قرص که همگی در اطراف خورشید توزیع شده بودند، به دست داد. این



شکل ۱.۱ ویلیام هرشل (۱۷۳۸-۱۸۲۲).





شکل ۲.۱ نقشه‌ای از راه شیری که ویلیام هرشل در سال ۱۷۸۸ تهیه کرد و خورشید (S) را در مرکز آن نشان می‌دهد.

توزیع ستارگان در بزرگ مقیاس که اکنون به کهکشان معروف است، از هنگامی شروع شد که راه شیری کهکشان نامیده شد. شکل ۲.۱ نقشه‌ای از راه شیری را نشان می‌دهد که هرشل تهیه کرد. توجه کنید که خورشید در مرکز کهکشان قرار دارد.

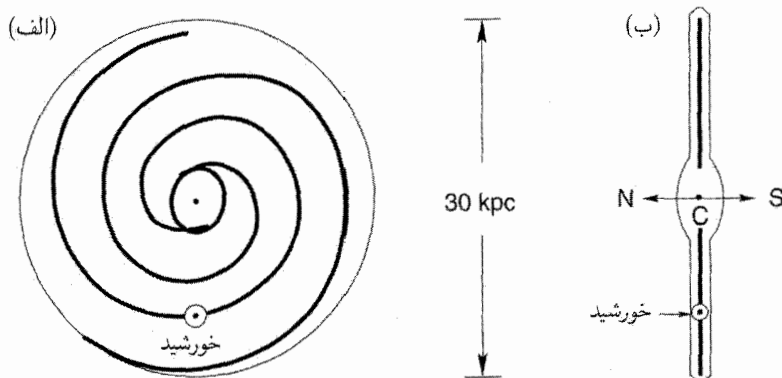
تصویر هرشل با خورشید در مرکز کهکشان، تا شروع قرن نوزدهم تصویر پذیرفته شده بود. فاصله‌های ستارگان کهکشان را در ابتدا به روش مثلثاتی تعیین می‌کردند. متأسفانه دقت این روش در فاصله‌های بیش از  $10^2 - 5^2$  pc از بین می‌رود. به علاوه، تکه‌های تاریک در راه شیری ناشی از نبود ستارگان نیست؛ بلکه به واسطه جذب نور ستارگان در ذرات گردوغبار موجود در مسیرشان به وجود می‌آیند. تکه‌های تاریک سحابی مانند سحابی معروف کله‌اسبی (نگاه کنید به شکل ۳.۱) ناحیه‌های با تراکم گردوغبار را نشان می‌دهد. گردوغبار میان ستاره‌ای می‌تواند به چند صورت، مانند گرانیته، سیلیکات‌ها و هیدروژن جامد، وجود داشته باشد. تأثیر این گردوغبار کاهش شدت نور ستارگان دور دست کهکشان به واسطه جذب و پراکندگی است. منجمان ابتدا در برآورد فاصله‌های ستاره‌ای در کهکشان مبالغه می‌کردند، زیرا تصحیح خاموشی میان ستاره‌ای را انجام نمی‌دادند. (بدون این تصحیح، کم نوری یک ستاره کاملاً به حساب فاصله آن از ما گذاشته می‌شد.) منجمان اولیه منطقه‌های تاریک را نیز به اشتباه «حفره‌ها» یا منطقه‌های تهی کهکشان در نظر می‌گرفتند. روش قابل اعتمادتری که از ستارگان متغیر موسوم به قیفادوسی استفاده می‌کرد در سال ۱۹۱۲ به وجود آمد. هارلو شیپلی<sup>۱</sup> از این روش برای اندازه‌گیری ستارگان دور دست کهکشان ما استفاده کرد و نشان داد که این کهکشان بسیار بزرگتر از چیزی است که قبلاً تصور می‌شد. تصویر تجدیدنظرشده از اندازه کل کهکشان شامل تغییر مکان خورشید و سیارات آن از مقابل مرکز



شکل ۳.۱ سحابی کله‌اسبی در صورت فلکی جبار. تصویر تاریک را گردوغبار میان ستاره‌ای به وجود آورده است. این عکس را دانش‌آموزان علاقه‌مند یون با استفاده از تلسکوپ ۱۴ اینچی رصدخانهٔ مونت ویلسون از طریق اینترنت گرفته‌اند.

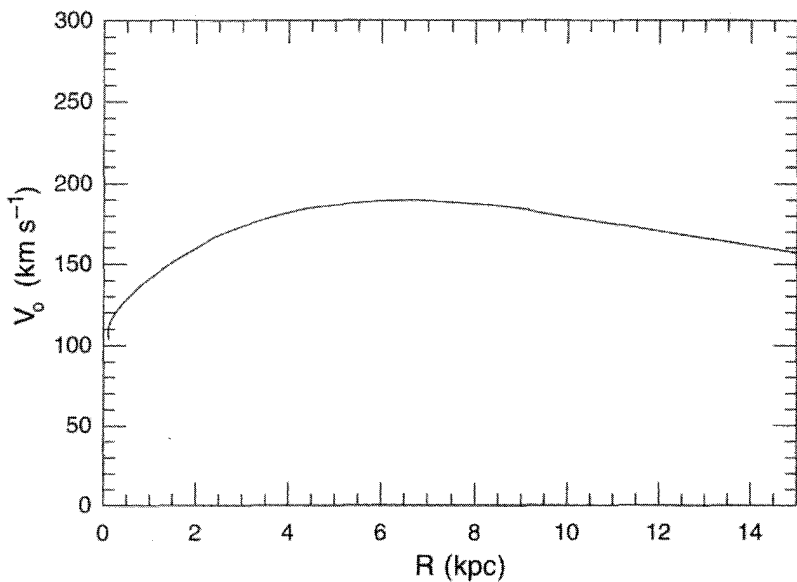
کهکشان نیز می‌شد، البته پس از جر و بحث‌های بسیار بین افرادی چون جی. سی. کپتین<sup>۱</sup>، که گمان می‌کرد خورشید کم و بیش در مرکز کهکشانی (GC) است. و اقلیت کوچکی چون شیپلی، که در آن در فاصله‌ای دور از GC قرار می‌دادند. باید این واقعیت را به حساب آوریم، که برخلاف سایر کهکشانها، که از بیرون به آنها نگاه می‌کنیم، شکل و اندازهٔ راه شیری را باید از رصدهای داخلی تعیین کرد.

شکل ۴.۱ طرح کلی راه شیری را نشان می‌دهد که اکنون به آن پی برده‌اند. تصویر آن از روبه‌رو در شکل ۴.۱ (الف) و از پهلو در شکل ۴.۱ (ب) مشاهده می‌شود. تصویر از روبه‌رو ساختار مارپیچی کهکشان را نشان می‌دهد، در حالی که تصویر جانبی نشان می‌دهد که این کهکشان قرصی با یک برآمدگی در وسط است. این قرص را صفحهٔ کهکشانی نیز می‌نامند.

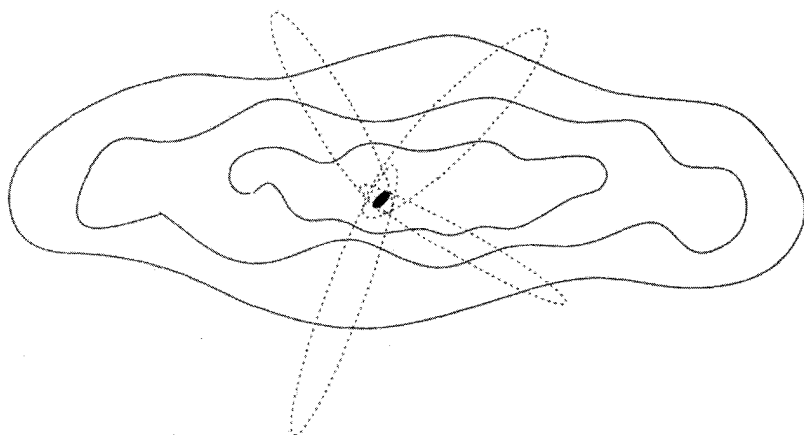


شکل ۴.۱ طرح کلی راه شیری در طرف چپ که (الف) از روبه‌رو به صورت یک دستگاه دایره‌ای با بازوهای مارپیچی و (ب) به‌طور جانبی به صورت قرصی با برآمدگی مرکزی مشاهده می‌شود. خورشید و سیارات آن در فاصلهٔ دوسوم از مرکز به طرف خارج قرار دارند. کهکشان دور محور مرکزی خود می‌چرخد، که N و S قطبهای شمال و جنوب کهکشانی هستند. C مرکز کهکشان است.

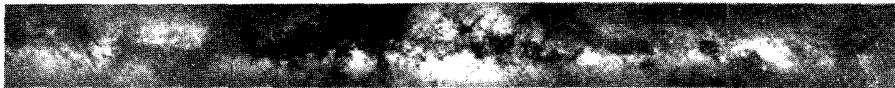
قطر قرص در حدود  $30 \text{ kpc}$  و ضخامت آن تقریباً  $1 \text{ kpc}$  برآورد شده است. خورشید، همراه با سیاراتش در فاصلهٔ تقریباً  $10 \text{ kpc}$  از مرکز کهکشان قرار دارد. کهکشان دور محور قطبی خود می‌چرخد، اگرچه نه به صورت جسمی صلب. شکل ۵.۱ نشان می‌دهد که چگونه سرعت مداری دایره‌ای آن در فاصله‌های مختلف از GC تغییر می‌کند. مثلاً خورشید تقریباً در هر  $200$  میلیون سال مدار کاملی را طی می‌کند. بسیاری از ستارگان دیگر هم مثل خورشید دور مرکز کهکشانی (GC) می‌چرخند، در حالی که برخی از ستارگان دیگر مدارهایی کاملاً خارج از مرکز دارند که آنها را از صفحهٔ کهکشانی خارج و به GC بسیار نزدیک می‌کند. (شکل ۶.۱ دو نوع مدار را نشان می‌دهد. ستارگان نوع اول (مانند خورشید) با مدارهای دایره‌ای در قرص (که با خطهای پیوسته نشان داده شده‌اند) را ستارگان جمعیت-I، و ستارگان نوع دوم را ستارگان جمعیت-II می‌نامند. مدار آنها با خطهای نقطه‌چین در شکل ۶.۱ مشخص شده است. منجمان حتی از نسل قدیمیتری از ستارگان به نام ستارگان جمعیت-III نام می‌برند، که ظاهراً بسیار پرجرم بوده‌اند، و به واسطهٔ سوختن سریع، اکنون نابود شده‌اند. جرم کهکشان ما تقریباً  $1.4 \times 10^{11} M_{\odot}$  برآورد شده است که  $2 \times 10^{23} \text{ g}$   $\approx$  جرم خورشید  $\equiv M_{\odot}$  (که یکای جرم مناسبی در نجوم است). تخمین زده می‌شود که بیش از  $10^{11}$  ستاره در کهکشان ما وجود دارد. اما، این فقط ستارگان نیستند که کهکشان را تشکیل می‌دهند. مسیرهای تاریک در شکل ۷.۱ نشان می‌دهند که مادهٔ پوشاننده‌ای نیز وجود دارد.



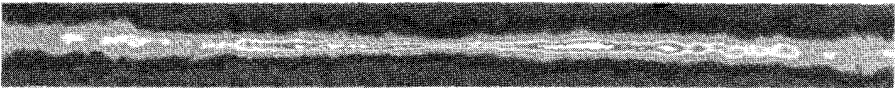
شکل ۵.۱ نموداری که مدلی از سرعت چرخشی کهکشانی دور محور قطبی اش، یعنی در اطراف GC، را نشان می‌دهد که آشکارا قرص صلبی نیست که دور محورش می‌چرخد.



شکل ۶.۱ دو نوع مدار ستارگان جمعیت-I و جمعیت-II. ستارگان نوع اول (مانند خورشید، مانند مورد شکل ۵.۱) در مدارهای تقریباً دایره‌ای در قرص حرکت می‌کنند، در حالی که ستارگان نوع دوم در مدارهای با خروج از مرکز بزرگ وارد هاله شده و همین‌طور به GC بسیار نزدیک می‌شوند.



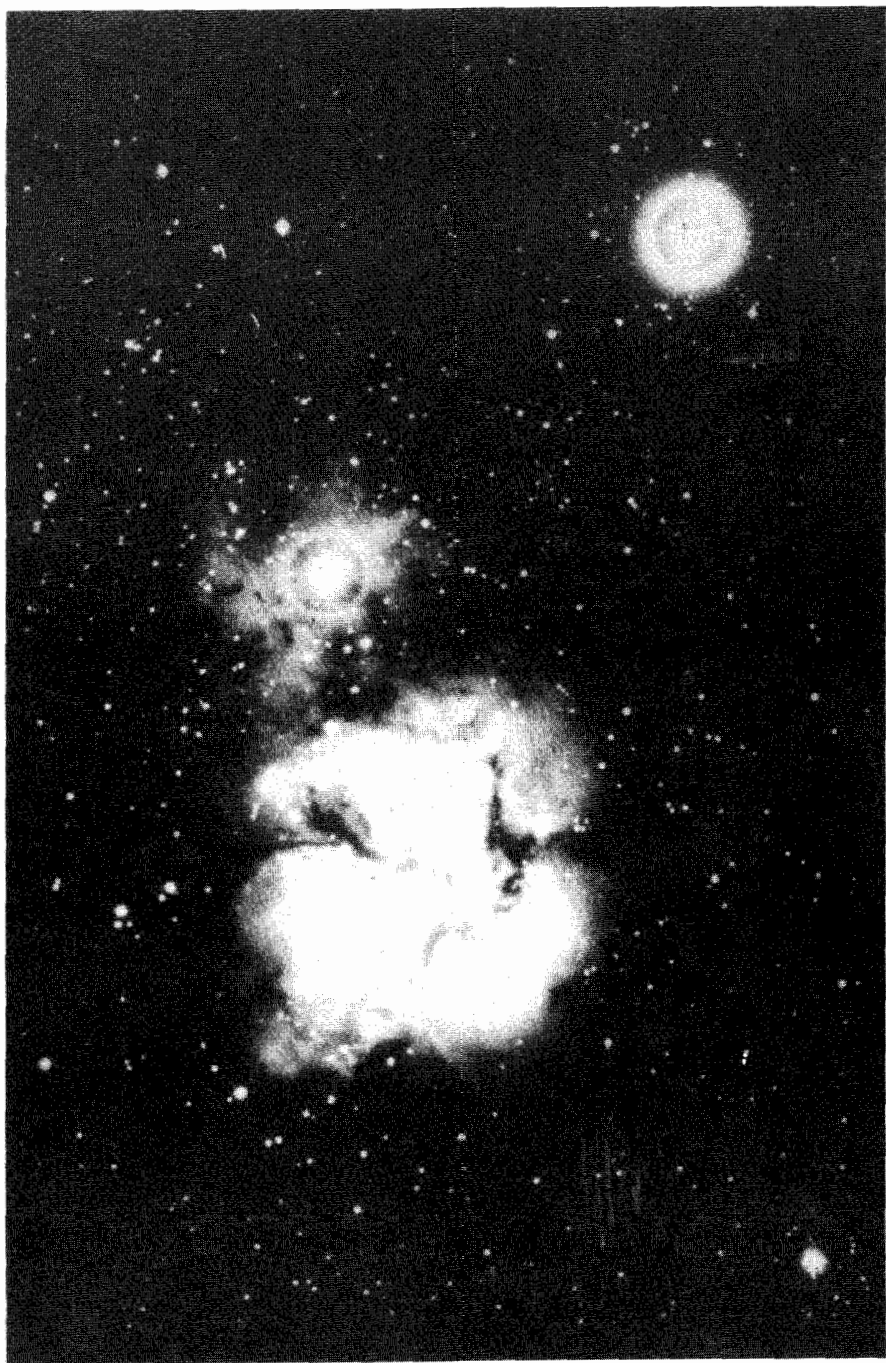
شکل ۷.۱ تصویر مرکبی از راه شیری که از اتصال عکسهایی به دست آمده است که در جهت‌های مختلف گرفته شده‌اند. بخشهای روشن مربوط به ستارگان است، در حالی که مسیرهای تاریک جاهایی را نشان می‌دهد که گردوغبار در بین راه نور ستارگان را خاموش کرده است.



شکل ۸.۱ نقشه راه شیری، با استفاده از اتم هیدروژن؛ یعنی با برجسته کردن منطقه‌های H-I.

خطهای جذبی در طیف ستارگان کهکشانی نشان می‌دهد که گازهای جذب‌کننده در محیط میان ستاره‌ای وجود دارند. گاز به شکلهای مختلف اتمی و مولکولی، داغ و سرد ظاهر می‌شود. سحابیهای گسیلی در اطراف ستارگان از گازی ساخته شده‌اند که تابش فرابنفش ستارگان را جذب و آن را به صورت نور مرئی یا رنگهای تماشایی تابش می‌کند. مناطق به اصطلاح H II منطقه‌های داغ نزدیک ستارگان و حاوی گاز هیدروژنی هستند که تابش فرابنفش ستارگان آن را یونیده کرده است. برعکس، مناطق H I منطقه‌های خنک حاوی هیدروژن اتمی هستند. رصدهای ۲۱ cm در نجوم رادیویی عمدتاً عامل آشکارسازی هیدروژن در کهکشان هستند. به علاوه، از سالهای ۱۹۶۰ مطالعات رادیویی و ریزموجی وجود مولکولهای پیچیده را در ابرهای گاز میان ستاره‌ای نمایان ساخته است. شکلهای ۸.۱ و ۹.۱ به ترتیب منطقه‌های H I و H II را نشان می‌دهند.

چند سال دیگر طول کشید تا منجمان متوجه اهمیت سرشت کهکشانی عالم شوند. در آغاز قرن بیستم این باور عمومی وجود داشت که همه سحابیهای مه‌آلود در داخل راه شیری قرار دارند. این ایده چند منجم را که سحابیها مانند راه شیری کهکشانهایی از ستارگان هستند مسخره می‌کردند یا نادیده می‌گرفتند. یک دلیل برای تردید در این مورد که آنها کهکشانهایی دور دست هستند ادعای وان مانن<sup>۱</sup> دربارهٔ ویژه حرکت‌های آنها بود. از دید وان مانن سحابیهای مارپیچی چون M۳۳، M۸۱، M۱۰۱، NGC۴۰۵۱، NGC۴۷۳۶، اگر در واقع در فاصله‌های چند میلیون سال نوری بودند. باید ویژه حرکت‌هایی به بزرگی  $15000 \text{ km s}^{-1}$  داشته باشند. نظریه‌های دینامیکی این نوع حرکت‌های بزرگ را با توجه به پایداری ساختارهای مارپیچی رد می‌کرد. با این همه، سایر رصadan نتوانستند اندازه‌گیریهای وان مانن را تکرار کنند و این ادعا به تدریج اعتبار خود را از دست داد.

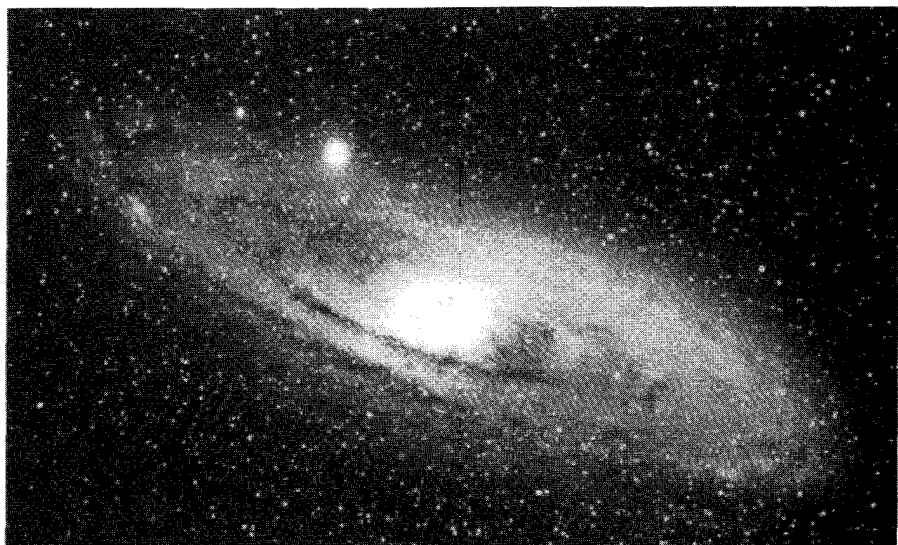


شکل ۹.۱ یک نمونه از منطقه II-H در کهکشان، سحابی تریفید.

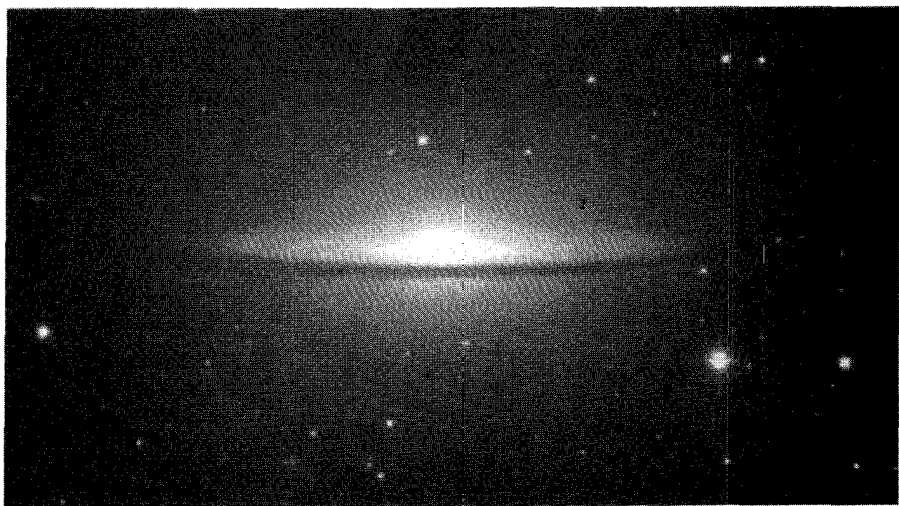
جالب است توجه کنیم شیپلی که نقشی چنان بارز در شناخت ساختار و اندازه راه شیری داشت، این دیدگاه محافظه‌کارانه را (که اکثریت با آن موافق بودند) اختیار کرد که همهٔ سحابیها بخشی از راه شیری هستند. در پایان دههٔ دوم قرن بیستم، جروبحث مشهوری دربارهٔ این موضوع بین شیپلی و کرتیس<sup>۱</sup> در گرفت. همان طور که زود معلوم شد، نظر شیپلی قابل دفاع نبود. در سالهای ۱۹۲۰، هابل کشف کرد که برخی سحابیهای روشن که قبلاً بخشی از کهکشان در نظر گرفته می‌شدند در واقع اجسام دوردستی هستند که بسیار فراتر از آن قرار گرفته‌اند. کشف هابل سرانجام این باور را که تمام عالم قابل مشاهده در راه شیری، جزیره‌ای شناور در فضای نامتناهی قرار دارد به فراموشی سپرد. بعداً معلوم شد سحابیهایی را که هابل ثابت کرده بود فراکهکشانی‌اند کهکشانیهای مستقلی هستند. این ایده را که کهکشان ما ممکن است یکی از کهکشانیهای بسیاری باشد که عالم را پر کرده‌اند و همهٔ کهکشانیها چون جزیره‌هایی در فضای بیکران (و در غیر این صورت تهی‌اند) هستند را امانوئل کانت<sup>۲</sup> در قرن هجدهم پیشنهاد کرده بود و از آن پس به «فرضیهٔ عالم جزیره‌ای» معروف شد. امروز منجمان دیدگاه بسیار بهتری را دربارهٔ وسعت عالم فراکهکشانی دارند. در بخش بعد جنبه‌های کلی انواع مختلف کهکشانیهای شناخته شده را بررسی می‌کنیم. در آنجا خواهیم دید که به نظر می‌رسد کهکشانیهای حاوی مادهٔ تاریکی باشند که به طور قابل ملاحظه‌ای تا فراتر از مرزهای مرئی آنها گسترش یافته است.

### ۳.۱ انواع کهکشان

ساختار مارپیچی کهکشان ما که در شکل ۴.۱ (الف) نشان داده شده است را مشکل می‌توان با مشاهده تعیین کرد، زیرا ما از داخل به آن می‌نگریم. مشاهدهٔ این ساختار در کهکشانیهای دیگر راحت‌تر است، مگر اینکه از پهلو به آنها نگاه کنیم. نزدیکترین کهکشان بزرگ به ما، به نام M۳۱ (برای معنی این برچسب به بخش ۷.۱ نگاه کنید)، در صورت فلکی امراة‌المسلسله، دارای ساختار مارپیچی مشابه است (شکل ۱۰.۱). این نوع کهکشانیها که کهکشانیهای مارپیچی خوانده می‌شوند احتمالاً فراوانترین کهکشان از نوع درخشان هستند (شکلهای ۱۱.۱ و ۱۲.۱). مانند کهکشان ما آنها دارای حرکت دورانی، تخت و برجستگی در قسمت وسط و راههای تاریک از مادهٔ جذب‌کننده هستند. در سال ۱۹۲۶ هابل انواع کهکشانیها را به صورت زیر طبقه‌بندی کرد. انواع مختلف کهکشانیهای مارپیچی Sa, Sb, Sc، و غیره نامیده شدند. دنباله برحسب اهمیت نزولی هستهٔ مرکزی یا برجستگی در مقایسه با قرص اطراف آن مرتب شده است (شکل ۱۳.۱). در امتداد دنباله، درخشندگی کره‌وار مرکزی کاهش می‌یابد و شل‌شدگی بازوهای مارپیچ بیشتر می‌شود. کهکشان ما و M۳۱ از

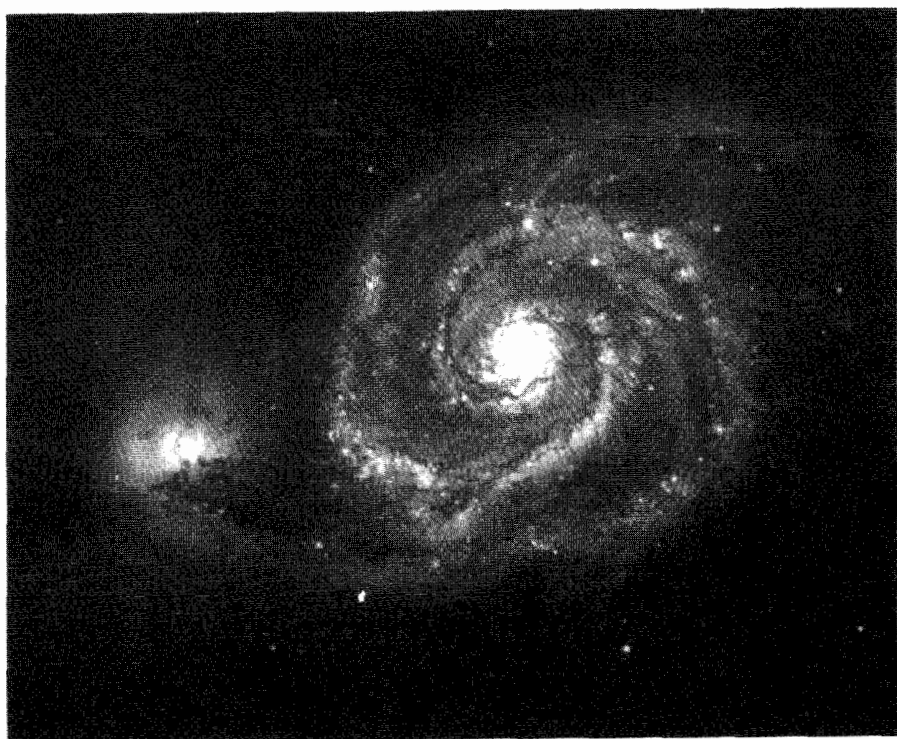


شکل ۱۰.۱ کهکشان بزرگ در صورت فلکی امراةالمسلسله، یک کهکشان مارپیچی نوع Sb.

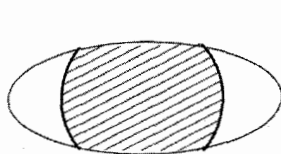


شکل ۱۱.۱ یک کهکشان نوع Sa، معروف به «کلاه مکزیکی».

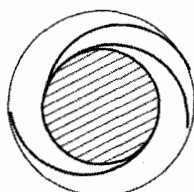




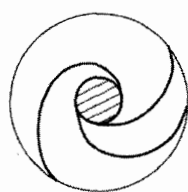
شکل ۱۲.۱ یک کهکشان نوع Sc، موسوم به «گرداب».



Sa

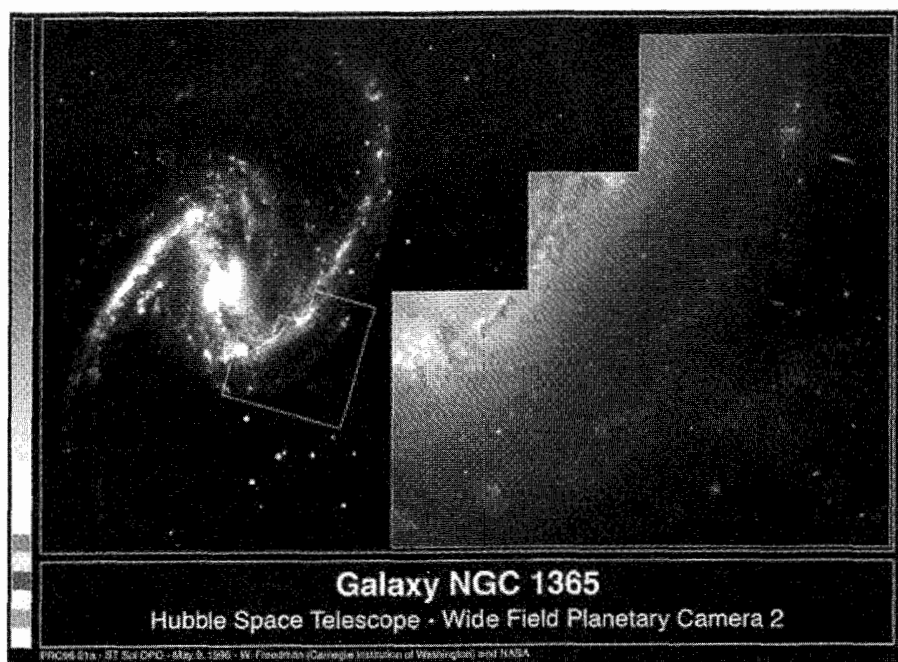


Sb



Sc

شکل ۱۳.۱ دنباله کهکشانهای مارپیچی. ناحیه هاشوردار هسته کهکشان را نشان می‌دهد.



شکل ۱۴.۱ NGC ۱۳۶۵، مثالی از مارپیچی خطدار. تصویر با تلسکوپ فضایی هابل (HST)<sup>۱</sup> با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده است که آن را با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده است که آن را انجمن دانشگاهها برای پژوهش در نجوم اداره می کند.

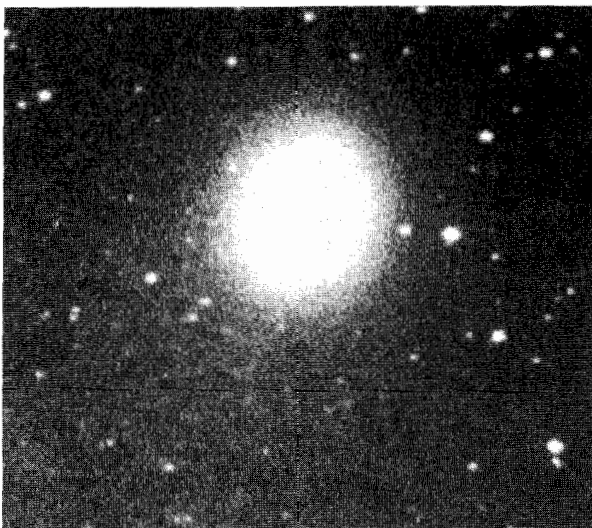
نوع Sb هستند. بعضی از مارپیچها دارای خطهایی در قسمت مرکزی هستند. این کهکشانها را مارپیچهای خطدار می نامند و به صورت SBA، SBb، و غیره طبقه بندی می شوند. تصاویر طرح وار این کهکشانها در شکل ۱۴.۱ نشان داده شده اند.

در حالی که در میان کهکشانهای درخشان تعداد مارپیچها از همه بیشتر است، اما، در بین تمام کهکشانها تعداد بیضویها از همه بیشتر است. این کهکشانها به شکل بیضیوارند، چرخش اندکی از خود نشان می دهند، و دارای مقدار کمی گاز و گردوغبارند (شکلهای ۱۵.۱ و ۱۶.۱). انواع مختلف کهکشانهای بیضوی را در دنباله  $E^0, E^1, \dots, E^7$  قرار می دهند. این دنباله به ترتیب نمایه های تخت تری از کهکشانها را نشان می دهد،  $E^0$  تقریباً کروی و  $E^7$  به شکل عدسی تخت است. اگر  $a$  و  $b$  قطرهای کوچک و بزرگ بیضی باشند،  $n$  برای کهکشان  $En$  از رابطه زیر به دست می آید

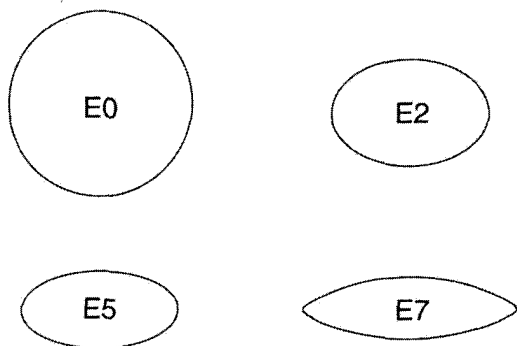
$$n = 10 \frac{a - b}{a} \quad (1.1)$$



شکل ۱۵.۱ کهکشان بیضوی نوع E<sup>0</sup> در صورت فلکی سنبله، M۸۷. گمان می‌رود که هسته آن حاوی جرم رمبیده از مرتبه  $5 \times 10^9 M_{\odot}$  است.



شکل ۱۶.۱ کهکشان ماریچی از نوع E2 در امراه‌المسلسله، M۳۲.



شکل ۱۷.۱ دنبالهٔ کهکشانه‌های نوع بیضوی. تمام انواع بین  $E_0$  و  $E_7$  نشان داده نشده‌اند.

برخلاف تصویرهای ستارگان، که اغلب نقطه‌ای شکل‌اند، کهکشانها به صورت ابرهایی هستند که در بالا شرح داده شد، منجمان می‌توانند توزیع نور در یک کهکشان را با بهره‌گیری از وسایل حالت جامد مانند قطعهٔ بار جفت‌شده<sup>۱</sup> (CCD) با دقت زیاد اندازه بگیرند. توزیع بار را معمولاً با خطهای هم‌نور، یا پربندهای با شدت مساوی نشان می‌دهند. در بسیاری از کهکشانها، به‌ویژه بیضوی، افزایش حساسیت اندازه‌گیری نشان می‌دهد که مرز یک کهکشان کاملاً مشخص نیست؛ بلکه شدت نور از مرکز به طرف لبه به تدریج کم می‌شود. از این نظر منجمان معمولاً از شعاع هولمبرگ<sup>۲</sup> استفاده می‌کنند که مربوط به هم‌نوری است که در آن روشنایی سطحی به  $26/5 m_{pg}$  (قدر عکاسی)<sup>۳</sup> به‌ازای مربع قوس‌کمانی فرو می‌افتد، تا مرز نوری کهکشان را نشان دهند.

چندین دهه پس از کشف کهکشانها، گمان می‌رفت که آنها تا جایی امتداد یافته‌اند که قابل مشاهده‌اند. بنابراین شعاع هولمبرگ را پهنهٔ کهکشان نوعی در نظر می‌گرفتند. اما، در سالهای هفتاد مدارهای ابرهای هیدروژن خنثی که به دور کهکشانهای مارپیچی می‌گردند نشان داد که جرم آنها بسیار فراتر از جرم مرئی کهکشان است.

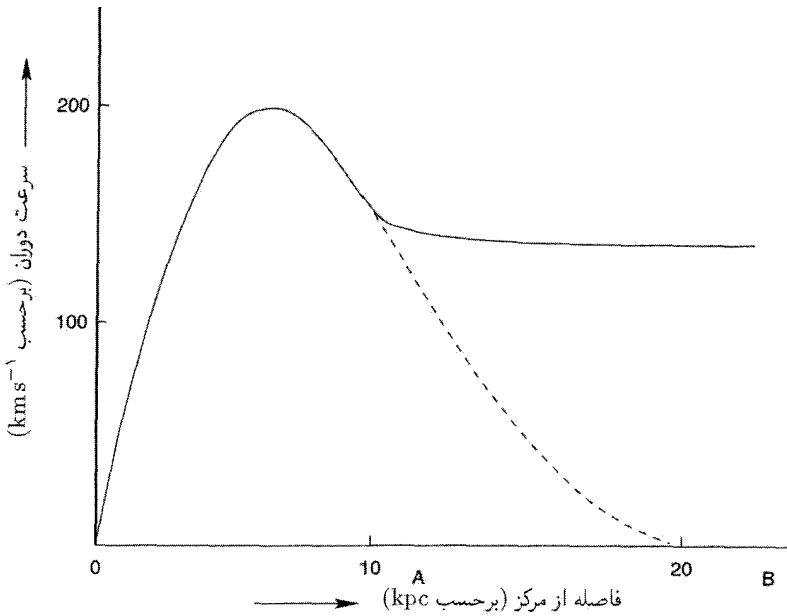
شکل ۱۸.۱ نمونه‌ای از منحنی دوران یک کهکشان مارپیچی را نشان می‌دهد. در فاصله  $r$  از مرکز  $O$ ی کهکشان، یک مدار کپلری دارای سرعت زیر خواهد بود

$$v = \left( \frac{GM(r)}{r} \right)^{1/2} \quad (2.1)$$

که  $M(r)$  جرم کهکشانی تا شعاع  $r$  از مرکز است. نقطهٔ  $A$  پهنهٔ مرئی کهکشان را نشان می‌دهد.

1. charge-coupled device    2. Holmberg radius

۳. قدر معیاری از روشنایی جسم سماوی است. برای جزئیات کمی به بخش ۶.۳ نگاه کنید.

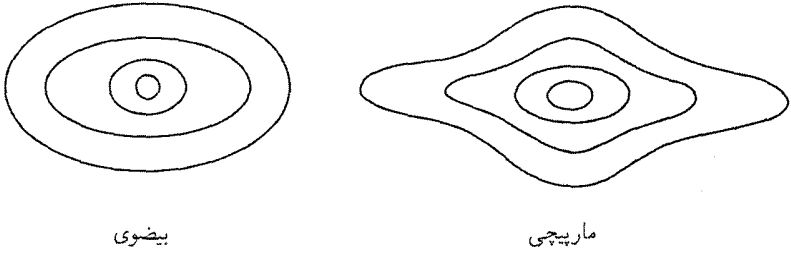


شکل ۱۸.۱ منحنی دوران یک کهکشان مارپیچی تا نقطه B تخت است، که بسیار فراتر از بهینه مرئی تا نقطه A قرار دارد. منحنی خط چین نشان می‌دهد که اگر همه جرم کهکشان در مرز مرئی آن قرار داشت، منحنی دوران چگونه به طرف پایین شیب پیدا می‌کرد.

اگر همه جرم مرئی بود،  $M(r)$  فراتر از A و  $v$  باید به  $r^{-1/2}$  فرو می‌افتاد. در واقع،  $v$  تا نقطه B، که فاصله آن از O دو تا سه برابر A است، کم و بیش ثابت می‌ماند.

اگر قانونهای نیوتونی گرانی و مکانیک معتبر باشند، باید نتیجه بگیریم که  $M(r)$  در فراتر از A افزایش می‌یابد؛ به عبارت دیگر، ماده نامرئی تا فاصله بسیار فراتر از شعاع مرئی کهکشان وجود دارد. این ماده تاریک مسئله‌های بسیاری را برای نظریه‌های کیهان‌شناسی مطرح می‌کند که در بخشهای بعد به آن می‌پردازیم.

نوع دیگری از کهکشان، به نام  $S^0$ ، حد فاصل کهکشانهای بیضوی و مارپیچی است (شکل ۱۹.۱). کهکشانهای  $S^0$ ، مانند کهکشانهای بیضوی، گاز و گردوغبار مختصری دارند، در حالی که منحنیهای همور آنها شبیه کهکشانهای مارپیچی است (شکل ۲۰.۱). این کهکشانهای ممکن است بر اثر برخورد کهکشانهای مارپیچی و بیضوی تشکیل شده باشند. برخورد کهکشانهای، به ویژه در خوشه‌های کهکشانی، چندان نامتعارف نیست. ستارگان در این برخوردها تقریباً سالم باقی می‌مانند، چون فاصله آنها از یکدیگر زیاد است، اما گاز و گردوغبار میان ستاره‌ای می‌تواند در فضای میان

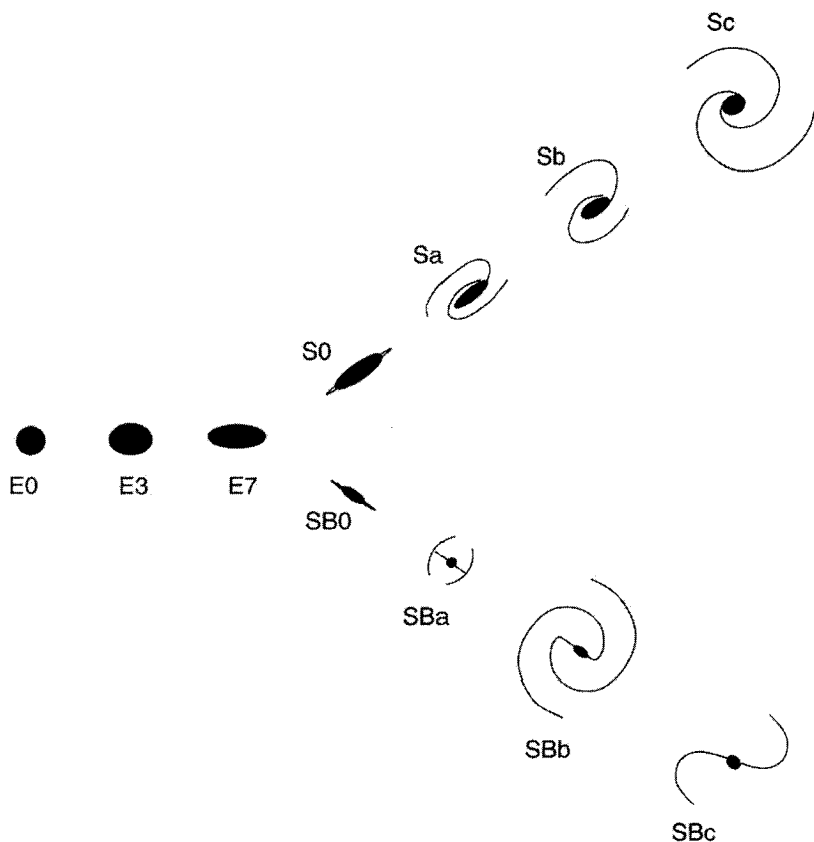


شکل ۲۰.۱ هم‌نورهای (پربندهای با روشنایی برابر) یک کهکشان  $S^0$  بیشتر شبیه کهکشانهای مارپیچی (ب) است تا کهکشان بیضوی (الف).

کهکشانی فوران کند. در این مورد منحنیهای هم‌نور (ناشی از نور ستاره) دست‌نخورده باقی می‌مانند. شکل ۲۱.۱ طبقه‌بندی نوک «دیپازونی» هابل و دنباله کهکشانها را نشان می‌دهد. گرچه نوعی نظم در این تصویر وجود دارد، ولی هنوز نمی‌توانیم بگوییم که این نوعی دنباله تکاملی است، زیرا شناخت ما از تحول کهکشانها هنوز بسیار مختصر است.

علاوه بر کهکشانهایی که قبلاً گفتیم، انواع دیگری وجود دارند که به‌طور کلی به‌صورت «نامنظم» طبقه‌بندی می‌شوند. اما، برخی از انواع کهکشانهای این گروه به‌خاطر جنبه‌های خاص خود بارزند. به‌عنوان مثال، سیفرت<sup>۱</sup> در سال ۱۹۴۳ گروهی از کهکشانها را مطالعه کرد که هسته آنها بسیاری از مشخصات ستارگان مانند خطهای گسیلی پهن را داشت. (به‌عنوان یک قاعده طیفهای کهکشانها دارای خطهای جذبی ناشی از گاز میان کهکشانی هستند.) کهکشانهای سیفرت دارای مقدار زیادی گسیل فروسرخ نیز هستند؛ در برخی موارد روشنایی فروسرخ می‌تواند تا  $10^0$  برابر روشنایی مرئی کهکشان ما باشد. (شکل ۲۳.۱). شباهت زیادی بین سیفرتها و گروه دیگری از اجسام نجومی موسوم به کرازرها (که در بخش ۵.۱ توصیف شده‌اند) وجود دارد.

سوی این انواع ریخت‌شناختی، کهکشانها را می‌توان برحسب طیف و درخشندگی نیز طبقه‌بندی کرد. دلبلیو. دلبلیو. مورگان<sup>۲</sup> طبقه‌بندی طیفی صوری، وون دن برگ<sup>۳</sup> رده‌های به‌اصطلاح درخشندگی را وارد کرد. در اینجا وارد جزئیات این رده‌بندی نمی‌شویم. امیدوارم، وقتی شناخت بیشتری از ساختار و تحول کهکشانها به‌دست آمد، این رده‌بندی بهتر فهمیده شود. در این بین، اینها را می‌توان شاخصهایی تجربی از فیزیک کهکشانی دانست، شاخصهایی که می‌تواند به شناخت بهتر آنها کمک کند، درست همان‌طور که رده‌بندی تجربی ستارگان به درک نهایی ساختار ستاره‌ای و تحول آنها انجامید.



شکل ۲۱.۱ دنبالهٔ انواع کهکشان از نظر هابل.

## ۴.۱ چشمه‌های رادیویی

ابداع اخترشناسی رادیویی به کشف چشمه‌های گسیل رادیویی در بیرون از کهکشان انجامید. چنانکه در فصل ۱۰ خواهیم دید، این چشمه‌های رادیویی کاوه‌های توانمندی برای ساختار عالم هستند. اولین چشمهٔ رادیویی برون‌کهکشانی، دجاجة A، را جی. اس. هی<sup>۱</sup>، اس. جی. پارسونز<sup>۲</sup> و جی. دبلیو. فیلیپس<sup>۳</sup> در سال ۱۹۴۶ کشف کردند. وقتی دبلیو. باده<sup>۴</sup> و آر. مینکوفسکی<sup>۵</sup> در مونت ویلسون و رصدخانه پالومار توانستند محل چشمهٔ رادیویی را در آسمان به دقت مشخص کنند، متوجه شدند که محل چیزی را تعیین کردند که شبیه دو کهکشان برخوردکننده در مکان چشمهٔ

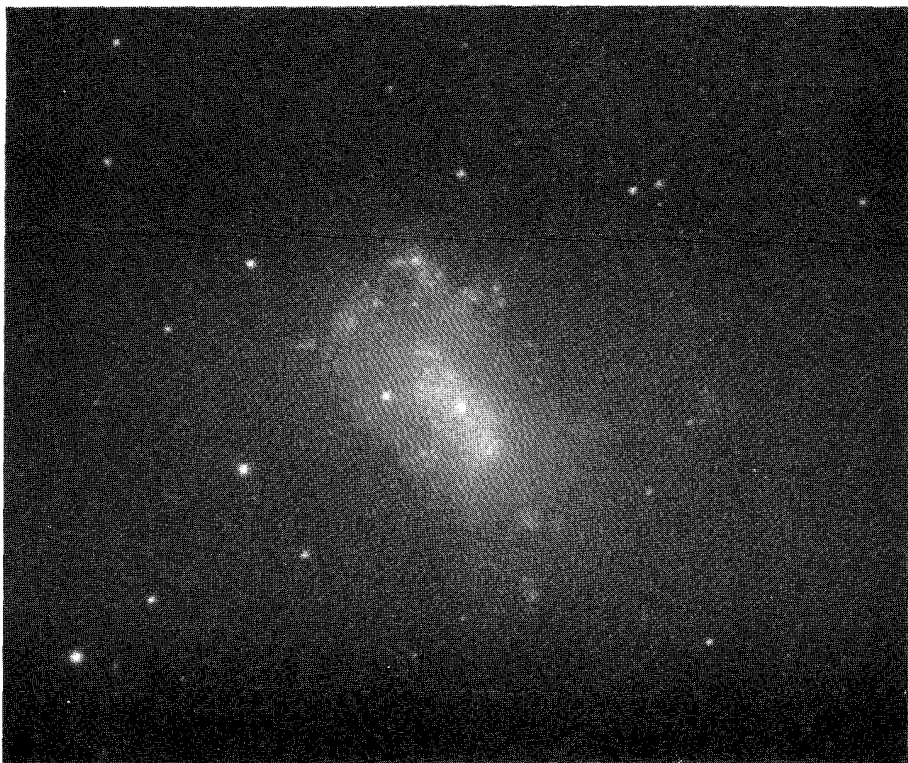
1. J. S. Hey

2. S. J. Parsons

3. J. W. Phillips

4. W. Baade

5. R. M. Minkowski



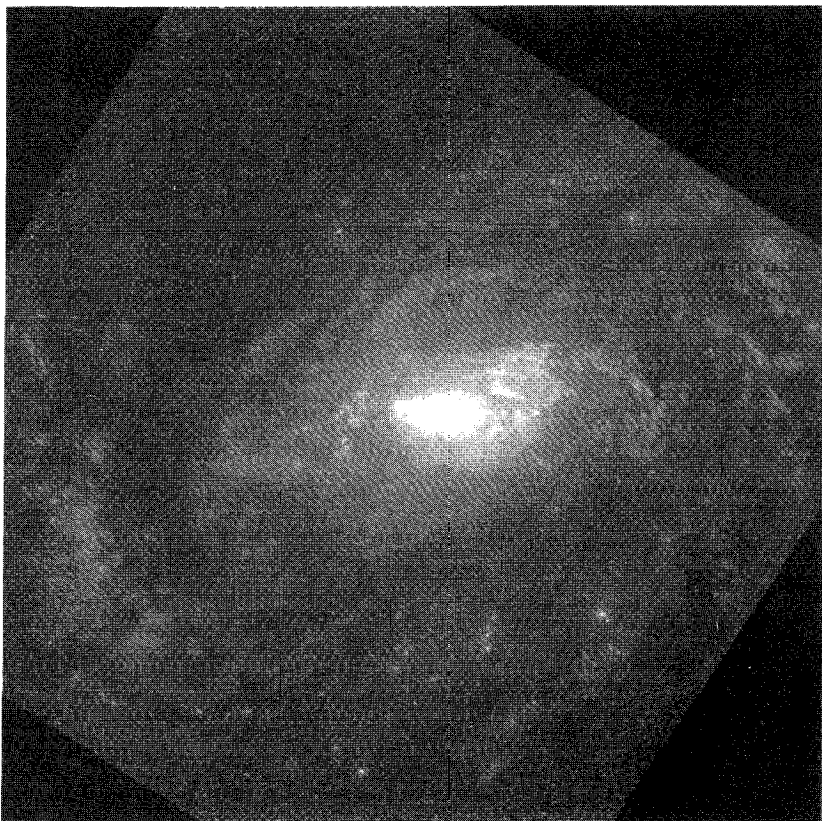
شکل ۲۲.۱ NGC ۴۴۴۹، یک کهکشان نامنظم.

رادیویی بود (شکل ۲۴.۱). این فرایند شناسایی محل چشمه رادیویی روی صفحه عکاسی (یا بسیار نزدیک به آن) را شناسایی اپتیکی چشمه رادیویی می‌نامند. کشف دجاجة A به این دیدگاه اولیه انجامید که چشمه‌های رادیویی ناشی از برخورد کهکشانها هستند.

اما، سرانجام معلوم شد باده در این نتیجه‌گیری که شیء اپتیکی در محل دجاجة A یک زوج کهکشان برخوردکننده‌اند دچار اشتباه شده است. در سالهای هفتاد مطالعه ساختار چشمه‌های رادیویی با جزئیات دقیق امکان‌پذیر شد. (تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار بلند می‌تواند ساختارها را در مقیاس زاویه‌ای کمتر از یک هزارم ثانیه کمانی آشکار سازد.) تصویر مربوط به دجاجة A و اغلب چشمه‌های رادیویی برون‌کهکشانی در شکل ۲۵.۱ نشان داده شده است.

در اینجا دو لکه گسیلنده امواج رادیویی داریم که در دو طرف بخش مرکزی قرار گرفته‌اند، که معمولاً در حوالی یا در دو طرف یک کهکشان یا کوازار است. تصور می‌شود که گسیل رادیویی



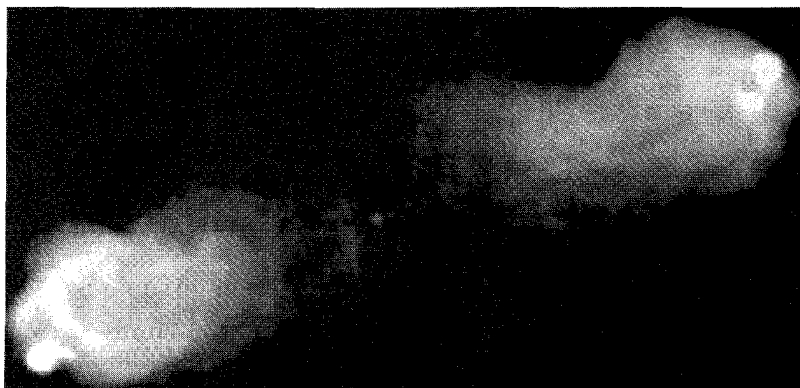


شکل ۲۳.۱ قسمت مرکزی کهکشانشیفت NGC ۱۰۶۸ که با تلسکوپ فضایی هابل گرفته شده است.

از لکه‌ها بر اثر شتابگیری الکترونهای پراثری در میدانهای مغناطیسی محیط باشد، که به گسیل سیکلوترونی معروف است. خود این ذرات ممکن است بر اثر انفجار در قسمت مرکزی جسم شلیک شده باشند. چشمه انفجار هنوز یک معماست. در سال ۱۹۶۳ اف. هویل و دبلیو. ا. فاؤلر<sup>۱</sup> پیشنهاد کردند که انرژی گرانشی جسم رمینده ممکن است به‌گونه‌ای به انرژی جنبشی الکترون تبدیل شده باشد. در اواخر سالهای ۱۹۷۰ چند سناریو مطرح شد که در آنها یک سیاهچاله پرجرم با جرم تقریباً  $10^8 M_{\odot}$  دخیل بود. همان‌طور که چی. بریج در سال ۱۹۵۸ متذکر شد، یک ماشین انرژی پرتوان برای تولید مخازن  $10^{58}$  تا  $10^{62}$  ارگ در این چشمه‌های رادیویی ضروری است. انرژی پتانسیل دو کهکشانشیفت برخوردکننده بسیار کمتر از این مقدار است.



شکل ۲۴.۱ چشمه رادیویی دجاچه A در اطراف جسم اپتیکی در مرکز تصویر قرار دارد.



شکل ۲۵.۱ نقشهٔ رادیویی دجاجهٔ A عادیترین نوع چشمهٔ رادیویی برون‌کهکشانی را نشان می‌دهد، که از دو لکهٔ گسیلنده امواج رادیویی تشکیل شده است که به صورت متقارن در دو طرف ناحیهٔ مرکزی قرار دارند. گمان می‌رود که ناحیهٔ مرکزی چشمهٔ فعالیتی باشد که ذرات سریعی را که در امتداد فورانها در حرکت‌اند تولید می‌کند. این فورانها با محیط میان کهکشانی برخورد می‌کنند و باعث گسیل رادیویی در لکه‌ها می‌شوند.

## ۵.۱ کوازارها

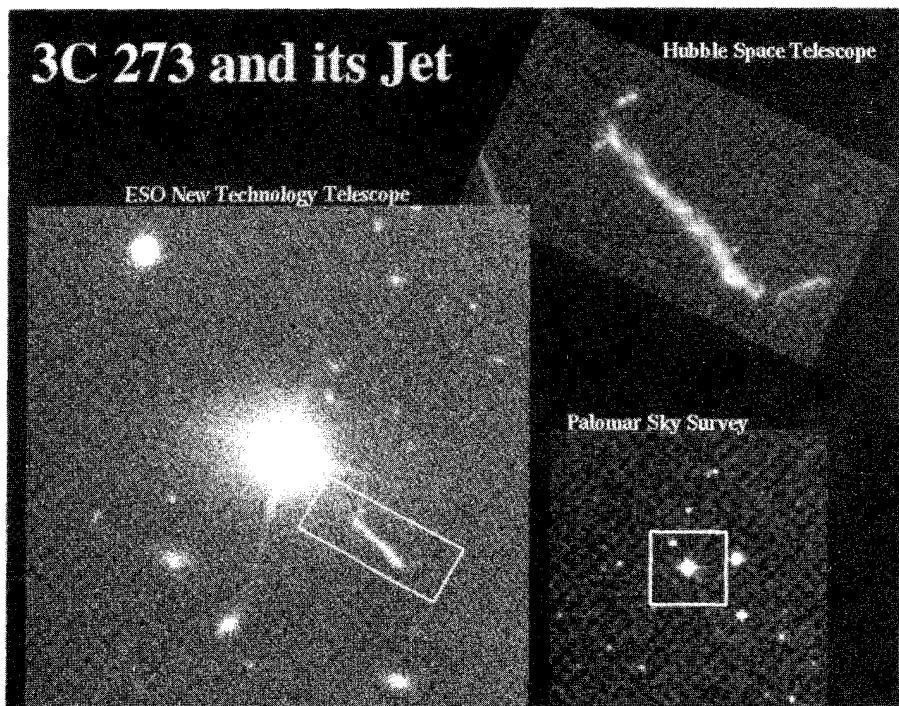
واژه کوازار شکل کوتاه‌شده نام کامل «چشمهٔ رادیویی شبه‌ستاره‌ای»<sup>۱</sup> است. کوازارها را ابتدا در سال ۱۹۶۳ در نتیجه برنامه شناسایی اپتیکی کشف کردند. مکان رادیویی کوازار ۳C۲۷۳ (برای معنای این اعداد کاتولوگ به بخش ۷.۱ رجوع کنید) با استتار ماه به دقت تعیین شد.<sup>۲</sup> شناسایی اپتیکی این شیء (شکل ۲۶.۱) و یک چشمهٔ رادیویی دیگر، ۳C۴۸، اجسام ستاره مانند با خطهای گسیلی را نمایان ساخت؛ و در ابتدا فرض شد که اینها ستارگان رادیویی در کهکشان هستند. بررسی دقیق طیف آنها نشان داد که طول موج خطهای گسیلی به شدت به سرخ منتقل شده است. اگر طول موج یک خط گسیلی در آزمایشگاه  $\lambda_0$  و طول موج مشاهده‌شده  $\lambda > \lambda_0$  باشد، می‌گویند خط با کسر  $z$  که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید انتقال به سرخ یافته است

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}. \quad (3.1)$$

معمولاً  $z$  را انتقال به سرخ جسم می‌نامند. برای ۳C۲۷۳،  $z = 0.158$ ، در حالی که برای ۳C۴۸

### 1. quasi-stellar radio source

۲. اگر ماه اتفاقاً از خط دید چشمه بگذرد، می‌گویند چشمه استتار شده است. افت شدت چشمهٔ رادیویی که ماه آن را مسدود کرده است و خیز آن پس از عبور ماه نشانهٔ دقیقی از هنگام استتار است، و چون محل ماه را در آسمان دقیقاً می‌دانیم، می‌توانیم برآورد دقیقی از جهت چشمهٔ رادیویی به دست آوریم.



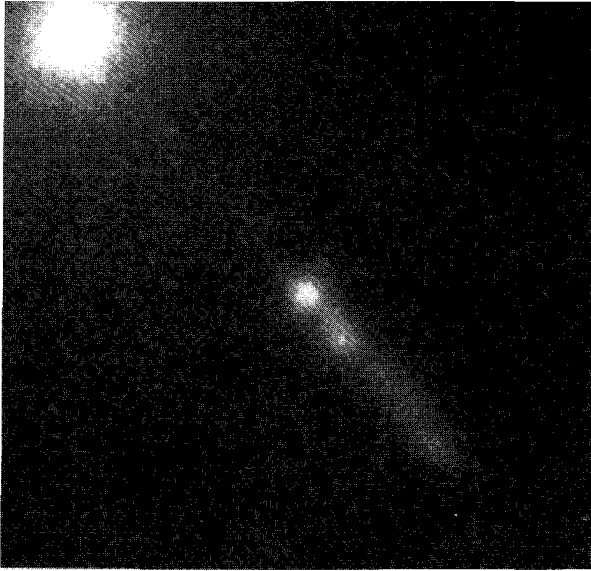
شکل ۲۶.۱ کوازار ۳C۲۷۳، اولین جسمی که کشف و به‌عنوان جسم فراهکشان‌ی شناسایی شد. فوران مشخص شده است.

انتهای سرخ طیف مرئی است). (واژه انتقال به سرخ بدین منظور به‌کار می‌رود که نشان دهد انتقال به‌طرف

مقادیر بالا در مقایسه با انتقال به سرخ برای ستارگان کهکشانی که  $z = 10^{-3}$  است بسیار زیاد بودند. این اجسام چه بودند؟ در سال ۱۹۶۴ ترل<sup>۱</sup> پیشنهاد کرد که آنها ستارگان سریعی هستند که از کهکشان به بیرون پرتاب شده‌اند. اما، تفسیر پرطرفدارتر این بود که این انتقال‌های به سرخ بر اثر انبساط عالم است که آن را در بخش ۸.۱ بررسی می‌کنیم.

اگر برداشت اخیر درست باشد، کوازارها باید اجسامی در فاصله بسیار دور باشند، و برای این فاصله‌های زیاد آنها به اندازه کافی درخشان هستند که با ستارگان اشتباه گرفته شوند، پس باید ذاتاً بسیار توانمند باشند. بسیاری از کوازارها تغییرات سریع خروجی نور و امواج رادیویی را از خود نشان می‌دهند. این واقعیت اندازه فیزیکی آنها را محدود می‌کند؛ زیرا برای اینکه جسمی در

1. Terrell



شکل ۲۷.۱ یک نقشه پرتو X کوازار ۳C ۲۷۳ که با تلسکوپ پرتو X چاندرا تهیه شده است.

مقیاس زمانی مشخصه  $T$  تغییر کند، اندازه آن باید محدود به  $cT$  باشد، که  $c$  سرعت نور است. این محدودیت، ناشی از نسبیت خاص که با توجه به آن هیچ اغتشاش فیزیکی نمی‌تواند با سرعت بزرگتر از  $c$  منتشر شود، کوازارها را در واقع اجسام بسیار متراکمی می‌سازد. در بخش ۲.۱ دیدیم که اندازه کهکشانی ما چقدر است. یک کوازار در مقایسه با آن می‌تواند مقدار انرژی قابل مقایسه‌ای را در واحد زمان از حجمی گسیل دارد که گستره آن ممکن است فقط چند ساعت نوری باشد! اکنون بیش از ۱۰۰۰۰ کوازار شناخته شده‌اند. فقط چند درصد کل آنها امواج رادیویی گسیل می‌دارند. بنابراین صفت اولیه «چشمه رادیویی» را نمی‌توان در مورد تمام کوازارها به کار برد، و اگرچه اصطلاح «کوازار» امروزه برای اجسامی که به لحاظ رادیویی ساکت‌اند نیز به کار می‌رود، اما بنیادگرایان ممکن است اصطلاح «شیء اخترش»<sup>۱</sup> (QSO) را ترجیح دهند.

در اوایل سالهای ۱۹۸۰، ماهواره نجومی پرتو X رصدخانه اینشتین نشان داد که گسیل پرتو X یک جنبه مشترک همه کوازارها، و بسیار متداولتر از گسیل رادیویی است (شکل ۲۷.۱). معمولاً تصور می‌شود که گسیل پرتو X ناشی از درونی‌ترین ناحیه کوازار است در حالی که گسیلهای اپتیکی و رادیویی از ناحیه‌هایی سرچشمه می‌گیرند که به ترتیب در قسمتهای خارجی‌تر قرار دارند.

اخیراً مطالعات چند طول موجی QSO متداول شده است، همین‌طور برقراری ارتباط بین

1. quasi-stellar object

پدیده QSO با هسته‌های متراکم و فعال کهکشانهایی چون سیفرتها. این امیدواری وجود دارد که بدین ترتیب دستاویز بهتری درباره مدلهای انرژی و این سیستمها و تحول آنها به دست می‌آوریم.

## ۶.۱ ساختارها در بزرگترین مقیاس

کهکشانی که عضوی از یک گروه کهکشانی نباشد را کهکشان میدان می‌نامند. سایر کهکشانهایی که اعضای گروهها یا خوشه‌هایی هستند که ممکن است شامل تعداد اندک یا صدها کهکشان بزرگ باشد. به عنوان مثال، کهکشان ما عضو گروهی از تقریباً ۲۰ کهکشان، به نام گروه بزرگ است، که فاصله آنها از یکدیگر تا حدود ۱ Mpc است. نزدیکترین اعضای گروه عبارت‌اند از ابرهای بزرگ و کوچک ماژلانی، که در فاصله تقریباً ۵۰ kpc از ما قرار دارند.

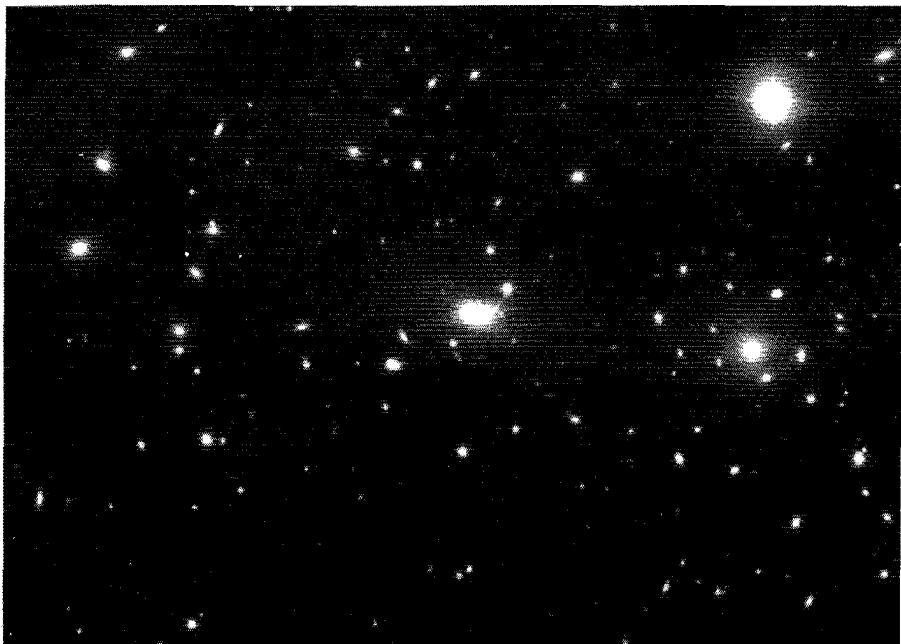
جدول ۱.۱ فهرست چند خوشه بزرگتر است (شکل ۲۸.۱). فاصله‌های این جدول، به واسطه خطای موجود در اندازه‌گیریهای برون‌کهکشانی، دقیق نیستند. مقیاس فاصله برون‌کهکشانی به اندازه ثابت هابل بستگی دارد (بخش ۸.۱). به رغم پیشرفت مداوم در روشهای اندازه‌گیری، هم‌اکنون منجمان در مورد مقدار واقعی این ثابت با یکدیگر توافق ندارند. به هر حال، نسبت این اعداد باید برآورد معقولی از فاصله‌های نسبی این خوشه‌ها به دست دهد.

جورج. ابل<sup>۱</sup> خوشه‌ها را تا فاصله‌های حدود شجاع II، با این معیار دقیق که آنها عضو یک خوشه باشند، فهرست‌بندی کرده است. برای مشخص کردن یک خوشه باید در پی افزایش چگالی

جدول ۱.۱ برخی از خوشه‌های غنی کهکشانی

نام خوشه	فاصله از زمین (Mpc)
سنبله	۲۱
حوت	۸۲
برساوش	۱۰۰
گیسو	۱۲۲
برزانونشسته	۱۹۰
جوزا	۴۳۰
شجاع II	۱۱۱۰

الف. فاصله متناظر است با  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .



شکل ۲۸.۱ خوشه ککهکشانه‌های گیسو.

عددی ککهکشانه‌ها در منطقه‌ای خاص در مقایسه با چگالی کلی زمینه باشیم. مرتبه «غنی بودن» یک خوشه با توجه به اندازه، گستره روشنایی، و زمینه مشخص می‌شود. اف. زویکی<sup>۱</sup> نیز خوشه‌های ککهکشانی را فهرست‌بندی کرده است. اما معیارهای او به اندازه معیارهای آبل دقیق نیستند.

چقدر ماده در یک خوشه وجود دارد؟ ما می‌کوشیم تا در بخش ۴.۱۰ به این پرسش پاسخ دهیم. فعلاً می‌توانیم بگوییم که یک خوشه می‌تواند حاوی جرم در حدود  $10^{14} M_{\odot}$  باشد. به علاوه، اگر بخواهیم چگالی متوسط ماده در عالم را با توجه به ماده‌ای که در خوشه‌های ککهکشانی می‌بینیم برآورد کنیم به عددی چند برابر  $10^{-3} g cm^{-3}$  می‌رسیم. اما، بعداً در این کتاب خواهیم دید که حتی خوشه‌ها می‌توانند حاوی مقدار قابل ملاحظه‌ای ماده تاریک باشند. زیرا فعالیت دینامیکی یک خوشه، که از محاسبه انرژی جنبشی ککهکشانه‌های آن محاسبه می‌شود، بسیار بیشتر از انرژی پتانسیل گرانشی این ککهکشانه‌هاست، و اگر فرض کنیم که خوشه‌ها به تعادل دینامیکی رسیده‌اند، این تضاد جدی‌تر می‌شود. برای حل این مسئله باید فرض کرد که هر ککهکشان نوعی حاوی مقدار قابل ملاحظه‌ای ماده تاریک با سرعت نسبتاً کم است. اگر

مادهٔ تاریک را در نظر بگیریم، این برآوردهای مربوط به جرم و چگالی را می‌توانیم زیاد کنیم. از طرف دیگر، چگالی متوسط ماده در کهکشان، تقریباً  $2.4 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$  است. پس حجمی که این کهکشانها اشغال کرده‌اند  $10^{-6}$  برابر حجم کل عالم است. این موضوع نشان می‌دهد که چرا کهکشانها را در مدل‌های کیهان‌شناسی به صورت نقطه در نظر می‌گیرند.

خوشه‌های کهکشانی علاوه بر گسیل اپتیکی، گسیل رادیویی و پرتو X نیز از خود نشان می‌دهند. این گسیلها علاوه بر تک تک چشمه‌ها در خوشه، به صورت پراکنده از سراسر خوشه ناشی می‌شوند. آیا ساختاری بزرگتر از خوشه‌ها در عالم وجود دارد؟ به این پرسش می‌توان با مطالعهٔ ساختار کهکشانها در آسمان برای ناکتورگی (یعنی، گروه‌بندی یا دسته کردن) در مقیاسهای بزرگتر و بزرگتر پاسخ داد. این مطالعات وجود ساختارهای بزرگتر در مقیاس تقریباً  $5 \text{ Mpc}$  را، در مقایسه با مقیاسهای خوشه‌ای حدود  $5 \text{ Mpc}$  نشان داده است. این واحدهای بزرگتر را ابرخوشه می‌نامند.

به‌عنوان مثال، جی. دو ووکولورز<sup>۱</sup> دریافته است که گروه محلی ما عضوی از یک ابرخوشه به مرکز خوشه کهکشانی سنبله است. سی. دی. شین<sup>۲</sup> و همکاران در رصدخانهٔ لیک دسته‌بندی مشابهی را در سایر مناطق آسمان یافته‌اند. ابل نیز این دسته‌بندی را در تحلیل صفحات نقشه‌برداری آسمان پالومار-نشنال جئوگرافیک یافته است.

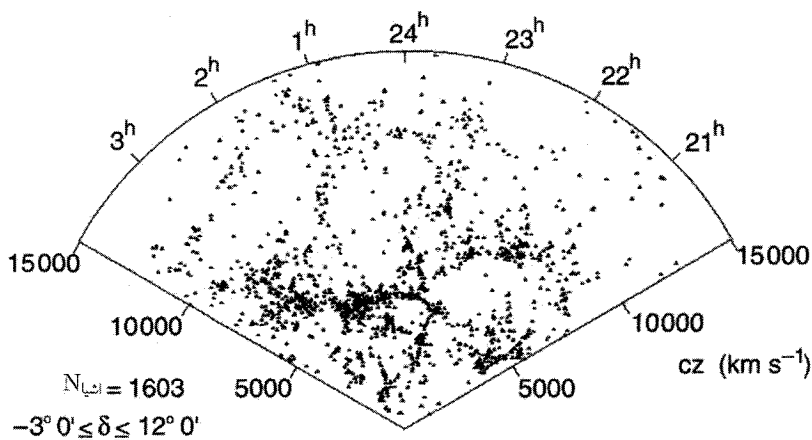
در سالهای ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰ بهبود قابل ملاحظه‌ای در روشهای رصد اشیای برون‌کهکشانی گسسته حاصل شد. با تعیین فاصله‌ها به کمک قانون هابل (بخش ۸.۱) به دست آوردن چشم‌اندازهای سه‌بعدی از توزیع ماده در عالم امکان‌پذیر شد. این چشم‌اندازها نشان می‌دهند که اشیای گسسته دارای توزیع ناهمگن در بزرگ مقیاس هستند. به‌عنوان مثال، در این نقشه‌برداریها خصوصیات زیر مشخص شده است:

۱. ابرخوشه‌ها. همان‌طور که قبلاً دیدیم، این اشیا در مقیاسهای حدود  $5 \text{ Mpc}$  یا بیشتر مشاهده می‌شوند و حاوی چند هزار کهکشان هستند. به‌عنوان مثال، ابرخوشهٔ محلی ما که حاوی گروه محلی است به شکل یک بیضیوار تخت است که صفحهٔ تقارن آن صفحهٔ ابرکهکشانی نامیده می‌شود. این صفحه از مرکز خوشهٔ سنبله و مرکز کهکشان خود ما می‌گذرد.

۲. حفره‌ها. این حفره‌ها گافهایی در توزیع ابرخوشه‌های بزرگ هستند که اندازهٔ آنها از مرتبهٔ  $10^5$  تا  $200 \text{ Mpc}$  است. ظاهراً هیچ کهکشانی در این نواحی وجود ندارد (شکل ۲۹.۱).

۳. رشته‌ها. مرز حفره‌ها توزیع‌های رشته‌مانندی از کهکشانها و ابرکهکشانها هستند. شکل ۲۹.۱ این ویژگی را به روشنی نشان می‌دهد.



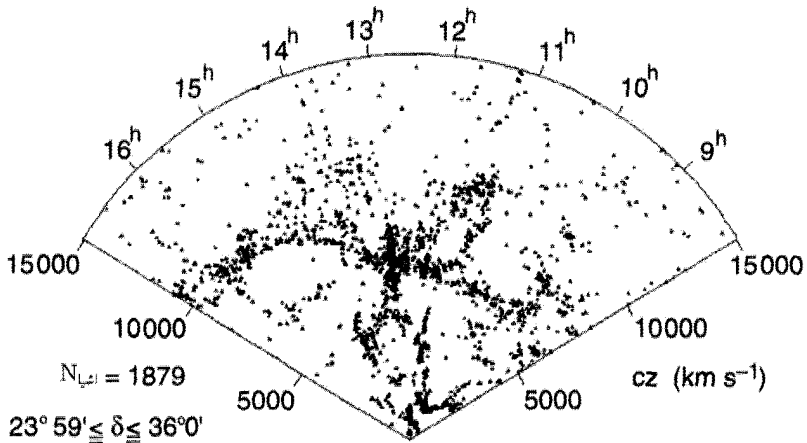


شکل ۲۹.۱ توزیع کهکشانها که در این بررسی مرکز اختریفی یک به دست آمده است، حفره‌های عظیم و رشته‌های بلند را نشان می‌دهد.

۴. ربایندهٔ عظیم و دیوار عظیم. در اواخر سالهای ۱۹۸۰ معلوم شد که کهکشانهای موجود در داخل و اطراف گروه محلی ما دارای حرکت جریانی به طرف آبرخوشهٔ شجاع-قنطورس در آسمان جنوبی است. سرعت نوعی این جریان در آنچه چارچوب سکون کیهان‌شناختی نامیده می‌شود، و در فصل ۳ بررسی می‌کنیم، در حدود  $600 \text{ km s}^{-1}$  برآورد شده است. این همان چارچوب مرجعی است که در آن تابش زمینهٔ ریزموج کیهانی همسانگرد است (بخش ۹.۱). گمان می‌رود که این حرکت را «رباینده‌ای عظیم» (GA) به وجود آورده باشد؛ که تودهٔ عظیمی متشکل از ده‌ها هزار کهکشان است. حجم رباینده به بزرگی  $10^6 \text{ Mpc}^3$  است. این GA را مشاهده نمی‌کنیم ولی از روی اثرهای گرانشی آن می‌توان به وجودش پی برد.

نگاشت عالم در بزرگ مقیاس حضور ورقهٔ بزرگ و نازکی از جرم را نیز نشان می‌دهد. پهنهٔ این ورقهٔ معروف به «دیوار عظیم» در حدود  $170 \text{ Mpc} \times 60$  (با استفاده از ثابت هابل  $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ) است. برخلاف GA، دیوار عظیم در شکل ۳۰.۱ مشاهده نمی‌شود. بنابراین، ناهمگنیهای ساختاری فاصله‌های تا حدود ۱۰ درصد اندازهٔ مشخصهٔ عالم را که در بخش ۱۰.۱ آمده است در بر می‌گیرد.

بعضی بررسیها ساختار یاخته‌ای را برای عالم مطرح می‌سازد؛ یعنی، ماده ترجیح می‌دهد که به صورت شبکه‌مانند توزیع شود، که اندازهٔ مشخصهٔ یاخته در آن در حدود  $125 \text{ Mpc}$  است. برخی تحلیلها مدعی سلسله مراتب فراکتالی در بزرگ مقیاس هستند که تا فراتر از مقیاس  $200 \text{ Mpc}$



شکل ۳۰.۱ توزیع کهکشانها در این بررسی مرکز اختریفیک جریان طولی از کهکشانها را در گستره سرعت  $10000 - 7000 \text{ km s}^{-1}$  نشان می‌دهد که اغلب آنها را «دیوار عظیم» می‌نامند.

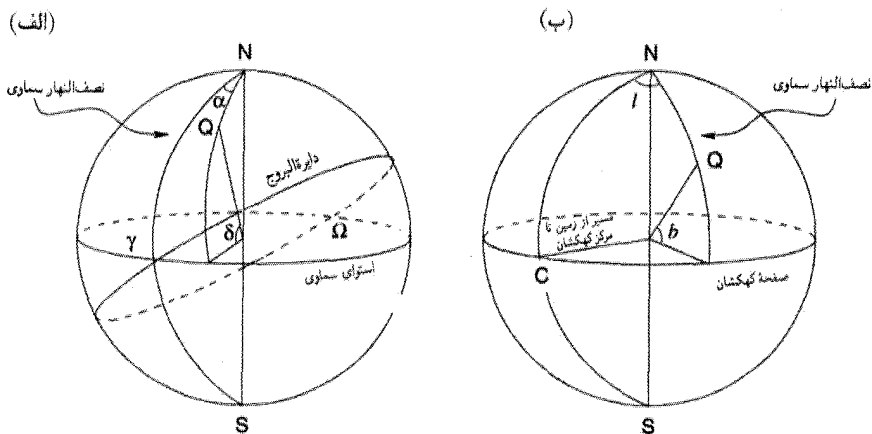
گسترش می‌یابد. با این همه، در زمان نوشتن این کتاب، دلیلی برای بررسی این نوع ساختار احساس نشده است.

در سالهای ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ این باور عمومی وجود داشت که عالم در بزرگ مقیاس همگن است. مدل‌های کیهان‌شناسی در آن روزها از این فرض ساده استفاده می‌کردند. در فصل‌های ۳ و ۴ این مدلها را بررسی می‌کنیم. اما اکنون معلوم شده است که این مدلها بسیار ساده‌انگارانه بودند. آنها با این مسئله مواجه‌اند که چگونگی به‌وجود آمدن ناهمگنیهای ساختاری را در بزرگ مقیاس توجیه کنند. این مسئله دشوارتر شده است، زیرا چنانکه بعداً در این فصل خواهیم دید، تابش زمینه کیهانی به نسبت بسیار هموارتر است.

## ۷.۱ مختصات و فهرست اجسام نجومی

قبل از ادامه بحث خواهیم دید که منجم چگونه مکان اجرام فلکی را در آسمان مشخص می‌کند. به‌طور کلی منجم فاصله جسم از ما را نمی‌داند؛ بلکه تصویر آن را بر روی چیزی که کره سماوی نامیده می‌شود مشاهده می‌کند. بنابراین، دو مختصه طول و عرض برای مشخص کردن محل جسم بر روی کره ضروری است.

شکل ۳۱.۱ دو دستگاه مختصات مختلف را نشان می‌دهد، که هر دو در موقعیتهای مختلف



شکل ۳۱.۱ این شکل نشان می‌دهد که چگونه  $(\alpha, \delta)$  و  $(l, b)$  برای جسم  $Q$  در آسمان در دو دستگاه مختصات اندازه‌گیری می‌شوند. (الف) دستگاه مختصات بر مبنای هندسه دستگاه خورشید-زمین. (ب) دستگاه مختصات بر اساس هندسه کپکشان ما.

برای منجم سودمندند. دستگاه شکل ۳۱.۱ (الف) از مختصات بُعد  $(RA)$ ، که با  $\alpha$  نشان داده می‌شود) و میل ( $\delta$ ) بهره می‌گیرد که آنها را شکل هندسی دستگاه زمین-خورشید مشخص می‌کند. در اینجا قطبها نقطه‌های  $N$  و  $S$  محل برخورد محور دوران زمین با کره سماوی هستند. استوای سماوی دایره عظیمه‌ای از کره سماوی است که صفحه آن بر  $NS$  عمود است. صفحه‌ای که به نظر می‌رسد خورشید در آن حرکت می‌کند (آن گونه که از زمین دیده می‌شود) کره سماوی را در دایره عظیمه دیگری به نام دایره البروج قطع می‌کند. دایره البروج و استوای سماوی در دو نقطه  $\gamma$  («اولین نقطه حمل») و  $\Omega$  («اولین نقطه میزان») با هم برخورد می‌کنند، که به ترتیب متناظر با محل خورشید در ۲۱ مارس و ۲۲ سپتامبر است. حال  $\alpha$  و  $\delta$  طول و عرض یک جسم سماوی هستند که نسبت به استوای سماوی و دایره عظیمه‌ای که از  $N, \gamma, S, \Omega$  می‌گذرد اندازه‌گیری شده‌اند. دایره اخیر به نام نصف النهار سماوی، همان نقش را دارد که نصف النهار گرینویچ بر روی زمین، و  $\gamma$  نقطه صفر  $\alpha$  است. معمولاً  $\alpha$  را بر حسب ساعت و دقیقه اندازه می‌گیرند، که گستره  $360^\circ$  متناظر با ۲۴ ساعت است. میل را بر حسب درجه، دقیقه، و ثانیه بیان می‌کنند و + نشانه شمال و - علامت جنوب است.

در حالی که مختصات  $(\alpha, \delta)$  برای اندازه‌گیری‌هایی که از زمین می‌شود مناسب است، اما

جدول ۲.۱ برخی فهرستهایی که در کیهان‌شناسی به‌کار می‌روند

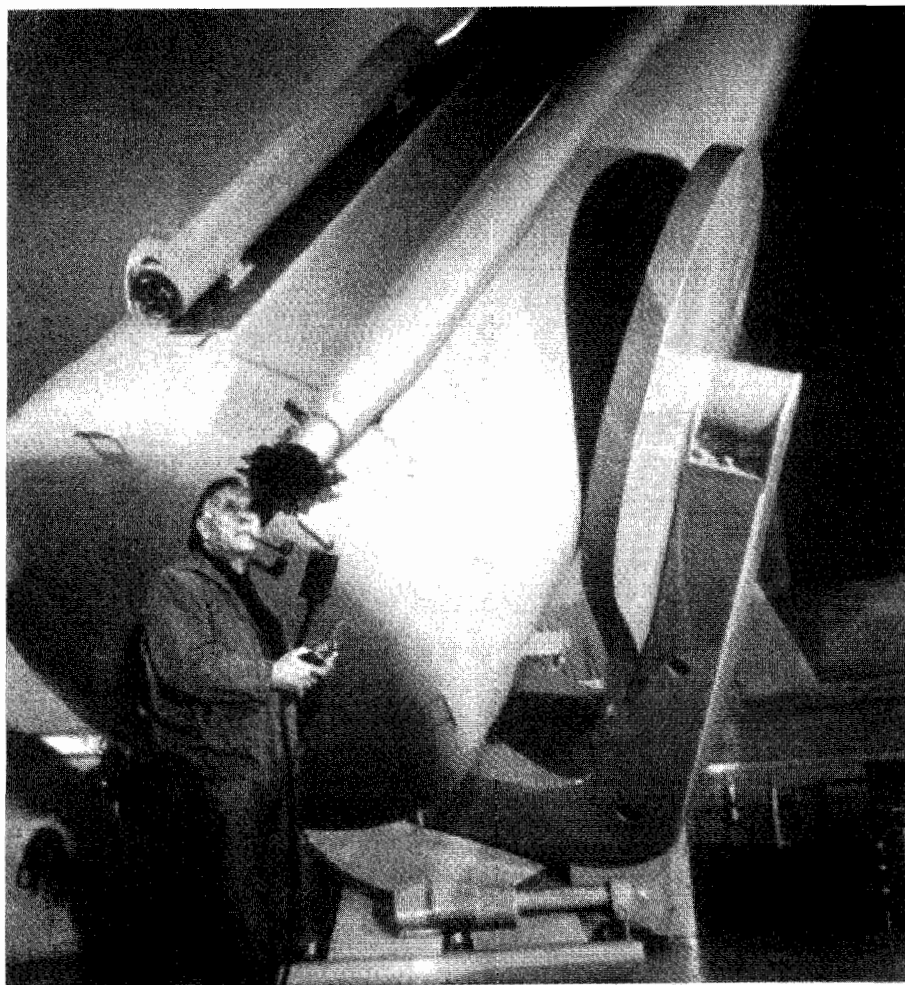
نام	نوع جسم	رمز فهرست
مسیه <sup>۱</sup>	سحابیها و کهکشانها	M و پس از آن شماره فهرست
عمومی جدید <sup>۲</sup>	سحابیها و کهکشانها	NGC و پس از آن شماره فهرست برحسب RA صعودی
آبل	خوشه‌ها	A و پس از آن شماره فهرست برحسب RA صعودی
کمبریج (نقشه برداریهای سوم، چهارم و پنجم)	چشمه‌های رادیویی	۳C، ۴C، و ۵C و پس از آن شماره فهرست برحسب RA صعودی
منبع اوهايو	چشمه‌های رادیویی	O و پس از آن یک حرف (B تا Z به استثنای O) و یک عدد. این عدد ساعتهای RA را نشان می‌دهد، اولین رقم میل در بازه‌های $10^\circ$ ، و دو عدد بعدی بخش اعشاری RA از دو محل است. بنابراین $101 + 1442$ عبارت است از OQ-172

کیهان‌شناس معمولاً می‌خواهد بداند که جسم چگونه در مقابل صفحه کهکشانی قرار گرفته است. بدین منظور مختصات کهکشانی مفید است. این مختصات در شکل ۳۱.۱ (ب) نشان داده شده است. استوای کهکشانی دایره عظیمه‌ای است که در آن صفحه کهکشان نصف‌النهار «صفر» را که از نقطه‌های S، N و نقطه C کره سماوی می‌گذرد قطع می‌کند. این نصف‌النهار را «نصف‌النهار کهکشانی» می‌نامند. طول کهکشانی را با  $l$  و عرض آن را با  $b$  نشان می‌دهند. در دستگاه  $(\alpha, \delta)$ ، نقطه C دارای مختصات  $17^h 42^m / 4$  و  $\alpha \approx -28^\circ 55'$  و  $\delta \approx$  است می‌توان با استفاده از مثلثات کروی یک دستگاه را به دستگاه دیگر تبدیل کرد.

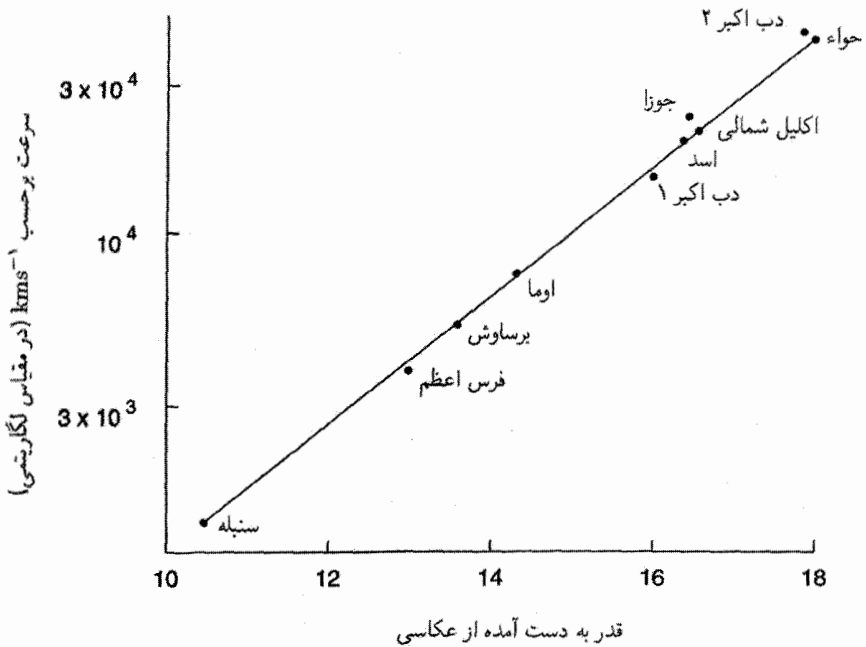
اجسام نجومی را به راههای مختلف فهرست‌بندی می‌کنند. جدول ۲.۱ برخی از فهرستهایی به‌کاررفته در این کتاب و حروف رمز آن را نشان می‌دهد. این یک سیاهه فراگیر نیست، بلکه نشان می‌دهد که چشمه‌ها چگونه شماره‌گذاری و فهرست‌بندی می‌شوند. یک روش منظم‌تر که در گردآوریهای اخیر متداول شده است، فهرست‌بندی جسم با مقادیر  $(\alpha, \delta)$  به صورت  $\alpha(\pm)\delta$  است. بنابراین، جسم ۲۴۵-۱۱۴۳ دارای بُعد  $11^h 43^m$  و میل  $(\equiv -24^\circ 30')$  است.

## ۸.۱ انبساط عالم

اکنون به رصدهایی می‌پردازیم که آغازگر کیهان‌شناسی جدید شدند، و به قانون مهمی انجامیدند که ادوین هابل بیان کرد (شکل ۳۲.۱). بین سالهای ۱۹۱۲ و ۱۹۲۵ وی. ام. اسلیفر<sup>۱</sup> جابه‌جاییهای را در طیف بیش از ۲۰ جسم اندازه گرفت که بعدها معلوم شد کهکشانش هستند. اسلیفر متعجب شد که همه این جابه‌جاییها به طرف انتهای سرخ طیف هستند. (نزدیکترین همسایه ما کهکشانش زن



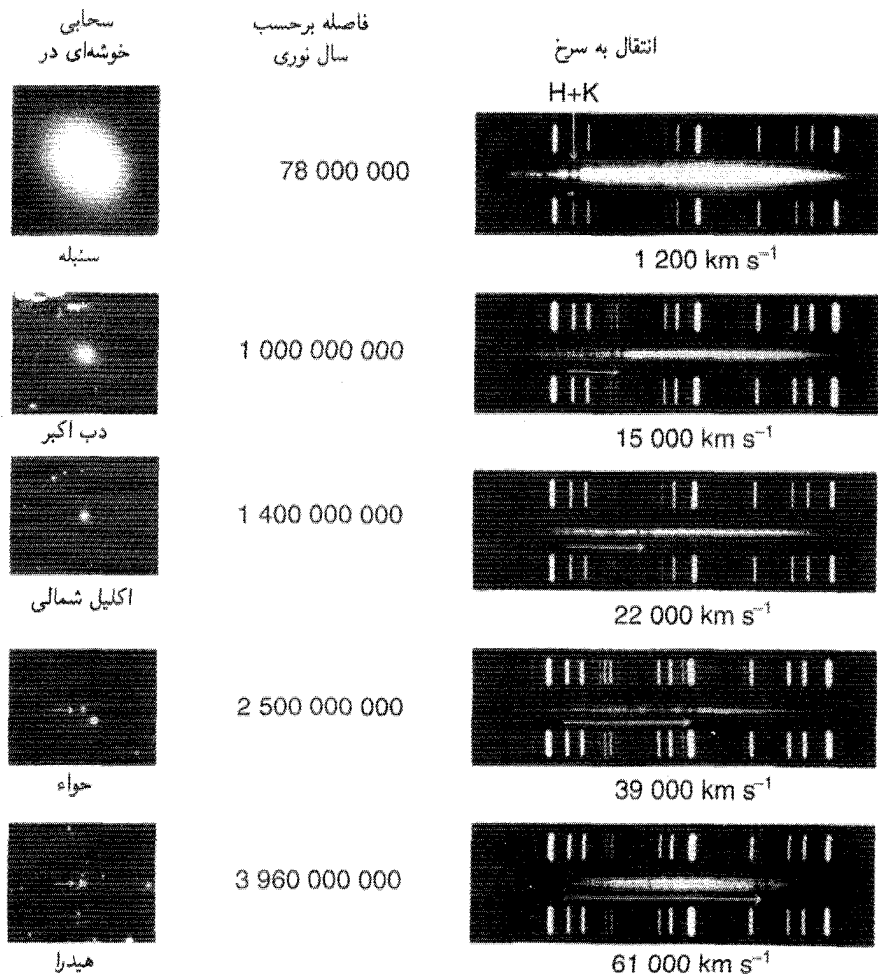
شکل ۳۲.۱ ادوین هابل (۱۸۸۹-۱۹۵۳) در مقابل تلسکوپ ۴۸ اینچی اشمیت در پالومار ایستاده است.



شکل ۳۳.۱ نمودار هابل برای پنجمین عضو درخشان در خوشه‌های کهکشانی. قدرها از عکاسی به دست آمده‌اند. در فصل ۱۰ خواهیم دید که چگونه می‌توان قدرها را به فاصله تبدیل کرد. سرعتها از ضرب انتقال به سرخهای مشاهده شده در C به دست آمده‌اند.

به زنجیر بسته انتقال به آبی از خود نشان می‌دهد. اگر از فرمول انتقال دوپلر نیوتونی استفاده کنیم، سرعت شعاعی عقب‌نشینی کهکشان را به صورت  $V = cz$  به دست می‌آوریم، که  $z$  انتقال به سرخ تعریف شده در رابطه (۳.۱) است. (چون در این رسدها  $z \ll 1$  است، می‌توان از فرمول انتقال دوپلر نیوتونی استفاده کرد.)

سپس ادوین هابل و میلتون هیومیسون فهرست رصدهای اسلیفر را به کهکشانهای بیشتر و درخشانترین خوشه‌های کهکشانی گسترش دادند. مثالی از طرح حاصل از ترسیم انتقال به سرخ برحسب فاصله زمین تا یک کهکشان در شکل ۳۳.۱ نشان داده شده است. همین‌طور، به شکل ۳۴.۱ هم نگاه کنید که در آن عکسهایی از خوشه‌های کهکشانی در مقابل طیف آنها نشان داده شده است. با حرکت به طرف پایین فهرست خطهای تاریک رفته رفته بیشتر به طرف راست (انتهای سرخ) منتقل می‌شوند. همین‌طور، کهکشانها کوچکتر و کم‌نورتر می‌شوند که با تأثیر فاصله سازگار است.



شکل ۳۴.۱ رابطه میان انتقال به سرخ و فاصله سحابی برون کهکشانی. انتقالهای به سرخ ( $Z$ ) با سرعت،  $CZ$ ، بیان شده‌اند. پیکانها انتقال را برای خطهای  $H$  و  $K$  کلسیم نشان می‌دهند. فاصله‌ها بر مبنای سرعت انبساط  $50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  است.

در واقع، هابل، سرعت شعاعی کهکشان را برحسب قدر ظاهری آن رسم کرد. اگر همه کهکشانهای مشاهده شده به یک اندازه روشن باشند، قدر آنها با لگاریتم فاصله شان از زمین متناسب است (برای تعریف «قدر» به فصل ۳ رجوع کنید). بنابراین خط راستی که از بین خوشه نقطه‌ها رسم شود نظیر رابطه خطی زیر خواهد بود.

$$V = cz = H_0 D \quad (4.1)$$

که در آن  $D$  فاصله کیهکشان و  $z$  انتقال به سرخ است. ثابت  $H_0$  را اکنون ثابت هابل می‌نامند. اگر به جای رسم  $z$  برحسب  $D$ ،  $\log z$  برحسب قدر ظاهری  $m$  کیهکشان رسم شود، یک خط راست دیگر به دست می‌آید. با استفاده از معادله (۵۸.۳) فصل ۳، به دست می‌آوریم

$$m = 5 \log D + \text{const.} \quad (5.1)$$

(۴.۱) ایجاب می‌کند که

$$m = 5 \log z + \text{const.} \quad (6.1)$$

چون فاصله‌های کیهکشانه‌های دور دست را از قدر ظاهری آنها (که در فصل ۱۰ بررسی می‌شود) به دست می‌آوریم، (۶.۱) شکل عملی رابطه خطی هابل (۴.۱) است.

رابطه (۴.۱) به قانون هابل معروف است. این رابطه به صورت یک قانون خطی در سال ۱۹۲۹ منتشر شد، و هیجان بسیار به وجود آورد زیرا تفسیر اولیه قانون هابل این بود که انفجار عظیمی در همسایگی ما در عالم صورت گرفته است که از آن کیهکشانه‌ها به بیرون پرتاب شده‌اند. اما، خطی بودن قانون هابل نشان می‌دهد که لازم نیست خود را در مکان خاصی از عالم فرض کنیم. اگر جمعیت کیهکشانه‌ها را از هر کیهکشان دیگر نگاه کنیم، قانون هابل یکسانی به دست می‌آوریم. ترکیب این واقعیت با همگن بودن و همسانگردی توزیع جمعیت کیهکشانه‌ها ساختار بسیار منظم عالم را بدون هیچ مکان یا جهت برتر نشان می‌دهد.

یک تکه خمیر از آردی که خود به خود پف می‌کند را در نظر بگیرید که در تنور پخته می‌شود و فرض کنید دانه‌های زیره را به طور یکنواخت در خمیر پخش کرده‌ایم. خمیر بر اثر پخته شدن منبسط می‌شود و دانه‌های زیره از یکدیگر دور می‌شوند. پدیده عقب نشینی کیهکشانه‌ها را می‌توان به همین صورت در نظر گرفت. آنها نقطه‌هایی فضایی هستند که منبسط می‌شود. بدین ترتیب مفهوم عالم در حال انبساط شکل گرفت؛ در اینجا نیز کیهکشانه‌ها منبسط نمی‌شوند بلکه فاصله آنها از یکدیگر زیاد می‌شود.

آهنگ انبساط را ثابت هابل مشخص می‌کند. هابل مقدار  $H_0$  را در حدود  $53^{\circ} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  به دست آورد. (توجه کنید که این یکاها از این رو به دست می‌آید که  $H_0$  سرعت تقسیم بر فاصله است. ابعاد  $H_0^{-1}$  صرفاً بُعد زمان است). چنانکه در بخش ۲.۱ خواهیم دید، هابل فاصله‌های کیهکشانی را بسیار دست‌کم گرفته بود، در نتیجه مقدار  $H_0$  بسیار زیاد بود. اکنون تصور می‌شود که مقدار آن در گستره  $5^{\circ} - 8^{\circ} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  باشد. ما آن را به صورت  $10^{\circ} h_0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  خواهیم نوشت، که  $h_0$  در گستره  $0.75 - 0.55$  است. توجه کنید که با توجه به اعتبار قانون هابل می‌توان فاصله اجسام برون کیهکشانی را از انتقال به سرخ آنها به دست آورد.



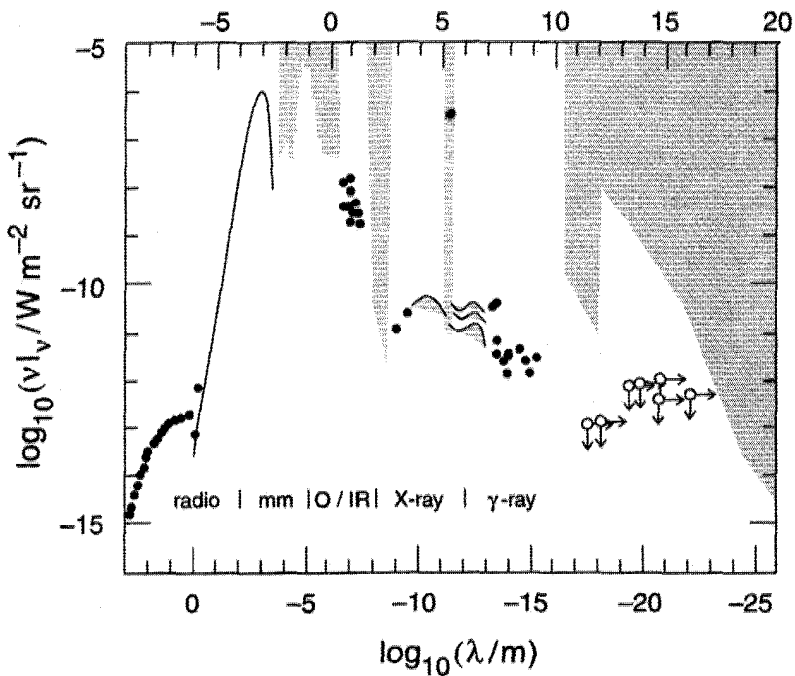
## ۹.۱ تابشهای زمینه

بجز ماده به صورت مرئی، عالم حاوی تابش در بسامدهای مختلف نیز هست. به طور کلی اندازه‌گیریهی تابش الکترومغناطیسی در بسامد معین (یا در گستره معینی از بسامدها) قله‌هایی را نشان می‌دهد که مربوط به چشمه‌های گسترده در فاصله‌های نسبتاً نزدیک است که بسیاری از آنها را می‌توان در جهت‌های خاص شناسایی کرد. اما، پس از اینکه این قله‌ها کنار گذاشته شدند، هنوز یک تابش زمینه پس‌مانده وجود دارد. این تابش زمینه نیز می‌تواند ناشی از چشمه‌های گسترده‌ای باشد که در فاصله بسیار دورترند و در نتیجه نمی‌توان آنها را تفکیک کرد، یا می‌تواند ناشی از فرایندهایی در فضاهای میان کهکشانی باشد. جدول ۳.۱ برآوردی خام از چگالیهای انرژی در گستره‌های مختلف طول موج است. باید به خاطر داشت که اندازه‌گیریهی پرتو X و پرتو  $\gamma$  فقط از اوایل سالهای ۱۹۶۰ با پیدایش نجوم فضایی امکان‌پذیر شد.

چگالی انرژی کل در عالم حداقل سه مرتبه بزرگی از چگالی ماده موجود در آن کمتر است. به خاطر داشته باشید که چگالی مشاهده‌شده ماده به شکل کهکشانیها، خوشه‌های کهکشانی، و غیره، در حدود  $10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$ ، یعنی معادل چگالی انرژی چندبرابر  $10^{-10} \text{ erg cm}^{-3}$  است. این موضوع را اغلب بدین صورت بیان می‌کنند که در حال حاضر عالم «تحت سیطره ماده» است. از جدول ۳.۱ یا شکل ۳۵.۱ معلوم می‌شود که غالبترین نوع تابش زمینه ریزموجها هستند. طیف زمینه ریزموج به طیف تابش جسم سیاه در دمای تقریباً  $2.7 \text{ K}$  بسیار نزدیک است. چون تابش جسم سیاه جزئیات مربوط به تک‌تک چشمه‌ها را پاک می‌کند، تعجب‌آور نیست که هیچ چشمه گسترده‌ای را نمی‌توان در این طیف شناسایی کرد. به علاوه، همگنی و همسانگردی شدید

جدول ۳.۱ تابش زمینه در سطوح مختلف

چگالی انرژی ( $\text{erg cm}^{-2}$ )	طول موج، $\lambda$ بسامد، $\nu$ گستره انرژی، $E$	نوع تابش
$\leq 10^{-18}$	$\nu \leq 4080 \text{ MHz}$	رادویی
$\approx 4 \times 10^{-13}$	$\lambda$ از $1 \text{ mm}$ تا $10^8 \text{ cm}$	ریزموج
$\approx 3.5 \times 10^{-15}$	$\lambda$ از $4000 \text{ \AA}$ تا $8000 \text{ \AA}$	اپتیکی
$\approx 10^{-16}$	$E$ از $1 \text{ keV}$ تا $40 \text{ keV}$	پرتوهای X
$\leq 2 \times 10^{-17}$	$E \geq 100 \text{ MeV}$	پرتوهای $\gamma$



شکل ۳۵.۱ این نمودار شدتهای تابش زمینه کیهانی را در طول موجهای مختلف نشان می‌دهد. نمودار در مقیاس لگاریتمی رسم شده است. ناحیه سایه‌دار فقط حدود بالاتر را مشخص می‌کند. نمادهای O و IR معرف نواحی اپتیکی و فرسرخ‌اند. به غلبه ریزموجهای با طول موج میلی‌متری توجه کنید.

این تابش در مقیاسهای زاویه‌ای کوچک هرگونه امکان سرچشمه گرفتن آن از چشمه‌های گسسته در اندازه کهکشانی را منتفی می‌سازد. چنانکه در فصل ۵ خواهیم دید، رایجترین تعبیر آن است که این تابش بقایای دوران اولیه داغی است که عالم بسیار چگالتر از امروز بوده است. برخلاف توزیع ماده، این باقیمانده تابش بسیار همگن است. این تضاد شناخت منشأ ساختار گسسته در برابر تابش زمینه هموار را دشوارتر می‌سازد.

## ۱۰.۱ مدل‌های نظری عالم

اکنون به انقلابی نظری می‌پردازیم که آلبرت اینشتین آغازگر آن بود. در کیهان‌شناسی، نظریه، و مشاهده‌ها دست در دست یکدیگر به پیش رفته‌اند. اگر رصدهای هابل را آغازگر کیهان‌شناسی رصدی

جدول ۴.۱ توزیهای فضایی و جرمهای سیستمهای نجومی

جرم	اندازه خطی	جسم
$2 \times 10^{22} \text{g} \equiv M_{\odot}$	$7 \times 10^{10} \text{cm}$ (شعاع)	خورشید
$\approx 10^{11} M_{\odot}$	$\approx 15 \text{kpc}$	کهکشان
$\approx 10^{13} - 10^{14} M_{\odot}$	$\approx 5 \text{Mpc}$	خوشه
$\approx 10^{15} M_{\odot}$	$\approx 50 \text{Mpc}$	آبرخوشه
$\approx 10^{21} M_{\odot}$	$\approx 3000 \text{Mpc}$	عالم الف

الف. برای  $h_0 = 1$ .

جدید بدانیم، باید امتیاز بنیانگذاری پایه‌های کیهان‌شناسی نظری جدید را به نظریه نسبت عالم اینشتین بدهیم. در فصل ۳ بررسی خواهیم کرد که چگونه دستاوردهای نظری در کیهان‌شناسی در واقع بیش از یک دهه قبل از رصدهای هیجان‌انگیز هابل آغاز شد. این فصل را با توجه به این پرسشهای کلی به پایان می‌رسانیم که چرا نسبت تا این اندازه برای کیهان‌شناسی اهمیت دارد، در حالی که گرانش نیوتونی معمولاً در نجوم و اخترفیزیک از مطالعه منظومه شمسی تا راه شیری به خوبی به‌کار می‌رود. جدول ۴.۱ مرتبه‌های بزرگی دخیل در ساختار بزرگ مقیاس عالم را نشان می‌دهد. آخرین ورودی مربوط به مقیاس فاصله مشخصه  $c/H$  است که از ثابت هابل و جرم موجود در حجم «قابل مشاهده» به شعاع  $c/H$  به دست می‌آید اگر چگالی مربوط به ماده مرئی در حوالی ما باشد. همین‌طور، مقیاس زمانی مشخصه عالم برابر است با سال  $10^{10} \approx H_0^{-1}$ .

چه برهم‌کنشی در فیزیک احتمالاً در این فاصله‌های زیاد و با این جرمهای عظیم مؤثر است؟ از چهار برهم‌کنش شناخته‌شده فقط گرانی و الکترومغناطیس بلند برد هستند. اگرچه برهم‌کنش الکترومغناطیسی در مقیاس اتمی بسیار شدیدتر از گرانی است، اما در تعیین ساختار بزرگ مقیاس عالم مؤثر نیست، زیرا شواهد دال بر آن است که توازن بار الکتریکی در خوشه‌های کهکشانی، و فضای میان کهکشانی حفظ می‌شود. همین‌طور هیچ دلیلی برای جریانهای الکتریکی بزرگ مقیاس وجود ندارد که بتوانند با میدانهای مغناطیسی برهم‌کنش کنند و نیروهای قوی به‌وجود آورند. برعکس، جرمهای عظیم اجسام نجومی میدانهای گرانشی عظیم به‌وجود می‌آورند. بنابراین گرانی در کیهان‌شناسی مطرحترین نیرو است.

با توجه به اینکه به یک نظریه گرانی برای کیهان‌شناسی نیازمندیم، چارچوب نیوتونی چه اشکالی دارد؟ این چارچوب در نظریه ساختار ستاره‌ای به خوبی کار کرده است. حتی در دینامیک ستاره‌ای در کهکشان نیز به‌کار می‌رود. پس چرا از آن در کیهان‌شناسی استفاده نکنیم؟ بگذارید به کمک

جدول ۴.۱ سعی کنیم تا پاسخ این پرسش را بفهمیم. گرانی نیوتونی نظریه‌ای برای کُنش فوری در یک فاصله است. به این عنوان، این نظریه با نسبیت خاص ناسازگار است، به‌ویژه با حد (c) که نظریه بر سرعت انتشار برهم‌کنش در فضا اعمال می‌کند. در بخشهایی از نجوم که در آنها فاصله‌های اعمال گرانی نسبتاً کوتاه است، بهره‌گیری از گرانی نیوتونی مجاز به‌شمار می‌آید. اما، همان‌طور که جدول ۴.۱ نشان می‌دهد، فاصله‌های کیهان‌شناختی به اندازه‌ای بزرگ‌اند که کنش از دور با سرعت بینهایت غیرواقعی است. اما، برای ابعاد ستاره‌ای یا حتی کهکشانی چنین نیست.

با این همه، خود نسبیت خاص چنانکه اینشتین هم متوجه شده بود، در حضور گرانی مورد تردید قرار می‌گیرد. مفاهیم چارچوب لخت و ناظر لخت (که هیچ نیرویی بر آنها وارد نشود)، که برای نسبیت خاص بسیار بنیادی هستند، در حضور گرانی تحقق ناپذیرند. به نظر می‌رسد که گرانی یک نیروی همیشه موجود است که نمی‌توان آن را کاملاً حذف کرد. چون بر هر ماده موجود جاذبه گرانثی وارد می‌شود، یک ناظر لخت اصلاً نمی‌تواند در ناحیه‌های گسترده فضا و زمان وجود داشته باشد! بدین دلیل در اینشتین انگیزه لازم برای فرمولبندی نظریه نسبیت عام به‌وجود آمد که ویژگیهای گرانثی فوق‌الذکر را وارد نسبیت می‌کرد. نسبیت عام این مزیت را دارد که وقتی اثرهای گرانثی نسبتاً ضعیف باشند به گرانث نیوتونی و نسبیت خاص تحویل می‌یابد.

با وجود این، بی. ای. میلنه<sup>۱</sup> و دلبیو. اچ. مک‌کرتا<sup>۲</sup> در سال ۱۹۳۴ نشان دادند که با در نظر گرفتن حدوسط گرانی نیوتونی و نسبیت خاص می‌توان کیهان‌شناسی را به اندازه کافی توصیف کرد. اگرچه درک کیهان‌شناسی نیوتونی راحت است و رهیافت مک‌کرتا-میلنه مزایای ارائه تصویری ساده از کیهان‌شناسی را دارد. ما در فصلهای ۳ و ۴ به آن رجوع خواهیم کرد. با وجود این، رهیافت ما در اینجا آماده ساختن خواننده برای ایده‌های پیشرفته‌تر در کیهان‌شناسی است و در نتیجه بهتر است چارچوبی را به‌کار ببریم که مشکلات مفهومی نداشته باشد، و کیهان‌شناسان در استفاده از آن احساس راحتی کنند. بنابراین بهتر است بحث کیهان‌شناسی خود را با مرور خطوط اصلی نسبیت عام آغاز کنیم. برخورد با این نظریه در فصل ۲ در سطح مقدماتی است. بنابراین، حتی اگر خواننده قبلاً با این نظریه آشنا باشد می‌تواند آن را مفید بیاید، زیرا با نمادگذاری به‌کاررفته در بقیه کتاب آشنا می‌شود.

## تمرینها

۱. قطر AB مدار زمین را  $10^8 \times 3$  km و ستاره S را در فاصله  $d$  طوری در نظر بگیرید که  $SA = SB$  و زاویه ASB برابر ۲ ثانیه کمانی باشد.  $d$  را محاسبه کنید. این یکای فاصله پارسک است. رابطه آن را با سال نوری تعیین کنید.

۲. با فرض اینکه خورشید تقریباً در هر  $10^8 \times 2$  سال یک مدار دایره‌ای را به دور مرکز کهکشان، در فاصله  $10^5$  kpc بپیماید، جرم موجود در مدار خورشیدی را به دست آورید، فرض کنید که این حجم کروی است و تأثیر جرم موجود در خارج آن را نادیده بگیرید. (می‌توانید از دینامیک و گرانش نیوتونی استفاده کنید.)

۳. کهکشانی دارای جرم مرئی  $10^{11} M_{\odot}$  و منحنی دوران تختی است که در سطح  $150 \text{ km s}^{-1}$  تا  $25 \text{ kpc}$  امتداد دارد. نسبت جرم ماده تاریک به جرم مرئی آن چقدر است؟

۴. انرژی گرانشی یک زوج کهکشان برخوردکننده، هر یک به جرم  $10^{11} M_{\odot}$ ، را محاسبه کنید که فاصله آنها از هم تقریباً  $10^5 \text{ kpc}$  است و آن را با انرژی مورد نیاز یک چشمه رادیویی توانمند مقایسه کنید. از این مقایسه چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۵. با استفاده از ثابت هابل  $h_0 = 0.6$ ، حد بالای تقریبی اندازه زاویه‌ای کوازاری با انتقال به سرخ  $z = 0.2$  را در صورتی تعیین کنید که تغییرات زمانی  $1 \text{ h}$  را از خود نشان دهد. (این استدلال را به کار برید که هیچ اثر فیزیکی نمی‌تواند در ماده سریعتر از نور حرکت کند.)

۶. با استفاده از چگالی انرژی زمینه ریزموج در شکل ۳.۱ دمای آن را برآورد کنید، آن را جسم سیاه در نظر بگیرید.

## نسبیت عام

### ۱.۲. فضا، زمان، و گرانش

هر نظریه علمی مهم ویژگی بارز مربوط به خود را دارد. جنبه بارز گرانش نیوتونی قانون عکس مجذور فاصله است. برای آنهایی که با قوانین دینامیک آشنا نیستند، این واقعیت که یک سیاره تحت تأثیر نیروی جاذبه به طرف خورشید دور آن بگردد تعجب‌آور است. دستاورد عمده نظریه الکترومغناطیس ماکسول وحدت‌بخشیدن به الکتریسیته و مغناطیس و نشان‌دادن این موضوع بود که خود نور هم یک موج الکترومغناطیسی است. موقعیت یکتای سرعت نور مشخصه نسبیت خاص اینشتین است، درحالی‌که ویژگی مهم مکانیک کوانتومی، که آن را از مکانیک کلاسیک متمایز می‌سازد، اصل عدم قطعیت است.

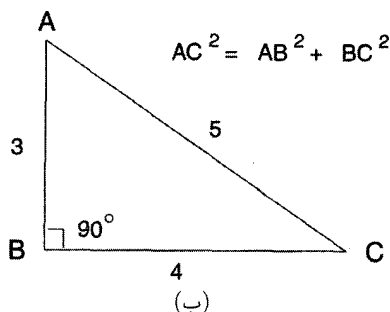
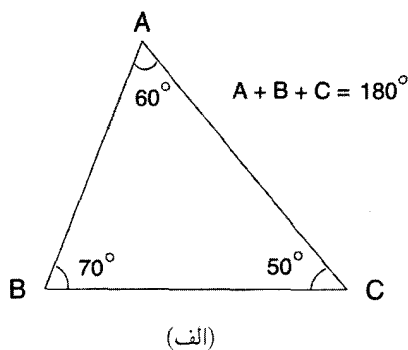
مشخصه بارز نسبیت عام که می‌تواند آن را کاملاً به‌خود اختصاص دهد چیست؟ سر نخی در مورد پاسخ به این پرسش را عنوان این بخش در اختیارمان می‌گذارد. بگذارید گرانش را با الکتریسیته مقایسه کنیم. می‌دانیم که دو بار الکتریکی غیرهمنام، طبق قانون عکس مجذوری کولن، یکدیگر را جذب می‌کنند، درست همان‌طور که دو جرم بنابر قانون

عکس مجذوری نیوتونی یکدیگر را به صورت گرانشی جذب می‌کنند. از این نظر، الکتریسیته و گرانش مشابه‌اند. اما، نمی‌توان از این فراتر رفت! همچنین می‌دانیم که دو بار الکتریکی همانم یکدیگر را دفع می‌کنند، و به نظر می‌رسد که این ویژگی همتایی در گرانش ندارد. هر تکه ماده تکه دیگر را جذب می‌کند، و ما هیچ مورد دافعه گرانشی نداریم.

می‌توان این تفاوت بین الکتریسیته و گرانش را به صورت عملی‌تری بیان کرد. وجود دافعه علاوه بر جاذبه این امکان را فراهم می‌سازد که اتاقک بسته‌ای بسازیم که درون آن از هر تأثیر الکتریکی خارجی مصون باشد. اما در مورد گرانش چنین نیست! نمی‌توان به هیچ ناحیه‌ای از فضا اشاره کرد که تحت تأثیر عوامل گرانشی خارجی نباشد. گرانش دائمی است: نمی‌توان آن را به اختیار از میان برد. این سرشت همیشه در صحنه گرانش نقش مهمی در نظریه نسبیت عام اینشتین دارد. اینشتین استدلال کرد که گرانش، به واسطهٔ تداوم باید یک جزء ذاتی فضا و زمان باشد. وی، به کمک بارقهٔ استادانهٔ نبوغ، این ویژگی را به صورت هندسهٔ فضا و زمان مشخص کرد. وی گفت که هر تأثیری را که به گرانش نسبت دهیم در واقع از این رو به وجود می‌آید که هندسهٔ فضا و زمان «غیرعادی» است. بگذارید ببینیم منظور از واژهٔ «غیرعادی» چیست و چگونه این ویژگی فضا و زمان به اثرهای گرانشی می‌انجامد — زیرا ویژگیهای بارزی که نسبت عام را از سایر نظریه‌های فیزیک متمایز می‌کند در اینجا نهفته است.

ویژگی «عادی» فضا، که در مدرسه می‌آموزیم تا آن را به راههای مختلف به کار ببریم، هندسه‌ای است که پایه‌های آن را ریاضیدان یونانی اقلیدس در حدود ۳۰۰ سال قبل از میلاد بنا نهاد. هندسهٔ اقلیدسی ساختاری منطقی است که در آن قضیه‌های مربوط به مثلثها، متوازی‌الاضلاعها، دایره‌ها، و غیره بر مبنای اصول موضوعی ثابت می‌شود که بدیهی در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین نتایجی که در شکل ۱.۲ نشان داده شده‌اند پیامد قضیه‌های مربوط به هندسهٔ اقلیدسی است، که مبنای آنها اصول موضوع اولیهٔ اقلیدس است.

فقط در قرن نوزدهم ریاضیدانان متوجه شدند که اصول موضوع اقلیدس خدشه‌ناپذیر نیست. می‌توانیم اصول موضوع جدیدی را در نظر بگیریم، که متقابلاً ناسازگار نباشند، و به هندسهٔ جدیدی بینجامند. در واقع، چنانکه کار ریاضیدانهایی چون گاوس<sup>۱</sup> (۱۷۷۷-۱۸۵۵)، بولیا<sup>۲</sup> (۱۸۶۰-۱۸۰۲)، لوبافسکی<sup>۳</sup> (۱۷۹۳-۱۸۵۶)، و ریمان<sup>۴</sup> (۱۸۲۶-۱۸۶۶) نشان داد، تعداد زیادی از این هندسه‌ها را می‌توان ساخت. این هندسه‌ها را به طور کلی هندسه‌های نااقلیدسی می‌نامند. مثلاً، هندسهٔ سطح کره نااقلیدسی است. اگر یک خط راست روی سطح کره را خط



شکل ۱.۲ (الف) مجموع سه زاویه مثلث  $ABC$  برابر  $۱۸۰^\circ$  است. (ب) قضیه مشهور فیثاغورس برای یک مثلث قائم الزاویه  $ABC$ .

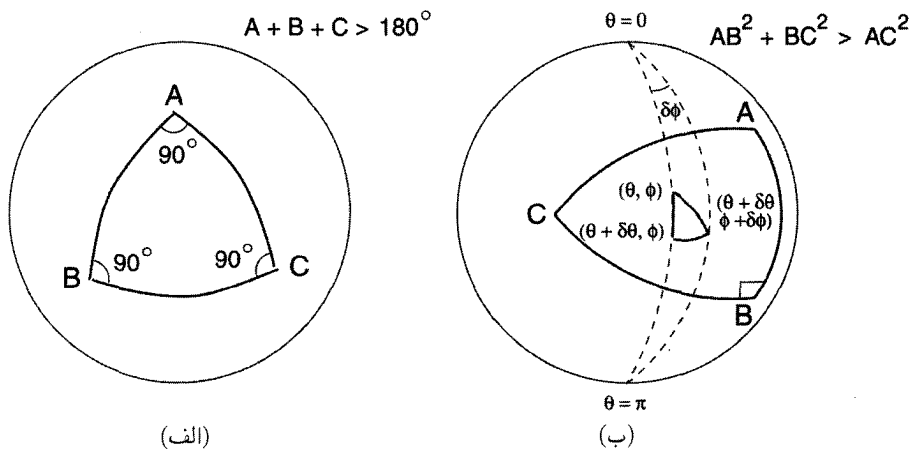
کوتاهترین فاصله بین دو نقطه در نظر بگیریم، به راحتی می‌توان دید که این خطها دایره‌های عظیمه هستند و هر دو خط راست با یکدیگر برخورد می‌کنند. بنابراین، در این هندسه خطهای موازی وجود ندارد. شکل ۲.۲ نشان می‌دهد که چگونه قضیه‌های شکل ۱.۲ در مورد هندسه نااقلیدسی سطح کره صادق نیستند.

مفهوم هندسه فضا را می‌توان، به واسطه شالوده‌هایی که اینشتین با نظریه نسبیت خاص خود بنا نهاد، به هندسه فضا و زمان گسترش داد. بگذارید از نسبیت خاص نتیجه آشنای زیر را یادآور شوم. بگذارید  $(x, y, z)$  مختصات دکارتی سیستم و  $t$  زمانی باشد که ناظر  $O$  ساکن در یک چارچوب مرجع لخت اندازه می‌گیرد، یعنی، ناظری که نیرویی بر او وارد نمی‌شود. بعداً به بحث درباره این ناظر خواهیم پرداخت. بگذارید دو رویداد مجاور در فضا و زمان را با مختصات  $(x, y, z, t)$  و  $(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$  مشخص کنیم. مشابه اقلیدسی قضیه فیثاغورس در شکل ۱.۲ (ب) به قرار زیر است. مربع «فاصله» بین دو رویداد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (۱.۲)$$

فاصله  $ds$  از این نظر ناورداست که ناظر لخت دیگر  $O'$ ، که این فاصله را با بهره‌گیری از دستگاه مختصات متفاوت  $(x', y', z', t')$  اندازه می‌گیرد، همین پاسخ را به دست می‌آورد. اما، وقتی از نسبیت خاص به نسبیت عام می‌رویم و ایده اینشتین را که هندسه فضا و زمان در حضور گرانش غیرعادی است کمی می‌کنیم، شکل ساده (۱.۲) را به نفع شکل پیچیده‌تری کنار می‌گذاریم. این با گذار از شکل ۱.۲ (ب) به شکل ۲.۲ (ب) قابل مقایسه است. شکل پیچیده‌تر





شکل ۲.۲ (الف) روی سطح یک کره مجموع هر سه زاویه بیش از  $180^\circ$  می‌شود. برای مثلث نشان داده شده، مجموع سه زاویه  $270^\circ$  است. (ب) قضیه فیثاغورس برای یک مثلث قائم الزاویه کروی (که در داخل  $\Delta ABC$  نشان داده شده است) معتبر نیست، اما در مختصات کروی  $(\theta, \phi)$  پیچیده‌تر به نظر می‌رسد و به صورت  $ds^2 = a^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$  در می‌آید، که  $a$  شعاع دایره است.

هنوز درجه دوم است، و ما آن را رسماً به صورت زیر می‌نویسیم:

$$ds^2 = \sum_{i,k=0}^3 g_{ik} dx^i dx^k. \quad (2.2)$$

در اینجا نمادگذاری را به صورت زیر اصلاح کرده‌ایم. مختصات اکنون  $x^i$  نامیده می‌شوند که  $i = 1, 2, 3$  سه مختصه فضا و  $i = 0$  مختصه زمان است. ضریبهای  $g_{ik}$  تابعی از  $x^i$  با این ویژگی هستند که ماتریس  $\|g_{ik}\|$  دارای نشان ۲- است. (یعنی اگر معادله درجه دوم (۲.۲) قطری شود، دارای یک جمله مربعی با ضریب مثبت و سه جمله مربعی با ضرایب منفی خواهد بود. نشان برابر است با تعداد جمله‌های مثبت منهای تعداد جمله‌های منفی.) مناسب است که این ساختار وحدت یافته فضا و زمان را فضازمان بنامیم.

بدیهی است، هندسه فضازمانی که در آن فاصله ناوردای بنیادی به جای رابطه (۱.۲) از رابطه (۲.۲) به دست می‌آید «غیرعادی» است. ویژگیهای آن به تابع بستگی دارد. اما آیا این ویژگیها چیزی درباره حضورگرانش به ما می‌گوید؟ به چه طریق می‌توان به روشنی پدیده‌های گرانشی مانند حرکت سیارات تأثیر هندسه در نظر گرفت؟ در بقیه این فصل می‌کوشیم به این پرسشها پاسخ دهیم.

## ۲.۲ بردارها و تانسورها

بگذارید دوباره مثال هندسه روی سطح کره‌ای به شعاع  $a$  را در نظر بگیریم. اگر فرض کنیم که کره در فضای سه‌بعدی با مختصات دکارتی  $x, y, z$  قرار دارد، می‌توانیم معادله سطح کره را به صورت زیر بنویسیم

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2. \quad (۳.۲)$$

اما، برای توصیف هندسه سطح کره، بهتر است از مختصاتی بهره بگیریم که ذاتاً مربوط به سطح کره است. چنین مختصاتی موجود است و مانند عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی برای مشخص کردن یک نقطه بر روی زمین مورد استفاده قرار می‌گیرد. به صورت دقیقتر،

$$x = a \sin \theta \cos \phi, \quad y = a \sin \theta \sin \phi, \quad z = a \cos \theta \quad (۴.۲)$$

به طوری که برای هر  $(\theta, \phi)$  با  $0 \leq \theta \leq \pi$  و  $0 \leq \phi < 2\pi$  می‌توان محل نقطه  $(x, y, z)$  را بر روی سطح کره مشخص کرد. مثلثات کروی نشان می‌دهد که چگونه می‌توان زاویه‌ها، اضلاع، و غیره را در مثلثهایی که روی سطح کره رسم می‌شوند اندازه‌گیری و به هم مربوط کرد. قاعده‌های هندسه اقلیدسی در مورد این اندازه‌گیریها به کار نمی‌روند.

در مثال بالا، مربع فاصله بین دو نقطه مجاور  $(\phi, \theta)$  و  $(\phi + d\phi, \theta + d\theta)$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$d\sigma^2 = [dx^2 + dy^2 + dz^2]_{\Sigma} = a^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (۵.۲)$$

بنابراین مثالهایی از  $g_{ik}$  داریم که ثابت نیستند (ضریب  $d\phi^2$  برابر است با  $a^2 \sin^2 \theta$ ). اما، ثابت بودن  $g_{ik}$  یا سرشت ناقطری آن بدین معنی نیست که با هندسه نااقلیدسی سروکار داریم. برای مثال، در فضای سه‌بعدی اقلیدسی، تبدیل

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta \quad (۶.۲)$$

که  $(\theta, \phi)$  مانند قبل تعریف می‌شود و  $0 \leq r \leq \infty$  می‌دهد

$$d\sigma^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (۷.۲)$$

دوباره  $g_{ik}$  را برحسب  $r$  و  $\theta$  داریم. اما می‌دانیم که با هندسه اقلیدسی سروکار داریم و وابستگی  $g_{ik}$  به  $r$  و  $\theta$  یک اثر کاملاً مختصاتی است.

بنابراین باید به‌گونه‌ای اطلاعات هندسی لازم را جدا از اثرهای کاملاً مختصاتی استخراج کنیم. به‌صورت کیفی می‌توان دید که اطلاعات لازم باید حتی وقتی از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر می‌رویم دوام بیاورند. برای به‌دست آوردن این اطلاعات، باید نظامی را به‌وجود آوریم که تعیین کند چه چیزهایی بر اثر تبدیل مختصات تغییر نمی‌کنند. این نظام را ناورداهای بردارها، و تانسورهای که اکنون بررسی می‌کنیم فراهم می‌سازند.

بگذارید ابتدا قرارداد مجموعیابی را معرفی کنیم. اغلب به جمعهایی به شکل زیر برمی‌خوریم

$$\sum_{i=0}^3 A_i B^i, \quad \sum_{k=0}^3 A_{ik} B^k, \quad \sum_{i,k=0}^3 P_{ik} \xi^i \xi^k, \dots$$

در این موارد بهتر است که نماد مجموعیابی را حذف کنیم و این کمیتها را به‌صورت زیر بنویسیم

$$A_i B^i, \quad A_{ik} B^k, \quad P_{ik} \xi^i \xi^k, \dots,$$

قاعده آن است که هرگاه شاخصی یک بار به‌صورت اندیس پایین و یک بار به‌صورت اندیس بالا در یک عبارت ظاهر شد، به‌صورت خودکار روی تمام مقادیر (از ۰ تا ۳) جمع بسته می‌شود. بنابراین رابطه (۲.۲) را می‌توان به‌صورت فشرده‌تر زیر نوشت

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (۸.۲)$$

در اینجا ذکر یک هشدار ضروری است: این قرارداد مجموعیابی در هیچ شرایط دیگر به‌کار نمی‌رود. بنابراین در مورد کمیتهای زیر صادق نیست.

$$A_i B_i, \quad A_{ik} B_i C_i, \dots$$

که در آن شاخصهای تکراری با دو بار ظاهر شدن، یک بار بالا و یک بار پایین، از قاعده پیروی نمی‌کنند. اما، این عبارتها در اغلب محاسبه‌های نسبیتی ظاهر نمی‌شوند. در واقع، ظهور چنین عبارتهای «هیولایی» به ما هشدار می‌دهد که در کار با شاخصها اشتباه کرده‌ایم.

ما فرض خواهیم کرد که شاخصهای لاتین  $i, j, k, \dots$  فقط تمام مقادیر ۰، ۱، ۲، ۳ را اختیار می‌کنند. این مقادیر معمولاً برای مؤلفه‌های فضا به‌کار می‌روند، و در اینجا از شاخصهای  $\mu, \nu, \dots$  بدین منظور استفاده می‌کنیم.

شایان ذکر است که بسیاری از کتابهای درسی دیگر از قرارداد نشان‌دادن مختصات فضا زمان با شاخصهای یونانی  $\lambda, \mu, \nu$  و غیره استفاده می‌کنند. همین‌طور، بسیاری از مؤلفان ترجیح می‌دهند

که (۱.۲) را با علامت مخالف سمت راست بنویسند. این تفاوتها سرشت آریشی دارند و تأثیری در فیزیک مسئله ندارند.

### ۱.۲.۲ زردهایها

یک کمیت زردهای یا ناوردا تحت هیچ تغییر مختصاتی تغییر نمی‌کند. بنابراین، اگر  $\phi(x^i)$  تابعی از مختصات باشد، در صورتی ناورداست که مقدار آن تحت تبدیل از  $x^i$  به مختصات جدید  $x'^i$  حفظ شود:

$$\phi(x^i) = \phi[x^i(x'^k)] = \phi'(x'^k). \quad (9.2)$$

توجه کنید که شکل تابع ممکن است تغییر کند، اما مقدار آن تغییر نمی‌کند.

### ۲.۲.۲ بردارهای پادوردا

فرض کنید یک منحنی در فضا و زمان داریم، که با  $\lambda$  پارامتری‌سازی شده است (نگاه کنید به شکل ۳.۲). بنابراین، نقطه‌های روی منحنی دارای مختصات زیر هستند

$$x^i \equiv x^i(\lambda) \quad (10.2)$$

که  $x^i$ ها توابع معینی از  $\lambda$  هستند. جهت مماس بر منحنی در هر نقطه را برداری با چهار مؤلفه تعیین می‌کند،

$$A^i \equiv \frac{dx^i}{d\lambda}. \quad (11.2)$$

توجه کنید که جهت مماس بر منحنی مفهومی ناورداست: تغییر مختصات نباید این مفهوم را تغییر دهد، اگرچه چهار مؤلفه آن در مختصات جدید متفاوت خواهند بود. فرض کنید مختصات جدید  $x'^i$  و مؤلفه‌های جدید  $A'^i$  باشند. پس داریم

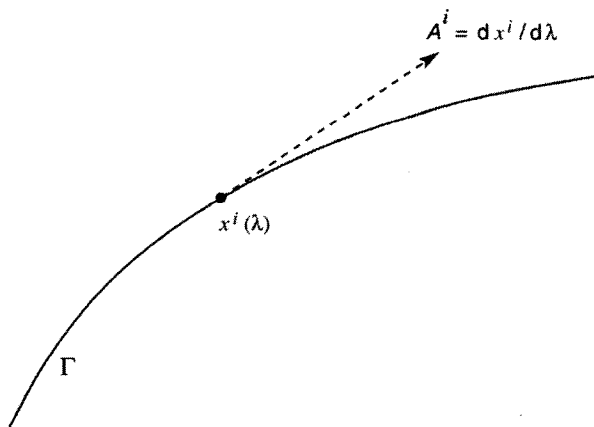
$$A'^i \equiv \frac{dx'^i}{d\lambda}. \quad (12.2)$$

بجز مواردی که خلاف آن ذکر شود، فرض خواهیم کرد که توابع تبدیل

$$x^i = x^i(x'^k), \quad x'^k = x'^k(x^i) \quad (13.2)$$

پیوسته و لااقل دارای مشتق دوم هستند. پس به راحتی می‌توان دید که  $A^i$  و  $A'^i$  با تبدیل خطی زیر به هم مربوط می‌شوند

$$A'^k = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} \frac{dx^i}{d\lambda} = \frac{\partial x'^k}{\partial x^i} A^i. \quad (14.2)$$



شکل ۳.۲ بردار مماس بر منحنی  $\Gamma$  به صورت یک بردار پادوردا تبدیل می شود.

رابطه (۱۴.۲) را به عنوان قانون تبدیل برای هر بردار  $A^i$  به کار خواهیم برد. کمیتهایی را که تحت قانون خطی بالا تبدیل می شوند بردارهای پادوردا می نامند. چهار مؤلفه یک بردار پادوردا را یک اندیس بالا مشخص می کند.

به عنوان مثال، منحنی پارامتری سازی شده زیر را در نظر بگیرید

$$x^0 = \text{const.}, \quad x^1 = \text{const.}, \quad x^2 = \lambda, \quad x^3 = \lambda^2. \quad (15.2)$$

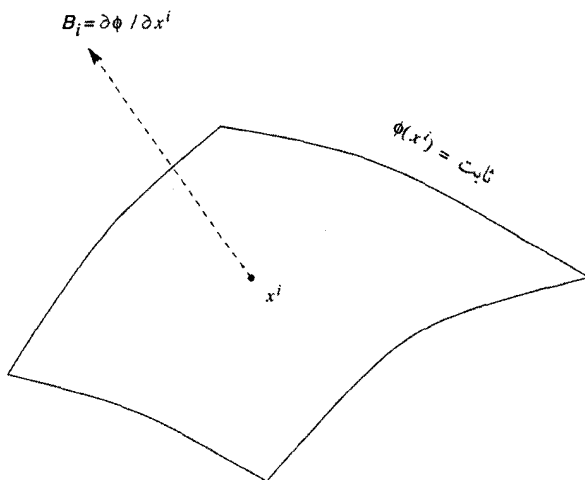
مماس بر این منحنی را بردار پادوردای  $A^i$  مشخص می کند، که مؤلفه های آن عبارت اند از

$$A^0 = 0, \quad A^1 = 0, \quad A^2 = 1, \quad A^3 = 2\lambda. \quad (16.2)$$

### ۳.۲.۲ بردارهای هموردا

سپس تابع نرده ای  $\phi(x^k)$  را در نظر بگیرید. معادله

$$\phi(x^k) = \text{const.} \quad (17.2)$$



شکل ۴.۲ عمود بر سطح سه بعدی  $\Sigma$  به صورت یک بردار هموردا تبدیل می شود.

اُبرویه ای (یعنی، رویه ای سه بعدی) را توصیف می کند که عمود بر آن با چهار کمیت زیر مشخص می شود

$$B_i = \frac{\partial\phi}{\partial x^i}. \quad (۱۸.۲)$$

(نگاه کنید به شکل ۴.۲). باز هم، مفهوم عمود بر یک اُبرویه باید مستقل از مختصات به کار رفته باشد. با توجه به تبدیل مختصات (۱۳.۲)، مؤلفه های جدید عبارت اند از

$$B'_i = \frac{\partial\phi}{\partial x'^i}.$$

به راحتی دیده می شود که  $B_i \leftrightarrow B'_i$  یک تبدیل خطی است:

$$B'_k = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} B_i. \quad (۱۹.۲)$$

باز هم، رابطه (۱۸.۲) را به عنوان یک قانون تبدیل هر بردار  $B_i$  تعمیم می دهیم. کمیت هایی که طبق این قاعده تبدیل می شوند را بردارهای هموردا می نامند. به عنوان مثال، عمود بر کره واحد از رابطه زیر به دست می آید

$$\phi = (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = ۱$$

دارای مؤلفه‌های هموردای زیر است

$$B_0 = 0, \quad B_1 = 2x^1, \quad B_2 = 2x^2, \quad B_3 = 2x^3.$$

### ۴.۲.۲ تانسورها

مفهوم یک بردار را می‌توان به مفهوم یک تانسور تعمیم داد. بنابراین یک تانسور پادوردای رتبه ۲ با قانون تبدیل زیر مشخص می‌شود

$$T'^{ik} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x'^k}{\partial x^n} T^{mn}. \quad (20.2)$$

یک تانسور هموردای رتبه ۲ به همین ترتیب با قانون تبدیل زیر مشخص می‌شود

$$T'_{ik} = \frac{\partial x^m}{\partial x'^i} \frac{\partial x^n}{\partial x'^k} T_{mn}. \quad (21.2)$$

می‌توان تانسورهای مخلوط داشت. بنابراین  $T_k^i$  یک تانسور مخلوط رتبه ۲، با یک اندیس پادوردا و یک اندیس همورداست. این تانسور به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$T_k'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^n}{\partial x'^k} T_n^m. \quad (22.2)$$

باز هم، این مفاهیم را می‌توان به راحتی به تانسورهای با رتبه بالاتر از ۲ تعمیم داد. قاعده وارد کردن عامل تبدیل  $\partial x'^i / \partial x^m$  برای هر اندیس پادوردای  $i$  و یک عامل  $\partial x^n / \partial x'^k$  برای هر اندیس هموردای  $k$  است.

### مثال ۱

کمیت‌های  $g_{ik}$  به صورت یک تانسور هموردا تبدیل می‌شوند. این نتیجه پیامد این فرض است که  $ds^2$  در رابطه (۸.۲) ناورداست. برای

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{ik} dx^i dx^k \\ &= g_{ik} \left( \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} dx'^m \right) \left( \frac{\partial x^k}{\partial x'^n} dx'^n \right) \\ &= \left( g_{ik} \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^k}{\partial x'^n} \right) dx'^m dx'^n \\ &= g'_{mn} dx'^m dx'^n \end{aligned}$$

یعنی،

$$g'_{mn} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^k}{\partial x'^n} g_{ik}. \quad (23.2)$$

این تانسور را تانسور متریک می‌نامند. عبارت مربعی برای  $ds^2$  را جزء خط فضا-زمان یا متریک فضا-زمان می‌خوانند.

### مثال ۲

دلتهای کرونگر که با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$\delta_k^i = 1 \quad \text{اگر} \quad i = k, \quad \text{در غیر این صورت} \quad \delta_k^i = 0. \quad (24.2)$$

یک تانسور مخلوط رتبه ۲ است.

### مثال ۳

ماتریس  $\|g^{ik}\|$  را طوری تعریف کنید که عکس ماتریس  $\|g_{ik}\|$  باشد، با فرض اینکه  $g$ ، دترمینان  $\neq 0$   $\|g_{ik}\|$  (چون دارای نشان ۲- است،  $g$  منفی است). بنابراین داریم

$$g_{ik}g^{kl} = \delta_i^l. \quad (25.2)$$

اگر بتوان نشان داد که  $g^{ik}$  مانند یک تانسور پادوردا رتبه ۲ تبدیل می‌شود (تمرین ۶).

### مثال ۴

با مثال فیزیکی تانسورها در هنگامی روبه‌رو می‌شویم که در مورد تغییر شکل مواد بحث می‌کنیم. شکل ۵.۲ سطح  $\Sigma$ ی چنین ماده‌ای را نشان می‌دهد، که دارای عمود  $n_i$  در نقطه نوعی  $P$  است. اگر این سطح در معرض فشار قرار گیرد، نیروی وارد بر جزء سطح اطراف  $P$  در جهت  $F_k$  خواهد بود، که با عمود بر سطح تفاوت دارد، ولی با رابطه تانسور خطی زیر به آن مربوط می‌شود

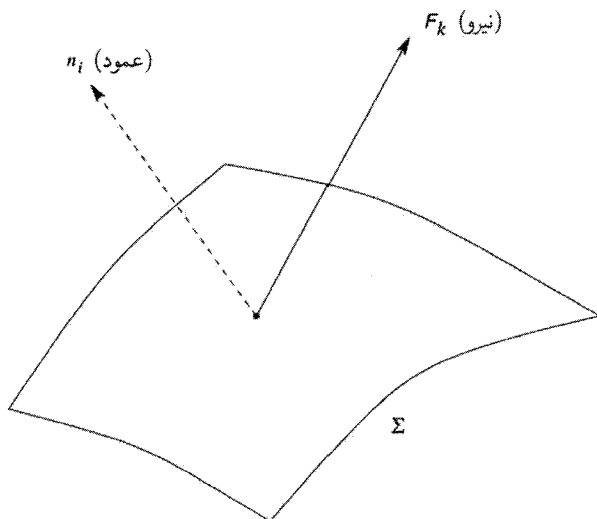
$$F_k = T_k^i n_i,$$

که  $T_k^i$  تانسور تنش است. اگر تنش همسانگرد باشد، داریم

$$T_k^i = p \delta_k^i$$

که  $p$  فشاری است که نیروی قائم بر سطح  $\Sigma$  را به وجود می‌آورد.





شکل ۵.۲ نیروی ناشی از تنش  $F_k$  وارد بر سطح  $\Sigma$  یک ماده کشسان الزاماً در امتداد عمود بر سطح  $n_i$  نیست. تانسور تنش بردار نیرو را به بردار عمود مربوط می‌سازد.

### ۵.۲.۲ تانسورهای متقارن و پادمتقارن

اگر تانسورهای  $S_{ik}$  و  $A_{ik}$  در رابطه‌های زیر صدق کنند

$$S_{ik} = S_{ki}, \quad A_{ik} = -A_{ki} \quad (۲۶.۲)$$

به ترتیب تانسورهای متقارن و پادمتقارن رتبه ۲ هستند. این موضوع را می‌توان به تانسورهای رتبه بالاتر تعمیم داد، و ما به تانسورهای ویژه‌ای برمی‌خوریم که دارای مشخصات تقارن و پادتقارن نسبت به یک اندیس یا همه آنها هستند.

مثال ۱

$g_{ik}$  و  $g^{ik}$  تانسورهای متقارن‌اند.

مثال ۲

نماد  $\varepsilon_{ijkl}$  را با ویژگیهای زیر در نظر بگیرید:

اگر  $(ijkl)$  یک جایگشت زوج (۰۱۲۳) باشد  $\varepsilon_{ijkl} = +1$

اگر  $(ijkl)$  یک جایگشت فرد (۰۱۲۳) باشد  $\varepsilon_{ijkl} = -1$

در غیر این صورت  $\varepsilon_{ijkl} = 0$  (۲۷.۲)

نشان خواهیم داد که

$$e_{ijkl} = \sqrt{-g}\varepsilon_{ijkl} \quad (28.2)$$

مثل یک تانسور تبدیل می‌شود.

ابتدا دترمینان (۲۳.۲) را می‌گیریم. فرض می‌کنیم  $J$  ژاکوبی  $|\partial x^i / \partial x'^m|$  باشد. سپس با استفاده از این قاعده که دترمینان حاصلضرب ماتریسها برابر حاصلضرب دترمینانهای آنهاست، به دست می‌آوریم

$$g' = J^2 g. \quad (29.2)$$

با این همه، از تعریف دترمینان داریم

$$\varepsilon_{mnpq} J = \varepsilon_{ijkl} \frac{\partial x^i}{\partial x'^m} \frac{\partial x^j}{\partial x'^n} \frac{\partial x^k}{\partial x'^p} \frac{\partial x^l}{\partial x'^q}. \quad (30.2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۲۸.۲) و (۲۹.۲) به این نتیجه می‌رسیم که:  $e_{ijkl}$  تانسوری کاملاً پادمتقارن است. اما به صورت دقیق،  $e_{ijkl}$  شبه‌تانسور است، زیرا علامت آن بر اثر تبدیلهای شامل بازتاب چون  $x'^0 = -x^0$ ،  $x'^1 = x^1$ ،  $x'^2 = x^2$  و  $x'^3 = x^3$

تمرینهای ۳-۱۰ در پایان این فصل به شناخت طرز کار بردارها و تانسورها کمک خواهد کرد. این بخش را با عمل مهم به پایان می‌رسانیم.

## ۶.۲.۲ ادغام

عمل ادغام شامل یکسان دانستن یک اندیس پایین با یک اندیس بالا در یک تانسور آمیخته است. این روال رتبه تانسور را به ۲ کاهش می‌دهد.

بنابراین  $A^i B_k$  یک تانسور رتبه ۲ است اگر  $A^i$  و  $B_k$  بردار باشند. قرار دادن  $i = k$  یک نرده‌ای خواهد بود

$$A^i B_i = A^0 B_0 + A^1 B_1 + A^2 B_2 + A^3 B_3.$$

مانند مورد نسبت خاص، می‌توانیم  $A^i$  را طبق رابطه‌های زیر به صورت فضاگونه، زمان‌گونه، یا صفر تعریف کنیم

$$g_{ik}A^iA^k < 0, \quad g_{ik}A^iA^k > 0, \quad \text{یا} \quad g_{ik}A^iA^k = 0.$$

بهبتر است تانسورهای مربوطه را با رابطه‌های زیر تعریف کنیم

$$A_i = g_{ik}A^k, \quad A^k = g^{ik}A_i. \quad (31.2)$$

بنابراین  $g_{ik}A^iA^k = A_kA^k$ . عملیات دخیل در (31.2) را پایین بردن و بالا بردن اندیسه‌ها می‌گویند. معمولاً می‌توانیم  $A^i$  و  $A_i$  را یک جسم بنامیم.

دستکاری تانسورها در بالا روشن است (و می‌توان اغلب اثبات کرد) که حاصلضرب دو تانسور یک تانسور است. نتیجه معکوس اغلب در نتیجه‌گیری اینکه یک کمیت تانسور است مفید واقع می‌شود. این نتیجه را قانون خارج قسمت می‌گویند. طبق این قانون رابطه‌ای چون

$$PQ = R$$

در تمام چارچوبهای مرجع برقرار است، و در آن  $P$  یک تانسور دلخواه رتبه  $m$ ،  $R$  تانسور رتبه  $m+n$ ، و  $Q$  یک تانسور رتبه  $n$  است.

## 3.2 مشتق‌گیری هموردا

یک میدان برداری تابعی برداری از فضا در یک زیرفضای فضا زمان است. بنابراین  $B_i(x^k)$  یک میدان برداری همورداست که چهار مؤلفه آن در هر نقطه  $(x^k)$  که تعریف شده است، طبق قاعده (19.2) تبدیل می‌شوند. فرض کنید  $B_i$  یک تابع مشتق‌پذیر  $(x^k)$  باشد. آیا مشتقهای  $\partial B_i / \partial x^k$  مثل یک تانسور تبدیل می‌یابند؟

قبلاً دیدیم که مشتقهای  $\partial\phi / \partial x^k$  یک نرده‌ای به صورت بردار تبدیل می‌یابند. بنابراین در نظر اول پاسخ به پرسش بالا ممکن است «آری» باشد. در واقع، در نسبت خاص اغلب به چنین نتیجه‌هایی برمی‌خوریم. به عنوان مثال، اگر  $A_i$  4-پتانسیل میدان الکترومغناطیسی (که به زبان چهار بعدی نسبت خاص تعریف شده است) باشد،  $\partial A_i / \partial x^k$ ، برای مختصات دکارتی  $(x, y, z)$  و زمان  $t$  (1.2)، به صورت یک تانسور تبدیل می‌شود. اما، در فضا زمان کلتر ما با یک سیستم مختصات دلخواه، پاسخ به پرسش بالا منفی است.

این نتیجه با مشتق‌گیری از (۱۹.۲) به راحتی تأیید می‌شود. به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial B'_k}{\partial x'^m} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \frac{\partial x^n}{\partial x'^m} \frac{\partial B_i}{\partial x^n} + \frac{\partial^2 x^i}{\partial x'^m \partial x'^k} B_i. \quad (۳۲.۲)$$

بنابراین، گرچه جمله اول طرف راست برای اینکه  $\partial B_i / \partial x^n$  را یک تانسور بسازد مناسب به نظر می‌رسد، اما جمله دوم این اثر را ضایع می‌کند. همچنین سرخنی درباره اینکه چرا این اتفاق می‌افتد به دست می‌دهد. مشتق دوم

$$\frac{\partial^2 x^i}{\partial x'^m \partial x'^k}$$

به طور کلی مخالف صفر است و نشان می‌دهد که ضریبهای تبدیل در معادله (۱۹.۲) بر حسب مکان در فضا زمان تغییر می‌کنند. بنابراین وقتی درصدد تشکیل مشتق  $\partial B_i / \partial x^n$  برمی‌آییم، مجبوریم آن را به صورت یک حد تعریف کنیم

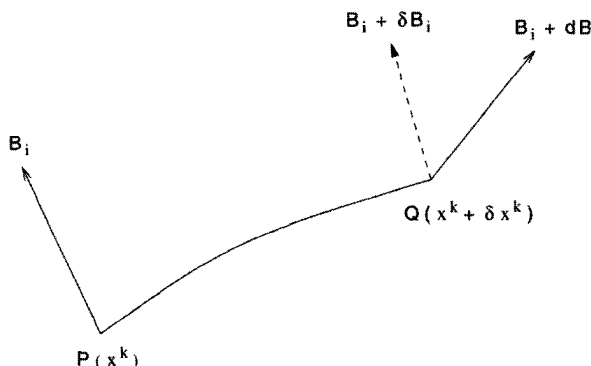
$$\frac{\partial B_i}{\partial x^n} = \lim_{\delta x^n \rightarrow 0} \left( \frac{B^i(x^k + \delta x^k) - B^i(x^k)}{\delta x^n} \right).$$

اما، دو جمله صورت کسر در دو نقطه مختلف به صورت بردار تبدیل می‌شوند زیرا ضریبهای تبدیل بر حسب مکان تغییر می‌کند. بنابراین انتظار نداریم که تفاضل آنها یک بردار باشد. (تفاضل دو بردار در صورتی بردار است که هر دو در یک نقطه تعریف شوند.)

این وضعیت در شکل ۶.۲ ترسیم شده است. P و Q دو نقطه مجاور  $(x^k)$  و  $(x^k + \delta x^k)$  هستند، که بردارهای  $B_i$  در آنجا به صورت پیکانهای پیوسته نشان داده شده است. برای توصیف تغییر بردار از P به Q، باید به گونه‌ای این تفاضل را در یک نقطه اندازه بگیریم. چگونه می‌توان این کار را کرد؟

این کار به وسیلهٔ ابزاری صورت می‌گیرد که به ترابرد موازی معروف است. فرض کنید بردار  $B_i$  در P به Q برده شود که اندازه و جهت آن تغییر نکند. در شکل ۶.۲ این با بردار خط چین در Q نشان داده شده است. تفاوت بین بردار  $B_i(x^k + \delta x^k)$  و این بردار خط چین یک بردار در Q است که تفاضل فیزیکی واقعی بردار در عبور از P به Q را نشان می‌دهد. بنابراین، بالاخره توانستیم فرایند مشتق‌گیری از بردار را تعریف کنیم، البته اگر بدانیم که در یک ترابرد موازی از P به Q چه بر سر  $B_i$  می‌آید.

ابتدا باید توجه کنیم که بردار خط چین لازم نیست همان مؤلفه‌های بردار خط‌پر در P را داشته باشد. فقط در مختصات دکارتی مؤلفه‌ها یکسان‌اند. به عنوان مثال، صفحهٔ اقلیدسی با یک سیستم



شکل ۶.۲ میدان برداری دارای مؤلفه‌های  $B_i$  در  $P$  را به  $Q$  متصل می‌کند، منتقل شود، مؤلفه‌های آن در  $Q$ ،  $B_i + \delta B_i$  خواهد بود.

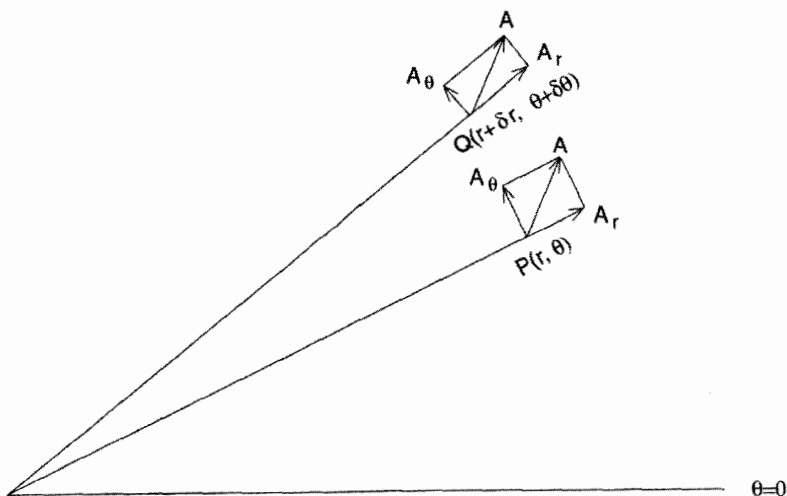
مختصات قطبی را در نظر بگیرید. بردار  $A$  در نقطه  $P$  با مختصات  $(r, \theta)$  دارای مؤلفه‌های  $A_r$  و  $A_\theta$  در جهت‌های شعاعی و عرضی است. اکنون اگر، مطابق شکل ۷.۲، از  $P$  به نقطه مجاور  $Q$  با مختصات قطبی  $(r + \delta r, \theta + \delta \theta)$  برویم، جهت‌های شعاعی و عرضی در  $Q$  الزاماً با این جهت‌ها در  $P$  موازی نیستند. بنابراین پس از ترابرد موازی  $A$  از  $P$  به  $Q$ ، مؤلفه‌های شعاعی و عرضی آن در  $Q$  با  $A_r$  و  $A_\theta$  تفاوت خواهند داشت.

یک محاسبه ساده (نگاه کنید به تمرین ۱۱) نشان می‌دهد که مؤلفه‌های  $A$  در  $Q$  عبارت‌اند از  $A_r + \delta \theta A_\theta$  و  $A_\theta - \delta \theta A_r$ . با درس گرفتن از این مثال برای مورد کلی، می‌بینیم که تغییرات مؤلفه‌های  $B_i$  در ترابری موازی با مؤلفه‌های اولیه  $B_i$  و نیز جابه‌جایی مکان  $\delta x^k$  از  $P$  به  $Q$  وجود دارد. می‌توان تغییر را به‌طور کلی به‌صورت زیر نشان داد

$$\delta B_i = \Gamma_{ik}^l B_l \delta x^k \quad (33.2)$$

که در آن مؤلفه‌های  $\Gamma_{ik}^l$  به‌طور کلی، توابعی از فضا و زمان هستند. این کمیتها را سه نماد شاخص یا نمادهای کریستوفل<sup>۱</sup> می‌نامند.

توجه کنید که واردکردن (۳۳.۲) چیزی جدید سواى معرفی متریک است. متریک به ما می‌گوید که چگونه فاصله بین نقطه‌های مجاور را اندازه بگیریم، درحالی‌که رابطه (۳۳.۲) نشان می‌دهد که چگونه بردارهای موازی در نقاط مجاور را تعریف کنیم. این ویژگی موازی بودن موضعی را اغلب ارتباط آفین فضا زمان می‌نامند.

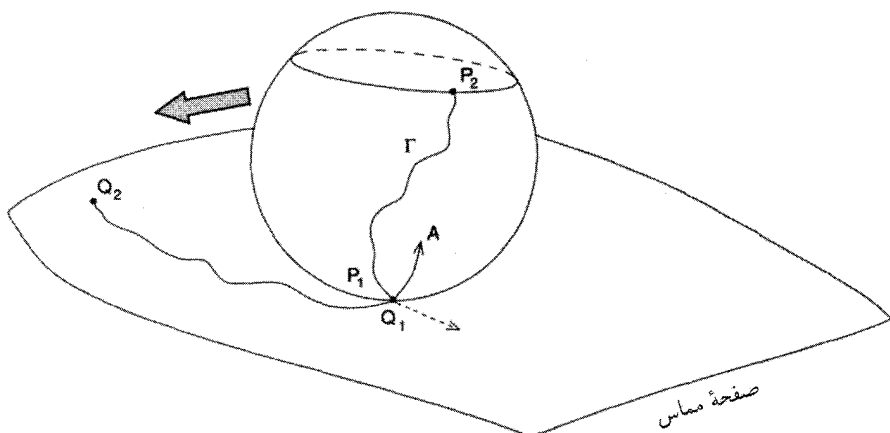


شکل ۷.۲ جهتهای شعاعی و عرضی در  $Q$  با جهتهای شعاعی و عرضی در  $P$  موازی نیستند. بنابراین بردارهای مساوی و موازی  $A$  در  $P$  و  $Q$  مؤلفه‌های شعاعی و عرضی متفاوت دارند.

مثال کره را در نظر می‌گیریم. فرض کنید  $\Gamma$  خمی باشد که بر روی سطح کروی نقطه‌های  $P_1$  و  $P_2$  را به هم متصل کند. پیکان موجود در شکل ۸.۲ نشانگر اندازه و جهت بردار  $A$  در نقطه  $P_1$ ، همراه با نگاشت  $A$  (پیکان نقطه‌چین) در نقطه نظیر  $Q_1$  روی صفحه است. چگونه می‌توانیم آن را موازی با  $P_2$  منتقل کنیم؟ صفحه‌ای را در نظر بگیرید که با کره در نقطه  $P_1$  مماس است، با نگاشت بردار  $A$  (پیکان نقطه‌چین) در نقطه نظیر  $Q_1$  روی صفحه. (منظور ما از نگاشت آن است که اندازه و جهت بردار اولیه روی کره و بردار نگاشته شده روی صفحه مماس باید همساز باشد.) اکنون کره را به دقت روی صفحه بغلتانید به طوری که در نقطه‌های متوالی  $\Gamma$  با آن در تماس قرار گیرد. وقتی به نقطه  $P_2$  رسیدید، توقف کنید. نقطه نظیر روی صفحه  $Q_2$  را  $P_2$  بنامید. برداری را موازی بردار آغازین روی صفحه در نقطه نظیر  $P_2$  رسم کنید. سپس به نگاشت این بردار بر روی کره بپردازید. این بردار منتقل شده موجود در  $P_1$  است.

با مراجعه به رابطه (۳۳.۲)، می‌بینیم که تفاوت میان بردارهای پیوسته و نقطه‌چین در  $Q$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$B_i(x^k + \delta x^k) - [B_i(x^k) + \delta B_i] = \left( \frac{\partial B_i}{\partial x^k} - \Gamma_{ik}^l B_l \right) \delta x^k. \quad (34.2)$$



شکل ۸.۲ ترابرد موازی بر روی یک سطح کروی. برای توضیح بیشتر به متن نگاه کنید.

در نتیجه می‌توان مشتق با معنی فیزیکی یک بردار را به صورت زیر باز تعریف کرد

$$B_{i;k} \equiv \frac{\partial B_i}{\partial x^k} - \Gamma_{ik}^l B_l \equiv B_{i;k} - \Gamma_{ik}^l B_l. \quad (۳۵.۲)$$

این مشتق، بنا به تعریف، باید مانند یک تانسور تبدیل شود. آن را مشتق هموردا می‌نامند و با نقطه ویرگول نمایش می‌دهند، برخلاف مشتق معمولی که با ویرگول مشخص می‌شود.

اگر  $B_{i;k}$  باید مثل یک تانسور تبدیل یابد، ضرایب  $\Gamma_{kl}^i$  باید طبق قانون زیر تبدیل شوند:

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x^n}{\partial x'^k} \frac{\partial x^p}{\partial x'^l} \Gamma_{np}^m + \frac{\partial^2 x^p}{\partial x'^k \partial x'^l} \frac{\partial x'^i}{\partial x^p}. \quad (۳۶.۲)$$

این نتیجه را می‌توان با محاسباتی سراسری ولی خسته‌کننده تأیید کرد.

یک کمیت نرده‌ای، البته تحت ترابرد موازی تغییر نمی‌کند، بدین دلیل  $\partial\phi/\partial x^k$  مانند یک بردار تبدیل می‌شود. اگر این نتیجه را به کار ببریم درمی‌یابیم که برای بردار  $A_i$  یک بردار  $(A_i A^i)_{;k}$  است. این ویژگی امکان ساخت مشتق هموردا را فراهم می‌سازد

$$A_{i;k} \equiv \frac{\partial A^i}{\partial x^k} + \Gamma_{lk}^i A^l \equiv A_{i;k} + \Gamma_{lk}^i A^l. \quad (۳۷.۲)$$

قاعدهٔ مشتق‌گیری هموردا را با رتبهٔ دلخواه به آسانی به دست می‌آید: ما برای هر اندیس پادوردا یک جمله  $(+\Gamma)$  و برای هر اندیس هموردا یک جمله  $(-\Gamma)$  وارد می‌کنیم. بنابراین

برای تانسور متریک داریم

$$g_{ik;l} = \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} - \Gamma_{il}^p g_{pk} - \Gamma_{kl}^p g_{ip}. \quad (38.2)$$

## ۴.۲ هندسهٔ ریمانی

اینشتین از هندسهٔ نااقلیدسی ریمان برای توصیف نظریهٔ گرانش خود استفاده کرد. هندسهٔ ریمانی ساده‌سازیهایی اضافی زیر را وارد می‌کند

$$\Gamma_{kl}^i = \Gamma_{lk}^i; \quad g_{ik;l} \equiv 0. \quad (39.2)$$

توجه کنید که طبق تعریف بخش قبل، لازم نیست که ارتباط آفین در این شرایط صدق کند. در واقع هندسه‌هایی نیز وجود دارند که در آنها رابطه‌های بالا صادق نیستند. با این‌همه، برای نظریهٔ نسبیّت این شرایط را هم در نظر می‌گیریم.

با بازگشت به (۳۸.۲)، می‌بینیم که  $g_{ik;l} = 0$ ، معادلهٔ خطی برای  $4^0$  مجهول  $\Gamma_{kl}^i$  در اختیارمان می‌گذارد. این معادله‌ها دارای جواب یکتا هستند. از (۳۸.۲) و (۳۹.۲) به دست می‌آوریم

$$\Gamma_{k|il} + \Gamma_{i|kl} = g_{ik,l}$$

که در آن

$$\Gamma_{k|il} = g_{pk} \Gamma_{il}^p.$$

از دوران چرخه‌ای اندیسه‌ها دو رابطهٔ دیگر به دست می‌آوریم:

$$\Gamma_{l|ki} + \Gamma_{k|li} = g_{kl,i}, \quad \Gamma_{i|lk} + \Gamma_{l|ik} = g_{li,k}.$$

با بهره‌گیری از شرط تقارن (۳۹.۲) برای حذف  $\Gamma_{l|ik}$  و  $\Gamma_{l|ki} = \Gamma_{k|li}$  از سه رابطهٔ بالا به دست می‌آوریم

$$2\Gamma_{i|kl} = g_{ik,l} + g_{li,k} - g_{kl,i}.$$

با بالا بردن اندیس  $i$ ، جواب مطلوب را به دست می‌آوریم:

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left( \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{lm}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right). \quad (40.2)$$



سپس برخی ویژگیهای این نمادها را که در کارهای مختلف مفیدند در نظر می‌گیریم. اگر از دترمینان تانسور متریک مشتق بگیریم خواهیم داشت:

$$dg = gg^{ik}dg_{ik}. \quad (41.2)$$

این رابطه در بیان  $\Gamma_{kl}^i$  و مشتقهای هموردا به شکل نسبتاً ساده سودمند است. بنابراین، با بهره‌گیری از (40.2) و (41.2)، می‌توان روابط زیر را ثابت کرد:

$$\Gamma_{il}^l = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{-g})$$

$$\Gamma_{ik}^l g^{ik} = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^m} (\sqrt{-g} g^{ml})$$

$$A^i_{;i} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{-g} A^i)$$

$$F^i_{;k} = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g} F^{ik}) \text{ برای } F^{ik} = -F^{ki}. \quad (42.2)$$

(در اینجا  $A^i$  و  $F^{ik}$  به ترتیب میدانهای برداری و تانسوری هستند.) به‌عنوان مثال، برای اثبات رابطهٔ اول توجه کنید که از (40.2) با  $k \equiv i$  داریم،

$$\Gamma_{il}^i = \frac{1}{\sqrt{-g}} g^{im} (g_{mi,l} + g_{lm,i} - g_{il,m}).$$

چون  $(g_{lm,i} - g_{il,m})$  برحسب  $(i, m)$  پادمتقارن است، حاصلضرب آن با  $g^{im}$  متقارن صفر می‌شود. سپس نتیجه با یادآوری (41.2) به‌دست می‌آید.

شرط تقارن (39.2) ما را قادر می‌سازد تا مختصات خاصی را برگزینیم که در آن نمادهای کریستوفل همه در یک نقطهٔ معین صفر شوند. فرض کنید که کار را با  $\Gamma_{np}^m \neq 0$  در دستگاه مختصات  $(x^i)$  در نقطهٔ P آغاز کنیم. مختصات P را به‌صورت  $x_P^i$  در نظر بگیرید. اکنون مختصات جدید در حوالی P را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$x'^k = x^k - x_P^k - \frac{1}{\sqrt{-g}} \Gamma_{nm}^k (x^n - x_P^n)(x^m - x_P^m). \quad (43.2)$$

پس در P داریم

$$x'_P{}^i = 0, \quad \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} = \delta_m^i, \quad \frac{\partial^2 x'^i}{\partial x^n \partial x^m} = -\Gamma_{nm}^i$$

با این نتیجه که، از (۳۶.۲) داریم،

$$\Gamma'_{mn}|_P = 0.$$

به علاوه، با یک تبدیل خطی می‌توانیم دستگاه مختصاتی را انتخاب کنیم که در آن در هر نقطه برگزیده  $P$  داشته باشیم

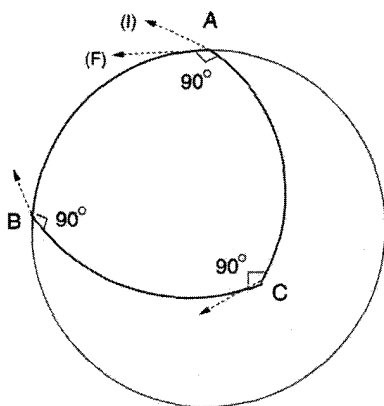
$$g_{ik} = \eta_{ik} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1), \quad \Gamma'_{kl} = 0 \quad (44.2)$$

چنین دستگاه مختصاتی را، به دلایلی که بعداً معلوم خواهد شد، دستگاه مختصات لخت موضعی می‌نامند. سوای معانی ضمنی فیزیکی در نسبیت عام، دستگاه مختصات لخت موضعی اغلب یک ابزار ریاضی سودمند برای ساده‌سازی محاسبات است. همچنین به خواننده هشدار می‌دهیم که واژه مهم «محلی» است: ساده‌سازیهایی را که (۴۴.۲) ایجاب می‌کند نمی‌توان به‌طور سراسری به‌کار برد. چه چیز مانع از آن می‌شود که بتوان به یک دستگاه مختصات لخت سراسری دست یافت؟ در جستجوی پاسخی به این پرسش به جدیدترین جنبه تفاوت هندسه نااقلیدسی با همتای اقلیدسی آن برمی‌خوریم.

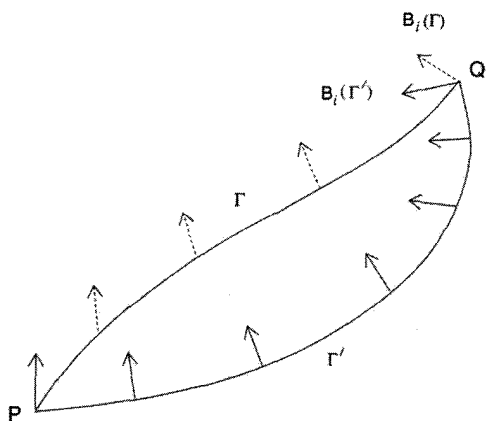
## ۵.۲ خمیدگی فضا زمان

شکل ۹.۲ (الف) مثال قبلی هندسه نااقلیدسی را برای سطح یک کره تکرار می‌کند. مثلث  $ABC$  شکل ۲.۲ (الف) را داریم که هر یک از سه زاویه آن  $90^\circ$  است. ببینیم چه بر سر برداری (که با پیکان نقطه‌چین نشان داده است) می‌آید که به‌طور موازی در امتداد سه ضلع این مثلث انتقال می‌یابد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، این بردار وقتی سفر خود را در نقطه  $A$  آغاز می‌کند بر  $AB$  عمود است. وقتی به نقطه  $B$  می‌رسد در امتداد  $CB$  قرار دارد. بنابراین در حرکت از  $B$  به  $C$  در جهت این خط است. در  $C$  مجدداً بر  $AC$  عمود می‌شود. بنابراین در امتداد  $CA$  از  $C$  به  $A$  حرکت می‌کند، این عمود بودن را حفظ می‌کند با این نتیجه که وقتی به  $A$  می‌رسد در جهت  $AB$  است. به عبارت دیگر، یک دور حول این مثلث باعث تغییر جهت بردار به اندازه  $90^\circ$  شده است، اگرچه در هر مرحله به موازات خودش حرکت کرده است!

آزمایشی مشابه با مثلثی که روی یک صفحه کاغذ تخت رسم شده باشد نشان می‌دهد که در حرکت یک بردار به موازات خود حول مثلث هیچ تغییر جهتی صورت نمی‌گیرد. بنابراین مثلث فیزیکی ما رفتاری متفاوت از مثلث تخت اقلیدسی دارد.



(الف)



(ب)

شکل ۹.۲ (الف) ترابرد موازی یک بردار دور مثلث ABC جهت آن را از I به F تغییر می‌دهد. ترابرد موازی بردار  $B_i$  از P به Q به  $\Gamma$  بین P و Q بستگی دارد که بردار در امتداد آن منتقل می‌شود. برای خم بالای  $\Gamma$ ، نتیجه نهایی بردار خط چین در Q است، درحالی‌که برای خم پایینی  $\Gamma'$  نتیجه نهایی با پیکان کامل نشان داده شده است.

پدیده‌ای که در شکل ۹.۲ (الف) نشان داده شده است را می‌توان به صورت زیر نیز بیان کرد. اگر بردارمان را در امتداد دو مسیر از A به C حرکت دهیم — در امتداد AC و در امتداد AB به علاوه BC — درمی‌یابیم که به دو جهت متفاوت اشاره خواهد داشت. در واقع، اگر هر دو منحنی دلخواه را از A به C در نظر می‌گیریم درمی‌یافتیم که ترابرد موازی یک بردار از A به C از یک منحنی به منحنی دیگر تغییر می‌کند؛ یعنی، نتیجه به مسیر ترابرد از A به C بستگی دارد. این یکی از ویژگی‌هایی است که فضای خمیده را از فضای تخت متمایز می‌سازد. بگذارید آن را به صورت کلیتر در فضا زمان چهار بعدی در نظر بگیریم. اگر بردار  $B_i$  در P به طور موازی به Q منتقل شود و اگر این شرط را اعمال کنیم که پاسخ باید مستقل از خمی باشد که P را به Q متصل می‌کند (نگاه کنید به شکل ۹.۲ (ب)). دیدیم که تحت ترابرد موازی از نقطه  $\{x^i\}$  به نقطه مجاور  $\{x^i + \delta x^i\}$ ، مؤلفه‌های بردار مطابق (۳۳.۲) تغییر می‌کنند. اگر امکان داشت که  $B_i$  را از P به Q منتقل کنیم بدون اینکه نتیجه به مسیر انتخاب شده بستگی داشته باشد، می‌توانستیم یک میدان برداری  $B^i(x^k)$  تولید کنیم که در معادله دیفرانسیل زیر صدق کند

$$\frac{\partial B_i}{\partial x^k} = \Gamma_{ik}^l B_l \quad (۴۵.۲)$$

بنابراین پاسخ پرسش ما به یافتن جواب ناصفر برای دستگاه چهار معادلهٔ دیفرانسیل (۴۵.۲) بستگی دارد.

شرط لازم برای وجود یک جواب به آسانی به دست می آید. از (۴۵.۲) نسبت به  $x^n$  مشتق می گیریم تا به دست آوریم

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 B_i}{\partial x^n \partial x^k} &= \frac{\partial}{\partial x^n} (\Gamma_{ik}^l B_l) = \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^n} B_l + \Gamma_{ik}^l \frac{\partial B_l}{\partial x^n} \\ &= \left( \frac{\partial \Gamma_{ik}^m}{\partial x^n} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{ln}^m \right) B_m. \end{aligned}$$

اکنون ترتیب مشتق گیری نسبت به  $x^k$  و  $x^n$  را عوض می کنیم و از نتیجهٔ  $B_{i,nk} = B_{i,kn}$  بهره می گیریم. بدین ترتیب شرط لازم را به صورت زیر به دست می آوریم

$$R_{i\ kn}^m \equiv \frac{\partial \Gamma_{ik}^m}{\partial x^n} - \frac{\partial \Gamma_{in}^m}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{ln}^m - \Gamma_{in}^l \Gamma_{lk}^m = 0. \quad (46.2)$$

از عبارت بالا به سادگی معلوم نمی شود که  $R_{i\ kn}^m$  باید یک تانسور باشد. اما، نتیجهٔ ما برای معنی دار بودن، از هر مختصاتی که برای به دست آوردن آن استفاده کنیم، باید معتبر باشد. بنابراین انتظار داریم که  $R_{i\ kn}^m$  یک تانسور باشد. محاسبه ای ساده نشان می دهد که برای هر میدان برداری دوبار مشتق پذیر  $B_i$

$$B_{i;nk} - B_{i;kn} \equiv R_{i,kn}^m B_m. \quad (47.2)$$

چون طرف چپ یک تانسور است، پس طرف راست نیز باید تانسور باشد، و چون  $B_m$  یک بردار دلخواه است، از قانون خارج قسمت (نگاه کنید به تمرین ۱۰) این نتیجه به دست می آید که  $R_{i\ kn}^m$  مؤلفه های یک تانسور هستند.

این تانسور، که به تانسور ریمان کریستوفل (یا، به طور ساده تر، تانسور ریمان) معروف است، نقش مهمی در مشخص کردن ویژگیهای هندسی فضا زمان دارد. اگرچه رابطهٔ (۴۶.۲) را به صورت یک شرط لازم به دست آوردیم، یک روش دقیقتر نشان می دهد که (۴۶.۲) نیز شرط کافی برای آن است که یک میدان برداری  $B_i(x^k)$  را بتوان با تریبرد موازی در فضا زمان تعریف کرد. در اینجا، به جزئیات ریاضی اثبات آن نمی پردازیم.

در صورتی فضا زمان را تخت می گویند که تانسور ریمان آن در همه جا صفر باشد. در غیر این صورت، فضا زمان خمیده است. تمرینهای ۲۶ و ۲۷ دو راه دیگر را به نمایش می گذارد که به وسیلهٔ آنها این تانسور ویژگیهای یک فضا زمان خمیده را از فضا زمان تخت متمایز می سازد.

### ۱.۵.۲ تقارنهای $R_{iklm}$

راحت تر است که برای مطالعه ویژگیهای تقارن تانسور ریمان، اندیس دوم آن را پایین آورد. چون تقارن یا پادتقارن یک تانسور به مختصات به کار رفته بستگی ندارد، بهتر است (۴۶.۲) را در مختصات لخت موضعی (۴۴.۲) بنویسیم. به دست می آوریم

$$R_{iklm} = \frac{1}{4}(g_{kl,im} + g_{im,kl} - g_{km,il} - g_{il,km}). \quad (48.2)$$

از این عبارت تقارنهای زیر بلافاصله به دست می آید

$$R_{iklm} = -R_{kilm} = -R_{ikml} = R_{lmik}. \quad (49.2)$$

می توانیم رابطه هایی از نوع زیر را هم به دست آوریم

$$R_{iklm} + R_{imkl} + R_{ilmk} \equiv 0. \quad (50.2)$$

اگر همه این تقارنهای را به حساب آوریم، درمی یابیم که از  $4^4 = 256$  مؤلفه تانسور ریمان، فقط حداکثر ۲۰ مؤلفه مستقل هستند! به علاوه، به زودی خواهیم دید که اتحادهایی وجود دارد که مشتقهای آنها را به یکدیگر مرتبط می سازد.

### ۲.۵.۲ تانسورهای اینشتین و ریچی<sup>۱</sup>

با بهره گیری از فرایند ادغام می توان از  $R_{iklm}$  تانسورهایی با رتبه کمتر ساخت. تانسور

$$R_{kl} = g^{im} R_{iklm} \equiv R^m_{klm} \quad (51.2)$$

تانسور ریچی خوانده می شود. اگر از دستگاه مختصات لخت موضعی استفاده کنیم. بلافاصله می بینیم که

$$R_{kl} = R_{lk}. \quad (52.2)$$

به واسطه تقارنهای (۴۹.۲)، هیچ تانسور رتبه دوم مستقل دیگری را نمی توان از  $R_{iklm}$  ساخت. با ادغام بیشتر یک کمیت نرده ای به دست می آوریم:

$$R = g^{ik} R_{ik} \equiv R^k_k. \quad (53.2)$$

$R$  را خمیدگی زده‌ای می‌نامند. تانسور

$$G_{ik} \equiv R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R \quad (۵۴.۲)$$

نقش مهمی در نسبت عام اینشتین ایفا خواهد کرد. این تانسور، تانسور اینشتین خوانده می‌شود.

### ۳.۵.۲ اتحادهای بیانکی<sup>۱</sup>

عبارت (۴۸.۲) تقارن دیگری را برای مؤلفه‌های  $R_{iklm}$  نشان می‌دهد. این تقارن جبری نیست، بلکه شامل حسابان است. به زبان هموردا می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد

$$R_{iklm;n} + R_{iknl;m} + R_{ikmn;l} \equiv 0. \quad (۵۵.۲)$$

این رابطه‌ها را اتحادهای بیانکی می‌نامند. اثبات آنها به ساده‌ترین وجه از دستگاههای لخت موضعی، مانند (۴۸.۲) به دست می‌آید.

با ضرب (۵۵.۲) در  $g^{im}g^{kn}$ ، و بهره‌گیری از (۵۱.۲) تا (۵۳.۲)، می‌توانیم اتحاد دیگری را به دست آوریم که در نسبت مهم است

$$\left( R^{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R \right)_{;k} \equiv 0. \quad (۵۶.۲)$$

به عبارت دیگر، تانسور اینشتین  $G^{ik}$  دارای دیورژانس صفر است.

### ۶.۲ ژئودزیکها

تاکنون درباره هندسه‌های ناقلیدسی صحبت کردیم بدون اینکه بگوییم که آیا چیزی هم‌ارز خط راست در هندسه اقلیدسی در آنها وجود دارد. اکنون نشان می‌دهیم که چگونه مفاهیم هم‌ارز آن به صورتی که در زیر خواهیم گفت در هندسه ریمانی وجود دارد.

دو ویژگی خط راست را می‌توان تعمیم داد: ویژگی «مستقیم بودن» و ویژگی «کوئتاهاترین فاصله بودن». مستقیم بودن به معنای آن است که با حرکت در امتداد خط، جهت آن تغییر نمی‌کند. ابتدا بگذارید ببینیم که چگونه می‌توان این ویژگی را تعمیم داد.

اگر  $x^i(\lambda)$  نمایش پارامتری یک منحنی در فضا زمان باشد، بردار مماس بر آن از رابطه زیر

به دست می‌آید

$$w^i = \frac{dx^i}{d\lambda} \quad (۵۷.۲)$$

معیار مستقیم بودن ایجاب می‌کند که  $u^i$  در امتداد منحنی تغییر نکند. در عبور از  $\lambda$  به  $\lambda + \delta\lambda$ ، تغییر در  $u^i$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta u^i = \frac{du^i}{d\lambda} \delta\lambda + \Gamma_{kl}^i u^k \delta x^l.$$

عبارت دوم در طرف راست ناشی از تغییر حاصل از تریارد موازی در جابه‌جایی مختصات  $\delta x^l$  است. اما،  $\delta x^l = u^l \delta\lambda$ . بنابراین شرط عدم تغییر جهت  $u^i$  ایجاب می‌کند که  $\Delta u^i = 0$ ؛ یعنی

$$\frac{du^i}{d\lambda} + \Gamma_{kl}^i u^k u^l = 0. \quad (58.2)$$

این شرطی است که باید برقرار باشد تا منحنی ما مستقیم بشود.

دومین ویژگی خط راست در فضای اقلیدسی آن است که این خط کوتاهترین فاصله بین دو نقطه است. بگذارید این ویژگی را به صورت زیر تعمیم دهیم. اگر منحنی، که با  $\lambda$  پارامتری‌سازی شده است، دو نقطه  $P_1$  و  $P_2$  با پارامترهای به ترتیب  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  را در فضا زمان به هم متصل کند، «فاصله»  $P_2$  از  $P_1$  به صورت زیر تعریف می‌شود

$$s(P_2, P_1) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left( g_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda} \right)^{1/2} d\lambda \equiv \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L d\lambda. \quad (59.2)$$

اکنون می‌خواهیم که  $s(P_2, P_1)$  برای جابه‌جاییهای کوچک منحنی که  $P_1$  را به  $P_2$  متصل می‌کند «مانا» باشد، این جابه‌جاییها در  $P_1$  و  $P_2$  صفر می‌شود (نگاه کنید به شکل ۱۰.۲ (ب)).

این یک مسئله استاندارد در حسابان تغییرات است، و حل آن به معادله‌های آشنای اویلر-لاگرانژ

می‌انجامد

$$\frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^i} = 0. \quad (60.2)$$

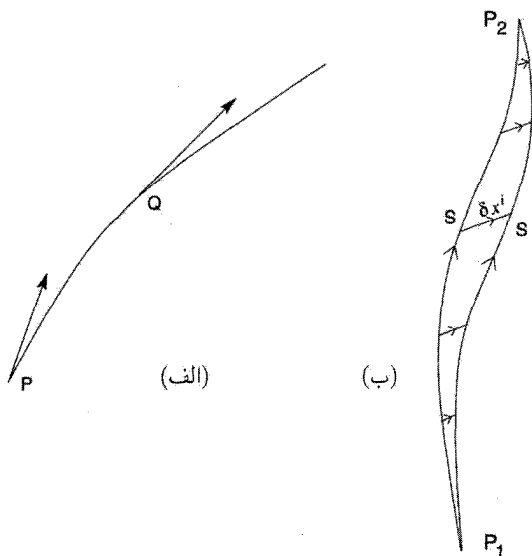
که در آن  $\dot{x}^i \equiv dx^i/d\lambda$  و  $L \equiv [g_{ik}(dx^i/d\lambda)(dx^k/d\lambda)]^{1/2}$  تابعی از  $x^i$  و  $\dot{x}^i$  است. به راحتی دیده می‌شود که (۶۰.۲) به رابطه زیر می‌انجامد

$$\frac{d}{d\lambda} \left( g_{ik} \frac{1}{L} \frac{dx^k}{d\lambda} \right) - \frac{1}{2} g_{mn,i} \frac{1}{L} \frac{dx^m}{d\lambda} \frac{dx^n}{d\lambda} = 0.$$

با جایگزینی

$$ds = L d\lambda$$

(۶۱.۲)



شکل ۱۰.۲ (الف) بردار مماس بر ژئودزیک موازی خودش حرکت می‌کند. مماسها در P و Q موازی‌اند زیرا روی یک ژئودزیک  $\Gamma$  قرار دارند. (ب) شرط مانایی نشان می‌دهد که فاصله «s» بین  $P_1$  و  $P_2$  برای تغییر کوچک ( $\delta x^i$ ) خم  $\Gamma$  که آنها را به هم متصل می‌کند باید ثابت بماند.

و بهره‌گیری از (۴۰.۲)، معادله بالا به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0. \quad (۶۲.۲)$$

چند نکته مبهم در به دست آوردن این رابطه وجود دارد که باید سر و سامان یابد. اولاً،  $L$  فقط برای منحنی‌های زمان‌گونه حقیقی خواهد بود. بنابراین اگر بخواهیم از یک پارامتر حقیقی در امتداد منحنی استفاده کنیم، باید برای منحنی‌های فضاگونه به جای  $ds$  مقدار زیر را بگذاریم

$$d\sigma = i ds, \quad i = \sqrt{-1}. \quad (۶۳.۲)$$

برای خمهای صفر،  $L = 0$ . بنابراین نحوه برخورد بالا به کار نمی‌رود. بنابراین راحت‌تر است که انتگرال زیر را جایگزین (۵۹.۲) کنیم:

$$I = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L^2 d\lambda \quad (۶۴.۲)$$



و  $\delta I = 0$  را در نظر بگیریم. همواره می‌توان پارامتر جدید  $\lambda' = \lambda'(\lambda)$  را چنان در نظر گرفت که معادلهٔ خم با  $\lambda'$  به جای  $s$  همان شکل (۶۲.۲) را داشته باشد.

به راحتی دیده می‌شود که (۶۲.۲) همان (۵۸.۲) است. اگرچه  $s$  در (۶۲.۲) مفهوم خاص «در امتداد خم» را دارد، درحالی‌که  $\lambda$  در (۵۸.۲) عام به نظر می‌رسد، اما مشاهدهٔ اینکه برای صادق بودن (۵۸.۲)، باید  $\lambda$  مضرب ثابتی از  $s$  باشد مشکل نیست. زیرا در (۵۸.۲)

$$g_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda} = C, \quad C = \text{const.} \quad (۶۵.۲)$$

این خمهای «فاصلهٔ مانا» را ژئودزیک می‌نامند. برای خمهای زمان‌گونه  $C > 0$ ، برای خمهای فضاگونه  $C < 0$ ، درحالی‌که برای خمهای صفر  $C = 0$  است.  $\lambda$  را پارامتر آفین می‌نامند.

### مثال

بگذارید ژئودزیکهای صفر را برای  $t = 0$ ،  $r = 0$  تا  $t = T$ ،  $r = R$ ،  $\theta = \theta_1$ ،  $\phi = \phi_1$  در فضا زمان دوسیته محاسبه کنیم

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{2Ht} [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]$$

که در آن  $H$  مقداری ثابت است. اثبات اینکه  $\theta$  و  $\phi$  در صورتی در معادلهٔ (۶۲.۲) صدق می‌کنند که  $\theta = \theta_1$  و  $\phi = \phi_1$  باشد دشوار نیست. یعنی خط راست ما در جهت ثابت  $(\theta, \phi)$  حرکت می‌کند. معادلهٔ  $t$  به صورت زیر ساده می‌شود.

$$\frac{d^2 t}{d\lambda^2} + \frac{H}{c^2} e^{2Ht} \left( \frac{dr}{d\lambda} \right)^2 = 0.$$

از طرف دیگر، انتگرال اول (۶۵.۲) می‌دهد،

$$c^2 \left( \frac{dt}{d\lambda} \right)^2 = e^{2Ht} \left( \frac{dr}{d\lambda} \right)^2.$$

دو معادله را می‌توان به راحتی حل کرد و به دست آورد

$$t = \frac{1}{H} \ln \left( 1 + \frac{\lambda}{\lambda_0} \right), \quad r = \frac{c}{H} \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_0}.$$

که  $\lambda_0$  از این شرط مرزی که برای  $r = R$  داریم  $t = T$  به دست می‌آید. توجه کنید که در صورتی جواب وجود دارد که  $R$  و  $T$  با شرط زیر به هم مربوط شوند

$$R = \frac{c}{H} (1 - e^{-HT}).$$

سپس نقش ژئودزیکها را در نسبیت عام در نظر می‌گیریم.

## ۷.۲ اصل هم‌ارزی

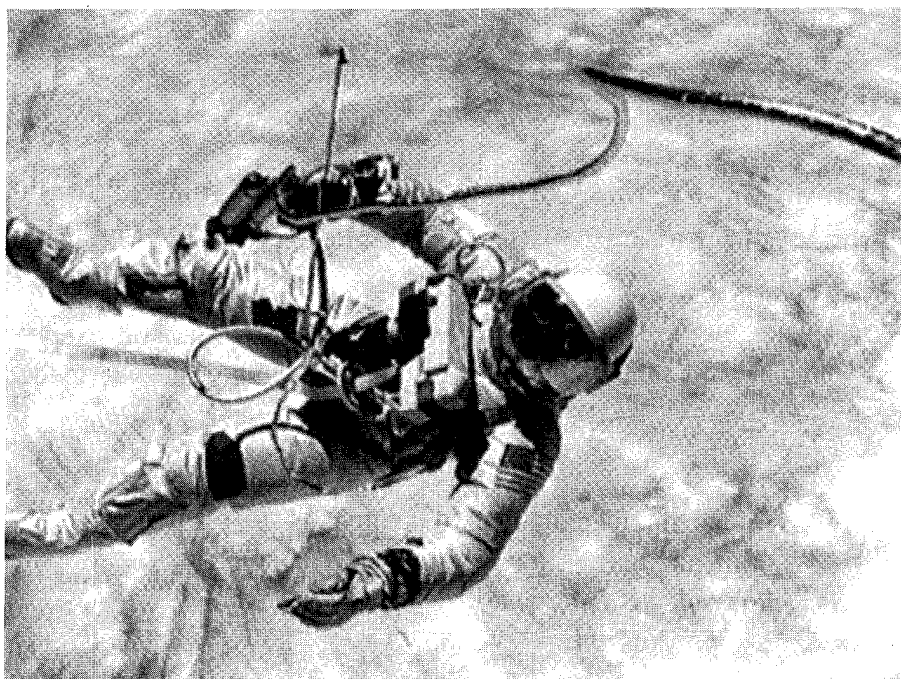
پس از توصیف نظام بردارها و تانسورها، و ترسیم خطوط کلی جنبه‌های چشمگیر هندسهٔ ریمانی، اکنون اولین تماس را با فیزیک برقرار و اصل هم‌ارزی معروف را معرفی می‌کنیم که نقش مهمی را در نسبیت عام ایفا می‌کند.

بگذارید به نتیجهٔ کاملاً ریاضیاتی که در قالب رابطه‌های (۴۴.۲) بیان شد برگردیم و بکشیم تا مفهوم فیزیکی آنها را توصیف کنیم. این رابطه‌ها بیان می‌کنند که مختصات خاصی (لخت موضعی) در حوالی هر نقطهٔ  $P$  در فضا زمان وجود دارد که مانند مختصات  $(t, x, y, z)$  نسبیت خاص عمل می‌کند. به لحاظ فیزیکی، این مختصات چارچوب مرجع خاصی را ایجاد می‌کند که در آن این توهم زودگذر به وجود می‌آید که هندسه در  $P$  و در همسایگی نزدیک  $P$  مربوط به نسبیت خاص است. این توهم برای  $P$  زودگذر و موضعی است زیرا دیدیم که رابطه‌های (۴۴.۲) را نمی‌توان طوری در نظر گرفت که در همه جا و برای تمام زمانها صادق باشد.

از دید تأکیدی در بخش ۱.۲، که گرانش خود را به صورت هندسهٔ نااقلیدسی نشان می‌دهد، باید استدلال کنیم که در چارچوب لخت موضعی بالا، گرانش به صورت لحظه‌ای در حوالی نزدیک به  $P$  از میان رفته است. در عمل این کار چگونه رخ می‌دهد؟ مثال معروف آسانسور در حال سقوط آزاد اینشتین را در نظر بگیرید. شخص داخل چنین آسانسوری احساس بی‌وزنی می‌کند. چارچوب مرجع شتابدار آسانسور یک چارچوب لخت موضعی در حوالی نزدیک به شخص سقوط‌کننده است. همین‌طور، سفینهٔ فضایی که به گرد زمین می‌گردد در واقع در گرانی زمین سقوط آزاد می‌کند، و فضاوردان داخل آن احساس بی‌وزنی می‌کنند. (شکل ۱۱.۲ شناوری فضاوردان را در فضاپیما نشان می‌دهد.)

باید تأکید کرد که این احساس بی‌وزنی در آسانسور در حال سقوط یا سفینهٔ فضایی محدود به نواحی موضعی است: هیچ چارچوب کلی وجود ندارد که گرانی زمین را در همه جا، و در تمام زمانها از میان بردارد. اگر بخواهیم که رابطه‌های (۴۴.۲) در تمام نقطه‌های فضا زمان برقرار باشد، باید در همه جا داشته باشیم  $\partial \Gamma_{kl}^i / \partial x^m = 0$ ، که به  $R_{klm}^i = 0$ ، یعنی فضا زمان تخت، می‌انجامد. بنابراین یک فضا زمان خمیده با تانسور ریمانی غیر صفر برای توصیف اثرهای واقعی گرانش ضروری است.

اصل هم‌ارزی ضعیف بیان می‌کند که اثرهای گرانش را می‌توان در بازه‌های کوچک زمانی با استفاده از چارچوبهای مرجع شتابدار مناسب از میان برداشت. بدین ترتیب این بیان فیزیکی رابطه‌های ریاضی (۴۴.۲) است. اما، می‌توان از اینجا به بیان بسیار محکمتر اصل هم‌ارزی قوی



شکل ۱۱.۲ فضانوردی در فضا شناور است. برای او گرانی به صورت موضعی از بین رفته است.

رفت، که بنا به آن هر برهم‌کنش فیزیکی (سوی گرانش، که اکنون با هندسه مشخص شده است) در یک چارچوب لخت موضعی طوری رفتار می‌کند که گویی گرانش وجود ندارد. به‌عنوان مثال، معادله‌های ماکسول شکل آشنای (مربوط به نسبیت خاص) خود را در یک چارچوب لخت موضعی دارند. بنابراین ناظری که یک آزمایش محلی را در یک آسانسور در حال سقوط آزاد انجام می‌دهد، سرعت نور را  $c$  اندازه می‌گیرد.

اصل هم‌ارزی قوی این امکان را فراهم می‌سازد تا هر قانون فیزیکی را که به زبان هموردای نسبیت خاص بیان می‌شود به‌صورت کلیتری بیان کنیم که در حضور گرانش خواهد داشت. قانون معمولاً برحسب بردارها، تانسورها، یا اسپینورها در فضا‌زمان مینکوفسکی نسبیت خاص بیان می‌شود. تنها کاری که باید انجام دهیم نوشتن آن به‌صورت شناخته‌شده (نسبیت خاص) آنها در چارچوب لخت موضعی است. بنابراین در فضا‌زمان تخت نسبیت خاص، میدان الکترومغناطیسی ماکسول  $F^{ik}$  با بردار جریان  $j^k$  با رابطه زیر مربوط می‌شود

$$F_{,i}^{ik} = 4\pi j^k. \quad (۶۶.۲)$$

در فضا زمان خمیده مشتق هموردا جایگزین مشتق معمولی تانسور می‌شود:

$$F_{ij}^{ik} = 4\pi j^k. \quad (67.2)$$

توجه کنید که اثر گرانش از طریق جمله  $\Gamma_{kl}^i$  موجود در رابطه (67.2) وارد می‌شود. این تعمیم (66.2) به (67.2) را جفت‌شدگی کمینال میدان با گرانش می‌نامند، زیرا ساده‌ترین شکل ممکن است.

بنابراین برای بیان اینکه برهم‌کنشها در حضور گرانش چه رفتاری دارند، هموردایی تحت تبدیل مختصات کلی را معیاری در نظر می‌گیریم که باید معادله‌ها داشته باشند. از مثال میدان الکترومغناطیسی بلافاصله معلوم می‌شود که پرتو نور یک ژئودزیک صفر را توصیف می‌کند. به همین ترتیب اکنون می‌توانیم جسم متحرکی را در نظر بگیریم که برهم‌کنش دیگری بجز گرانش بر آن اثر نمی‌کند—مثلاً، کواهِ ای که در میدان گرانشی زمین در حرکت است. در نبود گرانی، این جسم با سرعت یکنواخت در خط راست حرکت خواهد کرد؛ یعنی با معادله حرکت زیر

$$\frac{du^i}{ds} = 0, \quad u^i = \text{سرعت-4}. \quad (68.2)$$

در حضور گرانی، (68.2) به معادله ژئودزیک (62.2) تغییر می‌کند.

این بخش را با مثال دیگری به پایان می‌بریم که سرنخی دربارهٔ اینکه چگونه اثرهای گرانشی در هندسهٔ فضا زمان طبق نسبیت عام ظاهر می‌شوند در اختیارمان می‌گذارد. فضا زمان مینکوفسکی با جزء خط استاندارد را در نظر بگیرید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (69.2)$$

اگر تبدیل مختصات را برای  $g$  ثابت انجام دهیم،

$$x = \frac{c^2}{g} \left[ \cosh \left( \frac{gt'}{c} \right) - 1 \right] + x' \cosh \left( \frac{gt'}{c} \right)$$

$$y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{c}{g} \sinh \left( \frac{gt'}{c} \right) + \frac{x'}{c} \sinh \left( \frac{gt'}{c} \right). \quad (70.2)$$

این به جزء خط زیر می‌انجامد

$$ds^2 = \left( 1 + \frac{gx'}{c^2} \right)^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2. \quad (71.2)$$

از (۷۱.۲) چه تعبیری می‌توان کرد؟ مبدأ دستگاه  $(x', y', z')$  جهانخطی دارد که شکل پارامتری آن در مختصات قدیم از رابطه زیر به دست می‌آید

$$x = \frac{c^2}{g} \left[ \cosh \left( \frac{gt'}{c} \right) - 1 \right], \quad y = 0, \quad z = 0, \quad t = \frac{c}{g} \sinh \left( \frac{gt'}{c} \right). \quad (۷۲.۲)$$

با بهره‌گیری از سینماتیک نسبیت خاص، به آسانی می‌بینیم که (۷۲.۲) حرکت نقطه‌ای را بیان می‌کند که دارای شتاب ثابت  $g$  در جهت  $x$  است، نقطه‌ای که برای یک لحظه در مبدأ  $(z, y, z)$  در  $t = 0$  ساکن است. می‌توان جزء خط (۷۱.۲) و دستگاه مختصات جدید را فضازمانی در چارچوب سکون ناظری با شتاب یکنواخت در نظر گرفت.

محاسبه مستقیم نشان می‌دهد که تمام  $\Gamma_{kl}^i$ های (۷۱.۲) در  $x' = 0, y' = 0, z' = 0$  صفر نیستند. بنابراین چارچوب نالخت است. در حوالی مبدأ، مؤلفه متریک به صورت زیر است

$$g_{00} \approx 1 + \frac{2gx'}{c^2} = 1 + \frac{2\phi}{c^2}. \quad (۷۳.۲)$$

$\phi$  پتانسیل گرانشی نیوتونی برای میدان گرانشی یکنواخت شتاب  $-g$  را به واسطه گرانی به وجود می‌آورد. در اینجا موردی برخلاف آسانسور در حال سقوط را داریم: به نظر می‌رسد که با گزینش ناظری با شتاب مناسب یک میدان شبه‌گرانشی تولید کرده‌ایم. از «پیشوند» شبه بدین سبب استفاده کرده‌ایم که میدان گرانشی حقیقی نیست — بلکه توهمی ناشی از گزینش مختصات است. تانسور ریمان صفر است. با وجود این، رابطه (۷۳.۲)، چنانکه در بخش ۹.۲ خواهیم دید، بر میدان گرانشی واقعی نیز دلالت می‌کند.

### مثال

ذره‌ای را در نظر بگیرید که در مبدأ  $x = 0, y = 0, z = 0$  در چارچوب آشکارا مینکوفسکی (۶۹.۲) در حال سکون نگه‌داشته شده است. مسیر چارچوب با شتاب یکنواخت (۷۱.۲) چیست؟ با قرار دادن  $x = 0$  در معادله (۷۰.۲)، به دست می‌آوریم

$$x' = \frac{c^2}{g} \left[ \operatorname{sech} \left( \frac{gt'}{c} \right) - 1 \right]$$

که برای  $t'$  کوچک، یعنی برای  $c/g \ll t'$ ، تقریباً به صورت زیر درمی‌آید

$$x' = -\frac{1}{2}gt'^2.$$

بنابراین، برای ناظر ساکن در چارچوب شتابدار، به نظر می‌رسد که ذره در جهت منفی  $x'$  در «سقوط آزاد» است: ناظر این را به حساب گرانی در آن جهت می‌گذارد.

## ۸.۲ اصل کنش و تانسورهای انرژی

قبل از بررسی کامل نسبیت، بگذارید ببینیم چگونه می‌توان قانونهای فیزیک را با استفاده از اصل هم‌ارزی قوی به زبان هموردای فضا-زمان ریمانی نوشت. مثال آشنای ذرات برهم‌کنش کننده با میدان الکترومغناطیسی را در نظر می‌گیریم. قانونهای فیزیک را می‌توان از اصل کنش به دست آورد. ابتدا کنش را در فضا-زمان مینکوفسکی می‌نویسیم

$$A = - \sum_a cm_a \int ds_a - \frac{1}{\sqrt{6}\pi c} \int F_{ik} F^{ik} d^4x - \sum_a \frac{e_a}{c} \int A_i da^i. \quad (۷۴.۲)$$

که در آن  $A_i$  مؤلفه‌های ۴-پتانسیل هستند، که با رابطهٔ زیر به تانسور میدان  $F_{ik}$  مربوط می‌شوند

$$A_{k,i} - A_{i,k} = F_{ik} \quad (۷۵.۲)$$

که  $e_a$  و  $m_a$  بار و جرم سکون ذرهٔ  $a$  است، که مختصات آن  $a^i$  و ویژه زمان  $s_a$  است با

$$ds_a^2 = \eta_{ik} da^i da^k. \quad (۷۶.۲)$$

چگونه می‌توان (۷۴.۲) را به فضا-زمان ریمانی تعمیم داد؟ ابتدا، متوجه می‌شویم که  $\eta_{ik}$  (۷۶.۲) جایگزین  $g_{ik}$  شده است. سپس، با شروع از بردار هموردای  $A_i$ ، با تعمیم هموردای (۷۵.۲)  $F_{ik}$  را تولید می‌کنیم:

$$A_{k;i} - A_{i;k} = F_{ik}. \quad (۷۷.۲)$$

اما، چون عبارت (۷۷.۲) برحسب  $(i, k)$  پادمتقارن است، جمله‌های اضافی شامل نمادهای کریستوفل صفر می‌شوند و مجدداً به (۷۵.۲) برمی‌گردیم! انتگرال حجمی (۷۴.۲) به صورت زیر درمی‌آید

$$\int F_{ik} F^{ik} \sqrt{-g} d^4x. \quad (۷۸.۲)$$

عامل اضافی  $\sqrt{-g}$  بدین دلیل وارد شده است که ترکیب زیررفتاری نرده‌ای دارد.

$$\sqrt{-g} dx^1 dx^2 dx^3 dx^4 = \frac{1}{\sqrt{4}} e_{ijkl} dx^i dx^j dx^k dx^l \quad (۷۹.۲)$$

بنابراین شکل کلی (۷۴.۲) به صورت زیر است:

$$A = - \sum_a c m_a \int ds_a - \frac{1}{\sqrt{4} \pi c} \int F_{ik} F^{ik} \sqrt{-g} dx^4 - \sum \frac{e_a}{c} \int A_i da^i \quad (۸۰.۲)$$

تغییرات جهانخط ذره  $a$  معادله حرکت آن را به دست می‌دهد

$$\frac{d^2 a^i}{ds_a^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{da^k}{ds_a} \frac{da^l}{ds_a} = \frac{e_a}{m_a} F_l^i \frac{da^l}{ds_a} \quad (۸۱.۲)$$

درحالی‌که تغییرات  $A_i$  معادله‌های میدان (۶۷.۲) را می‌دهد.

اما گذار از (۷۴.۲) به (۸۰.۲)، علاوه بر جهانخطهای ذره و پتانسیل برداری، ویژگی مستقل دیگری را وارد کنش می‌کند. این ویژگی جدید هندسه فضا زمان است که با تانسور متریک  $g_{ik}$  مشخص می‌شود. اگر بخواهیم که  $g_{ik}$  متغیرهای دینامیکی و  $A$  برای تغییرات کوچک به صورت

$$g_{ik} \rightarrow g_{ik} + \delta g_{ik} \quad (۸۲.۲)$$

باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا انتظار داریم که از اصل کنش تعمیم یافته هندسه فضا زمان را به دست آوریم؟ بگذارید بررسی کنیم.

نگاهی بر کنش (۸۰.۲) نشان می‌دهد که، اگر جهانخطها و  $A_i$  را در فضا زمان ثابت نگه داریم، جمله آخر آن سهمی در تبدیل (۸۲.۲) ندارد. اما، دو جمله اول در آن سهمی‌اند. بگذارید آنها را به ترتیب در نظر بگیریم. ابتدا متوجه می‌شویم که

$$\delta(ds_a^2) = \delta g_{ik} da^i da^k$$

یعنی،

$$\delta(ds_a) = \frac{1}{\sqrt{2}} \delta g_{ik} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a.$$

بنابراین،

$$\delta \sum_a c m_a \int ds_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_a c \int m_a \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \delta g_{ik}. \quad (۸۳.۲)$$

بگذارید ابتدا این تغییر را در ۴-حجم  $\mathcal{V}$  در حوالی نقطه  $P$  در نظر بگیریم. اگر یک دستگاه مختصات لخت موضعی را در حوالی  $P$  در نظر بگیریم، می‌توانیم عبارت بالا را به صورت شناخته‌شده‌تری بیان کنیم. بگذارید ابتدا

$$p_{(a)}^i = cm_a \frac{da^i}{ds_a}$$

را ۴-تکانه ذره  $a$  در نظر بگیریم. در این صورت  $cp_{(a)}^0 = E_a$  انرژی ذره است، و به دست می‌آوریم

$$\frac{1}{\sqrt{2}} cm_a \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a = \frac{c^2}{\sqrt{2} E_a} p_{(a)}^i p_{(a)}^k dt_a = \frac{c}{\sqrt{2} E_a} p_{(a)}^i p_{(a)}^k dx_a^0.$$

شکل ۱۲.۲ حجم  $\mathcal{V}$  را در ناحیه هاشورزده در حوالی  $P$  نشان می‌دهد،  $t$  مختصه زمان محلی و  $x^\mu$  ( $\mu = 1, 2, 3$ ) مختصات قائم محلی است. عبارت (۸۳.۲) را می‌توان انتگرال حجمی روی حجم  $\mathcal{V}$  به صورت زیر در نظر گرفت

$$\delta \sum_a cm_a \int ds_a = \frac{1}{\sqrt{2} c} \int_{\mathcal{V}} \delta g_{ik} T_{(m)}^{ik} d^4 x \quad (84.2)$$

که  $T_{(m)}^{ik}$  مجموع عبارتهای

$$\frac{c^2}{E_a} p_{(a)}^i p_{(a)}^k$$

برای هر ذره  $a$  است که از واحد حجم ناحیه هاشوردار در حوالی  $P$  می‌گذرد. اکنون این جمع‌بندی را تفسیر می‌کنیم.

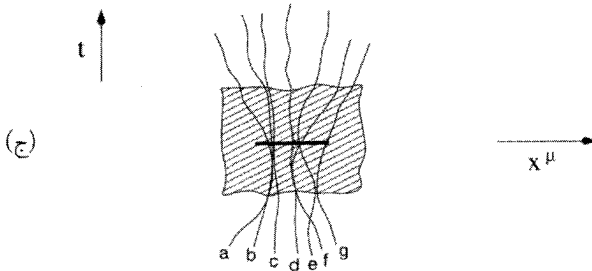
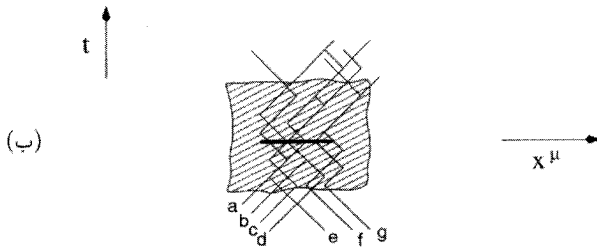
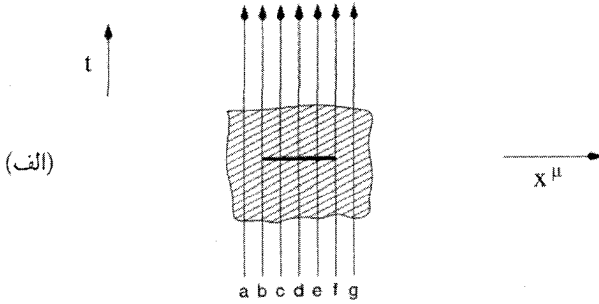
### ۱.۸.۲ تانسور انرژی ماده

این عبارت  $T_{ik}$  چیزی جز عبارت معمولی تانسور انرژی ماده نیست (که تانسور انرژی تکانه یا تانسور تنش انرژی نیز نامیده می‌شود). چون اغلب به این تانسور نیاز داریم، آن را برای سه نوع مختلف ماده به دست می‌آوریم.

#### گرد و غبار

این ساده‌ترین مورد است، که در آن همه جهانه‌خطهایی که از ناحیه هاشوردار شکل ۱۲.۲ (الف) می‌گذرند کم و بیش موازی هستند، و نشان می‌دهد که ذرات ماده بدون هیچ حرکت نسبی در حوالی  $P$  در حرکت‌اند. اگر ۴-سرعت نوعی را به صورت  $u^i$  بنویسیم و از تبدیل لورنتس برای





شکل ۱۲.۲ سه مورد از حرکت ذره در ناحیه لخت موضعی  $\mathcal{V}$  در حوالی یک نقطه  $P$  از فضا-زمان. خطهای  
 پر روی محورهای  $x^\mu$  در هر مورد یک واحد ۳-حجم را نشان می‌دهند. همه ذرات  $a, b, c, d, \dots$  که از این  
 حجم می‌گذرند در محاسبه  $T^{ik}$  به حساب می‌آیند. (الف) جهانخطهای ذره  $a, b, c, \dots$  تقریباً موازی‌اند.  
 این تقریب گرد و غبار است. (ب) ذرات به صورت کاتوره‌ای با سرعت نزدیک به سرعت نور در حرکت‌اند و  
 بر اثر برخورد تغییر جهت می‌دهند. این یک مورد نسبیتی است. (ج) موقعیت میانی که در آن ذرات برخورد  
 می‌کنند، تغییر جهت می‌دهند، و تولید فشار می‌کنند، اما حرکت‌های آنها نانسبیتی است. این مورد یک شاره  
 است.

$w^i = (1, 0, 0, 0)$  (یعنی، انتقال به چارچوب سکون گرد و غبار) استفاده کنیم، آنگاه تنها مؤلفه ناصفر تانسور انرژی عبارت است از

$$T^{\infty} = \sum_a m_a c^2 = \rho_0 c^2$$

که جمع‌زنی روی واحد حجم در حوالی  $P$  صورت می‌گیرد. در اینجا  $\rho_0$  چگالی جرم سکون گردوغبار است. در هر چارچوب لورنتس دیگر داریم

$$T_{(m)}^{ik} = \rho_0 c^2 w^i w^k. \quad (۸۵.۲)$$

عبارتی که به راحتی به هر دستگاه مختصات (نالورنتسی) دیگر تعمیم می‌یابد.

### ذرات نسبیتی

این وضعیت نشانگر حالت حدی مخالف مورد قبل است. در اینجا با ذرات به شدت نسبیتی سروکار داریم که به صورت کاتوره‌ای در  $\mathcal{V}$  (شکل ۱۲.۲ (ب)) حرکت می‌کنند. ۴-تکانه یک ذره نوعی را به صورت زیر تقریب می‌زنیم

$$p^i = \left( \frac{E}{c}, P \right), \quad E^2 = c^2 |P|^2 + m^2 c^4 \approx c^2 P^2, \quad P = |P|.$$

با بهره‌گیری از این موضوع که حرکت ذرات کاتوره‌ای است، درمی‌یابیم که تانسور انرژی دارای مؤلفه‌های فشار نیز هست:

$$T^{\infty} = \sum E = \varepsilon, \\ T^{11} = T^{22} = T^{33} = \sum \frac{P^2 c^2}{3E}. \quad (۸۶.۲)$$

عامل  $\frac{1}{3}$  ناشی از کاتوره‌ای‌سازی در همه جهتهاست. اینها تنها مؤلفه‌های ناصفر فشار هستند.  $\varepsilon$  چگالی انرژی است. بنابراین، برای ذرات کاملاً نسبیتی به دست می‌آوریم

$$T_{(m)}^{ik} = \text{diag}(\varepsilon, \frac{1}{3}\varepsilon, \frac{1}{3}\varepsilon, \frac{1}{3}\varepsilon). \quad (۸۷.۲)$$

این شکل را می‌توان برای نوترینوها و فوتونهایی که به صورت کاتوره‌ای در حرکت‌اند نیز به کار برد.

شاره

این وضعیت در شکل ۱۲.۲ (ج) نشان داده شده است و متشکل از ذراتی با حرکت‌های کوچک (نانسیستی) کاتوره‌ای است. اگر چارچوبی را برگزینیم که در آن کل شاره در چارچوب مرجع ساکن است، می‌توانیم مؤلفه‌های  $T_{(m)}^{ik}$  را به صورت زیر ارزیابی کنیم. اگر یک ذره نوعی دارای بردار تکانه‌ای به صورت زیر باشد

$$p^0 = \frac{mc}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad p^\mu = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (\mu = 1, 2, 3) \quad (۸۸.۲)$$

داریم

$$T^{00} = \sum mc^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \cong \sum mc^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) = \rho c^2,$$

$$T^{11} = T^{22} = T^{33} = \frac{1}{3} \sum mv^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \cong p. \quad (۸۹.۲)$$

که در آن  $p$  و  $\rho$  چگالی و فشار شاره است. در چارچوب مرجعی که در آن شاره به طور کلی دارای سرعت  $u^i$  است، تانسور انرژی به صورت زیر درمی‌آید

$$T_{(m)}^{ik} = (p + \rho c^2) u^i u^k - p \eta^{ik}. \quad (۹۰.۲)$$

بدیهی است که شکل عموماً هموردای (۹۰.۲) به صورت زیر است

$$T_{(m)}^{ik} = (p + \rho c^2) u^i u^k - p g^{ik}. \quad (۹۱.۲)$$

توجه کنید که  $\rho$  صرفاً چگالی جرم سکون نیست، بلکه همان طور که در (۸۹.۲) دیده می‌شود، شامل چگالی انرژی داخلی نیز هست.

می‌توان با در نظر گرفتن دستگاه مختصات لخت موضعی در  $P$  محدودیت را کم کرد. در این صورت شکلی کلی (۸۴.۲) به صورت زیر است

$$\delta \sum_a c m_a \int ds_a = \frac{1}{2c} \int T_{(m)}^{ik} = \sqrt{-g} \delta g_{ik} d^4 x. \quad (۹۲.۲)$$

### ۲.۸.۲ تانسور انرژی میدان الکترومغناطیسی

اکنون تغییر جمله دوم (۷۴.۲) را در نظر می‌گیریم. اگر  $A_i$  را ثابت نگه‌داریم،  $F_{ik}$ ، که از (۷۷.۲) یا (۷۵.۲) به‌دست می‌آید، براثر تغییر  $g_{ik}$  بدون تغییر می‌ماند. بنابراین

$$\delta(F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}) = F_{ik}F_{lm}\delta(g^{il}g^{km}\sqrt{-g}).$$

از (۲۵.۲) به‌دست می‌آوریم

$$\delta g^{ik}g_{kl} = -g^{ik}\delta g_{kl}$$

یعنی،

$$\delta g^{ik} = -g^{im}g^{kn}\delta g_{mn}. \quad (۹۳.۲)$$

همین‌طور، از (۴۱.۲) داریم

$$\delta\sqrt{-g} = \frac{1}{2}g^{ik}\sqrt{-g}\delta g_{ik}. \quad (۹۴.۲)$$

با قرار دادن این عبارتها در تغییرات جمله دوم کنش به‌دست می‌آوریم

$$\delta \frac{1}{16\pi c} \int_V F_{ik}F^{ik}\sqrt{-g}d^4x = \frac{1}{4c} \int_V T_{(em)}^{ik}\sqrt{-g}\delta g_{ik}d^4x \quad (۹۵.۲)$$

که تانسور انرژی الکترومغناطیسی از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$T_{(m)}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{1}{4}F_{mn}F^{mn}g^{ik} - F_i^j F^{jk} \right). \quad (۹۶.۲)$$

از این دو مثال معلوم است که رابطه تانسور انرژی هر جمله کنش به‌صورت  $\Lambda$  با تغییرات  $\Lambda$

به‌شکل زیر است

$$\delta\Lambda = \frac{1}{4c} \int T_{(\Lambda)}^{ik}\sqrt{-g}\delta g_{ik}d^4x. \quad (۹۷.۲)$$

در نظریه‌هایی که فقط در فضای مینکوفسکی تعریف شده‌اند، شکل تانسورهای انرژی تا اندازه‌ای موردی است. آنها به‌صورت صریح وارد هیچ معادله میدان دینامیکی نمی‌شوند. این تانسورها فقط از طریق دیورژانسهای خود ظاهر می‌شوند، و پایستگی انرژی و تکانه از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$T_{,k}^{ik} = 0. \quad (۹۸.۲)$$

در چارچوب فضا-زمان خمیده ما،  $T^{ik}$  از طریق تغییرات  $g_{ik}$  تعریفی طبیعی پیدا می‌کند. این تغییرات تانسور متریک بوده‌که باعث شد هیلبرت معادله‌های میدان نسبیّت عام را، اندکی پس از اینکه اینشتین آنها را با توجه به ملاحظات رهگشا پیشنهاد کرد، به‌دست آورد. اکنون به این موضوع می‌پردازیم.

## ۹.۲ معادله‌های گرانشی

در بخش قبل نشان دادیم که تغییرات کنش  $A$  نسبت به  $g_{il}$  به تانسور انرژی برهم‌کنشهای مختلف می‌انجامد. اما هنوز معادله‌های دینامیکی را در اختیار نداریم که چگونگی تعیین  $g_{ik}$  برحسب توزیع ماده و انرژی را نشان دهد. به‌نظر اینشتین تانسورهای انرژی باید به‌صورت «چشمه‌های» گرانی عمل می‌کردند. با دنبال کردن روند کلی فیزیک قرن نوزدهم، به‌ویژه معادله‌های ماکسول، اینشتین در پی رابطه‌ای بود که برای  $g_{ik}$  به‌عنوان معادله موج عمل کند و  $T_{ik}$  چشمه آن باشد. بلافاصله معلوم می‌شود که معادله موج استاندارد به‌صورت هموردای زیر

$$g^{mn} g_{ik;mn} = \kappa T_{ik}, \quad (۹۹.۲)$$

که در آن  $\kappa$  یک مقدار ثابت باشد، مناسب نیست، زیرا طرف چپ آن به‌طور همانندی صفر می‌شود. آیا تانسور رتبهٔ دوم با اندیسه‌های متقارن (مانند  $T_{ik}$ ) وجود دارد که شامل مشتق دوم  $g_{ik}$  باشد؟ بدیهی است که اگر این تانسور بخواهد جنبه‌های خاص خمیدگی فضا-زمان را نمایان سازد، باید با تانسور ریمان مرتبط باشد. اینشتین سرانجام، پس از آزمون و خطا به تانسور  $G_{ik}$  در رابطه (۵۴.۲) رسید. معادله‌های میدان نسبیت عام، که در سال ۱۹۱۵ چاپ شدند، به‌صورت زیر بودند

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \equiv G_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad (۱۰۰.۲)$$

این معادله‌ها دارای این امتیاز اضافی هستند که با توجه به اتحادهای بیانکی در (۵۶.۲) باید داشته باشیم

$$T^{ik}_{;k} \equiv 0. \quad (۱۰۱.۲)$$

یعنی قانون پایستگی انرژی و تکانه به‌طور طبیعی از (۱۰۰.۲) به‌دست می‌آید.

اگرچه ده معادلهٔ اینشتین برای ده مجهول  $g_{ik}$  وجود دارد، اما شرط دیورژانس (۱۰۱.۲) تعداد معادله‌های مستقل را به ۶ تقلیل می‌دهد. این نامعین بودن مسئله ناشی از هموردایی کلی نظریه است: اگر  $g_{ik}$  یک جواب باشد، هر تبدیل تانسور  $g_{ik}$  که از تبدیل مختصات به‌دست آید نیز یک جواب است.

رابطه (۱۰۱.۲) برای هر  $T^{ik}$  که از اصل کنش با تغییر  $g_{ik}$  به‌دست آمده باشد (تمرین ۳۳) حاصل می‌شود. بنابراین بجاست که بپرسیم آیا تانسور اینشتین را می‌توان از اصل کنش به‌دست آورد. این مسئله را هیلبرت پس از مطرح کردن معادله‌های گرانش اینشتین حل کرد. مسئله هیلبرت

را می‌توان به صورت زیر مطرح کرد. تغییر جملهٔ زیر را در نظر بگیرید

$$\int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}d^4x$$

برای  $g^{ik} \rightarrow g^{ik} + \delta g^{ik}$  با قید اینکه  $\delta g^{ik}$  و  $\delta g_{ik}$  در مرز  $\mathcal{V}$  صفر شوند. می‌توان نشان داد (تمرین ۳۴ و ۳۵) که

$$\begin{aligned} \delta \int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}d^4x &= \int_{\mathcal{V}} \delta g^{ik} (R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R)\sqrt{-g}d^4x \\ &= - \int_{\mathcal{V}} \delta g_{ik} (R^{ik} - \frac{1}{4}g^{ik}R)\sqrt{-g}d^4x. \end{aligned} \quad (10.2.2)$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که معادله‌های اینشتین را، در صورت افزودن جمله زیر به  $A$ ، می‌توان از اصل کنش به دست آورد

$$A_{\text{گرانشی}} = \frac{1}{2\kappa c} \int_{\mathcal{V}} R\sqrt{-g}d^4x. \quad (10.3.2)$$

به علاوه، اگر به کمیت نرده‌ای  $R$  مقداری ثابت (مثلاً،  $2\lambda$ ) را بیفزاییم که یک نرده‌ای بدیهی است، یک سری معادله‌های میدان اصلاح شده به دست می‌آوریم:

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik}. \quad (10.4.2)$$

می‌توان این معادله‌ها را نشانگر تغییرکنش در ناحیهٔ فضا-زمان حجم معین در نظر گرفت، که در آن  $\lambda$  نقش لاگرانژی ضریب نامعین را دارد. این معادله‌ها را فقط هنگامی در نظر می‌گیریم که دربارهٔ کیهان‌شناسی بحث می‌کنیم، زیرا جملهٔ اضافی (جملهٔ  $\lambda$ ) دارای اهمیت کیهان‌شناختی است. فعلاً به رابطهٔ (۱۰۰.۲) بازمی‌گردیم و رابطهٔ  $\kappa$  را با ثابتهای شناخته‌شدهٔ فیزیکی به دست می‌آوریم.

## ۱.۹.۲ تقریب نیوتونی

اکنون به مسئله اساسی اندازهٔ  $\kappa$  و رابطهٔ میان نسبیت عام و گرانش نیوتونی می‌پردازیم. اولین نشانهٔ ارتباط میان گرانش نیوتونی و نظریهٔ فعلی را رابطهٔ (۷۳.۲) به دست داد و دیدیم که  $g_{00}$  تفاوت چندانی با واحد ندارد، پس اختلاف  $(g_{00} - 1)$  با پتانسیل گرانشی نیوتونی متناسب است. اکنون می‌خواهیم این رابطه را فرمولبندی و در نتیجه  $\kappa$  را تعیین کنیم. نشان می‌دهیم که در آنچه به

اصطلاح حرکت آهسته + تقریب میدان ضعیف خوانده می‌شود، نسبت عام به گرانش نیوتونی تحویل می‌یابد.

این تقریب را فرضهای زیر مشخص می‌کند:

۱. حرکت ذرات نانسیتی است:  $v \ll c$ . در این صورت به مکانیک نیوتونی برمی‌گردیم.
۲. میدانهای گرانشی ضعیف‌اند به طوری که

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik}, \quad |h_{ik}| \ll 1. \quad (10.5.2)$$

این نامساوی نشان می‌دهد که می‌توان توانهای بزرگتر از ۲  $|h_{ik}|$  را در اصل کنش و بزرگتر از ۱ را در معادله‌های میدان نادیده گرفت.

۳. میدانهای گرانشی با زمان به کندی تغییر می‌کنند. این بدان معنی است که می‌توان از مشتقهای زمانی در مقابل مشتقهای فضایی چشمپوشی کرد.

اکنون ببینیم که کنش با این تقریبه‌ها چگونه ساده می‌شود. ابتدا توجه کنید که  $x^0 = ct$

$$ds^2 = (\eta_{ik} + h_{ik}) dx^i dx^k \approx (1 + h_{00}) c^2 dt^2 - v^2 dt^2 \quad (10.6.2)$$

یعنی،

$$ds \approx \left( \sqrt{1 + h_{00} - \frac{v^2}{c^2}} \right) c dt \approx \left( 1 + \frac{1}{2} h_{00} - \frac{v^2}{2c^2} \right) c dt. \quad (10.7.2)$$

سپس جمله‌هایی را در نظر می‌گیریم که در آنها خمیدگی نرده‌ای دخیل است. عبارت خطی شده برای تانسور ریمانی (نگاه کنید به (۴۸.۲)) عبارت است از

$$R_{iklm} \approx \frac{1}{2} (h_{kl,im} + h_{im,kl} - h_{km,il} - h_{il,km}). \quad (10.8.2)$$

مقدارهای نظیر  $R$  را نیز می‌توان محاسبه کرد. با این همه، در نظر گرفتن اصل کنش به جای معادله‌های میدان در این تقریب نیاز به دقت دارد، زیرا انتظار داریم عبارتهای درجه دوم در  $h_{ik}$  در جمله‌های هندسی (۱۰۳.۲) ظاهر شوند.

بخش سوم رابطه بالا مشتقهای زمانی را به کلی حذف می‌کند. به علاوه، نسبتهای جابه‌جاییهای فضا و زمان  $\partial x^\mu / \partial x^0 = v^\mu / c$  است، که  $v^\mu$  سرعتهای نوعی نیوتونی هستند. بنابراین  $h_{00}$  از

هر  $h_{ik}$  دیگر لااقل با ضریب  $c/v$  مهمتر است. بنابراین، همه  $h_{ik}$  های دیگر را در مقایسه با  $h_{\infty}$  نادیده می‌گیریم. بنابراین به دست می‌آوریم

$$g^{\infty} \approx 1 - h_{\infty} \quad (۱۰۹.۲)$$

$$\sqrt{-g} \approx 1 + \frac{1}{4} h_{\infty} \quad (۱۱۰.۲)$$

و

$$R\sqrt{-g} \approx - \left( 1 - \frac{1}{4} h_{\infty} \right) \nabla^2 h_{\infty}. \quad (۱۱۱.۲)$$

با بهره‌گیری از این رابطه‌ها سرانجام کنش تقریبی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} A \approx & -\frac{1}{4\kappa} \iint (1 - \frac{1}{4} h_{\infty}) \nabla^2 h_{\infty} d^3x dt - \sum \frac{1}{4} mc^2 \int h_{\infty} dt \\ & + \sum \frac{1}{4} m \int v^2 dt + \text{const.} \end{aligned} \quad (۱۱۲.۲)$$

مقدار ثابت نشانگر جمله‌های مستقل از مسیر است که می‌توان در یک مسئله وردشی آنها را نادیده گرفت. در اینجا نشانه‌های  $a, b, \dots$  ذره را حذف کرده‌ایم و از ۳-بردار  $x$  برای  $\mu = 1, 2, 3$  استفاده کرده‌ایم. می‌توانیم از قضیه گرین بهره بگیریم و از جمله‌های مربوط به سطح چشم‌پوشیم. بنابراین در

$$\begin{aligned} \int_{\text{حجم-۳}} (1 - \frac{1}{4} h_{\infty}) \nabla^2 h_{\infty} d^3x &= \int_{\text{سطح-۲}} (1 - \frac{1}{4} h_{\infty}) \nabla h_{\infty} dS \\ &+ \frac{1}{4} \int_{\text{حجم-۳}} (\nabla h_{\infty})^2 d^3x. \end{aligned}$$

جمله مربوط به سطح را نادیده می‌گیریم. بنابراین

$$A \approx -\frac{1}{4\kappa} \iint (\nabla h_{\infty})^2 d^3x dt - \sum \frac{1}{4} mc^2 \int h_{\infty} dt + \sum \frac{1}{4} m \int v^2 dt \quad (۱۱۳.۲)$$

اکنون این را با کنش نیوتونی مقایسه کنید

$$A_N \approx -\frac{1}{4\pi G} \iint (\nabla \phi)^2 d^3x dt - \sum m \int \phi dt + \sum \frac{1}{4} m \int v^2 dt \quad (۱۱۴.۲)$$



که  $\phi$  پتانسیل گرانشی است. بدیهی است که (۱۱۳.۲) به صورت (۱۱۴.۲) درمی آید اگر بگذاریم

$$\phi = \frac{1}{2} c^2 h_{00}, \quad \kappa = \frac{\Lambda \pi G}{c^4}. \quad (115.2)$$

بنابراین طرح ما برای ارزیابی  $\kappa$  و ارتباط با چارچوب گرانش نیوتونی کامل شده است. فرضهای ۱ تا ۳ بالا را تقریب نیوتونی می نامند. این تقریب به نظریه گرانش خطی نیوتون می انجامد که کاربردهای زیادی در گستره پدیده های متنوعی از جزر و مد اقیانوسهای زمین یا حرکت سیاره های منظومه شمسی و حرکت ستارگان و کهکشانها در خوشه های کهکشانی دارد. اگر این سه شرط برقرار باشد، نسبت عام چیز جدیدی اضافه نمی کند. اگر فرضهای ۱ و ۳ را کنار بگذاریم اما فرض ۲ را نگه داریم در حوزه نظریه میدان ضعیف تابش گرانشی هستیم. زیرا، در حد میدان ضعیف مشاهده می کنیم که اثرهای خمیدگی فضا زمان به صورت امواجی با سرعت نور منتشر می شود. اگر این کتاب درسی در درجه اول به نسبت عام اختصاص داشت، درباره این پدیده جالب بحث می کردیم. چند ویژگی تابش گرانشی در تمرینهای ۳۷ تا ۴۰ آمده است. اما، برای رسیدن به کلیه اثرهای نسبت عام، باید همه این فرضها را کنار بگذاریم و با معادله های غیرخطی (۱۰۰.۲) به کلیترین صورت برخورد کنیم. این کار طبعاً مشکل است و با گذشت بیش از شش دهه از ارائه این نظریه فقط تعداد کمی راه حل های دقیق با ارتباط فیزیکی سراسر وجود دارد. این فصل را با بحث درباره اولین، ساده ترین، و مهمترین این راه حلها به پایان می بریم.

## ۱۰.۲ حل شوارتس شیلد

اندکی پس از اینکه اینشتین معادله های نسبت عام خود را منتشر کرد، کارل شوارتس شیلد<sup>۱</sup> (شکل ۱۳.۲) آنها را حل کرد تا هندسه فضا زمان را در خارج از یک توزیع کروی ماده به جرم  $M$  به دست آورد. مسئله متناظر در گرانش نیوتونی جواب پتانسیل گرانشی را به صورت زیر می دهد

$$\phi = -\frac{GM}{r}, \quad (116.2)$$

که  $r$  فاصله از مرکز توزیع کروی است.

در فاصله های زیاد از مرکز، انتظار داریم که میدان گرانشی ضعیف باشد. بنابراین با تقریب نیوتونی انتظار داریم که

$$g_{00} \sim 1 - \frac{2GM}{c^2 r}. \quad (117.2)$$



شکل ۱۳.۲ کارل شوارتس شیلد (۱۹۱۶-۱۸۷۳).

اکنون نشان می‌دهیم که چگونه حل شوارتس شیلد به دست می‌آید و چطور این حل دقیق شکل بالا را به خود می‌گیرد.

مسئله را می‌توان با بهره‌گیری از بحثهای تقارن حل کرد. اگر فضا زمان در بیرون این توزیع کروی تهی باشد، هندسه آن در حوالی مرکز  $O$  این توزیع باید متقارن باشد. بنابراین، کار را از کلیترین شکل جزء خطی آغاز می‌کنیم که این شرط تقارن کروی را برآورده سازد. می‌توان نشان داد که کلیترین شکل این جزء خط به صورت زیر است

$$ds^2 = e^{\nu} c^2 dt^2 - e^{\lambda} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (118.2)$$

که  $\nu$  و  $\lambda$  تابعهایی از  $r$  و  $t$  هستند. اگر  $\nu = \lambda = 0$  باشد جزء خط مینکوفسکی را در مختصات فضایی قطبی کروی به دست می‌آوریم. بنابراین، توابع  $\lambda$  و  $\nu$  حاوی اثرات ناقلیدسی هستند. اگرچه در این مورد دیگر  $r$  معیاری از فاصله شعاعی از  $O$  نیست، اما هنوز این معنی را

دارد که سطح کروی با شعاع (ثابت)  $r = r_0$  دارای مساحت  $4\pi r_0^2$  است. استدلالهای منجر به معادله (۱۱۸.۲) مربوط به نظریه گروه‌اند که ناوردایی فضا-زمان را تحت دوران دور نقطه  $O$  ایجاب می‌کنند. روشهای مربوط به این استدلالها فراتر از حد این کتاب است. برای جزئیات آن به کتاب ایزنهارت<sup>۱</sup> که مشخصات آن در بخش مربوط به کتاب‌شناسی آمده است رجوع کنید.

با معلوم بودن جزء خط (۱۱۸.۲)، گام بعدی محاسبه  $g^{ik}$ ،  $\sqrt{-g}$  و  $\Gamma_{kl}^i$  است. سپس  $R_{kl}$  را محاسبه می‌کنیم، که با رابطه (۵۱.۲) داده شده است و می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$R_{kl} = -\frac{\partial \Gamma_{kl}^i}{\partial x^i} + \frac{\partial^2 (\ln \sqrt{-g})}{\partial x^k \partial x^l} + \Gamma_{kn}^m \Gamma_{lm}^n - \frac{\partial}{\partial x^n} (\ln \sqrt{-g}) \Gamma_{kl}^n. \quad (119.2)$$

چون فضای بیرون از این توزیع تهی است، پس  $T_{kl} = 0$ . بنابراین، انقباض معادله‌های میدان در (۱۰۰.۲) می‌دهد  $R = 0$ ، و این معادله‌ها به صورت زیر درمی‌آیند

$$R_{ik} = 0. \quad (120.2)$$

با دستکاری مؤلفه‌های  $(00)$  و  $(11)$ ،  $(r = x^1)$ ، معادله‌های زیر را به دست می‌آوریم

$$e^{-\lambda} \left( \frac{\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = 0 \quad (121.2)$$

$$-e^{-\lambda} \left( \frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = 0. \quad (122.2)$$

و از آنها به دست می‌آوریم

$$\nu' + \lambda' = 0$$

یعنی،

$$\nu + \lambda = f(t)$$

در اینجا پریم به معنی مشتق‌گیری نسبت به  $r$  و یک نقطه در بالا به معنی مشتق‌گیری نسبت به  $t$  است. به هر حال، تابع دلخواه  $f(t)$  را می‌توان برابر صفر قرار داد زیرا هنوز یک تبدیل دلخواه زمان به صورت زیر در اختیار داریم

$$t = g(\bar{t})$$

که  $\nu$  را به صورت زیر تغییر می‌دهد

$$\bar{\nu} = \nu + 2 \ln \left( \frac{dg}{dt} \right)$$

و شکل جزء خط (۱۱۸.۲) را حفظ می‌کند. بنابراین بدون از دست رفتن کلیت می‌توان در نظر گرفت

$$\nu + \lambda = 0. \quad (123.2)$$

اما، از  $R_{01} = 0$  هم داریم

$$\dot{\lambda} = 0. \quad (124.2)$$

بنابراین هردوی  $\lambda$  و  $\nu (= -\lambda)$  فقط تابعی از  $r$  هستند. پس معادله‌های (۱۲۱.۲) و (۱۲۲.۲) جواب زیر را می‌دهند

$$e^\nu = e^{-\lambda} = 1 - \frac{A}{r}, \quad A = \text{const.}$$

اما، اگر جرم  $M$  جسم را بدانیم، می‌توانیم با بهره‌گیری از شرط (۱۱۷.۲) بگذاریم  $A = 2GM/c^2$  بنابراین حل لازم را به صورت جزء خط زیر به دست می‌آوریم

$$ds^2 = \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 - \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (125.2)$$

که آن را جزء خط شوارتس‌شیلد می‌نامند. معلوم می‌شود که به واسطهٔ تقارنهای مسئله سایر معادله‌های میدان خودبه‌خود صادق هستند: فقط باید مؤلفه‌های (۱۱)، (۰۰)، و (۰۱) به جواب برسند. همین‌طور، جواب (۱۲۵.۲) آشکارا ایستاست. بنابراین، مجالی برای جواب دینامیکی که در آن تابش گرانشی دخیل باشد، حتی در صورت انبساط، انقباض، و نوسان چشمهٔ کروی ما، وجود ندارد. این نتیجه جالب توجه به قضیهٔ بیرکهوف<sup>۱</sup> معروف است. اکنون چند معنی ضمنی این جواب را در نظر می‌گیریم.

## ۱۱.۲ آزمونهای تجربی نسبیت عام

اغلب آزمونهای فعلی نسبیت عام بر مبنای حل شوارتس‌شیلد است، و هدف آنها اندازه‌گیری تفاوت‌های مختصر میان پیش‌بینی‌های گرانش نیوتونی و مقادیر مربوط به نسبیت عام است. این تفاوتها را در زیر بررسی می‌کنیم.

1. Birkhoff's theorem

اما، قبل از روبه‌رو شدن با وضعیت تجربی باید روشن کنیم که چگونه می‌توان معنایی را به اندازه‌گیریها در فضازمان، که اقلیدسی نیست، نسبت داد. قبلاً دیدیم که مختصات وضعیت مطلق ندارند و بنابراین تکیهٔ کورکورانه بر آنها می‌تواند به نتیجه‌های ناصحیحی بینجامد. متریک شوارتس‌شیلد (۱۲۵.۲) را می‌توان برای نشان دادن مفهوم اندازه‌گیری به‌کار برد.

### مثال

فرض کنید که ناظری در نقطهٔ  $r = \text{const.}$ ،  $\theta = \text{const.}$ ،  $\phi = \text{const.}$  قرار دارد. چگونه این ناظر می‌تواند زمان ساعت خود را به مختصهٔ  $t$  مربوط سازد؟ از اصل هم‌ارزی می‌دانیم که چون  $d\tau = ds/c$  ویژه زمان ناظر را در یک چارچوب لخت موضعی اندازه می‌گیرد، و یک کمیت نرده‌ای است، پس این کار را در همهٔ چارچوبها انجام می‌دهد. برای ناظر ما،  $d\theta = 0$ ،  $dr = 0$ ،  $d\phi = 0$  پس از (۱۲۵.۲) به‌دست می‌آوریم

$$d\tau = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{1/2} dt.$$

این جواب مطلوب را می‌دهد.

این آزمونهای تجربی اغلب به کاربرد جزء خط شوارتس‌شیلد در مورد اجسام واقع در منظومهٔ شمسی مربوط می‌شود. با این همه، فراتر از مقایسهٔ پیش‌بینی‌های نسبیتی با پیش‌بینی‌های نیوتونی نظیر آن، به سایر نظریه‌های گرانشی نیز علاقه‌مندیم. در بعضی از آنها (مانند نظریهٔ برنزدیکی که در فصل ۸ بررسی می‌شود) مانند نسبیت از متریک فضازمان استفاده می‌کنند، ولی جزء خطهای متفاوت از جزء خطهای شوارتس‌شیلد به‌دست می‌آورند. می‌توان در حدود مربوط به میدان ضعیف و با مقایسه پیش‌بینی‌هایشان در آزمایشهای مختلف همزمان به این موارد نگرست. با استفاده از یک سری پارامتر می‌توان مؤلفه‌های مختلف متریک را با رجوع به این آزمونها مشخص کرد. چون تقریب مورد نظر ما گامی فراتر از حد نیوتونی است، آن را تقریب پسانیوتونی پارامترسازی شده یا صرفاً تقریب PPN می‌نامند. پارامترها را با  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$  و نشان می‌دهند. دربارهٔ جزئیات به‌دست آوردن این پارامتر در یک نظریهٔ خاص بحث خواهیم کرد (نگاه کنید به مرور انجام‌شده توسط C. M. Will در انتهای فصل)، به استثنای مشخص کردن دوتای اول که مقدارشان در نسبیت عام برابر واحد است و به صراحت در آزمونهای تجربی این نظریه وجود دارند.

برای مشخص کردن  $\beta$  و  $\gamma$ ، جزء خط شوارتس‌شیلد را به‌صورت همسانگرد بیان می‌کنیم، که

در آن بخش فضایی متریک جزء اقلیدسی ضربدر تابعی فضایی است:

$$ds^2 = e^\mu c^2 dt^2 - e^\eta [dR^2 + R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (۱۲۶.۲)$$

که  $\mu$  و  $\eta$  توابعی از مختصه شعاعی جدید  $R$  هستند. (نگاه کنید به تمرین ۴۲.) با بسط آنها برحسب توانهای  $M/R$ ، به دست می‌آوریم

$$e^\mu = 1 - 2\frac{M}{R} + 2\beta \left(\frac{M}{R}\right)^2, \quad e^\eta = 1 + 2\gamma\frac{M}{R} \quad (۱۲۷.۲)$$

که همان‌طور که قبلاً در مورد نسبیت عام گفتیم، هردوی  $\beta$  و  $\gamma$  برابر واحدند. در بعضی نظریه‌های دیگر ممکن است مقادیر متفاوتی را داشته باشیم. بعداً وضعیت کنونی مقادیر اندازه‌گیری شده این پارامترها را به اختصار بیان خواهیم کرد.

### انتقال به سرخ‌گرانشی

یک جزء خط ایستا—یعنی، جزء خطی را که در آن  $g_{ik}$  تابع  $x^0 \equiv ct$  نیست در نظر بگیرید. فرض کنید دو ناظر A و B با جهانخطهای زیر را داریم

$$x^\mu = \text{const.} = a^\mu, b^\mu \quad (۱۲۸.۲)$$

اگر  $\Gamma$  یک ژئودزیک صفر از A به B، با معادله‌های پارامتری زیر باشد

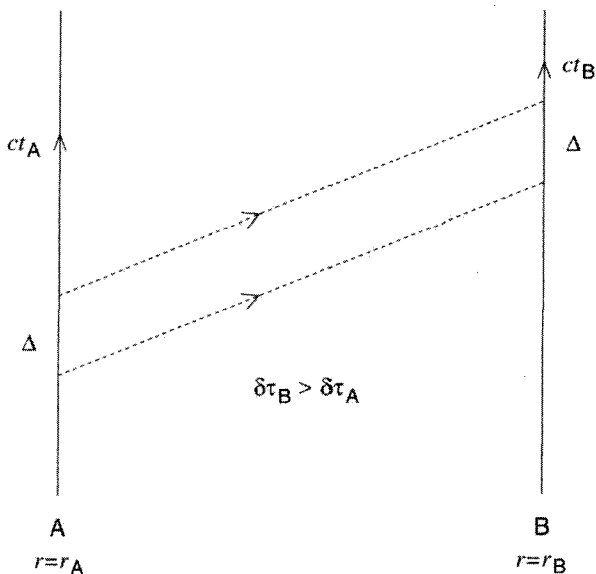
$$x^i = x^i(\lambda) \quad (۱۲۹.۲)$$

که در آن  $x^\mu(0) = a^\mu$ ،  $x^\mu(1) = b^\mu$ ،  $x^0(0) = ct_A$ ،  $x^0(1) = ct_B$ . ژئودزیک ما به صورت فیزیکی متناظر با چیست؟

این ژئودزیک پرتو نوری را توصیف می‌کند که در  $t_A$  ناظر A را ترک می‌کند و در  $t_B$  به ناظر B می‌رسد. به‌واسطه سرشت ایستای جزء خط، باید یک جواب ژئودزیک صفر دیگر به صورت زیر داشته باشیم

$$\begin{aligned} x^\mu &= x^\mu(\lambda) & \mu &= 1, 2, 3 \\ x^0 &= x^0(\lambda) + \Delta, & \Delta &= \text{const.} \end{aligned} \quad (۱۳۰.۲)$$

این پرتو نوری را توصیف می‌کند که در زمان  $t_A + \Delta/c$  ناظر A را ترک می‌کند و در زمان  $t_B + \Delta/c$  به ناظر B می‌رسد. این نتیجه را در شکل ۱۴.۲ ملاحظه می‌کنید.



شکل ۱۴.۲ ویژه زمان ناظر مستقر در  $r = \text{const.}$  در فضا زمان شوارتس شیلد نسبت به مختصه زمان کوتاهتر است. با کاهش  $r$  این اثر بیشتر مشهود است. شکل نشان می‌دهد که این اثر با مبادله سیگنالهای نوری بین دو ناظر (که با خطوط نقطه چین نشان داده شده است) آشکارشدنی است. با وجود اینکه ناظر A (نزدیک جرم) سیگنالها را در بازه ویژه زمانی  $\delta\tau_A$  می‌فرستد، ناظر دور B آنها را در بازه  $\delta\tau_B > \delta\tau_A$  دریافت می‌کند. اختلاف زمان بین سیگنالها در A و B به اندازه  $\Delta$  یکسان می‌ماند.

حال، در چارچوب سکون A،  $\Delta/c$  متناظر است با بازه ویژه زمان (اندازه‌گیری شده توسط A) زیر

$$\delta\tau_A = \frac{\Delta}{c} [g_{\infty}(a^\mu)]^{1/2}.$$

اگر  $n$  نور A را در این بازه زمان ترک کرده باشند، A بسامد این امواج را برابر مقدار زیر اندازه می‌گیرد

$$\nu_A = \frac{cn}{\Delta} [g_{\infty}(a^\mu)]^{-1/2}.$$

چون B همین تعداد موج را در بازه زمان متناظر دریافت می‌دارد، نسبت بسامدهایی را که A و B اندازه می‌گیرند به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\frac{\nu_B}{\nu_A} = \left( \frac{g_{\infty}(a^\mu)}{g_{\infty}(b^\mu)} \right)^{1/2}. \quad (131.2)$$

این نسبت طول موجهای  $\lambda_B$  و  $\lambda_A$  نیز هست که A و B به ترتیب اندازه می‌گیرند. اگر در حل شوارتس شیلد A ناظری در سطح یک ستاره مثلاً، در  $r = r_s$  باشد، و B ناظری دور دست با  $r \gg 2GM/c^2$  به دست می‌آوریم

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} \approx \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r_s}\right)^{-1/2}. \quad (132.2)$$

بنابراین، خطهای طیفی یک ستاره متراکم پر جرم باید انتقال به سرخ پیدا کند. اگر  $2GM/(c^2 r_s)$  در مقایسه با واحد ناچیز باشد، انتقال به سرخ به صورت زیر درمی‌آید

$$z = \frac{\lambda_B - \lambda_A}{\lambda_A} \approx \frac{GM}{c^2 r_s}. \quad (133.2)$$

ستارگان کوتوله سفید مانند شعرای یمانی B و  $4^\circ$  نهر B دارای انتقال به سرخی در گستره  $10^{-4}$  تا  $10^{-5}$  هستند، که مرتبه بزرگی صحیح را دارد. اما، اندازه‌گیریهای دقیقتر و قابل اطمینانتر فقط در آزمایشهای زمینی امکان‌پذیر است. به عنوان مثال، در سال ۱۹۶۰ پوند<sup>۱</sup> و ربکا<sup>۲</sup> تغییر بسامد فوتونهای پرتو گامای گسیل شده از یک اتم آهن برانگیخته را که از ارتفاع  $6^\circ$  تا  $7^\circ$  پا سقوط می‌کرد اندازه گرفتند (نگاه کنید به شکل ۱۵.۲). در هنگام سقوط این فوتون از ارتفاع  $H$ ، پتانسیل نیوتونی به اندازه  $gH$  افزایش می‌یابد که  $g$  شتاب گرانی در سطح زمین است. با توجه به (۱۳۱.۲) می‌بینیم که فوتون باید دارای انتقال به سرخ شود؛ یعنی بسامد آن با کسر  $gH/c^2$  افزایش یابد. اگرچه این کسر در حدود  $10^{-15}$  است، اما می‌توان آن را با روشهای آزمایشگاهی جدید اندازه گرفت. آزمایش پوند-ربکا و کارهای بعدی اثر انتقال به سرخ گرانشی را تأیید کرده است.

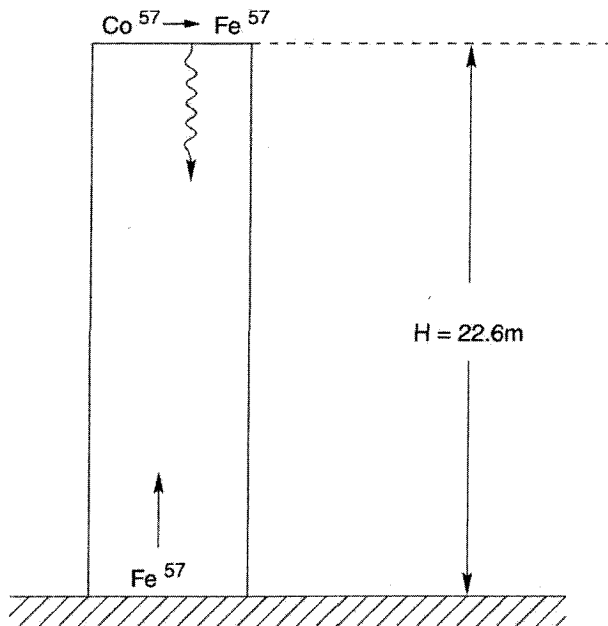
### حرکت تقدیمی حضيض عطارد

اگر خورشید را جرم  $M$  در حل شوارتس شیلد در نظر بگیریم و فرض کنیم که سیارات کاوه‌هایی هستند که در فضا زمان خمیده دور خورشید می‌گردند، در تقریب اول هر سیاره در یک ژئودزیک زمان‌گونه حرکت خواهد کرد. بنابراین، معادله‌های حرکت یک سیاره را به راحتی می‌توان به دست آورد (نگاه کنید به تمرین ۴۵). در تقریب نیوتونی، سیاره مسیری بیضی دارد که معادله قطبی آن به صورت زیر است

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos(\phi - \phi_0). \quad (134.2)$$

که در آن  $l$  نیم قطر قائم،  $e$  خروج از مرکز، و  $\phi_0$  جهتی است که حضيض (نقطه‌ای با کمترین فاصله از خورشید) قرار دارد.



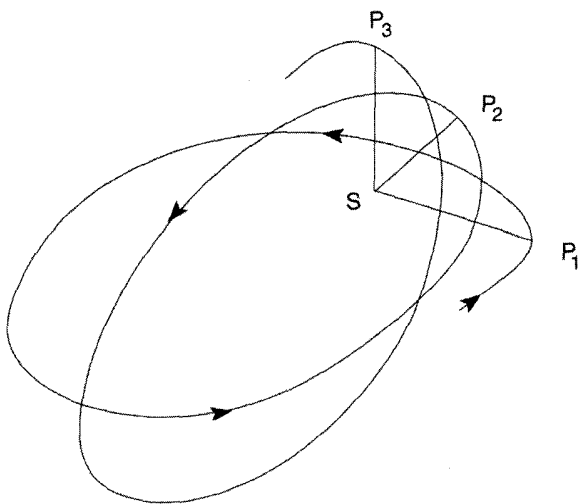


شکل ۱۵.۲ نمودار کلی آزمایش پوند-ریکا. یک هسته کبالت در بالای برج به یک هسته آهن برانگیخته وامی‌باشد. هسته اخیر یک فوتون پرتو  $\gamma$  گسیل می‌کند که در پایین برج جذب یک هسته آهن در حالت پایه می‌شود. برای اطمینان از این جذب، باید کاهش بسامد فوتون افتان جبران شود: هسته جذب‌کننده در پایین برج باید دارای سرعت دوپلری در جهت دور شدن از آن شود.

رصدهای مدار سیاره مشتری نشان داده است که  $\phi_0$  ثابت نیست، بلکه دارای حرکت تقدیمی مختصر و منظمی با آهنگ ۵۷۵ ثانیه کمانی در قرن است. از این مقدار، ۴۳ ثانیه کمانی در قرن را می‌توان به حساب اختلال در مدار عطارد به واسطه تأثیر گرانشی نیوتونی سایر سیارات گذاشت. با این همه، حل دقیقتر معادله‌ها (نگاه کنید به تمرین ۴۸) نشان می‌دهد که  $\phi_0$  ثابت نیست، بلکه اندازه آن با آهنگ ثابت، مطابق شکل ۱۶.۲ تغییر می‌کند. این حرکت تقدیمی حسیض با آهنگ زیر انجام می‌شود.

$$n = \frac{6\pi GM_{\odot}}{lTc^2} \quad (۱۳۵.۲)$$

که در آن  $M_{\odot}$  جرم خورشید و  $T$  دوره سیاره است. مقدار  $n$  برای عطارد، که بیشترین خروج از مرکز و نزدیکترین فاصله به خورشید را دارد از همه بزرگتر است. این آهنگ برای عطارد،  $n \approx 43$  ثانیه کمانی به ازای هر قرن است، که آهنگ حرکت تقدیمی را که مدت زیادی در نظریه نیوتونی بدون توجه مانده بود، به درستی توضیح می‌دهد.

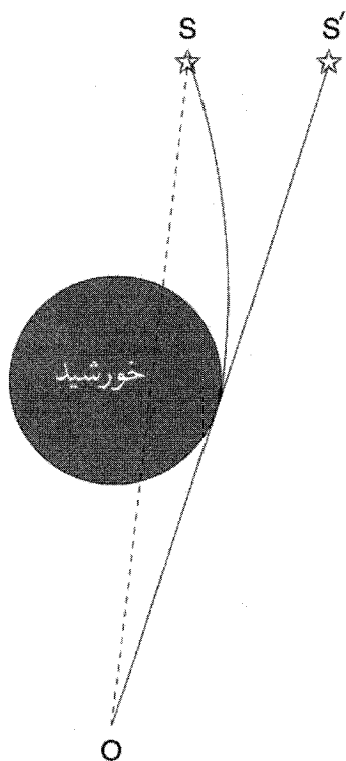


شکل ۱۶.۲ حضيض نقطه با نزدیکترین فاصله به خورشید (S) در مدار عطارد است. با تکمیل مدارهای متوالی، نقطه حضيض به طور ثابت از  $P_1$  به  $P_2$  به  $P_3$  و غیره به پیش می‌رود. (آهنگ پیشروی به ازای هر مدار، در واقع بسیار کوچکتر از چیزی است که در اینجا نشان داده شده است.)

در اواخر سالهای ۱۹۷۰، یک مثال بارزتر این حرکت تقدیمی در سیستم ستارگان دوتایی شامل تپاختر ۱۶ + PSR ۱۹۱۳ مشاهده شد. در اینجا اثرهای گرانشی شدیدتر از سیستم خورشید-عطارد است، و آهنگ حرکت تقدیمی به بزرگی  $4/23$  درجه در هر سال می‌رسد که حدود  $10^4 \times 3/6$  مقدار مربوط به عطارد است. (با این همه، به خواننده هشدار می‌دهیم، برخلاف مورد خورشید-عطارد، که در آن، به علت اختلاف زیاد جرمها، خورشید را می‌توان ساکن و عطارد را به صورت ذره «آزمون» در حرکت به گرد آن در نظر گرفت، در مورد تپاخترهای دوتایی جرم ستاره‌ها قابل مقایسه است و در نتیجه حل شوارتس‌شیلد را نمی‌توان دقیقاً به کار برد. در حالت ایده‌آل باید مسئله دوجسمی نسبیتی را حل کرد. این کار تاکنون امکان‌پذیر نبوده است و در نتیجه برای مقایسه نظری اغلب از برونمایی تقریبی مسئله خورشید-عطارد استفاده می‌شود.)

### خم شدن نور

درست همان‌طور که ژئودزیکهای زمان‌گونه مسیره‌های سیارات را تعیین می‌کنند، می‌توانیم مسیر یک پرتو نور را با تعیین ژئودزیکهای صفر محاسبه کنیم. نوشتن این معادله‌ها سراسر است (نگاه کنید به مثال ۴۸) همین‌طور انتگرال‌گیری از آنها (نگاه کنید به مثال ۴۹). بارزترین اثرها هنگامی به وجود می‌آید که یک ژئودزیک صفر به توزیع جرم بسیار نزدیک شود.



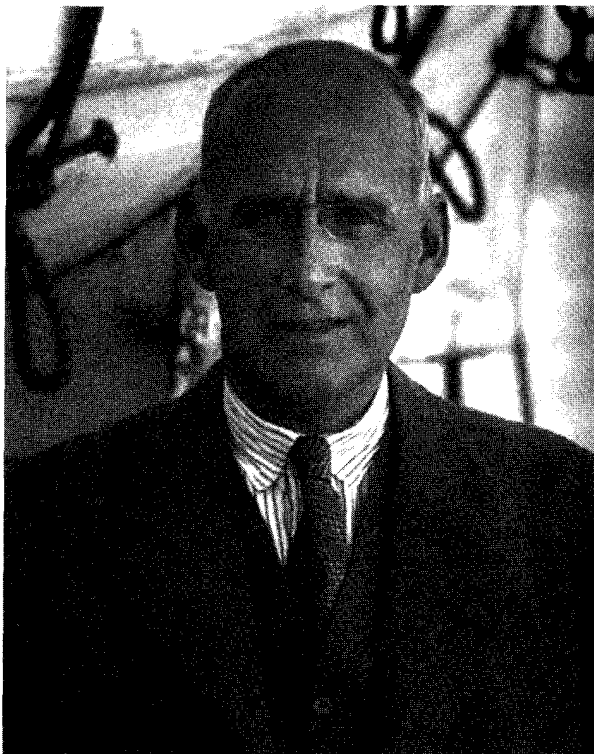
شکل ۱۷.۲ «خم شدن» پرتوهای نور ستاره S تصویر آن را به S' منتقل می‌کند. این اثر مطابق شکل، هنگامی قابل ملاحظه می‌شود که پرتو نور سطح خورشید را بخراشد.

برای پرتویی از نور که از لبه خورشید می‌گذرد (شکل ۱۷.۲)، جهت فضایی به اندازه زاویه زیر تغییر می‌کند

$$\alpha = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} \simeq ۱,۷۵ \text{ ثانیه کمانی} \quad (۱۳۶.۲)$$

که  $R_{\odot}$  شعاع خورشید است. زاویه خمیدگی در واقع بسیار کوچک است، و نخستین بار ادینگتون<sup>۱</sup> و همکارانش (شکل ۱۸.۲) در سال ۱۹۱۹ آن را در طی کسوف اقدام به اندازه‌گیری آن کردند. (آزمایش شامل اندازه‌گیری تغییر ظاهری جهت ستاره‌ای است که خط دید آن از لبه خورشید می‌گذرد. به دلایل بدیهی، منجمان اپتیکی باید منتظر کسوف کلی خورشید برای انجام این آزمایش می‌شدند.) این اندازه‌گیری به نفع اینشتین بود. با این همه، کوششهای بعدی منجمان اپتیکی، به واسطه حساسیت محدود دستگاه اندازه‌گیری و سرشت نادقیق خطاهای سیستماتیک، به نتایجی تا اندازه‌ای

1. Eddington



شکل ۱۸.۲ آرتور استانی ادینگتون (۱۸۸۲-۱۹۴۴).

غیرقطعی انجامید. در سالهای ۱۹۷۰ اندازه‌گیریهای با استفاده از ریزموج (که برای آن اثرات شکست بسیار کوچک است)، این زاویه خمیدگی را با دقت خیلی بیشتر یعنی خطای تجربی در حدود ۵ درصد تأیید کرده است. این فناوری بعداً بهتر شد و خطهای خطا، چنانکه بعداً در جدول ۱.۲ خواهیم دید، کاهش یافتند.

شایان توجه است که چون در مورد انتقال به سرخ گرانشی و خمیدگی نور نظریه نیوتونی هیچ‌گونه تأثیرگرانی را بر نور پیش‌بینی نمی‌کند، پس این مشاهدات گرانش نیوتونی را رد می‌کنند. اما، می‌توان دیدگاه چارچوب نیوتونی را گسترش داد و استدلال کرد که نور از ذرات (فوتونها) ساخته شده است که تابع قانون عکس مجذوری هستند. (در واقع، خود نیوتون این امکان را حدس زده بود.) سپس می‌توان نشان داد که این نظریه گسترش‌یافته رابطه (۱۳۱.۲) را برای انتقال به سرخ گرانشی می‌دهد (نگاه کنید به تمرین ۵۳)، که همان مقدار نسبیته است، اما برای خم شدن نور مقدار آن نصف مقدار نسبیته است (نگاه کنید به تمرین ۵۲). بنابراین، خمیدگی امواج ریزموج این نظریه را رد می‌کند.

جدول ۱.۲ حدود مقادیر اندازه‌گیری شده پارامترهای PPN (بر مبنای داده‌های مروری C. M. Will)

پارامتر	تأثیر	حد	ملاحظات
$\gamma - 1$	تأخیر زمانی	$2 \times 10^{-3}$	اندازه‌گیری وایکنینگ
	انحراف نور	$3 \times 10^{-4}$	VLBI
$\beta - 1$	جاب‌جایی حضيض	$3 \times 10^{-3}$	$J_2 = 10^{-7}$ از لرزه‌شناسی خورشید
	اثر نوردودت <sup>۱</sup>	$6 \times 10^{-4}$	$\eta = 4\beta - \gamma - 3$ فرض شده است
$\xi$	کشندهای روی زمین	$10^{-3}$	داده‌های گرانی‌سنجی
$\alpha_1$	قطبش مداری	$4 \times 10^{-4}$	اندازه‌گیری فاصله ماه با لیزر
		$2 \times 10^{-4}$	PSR J2317 + 1439
$\alpha_2$	حرکت تقدیمی اسپین	$4 \times 10^{-7}$	قرار گرفتن خورشید در امتداد دایره البروج
$\alpha_3$	شتاب تپ‌اختر	$2 \times$ $10^{-20}$	آمار $\dot{P}$ تپ‌اختر
$\eta$ الف	اثر نوردودت	$10^{-3}$	اندازه‌گیری فاصله ماه با لیزر
$\zeta_1$	-	$2 \times 10^{-2}$	ترکیب حدود PPN
$\zeta_2$	شتاب دوتایی	$4 \times 10^{-5}$	PSR 1913 + 16 برای $\ddot{P}_p$
$\zeta_3$	قانون سوم نیوتون	$10^{-8}$	شتاب ماه
$\zeta_4$	-	-	مستقل نیست

1. Nordtvedt

الف. در اینجا  $\eta = 4\beta - \gamma - 3 - 10\xi/3 - \alpha_1 - 2\alpha_2/3 - 2\zeta_1/3 - \zeta_2/3$

تأخیر در پژواک رادار

درست همان‌طور که جهت پرتو نور بر اثر گرانی خورشید تغییر می‌کند، زمان حرکت ظاهری آن نیز عوض می‌شود. این اثر را می‌توان به صورت سراسر محاسبه کرد. در سالهای ۱۹۷۰ اندازه‌گیری‌هایی با برگشت سیگنالهای رادار گسیل شده از سفینه فضایی مارنیر ۶ و ۷ از سطح زمین در هنگامی که این سیگنالها از لبه خورشید می‌گذشتند انجام شد. تأخیرهایی که انتظار می‌رفت از مرتبه ۲۰۰ میکروثانیه بودند که با دقت حدود ۳ درصد مشاهده شدند. این آزمون نیز با گذشت زمان دقیقتر شده است و جدول ۱.۲ آخرین اطلاعات را نشان می‌دهد.

## برابری جرم لختی و گرانشی

یک پیامد مهم اصل هم‌ارزی برابر بودن جرم لختی و گرانشی است. با اندکی تفکر متقاعد می‌شویم که آزمایش گاليله از برج کج پیزا، که نشان داد همه اجسام در سقوط آزاد با سرعت یکسان سقوط می‌کنند، بخش اساسی آزمایش فکری اینشتین در مورد آسانسور در سقوط آزاد است. هر دو آزمایش از این نظر امکان‌پذیرند که کمیت یکسانی به‌عنوان جرم لختی وارد قانون حرکت و به‌عنوان جرم گرانشی وارد قانون گرانش می‌شود.

در آزمایش‌های اخیر اندازه‌گیری فاصله ماه به‌کمک لیزر توانسته‌اند فاصله زمین تا ماه را با دقت چند سانتی‌متر اندازه بگیرند. این آزمایش‌ها نشان می‌دهند که ماه مطابق پیش‌بینی معادله‌های نسبیت عام به دور زمین حرکت می‌کند. به‌ویژه، این آزمایش‌ها نظریه‌های دیگر گرانش، مانند نظریه برنزدیکی<sup>۱</sup> را که تغییر جرم لختی با فاصله از جرم دیگر را مجاز می‌دارند رد می‌کند.

آزمایش‌های تجربی از نوع ترازوی پیچشی که با مواد مختلف و با دقت کافی انجام گرفته‌اند این برابری را با حساسیت زیاد اثبات کرده‌اند. این آزمایش‌ها حدود بالایی شدیدی را بر حضور ممکن «نیروی پنجم» که درگستره چند متر عمل می‌کند اعمال می‌کنند. برای مروری بر دقت اندازه‌گیری اصل هم‌ارزی، به‌مقاله C. M. Will در کتاب‌شناسی رجوع کنید.

## حرکت تقدیمی ژيروسکوپ

اگرچه حل شوارتس‌شیلد اثرهای گرانشی خورشید و زمین را با دقت زیاد توصیف می‌کند، اما جای توسعه بیشتر نیز وجود دارد. به‌عنوان مثال، یک جرم دوار یک جمله  $d\phi/dt$  وارد متریک می‌کند. گرچه اثرات چنین جمله‌هایی برای زمین و خورشید بسیار کوچک‌اند، اما فناوری جدید می‌تواند آنها را اندازه بگیرد.

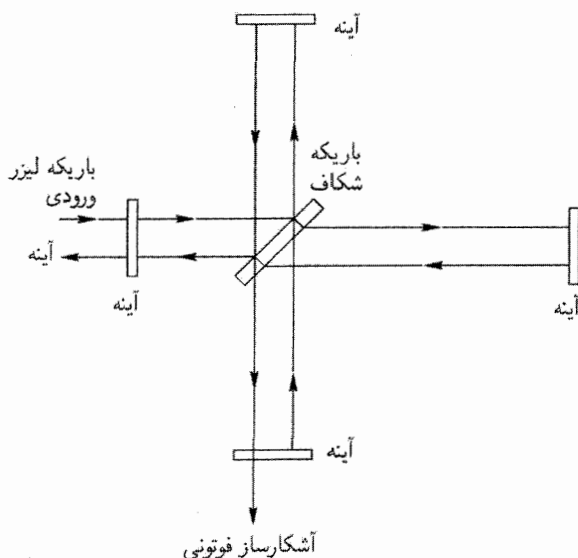
در یک آزمایش پیشنهادی که می‌تواند اثر جرم چرخان را اندازه بگیرد از ژيروسکوپ استفاده می‌شود. محور ژيروسکویی که در یک مدار استوایی اطراف زمین حرکت می‌کند دارای حرکت تقدیمی آرامی خواهد شد. آهنگ حرکت تقدیمی که تقریباً ۷ ثانیه کمانی در هر سال برآورد شده است را می‌توان با فناوری جدید آشکار ساخت، اکنون سه دهه از برنامه‌ریزی این آزمایش می‌گذرد ولی هنوز انجام نشده است.

جدول ۱.۲ مقادیر اندازه‌گیری‌شده پارامترهای PPN، یا حدود مربوط در به‌دست آوردن آنها

از پیش‌بینی‌های نسبیت عام را نشان می‌دهد. گرچه آزمایش توصیف‌شده در آنجا فراتر از چیزی است که در بالا گفتیم، بدیهی است که نظریه از آن سر بلند بیرون می‌آید.

### تابش گرانشی

محاسبه‌های انجام‌شده بر مبنای نظریه میدان ضعیف نشان می‌دهند که اندازه تابش گرانشی مربوط به ایستگاه‌های زمینی بسیار کوچک و فراتر از توانایی فناوری موجود است. اما، اجسام سماوی می‌توانند مقادیر قابل ملاحظه‌ای تابش گرانشی گسیل دارند، و کوششهایی در جهت ابداع آشکارسازهای اندازه‌گیری آنها انجام شده است. نمونه چشمه‌های امواج گرانی عبارت‌اند از انفجارهای ابرنواختر، ستارگان دوتایی، و احتمالاً تحولات آغازین در عالم اولیه (نگاه کنید به فصل ۶). کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا که در فصل ۸ توصیف می‌شود نیز امواج گرانشی را از رویدادهای ریزه‌خلقت توصیف می‌کند. چند آشکارساز در سرتاسر کره زمین برای دریافت این سیگنالهای ضعیف نصب شده است (شکل ۱۹.۲).



شکل ۱۹.۲ نمودار کلی یک آشکارساز تداخل‌سنجی امواج گرانشی بر مبنای تداخل‌سنج مایکلسون، که در آن از باریکه‌های لیزری استفاده شده است که مسافت چند کیلومتر بین آینه‌ها را به‌طور مکرر طی می‌کنند. انتظار داریم که آشکارساز تغییرات کسری کوچک ( $10^{-21}$  ~) طول را در هنگام عبور امواج گرانشی از دستگاه که باعث تغییر هندسه آن می‌شود اندازه بگیرد.

## ۱.۱۱.۲ سیاهچاله‌ها

همهٔ اثرهایی که در بالا بررسی شد مربوط به گرانی ضعیف است. برای خورشید نسبت  $2GM_{\odot}/(c^2 R_{\odot})$  مقدار کوچک  $4 \times 10^{-6}$  است، و برای زمین این مقدار حتی کوچکتر است. آیا می‌توانید جسم چنان متراکمی را مجسم کنید که نسبت  $M$  و  $R$  آن به صورت زیر باشد؟

$$\frac{2GM}{c^2 R} \sim 1$$

نگاهی به حل شوارتس‌شیلد نشان خواهد داد که برای چنین جسمی هندسهٔ فضا-زمان در حوالی سطح به صورت بارزی ناقلیدسی خواهد بود. در صورت وجود چنین اجسامی، چند نتیجهٔ غیرمنتظره به دست می‌آید (به عنوان مثال به تمرینهای ۵۴ و ۵۵ نگاه کنید).

جسمی که شعاع شوارتس‌شیلد آن در شرط زیر صدق کند را سیاهچاله می‌نامند

$$R \leq \frac{2GM}{c^2} \equiv R_S \quad (137.2)$$

همان‌طور که نام آن ایجاب می‌کند، این جسم سیاه است زیرا گرانی شدید آن نور را به دام می‌اندازد و مانع فرار آن می‌شود. نگاهی به رابطهٔ (۱۳۲.۲) نشان می‌دهد که انتقال به سرخ گرانشی سیاهچاله بینهایت است. چون انتقال به سرخ،  $z$ ، مستلزم کاهش انرژی فوتون نور با ضریب  $(1+z)^{-1}$  است، هیچ فوتون با انرژی متناهی انرژی کافی برای خروج از سیاهچاله را ندارد.

اخرتفریزیکدانان دریافته‌اند که سیاهچاله می‌تواند حالت نهایی ستارهٔ پرجرمی باشد که سوخت هسته‌ای آن، که معمولاً فشار گرمایی و تابشی لازم برای حفظ تعادل در برای خودگرانی را تأمین می‌کند، تمام شده است. اگر جرم چنین ستاره‌ای از جرم بحرانی (معروف به حد چاندراسکار مثلاً در مورد ستارگان کوتولهٔ سفید) تجاوز کند که در کمتر از آن فشار ذرهٔ واگن می‌تواند باعث حفظ تعادل آن می‌شود، و انقباض آن ادامه می‌یابد تا شعاع آن به مقدار بحرانی فوق‌الذکر برسد یا برابر آن شود. با این همه، باید گفت که در ویژهٔ زمان ناظرهای خارجی چون خود ما، هرگز در بازه‌ای محدود به این مرحله نمی‌رسیم. بنابراین همهٔ ادعاهای مربوط به وجود یک سیاهچاله (در یک ستارهٔ دوتایی یا هستهٔ کهکشانی) به لحاظ فنی نادرست است. در بهترین شرایط آنها گزاره‌هایی هستند که جسمی را با شعاع شوارتس‌شیلد اندکی بیش از مقدار بحرانی  $2GM/c^2$  توصیف می‌کنند.

کار قابل ملاحظه‌ای بین سالهای ۱۹۶۵ و ۱۹۷۵ در جهت مطالعهٔ سیاهچاله‌ها و ویژگیهای غیرعادی آنها انجام شد. چون تأکید این کتاب بر کیهان‌شناسی است، باید به همین توصیف سطحی قناعت کنیم. اکنون به هدف خود از ذکر مبانی نسبیت عام به عنوان نظریهٔ مربوط به مدل‌های



کیهان‌شناسی رسیده‌ایم. کسانی که به مطالعه عمیقتر نسبت عام علاقه‌مندند می‌توانند به کتابهای درسی مربوط به آن مراجعه کنند. اکنون به بحث درباره کیهان‌شناسی می‌پردازیم.

## تمرینها

۱. ثابت کنید که قطعه تار که روی زمین کروی کشیده شده باشد در امتداد یک دایره عظیمه قرار دارد، که «خط راستی» روی سطح کروی است. بررسی کنید که آیا خطهای عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی مستقیم‌اند.

۲. یکی از «بدیهیات» هندسه اقلیدسی بر مبنای به اصطلاح اصل موضوع توازی است. با توجه به این اصل از یک نقطه  $P$  که روی خط  $l$  قرار ندارد، فقط و فقط یک خط به موازات  $l$  می‌توان رسم کرد (یعنی، خطی که اگر هر دو خط به‌طور نامتناهی امتداد یابند یکدیگر را قطع نکنند). در هندسه روی سطح کره و بر سطحی به شکل زمین اسب این اصل موضوع چه وضعی خواهد داشت؟

۳. بردارهای مماس بر نقاط نوعی روی منحنیهایی از فضا زمان را که با عبارتهای زیر داده شده‌اند محاسبه کنید  $(x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$ :

$$x = ct_0 \cos(t/t_0), y = ct_0 \sin(t/t_0), z = ct, t_0 = \text{const.} \quad (\text{الف})$$

$$x = 0, y = 0, z^2 - c^2 t^2 = 0 \quad (\text{ب})$$

$$x = ct \cos(t/t_0), y = ct \sin(t/t_0), z = \text{const.}, t_0 = \text{const.} \quad (\text{ج})$$

تعیین کنید که این بردارهای مماس در فضا زمان مینکوفسکی فضاگونه، زمان‌گونه یا صفرند.

۴. مؤلفه‌های قائم سطوح زیر را محاسبه و تعیین کنید که آنها در فضا زمان مینکوفسکی  $(x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$  فضاگونه، زمان‌گونه، یا صفرند:

$$x^2 + y^2 + z^2 - \lambda^2 t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.} \quad (\text{الف})$$

$$x^2 + y^2 - \lambda^2 t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.} \quad (\text{ب})$$

$$x^2 - \lambda^2 t^2 = \text{const.}, \lambda = \text{const.} \quad (\text{ج})$$

۵. کدام یک از عبارتهای زیر با توجه به قرارداد مجموعیابی بی‌اعتبار است؟

$$T^{ik} g_l^k \quad (\text{ه}), \quad e_{iklm} e^{iklm} \quad (\text{د}), \quad R_{ik} g_{ik} \quad (\text{ج}), \quad g_{ik} g^{ik} \quad (\text{ب}), \quad A_{ij} B^{jk} A_{jl} \quad (\text{الف})$$

عبارتهایی را که دارای اعتبارند، ساده کنید.

۶.  $A_{ik}$  تانسوری است که ماتریس  $\|A_{ik}\|$  آن ناتکین است. نشان دهید که مؤلفه‌های ماتریس

وارون به صورت یک تانسور تبدیل می‌شوند. (مثالی از این نتیجه تانسور  $g^{ik}$  است.)

۷. نشان دهید که ویژگی تقارن و پادتقارن نسبت به اندیسه‌های یک تانسور تحت تبدیلهای مختصات ناوردا هستند.

۸. به کمک فقط  $g_{ik}$ ، یک تانسور رتبه چهارم تشکیل دهید که نسبت به جابه‌جایی هر یک از دو شاخص خود متقارن باشد.

۹. نشان دهید که اگر  $F_{ik}$  یک میدان تانسوری پادمتقارن باشد،  $F_{ik,l} + F_{kl,i} + F_{li,k}$  تانسور رتبه سوم است.

۱۰. قانون خارج قسمتها را به صورت زیر اثبات کنید، اگر  $A_{ik} B^k$  به ازای هر بردار دلخواه  $B^k$  یک بردار باشد،  $A_{ik}$  باید به صورت یک تانسور تبدیل شود.

۱۱. از مختصات قطبی دوبعدی  $(r, \theta)$  در یک صفحه اقلیدسی استفاده کنید.  $A_\theta$  و  $A_r$  را مؤلفه‌های شعاعی و عرضی بردار  $A$  در نقطه  $P$  در نظر بگیرید که نسبت به محورهای دکارتی محلی به ترتیب دارای جهت‌های  $\theta = \text{const.}$  و  $r = \text{const.}$  است. نشان دهید که انتقال موازی بردار در نقطه  $P$  به نقطه  $Q(r + \delta r, \theta + \delta \theta)$  دو مؤلفه بردار در  $Q$  را به صورت زیر می‌دهد

$$A_r + \delta \theta A_\theta, \quad A_\theta - \delta \theta A_r.$$

۱۲. با بهره‌گیری از این شرط که  $B_{i;k}$  به صورت تانسور تبدیل می‌شود، رابطه تبدیل (۳۶.۲) برای  $\Gamma_{kl}^i$  را نتیجه بگیرید.

۱۳. از (۳۷.۲) برای  $A_{i;k}^i$  با استفاده از (۳۵.۲) برای  $B_{l;k}$  و این فرض که مشتقهای هموردای یک کمیت نرده‌ای برابر مشتقهای معمولی آن هستند را نتیجه بگیرید.

۱۴. فرض کنید دو متریک در یک فضا زمان تعریف شده‌اند، و  $\Gamma_{kl}^i$  و  $\bar{\Gamma}_{kl}^i$  دوارتباط آفین ریمانی متناظر با آنها باشند. نشان دهید که کمیت‌های زیر به صورت تانسور تبدیل می‌شوند

$$Q_{kl}^i = \Gamma_{kl}^i - \bar{\Gamma}_{kl}^i.$$

(مختصات ادر دو مورد یکی هستند.)

۱۵. نشان دهید که برای رسیدن به یک دستگاه لخت محلی باید داشته باشیم  $\Gamma_{kl}^i = \bar{\Gamma}_{kl}^i$ .

۱۶. رابطه‌های (۴۲.۲) را از اصول اولیه به دست آورید.

۱۷. نشان دهید که در یک میدان نرده‌ای  $\phi$ ، عملگر موج به صورت زیر درمی‌آید

$$\square \phi = g^{ik} \phi_{;ik} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left( \sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial \phi}{\partial x^i} \right).$$

۱۸. جزء خط روی سطح کره‌ای به شعاع  $a$  در فضای اقلیدسی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$ds^2 = a^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

برای این فضا  $\Gamma_{kl}^i; i, k, l = 1, 2$  را (با  $\theta = x^1$  و  $\phi = x^2$ ) محاسبه و نتیجه مورد بحث در کتاب درباره تغییر جهت یک بردار تحت جابه‌جایی موازی در اطراف مثلث ABC با سه زاویه قائمه را ثابت کنید.

۱۹. با بهره‌گیری از اصول اولیه ثابت کنید که  $B_{i;nk} - B_{i;kn} = R_{i\ kn}^m B_m$ .

۲۰. نشان دهید که برای یک میدان تانسوری پادمتقارن  $F_{ik}$  داریم  $F_{;ik}^{ik} = 0$ .

۲۱.  $A_i$  یک میدان برداری است که برای آن  $A_{;i}^i = 0$ . اگر  $F_{ik} = A_{k;i} - A_{i;k}$  نشان دهید

$$F_{;i}^{ik} = g^{mn} A_{;mn}^k + R_m^k A^m.$$

۲۲. شکل (۴۸.۲) را که  $R_{iklm}$  در یک دستگاه مختصات لخت موضعی به خود می‌گیرد به دست آورید. از همین مختصات برای استنتاج سرشت متقارن  $R_{ik}$  استفاده کنید.

۲۳. با شماره‌گذاری مستقیم نشان دهید که تعداد مؤلفه‌های مستقل  $R_{iklm}$  برابر ۲۰ است.

۲۴. با بهره‌گیری از یک دستگاه مختصات لخت محلی، اتحادهای بیانکی را به دست آورید. برای شکل هموردای این اتحادها نشان دهید که

$$R_{k;l}^l = \frac{1}{4} R_{,k}.$$

۲۵. نشان دهید که اولین انتگرال (۵۸.۲) برابر است با

$$g_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda} = \text{const.}$$

۲۶. نشان دهید که تغییر جهت یک بردار تحت جابه‌جایی موازی در اطراف یک منحنی بسته بینهایت کوچک را می‌توان برحسب تانسور ریمان و سطحی که منحنی دربر می‌گیرد بیان کرد.

۲۷. بسته‌ای از ژئودزیکها را با پارامتر  $\mu$  طوری مشخص کنید که هر نقطه روی ژئودزیک  $\mu$  دارای مختصات  $x^k(\lambda, \mu)$  باشد که  $\lambda$  پارامتر آفین است. بردار  $\nu^k = \partial x^k / \partial \mu$  آهنگ انحراف یک ژئودزیک از ژئودزیک دیگر در بسته را نشان می‌دهد. رابطه‌های زیر را به دست آورید:

$$\nu_{;i}^k u^l = u_{;i}^k \nu^l \quad u^k = \partial x^k / \partial \lambda \quad (\text{الف})$$

$$d^2 \nu^k / d\lambda^2 + R_{lmn}^k u^l \nu^m u^n = 0 \quad (\text{ب})$$

معادلهٔ اخیر انحراف ژئودزیک است.

۲۸. با مقایسهٔ انحراف دو ذرهٔ آزمون که در دو مسیر شعاعی مجاور بر زمین (کروی) سقوط می‌کنند،

مشابه نیوتونی انحراف ژئودزیک را تشکیل دهید.

۲۹. وجود ضریب  $\frac{1}{2}$  در رابطهٔ (۸۶.۲) را ثابت کنید.

۳۰. نشان دهید که نتایج (۸۹.۲) بر مبنای نظریهٔ سینتیک استاندارد است.

۳۱. شکل تانسور انرژی برای یک موج الکترومغناطیسی تخت را محاسبه کنید.

۳۲. نشان دهید که چگالی لاگرانژی یک برهم‌کنش فیزیکی در فضا زمان خمیده  $L$  است، به طوری

که سهم آن در کنش برابر است با

$$\int L \sqrt{-g} d^4x,$$

سپس، اگر  $L$  فقط از طریق  $g_{ik}, g_{ik,l}$  به انرژی بستگی داشته باشد، تانسور انرژی برهم‌کنش از

رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$T^{ik} = -\frac{2c}{\sqrt{-g}} \left[ \frac{\partial L \sqrt{-g}}{\partial g_{ik}} - \left( \frac{\partial L \sqrt{-g}}{\partial g_{ik,l}} \right)_{,l} \right].$$

۳۳. نشان دهید که از سرشت نرده‌ای  $L$  در تمرین ۳۲ در بالا می‌توان نتیجه گرفت که

$$T_{;k}^{ik} = 0.$$

راهنمایی: از رابطهٔ (۹۷.۲) و این واقعیت استفاده کنید که تغییر بینهایت کوچک مختصات

$$\delta g_{ik} = (-\xi_{i;k} + \xi_{k;i})$$

می‌دهد  $x^i \rightarrow x^i + \xi^i$

۳۴. نشان دهید که تحت  $g_{ik} \rightarrow g_{ik} + \delta g_{ik}$   $\delta \Gamma_{kl}^i$  مانند یک تانسور تبدیل می‌شود.

۳۵. نشان دهید که

$$\delta \int_V R \sqrt{-g} d^4x = \int_V (R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R) \delta g^{ik} \sqrt{-g} d^4x$$

برای تغییرات متریکی که همراه با مشتقهای مربوطه در مرز  $V$  صفر می‌شود.

راهنمایی: بنویسید  $R = R_{ik} g^{ik}$  به طوری که  $\delta R = \delta R_{ik} + R_{ik} \delta g^{ik}$  با بهره‌گیری از یک

دستگاه مختصات لخت موضعی نتیجه بگیرید که

$$\sqrt{-g} g^{ik} \delta R_{ik} = -\sqrt{-g} [(g^{ik} \delta \Gamma_{ik}^l)_{;l} - (g^{il} \delta \Gamma_{ik}^k)_{;l}] = \sqrt{-g} w_{;k}^k,$$

که  $w^k$  (از تمرین ۳۴) یک بردار است. سپس از قضیه گرین استفاده کنید.

۳۶. از تقریب نیوتونی معادله‌های میدان اینشتین و معادله‌های ژئودزیک، معادله پواسون و معادله‌های حرکت نیوتونی در یک میدان گرانشی را به دست آورید.

۳۷. نشان دهید که در تقریب میدان ضعیف برای تابش گرانشی می‌توان تبدیل مختصات را چنان انجام داد که شرط پیمانه‌ای زیر برقرار باشد،

$$\psi_{i,k}^k = 0$$

که

$$\psi_i^k = h_i^k - \frac{1}{2} h_l^l \delta_i^k$$

همین‌طور، نشان دهید که  $\psi_i^k$  در معادله موج فضای تخت صدق می‌کند

$$\square \psi_i^k = -\frac{16\pi G}{c^4} T_i^k.$$

۳۸. نظریه خطی شده امواج گرانشی بالا را با نظریه الکترومغناطیس ماکسول مقایسه کنید. برای حالت  $T_i^k = 0$  جوابهای موج تخت را بنویسید.

۳۹. در حل مربوط به موج تخت معادله موج گرانشی، مؤلفه‌های تانسور ریمان را برآورد کنید. نشان دهید که اصولاً یک موج گرانشی را می‌توان با اندازه‌گیری مؤلفه‌های تانسور ریمان به کمک معادله انحراف ژئودزیک آشکار ساخت.

۴۰. درست همان‌طور که مشتق دوم یک گشتاور دوقطبی الکتریکی متغیر نسبت به زمان به عنوان چشمه اولیه تابش الکترومغناطیسی عمل می‌کند، مشتق سوم یک گشتاور چارقطبی متغیر (جرم) نسبت به زمان ساده‌ترین چشمه امواج گرانشی است. با استفاده از این نتیجه و بحثهای ابعادی نشان دهید که چرا گسیل امواج گرانشی در شرایط آزمایشگاهی بسیار ضعیف است.

۴۱. نشان دهید که اگر جزء خط (۱۱۸.۲) را در داخل ( $r \leq r_s$ ) یک توزیع جرم با تقارن کروی در نظر بگیریم، شکل ( $\circ \circ$ ) مؤلفه معادله‌های میدان را به دست می‌آوریم

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r},$$

که

$$M(r) = \int_0^r 4\pi \rho^2 T_0^0 d\rho.$$

کمیت  $M(r_s)$  را می‌توان جرم گرانشی  $M$  در نظر گرفت که در جواب خارجی ( $r > r_s$ ) ظاهر می‌شود.

۴۲. نشان دهید که با تبدیل مختصات شعاعی، به صورت  $r = f(R)$ ، جزء خط شوارتس شیلد را می‌توان به صورت همسانگرد زیر بازنویسی کرد:

$$ds^2 = e^\mu dt^2 - e^\eta [dR^2 + R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)],$$

که در آن

$$e^\mu = \frac{[1 - MG/(2R)]^2}{[1 + MG/(2R)]^2}, \quad e^\eta = \left(1 + \frac{MG}{2R}\right)^4.$$

(در اینجا همسانگرد به معنی آن است که با جهت‌های شعاعی و عرضی برخوردی یکسان صورت می‌گیرد.)

۴۳. نسبت  $GM/(c^2 r_s)$  را طوری محاسبه کنید که تمام طیف مرئی ( $4000 \text{ \AA}$  تا  $8000 \text{ \AA}$ ) در نورگسیل شده از سطح یک جسم کروی درست در مرحله خروج دارای انتقال به سرخ باشند.

۴۴. افزایش بسامد یک فوتون پرتو  $\gamma$  را در هنگام سقوط از ارتفاع  $100$  متر به سطح زمین محاسبه کنید.

۴۵. نشان دهید که اگر ناظر فضازمان شوارتس شیلد به جای ساکن بودن به صورت شعاعی حرکت کند و مختصات شعاعی او در زمان  $t$  از رابطه  $r = f(t)$  به دست آید، بازه ویژه زمان نظیر  $dt$  او عبارت است از

$$d\tau = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{1/2} dt \left[1 - \left(\frac{df(t)/dt}{1 - 2GM/(c^2 f(t))}\right)^2\right]^{1/2}.$$

۴۶. نشان دهید که معادله‌های یک ژئودزیک زمان‌گونه در فضازمان شوارتس شیلد از رابطه‌های زیر به دست می‌آید

$$\frac{d^2 t}{ds^2} + \frac{d\nu}{dr} \frac{dr}{ds} \frac{dt}{ds} = 0,$$

$$\frac{d^2 \theta}{ds^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{ds} \frac{d\theta}{ds} - \sin\theta \cos\theta \left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 = 0.$$

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{ds} \frac{d\phi}{ds} + 2 \cot \theta \frac{d\phi}{ds} \frac{d\theta}{ds} = 0,$$

$$\frac{d^2r}{ds^2} - \frac{1}{r} \frac{d\nu}{dr} \left(\frac{dr}{ds}\right)^2 - r e^\nu \left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 - r^2 \sin^2 \theta e^\nu \left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 + \frac{1}{r} e^{2\nu} \frac{d\nu}{dr} \left(\frac{dt}{ds}\right)^2 c^2 = 0$$

$$e^\nu = 1 - \frac{2GM}{c^2 r}$$

۴۷. نشان دهید که از معادله‌های تمرین ۴۶ می‌توان بدون از دست رفتن کلیت به صورت زیر انتگرال گرفت:

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{dt}{ds} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1/2} E, \quad r^2 \frac{d\phi}{ds} = h$$

که  $E$  و  $h$  ثابتهای حرکت‌اند. کدام انتگرال دیگر این معادله‌ها شناخته شده است؟  
۴۸. نشان دهید که دستگاه خورشید-عطارد یک جواب تقریبی معادله‌های ۴۷ است اگر داشته باشیم

$$r = l[1 + e \cos(\phi - \phi_0)]^{-1}$$

که  $\phi_0$  تابعی است که برحسب زمان به کندی افزایش می‌یابد.  $d\phi_0/dt$  را برآورد کنید و نتیجه را به حرکت تقدیمی حضيض عطارد مرتبط سازید.

۴۹. نشان دهید که ژئودزیکهای صفر (که مثلاً پرتوهای نور را توصیف می‌کنند) در فضا زمان شوارتسشیلد از معادله‌های زیر به دست می‌آیند

$$\frac{d^2t}{d\lambda^2} + \frac{d\nu}{dr} \frac{dr}{d\lambda} \frac{dt}{d\lambda} = 0,$$

$$\frac{d^2\theta}{d\lambda^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\theta}{d\lambda} - \sin \theta \cos \theta \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = 0,$$

$$\frac{d^2\phi}{d\lambda^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\phi}{d\lambda} + 2 \cot \theta \frac{d\phi}{d\lambda} \frac{d\theta}{d\lambda} = 0,$$

$$c^2 \left(\frac{dt}{d\lambda}\right)^2 e^\nu = e^{-\nu} \left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2 + r^2 \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2.$$

۵۰. نشان دهید که به دست آوردن انتگرالهای اول معادله‌های تمرین ۴۸، مشابه انتگرالهای مربوط به تمرین ۴۶ است.

۵۱. نشان دهید که رابطه زیر یک جواب تقریبی برای معادله‌های ژئودزیک صفر است:

$$r \cos \phi = r_s - \frac{GM}{c^2 r_s} (r \cos^2 \phi + 2r \sin^2 \phi).$$

این جواب را به‌عنوان خم شدن نور توسط یک جسم پرجرم تفسیر کنید.

۵۲. با در نظر گرفتن فوتون به‌عنوان پرتابه‌ای که طبق قانون عکس مجذور نیوتونی حرکت می‌کند، خم شدن ناشی از یک جسم پرجرم را محاسبه کنید. نشان دهید که خم شدن خالص نصف مقداری است که از نسبیت عام به‌دست می‌آید.

۵۳. نشان دهید که گرانش نیوتونی را می‌توان طوری تغییر داد که پدیده انتقال به سرخ گرانشی را توصیف کند. (جرم گرانشی  $h\nu/c^2$  را به فوتونی با بسامد  $\nu$  نسبت دهید.)

۵۴. ستاره‌ای با جرم برابر خورشید از شعاع اولیه  $R_\odot$  به آرامی منقبض می‌شود. نشان دهید که انتقال به سرخ گرانشی آن چگونه برحسب مختصات شعاعی  $r_s$  افزایش می‌یابد. وقتی  $r_s < 2GM_\odot/c^2$  شود چه اتفاقی می‌افتد؟

۵۵. یک پرتو نور مسیری دایره‌ای را دور سیاهچاله‌ای طی می‌کند. نشان دهید که چگونه این کار ممکن می‌شود و اندازه مدار را محاسبه کنید.



## از نسبیت تا کیهان‌شناسی

### ۱.۳ زمینه تاریخی

در سال ۱۹۱۵ اینشتین (شکل ۱.۳) ریزه‌کاریهای نهایی را دربارهٔ نظریهٔ نسبیت عام انجام داد. حل شوارتس‌شیلد که در فصل ۲ بیان شد اولین جواب جالب توجه فیزیکی معادله‌های میدان نسبیت عام بود. این حل نشان داد که چگونه فضا‌زمان در اطراف توزیعی از ماده با تقارن کروی خم می‌شود. مسئله‌ای که شوارتس‌شیلد حل کرد اصولاً یک مسئله موضعی است، از این نظر که انحرافهای هندسهٔ فضا‌زمان از هندسهٔ نسبیت خاص مینکوفسکی با دور شدن تدریجی از کرهٔ گرانشی به تدریج از میان می‌رود. این نتیجه را می‌توان با استفاده از جزء خط (۱۲۵.۲) و میل دادن  $r$  به بینهایت به راحتی اثبات کرد. به زبان عجیب و غریب فنی، فضا‌زمانی را که دارای این ویژگی است مجانباً تخت می‌نامند. به‌طور کلی، انتظار داریم که هر توزیع محلی ماده، هندسهٔ فضا‌زمانی را تولید کند که دارای این ویژگی است. حتی از گرانی نیوتونی نیز نتیجهٔ مشابهی را انتظار داریم: یعنی میدان گرانشی یک توزیع محلی ماده در فاصله‌های دور از آن از میان می‌رود. آیا می‌توان عالم را با یک توزیع موضعی ماده تقریب زد؟



شکل ۱.۳ آلبرت اینشتین (۱۹۵۵-۱۸۷۹).

اینشتین احساس کرد که پاسخ این پرسش منفی است. در عوض، او انتظار داشت که عالم پر از ماده‌ای باشد که امکان کاویدن آن را نداریم. حلی از نوع شوارتس شیلد نمی‌تواند هندسه فضازمان چنین توزیعی از ماده را در اختیارمان بگذارد. چون هرگز نمی‌توانیم از ماده‌گراننده دور شویم، مفهوم تخت بودن مجانبی باید نقض شود. بنابراین، حل جدیدی برای توصیف عالم پر از ماده ضروری است. اینشتین این حل را در سال ۱۹۱۷ منتشر کرد.

قبل از اینکه به حل اینشتین بپردازیم، باید متذکر شویم که بیش از دو قرن قبل از آن نیوتون سعی کرده بود راه حلی را به دست آورد که عالم نامتناهی پر از ماده را توصیف کند. یک توزیع بسیار

مقارن از ماده به جوابی در گرانی نیوتونی می‌انجامد. به عنوان مثال، توزیع یکنواختی از ماده را در نظر بگیرید که فضای اقلیدسی را پر کرده است. ناظری که از هر منظر به عالم بنگرد آن را در تمام جهتها یکنواخت خواهد یافت، و متوجه می‌شود که این عالم از تمام دیدگاهها سیمایی یکسان را به نمایش می‌گذارد. این دو ویژگی را همسانگردی و همگنی می‌نامند، و نقش ساده‌کننده‌ای در کیهان‌شناسی نسبیتی خواهند داشت. نیوتون دریافت که چنین عالمی ایستا خواهد بود، زیرا هر ذره از ماده به‌طور یکسان به تمام جهتها جذب می‌شود، در نتیجه در همان جایی که هست باقی می‌ماند.

از طرف دیگر، همگنی هر نوع گرادیان فشار در عالم را غیرممکن می‌سازد و می‌دانیم که هر توزیع محدود ماده بدون فشار بر اثر گرانی خود تمایل به جمع شدن دارد. ستارگان از این رو می‌توانند شکل ثابت خود را حفظ کنند که در درونشان گرادیان فشار کافی برای تحمل گرانی آنها وجود دارد. بدیهی است که با گذار از عالم متناهی به عالم نامتناهی چیز جدیدی وارد بحث می‌شود که شرایط مرزی در بینهایت است. وقتی می‌کوشیم تا این شرایط مرزی را تفسیر کنیم، ابهام قابل ملاحظه‌ای در نظریه نیوتونی به وجود می‌آید.

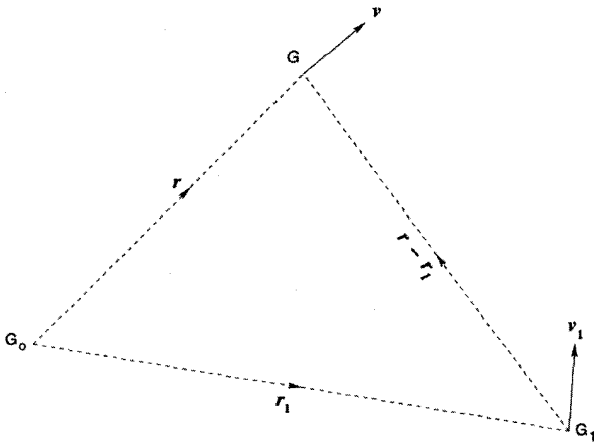
نیوتون همچنین دریافت که حل او ناپایدار است: هر ناهمگنی محلی باعث انقباض گرانشی می‌شود که ناهمگنی موضعی را زیاد می‌کند. نیوتون این ناپایداری جواب را با جواب مربوط به مجموعه‌ای از سوزنها مقایسه کرد که به‌دقت روی نوکشان متوازن شده‌اند.

با وجود این، در سال ۱۹۳۴ ی. ای. میلنه و دبلیو. اچ. مک‌کرتان نشان دادند که چگونه بعضی از مسائل کیهان‌شناسی نیوتونی را می‌توان حل کرد. قبل از پرداختن به کیهان‌شناسی نسبیتی که اینشتین مبتکر آن بود، کیهان‌شناسی نیوتونی را به اختصار بررسی می‌کنیم.

## ۲.۳ کیهان‌شناسی نیوتونی

در کیهان‌شناسی نیوتونی فضا اقلیدسی است و زمان معنی بی‌چون و چرای دینامیک نیوتونی را دارد. فرض می‌کنیم که عالم همگن و همسانگرد (در بخش بعد درباره این فرضها توضیح خواهیم دید) است و هیچ مکان یا جهت برتری در عالم وجود ندارد. همین‌طور، در هر نقطه از فضا ناظر برتری وجود دارد که عالم را همسانگرد می‌بیند. فرض خواهیم کرد که کهکشان در چنین نقطه‌ای نسبت به این ناظر، که از این پس او را ناظر بنیادی می‌نامیم، در حال سکون است.

فرض می‌کنیم در این عالم  $\mathbf{r} \equiv (x_1, x_2, x_3)$  مختصات (البته دکارتی!) کهکشان نوعی  $G$  و  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$  سرعت آن نسبت به کهکشان  $G$  در مبدأ باشد (نگاه کنید به شکل ۲.۳).



شکل ۲.۳ سه کیهانشان  $G_0$ ،  $G$  و  $G_1$  را در اینجا چنان نشان داده‌ایم که بردارهای مکان  $G_0$  و  $G$  نسبت به  $G_0$  با  $\mathbf{r}$  و  $\mathbf{r}_1$  به صورت سه کیهانشان نوعی مشخص شده‌اند. از دید ناظر مستقر در هریک از این کیهانشانها رابطهٔ سرعت - فاصله برای دو کیهانشان دیگر باید یکسان باشد. مثلاً، اگر ناظر  $G_0$  سرعتهای  $G$  و  $G_1$  را به ترتیب  $\mathbf{v}$  و  $\mathbf{v}_1$  مشاهده کند، ناظر  $G_1$  سرعت  $G$  را  $\mathbf{v} - \mathbf{v}_1$  و بردار فاصلهٔ آن را  $\mathbf{r} - \mathbf{r}_1$  می‌بیند. تقارن ایجاب می‌کند که  $\mathbf{v} - \mathbf{v}_1$  همان تابعی از  $\mathbf{r} - \mathbf{r}_1$  باشد که  $\mathbf{v}$  از  $\mathbf{r}$  است.

بدیهی است که مبدأ هیچ پایگاه خاصی ندارد: هر ناظر بنیادی را می‌توان در مبدأ مختصات در نظر گرفت. ناظر واقع در  $G_0$  رابطهٔ سرعت-فاصله کیهانشان  $G$  را به صورت زیر مشاهده می‌کند:

$$\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{r}). \quad (۱.۳)$$

اگر فرض کنیم که همین رابطه برای هر کیهانشان دیگر  $G_1$  با مختصات  $\mathbf{r}_1$  و سرعت  $\mathbf{v}_1$  مشاهده می‌شود، آنگاه، همهٔ ناظرهای بنیادی باید جنبه‌های کلی عالم را یکسان ببینند. تابع  $\mathbf{f}$  باید در شرط زیر صدق کند

$$\mathbf{f}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) = \mathbf{f}(\mathbf{r}) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_1). \quad (۲.۳)$$

با توجه به این رابطهٔ تابعی به راحتی نتیجه می‌گیریم که  $\mathbf{f}$  باید تابعی خطی از  $\mathbf{r}$  باشد. یعنی، می‌توان نوشت

$$v_\mu = H_{\mu\nu} x_\nu \quad (۳.۳)$$

که قرارداد مجموعیابی را برای سه مختصهٔ فضایی به کار می‌بریم، اما با همهٔ شاخصها (اندیسها) در شکل پایینی آنها. در هندسهٔ اقلیدسی فیزیک نیوتونی، توزیع بین شاخصهای بالایی و پایینی

برای مختصات دکارتی لازم نیست. ضریب تانسوری  $H_{\mu\nu}$  حداکثر می‌تواند تابع زمان  $t$  باشد. سپس، با فرض همسانگردی در هر عصر  $t$ ، تانسور باید به صورت  $H_{\mu\nu} = H(t)\delta_{\mu\nu}$  باشد و رابطهٔ سرعت-فاصله به صورت زیر درآید

$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}. \quad (۴.۳)$$

این همان رابطهٔ سرعت-فاصله هابل است که در فصل ۱ بیان شد. قانون هابل با فرض همگنی و همسانگردی ما سازگار است: مثلاً، امتیاز قرار گرفتن در «پایگاه ویژه»  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$  را نداریم. انتگرال‌گیری از معادلهٔ دیفرانسیل (۴.۳) را می‌توان با نوشتن  $\mathbf{r}$  به صورت زیر تکمیل کرد

$$\mathbf{r} = S(t)\mathbf{r}_0. \quad (۵.۳)$$

با

$$\dot{S}/S = H(t). \quad (۶.۳)$$

(نقطهٔ بالا نشان می‌دهد که مشتق‌گیری از کمیت نسبت به  $t$  صورت می‌گیرد.)

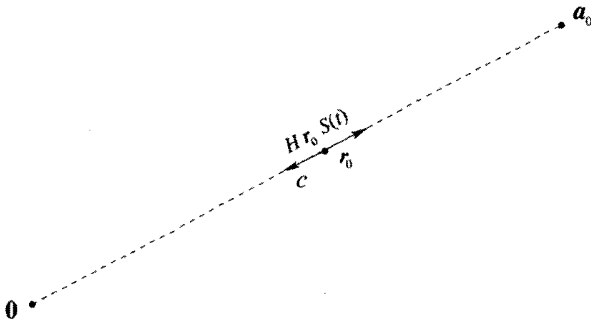
### ۱.۲.۳ انتقال به سرخ

برای برقراری ارتباط میان رابطهٔ سرعت-فاصله و انتقال به سرخ (که در قانون هابل یافت می‌شود)، باید کار بیشتری انجام دهیم. کلهکشانی را در  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{a}_0$  در نظر بگیرید که به ما نور گسیل می‌کند. اکنون انتشار نور را از آن به ناظر واقع در مبدأ در نظر می‌گیریم، با این فرض که همهٔ سرعتها مانند سینماتیک نیوتونی با هم جمع می‌شوند و هر ناظر بنیادی سرعت نور را برابر  $c$  مشاهده می‌کند. مطابق شکل ۳.۳، فرض کنید که نور در  $t = t_a$  مکان  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{a}_0$  را ترک کند و در  $t = t_0$  به  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$  برسد.

پرتو نوری که از  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{a}_0$  به  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$  منتشر می‌شود در زمان  $t$  از گسترهٔ  $t_a < t < t_0$  ناظران میانی در  $\mathbf{r}_0 = \eta\mathbf{a}_0$ ،  $0 < \eta < 1$  خواهد گذشت. چون سرعت این ناظر سرراه  $H S(t)\mathbf{r}_0$  در جهتی است که از ما دور می‌شود، سرعت مؤثر نور برابر است با

$$\frac{dr}{dt} = -c + \eta a_0 \dot{S}(t) \quad (۷.۳)$$

که در آن  $r = r_0 S(t) = \eta a_0 S(t)$



شکل ۳.۳ یک پرتو نور که از کهکشان واقع در  $r_0 = a_0$  به  $r_0 = 0$  می‌آید، به واسطه محیط متحرکی که از  $r_0 = 0$  دور می‌شود تأخیر پیدا می‌کند. در مقدار میانی  $r_0$  (در بالا) سرعت  $c$  پرتو به طرف  $0$  به اندازه سرعت انبساط  $H r_0 S(t)$  کاهش می‌یابد.

چون  $dr/dt = \dot{r} a_0 S + \eta a_0 \dot{S}$  به دست می‌آوریم

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{c}{a_0 S}, \quad (۸.۳)$$

یعنی،

$$a_0 = \int_{t_a}^{t_0} \frac{c dt}{S(t)}, \quad (۹.۳)$$

چون در  $t = t_a$  داریم  $\eta = 1$  و در  $t = t_0$   $\eta = 0$ .

در به دست آوردن (۹.۳) سرعت نور را مانند فرمولهای نیوتونی جمع سرعتها به سرعت ناظر میانی افزودیم. گرچه کار ما با نسبیت خاص ناسازگار خواهد بود، اما در چارچوب نیوتونی کاملاً سازگار است.

اکنون دو ستیغ موج نوری با طول موج  $\lambda_a$  را در نظر بگیرید که از کهکشان بالاگسیل می‌شود. ستیغ اول در  $t_a$  آن را ترک می‌کند و در  $t_0$  به مقصد می‌رسد. ستیغ دوم در  $t_a + \Delta t_a$  آن را ترک می‌کند و در  $t_0 + \Delta t_0$  به مقصد می‌رسد. پس رابطه‌ای مانند (۹.۳) برقرار است، یعنی

$$a_0 = \int_{t_a + \Delta t_a}^{t_0 + \Delta t_0} \frac{c dt}{S(t)}. \quad (۱۰.۳)$$

با کم کردن (۹.۳) از (۱۰.۳) و استفاده از این تقریب که  $\Delta t_0$  و  $\Delta t_a$  بازه‌های به اندازه کافی کوچکی هستند که  $S(t)$  را در آنها ثابت بگیریم، به دست می‌آوریم

$$\frac{c \Delta t_0}{S(t_0)} = \frac{c \Delta t_a}{S(t_a)}. \quad (۱۱.۳)$$

با این همه، اگر  $\lambda_0$  طول موجی باشد که ما دریافت می‌کنیم، پس  $c \Delta t_0 = \lambda_0$  در حالی که  $c \Delta t_a = \lambda_a$  در نتیجه

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda_a} = \frac{S(t_0)}{S(t_a)}. \quad (12.3)$$

این رابطه‌ای بین انتقال به سرخ  $z$  و عامل مقیاس  $S(t)$  است. چون  $z > 0$ ، پس برای  $t_a < t_0$  داریم  $S(t_a) < S(t_0)$ . به عبارت دیگر، عامل مقیاس با گذشت زمان افزایش می‌یابد، یعنی عالم در حال انبساط است.

برای فاصله‌های کوتاه  $t_a \approx t_0$  و بسط تیلور در حوالی  $t = t_0$  به دست می‌آوریم

$$S(t_a) \cong S(t_0) - (t_0 - t_a) \dot{S}(t_0).$$

در نتیجه،

$$1 + z = \frac{S(t_0)}{S(t_a)} = \left( 1 - (t_0 - t_a) \frac{\dot{S}(t_0)}{S(t_0)} \right)^{-1} \\ \approx 1 + (t_0 - t_a) \frac{\dot{S}}{S} \Big|_{t_0}$$

با این همه، از (۹.۳)، با همان تقریب داریم

$$a_0 \approx \frac{c(t_0 - t_a)}{S(t_0)}.$$

فاصلهٔ کهکشان از ناظر در  $t = t_0$  برابر است با  $D = a_0 S(t_0) \cong c(t_0 - t_a)$ . این نتیجه از رابطه‌های بالا به دست می‌آید.

در این فصل بیشتر به جنبه‌های سینماتیکی کیهان‌شناسی می‌پردازیم و در نتیجه بحث نیوتونی را در همین جا به پایان می‌رسانیم. همان‌طور که به زودی خواهیم دید، مدل‌های نسبیتی نیز همین نتیجه‌ها را می‌دهند، گرچه، به واسطه سازگاری با برونمایی از نسبیت خاص به عام مبنای محکمتری دارند. (مثلاً، در به دست آوردن فرمول انتقال به سرخ لازم نیست سرعت نور را به سرعت محیط اضافه کنیم). به هر حال، در فصل‌های بعد به کیهان‌شناسی نیوتونی باز می‌گردیم تا نشان دهیم که از نظر دینامیکی نیز شبیه مورد نسبیتی است. اکنون بحث کیهان‌شناسی نسبیتی را با حل کلاسیک اینشتین در سال ۱۹۱۷ آغاز می‌کنیم.

## ۳.۳ عالم اینشتین

از معادله‌های میدان نسبیت عام که در فصل ۲ به دست آمد معلوم است که جواب آنها در کلیترین شکل - جواب یک سری معادله‌های دیفرانسیل جزئی غیرخطی همبسته - فراتر از برد فعلی روشهای موجود در ریاضیات کاربردی است. باید فرضهای تقارن ساده‌کننده را به‌عنوان گامی به‌سوی یک جواب مطرح کرد. درست همان‌طور که شوارتس‌شیلد تقارن کروی را در حل موضعی خود در نظر گرفت، اینشتین در مسئله کیهان‌شناسی خود بنا را بر همگنی و همسانگردی گذاشت. علاوه بر آن، مانند شوارتس‌شیلد، فرض کرد که فضا-زمان ایستاست. این فرض امکان‌پذیرش مختصه زمان  $t$  را به‌گونه‌ای فراهم ساخت که جزء خط فضا-زمان با رابطه زیر داده شود

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \alpha_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (۱۳.۳)$$

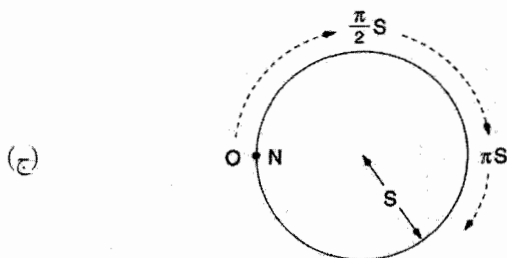
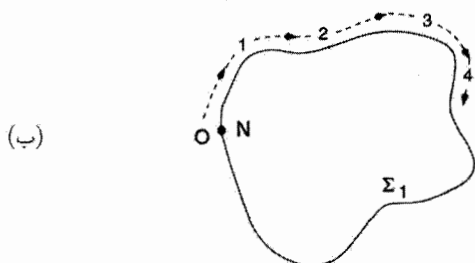
که  $\alpha_{\mu\nu}$  فقط توابعی از مختصات فضایی  $x^\mu$  ( $\mu, \nu = 1, 2, 3$ ) هستند.

توجه کنید که قید همگنی ایجاب می‌کند که ضریب  $dt^2$  فقط یک مقدار ثابت باشد، که ما آن را به  $c^2$  بهنجار کرده‌ایم. همین‌طور، شرط همسانگردی نشان می‌دهد که هیچ جمله‌ای به‌صورت  $dt dx^\mu$  نمی‌تواند در جزء خط وجود داشته باشد. این موضوع را به‌صورت زیر می‌توان دید. اگر جمله‌ای مانند  $g_{\mu 0} dt dx^\mu$  در جزء خط داشته باشیم، جابه‌جاییهای فضایی  $dx^\mu$  و  $-dx^\mu$  سهم مخالفی در  $ds^2$  در بازه کوچک زمان  $dt$  خواهند داشت، و همسانگردی، این تغییرات جهتی را ممنوع می‌سازد. آیا چیز دیگری می‌توان درباره  $\alpha_{\mu\nu}$  گفت؟

اینشتین گمان می‌کرد که عالم برای «بسته شدن» فضا ماده کافی دارد و این فرض او را به شکل خاصی از  $\alpha_{\mu\nu}$  رهنمون شد. اکنون اندکی به مفهوم فضای بسته و چگونگی به‌دست آوردن  $\alpha_{\mu\nu}$  می‌پردازیم. بگذارید کار را با مثالهایی از فضاهای با ابعاد کمتر آغاز کنیم.

چون ساده‌ترین مثال فضای باز یک خط راست اقلیدسی است که به‌صورت نامحدود در هر دو جهت گسترش یافته باشد. می‌توانیم با استفاده از متغیر حقیقی  $r$  هر نقطه روی خط  $-\infty < r < \infty$  را مشخص کنیم. شکل ۴.۳ (الف) این خط راست را نشان می‌دهد. شکل ۴.۳ (ب) مثالی از منحنی بسته  $S^1$  است. این منحنی مرزی ندارد، اما اگر از متغیر حقیقی  $r$  برای نشان دادن نقطه‌های روی منحنی استفاده کنیم، متوجه می‌شویم که گستره محدودی از  $r$  کفایت می‌کند. اگر فراتر از این گستره برویم شروع به عبور مکرر از منحنی خواهیم کرد. یک مثال ساده در این مورد دایره  $S^1$  به شعاع  $S$  در شکل ۴.۳ (ج) است. اگر از معیار اقلیدسی فاصله برای تعیین محل نقطه بهره بگیریم و آن را با  $r$  فاصله این نقطه از نقطه ثابت  $N$  نشان دهیم، در می‌یابیم که گستره  $0 \leq r < 2\pi S$  تمام نقطه‌های روی دایره را توصیف می‌کند.

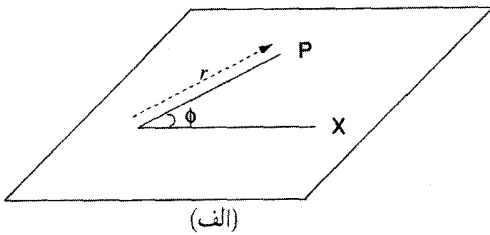




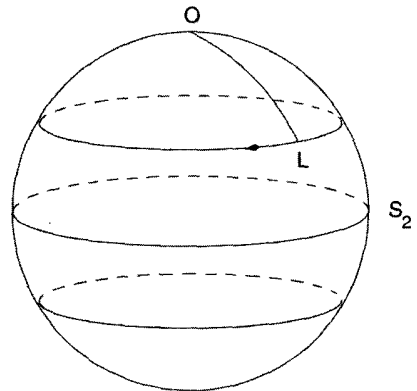
شکل ۴.۳ منحنیهایی در فضای یک بعدی. (الف) خط راستی که از  $-\infty$  تا  $+\infty$  امتداد دارد. این مثالی از فضای باز است. (ب) یک منحنی بسته  $\Sigma_1$ . با شروع از نقطه  $N$  بر روی آن به عنوان مبدأ، می توان طول  $r$  در امتداد منحنی را برای علامت گذاری نقطه های روی آن به کار برد. اگر طول منحنی  $L$  باشد، در  $r = L$  به نقطه شروع بازمی گردیم. این یک فضای بسته است. (ج) یک فضای بسته  $S_1$  که همگن است؛ این یک دایره است. اگر شعاع آن  $S$  باشد، داریم  $L = 2\pi S$ .

در حالی که هر دو منحنی شکل ۴.۳ (ب) و (ج) بسته هستند، دایره به وضوح تقارنهایی بیشتر از منحنی  $\Sigma_1$  دارد. این موضوع را می توان به صورت زیر نشان داد. اگر بخش کوچکی (یک قوس) از دایره را در نظر بگیریم و آن را در امتداد دایره بلغزانیم، این بخش همواره روی دایره قرار خواهد داشت. همین کار را نمی توانیم برای منحنی  $\Sigma_1$  انجام دهیم. این موضوع را می توان به این شکل بیان کرد که دایره  $S_1$  فضای همگن را توصیف می کند، در حالی که منحنی  $\Sigma_1$  چنین نیست.

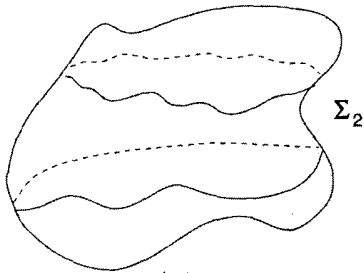
شکل ۵.۳ وضعیت نظیر آن را در دو بعد نشان می دهد. دو مختصه  $r$  و  $\phi$  ( $0 \leq \phi < 2\pi$ ) برای تعیین محل نقطه بر روی صفحه اقلیدسی شکل ۵.۳ (الف) لازم است. سطح  $\Sigma_2$  در شکل ۵.۳ (ب) و کره  $S_2$  به شعاع  $S$  که در شکل ۵.۳ (ج) نشان داده شده اند سطوح بسته اند، که یکی از آنها یعنی  $S_2$  همگن است ولی  $\Sigma_2$  همگن نیست. این ویژگی اخیر را می توان



(الف)



(ج)



(ب)

**شکل ۵.۳ (الف)** صفحه یک فضای باز دوبعدی است. از هر نقطه  $O$  روی آن یک خط مستقیم  $OX$  را در هر جهت صفحه رسم کنید. مختصات  $(r, \phi)$  در تصویر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان نقطه  $P$  روی صفحه را مشخص ساخت. (ب) یک سطح بسته اختیاری  $\Sigma_2$ . (ج) یک سطح بسته  $S_2$  که همگن و همسانگرد است. این سطح یک کره است. هر نقطه  $O$  روی  $S_2$  را در نظر بگیرید و یک کمان کوچک از یک دایره عظیمه  $OL$  را بر روی  $S_2$  رسم کنید. با چرخش  $OL$  دور  $O$ ، نقطه  $L$  در امتداد دایره کوچکی روی  $S_2$  حرکت می‌کند و کمان همواره روی  $S_2$  باقی می‌ماند. این مثالی از همسانگردی است: چنانکه از  $O$  دیده می‌شود، سطح  $S_2$  هیچ جهت برتری را از خود نشان نمی‌دهد.

با روش لغزاندن بخش کوچکی از هر سطح در امتداد خودش بررسی کرد. تقارن ذاتی دیگری در سطح کروی وجود دارد، که می‌توان آن را به صورت زیر نشان داد. در هر نقطه  $O$  بر روی آن یک کمان کوچک بر روی سطح رسم کنید و سپس آن را دور نقطه  $O$  بچرخانید، و همواره سعی کنید که درست روی سطح قرار گیرد. باز هم سطح کروی  $S_2$  این کار را ممکن می‌سازد، ولی در مورد  $\Sigma_2$  چنین نیست. این بدان معنی است که سطح  $S_2$  دارای همسانگردی دور  $O$  است.

اکنون می‌بینیم که چگونه می‌توان یک فضای سه‌بعدی همگن و همسانگرد ساخت که اینستین به‌عنوان مدلی برای عالم خود لازم داشت. این  $S_3$ ، یعنی ۳-سطح از یک ابرکره چهاربعدی به شعاع  $S$  است. معادله این ۳-سطح برحسب مختصات دکارتی  $x_1, x_2, x_3$  و  $x_4$  به صورت زیر است

$$(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2 + (x_4)^2 = S^2. \quad (14.3)$$

برای بهره‌گیری از مختصات ذاتی سطح، تعریف می‌کنیم

$$\begin{aligned} x_4 &= S \cos \chi, & x_1 &= \sin \chi \cos \theta, & x_2 &= S \sin \chi \sin \theta \cos \phi, \\ x_3 &= S \sin \chi \sin \theta \sin \phi. \end{aligned} \quad (15.3)$$

بنابراین جزء خط روی سطح  $S_3$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} d\sigma^2 &= (dx_1)^2 + (dx_2)^2 + (dx_3)^2 + (dx_4)^2 \\ &= S^2 [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \end{aligned} \quad (16.3)$$

خط اخیر از حسابان ساده به دست می‌آید. گستره  $\theta$  و  $\phi$  و  $\chi$  عبارت است از

$$0 \leq \chi \leq \pi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi. \quad (17.3)$$

در این مرحله لازم به ذکر است که دو راه در مقابل ما وجود دارد. اول اینکه تلویحاً فرض کردیم که  $\chi$  تمام مقادیر در گستره  $0 \leq \chi \leq \pi$  را اختیار می‌کند، و این چیزی را به ما می‌دهد که معمولاً فضای کروی می‌نامیم. اما، اگر نقطه‌های متقاطع را یکسان فرض کنیم، فضای حاصل فضای بیضوی نامیده می‌شود.

راه دیگر بیان  $d\sigma^2$  با مختصات  $r, \theta, \phi$  است، با  $r = \sin \chi$  ( $0 \leq r \leq 1$ ). در فضای بیضوی  $r$  این گستره را یک بار طی می‌کند: در فضای کروی این کار دوبار انجام می‌شود:

$$d\sigma^2 = S^2 \left( \frac{dr^2}{1-r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (18.3)$$

ثابت  $S$  را «شعاع» عالم می‌نامند. بنابراین جزء خط عالم اینشتین از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2 dt^2 - d\sigma^2 \\ &= c^2 dt^2 - S^2 [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \\ &= c^2 dt^2 - S^2 \left( \frac{dr^2}{1-r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \end{aligned} \quad (19.3)$$

توجه کنید که جزء خط (۱۹.۳) را کاملاً از فرضهای مختلف تقارن به دست آوردیم. از معادله‌های میدان استفاده نکرده‌ایم. اکنون می‌بینیم که وقتی از این جزء خط برای محاسبه طرف چپ معادله‌های اینشتین استفاده می‌کنیم چه اتفاقی رخ می‌دهد.

این کار را می‌توان با نظامی که در فصل ۲ به وجود آوردیم انجام داد. می‌نویسیم  $x^\circ = ct$ ،  $x^1 = r$ ،  $x^2 = \theta$  و  $x^3 = \phi$  به طوری که

$$g_{\infty\infty} = 1, \quad g_{11} = -\frac{S^2}{1-r^2}, \quad g_{22} = -S^2 r^2, \quad g_{33} = -S^2 r^2 \sin^2 \theta$$

$$g^{\infty\infty} = 1, \quad g^{11} = -\frac{1-r^2}{S^2}, \quad g^{22} = -\frac{1}{S^2 r^2}, \quad g^{33} = -\frac{1}{S^2 r^2 \sin^2 \theta}.$$

حسابان مقدماتی نشان می‌دهد که تنها مؤلفه‌های غیرصفر  $\Gamma_{kl}^i$  عبارت‌اند از:

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{r}{1-r^2}, \quad \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \quad \Gamma_{22}^1 = -r(1-r^2),$$

$$\Gamma_{33}^1 = -r(1-r^2) \sin^2 \theta, \quad \Gamma_{33}^2 = -\sin \theta \cos \theta, \quad \Gamma_{33}^3 = \cot \theta.$$

سپس، با بهره‌گیری از رابطه‌های فصل قبل، مؤلفه‌های غیرصفر تانسور اینشتین را به شکل زیر به دست می‌آوریم

$$R_{\infty\infty}^{\infty\infty} - \frac{1}{4} R = -\frac{3}{S^2}, \quad (20.3)$$

$$R_{11}^1 - \frac{1}{4} R = R_{22}^2 - \frac{1}{4} R = R_{33}^3 - \frac{1}{4} R = -\frac{1}{S^2}. \quad (21.3)$$

برای تکمیل معادله‌های میدان، اینشتین تانسور انرژی را برای گردوغبار رابطه (۸۵.۲) به کار برد. برای گردوغباری که در چارچوب مرجع بالا در حال سکون است،  $u^i$  فقط یک مؤلفه غیرصفر دارد که مؤلفه زمان است. بنابراین، به دست می‌آوریم

$$T_{\infty\infty}^{\infty\infty} = \rho_0 c^2,$$

$$T_{11}^1 = T_{22}^2 = T_{33}^3 = 0. \quad (22.3)$$

بنابراین دو معادله (۲۰.۳) و (۲۱.۳) به دو معادله مستقل زیر می‌انجامد:

$$-\frac{3}{S^2} = -\frac{\lambda\pi G}{c^2} \rho_0, \quad -\frac{1}{S^2} = 0. \quad (23.3)$$

بدیهی است که این معادله‌ها هیچ جواب معقولی ندارند که نشان می‌دهد هیچ مدل ایستای همگن و همسانگرد و چگال عالم از معادله‌های اینشتین در (۲.۱۰۰) به دست نمی‌آید.

این ناتوانی در تولید چنین مدلی بود که باعث شد اینشتین معادله‌های (۲.۱۰۰) تا (۲.۱۰۴) را اصلاح کند، بنابراین جمله  $\lambda$  را که (اکنون مشهور است) وارد کرد. اگر این ثابت اضافی را وارد کار کنیم، معادله‌های (۳.۲۳) اکنون به صورت زیر در می‌آیند

$$\lambda - \frac{3}{S^2} = -\frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 \quad (24.3)$$

$$\lambda - \frac{1}{S^2} = 0 \quad (25.3)$$

حال در واقع یک جواب معقول داریم. به دست می‌آوریم

$$S = \sqrt{\frac{1}{\lambda}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi G \rho_0}} \quad (26.3)$$

اینشتین این جواب را توجیه این فرض در نظر گرفت که با چگالی به اندازه کافی زیاد می‌توان عالم را «بست». در (۲۶.۳) شعاع  $S$  عالم را داریم که با استفاده از چگالی  $\rho_0$  به دست می‌آید، با این نتیجه که هرچه مقدار  $\rho_0$  بزرگتر باشد، مقدار  $S$  کوچکتر است. اما، اگر  $\lambda$  یک ثابت جهانی معین مانند  $G$  باشد، هر دوی  $\rho_0$  و  $S$  برحسب  $\lambda$  (همین‌طور  $G$  و  $c$ ) به دست می‌آیند. بزرگی  $\lambda$  چقدر است؟

در سال ۱۹۱۷ اطلاعات اندکی در مورد  $\rho_0$  موجود بود که از روی آن بتوان  $\lambda$  را تعیین کرد.

مقدار

$$S \approx 10^{26} - 10^{27} \text{ cm}$$

که در آن روزها ذکر می‌شد فقط به لحاظ تاریخی اهمیت دارد. اگر  $\rho_0$  را  $10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$  به عنوان یک برآورد تقریبی چگالی جرمی به صورت کهکشانی در نظر بگیریم (نگاه کنید به فصل ۹) به دست می‌آوریم  $S \approx 10^{29} \text{ cm}$  و  $\lambda \approx 10^{-58} \text{ cm}^{-2}$ .

جمله  $\lambda$  نیروی دفعه‌ای را بین دو جسم وارد می‌کند که متناسب با فاصله میان آنها افزایش می‌یابد. مقدار بالا برای  $\lambda$  کوچکتر از آن است که بتواند تفاوت محسوسی از پیش‌بینی نسبیت عام استاندارد (یعنی، با  $\lambda = 0$ ) در هر یک از آزمونهای منظومه شمسی که در فصل ۲ بیان شد ایجاد کند. بنابراین، مدل اینشتین با هیچ تهدیدی از آزمونهای محلی گرانی روبه‌رو نبود. اما، این مدل، به دلایلی که در زیر بررسی می‌کنیم، بیش از یک دهه دوام نیاورد.

### ۴.۳ عالم در حال انبساط

در اواخر قرن نوزدهم ارنست ماخ<sup>۱</sup> فیلسوف و دانشمند، برخی ایرادهای مفهومی را به قانون حرکت نیوتون مطرح کرد. ماخ نقش زمینه‌ای را که حرکت در مقابل آن باید اندازه‌گیری شود به‌طور نقادانه بررسی و استدلال کرد تا هنگامی که زمینه‌ای مادی وجود نداشته باشد، نسبت دادن هر نوع معنی به مفاهیم سکون و حرکت بی‌مورد است. اینشتین به‌شدت تحت تأثیر بحث‌های ماخ قرار داشت. در عالم اینشتین که در بالا بررسی شد، فضا پر از ماده است و در نتیجه زمینه‌ای از ماده در دوردست وجود دارد به‌طوری که یک ناظر محلی می‌تواند حرکت را اندازه بگیرد و قانونهای مکانیک را فرمولبندی کند. در واقع، هم‌اکنون دیدیم که چگالی ماده سرشت هندسی دقیق فضا-زمان را در دو مدل اینشتین تعیین می‌کند.

اینشتین گمان می‌کرد که این ویژگی منحصر به فرد نسبیت عام است. او احساس می‌کرد که وجود ماده برای داشتن یک هندسه فضا-زمان با معنی ضروری است. اما، این انتظار او که نسبیت عام فقط بتواند چنین فضا-زمان پر از ماده‌ای را به‌عنوان جوابهای معادله‌های میدان به‌دست بدهد اندکی پس از انتشار مقاله‌اش در سال ۱۹۱۷ غلط از آب درآمد. زیرا در سال ۱۹۱۷ و. دوسیته<sup>۲</sup> (شکل ۶.۳) جواب دیگری از معادله‌های میدان در (۱۰۴.۲) را منتشر ساخت که جزء خط آن به‌صورت زیر بود

$$ds^2 = c^2 \left( 1 - \frac{H^2 R^2}{c^2} \right) dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \frac{H^2 R^2}{c^2}} - R^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (27.3)$$

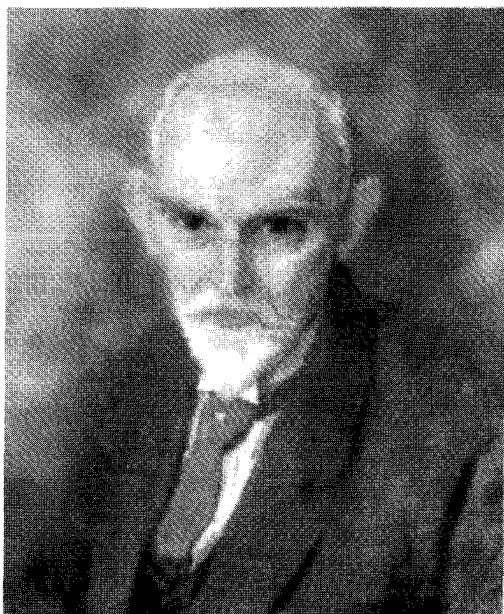
که در آن  $H$  ثابتی است که با رابطه زیر به  $\lambda$  مربوط می‌شود

$$\lambda = \frac{3H^2}{c^2}. \quad (28.3)$$

جنبه جالب توجه عالم دوسیته تهی‌بودن آن است. به‌علاوه، گرچه ممکن است از مختصات بالا برداشت کنیم که عالم ایستاست، اما، می‌توان مختصات جدید  $(t, r, \theta, \phi)$  را یافت که برحسب آنها جزء خط (۲۷.۳) به‌شکل زیر در می‌آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{2Ht} [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \quad (29.3)$$

به‌راحتی می‌توان ثابت کرد که ذرات آزمون با مقادیر ثابت  $(r, \theta, \phi)$  در این مدل ژئودزیک‌های زمان‌گونه دارند. بنابراین ویژه‌فاصله بین هر دو ذره که در هر زمان  $t$  اندازه‌گیری شود برحسب زمان به‌صورت  $e^{Ht}$  افزایش می‌یابد. یعنی، همه این ذرات از یکدیگر دور می‌شوند.



شکل ۶.۳ دلبلیو. دوسپته (۱۹۳۴-۱۸۷۲).

اما، این ذرات هیچ‌گونه منزلت مادی ندارند. آنها جرمی ندارند و نمی‌توانند تأثیری در هندسه فضا-زمان داشته باشند. به لحاظ دینامیکی عالم تهی است، گرچه از نظر سینماتیکی منبسط می‌شود. همان‌طور که ادینگتون زمانی مطرح کرد، عالم دوسپته دارای حرکت بدون ماده است، برخلاف عالم اینشتین که ماده بدون حرکت دارد.

اما، عالم دوسپته نشان داد که فضا-زمان خالی را می‌توان به‌عنوان جوابهای نسبیت عام به‌دست آورد. به دلایلی که در بالا گفتیم، عالمی از این نوع نمی‌تواند معیار مآخ را، که طبق آن باید زمینه‌ای از ماده دوردست وجود داشته باشد تا بتوان حرکت محلی را نسبت به آن اندازه گرفت، برآورده سازد. اگرچه ویژگی تهی بودن عالم دوسپته ناراحت‌کننده بود، اما معلوم شد که خاصیت انبساط آن حقیقتی را دربر دارد. زیرا در پایان دهه سوم قرن بیستم، مشاهدات هابل هیومیسون نشان داد که عالم ایستا نیست، بلکه در واقع منبسط می‌شود.

این مشاهدات در فصل ۱ خلاصه شده‌اند. پدیده انتقال به سرخ مربوط به سحابی را که هابل و هاماسون در سالهای ۱۹۲۰ مشاهده کردند، اکنون عملاً در تمام اجسام فراکهکشانی مشاهده می‌شود. همان‌طور که در بخش ۸.۱ گفتیم، در تفسیر نیوتونی این انتقالهای به‌سرخ اثر دوپلر دخیل

است. چگونه می‌توان این پدیده را به زبان نسبیت عام بیان کرد؟ آیا می‌توان مدل‌هایی از عالم را به‌وجود آورد که فکر انبساط دوسویه را با فکر تهی‌نبودن اینشتین ترکیب کند؟ مدل‌های فریدمان که در فصل ۴ بررسی می‌شوند این کار را انجام می‌دهند. این مدل‌ها را در واقع فریدمان بین ۱۹۲۲ تا ۱۹۲۴، پنج سال پیش از اینکه داده‌های هابل منتشر شوند، به‌دست آورد. بعدها در سال ۱۹۲۷ آبه لومتر<sup>۱</sup> مدل‌های شبیه به فریدمان را به‌طور مستقل به‌دست آورد. با این همه، تا زمان تأثیرگذاری رصدهای هابل در سال ۱۹۲۹، این ایده‌ها ناشناخته باقی ماندند.

بقیه این فصل به جنبه‌های سینماتیکی مدل‌های انبساط عالم می‌پردازد. خواهیم گفت که چگونه می‌توان بحث‌هایی را تعمیم داد که رهنمون اینشتین به جزء خط ایستایی (۱۹۰۳) شد. این تعمیم راهنمای ما به جزء خط غیرایستایی خواهد شد که ویژگی‌های همگنی و همسانگردی فرضی اینشتین را حفظ می‌کند، و توان بالقوه توضیح داده‌های هابل را دارد.

### ۵.۳ فرضهای ساده‌کننده کیهان‌شناسی

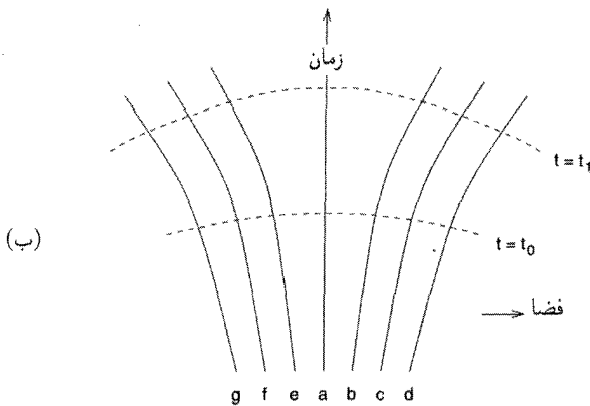
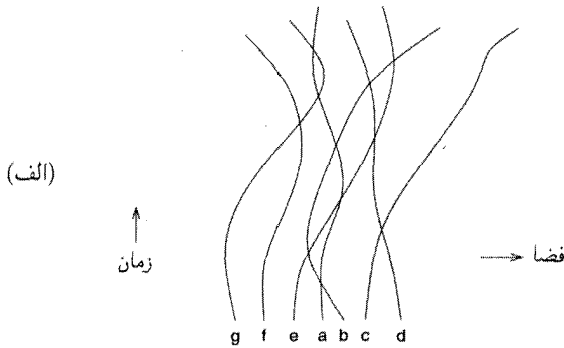
وقتی تصمیم می‌گیریم که یک مدل ایستای عالم را به مدلی غیرایستا تعمیم دهیم، کارمان مشکل می‌شود. شکل ۷.۳ (الف) نمودار فضا-زمان با انبوهی از جهان‌خط را نشان می‌دهد که نشانگر ذراتی هستند که به‌صورت دلخواه در حرکت‌اند. نظم و ترتیبی در این تصویر وجود ندارد، و اگر دو جهان‌خط یکدیگر را قطع کنند، دارای ذرات برخوردکننده خواهیم بود. در واقع، حل معادله‌های میدان اینشتین برای این انبوه ماده گراننده دشوار است. خوشبختانه، عالم تا این اندازه به‌هم ریخته نیست.

رصدهای هابل نشان می‌دهد که عالم دارای ساختار منظمی است (یا لااقل چنین به‌نظر می‌رسد) که در آن کهکشانها، که واحدهای بنیادی در نظر گرفته می‌شوند، از یکدیگر دور می‌شوند. بنابراین، شکل ۷.۳ (ب) نمونه بخشی از فضا-زمان عالم است که در آن جهان‌خطها یکدیگر را قطع نمی‌کنند و ساختار کیفی شکل را تشکیل می‌دهند که فاصله بین هر دو جهان‌خط آن به‌طور مداوم افزایش می‌یابد.

### ۱.۵.۳ اصل موضوع وایل

این تصویر شهودی از نظم را معمولاً، پس از کارهای اولیه هرمان وایل<sup>۲</sup> ریاضیدان، به‌صورت اصل موضوع وایل بیان می‌کنند. با توجه به این اصل جهان‌خطهای کهکشانها به‌صورت ناظران بنیادی در





شکل ۷.۳ (الف) بسته دلخواهی از جهانخطهای  $a, b, c, \dots$  ذراتی را توصیف می‌کنند که با بی‌نظمی در حرکت‌اند. جهانخطهای متقاطع معرف برخوردهای ذرات‌اند. (ب) ذرات در امتداد خطهای نامتقاطع  $a, b, c, \dots$  حرکت می‌کنند که هیچ موجک یا بی‌نظمی ندارند. این نظم است که با اصل موضوع وایل رسماً بیان شده است. توجه کنید که این نظم ما را قادر می‌سازد تا دنباله‌ای از ابرویه‌های فضاگونه عمود بر بسته جهانخطها تشکیل دهیم. اینها ابرویه‌های با زمان کیهانی ثابت  $t$  هستند. بنابراین، کیهان‌شناس می‌تواند بدون هیچ ابهامی دربارهٔ دوران کیهانی  $t = t_0, t = t_1$  و غیره صحبت کند.

نظر گرفته می‌شوند که یک ۳-بسته ژئودزیکهای نامتقاطع عمود بر یک سری ابرویه‌های فضاگونه را تشکیل می‌دهند.

برای درک کامل اهمیت اصل موضوع وایل، بگذارید آن را برحسب مختصات و متریک فضازمان بیان کنیم. در نتیجه سه مختصه فضاگونه  $x^\mu$  ( $\mu = 1, 2, 3$ ) را برای مشخص کردن یک نمونه جهانخط در ۳-بسته جهانخطهای کهکشان به‌کار می‌بریم. به‌علاوه، فرض کنید  $x^0$  برحسب عضوی از سری ابرویه‌های فضاگونه باشد که در بالا ذکر کردیم. بنابراین

$$x^0 = \text{const.}$$

یک نمونه ابرویه فضاگونه عمود بر جهانخطی است که از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$x^\mu = \text{const.}$$

گرچه، در عمل کهکشانها مجموعه گسسته‌ای را تشکیل می‌دهند، اما می‌توانیم این مجموعه گسسته ( $x^\mu$ ) را با تقریب شاره هموار به یک پیوستار بسط دهیم. این تقریب چیزی جز ابزار متداول عبور از یک توزیع گسسته ذرات به توزیع پیوسته چگالی نیست. در این مورد، می‌توان کمیت‌های  $x^\mu$  را پیوستاری در نظر گرفت که همراه با  $x^0$  به‌عنوان صورت چهار مختصه  $x^i$  برای توصیف فضا و زمان به‌کار می‌روند.

ذکر اهمیت جهانخطهای نامتقاطع بی‌فایده نیست. اگر جهانخطهای مربوط به دو کهکشان یکدیگر را قطع کنند، دستگاه مختصات بالا از میان می‌رود، زیرا دارای دو مقدار متفاوت  $x^\mu$  برای یک نقطه فضازمان خواهیم شد (نقطه برخورد). به هر حال، در فصل بعد به یک موقعیت استثنایی برمی‌خوریم که در آن جهانخطها در یک نقطه تکین برخورد می‌کنند!

متریک برحسب این مختصات را به‌صورت تانسور  $g_{ik}$  بیان می‌کنیم. بر مبنای اصل موضوع وایل چه نتیجه‌ای می‌توان درباره این تانسور متریک گرفت؟ شرط تعامد نشان می‌دهد که

$$g_{0\mu} = 0 \quad (30.3)$$

به‌علاوه، این واقعیت که  $x^\mu = \text{const.}$  یک ژئودزیک است نشان می‌دهد که معادله‌های ژئودزیک

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0 \quad (31.3)$$

برای  $x^i = \text{const.}$  و  $i = 1, 2, 3$  برقرارند. در نتیجه

$$\Gamma_{00}^\mu = 0, \quad \mu = 1, 2, 3 \quad (32.3)$$

بنابراین از (۳۰.۳) و (۳۲.۳) به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial g_{\infty\infty}}{\partial x^\mu} = 0, \quad \mu = 1, 2, 3. \quad (33.3)$$

$g_{\infty\infty}$  فقط تابع  $x^0$  است. بنابراین می‌توان به جای  $x^0$  هر تابع مناسبی از  $x^0$  را قرار داد تا  $g_{\infty\infty}$  مقداری ثابت شود. بنابراین، بدون از دست رفتن کلیت می‌توان قرار داد،

$$g_{\infty\infty} = 1. \quad (34.3)$$

بنابراین، جزء خط به صورت زیر در می‌آید

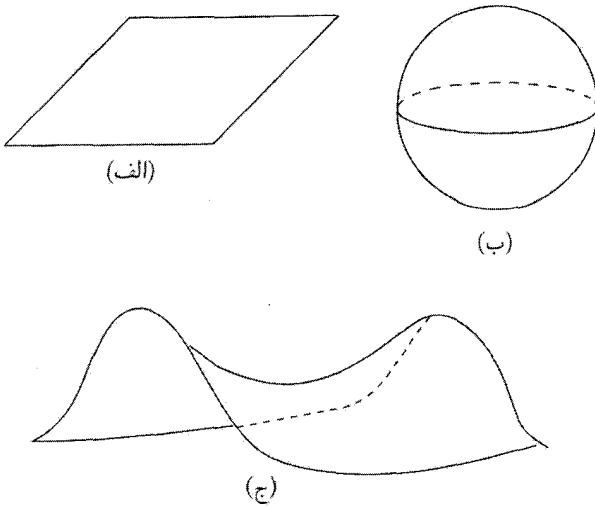
$$\begin{aligned} ds^2 &= (dx^0)^2 + g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ &= c^2 dt^2 + g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \end{aligned} \quad (35.3)$$

که قرار داده‌ایم  $ct = x^0$ . این مختصه زمانی زمان کیهانی خوانده می‌شود. به راحتی مشاهده می‌شود که ابررویه‌های فضاگونه در اصل موضوع و ایل رویه‌های همزمانی نسبت به زمان کیهانی هستند. به علاوه،  $t$  ویژه زمان مربوط به هر کهکشان است.

### ۲.۵.۳ اصل کیهان‌شناسی

دومین فرض مهم کیهان‌شناسی با اصل کیهان‌شناختی بیان می‌شود. با توجه به این اصل، در هر زمان کیهانی عالم همگن و همسانگرد است. یعنی، رویه‌های  $t = \text{const.}$  نشانگر ویژگی‌هایی هستند که قبلاً در ارتباط با عالم اینشتین بیان شد. در آنجا دیدیم که رویه سه‌بعدی  $S^3$  مربوط به یک اَبَرکره دارای شرایط لازم همگنی و همسانگردی هست. اما آیا این تنها انتخاب ممکن است؟ همان‌طور که قبلاً دیدیم، اینشتین این راه را برگزید زیرا گمان می‌کرد که فضا بسته است. اما، اگر بر فضای بسته تأکید نداشته باشیم، برای ما دو راه دیگر وجود دارد، که می‌توان آنها را به صورت زیر دید. ابتدا بگذارید یک مورد شبیه آن را در ابعاد کمتر در نظر بگیریم.

شکل ۸.۳ سه رویه را نشان می‌دهد، شکل ۸.۳ (الف) بخشی از صفحه اقلیدسی، شکل ۸.۳ (ب) یک رویه کروی، و شکل ۸.۳ (ج) رویه‌ای زینی شکل است. فرض کنید می‌خواهیم این رویه‌ها را با یک ورق کاغذ ببوشانیم. خواهیم دید که ورقه کاغذ ما کاملاً بر سطح تخت منطبق می‌شود. اگر بخواهیم رویه کروی را ببوشانیم، ورقه کاغذ چروک می‌خورد، که نشان می‌دهد مساحت آن بیش از مقدار لازم برای پوشاندن این رویه است. همین‌طور، اگر بخواهیم رویه زینی شکل را ببوشانیم،



شکل ۸.۳. مثالهایی از رویه‌های (الف) با خمیدگی صفر (ب) خمیدگی مثبت، و (ج) خمیدگی منفی.

کاغذ ما پاره می‌شود، چون مساحت آن برای پوشاندن این رویه کافی نیست. این تفاوتها را می‌توان در مختصات دیفرانسیلی با مفهوم خمیدگی بیان کرد. رویه تخت دارای خمیدگی صفر، رویه کروی دارای خمیدگی مثبت، و رویه زینی شکل دارای خمیدگی منفی است. این آزمایش پوشاندن با کاغذ به طور کلی نشان می‌دهد که کدام سطح دارای خمیدگی صفر و کدام دارای خمیدگی مثبت یا منفی است. این فکر را می‌توان به ابعاد بالاتر نیز تعمیم داد.

در عالم اینشتین مقاطع فضا ۳- رویه‌های اَبَرکره هستند، و در نتیجه دارای خمیدگی مثبت‌اند. ثابت بودن خمیدگی برای اطمینان از ویژگیهای همگنی و همسانگردی ضروری است؛ زیرا اگر خمیدگی فضا از یک نقطه به نقطه دیگر تغییر کند، می‌توان اندازه‌گیریهای فیزیکی برای آشکارسازی این اختلافها را ابداع کرد. همین‌طور می‌توان با در نظر گرفتن آنها به عنوان ۳- رویه‌های با خمیدگی منفی ثابت یا خمیدگی صفر به فضاها همگن و همسانگرد دیگر دست یافت.

برحسب مختصات دکارتی  $x_1, x_2, x_3, x_4$  که قبلاً به‌کار بردیم، ۳- رویه با خمیدگی منفی ثابت با معادله‌ای به شکل زیر داده می‌شود

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 = -S^2 \quad (36.3)$$

که  $S$  مقداری ثابت است. با قرار دادن

$$x_1 = S \sinh \chi \cos \theta, \quad x_2 = S \sinh \chi \sin \theta \cos \phi \quad (37.3)$$

$$x_3 = S \sinh \chi \sin \theta \sin \phi, \quad x_4 = S \cosh \chi \quad (38.3)$$

خواهیم داشت

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2 = S^2 [d\chi^2 + \sinh^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \quad (39.3)$$

به علامت منفی جلوی  $dx_4^2$  توجه کنید. این علامت نشان می‌دهد که ۳-رویه ما در فضای اقلیدسی قرار ندارد، بلکه در یک فضای شبه‌اقلیدسی است. به طور مثال، فضای مینکوفسکی شبه‌اقلیدسی است.<sup>۱</sup> علاوه بر آن اگر بگذاریم

$$r = \sinh \chi \quad (40.3)$$

رابطهٔ (۳۹.۳) به صورت زیر درمی‌آید

$$d\sigma^2 = S^2 \left( \frac{dr^2}{1+r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (41.3)$$

از مقایسهٔ این رابطه با عبارت (۱۸.۳) برای فضای با خمیدگی مثبت:

$$d\sigma^2 = S^2 \left( \frac{dr^2}{1-r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (42.3)$$

هر دو رابطه را می‌توان با وارد کردن پارامتر  $k$  که مقادیر  $\pm 1$  را اختیار می‌کند به یک رابطه تبدیل کرد:

$$d\sigma^2 = S^2 \left( \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (43.3)$$

توجه کنید که اگر بگذاریم  $k = 0$  مورد سومی را به دست می‌آوریم که ۳-رویهٔ با خمیدگی صفر است:

$$d\sigma^2 = S^2 [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \quad (44.3)$$

۱. در فضای اقلیدسی قضیهٔ فیثاغورس با جزء خطی که از رابطهٔ  $dx^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + \dots$  به دست می‌آید، برقرار است. اگر بعضی از علامتهای + در طرف راست را به علامتهای - تغییر دهیم، حاصل یک فضای شبه‌اقلیدسی است.

طرف راست رابطه (۴۴.۳) یک جزء خط اقلیدسی است که با ضریب ثابت  $S$  مقیاس‌بندی شده است.

اما، ثابت  $S$  می‌تواند تابع زمان کیهانی باشد، زیرا در بحث بالا یک ابررویه با  $t = \text{const.}$  در نظر گرفتیم. بنابراین، کلیترین جزء خط که با اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی سازگار است از رابطه زیر به دست می‌آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right) \quad (45.3)$$

۳- رویه‌های  $t = \text{const.}$  برای  $k = 0$  اقلیدسی، برای  $k = +1$  بسته با خمیدگی مثبت، و برای  $k = -1$  باز با خمیدگی منفی هستند. به دلایلی که به زودی روشن خواهد شد، عامل مقیاس  $S(t)$  را معمولاً عامل انبساط می‌نامند.

جزء خط (۴۵.۳) که تا اندازه‌ای به صورت شهودی و تا اندازه‌ای با بحث‌های اکتشافی به دست آوردیم را اچ. پی. رابرتسون<sup>۱</sup> و ای. جی. واکر<sup>۲</sup> (به طور مستقل) در سال ۱۹۳۰ با دقت تمام به دست آوردند. این جزء خط را معمولاً جزء خط رابرتسون-واکر می‌نامند.

جزء خط رابرتسون-واکر را گاهی به کمک تبدیل مختصات شعاعی زیر به صورت اندکی متفاوت بیان می‌کنند

$$\bar{r} = \frac{r}{1 + \sqrt{1 - kr^2}} \quad (46.3)$$

سپس جزء خط به صورت زیر در می‌آید

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{S^2(t)}{\left(1 + \frac{k\bar{r}^2}{4}\right)^2} [d\bar{r}^2 + \bar{r}^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (47.3)$$

این جزء خط آشکارا برحسب  $\bar{r}$ ،  $\theta$ ، و  $\phi$  همسانگرد است. اما، ما از رابطه (۴۵.۳) استفاده خواهیم کرد.

توجه کنید که چگونه فرض‌های ساده‌کننده کیهان‌شناسی تعداد مجهول‌های تانسور متریک را از ۱۰ به یک تابع  $S(t)$  و پارامتر گسسته  $k$ ، که مشخصه متریک رابرتسون-واکر است، کاهش می‌دهد. اکنون وظیفه متخصص نسبیت به حل یک معادله دیفرانسیل معمولی برحسب متغیر مستقل  $t$  ساده می‌شود. حل این معادله را تا فصل بعد به تعویق می‌اندازیم.

سپس بعضی از جنبه‌های مشاهده‌ای فضا-زمان نوعی رابرتسون-واکر را بررسی می‌کنیم. این جنبه‌ها نشان می‌دهند که چگونه هندسهٔ ناقلیدسی می‌تواند نتیجه‌گیریهایی بر مبنای مفاهیم ابتدایی اقلیدسی را تغییر دهد. در اینجا باید به خواننده دربارهٔ این کار متداول و نادقیق نسبت دادن «مدل تخت» به مدل  $k = 0$  هشدار دهیم. فضا-زمان رابرتسون-واکر برای این مدل تخت نیست؛ فقط زیرفضاهای  $t = \text{const.}$  آن تخت‌اند.

### ۳.۶ انتقال به سرخ

ابتدا بگذارید ببینیم انتقال به سرخ مربوط به سحابی را که هابل و هاماسون به دست آوردند می‌توان بر مبنای مدل رابرتسون-واکر توجیه کرد. کار را با یادآوری این نکته آغاز می‌کنیم که اجزای اصلی اصل موضوع وایل کهکشانهایی با مختصات ثابت  $x^\mu$  هستند. به راحتی می‌توان  $x^\mu$  را به  $(r, \theta, \phi)$  فضا-زمان رابرتسون-واکر مرتبط ساخت. بنابراین، هر کهکشان دارای مختصات  $(r, \theta, \phi)$  ثابت است. این چارچوب مختصات را معمولاً چارچوب سکون کیهان‌شناختی می‌نامند. به عنوان ناظر، ما در کهکشان خود قرار داریم که دارای مختصات  $(r, \theta, \phi)$  ثابت است.<sup>۱</sup> بدون از دست دادن کلیت می‌توانیم دیدگاه خود را  $r = 0$  بگیریم. اگرچه این فرض نشان می‌دهد که خود را در مرکز عالم قرار داده‌ایم، اما این موضوع هیچ موقعیت ویژه‌ای به ما نمی‌دهد. به علت فرض همگنی، هر کهکشان را می‌توان به عنوان  $r = 0$  برگزید. این انتخاب ما فقط به خاطر سهولت است.

کهکشان  $G_1$  را در  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  در نظر بگیرید که امواج نور را به سوی ما گسیل می‌دارد. بگذارید دورهٔ رصد فعلی را  $t_0$  در نظر بگیریم. در چه زمانی باید موج نور  $G_1$  را ترک کند تا در  $t = t_0$  به  $r = 0$  برسد؟ برای یافتن پاسخ به این پرسش باید مسیر موج از  $G_1$  به خود را بدانیم. چون نور، چنانکه در فصل ۲ گفتیم، در امتداد ژئودزیکهای صفر حرکت می‌کند، باید ژئودزیک صفر از  $G_1$  تا خودمان را محاسبه کنیم.

از تقارن فضا-زمان می‌توان یک ژئودزیک صفر را از  $r = 0$  تا  $r = r_1$  حدس زد که دارای جهت فضایی ثابت باشد. یعنی، انتظار داریم که در امتداد ژئودزیک صفر داشته باشیم  $\theta = \theta_1, \phi = \phi_1$ . این حدس وقتی این مقادیر را در معادله‌های ژئودزیک بگذاریم درست از آب درمی‌آید. در نتیجه، فرض می‌کنیم که فقط  $r$  و  $t$  در امتداد ژئودزیک صفر تغییر می‌کنند. سپس به یاد می‌آوریم که اولین انتگرال

۱. بعداً، در فصل ۱۰، نشان خواهیم داد که این اظهار نظر فقط تقریباً صحیح است، زیرا کهکشان ما نسبت به این چارچوب کیهان‌شناختی حرکتی مختصر دارد.

ژئودزیک صفر به راحتی به شکل  $ds = 0$  است. برای جزء خط رابرتسون-واکر، این رابطه می‌دهد

$$cdt = \pm \frac{Sdr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (۴۸.۳)$$

چون  $r$  با افزایش  $t$  در امتداد این ژئودزیک صفر کاهش می‌یابد، باید در رابطه بالا علامت منها را در نظر بگیریم. فرض کنید که ژئودزیک صفر  $G_1$  را در  $t_1$  ترک کرده باشد. در این صورت از رابطه بالا به دست می‌آوریم

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (۴۹.۳)$$

بنابراین، اگر  $S(t)$  و  $k$  را بدانیم، پاسخ به پرسش ما معلوم است. اما، بینیم چه اتفاقی برای ستیغهای موجی می‌افتد که از  $G_1$  گسیل شده‌اند. فرض کنید ستیغهایی را که در  $t_1$  و  $t_1 + \Delta t_1$  گسیل شده‌اند به ترتیب در  $t_0$  و  $t_0 + \Delta t_0$  دریافت کنیم، در این صورت، با مقایسه با (۴۹.۳)، خواهیم داشت

$$\int_{t_1 + \Delta t_1}^{t_0 + \Delta t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (۵۰.۳)$$

اگر  $S(t)$  یک تابع کند تغییر باشد، به‌گونه‌ای که عملاً در بازه کوچک  $\Delta t_1$  و  $\Delta t_0$  بدون تغییر بماند، با کم کردن (۴۹.۳) از (۵۰.۳) به دست می‌آوریم

$$\frac{c\Delta t_0}{S(t_0)} - \frac{c\Delta t_1}{S(t_1)} = 0$$

یعنی،

$$\frac{c\Delta t_0}{c\Delta t_1} = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} \equiv 1 + z. \quad (۵۱.۳)$$

مشاهده این‌که کمیت  $z$  که در بالا تعریف می‌شود انتقال به سرخ است، مشکل نیست. جمله  $c\Delta t_1$  طول موج  $\lambda_1$  است که ناظر ساکن در کهکشان  $G_1$  اندازه می‌گیرد، در حالی که  $c\Delta t_0$  طول موج  $\lambda_0$  اندازه‌گیری شده توسط ناظر ساکن در کهکشان ماست، زیرا در فضا زمان رابرتسون-واکر زمان کیهانی ویژه زمان در هر کهکشان را اندازه می‌گیرد. بنابراین، طول موج نور با کسر  $z$  در گسیل از  $G_1$  به ما افزایش می‌یابد، البته در صورتی که  $S(t_0) > S(t_1)$  باشد. به عبارت دیگر، رصدهای انتقال به سرخ هابل را در صورتی می‌توان توجیه کرد که فرض کنیم  $S(t)$  تابعی صعودی از زمان است.



مقایسهٔ روش به‌دست آوردن این انتقال به سرخ با روش نیوتونی که قبلاً به‌کار بردیم ارزشمند است. بجز برای پارامتر  $k$ ، که در مورد نیوتونی برابر واحد است، فرمول (۹.۳) در کیهان‌شناسی نیوتونی همان فرمول (۴۹.۳) است که در بالا به‌دست آمد. بحث بعدی منتهی به انتقال به سرخ نیز یکسان است. با این همه، منطقی در دو مورد متفاوت است. در مورد نیوتونی عبور یک پرتو نور از محیط در حال انبساط را با مفاهیم پیش‌نسبیتی تغییر سرعت آن به‌گونه‌ای در نظر گرفتیم که گویی محیط نسبت به فضای مطلق نیوتونی در حرکت است. از یک جهت این نوعی اثر دوپلر است.

در به‌دست آوردن این رابطه متوجه شدیم که این اثر در مورد نسبیتی به‌واسطهٔ عبور نور از فضا زمان نااقلیدسی به‌وجود می‌آید. این اثر ناشی از اثر دوپلر نیست، چون در چارچوب مرجع ما همهٔ کهکشانشان دارای مختصات  $(r, \theta, \phi)$  ثابت هستند. در فضا زمان نااقلیدسی نمی‌توان معنی بدون ابهامی به سرعت نسبی دو جسم نسبت داد که فاصلهٔ آنها از هم بسیار زیاد است. مردم اغلب وسوسه می‌شدند که  $z$  را با رابطهٔ زیر به‌سرعت مرتبط سازند

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \quad (52.3)$$

این برداشت در چارچوب فعلی ما معتبر نیست، زیرا چنانکه در فصل ۲ دیدیم، نسبت خاص فقط در یک منطقهٔ موضعی از فضا زمان به‌کار می‌رود.

همین‌طور باید رابطهٔ (۵۱.۳) را با انتقال به سرخ گرانشی توصیف‌شده در فصل ۲ به‌دست آورد. انتقال به سرخ گرانشی این ویژگی را دارد که اگر از جسم B به جسم A دارای انتقال به سرخ شود، نور در انتقال از A به B انتقال به آبی می‌یابد. در وضعیت فعلی، اگر نور از کهکشان A به کهکشان B انتقال به سرخ بیاید، در صورتی از کهکشان B به A نیز انتقال به سرخ خواهد یافت که  $S(t)$  در مدت انتقال نور افزایش یابد.

این انتقال به سرخ را انتقال به سرخ کیهان‌شناختی می‌نامیم. با این همه، روشی برای وحدت بخشیدن به این سه انتقال به سرخ در زیر یک پرچم وجود دارد که در تمرین ۱۸ بررسی می‌شود.

## ۷.۳ قدر ظاهری

انتقال به سرخی که در بالا بررسی شد در طیف یک کهکشان نمایان می‌شود. منجم کمیت دیگر مربوط به کهکشان را اندازه می‌گیرد که قدر ظاهری آن است. بگذارید ببینیم رابطهٔ قدر ظاهری

با درخشندگی کهکشان و فاصله آن از ما در عالم در حال انبساطی که با فضا زمان رابرتسون-واکر توصیف می‌شود چگونه است.

اگر  $L$  انرژی گسیل شده از کهکشان  $G_1$  در واحد زمان در دوره  $t_1$  باشد که نور کهکشان را ترک می‌کند تا در دوره کنونی  $t_0$  به ما برسد. انتقال به سرخ  $z$  کهکشان از رابطه (۵۱.۳) به دست می‌آید. اکنون باید گستره طول موج مشاهده شده را مشخص کنیم. برای تثبیت موضوع فرض کنید که توزیع شدت  $G_1$  در طول موج  $\lambda$  از تابع بهنجارشده  $I(\lambda)$  به دست آید. بنابراین

$$dL = LI(\lambda)d\lambda \quad (53.3)$$

گستره انرژی گسیل شده در واحد زمان در نوار طول موج  $(\lambda, \lambda + d\lambda)$  است. اگر به جای طول موج از بسامد استفاده می‌کردیم، تابع شدت مربوطه  $J(\nu)$  با رابطه زیر به  $I(\lambda)$  مربوط می‌شد

$$cJ(\nu) = \lambda^2 I(\lambda). \quad (54.3)$$

منجمان هر دوی  $I(\lambda)$  و  $J(\nu)$  را، با توجه به سهولت استفاده، به کار می‌برند. در مورد گسیل همسانگرد نور از  $G_1$ ، نوری که به ما می‌رسد به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع  $r_1$  و به مرکز  $G_1$  توزیع شده است (نگاه کنید به شکل ۹.۳). ویژه مساحت رویه این کره چیست؟

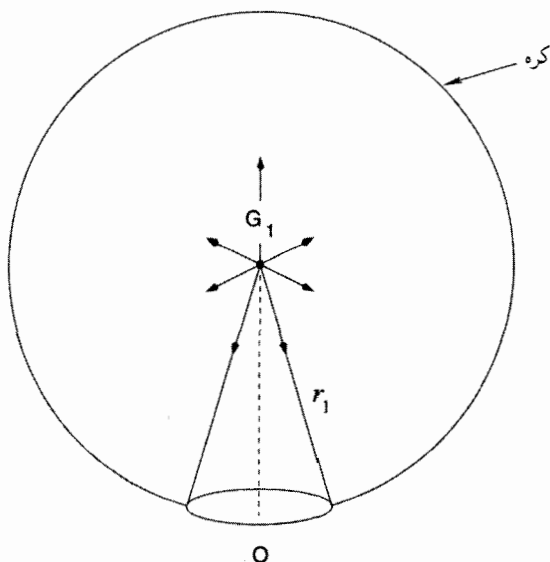
در جزء خط رابرتسون-واکر، بگذارید  $t = \text{const.}$  و  $r = \text{const.}$  تا به دست آورید

$$ds^2 = -r^2 S^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

این یک جزء خط در سطح کره اقلیدسی به شعاع  $rS$  است. بنابراین، پاسخ به پرسش بالا آن است که نور ناشی از  $G_1$  در  $t_0$  در سطح  $4\pi r_0^2 S^2(t_0)$  توزیع شده است. گاهی می‌توانیم  $rS(t_0)$  را ویژه فاصله یک چشم با مختصات  $r$  در عصر  $t$  بنامیم. اکنون باید بدانیم که در واحد ویژه سطح عمود بر خط دید مربوط به  $G_1$  در واحد زمان چه مقدار نور در نوار طول موج  $(\lambda_0, \lambda_0 + d\lambda_0)$  دریافت کنیم. این کمیت را با  $\mathcal{F}(\lambda_0)\Delta\lambda_0$  نشان می‌دهیم.

ابتدا توجه کنید که به علت انتقال به سرخ نوری که در گستره  $(\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda_0)$  به ما می‌رسد،  $G_1$  را در گستره طول موجهای زیر ترک کرده است

$$\left( \frac{\lambda_0}{1+z}, \frac{\lambda_0 + \Delta\lambda_0}{1+z} \right).$$



شکل ۹.۳ تابشی که از کهکشان  $G_1$  گسیل می‌شود به صورت یکنواخت روی کره‌ای به مرکز  $G_1$  و شعاع  $r_1$  توزیع شده است. ناظر  $O$  (یعنی خود ما) روی این کره انتظار دارد که مقادیر متناسب از این تابش را در واحد سطح عمود بر جهت  $G_1O$  دریافت دارد.

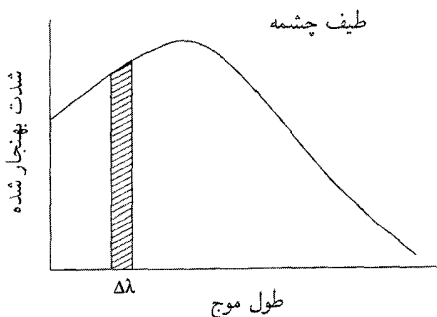
حال مقدار انرژی کل که  $G_1$  را در فاصلهٔ میان  $t_1$  و  $t_1 + \Delta t_1$  در گسترهٔ بسامد بالا ترک می‌کند عبارت است از

$$LI \left( \frac{\lambda_0}{1+z} \right) \frac{\Delta \lambda_0}{1+z} \Delta t_1.$$

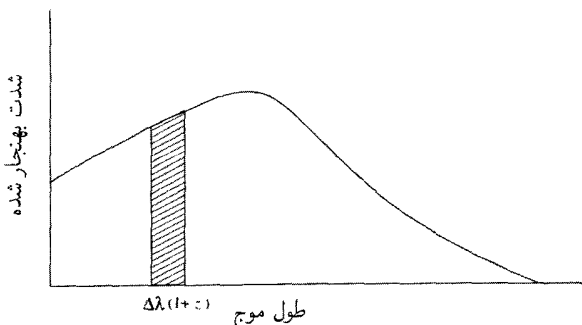
شکل ۱۰.۳ این اثر را نشان می‌دهد.

چند فوتون این مقدار انرژی را حمل می‌کنند؟ برای این عرض نوار به اندازهٔ کافی کوچک، می‌توان یک نمونه فوتون را در نظر گرفت که در هنگام گسیل دارای طول موج  $\lambda_0/(1+z)$ ، بسامد  $(1+z)c/\lambda_0$ ، و در نتیجه انرژی برابر  $(1+z)ch/\lambda_0$  باشد که در آن  $h$  ثابت پلانک است. بنابراین، تعداد فوتونها برابر است با

$$\begin{aligned} \delta N &= LI \left( \frac{\lambda_0}{1+z} \right) \frac{\Delta \lambda_0}{1+z} \frac{\Delta t_1}{(1+z)ch/\lambda_0} \\ &= \frac{L\lambda_0}{ch} \frac{1}{(1+z)^2} I \left( \frac{\lambda_0}{1+z} \right) \Delta \lambda_0 \Delta t_1. \end{aligned}$$



↓  
در محل ناظر به اندازه  $(1+z)$  انتقال پیدا می‌کند



انتقال به سرخ مقیاس باعث می‌شود که مقیاس به اندازه  $(1+z)$  کش بیاید.

شکل ۱۰.۳ توزیع شدت یک کهکشان در طول موجهای مختلف را انتقال به سرخ تغییر می‌دهد. این اثر مانند کشیدن محور  $\lambda$  با ضریب  $1+z$  است. برای اینکه سطح زیر منحنی یکسان بماند، ارتفاع آن باید با همین ضریب کم شود.

در عصر دریافت، این فوتونها در رویه‌ای به مساحت  $4\pi r^2 S^2(t_0)$  توزیع شده‌اند و در بازه زمانی  $(t_0, t_0 + \Delta t_0)$  دریافت می‌شوند. بنابراین، تعداد فوتونهای دریافت‌شده در واحد سطح عمود بر خط دید در واحد زمان از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{L\lambda_0}{ch} \frac{1}{(1+z)^2} I \left( \frac{\lambda_0}{1+z} \right) \Delta\lambda_0 \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} \frac{1}{4\pi r^2 S^2(t_0)}$$

در این عصر، انرژی هر فوتون با ضریب  $(1+z)^{-1}$  کم شده است. بنابراین، هر فوتون اکنون

دارای انرژی  $ch/\lambda_0$  است. اگر رابطه بالا را در این مقدار ضرب کنیم، کمیت مورد نظر را به دست می آوریم

$$\mathcal{F}(\lambda_0)\Delta\lambda_0 = L \frac{1}{(1+z)^2} \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} I\left(\frac{\lambda_0}{1+z}\right) \frac{1}{4\pi r_{\gamma}^2 S^2(t_0)} \Delta\lambda_0.$$

به هر حال، متوجه می شویم که  $\Delta t_1/\Delta t_0$  دارای یک ضریب  $(1+z)^{-1}$  دیگر در مخرج است. بنابراین، سرانجام به دست می آوریم

$$\mathcal{F}(\lambda_0) = \frac{LI(\lambda_0/(1+z))}{(1+z)^2 4\pi r_{\gamma}^2 S^2(t_0)}. \quad (55.3)$$

نتیجه برحسب بسامد را چگالی شار می نامند

$$\mathcal{S}(\nu_0) = \frac{LJ[\nu_0(1+z)]}{(1+z) 4\pi r_{\gamma}^2 S^2(t_0)}. \quad (56.3)$$

که در آن  $\mathcal{S}(\nu_0)\Delta\nu_0$  مقدار تابش دریافتی عمود بر واحد سطح در واحد زمان و درگستره بسامد  $(\nu_0, \nu_0 + \Delta\nu_0)$  است.

منجم اپتیکی از این نتیجه به صورت (55.3) استفاده می کند، در حالی که منجم رادیویی آن را به صورت (56.3) به کار می برد. منجم پرتو X به جای بسامد از انرژی استفاده می کند، به طوری که رابطه (56.3) برحسب  $h$  مقیاس بندی می شود. ما اغلب این رابطه ها را به کار می بریم، چون با آنها در آزمونهای رصدی کیهان شناسی روبه رو می شویم. این بخش را با به دست آوردن چند نتیجه مورد توجه در نجوم اپتیکی به پایان می بریم.

با انتگرال گیری از (55.3) در تمام طول موجها به دست می آوریم

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi r_{\gamma}^2 S^2(t_0)(1+z)^2} \quad (57.3)$$

که  $L_{\text{bol}} (= L)$  درخشندگی تابش سنجی مطلق  $G_1$  است. همین طور  $\mathcal{F}_{\text{bol}}$  درخشندگی تابش سنجی ظاهری  $G_1$  است. در مقیاس لگاریتمی قدرها که منجم اپتیکی با آن آشناست، رابطه (57.3) به صورت زیر درمی آید

$$m_{\text{bol}} = -2.5 \log \left( \frac{F_{\text{bol}}}{F_{\odot}} \right),$$

$$M_{\text{bol}} = -2.5 \log \left( \frac{L_{\text{bol}}}{L_{\odot}} \right) + 4.75,$$

$$m_{\text{bol}} - M_{\text{bol}} = 5 \log D_{\lambda} - 5, \quad (58.3)$$

که

$$F_{\odot} = 2.48 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1},$$

$$L_{\odot} = \text{درخشندگی خورشیدی} = 2 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1},$$

$$D_{\lambda} = r_{\lambda} S(t_{\odot})(1+z). \quad (59.3)$$

$D_{\lambda}$  را فاصله درخشندگی  $G_{\lambda}$  می‌نامند. اگر به قدر در نوار موج اطراف  $\lambda_0$  علاقه‌مند باشیم، می‌توانیم از (55.3) به صورت لگاریتمی استفاده کنیم، با قدر ظاهری که به صورت زیر تعریف شده باشد

$$m(\lambda_0) = -2.5 \log \mathcal{F}(\lambda_0) + \text{const.}$$

که مقدار ثابت به صافی مورد استفاده بستگی دارد. معمولاً صافی را با اضافه کردن یک زیرنویس به  $m$  مشخص می‌کنند. بنابراین،  $m_{\text{pg}}$  نشانگر قدر عکاسی،  $m_{\text{v}}$  مربوط به قدر بصری،  $m_{\text{b}}$  نشانه قدر آبی، و غیره است.

به هر حال، توجه کنید که به واسطه انتقال به سرخ منجم باید از یک تصحیح برای به حساب آوردن اثر جمله  $I(\lambda_0/(1+z))$  استفاده کند. بنابراین، منجمی که از صافی قرمز استفاده می‌کند می‌تواند در واقع فوتونهایی را دریافت کند که اگر  $z \approx 1$  باشد، از بخش آبی طیف  $G_{\lambda}$  سرچشمه گرفته‌اند. این تصحیح، که در بسیاری از رصدهای کیهان‌شناختی مهم است را تصحیح  $K$  می‌نامند.

### مثال

فرض کنید طیف رده‌ای از چشمه‌ها در بخش اپتیکی به صورت  $J(\nu)\Delta\nu = K\nu^2\Delta\nu$  باشد. فرض کنید چشمه  $P$  در همسایگی موضعی ما و چشمه  $Q$  دارای انتقال به سرخ  $z = 1$  باشد. وقتی قدرهای ظاهری دو چشمه را مثلاً در نوار طول موج  $700 \text{ nm}$  مقایسه می‌کنیم.  $Q$  دارای روشنایی اضافی خواهد شد زیرا طول موج آن از  $350 \text{ nm}$  انتقال به سرخ یافته است که در آن

ضریب طیفی  $\nu^2 \Delta \nu$  در  $(1+z)^3 = 8$  ضرب خواهد شد. اگر این اثر طیفی را در نظر نگیریم و از فرمول (۵۷.۳) استفاده کنیم، در برآورد درخشندگی چشمه دچار خطا خواهیم شد.

### ۸.۳ قانون هابل

قانون هابل برای کهکشانهای با انتقال به سرخ کم به دست آمد. بزرگترین انتقال به سرخ در مقاله ۱۹۲۹ هابل برابر  $z \cong 0.003$  بود. برای این انتقال به سرخهای کوچک می توان از بسط تیلور برای به دست آوردن رابطه ای خطی میان  $D_1$  و  $z$  استفاده کرد، که این رابطه را هابل از رصدهای اولیه خود به دست آورد. محاسبه کاملاً شبیه چیزی است که در کیهان شناسی نیوتونی به کار بردیم:

$$D_1 = r_1 S(t_0). \quad (60.3)$$

از بسط تیلور (۴۹.۳) نیز به دست می آوریم

$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \approx r_1, \quad (61.3)$$

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} \approx \frac{c(t_0 - t_1)}{S(t_0)}, \quad (62.3)$$

$$S(t_1) \approx S(t_0) - (t_0 - t_1) \left( \frac{\dot{S}}{S} \right)_{t_0} S(t_0), \quad (63.3)$$

$$S(t_1) = \frac{S(t_0)}{1+z} \approx S(t_0)(1-z). \quad (64.3)$$

از این رابطه ها و از (۶۰.۳) به دست می آوریم

$$D_1 \approx r_1 S(t_0) \approx c(t_0 - t_1)$$

$$\approx \left[ \left( \frac{\dot{S}}{S} \right)_{t_0} \right]^{-1} cz, \quad (65.3)$$

که می توان آن را به صورت زیر بیان کرد

$$cz = H_0 D_1, \quad (66.3)$$

که  $H_0$ ، ثابت هابل، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$H_0 = \left( \frac{\dot{S}}{S} \right)_{t=t_0} \quad (۶۷.۳)$$

از نظر انتقال دوپلر،  $cz$  را می‌توان سرعت عقب‌نشینی در  $z$  کوچک در نظر گرفت. رابطه (۶۶.۳) به این شکل را گاهی رابطه سرعت-فاصله می‌نامند. وقتی ثابت هابل به عنوان بخشی از رابطه سرعت-فاصله بیان شود، دارای یکای سرعت به ازای واحد فاصله و متداولترین یکای مورد استفاده آن کیلومتر در ثانیه به ازای هر مگاپارسک است. در بسیاری از محاسبه‌های رصدی و کیهان‌شناسی فیزیکی از مقدار زیر استفاده می‌کنیم

$$H_0 = h_0 \times 10^0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (۶۸.۳)$$

اگرچه هابل در ابتدا  $h_0 \sim ۵/۳$  را به دست آورد، برآورد فعلی آن خیلی کمتر از این مقدار است. مقدار  $h_0$  هنوز نامعلوم است و، تا این اواخر، تصور می‌شد که در گستره  $۱ \leq h_0 \leq ۰/۵$  قرار داشته باشد. رصدهای انجام شده توسط تلسکوپ فضایی هابل (HST) و بعضی از تلسکوپهای روی زمین این گستره را به حدود  $[۰/۷۵ - ۰/۵۵]$  کاهش داده‌اند. در فصل ۱۰ خواهیم دید که چگونه روشهای جدید به نتیجه بالا می‌رسند.

راه دیگر بیان  $H_0$  برحسب یکاهای عکس زمان است؛ یعنی، با بیان

$$\tau_0 = H_0^{-1} \quad (۶۹.۳)$$

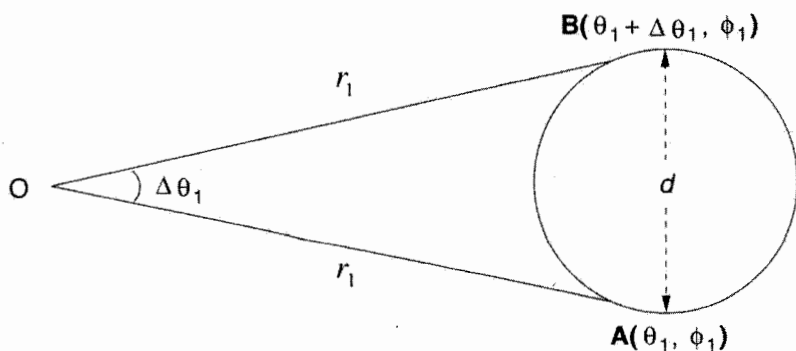
برحسب یکای زمان است. یکای مناسب  $\tau_0$  گیگاسال (Gyr) است. برآورد فعلی  $\tau_0$  در گستره تقریبی ۹ تا ۱۸ گیگاسال قرار دارد.

## ۹.۳ اندازه زاویه‌ای

شکل ۱۱.۳ یک اثر تا اندازه‌ای غیرعادی از هندسه ناقلیدسی فضا زمان رابرتسون-واکر را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم کهکشان  $G_1$  ما، مطابق شکل ۱۱.۳، دارای پهنا  $d$  است. این طول  $d$  چه زاویه‌ای را در محل ما به وجود می‌آورد؟

برای پاسخ به این پرسش، دو ژئودزیک صفر (نشانگر پرتوهای نور) مجاور هم از دو نقطه  $A$  و  $B$  را در دو حد  $G_1$  که به طرف منظومه شمسی ما می‌آیند در نظر بگیرید. بدون ازدست دادن کلیت





شکل ۱۱.۳ زاویه کپکشان  $G_1$  در محل ناظر  $O$ .

می‌توان مختصات زاویه‌ای را چنان برگزید که  $A$  دارای مختصات  $(\theta_1, \phi_1)$  و  $B$  دارای مختصات  $(\theta_1 + \Delta\theta_1, \phi_1)$  باشد. (اگرچه با در نظر گرفتن مکان خود به‌عنوان  $r = \circ$  از همگنی استفاده کرده‌ایم، می‌توانیم از همسانگردی نیز برای گزینش هر جهت خاص به‌عنوان محور قطبی  $\theta = \circ$  استفاده کنیم.)

با توجه به جزء خط رابرتسون-واکر، ویژه‌فاصله بین  $A$  و  $B$  با قرار دادن  $t = t_1 = \text{const.}$ ،  $\phi = \phi_1 = \text{const.}$ ،  $r = r_1 = \text{const.}$  در  $d\theta = \Delta\theta_1$  و  $d\phi = 0$  به‌دست می‌آید. سپس به‌دست می‌آوریم

$$ds^2 = -r_1^2 S^2(t_1) (\Delta\theta_1)^2 = -d^2$$

زیرا در چارچوب سکون  $G_1$ ، فاصله فضاگونه  $AB = d$ . بنابراین

$$\Delta\theta_1 = \frac{d}{r_1 S(t_1)} = \frac{d(1+z)}{r_1 S(t_0)} \quad (70.3)$$

پاسخ به پرسش موردنظر است.

توجه کنید که با افزایش  $r_1$  کپکشانهای دورتر و دورتر را خواهیم دید، که عصرهای اولیه‌تری از  $t_1$  را نشان می‌دهند. اما، در عالم در حال انبساط  $S(t_1)$  در عصرهای اولیه  $t_1$  کوچکتر بوده است، بنابراین معلوم نیست که  $r_1 S(t_1)$  با نگرستن به کپکشانهای دورتر به‌تدریج زیادتر شود. این اثر را می‌توان به «خم شدن تا کانونی شدن گرانشی» نور در عبور از فضا زمان خمیده نسبت داد. بدیهی است که باید سرعت کاهش  $S(t_1)$  با افزایش  $r_1$  را بدانیم. اگرچه (۴۹.۳) پاسخی تلویحی در اختیارمان می‌گذارد، اما باید  $S(t)$  را بدانیم تا بتوانیم این انتگرال‌گیرها را انجام دهیم.

تنها چیزی که فعلاً می‌توان گفت این است که اندازه زاویه‌ای کهکشانشانها، برخلاف عالم اقلیدسی، الزاماً تابع نزولی یکنواختی از فاصله‌شان نیستند.

### ۱۰.۳ روشنایی سطحی

یک نتیجه مربوط به انتقال به سرخ تغییر ظاهری روشنایی سطحی با آن است. می‌توان روشنایی سطحی را میانگین روشنایی ظاهری چشمه به‌ازای واحد مساحت سطح تصویر در نظر گرفت. گرچه باید به طیف چشمه (یا تصحیح  $K$ ) توجه کنیم، اما بگذارید ببینیم تأثیر آن بر روشنایی تابش‌سنجی چیست. فرمول (۵۷.۳) روشنایی ظاهری تابش‌سنجی را نشان می‌دهد، در حالی که فرمول (۷۰.۳) قطر ظاهری آن است. از مربوط ساختن روشنایی سطحی به

$$B = \frac{F_{\text{bol}}}{(\pi/4)\Delta\theta^2} \quad (۷۱.۳)$$

به‌دست می‌آوریم

$$B = \text{const.} \times (1+z)^{-4}. \quad (۷۲.۳)$$

توجه کنید که رابطه  $B$  با انتقال به سرخ نسبتاً ساده است و می‌توان آن را نشانه فرض عالم در حال انبساط در نظر گرفت. زیرا برای انتقال به سرخ توجیه‌های دیگری نیز وجود دارد که همه آنها بستگی روشنایی سطحی را مانند فرمول (۷۲.۳) پیش‌بینی نمی‌کنند. بنابراین می‌توان در پی رابطه‌ای رصدی برای  $B-z$  برای آزمودن فرض عالم در حال انبساط بود.

### ۱۱.۳ شمارشهای چشمه

توزیع چشمه‌های درخشان گسسته تا فاصله‌های زیاد شاید دال بر آن باشد که هندسه فضا-زمان نالقلیدسی است. تعداد کهکشانهای تا فاصله مختصه  $r_1$  (یعنی تا فاصله کهکشان  $G_1$ ) چگونه افزایش می‌یابد؟ فرض کنید که در هر عصر  $t$  تعداد  $n(t)$  کهکشان در واحد حجم دستگاه مختصات همراه (با استفاده از مختصات  $r, \theta, \phi$ ) وجود داشته باشد. واژه «همراه» نشان می‌دهد که اگرچه هر یک از کهکشانهای مختصات  $(r, \theta, \phi)$  را حفظ می‌کنند، اما ویژه‌فاصله بین آنها در هر زمان باید با عامل مقیاس  $S(t_1)$  افزایش یابد. بنابراین، ویژه حجم در هر ناحیه محدود به این کهکشانهای باید به‌صورت  $S^3$  افزایش یابد.

وقتی کهکشانشانها را در مختصات شعاعی بین  $r$  و  $r + dt$  رصد می‌کنیم، آنها را در زمانهای بین  $t$  و  $t + dt$  می‌بینیم، که از (۴۹.۳) داریم

$$\int_t^{t_0} \frac{cdt'}{S(t')} = \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{1 - kr'^2}}. \quad (۷۳.۳)$$

بنابراین، تعداد کهکشانهایی که در این پوسته می‌بینیم برابر است با

$$dN = \frac{4\pi r^2 dr}{\sqrt{1 - kr^2}} n(t), \quad (۷۴.۳)$$

که  $t$  از طریق (۵۴.۳) به  $r$  مربوط می‌شود. بنابراین، تعداد کهکشانهای لازم تا فاصله  $r = r_1$  برابر است با

$$N(r_1) = \int_0^{r_1} \frac{4\pi r^2 n(t) dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (۷۵.۳)$$

اگر هیچ کهکشانی بین  $r = 0$  و  $r = r_1$  خلق یا نابود نشود، می‌توانیم  $n(t)$  را ثابت بگیریم، و انتگرال را به طور صریح محاسبه کنیم. بدیهی است که جواب به پارامتر  $k$  بستگی دارد. تابع  $N(r_1)$  از شکل اقلیدسی ( $kr^2$ ) در عالم بسته ( $k = +1$ ) تندتر و در این شکل از عالمهای باز با خمیدگی منفی کندتر افزایش می‌یابد. با این همه، به لحاظ فیزیکی معنی زیر به دست می‌آید. اگر کره‌ای را بکشیم که سطح آن در ویژه‌فاصله  $R$  از مرکز در فضای  $k = 0$  (اقلیدسی) قرار داشته باشد. حجم آن  $4\pi R^3/3$  خواهد بود. با این همه، همین کره در فضای  $k = +1$  (بسته) حجمی کمتر از  $4\pi R^3/3$ ، و در فضای  $k = -1$  (باز) حجمی بیش از این مقدار خواهد داشت. در فصل ۱۱ این فکر را به شکلی تا اندازه‌ای متفاوت مطرح می‌کنیم تا برای رصدهای کهکشانشانها، چشمه‌های رادیویی و کوازارها مناسب باشد.

با بررسی برخی از ویژگیهای کلی عالمهای رابرتسون-واکر، اکنون بهتر است به مدل‌های خاص، یعنی مدل‌هایی که فریدمان ابتدا مطرح کرد، بپردازیم و آنها را در فصل ۴ مطالعه کنیم. این مدل‌ها اطلاعاتی را که تاکنون نداشتیم، یعنی مقدار  $k$  و تابع  $S(t)$  را در اختیارمان می‌گذارد.

## تمرینها

۱. تانسور سرعت-فاصله  $H_{\mu\nu}$  در کیهان‌شناسی نیوتونی را مجموع یک تانسور همسانگرد، یک تانسور متقارن با اثر صفر و یک تانسور پادمتقارن در نظر بگیرید. این سه تانسور را به (۱) انبساط، (۲) برش، و (۳) چرخش مربوط سازید.

۲. در مدل کیهان‌شناختی نیوتونی  $S(t) \propto t^{2/3}$  و  $H_0$  مقدار اندازه‌گیری شده فعلی ثابت هابل است. نشان دهید، در زمان  $2/(3H_0)$  بیش، تمام چارچوب ناظران بنیادی در یک نقطه متمرکز بوده است.

۳. با جای‌گذاری مستقیم نشان دهید که رابطه (۱۶.۳) از (۱۵.۳) به دست می‌آید.

۴. نشان دهید که حجم عالم اینشتین  $2\pi^2 S^3$  است. درباره این گزاره که این عالم «متناهی اما بدون مرز است» اظهار نظر کنید. این حجم مربوط به فضای کروی است یا بیضوی؟

۵. پرتویی از نور در جهت معینی از عالم اینشتین گسیل می‌شود. چقدر طول می‌کشد تا این پرتو مداری را دور عالم بپیماید و به جای اول خود باز گردد؟

۶. با بهره‌گیری از مؤلفه‌های متریک و نمادهای کریستوفل این کتاب، رابطه‌های (۲۰.۳) و (۲۱.۳) را اثبات کنید.

۷. با در نظر گرفتن  $\rho_0 = 10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$ ، شعاع عالم اینشتین و جرم کل آن را در عالم کروی محاسبه کنید.

۸. با چگالی تمرین ۷، جمله  $\lambda$  را محاسبه و کسری از جاذبه خورشید برای زمین را که به واسطه دافعه  $\lambda$  کم می‌شود برآورد کنید. درباره اثر این نیرو بر آزمونهای تجربی نسبیت عالم اظهار نظر کنید.

۹. اگر (۲۹.۳) تبدیل مختصات (۲۷.۳) باشد، قانون تبدیل بین  $(R, T)$  و  $(r, t)$  را به دست آورید.

۱۰. درباره اینکه چرا نمی‌توان عالم دوسيته را به‌رغم جزء خط ظاهراً ایستای (۲۷.۳) ایستا در نظر گرفت، اظهار نظر کنید.

۱۱. عالم دوسيته دارای یک افق رویداد به مفهوم زیر است. اگر ذرات آزمون با  $r$  و  $\theta$  و  $\phi$  ثابت سیگنالهای نوری به مبدأ  $r = 0$  گسیل دارند، در هر زمان  $t$  یک مقدار حدی  $r_0$  وجود دارد به طوری که سیگنالهای گسیل شده از تمام ذره‌های با  $r \geq r_0$  که در  $t$  گسیل شده‌اند هرگز به مقصد نمی‌رسند.  $r_0$  را محاسبه کنید.

۱۲. فرض کنید که در اصل موضوع وایل شرط متعامد بودن رویه‌های  $t = \text{const.}$  نسبت به ژئودزیک  $x^\mu = \text{const.}$  را حذف کنیم، به طوری که (۳۰.۳) برقرار نباشد. نشان دهید که  $g_{0\mu}$  باید مستقل از  $t$  باشد.

۱۳. با محاسبهٔ ۳-حجم فضا در ناحیهٔ مختصات  $r = \text{const.}$  در فضاهای با جزء خط فضایی

$$d\sigma^3 = S^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right), \quad k = 0, 1, -1$$

مشابه سه بعدی آزمایش برای پوشاندن رویه‌های با خمیدگی صفر، مثبت، و منفی توصیف شده در کتاب را به دست آورید.

۱۴. با بهره‌گیری از اصول اولیه، تبدیل مختصات  $r = f(\bar{r})$  را که جزء خط رابرتسون-واکر را از شکل (۴۵.۳) به صورت (۴۷.۳) در می‌آورد به دست آورید.

۱۵. پارامتر آفین را برای ژئودزیک صفر شعاعی از کهکشان  $G_1$  به مبدأ  $r = 0$  در فضا زمان رابرتسون-واکر تعیین کنید.

۱۶. ذره‌ای به جرم  $m$  در  $t = t_0$  با تکانه خطی  $P_0$  از یک کهکشان شلیک می‌شود. نشان دهید که تکانه ذره هنگام رسیدن به کهکشان دیگر در زمان بعدی  $t$  (چنانکه در چارچوب سکون کهکشان اندازه‌گیری می‌شود) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$P = P_0 \frac{S(t_0)}{S(t)}$$

این نتیجه را با انتقال به سرخ کیهان‌شناختی برای فوتونها مقایسه کنید.

۱۷. کهکشانی به جای دنبال کردن یک ژئودزیک وایل نوعی، دارای سرعت کاتوره‌ای کوچکی نسبت به آن است. با بهره‌گیری از شکل غیرنسبیتی تمرین ۱۶، تعیین کنید که چگونه این سرعت برحسب زمان کم می‌شود.

۱۸. کهکشان  $G_1$  را در  $(r_1, \theta, \phi)$  به عنوان ناظر بنیادی در نظر بگیرید و فرض کنید  $u^k$  را بردار سرعت آن در چارچوب رابرتسون-واکر باشد. فرض کنید که انتشار موازی این بردار (نگاه کنید به فصل ۲) در امتداد پرتو صفر کهکشان را در عصر  $t_0$  رصد به مبدأ متصل سازد. فرض کنید که این بردار  $v^k$  در  $O$  باشد. این نشانگر یک سرعت شعاعی نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی در  $O$  است. با بهره‌گیری از اثر دوپلر انتقال به سرخ را برای این حرکت به دست آورید و نشان دهید که این چیزی بجز  $z$  در فرمول (۵۱.۳) نیست. می‌توانید این تمرین را برای جزء خط شوارتس‌شیلد فصل ۲ انجام و نشان دهید که انتقال به سرخ گرانشی را می‌توان اثر دوپلر برای انتقال موازی بردار سرعت چشمه در امتداد ژئودزیک صفر به طرف ناظر در نظر گرفت.

۱۹. در عالمی با  $S(t) \propto t^{2/3}$  و  $k = 0$ ، مشاهده می‌کنیم که کهکشانی دارای انتقال به سرخ  $z = 1/25$  است. چقدر طول می‌کشد تا نور از این کهکشان به ما برسد؟ پاسخ خود را برحسب یکاهای  $\tau_0$  بیان کنید.

۲۰. اگر طیف چشمه گسیلنده در گستره رصدها به صورت  $J(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$ ، و  $\alpha = \text{const.}$  باشد، شکل‌های (۵۵.۳) و (۵۶.۳) چگونه به نظر می‌رسند؟

۲۱. نشان دهید که برای  $S \propto \exp(H_0 t)$  و  $k = 0$ ،  $H_0 = \text{const.}$ ، رابطه (۵۷.۳) به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi(c/H_0)^2 z^2 (1+z)^2}$$

۲۲. رابطه قدر انتقال به سرخ را برای قدرهای تابش‌سنجی در عالم تمرین ۲۱ به دست آورید.

۲۳. فرمول (۵۷.۳) را برای عالم با  $S \propto t^{2/3}$  و  $k = 0$  به دست آورید و آن را با نتیجه تمرین

۲۱ مقایسه کنید. کهکشان موجود در عالم تمرین ۲۱ چقدر پر نورتر است؟

۲۴. اگر ثابت هابل به صورت  $h_0$  برحسب یکاهای  $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$  داده شود، نشان دهید که  $\tau_0 \simeq 9.8 h_0^{-1}$  بیلیون سال است.

۲۵. نشان دهید اگر  $k = 0$ ،  $S \propto t^{2/3}$ ، اندازه‌های زاویه‌ای ظاهری اجسام دور دست با اندازه خطی یکسان کمینه‌ای در  $z = 1/25$  خواهند داشت.

۲۶. تمرین ۲۵ را برای عالم با  $k = 0$ ،  $S \propto \exp(H_0 t)$  تکرار کنید. مقدار کمینه اندازه زاویه‌ای ظاهری در چه انتقال به سرخی قرار دارد؟

۲۷. اگر در (۷۵.۳)  $k = 1$  و  $n(t)$  ثابت و برابر  $n_0$  باشد، نشان دهید که تعداد کهکشانها در کل عالم از رابطه  $n_0 2\pi^2 (c/H_0)^3$  به دست می‌آید. مشخص کنید که این جواب مربوط به فضای کروی است یا بیضوی.

۲۸. بر روی کره واحد دایره به فاصله  $r$  از نقطه  $O$  را مشخص کنید، که  $r$  در امتداد کمانهای دایره عظیمه از  $O$  اندازه گرفته می‌شود. نشان دهید که مساحت این دایره  $4\pi \sin^2 r/2$  است، که از  $\pi r^2$  یعنی دایره اقلیدسی کمتر می‌شود. مشابه سه بعدی این نتیجه را برای عالمهای  $k = +1$  و  $k = -1$  به دست آورید.

۲۹. با قرار دادن  $k = -1$  در (۷۵.۳) نشان دهید که برای  $S(t) = ct$ ، تعداد کهکشانهای با انتقال به سرخ کمتر از  $z$  برابر است با

$$N(z) = \pi \left( \frac{c}{H_0} \right)^3 n_0 \left[ \frac{(z^2 + 2z)(z^2 + 2z + 2)}{2(1+z)^2} - 2 \ln(1+z) \right]$$

## مدلهای فریدمان

### ۱.۴ مقدمه

آنچه در فصل ۳ بررسی کردیم، دو بخش از اطلاعات مهم دربارهٔ عالم را مشخص نمی‌کند: (۱) آهنگ انبساط آن برحسب  $S(t)$ ، و (۲) اینکه بخشهای فضایی  $t = \text{const.}$  که با پارامتر  $k$  مشخص می‌شوند باز هستند یا بسته. برای یافتن پاسخ این پرسشها باید از اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی فراتر رفت. پس به نظریه‌ای دینامیکی نیاز داریم تا نشان دهد که چگونه عامل مقیاس را از نسبت ماده به تابش موجود در عالم مشخص کنیم. اگرچه قبلاً چارچوبی نسبیتی را به وجود آورده‌ایم تا در آن این ایده‌ها را بیان کنیم، اما بهتر است ابتدا از دیدگاه نیوتونی به مسئله نگاه کنیم. درک مسئله نیوتونی به لحاظ شهودی آسان است، و چنانکه بعداً خواهیم دید نتیجه‌هایی به دست می‌دهد که به آنچه از مدل‌های نسبیتی بسیار دقیقتر و منطقیتر به دست می‌آید شباهت بسیار دارد.

### ۱.۱.۴ کیهان‌شناسی نیوتونی

در تداوم بخش دوم فصل ۳، چارچوب نیوتونی را برای مطرح ساختن اثرهای دینامیکی بسط می‌دهیم. فرض می‌کنیم که مادهٔ موجود در عالم به شکل «گردوغبار» باشد. منظورمان از گردوغبار

شماره بی‌فشار و نوعی آرمان‌گرایی است که آن را در مدل‌های نسبیتی بررسی می‌کنیم. بنابراین نمونه‌ای از جزء شماره داریم که دارای چگالی  $\rho$  ماده و سرعت کپه‌ای  $\mathbf{v}$  است که از قانون هابل به دست می‌آید

$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}, \quad H(t) = \dot{S}/S. \quad (1.4)$$

سپس از معادله پیوستگی مکانیک شماره‌ها به دست می‌آوریم

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.4)$$

یعنی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div} \mathbf{v} = 0. \quad (3.4)$$

اما، از (۱.۴) داریم  $\text{div} \mathbf{v} = 3H(t)$ ، که به رابطه زیر می‌انجامد

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\frac{\dot{S}}{S}\rho = 0$$

یعنی،

$$\rho S^3 = \text{const.} = \rho_0 S_0^3. \quad (4.4)$$

این رقیق‌شدن چگالی در طی انبساط بی‌درروست.

سپس معادله ناویه-استوکس<sup>۱</sup> برای دینامیک شماره‌ها را در نظر می‌گیریم

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{F}, \quad (5.4)$$

که  $p$  فشار و  $\mathbf{F}$  نیروی خارجی به‌ازای واحد جرم موجود در جزء شماره است. در این مورد، نیرو گرانشی است و در رابطه زیر صدق می‌کند

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\rho. \quad (6.4)$$

با قراردادن (۱.۴) در (۵.۴) با  $p = 0$ ، به دست می‌آوریم

$$\dot{H}\mathbf{r} + H^2\mathbf{r} = \mathbf{F}. \quad (7.4)$$



با گرفتن دیورژانس از این رابطه و استفاده از  $\nabla \cdot \mathbf{r} = 3$ ، به دست می‌آوریم

$$\dot{H} + H^2 = -\frac{4\pi G\rho}{3}. \quad (۸.۴)$$

با  $H = \dot{S}/S$  و  $\rho$  از رابطه (۴.۴) سرانجام معادله دیفرانسیل زیر را برای  $S(t)$  به دست می‌آوریم

$$\frac{\ddot{S}}{S} = -\frac{4\pi G\rho_0 S_0^3}{3 S^3},$$

یعنی

$$\ddot{S} = -\frac{4\pi G\rho_0 S_0^3}{3 S^2} \quad (۹.۴)$$

این معادله را پس از ضرب کردن در  $\dot{S}$  می‌توان به سادگی انتگرال‌گیری کرد و رابطه زیر را به

دست آورد:

$$\dot{S}^2 = \frac{4\pi G\rho_0 S_0^3}{3} \frac{1}{S} - kc^2. \quad (۱۰.۴)$$

این خانواده‌ای از معادله‌های دیفرانسیل یک پارامتری را می‌دهد، که در آن پارامتر  $k$  عددی مثبت، صفر، یا منفی است. می‌توان آن را با انرژی انبساط اولیه مرتبط ساخت: فرض می‌شود که عالم در حجم کوچک  $S$  منفجر شده است. اگر  $k > 0$  باشد، درمی‌یابیم که در  $S \rightarrow \infty$  دارای انرژی جنبشی متناهی است. برای  $k < 0$  عالم در  $S$  متناهی متوقف می‌شود و شروع به رمبش به طرف  $S \rightarrow 0$  خواهد کرد. حالت  $k = 0$  نشانگر حالت حدی است که در آن عالم در  $S \rightarrow \infty$  به حالت سکون در خواهد آمد.

اگرچه مجموعه‌ای از مدل‌های کارآمد برای عالم را بدین‌گونه به دست آورده‌ایم، اما هنوز احساس راحتی نمی‌کنیم. مثلاً، به نظر می‌رسد که معادله (۶.۴) نیرویی به‌ازای واحد حجم را نشان می‌دهد که به طرف مرکز دستگاه مختصات برگزیده ماست. چرا باید چنین جهت برتری وجود داشته باشد، در حالی که فرض کردیم عالم همگن و همسانگرد است؟ بررسی دقیقتر نشان می‌دهد که این نتیجه از این رو به دست می‌آید که با دستگاهی بسیار گسترده سروکار داریم که در آن حد به طرف بینهایت با توجه به مبدأ مختصات در مرکز در نظر گرفته شده است. در شکل نسبیتی این مدلها این مشکل تفسیری به‌وجود نمی‌آید.

گرچه می‌توانیم بحث دربارهٔ ویژگیهای فیزیکی این مدلها در چارچوب نیوتونی را دنبال کنیم، اما این کار را انجام نمی‌دهیم. بلکه، به کیهان‌شناسی نسبیتی برمی‌گردیم و می‌بینیم که این مدلها چه

شباهت نزدیکی با مدل‌های نیوتونی دارند. سپس معادله‌های (۴.۴) و (۱۰.۴) را با نظیر نسبیتی آنها مقایسه خواهیم کرد.

## ۲.۴ معادله‌های میدان اینشتین در کیهان‌شناسی

همان‌طور که در فصل ۱ دیدیم، نسبیت عالم اینشتین در وهلهٔ اول مناسب‌ترین نظریه برای بحث دربارهٔ کیهان‌شناسی است. در فصل‌های ۸ و ۹، رهیافتهای متفاوتی را به کیهان‌شناسی در نظر می‌گیریم. اما، فعلاً تکیهٔ ما بر نظریهٔ نسبیت استاندارد است.

وقتی تصمیم به استفاده از نسبیت گرفتیم، رهیافت ما کاملاً جافانده است. اگرچه نظریه مجموعهٔ رعب‌انگیزی از معادله‌های میدان دارد (ده معادلهٔ دیفرانسیل جزئی برحسب چهار متغیر مستقل)، اما این معادله‌ها در شرایط کیهان‌شناختی، به‌واسطهٔ تقارنهای مطرح‌شده در فصل ۳، یعنی اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی، ساده می‌شوند، بنابراین، جزء خطی که کار را باید با آن شروع کنیم بسیار ساده می‌شود

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right). \quad (11.4)$$

با استفاده از آن تانسور اینشتین را محاسبه و سپس معادله‌های میدان نسبیت عام را فرمولبندی می‌کنیم. برای حل آنها به تانسور انرژی موجود در عالم نیاز داریم.

در نتیجه، قرار می‌دهیم

$$x^0 = ct, \quad x^1 = r, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = \phi \quad (12.4)$$

به‌طوری که مؤلفه‌های غیرصفر  $g_{ik}$  و  $g^{ik}$  عبارت‌اند از

$$g_{00} = 1, \quad g_{11} = -\frac{S^2}{1 - kr^2}, \quad g_{22} = -S^2 r^2, \quad g_{33} = -S^2 r^2 \sin^2 \theta,$$

$$g^{00} = 1, \quad g^{11} = -\frac{1 - kr^2}{S^2}, \quad g^{22} = -\frac{1}{S^2 r^2}, \quad g^{33} = -\frac{1}{S^2 r^2 \sin^2 \theta},$$

$$\sqrt{-g} = \frac{S^3 r^2 \sin \theta}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (13.4)$$

پس مؤلفه‌های غیرصفر  $\Gamma_{kl}^i$  به قرار زیرند

$$\Gamma_{01}^1 = \Gamma_{02}^2 = \Gamma_{03}^3 = \frac{1}{c} \frac{\dot{S}}{S},$$

$$\Gamma_{11}^0 = \frac{S\dot{S}}{c(1 - kr^2)}, \quad \Gamma_{22}^0 = \frac{S\dot{S}r^2}{c}, \quad \Gamma_{33}^0 = \frac{S\dot{S}r^2 \sin^2 \theta}{c},$$

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{kr}{1 - kr^2}, \quad \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r},$$

$$\Gamma_{22}^1 = -r(1 - kr^2), \quad \Gamma_{33}^1 = -r(1 - kr^2) \sin^2 \theta,$$

$$\Gamma_{23}^2 = -\sin \theta \cos \theta, \quad \Gamma_{23}^3 = \cot \theta.$$

اکنون از عبارت تانسور ریچی (نگاه کنید به فصل ۲) استفاده می‌کنیم که می‌توان آن را

به صورت زیر نوشت:

$$R_{ik} = \frac{\partial^2 \ln \sqrt{-g}}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} + \Gamma_{in}^m \Gamma_{km}^n - \Gamma_{ik}^l \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^l}. \quad (14.4)$$

سپس با محاسبات سراسر و خسته‌کننده می‌توان مؤلفه‌های غیرصفر  $R_k^i$  را به دست آورد

$$R_0^0 = \frac{3}{c^2} \frac{\ddot{S}}{S}, \quad (15.4)$$

$$R_1^1 = R_2^2 = R_3^3 = \frac{1}{c^2} \left( \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{2\dot{S}^2 + 2kc^2}{S^2} \right). \quad (16.4)$$

از این رابطه‌ها به دست می‌آوریم

$$R = \frac{\epsilon}{c^2} \left( \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} \right), \quad (17.4)$$

و در نتیجه

$$G_1^1 \equiv R_1^1 - \frac{1}{2}R = -\frac{1}{c^2} \left( 2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} \right) = G_2^2 = G_3^3, \quad (18.4)$$

$$G_0^0 \equiv R_0^0 - \frac{1}{2}R = -\frac{3}{c^2} \left( \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} \right). \quad (19.4)$$

ما به جزئیات محاسبه پرداختیم تا نشان دهیم چگونه می‌توان از روشهای نسبیت عام که در فصل ۲ توسعه یافتند برای مسئله‌های کیهان‌شناسی استفاده کرد. خواننده می‌تواند ببیند که چگونه با قرار دادن  $S = \text{const.} = S_0$  و  $k = +1$  می‌توان فرمولهای (۲۰.۳) و (۲۱.۳) را برای عالم اینشتین در فصل ۳ به دست آورد. به عنوان اظهار نظری کلی متذکر می‌شویم که به واسطه همگنی فضایی، مؤلفه‌های تانسوری بالا (معادله‌های (۱۵.۴) تا (۱۹.۴)) حاوی هیچ مختصه فضایی نیستند. علاوه بر آن، به واسطه همسانگردی، سه مؤلفه فضا-فضای تانسور اینشتین برابر می‌شوند. اکنون با به یاد آوردن معادله‌های اینشتین، از معادله‌های (۱۸.۴) و (۱۹.۴)، تنها معادله‌های غیرصفر مجموعه را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$2 \frac{\dot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T_1^1 = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T_2^2 = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T_3^3, \quad (20.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\Lambda \pi G}{3c^2} T_0^0. \quad (21.4)$$

سپس تانسور انرژی را در نظر می‌گیریم.

### ۳.۴ تانسورهای انرژی عالم

پیش از پرداختن به شکلهای ویژه  $T_k^i$ ، بهتر است به دو مشخصه‌ای که هر تانسور انرژی در چارچوب کنونی کیهان‌شناسی باید داشته باشد توجه کنیم. اولین ویژگی از (۲۰.۴) نمایان است

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -p. \quad (22.4)$$

این واقعیت که این سه مؤلفه  $T_k^i$  برابرند تعجب‌آور نیست چون قبلاً با شرط همسانگردی را به عالم اعمال کرده‌ایم. با توجه به بحث فصل ۲، کمیت  $p$  همان فشار است. همین‌طور چگالی انرژی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$T_0^0 = \varepsilon. \quad (23.4)$$

ویژگی دوم چندان بدیهی نیست، اما می‌توان آن را از معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) به دست آورد. این ویژگی فشار را به چگالی انرژی مرتبط می‌سازد. متوجه می‌شویم که اگر از (۲۱.۴) نسبت به  $t$  مشتق بگیریم، می‌توانیم جواب حاصل را به صورت ترکیب خطی از (۲۰.۴) و (۲۱.۴)

بنویسیم. نتیجه با اتحاد زیر هم‌ارز است:

$$\frac{d}{dt}[S(\dot{S}^2 + kc^2)] \equiv \dot{S}[2S\ddot{S} + \dot{S}^2 + kc^2];$$

یعنی،

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^3) + 3pS^2 = 0. \quad (24.4)$$

به هر حال، لازم نیست که برای رسیدن به (۲۴.۴) معادله‌های میدان (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را به صورت کامل بنویسیم. نتیجهٔ بالا پیامد مستقیم قانون پایستگی نهفته در معادله‌های اینشتین است:

$$T_{k;i}^i = 0. \quad (25.4)$$

توجه کنید که (۲۵.۴) از اتحادهای بیانکی نیز به همین ترتیب به دست می‌آید. اکنون به شکل‌های ویژهٔ تانسور انرژی می‌پردازیم.

### ۱.۳.۴ حرکت‌های کاتوره‌ای در عالم در حال انبساط

رصد‌های کنونی نشان می‌دهند که کهکشانها اجزای اصلی تشکیل دهندهٔ عالم هستند. اگر کهکشانها دقیقاً تابع اصل موضوع وایل بودند، بردار سرعت مشخصهٔ کهکشان به صورت زیر می‌بود

$$w^i = (1, 0, 0, 0). \quad (26.4)$$

در تقریب شاره هموار ما، میدان سرعت (۲۶.۴) نشانگر یک حرکت منظم بدون فشار است. بنابراین، در این مورد سیستم کهکشانهای ما مانند گردوغبار رفتار می‌کند، با

$$p = 0, \quad \varepsilon = \rho c^2, \quad (27.4)$$

که  $\rho$  چگالی جرم سکون کهکشانهاست.

با توجه به جزئیات مورد بحث در فصل ۱، در اینجا تقریبی را به کار می‌بریم، با در نظر گرفتن نمونه‌ای از کهکشان که مسیر ناظر بنیادی را دنبال می‌کند و این فرض که چگالی  $p$  نشانگر چگالی «هموار شده» مادهٔ به صورت کهکشانهاست. این تقریب شارهٔ هموار در صورتی معتبر است که حجم نوعی مورد نظر حاوی تعداد زیادی کهکشان باشد. اگر قبول کنیم که همگنی در مقیاس مثلاً  $200 \text{ Mpc} \sim$  به کار می‌رود، تعداد کهکشانهای موجود در این حجم باید متجاوز از یک میلیون

باشد. برای مقایسه، آنچه شعاع هابل عالم نامیده می‌شود، یعنی مقیاس طول مربوط به انبساط عالم  $\sim 3000 h_0^{-1}$  است. بنابراین فرض همگن بودن توزیع ماده منطقی است، اما فقط تقریباً چنین است. این همان فرضی بود که با در نظر گرفتن مدل توزیع یکنواخت گردوغبار در کیهان‌شناسی نیوتونی نیز انجام دادیم.

در عمل، کهکشانشها دقیقاً تابع اصل موضوع وایل نیستند، و بردارهای سرعت آنها از (۲۶.۴) منحرف می‌شود. این انحرافهای سرعت را می‌توان برای خوشه‌های کهکشانی اندازه گرفت و در حدود  $1000 \text{ km s}^{-1} \leq$  هستند. اگر یک نمونه انحراف سرعت را  $v \approx 1000 \text{ km s}^{-1}$  در نظر بگیریم، با توجه به بحث فصل ۲، برای  $p$  در رابطه (۲۷.۴) مقدار غیرصفری در حدود زیر خواهیم داشت

$$p \approx \frac{v^2}{c^2} \varepsilon \sim 10^{-5} \varepsilon. \quad (28.4)$$

بنابراین، نادیده گرفتن جمله  $p$  در عصر حاضر در مقایسه با جمله  $\varepsilon$  برای وضعیت ایده‌آل (۲۷.۴)، موجه است.

اما عصرهای آینده و گذشته چه می‌شوند؟ برای ارزیابی اهمیت جمله فشار باید ببینیم که چگونه حرکت‌های کاتوره‌ای کهکشانشها در عالم منبسط‌شونده تغییر می‌کند. ۴-سرعت یک کهکشان را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$u^i \equiv [1, u^\mu], \quad |u^\mu| \ll 1.$$

علامت  $\ll$  نشان می‌دهد که باید توانهای دوم  $u^\mu$  را در مقایسه با ۱ نادیده گرفت. بنابراین، شرط  $u_i u^i = 1$  برقرار است، و ضمناً این فرض تلویحی را نیز داریم که حرکت‌های کاتوره‌ای کوچک‌اند. بنابراین، در نبود نیروهای خارجی، سرعت  $u^i$  در معادله ژئودزیک زیر صدق می‌کند

$$\frac{du^i}{ds} + \Gamma_{kl}^i u^k u^l = 0.$$

با قرار دادن  $\Gamma_{kl}^i$  به جای جزء خط رابرتسون-واکر به نتیجه زیر می‌رسیم

$$u^\mu S^\mu = \text{const.}$$

به هر حال،  $u^\mu$  سرعت در مختصات همراه  $(r, \theta, \phi)$  است. به‌رحال این حرکتها، حرکت‌های فیزیکی نیستند، چون به مختصات همراه مربوط می‌شوند. از ضرب فاصله‌های مختصات در

عامل مقیاس  $S$  می‌توان ویژه‌فاصله‌ها را به‌دست آورد. ویژه‌سرعت‌های کاتوره‌ای  $v$  برحسب  $S$  به‌صورت  $S^{-1}$  تغییر می‌کنند

$$v = S(t)(u_{\mu}w^{\mu})^{1/2} \propto S^{-1}. \quad (29.4)$$

(به تمرینهای ۱۶ و ۱۷ در انتهای فصل ۳ نیز رجوع کنید، که در آنها این نتیجه به‌صورت تقریب غیرنسبیتی برای چگونگی کاهش تکانه در حال انبساط نشان داده شده است.) بنابراین، مادامی که  $S$  در فراتر از عصر حاضر افزایش یابد، تقریب  $\varepsilon \ll p$  معتبر خواهد ماند. اما، اگر به گذشته برگردیم، حرکت‌های کهکشان بیشتر و بیشتر متلاطم می‌شود، چون  $v$  در گذشته بزرگتر بوده است. بنابراین، اگر از  $S_0 \approx 10^{-2} S$  استفاده کنیم ( $S_0$  مقدار  $S$  در عصر حاضر است)، از (۲۹.۴) به‌دست می‌آوریم  $\varepsilon \sim 10^{-1} p$ . بدیهی است که در این صورت دیگر نمی‌توان در این عصر و دوران قبل از آن جمله  $p$  را نادیده گرفت.

در این عصرها باید تصویر ساده‌شدهٔ کیهان‌شناسی را کنار بگذاریم و بررسی کنیم که آیا کهکشانها در آن عصر به‌صورت واحدهای جداگانه وجود داشته‌اند. بدیهی است که کهکشانها در مرحله‌ای در گذشته شکل گرفته‌اند و در یک نظریهٔ مناسب کیهان‌شناسی باید بگوییم که آنها در چه هنگام و چگونه تشکیل شده‌اند. به این پرسش در فصل ۷ رجوع خواهیم کرد. فعلاً فقط می‌گوییم که چارچوب کنونی کیهان‌شناختی کهکشانهایی که از هم دور می‌شوند، همین‌طور تقریب گردوغبار (۲۷.۴) در چنین عصرهایی فرو می‌ریزد.

به هر حال، با برونمایی  $v \propto S^{-1}$  تا مقادیر بسیار کم  $S$  مقدار  $v$  با  $c$  قابل مقایسه می‌شود و تقریب غیرنسبیتی ما که به  $v \propto S^{-1}$  انجامیده بود بی‌اعتبار می‌شود. فرمول صحیح (نگاه کنید به تمرین ۱۶.۳) نشان می‌دهد که  $P$  به‌صورت  $S^{-1}$  تغییر می‌کند. در این حوزه باید از فرمول (۸۷.۲) استفاده کنیم، و قرار می‌دهیم

$$p = \frac{1}{3} \varepsilon. \quad (30.4)$$

بنابراین، به نمونه حجم این عصرهای اولیه به‌صورت ذرات مادی می‌نگریم که به‌طور نسبیتی و به‌صورت کاتوره‌ای در حرکت‌اند، اما هر حجم کروی از این نوع دارای مرکز جرمی در حال سکون در چارچوب رابرتسون-واکر است. در این مورد اصل موضوع برای یک ذرهٔ نوعی صادق نیست، اما هنوز می‌توان آن را برای مرکز جرم نمونه‌ای از حجم کروی به‌کار برد.

## ۲.۳.۴ سیطره ماده در برابر تابش

بنابراین، اگر  $S$  از مقادیر بسیار کوچک به صعود ادامه دهد، رابطه (۳۰.۴) برای عصرهای اولیه برقرار است، درست همان‌طور که (۲۷.۴) در حال حاضر و برای دوره‌های اخیر صادق است. گذار بین این دو عصر از مرحله‌ای به هم‌ریخته است که در آن نه (۲۷.۴) اعتبار دارد و نه (۳۰.۴). اگر (۲۷.۴) صادق باشد، از (۲۴.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{d}{dS}(\rho S^3) = 0, \quad (31.4)$$

که با انتگرال‌گیری می‌دهد

$$\rho = \rho_0 \frac{S_0^3}{S^3}, \quad (32.4)$$

$\rho_0$  و  $S_0$  مقادیر  $\rho$  و  $S$  در عصر حاضر هستند. همین‌طور، با قرار دادن (۳۰.۴) در (۲۴.۴) خواهیم داشت

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^4) = 0, \quad (33.4)$$

که می‌دهد

$$\varepsilon \propto S^{-4}. \quad (34.4)$$

بنابراین، دارای تصویر زیر هستیم. برای توزیعی از ماده (۳۴.۴) هنگامی برقرار است که  $S$  در مقایسه با  $S_0$  بسیار کوچک باشد، و (۳۲.۴) در عصرهای جدیدتر اعتبار دارد. به هر حال، اگر علاوه بر ماده، تابش الکترومغناطیسی هم داشته باشیم، این تابش موجود در عالم نیز در  $T_k^i$  سهم می‌شود. برای  $S$  کوچک، (۳۰.۴) هم برای ماده (که به صورت نانسیتی حرکت می‌کند) و هم تابش به یک اندازه صادق است. اما، با افزایش  $S$  باید در سهم ماده و تابش در  $T_k^i$  دقت بیشتری بکنیم و بین آنها فرق بگذاریم. زیرا، چنانکه خواهیم دید، گرچه ماده و تابش در  $S$  کوچک برهم‌کنش تنگاتنگ داشتند، در عصرهای بعد کاملاً از هم جدا می‌شدند. در فصل ۵ به جزئیات این موضوع خواهیم پرداخت.

فعالاً اجازه دهید فرض کنیم که در فراتر از عصری که با  $S = S_{\text{dec}}$  مشخص می‌شود، تابش و ماده از یکدیگر جدا می‌شوند و هر یک راه خود را می‌گیرند. بنابراین، می‌توان نوشت

$$T_k^i = T_{k|\text{ماده}}^i + T_{k|\text{تابش}}^i \quad (35.4)$$



و فرض کرد که دیورژانس هر تانسور انرژی جداگانه صفر می‌شود چون برای تانسور انرژی تابش داریم (برای  $\mu = 1, 2, 3$ )

$$-T_{\mu}^{\mu} = \frac{1}{3} T_{\circ}^{\circ} = \frac{1}{3} \varepsilon \quad (36.4)$$

برای  $S > S_{\text{dec}}$ ، به دست می‌آوریم

$$\varepsilon = \varepsilon_{\circ} \frac{S_{\circ}^4}{S^4} \quad (37.4)$$

$t_{\text{dec}}$  چیست؟ چرا باید از تابش واجفتیده شود؟ قبل از  $t = t_{\text{dec}}$  چه اتفاقی افتاده است؟ بحث دربارهٔ این پرسشها را به فصل ۵ موکول می‌کنیم. با این همه، عصر مهم دیگری در گذشته عالم وجود دارد، که در آن چگالیهای ماده و تابش برابر بودند. آن را با  $t = t_{\text{eq}}$  نشان می‌دهیم، که در آن  $S$  برابر  $S_{\text{eq}}$  بوده است. به راحتی می‌توان این مقیاس را به صورت زیر برآورد کرد.

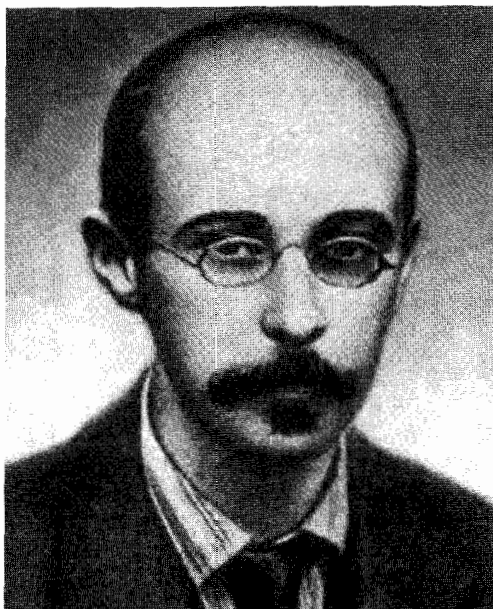
برآورد فعلی  $\varepsilon_{\circ} \approx 4 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3}$  و  $\rho_{\circ} c^2 \geq 3 \times 10^{-10} \text{ erg cm}^{-3}$  نشان می‌دهد که چگالی جرم بیش از  $10^3$  برابر چگالی تابش است. پس  $\rho_{\circ} c^2 \ll \varepsilon_{\circ}$ ، و می‌توان سهم تابش (در مقایسه با سهم جرم) را در معادله‌های میدان (۲۰.۴) و (۲۱.۴) در عصر حاضر، و برای  $S > S_{\circ}$  نادیده گرفت. به هر حال، برای دوره‌های گذشته با  $S < S_{\circ}$ ، از (۳۲.۴) و (۳۷.۴) داریم

$$\frac{\varepsilon}{\rho c^2} = \frac{\varepsilon_{\circ}}{\rho_{\circ} c^2} \frac{S_{\circ}}{S} \quad (38.4)$$

و نمی‌توانیم سهم تابش را برای مثلاً  $10^3 \sim S_{\circ}/S$  نادیده بگیریم. این عصر  $t_{\text{eq}}$  است. در واقع، قبل از این عصر، یعنی برای  $S < S_{\text{eq}}$ ، اهمیت نسبی تابش و ماده معکوس می‌شود: در تصمیم‌گیری دربارهٔ اینکه  $S$  بر حسب  $t$  چگونه باید تغییر کند، تابش عامل تعیین‌کننده‌تری بود. از بحث بالا مشاهده می‌کنیم که در  $S = S_{\text{eq}} \approx 10^{-3} S_{\circ}$ ، گذاری از عالم با سیطرهٔ تابش به عالم با سیطرهٔ ماده داریم. در این فصل دوره‌های با سیطرهٔ ماده را در نظر می‌گیریم. بنابراین، باید معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را با

$$T_{\backslash}^{\backslash} = 0, \quad T_{\circ}^{\circ} = \rho_{\circ} c^2 \frac{S_{\circ}^3}{S^3} \quad (39.4)$$

حل کرد. این ساده‌سازی به مدل‌های کلاسیک می‌انجامد که ای. فریدمان اولین بار بین سالهای ۱۹۲۲ و ۱۹۲۴ (شکل ۱.۴) بررسی کرد. اصولاً، این مدلها هرگونه سهم تابش الکترومغناطیسی



شکل ۱.۴ الکساندر فریدمان (۱۹۲۵-۱۸۸۸).

را در  $T_k^i$  نادیده می‌گیرد و فرض می‌کند که ماده موجود در عالم را می‌توان با گردوغبار تقریب زد.

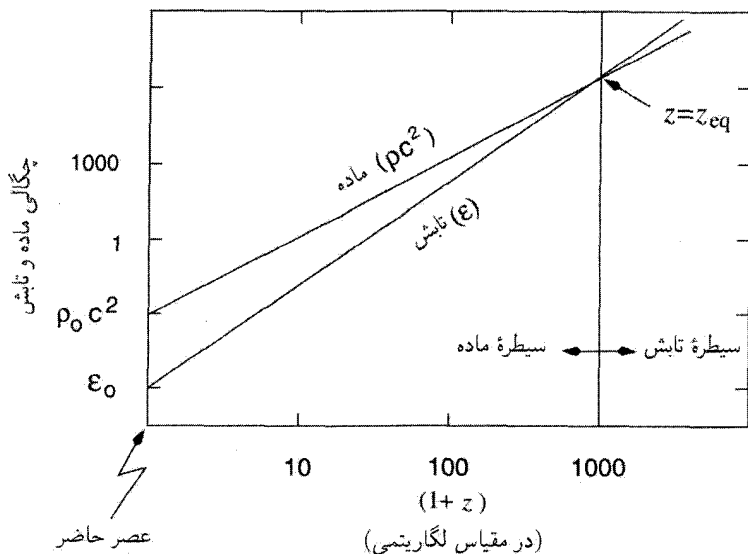
مثال

اگر  $\xi = \rho_0 c^2 / \varepsilon_0$  باشد، انتقال به سرخ عصر قبل از اینکه عالم تحت سیطره تابش قرار گیرد را برآورد کنید.

در طی عصر  $t$ ، انتقال به سرخ  $z$  نسبت به عصر حاضر  $t_0$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$1 + z \equiv \frac{S(t_0)}{S(t)}$$

(نگاه کنید به فصل ۳). از (۳۸.۴)، برای این عصر نسبت چگالیهای انرژی ماده و تابش  $(1+z)^{-1}$  برابر مقدار کنونی  $\xi$  بود. بنابراین، عصر  $t_{eq}$ ، که در آن چگالیهای انرژی برابر بودند، از انتقال به سرخ  $1 - \xi = z_{eq}$  به دست می‌آید. برای عصرهای پیش از  $t_{eq}$ ، یعنی برای  $z > z_{eq}$ ، عالم تحت سیطره تابش بود. شکل ۲.۴ این انتقال سیطره را نشان می‌دهد. توجه کنید که اگر مقدار زیادی ماده تاریک موجود باشد، برآورد کنونی  $\rho_0$  زیاد می‌شود و همین‌طور مقدار  $z_{eq}$ .



شکل ۲.۴ نمودار چگالیهای تابش و ماده در عالم برحسب انتقال به سرخ روی مقیاس log-log. توجه کنید که با انبساط عالم چگالی تابش با شیبی بیشتر از چگالی ماده فرو می‌افتد. خطها طوری تنظیم شده‌اند که چگالی کنونی ماده هزار برابر چگالی تابش باشد. بنابراین این دو وقتی قابل مقایسه می‌شدند که اندازه عالم  $\sim 10^3$  بار کوچکتر بوده است. این با نقطه برخورد دو خط نشان داده شده است. انتقال به سرخ  $z_{eq}$  نظیر عصری است که در آن دو چگالی برابر بودند.

البته، فرض می‌کنیم که عالم مقیاس در عصرهای گذشته به صورت یکنواخت رشد کرده است. خواهیم دید که این نتیجه‌گیری از ساده‌ترین مدل عالم به دست می‌آید.

## ۴.۴ مدل‌های فریدمان

فرض می‌کنیم عالم (در حال حاضر) تحت سیطره گردوغبار باشد. برای گردوغبار معادله‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) به صورت زیر درمی‌آیند

$$\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = 0, \quad (40.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{4\pi G\rho_0}{3} \frac{S_0^3}{S^3}. \quad (41.4)$$

با توجه به قانون پابستگی در (۳۱.۴)، دو معادلهٔ بالا مستقل از هم نیستند، و فقط یکی از آنها برای تعیین  $S(t)$  کافی است. چون (۴۱.۴) دارای مرتبهٔ پاینتری است، آن را برای حل برمی‌گزینیم، و سه حالت  $k = 0, 1, -1$  را جداگانه بررسی می‌کنیم. با این همه، قبل از ادامهٔ بحث متوجه شباهت این معادله‌ها با معادله‌های کیهان‌شناسی نیوتونی می‌شویم که قبلاً در این فصل به دست آوردیم. مثلاً، به معادلهٔ (۱۰.۴) نگاه کنید که شبیه معادلهٔ (۴۱.۴) در بالاست. در آن معادله یک ثابت  $k$  وجود داشت، که به انرژی جنبشی کل اولیه‌ای مربوط می‌شد که به مدل‌های انبساطی انجامید. در اینجا ثابت صرفاً به خمیدگی مقطع‌های فضایی مربوط می‌شود. با این همه، رفتار دینامیکی این مدل‌ها شبیه مدل‌های نیوتونی است. اکنون سه مورد  $k = 0, 1, -1$  را بررسی می‌کنیم.

#### ۱.۴.۴ مقطع‌های اقلیدسی ( $k = 0$ )

این ساده‌ترین مورد است، و آن را مدل اینشتین-دوسیته نیز می‌نامند، چون اینشتین و دوسیته آن را در یک مقالهٔ مشترک در سال ۱۹۳۲ ارائه کردند. معادلهٔ (۴۱.۴) به صورت زیر درمی‌آید

$$\dot{S}^2 = \frac{\Lambda \pi G \rho_0}{3} \frac{S_0^3}{S}. \quad (42.4)$$

از فصل ۳ به خاطر داریم که مقدار فعلی ثابت هابل برابر است با

$$\left. \frac{\dot{S}}{S} \right|_{t_0} = H_0. \quad (43.4)$$

بنابراین با اعمال (۴۳.۴) به عصر حاضر، به دست می‌آوریم

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{\Lambda \pi G} \equiv \rho_c. \quad (44.4)$$

به دلایلی که بعداً روشن می‌شود،  $\rho_c$  را اغلب چگالی بستار می‌نامند. با گسترهٔ مقادیر  $H_0$  که در فصل ۳ ذکر شد، داریم

$$\rho_c = 2 \times 10^{-29} h_0^2 \text{ g cm}^{-3}. \quad (45.4)$$

این مقادیر به طور قابل ملاحظه‌ای بیش از چگالی ماده‌ای است که اکنون مشاهده می‌کنیم، و این موضوع را به تفصیل در فصل‌های بعد بررسی می‌کنیم.



۲.۴.۴ مقطع‌های بسته ( $k = 1$ )

معادله‌های (۴۰.۴) و (۴۱.۴) اکنون به شکل زیر درمی‌آیند

$$2 \frac{\dot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + c^2}{S^2} = 0, \quad (48.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + c^2}{S^2} - \frac{8\pi G \rho_0 S_0^2}{3S^3} = 0. \quad (49.4)$$

بهرتر است کمیت‌های  $q(t)$  و  $H(t)$  را به صورت زیر وارد کنیم

$$\frac{\dot{S}}{S} = -q(t)[H(t)]^2, \quad H(t) = \frac{\dot{S}}{S} \quad (50.4)$$

که مقادیر فعلی آنها با  $q_0$  و  $H_0$  نشان داده می‌شود. قبلاً با  $H_0$ ، پارامتر هابل، روبه‌رو شدیم. پارامتر دوم  $q_0$  را پارامتر شتاب منفی می‌نامند، و در بیان  $\rho_0$  برحسب چگالی بستر سودمند است. با تعریف‌های بالا، (۴۸.۴) و (۴۹.۴) برای عصر حاضر به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{c^2}{S_0^2} = (2q_0 - 1)H_0^2, \quad (51.4)$$

$$\rho_0 = \frac{3}{8\pi G} \left( H_0^2 + \frac{c^2}{S_0^2} \right) = \frac{3H_0^2}{4\pi G} q_0. \quad (52.4)$$

چگالی  $\rho_0$  را گاهی به شکل زیر بیان می‌کنند:

$$\rho_0 = \rho_c \Omega_0 \quad (53.4)$$

به طوری که از (۵۲.۴)، (۵۳.۴) و (۴۴.۴) پارامتر چگالی را به دست می‌آوریم

$$\Omega_0 = 2q_0. \quad (54.4)$$

چون طرف چپ (۵۱.۴) مثبت است، باید داشته باشیم

$$q_0 > \frac{1}{2}, \quad \Omega_0 > 1. \quad (55.4)$$

پس چگالی مدل بسته ما از چگالی بستر  $\rho_c$  بیشتر است. این موضوع نام «چگالی بستر» را توجیه می‌کند. اگر بخواهیم که این مدل عالمی بسته را بیان کند، چگالی آن باید از چگالی کلی

تجاوز کند. در اینجا باید متذکر شویم که در نتیجه مربوط به مدلهای باز ( $k = -1$ ) نامساویهای (۵۵.۴) معکوس می‌شوند (این موضوع را به‌زودی ثابت می‌کنیم).

با بهره‌گیری از (۵۱.۴) و (۵۲.۴) برای حذف  $S_0$  و  $\rho_0$  از (۴۹.۴)، معادلهٔ دیفرانسیل زیر را به‌دست می‌آوریم

$$\dot{S}^2 = c^2 \left( \frac{\alpha}{S} - 1 \right) \quad (۵۶.۴)$$

که  $\alpha$  از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\alpha = \frac{2q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \frac{c}{H_0} \quad (۵۷.۴)$$

پارامتر  $\alpha$  دارای بُعد طول است. بدین‌ترتیب مدل با پارامترهای  $H_0$  و  $q_0$  (یا با  $\Omega_0$  مشخص می‌شود.

از معادلهٔ (۵۶.۴) می‌توان به‌صورت زیر انتگرال گرفت. به‌دست می‌آوریم

$$ct = \int \frac{\sqrt{S} dS}{\sqrt{\alpha - S}}$$

با قرار دادن

$$S = \alpha \sin^2 \left( \frac{\Theta}{2} \right) = \frac{1}{2} \alpha (1 - \cos \Theta). \quad (۵۸.۴)$$

انتگرال به‌صورت زیر در می‌آید

$$ct = \int \alpha \sin^2 \left( \frac{\Theta}{2} \right) d\Theta = \frac{1}{2} \alpha (\Theta - \sin \Theta). \quad (۵۹.۴)$$

مجدداً، مانند مورد  $k = 0$  در  $t = 0$  مقدار  $\Theta = 0$  مقدار  $S = 0$  را در نظر گرفته‌ایم. بنابراین، از شرط  $S = S_0$  به‌دست می‌آوریم  $t = t_0$  از (۵۱.۴) و (۵۷.۴) می‌بینیم که در  $\Theta = \Theta_0$  داریم  $S = S_0$  که

$$\frac{1}{2} \alpha (1 - \cos \Theta_0) = \frac{c}{H_0} (2q_0 - 1)^{-1/2} = \frac{(2q_0 - 1)}{2q_0} \alpha;$$

یعنی

$$\cos \Theta_0 = \frac{1 - q_0}{q_0}, \quad \sin \Theta_0 = \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0}. \quad (۶۰.۴)$$

بنابراین سن عالم را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$t_0 = \frac{\alpha}{2c} (\Theta_0 - \sin \Theta_0)$$

$$= \frac{q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \left[ \cos^{-1} \left( \frac{1 - q_0}{q_0} \right) - \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0} \right] \frac{1}{H_0}. \quad (61.4)$$

به عنوان مثال، برای  $q_0 = 1$  به دست می‌آوریم

$$t_0 = \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) H_0^{-1}. \quad (62.4)$$

توجه کنید که در  $\Theta = \pi$  مقدار  $S$  بیشینه می‌شود،

$$S = S_{\max} = \alpha = \frac{2q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \frac{c}{H_0}. \quad (63.4)$$

بدین ترتیب برای  $q_0 = 1$ ، عالم تا دو برابر اندازه فعلی‌اش منبسط می‌شود.

بنابراین، در مدل‌های بسته پس از انبساط انقباض صورت می‌گیرد و  $S$  به صفر کاهش می‌یابد.

مقدار  $S = 0$  در  $\Theta = 2\pi$  حاصل می‌شود؛ یعنی، وقتی که

$$t = t_L = \frac{\pi\alpha}{c} = \frac{2\pi q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \frac{1}{H_0}. \quad (64.4)$$

کمیت  $t_L$  را می‌توان طول عمر عالم نامید. برای  $q_0 = 1$ ،  $t_L = 2\pi H_0^{-1} = 2\pi\tau_0$ ، که  $\tau_0$  از رابطه (۶۹.۳) به دست می‌آید.

شکل ۴.۴ تابع  $S(t)$  را برای مدل‌های بسته و برای تعدادی پارامتر  $q_0$  نشان می‌دهد. تمام منحنیها طوری تنظیم شده‌اند که در نقطه  $P$  دارای مقدار  $H_0$  برابر باشند. توجه کنید که با افزایش  $q_0$  به بیش از  $\frac{1}{3}$  مقدار  $S = 0$  در گذشته نزدیکتری حاصل می‌شود.

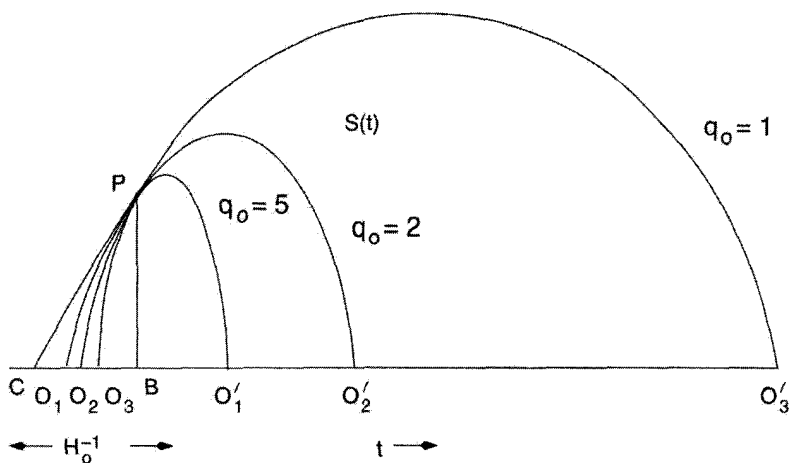
### ۳.۴.۴ مقطعهای باز ( $k = -1$ )

معادله‌های (۴۰.۴) و (۴۱.۴) در این مورد به صورت زیر درمی‌آیند

$$2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 - c^2}{S^2} = 0, \quad (65.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 - c^2}{S^2} - \frac{8\pi G\rho_0 S_0^2}{3S^3} = 0. \quad (66.4)$$





شکل ۴.۴ منحنیهای  $S(t)$  برای  $q_0 = 1, 2, 5$ . همه منحنیها طوری مقیاس بندی شده اند که در  $P$ ، نقطه حاضر، به هم برخورد کنند و دارای مماس مشترک  $PC$  باشند. فاصله  $BC = H_0^{-1}$ . توجه کنید که با افزایش  $q_0$  منحنیهای  $S(t)$  مقطع گذشته خط  $t$  را در نقطه های  $O_1, O_2, O_3 \dots$  قطع می کنند که به نقطه  $B$  نزدیکتر است، یعنی با افزایش  $q_0$  سن عالم کاهش می یابد. نقطه های  $O'_1, O'_2, O'_3 \dots$  در مقطع آینده خط  $t$  تکینگیهایی را نشان می دهد که در آنها موجودیت این مدلها به پایان می رسد.

دوباره از تعریفهای (۵۰.۴) استفاده می کنیم و با اعمال آنها به عصر حاضر به دست می آوریم

$$\frac{c^2}{S_0^2} = (1 - 2q_0)H_0^2, \quad (67.4)$$

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G}q_0. \quad (68.4)$$

بنابراین به جای (۵۵.۴) اکنون داریم

$$0 \leq q_0 \leq \frac{1}{2}, \quad 0 \leq \Omega_0 < 1. \quad (69.4)$$

و به جای (۵۶.۴) به دست می آوریم

$$\dot{S}^2 = c^2 \left( \frac{\beta}{S} + 1 \right), \quad (70.4)$$

با

$$\beta = \frac{2q_0}{(1 - 2q_0)^{3/2}} \frac{c}{H_0}. \quad (71.4)$$

مانند مورد  $k = +1$ ، جواب (۷۰.۴) را می‌توان با زاویهٔ  $\Psi$  پارامتری‌سازی کرد با

$$S = \frac{1}{\beta}(\cosh\Psi - 1), \quad ct = \frac{1}{\beta}(\sinh\Psi - \Psi). \quad (۷۲.۴)$$

مقدار فعلی  $\Psi$  از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\cosh\Psi_0 = \frac{1 - q_0}{q_0}, \quad \sinh\Psi_0 = \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} \quad (۷۳.۴)$$

باید مانند دو مورد قبلی در  $t = 0$  بگذاریم  $S = 0$ . سن عالم از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$t_0 = \frac{\beta}{rc}(\sinh\Psi_0 - \Psi_0) \\ = \frac{q_0}{(1 - 2q_0)^{3/2}} \left[ \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} - \ln \left( \frac{1 - q_0 + \sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} \right) \right] \frac{1}{H_0} \quad (۷۴.۴)$$

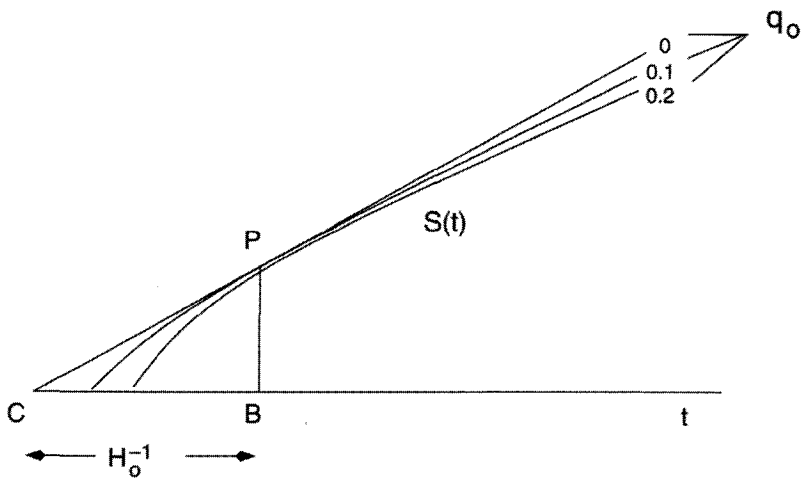
این مدلها مانند مدل اینشتین-دوسیته تا ابد منبسط خواهند شد. رفتار  $S(t)$  در این مدلها در شکل ۵.۴ نشان داده شده است.

شایان ذکر است که مدل با  $q_0 = 0$ ،  $S(t) = ct$  نشانگر فضا-زمان تخت است. در واقع، با تبدیل مختصات زیر می‌توان جزء خط را طوری تغییر داد تا به شکل آشکارا مینکوفسکی درآید

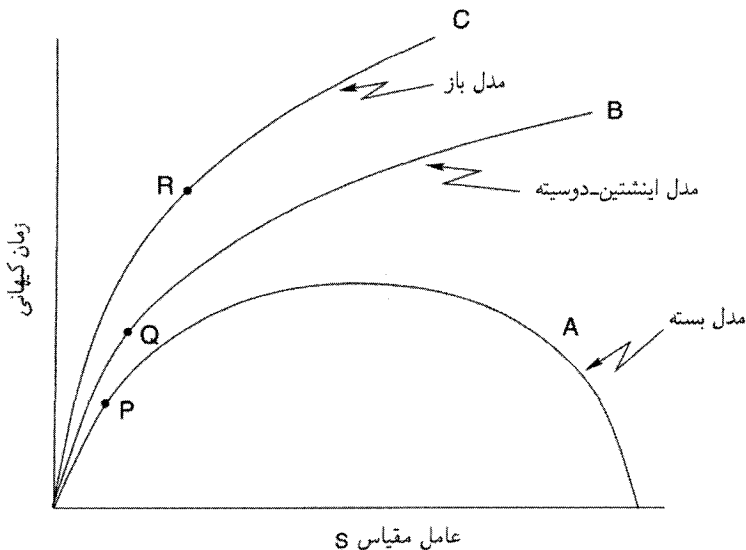
$$R = ctr, \quad T = t\sqrt{1 + r^2}, \\ ds^2 = c^2 dT^2 - dR^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (۷۵.۴)$$

این مدل در سینماتیک نسبیتی میلنه<sup>۱</sup>، که نظریه‌ای کیهان‌شناختی با شالوده‌هایی متفاوت از نسبیت عام بود، به صورت طبیعی به دست می‌آمد. بدین دلیل مدل بالا را گاهی مدل میلنه می‌نامند.

برای مقایسه سه نوع مدل فریدمان ( $k = 0, \pm 1$ ) در شکل ۶.۴ با هم روی یک نمودار نشان داده شده‌اند. یک مدل «تخت» یکتا (که مدل  $k = 0$  را اغلب چنین می‌نامند؛ اما این گاهی می‌تواند گمراه‌کننده باشد چون «تختی» مربوط به بخش فضایی  $t = \text{const.}$  است، نه فضا-زمان به‌طور کلی)، و گسترهٔ پیوسته‌ای از مدل‌های  $k = \pm 1$ ، که دو مورد نمونه از آنها نشان داده شده است. نقطهٔ روی منحنی یک عصر نوعی  $H(t) = \text{const.}$  را نشان می‌دهد. بنابراین، برای ثابت هابل یکسان، مدل‌های باز سن بیشتری را می‌دهند. بعداً در این فصل به این ویژگی خواهیم پرداخت.



شکل ۵.۴ منحنیهای  $S(t)$  برای  $q_0 = 0, 0.1, 0.2$ ، مانند شکل ۲.۴، همه منحنیها در  $P$  دارای مقدار یکسان  $H_0$  هستند. مشاهده می شود که با کاهش  $q_0$  سن عالم افزایش می یابد و برای  $q_0 = 0$  برابر مقدار بیشینه  $(H_0^{-1})$  می شود.



شکل ۶.۴ سه نوع مدل فریدمان با هم روی یک نمودار  $S(t)$  برحسب  $t$  نشان داده شده اند. نقطه های  $P, Q$  و  $R$  عصر حاضر را روی منحنیهای مختلف نشان می دهند. با گذر از مدل های باز به بسته، این عصر به عصر تکین اولیه نزدیکتر می شود.

## ۴.۴.۴ تکینگی فضا زمان

شکل ۶.۴ نشان می‌دهد چگونه همه مدل‌های فریدمان این ویژگی مشترک را دارند که دارای  $S = 0$  در یک عصر شوند (که آن را با  $t = 0$  مشخص کردیم). با نزدیک شدن به  $S = 0$  ثابت هابل به سرعت افزایش می‌یابد، و در  $S = 0$  بینهایت می‌شود، به استثنای مورد خاص مدل میلنه  $k = -1$ ،  $q_0 = 0$ . پس این عصر نشانگر فعالیت شدید است و مهبانگ نامیده می‌شود. این خرد هویل بود که در اواخر دهه ۱۹۴۰ این نام‌گذاری را، تا اندازه‌ای به صورت تمسخرآمیز انجام داد، چون او منتقد مفهوم مهبانگ بود (و هنوز هم هست). ما درباره دلایل این موضوع به تفصیل در فصل‌های بعد بحث خواهیم کرد. اکنون صرفاً می‌گوییم که این نام جاافتاده و اکثریت بزرگی از کسانی که در زمینه کیهان‌شناسی کار می‌کنند آن را پذیرفتند. اما، یک دلیل انتقاد هویل را اکنون شرح می‌دهیم.

به لحاظ ریاضی،  $S = 0$  بیانگر یک تکینگی در فضا زمان است. اگر مؤلفه‌های  $R_{iklm}$  را محاسبه و با آنها ناوردهای زیر را بسازیم

$$R, \quad R_{ik}R^{ik}, \quad R_{iklm}R^{iklm}, \dots,$$

این ناوردها وقتی  $S$  به صفر میل کند واگرا می‌شوند. بنابراین، صحبت کردن درباره هندسه فضا زمان در  $S = 0$  بی‌معنی است.

$S = 0$  نشانگر سدی نفوذناپذیر در مقابل فیزیکدانها نیز هست. اگر از اصل محکم هم‌ارزی (نگاه کنید به فصل ۲) برای مطالعه طرز کار فرایندهای فیزیکی در میدانهای گرانشی قوی استفاده کنیم، شیوه کار ما دیگر در  $S = 0$  معتبر نیست. بنابراین، تکینگی مهبانگ مهمتر (و شاید پردردستر) از بینهایت‌هایی است که در بقیه موارد فیزیک (مانند تصحیح‌های تابشی الکترودینامیک کوانتومی) به وقوع می‌پیوندد.

وجود تکینگی به دلیل فنی زیر در سرفرین است. مدل‌های فریدمان از معادله‌های میدان اینشتین به دست می‌آیند، که به نوبه خود از یک اصل کُنش حاصل می‌شوند. با این همه، معادله‌های میدان و همین‌طور اصل کُنش نمی‌تواند در فضا زمانی به کار رود که حاوی یک تکینگی است، زیرا شرایط لازم برای پیوستگی، یعنی مشتق‌پذیری و غیره، نقض می‌شوند. بنابراین مسئله‌ای منطقی از این نظر وجود دارد که جوابهای حاصل به وضعیتی می‌انجامند که باعث می‌شود ساختار بنیادی این معادله‌ها نقض شود.

با این همه، کوشش در جهت از بین بردن تکینگی با اصلاح تانسور انرژی احتمالاً موفق نخواهند

بود اگر این اصلاحات به صورت متداول باشند. این موضوع را راجر پن رزا، استیون هاوکینگ<sup>۲</sup>، رابرت گروش<sup>۳</sup> و دیگران در اواخر سالهای ۱۹۶۰ نشان دادند. فعلاً وجود این تکینگی را به صورت یک واقعیت در رژیم نسبیّت عام می‌پذیریم و با آن کنار می‌آییم.

## ۵.۴ فاصلهٔ درخشندگی

چون اغلب از مدل‌های فریدمان برای تفسیر رصدهای کیهان‌شناختی استفاده می‌کنیم، باید کمیتهای مشاهده‌پذیر این مدل را با شروع از فاصلهٔ درخشندگی که در فصل ۳ تعریف شد به دست آوریم. هدف ما بیان پاسخ نهایی برحسب دو پارامتر مشخصهٔ مدل فریدمان یعنی  $H_0$  و  $q_0$  است.

### ۱.۵.۴ مدل اینشتین-دوسیتنه

از رابطهٔ (۴۹.۳) برای ایجاد ارتباط میان  $r_1$ ، مختصهٔ شعاعی کهکشانی  $G_1$  با زمان  $t_1$  و انتقال به سرخ  $z$  آن استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} r_1 &= \int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \frac{c}{S_0} \int_{t_1}^{t_0} t_0^{2/3} t^{-2/3} dt \\ &= \frac{c}{S_0} t_0^{2/3} \times 3(t_0^{1/3} - t_1^{1/3}) \\ &= \frac{3c}{S_0} t_0 \left[ 1 - \left( \frac{t_1}{t_0} \right)^{1/3} \right]. \end{aligned}$$

اکنون با توجه به (۵۱.۳) داریم

$$1 + z = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} = \left( \frac{t_0}{t_1} \right)^{2/3},$$

به طوری که به کمک (۴۷.۴) داریم

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{3ct_0}{S_0} [1 - (1+z)^{-1/2}] \\ &= \frac{3c}{S_0 H_0} [1 - (1+z)^{-1/2}]. \end{aligned} \quad (76.4)$$

بنابراین فاصله درخشنده‌گی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} D_1 &= r_1 S_0 (1+z) \\ &= \frac{2c}{H_0} [(1+z) - (1+z)^{1/2}]. \end{aligned} \quad (77.4)$$

### ۲.۵.۴ مدل بسته

محاسبه پیچیده‌تر است. معادله (۴۹.۳) به صورت زیر در می‌آید

$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}} = \int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)}.$$

از طرف چپ رابطه بالا می‌توان به راحتی انتگرال گرفت. برای انتگرال‌گیری از طرف راست از (۵۶.۴) استفاده می‌کنیم تا به دست آوریم

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{S(t)} = \int_{S_1}^{S_0} \frac{dS}{\sqrt{S(\alpha-S)}}.$$

اکنون با استفاده از شکل پارامتری (۵۸.۴):  $S = \alpha \sin^2(\Theta/2)$  به دست می‌آوریم

$$\int_{S_1}^{S_0} \frac{dS}{\sqrt{S(\alpha-S)}} = \int_{\Theta_1}^{\Theta_0} d\Theta = \Theta_0 - \Theta_1.$$

با توجه به اینکه انتگرال طرف چپ (۴۹.۳) می‌دهد  $r_1 \sin^{-1}$  داریم

$$r_1 = \sin(\Theta_0 - \Theta_1). \quad (78.4)$$

اکنون باید این پاسخ را به  $z$  ربط دهیم. داریم

$$1+z = \frac{S(t_0)}{S(t_1)} = \frac{\sin^2(\Theta_0/2)}{\sin^2(\Theta_1/2)},$$

که می‌دهد

$$\sin \Theta_1 = \frac{2}{1+z} \sin \left( \frac{\Theta_0}{2} \right) \left[ z + \cos^2 \left( \frac{\Theta_0}{2} \right) \right]^{1/2},$$

$$\cos \Theta_1 = \frac{z + \cos \Theta_0}{1+z} \quad (79.4)$$

همین طور، از (۶۰.۴) داریم

$$\sin\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{2q_0 - 1}{2q_0}}, \quad \cos\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2q_0}}.$$

با گرد هم آوردن رابطه‌های حاصل و ساده‌سازی جبری به دست می‌آوریم

$$r_1 = \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0^2(1+z)} [q_0 z + (1 - q_0)(1 - \sqrt{1 + 2zq_0})]. \quad (۸۰.۴)$$

بنابراین، فاصله درخشندگی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} D_1 &= r_1 S_0 (1+z) \\ &= \frac{c}{H_0} \frac{1}{q_0^2} [q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2zq_0} - 1)]. \end{aligned} \quad (۸۱.۴)$$

این فرمول را نخستین بار متیگ<sup>۱</sup> در سال ۱۹۵۸ به دست آورد.

### ۳.۵.۴ مدل باز

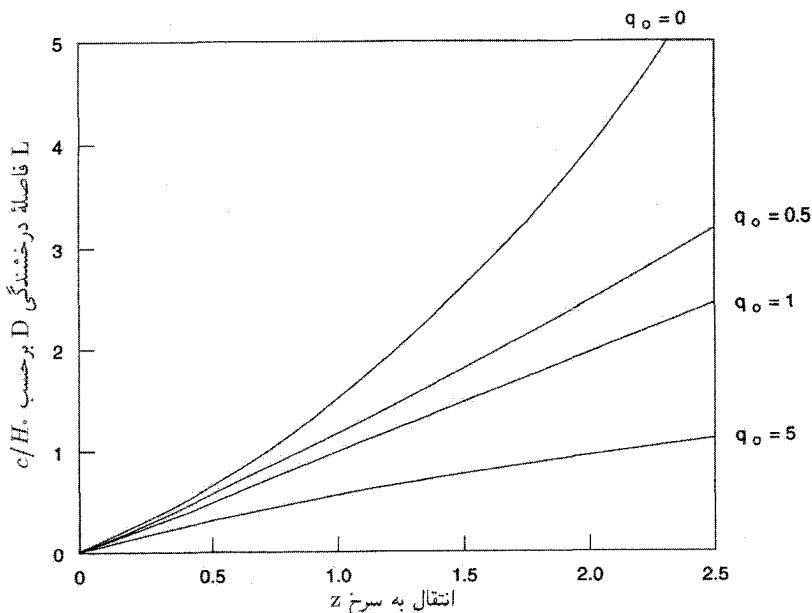
محاسبه در این مورد مانند مدل بسته است، با این تفاوت که تابعهای هذلولوی جانشین توابع مثلثاتی می‌شوند. ما به گامهای میانی نمی‌پردازیم، بلکه فقط نتیجه‌های نهایی را ذکر می‌کنیم

$$r_1 = \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0^2(1+z)} [q_0 z + (1 - q_0)(1 - \sqrt{(1 + 2zq_0)})]. \quad (۸۲.۴)$$

$$D_1 = \frac{c}{H_0} \frac{1}{q_0^2} [q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2zq_0} - 1)]. \quad (۸۳.۴)$$

جالب توجه است که عبارت نهایی  $D_1$  یکسانی را برای  $k = \pm 1$ ،  $|q_0 - \frac{1}{2}| > 0$  به دست می‌آوریم. اگر بگذاریم  $q_0 \rightarrow \frac{1}{2}$ ، به راحتی می‌بینیم که مدل اینشتین-دوسیته نیز دارای  $D_1$  به دست آمده از همان فرمول است.

شکل ۷.۴ نمودار  $D_1(q_0, z)$  را برحسب  $z$  برای مقادیر پارامتری مختلف  $q_0$  نشان می‌دهد. توجه کنید که همه منحنیها با قانون خطی هابل (۶۶.۳) برای  $z$  کوچک آغاز و سپس شاخه



شکل ۷.۴ فاصله درخشندگی  $D_1$  (با یکاهای  $c/H_0$ ) برحسب انتقال به سرخ  $z$  برای  $q_0 = 0, \frac{1}{4}, 1, 5$  نشان داده شده است. این رابطه برای  $q_0 = 1$ ، طبق پیش‌بینی قانون هابل، خطی است. برای  $q_0 < 1$ ،  $D_1$  با  $z$  سریعتر از پیش‌بینی قانون هابل افزایش می‌یابد، در حالی که برای  $q_0 > 1$ ، افزایش  $D_1$  برحسب  $z$  کندتر است. برای  $z$  کوچک همه منحنیها یکی می‌شوند.

شاخه می‌شوند. متوجه می‌شویم که به‌عنوان یک قانون کلی برای انتقال به سرخ یکسان، فاصله درخشندگی برای مقادیر کمتر  $q_0$  بزرگتر است. بنابراین، برای  $q_0 = 1$  داریم

$$D_1 = \frac{c}{H_0} z, \quad (۸۴.۴)$$

در حالی که برای  $q_0 = 0$  به‌دست می‌آوریم

$$D_1 = \frac{c}{H_0} z \left( 1 + \frac{z}{2} \right). \quad (۸۵.۴)$$

$S_0$  در  $z = 1$  با توجه به رابطه (۸۵.۴) ۵۰ درصد بیش از (۸۴.۴) است. در فصل ۱۱ درباره امکان تعیین  $q_0$  از رصدهای نوع هابل کهکشانهای دور دست بحث خواهیم کرد. این بحث را با



بیان دوباره فرمول (۸۱.۴) برحسب  $H_0$  و  $\Omega_0$  به پایان می‌رسانیم:

$$D_1 = \frac{2c}{H_0 \Omega_0^2} \{ [\Omega_0 z + (\Omega_0 - 2)] [(1 + z\Omega_0)^{1/2} - 1] \}. \quad (۸۶.۴)$$

## ۶.۴ افقها و شعاع هابل

در بحثهای کیهان‌شناسی اغلب دو نوع افق نمایان می‌شود. از این دو یکی افق ذره است که به حدود ارتباط با گذشته مربوط می‌شود، در حالی که افق رویداد به حدود ارتباط با آینده در ارتباط است. ما به ترتیب این دو مفهوم را بررسی می‌کنیم.

### ۱.۶.۴ افق ذره

بجاست این پرسش را مطرح کنیم که حد ویژه فاصله‌ای که در آن می‌توانیم چشمه‌های نور را ببینیم چیست؟ پاسخ این پرسش به صورت زیر است. با بازگشت به معادله (۴۹.۳) فصل ۳، می‌توانیم وضعیتی را داشته باشیم که در آن انتگرال طرف چپ در عصر معین  $t_0$  بیشینه است. در نتیجه بیشینه‌ای برای مقدار  $r_P$  مختصه شعاعی  $r_1$  به دست می‌آید. برای  $r_1 > r_P$  ارتباطی با ما به صورت بالا صورت نمی‌گیرد.

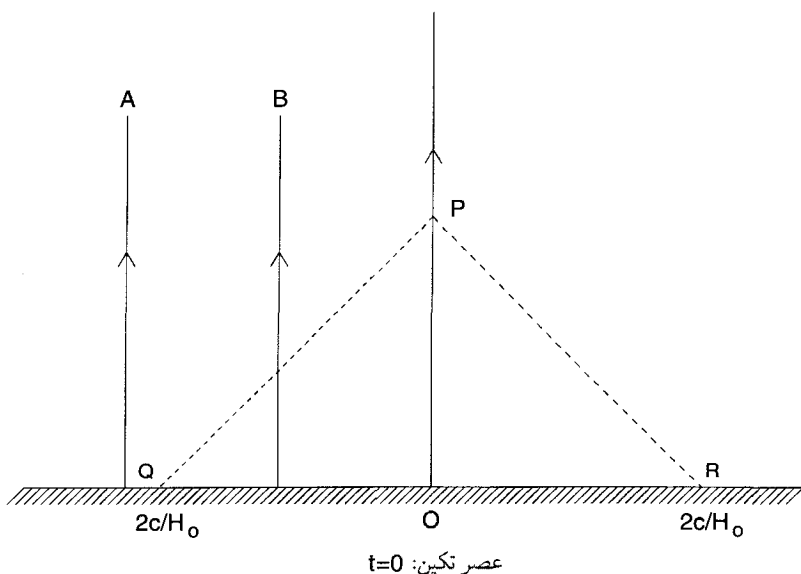
محاسبه این مقدار حدی  $r_1$ ، در مورد مدل‌های فریدمان با قرار دادن حد پایین انتگرال برابر با صفر و نامیدن آن به عنوان  $r_P$  انجام می‌شود. ویژه فاصله حدی نظیر آن عبارت است از

$$R_P = S_0 \int_0^{r_P} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}.$$

سپس به راحتی می‌توان ثابت کرد که برای مدل‌های فریدمان

$$R_P = \frac{c}{H_0} \times \begin{cases} 2(k = 0, q_0 = \frac{1}{2}) \\ \frac{2}{\sqrt{2q_0 - 1}} \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{2q_0 - 1}{2q_0}} \right) (k = 1, q_0 > \frac{1}{2}) \\ \frac{2}{\sqrt{1 - 2q_0}} \sinh^{-1} \left( \sqrt{\frac{1 - 2q_0}{2q_0}} \right) (k = -1, q_0 < \frac{1}{2}) \end{cases} \quad (۸۷.۴)$$

وجود مقدار محدود  $R_P$  به معنی آن است که عالم دارای یک افق ذره است. ذرات با  $r_1 > R_P(t_0)$  را، هر قدر هم که روشهای رصدی ما پیشرفته باشد، نمی‌توانیم مشاهده کنیم.



شکل ۸.۴ مخروط نور گذشته که از P در عصر حاضر  $r = 0$  در عالم اینشتین-دوسیته با عصر  $t = 0$  در مقطع QR برخورد می‌کند. جهانخطهای ناظر بنیادی چون B در این مقطع با مخروط برخورد می‌کنند. بنابراین سیگنال نور از B به P می‌رسد. از طرف دیگر، خط A خارج از افق ذره P قرار می‌گیرد که با QR نشان داده شده است.

### مثال

مدل اینشتین-دوسیته را در نظر بگیرید. از (۸۷.۴) در این مورد به دست می‌آوریم  $R_P = 2c/H_0$ . این به معنی آن است که اکنون فقط می‌توانیم کهکشانهایی را ببینیم که ویژه فاصله‌شان از ما کمتر از  $2c/H_0$  است. نگاه کنید به شکل ۸.۴.

### ۲.۶.۴ افق رویداد

افق ذره حد ارتباطات با گذشته را مشخص می‌کند. افق رویداد، برخلاف آن حد ارتباطات با آینده را تعیین می‌کند. بگذارید پرسش زیر را مطرح کنیم. ناظری در  $r = r_1$  در  $t = t_0$  یک سیگنال نوری را برای ناظری در  $r = 0$  می‌فرستد. آیا این سیگنال هرگز به مقصد خواهد رسید؟ فرض کنید که برسد و  $t_1$  زمان رسیدن آن باشد. در این صورت از (۴۹.۳) به دست می‌آوریم

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}$$

این رابطه  $t_1$  مربوط به هر  $r_1$  را در صورتی به دست می دهد که انتگرال طرف چپ به اندازه کافی بزرگ باشد تا با انتگرال سمت راست جور شود. حال ممکن است با  $t_1 \rightarrow \infty$  انتگرال طرف چپ به مقدار محدودی همگرا شود که متناظر با مقدار انتگرال سمت راست برای مثلاً  $r_1 = r_E$  است. در این مورد، امکان برقراری رابطه بالا برای  $r_1 > r_E$  وجود ندارد. به عبارت دیگر، سیگنالی که ناظر واقع در  $r_1 > r_E$  می فرستد هرگز به ناظر واقع در  $r_0$  نخواهد رسید. بنابراین، هیچ ناظر فراتر از ویژه فاصله

$$R_E = S_0 \int_{t_0}^{\infty} \frac{cdt}{S(t)} \quad (۸۸.۴)$$

در  $t = t_0$  نمی تواند با ناظر دیگر ارتباط برقرار کند.

این حد را افق رویداد می نامند. این حد برای مدل های فریدمان وجود ندارد، اما برای مدل دوسیته، چنانکه در محاسبه زیر خواهیم دید، دارای مقدار  $c/H_0$  است.

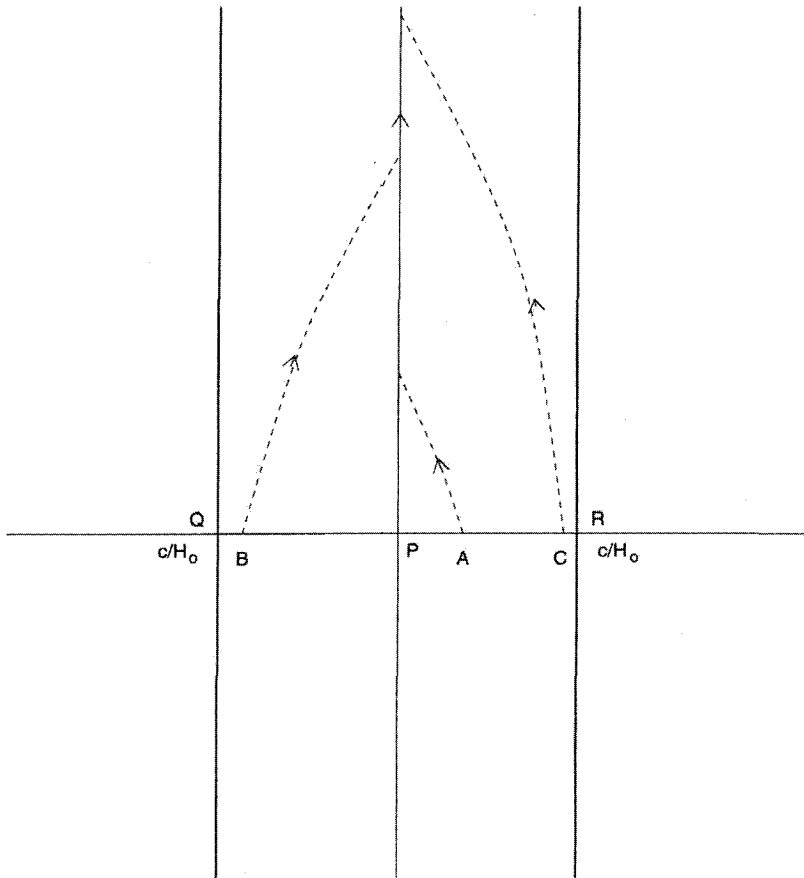
### مثال

عالم اینشتین-دوسیته را که در فصل ۳ شرح دادیم، در نظر بگیرید. در اینجا داریم  $k = 0$  و  $S = e^{Ht}$ ، بنابراین به دست می آوریم

$$R_E = e^{Ht_0} \int_{t_0}^{\infty} ce^{-Ht} dt = \frac{c}{H_0}$$

یعنی، اگر یک چشمه نور پرتویی را به فراتر از این گستره زمانی  $t_0$  به ناظری در  $r = 0$  بفرستد، این پرتو هرگز به ناظر نخواهد رسید (نگاه کنید به شکل ۹.۴).

توجه کنید که هر دوی افق رویداد و افق ذره شعاع های قابل مقایسه با  $c/H_0$  دارند، که به این نتیجه گیری غلط می انجامد که طول  $R_H = c/H_0$  در هر کیهان شناسی اندازه افق است. وجود یک افق (ذره یا رویداد) در یک مدل کیهان شناسی به عامل مقیاس و رفتار انتگرال مربوط (که در بالا بحث شد) بستگی دارد. بنابراین، در بعضی مدل های کیهان شناسی افق ذره وجود ندارد و برای این مدلها طول بالا هیچ اهمیتی در محدودیت سیگنال ندارد. در این موارد بهتر است آن را  $R_H$  شعاع هابل، بنامیم. شعاع هابل که به این صورت تعریف می شود فقط مقیاس فاصله مشخصه عالم در  $t = t_0$  را نشان می دهد؛ این شعاع هیچ گونه اهمیت علیتی ندارد مگر اینکه معلوم شود که طول افق است. در بحث درباره کیهان شناسی تورمی در فصل های ۶ و ۷ به این مطالب باز خواهیم گشت.



شکل ۹.۴ افق رویداد در عالم با مقطع QR نشان داده شده است. ذره‌های A، B، C، و غیره در این مقطع می‌توانند با ناظر P در مرکز ارتباط برقرار کنند. هیچ سیگنالی که خارج از این مقطع قرار داشته باشد نمی‌تواند هرگز به P برسد.

#### ۷.۴ رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ

اکنون از نتیجه به دست آمده در بخش ۹.۳ برای مطالعه چگونگی تغییر اندازه‌های زاویه‌ای ظاهری با انتقال به سرخ در مدل‌های فریدمان استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم که چشمه‌های دارای اندازه زاویه‌ای ثابت  $d$  با انتقال به سرخ‌های متفاوت رصد شوند. بنابراین، چشمه واقع در  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  با انتقال به سرخ  $z$  در محل ناظر واقع در  $r = 0$  زاویه زیر را تشکیل می‌دهد

$$\Delta\theta_1 = \frac{d}{r_1 S(t_1)} = \frac{d(1+z)^2}{D_1} \quad (۸۹.۴)$$

چون  $D_1$  را از (۸۳.۴) می‌دانیم،  $\Delta\theta_1$  را برحسب  $z$  و  $q_0$  تعیین می‌کنیم. این واقعیت جالب توجه نمایان می‌شود که  $\Delta\theta_1$  با افزایش  $z$  به‌طور منظم کاهش نمی‌یابد؛ بلکه در مقدار معینی از  $z$  که تابع  $q_0$  است کمینه می‌شود.

این نتیجه را می‌توان برای  $q_0 = \frac{1}{3}$  به راحتی به دست آورد. از (۷۷.۴) به دست می‌آوریم

$$\Delta\theta_1 = \frac{dH_0}{2c} \frac{(1+z)^{3/2}}{(1+z)^{1/2} - 1} \quad (۹۰.۴)$$

با مشتق‌گیری سراسر به این نتیجه می‌رسیم که مقدار کمینه  $\Delta\theta_1$  (مثلاً  $\theta_{\min}$ ) و انتقال به سرخ  $z = z_m$  که در آن این رویداد به وقوع می‌پیوندد عبارت‌اند از

$$\theta_{\min} = 3,375 \frac{dH_0}{c}$$

$$z_m = 1,25. \quad (۹۱.۴)$$

حالت‌های  $\frac{1}{3} \leq q_0$  پیچیده‌ترند. این مورد را برای  $\frac{1}{3} > q_0$  نشان می‌دهیم. به جای استفاده از  $D_1$  رابطه (۸۱.۴)، بهتر است از پارامتر  $\Theta$  در رابطه‌های (۵۸.۴) و (۵۹.۴) و رابطه (۷۸.۴) استفاده کنیم. به دست می‌آوریم

$$\Delta\theta_1 = \frac{d}{r_1 S(t_1)} = \frac{2d}{\alpha} [(1 - \cos \Theta_1) \sin(\Theta_0 - \Theta_1)]^{-1} \quad (۹۲.۴)$$

ثابت  $\alpha$  از معادله (۵۷.۴) معلوم می‌شود. مشتق‌گیری نسبت به  $\Theta_1$  نشان می‌دهد که کمینه وقتی به وجود می‌آید که

$$\sin \Theta_1 \sin(\Theta_0 - \Theta_1) - (1 - \cos \Theta_1) \cos(\Theta_0 - \Theta_1) = 0$$

یعنی،

$$\sin \left( \Theta_0 - \frac{3\Theta_1}{2} \right) = 0,$$

که می‌دهد

$$\Theta_1 = \frac{2\Theta_0}{3}, \quad 1 + z_m = \frac{1 - \cos \Theta_0}{1 - \cos(2\Theta_0/3)} \quad (۹۳.۴)$$

با استفاده از (۵۷.۴) به دست می‌آوریم

$$\Theta_{\min} = \frac{(2q_0 - 1)^{3/2}}{q_0} \frac{1}{[1 - \cos(2\Theta_0/3)] \sin(\Theta_0/3)} \frac{dH_0}{c} \quad (94.4)$$

نتیجه نظیر آن برای  $q_0 < \frac{1}{3}$  عبارت است از

$$\Theta_{\min} = \frac{(1 - 2q_0)^{3/2}}{q_0} \frac{1}{[\cosh(2\Psi_0/3) - 1] \sinh(\Psi_0/3)} \frac{dH_0}{c} \quad (95.4)$$

در انتقال به سرخ  $z_m$  که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$1 + z_m = \frac{\cosh \Psi_0 - 1}{\cosh(2\Psi_0/3) - 1} \quad (96.4)$$

شکل ۱۰.۴ نمودار  $\Delta\theta_1$  برحسب  $z$  برای مدل‌های فریدمان مختلف است. توجه کنید که چگونه همه منحنیها در نزدیکی نتیجه اقلیدسی  $\Delta\theta_1 \propto z^{-1}$  شروع و سپس در مقادیر بزرگ  $z$  با یکدیگر متفاوت می‌شوند. اصولاً، این اثر را می‌توان برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام عالم فریدمان (اگر وجود داشته باشد!) به عالم واقعی نزدیک است به کار برد.

## ۸.۴ شمارش‌های چشمه

اکنون به فرمول کلی (۷۵.۳) باز می‌گردیم و آن را در مورد مدل‌های فریدمان به کار می‌بریم. به کارگیری انتقال به سرخ به عنوان پارامتر فاصله راحت‌تر از  $r$  یا  $t$  است. مانند قبل، از مورد  $h_i = +1$  شروع می‌کنیم. از (۵۸.۴) و عبارتهای پس از آن داریم

$$r = \sin(\Theta_0 - \Theta_1),$$

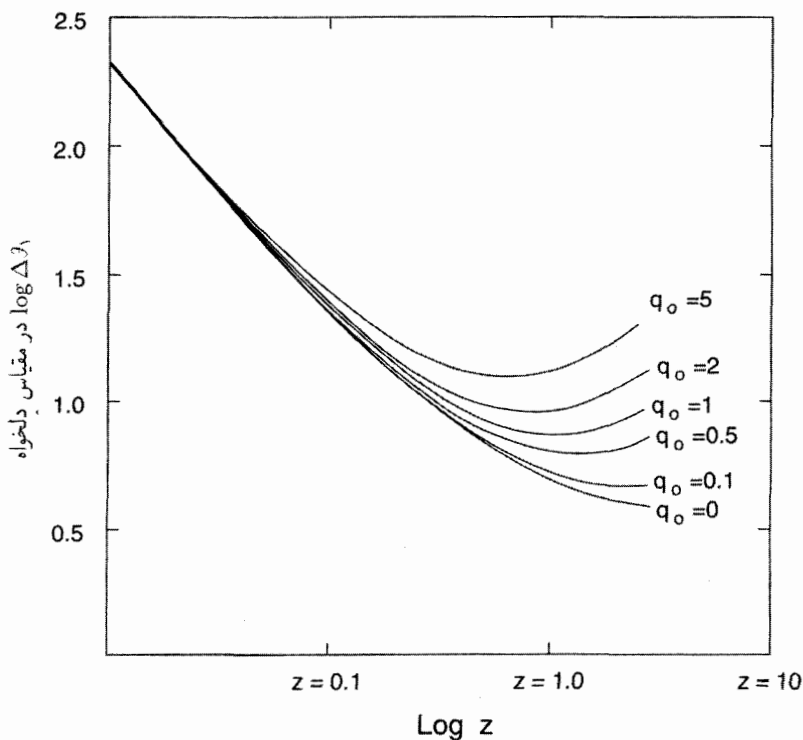
$$\left| \frac{dr}{\sqrt{1-r^2}} \right| = |d\Theta_1|, \quad 1+z = \frac{\sin^2(\Theta_0/2)}{\sin^2(\Theta_1/2)},$$

$$\left| \frac{dz}{1+z} \right| = \cot\left(\frac{\Theta_1}{2}\right) |d\Theta_1| = \sqrt{\frac{1+2q_0 z}{2q_0 - 1}} |d\Theta_1|.$$

بنابراین تعداد چشمه‌های نجومی با انتقال به سرخهای درگستره  $(z, z+dz)$  از رابطه زیر

به دست می‌آید

$$dN = 4\pi \sin^2(\Theta_0 - \Theta_1) n(t) \left| \frac{d\Theta_1}{dz} \right| dz.$$



شکل ۱۰.۴ این نمودار  $\log \Delta\theta_1$  را برحسب  $\log z$  برای مدل‌های فریدمان با  $q_0 = 0, 0.1, 0.5, 1, 2, 5$ . همهٔ منحنیها در  $z$  کوچک در یک خط راست ادغام می‌شوند که تغییرات  $\Delta\theta_1$  برحسب فاصله را در عالم اقلیدسی توصیف می‌کند.

فرض می‌کنیم که  $n(t)$  به صورت تابع  $n(z)$  از  $z$  مشخص شود. با بهره‌گیری از (۱۰.۴) و دستکاری جبری، به دست می‌آوریم

$$dN = 4\pi n(z) \frac{(2q_0 - 1)^{3/2} [q_0 z + (q_0 - 1)\sqrt{1 + 2zq_0} - 1]^2 dz}{q_0^4 \sqrt{1 + 2q_0 z(1+z)^3}} \quad (97.4)$$

فرض کنید که  $n(z)$  به شکل اندکی متفاوت بیان شود. به خاطر داریم که  $n$  تعداد چشمه‌ها به‌ازای واحد مختصهٔ حجم، برحسب مختصات همراه  $(r, \theta, \phi)$  است. رابطهٔ میان  $n$  و تعداد چشمه‌ها به‌ازای واحد ویژه‌حجم چیست؟ اگر این مورد اخیر را با  $\bar{n}$  نشان دهیم، داریم

$$n = \bar{n} S^3 = \frac{\bar{n} S_0^3}{(1+z)^3} \quad (98.4)$$

از (۵۱.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{\bar{n}}{(1+z)^3} = (2q_0 - 1)^{3/2} \left(\frac{H_0}{c}\right)^3 n. \quad (99.4)$$

با قرار دادن در (۹۷.۴) به دست می‌آوریم

$$dN = 4\pi \left(\frac{c}{H_0}\right)^3 \frac{[q_0 z + (q_0 - 1)\sqrt{1 + 2zq_0} - 1]^2 \bar{n} dz}{q_0^2 (1+z)^6 \sqrt{1 + 2q_0 z}}. \quad (100.4)$$

بدین صورت رابطه (۱۰۰.۴) را می‌توان در مورد همه مدل‌های فریدمان به کار برد، اگرچه در به دست آوردن آن فرض کردیم که  $q_0 > \frac{1}{2}$  و  $k = 1$ . موقعیتهایی برای استفاده از این نتیجه در ارتباط با رصدهای شمارش‌های کهکشان و شمارش‌های چشمه داریم.

#### ۹.۴ زمینه تابش از چشمه‌ها

بگذارید با بهره‌گیری از فرمولهای بالا شار تابش را از چشمه‌هایی که در سراسر عالم توزیع شده‌اند محاسبه کنیم. برای تثبیت ایده‌ها فرض کنید  $\bar{n}(z)dz$  چشمه به‌ازای واحد ویژه حجم با انتقال به سرخ در گستره  $(z, z + dz)$  وجود دارد. فرض کنید که نمونه‌ای از چشمه با انتقال به سرخ  $z$  طیف شدت بهنجارشده‌ای به صورت زیر

$$J(\nu; z)$$

و درخشندگی کل  $L(z)$  دارد. بنابراین

$$\int_0^\infty J(\nu; z) d\nu = 1. \quad (101.4)$$

اکنون چشمه‌هایی را در نظر بگیرید که در زاویه فضایی کوچک  $d\Omega$  در جهت  $\theta = \theta_1$  و  $\phi = \phi_1$  از مبدأ قرار دارند. رابطه زیر

$$f(\nu_0) \Delta\nu_0 d\Omega$$

شار کلی تابش دریافتی در  $r = 0$  در گستره بسامد  $(\nu_0, \nu_0 + \Delta\nu_0)$  از تمام چشمه‌های واقع در زاویه فضایی مورد نظر است.



اکنون تعداد چشمه‌ها در گستره انتقال به سرخ نوعی  $(z, z + dz)$  از ضرب کردن  $dN$  در  $d\Omega/(4\pi)$ ، و شار تابش ناشی از چشمه‌ای در این گستره از کاربرد رابطه (۵۶.۳) به دست می‌آید. با کنار هم گذاشتن این نتیجه‌ها، به دست می‌آوریم

$$f(\nu_0) = \frac{c}{H_0} \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\bar{n}(z)L(z)J[\nu_0(1+z); z]dz}{(1+z)^5 \sqrt{1+2q_0 z}}. \quad (102.4)$$

این فرمول در برآورد سهم چشمه‌ها در تابش زمینه کیهانی سودمند است. توجه کنید که شار از یک چشمه نوعی در محاسبه بالا با رابطه زیر به کمیت  $dN/dz$  مربوط می‌شود

$$\frac{dN}{dz} \cdot [\tilde{S}(\nu_0, z)] = \frac{c}{H_0} \frac{L(z)\bar{n}(z)J[\nu_0(1+z); z]}{(1+z)^5 \sqrt{1+2q_0 z}}. \quad (103.4)$$

حال، در یک فضای اقلیدسی با توزیع یکنواخت چشمه‌ها، تعداد چشمه‌ها تا فاصله اقلیدسی  $R$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N = \frac{4\pi}{3} R^3 \bar{n}_0.$$

که  $\bar{n}_0$  چگالی عددی چشمه‌هاست که ثابت فرض می‌شود.

به علاوه، نمونه‌ای از چشمه در فاصله  $R$  با درخشندگی  $L$  در مبدأ شاری تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$S = \frac{L}{4\pi R^2}$$

بنابراین به دست می‌آوریم

$$\frac{dN}{dR} S = \bar{n}_0 L = \text{const}. \quad (104.4)$$

برای به دست آوردن نظیر این نتیجه در عالم فریدمان، باید فرض کنیم که  $\bar{n}(z) = \bar{n}_0(1+z)^3$  که متناظر با تعداد چشمه‌های ثابت در واحد مختصه حجم است. همین طور فرض می‌کنیم که  $L(z) = \text{const}$ . و از (۱۰۳.۴) روی همه  $\nu_0$  انتگرال می‌گیریم. سپس با بهره‌گیری از (۱۰۱.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{dN}{dz} S = \left( \frac{c}{H_0} \right) \frac{L\bar{n}_0}{(1+z)^2 \sqrt{1+2q_0 z}} \quad (105.4)$$

بنابراین، حاصلضرب طرف چپ با افزایش  $\lambda$  در تمام مدل‌های فریدمان به طور مداوم کاهش می‌یابد. عامل‌های انتقال به سرخ در مخرج سبب می‌شوند که حاصلضرب تعداد شمارش دیفرانسیلی برحسب شار برای چشمه‌های دوردست کمتر از چشمه‌های نزدیک شود.

این اثر را در سهم چشمه در زمینه در (۱۰۵.۴) نیز می‌بینیم. سهم پوسته‌های دور دست به واسطه انتقال به سرخ بی‌وقفه کم می‌شود. بدین ترتیب، این راهی برای حل پارادوکس قدیمی معروف به پارادوکس اولبرس<sup>۱</sup> بود. در سال ۱۸۲۶ هاینریش اولبرس، منجم آلمانی، تابش حاصل از توزیع یکنواختی از چشمه‌ها را در یک عالم اقلیدسی با پهنا نامتناهی فضا و زمان محاسبه کرد. اولبرس با بهره‌گیری از (۱۰۴.۴) نتیجه گرفت که شار خالص بینهایت است! پارادوکس اولبرس اغلب به صورت این پرسش مطرح می‌شود که «چرا آسمان در شب تاریک است؟» با استفاده از (۱۰۵.۴) به جای (۱۰۴.۴) مشاهده می‌کنیم که تضعیف در انتقال به سرخ‌های بزرگ باعث می‌شود که  $f(\nu)$  متناهی شود. جنبه‌های مختلف پارادوکس اولبرس در تمرین‌های ۲۵ تا ۲۹ بررسی می‌شود که نشان می‌دهد عالم در حال انبساط تنها راه رسیدن به یک پاسخ متناهی نیست.

## ۱۰.۴ مدل‌های کیهان‌شناختی با جمله $\lambda$

اگرچه موضوع این فصل مدل‌های فریدمان است، اما اکنون رده‌ای دیگر از مدل‌ها را بررسی می‌کنیم که ارتباط نزدیکی با مدل فریدمان دارند. اینها مدل‌هایی هستند که از معادله‌های اینشتین اصلاح شده (۱۰۴.۲) — معادله‌های حاوی ثابت کیهان‌شناختی  $\lambda$ ، به دست می‌آیند. قبلاً دو مورد خاص از این جوابها یعنی مدل ایستای اینشتین و مدل تهی دوسپته را در فصل پیش بررسی کردیم. وقتی رصدهای هابل تصویر عالم در حال انبساط را تثبیت کرد، اینشتین قبول کرد که دلیل خاصی برای جمله  $\lambda$  در این معادله‌ها وجود ندارد. وی حتی تا این حد پیش رفت که بگوید وارد کردن این جمله بزرگترین گاف زندگی او بوده است، مدل اینشتین-دوسپته که در این فصل بررسی شد حاصل همکاری اینشتین با دوسپته پس از کنار گذاشتن جمله  $\lambda$  است.

با وجود این، در سالهای ۱۹۳۰ کیهان‌شناسانی چون ای. اس. ادینگتون و آبه لومتر متوجه شدند که جمله  $\lambda$  جنبه‌های جالب توجهی را وارد کیهان‌شناسی می‌کند و مدل‌های مبتنی بر آن باید به تفصیل بررسی شوند. در کیهان‌شناسی جدید برخورد با جمله  $\lambda$  از خصمانه تا پرشور تغییر

می‌کند. ورودیهای فیزیک ذرات در مراحل اولیهٔ عالم تفسیر جدیدی از جمله  $\lambda$  را فراهم آورده است که در فصل ۶ بررسی می‌شود.

قرار دادن  $\lambda \neq 0$  رابطه‌های (۲۰.۴) و (۲۱.۴) را به صورت زیر درمی‌آورد

$$2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G}{c^2} T_1 \quad (106.4)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G}{3c^2} T_0 \quad (107.4)$$

قانونهای پایستگی که در بخش ۳.۴ مطرح شدند از جمله  $\lambda$  تأثیر نمی‌پذیرند. اگر فقط گردوغبار را در نظر بگیریم، معادله (۱۰۷.۴) معادله دیفرانسیل زیر را به جای (۴۱.۴) به ما می‌دهد:

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G \rho_0}{3} \frac{S_0^3}{S^3} \quad (108.4)$$

همین‌طور، (۱۰۶.۴) به صورت زیر در می‌آید

$$2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \lambda c^2 = 0 \quad (109.4)$$

بگذارید ابتدا مدل ایستای اینشتین را به دست آوریم. با قراردادن  $\dot{S} = 0$ ,  $S = S_0$  در (۱۰۸.۴) و (۱۰۹.۴) به دست می‌آوریم

$$\frac{kc^2}{S_0^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = \frac{\Lambda \pi G \rho_0}{3}; \quad \frac{kc^2}{S_0^2} = \lambda c^2.$$

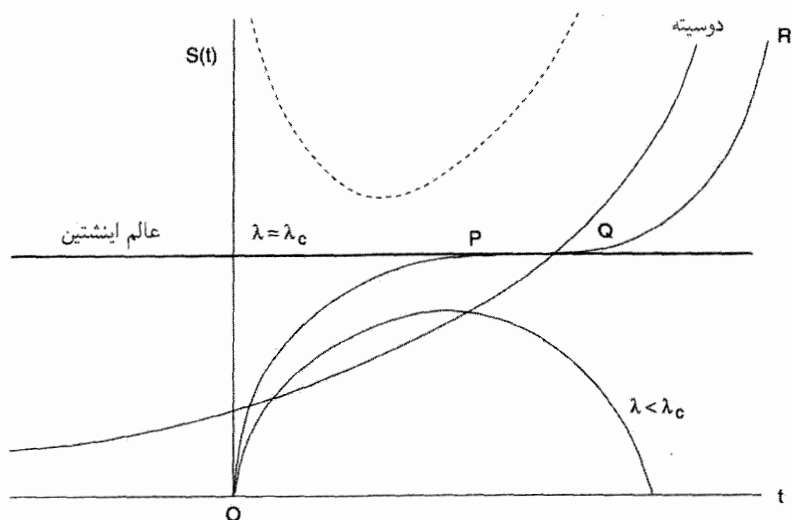
با استفاده از این عبارتها اثبات اینکه  $k = +1$  مشکل نیست، و عبارتهایی را که در بخش ۳.۳ پیدا کردیم باز می‌یابیم:

$$\lambda = \frac{1}{S_0^2} \equiv \lambda_c, \quad (110.4)$$

$$\rho_0 = \frac{\lambda_c c^2}{4\pi G} \quad (111.4)$$

مقدار حدی  $\lambda$  را که برای آن یک جواب ایستا امکان‌پذیر است با  $\lambda = \lambda_c$  نشان می‌دهیم.

ادینگتون متذکر شد که عالم اینشتین ناپایدار است. اختلالی مختصر شرایط تعادل (۱۱۰.۴)



شکل ۱۱.۴ کیهان‌شناسیهای  $\lambda$  برای  $k = 1$ . برای جزئیات به متن کتاب رجوع کنید.

و (۱۱.۴) را برهم می‌زند و باعث رمبش به تکینگی ( $S \rightarrow 0$ ) یا انبساط به بینهایت ( $S \rightarrow \infty$ ) می‌شود. ادینگتون و لومتر در عوض مدلی را پیشنهاد کردند که در آن  $\lambda$  اندکی از  $\lambda_c$  تجاوز می‌کرد. در این صورت عالم از  $S = 0$  (مهبانگ) فوران می‌کند و در حوالی  $S = S_0$  کند می‌شود، و برای مدت زیادی در همین حدود باقی می‌ماند و سپس تا بینهایت منبسط می‌شود. استدلال می‌شد که دوره‌ی شبه ایستای عالم برای تشکیل کهکشانها مناسب است. این مدل در شکل ۱۱.۴ نشان داده شده است که در آن  $S(t)$  برای گستره مقادیر  $\lambda$  به ازای  $k = 1$  رسم شده است. توجه کنید که برای  $\lambda < \lambda_c$  عالم منقبض می‌شود (مانند مورد فریدمان)، در حالی که برای  $\lambda > \lambda_c$  سرانجام تا بینهایت پخش و شبیه عالم دوسیتیه می‌شود.

شکل ۱۱.۴ با منحنی خط‌چین مدل‌های دیگری را نیز نشان می‌دهد که از بینهایت تا مقدار کمینه  $S > 0$  منقبض می‌شوند و سپس دوباره تا  $S \rightarrow \infty$  انبساط می‌یابند. این مدلها را گاهی مدل نوسانی نوع دوم می‌نامند، تا از مدل‌هایی که به  $S = 0$  برمی‌گردند و مدل‌های نوسانی نوع اول خوانده می‌شوند متمایز گردند. به هر حال، این اصطلاحات کاملاً مناسب نیستند، زیرا در این مدلها هیچ تکراری که از واژه «نوسانی» انتظار می‌رود وجود ندارد.

مدل‌های با  $k = 0$  و  $k = -1$  این رفتارهای مختلف برای  $\lambda > 0$  را از خود نشان نمی‌دهند.

از (۱۰۸.۴) رابطه‌ای به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\dot{S}^2 = -kc^2 + \frac{1}{3}\lambda c^2 S^2 + \frac{\Lambda\pi G\rho_0 S^3}{3S}. \quad (112.4)$$

که در آن تمام جمله‌های سمت راست نامنفی هستند. بنابراین،  $\dot{S}$  تغییر علامت نمی‌دهد، و مدلهایی را به دست می‌آوریم که همواره منبسط می‌شوند. اما، برای  $\lambda < 0$ ، می‌توانیم به عالمهایی دست یابیم که مانند مورد  $k = 1$  و  $\lambda < \lambda_c$  منبسط و سپس باز منقبض می‌شوند. این بحث ما درباره رفتار دینامیکی کلی کیهان‌شناسیهای  $\lambda$  را به پایان می‌رساند. این بخش را با نوشتن (۱۰۸.۴) و (۱۰۹.۴) در عصر حاضر برحسب  $H_0$  و  $q_0$  ختم می‌کنیم. بدین ترتیب به جای عبارتهای قبلی داریم

$$H_0^2 + \frac{kc^2}{S_0^2} - \frac{1}{3}\lambda c^2 = H_0^2 \Omega_0,$$

$$(1 - 2q_0)H_0^2 + \frac{kc^2}{S_0^2} - \lambda c^2 = 0.$$

و از آنها به دست می‌آوریم

$$\Omega_0 = 2q_0 + \frac{2}{3}\lambda \frac{c^2}{H_0^2}. \quad (113.4)$$

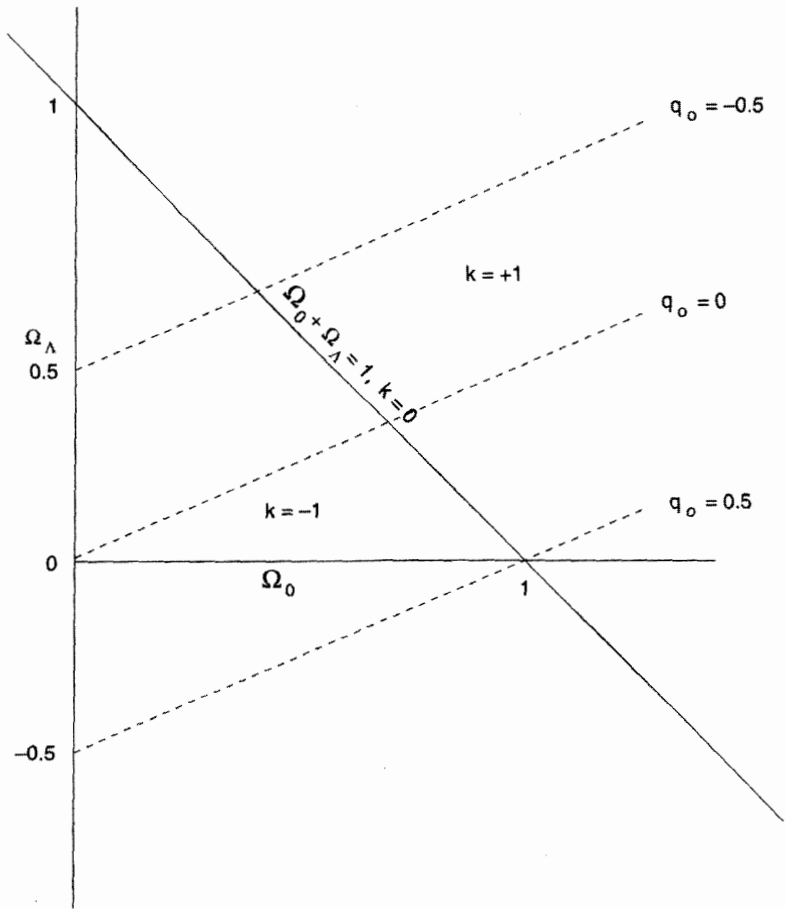
بنابراین، رابطه یکتایی بین  $q_0$  و  $\Omega_0$  وجود ندارد؛ یک پارامتر اضافی وارد رابطه می‌شود. همچنین توجه کنید که نمی‌توان  $q_0$  منفی، یعنی انبساط شتابدار داشت، اگر  $\lambda > 0$  باشد. زیرا جمله  $\lambda$  یک نیروی دافعه کیهانی را وارد می‌کند.

سرانجام، اگر عالم به لحاظ فضایی تخت باشد، یعنی  $k = 0$ ، می‌توان رابطه زیر را برای تأیید این واقعیت نوشت

$$\Omega_0 + \frac{1}{3}\lambda \frac{c^2}{H_0^2} = 1.$$

با نوشتن

$$\frac{1}{3}\lambda \frac{c^2}{H_0^2} = \Omega_\Lambda \quad (114.4)$$

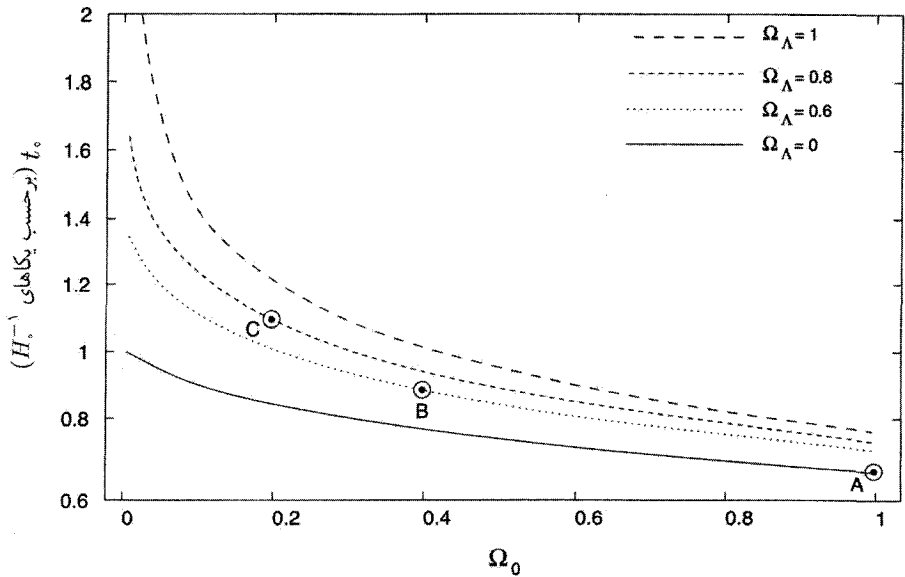


شکل ۱۲.۴ صفحه  $(\Omega_0, \Omega_\Lambda)$  با خط  $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$  که رسم شده است تا  $k = 0$  را نشان دهد. بالای این خط  $k = 1$ ؛ زیر آن  $k = -1$ .

رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1 \quad (115.4)$$

شکل ۱۲.۴ این رابطه‌ها را در صفحه  $(\Omega_0, \Omega_\Lambda)$  نشان می‌دهد. در اینجا با چند کلمه دلیل این را بیان می‌کنیم که چرا این روزها مدل‌های  $\lambda$  را ترجیح می‌دهند. اندازه‌گیرهای ثابت هابل و برآوردهای سن ستارگان در خوشه‌های گویسان نشان می‌دهد که سن



شکل ۱۳.۴ سن عالم در مقیاس یکاهای  $H_0^{-1}$  برحسب  $\Omega_0$  برای مدل‌های دارای مقادیر مختلف  $\Omega_\Lambda$ ، از جمله صفر، رسم شده است. منحیها سن را برای یک  $\Omega_\Lambda$  ثابت نشان می‌دهند. توجه کنید که با ثابت کیهان‌شناختی مثبت سنهای بیشتری به دست می‌آید. (برای تعریف  $\Omega_\Lambda$  به معادله (۱۱۴.۴) رجوع کنید.) همین طور جالب توجه است که نقطه‌های A, B, C, ... به ترتیب با افزایش سهم  $\Omega_\Lambda$  در  $\Omega_\Lambda + \Omega_0 = 1$  نظیر سنهای بیشتری هستند.

مدلهای  $\lambda = 0$  برای سازگاری با سن ستاره‌ای ناکافی است. همان‌طور که شکل ۱۳.۴ نشان می‌دهد، با داشتن ثابت کیهان‌شناختی ثابت، سن عالم را می‌توان افزایش داد. در نتیجه اگر  $\lambda > 0$  باشد قید سن سست می‌شود.

## ۱۱.۴ اظهارنظرهای نهایی

بحث دربارهٔ ویژگیهای دینامیکی و هندسی عالم در حال انبساط اکنون کامل شده است. کار را با کیهان‌شناسی نیوتونی آغاز کردیم و مدل‌های ساده‌ای را به دست آوردیم، که معلوم شد به مدل‌های نسبیت عام شباهت بسیار دارند — نظریه‌ای که این ایدهٔ منحصر به فرد را مطرح کرد که اثرهای گرانشی با هندسهٔ ناقلیدسی فضا-زمان ارتباطی تنگاتنگ دارند در واقع همان‌طور که قبلاً دیدیم، نسبیت دیدگاه بهتری را از کیهان‌شناسی نسبت به نظریهٔ نیوتونی در اختیار می‌گذارد. در هیچ‌جا

بجز کیهان‌شناسی نمی‌توان اثرهای بزرگ مقیاس هندسهٔ ناقلیدسی را مشاهده کرد. انتقال به سرخ، تار شدن نور حاصل از چشمه‌های دوردست، رفتار عجیب اندازه‌های زاویه‌ای، وجود افق‌های ذره، و شگفت‌انگیزتر از همه، تکینگی فضا-زمان: همه نمونه‌هایی از این اثرها هستند.

به هر حال، در تحلیل نهایی، کیهان‌شناسی ترمینی در خیال‌پردازیهای ریاضی نیست، بلکه نظریه‌ای فیزیکی است که باید پیش‌بینی‌های آزمون‌پذیر رصدی داشته باشد. بنابراین، اکنون باید به کیهان‌شناسی فیزیکی و بحث دربارهٔ ویژگیهای فیزیکی عالم در حال انبساط پردازیم. آیا هیچ بازمانده‌ای از دوره‌های بلافاصله پس از مه‌بانگ داریم؟ چگونه کهکشانها، که آنها را واحدهای بنیادی عالم در نظر گرفتیم، در مرحلهٔ اول شکل گرفتند؟ و چگونه خود ماده در حالت اولیهٔ خود به‌وجود آمد؟ در سه فصل بعد به این موضوعها می‌پردازیم.

## تمرینها

- عبارتهای مربوط به تانسور ریچی و تانسور اینشتین را برای جزء خط رابرتسون-واکر اثبات کنید.
- نشان دهید چگونه فرضهای مربوط به اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی تعداد معادله‌های مستقل اینشتین را از  $10^6$  به  $2$  کاهش می‌دهد. به کمک قانون پایستگی چه نتیجه دیگری را می‌توان دربارهٔ این معادله‌ها به‌دست آورد؟
- از (۲۴.۴) رابطه (۲۵.۴) را نتیجه بگیرید.
- با بهره‌گیری از مدل اینشتین-دوسیته، عصری را تخمین بزنید که در آن چگالیهای ماده و تابش در عالم برابر بوده است. برای این محاسبه‌ها  $\rho_0 = 10^{-29} \text{g cm}^{-3}$  و  $\varepsilon_0 = 10^{-13} \text{erg cm}^{-3}$  را در نظر بگیرید و پاسخ خود را به صورت کسری از سن عالم بیان کنید.
- چگالی بستر چه اهمیتی دارد؟ نشان دهید که رابطهٔ یکتایی میان پارامتر شتاب منفی  $q_0$  و پارامتر چگالی  $\Omega_0$  در عالم فریدمان وجود دارد. جملهٔ  $\lambda$  چه تغییری در این رابطه می‌دهد؟
- یک کهکشان با انتقال به سرخ  $z = 0.69$  مشاهده می‌شود. با فرض اینکه در عالم اینشتین-دوسیته با ثابت هابل برابر  $70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  زندگی می‌کنیم چقدر طول می‌کشد تا نور از این کهکشان به ما برسد؟
- با بهره‌گیری از اصول اولیه سن عالم فریدمان با  $q_0 = 2$  را محاسبه کنید.
- در عالم فریدمان با  $q_0 = 1$ ، کهکشانی با  $z = 1$  مشاهده می‌شود، در زمانی که این کهکشان نوری را گسیلیده که ما امروز آن را دریافت می‌کنیم سن عالم چقدر بوده است؟ ( $H_0 = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ )



۹. پرتویی از نور در دوره فعلی در عالم بسته فریدمان گسیل شده است. درباره امکان اینکه نور دور عالم بگردد و به نقطه اولیه بازگردد بحث کنید.

۱۰. فرمولی برای  $r_1$  و  $D_1$  برای مدل فریدمان باز با  $q_0$  و  $H_0$  معین به دست آورید.

۱۱. نشان دهید که عبارتهای مربوط به  $D_1$  برای حالت‌های  $q_0 = \frac{1}{3}$  و  $q_0 = 0$  را می‌توان با فرایندهای حدی مناسب از (۸۱.۴) به دست آورد.

۱۲. نشان دهید که مقدار منحصر به فردی از  $q_0$  وجود دارد که برای آن قانون خطی هابل دقیقاً برقرار است.

۱۳. فرمول (۸۱.۴) را وارون کنید تا  $z$  برحسب  $x \equiv D_1 H_0 / c$  به دست آید. نشان دهید که

$$z = q_0 x - (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2x} - 1).$$

با استفاده از این رابطه نشان دهید که چگونه رابطه سرعت-فاصله هابل در مدل‌های کیهان‌شناختی با  $q_0$  مختلف شروع به جدا شدن از یکدیگر می‌کنند.

۱۴. با محاسبه  $R_{iklm}$  نشان دهید که مدل فریدمان با  $q_0 = 0$  بیانگر یک فضا-زمان تخت است.

۱۵. با فرض اینکه مدل فریدمان با  $q_0 = 0$  فضا-زمانی تخت را توصیف کند، مختصات را بیابید که جزء خط آن به وضوح مربوط به فضا-زمان مینکوفسکی باشد.

۱۶. منظور از افق ذره چیست؟ وابستگی اندازه افق ذره به دوره مشاهده در مدل فریدمان معین چگونه است؟

۱۷. نشان دهید که چرا مدل‌های فریدمان افق رویداد ندارند.

۱۸. در مدل اینشتین-دوسیته  $n$  چشمه در واحد حجم مختصات همراه وجود دارد. تعداد چشمه‌هایی را که اصولاً در عصر حاضر برای ما قابل مشاهده‌اند برای  $n$  ثابت حساب کنید.

۱۹. در یک مدل فریدمان اندازه زاویه‌ای کمینه در  $z = 1$  به وقوع می‌پیوندد. از روی آن مقدار  $q_0$  را به دست آورید.

۲۰. درخشندگی سطحی یک جسم نجومی بنا به تعریف شار دریافتی از جسم تقسیم بر مساحت مقابل زاویه‌ای است که جسم در نقطه رصد به وجود می‌آورد. تغییر درخشندگی سطحی برحسب انتقال به سرخ چگونه است؟

۲۱. با استفاده از اصول اولیه نشان دهید که اندازه‌های زاویه‌ای اجسام نجومی با اندازه زاویه‌ای ثابت در مدل اینشتین-دوسیته دارای کمینه‌ای در  $z = 1/25$  است.

۲۲. رابطه (۹۳.۴) را با مشتق‌گیری مستقیم از  $D_1(z)$  نسبت به  $z$  به دست آورید.

۲۳. رابطه (۹۶.۴) را از اصول اولیه به دست آورید و با استفاده از آن نشان دهید که با  $q_0 \rightarrow 0$

داریم  $z_m \rightarrow \infty$ .

۲۴. اگر در عالم فریدمان تعداد ثابتی چشمه در واحد حجم مختصات همراه داشته باشیم، و هر چشمه تابش خطی با شدت کل ثابت  $L_0$  در بسامد  $\bar{\nu}$  گسیل کند، نشان دهید که تابش زمینه حاصل از این چشمه‌ها در عصر فعلی دارای طیف بسامد  $S(\nu)d\nu$  است، که در آن برای  $\nu > \bar{\nu}$  داریم  $S(\nu) = 0$  و برای  $\nu < \bar{\nu}$

$$S(\nu) = \frac{c}{H_0} n_0 L_0 \frac{\nu^{3/2}}{\bar{\nu}^2 \sqrt{2q_0 \bar{\nu} - (2q_0 - 1)\nu}}$$

که  $n_0$  ویژه چگالی عددی چشمه‌ها در عصر حاضر است.

۲۵. دربارهٔ محاسبهٔ اولبرس در مورد تاریکی آسمان شب در عالم اقلیدسی بحث کنید.

۲۶. نشان دهید که پاسخ متناهی برای محاسبهٔ نوع اولبرس را می‌توان در صورتی به دست آورد که گستره یا سن عالم محدود باشد.

۲۷. نشان دهید که پاسخ متناهی در محاسبهٔ نوع اولبرس را می‌توان با فرض محدود بودن اندازهٔ چشمه‌ها، به طوری که چشمه‌های نزدیک تابش چشمه‌های دورتر را مسدود کنند، به دست آورد.

۲۸. نشان دهید که پارادوکس اولبرس را می‌توان با این فرض که یک چشمهٔ نوعی، به واسطهٔ منبع انرژی محدود خود، فقط می‌تواند در بازهٔ محدودی از زمان تابش کند حل کرد.

۲۹. با توجه به راه‌حلی ترجیحی خود تمام راه‌های ممکن حل پارادوکس اولبرس را مرور کنید.

۳۰. (۱۰۶.۴) و (۱۰۷.۴) را برای کیهان‌شناسیهای  $\lambda$  به دست آورید و از آنها قانون پایستگی را نتیجه بگیرید.

۳۱. با فرض اینکه اجسام در طی مرحلهٔ شبه‌ایستای کیهان‌شناسی ادینگتون-لومتراکنون با انتقال به سرخ  $z = 2$  مشاهده شوند، چه چیزی می‌توانید در مورد مقدار  $\lambda$  بگویید؟

۳۲. نشان دهید که عامل مقیاس در کیهان‌شناسی  $\lambda$  با  $k = 1$  در معادلهٔ زیر صدق می‌کند

$$\dot{S}^2 = c^2 \left( \frac{1}{3} \lambda S^2 - 1 + \frac{\gamma}{S} \right),$$

که در آن

$$\gamma = \frac{2q_0 + \frac{2}{3} \frac{\lambda c^2}{H_0^2}}{\left(2q_0 - 1 + \frac{\lambda c^2}{H_0^2}\right)^{3/2}} \left(\frac{c}{H_0}\right).$$

۳۳. انتگرالی را بنویسید که سن عالم مهبانگ را بر  $\lambda \neq 0$  به دست دهد. به طور کیفی بحث کنید که چگونه می‌توان از جمله  $\lambda$  برای افزایش سن عالم استفاده کرد.

۳۴. در کیهان‌شناسی  $\lambda$ ، با معلوم بودن  $q_0$ ، حد پایین مقدار  $\lambda$  چیست؟

۳۵. ناورداهای  $R$ ،  $R_{ik}R^{ik}$  و  $R_{iklm}R^{iklm}$  را برای مدل‌های فریدمان محاسبه و نشان دهید که همه آنها برای  $S \rightarrow 0$  واگرا می‌شوند. آیا هیچ مورد استثنایی وجود دارد؟

۳۶. تمرین ۳۵ را برای کیهان‌شناسیهای  $\lambda$  تکرار و نشان دهید که همین نتیجه‌گیریها برای مدل‌های با  $S \rightarrow 0$  حاصل می‌شود.

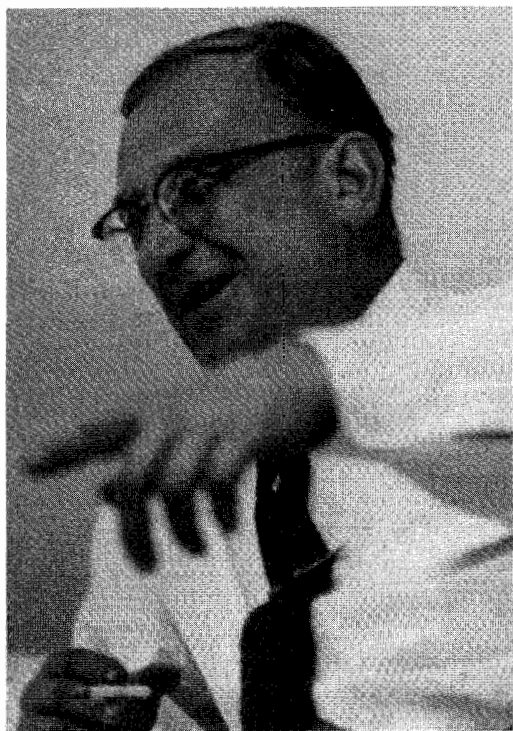
۳۷. با یک بحث کلی نشان دهید که برای  $S$ ، به اندازه کافی کوچک، نیروی  $\lambda$  نمی‌تواند مانع از تکینگی فضا-زمان شود.



## بقایای مهبانگ

### ۱.۵ عالم با سیطره تابش

در فصل ۴ دیدیم که در همه مدل‌های فریدمان عصر در گذشته وجود دارد که در آن عامل مقیاس  $S$  صفر بوده است. این دوران را عصر مهبانگ نامیدیم. برای ریاضیدانان مهبانگ مستلزم نقض مفهوم هندسه فضا زمان است، و آنها این موضوع را به عنوان یکی از جنبه‌های اجتناب‌ناپذیر نسبیت عام اینشتین قبول کرده‌اند. این جنبه مانع از آن می‌شود که فیزیکدانان آنچه را که در  $S = 0$  یا پیش از آن به وقوع پیوسته است بررسی کنند. برای بعضی فیزیکدانان این پایان ناگهانی گذشته دال بر کامل نبودن نظریه نسبیت است. از نظر آنها نظریه کاملتری برای آینده ممکن است راه اجتناب از سرشت فاجعه‌آمیز طبیعت در عصر  $S = 0$  را نشان دهد. نتیجه چنین نظریه‌ای می‌تواند عالمی باشد که همواره منبسط می‌شود یا بین مقدارهای بیشینه و کمینه (محدود) نوسان می‌کند. در فصل ۹ به این مدل‌ها می‌پردازیم. در این فصل رهیافت به اصطلاح استاندارد را در کیهان‌شناسی دنبال و اعتقاد خود به اعتبار نظریه نسبیت عام را حفظ می‌کنیم و بررسی‌های خود را متوجه گذشته عالم در دوره تا حد امکان نزدیک به عصر  $S = 0$  خواهیم کرد. هدف این بررسی‌ها این است که ببینیم آیا می‌توان به هیچ

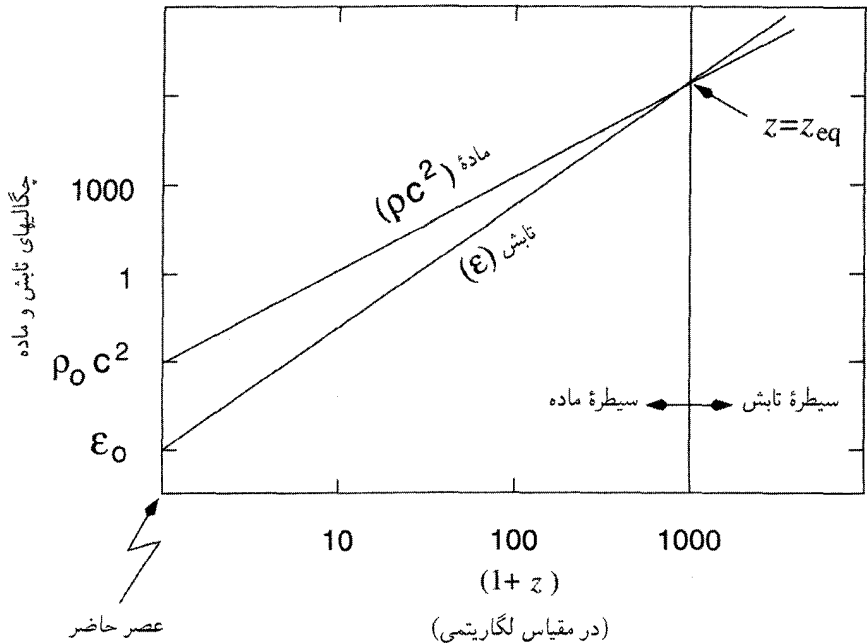


شکل ۱.۵ جورج گاموف (۱۹۶۸-۱۹۰۴).

مدرک حاضر اشاره کرد که نشان دهد عالم در واقع گذشته‌ای داشته که در آن  $S$  بسیار نزدیک به صفر بوده است. خلاصه، ما در پی بقایای مهبانگ هستیم.

کار پیشگام در این مورد را جورج گاموف در اواسط دهه ۱۹۴۰ انجام داد. (نگاه کنید به شکل ۱.۵) گاموف به مسئله منشأ عناصر علاقه‌مند بود. او با شروع از اجزای ساختمانی اساسی (موجود در آن زمان) نوترون و پروتون، کوشید تا تشکیل هسته‌ها را از دوتریم، هلیم، و غیره توصیف کند. در فرایندی که او پیش‌بینی کرده بود همجوشی هسته‌ای، یعنی فرایند تشکیل هسته‌ها از پروتونها و نوترونها، دخیل بود. اخیراً فیزیکدانان در سالهای ۱۹۴۰ مطمئن بودند که چنین فرایندهایی درون ستارگان، که می‌دانستند شرایط مورد نیاز دما و چگالی زیاد وجود دارد، به‌وقوع می‌پیوندد. گاموف متذکر شد که شرایط مشابهی باید در یک عالم فریدمان بلافاصله پس از مهبانگ وجود داشته است.

از رابطه (۳۲.۴) می‌دانیم که چگالی  $\rho$  در مقادیر کوچک  $S$  بسیار بزرگ بوده است. با این



شکل ۲.۵ شکل ۲.۴ از فصل پیش در اینجا برای رجوع به آن بازتولید شده است. همان‌طور که در آنجا گفته شد، چگالی انرژی تابش به صورت  $S^{-4}$  فرو می‌افتد، در حالی که چگالی انرژی ماده به صورت  $S^{-3}$  افت می‌کند. چون اکنون مقدار ماده لااقل  $10^2$  برابر تابش است، عصر برابری این دو هنگامی به وقوع پیوسته که عامل مقیاس بسیار کوچکتر بوده است.

همه، در فصل ۴ دیدیم که عالم در مراحل اولیه خود تحت سیطره تابش بوده است. یعنی، انبساط چنین عالمی را به جای ماده تابش کنترل می‌کرده است. شکل ۲.۵ بازتولید شکل ۲.۴ است و نشان می‌دهد که چگونه نسبت فعلی ماده به تابش عصری را تعیین می‌کند که در آن عالم از سیطره تابش به سیطره ماده منتقل شد. انتقال به سرخ این عصر نسبت به عصر حاضر لااقل  $10^3 \sim$  بوده است. دما چگونه در عصر سیطره تابش، دما را تابش تعیین می‌کرد و محاسبه‌ای ساده نشان می‌دهد که دما نیز احتمالاً بسیار زیاد بوده است. این محاسبه نیازمند این فرض است که چگالی کنونی تابش  $u_0$  باقیمانده یک دوره اولیه داغ باشد. با این فرض، چگالی انرژی تابش در دوران گذشته  $S$  از رابطه (۳۷.۴) به دست می‌آید:

$$u = u_0 \frac{S_0^4}{S^4} \quad (1.5)$$

بنابراین، گاموف فرض کرد که در عصرهای اولیه دینامیک انبساط را انرژی تابشی تعیین می‌کرده است نه ماده به صورت گرد و غبار و این عصرها دارای دمای بسیار زیاد بودند.

این ایده‌ها را با محاسبه‌ای ساده و این فرض انجام می‌دهیم که تابش ناشی از جسم سیاه با دمای  $T$  بوده است، به طوری که

$$u = aT^4 \quad (۲.۵)$$

که در آن  $a$  ثابت تابش است. یعنی در مراحل اولیه عالم مهبانگ

$$T_0^4 = aT^4, \quad T_1^4 = T_2^4 = T_3^4 = \frac{1}{3}aT^4. \quad (۳.۵)$$

همین‌طور انتظار داریم که پارامتر خمیدگی فضا  $k$  تأثیر چندانی در دینامیک عالم اولیه نداشته باشد، و آن را برابر صفر می‌گیریم. این فرض، که به فرض تخت بودن معروف است، بدیهی نیست، اما بحث در جزئیات را به فصل بعد موکول می‌کنیم. فعلاً آن را بدون موشکافی می‌پذیریم. بنابراین از (۲.۴) داریم

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{8\pi Ga}{3c^2} T^4. \quad (۴.۵)$$

به‌علاوه، از (۱.۵) و (۲.۵) به‌دست می‌آوریم

$$T = \frac{A}{S}, \quad A = \text{const}. \quad (۵.۵)$$

با قرار دادن (۵.۵) در (۴.۵) معادله دیفرانسیلی برای  $S$  به‌دست می‌آوریم که می‌توان آن را به‌راحتی حل کرد. با گذاشتن  $t = 0$  در  $S = 0$  به‌دست می‌آوریم

$$S = A \left( \frac{3c^2}{32\pi Ga} \right)^{-1/4} t^{1/2} \quad (۶.۵)$$

و، مهمتر از آن،

$$T = \left( \frac{3c^2}{32\pi Ga} \right)^{-1/4} t^{-1/2}. \quad (۷.۵)$$

توجه کنید که کمیت‌های داخل پرانتز در طرف راست معادله بالا کمیت‌های فیزیکی شناخته شده هستند. بنابراین با قرار دادن مقادیر عددی در (۷.۵)، می‌توان نتیجه بالا را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$T_{\text{کلون}} = 1.52 \times 10^{10} t_{\text{ثانیه}}^{-1/2}. \quad (۸.۵)$$

به عبارت دیگر، در حدود یک ثانیه پس از مهبانگ دمای تابش عالم در حدود  $10^{10} \times 1/52$  بوده است. عالم در این مرحله بی‌تردید به اندازه کافی داغ بوده است تا سنتز هسته‌ای را با توجه به فرض گاموف امکان‌پذیر سازد.

تصویر بالا که ایده مهبانگ داغ نامیده می‌شود، به این فرض بستگی دارد که بقایای مهبانگ موجود همان تابش زمینه ریزموج باشد که آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون در سال ۱۹۶۵ کشف کردند. فعلاً این دلیل را به عنوان تأیید نظر گاموف درباره مهبانگ می‌پذیریم و بحث را ادامه می‌دهیم.

## ۲.۵ ترمودینامیک عالم اولیه

در سال ۱۹۴۶ جورج گاموف نخستین بار مقاله‌ای درباره سنتز هسته‌های اولیه نوشت. اولین مقاله مفصل درباره این موضوع در سال ۱۹۴۸ را شاگرد گاموف رالف آلفر<sup>۱</sup>، فیزیکدان هسته‌ای هانس بته<sup>۲</sup> (که مدل‌های خورشیدی ادینگتون را به صورتی مطرح کرد که تولید انرژی هسته‌ای به صراحت در آنها وجود داشت) و خود گاموف منتشر کردند. گفته‌اند که گاموف تبه را قانع کرد که نام خود را به این مقاله اضافه کند تا فهرست مؤلفان به صورت «آلفا، بتا، و گاما»! درآید به هر صورت، این ایده به نظریه  $\alpha-\beta-\gamma$  معروف شد.

از روزهایی که گاموف و شاگردانش آلفر و رابرت هرمن<sup>۳</sup> محاسبه‌های مربوط به سنتز هسته‌های اولیه را انجام دادند، پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در شناخت ما از ویژگی‌های ذرات و برهم‌کنش‌های آنها صورت گرفته است. برنامه اولیه گاموف برای به وجود آوردن اصولاً همه عناصر در دقایق اولیه عالم موفق نبود. به دلایلی که بعداً در این فصل خواهیم دید، فقط هسته‌های سبک می‌توانستند در فرایندهای همجوشی آغازین ساخته شدند. در صفحه‌های بعد اصول بنیادی را به اختصار بررسی می‌کنیم که محاسبه‌های جدید بر مبنای آنها قرار دارد.

ابتدا باید اجزای ساختمانی را مشخص کنیم که هسته‌های در عصرهای آغازین از آنها ساخته شدند. فیزیکدانان طبعاً علاقه‌مندند فکر کنند که عالم از ساده‌ترین اجزای ممکن (هرچه می‌خواهد باشد!) ساخته شده است و ساختارهای پیچیده‌تر بر اثر برهم‌کنش‌های فیزیکی از این اجزا تشکیل شدند. بنابراین کیهان‌شناسان را تشویق می‌کنند که چیزهایی را درباره فیزیک ذرات بیاموزند. اگرچه گاموف و همکارانش وجود ذراتی چون پروتونها، نوترونها، الکترونها، و غیره را مسلم فرض می‌کردند، اما فیزیکدانان جدید ذرات بر این باورند که چارچوبی بنیادینتر را باید برای آفرینش یا موجودیت این

1. Ralph Alpher

2. Hans Bethe

3. Robert Herman



ذرات در نظر گرفت. در فصل ۶ عصرهای اولیه نظریتری را در نظر می‌گیریم و بحث می‌کنیم که چگونه این ذرات به وجود آمدند.

در اینجا داستان را از مرحله‌ای پی‌می‌گیریم که باریونها (نوترونها و پروتونها)، لپتونها (الکترونها، موئونها، نوترینوها، و پاد ذرات آنها)، و فوتونها (ذرات نور) قبلاً موجود و مانند ذرات یک گاز کامل در تعادل ترمودینامیکی بودند. قبل از انجام محاسبات باید روشن کنیم که منظور از «تعادل ترمودینامیکی» و «گاز کامل» چیست. قبلاً گفتیم که در دوره‌های اولیه، بخش اعظم انرژی از ذره‌هایی بود که به صورت نسبی حرکت می‌کردند. بنابراین، این پرسش مطرح می‌شود که آیا این ذرات با یکدیگر برهم‌کنش داشته‌اند یا اغلب آنها به صورت آزاد حرکت می‌کرده‌اند. البته، این ذره‌ها با یکدیگر برهم‌کنش و برخورد داشته‌اند، اما فرض می‌شود که این برخوردها در لحظه‌های کوتاهی از زمان رخ می‌داده‌اند و تأثیر آنها بر حرکت را می‌توان نادیده گرفت. به زودی این موضوع را به صورت کمی بیان خواهیم کرد.

اما، برخوردها و پراکندگیهای ذرات به باز توزیع انرژیها و تکانه‌های آنها کمک می‌کند. اگر این باز توزیعها با فراوانی کافی به وقوع می‌پیوستند، دستگاه ذرات به طور کلی به حالت تعادل ترمودینامیکی می‌رسید. در این مورد، برای هر نوع از ذرات قاعده معینی وجود دارد که حاکم بر تعداد ذرات در گستره تکانه خاص است. برای رسیدن به تعادل ترمودینامیکی، مقیاس زمانی بین پراکندگیهای متوالی باید در مقایسه با مقیاس زمان انبساط عالم کوتاه باشد. باز هم، این فکر را به صورت کمی بیان خواهیم کرد.

## ۱.۲.۵ تابعهای توزیع

با فرض تقریب گاز کامل و تعادل ترمودینامیکی، می‌توان تابعهای توزیع هر نمونه معین از ذرات را نوشت. فرض می‌کنیم که نماد  $A$  نشانگر نوع ذرات باشد ( $A = ۱, ۲, \dots$ ). بنابراین،  $n_A(P)dP$  نشانگر چگالی عددی گونه‌ها در گستره تکانه  $(P, P + dP)$  باشد، که در آن

$$n_A(P) = \frac{g_A}{\sqrt{\pi^2 \hbar^3}} P^2 \left[ \exp\left(\frac{E_A(P) - \mu_A}{kT}\right) \pm 1 \right]^{-1}. \quad (۹.۵)$$

در فرمول بالا،  $T$  دمای توزیع،  $g_A$  تعداد حالت‌های اسپین نمونه‌ها،  $k$  ثابت بولتزمن، و

$$E_A^2 = c^2 P^2 + m_A^2 c^4 \quad (۱۰.۵)$$

انرژی نظیر جرم سکون  $m_A$  یک ذره نوعی است. بنابراین، برای الکترون  $g_A = ۲$ ؛ برای نوترینو  $g_A = ۱$  و  $m_A = ۰$  و غیره. علامت  $+$  در رابطه (۹.۵) نشان می‌دهد که ذرات از آمار

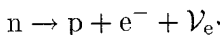
فرمی-دیراک پیروی می‌کنند (این ذرات را فرمیون می‌نامند)، در حالی که علامت - در مورد ذراتی به‌کار می‌رود که تابع آمار بوز-اینشتین هستند (این ذرات را بوزون می‌خوانند). به‌عنوان مثال، الکترونها و نوترینوها فرمیون، و فوتونها بوزون‌اند.

کمیت  $\mu_A$  پتانسیل شیمیایی گونه‌های  $A$  است. برای بحث مفصل دربارهٔ پتانسیل‌های شیمیایی، می‌توانید به هر کتاب درسی استاندارد ترمودینامیک و مکانیک آماری مراجعه کنید. در اینجا گوشزد می‌کنیم که در هر فرایند شامل این ذرات،  $\mu_A$  پایسته است (درست همان‌طور که بار الکتریکی، انرژی، اسپین، و غیره پایسته‌اند). چون فوتونها می‌توانند در هر تعداد از واکنشهای نوعی جذب یا گسیل شوند، برای فوتونها می‌گذاریم  $\mu_A = 0$ . از ملاحظات ترمودینامیک نیز می‌توان این نتیجه را با این استدلال به‌دست آورد که برای تابش جسم سیاه تعداد فوتونها ثابت نیست بلکه از شرایط تعادل گرمایی تعیین می‌شود. بنابراین باید انرژی آزاد هلمهولتز  $U - TS$  کمینه شود، که به نتیجهٔ  $\mu_A = 0$  برای فوتونها می‌انجامد. چون ذره‌ها و پادذره‌ها (مانند الکترونها و پوزیترونها) به‌صورت زوج نابود می‌شوند و فوتونها را تولید می‌کنند، پتانسیل‌های شیمیایی آنها مساوی و با علامت مخالف است.

بجز کمیت‌های دینامیکی و بار الکتریکی، چند کمیت دیگر نیز در برهم‌کنشهای ذرات پایسته‌اند. این کمیتها عبارت‌اند از عدد باریونی، عدد لپتونی موئون، و عدد لپتونی الکترون، در محاسبهٔ این عددها، مقدار  $+1$  را به ذره و  $-1$  به پادذره اختصاص می‌دهیم. عدد لپتونی الکترون، الکترونها ( $e^-$ ) و نوترینوهای مربوطه ( $\nu_e$ ) را می‌شمارد، در حالی که عدد لپتونی موئون، موئونها ( $\mu^-$ ) و نوترینوهای مربوط به آنها ( $\nu_\mu$ ) را به حساب می‌آورد. با توجه به این قاعده‌های پایستگی واکنشهایی چون



مجازند، در حالی که واکنشهای زیر مجاز نیستند:



(در فصل ۶ وضعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن عدد باریونی پایسته نیست. اما، در عصرهایی که مورد نظر ماست، می‌توانیم با اطمینان فرض کنیم که پایستگی چگالی عددی باریونها برقرار است.)

بنابراین، اگر فرض کنیم که در هر واکنش بار الکتریکی، عدد باریونی، عدد لپتون الکترونی، و عدد لپتون موئونی پایسته است، فقط چهار پتانسیل شیمیایی مستقل داریم که نظیر پروتونها، نوترینوهای

الکتریکی، و نوترینوهای موثونی هستند (در فصل ۶ امکان وجود گونه‌های لپتون/نوترینوی دیگر را بررسی خواهیم کرد.) از (۹.۵) می‌بینیم که تعداد ذره‌های هر یک از گونه‌ها در واحد حجم برای تعیین  $\mu_A$  مربوطه ضروری است و چگالیهای عددی برای  $\mu_A > 0$  بزرگ است. این چگالیهای عددی را با دقت کافی نمی‌دانیم، فقط می‌دانیم نسبت زیر (چنانکه به‌زودی خواهیم دید)

$$\frac{N_B}{N_\gamma} = \frac{\text{چگالی عددی باریونها}}{\text{چگالی عددی فوتونها}} \sim 10^{-8} - 10^{-10}$$

در مقایسه با ۱ کوچک است.

کوچکی چگالی عددی باریونی نشان می‌دهد که چگالیهای عددی لپتونها نیز می‌تواند در مقایسه با  $N_\gamma$  کوچک باشد، و معمولاً فرض می‌شود که این فرض توجیه خوبی برای در نظر گرفتن  $\mu_A = 0$  برای تمام نمونه‌ها باشد. در محاسبه‌های بعدی خود فرض خواهیم کرد که برای تمام گونه‌های موردنظر  $\mu_A = 0$  است.

سپس انتگرالهای زیر را برای چگالی عددی ذره ( $N_A$ )، چگالی انرژی ( $\varepsilon_A$ )، فشار ( $p_A$ )، و چگالی آنتروپی ( $s_A$ ) ذره  $A$  به‌دست می‌آوریم

$$N_A = \frac{g_A}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{P^2 dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1}, \quad (11.5)$$

$$\varepsilon_A = \frac{g_A}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{P^2 E_A(P) dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1}, \quad (12.5)$$

$$p_A = \frac{g_A}{6\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{c^2 P^2 [E_A(P)]^{-1} dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1}, \quad (13.5)$$

$$s_A = (p_A + \varepsilon_A)/T. \quad (14.5)$$

می‌توانیم رابطه ساده‌ای را از این فرمولها نتیجه بگیریم یا نشان دهیم که آنتروپی در یک حجم همراه معین با انبساط عالم ثابت می‌ماند. از  $p_A$  نسبت به  $T$  مشتق بگیرد تا به‌دست آید

$$\frac{dp_A}{dT} = \frac{g_A}{6\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{c^2 P^2 \exp[E_A(P)/(kT)] dP}{\{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1\}^2 kT^2}.$$

حال با انتگرال‌گیری جزء‌به‌جزء از انتگرال بالا به‌دست می‌آوریم

$$\frac{g_A}{6\pi^2 \hbar^3 T} \int_0^\infty \frac{(2P^2 E_A + c^2 P^2 E_A^{-1}) dP}{\exp[E_A(P)/(kT)] \pm 1} = \frac{p_A + \varepsilon_A}{T}.$$

با تعریف فشار، چگالی انرژی و چگالی آنتروپی برای مخلوطی از این گازهای در تعادل ترمودینامیکی با

$$p = \sum_A p_A, \quad \varepsilon = \sum_A \varepsilon_A, \quad s = \sum_A s_A \quad (15.5)$$

به رابطه زیر می‌رسیم

$$\frac{dp}{dT} = \frac{p + \varepsilon}{T}. \quad (16.5)$$

سپس این رابطه را در مورد عالم در حال انبساط به کار می‌بریم. زیرا چنانکه خواهیم دید، عالم بر اثر انبساط بی‌دررو خنک می‌شود.

### ۲.۲.۵ رفتار آنتروپی

ابتدا با توجه به قانون پایستگی برای  $\varepsilon$  و  $p$  در مراحل اولیه عالم در حال انبساط، یعنی قانونی که با رابطه (۲۴.۴) بیان شد، داریم،

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^3) + 3pS^2 = 0, \quad (17.5)$$

و آن را در ارتباط با قانون دوم ترمودینامیک به کار می‌بریم با توجه به این قانون آنتروپی در حجم معین  $S^3$  با انبساط بی‌درروی حجم ثابت می‌ماند. بنابراین، از (۱۴.۵) و (۱۵.۵) به دست می‌آوریم

$$\frac{d}{dt}(S^3 \dot{s}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{S^3}{T} (p + \varepsilon) \right) = 0 \quad (18.5)$$

که همان‌طور که در (۱۵.۵) دیدیم  $s = \sum_A s_A$  آنتروپی کل ذرات در حجم منبسط‌شونده است. از بازنویسی (۱۸.۵) به کمک (۱۷.۵)، به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{dt} \left( \frac{S^3 p}{T} \right) + \frac{1}{T} \frac{d}{dt} (S^3 \varepsilon) + S^3 \varepsilon \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{T} \right) \\ &= \frac{d}{dt} \left( \frac{S^3 p}{T} \right) - \frac{3pS^2}{T} \dot{S} + S^3 \varepsilon \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{T} \right), \end{aligned} \quad (19.5)$$

یعنی،

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} (p + \varepsilon). \quad (20.5)$$

توجه کنید که این نتیجه رابطه (۱۶.۵) را، با دستکاری ساده انتگرالها، مستقیماً از (۱۲.۵) و (۱۳.۵) به دست آوردیم. بنابراین، با شروع از (۱۹.۵) می‌توانیم (۱۸.۵) را به دست آوریم. در محاسبه‌های بعدی از ثابت بودن رابطه زیر استفاده می‌کنیم

$$\sigma = \frac{S^3}{T}(p + \varepsilon). \quad (21.5)$$

در تقریب دمای زیاد از (۱۸.۵) به دست می‌آوریم  $p = \varepsilon/3 \propto S^{-4}$  بنابراین، از ثابت بودن  $\sigma$  رابطه (۵.۵) را باز می‌یابیم:

$$T \propto 1/S. \quad (22.5)$$

رابطه ساده‌ای چون این در صورت معتبر نبودن تقریب دمای زیاد، برقرار نیست.

### ۳.۲.۵ تقریبهای دمای زیاد و کم

عبارتهای بالا برای ذره‌هایی که به صورت نسبیستی حرکت می‌کنند ساده می‌شود. در این مورد، انرژی جنبشی به‌ازای هر ذره بسیار بیشتر از انرژی جرم سکون ذره می‌شود، و نامساوی زیر را خواهیم داشت

$$T \gg \frac{m_A c^2}{k} \equiv T_A. \quad (23.5)$$

این مورد را تقریب دمای بالا، یا حد نسبیستی می‌نامند.

جزئیات ترمودینامیکی در جدول ۱.۵ برای گونه‌های مختلف موردنظر درج شده است. عددها برحسب یکاهای کمیتهای بیان شده‌اند برای فوتون داریم ( $g_A = 2$ ؛ نماد فوتون  $\gamma$  است):

$$N_\gamma = \frac{2/4 \cdot 4}{\pi^2} \left( \frac{kT}{c\hbar} \right)^3, \quad \varepsilon_\gamma = \frac{\pi^2 (kT)^4}{15 \hbar^3 c^3} = 3p_\gamma, \quad s_\gamma = \frac{4\pi^2 k}{45} \left( \frac{kT}{c\hbar} \right)^3 \quad (24.5)$$

در این تقریب انرژی پتانسیل هر دو الکترون که به فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند از رابطه زیر به دست می‌آید

$$U = \frac{e^2}{r}.$$

حال فاصله متوسط بین الکترونها از رابطه  $c\hbar/(kT) \sim N_e^{-1/3}$  به دست می‌آید. بنابراین انرژی میانگین برهم‌کنش برابر است با

$$(U) \sim \frac{e^2}{\hbar c} kT.$$

جدول ۱.۵ کمیت‌های ترمودینامیکی برای گونه‌های مختلف ذرات در  $t \gg T_A$

$S_A/S_\gamma$	$\varepsilon_A/\varepsilon_\gamma$	$N_A/N_\gamma$	$g_A$	$T_A(K)$	نماد	گونه‌های ذره A
۱	۱	۱	۲	۰	$\gamma$	فوتون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	$5,93 \times 10^9$	$e^-$	الکترون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲		$e^+$	پوزیترون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	$1,22 \times 10^{12}$	$\mu^-$	موئون
۷/۸۴	۷/۸	۳/۴	۲		$\mu^+$	پادموئون
۷/۱۶	۷/۱۶	۳/۸	۱	۰	$\nu_\mu, \nu_e$	نوترینوهای الکترونی و موئونی
۷/۱۶	۷/۱۶	۳/۸	۱		$\bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_e$	پادذره‌های آنها
۱/۲	۱/۲	۱/۲	۱		$\pi^+$	پیونها
۱/۲	۱/۲	۱/۲	۱	$1,6 \times 10^{12}$	$\pi^-$	
۱/۲	۱/۲	۱/۲	۱		$\pi^0$	
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	$10^{13}$	p	پروتون
۷/۸	۷/۸	۳/۴	۲	$T_n - T_p \sim 1,5 \times 10^{10}$	n	نوترون

اما،  $kT$  انرژی حرکت الکترون‌ها را تعیین می‌کند. پس انرژی برهم‌کنش  $\sim 1/137$   $e^2/(\hbar c)$  انرژی حرکت است. چون این کسر کوچک است، در نظر گرفتن الکترون‌ها به صورت گاز آزاد موجه است. برخلاف آن، در دمای کم  $T \leq T_A$  برای تمام گونه‌های با  $m_A \neq 0$  داریم

$$N_A = \frac{g_A}{h^3} \left( \frac{m_A kT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{T_A}{T}\right),$$

$$\varepsilon_A = m_A N_A, \quad p_A = N_A kT, \quad s_A = \frac{m_A N_A}{T} c^2. \quad (25.5)$$

توجه کنید که با افت دما همهٔ این کمیت‌ها به سرعت فرو می‌افتند. اغلب این حد را تقریب نانسبیتی می‌نامیم. (برای فوتون و نوترینو با جرم سکون صفر،  $T_A = 0$ ، و این تقریب هرگز به کار نمی‌رود.) وقتی این نتیجه‌ها را در مورد کیهان‌شناسی به کار می‌بریم، ملاحظات زیر معمولاً حائز اهمیت است. اولاً، انبساط عالم را گونه‌هایی کنترل می‌کنند که در حد نسبیتی هستند، زیرا اینها ذراتی هستند که به وفور یافت می‌شوند. به واسطهٔ میرایی نمایی معادلهٔ (۲۵.۵)، تعداد کمتری از گونه‌های سنگینتر وجود دارد. بنابراین، دمای عالم بپایان انبساط فرو می‌افتد، و گونه‌های سنگینتر رفته‌رفته اهمیت دینامیکی خود را از دست می‌دهند.

مثال

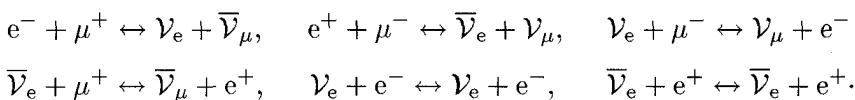
رابطه انرژی-دما برای آمیزه کیهانی حاوی ذرات جدول ۱.۵ در هنگامی که دما  $10^{10} K$  بوده چیست؟ می‌دانیم که تقریب نسبی در مورد الکترونها و پوزیترونها به کار می‌رود، در حالی که فوتونها و زوجهای نوترینو-پادنوترینو همواره نسبی هستند. با افزودن سهم چگالی انرژی جدول ۱.۵ برای این ذرات در نظام بالا و استفاده از (۲۴.۵)، به دست می‌آوریم

$$\varepsilon = \left( \frac{\gamma}{8} + \frac{\gamma}{8} + 1 + 4 \times \frac{\gamma}{16} \right) \varepsilon_\gamma = \frac{9}{4} \varepsilon_\gamma = \frac{9}{4} aT^4.$$

توجه کنید، که اگر همین محاسبه را در دمای  $10^8 K$  انجام دهیم، فقط فوتونها و چهارگونه نوترینو نسبی خواهند بود و در این مرحله رابطه چگالی انرژی-دما به صورت  $\varepsilon = (11/4)aT^4$  در می‌آید. بنابراین، ضریب رابطه  $\varepsilon-T$  با توجه با مؤلفه نسبی آمیزه کیهانی تغییر می‌کند. سپس، برای نسبت دادن دمای مشترک به گونه‌های مختلف به تعادل ترمودینامیکی نیاز داریم. شاید بعضی گونه‌ها برهم‌کنش به اندازه کافی قوی برای حفظ تعادل نداشته باشند. برای بررسی وجود این مورد باید آهنگ واکنش (با ذرات دیگر) را برای گونه‌های خاص با آهنگ انبساط که از  $H(t)$  به دست می‌آید مقایسه کنیم. این کار را با توصیف برهم‌کنش نوترینوها در طی انبساط عالم نشان می‌دهیم.

### ۳.۵ نوترینوهای آغازین

از جدول ۱.۵ می‌بینیم که برای  $T < 1.5 \times 10^{12} K$ ، تنها ذراتی که با چگالیهای عددی قابل ملاحظه در حالت تعادل گرمایی هستند عبارت‌اند از  $e^\pm$ ،  $\mu^\pm$ ،  $\nu_e$ ،  $\bar{\nu}_e$ ،  $\nu_\mu$ ،  $\bar{\nu}_\mu$ ،  $\gamma$  و باریونها (p) و n و پيونها ( $\pi^\pm$  و  $\pi^0$ ) که تا کمتر از دماهای بحرانی  $T_A$  خنک شده‌اند، بنابراین تقریب دمای کم برای آنها صادق است. فوتونها،  $e^\pm$  و  $\mu^\pm$ ، از توزیعهای مربوطه از نوع (۹.۵) پیروی می‌کنند. اما، نوترینوها نیاز به توجه خاص دارند، زیرا این مرحله در تعیین میزان بقای آنها بسیار مهم است. به‌استثنای برهم‌کنش گرانشی، نوترینوها در واکنشهایی نظیر آنچه در زیر می‌آید جذب، گسیل، و یا پراکنده می‌شوند



آهنگ این برهم‌کنشها را شدت جفت‌شدگی برهم‌کنشهای ضعیف تعیین می‌کند. برای  $T \leq T_\mu$  سطح مقطع یک برهم‌کنش نوعی از مرتبهٔ زیر است

$$\sum = G^2 h^{-4} (kT)^2 c^{-4}, \quad (26.5)$$

که  $G = 1.74 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^{-3}$  ثابت جفت‌شدگی برهم‌کنش ضعیف است. از رابطه (24.5) و جدول ۱.۵ می‌بینیم که چگالیهای عددی ذرات درگیر  $e^\pm$  از مرتبهٔ زیر است

$$[kT/(ch)]^3,$$

در حالی که برای موئونها باید (25.5) را به حساب آوریم و یک ضریب میرایی نمایی به صورت زیر وارد کنیم

$$\exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right),$$

بنابراین، آهنگ نوعی برهم‌کنش نوترینو عبارت است از

$$\eta = c\Sigma \left(\frac{kT}{ch}\right)^3 \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right) = G^2 h^{-7} c^{-6} (kT)^5 \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right). \quad (27.5)$$

اکنون باید توجه کنیم که آهنگ دیگری که به حفظ تعادل نوترینوها مربوط می‌شود، آهنگ انبساط حجمی است که آنها را در بر می‌گیرد. از معادله‌های اینشتین داریم

$$H^2 = \frac{\dot{S}^2}{S} = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon \approx \frac{16\pi^3 G}{90 h^3 c^5} (kT)^4. \quad (28.5)$$

$H$ ، ثابت هابل در هر دورهٔ خاص، معیار آهنگ انبساط حجم مورد نظر است. بنابراین، نسبت آهنگ واکنش به آهنگ انبساط از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\frac{\eta}{H} \sim G^{-1/2} h^{-11/2} G^2 c^{-7/2} (kT)^3 \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right) \quad (29.5)$$

$$\sim \left(\frac{T}{10^{10} \text{ K}}\right)^3 \exp\left(-\frac{10^{12} \text{ K}}{T}\right)$$

$$= T_{10}^3 \exp\left(-\frac{1}{T_{12}}\right). \quad (30.5)$$



در اینجا به جای  $G, \hbar, c, k$  و  $T_\mu$  مقادیرهای مربوطه را گذاشته‌ایم و به عبارت عددی بالا رسیده‌ایم. به علاوه، دما را با بهره‌گیری از نمادی می‌نویسیم که دما را برحسب یکاهای  $10^n \text{K}$  نشان می‌دهد، یعنی،

$$T_n = \frac{T}{10^n \text{K}}$$

### ۱.۳.۵ عصر واجفتیدگی نوترینو

رابطه (۳.۵) چه چیزی را بیان می‌کند؟ با افت دما به کمتر از  $10^{12} \text{K}$ ، نما به سرعت فرو می‌افتد. یعنی واکنشهایی که در آنها نوترینوها دخیل‌اند با آهنگی کندتر از آهنگ انبساط عالم صورت می‌گیرند. بنابراین، نوترینوها دیگر با بقیه مواد برهم‌کنش نمی‌کنند و در نتیجه با افت دما به مقادیر خیلی کمتر از  $T_{12} = 1$  از تعادل گرمایی خارج می‌شوند. اما دما چقدر باید کمتر از مقدار بالا باشد؟

با توجه به نظریه اولیه برهم‌کنشهای ضعیف این دما در حدود  $T_{13} = 1/3$  بود. در اواخر دهه ۱۹۶۰ و اوایل سالهای ۱۹۷۰ کوششهای موفقیت‌آمیزی در جهت وحدت برهم‌کنش ضعیف با برهم‌کنش الکترومغناطیسی صورت گرفت که به واکنشهای اضافی (جریان خنثی) انجامید که مانع از برهم‌کنش نوترینوها با مواد دیگر حتی در دماهای کمتر می‌شود. نتیجه این پژوهشها آن بود که نوترینوها می‌توانند تا دماهای حدود  $T_{10} = 1$  در حالت تعادل گرمایی باقی بمانند.

به هر حال، اگرچه نوترینوها از بقیه ماده واجفتیده می‌شوند، اما توزیع آنها با فروافت به  $T \propto S^{-1}$  هنوز شکل اولیه‌اش را حفظ می‌کند. علت این امر آن است که با انبساط عالم تکانه و انرژی هر نوترینو به صورت  $S^{-1}$  کم می‌شود و چگالی عددی نوترینوها به صورت  $S^{-3}$  فرو می‌افتد. چون دمای بقیه مخلوط نیز به صورت  $S^{-1}$  کاهش می‌یابد و چون در هنگام واجفتیدگی نوترینوها از بقیه ماده دو دما با هم مساوی بود، بنابراین پس از آن نیز مساوی باقی می‌مانند، اگرچه نوترینوها و بقیه ماده دیگر با هم برهم‌کنش ندارند. این موضوع برای هر چهار نوع  $\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$  صادق است.

### ۲.۳.۵ دوره نابودی $e^-$ و $e^+$

اما، عصر (بعدی) دیگری وجود دارد که در آن دیگر دمای نوترینو با دمای بقیه مواد مساوی نیست. ابتدا، عالم را در گستره دمای  $T_{12} = 1$  تا  $T_{10} = 1$  در نظر بگیرید. در این مرحله، دارای نوترینوها، زوجهای الکترون-پوزیترون، و فوتونها هستیم که هر یک دارای تابعهای توزیع به شکل

(۹.۵) در تقریب دمای زیاد هستند (جدول ۱.۵). از این رو، با توجه به مثال پایان بخش پیش داریم

$$\varepsilon = \frac{9}{4} a T^4. \quad (۳۱.۵)$$

بنابراین، در این دوره معادله انبساط از شکل ساده شده فرمول (۴.۵) به صورت زیر درمی آید

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{12\pi G a}{c^2} T^4 \quad (۳۲.۵)$$

و رابطه (۷.۵) به شکل زیر در می آید

$$T = \left( \frac{c^2}{48\pi G a} \right)^{1/4} t^{-1/2}, \quad (۳۳.۵)$$

که می توان آن را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$T_{10} = 1.04 t_{\text{ثانیه}}^{-1/2}. \quad (۳۴.۵)$$

به هر حال، در مرحله بعد که دیگر زوجهای الکترون-پوزیترون نسبیتی نیستند، وضعیت پیچیده می شود. بنابراین، تقریب دمای زیاد دیگر برای آنها معتبر نیست و باید از فرمولهای (۱۲.۵) و (۱۳.۵) برای تعیین  $\varepsilon$  و  $p$  و آهنگ انبساط عالم استفاده کنیم. در اینجا وارد جزئیات این مرحله نمی شویم، بلکه در عوض یک باره به مرحله ای می رویم که زوجها نابود شده اند و فقط فوتون باقی مانده است:

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

بنابراین، انرژی که در ابتدا در  $e^\pm$  و فوتونها بود، اکنون فقط صرف فوتونها می شود و تعداد و دمای آنها را زیاد می کند. چگونه می توان این تغییر را ارزیابی کرد؟ در اینجا است که رابطه (۲۱.۵) که بیانگر ثابت بودن  $\sigma$  است به کمک ما می آید.

در مرحله نسبیتی ( $T_9 > 5$ ) برای  $e^\pm$  داریم

$$\sigma = \frac{4S^3}{3T} (\varepsilon_{e^-} + \varepsilon_{e^+} + \varepsilon_\gamma) = \frac{11}{3} a (ST)^3. \quad (۳۵.۵)$$

وقتی  $e^\pm$  نابود شده اند و فقط فوتونها باقی مانده اند، دمای فوتون  $T_\gamma$  از رابطه زیر به دست می آید

$$\sigma = \frac{4}{3} \frac{S^3}{T_\gamma} \varepsilon_\gamma = \frac{4}{3} a (ST_\gamma)^3. \quad (۳۶.۵)$$

اکنون از این نتیجه استفاده می‌کنیم که دمای نوترینو همواره به صورت  $S^{-1}$  تغییر می‌کند. بگذارید آن را به صورت زیر بنویسیم

$$T_\nu = B/S, \quad B = \text{const.} \quad (۳۷.۵)$$

از (۳۶.۵) به دست می‌آوریم

$$\sigma = \frac{11}{3} aB^3 \left( \frac{T}{T_\nu} \right)^3. \quad (۳۸.۵)$$

همین‌طور، از (۳۶.۵) به دست می‌آوریم

$$\sigma = \frac{4}{3} aB^3 \left( \frac{T_\gamma}{T_\nu} \right)^3. \quad (۳۹.۵)$$

اکنون در عصر قبل از نابودی داریم،  $T = T_\nu$ ، به طوری که از (۳۸.۵) به دست می‌آوریم  $\sigma = \frac{11}{3} aB^3$ . پس از نابودی  $\sigma$  باید دارای همین مقدار باشد، بنابراین می‌توانیم آن را برابر مقدار رابطه (۳۹.۵) قرار دهیم. پس به این نتیجه رسیدیم که دمای فوتون در پایان نابودی  $e^\pm$  با ضریب زیر از دمای نوترینو بیشتر شده است

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left( \frac{11}{4} \right)^{1/3} \cong 1.4. \quad (۴۰.۵)$$

بنابراین، دمای کنونی نوترینو با ضریب  $(1/4)^{-1}$  از دمای فوتون کمتر است. اگر دمای فوتون را  $2.7\text{K} \sim$  بگیریم، دمای نوترینو  $1.9\text{K} \sim$  است.

## ۴.۵ نسبت نوترون به پروتون

تاکنون تصویری از عالم اولیه به دست آورده‌ایم که به بهترین نحو می‌توان آن را با جدول زمان-دمای رویدادها در جدول ۲.۵ نشان داد (به شکل ۳.۵ نیز نگاه کنید). فعلاً آخرین مدخل جدول ۲.۵ مورد توجه ماست.

تاکنون در بحث خود توجه چندانی به باریونها یعنی پروتونها و نوترونهای موجود در مخلوط نکرده‌ایم. در تقریب قرار دادن پتانسیلهای شیمیایی برابر با صفر، عدد باریونی را صفر گرفتیم. اعتبار این تقریب وابسته به آن که چگالی عددی باریون چند مرتبه بزرگی (۸ تا ۱۰) کوچکتر از

جدول ۲.۵ جدول زمان-دمای رویدادهای پیش از سنتز هسته‌ای در عالم اولیه

رویدادها	دما (K)	زمان سپری شده از مهبانگ (s)
باریونها، مزونها، لیتونها، و فوتون در تعادل گرمایی هستند.	$> 10^{12}$	$\leq 10^{-4}$
$\mu^\pm$ شروع به نابودی و خروج از مخلوط می‌کنند. نوترینوها شروع به واجفتیدن از بقیه ماده می‌کنند.	$10^{12} - 10^{11}$	$10^{-4} - 10^{-2}$
نوترینوها کاملاً واجفته می‌شوند. زوجهای $e^\pm$ هنوز نسبیته هستند.	$10^{11} - 10^{10}$	$10^{-2} - 1$
زوجهای $e^\pm$ نابود و ناپدید می‌شوند، دمای گاز فوتونی به $1/4 \sim$ برابر دمای نوترینوها افزایش می‌یابد.	$10^{10} - 10^9$	$1 - 180$

چگالی فوتون باشد. با وجود این، اکنون باید به وجود باریونها، هرچند که چگالی عددی آنها کم باشد، توجه کنیم؛ چون برای در نظر گرفتن ایده گاموف در مورد سنتز هسته‌ها در عالم داغ به آنها نیازمندیم. همین‌طور تأکید می‌کنیم که باریونها در این مرحله از انبساط عالم (که سنتز هسته‌ها می‌توانست صورت بگیرد) نقش مهمی در انبساط آن ندارند.

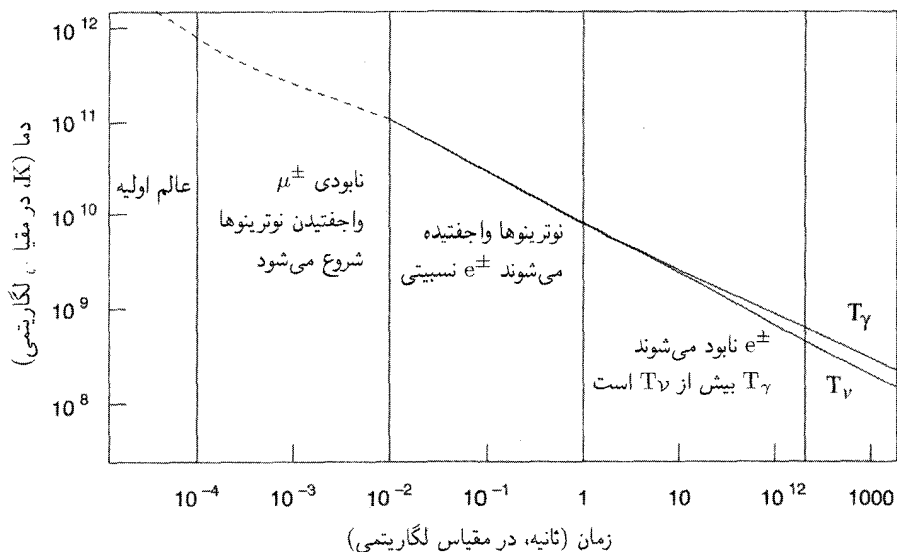
تا جایی که به پتانسیلهای شیمیایی مربوط می‌شود، در بخش بعد آشکارا به آنها خواهیم پرداخت. اما ابتداء متوجه می‌شویم که دماهای  $T_p$  و  $T_n$  جدول ۱.۵ بسیار زیادند، به طوری که تابعهای توزیع نوترون و پروتون از تقریبهای غیرنسبیتی (۲۵.۵) پیروی می‌کند. بنابراین، به دست می‌آوریم

$$N_p = \frac{2}{h^3} \left( \frac{m_p kT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{T_p}{T}\right), \quad (41.5)$$

$$N_n = \frac{2}{h^3} \left( \frac{m_n kT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{T_n}{T}\right).$$

در این تقریب نسبت تعداد نوترون به پروتون از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{N_n}{N_p} \cong \exp\left(\frac{T_p - T_n}{T}\right) = \exp\left(-\frac{1/5}{T_1}\right). \quad (42.5)$$

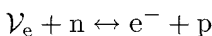


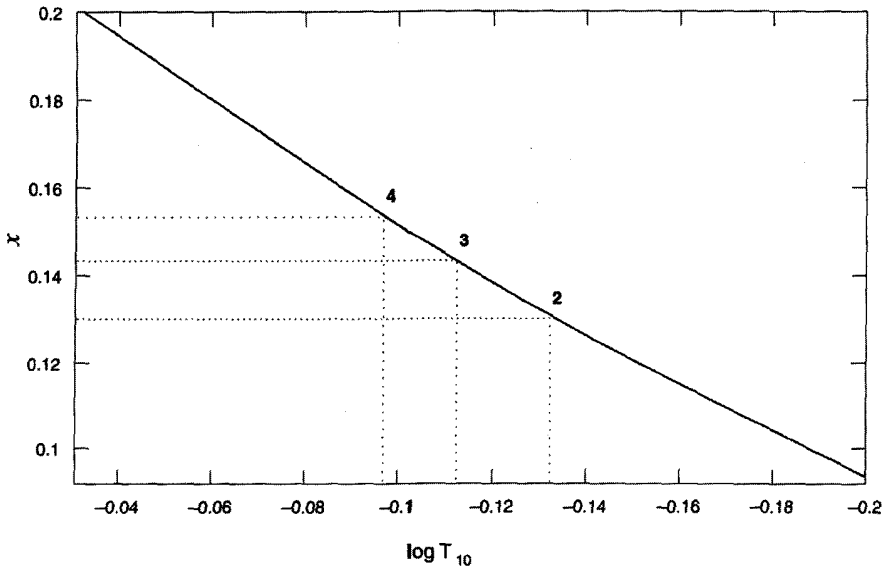
شکل ۳.۵ نمودار زمان-دماي عالم اوليه. بخش خط چين رابطه  $(T, t)$  را به درستي بيان نمي‌کند، زيرا ذرات (به‌ويژه يونها و  $\mu^+$ ) برهم‌کنش مي‌کنند و واقعاً آزاد نيستند. تصوير قابل اعتمادتري براي  $t \geq 10^{-2} s$  به دست مي‌آيد. به تفاوت دماي نوترينوها و فوتونها براي  $t \geq 10^0 s$  توجه کنيد. براي جزئيات به متن کتاب مراجعه کنيد.

بنابراين نسبت با کاهش دما از تقريباً ۱ : ۱ در  $T \geq 10^{12} K$  به حدود ۵ : ۶ در  $T = 10^{11} K$  و به ۳/۵ در  $3 \times 10^{10} K$  فرو مي‌افتد. شکل ۴.۵ اين تغيير با دما را نشان مي‌دهد.

براي حفظ تعادل ترموديناميكي، واکنشهايي که نوترونها را به پروتون تبديل مي‌کنند و برعکس بايد در مقايسه با آهنگ انبساط عالم سريع باشند. اين برهم‌کنشها چيزي جز برهم‌کنشهاي ضعيف نيستند که قبلاً در بررسي و اجفتيدگي نوترينوها از آميزه آغازين بررسي شدند (نگاه کنيد به بخش ۳.۵). به هر حال، يک تفاوت وجود دارد. در بحث و اجفتيدگي نوترينوها، بيشتر به واکنش يک نوترينو با لپتونهايي چون  $e^\pm, \mu^\pm$  علاقه‌مند بوديم، و سطح مقطع  $\Sigma$  از رابطه (۲۶.۵) براي اين برهم‌کنشها به دست مي‌آمد. همين‌طور، آهنگ واکنش  $\eta$  از (۲۷.۵) از ضرب کردن در چگاليهاي عددي لپتونهاي شرکت‌کننده به دست مي‌آمد.

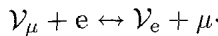
در اين مورد سطح مقطع يک نمونه برهم‌کنش مانند





شکل ۴.۵ نسبت تعداد نوترون به پروتون برحسب دما رسم شده است. سه نقطه روی منحنی مراجلی را مشخص می‌کنند که در آن این نسبت عملاً فراوانی هلیوم را تعیین می‌کند: سه مورد نشان داده شده نظیر  $l = 2, 3, 4$  گونه نوترینوست.

از واکنش کاملاً لپتونی مانند واکنش زیر بزرگتر است



همین‌طور، چگالیهای لپتون به‌کاررفته در (۲۷.۵) به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر از چگالیهای نوکلئونی است که اکنون در نظر می‌گیریم. بنابراین، احتمال اینکه یک نوکلئون با هر نوترینویی برهم‌کنش کند از احتمال برهم‌کنش یک نوترینو با هر نوکلئون بیشتر است. نتیجه آن می‌شود که دمای مؤثری که در آن  $n$  و  $p$  از تعادل ترمودینامیکی خارج می‌شوند کمتر از دمای مؤثر واجفتیدگی نوترینو خواهد بود که قبلاً تعیین کردیم.

به لحاظ کمی، سطح مقطع به‌جای  $\Sigma \propto T^2$  که در (۲۶.۵) داشتیم به‌صورت  $\propto T$  است، و دمای مؤثر واجفتیدگی  $T_*$  که در آن آهنگ واکنش تقریباً در حدود  $H$  است به‌صورت  $K < 10^1$  در می‌آید. توجه کنید که اگر عالم با سرعت بیشتر منبسط می‌شد،  $T$  زیادتر بود و نسبت  $N_n/N_p$  در واجفتیدگی که از (۴۲.۵) به‌دست می‌آمد بیشتر می‌شد. در بخش ۱.۵.۵ در هنگام مربوط ساختن فراوانی هلیوم به تعداد گونه‌های نوترینو به این نکته خواهیم پرداخت.

هنگامی که تعادل ترمودینامیکی دیگر برقرار نباشد، نسبت  $N_n/N_p$  دیگر از رابطه (۴۲.۵) به دست نمی‌آید، بلکه از ملاحظات تفصیلی واکنشهای خاص به دست می‌آید که در آنها نوکلئونها دخیل‌اند.

بنابراین، با خنک شدن بیشتر عالم، این نسبت از واکنشهایی به دست می‌آیند که پروتونها را به نوترونها تبدیل می‌کنند و برعکس. این واکنشها اصولاً برهم‌کنشهای ضعیف از نوع زیر هستند



آهنگ این واکنشها را سطح مقطعهایی تعیین می‌کنند که با توجه به نظریه برهم‌کنشهای ضعیف محاسبه شده‌اند. قبل از تثبیت نظریه پیمانهای الکتروضعیف در اواخر سالهای ۱۹۷۰، برای این محاسبه‌ها از نظریه  $V-A$  ی برهم‌کنشهای ضعیف استفاده می‌شد. در اینجا، به جزئیات این محاسبه نمی‌پردازیم، هدف به دست آوردن معادله دیفرانسیل برای نسبت زیر است

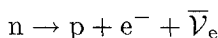
$$X_n = \frac{N_n}{N_p + N_n}. \quad (۴۳.۵)$$

اگر  $\lambda(n \rightarrow p)$  آهنگ تبدیل نوترون به پروتون را نشان دهد و  $\lambda(p \rightarrow n)$  نشانگر آهنگ تبدیل پروتون به نوترون باشد،  $X_n$  در معادله زیر صدق می‌کند

$$\frac{dX_n}{dt} = (1 - X_n)\lambda(p \rightarrow n) - X_n\lambda(n \rightarrow p). \quad (۴۴.۵)$$

آهنگهای  $\lambda$  به تابعهای توزیع لبتونها بستگی دارند، آنها به نوبه خود تابع دما هستند که به عامل مقیاس عالم در حال انبساط بستگی دارد. انتگرال‌گیری از (۴۴.۵) باید به صورت عددی انجام شود، و این کار ادامه می‌یابد تا همه زوجهای  $e^\pm$  از مخلوط خارج شوند. این کار در  $T \geq 10^9 \text{K}$  صورت می‌گیرد.

وقتی همه  $e^\pm$  از بین رفته باشند، هنوز امکان واپاشی نوترونها از طریق واکنش زیر وجود دارد



که زمان مشخصه آن  $\tau = 10^{13} \text{s}$  است. بنابراین، از زمانی که زوجها ناپدید شوند تا شروع سنتز هسته‌ای نسبت  $X_n$  نوترون با ضریب نمایی  $\exp(-t/\tau)$  کاهش می‌یابد.

پس در شروع سنتز هسته‌ای که همه پارامترهای فرایند برهم‌کنش ضعیف را می‌دانیم، نسبت نوترون به پروتون به صورت یکتا تعیین می‌شود. این یک جنبه مفید نظریه سنتز هسته‌ای آغازین است که کوشیرو هایاشی<sup>۱</sup> متذکر شد و اکنون به بحث درباره آن می‌پردازیم.

## ۵.۵ سنتز هسته‌های سبک

یک نمونه هسته  $Q$  با دو کمیت جرم اتمی  $A$  و عدد اتمی  $Z$  مشخص و به صورت زیر نوشته می‌شود

$${}^A_ZQ.$$

هسته دارای  $Z$  پروتون و  $(A - Z)$  نوترون است. اگر جرم هسته باشد، انرژی بستگی آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$B_Q = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_Q]c^2. \quad (45.5)$$

اکنون یک واحد حجم در محیط کیهان‌شناختی را در نظر می‌گیریم که حاوی  $N_n$  نوکلئون مقید یا آزاد است. چون جرم پروتون و نوترون تقریباً مساوی است، می‌توان جرم یک نمونه نوکلئون را با  $m$  نشان داد. بنابراین  $m_n \approx m_p = m$ . اگر  $N_n$  نوترون آزاد و  $N_p$  پروتون آزاد دو مخلوط وجود داشته باشد

$$X_n = \frac{N_n}{N_N}, \quad X_p = \frac{N_p}{N_N} \quad (46.5)$$

کسر وزنی نوترونها و پروتونهای آزاد را نشان می‌دهد. اگر یک نمونه هسته مقید  $Q$  دارای جرم  $A$  باشد، تعداد  $N_Q$  از آنها در واحد حجم وجود دارد، و می‌توان کسر وزنی  $Q$  را به صورت زیر نشان داد

$$X_Q = \frac{N_Q A}{N_N}. \quad (47.5)$$

حال در دماهای بسیار زیاد ( $T \gg 10^{10} \text{ K}$ )، انتظار داریم که هسته‌ها در تعادل گرمایی باشند. اما، حتی در این دماها  $T \ll T_Q$  و فرمول (۲۵.۵) صادق است. به علاوه، چون به چگالیهای عددی نسبی علاقه‌مندیم، دیگر نمی‌توانیم پتانسیلهای شیمیایی را نادیده بگیریم. از این رو

$$N_Q = g_Q \left( \frac{m_Q kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left( \frac{\mu_Q - m_Q c^2}{kT} \right). \quad (48.5)$$

که در آن پتانسیلهای شیمیایی  $\mu_Q$  را دوباره وارد کرده‌ایم. چون پتانسیلهای شیمیایی در واکنشهای هسته‌ای پایسته‌اند، داریم

$$\mu_Q = Z\mu_p + (A - Z)\mu_n \quad (49.5)$$



با فرض اینکه هسته‌ها بر اثر واکنشهای هسته‌های نوترون‌ها و پروتون‌ها به وجود آمده باشند. با استفاده از معادله (۴۹.۵) پتانسیلهای شیمیایی ناشناخته را می‌توان در رابطه (۴۸.۵) و رابطه‌های مشابه برای  $N_p$  و  $N_n$  حذف کرد. نتیجه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$X_Q = \frac{1}{\varphi} g_Q A^{5/2} X_p^Z X_n^{A-Z} \xi^{A-1} \exp\left(\frac{B_Q}{kT}\right) \quad (50.5)$$

که در آن

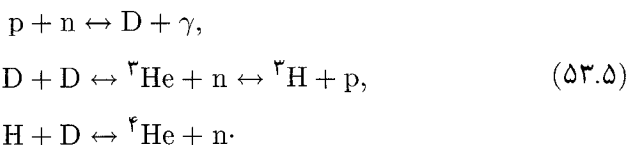
$$\xi = \frac{1}{\varphi} N_N \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\right)^{-3/2} \quad (51.5)$$

برای تشکیل قابل ملاحظه هسته‌های پیچیده،  $T$  باید به اندازه کافی کم شود تا  $\exp[B_Q/(kT)]$  برای جبران کوچکی  $\xi^{A-1}$  به اندازه کافی بزرگ باشد. این رویداد برای هسته  $Q$  هنگامی رخ می‌دهد که  $T$  به مقدار زیر کاهش یافته باشد

$$T_Q \sim \frac{B_Q}{k(A-1)|\ln\xi|} \quad (52.5)$$

بگذارید ببینیم وقتی فرمول بالا را در مورد هسته  ${}^4\text{He}$  به کار ببریم چه اتفاقی می‌افتد. انرژی بستگی این هسته  ${}^4\text{He}$   $\approx 4/3 \times 10^{-5} \text{erg}$  است. اگر این مقدار را در (۵۰.۵) بگذاریم و  $N_N$  را از مقدار کنونی چگالی نوکلئون‌ها که در حدود  $10^{-6} \text{cm}^{-3}$  است برآورد کنیم، درمی‌یابیم که  $T_Q \sim 3 \times 10^9 \text{K}$  (تمرین ۲۳). اما، در این دمای کم چگالیهای عدد نوکلئونهای درگیر به اندازه‌ای کوچک است که برخوردهای چهار جسمی که به تشکیل  ${}^4\text{He}$  می‌انجامد بسیار نادرند. بنابراین، باید به صورتی که کمتر بلند پروازانه باشد، تشکیل هسته‌های پیچیده را توجیه کنیم.

از این رو، برخوردهای دو جسمی را (که چندان نادر نیستند) برای توجیه تشکیل هسته‌های سنگینتر امتحان می‌کنیم. دوتریم ( $D$ )، تریتم ( ${}^3\text{H}$ ) و هلیم ( ${}^3\text{He}$  و  ${}^4\text{He}$ ) در واکنشهای زیر تولید می‌شوند



چون در تشکیل دوتریم فقط برخوردهای دو جسمی دخیل‌اند، فراوانی آن به سرعت به مقدار تعادل

زیر می‌رسد

$$X_D = \frac{3}{\sqrt{2}} X_p X_n \xi \exp\left(\frac{B_D}{kT}\right). \quad (54.5)$$

به هر حال، انرژی بستگی  $B_D$  دوتریم به اندازه‌ای کوچک است مگر اینکه مقدار  $T$  به کمتر از  $10^9 \text{K}$  برسد،  $X_D$  برای آغاز واکنشهای دیگری که به  ${}^3\text{H}$ ،  ${}^3\text{He}$ ، و  ${}^4\text{He}$  می‌انجامد به اندازه کافی زیاد نیست. در واقع، واکنشهای (۵۳.۵)، به استثنای واکنش اول، قبل از کم شدن دما تا مقدارهای  $10^8 \text{K} \times 8 \sim$  با سرعت کافی صورت نمی‌گیرند.

اگرچه در این دماها، سنتز هسته‌ای با سرعت کافی انجام می‌گیرد، اما این واکنشها فراتر از  ${}^4\text{He}$  نمی‌روند. علت آن است که هیچ هسته پایدار دارای  $A$  برابر ۵ تا ۸ وجود ندارد، و هسته‌های سنگینتر از  ${}^4\text{He}$  بلافاصله پس از تشکیل شکسته می‌شوند. فراوانی آغازین آنها بسیار کوچک است. بنابراین، فرایند در اینجا متوقف می‌شود. محاسبه‌های دقیق توسط چند نفر این نتیجه را کاملاً تأیید کرده است.

بنابراین، با شروع از نوترون و پروتونهای آغازین، سرانجام دارای هسته‌های  ${}^4\text{He}$  و پروتونهای آزاد خواهیم شد. همه نوترونها را هسته‌های هلیم بلعیده‌اند. از این رو، اگر کسر وزنی هلیم آغازین را در نظر بگیریم، رابطه آن با کمیت  $X_n$ ، تراکم نوترون قبل از آغاز سنتز هسته‌ای، بسیار ساده می‌شود. اگر این کسر وزنی را با نماد  $Y$  نشان دهیم، به دست می‌آوریم

$$Y = 2X_n. \quad (55.5)$$

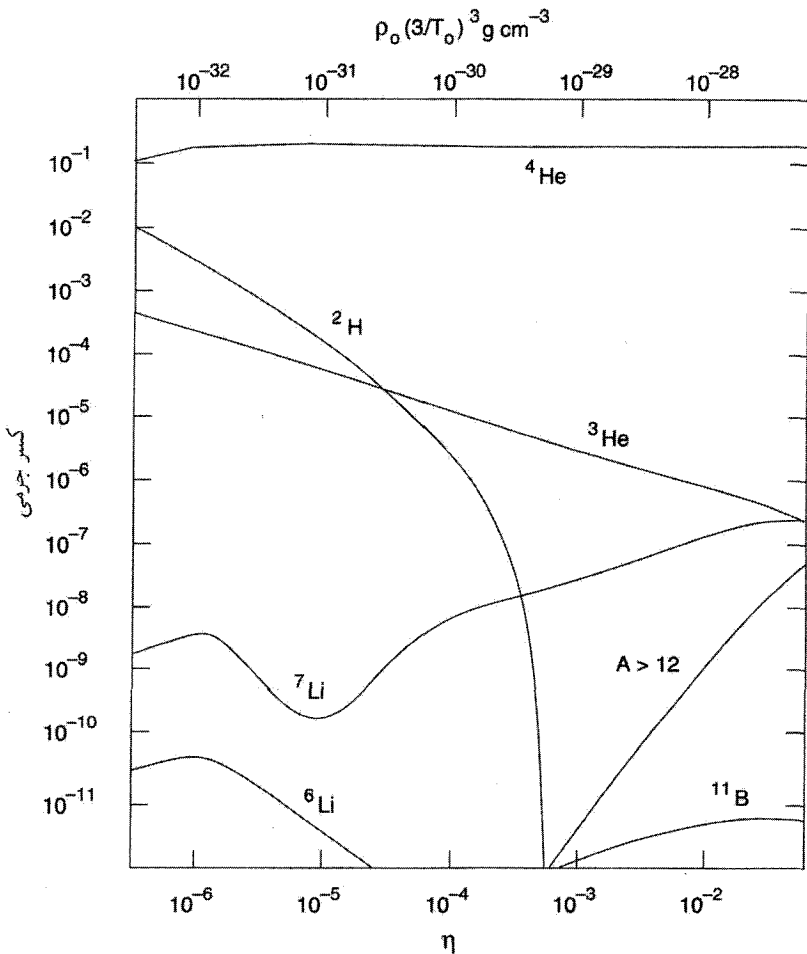
در شکل ۵.۵ کسرهای وزنی  ${}^4\text{He}$ ،  ${}^3\text{He}$ ،  ${}^2\text{H}$ ، و غیره برحسب پارامتر  $\eta$ ، که به صورت زیر تعریف می‌شود، رسم شده است

$$\eta = \left( \frac{\rho_0}{1.97 \times 10^{-26} \text{g cm}^{-3}} \right) \left( \frac{2.7}{T_9} \right)^3. \quad (56.5)$$

بنابراین،  $\eta$  اصولاً معیاری از چگالی نوکلئون در عالم اولیه از طریق فرمول زیر است

$$\rho = \eta T_9^3, \quad T_9 < 30. \quad (57.5)$$

اکنون به بحث درباره تأثیر این پارامتر در تولید آغازین هسته‌های سبک می‌پردازیم.



شکل ۵.۵ فراوانی‌های آغازین هسته‌های سبک برحسب چگالی کنونی ماده در عالم فرض شده است که سه نوع نوترینو وجود دارد. رابطه میان  $\rho_0$  و  $\eta$  از (۵۶.۵) به دست می‌آید.

### ۱.۵.۵ هلیوم آغازین و گونه‌های نوترینو

توجه کنید که کسر وزنی هلیوم به پارامتر  $\eta$  بستگی ندارد. زیرا، همان‌طور که دیدیم، مقدار آن فقط تابع  $X_H$  است، که شدیداً به دوره‌ای بستگی دارد که آهنگ برهم‌کنشهای ضعیف به کمتر از آهنگ انبساط تقلیل یافته است. با رجوع به (۴۲.۵) می‌بینیم که در مراحل بسیار ابتدایی نسبت نوترون به پروتون تابع دمای  $T_*$  است. آهنگ انبساط سریعتر ایجاب می‌کند که این نسبت در دماهای بالاتری منجمد شود، و در نتیجه به فراوانی  ${}^4\text{He}$  بالاتری می‌انجامد.

برای مشاهده کمی این اثر، از (۴۲.۵) به خاطر دارید که یک «عصر آخر» برای دمای  $T_*$  وجود داشته است که در آن نسبت نوترون به پروتون را ملاحظات تعادل ترمودینامیکی تعیین می کرده است:

$$x = \frac{N_n}{N_p} = \exp\left(-\frac{1/5}{T_{*10}}\right). \quad (58.5)$$

دمای  $T_*$  از مساوی قرار دادن ثابت هابل  $H$  با آهنگ واکنش  $\eta$  برای تبدیلهای  $n \leftrightarrow p$  به دست می آمده است. اکنون داریم

$$\eta \propto T_*^4 \quad \text{و} \quad H \propto g^{1/2} T_*^2$$

به طوری که

$$T_*^2 \propto g^{1/2}. \quad (59.5)$$

اگر برای کسر وزنی هلیوم بنویسیم  $Y = 2N_n/(N_n + N_p)$ ، می توانیم تغییر  $Y$  را بر اثر تغییر  $g$  (به واسطه افزایش طعمهای نوترینو) به صورت زیر برآورد کنیم. با  $g \rightarrow g + \delta g$ ، رابطه های بالا ایجاب می کند  $x \rightarrow x + \delta x$ ،  $Y \rightarrow Y + \delta Y$ ، که

$$\delta Y = -\frac{x \ln x}{(1+x)^2} \frac{\delta g}{g}. \quad (60.5)$$

اگر  $l$  خانواده لپتون وجود داشته باشد،

$$g = \frac{V}{\lambda}(4 + 2l) + 2. \quad (61.5)$$

از این رو، افزایش  $l = 2$  به  $l = 3$  می دهد  $\delta g/g \sim \frac{1}{8}$ . برای  $Y = \frac{1}{4}$ ،  $x = \frac{1}{5}$  به دست می آوریم  $\delta Y \approx 0.02$ .

این نتیجه در ارتباط با این پرسش است که چند نوع نوترینوی آغازین وجود داشته است. در صورتگرایی GUT که در فصل ۶ بیان خواهد شد سه نوع نوترینوی  $\nu_e$ ،  $\nu_\mu$  و  $\nu_\tau$  وجود دارد. صورتگراییهای دیگر وجود حتی نوترینوهای بیشتر را مجاز می دارند و در نتیجه مقدار  $Y$  را افزایش می دهند. وقتی به رصدها بنگریم، متوجه خواهیم شد که فراوانی فعلی هلیوم وجود بیش از سه نوع نوترینو را منتفی می سازد.

جالب است توجه کنیم که آزمایشهای انجام شده در شتابگر ذرات نیز به همین نتیجه گیری می انجامند. یک سری آزمایش که در سال ۱۹۹۰ با برخوردگر بزرگ الکترون-پوزیترون<sup>۱</sup> (LEP) در سرن انجام شد (نگاه کنید به شکل ۶.۵) بوزونهای میانی  $Z^0$  را به تعداد زیاد تولید کرد. وجود



شکل ۶.۵ برخوردگر بزرگ الکترون-پوزیترون (LEP) در سرن، ژنو که در آن آزمایشها حدودی را بر تعداد گونه‌های نوترینو اعمال کرده است. ذرات در عبور از حلقه‌ای عظیم که مطابق شکل در چندین کیلومتر گسترده شده است تا انرژیهای بسیار زیاد شتاب می‌گیرند.

این ذرات (که برهم‌کنشهای الکتروضعیف را مبادله می‌کنند) را می‌توان از آشکارسازی قله‌هایی در سطح مقطع تولید هادرونها و لپتونها برحسب انرژی نتیجه گرفت. عرض قله طول عمر بوزون  $Z^0$  را تعیین می‌کند که با تعداد گونه‌های موجود نوترینو در ارتباط است. برآوردها به وجود سه نوع نوترینو بسیار نزدیک است که با ملاحظات کیهان‌شناختی بالا سازگاری دارد. این واقعیت موفقیت قابل ملاحظه‌ای را در کار پیوند کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات نشان می‌دهد.

### ۲.۵.۵ دوتریم و هسته‌های سبک دیگر

برخلاف رفتار  $Y$ ، که حساسیت چندانی به  $\eta$  ندارد، فراوانی سایر هسته‌ها تابع  $\eta$  است. این فراوانیها در مقایسه با  $Y$  کوچک‌اند. سرانجام، فقط هسته‌های سنگینتر از  ${}^4\text{He}$  باقی می‌مانند؛  ${}^3\text{H}$  (تریتیم) به  ${}^3\text{He}$  وامی‌باشد. از هسته‌های سنگینتر از  ${}^4\text{He}$ ، فقط  ${}^6\text{Li}$  (لیتیم) به مقدار قابل ملاحظه‌ای وجود دارد، اگرچه مقدار آن از  ${}^3\text{He}$  کمتر است. جالبترین وضعیت برای دوتریم وجود دارد، که فراوانی آن با افزایش  $\eta$  به بیش از  $10^{-4}$  به سرعت فرو می‌افتد. برآورد فعلی کسر جرمی دوتریم

$10^{-5} \sim 2$  است. از شکل ۵.۵، داریم  $\eta \cong 2 \times 10^{-5}$  برای  $T_0 = 2,7\text{K}$ ، این نظیر جگالی کنونی زیر است

$$\rho_0 \sim 4 \times 10^{-31} \text{g cm}^{-3}. \quad (62.5)$$

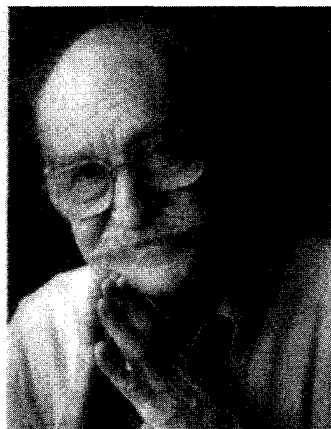
از مقایسه این مقدار با (۴۵.۴)، مشاهده می‌کنیم که برای  $h_0 \Omega^2 \lesssim 0.2$  و در نتیجه  $q_0 \lesssim 0.1$  بنابراین، حتی اگر مقدار کمی از دوتریم دارای منشأ آغازین یافت شود، مدل‌های فریدمان از نوع بسته بی‌اعتبار می‌شوند. به هر حال، گریزگاهی در این استدلال وجود دارد: می‌توانیم ماده غیرباریونی را وارد عالم کنیم. این ماده در فراوانی دوتریم تأثیری ندارد، اما در  $\Omega_0$  سهمیم است. ماده از این نوع باید تاریک باشد. درباره شرایط رصدی و ماده تاریک در فصل ۱۰ بحث خواهیم کرد.

شکل ۵.۵ نشان می‌دهد که تولید آغازین هسته‌های سنگین ( $A \geq 12$ ) بسیار کم است، و به هیچ وجه نمی‌تواند فراوانیهای مشاهده شده را توجیه کند. علت اصلی این موضوع آن است که هیچ هسته پایداری با  $A = 5, 8$  وجود ندارد. بنابراین، هر تلاشی در جهت سنتز هسته‌های سنگینتر با افزودن پروتون یا چیز دیگر به  ${}^4\text{He}$  به شکست می‌انجامد. در واقع، برای عبور از این گاف و رسیدن به هسته‌های پایدار سنگینی چون  ${}^{12}\text{C}$  و  ${}^{16}\text{O}$ ، باید سناریوهای متفاوتی را در نظر بگیریم. اعماق ستارگان در مسیر رسیدن به مرحله غولهای سرخ برای ساخت چنین هسته‌هایی مناسب است. در واقع مقاله کلاسیک مارگارت و جفری بریج<sup>۱</sup>، ویلیام فاولر<sup>۲</sup> و فرد هویل در سال ۱۹۵۷ (این سه مؤلف را پس از این  $\text{B}^2\text{FH}$  می‌نامیم) نشان داد که چگونه می‌توان این هسته‌ها را در مراحل مختلف تحول ستاره‌ای ساخت.

می‌توان به این جمع‌بندی رسید که این انتظار گاموف که سنتز هر نوع هسته در عالم اولیه امکان‌پذیر بوده تا اندازه‌ای محقق شده است. این ایده برای هسته‌های سبکی چون  $\text{D}$ ،  ${}^3\text{He}$ ، و غیره موفق است. برای به دست آوردن هسته‌های سنگینتر از  ${}^4\text{He}$  (و احتمالاً  ${}^7\text{Li}$ )، اختریف‌یکدانان باید در پی منابع دیگر یعنی ستارگان باشند.

## ۶.۵ زمینه ریزموج

گاموف و همکارانش آلفر و هرمن (نگاه کنید به شکل ۷.۵) پیش‌بینی دیگری را هم کرده بودند، که ظاهراً تأیید شده است. پیش‌بینی آنها این بود که فوتونهای دوره اولیه داغ پس از خنک شدن



شکل ۷.۵ رالف آلفر (چپ) و رابرت هرمن (راست)، که در سال ۱۹۴۸ وجود تابش زمینه باقیمانده را از محاسبه‌های خود (به اتفاق جورج گاموف) دربارهٔ سنتز هسته‌های اولیه پیش‌بینی کردند.

در حال حاضر یک تابش زمینه گرمایی در ناحیهٔ ریزموج را به‌وجود آورده‌اند. آلفر و گاموف دمای فعلی این تابش را  $5\text{K}$  برآورد کرده بودند. در نبود مبنای کمی محکم، این برآورد بیشتر حدس و گمان بود. خود گاموف در یک مقالهٔ بعدی دما را  $7\text{K}$  حدس زد و سپس در گام‌های متوالی آن را تا  $5^\circ\text{K}$  افزایش داد. در سالهای ۱۹۵۰، ایده‌های مربوط به سنتز هسته‌های اولیه چندان مورد توجه قرار نگرفت، زیرا نظریه‌ای وجود نداشت که منشأ هسته‌های سنگین را توضیح دهد. با موفقیتی که سنتز هسته‌ها در ستارگان در این زمینه به‌دست آورد، علاقه به سناریویی برای سنتز هسته‌های اولیه کم شد و پیش‌بینی بقایای تابش زمینه کم‌وبیش به فراموشی سپرده شد.

با این همه، در اوایل سالهای دههٔ شصت با تشخیص این مطلب که همهٔ هلیوم موجود در عالم می‌توانند در ستارگان ساخته شده باشند، علاقه به مرحلهٔ آغازین عالم دوباره زنده شد، کار فرد هویل و راجر تیلر<sup>۱</sup> در کمبریج بریتانیا و رابرت دیکی و جیم پیلز در پرینستون ایالات متحده و یاکوب زلدویچ<sup>۲</sup> در مسکو شوروی در سالهای ۱۹۶۴-۶۵ نشان داد که شکل تجدیدنظر شده‌ای از برنامه سنتز هسته‌ای گاموف می‌تواند فراوانی هلیوم را به‌درستی تعیین کند. بنابراین ایده تابش باقیمانده برای دیکی به اندازهٔ کافی جذاب شد تا یک آزمایش تابش‌سنجی برای آشکارسازی آن را برنامه‌ریزی کند.

همان‌طور که قبلاً گفتیم، این تابش را اولین بار آرنو پنزیاس و رابرت ویلسون (نگاه کنید به شکل ۸.۵)، در سال ۱۹۶۵ به صورت کم‌وبیش شانس‌آشکار ساختند. آنها می‌خواستند از یک



شکل ۸.۵ رابرت ویلسون و آرنو پنزیاس در مقابل آنتن شیپوری خود، که برای کشف زمینه ریزموج به کار رفت.

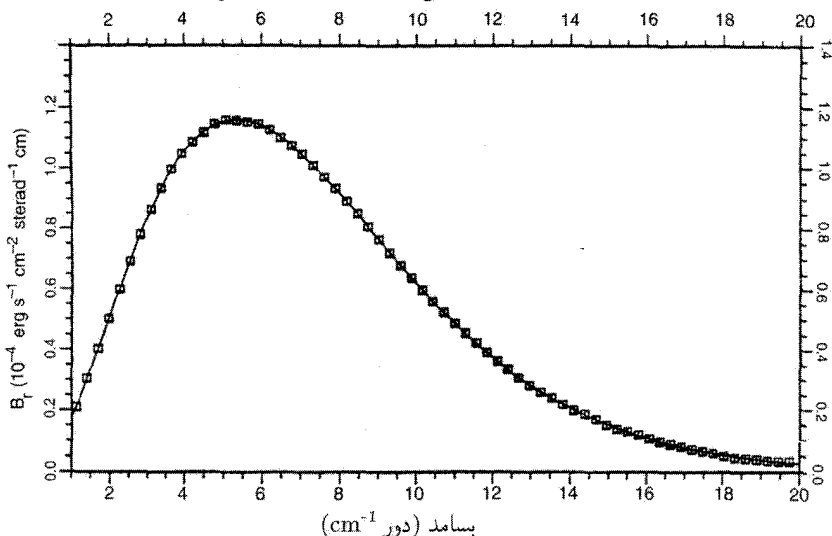
آنتن بازتابی شیپوری  $2^\circ$  فوتی برای مطالعه تابش ریزموج در راه شیری استفاده کنند. در هنگام آزمایش آنتن، آن را در جهت‌های مختلف قرار دادند و از طول موج  $7.35\text{cm}$  استفاده کردند، زیرا نوبه کیهکشانی را چندان جذب نمی‌کند. این اندازه‌گیری‌های آزمونی حاوی یک مؤلفه همسانگرد بدون توجیه بود، یعنی نمی‌شد آن را به هیچ چشمه کیهکشانی یا فراکیهکشانی نسبت داد. فقط هنگامی که آنها یادداشتهای خود را با گروه پرینستون مقایسه کردند توانستند آن را به عنوان تابش زمینه باقیمانده شناسایی کنند.

اندازه‌گیری پنزیاس-ویلسون در یک طول موج انجام شد، اگر قرار بود آن را به عنوان تابش جسم سیاه تفسیر کنند، دمای آن  $3.5\text{K}$  می‌شد. در فصل  $1^\circ$  درباره جزئیات رصدهای بعدی این تابش بحث خواهیم کرد. شکل ۹.۵ طیف این تابش را نشان می‌دهد که ماهواره کاوشگر زمینه کیهانی<sup>۱</sup> (COBE) در سال ۱۹۹۰ آن را با دمای  $2.735 \pm 0.006\text{K}$  اندازه گرفته است. سرشت جسم سیاه منحنی مربوط به شدت بسامد تا اندازه زیادی درستی آن را تأیید کرده است. برای مشاهده اینکه این زمینه چگونه تشکیل شده است باید تاریخچه عالم اولیه را در مراحل پس از سنتز هسته‌ای بررسی کنیم.

عصر سنتز هسته‌ای هنگامی آغاز شد که دما در حدود  $10^9\text{K}$  بود. عالم در مرحله‌های بعدی با انبساط یافتن خنک شد و فشار تابش به صورت  $S^{-1}$  کاهش یافت. حضور هسته‌ها، پروتونهای آزاد، و الکترون‌ها تأثیر چندانی بر دینامیک عالمی که هنوز تحت سیطره تابش بود نداشت. اما، این



طیف زمینه کیهانی در قطب شمال کهکشانی



شکل ۹.۵ طیف تابش زمینه ریزموج که ماهواره COBE اندازه گرفته است با منحنی پیوسته‌ای که از مستطیل‌های خطا می‌گذرد و بهترین برازش به منحنی جسم سیاه در دمای  $2,723\text{K}$  را نشان می‌دهد.

ذرات، به‌ویژه سبکترین آنها، یعنی الکترون‌ها به‌عنوان مرکزهای پراکندگی برای تابش محیط عمل می‌کردند و آن را گرمایی نگه می‌داشتند. بنابراین، عالم در ابتدا کدر بود.

اما، با خنک شدن عالم، جاذبه الکتریکی بین الکترون و پروتون نمایان شد. در محاسبه‌های تفضیلی پی. جی. ای. پیلز، مخلوط الکترون‌ها و پروتون‌ها و اتم‌های هیدروژن در دماهای مختلف مطالعه شدند. به‌علت دافعه کولنی بین الکترون و پروتون، اتم هیدروژن دارای انرژی بستگی معین  $B$  است. بنابراین، مسئله تعیین چگالی‌های عددی نسبی الکترون‌های آزاد، پروتون‌های آزاد (یعنی یونها)، و اتم‌های هیدروژن ( $H$ ) خنثی در تعادل گرمایی مشابه چیزی است که قبلاً در به‌دست آوردن  $(5.5)$  در بخش ۵.۵ برای مخلوط نوکلئون‌های آزاد و مقید انجام دادیم. تنها تفاوت آن است که در این حالت پیوند الکتروستاتیکی است نه هسته‌ای. با استفاده از همان روش، فرمولی را به‌دست می‌آوریم که چگالی‌های عددی الکترون‌ها  $(N_e)$ ، پروتون‌ها  $(N_p = N_e)$ ، و اتم‌های  $H$  ( $N_H$ ) را در دمای معین  $T$  به هم مربوط می‌کند:

$$\frac{N_e^2}{N_H} = \left( \frac{m_e kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{B}{kT}\right) \quad (۶۳.۵)$$



شکل ۱۰.۵ مقناد ساها (۱۹۵۶-۱۸۹۳).

که در آن  $m_e$  جرم الکترون است. این معادله حالت خاصی از معادله یونش ساهاست. در حوالی سال ۱۹۲۰ مقناد ساها<sup>۱</sup> (نگاه کنید به شکل ۱۰.۵) مسئله یونش را در شرایط جوهای ستاره‌ای بررسی کرد و معادله خود را به دست آورد.

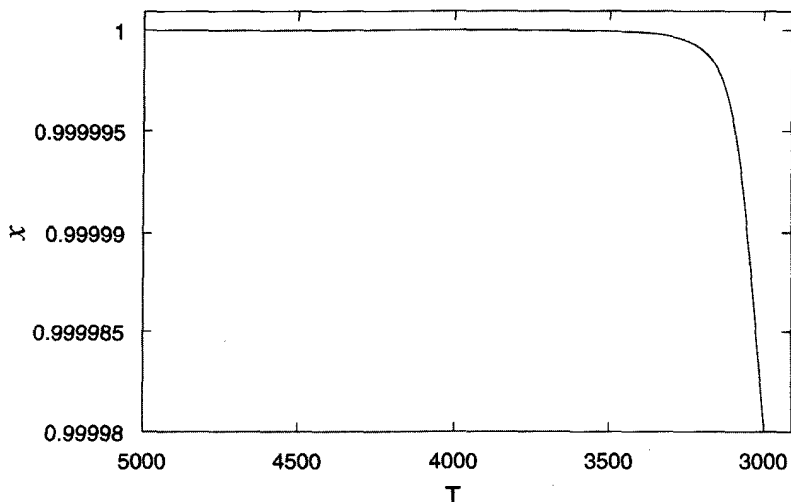
اگر  $N_B$  چگالی عددی باریونی کل باشد، می‌توانیم کسر یونش را با نسبت زیر نشان دهیم

$$x = \frac{N_e}{N_B} \quad (۶۴.۵)$$

سپس، چون  $N_H = N_B - N_e$ ، از (۶۳.۵) به دست می‌آوریم

$$\frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{N_B} \left( \frac{m_e kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{B}{kT}\right) \quad (۶۵.۵)$$

برای اتم H،  $B = ۱۳,۵۹\text{eV}$ . با قرار دادن مقادیرهای عددی در طرف راست (۶۵.۵)، می‌توان  $x$  را برحسب  $T$  به دست آورد. نتیجه‌های حاصل (شکل ۱۱.۵) نشان می‌دهند که در گستره دماهای حدود ۵۰۰۰K تا ۲۵۰۰K مقدار  $x$ ، برحسب مقدار  $N_B$ ، یعنی پارامتر  $\Omega_0 h_0^2$  (فصل ۴)، از ۱ به نزدیک صفر فرو می‌افتد. به عنوان مثال، برای  $\Omega_0 h_0^2 = ۰.۱$ ، در  $T = ۳۰۰۰\text{K}$  به دست می‌آوریم  $x = ۰.۰۰۳$ .



شکل ۱۱.۵ نمودار  $x$  برحسب  $T$  نشان می‌دهد که چگونه عالم با افت دما رفته‌رفته شفاف و تعداد الکترونهاى آزاد کم شده است.

بنابراین، در این زمان بیشتر الکترونهاى آزاد از آمیزه کیهان شناختی خارج شده‌اند، و در نتیجه عامل اصلی پراکندگی تابش از صحنه خارج شده است. اکنون، عالم عملاً برای تابش شفاف می‌شود. این دوره را عصر بازترکیب می‌نامند، گرچه واژه «بازترکیب» نامناسب است زیرا الکترونها در این عصر برای اولین بار ترکیب می‌شوند. بهتر است که آن را «عصر آخرین پراکندگی» بنامیم. شفاف شدن عالم به معنی آن است که فوتون نور می‌تواند مسافت زیادی را ( $\sim c/H$ ) بدون جذب یا پراکنده شدن طی کند. بنابراین، این عصر آغاز مرحله واجفتیدگی ماده از تابش است. این دوره تا عصر کنونی ادامه داشته است. در این مرحله، بسامد هر فوتون طبق قاعده زیر انتقال به سرخ یافته است

$$\nu \propto \frac{1}{S}, \quad (66.5)$$

در حالی که چگالی فوتونها به صورت زیر کاهش می‌یابد

$$N_{\gamma} \propto \frac{1}{S^3}. \quad (67.5)$$

به راحتی می‌توان دید که در این شرایط تابع توزیع فوتون با کاهش دما به صورت زیر شکل پلانکی خود را حفظ می‌کند.

$$T \propto \frac{1}{S} \quad (68.5)$$

بنابراین، دمای کنونی زمينه  $2,7\text{K}$  ~ به معنی آن است که عصر واجفتیده شدن ماده از تابش نظیر انتقال به سرخ  $10^3$  ~ است. اما، در بخش ۳.۴ دیدیم که عالم در حوالی همین عصر از سیطره تابش خارج و به دوران تسلط ماده منتقل شده است. اینکه چرا گذار از تیرگی به شفافیت و از عصر تسلط تابش به دوران سیطره ماده باید همزمان صورت گیرد را فعلاً نمی‌توان توجیه کرد و باید آن را تصادفی تلقی کرد.

نتیجه دیگری که هنوز فیزیک عالم اولیه قادر به توجیه آن نیست نسبت مشاهده شده فوتونها به باریونهاست

$$\frac{N_\gamma}{N_B} = 3,33 \times 10^9 (\Omega_b h^2)^{-1} \left( \frac{T_0}{2,7} \right)^3. \quad (69.5)$$

این نسبت از زمان شفاف شدن عالم پایسته مانده است، اگرچه  $N_B$  و  $N_\gamma$  را می‌توان به صورت نظری در عصرهای قبل از آن مطالعه کرد. چرا این نسبت به دست آمده است و نه مقداری دیگر؟ بسیاری از فیزیکدانان بر این باورند که برای حل این معما باید از ایده‌های فیزیک ذرات استفاده کرد. به هر حال، علامت مهم تابش باقیمانده طیف آن است. اختلالهای مختصری در تابش زمينه وجود دارد که بر اثر تشکیل ساختارهای گسسته به وجود آمده‌اند. اما سوای این مطلب، باید شکل طیف زمينه را بسیار نزدیک به شکل پلانکی به دست آوریم. وقتی درباره مشاهده‌های موجود درباره زمينه ریزموج صحبت می‌کنیم باید این پیش‌بینی را به خاطر داشته باشیم.

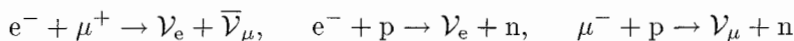
## ۷.۵ اظهارنظرهای نهایی

مطالعات ما درباره عالم اولیه در این فصل با عصری آغاز شد که در آن عالم بسیار داغ بود و سن آن به رحمت به  $10^{-4}\text{s}$  می‌رسید. این عصر در انتقال به سرخ  $10^3$  ~ و هنگامی که عالم شفاف شد به پایان رسید. اکنون دو راه پیش پای ما وجود دارد: رو به عقب از  $10^{-4}\text{s}$  یا رو به جلو تا دوره انتقال به سرخ  $10^3$ . در فصل ۶ به عقب برمی‌گردیم؛ در فصل ۷ جلو می‌رویم.

تیرگی عالم مانع از آن می‌شود که انتقال به سرخهای  $10^3$  ~ را مستقیماً «بینیم». بنابراین، هر دلیلی بر وجود مهبانگ یا عالم داغ را باید به صورت غیرمستقیم دریافت کرد. از این نظر فراوانی هسته‌های سبک و جزئیات زمينه ریزموج تنها وسیله‌های بررسی تاریخچه اولیه عالم هستند. اگر کار انجام شده در فصل ۶ بتواند پیش‌بینی‌های آزمون‌پذیری بکند، موفقیتی به حساب خواهد آمد.

## تمرینها

۱. چه استدلالهایی باعث شد که جورج گاموف مفهوم مهبانگ داغ را مطرح کند.
۲. مقادیرهای  $c$ ,  $G$ , و  $a$  را در (۷.۵) بگذارید و ضریب عددی (۸.۵) را به دست آورید.
۳. نمودار  $T$  برحسب  $t$  را که به صورت رابطه (۸.۵) داده شده است بر روی مقیاس  $\log\text{-}\log$  رسم کنید تا تغییرات دما برحسب زمان به دست آید. با بهره‌گیری از این نمودار سن عالم را وقتی دما برابر الف)  $10^{12}K$ ، ب)  $10^{11}K$ ، و ج)  $10^9K$  بوده است به دست آورید.
۴. از کتاب درسی مکانیک آماری، استدلالهایی را که به تابعهای توزیع (۹.۵) انجامیده است به دست آورید.
۵. از روی واکنشهای



پتانسیلهای شیمیایی مربوطه را که در رابطه‌های زیر صدق کنند به دست آورید

$$\mu_{e^-} - \mu_{\nu_e} = \mu_{\mu^-} - \mu_{\nu_\mu} = \mu_n - \mu_p$$

۶. استدلالهایی را بیان کنید که نشان دهند فقط چهار عدد کوانتومی مستقل پایسته در واکنشهای شیمیایی نوع مثال ۵ وجود دارد.
۷. رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵) را از فرمول (۹.۵) در تقریبی به دست آورید که در آن پتانسیلهای شیمیایی نادیده گرفته می‌شوند.
۸. از رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵) رابطه (۱۶.۵) را در تقریب دمای زیاد به دست آورید.
۹. با بهره‌گیری از جدول ثابتهای موجود در انتهای کتاب،  $T_A$  را برای گونه‌های جدول ۱.۵ به دست آورید و اعداد موجود در جدول را بررسی کنید.
۱۰. از رابطه‌های (۱۱.۵) تا (۱۴.۵)، رابطه (۱۷.۵) را در تقریب دمای کم به دست آورید.
۱۱. رابطه (۲۰.۵) را از (۱۳.۵) و (۱۲.۵) مستقیماً به دست آورید.
۱۲. توصیف مک‌کرتل-میلنه از کیهان‌شناسی نیوتونی را می‌توان در صورتی به عالم اولیه بسط داد که به جای چگالی تابش  $\rho$  در (۶.۴)  $\rho + 3p$  را برای تابش بگذاریم. این نتیجه‌ها را با مقادیر مربوط به کیهان‌شناسی نسبیتی مقایسه کنید.
۱۳. همه واکنشهای ممکن را که شامل الکترون، موئون و نوترینوهای مربوطه و همه پادذره‌های آنهاست بنویسید.

۱۴. چرا نوترینو دارای عامل واگنی  $g_\nu = 1$  است؟

۱۵. با بهره‌گیری از جدول مقادیر ثابت در انتهای کتاب رابطه (۲۴.۵) را به دست آورید.

۱۶. با استفاده از معادله‌های اینشتین (۲۴.۵) نتیجه بگیرید که اگر عالم با سرعت بیشتر منبسط می‌شد، نسبت نوترون به پروتون در دمای بالاتری منجمد می‌شد.

۱۷. استدلالهایی را بیان کنید که نشان دهد دمای نوترینو پس از واجفتیدن آن از بقیه ماده به صورت  $S^{-1}$  کاهش می‌یابد.

۱۸. چرا انتظار داریم که دمای فعلی نوترینو کمتر از دمای فوتون باشد؟ نسبت دو دما را از ملاحظات عالم اولیه به دست آورید.

۱۹. با بهره‌گیری از فرمولهای (۱۲.۵) تا (۱۴.۵)، نتیجه بگیرید که در مرحله نابودی  $e^-$  و  $e^+$  و تولید فوتونها، از روی ثابت بودن  $\sigma$  نتیجه می‌گیریم که دمای فوتون  $T$  برحسب  $S$  طبق قانون زیر تغییر می‌کند

$$ST\xi(T) = \text{const.}$$

که در آن

$$[\xi(x)]^3 = 1 + \frac{15}{2\pi^4} \int_0^\infty \frac{y^2(3x^2 + 2y^2)dy}{\sqrt{x^2 + y^2}[\exp(\sqrt{x^2 + y^2}) + 1]}$$

۲۰. چگالی کل مخلوط آغازین بوزونها و فرمیونهای عالم اولیه در دمای  $T$  از فرمول زیر به دست می‌آید

$$\varepsilon = \frac{\pi^2}{30 \hbar^3 c^3} g_*(kT)^4$$

نشان دهید  $g_* = g_b + \frac{7}{8}g_f$  که  $g_b$  واگنی اسپین کل همه بوزونها و  $g_f$  واگنی اسپین کل همه فرمیونهاست.

۲۱. به کمک تمرین ۲۰ نشان دهید که چگونه آهنگ انبساط عالم متأثر از تعداد گونه‌های مختلف ذرات نسبیتی موجود در آن است. تأثیر آن بر رابطه زمان-دما چیست؟

۲۲. با بهره‌گیری از رابطه‌هایی مانند (۴۸.۵)،  $\mu_Q$ ،  $\mu_n$ ،  $\mu_p$  را برحسب کمیت‌های باقیمانده بیان کنید. سپس با استفاده از (۴۹.۵) رابطه (۵۰.۵) را به دست آورید.

۲۳. انرژی بستگی هسته  ${}^4\text{He}$  عبارت است از  $47.3 \times 10^{-5} \text{erg}$ . نشان دهید که برای این هسته  $B/k(A-1) \cong 10^{11} \text{K}$ . سپس فرض کنید که مقدار کنونی دمای تابش ۳K، و مقدار

مربوط به چگالی هسته  $10^{-6} \text{ cm}^{-3}$  است. با استفاده از این نتیجه که  $N_N T^3 = \text{const.}$  نشان دهید که رابطه (۵۲.۵) مقدار  $T_Q$  برای  ${}^4\text{He}$  را به صورت  ${}^4\text{He} \sim 3/2 \times 10^9 \text{ K}$  می‌دهد.

۲۴. استدلالهایی را ذکر کنید که نشان دهند چرا فراوانی هلیوم آغازین به چگالی عددی باریونهای موجود در عالم حساس نیست.

۲۵. فراوانی کدام هسته‌ها می‌تواند آزمون حساسی برای چگالی باریونی در عالم باشد؟

۲۶. آیا گریزگاهی به نظرتان می‌رسد که  $\Omega_0 = 1$  را مجاز دارد و هنوز امکان تشکیل دتریم را در مراحل آغازین در یک مدل استاندارد عالم داغ بدهد؟

۲۷. اگر  $m$  جرم نوکلئون و  $\Omega_0$  پارامتر چگالی باشد. نشان دهید که چگالی عددی کنونی باریونها برابر است با  $(\lambda \pi G m) / 3 H_0^2 \Omega_0$ . با بهره‌گیری از این فرمول و دمای کنونی زمینه ریزموج  $T_0 = 2.7 \text{ K}$ ، مقدار  $N_B$  در رابطه (۶۵.۵) را برآورد کنید. معادله ساها را برای  $\Omega_0 = 0.1$ ،  $h_0 = 1$  حل کنید و نشان دهید که در  $3000 \text{ K}$ ، داریم  $x = 0.003$ .

۲۸. با بهره‌گیری از طیف جسم سیاه و کیهان‌شناسی فریدمان رابطه (۶۹.۵) را به دست آورید. نسبت  $N_\nu / N_B$  مربوطه برای نوترینوها چیست؟

۲۹. نشان دهید که با انبساط عالمی که در آن دمای مؤثر به صورت  $S^{-1}$  کاهش می‌یابد، شکل طیف سیاه بدون تغییر می‌ماند.

۳۰. چرا نمی‌توان گذشته عالم را فراتر از انتقال به سرخ  $10^3 \sim$  مشاهده کرد؟

۳۱. کاندیداهای ممکن باقیمانده‌های مه‌بانگ کدام‌اند؟

۳۲. اگر طیف زمینه ریزموج تفاوت بارزی با شکل پلانکی داشته باشد، پیامدهای آن برای مه‌بانگ داغ چیست؟

۳۳. نشان دهید که پارامتر خمیدگی فضا  $h$  برای ثابت کیهان‌شناختی تأثیری در محاسبه‌های عالم اولیه ندارد.

۳۴. با استفاده از سطح مقطع پراکندگی تامسون برای الکترونها، نشان دهید که عمق اپتیکی عالم در عصر کنونی از رابطه  $h_0 \Omega_0 \sim 10^8$  به دست می‌آید اگر همه الکترونهای موجود در عالم آزاد و تعدادشان برابر تعداد باریونها می‌بود.

۳۵. با فرض اینکه در گذشته چگالی عددی الکترون به صورت  $(1+z)^3$  افزایش یافته است، از تحلیل تمرین ۳۴ برای برآورد کوچکترین انتقال به سرخ که در آن عالم اینشتین-دوسیتیه برای تابش مات بوده است استفاده کنید. ( $h_0 = 1$ ) را در نظر بگیرید. درباره این واقعیت که پاسخ شما بسیار کوچکتر از  $1000 \sim z$  به دست می‌آید اظهار نظر کنید.

## عالم نخستین

## ۱.۶ کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات

در فصل ۵ دربارهٔ ویژگیهای عالم مهبانگ صحبت کردیم که آغاز آن در عصری بود که عالم سنی برابر  $10^{-4}$ s ~ داشت، در آن هنگام مخلوطی از باریونها، مزونها، لبتونها، و فوتونها در تعادل ترمودینامیکی در دمای  $10^{12}$ K ~ بودند. دیدیم که چگونه این گاز داغ آغازین با انبساط و خنک شدن عالم تحول یافت. داستان خود را در مرحله‌ای به پایان رساندیم که هسته هلیوم تشکیل شد، در آن زمان سن عالم در حدود ۳ دقیقه بود.

در سالهای ۱۹۶۰ گسترهٔ عصرهای بالا را توصیف‌کنندهٔ عالم اولیه در نظر می‌گرفتند. در واقع، در اواخر سالهای دههٔ چهل، وقتی جورج گاموف برای اولین بار به این موضوع پرداخت، جامعهٔ فیزیک آن را حدسی‌تر از آن در نظر می‌گرفت که بتوان جدی گرفت. با این همه، فراوانی هسته‌های موجود در عالم، دلیل قانع‌کننده‌ای به نفع این سناریو بود. در سال ۱۹۶۷، رابرت واگونر<sup>۱</sup>، ویلیام فاؤلر و فرد هوپل به‌شدت تصویر سنتز هسته‌های اولیه را با استفاده از داده‌های هسته‌ای موجود

1. Robert Wagoner



در آن زمان بازسازی کردند و این موضوع را بر شالوده‌ای محکم بنا نهادند. کشف زمینه ریزموج اعتبار بیشتری به سناریوی عالم اولیه داغ بخشید.

بنابراین، اکنون کیهان‌شناسان با شهامت بیشتری به «عالم نخستین» علاقه نشان می‌دهند: یعنی عصر قبل از این مرحله، وقتی ماده به صورت حتی ابتدایی‌تر از چیزی بود که در بالا فرض کردیم. دلیل این تغییر بیش از آنکه به دستاوردهای کیهان‌شناسی مربوط شود با فیزیک ذرات در ارتباط است. دستاوردهای نظری فیزیک ذرات، که پیشرفت به طرف وحدت برهم‌کنشهای بنیادی فیزیک را نشان می‌دهد، پژوهشهای قابل ملاحظه‌ای در کیهان‌شناسی داشته است. در واقع، چون فیزیکدانان ذرات و کیهان‌شناسان مهبانگ کار مشترکی را در زمینه مطالعات عصرهای اولیه آغاز کرده‌اند که برای هر دو سودمند است، موضوع جدیدی به نام اختر فیزیک ذرات از اواخر دهه ۱۹۷۰ به وجود آمده است. منطق آن به قرار زیر است.

تاکنون، فیزیکدانان برای مطالعه برهم‌کنشهای ذرات در انرژیهای زیاد به شتابگرهای پرتون متکی بوده‌اند. از نظریه کوانتومی مقدماتی، نتیجه می‌گیریم که برای کاوش فاصله‌های کوتاه‌تر و کوتاهتر، باید به تکانه‌های بالا و بالاتری دست یابیم. بنابراین، برای کاویدن ساختار ذراتی چون پروتون و پيون به شتابگرهای با انرژی زیاد نیازمندیم. شتابگرهای فعلی به انرژیهای حدود چند ده تا صدها  $(10^{-3} \text{ erg} \approx 10^9 \text{ eV} = 1 \text{ GeV})$  رسیده‌اند. LEP موجود در آزمایشگاههای انرژی زیاد در سرن، ژنو، می‌تواند ذرات با انرژی حدود  $10^3 \text{ GeV}$  تولید کنند. این مقادیر را می‌توان با انرژیهای  $10^{16} \text{ GeV}$ ، که در آن فیزیکدانهای ذرات بنیادی پدیده‌های جالب توجه وحدت را پیش‌بینی کرده‌اند، مقایسه کرد. انرژیهای در این گستره فراتر از چیزی است که فناوری می‌تواند در آینده قابل پیش‌بینی به آن دست یابد. بنابراین، ایده‌های وحدت به علت نداشتن قابلیت آزمون‌پذیری صرفاً به صورت حدس و گمان باقی مانده‌اند.

با توجه به این زمینه است که فیزیکدانان ذرات برای توجه به این موضوع که لحظه‌های اولیه عالم شتابگر پارانرژی فقر است، به کیهان‌شناسی روی آورده‌اند، زیرا انرژی نوعی ذرات وقتی سن عالم  $10^{-37} \text{ s}$  بود، به اندازه «انرژی وحدت بزرگ» یعنی  $10^{16} \text{ GeV}$  می‌شد. اگر باز هم به مهبانگ نزدیک‌تر شویم، یعنی در محدوده  $10^{-43} \text{ s}$  از آن قرار بگیریم، به انرژیهای از مرتبه  $10^{19} \text{ GeV}$  می‌رسیم، که در آن دینامیک عالم را نظریه کوانتومی گرانش کنترل می‌کرده است. خلاصه آنکه، عالم نخستین تنها مکان ممکن برای تأثیر متقابل برهم‌کنشهای بنیادی مختلف در انرژیهای بسیار زیاد را در اختیارمان می‌گذارد. بدین سبب است که جامعه فیزیک از احتیاط و

تردید اواخر دههٔ چهل به حدس و گمان و ماجراجویی امروز روی آورده است.

این اولین بار نیست که فیزیکدانان برای مطالعهٔ رفتار فرایندهای فیزیکی در شرایط دست‌نیافتنی در آزمایشگاههای زمینی به نجوم روی آورده‌اند. حتی قبل از دستیابی به همجوشی گرمایی بر روی زمین، فیزیکدانها این فرایند را در درون ستارگان مطالعه می‌کردند. اگر باز هم به عقبتر برگردیم، متوجه می‌شویم که این نجوم منظومهٔ شمسی بود که زمینهٔ آزمون واقعی را برای قانونهای گرانش، یعنی اولین برهم‌کنش بنیادی طبیعت که فیزیکدانها بررسی کردند، فراهم ساخت.

طبیعی است که تأثیر متقابل کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات، که در این فصل به آن خواهیم پرداخت، در هر دو زمینه بسیار نامطمئن است. این موضوع به مدل کیهان‌شناختی موردنظر و کارایی ایده‌های فیزیک ذرات بستگی دارد. که هنوز قابل‌تغییرند. بهترین ادعایی که در این مورد می‌توان داشت سازگاری این دو زمینه است. خواننده باید این موضوع را در سراسر محاسبه‌هایی که در اینجا صورت می‌گیرد به‌خاطر داشته باشد.

## ۱.۱.۶ ترکیب ذره‌ای عالم نخستین

ابتدا بگذارید ببینیم که چه ذراتی در عالم اولیه وجود داشته‌اند، که باریونها و مزونها از آنها تشکیل شدند. این اطلاعات را فیزیک ذرات در اختیار ما می‌گذارد و فهرست آنها در جدول ۱.۶ آمده است. توجه کنید که کوارکها برحسب شش «طعم» بالا، پایین، شگفت، افسون، حقیقت، و زیبایی (یا «بالا» و «پایین») وارد فهرست شده‌اند. هر کوارک با سه برحسب مجرد به نام «رنگ» مشخص می‌شود: قرمز، سبز، و آبی. این کوارکها اجزای تشکیل‌دهندهٔ باریونها و مزونها هستند، باریون از سه کوارک و مزون از یک زوج کوارک-پادکوارک تشکیل شده است. کوارکها با مبادلهٔ گلوئونها با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند، درست همان‌طور که برهم‌کنش الکترونها از طریق مبادلهٔ فوتونهاست.

جدول ۱.۶ فهرست شش لپتون نیز هست، که به‌صورت زوج آمده‌اند. دو زوج  $(\nu_e, e)$  و  $(\mu, \nu_\mu)$  را قبلاً در فصل ۵ دیدیم. زوج سوم  $(\nu_\tau, \tau)$  اکنون شناخته شده است. فهرست بوزونها شامل گراویتون، فوتون، هشت گلوئون، به‌علاوهٔ ذرات باردار  $W^\pm$  و ذرهٔ خنثی  $Z^0$  است. آیا این اعداد هیچ معنایی دارند؟ چرا شش کوارک؟ چرا شش لپتون؟ چرا هشت گلوئون؟ فیزیکدانان ذرات توصیف همهٔ این ذرات را در چارچوب زبان مجرد نظریهٔ گروه سودمند یافته‌اند (نگاه کنید به بخش ۳.۶).

جرمها در جدول ۱.۶ برحسب یکای MeV است  $(1\text{MeV} \equiv 10^6\text{eV})$  است. تاکنون دربارهٔ این یکا صحبت نکرده‌ایم. اکنون به این کار می‌پردازیم، زیرا از ایده‌های فیزیک ذرات بنیادی

جدول ۱.۶ ذرات بنیادی در عالم اولیه

ذره	جرم (MeV) الف	اسپین، $\hbar$	بار الکتریکی، $e$	برهم‌کنش $\gamma$
کوارکها				
u	$? + 4$		$\frac{2}{3}$	
d	$? + 8$		$-\frac{1}{3}$	G, W
c	$? + 1150$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	E, C
s	$? + 150$		$-\frac{1}{3}$	
t	$? + \geq 5000$		$\frac{2}{3}$	
b	$? + 4500$		$-\frac{1}{3}$	
لپتونها				
$\nu_e$	$< 6 \times 10^{-4}?$		0	G, W
e	0,5110		-1	G, W, E
$\nu_\mu$	$< 0,65$	$\frac{1}{2}$	0	G, W
$\mu^-$	105,66		-1	G, W, E
$\nu_\tau$	$< 250$		0	G, W
$\tau^-$	$< 1780$		-1	G, W, E
گراویتون	$\leq 10^{-36}$	2	0	G
$\gamma$	$\leq 7 \times 10^{-22}$	1	0	G, E
گلوئونها (۸)	$\leq 100$	1	0	G, C
$W^\pm$	$\sim 8 \times 10^4$	1	-1	G, W, E
$Z^0$	$\sim 9 \times 10^4$	1	0	G, W

الف. جرم کوارک به صورت یکتا تعیین نشده است، چون کوارکهای آزاد هنوز یافت نشده‌اند. دلایلی وجود دارد که نشان می‌دهد جرم  $\nu_e$  ممکن است از مقدار ذکر شده در اینجا بیشتر باشد.  
 ب. G: گراویتون؛ W: برهم‌کنش ضعیف؛ E: الکترومغناطیسی؛ C: کرومودینامیک.

استفاده خواهیم کرد، که در آن معمولاً از این یکا استفاده می‌شود. بنابراین، برای هر جرم برحسب گرم،  $mc^2$  انرژی برحسب ارگ است. از این رو، از مقیاس تبدیل زیر استفاده می‌کنیم:

$$1\text{MeV} = 1,6021917 \times 10^{-6}\text{erg}$$

به علاوه، چون می‌خواهیم عالم داغ را توصیف کنیم، بیان دما برحسب همین یکا سودمند است. بنابراین، برای  $T$  برحسب کلونین،  $kT$  انرژی برحسب ارگ بیان می‌شود، که می‌توان آن را برحسب

یکاهای MeV یا GeV نیز بیان کرد. از این رو داریم

$$1g \sim 5,618 \times 10^{28} \text{MeV} = 5,618 \times 10^{25} \text{GeV},$$

$$1K \sim 8,617 \times 10^{-11} \text{MeV} = 8,617 \times 10^{-14} \text{GeV}$$

اگرچه در این ضریبهای تبدیل توانهای زیادی از  $1^\circ$  دخیل اند، اما نشان می‌دهند که چرا آنها یکاهای مناسبی برای عالم اولیه هستند. به عنوان مثال، دمای در حدود  $10^{12} \text{K}$  برابر چند MeV است. همین‌طور، جدول ۱.۶ نشان می‌دهد که جرمهای موجود در جدول ۱.۶ اگر برحسب MeV بیان شوند اعداد مناسبی را به دست می‌دهند. برای انرژیهای بیشتر می‌توان از GeV استفاده کرد. اکنون از فصل ۵ نتیجه‌ای را یادآور می‌شویم که دمای عالم را به سن آنکه از معادلهٔ اینشتین به دست می‌آمد مرتبط می‌ساخت.

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \quad (1.6)$$

اگر بوزونها دارای عامل  $g$  کل برابر  $g_b$ ، و فرمیونها دارای عامل  $g$  کل برابر  $g_f$  باشند، معادلهٔ بالا دارای جواب زیر است

$$\rho c^2 = \frac{1}{4} g a T^4 \quad (2.6)$$

با

$$g = g_b + \frac{7}{8} g_f \quad (3.6)$$

از این رو برای  $g = \text{const.}$  داریم

$$S \propto t^{1/2} \quad (4.6)$$

با

$$t = \left( \frac{3c^2}{16\pi G a} \right)^{1/2} g^{-1/2} T^{-2} \quad (5.6)$$

این عبارت را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$t_{\text{ثانیه}} = 2,4 g^{-1/2} T_{\text{MeV}}^{-2} = 2,4 \times 10^{-6} g^{-1/2} T_{\text{GeV}}^{-2} \quad (6.6)$$

که از ضریبهای تبدیل برای نوشتن دما برحسب مگا الکترون ولت و گیگا الکترون ولت استفاده شده است.

## ۲.۶ باقی ذرات جرم‌دار

کار را با یک برونیابی ساده از رهیافتی آغاز می‌کنیم که در فصل ۵ در پیش گرفتیم. در این بخش فرض می‌کنیم که کوارکها با هم ترکیب شده‌اند و ذرات (و پادذرات) را به‌وجود آورده‌اند و معیارهای باقی‌گونه‌ای خاص از ذرات را تعیین می‌کنیم. در تقریب گاز کامل، فرض می‌کنیم که تابعهای توزیع از (۹.۵) به‌دست آیند. در تقریب نسبیستی (دمای زیاد) بخش ۲.۵، از فرمول زیر برای چگالی عددی ذرات گونهٔ  $A$  استفاده کردیم:

$$N_A = \eta g_A N_\gamma = \eta g_A \frac{2/4}{\pi^2} \left( \frac{kT}{c\hbar} \right)^3 \quad (۷.۶)$$

که  $N_\gamma$  چگالی عددی فوتونهاست و برای بوزونها  $\eta = \frac{1}{2}$  و برای فرمیونها  $\eta = \frac{3}{8}$  است. در تقریب نانسیتی به‌دست می‌آوریم

$$N_A = \frac{g_A}{\hbar^3} \left( \frac{m_A kT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_A c^2}{kT} \right) \quad (۸.۶)$$

این فرض که همهٔ گونه‌ها در تعادل ترمودینامیکی با بقیهٔ ذرات هستند به (۷.۶) یا (۸.۶) انجامید. برای اینکه رابطهٔ (۷.۶) برقرار باشد از  $T_A \equiv m_A c^2/k \ll T$  استفاده کردیم، در حالی که برای برقراری (۸.۶) باید داشته باشیم  $T \ll T_A$ . اگر گونه‌های  $A$  دارای پادذرهٔ  $\bar{A}$  باشند، درست همین نتایج به‌دست می‌آیند. برای تثبیت ایده‌ها (چون سرانجام از این فرمولها برای باریونها، پروتونها، و نوترونها استفاده خواهیم کرد) فرض می‌کنیم که  $A$  یک فرمیون باشد. بنابراین خواهیم داشت  $\eta = \frac{3}{8}$ .

به‌طوری کلی،  $A$  و  $\bar{A}$  بر اثر نزدیک شدن به‌هم ناپود خواهند شد. در یک نمونهٔ واکنش، فوتونها تولید خواهند شد:



در واکنش معکوس زوجهای  $(A, \bar{A})$  تولید می‌شوند. پرسشی که می‌خواهیم به آن پاسخ دهیم این است که جابه‌جا کردن چه تأثیری در چگالی عددی  $N_A$  یا  $N_{\bar{A}}$  دارد؟

برای شروع، فرض کنید که  $N_A = N_{\bar{A}}$ ، و ذرات (پادذرات) موجود در حجم همراه  $V_0$  را در نظر بگیرید. ویژه حجم متناظر  $S^3(t)$  است. تعریف می‌کنیم

$$\mathcal{N}_A = N_A V_0 S^3(t), \quad \mathcal{N}_{\bar{A}} = N_{\bar{A}} V_0 S^3(t) \quad (۱۰.۶)$$

اگر  $\psi(T)$  آهنگ تولید به ازای واحد حجم و  $\beta(T)$  ضریب آهنگ نابودی باشد. هر دوی  $\psi$  و  $\beta$  تابع دما هستند و

$$\beta = \langle v\sigma \rangle. \quad (11.6)$$

که  $\sigma$  سطح مقطع نابودی و  $v$  سرعت ذرات است. آزمایشهای شتابگر در مورد سطح مقطع نوکلئون-پادنوکلئون نتیجه  $\beta \sim 10^{-15} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  را در گستره انرژی ۰٫۴ تا ۷ GeV می دهد. بنابراین، بهتر است بنویسیم

$$\beta = 10^{-15} \bar{\beta} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \quad (12.6)$$

و انتظار داشته باشیم که  $\bar{\beta} \sim 1$ . بد نیست توجه کنیم که اگر طول موج کامپتون ذره‌ای به جرم  $m$  را به صورت  $\sigma = \pi(\hbar/mc)^2$  تعریف کنیم، برای پروتون یا نوترونی با  $v = c$ ، از (۱۱.۶) به دست می آوریم  $\beta \sim 4 \times 10^{-17} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ . از این رو، می توان قرارداد

$$\beta = \zeta \frac{\pi \hbar^2}{m^2 c} \quad (13.6)$$

و انتظار داریم که برای پروتون یا نوترون  $\zeta = 10^0$  باشد. آهنگ تغییر  $N_A(N_{\bar{A}})$  از رابطه زیر به دست می آید

$$\frac{dN_A}{dt} = \frac{dN_{\bar{A}}}{dt} = [\psi(T) - \beta(T)N_{\bar{A}}(T)]V_0 S^2(t) \quad (14.6)$$

برای برقراری تعادل برخوردهای مکرر ضروری است. آهنگ برخورد از رابطه زیر به دست می آید

$$\Gamma(T) = N_A(T)\beta(T) \propto T^2 \beta(T) \quad (15.6)$$

به طور کلی،  $\beta(T)$  با افزایش  $T$  کاهش نمی یابد. بنابراین، در مراحل اولیه  $\Gamma(T)$  چنان بزرگ نبوده است که از آهنگ انبساط حجم، که از رابطه زیر به دست می آید، تجاوز کند

$$3H(t) = \frac{3}{2t} \propto T^2 \quad (16.6)$$

بنابراین، در ابتدا

$$t\Gamma(T) \gg 1 \quad (17.6)$$

که برخوردهای متعدد را تضمین می‌کند. در این شرایط تعادلی با توازن تفصیلی میان فرایندهای خلق و نابودی به‌وجود می‌آید. در حالت تعادل،  $\psi(T) = \beta(T)N_{A_0}^*(T)$ ، که در آن  $N_{A_0}(T)$  مقدار تعادل  $N_A(T)$  است. بنابراین، (۱۴.۶) برای هر کدام از  $A$  یا  $\bar{A}$  به‌صورت زیر در می‌آید

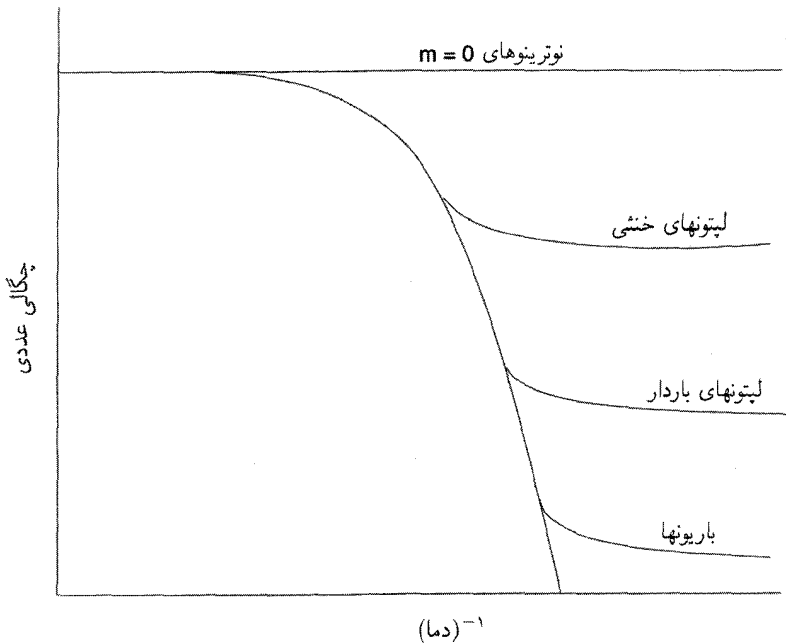
$$\frac{dN}{dt} = \beta(N_0 + N)(N_0 - N) \quad (18.6)$$

اکنون با رجوع به (۷.۶) می‌بینیم که در تقریب نسبیتهی  $N \propto T^3 \propto S^{-3}$ ، به‌طوری که  $N = \text{const.} = N_0$ ، از این رو، اگر ذرات نسبیتهی باشند،  $N \propto NS^3 = \text{const.}$  (۱۸.۶) است. اگر علاوه بر آن فرض کنیم که رژیم نسبیتهی به اندازه کافی دوام آورده است تا  $t\Gamma(T)$  به کمتر از ۱ تقلیل یابد، به وضعیتی برمی‌خوریم که در آن  $N_0$  برای دوره‌های بعدی پایسته است. علت این امر آن است که نادر بودن برخوردها، این احتمال را که وقتی  $t\Gamma(T)$  به کمتر از ۱ رسید، تولید یا نابودی مقدار  $N$  را به‌طور قابل ملاحظه‌ای تغییر دهد نامحتمل می‌سازد.

برای ذره‌های بی‌جرم، رژیم نسبیتهی همواره تداوم دارد. از این رو، برای آنها شرایط بالا همیشه برقرار است. در واقع، به مثالی از این استدلال در مورد نوترینوهای بی‌جرم در فصل ۵ برخوردیم. توزیع کنونی نوترینو را می‌توان تا دوره‌ای ردیابی کرد که آنها از بقیه ماده واجفتیده‌اند، یعنی هنگامی که فرایندهای برهم‌کنش ضعیف از آهنگ انبساط عالم کندتر شدند.

اما، این امکان وجود دارد که ذرات دارای جرم، حتی در هنگامی که غیرنسبیتهی شده‌اند، در تعادل ترمودینامیکی باشند. در این مورد، (۸.۶) به‌کار می‌رود و تعداد  $N_A$  با کاهش  $T$  به سرعت فرو می‌افتد. در بعضی مراحل که  $N_A \ll N_\gamma$  است، آهنگ برخورد سقوط می‌کند ( $t\Gamma \ll 1$ )، به‌طوری که تغییرات بیشتر در  $N_A$  از طریق خلق و نابودی ممکن نیست. این دوره را با  $t^*$  و دمای متناظر با آن را با  $T^*$  نشان می‌دهیم. مقدار  $N_A$  در این عصر منجمد می‌شود؛ یعنی، در دوره‌های بعد تغییر نمی‌کند. این عدد به‌عنوان باقیمانده عالم داغ دوام می‌آورد.

شکل ۱.۶ نشان می‌دهد که چگونه  $N_A$  تابع جرم گونه‌های  $A$  است. برای ذرات بی‌جرمی چون فوتون (و نوترینو اگر جرم آن  $m = 0$  باشد)،  $N_A$  تغییر نمی‌کند. لپتونهای خنثی در مقدار کمتر بعدی منجمد می‌شوند. لپتونهای باردار می‌توانند برای مدتی طولانیتر از طریق نیروی الکترومغناطیسی برهم‌کنش کنند و در نتیجه دیرتر و در مقدار  $N_A$ ی کمتر از لپتونهای خنثی واجفتیده می‌شوند. پایینتر از همه هادرونها (مزونها، نوترونها، پروتونها، و غیره) قرار دارند، که برهم‌کنش قوی آنها را به هم پیوند می‌دهد و بیشترین جرم را دارند.



شکل ۱.۶ توصیف طرح‌وار چگونگی بقای چگالی عددی یک ذره به جرم و شدت برهم‌کنش آن بستگی دارد. این عدد برای نوترینوها (با جرم سکون صفر و برهم‌کنش ضعیف) از همه بیشتر و برای باریونها (با جرم زیاد و برهم‌کنش قوی) از همه کمتر است.

بگذارید این اثر را به صورت کمی برآورد کنیم. در  $t_*$  برای گونه  $A$  در رژیم نانبستی داریم

$$N_A = \frac{g_A}{h^3} \left( \frac{m_A k T_*}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_A c^2}{k T_*}\right) \quad (۱۹.۶)$$

با اعمال شرط  $t_* \Gamma(T_*) = 1$  و استفاده از (۱۵.۶) و (۱۹.۶)، به دست می‌آوریم

$$t_* \beta \frac{g_A}{h^3} \left( \frac{m_A k T_*}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_A c^2}{k T_*}\right) = 1 \quad (۲۰.۶)$$

تعریف می‌کنیم

$$x_* = \frac{m_A c^2}{k T_*} \quad (۲۱.۶)$$

و جرمها و دماها را برحسب یکاهای MeV بیان می‌کنیم. بنابراین، برحسب این یکاها  $x_* = m_A / T_*$



سپس از (۶.۶) داریم

$$2/4 g^{-1/2} T_*^{-2} \beta \frac{g_A}{\hbar^3 c^3} \left( \frac{m_A T_*}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-x_*} = 1 \quad (22.6)$$

یعنی،

$$2/4 g^{-1/2} \cdot \frac{g_A}{\hbar^3 c^3} \frac{m_A}{(2\pi)^{3/2}} x_*^{1/2} e^{-x_*} = 1 \quad (23.6)$$

این رابطه را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$x_*^{-1/2} e^{x_*} = \Lambda g_A Z \quad (24.6)$$

که

$$Z = m_A \bar{\beta} g^{-1/2} \quad (25.6)$$

با بهره‌گیری از (۱۲.۶)، (۲۴.۶)، و (۲۳.۶)، به دست می‌آوریم

$$\Lambda = \frac{2/4 \times 10^{-15}}{(2\pi)^{3/2}} (\hbar c)^{-3} \approx 2 \times 10^{16} \quad (26.6)$$

(تذکر: در اینجا از یکاهای ثانیه، سانتی‌متر، و MeV استفاده کرده‌ایم. بنابراین  $\hbar c$  باید برحسب این یکاها بیان شود.)

اکنون این نتیجه‌ها را برای نوکلئونها، یعنی نوترونها و پروتونها و پادذره‌های آنها به‌کار می‌بریم. پس  $g_A = 8$ ، و با  $g_\gamma = 2$  برای فوتونها از (۳.۶) به دست می‌آوریم

$$g = 2 + 7 = 9 \quad (27.6)$$

جرم نوکلئون  $m_A \approx 940 \text{ MeV}$ ، و از (۱۲.۶) داریم  $\bar{\beta} \cong 1$ . بنابراین،  $Z \cong 313$ . با  $g_A = 8$  از (۲۳.۶) و (۲۵.۶) داریم

$$x_*^{-1/2} e^{x_*} \cong 5 \times 10^{19} \quad (28.6)$$

و از این رو  $x_* \cong 47$  بنابراین

$$T_* \cong 20 \text{ MeV}, \quad t_* \cong 0.002 \text{ s} \quad (29.6)$$

از محاسبه بالا می‌توان نسبت نوکلئون به فوتون در عصر حاضر را نیز محاسبه کرد. با فرض اینکه نابودی  $A\bar{A}$  چشمه اصلی فوتونها باشد، نتیجه می‌گیریم که تعداد فوتونها در واحد حجم همراه عملاً در مقدار مربوط به دوره  $t^*$  منجمد می‌شود. پس مقدار فعلی  $N_A/N_\gamma$  همان مقدار مربوط به  $t = t^*$  است. با بهره‌گیری از (۸.۶) برای  $N_A$  و (۷.۶) با  $\eta = \frac{1}{4}$ ،  $g_A = 2$  برای فوتونها، به دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} = \frac{g_A \pi^2}{2.4(2\pi)^{3/2}} \left( \frac{m_{AC}^2}{kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_{AC}^2}{kT}\right) \quad (30.6)$$

با  $g_A = 8$  و  $x_*$  از رابطه (۲۱.۶)، به دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq 2x_*^{3/2} e^{-x_*} \quad (31.6)$$

اکنون با بهره‌گیری از (۲۸.۶) و  $x_* \simeq 47$  داریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq 2 \times 10^{-18} \quad (32.6)$$

در فصل ۵ رابطه (۶۹.۵) مقدار تقریبی فعلی  $N_\gamma/N_B$  را به دست داد. با نمادگذاری کنونی، این مقدار از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{N_A}{N_\gamma} \simeq 3 \times 10^{-8} (\Omega_0 h_0^2) \left( \frac{T_0}{2.7} \right)^{-3} \quad (33.6)$$

چون  $T_0 \sim 2.7$ ، و انتظار نداریم  $\Omega_0 h_0^2$  کمتر از  $10^{-3}$  باشد در نهایت، اختلاف زیادی را باید توجیه کنیم. نکته انتقادی دیگری نیز وجود دارد. اگر اطمینان داریم که عالم بیشتر از ماده ساخته شده است، پس  $N_A \gg N_{\bar{A}}$  و فرمول (۳۲.۶) در مورد  $N_A$  به کار می‌رود (که تقریباً برابر  $N_A - N_{\bar{A}}$  یعنی چگالی عددی باریونی است). به هر حال، تحلیل ما تاکنون برای ماده و پادماده متقارن بود و بنابراین به  $N_A = N_{\bar{A}}$  می‌انجامد. بدیهی است که ورودیهای جدیدی در بحث بالا ضروری است تا بفهمیم چرا  $N_A \gg N_{\bar{A}}$  و چرا  $N_A/N_\gamma$  به اندازه‌ای که (۳۳.۶) نشان می‌دهد بزرگ است.

متوجه می‌شویم  $N_A/N_\gamma$  که از (۳۱.۶) به دست می‌آید عدد کوچکی است. در به دست آوردن آن رد ثابتهای بنیادی را که وارد آن می‌شد گم کردیم. مشاهده اینکه (۳۱.۶) برحسب  $c$

$G$  و  $\hbar$  و  $m_A$  چگونه به نظر می‌رسد سازنده است. با قرار دادن  $a = \pi^2 k^4 / (15c^3 \hbar^2)$  و بهره‌گیری از (۱۳.۶)، (۵.۶)، (۲۰.۶) و (۳۰.۶)، به دست می‌آوریم

$$\frac{N_A}{N_\gamma} = \frac{\pi g^{1/2}}{\gamma_{12}} \frac{x_*}{\zeta} \left( \frac{2Gm_A^2}{c\hbar} \right)^{1/2} \quad (۳۴.۶)$$

قبلاً دیدیم که  $\frac{1}{\zeta} \sim x_*/\zeta$  و  $g^{1/2} \sim 3$ ، به طوری که ضریب جلوی عبارت داخل پرانتز از مرتبه واحد است. بنابراین، کوچکی  $N_A/N_\gamma$  مستقیماً به نسبت شدتهای برهم‌کنش گرانشی و قوی مربوط می‌شود. اگر این نسبت را به صورت زیر نشان دهیم

$$\alpha_G = \frac{Gm_A^2}{c\hbar} \sim 6 \times 10^{-29} \quad (۳۵.۶)$$

داریم

$$N_A/N_\gamma \sim \alpha_G^{1/2} \quad (۳۶.۶)$$

شدت برهم‌کنش الکترومغناطیسی با ثابت ساختار ریز  $\alpha = e^2/(\hbar c) \sim 1/137$  اندازه‌گیری می‌شود. توجه کنید که برهم‌کنش گرانشی در مقایسه چقدر ضعیف است. اگر  $G$  به طور قابل ملاحظه‌ای از مقدار فعلی بیشتر می‌بود، مقدار  $N_A/N_\gamma$  بزرگتر می‌شد.

### ۳.۶ نظریه‌های وحدت بزرگ و بی‌تقارنی باریونی

محاسبه‌های ساده‌شده بخش قبل ما را به دردمس انداخته است، بدیهی است که چیز دقیقتری برای درک (۱) غلبه فعلی باریونها بر پادباریونها، و (۲) نسبت باریون به فوتون در حدود  $10^{-9}$  ضروری است. چون در محاسبه خود فرض کردیم تعادل ترمودینامیکی وجود دارد و ذره‌پادذره متقارن‌اند، انتظار داریم که هر ورودی جدید این دو فرض را زیر سؤال ببرد. در این بخش رؤس کلی یکی از راههای حل این مسئله را بیان می‌کنیم.

این راه‌حل از طریق نظریه‌های معروف به وحدت بزرگ (GUTs) است یعنی نظریه‌ای که چهار برهم‌کنش بنیادی فیزیک را در یک چارچوب گرد هم می‌آورد. استفاده از صورت جمعی نشان می‌دهد که تاکنون نظریه واحدی وجود ندارد که پذیرش عام یافته باشد. در این بخش فقط از چارچوب  $SU(5)$  به عنوان یک مثال روشن‌گر استفاده می‌کنیم و معانی تلویحی آن را برای عالم اولیه شرح می‌دهیم. برای درک موارد دخیل در این موضوع، ابتدا نگاهی سطحی به سه برهم‌کنش بنیادی از دید نظریه گروه خواهیم انداخت.

## ۱.۳.۶ الکترو دینامیک

بگذارید کار را با ساده‌ترین و شناخته‌شده‌ترین برهم‌کنش یعنی برهم‌کنش الکترومغناطیسی آغاز کنیم. این برهم‌کنش نشان می‌دهد که چگونه لپتوهای باردار ( $e^\pm$ ,  $\mu^\pm$ ,  $\tau^\pm$ ) با مبادله فوتونها بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. وقتی یک الکترون تکان داده شود فوتوهایی گسیل می‌کند. فوتون در برخورد با الکترون به آن شتاب می‌دهد. اطلاعات لازم برای مطالعه این برهم‌کنش به یک تابع موج اسپینوری  $\psi$  برای لپتون و یک میدان برداری  $A_i$  (۴-پتانسیل الکترومغناطیسی) برای فوتون نیاز دارد. دو اثر فیزیکی که در بالا توصیف شد با معادله‌های زیر بیان می‌شوند (که در فضا زمان مینکوفسکی تخت نوشته می‌شوند):

$$(A^{k,i} - A^{i,k})_{,k} \equiv F_{,k}^{ik} = \frac{4\pi e}{c} \bar{\psi} \gamma^i \psi, \quad (37.6)$$

$$\gamma^i \left( \nabla_i - \frac{e}{\hbar c} A_i \right) \psi - \frac{mc}{\hbar} \psi = 0 \quad (38.6)$$

$\gamma_i$ ها ماتریسهای  $4 \times 4$  دیراک، و  $e$  بار الکتریکی است.  $\nabla_i$  مشتق‌گیری نسبت به مختصات فضا زمان را نشان می‌دهد.

به راحتی دیده می‌شود که این معادله‌ها تحت تبدیلهای زیر ناورد هستند

$$A_i \rightarrow A_i + \Theta_{,i}, \quad \psi \rightarrow \psi \exp \left( -\frac{ie\Theta}{\hbar c} Q \right) \quad (39.6)$$

$\Theta$  هر تابع خوش رفتار از مختصات فضا زمان و  $Q$  عدد صحیح ۱ است. تبدیل  $\psi$  تبدیلی یکانی است، و چون نما یک عدد است (یعنی، یک ماتریس  $1 \times 1$  است)، این تبدیلهای یک گروه یکانی یک‌بعدی را تشکیل می‌دهند که با  $U(1)$  نشان داده می‌شود.

## ۲.۳.۶ برهم‌کنش ضعیف

این برهم‌کنش ضعیف به هر دو زوج لپتوهای باردار و بدون باری یعنی  $(e, \nu_e)$ ,  $(\mu, \nu_\mu)$ ,  $(\tau, \nu_\tau)$  و غیره مربوط می‌شود. در یک نمونه برهم‌کنش اعضای زوج جابه‌جا می‌شوند<sup>۱</sup>. بنابراین، برای توصیف زوج به دو تابع موج نیاز داریم: به عنوان مثال، ترکیب زیر

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_\nu \end{pmatrix} \quad (40.6)$$

۱. این قانون پایستگی عدد لپتونی است که در بخش ۲.۳ به آن اشاره کردیم.

زوج  $(e, \nu)$  را توصیف می‌کند. با توجه به ملاحظات تجربی استدلال می‌شود که برهم‌کنش ضعیف تحت تبدیلهای  $\Psi$  با ماتریسهای  $2 \times 2$  که یکانی و دارای دترمینان ۱ هستند ناورداست. این تبدیلهای گروهی را تشکیل می‌دهند که با  $SU(2)$  نشان داده می‌شود. به‌واسطه نقض پاریته و اینکه نوترینوها فقط یک حالت اسپینی دارند — یعنی فقط چپگردند — معمولاً از اندیس پایین  $L$  به‌صورت  $SU(2)_L$  استفاده می‌شود. یک عضو گروه را به‌صورت زیر نشان می‌دهند

$$U = \exp(-iH) \quad (41.6)$$

که  $H$  یک ماتریس هرمیتی  $2 \times 2$  با اثر صفر است. عام‌ترین نوع این ماتریس عبارت است از

$$\begin{pmatrix} a & b + ic \\ b - ic & -a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} & 1 \\ 1 & \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} & i \\ -i & \end{pmatrix} \quad (42.6)$$

بنابراین، به‌جای یک عدد تنهای  $Q$  در (۳۹.۶) به سه عدد حقیقی  $a, b, c$  یا به بیان دقیقتر سه ماتریس نیاز داریم. (این ماتریسها با ماتریسهای معروف پاؤلی متناسب‌اند.) در این مورد «بارها» سه ماتریس هستند که دوتای آنها قطری نیست. ماتریسهای ناقطری تعویض  $\psi_e$  و  $\psi_\nu$  در (۴۰.۶) را مجاز می‌دارند. یعنی به لحاظ فیزیکی این  $e$  و  $\nu$  هستند که تعویض می‌شوند. در این فرایند یک بوزون  $W_1$  مبادله می‌شوند؛ به‌عنوان مثال،

$$e \rightarrow W_1 + \nu \quad (43.6)$$

سه ماتریس رابطه (۴۲.۶) نظیر سه ذره  $W$  هستند که دوتای آنها دارای بار  $\pm e$  هستند و سومین ذره ( $W_3$ ) خنثی است.

اگرچه بار الکتریکی مستقیماً در برهم‌کنش ضعیف دخیل نیست، اما به‌نظر می‌رسد که هنوز به بوزونهای باردار  $W_1$  و  $W_2$  نیاز داشته باشیم. این شرایط باعث شد کوششهایی در جهت پیوند دادن آن به برهم‌کنش الکترومغناطیسی به‌عمل آید. این پیوند از طریق چارچوب  $SU(2)_L \times U(1)$  انجام شده که در ابتدا ای. سلام<sup>۱</sup> و اس. واینبرگ<sup>۲</sup> (شکل ۲.۶) پیشنهاد کرده بودند و گاهی برهم‌کنش الکتروضعیف نامیده می‌شود. این پیوند فوتون را (که یک بوزون است) به سه ذره  $W_1, W_2, W_3$  و  $W_3$  نزدیکتر می‌کند. در این تصویر وحدت‌یافته بهتر است که به‌جای  $W_3$  از ذره خنثای دیگری به‌نام  $Z^0$  صحبت کنیم.  $Z^0$  درست مانند فوتون دارای جرم و بار صفر است، و از این رو تبادل آن



(الف)



(ب)

شکل ۲.۶ (الف) عبدالسلام (۱۹۲۶-۱۹۹۶) و (ب) استیون واینبرگ، که به طور مستقل روش وحدت الکترومغناطیس با برهم‌کنش ضعیف را یافتند.

بار الکتریکی را تغییر نمی‌دهد، در نتیجه برهم‌کنش را برهم‌کنش جریان خنثی می‌نامند. بنابراین، در پراکندگی الکترون نوترینوی زیر

$$e + \nu_e \rightarrow e + \nu_e$$

در برهم‌کنش جریان خنثی داریم  $e \rightarrow e$  و  $\nu_e \rightarrow \nu_e$ ، در حالی که در برهم‌کنش جریان باردار  $e \rightarrow \nu_e$  و  $\nu_e \rightarrow e$ .

برنامه اتحاد از نظریه‌های پیمانه‌ای معروف بهره می‌گیرد. نظریه الکترومغناطیسی از این رو یک نظریه پیمانه‌ای است که معادله‌های آن تحت تبدیل پیمانه‌ای پتانسیل آن ناورد هستند. تبدیل  $A_i$  که با رابطه (۳۸.۶) داده می‌شود یک تبدیل پیمانه‌ای است و در مدل واینبرگ-سلام، تبدیلهای پیمانه‌ای مشابه نقشی اساسی برای چارچوب  $SU(2)_L \times U(1)$  دارند.

یک دلیل استفاده از نظریه پیمانه‌ای آن است که کار «باز بهنجارش» را انجام می‌دهد. این یک اصطلاح فنی رایج در الکترودینامیک کوانتومی (QED) است که نظریه‌ای پیمانه‌ای و باز بهنجارپذیر است. در QED محاسبه‌های استاندارد از دامنه‌های احتمال، مقادیر میانگین، ترازهای انرژی، و غیره، به واسطه واگرا شدن انتگرالها در انرژیهای زیاد؛ بینهایت می‌شوند. باز بهنجارش روش کم کردن یک بینهایت از بینهایت دیگر برای رسیدن به جوابی متناهی است که به لحاظ فیزیکی معنی دارد. اگرچه ریاضیدانان مایل به انجام این کار نیستند، اما فیزیکدانان نظری آن را پذیرفته‌اند زیرا این حسن را دارد که کار با آن صریح و روشن است. به هر حال، بحث در مورد این موضوع بسیار جالب توجه ما را از کیهان‌شناسی دور و وارد جزئیات فنی نظریه میدان می‌کند. بنابراین، فقط

متذکر می‌شوم که آزمایش‌های انجام‌شده با شتابگرها جرم بوزونهای  $W$  و  $Z$  را تعیین کرده‌اند که این مقادیر با پیش‌بینی‌های نظری کاملاً سازگارند.

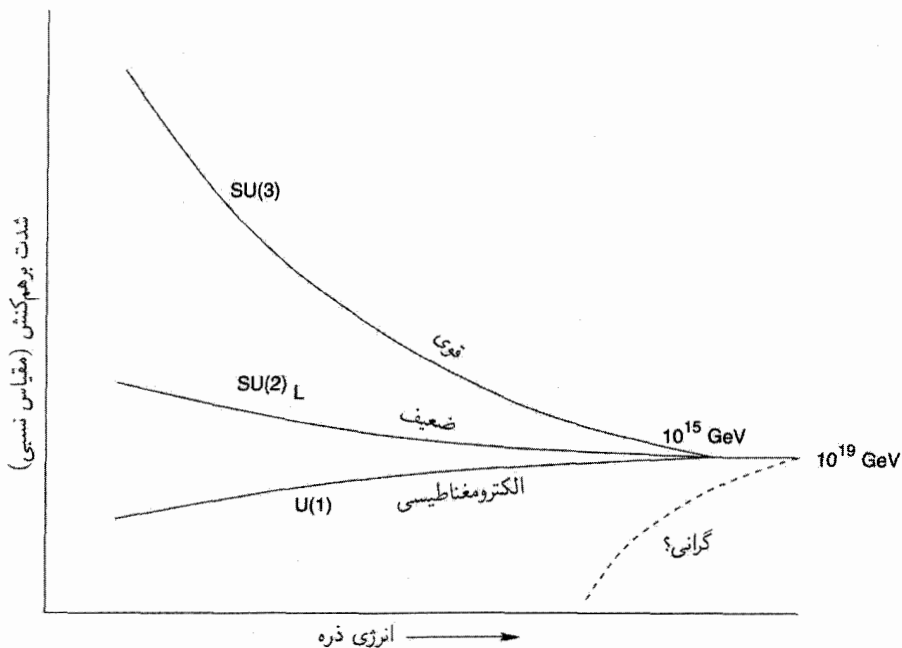
### ۳.۳.۶ الکترودینامیک کوانتومی

سومین برهم‌کنش بنیادی فیزیک، برهم‌کنش قوی است که در چارچوب کرومودینامیک کوانتومی (QCD) بیان می‌شود. این نظریه از تبدیلهای تحت گروه  $SU(3)$  بهره می‌گیرد. میدانهای بنیادی در اینجا عبارت‌اند از میدانهای کوارکی که بردارهایی سه مؤلفه‌ای در فضای مجردی به نام فضای رنگ با سه «بعد» قرمز، سبز و آبی هستند. دوباره رابطه‌ای چون (۴۱.۶) با ماتریسهای  $3 \times 3$  داریم. ماتریس  $H$  اکنون هشت مؤلفه مستقل دارد، و بنابراین مانند (۴۲.۶) دارای هشت ماتریس  $T_1 \dots T_8$  هستیم که دوتای آنها  $(T_3, T_8)$  قطری است. باز هم ویژگی ماتریسی (۴۱.۶) مبادله کوارکها را مجاز می‌دارد. متناظر با سه  $W_8$  در چارچوب  $SU(2)$  هشت بوزون  $G_1 \dots G_8$  را داریم که گلوئون نامیده می‌شوند. در هنگام مبادله گلوئونهای  $G_3$  و  $G_8$  هیچ تغییر رنگی صورت نمی‌گیرد.

گلوئونها یک نیروی میان کوارکی تولید می‌کنند (درست همان‌طور که فوتون مسئول نیروی الکترومغناطیسی بین ذرات باردار است). گمان می‌رود که این نیرو چنان بزرگ باشد که انتظار پیوند کوارکها را در گروههای دو و سه‌تایی داریم. حالتهای با دو ذره، یک کوارک و یک پادکوارک، مزونها (مانند  $\pi^+$ ) را تشکیل می‌دهند، در حالی که حالتهای سه کوارکی باریونها هستند. کوارکها دارای بار کسری هستند. بار کوارک  $u$  برابر  $\frac{2}{3}e$  و بار کوارک  $d$  مساوی  $-\frac{1}{3}e$  است. بنابراین، پروتون از دو کوارک  $u$  و یک کوارک  $d$ ، و نوترون از دو کوارک  $d$  و یک کوارک  $u$  تشکیل شده است.

### ۴.۳.۶ GUTs: $SU(5)$

در هرگونه تلاش در جهت وحدت بخشیدن انتظار داریم که برهم‌کنشهای دخیل شدتهای قابل مقایسه داشته باشند. در انرژیهای معمولی آزمایشگاهی برهم‌کنش قوی (کرومودینامیک کوانتومی) پرتوان‌ترین آنهاست و پس از آن به ترتیب الکترودینامیک و برهم‌کنش ضعیف قرار دارند. اما، با افزایش انرژی گاف میان این سه باریک می‌شود. در حدود  $10^2 \text{ GeV}$ ، شدت دو برهم‌کنش آخر قابل مقایسه، و در نتیجه یک نظریه «الکتروضعیف» امکان‌پذیر می‌شود. ملاحظات نظری نشان می‌دهد که اگر برونمایی تا انرژیهای بسیار زیاد صورت گیرد، شدت برهم‌کنش قوی کم و شدت برهم‌کنش الکتروضعیف زیاد می‌شود. در حوالی  $10^{15} \text{ GeV}$  این برهم‌کنشها قابل مقایسه می‌شوند و وحدت آنها طبیعی به نظر می‌رسد. شکل ۳.۶ تغییرات شدت این سه برهم‌کنش را با افزایش



شکل ۳.۶ در انرژیهای از مرتبه  $10^{15}$  GeV ~ شدتهای برهم‌کنشهای قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی قابل مقایسه می‌شود. از این رو معلوم می‌شود که این انرژی برای وحدت بزرگ مناسب است. در انرژی باز هم فراتر یعنی در  $10^{19}$  انرژی شاخص دیگری را می‌بینیم که در آن انتظار داریم گرانش کوانتیده شود. در این مرحله شاید یک نظریه واحد برای همه برهم‌کنشهای بنیادی داشته باشیم.

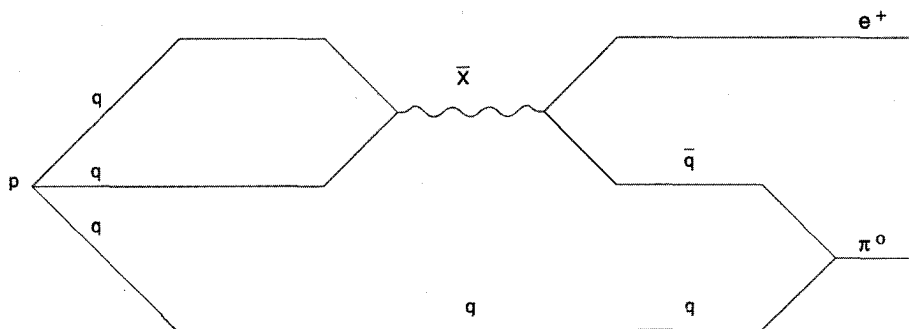
انرژی نشان می‌دهد. شکل ۳.۶ شاخص دیگری را در انرژی  $10^{19}$  GeV ~ نشان می‌دهد. که انرژی پلانک است

$$E_P = \left( \frac{c^5 \hbar}{G} \right)^{1/2} \cong 1,2 \times 10^{19} \text{ GeV} \quad (4.6)$$

بدیهی است که  $G$  و  $\hbar$  در این عبارت باید به گرانی کوانتومی مربوط باشند. بعداً، آن را جداگانه بررسی می‌کنیم. فعلاً آن را از کوشش در جهت وحدت بخشیدن کنار می‌گذاریم. اگر بخواهیم سه برهم‌کنش را در یک طرح وحدت بزرگ متحد کنیم، می‌توانیم آن سه را در ساختار زیر با هم ترکیب کنیم

$$SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$$





شکل ۴.۶ واپاشی پروتون از طریق مبادلهٔ بوزونهای  $X$  صورت می‌گیرد، که کوارک‌ها را به لپتونها تبدیل می‌کند و برعکس. شکل نشان می‌دهد که چگونه این کار انجام می‌شود. دو تا از سه کوارک ( $q$ ) در پروتون ( $p$ ) با هم ترکیب می‌شوند و  $\bar{X}$  را به وجود می‌آورند که به یک پوزیترون و پادکوارک وامی‌باشد. سپس پادکوارک در ترکیب با سومین کوارک مزون  $\pi$  را تشکیل می‌دهد.

به هر حال، معلوم شده است که چنین ساختاری می‌تواند بخشی از یک ساختار بزرگتر را تشکیل دهد که با  $SU(5)$  نشان داده می‌شود. باز هم، اگر به (۴۱.۶) رجوع کنیم و آن را به ماتریسهای  $5 \times 5$  اعمال کنیم، ماتریس  $H$  دارای ۲۴ ثابت اختیاری است. بنابراین، ۲۴ بوزون وجود دارد که اکنون بین موجودات بنیادی مختلف مبادله می‌شوند. ۴ تا از این بوزونها را قبلاً در ارتباط با برهم‌کنش الکتروضعیف و ۸ تا (گلوئونها) را در کرومودینامیک دیدیم. بنابراین، ۱۲ بوزون دیگر را لازم داریم تا فهرست ۲۴ تایی را کامل کنیم. به منظور تخصیص نشانهٔ مشخص، آنها را به سادگی بوزونهای  $X$  می‌نامیم.

انتظار داریم که بوزونهای  $X$  شرکت‌کنندگان در کرومودینامیک (یعنی، کوارکها) را با شرکت‌کنندگان در برهم‌کنش الکتروضعیف (یعنی، لپتونها) مرتبط سازند. بنابراین، در نظریهٔ  $SU(5)$  می‌توان هر یک از شش کوارک ( $u, d, c, s, t, b$ ) را با مبادلهٔ بوزونهای  $X$  به هر یک از شش لپتون ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, e, \mu, \tau$ ) تبدیل کرد و برعکس. در اینجا است که می‌توان باریونها را خلق یا نابود کرد. شکل ۴.۶ سناریویی را نشان می‌دهد که به واپاشی پروتون می‌انجامد.

در شکل ۴.۶ یک  $\bar{X}$  (یعنی، یک پادذرهٔ  $X$ ) گسیل و جذب می‌شود. با فرض اینکه جرم این ذره  $m_X$  باشد، دامنهٔ احتمال برهم‌کنش بالا حاوی یک ضریب  $m_X^{-2}$  است. بنابراین، طول عمر واپاشی پروتون  $\tau_p$  به صورت توان چهارم  $m_X$  تغییر می‌کند. چون انتظار داریم که طول عمر حاوی ضریبهای  $\hbar, c$ ، و جرم پروتون  $m_p$  باشد، با توجه به ملاحظات ابعادی می‌نویسیم

$$\tau_P \sim \frac{hm_X^4}{m_P^5 c^2} \quad (۴۵.۶)$$

$$\sim ۲,۸۷ \times ۱۰^{-۳۲} [m_X c^2 (\text{GeV})]^4 \text{ years}$$

مشاهده نشدن واپاشی پروتونها در تجربه‌های آزمایشگاهی حد پایینی را برای  $\tau_P$  در  $۱۰^{۲۹}$  سال تعیین می‌کند. بنابراین، (۴۵.۶) نشان می‌دهد که

$$m_X c^2 \geq ۱۰^{۱۵} \text{ GeV} \quad (۴۶.۶)$$

با مقدار سال  $\tau_P \sim ۱۰^{۳۰}$  هیچ امیدی به مشاهده یک پروتون خاص نداریم. اما، در جمعیت بزرگی از پروتونها، تعداد کمی ممکن است واپاشیده شوند. به‌عنوان مثال، اگر سال  $\tau_P \sim ۱۰^{۳۰}$  باشد، انتظار داریم که در هر  $۱۰^{۰۰}$  تن ماده در حدود  $۵۰$  پروتون در هر سال واپاشد. آزمایشهای انجام شده در سالهای ۱۹۸۰ نتوانستند چنین واپاشیهایی را بدون ابهام برای سال  $\tau_P \leq ۱۰^{۳۱}$  مشاهده کنند. این موضوع باعث شد که این نظریه ساده  $SU(۵)$ ، به نفع چارچوبهای پیچیده‌تر کنار گذاشته شود.

نظریه‌های دینامیکی دقیق برای کمی کردن  $\tau_P$  و  $m_X$  ضروری هستند. اما، در حالی که آزمایش واپاشی پروتون برای سال  $\tau_P \leq ۱۰^{۳۳}$  به سختی امکان‌پذیر است، آزمون کامل پیش‌بینی‌های GUTs فراتر از دیدگاه فناوری کنونی است. لازم به ذکر است که یک پیش‌بینی شناخته شده به فرضیه آزادی مجانبی معروف است. با توجه به این فرضیه، در انرژیهای بسیار زیاد برهم‌کنشهای ذرات شروع به از دست دادن شدت خود می‌کنند. اما، حتی این فرضیه را هنوز باید به صورت تجربی آزمود.

البته، شق دیگر بهره‌گیری از عالم داغ برای آزمودن پیش‌بینی‌های نظری است. حتی در اینجا، برای جرم  $۱۰^{۱۵} \text{ GeV}$ ، دما ( $= mc^2/k$ ) دارای مقدار  $۱۰^{۲۸} \text{ K}$   $\sim$  خواهد بود! دمای  $۱۰^{۱۵} \text{ GeV}$  با توجه به (۶.۶)، سن عالم را  $۱۰^{-۳۶} \text{ s}$   $\sim$  به دست می‌دهد. ما آن را عصر GUT می‌نامیم. ام. یوشی‌مورا<sup>۱</sup> مطرح کرده است که با توجه به GUTs می‌توان اندکی باریون بیش از پاد باریون داشت، زیرا عدد باریونی پایسته نیست. اما، فرضهای بیشتری لازم است تا بتوان نتیجه‌ای سازگار با مشاهده‌ها به دست آورد. سناریوی زیر چیزی است که اس. واینبرگ و اف. ویلزک<sup>۲</sup> پیشنهاد کرده‌اند.

### ۵.۳.۶ پیدایش باریون در عالم اولیه

بگذارید جرم بوزون  $X$  را (که باعث ناپایستگی باریون می‌شود) با  $m_X$ ، و شدت جفت‌شدگی آن را با  $\alpha_X$  نشان دهیم. شدت جفت‌شدگی، برحسب نوع ذره  $X$ ، می‌تواند از  $10^{-2}$  تا  $10^{-5}$  تغییر کند. آهنگ برخوردی را که در آنها عدد باریونی پایسته نیست با  $\Gamma_c$  نشان می‌دهیم؛ یعنی، برخوردهایی که در آنها بوزون  $X$  دخیل است. خود بوزون  $X$  دوام چندانی ندارد، مقیاس زمانی آن از مرتبه  $h/(m_X c^2)$  است. آهنگ واپاشی مشخصه بوزون  $X$  را با  $\Gamma_X$  نشان می‌دهیم. بنابراین دارای سه مقیاس زمانی  $\Gamma_X^{-1}$ ،  $\Gamma_c^{-1}$ ، و  $H^{-1}$  هستیم. شگرد کار تنظیم مناسب این مقیاسها به‌گونه‌ای است که جواب مطلوب را تولید کند. این بحث به‌صورت کیفی، به‌قرار زیر است.

در عصرهای اولیه با دمای  $10^{19} \text{ GeV} \geq$ ، گرانی قوی‌ترین نیروی بین اجزای مختلف عالم بود. سایر برهم‌کنشها (از جمله قوی‌ترین آنها) QCD با توجه به فرضیه آزادی مجانبی اهمیتی نداشتند. با ادامه انبساط عالم و افت دمای آن دوره‌ای فرا رسید که گرانی ضعیف‌تر شد، در حالی که سایر برهم‌کنشها هنوز اهمیت پیدا نکرده بودند. بنابراین برای  $10^{19} \text{ GeV} \leq T$  ذرات اساساً برای مدتی آزاد باقی ماندند.

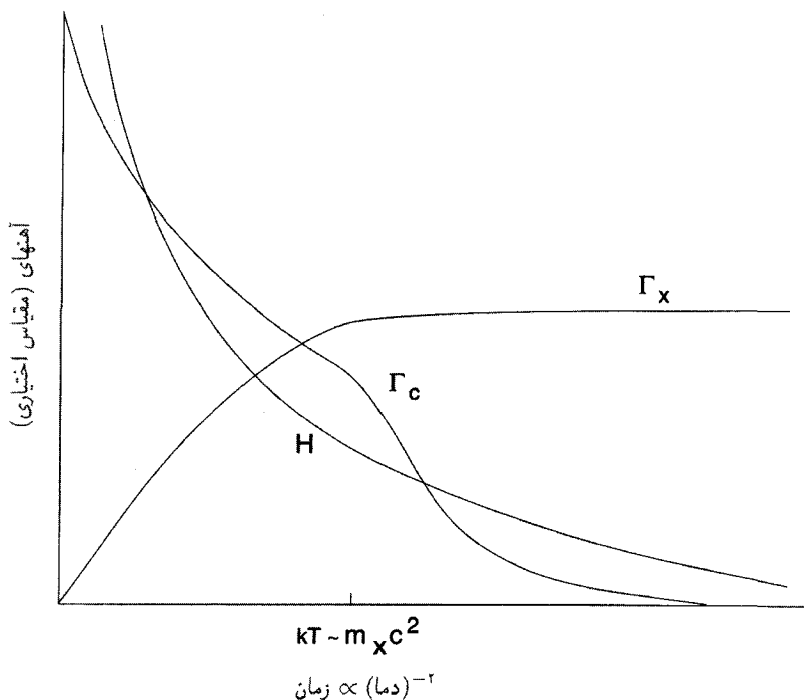
در این مرحله لازم است که سرشت تابعهای توزیع را که با فرمول (۹.۵) داده می‌شود بررسی کنیم. در اینجا می‌بینیم تا زمانی که  $T \gg T_A$ ، یعنی، تا هنگامی که در رژیمهای نسبیتی هستیم، تابع توزیع شکل تعادل خود را در طی انبساط آزاد با  $T \propto S^{-1}$  حفظ می‌کند. اما، اگر  $T \leq T_A$  شود تابع نمی‌تواند بر اثر انبساط آزاد شکل خود را حفظ کند. از این رو، ممکن است از شکل تعادل منحرف شود.

حال در میان گونه‌های مختلف در عالم اولیه، بوزونهای  $X$  احتمالاً سنگینترین آنها هستند. بنابراین، اگر مقدار  $T_X$  به اندازه کافی زیاد باشد. این امکان وجود دارد که بوزونهای  $X$  ابتدا از تعادل خارج شوند. اما، برای این کار باید آنها تا آن زمان واپاشیده نشده باشند. آهنگ واپاشی بوزون  $X$  از مرتبه زیر است

$$\Gamma_X \cong \alpha_X g m_X c^2 / h \quad (۴۷.۶)$$

که  $g$  تعداد مؤثر درجه‌های آزادی برای گونه‌های مختلف ذرات است ( $g$  می‌تواند بین  $10^0$  و  $20^0$  باشد؛ برای  $SU(5)$  مقدار آن  $16^0 \sim$  است).

از طرف دیگر، آهنگ انبساط از (۱.۶) به‌دست می‌آید. آهنگ برخورد  $\Gamma_c \approx \alpha_X \ll \Gamma_X$ . مقایسه این سه آهنگ نشان می‌دهد که  $\Gamma_c < \Gamma_X < H$  یعنی بلافاصله پس از آن است که گرانی ضعیف شد. از این رو، عالم در این مرحله بدون هیچ‌گونه برهم‌کنش بین گونه‌های مختلف



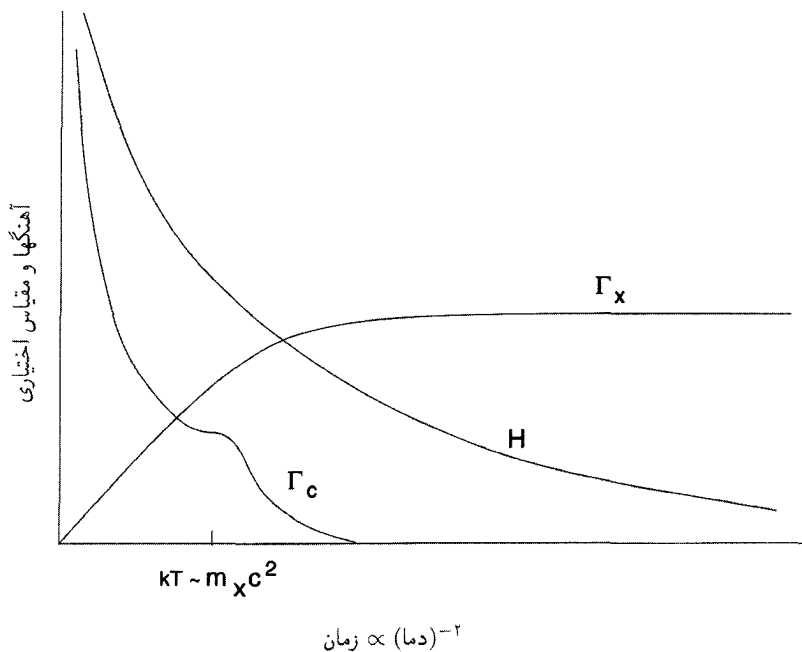
شکل ۵.۶ سه آهنگ  $H$ ،  $\Gamma_c$  و  $\Gamma_X$  برای مورد  $m_X c^2 < \alpha_X 10^{10} \text{ GeV}$ . وقتی  $kT$  به کمتر از  $m_X c^2$  فروافتد،  $\Gamma_X$  از آهنگ انبساط  $H$  تجاوز می‌کند و تعداد بوزونهای  $X$ ، ضمن حفظ توزیع تعادل، به طور نمایی کاهش می‌یابد. هیچ اضافه باریون خالصی در این مورد به وجود نمی‌آید.

منبسط می‌شده است. بوزونهای  $X$  هنگامی شروع به واپاشی کردند که سن عالم با  $\Gamma_X^{-1}$  قابل مقایسه شد. با بهره‌گیری از (۱.۶)، (۲.۶) و (۴۷.۶) به دست می‌آوریم

$$T = \left( \frac{3g\alpha_X^2 m_X^2 c^4}{4\pi G a \hbar^2} \right)^{1/4} \quad (48.6)$$

هنگامی که عالم تا دمای بالا سرد شده بود، بوزونهای  $X$  شروع به واپاشی کردند. پس این پرسش مطرح می‌شود که آیا این ذرات تا آن زمان در حالت تعادل بوده‌اند؟

همان‌طور که دیدیم، با مقایسه  $T$  با  $T_X$  می‌توان به این پرسش پاسخ داد. به دو مورد علاقه‌مندیم: (۱)  $T \gg T_X$  و (۲)  $T \leq T_X$ . این موارد به ترتیب در شکل‌های ۵.۶ و ۶.۶ نمایش داده شده‌اند. در مورد (۱) واپاشیها هنگامی رخ داده است که تابعهای توزیع بوزونهای  $X$  هنوز شکل تعادل



شکل ۶.۶ شکل ۵.۶ که برای مورد  $m_X c^2 > \alpha_X 10^{10} \text{ GeV}$  دوباره رسم شده است. وقتی  $kT$  به کمتر از  $m_X c^2$  فرومی‌افتد، واپاشیها و نابودیها مؤثر نیستند، چون هر دوی  $\Gamma_X$  و  $\Gamma_C$  کمتر از  $H$  هستند. تا زمانی که  $\Gamma_X$  بیش از  $H$  شود، بوزونهای  $X$  به حالت تعادل نمی‌رسند. در این مرحله  $X, \bar{X}$  آزادانه وامی‌پاشند و می‌توانند اضافه باریون خالص تولید کنند. چون  $\Gamma_C < H$  این اضافه باریون باقی می‌ماند.

خود را داشته‌اند. در این شرایط بوزونهای  $X$  نمی‌توانسته‌اند اضافه باریون خالصی تولید کنند؛ زیرا تعادل گرمایی ایجاد می‌کند که هر واپاشی (مانند مورد شکل ۴.۶) که به از بین رفتن عدد باریونی می‌انجامد با واپاشیهای معکوس جبران شود. اما، در مورد (۲)، تابع توزیع بوزونهای  $X$  از شکل تعادل منحرف می‌شود و در نتیجه توازن تفضیلی میان واپاشیهای مستقیم و معکوس به وجود نمی‌آید. بنابراین، ورودی جدیدی برای بحث درباره سناریوی عالم اولیه در بخش ۲.۶ را مورد (۲) فراهم می‌آورد. با دور شدن از تعادل ترمودینامیکی در زمان مناسب، توزیع بوزون  $X$  امکان تولید عدم تقارن باریونی را دارد.

شرط تجاوز  $T_X$  از مقدار  $T$  در رابطه (۴۸.۶) را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$m_X > \left( \frac{3g\alpha_X^2 k^4}{4\pi Gac^4} \right)^{1/2} = g^{1/2} \alpha_X m_p \quad (49.6)$$

ملاحظات تجربی چارچوب  $SU(5)$  نشان می‌دهد که با توجه به نامساوی بالا  $m_{Xc}^2$  باید متجاوز از  $10^{16} \text{ GeV}$  شود. این با برآورد قبلی ما در مورد جرم بوزون  $X$  از حد پایین طول عمر پروتون سازگار است.

ناکنون فرض انحراف از تعادل ترمودینامیکی را مطرح کردیم. اکنون فرض دیگری را دربارهٔ عدم تقارن باریون-پادباریون وارد می‌کنیم. فرض کنید که بوزون  $X$  به دو حالت با عددهای باریونی  $B_1$  و  $B_2$  با کسرهای  $r$  در حالت ۱ و  $1-r$  در حالت ۲ واپاشد. در یک وضعیت کاملاً متقارن، بوزون  $\bar{X}$  با عدد باریونی  $-B_1$  و کسر  $r$  به حالت ۱، و عدد باریونی  $-B_2$  و کسر  $1-r$  به حالت ۲ و می‌پاشد. به هر حال، اگر تقارن کامل وجود نداشته باشد، کسرها برای واپاشی  $\bar{X}$  به ترتیب  $\bar{r}$  و  $1-\bar{r}$  خواهند بود ( $\bar{r} \neq r$ ). تعداد خالص باریون تولیدشده در این فرایندها برابر است با

$$\Delta B = (r - \bar{r})(B_1 - B_2) \quad (50.6)$$

چون برخوردهایی که در آنها عدد باریونی پایسته نیست و  $\Delta B$  را از بین می‌برند با آهنگی کندتر از  $H(H < \Gamma_c)$  به وقوع می‌پیوندند، انتظار داریم که  $\Delta B$  پایسته بماند.

از این رو، برای به حساب آوردن اضافه باریون مشاهده‌شده نسبت به پادباریون و بحث دربارهٔ چگالی عدد باریونی کنونی که  $10^9 \sim$  برابر چگالی فوتون مشاهده‌شده است، باید اطمینان حاصل کنیم که پارامترهای GUT به گونه‌ای هستند که عبارت کمی مناسب را برای  $\Delta B$  می‌دهند. ادعا شده است که مقدارهای منطقی برای پارامترهای GUTs در واقع به فرمولی می‌انجامد که با (33.6) سازگار است.

اگر این ادعاها منطقی باشند یا نباشند، استدلال بالا نشان می‌دهد چگونه عالم اولیه صحنهٔ جالب توجهی برای کاربرد GUTs است.

### ۶.۳.۶ شکست خودبه‌خود تقارن

تغییر گروه بزرگتری از تقارن‌ها به زیرگروه  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$  خودبه‌خود است. در سازوکار واقعی مجموعه‌ای از میدانهای نرده‌ای به نام میدانهای هیگز  $\phi$  دخیل‌اند که در هنگام این کار از مقدارهای اولیهٔ صفر به مجموعه‌ای از مقادیر محدود تغییر می‌یابند. چگونگی و چرایی این رویداد و نقش میدانهای هیگز در فرایند داستان مفصلی است که ما را به هزارتوی نظریه‌های میدان پیمانه‌ای می‌کشاند. توضیح زیر از کنار مسئله می‌گذرد و توصیفی سطحی فراهم می‌آورد.

کار را از مقایسه فرومغناطیسی و نقش اساسی دمای کوری ( $770^\circ \text{C}$  برای آهن) آغاز می‌کنیم. در بالاتر از این دما یک میلهٔ آهنی هیچ‌گونه آثار مغناطیسی در میدان خارجی از خود نشان

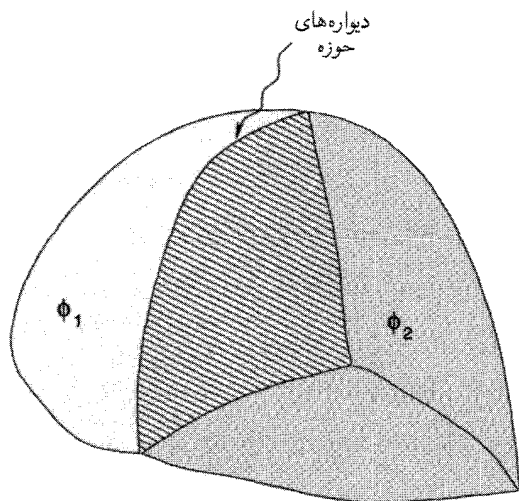
نمی‌دهد. زیرا آهنرباهای هسته‌ای بنیادی به صورت کاتوره‌ای توزیع شده‌اند و مغناطیدگی برآیند صفر است. به لحاظ انرژی، این پایستری حالت میله است که میله به عنوان پایدارترین حالت در آن باقی می‌ماند. در زیر دمای کوری حالت با کمترین انرژی به حالتی تغییر می‌کند که در آن همه هسته‌ها در امتداد میله ردیف شده‌اند، و دو قطب در دو انتهای آن به وجود آورده‌اند. برحسب اینکه کدام یک از دو قطب (شمال یا جنوب) در یک سر معین قرار گرفته باشد، دو حالت با کمترین انرژی یکسان وجود دارد. گزینش نهایی یک حالت ظاهراً تقارن را می‌شکند، اگرچه به لحاظ نظری و ذاتی تقارن همواره وجود دارد.

در عالم نخستین پدیده مشابهی برای میدان  $\phi$  رخ داده است. بالاتر از یک دمای  $T_c$ ، حالت خلأ یعنی حالت با کمترین انرژی چیزی جز حالت  $\phi = 0$  نیست. در کمتر از  $T_c$  حالت با کمترین انرژی تغییر می‌کند. اکنون این حالت نظیر وضعیتی است که در آن  $\phi$  دارای مقادیر غیر صفر است. با مثالهای صریح این موضوع در بخش ۵.۶ مواجه می‌شویم.

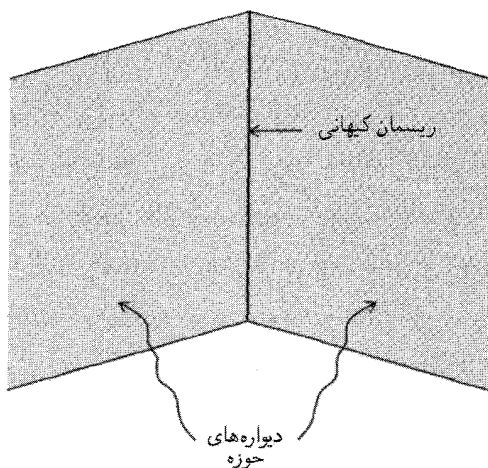
فعلاً، فرض می‌کنیم مقادیرهای متفاوت  $\phi_i (i = 1, 2, \dots)$  برای میدان  $\phi$  وجود دارد، که همه آنها نظیر حالت‌های با کمترین انرژی هستند که اکنون وضعیت خلأ را به دست آورده است. تقارنی بنیادی نسبت به همه  $\phi_i$ ها وجود دارد، اما در عمل سیستم فقط می‌تواند به صورت خودبه‌خود به یکی از آنها دست یابد. این دوباره یک شکست آشکار تقارن است.

پیامدهای این موضوع برای لحظه‌های اولیه عالم، که در شکل‌های ۷.۶ (الف) نشان داده شده، به این صورت است که آن را به سه حوزه مختلف تقسیم می‌کند که هر کدام از آنها  $\phi_i$  متفاوتی هستند. بدین طریق، عالم دارای ناپوستگیهایی در امتداد دیواره‌های حوزه می‌شود. این موضوع به صورت ناپوستگیهای بارزی در توزیع ماده ظاهر می‌شود. توجیه اینکه در واقع چنین ناپوستگیهایی را نمی‌بینیم (مثلاً به صورت ورقه‌های ماده) دشوار است. این مشکل به مسئله دیواره حوزه معروف است. این به ناپوستگیهای بارزی در توزیع ماده می‌انجامد. توضیح این واقعیت که چرا این ناپوستگیها را واقعاً (مثلاً به صورت ورقه‌های بزرگ ماده) نمی‌بینیم دشوار است. این مشکل به مسئله دیواره حوزه معروف است.

محل برخورد دو دیواره حوزه، ساختاری خطی به نام «ریسمان کیهانی» است (نگاه کنید به شکل ۷.۶ (ب)). این ساختارهای رشته‌ای در سناریوهای تشکیل کهکشانشنا فراخوانده می‌شوند. (نگاه کنید به فصل ۷) که در آن معلوم می‌شود تعداد زیادی از کهکشانشنا در ساختارهای خطی توزیع شده‌اند.



(الف)



(ب)

شکل ۷.۶ شکست خود به خود تقارن می‌تواند مرزهایی را در فضا به جا گذارد که حوزه‌های شرایط فیزیکی متفاوت را از هم جدا می‌کنند. در (الف) این جدایی به صورت «دیواره حوزه» نشان داده شده است. در (ب) می‌بینیم که چگونه دو دیواره حوزه در ساختاری خطی به نام «ریسمان کیهانی» برخورد می‌کنند.



## ۴.۶ بعضی مسئله‌های کیهان‌شناسی فریدمان

از بحث بالا شاید به نظر برسد که با رفتن به لحظه‌های اولیه‌ی عالم به پیشرفتی در شناخت بعضی از جنبه‌های کنونی عالم نائل شده‌ایم. در واقع، وضعیت درست برعکس است: بیش از آن مسئله پیدا کرده‌ایم که بتوانیم با این ابزار حل کنیم. مسئله‌ی دیواره‌ی حوزه یکی از آنهاست. سایر مسئله‌های مهمتر را در زیر مطرح می‌کنیم.

### ۱.۴.۶ مسئله‌ی افق

فرض می‌کنیم که شرایط اولیه‌ی عالم بسیار زود و در عصر  $t$  در دوره‌ی سیطره‌ی تابش تثبیت شده باشد. از ملاحظات فصل ۴ در مورد عامل مقیاس  $S \propto t^{1/2}$  ویژه شعاع افق ذره در آن دوره را به صورت زیر به دست آوریم

$$R_P = 2ct \quad (51.6)$$

برد تمام فرایندهای فیزیکی در این دوره را  $R_P$  محدود می‌کرده است. به طوری که انتظار نداریم همگنی کمیتهای فیزیکی به فراتر از قطر  $2R_P$  گسترش یافته باشد، مگر اینکه این فرض تا حدی سرهم‌بندی شده را بپذیریم که عالم همگن خلق شده است. به عبارت دیگر، محدودیتهای تصادفی نشان می‌دهند که هیچ منطقه با اندازه‌ی بزرگتر از  $2R_P$  نمی‌تواند همگن باشد. وقتی شرایط اولیه تثبیت شدند، این منطقه تا اندازه‌های بسیار بزرگتر از دوره حاضر رشد کرد؛ ضریب رشد  $\eta$  نسبت عاملهای مقیاس در عصر حاضر و دوره اولیه است

$$\eta = \frac{S(t_0)}{S(t)}$$

چگونه می‌توان  $\eta$  را برآورد کرد؟

ساده‌ترین روش مقایسه‌ی دماها در  $t$  و  $t_0$  است، چون (از ملاحظات فصل ۵)  $S \propto T^{-1}$  بنابراین

$$\eta = \frac{T(t)}{T(t_0)}$$

$T(t)$  از (۶.۶) به دست می‌آید بهتر است  $T_0$  را نیز برحسب GeV بیان کنیم:

$$T_0 (\text{GeV}) = 2.3 \times 10^{-13} \left( \frac{T_0}{2/\sqrt{K}} \right) \quad (52.6)$$

با ترکیب (۶.۶) و (۵۲.۶) و نوشتن مقدار  $c$  در (۵۱.۶)، حد فعلی منطقه همگن را به صورت زیر به دست می آوریم

$$R_{\text{همگن}}(t_0) = 2ct \quad (53.6)$$

$$= 6.2 \times 10^{17} \times T_{\text{GeV}}^{-1} g^{-1/2} \times \left( \frac{2/\sqrt{K}}{T_0} \right) \text{cm}$$

برای  $T_0 \cong 2,7\text{K}$ ,  $g \cong 100$ ,  $T_{\text{GeV}} \cong 10^{15}$  مقدار شکفت انگیز کوچک  $62\text{cm}$  به دست می آید! به عبارت دیگر، هیچ دلیلی نداریم که انتظار همگنی در مقیاس بزرگتر از مثلاً ۱ متر را داشته باشیم. این واقعیت که بقایای زمینه ریزموج در مقیاس کیهانی  $10^{28}\text{cm} \sim$  همگن است نشان می دهد که استدلال بالا دارای اشکال اساسی است. با وجود این، مدل استاندارد هیچ راه گریزی از این به اصطلاح مسئله افق در اختیارمان نمی گذارد. همین طور توجه کنید که هرچه (در کوشش برای تثبیت شرایط اولیه) به گذشته دورتر برویم،  $T_{\text{GeV}}$  بزرگتر و مقدار  $R_{\text{همگن}}(t_0)$  کوچکتر می شود. شکل ۸.۶ مسئله افق را نشان می دهد.

### ۲.۴.۶ مسئله تخت بودن

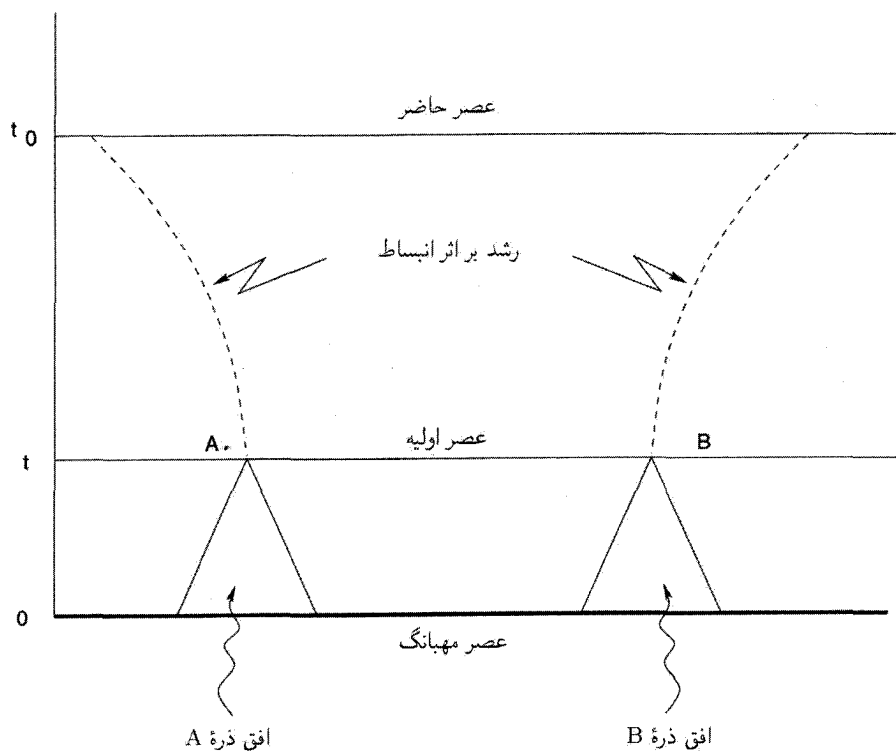
هنگام بحث درباره عالم اولیه و نخستین جمله  $kc^2/S^2$  را در معادله های میدان نادیده گرفتیم. بنابراین، (۱.۶) در واقع باید به صورت زیر باشد

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} + \frac{kc^2}{S^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \quad (54.6)$$

توجه ما در چشمپوشی از این جمله آن بود که با  $S \rightarrow 0$  داریم  $\dot{S}^2 \rightarrow \infty$  و در نتیجه اولین جمله بسیار بزرگتر از  $|kc^2|$  در طرف چپ (۵۴.۶) می شود. اما، این استدلال وابسته به مقیاس است. از این رو، اگر بنویسیم  $S = At^{1/2}$ ، خواهیم داشت  $\dot{S}^2 = A^2/(4t)$ . اینکه  $\dot{S}^2$  به ازای  $k = \pm 1$  از  $c^2$  تجاوز کند به  $A$  بستگی دارد. مقدار  $A$  را از پیش نمی دانیم، مگر اینکه آن را به اندازه فعلی عالم مرتبط سازیم. راحت تر است که به جای آن پارامتر چگالی  $\Omega$  را در نظر بگیریم.

با نوشتن  $\rho = \Omega\rho_c$  مانند (۵۳.۴)، در هر عصری که  $S \propto t^{1/2}$  باشد خواهیم داشت

$$\frac{kc^2}{S^2} = (\Omega - 1) \frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{\Omega - 1}{4t^2} \quad (55.6)$$



شکل ۸.۶ در عصرهای بسیار اولیه  $t$ ، ناظران A و B دارای افقهای ذره‌ای هستند که برهم‌نهاده نمی‌شوند. بنابراین، دلیل پیشینی برای اینکه چرا A و B باید شرایط اولیه یکسانی داشته باشند وجود ندارد. با وجود این، عالمی که اکنون مشاهده می‌شود در فاصله‌هایی بسیار بیش از آنچه AB می‌تواند در حال حاضر تا آن اندازه رشد کند (قسمت خط‌چین) همگن است.

از طرف دیگر، برای دوره فعلی داریم

$$\frac{kc^2}{S_0^2} = (\Omega_0 - 1)H_0^2 \quad (56.6)$$

از تقسیم (55.6) بر (56.6) و بهره‌گیری از  $S \propto T^{-1}$  به ازای  $k = \pm 1$  به دست می‌آوریم

$$\Omega - 1 = 4H_0^2 t^2 \frac{T^2}{T_0^2} (\Omega_0 - 1)$$

بجز  $(\Omega_0 - 1)$ ، تمام کمیت‌های طرف راست معلوم هستند. با استفاده از (6.6) برای  $t$  و (52.6)

برای  $T_0$ ، به دست می‌آوریم

$$(\Omega - 1) \cong 4,3 h_0^2 g^{-1} \times 10^{-21} T_{\text{GeV}}^{-2} \left( \frac{2/\sqrt{K}}{T_0} \right)^2 (\Omega_0 - 1) \quad (57.6)$$

برای  $T_{\text{GeV}} = 10^{15}$  و  $g \cong 100$  به ازای  $T_0 \cong 2,7 \text{K}$  به دست می‌آوریم

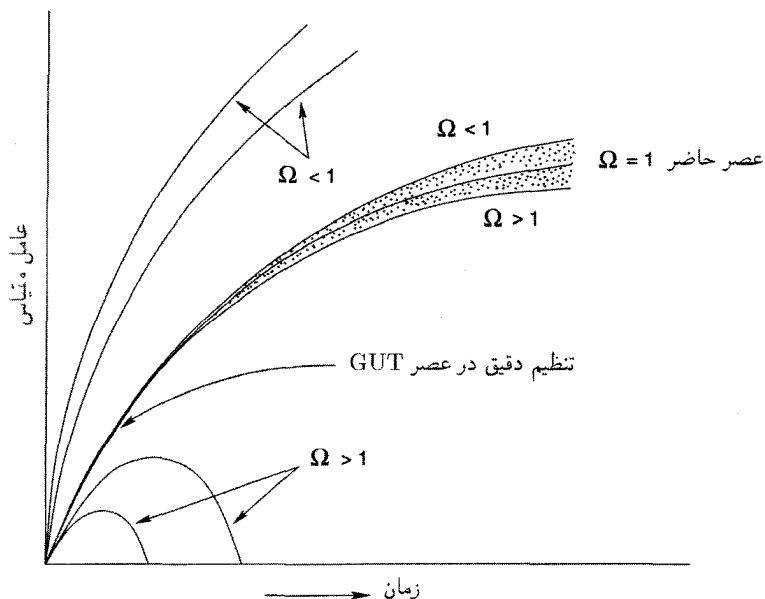
$$\Omega - 1 \cong 4,3 h_0^2 \times 10^{-53} (\Omega_0 - 1) \quad (58.6)$$

این عبارت تجلی چیزی است که به مسئله تخت بودن معروف است. فرض کنید که شرایط اولیه از جمله پارامتر چگالی  $\Omega$  در عصر GUT یعنی هنگامی که  $T \cong 10^{15} \text{GeV}$  است تعیین شده باشد. در این صورت مقدار کنونی  $(\Omega_0 - 1)$  از (58.6) به دست می‌آید. یا با معکوس کردن روند استدلال، فرض کنید که عدم قطعیت رصدی فعلی نشان دهد که  $O(1) \sim |\Omega_0 - 1|$  در این صورت، از (58.6) در عصر GUT اختلاف  $\Omega$  با واحد کسری از مرتبه  $10^{-53}$  بوده است. به عبارت دیگر، انحراف از مقدار تخت  $\Omega = 1$  در این مرحله باید بسیار کوچک باشد. هرگونه تسامح از این تنظیم دقیق در حال حاضر ضربه گستره بسیار وسیعی از  $\Omega$  خواهد انجامید که بسیار فراتر از مقادیری است که رسدها مجاز می‌دارند.

بنابراین، نادیده گرفتن جمله خمیدگی  $kc^2/S^2$  با تنظیم دقیق عالم به مدل تخت ( $k = 0$ ) در ارتباط است. اگر این تنظیم وجود نداشت، عالم در مقیاسهای زمانی در حدود  $10^{-35} \text{s}$ ، که مشخصه عصر GUT است، یا فرو می‌ریخت ( $k = 1$ ) و یا تا بینهایت منبسط می‌شد ( $k = -1$ ).

شکل ۹.۶ این معضل را نشان می‌دهد. ناحیه سایه‌دار مجموعه‌ای از مدل‌های فریدمان خوب تنظیم شده را نشان می‌دهد که به گستره مقادیر مشاهده شده  $O(1) \sim |\Omega_0 - 1|$  کنونی می‌انجامند. منحنی بالا و پایین شکل با مقیاسهای زمانی  $10^{-35} \text{s}$ ، معمولاً باید در مرحله GUT عمل می‌کردند. چه عاملی باعث شده است که عالم به جای آن وارد ناحیه سایه‌دار شود؟

این مسئله را ابتدا از اچ. دیکی<sup>۱</sup>، پی. جی. ای. پیلز، مطرح کردند. آنها عصر GUT را در  $t \sim 1 \text{s}$  بررسی می‌کردند که در آن نوترینوها واجفتیده بودند و نابودی زوج ( $e^\pm$ ) در آستانه شروع بود. بنابراین  $10^{-3} \text{GeV} \sim T$ ،  $10 \sim g$ ، و به جای  $10^{-53}$  به عنوان ضریب (58.6)، مقدار  $10^{-16} \sim$  را به دست می‌آوریم. بدیهی است که اگر به زمانهای باز هم عقبتر و نزدیکتر به  $t = 0$  برویم، تنظیم دقیقتری ضروری می‌شود. مثلاً، اگر مسئله را در عصر پلانک آغاز کنیم برای گستره تنظیم، به جای  $10^{-53}$  مقدار  $10^{-61}$  را به دست می‌آوریم.



شکل ۹.۶ مسئله تخت بودن، که به کمک تابعهای توزیع برای مدل‌های  $k = 0, \pm 1$  و  $\Omega < 1$  و رسم شده است. عدم قطعیت قابل مشاهده فراتر از گستره منحنیهای ناحیه سایه‌دار می‌رود، که همه آنها در عصر GUT، نزدیک به منحنی  $\Omega = 1$ ، در یک جا جمع شده بودند.

### ۳.۴.۶ مسئله آنتروپی

این تکرار مسئله تخت بودن و مسئله افق به صورتی متفاوت است. آنتروپی در یک حجم همراه معین در انبساط بی‌دررو ثابت می‌ماند (بخش ۲.۵). آنتروپی فوتونی کنونی در عالم قابل مشاهده با شعاع  $R \approx h_0^{-1} \times 10^{28} \text{ cm}$  از مقدار بسیار بزرگ زیر به دست می‌آید

$$\Sigma = \frac{4\pi}{3k} \alpha T_0^3 R^3 \approx h_0^{-3} \times 4,4^{87} \left( \frac{T_0}{2,7} \right)^3 \quad (59.6)$$

چرا این مقدار بزرگ؟ اگر آنتروپی پایسته بود به دست می‌آوریم  $ST = \text{const.}$  اما، در مسئله تخت بودن دیدیم که این فرض به تنظیم دقیق می‌انجامد در حالی که برای مسئله افق اندازه همگنی بسیار کوچکی به دست می‌آید. بنابراین، به نظر می‌آید که مشکل به  $\Sigma = \text{const.}$  مربوط باشد: این مسئله در صورتی حل می‌شود که فرض انبساط بی‌دررو در مرحله‌ای نقض شود و  $\Sigma$  با ضریب بسیار بزرگی تا مقدار کنونی خیز بردارد.

## ۴.۴.۶ مسئله تک قطبی

در یک GUT، هرگاه شکست تقارن یک گروه بنیادی بزرگتر مانند  $SU(5)$  به زیرگروهی مانند  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$  رخ می‌دهد که حاوی گروه  $U(1)$  است، به‌طور اجتناب‌ناپذیر ذراتی به‌وجود می‌آیند که ویژگیهای تک‌قطبی مغناطیسی را دارند. این یک نتیجه‌گیری ریاضی دقیق در نظریه‌های میدان پیمانه‌ای است. جرم تک‌قطبی نوعاً (برحسب یکاهای انرژی) در حدود  $10^{16}$  GeV است. تک‌قطبی‌ها بسیار پایدارند که وقتی تولید شدند دیگر نابود نمی‌شوند. بنابراین، به‌عنوان بقایای واقعه تا عصر حاضر دوام می‌آورند.

در عصر GUT یعنی  $t$  که اندازه افق  $2ct$  است، انتظار داریم حداقل یک تک‌قطبی به‌ازای کرای‌ای به شعاع اندازه افق وجود داشته باشد، یعنی چگالی جرمی تک‌قطبی برابر است با

$$\frac{10^{16} \text{ GeV}/c^2}{\left(\frac{4\pi}{3}\right) (2ct)^3}$$

اکنون این چگالی با ضریب  $(T_0/T)^3$  رقیق شده است. برای  $T_0$  برحسب گیگاالکترون‌ولت از رابطه (۵۲.۶) و  $T = 10^{15}$  GeV برای چگالی فعلی تک‌قطبی به‌دست می‌آوریم

$$\rho_M \cong 1/5 \times 10^{-13} \left(\frac{T_0}{2,7\text{K}}\right)^3 \text{ g cm}^{-3} \quad (60.6)$$

این مقدار بسیار بیشتر از چگالی بستر  $10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$  است، بنابراین مسئله تک‌قطبی یکی از مسئله‌های ناجور مدل استاندارد است. باز هم مانند موارد قبل، اگر به‌جای عصر GUT حتی از عصر اولیه‌تری استفاده کنیم، این تضاد زیادتر می‌شود.

## ۵.۶ عالم تورمی

این مشکلات مدل مه‌بانگ هنگامی نمایان شدند که کیهان‌شناسی فیزیکی تا عصرهای اولیه گسترش یافت. حل این مشکلات به یک ورودی جدید در حوالی عصر GUT نیاز داشت، این ورودی دینامیک عالم را لااقل به‌طور موقت تغییر می‌داد. این ورودیها را دی. کازاناس<sup>۱</sup> در سال ۱۹۸۰، آلن گوث<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۱ و همین‌طور کی. ساتو<sup>۳</sup> در سال ۱۹۸۱ به‌طور مستقل مطرح کردند. این رهیافتها اصولاً مشابه‌اند؛ رهیافت گوث را، که شناخته‌شده‌ترین فرد بین این سه نفر است، در زیر توصیف می‌کنیم.

آلن گوث مدل موسوم به فاز تورمی را برای حل این مسائل مطرح کرد. کلمه «تورم» برای مشخص کردن انبساط سریع در نظر گرفته شده است. بنابراین رشته زیر را در نظر می‌گیریم:

$$t < t_1 : \text{عامل مقیاس } S(t) \propto t^{1/2}$$

$$t_1 < t < t_2 : \text{عامل مقیاس } S(t) \propto \exp(t/\tau), \quad \tau = \text{const.}$$

$$t_2 < t : \text{عامل مقیاس } S(t) \propto t^{1/2} \quad (۶۱.۶)$$

به طور خلاصه، مرحله‌ای با انبساط سریع نمایی را در مدت  $[t_1, t_2]$  وارد کرده‌ایم. این گستره زمانی چیست؟ مقدار ثابت زمانی  $\tau$  را چگونه تعیین کنیم؟ برای پاسخ به این پرسشها روش گوث را بررسی می‌کنیم.

### ۱.۵.۶ مدل تورمی گوث

همان‌طور که قبلاً دیدیم شکست تقارن GUT به  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$  به گذار فازی می‌انجامد که در آن حالت خلاً (یعنی حالت با کمترین انرژی) میدان هیگز  $\phi$  تغییر می‌کند. خلاً اولیه با  $\phi = 0$  دیگر خلاً واقعی نیست. به هر حال، اگر بلافاصله به حالت خلاً واقعی دست یابیم، حالت تورمی به وجود می‌آید.

مقیاسه‌ای که این سناریو را مجسم سازد مناسب خواهد بود. فرض کنید بخار در دمای تغییر حالت  $100^\circ\text{C}$  سرد شود. معمولاً انتظار داریم که بخار در این دما به آب تبدیل شود. به هر حال، می‌توان بخار را تا دماهای کمتر از  $100^\circ\text{C}$  فوق سرد کرد. اگرچه بخار در این مورد در حالتی ناپایدار خواهد بود. ناپایداری هنگامی به وجود می‌آید که بخشهایی از بخار به قطره‌های ریز آب چگالیده و این قطره‌های ریز درهم ادغام شوند تا سرانجام چگالش تکمیل گردد. در حالت فوق سرد بخار هنوز گرمای نهان خود را دارد که این گرما با تشکیل قطره‌های ریز آزاد می‌شود.

فرض کنید که فوق سرد شدن مشابهی در دمای گذار فاز GUT صورت گرفته باشد. آنچه به وقوع می‌پیوندد تا اندازه‌ای شبیه مورد بخار-آب است. جزییات آن به تابع انرژی پتانسیل  $V(\phi, T)$  بستگی دارد که در زیر آن را بررسی می‌کنیم.

اصل کنش بیانگر دینامیک میدان  $\phi$  را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$A(\phi) = \int \left( \frac{1}{2} \dot{\phi}_i \dot{\phi}_i - V(\phi) \right) \alpha^4 x \quad (۶۲.۶)$$

که  $\phi_i = \partial\phi/\partial x^i$  و  $V(\phi)$  به صورت زیر داده شده است. اولاً،  $\phi$  یک میدان پیمانهای نرده‌ای

است، اما درجه‌های آزادی داخلی آن را تعداد مولدهای گروه پیمان‌های مشخص می‌کند. اگر ماتریسهای مولد را  $\tau_A (A = 1, 2, \dots, N)$  بگیریم. می‌توانیم بنویسیم

$$\phi = \sum_A \phi^A \tau_A \quad (۶۳.۶)$$

و صورت درجه دوم زیر را برای  $V$  در نظر بگیریم

$$V = -\frac{1}{4} \mu^2 \text{Tr} \phi^2 + \frac{1}{4} a (\text{Tr} \phi^2)^2 + \frac{1}{4} b \text{Tr} \phi^4 + \frac{1}{4} c \text{Tr} \phi^3 \quad (۶۴.۶)$$

که  $a, b, c$  و ثابتهای جفت‌شدگی هستند. در یک نمونه شکست تقارن از نوع زیر

$$SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$$

داریم

$$\langle \phi \rangle = \Phi \text{diag}(1, 1, 1, -\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}) \quad (۶۵.۶)$$

که  $\Phi$  یک نرده‌ای معمولی است. همین‌طور، اگر

$$SU(5) \rightarrow SU(4) \times U(1) \quad (۶۶.۶)$$

آنگاه

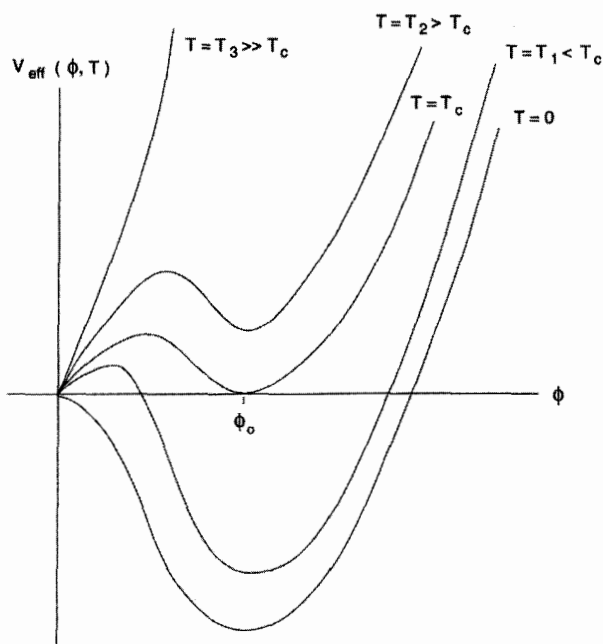
$$\langle \phi \rangle = \sigma \text{diag}(1, 1, 1, 1, -4) \quad \text{است} \quad \sigma \text{ یک نرده‌ای است} \quad (۶۷.۶)$$

در هر مورد  $\text{Tr} \phi = 0$ . اگر گروه تقارن بنیادی GUT متفاوت باشد، البته نمایشهای متفاوتی برای  $\phi$  خواهیم داشت. برای اهداف کیهان‌شناختی باید بدانیم که  $V(\phi)$  از طریق معادله‌های اینشتین چه تأثیری بر هندسه فضا-زمان دارد. بدین منظور باید روی افت‌وخیزهای کوانتومی میدان  $\phi$  میانگین بگیریم تا یک پتانسیل میانگین «مؤثر» به دست آوریم

$$V_{\text{eff}}(\phi) = \alpha \phi^2 - \beta \phi^4 + \gamma \phi^4 \ln(\phi/\sigma^2) \quad (۶۸.۶)$$

که  $\alpha, \beta, \gamma$  و  $\sigma$  پارامترهایی از فیزیک ذرات است.





شکل ۱۰.۶ پتانسیل مؤثر میدان هیگز،  $V_{\text{eff}}(\phi, T)$  در دماهای مختلف. برای  $T < T_c$  خلا واقعی یعنی حالت با کمترین انرژی دیگر در  $\phi = 0$  قرار ندارد.

چون تحلیل باید برای عالم اولیه داغ صورت گیرد، افت و خیزهای گرمایی نیز وجود خواهند داشت. وارد کردن آنها به اضافه کردن یک مؤلفه گرمایی به  $V_{\text{eff}}(\phi)$  می‌انجامد تا پتانسیل کل به دست آید

$$V(\phi, T) = V_{\text{eff}}(\phi) + \frac{18T^4}{\pi^2} \int_0^\infty x^2 \ln \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( x^2 + a \frac{\phi^2}{T^2} \right)^{1/2} \right] \right\} dx \quad (69.6)$$

در اینجا  $a$  مقداری ثابت است. شکل ۱۰.۶ نمودار تغییرات  $V(\phi, T)$  را برحسب  $\phi$  برای گستره‌ای از مقادیر  $T$  نشان می‌دهد.

توجه کنید که برای مقدار بحرانی  $T = T_c$ ، تابع  $V(\phi, T)$  بر محور  $\phi$  در دو نقطه  $\phi = 0$  و  $\phi = \phi_0$  مماس می‌شود که هر دو نقطه کمینه‌های محلی برای  $V(\phi, T)$  هستند. برای  $T \gg T_c$ ، فقط یک کمینه، در  $\phi = 0$ ، وجود دارد. با کم شدن  $T$ ، کمینه دیگری در سطح بالاتر ظاهر می‌شود،

در حالی که با رفتن  $T$  به کمتر از  $T_c$  این کمیتهٔ دوم به سطح پایینتری سقوط می‌کند. به عبارت دیگر، برای  $T < T_c$  حالت دارای کمترین انرژی میدان  $\phi = 0$  نه در  $\phi = 0$  که در مقدار  $\phi > 0$  قرار می‌گیرد. این جایی است که دارای وضعیت بخار فوق سرد می‌شویم.

فرض کنید که عالم را تا کمتر از دمای بحرانی  $T_c$  خنک کنیم. با سقوط  $T$  به کمتر از  $T_c$  حالت با کمترین انرژی به صورت گسسته جابه‌جا می‌شود که علامت تغییر فاز است. اما، اگر عالم فوق سرد باشد، در  $\phi = 0$  در خلأ «دروغی» باقی می‌ماند تا اینکه در مرحله‌ای میدان  $\phi$  در سد  $V(\phi) > 0$  تونل بزند و در سرشایی  $V(\phi)$  به خلأ «واقعی» برسد. بگذارید اختلاف انرژی این دو حالت خلأ را با  $\varepsilon_0$  نشان دهیم. قبل از اینکه تونل‌زنی صورت گیرد عالم دارای چگالی انرژی  $\varepsilon_0$  است که باید از طریق معادله‌های اینشتین تأثیرهای دینامیکی داشته باشد

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\lambda\pi G}{3c^2}(\varepsilon_0 + \varepsilon_r) \quad (70.6)$$

در اینجا  $\varepsilon_r \propto 1/S^4$  چگالی انرژی تابش و ذرات نسبیتی است. چون مقدار  $\varepsilon_r$  با انبساط عالم فرو می‌افتد، در حالی که  $\varepsilon_0$  ثابت می‌ماند پس مقدار اخیر غالب می‌شود. بنابراین،  $\varepsilon_r$  را نادیده می‌گیریم و (70.6) را حل می‌کنیم، به عنوان مثال، برای  $k = +1$  به دست می‌آوریم

$$S = \left(\frac{3c^2}{\lambda\pi G\varepsilon_0}\right)^{1/2} \cosh \left[ \left(\frac{\lambda\pi G\varepsilon_0}{3c^2}\right)^{1/2} t \right] \quad (71.6)$$

برای  $k = -1$  عبارت مشابهی را به دست می‌آوریم که در آن «sinh» جایگزین «cosh» شده است. نکتهٔ مهمی که باید در نظر بگیریم این است که برای

$$t \gg \left(\frac{3c^2}{\lambda\pi G\varepsilon_0}\right)^{1/2} \quad (72.6)$$

هر یک از جوابها به جواب  $k = 0$  (تخت) نزدیک می‌شود

$$S \propto \exp(at), \quad a = \left(\frac{\lambda\pi G\varepsilon_0}{3c^2}\right)^{1/2} \quad (73.6)$$

بسط نمایی شبیه مدل دوسویه است. درواقع، تانسور انرژی خلأ دروغی جملهٔ  $\lambda g_{ik}$  در معادله‌های اینشتین را شبیه‌سازی می‌کند.

بسط سریع به صورت نمایی ادامه می‌یابد تا تونل زنی صورت گیرد و  $\phi$  به مقدار خلاً واقعی برسد. میانگین زمان  $\tau$  برای تونل زنی را می‌توان به طور کوانتومی مکانیکی محاسبه کرد. به دست می‌آوریم

$$a\tau \approx 67, \quad Z = \exp(a\tau) \approx 10^{29} \quad (74.6)$$

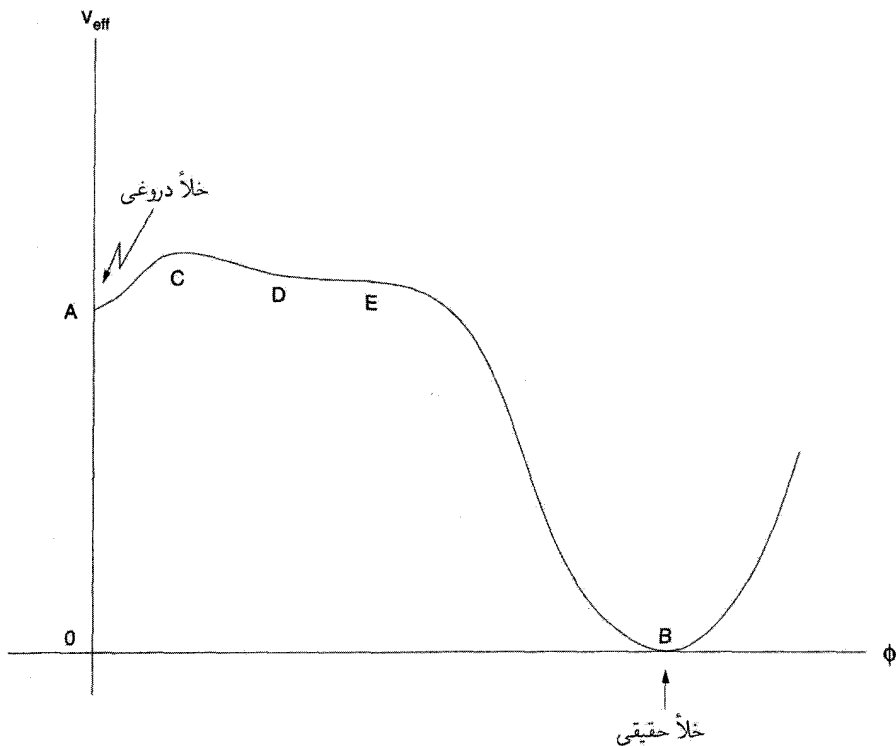
به عبارت دیگر، بسط نمایی تورم به مدت کافی دوام می‌آورد تا عامل مقیاس با ضریب بسیار بزرگ،  $Z \sim 10^{29}$ ، منفجر شود. بنابراین، اگر با جمله خمیدگی  $(kc^2/S^2)$  قابل مقایسه با جمله  $(\dot{S}^2/S^2)$  قبل از تورم کار را شروع می‌کردیم در پایان کار جمله اول با ضریب  $10^{58} \sim Z^2$  کاهش می‌یافت در حالی که جمله دوم ثابت می‌ماند. این ضریب بزرگ  $Z$  نه تنها تنظیم دقیق در مسئله تخت بودن را به عهده می‌گیرد، بلکه مسئله افق را (با افزایش منطقه همگن به طور خطی با ضریب  $Z$ )، و مسئله تک قطبی را (با کاهش چگالی تک قطبی با ضریب  $Z^3$ ) حل می‌کند. همین طور دیواره‌های حوزه از هم دور می‌شوند به طوری که احتمال عبور یکی از آنها از عالم قابل مشاهده کم می‌شود. با این همه، یک اشکال اساسی وجود داشت که مدل گوٹ را غیر عملی می‌ساخت. این اشکال ناشی از آنتروپی بود. زیرا آنتروپی نیز با ضریب  $Z^3 = 10^{87}$  زیاد می‌شد که توجیه می‌کرد چرا عالم کنونی دارای چنین مقدار  $\Sigma$ ی بزرگی است. اما، چگونه این آنتروپی باید در عالم تخلیه می‌شد؟

انتظار می‌رفت که با تکمیل گذار فاز در ناحیه‌ای کران دار، عالم به مرحله انبساط با سیطره تابش فریدمان منتقل شود، زیرا دیگر دارای انرژی  $\epsilon$  نبود. بنابراین، ناحیه تورمی به حبابهای فریدمان منبسط شونده شکسته می‌شد. بیشتر انرژی اضافی در سطح این حبابها قرار می‌گرفت، به طوری که در هنگام برخورد دو حباب انرژی گرمایی می‌شد. بدین ترتیب در منطقه‌های گسترده و گسترده‌تر گذار فاز صورت می‌گرفت و دارای انرژی گرمایی و آنتروپی می‌شدند.

این انتظار از این رو تحقق نیافت که عالم بیرون از حبابها به طور نمایی منبسط می‌شود، و حبابهای تشکیل شده در قسمتهای مختلف با چنان سرعتی از یکدیگر دور می‌شوند که نمی‌توانند باهم برخورد کنند. بنابراین، سازوکار گرمایی شدن بالا عملی نیست.

## ۲.۵.۶ عالم تورمی جدید

طولی نکشید که روایت بازنگری شده‌ای از عالم تورمی مطرح شد. ای. دی. لینده<sup>۱</sup> در شوروی و ای. آلبرشت<sup>۲</sup> و پی. جی. اشتینهارت<sup>۳</sup> در ایالات متحده به طور مستقل چیزی را پیشنهاد کردند که به عالم تورمی جدید معروف شد. تفاوت اساسی میان این عالم و مدل مربوط به گوٹ در انتخاب



شکل ۱۱.۶  $V_{\text{eff}}(\phi, T)$  به کار رفته در مدل تورمی جدید.

$V_{\text{eff}}(\phi, T)$  در مدل جدید  $V_{\text{eff}}(\phi, T)$  از کار اِس. کلمن<sup>۱</sup> و ای. واینبرگ<sup>۲</sup> اقتباس شده بود.

$$V_{\text{eff}}(\phi, T) = \frac{25}{16} \alpha^2 \left[ \phi^4 \ln \left( \frac{\phi^2}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} (\sigma^4 - \phi^4) \right] + \frac{18}{\pi^2} T^4 \int_0^\infty \ln \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( x^2 + \frac{5}{12} \phi^2 \frac{g^2}{T^2} \right)^{1/2} \right] \right\} dx \quad (75.6)$$

که  $\alpha$ ،  $\sigma$  و  $g$  مقادیر ثابت هستند. شکل ۱۱.۶ نمودار  $V_{\text{eff}}(\phi, T)$  به ازای یک مقدار مشخصه  $T$  است.

ما خلای دروغین در  $A(\phi = 0)$  و یک خلأ واقعی در  $B(\phi = \sigma)$  داریم. یک برآمدگی

وابسته به دما در  $C$  فراتر از  $A(\phi > 0)$  وجود دارد که به دنبال آن قسمت مسطح  $DE$  قرار دارد که قبل از سقوط با شیب زیاد از  $E$  تا  $B$  به آرامی به طرف پایین شیب پیدا می‌کند. برای اینکه تورم در مدت کافی صورت بگیرد باید سیستم در بخش بالای شکل باقی بماند، یعنی در مدتی که در برآمدگی  $C$  تونل می‌زند سپس به آرامی از  $D$  به  $E$  می‌رود. پس از آن سیستم به  $B$  فرو می‌افتد، اما به جای اینکه در آنجا باقی بماند شروع به نوسان میرا می‌کند که در طی آن انرژی گرمایی می‌شود و آنتروپی افزایش می‌یابد. مقیاس زمانی فروافت میدان  $\phi$  برابر  $\Gamma^{-1}$  است. دینامیک واقعی عالم که از معادله‌های اینشتین به دست می‌آید را می‌توان به صورت عددی حل کرد. یک جواب «رضایت‌بخش» از تنظیم پارامترها به دست می‌آید. بنابراین، جواب زیر یک حل رضایت‌بخش است:

$\phi = \phi_i \approx 0$	غلتش در پلاتو آغاز می‌شود
$t \leq 190 H^{-1}$	زمان غلشش که مدت تورم نیز هست
	با $S \propto \exp(Ht)$
$H \approx 2 \times 10^{10} \text{ GeV}$	ثابت هابل برای تورم
$Z \approx \exp(190) \approx 10^{83}$	خیز در اندازه خطی بر اثر تورم
$\tau_{\text{نوسان}} \approx \exp(4/8) \times 10^{-4} H^{-1}$	زمان نوسان قبل از مستقر شدن
	در $\phi = \sigma \approx 2 \times 10^{15} \text{ GeV}$

توجه کنید که این مدل نقاط ضعف مدل استاندارد را بیش از اندازه اصلاح می‌کند. به عنوان مثال، اندازه افق با ضریب  $10^{83}$  خیز برمی‌دارد، به طوری اندازه کنونی عالم قابل مشاهده با ضریب  $10^{23} \sim$  بزرگتر می‌شود. همین‌طور توجه کنید که چون یک ناحیه به اندازه کافی بزرگ است (بیش از مقدار لازم!) که عالم قابل مشاهده را در بر بگیرد، نیازی به برخورد و ادغام حبابهای مختلف نیست. در مدل گوث حبابها کوچک بودند به طوری که برخورد و ادغام برای تولید یک منطقه به اندازه کافی بزرگ، علاوه بر شرط بازگرمایش، ضروری بود.

چون  $H^{-1} \ll \tau_{\text{نوسان}}$ ، نوسانها بر اثر واپاشی  $\phi$  به ذرات نسبیته و تابش میرا می‌شوند. با  $10^{13} \text{ GeV} \approx \tau$ ، زمان واپاشی  $\Gamma^{-1}$  طوری تنظیم شده است که  $H^{-1} \ll \tau$  باشد تا «بازگرمایش» صورت گیرد. دمای عالم مجدداً به  $10^{14} \text{ GeV} \approx 2 \times 10^{14} \text{ GeV}$  افزایش می‌یابد.

نقطه ضعف مدل جدید تورمی آن است که نیاز به تنظیم دقیق  $\phi_i/\sigma$  دارد که  $\phi_i$  مقدار اولیه‌ای است که از آن غلش آرام به طرف پایین آغاز می‌شود. به  $10^{-5} < \phi_i/\sigma$  و جرم بوزون

هیگز  $\sigma^{-5} < 10^{-5}$  نیاز داریم. اگر  $m \geq 10^9 \text{ GeV}$  باشد مدل موفق نیست. چون کل مفهوم تورم از این رو وارد شد تا از تنظیم دقیق اجتناب شود، این شرط مانند آن است که تمام قاعده‌های بازی را نقض کنیم.

### ۳.۵.۶ تورم آشوبناک

مدل اولیه گوث به یک گذار فاز مرتبه اول شدید استناد می‌کرد، در حالی که مدل دوم را می‌توان مدلی در نظر گرفت که به یک گذار فاز مرتبه اول ضعیف یا حتی مرتبه دوم نیاز دارد. آیا می‌توانیم مدلی تورمی بسازیم که در آن هیچ گذار فازی دخیل نباشد؟

آری! این مدل را لینده تحت عنوان «تورم آشوبناک» مطرح کرد. در اینجا تابع  $V(\phi)$  به صورت

ساده زیر است

$$V(\phi) = \lambda \phi^4 \quad (۷۶.۶)$$

تورم به واسطه حرکت نسبتاً آرام  $\phi$  از مقدار اولیه  $\phi_0$  به طرف کمینه به وجود می‌آید. گمان می‌رود که این مقدار اولیه ناشی از شرایط اولیه آشوبناک باشد. در حالی که با این روش می‌توان تورم کافی به وجود آورد، اما باید اطمینان حاصل کرد که انرژی جنبشی اولیه میدان  $\phi$  در مقایسه با انرژی پتانسیل کوچک است. محاسبه‌های مفصل نشان می‌دهد که برای نیل به این هدف میدان باید در اندازه‌های بزرگتر از شعاع هابل یکنواخت باشد! همین‌طور، مقدار  $\lambda$  باید در حوالی  $10^{-14} \times 4$  تنظیم دقیق شود تا اختلالهای چگالی صحیح به دست آید.

اینده در سال ۱۸۸۷ گامی فراتر نهاد و پیشنهاد کرد که عالم همواره در مرحله انبساط تورمی است. عالم از تعداد نمایی بسیار زیاد مینی-عالم متفاوت تشکیل شده است، که در داخل آنها همه حالت‌های خلأ شبه پایدار محقق می‌شوند، و یکی از آنها ممکن است به گونه‌ای باشد که به عالم اطراف ما بینجامد. انتظار نمی‌رود که عالم اولیه آغازی در عصر معین داشته باشد. بعداً، در فصل ۹، درمی‌یابیم که این ایده به نظریه حالت پایا که در سال ۱۹۴۸ مطرح شد شباهت مفهومی دارد.

### ۴.۵.۶ تورم: نقطه‌های ضعف و فلکهای تدویر

نقش تورم در اختلالهای چگالی فراینده موضوع مهمی است که در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. احتمالاً این مهمترین موضوعی است که با توجه به آن مفهوم تورم باقی خواهد ماند یا از بین می‌رود!

با وجود این، حالت سیال فعلی فیزیک ذرات پژوهشهایی را در این شاخه از کیهان‌شناسی دارد.

بنابراین، چند فلک تدویر تورم ظاهر شدند که برخی از بین رفتند، دیگران دارای نیمه‌عمر شش ماه تا یک سال بودند، و بعضی باقی ماندند. مرور همه آنها امکان‌پذیر نیست، مخصوصاً چون نتیجه‌ای که کیهان‌شناسی به آن علاقه‌مند باشند تولید نکردند.

یک نکته اساسی توجیه‌نشده جمله  $\lambda$  است. اگرچه این مسئله (که در زیر توصیف می‌کنیم) بدون توجه به تورم نیز به وجود می‌آید، اما مسئله تورم آن را بارزتر ساخت. معما در کوچک بودن  $\lambda$  مورد استفاده اینشتین (فصل ۴) در هنگامی است آن را به صورت نسبت بدون بعد زیر بیان کرد

$$\alpha_\gamma = \frac{G\hbar\lambda_0}{c^3} \approx 10^{-126} \quad (77.6)$$

زیرنویس صفر در  $\lambda$  نشان می‌دهد که به مقدار فعلی آن علاقه‌مندیم، که از مرتبه  $H_0^2/c^2$  است. اما، دیدیم که در طول تورم تانسور انرژی تکانه خلأ دروغی تانسوری متناظر با جمله  $\lambda$  با  $\lambda = \lambda_{\text{GUT}}$  است، که در آن

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{GUT}}} \approx 10^{-108} \quad (78.6)$$

از این رو، در آغاز  $\lambda$  می‌تواند به بزرگی  $c^3/(G\hbar)$  باشد، که سپس به  $\lambda_{\text{GUT}}$  و سرانجام  $\lambda$  تبدیل می‌شود. (در بین این مرحله‌ها یک گذار فاز در شکست تقارن الکتروضعیف رخ می‌دهد، که در آن  $10^{-57} \approx \lambda/\lambda_{\text{EW}}$ ) این پرسش مطرح می‌شود که  $\lambda$  چگونه می‌تواند از یک مقدار اولیه بزرگ تا  $10^{-126} \sim$  تغییر کند؟ این چگونه تنظیم دقیقی است؟ این موضوع به مسئله خروجی دلپذیر ثابت کیهان‌شناسی معروف است.

با تمام این فلکهای تدویر، مدل تورمی یک پیش‌بینی واضح درباره حالت کنونی عالم، یعنی  $\Omega_0 = 1$ ، می‌کند. زیرا نزدیکی  $\Omega$  به واحد به‌گونه‌ای است که به  $\Omega_0 = 1$  یا خیلی نزدیک به ۱ (برای  $k = \pm 1$ ) می‌انجامد. این پیش‌بینی خود به خود ایجاب می‌کند که ماده غیرباریونی وجود داشته باشد، زیرا از فصل ۵ داریم که کسر چگالی باریونی  $\Omega_B \ll 1$ .

## ۶.۶ سیاهچاله‌های آغازین

اکنون با گذار از بحث برهم‌کشهای ذرات و GUTs به مطالعه پیامدهای غیرعادی گرانی می‌پردازیم. بحث ما به سیاهچاله‌ها مربوط می‌شود که در فصل ۲ به اختصار بررسی کردیم.

همان‌گونه که از اسم «سیاهچاله» برمی‌آید، انتظار نداریم که هیچ تابشی از چنین جسمی خارج شود. برای یک جسم کروی به جرم  $M$ ، شرط سیاهچاله وقتی حاصل می‌شود که مساحت سطح

آن  $4\pi R_s^2$  شود که  $R_s$  شعاع شوارتس شیلد، از رابطه زیر به دست می آید

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (۷۹.۶)$$

هیچ ذره مادی یا سیگنال نوری که از  $R \leq R_s$  گسیل شده باشد نمی تواند — لااقل تا جایی که به نظریه نسبیت عام کلاسیک مربوط می شود، وارد ناحیه  $R > R_s$  شود.

با وجود این، استیون هاوکینگ در سال ۱۹۷۴ این پیشنهاد جالب را مطرح کرد که سیاهچاله می تواند تابش کند. محاسبه های هاوکینگ از فیزیک کلاسیک فراتر می رفت: زیرا حالتی را در نظر می گرفت که هر میدان (مثلاً، میدان الکترومغناطیسی) در فضا زمان بیرون سیاهچاله کوانتیده می شد. توصیف کوانتوم مکانیکی خلأ بسیار پیچیده تر از بیان کلاسیک است که به سادگی بیان می کند که خلأ تهی است. با توجه به نظریه میدان کوانتومی، خلأ مملو از ذرات و پادذراتی است که وجود آنها را نمی توان مستقیماً آشکار ساخت. اما، تداخل آنها با فرایندهای فیزیکی در فضا زمان می تواند به نتیجه های قابل آشکارسازی بینجامد. هاوکینگ متوجه شد که یکی از این نتیجه ها که می توان در فضا زمان بیرون یک سیاهچاله در نظر گرفت آن است که ناظر واقع در بینهایت شاری از ذرات را می بیند که از حوالی یک سیاهچاله بیرون می آیند. ما وارد محاسباتی نمی شویم که به این نتیجه گیری می انجامد؛ بلکه فقط پیامدهای این فرایند را در عالم اولیه در نظر می گیریم. شکل ۱۲.۶ توصیفی کیفی از طرز کار فرایند هاوکینگ است. تمام جنبه های فرایند هاوکینگ تاکنون مطالعه نشده است. مثلاً، مسئله مهمی که هنوز حل نشده است به واکنش معکوس مربوط می شود که گسیل ذرات از سیاهچاله چه تأثیری بر هندسه فضا زمان بیرون آن وارد و چگونه آن را تغییر می دهد، و این تغییر چه تأثیری بر فرایندهای تابش از سیاهچاله دارد.

در اینجا از این ایده استفاده می کنیم که سیاهچاله های به جرم  $M$  ذراتی را با طیف گرمایی در دمای  $T$  گسیل می کند که از رابطه زیر به دست می آید

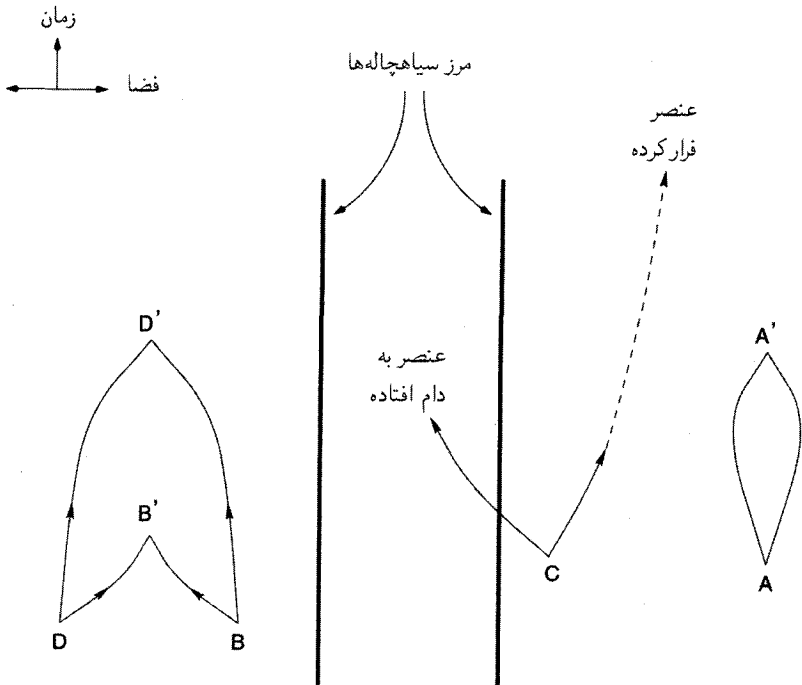
$$kT = \frac{hc^3}{8\pi GM} \sim 10^{26} M_g^{-1} \quad (۸۰.۶)$$

که  $M_g = M$  برحسب گرم است. گسیل ذرات از سیاهچاله باعث کاهش جرم با آهنگ زیر می شود

$$\frac{dM_g}{dt} \sim -10^{26} M_g^{-2} \quad (۸۱.۶)$$

که منظور از  $\sim$  ثابت عددی از مرتبه ۱ است که در طرف راست ظاهر می شود تا گونه های مختلف ذره گسیل شده را به حساب آورد. اگر از (۸۱.۶) انتگرال بگیریم، درمی یابیم که تمام جرم سیاهچاله





شکل ۱۲.۶ خطوط پهن مرز یک سیاهچاله را مشخص می‌کند. دو پیکان خروجی از نقطه‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$ ... تولید زوج درافت و خیزهای خلأ را نشان می‌دهند. اگر سیاهچاله‌ای وجود نداشت، زوجها به سادگی در نقطه‌های  $A'$ ،  $B'$  نابود و ناپدید می‌شدند. سیاهچاله می‌تواند به صورت گزینشی فقط یکی از اعضای زوج را در  $C$  جذب و بگذارد تا دیگری فرار کند. ناظری در دور دست که این ذره را می‌بیند به این نتیجه می‌رسد که سیاهچاله این ذره را خلق کرده است. چون ذرات مجازی به وجود آمده می‌توانند انرژی منفی داشته باشند، سیاهچاله با جذب عضو با انرژی منفی بخشی از جرم خود را از دست می‌دهد. این ذره فراری حامل انرژی مثبت، گسیل انرژی از سیاهچاله را توصیف می‌کند. این اساس فرایند هاوکینگ است.

در زمان  $\tau$  که از رابطه زیر به دست می‌آید به صورت تابش در می‌آید

$$\tau \sim 3 \times 10^{-27} M_{gS}^3 \quad (۸۲.۶)$$

بنابراین، سیاهچاله‌ای که بلافاصله پس از مه‌بانگ با جرمی  $g \sim 5 \times 10^{14}$  به وجود آمده باشد تا امروز دوام می‌آورد.

فرایندی که در بالا توصیف شد در ابتدا، وقتی سیاهچاله سنگین و سرد است، به کندی صورت می‌گیرد. اما، با کم شدن  $M$  دمای  $T$  افزایش می‌یابد. و آهنگ اتلاف جرم زیاد می‌شود تا سرانجام

به سطح فاجعه آمیزی برسد. این مرحله نهایی را اغلب تبخیر و انفجار سیاهچاله می نامند. همان طور که در بالا دیدیم، سیاهچاله ای با جرم ستاره ای ( $M_g \gg 10^{33}$ ) مشکل می تواند در طول عمر عالم منفجر شود! و چون سیاهچاله هایی که در سناریوهای مختلف اخترفیزیکی در نظر گرفته می شوند دارای جرم لا اقل  $2M_{\odot}$  هستند، فرایند هاوکینگ فقط به لحاظ علمی جالب توجه است. به هر حال، سناریوهایی در عالم آغازین وجود دارد که می تواند به سیاهچاله های آغازین<sup>۱</sup> (PBHs) با جرمهای بسیار کمتر از  $M_{\odot}$  بینجامد. بی. کر<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۵ نخستین کسی بود که این سیاهچاله ها را به تفصیل بررسی کرد. کر به منظور توجیه چگالی نوکلئون مشاهده شده فعلی و تابش زمینه میکروموج گسیل باریونها، لپتونها، فوتونها، و غیره از سیاهچاله های با جرم کم، تشکیل و تبخیر PBHs را مطالعه کرد. این مفاهیم مبتنی بر حدس و گمان اند و به طور مناسب با سایر سناریوهای عالم نخستین (که آنها نیز به همین اندازه حدسی اند!) آمیخته نشده اند.

جنبه جالب توجه این رهیافت آن است که PBHs به عنوان چشمه های ذرات مختلفی عمل می کنند که به گونه ای در عالم خلق شده اند. با این همه، فرض اینکه PBHs تبخیرشونده کنونی ممکن است فورانهای پرتو  $\gamma$  را توجیه کنند منطقی به نظر نمی رسد، زیرا طیف پرتوهای  $\gamma$  که در این فرایند گسیل می شود مانند طیف رویدادهای فوران مشاهده شده نیست.

هنوز چند نکته مبهم در سناریوی PBHs وجود دارد که باید روشن شود. در عمیقترین سطح باید بفهمیم که آنها اصلاً چگونه تشکیل می شوند، زیرا فرایند معمول رمبش گرانشی که گمان می رود به سیاهچاله های ستاره ای و پرجرمتر بینجامد در اینجا به کار نمی رود. سپس باید مفاهیم ترمودینامیک و مکانیک آماری را در فضا زمان بسیار خمیده به کار ببریم تا به مفاهیم دما و طیف جسم سیاه معنی دقیق بدهیم فرمولهای (۸۰.۶) و (۸۱.۶) صرفاً از برونمایی ساده فضا زمان تخت ترمودینامیک استفاده می کنند (به بخش پایانی این فصل رجوع کنید که در آن این موضوع روشنتر شده است). به علاوه، واکنش معکوس هنوز حل نشده است. سرانجام، در جبهه رصدی، این مفهوم عجیب هنوز در انتظار کاربرد مناسب در عالم واقعی است.

## ۷.۶ کیهان شناسی کوانتومی

در این فصل سرانجام پژوهشهای خود در تاریخ گذشته عالم را تا دوره  $10^{-43}$  s  $\sim t$  دنبال می کنیم. آیا اتکا به مدل مهبانگ استاندارد برای عالم تا این اندازه جوان موجه است؟ یک راه پاسخ به این پرسش جستجوی حدی است که نظریه کلاسیک اعتبار خود را از دست می دهد و

مکانیک کوانتومی وارد کار می‌شود. در فراتر از این حد نمی‌توانیم به نظریه کلاسیک گرانی، یعنی نظریه نسبیت، اعتماد کنیم.

نگاهی به اصل کنش (۱۰۳.۲) نشان می‌دهد که حد مورد نظر را می‌توان از مساوی قرار دادن کنش گرانشی

$$A_g = \frac{c^3}{16\pi G} \int_V R \sqrt{-g} d^4x \quad (۸۳.۶)$$

با ثابت پلانک به دست آورد. برای  $A_g \gg \hbar$  توان توصیف کلاسیک هندسه فضا-زمان را به کار برد، در حالی که برای  $A_g \ll \hbar$  توصیف کوانتومی کیهان‌شناسی اجتناب‌ناپذیر است. اما برای ارزیابی  $A_g$  به  $\mathcal{V}$ ، یعنی ۴-حجم خمینه فضا-زمان نیاز داریم.

در مدل مهبانگ  $\mathcal{V}$  را حجم فضایی در نظر می‌گیریم که افق ذره در بر می‌گیرد و با گستره زمانی عالم مقید شده است. بنابراین، در هر عصر  $t$  برای  $k = 0$ ،  $S \propto t^{1/2}$ ، افق ذره از رابطه زیر به دست می‌آید

$$rS = 2ct$$

برای  $S \propto t^{1/2}$ ،  $R = 0$  و در نتیجه  $A_g = 0$ . اما، این بدین سبب رخ می‌دهد که اثر  $T_k^i$  در عالم اولیه صفر است. به عنوان یک برآورد مرتبه بزرگی می‌توان در محاسبه  $A_g$  به جای  $R$  از  $R^0$  استفاده کرد؛ ایده‌ای درباره چگونگی تغییر بخش هندسی کنش بر حسب زمان به دست می‌دهد. برای  $S \propto t^{1/2}$ ،  $R^0 = 3/(4c^2 t^2)$ ، از این رو، تا عصر  $t$  داریم،

$$A_g \sim \frac{c^4}{16\pi G} \int_0^t \frac{3}{4c^2 t_1^2} \frac{4\pi}{3} (2ct_1)^3 dt_1 = \frac{c^3}{4G} t^2$$

با برابر قرار دادن  $A_g$  و  $\hbar$ ، به دست می‌آوریم

$$t = 2t_P = 2\sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \cong 10^{-43} \text{ s} \quad (۸۴.۶)$$

این گستره زمانی را زمان پلانک می‌نامند. هیچ بحث کلاسیک کیهان‌شناسی مهبانگ استاندارد را نمی‌توان تا دوره‌های  $t < t_P$  عقب برد. قبلاً در (۴۴.۶)، وقتی دما  $E \sim 10^{19} \text{ GeV}$  بود با این دما مواجه شدیم. این انرژی، به طوری که از (۴۴.۶) برمی‌آید، برابر  $\hbar/t_P$  است.

بنابراین، بحث‌های فعلی GUTs و کیهان‌شناسی ما را درست به عصر پلانک بردند. اینکه آیا عالم در واقع دارای یک تکنیکی فضا-زمان در  $t = 0$  است را باید نه به کمک نسبیت عام کلاسیک

که با بهره‌گیری از یک نظریه مناسب گرانی کوانتومی حل کرد. در حال حاضر هدف به دست آوردن یک نظریه گرانی کوانتومی مؤثر بسیار دور به نظر می‌رسد. رهیافت‌های مختلف به کار رفته در کوانتیده کردن گرانی در پاسخ به این پرسش که آیا عالم دارای یک عصر تکین بوده است توافق ندارند. یک رهیافت ساده پیشنهاد می‌کند که اگر افت‌وخیزهای کوانتومی عالم‌های همگن و همسانگرد را در نظر بگیریم، به «احتمال زیاد» از تکینگی فضا-زمان اجتناب می‌شود. در اینجا احتمال به صورت کوانتومی مکانیکی است. در واقع، نتیجه را می‌توان به صورت کلیتری بیان کرد که مؤلف اثبات می‌کند، یعنی اگر کلیترین افت‌وخیزهای همدیس کوانتومی یک جواب کیهان‌شناختی تکین کلاسیک را در نظر بگیریم، به احتمال زیاد، تکینگی در این افت‌وخیزها موجود نخواهد بود.

## ۸.۶ نتیجه‌گیری

پیش از پایان بحث عالم اولیه، بحثی که در آن معلومات ناکافی خود را تا جایی که می‌توانستیم عقب بردیم، باید خواننده را از گشاده‌دستیهای خود از برونیابی مکانیک آماری معمولی به شرایط حدی آگاه سازیم. تی پادمانابان<sup>۱</sup> و ام. ام. واسانتی<sup>۲</sup> ابتدا به این جنبه از عالم نخستین در سال ۱۹۸۲ اشاره کردند. بنابراین پس از این آن را مسئله عدد کوچک می‌نامیم.

### ۱.۸.۶ مسئله عدد کوچک

در بحث عالم اولیه و نخستین، معمولاً دمایی نظیر انرژی متوسط در طی هر عصر معین عالم وجود دارد. بدین ترتیب دماها را در معادله (۶.۶) برحسب مگا یا گیگا الکترون ولت بیان کردیم. حال این موضوع وقتی با معنی است که اطمینان داشته باشیم ذرات در تعادل گرمایی هستند. برای حل این مسئله، از نتیجه‌های شناخته‌شده مکانیک آماری فضا-زمان تخت استفاده می‌کنیم. توجه بهره‌گیری از فرمولهای فضا-زمان تخت در فضا-زمان بسیار خمیده از طریق اصل محکم هم‌ارزی صورت می‌گیرد. درباره این اصل در فصل ۲ بحث کردیم. برای اینکه بتوانیم آن را در حجم معین  $\mathcal{V}$ ، مثلاً از فضا-زمان، به کار ببریم، بعد خطی مشخصه آن باید نسبت به شعاع خمیدگی فضا-زمان کوچک باشد. (یک مورد شبیه آن تقریب زمین-مسطح است که برای اندازه‌های ناحیه‌ای بر روی زمین صادق است که در مقایسه با شعاع زمین کوچک هستند.) هرچه ناحیه کوچکتر باشد تقریب فضا-زمان تخت با دقت بیشتری به کار می‌رود. با این همه، نمی‌توان  $\mathcal{V}$  را به دلخواه کوچک گرفت، زیرا باید تعداد  $N$  بزرگی از ذرات را داشته باشیم تا بتوانیم آن را در فرمولهای مکانیک آماری به کار

بریم. دو شرط متضاد وجود دارد، پس بگذارید ببینیم آیا آنها در عصرهای اولیهٔ عالم مه‌بانگ صادق هستند.

در عصر  $t$ ، مؤلفهٔ نوعی تانسور خمیدگی برابر است با  $R \sim (1/c^2 t^2)$  و بعد خطی مشخصهٔ نظیر آن که خمیدگی فضا-زمان را معین می‌کند  $ct$  است. اگر  $L$  اندازهٔ خطی مشخصهٔ منطقهٔ  $\mathcal{V}$  ما باشد. باید داشته باشیم

$$L = \alpha ct, \quad \alpha \ll 1 \quad (۸۵.۶)$$

اکنون بگذاریم  $\mathcal{N}$  را در ناحیه‌ای به اندازهٔ  $L$  محاسبه کنیم. با بهره‌گیری از فرمولهای فصل ۵، یعنی معادلهٔ (۲۴.۵)، مبتنی بر مکانیک آماری فضا-زمان-تخت در دماهای بالا، تعداد ذرات گونه‌های مختلف با عدد مؤثر حالت‌های اسپین  $g$  را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= 2.4 \times \frac{g}{\pi^2} \left( \frac{kT}{c\hbar} \right)^3 \times \frac{4\pi}{3} L^3 \\ &\sim g \left( \frac{kT}{c\hbar} \right)^3 L^3 \end{aligned} \quad (۸۶.۶)$$

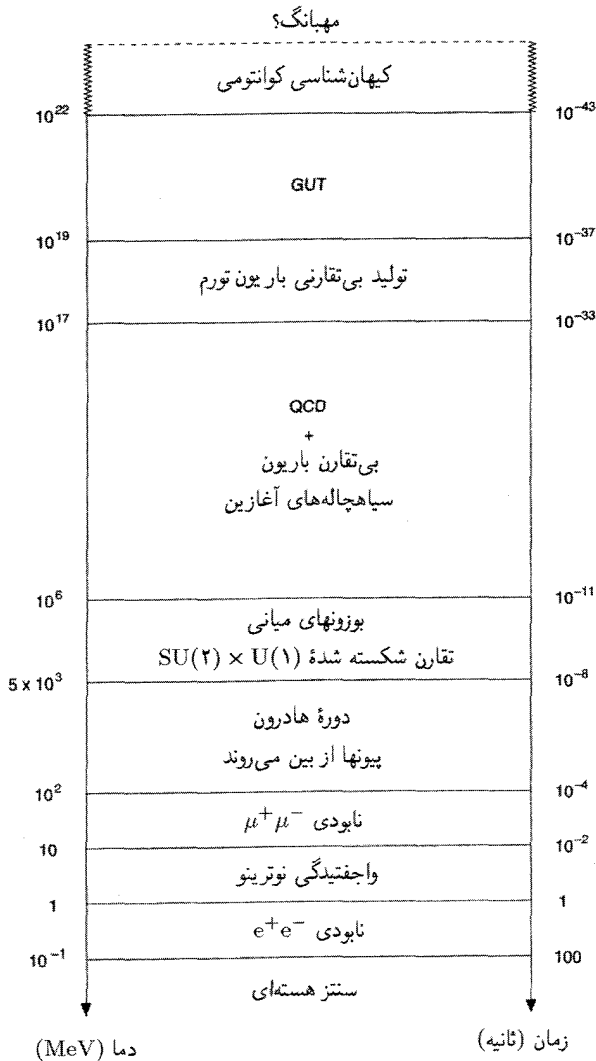
دمای عالم اولیه  $T$  با معادله شبیه (۶.۶) به  $t$  مربوط می‌شود که می‌توان آن را برحسب زمان پلانک  $t_P$  تعریف شده در معادلهٔ (۸۴.۶) و دمای پلانک  $T_P = \hbar/(kt_P)$  به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &\sim g \alpha^3 \left( \frac{45}{16\pi^3 g} \right)^3 \\ &\sim \frac{\alpha^3}{30\sqrt{g}} \left( \frac{T_P}{T} \right)^3 \end{aligned} \quad (۸۷.۶)$$

توجه کنید که بجز در مواردی که  $T$  به اندازهٔ کافی کوچک باشد، شرط  $\mathcal{N} \gg 1$  را که برای کاربرد مکانیک آماری ضروری است به دست نمی‌آوریم. بگذارید فرض کنیم که  $T$  چقدر باید کم باشد. در آزمونهای استاندارد منظومهٔ شمسی اثرهای خمیدگی با  $\alpha$  به کوچکی  $10^{-6}$  را آشکار می‌سازیم. اگر از همین استاندارد استفاده کنیم، برای عصر GUT، با مثلاً  $T = 10^{15} \text{ GeV}$  و  $g = 100$  مقدار زیر را به دست می‌آوریم

$$\mathcal{N} = 3 \times 10^{-9} \quad (۸۸.۶)$$

که عدد بزرگی نیست! حتی اگر ضابطهٔ فضا-زمان-تخت را به  $\alpha = 10^{-3}$  تقلیل دهیم،  $\mathcal{N} = 3$  را به دست می‌آوریم. بدون شک، قانونهای مکانیک آماری را نمی‌توان حتی با این مقدار به کار برد!



شکل ۱۳.۶ محور زمان در نمودار بالا از عصر مهبانگ  $t = 0$  آغاز می‌شود. برهم‌کنشها و رویدادهایی که بر حالت عالم حاکم‌اند در بخشهای دمای مربوطه نشان داده شده‌اند. باید به‌خاطر داشته باشیم که افزایش دما با رابطه (۶.۶) به کاهش زمان مربوط می‌شود. با این همه، در دوره هادرون معادله حالت ماده پیچیده است به طوری که (۶.۶) به‌کار نمی‌رود.

اگر برای این مقدار  $\alpha$ ، بخواهیم  $\mathcal{N}$  به صورت قابل ملاحظه‌ای زیاد شود، به دماهای  $T$  بسیار کمتر از  $10^{15}$  GeV نیاز داریم. بنابراین، مگر در مواردی که از مکانیک آماری دقیق فضا-زمان-خمیده استفاده کنیم (که تاکنون برای استفاده در کیهان‌شناسی توسعه نیافته است)، مطالعات آماری برهم‌کنشهای ذرات این فصل مجاز نیستند. برعکس، می‌توانیم خود را قانع کنیم که محاسبات فصل قبل در دماهای به اندازه کافی انجام گرفتند تا بتوانیم از مکانیک آماری فضا-زمان-تخت استفاده کنیم.

شاید مکانیک آماری دقیق فضا-زمان-خمیده سرانجام گامهایی را که تأیید کند که در این فصل توصیف کردیم. تا زمانی که این کار ممکن شود باید مفهوم دما و تعادل گرمایی در عالم با سن کمتر از  $10^{-36}$  را فرضی اضافی در نظر بگیریم که باید توجیه شود.

شکل ۱۳.۶ نموداری کلی از رویدادهای عالم اولیه را نشان می‌دهد که از این فرضها به دست آمده است. بررسی بعدی ما تشکیل ساختارهای گسسته را در عالم به مسئله شکل‌گیری نظریه‌ای موفق مربوط می‌سازد که با «بذرهای» افت‌وخیزهای موضعی در عالم نخستین آغاز می‌شود و به صورت کهکشانها، خوشه‌ها، آب‌خوشه‌ها و غیره در می‌آید.

## تمرینها

۱. بگویند منظور از این مطلب که «عالم اولیه شتابگر انرژی زیاد فقر است» چیست.
۲. جرم و دمای سطح خورشید را در یک کتاب درسی نجوم پیدا و آنها را برحسب MeV بیان کنید.
۳. بگویند چرا گیگا الکترون ولت یکای مناسبی برای توصیف جرمها و دماهای عالم اولیه است.
۴. با قرار دادن ثابتهای بنیادی مختلف در (۵.۶) ضریب عددی رابطه (۶.۶) را به دست آورید.
۵. با فرض اینکه عالم فقط حاوی ذرات (و نیز پادذرات کوارکها و لپتونهای) فهرست‌شده در جدول ۱.۶ باشد، عامل  $g$  را از (۳.۶) برآورد کنید.
۶. با استدلالهای کیفی بر مبنای تعادل ترمودینامیکی و بقای گونه‌های مختلف ذرات در برهم‌کنشهای مختلف بگویند چرا انتظار داریم هادرونها گونه‌های با کمترین فراوانی در عالم باشند.
۷. استدلالهای تمرین ۶ را برای برآورد تقریبی نسبت باریونها به فوتونها در عصر حاضر به کار ببرید. درباره کوچکی این نسبت اظهار نظر کنید.
۸. کوچک بودن نسبت تمرین ۷ را به شدتهای برهم‌کنشهای گرانشی و قوی ربط دهید. ثابت گرانشی چقدر باید بزرگتر باشد تا مقدار محاسبه‌شده  $N_A/N_\gamma$  به اندازه مقدار مشاهده شده شود؟

۹. نشان دهید که در نظریه‌ای با تقارن  $SU(n)$  تعداد «بارها» برابر  $n^2 - 1$  خواهد بود. تعداد بوزونهای مربوطه در این نظریه چیست؟

۱۰. نتیجه کلی تمرین ۹ را با مثالهای خاص نظریه‌های فیزیکی با ۵، ۳ و ۲ نشان دهید.

۱۱. مؤلفه‌های جریان خنثی و جریان باردار برهم‌کنش الکتروضعیف را از هم تمیز دهید. مثالهایی از هر کدام بیاورید.

۱۲. نشان دهید چگونه می‌توان باریونها را با تبدیلهای مناسب در نسخه  $SU(5)$  از GUTs خلق و نابود کرد. نشان دهید چگونه پروتون می‌تواند واپاشد، و بگویید در این رویداد کدام محصولات واپاشی تولید می‌شوند.

۱۳. یک تجربه آزمایشگاهی برای اثبات وجود بوزونهای X را شرح دهید. چرا نمی‌توان این بوزونها را مستقیماً در یک شتابگر با انرژی زیاد تولید کرد؟

۱۴. بگویید چگونه عالم داغ می‌تواند یک زمینه آزمون برای پیش‌بینی‌های GUTs باشد.

۱۵. با استدلال کیفی نشان دهید که اضافه باریون چگونه می‌تواند در عالم اولیه تولید شده باشد.

۱۶. برای بوزونهای X مقیاس زمانی زیر را برآورد کنید

$$\tau \sim \frac{\hbar}{m_X c^2}$$

۱۷. بگویید چرا مسئله‌های تخت بودن و افق باکوشش در جهت تثبیت شرایط اولیه در دوره‌های زودتر و زودتر جدیتر می‌شود.

۱۸. با دلیلهای اخت‌فیزیکی نشان دهید چرا انتظار نداریم که اکنون تک‌قطبی‌های مغناطیسی آزاد به مقدار زیاد داشته باشیم.

۱۹. در مدل تورمی گوث فرض کنید  $\lambda(t_0)$  آهنگ تشکیل حبابها در ویژه حجم معین و  $p(t)$  احتمال آن باشد که هیچ حبابی نقطه معینی از فضا را احاطه نکرده باشد. نشان دهید که

$$p(t) = \exp \left( - \int_0^t \lambda(t_1) S^3(t_1) V(t, t_1) dt_1 \right)$$

که در آن

$$V(t, t_1) = \frac{4\pi}{3} \left( \int_{t_1}^t \frac{c dt_2}{S(t_2)} \right)^3$$

۲۰. اگر آهنگ هسته‌زایی را بتوان با ثابت  $\lambda$  در تمرین ۱۹ بیان کرد، نشان دهید

$$p(t) = \text{const.} \times \exp \left( - \frac{t}{\tau} \right)$$



که  $\tau = 3a^3 / (4\pi\lambda_0)$ .

۲۱. نشان دهید که در مورد کلن-واینبرگ، تحول  $\phi$  در مدت گسترش آرام تقریباً از رابطه زیر به دست می آید

$$\ddot{\phi} + 3a\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$$

که می توان  $\ddot{\phi}$  را نادیده گرفت و  $a = 25\pi\alpha^2 G\sigma^4 / (24c^2)$

۲۲. نشان دهید حتی اگر بتوان گفت که چرا تغییر  $\Omega$  در این عصر  $\Delta\Omega = O(1)$  است، عصر آینده دارای  $\Delta\Omega$  بزرگتر و بزرگتر خواهد بود.

۲۳. دمای یک سیاهچاله کروی با جرم برابر (الف) جرم پروتون، (ب) یک تن، (ج) زمین، (د) خورشید، و (ه) ستاره ای به جرم  $10 M_{\odot}$  را برحسب کلین محاسبه کنید.

۲۴. با قرار دادن مقادیرهای  $G, c, \hbar$  و  $k$  نتیجه های (۸۰.۶) و (۸۱.۶) را ثابت کنید.

۲۵. زمان  $\tau$  را که سیاهچاله ای به جرم  $M$  تحت تابش خودش دوام می آورد برحسب ثابتهای بنیادی بیان کنید.

۲۶. با در نظر گرفتن  $k = 0, S \propto t^{1/2}$  در عالم اولیه، اندازه افق ذره را محاسبه کنید. با مساوی قرار دادن این مقدار با شعاع شوارتس شیلد یک سیاهچاله، جرم  $M$  آن را به دست آورید. نشان دهید که جرم از رابطه زیر به دست می آید

$$M = \frac{c^3 t}{G}$$

۲۷. بگوئید چگونه سیاهچاله های آغازین می توانستند چشمه های ذرات و تابشی باشند که اکنون در عالم وجود دارد.

۲۸.  $A_g(t)$  برای مدل فریدمان بسته را با مقادیرهای معین  $q_0$  و  $h_0$  محاسبه کنید. بازه زمانی را  $(0, t)$  و گستره فضا را تمام فضا (کروی) در نظر بگیرید. عصری را که در آن  $A_g = \hbar$  است تخمین بزنید. چرا پاسخی متفاوت از  $t_P$  به دست می آید؟

۲۹. طول پلانک مربوط به گرانی را به طول کامپتون پروتون و عامل شدت  $\alpha_G$  در (۳۵.۶) ربط دهید. نشان دهید که در عصر پلانک شعاع شوارتس شیلد سیاهچاله آغازین که افق ذره را پر می کند. از مرتبه طول موج کامپتون سیاهچاله است.

۳۰. در مورد حدی که می توان نسبت عام را در بحث عالم اولیه تا آن جلو برد اظهار نظر کنید.



## تشکیل ساختارهای بزرگ-مقیاس در عالم

### ۱.۷ مسئله‌ای کلیدی در کیهان‌شناسی

فصل ۵ روایت موفقیت مدل مهبانگ داغ، چگونگی ترکیب ذرات و تشکیل هسته‌های سبک در دماهای  $10^8 - 10^{10} \text{K}$ ، و این موضوع بود که چگونه بقایای مهبانگ امروز به صورت تابش زمینه ریزموج مشاهده می‌شود. با پشت‌گرمی به این موفقیتها، کیهان‌شناسان مهبانگ پژوهشهای خود را به زمانهای گذشته بردند تا به عصر ذرات بسیار پراثری برسند. این پژوهشها، که رئوس مطالب آن در فصل ۶ بیان شد، کیهان‌شناسان را در تماس با نظریه‌پردازان ذرات بسیار پراثری قرار داد، و به ورودیهای جدید در کیهان‌شناسی کلاسیک مانند تورم، ناپایستگی باریونها و غیره انجامید.

اگرچه این پژوهشها هیجان‌انگیزند، اما نباید این واقعیت را از نظر دور داشت که کیهان‌شناسی شاخه‌ای از فیزیک است، و بدین لحاظ برای حمایت از این حدسها به حقایق محکم نیاز دارد. یک واقعیت قوی وجود ساختارهای گسسته در عالم است که گستره آنها از کهکشانها تا ابرخوشه‌ها تغییر می‌کند. چگونه این ساختارها به وجود آمده‌اند؟ چرا به صورت ناهمگن توزیع شده‌اند، و چرا همتای تابشی آنها چنین هموار است؟ این مسئله‌های کلیدی کیهان‌شناسی حتماً باید راه‌حلی داشته باشند

که در تاریخ اولیه عالم نهفته است.

در این فصل برخی از کوششهای انجام شده در جهت دست یافتن به این راه حل را مرور می‌کنیم. اگر سناریوی مهبانگ صحیح باشد باید حاوی راه حلی برای بعضی یا تمام عصرهای زیر باشد.

۱. عصر پلانک؛

۲. عصر تورم/GUTs؛

۳. عصر آخرین پراکندگی که در آن تابش از ماده واجفتید؛

۴. عصری که عالم از سیطره تابش به سیطره ماده منتقل شد؛

۵. عصر انتقال به سرخ در حدود ۵ هنگامی که QSQS احتمالاً شروع به تشکیل شدن کردند

(این عصر اخیر با این مشاهده تثبیت می‌شود که تعداد این اجسام گسسته با نزدیک شدن به انتقال

به سرخهای از این مرتبه به تدریج کم می‌شود)؛

۶. عصر حاضر، که سلسله مراتبی از ساختارها را در اختیارمان می‌گذارد که در آن حفره‌ها

نیز نقش دارند، همین‌طور حرکت عجیبی که بر انبساط عالم نهاده می‌شود؛ و همین‌طور

۷. نقش ماده تاریک، باریونی و نیز غیر باریونی.

بررسیهایی که همه این عصرها را در نظر می‌گیرند طبعاً بسیار گسترده‌اند و مقاله‌های مروری

مفصل و کتابهای زیادی درباره تشکیل ساختار نوشته شده است. در این شرح مقدماتی طبعاً

نمی‌توانیم حق مطلب را درباره این موضوع با جزئیات آن ادا کنیم، ولی در اینجا تصویری کلی از

رئوس مطالب کوششهای انجام شده در این زمینه ارائه می‌کنیم.

استراتژی در این مورد در نظر گرفتن افت و خیزهای کوچک چگالی در دوره‌های اولیه (۱) و

(۲) و بررسی رشد آنها در دوره‌های متوالی بعدی است. چون فیزیک عالم به شدت تغییر می‌کند،

روش به دست آوردن جوابها نیز متغیر است. ابتدا دوره‌های (۳) و (۴) رو به جلو را در نظر می‌گیریم

که به لحاظ تاریخی در ابتدا مورد بررسی قرار گرفتند و شامل بخشهایی از کیهان‌شناسی است که

در مورد آنها اطمینان بیشتری وجود دارد.

## ۲.۷ جرم جینز در عالم در حال انبساط

در سال ۱۹۰۲، سر جیمز جینز<sup>۱</sup> (شکل ۱.۷) مسئله تشکیل کهکشانشانها در عالم را فرایندی در

نظر گرفت که در آن تأثیر متقابل جاذبه گرانشی و نیروی فشار وارد بر توده‌ای از شاره غیرنسبیتی

دخیل بود. جینز از فیزیک نیوتونی استفاده کرد و عالم را ایستا در نظر گرفت. به هر حال، ایده او

را می‌توان طوری تغییر داد که، لااقل بخشی از آن، برای مسئله ما مناسب باشد.



شکل ۱.۷ جیمز جینز (۱۸۷۷-۱۹۴۶).

### ۱.۲.۷ معادله‌های بنیادی

فرض کنید که عالم پراز شاره‌ای با چگالی  $\rho$ ، فشار  $p$ ، میدان سرعت  $v$  و میدان نیروی گرانشی  $\mathbf{F}$  است. فرض می‌کنیم که فیزیک نیوتونی علاوه بر دینامیک شاره‌ها برای گرانی نیز معتبر است. بنابراین، معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.7)$$

و معادلهٔ اوایلر

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p = \mathbf{F} \quad (2.7)$$

برای حرکت شاره معتبر است، در حالی که معادله پواسون برای  $\mathbf{F}$  به‌کار می‌رود:

$$\nabla \times \mathbf{F} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\rho \quad (3.7)$$

در وضعیت بدون اختلال همگنی و همسانگردی، همان طور که متن کیهان‌شناسی نیوتونی در فصل ۳ و ۴ گفتیم جواب ساده‌ی زیر را برای معادله‌های بالا به دست می‌آوریم

$$p = 0, \quad \rho \propto \frac{1}{S^3(t)}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{r} \frac{\dot{S}(t)}{S(t)} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi G\rho}{3} \mathbf{r} \quad (5.7)$$

عامل مقیاس  $S(t)$  در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند

$$\frac{\ddot{S}}{S} = -\frac{4\pi G\rho}{3} \quad (6.7)$$

اکنون اختلال‌های این جواب ساده را در نظر می‌گیریم. هدف ما از این کار مشاهده این موضوع است که آیا اندازه کیه‌ای بودن اولیه بر اثر نابایداری گرانشی رشد می‌کند. بنابراین، تغییرات کوچک  $p$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\rho$  در جواب بالا را در نظر می‌گیریم، و آنها را به ترتیب با  $p_1$ ,  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{v}_1$  و  $\rho_1$  نشان می‌دهیم. برای شروع، این اختلالها را کوچک در نظر می‌گیریم، به طوری که معادله‌ها را بتوان خطی کرد. معادله‌های خطی به صورت زیر در می‌آیند

$$\dot{\rho}_1 + \frac{\dot{S}(t)}{S(t)}(\mathbf{r} \cdot \nabla)\rho_1 + 3\frac{\dot{S}(t)}{S(t)}\rho_1 + \rho \nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0, \quad (7.7)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_1 + \frac{\dot{S}(t)}{S(t)}[(\mathbf{r} \cdot \nabla)\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1] + \frac{1}{\rho} \nabla p_1 - \mathbf{F}_1 = 0, \quad (8.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{F}_1 = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{F}_1 = -4\pi G\rho_1 \quad (9.7)$$

همین طور، برای افت‌وخیزهای بی‌دررو داریم

$$p_1 = c_s^2 \rho_1 \quad (10.7)$$

که  $c_s$ ، سرعت صوت ( $c_s = \sqrt{dp_1/d\rho_1}$ ) است.

به راحتی می‌توان دید که (۷.۷) تا (۹.۷) دارای جوابهای موج تخت به صورت زیر هستند:

$$\rho_1(\mathbf{r}, t) = \bar{\rho}_1(t)e^{i\chi}, \quad \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t) = \bar{\mathbf{v}}_1(t)e^{i\chi} \quad (11.7)$$

با

$$\chi = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}}{S(t)} \quad (12.7)$$

و

$$\dot{\bar{\rho}}_{\lambda} + \frac{\dot{S}}{S} \bar{\rho}_{\lambda} + \frac{i\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{\lambda}}{S} \bar{\rho} = 0, \quad (13.7)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{v}}}_{\lambda} + \frac{\dot{S}}{S} \bar{\mathbf{v}}_{\lambda} + \frac{ic_s^2}{S\rho} \mathbf{k} \bar{\rho}_{\lambda} - \bar{\mathbf{F}}_{\lambda} = 0, \quad (14.7)$$

$$\mathbf{k} \times \bar{\mathbf{F}}_{\lambda} = 0, \quad i\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{F}}_{\lambda} = -4\pi G \bar{\rho}_{\lambda} S \quad (15.7)$$

اکنون بهتر است که  $\bar{\mathbf{v}}_{\lambda}$  را به دو مؤلفه در امتداد و عمود بر بردار موج  $\mathbf{k}$  تجزیه کنیم. بنابراین، می‌نویسیم

$$\bar{\mathbf{v}}_{\lambda} = \frac{\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{v}}_{\lambda}}{k^2} \mathbf{k} + \frac{\mathbf{k} \times (\bar{\mathbf{v}}_{\lambda} \times \mathbf{k})}{k^2} \quad (16.7)$$

$$= \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$

با در نظر گرفتن ضرب برداری (۱۴.۷) و  $\mathbf{k}$  به دست می‌آوریم

$$\left( \dot{\bar{\mathbf{v}}}_{\lambda} + \frac{\dot{S}}{S} \bar{\mathbf{v}}_{\lambda} \right) \times \mathbf{k} = 0$$

که از آن تعریف ما از  $\mathbf{v}_{\perp}$  به رابطه زیر می‌انجامد

$$\mathbf{v}_{\perp} S = \text{const.} \quad (17.7)$$

از این رو، مدل عرضی (یا دورانی) در عالم در حال انبساط تمایل به کاهش دارد. مُد موازی با  $\mathbf{k}$  چه می‌شود؟ با در نظر گرفتن حاصلضرب نرده‌ای (۱۴.۷) و  $\mathbf{k}$  رابطه زیر را به دست می‌آوریم

$$\dot{v}_{\parallel} + \frac{\dot{S}}{S} v_{\parallel} + \frac{i}{k} \left( \frac{c_s^2 k^2}{S} - 4\pi G S \right) \frac{\bar{\rho}_{\lambda}}{\rho} = 0 \quad (18.7)$$

اکنون پارامتر تضاد چگالی را تعریف می‌کنیم

$$\delta = \frac{\bar{\rho}_{\lambda}}{\rho} \quad (19.7)$$

سپس، چون  $\rho \propto S^{-3}$  از (۱۳.۷) به دست می آوریم

$$\dot{\delta} = -\frac{ik}{S}v_{\parallel} \quad (20.7)$$

با حذف  $v_{\parallel}$  بین (۱۸.۷) و (۲۰.۷)، به دست می آوریم

$$\ddot{\delta} + \frac{2\dot{S}}{S}\dot{\delta} + \left( \frac{c_s^2 k^2}{S^2} - 4\pi G\rho \right) \delta = 0 \quad (21.7)$$

این معادله‌ای است که نشان می‌دهد چگونه ناپایداری گرانشی به رشد چگالشهایی در عالم در حال انبساط می‌انجامد.

ابتدا (۲۱.۷) را در تقریب شبه ایستا در نظر می‌گیریم، که در آن انبساط عالم نادیده گرفته می‌شود. از این رو داریم  $S = \text{const.}$  و  $\dot{S}/S = 0$ . این موضوع ما را به محاسبه اولیه جینز از عالم ایستا می‌برد.  $K = k/S$  را عدد موج مؤثر برای جواب (۱۱.۷) و (۱۲.۷) تعریف می‌کنیم و مقدار

$$K_J = \left( \frac{4\pi G\rho}{c_s^2} \right)^{1/2} \quad (22.7)$$

را عدد موج جینز می‌نامیم. اکنون معادله (۲۱.۷) به صورت زیر درمی‌آید

$$\ddot{\delta} + c_s^2 (K^2 - K_J^2) \delta = 0 \quad (23.7)$$

در این تقریب به راحتی دیده می‌شود که (۲۳.۷) دارای جوابهای سینوسی (یعنی نوسانی) برای  $K > K_J$  و جوابهای نمایی (یعنی فزاینده و میرا) به ازای  $K < K_J$  است. اگر بنویسیم

$$\delta \propto e^{i\omega t} \quad (24.7)$$

خواهیم داشت

$$\omega^2 = c_s^2 (K^2 - K_J^2) \quad (25.7)$$

ابتدا توجه کنید که برای  $K < K_J$  آهنگ رشد  $|\omega|$  وقتی  $K = 0$  باشد بیشینه و برابر است با

$$|\omega|_{\max} = c_s K_J \quad (26.7)$$

به هر حال، آهنگ انبساط عالم، که تاکنون آن را نادیده گرفته‌ایم، نیز در این حدود است. زیرا، از معادله‌های اینشتین (برای کیهان‌شناسی  $k = 0$ ) به دست می‌آوریم

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{\Lambda\pi G\rho}{3}$$

یعنی،

$$\frac{\dot{S}}{S} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} K_J c_s \quad (27.7)$$

بنابراین، به‌طور قانونی نمی‌توانیم انبساط عالم در مسئلهٔ کنونی را نادیده بگیریم. با وجود این، چیز مفیدی را در این تحلیل حفظ می‌کنیم. اگر در (۲۵.۷) بگذاریم  $K \gg K_J$  آشفتگیهای سینوسی به‌دست می‌آوریم که رشد نمی‌کنند بلکه به سادگی مانند امواج صوتی منتشر می‌شوند. این به چه معناست؟ برای درک مفهوم  $K \gg K_J$ ، جرم زیر را تعریف کنید

$$M = \frac{4\pi n m_H}{3} \left(\frac{2\pi}{K}\right)^3 \quad (28.7)$$

$M$  جرم کره‌ای به شعاع  $2\pi/K$  است که حاوی اتمهای هیدروژن هر یک به جرم  $m_H$  با چگالی عددی  $n$  است. با انبساط عالم،  $n$  به‌صورت  $S^{-3}$ ، و در نتیجه  $K$  به‌صورت  $S^{-1}$  کاهش می‌یابد. بنابراین،  $M$  ناوردا باقی می‌ماند. با در نظر گرفتن  $\rho \approx n m_H$  برای زمان حال، می‌بینیم که انرژی گرانشی این کره برابر است با

$$\mathcal{E}_G \approx \frac{GM^2}{2\pi/K} \approx \frac{16\pi^2 G \rho^2}{9} \left(\frac{2\pi}{K}\right)^5.$$

از طرف دیگر، انرژی گرمایی این کره برابر است با

$$\mathcal{E}_{th} = \frac{4\pi}{3} \rho c_s^2 \left(\frac{2\pi}{K}\right)^3$$

با مقایسهٔ دو عبارت بالا، می‌بینیم که

$$K \gg K_J \Rightarrow \mathcal{E}_{th} \gg \mathcal{E}_G \quad (29.7)$$

به‌علاوه،  $K \gg K_J$  می‌دهد

$$|\omega| \gg \frac{\dot{S}}{S} \quad (30.7)$$

از این رو، در تقریب موج صوتی نیروهای گرانشی و انبساط عالم را می‌توان نادیده گرفت. بهتر است شرط  $K \gg K_J$  را به‌صورت زیر بیان کنیم

$$M \ll \frac{4\pi n m_H}{3} \left(\frac{2\pi}{K_J}\right)^3 \equiv M_J \quad (31.7)$$



که  $M_J$  جرم جینز نامیده می‌شود. بنابراین، نتیجهٔ بالا نشان می‌دهد فقط آشفته‌گی‌هایی امکان رشد دارند که جرم آنها از جرم  $M_J$  جینز تجاوز کند. برای این کره‌ها نیروی گرانشی می‌تواند بر نیروی گرمایی غلبه کند و به تراکم کره و در نتیجه ناپایداری گرانشی بینجامد.

### ۲.۲.۷ تحول جرم جینز

بگذارید تغییرات  $M_J$  را با گذار عالم از مرحله‌های مختلف دنبال کنیم، کار را از عصری آغاز می‌کنیم که  $e^+$  و  $e^-$  ناپود شدند (نگاه کنید به فصل ۵) با یک تقریب خوب می‌توان فرض کرد تا زمانی که الکترون‌ها با پروتون‌ها ترکیب شدند و اتمهای هیدروژن را به وجود آوردند، عالم عمدتاً از هیدروژنهای یونیدهٔ غیرنسبیتی در تعادل گرمایی با تابش جسم سیاه با دمای  $T$  تشکیل شده بود. در این دوره می‌توان فشار و آنتروپی ماده را در مقایسه با تابش نادیده گرفت. بنابراین، چگالی، فشار و چگالی آنتروپی به صورت زیر است:

$$\rho = nm_H + \frac{aT^4}{c^2} \quad (32.7)$$

$$p = \frac{1}{3}aT^4, \quad (33.7)$$

$$s = \frac{4}{3}aT^3 \quad (34.7)$$

در تغییر آنتروپی بی‌درو حجم همراه ثابت است، به طوری که  $s/n = \text{const.}$  از این رو، برای ارزیابی  $c_s^2$  باید  $dp/d\rho$  را در  $s/n$  ثابت محاسبه کنیم. یک محاسبهٔ ساده می‌دهد

$$c_s^2 = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{Ts}{c^2 nm_H + Ts} \right) c^2 \quad (35.7)$$

در ارزیابی جرم جینز از (۳۱.۷) اگر به جای  $\rho$  در (۲۲.۷) بگذاریم  $\rho + p/c^2$ ، هیچ نتیجه‌گیری (که در هر صورت فقط در حدود مرتبهٔ بزرگی است!) تغییر نمی‌کند. یک محاسبهٔ ساده می‌دهد

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2} s^2}{9a^{1/2} n^2 m_H^2 G^{3/2}} \left( 1 + \frac{Ts}{nm_H c^2} \right)^{-3} \quad (36.7)$$

بهتر است که از آنتروپی ویژه استفاده کنیم

$$\sigma = \frac{s}{kn}, \quad k = \text{ثابت بولتزمن} \quad (37.7)$$

پس

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2} \sigma^2 / k^2}{9a^{1/2} G^{3/2} m_H^2} \left(1 + \frac{\sigma kT}{m_H c^2}\right)^{-2} \quad (38.7)$$

با افت دما به  $3000 \text{ K}$   $\sim$  باز ترکیب الکترونها با هیدروژن یونیده تقریباً کامل است. این با اسم بی‌مسما یا عصر آخرین پراکندگی است. اگر دمای زمینه فعلی را  $2,7 \text{ K}$  بگیریم، عصر بازترکیب تقریباً نظیر با انتقال به سرخ در گستره  $1500 - 1000 \text{ K}$   $\sim$  است. در هر برآورد عددی  $z_{\text{dec}} = 1000$  را انتقال به سرخ در آخرین پراکندگی در نظر می‌گیریم که در آن ماده از تابش واجفتید.

پس از عصر بازترکیب، فشار تابش بی‌اهمیت می‌شود و گاز (اتمهای H) رفتاری را پیدا می‌کند که از گاز تک‌اتمى انتظار می‌رود: با  $\gamma = \frac{5}{3}$  و

$$\rho = nm_H + \frac{3}{2} \frac{nkT}{c^2}, \quad (39.7)$$

$$p = nkT, \quad (40.7)$$

$$c_s^2 = \frac{5}{3} \frac{kT}{m_H} \quad (41.7)$$

جرم جینز به صورت زیر درمی‌آید

$$M_J = 4 \left(\frac{\pi}{3}\right)^{3/2} \left(\frac{5kT}{G}\right)^{3/2} n^{-1/2} m_H^{-2} \quad (42.7)$$

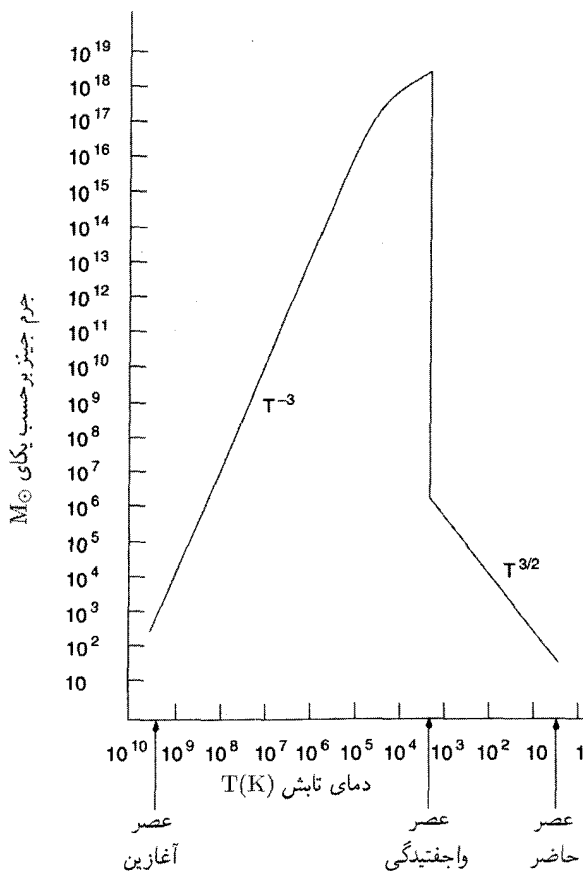
درست پس از واجفتیدگی، دمای ماده با دمای تابش برابر است. از این رو می‌توان با بهره‌گیری از (34.7) جواب بالا را برحسب  $\sigma$  بیان کرد:

$$M_J = \frac{2\pi^{5/2} 5^{3/2} k^2 \sigma^{1/2}}{9a^{1/2} G^{3/2} m_H^2} \quad (43.7)$$

دمای ماده پس از آن چگونه فرو می‌افتد؟ در فصل 4 دیدیم که حرکت‌های کاتوره‌ای به صورت  $S^{-1}$  کاهش می‌یابد، بنابراین در این عصر غیرنسبیتی این دما به صورت  $S^{-2}$  کم می‌شود. از این رو، با شروع از (43.7)، در واجفتیدگی،  $M_J$  طبق (42.7) فرو می‌افتد، یعنی،

$$M_J \propto T^{3/2} n^{-1/2} \propto S^{-3/2} \quad (44.7)$$

شکل 2.7 چگونگی تغییر  $M_J$  با دمای،  $T_\gamma$  را با فرض اینکه دمای فعلی تابش  $2,7 \text{ K}$   $\sim$  و



شکل ۲.۷ نمودار تقریبی جرم جینز  $M_J$  برحسب دمای تابش در عالم دارای چگالی آنتروپی  $\sigma \cong 10^9$ .

برابر تابش زمینه میکروموج باشد نشان می‌دهد. کمیت دیگری که علاوه بر دما وارد عبارت (۳۸.۷) می‌شود  $\sigma$  یعنی آنتروپی ویژه است. در فصل ۵ دیدیم که  $\sigma$  با نسبت فوتون به باریون متناسب است مقداری در گستره  $10^8$  تا  $10^{10}$  دارد. در شکل ۲.۷ داریم  $\sigma \cong 10^9$ . بهتر است  $M_J$  را برحسب جرم خورشید  $M_\odot$  بیان کنیم.

مشاهده می‌کنیم که در  $10^9 K$ ،  $T_\gamma \sim 10^9 K$ ،  $M_J$  در گستره  $10^4$  تا  $10^5 M_\odot$  است. برای  $M_J$ ،  $T \gg m_{Hc^2}/(\sigma k)$  به صورت  $T_\gamma^{-3}$  افزایش می‌یابد. این افزایش ادامه می‌یابد تا  $T_\gamma$  به دمای  $10^4$  تا  $10^5 K$  فروافتد. برای  $\sigma$  انتخابی ما  $(m_{Hc^2}/(\sigma k)) = 10^4$ . بالاترین مقداری که  $M_J$  می‌تواند به آن برسد در گستره  $10^{17}$  تا  $10^{19} M_\odot$  است. این درست قبل از دوره آخرین

پراکندگی است که مقدار  $M_J$  به چند برابر  $10^6 M_\odot$  کاهش می‌یابد. این یک افت سریع است. اما پس از آن  $M_J$  به صورت  $S^{-3/2}$ ، یعنی  $T_\gamma^{3/2}$  کم می‌شود. این رفتار  $M_J$  به ما کمک می‌کند تا مشکلات تشکیل کهکشانها در عالم در حال انبساط را بفهمیم.

فرض کنید که به تشکیل کهکشانی با جرم نوعی  $10^{11} M_\odot \sim$  علاقه‌مندیم. با توجه به  $(38.7)$ ،  $M_J$  کمتر از این مقدار خواهد بود تا اینکه دما به  $10^7 K$   $\sim$  کاهش یابد (به شکل ۲.۷) نیز نگاه کنید). با توجه به نظریهٔ خام جرم جینز، می‌بینیم که افت و خیز جرم  $10^{11} M_\odot \sim$  دارای احتمال رشد تحت تأثیر خود-گرانش تا فروافت دما به این مقدار است. مد واقعی رشد را باید با بهره‌گیری از نظریهٔ اختلال با معادله‌های نسبیت عام کامل محاسبه کرد. این مسئله پیچیده را ای. لیفشیتز<sup>۱</sup> در سال ۱۹۴۶ حل کرد. در اینجا وارد جزئیات مسئله نمی‌شویم، بلکه فقط نتیجه را بیان می‌کنیم: در مدل‌های بهنجار با سریع‌ترین رشد  $\delta\rho/\rho$  مانند  $t$  افزایش می‌یابد.

در مرحلهٔ بعد، که  $M_J > 10^{11} M_\odot$ ، افت و خیزهای ما نمی‌تواند رشد کند، بلکه تا پس از دورهٔ بازترکیب، وقتی  $M_J$  دوباره به کمتر از  $10^{11} M_\odot$  کاهش یافته است (شکل ۲.۷) مانند یک موج صوتی نوسان می‌کند. پس از کاهش دما به  $3000 K \sim$ ، رشد امکان‌پذیر می‌شود و می‌توانیم از معادله‌های نیوتونی ساده استفاده کنیم. این مسئله را در بخش بعد حل خواهیم کرد. اما، بدیهی است که در محدودهٔ نظریهٔ جرم جینز، به نظر نمی‌رسد که عدد  $10^{11} M_\odot$  هیچ اهمیت ویژه‌ای داشته باشد. جرم نوعی در بازترکیب از مرتبهٔ یک خوشهٔ گویسان است: این جرم بسیار کمتر از  $10^{11} M_\odot$  است. این موضوع را از ا. ج. دیکی و پی. جی. ای. پیلز در سال ۱۹۶۸ خاطرنشان ساختند و مشکل اصلی کوشش در جهت درک این مطلب است که چرا یکاهای نوعی در حدود  $10^{11} M_\odot$  در عالم یافت می‌شوند.

### ۳.۷ رشد در دورهٔ پس از بازترکیب

اکنون می‌خواهیم (۲۱.۷) را در چارچوب مدل‌های فریدمان حل کنیم. هدف ما از این کار کوشش در جهت ارتباط افت و خیزهای فعلی دما و چگالی عددی با مقادیرهای مربوط به عصر بازترکیب است، با این امید که این محاسبه سرنخهایی را در مورد چگونگی تشکیل کهکشانها در آن عصر به دست دهد. ما این مسئله را جداگانه برای سه نوع  $k = -1$ ،  $k = 1$ ،  $k = 0$  مدل‌های فریدمان در نظر می‌گیریم. در این محاسبات یک ساده‌سازی انجام می‌دهیم. جمله  $c^2 k^2 / S^2$  را در مقایسه با  $4\pi G\rho$  نادیده می‌گیریم. به لحاظ فیزیکی، این به معنی چشمپوشی از حرکت‌های کاتوره‌ای در مقایسه با زیرلایهٔ در حال انبساط است؛ یعنی، این تقریب نظیر نادیده گرفتن  $M_J$  در مقایسه با جرم

کهکشانی است. این چشمپوشی معتبر است، زیرا در عصر پس از بازترکیب  $M_J$  فقط  $10^6 M_\odot$  (یعنی تقریباً  $10^{-5}$  برابر جرم کهکشانی) است.

۱.۳.۷ مدل اینشتین-دوسیت

در این مدل (نگاه کنید به فصل ۴)

$$S(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}, \quad t_0 = \frac{2}{3}H_0^{-1}, \quad \rho = \frac{1}{6\pi Gt^2} \quad (45.7)$$

بنابراین، (۲۱.۷) به صورت زیر درمی‌آید

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3t}\dot{\delta} - \frac{2}{3t^2}\delta = 0 \quad (46.7)$$

این معادله دارای حل عمومی زیر است

$$\delta = At^{2/3} + Bt^{-1} \quad (47.7)$$

بنابراین مد فزاینده  $\propto t^{2/3}$  و مد میرا  $\propto t^{-1}$  است. اگر هر دو مد در شروع کار به صورت قابل مقایسه وجود داشته باشند، سرانجام فقط مد فزاینده دارای اهمیت خواهد بود. بنابراین، می‌گذاریم  $B = 0$ .

در عصر واجفتیدگی  $t_{\text{dec}}$  و  $z_{\text{dec}}$  را زمان کیهانی و انتقال به سرخ در نظر بگیرید. اگر دمای عصر  $3000 \text{ K} \sim$  باشد داریم

$$1 + z_{\text{dec}} \cong 10^3 \quad (48.7)$$

چون دمای تابش در گذشته متناسب با  $(1+z)$  زیاد شده است. از این رو تضاد چگالی  $\delta$  باید با ضریب زیر رشد کرده باشد

$$\Sigma = \frac{\delta(t_0)}{\delta(t_{\text{dec}})} = \left(\frac{t_0}{t_{\text{dec}}}\right)^{2/3} = (1+z_{\text{dec}}) \sim 10^3 \quad (49.7)$$

۲.۳.۷ مدل بسته ( $k = 1$ )

با بهره‌گیری از رابطه‌های (۵۶.۴) تا (۶۰.۴) می‌نویسیم

$$ct = \frac{1}{\gamma} \alpha (\Theta - \sin \Theta), \quad S = \frac{1}{\gamma} \alpha (1 - \cos \Theta)$$

$$\rho = \frac{3H_0^2 q_0 (1 - \cos \Theta_0)^3}{4\pi G (1 - \cos \Theta)^3} = \frac{3H_0^2 (2q_0 - 1)^3}{4\pi G q_0^2 (1 - \cos \Theta)^3}, \quad (50.7)$$

$$\alpha = \frac{2q_0}{(2q_0 - 1)^{3/2}} \left( \frac{c}{H_0} \right)$$

با تعویض متغیر مستقل از  $t$  به  $\Theta$  در (۲۱.۷) به‌دست می‌آوریم

$$(1 - \cos \Theta) \frac{d^2 \delta}{d\Theta^2} + \sin \Theta \frac{d\delta}{d\Theta} - 3\delta = 0 \quad (51.7)$$

این معادله دارای جواب عمومی زیر است

$$\delta = A \left( \frac{\delta + \cos \Theta}{1 - \cos \Theta} - \frac{3\Theta \sin \Theta}{(1 - \cos \Theta)^2} \right) + B \frac{\sin \Theta}{(1 - \cos \Theta)^2} \quad (52.7)$$

باز هم،  $\delta$  فزاینده آن است که در ثابت  $A$  ضرب می‌شود. با تمرکز بر این  $\delta$ ، ابتدا متوجه می‌شویم که برای عصر بازترکیب  $z_{dec}$  که از (۴۸.۷) به‌دست می‌آید کوچک است. در نتیجه

$$1 + z_{dec} = \frac{1 - \cos \Theta_0}{1 - \cos \Theta_{dec}} \approx \frac{2}{\Theta_{dec}^2} (1 - \cos \Theta_0)$$

یعنی،

$$\Theta_{dec} = \left( \frac{2(1 - \cos \Theta_0)}{(1 + z_{dec})} \right)^{1/2} \quad (53.7)$$

بنابراین، عامل رشد از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned} \Sigma &= \frac{\delta(1 + z_{dec})[(\delta + \cos \Theta_0)(1 - \cos \Theta_0) - 3\Theta_0 \sin \Theta_0]}{(1 - \cos \Theta_0)^3} \\ &= \frac{\delta(1 + z_{dec})q_0}{(2q_0 - 1)^2} \left[ 4q_0 + 1 - \frac{3q_0}{\sqrt{2q_0 - 1}} \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{2q_0 - 1}}{q_0} \right) \right] \quad (54.7) \end{aligned}$$

که از (۶۰.۴) برای بیان  $\cos \Theta_0$  برحسب  $q_0$  استفاده کرده‌ایم.

### ۳.۳.۷ مدل باز ( $k = -1$ )

باز هم با بهره‌گیری از رابطه‌های (۷۰.۴) تا (۷۳.۴)، برحسب پارامتر  $\Psi$  می‌نویسیم

$$ct = \frac{1}{\beta} \beta (\sinh \Psi - \Psi), \quad S = \frac{1}{\beta} \beta (\cosh \Psi - 1)$$

$$\rho = \frac{3H_0^2 (1 - 2q_0)^2}{4\pi G q_0^2 (\cosh \Psi - 1)^3}, \quad (55.7)$$

$$\beta = \frac{2q_0}{(1 - 2q_0)^{3/2}} \left( \frac{c}{H_0} \right)$$

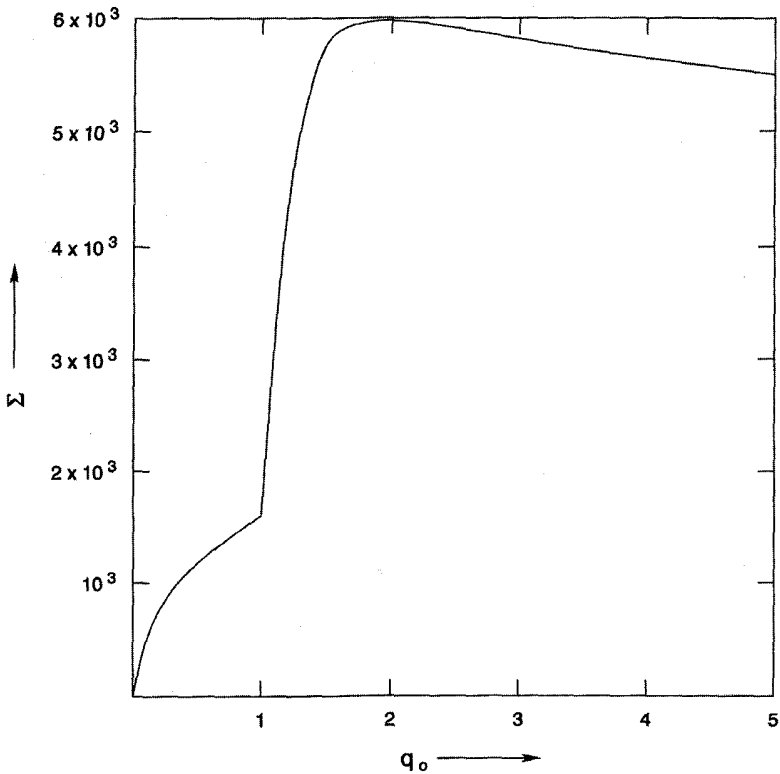
با روشی درست مانند مدل بسته، سرانجام عامل رشد را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\Sigma = \frac{5(1 + z_{\text{dec}})q_0}{(1 - 2q_0)^2} \left[ 1 + 4q_0 - \frac{3q_0}{\sqrt{1 - 2q_0}} \sinh^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - 2q_0}}{q_0} \right) \right] \quad (56.7)$$

شکل ۳.۷ نمودار  $\Sigma$  برحسب  $q_0$  را در گسترهٔ  $0 \leq q_0 \leq 5$  نشان می‌دهد. توجه کنید  $\Sigma$  تا  $10^3 \times 6 \sim$  افزایش می‌یابد. قبلاً دیدیم که برای  $q_0 = \frac{1}{3}$ ،  $q_0 = 10^3$ ،  $\Sigma = 1 + z_{\text{dec}} \sim$  معنی  $\Sigma$  برحسب تشکیل کهکشان چیست؟

باید بپذیریم که  $\delta = \delta\rho/\rho$  یعنی تضاد چگالی بین کهکشانها و محیط اطراف، به طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از ۱ است، چون چگالی کهکشان لااقل با ضریب  $10^3$  از چگالی ماده در خوشهٔ کهکشانیها بیشتر است. به علاوه، چگالی میان خوشه‌ای  $10^{-28} \text{ g cm}^{-3}$  است، که یک مرتبهٔ بزرگی از چگالی بستار عالم ( $10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ ) بیشتر است. از این رو، برای اعمال نظریهٔ تشکیل کهکشان باید  $\delta\rho/\rho \gg 1$  باشد، و در این ناحیه خطی کردن معادله‌های بنیادی معتبر نیست. بنابراین، نمی‌توانیم محاسبات خود را به صورت دقیق به کار ببریم.

به هر حال، می‌توان تحلیل بالا را برای اطلاع از این موضوع به کار برد که برای تشکیل کهکشانیها تضاد چگالی فعلی باید لااقل برابر واحد باشد. از این رو، اگر فعلاً بگذاریم  $\delta\rho/\rho \sim 1$  می‌توانیم انتظار داشته باشیم که  $\delta\rho_{\text{dec}}/\rho_{\text{dec}}$  در زمان بازترکیب، حداقل برابر واحد باشد. فقط نظریهٔ غیرخطی کامل می‌تواند تعیین کند که  $\delta\rho_{\text{dec}}/\rho_{\text{dec}}$  باید چقدر باشد تا در حال حاضر تضادهای چگالی بزرگی به وجود آورد. به هر حال، حتی حد پایین  $\Sigma^{-1}$  به اندازه‌ای است که، به طوری که اکنون خواهیم دید، می‌توان در اندازه‌گیریهای دقیق زمینهٔ ریزموج آشکار ساخت.



شکل ۳.۷ تابع رشد  $\Sigma$  برحسب  $q_0$  برای  $0 \leq q_0 \leq 5$ ، به ازای  $z_{dec} \cong 1000$  رسم شده است.

### ۴.۳.۷ رشد در عالمهای تحت سیطره تابش

تاکنون بحث ما مبتنی بر مدل‌های تحت سیطره ماده بود، یعنی مدل‌هایی که انبساط آنها را ماده غیرنسبیتی کنترل می‌کرد. با این همه، همان‌طور که در فصل ۴ دیدیم، یک عصر  $t_{eq}$  وجود داشت که پیش از آن عالم تحت سیطره تابش بود. در این عالم‌ها چگونه ناهمگنی‌ها رشد کردند؟

تفاوت عالم تحت سیطره تابش با عالم تحت سیطره ماده در آن است که فشار تابش  $p$  سهم قابل توجهی در جاذبه گرانشی دارد. در واقع، داریم  $p = \rho c^2 / 3$ ، به طوری که چگالی مؤثر  $2\rho = \rho + 3p/c^2$  است. معادله‌های هیدرودینامیک که در بخش ۱.۲.۷ به دست آمدند را باید با توجه به این موضوع اصلاح کرد. وارد جزئیات نمی‌شویم، اما معادله‌ای را برای  $\delta$  می‌نویسیم که سرانجام از محاسبه به دست می‌آید:



$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{S}}{S}\dot{\delta} + \left( \frac{c_s^2 k^2}{S^2} - \frac{32\pi G\rho}{3} \right) \delta = 0 \quad (57.7)$$

در اینجا سرعت صوت  $c_s = c/\sqrt{3}$  است. می‌توان فرض کرد که جمله خمیدگی ( $k$ ) تأثیر قابل ملاحظه‌ای ندارد و می‌توان آن را برابر صفر گرفت. (گوشزد: به مسئله تخت بودن در فصل پیش رجوع کنید!) عدد موج جینز نظیر آن اکنون برابر است با

$$K_J = \left( \frac{32\pi G\rho}{3c_s^2} \right)^{1/2} \quad (58.7)$$

به راحتی می‌توان نشان داد که مدهای رشد و میرایی را مانند قبل می‌توان در یک جواب کلی

ادغام کرد

$$\delta = At + Bt^{-1} \quad (59.7)$$

البته، در اینجا فرض کردیم که عدد موج جینز بسیار بزرگتر از عدد موج ناهمگنی تحت بررسی ماست.

## ۴.۷ قیدهای رصدی

ایده «رشد افت‌وخیزها» که در بالا بیان شد در برخورد با رصدها با یک مسئله مواجه می‌شود. ما علاوه بر مرور مختصر این مسئله، سایر قیدهایی را بررسی می‌کنیم که یک نظریه تشکیل ساختار موفق باید داشته باشد. اگرچه این قیدها مشکلاتی را برای مدل مهبانگ استاندارد به وجود می‌آورند، اما باید به آنها به صورت مثبت‌تری نگاه کنیم. زیرا، نشانگر پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در نجوم رصدی برون کهکشانی در سالهای ۱۹۸۰ به واسطه روشهای رصدی است که به صورت روزافزون دقیقتر می‌شوند. برای همگام شدن با این پیشرفتها در جبهه رصدی، نظریه‌های کیهان‌شناختی نیز باید پخته‌تر شوند و کمتر بر مبنای حدی و گمان باشند. بررسی خود را از تأثیر احتمالی افت‌وخیزهای چگالی بر تشکیل کهکشانشان در زمینه ریزموج آغاز می‌کنیم.

### ۱.۴.۷ ناهمسانگردی زاویه کوچک

بگذارید تأثیر این افت‌وخیزهای  $\delta\rho/\rho$ ، تضاد چگالی در عصر بازترکیب را بر تابش زمینه بررسی کنیم. با فرض اینکه افت‌وخیزها بی‌دررو باشند، چگالی عددی ذرات به صورت مکعب دمای

تابش تغییر می‌کند، بنابراین

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)_{\text{dec}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)_{\text{dec}} \quad (۶۰.۷)$$

که شاخص پایین (dec) نشانگر عصر بازترکیب است.

چون عالم پس از این عصر به لحاظ اپتیکی رقیق است، این افت‌وخیزها بر تابش زمینه تأثیر می‌گذارد، این تأثیر اکنون نیز مشاهده می‌شود. یعنی اگر سراسر آسمان را برویم افت‌وخیزهایی را در دمای زمینه مشاهده خواهیم کرد. مرتبهٔ بزرگی این نوسان دما در عصر حاضر چیست؟ در چه اندازهٔ زاویه‌ای مشخصه‌ای باید این افت‌وخیزها را مشاهده کنیم؟

محاسبه‌های ما مقدار  $(\delta\rho/\rho)_{\text{dec}}$  را در حدود  $\Sigma^{-1}$  تعیین کرده است. برای مدل‌های کیهان‌شناختی مختلف (نگاه کنید به شکل ۳.۷)،  $\Sigma^{-1}$  در گسترهٔ  $10^{-2}$  تا  $3 \times 10^{-4}$  قرار دارد. از این رو، با توجه به (۶۰.۷) افت‌وخیزهای فعلی  $\Delta T/T$  باید در گسترهٔ  $10^{-3}$  تا  $3 \times 10^{-4}$  باشد. این موضوع البته بر مبنای فرض رقیق بودن اپتیکی صحت دارد.

در تثبیت افت‌وخیزهای اندازهٔ زاویه‌ای دو راه برای ما وجود دارد. ابتدا، متوجه می‌شویم که (۲۸.۷) جرم  $M$  یک افت‌وخیز نوعی را به طول موج مشخصهٔ  $2\pi/K$  مرتبط می‌سازد. زاویه‌ای که طول  $2\pi/K$  در انتقال به سرخ  $z_{\text{dec}}$  به وجود می‌آورد چقدر است؟ برای پاسخ به این پرسش به فرمول اندازهٔ زاویه‌ای نیاز داریم که در فصل ۴ به دست آوردیم. فرمولهای (۸۹.۴)، (۹۲.۴) و (۹۵.۴) را فرا می‌خوانیم و از آنها در حد انتقال به سرخ بزرگ ( $1+z_{\text{dec}} \approx 10^{30}$ ) استفاده می‌کنیم. بنابراین، اندازهٔ زاویه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{K} \cdot \frac{(1+z_{\text{dec}})^2}{D_\lambda}$$

که

$$D_\lambda \cong \frac{c}{H_0} \cdot \frac{z_{\text{dec}}}{q_0} \approx \frac{c}{H_0} \frac{(1+z_{\text{dec}})}{q_0}$$

بنابراین از (۲۸.۷) داریم

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{2\pi}{K} \cdot \frac{H_0 q_0}{c} (1+z_{\text{dec}}) \\ &= \frac{H_0 q_0}{c} (1+z_{\text{dec}}) \cdot \left(\frac{3M}{4\pi n_{\text{dec}} m_H}\right)^{1/3} \quad (۶۱.۷) \end{aligned}$$

چون  $n_{\text{dec}} = n_0 (1 + z_{\text{dec}})^3$ ، که چگالی عددی فعلی است، سرانجام به دست می‌آوریم

$$\Delta\theta = \frac{H_0 q_0}{c} \left( \frac{3M}{4\pi n_0 m_H} \right)^{1/3} \quad (62.7)$$

با بهره‌گیری از نتیجه  $(4\pi G) n_0 m_H = 3H_0^2 q_0 / (4\pi G)$ ، می‌توان نتیجه بالا را به صورت زیر بیان کرد:

$$(\Delta\theta) \cong 23 \left( \frac{3}{10^{11} M_\odot} \right) (h_0 q_0^2)^{1/3} \quad (63.7)$$

بنابراین، تشکیل کهکشان باید وصله مشخصه‌ای را با اندازه زاویه‌ای  $20^\circ \sim$  ثانیه کمانی به جا بگذارد. بدون شک هیچ اختلالی از این نوع در مقیاس بالا به دست نیامده است.

راه دوم کشف ناهمگنی موجود در زمینه ریزموج آن است که در مقیاس زاویه‌ای بزرگتر از اندازه محدود افق ذره عالم فریدمان به وجود آمده باشد. این موضوع را به زودی در بخش ۳.۴.۷ تحت عنوان مسئله افق بررسی خواهیم کرد.

### ۲.۴.۷ انواع اختلالاتها

عدم کشف افت‌وخیزهای دمای  $\Delta T/T$  در گستره  $10^{-3} \sim$  تا  $3 \times 10^{-4}$  تا اوایل سالهای ۱۹۹۰ باعث شد که کیهان‌شناسان مدل استاندارد به غور و بررسی بسیاری بپردازند. آیا در تأثیر افت‌وخیزهای ماده بر تابش زمینه اغراق شده بود؟ اگر چنین بود، اعتبار فرضیه حاضر در کجا از میان می‌رفت؟ آیا فرایندهایی دیگر می‌توانست در تشکیل ساختار مؤثر باشد، و ارتباط واقعی ماده-تابش را ضعیفتر از چیزی کند که در اینجا فرض کردیم؟ چند شق دیگر را به اختصار بررسی می‌کنیم.

تاکنون فرض کردیم که افت‌وخیزها بی‌دررو هستند، یعنی آنتروپی را ناوردا باقی می‌گذارند. به علت نسبت بزرگ فوتون-به-باریون که در فصل ۵ دیدیم، فوتونها تقریباً همه آنتروپی را حمل می‌کنند. آنتروپی به‌ازای هر باریون متناسب با  $T^3/\rho_m$  است، که  $T$  دمای تابش و  $\rho_m$  چگالی ماده است. از ثابت بودن این نسبت در معادله (۶۰.۷) استفاده کردیم که به چشم‌داشت‌های نسبتاً بالا برای  $\Delta T/T$  انجامید.

برای کم کردن این چشم داشت شق دیگر افت‌وخیزهای تکدماست در اینجا فرض می‌شود که دمای تابش در مدت اختلالاتهای ماده ناوردا باقی می‌ماند. به عبارت دیگر، ارتباطی میان  $\delta\rho$  و  $\Delta T$  وجود ندارد. این موضوع را می‌توان با این استدلال که رسانندگی گرمایی زیاد محیط کیهان‌شناختی باعث تعدیل سریع دما می‌شود توجیه کرد. بدون توجه به تکدما یا بی‌دررو بودن در

دوره پیش از واجفتیدگی، افت و خیزها در دوره پس از آن باعث واجفتیدگی افت و خیزهای ماده (و در نتیجه عدم برهم‌کنش آن) با تابش می‌شوند.

نوع سوم اختلال باعث افت و خیزهای تک‌خمیدگی می‌شود. این افت و خیزها با حفظ چگالی انرژی خمیدگی فضا زمان را حفظ می‌کنند. در نتیجه، چگالهای تابش و ماده روی هم‌رفته تغییر نمی‌کند، یعنی،  $\delta\varepsilon = -\delta\rho_{\text{m}}c^2$ . معمولاً این اختلالها هنگامی به وجود می‌آیند که هیچ ماده غیرباریونی در آن حوالی وجود نداشته باشد. درباره لزوم ماده غیرباریونی بعداً صحبت خواهیم کرد. فعلاً، متذکر می‌شویم که این ماده با تابش برهم‌کنش نمی‌کند، در این صورت افت و خیزهای موجود در آن هیچ تأثیری بر تابش زمینه ندارند.

### ۳.۴.۷ قید افق

دومین عامل مؤثر بر ناهمگنی زمینه ریزموج ناشی از اندازه محدود افق ذره است. فرض کنید که در هر عصر،  $t$ ، چگالی میانگین هموارشده عالم را نشان دهد، در حالی که  $\rho(\mathbf{r}, t)$  چگالی واقعی در هر نقطه فضا با مختصه  $\mathbf{r}$  است. به منظور تثبیت ایده‌ها، و ساده کردن موضوع، مسئله را برای مدل  $k = 0$  حل می‌کنیم. «تضاد چگالی»  $\delta(\mathbf{r}, t)$  را به صورت زیر نشان می‌دهیم

$$\delta(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} = \int \delta_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \quad (64.7)$$

اگر  $S(t)$  عامل مقیاس باشد، ویژه طول نظیر  $\mathbf{r}$  برابر است با  $S(t)|\mathbf{r}|$ . از این رو عدد موج فیزیکی برای  $\mathbf{k}$  برابر  $k/S$  است.

بنابراین، ناهمگنی که با  $\delta(\mathbf{r}, t)$  مشخص شد به صورت برهم‌نهی مؤلفه‌های با عددهای موج مختلف مشاهده می‌شود. اندازه نوعی  $(2\pi/k)S(t)$  در عالم در حال انبساط کش می‌آید. علاوه بر آن، دامنه یک  $k$ ی معین بر اثر ناپایداری گرانشی رشد می‌کند. پس ناهمگنی در عصر  $t$  با توجه به اندازه مشخصه کنونی  $\lambda_0$  نظیر ویژه طول زیر است

$$\lambda(t) = \lambda_0 \frac{S(t)}{S(t_0)} \quad (65.7)$$

با  $S(t) \propto t^n$ ، یعنی (مثلاً  $n = \frac{1}{2}$  برای مرحله سیطره تابش و  $n = \frac{2}{3}$  برای دوره سیطره ماده)، به دست می‌آوریم که  $\lambda(t) \propto t^n$ . اما، همان‌طور که قبلاً دیدیم، اندازه افق ذره با  $t$  متناسب است (نگاه کنید به معادله‌های (۸۷.۴) و (۵۱.۶)). بنابراین، با  $n < 1$ ، برای  $t$  به اندازه کافی کوچک،  $\lambda(t)$  از افق ذره تجاوز می‌کند.

چون فرایندهای فیزیکی تحت تأثیر اصل علیت هستند، پس هر مقیاس اختریفی یکی مربوطه کنونی به هسته‌ای از افت‌وخیزها نیاز دارد که در هر دوره قبلی از اندازه افق تجاوز نکند. پس در اینجا یک تضاد آشکار وجود دارد. (برای مقادیر عددی صریح مقیاسهای طول نوعی به تمرینهای ۲۰ و ۲۱ رجوع کنید.) در بخش ۵.۷ به این موضوع باز می‌گردیم.

به‌طور کلی، می‌توان استدلال کرد که اندازه افق در عصر آخرین پراکندگی  $t_{\text{dec}}$  از مرتبه  $ct_{\text{dec}}$  بوده است. اندازه زاویه‌ای این ناحیه اگر امروز مشاهده شود چقدر است؟ پاسخ (نگاه کنید به تمرین ۲۲) برابر مقدار زیر به‌دست می‌آید

$$\Theta_{\text{H}} = \sqrt{\frac{\Lambda q_0}{z_{\text{dec}}}} \sim 5\sqrt{q_0} \quad \text{درجه} \quad (۶۶.۷)$$

بنابراین انتظار داریم که در این مقیاس زاویه‌ای ساختاری را در تابش زمینه مشاهده کنیم. این همه، اگر استدلال شود که مرحله تومی همه چیز را یکنواخت ساخته است، انتظار نداریم که این نشانه قابل ملاحظه باشد.

#### ۴.۴.۷ طیف مقیاس-ناوردا

ابتدا تابع همبستگی دونقطه‌ای  $\xi(r)$  را برای کهکشانهایی تعریف می‌کنیم که در آنها احتمال یافتن یک کهکشان در حجم معین  $\delta V$  در فاصله  $r$  از یک کهکشان معین به‌صورت زیر تعریف شده باشد:

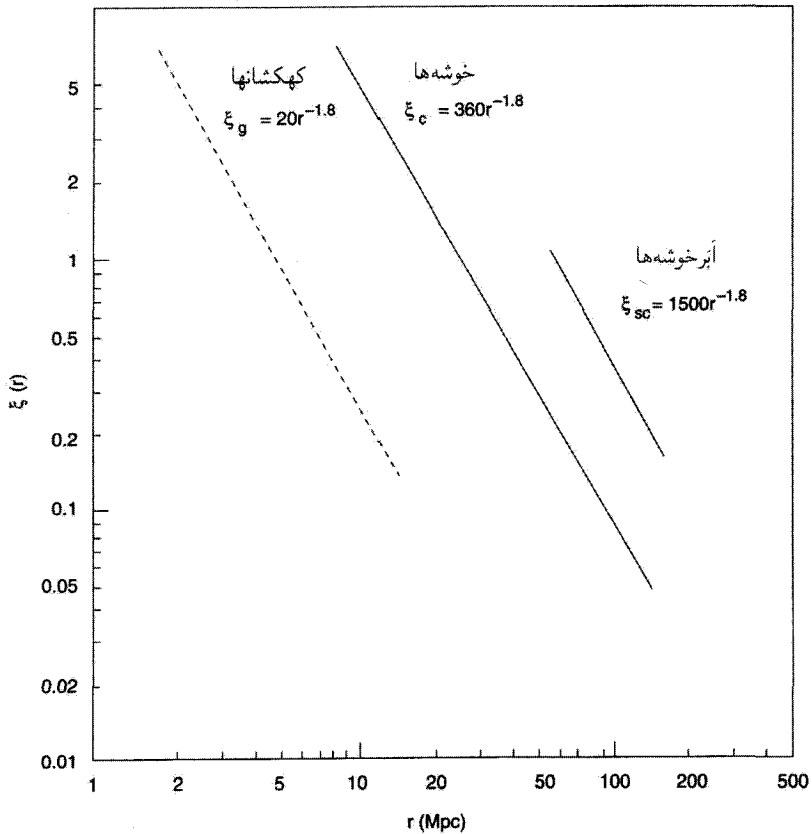
$$\delta\rho = \bar{n}\{1 + \xi(r)\}\delta V \quad (۶۷.۷)$$

در اینجا  $\bar{n}$  میانگین چگالی عددی کهکشانهاست. مطالعه تفضیلی شمارش کهکشانها نشان می‌دهد که  $\xi(r)$  به‌صورت زیر است

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} \quad (۶۸.۷)$$

$$\gamma = 1.8 \text{ و } r_0 = 5h_0^{-1} \text{ Mpc}$$

حال  $\xi(r)$  مقیاس-ناوردا و نمونه‌ای از فراکتالهاست. به‌علاوه، نتایج همبستگی کهکشان، خوشه و ابرخوشه به‌صورت تعجب‌آوری دارای شکل تابعی یکسان با  $\gamma$  یکسان هستند. از این رو، اگر نمی‌دانستیم که چه جمعیتی در یک فهرست توصیف شده‌اند، قادر نبودیم پاسخ را از تحلیل همبستگی آنها تعیین کنیم. شکل ۴.۷ این یکی بودن را نشان می‌دهد. این تابعهای همبستگی



شکل ۴.۷ تابع همبستگی برای خوشه‌ها و کهکشانه‌ها همین‌طور آبرخوشه‌ها با توجه به توزیع مشاهده‌شده  $\xi(r)$  یکسان است، اگرچه مقیاسهای مشخصه آنها با هم تفاوت دارد.

به صورت ریاضی زیر بیان می‌شوند

$$\xi_L(r) = 0.3 \left( \frac{r}{L} \right)^{-1.8} \quad (۴۹.۷)$$

که  $L = (\bar{n})^{-1/3}$ . این طیف مقیاس-ناوردا را باید با یک نظریه تشکیل کهکشان توجیه کرد.

#### ۵.۴.۷ سلسله مراتب ساختارها

گستره ساختارهای گسسته از کهکشانهای با جرمهای  $10^{11} M_{\odot}$  و اندازه‌های  $10 \text{ kpc}$  تا آبرخوشه‌ها با مقیاس جرمهای  $(10^{14} - 10^{15}) M_{\odot}$  و اندازه‌های  $50 - 100 \text{ Mpc}$  تغییر

می‌کند. همین‌طور باید ساختار رشته‌ای بزرگ - مقیاسی را که با حفره‌های عظیم به اندازه  $100-200 \text{ Mpc}$  ~ پراکنده شده است درک کنیم. دو ناهمگنی بزرگ - مقیاس نزدیک، دیوار بزرگ و رباینده بزرگ معروف هستند.

یک نظریه تشکیل ساختار می‌تواند یکی از دو نوع «سر-پایین» یا «ته-بالا» باشد. در سناریوی سر-پایین، ساختارهای بزرگ - مقیاس ابتدا تشکیل می‌شوند و سپس به ساختارهای کوچکتر تجزیه می‌شوند. عکس آن در مورد ته-بالا صدق می‌کند، که در آن ابتدا ساختارهای با مقیاس کوچکتر شکل می‌گیرند و سپس با به هم پیوستن در گروهها ساختارهای بزرگتر را تشکیل می‌دهند. معمولاً می‌توان تشکیل ساختارهای اولیه را به نوع اختلال مؤثر مربوط ساخت. بنابراین، می‌توان استدلال کرد، در افت‌وخیزهای بی‌دررو، اولین ساختارهای تشکیل‌شده ساختارهای پرجرم در مقیاس ابرخوشه هستند و در نتیجه سناریوی سر-پایین در کار است. با افت‌وخیزهای تکدما، ساختارهایی در مقیاس جرم  $M_{\odot} (10^5-10^6)$  ~ (که به اندازه خوشه گویسان نزدیکترند تا کهکشان نوعی)، ابتدا شکل می‌گیرند؛ این از سناریوی ته-بالا پیروی می‌کند.

### ۶.۴.۷ توزیع سن

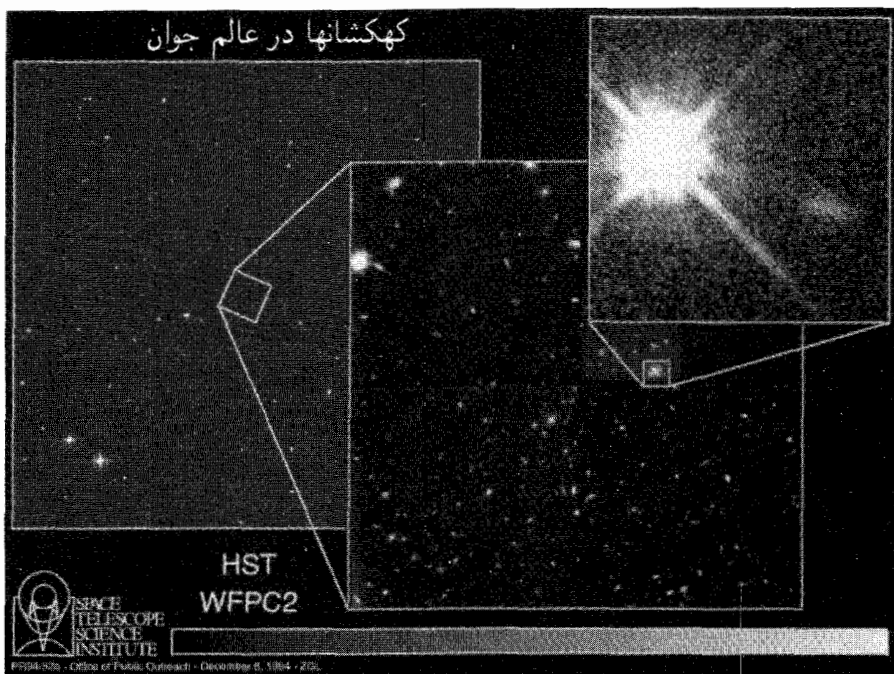
آیا همه کهکشانها کم‌وبیش در یک عصر شکل گرفته‌اند، یا فرایند تشکیل آنها پیوسته و در حال پیشرفت است؟ چه موقع این‌کار آغاز شده است؟ آیا روند تکامل این فرایند به تشکیل QSOs بستگی داشته است؟

سرنخها و آزمونهای ممکن از توزیعی انتقال به سرخ اجسام گسسته، برآوردهای سن کهکشانها و از تحول شیمیایی آنها به دست می‌آید. انتقال به سرخهای QSOs کاهش تدریجی تعداد آنها را در فراتر از  $z = 5$  نشان می‌دهد. با توجه به مراحل تکاملی ستارگان درون کهکشانها و فراوانی عناصر سنگین در آنها به نظر می‌رسد که کهکشانها دارای سنهای مختلف باشند. این سرنخها قیده‌های مهمی را بر نظریه‌های تشکیل ساختار تحمیل می‌کند.

از مطالعه هرچه بیشتر کهکشانهای با انتقال به سرخ زیاد، رنگ این کهکشانها سن آنها را تعیین می‌کند. بنابراین می‌توان یافته‌های مربوط به یک کهکشان کاملاً شکل‌گرفته با انتقال به سرخ زیاد را به سناریوی تشکیل ساختار مربوط ساخت. شکل ۵.۷ چنین کهکشانی را نشان می‌دهد.

فرض کنید که در چارچوب مدل اینشتین-دوسیتیه کار می‌کنیم و کهکشانی کاملاً شکل‌گرفته با ستارگانی در انتقال به سرخ  $z = 3$  را می‌بینیم. در این صورت سن عالم در زمان رصد کهکشان عبارت است از

$$\tau = \frac{2}{3} h_0^{-1} (1+z)^{-3/2} \times 10^{10} \text{ سال} \quad (70.7)$$



شکل ۵.۷ در تصویر بالا در طرف راست، منظرهٔ بزرگ‌شدهٔ کهکشانی با انتقال به سرخ  $z = ۳/۳۳۰$  را می‌بینیم که کهکشانی عادی است که در آن ستارگان شکل می‌گیرند. این کهکشان در فاصله  $\sim ۱۰۰ \text{ Mpc}$  در جلوی کوازار Q ۰۰۰۰۰-۲۶۳ قرار دارد. تصویر توسط HST با حمایت انستیتوی علمی تلسکوپ فضایی گرفته شده است که انجمن دانشگاهها برای پژوهش در نجوم آن را اداره می‌کند.

مثلاً، برای  $h_0 \cong ۰/۶$ ، مقدار آن برابر  $۱۰^۹ \times ۱/۴$  سال به دست می‌آید. بنابراین این رصد قیدی را بر نظریهٔ تشکیل ساختار برای تولید این کهکشان در محدودهٔ زمانی بالا اعمال می‌کند. این قید برای کهکشان بیشتر شکل‌گرفته یا ستارگان نسبتاً پیر شدیدتر می‌شود.

## ۵.۷ افت‌وخیزهای چگالی و جرم

قبل از ادامهٔ بحث، بد نیست فرمول تضاد-چگالی (۶۴.۷) را اندکی بسط دهیم. ضریبهای فوریه  $\delta(\mathbf{r}, t)$  می‌توانند در مربوط ساختن اندازهٔ ناهمگنیها به جرم آنها سودمند باشند. در آنچه پس از این خواهد آمد وابستگی به زمان و افت‌وخیزهای چگالی و جرم را نادیده می‌گیریم، زیرا به میانگینهای مربوط به عصر معین  $t$  علاقه‌مندیم.



با بهره‌گیری از (۶۴.۷) می‌بینیم که میانگین فضایی  $\delta^2(\mathbf{r})$  در حجم به اندازه کافی بزرگ  $V$  (به اندازه کافی بزرگ که شامل چند ناحیه به لحاظ آماری همگن باشد تا بتوان  $\delta(\mathbf{r})$  را متغیری کاتوره‌ای در نظر گرفت) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \langle \delta^2(\mathbf{r}) \rangle_V &= \int \frac{\delta^2(\mathbf{r})}{V} d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{V} \int |\delta_{\mathbf{k}}|^2 \frac{d^3\mathbf{k}}{(\sqrt{\pi})^3} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}^2 V} \int k^3 |\delta_k|^2 \frac{dk}{k} \end{aligned} \quad (71.7)$$

که در آن فرض کرده‌ایم وابستگی زاویه‌ای افت و خیزها در وضعیت همگنی و همسانگردی بزرگ - مقیاس قابل ملاحظه نیست. بنابراین پسوند یک مؤلفه نوعی فوریه فقط اندازه  $k = |\mathbf{k}|$  عدد موج است. اگر هر  $\delta_k$  را یک متغیر کاتوره‌ای گاوسی با میانگین صفر و انحراف معیار  $\sigma_k^2$  در نظر بگیریم، در این صورت  $\sigma_k^2$  طیف توان افت و خیزها می‌نامیم. اگر  $V$  به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توانیم مقادیر اندازه‌گیری شده  $|\delta_k|^2$  را پارامترهای طیف توان  $\delta_k^2$  می‌نامیم. اکنون می‌توان این ایده‌ها را به تابع همبستگی دو نقطه‌ای  $\xi(r)$  مرتبط ساخت که قبلاً در بخش ۴.۴.۷ معرفی کردیم. در هر نقطه  $\mathbf{r}$  این تابع با رابطه زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned} \xi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{V} \int |\delta_{\mathbf{k}}|^2 \frac{d^3\mathbf{k}}{(\sqrt{\pi})^3} \\ &= \int \delta(\mathbf{r} + \mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}') \frac{d^3\mathbf{r}'}{V} \end{aligned} \quad (72.7)$$

با استفاده از این صورت‌گرایی می‌توان نشان داد، اگر چگالی هموارشده گروهی از اجسام پرجرم مانند کهکشانها را نشان دهد، احتمال  $P_{12}$  یافتن دو کهکشان در  $\mathbf{r}_1$  و  $\mathbf{r}_2$  به فاصله  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} P_{12} &\propto \int \rho(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r} + \mathbf{r}_2) d^3\mathbf{r} \\ &\propto \bar{\rho}^2 [1 + \xi(\mathbf{r}_{12})] \end{aligned} \quad (73.7)$$

اگر وجود این کهکشانشها رویدادهایی مستقل از یکدیگر بودند، احتمال وقوع آنها در مکانهای معین صرفاً با  $\bar{\rho}^2$  متناسب بود. اگر این احتمال را با  $\bar{P}$  نشان دهیم، احتمال مورد بالا به صورت زیر خواهد بود

$$P_{12} = \bar{P} [1 + \xi(\mathbf{r}_{12})] \quad (74.7)$$

سرانجام ساختار مورد نظر را به صورت «جرم اضافی» در حجم معین، مثلاً کره‌ای به شعاع  $R$  در نظر می‌گیریم. برای بررسی چنین حجم کراننداری به یک «تابع پنجره» نیاز داریم تا سهم هر جرم فراتر از این حجم را حذف کند. گرچه تابع هویساید درست همین کار را انجام می‌دهد، اما کار با آن گاهی دشوار می‌شود و بهتر است آن را با تابعی گاوسی تقریب بزنیم. بنابراین جرم اضافی موجود در کره‌ای به شعاع  $R$  و مرکز  $\mathbf{r}$  را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\delta M_R(\mathbf{r}) = \bar{\rho} \int \delta(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1) W(\mathbf{r}_1) d^3 r_1 \quad (75.7)$$

که تابع پنجره به صورت زیر است

$$W(\mathbf{r}_1) = \text{const.} \times \exp\left(-\frac{r_1^2}{2R^2}\right) \quad (76.7)$$

تبدیل فوریه  $\delta M_R(\mathbf{r})$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\delta M_R(\mathbf{k}) = (2\pi)^{3/2} R^3 \delta_{\mathbf{k}} \exp\left(-\frac{k^2 R^2}{2}\right) \quad (77.7)$$

که نشان می‌دهد سهم مربوط به اعداد موج بیش از  $R^{-1}$  به سرعت فرو می‌افتد، یعنی، افت‌وخیزهای در مقیاس کوچکتر از  $R$  بر اثر میانگین‌گیری ناچیز می‌شود. توصیف جرم اضافی  $\delta M_R/M_R$  را می‌توان مانند افت‌وخیزهای چگالی محاسبه کرد. با استفاده از پنجره گاوسی  $W(\mathbf{r}_1)$ ، می‌توان طبق رابطه زیر یک حجم مؤثر گاوسی  $V_G$  را تعریف کرد

$$M_R \equiv \int \rho(\mathbf{r}_1) W(\mathbf{r}_1) d^3 r_1 = (2\pi)^{3/2} R^3 \bar{\rho} \equiv V_G \bar{\rho} \quad (78.7)$$

بنابراین به دست می‌آوریم

$$\langle (\delta M_R/M_R)^2 \rangle = \int_0^\infty \left(\frac{W_k}{V_G}\right)^2 \frac{k^3 |\delta_k|^2 dk}{2\pi^2 V k} \quad (79.7)$$

اگر  $|\delta k|^2 = Ak^n$ ، یک تابع قانون توان با  $A$  ثابت باشد، می توان انتگرال را به صورت تحلیلی ارزیابی کرد:

$$\langle (\delta M_R / M_R)^2 \rangle \equiv \sigma_M^2(R) = \Gamma \left( \frac{n+3}{2} \right) \frac{A}{2} \left( \frac{k^3 |\delta k|^2}{2\pi^2 V} \right)_{(k=R^{-1})} \quad (۸۰.۷)$$

بنابراین افت وخیز جرم با کمیت  $k^3 |\delta k|^2$ ، در طول موج حدود اندازه  $R$  ناحیه نسبت مستقیم دارد، زیرا رفتار قانون توان این کمیت،  $\sigma_M^2(R)$  رفتاری چون  $R^{-(n+3)}$  دارد. از این نتیجه‌ها بعداً در این فصل استفاده خواهیم کرد.

## ۶.۷ ورودیها از مرحله تورمی

یکی از جنبه‌های جالب توجه مدل‌های تورمی آن است که در آنها امکان تولید هسته افت‌وخیزهایی وجود دارد که می‌توانند رشد کنند و ساختارهای بزرگ - مقیاسی با طیف مقیاس-ناوردا به وجود آورند. برای نشان دادن موضوع ابتدا سناریویی را بررسی می‌کنیم که ساختارهای مشاهده‌شده را از اختلالاتی هسته تولید و تعیین می‌کند که چه اختلالی ضروری است، سپس سرشت اختلالهایی را بررسی می‌کنیم که بر اثر تورم تولید شده‌اند و خواهیم دید که این افت‌وخیزها در مقایسه با موارد لازم چگونه‌اند.

### ۱.۶.۷ ارتباط‌های تصادفی در افت‌وخیزهای اولیه

در بخش قبل دیدیم که در یک مدل فریدمان اولیه چگونه طول موجهای فیزیکی (ناهمگنهای امروزی در بزرگ-مقیاس) از افق ذره بزرگتر بودند و در نتیجه نمی‌توانستند با برهم‌کنشهای تصادفی مرتبط شوند. اگر یک مرحله تورمی وجود داشته باشد، این نتیجه‌گیری تغییر می‌کند. بگذارید با یک مثال روشن‌گر بینیم که چگونه این اتفاق رخ می‌دهد.

طول موج  $\lambda_0$  وابسته به جرم کهکشانی  $M$  را در عصر حاضر در نظر بگیرید. اگر چگالی میانگین از رابطه زیر به دست آید

$$\bar{\rho}_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \Omega_0$$

داریم

$$M = \frac{4\pi}{3} \bar{\rho}_0 \lambda_0^3$$

یعنی،

$$\lambda_0 = \left( \frac{2GM}{H_0^2 \Omega_0} \right)^{1/3} \quad (۸۱.۷)$$

اکنون این مقیاس طول را تا عصر  $t_f$  بلافاصله پس از پایان تورم پی می‌گیریم. چون عامل مقیاس با عکس دمای تابش تغییر می‌کند، عامل مقیاس در  $t_f$  برابر بوده است با

$$\lambda_f \equiv \lambda(t_f) = \lambda_0 \frac{S(t_f)}{S(t_0)} = \left( \frac{2GM}{H_0^2 \Omega_0} \right)^{1/3} \frac{T_0}{T_f} \quad (۸۲.۷)$$

چون در مرحله تورمی  $t_1 \leq t \leq t_f$  عامل مقیاس به صورت نمایی افزایش می‌یابد، مقیاس در  $t_i$  برابر بود با

$$\lambda_i = \lambda_f \exp a(t_i - t_f) = \lambda_f Z^{-1} \quad (۸۳.۷)$$

$Z$  ضریبی است که با آن عالم متورم شده است (نگاه کنید به معادله (۷۴.۶)). حال اندازه عالم در مقایسه با اندازه افق چگونه است؟

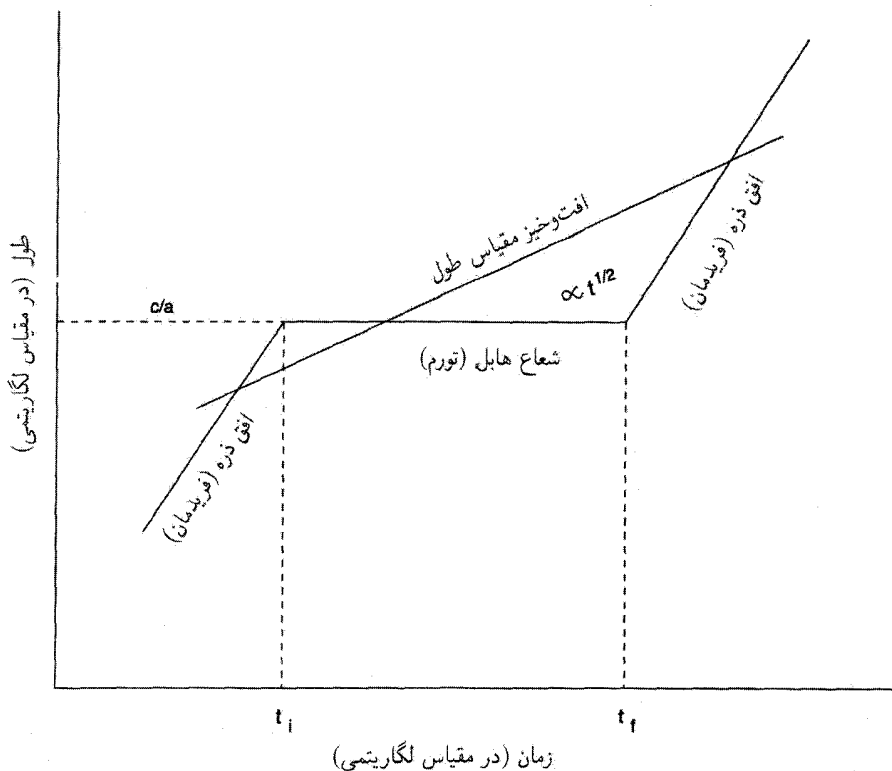
با فرض اینکه عالم در طی  $t_i \leq t \leq t_f$  در مد انبساط بوده است، سرشت افق تغییر می‌کند. فضا زمان دوسپته در گستره زمان کامل  $-\infty < t < \infty$  دارای افق ذره نیست. بلکه اگر ضریب انبساط  $\exp(at)$  باشد، یک افق رویداد به شعاع  $c/a$  خواهد داشت. اما، در اینجا با بازه محدود انبساط دوسپته سروکار داریم، و در نتیجه موضوع تا اندازه‌ای مبهم است. برای ارتباطات تصادفی که در مخروط نور گذشته به وجود آمده‌اند، باید صرفاً از افق ذره صحبت کنیم. در نبود یک افق ذره مشخص، می‌توان  $c/a$ ، یعنی «شعاع هابل» معروف را طول مقیاسی در نظر گرفت که در آن ارتباطات تصادفی می‌توانند تثبیت شوند.

به واسطه بزرگی ضریب  $Z$  انتظار داریم که برای اغلب مقیاسهای مربوط به اخترشناسی

$$\lambda_i < c/a \quad (۸۴.۷)$$

به عبارت دیگر، شعاع هابل از طول مقیاس تجاوز می‌کند. بنابراین، مسئله علیت اولیه کیهان‌شناسی استاندارد از سر راه برداشته می‌شود.

شکل ۶.۷ وضعیت بازنگری شده را نشان می‌دهد. این شکل شعاع هابل در دوره تورمی و به دنبال آن شعاع افق ذره در مرحله انبساط فریدمان با سیطره تابش را نشان می‌دهد. در  $t_1 \leq t \leq t_f$  شعاع هابل در  $c/a$  ثابت است. برای  $t > t_f$  افق ذره در  $t$  رشد می‌کند. در مقایسه



شکل ۶.۷ اندازه مقیاس یک افتوخیز به صورت  $S(t)$  تغییر می‌کند. مقدار آن از شعاع هابل مدل تورمی خارج می‌شود و سپس در مرحله فریدمان دوباره وارد افق ذره می‌شود.

با این مقیاسها، نمونه طول مقیاس برای یک افتوخیز نظیر عدد موج  $k$  همواره متناسب با عامل مقیاس عالم افزایش می‌یابد، یعنی در مدت  $t_i < t < t_f$  به صورت  $\exp(kt/2\pi)$  رشد می‌کند. بنابراین در یک زمان خروجی  $t$  که از رابطه زیر به دست می‌آید. از شعاع هابل تجاوز می‌کند و به طرف خارج می‌رود

$$\frac{2\pi}{k} \exp(kt) = \frac{c}{a} \quad (۸۵.۷)$$

برای ورودی  $t_i < t < t_f$  خروجی  $t$ ، مقیاس مورد نظر از هر دوی  $c/a$  در مرحله تورمی و اندازه افق در مرحله فریدمان پس از آن تجاوز می‌کند. زمان ورودی  $t$  از عصری به دست می‌آید که در آن طول افتوخیز (که در رژیم فریدمان متناسب با  $t^{1/2}$  رشد می‌کند) با افق ذره (که به صورت  $t$  افزایش می‌یابد) برابر شود. پسوند «ورودی» نشان می‌دهد که برای ورودی  $t > t_f$  طول افتوخیز کمتر

از افق ذره خواهد بود. بنابراین، تورم این امکان را هم می‌سازد که با شروع از هستهٔ افت‌وخیزها در دوره‌های بسیار اولیه به مقیاسهای مشاهده‌شدهٔ فعلی برسیم. در بازهٔ ورودی  $t < t < t_{\text{خروجی}}$  است که ارتباطات تصادفی از بین می‌روند و همبستگیهایی که قبل از خروجی  $t$  به وجود آمده‌اند دست‌نخورده باقی می‌مانند. همین‌طور توجه کنید که هر دوی خروجی  $t$  و ورودی  $t$  به  $k$  بستگی دارند و این وضع نقشی کلیدی در تعیین طیف افت‌وخیزها دارد.

### ۲.۶.۷ طیف مقیاس-ناوردا

با توجه به بحث بالا، باید دامنهٔ یک اختلال چگالی نوعی را در زمان  $(k)$  ورودی  $t$  که وارد افق می‌شود بدانیم. از تجربهٔ فوریهٔ چگالی اختلال فرمول (۶۴.۷) استفاده می‌کنیم. برای  $(k)$  ورودی  $t > t$  می‌توانیم رشد آن را، ابتدا با روشهای خطی کردن تا اینکه اندازهٔ  $|\delta_k(t)|^2$  آن با واحد قابل مقایسه شود و سپس با سایر روشها، مطالعه کنیم. (این واقعیت که  $\Delta T/T$  در تابش زمینهٔ ریزموج  $10^{-5} <$  است، ایجاب می‌کند که  $|\delta_k(t)|^2$  در مرحلهٔ با سیطرهٔ تابش انبساط  $1 \ll$  باشد، و در نتیجه خطی کردن موجه است.) بنابراین، باید تابع زیر را بدانیم

$$F(k) \equiv |\delta_k(t)|_{t=t_{\text{ورودی}}(k)}^2 \quad (۸۶.۷)$$

هاریسون<sup>۱</sup> در ۱۹۷۰ و زلدویچ در ۱۹۷۲ مستقلاً، با توجه به ملاحظات نظری در زمان ورود به افق، استدلال کرده بودند که اختلالها باید به صورت  $F(k) \propto k^{-3}$  باشند. این استدلال را به بحث فعلی مربوط خواهیم ساخت. ابتدا رابطهٔ بین افت‌وخیزهای چگالی و جرم را در ناحیه‌ای به اندازهٔ  $R$ ، در نظر می‌گیریم که در بخش قبل به دست آوردیم.

در آنجا دیدیم که افت‌وخیزهای ریشهٔ میانگین مربعی (RMS) جرم  $M$  به‌عنوان کسری از جرم متوسط موجود در ناحیه‌ای به اندازهٔ  $R$  در  $k = R^{-1}$  با  $k^3 |\delta_k|^2$  متناسب است. بنابراین، برای  $F(k) \propto k^{-3}$  بالا، مقدار (RMS)  $\langle (\delta M/M)^2 \rangle$  مستقل از مقیاس  $R$  در  $(k)$  ورودی  $t = t$  است، از این رو به تمام مقیاسها در زمان ورود به افق توان یکسان می‌دهد. همان‌گونه که در بخش ۴.۴.۷ دیدیم، یک طیف مقیاس-ناوردا با توزیع گسستهٔ ساختارها در بزرگ - مقیاس مشخص می‌شود.

به نظر می‌رسد مدل تورمی که در بخش ۶ بررسی شد قابلیت تولید این نوع طیف را از طریق افت‌وخیزهای میدان نرده‌ای  $\phi(\mathbf{r}, t)$  داراست. افت‌وخیزها را به صورت  $f(\mathbf{r}, t)$  از مقدار میانگین هموارشدهٔ  $\phi_0(t)$  می‌نویسیم. از این رو

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \phi_0(t) + f(\mathbf{r}, t) \quad (۸۷.۷)$$

این افت و خیزها به افت و خیزهایی در چگالی انرژی می‌انجامد. چون چگالی انرژی یک میدان نرده‌ای  $\frac{1}{V} \dot{\phi}^2 \cong \rho c^2$  است، به دست می‌آوریم

$$\delta \rho(\mathbf{r}, t) \cong \dot{\phi}_0(t) f(\mathbf{r}, t) / c^2 \quad (۸۸.۷)$$

برای  $|\phi_0| \ll |f|$  با نوشتن

$$f(\mathbf{r}, t) = \int Q_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \quad (۸۹.۷)$$

داریم

$$\delta \rho(\mathbf{k}, t) c^2 \cong \dot{\phi}_0(t) \dot{Q}_{\mathbf{k}}(t) \quad (۹۰.۷)$$

در چگالی انرژی میانگین در مدت تورم جملهٔ ثابت  $V_0$  (مثلاً پتانسیل کلمن-واینبرگ<sup>۱</sup> غالب و تضاد چگالی به صورت زیر است

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{\delta \rho c^2}{V_0} = \frac{\dot{\phi}_0 \dot{Q}_{\mathbf{k}}(t)}{V_0} \quad (۹۱.۷)$$

برای  $\phi_0$  متوسط رشد  $\phi$  را در مرحلهٔ پیشرفت کند به کار می‌بریم: اما  $f$  چیست؟ اکنون در واقع افت و خیزهای  $\phi$  در اینجا دارای منشأ کوانتومی هستند، و در تقریب کلاسیک، از  $f(\mathbf{r}, t)$  برای تقلید کلاسیک آنها استفاده می‌کنیم. در نظریهٔ میدان کوانتومی، میدان باید یک عملگر  $\hat{\phi}(\mathbf{r}, t)$  باشد که ضرایب فوریهٔ آنها یعنی  $\hat{q}_{\mathbf{k}}(t)$  نیز عملگرهایی هستند. در یک حالت کوانتومی که با تابع موج  $\psi_{\mathbf{k}}$  مشخص می‌شود، افت و خیزهای  $\hat{q}_{\mathbf{k}}$  از رابطهٔ پاشندگی به دست می‌آید

$$\sigma_{\mathbf{k}}^{\dot{}}(t) = \langle \psi_{\mathbf{k}} | \dot{q}_{\mathbf{k}}^{\dot{}}(t) | \psi_{\mathbf{k}} \rangle \quad (۹۲.۷)$$

مقدار میانگین (در  $\mathbf{k} \neq 0$  صفر است. زیرا  $\phi_0$ ، مقدار میانگین  $\phi$ ، همگن است. چون به نظر می‌رسد که معیار خوبی از افت و خیزهای کوانتومی باشد، می‌توانیم  $Q_{\mathbf{k}}(t)$  را به  $\sigma_{\mathbf{k}}(t)$  مربوط کنیم و بنویسیم

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{\dot{\phi}_0(t)}{V_0} \dot{\sigma}_{\mathbf{k}}(t) \quad (۹۳.۷)$$

بنابراین، از تقریبی نیمه‌کلاسیک برای برآورد افت و خیزهای چگالی انرژی میدان  $\phi$  استفاده کرده‌ایم که به عنوان هستهٔ افت و خیزهای چگالی در طول مرحلهٔ تورمی  $t_i < t < t_f$  عمل می‌کند.

برای مقایسه با رصدها باید مقدار  $\delta_k(t)$  در ورودی  $t = t$  را بدانیم. چند نفر از کسانی که دربارهٔ نظریهٔ تورم کار می‌کنند راهی برای ارتباط (ورودی  $t$ ) با  $\delta_k(t)$  (خروجی  $t$ ) از طریق یک قانون پایستگی تقریبی یافته‌اند

$$\frac{\delta_k(t_{\text{ورودی}})}{1 + W(t_{\text{ورودی}})} = \frac{\delta_k(t_{\text{خروجی}})}{1 + W(t_{\text{خروجی}})} \quad (۹۴.۷)$$

که  $W(t)$  نسبت فشار  $p(t)$  به چگالی  $\rho(t)$  میدان زمینهٔ میانگین است. در طول مرحلهٔ تورمی، با  $\phi_0^2 \ll V_0$ ،

$$p(t) = \frac{1}{4} \dot{\phi}_0^2 - V_0, \quad \rho(t) = \frac{1}{4} \dot{\phi}_0^2 + V_0, \quad 1 + W(t) \simeq \frac{\dot{\phi}_0^2}{V_0} \quad (۹۵.۷)$$

در مرحلهٔ سیطرهٔ تابش  $1 + W = \frac{4}{3}$ . بنابراین،

$$\delta_k(t_{\text{ورودی}}) = \frac{4}{3} \frac{V_0}{\dot{\phi}_0^2} \delta_k(t_{\text{خروجی}}) \quad (۹۶.۷)$$

$$= \frac{4}{3} \left. \frac{\dot{\sigma}_k}{\dot{\phi}_0} \right|_{t=t_{\text{خروجی}}} \quad (۹۷.۷)$$

برای پتانسیل کلن-واینبرگ،  $\sigma_k(t)$  و  $\phi_0(t)$  از محاسبه‌های مفصل به دست می‌آید. نتیجهٔ نهایی عبارت است از

$$\delta_k(t_{\text{ورودی}}) \approx 10^2 k^{-3/2} \quad (۹۸.۷)$$

به عبارت دیگر، شرط

$$k^3 |\delta_k(t_{\text{ورودی}})|^2 = \text{const.} \quad (۹۹.۷)$$

مورد نیاز یک طیف مقیاس-ناوردا برقرار است. در حالی که این بدون شک موفقیتی برای مدل تورمی است، اما نتیجه به سختی رضایت‌بخش است. زیرا، پس از قرار دادن اعداد درمی‌یابیم که دامنهٔ افت‌وخیزها بسیار بزرگ است! به جای به دست آوردن مقادیر از مرتبهٔ  $10^{-4}$ ، معادلهٔ (۹۸.۷) به دامنهٔ  $10^2 \sim$  می‌انجامد. بنابراین، تنظیم دقیق غیرواقعی پارامترهای نظریه برای کم کردن دامنه تا سطح مطلوب ضروری است.



## ۷.۷ نقش ماده تاریک

وجود ماده تاریک در تشکیل ساختارها نیز نقشی با اهمیت دارد. دیدیم که چگونه هموار بودن زمینه ریزموج پهنه  $\delta\rho/\rho$  در عصر بازترکیب را محدود می‌سازد. استدلال به‌کار رفته در مساوی قرار دادن  $\delta\rho/\rho$  برای ماده و تابش به باریونی بودن ماده بستگی داشت. ماده باریونی با تابش برهم‌کنش نمی‌کند، در نتیجه نمی‌توانیم افت‌وخیزهای  $\delta\rho/\rho$  این ماده را همراه با افت‌وخیزهای بسیار کوچک‌تر تابش زمینه داشته باشیم.

به هر حال، این استدلال در حالتی که توده ماده غیرباریونی است و در نتیجه (احتمالاً) با تابش برهم‌کنش ندارد بی‌اعتبار می‌شود. این موضوع  $\delta\rho/\rho$  بزرگ را برای افت‌وخیزهای باریونی مجاز می‌دارد. پس می‌توانیم افت‌وخیزهای باریونی (که در آن عصر کوچک بودند) را طوری تنظیم کنیم که با افت‌وخیزهای بزرگتر ماده غیرباریونی در دوره‌های بعدی همگام شود. زیرا این دو نوع ماده به‌صورت گرانشی برهم‌کنش می‌کنند. چون ماده غیرباریونی با تابش برهم‌کنش ندارد پس برای تمام مقاصد نجومی «تاریک» است.

### ۱.۷.۷ انواع ماده تاریک غیر باریونی

ماده غیرباریونی می‌تواند به‌طور کلی از دو نوع «داغ» و «سرد» باشد. این صفتها نشان می‌دهند که ذرات ماده تاریک پس از واجفتیدگی از بقیه ماده (باریونی) با چه سرعتی در عالم حرکت می‌کنند. در فصل ۵ دیدیم که در دمای  $10^{10} \text{ K} \sim$  نوترینوها از بقیه مواد واجفتیدند. در دمایی از این مرتبه حرکت الکترون (با جرم سکون  $5\text{MeV}/c^2$ ) نسبتی است. پس، حتی اگر نوترینو دارای جرم سکون حدود  $20$  تا  $40\text{eV}/c^2$  باشد، حرکت آن در زمان واجفتیدگی نسبی است. بنابراین، نوترینوها مثالی از «ماده تاریک داغ»<sup>۱</sup> (HDM) هستند. در هنگام واجفتیدگی آنها با سرعت‌های نسبی حرکت می‌کرده‌اند. برعکس، ذراتی که سرعت آنها در هنگام واجفتیدن  $c \ll$  بوده است ذرات «ماده تاریک سرد»<sup>۲</sup> (CDM) نامیده می‌شوند.

جدول ۱.۷ فهرستی از نامزدهای ماده تاریک سرد، باریونی و غیرباریونی، را نشان می‌دهد. در گروه اخیر تنها گونه شناخته‌شده نوترینوهای HDM هستند. تمام ذرات دیگر در نظریه‌های وحدت بزرگ یا ابرتقارن (SUSY) در نظر گرفته شده‌اند. هیچ‌کدام از آنها در آزمایش‌های با شتابگر آشکارسازی نشده‌اند. بنابراین بحث را با نوترینوهای جرم‌دار آغاز می‌کنیم. از تمام ذراتی که در فهرست آمده‌اند، تنها ذره‌ای که تاکنون ملموس بوده نوترینوست. اگرچه هنوز معلوم نیست که نوترینو جرم سکون دارد یا خیر، بد نیست چند پیامد این موضوع را بررسی کنیم.

جدول ۱.۷ بعضی نامزدهای مادهٔ تاریک

نوع	پیش‌بینی شده توسط	جرم تقریبی	نامزد/ذره
CDM	شکست تقارن QCD	$10^{-5} eV$	اکسیون، مایورون، بوزون گلدستون
HDM	GUTs	$10-10^6 eV$	نوترینوی معمولی
HDM	SUSY/SUGR <sup>الف</sup>	$10-10^6 eV$	هیگزینوی سبک، فوتینو، گراوتینو، اکسیون، اسنوترینو،
HDM یا WDM	QED اصلاح شده	$20-40^6 eV$	پارافوتون
WDM	اَبَرضعیف	$500 eV$	نوترینوی راستگرد
WDM	SUSY/SUGR	$500 eV$	گراوتینو و غیره
CDM یا WDM	SUSY/SUGR	keV	فوتینو، گراوتینو، اکسیون، ذرهٔ آینه‌ای، نوترینوی سیمپسون
CDM	SUSY/SUGR	MeV	فوتینو، اسنوترینو، هیگزینو، گلوٹینو، نوترینوی سنگین
HDM یا CDM	SUSY/SUGR	MeV	
CDM	مدلهای مرکب	$20-20^6 TeV$	پرتون
CDM	GUTs	$10^{16} GeV$	نک‌قطبها
CDM	نظریه‌های با ابعاد بالاتر	$10^{19} GeV$	پیروگن، ماکزیسون، پری‌پل، نیوتریتیز، شوارتس‌شیلد
CDM	SUSY/SUGR	$10^{19} GeV$	رسمانه‌های ابرمتقارن
CDM	QCD, GUTs	$10^{15} g$	تکه‌های کوآرک، نوکلئیتی‌ها

الف. SUGR  $\equiv$  Supergravity

## ۲.۷.۷ نوترینوهای جرم‌دار

آزمایشهای اف. رینس<sup>۱</sup> و اچ. دلبو. سوبل<sup>۲</sup> و ای. پازیرب<sup>۳</sup> نیز وی. ای. لیوبیموف و همکاران<sup>۴</sup> در سال ۱۹۸۰ نشان داد که نوترینوها می‌توانند در واقع دارای جرم سکون مختصری باشند. آزمایشهای بعدی گروههای مختلف در این مورد تا اندازه‌ای مبهم بوده است. در اوایل دههٔ ۱۹۹۰، دنیس شاما<sup>۵</sup> نشان داد که وجود نوترینوی با جرم سکون  $17 \text{ ke V}$  دارای چند پیامد احتمالی در نجوم فراکهکشانی است. در سال ۱۹۹۸، سازمان همکاری سوپرکامیوکانده<sup>۶</sup> متشکل از دانشمندان ۲۳

1. F. Reines 2. H. W. Sobel 3. E. Pasierb 4. V. A. Lyubimov *et al.* 5. Dennis Sciama 6. Super-Kamiokande Collaboration

مؤسسه در ژاپن و ایالات متحده دلیل غیرمستقیمی را برای جرم مختصر نوترینوی موثونی اعلام کردند.

این دلیل بر مبنای مطالعات روی نوترینوهایی بود که در هنگام بمباران جو بالایی زمین با پرتوهای کیهانی تولید می‌شوند و رگبارهایی از ذرات ثانویه را به وجود می‌آورند که بر زمین فرو می‌بارد. گروه سوپر کامیوکانده از مخزن بزرگ  $50000$  تنی از آب بسیار خالص استفاده کردند، که در عمق  $1000$  m زیر زمین در معدن موزومی شرکت معدن و ذوب فلزات کامیوکا قرار داشت. بر اثر برهم‌کنشهای نوترینو در این مخزن با توجه به نوع نوترینوی دخیل (نوترینوی الکترونی یا نوترینوی موثونی) درخشهای ضعیف نورگسیل می‌شود و شمارش تعداد نسبی آنها برحسب فاصله از نقطهٔ تولید، دانشمندان به این نتیجه رسیدند نوترینوهای موثونی، مثلاً، بین نوترینوی موثونی و نوترینوی- $T$ ، یا نوع دیگری از نوترینو که هنوز ناشناخته است «نوسان می‌کنند». آزمایش جرمهایی را که به این اثر می‌انجامد تعیین نمی‌کند، بلکه آهنگ ناپدید شدن آنها نشان می‌دهد که اختلاف جرم بین انواع نوسان‌کننده بسیار کوچک است. در هنگام نوشتن این مطلب مقدار پذیرفته‌شدهٔ عامی برای جرم نوترینو وجود ندارد، بنابراین این موضوع هنوز حل نشده است.

با این همه، کیهان‌شناسان به امکان این نوسان علاقه‌مندند زیرا امکانات اختریفیزیکی جالب توجهی، از جمله تشکیل ساختار بزرگ-مقیاس را در اختیار می‌گذارد. در سال ۱۹۷۲، ار. کاسویک<sup>۱</sup> و جی. مک‌کیلاند<sup>۲</sup> حدس زده بودند که «جرم گمشده» عالم (یعنی، ماده تاریک) را می‌توان به حساب نوترینوهای باقیمانده گذاشت. اکنون دربارهٔ این امکان چه می‌توان گفت؟ در اینجا پیامدهای کیهان‌شناختی داشتن جرم سکون محدود (یعنی، ناصفر) نوترینوها را شرح می‌دهیم.

بگذارید محاسبه‌ها را انجام دهیم، و حتی برای نوترینوهای جرم دار  $1 \text{ eV} = m_\nu$  را در نظر بگیریم. اگر جرم سکون نوترینو بزرگتر از  $2 \times 10^{-4} \text{ eV}$  باشد، امروز دارای سرعت‌های کاتوره‌ای اندکی خواهند بود. برای راحتی، جرم سکون نوترینو را برحسب الکترون ولت بیان می‌کنیم و می‌نویسیم

$$m_\nu = M_\nu \text{eV}$$

از جدول ۱.۵ می‌دانیم که چگالی عددی نوترینوها سه-هشتم چگالی عددی فوتونهای همان دماست. همین‌طور می‌دانیم که چگالی عددی فوتونها به صورت مکعب دمای فوتون تغییر می‌کند. چون در مرحلهٔ پس از نابودی  $e^- - e^+$  داریم

$$\left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^3 = \frac{4}{11}$$

چگالی عددی فعلی نوترینوها عبارت است از

$$\left(\frac{N_\nu}{N_\gamma}\right)_0 = \frac{3}{22} \quad (100.7)$$

با در نظر گرفتن همه چیز، چگالی جرمی نوترینوها در حال حاضر را می توان به صورت زیر بیان کرد

$$\rho_\nu = \Sigma \Omega_\nu \rho_c \quad (101.7)$$

که  $\Sigma$  جمع روی گونه های مختلف نوترینوست و

$$\Omega_\nu \simeq \frac{M_\nu}{150} \left(\frac{T_0}{3}\right)^3 h_0^{-2} \quad (102.7)$$

پادنوترینوها همین سهم را در چگالی خواهند داشت. اگر همه گونه های مختلف نوترینو (و پادنوترینوی آنها) را در نظر بگیریم متوجه می شویم که سهم آنها در چگالی در صورتی با سهم ماده باریونی قابل مقایسه می شود که

$$\sum_{\text{تمام گونه ها}} m_\nu \geq 1/5 \text{ eV} \quad (103.7)$$

اگر نوترینوها همراه با نوکلئونها برمی بند و خوشه ها را تشکیل دهند، حد پایینی برای نسبت ماده غیردرخشان به درخشان (نوکلئونی) به دست می آوریم. این حد پایینی عبارت است از

$$\frac{\Sigma \Omega_\nu}{\Omega_B} \geq \frac{2}{3} \sum M_\nu \quad (104.7)$$

از گسیل پرتوهای X از خوشه ها تخمین زده شده است که جرم گاز داغ با فرمول زیر به جرم کل خوشه مربوط می شود

$$M_{\text{HG}} \approx 0.1 (2h_0)^{-3/2} M_{\text{کل}} \quad (105.7)$$

می توان  $M_{\text{کل}}/M_{\text{HG}}$  را حد بالای (104.7) در نظر گرفت. که نتیجه می شود

$$\sum M_\nu \leq 40 h_0^{3/2} \quad (106.7)$$

بنابراین، برای  $h_0$  در گستره  $\frac{1}{3}$  تا 1، حد بالای  $\Sigma m_\nu$  در گستره 15 ~ تا 40 eV قرار دارد.

در سال ۱۹۷۹ اس. تریمن<sup>۱</sup> و جی. گان<sup>۲</sup> دستاویز دیگری را در مورد جرم نوترینو خاطرنشان ساختند. نوترینوی جرم‌دار در زمان واجفتیدگی دارای تابع توزیع زیر در فضای تکانه است.

$$dn_{\nu} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \left[ \exp\left(\frac{p_{\nu}c}{kT_{\nu}}\right) + 1 \right]^{-1} d^3p_{\nu} \quad (107.7)$$

در زمان واجفتیدگی، با خنک شدن  $p_{\nu} \propto T_{\nu}$  و نوترینوها سرانجام نانسبیتی خواهند شد. نوترینوهای که به آرامی حرکت می‌کنند در معرض گیرافتادن در چاههای پتانسیل گرانشی سیستمهای سنگینی هستند که سرانجام کهکشان یا خوشه‌های کهکشانی را تشکیل می‌دهند. به دام افتادن و رمبش نوترینوها تابع توزیع آنها را از (۱۰۷.۷) به توزیع ماکسولوی یک گاز تک‌دما تغییر می‌دهد. این توزیع نهایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$dn_{\nu} = \frac{\rho_{\nu}}{m_{\nu}^3} \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) \quad (108.7)$$

برای اینکه (۱۰۸.۷) نشانگر گازی باشد که در میدان گرانشی جرم  $M$  در فاصله  $R$  به دام افتاده است، باید

$$\langle v^2 \rangle \equiv 3\sigma^2 \simeq \frac{GM}{R}$$

یعنی،

$$\langle \rho \rangle \equiv \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{9\sigma^2}{4\pi GR^2} \quad (109.7)$$

با بیان  $M$  برحسب  $M_{\odot}$ ،  $R$  برحسب مگاپارسک، و  $\sigma$  برحسب  $100 \text{ km s}^{-1}$ ، به دست می‌آوریم

$$\frac{M}{M_{\odot}} \simeq 7 \times 10^{12} \sigma_{100} R_{\text{Mpc}}, \quad \langle \rho \rangle \simeq 10^{-28} \left(\frac{\sigma_{100}}{R_{\text{Mpc}}}\right)^2 \text{ g cm}^{-3} \quad (110.7)$$

یکی از جنبه‌های رمبش همراه با تغییرات سریع انرژی عبارت است از کاهش چگالی بیشینه فضای فاز. (این عمل بر اثر حرکت ذرات گاز صورت می‌گیرد و مخلوط شدن حالتها به وقوع می‌پیوندد که در آن بیشینهٔ تابع توزیع اولیه با بخشهای کم چگالی‌تر تابع توزیع مخلوط می‌شوند). بنابراین، با مقایسهٔ بیشینه‌های (۱۰۷.۷) و (۱۰۸.۷)، به دست می‌آوریم

$$\frac{g_{\nu}}{(2\pi\hbar)^3} > \frac{\rho_{\nu}}{m_{\nu}^3 (2\pi\sigma^2)^{3/2}}$$

یعنی،

$$m_{\nu} > \left( \frac{\rho_{\nu} (\pi)^{3/2} \hbar^3}{g_{\nu} \sigma^3} \right)^{1/4} \quad (111.7)$$

با بیان این نامساوی برحسب (۱۱۰.۷)، به‌ازای  $g_{\nu} = 1$  به‌دست می‌آوریم

$$M_{\nu} \geq 4.5 \sigma_{100}^{-1/4} R_{\text{Mpc}}^{-1/2} \quad (112.7)$$

نوترینوهای باقیمانده که به اندازه کافی سنگین هستند می‌توانند برمبند و جرم را در مقیاسهای مختلف که از (۱۱۲.۷) به‌دست می‌آید غالب سازند. ترمین و گان یک جنبه عجیب این موضوع را خاطر نشان ساختند.<sup>۱</sup> هرچه مقدار  $M_{\nu}$  بزرگتر باشد، جرم غیرقابل مشاهده در مقایسه با جرم درخشان بیشتر خواهد شد. حال می‌دانیم که این نسبت در خوشه‌های کهکشانی از همه زیادتر و در کهکشانهای تک از همه کمتر است. از این رو، به‌نظر می‌رسد که نوترینوهای باقیمانده مسئله جرم گمشده را حل نمی‌کنند. برای حل این تضاد، شرام<sup>۲</sup> و استیگمن<sup>۳</sup> پیشنهاد کرده‌اند که  $m_{\nu}$  ممکن است در گستره ۴ تا ۲۰ eV باشد. پس این نوترینوها به‌اندازه کافی سنگین نیستند تا در کپه شدن گرانشی در مقیاس یک کهکشان نقش غالب را داشته باشند، اما در مقیاس خوشه‌ها می‌توانند مؤثر باشند.

نوترینوهای بسیار سنگین برای کیهان‌شناسی مه‌بانگ نامطلوب‌اند. اگر جرم همه نوترینوها به‌طور میانگین ۲۵ eV  $\sim$  باشد،  $\Sigma \Omega_{\nu}$  نزدیک به ۱ خواهد شد. جرم بزرگتر از این مقدار یا افزایش گونه‌های نوترینوی باقیمانده  $\Sigma \Omega_{\nu}$  و  $\Omega$  را به‌مقدار فراتر از مقدار بستر  $\Omega = 1$  افزایش می‌دهد. همان‌طور که در فصل ۴ دیدیم، عالمهای بسته‌سنتهای کمتری دارند و سن کلی  $6 \times 10^9 \leq$  سال ممکن است به‌صورت نامطلوبی کوچک باشد. بنابراین، پیشنهاد شده است که در چنین شرایطی از کیهان‌شناسیهای  $\lambda$  استفاده شود.

این محاسبات نشان می‌دهند که چگونه اخت‌فیزیک می‌تواند قیدهای با ارزشی بر ویژگیهای ذرات بنیادی اعمال کند.

### ۳.۷.۷ ماده تاریک و اندازه ساختار

یک رابطه جالب بین جرم ذرات HDM غیرباریونی و جرم ساختار بزرگ - مقیاس وابسته به آن ظاهر می‌شود. ایده‌ها به‌قرار زیرند. فرض کنید  $m_X$  جرم یک ذره  $X$  است که بدون برخورد (یعنی، ۱. کاسیک و مک‌کلیلاند در سال ۱۹۷۳ از استدلالهای مشابهی برای تعیین حدود پایین جرمهای نوترینو استفاده کردند.

بدون برهم‌کنش) با سرعت نسبی حرکت می‌کند. جمعیتی از این ذرات تمایل به از بین بردن هر نوع ناهمگنی دارد. سپس حد مزبور برای اندازهٔ ناهمگنی بر اندازهٔ افق ذره اعمال می‌شود. این اثر را می‌توان به صورت زیر برآورد کرد.

ذره نسبیتی است تا اینکه دمای محیط به مقدار زیر فرو افتد

$$T_X = \frac{m_X c^2}{k} \quad (113.7)$$

با توجه به رابطهٔ زمان-دما در عالم اولیهٔ (۵.۶)، زمان این دوره عبارت است از

$$t_X = \left( \frac{3c^2}{16\pi G a} \right)^{1/2} g^{-1/2} T_X^{-2} \quad (114.7)$$

در این عصر اندازهٔ افق برابر است با

$$R_X = 2ct_X \quad (115.7)$$

چگالی انرژی ذرات در تعادل گرمایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\varepsilon = \frac{\pi^2 (kT_X)^4 g}{15 \hbar^3 c^3} \quad (116.7)$$

بنابراین، کل جرم موجود در کرهٔ افق از ترکیب (۱۱۳.۷) تا (۱۱۶.۷) به دست می‌آید. پس از اندکی دستکاری اندازه آن به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{4\pi}{3} R_X^3 (\varepsilon/c^2) \\ &= \frac{\sqrt{3}\pi^{3/2} g^{-1/2}}{60 G^{3/2} a^{3/2}} \cdot \frac{k^6}{\hbar^3 c^3 a^{3/2}} m_X^{-2}. \end{aligned} \quad (117.7)$$

با نوشتن ثابت تابش و جرم پلانک به صورت زیر

$$a = \frac{\pi^2}{15} \cdot \frac{k^4}{\hbar^3 c^3}, \quad m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \quad (118.7)$$

رابطهٔ بالا به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{M} = \frac{3\sqrt{5}}{4\pi\sqrt{\pi}g^{1/2}} \frac{m_P^3}{m_X^2} = \alpha \frac{m_P^3}{m_X^2} \quad (119.7)$$

ثابت  $\alpha$  از مرتبهٔ واحد است. ( $g$  را می‌توان بین  $10^0$  و  $10^2$  گرفت).

با در نظر گرفتن جرم نوترینو برحسب الکترون ولت و  $M$  برحسب جرم خورشید  $M_\odot$  رابطه بالا به صورت زیر در می‌آید

$$M \approx 1.75\alpha \times 10^{15} \left( \frac{30 \text{ eV}}{m} \right)^2 M_\odot \quad (120.7)$$

از این رو، با نوترینوهای الکترونی جرم‌دار به صورت HDM، مقیاس مشخصهٔ ناهمگنی‌های اَبَرخوشه‌گونه را به دست می‌آوریم. بنابراین، اگر این نوع HDM را در نظر بگیریم دارای سناریوی سر-پایین خواهیم شد.

از طرف دیگر، برای CDM ذرات پس از واجفتیدگی حرکت چندانی نخواهند داشت، و جرم آنها بسیار زیاد است. در نتیجه ساختارهای حاصل بسیار کوچکتر از HDM است و با سناریوی تهِ-بالا روبه‌رو خواهیم بود. تمرین ۲۹ در پایان فصل نشان می‌دهد چگونه می‌توان ساختار غالب تحت سیطرهٔ CDM را برآورد کرد.

## ۸.۷ رژیم غیرخطی

رشته رویدادهای منتهی به تشکیل کهکشان را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- مرحله ۱ افت و خیزهای کوانتومی در دورهٔ آغازین، مثلاً در فاز تورمی، به وجود آمدند.
  - مرحله ۲ افت و خیزها وارد افق عالم با سیطرهٔ تابش شدند و به صورت خطی تا دورهٔ بازترکیب رشد کردند.
  - مرحله ۳ در دورهٔ پس-بازترکیب حضور و سرشت مادهٔ تاریک تأثیر شدیدی بر رشد داشت.
  - مرحله ۴ افت و خیزها به اندازهٔ کافی بزرگ شدند، به طوری که فرایندهای غیرخطی اهمیت پیدا کردند. نتیجهٔ نهایی این مرحله ساختار بزرگ - مقیاسی است که باید بتوانیم با تلسکوپ مشاوره کنیم.
- مراحل ۱-۳ را بررسی کردیم و اکنون به مرحلهٔ نهایی می‌پردازیم.

## ۱.۸.۷ تقریب زلدویچ

در سال ۱۹۷۰ زلدویچ تصویر ساده‌ای از چگونگی رشد مدهای افت و خیز چگالی به رژیم غیرخطی ارائه کرد. این رهیافت را به طور مختصر بررسی می‌کنیم.



فرض کنید مادهٔ کیهانی از اجزای شاره‌ای تشکیل شده است که مسیر آنها از رابطهٔ زیر به دست

می‌آید

$$\mathbf{r} = S(t)[\mathbf{q} - b(t)\nabla_{\mathbf{q}}\psi(\mathbf{q})] \quad (121.7)$$

که در آن  $S(t)$  عامل انبساط،  $\mathbf{q}$  مختصهٔ همراه جزء شاره،  $b(t)$  افت و خیزهای رشد را توصیف می‌کند و  $\psi$  پتانسیل اختلالی است.

اگر  $\rho_0$  چگالی در مختصات همراه و  $\rho(\mathbf{r}, t)$  ویژه چگالی باشد، از یک رابطهٔ سادهٔ پایداری جرم به دست می‌آوریم

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{S^3} \det \left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}} \right\|^{-1} \quad (122.7)$$

درمیان تبدیل ژاکوبی و ماتریس آن دارای ویژه مقدا‌رهای  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  است که تابعهای

کاتوره‌ای پیوسته از مختصات  $\mathbf{q}$  هستند. از این رو، چگالی به صورت زیر درمی‌آید

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{S^3} (1 - b\lambda_1)^{-1} (1 - b\lambda_2)^{-1} (1 - b\lambda_3)^{-1} \quad (123.7)$$

بدون از دست رفتن کلیت فرض می‌کنیم  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ . پس با رشد  $b(t)$  و  $1 \rightarrow b\lambda_1$  چگالی بینهایت می‌شود. جزء حجم اولیه که شکل مکعبی داشت اکنون به صورت یک رویهٔ تخت دوبعدی درمی‌آید که زلدویچ آن را «پنکیک» نامید.

تاکنون گرانی در نظر گرفته نشده است. برای خودسازگار شدن تصویر باید معادلهٔ پواسون صادق

باشد:

$$\nabla \cdot \ddot{\mathbf{r}} = -4\pi G\rho \quad (124.7)$$

برای حل معادله سه‌ناوردای ماتریس تبدیل را می‌نویسیم

$$I_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \quad I_2 = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1, \quad I_3 = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \quad (125.7)$$

بنابراین معادلهٔ پواسون به صورت زیر درمی‌آید

$$\left( 3\frac{\ddot{S}}{S} + 4\pi G\frac{\rho_0}{S^3} \right) - (I_1 - 2bI_2 + 3b^2I_3) \left( \ddot{b} + 2\frac{\ddot{S}}{S}\ddot{b} + 3\frac{\ddot{S}}{S}\dot{b} \right) \quad (126.7)$$

$$+ 3\frac{\ddot{S}}{S}(2b^3I_3 - b^2I_2) = 0$$

اولین جمله با توجه به قانون نمایی کیهان‌شناختی صفر می‌شود. دومین جمله در صورتی صفر است که

$$\ddot{b} + 2\frac{\dot{S}}{S}\dot{b} + 3\frac{\dot{S}}{S}b = 0 \quad (۱۲۷.۷)$$

این معادله رشد افت‌وخیزهای خطی است. جمله آخر را می‌توان به خطای کسری چگالی که از رابطه زیر به دست می‌آید ربط داد

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{2b^3 I_3 - b^2 I_2}{1 - bI_1 + b^2 I_2 - b^3 I_3} \quad (۱۲۸.۷)$$

برای یک رمبش هامن  $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$  و در نتیجه  $\Delta\rho = 0$ . یعنی تقریب زلدویج دقیق است. اگر  $\lambda_1 > 0$  باشد، رمبش هنگامی رخ می‌دهد که  $b = \lambda_1^{-1}$ . برای  $b\lambda_1 \ll 1$  در رژیم خطی هستیم و (۱۲۳.۷) تقریباً به صورت زیر در می‌آید

$$\rho(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\rho_0}{S^3} [1 + b(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)]$$

یعنی، چگالی باقیمانده خطی شده عبارت است از

$$\delta(\mathbf{r}, t) \simeq bI \quad (۱۲۹.۷)$$

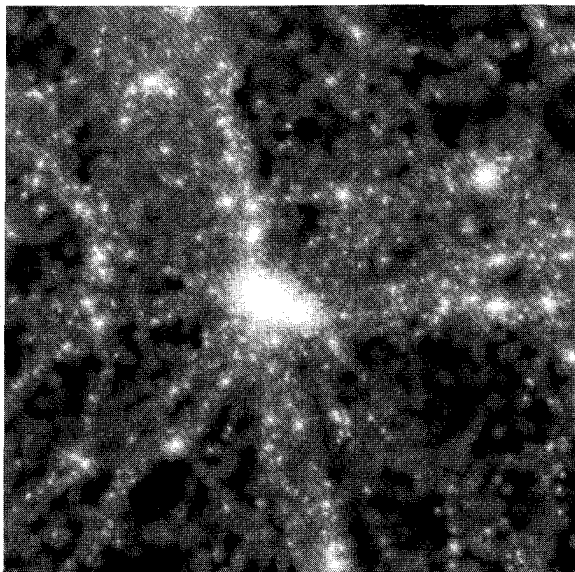
بنابراین، تصویر ساده‌ای از چگونگی گذار از رژیم خطی و غیرخطی داریم. این تقریب نقطه شروع شبیه‌سازیهای دقیقتر  $N$  جسمی بر روی کامپیوتر است.

### ۲.۸.۷ شبیه‌سازیهای $N$ جسمی

یک طرح کلی برای شبیه‌سازیهای عددی می‌تواند به صورت زیر باشد.  $N$  ذره (معمولاً یکسان) به جرمهای  $m_i (i = 1, \dots, N)$  داریم. نیروی وارد بر ذره  $i$  در نقطه  $\mathbf{r}_i$  با بهره‌گیری از قانون عکس مجذوری اصلاح شده به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\mathbf{F}_i = Gm_i \sum_{j \neq i} \frac{m_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 + \varepsilon^2)^{3/2}} \quad (۱۳۰.۷)$$

عدد کوچک  $\varepsilon$  برای اجتناب از وارد آمدن نیروهای بسیار بزرگ در برخوردهای نزدیک وارد شده است. این نیرو شتاب ذره  $i$  را تعیین می‌کند. با معلوم بودن مکان و سرعت ذره در یک لحظه، می‌توان آنها را در لحظه‌ای بعد تعیین کرد.



شکل ۷.۷ نمونه‌ای از نتیجه‌های حاصل از شبیه‌سازیهای  $N$  جسمی که از طرح مشترک ویرگو بین دانشمندان اسرائیلی و انستیتوی ماکس پلانک آلمان برای اختفیزیک به‌دست آمده است. نوعاً از  $256^3$  ذره در شبیه‌سازیهای انجام‌شده روی دو ابرکامپیوتر موازی Cray T3D استفاده شده است. نتیجه موزاییک بالا از مدل CDM با پارامتر چگالی  $\Omega_0 = 0.3$  و ثابت کیهان‌شناختی حاصل از  $\Omega_\Lambda = 0.7$  به‌دست آمده است. پارامتر هابل  $h_0 = 0.7$ ، و جرم هر ذره  $8.78 \times 10^{10} M_\odot h_0^{-1}$  فرض شده است.

این روش سرراست اما برای مقادیر بزرگ  $N$  بسیار وقت‌گیر است. بنابراین، روشهای تقریبی سریعتر برای پیشرفت ابداع شده است. به هر حال، سرعتهای کامپیوتر بسیار کمتر از آن است که شبیه‌سازیهای واقع‌بینانه از مسئله واقعی به‌دست دهد. اما، روشهای آماری به‌عنوان نشانه‌ای از آنچه رخ می‌دهد سودمندند.

در یک طرح نوعی  $N \geq 10^5$  و محاسبه از  $0.2 \approx \delta\rho/\rho$  آغاز می‌شود. تقریب زلدویچ برای به‌دست آوردن مکان و سرعتهای اولیه در اختلال مد در حال رشد به‌کار می‌رود. پارامترهای آزاد محاسبه  $H_0$  و  $\Omega_0$  و نیز دامنه اولیه افت‌وخیزها هستند که شکل طیف را تعیین می‌کنند. طیف با حل معادله‌های رشد افت‌وخیزهای خطی برای هر  $k$  تحول پیدا می‌کند.

محصول نهایی یک سناریوی HDM نوعی در شکل ۷.۷ نشان داده شده است. تصویهای مشابهی برای CDM به‌دست آمده است. مقایسه این نمودارها با نقشه‌برداریهای واقعی انتقال به سرخ است که نگاشتی سه‌بعدی از عالم می‌دهد. حرکتهای بزرگ‌مقیاس با این داده‌ها مقایسه می‌شود.

با توجه به سناریوی مورد استفاده (CDM, HDM, و غیره)، فرایندهای فیزیکی وجود دارد که شکل طیف توان اولیه را تغییر می‌دهد. می‌توان آن را با  $t_i$  زمانی (آغازین) که افت‌وخیزها در آن رسماً مشخص شده است و  $t_f$  یعنی زمانی که تأثیر فرایندها از بین می‌رود نشان داد. سپس، با نوشتن طیف توان اختلال در زمان  $t$  به صورت  $P(k; t)$ ، به دست می‌آوریم

$$\frac{P(k; t_f)}{[\Sigma(t_f)]^2} = T^2(k; t_f, t_i) \frac{P(k; t_i)}{[\Sigma(t_i)]^2} \quad (131.7)$$

تابع  $\Sigma(t)$  قانون رشد خطی برای اختلالهای بالاتر از مقیاس جینز است که در بخش ۳.۷ بحث شد. بنابراین، در نبود اثرهای دیگر،  $T = 1$  است. با این همه، اثرهای دیگر در فرمول رشد از طریق تابع  $T(k; t_f, t_i)$  نمایان می‌شوند که به تابع انتقال معروف است. معمولاً  $T$  را از انتگرال‌گیری خطی اثرهای مربوطه به دست می‌آورند.

به حق می‌توان گفت که گرچه این تمرینها شناخت قابل ملاحظه‌ای از چگونگی رشد فرایندهای غیرخطی و تأثیر انواع متفاوت مادهٔ تاریک بر آنها به دست داده است، اما هیچ شبیه‌سازی موفقیت‌آمیزی از عالم واقعی تاکنون امکان‌پذیر نبوده است. یک پرسش مهم این است که آیا کهکشانهای توزیع جرم را دنبال می‌کنند؟ سناریوی CDM در صورتی مفید است که کهکشانهای توزیع جرم را دنبال نکنند بلکه در برخی منطقه‌های «مستعد» تشکیل شوند. این استعداد به صورت زیر وارد می‌شود. توزیعی گاوسی از افت‌وخیزهای  $\delta\rho$  مربوط به CDM را دور یک میانگین  $\rho$  در نظر بگیرد. اگر هیچ نوع آمادگی وجود نداشته باشد نور جرم را دنبال می‌کند، یعنی، کهکشانهای  $\delta\rho/\rho$  را تقلید می‌کنند. به هر حال، اگر کهکشانهای ترجیحاً در مقادیرهای زیاد  $\rho$  تشکیل شوند، نوعی گرایش وجود دارد. پارامتر گرایش در صورت عدم گرایش برابر واحد و در صورت وجود آن  $b > 1$  است. با محدود کردن به  $b > 1/5$ ، دنبالهٔ توزیع گاوسی در محلی که  $\delta\rho$  به اندازهٔ کافی زیاد است بریده می‌شود. امتیاز عملی این کار کاهش  $\Delta T/T$  است. به عنوان مثال، جی. سیلک<sup>۱</sup> و ان. ویتوریو<sup>۲</sup> نشان داده‌اند که در مقیاس زاویه‌ای  $4'/5$  و  $1'/5$

$$\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{6 \times 10^{-6}}{\Omega_0 h_0 b} \quad (132.7)$$

از این رو، برای  $\Omega_0 = 1$ ،  $h_0 = 1$  و  $b = 1/5$  انتظار داریم که  $\Delta T/T$  در حدود  $4 \times 10^{-6}$  باشد. حد فعلی  $\Delta T/T$  مقدار  $0.4$  را مجاز می‌دارد.

اگرچه در این شمارش مدل‌های CDM دوام می‌آورند، اما در توصیف حرکت‌های جریانی در مقیاس بسیار بزرگ و ساختارهای بزرگ مانند دیوار و رایندهٔ عظیم مشکلاتی به وجود می‌آید.

مدلهای HDM می‌توانند ساختارهای بزرگ-مقیاس را توضیح دهند، اما توجیه ساختارهای در اندازه کهکشان و مقادیر کم  $\Delta T/T$  دشوار است.

نتایج COBE در اوایل سالهای ۱۹۹۰ نشان داد که چگونه مطالعات آماری ناهمگنیهای زاویه‌ای تابش زمینه ریزموج می‌تواند قیدهایی را بر سناریوهای تشکیل ساختار اعمال کند. وقتی قیدهای کلی رصدی در نظریه‌های مختلف را در فصل ۱۰ و ۱۱ بررسی می‌کنیم، درباره این یافته‌ها بحث خواهیم کرد. در آنجا مطالعات بیشتری را که با استفاده از طرحهای فضایی پیشرفته‌تری چون MAP و PLANCK انجام شده است شرح خواهیم داد.

علاوه بر نظریه‌های HDM، CDM، بالا، سناریوهای دیگری وجود دارد. در فرضیه ریسمانهای کیهانی، ناپیوستگیهای خطی در گذار فاز GUT (نگاه کنید به فصل ۶) به عنوان هسته‌های رشد این اف‌ت‌و‌خیزها عمل می‌کنند. با انبساط عالم این ریسمانها از هم باز می‌شوند و چند تکه دراز و حلقه‌های بسته در شعاع هابل فعلی به جا می‌گذارند. در مدل انفجاری، فرایندهای غیرگرانشی مانند امواج شوکی حاصل از انفجارهای اَبَر‌نواختری فرایندهای تشکیل ساختار را به کار می‌اندازند. هیچ‌کدام از این رهیافتها نمی‌تواند مدعی سازگاری با رصدها باشند. شاید ایده‌های متهورانه‌تری لازم باشد! و بنابراین این فصل را در حالی به پایان می‌رسانیم که مسئله بخش ۱.۷ حل نشده است.

## تمرینها

۱. بگویند منظور از مدهای عرضی و دورانی میدان سرعت در تحلیل مرتبه اول در عالم در حال انبساط چیست. نشان دهید که این مدها با انبساط عالم کاهش می‌یابند.
۲. رابطه (۲۱.۷) را که تضاد چگالی در عالم در حال انبساط در آن صدق کند به دست آورید.
۳. ارتباط مدهای طولی میدان سرعت را با تضاد چگالی به دست آورید. درباره این واقعیت که تضاد چگالی به مدهای عرضی بستگی ندارد اظهار نظر کنید.
۴. اهمیت فیزیکی عدد موج جینز چیست؟ رابطه آن با جرم جینز چگونه است؟
۵. نشان دهید چرا نمی‌توانیم انبساط عالم در محاسبات نوع جینز را نادیده بگیریم.
۶. انرژی گرانشی و انرژی گرمایی یک اختلال کروی نوعی در عالم در حال انبساط را برآورد کنید. این نسبت انرژیها را با نسبت جرم اختلال به جرم جینز مرتبط سازید.
۷. اهمیت جرم جینز را در ارتباط با اختلالهایی که می‌توانند یا نمی‌توانند در عالم در حال انبساط رشد کنند بیان کنید.

۸. با بهره‌گیری از داده‌های جو زمین، مقادیر (الف) طول جینز و (ب) جرم جینز برای هوا در دما و فشار متعارفی را برآورد کنید.

۹. نشان دهید که با  $\rho$  و  $p$  از رابطه زیر

$$\rho = nm_H + \frac{aT^4}{c^2}, \quad p = \frac{1}{3}aT^4$$

سرعت صورت عبارت است از

$$c_s^2 = \frac{1}{3}c^2 \left( 1 + \frac{m_H c^2}{\sigma kT} \right)^{-1}$$

که  $k\sigma$  آتروپی به‌ازای هر ذره است.

۱۰. نشان دهید که پس از عصر بازترکیب جرم جینز از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$M_J \simeq \frac{4\pi}{3} \left( \frac{5\pi kT}{3G} \right)^{3/2} n^{-1/2} m_H^{-2}$$

که  $T$  دمای ماده است.

۱۱. با این فرض که در تمرین ۱۰ دمای ماده با دمای تابش در عصر بازترکیب برابر باشد، نشان

دهید که  $M_J$  در این عصر از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$M_J \simeq \frac{4\pi}{3} \left( \frac{5\pi kT_0}{3G} \right)^{3/2} n_0^{-1/2} m_H^{-2}$$

که  $T_0$  دمای فعلی زمینه ریزموج است.

۱۲.  $M_J$  در تمرین ۱۱ را در عالم فریدمان با  $(h_0, \Omega_0)$  معین و  $T_0 = 2\text{K}$  برآورد کنید. نشان

دهید که

$$\begin{aligned} M_J &\simeq 2,54 \times 10^{29} (\Omega_0 h_0^2)^{-1/2} g \\ &\simeq 1,27 \times 10^6 (\Omega_0 h_0^2)^{-1/2} M_\odot \end{aligned}$$

۱۳. نشان دهید که  $(43.7)$  در عصر بازترکیب می‌دهد

$$M_J \simeq 100 M_\odot \sigma^{1/2}$$

۱۴. تحول جرم جینز در عالم در حال انبساط را دنبال کنید و دربارهٔ چگونگی رفتار افت و خیزهای اندازه کهکشان در دوره‌های پیش و پس از بازترکیب بحث کنید.

۱۵. نشان دهید که در بحث رشد جرمی بسیار بیش از جرم جینز در دورهٔ پس از بازترکیب می‌توان اثر فشار را نادیده گرفت. آیا این فرض برای مطالعهٔ رفتار اختلالاتهای در اندازهٔ کهکشان مناسب است.

۱۶. دربارهٔ رشد افت و خیزها در مدل‌های فریدمان در دورهٔ پس از بازترکیب به صورت کیفی بحث کنید.

۱۷. با استفاده از اصول اولیه معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید

$$(1 - \cos \Theta) \frac{d^2 \delta}{d\Theta^2} + \sin \Theta \frac{d\delta}{d\Theta} - 3\delta = 0$$

و جوابهای آن را به رفتار افت و خیزها در دورهٔ پس از واجفتیدگی در عالم فریدمان بسته مرتبط سازید.

۱۸. با یک فرایند محدودکنندهٔ مناسب ثابت کنید که با  $\frac{1}{q}$   $\rightarrow q_0$  هر دوی (۵۶.۷) و (۵۴.۷) به (۴۹.۷) میل می‌کند.  $\Sigma$  را برحسب  $q_0$  برای  $1 + z_{\text{dec}} = 10^3$  رسم کنید.

۱۹. برخی از کوششهای انجام شده در جهت درک چگونگی تشکیل کهکشانها را مرور کنید.

۲۰. نشان دهید که جرم وابسته به طول موج  $\lambda$  برحسب MPC عبارت است از

$$M(\lambda) = 1.5 \times 10^{11} \Omega_0 h_0^2 \lambda^3 M_\odot$$

۲۱. در تمرین قبل جرم در حدود  $10^{12} M_\odot$  نظیر  $1.88 \text{ Mpc} \approx \lambda$  بود. نشان دهید که این طول موج برای تمام انتقال به سرخهای متجاوز از

$$z = 1.41 \times 10^5 (\Omega_0 h_0^2)^{1/3}$$

از افق بزرگتر بوده است.

۲۲. زاویه‌ای را که افق ذره در عصر واجفتیدگی در محل ناظر امروزی به وجود می‌آورد، با پیروی از گامهای زیر به دست آورید.

(۱) ثابت هابل و پارامتر شتاب منفی را در انتقال به سرخ واجفتیدگی  $z_{\text{dec}}$  و در نتیجه پارامتر

$d_H$  افق را محاسبه کنید. با مدل  $k = 1$  کار کنید.

(۲) مختصه زاویه‌ای  $\theta = 0$  را به طرف مرکز C کره افق در نظر بگیرید و فرض کنید که مسیر پرتوهای نور از ناظر O و مماس بر این کره مخروطی را تشکیل می‌دهد که نیم-زاویه عمودی آن  $\theta = \theta_H/2$  است.

(۳) صفحه سمتی  $\phi = \text{const.}$  این مخروط را در مثلی قطع می‌کند که قاعده آن، مثلاً، ACB و رأس آن در O است، قاعده آن ژئودزیکی فضاگونه با معادله زیر است

$$r^2 + \frac{1}{1 - kr^2} \left( \frac{dr}{d\theta} \right)^2 = \frac{r^4}{r_0^4}.$$

که  $r_0$  مختصه رابرتسون-واکر C است. فرض کنید  $r_1$  مختصه شعاعی دومر A و B باشد.

(۴) کمیت‌های  $d_H$  و  $\theta_H$  را به  $r_0$  و  $r_1$  ربط دهید.

(۵) از این رابطه‌ها ارتباط  $d_H$  و  $\theta_H$  را به دست آورید.

۲۳. نشان دهید که اگر سه نوع نوترینوی جرم‌دار باقیمانده در عالم کنونی غالب بودند، جرم میانگین نوترینوی لازم برای بستن عالم عبارت بود از

$$25 \left( \frac{T_0}{3} \right)^{-3} h_0^2 \text{eV}.$$

۲۴. فرض کنید عالم دارای باریون کافی بود تا  $\Omega_B = 1$  شود، و علاوه بر آن سه نوع نوترینو با جرم میانگین ۲۵eV وجود داشت. سن عالم را برای  $3 = T_0 = 1$ ،  $h_0 = 1$  محاسبه کنید.

۲۵. بگوئید مشاهده جرم نوترینو چه تأثیری در سن عالم دارد. با مثال تمرین ۲۴، اگر سن عالم بسیار کم درآید، می‌توانید راهی برای خروجی از مشکل با به‌کارگیری کیهان‌شناسیهای  $\Lambda$ -ی فصل ۴ بیابید؟

۲۶. یک نوترینوی آغازین دارای جرم سکون 1eV است. سرعت کاتوره‌ای آن را نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی در عصر حاضر برآورد کنید.

۲۷. بگوئید چگونه نوترینوهای جرم‌دار ممکن است در چگالش ماده در کهکشانها در ساختارهای بزرگتر مؤثر باشند. آیا می‌توان درباره گستره جرم  $m_\nu$  سازگاری اندیشید که این جرم گمشده در کهکشانها و خوشه‌های کهکشانی را به حساب آورد.

۲۸. در رابطه (۱۱۴.۷) به جای  $G$  جرم پلانک را قرار دهید و به  $\mathcal{M}$  برسید.

۲۹. برای CDM بحث حرکت جریان آزاد را تکرار کنید که در کتاب برای اندازه ساختارهای تشکیل شده با HDM داده شده است. فرض کنید ذره CDM با سرعت  $c$  حرکت می‌کند تا غیرنسبیتی شود و هنگامی به این مرحله می‌رسد که دمایش به  $m_\nu c^2/k$  فروافتاده باشد. حال با



استفاده از نسبت چگالی عددی CDM کنونی ذره‌های  $n_X$  و  $n_\gamma$  نسبت  $T_X/T$  را تعیین کنید و نشان دهید که مقیاس جریان آزاد عبارت است از

$$\lambda_{FS} = \text{const.} \times (\Omega_X h^2)^{1/3} m_X^{-4/3}$$

با قرار دادن مقادیر ثابت، جرم ساختار را با در نظر گرفتن CDM محاسبه و نشان دهید، برای  $m_X \sim 1 \text{ keV}$ ، جرم  $M$  برابر  $6 \times 10^9 M_\odot$  است.

۳۰. قندهای رصدی را که باید در نظریه‌های تشکیل کهکشان وجود داشته باشند به اختصار بیان کنید.



## کیهان‌شناسیهای دیگر

### ۱.۸ جایگزینهایی برای کیهان‌شناسی فریدمان

در سالهای ۲۴-۱۹۲۲ وقتی فریدمان جوابهای معادله‌های اینشتین را برای عالم در حال انبساط مطرح کرد، کارش چندان مورد توجه قرار نگرفت. پس از اینکه هابل انتقال به سرخ مربوط به سحابی را کشف کرد، کیهان‌شناسان این مدلها را ساده‌ترین نقطه شروع برای بحث در این مورد در نظر گرفتند. از طرف دیگر، فیزیکدانان این کوششها را ساده‌لوحانه و حدسی می‌دانستند، و در نتیجه توجه چندانی به‌کار بسیار سازنده جورج گاموف در مورد عالم اولیه نکردند. سرانجام، نقطه عطف کیهان‌شناسی در سال ۱۹۶۵ هنگامی اتفاق افتاد که تابش زمینه ریزموج<sup>۱</sup> کشف شد. به‌نظر می‌رسد که این MBR سناریوی عالم اولیه را تأیید کند، و همراه با اعتبار رو به گسترش قانون هابل که با استفاده از تلسکوپهای بزرگتر و بهتر به‌دست آمده بود، پایه‌های کیهان‌شناسی به‌عنوان شاخه‌ای از فیزیک گذاشته شد. در اواسط سالهای ۱۹۷۰ تعداد قابل ملاحظه‌ای از فیزیکدانها کیهان‌شناسی فریدمان را جدی گرفتند، بیشتر به خاطر اینکه تشخیص دادند کیهان‌شناسی مهبانگ

1. microwave background radiation

یک زمینه، و تنها زمینه شناخته‌شده فعلی را برای برنامه فیزیک انرژیهای بالا و وحدت بزرگ مورد نظرشان را فراهم می‌سازد. همین‌طور کیهان‌شناسان برای شناخت منشأ اولیه ماده به فیزیک ذرات روی آورده‌اند. در واقع، موضوع اختریف فیزیک ذرات از تعامل مشترک کیهان‌شناسان مهبانگ و فیزیکدانان ذرات با انرژیهای زیاد به وجود آمده است.

فصلهای ۶ و ۷ تجسمی از چگونگی پیشرفت این کیهان‌شناسی با ورودیهای فیزیک ذرات به دست داد. اکنون در این فصل این پرسش را مطرح می‌کنیم که کیهان‌شناسی فریدمان تا چه اندازه نظریه‌ای درست درباره منشأ و ساختار بزرگ-مقیاس عالم است؟ گرچه امروزه اکثریتی از کیهان‌شناسان روی درستی مدل‌های فریدمان شرط می‌بندند، تعدادی «مخالف» نیز وجود دارند که با این مدلها قانع نمی‌شوند. و از کوششهای آنها نظریه‌های دیگری به وجود آمده است که با مدل استاندارد مهبانگ مقایسه می‌شود.

درباره این نظریه‌ها به اندازه کیهان‌شناسی فریدمان کار نشده است. این موضوع، با توجه به توان فکری که صرف آنها شده است، تعجب‌آور نیست. با وجود این، حاوی چشم‌اندازهای متفاوتی هستند که می‌تواند راه حلی برای بعضی از مسئله‌های بارزی باشند که کیهان‌شناسی فریدمان موفق به حل آنها نشده است. در این فصل و فصل بعد به شرح چند تا از این نظریه‌ها می‌پردازیم که مبتنی بر مفاهیم زیرند:

۱. اصل ماخ،

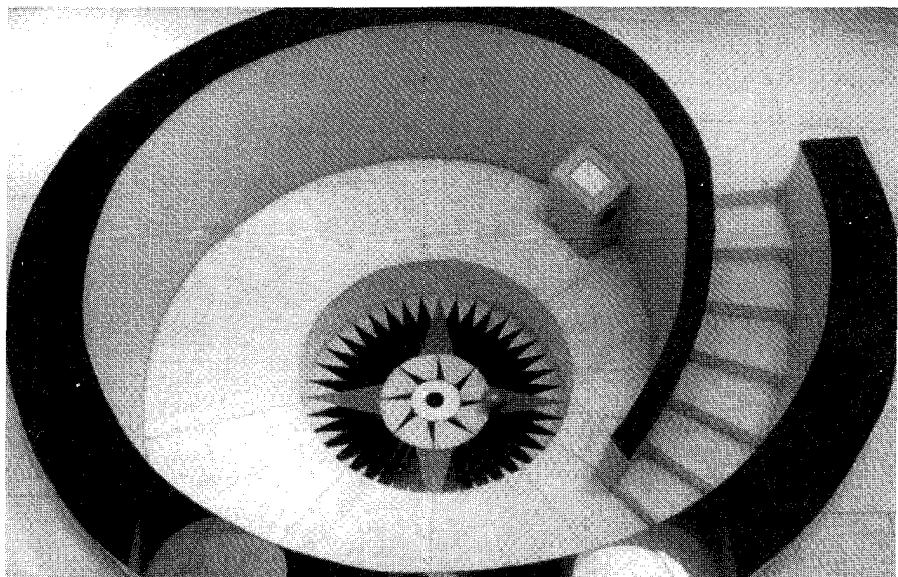
۲. فرضیه اعداد-بزرگ و

۳. آفرینش ماده.

آخرین این مفاهیم را در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. در اینجا به اصل ماخ می‌پردازیم که ایده‌ای جذاب است و مباحثه قابل ملاحظه‌ای را در بین چند نسل از کیهان‌شناسان و فیزیکدانان به وجود آورده است.

## ۲.۸ اصل ماخ

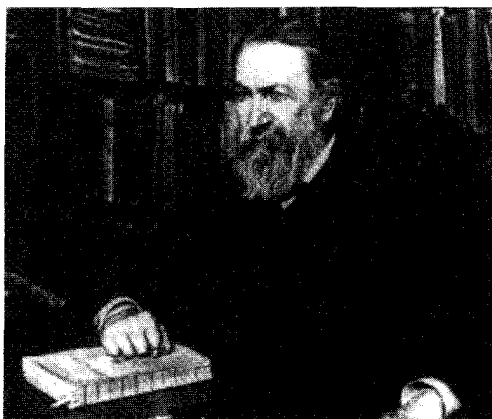
دو راه برای اندازه‌گیری دوران زمین به دور محور قطبی‌اش وجود دارد. با مشاهده طلوع و غروب ستارگان، منجمان می‌توانند دوره یکبار چرخش زمین به دور محورش یعنی  $23^{\text{h}}56^{\text{m}}4^{\text{s}}$  را تعیین کنند. روش دوم استفاده از آونگ فوکوست که صفحه آن با نوسانهای آونگ به تدریج دور محور افقی دوران می‌کند (شکل ۱.۸ را ببینید). با دانستن عرض جغرافیایی محل آونگ، می‌توان دوره چرخش زمین را محاسبه کرد. دو روش یک پاسخ به دست می‌دهند.



شکل ۱.۸ آونگ فوکو در مرکز بین دانشگاهی برای نجوم و اخترفیزیک، پون. گلولهٔ این آونگ در یک صفحه عمودی نوسان می‌کند که به آرامی در جهت ساعتگرد دور محور قائم می‌چرخد، صفحهٔ نوسان در طول  $(\sin l)^{-1}$  روز یک دور کامل می‌زند، که  $l$  عرض جغرافیایی محل آونگ است. دورهٔ آن در پون تقریباً ۷۵ ساعت است.

در نگاه اول این موضوع شگفت‌انگیز به نظر نمی‌رسد. اما، بررسی دقیقتر نشان می‌دهد که چرا این نتیجه چندان بدیهی نیست. به دو روش مبتنی بر فرضهای متفاوت‌اند. روش اول دورهٔ چرخش زمین در زمینهٔ ستارگان دور دست را اندازه می‌گیرد، در حالی که روش دوم از مکانیک نیوتونی استاندارد در چارچوب مرجع چرخان بهره می‌گیرد. در مورد اخیر، به تغییر قانونهای نیوتون در هنگامی توجه می‌کنیم که پیامدهای این قانونها در چارچوب مرجعی اندازه‌گیری می‌شوند که نسبت به «فضای مطلق» که آنها را ابتدا نیوتون نسبت به آن بیان کرد در حرکت است.

بنابراین، در فرضی که دو روش را یکسان در نظر می‌گیرد انطباق فضای مطلق با زمینهٔ ستارگان دور دست تالیحاً نهفته است. ارنست ماخ (نگاه کنید به شکل ۲.۸) در قرن نوزدهم متذکر شد که این انطباق بدیهی نیست. او چیز عمیقتری در آن دید و استدلال کرد که فرض فضای مطلق، که نوشتن قانونهای نیوتون و رسیدن به مفهوم لختی را مجاز می‌دارد، ارتباط نزدیکی با زمینهٔ قسمتهای دور دست عالم دارد. این استدلال به «اصل ماخ» معروف است و ما به تحلیل بیشتر آن می‌پردازیم.



شکل ۲.۸ ارنست ماخ (۱۸۳۸ - ۱۹۱۶).

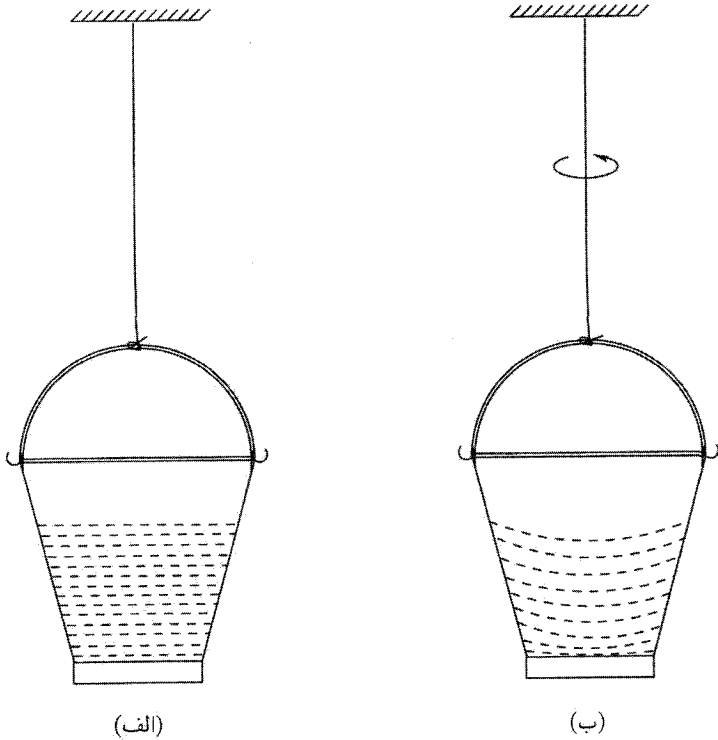
اگر قانون دوم نیوتون در چارچوب فضای مطلق تعریف شود به صورت شناخته شده زیر در می آید

$$\mathbf{P} = m\mathbf{f} \quad (۱.۸)$$

این قانون بیان می کند که اگر به جسمی به جرم  $m$  نیروی خارجی  $\mathbf{P}$  اعمال شود، دارای شتاب  $\mathbf{f}$  می شود. دستگاه مختصاتی را که  $\mathbf{P}$  و  $\mathbf{f}$  در آن اندازه گیری می شوند با  $\Sigma$  نشان می دهیم. نیوتون کاملاً آگاه بود که قانون دومش فقط نسبت به  $\Sigma$  و چارچوبهایی که نسبت به آن در حرکت یکنواخت هستند شکل ساده (۱.۸) را دارد. اگر چارچوب دیگر  $\Sigma'$  را برگزینیم که نسبت به  $\Sigma$  دارای شتاب  $\mathbf{a}$  است، قانون حرکت در آن به صورت زیر درمی آید

$$\mathbf{P}' \equiv \mathbf{P} - m\mathbf{a} = m\mathbf{f}' \quad (۲.۸)$$

اگرچه (۲.۸) ظاهراً با (۱.۸) یکسان به نظر می رسد، و  $\mathbf{f}'$  شتاب جسم در  $\Sigma'$  است، اما چیز تازه ای وارد جمله مربوط به نیرو شده است. این جمله  $m\mathbf{a}$  است که ربطی به نیروی خارجی ندارد بلکه فقط تابع جرم  $m$  جسم و شتاب  $\mathbf{a}$ ی چارچوب مرجع نسبت به فضای مطلق است. با توجه به این جنبه از نیروی اضافی در (۲.۸)، نیوتون آن را «نیروی لختی» نامید. همان طور که این نام ایجاب می کند، نیروی اضافی متناسب با جرم لختی جسم است. نیوتون در پرنکیپیا<sup>۱</sup>، به بحث مفصل درباره این نیرو پرداخته و مثال یک سطل پر از آب چرخان را آورده است (نگاه کنید به شکل (۳.۸)).



شکل ۳.۸ (الف) یک سطل پر از آب که با یک طناب از سقف آویزان است. همین سطل که برای باز کردن پیچشی که به طناب داده شده است می‌چرخد. سطح آب در (الف) تخت و افقی است، در حالی که در (ب) به طرف داخل خمیده شده است. این خمیدگی آب نتیجه نیروی مرکزگریزی است که به جرم چرخان آب وارد می‌شود. این مثال را نیوتون در پرنکیپیا بررسی کرده است. نیوتون استدلال کرد که در (الف) سطل نسبت به فضای مطلق ساکن است، در حالی که در (ب) نسبت به فضای مطلق در حرکت است و در نتیجه باید نیرو یا نیروهای اضافی برای توجیه خمیدگی آب در نظر گرفته شوند. نیروی مرکزگریز، نیروی اضافی در این مثال است.

به نظر ماخ، بحث نیوتون از این نظر کامل نبود که وجود فضای مطلق به دلخواه و به‌طور مجرد فرض شده بود. چرا  $\Sigma$  وضعیتی را دارد که در آن نیازمند نیروی لختی نیست؟ چگونه می‌توان  $\Sigma$  را بدون توسل به قانون سوم حرکت، که مبتنی بر آن است، شناسایی کرد؟

برای پاسخ این پرسشها در رصد بخشهای دور دست عالم نهفته بود. این عالم است که چارچوب مرجع زمینه‌ای را فراهم می‌آورد که می‌توان آن را چارچوب  $\Sigma$  نیوتون در نظر گرفت. به‌جای آنکه بگوییم سرعت دوران زمین نسبت به  $\Sigma$  تصادفاً با سرعت نسبت به بخشهای دور

دست عالم یکی است، ماخ آن را دال بر این گرفت که بخشهای دور دست عالم به گونه‌ای وارد فرمولبندی قوانین محلی مکانیک می‌شوند.

یک راه برای تحقق این امر ارتباط مستقیم میان ویژگی لختی و وجود زمینهٔ کلی است. برای فهم این دیدگاه، جسمی را در عالم تهی در نظر بگیرید. در نبود نیرو رابطهٔ (۱.۸) به صورت زیر درمی‌آید

$$m\mathbf{f} = \circ \quad (۳.۸)$$

این معادله چه چیزی را ایجاب می‌کند؟ با پیروی از نیوتون از (۳.۸) نتیجه می‌گیریم که  $\mathbf{f} = \circ$  یعنی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اما، اکنون دیگر زمینه‌ای را نداریم تا سرعتها را نسبت به آن اندازه بگیریم. از این رو،  $\mathbf{f} = \circ$  هیچ‌گونه اهمیت عملی ندارد. بلکه نبود زمینه‌ای ملموس برای اندازه‌گیری حرکت نشان می‌دهد که  $\mathbf{f}$  باید کاملاً مبهم باشد. به راحتی می‌توان دید که این نتیجه‌گیری پیامد طبیعی این فرض جالب توجه، که از رابطهٔ (۳.۸) نیز می‌توان به آن رسید، است که

$$m = \circ \quad (۴.۸)$$

به عبارت دیگر، وابستگی معیار لختی به وجود زمینه به‌گونه‌ای است که در نبود زمینه این معیار از میان می‌رود! این وضع، جنبه جدیدی را وارد مکانیک می‌کند که نیوتون در نظر نگرفته بود. این دیدگاه نیوتونی که لختی از ویژگیهای ماده است را باید به این صورت تقویت کرد که لختی ویژگی ماده و نیز زمینه‌ای است که بقیهٔ عالم به وجود می‌آورد. این ایدهٔ کلی به اصل ماخ معروف است. این دیدگاه ماخی نه تنها مکانیک محلی را اصلاح می‌کند، بلکه عناصری جدیدی را به کیهان‌شناسی اضافه می‌کند. زیرا، بجز در عالمی که تابع اصل کیهان‌شناختی کامل باشد، اکنون مبنایی برای فرض ثابت ماندن جرم ذرات در عالم در حال تحول وجود ندارد. این دلیلی برای در نظر گرفتن مجدد مدل‌های کیهان‌شناختی از دیدگاه ماخ است. در اینجا به مثالهایی از چگونگی بررسی کتی اصل ماخ توسط فیزیکدانان مختلف و به دست آمدن مدل‌های کیهان‌شناختی جدید می‌پردازیم.

### ۳.۸ نظریهٔ گرانی برنز-دیکی

در سال ۱۹۶۱ سی. برنز و ار. اچ. دیکی (نگاه کنید به شکل ۴.۸) بدیل جالب توجهی را برای نسبیت عام بر مبنای اصل ماخ مطرح ساختند. برای درک دلایلی که به معادله‌های میدان



(الف)



(ب)

شکل ۴.۸ کارل برنز (۱۹۳۵-) (الف) و رابرت دیکی (۱۹۹۷-۱۹۱۶).



شکل ۵.۸ دنیس دابیو. شاما (۱۹۲۶-۲۰۰۰).



آنها انجامید، ابتدا متوجه می‌شویم که خود مفهوم جرم لختی متغیر بخش ۱.۸ به مسئله تفسیر می‌انجامد. زیرا، چگونه می‌توان دو جرم در نقطه‌های مختلف فضا زمان را با هم مقایسه کرد؟ جرما برحسب یکاهای خاصی، مانند جرمهای ذرات بنیادی، اندازه‌گیری می‌شوند که خودشان در معرض تغییرند! ما به یکای مستقلی از جرم نیازمندیم تا بتوانیم افزایش و کاهش جرم را نسبت به آن اندازه بگیریم. این یکا را گرانی، یعنی جرم پلانک معروف که قبلاً دیدیم، فراهم می‌آورد

$$\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2} \cong 2,16 \times 10^{-5} \text{g} \quad (5.8)$$

بنابراین کمیت بدون بعد

$$\chi = m \left(\frac{G}{\hbar c}\right)^{1/2} \quad (6.8)$$

که در نقطه‌های مختلف فضا زمان اندازه‌گیری شود نشان می‌دهد که آیا جرما تغییر می‌کنند. یا به صورت دیگر، اگر بر استفاده از یکاهای یکسان در همه جا تأکید داشته باشیم، تغییر  $\chi$  تعیین می‌کند که  $G$  در حال تغییر است.<sup>۱</sup> این نتیجه‌گیری است که برنزه و دیگی در رهیافت به اصل مآخ به آن رسیدند. آنها در پی چارچوبی بودند که در آن ثابت گرانشی  $G$  ناشی از ساختار عالم باشد، به طوری که  $G$  متغیر پیامد مآخی یک عالم متغیر باشد.

در سال ۱۹۵۳ دی. دبلیو. شاما<sup>۲</sup> استدلالهایی کلی کرده بود که به رابطه‌ای کلی میان  $G$  و ساختار بزرگ مقیاس عالم می‌انجامید. ما قبلاً در کیهان‌شناسیهای فریدمان به مثالی از این رابطه‌ها برخورد کرده‌ایم

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G} q_0 \quad (7.8)$$

اگر  $R_0 = c/H_0$  را طول مشخصه عالم و  $M_0 = 4\pi\rho_0 R_0^3 R_0^3 / 3$  را جرم مشخصه آن در نظر بگیریم، رابطه بالا به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{1}{G} = \frac{M_0}{R_0 c^2} q_0^{-1} \sim \frac{M_0}{R_0 c^2} \sim \sum \frac{m}{rc^2} \quad (8.8)$$

با در نظر گرفتن جفت‌شدگی دینامیکی بین لختی و گرانی، انتظار داریم که رابطه‌ای از نوع بالا برقرار باشد. برنزه و دیگی این رابطه را از نوعی در نظر گرفتند که  $G^{-1}$  را از برهم‌نهی خطی سهم

۱. البته می‌توان فرض کرد که  $\hbar$  و  $c$  نیز تغییر می‌کنند. با این همه، با ثابت نگه داشتن  $\hbar$  و  $c$  از اصل کمترین تغییر در نظریه‌های موجود پیروی می‌کنیم. بنابراین با ثابت نگه داشتن  $\hbar$  و  $c$ ، نظریه نسبت خاص و نظریه کوانتومی تغییری نمی‌کنند.

لختی  $m/(rc^2)$  تعیین کند که در آن  $m$  جرمی است که در فاصله  $r$  از نقطه‌ای قرار دارد که  $G$  اندازه‌گیری می‌شود. چون  $m/r$  یک جواب معادله موج نرده‌ای با چشمه‌ای نقطه‌ای به شدت  $m$  است، برنز و دیکی فرض کردند که  $G$  به صورت عکس میدان نرده‌ای  $\phi$  تغییر می‌کند:

$$G \sim \phi^{-1} \quad (9.8)$$

که انتظار داریم  $\phi$  در یک معادله موج نرده‌ای صدق کند که چشمه آن تمام ماده موجود در عالم است.

### ۱.۳.۸ اصل کنش

مفاهیم شهودی موجود در اصل کنش برنز-دیکی را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$A = \frac{c^3}{16\pi} \int_V (\phi R + \omega \phi^{-1} \phi^k \phi_k) \sqrt{-g} d^4x + \Lambda \quad (10.8)$$

ابتدا توجه کنید که ضریب  $R$  به جای  $c^3/(16\pi G)$  در کنش اینشتین-هیلبرت به صورت  $c^3\phi/(16\pi)$  است. دلیل آن رفتاری از  $G$  است که با (۹.۸) نشان دادیم. جمله دوم، با  $\phi_k \equiv \partial\phi/\partial x^k$  اطمینان می‌دهد که  $\phi$  در یک معادله موج صدق می‌کند، در حالی که جمله سوم، از طریق چگالی لاگرانژی  $L$ ، حاوی تمام ماده و انرژی موجود در ناحیه فضا-زمان  $V$  است. تانسور انرژی تکانه  $T^{ik}$  با رابطه (۹۷.۲) به  $\Lambda$  مربوط می‌شود.  $\omega$  یک ثابت جفت‌شدگی است.

تغییر  $A$  برای تغییرات کوچک  $g^{ik}$  به معادله‌های میدان زیر می‌انجامد

$$R_{ik} - \frac{1}{4} g_{ik} R = -\frac{\Lambda\pi}{c^4\phi} T_{ik} - \frac{\omega}{\phi^2} (\phi_i \phi_k - \frac{1}{4} g_{ik} \phi^l \phi_l) - \frac{1}{\phi} (\phi_{ik} - g_{ik} \square\phi) \quad (11.8)$$

همین‌طور، تغییر  $\phi$  به معادله زیر را برای  $\phi$  می‌دهد

$$2\phi \square\phi - \phi_k \phi^k = \frac{R}{\omega} \phi^2$$

معادله اخیر را می‌توان با قرار دادن شکل مختصر (۱۱.۸) به جای  $R$  ساده کرد. سرانجام به دست

می‌آوریم

$$\square\phi = \frac{\Lambda\pi}{(2\omega + 3)c^4} T \quad (12.8)$$

که  $T$  رد  $T_k^i$  است. بنابراین، (۱۲.۸) به معادله موج نرده‌ای که با چشمه‌های مادی برای  $\phi$  انتظار داشتیم می‌انجامد،  $\square$  عملگر موج است. چون نظریه برنز-دیگی علاوه بر تانسور متریک  $g_{ik}$ ، حاوی میدانی نرده‌ای نیز هست، اغلب به آن نظریه نرده‌ای-تانسوری گرانس می‌گویند.

### ۲.۳.۸ اندازه‌گیرهای $\omega$ در منظومه شمسی

این معادله‌های میدان نشان می‌دهند که با  $\omega \rightarrow \infty$  نظریه برنز-دیگی به نسبیت عام میل می‌کند (نگاه کنید به تمرین ۸). برای  $\omega = O(1)$  نظریه در تعدادی از آزمونهای منظومه شمسی پیش‌بینی‌هایی متفاوت از نسبیت عام می‌کند. این آزمونها را در بخش ۱۰.۲ در متن نسبیت عام به اختصار بررسی کردیم.

محاسبه حرکت تقدیمی حضيض سیاره عطارد پیش‌بینی نظری را  $(3\omega + 4)/(3\omega + 6)$  برابر مقدار نسبیت عام به دست می‌دهد. دیگی و همکارانش در سالهای ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند که خورشید پخت و پارامترگشتاور چار قطبی آن  $10^{-5} \times 2/5 \sim$  است، از این رو تغییر میدان گرانشی به حرکت تقدیمی حضيض در حدود ۷ درصد مقدار مشاهده شده (بدون توجیه) تقریباً ۴۳ ثانیه کمانی در هر قرن می‌انجامد (نگاه کنید به تمرین ۹). اگر این فرض درست باشد، مقدار نسبیتی تقریباً ۴۳ ثانیه کمانی بسیار زیاد است، در حالی که مقدار  $\omega \simeq 6$  برنز-دیگی تقریباً ۴۰ ثانیه کمانی اضافی در هر قرن را به درستی به حساب می‌آورد. اما، بررسیهای خارجی سطح خورشید با پخت بودن حتی از این مرتبه سازگار نیست. از این رو، این آزمون مدرکی برای  $\omega$  به کوچکی ۶ به دست نمی‌دهد. در واقع، اثرهای پخت بودن اکنون با دقت برآورد شده است و اندازه‌گیرهای جابه‌جایی حضيض انجام گرفته نشان می‌دهد که پارامتر  $\omega$  باید لا اقل  $300 \sim$  باشد.

زاویه خمیدگی پرتو نوری که جسم کروی پرجرمی را می‌خراشد در نظریه برنز-دیگی  $(2\omega + 3)/(2\omega + 4)$  برابر مقدار نسبیتی است. چون دقت اندازه‌گیرهای رادیویی و ریزموجی زاویه خمیدگی بهتر از تقریباً ۵ درصد و سازگار با مقدار نسبیتی در این گستره خطاست، پارامتر  $\omega$  باید در طی سالیان متوالی به طور مداوم افزایش یابد و اکنون به بزرگی  $3300 \sim$  است.

به هر حال، آزمایشهای اندازه‌گیری فاصله ماه با لیزر و نیز اندازه‌گیرهای انجام شده روی مریخ به کمک کاوشگرهای فرود آمده به نتیجه‌های مشابهی در مورد حد پایین بالا برای  $\omega$  رسیده‌اند. در اینجا نیز، فاصله زمین-ماه مربوط به نسبیت عام، که سازگاری آن با مشاهده عالی است، و هر انحرافی از آن که رصدها آن را مجاز بشمارند، باید به اندازه کافی کوچک باشد تا به چنین مقدار بزرگ  $\omega$  نیاز داشته باشد. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که در سطح منظومه شمسی نظریه برنز-دیگی برای بقا به مقدار بزرگی از  $\omega$  نیاز دارد، از این رو عملاً نمی‌توان آن را از نسبیت عام تمیز داد.

اما، حتی برای مقدار بزرگ  $\omega$  این نظریه انحرافهای جالب توجهی را از نسبیت عام در سطح کیهان‌شناختی به وجود می‌آورد. بخش بعد به این اختلافها می‌پردازد.

## ۴.۸ جوابهای کیهان‌شناختی در نظریهٔ برنز-دیکی

در نظریهٔ برنز-دیکی فقط مدل‌های کیهان‌شناختی همگن و همسانگرد را در نظر می‌گیریم. بنابراین، کار را مانند فصل ۴ از جزء خط رابرتسون-واکر و تانسور انرژی برای یک شارهٔ کامل شروع می‌کنیم. میدان نرده‌ای  $\phi$  اکنون فقط تابع زمانی کیهانی است. از این رو معادله‌های میدان به صورت زیر در می‌آیند

$$\frac{2\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = -\frac{\Lambda\pi p}{\phi c^2} - \frac{2\dot{\phi}\dot{S}}{\phi S} - \frac{\omega\dot{\phi}^2}{2\phi^2} - \frac{\ddot{\phi}}{\phi}, \quad (13.8)$$

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{\Lambda\pi\varepsilon}{3\phi c^2} - \frac{\dot{\phi}\dot{S}}{\phi S} + \frac{\omega\dot{\phi}^2}{6\phi^2} \quad (14.8)$$

این معادله‌ها را با معادله‌های متناظر (۲۰.۴) و (۲۱.۴) کیهان‌شناسیهای فریدمان مقایسه کنید. معادلهٔ پایستگی متناظر با (۲۴.۴) یکسان است:

$$\frac{d}{dS}(\varepsilon S^3) + 3pS^2 = 0 \quad (15.8)$$

علاوه بر آن، معادلهٔ میدان برای  $\phi$  را داریم

$$\frac{1}{S^3} \frac{d}{dt}(\dot{\phi} S^3) = \frac{\Lambda\pi}{(2\omega + 3)c^2} (\varepsilon - 3p) \quad (16.8)$$

انتظار داریم که جوابهای مهبانگ از این معادله‌ها به دست آیند و دورهٔ مهبانگ در  $t = 0$  باشد. پس انتگرال (۱۶.۸) عبارت است از

$$\dot{\phi} S^3 = \frac{\Lambda\pi}{(2\omega + 3)c^2} \int_0^t (\varepsilon - 3p) S^3 dt + C \quad (17.8)$$

که  $C$  مقداری ثابت است. برحسب اینکه  $C = 0$  یا  $C \neq 0$  باشد دو نوع جواب به دست می‌آید.

$$C = 0 \quad ۱.۴.۸$$

یک مثال ساده از این نوع را با  $k = 0$ ,  $p = 0$ ,  $\varepsilon = \rho c^2$  در نظر می‌گیریم. بنابراین، جواب مانند مدل اینشتین-دوسیته برای نسبیت عام است. بنویسید

$$S = S_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^A, \quad \phi = \phi_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^B \quad (۱۸.۸)$$

به طوری که  $\rho \propto t^{-3A}$  و معادله‌های میدان می‌دهد

$$A = \frac{2\omega + 2}{3\omega + 4}, \quad B = \frac{2}{3\omega + 4} \quad (۱۹.۸)$$

و

$$\rho_0 = \frac{(2\omega + 3)B\phi_0}{8\pi t_0^2} \quad (۲۰.۸)$$

رفتار زمانی  $S$  و  $G(\propto \phi^{-1})$  در شکل ۶.۸ نشان داده شده است. می‌توان نشان داد که با  $\omega \rightarrow \infty$  جواب به مدل اینشتین-دوسیته میل می‌کند.

در این مدل می‌توان مشابهی برای مدل تابش به‌دست آورد (نگاه کنید به تمرین ۱۲). اچ. ناریایی<sup>۱</sup> جوابهایی را برای  $p = n\varepsilon$  با  $n$  در گسترهٔ  $\frac{1}{3} \leq n \leq 0$  به‌دست آورده است.

$$C \neq 0 \quad ۲.۴.۸$$

در این مورد جمله‌های  $\phi$  در دینامیک عالم در مراحل اولیه غالب هستند. از این رو، برای  $t$  به‌اندازهٔ کافی کوچک، داریم

$$\frac{8\pi}{(2\omega + 3)c^2} \int_0^t (\varepsilon - 3p) S^3 dt \ll |C| \quad (۲۱.۸)$$

برای هر دو مورد گردوغبار و تابش. برای جوابهای قانون توان برای مورد  $p = 0$ ، برای  $t$  به‌اندازهٔ کافی کوچک داریم

$$3A + B = 1, \quad t_0 = \frac{S_0^3 \phi_0 B}{C} \quad (۲۲.۸)$$

در مورد عالم با سیطرهٔ تابش،  $p = \frac{1}{3}\varepsilon$  و می‌توانیم دوباره جوابی به‌صورت (۱۸.۸) را امتحان کنیم و با  $t \rightarrow 0$  به‌دست آوریم،

$$A^2 = -AB + \frac{\omega B^2}{6} \quad (۲۳.۸)$$

جدول ۱.۸ کسرهای جرمی  ${}^2\text{H}$  و  ${}^4\text{He}$  در کیهان‌شناسی برنزدیکی برای مدل‌های با سیطره ماده الف

$\rho_0$ ( $\text{g cm}^{-3}$ )			$\omega$
۱۰-۲۹	۱۰-۳۰	۱۰-۳۱	
$3,4 \times 10^{-8}$	$2,6 \times 10^{-5}$	$7,6 \times 10^{-4}$	۵
۰,۴۰	۰,۳۳	۰,۲۶	
$\sim 10^{-9}$	$2,1 \times 10^{-5}$	$7,6 \times 10^{-4}$	۱۰
۰,۳۵	۰,۳۰	۰,۲۶	
$\sim 10^{-11}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$6,6 \times 10^{-4}$	$\infty$
۰,۲۹	۰,۲۷	۰,۲۵	

الف. کسر دوتریم بالاتر از کسر هلیوم داده شده است.

با توجه به (۲۲.۸) می‌توانیم (۲۳.۸) را حل کنیم و به دست آوریم

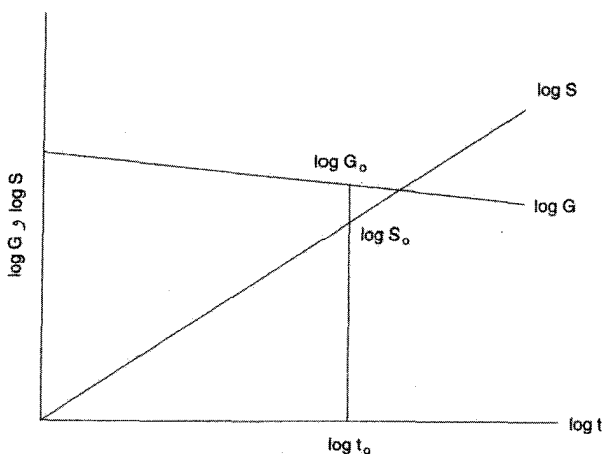
$$A = \frac{\omega + 1 \pm \sqrt{(2\omega/3) + 1}}{3\omega + 4}, \quad B = \frac{1 \pm 3\sqrt{(2\omega/3) + 1}}{3\omega + 4} \quad (24.8)$$

علامت بالا برای مورد  $C > 0$  و علامت پایین برای  $C < 0$  به کار می‌رود. برای  $C > 0$  وقتی  $S \rightarrow 0$  داریم  $\phi \rightarrow 0$ ، در حالی که برای  $C < 0$  وقتی  $S \rightarrow 0$  خواهیم داشت  $\phi \rightarrow \infty$ . این نتیجه‌گیریها بدون توجه به مقادیر  $k$  یا معادله حالت برقرار است، زیرا در مقادیر کوچک  $S$  دینامیک عالم را جمله  $\phi$  کنترل می‌کند.

### ۳.۴.۸ تولید هسته‌های سبک

دیکی و جی. اس. گرینشتاین<sup>۱</sup> مسئله سنتز هسته‌ای را در عالم اولیه برنزدیکی بررسی کردند. گرینشتاین همان رهیافت فیزیکی را دنبال کرد که خلاصه آن در فصل ۵ برای مورد  $C = 0$  بیان شد. نتایجی که او برای  $h_0 = 1$  به دست آورد در جدول ۱.۸ داده شده است.

برای هر یک از سه مقدار چگالی فعلی ماده  $\rho_0$ ، جدول ۱.۸ سه متری مقدار برای فراوانی دوتریم و تریتم می‌دهد که با مقادیر  $\omega = 5$ ،  $\omega = 10$ ، و  $\omega = \infty$  متناظرند. آخرین مورد البته به نسبت عام مربوط می‌شود. اختلاف میان نظریه برنزدیکی و نسبت عام البته برای  $\omega = 5$  در مقادیر بالای  $\rho_0$  قابل توجه می‌شود زیرا مقادیر  ${}^2\text{H}$  و  ${}^4\text{He}$  بیشتری در نظریه اول تشکیل



شکل ۶.۸ رفتار زمانی  $S$  و  $G$ . هر دو در مقیاس  $\log\text{-}\log$  برای  $\omega = 6$  رسم شده‌اند. مقیاسها دلخواه هستند.

می‌شوند. برای  $\omega \geq 3$ ، فراوانی مشاهده‌شدهٔ کنونی حد بالای  $\rho_0 \leq 5 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$  در کیهان‌شناسی برنز-دیکي تعیین می‌کند.

در مدلهایی که  $\phi$  غالب است، ثابت  $C$  را می‌توان طوری تنظیم کرد که هر فراوانی مطلوب، زیاد یا کم، را تولید کند. برای فراوانیهای کیهانی کمتر از مقدار بالا باید مقدار  $|C|$  کوچک مناسب را برگزید. به هر حال، دستاویز رصدی دیگری برای  $C$  وجود دارد که در زیر به‌اختصار شرح داده می‌شود.

#### ۴.۴.۸ تغییرات $G$

چون  $G \propto \phi^{-1}$  است،  $\phi$  وابسته به زمان به معنی ثابت گرانشی وابسته به زمان است. همان‌طور که از (۱۹.۸) دیده می‌شود، برای  $C = 0$  داریم

$$\frac{\dot{G}}{G} = -\frac{2}{3\omega + 4} \frac{1}{t} = -\frac{H}{\omega + 1}. \quad (25.8)$$

بنابراین  $|\dot{G}|$  در حدود ثابت هابل است مگر اینکه  $\omega$  بزرگ باشد و اندازهٔ آن نشان دهد که ثابت گرانشی باید برحسب زمان کاهش یابد (نگاه کنید به شکل ۶.۸).

اما، برای  $|C|$  به اندازه کافی بزرگ، جوابهایی که در آنها  $\phi$  غالب است، حتی در دورهٔ فعلی، تفاوت قابل ملاحظه‌ای با جوابهای مربوط به غلبهٔ ماده دارند. در فصل ۱۱ دوباره شواهد به نفع و برعلیه تغییرات  $G$  را بررسی خواهیم کرد.

### ۵.۴.۸ تورم در کیهان‌شناسیهای برنز-دیکی

به واسطهٔ سادگی نسبی فرمولبندی و تفسیر نتیجه‌های رصدی، کیهان‌شناسی برنز-دیکی در عالم نخستین نیز بررسی شده است. سی. ماتیاواگان<sup>۱</sup> و وی. بی. جوهری<sup>۲</sup> اولین کسانی بودند که مرحلهٔ تورمی را در این کیهان‌شناسی بررسی کردند. مسئله تشکیل هسته‌های حباب و درهم ادغام شدن که مدل تورمی گوٹ با آن روبه‌رو بود مشکلی را به‌وجود آورد که به خروج خوشایند از مرحلهٔ تورمی به مرحله با سیطرهٔ تابش فریدمان معروف است. لا<sup>۳</sup> و اشتینهارت چارچوب برنز-دیکی را برای تولید «تورم گسترده» به کار گرفته‌اند. مرحلهٔ «گسترده» از این رو به‌وجود می‌آید که انبساط نمایی نیست بلکه از نوع قانون-توان است. به نظر می‌رسد که این ایده مسئلهٔ خروج خوشایند را حل کند ولی به واسطه واپیچیدگیهای تولیدشده در زمینهٔ ریزموج کیهانی دچار مشکل می‌شود، واپیچیدگیهایی که به صورت غیرمنتظره‌ای زیاد است. علاقه‌مندان به تورم بدون اعتنا به این موانع، با اضافه کردن جفت‌شدگیهای مرتبهٔ بالاتر میدان نرده‌ای و گرانی، تغییری را در مضمون برنز-دیکی کشف کردند. این به مفهوم «تورم فراگسترده» انجامید. با این همه، به هیچ یک از این ایده‌ها در سالهای بعد توجه چندانی نشد.

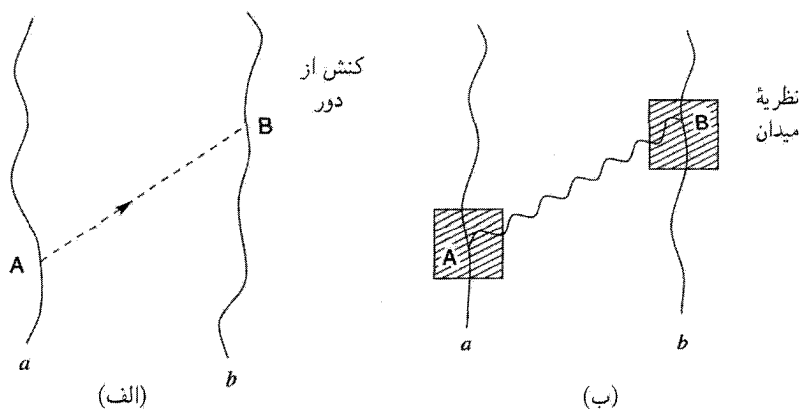
خلاصه اینکه، نظریهٔ برنز-دیکی به‌عنوان بدیلی برای نظریهٔ گرانی مورد توجه فراوان قرار گرفته است، اما، با آزمونهای انجام‌شده در منظومهٔ شمسی مقادیر بسیار نزدیک به پیش‌بینی‌های نظریهٔ نسبت با دقت هرچه بیشتر و بیشتر به‌دست آمده است، پارامتر  $w$  که آن را از نسبت عام متمایز می‌سازد باید بزرگتر و بزرگتر شود، بنابراین آن را بیش از پیش، لااقل در مقیاس منظومهٔ شمسی، از نسبت عام متمایز می‌سازد. در جبهه کیهان‌شناختی، نظریه نتیجه‌هایی متفاوت از کیهان‌شناسی استاندارد فریدمان به‌دست می‌دهد، اما به نظر نمی‌رسد که این اختلافها تأثیر چندانی بر نظریه‌پردازان کرده باشد تا کار مطالعهٔ دقیق کیهان‌زایی عالم از عصرهایی نخستین را به‌عهده بگیرند.

### ۵.۸ کیهان‌شناسیهای هویل-نارلیکار<sup>۴</sup>

اکنون یکی دیگر از نظریه‌های گرانس را در نظر می‌گیریم که می‌تواند مدعی سراسرترین توصیف گمی اصل ماخ باشد. این نظریه را ابتدا فرد هویل و نگارنده در سال ۱۹۶۴ پیشنهاد کردند، و در اینجا آن را نظریه HN و مدل کیهان‌شناختی مبتنی بر آن را کیهان‌شناسیهای HN می‌نامیم. در سراسر این بحث  $c = 1$  در نظر گرفته می‌شود.

مانند نسبت عام و نظریهٔ برنز-دیکی، نظریهٔ HN در فضا-زمان ریمانی فرمولبندی می‌شود. به هر حال، یک تفاوت بارز میان این نظریه و هر نظریه کیهان‌شناسی دیگر که تاکنون بررسی





شکل ۷.۸ (الف) در تصویر کنش از دور، تأثیر از نقطه  $A$  واقع بر جهانخط  $a$  مستقیماً در فضا-زمان (در امتداد مسیر خط‌چین) به نقطه  $B$  بر روی جهانخط ذره  $b$  منتقل می‌شود. (ب) در نظریه میدان، میدان موجود در حوالی  $A$  (که با ناحیه سایه‌دار مشخص شده است) آشفته می‌شود؛ این آشفستگی به صورت موج در میدان محیط منتشر می‌شود و به حوالی  $B$  (که آن هم با ناحیه سایه‌دار مشخص شده است) می‌رسد. سپس این آشفستگی در  $B$  نیرویی به  $b$  وارد می‌کند. بدین ترتیب تأثیر از  $a$  به  $b$  منتشر می‌شود.

کردیم وجود دارد. این تفاوت ناشی از این واقعیت است که نسبیت عام، نظریه برنز-دیکی، و غیره نظریه‌های میدان ناب هستند، در حالی که نظریه  $HN$  بر مفهوم کنش میان ذره‌ای مستقیم استوار است. تفاوت میان دو نوع نظریه به بهترین نحو در توصیف الکترومغناطیس دیده می‌شود که معمولاً در این بخش و بخش بعد برای مقایسه به آن رجوع خواهیم کرد. تا زمان ابداع نظریه میدان ماکسول، معمولاً برهم‌کنشهای الکتریکی و مغناطیسی را به‌عنوان موارد کنش بین ذرات از راه دور توصیف می‌کردند. موفقیت نظریه ماکسول مفهوم میدان را به‌جای کنش از دور وارد فیزیک کرد (شکل ۷.۸).

چون اصل ماخ (که مستلزم ارتباط میان پدیده‌های محلی و دور دست است) کنش از دور را مطرح می‌کند، حتی یکی از پیروان اولیه آن مانند اینشتین بعدها درباره اعتبار آن دچار تردید شد. مخالفتهای اینشتین بر این باور استوار بود که کنش از دور لحظه‌ای فرض می‌شد و در نتیجه با نسبیت ناسازگار بود. اما، در اوایل سالهای ۱۹۶۰ معلوم شد که کنش از دور را می‌توان با نسبیت سازگار ساخت و نیز می‌تواند الکترودینامیک را به‌درستی توصیف کند و پیامدهای کیهان‌شناختی جالب توجهی دارد. چون هوپل و نگارنده نقش فعالی در این تحولات داشتند، طبیعی بود که رهیافت کنش از دور را به اصل ماخ اختیار کنند.

بنابراین، در اینجا از نمادگذاری تا اندازه‌ای ناآشنای کنش از دور استفاده می‌کنیم. اگر  $a$ ،  $b$ ... ذرات موجود در عالم،  $m_a$ ،  $e_a$  جرم و بار ذره  $a$ ام باشد. اصل ماخ ایجاب می‌کند (نگاه کنید به بخش ۲.۸) که کاملاً یک ویژگی ذاتی ذره  $a$  نباشد؛ منشأ آن به زمینه حاصل از بقیه عالم نیز بستگی دارد. برای بیان این فکر به صورت کمی، بنویسید

$$m_a(A) = \lambda_a \sum_{b \neq a} m^{(b)}(A) \quad (26.8)$$

این عبارت دارای معنی زیر است. در نقطه نوعی  $A$  روی جهانخط ذره  $a$ ، جرمی که  $a$  به دست می‌آورد برآیند سهم ناشی از سایر ذرات ( $b \neq a$ ) موجود در عالم است. سهم ناشی از  $b$  در  $A$  با تابع نرده‌ای  $m^{(b)}(A)$  داده می‌شود. ثابت جفت‌شدگی  $\lambda_a$  ذاتی ذره  $a$  است. اما، توجه کنید که اگر  $a$  تنها ذره موجود در عالم بود،  $m_a = 0$  و به نتیجه‌ای می‌رسیدیم که در بخش (۴.۸) به دست آوردیم.

### ۱.۵.۸ گریزی به نظریه الکترومغناطیس

این توابع  $m^{(b)}(X)$  چه هستند؟ اینکه آنها چیزی هستند که ویژگی لختی را از ذرات  $b$  به هر ذره  $X$  واقع در فضا زمان منتقل می‌کنند از محتوای متن بدیهی است. برای به دست آوردن شکل مناسبی برای آنها از نظریه الکترومغناطیس استفاده می‌کنیم که در آن معمولاً دسته‌ای از آشفتگیهای الکترومغناطیسی را وارد می‌کنیم که صرفاً ناشی از چشمه‌ها، یعنی بارهای الکتریکی متحرک، هستند. در نتیجه، ۴-پتانسیل  $A_i^{(b)}(X)$  را نشانگر اثر ناشی از بار الکتریکی  $b$  در نقطه  $X$  در نظر می‌گیریم.  $A_i^{(b)}(X)$  در معادله موج صدق می‌کند

$$\square A_i^{(b)} + R_i^k A_k^{(b)} = 4\pi J_i^{(b)} \quad (27.8)$$

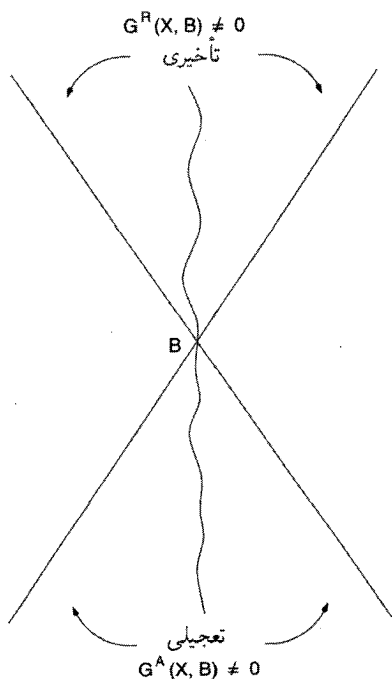
که  $J_i^{(b)}$  ۴-جریانی است که بار  $b$  تولید می‌کند. جواب (۲۷.۸) را می‌توان به صورت انتگرالی زیر

نوشت

$$A_i^{(b)}(X) = 4\pi e_b \int G_{ik}(X, B) db^k \quad (28.8)$$

که  $G_{ik}(X, B)$  تابع گرین عملگر موج  $(g_i^k \square + R_i^k)$  است. پتانسیل کولنی معروف حالت خاصی از (۲۸.۸) است.

تابع گرین را شکل عملگر موج به تنهایی تعیین نمی‌کند. بلکه باید شرایط مرزی را نیز مشخص کرد. شرایط مرزی متداول را علیت تعیین می‌کند؛ یعنی اگر  $X$  در خارج از مخروط نور آینده  $B$



شکل ۸.۸ تابع گرین تأخیری  $B$  فقط در مخروط نور آینده  $B$  غیرصفر است، در حالی که تابع گرین تجیلی فقط در مخروط نور گذشته غیرصفر است.

قرار گیرد، تأثیر  $B$  در  $X$  باید صفر شود. تابع گرین که دارای این شرط باشد را تابع گرین تأخیری می‌خوانند. این تابع گرین را با شاخص بالای  $R$  مشخص می‌کنیم. همین‌طور، تابع گرین محدود به مخروط نور گذشته  $B$  را معمولاً تابع گرین تجیلی می‌نامند و آن را با شاخص بالایی  $A$  نشان می‌دهند (نگاه کنید به شکل ۸.۸).

این تابعهای گرین در نظریه‌های کنش از دور نقشی کلیدی دارند. چون تابع گرین نوعی در هر دو نقطه پایانی به‌عنوان بردار عمل می‌کند، پس یک دوبردار است. در ابتدا گمان می‌رفت که کنش از دور باید فوری و در نتیجه با چارچوب نسبیت خاص ناسازگار باشد. اما، کی. شوارتس‌شیلد، اچ. تترود<sup>۱</sup> و ای. دی. فوکر<sup>۲</sup> در سه دهه اول قرن بیستم نشان دادند که در واقع باید یک نظریه کنش از دور سازگار با نسبیت فرمولبندی شود. اگر نقطه‌های  $A$  و  $B$  فضا زمان را با  $s_{AB}^{\lambda}$  به‌عنوان مربع ناوردای فاصله نسبیتی بین آنها در نظر بگیریم، در این صورت  $\delta(s_{AB}^{\lambda})$  که  $\delta$  تابع دلتای

دیراک است، تابع مناسبی برای انتقال تأثیرهای فیزیکی بین A و B است، زیرا این تابع فقط هنگامی عمل می‌کند که A و B را بتوان با پرتویی از نور به هم متصل کرد (یعنی، هنگامی که  $s_{AB}^2 = 0$ ). بنابراین، این تابع دلتا الزاماً به صورت مؤلفه اصلی هر تابع گرین در هر نظریه کنش از دور ظاهر می‌شود. اصل کنش، که مبنای نظریه الکترومغناطیس در فضا-زمان ریمانی است را در زیر تشریح می‌کنیم. کار را با کنش زیر آغاز می‌کنیم

$$A = - \sum_a \sum_{<b} \epsilon \pi e_a e_b \int \int \bar{G}_{ik} da^i db^k \quad (29.8)$$

که  $\bar{G}_{ik}$  تابع گرین متقارن به صورت زیر است

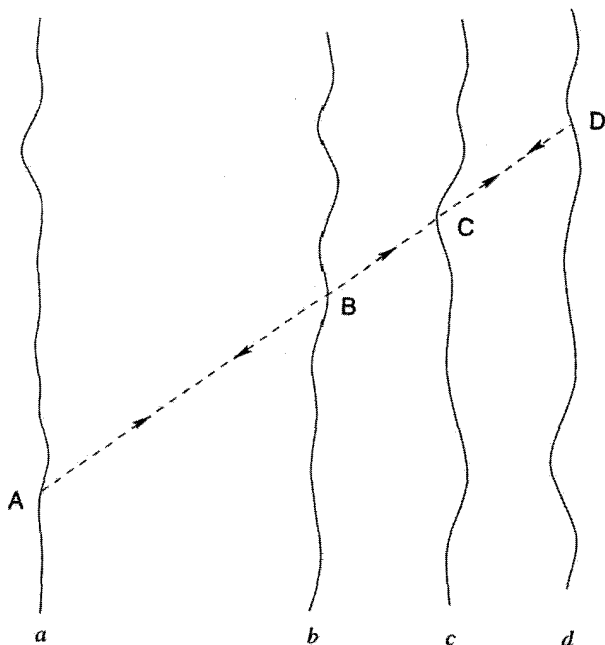
$$\bar{G}_{ik}(A, B) \equiv \frac{1}{4} [G_{ik}^R(A, B) + G_{ik}^A(A, B)]. \quad (30.8)$$

از این رو  $\bar{G}_{ik}(A, B) = \bar{G}_{ik}(B, A)$  و هر جمله در کنش بین هر دو زوج ذره کاملاً متقارن است. کنش (۳۰.۸)، همراه با شرایط مرزی کیهان‌شناختی مناسب، همه اثرهای الکترومغناطیسی نظریه میدان ماکسول استاندارد را تولید می‌کنند.

اینکه شرایط مرزی کیهان‌شناختی در چارچوب کنش از دور ضروری هستند را می‌توان از مثال ساده زیر دید. هر سیگنال تأخیری که از ذره  $a$  گسیل شود، مطابق شکل ۹.۸، واکنشی تعجیلی را از  $b$  دریافت می‌دارد. از این رو، نظریه سیگنالهای تعجیلی را می‌پذیرد و به نظر می‌رسد که علیت را نقض کند. به علاوه، در شکل ۹.۸ سیگنال ناشی از  $b$ ، بدون توجه به فاصله  $b$ ، در همان زمان به  $a$  می‌رسد که سیگنال اولیه آن را ترک کرده است! بنابراین، الکترومغناطیس دیگر یک نظریه موضعی نیست: هر اثر به اصطلاح موضعی باید پاسخ عالم را، که از واکنش همه ذرات  $b$  سوای  $a$  تشکیل شده است، به حساب آورد. یک پاسخ «درست» باید همه اثرهای غیرعلیتی را حذف کند. این مطلب را اولین بار جی. ای. ویلر<sup>۱</sup> و ار. پی. فاینمن<sup>۲</sup> در سال ۱۹۴۵ بیان کردند. بعدها، بین سالهای ۱۹۶۲ و ۱۹۶۳، جی. ای. هوگارت<sup>۳</sup>، اف. هویل، و نگارنده نشان دادند که این پاسخ تابع مدل عالم است. اساساً، برای تولید پاسخ درست باید عالم آینده یک جذب‌کننده کامل باشد، یعنی باید بتواند تمام سیگنالهای الکترومغناطیسی به طرف آینده را جذب کند.

پاسخ عالم چیست؟ دیراک در سالهای ۱۹۳۰ نشان داد که وقتی یک بار الکتریکی  $a$  شتاب می‌گیرد، به آن یک نیروی میرایی تابشی وارد می‌شود و این نیرو را می‌توان با ارزیابی نصف تفاضل میدانهای تأخیری و تعجیلی بار بر روی جهانخط آن محاسبه کرد:

$$Q(a) = \frac{1}{4} [F^R(a) - F^A(a)]. \quad (31.8)$$



شکل ۹.۸ یک سیگنال تأخیری (که با خط چین نشان داده شده است) نقطه A روی جهانخط  $a$  را ترک می‌کند و در نقطه‌های B، C، D، سه نقطه به ذرات  $b$ ،  $c$ ،  $d$ ... برخورد می‌کند. پاسخ تعجیلی آنها، بدون توجه به اینکه فاصله این ذرات از  $a$  چیست، در امتداد همین خط چین به  $a$  برمی‌گردد. از این رو، حتی بخشهای دور دست عالم پاسخهای فوری به آشفتگی تأخیری خروجی از A تولید می‌کنند.

در نظریه میدان ماکسول نتیجه دیراک فقط یک کنجکاو بدون استدلال مناسب در این مورد است که چرا باید کنش تابشی از فرمول بالا تعیین شود. این با پرسش بنیادتری در ارتباط بود که در بحث میدانهای الکترومغناطیسی دستگاه نوسان‌کننده‌ای از بارهای الکتریکی مطرح می‌شود. معمولاً جوابهای تأخیری معادله‌های موج ماکسول را برای توصیف این میدانها، بر مبنای علیت، در نظر می‌گیریم. به واسطه این انتخاب است که دستگاه انرژی تابش می‌کند و میرا می‌شود. بنابراین پرسش بنیادی به این صورت است: چرا جوابهای خود را منحصر به جوابهای تأخیری می‌کنیم و جوابهای تعجیلی را نادیده می‌گیریم؟ یا به عبارت دیگر، چرا یک اصل علیت داریم (که بنا به آن علتها پیش از معلولها به وقوع می‌پیوندند)، در حالی که معادله‌های بنیادی فیزیک از نظر زمان متقارن‌اند؟

نظریه ویلر-فاینمن پاسخ برای این پرسش فراهم می‌سازد. این نظریه با تقارن زمانی فرمولبندی

شده است و در آن جوابهای تعجیلی همان اعتبار جوابهای تأخیری را دارند. بنابراین ذره نوعی  $a$  یک «همراه ذره مستقیم» را تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$F(a) = \frac{1}{\gamma} [F^R(a) + F^A(a)] \quad (۳۲.۸)$$

که به روشنی نسبت به مؤلفه‌های تأخیری و تعجیلی متقارن است. همان‌طور که در بالا دیدیم، کل عالم پاسخی به تک‌تک این میدانهای بار می‌دهد، و در نظریه ویر-فاینمن، پاسخ عالم به حرکت  $a$  درست (۳۱.۸) است! می‌توان نشان داد، برای به دست آوردن پاسخ درست، بخش آینده عالم (که در مخروط نور آینده دستگاه تابش‌کننده قرار دارد) باید جذب‌کننده کامل همه این سیگنالهای تأخیری، یعنی، در جهت آینده، و بخش گذشته عالم یک جذب‌کننده ناکامل همه سیگنالهای تعجیلی، یعنی سیگنالهای در جهت گذشته باشد. بنابراین، در چنین عالمی اگر این پاسخ (۳۱.۸) را میدان بنیادی و دارای تقارن زمانی  $a$ ، که با (۳۲.۸) داده می‌شود، اضافه کنیم، میدان خالص در حوالی  $a$  را به صورت زیر به دست می‌آوریم

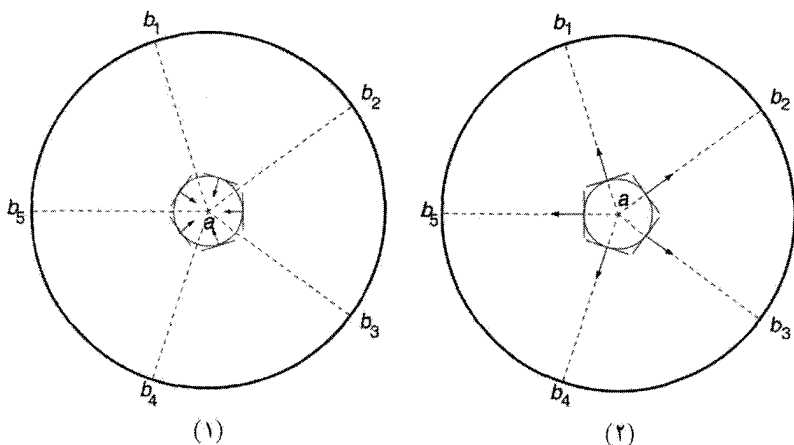
$$\begin{aligned} F_{\text{کل}}(a) &= F(a) + Q(a) = \frac{1}{\gamma} [F^R(a) + F^A(a)] + \frac{1}{\gamma} [F^R(a) - F^A(a)] \\ &= F^R(a) \end{aligned} \quad (۳۳.۸)$$

بدین ترتیب، تأثیر کل در حوالی  $a$  را به صورت یک اثر تأخیری ناب به دست می‌آوریم. بنابراین پاسخ درست همه اثرهای تعجیلی را، بجز آنهایی که در واکنش تابش موجودند، حذف می‌کند. جالب توجه (و مهم) است که حالت پایا که در فصل بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد پاسخ درست را به دست می‌دهد، در حالی که همه مدل‌های فریدمان از انجام این کار ناتوان‌اند. به علت نیاز سرنوشت‌ساز به جذب کامل، این نظریه را گاهی «نظریه جذب‌کننده تابش» می‌نامند. شکل ۱۰.۸ این رفتار جذب‌کننده آینده را نشان می‌دهد.

### ۲.۵.۸ لختی و گرانی

هدف ما از گریز به الکترومغناطیس در بحث بالا این بود که نشان دهیم رهیافت مشابه به لختی به نظریه گرانی ماخی می‌انجامد. در مورد لختی متوجه می‌شویم که توابع  $m^{(b)}(X)$  نرده‌ای هستند و بنابراین باید با تابعهای گرین نرده‌ای کار کنیم. از این رو می‌نویسیم

$$m^{(b)}(X) = \int \lambda_b \tilde{G}(X, B) ds_b \quad (۳۴.۸)$$



شکل ۳.۵.۸ جذب‌کننده آینده را نوعاً با کره‌ای به مرکز بار  $a$  نشان می‌دهند. میدانهای تعجیلی ذرات  $b_1, b_2, \dots$  را با جبهه‌های موج کروی نشان می‌دهند که به ترتیب در آنها همگرا می‌شوند. پوش این جبهه‌های موج ابتدا (۱) موجی کروی است که در  $a$  همگرا می‌شود و سپس (۲) یک موج دیگر که از آن واگرا می‌شود. اینها به ترتیب دو بخش  $-\frac{1}{r}F^{(A)}(a)$  و  $\frac{1}{r}F^{(R)}(a)$  را تشکیل می‌دهند.

وکنش لخت عبارت است از

$$\mathcal{A} = - \sum_a \sum_{<b} \iint \lambda_a \lambda_b \tilde{G}(A, B) ds_a ds_b \quad (3.5.8)$$

$\tilde{G}(A, B)$  چیست؟ دوباره کار را با مقایسه با الکترومغناطیس پی می‌گیریم. با توجه به تقارن، باید  $\tilde{G}(A, B) = G(B, A)$ . همین‌طور، باید  $\tilde{G}$  تابع گرین مربوط به یک معادله موج نرده‌ای باشد. به منظور تعیین  $\tilde{G}$  به طور کامل باید از یک ویژگی دیگر نظریه الکترومغناطیس ماکسول به نام ناوردایی هم‌مدیس بهره بگیریم که تاکنون مورد بحث قرار نگرفته است.

### ۳.۵.۸ ناوردایی هم‌مدیس

تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$\bar{g}_{ik} = \Omega^2 g_{ik} \quad (3.5.8)$$

که در آن  $\Omega$  تابع دوبار قابل مشتق‌گیری از  $x^i$  در گستره  $0 < \Omega < \infty$  است. این تبدیل را تبدیل هم‌مدیس می‌نامند. با معلوم بودن خمینه فضا-زمان  $\mathcal{M}$  با مختصات  $(x^i)$  و متریک  $(g_{ik})$

با استفاده از (۳۶.۸) خمینه فضا-زمان دیگر  $\overline{\mathcal{M}}$  را با همان دستگاه مختصات  $(x^i)$  اما متریک متفاوت  $(\Omega^2 g_{ik})$  تولید کرده‌ایم. می‌گوییم  $\mathcal{M}$  و  $\overline{\mathcal{M}}$  همدیس یکدیگر هستند. اگر  $\mathcal{M}$  تخت باشد می‌گوییم  $\overline{\mathcal{M}}$  به‌طور همدیس تخت است.

اگر نقطه‌های متناظر (با  $x^i$  یکسان) را در  $\mathcal{M}$  و  $\overline{\mathcal{M}}$  شناسایی کنیم، به‌طور کلی درمی‌یابیم که وقتی از  $\mathcal{M}$  به  $\overline{\mathcal{M}}$  می‌رویم فاصله‌های بین دو نقطه کش می‌آید یا جمع می‌شود. به هر حال، مخروطهای صفر در هر دو خمینه تغییر نمی‌کنند. این ناوردایی مخروط صفر با ناوردایی تحت تبدیلهای مختصات تفاوت دارد. تبدیلهای مختصات جهت‌های صفر را به‌طور موضعی حفظ می‌کنند، و در نظریه‌های میدان که برهم‌کنشها را به‌صورت موضعی بررسی می‌کنند اهمیت دارند. نظریه‌های کش از دور، برهم‌کنشها را به‌طور کلی توصیف می‌کنند و باید ساختار کلی مخروطهای صفر را در نظر بگیرند. از این رو، انتظار داریم که این نظریه‌ها تحت تبدیلهای همدیس نیز شکل خود را حفظ کنند.

به‌راحتی می‌توان نشان داد که خمیدگی نرده‌ای تحت تبدیلهای همدیس به‌صورت زیر تغییر

می‌کند

$$\overline{R} = \Omega^{-2} \left( R + 6 \frac{\square \Omega}{\Omega} \right) \quad (37.8)$$

که  $\square$  نسبت به متریک  $(g_{ik})$  ارزیابی می‌شود. اما، کمیتهایی وجود دارند که تحت تبدیل همدیس یکسان باقی می‌مانند. این کمیت را ناوردهای همدیس می‌نامند. به‌راحتی می‌توان دید، که برای مثال، کنشی که نظریه میدان ماکسول را توصیف می‌کند ناوردهای همدیس است. تغییر زیر را در نظر بگیرید

$$\overline{A}_i = A_i + \psi_{,i} \quad (\psi = \text{یک تابع نرده‌ای}),$$

$$\overline{F}_{ik} = F_{ik}, \quad \overline{J}_i = \Omega^{-4} J_i$$

این تغییرها شکل معادله‌های ماکسول را دست نخورده باقی می‌گذارد.

اکنون با توجه به این شرط که کش لخت (۳۵.۸) ناوردهای همدیس است شکل  $\overline{G}(A, B)$  را مشخص می‌کنیم. چون تحت تبدیل (۳۶.۸) داریم

$$d\overline{s}_a = \Omega(A) ds_a, \quad d\overline{s}_b = \Omega(B) ds_b \quad (38.8)$$

باید داشته باشیم

$$\overline{\overline{G}}(A, B) = \Omega(A)^{-1} \Omega(B)^{-1} \overline{G}(A, B) \quad (39.8)$$



تنها عملگر موج زده‌ای که (۳۹.۸) را مجاز می‌دارد عبارت است از

$$\square + \frac{1}{\epsilon} R$$

به عبارت دیگر،  $\tilde{G}(X, B)$  در معادله موج صدق می‌کند

$$[\square x + \frac{1}{\epsilon} R(X)] \tilde{G}(X, B) = [-g(X)]^{-1/2} \delta_4(X, B) \quad (40.8)$$

$\delta_4(X, B)$  تابع دلتای دیراک چهاربعدی است که بجز در حالت  $X \equiv B$  صفر می‌شود. بنابراین، مطمئن شده‌ایم که نظریه کنش از دور که با (۳۶.۸) داده می‌شود تحت تبدیلهای هم‌دیس تغییر نمی‌کند.

## ۶.۸ معادله‌های گرانشی نظریه HN

کنش نظریه HN از (۳۵.۸) به دست می‌آید، و به کمک تعریفهای (۲۶.۸) و (۳۴.۸) می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$A = - \sum_a \int m_a ds_a \quad (41.8)$$

به این ترتیب، به نظر می‌رسد که این کنش فقط دارای جمله لختی فصل ۲ (نگاه کنید به (۸۰.۲)) است. چگونه چنین کنشی می‌تواند معادله‌های گرانشی به دست دهد؟

پاسخ این پرسش در این واقعیت نهفته است که  $m_a$ ها در (۴۱.۸) ثابت نیستند بلکه علاوه بر هندسه فضا-زمان تابع مختصات فضا-زمان نیز هستند. زیرا به کمک تابعهای گرین تعریف شده‌اند، که به نوبه خود برحسب هندسه فضا-زمان تعریف می‌شوند. بنابراین، با تغییر کوچک زیر

$$g_{ik} \rightarrow g_{ik} + \delta g_{ik}$$

معادله موج (۴۰.۸) و نیز جواب آن تغییر می‌کند. از این رو، داریم

$$\tilde{G}(A, B) \rightarrow \tilde{G}(A, B) + \delta \tilde{G}(A, B)$$

و در نتیجه  $A \rightarrow A + \delta A$ . بنابراین، مسئله‌ای غیرصفر داریم که حل آن را می‌توان به صورت زیر بیان کرد. برای ساده کردن موضوع همه  $\lambda_a$ ها را برابر واحد در نظر می‌گیریم. (بعدها این فرض را کنار می‌گذاریم.)

تابعهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$m(X) = \sum_a m^{(a)}(X) = \frac{1}{\sqrt{g}} [m^R(X) + m^A(X)], \quad (42.8)$$

$$\phi(X) = m^R(X)m^A(X), \quad m_k \equiv m_{,k}, \dots, \quad (43.8)$$

$$N(X) = \sum_a \int \delta_{\sqrt{g}}(X, A) [-g(X)]^{1/2} ds_a \quad (44.8)$$

مانند مورد الکترومغناطیس، از تابع گرین متقارن  $(\frac{1}{\sqrt{g}}R + \frac{1}{\sqrt{g}}A)$  استفاده کرده‌ایم. پس معادله‌های گرانشی به صورت زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{\sqrt{g}} g_{ik} R = -\frac{6}{\sqrt{g}} \phi [T_{ik} - \frac{1}{\sqrt{g}} (g_{ik} \square \phi - \phi_{,ik})] \quad (45.8)$$

$$- \frac{1}{\sqrt{g}} (m_i^R m_k^A + m_k^R m_i^A - g_{ik} g^{pq} m_p^R m_q^A)]$$

همراه با معادله «چشمه» برای  $m(X)$

$$\square m + \frac{1}{\sqrt{g}} R m = N \quad (46.8)$$

به دست آوردن مجموعه‌ی نهایی معادله‌های نظریه از نظر کسی که با روشهای کنش مستقیم میان ذره‌ای نا آشناست شاید به صورت ناراحت‌کننده‌ای طولانی به نظر برسد. در اینجا از روش مورد استفاده هویل و نگارنده بهره گرفته‌ایم، که از طریق کار قبلی در مورد الکترومغناطیس به این نظریه رسیدند. مانند مورد الکترومغناطیس، عالم به یک رویداد موضعی پاسخ می‌دهد. برای تأمین علیت و حذف آثار تعجیلی، پاسخ درست باید از رابطه‌ی زیر به دست آید

$$\sum_a m^{(a)A}(X) = \sum_a m^{(a)R}(X) = m(X) \quad (47.8)$$

در این شرایط، معادله‌های (۴۵.۸) به صورت ساده‌ی زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{\sqrt{g}} g_{ik} R = -\frac{6}{m^2} \left[ T_{ik} + \frac{1}{\sqrt{g}} (g_{ik} \square m^2 - m_{,ik}^2) - \left( m_i m_k - \frac{1}{\sqrt{g}} g_{ik} m^l m_l \right) \right] \quad (48.8)$$

اگر از رهیافت نظریه‌ی میدان استاندارد بهره می‌گیریم و میدان لختی نرده‌ای  $m(X)$  را وارد می‌کردیم، می‌توانستیم به کمک کنش زیر به (۴۶.۸) و (۴۸.۸) برسیم

$$A = \int \left( \frac{1}{12} R m^2 + m^i m_i \right) \sqrt{-g} d^4 x - \sum_a \int m ds_a \quad (49.8)$$

رهیافت کُش از دور، به‌رغم اینکه فیزیکی‌دان نظری با آن آشنایی ندارد، از این نظر که توصیف سراسری از اصل ماخ می‌دهد مفید است. تفسیر فیزیکی جملهٔ مربوط به نظریهٔ میدان (۴۹.۸) چندان راحت نیست. به این دلیل، دربارهٔ رهیافت نخست به تفصیل صحبت کردیم. بدین دلیل، رهیافت اخیر را به تفصیل بررسی کردیم. توجه کنید که در رهیافت اول کُش (۴۱.۸) ما فقط حاوی جملهٔ آخر (۴۹.۸) بود، اما  $m$  از تابعهای دو نقطه‌ای غیرمحلّی تشکیل شده بود. در اینجا،  $m$  یک میدان سراسری است، با چشمه‌هایی در ماده که ویژگیهای دینامیکی آنها را اولین جمله در کُش بالا تعیین می‌کند.

چون ویژگی نوردایی هم‌دیس در فرمولبندی نظریه به‌کار رفته است، انتظار داریم که معادله‌های نهایی (۴۸.۸) و (۴۹.۸) نوردایی هم‌دیس از خود نشان دهند. این انتظار تحقق می‌یابد. اگر  $(g_{ik}, m)$  یک جواب این معادله‌ها باشد،

$$\bar{g}_{ik} = \Omega^2 g_{ik}, \quad \bar{m} = \Omega^{-1} m \quad (50.8)$$

نیز جوابهای معادله هستند. از این رو، بجز نوردایی مختصی نسبت عام، این نظریه نوردایی هم‌دیس را نیز از خود نشان می‌دهد.

در تمرین ۳۳ فصل ۲ دیدیم که نوردایی مختصی کُش به یک قانون پایستگی برای تانسور انرژی تکانه می‌انجامد. در این مورد نوردایی هم‌دیس کُش به صفر شدن اثر این معادله‌های میدان منجر می‌شود. به‌راحتی می‌توان نشان داد که اثر (۴۸.۸) با توجه به (۴۶.۸) صفر می‌شود. صفر شدن اثر نشانگر این واقعیت است که مسئله دلایل کافی برای اثبات ندارد. درست همان‌طور که صفر شدن  $T_{ik}^{ik}$  در نسبت عام نشان می‌دهد که جوابهای بیشتری را می‌توان از هر جواب تبدیلیهای مختصات تولید کرد، به‌طوری که می‌توانیم جوابهای بیشتری را از طریق (۵۰.۸) تولید کنیم. همهٔ این جوابها؛ در صورتی که بتوانیم به قاعده بچسبیم که  $\Omega$  صفر یا بینهایت نمی‌شود، به لحاظ فیزیکی هم‌ارزند.

فرض کنید بتوانیم  $\Omega$  ای را در گسترهٔ بالا برگزینیم که شرط زیر را تأمین کند

$$\bar{m} = \Omega^{-1} m = \text{const.} = m_0 \quad (51.8)$$

این گزینش  $\Omega$  در صورتی امکان‌پذیر است که  $m$  صفر یا بینهایت نشود. این چارچوب هم‌دیس را چارچوب اینشتین می‌نامند، که در آن شکل ساده‌ای برای (۴۸.۸) به‌دست می‌آوریم:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -\kappa T_{ik} \quad (52.8)$$

که ثابت  $\kappa$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\kappa = \frac{6}{m_0^2} \quad (53.8)$$

بنابراین، به معادله‌های اینشتین رسیده‌ایم! در نظر اول به نظر نمی‌رسد که چیزی به دست آورده باشیم. هیچ نظریه جدید و در نتیجه هیچ پیش‌بینی، مانند نظریه برنزدیکی نداریم. اما، بررسی دقیق چند راه را نشان می‌دهد که در آنها نظریه فراتر از نسبیت می‌رود.

۱. نقطه شروع کار ما بر مبنای اصل ماک بود. فقط در تقریب بس‌ذره‌ای، که شرط (۴۷.۸) برقرار است، به معادله‌های نهایی اینشتین‌گونه می‌رسیم. در نسبیت عام یک عالم تهی با رابطه زیر داده می‌شود

$$R_{ik} = 0$$

که جوابهای آن فضازمانهای خوش‌تعریف هستند. ذرات آزمون در این فضازمانها مسیرهای خوش‌تعریف دارند. این مسیرها به نظر ماک هیچ معنایی ندارند، زیرا زمینه‌ای مادی در اختیار نداریم که نسبت به آن حرکت این ذرات را اندازه بگیریم. این جوابها در واقع متناظر با جوابهای  $f = 0$  نظریه نیوتونی هستند. در نظریه HN یک عالم تهی متناظر است با

$$m = 0, \quad g_{ik} \text{ نامعین}$$

که با جواب ماخی  $m = 0$  رابطه (۳.۸) سازگار است.

۲. علامت  $\kappa$  در نسبیت عام به طور دلخواه تثبیت می‌شود. نه در روش اکتشافی اینشتین نه در اصل کنش هیلبرت لزومی برای مثبت بودن  $\kappa$  وجود ندارد. فقط هنگامی که  $\kappa$  با توجه به گرانی نیوتونی در تقریب میدان ضعیف تعیین می‌شود (نگاه کنید به بخش ۹.۲) نتیجه می‌گیریم که  $\kappa < 0$ . در نظریه HN رابطه (۵۲.۸) نشان می‌دهد که  $\kappa$  باید الزاماً مثبت باشد. (این نتیجه‌گیری تابع فرض  $\lambda_a = 1$  نیست؛ علامت  $\lambda_a$  هرچه باشد این نتیجه به دست می‌آید.)

۳. در رهیافت کنش میان ذره‌ای مستقیم نمی‌توان جمله  $\lambda$  را وارد دافعه کیهانی کرد. تیغ اوکام خودبه‌خود وارد عمل می‌شود. در نسبیت جمله  $\lambda$  هنوز امکان‌پذیر است. با این همه، به طوری که در فصل بعد خواهیم دید، اگر این شرط را که میدانهای لختی  $m$  باید در معادله‌های موج خطی صدق کنند کنار بگذاریم، با مجاز شمردن غیرخطی بودن، کیهان‌شناسی HN یک ثابت کیهان‌شناختی را نیز مجاز می‌دارد.

۴. گذار از (۴۸.۸) به (۵۲.۸) در صورتی امکان‌پذیر است که  $0 < \Omega < \infty$ . اگر این قاعده را نقض کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟ فرض کنید در جواب (۴۸.۸) ابررویه‌ای داریم که برای آن  $m = 0$  است. اگر تأکید بر تبدیل (۵۱.۸) در ناحیه‌ای داشته باشیم که حاوی چنین ابررویه‌ای است، باید بهای  $0 \rightarrow \Omega$  را پردازیم، که به‌نوبه خود تکنیکی‌های فضا-زمان را تولید می‌کند. کار ا. کی. کبهاوی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۹ نشان داد که تکنیکی‌های معروف فضا-زمان در نسبیت ناشی از وقوع ابررویه‌ای با جرم صفر در جواب معادله‌های (۴۸.۸) است. به‌عنوان مثالی ساده از این نتیجه‌گیری بگذارید به تکنیکی مهبانگ استاندارد در نسبیت نگاهی بیفکنیم.

جزء خط مینکوفسکی (با  $c = 1$ ) را

$$ds^2 = d\tau^2 - dx^2 = dy^2 - dz^2 \quad (54.8)$$

به‌عنوان جواب (۴۸.۸) در نظر بگیرید. به راحتی می‌توان نشان داد تابع جرم که برای چگالی عددی ثابت  $N$  در هر دوی (۴۶.۸) و (۴۸.۸) صدق می‌کند عبارت است از

$$m \propto \tau^2 \quad (55.8)$$

این ساده‌ترین جواب کیهان‌شناختی ممکن در این نظریه است.

اکنون اگر بر رفتن به چارچوبی با جرم ثابت  $\bar{m}$  اصرار داشته باشیم، از (۵۱.۸) می‌بینیم که  $\Omega$ ی مناسب باید از رابطه زیر به دست آید

$$\Omega \propto \tau^2 \quad (56.8)$$

اما،  $\Omega$  روی ابررویه  $m = 0$  صفر می‌شود. بنابراین، تبدیل به چارچوب هم‌دیس اینشتین «غیرمجاز» است. بهایی که برای تأکید بر  $\bar{m} = \text{const.}$  می‌پردازیم آن است که مدل حاصل دارای یک تکنیکی هندسی در  $\tau = 0$  است. در واقع، به راحتی می‌توان نشان داد که این مدل چیزی جز مدل اینشتین-دوسیتة تکین نیست. (برای نشان دادن صریح این نتیجه از تبدیل  $\tau \propto t^{1/3}$  استفاده کنید.)

۵. مشاهده اینکه چگونه پدیده انتقال به سرخ هابل در مدل فضا-زمان تخت (۵۴.۸) و (۵۵.۸) توجیه می‌شود سازنده است. بدیهی است که یک فوتون نور که در فضا-زمان مینکوفسکی حرکت می‌کند دستخوش انتقال به سرخ نمی‌شود. اما، فوتون نوری را در نظر بگیرید که در عصر حاضر

$\tau_0$  از یک کهکشان در فاصله  $r$  به‌ناظر می‌رسد. این فوتون از گذار اتمی (یا مولکولی) در زمان  $\tau_0 - r$  نشأت گرفته است.

با توجه به فیزیک اتمی، طول موج فوتونی که بدین ترتیب منتقل می‌شود با جرم الکترونی که گذار اتمی را انجام می‌دهد نسبت عکس دارد. از (۵۵.۸) می‌بینیم که اگر  $\lambda$  طول موج فوتون و  $\lambda_0$  طول موج فوتونی باشد که در گذار مشابه در  $\tau_0$  در محل ناظر گسیل شده است، داریم

$$1 + z \equiv \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{m(\tau_0)}{m(\tau_0 - r)} = \frac{\tau_0^2}{(\tau_0 - r)^2} \quad (57.8)$$

بنابراین، انتقال به سرخ در کیهان‌شناسی HN بالا ناشی از تغییر جرمهای ذره است. شکل ۱۱.۸ این اثر را نشان می‌دهد.

۶. اگر فرض ثابت بودن  $\lambda_a$  را آسان بگیریم یک ثابت گرانشی متغیر به‌وجود می‌آید. اگر  $\lambda_a$  برحسب زمان تغییر کند، می‌توان مدل‌های کیهان‌شناختی تولید کرد که در آنها  $G$  برحسب زمان تغییر کند. این مدلها را به تفصیل بررسی نمی‌کنیم. نتیجه را می‌توان به شکل زیر نشان داد

$$\frac{\dot{G}}{G} = -\beta H \quad (58.8)$$

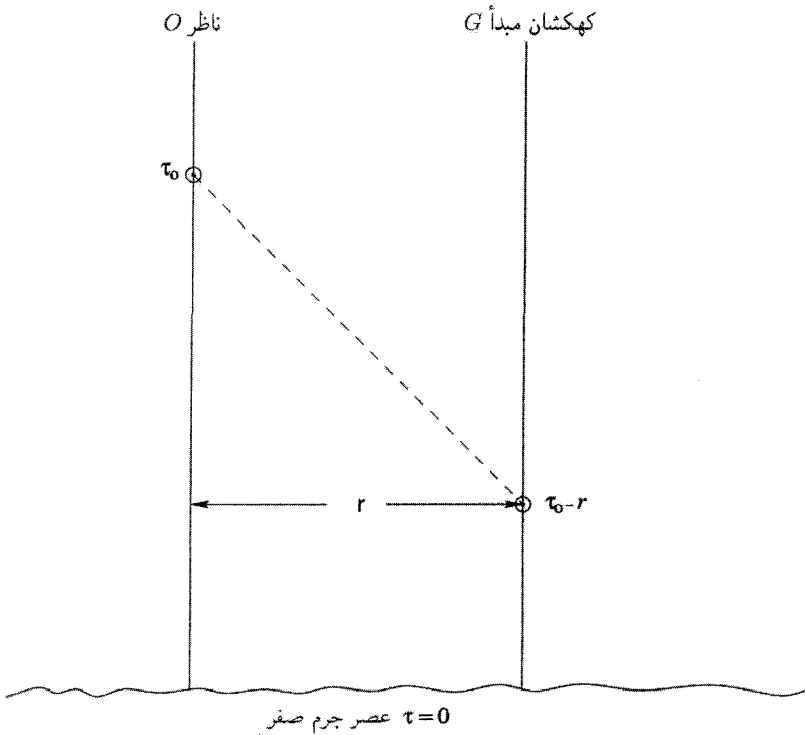
که در آن  $H$  ثابت هابل در عصر اندازه‌گیری و  $\beta$  ثابتی از مرتبه واحد است.

هویل و نگارنده در سال ۱۹۷۲ نشان دادند که افزایش  $\lambda_a$  برحسب زمان را می‌توان به‌عنوان آفرینش ذرات جدید در عالم تفسیر کرد. این مدلها یک نظریه دینامیکی آفرینش (مانند نظریه میدان  $C$  در فصل ۹) به‌دست نمی‌دهد، بلکه در عوض بستگی زمانی  $\lambda_a$  را با توسل به فرض اعداد بزرگ به‌دست می‌دهد. اکنون به بیان این فرض و معانی ضمنی آن برای کیهان‌شناسی می‌پردازیم.

## ۷.۸ فرضیه عددهای بزرگ

فیزیک پر از یکاهای مختلف و کمیتهای با اندازه‌های متفاوت است که به‌طور تجربی تعیین شده‌اند. از این مجموعه وسیع بعضی از ثابتها مانند ثابت گرانشی  $G$ ، بار الکترون  $e$ ، و غیره در شکل‌گیری قانونهای بنیادی فیزیکی اهمیتی ویژه دارند. اعدادی که اندازه‌های  $G$ ،  $e$  و غیره را بیان می‌کنند به یکاهای مورد استفاده بستگی دارند. به‌عنوان مثال

$$\begin{aligned} e &= 4,80325 \times 10^{-10} \text{ یکاهای الکتروستاتیک} \\ &= 1,60207 \times 10^{-19} \text{ یکاهای الکترومغناطیس} \end{aligned}$$



شکل ۱۱.۸ جهان خط ناظر (O) و جهان خط کهکشان رصد شده (G) در فضا زمان مینکوفسکی نشان داده شده‌اند. پرتو نوری که این دو را به هم ربط می‌دهد، در راستای خط شکسته است. جرم ذرات در G در زمان گسیل پرتو کمتر از جرمشان در زمان رسیدن پرتو به O است. بنابراین، با محاسبه O، نور ناشی از G طول موجهای بلندتری دارد. (طول موج گسیل شده با معکوس جرم گسیل شونده متناسب است.)

بدیهی است که خود این اعداد نمی‌توانند اهمیت مطلق داشته باشند.

اما، بعضی ترکیبهای این ثابتهای فیزیکی اصلاً یکایی ندارند. مثلاً ترکیب  $\hbar$ ،  $c$  و  $e$ ،

$$\frac{\hbar c}{e^2} = 137,03602 \quad (59.8)$$

به یکاهای مورد استفاده بستگی ندارند. بنابراین، باید واقعیتی فیزیکی با اهمیت مطلق را بیان کند. در واقع، عکس  $e^2/(\hbar c)$ ، که معمولاً به ثابت ساختار ریز معروف است، شدت برهم‌کنش الکترومغناطیسی را بیان می‌کند، که به گمان ما یک ویژگی ذاتی طبیعت است. نظریه‌ای کاملتر در آینده ممکن است علت اهمیت خاص این مقدار را بیان کند.

با معلوم بودن  $e$ ،  $G$ ، و جرمهای پروتون و الکترون  $m_p$  و  $m_e$ ، می‌توانیم ثابت بدون بُعد (یعنی، ثابت بدون هیچ یکا) دیگری بسازیم:

$$\frac{e^2}{Gm_p m_e} = 2,3 \times 10^{39} \sim 10^{40} \quad (۶۰.۸)$$

این ثابت شدت نسبی نیروهای الکترویی و گرانشی بین الکترون و پروتون را تعیین می‌کند. این ثابت مانند (۵۹.۸) بازتاب یک ویژگی ذاتی طبیعت است. اما، برخلاف (۵۹.۸) ثابت (۶۰.۸) فوق‌العاده بزرگ است! چرا چنین عدد بزرگی به دست می‌آید؟

شاید ظهور یک ثابت بدون بُعد بزرگ را بتوان به عنوان یک خصلت عجیب طبیعت رد کرد. به هر حال، اگر عدد بدون بُعد دیگری را در نظر بگیریم، این معما جدیتر شود. این عدد نسبت مقیاس طول مربوط به عالم،  $c/H_0$ ، و طول وابسته به الکترون،  $e^2/(m_e c^2)$  است. این نسبت عبارت است از

$$\frac{m_e c^3}{e^2 H_0} = 3,7 \times 10^{40} h_0^{-1} \sim 10^{40} \quad (۶۱.۸)$$

نه تنها یک عدد بزرگ بدون بُعد در (۶۱.۸) داریم، بلکه این عدد از همان مرتبه (۶۰.۸) است. می‌توانیم عدد بزرگ دیگری را که اهمیت ویژه دارد از فیزیک ذرات و کیهان‌شناسی تولید کنیم. با فرض اینکه چگالی بستر  $\rho_c$  باشد، می‌توانیم تعداد ذرات در کره اقلیدسی به شعاع  $c/H_0$  را محاسبه کنیم، اگر جرم هر ذره  $m_p$  باشد. پاسخ عبارت است از

$$\begin{aligned} N &= \frac{4\pi}{3m_p} \left( \frac{c}{H_0} \right)^3 \frac{3H_0^2}{8\pi G} = \frac{c^3}{2m_p G H_0} \\ &= 4 \times 10^{79} h_0^{-1} \\ &\sim 10^{80} \end{aligned} \quad (۶۲.۸)$$

از این رو، با در نظر گرفتن  $N$  به عنوان استاندارد مشاهده می‌کنیم که عددهای بدون بُعد (۶۰.۸) و (۶۱.۸) هر دو از مرتبه  $N^{1/2}$  هستند.

واکنش فیزیکدانان نسبت به اهمیت این اعداد متفاوت بوده است. برخی آن را به عنوان یک تصادف در نظر می‌گیرند و اهمیتمش را با گفتن «که چه؟» به شدت رد می‌کنند. بعضی دیگر اهمیت ژرفی را در این رابطه‌ها می‌یابند. از جمله افراد این گروه فیزیکدانان برجسته‌ای چون ای. اس. ادینگتون<sup>۱</sup> و پی. ای. ام. دیراک<sup>۲</sup> (نگاه کنید به شکل ۱۲.۸) هستند.





شکل ۱۲.۸ پی. ای. ام. دیراک (۱۹۸۴-۱۹۰۲).

دیراک در سال ۱۹۳۷ متذکر شد که رابطه‌های (۶۱.۸) و (۶۲.۸) حاوی ثابت هابل  $H_0$  است، در نتیجه قدرهایی که از این فرمولها به دست می‌آید در مدل استاندارد فریدمان برحسب عصر تغییر می‌کند. در این صورت، تساوی تقریبی (۶۰.۸) و (۶۱.۸) باید تصادفی و مربوط به دوره کنونی عالم باشد، مگر اینکه ثابت (۶۰.۸) نیز به‌گونه‌ای تغییر کند که حالت تساوی تقریبی با (۶۱.۸) را در همه عصرها حفظ کند. با این شرط، تساوی (۶۰.۸) و (۶۱.۸) تصادفی نیست، بلکه یک ویژگی عالم در همه اعصار است. این شرط ایجاب می‌کند که حداقل یکی از به اصطلاح ثابتهای  $e$ ،  $m_p$ ،  $m_e$  و  $G$  دخیل در (۶۰.۸) در عصرهای مختلف تغییر کند.

دیراک این شرط را به آنچه فرضیه اعداد بزرگ (LNH) نامیده می‌شود تعمیم داد. برای درک این فرضیه نسبت (۶۱.۸) را به صورت رابطه میان مقیاس زمانی وابسته به عالم،  $\tau_0 = H_0^{-1}$  و زمان لازم برای اینکه نور فاصله‌ای در حدود شعاع کلاسیک الکترون،  $t_e = e^2 / (m_e c^3)$  را بپیماید در نظر می‌گیریم در این صورت LNH نشان می‌دهد که هر عدد بزرگ در دوره کنونی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\left( \frac{\tau_0}{t_e} \right)^k$$

که  $k$  از مرتبه واحد است، و با دوره به صورت  $(t/t_e)^k$  با ثابت متناسبی از مرتبه واحد تغییر می‌کند. در نتیجه، اعمال آن به  $(۰.۸۶)$  ایجاب می‌کند که نسبت  $e^2/(Gm_p m_e)$  به صورت  $(t/t_e)^{-1}$  تغییر کند. دیراک بین  $m_p, m_e, e$  در یک طرف با  $G$  در طرف دیگر از این جهت تفاوت قائل شد که گروه اول اتمی (کمیت‌های میکروسکوپی) هستند، در حالی که  $G$  اهمیت ماکروسکوپی دارد. در کیهان‌شناسیهای ماخی،  $G$  در واقع به ساختار بزرگ مقیاس عالم بستگی دارد. بنابراین دیراک فرض کرد که اگر از «یکاهای اتمی» استفاده کنیم که برای کمیت‌های اتمی همواره مقادیری ثابتی دارند، در این صورت  $t_e$  ثابت و  $G \propto t^{-1}$  خواهد بود. یعنی، برحسب یکاهای زمان اتمی، ثابت گرانشی باید برحسب دوره به صورت  $H \sim |\dot{G}/G|$  تغییر کند.

اکنون معنی ضمنی LNH برای کیهان‌شناسی را بررسی می‌کنیم.

## ۸.۸ دو متریک

بدیهی است که تغییرات پیش‌بینی شده  $G$  در LNH برخلاف نظریه گرانش اینشتین است که نیاز به  $G$  ثابت دارد. مانند نظریه برنز-دیکی، مجبوریم چارچوب نسبیتی را اصلاح کنیم تا بتواند حاوی  $G$  متغیر باشد. دیراک رهیافت زیر را به این مسئله داشت.

ابتدا متوجه شد که بسیاری از آزمونهای منظومه شمسی به نفع نظریه نسبیت‌اند (نگاه کنید به فصل ۲) و استدلال کرد که این نظریه را نباید کاملاً کنار گذاشت. در واقع، دیراک دو مقیاس اندازه‌گیری را پیشنهاد کرد که یکی در سیستم اتمی و دیگری در فیزیک گرانش ماکروسکوپی معتبر است. اگر سیستم اتمی را برگزینیم، خواهیم توانست فیزیک اتمی را به صورت معمول، یعنی با مقدارهای ثابت برای ثابتهای اتمی مانند  $e, \hbar, m_e, m_p$  و غیره توصیف کنیم. اما، در این سیستم  $G$  متغیر خواهد بود، زیرا دیراک آن را قیدی در نظر گرفت که متعلق به فیزیک گرانش است. از طرف دیگر، اگر از یکاهای گرانشی بهره بگیریم، با توجه به نظر دیراک،  $G$  ثابت و کمیت‌های اتمی متغیر خواهند بود. و برحسب یکاهای اخیر پدیده‌های گرانشی را می‌توان با معادله‌های اینشتین (۱۰۰.۲) توصیف کرد.

این دو یکا را می‌توان در چارچوب دیراک با دو متریک فضازمان مختلف مشخصی کرد. این دو را با به ترتیب  $ds_A^2$  و  $ds_E^2$  برای سیستم‌های اتمی و گرانشی مشخص می‌کنیم (شاخص پایین E در مورد اخیر ما را به معادله‌های گرانی اینشتین متعهد می‌سازد). به‌طور کلی این شاخص‌های پایین را با هر کمیتی که نشان دهد چه دستگاه اندازه‌گیری به‌کار می‌رود به‌کار می‌بریم. بنابراین، به‌قول دیراک

$$G_E, \quad (m_e)_A, \quad (m_p)_A$$

ثابت هستند، در حالی که

$$G_A, \quad (m_e)_E, \quad (m_p)_E$$

متغیرند.

با رجوع به آزمونهای نجومی نسبت عام، متوجه می شویم که جرم جسم گرانشده (مثلاً خورشید) در حل شوارتسشیلد وجود دارد. بدیهی است که این جرم، که جرم گرانشی است، باید برحسب یگاهای گرانشی ثابت باشد. این جرم را با  $M_E$  نشان می دهیم. به هر حال، در هر اندازه گیری که روی زمین انجام شود از سیستمهای اتمی (مانند طیف سنجها و ساعت های اتمی) استفاده می شود، و قبل از اینکه هر نتیجه تجربی را تفسیر کنیم باید اطمینان یابیم که تمام کمتهای قابل مشاهده به یگاهای اتمی تبدیل شده اند.

این بحث نشان می دهد چقدر لازم است که نسبت را بدانیم

$$\beta = \frac{ds_E}{ds_A} \quad (۶۳.۸)$$

و بدانیم که تبدیل هر کمیت فیزیکی از یک دستگاه به دستگاه دیگر چگونه باید انجام گیرد. در اینجا باید نظریه ای کمی راهنمایی ما باشد، نظریه ای که فراتر از چیزی باشد که بحث های کیفی ما را به آن رسانده اند.

همین طور متوجه پیامد دیگر مثال منظومه شمسی خود می شویم. اگر فرض کنیم که جسم نجومی ما دارای  $N_E$  نوکلئون، هر یک به جرم  $m_E$ ، است می توانیم بنویسیم

$$M_E = m_E N_E = m_E N \quad (۶۴.۸)$$

که پسوند E برای N را از این رو حذف کرده ایم که یک عدد ناب است. از هر متریکی که استفاده کنیم، تعداد ذرات یکسانی را در جسم گرانشده به دست می آوریم. در (۶۴.۸) داریم  $M_E = \text{const.}$ ،  $m_E \neq \text{const.}$  چون کمیت اخیر اتمی است. پس  $N \neq \text{const.}$  به عبارت دیگر، ناچاریم نتیجه بگیریم که تعداد نوکلئونها در جسم باید برحسب زمان تغییر کند باز هم به نظریه ای کمی نیاز داریم تا بگوییم N چگونه تغییر می کند؛ اما بحث دیراک به آفرینش (یا نابودی) ذره ها در جسم ماکروسکوپی نیاز دارد.

تاکنون از LNH، که ما را به راه نظریه دو متریک انداخت، استفاده نکردیم. اکنون ببینیم آیا این نظریه می تواند کمک کند تا تعداد نوکلئونها در جسم را تنظیم کنیم.

## ۱.۸.۸ آفرینش ذرات

اگر به (۶۴.۸) بازگردیم و LNH را برای  $N$  به‌کار ببریم، به‌راحتی در می‌یابیم که  $k = 2$ ، یعنی،

$$N(t) \sim \left(\frac{t}{t_e}\right)^2 \propto t^2 \quad (۶۵.۸)$$

به‌عبارت دیگر، تعداد ذرات در عالم با توجه به آنچه که در بخش ۷.۸ بیان شد با  $t$  افزایش می‌یابد. دیراک این نتیجه را طوری تفسیر کرد که مستلزم آفرینش پیوسته ذرات در عالم باشد.

به‌نظر دیراک، دو راه ممکن برای این آفرینش وجود دارد. در آفرینش جمعی ذرات به‌صورت یکنواخت در سراسر فضا خلق می‌شوند، در حالی که در آفرینش ضربی ذرات جدید ترجیحاً در جایی به‌وجود می‌آیند که ماده قبلاً موجود است. بنابراین، در روال اول آفرینش عمدتاً در فضای میان کهکشانی صورت می‌گیرد، در حالی که در روال بعدی آفرینش اغلب در حوالی اجسام نجومی موجود به‌وقوع می‌پیوندد.

با بهره‌گیری از این ایده‌ها، به (۶۴.۸) باز می‌گردیم. در آفرینش جمعی جسم نجومی تعداد زیادی ذره به‌دست نمی‌آورد و در نتیجه  $N = \text{const.}$ ، که می‌دهد

$$m_E = \text{const.} \quad (\text{آفرینش جمعی}) \quad (۶۶.۸)$$

در آفرینش ضربی  $N$  باید به‌صورت  $t^2$  افزایش یابد و در نتیجه

$$m_E \propto t^{-2} \quad (\text{آفرینش ضربی}) \quad (۶۷.۸)$$

۲.۸.۸ تعیین  $\beta$ 

ارتباط میان  $ds_E$  و  $ds_A$  را می‌توان با در نظر گرفتن حرکت یک سیاره (مانند زمین) دور یک ستاره (خورشید) تثبیت کرد. معادلهٔ دینامیکی در تقریب نیوتونی عبارت است از

$$GM = v^2 r \quad (۶۸.۸)$$

که  $M$  جرم ستاره،  $v$  سرعت سیاره، و  $r$  شعاع مدار است. انتظار داریم که رابطهٔ بالا در هر دو سیستم یک‌ها برقرار باشد، چون  $GM/(v^2 r)$  کمیتی بدون بُعد است. همین‌طور، با  $c = 1$  سرعت  $v$  بی‌بُعد است. پس برای هر یک از یک‌ها  $v = \text{const.}$  سپس، برحسب یک‌های گرانشی  $M_E = \text{const.}$ ،  $G_E = \text{const.}$ ، در نتیجه  $r_E = \text{const.}$

اگر از (۶۸.۸) با یکاهای اتمی استفاده کنیم، داریم

$$G_A \sim t^{-1} \quad (۶۹.۸)$$

همین‌طور، در آفرینش ضربی  $M_A \propto t^2$ ، در حالی که برای آفرینش جمعی  $M_A = \text{const.}$  از این رو برحسب این یکاهای مربوطه

$$r_A \sim \begin{cases} t & \text{(آفرینش ضربی)} \\ t^{-1} & \text{(آفرینش جمعی)} \end{cases} \quad (۷۰.۸)$$

بنابراین داریم

$$\frac{r_A}{r_E} \sim \begin{cases} t & \text{(آفرینش ضربی)} \\ t^{-1} & \text{(آفرینش جمعی)} \end{cases} \quad (۷۱.۸)$$

به عبارت دیگر، برحسب یکاهای اتمی، اگر عالم دارای آفرینش ضربی ماده باشد، فاصله سیاره از ستاره برحسب  $t$  افزایش، و اگر آفرینش جمعی باشد کاهش می‌یابد (به صورت  $t^{-1}$ ). از (۷۰.۸) و (۷۱.۸) رفتار  $\beta$  را که در (۶۳.۸) تعریف شده است به دست می‌آوریم. این نسبت  $ds_E$  به  $ds_A$  برحسب اینکه در عالم آفرینش ضربی یا آفرینش جمعی داشته باشیم، به صورت  $t^{-1}$  یا  $t$  تغییر می‌کند.

## ۹.۸ مدلهای کیهان‌شناختی مبتنی بر LNH

دیراک با استفاده از LNH، مدلهای کیهان‌شناختی را برای هر دو وضعیتی را که در بالا شرح دادیم، یعنی آفرینش ضربی و آفرینش جمعی، به وجود آورد. مانند مورد کیهان‌شناسایی استاندارد، فرض همگنی و همسانگردی ما را به جزء خط رابرتسون-واکر برحسب یکاهای اتمی رهنمون می‌شود

$$ds_A^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right) \quad (۷۲.۸)$$

LNH چگونه  $k$  و  $S(t)$  را تعیین می‌کند؟ در زیر به بازتولید استدلال دیراک می‌پردازیم. ابتدا متوجه می‌شویم که ویژه مسافت متریک در زمان  $t$  بین کهکشان  $G$  در  $r = 0$  و کهکشانی در  $r = r_1$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$d = S(t) \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \equiv S(t) f(r_1) \quad (۷۳.۸)$$

با توجه به LNH، برای  $t$  بزرگ (یعنی برای  $t \gg t_e$ ) عبارت  $S(t)$  باید  $\sim (t/t_e)^n$  یا  $\sim \ln(t/t_e)$  باشد. بنابراین، سرعت عقب‌نشینی (متریک) متناظر با (۷۳.۸) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\dot{d} \sim nt_e^{-n} f(r_1) t^{n-1} \quad \text{یا} \quad \dot{d} \sim t^{-1} f(r_1) \quad (۷۴.۸)$$

ثابتهایی که در ضرب  $(t/t_e)^n$  یا  $\ln(t/t_e)$  در  $S(t)$  ظاهر می‌شوند باید از مرتبه واحد باشند، و در نتیجه ثابتهای تلویحی در  $(\sim)$  رابطه بالا نیز باید از مرتبه واحد باشند. پس به راحتی می‌توان نشان داد که بجز برای  $n = 1$ ، عصری در گذشته (برای  $n < 1$  یا برای  $S \sim \ln t$ ) یا در آینده (برای  $n > 1$ ) وجود دارد که در آن برای هر کهکشان با  $r_1 > 0$  داریم  $\dot{d} = c$ . به عنوان مثال، برای  $n = \frac{1}{2}$  درمی‌یابیم که برای کهکشانی که فعلاً دارای  $c \sim 10^{-3}$  است، شرط  $\dot{d} = c$  در گذشته از رابطه زیر به دست می‌آید

$$t_p = \left( \frac{T_0}{t_e} \right) \times 10^{-6} t_e \sim 10^{34} t_e$$

یعنی،  $t_p/t_e$  عدد بزرگی است. اما، با توجه به LNH،  $t_p$  عصر ثابتی است که در آن رویداد قابل ملاحظه‌ای برای کهکشان  $G_1$  به وقوع پیوسته است یعنی سرعت عقب‌نشینی آن برابر  $c$  شده است. بنابراین، این عصر ثابت نباید عدد بزرگی تولید کند. از این رو فقط مورد

$$S(t) \sim (t/t_e) \quad (۷۵.۸)$$

با توجه به LNH مجاز است.

استدلایهای بالا را می‌توان به دلایل زیر نقد کرد. دوره‌ای که در آن  $\dot{d} = c$  به طور کلی در مدل یکتا نیست؛ بلکه به  $f(r_1)$  و در نتیجه کهکشان انتخاب شده بستگی دارد. بنابراین، ضرورتی ندارد که LNH در مورد این عصر به کار رود. همین‌طور معلوم نیست که چرا  $\dot{d} = c$  را باید با اهمیت تلقی کرد. وقتی سرعت متریک یک کهکشان برای ناظر واقع در  $r = 0$  برابر  $c$  می‌شود، اتفاق خاصی نمی‌افتد. هیچ ویژگی کلی مانند افق رویداد یا افق ذره وارد بحث نمی‌شود.

با وجود این، اگر بحث را جلوتر ببریم می‌توانیم جزء خط کیهان‌شناختی را به صورت زیر

بنویسیم

$$ds_A^2 = c^2 dt^2 - (At)^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right) \quad (۷۶.۸)$$

که در آن  $A$  مقدار ثابت است. سپس آفرینش ضربی را در نظر می‌گیریم. چون در این مورد از بخش ۸.۸ داریم،

$$ds_E \equiv t^{-1} ds_A \quad (۷۷.۸)$$

به راحتی می‌توان دید که تبدیل

$$dt_E = dt/t \quad (۷۸.۸)$$

می‌دهد

$$ds_E^2 = c^2 dt_E^2 - A^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right) \quad (۷۹.۸)$$

اکنون به خاطر داشته باشید که جزء خط بالا باید یک جواب معادله‌های اینشتین باشد. در فصل ۳ چنین جواب ایستایی را برای گردوغبار همگن و همسانگرد با بهره‌گیری از جمله  $\lambda$  (نگاه کنید به بخش ۳.۳)، یعنی عالم اینشتین با  $k = +1$  به دست آوردیم. با مقیاس‌بندی مناسب مختصه  $r$  می‌توان (۷۹.۸) را به شکل (۱۸.۳) بیان کرد. به هر حال، توجه کنید که برخلاف عالم اینشتین، عالم دیراک پدیده انتقال به سرخ کهکشانش را نشان نمی‌دهد، زیرا، در اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ مقایسه آهنگهای کار ساعتهای اتمی کهکشانیهای فرستنده و گیرنده دخیل است؛ و برای این مقایسه‌ها باید به جای جزء خط (۷۹.۸) از (۷۶.۸) استفاده کرد.

برای آفرینش جمعی وضعیت پیچیده‌تر است. در مورد آفرینش ضربی جرم گرانشی یک جسم نجومی، به‌رغم خلق ماده جدید، با کاهش جرم ذرات برحسب زمان ثابت می‌ماند. برای آفرینش جمعی، حتی اگر تعداد ذرات افزایش یابد، جرم آنها ثابت می‌ماند (نگاه کنید به (۶۵.۸)). بنابراین، دیراک با ناپایستگی واضح انرژی روبه‌رو بود. برای پایسته ماندن انرژی، دیراک خلق تعداد مساوی ذره با جرم منفی را همراه با ذرات با جرم مثبت پیشنهاد کرد. توزیع جرم منفی همگن است و با رصدهای نجومی استاندارد غیرقابل آشکارسازی باقی می‌ماند. در وضعیتی کاملاً همگن، توزیعهای جرم منفی و مثبت یکدیگر را به‌لحاظ گرانشی خنثی و فضا-زمان مینکوفسکی تخت را تولید می‌کنند. تشکیل ستارگان و کهکشانش با انباشت ذرات با جرم مثبت در عالم واقعی نتیجه انحرافهای مختصر از این وضعیت کاملاً همگن است.

ذکر این نکته مهم است که وقتی دیراک مدل کیهان‌شناختی برمی‌نای LNH را بین سالهای ۱۹۳۷ و ۱۹۳۸ مطرح کرد در آن هیچ‌گونه آفرینش ماده در نظر گرفته نشده بود. در این مدل، مانند کیهان‌شناسیهای استاندارد، تعداد ذرات در واحد حجم ثابت می‌ماند. در نتیجه، تعداد ذرات

به‌ازای واحد ویژه حجم به‌صورت  $S^{-۳}$  تغییر می‌کرد، و چون ویژه حجم عالم به‌صورت  $(c/H)^۳$  تغییر می‌کند، تعداد ذرات موجود در عالم که قبلاً با  $N$  نشان داده شد به‌صورت زیر تغییر می‌کرد

$$S^{-۳} \left( \frac{c}{H} \right)^۳ \propto (\dot{S})^{-۳}$$

به هر حال، از LNH می‌دانیم که

$$N \propto t^۲ \quad (۸۰.۸)$$

از این رو داریم

$$t^۲ \dot{S}^۳ = \text{const.}$$

یعنی،

$$S \propto t^{۱/۳} \quad (۸۱.۸)$$

بنابراین، هنگامی که هیچ ذره‌ای خلق نمی‌شود،  $S$  برحسب زمان بسیار کندتر افزایش می‌یابد. (البته، اگر مانند شروع این بخش، LNH را در مورد تابع  $S$  به‌کار ببریم، این جواب کنار گذاشته می‌شود.)

### ۱.۹.۸ بازگشت مجدد به کیهان‌شناسی HN

برخی از ایده‌های دیراک در روایتی از کیهان‌شناسی HN یافت می‌شود که مؤلفان آن را بین ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ مطرح کردند. در کیهان‌شناسی HN، مواردی را در نظر گرفتیم که  $\lambda_a, \lambda_b, \dots$  یعنی ثابتیهایی که شدت برهم‌کنش لختی را نشان می‌دادند، ثابتهای واقعی بودند. اما، اگر این ثابتها برحسب زمان تغییر کنند، مدل‌هایی کیهان‌شناختی جدید به‌دست می‌آیند. این مدلها دارای ویژگیهای زیر هستند: (۱) آفرینش ذرات در تمام اعصار به‌گونه‌ای است که LNH برقرار می‌ماند، (۲)  $G$  برحسب یکاهای اتمی تغییر می‌کند، در حالی که (۳) برحسب یکاهای گرانشی  $G$  ثابت است و جرم ذرات تغییر می‌کند. بنابراین، مدل مانند مدل آفرینش ضربه‌ای است که دیراک بعدها پیشنهاد کرد، اگرچه انگیزه و جزئیات کمی آن متفاوت بود. به‌اختصار نشان خواهیم داد که این مدل چگونه کار می‌کند.

یک عالم مینکوفسکی همگن و همسانگرد را در نظر بگیرید که از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$ds_M^۲ = d\tau^۲ - dr^۲ - r^۲(d\theta^۲ + \sin^۲\theta d\phi^۲) \quad (۸۲.۸)$$

که برای راحتی قرار دادیم  $c = ۱$ .  $n(\tau)$  را چگالی عددی ذره و  $\lambda(\tau)$  ثابت جفت‌شدگی لختی متغیر با زمان در نظر می‌گیریم. تابعهای  $n(\tau)$  و  $\lambda(\tau)$  چنان تغییر می‌کنند که اثر یکدیگر را خنثی



سازند؛ یعنی داشته باشیم

$$\lambda n = \text{const.} \quad (۸۳.۸)$$

بنابراین، تابع جرم  $m(\tau)$  همان چیزی است که اگر عالم دارای چگالی عددی یکنواخت  $n = \text{const.}$  و  $\lambda$  ثابت می‌بود داشتیم. مانند مورد (۵۵.۸) به دست می‌آوریم

$$m(\tau) \propto \tau^2 \quad (۸۴.۸)$$

چون  $Gm^2 = \text{const.}$ ، ثابت گرانشی در چارچوب مینکوفسکی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$G_M \propto \tau^{-4} \quad (۸۵.۸)$$

به هر حال، جرم یک نمونه ذره  $m(\tau)$  نیست بلکه  $\lambda m(\tau)$  است. برای تعیین آن باید  $\lambda(\tau)$  را بدانیم. هویل و نگارنده  $\lambda(\tau)$  را از این شرط که عالم در امتداد مخروط نور آینده برای تابش الکترومغناطیسی کدر باشد تعیین کردند. این شرط ناشی از نظریهٔ جذب‌کنندهٔ تابش است که در بخش ۱.۵.۸ بررسی شد. به طوری که در این عالم، سیگنالهای الکترومغناطیسی از طریق جوابهای تأخیری منتشر می‌شوند.

این شرط  $\lambda(\tau) \propto \tau^{-1}$  و  $n(\tau) \propto \tau$  را تثبیت می‌کند. سپس ثابت می‌شود که LNH را این واقعیت که عدد بدون بُعد

$$\lambda^2 (\tau^3 n)^{1/2} \equiv \text{const.} = O(1) \quad (۸۶.۸)$$

یک تبدیل هم‌مدیس است

$$ds_E = \Omega_E ds_M, \quad \Omega_E \propto \tau^2 \quad (۸۷.۸)$$

ما را به چارچوب گرانشی می‌برد که در آن  $G_E = \text{const.}$  همین‌طور، جرم گرانشی یک جسم نجومی نیز ثابت می‌ماند. بنابراین، مانند نظریهٔ آفرینش ضربی دیراک، از آزمونهای محلی در منظومهٔ شمسی همان جواب نسبت به دست می‌آید.

برای تبدیل به چارچوب اتمی باید یک تبدیل هم‌مدیس دیگر داشته باشیم

$$ds_A = \Omega_A ds_M, \quad \Omega_A \propto \tau \quad (۸۸.۸)$$

با نوشتن  $t \propto \tau^2$  جزء خط اکنون به صورت زیر درمی‌آید

$$ds_A^2 = dt^2 - 2H_0 t [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \quad (۸۹.۸)$$

در این چارچوب ثابت گرانشی به صورت زیر تغییر می‌کند

$$G_A \propto t^{-1} \quad (۹۰.۸)$$

بنابراین، شباهت قابل ملاحظه‌ای بین این نظریه و مدلی که دیراک چند سال بعد مطرح کرد وجود دارد.

## ۱۰.۸ نتیجه‌گیری

اکنون به پایان گشت وگذار کوتاه در برخی از قسمتهای شناخته‌شده تر کیهان‌شناسیهای دیگر رسیده‌ایم. بررسی ما به هیچ‌وجه جامع نیست. درباره مدلهای مهمی چون کیهان‌شناسی متقارن ماده-پادماده آلفن<sup>۱</sup> و کلاین<sup>۲</sup>، کیهان‌شناسیهای اینشتین-کارتان، یا نسبت سینماتیکی میلنه بحث نکردیم؛ همین‌طور به ایده‌های غیرعادی چون کیهان‌شناسی زمان سنج سگال<sup>۳</sup> یا مفهوم عدم قطعیت کیهان‌شناختی مککرثا پرداختیم.

هدف ما در اینجا خلاصه‌کردن تعدادی از کیهان‌شناسیهای غیراستاندارد بود که با ایده‌های فلسفی متفاوت از نسبیت عام، یعنی، اصل ماخ و فرضیه عددهای بزرگ، آغاز می‌شدند. در فصل بعد انگیزه‌های مربوط به آفرینش ماده را در نظر می‌گیریم که به مدلهای کیهان‌شناختی جدید انجامیده‌اند. سپس به بخش مهمی می‌پردازیم که آزمون نظریه‌ها به کمک مشاهده است.

## تمرینها

۱. در مورد چگونگی پیدایش نیروهای لختی در دینامیک نیوتونی بحث کنید. سنگی که به ریسمانی بسته شده است در دایره‌ای چرخانده می‌شود. چگونه می‌توان حرکت سنگ را برحسب نیروهای لختی فهمید؟
۲. چه مشاهده‌ای ماخ را به فرمولبندی اصل معروفش رهنمون شد؟
۳. چرا نتیجه‌گیری  $f = 0$  از رابطه  $mf = 0$  برای یک ذره در عالمی که در آن ذره دیگری وجود ندارد قابل قبول نیست؟ هر نتیجه‌گیری دیگری را که می‌توان از معادله بالا گرفت تفسیر کنید.
۴. مسئله‌ای نظیر آنچه در تمرین ۳ مطرح شد در نسبیت عام طرح کنید، یعنی، برای ذره آزمونی که در عالم تهی در حرکت است. آیا این نظریه حل رضایت‌بخشی برای این مسئله دارد؟

۵. با ثابتهای بنیادی  $c, \hbar$  و  $G$  یکای جرمی را به دست آورید که بتوان به عنوان استاندارد به کار برد و نتیجه گرفت که آیا جرم ذرات در دوره‌های مختلف تغییر می‌کند. در چه شرایطی می‌توان ادعا کرد که  $G$  در عصرهای مختلف تغییر می‌کند؟

۶. بحث کیفی برنز-دیکي را بیان کنید که به این نتیجه‌گیری انجامید که  $G^{-1}$  در یک معادله موج نرده‌ای صدق می‌کند که چشمه‌های آن در ماده است.

۷. معادله‌های میدان نظریه برنز-دیکي را از یک اصل کنش به دست آورید. چرا این نظریه را نظریه نرده‌ای-تانسوری می‌نامند؟

۸. نشان دهید که در تقریب  $\omega \gg 1$ ، معادله موجی که  $\phi$  در آن صدق می‌کند دارای جواب زیر است

$$\phi = \text{const.} + O\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

اگر ثابت را متناسب با  $G^{-1}$  در نظر بگیریم، نشان دهید که معادله‌های برنز-دیکي به صورت زیر درمی‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R = -\frac{\lambda\pi G}{c^4}T_{ik} + O\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

۹. در گرانی نیوتونی خورشید پخت پتانسیل گرانشی زیر را تولید می‌کند

$$\phi = \frac{GM_{\odot}}{r} \left[ 1 - J \left( \frac{R_{\odot}}{r} \right)^2 P_2(\cos \theta) \right]$$

که  $J$  پارامتر گشتاور چارقطبی و  $P_2$  دومین چندجمله‌ای لژاندر است. نشان دهید که مدار سیاره تحت تأثیر این اثر گرانشی دارای حرکت تقدیمی با آهنگ  $3\pi R_{\odot}^2 J / l^2$  می‌شود که  $l$  نیم پارامتر مسیر مدار است. آهنگ حرکت تقدیمی عطارد را برای  $J = 2.75 \times 10^{-5}$  برآورد کنید. این محاسبه چه اهمیتی برای نظریه برنز-دیکي دارد؟

۱۰. درباره آزمونهای نظریه برنز-دیکي در منظومه شمسی بحث کنید.

۱۱. سن عالم برنز-دیکي را برای ساده‌ترین مورد  $C = 0$ ،  $p = 0$ ،  $k = 0$  محاسبه کنید. این مدل از مدل‌های نسبیتی متناظر بزرگتر است یا کوچکتر؟

۱۲. نشان دهید که برای عالم تابشی در کیهان‌شناسی برنز-دیکي با  $C = 0$ ، داریم  $S \propto t^{1/2}$  و  $\phi = \text{const.}$  درباره اینکه در این مورد همان جواب کیهان‌شناسی نسبیتی را به دست می‌آوریم اظهار نظر کنید.

۱۳. نشان دهید که نامساوی (۲۱.۸) برای عالم گردوغبار و نیز عالم تابشی با  $C \neq 0$  در کیهان‌شناسی برنز-دیکی صادق است.

۱۴. رفتار  $S$  و  $\phi$  را برحسب  $t$  در عالم برنز-دیکی اولیه با سیطره  $\phi$  به دست آورید.

۱۵. دربارهٔ سنتز هسته‌های آغازین در کیهان‌شناسی برنز-دیکی بحث کنید.

۱۶. نظریهٔ برنز-دیکی را می‌توان به صورت نظریه‌ای که در آن  $G$  ثابت است، اما جرم ذرات برحسب زمان تغییر می‌کند باز تعریف کرد. نشان دهید با تبدیل همدیس می‌توان این کار را انجام داد

$$\bar{g}_{ik} = \frac{\phi}{\phi_0} g_{ik}, \quad \bar{\phi} = \text{const.}$$

معادله‌های میدان (در متریک جدید) به صورت زیر درمی‌آید

$$\bar{R}_{ik} - \frac{1}{4} \bar{g}_{ik} \bar{R} = -\kappa \bar{T}_{ik}$$

که  $\kappa$  مقداری ثابت است. اگرچه این رابطه مانند معادله‌های اینشتین به نظر می‌رسد، اما  $\bar{T}_{ik}$  حاوی  $\phi$  و مشتقات آن است. از معادله‌های میدان جدید نشان دهید که

$$\square \ln \phi = \frac{8\pi G}{(2\omega + 3)c^2} \bar{T}$$

که  $G = \text{const.}$  این شکل نظریه را دیکی در سال ۱۹۶۲ به دست آورد. جرمهای ذرات در این مورد به صورت زیر تغییر می‌کند

$$\bar{m} = m \sqrt{\frac{\bar{\phi}}{\phi}}, \quad m = \text{const.}$$

۱۷. نشان دهید که در کیهان‌شناسی برنز-دیکی با سیطره  $\phi$ ، می‌توان ثابت گرانشی صعودی در عصر  $t$  داشت، اگر

$$\int_0^t (\epsilon - 3p) S^3 dt < -c^2 \left( \frac{2\omega + 3}{8\pi} \right) C$$

۱۸. تفاوت میان نظریه میدان و نظریه کنش از دور را با مثالی از الکترودینامیک به صورت کیفی شرح دهید.

۱۹. ثابت کنید که در فضا-زمان مینکوفسکی تابع گرین الکترومغناطیسی به شکل ساده‌تری است

$$\bar{G}_{ik} = \frac{1}{4\pi} \delta(s^2) \eta_{ik}$$

- که در آن  $s^2$  مربع نوردای فاصلهٔ میان دو جهان نقطه‌ای است که در آن  $G_{ik}$  تعریف شده است.
۲۰. با بهره‌گیری از تابع گرین تمرین ۱۹ پتانسیل یک بار الکتریکی ساکن را به دست آورید.
۲۱. نشان دهید چگونه تعریف جرم در نظریهٔ HN در اصل ماخ صدق می‌کند.
۲۲. با تبدیل زمانی نشان دهید که فضازمان رابرتسون-واکر با  $k = 0$  با فضازمان تخت (مینکوفسکی) هم‌دیس است.
۲۳. به کمک رشته تبدیلهای زیر نشان دهید که فضازمان رابرتسون-واکر  $k = +1$  به صورت هم‌دیس تخت است:

$$r = \sin R, \quad T = \int^t \frac{du}{S(u)}, \quad c = 1$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{c}}(T + R), \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{c}}(T - R),$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{c}}(\tan \xi + \tan \eta), \quad \rho = \frac{1}{\sqrt{c}}(\tan \xi - \tan \eta)$$

- رشته تبدیلهای متناظر که نشان می‌دهند مدلهای رابرتسون-واکر  $k = -1$  نیز به صورت هم‌دیس تخت هستند کدام‌اند؟
۲۴. نشان دهید که تانسور زیر به صورت هم‌دیس نورد است:

$$C_{ijk}^h = R_{ijk}^h + \frac{1}{\sqrt{c}}(g_j^h R_{ik} - g_k^h R_{ij} + g_{ik} R_j^h - g_{ij} R_k^h) + \frac{1}{c}R(g_k^h g_{ij} - g_j^h g_{ik})$$

این تانسور به تانسور وایل با خمیدگی هم‌دیس معروف است.

۲۵. نشان دهید که ژئودزیک صفر تحت تبدیلهای هم‌دیس نورد است.

۲۶. بگویید چرا نوردایی هم‌دیس باید نقش مهمی در نظریه‌های کنش از دور داشته باشد.

۲۷. نشان دهید که معادله‌های ماکسول تحت تبدیلهای هم‌دیس در صورتی بدون تغییر می‌مانند که پتانسیل و میدان به صورت زیر تبدیل شوند

$$\bar{A}_i = A_i + \psi_{;i}, \quad \psi, \text{ نرده‌ای مناسب}, \quad \bar{F}_{ik} = F_{ik}$$

۲۸. با جانشین‌سازی مستقیم نشان دهید که  $\tilde{G}(A, B)$  تعریف شده با (۳۹.۸) در تبدیل هم‌دیس (۴۰.۸) صدق نمی‌کند.

۲۹. با بهره‌گیری از تخت بودن هم‌دیس مدل اینشتین-دوسیتیه شکل صریح  $\tilde{G}(A, B)$  را در آن عالم به دست آورید.

۳۰. فرض کنید یک تابع گرین متقارن  $G(A, B)$  در معادله موج صدق می‌کند

$$\square_X G(X, B) = [-g(X)]^{-1/2} \delta_4(X, B)$$

نشان دهید که تغییرات مختصر تانسور متریک در ناحیه  $\mathcal{V}$  تغییرات اندکی در  $G(A, B)$  تولید می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\delta G(A, B) = \int_{\mathcal{V}} \delta(\sqrt{-g} g^{ik}) G^R(A, X)_{,i} G^A(X, B)_{,k} d^4x$$

۳۱. نشان دهید که کنش (۴۹.۸) به معادله میدان (۴۸.۸) می‌انجامد.

۳۲. درجه نامعینی معادله‌های گرانشی نظریه HN را با معادله‌های نسبیت عام مقایسه کنید.

۳۳. نشان دهید که هر کنش ناوردای هم‌دیس به تانسور انرژی با اثر صفر می‌انجامد.

۳۴. درباره جنبه‌هایی از نظریه گرانی HN که با نسبیت عام متفاوت است بحث کنید.

۳۵. ثابتهای بدون بعدی را از کمیت‌های زیر بسازید.

(الف)  $c, \hbar, e, G$  (ب)  $c, \hbar, m_p, G$  (ج)  $H_0, c, m_p, G$

۳۶. کدام یک از ثابتهای بدون بعد تمرین ۳۵ بسیار کوچک یا بسیار بزرگ‌اند؟

۳۷.  $N$  را به طور دقیق برای مدل فریدمان بسته به  $\hbar_0 = 1$  و  $q_0 = 1$  محاسبه کنید. نشان دهید

که  $N$  در تمام دوره‌ها ثابت است. آیا می‌توان این نتیجه را با LNH تطبیق داد؟

۳۸. رابطه‌ای را بیابید که سه عدد بزرگ در (۶۰.۸)، (۶۱.۸)، و (۶۲.۸) را به هم پیوند دهد.

۳۹. از LNH نتیجه بگیرید که ثابت گرانشی باید برحسب دوره با آهنگی (کاهش کسری) کم شود که از مرتبه ثابت هابل است.

۴۰. استدلال‌هایی را بیان کنید که باعث شد دیراک فرض آفرینش ذره در عالم را مطرح کند.

۴۱. نشان دهید که آفرینش ضربی برحسب یکاهای گرانشی ایجاب می‌کند که جرمهای ذرات برحسب زمان  $t$  به صورت  $t^{-2}$  کم شود.

۴۲. تفاوت میان آفرینش جمعی و ضربی چگونه در تکوین درازمدت مدارهای سیاره‌ای نمایان می‌شود؟ تغییر  $G$  چه تأثیری بر سرعت‌های زاویه‌ای مداری سیارات دارد؟

۴۳. استدلال‌های برمبنای LNH را که به این نتیجه‌گیری انجامید که عامل مقیاس عالم در حال انبساط فقط می‌تواند با زمان کیهانی متناسب باشد بیان کنید. درباره اعتبار این استدلالها بحث

و آنها را با به دست آوردن جزء خط حالت پایای بوندی و گلد بر مبنای اصل کیهان‌شناختی کامل مقایسه کنید.

۴۴. فرمول انتقال به سرخ را در عالم دیراک با آفرینش ضربی به دست آورید. بگویید چگونه با وجود ایستا بودن متریک گرانشی این انتقال به سرخ تولید می‌شود.

۴۵. زمان اتمی  $t_A$  را برحسب زمان گرانشی  $t_E$  برای عالم دیراک با آفرینش ضربی رسم کنید. نشان دهید که اگرچه در متریک گرانشی عالم اینشتین گونه  $t_E$  به  $-\infty$  میل می‌کند، زمان اتمی فقط تا  $t_A = 0$  به عقب برمی‌گردد.

۴۶. ایده کیهان‌شناختی دیراک در مورد آفرینش جرم منفی علاوه بر جرم مثبت را با ایده دیراک دربارهٔ خلأ به‌عنوان دریایی از الکترونها با انرژی منفی غیرقابل آشکارسازی مقایسه کنید.

۴۷. نشان دهید که در کیهان‌شناسی دیراک بدون آفرینش ذره ثابت گرانشی به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\dot{G}/G = -3H$$

این آهنگ را برحسب برآورد فعلی از ثابت هابل تخمین بزنید. چگونه این آهنگ در مدل‌های دیراک از آفرینش ذره اصلاح می‌شود؟

## کیهان‌شناسیهای با آفرینش ماده

### ۱.۹ مقدمه

بحث کیهان‌شناسیهای دیگر را ادامه می‌دهیم، اما این بار آفرینش ماده انگیزه اصلی ماست. با توجه به اینکه می‌بینیم عالم حاوی ماده (و تابش) است، می‌توانیم این پرسش را مطرح کنیم: این همه ماده از کجا آمده است؟ در کیهان‌شناسی استاندارد مهبانگ، از پاسخ به این پرسش طفره می‌روند: لحظه اولیه به صورت حالت تکین مهبانگ ارائه می‌شود. نمی‌توانیم تحلیل خود را به فراتر از این عصر در گذشته گسترش دهیم، زیرا ریاضیات در تکینگی از کار می‌افتد و هیچ برونمایی در فیزیک شناخته شده امکان‌پذیر نیست. بهترین چیزی که می‌توان گفت این است که ماده به‌گونه‌ای در  $t = 0$  با چگالی بینهایت و انرژی بینهایت به وجود آمده است. در صورت امکان، البته می‌توانیم فیزیک شناخته شده را به دلخواه تا نزدیکی این لحظه برونمایی کنیم، اما باید همواره داشته باشیم  $t > 0$ .

این فرایند دارای تضادهای درونی است. مثلاً، اصل کنش که از افزودن کنش هیلبرت (۱۰۳.۲)، به کنش (۸۰.۲) به وجود می‌آید تا معادله‌های نسبیّت عام را به دست دهد، فرض می‌کند که حجم



۷ به دلخواه انتخاب شده است. معادله‌های اینشتین هم به همین ترتیب به دست آمده‌اند. با وجود این، وقتی این معادله‌ها را حل می‌کنیم و مدل‌های فریدمان استاندارد را به دست می‌آوریم، به آغاز تکین می‌رسیم. بنابراین، به منظور حفظ فرضهای اصل وردشی، باید عصر تکین را از هر حجم انتخاب شده در تمرین وردشی کنار بگذاریم. بنابراین به مورد ذاتاً متناقضی می‌رسیم که در آن نتیجه‌گیری ما فرضی را که نتیجه‌گیری مبتنی بر آن است مجاز نمی‌شمارد.

آیا می‌توانیم این چارچوب بنیادی کیهان‌شناسی مهبانگ را تغییر دهیم تا عصر تکین آفرینش کنار گذاشته شود و آغاز آن در شناخت ما از پدیده‌های اولیهٔ خلق ماده و انرژی در عالم باشد؟ اکنون مدل‌هایی را در نظر می‌گیریم که هدف آنها این کار بلندپروازانه است.

## ۲.۹ نظریهٔ حالت پایا

در سال ۱۹۴۸، در همان زمانی که جورج گاموف کار مطالعهٔ مفصل ویژگی‌های فیزیکی عالم را در حوالی عصر مهبانگ بررسی می‌کرد، سه منجم رهیافتی کاملاً متفاوت را به کیهان‌شناسی مطرح کردند. این مدل که اکنون به مدل حالت پایا (یا بدنام!) معروف است، دارای یک عصر تکین از نوع مهبانگ نیست، در واقع این مدل روی محور زمان کیهانی آغاز و پایانی ندارد. صحنهٔ کیهان‌شناسی پس از ارائه مدل حالت پایا به مدت دو دهه، با کوششهایی که در جهت کنار گذاشتن این مدل رقیب انجام می‌شد، جان تازه‌ای پیدا کرد. چه انگیزه‌ای باعث شد تا هرمان بوندی، توماس گلد و فرد هویل (نگاه کنید به شکل ۱.۹) کیهان‌شناسی حالت پایا را پیشنهاد کنند؟

قبل از هر چیز، در سال ۱۹۴۸ مقدار اندازه‌گیری شدهٔ  $H_0^{-1} \equiv \tau_0$  فقط  $10^9 \times 1/8 \sim$  سال بود. در نتیجه سن مدل استاندارد فریدمان نمی‌توانست از  $\tau_0$ —مقداری حتی کوچکتر از



شکل ۱.۹ تی. گلد (-۱۹۲۰)، اچ. بوندی (-۱۹۱۹) و اف. هویل (۲۰۰۱-۱۹۱۵).

زمین‌شناختی زمین! تجاوز کند. از این رو دلیل محکمه‌پسندی برای تردید در این نتیجه‌گیری وجود داشت که عالم  $1.1/8 \sim$  بیلیون سال قبل آغاز شده است.

دلیل دوم که قبلاً در مقدمه بالا ذکر شد، آغازی غیرقابل قبول برای عالم در رویدادی تکین بود. علاوه بر آن، می‌توان پرسش فلسفی دیگری را مطرح کرد.

در مطالعه تاریخ گذشته عالم، آیا هیچ تضمینی وجود دارد که قانونهای فیزیکی که در اینجا و اکنون به کار می‌بریم همواره یکسان باقی مانده باشند؟ می‌توانیم فرض کنیم که چنین است و عالم در طول زمان تغییر قابل ملاحظه‌ای نکرده است. اما، عالمهای فریدمان چنین نیستند. محتوای فیزیکی و ویژگیهای یک مدل استاندارد نوعی بلافاصله پس از  $t = 0$  تاکنون تغییر قابل ملاحظه‌ای می‌کند (نگاه کنید به فصلهای ۵ تا ۷). بنابراین، فرض اینکه قانونهای فیزیکی در طول تاریخ مدل‌های استاندارد بدون تغییر مانده‌اند بیشتر یک اعتقاد است تا واقعیت اثبات‌شده. اگر آنها تغییر نکرده باشند، «حدسها» و «برونیابیهای» که برای صحبت درباره عالم نخستین به کار بردیم، فرضیه‌هایی اثبات‌نشده می‌خواهند بود.

امروزه، چنانکه در فصل ۱۰ خواهیم دید، مسئله سن هنوز وجود دارد، گرچه دیگر به اندازه‌ای که مقدار کم  $\tau_0$  در سال ۱۹۴۸ ایجاب می‌کرد جدی نیست. پرسشهای مربوط به تکینگی و آفرینش ماده هنوز در مدل‌های استاندارد وجود دارند: کاری که در فصل ۶ بررسی شد به ما نمی‌گوید که در  $t = 0$  چه اتفاقی افتاد. گرچه می‌توان استدلال کرد که گرانی کوانتومی می‌تواند سرانجام مسئله‌های مربوط به تکینگی مهبانگ را حل کند، اما پیشرفت در این مورد تاکنون رضایت‌بخش نبوده است. رهیافت هوپل به نظریه حالت پایا برای حمله به مسئله آفرینش اولیه ماده طراحی شده بود. با این همه، همکارانش بوندی و گلد، فرض ثابت بودن قانونهای فیزیک را دارای بیشترین اهمیت می‌دانستند، زیرا این فرض به مبانی کیهان‌شناسی مربوط می‌شود.

### ۱.۲.۹ اصل کیهان‌شناختی کامل

بوندی و گلد استدلال می‌کردند که اصل کیهان‌شناختی (نگاه کنید به فصل ۳) این اطمینان را می‌دهد که قانونهای فیزیک که به صورت موضعی کشف شده‌اند دارای اعتبار جهانی هستند؛ اما این اصل به اندازه کافی کلی نیست. این اصل به ما می‌گوید که در هر زمان معین کیهانی  $t$ ، همه ناظران بنیادی جنبه‌های بزرگ مقیاس عالم را یکسان می‌بینند. پس این فرض که هیچ تغییر فضایی در قانونهای بنیادی فیزیک در هر زمان کیهانی مفروض صورت نمی‌گیرد موجه است. اما، با توجه به اصل کیهان‌شناختی نمی‌توان نتیجه گرفت که قانونهای فیزیک برحسب زمان تغییر نمی‌کنند.

برای فراهم ساختن چنین توجیهی بوندی و گلد اصل کیهان‌شناختی را به صورت آنچه آنها اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) نامیدند مستحکم ساختند. PCP بیان می‌کند که علاوه بر تقارنهای تلویحی اصل کیهان‌شناختی، عالم در بزرگ مقیاس برحسب زمان تغییر نمی‌کند. از این رو، ویژگیهای هندسی و فیزیکی اَبَررویه‌های  $t = \text{const.}$  برحسب زمان تغییر نمی‌کند. تأکید بر کیفیت «بزرگ مقیاس» ضرورت دارد. در مقیاس به اندازهٔ کافی کوچک بخشی مشاهده‌شدهٔ عالم تغییر می‌کند. به عنوان مثال، ستارگان در یک کهکشان پیرتر می‌شوند، شکل و ترکیب خوشه‌ای کوچک از کهکشانها برحسب زمان تحول می‌یابد، و غیره، به هر حال، با توجه به PCP ویژگیهای آماری جمعیت‌های بزرگ مقیاس تغییر نمی‌کند.

به عنوان مثال، ثابت هابل، چه آن را اکنون اندازه بگیریم و چه در هر زمان در گذشته یا آینده، باید یکسان باقی بماند، زیرا در اندازه‌گیری دقیق آن آهنگ انبساط عالم دخیل است. چون این یک ویژگی ساختار بزرگ مقیاس عالم است، ثابت بودن  $H$  بلافاصله نشان می‌دهد که

$$H = \dot{S}/S = \text{const.} = H_0, \quad \text{یعنی,} \quad S = \exp(H_0 t) \quad (1.9)$$

به علاوه، خمیدگی یک اَبَررویهٔ  $t = \text{const.}$  از  $k/S^2$  به دست می‌آید. این را می‌توان در زمانهای مختلف اندازه گرفت و دریافت که بجز در موردی که  $k = 0$  باشد تغییر می‌کند. (برای استدلال دیگری که به  $k = 0$  می‌انجامد به تمرین ۴ نگاه کنید.) از این رو، PCP رهنمون ما به جزء خط یکتای زیر است

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{2H_0 t} [dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \quad (2.9)$$

توجه کنید که بدون حل هیچ‌گونه معادلهٔ میدان، که در کیهان‌شناسی استاندارد برای تعیین  $S(t)$  و  $k$  ضروری است، به جزء خط حالت پایای عالم رسیده‌ایم. بوندی و گلد این نتیجه را مثالی از توان قیاسی PCP ذکر کرده‌اند. دو مثال دیگر از نتیجه‌گیریهای این اصل به قرار زیر است. همین‌طور به خاطر داشته باشید که این جزء خط با آنچه دوسپته برای این مدل در سال ۱۹۱۷ به دست آورد یکسان است (فصل ۳).

### انبساط عالم

جزء خط (۲.۹) به طور کامل با  $H_0$  مشخص می‌شود. می‌توانیم داشته باشیم  $H_0 = 0$ ، یا  $H_0 < 0$ ، یا  $H_0 > 0$ ، و همگی آنها با PCP سازگارند. برای حل این مسئله، با در نظر گرفتن شرایط ترمودینامیکی موضعی می‌توان نتیجه گرفت که  $H_0 > 0$ ، زیرا، رصدهای ما نشان می‌دهند

که عالم در حوالی ما از حالت تعادل ترمودینامیکی فاصله بسیار دارد. ستارگان تابش می‌کنند؛ منطقه‌های با دماهای زیاد و کم در کهکشان و در خارج آن وجود دارند. اگر  $H_0 = 0$  بود، یک عالم اقلیدسی بینهایت پیر داشتیم. چنین عالمی باید، همان‌طور که پارادوکس اولبرس ایجاب می‌کند، تاکنون به تعادل ترمودینامیکی رسیده باشد (به فصل ۴ نگاه کنید). اگر  $H_0 < 0$  باشد عالم در حال انقباضی را خواهیم داشت که در آن تابش حاصل از اجسام دوردست دارای انتقال به آبی است. چنین تابشی به تابش زمینه بینهایتی می‌انجامد که حتی از آنچه محاسبات اولبرس نشان می‌دهد بدتر است. از این رو، رصدهای موضعی ما  $H_0 \leq 0$  را غیرممکن می‌سازد و فقط  $H_0 > 0$  را باقی می‌گذارد که با زمینه محدود و کم آسمان شب سازگار است (نگاه کنید به تمرین ۷). بنابراین عالم باید منبسط شود: این نتیجه‌گیری به‌کمک PCP و بدون نگاه کردن به طیف هیچ کدام از کهکشانهای مجاور به‌دست می‌آید!

### آفرینش ماده

به‌راحتی دیده می‌شود که یک ویژه ۳-حجم  $V$  که با مختصات ثابت  $(r, \theta, \phi)$  تثبیت شده باشد برحسب زمان به‌صورت زیر افزایش می‌یابد

$$V \propto \exp(3H_0 t),$$

$$\dot{V}/V = 3H_0. \quad (3.9)$$

با توجه به فرضیه حالت پایا، چگالی عالم باید در  $\rho = \rho_0$  ثابت بماند. بنابراین، جرم مقدار ماده موجود در حجم  $V$  یعنی  $M \equiv V\rho_0$  باید به‌صورت زیر افزایش یابد

$$\dot{M} = 3H_0 V \rho_0.$$

به عبارت دیگر،

$$J = 3H_0 \rho_0. \quad (4.9)$$

آهنگ خلق ماده در واحد حجم را نشان می‌دهد. اگر از یکاهای cgs استفاده کنیم به‌دست می‌آوریم

$$J = 2 \times 10^{-26} \left( \frac{\rho_0}{\rho_c} \right) h_0^3 \text{ g cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \quad (5.9)$$

که  $\rho_c$  و  $h_0$  در فصلهای ۳ و ۴ تعریف شده‌اند.

مقدار کوچک  $J$  نشان می‌دهد که برخلاف آفرینش انفجاری ماده در  $t = 0$ ، خلق ماده به صورت آرام و پیوسته صورت می‌گیرد.

رهیافت قیاسی بالا اگرچه جذاب است، اما محدودیتهایی را نیز دارد. به‌عنوان مثال، رابطه‌ای کمی که  $H_0$  را مثلاً مانند کیهان‌شناسیهای فریدمان به  $\rho_0$  مرتبط سازد نداریم. همین‌طور، هیچ نظریهٔ فیزیکی برای پدیده‌های مهمی چون آفرینش مداوم ماده نداریم. آیا قانون بی‌چون و چرای پایستگی ماده و انرژی در فرایند آفرینش ماده نقض شده است؟ بوندی و گلد متوجه این واقعیت بودند که پرسشهایی از این نوع را می‌توان به‌جای رهیافت قیاسی آنها با یک نظریهٔ دینامیکی پاسخ داد. اما، آنها حس می‌کردند که با استفادهٔ توأم از PCP و رصدهای محلی می‌توان ویژگیهای بزرگ مقیاس عالم را به‌صورتی تثبیت کرد که بتوان آن را با رصدها آزمود (نگاه کنید به بخش ۳.۹). بنابراین، آنها اهمیت زیادی را به رهیافتی دادند که به‌جای فرمولبندی نظریه‌ای دینامیکی که بتواند  $H_0$ ،  $\rho_0$  و غیره را به‌صورت کمی تعیین کند، PCP را با رصدها می‌آزمود.

### ۲.۲.۹ نظریهٔ میدانی برای آفرینش

از طرف دیگر، فرد هویل دیدگاه مخالف را اختیار کرد. او به دنبال فرایندی نظری بود که بتواند پدیدهٔ آفرینش ماده اولیه را توجیه کند. مقالهٔ سال ۱۹۴۸ او شامل اصلاح معادله‌های میدان نسبیت عام اینشتین بود که در آن طرف راست شامل یک تانسور صریح انرژی تکانه برای «میدان آفرینش» اسکالر بود. با این همه، پس از کوششهایی چند در جهت بهبود چارچوب، سرانجام فرمولبندی را پذیرفت که ام. اچ. ال. پریس<sup>۱</sup> پیشنهاد کرده بود. این فرمولبندی، که به نظریهٔ میدان- $C$  معروف است را هویل و نگارنده در اوایل دهه ۱۹۶۰ به‌صورت گسترده به‌کار بردند. نکته‌های مهم نظریهٔ میدان- $C$  به‌قرار زیرند.

#### اصل کنش

مانند رهیافت اولیهٔ هویل، نظریهٔ میدان- $C$  شامل افزودن جمله‌های بیشتر به کنش استاندارد اینشتین-هیلبرت است (نگاه کنید به بخشهای ۸.۲ و ۹.۲) تا پدیدهٔ آفرینش ماده را نشان دهد. با بهره‌گیری از تیغ اوکام<sup>۲</sup>، میدان اضافی که باید وارد شود یک میدان نرده‌ای با جرم و بار صفر است. این میدان را با  $C$  و مشتقهای آن نسبت به مختصات فضا-زمان  $x^\mu$  را با  $C_\mu$  نشان می‌دهیم. در این صورت کنش از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$A = \frac{c^3}{16\pi G} \int R\sqrt{-g}d^4x - \sum_a m_a c \int ds_a - \frac{1}{2c} f \int C_i C^i \sqrt{-g}d^4x + \sum_a \int C_i da^i \quad (6.9)$$

به‌جای جمله‌های الکترومغناطیسی (که در صورت وجود ذرات باردار وارد می‌شوند)، در (۶.۹) جمله‌های مربوط به میدان- $C$  را داریم. برای پی‌بردن به تفاوت میان دو برهم‌کنش، توجه کنید که جمله آخر (۶.۹) مستقل از مسیر است. اگر جهانخط ذره  $a$  بین نقطه‌های پایانی  $A_1$  و  $A_2$  را در نظر بگیریم، داریم

$$\int_{A_1}^{A_2} C_i da^i = C(A_2) - C(A_1) \quad (7.9)$$

معمولاً، این جمله‌های مستقل از مسیر، سهمی در فیزیکی که از اصل کنش به‌دست می‌آید ندارند. پس چرا این جمله‌ها وارد شده‌اند؟ پاسخ این پرسش در مفهوم جهانخطهای «شکسته» نهفته است. نظریه‌ای که درباره آفرینش (یا نابودی) فی‌نفسه ماده بحث می‌کند باید جهانخطهای با آغاز و پایان (یا هردوی) محدود باشد. اگر جهانخط  $a$  را تغییر دهیم و تغییر کنش  $A$  در حجم حاوی نقطه  $A_1$  را که در آن جهانخط آغاز می‌شود در نظر بگیریم (نگاه کنید به شکل ۲.۹)  $A_1$  را به‌دست می‌آوریم (که اکنون تغییر کرده است)

$$m_a c \frac{da^i}{ds_a} g_{ik} - C_k = 0 \quad (8.9)$$

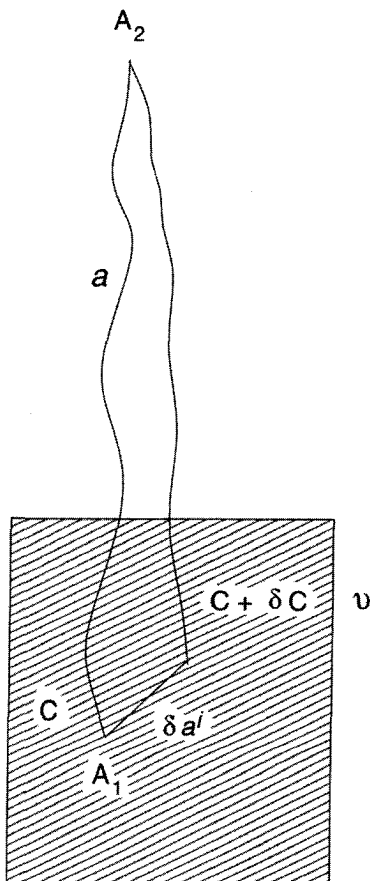
این رابطه نشان می‌دهد که انرژی و تکانه روی‌هم‌رفته در نقطه آفرینش پایسته هستند. ۴-تکانه ذره خلق‌شده با ۴-تکانه میدان- $C$  خشی می‌شود. بدیهی است که برای رسیدن به این توازن میدان- $C$  باید دارای انرژی منفی باشد. بعداً به این نکته باز خواهیم گشت. همین‌طور متوجه می‌شویم که چون جمله آفرینش مستقل از مسیر است، معادله حرکت  $a$  هنوز معادله یک ژئودزیک است:

$$m_a \left( \frac{d^2 a^i}{ds_a^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{da^k}{ds_a} \frac{da^l}{ds_a} \right) = 0 \quad (9.9)$$

ثابت  $f$  در کنش (۶.۹) یک ثابت جفت‌شدگی است. تغییرات  $C$  معادله چشمه را به‌صورت

زیر می‌دهد

$$C_{;k}^k = c f^{-1} \bar{n} \quad (10.9)$$



شکل ۲.۹ جهانخط  $a$  در  $A_1$  آغاز می‌شود و در  $A_2$  پایان می‌یابد. اگر تغییرات ناحیه هاشوردار را در نظر بگیریم، نقطه  $A_1$  به اندازه  $\delta a^i$  جابه‌جا می‌شود. این جابه‌جایی جمله برهم‌کنش را به اندازه  $-\delta C = C_i \delta a^i$  تغییر می‌دهد. تغییر قسمت لخت کنش نیز سهم  $\delta a^i p_i^{(a)}$  را در کنش دارد که  $p_i^{(a)}$  -تکانه ذره  $a$  است. نتیجه (۸.۹) پیامد مساوی قرار دادن سهم خالص  $\delta A$  در  $A_i$  برابر صفر است.

که  $\bar{n}$  تعداد رویدادهای آفرینش خالص به‌ازای ویژه ۴-حجم است. در محاسبه  $\bar{n}$  یک علامت + به نقطه‌هایی چون  $A_1$  که در آن یک جهانخط آغاز می‌شود و یک علامت - به نقطه‌های چون  $A_2$  که در آن جهانخط پایان می‌یابد اضافه می‌کنیم. باز هم در (۱۰.۹) رابطه میان میدان  $C$  و رویدادهای آفرینش/نابودی را ملاحظه می‌کنیم.

سرانجام، تغییر  $g_{ik}$  به معادله‌های میدان اصلاح‌شده ایشتین می‌انجامد

$$R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R = -\frac{\Lambda \pi G}{c^2} \left( T_{(m)}^{ik} + T_{(C)}^{ik} \right) \quad (11.9)$$

که  $T_{(m)}^{ik}$  مانند فصلهای قبل تانسور ماده است در حالی که

$$T_{(C)}^{ik} = -f(C^i C^{ik} - \frac{1}{4}g^{ik}C^l C_l) \quad (۱۲.۹)$$

باز هم متوجه می‌شویم که برای  $f > 0$  داریم  $T_{(C)}^{00} < 0$ . از این رو، میدان  $C$ -دارای چگالی انرژی منفی است که یک اثر دافعه گرانشی تولید می‌کند. این نیروی دافعه است که باعث انبساط عالم می‌شود. اثر بالا می‌تواند مشکل وابسته به نظریه کوانتومی میدانهای با انرژی منفی را حل کند. چون این میدانها دارای حالت با کمترین انرژی نیستند، معمولاً سیستمهای پایدار تشکیل نمی‌دهند. سقوط به حالتهای با انرژی کمتر و کمتر در صورتی به طور اجتناب‌ناپذیر رخ می‌دهد که در یک حالت با انرژی منفی اختلالی در میدان ایجاد کنیم. به هر حال، اگر فیدبک (۱۲.۹) را در هندسه فضا زمان از طریق (۱۱.۹) در نظر بگیریم این نتیجه‌گیری تغییر می‌کند. این فیدبک باعث انبساط فضا و کم شدن مقدار انرژی میدان می‌شود. هر دوی این اثرها در جهت مخالف عمل و به پایداری سیستم کمک می‌کنند.

### معادله‌های کیهان‌شناختی

با بهره‌گیری از جزء خط رابرتسون-واکر<sup>۱</sup> و این فرض که ذره خلق شده توسط میدان  $C$ -دارای جرم  $m$  است، از (۸.۹) تا (۱۲.۹) معادله‌های زیر را به دست می‌آوریم:

$$\dot{C} = mc^2, \quad (۱۳.۹)$$

$$mf \left( \ddot{C} + 3\frac{\dot{S}}{S}\dot{C} \right) = \left( \dot{\rho} + \frac{\dot{S}}{S}\rho \right) c^2; \quad (۱۴.۹)$$

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{4\pi Gf}{c^4}\dot{C}^2, \quad (۱۵.۹)$$

$$3\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = 8\pi G \left( \rho - \frac{f}{2c^4}\dot{C}^2 \right) \quad (۱۶.۹)$$

به آسانی می‌توان نشان داد که جواب حالت پایایی (۲.۹) از این معادله به ازای رابطه‌های زیر به دست می‌آید

$$k = 0, \quad S = e^{H_0 t}, \quad \rho = \rho_0 = \frac{3H_0^2}{4\pi G} = fm^2 \quad (۱۷.۹)$$



توجه کنید که هر دوی  $H_0$  و  $\rho_0$  برحسب فرایندهای آفرینش بنیادی، یعنی ثابت جفت‌شدگی  $f$  و جرم ذره آفریده داده شده‌اند. از این رو، رهیافت هویل حاوی اطلاعات کمی است که رهیافت قیاسی PCP ندارد.

اختلال مرتبه اول معادله‌های بالا و جواب (۲.۹) نشان می‌دهند که جواب پایدار است (نگاه کنید به تمرین ۲۰). در واقع، تحلیل پایداری نقش کلیدی (۸.۹) را نمایان می‌سازد. این تحلیل نشان می‌دهد که ذرات خلق‌شده دارای جهانخطهای مربوط به خود در امتداد عمود بر رویه‌های  $C = \text{const.}$  هستند. هویل استدلال کرده است که چنین نتیجه‌ای تأیید فیزیکی فرضیه وایل است: یعنی نشان می‌دهد که چرا جهانخطهای ناظران بنیادی بر خانواده خاصی از اَبَررویه‌ای فضاگونه متعامدند. در کیهان‌شناسی میدان- $C$  این اَبَررویه‌ها فقط مفاهیم مجرد نیستند بلکه برمبنای فیزیکی برگزیده شده‌اند.

### آفرینش انفجاری

اگرچه میدان- $C$  در درجه اول برای به حساب آوردن آفرینش پیوسته ماده وارد شد، اما نگارنده در سال ۱۹۷۳ نشان داد که این میدان آفرینش انفجاری ماده را نیز که برای کیهان‌شناسی مه‌بانگ ضروری است به حساب می‌آورد. در زیر نشان می‌دهیم که این مورد چگونه برای  $k = 0$  به دست می‌آید.

در معادله‌های (۱۳.۹) تا (۱۶.۹)، از این ایده استفاده کردیم که تمام ماده در یک فرایند انفجاری در  $t = 0$  خلق شده است. پس طرف راست (۱۴.۹) مانند یک تابع دلتا  $\delta(t)$  است، که به جواب زیر می‌انجامد

$$\dot{C} = \frac{A}{S^3}, \quad A = \text{const.}$$

توجه کنید که این جواب، بجز برای دوره  $t = 0$ ، با (۱۳.۹) ناسازگار است. این موضوع تعجب‌آور نیست، زیرا فرض کردیم که آفرینش ماده پس از  $t = 0$  صورت می‌گیرد. بنابراین، شرط آفرینش (۸.۹) در  $t > 0$  صادق نیست.

با قرار دادن  $\dot{C}$  در (۱۶.۹)، می‌توانیم از  $S$  انتگرال بگیریم و جواب زیر را به دست آوریم

$$S(t) \propto \left( 1 + \frac{(t+t_1)^2}{t_0^2} \right)^{1/3} \quad (18.9)$$

که  $t_0$  و  $t_1$  ثابت‌هایی وابسته به شرایط اولیه در  $t = 0$  هستند (نگاه کنید به تمرین ۲۲).

عامل مقیاس (۱۸.۹) رفتاری مانند مدل استاندارد اینشتین-دوسیته برای  $t \gg t_0$  دارد. در مدل میدان- $C$  نه تنها از تکینگی فضا-زمان در  $t = 0$  اجتناب می‌شود، بلکه مادهٔ فعلی را ناشی از انفجار آغازینی می‌بینیم که انرژی و تکانه را پایسته نگه می‌دارد.

این پایستگی انرژی و تکانه باید به‌طور کلی برای هر مدل میدان- $C$  به‌دست آید، زیرا معادله‌های حاکم بر آن از یک اصل کنش به‌دست می‌آیند. بنابراین، انتقاد برمبنای منشأ توجیه‌نشدهٔ مادهٔ جدید، که می‌تواند در مورد آفرینش انفجاری کیهان‌شناسی استاندارد یا آفرینش پیوسته در روایت بوندی-گلد از مدل حالت پایا به‌کار رود، در مورد کیهان‌شناسی میدان- $C$  مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. به بیان فیزیکی، آفرینش توسط فرایند تبادل انرژی و تکانه بین میدان- $C$  با انرژی منفی و ماده توجیه می‌شود. دیورژانس (۱۱.۹) فرمول ریاضی پایستگی انرژی را می‌دهد

$$T_{(m);k}^{ik} = f C^i C_{;k}^k \quad (19.9)$$

به‌راحتی می‌توان ثابت کرد که این فکر برای میدان انرژی مثبت عملی نیست (نگاه کنید به تمرین ۲۳).

### ۳.۹ پارامترهای قابل مشاهدهٔ نظریهٔ حالت پایا

با کنار گذاشتن دینامیک مدل، اکنون به بعضی جنبه‌های قابل مشاهدهٔ نظریهٔ حالت پایا می‌پردازیم. در اینجا اساساً با جزء خط (۲.۸) و ویژگیهای هندسی قابل استنتاج از آن سروکار داریم. در واقع، بوندی و گلد در مقالهٔ اولیهٔ خود تأکید کردند که مدل حالت پایا پیش‌بینی‌های دقیقی می‌کند و در نتیجه در برابر تأیید نشدن تجربی آسیب‌پذیر است. برخلاف مدل‌های مهبانگ، که همواره می‌توان پارامترهای اختیاری را در آن وارد ساخت. (این اظهارنظر در فصل‌های ۹ و ۱۰ با بحث دربارهٔ کیهان‌شناسی رصدی روشنتر می‌شود.)

چون محاسبه‌های مربوط به این جنبه‌های قابل مشاهده را در فصل‌های ۳ و ۴ به تفصیل انجام داده‌ایم، در اینجا به‌طور مختصر فقط نتیجه‌ها را ذکر می‌کنیم.

انتقال به سرخ

انتقال به سرخ یک کهکشان  $G_1$  در  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  که نور را در  $t_1$  گسیل و ناظر  $O$  در  $r = 0$  را در عصر حاضر دریافت می‌کند عبارت است از

$$z_1 = e^{H_0(t_0 - t_1)} - 1 = r_1 \frac{H_0}{c} e^{H_0 t_0} \quad (20.9)$$

### فاصله درخشندگی

این فاصله برای کهکشان بالا از رابطه زیر به دست می آید

$$D_1 = \frac{c}{H_0} z_1 (1 + z_1) \quad (21.9)$$

معادله (۲۱.۹) قانون هابل برای کیهان‌شناسی حالت پایاست. از (۱.۹) همچنین مشاهده می‌کنیم که پارامتر شتاب منفی  $q_0$  برای این کیهان‌شناسی دارای مقدار  $-1$  است.

### افق رویداد

اگر به دنبال سیگنالهایی باشیم که ناظران عصر حاضر  $t_0$  به سوی ما گسیل می‌دارند، در صورتی سیگنالهایی را در عصر آینده محدود  $t > t_0$  دریافت خواهیم داشت که ویژه فاصله متریک  $rS(t_0)$  آنها کوچکتر از  $c/H_0$  باشد که در این صورت شعاع افق رویداد عالم حالت پایاست. می‌توان نشان داد که این مدل دارای افق ذره نیست.

### اندازه زاویه‌ای

زاویه  $\Delta\theta (\ll 1)$  که یک چشمه نجومی با تصویر اندازه خطی  $d$  و انتقال به سرخ  $z$  در  $O$  به وجود می‌آورد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta\theta = \frac{H_0}{c} d \left( \frac{1+z}{z} \right). \quad (22.9)$$

بنابراین اندازه زاویه‌ای با  $z \rightarrow \infty$  به یک کمینه محدود میل می‌کند.

### چگالی شار

فرمول (۵۷.۳) در این مورد به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi \left( \frac{c}{H_0} \right)^2 z^2 (1+z)^2} \quad (23.9)$$

برای (۵۶.۳)، به دست می‌آوریم

$$\tilde{\mathcal{F}}(\nu_0) = \frac{LJ(\nu_0 (1+z))}{4\pi \left( \frac{c}{H_0} \right)^2 z^2 (1+z)} \quad (24.9)$$

شمارش تعداد

در نمادگذاری بخش ۱۱.۳، تعداد چشمه‌های با انتقال به سرخ کمتر از  $z$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N(z) = 4\pi n \left( \frac{c}{H_0} \right)^3 \left( \ln(1+z) - \frac{3z^2 + 2z}{2(1+z)^2} \right) \quad (25.9)$$

توزیع سن کهکشانشا

کهکشانشاهای جدید همواره در عالم در حالت پایا تشکیل می‌شوند. چون عالم منبسط می‌شود، کهکشانشاها، پس از تشکیل، از یکدیگر دور می‌شوند. از این رو، هرچه جمعیتی از کهکشانشاها پیرتر باشند، توزیع آنها پراکنده‌تر خواهد بود. چون حجمی که کهکشانشاها در بر می‌گیرند با افزایش زمان به صورت  $\exp(3H_0 t)$  افزایش می‌یابد، از رابطه سن-چگالی کهکشانشاها نتیجه ساده زیر را به دست

می‌آوریم

$$Q(\tau) \propto e^{-3H_0 \tau} \quad (26.9)$$

که  $Q(\tau)d\tau$  ویژه چگالی عددی کهکشانشاهای دارای سن بین  $\tau$  و  $\tau + d\tau$  است. بنابراین، سن میانگین  $(3H_0)^{-1}$  است.

## ۴.۹ ملاحظات فیزیکی و اختریفیزیکی

در این بخش به‌طور مختصر به ایده‌هایی می‌پردازیم که گاهی در بستر نظریه حالت پایا مطرح می‌شود تا به مسئله‌هایی چون سرشت ذرات خلق‌شده، تشکیل کهکشانشاها، منشأ تابش زمینه ریزموج، و غیره بپردازد. برخی از این مفاهیم ممکن است هنوز مطرح باشند اگرچه تصویر کیهان‌شناختی حالت پایا دوام نیاورده است.

### ۱.۴.۹ عالم داغ

در سال ۱۹۵۸ گلد و هوپل این فرضیه را مطرح کردند که ماده آفریده‌شده به‌صورت نوترون بوده است. آفرینش نوترونها هیچ قانون پایستگی استاندارد فیزیک ذرات، بجز ثابت بودن تعداد باریونها، را نقض نمی‌کند. اگرچه این موضوع در سال ۱۹۵۸ یک ایراد بود، اما امروز دیگر عدد باریونی ناوردا در نظر گرفته نمی‌شود. در واقع، در فصل ۶ دیدیم که چگونه در عالم اولیه سناریوهایی براساس ناپایستگی باریونی برای توجیه تعداد باریونهای مشاهده‌شده در عالم در نظر گرفته شدند. در تصویر گلد-هوپل نوترونهای آفریده‌شده در معرض واپاشی بتا قرار می‌گیرند

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad (27.9)$$

پابستگی انرژی و تکانه باعث می‌شود که الکترونها بیشتر انرژی جنبشی را بگیرند و در نتیجه دارای دمای جنبشی زیاد  $10^9 \text{K}$  ~ بشوند (نگاه کنید به تمرین ۲۹). گلد و هویل استدلال کردند که این ناهمگنی ناشی از دمای زیاد به تولید ماشینهای گرمایی بین منطقه‌های داغ و سرد می‌انجامد، که گرادیانهای فشار لازم برای تشکیل چگالشهایی با اندازه  $50 \text{Mpc} \geq$  را فراهم می‌آورند (نگاه کنید به تمرین ۳۰). همان‌طور که قبلاً در فصل ۷ دیدیم، نیروهای گرانشی خالص نمی‌توانند تصویر رضایت‌بخشی از تشکیل کهکشان به دست دهند. گرادیانهای دمای ایجادشده در عالم داغ گلد و هویل به این فرایند کمک می‌کند.

به هر حال، سیستم حاصل یک کهکشان تنها نیست، بلکه ابرخوشه‌ای متشکل از تقریباً  $10^3$  تا  $10^4$  عضو است. به این ناهمگنی‌های بزرگ مقیاس در توزیع کهکشانشان در فصل ۱ اشاره کردیم. ناهمگنی‌ها در این مقیاس بزرگ  $50 \text{Mpc} \geq$  ما را به احتیاط در کاربرد دقیق اصل کیهان‌شناسی وا می‌دارد. به‌عنوان مثال، فرمول (۲۶.۸) برای توزیع سن کهکشانشان در این مدل برای ناحیه‌ای بسیار بزرگتر از  $50 \text{Mpc}$  صادق است. اگر در یک کهکشان معین باشیم، انتظار داریم که اغلب کهکشانشان در فاصله‌ی مثلاً  $20$  یا  $30 \text{Mpc}$  سنی چون کهکشان ما داشته باشند. بنابراین، تعجب‌آور نیست که نمونه‌ی موضعی ما سن متوسطی بسیار بزرگتر از میانگین کلی  $3 \times 10^9 h_0^{-1} \approx (3H_0)^{-1}$  سال به دست دهد.

اگرچه الکترونهاي تازه تولیدشده دارای دمای جنبشی  $10^9 \text{K}$  ~ هستند، اما دما بر اثر انبساط فرومی‌افتد. دمای میانگین سه‌پنجم این مقدار، یعنی در حدود  $10^8 \text{K} \times 6$  است. هویل در سال ۱۹۶۳ پیشنهاد کرد که این محیط میان کهکشانی داغ پرتو X زمینه‌ی مشاهده‌شده را تولید می‌کند. اما، برآوردهای کمی آر. جی. گولد<sup>۱</sup> به‌زودی نشان داد که پرتو X زمینه در عالم داغ بسیار بیشتر از چیزی است که مشاهده می‌شود، در نتیجه عالم داغ غیرقابل دفاع است. اگرچه اندازه‌گیریهایی زمینه‌ی فعلی این عالم داغ را برای  $0.5 \approx h_0$  منتفی نمی‌سازد، اخترفیزیکدانان مایل‌اند توجه‌های دیگری را برای منشأ پرتو X زمینه بیابند.

اگرچه مدل عالم داغ اکنون بی‌اعتبار شده است اما این مدل تمرینی برای ارتباط فیزیک ذرات (و پاشی نوترون) با تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس در عالم بود.

## ۲.۴.۹ عالم حبابی

در سال ۱۹۶۶ هویل و نگارنده تأثیر افزایش ثابت جفت‌شدگی  $f$  به  $10^{20}$  ~ را بررسی کردند. همان‌طور که فرمول (۱۷.۹) نشان می‌دهد، در این صورت عالم پایایی با چگالی بسیار زیاد  $(\rho_0 \approx 10^{-8} \text{g cm}^{-3})$  و مقیاس زمانی بسیار کوتاه (سال  $1 \approx H_0^{-1}$ ) خواهیم داشت. اگر

آفرینش این عالم چگال در یک منطقه موضعی آغاز شود، یعنی اگر گذار فازی موضعی از مد سازنده به غیرسازنده داشته باشیم

$$C_{ii}^i = 0 \quad (28.9)$$

این منطقه موضعی طبق (۱۸.۹) منبسط می‌شود. چون چگالی این منطقه از اطراف آن کمتر است، بنابراین شبیه یک حباب هوا در آب است. خواننده می‌تواند با رجوع به فصل ۶ شباهتهای این مدل با مدل تورمی را، که پانزده سال بعد مورد توجه قرار گرفت، کشف کند.

با توجه به این مدل، این حباب تنها چیزی است که در بررسی کیهانشناها، کوازارها، و غیره می‌بینیم. از این رو، مشاهده‌ها، در مورد این اختلال ناپایدار اطلاعاتی بیش از عالم حالت پایای اطراف آن در اختیارمان می‌گذارند. به هر حال، اثرهای قابل مشاهده‌ای وجود دارند که دال بر مقدار زیاد  $f$  هستند. به عنوان مثال، این مؤلفان نشان داده‌اند که آفرینش ذره در حوالی اجسام جرم‌دار موجود افزایش می‌یابد و طیف انرژی ذرات حاصل شبیه پرتوهای کیهانی پرنانرژی است. چگالی انرژی واقعی پرتوهای کیهانی به مقدار  $f$  زیاد که در اینجا برگزیده شد نیاز دارد.

### ۳.۴.۹ منشأ عناصر و زمینه ریزموج

بین سالهای ۱۹۶۴ و ۱۹۶۵ دو ضربه تقریباً مهلک به مدل حالت پایا وارد شد. هر دو ضربه ناشی از ملاحظات مربوط به عالم نخستین و عبارت بودند از، (۱) فراوانی هسته‌های سبک و (۲) کشف زمینه ریزموج. درباره این دو به اختصار بحث می‌کنیم.

همان‌طور که در بخش ۵ دیدیم، معلوم شد که ایده‌های گاموف فقط سنتز هسته‌های اولیه سبک را به‌طور موفقیت‌آمیز توصیف می‌کند، که عمدتاً به تولید هلیم و مقدار کمی دوتریم و هسته‌های سبک دیگر می‌انجامد. برای اغلب عناصر، ستارگان محیط مناسب برای سنتز هسته‌ای پی‌درپی را فراهم می‌سازد. این موضوع باعث شد که اغلب منجمان دهه ۱۹۵۰ فکر کنند که سنتز هسته‌ای در ستارگان فرایند کلیدی برای تمام عناصر است، زیر حتی هلیم هم در ستارگان تولید می‌شد. این به‌نوبه خود باعث شد که منجمان باز هم از ایده‌های گاموف پشتیبانی کنند (نگاه کنید به تمرین ۳۴). بجز هلیم، کشف دوتریم روایت آغازین را معتبرتر ساخت، زیرا هیچ فرایند شناخته‌شده‌ای برای ساخت حتی مقدار اندک دوتریم در ستارگان وجود نداشت. بنابراین، نظریه حالت پایا، که عصر داغی برای ساختن چنین هسته‌هایی نداشت، در توجیه فراوانیهایی مشاهده‌شده دچار مشکل شد. مورد مربوط به مهبانگ داغ با کشف زمینه ریزموج در سال ۱۹۶۵ حتی شدیدتر شد. مدل حالت پایا هیچ فرایند طبیعی برای نگهداری تابش زمینه در  $3K \sim$  ندارد و هرگز از این دو ضربه

کاملاً بهبود نیافت. با وجود این، مدل به صورت اصلاح شده در سالهای ۱۹۹۰ دوباره مورد توجه قرار گرفت و با جنبه‌های اصلی آن را توصیف خواهیم کرد.

## ۵.۹ کیهان‌شناسی حالت-شبه‌پایا

در سال ۱۹۹۳، فرد هویل، جفری بریج و نگارنده (از این پس) HBN کیهان‌شناسی جدیدی را مطرح کردند که در عین وابستگی شدید به کیهان‌شناسی حالت پایای قبلی، امکان تحول در مقیاسهای زمانی کوتاهتر را فراهم می‌ساخت. این کیهان‌شناسی که به کیهان‌شناسی حالت-شبه‌پایا یا QSSC معروف است از ملاحظات نظریه هویل-نارلیکار سرچشمه می‌گیرد که در فصل ۸ بیان شد. بحث خود را با یک اظهار نظر کلی آغاز می‌کنیم.

می‌دانیم نسبیت عام توصیف کاملی از پدیده‌های گرانشی در حد میدانهای گرانشی ضعیف به دست می‌دهد. در فصل ۲ موفقیت‌های آن را در زمینهٔ رصدی دیدیم. با این همه، هیچ دلیل تجربی یا رصدی وجود ندارد که درستی کمی نسبیت عام را برای میدانهای گرانشی قوی مشخص کند. همان‌طور که قبلاً دیدیم، کیهان‌شناسی مهبانگ کار را از شرایط اولیه‌ای همراه با برونیاپیه‌های فراگیر در حوزه گرانشی و فیزیک انرژی‌های بالا آغاز می‌کند که برای آنها دلایل روشنی وجود ندارد. بنابراین، وقتی شق دیگری را برای آن در نظر می‌گیریم، بهتر است نقطه‌های ضعف مفهومی رهیافت استاندارد را شناسایی کنیم و راههایی را برای اجتناب از آنها بیابیم. HBN کار را از چیزی آغاز می‌کنند که آن را نقطه ضعف اصلی نسبیت عام می‌دانند، یعنی چیزی که برخلاف بقیهٔ فیزیک مقیاس ناورد نیست. همه به این موضوع عادت داریم که نتیجه‌های فیزیک مستقل از یک‌گانه‌ی باشند که کمیتها را برحسب آنها بیان می‌کنیم. علت آن است که نتایج همواره اعداد بی‌بعد هستند. این وضعیت عادی برای یک‌گانه‌ی است که در هر نقطهٔ  $X$  فضا زمان یکسان باقی می‌مانند. اما، آیا چیزی در فیزیک وجود دارد که با تغییر یک‌گانه در نقطه‌های مختلف فضا زمان به صورت متفاوت تغییر کند؟ با استفاده از طول موج کامپتون ذره‌ای مشخص به عنوان یکای طول و توجه به اینکه  $c = 1$  ایجاب می‌کند که یک‌گانه‌ی زمان و فضا یکسان باشند، می‌توان دربارهٔ تغییر کلی مقیاس طول حاصل از تبدیل شکل زیر

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k \quad (29.9)$$

به

$$ds^{*2} = \Omega^2(x) g_{ik} dx^i dx^k \quad (30.9)$$

بحث کرد.

در فصل ۸، راجع به تبدیل معروف به تبدیل همدیس به اختصار بحث کردیم. در این تبدیل مختصات فضا-زمان نقطه‌های  $X$  در مسیر ذره ثابت می‌ماند. ویژه‌فاصله بین نقطه‌های مجاور است که با توجه به انتخاب تابع نرده‌ای دوبار مشتق‌پذیر  $\Omega(X)$  تغییر می‌کند. بدیهی است آزمایشهای محدود به مکانهایی که در آنها  $\Omega$  به صورت قابل ملاحظه‌ای تغییر نمی‌کند تحت تأثیر قرار نمی‌گیرند. با این همه، ممکن است رویدادهای یک مکان از طریق انتشار یک میدان، مانند میدان الکترومغناطیسی، به مکانهای دوردست مرتبط شوند. امکان اینکه فیزیک از  $\Omega(X)$  حتی برای مشاهده‌های مربوط به مکانهای با فاصله زیاد تأثیر نپذیرد را شرایطی مطرح می‌کند که در آنها مخروطهای نور در تبدیل (۳۰.۹) متأثر نشوند. البته اگر  $\Omega$  محدود به شرط معروف به همدیس  $\Omega \neq 0$  باشد. در واقع، معادله‌های ماکسول نسبت به (۳۰.۹) در صورتی که ناوردا هستند که تانسور میدان الکترومغناطیسی تغییر نکند

$$F_{ik}^* = F_{ik} \quad (31.9)$$

و با  $A_i^* = A_i$  که از تبدیل پیمانه‌ای مناسب به دست می‌آید معادله موج برای ۴-پتانسیل نیز ناوردا خواهد بود. این ناوردایی را ناوردایی همدیس می‌نامند.

چون مختصه مکان ذرات تغییر نمی‌کند، تعداد ذراتی که در حجم معین مختصات سه‌بعدی شمرده می‌شوند باید تغییر نکند، گرچه ویژه حجم سه‌بعدی به صورت  $\Omega^3$  تغییر می‌کند. چون  $|\psi|^2$  احتمالهای ذره به ازای واحد ویژه ۳-حجم را اندازه می‌گیرد، بنابراین تابع موج  $\psi$  در مکانیک کوانتومی برای تبدیل  $\psi$  به  $\psi^*$  طبق رابطه زیر ضروری است

$$\psi^* = \Omega^{-3/2} \psi \quad (32.9)$$

به علاوه، فاصله مختصات فضایی بین دو ذره بی‌تغییر می‌ماند، در حالی که ویژه‌فاصله به اندازه  $\Omega$  تغییر می‌کند. چون طول موج کامپتون  $m^{-1}$  بعضی ذرات استاندارد مورد اخیر را اندازه می‌گیرد، لازم است که  $m$  طبق رابطه زیر به  $m^*$  تغییر کند

$$m^* = \Omega^{-1} m \quad (33.9)$$

پس تعداد طول موجهای کامپتون که دو ذره را از هم جدا می‌سازد یکسان باقی می‌ماند. این تداخل را می‌توان با در نظر گرفتن رفتار معادله دیراک

$$i\gamma^k \frac{\partial \psi}{\partial x^k} + m\psi = 0 \quad (34.9)$$



تحت تبدیلهایی (۳۰.۹)، (۳۲.۹) و (۳۳.۹) به دقت آزمون برای انجام این کار ابتدا باید (۳۴.۹) را به فضای ریمانی تعمیم داد، بدین منظور به جای (۳۴.۹) می‌نویسیم،

$$i\gamma^k \psi_{;k} + m\psi = 0 \quad (35.9)$$

و جمله‌های ناقلیدسی را وارد مشتق هموردای میدان اسپینوری  $\psi$  می‌کنیم. (در این کتاب به میدانهای اسپینوری نپرداختیم؛ با این همه، می‌توانیم مشتق‌گیری هموردای اسپینوزها را در راستای بردارهایی تعریف کنیم که در فصل ۲ بررسی کردیم). سپس می‌توانیم ناوردایی هم‌مدیس معادله دیراک، یعنی تبدیل (۳۵.۹) به رابطه‌ی زیر را به دست دهیم

$$i\gamma^{*k} \psi_{;k}^* + m^* \psi^* = 0 \quad (36.9)$$

چون مکانیک کوانتومی نسبت به (۳۰.۹) ناوردا و در معرض (۳۳.۹) و (۳۴.۹) است و چون میدان الکترومغناطیسی نیز ناوردای هم‌مدیس است، پس مربوط به الکترودینامیک کوانتومی است. تحولات اخیر فیزیک در زمینه فضا‌های مجرد ذرات را نیز مقیاس-ناوردا در نظر می‌گیریم. پس چرا گرانس باید تنها جنبه فیزیک باشد که چنین نیست؟ HBN احساس کردند که اولین گام به سوی شناخت بهتر از کیهان‌شناسی باید علاج این نارسایی باشد و برای این کار دریافتند که صورت‌گرایی نظریه گران‌ی هویل-نارلیکار که در فصل پیش بیان شد به صورت قابل‌تحسینی مناسب است. بنابراین این صورت‌گرایی را با توجه با QSSC دوباره بیان می‌کنیم. کار را با یافتن کنشی آغاز می‌کنیم که مقدار آن بر اثر تبدیل مقیاس تغییر نکند. برای مجموعه‌ای از ذرات  $a, b, \dots$  به جرمهای  $m_a, m_b, \dots$  شکل کنش به صورت زیر است

$$A = - \sum_a \int m_a(A) ds_a \quad (37.9)$$

که امکان تغییر جرم برحسب مکان در فضا‌زمان ایجاب می‌کند که جرم  $m_a(A)$  مربوط به ذره  $a$  در نقطه‌های مختلف  $A$ ی مسیرش تغییر کند؛ همین‌طور برای دیگر ذرات. با  $ds_a^* = \Omega ds_a$  و  $m_a^* = \Omega^{-1} m_a$  (۳۷.۹) نسبت تبدیل (مقیاس) هم‌مدیس ناورداست. در فصل پیش دیدیم که خمیدگی نرده‌ای به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$R^* = \Omega^{-2} (R + 6\Omega^{-1} \square \Omega) \quad (38.9)$$

و به همین اندازه روشن است که جمله هیلبرت معمولی که به تانسور اینشتین می‌انجامد ناوردای هم‌مدیس نیست. بدین سبب است که معادله‌های نسبیت عام ناوردای هم‌مدیس نیستند. چون قبلاً

می‌توان متوجه این موضوع شد، در کنش کارآمد برای نسبیّت عام، دارای ترکیب عجیبی از کمیت‌های فیزیکی و هندسی هستیم، بدون شک در اینجاست که باید تغییری صورت گیرد. پژوهشها نشان می‌دهند که هرگونه کوشش در جهت جایگزین کردن جملهٔ هیلبرت معمولی با کمیت هندسی دیگر موفقیت‌آمیز نخواهد بود، بنابراین (۳۷.۹) به‌عنوان تنها امکان باقی می‌ماند، امکانی که سادگی آن شگفت‌انگیز است. معادله‌های گرانش را باید طبق معمول با تغییر مختصر در تانسور متریک،  $g_{ik} \rightarrow g_{ik} + \delta g_{ik}$  در یک حجم کلی چهار بعدی با  $\delta g_{ik} = 0$  در مرز این حجم به‌دست آورد. نتیجه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\delta \mathcal{A} = -\frac{1}{4} \int [T^{ik} + (?)] \delta g_{ik} \sqrt{-g} d^4 x \quad (39.9)$$

که تانسور انرژی تکانهٔ  $T^{ik}$  شکل عادی خود را دارد

$$T^{ik}(X) = \sum_a \int m_a(A) \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \quad (40.9)$$

و (?) تانسوری است که شکل آن را ویژگی جرم ذرات، یعنی تغییرات  $m_a(X), m_b(X), \dots$  نسبت به مکان در فضا زمان تعیین می‌کند. معادله‌های گرانشی که از اصل کنش ما،  $\delta \mathcal{A} = 0$  برای همهٔ  $\delta g_{ik}$  به‌دست می‌آیند، صرفاً به‌صورت زیرند

$$T^{ik} + (?) = 0 \quad (41.9)$$

اکنون «میدان جرم»  $M(X)$  را طوری انتخاب کنید که در رابطهٔ زیر صدق کند

$$\square_X M(X) + \frac{1}{\epsilon} R M(X) = \sum_a \int \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a \quad (42.9)$$

معادلهٔ (۴۲.۹) دارای هر دو جواب تعجیلی و تأخیری است. جزئیات جواب تعجیلی  $M^{\text{adv}}(X)$  و جواب تأخیری  $M^{\text{ret}}(X)$  را به‌صورت زیر بیان می‌کنیم.  $M^{\text{ret}}(X)$  باید جواب به اصطلاح اصلی در حد فضا-زمان تخت باشد. این ابهام ناشی از به‌دست آمدن  $M^{\text{ret}}(X)$  از معادلهٔ موج همگن را برطرف می‌سازد. ابهام نظیر آن برای  $M^{\text{adv}}(X)$  را می‌توان با این شرط فیزیکی که میدانهای بدون چشمه باید برابر صفر باشند برطرف کرد، زیرا

$$\square[M^{\text{adv}} - M^{\text{ret}}] + \frac{1}{\epsilon} R[M^{\text{adv}} - M^{\text{ret}}] = 0 \quad (43.9)$$

پیامد فوری این شرط مرزی آن است که  $M^{\text{adv}} - M^{\text{ret}}$ ، که بدون چشمه است، باید صفر باشد، به طوری که

$$M^{\text{adv}}(X) = M^{\text{ret}}(X) = M(X) \quad (۴۴.۹)$$

اکنون معادله‌های گرانشی را می‌توان با قرار دادن

$$m_a(A) = M(A) \quad m_b(B) = M(B), \dots \quad (۴۵.۹)$$

به دست آورد. می‌توان تانسور (?) را تعیین کرد و همین‌طور نشان داد که در تبدیل همدیس، جرم میدان  $M(X)$  مانند مورد (۳۳.۹) تبدیل می‌شود

$$M^*(X) = \Omega^{-1}(X)M(X) \quad (۴۶.۹)$$

نتیجه‌ای که از شکل معادله موج (۴۳.۹) به دست می‌آید (برای جزئیات به دست آوردن آن نگاه کنید به کتاب تألیف هویل و نارلیکار (۱۹۴۷، ص ۱۱۱) که در کتاب‌شناسی آمده است):

$$K(R_{ik} - \frac{1}{\gamma} g_{ik}R) = -T_{ik} + M_i M_k - \frac{1}{\gamma} g_{ik} g^{pq} M_p M_q + g_{ik} \square K - K_{;ik} \quad (۴۷.۹)$$

که

$$K = \frac{1}{6} M^2 \quad (۴۸.۹)$$

این معادله‌های گرانشی مقیاس-ناوردا هستند. شاید عجیب به نظر برسد، که از شروعی ساده‌تر از کنش معمول اینشتین-هیلمبرت نتیجه‌ای پیچیده‌تر به دست آید؛ اما به نظر می‌رسد که این ویژگی قانونهای فیزیک باشد: هرچه بیان کلی اولیه آنها ساده‌تر و دقیقتر باشد پیامدهای تفصیلی و خاص آنها پیچیده‌تر می‌شود. با این همه، ناوردایی همدیس نظریه به کمک ما می‌آید. زیرا، باعث تغییر مقیاس زیر می‌شود

$$\Omega(X) = M(X)/\tilde{m}_0. \quad (۴۹.۹)$$

که  $\tilde{m}_0$  ثابتی با ابعاد  $M(X)$  است. پس از تغییر مقیاس، جرم ذره در همه جا  $\tilde{m}_0$  می‌شود و جمله‌های مشتق، برحسب جرم تبدیل‌یافته، از معادله‌های گرانشی حذف می‌شوند. سپس، با تعریف ثابت گرانش  $G$  به صورت زیر

$$G = \frac{3}{4\pi\tilde{m}_0^2} \quad (۵۰.۹)$$

معادله (۴۷.۹) شکل نسبیت عام را به خود می‌گیرد

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R = -\Lambda\pi GT_{ik} \quad (۵۱.۹)$$

اکنون معلوم می‌شود که چرا معادله‌های نسبیت عام مقیاس-ناوردان نیستند. معادله‌های مقیاس-ناوردای (۴۷.۹) نسبت به مقیاسی خاص، یعنی مقیاسی که در آن جرم ذرات در همه جا یکسان است، به صورت این معادله‌ها درمی‌آیند.

## ۶.۹ ذرات پلانک

از معادله موج (۴۷.۹) به راحتی می‌توان دید که  $M(X)$  دارای ابعاد  $^{-1}$  (طول) است و همین‌طور برای  $\tilde{m}_0$ . در فیزیک ذرات اغلب از یک‌گانه‌ای استفاده می‌شود که برای آنها هم سرعت نور  $c$  و هم ثابت پلانک  $\hbar$  برابر واحد هستند و برحسب این یک‌گانه جرم دارای ابعاد  $^{-1}$  (طول) است. اگر فرض کنیم که این یک‌گانه در بحث بالا به کار می‌روند، از (۵۰.۹) به دست می‌آوریم،

$$\tilde{m}_0 = [3/(4\pi G)]^{1/2} \quad (۵۲.۹)$$

که با  $\hbar = c = 1$ ، جرم ذره پلانک می‌شود. این نشان می‌دهد که در نظریه گرانش بدون برهم‌کنشهای فیزیکی دیگر، ذرات باید دارای جرم (۵۲.۹) باشند، که برحسب یک‌گانه‌های عملی معمولی با استفاده از مقدار  $G$  تجربی در حدود  $g = 10^{-5}$  به دست آمده است.

اگر  $m_P$  جرم ذرات نسبت به یکایی تجربی باشد و یک‌گانه‌های عملی تجربی را برای زمان و طول نیز در نظر بگیریم، به طوری که دیگر  $c$  و  $\hbar$  برابر واحد نشوند. خواهیم داشت

$$\tilde{m}_0 = m_P c / \hbar \quad (۵۳.۹)$$

معادله‌های گرانشی (۵۱.۹) عبارت‌اند از

$$\frac{1}{\epsilon} \tilde{m}_0^2 \left( R^{ik} - \frac{1}{4} g^{ik} R \right) = - \sum_a \tilde{m}_0 \int \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \quad (۵۴.۹)$$

طرف راست تانسور انرژی تکانه ذرات  $a, b, \dots$  است. با استفاده از (۵۳.۹) برای جایگزین کردن  $\tilde{m}_0$  با  $m_P$  به دست می‌آوریم

$$R^{ik} - \frac{1}{4} g^{ik} R = - \frac{\epsilon \hbar}{c^3 m_P^2} \sum_a m_P c^2 \int \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} \frac{da^i}{ds_a} \frac{da^k}{ds_a} ds_a \quad (۵۵.۹)$$

با مساوی قرار دادن  $\lambda\pi G/c^4$  با  $\epsilon\hbar/(m_p^2 c^3)$ ، اینها به صورت معادله‌های نسبیت عام در می‌آیند، یعنی، برای

$$m_p = \left( \frac{3\hbar c}{4\pi G} \right)^{1/2} \quad (56.9)$$

وقتی از مقدار  $G$  که به صورت تجربی تعیین شده است در معادله (۵۶.۹) استفاده کنیم، این مقدار جرم ذره پلانک، یعنی  $1.6 \times 10^{-5}$  می‌شود که در بالا گفتیم. به زودی خواهیم دید که ذره پلانک در QSSC نقشی کلیدی به عنوان ذره بنیادی دارد که باید آفریده شود. با این همه، قبل از پرداختن به این جنبه از نظریه، می‌خواهیم نگاهی دیگر به امکان داشتن یک ثابت کیهان‌شناختی در این کیهان‌شناسی اندازیم.

## ۷.۹ ثابت کیهان‌شناختی

به خاطر دارید که در فصل پیش به این نتیجه رسیدیم که اگر معادله موج به دست آمده برای لختی خطی باشد، صورت‌گرایی بالا به معادله اینشتین بدون ثابت کیهان‌شناختی می‌انجامد. اکنون نشان می‌دهیم که اگر فرض خطی بودن را حذف کنیم، نظریه وجود یک ثابت کیهان‌شناختی را به صورت طبیعی مجاز می‌دارد. به علاوه، اندازه آن را ساختار بزرگ‌مقیاس عالم تعیین می‌کند.

اگر  $M^{(a)}(X), M^{(b)}(X), \dots$  را میدانهای جرم حاصل از تک‌تک ذرات پلانک  $a, b, \dots$  در نظر بگیریم، میدان جرم کل

$$M(X) = \sum_a M^{(a)}(X) \quad (57.9)$$

هنگامی در معادله موج (۴۲.۹) صدق می‌کند که  $M^{(a)}, M^{(b)}, \dots$  در معادله زیر صادق باشند

$$\square M^{(a)} + \frac{1}{\epsilon} R M^{(a)} = \int \frac{\delta_2(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a, \dots \quad (58.9)$$

ناوردایی مقیاس کمی ایجاب می‌کند که تبدیل همه میدانهای جرم به صورت

$$M^{*(a)} = M^{(a)} \Omega^{-1} \quad (59.9)$$

نسبت به تغییر مقیاس  $\Omega$  باشد، وقتی هر دو طرف راست و چپ معادله موج به فرم ستاره‌دار خود ضربدر  $\Omega^{-3}$  تبدیل می‌شوند، یعنی طرف چپ معادله (۵۸.۹) به  $(\square M^{*(a)} + \frac{1}{\epsilon} R^* M^{*(a)}) \Omega^{-3}$

و طرف راست آن به

$$\Omega^{-3} \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g^*(A)}} ds_a^*$$

تبدیل می‌شود. در این صورت ضریب  $\Omega^{-3}$  حذف می‌شود و معادله ناوردای مناسبی به دست می‌آید. بدیهی است که این حذف شدن در صورتی بدون تأثیر است که به جای معادله موج (۵۸.۹)  $M^a$  در آن صدق می‌کند، داشته باشیم

$$\square M^{(a)} + \frac{1}{\epsilon} RM^{(a)} + M^{(a)\tau} = \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a \quad (۶۰.۹)$$

چون جمله مکعب نسبت به  $\Omega$  به صورت  $M^{*(a)\tau} \Omega^{-3}$  تبدیل می‌شود. تغییر از (۵۸.۹) به (۶۰.۹) ناوردایی مقیاس را ظاهراً در گسترده‌ترین شکل آن حفظ می‌کند. چون قانونهای فیزیک از جنبه‌های دیگر ویژگی‌هایی با پهن‌ترین گستره سازگار با شکل‌های ناوردایی مربوطه را اختیار می‌کنند؛ شاید فکر کنیم که در اینجا نیز باید چنین باشد، که در این صورت (۶۰.۹) به جای (۵۸.۹) معادله موج صحیح برای  $M^{(a)}$  است؛ و همین‌طور  $\dots$ ،  $M^{(b)}$  میدانهای جرم سایر ذرات پلانک‌اند.

با این همه، این انحراف از خطی بودن در معادله‌های موج تک‌تک ذرات مانع از به دست آوردن معادله‌ای مشابه برای  $M = \sum_a M^{(a)}$  می‌شود. با وجود این، افزودن تک‌تک معادله‌ها را می‌توان در عالمی همگن در نظر گرفت تا به معادله موجی تقریبی برای  $M$  به صورت زیر بینجامد

$$\square M + \frac{1}{\epsilon} RM + \Lambda M^\tau = \sum_a \int \frac{\delta\varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} ds_a \quad (۶۱.۹)$$

$$\Lambda = N^{-2} \quad (۶۲.۹)$$

که  $N$  تعداد مؤثر ذرات سهمیم در مجموع  $\sum_a M^{(a)}$  است. این مجموع را می‌توان با قطع اولبرس گونه‌ای تعیین کرد، که بخش عالم اطراف نقطه  $X$  تا انتقال به سرخ از مرتبه واحد در  $M(X)$  آن دخیل است. در عالم قابل مشاهده این جرم کل در حدود  $10^{22} M_\odot \sim$  می‌شود که برای  $10^{60} \times 2 \sim$  ذره پلانک کافی است. با این مقدار  $N$

$$\Lambda \simeq 2,5 \times 10^{-121} \quad (۶۳.۹)$$

گام بعدی توجه به این نکته است که معادله موج (۶۰.۹) به صورت متداول نظریه میدان از

$\delta A = 0$  برای تابع زده‌ای  $M \rightarrow M + \delta M$  هنگامی به دست می‌آید که به رابطه زیر اعمال شود

$$A = -\frac{1}{4} \int \left( M_i M^i - \frac{1}{6} R M^2 \right) \sqrt{-g} d^4x + \frac{1}{4} \Lambda \int M^2 \sqrt{-g} d^4x - \sum_a \int \frac{\delta \mathcal{F}(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} M(X) ds_a \quad (64.9)$$

در مقیاسی که در آن  $M$  در همه جا  $m_P$  است، جمله مشتق در (۶۴.۹) از میان می‌رود و چون  $G = 3/(4\pi m_P^2)$  است. جمله برحسب  $R$  همان جمله هیلبرت می‌شود، انتگرالهای خطی نیز چنین‌اند؛ از شرط اینکه جمله‌های باقیمانده یکسان باشند به دست می‌آوریم

$$\lambda = -3\Lambda m_P^2 \quad (65.9)$$

بنابراین نه تنها ثابت کیهان‌شناختی که اندازه‌اش را نیز به دست آورده‌ایم، چیزی که فراتر از دیدگاه معمولی نظریه است. با در نظر گرفتن  $\Lambda$  برابر  $2.5 \times 10^{-121}$  مانند (۶۳.۹) و با  $m_P$  برابر عکس طول موج کامپتون ذره پلانک،  $3 \times 10^{32} \text{ cm}^{-1}$ ، از (۶۵.۹) به دست می‌آوریم

$$\lambda \simeq -2 \times 10^{-56} \text{ cm}^{-2} \quad (66.9)$$

که با مقداری که قبلاً برای  $\lambda$  فرض کردیم سازگاری نزدیک دارد. در کیهان‌شناسی مهبانگ کلاسیک هیچ نظریه دینامیکی وجود ندارد که اندازه  $\lambda$  را به چگالی یا مرتبه سایر ویژگیهای فیزیکی ماده مرتبط سازد. برای سازگاری رصدی فرض می‌کنیم که  $\lambda$  اکنون از مرتبه (۶۶.۹) است. اما، علامت ثابت کیهان‌شناختی در اینجا منفی به دست می‌آید. به طوری که خواهیم دید، این اختلاف مهم مسئول تولید نوسانهای کراندار است. اگرچه، در کیهان‌شناسی استاندارد،  $\lambda$  مثبت در نظر گرفته می‌شود، اما بعداً در این فصل خواهیم دید که در چارچوب کیهان‌شناسی مورد بحث در اینجا،  $\lambda$  منفی با مشاهده‌ها ناسازگار نیست.

به دست آوردن  $\lambda$  دینامیکی در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد در صورتی امکان‌پذیر است که به عصرهای تورمی نخستین برویم. با این همه، مقادیر  $\lambda$  که از این نوع محاسبه‌ها به دست می‌آید به صورت ناراحت‌کننده‌ای بزرگ، و در حدود  $10^{120}$  -  $10^{148}$  برابر مقداری است که از (۶۶.۹) به دست می‌آید. پس مسئله به این صورت در می‌آید که چگونه مقدار  $\lambda$  را از این مقادیر زیاد به گستره قابل قبول کنونی کاهش دهیم. برخلاف آن، برای به دست آوردن رابطه کنونی با فرضهای نظری اندک به گستره قابل قبولی از مقادیر می‌رسیم. همین‌طور، رضایت خاطر در مشاهده این را هم داریم که کوچکی آن با عدد بزرگ  $N$  مرتبط می‌شود.

ذرات پلانک، هنگامی که به جای جفت‌شدگی جرم آنها مقادیر مربوط به ثانویه‌های پایدار را قرار دهیم، در معرض واپاشی سریع قرار می‌گیرند. رابطه (۶۶.۹) در صورتی همچنان معتبر می‌ماند که ذرات ثانویه به همان طورت متناسب با جمله مکعبی با هم برهم‌کنش کنند که ذرات پلانک اولیه با یکدیگر داشتند.

## ۸.۹ آفرینش ماده

اکنون به تفاوت بنیادی QSSC با کیهان‌شناسی استاندارد، یعنی امکان آفرینش گاه‌به‌گاه ماده جدید می‌پردازیم. همان‌طور که خواهیم دید، اصل کنش این امکان را صرفاً با این فرض مجاز می‌شمارد که جهان‌خطهای ذره بی‌پایان نباشند. بنابراین، یک جهان‌خط ممکن است در نقطه معین  $A$  فضا‌زمان آغاز شود و در نقطه معین دیگر  $A_1$  پایان یابد. این بدان معنی است که ذره آفریده، و پس از عمر محدود، نابوده شده است. آیا نظریه می‌تواند دینامیک این فرایند «آفرینش/نابودی» را با همان اصل کنش توصیف کند؟ پاسخ «آری» است. همان‌طور که قبلاً دیدیم، جرم مشخصه ذره که از ترکیب ثابتهای بنیادی  $c$ ،  $\hbar$ ، و  $G$  به دست می‌آید جرم پلانک است. بنابراین، فرض می‌کنیم که ذره نوعی که باید در این فرایند اولیه آفریده شود ذره پلانک است.

نمونه‌ای از ذره پلانک  $a$  از  $A_0$  تا  $A_0 + \delta A_0$  وجود دارد و در طولی آن  $n$  ذره ثانویه پایدار  $m^{(ar)}(X)$  می‌شود، که جواب اصلی معادله موج زیر است

$$\square m^{(ar)} + \frac{1}{\epsilon} R m^{(ar)} + n^2 m^{(ar)r} = \frac{1}{n} \int_{A_0 + \delta A_0} \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} da \quad (67.9)$$

در حالی که موجودیت کوتاه  $a$  سهم  $c^{(a)}(X)$  را دارد که در معادله زیر صدق می‌کند

$$\square c^{(a)} + \frac{1}{\epsilon} R c^{(a)} + c^{(a)r} = \int_{A_0}^{A_0 + \delta A_0} \frac{\delta \varphi(X, A)}{\sqrt{-g(A)}} da \quad (68.9)$$

با مجموعیابی  $c^{(a)}$  برای  $a, b, \dots$  به دست می‌آوریم

$$c(X) = \sum_a c^{(a)}(X) \quad (69.9)$$

در حالی که سهم ذرات پلانک در جرم کل  $M(X)$  در دوره موجودیت کوتاهشان

$$\sum_a \sum_{r=1}^n m^{(ar)}(X) = m(X) \quad (70.9)$$



سهام ذرات پایدار را می‌دهد.

اگرچه  $c(X)$  در تابع جرم کل سهیم است

$$M(X) = c(X) + m(X) \quad (۷۱.۹)$$

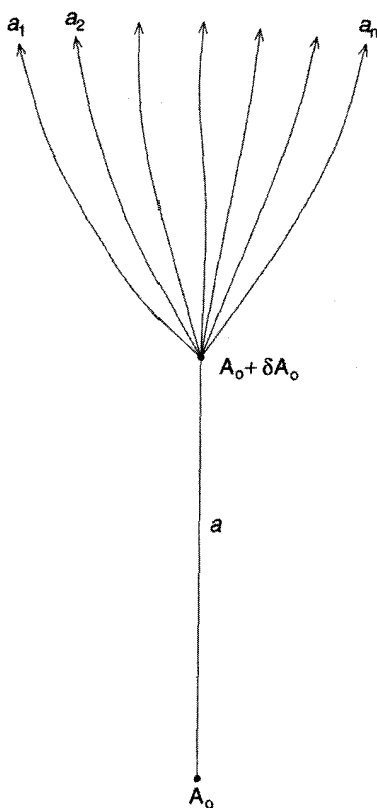
اما این سهم معمولاً نسبت به  $M(X)$  کوچک است، یعنی این تفاوت وجود دارد که گرچه  $m(X)$  اصولاً میدانی هموار است، اما  $c(X)$  دارای افت‌وخیزهای بسیار سریع است و در نتیجه می‌تواند سهم زیادی در مشتقات  $c(X)$  داشته باشد. مثلاً، سهم ذره پلانک  $a$  در  $c(X)$  عمدتاً بین دو مخروط نور قرار دارد که یکی از  $A_0$  است و دیگری از  $A_0 + \delta A_0$ . در امتداد یک خط زمان‌گونه که این دو مخروط را قطع می‌کند مشارکت در  $c(X)$  از صفر در خطی که از  $A_0$  می‌آید به مقداری بیشینه می‌رسد و سپس عملاً در عبور از مخروط نور دوم از  $A_0 + \delta A_0$  به صفر فرو می‌افتد. بنابراین در مشتق زمانی  $c^{(a)}(X)$  عکس اختلاف زمان بین دو مخروط نور دخیل است. این رابطه معکوس، تداوم کوتاه جمله چشمه در طرف راست (۶۸.۹) را خنثی می‌کند. عامل مورد نظر در حدود زمان واپاشی  $\tau$  ذرات پلانک،  $10^{-43}$  s است.  $\tau$  هر چقدر که کوچک باشد، کاهش شدت چشمه  $c^{(a)}(X)$  در مشتقات  $c^{(a)}(X)$  بازیافت می‌شود، که در نتیجه نمی‌توان آنها را از معادله‌های گرانشی حذف کرد (نگاه کنید به شکل ۳.۹).

مشتقات  $c^a(X)$ ,  $c^b(X)$ , ... می‌توانند منفی یا مثبت باشند، به طوری که در میانگین‌گیری روی تعداد زیادی ذره پلانک، جمله‌های خطی در مشتقات از بین می‌روند. بنابراین، چون فعلاً ثابت کیهان‌شناختی را حذف می‌کنیم، نشان دادن اینکه پس از این میانگین‌گیری معادله‌های گرانشی به صورت زیر درمی‌آیند مشکل نیست

$$R_{ik} - \frac{1}{4} g_{ik} R = \frac{6}{m^2} \left[ -T_{ik} + \frac{1}{6} (g_{ik} \square m^2 - m_{,ik}^2) + \left( m_i m_k - \frac{1}{4} g_{ik} m_l m^l \right) + \frac{2}{3} \left( c_i c_k - \frac{1}{4} g_{ik} c_l c^l \right) \right] \quad (۷۲.۹)$$

چون همین معادله موج هم برای  $c(X)$  به کار می‌رود و هم  $m(X)$ ، نظریه مقیاس-ناورد را باقی می‌ماند. بنابراین می‌توان تغییر مقیاسی را وارد کرد که  $M(X) = m(X) + c(X)$  را به یک ثابت تبدیل کند، یا تغییر مقیاسی که  $m(X)$  را ثابت گرداند. فقط تغییری که  $m(X)$  را به ثابت تبدیل می‌کند، یعنی

$$\Omega = m(X)/m_P \quad (۷۳.۹)$$



شکل ۳.۹ یک ذره پلانک در  $A_0$  آفریده می‌شود و به‌زودی در  $A_0 + \delta A_0$  به تعداد زیادی باریون، مزون، فوتون و غیره وامی‌باشد. میدان  $C$  ناشی از این کش‌وقوس دارای اندازه کوچک ولی مشتقها بزرگ است.

این امتیاز را دارد که موجکهای با تغییرات سریع را وارد تانسور متریک نمی‌کند. این موجکها اگرچه دارای دامنه کوچک‌اند، اما سهم آنها در مشتقهای تانسور ریمان قابل چشمپوشی نیست، پس بهتر است از آنها اجتناب کنیم، ساده‌سازی با (۷۳.۹) این مشکل را به‌وجود نمی‌آورد، بدین سبب است که جدا کردن بخش اصلی هموار  $M(X)$  در (۷۲.۹) اکنون امتیازی به حساب می‌آید، و معادله‌های گرانشی به‌صورت ساده زیر در می‌آیند

$$\lambda \pi G = \frac{\epsilon}{m_P^2}, \quad m_P = \text{const.} \quad (74.9)$$

$$R_{ik} - \frac{1}{4} g_{ik} R = -\lambda \pi G [T_{ik} - \frac{2}{3} (c_i c_k - \frac{1}{4} g_{ik} c_l c^l)] \quad (75.9)$$

با استفاده از متریک (۴۵.۳) با  $k = 0$ ، معادله‌های دینامیکی برای عامل مقیاس  $S(t)$  عبارت‌اند از

$$\frac{2\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{4\pi}{3}G\dot{c}^{\bar{2}} \quad (۷۶.۹)$$

$$\frac{3\dot{S}^2}{S^2} = 8\pi G \left( \bar{\rho} - \frac{1}{2}\dot{c}^{\bar{2}} \right) \quad (۷۷.۹)$$

که  $\bar{\rho}$  چگالی جرمی میانگین ذره و  $\dot{c}^{\bar{2}}$  مقدار میانگین  $\dot{c}^{\bar{2}}$  است، مقدار میانگین جمله‌های خطی  $c$  و  $\dot{c}$  صفر است. از رابطه بالا به راحتی می‌توان نشان داد

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{3\dot{S}}{S}\bar{\rho} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{c}^{\bar{2}}}{\partial t} + \frac{4\dot{S}}{S}\dot{c}^{\bar{2}} \right) \quad (۷۸.۹)$$

اگر در زمان خاص ماده‌ای آفریده نشود، طرف چپ (۷۸.۹) با  $\bar{\rho} \propto S^{-3}$  صفر می‌شود. اگر طرف راست نیز در آن زمان صفر باشد،  $\dot{c}^{\bar{2}} \propto S^{-4}$ . علامت جمله  $\dot{c}^{\bar{2}}$  در (۷۷.۹) مربوط به یک فشار منفی و مشخصه میدانهایی است که وارد مدل‌های کیهان‌شناختی تورمی می‌شوند. مفهوم ذرات پلانک باعث ظاهر شدن یک فشار منفی می‌شود. در واقع، انرژی مثبت ذرات آفریده شده، در (۷۶.۹)  $\dot{S}/S$  را زیاد می‌کند و در نتیجه باعث انبساط عالم می‌شود. می‌توان گفت که عالم به واسطه آفرینش ماده منبسط می‌شود. این دو به هم وابسته‌اند زیرا دیورژانس طرف راست معادله‌های گرانشی (۷۵.۹) صفر است.

همان‌گونه که از این ویژگی پایداری انتظار می‌رود، علامت جمله  $\dot{c}^{\bar{2}}$  در (۷۷.۹) مربوط به میدان انرژی منفی است. در فیزیک معمولاً از این میدانها اجتناب می‌کنند، زیرا در فضا زمان تخت ناپایداریهای فاجعه‌آمیزی را تولید می‌کنند — آفرینش ماده با انرژی مثبت، یک جمله  $\dot{c}^{\bar{2}}$  با انرژی منفی تولید می‌کند که باعث تولید ماده بیشتر و  $\dot{c}^{\bar{2}}$  باز هم بزرگتر می‌شود، و الی آخر. در اینجا تأثیر به صورت انبساط فضای موضعی از طریق فورانهای انفجاری از ناحیه‌هایی است که در آنها این ناپایداریها وجود دارند، و از طریق جمله  $\dot{c}^{\bar{2}}$  در (۷۶.۹) افزایش سریعی را در  $\dot{S}$  به وجود می‌آورد. بنابراین مکانهای آفرینش ماده بالقوه انفجاری هستند. انبساط انفجاری فضا باعث کنترل فرایند آفرینش می‌شود و مانع از فروریختن انفجاری به ترازهای انرژی منفی می‌شود.

این شرط از این نظر که فعالیت پرانرژی، آن چنانی که در اجرام شبه‌ستاره‌ای و هسته‌های کهکشانهای فعال و غیره دیده می‌شود، همه فورانهای انفجاری است، با اختر فیزیک رصدی سازگاری

دارد. جایگاه‌های فراوانی که در آنها فعالیت پرتو  $X$  و پرتو  $\gamma$  برقرار است، در نظریهٔ کنونی مکانهایی اند که در آنها آفرینش ماده در حال وقوع است.

با ترکیب ایده‌های بالا دربارهٔ آفرینش ماده و ایده‌های مربوط به ثابت کیهان‌شناختی که در بخش ۷.۹ بررسی شد، اکنون معادله‌های میدان به صورت زیر در می‌آیند

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = -\lambda\pi G[T_{ik} - \frac{2}{3}(c_i c_k - \frac{1}{4}g_{ik}c_l c^l)] \quad (۷۹.۹)$$

بحث آنچه مدل کیهان‌شناختی حالت پایا (QSSC) خوانده می‌شود مبتنی بر معادلهٔ (۷۹.۹) است. می‌توان ارتباط آن با میدان- $C$  کیهان‌شناسی حالت پایای قبلی را نیز به دست داد. می‌نویسیم

$$C(X) = \tau c(X) \quad (۸۰.۹)$$

که  $\tau$  طول عمر واپاشی ذره پلانک است، کنش مربوط به ذرات پلانک  $a, b, \dots$

$$-\sum_a \int_{A_0}^{A_0 + \delta A_0} c(A) da \quad (۸۱.۹)$$

را می‌توان به صورت زیر تقریب زد

$$-C(A_0) - C(B_0) - \dots \quad (۸۲.۹)$$

که شکل آن را در کیهان‌شناسی حالت پایا به کار می‌بریم.

بنابراین به جای معادله‌های (۷۹.۹) می‌نویسیم

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = -\lambda\pi G[T_{ik} - f(C_i C_k - \frac{1}{4}g_{ik}C_l C^l)] \quad (۸۳.۹)$$

که ثابت جفت‌شدگی قبلی  $f$  به صورت زیر تعریف می‌شود

$$f = \frac{2}{3\tau^2} \quad (۸۴.۹)$$

(به خواننده یادآوری می‌کنیم که سرعت نور را  $c = ۱$  در نظر گرفته‌ایم.)

اکنون این پرسش مطرح می‌شود که چرا مشاهده‌های اخترفیزیکی نشان می‌دهند که آفرینش ماده در بعضی جاها صورت می‌گیرد و در جاهای دیگر صورت نمی‌گیرد. برای اینکه آفرینش

در نقطه‌های  $A_0, B_0$  صورت گیرد به لحاظ کلاسیک کنش نباید با تغییر مکانهای مختصر این نقطه‌ها در فضا زمان تغییر کند، که قبلاً نشان دادیم ایجاب می‌کند که

$$C_i(A_0)C^i(A_0) = C_i(B_0)C^i(B_0) = \dots = m_P^2 \quad (۸۵.۹)$$

به‌طور دقیقتر، باید  $c(X)$  در  $A_0, B_0$  برابر  $m_P$  باشد.

$$c(A_0) = c(B_0) = \dots = m_P \quad (۸۶.۹)$$

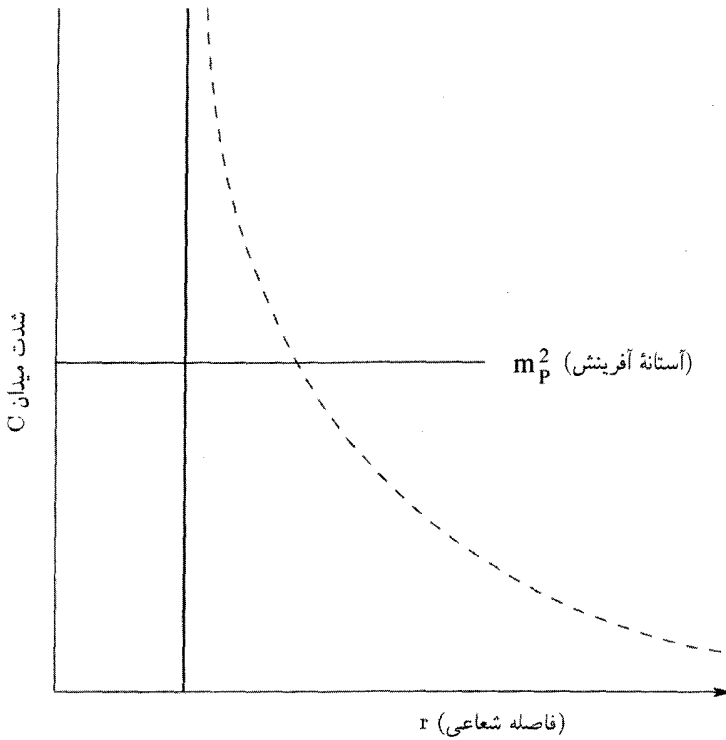
(زیرا معادله (۸۰.۹) نشان می‌دهد که ارتباط میان  $c$  و  $C$  از طریق طول عمر  $\tau$  ذره پلانک است.)

همان‌طور که در بالا گفتیم، معمولاً چنین نیست: به‌طور کلی اندازه  $c(X)$  بسیار کمتر از  $m_P$  است. با این همه، در نزدیکی افق رویداد یک جسم سنگین  $C_i(A_0)C^i(A_0)$  با ضریب اتساع زمان نسبیتی افزایش می‌یابد، در حالی که  $m_P$  ثابت می‌ماند. شکل ۴.۹ این موضوع را نشان می‌دهد. بنابراین، در فاصله‌های به اندازه کافی نزدیک به یک افق رویداد شرط پایستگی لازم می‌تواند صادق باشد، که پیامد آن وقوع رویدادهای آفرینش فقط در نواحی متراکم است، که با ناحیه‌های متراکم بسیار برانگیخته که به‌صورت گسترده در اخترفیزیک مشاهده می‌شوند سازگاری نزدیک دارد.

این نظریه بیشترین بهره را از توصیف کوانتومی تک‌تک فرایندهای آفرینش می‌گیرد، با این همه، مشکل اساسی این است که ذرات پلانک را به‌صورت ذراتی تعریف می‌کنند که برای آنها طول موج کامپتون و شعاع گرانشی اصولاً یکسان می‌شود، که معنی آن، برخلاف سایر فرایندهای کوانتومی، عدم امکان استفاده از فضا زمان تخت در فرمولبندی نظریه است. یک اختشاش گرانشی الزاماً دخالت دارد و مکان ایده‌آل برای آفرینش در نزدیکی یک جسم سنگین متراکم است. یک بوزون میدان- $C$  دور از جسم متراکم انرژی کافی برای شروع آفرینش ذره پلانک را ندارد. اما با سقوط در میدان گرانشی شدید یک جسم متراکم، انرژی بوزون در ضریب اتساع، یعنی  $(1 - \mu/r)^{-1/2}$  برای متریک موضعی شوارتس شیلد ضرب می‌شود

$$(1 - \mu/r)dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \mu/r} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (۸۷.۹)$$

سپس بوزونها، مانند مورد تخلیه در یک لیزر، پی‌درپی تکثیر می‌شوند، یکی دوتا می‌شود، دو تا چهارتا، و الی آخر، تولید ذرات نیز به‌همین ترتیب تکثیر می‌شود و اثرهای فشار منفی



شکل ۴.۹ چگونگی صعود شدت میدان- $C$  در حوالی یک جسم سنگین رمبیده

سرانجام باعث انفجار دستگاه می‌شود. این رویداد انفجاری را می‌توان مینی-بانگ یا یک رویداد مینی-آفرینش نامید. اما، برخلاف مه‌بانگ دینامیک این فرایند خوش‌تعریف و ناتکین است.

اگرچه این دیدگاه هنوز کیفی است، اما با واقعیتهای تجربی و اخترفیزیک رصدی سازگار است، زیرا چند پدیده انفجاری، مانند فوران از چشمه‌های زادیویی، فوران پرتوهای  $\gamma$ ، فوران پرتوهای  $X$ ، کوازارها و هسته‌های فعال کهکشانی، را مشاهده می‌کنیم. معمولاً، فرض می‌شود که یک سیاهچاله با تبدیل انرژی عظیم گرانشی به انرژیهای جنبشی از نوع «فوران» در این رویداد نقشی اساسی دارد. در واقع، کسی ماده‌ای را که به درون سقوط می‌کند و نشانه سیاهچاله است مشاهده نمی‌کند. بلکه، ماده و تابش خروجی را می‌بیند که با تصویر ارائه شده در بالا به خوبی سازگار است.

## ۹.۹ مدل‌های کیهان‌شناختی

معادله‌های میدان (۸۳.۹) را برای جزء خط رابرتسون-واکر و ماده به صورت گردوغبار می‌نویسیم، که در این مورد به صورت دو معادله مستقل در می‌آیند

$$2\frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + k}{S^2} = 3\lambda + 2\pi Gf\dot{C}^2 \quad (88.9)$$

$$\frac{3(\dot{S}^2 + k)}{S^2} = 3\lambda + 8\pi G\rho - 6\pi Gf\dot{C}^2 \quad (89.9)$$

که در آن سرعت نور را با  $c = 1$  و چگالی گردوغبار را با  $\rho$  نشان داده‌ایم. از این معادله‌ها قانون پایستگی را به صورت اتحاد به دست می‌آوریم

$$\frac{d}{dS}[S^3(3\lambda + 8\pi G\rho - 6\pi Gf\dot{C}^2)] = 3S^2(3\lambda + 2\pi Gf\dot{C}^2) \quad (90.9)$$

این قانون مدهای «خلاق» و «غیرخلاق» را ادغام می‌کند. این دو را به ترتیب بررسی می‌کنیم.

### ۱.۹.۹ مدل خلاق

در این مدل داریم

$$T_{;k}^{ik} \neq 0 \quad (91.9)$$

که برحسب مدل ساده‌شده ما به صورت زیر در می‌آید

$$\frac{d}{dS}(S^3\rho) \neq 0 \quad (92.9)$$

برای مورد  $k = 0$ ، یک جواب ساده از نوع دوسیمت با مقادیر زیر به دست می‌آوریم

$$\dot{C} = m, \quad S = \exp(t/P) \quad (93.9)$$

و از (۸۸.۹) و (۸۹.۹) خواهیم داشت

$$\rho = fm^2, \quad \frac{1}{P^2} = \frac{2\pi G\rho}{3} + \lambda \quad (94.9)$$

چون  $\lambda < 0$  است، انتظار داریم که

$$\lambda \approx -\frac{2\pi G\rho}{3}, \quad \frac{1}{P^2} \ll |\lambda| \quad (95.9)$$

اما تعیین  $P$  را به پس از بررسی جوابهای غیرخلاق موکول می‌کنیم. برای تکمیل بحث می‌توان موارد  $k = \pm 1$  را ذکر کرد که برای آنها عامل مقیاس متفاوت است، اگرچه بقیه کمیتهای یکسان باقی می‌مانند. بنابراین داریم

$$S = \frac{1}{P} \cosh\left(\frac{t}{P}\right), \quad \text{برای } k = 1$$

$$S = \frac{1}{P} \sinh\left(\frac{t}{P}\right), \quad \text{برای } k = -1 \quad (۹۶.۹)$$

در واقع هر دوی آنها تغییرات نسبت به متریک دوسیه هستند. در هر دو مورد بردارهای زمان‌گونه کیلینگ<sup>۱</sup> وجود دارد که نظیر «فرضیه حالت پایا» هستند. با این همه، مورد  $k = 0$  را بیشتر بررسی می‌کنیم.

آهنگ آفرینش ماده از رابطه زیر به دست می‌آید

$$J = 3\rho/P \quad (۹۷.۹)$$

به طوری که در مورد حالت شبه‌پایا خواهیم دید، این آهنگ آفرینش میانگین کلی تعداد زیادی از رویدادهای کوچک است. به علاوه، چون فعالیت آفرینش دارای افت و خیز است، انتظار داریم که  $J$  نوعی میانگین زمانی را نشان دهد. این موضوع پس از در نظر گرفتن مد غیرخلاق و ارتباط آن با مدخلاق روشن می‌شود.

### ۲.۹.۹ مد غیرخلاق

در این مورد  $T_{i;k}^{i;k} = 0$  و مجموعه متفاوتی از جوابها را به دست می‌آوریم. از پایستگی ماده به تنهایی به دست می‌آوریم

$$\rho \propto 1/S^3 \quad (۹۸.۹)$$

در حالی که برای (۹۸.۹) و  $\lambda$  ثابت، (۹۰.۹) به رابطه زیر می‌انجامد

$$\dot{C} \propto 1/S^2 \quad (۹۹.۹)$$

بنابراین، از معادله (۸۹.۹) به دست می‌آوریم

$$\frac{\dot{S}^2 + k}{S^2} = \lambda + \frac{A}{S^3} - \frac{B}{S^4} \quad (۱۰۰.۹)$$



که  $A$  و  $B$  ثابتهای مثبت ناشی از ثابتهای تناسب موجود در (۹۸.۹) و (۹۹.۹) هستند. سپس جوابهای (۸۹.۹) را برای مورد  $k = 0$  و  $k = \pm 1$  در نظر می‌گیریم. ابتدا به مورد اول می‌پردازیم.

### ۳.۹.۹ جوابهای مربوط به $k = 0$

اکنون در می‌یابیم که جواب دقیق (۸۹.۹) برای مورد  $k = 0$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$S = \bar{S}[1 + \eta \cos \theta(t)] \quad (101.9)$$

که  $\eta$  یک پارامتر است و تابع  $\theta(t)$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\dot{\theta}^2 = -\lambda(1 + \eta \cos \theta)^{-2} [6 + 4\eta \cos \theta + \eta^2(1 + \cos^2 \theta)] \quad (102.9)$$

در اینجا،  $\bar{S}$  مقداری ثابت است و پارامتر  $\eta$  در شرط  $|\eta| < 1$  صدق می‌کند. بنابراین عامل مقیاس هرگز صفر نمی‌شود و مدل بین حدود مقیاس متناهی نوسان می‌کند

$$S_{\min} \equiv \bar{S}(1 - \eta) \leq S \leq \bar{S}(1 + \eta) \equiv S_{\max} \quad (103.9)$$

چگالی ماده و چگالی میدان- $C$  از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند

$$\bar{\rho} = -\frac{3\lambda}{2\pi G}(1 + \eta^2) \quad (104.9)$$

$$f\dot{C}^2 = -\frac{\lambda}{2\pi G}(1 - \eta^2)(3 + \eta^2) \quad (105.9)$$

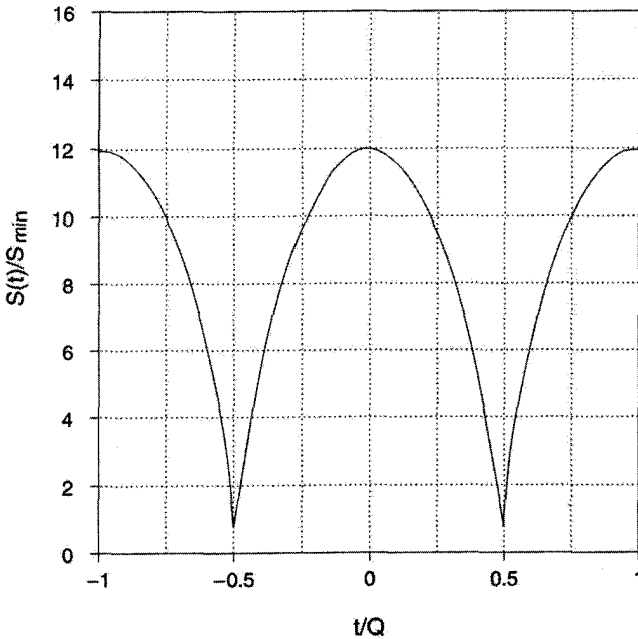
در حالی که دوره نوسان از رابطه زیر به دست می‌آید

$$Q = \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^{2\pi} \frac{(1 + \eta \cos \theta) d\theta}{[6 + 4\eta \cos \theta + \eta^2(1 + \cos^2 \theta)]^{1/2}}$$

$$\equiv \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \xi(\eta) \quad (106.9)$$

جواب نوسانی را می‌توان با جواب ساده‌تر سینوسی با همان دوره تناوب تقریب زد

$$S \approx 1 + \eta \cos \left( \frac{2\pi t}{Q} \right) \quad (107.9)$$



شکل ۵.۹ عامل مقیاس جواب دقیق مورد تخت.

بنابراین تابع  $\theta(t)$  تقریباً متناسب با  $t$  است.

شکل ۵.۹ نمونه چرخه نوسانی دقیق را نشان می‌دهد که با جواب (۱۰۷.۹) تقریب زده می‌شود، به طوری تنظیم شده است که همان دوره و دامنه را داشته باشد. متوجه می‌شویم که جواب دقیق دارای ستیغهای تخت‌تر و پاستیغهای باریک‌تر از جواب تقریبی است، وگرنه این مورد را به خوبی شبیه‌سازی می‌کند.

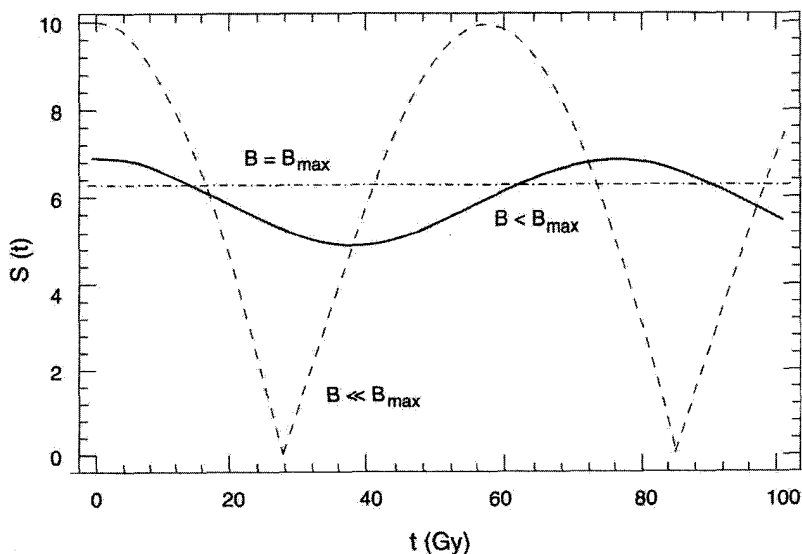
۴.۹.۹ جوابهای مربوط به  $k = \pm 1$

در این مورد (۱۰۰.۹) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\dot{S}^2 = \pm 1 + \lambda S^2 + \frac{A}{S} - \frac{B}{S^2} \quad (108.9)$$

که علامت به علاوه نظیر  $k = -1$  و علامت منها نظیر  $k = +1$  است.

امکانات دینامیکی مختلف برای عامل مقیاس با منحنیهایی برای طرف راست (۱۰۸.۹) در

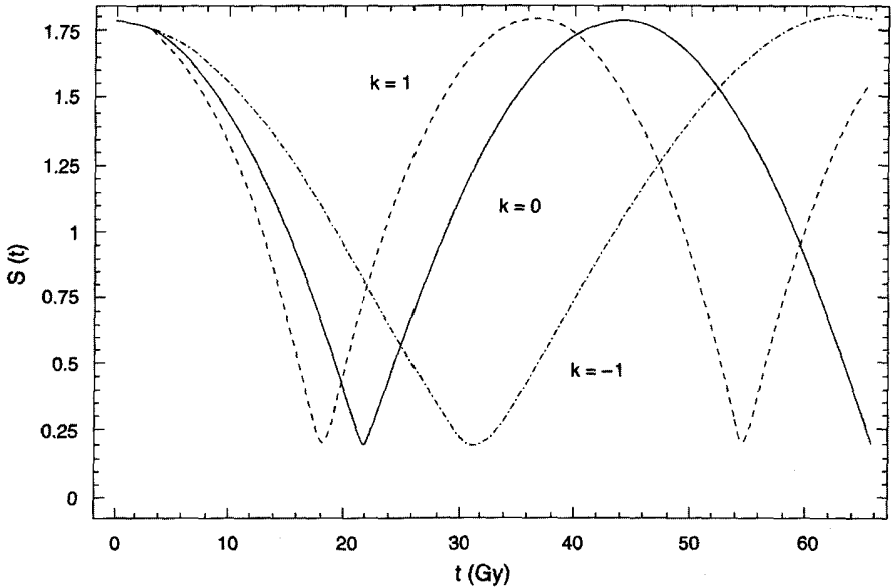


شکل ۶.۹ نمونه‌ی عاملهای مقیاس برای پارامترهای مختلف. خطهای افقی عالم ایستا با  $B = B_{\max}$  را نشان می‌دهند. برای نوسانهای مختصری را در عامل مقیاس می‌یابیم (—) و برای  $B \ll B_{\max}$  دارای نوسانهای بزرگ می‌شویم (— · —).

شکل ۶.۹ نشان داده شده است که در آنها پارامتر مقادیر مختلف اختیار می‌کند. توجه کنید که گروه خاصی از جوابها وجود دارند که در آنها عالم ایستاست. چون طرف راست (۱۰۸.۹) باید نامنفی باشد، این منحنیها نشان می‌دهند که عامل مقیاس هرگز صفر نمی‌شود. همین‌طور، به علت منفی بودن ثابت کیهان‌شناختی، حد بالایی محدودی برای  $S$  وجود دارد. بنابراین همه‌ی مدلها بین شعاعهای محدود نوسان می‌کنند. باز هم جواب عمومی از نوع (۱۰۲.۹) است، که در آن  $\theta(t)$  در معادله‌ی زیر صدق می‌کند

$$\dot{\theta}^2 = \pm \frac{1}{S^2 (1 + \eta \cos \theta)^2} - \frac{\lambda [6 + 4\eta \cos \theta + \eta^2 (1 + \cos^2 \theta)]}{(1 + \eta \cos \theta)^2} \quad (109.9)$$

شکل ۷.۹ نمونه عاملهای مقیاس را برحسب زمان برای موردهای  $k = 0, \pm 1$  نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود، برای مورد خمیدگی مثبت مرحله‌ی انقباضی کوتاهتر و سریعتر از موارد با خمیدگی صفر و منفی است. همین‌طور، در مورد  $k = \pm 1$  دوره‌ی زمانی کوتاهتر از موردهای  $k = 0, -1$  است.



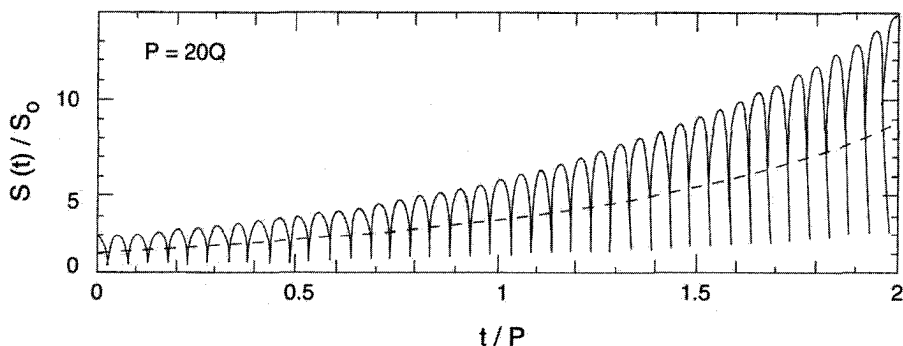
شکل ۷.۹ تأثیر  $k$  بر نوسانها. خط پیوسته مورد  $k = 0$  است، خط چین مورد  $k = +1$  و خط-نقطه مورد  $k = -1$  را نشان می‌دهد.

### ۱۰.۹ جواب حالت شبه پایا

کیهان‌شناسی حالت شبه پایا با ترکیبی از مدهای خلاق و غیرخلاق توصیف می‌شود. برای دنبال کردن این روال کلی نگاهی به جوابی به شکل زیر می‌اندازیم

$$S(t) = \exp\left(\frac{t}{P}\right) [1 + \eta \cos \theta(t)] \quad (110.9)$$

که در آن  $P \gg Q$ . بنابراین در دوره  $Q$  که از رابطه (۱۰۶.۹) به دست می‌آید، عالم اصولاً در مد غیرخلاق است. با این همه، در فاصله‌های منظم که با دوره  $Q$  از هم جدا شده‌اند، ماده جدید با آهنگی در آن تزریق می‌شود که آهنگ آفرینش در دوره  $P$  که از  $J$  در رابطه (۹۷.۹) به دست می‌آید را حفظ کند. احتمالاً این عصرهای آفرینش مربوط به مقادیر کمیته عامل مقیاس در طول نوسانی هستند که در آن تراز زمينه میدان- $C$  بالاترین مقدار را دارد (نگاه کنید به شکل ۸.۹). توجه کنید که آنچه به صورت نقطه بازگشت در کمینه‌ای نوعی در شکل ۸.۹ به نظر می‌رسد در واقع خم پیوسته‌ای است که در  $S = S_{\min}$  به سرعت تغییر موضع می‌دهد.



شکل ۸.۹ یک منحنی که جواب مرکب QSSC را نشان می‌دهد. عصرهای آفرینش ماده به کمینه‌های نوسان  $S$  نزدیک‌اند.

فرض کنید که آفرینش ماده در مقدار کمینه  $S = S_{\min}$  صورت گیرد و  $N$  ذره در واحد حجم با جرم  $m_0$  آفریده شوند. در این صورت چگالی اضافی شده در طول این عصر در مد خلاق عبارت است از

$$\Delta\rho = m_0 N \quad (111.9)$$

پس از یک چرخه حجم فضا با ضریب  $\exp(3Q/P)$  منبسط می‌شود، برای برگرداندن چگالی آن به مقدار اولیه باید داشته باشیم

$$(\rho + \Delta\rho)e^{-3Q/P} = \rho, \quad \text{یعنی } \Delta\rho/\rho \cong 3Q/P \quad (112.9)$$

شدت میدان- $C$  نیز به همین ترتیب دارای پرشی در زمان آفرینش می‌شود و در چرخه پس از آن با ضریب  $\exp(-4Q/P)$  سقوط می‌کند. بنابراین شرط «حالت پایا» از یک چرخه به چرخه دیگر نشان می‌دهد که تغییر شدت میدان  $\dot{C}^2$  باید برابر باشد با

$$\Delta\dot{C}^2 = \frac{4Q}{P}\dot{C}^2 \quad (113.9)$$

مشاهده می‌شود که نتیجه بالا وقتی با (۱۱۲.۹) سازگار می‌شود که به قانون پایستگی (۹۰.۹) توجه کنیم. با کمی دستکاری از این معادله به دست می‌آوریم

$$\frac{3}{4} \frac{1}{S^4} \frac{d}{dS}(f\dot{C}^2 S^4) = \frac{1}{S^3} \frac{d}{dS}(\rho S^3) \quad (114.9)$$

با این همه، طرف راست آهنگ آفرینش ماده به‌ازای واحد حجم است. چون از (۱۱۳.۹) و (۱۱۴.۹) داریم

$$\frac{\Delta \dot{C}^2}{\dot{C}^2} = \frac{4}{3} \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (115.9)$$

و از (۹۴.۹) و (۹۳.۹) داریم  $\rho = f \dot{C}^2$ ، مشاهده می‌کنیم (۱۱۵.۹) را می‌توان از (۱۱۲.۹) و (۱۱۳.۹) به‌دست آورد.

به‌طور خلاصه، در می‌یابیم که جواب مرکب مشخصه حالت شبه‌پایای کیهان‌شناسی را به‌درستی نشان می‌دهد زیرا، اگرچه مدت  $Q$  هر چرخه درست تکرار چرخه قبل از آن است، اما در درازمدت با ضریب انبساط دوسیتة  $\exp(t/P)$  منبسط می‌شود. بنابراین، دو مقیاس زمانی  $P$  و  $Q$  با ثابت جفت‌شدگی و پارامترهای  $\lambda$ ،  $f$ ،  $G$  و  $\eta$  معادله‌های میدان به هم مربوط می‌شوند. پیشرفت بیشتر در مسئله نظری پس از شناخت نظریة کوانتومی آفرینش توسط میدان- $C$  صورت می‌گیرد. این جوابها تعداد کافی از ثابتهای دلخواه را دارند تا، پس از ساده‌سازیهای لازم برای پیروی عالم از اصل موضوع وایل و اصل کیهان‌شناختی، به ما این اطمینان را بدهند که عام هستند. جواب مرکب را می‌توان نمایش چگونگی پیوند مد غیرخلاق با مد خلاق در نظر گرفت. ممکن است امکانات بیشتری برای ترکیب این دو در چارچوب معین وجود داشته باشد. با این همه، چون در پی سادگی استدلال بوده‌ایم (و همین‌طور از کیهان‌شناسی مهبانگ استاندارد استفاده کرده‌ایم) انتخاب خود را به جواب مرکبی محدود ساختیم کرد در اینجا توصیف کردیم. HBN از (۱۱۰.۹)، و یا تقریب آن

$$S(t) = \exp\left(\frac{t}{P}\right) \left[ 1 + \eta \cos\left(\frac{\gamma \pi t}{Q}\right) \right] \quad (116.9)$$

برای به‌دست آوردن جنبه‌های قابل مشاهده QSSC استفاده کرده‌اند، که به بررسی نکته‌های اصلی آن خواهیم پرداخت.

## ۱۱.۹ تصویر اخترفیزیکی

در گذر از این جوابهای ریاضی به تفسیر فیزیکی، می‌توان مدل بالا را با استفاده از مقادیر زیر برای پارامترهای آن مجسم کرد:

$$P = 20Q, \quad Q = 4.4 \times 10^{10} \text{ سال}, \quad \eta = 0.8,$$

$$\lambda = -0.3 \times 10^{-56} \text{ cm}^{-2}, \quad t_0 = 0.7Q \quad (117.9)$$

این مقادیر پارامتری به طور منحصر به فرد انتخاب نشده‌اند؛ بلکه نشانه‌ای از اندازه‌هایی هستند که می‌تواند عالم واقعی را توصیف کند. در فصل‌های بعد، آزمون‌های رصدی مختلفی را بررسی می‌کنیم که می‌توان از آنها برای محدود ساختن این مقادیر استفاده کرد. فقط در این هنگام است که خواهیم دانست آیا QSSC شق مناسب و کارآمدی برای مهبانگ در اختیار می‌گذارد.

با این همه، بد نیست چند پیامد دارای سرشت اختر فیزیکی را ذکر کنیم. مثلاً چرخه نوعی دارای طول عمر به اندازه کافی طولانی است تا اغلب ستارگان دارای جرم بیش از  $0.7 M_{\odot}$  -  $0.5 M_{\odot}$  از بین بروند. بنابراین بیشتر ستارگان چرخه‌های قبلی به عنوان تابشگرهای انرژی از بین رفته‌اند. با این همه، جرم آنها همچنان بر ماده مرئی تأثیر گرانشی وارد می‌سازد. این به اصطلاح ماده تاریک در ناحیه دور دست کهکشانها و در درون خوشه‌ها ممکن است متشکل از این بقایای ستاره‌ای باشد. این تغییر تا چه حد با مشاهده‌ها سازگار است؟ بدیهی است که در کیهان‌شناسی مهبانگ مقیاسهای زمانی به اندازه کافی طولانی نیستند تا چنین تغییرهایی را مجاز بشمارند. همین‌طور کیهان‌شناسی اجازه نمی‌دهد که ماده تا این حد باریونی باشد. قیود موجود بر ماده تاریک باریونی در کیهان‌شناسی استاندارد ناشی از (۱) منشأ و فراوانی دوتریم و (۲) ملاحظات مربوط به ساختار بزرگ مقیاس است. در QSSC، چنانکه در این فصل خواهیم دید، این قیود مطرح نیستند. از این پس به بحث درباره منشأ هسته‌های سبک می‌پردازیم.

## ۱۲.۹ منشأ هسته‌های سبک

بحث این کیهان‌شناسی را با آفرینش ذره پلانک به عنوان جزء سازنده ماده آغاز کردیم. اما چون این ذره ناپایدار است در مدت حدود  $10^{-44} \times 6 \sim \tau$  و امی باشد. به چه چیز وامی باشد؟ با توجه به جرمش، واپاشی آن سرانجام  $10^{18} \times 6 \sim$  نوکلئون تولید می‌کند. با این همه، این واپاشی نمی‌تواند بلافاصله رخ دهد. ملاحظات واکنشی مانع از این بسته‌بندی چگال می‌شود، به طوری که انبوهه ثانویه‌های حاصل باید ابتدا به صورت بوزونها پخش شوند. تنها وقتی که ابعاد  $10^{-7} \text{ cm} \sim$  حاصل شد. گروه متشکل از  $10^{19} \times 2 \sim$  کوآرک می‌تواند نمایان گردد. از این نظر وضعیت مانند لحظه‌های اولیه کیهان‌شناسی مهبانگ است. اما به جای مهبانگ داغ گلوله آتشی در اطراف هر ذره پلانک آفریده شده داریم.

با این همه، در حالی که در کیهان‌شناسی مهبانگ ذرات پلانک اولیه در مجاور هم قرار دارند، در اینجا فاصله آنها از هم زیاد است، و هر یک خوشه ثانویه‌های منبسط‌شونده خود را تولید می‌کند. تفاوت دیگر آن است که ذرات پلانک در اینجا متشکل از ماده‌ای است که عمدتاً به ماده وامی باشد،

به طوری که تبدیل عمده انرژی به تابش که در کیهان‌شناسی مهبانگ رخ می‌دهد در اینجا صورت نمی‌گیرد. این کار در کیهان‌شناسی مهبانگ با توجه به دو فرض اصولاً متضاد صورت می‌گیرد. ابتدا گفته می‌شود که ذرات پلانک بین ماده و پادماده توازن برقرار می‌کنند و سپس می‌گویند که این توازن کامل نیست، مثل اینکه بگوئیم  $1 -$  کاملاً با  $1 +$  متوازن نمی‌شود. آنچه از ماده به جا می‌ماند در میدانی با سیطره تابش قرار دارد که چگالی جرم اندکی را در میدان تابش با دمای زیاد تولید می‌کند که جنبه لازم رابطه (۶۹.۵) در فصل ۵ است، که با مقدار مرجح پارامتر  $\eta$  که اندازه آن برای سنتز هسته‌های سبک در کیهان‌شناسی مهبانگ لازم به نظر می‌رسد، می‌دهد

$$\rho \cong 10^{-32} T^3 \quad (118.9)$$

چالش موجود در اینجا دست یافتن به سنتز عناصر سبک با ضریب اطمینان بسیار بالاتر از  $10^{-32}$  در این رابطه است. انرژی تلف شده به صورت تابش در انبساط آتش‌گوی پلانک به سرعت تبدیل به انبساط دینامیکی ذرات ثانویه می‌شود. بدون دانستن مقدار دقیق این اتلاف، می‌توان صرفاً فرض کرد که سرعت انبساطی از مرتبه  $c$  به وجود می‌آورد. بنابراین مقیاس زمانی برای انبساط به بعد  $10^{-6} - 10^{-7}$  cm در حدود  $10^{-16}$  s می‌شود و چگالی ذرات در هنگامی که سرانجام تعداد زیادی باریون به وجود می‌آید در گستره  $10^4 - 10^{36}$  cm<sup>-3</sup> است.

با این همه، بحث در چگالی‌هایی بسیار بیش از این آغاز می‌شود، در فاز کوآرک با چگالی کوآرک به اندازه کافی زیاد، بالاتر از  $10^{42}$  کوآرک در سانتیمتر مکعب، تا واگنی باعث شود که هر شش طعم کوآرک به طور یکسان وجود داشته باشند. اما، با ادامه انبساط نقش واگنی کاهش می‌یابد، کوآرکهای پرجرم سروته و افسون به صورت سربارهای انرژی فزاینده در می‌آیند و فرض می‌شود که گذار به کوآرکهای بالا، پایین و شگفت در محدوده زمان موجود صورت گیرد. اما، چون در خارج از فیزیک آزمایشگاهی شناخته شده قرار داریم، این گام، نه از نظر اصول، بلکه با توجه به جزئیات مقیاس زمانی وقوع گذارهای مربوط، مبتنی بر حدس و گمان است.

تنها الکترونها موجود ناشی از تولید زوج از پرتوهای  $\gamma$  هستند، زیرا مسافت آزاد میانگین الکترونها به اندازه‌ای کوتاه است که می‌توان آن را نادیده گرفت، بنابراین خنثایی بار باید بین خود کوآرکها وجود داشته باشد. یعنی، بار اضافی بین کوآرکها را الکترونها نمی‌توانند متوازن کنند و چون هرگونه بار اضافی باید کوچک باشد، باز هم با توجه به ملاحظات انرژی، کوآرک شگفت را نمی‌توان مانند کوآرکهای افسون، سروته کنار گذاشت. برای حصول به خنثایی بار، چگالیهای برابر از کوآرکهای بالا، پایین، و شگفت با بارهای به ترتیب برابر  $\frac{2}{3}+$ ،  $\frac{1}{3}-$ ، و  $\frac{1}{3}-$  ضروری است. این موضوع باعث می‌شود که سرانجام از ترکیب کوآرکها باریونها در پایین‌ترین ترازهای انرژی خود تشکیل شوند و  $D$ ،



جدول ۱.۹ نسبت فراوانیهای عناصر سبک که از آتش‌گوییهای پلانک به دست می‌آید

$2 \times 10^{-5}$	D/H
$2 \times 10^{-5}$	${}^3\text{He}/\text{H}$
$10^{-9}$	${}^7\text{Li}/\text{H}$
$3 \times 10^{-11}$	${}^9\text{Be}/\text{H}$
$10^{-10}$	${}^{11}\text{B}/\text{H}$
$10^{-1}$	${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}$
$10^{-1}$	${}^{10}\text{B}/{}^{11}\text{B}$

$\Lambda$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^+$  و  $\Xi^-$  را به میزان تقریباً مساوی به وجود آورند. مقدار اندکی  $\Omega^-$  نیز وجود دارد ولی می‌توان آن را عملاً نادیده گرفت. بنابراین، با ترکیب نهایی n و p در هسته‌های پایدار  ${}^4\text{He}$  به H در حدود ۰/۲۵ می‌شود.

مراحل بعدی انبساط آتش‌گوییهای پلانک را نمی‌توان، به طوری که هویل در سال ۱۹۹۲ انجام داد، به صورت کمی محاسبه کرد. یک میدان تابش از طریق واپاشی ۷۵ MeV ذره  $\Sigma^0$  به  $\Lambda$  به وجود می‌آید، و با محاسبه‌های مفصلتر آهنگهای واکنش هسته‌ای می‌توان نشان داد که فقط کسرهای کوچکی از n و p به صورت  ${}^4\text{He}$  ترکیب نمی‌شوند و نسبت جرم دقیق  ${}^4\text{He}$  به H را بین ۰/۲۳ و ۰/۲۴ به دست می‌دهند. فراوانیهای نسبی سایر هسته‌های سبک با مقادیر مربوط به شهاب‌سنگهای منظومه شمسی، در جدول ۱.۹ به خوبی سازگار است.

هدف ما در اینجا مطرح کردن دو نکته درباره این نتایج است. اولاً، جالب توجه است که چنین نتیجه‌هایی را می‌توان در شرایط وابسته به چگالی، دما، و مقیاس زمانی به دست آورد که با شرایط مربوط به کیهان‌شناسی مهبانگ تفاوت بسیار دارند — اگر بحث حاضر غیرواقعی بود انتظار این را نداشتیم. نکته دوم آن است که چون (۱۱۸.۹) دیگر ضروری نیست، دلیلی ندارد که چگالی کیهان‌شناختی کنونی،  $3 \times 10^{-29} \text{g}^{-3}$ ، کاملاً باریونی نباشد. قبلاً در سال ۱۹۶۷، واگنر، فاؤلر، و هویل در هنگام کار مجدد روی مسئله اولیه گاموف درباره سنتر هسته‌های آغازین بر ضرورت شناخت (۱۱۸.۹) برمبنای اصول اولیه فیزیک تأکید بسیار کردند. با این همه، شناخت آن در چارچوب این نظریه هنوز دور از دسترس است.

مشاهده اینکه نسبت جرمی  ${}^4\text{He}/\text{H}$  در واقع در حدود ۰/۲۳ باشد نیازمند آن است که واپاشی ذرات پلانک وارد نظریه موجود شود و در نتیجه در زمانهایی در گذشته آفریده شده باشد.

کیهان‌شناسی مهبانگ نیز به همین موضوع، با آفرینش ذراتی که لحظه‌های کوتاهی پس از مهبانگ وجود داشته‌اند، نیاز دارد. در اینجا می‌توان آفرینش را در طول زمان توزیع کرد، و می‌تواند فرایندی در حال پیشرفت باشد.

### ۱۳.۹ زمينه ریزموج

در بخش ۳.۴.۹ در ضمن نظریه حالت-پایا گفتیم که ملاحظات ساده از نوعی که در تمرین ۳۴ آمده است نشان می‌دهد که عالم باید دارای تابش زمينه‌ای با دمای نزدیک به  $2/7 K$  باشد. اکنون این اثر را با توجه به QSSC نشان می‌دهیم.

### ۱.۱۳.۹ دمای زمينه

در این محاسبه به چگالی انرژی کنونی نور ستاره میان کهکشانی نیاز داریم، که فرض می‌کنیم عمدتاً از ستارگان کوتوله ناشی می‌شود، یعنی از جمعیت ستارگان پیر، که نوعاً دارای طیف نوع K با تصحیح تابش‌سنجی حدود  $0/75$  قدر هستند. بنابراین برآورد متداول  $2 \times 10^{-14} \text{ erg cm}^{-3} \sim$  برای چگالی انرژی در طیف بصری  $2 \times 10^{-14} \text{ erg cm}^{-3} \sim$  برای کل چگالی انرژی نورستاره می‌شود.

برای میانگین‌گیری روی حجمهای بزرگ، آهنگ تولید نورستاره به‌ازای واحد حجم و در واحد زمان را  $\epsilon$  بگیرد. با نور ستاره‌ای که از ستارگان به اندازه کافی پیر می‌آید، آهنگ  $\epsilon$  را می‌توان در مقیاس زمانی  $Q$ ، یعنی روی یک چرخه نوسانی، تقریباً ثابت در نظر گرفت. برای این محاسبه از فرمول تقریبی (۱۱۶.۹) استفاده می‌کنیم. برای نشان دادن چگونگی محاسبه  $\eta = 0/75$  و  $Q = 0/85 t_0$  را در نظر می‌گیریم. این مقادیر پارامتری اندکی با (۱۱۷.۹) تفاوت دارند، اما این اختلاف تأثیر چندانی در نتیجه ندارد. سپس با در نظر گرفتن زمان  $t$  برحسب یکاهای  $Q$ ، میانگین تولید از آخرین کمینه نوسانی برابر است با

$$\epsilon \int_{0/85}^{0/185} \frac{dt}{1+z} \quad (119.9)$$

این به‌ازای واحد حجم است، ضریب  $1/(1+z)$  از این رو در انتگرال ظاهر می‌شود تا هر کوانتوم را انتقال به سرخ دهد. با قرار دادن (۱۱۹.۹) برابر با کل چگالی انرژی نورستاره فعلی،  $\epsilon$  را از رابطه زیر تعیین می‌کنیم

$$\epsilon \int_{0/85}^{0/185} \frac{1 + 0/75 \cos(2\pi t)}{1 + 0/75 \cos(2\pi t_0)} dt = 2 \times 10^{-14} \quad (120.9)$$

بنابراین، پس از ارزیابی انتگرال، داریم

$$\varepsilon = 1,14 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \text{ در واحد زمان} \quad (121.9)$$

که یکای زمان  $Q$  است. بنابراین کل تولید نورستاره از کمینه نوسانی قبلی در  $t = 0,5$  تا کمینه موجود در  $t = 0,5$  برابر است

$$\varepsilon \int_{-0,5}^{0,5} \frac{dt}{1+z} = 4,56 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \quad (122.9)$$

که از (۱۲۱.۹) برای  $\varepsilon$  استفاده شده است.

حال، تضعیف چگالی انرژی  $W_{\min}$  در این چرخه در کمینه نوسانی زمینه ریزموج به واسطه عامل  $\exp(t/P)$  در  $4QW_{\min}/P, S(t)$  است، و برای نگهداشتن زمینه در تراز پایا از چرخه‌ای به چرخه دیگر، ورودی (۱۲۲.۹) ناشی از گرمایی شدن نورستاره باید این آهنگ اتلاف را جبران کند. بنابراین از شرط پایایی برای  $P/Q = 20$  به دست می‌آوریم

$$W_{\min} = 1,14 \times 10^{-13} \frac{P}{Q} = 2,28 \times 10^{-12} \text{ erg cm}^{-3} \quad (123.9)$$

چون (۱۲۲.۹) با توجه به مختصه حجم نوشته شده است، نوعی تضعیف چگالی انرژی زمینه با توان چهارم  $S(0,5)/S(t_0)$  بین آخرین کمینه نوسانی و زمان حاضر  $0,85 = t_0$ ، یعنی، با ضریب  $0,1734$  به مقدار زیر وجود دارد

$$W_{\text{کنونی}} = 3,96 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \quad (124.9)$$

عامل مقیاس کیهان‌شناختی طوری تنظیم شده است که در  $t = t_0$  برابر واحد باشد، این چگالی انرژی زمینه ریزموج به‌ازای یکای ویژه حجم نیز هست. با تقسیم (۱۲۴.۹) بر ثابت چگالی تابش و سپس گرفتن ریشه چهارم دمای تابش کنونی را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$T_0 = 2,68 \text{ K} \quad (125.9)$$

که به مقدار مشاهده‌شده  $2,73 \text{ K}$  بسیار نزدیک است. با در نظر گرفتن برآوردهای مورد استفاده برای محاسبه دما، سازگاری در واقع چشمگیر است. این موضوع مخصوصاً وقتی جالب توجه می‌شود که به خاطر آوریم تغییر استاندارد این زمینه «باقیمانده»، یعنی دمای کنونی را نمی‌توان اصلاً برآورد کرد. اگرچه آلفرو هرمان در پیشنهاد آن برابر  $5 \text{ K}$  در مقاله سال ۱۹۴۸ خود حدس خوبی زده بودند. خود گاموف برآوردهای مختلفی را داد که از  $7 \sim$  تا  $50 \text{ K} \sim$  تغییر می‌کرد! با این همه، جنبه بسیار مهم این نتیجه، که باید هنوز توجیه شود، فرایند گرمایی شدنی است که نور ستاره باقیمانده را به طیف گرمایی تبدیل می‌کند.

## ۲.۱۳.۹ گرمایی شدن

در کیهان‌شناسی مهبانگ گرمایی شدن تابش در عصرهای آغازین و معمولاً از طریق پراکندگی فوتونها از الکترونها صورت گرفته است. در QSSC، الکترونهای آزاد وجود ندارند تا عمل گرمایی شدن را انجام دهند. بلکه باید گردوغبار میان کهکشانی از نوع خاص را برای این منظور در نظر بگیریم. در سالهای ۱۹۸۰، فرد هویل و چاندررا ویکراماسینگه<sup>۱</sup> ذراتی رشته‌ای شکل از گردوغبار کیهانی را برای عوامل ایده‌آل برای این کار مطرح کردند. این دانه‌های گردوغبار از کجا به وجود می‌آیند؟ معلوم شد که ابرنواخترها زمینه‌ای ایده‌آل برای این هدف هستند. رویدادهای مینی-آفرینش QSSC نیز می‌توانند به‌عنوان چشمه‌هایی عمل کنند.

برآورد شده است که در نمونه‌ای از ابرنواختر نوع II مانند SN۱۹۸۷A، جرم کل آهن تولیدشده  $1M_{\odot}$  است. فلز در پوسته‌ای غنی از آهن تولید و از حالت بخار در دمای اولیه  $10^4$  K و چگالی  $10^9 \text{ g cm}^{-3}$  تا حالتی با دمای  $10^3$  K و چگالی  $10^{-15} \text{ g cm}^{-3}$  سرد می‌شود. در این دوره هسته‌های عناصر گرده آهن، مخصوصاً  $\text{Ni}^{56}$ ، نیز به  $\text{Fe}^{56}$  و امی باشد و چگالی بخار آهن آغاز می‌شود. جزئیات فرایند رشد نشان می‌دهد که چگالش اولیه تا شعاع  $0.1 \mu\text{m}$  به صورت کروی است. پس از آن واپاشی پرتوزای  $\text{Co}^{56}$  دارای یک محور دررفتگی می‌شود که رشد رشته در امتداد آن صورت می‌گیرد. رشد خطی و برحسب زمان نمایی است، طول آن در زمان  $t$  عبارت است از

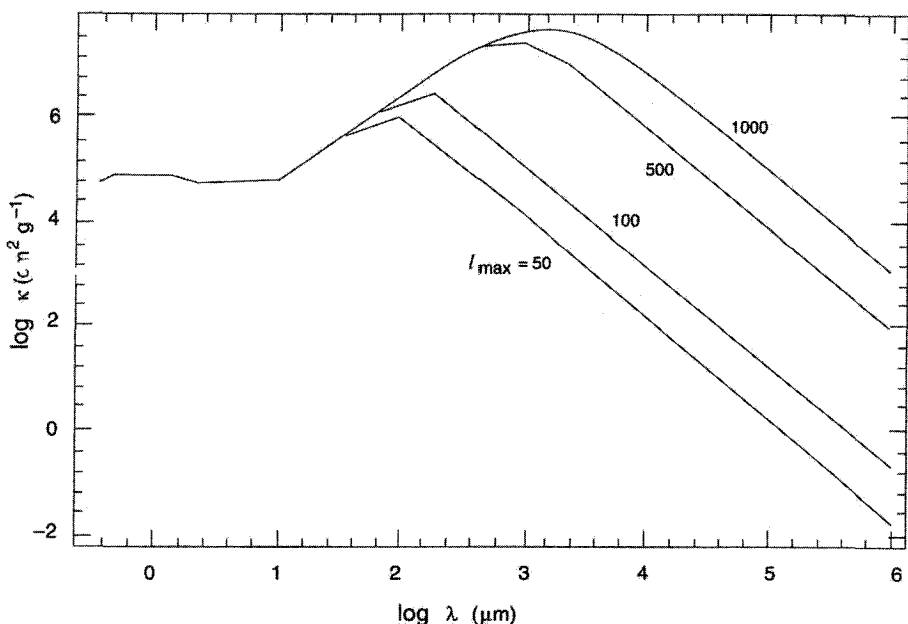
$$l = l_0 \exp(t/t_1) \quad (126.9)$$

که زمان مشخصه  $t_1$  را پارامترهای مختلف فرایند چگالش تعیین می‌کند. بنابراین چگالیده‌ها رشته‌های مویین به طول مختلف هستند که توزیع طول آنها از رابطه زیر به دست می‌آید

$$n(l)dl = B dl/l, \quad l_{\min} \leq l \leq l_{\max}, \quad B = \text{const.} \quad (127.9)$$

$n(l)dl$  چگالی عددی رشته‌های با طول بین  $l$  و  $l + dl$  است. حد بالای طول آنها ناشی از شکستن رشته‌های بر اثر برخورد است. بجز آهن، کربن تولید و پرتاب شده از ابرنواختر نیز می‌تواند به شکل رشته ظاهر شود.

دلیلی آزمایشگاهی برای چگالش بخارهای فلزی به رشته‌های مویین وجود دارد. فرایند چگالش باعث می‌شود که دانه‌ها، به علت وجود نقصهای بلوری، به جای رشد به صورت همسانگرد، به شکل خطی رشد کنند. بنابراین به جای گویهای کروی گردوغبار رشته‌هایی چگالیده می‌شوند.

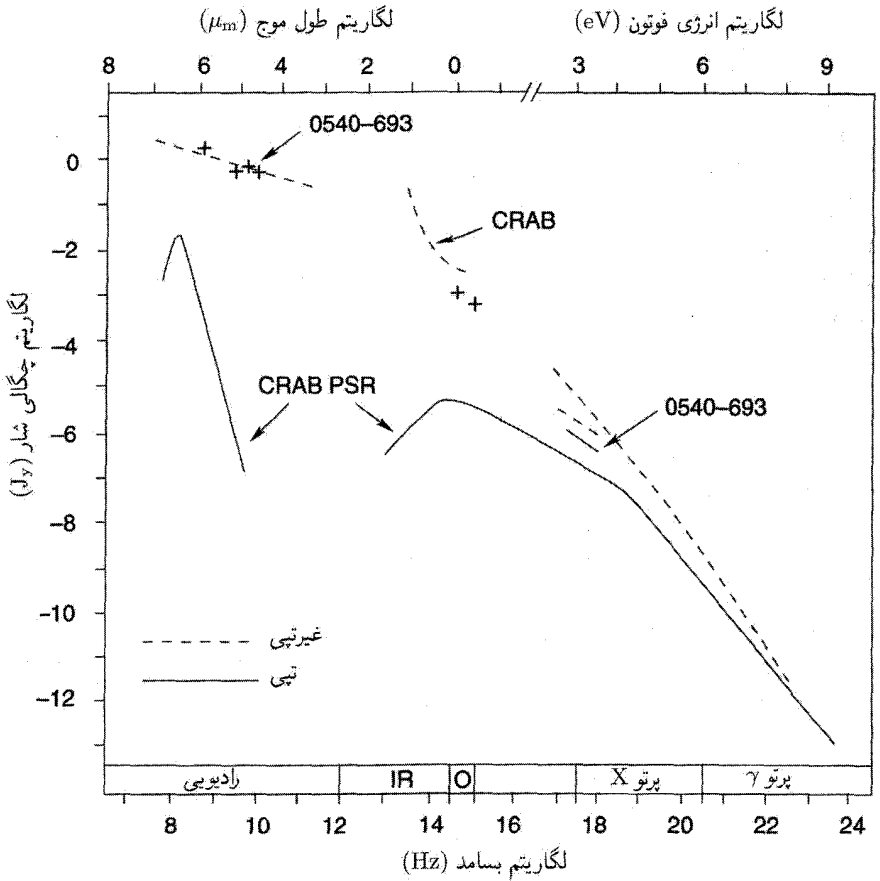


شکل ۹.۹ ضریب خاموشی جرمی برحسب طول موج برای رشته‌های به طول مختلف برحسب میکرومتر رسم شده است. به جذب غالب در طول موجهای حدود میلیمتر توجه کنید، این جذب برای موجهای رادیویی ناچیز است.

گرچه رشته‌هایی که بدین ترتیب تولید شده‌اند در حوالی منبع خود باقی می‌مانند، اما این کار برای همه آنها ضروری نیست و اغلب آنها می‌توانند، به علت سرعت‌های زیادی که از موج شوکی ابرنواختر گرفته‌اند، وارد فضای میان‌ستاره‌ای شوند. چگالی جرمی متوسط این رشته‌ها می‌تواند به کوچکی  $10^{-3} \text{g cm}^{-3}$  باشد. با وجود این، می‌توانند چند اثر قابل مشاهده تولید کنند. برای شناخت این اثرها باید به ویژگیهای انهدام آنها توجه کنیم.

یک رشته آهنی می‌تواند استوانه‌ای با شعاع سطح مقطع  $1 \mu\text{m}$  و  $10^{-5}$  و طولی در گستره  $10^5 \sim 10^6$  باشد. شکل ۹.۹ ضریب انهدام جرمی را برای جمعیتی از این دانه‌ها نشان می‌دهد که طبق قانون رابطه (۱۲۷.۹) توزیع شده‌اند. به قله چشمگیر در گستره میلیمتر-سانتیمتر توجه کنید که مشاهده‌های زیر آن را تأیید می‌کند.

۱. تپاختر خرچنگ. طیف پیوستاری تپاختر خرچنگ در گستره طول موجهای  $30 \mu\text{m}$  تا  $30 \text{ cm}$  یک فرورفتگی دارد، که می‌توان آن را به حضور رشته‌هایی نسبت داد که از ابرنواختر خرچنگ سرچشمه گرفته‌اند و هنوز در آن حوالی وجود دارند. شکل ۱۰.۹ این اثر را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰.۹ این طیف بس طول موجی تپاختر خرچنگ یک فرورفتگی را در گستره میلیمتر از خود نشان می‌دهد، که نشانگر عامل خاموش‌کننده‌ای در آن حوالی است. رشته‌های فلزی توضیحی طبیعی برای این مشاهده‌اند اگر ضریب جذب جرمی شکل ۹.۹ را در نظر بگیریم.

۲. مرکز کهکشانی. چون مرکز کهکشانی از لحاظ ابرنواختر غنی است، انتظار داریم چگالی رشته‌ها در آنجا بیش از حد معمول باشد. خط‌های C II و N II در طول موج‌های به ترتیب  $157.7 \mu\text{m}$  و  $205.3 \mu\text{m}$  در بررسی‌های انجام شده در منطقه مرکز کهکشان فرورفتگی از خود نشان می‌دهند، این واقعیت را می‌توان با حضور رشته‌هایی به طول تا  $100 \mu\text{m}$  توجیه کرد.
  ۳. جرم گردوغبار در چشمه‌های با انتقال به سرخ بالا. ویکراماسینگه رامادورایی<sup>۱</sup> نشان داده‌اند
- که جرم گردوغبار لازم برای توجیه شارهای بالای موج میلیمتری در چشمه‌های با انتقال به سرخ بالا

1. Ramadurai

به طول قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد (با ضریب  $10^{-3}$  ~) اگر مبدل‌های کارآمدتری برای تبدیل تابش محیط به این امواج وجود داشته باشد، یعنی اگر فرض کنیم که رشته‌های فلزی موجودند. در غیر این صورت، تحلیل‌های اخیر کهکشانی‌ها پر از گردوغبار با انتقال به سرخ بالا، با فرض اینکه به صورت متداول کروی باشند، وجود جرم گردوغبار قابل ملاحظه‌ای را ایجاب می‌کند. اگر فرض کنیم که رشته‌های بخش عمده گردوغبار را تشکیل دهند، برآوردهای جرم با ضریب قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.

۴. طیف‌های کوازارهای رادیویی و هسته‌های فعال کهکشانی. طیف مربوط به چشمه‌های رادیویی، مانند تپ‌اختر خرچنگ، و هسته‌های فعال کهکشانی فرورفتگی‌هایی را در پیوستار از خود نشان می‌دهند که نشانگر جذب در ناحیه طول موج میلیمتری است. این موضوع را می‌توان به بهترین نحو با خاموشی به وسیله رشته‌ها توضیح داد.

۵. جذب میان‌کهکشانی. به طوری که در فصل ۱۲ خواهیم دید، وجود گردوغبار میان‌کهکشانی به صورت رشته‌های فلزی توضیح مناسبی را برای رابطه قدر-انتقال به سرخ ابرنواخترهای نوع-Ia با انتقال به سرخ بزرگ در اختیار می‌گذارد.

در حالی که رشته‌های آهنی احتمالاً چشمه غالب کدری در ناحیه ریزموج هستند، رشته‌های کربنی در طول موج‌های کوتاه‌تر به طور قابل ملاحظه‌ای غلبه می‌کنند، زیرا کربن به مقدار فراوانتر در ستاره‌ها تولید می‌شود و کارایی آن در طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است. در بحث زیر نسبت  $S(t)/S_{\min}$  در یک چرخه نوعی را با  $x$  نشان می‌دهیم. بنابراین، اگر بیشینه انتقال به سرخ قابل مشاهده در طی این چرخه ۵ باشد، مقدار کنونی  $x = 6$  است.

ضریب جذب رشته‌های گرافیتی برای تمام طول موج‌های بزرگتر از  $1 \mu\text{m}$  ~ اصولاً ثابت است، و حتی به طول موج‌های بلندتر نیز گسترش می‌یابد، و مقدار آن برای رشته‌های به قطر  $1 \mu\text{m}$  ~ و طول  $1 \text{ mm}$  ~ برابر است با  $10^5 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ . از طرف دیگر، ضریب جذب در حدود سه برابر مقدار آن برای تابش فرابنفش،  $10^5 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \times 3$  ~، است که ایجاب می‌کند چگالی میان‌کهکشانی  $10^{-34} \text{ cm}^{-3}$  ~ باشد تا جذب فرابنفش قابل ملاحظه‌ای را در هنگامی تولید کند که پارامتر  $x$ ، با نزدیک شدن به عصر کمینه-مقیاس در مرحله انقباض هر چرخه، به کمتر از ۶ کاهش می‌یابد. بنابراین چگالی میان‌کهکشانی  $10^{-34} \text{ g cm}^{-3}$  ~ در  $z_{\max} = 5$  در  $z = 0$  به  $10^{-32} \text{ g cm}^{-3} \times 2$  ~ افزایش می‌یابد. در فاصله کیهان‌شناختی  $10^{27} \text{ cm}$  برای این عصر مقدار عمق‌های اپتیکی ۶ ~ برای نور فرابنفش و ۱ ~ برای طول موج‌های بلندتر از  $1 \mu\text{m}$  به دست می‌آید.

پس تودهٔ عظیم تابش اَبَتیکی به شکل نورستاره که گرمایی شده است در هر مرحلهٔ انقباض به مدت  $10^{11}$  سال در حرکت بوده است و این مدت برای ریزموجها از این هم طولانی‌تر است. تابشی که بر رشته‌های کربنی فرود می‌آید بیشتر در مرحلهٔ آخرین بیشینهٔ نوسان منتشر شده است. این شامل همهٔ تابش ریزموج می‌شود که قبل از نوسان کنونی موجود بوده‌اند و همهٔ نورستاره‌ای که کهکشانها در نیمهٔ اول چرخهٔ جاری تولید کرده‌اند، با این پیامد که همهٔ این تابشها دارای چگالی انرژی بسیار یکنواخت هستند. با این همه، لازم نیست که رشته‌های کربنی که مسئول جذب نورستاره و بازگسیل آن به صورت ریزموج هستند به صورت یکنواخت توزیع شده باشند. رشته‌های کربن می‌توانند در مقیاس خوشه‌های کهکشانی به صورت کپه‌ای باشند. این به معنی آن است که تبدیل نورستاره به ریزموج با نزدیک شدن به کمیتهٔ نوسان به صورت کپه‌ای صورت می‌گیرد.

با وجود این، هر رشتهٔ کربن، در هر کجا که قرار گرفته باشد، خود را در حمای با چگالی انرژی یکنواخت می‌یابد، حمام تابشی که کسر قابل ملاحظه‌ای از آن از ریزموجهای چرخهٔ قبلی تشکیل شده است و بقیهٔ آن اغلب نورستاره‌ای است که باید به ریزموج تبدیل شود. اگر همهٔ تابش در ناحیهٔ ریزموج بود، تخت بودن ضریب جذب نسبت به طول موج در گستره بلندتر از  $1 \mu\text{m}$  ~ ایجاب می‌کرد که دمایی که ذرات به آن می‌رسیدند صرفاً دمای استاندارد ریزموجی باشد که اکنون مشاهده می‌شود، که  $2,73 \text{ K}$  ~ است. با این همه، چون کسری از آن، مثلاً  $10\%$ ، تابش فرابنفش است، مؤلفهٔ ستاره‌ای که از مقادیر نزولی پارامتر  $x$  انتقال به آبی یافته است، دارای ضریب جذب بالاتر از مقداری است که در بالا بحث شد. این موضوع باعث افزایش دمای  $T_g$  دانه‌ها به مقدار بالاتر از  $2,73 \text{ K}$  ~، یعنی مقدار زیر می‌شود

$$T_g \sim [0,9 + (3^{1/4} \times 0,1)] 2,73 \simeq 2,82 \text{ K} \quad (128.9)$$

جملةٔ دوم داخل کروشه مربوط به جذب نورستاره است. چون نورستاره به تدریج با عمق اَبَتیکی  $\tau$  جذب می‌شود، به جای ضریب  $0,1$  در معادله  $\exp(-\tau)$  را قرار می‌دهیم و به جای ضریب  $0,9$  می‌گذاریم  $\exp(-\tau)$ ، به طوری که دمای دانه‌ها طبق رابطهٔ زیر تغییر می‌کند

$$T_g [1 + 0,1 e^{-\tau} (3^{1/4} - 1)] \times 2,73 \text{ K} \quad (129.9)$$

بنابراین، با جذب شدن نورستاره، دمای رشته‌ها در حدود  $0,1 \text{ K}$  بالاتر می‌رود و سپس با جذب تدریجی نورستاره به  $2,73 \text{ K}$  فرو می‌افتد.

چون گسیلمندی ذرات تابع طول موج نیست، آنها به ازای هر مقدار  $T_g$ ، طبق معادلهٔ فوق با دماهایی که ممکن است تا حدود  $2,82 \text{ K}$  افزایش یابند، فقط گسیل با توزیع



پلانک  $\{ \exp[h\nu/(kT)] - 1 \}^{-1}$  خواهند داشت. اما، به طور کلی آنها شدت پلانک  $\{ \exp[h\nu/(kT)] - 1 \}^{-3}$  را تولید نمی‌کنند. وقتی دما تا ۲٫۸۲K بالا رود شدت تابش اندکی رقیق می‌شود.

بنابراین پیامد حاصل از این اولین جذب نورستاره چیست؟ نتیجه چگالی انرژی یکنواخت ریزموجها با توزیعی تقریباً به صورت جسم سیاه در دمای ۲٫۷۳K است، اما با افت‌وخیزهایی در جزئیات مربوط به منحنی شدت، که این جزئیات در ابتدا دارای توزیع تا اندازه‌ای ناهموارند زیرا رشته‌های کربن به صورت نامرتب توزیع شده‌اند.

حال، با نورستاره جذب شده و دمای یکنواخت ذرات در همه جا، جذب و بازگسیل بیشتر به طور اجتناب‌ناپذیری توزیع پلانک دقیق برای ۲٫۷۳K را تولید می‌کند. فقط جذبه‌های بیشتر در کمینه‌های نوسانی برای این گام آخر ضروری هستند. این کار را، چنانکه نارلیکار، ادموندز<sup>۱</sup>، و ویکراماسینگه در سال ۱۹۷۵ نشان دادند، می‌توان با رشته‌های کربن انجام داد. با این همه، اضافه کردن حتی مقدار کمی از رشته‌های آهن، با کدروی زیاد در مرکز توزیع ریزموج، این گام نهایی را حتی سرنوشت‌سازتر می‌کند.

نکته اساسی چیزی است که قبلاً بر آن تأکید شد، یعنی اینکه انبساط در بیشینه نوسانی باعث مخلوط شدن تابشی می‌شود که از فاصله‌های بسیار دور  $10^{29}$  cm می‌آید، و این کار با چگالی میان‌کهکشانی کم ذرات صورت می‌گیرد و باعث می‌شود که تابش آزادانه حرکت کند.

### ۳.۱۳.۹ ناهمسانگردی زمینه

تأثیر  $T$  بالا، که به صورت کپه‌ای در مقیاس خوشه‌های کهکشانی توزیع شده، باعث می‌شود که این فرایند افزایش مختصر دما و سپس بازگشت به ۲٫۷۳K نیز ناهموار باشد. اما کاری که انجام نمی‌شود آن است که چگالی کل انرژی تابش به هیچ‌وجه ناهموار نیست. هنگامی که چگالی انرژی تابش به طور کلی یکنواخت شد، این ویژگی بنیادی بر اثر جذب و بازگسیل توسط ذرات تغییر نمی‌کند. زیرا البته هر ذره همان مقدار انرژی گسیل می‌کند که جذب کرده است — مجموعه کل ذرات دارای محتوای گرمایی ناچیز است — ذرات فقط مقدار مختصری گرما را ذخیره می‌کنند. بنابراین، این برداشت که توزیع ناهموار جذب‌کننده‌ها توزیع ناهموار تابش را به وجود می‌آورد درست نیست.

با این همه، همواره مقداری تابش از چشمه‌های موضعی، مانند یک کهکشان، گسیل می‌شود که می‌تواند افت‌وخیزهایی را در چگالی انرژی به وجود آورد. کهکشانهایی که در آنها نور بیشتر ناشی از کوتوله‌های رشته اصلی است قدر مطلق در حدود ۲۱- خواهند داشت، یعنی گسیلی

در حدود  $10^{44} \text{ erg s}^{-1}$  سهم یک کهکشان نزدیک، با فاصله مشخصه‌ای در حدود  $3 \text{ Mpc}$ ، در چگالی انرژی  $10^{-18} \text{ erg cm}^{-3}$  است، در مقایسه با چگالی انرژی کیهان‌شناختی  $10^{-14} \text{ erg cm}^{-3}$ ، یعنی، تغییرات موضعی چگالی انرژی در حدود یک قسمت در  $3000$  است. این موضوع باعث تغییر دمای ذرات گرمایی‌کننده به اندازه یک قسمت در  $12000$  می‌شود، که وقتی اثر تمام ذرات گرمایی‌کننده را که به حد اولیوس رسیده‌اند در نظر بگیریم، ناچیز می‌شود. یک حد اعلائی افت‌وخیز ناشی از چشمه‌های موضعی مربوط به خوشه‌های غنی کهکشانهاست. بنابراین، برای ذره‌گردوغباری که در فاصله  $3 \text{ Mpc}$  از خوشه غنی متشکل از  $1000$  کهکشان قرار دارد، اصلاح موضعی میدان کیهانی نورستاره  $(10^{-14} \text{ erg cm}^{-3})$  برابر است با  $3 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} = 3 \times 10^{-18} \text{ erg cm}^{-3} \times 3 \times 1000$ . این افت‌وخیز چگالی انرژی در حدود  $3\%$  است که می‌تواند دمای ذرات را از  $273 \text{ K}$  با مقدار  $3\%$  تغییر محاسبه شده در بالا به حدود  $283 \text{ K}$  افزایش دهد. بنابراین تغییری در حدود  $10^{-2} \text{ K}$  به وجود می‌آید.

وقتی آسمان را در یک مقیاس زاویه‌ای بررسی کنیم به طوری که یکی از باریکه‌های مقایسه‌شونده حاوی خوشه‌های غنی از کهکشانها باشد و دیگری چنین نباشد، انتظار داریم تغییری قابل آشکارسازی در دمای مؤثر زمینه به دست آید. با این همه، مقدار تغییر به هیچ وجه به بزرگی  $10^{-2} \text{ K}$  نیست که اکنون محاسبه کردیم. زیرا ذراتی که این تغییر در مورد آنها به کار می‌رود باید در فاصله حدود  $3 \text{ Mpc}$  از خوشه کهکشانها قرار گرفته باشند و این افت‌وخیزهای کاملاً موضعی را همراه با ذرات گرمایی‌کننده‌ای در نظر بگیریم که در امتداد خط دید تا حد اولیوس قرار گرفته‌اند. مورد اخیر اندازه افت‌وخیزها را با ضریب حدود  $1000$ ، تا  $10^{-5} \text{ K}$ ، یا حدود  $3 \mu\text{K}$  کم می‌کند، که با افت‌وخیزهای مشاهده‌شده، چنانکه در فصل بعد خواهیم دید، سازگاری خوبی دارد.

به‌طور خلاصه، برخلاف وضعیت کیهان‌شناسی مهبانگ، افت‌وخیزهای زمینه ریزموج چیزی جز انحرافهای مختصر نیستند که بر اثر تغییرات فضایی چگالی انرژی نورستاره ستاره به‌واسطه توزیع ناهمگن کهکشانها به وجود می‌آیند.

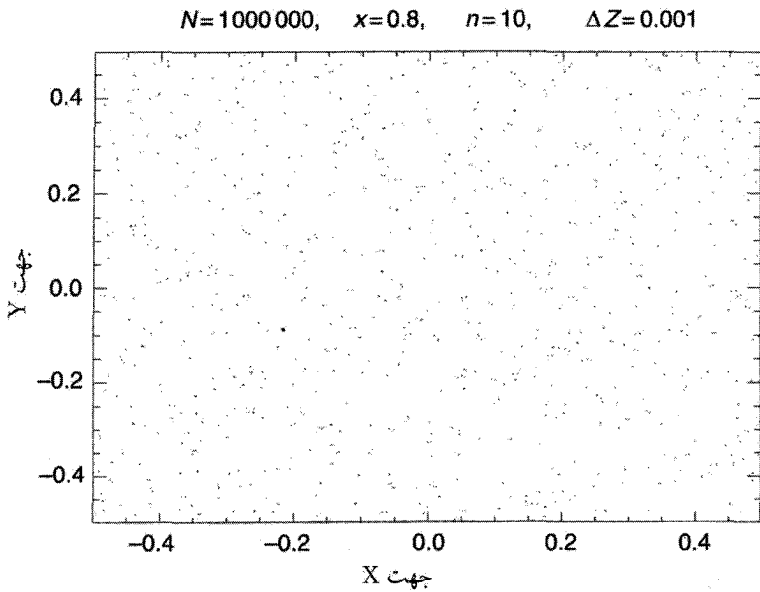
بنابراین، انرژی زمینه ریزموج، طیف، و دامنه افت‌وخیزها را به دست آوردیم. پس QSSC مسئله‌ای را حل می‌کند که نظریه حالت پایا از حل آن ناتوان است. با این همه، آزمونهای کیهان‌شناختی دیگری نیز وجود دارند و جالب است ببینیم این کیهان‌شناسی با کیهان‌شناسی استاندارد چه برخوردی دارد. در دو فصل بعد دلایل رصدی را بررسی می‌کنیم که هر مدل کیهان‌شناختی باید در نظر بگیرد، در فصل ۱۲ به QSSC باز خواهیم گشت.

## ۱۴.۹ ساختار بزرگ - مقیاس

برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ که در آن ساختارها باید از ناهمگنیهایی آغازین شکل بگیرد که به صورت دستی وارد شده‌اند، در اینجا مسئله این است که چگونه ساختارهای چرخه کنونی را از آنچه در چرخه‌های قبل وجود داشته باز تولید کنیم. چون رویدادهای مینی-آفرینش در این کیهان‌شناسی نقش اساسی دارند، انتظار داریم که هسته‌های جدید آفرینش از ماده‌ای که از آنها پرتاب شده است شکل بگیرد.

با وجود این، بد نیست ببینیم چگونه ناپایداریهای گرانشی در این کیهان‌شناسی رشد کردند. در سال ۱۹۷۷، بانرجی<sup>۱</sup> و نارلیکار رهیافت زیر را اختیار کردند. متریک، چگالی و میدان- $C$  دچار اختلال شدند، با محدود کردن به کمیت‌های مرتبه اول، تغییرات این اختلالها در فضا-زمان زمینه محاسبه شد. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، چگالی ناهمگنیها در مرحله انقباض یک نوسان رشد کرد و در مرحله انبساط آن میرا شد. با این همه، روی هم رفته ناپایداری قابل ملاحظه‌ای در جواب وجود نداشت. درحالی‌که این موضوع باعث اطمینان از قوت جواب اصلی می‌شود، اما فرد را مجبور می‌کند که به جستجوی اثرهای غیرگرانشی برای تولید ساختار بپردازد. فرایند آفرینش یک امکان را در اختیار می‌گذارد. در کوششی اخیر برای شناخت چگونگی رشد ساختارها و توزیع آنها در فضا، فرد هویل آزمایش تجربی زیر را پیشنهاد و علی نیری<sup>۲</sup> و سانوانجینیر<sup>۳</sup> و نگارنده آن را امتحان کردند. تعداد زیادی نقطه ( $10^6 - 10^5 \sim N$ ) در سطحی مربعی به صورت کاتوره‌ای توزیع شد. هر نقطه همسایه‌ای کاتوره‌ای را در محدوده معین  $x$ : از فاصله میان ذره‌ای مجموعه اولیه تولید می‌کرد. سپس سطح به دو برابر اندازه اولیه مقیاس‌بندی شد، به طوری که چگالی ذرات یکسان باقی ماند. سپس، از این سطح منبسط‌شده، بخش مرکزی نظیر سطح اولیه حفظ و بقیه کنار گذاشته شد. این مربع جدید آزمایش تکرار شد.

به زودی، یعنی، پس از سه یا چهار بار تکرار روال بالا، خوشه‌ها و حفره‌ها در تصویر شروع به شکل گرفتن کردند و اندازه حفره‌ها افزایش یافت درحالی‌که با تکرار آزمایش خوشه‌بندی چگالتر شد. اگر آفرینش همسایه جدید B در اطراف نقطه نوعی A کاملاً کاتوره‌ای نبود، بلکه به تاریخچه قبلی آفرینش A بستگی داشت، به طوری که AB بیشتر در جهتی قرار می‌گرفت که A پرتاب شده است، ساختار رشته‌ای همراه با حفره‌ها رشد می‌کرد. این هم ترازوی را می‌توان با این فرض که مرکز آفرینش جسم چرخان رمبیده‌ای (چون سیاهچاله کِر) را در خود جای داده است توجیه کرد؛ زیرا در این صورت ذرات آفریده ترجیحاً در امتداد محور چرخش پرتاب می‌شوند. تصویرهایی که بدین ترتیب تولید شدند به ساختار بزرگ-مقیاس شباهت بسیار داشتند.

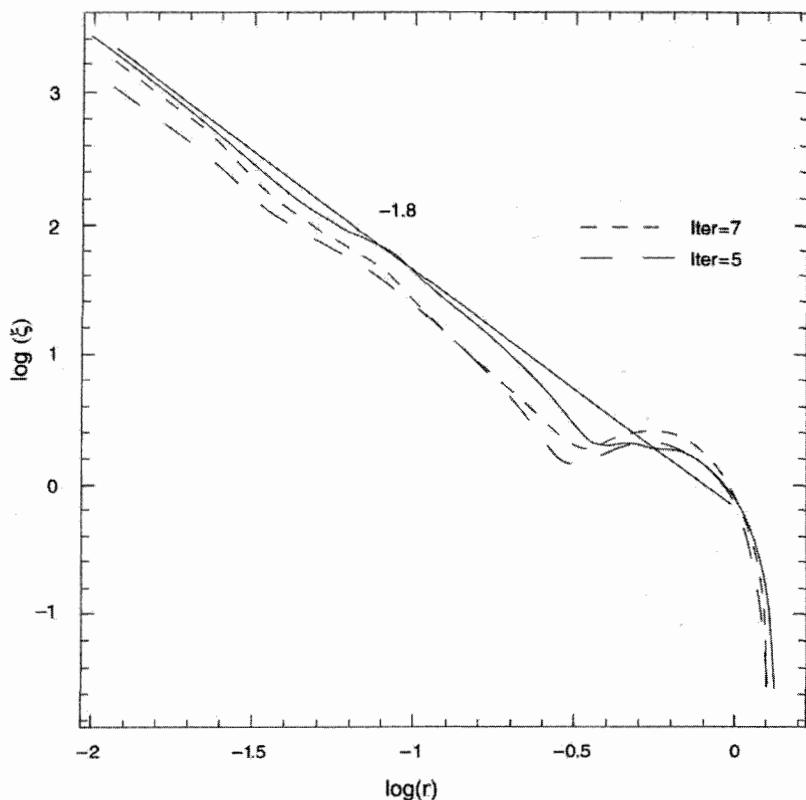


شکل ۱۱.۹ یک شبیه‌سازی بزرگ‌مقیاس QSSC، بر مبنای آفرینش یک نسل از خوشه‌ها در حوالی خوشه‌های مربوط به نسل قبل، که در آن پرتاب هم‌تراز از یک نسل به نسل بعد در نظر گرفته شده است. با گذر از یک نسل به نسل بعد رشته‌ها و حفره‌ها شکل می‌گیرند. شکل نتیجه را پس از ده تکرار، برای مقادیر پارامتری بالای شکل، نشان می‌دهد. نقطه‌ها توزیع روی برش نازکی را در جهت  $Z$  توزیع مکعبی نشان می‌دهند.

آزمایش در سه‌بعد تکرار شد و برشهای دوبعدی نیز برای ساختار بررسی شدند. باز هم شکل آنها به رشته‌ها و حفره‌های مربوط به بررسیهای انتقال به سرخ شباهت قابل ملاحظه داشت. برای نزدیک‌تر کردن آزمایش به دینامیک QSSC، مکعب اولیه با ضریب  $(Q/P)$  در هر جهت منبسط شد و گذاشتیم فقط کسر

$$f = [1 - \exp(-3Q/P)] \quad (۱۳۰.۹)$$

مجموعه نقطه‌های اولیه همسایه‌های جدیدی را تولید کنند. کارهای اولیه علی‌نیری نشان می‌دهد که رشته‌ها و حفره‌ها فقط پس از چند تکرار ظاهر می‌شوند. مثلاً، نگاه کنید به شکل ۱۱.۹. خوشه‌بندی مشاهده‌شده در شکل ۱۱.۹ چگونه با خوشه‌بندی مشاهده‌شده مقایسه می‌شود؟ تمرینی برای اندازه‌گیری تابع همبستگی دوقطه‌ای  $\xi$ ، تعریف شده در فصل ۷، برای شبیه‌سازیهای مشاهده‌شده پس از تکرارهای پی‌درپی انجام شد. همان‌طور که شکل ۱۲.۹ نشان می‌دهد، رابطه



شکل ۱۲.۹ یک تابع همبستگی دو نقطه‌ای برای شبیه‌سازیهای از نوعی که در شکل ۱۱.۹ آمده است دارای توزیعی از نوع قانون توان با شاخصی است که پس از چند بار تکرار فرایند آفرینش به  $1/8 -$  نزدیک می‌شود. تکامل شاخص به طرف شیب خط ایده‌آل  $1/8 -$  (که با خط پیوسته مشخص شده) برای تکرار تا ده نسل نشان داده شده است.

$r - \xi$  به سرعت به طیف قانون توان با شاخص  $1/8 -$  نزدیک می‌شود. بنابراین معلوم می‌شود که رهیافت کنونی به تشکیل ساختار، اگرچه سرشت ساده دارد، اما می‌تواند به واقعیت نزدیک باشد.

## ۱۵.۹ اظهارنظرهای نهایی

ایده‌های بالا کوششهایی را نشان می‌دهد که برای شناخت پدیده آفرینش ماده در چارچوب فیزیکی خوش تعریف صورت گرفته است. نظریه حالت پایای بوندی و گلد به این نتیجه می‌رسد که آفرینش

ماده پیامد اجتناب‌ناپذیر اصل کیهان‌شناختی کامل است. رهیافت هویل نظریه میدان شناخته‌شده‌تر را برای توجیه این پدیده در چارچوب نسبیت عام مطرح می‌کند. از طرف دیگر، کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا با شروع از اصل ماک و معادله‌های گرانشی عام‌تر، با یک ثابت کیهان‌شناختی و میدانی نرده‌ای که آفرینش ماده را مشخص می‌کند، به نسبیت عام «می‌رسند». اصولاً، QSSC از جایی کار را شروع می‌کند که نظریه حالت پایا آن را ترک کرده است، و می‌تواند مدعی حل مسئله‌های مهمی باشد که باعث دردسر نظریه اخیر بوده‌اند.

موفقیت‌های بلافصل نظریه عبارت‌اند از:

۱. این شرط که  $G$  حاصل از تمام ذرات موجود در عالم الزاماً مثبت است ایجاب می‌کند که گرانش به‌صورت نیروی جاذبه عمل کند. انبوهه ماده باید تمایل به گردهم آمدن داشته باشد. این برخلاف نسبیت عام است، که برای آن گرانش می‌تواند مرکز‌گریز هم باشد، که پیامد انتخاب  $G$  منفی درکنش نسبیت عام منفی است و باعث می‌شود که انبوهه ماده همواره از هم دور شوند.
۲. در مورد کیهان‌شناختی با همگنی و همسانگردی، فشار ناشی از جمله میدان  $C$  در معادله‌های گرانشی منفی است، که انبساط عالم را توجیه می‌کند. بنابراین، انبساط مربوط به فرایند آغازین اسرارآمیزی چون «مهبانگ» نیست.
۳. باز هم در مورد کیهان‌شناختی، انرژی مربوط به میدان  $C$  منفی است، که اطمینان می‌دهد وقتی شرایط آفرینش برقرار باشد، تحول آن به‌صورت شارشار، با پیامدهای انفجاری است.
۴. معلوم شده است که اندازه ثابت  $\lambda$  باید در حدودی باشد که در کیهان‌شناسی ضروری است. برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، این به‌جای اینکه یک فرض باشد یک نتیجه‌گیری است؛ و به جوابی می‌انجامد که از نظر مشاهده دارای مرتبه بزرگی صحیح است. با این همه، علامت  $\lambda$  منفی، یعنی برخلاف چیزی است که معمولاً فرض می‌شود.
۵. در یک مدل QSSC نوعی عالم دارای انبساط درازمدت از نوع دوسیه است، که روی نوسانهای کوتاه‌مدت بین عاملهای مقیاس کمینه و بیشینه محدود نهاده می‌شود. بنابراین جواب نشانگر عالم ناتکین است.
۶. با ذرات جدیداً آفریده شده‌ای که ذرات پلانک‌اند، واپاشی آنها امکان تولید عناصر سبک را فراهم می‌سازد.
۷. زمینه ریزموج با نورستاره باقیمانده از چرخه‌های قبلی QSSC ارتباط مستقیم دارد، گرمایی شدن آن توزیع جسم سیاه با دمای  $2.7K$  را به‌وجود می‌آورد. برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، توضیحی اختزینیکی برای این موضوع داریم که چرا دمای زمینه دارای این اندازه است.

۸. حضور ماده تاریک را می‌توان برحسب بقایای ستارگان چرخه‌های قبل فهمید که نورشان به‌صورت زمینه ریزموج ظاهر می‌شود.

۹. موفقیت مدل اسباب‌بازی که برای تشکیل ساختار از طریق رویدادهای مینی-آفرینش توسعه یافت گام‌های بیشتر در این راه را تشویق می‌کند.

این مفهوم حالت پایای اصلاح‌شده، که اکنون به‌صورت مؤثرتر از نظریه‌ی حالت پایای کلاسیک قدیم به‌کار می‌رود، مسئله کیهان‌شناختی را به مسئله‌ای تبدیل می‌کند که در آن پارامترهایی را که محاسبه‌های بر مبنای آن صورت می‌گیرد می‌توان از مشاهده‌های نجومی تعیین کرد. آنها مانند کیهان‌شناسی مهبانگ مبتنی بر حدس و گمان نیستند. در فصل‌های باقیمانده کیهان‌شناسی مهبانگ و QSSC را در معرض بررسی رصدی دقیق‌تر قرار می‌دهیم و عملکرد آنها را مقایسه می‌کنیم.

## تمرینها

۱. درباره‌ی ملاحظات آنی که به فرمولبندی کیهان‌شناسی حالت پایا انجامید بحث کنید. آیا هیچ‌کدام از این ملاحظات امروز معتبرند؟

۲. اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) چیست؟ این اصل برای از میان برداشتن چه کمبودهای اصل کیهان‌شناختی معمولی طراحی شده است؟

۳. با در نظر گرفتن اجسام نجومی مختلف، به مقیاس طولی برسید که در آن انتظار دارید PCP به‌کار رود. مقیاس‌های زمانی متناظر که در آنها انتظار دارید عالم از این اصل پیروی کند کدام‌اند؟

۴. خمیدگی نرده‌ای  $R$  را برای مدل رابرتسون-واکر محاسبه کنید. از PCP برای ثابت بودن  $R$  بهره بگیرید و نشان دهید که این موضوع سبب می‌شود  $S$  تابع‌های ویژه‌ای از  $t$  برای  $k = 0, \pm 1$  باشد. با استفاده از ثابت بودن هابل نتیجه بگیرید که  $k = 0$ .

۵. نشان دهید که پارامتر شتاب منفی برای عالم حالت پایا در تمام دوره‌ها برابر  $-1$  است.

۶. از PCP و مشاهده‌ی موضعی انحراف از تعادل ترمودینامیکی نتیجه بگیرید که عالم حالت پایا باید منبسط شود.

۷. نشان دهید که اگر عالم حالت پایا دارای ویژه چگالی عددی  $n$  از چشمه‌هایی باشد که هر یک با درخشندگی  $L$  تابش می‌کنند، شدت کل در زاویه‌ی فضایی  $d\Omega$  آسمان از  $F d\Omega$  به‌دست می‌آید که

$$F = \frac{1}{\sqrt{6}\pi} L n \frac{c}{H_0}$$

با قرار دادن مقادیرهای مشخصه  $L$ ،  $n$  برای کهکشانشانها  $F$  را برآورد کنید و نتیجه بگیرید که آسمان شب کاملاً تاریک است.

۸. در مورد اعتبار گزاره زیر بحث کنید: «از راههای حل پارادوکس اولبرس، تنها راه ممکن برای مدل حالت پایا انبساط عالم است.»

۹. نشان دهید که با توجه به کیهان‌شناسی میدان- $C$  آهنگ آفرینش ماده لازم برای تداوم مدل حالت پایا از رابطه زیر به دست می‌آید

$$Q = 4 \times 10^{-46} h_0^3 g \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

۱۰. با بهره‌گیری از تمرین ۹، آهنگ آفرینش را برحسب جرم خورشید در هر سال در هر مگاپارسک مکعب بیان کنید.

۱۱. در مورد مزایا و محدودیتهای کیهان‌شناسی میدان- $C$  بحث کنید.

۱۲. ادعا شده است که نظریه حالت پایا به راحتی قابل آزمودن و در نتیجه بیشتر از مدل استاندارد مهبانگ کیهان‌شناسی در معرض عدم تأیید است. با ذکر چند مثال، این ادعا را توجیه کنید.

۱۳. میدان- $C$  و میدان الکترومغناطیسی را مقایسه و تفاوت‌های آنها را بیان کنید.

۱۴. با ذکر مثال میدان- $C$  نشان دهید که جمله‌های مستقل از مسیر کنش می‌توانند به نتایج غیرصفر بینجامند.

۱۵. نشان دهید که در نبود نیروهای دیگر، ذره آفریده شده در کیهان‌شناسی میدان- $C$  یک ژئودزیک را دنبال می‌کند.

۱۶. نشان دهید که در نظریه میدان- $C$  در هنگام آفرینش یک ذره انرژی کل و تکانه پایسته می‌ماند.

۱۷. با تغییر  $g_{ik}$  و قرار دادن تغییرات مرتبه اول کنش برابر با صفر، شکل تانسور انرژی تکانه میدان- $C$  را به دست آورید. نشان دهید که

$$T_{(C);k}^{ik} = -f C^i C_{;k}^k$$

این رابطه را در حوالی نقطه‌ای از فضازمان که در آن ذره آفریده می‌شود ارزیابی کنید و قانون پایستگی ۴-تکانه را نتیجه بگیرید.

۱۸. پیامدهای منفی بودن انرژی میدان- $C$  را بررسی کنید.

۱۹. معادله‌های کیهان‌شناختی (۱۳.۹) تا (۱۶.۹) به دست آورید. جواب کلی این معادله‌ها را برای مورد  $k = 0$  بنویسید.



۲۰. اختلالی در جزء خط حالت پایا را به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \quad x^0 = ct$$

$$g_{00} = (1 + h_{00}), \quad g_{0\mu} = 0, \quad g_{\mu\nu} = -(\delta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) e^{2H_0 t}$$

که  $h_{ik}$  تابعهای کلی مختصات فضا-زمان هستند. به علاوه، چگالی و بردار جریان را به صورت زیر در نظر بگیرید

$$\rho = \frac{3H_0^2}{4\pi G} + \rho_1, \quad u^i = (1, 0, 0, 0) + u_1^i$$

با در نظر گرفتن  $\rho_1$ ،  $u_1^i$ ،  $h_{\mu\nu}$  به صورت کمیت‌های کوچک مرتبه اول، نشان دهید که آنها برحسب زمان به صورت زیر فرو می‌افتند

$$\rho_1 = Ae^{-2H_0 t} + Be^{-\Delta H_0 t}, \quad u_1^i = \bar{u}^i e^{-\Delta H_0 t},$$

$$h_{00} = 0, \quad h_{\mu\nu} = \alpha_{\mu\nu} + \beta_{\mu\nu} e^{-2H_0 t} + \gamma_{\mu\nu} e^{-3H_0 t} + \varepsilon_{\mu\nu} e^{-\Delta H_0 t}$$

توابع  $A$ ،  $B$ ،  $\bar{u}^i$ ،  $\alpha_{\mu\nu}$ ،  $\dots$ ،  $\varepsilon_{\mu\nu}$  تابع  $x^\mu$  هستند. ثابت کنید که با انبساط عالم حتی ناهمگنی مربوط به  $\alpha_{\mu\nu}$  اهمیت کمتری پیدا می‌کند.

۲۱. نتیجه بگیرید که بردار جریان ماده آفریده شده دارای اسپین صفر است. این نتیجه چه پیامدهایی برای اصل ماخ دارد؟

۲۲. جواب (۱۸.۹) را برای فرایند آفرینش انفجاری استنتاج کنید. پارامترهای جواب خود را به مقدار ماده آفریده شده در عالم ربط دهید. به ویژه، نشان دهید که

$$t_1 = t_0$$

و چگالی بیشینه در  $t = 0$  به وجود می‌آید و برابر است با  $fm^2$ .

۲۳. مخزن انرژی  $\xi$  را در حجم  $V$  در حال انبساط در نظر بگیرید. نشان دهید که اگر  $\xi > 0$ ، انبساط و تبدیل انرژی به ماده به صورت  $\xi$  مساوی صفر در زمان محدود در می‌آید. همین طور نشان دهید که اگر  $\xi < 0$  باشد این نتیجه‌گیری به شدت تغییر می‌کند.

۲۴. نشان دهید در کیهان‌شناسی حالت پایا انتقال به سرخ یک کهکشان با ویژه فاصله شعاعی آن کهکشان از ما متناسب است.

۲۵. نشان دهید که کیهان‌شناسی حالت پایا دارای افق ذره نیست، بلکه دارای افق رویدادی با ویژه شعاع  $c/H_0$  است. یعنی، نشان دهید کهکشانی که ویژه فاصله شعاعی آن از ما از  $c/H_0$  تجاوز کند نمی‌تواند هرگز با ما تماس بگیرد.

۲۶. تفاوت قدر تابش‌سنجی ظاهری یک کهکشان با انتقال به سرخ  $z = 1$  را که با توجه به مدل حالت پایا محاسبه شده است با مقدار مربوط به مدل فریدمان با  $q_0 = 1$  برآورد کنید.

۲۷. خانواده‌ای از چشمه‌های رادیویی با درخشندگی یکسان و طیف انرژی که برحسب بسامد  $\nu$  به صورت  $\nu^{-1} \sim$  تغییر می‌کند در عالم حالت پایا شمرده شده‌اند. نشان دهید که چگالی شار  $S$  برحسب انتقال به سرخ  $z$  چشم به صورت زیر تغییر می‌کند

$$S \propto z^{-2}(1+z)^{-2}$$

شیب  $d \log N / d \log S$  را برحسب  $z$  محاسبه کنید که  $N$  از رابطه (۲۵.۹) به دست می‌آید. این تابع را برای  $z = 10^{-n}$ ،  $n = 0, 1, 2, 3, 4$  جدول‌بندی کنید. از این جدول چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲۸. در عالمی با جزء خط

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t)[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]$$

$Q(t, \tau)dt$  ویژه چگالی عددی کهکشانهای دارای سن بین  $\tau$  و  $\tau + d\tau$  در عصر  $t$  است. فرض کنید  $\eta(t)$  آهنگ تزیق کهکشانها (به‌ازای واحد ویژه حجم) در عالم باشد. نشان دهید که  $Q(t, \tau)$  در معادله زیر صدق می‌کند

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial \tau} + 3\frac{\dot{S}}{S}Q = \eta(t)\delta(\tau)$$

از این معادله توزیع سن کهکشانها در عالم حالت پایا را نتیجه بگیرید.

۲۹. انرژیهای جرم سکون نوترون و پروتون را در جدول ثابتها در انتهای کتاب پیدا کنید. با فرض اینکه  $20 \sim$  درصد اختلاف انرژی را الکترون در واپاشی  $\beta$  بگیرید، سرعت و انرژی جنبشی الکترون را برآورد کنید.

۳۰. برای چگالی اتم هیدروژن  $10^{-5} \text{cm}^{-3} \times 2$  و دمای جنبشی  $10^9 \text{K}$ ، سرعت صوت را برآورد کنید. این سرعت را برابر سرعت انبساط  $H_0 D$  قانون هابل قرار دهید و مقیاس فاصله بی‌نظمی را برآورد کنید که در عالم داغ گلد-هویل به‌وجود می‌آید و در آن فشارهای گرمایی با نیروی انبساط کلی رقابت می‌کنند.

۳۱. عالم حبابی را با مدل‌های ترمی مقایسه کنید.

۳۲. دربارهٔ عالم حبابی بحث کنید. آیا هیچ شباهتی میان تولید ناهمگنیهای فضایی در عالم داغ و شیوه‌ای که عالم حبابی ناپایداریهایی زمانی تولید می‌کند وجود دارد؟ در این مدلها چه اتفاقی برای PCP می‌افتد؟

۳۳. یک حباب در حال انبساط را می‌توان ابری از گاز در نظر گرفت که به صورت شعاعی به طرف خارج حرکت می‌کند. در یک حباب کروی یکنواخت به جرم  $M(r)$  در محدودهٔ شعاع  $r$  انبساط از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\dot{r}^2 = 2GM(r)/r$$

سپس فرض کنید یک جسم بسیار پر جرم به جرم  $\mu$  هنگامی که  $r = r_0$  است در مبدأ ظاهر شود. نشان دهید که این ابر اکنون تا شعاع بیشینه زیر منبسط می‌شود.

$$r_{\max} = \left(1 + \frac{M}{\mu}\right) r_0$$

در نظریهٔ عالم حبابی این فکر مبنای تشکیل یک کهکشان بیضوی به صورت ابری از گاز تا شعاع  $r_{\max}$  است که به صورت گرانشی با جسم بسیار پر جرمی در هستهٔ کهکشانی کنترل می‌شود.

۳۴. با فرض اینکه کهکشان ما با آهنگ  $4 \times 10^{23} \text{ erg s}^{-1}$  به مدت  $3 \times 10^{17} \text{ s}$  تابش کند و این انرژی از تبدیل هیدروژن به هلیم به دست آید، برآورد کنید که بدین ترتیب چقدر هلیم تشکیل می‌شود. (در تبدیل هیدروژن به هلیم  $6 \times 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$ ) آزاد می‌شود. دربارهٔ پاسخ خود در ارتباط با کسر جرم هلیم آغازین به دست آمده در فصل ۵ اظهار نظر کنید.

۳۵. فرض کنید که اکنون تابش گرمایی با دمای  $2,7 \text{ K}$  وجود دارد، حد پایین پارامتر  $B$  در معادلهٔ (۱۰۰.۹) را چنان تعیین کنید که وجود مدل ناکیننی را تضمین کند.

۳۶. مقادیر پارامتری را طوری تعیین کنید که باعث وجود جوابهای ایستا برای معادلهٔ (۱۰۰.۹) شود. شرط  $\lambda < 0$  تا چه حد برای این جوابها ضروری است؟

۳۷. چرا فراوانی دوتریم چگالی باریونها در QSSC را محدود نمی‌کند؟

۳۸. عبارتی را برای زاویه‌ای بنویسید که یک خوشهٔ کروی به شعاع  $R$  در  $Z = Z_{\max}$  در QSSC در محل ناظر به وجود می‌آورد. این عبارت را به مقیاص زاویه‌ای ناهمسانگردی زمینهٔ ریزموج در QSSC ربط دهید.

۳۹. بگویید چرا QSSC مسئله‌ای از نوع اولبرس برای تاریکی آسمان شب ندارد.

۴۰. نشان دهید که مدل QSSC افق رویداد دارد، اما افق ذره ندارد.

# آزمونهای رصدی موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی

## ۱.۱۰ مقدمه

بحث ما تاکنون بیشتر نظری بود: اکنون وقت آن است که نظریه‌هایی را که تاکنون توصیف کردیم با واقعیت مرتبط سازیم. این کار را می‌توان با آزمونهای رصدی مختلف مبتنی بر پیش‌بینی مدل‌های کیهان‌شناختی انجام داد. به‌خاطر داشته باشید که در روزهای اولیه، عالم ایستای اینشتین را رصدهای انتقال به سرخ هابل کشف کرد، رصدهایی که سرانجام به پذیرش فرض بنیادی عالم در حال انبساط انجامید.

این مثال جنبهٔ دیگر از مجادلهٔ نظریه در برابر مشاهده را نشان می‌دهد که گاهی فراموش می‌شود. رصدهای هابل به‌صرف این واقعیت بیان نمی‌کند که عالم در حال انبساط است. بخش مبتنی بر واقعیت رصدها آن بود که یک انتقال به سرخ سحابه‌ای وجود داشت که با قدر ظاهری افزایش می‌یافت. با توجه به این واقعیت، انتقال به سرخ را، با توجه به معادلهٔ (۵۱.۳) ناشی از انبساط

عالم تفسیر می‌کنیم، و همین‌طور با بهره‌گیری از معادله‌های (۵۵.۳) تا (۵۸.۳) قدر ظاهری را به فاصله مرتبط می‌سازیم. پس این تفسیر ما از رصدهای هابل از طریق مدل‌های انبساطی است که باید با رصدهای دقیقتر آموخته شود. زیرا ممکن است تفسیرهای دیگری از رصدهای هابل وجود داشته باشد، مانند تفسیری که در فصل ۸ بیان شد (نگاه کنید به معادله (۵۷.۸)) و در یک مرحله کیهان‌شناس شاید بخواهد بررسی کند که کدام یک از این تفسیرها درست است. تفسیر دیگری که در این کتاب بررسی نکردیم، مربوط به فوتون «خسته» است. اگر فوتون جرم سکون کوچکی است، باشد و در هنگام حرکت در عالم از طریق برهم‌کنش با ماده انرژی از دست دهد، انتقال به سرخ پیدا خواهد کرد، و این انتقال به سرخ با فاصله افزایش می‌یابد. چگونه می‌توان این فرضیه را آموخت؟ به‌طور خلاصه، داده‌های بنیادی یکسان، در نظریه‌های مختلف می‌توانند تفسیرهای متفاوت داشته باشند، بنابراین باید فراتر رفت و آزمونهای دقیقتری را برای تمیز دادن تفسیرهای مختلف یافت.

ما دیدگاه کارل پوپر<sup>۱</sup> را اختیار می‌کنیم که آزمونها می‌توانند یک نظریه علمی را رد کنند، اما هرگز آن را اثبات نمی‌کنند. اگر آزمون نتایج بسیار متفاوت از پیش‌بینی‌های نظریه به دست دهد، این نظریه رد می‌شود. با این همه، اگر آزمون نتیجه‌های پیش‌بینی‌شده نظریه را بدهد، تنها چیزی که می‌توانیم بگوییم آن است که نظریه با نتیجه‌های آزمون سازگار است. در حالی که اثبات سازگاری میزان اعتبار نظریه را بهبود می‌بخشد، اما نظریه هنوز در مرحله آزمایشی باقی می‌ماند.

در این فصل رصدهای اخترشناسی را مرور می‌کنیم که می‌خواهند ساختار بزرگ مقیاس عالم را از بررسی‌های نسبتاً محلی تعیین کنند. این آزمونها چیزی درباره ساختار هندسی بزرگ‌مقیاس عالم به ما نمی‌گویند، زیرا تا فاصله‌های به‌اندازه کافی دورگسترش نمی‌یابند. با وجود این، خواهیم دید که چگونه حتی اندازه‌گیری‌های موضعی، در مورد آنچه می‌توانیم درباره بخشهای دور دست عالم بگوییم محدودیت ایجاد می‌کنند. این موضوع شاید متناقض‌نما باشد، اما پیامد فرضهای تقارنی است که در اغلب مدل‌های عالم، به‌ویژه اصل کیهان‌شناختی، در نظر گرفته می‌شود.

در مرتبط ساختن مدل‌های کیهان‌شناختی به این رصدها بیشتر درباره کیهان‌شناسی استاندارد مهبانگ بحث خواهیم کرد. همان‌طور که در فصلهای قبل بحث شد، این مدلها را می‌توان به‌صورت زیر طبقه‌بندی کرد.

■ مارک I مدل فریدمان-لومتر با سیطره گردوغبار با  $k = 0$  و  $\lambda = 0$ . این را مدل اینشتین-دوسیته می‌نامند زیرا اینشتین و دوسیته (۱۹۳۲) پس از تثبیت شدن انبساط عالم هابل مشترکاً از آن دفاع می‌کردند.

■ مارک II مانند مارک I به اضافه انبساط با سیطره تابش پیش از  $t_{eq}$ . جورج گاموف از این مدل برای بحث درباره سنتز هسته آغازین استفاده کرده است.

■ مارک III مانند مارک II است به اضافه تورمی که به  $\Omega_m = 1$  انجامید. این با پیدایش تورم مورد توجه قرار گرفت.

■ مارک IV مانند مارک III به اضافه تورمی که به  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$  انجامید. این هنگامی طرفدار پیدا کرد که مشکلات رصدی مارک III را منتفی ساخت.

■ مارک V مدل فریدمان-لومتر با  $k = -1$  به اضافه یک مرحله اولیه با سیطره تابش و بدون تورم. این را گاهی عالم کم چگالی می نامند و در سالهای ۱۹۷۰ پیش از تورم و ماده تاریک مورد توجه بود، ولی اخیراً در مورد آن اختلاف نظر به وجود آمده است.

همین طور درباره چند کیهان شناسی دیگر نیز بحث کردیم. با این همه، فقط یکی از آنها، یعنی کیهان شناسی حالت شبه پایا (QSSC)، را با مدل های مهبانگ در پس زمینه رصدها بررسی می کنیم.

این آزمونها به اختصار عبارت اند از:

۱. اندازه گیری ثابت هابل،

۲. ناهمسانگردی بزرگ مقیاس میدان سرعت،

۳. توزیع و چگالی ماده در اطراف ما،

۴. سن عالم،

۵. فراوانی هسته های سبک،

۶. نشانه وجود پادماده در عالم،

۷. تابش زمینه ریزموج.

بررسی کیهان شناسی رصدی کنونی چند موضوع را مطرح می کند که رصادان و نظریه پردازان در مورد آنها اختلاف دارند. گاهی نکته های فیزیکی مهم در زیر این انبوه داده های عددی مدفون می شوند. به طوری که تفسیر تازه ای ضروری می شود. رهیافت ما در این کتاب تأکید بر مواردی است که رصدها جزئیات عددی بحث انگیز بسیاری از نمایان می سازند. هر چند کوشیده ایم تا «داده های روزآمد» را ارائه دهیم، اما رصدهای جدیدتر از آنچه در اینجا بررسی شده اند در طول زمان پدید می آیند. امیدواریم هرگاه این واقعه رخ دهد، خواننده بتواند موارد مورد بحث را به داده های جدید مرتبط سازد و ببیند که نتیجه گیریها از آن چه تأثیری می پذیرند.

## ۲.۱۰ اندازه‌گیری ثابت هابل

کیهان‌شناسی جدید با رصدهای هابل، که در فصل ۱ دیدیم، آغاز شد. هابل مقدار  $h_0 \sim 5/3$  را از رصدهای اولیه خود به دست آورد، در حالی که رصدهای کنونی نشان می‌دهد که  $h_0$  در گستره  $0.75 \leq h_0 \leq 1$  قرار دارد. خواننده شاید نه تنها به این فکر بیفتد که چگونه این تغییر بارز طی شش دهه صورت گرفته است، بلکه متوجه این واقعیت نیز بشود که هنوز هم خطای زیادی در مورد مقدار واقعی این پارامتر مهم کیهان‌شناسی جدید وجود دارد. در این بخش می‌کوشیم تا وضعیت را روشن کنیم.

در شروع کار یادآور می‌شویم که ثابت هابل  $H_0$ ، انتقال به سرخ  $z$  مربوط به یک کهکشان نزدیک را به فاصله  $D$  از ما مرتبط می‌سازد:

$$cz = H_0 D. \quad (1.10)$$

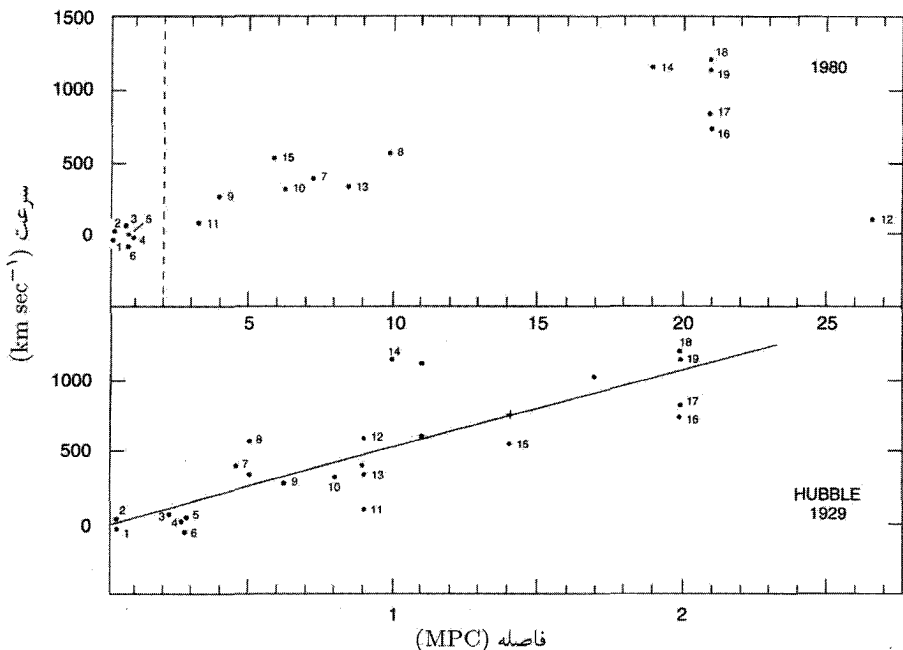
از این رو، اگر  $z$  و  $D$  را برای تعدادی کهکشان اندازه بگیریم (کاری که هابل کرد)، می‌توانیم  $H_0$  را برآورد کنیم. رصدها مقدار  $z$  را نسبتاً دقیق به دست می‌دهند. مشکل وقتی به وجود می‌آید که می‌خواهیم  $D$  را تخمین بزنیم. مقدار بزرگی که هابل به دست آورد ناشی از آن بود که در بررسیهای خود فاصله کهکشانش را بی‌اندازه دست‌کم گرفته بود.

مثلاً، شکل ۱.۱۰، رابطه اولیه هابل را همراه با نمودار همان اجسام برون کهکشانی با برآوردهای فاصله جدید و تجدید نظر شده نشان می‌دهد. خواننده می‌تواند خود تصمیم بگیرد که آیا هابل می‌توانست با داده‌های تجدیدنظر شده رابطه‌ای خطی به دست آورد.

منجمان چگونه فاصله کهکشانش را اندازه می‌گیرند؟ روشهای موجود برای انجام این کار، که همه ناشی از این فلسفه کلی اس. ون دن برگ در سال ۱۹۷۵ است که «همه اندازه‌گیریهای فاصله فراکهکشانی در نهایت مبتنی بر این فرض است که اشیا دور دست قابل تشخیص مانند اجسام از همان نوع‌اند در حوالی ما قرار دارند.» خواهیم دید که این فلسفه در عمل به چه صورت در می‌آید.

## ۱.۲.۱۰ مدول فاصله

قبل از شروع کار، بد نیست مفهوم مدول فاصله را که منجم ستاره‌ای با آن آشناست معرفی کنیم. به خاطر داشته باشید که برای جسمی با درخشندگی  $L$  در فاصله  $D$  از ما، قدرهای مطلق و ظاهری



شکل ۱۰۱ نمودار هابل که در کنار نمودار جدید با فاصله‌های تجدیدنظر شده همان اجسام نشان داده شده است.

از فرمول زیر به دست می‌آیند

$$m = -2.5 \log \left( \frac{L}{4\pi D^2} \right) + \text{const.}, \quad (2.10)$$

$$M = -2.5 \log L + \text{const.} \quad (3.10)$$

مقدار ثابت در (۲.۱۰) را با اختصاص دادن قدر  $m = 0$  به جسمی با  $L/(4\pi D^2) = 2.5 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  ثابت رابطه (۳.۱۰) با تعریف  $M$  به صورت قدر ظاهری جسمی تعیین می‌شود که آن را در فاصله  $1 \text{ pc}$  مشاهده می‌کنیم. بنابراین، اگر  $D$  برحسب پارسک اندازه‌گیری شود، از (۲.۱۰) و (۳.۱۰) داریم

$$m - M = 5 \log D_{\text{pc}} - 5. \quad (4.10)$$

منجم ستاره‌ای معمولاً فاصله‌ها را برحسب پارسک اندازه می‌گیرد. از این رو، رابطه بالا برای او مناسب است. از طرف دیگر، کیهان‌شناس فاصله‌ها را برحسب مگا پارسک اندازه می‌گیرد.



بنابراین، شکل مناسب (۴.۱۰) برای او عبارت است از

$$m - M = 5 \log D_{\text{Mpc}} + 25 = \mu \quad (5.10)$$

که  $\mu$  مدول فاصله است.

اگر در رابطه هابل (۱.۹) بگذاریم  $H_0 = 100 h_0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  و  $c = 2,997929 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ ، به رابطه زیر برای قانون هابل می‌رسیم:

$$\begin{aligned} 5 \log h_0 &= 42,38 + (M - m) + 5 \log z \\ &= 42,38 - \mu + 5 \log z. \end{aligned} \quad (6.10)$$

### مثال

کهکشان‌ی با انتقال به سرخ  $z = 0,1002$  دارای مدول فاصله  $30 \approx$  است. رابطه بالا را می‌توان برای محاسبه  $h_0$  به‌کار برد. محاسبه‌ای ساده ثابت هابل را  $60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \approx$  به‌دست می‌دهد. پس برای برآورد  $h_0$  باید  $\mu$  و  $z$  کهکشان را تعیین کنیم.

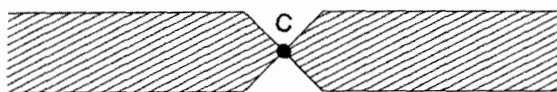
### ۲.۲.۱۰ خاموشی کهکشان‌ی

تعریف‌های بالا این تصحیح مهم را که ناشی از نگرستن به هر کهکشان از میان کهکشان خود ماست نادیده می‌گیرد. بنابراین، شار نور کهکشان خارج از کهکشان ما بر اثر جذب و پراکندگی در آن تا اندازه‌ای کاهش می‌یابد. کاهش شدت نور به چگالی ستونی؛ یعنی فاصله‌ای که نور در کهکشان ما می‌پیماید و چگالی عوامل جاذب و پراکننده مسیر بستگی دارد. چه مقداری را باید به این اثر اختصاص داد؟ بدیهی است که درخشندگی واقعی کهکشان مشاهده‌شده باید بیشتر باشد و قدر مطلق واقعی آن از مقادیر متناظری که بدون توجه به این تصحیح به‌دست آمده‌اند کمتر است. در نتیجه، اگر بخواهیم از فرمول بالا استفاده کنیم در برآورد  $M$  باید آن را به اندازه تابع خاموشی  $A$  کم کنیم. همین‌طور، اگر مقدار  $M$  را برای یک کهکشان دوردست بدانیم، قبل از محاسبه مدول فاصله باید قدر ظاهری اندازه‌گیری شده را به اندازه  $A$  کم کنیم.

رصادان در مورد مقدار  $A$  اتفاق نظر ندارند. ا. سندبیج<sup>۱</sup> و جی. تامان<sup>۲</sup> قانون خاموشی زیر را برای قدرهای آبی به‌کار برده‌اند:

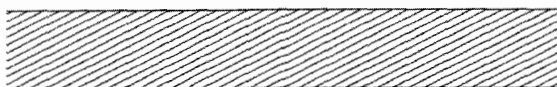
$$A = \begin{cases} 0 & \text{برای } |b| > 50^\circ \\ 0,13(|\text{cosec } b| - 1) & \text{برای } |b| \leq 50^\circ \end{cases} \quad (7.10)$$

سندیج-تامان



(الف)

دووکولورز



(ب)

شکل ۲.۱۰ مدلهای کهکشانی که (الف) سندیج و تامان و (ب) دو وکولورز برای محاسبه خاموشی نور مرئی خارج از کهکشان ما در نظر گرفتند. در مورد اول نبود منطقه هاشوردار در عرضهای زیاد نشان می‌دهد که هیچ خاموشی برای  $|b| > 50^\circ$  وجود ندارد.

در حالی که جی. دو وکولورز از قانون کسکانت یکتواخت زیر

$$a = 0.2^\circ (|\operatorname{cosec} b| - 1) \quad (A.10)$$

برای همه عرضهای کهکشانی  $b$  بهره می‌گیرد. شکل ۲.۱۰ مدلهای کهکشانی زیربنای این فرمولها را نشان می‌دهد. بدیهی است که تصحیحات متفاوت خاموشی می‌توانند به پاسخهای مختلفی برای  $h_0$  بینجامند.

### ۳.۲.۱۰ اندازه‌گیریهای فاصله برون کهکشانی

فاصله سیارات و قمرهای درون منظومه شمسی را می‌توان با استفاده از مثلثات و قانونهای کپلر به دقت اندازه گرفت. فاصله ستارگان تقریباً ۲۵ تا ۵۰ pc را می‌توان به کمک اختلاف منظر مثلثاتی به دست آورد. اگر باز هم دورتر برویم، روش با اعتبار بیشتر بر مبنای زنجیره اصلی هیادهاست. مقایسه زنجیره اصلی خوشه هیادها با زنجیره‌های اصلی خوشه‌های دورتر در کهکشان ما امکان اندازه‌گیری فاصله‌های ستارگان را در این خوشه‌ها فراهم می‌سازد. به هر حال، این روشها در فراتر از کهکشان ما عملی نیستند. بنابراین، روشهای جدیدی برای اندازه‌گیری فاصله‌های برون کهکشانی ضروری است. در زیر به بحث درباره برخی از آنها می‌پردازیم.

(الف) متغیرهای قیفاووسی. متغیرهای قیفاووسی گروهی از ستارگان هستند که درخشندگی آنها در حدود  $10^\circ$  درصد، اما با نظم بسیار زیاد، تغییر می‌کند. پس می‌توان دوره  $P$  را به یک چرخه تغییرات هر متغیر قیفاووسی نسبت داد. اولین ستاره از این نوع، به نام  $\delta$ ی قیفاووسی را جان گودریکه<sup>۱</sup> در سال ۱۷۸۴ کشف کرد. او به واسطهٔ ابتلای به یک تب در کودکی کر و لال بود، بر این معلولیتها غلبه کرده و منجمی رصدی شده بود. کشف او در سال ۱۷۸۴ را این مشاهده تأیید کرد که شدت نور ستاره بین کمینه و بیشینه با ضریب دو تغییر می‌کند. از آن پس ستارگان از این نوع را متغیرهای قیفاووسی یا صرفاً قیفاووسی می‌نامند. شکل ۳.۱۰ نشان می‌دهد که چگونه اندازه و شدت یک قیفاووسی به صورت تپنده تغییر می‌کند. معمولاً ستاره‌ای چون قیفاووسی  $\delta$  وقتی می‌تپد که اختلالی داخلی در ساختار آن توازن بین نیروی فشار هیدروستاتیک و گرانی را برهم زند. در اینجا وارد جزئیات این فرایند نمی‌شویم، بجز اینکه بگوییم، ناشناخت فعلی از ساختار ستاره‌ای می‌توان توضیحی نه تنها برای تپش ستاره بلکه برای ویژگی بسیار مهمی ارائه کرد که قیفاووسیها را برای اندازه‌گیری فاصلهٔ میان کهکشانی چنان سودمند می‌سازد.

این ویژگی را هنریتا لتادیت<sup>۲</sup> در سال ۱۹۱۲ کشف کرد و رابطهٔ یکتایی را بین  $P$  و درخشندگی میانگین  $L$  نشان می‌دهد. شکل ۴.۱۰ این رابطه را نشان می‌دهد که می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد

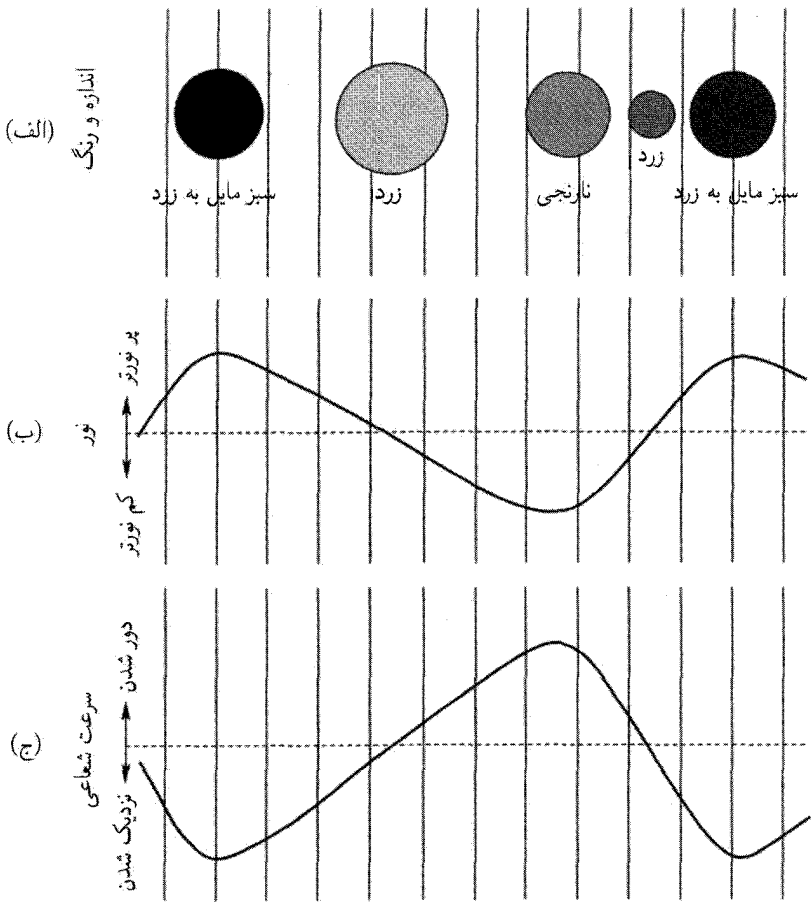
$$\langle M_V \rangle = a + b \log_{10} P \quad (9.10)$$

که  $\langle M_V \rangle$  قدرمطلق میانگین قیفاووسی است و دورهٔ نوسان برحسب روز اندازه‌گیری می‌شود. باز هم وارد جزئیات کوششهای انجام‌شده در جهت اندازه‌گیری دقیق  $a$  و  $b$  در میان چند خطای رصدی نمی‌شویم. کار پیشگامانهٔ در این زمینه را آیتار هرتسپرانگ<sup>۳</sup> و هارلو شیپلی انجام دادند.

چون قیفاووسی‌ها پرنور و متغیرند، می‌توان آنها را در کهکشانهای نزدیک به راحتی آشکارسازی کرد. بنابراین، اگر یکی از آنها را در کهکشانی آشکارسازی کنیم و دوره‌اش را اندازه بگیریم، می‌توانیم درخشندگی  $L$  و در نتیجه قدر مطلق  $M$  آن را به دقت برآورد کنیم. سپس از روی  $(5.10)$  مدول فاصله و در نتیجه فاصلهٔ کهکشانی که در آن قرار دارد به دست می‌آید.

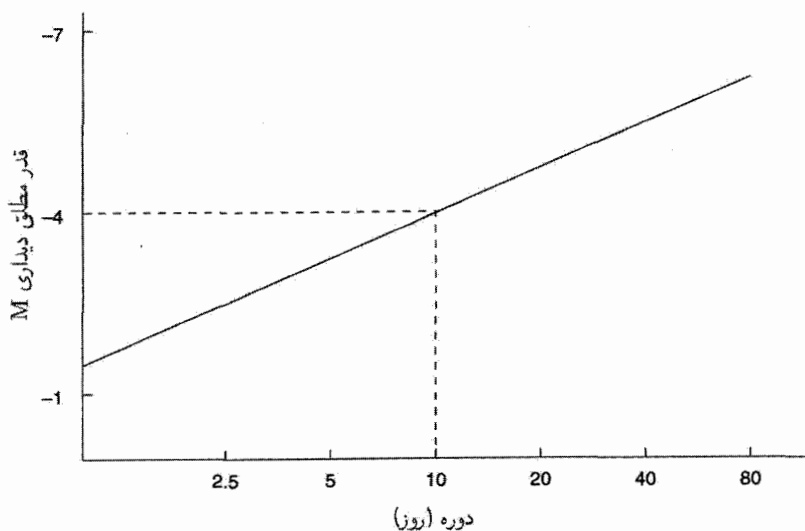
به کمک قیفاووسی‌ها بود که هابل نشان داد کهکشانهایی خارج از کهکشان ما وجود دارد. کارهای اولیهٔ او که به کشف انبساط عالم انجامید نیز بر مبنای قیفاووسی‌ها بود. این روش ما را تا فاصله‌های  $10 \text{ Mpc}$  می‌برد؛ یعنی تا کهکشانهایی که در حوالی ما قرار دارند.

با این همه، مشکلی وجود داشت که باعث شد هابل با این روش فاصله‌ها را بسیار دست کم بگیرد؛ دو نوع قیفاووسی وجود داشت که یکی متعلق به ستارگان جمعیت I کهکشان بود و نوع



شکل ۳.۱۰ نموداری که نوسانهای اندازه، شدت و سرعت شعاعی یک ستاره متغیر قیفاووسی را نشان می‌دهد.

دیگر به ستارگان جمعیت II مربوط می‌شد. منحنیهای نور و طیفهای این دو نوع تفاوت داشتند و درخشندگی گروه اول در حدود چهار برابر گروه دوم بود. والتر باده متوجه این تفاوت شد و آن را در سال ۱۹۵۲ تذکر داد و این به بازنگری در جهت کم کردن ثابت هابل انجامید. حتی امروز تفاوتی بین برآوردهای  $a$  و  $b$  وجود دارد که رصادان مختلف به دست آورده‌اند. مثلاً، ام. فیست<sup>۱</sup> و کچپول<sup>۲</sup> به دست آورده‌اند  $a = -۱,۴۳$  و  $b = -۲,۸۱$ ، در حالی که تنویر<sup>۳</sup> به دست آورده است  $a = -۱,۳۸$  و  $b = ۲,۷۷$ .

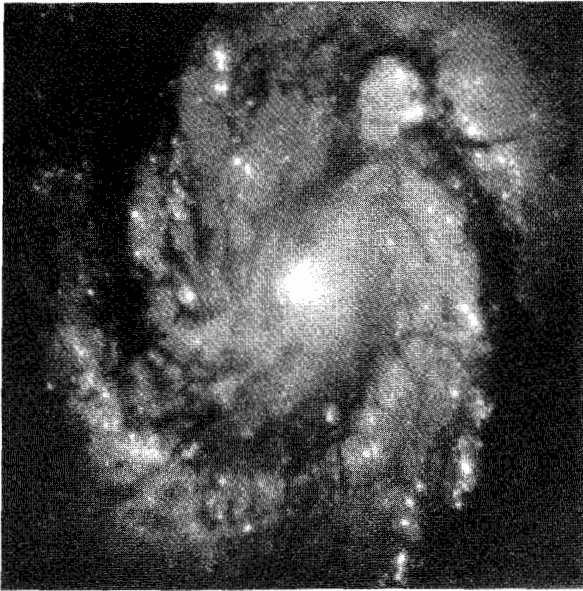


شکل ۴.۱۰ درخشندگی میانگین که در مقیاس لگاریتمی برحسب دوره برای تعدادی از متغیرهای قیفاووسی رسم شده است. خط راست نشانگر این واقعیت است که درخشندگی این ستارگان با زیاد شدن دوره افزایش می‌یابد، این ویژگی محاسبه درخشندگی قیفاووسی‌های دوردست را با اندازه‌گیری دوره آنها امکان‌پذیر می‌سازد. بنابراین، در شکل بالا یک قیفاووسی با دوره ۱۰ روز دارای قدر مطلق  $M = -4$  خواهد بود.

از طرف دیگر، با استفاده از تلسکوپ فضایی هابل<sup>۱</sup> (HST) امکان مشاهده قیفاووسی‌ها در کهکشانهای دورتر فراهم شد. در واقع، یکی از طرحهای کی<sup>۲</sup> HST برآورد مقدار  $H_0$  با خطای ۱۰٪ بود. پژوهشگران اصلی در این تیم بسیار بزرگ وندی فریدمن<sup>۳</sup>، رابرت کنیکات جونور<sup>۴</sup> و ریچارد مولد<sup>۵</sup> بودند. اولین گام در پژوهش آنها استفاده از قیفاووسیهای کهکشانی مارپیچی M100 در خوشه سنبله بود (نگاه کنید به شکل ۵.۱۰ و ۶.۱۰). آنها در سال ۱۹۹۴ نتیجه‌ای را بر مبنای ۲۰ قیفاووسی موجود در M100 اعلام کردند. مقدار ثابت هابل آنها  $17 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \pm 8\%$  بود. این مقدار بعدها با استفاده از روشی که در آن قیفاووسی‌ها دخیل بودند به گستره  $7\% - 8\% \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  کاهش یافت.

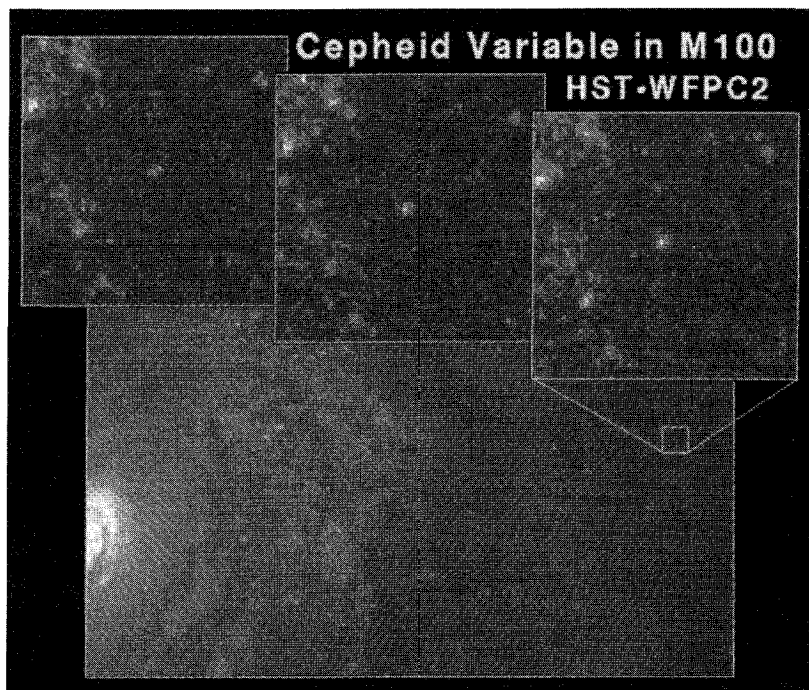
(ب) روشنترین ستاره. در این روش اندازه‌گیری کهکشانهای دوردست از این فرض استفاده می‌شود که در کهکشانهای مارپیچی Sc مشابه با درخشندگی قابل مقایسه، روشنترین ستاره دارای درخشندگی قابل مقایسه نیز هستند. این ستارگان کدام‌اند؟ می‌توان نشان داد که، وقتی ستاره‌ای با

1. Hubble Space Telescope      2. key projects      3. Wendy Freedman  
4. Robert Kennicutt Jr      5. Richard Mould



شکل ۵.۱۰ کهکشان مارپیچی  $M_{100}$  در خوشه سنبله که فاصله‌اش را HST در طرح کی، با استفاده از روش قیفاووسی‌ها، اندازه گرفته است. تصویر HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به‌وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیقات نجومی آن را اداره می‌کند.

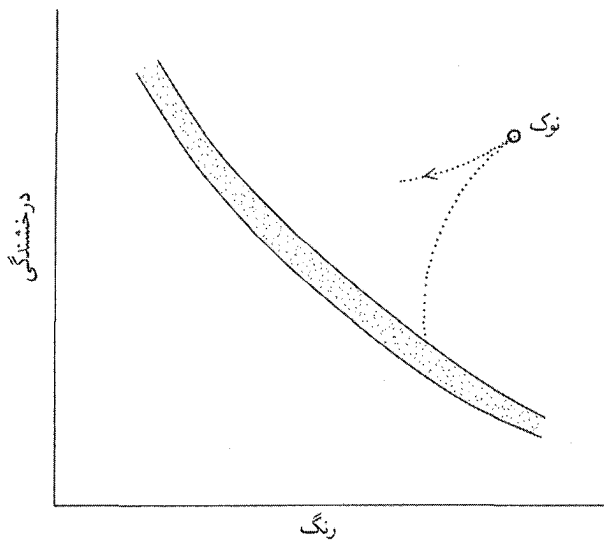
جرم نسبتاً کم به تمام کردن سوخت هیدروژنی هسته‌اش نزدیک شود، همجوشی هیدروژن به هلیوم در پوسته‌ای که این هسته را احاطه کرده است آغاز می‌شود. با افزایش اندازه پوسته درخشندگی ستاره افزایش می‌یابد و، در نمودار هرتسپرانگ-راسل (HR)، شروع به بالا رفتن در شاخه غول می‌کند (نگاه کنید به شکل ۷.۱۰). خاکستر هلیوم تولید شده در پوسته به داخل هسته می‌ریزد، بنابراین جرم و اندازه آن افزایش می‌یابد. وقتی جرم هسته به مقدار بحرانی  $\sim 0.4 M_{\odot}$  رسید، همجوشی هلیوم به سرعت آغاز می‌شود. این پدیده را درخش هلیوم می‌نامند. با این همه، درخشندگی زیاد ستاره فقط مدت کوتاهی دوام می‌آورد، و پس از آن ستاره کم‌نورتر می‌شود و در شاخه غول پایین می‌رود. سرانجام، در امتداد شاخه افقی نمودار HR به حرکت درمی‌آید تا ذخیره هلیوم آن مصرف شود. نوک شاخه غول است که مرحله‌ای را مشخص می‌کند که ستاره در روشنترین وضعیت است. چون درخشندگی آن ناشی از پوسته هلیوم با جرم بحرانی است، مقدار آن از یک ستاره به ستاره دیگر ثابت است. این شمع استاندارد است که کیهان‌شناس برای برآورد فاصله‌ها به‌کار می‌برد. چون اینها روشنترین ستارگان هستند، می‌توان آنها را در کهکشانهای دوردست‌تر تشخیص داد، که در آنها قیفاووسی‌ها را (که بسیار کم‌نورند) نمی‌توان دید و همین‌طور لازم نیست منتظر نوردهی



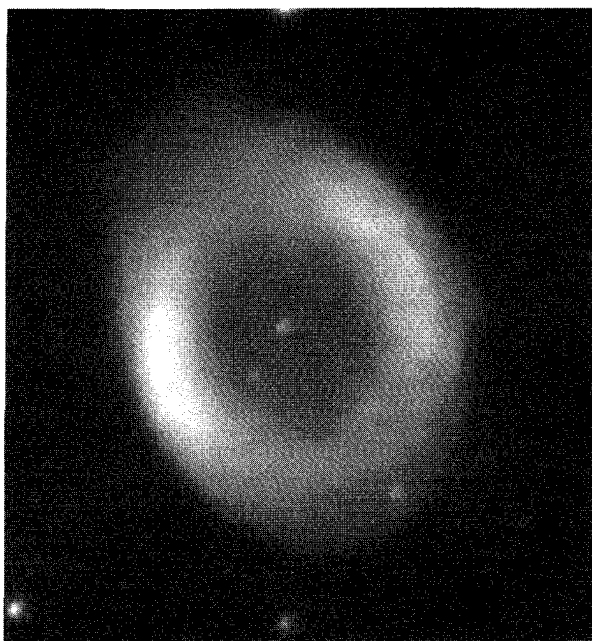
شکل ۶.۱۰ شدت ستاره متغیر قیفاووسی که HST در M100 آشکار ساخته است. به تغییر شدت که قابهای کنار هم توجه کنید. تصویر HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیقات نجومی آن را اداره می‌کند.

چندباره تصویرها شویم که برای قیفاووسیها ضروری است، پس این روش دارای امتیاز بارز است. مثلاً، هابل دریافت که روشنترین ستارگان کهکشانهای M31 و M33 به طور قابل ملاحظه‌ای روشنتر از روشنترین قیفاووسیها هستند. در واقع، این روش ما را، تنها به کمک رصد از تلسکوپیهای روی زمین، تا مرکز خوشه کهکشانهای سنبله، یعنی تا فاصله‌های ۱۵-۱۰ Mpc ~ جلو می‌برد.

(ج) سحابیهای سیاره‌ای. سحابیهای سیاره‌ای (PN؛ نگاه کنید به شکل‌های ۱۰.۸ تا ۱۰.۱۰) را پوسته‌های گازی تشکیل می‌دهند که از بخشهای خارجی پوش ستارگان، در مراحل نهایی تکوین پرتاب می‌شود. در این مرحله ستاره غول سرخی است که پوش آن منبسط و پخشیده و هسته آن منقبض و داغتر می‌شود. به طوری که در یک مرحله شروع به گسیل فوتونهای فرابنفشی می‌کند، که پوسته گسیلیده را یونیده کرده و باعث درخشان شدن آن می‌شوند. مرحله سحابی سیاره‌ای تقریباً گذراست، و بیش از حدود ۲۵۰۰۰ سال به طول نمی‌انجامد. برآورده شده که ممکن است حدود ۵۰۰۰۰ سحابی سیاره‌ای در کهکشان ما وجود داشته باشد. تابع درخشندگی آنها، یعنی، تعداد



شکل ۷.۱۰ نوک شاخهٔ غول در این نمودار HR نشان داده شده است، که در آن درخشندگی ستاره بیشینه است.

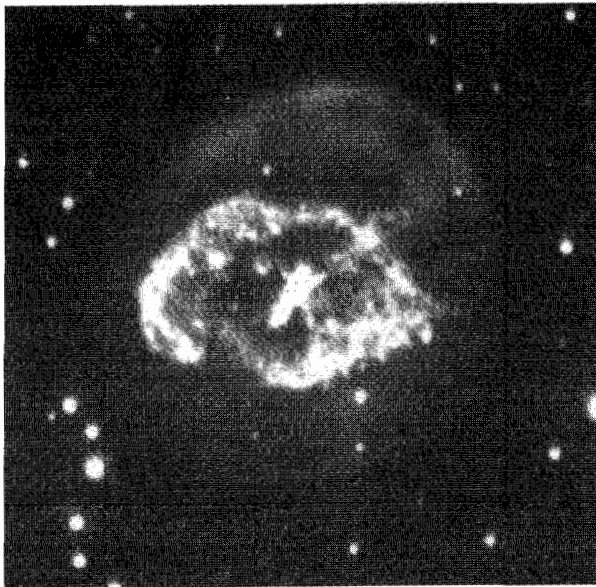


شکل ۸.۱۰ سحابی سیاره‌ای M۵۷، به نام «سحابی حلقه‌ای».

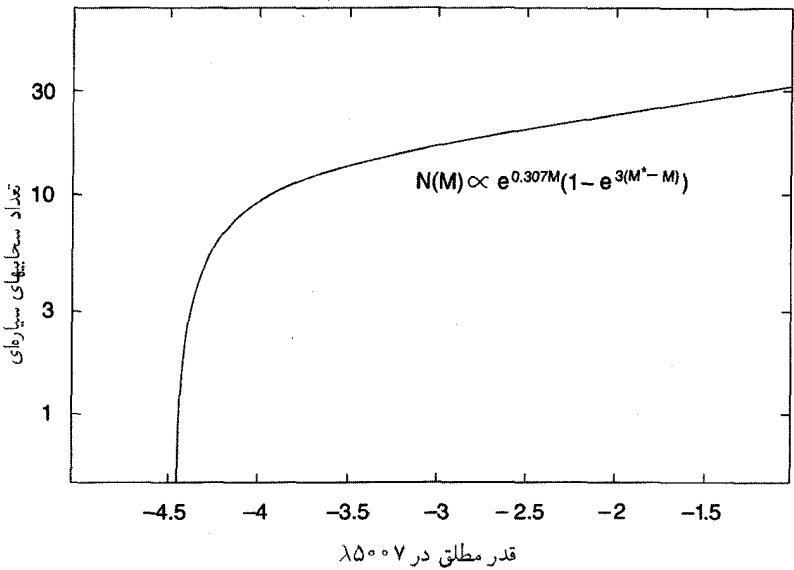




شکل ۹.۱۰ سحابی سیاره‌ای آبل ۳۹. از وبسایت <http://www.noao.edu/image-gallery/html/im0636.html> of WIYN/NOAO/NSF.



شکل ۱۰.۱۰ سحابی سیاره‌ای آبل ۷۸.



شکل ۱۱.۱۰ تابع درخشندگی سحابیهای سیاره‌ای. به قطع‌شدگی تابع در قدر معین توجه کنید که مثل درخشندگی شمع استاندارد عمل می‌کند.

PN موجود درگستره قدرمطلق  $(M, M + dM)$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N(M)dM = N_0 \exp(0.307M) \{1 - \exp[3(M^* - M)]\} dM \quad (10.10)$$

که  $N_0$  مقداری ثابت و  $M^*$  قدرمطلق روشنترین PN است.

گرچه نمی‌توان هیچ نوع از سحابی سیاره‌ای را به‌عنوان شمع استاندارد مشخص کرد، اما می‌توان از موقعیتهایی استفاده کرد که شکل تابع درخشندگی در همه کیهکشانها یکسان به نظر می‌رسد. همان‌طور که شکل ۱۱.۱۰ نشان می‌دهد، نوعی قطع در تابع درخشندگی در یک قدر معین وجود دارد، که می‌تواند به‌عنوان شمع استاندارد عمل کند. این کار را می‌توان با آشکارسازی تعداد کافی از سحابیهای سیاره‌ای در بخش نسبتاً تخت تابع درخشندگی انجام داد. قدر مطلق این در حدود  $-4.5$  است، که امکان استفاده از این روش را برای برآورد فاصله‌های تا حدود  $20 \text{ Mpc}$  فراهم می‌سازد. جورج جاکوبی<sup>۱</sup> و همکاران فاصله ما از مرکز خوشه سنبله را  $15.8 \pm 0.9 \text{ Mpc}$  برآورد کرده‌اند.

(د) منطقه‌های  $H-II$ . منطقه‌های  $H-II$  حوزه‌های بزرگی از هیدروژن یونیده هستند. این

1. George Jacoby

حوزه‌ها را نه تنها در کهکشان ما بلکه در سایر کهکشانها نیز می‌توان یافت. قطر خطی بزرگترین ناحیه H-II، یا باز هم بهتر اندازه میانگین خطی سه تا از بزرگترین منطقه‌های H-II، با درخشندگی و گروه درخشندگی کهکشان مادر (نگاه کنید به بخش ۳.۱) شدیداً تغییر می‌کند. برای کهکشانهای کوتوله این اندازه میانگین به کوچکی ۷۵ pc است، در حالی که برای کهکشانهای اَبَرغول این اندازه تا ۴۶۰ pc بالا می‌رود. با مقایسه اندازه‌های زاویه‌ای این منطقه‌های H-II در کهکشانهای دور و نزدیک از یک نوع، می‌توان نسبت فاصله‌های آنها را تخمین زد. سپس، اگر فاصله کهکشان نزدیک را بدانیم، می‌توانیم فاصله کهکشان دور را برآورد کنیم. توجه کنید که این روش، برخلاف روشهای دیگری که تاکنون ذکر کردیم، برای تعیین فاصله به جای درخشندگی از اندازه استفاده می‌کند.

(ه) اَبَرنواخترهای نوع II. روش جدید مبتنی بر اَبَرنواخترها اخیراً نویدبخش قابلیت اطمینان بوده است و به فرضهای دلخواه چندانی نیاز ندارد. اصولاً، در این روش تعیین شار واقعی نوری دخیل است که شیدسپهر ستاره در حال انفجار را در بسامدهای مختلف ترک می‌کند، و به روشهای گام به گام سایر روشهای تعیین فاصله بستگی ندارد. این روش متشکل از اندازه‌گیریهای آهنگ انبساط شیدسپهر اَبَرنواختر است، و از روشهای مختلف مورد استفاده دلبیو. باده در سال ۱۹۲۶ برای ستارگان متغیر بهره می‌گیرد.

اگر شیدسپهر (نگاه کنید به شکل ۱۲.۱۰) را تقریباً یک جسم سیاه با دمای  $T$  و شعاع  $R$  در نظر بگیریم، و فرض کنیم که فاصله‌اش از ما  $D$  است، اندازه زاویه‌ای  $\theta$  و چگالی شار  $f(\nu)$  در بسامد  $\nu$  مربوط به آن عبارت خواهد بود از

$$\theta = \frac{R}{D} \quad (۱۱.۱۰)$$

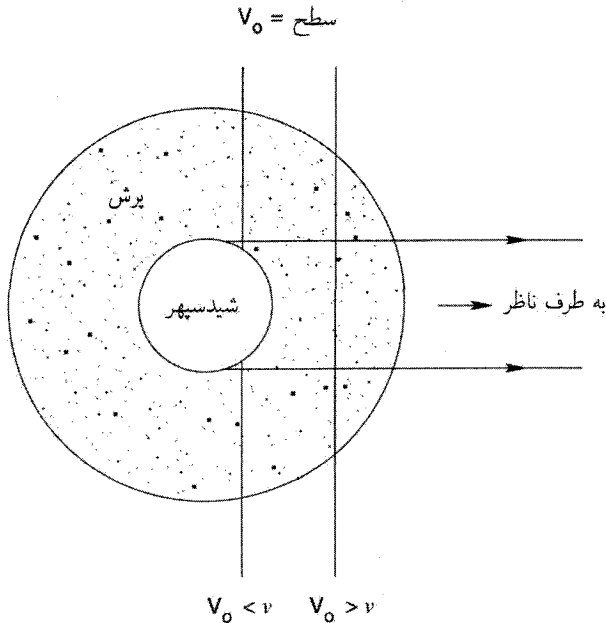
$$f(\nu) = \frac{R^2}{D^2} \frac{2\pi h\nu^3}{c^2(e^{h\nu/(kT)} - 1)} \quad (۱۲.۱۰)$$

(در اینجا انتقال به سرخ را نادیده گرفته‌ایم.)

از این رو، از (۱۱.۱۰) و (۱۲.۱۰) به دست می‌آوریم

$$\theta = \left( \frac{f(\nu)c^2(e^{h\nu/(kT)} - 1)}{2\pi h\nu^3} \right)^{1/2} \quad (۱۳.۱۰)$$

بنابراین، اگر  $f(\nu)$  و  $T$  را اندازه بگیریم می‌توانیم  $\theta$  را به دست آوریم. به علاوه، اگر  $R$  را اندازه بگیریم،  $D$  را از (۱۱.۱۰) به دست می‌آوریم. روشهای طیفی طیف پیوستاری اَبَرنواختر برآوردی



شکل ۱۲.۱۰ منطقه سایه‌دار پوش در حال انبساط ذرات پراکنده اطراف شیدسپهر است. سطوح با سرعت ثابت  $V_0$  ذرات موجود در این پوش نسبت به ناظر (در شرایط ایده‌آل) به صورت صفحه نشان داده شده است. در صفحه طرف چپ  $V_0$  کمتر از سرعت شیدسپهر  $v$  است، در حالی که برای صفحه سمت راست  $V_0 > v$  است. انتقال از  $v < V_0$  به  $V_0 > v$  را می‌توان به میزان پراکندگی حاصل از ذرات موجود در پوش مرتبط ساخت و در نمایه‌های خطی آبرنواختر به صورت تھی شدگیهای متغیر دیده می‌شوند. بررسی این نمایه‌ها به منجم این امکان را می‌دهد که مقدار  $v$  را تثبیت کند.

خوبی را از  $T$  به دست می‌دهد. برای اندازه‌گیری  $R$ ، از پی. کیرشنر<sup>۱</sup> و جی. کوان<sup>۲</sup> روش زیر را پیشنهاد کرده‌اند.

در این روش آهنگ انبساط شیدسپهر را با مقدار ثابت  $v$  تقریب می‌زنیم، به طوری که اگر انبساط در  $t = t_0$  آغاز شده باشد که در آن  $R = R_0$  است، شعاع در زمانهای بعد از رابطه زیر به دست می‌آید

$$R = v(t - t_0) + R_0. \quad (14.10)$$

(ثابت بودن  $v$  را این واقعیت توجیه می‌کند که فشار محیط میان ستاره‌ای ناچیز و انبساط آن تقریباً آزاد است). شیدسپهر را جو رقیقی احاطه کرده است که اتمهای آن تابش شیدسپهر را پراکنده

می‌سازند. همان‌گونه که در شکل ۱۲.۱۰ شد، مشاهده‌ی نمایه‌های خطی ما را قادر می‌سازد تا  $v$ ، سرعت انبساط شیدسپهری، را اندازه بگیریم، زیرا در جو در حال انبساط بعضی اتمهای پراکنده با سرعت بیشتر و بعضی از آنها با سرعت کمتر از سرعت حرکت شیدسپهر به طرف ناظر حرکت می‌کنند. بنابراین، در فرایند پراکندگی اثر دوپلر مختصری موجود است، و این موضوع در نمایه‌های جذب خط تأثیر می‌گذارد.

سرعت شیدسپهری  $v$  متناظر با سرعتی است که در آن تهی شدن پیوستار، در صورتی که تیر و خوش تعریف باشد، بیشینه است. اگر این پیوستار تیز نباشد، بلکه پاستیغ تختی داشته باشد، لبهٔ سرخ پاستیغ تهی شده نشانگر سرعت شیدسپهری است.

ادعا شده است که این فرایند نسبتاً بدون ابهام و عاری از عدم قطعیت‌هایی است که در مورد روشهای دیگر وجود دارد. این روشها به اجسامی نیاز دارد که «شبه هم به نظر برسند» و پارامترهای فیزیکی نظیر درخشندگی و اندازهٔ آنها «یکسان» باشد. به هر حال، این روش به یک رشته رصدهای خوب در مورد ابرنواخترها نیاز دارد که ممکن است برای کهکشانی که می‌خواهیم فاصله‌اش را اندازه بگیریم موجود نباشد.

(و) رابطهٔ تالی-فیشر. در سال ۱۹۷۷ ار. بی. تالی<sup>۱</sup> و جی. ار. فیشر<sup>۲</sup> همبستگی خوبی را بین درخشندگی یک کهکشان مارپیچی و عرض خط ۲۱ سانتی‌متری آن به دست آوردند که به نوع کهکشان بستگی ندارد. بنابراین، اگر نمایهٔ خط ۲۱ سانتی‌متری را برای یک مارپیچ دور تعیین کنیم، می‌توانیم درخشندگی آن را تخمین بزنیم. البته رابطهٔ بین این دو پارامتر فیزیکی شاید بی‌پایه به نظر برسد، اما می‌توان به صورت زیر آن را منطقی ساخت.

اگر کهکشان بچرخد نمایهٔ خط ۲۱ سانتی‌متری پهن می‌شود. اگر زاویهٔ میل صفحهٔ کهکشان در خط دید ما  $i$  و سرعت چرخش بیشینهٔ کهکشان  $T_m$  باشد، عرض دوپلری خط برابر خواهد بود با

$$w = \frac{2V_m \sin i}{c}. \quad (15.10)$$

با استفاده از نیروی گرانشی جرم  $M$  در فاصلهٔ برابر با شعاع  $R$  برای به وجود آوردن چرخش  $V_m$  یک منطقهٔ نوعی H-I، به دست می‌آوریم

$$M = V_m^2 R / G. \quad (16.10)$$

در اینجا  $V_m$  را با منحنی چرخشی تخت برای کهکشان مشخص می‌کنیم (نگاه کنید به فصل ۱). با فرض اینکه نسبت جرم-به-نور کهکشان  $k$  برای تمام کهکشانهای از یک نوع یکسان باشد،

درخشندگی کهکشان را به صورت زیر به دست می آوریم

$$L = \frac{V_m^2 R}{kG} \quad (۱۷.۱۰)$$

سپس فرض می کنیم که همه کهکشانهای این گروه دارای روشنایی سطحی یکسان  $\Sigma = L/(\pi R^2)$  باشند، به طوری که از ترکیب رابطه های بالا به دست آوریم

$$L = \frac{1}{\pi k^2 \Sigma G^2} V_m^2 \propto V_m^4 \quad (۱۸.۱۰)$$

سپس، با بهره گیری از رابطه (۱۵.۱۰)، رابطه تالی-فیشر ایده آل زیر را به دست می آوریم

$$M_G = -10 \log V_m + b = -10 \log \left( \frac{w}{r \sin i} \right) + b \quad (۱۹.۱۰)$$

که  $M_G$  قدرمطلق کهکشان و  $b$  مقداری ثابت است.

رابطه تالی-فیشر تجربی به صورت زیر نوشته می شود

$$M_G = -a \log \left( \frac{w}{r \sin i} \right) + b \quad (۲۰.۱۰)$$

که  $a$  و  $b$  ثابتهایی هستند که از رصدها به دست می آیند.

این روش یک مسئله عملی دارد. برای اجتناب از جذب داخلی در کهکشان باید در حالت ایده آل از روبه رو به آن نگاه کرد. با این همه، عرض خط برای کهکشانهای مارپیچی هنگامی به بهترین صورت تعیین می شود که از پهلو به آنها نگاه کنیم، که در این صورت جذب داخلی در کهکشان بزرگ است. بنابراین، رصاد مجبور است از مارپیچی هایی استفاده کند که با زاویه ای به آنها می نگرد و در عین حال عرض خط قابل اعتمادی را به دست می آورد. فاصله گروههای MA۱ و M۱۰۱ به این ترتیب و پس از استفاده از داده های مربوط به کهکشانهای نزدیکتر M۳۱ و M۳۳ برای درجه بندی به دست آمده است. این روش نیز ما را تا فاصله های  $10^0 \text{ Mpc} \sim$  می برد.

(ز) روش فیبر-جکسون و صفحه بنیادی. روش تالی-فیشر در مورد مارپیچی هایی به کار می رود که چرخش قابل ملاحظه ای از خود نشان دهند. اما برای کهکشانهای بیضوی چطور؟ این کهکشانها نمی چرخند و حاوی مقدار گاز بسیار کمی هستند، بنابراین ابرهای هیدروژن خنثی در آنها موجود نیست. در سال ۱۹۷۶ ساندرا فیبر<sup>۱</sup> و رابرت جکسون<sup>۲</sup> روشی را یافتند که در مورد کهکشانهای بیضوی به کار می رود و شبیه روش تالی-فیشر برای کهکشانهای مارپیچی است. در

این روش درخشندگی  $L$  کهکشان به سرعت پاشیدگی  $\sigma$  رابط داده می‌شود که عمدتاً در ناحیه مرکزی یک کهکشان بیضوی وجود دارد. از قضیه ویريال می‌دانیم که، در حالت تعادل دینامیکی، همپاری تقریبی بین انرژی جنبشی ( $T$ ) حرکت کاتوره‌ای و انرژی پتانسیل گرانشی ( $\Phi$ ) وجود دارد، که با رابطه  $2T + \Phi = 0$  نشان داده می‌شود. برای توزیع یکنواخت جرم کل  $M$  و شعاع  $R$ ، این رابطه به صورت زیر درمی‌آید

$$\sigma^2 = \frac{GM}{\Delta R}. \quad (21.10)$$

با فرض همان فرضهای نسبت جرم-به-نور رابطه (۱۷.۱۰) و روشنایی سطحی میانگین ثابت رابطه (۱۸.۱۰)، به دست می‌آوریم

$$L = \text{const.} \times \sigma^4. \quad (22.10)$$

این رابطه فیبر-جکسون است. با اندازه‌گیری  $\sigma$ ، می‌توان  $L$  و در نتیجه فاصله کهکشان بیضوی را به دست آورد.

با این همه، کاربرد این رابطه در مورد کهکشانهای پراکندگی قابل ملاحظه‌ای را در اطراف رابطه اصلی نشان می‌دهد، که نشانگر آن است که شاید پارامترهای اضافی وجود دارند که در نظر گرفته نشده‌اند. در سال ۱۹۸۷ جورج دیورگوسکی<sup>۱</sup> و مارک دیویس<sup>۲</sup> نشان دادند که، به جای درخشندگی  $L$ ، باید از دو پارامتر استفاده کرد:  $R_e$ ، شعاع مؤثر کهکشان بیضوی، و  $I_e$  روشنایی سطحی میانگین در داخل این شعاع. در این صورت رابطه تنگاتنگی بین  $\sigma$ ،  $R_e$  و  $I_e$  به وجود می‌آید که می‌توان آن را به صورت رابطه خطی بین لگاریتمهای آنها نوشت

$$\log R_e = 1.36 \log \sigma - 0.85 \log I_e. \quad (23.10)$$

این رابطه خطی «صفحه‌ای» را در مقیاس لگاریتمی در فضای سه‌بعدی مربوط به سه کمیت بالا نشان می‌دهد، صفحه‌ای که آن را صفحه بنیادی کهکشانهای بیضوی می‌نامند. بنابراین، با استفاده از این روش می‌توان  $R_e$  را برای کهکشان بیضوی برآورد کرد و سپس، با استفاده از اندازه زاویه‌ای آن، فاصله‌اش را به دست آورد.

همین‌طور می‌توان، با محدود ساختن خود به ناحیه مرکزی کهکشان بیضوی، شکل تنگاتنگتری از رابطه فیبر-جکسون را به دست آورد. گروه منجمان معروف به «هفت سامورایی» که در بخش بعد با آنها آشنا خواهیم شد، با محدود کردن خود به بخشی که در آن میانگین روشنایی سطحی کل

در مقیاس قدر  $20/75^m$  به ازای مربع ثانیه کمانی می‌شد، منطقه را انتخاب کردند. با نشان دادن قطر این منطقه (دایره‌ای) با  $D_n$ ، آنها همبستگی تنگاتنگی را بین  $D_n$  و  $\sigma$  به دست آوردند. (ح) روشنترین کهکشان در خوشه. اگر هزار کهکشان غیرعادی در خوشه سنبله را در نظر بگیریم، یکی از آنها، M۸۷، به طور قابل ملاحظه‌ای از بقیه روشنتر و پرجرمتر و بزرگتر است. این یک کهکشان بیضوی است. ا. سندیج متوجه شد که خوشه‌های دورتر نیز شامل کهکشانهای بیضوی غالب مشابهی هستند. با این فرض (تأیید شده با رصد خوشه‌های نزدیک) که این بیضویها درخشندگی قابل مقایسه‌ای دارند، می‌توانیم M و در نتیجه مدول فاصله خوشه‌های تا فاصله  $1000 \text{ Mpc}$  را برآورد کنیم.

(ط) ابرنواختر نوع Ia. ابرنواخترهای نوع Ia، برخلاف ابرنواختر نوع II، ناشی از کوتوله‌های سفیدند. وقتی یک کوتوله سفید موجود در یک دوتایی دارای جرم نزدیک به حد چاندراسکار<sup>۱</sup> ماده را از همدمش جذب کند، دستخوش ناپایداری شده و منفجر می‌شود. یک ابرنواختر نوع II پس از انفجار هسته‌ای را به جا می‌گذارد؛ اما ابرنواختر نوع Ia باعث نابودی کامل ستاره می‌شود. همین‌طور، در ابرنواختر نوع اول، نوترینوها حامل بخش عمده انرژی انفجار هستند، در حالی که در نوع دوم مؤلفه ایتیکی بسیار بزرگتر است. بدین سبب است که ابرنواخترهای نوع Ia در قله خود بسیار پرنورتر از سایر ابرنواخترها هستند. شکل  $13.10$  نمونه منحنی نور را برای این نوع ابرنواختر نشان می‌دهد. توجه کنید که قدر قله نزدیک به  $M_{\max} = -19.5$  است.

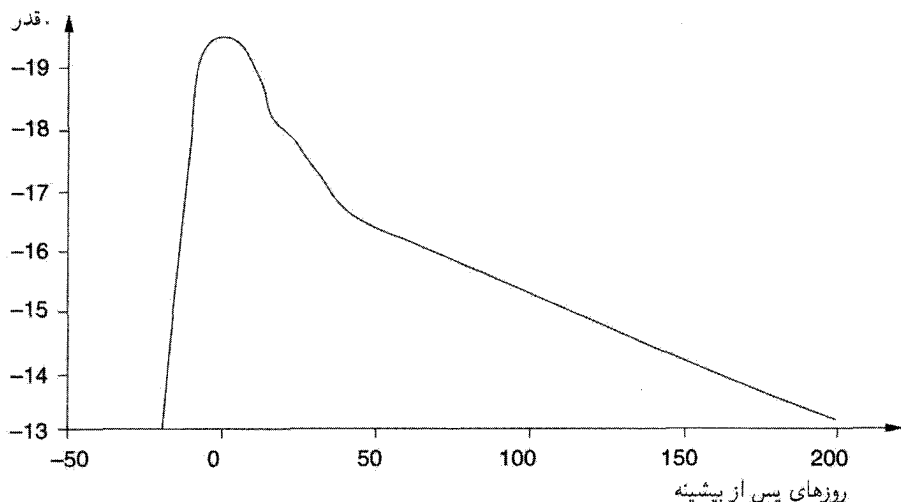
آلن سندیج و همکاران قدر قله این ابرنواخترها را به صورت منظم بررسی کردند و آن را با روش اندازه‌گیری فاصله با استفاده از قیفاووسها مقایسه کردند. قدر قله دارای پاشیدگی مختصر است. مثلاً، می‌تواند از مرتبه  $0.15$   $\Delta M_{\max}$  باشد. این مقادیر را فقط باید نشانه‌ای در نظر گرفت، چون در حال حاضر برآوردها بهبود قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کنند.

بنابراین، ابرنواخترهای نوع Ia شمعی‌های استاندارد را برای اندازه‌گیری فاصله‌های بسیار بیش از  $1000 \text{ Mpc}$  در اختیار می‌گذارند. نقطه ضعف آنها نامتداول بودن این نوع رویداد است و در نتیجه پایگاه داده‌ها به‌کندی افزایش می‌یابد. نقطه ضعف دیگر آن است که، همان‌طور که شکل  $13.10$  نشان می‌دهد، مرحله با درخشندگی زیاد دوام چندانی ندارد. در فصل بعد پس از بحث درباره رابطه ثابت هابل در انتقال به سرخهای زیاد، دوباره به این اندازه‌گیریهای فاصله باز خواهیم گشت.

### ۴.۲.۱۰ ثابت هابل

باید اذعان کرد که آنچه در بالا گفته شد دست‌وپا شکسته و ناقص است. مثلاً، روش اف‌ت‌و‌خیزهای روشنایی سطحی، روش تابع درخشندگی خوشه‌های گویسان، استفاده از عدسیهای گرانشی،

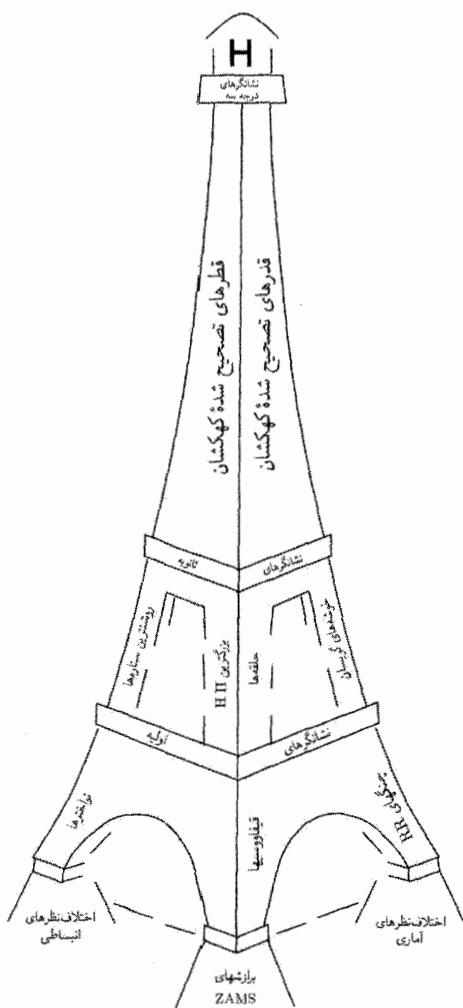




شکل ۱۳.۱۰ نمونه‌ی منحنی نور یک ابرنواختر نوع Ia. قله درخشندگی را می‌توان به عنوان شمع استاندارد به‌کار برد.

مگامیزرها و اثر سانیف-زلدوویچ<sup>۱</sup> را شرح ندادیم. زیرا هر روش دارای فرضهای درون‌ساز در معرض خطاست و نمی‌توان  $10\%$  به‌هیچ‌کدام از آنها اطمینان کرد. بدین سبب است که این روزها منجمان برآوردهای خود را در مقایسه با بیش از یک روش بررسی می‌کنند.

این روشها و روشهای دیگر در «برج ایفلی» خلاصه شده‌اند که ژرار دو ووکولورز<sup>۲</sup> بنا کرده در شکل ۱۴.۱۰ آمده است. توجه کنید که فاصله‌ها از یک طبقه به طبقه بعد افزایش می‌یابد. در هر طبقه دیدگاهی برای خطاهای درجه‌بندی وجود دارد. به‌عنوان مثال، حتی یک بازنگری در مقیاس فاصله ستاره‌ای، مانند فاصله هیادهای رشته اصلی در کهکشان ما، به بازنگری در تمام مقیاسهای پس از آن می‌انجامد. مثلاً این مورد هنگامی پیش آمد که فاصله‌های ستاره‌ای اندازه‌گیری شده توسط ماهواره هیپارخوس باعث تجدید نظر نزولی در برآوردهای قبلی شد. این خطاهای سیستماتیک در روش اولیه هابل موجود بودند، و هنگامی که با هم جمع شدند مقدار  $h_0 \geq 5$  را به‌دست دادند. به‌عنوان مثال، رابطه دوره-درخشندگی که هابل در اختیار داشت نادرست بود. همین‌طور او از قدر مطلق بسیار ضعیفی برای درخشانترین ستارگان در کهکشانهای دیگر استفاده کرد. از شکل (۶.۱۰) می‌بینیم که مقدار  $M$  به مقدار زیادی برای  $h_0$  می‌انجامد. در تمام این بحث تلویحاً فرض کرده‌ایم که، در رابطه سرعت-فاصله، این فاصله است که باعث



شکل ۱۴.۱۰ برج ایفلی که در اینجا آمده نشان می‌دهد که چگونه فاصله‌های کیهان‌شناختی طبقه به طبقه اندازه‌گیری می‌شوند. سطوح مختلف مورد استفاده برای درجه‌بندی از نزدیکترین فاصله در طبقه اول آغاز می‌شوند و به دورترین آنها در بالا می‌انجامد. ZAMS نمایانگر «سن صفر رشته اصلی» است که دلالت بر روش اندازه‌گیری فاصله با بهره‌گیری از هیادهای رشته اصلی دارد که در متن کتاب آمده است.

در درس می‌شود. اما الزاماً چنین نیست! یک منبع عمده خطا، لااقل برای اندازه‌گیریهای نزدیک، تشخیص جریان هابل «واقعی» از حرکت‌های عجیب و غریبی است که سایر ناهمگنیهای نسبتاً موضعی به وجود می‌آورند. در بخش بعد این مسئله را بیشتر بررسی خواهیم کرد.

به این دلایل بهتر است کیهان‌شناسان درباره مقدار دقیق ثابت هابل محتاط باشند. سندبج و تامان مقدار  $h_0 \sim 0.15$  را ترجیح می‌دهند، در حالی که دو ووکولورز استدلال کرد که  $h_0 \sim 0.1$  و سپس گروه پروژه کی HST مقدار آن را  $h_0 \sim 0.175$  در نظر گرفتند. با توجه به خطاهای رایج در نشانگرهای فاصله مختلف، اکنون مرسوم است که بگویید  $h_0$  بین این دو حد قرار دارد. ما  $h_0 \sim 0.165 \pm 0.010$  را در نظر می‌گیریم که بیشتر اندازه‌گیری حاضر سازگار است. اما هنوز با ثابت هابل به دقت تعیین شده فاصله داریم.

### ۳.۱۰ ناهمسانگردی میدانهای سرعت بزرگ مقیاس موضعی

اکنون به مشکلات ممکن تعیین  $v$  در رابطه هابل  $v = H_0 D$  می‌پردازیم، زیرا سرعت موجود در این رابطه چیزی است که به انبساط عالم مربوط می‌شود و نباید حاوی هیچ مؤلفه دیگری باشد. در واقع، این موردی است که در صورت اعتبار کامل اصل موضوع وایل به وجود می‌آید، که در واقع چنین نیست. کهکشانها حرکت‌های دیگری نیز دارند که بر آن نهاده می‌شود، و در جابه‌جایی طیفی که ناظر اندازه می‌گیرد دخیل‌اند. مثلاً اولین اندازه‌گیری جابه‌جایی طیفی یک کهکشان را اسلیفر در سال ۱۹۱۲ انجام داد و مربوط به یک انتقال به آبی بود. او به این نتیجه‌گیری رسید که سحابی M۳۱ با سرعت حدود  $200 \text{ km s}^{-1}$  به کهکشان ما نزدیک می‌شود. چند کهکشان نزدیک از خود انتقال به آبی نشان می‌دهند و اینها را می‌توان با چیزی توجیه کرد که اصطلاحاً برهم‌نهی حرکت کاتوره‌ای یا «غیرعادی» کهکشانها بر «جریان هابل» خوانده می‌شود. این حرکت‌های کاتوره‌ای معمولاً از مرتبه  $300 \text{ km s}^{-1}$  هستند و در نتیجه سرعت کل یک کهکشان نزدیک را، که برای آن با  $D$  کوچک، مؤلفه هابل کوچک خواهد بود، به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌دهند. فقط وقتی به فاصله‌های، مثلاً، بیش از  $50 \text{ Mpc}$  می‌رویم انتظار داریم که قانون هابل بر میدان سرعت غلبه کند.

تصویر ساده عالم همگن و همسانگرد بر مبنای جزء خط رابرتسون-واکر اکنون دیگر بیش از اندازه ساده به نظر می‌رسد، به‌ویژه با کشف سرعت‌های بزرگ مقیاس که به نظر می‌رسد بر جریان هابل برهم‌نهاد شده‌اند. چون تعریف جریان هابل در همسایگی «موضعی» ما کوچک است، بنابراین می‌تواند در سایر سرعت‌ها گم شود. جدا کردن این دور از یکدیگر و مشخص کردن تأثیر سایر

سرعت‌های غیرهابل کاری بس دشوار است. در اینجا فقط به طرح کلی وضعیت در جبهه‌های نظری و رصدی می‌پردازیم و ابتدا موضوع دوم را بررسی می‌کنیم.

در اواسط سالهای هفتاد وی. سی. رابین<sup>۱</sup> و دبلیو. ک. فورد<sup>۲</sup>، و دیگران نگاهی به این مسئله انداختند. اثر معروف به رابین-فورد نشان داد که ثابت هابل هنگامی که سرعت‌های شعاعی کهکشانه‌های Sc I و Sc II (I و II رده‌های درخشنده‌گی ون دن براو برای کهکشانه‌های Sc مارپیچی هستند، که I Sc روشتترین رده کهکشانه‌هاست) اندازه‌گیری می‌شود همسانگرد نیست. ناهمسانگردی از نوع دوقطبی بود و می‌شد آن را به این حساب گذاشت که کهکشان ما با سرعت قابل ملاحظه‌ای در زمینه کهکشانها حرکت می‌کند. این سرعت برابر بود با

$$l = 163^\circ \pm 15^\circ, b = -11^\circ \pm 14^\circ \text{ km s}^{-1} \text{ (} 125 \pm 454 \text{)}$$

نسبت به بخش دور دست نمونه به

$$l = 167^\circ \pm 20^\circ, b = 5^\circ \pm 20^\circ \text{ km s}^{-1} \text{ (} 164 \pm 474 \text{)}$$

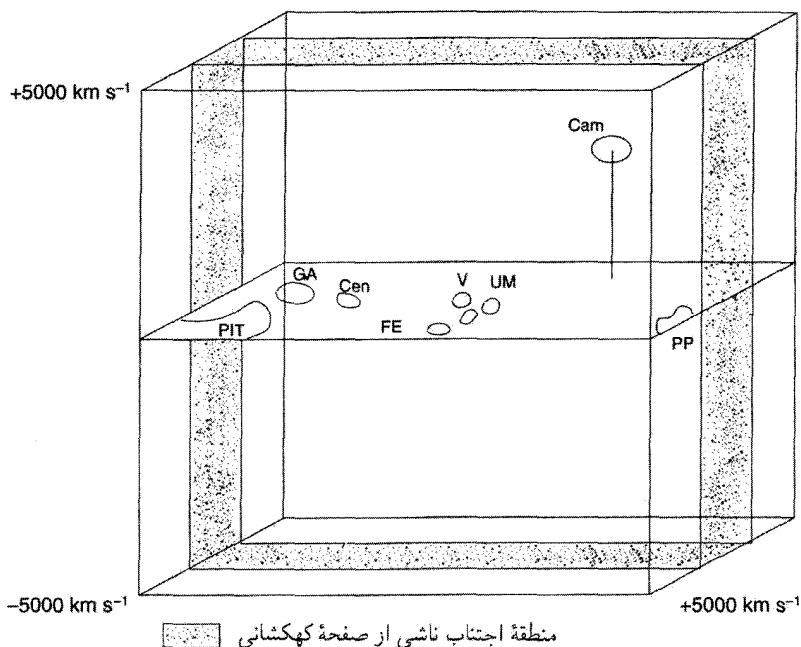
نسبت به قسمت نزدیکتر. این اولین نشانه قرار نداشتن کهکشان در چارچوب سکون کیهان‌شناختی بود.

### ۱.۳.۱۰ توزیع موضعی

اطلس کهکشانهای نزدیک که تالی و فیشر منتشر کرده‌اند، حاوی نقشه‌های مفصل توزیع و سرعت کهکشانها در منطقه‌ای نسبتاً موضعی است. این نقشه‌ها در تشکیل توپوگرافی ناحیه دور و بر سودمندند. شکل ۱۵.۱۰ طرح کلی توزیع را در ناحیه‌ای مکعبی در اطراف کهکشان ما نشان می‌دهد، که هر ضلع مکعب دایفرانسیل سرعت تقریباً برابر با  $10000 \text{ km s}^{-1}$  را اندازه می‌گیرد. (یعنی، اگر  $H_0$  ثابت هابل باشد، اندازه خطی تقریباً  $H_0^{-1}$  برابر این مقدار است. ما استفاده از سرعت را به عنوان فاصله بدین صورت مفید یافته‌ایم.)

ناحیه سایه‌دار مکعب منطقه اجتناب کهکشانی عمود بر ابر صفحه کهکشانی است (نگاه کنید به فصل ۱). می‌توان فرض کرد که حرکت این اجسام از چند مؤلفه تشکیل شده است:

۱. جریان به طرف رباینده بزرگ (GA) که در فاصله  $4200 \text{ km s}^{-1}$  از گروه موضعی قرار دارد. (این GA تقریباً در  $l = 309^\circ$  و  $b = +18^\circ$ ) (مختصات کهکشانی) قرار دارد. مثلاً، دو خوشه قنطورس در GA با سرعت‌های  $1000 \text{ km s}^{-1}$  (دور از ما) قرار می‌گیرند.



شکل ۱۵.۱۰ حجم مکعبی حاوی برخی ساختارهای بزرگ مقیاس قابل ملاحظه در حوالی ما. در داخل مکعب GA: رایبندۀ بزرگ؛ V: خوشۀ سنبله؛ CSC: ابرکوما-حجار؛ حاوی گروه محلی؛ UM، خوشۀ دباکبر؛ Cen، قنطورس؛ FE، کوره-نهر؛ Cam، زرافه؛ PP، برساش-حوت؛ PIT، طاووس-هندی-تلسکوپ.

۲. سقوط ماده به طرف خوشۀ سنبله.

۳. «بی‌هنجاری موضعی» که ظاهراً به تصحیح سرعت کلی  $360 \text{ km s}^{-1}$  برای ناحیه‌ای از گروه موضعی ما تا فاصله‌های  $700 \text{ km s}^{-1}$  نیاز دارد.

۴. جریان هابل

این مدل چند مؤلفه‌ای پارامترهایی دارد که می‌توان آنها را با روش کمترین مربعات، با بهره‌گیری از رابطه تالی-فیشر<sup>۱</sup> برای ماریپچها برای اندازه‌گیری فاصله‌های آنها (نگاه کنید به بخش ۲.۹) و انتقالهای به سرخ برای سرعتهای شعاعی، تعیین کرد. این مدل سرعتهایی را به دست می‌دهد که با مقادیر مشاهده شده مقایسه و اختلاف آنها به کمک روش کمترین مربعات کمینه می‌شود. این روش را اولین بار «هفت سامورایی» دی. لیندن-بل<sup>۲</sup>، اس. ام. فابر<sup>۳</sup>، دی. برنشتاین<sup>۴</sup>، ار. ال.

دیویس<sup>۱</sup>، ا. درسلا<sup>۲</sup>، ار. ترولیچ<sup>۳</sup>، و جی. واگنر<sup>۴</sup> به کار بردند. نتیجه‌گیری کلی به قرار زیر است. GA رباینده با جرم بزرگی است که ماده را جذب می‌کند، و سبب جریان بزرگ مقیاسی به طرف خود می‌شود. در مقیاس کوچکتر و نزدیکتر، خوشه سنبله، کهکشانهای مجاور، از جمله گروه موضعی ما، را به مرکز خود جذب می‌کند. اما، گروه موضعی ما حرکت ناهنجار دیگری را نیز نسبت به جریان سنبله مرکزی دارد. شاید برای برآورد عددی سرعت و جهت دقیق تمام این جریانها بسیار زود باشد. رصدهایی بیشتر در آینده بدون شک به برآوردهای موثقتر کمک خواهد کرد.

به هر حال، مباحثه قابل ملاحظه‌ای در مورد اینکه آیا اصلاً GA وجود دارد در جریان است. به عنوان مثال، دی. ا. متیوسون<sup>۵</sup>، وی. ال. فورد<sup>۶</sup> و ام. بوخهورن<sup>۷</sup> سرعتهای عجیب ۱۳۵۵ کهکشان مارپیچی در آسمان جنوبی را اندازه گرفته‌اند و با بهره‌گیری از رابطه تالی-فیشر فاصله آنها را تخمین زده‌اند. آنها هیچ‌گونه فروریزی را به منطقه GA نیافتند، بلکه جریان کلی  $400 \text{ km s}^{-1}$  را در مقیاس  $10^6 h^{-1} \text{ Mpc}$  به دست آوردند. بنابراین، تردید قابل ملاحظه‌ای در مورد وجود یک جرم رباینده در آنجا وجود دارد. به احتمال زیاد این کشش را، به جای یک جرم تنهای بزرگ، چند خوشه بزرگ وارد کنند که در آن جهت در فضا توزیع شده‌اند.

این مسئله‌ها وقتی حل می‌شوند که، به کمک نقشه برداریهای انتقال به سرخ بزرگ که اکنون در جریان است یا اخیراً تکمیل شده‌اند، تصویر روشنتری از عالم به دست آوریم. مثلاً، نقشه برداریهای میدان دو درجه‌ای در استرالیا و نقشه برداری انتقال به سرخ لاس کامپاناس<sup>۸</sup> در شیلی حاوی چندصد هزار انتقال به سرخ است. نقشه برداری دیجیتالی آسمان اسلوان<sup>۹</sup> دارای طیف  $900000 \sim$  کهکشان تا انتقال به سرخ  $0.2 \sim$  است. اگر قانون هابل را در مورد این انتقالهای به سرخ به کار بریم، نقشه‌های آسمان حاصل از آنها طرح کلی توزیع ماده مرئی را در اختیار می‌گذارند و کمک می‌کنند تا علاوه بر مشخص کردن توزیع متراکم ماده، حفره‌ها را نیز مشخص کنیم. شکل ۱۶.۱۰ و ۱۷.۱۰ نقشه‌های حاصل از این بررسیها را نشان می‌دهند. بدیهی است که فرض همگن از این تصویرها ضربه می‌خورد. این ناهمگنیهای موضعی ناهمسانگردیهایی را وارد قانون هابل می‌کنند. بخشی دیگر از اطلاعات را که در بخش ۸.۱۰ بررسی می‌کنیم حرکت کهکشان ما نسبت به چارچوب سکون زمینه ریزموج کیهانی است.

### ۲.۳.۱۰ بازنگری ثابت هابل

به این پرسش باز می‌گردیم که چرا اختلاف نظر در مورد مقدار  $H_0$  (یعنی، اینکه  $1 \approx h_0$  یا  $0.75 \approx h_0$ ) ادامه دارد. ار. بی. تالی استدلال کرده است که ناهنجاری سرعت موضعی دلیل

1. R. L. Davies

2. A. Dressler

3. R. Terlevich

4. G. Wagner

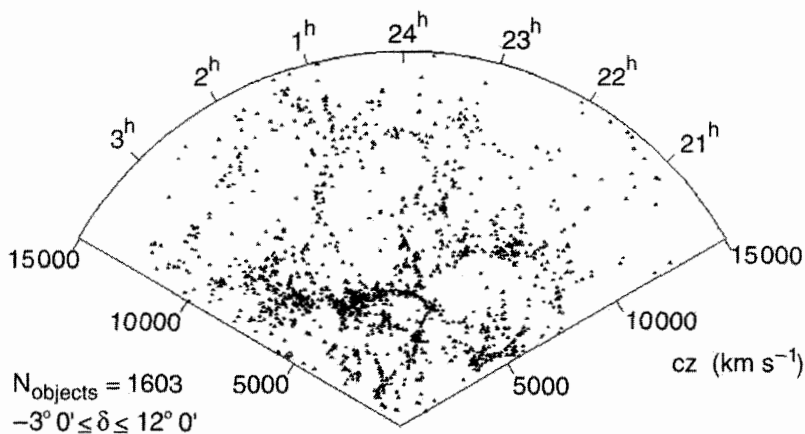
5. D. A. Mathewson

6. V. L. Ford

7. M. Buchhorn

8. Las Campanas

9. Sloan



شکل ۱۶.۱۰ این یکی از بخشهای آسمان است که مرکز اختریفی یک آن را عمیقاً بررسی کرده است. با تقسیم سرعتها بر ثابت هابل می‌توان تعیین کرد که اجسام در چه فاصله‌ای از ما قرار دارند.

اصلی ابهام در این مورد است. این استدلال را می‌توان با یک مثال ساده نشان داد. فرض کنید که تراکم جرم موضعی  $M$  بر جریان هابل برهم‌نهاده شود. در فاصله  $R$  از جرم سرعت شعاعی به طرف خارج  $V$  را می‌توان به صورت زیر نوشت

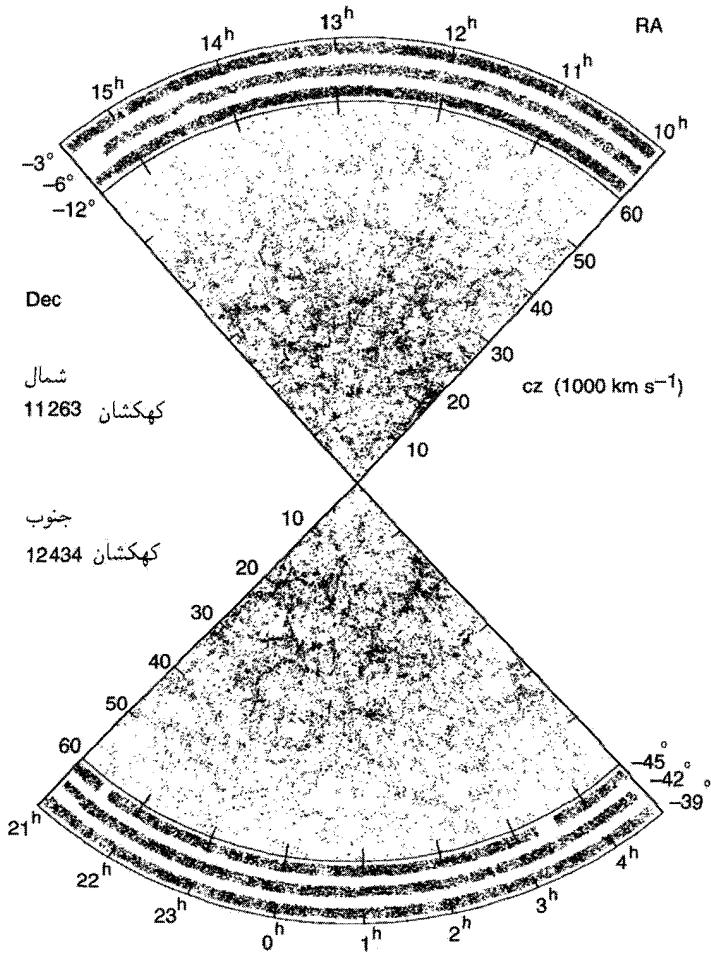
$$V = -\sqrt{\frac{2GM}{R}} + HR \equiv H_{\text{eff}}R. \quad (24.10)$$

اولین جمله سرعتی به طرف داخل است که در بینهایت صفر می‌شود، در حالی که جمله دوم جریان هابل با ثابت هابل  $H$  است. می‌توان (۲۴.۱۰) را فقط جریان هابل با ثابت هابل «مؤثر» در نظر گرفت

$$H_{\text{eff}} = H - \sqrt{\frac{2GM}{R^3}}. \quad (25.10)$$

بنابراین، هرچه به تراکم جرم نزدیکتر شویم ثابت هابل مؤثر از ثابت هابل واقعی کوچکتر می‌شود. با دور شدن از  $M$ ، ثابت هابل مؤثر به مقدار واقعی نزدیک می‌شود.

از این رو، حضور تراکم جرم در ابر کوما-حجار نوعی ناهنجاری را در سرعت موضعی به وجود می‌آورد که همراه با جریان سنبله مرکزی مقدار ثابت هابل برای کهکشانهای نسبتاً نزدیک را کم می‌کند و  $h_0$  را به  $0.5$  نزدیکتر می‌سازد. اما، نمونه‌های دورتر کهکشان  $h_0$  را تا اندازه‌ای بزرگ می‌کنند که نظیر با مقدار واقعی ثابت هابل است.



شکل ۱۷.۱۰ این نقشه را نقشه برداری انتقال به سرخ لاس کامپاناس تولید کرده است.

به نظر تالی ناهنجاری موضعی ممکن است ناشی از جرمی در حدود  $10^{14} M_{\odot}$  در مقایسه با  $10^{15} M_{\odot} \sim$  در خوشهٔ سنبله باشد. برعکس، جرم ربایندهٔ بزرگ ممکن است در حدود  $5 \times 10^{16} M_{\odot}$  باشد. این مقادیر نشان می‌دهد که رسم توپوگرافی عالم، هم برحسب جرم و هم برحسب سرعت، قبل از نتیجه‌گیری دقیق دربارهٔ مقادیر پارامترهای کیهان‌شناختی چقدر اهمیت دارد. سپس می‌خواهیم چگالی میانگین ماده را در عالم تعیین کنیم، این پارامتر دارای پیامدهایی مهم برای نظریه‌های کیهان‌شناختی است که تاکنون بررسی کردیم.



## ۴.۱۰ توزیع و چگالی ماده در اطراف ما

در فصل ۴ پارامتر  $\Omega$  را با رابطه زیر تعریف کردیم

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G}\Omega_0 \equiv \rho_c\Omega_0, \quad (26.10)$$

که  $\rho_c$  چگالی بستر کنونی در کیهان‌شناسی فریدمان است. به صورت عددی، (۲۶.۱۰) ایجاب می‌کند که

$$\rho = 2 \times 10^{-29} (h_0^2 \Omega_0) \text{ g cm}^{-3}. \quad (27.10)$$

بنابراین، اندازه‌گیری مستقیم مورد نظر است، چون حدود پارامترهای  $h_0$  و  $\Omega_0$  را مشخص می‌کند. رهیافت فعلی به این مسئله تعیین حدود چگالی ماده در کهکشانها، خوشه‌های کهکشانی، و غیره است؛ یعنی ماده به صورت استاندارد درخشان. این کار به صورت زیر انجام می‌شود. فرض کنید نسبت جرم به نور را برای کهکشانها می‌دانیم، که معمولاً برحسب یکاهای خورشیدی بیان می‌شود:

$$\left\langle \frac{M_G}{L_G} \right\rangle = \eta \frac{M_\odot}{L_\odot}. \quad (28.10)$$

سپس چگالی درخشندگی متوسط  $l_G$  کهکشانها را تعیین می‌کنیم. بهترین مقدار  $l_G$  مربوط به فهرست تجدید نظر شده شیپلی آمز<sup>۱</sup> و عبارت است از

$$L_{GS} \cong 4.4 \times 10^9 L_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3} \quad \text{برای کهکشانهای مارپیچی} \quad (29.10)$$

$$L_{GE} \cong 17.4 \times 10^9 L_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3} \quad \text{SO و E برای کهکشانهای} \quad (30.10)$$

بنابراین چگالی درخشندگی کل از مرتبه زیر است

$$l_G \cong 2.2 \times 10^8 L_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3}. \quad (31.10)$$

از (۲۸.۱۰) و (۳۱.۱۰) چگالی کیهان‌شناختی میانگین به شکل کهکشانهای اطراف خود را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \rho_G &\cong 2.2 \times 10^8 \eta M_\odot h_0 \text{ Mpc}^{-3} \\ &\cong 1.5 \times 10^{-32} \eta h_0 \text{ g cm}^{-3}. \end{aligned} \quad (32.10)$$

برآورد  $\eta$  چقدر است؟ مشکل اصلی در تخمین  $\eta$  مربوط به اندازه‌گیری جرمهای کهکشانی است. اندازه‌گیری درخشندگی در مقایسه با آن آسان و تنها خطا در این فرایند ناشی از دقیق نبودن  $H_0$  است. ما روشهای به‌کار رفته در اندازه‌گیری  $\eta$  برای اجسام مختلف را قبل از خلاصه کردن نتایج جدول ۱.۱۰ مرور می‌کنیم.

### مثال

تابع درخشندگی کهکشانها را که شیکتر<sup>۱</sup> از رابطه<sup>۱</sup> زیر برآورد کرده است در نظر بگیرید

$$\Phi(L) = \frac{\Phi^*}{L^*} \left( \frac{L}{L^*} \right)^{-\alpha} \exp \left( -\frac{L}{L^*} \right)$$

با  $\Phi^* = 10^{-2} h_0^3 \text{Mpc}^{-3}$ ،  $L^* = 10^{10} h_0^{-2} L_\odot$  و  $\alpha \sim 1.25$ . تعداد کهکشانهای درخشندگی در گستره  $(L, L + dL)$ ، از  $\Phi(L)dL$  به دست می‌آید. از انتگرال‌گیری بین  $0$  و  $\infty$  به دست می‌آوریم

$$l_G = \int_0^\infty \Phi(L)L dL \sim 3.3 \times 10^8 h_0 L_\odot \text{Mpc}^{-3}.$$

### ۱.۴.۱۰ نسبتهای جرم به نور

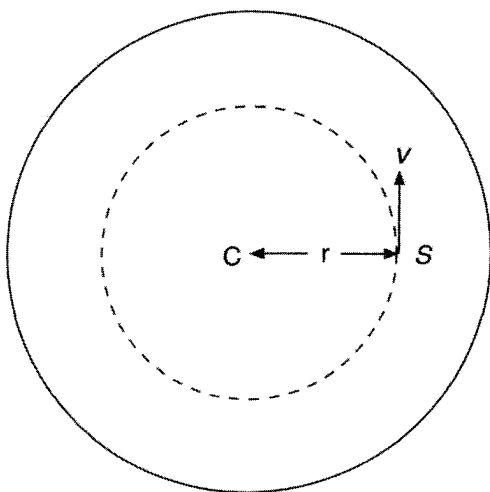
روشهای اندازه‌گیری  $\eta$  برای تک‌تک کهکشانها و خوشه‌های کهکشانی در زیر خلاصه شده است.

### کهکشانهای ماریپچی

بهترین دستاویز برای جرم موجود در نمونه‌ای از کهکشان ماریپچی را منحنی چرخش آن به دست می‌دهد. شکل ۱۸.۱۰ این اصل را به کمک جسم سطحی به شکل قرص نمایش می‌دهد که توزیع دایره‌ای ستارگان است که به دور مرکز مشترک  $C$  می‌گردند. رابطه سرعت چرخش  $v$  برای ستاره  $S$  در فاصله  $r$  از  $C$  (در توزیع تعادل) با نیروی گرانشی  $F_r$  وارد بر  $S$  به طرف مرکز به صورت زیر است

$$m \frac{v^2}{r} = F_r. \quad (33.10)$$

بنابراین، اگر  $v$  را بر حسب  $r$  بدانیم،  $F_r$  را بر حسب  $r$  به دست می‌آوریم. سپس، با توجه به قانون گرانش نیوتون (که به واسطه ضعیف بودن میدانهای گرانشی در اینجا قابل استفاده است)، می‌توانیم توزیع جرم را تعیین کنیم. به عنوان مثال، اگر بیشتر جرم در ناحیه هسته اطراف  $C$  متمرکز بود داشتیم  $F_r \propto r^{-2}$  و  $v \propto r^{-1/2}$ . توزیع نور در یک کهکشان ماریپچی نشان می‌دهد که رابطه



شکل ۱۸.۱۰ قرص کهکشانی با سیستمی از ستارگان تقریب زده می‌شود که در مدارهای دایره‌ای دور مرکز مشترک  $C$  می‌چرخند. سرعت  $v$  مربوط به  $S$  از قانونهای گرانش و حرکت نیوتون به دست می‌آید.

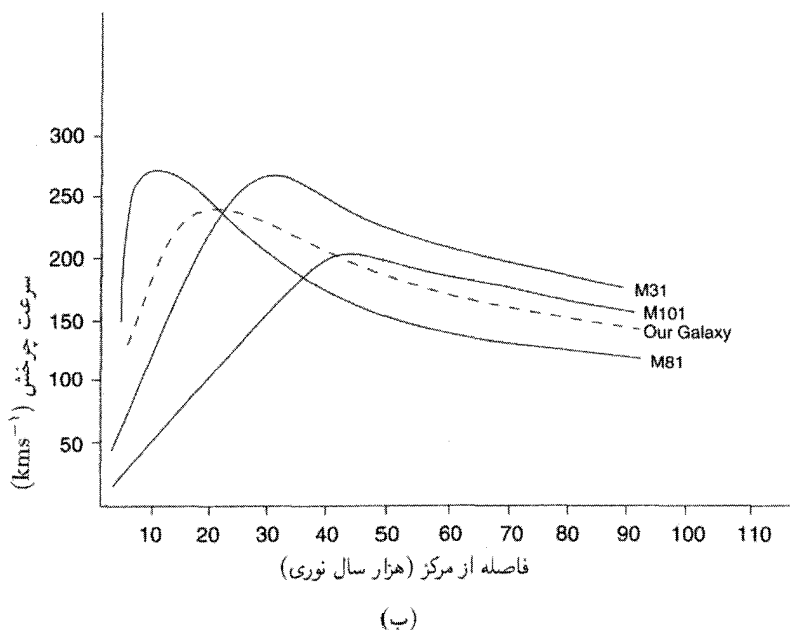
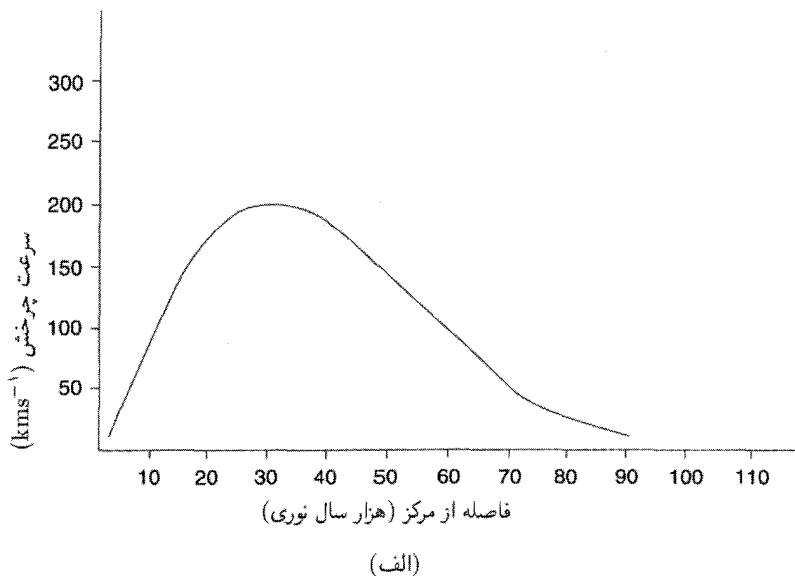
بالا تقریب خوبی است. اما، در واقع منحنی سرعت چرخش برحسب فاصله  $v(r)$  برای اغلب کهکشانها تخت است. یعنی پس از صعود تیز در بیرون منطقه هسته،  $v$  برابر مقدار ثابت (مثلاً)  $v_0$  باقی می‌ماند. به علاوه، این رابطه به فراتر از قرص مرئی گسترش می‌یابد.

این نتیجه ایجاب می‌کند که یا جرم موجود در بخشهای خارجی کهکشان بیش از آنی باشد که توزیع درخشندگی نشان می‌دهد، یا قانون حرکت نیوتون و قانون عکس مجذور درگستره فاصله‌های کهکشانی (تقریباً چندکیلو پارسک) معتبر نباشند. با توجه به دیدگاه (نه چندان افراطی) اول، منجمان جرم کهکشانهای ماریپچی را برآورد کرده‌اند. اس. ام. فابر و جی. اس. گالاگار<sup>۱</sup> سرعتهای دوران و جرمهای موجود در شعاع هولمبرگ<sup>۲</sup> را (که در آن روشنایی سطحی به  $26.5 m_{pg} \sim$   $^{-2}$  ثانیه کمانی) فرو می‌افتد) برای ۳۹ کهکشان ماریپچی فهرست‌بندی کرده‌اند. چون درخشندگیها را نیز می‌دانیم، می‌توانیم مقدار میانگین  $\eta$  را برای این نمونه تخمین بزنیم. نتیجه عبارت است از

$$\eta \cong (9 \pm 1) h_0 \cdot \quad (34.10)$$

### کهکشانهای بیضوی

این کهکشانها هیچ چرخشی از خود نشان نمی‌دهند، ازاین رو روش منحنی چرخش که برای ماریپچها به کار می‌رفت در اینجا کاربرد ندارد. در



شکل ۱۹.۱۰ منحنیهای چرخش بعضی کهکشانهایی مارپیچی. توجه کنید که در فاصله‌های زیاد از مرکز، انتظار داریم که منحنی نوعی به جای اینکه مانند منحنی واقعی (ب) کم‌وبیش ثابت بماند، چون منحنی (الف) به صفر فرو بیفتد.

عوض، برآورد جرم بر مبنای تغییر سرعت پراکندگی  $\sigma$  در کهکشان صورت می‌گیرد.

در تقریب جرم کروی، تابع توزیع ستاره در حالت تعادل آماری به شکل زیر در می‌آید

$$f \propto \exp - \left( \frac{v^2/2 + \phi(r)}{\sigma^2} \right), \quad (35.10)$$

که  $\phi(r)$  پتانسیل گرانشی و سرعت میانگین مربعی ستاره در نقطه‌ای روی کرهٔ تکدمای ستاره برابر است با  $\langle v^2 \rangle = 3\sigma^2$ . با فرض اینکه چگالی عددی ستارگان به صورت  $r^{-\varepsilon}$  تغییر کند، رابطهٔ بالا و معادلهٔ پواسون جرم داخل شعاع  $r$  را به صورت زیر می‌دهند

$$M(< r) = \frac{\varepsilon \sigma^2 r}{G}. \quad (36.10)$$

اگر چگالی درخشندگی  $j(r)$  مانند چگالی عددی تغییر کند، نسبت درخشندگی به جرم به صورت  $r^{\varepsilon-2}$  تغییر می‌کند. هنوز نمی‌توان با توجه به رصدها اظهار نظر دقیقی در مورد مقدار  $\varepsilon$  کرد. اما، در نزدیکی مرکز کهکشان بیضوی، رصدهای  $\sigma$  دقیقتر هستند. آی. کینگ<sup>۱</sup> مدلی را برای کهکشان پیشنهاد کرده است که در آن

$$j(r) \propto \left( 1 + \frac{r^2}{a^2} \right)^{-3/2}. \quad (37.10)$$

این مدل در اغلب موارد موفق است. یک استثنای قابل ملاحظه کهکشان غول‌آسای M۸۷ است، که برای آن دو گروه از رصدان در سال ۱۹۷۸ استدلال کردند که افزایش سریع  $j(r)$ ، و نیز زیاد شدن سریع  $\sigma$  به طرف مرکز، دال بر تراکم جرم در مرکز بسیار بیش از چیزی است که مدل کینگ به دست می‌دهد. از این مطالعات معلوم شده است که میانگین نسبت جرم به نور در ناحیهٔ مرکزی بیضویهای بزرگ در این گستره قرار دارد

$$\eta = (10 \pm 2) h_0. \quad (38.10)$$

### آمار گروه‌های کهکشان

در فهرستی از کهکشانها که معمولاً آنها را بر حسب مختصات در کره سماوی مشخص کرده است، دو کهکشان با مختصات تقریباً یکسان در نزدیکی یکدیگر دیده می‌شوند. اما، آیا می‌توان اطمینان داشت که گروه کهکشانهای ظاهراً نزدیک به هم واقعاً در حوالی هم قرار دارند و بخشی از یک

سیستم فیزیکی هستند؟ پاسخ به این پرسش از دو جهت مورد نظر است که هر دو دارای سرشت آماری هستند و به برآوردهای  $\eta$  می‌انجامند.

اس. جی. آرست<sup>۱</sup>، و جی. ار. گوت<sup>۲</sup>، و ای. ال. ترنر<sup>۳</sup> از رهیافت شبیه‌سازیهای  $N$  جسمی استفاده کردند که در آن کهکشانها تحت تأثیر کشش گرانشی یکدیگر حرکت می‌کنند و تمایل به خوشه‌ای شدن در گروههای کوچک یا بزرگ را دارند. مقایسه این توزیعها با فهرست واقعی کهکشان به شناسایی گروههای کهکشانی و در نتیجه برآورد  $\eta$  کمک می‌کند.

در رهیافت دیگری که ای. ال. اسکات<sup>۴</sup> و جی. نیمن<sup>۵</sup> پیشگام آن هستند و پی. جی. ای. پیلز و دیگران آن را به‌طور گسترده به‌کار برده‌اند، تابعهای همبستگی کهکشان-کهکشان دخیل است. ما قبلاً در فصل ۷ به آن اشاره کردیم. در این رهیافت احتمال یافتن کهکشان در حجم کوچک  $\delta V$  در فاصله  $r$  از یک کهکشان نوعی به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\delta P = n\delta V[1 + \xi(r)], \quad (39.10)$$

که  $n$  چگالی عددی میانگین کهکشانهاست. برای توزیع یکنواخت داریم  $\xi(r) = 0$ .  $\xi(r)$  مثبت زیاد شدن چگالی کهکشان در حوالی یک کهکشان نوعی را نشان می‌دهد، از این‌رو  $\xi(r)$  را تابع همبستگی دوقطه‌ای می‌نامند.

در اندازه‌گیریهای واقعی بردار مکان  $r$  از کهکشان نوعی نسبت به ناظر دو مؤلفه دارد. مؤلفه شعاعی  $\pi$  را می‌توان از اختلاف انتقال به سرخ دو کهکشان با استفاده از قانون هابل به‌دست آورد. مؤلفه عرضی  $\sigma$  با توجه به فاصله زاویه‌ای دو کهکشان و ضرب کردن آن در میانگین فاصله هابل به‌دست می‌آید. اما، کهکشانها بجز سرعت کلی، سرعتهای ویژه (کاتوره‌ای) نسبت به چارچوبهای سکون کیهان‌شناختی موضعی خود را نیز دارند. این سرعتها مؤلفه شعاعی را واپیچیده می‌کنند، در نتیجه اگر نموداری از دو مؤلفه  $r$  در دستگاه دکارتی رسم شود، توزیع نقطه‌ها در اطراف محور نظیر با مؤلفه شعاعی خوشه تشکیل می‌دهد.

با بهره‌گیری از این نمودارها برای کهکشانهای NGC و IC، پیلز نتیجه گرفت که  $\xi(r)$  با تقریبی خوب عبارت است از

$$\xi(r) = \left(\frac{r_0}{r}\right)^\gamma, \quad \gamma = 1.77, \quad r_0 = 4.2 h_0^{-1} \text{Mpc}. \quad (40.10)$$

آرست و همکاران نیز از شبیه‌سازیهای کامپیوتری به نتیجه‌ای مشابه رسیدند. سرعتهای ویژه کهکشانها را می‌توان از اثر تراکمی فوق‌الذکر برآورد کرد، و پاشیدگی سرعت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\langle v^2 \rangle^{1/2} \cong (600 \pm 250) \text{ km s}^{-1}. \quad (41.10)$$

از این نتیجه می‌توان  $\eta$  را به صورت زیر برآورد کرد. میانگین تعداد همسایگان در فاصله مشخصه  $r_0 \sim R = \delta h_0^{-1} \text{ Mpc}$  عبارت است از

$$\begin{aligned} N &= n \int_0^R [1 + \xi(r)] d^3r \\ &= 42 \end{aligned} \quad (42.10)$$

برای  $n = 0.3 h_0^2 \text{ Mpc}^{-3}$  (که برای کهکشانهای پرنور تخمین زده شده است). انتظار می‌رود که سرعت ویژه  $v_i$  برای کهکشان  $i$ ام که دارای  $N_i$  همسایه به جرم  $M$  در فاصله  $R$  است از مرتبه زیر باشد

$$v_i^2 \sim \frac{GMN_i}{R}.$$

این نتیجه از قضیه معروف ویريال به دست می‌آید، که با توجه به آن در توزیع تعادل  $N$  جسمی، همپاری میان انرژی جنبشی و پتانسیل وجود دارد. از این نتیجه‌ها و از برآوردهای  $\langle N_i^2 \rangle$  به دست می‌آوریم

$$M \sim \frac{R \langle v_i^2 \rangle \langle N_i \rangle}{G \langle N_i^2 \rangle} \sim 5 \times 10^{12} h_0^{-1} M_\odot \quad (43.10)$$

محاسبه مفصل با بهره‌گیری از داده‌های مربوط به درخشندگی  $\eta$  را در گستره زیر به دست می‌دهد

$$\eta \sim (500 \pm 200) h_0. \quad (44.10)$$

### خوشه‌های کهکشانی

اگر تحلیل تابع همبستگی مشابهی را برای خوشه‌های آبلی با انتقال به سرخ تا  $z \leq 0.2$  به کار ببریم. مقدار  $\eta$  برای گروه کهکشانهای اطراف نزدیک به مقدار بالا به دست می‌آید

$$\eta \sim (500 \pm 100) h_0. \quad (45.10)$$

در سال ۱۹۳۳ اف. زویکی<sup>۱</sup> به نکته‌ای اشاره کرد که اکنون به مسئله جرم گمشده در خوشه‌ها معروف است. این مسئله را می‌توان به اختصار به صورت زیر بیان کرد. اگر جرم کهکشانهایی را که در میدان گرانشی یکدیگر در یک خوشه در حرکت‌اند برآورد کنیم، قضیه ویريال جرم خوشه را برحسب پاشیدگی سرعت و شعاع میانگین مؤثر به دست می‌دهد:

$$M = \langle v^2 \rangle \frac{R}{G}. \quad (46.10)$$

پس با توجه به رصدهای پاشیدگی سرعت  $\langle v^2 \rangle^{1/2}$  می‌توانیم جرم کل  $M$  در یک خوشه را برآورد کنیم. این مقدار به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیش از چیزی است که بر مبنای نسبت جرم به نور یعنی  $\eta_G$  هر کهکشان به دست می‌آید. یعنی، اگر تعداد کهکشانهای خوشه  $n$  و درخشندگی کل خوشه  $L$  باشد، جرم موجود در خوشه  $L\eta_G$  است. تسویکی اولین کسی بود که خاطر نشان ساخت

$$L\eta_G \ll M. \quad (۴۷.۱۰)$$

مثلاً، برای خوشهٔ کوما  $M|L\eta_G \sim 300$  (نگاه کنید به تمرین ۲۰). معمولاً جرم یک خوشه را در حدود  $10^{15} h_0^{-1} M_\odot$  به دست می‌آوریم. رصدها نشان می‌دهند که در حدود  $4000$  خوشهٔ بزرگ در کرهٔ «موضعی» به شعاع  $600 h_0^{-1} \text{Mpc}$  وجود دارد. پس برای چگالی میانگین ماده در خوشه‌ها به دست می‌آوریم

$$\rho_{\text{خوشه}} \approx 4 \times 10^{-31} h_0^2 \text{ g cm}^{-3}. \quad (۴۸.۱۰)$$

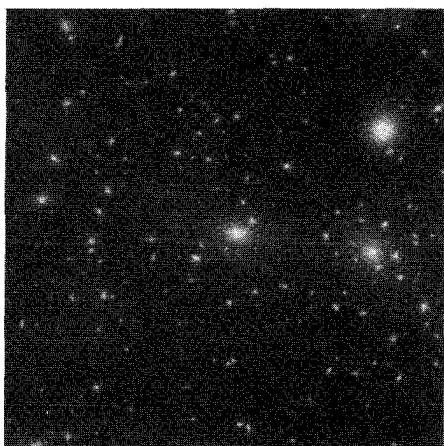
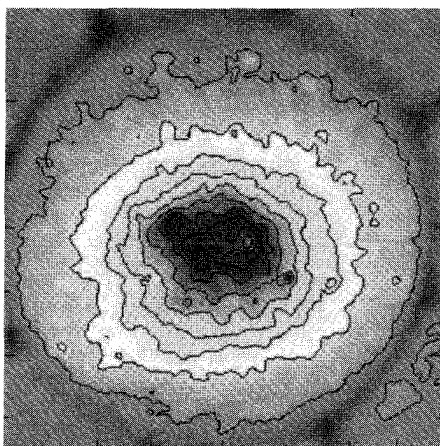
چگالی برآوردشدهٔ خوشه‌ها در همین حدود است، اگرچه همهٔ کهکشانها در داخل خوشه‌ها قرار ندارند. خوشه‌ها دارای جرم به نسبت بیشتر از کهکشانهایی هستند که در آنها قرار گرفته‌اند زیرا نسبت  $M/L$  برای آنها تا  $300 h_0 M_\odot / L_\odot$  می‌رسد، که ده برابر بزرگتر از مقدار مربوط به کهکشانهاست. این به سبب آن است که خوشه‌ها برای تعادل ویريال به جرم بیشتری از مادهٔ تاریک نیاز دارند.

رصدهای پرتو X ناشی از خوشه‌ها (نگاه کنید به شکل ۲۰.۱۰) نشان داده‌اند که این گسیل ناشی از تابش ترمزی از گاز داغ است و مقدار مادهٔ باریونی موجود در خوشهٔ گیسو کافی نیست تا جرم گمشده‌ای را تأمین کند که با استفاده از قضیهٔ ویريال به دست می‌آید. اگر نسبت ماده باریونی به مادهٔ کل موجود در خوشهٔ گیسو نشانگر مقدار کلی باشد، در این صورت پارامتر چگالی کل  $\Omega_0$  را نامساوی زیر محدود می‌کند

$$\Omega_0 \leq \frac{0.115 h_0^{-1/2}}{1 + 0.155 h_0^{3/2}}. \quad (۴۹.۱۰)$$

با این نوع نامساوی، روشن است که (۱) اگر دوتریم موجود در عالم به صورت آغازین ساخته شده بود، نمی‌توانیم موردی را داشته باشیم که پارامتر چگالی فقط با باریونها به حد بالا برسد؛ و (۲) عالم باز است ( $k = -1$ ) مگر اینکه مقدار زیادی مادهٔ تاریک در خارج از خوشه‌ها وجود داشته باشد، در همین مرحله هم محتوای شناخته‌شدهٔ باریونی جرم خوشه ( $M_B$ ) به‌عنوان کسری





شکل ۲۰.۱۰ توزیع پرتو X در یک خوشه. در طرف چپ تصویر ROSAT از خوشه گیسو پربندهای شدت پرتو X را نشان می‌دهد. تصویر اپتیکی در طرف راست قرار دارد.

از جرم کل خوشه با رصدهای مربوط به فراوانی دوتریم ناسازگاری دارد. مثلاً برای خوشه گیسو، داریم

$$\frac{M_B}{M_{\text{tot}}} \approx 0.1 + 0.05 h_0^{-3/2}. \quad (20.10)$$

اگر این نسبت کلی بود، با حد فراوانی دوتریم برای  $\Omega_0 = 1$  مغایرت داشت. در واقع، اگر مثلاً  $h_0 = 0.65$  باشد، با قرار دادن این نسبت برابر  $0.1 h_0^{-2}$  برای سازگاری با فراوانی دوتریم به دست می‌آوریم  $\Omega_0 \approx 0.23$ . بنابراین، اگر مقدار کلی  $\Omega_0$  برابر واحد در نظر گرفته می‌شد (چنانکه در ابتدا تورم ایجاب می‌کرد، باید به این نتیجه می‌رسیدیم که باریونها به صورت گزینشی در خوشه‌ها قرار گرفته‌اند، در حالی که ماده غیرباریونی فضای میان ستاره‌ای را پر کرده است. با در نظر گرفتن امکان وجود یک عالم با چگالی کم، می‌توانستیم از این گزاره توجیهی اجتناب کنیم.

### آبرخوشه موضعی

دو وکولورز خاطرنشان کرده است که ما در ناحیه‌ای قرار داریم که ظاهراً در حول و حوش تجمعی از کهکشانهاست که فاصله آنها از خوشه سنبله کهکشانها عبارت است از

$$D = 11 h_0^{-1} \text{Mpc}.$$

جدول ۱.۱۰ میانگین نسبت جرم به نور به ازای کهکشان

$\eta h_0^{-1}$	جسم
$6 \pm 2$	کهکشان ما (بخش داخلی)
$40 \pm 30$	کهکشان ما (بخش خارجی)
$9 \pm 1$	کهکشانهای ماریچی
$10 \pm 2$	کهکشانهای بیضوی
$80 \pm 20$	زوجهای کهکشان
$160 \pm 80$	گروه محلی
$500 \pm 200$	آمار خوشه‌های شدن
$500 \pm 200$	خوشه‌های آبل
$80 \pm 30$	آبرخوشه‌های محلی

برآوردهای میانگین نسبت جرم به نور برای آبر خوشه هنوز قطعی نیست، اما تصور می‌شود در گستره زیر باشد

$$\eta \sim (80 \pm 30) h_0. \quad (51.10)$$

جدول ۱.۱۰، خلاصه نتیجه بالا و نیز نتیجه‌هایی است که در اینجا بررسی نشده‌اند. با رجوع به (۳۱.۱۰) اکنون می‌بینیم که پارامتر چگالی را می‌توان لاقبل با استفاده از مقادیر جدول ۱.۱۰، در محدوده‌ای وسیع تعیین کرد. چون برآورد بر مبنای داده‌های کهکشان است برآورد  $\Omega_G$  را با  $\Omega_G$  نشان می‌دهیم.

طبق جدول ۱.۱۰ گستره مقادیر  $\eta h_0^{-1}$  بین ۴ و ۷۰۰ است! این  $\Omega_G$  را بین دو حد زیر می‌دهد

$$0.003 \leq \Omega_G \leq 0.53. \quad (52.10)$$

توجه کنید که این گستره به  $h_0$  بستگی ندارد. این گستره بسیار افراطی است، زیرا بیشترین عدم قطعیت در مقدار کلی پارامتر  $\eta$  را در نظر می‌گیرد. حد بالای واقعیت می‌تواند  $\Omega_G \leq 0.3$  باشد.

### ۲.۴.۱۰ محدودیت‌های ناشی از تشکیل ساختار

نظریه‌های تشکیل ساختار محدودیت‌های بیشتری را بر چگالی ماده اعمال می‌کند. ایده‌های جاری را، با این گوشزد که ممکن است با تحول نظریه‌ها اصلاح شوند، مرور می‌کنیم.

در فصل ۷ ریشهٔ میانگین مربعی افت و خیزهای جرم  $\langle \delta M_R \rangle$  را در ناحیه‌ای کروی به شعاع  $R$  (معادلهٔ واید (۷۵.۷)) تعریف کردیم. پارامتر را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\sigma_\lambda = \left\langle \frac{\delta M_R}{M_R} \right\rangle, \quad R = \lambda h_0^{-1} \text{Mpc}. \quad (53.10)$$

اندازهٔ  $R$  برگزیده در بالا مشخصهٔ حجمهای حاوی خوشه‌های بزرگ است. معمولاً انتظار داریم که خوشه‌های پرجرم بر اثر انقباض حجمهای بزرگ در یک عالم با چگالی کم یا حجمهای کوچکتر در عالمی با چگالی زیاد تشکیل شوند. از جزئیات فرایند چگالش رابطه بین  $\sigma_\lambda$  و  $\Omega_G$  را برای بازتولید جرمهای مشاهده‌شدهٔ خوشه‌ها تقریباً به صورت زیر به دست می‌آوریم

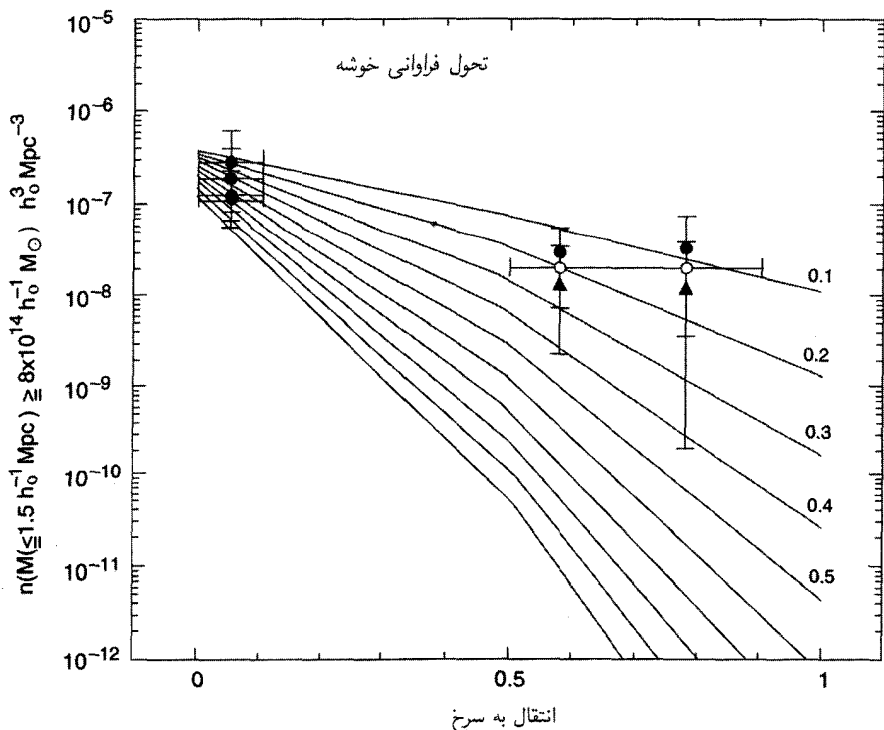
$$\sigma_\lambda \sqrt{\Omega_G} \approx 0.5. \quad (54.10)$$

بنابراین، اگر مثلاً داشتیم  $\Omega_G = 1$ ،  $\sigma_\lambda = 0.5$  مورد نیاز بود در حالی که برای چگالی جرم یک چهارم مقدار بستانار،  $\sigma_\lambda = 1$ .

حال نظریه‌های تشکیل ساختار نشان می‌دهند که در مدل‌های چگالی-بالا، مانند مدل‌های با  $\Omega_G = 1$ ، افت و خیزها نسبتاً در این اواخر شروع به رشد کرده‌اند و در نتیجه رشد آنها باید سریع باشد. پس، اگر به چگالی عددی خوشه‌های پرجرم مانند گیسو، نگاه می‌کردیم، باید تعداد کمی خوشه‌های با انتقال به سرخ زیاد را می‌یافتیم. مثلاً، احتمال یافتن خوشه‌ای چون گیسو را با انتقال به سرخ  $0.5 >$  در سطح  $1000$  درجهٔ مربع فقط در حدود ۱ درصد است (با توجه به فراوانی فعلی این خوشه‌ها). برعکس، فراوانی این خوشه‌ها در عالم کم-چگالی به‌کندی در گسترهٔ انتقال به سرخ  $[0, 1]$  تحول می‌یافت. مطالعهٔ نمونه‌هایی از خوشه در انتقال به سرخهای متفاوت یک توزیع فراوانی را از خود نشان می‌دهد که با مورد اخیر، با  $\Omega_G = 0.3$ ، در گسترهٔ  $[0.2, 0.4]$  سازگارتر است. شکل ۲۱.۱۰ نشان می‌دهد که چگونه تحول فراوانی خوشه‌ها با چگالی عالم تغییر می‌کند. در اینجا داده‌ها در واقع محدودیت شدیدتری را نشان می‌دهند، که به نفع پارامتر چگالی  $0.2 \sim$  است. می‌توانیم این برآورد را با نسبت‌های جرم به توری مقایسه کنیم که قبلاً از مؤلفهٔ باریونی خوشه‌ها به دست آوردیم. هر سه آنها نشان می‌دهند که رسیدن به چگالی کل ماده، باریونی و غیر باریونی، برابر با چگالی بستانار بدون وارد کردن سناریوهای شدیداً ساختگی دشوار است.

### ۳.۴.۱۰ مادهٔ تاریک

در کیهان‌شناسی تومی باید  $\Omega_0 = 1$  باشد. بدیهی است که  $\Omega_G$  بسیار کمتر از این مقدار است. بنابراین، آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که عالم باز نیست؟ آیا تورم منتفی است؟ با این همه، پاسخ به این پرسشها چندان ساده نیستند. وضعیت بودجه ماده به قرار زیر است.



شکل ۲۱.۱۰ این منحنیها نشان می‌دهند چگونه چگونی خوشه‌ها برحسب انتقال به سرخ برای مقادیر مختلف  $\Omega_0$  تحول می‌یابد. خوشه‌های با جرم بزرگتر از  $8 \times 10^{14} h_0^{-1} M_\odot$  در داخل شعاع همراه  $1.5 h_0^{-1} \text{Mpc}$  را در شمارش به‌ازای واحد حجم در نظر گرفته شده‌اند. نقطه‌های مشاهده‌شده با خط‌های خطای همراه با منحنیهای تحول برای پارامترهای مختلف چگالی جرم ( $\Omega_G = (0.1, 0.2, 0.3, \dots)$ ) نشان داده شده‌اند. ظاهراً داده‌ها به نفع عالم کم-چگالی با  $\Omega_G \approx 0.2$  است.

قبلاً معلوم شده است که بخش قابل ملاحظه‌ای از ماده موجود در عالم درخشان نیست. دیدیم که اگر قانون عکس مجذوری نیوتونی گرانش را در نظر بگیریم، منحنیهای چرخش تخت کهکشانه‌های مارپیچی جرمی بیشتر از چیزی را ایجاد می‌کند که به صورت ستارگان مشاهده می‌شود. در خوشه‌های کهکشانی، قضیه ویریال (که باز هم مبتنی بر قانون گرانش نیوتون است) به جرمی بیش از مقدار مشاهده‌شده نیاز دارد.

در وضعیت اخیر بد نیست دیدگاههای منجم امریکایی و ویکتور آمبارتسومیان<sup>۱</sup> را متذکر شویم

1. Victor Ambartsumian

«طبیعی است بکوشیم با مشاهده نقطه‌های کلیدی که اسرار طبیعت در آنجا پنهان هستند از این اسرار پرده برداریم. دستیابی به این هدف با نظریه‌پردازی به تنهایی ممکن نیست. رصدها تقریباً شواهد تقریباً نامحدودی را به نفع فورانها و انفجارها(ی کهکشانشا) در اختیار می‌گذارند، ولی برای فرایندهای چگالش و رمبش تقریباً ناقص‌اند. واقعیتها ادعای نامعای برضد ایده‌های مرتبط به فرایند چگالش هستند؛ در عالم قابل مشاهده؛ پدیده‌های متضاد، یعنی انبساط و پخش، مسئول اغلب تغییراتی هستند که صورت می‌گیرد.»<sup>۱</sup>

مشاهده‌های بعدی شاید معلوم کند که خوشه‌ها تابع قضیهٔ ویریاال اند، یا طبق استدلال آمبارتسومیان، در حال انبساط. این استدلال برای مادهٔ تاریک در مورد اخیر ضعیف می‌شود. فعلاً ما شق اول را در نظر می‌گیریم.

با این همه، حتی اگر قضیهٔ ویریاال در مورد خوشه‌ها به‌کار رود، نمی‌توانیم چگالی جرم کل لازم برای انبساط را به‌دست آوریم. باید فرض کنیم که، اگر چنین ماده‌ای وجود داشته باشد، بیشتر در حفره‌ها توزیع‌شده و غیردرخشان است. همین‌طور، این ماده باید غیرباریونی باشد.

در فصل ۵ دیدیم که قیده‌های شدیدی در مورد چگالی باریونی عالم وجود دارد، که با توجه به رصدهای مربوط به دوتریم آغازین اعمال می‌شود. این مدرک بر مبنای دوتریم را در بخش ۶.۱۰ مرور می‌کنیم، اما اکنون به تأثیر آن بر  $\Omega$  می‌پردازیم. نسبت‌های  $M/L$  بزرگ در جدول ۱.۱۰ ایجاب می‌کند که حتی در محدودهٔ بالا مادهٔ غیردرخشان زیادی وجود داشته باشد. تا جایی که چگالی این ماده از حدودی که فراوانی دوتریم معلوم می‌کند تجاوز نکند، باریونها می‌توانند مادهٔ غیردرخشان را به‌صورت زیر به حساب آورند.

۱. ستارگان با درخشندگی کم و بقایای ستارگان. یک امکان «کوتوله‌های قهوه‌ای» یعنی ستارگان با جرم‌های بسیار کمتر ( $\leq 0.08 M_{\odot}$ ) از مقداری است که بتوانند بر اثر همجوشی هستهٔ هیدروژن درخشان شود. این ستارگان ممکن است در فرایند تشکیل ستارگان به‌وجود آیند، اما آشکارسازی آنها بسیار دشوار است مگر اینکه بخشی از دوتاییها باشند. در انتهای دیگر روند تحول ستاره‌ای، ستارگان با جرم زیاد ممکن است به حالت‌های نهایی کوتولهٔ سفید/ستارگان نوترونی/سیاهچاله‌ها رسیده باشند. اما، همان‌طور که بی. کر و دیگران محاسبه کرده‌اند، چگالی در

۱. برگرفته از

این باقی مانده‌ها نمی‌تواند مسئول بیش از  $3 \times 10^{-6} \approx \Omega_0$  باشد؛ در غیر این صورت نور کل آنها به صورت غیرقابل قبولی زیاد می‌شود.

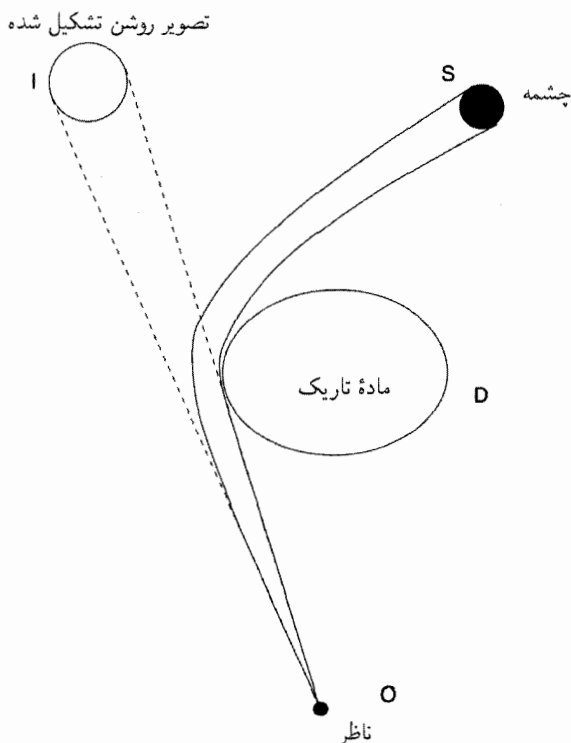
۲. اجسام جامد کوچک مانند دنباله‌دارها، ذرات گردوغبار، و غیره. اما برای شرکت این عوامل در  $\Omega_0$  حدی وجود دارد، زیرا اغلب آنها از فلزات سنگین ساخته شده‌اند که فراوانی آنها روی هم رفته از  $1 \times 10^{-6} \sim$  فراوانی هیدروژن تجاوز نمی‌کند.

۳. گاز خنثی و یونیده به صورت هیدروژن. به هر حال، مقدار این ماده کمتر از آن است که به حساب ماده تاریک گذاشته شود. به عنوان مثال هاله پرتو X مربوط به M۸۷ محتوای گاز فقط ۳ درصد جرم کل کهکشان را نشان می‌دهد.

همین‌طور محدودیت‌های شدیدی در مورد هیدروژن خنثی میان کهکشانی وجود دارد. در طیف کوازارهای با انتقال به سرخ زیاد ( $z > 2$ )، طرف آبی خط لیمان ( $\lambda = 1215 \text{ \AA}$ ) باید بر اثر جذب در راه توسط هیدروژن خنثی، اُفت قابل ملاحظه‌ای در پیوستار داشته باشد. در سال ۱۹۶۵ جی. گان و بی. ا. پترسون<sup>۱</sup> در کوازار ۳C-۹ به دنبال این اثر گشتند و حد بالا را (برمبنای هیچ اثر قابل آشکارسازی در حدود حساسیت رصدها)  $\Omega_{\text{H-I}} \leq 4 \times 10^{-7} h_0^{-1}$  تعیین کردند.

هیدروژن مولکولی را نیز می‌توان، برمبنای آزمونهای مشابه، از زمره مدعیان ممکن عنوان ماده تاریک کنار گذاشت. سیستمهای خط جذبی  $\alpha$  لیمان که در کوازارها یافت می‌شوند ممکن است ناشی از ابرهای گسسته هیدروژن خنثی باشند. اما، اغلب هیدروژن موجود در این ابرهای میان-کهکشانی بر اثر تابش کوازار یونیده شده است، و در نتیجه با استفاده از این داده‌ها می‌توان  $\Omega_{\text{H-II}} \approx 10^{-3}$  را برآورد کرد. به علاوه، این شرط که ابرها رسانش بیش از حد گرم نشده باشند حد  $\Omega_{\text{H-II}} \leq 2 \times 10^{-2} h_0^{-2}$  را بر چگالی محیط یونیده میان کهکشانی اعمال می‌کند.

۴. سیاهچاله‌های پر جرم. این سیاهچاله‌ها، با جرمهای متجاوز از چند صد برابر جرم خورشید، نیز می‌توانند نامزد ماده تاریک باشند. چنین سیاهچاله‌هایی از رمبش ستارگان پر جرمی که به صورت ابرنواخترها منفجر نمی‌شوند و در نتیجه عناصر سنگین را به محیط اطراف پرتاب نمی‌کنند به وجود می‌آیند. (سیاهچاله‌های با جرم کمتر نمی‌توانند تعداد زیادی را تشکیل دهند، زیرا بر اثر انفجارهای ابرنواختر تشکیل شده‌اند و از این رو محیط میان ستاره‌ای را با عناصر سنگین آلوده ساخته‌اند.) برمبنای بیشترین اثرهای مشاهده شده از این نوع، بی. کر و دیگران استدلال کرده‌اند که سهم سیاهچاله‌ها در  $\Omega_0$  بیش از  $10^{-4} \sim$  نیست. به هر حال، برای سیاهچاله‌های پر جرم، محدودیت‌های دیگری وجود دارد. سی. کانیزارز<sup>۲</sup> استدلال کرده است تعداد بسیار زیادی از این سیاهچاله‌ها به



شکل ۲۲.۱۰ نمودار کلی یک دستگاه ریزعدسی. تصویر ستاره هنگامی درخشان می‌شود که یک ماده تاریک میانی نقش عدسی را بازی می‌کند.

واسطه تشکیل عدسی گرانشی تأثیر مبالغه‌آمیزی بر کوازارها دارند. نبود تأثیر قابل ملاحظه و ابیچیدگی ناشی از این اثر تعداد این سیاهچاله‌های پرجرم را نیز ناچیز می‌سازد.

۵. تشکیل ریز عدسیهای گرانشی. یک راه هوشمندانه برای آشکارسازی حضور کوتوله‌های قهوه‌ای و سایر اشیا تاریک با جرم کمتر از ستاره را چند گروه در اوایل سالهای ۱۹۹۰ با استفاده از مفهوم ریزعدسیهای گرانشی آغاز کردند. در این پدیده، نور ناشی از یک ستاره در قسمت برآمده ککهکشان یا در ککهکشانی بسیار نزدیک مانند ابرهای ماژلانی می‌توانند مطابق شکل ۲۲.۱۰ توسط یک جسم میانی متشکل از ماده تاریک از نوع بالا که نقش عدسی گرانشی را بازی می‌کند کانونی شود. چون این پدیده در مقیاسی بسیار کوچکتر از عمل عدسی گرانشی صورت می‌گیرد که ککهکشانیها یا خوشه‌های ککهکشانی در مورد کوازارها انجام می‌دهند، آن را تشکیل ریزعدسی گرانشی می‌نامند. این عمل باعث می‌شود که ستاره برای مدت کوتاهی، از حدود چند روز تا یک ماه که

جسم کانونی‌کننده از خط دید عبور می‌کند، بدرخشد. مدت تقویت نور جرم جسم کانونی‌کننده را مشخص می‌کند. گروههای با سرواژه‌های تخیلی مانند MACHO<sup>۱</sup>، EROS<sup>۲</sup>، OGLE<sup>۳</sup> و غیره، تلسکوپهایی را وقف جستجوی این سیستمها کرده‌اند. شکل ۲۳.۱۰ یک مورد مشخصی از این افزایش شدت را نشان می‌دهد. البته، هر وضعیتی که در آن ستاره‌ای ناگهان پرنور می‌شود مربوط به عمل ریزعدسی نیست، زیرا درخشندگی ستاره ممکن است به دلایل دیگر نیز تغییر کند. بنابراین در هنگام تحلیل مواردی که در جستجوهای خودکار پیش می‌آید باید دقت کرد.

برنامه‌های فعلی مربوط به ریزعدسی به جرمهای ۵-۱۰<sup>۰</sup> برابر جرم خورشید حساس‌اند. این به واسطهٔ مقیاس زمانی است: مقیاس زمانی برای جسمی به جرم ۰/۱ جرم خورشید در حدود ۷ روز است، در حالی که مقیاس زمانی برای جسمی با پنج برابر جرم خورشید حدود ۲۰۰ روز می‌شود. برنامهٔ دیدبانی رویدادهایی را که خیلی کمتر از ۷ روز، یا خیلی بیش از ۲۰۰ روز دوام می‌آورند آشکار نخواهد ساخت. بنابراین، اگر اجسامی فراتر از این گسترهٔ جرم قرار داشته باشند، روش ریزعدسی نمی‌تواند آنها را مشخص سازد.

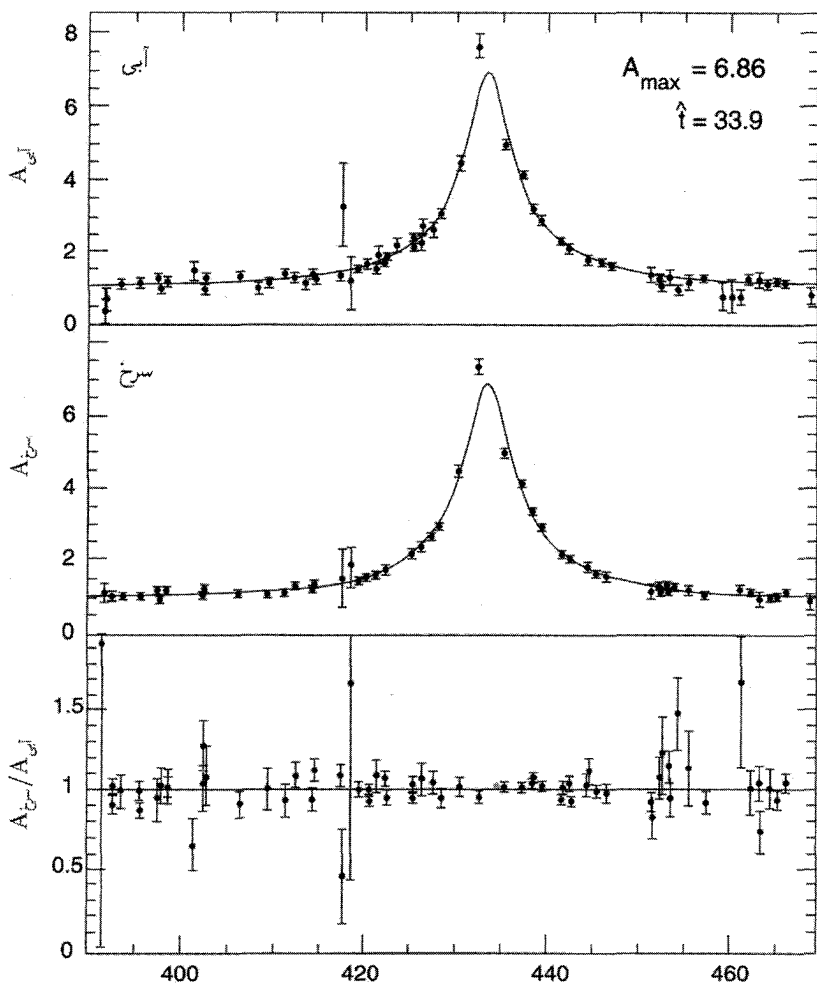
اصولاً، روش ریزعدسی را هنوز می‌توان برای آشکارسازی اجسام کوچکتر از ۰/۱ و بزرگتر از پنج برابر جرم خورشید به‌کار برد. با این همه، برنامه را باید طوری تنظیم کرد که به رویدادهای در مقیاس زمانی بلندتر و کوتاهتر حساس باشد.

در این مرحله هنوز معلوم نیست که سهم اجسام از نوع MACHO در چگالی باریونی کل عالم تا چه اندازه است، زیرا هنوز نمی‌توان با صراحت گفت که جمعیت آنها در چه نقطه‌ای در مقابل کهکشان قرار دارد. این احتمال مشخص وجود دارد که بخشی از این ریزعدسیها در قرص یا هاله‌ها کهکشان نباشند، بلکه در ابر بزرگ یا کوچک ماژلانی قرار گرفته باشند. بنابراین برخی برآوردها کسر MACHO مربوط به  $\Omega_B$  را قابل مقایسه با واحد می‌دانند، در حالی که در برآوردهای دیگر مقدار آن ناچیز است. وابستگی شدیدی نیز به جرم یک MACHO نوعی وجود دارد، که مقدار آن هنوز مشخص نیست. با این همه، این روش توان بالقوهٔ زیادی را برای آشکارسازی مؤلفهٔ تاریک عالم دارد.

۶. مادهٔ غیر باریونی. بنابراین به جایگزینهای غیر باریونی رهنمون می‌شویم، که برای باور کیهان‌شناسی تورمی با  $\Omega_0 = 1$  بدون شک به آنها نیاز داریم. در فصل ۷ شکل‌های مختلف مادهٔ تاریک غیر باریونی را بررسی کردیم. چون ظاهراً این مواد با نور و هیچ مادهٔ باریونی و لپتونی برهم‌کنش ندارند، بنابراین «ذرات سنگین دارای برهم‌کنش ضعیف» (WIMPs)<sup>۴</sup> همان‌طور که

1. Massive Astrophysical Compact Halo Object 2. Experience de Recherche d'Objets Sombers 3. Optical Gravitational Lensing Experiment 4. Weakly interacting massive particles





روزهای سپری شده از ۲ ژانویه ۱۹۹۲

شکل ۲۳.۱۰ برنامه MACHO یک رویداد ریزعدسی را گزارش کرده است. خیز و فروافت شدت ستاره در دورنگ مشاهده می‌شود. این با اثر عدسی سازگار است زیرا در همه طول موجها عمل می‌کند.

قبلاً گفته شد، ماده تاریک می‌تواند دو صورت ممکن سرد و داغ را داشته باشد. برهم‌کنش آنها با ماده مرئی، از طریق گرانش، نقش مهمی در توصیف ساختار بزرگ مقیاسی دارد که اکنون مشاهده می‌شود. اگرچه در زمان نوشتن این کتاب، به نظر می‌رسد که CDM انتخاب برتر باشد، اما این

انتخاب برای هیج سناریوی تشکیل ساختار کاملاً رضایت بخش نیست. هیج گونه WIMP وجود ندارد که «وجود» آن در تجربه‌های آزمایشگاهی ثابت شده باشد. نزدیکترین مورد به اعتبار تجربی نوترینوهای جرم‌دار هستند (که به گروه HDM تعلق دارند)، که برای آنها ادعاهای متضادی در مورد جرم غیرصفر آنها وجود دارد.

آیا اگر منجمان دلیل سراسستی برای  $\Omega_0 = 1$  به دست نیاورند، ایده «تورم» می‌تواند دوام بیاورد؟ پاسخ مثبت است، این کار با احیای جمله  $\lambda$  (نگاه کنید به تمرین ۲۲) صورت می‌گیرد! البته، این موضوع مسئله تنظیم دقیق جمله  $\lambda$  را لاینحل باقی می‌گذارد (نگاه کنید به فصل ۶).

## ۵.۱۰ سن عالم

فرمولهای (۴۷.۴)، (۶۱.۴) و (۷۴.۴) سن عالم را برحسب مدل‌های فریدمان مختلف به دست می‌دهد. چون این فرمولها تابع دو پارامتر  $H_0$  و  $q_0$  (یا  $\Omega_0$ ) است که هر دوی آنها را در بالا بررسی کردیم، اکنون در موقعیتی هستیم که نگاهی به مسئله سازگاری برآوردهای سن فریدمان با تخمینهای مختلف اخترفیزیکی از سن عالم بیندازیم. شکل ۱۳.۴ چند برآورد مقادیر مشخصه مدل‌های فریدمان را برای مقایسه در اختیارمان می‌گذارد.

در حال حاضر دو راه مختلف برای برآورد سن کهکشانشنا وجود دارد، که هر دوی آنها در مورد کهکشان ما به کار رفته است. شرط اولیه سازگاری البته این است که سن مدل فریدمان از سن هر جسم داخل آن تجاوز نکند.

## ۱.۵.۱۰ تحول ستاره‌ای

این روش، که در مورد خوشه‌های گویسان در کهکشان ما به کار رفته است، برمنبای این اصل قرار دارد که ستارگان با ترک کردن رشته اصلی برای اینکه به صورت غولهای سرخ درآیند، سرختر و پرنورتر می‌شوند. چون مرحله غول سرخ در طول عمر ستاره نسبتاً کوتاه است، مثلاً تا حدود  $10^7$  درصد زمانی که ستاره در رشته اصلی قرار دارد. نقطه عطف از رشته اصلی به شاخه غول سن خوشه را با خطای  $10\%$  درصد تعیین می‌کند.

اگر سن خوشه، یعنی زمانی که خوشه از رشته اصلی خارج می‌شود را با  $t_c \times 10^9$  سال نشان دهیم، و  $Y$  و  $Z$  را فراوانیهای هلیوم و فلز در این مرحله در نظر بگیریم. محاسبه‌های تحول ستاره‌ای نشان می‌دهد که

$$\log t_c = 1.035 + 2.085(0.3 - Y) - 0.3(\log Z + 3). \quad (55.10)$$

از این رو، سن ستاره بستگی شدیدی به فراوانی هلیوم  $Y$  دارد.  $Y$  را می‌توان از مقایسهٔ زمانی که ستاره در شاخهٔ افقی قرار دارد به زمانی که در شاخهٔ غول سرخ می‌گذراند به دست آورد. اگر این نسبت  $R$  باشد، محاسبه نشان می‌دهد که

$$Y = 0.3 - 0.39 \log(f/R), \quad (56.10)$$

که اگر مدل ستاره‌ای نیم-همرفت و سایر اثرها را به حساب آورد،  $f = 2$  می‌شود، در حالی که اگر این منظور نشوند خواهیم داشت  $f = 1$ .  $R$  را می‌توان از نسبت ستارگان شاخهٔ افقی و ستارگان غول سرخ موجود در خوشه برآورد کرد. سن ستارگانی که به این روش تعیین شده‌اند در گسترهٔ  $13 \times 10^9$  تا  $18 \times 10^9$  سال قرار می‌گیرد.

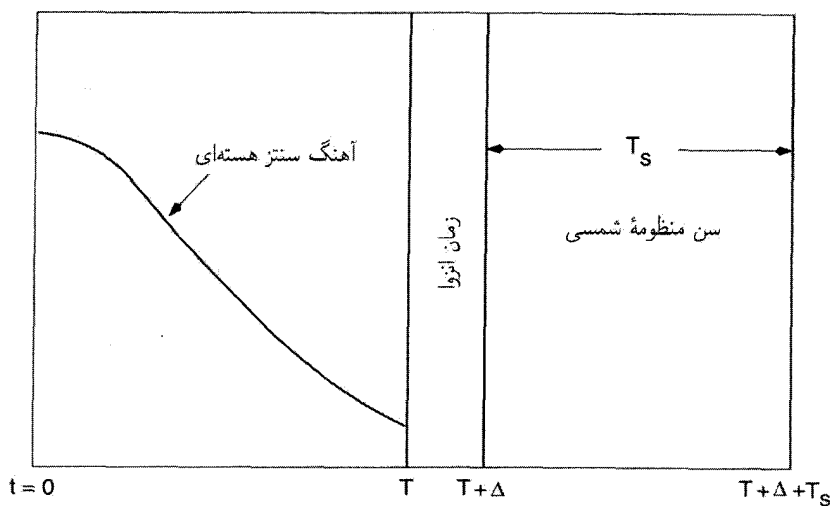
### ۲.۵.۱۰ گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای

در سال ۱۹۶۰ اف. هویل و دبلیو. ا. فاولر برای نخستین بار نشان دادند که چگونه می‌توان از روی فراوانیهای نسبی هسته‌ای پرتوزا با طول عمر زیاد سن کهکشان ما را برآورد کرد. از این روش قبلاً برای تخمین سن منظومهٔ شمسی استفاده شده بود. به عنوان مثال، مشاهده‌های فعلی در مورد نسبت‌های  $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$  که برحسب نسبت  $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$  در مواد مختلف منظومهٔ شمسی (مانند شهابسنگها) رسم شده‌اند، سن این منظومه را دقیقاً  $4.54 \times 10^9$  سال به دست می‌دهند (نگاه کنید به تمرین ۲۴).

همان‌طور که شکل ۲۴.۱۰ نشان می‌دهد، روش گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای می‌خواهد زمان قبل از تشکیل منظومهٔ شمسی را برآورد کند. با توجه به این روش، ساعت هسته‌ای ما در  $t = 0$  با تولد کهکشان به کار می‌افتد. ستارگان تحول می‌یابند و ستارگان پرجرمتر به صورت ابرنواختر در می‌آیند، که هسته‌های پرتوزای دراز-عمر را در آنچه به فرایند- $r$  (جذب سریع نوترون توسط هسته‌های سنگین) معروف است می‌سازد. آهنگ پیشرفت این فرایند را با تابع  $p(t)$  نشان می‌دهند، که در  $t = T$  به مقداری ناچیز فرو می‌افتد. بین این عصر و تشکیل منظومهٔ شمسی، گاف زمانی کوتاه  $\Delta$  وجود دارد که به زمان انزوا معروف است و در آن می‌توان سنتز هسته‌ای، به ویژه فرایند- $r$  را نادیده گرفت. از این رو، سن هسته‌ای کل کهکشان عبارت است از

$$t_G = T + \Delta + t_S. \quad (57.10)$$

خلاصه،  $T$  و  $\Delta$  را می‌توان به صورت زیر تخمین زد. روش کار، که تغییری را نسبت به کار قبلی هویل و فاولر نشان می‌دهد، مربوط به دی. ان. اشرام<sup>۱</sup> و جی. جی. واسربرگ<sup>۲</sup> است. یک



شکل ۲۴.۱۰ نقشه زمانی که نشان می‌دهد چگونه می‌توان سن کهکشان را برآورد کرد. جزئیات در متن کتاب شرح داده شده است.

سری هسته‌های  $i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) را با ثابت‌های واپاشی  $\lambda_i$  و آهنگهای تولید  $P_i p(t)$  در نظر می‌گیریم. همین‌طور فرض می‌کنیم که فراوانی  $N_i$  هسته  $i$  بر اثر رقیق شدن ماده ستاره‌ای با گاز خارجی و بازگشت ماده به ستاره، به صورت نمایی با آهنگ  $\omega$  کاهش می‌یابد. بنابراین، در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند

$$\frac{dN_i}{dt} = -\lambda_i N_i - \omega N_i + P_i p(t). \quad (58.10)$$

فرض می‌کنیم که آهنگ تولید نسبی  $P_i/P_j$  دو هسته  $i$  و  $j$  ثابت است. از معادله (58.10) می‌توان از  $T$  تا  $T + \Delta$  انتگرال گرفت و به دست آورد

$$N_i(T + \Delta) = P_i e^{-(\lambda_i + \omega)\Delta} \int_0^T p(t) e^{(\lambda_i + \omega)t} dt. \quad (59.10)$$

بین  $T$  و  $T + \Delta$  می‌توان جمله‌های  $\omega$  و  $P_i p$  در (58.10) را نادیده و نتیجه گرفت

$$N_i(T + \Delta) = N_i(T) e^{-\lambda_i \Delta}. \quad (60.10)$$

برای هسته‌های دراز-عمر  $\lambda_i T \gg 1$  و می‌توان بعضی تقریبها را به‌کار برده با تعریف

$$R_{ij} = \frac{P_i N_j (T + \Delta)}{P_j N_i (T + \Delta)}, \quad (۶۱.۱۰)$$

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int_0^T tp(t) dt}{\int_0^T p(t) dt}. \quad (۶۲.۱۰)$$

به راحتی می‌توان دید که برای  $p(t) = \text{const.}$ ،  $\langle \tau \rangle = T/2$ ، در حالی که برای  $p(t) \propto \delta(t)$ ،  $\langle \tau \rangle = 0$ . مقدار  $\langle \tau \rangle$  به‌طور کلی بین این دو حد قرار دارد.

سپس با محاسبه‌ای ساده می‌توان از (۵۹.۱۰) و (۶۲.۱۰) نتیجه گرفت

$$T = \langle \tau \rangle + \Delta_{ij} - \Delta, \quad (۶۳.۱۰)$$

که

$$\Delta_{ij} = \frac{\ln R_{ij}}{\lambda_i - \lambda_j}. \quad (۶۴.۱۰)$$

ایزوتوپهای پرتوزای توریم ( $^{232}\text{Th}$ ) و اورانیم ( $^{238}\text{U}$ ) و اخیراً زوج اسمیم ( $^{187}\text{Os}$ )-رنیم ( $^{187}\text{Re}$ ) برای برآورد  $\Delta_{ij}$  و در نتیجه  $T$  و  $t_G$  به‌کار رفته‌اند. به ثابتهای واپاشی  $\lambda_i$  و  $\lambda_j$  و کمیت  $R_{ij}$  نیاز داریم. نسبت  $N_i(T + \Delta)/N_j(T + \Delta)$  در  $R_{ij}$  در زمان تشکیل منظومه شمسی غالب است، و می‌توان آن را از نسبت کنونی در شهابسنگها و معلومات درباره  $t_s$  به‌دست آورد. نسبت  $P_i/P_j$  از نظریه‌های سنتز هسته‌ای گرفته می‌شود.

از ایزوتوپهای کوتاه‌عمر ( $\lambda_i T \ll 1$ ) برای تخمین  $\Delta$  استفاده می‌شود. از (۵۹.۱۰) و (۶۰.۱۰) داریم

$$N_i(T + \Delta) = \frac{P_i}{\lambda_i} p(T) \exp(-\lambda_i \Delta). \quad (۶۵.۱۰)$$

در نتیجه

$$\Delta = \frac{1}{\lambda_i - \lambda_j} \ln \left( R_{ij} \frac{\lambda_j}{\lambda_i} \right). \quad (۶۶.۱۰)$$

از روی ایزوتوپهای کوتاه-عمرید ( $^{129}\text{I}$ ) و پلوتونیم ( $^{244}\text{Pu}$ ) درمی‌یابیم که  $\Delta$  درگستره  $10^8 \times (1-2)$  سال قرار دارد.

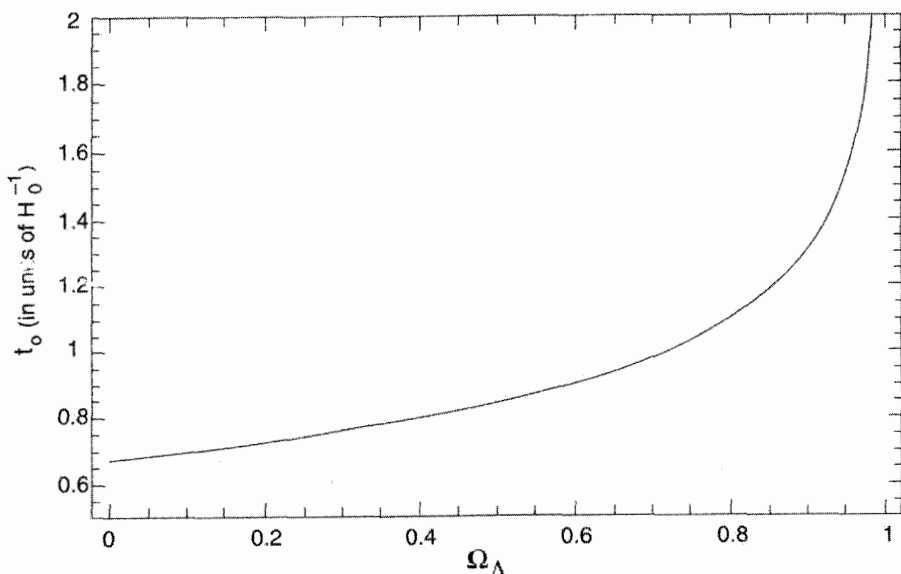
سن هسته‌ای که بدین طریق به‌دست می‌آید درگستره  $10^9 \times (6-20)$  سال قرار دارد، دارد، عرض این گستره بینه خطاهای کمیت‌های مورد استفاده در تعیین بازه‌های  $\Delta_{ij}$  و  $\langle \tau \rangle$  را نشان می‌دهد.

با وجود این، بدیهی است که برآوردهای سن و آنچه از خوشهای گویسان به دست می آید را با مقادیر شکل ۱۲.۴ مقایسه می کنند، و مدل های با  $h_0 = 1$  و  $\Omega_0 \geq 1$  را مشکل بتوان برآوردهای اختریفی یکی سن کهکشان ما وفق داد. به ویژه، مدل تورمی به خاطر پیش بینی صریح  $\Omega_0 = 1$  کنار گذاشته می شود. به ثابت کیهان شناختی نیاز داریم.

برای اینکه مسئله از دیدگاه متداول آسانتر شود، کوششهایی به عمل آمده است تا ببینیم آیا می توان سنهای ستاره ای و پرتوزا را به طور قابل ملاحظه ای کم کرد. به عنوان مثال، اگر اتلاف جرم قابل ملاحظه ای در مرحله رشته اصلی و تحول ستاره ای صورت گیرد، زمانی که ستاره در رشته اصلی می گذارند کاهش می یابد. (زیرا کار را با جرم بیشتری آغاز کرده و سریعتر متحول شده است). با استدلال به این طریق، ال. ا. ویلسون<sup>۱</sup>، جی. اچ. بوئن<sup>۲</sup>، و سی. استراک-مارسل<sup>۳</sup> ادعا می کنند که می توان سن خوشه های گویسان را به  $10^9 \times (10-7)$  سال کاهش داد. همین طور، دبلیو. ا. فاولر و سی. سی. مایسل<sup>۴</sup> سن هسته ای کهکشان را با بهره گیری از مدل وابسته به زمان سنتز هسته ای محاسبه کرده اند که در آن پس از «تیرک» اولیه سنتز یکنواختی صورت می گیرد. آنها مدعی اند که بدین ترتیب سن به  $10^9 \times (1.6 \pm 0.1)$  سال کاهش می یابد. اما، اگر  $h_0 \approx 1$  باشد حتی این تمرینها، کمکی به مدل تورمی نمی کنند.

به لحاظ رصدی نیز، فیست و همکاران که با داده های هیپارکوس در مورد اختلاف منظرهای ستاره ای کار می کنند، راه نویدبخشی را برای کاهش سنهای ستاره ای یافته اند؛ آنها استدلال کردند که افزایش منظمی در فاصله های ستاره ای اصلاح شده وجود دارد، به طوری که درخشندگیهای ستاره ای افزایش و مقیاسهای زمانی تحول کاهش می یابد. این موضوع بدون شک به کاهش گاف موجود بین سنهای ستاره ای و کیهان شناختی کمک می کند، اما در مورد حذف کامل اختلاف موجود با این روش تردید وجود دارد.

با توجه به این دلایل، احیای ثابت کیهان شناختی به کیهان شناسی مهبانگ کمک کرده است. زیرا، همان طور که در فصل ۴ دیدیم، جمله  $\lambda$  را می توان به صورت مناسب انتخاب کرد تا سن عالم را به اندازه ای سازد که می خواهیم. مثلاً شکل ۲۵.۱۰ نشان می دهد که چگونه سن مدل فریدمان تخت با افزایش اندازه ثابت کیهان شناختی ( $\Omega_\Lambda$ ) که در فصل ۴ تعریف کردیم تغییر می کند. با این همه، وارد کردن این ثابت فاصله های کیهان شناختی و در نتیجه احتمال کانونی شدن نور یک ستاره دور دست به صورت گرانشی افزایش می یابد. از بسامدهای اجسام کانونی شده، حد بالای پارامتر بدون بعد  $\Omega_\Lambda$  تعیین شده است: به طور کلی توافق شده است که  $\Omega_\Lambda$  نمی تواند از ۰/۷ تجاوز کند.



شکل ۲۵.۱۰ سن مدل‌های مختلف فریدمان با استفاده از یکاهای  $H_0^{-1}$  برحسب  $\Omega_\Lambda$  رسم شده است. سن را می‌توان با تنظیم دقیق ثابت کیهان‌شناختی به دلخواه تغییر داد.

## ۶.۱۰ فراوانی هسته‌های سبک

معلوم شده است که هسته‌های با جرم‌های اتمی  $A \geq 12$ ، از طریق فرایندهای مختلف که در نظریه‌های تحول ستارگان بررسی شد، در درون ستارگان ساخته می‌شوند. هسته‌های  ${}^6\text{Li}$ ،  ${}^9\text{Be}$ ،  ${}^{10}\text{B}$  و احتمالاً  ${}^{11}\text{B}$  را می‌توان در پرتوهای کیهانی کهکشانی با شکستن هسته‌های سنگین هنگام عبور آنها از گاز میان ستاره‌ای تولید کرد. این هسته‌های سبک، به‌ویژه  ${}^2\text{H}$ ،  ${}^3\text{He}$ ،  ${}^4\text{He}$ ، و  ${}^7\text{Li}$  هستند که ظاهراً تولید آنها در ستارگان با مقدارهای مشاهده‌شده مشکل ایجاد می‌کند. به‌علاوه، فراوانی‌های آنها به‌گونه‌ای است که می‌توانستند در سنتز هسته‌ای مه‌بانگ تولید شده باشند. بنابراین خواهیم دید که رصدها چه محدودیتهایی را بر کیهان‌شناسی استاندارد، اعمال می‌کند.

### ${}^4\text{He}$ ۱.۶.۱۰

فراوانی‌های مشاهده‌شده هلیوم (که همواره با کسر جرم  $Y$  نشان داده می‌شود) در عالم در گستره وسیع  $0.34 \leq Y \leq 0.13$  قرار دارد. این پراکندگی وسیع ناشی از خطاهای موجود در برآوردهای رصدی است. به‌علاوه، تخمین هلیوم آغازین در خورشید در هنگام تشکیل منظومه شمسی در

$10^9 \times 4,54 \sim$  سال قبل به مدل بستگی دارد و در نتیجه نمی‌توان آن را به صورت منحصر به فرد تعیین کرد. ام. پیمبرت<sup>۱</sup>، اس. تورس پیمبرت<sup>۲</sup> و جی. اف. ریو<sup>۳</sup> مطرح کرده‌اند که تفکیک  $Y$  در هر مکان به صورت زیر است

$$Y = Y_0 + \Delta Y,$$

$$Y_0 = 0,23 \pm 0,02,$$

$$\Delta Y \cong (2,5 \pm 0,5)Z \quad (67.10)$$

که  $Y_0$  فراوانی هلیوم آغازین،  $\Delta Y$  فراوانی هلیوم ستاره‌ای، و  $Z$  فراوانی عناصر سنگینی است که ستارگان می‌سازند. چون  $Z \leq 0,02$ ، پس نتیجه می‌گیریم که  $\Delta Y \leq 0,06$ .

همبستگی میان  $Y$  و نسبت اتمهای  $[O]/[H]$  (اکسیژن به هیدروژن) و  $[N]/[H]$  (نیتروژن به هیدروژن) مورد توجه فراوان است. مقدار زیادی داده‌های کنترل‌شده در این مورد وجود دارد و خطهای برگشت برازش یافته‌اند. هر جا که این خطها محور عمودی را قطع کنند، برای  $[O/H] = 0$  و  $[N/H] = 0$ ، برآورد آغازین  $Y_0$  به دست می‌آید. در سال ۱۹۹۲ بی. ای. جی. پاگل<sup>۴</sup>، ای. ا. سیمونسون<sup>۵</sup>، ار. جی. ترلوچ<sup>۶</sup> و ام. جی. ادموندز مقدار متوسط  $Y_0$  از این داده‌ها را  $0,228 \pm 0,005$  برآورد کردند.

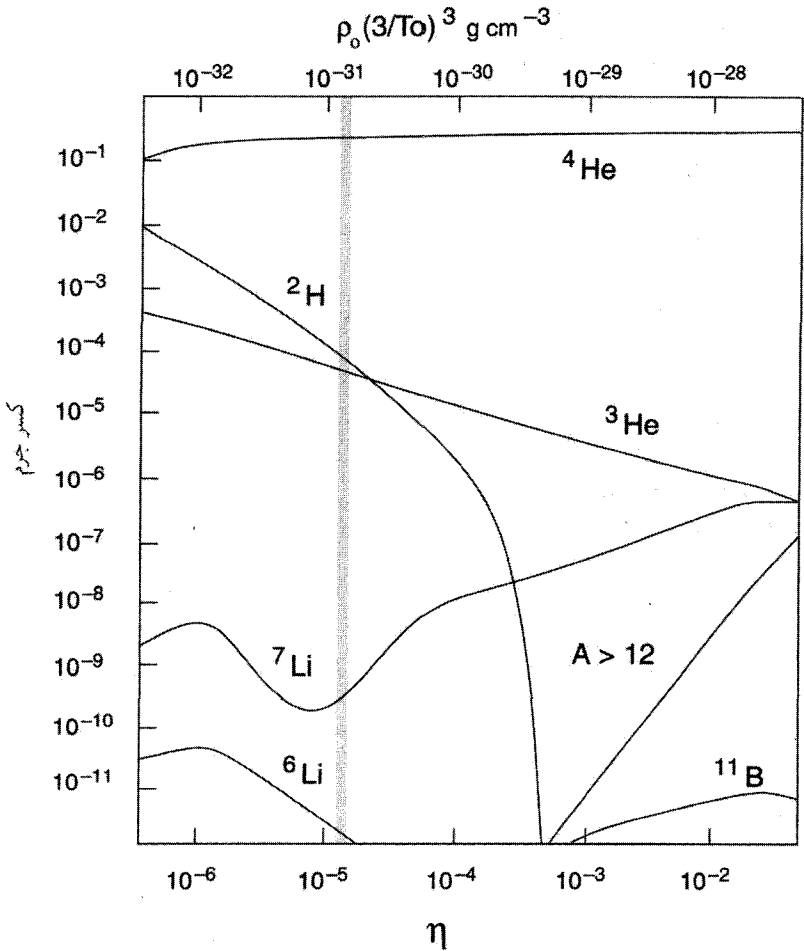
اخیراً ای. ترلوچ<sup>۷</sup>، ار. ترلوچ<sup>۸</sup>، ای اسکلمن<sup>۸</sup>، جی. استپانیان<sup>۹</sup>، و وی. لیپووتسکی<sup>۱۰</sup> در پی محتوای هلیوم در کهکشانهایی بوده‌اند که به لحاظ فلز فقیر هستند، زیرا به مقدار آغازین نزدیکتر است. در نمونه اول این کهکشانها آنها متوجه شدند که کهکشان  $SB5 \ 0335 - 052$  دارای  $Y = 0,215 \pm 0,01$  است.

بدیهی است که بقای نظریه سنتز هسته‌ای مهبانگ وابسته به آن است که این مقدارهای کم  $Y$  به جای قاعده کلی به صورت موارد استثنایی در آیند. چون وقتی  ${}^4\text{He}$  تولید و به محیط میان ستاره‌ای پرتاب شد، رهایی از دست آن دشوار است، یعنی اجسام با  $Y$  کم را باید ناشی از ناهمگنیهای موجود در ترتیب آغازین دانست. گستره قابل تحمل برای سنتز هسته‌ای مهبانگ کدام است؟

بهرتر است به فصل ۵ برگردیم و شکل ۵.۵ را به خاطر آوریم که در اینجا به صورت شکل ۲۶.۱۰ باز تولید شده است. متوجه می‌شویم که در تصویر آغازین  $Y_0$  نسبتاً به  $h_0$  و  $\Omega_0$  غیر حساس

- |                   |                       |                 |                   |
|-------------------|-----------------------|-----------------|-------------------|
| 1. M. Peimbert    | 2. S. Torres Peimbert | 3. J. F. Rayo   | 4. B. E. J. Pagel |
| 5. E. A. Simonson | 6. R. J. Terlevich    | 7. E. Terlevich | 8. E. Skillman    |
| 9. J. Stepanian   | 10. V. Lipovetskii    |                 |                   |





شکل ۲۶.۱۰ فراوانی آغازین هسته‌های سبک برحسب چگالی فعلی ماده در عالم. رابطه‌ی میان  $\eta$  و  $\rho_0$  (۵۶.۵) به دست می‌آید. نوار سایه گستره‌ی چگالیهای باریونی قابل تحمل با داده‌های فعلی را نشان می‌دهد.

است. اما، وارد کردن لپتونهای جدید نسبت نوترون به پروتون و در نتیجه مقدار  $Y_0$  را زیاد می‌کند. فرمول زیر که نتیجه کار ار. وی. واگنر<sup>۱</sup> است این نتیجه را برای موردی نشان می‌دهد که کسر  $\eta$  در (۵۶.۵) از  $10^{-5}$  تجاوز کند:

$$Y_0 = 0.223 + 0.195 \log \eta + 0.380 \log \xi. \quad (68.10)$$

در صورتی که هیچ ذره‌ای بجز آنچه در فصل ۵ در نظر گرفته شد در عالم آغازین وجود نداشته

باشد، کسر  $\eta = 1$  می‌شود. برحسب نمادهای فصل ۶، این مطلب ایجاب می‌کند که  $g = 9$  باشد. اگر ذرات بیشتری موجود باشند،  $g \rightarrow g + \Delta g$  که  $\Delta g = \Delta g_b + \frac{Y}{\lambda} \Delta g_f$  و

$$\xi^2 = 1 + \frac{\Delta g}{g}. \quad (۶۹.۱۰)$$

برای  $Y_0 \leq 0.25$  و  $\Omega_0 = 0.1$ ، فقط یک نوترینوی جدید مجاز است، که نوترینوی  $\tau$  نامیده می‌شود. جالب توجه است که آزمایشهای مربوط به شتابگرها در برهم‌کنشهای ذرات پراثری این نتیجه‌گیری را مستقیماً تأیید می‌کنند. به هر حال، اگر  $Y_0$  به بزرگی  $0.28$  باشد، رابطه (۶۹.۱۰) وجود چهار لپتون را مجاز می‌دارد، در حالی که اگر مقدار آن  $0.21$  شود مدل استاندارد دچار دردرسر می‌شود. کوچکترین مقدار  $Y_0$  مجاز در مدل‌های استاندارد به  $0.236$  نزدیک است. آزمایشهای شتابگر مبتنی بر اندازه‌گیری عرض واپاشی بوزون  $Z^0$  نشان می‌دهند که تعداد نمونه‌های نوترینو  $0.10 \pm 0.03$  است. بنابراین اگر کسر جرم آغازین هلیوم بسیار کم نباشد سازگاری وسیعی بین کیهان‌شناسی و فیزیک ذرات به وجود می‌آید. بنابراین، رصدهای  $Y_0$  دارای اهمیت فراوان هستند و با بهبود تشخیص طیف‌سنجی رصادان باید گزارشهای مربوط به آن ادامه یابد. مثلاً، برآورد بی. ای. جی. پجل<sup>۱</sup> و همکاران در سال ۱۹۹۲،  $Y_0 = 0.228 \pm 0.005$ ، یا  $Y_0 \leq 0.242$  که قبلاً ذکر شد، با وجود چهار نوع نوترینو ناسازگار است. این برآوردها را می‌توان فقط نشانه‌ای در نظر گرفت که محدودیتهایی را بر کیهان‌شناسی استاندارد اعمال می‌کنند.

## ۲H ۲.۶.۱۰

فراوانی دوتریم، که آن را با  $X(^2\text{H})$  نشان خواهیم داد، عمدتاً از روی خطهای جذبی سری لیمان در طیفهای فرابنفش ستارگان پرنوری اندازه‌گیری شد که با ماهواره کوپرنیک رصد شده بودند. معلوم شد که

$$9 \times 10^{-6} \leq X(^2\text{H}) \leq 3.5 \times 10^{-5}.$$

اگرچه اغلب مقدار میانگین  $X(^2\text{H}) \simeq 2 \times 10^{-5}$  ذکر می‌شود، اما مقدار آن اغلب از یک ابر به ابر دیگر تغییری قابل ملاحظه می‌کند. معلوم نیست که آیا این تغییرات به انهدام دوتریم آغازین در فرایندهای مختلف مربوط می‌شود. موضوع باید به انهدام مربوط شود زیرا هیچ سناریوی ستاره‌ای رضایت‌بخشی برای تولید دوتریم وجود ندارد. بنابراین، مقدار آغازین باید با حد بالای گستره رصدها متناظر باشد. لاقلاً انتظار داریم که مقدار آن از  $2 \times 10^{-5} \sim$  تجاوز کند (برخلاف

این وضعیت برای  ${}^4\text{He}$ ، که برای آن هیچ سازوکار انهدام وجود ندارد ولی فرایندهایی به تولید آن در ستارگان می‌انجامد.

با رجوع به شکل ۲۶.۱۰، مشاهده می‌کنیم که فراوانی آغازین  $X({}^2\text{H}) \geq 2 \times 10^{-5}$  ایجاب می‌کند که چگالی باریونی فعلی از  $4 \times 10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$  تجاوز نکند، که به نوبه خود حد بالای پارامتر چگالی باریون  $(\Omega_B)_0$  را مشخص می‌کند:

$$h_0^2 (\Omega_B)_0 \leq 0.702. \quad (70.10)$$

جالب است توجه کنیم که در سال ۱۹۹۶، تایتلر<sup>۱</sup>، فن<sup>۲</sup>، و برلز<sup>۳</sup>، از اندازه‌گیریهای فراوانی دوتریم در ابرهای اطراف کوازاری با انتقال به سرخ بالا حدودی را بر پارامتر چگالی باریون اعمال کردند:

$$h_0^2 (\Omega_B)_0 \approx 0.7024 \pm 0.0006.$$

بنابراین، اگر ماده موجود در عالم عمدتاً به صورت باریونها باشد، عالم باید باز باشد. (توجه کنید که چون انتظار داریم سیاهچاله‌ها از باریون ساخته شده باشند، این فرض که اغلب کسری  $\Omega_B$  از واحد را به ماده نامرئی به شکل سیاهچاله‌ها نسبت می‌دهد معقول نیست.) همان‌طور که قبلاً بحث شد، جرم گمشده یا جرم غیرقابل مشاهده می‌تواند غیرباریونی باشد.

حد مربوط به فراوانی دوتریم که در بالا ذکر شد را می‌توان با فراوانی هلیوم، که به چگالی باریونها چندان حساس نیست، کنترل کرد. در این صورت درمی‌یابیم که  $Y_0$  می‌تواند به بزرگی  $0.248$  باشد. اینکه این مقدار با مقادیر توصیف شده در بالا در تضاد است هنوز جای بحث دارد. با این همه، در اینجا باید از تنظیمهای دقیق استفاده کرد. زیرا محدودیت مربوط به چگالی باریونها رابطه تنگاتنگی را بین چگالی و دما ایجاب می‌کند، یعنی ثابت تناسب در رابطه  $\rho_B \propto T^3$  در فرمول (۵۷.۵) که در طول سنتز هسته‌ای مهبانگ برقرار است را باید به صورت مناسب برای مدل انتخاب کرد تا جواب درست به دست آید. بنابراین شاید این پرسش مطرح شود که آیا می‌توان این را موفقیتی برای کیهان‌شناسی مهبانگ به حساب آورد.

### ۳.۶.۱۰ ${}^2\text{He}$ و ${}^7\text{Li}$

منحنی فراوانی  ${}^7\text{Li}$  دارای پلاتویی با یک فرورفتگی است. که کمینه‌ای را در مقدار  $[\text{Li}]/[\text{H}]$  برابر  $10^{-10}$  برای  $\eta = 3.2 \times 10^{-10}$  لمس می‌کند. داده‌های مشاهده شده مقدار پلاتوی  $10^{-9} \sim$  را کنار می‌گذارد. حتی مقدار کمینه فقط اندکی با کمینه سازگار است. حد بالای  $[\text{Li}]/[\text{H}]$  را

کی. سی. ساهو<sup>۱</sup>، ام. ساهو<sup>۲</sup>، و اس. ار. پوتاش<sup>۳</sup> با مشاهده جذب میان ستاره‌ای در جهت ابر بزرگ ماژلانی برابر  $10^{-1} \times 0.8^\circ$  تعیین کردند.

پیش‌بینی‌های سنتز هسته‌ای در مهبانگ داغ استاندارد امتیاز خوش تعریف بودن را دارد. اگر اختلافهایی وجود داشته باشد، چه باید کرد؟ یک راه امتحان شده در نظر گرفتن عصرهای اولیه‌تری است که در آن نوکلئونها هنوز تشکیل نشده بودند و ماده به صورت پلاسمای کوآرک گلوئون بود. وارد کردن ناهمگنی در این مرحله می‌تواند باعث شود که برخی قسمتهای عالم در مقایسه با نسبت استاندارد نوترون به پروتون «غنی از پروتون» و بعضی قسمتهای دیگر «غنی از نوترون» شوند. در این صورت می‌توان پارامتری اضافی داشت تا سازگاری بهتری را بین فراوانیهای مشاهده و پیش‌بینی شده هسته‌های سبک به وجود آورد. این روش تا اندازه‌ای موفقیت‌آمیز است، اما نمی‌تواند مسئله  ${}^7\text{Li}$  بالا را توجیه کند.

هسته  ${}^3\text{He}$  آزمون توانمندی برای مدل‌های کیهان‌شناسی فراهم نمی‌آورد زیرا نمی‌توانسته به مقدار مشاهده شده در ستارگان تولید شود. بنابراین، روی هم رفته، فقط  ${}^2\text{H}$  و  ${}^4\text{He}$  (و احتمالاً  ${}^7\text{Li}$ ) حدود مربوط به پارامترهای عالم اولیه را به دست می‌دهند.

## ۷.۱۰ شواهدی بر وجود پادماده

در فصل ۶ باریون‌زایی، یعنی کوششهای اخیر در توجیه غلبه ماده بر پادماده در عالم را به اختصار بررسی کردیم، اقدامهایی که با بهره‌گیری از نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) به عمل آمده‌اند. دلیل اینکه عالم در واقع فقط از ماده تشکیل شده تا چه اندازه محکم است؟ در اواخر سالهای ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰، اچ. آلفن و او. کلاین مدل‌های کیهان‌شناختی را ارائه کردند که در آنها در ابتدا تقارن کامل بین ماده و پادماده وجود دارد. در مدل آنها، که آن را در اینجا به تفصیل بررسی نمی‌کنیم، مؤلفه‌های متقارن پلازما که عالم را می‌سازند بعداً در فرایندی هیدرومغناطیسی به ناحیه‌های با سیطره ماده و سیطره پادماده تفکیک می‌شوند. مدل‌های مهبانگ با تقارن باریونی را ار. اومنز<sup>۴</sup> و اف. دبلیو. استکر<sup>۵</sup> و دیگران نیز در اواخر سالهای ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ بررسی کرده‌اند.

در فصل ۶ دیدیم بجز در مواردی که از روشهای شکست تقارن خاص، مانند آنچه GUTs مطرح می‌کنند، استفاده شود عالم مهبانگ استاندارد با عدد باریونی خالص صفر به پایان می‌رسد. هدف GUTs فقط آن نیست که بیان کنند چرا عدد باریونی خالص در کل عالم وجود دارد، بلکه می‌خواهند بگویند که چرا نسبت فوتون به باریون چیزی است که (۶۹.۵) نشان می‌دهد. برعکس،

در کیهان‌شناسی با تقارن باریونی تفکیک بین نواحی ماده و پادماده وجود دارد، در حالی که عدد باریونی کل عالم صفر است.

بجز حدسه‌های نظری، دلیل سراسر وجود پادماده در عالم چیست؟ کاوشگرهای فضایی در منظومه شمسی ظاهراً وجود پادماده در این منظومه را رد می‌کنند. اگر هر یک از سیاره‌ها از پادماده ساخته شده بود برهم‌کنش آن با باد خورشیدی پرتوهای  $\gamma$  با شدت زیاد را به وجود می‌آورد. چون رصدهای فراتر از منظومه شمسی عمدتاً بر مبنای تابش الکترومغناطیسی است، که با ماده و پادماده برخوردی یکسان دارد، به دست آوردن پاسخ قطعی به پرسشی بالا برای یک ستاره یا کهکشان دشوار است. پرتوهای کیهانی حامل هسته‌هایی از بخشهای دوردست کهکشان (و حتی فراسوی کهکشان) هستند. اما، جستجوهای پیرامنه تاکنون هسته‌های پادماده چندان را در پرتوهای کیهانی آشکار نساخته است. چند پادپروتون (۱ قسمت در  $10^4$  ~) یافته شده‌اند، اما این پادپروتونها ممکن است بر اثر برهم‌کنش پرتوهای کیهانی با ماده میان ستاره‌ای تولید شده باشند. با وجود این، پادهسته‌های سنگین نمی‌توانند بدین طریق تولید شوند، و در نتیجه آشکارسازی آنها در پرتوهای کیهانی وجود پادماده را در عالم تأیید می‌کند. دلایل فعلی تا اندازه‌ای غیرقطعی هستند، گرچه وجود مؤلفه قابل ملاحظه‌ای از پادماده در پرتوهای کیهانی فراکهکشانی را نمی‌توانند نفی کنند.

دوران فاراده نوعی دلیل غیرمستقیم است. این دوران چرخش صفت قطبش نوری است که از محیط حاوی ذرات باردار و میدانی مغناطیسی می‌گذرد. الکترونها (و نه پرتونها) به واسطه سبک بودن سهم بیشتری در دوران فاراده دارند. اگر پوزیترونها نیز وجود داشته باشند می‌توانند دوران فاراده در جهت مخالف به وجود آورند. چون دوران فاراده خالص در تابش ناشی از چشمه‌های داخل و خارج کهکشان مشاهده شده است. جی. استیگمن<sup>۱</sup> این نتیجه را دلیل عدم توازن فراوانی الکترونها و پوزیترونها تفسیر کرده است. اما، این نتیجه‌گیری بر این اساس است که علامت میدان مغناطیسی همواره یکسان باشد. اگر علامت میدان در هنگام ورود تابش به ناحیه پادماده تغییر کند، دوران فاراده ناشی از پوزیترونها همان علامت دوران ناشی از الکترونها را خواهد داشت.

سایر شواهد غیرمستقیم ناشی از رصدهای پرتو  $\gamma$  زمینه است این زمینه می‌تواند علامتهای اختر فیزیکی متفاوتی — مانند سیاهچاله‌های آغازین، تابش جسم سیاه، و فرایند کامپتون معکوس — به علاوه نابودی نوکلونها و پادنوکلونها داشته باشد. اما، هر فرایند علامت مخصوص به خود و حدودی از اندازه‌های کمیت‌های فیزیکی دخیل را دارد. از تحلیل طیف پرتو  $\gamma$  در گستره انرژی  $10^2$ – $10^4$  MeV، اف. دلبو. استکر نتیجه گرفته است که تفسیر شامل نابودی ماده — پادماده تعبیری است که به بهترین نحو به داده‌های برازش می‌یابد. این نواحی ماده و پادماده را باید از

یکدیگر جدا ساخت. به هر حال، استیگمن از این ادعا، با توجه به اینکه برازش مبتنی بر تعدادی پارامتر قابل تنظیم برای برازش به هر طیف پرتوهای  $\gamma$  است، انتقاد کرده است.

تقارن میان ماده و پادماده را جی. آر. بریج<sup>۱</sup> و اف. هویل در سالهای ۱۹۵۰ در زمینهٔ عالم پایا در نظر گرفتند. اگر ذرات تازه خلق شده با پادذره‌های تازه آفریده شده همراه بودند، تقارن در عالم حفظ می‌شد. اما، در این صورت باید زمینهٔ پرتو  $\gamma$  ناشی از نابودی ذرات — پادذرات باید بسیار شدید — بالاتر از چیزی می‌بود که اکنون مشاهده می‌شود.

در کیهان‌شناسی حالت شبه پایا، فرض می‌شود که میدان نرده‌ای با سازوکار آفرینشی در ارتباط است که تقارن ماده-پادماده را برای همیشه به نفع سازوکار پیشین می‌شکند، یعنی این بحث که در برهم‌کنش ماخی با بُرد بلند سیطره ماده بر پادماده در چرخه‌های قبلی QSSC همواره ادامه می‌یابد. با این همه، این فرض را باید به کمک فیزیک ذرات در انرژیهای بالا به دقت تثبیت کرد.

## ۸.۱۰ زمینهٔ ریزموج

اکنون مشاهده‌ای را در نظر می‌گیریم که اهمیت آن در کیهان‌شناسی استاندارد فقط شاید در مرتبهٔ پس از کشف انتقال به سرخهای سحابی هابل باشد. این کشف مهم را ا. ا. پنزیاس و ار. دبلیو. ویلسون، دانشمندان آزمایشگاه تلفن بل هنگامی کردند که در جستجوی شدت‌های امواج رادیویی در صفحهٔ کهنکشان راه شیری به کمک آنتنی بودند که بازتابندهٔ شیوری ۶ متری با نوبهٔ کم داشت، پنزیاس و ویلسون تصمیم گرفتند از طول موج  $7.35\text{cm}$  استفاده کنند زیرا در این طول موج نوبهٔ کهنکشان ناچیز است. پس از اندازه‌گیری در جهت‌های مختلف و در نظر گرفتن عامل‌های مختلف تابش، متوجه شدند نوبهٔ همسانگردی که آن را به حساب نیاورده بودند باقی می‌ماند. آیا این تابش زمینه واقعی بود؟ و در این صورت علت آن چه بود؟ چون پاسخ این پرسشها را نمی‌دانستند، در اعلام کشف خود تردید کردند.

اگر پنزیاس و ویلسون از پیش‌بینی‌های گاموف و همکارانش آلفرو و هرمن در پانزده سال قبل از آن آگاهی داشتند مجبور نبودند برای چاپ این نتیجه صبر کنند. پیش‌بینی آنها این بود که اگر عالم درست بلافاصله پس از مه‌بانگ مرحلهٔ داغی می‌داشت، اکنون باید دارای تابش زمینهٔ باقیماندهٔ خنک شده باشد. آلفرو و هرمن دمای زمینهٔ کنونی را در حدود  $5\text{K}$  تخمین زده بودند، در حالی که برآورد گاموف  $7\text{K}$  بود. پنزیاس و ویلسون، با فرض اینکه تابش مربوط به جسم سیاه باشد، دمای  $3.3 \pm 0.3\text{K}$  را به تابش زمینهٔ مشاهده شده نسبت دادند.

در حالی که پنزیاس و ویلسون از کشف خود در شگفت بودند، خیر این کشف به پرینستون رسید و در آنجا پی. جی. ای. پیلز که کاری را در زمینه محاسبات عالم اولیه رهبری می‌کرد، متوجه اهمیت آن شد. در واقع، گروه پرینستون از جمله پیلز و ار. اچ. دیکی، پی. جی. رول<sup>۱</sup> و دی. تی. ویلکینسن<sup>۲</sup> قبلاً آزمایشی را برای اندازه‌گیری این تابش باقیمانده آماده کرده بودند. اگرچه اندازه‌گیری در طول موج  $3.2\text{cm}$  آنها در اواخر ۱۹۶۵ به دست آمد، ولی با اعلام کشف پنزیاس و ویلسون در ۱۳ مه ۱۹۶۵ انتظار آن می‌رفت.

### ۱.۸.۱۰ طیف

از آن پس دمای زمینه در چند طول موج با تابش سنجهای روی زمین در بسامدهای بالاتر از  $15\text{cm}^{-1}$  و دستگاههای موجود در بالون، موشک، یا ماهواره در بسامدهای بالاتر اندازه‌گیری شده است. این نتیجه‌ها در جدول ۲.۱۰ آمده‌اند، و ادعای جامع بودن را نیز ندارند. بهتر است با تقسیم بسامدها بر حسب هرتز بر  $c$  آنها را بر یکاهای عکس سانتی‌متر بیان کنیم. بنابراین  $1\text{Hz} \equiv 10^8 \times 9\text{cm}^{-1}$ . شار مشاهده‌شده به صورت دمای جسم سیاه با شار متناظر در گستره بسامد معین بیان می‌شود.

ورودیهای مقابل آزمایش مولکول CN در جدول ۲.۱۰ به صورت زیر به دست آمده است. حالت پایه مولکول CN دارای ترازهای  $J = 0, 1, 2, 3, \dots$  است. گذار از  $J = 0$  به  $J = 1$  با تابش در بسامد  $3.79\text{cm}^{-1}$  ایجاد می‌شود، در حالی که گذار از  $J = 1$  به  $J = 2$  بر اثر تابش با بسامد  $7.58\text{cm}^{-1}$  به وجود می‌آید. رصدهای مولکول CN در فضای میان ستاره‌ای نشان می‌دهد که ترازهای بالاتر تا اندازه‌ای پرجمعیت شده‌اند، که نشانه حضور یک میدان تابش است. دمای تابش محیط را می‌توان از میزان برانگیختگی این ترازها (نگاه کنید به تمرین ۳۳) تعیین کرد. این رصدها را ابتدا مک‌لار<sup>۳</sup> در سال ۱۹۴۵ انجام داد، اما در آن زمان متوجه اهمیت آنها نشدند، آنها در واقع نشان می‌دهند که زمینه ریزموج تا فراتر از محیط اطراف ما گسترش یافته است و می‌توان آن را اولین مورد کشف زمینه ریزموج در نظر گرفت.

به منظور بررسی خصلت واقعی جسم سیاه این تابش باید آشکارسازهایی در بالای جو زمین داشته باشیم زیرا اندازه‌گیریهای انجام‌شده در روی زمین به علت جذب در جو به قله طول موجهای مربوط به جسم سیاه نمی‌رسند. کوششهای چندی در جهت اندازه‌گیری با بالونها و موشکها انجام شد. اما، بسیاری از آنها انحرافی را از طیف پلانکی نشان می‌دادند که بعداً معلوم شد هشدارهای غیرواقعی هستند. شاید دقیقترین و جامعترین مطالعه را ماهواره COBE<sup>۴</sup> در سال ۱۹۹۰ انجام داده باشد که در انتهای جدول ۲.۱۰ آمده است.

1. P. G. Roll

2. D. T. Wilkinson

3. McKellar

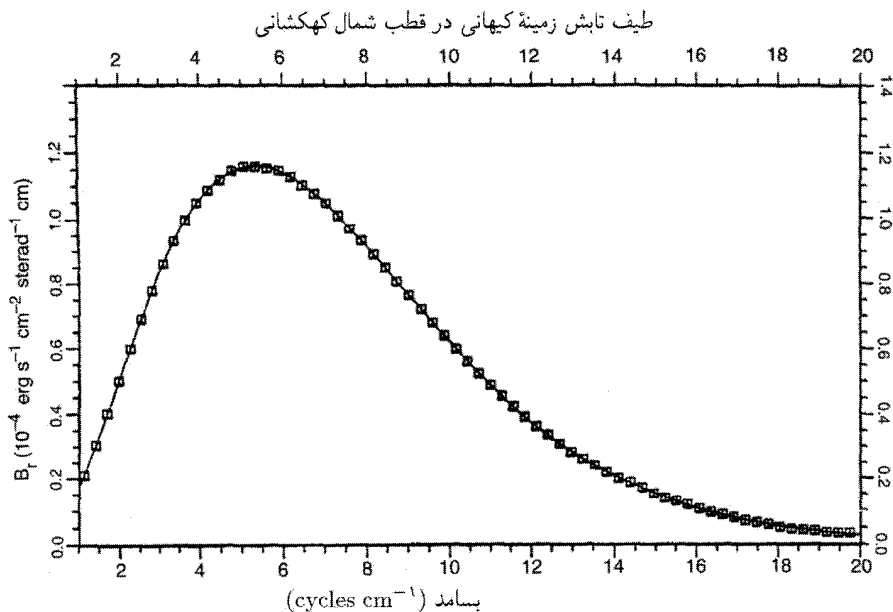
4. Cosmic Background Explorer Satellite

جدول ۲.۱۰ اندازه‌گیریهای زمینی ریزموج

مرجع	رصدان	دما (K)	بسامد ( $\text{cm}^{-1}$ )	نوع آزمایش
<i>Nature</i> , <b>216</b> , 753 (1967)	T. F. Howell and J. R. Shakeshaft	$3,7 \pm 1,2$	$0,0136-0,0207$	تابش سنجهای روی زمین
<i>Astrophys. J.</i> , <b>310</b> , 561 (1986)	N. Mandolesi <i>et al.</i>	$2,70 \pm 0,07$	$0,079$	
<i>Astrophys. J.</i> , <b>142</b> , 419 (1965)	A. A. Penzias and R. W. Wilson	$2,3 \pm 0,33$	$0,136$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>19</b> , 1199 (1967)	R. A. Stokes, R. B. Partridge and D. T. Wilkinson	$2,69 \pm 0,16$ $0,21$	$0,31$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>16</b> , 405 (1966)	P. G. Roll and D. T. Wilkinson	$3,0 \pm 0,5$	$0,313$	
<i>Astrophys. J. Lett.</i> , <b>313</b> , L1 (1986)	D. G. Johnson and D. T. Wilkinson	$2,783 \pm 0,25$	$0,413$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>19</b> , 1199 (1967)	R. A. Stokes, R. B. Partridge and D. T. Wilkinson	$2,78 \pm 0,12$ $0,17$	$0,623$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>18</b> , 1068 (1967)	W. J. Welch, S. Keachie, D. D. Thornton and G. Wrixon	$2,0 \pm 0,4$	$0,667$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>19</b> , 1251 (1967)	M. S. Ewing, B. F. Burke and D. H. Staelin	$3,16 \pm 0,26$	$1,08$	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>19</b> , 1195 (1967)	D. T. Wilkinson	$2,56 \pm 0,17$ $0,22$	$1,17$	
<i>Sov. Phys.-Astronomy</i> , <b>11</b> , 905 (1968)	V. J. Puzanov, A. E. Salomonovich and K. S. Sankevich	$2,9 \pm 0,7$	$1,22$	
<i>Astrophys. J.</i> , <b>297</b> , 119 (1985)	D. M. Meyer and M. Jura	$2,70 \pm 0,04$	$1,89$	
<i>Sov. Astronomy-A.J.</i> , <b>15</b> , 29 (1971)	A. G. Kislyakov, V. I. Chernyshev, Yu. V. Lebskii, V. A. Maltsev and N. V. Serov	$2,4 \pm 0,7$	$2,79$	



<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>26</b> , 919 (1971)	M. F. Miller, M. McColl, R. J. Pederson and F. L. Vernon Jr	$2,61 \pm 0,25$	3,0	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>19</b> , 462 (1968)	P. E. Boynton and R. A. Stokes and D. T. Wilkinson	$2,46 \pm \begin{smallmatrix} 0,40 \\ 0,24 \end{smallmatrix}$	3,0	
<i>Nature</i> , <b>247</b> , 528 (1974)	P. E. Boynton and R. A. Stokes	$2,46 \pm \begin{smallmatrix} 0,40 \\ 0,54 \end{smallmatrix}$	3,0	
<i>Ann. Rev. Astron. Astrophys.</i> , <b>10</b> , 305 (1972)	P. Thaddeus	$2,93 \pm 0,06$	3,79	CN مولكول
<i>Astrophys. J.</i> , <b>190</b> , 543 (1974)	D. J. Hegyi, W. A. Traub and N. P. and Carlton	$2,9 \pm \begin{smallmatrix} 0,4 \\ 0,5 \end{smallmatrix}$	7,58	
<i>Nature</i> , <b>241</b> , 79 (1973)	K. D. Williamson, A. G. Blair, L. L. Catlin, R. D. Hiebert, E. G. Lloyd, and H. V. Romero	$3,8 \pm \begin{smallmatrix} 0,8 \\ 1,9 \end{smallmatrix}$	1,67-33,3	موشك
<i>Astrophys. J.</i> , <b>178</b> , L29 (1972)	J. R. Houck, B. T. Soifer, M. Harwit, and J. L. Pipher	$3,4 \pm \begin{smallmatrix} 0,7 \\ 3,4 \end{smallmatrix}$	7,69-25	
<i>Astrophys. J.</i> , <b>329</b> , 567 (1988)	T. Matsumoto and S. Hayakawa H. Murakami, and K Sato	$2,795 \pm 0,0018$ $2,963 \pm 0,017$	4,31 7,05	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>65</b> , 537 (1990)	A. E. Lange, and P. L. Richards H. Gush, M. Halpern and E. Wishnow	$3,150 \pm 0,026$ $2,736 \pm 0,017$	10,4 3-16	
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>30</b> , 757 (1973)	D. Muehlner and R. Weiss	$2,5 \pm \begin{smallmatrix} 0,25 \\ 0,45 \end{smallmatrix}$	1-11,5	بالون
<i>Phys. Rev. Lett.</i> , <b>42</b> , 925 (1979) and <i>Astrophys. J.</i> , <b>248</b> , 18 (1981)	D. P. Woody and P. L. Richards	$2,96 \pm \begin{smallmatrix} 0,13 \\ 0,08 \end{smallmatrix}$	2,38-13,53	
<i>Astrophys. J. Letts.</i> , <b>354</b> , L37 (1990)	J. C. Mather, <i>et al.</i>	$2,725 \pm 0,06$	1-20	(COBE) ماهواره



شکل ۲۷.۱۰ اندازه‌گیریهای COBE از تابش زمینه ریزموج در بسامدهای مختلف. منحنی پیوسته بهترین برازش منحنی پلانکی به نقطه‌های داده را نشان می‌دهد (برای منبع به جدول ۲.۱۰ نگاه کنید).

ماهوره کاشگر زمینه کیهانی (COBE) در سال ۱۹۸۹ پرتاب شد و طیف زیبای شکل ۲۷.۱۰ را به دست آورد. اندازه‌گیریهای COBE طیف پلانکی دقیقی را برای جسم سیاه در دمای زیر به دست می‌دهد

$$T_0 = 2,735 \pm 0,06K. \quad (۲۷.۱۰)$$

حساسیت کلی و دقت آزمایش نشان داد که برخی ادعاهای قبلی درباره انحراف قابل ملاحظه از طیف پلانکی در بسامدهای زیاد (مانند وودی و ریچاردز<sup>۱</sup>، ماتسوموتو و همکاران<sup>۲</sup> در جدول ۲.۱۰) اشتباه بوده‌اند. در واقع، حتی تجربه‌های آزمایشگاهی طیف پلانکی با این درجه از دقت تولید نکرده‌اند.

### ۲.۸.۱۰ ناهمسانگردی

اگر زمینه ریزموج (از این پس) MBR در واقع منشأ آغازین داشته باشد، ناهمسانگردی آن می‌تواند اطلاعات زیادی درباره تاریخ حال و گذشته عالم در اختیارمان بگذارد. تحولات اولیه در عصر پس از بازترکیب تأثیر خود را بر تابش زمینه گذاشته است، نشانه‌هایی که انتظار داریم تا امروز

به جا مانده باشند. رصدهای ناهمسانگردی را در زیر بررسی می‌کنیم، ابتدا اندازه‌گیریهای دو زاویه کوچک را در نظر می‌گیریم.

### طیف توان زاویه‌ای

هنگامی که به توزیع یک کمیت فیزیکی در کره سماوی می‌نگریم، ناهمسانگردیهای آن را به بهترین وجه می‌توان به کمک هماهنگهای کروی بیان کرد، کمیتی که MBR را توصیف می‌کند دمای  $T(\theta, \phi)$  آن است، که برحسب دو مختصه کروی (چون میل و بُعد) نوشته می‌شود. در نتیجه می‌توان نوشت

$$\frac{\Delta T(\theta, \phi)}{T} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (۷۲.۱۰)$$

جمع‌بندی روی  $l$  به‌جای صفر از ۱ شروع می‌شود، زیرا اختلال مرتبه صفر در کل آسمان همسانگرد است و در  $T$  جذب می‌شود. جمله  $l = 1$  جمله معروف به ناهمسانگردی-دوقطبی است، که خواهیم دید، از حرکت زمین نسبت به چارچوب سکون MBR ناشی می‌شود. بنابراین، این جمله را نیز وارد سری بالا نمی‌کنیم. مد بعدی  $l = 2$ ، مد چارقطبی است.

طیف توان زاویه‌ای با کمیت‌های  $C_l$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$C_l \equiv \langle |a_{lm}|^2 \rangle, \quad (۷۳.۱۰)$$

که میانگین‌گیری نسبت به همه امکانات آسمان انجام می‌گیرد و روی همه  $m$ ها جمع‌بندی می‌شود. بنابراین هر  $C_l$  شدت نسبی هماهنگ  $l$ ام را در توزیع کلی نشان می‌دهد.

به‌طور کلی علاقه‌مندیم به  $\Delta T/T$  در مقیاس زاویه‌ای معین  $\vartheta$  بنگریم. بنابراین، اگر دو جهت را در نظر بگیریم که با بردارهای یکه  $e_1$  و  $e_2$  نشان داده می‌شوند و این زاویه را در بین خود تشکیل می‌دهند، به‌دست می‌آوریم

$$e_1 \cdot e_2 = \cos \vartheta. \quad (۷۴.۱۰)$$

اکنون تابع خود هموردایی را تعریف می‌کنیم که نشان دهد افت‌وخیزهای دما در دو جهت که زاویه بین آنها  $\vartheta$  است چگونه با هم مقایسه می‌شدند

$$C(\vartheta) = \left\langle \frac{\Delta T(e_1)}{T}, \frac{\Delta T(e_2)}{T} \right\rangle, \quad (۷۵.۱۰)$$

که برای افت و خیزهای مانا به صورت زیر بیان می شود

$$C(\vartheta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \vartheta). \quad (76.10)$$

فرض کنید، از رصدهای یک آسمان، برآورد تابع خود هموردایی را به صورت  $C(\vartheta)$  به دست آورده ایم

$$\hat{C}(\vartheta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} |\hat{a}_{lm}|^2 P_l(\cos \vartheta), \quad (77.10)$$

که  $a_{lm}$  از یک رصد آسمان تعیین شده است. در این مورد به برآورد وردایی کیهانی کمیت  $C(\vartheta)$  نیاز داریم. می توان نشان داد که این برابر است با

$$\langle |\hat{C}(\vartheta) - C(\vartheta)|^2 \rangle = \left( \frac{1}{4\pi} \right)^2 \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l^2 P_l^2(\cos \vartheta). \quad (78.10)$$

در عمل وقتی می خواهیم سیگنالی را از داده های واقعی آسمان به دست آوریم، جزئیات بسیار پیچیده تر می شوند. در اینجا وارد این جزئیات نمی شویم. اما، متذکر می شویم که چند جمله ایهای لژاندر  $p_l(\cos \vartheta)$  حاوی اطلاعات زیر است: مقیاس زاویه ای نوعی همسانگردی تا شاخص  $l$  از مرتبه  $(\pi l)/180^\circ$  است. اکنون شواهد ناهمسانگردی در مقیاسهای مختلف و دلایل فیزیکی مربوط به آنها را بررسی می کنیم.

### ناهمسانگردی دوقطبی

این ناهمسانگردها می توانند ناشی از دو منبع باشند. اصولاً یک مؤلفه دوقطبی ذاتی MBR می تواند ناشی از ناهمسانگردی عالم باشد. امکان دیگر پیامد حرکت زمین نسبت به چارچوب سکونی است که در آن تابش همسانگرد است. اندازه گیریهای انجام شده در زاویه های بزرگ سرنخی از ناهمسانگردی نوع اول به دست نمی دهد؛ اما دلیلی برای اثر دوم در اختیار می گذارد.

در آزمایشهای اولیه ای. اس. جانگ<sup>۱</sup>، پی. ار. سولسون<sup>۲</sup>، دی. تی. ویلکینسون و بی. ای. کوری<sup>۳</sup> ناهمسانگردی به صورت تغییر دما بر حسب جهت به صورت زیر مشاهده شد

$$T = T_0 + T_1 \cos \theta \quad (79.10)$$

با  $T_1 \sim 3 \times 10^{-3} \text{ K}$ . این تغییرات را می توان با این فرض توجیه کرد که مرکز کهکشان دارای سرعت  $540 \text{ km s}^{-1}$  در جهت  $l = 280^\circ$ ،  $b = 30^\circ$  است. یک رشته اندازه گیریهای دیگر

که توسط جی. اف. اسموت<sup>۱</sup>، ام. وی. گورنشتاین<sup>۲</sup> و آر. ا. مولر<sup>۳</sup> انجام شد، اثر مشابهی را نشان دادند، اما سرعت نظیر آن برای کهکشان  $630 \text{ km s}^{-1}$  در جهت  $b = 33^\circ$ ،  $l = 261^\circ$  بود. گروه اول از بالون برای اندازه‌گیری استفاده کردند، در حالی که گروه دوم از یک هواپیمای U-2 بهره گرفتند: دامنهٔ دوقطبی  $0.7 \pm 0.372$ ، سرعت  $17 \text{ km s}^{-1} \pm 547$  را برای کهکشان نسبت به زمینه ایجاب می‌کند. توجه کنید که این حرکت سوای حرکت‌های جریانی بزرگ مقیاس است که در بخش ۳.۱۰ بررسی شد. بنابراین، چارچوب سکون سینماتیکی کهکشانها در حوالی ما با چارچوب سکون زمینه ریزموج سازگار نیست.

این اختلاف می‌تواند ناشی از حرکت جریانی بزرگ مقیاس دیگری جمعیت خوشه‌ها نسبت به چارچوب سکون MBR باشد. حل این مسئله نیازمند مطالعات بیشتر است.

### ناهمسانگردی ناشی از افق ذره

در فصل ۶ دربارهٔ محدودیتهایی بحث کردیم که افق ذره برهمگنی اعمال می‌کند. افق ذره مربوط به واجفتیدگی اکنون با ناظر زاویه  $\theta_H$  را می‌سازد. می‌توان نشان داد که اندازه‌گیریهای تابش در جهت‌های مختلفی که فاصلهٔ زاویه‌ای آنها نسبت به مقدار زیر بزرگ است

$$\theta_H \approx 2 \sqrt{\frac{2q_0}{z_R}} \sim 5^\circ \sqrt{q_0}, \quad (80.10)$$

اصولاً، باید اختلافهایی را نشان دهند که نشانگر ناهمگنیهای مقیاس افق ذره در  $z = z_{\text{dec}}$  است. با این همه، چنین ناهمگنیهای مشاهده نشده است: MBR در این مقیاسها همگن به نظر می‌رسد. با توسل به تورم این مشکل حل می‌شود، زیرا چنانکه در فصل ۶ دیدیم، افق ذره را حذف می‌کند. (برای به دست آوردن  $(80.10)$  نگاه کنید به تمرین ۲۲ در فصل ۷.)

### ناهمسانگردهای کوچک-زاویه

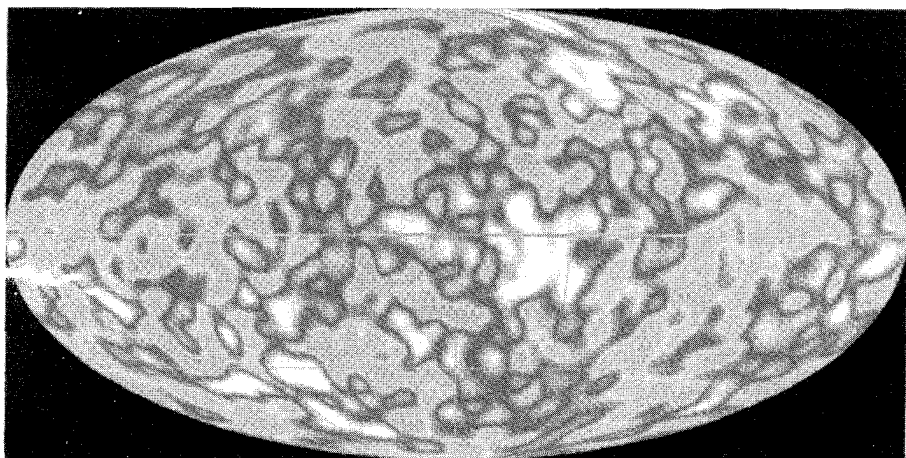
برای بررسی در سطح زاویه‌ای معین  $\theta$ ، آنتن بزرگی با عرض باریکهٔ  $\theta \approx B$  در زاویهٔ کوچک ثابتی نسبت به زمین نشانه می‌رود و بر اثر چرخش زمین آسمان را جارو می‌کند. دمای آنتن  $T_A$  افت و خیزهای مختصر  $\Delta T_A$  متشکل از نوسانهای ذاتی زمینه و نیز نوسانهای گیرنده است. از این رو  $\Delta T_A$  حد بالایی را برای افت و خیزهای ذاتی تعیین می‌کند. اگر  $B \gg \theta$  باشد، می‌توانیم فرض کنیم که باریکه تکه‌های  $(B/\theta)^2 \sim$  با اندازهٔ زاویه‌ای  $\theta$  را می‌پوشاند. سپس محاسبه‌های دقیق نشان می‌دهد که افت و خیز از مقدار زیر کمتر است

$$\left(1 + \frac{B^2}{\theta^2}\right)^{1/2} \Delta T_A. \quad (81.10)$$

جدول ۳.۱۰ داده‌های مربوط به افت و خیزهای کوچک مقیاس است. همهٔ آنها حدود بالایی هستند

جدول ۳.۱۰ ناهمسانگردی زمینه ریزموج در زاویه کوچک (اندازه‌گیریهای اولیه، مربوط به پیش از سال ۱۹۹۲)

مرجع	رصادان	$\Delta T/T$	مقیاس زاویه‌ای (دقیقه کمانی)	بسامد ( $\text{cm}^{-1}$ )
<i>Sov. Astron.</i> <b>18</b> , 126 (1974)	K. C. Stankevich	$< 1,5 \times 10^{-2}$	۱۰-۲۰	۰,۰۹۰
<i>Astrophys. J.</i> , <b>182</b> , L61 (1973)	R. L. Carpenter, S. Gulkis and T. Sato	$< 7 \times 10^{-2}$	$> 2$	۰,۲۷۸
<i>Nature</i> , <b>216</b> , 777 (1967)	E. K. Conklin and R. N. Bracewell	$< 1,8 \times 10^{-2}$	۱۰	۰,۰۳۵۷
<i>Astrophys. J. Lett.</i> , <b>277</b> , L1 (1984)	J. M. Uson and D. T. Wilkinson	$< 4,5 \times 10^{-5}$	۴,۵	۰,۳۲۵
<i>Nature</i> <b>326</b> , 462 (1987)	R. D. Davies <i>et al.</i>	$< 4 \times 10^{-5}$	۴۸۰	۰,۳۴
<i>IAU Symp. No.</i> , <b>79</b> , 315 (1978)	Y. N. Parijskij	$< 8,0 \times 10^{-5}$	$> 5$	۰,۳۵۷
<i>IAU Symp. No.</i> <b>79</b> , 317 (1978)	J. C. Pigg	$< 7,0 \times 10^{-2}$	$> 1,25$	۰,۵۰۰
<i>Astrophys. J.</i> , <b>346</b> , 566 (1989)	A. C. S. Redhead <i>et al.</i>	$< 1,7 \times 10^{-5}$	۲	۰,۶۶
<i>Astrophys. J.</i> , <b>235</b> , 681 (1980)	R. B. Partridge	$< 8,0 \times 10^{-5}$	۷	۱,۰۳
<i>Astrophys. J.</i> , <b>370</b> , L11 (1991)	P. R. Meinhold and P. M. Lubin	$< 3,5 \times 10^{-5}$	۲۰	۳,۰
<i>Phys. Rev.</i> , <b>D16</b> , 2424 (1977)	N. Caderni, V. De Cosmo, R. Fabbri, B. Melchiorri, F. Melchiorri and V. Natale	$< 1,2 \times 10^{-2}$	۳۰	۷,۶۹۲



شکل ۲۸.۱۰ نقشه سال ۱۹۹۲ COBE اولین آشکارسازی مثبت از افت‌وخیزهای دمای MBR است.

که هیچ‌گونه آشکارسازی مثبتی در مقیاس زاویه‌ای بزرگتر از چند دقیقه کمانی از آنها صورت نگرفته است. این واقعیت که  $\Delta T/T$  در مقیاس چنددقیقه کمانی کوچکتر از  $10^{-5}$  است مشکلاتی را برای نظریه‌های تشکیل کهکشان به وجود آورده است. زیرا، با توجه به بحث فصل ۷، افت‌وخیزهای دمایی بزرگتر از آنچه اکنون در زمینه باقی‌مانده وجود دارد، باید مشاهده می‌شد. با توجه به این وضعیت بود که در سال ۱۹۹۲، آزمایش COBE مربوط به گذشته نیز برای نخستین بار آشکارسازی مثبتی از ناهمسانگردی MBR در اختیار گذاشت. نقشه COBE از آسمان در شکل ۲۸.۱۰ تکه‌هایی از افت‌وخیز دمای  $10^{-6} \times 6 \sim \Delta T/T$  را نشان می‌دهد. ناهمگنی نوعی در نقشه COBE در شکل ۲۸.۱۰ در مقیاس زاویه‌ای  $10^\circ$  و به اندازه  $\Delta T \sim 30 \mu\text{K}$  است. ناهمسانگردی چارقتبی ( $l = 2$ ) در حدود  $17 \mu\text{K}$  است. داده‌های COBE در مدت چهارسال گردآوری و آزمایش در سال ۱۹۹۴ متوقف شد. تحلیل ناهمسانگردی تابش، وقتی با ناهمگنیهای توزیع ماده همگردش شود، یک شاخص طیفی برای مقیاس افت‌وخیز  $k$  به دست می‌دهد که با  $n = 1$  سازگار به نظر می‌رسد. با این همه، تحلیل دقیق نشان می‌دهد که مدل‌های استاندارد CDM و HDM تشکیل ساختار نمی‌توانند ساختار بزرگ مقیاسی را توصیف کنند که با داده‌های COBE (به‌عنوان مرحله «اولیه» تشکیل ساختار) آغاز می‌شود و با تشکیل خوشه‌های کهکشانی که امروز مشاهده می‌شوند (به‌عنوان مرحله «نهایی» تشکیل ساختار) به پایان می‌رسد.

این همسانگردی شدید مشکلاتی را در جهت توجیه زمینه ریزموج به‌صورت برهم‌نهی تابش

جدول ۴.۱۰ اندازه‌گیریهای مربوط به ناهمسانگردی زمینه ریزموج

آزمایشها $N_i$	$\Delta T_i (\mu K)$	نوار $l$
۳	$13 \pm 3$	$2,5 \pm 1$
۲	$30 \pm 5$	$4,5 \pm 1$
۵	$26 \pm 2,5$	$8 \pm 2$
۶	$36 \pm 3$	$13 \pm 4$
۲	$35 \pm 8$	$19 \pm 7$
۴	$29 \pm 3$	$52 \pm 12$
۱۰	$34 \pm 3,5$	$63 \pm 9$
۱۳	$42 \pm 3$	$87 \pm 12,5$
۲۵	$49 \pm 3$	$118 \pm 17$
۲۵	$57 \pm 2$	$156 \pm 22$
۳۰	$67 \pm 2$	$241 \pm 69$
۱۲	$43 \pm 2$	$420 \pm 123$
۷	$44 \pm 3$	$629 \pm 219$
۲	$20 \pm 5$	$2544 \pm 1081$

ناشی از چشمه‌های گسسته به وجود می‌آورد. همان‌طور که در تمرین ۳۴ مطرح شد، تعداد این چشمه‌ها باید بیش از کهکشانها باشد و در فاصله کمتری از هم قرار گرفته باشند. با این همه، درباره امکان تولید MBR به صورتی کاملاً متفاوت در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا بحث کردیم. شواهد رصدی را برای این مدل مرور می‌کنیم. در اینجا بحث خود را در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد ادامه می‌دهیم.

داده‌ها COBE و چند آشکارسازی مهم بعدی از ناهمسانگردی در جدول ۴.۱۰ آمده است. جدول ۴.۱۰ فهرست دمای میانگین ناهمسانگردیهای CMB است که در مقیاس‌ها زاویه‌ای مختلف با ترکیب آشکارسازها در محدوده نوارهای چندقطبی متناظر، نوار  $l$  به دست آمده‌اند. مقادیر جدول صرفاً تصویر گسترده‌ای را نشان می‌دهند که از برآوردهای توان نوار نقطه‌های داده مربوط به آشکارسازی ناهمسانگردی CMB ۱۴۵ حاصل شده است (سپتامبر ۲۰۰۰، راترا<sup>۱</sup> و سورادیپ<sup>۲</sup>).



مقدار این اندازه‌گیرها در گستره محدودیتهای تشکیل ساختار و در نتیجه پارامترهای کیهان‌شناختی قرار دارد. هنوز خیلی زود است که بگوییم تصویر نهایی چگونه است. فقط می‌توانیم به فهرست چند علت ممکن ناهمسانگردی MBR اشاره کنیم تا بتوان در این اندازه‌گیرها به جستجوی آنها پرداخت. کوچک بودن زاویه ایجاب می‌کند که در پی هماهنگی‌های بالاتر در گستره ۱۰۰ ~ تا ۱۰<sup>۴</sup> ~ برویم.

### اثر سَکس-وولف

این معیاری از افت‌وخیزهای متریک در نزدیکی سطح آخرین پراکندگی است. مثلاً، اگر همگنی ماده (کپه شدن/حفره‌ها) در ناحیه‌ای وجود داشته باشد، باعث افت‌وخیزهای  $g_{ik}$  از شکل ناهمگنی رابرتسون-واکر می‌شود. به صورت نیوتونی می‌توانیم استدلال کنیم که فوتونهای تشکیل‌دهنده تابش زمینه ناشی از چاه‌های با پتانسیل مختلف ( $\varphi$ ) هستند، که باعث تغییر انرژی و در نتیجه  $T$  به صورت زیر می‌شوند

$$\left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{انرژی}} = \frac{\delta\varphi}{c^2}. \quad (۸۲.۱۰)$$

علاوه بر آن اتساع زمان نیز وجود دارد، به طوری که فوتونهای خروجی از چاه پتانسیل نسبت به فوتونهای سطحی تأخیر دارند و در نتیجه در عصر بعدی با عامل مقیاس  $S$  روبه‌رو می‌شوند. برای عالم اینشتین-دوسیته  $S \propto t^{2/3}$  و افت‌وخیز  $T$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{تأخیر زمانی}} = -\frac{\delta S}{S} = -\frac{2}{3} \frac{\delta t}{t} = -\frac{2}{3} \frac{\delta\varphi}{c^2}, \quad (۸۳.۱۰)$$

زیرا انتقال به سرخ گرانشی این تأخیر زمانی را به وجود آورده است از افزودن این دو اثر به دست می‌آوریم

$$\frac{\Delta T}{T} = \left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{انرژی}} + \left. \frac{\Delta T}{T} \right|_{\text{تأخیر زمانی}} = \frac{1}{3} \frac{\delta\varphi}{c^2}. \quad (۸۴.۱۰)$$

علاوه بر آن تانسور افت‌وخیزها هم می‌تواند وجود داشته باشد که سهم مختصری در  $\Delta T/T$  خواهد داد. چون این افت‌وخیزها تغییرات وابسته به زمان در تانسور متریک به وجود می‌آورند، عامل اصلی آنها امواج گرانشی است. بعضی مدل‌های تورمی افت‌وخیزهای از نوع موج گرانشی را پیش‌بینی می‌کنند که بالقوه قابل آشکارسازی هستند.

سرانجام، اثر ظریف دیگری به نام اثر ریس-شاما<sup>۱</sup> وجود دارد که ناشی از تغییرات چاه گرانشی در هنگامی است که فوتون در داخل آن قرار دارد. بنابراین، در عبور از یک چاه، انرژی و در نتیجه بسامد فوتون تغییر می‌کند. این موضوع به اثرهای غیرخطی در  $\Delta T/T$  می‌انجامد.

### اثر سانیف-زلدویچ

با توجه به این اثر فوتونهای MBR که وارد خوشه‌ای با گاز داغ می‌شوند بر اثر پراکندگی تامسون از الکترونهای پرنرژی به انرژیهای بالاتر (پرتو)  $X$  «رانده می‌شوند». بنابراین، اگر در جهت یک خوشه نگاه کنیم، باید افتی را در شدت تابش ببینیم. در یک تقریب خام که خوشه را به صورت کره‌ای تکدما به شعاع  $R_c$  مدل‌سازی می‌کنیم، کسر افت دما MBR به صورت زیر به دست می‌آید

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{4R_c n_e k T_e \sigma_T}{m_e c^2}, \quad (۸۵.۱۰)$$

که  $n_e$  چگالی الکترونهای خوشه،  $T_e$  دمای الکترون،  $m_e$  جرم الکترون و  $\sigma_T$  سطح مقطع پراکندگی تامسون است. تاکنون چند ادعای آشکارسازی این اثر، در خوشه‌های با انتقال به سرخهای تا  $z \gtrsim 2$  وجود داشته است (نگاه کنید به جدول ۵.۱۰). این نه تنها نشان می‌دهد که MBR تا این فاصله‌ها گسترش یافته است، بلکه با به دست دادن برآوردی از  $R_c$ ، امکان تعیین ثابت هابل را فراهم می‌آورد. مقادیر ثابت هابل که بدین ترتیب تعیین شده‌اند از مرتبه  $\sim 40 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \leq$  هستند. بدیهی است که اندازه‌گیری این اثر، گرچه مستقیماً ربطی به تشکیل ساختار بزرگ مقیاس ندارد، اما برای کیهان‌شناسان بسیار سودمند است.

### نوسانهای ساخاروف<sup>۲</sup>

راه دیگر اندازه‌گیری ناهمسانگردی MBR با استفاده از آثار سرعت ناشی از نوسانهای اکوستیکی در داخل افق آخرین پراکندگی است. این نوسانها به افت وخیزهایی در تعداد فوتونها و دمای آنها می‌انجامد که هر دوی آنها با طول موج نوسانها در ارتباطند. بنابراین، ممکن است رفتاری تناوبی را مشاهده کنیم، که قله‌ای را در ضریبهای  $C_l$  طیف توان به دست دهد که مقدار آن به صورت زیر برآورد شده است

$$l_{\text{قله}} \approx 200 \Omega_b^{-1/2}. \quad (۸۶.۱۰)$$

یک اعلام آشکارسازی این نوع قله (که به طور نامناسب «قله دوپلر» نامیده شد، زیرا نوسانهای ماده و نه سرعت مسئول این اثرند) توسط گروه پژوهشگران «BOOMERANG»<sup>۳</sup> (رصدهای

جدول ۵.۱۰ خوشه‌های با اثرهای سانوف-زدویچ معتبر

خوشه	انتقال به سرخ	$\Delta T_{\text{الف}}(\text{mK})$
آبل ۴۷۸	۰٫۰۹۰۰	$-۰٫۳۸ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۶۶۵	۰٫۱۸۱۰	$-۰٫۳۷ \pm ۰٫۰۷$
آبل ۶۹۷	۰٫۲۸۲	$-۰٫۱۳ \pm ۰٫۰۲$
آبل ۷۷۳	۰٫۱۹۷۰	$-۰٫۳۱ \pm ۰٫۰۴$
آبل ۹۹۰	۰٫۱۴۴	$-۰٫۱۳ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۱۴۱۳	۰٫۱۴۲۷	$-۰٫۱۵ \pm ۰٫۰۲$
آبل ۱۶۵۶	۰٫۰۲۳۲	$-۰٫۲۷ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۱۶۸۹	۰٫۱۸۱۰	$-۱٫۸۷ \pm ۰٫۳۲$
آبل ۲۱۴۲	۰٫۰۸۹۹	$-۰٫۴۴ \pm ۰٫۰۳$
آبل ۲۱۶۳	۰٫۲۰۱	$-۱٫۶۲ \pm ۰٫۲۲$
آبل ۲۲۱۸	۰٫۱۷۱۰	$-۰٫۴۰ \pm ۰٫۰۵$
آبل ۲۲۵۶	۰٫۰۶۰۱	$-۰٫۲۴ \pm ۰٫۰۳$
CL ۰۰۱۶ + ۱۶	۰٫۵۴۵۵	$-۰٫۴۳ \pm ۰٫۰۳$

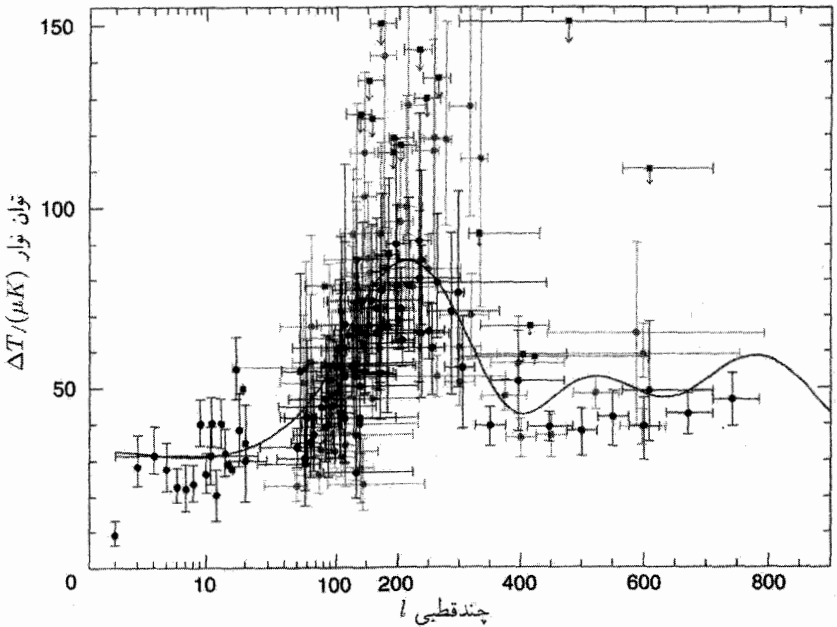
الف. اندازه‌گیریهای اخیر. برای مراجع مفصل نگاه کنید به

M. Birkinshaw, *Physics Reports*, 1999, **310**, 97-195, Tables 4 and 7.

میلی‌متری تابش فراکهنشانی و مغناطیس زمین) در سال ۲۰۰۰ صورت گرفت. آنها دامنه قله  $\Delta T_{200} = (69 \pm 8) \mu\text{K}$  را در  $l = 197 \pm 6$  قله آشکار ساختند که با  $\Omega_0 = 1$  سازگار است. گروه در واقع طیف توان زاویه‌ای را در  $l = 50-600$  اندازه گرفتند. در زمان نوشتن کتاب این نتایج مورد تحلیل بیشتر قرار می‌گیرند.

### آزمایشهای آتی

پس از COBE چند آشکارسازی ناهمسانگردی MBR بر روی زمین انجام شده است. شکل ۲۹.۱۰ داده‌های گردآوری شده را نشان می‌دهد که در هنگام نوشتن کتاب روزآمد شده‌اند، اما با گذشت زمان افزایش می‌یابند! در هر صورت، این داده‌ها نشانگر خیز کوششهایی است که نتیجه مثبت آشکارسازی COBE فراهم ساخت.



شکل ۲۹.۱۰ برآورد توان-نوار اندازه‌گیریهای ناهمسانگردی CMB تا سپتامبر ۲۰۰۰. آشکارسازها با دایره‌های توپر نشان داده شده‌اند. مربعها حدود بالای  $2\sigma$  را مشخص می‌کنند. مکان برحسب  $l$  نظیر قله تابع پنجره با عقب ماندگی صفر است. خطهای خطای افقی ناحیه‌ای از فضای  $l$  را مشخص می‌کنند که پنجره مورد کاوش است (در محدوده  $\sqrt{e}$  حساسیت قله). برای این آشکارسازها خط خطای  $1\sigma$  برای توان نوار شامل عدم قطعیت‌های سیستماتیک شناخته شده است. خطاهای موجود در عرض باریکه و مدرج‌سازی، در صورت معلوم بودن، به حساب آورده شده‌اند و آلودگی پیش‌زمینه حذف شده است. آشکارسازهای مربوط به  $l > 900$  و حدود بالای بالاتر از  $\Delta T_l = 15 \mu K$  حذف شده‌اند. منحنی طیف پیش‌بینی شده برای مدل تخت با سیطره ثابت کیهان‌شناختی، و چگالی باریونی زیاد است که داده‌های اخیر آن را ترجیح می‌دهند.

پس از COBE دو آزمایش بلندپروازانه ماهواره‌ای دیگر تدارک دیده شده است. این دو عبارت‌اند از MAP و Planck. ماهواره اول را NASA، در ژوئیه ۲۰۰۱ برای اندازه‌گیری آسمان ریزموج در بسامدهای مختلف گستره ۹-۲۲ GHz با تفکیک ۲۰ ~ دقیقه کمانی و حساسیت  $35 \mu K$  ~ به‌ازای هر تصویر-دانه پرتاب کرد. با ترکیب سه کانال با بیشترین بسامد، حساسیت را می‌توان به  $20 \mu K$  ~ به‌ازای هر تصویر-دانه افزایش داد. MAP از طیف توان MBR تا  $800 \sim l$  نقشه‌برداری خواهد کرد.

نقشه‌بردار پلانک ESA در سال ۲۰۰۷ پرتاب می‌شود و تابش در گستره بسامدهای

۱۰۰-۳۰ GHz را با ابزار بسامد پایین و ۹۰-۱۰۰ GHz را با ابزار بسامد بالا اندازه می‌گیرد. تفکیک مورد انتظار ۱۰ ~ دقیقه کمانی است، با حساسیت  $\sim 2 \times 10^{-6} \Delta T/T$ . به‌طور خلاصه، MBR را کیهان‌شناسان مهبانگ معدنی از اطلاعات می‌دادند. چون آن را باقی‌ماندهٔ عالم اولیه در نظر می‌گیرند، که لااقل به سطح آخرین پراکندگی مربوط می‌شود، طیف و ناهمسانگردیهای آن باید حاوی اطلاعات ارزشمندی دربارهٔ تحولات گذشتهٔ عالم باشد، درست همان‌طور که یک مکان باستان‌شناختی حاوی اطلاعات دربارهٔ تاریخ گذشته است. بدین ترتیب به پایان بحث مربوط به آزمونهای موضعی دارای اهمیت کیهان‌شناختی می‌رسیم. بررسی وضعیت رصدی کلی را به پس از نگاه کردن به بررسیها و آزمونهای مربوط به ساختار بزرگ مقیاس عالم در فصل بعد موكول می‌کنیم.

## تمرینها

۱. کهکشانی دارای قدرظاهری ۱۸ و قدرمطلق ۱۷- است. نشان دهید که فاصلهٔ این کهکشان از ما ۱۰۰ Mpc است. در چه شرایطی این نتیجه‌گیری غلط است؟
۲. مدول فاصلهٔ مناسب برای فاصله‌های کیهان‌شناختی را تعریف کنید. نشان دهید که خطای ۱٫۵ قدر در مدول فاصله می‌تواند به خطای با ضریب ۲ در برآورد ثابت هابل بینجامد.
۳. دربارهٔ تأثیر خاموشی کهکشانی بر اندازه‌گیری فاصله‌های برون‌کهکشانی اظهار نظر کنید. اگر این اثر را نادیده بگیریم، برآورد ثابت هابل بیشتر از مقدار واقعی می‌شود یا کمتر؟
۴. دربارهٔ مدل‌های خاموشی کهکشانی رایج بحث کنید. نشان دهید که مدل ووکولورز همواره با پارامتر خاموشی  $A$  بزرگتر از مقدار مربوط به مدل سندج-تامان می‌انجامد. این اختلاف را برای عرضهای کهکشانی  $b = 30^\circ$  و  $b = 60^\circ$  برآورد کنید.
۵. فاصلهٔ کهکشانی نزدیک در  $b = 30^\circ$  با رصد قیفاووسیه‌های آن و بهره‌گیری از رابطهٔ دوره‌به-درخشندگی برآورد شده است. نشان دهید که فاصلهٔ تخمینی آن که از مدل خاموشی ووکولورز به‌دست می‌آید همواره از آنچه با استفاده از مدل سندج-تامان، پس از تصحیح برای خاموشی کهکشانی، حاصل می‌شود کوچکتر است. نسبت ثابت هابل در این دو مدل چقدر می‌شود؟
۶. رابطهٔ دورهٔ  $P$  (روز) و قدرمطلق بصری  $M$  قیفاووسیه‌های کهکشانی به‌صورت زیر است

$$M = -17.18 - 2.90 \log P \quad (3 < P < 50).$$

یک قیفاووسی در کهکشانی نزدیک دارای دورهٔ ۱۰ روز و قدرظاهری (تصحیح‌شده برای خاموشی کهکشانی) ۲۰ است. با بهره‌گیری از این داده‌ها فاصله کهکشانی را برآورد کنید.

۷. در روش تعیین فاصله با انبساط اَبَرنواختر، برآوردهای  $v$ ، سرعت شیدسپهری، در زمانهای  $t_1$  و  $t_2$  به ترتیب  $v_1$  و  $v_2$  است. اگر شعاعهای زاویه‌ای در  $t_1$  و  $t_2$  به ترتیب  $\theta_1$  و  $\theta_2$  باشد، نشان دهید که برآورد فاصله اَبَرنواختر عبارت است از

$$\frac{v^2(t_2 - t_1) + R_0(1 - v_2/v_1)}{\theta_2 - \theta_1(v_2/v_1)}$$

که شعاع تابع قانون  $R = v(t - t_0) + R_0$  است.

۸. اَبَرنواختری در NGC ۱۰۵۸ که دارای سرعت شیدسپهری  $۱۰^۸ \text{cm s}^{-1}$   $\times ۸/۶$  بود در تاریخ یولیانی ۵۶۸ (JD) ۲ ۴۴۰ ۵۸۹ (JD) ۲ ۴۴۰ دارای سرعت شیدسپهری  $۱۰^۸ \text{cm s}^{-1}$   $\times ۶$  شد. شعاعهای زاویه‌ای اَبَرنواختر در این تاریخها به ترتیب  $۱۰^{۱۵}$   $\times ۰/۰۳۹$  و  $۱۰^{۱۵} \text{cm Mpc}^{-1}$   $\times ۰/۱۱۵$  بود. به کمک تمرین ۷، و نادیده گرفتن  $R_0$ ، نشان دهید که فاصله اَبَرنواختر در حدود ۱۲ Mpc است و انبساط خارجی آن در تاریخ JD ۲ ۴۴۰ ۵۵۸ آغاز شده است (مبدأ تاریخ یولیانی اول ژانویه ۴۷۱۳ قبل از میلاد است).

۹. مشکلات رصدی موجود در تعیین دقیق ثابت هابل را بیان کنید.

۱۰. در چارچوب نیوتونی که در حوالی ما به کار می‌رود، قانون هابل همسانگرد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = H_0 \mathbf{r},$$

که  $\mathbf{r}$  بردار مکان کهکشان نسبت به مبدأ است. اگر ناظر واقع در مبدأ با سرعت خاص  $\mathbf{w}$ ، رابطه سرعت فاصله ناهمسانگرد زیر را مشاهده کند

$$\mathbf{V}'(\mathbf{r}) = \mathbf{V}(\mathbf{r}) - \mathbf{w} = H_0 \mathbf{r} - \mathbf{w}.$$

نشان دهید که ثابت هابل مؤثر  $H(\theta)$  در جهتی که با جهت سرعت خاص ناظر زاویه  $\theta$  می‌سازد عبارت است از

$$H(\theta) = H_0 - \frac{w \cos \theta}{r}.$$

بنابراین  $H(\theta)$  در حوض  $(\theta = \pi)$  بیشینه و در اوج  $(\theta = 0)$  کمینه است.

۱۱. فرض کنید که رباینده عظیم در فاصله  $r_0$  قرار دارد. این موضوع سبب می‌شود که کهکشانهای حوالی ما به طرف آن کشیده شوند. نشان دهید منحنی سرعت فاصله که از کهکشان ما مشاهده می‌شود به واسطه این اختلال به شکل «S» در می‌آید.

۱۲. درباره این موضوع اظهار نظر کنید که اگرچه انتقال به سرخ یک چشمه برون کهکشانی نزدیک را می توان به دقت اندازه گرفت، اما تفسیر آن به عنوان سرعت مورد استفاده در رابطه سرعت-فاصله هابل احتمالاً دارای خطاهایی خواهد بود.

۱۳. با بهره گیری از اطلاعات بخش  $2.1^\circ$  درباره مقیاسهای فاصله برون کهکشانی، چگالی درخشندگی مقیاسهای کهکشانی را به صورت  $h_0$  به دست آورید. نشان دهید  $\Omega_G$  که از نسبت جرم به نور اجسام درخشان به دست می آید مستقل از  $h_0$  است.

۱۴. اگر  $\sigma(r)$  چگالی جرم سطحی در نقطه  $P$  در فاصله  $r$  از مرکز کهکشان نازکی به شکل قرص باشد. نشان دهید که نیروی گرانشی  $F_r$  در  $P$  به طرف مرکز کهکشان از رابطه زیر به دست می آید

$$F_r = G \int_0^\infty \sigma(rx)x \, dx \int_0^{2\pi} \frac{(1 - x \cos \theta) d\theta}{(1 - 2x \cos \theta + x^2)^{3/2}}.$$

۱۵. نشان دهید که انتگرال تمرین ۱۴ را می توان برای  $\sigma(r) \propto r^{-1}$  محاسبه کرد و نتیجه منحنیهای چرخش تختی به شکل زیر است

$$v^2 = 2\pi G r \sigma(r) = \text{const.}$$

۱۶. درباره معنی تلویحی منحنیهای دوران تخت کهکشانهای بیضوی بحث کنید. اگر جرم نامرئی وجود نداشته باشد، اما قانونهای نیوتون اصلاح شوند، تغییر نیروی گرانشی برحسب فاصله به چه صورت در می آید؟

۱۷. در توزیع جرم کروی کهکشانی از نوع SO، تابع توزیع ستاره از رابطه  $(35.10)$  به دست می آید. با این فرض که جرم همه ستارهها مساوی باشد و چگالی عددی آنها به صورت  $r^{-\epsilon}$  ( $\epsilon < 0$ ) تغییر کند، نشان دهید که جرم موجود در کره ای به شعاع  $r$  که با کهکشان هم مرکز است از رابطه  $(23.9)$  به دست می آید.

۱۸. به طور کیفی بگویید که چگونه سرعتهای خاص کهکشانهای موجود در یک خوشه، توزیع نقطهها در نمودار دوبعدی کهکشانهای یک گروه را واپیچیده می کند. این نقشه فاصله شعاعی کهکشانها را از یک عضو برحسب فاصله عرضی آنها به دست می دهد.

۱۹. اگر  $\sigma$  و  $\pi$  مؤلفه های بردار فاصله کهکشان نوعی  $G$  از کهکشان ثابت  $G_0$  از دید ناظر عمود و موازی برخط دید او باشد. اختلاف انتقال به سرخ بین  $G$  و  $G_0$ ،  $\pi H_0/c$ ، متشکل از مؤلفه کیهان شناختی و مؤلفه دوپلر ناشی از سرعت خاص  $w$  است. اگر  $w$  دارای تابع توزیع  $f(w)$

باشد، نشان دهید که تابع همبستگی دونقطه‌ای  $\xi(\sigma, \pi)$  با رابطه زیر به تابع همبستگی فضایی  $\xi(r)$  مربوط می‌شود

$$\xi(\sigma, \pi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(w) \xi \left[ \sqrt{\sigma^2 + \left( \pi - \frac{w}{H_0} \right)^2} \right] dw.$$

۲۰. در خوشه کپکشانهای کوما سرعت پراکندگی مشاهده شده  $\sim ۸۶۱ \text{ km s}^{-1}$  و شعاع خوشه  $\sim ۲٫۳ \times ۱۰^{۱۵} h_0^{-1} M_{\odot}$  است. نشان دهید که جرم خوشه از قضیه ویريال  $M_{\odot}$   $\sim ۲٫۳ \times ۱۰^{۱۵} h_0^{-1} M_{\odot}$  به دست می‌آید. درخشندگی کل خوشه  $\sim ۷۵ \times ۱۰^{۱۲} h_0^{-2} L_{\odot}$  برآورد می‌شود. نشان دهید نسبت جرم به نور پارامتر  $\eta$  برای خوشه  $\sim ۳۰۰ h_0$  است.

۲۱. درباره مسئله جرم گمشده در خوشه‌ها و کپکشانها بحث کنید.

۲۲. نشان دهید اگر  $\Omega_0 < ۱$  باشد، برای بسته بودن عالم به جمله  $\lambda$  نیاز داریم که مقدار آن از

$$\frac{3H_0^2}{c^2} (1 - \Omega_0)$$

تجاوز کند.

۲۳. در یک خوشه گویسان محتوای فلزی  $10^{-3} \sim Z$  و نسبت ستارگان شاخه افقی به غولهای سرخ  $0٫۹$  است. نشان دهید در مدل  $f = ۱$  سن خوشه گویسان در حدود  $۱۱٫۹ \times ۱۰^۹$  سال است، در حالی که در مدل  $f = ۲$  به حدود  $۲٫۰ \times ۱۰^{۱۰}$  سال افزایش می‌یابد.

۲۴. هسته  $^{۸۷}\text{Rb}$  با نیمه عمر  $\tau = ۴٫۷ \times ۱۰^{۱۰}$  سال به  $^{۸۷}\text{Sr}$  وا می‌پاشد.  $X(t)$  و  $Y(t)$  تعداد این هسته‌ها در زمان  $t$  در یک شهابسنگ است، به طوری که  $X(t) + Y(t)$  پایسته می‌ماند. اگر زمان تشکیل منظومه شمسی  $t_0$  باشد. نشان دهید که نمودار فراوانیهای  $X(t)/Z$  برحسب  $Y(t)/Z$ ، که  $Z$  تعداد هسته‌های  $^{۸۶}\text{Sr}$  (بدون تغییر) است، خط راستی را تشکیل می‌دهد که شیب آن عبارت است از

$$\exp(\lambda t_0) - ۱$$

که در آن  $\lambda = \tau^{-1} \ln ۲$ .

۲۵. از  $(۵۹٫۱۰)$  تا  $(۶۲٫۱۰)$  رابطه  $(۶۳٫۱۰)$  را نتیجه بگیرید.

۲۶. درباره این گزاره که مقادیر بسیار کم فراوانی  $^4\text{He}$  (مثلاً  $Y \leq ۰٫۱۵$ ) برای تصویر استاندارد ستاره‌های مه‌بانگ نامطلوب هستند اظهار نظر کنید. این وضعیت برخلاف مورد موجود برای فراوانی دوتریم است.



۲۷. درباره تعداد لپتونهاى مجاز در دوره آغازین با توجه به فراوانی  ${}^4\text{He}$  بحث کنید. چرا این نتیجه‌گیری موفقیتی برای سنتز هسته‌ای مهبانگ در نظر گرفته می‌شود؟

۲۸. فراوانی دوتریم چه محدودیتی را بر چگالی باریون در عالم اعمال می‌کند؟ فرض کنید عالم را بسته در نظر گرفته‌ایم. برای سازگاری این دو نتیجه چه اصلاحاتی را در مدل استاندارد مهبانگ پیشنهاد می‌کنید؟

۲۹. از رابطه  $(\nu \cdot 10^7)$  کمترین مقدار  $\lambda$  لازم برای تطبیق فراوانی فعلی دوتریم با یک عالم بسته را تعیین کنید.

۳۰. به کمک شکل  $26.10$  بگویید آیا حدود مربوط به چگالی باریونی لازم برای تولید دوتریم و لیتیم در مقادیر مشاهده شده با یکدیگر سازگار هستند.

۳۱. با بهره‌گیری از نظریه‌ای که عبور یک موج الکترومغناطیسی با قطبش خطی و بسامد  $\nu$  را از محیطی که حاوی  $n$  ذره باردار به جرم  $m$  و بار  $e$  و میدان مغناطیسی است توصیف می‌کند، نشان دهید که اگر  $H_{\parallel}$  مؤلفه میدان مغناطیسی در جهت انتشار موج باشد، در حرکت نور در فاصله  $\Delta l$  قطبش خطی به اندازه زاویه زیر می‌چرخد.

$$\Delta\theta = \frac{ne^3}{4\pi m^2 c^2} H_{\parallel} \Delta l \nu^{-2}$$

بگویید چگونه می‌توان از این نتیجه (که به چرخش فاراده معروف است) برای بحث درباره وجود احتمالی پادماده در عالم استفاده کرد.

۳۲. درباره دلایل موجود به نفع و بر علیه وجود پادماده در عالم بحث کنید.

۳۳. نسبت ترازهای اشغال شده حالت‌های  $J=0$  و  $J=1$  مولکولهای CN در ستاره  $\epsilon$  Cy حوا  $0.5 \pm 0.55$  و در ستاره  $\epsilon$  Cy برساووش  $0.15 \pm 0.28$  است. اختلاف انرژی دو تراز برابر  $kT$ ،  $T = 5,47\text{K}$  و وزنهای اشغال  $g_1/g_0 = 3$  است. از این داده‌ها نتیجه بگیرید که دماهای تابش فرودی به ترتیب در گستره  $0.15\text{K} \pm 0.22$  و  $0.6\text{K} \pm 0.7$  قرار می‌گیرد.

۳۴. اگر  $n$  چگالی عددی چشمه‌های مولد تابش زمینه کیهانی باشد. مخروطی با زاویه  $2\theta$  در محل ناظر تشکیل دهید که اگر این مخروط تا فاصله‌های کیهان‌شناختی امتداد یابد نوعاً شامل یک چشمه می‌شود. در این صورت  $\theta$  زاویه نوعی را نشان می‌دهد که در آن زمینه تولید شده ناهمگون است. نشان دهید که  $\theta \sim (H_0/c)^{3/2} n^{-1/2}$  این نتیجه را در مورد ناهمسانگردی زمینه ریزموج در زاویه‌های کوچک به کار ببرید.

۳۵. با استفاده از فرمولهای تبدیل لورنتس چگالی شار از یک چارچوب به چارچوب دیگر، نشان دهید که اگر ناظر با سرعت ثابت  $V$  نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی حرکت کند، در

تقریب  $c \ll |V|$  انحراف دمایی زیر را در جهت بردار  $\mathbf{k}$  اندازه می‌گیرد

$$\frac{\Delta T}{T} \cong -\frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{k}}{c}$$

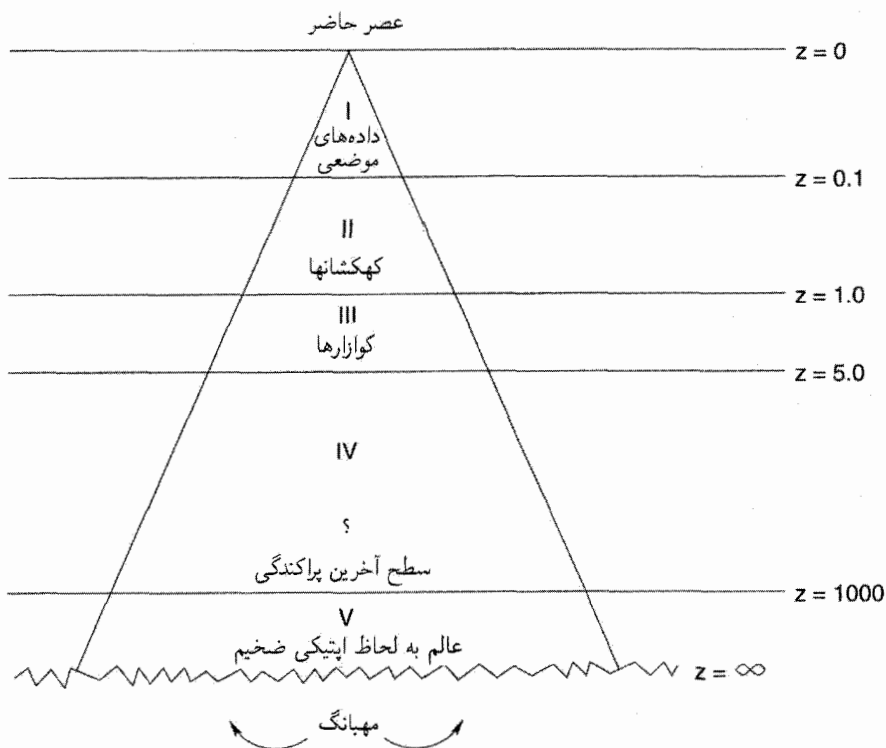
۳۶. می‌دانیم که یک پروتون پراثری در برخورد با فوتون ریزموج ۱۳ درصد انرژی خود را از دست می‌دهد تا پیونی را تولید کند. در زمینه ریزموج  $55^\circ$  فوتون در  $\text{cm}^3$  وجود دارد و سطح مقطع متوسط برهم‌کنش بالا  $28-10^{-28} \text{cm}^2$  است. نشان دهید که پروتون بیشتر انرژی خود را در فاصله  $25 \times 10^4 \text{cm}$  از دست می‌دهد. پیامدهای این نتیجه را بر پرتوهای کیهانی پراثری با منشأ برون‌کهکشانی بیان کنید.

## رصد‌های مربوط به بخش‌های دوردست عالم

### ۱.۱۱ مخروط نور گذشته

درواقع، همهٔ رصد‌های عالم به مخروط نور گذشته محدود می‌شود. با وجود این، می‌توان بین آزمون‌های رصدی کیهان‌شناسی که در فصل ۱۰ بیان شد با آنچه در اینجا مطرح می‌شود فرق گذاشت. این تفاوت به کمک شکل ۱.۱۱ نشان داده شده است. نمودار طرح کلی مخروط نور گذشته یک ناظر کنونی را برحسب انتقال به سرخ کیهان‌شناختی بیان می‌کند. رصد‌های توصیف‌شده در فصل ۱۰ در بالاترین منطقه I با  $z \leq 0.1$  قرار می‌گیرند. در این منطقه، معمولاً می‌توان به یک چارچوب لخت موضعی رفت، و فیزیک نیوتونی و نسبیت خاص را به‌کار گرفت (نگاه کنید به بخش ۴.۲). گرچه اغلب مدل‌های کیهان‌شناختی اختلاف‌های هندسی خود را در حوالی ناظر کم می‌کنند، اما هنوز می‌توان اختلاف‌های فیزیکی را در این منطقه آزمود. به‌عنوان مثال، می‌توان کوشید تا  $q_0$  و  $\Omega_0$  را از رصد‌های کهکشانشناختی اندازه گرفت (نگاه کنید به بخش ۴.۱۰).

ناحیهٔ II،  $0.1 \leq z \leq 1.0$ ، کانونی برای مناقشه‌های اخترشناختی بوده است. در این ناحیه از رصد‌های مربوط به کهکشانشناختی و چشمه‌های رادیویی برای تعیین سرشت هندسی عالم استفاده



شکل ۱.۱۱ توصیف کلی وضعیت رصدهای کیهان‌شناختی در امتداد مخروط نور گذشته. ناحیه‌های I تا V در کتاب توصیف و با عصرهای با انتقال به سرخ  $z = \infty, 1000, 500, 100, 1, 0.1, z = 0$  مشخص شده‌اند.

شده است. این ناحیه را در بخشهای ۲.۱۱ تا ۴.۱۱ به صورت دقیقتر بررسی خواهیم کرد. ناحیه III،  $1 \leq z \leq 500$ ، عمدتاً از کوازارها و کهکشانیهای با انتقال به سرخ بالا تشکیل شده است. هرگونه اختلاف هندسی موجود در مدل‌های کیهان‌شناختی متفاوت در ناحیه II در ناحیه III تقویت می‌شود. بدین دلیل انتظار داریم که کوازارها کاهه‌های مفید کیهان‌شناسی در این ناحیه باشند. با این همه، هنوز تعدادی از منجمان در توجیه منشأ انتقال به سرخ کوازارها احتیاط می‌کنند. در فصل پایانی کتاب، درباره این موضوع بحث خواهیم کرد، در حالی که در این فصل دیدگاه متداولتری را اختیار می‌کنیم.

ناحیه IV، که از  $z = 500$  تا  $z \approx 1000$  گسترده شده است، هنوز در دسترس رصدهای کیهان‌شناختی نیست، در حالی که ناحیه V، که ما را تا مهبانگ ( $z = \infty$ ) عقب می‌برد، اصولاً

غیرقابل رصد است، چون فرض می‌شود به لحاظ اپتیکی ضخیم باشد (فصلهای ۵ تا ۷). البته، در طبقه‌بندی شکل ۱.۱۱ بیشتر به تصویر استاندارد مهبانگ داغ توجه شده است. در بعضی مدل‌های دیگر مانند کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا، ناحیه‌های IV و V وجود ندارند. اشیا دوردست در فراتر از ۵ ~ z در این کیهان‌شناسی موجودند، اما دارای انتقال به سرخ زیاد نیستند. درباره QSSC در فصل پایانی کتاب بحث خواهیم کرد.

در فصل ۱۰ آشکارا خود را به ناحیه I محدود کرده بودیم، اگر چه تفسیر باقی‌مانده MBR هسته‌های سبک، و ساختار بزرگ مقیاس ما را به‌طور غیرمستقیم به عصرهایی برد که فراتر از ناحیه‌های II-V قرار داشتند. با این همه، در اینجا خود را به رصدهای ناحیه II محدود می‌سازیم. با این زمینه ابتدا چهار آزمون کلاسیک برای ناحیه II را شرح می‌دهیم:

۱. رابطه انتقال به سرخ-قدر،
۲. شمارش تعداد اجسام برون‌کهکشانی،
۳. تغییر اندازه زاویه‌ای برحسب فاصله و
۴. تغییر روشنایی سطحی برحسب انتقال به سرخ.

به‌علاوه، درباره چند موضوع مربوط، مانند استفاده از کوازارها به‌عنوان کاوه بخشهای دوردست عالم بحث می‌کنیم.

## ۲.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر

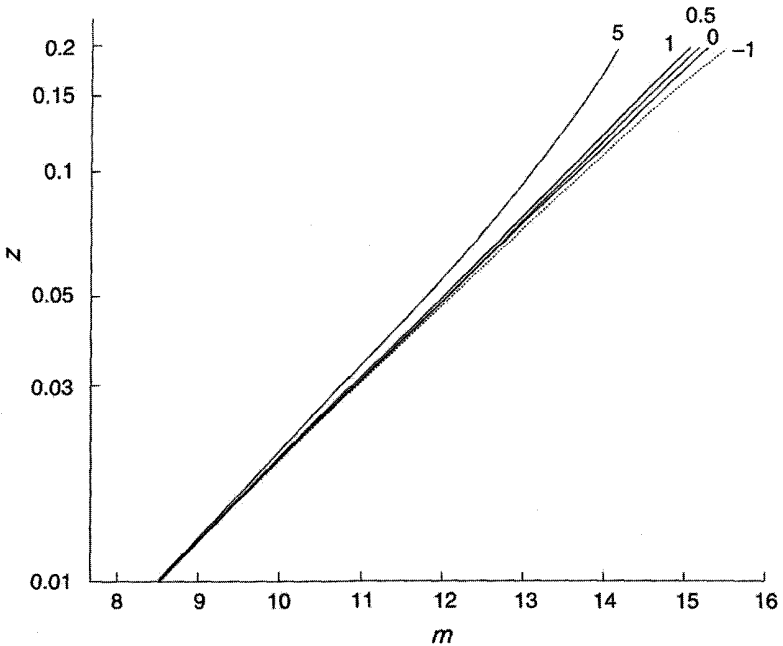
اصولاً، این بسط رابطه هابل به ناحیه II است. در فصل ۱۰ دیدیم که در ناحیه اطراف ما این رابطه با (۶.۱۰) نشان داده می‌شود که به‌صورت زیر است:

$$m - M = 42.38 - 5 \log h_0 + 5 \log z. \quad (1.11)$$

وقتی انتقال به سرخ کوچک نیست، این رابطه به‌طور کلی به چه شکل در می‌آید؟ پاسخ این پرسش را رابطه (۵۶.۳) بین چگالی شار و درخشندگی برای مدل‌های رابرتسون-واکر در اختیارمان می‌گذارد. کمیت مفید در این رابطه‌ها فاصله درخشندگی  $D$  است، که برای مدل‌های فریدمان تابع  $H_0$ ،  $q_0$ ، و  $z$  است. از (۵۷.۳) فصل ۳ و (۸۳.۴) فصل ۴، رابطه زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$m - M = 5 \log D - 5$$

$$= 5 \log \left( \frac{c}{H_0 q_0^2} \right) - 5 + 5 \log [q_0 z + (q_0 - 1) \sqrt{1 + 2q_0 z - 1}]. \quad (2.11)$$



شکل ۲.۱۱ مجموعه‌ای از منحنیهای  $(m, z)$  نظری برای  $M = -23,88$ ،  $h_0 = 1$ ، که طبق رابطه تقریبی (۳.۱۱) برای مورد ۵، ۱، ۰.۵، ۰،  $q_0 = -1$  رسم شده‌اند. منحنی خط‌چین مدل حالت پایا با  $q_0 = -1$  را نشان می‌دهد.

برای هر مدل فریدمان می‌توانیم  $m$  را برحسب  $z$  بیان کنیم. اگر به ناحیه‌های با انتقال به سرخ کوچک، که در آنها بسط تیلور مرتبه اول صادق باشد، علاقه‌مند باشیم، می‌توانیم (۲.۱۱) را به صورت زیر بنویسیم

$$m - M = 42,38 - 5 \log h_0 + 5 \log z + 1,086(1 - q_0)z + o(z^2) \quad (3.11)$$

به کمک این رابطه می‌توان رفتار منحنیهای  $q_0$  مختلف با افزایش  $z$  را فهمید. با شروع از رابطه هابل (۱.۱۱) یکسان، منحنیهای به تدریج به طرف خارج باز می‌شوند و مطابق شکل ۲.۱۱ منحنیهای با  $q_0$  بالا به چپ و  $q_0$  کم به راست می‌روند. این شکل منحنی مربوط به مدل حالت پایا را نیز نشان می‌دهد که دارای مقدار صوری  $q_0 = -1$  است. از این رو، به نظر می‌رسد که اگر در ناحیه II شکل ۱.۱۱ اندازه‌گیری می‌کنیم، باید بتوانیم بگوییم که داده‌های کدام  $q_0$  را به بهترین نحو نشان می‌دهند.



شکل ۳.۱۱ آلن سندیک (-۱۹۲۶).

ا. ار. سندیک (نگاه کنید به شکل ۳.۱۱) و همکارانش سالهای زیادی را صرف این آزمون کیهان‌شناختی کردند با این امید که هندسه صحیح عالم را برملا سازند. اگرچه سندیک در سالهای ۱۹۶۰ اغلب مقدار  $q_0 \approx 1$  را ذکر کرده است، به تدریج معلوم شد که ترکیب تعدادی خطا این آزمون را، لااقل در حال حاضر، غیرقطعی می‌سازد. نتایج مختلف ناشی از کاربردهای عملی این آزمون را در زیر بررسی می‌کنیم. بعضی از این موارد درک و شکل آنها تا اندازه‌ای حل شده است؛ حل بقیه آنها هنوز مشکلی همچنان پا برجاست.

با این همه، در اواخر سالهای ۱۹۹۰ کوشش جدیدی در جهت احیای این آزمون هنگامی صورت گرفت که معلوم شد می‌توان از آبرنواخته‌های نوع-Ia برای برآورد نسبتاً بدون ابهام  $m$  تا انتقال به سرخهای به بزرگی تا ۱ ~ استفاده کرد. پس از توصیف کوششهای کلاسیک به رهبری سندیک به این تلاشهای جدید باز خواهیم گشت.

### ۱.۲.۱۱ خطاهای رصدی و عدم قطعیتها

چند منبع عدم قطعیت و خطای سیستماتیک وجود دارد. در اینجا مهمترین آنها را به اختصار بررسی می‌کنیم.

## حرکتهای موضعی

چون چارچوب مشاهده ما چارچوب سکون کیهان‌شناختی نیست، تصحیحات کوچکی را باید به عمل آورد. بنابراین، همان‌طور که در بخش ۳.۱۰ دیدیم، خورشید در کهکشان حرکت می‌کند و کهکشان دارای سرعت خاص است. اما، خوشبختانه این تصحیحات برای رصدهای مربوط به کهکشانهای دورتر و دورتر اهمیت کمتر و کمتری دارند (به‌عنوان مثال، نگاه کنید به تمرین ۱۰ در پایان فصل ۱۰).

عدم قطعیت  $h_0$ 

رابطه‌های (۲.۱۱) و (۳.۱۱) نشان می‌دهند که در مقایسه نسبی با منحنیهای دو مدل با  $q_0$  مختلف، خطای  $h_0$  از میان می‌رود.

## تصحیح دهانه

به اهمیت این تصحیح به تدریج پی بردند. این تصحیح ناشی از آن است که کهکشانها اجسام دارای لبه‌های تیز نیستند؛ بنابراین کم‌کم در زمینه نور آسمان محو می‌شوند. بنابراین، مقدار نور دریافتی از کهکشان نسبت به نور زمینه به دهانه تلسکوپ بستگی دارد.

جی. بی. گان<sup>۱</sup> و جی. بی. اوکه<sup>۲</sup> روش زیر را برای تصحیح دهانه پیشنهاد کرده‌اند. فرض کنید که قدرها را در نوار طول موجی به مرکز  $\lambda_0$  اندازه می‌گیریم. در این صورت (۵۵.۳) چگالی شار را در  $\lambda_0$  به صورت زیر به دست می‌دهد

$$\mathcal{F}(\lambda_0) = \frac{LI[\lambda_0/(1+z)]}{4\pi(1+z)D^2(q_0, z)} \quad (4.11)$$

که  $D(q_0, z)$  فاصله درخشندگی در مدل فریدمان مناسب است. فرض کنید درخشندگی  $L$  نسبت به تصویر شعاع  $\rho$  از مرکز کهکشان به صورت تابعی نمایی توزیع شده است

$$L(\leq \rho) = L_0 \left( \frac{\rho}{\rho_*} \right)^\alpha, \quad \rho_* = \text{const.} \quad (5.11)$$

که  $\alpha$  عددی از مرتبه واحد و با تقریبی خوب  $\alpha = 0.7$  است.

حال اگر در عالم اینشتین-دوسیت زندگی می‌کردیم، تصویر شعاع  $\rho_0$  در محل ما زاویه زیر را تشکیل می‌دهد (نگاه کنید به (۸۹.۴))

$$\gamma = \frac{H_0 \rho_0 (1+z)^2}{cD(\frac{1}{4}, z)} \quad (6.11)$$



در هر مدل فریدمان کلی، شعاع  $\rho$  در رابطه زیر همین زاویه را در مکان ناظر به وجود می‌آورد.

$$\gamma = \frac{H_0 \rho (1+z)^2}{cD(q_0, z)} \quad (۷.۱۱)$$

مقایسه (۶.۱۱) و (۷.۱۱) نشان می‌دهد که اگر منجم بخواید قدر ظاهری کهکشان را در محدوده شعاع زاویه‌ای  $\gamma$  اندازه بگیرید، نور حاصل از شعاعهای مختلف ( $\rho$  و  $\rho_0$ ) کهکشان را، برحسب مدل فریدمان مورد استفاده، گردآوری می‌کند. اگر استانداردسازی را نسبت به مدل اینشتین-دوسیته انجام دهیم، باید درخشندگی را طبق رابطه (۵.۱۱) تصحیح کنیم. بنابراین، به جای  $L$  ثابت، باید داشته باشیم

$$L = L_0 \left( \frac{D(q_0, z)}{D(\frac{1}{4}, z)} \right)^\alpha \quad (۸.۱۱)$$

به طوری که (۴.۱۱) به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{F}(\lambda_0) = \frac{L_0 I[\lambda_0 / (1+z)]}{4\pi(1+z)D(q_0, z)^{2-\alpha} D(\frac{1}{4}, z)^\alpha} \quad (۹.۱۱)$$

برای تثبیت ایده‌ها گان و اوکه از  $\rho_0 = ۱۶ \text{ kpc}$  برای  $\rho_0 = ۰.۶ h_0$  استفاده کردند.

فرمول (۹.۱۱) را با توجه به این موضوع تصحیح می‌کنیم که با تثبیت  $\gamma$  راه عبور نور از ناحیه کوچکتر ( $q_0 > \frac{1}{4}$ ) یا بزرگتری ( $\rho_0 < \frac{1}{4}$ ) از کهکشان نسبت به  $\rho = \rho_0$  برای  $q_0 = \frac{1}{4}$  هموار می‌شود.

### تصحیح-K

به این اثر در انتهای بخش ۷.۳ از طریق رابطه (۵۵.۳) اشاره کردیم. این تصحیح ناشی از این واقعیت است که وقتی یک منجم قدریک کهکشان با انتقال به سرخ بزرگ  $z$  در طول موج  $\lambda_0$  را اندازه می‌گیرد، نور ناشی از کهکشان در طول موج گسیلی  $\lambda_0(1+z)^{-1}$  را دریافت می‌کند. از این رو، برای مقایسه  $m(\lambda_0)$  دو کهکشان با انتقال به سرخهای متفاوت، باید به این واقعیت توجه کنیم که قدرهای مطلق آنها در انتقال به سرخهای متفاوت اندازه‌گیری می‌شود.

با لگاریتم گرفتن از (۴.۱۱) و تبدیل قدرها، به دست می‌آوریم

$$m(\lambda_0) - M_{\text{bol}} = -2.5 \log\{I[\lambda_0 / (1+z)]\} + 2.5 \log(1+z) + 5 \log D - 5. \quad (۱۰.۱۱)$$

اگر تصحیح تابش‌سنجی مناسب را برای طول موج  $\lambda_0$  اعمال کنیم به دست می‌آوریم

$$m_{\text{bol}} = m(\lambda_0) + \Delta m(\lambda_0).$$

اما، از (۱۰.۱۱) می‌بینیم که اگر بخواهیم از (۲.۱۱) استفاده کنیم باید تصحیح دیگری را انجام دهیم و به جای آن بنویسیم

$$m_{\text{bol}} = m(\lambda_0) + \Delta m(\lambda_0) - K(\lambda_0) \quad (۱۱.۱۱)$$

$$K(\lambda_0) = ۲.۵ \log(1+z) - ۲.۵ \log\{I[(\lambda_0/(1+z))]\}. \quad (۱۲.۱۱)$$

بنابراین، باید تابع توزیع شدت  $I(\lambda)$  را برای کهکشان منبع بدانیم. اوکه و سندیج در سال ۱۹۶۸ این اثر را به صورت کمی برآورد کردند. اخیراً، نجوم فرابنفش (UV) اطلاعات بیشتری را درباره  $I(\lambda)$  برای کهکشانها در طول موجهای UV به دست داده است. برای  $z$  بزرگ، این طول موجها نسبت به طول موجهای اپتیکی مشاهده شده انتقال به سرخ می‌یابد (نگاه کنید به تمرین ۶).

اوکه و سندیج همچنین خاطرنشان ساختند که برآورد صحیح جمله  $K$  آنچه را که به اثر استینوس-ویتفورد<sup>۱</sup> معروف است و در سالهای ۱۹۵۰ مشاهده شد از میان می‌برد. این اثر مبتنی بر این مشاهده است که با افزایش انتقال به سرخ کهکشانها سرختر و سرختر به نظر می‌رسند. اگر این اثر واقعی بود، ایجاب می‌کرد که کهکشانهای دورتر—یعنی آنهایی که مربوط به عصرهای قدیمتر هستند—به طور سیستماتیک از کهکشانهای دوره فعلی سرختر باشند، و در نتیجه عالم باید در حال تحول باشد. بنابراین، مباحثه‌ای برضد عالم حالت پایا شکل گرفت، مباحثه‌ای که اکنون از اعتبار افتاده است.

### بایاس مالکویست<sup>۲</sup>

اگر از درخشندگی میانگین کهکشانها در خوشه‌ای دوردست به عنوان شمع استاندارد استفاده کنیم، این بایاس وارد کار می‌شود. چون، با بررسی بیشتر و بیشتر خوشه‌های کهکشانی دوردست، بخش بزرگتر و بزرگتری از کهکشانهای ذاتاً کم نور را از دست می‌دهیم. بنابراین، در نمونه‌ای که به لحاظ قدر محدود شده است، توزیع درخشندگی در انتهای پایینتر قطع می‌شود که تأثیر آن در خوشه‌های هرچه دورتر بارزتر خواهد بود.

## اثر اسکات<sup>۱</sup>

این اثر که اولین بار بی. اسکات متوجه آن شد، از نوعی است که در برابر آن در بالا هشدار دادیم. چون توزیع روشنایی کهکشانیها در خوشه‌های مختلف حد بالایی تیزی ندارد، با نگرستن به فاصله‌های دور و دورتر، کهکشانیهای ذاتاً پرنور بیشتر و بیشتری را دست‌چین می‌کنیم. این اثر باعث می‌شود که  $q_0$  را زیاد برآورد کنیم.

## جذب میان کهکشانی

در سال ۱۹۷۶ اس. ام. چیترا<sup>۲</sup> و نگارنده اثر جذب در غبار میان کهکشانی را بر  $q_0$  برآورد کردیم. چون گردوغبار باعث مبالغه در مقدار قدرها می‌شود، این اثر  $q_0$  را دست‌کم می‌گیرد. این اثر می‌تواند حتی برای کسر ناچیزی از غبار میان کهکشانی قابل ملاحظه شود (نگاه کنید به تمرین ۸). درباره این موضوع مجدداً در هنگام بررسی رابطه  $m-z$  در کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا در فصل ۱۲ بحث خواهیم کرد.

## تحول درخشندگی

یکی از جدیترین مشکلات آزمون انتقال به سرخ-قدر ناشی از تصحیح‌های نامطمئن درخشندگی مشاهده‌شده کهکشانیها در ارزیابی درخشندگی است. اگر همه کهکشانیها در عصر  $t_G (< t_0)$  تشکیل شده بودند، با پیر شدن آنها درخشندگی  $L(t)$  برحسب  $t - t_G$  تغییر می‌کرد، پس درخشندگی فعلی  $L(t_0)$  شاید برآورد موثقی از  $L(t)$  نباشد. همان‌طور که می‌دانیم، برای هر انتقال به سرخ  $z$  دوره گسیل را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد

$$1 + z = \frac{S(t_0)}{S(t)} \quad (۱۳.۱۱)$$

بازه  $t - t_0$  را زمان نگاه به گذشته کهکشان می‌نامند. برای مقدار بسیار کوچک ( $1 \ll z$ )،  $t \approx t_0$  و  $L(t) \approx L(t_0)$ . به هر حال، برای  $z$  در ناحیه II،  $L(t)$  می‌تواند تفاوت قابل ملاحظه‌ای با  $L(t_0)$  داشته باشد، و در نتیجه برونمایی بر مبنای کهکشانیهای اطراف (که  $L(t_0)$  را به دست می‌دهد) شاید برای خوشه‌های دوردست مناسب نباشد. بتاتریس تینسلی<sup>۳</sup> نخستین کسی بود که متوجه اهمیت این اثر شد و آن را به صورت کمی به دست آورد. اصولاً، تحول  $L(t)$  ناشی از تحول ستارگان موجود در کهکشان است. در اینجا وارد جزئیات استدلالهای تینسلی نمی‌شویم، بلکه فقط قاعده تجربی ناشی از آنها را بیان می‌کنیم.

جمعیت ستاره‌ای در بیضویهای غول‌آسایی که سندیج به‌کار برد، عمدتاً بسیار پیرو مانند ستارگان جمعیت II در قرص کهکشان ما غنی از فلز بودند. برای تخمین درخشندگی کل آنها باید «تابع جرم اولیه» (IMF) آنها را می‌دانستیم. IMF اساساً توزیع تعداد نسبی ستارگان (در یک خوشه) را در گستره جرمهای متفاوت در زمان تشکیل مشخص می‌کند. چون آهنگ تحول ستاره به جرم آن بستگی دارد، IMF در تعیین ترکیب بعدی خوشه اهمیت دارد. در ناحیه بصری، درخشندگی کل این جمعیت در قانون زیر صدق می‌کند

$$L(t) \propto t^{-1.3+0.3x} \quad (14.11)$$

که  $x$  شیب IMF برای ستارگان در گستره  $0.12M_{\odot} < M < 0.8M_{\odot}$  (چون برای ناحیه II،  $t_G \ll t$  است، رابطه (14.11) را به جای  $t - t_G$  برحسب  $t$  نشان می‌دهد). IMF سالپتر<sup>۱</sup> در حوالی خورشید دارای  $x \approx 1.35$  است. بنابراین، وابستگی  $L(t)$  به  $t$  در (14.11) نزدیک به  $t^{-1}$  است.

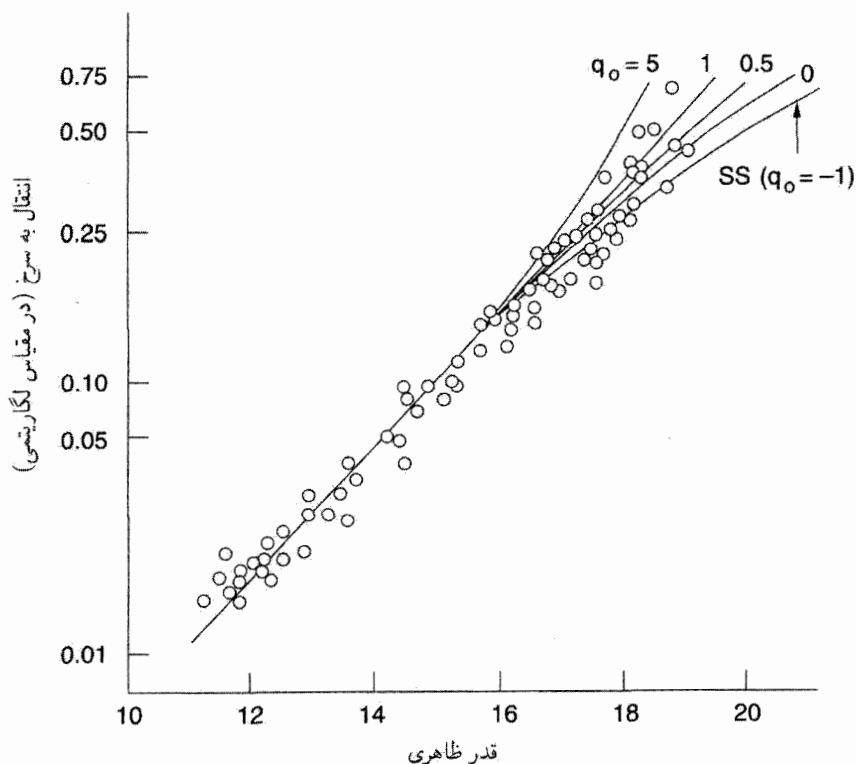
### ۲.۲.۱۱. نمودار هابل

همه این اثرها روی هم رفته آرایه چشمگیری از مسائل را تشکیل می‌دهند که به‌دست آوردن مقدار «واقعی»  $q_0$  را بسیار مشکل (و در حال حاضر غیرممکن!) می‌سازد. به‌عنوان مثال، اگر اثر دهانه و تحول درخشندگی را با هم در نظر بگیریم، رابطه درجه اول  $m-z$ ، به‌جای (3.11) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} m - M &= 42.38 - 5 \log h_0 + 5 \log z \\ &+ 1.086z \left( \frac{2-\alpha}{2} \right) \left[ q_0 - \frac{2}{2-\alpha} \frac{1}{H_0} \frac{1}{L_0} \left( \frac{dL}{dt} \right)_{t_0} \right] \\ &+ 1.086 \frac{\alpha}{4} z + \mathcal{O}(z^2). \end{aligned} \quad (15.11)$$

در اینجا برای برآورد  $L(t)$  از بسط تیلور تا مرتبه اول استفاده کرده‌ایم. از (15.11) به‌راحتی می‌بینیم که برای تحول درخشندگی که از (14.11) به‌دست می‌آید، تصحیح مرتبه اول  $q_0$  عبارت است از

$$\Delta q_0 = (2 - 0.5x)(H_0 t_0)^{-1} \quad (16.11)$$



شکل ۴.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر برای پرنوترین اعضای خوشه. تعدادی منحنی نظری  $(q_0 = 5, 1, 0.5, 0, -1)$  برده‌ها نهاده شده است. SS نشانگر مدل حالت پایاست.

حاصلضرب  $H_0 t_0$  تابع  $q_0$  (و اگر از کیهان‌شناسی  $\lambda$  بهره بگیریم، تابع  $\lambda$ ) است. اما، روشن است که  $q_0$  واقعی به اندازه  $\Delta q_0$  از  $q_0$  مشاهده شده کمتر است.

آلن سن‌دیج، با پیشرفت فناوری رصدی، یک برنامه طولانی مدت مطالعه رابطه هابل تا انتقال به سرخ‌های بزرگتر و بزرگتر را اجرا کرده است. سن‌دیج متوجه شد، تا آنجا که به خوشه‌های دور دست مربوط می‌شود، روشنترین و پرچمترین کهکشان بیضوی موجود در خوشه، شمع استاندارد خوبی را در اختیار می‌گذارد. معلوم شده است که تغییر درخشندگی این کهکشانهای بیضوی از یک خوشه به خوشه برای خوشه‌های نزدیک به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچک است. این موضوع مهم است، زیرا با مشاهده تغییرات سیستماتیک شمع استاندارد می‌توان متوجه اثرهای دروغین شد.

شکل ۴.۱۱ نشان می‌دهد که نمودار هابل برای کهکشانهای موجود در ناحیه II پس از تصحیح‌های مختلف (بجز تصحیح تحول درخشندگی) چگونه به‌نظر می‌رسد. برای مقایسه تعدادی

از منحنیهای نظری شکل ۲.۱۱ بر روی داده‌های کهکشان نهاده شده است. اگرچه نمودار هابل دارای پراکندگی مختصر معقولی است، اما چندان فشرده نیست که به راحتی بتوان (با اطمینان کامل) هیچ کدام از منحنیهای نظری را کنار گذاشت. به علاوه، چون  $q$  منفی مجاز نیست، عالم در حال شتابگیری کیهان‌شناسیهای  $\lambda$  را نمی‌توان کنار گذاشت.

این بخش را با مرور مختصر دو کیهان‌شناسی غیراستاندارد به پایان می‌بریم. در سالهای ۱۹۶۰ ادعای  $q_0 \approx 1$  سندج برخلاف پیش‌بینی  $q_0 = -1$  حالت پایا بود. اما، اکنون خطاهای رابطه  $m-z$  به‌گونه‌ای است که مقدار  $q_0$  برآوردشده با این روشها دارای میله‌های خطای بزرگ است. در واقع، چنانکه خواهیم دید، رصد‌های فعلی معمولاً به نفع  $q_0$  منفی است. به طوری که در فصل پایانی خواهیم دید، این داده‌های اخیر را کیهان‌شناسی حالت شبه پایا با وارد کردن گردوغبار میان ستاره‌ای به صورت رشته‌های فلزی توجیه می‌کند.

۳.۲.۱۱ نمودار هابل که با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia به دست آمده است در سالهای ۱۹۸۰ متوجه شدند که ابرنواخترهای نوع Ia را می‌توان به صورت زیر به عنوان شمع استاندارد به کار برد. منحنی نور این ابرنواخترها دارای افت و خیز مشخصه متفاوتی در مدت ۳۰ روز است که با کاهش بسیار کندتری دنبال می‌شود. درخشندگی بیشینه ابرنواختر نوع Ia برای این جمعیت مقدار تقریباً یکنواختی را نشان می‌دهد، که پاشیدگی آن بیش از ۰/۱۵ قدر نیست. قبلاً در فصل پیش دیدیم که این ویژگی به اندازه‌گیری ثابت هابل کمک کرده است. با این همه، با فراتر رفتن از آن مشاهده می‌کنیم که چون درخشندگی قله این ابرنواخترها زیاد است، می‌توان آنها را در کهکشانهای دوردست تشخیص داد. بنابراین برای تعیین رابطه  $m-z$  از انتقال به سرخهای  $1 \sim$  یا حتی بیشتر مناسب هستند.

در سال ۱۹۸۸ طرح کیهان‌شناسی ابرنواختر<sup>۱</sup> (SCP) آغاز شد و جستجوی منظم و رصد این ابرنواخترها را چند رصدخانه در سراسر جهان با تلسکوپهای گروه  $m-4$  آغاز کردند. از تلسکوپهای Kech I و II و نیز تلسکوپ ESO۳/۶-m برای اندازه‌گیریهای انتقال به سرخ و تعیین طیف استفاده شد. پایگاه داده‌ها در حال رشد است.

در سال ۱۹۹۹ پرلمتر<sup>۲</sup> و همکاران با استفاده از ۶۰ ابرنواختر نمودار هابل را رسم کردند. ۱۸ تای از اینها مربوط به کار هاموی<sup>۳</sup> و همکاران روی ابرنواخترهای نزدیک بود. از اینها به عنوان نقطه صفر نمودار استفاده شد، و ۴۲ ابرنواختر دیگر مربوط به SCP با انتقال به سرخهایی بودند که از ۰/۱۸ شروع می‌شد و تا ۰/۸۳ می‌رسید.

می‌توان مدل‌های فریدمان نظری را با استفاده از فرمول  $D(z, q_0)$  فصل ۴ به این داده‌ها برازش داد. اما، این برازشها هرگز چندان رضایت‌بخش نبودند و فضای پارامتر را باید بسط می‌دادند تا شامل ثابت کیهان‌شناختی شود. جنبه‌های نظری این مدلها را به اختصار بررسی می‌کنیم، و نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان رابطه  $m-z$  را به صورت عددی به دست آورد. پارامترهای بی‌بعد مورد نظر عبارت‌اند از

$$\Omega_0 = \frac{\lambda \pi G \rho_0}{3 H_0^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\lambda c^2}{3 H_0^2} \quad (17.11)$$

که به ترتیب، پارامتر چگالی و پارامتر ثابت کیهان‌شناختی هستند. با استفاده از فرمولهای فصل ۳ و ۴ می‌توان رابطه زیر را بین مختصات شعاعی رابرتسون-واکر

$r$  و  $z$  نوشت

$$r(z) = \int_{S(t_0)/(1+z)}^{S(t_0)} \frac{c \, dS}{S \dot{S}}. \quad (18.11)$$

به راحتی می‌توان دید، که با استفاده از معادله (۱۱۲.۴)، می‌شود رابطه بالا را در مورد تخت ( $k=0$ ) به صورت زیر نوشت

$$r(z) = \frac{c}{H_0} \int_1^{1+z} \frac{dx}{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_0 x^3}}. \quad (19.11)$$

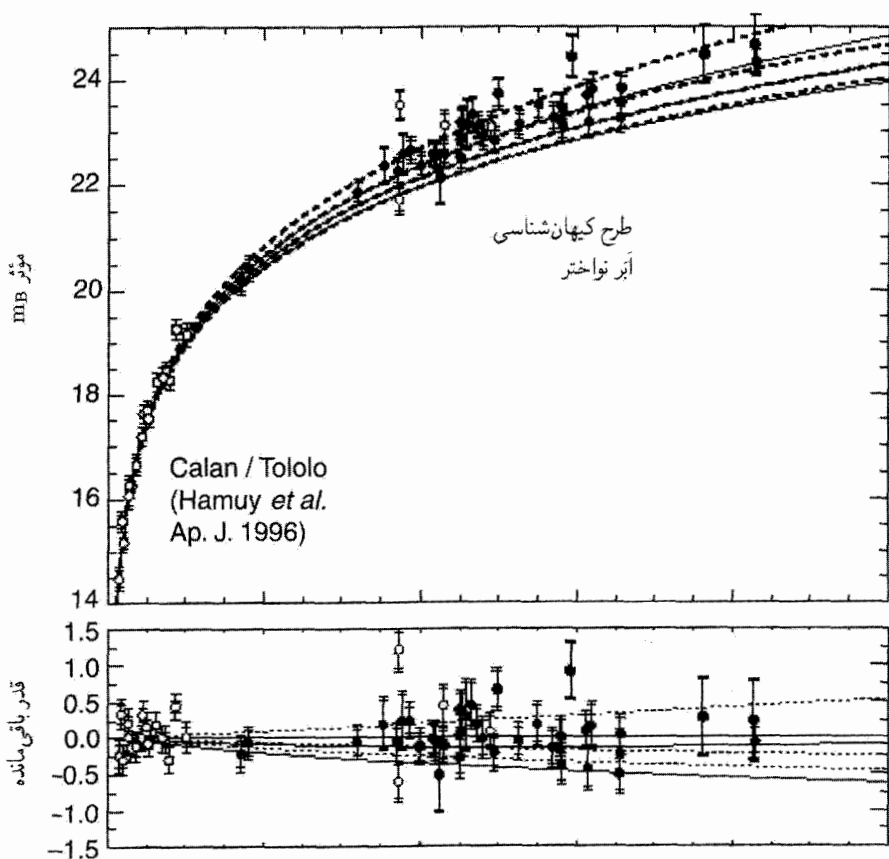
حال با استفاده از رابطه درخشندگی-فاصله  $D = rS(t_0)(1+z)$  می‌توان، در تقریب اول، رابطه  $m-z$  زیر را نوشت:

$$m(z) = -2.5 \log L + 5 \log D + \text{const}. \quad (20.11)$$

البته این رابطه را باید برای تصحیح  $k$  و سایر اثرهای ممکن که قبلاً ذکر شد، تصحیح کرد.  $L$ ، چنانکه قبلاً گفتیم، حاوی نوعی پاشیدگی در اطراف درخشندگی شمع استاندارد میانگین است. در برازش بهترین منحنی به داده‌ها باید پاشیدگی در قدرهای ظاهری به حساب آورده شود. شکلهای ۵.۱۱ و ۶.۱۱ نشان می‌دهد که چگونه مدل‌های نظری مختلف به رصدها برازش می‌یابند.

پرلماتر و همکاران دریافتند که ساده‌ترین مدل فریدمان، یعنی مدل اینشتین-دوسیتیه تخت، برازش آماری رضایت‌بخشی ندارند. با این همه، اگر ثابت کیهان‌شناختی غیرصفری را در نظر بگیریم، مدل تخت به خوبی برازش می‌یابد. یعنی، در سازگاری با (۱۱۵.۴)، یعنی

$$\Omega_\Lambda + \Omega_0 = 1$$

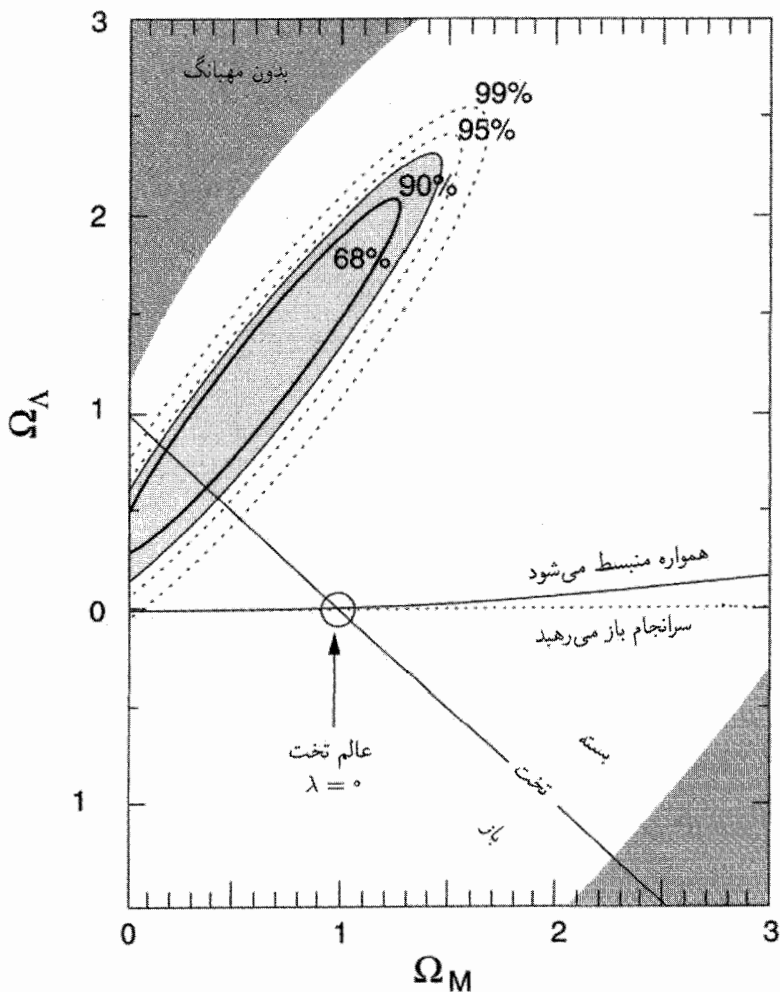


شکل ۵.۱۱ رابطه انتقال به سرخ-قدر که پرلماتر و همکاران، ۵۶۵، ۵۱۷، *Ap. J.*، با استفاده از داده‌های اَبَر نواخترهای نوع Ia به دست آورده‌اند. منحنیهای خط چین با ثابت کیهان‌شناختی غیرصفر بهتر به داده‌ها برازش می‌یابند.

مدل دارای  $\Omega_0 = 0.28$  بهترین برازش را به دست می‌دهد. این موضوع نیاز به یک ثابت کیهان‌شناسی به بزرگی  $0.17 \approx$  دارد. به عبارت دیگر، اگر از رابطه (۱۱۳.۴) استفاده کنیم، عالم دارای  $q_0 \approx -0.16$  می‌شود.

بدیهی است که با توجه به اهمیت فراوان این یافته‌ها، پیگیری دقیقی باید صورت گیرد. چند پرسش مطرح می‌شود. چقدر اطمینان داریم که تحولی در اَبَر نواختر صورت نمی‌گیرد که تفسیر شمع استاندارد آنها را ضایع کند؟ تعداد چهار تا پنج اَبَر نواختر را باید در برازش منحنی به داده‌ها کنار گذاشت چون از بهترین منحنی بسیار دورند. چرا؟ آیا توضیح دیگری سوای مسئله ثابت





شکل ۶.۱۱ ناحیه‌های اطمینان مختلف در صفحه  $[\Omega_0, \Omega_\Lambda]$  بر مبنای کار پرلماتر و همکاران *Ap. J.* ۵۱۷, ۵۶۵. توجه کنید که مدل‌های  $\lambda$ -صفر، حتی مدل‌های باز، دور از ناحیه‌های مجاز قرار می‌گیرند.

کیهان‌شناختی برای کم نور شدن اضافی اَبَرنواخترها وجود دارد؟ عده‌ای به اثر احتمالی گردوغبار در کیهان‌شناسی استاندارد متوسل شده‌اند. در بخش ۱.۲.۱۱ درباره این موضوع صحبت کردیم. اثر تدریجی بر طیف، یعنی، سرخ‌شوندگی، به‌عنوان یک جنبهٔ بارز برای مطالعات بیشتر مطرح شده است. وقتی به این آزمون در فصل بعد برگشتیم، نقش گردوغبار میان کهنکشان‌ی را در کیهان‌شناسی

حالت شبه‌پایا بررسی می‌کنیم. همین‌طور در فصل بعد خواهیم دید که چگونه این آزمون نقش مکملی را در فضای پارامتر در رابطه با تابش زمینه ریزموج ایفا می‌کند.

### ۳.۱۱ شمارش تعداد اجسام برون‌کهکشانی

تاکنون، کار قابل ملاحظه‌ای در مورد شمارش تعداد سه نوع جسم برون‌کهکشانی: (۱) کهکشانها، (۲) چشمه‌های رادیویی، و (۳) کوازارها انجام شده است. از این اجسام بحث درباره کوازارها را به بخش ۶.۱۱ موکول می‌کنیم و فقط کهکشانها و چشمه‌های رادیویی را در نظر می‌گیریم، اگرچه مورد اخیر در مواردی شامل کوازارها می‌شود.

ایده اصلی در ورای این آزمونها پی بردن به این موضوع است که آیا این شمارش تعداد سرشت هندسه فضا زمان پیش‌بینی‌شده توسط اغلب مدلها را آشکار می‌سازد. فرض کنید که گروهی از اجسام را در اختیار داریم که (۱) به صورت یکنواخت در فضا توزیع شده‌اند و (۲) دارای درخشندگی یکسان  $L$  هستند. اگر علاوه بر آن فرض کنیم که (۳) عالم از نوع مینکوفسکی، یعنی دارای هندسه فضایی اقلیدسی است، تعداد چشمه‌ها تا فاصله معین  $R$  به صورت زیر خواهد بود

$$N \propto R^3 \quad (21.11)$$

در حالی که شار از ضعیفترین چشمه‌ها تا فاصله  $R$  به صورت زیر است

$$S \propto R^{-2}. \quad (22.11)$$

با حذف  $R$  بین دو رابطه، به دست می‌آوریم

$$N^2 S^3 = \text{const.}, \quad \text{یعنی} \quad \frac{d \log N}{d \log S} = -1.5 \quad (23.11)$$

بنابراین، رابطه (۲۳.۱۱) نشان می‌دهد که  $N$  و  $S$  با سه فرض (۱)، (۲)، (۳) به هم مربوط‌اند. با این فرضها  $N$  حجم و  $S^{-1/2}$  شعاع ناحیه کروی به مرکز ناظر را اندازه می‌گیرد، و (۲۳.۱۱) رابطه حجم و شعاع در هندسه اقلیدسی است.

در بخشهای (۱۱.۳ و ۸.۴) دیدیم وقتی مدل‌های رابرتسون-واکر را در نظر می‌گیریم چگونه رابطه حجم-شعاع با قانون مکعبی هندسه اقلیدسی تفاوت پیدا می‌کند. همین‌طور در این بخشها دیدیم که چگونه می‌توان رابطه‌های نظیر آن را در هندسه‌های نااقلیدسی به دست آورد. از این رو، اصولاً می‌توان سازگاری رابطه مشاهده‌شده را با یکی از مدل‌های کیهان‌شناختی مختلف آزمایش کرد. متأسفانه، همان‌طور که با شمارش کهکشانها و چشمه‌های رادیویی مختلف در زیر خواهیم دید، خطاهای مختلف، مانند آزمون  $m-z$ ، مانع از نتیجه‌گیری مشخص می‌شود.

### ۱.۳.۱۱ کهکشانی

در سال ۱۹۳۶ هابل برای تمیز گذاشتن بین مدل‌های عالم به شمارش کهکشانی پرداخت. اما، مجبور به کنار گذاشتن این آزمون شد، زیرا تعداد کهکشانی که باید شمرده می‌شد بسیار زیاد بود، و بجز در مواردی که به عمق فضا بردیم نمی‌توانیم هیچ تفاوت قابل ملاحظه‌ای را با هندسه اقلیدسی آشکار سازیم. چون منجم اپتیکی شاره‌ها را برحسب قدر اندازه می‌گیرد، رابطه (۲۳.۱۱) را می‌توان به صورت رابطه تعداد-قدر بیان کرد

$$\frac{d \log N}{dm} = 0.6. \quad (24.11)$$

برنامه هابل را اخیراً عده‌ای با ابزارهای الکترونیکی و قطعات حالت جامد بسیار، که شمارش کهکشانی‌های با قدرهای بسیار ضعیف ( $m \sim 24$ ) امکان‌پذیر می‌سازد، از سر گرفته‌اند. به عنوان مثال، در سال ۱۹۷۹ جی. ا. تاپسون<sup>۱</sup> و جی. اف. یارویس<sup>۲</sup> از روشهای آشکارسازی خودکار و طبقه‌بندی کهکشانی‌ها بر روی صفحه‌ها استفاده کردند. مشکل اصلی در قدرهای ضعیف تشخیص ستارگان از کهکشانی‌هاست.

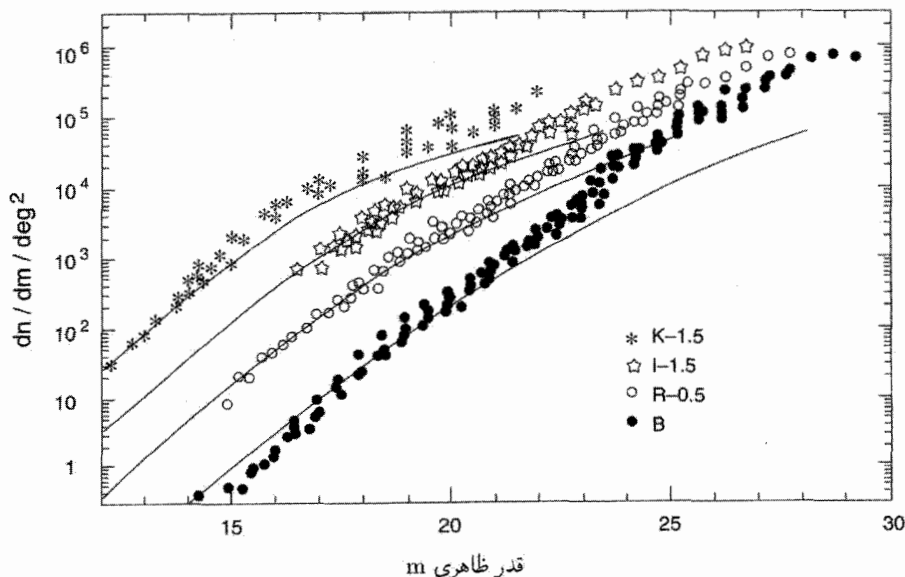
در دو دهه‌ای که از آن زمان می‌گذرد، تصویرگیری از کهکشان و طیف‌نمایی در سطح کم‌نور پیشرفت قابل ملاحظه‌ای کرده است و می‌توان با استفاده از اثرهایی که قبلاً در این فصل بررسی شد، مانند تصحیح دهانه و تصحیح-K، شمارشهای دقیقتری از کهکشان به دست آورد. همین‌طور باید تصمیم بگیریم که تابع درخشندگی تا چه حد برحسب زمان تحول می‌یابد. مثلاً، تابع درخشندگی شکر که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Phi(L) \propto \left(\frac{L^*}{L}\right)^{5/4} \exp\left(-\frac{L}{L^*}\right) \quad (25.11)$$

در عصر حاضر به خوبی کاربرد دارد. یعنی، کهکشانی‌ها دارای  $L$  ثابت نیستند، بلکه توزیعی از  $L$  دارند. ثابت  $L^*$  نظیر قدر مطلق  $20.6$ - است. پیرشلی که باید به آن پاسخ داد این است: اگر کهکشانی در عصری کم‌و بیش منحصر به فرد (یا در گستره زمانی نسبتاً باریک) تحول یافته‌اند، پس چرا تحول ستارگان در آنها در درخشندگی و در نتیجه تابع درخشندگی آنها مؤثر است؟

برای به حساب آوردن تصحیح-K باید تابع شدت  $I(\lambda)$  را برای کهکشانی‌ها در فرابنفش بدانیم. تصحیح-K هنوز ناشناخته است، بنابراین می‌توان گستره وسیعی از مدل‌های فریدمان و همین‌طور حالت پایا را در نوار عدم قطعیت به کار برد. با این همه، اگر فرض کنیم  $I(\lambda) \propto \lambda^\alpha$ ، به دست می‌آوریم

$$K(z, \lambda_0) = 2.5(\alpha + 1) \log(1 + z). \quad (26.11)$$



شکل ۷.۱۱ شمارش‌های دیفرانسیلی کهکشانی در چهار نوار K, I, R, B در گستره قدرهای ۱۲-۲۸ ~ در اینجا نشان داده شده‌اند. توجه کنید که شمارشها در قدرهای زیاد، همان‌طور که برای متناهی ماندن روشنایی آسمان لازم است، تخت می‌شود. خط‌های نشان داده شده شمارش‌های مربوط به مدل‌های بدون تحول با  $\Omega = 1$  هستند. بیشترین انحراف از خط بدون تحول برای خط با دایره‌های پر است، که نشانگر جمعیت اضافی کهکشانی آبی کم‌نور است.

در طیفی از نوع جسم سیاه، که می‌توان آن را تقریباً در مورد کهکشان به‌کار برد، در انتهای طول موج بلند داریم  $\alpha = -4$ ، در حالی که به طرف طول موجهای کوتاه مقدار آن به  $-2$  میل می‌کند. با این همه، مقادیر واقعی به طیف کهکشانی واقعی بستگی دارد.

شکل ۷.۱۱ نتیجه این شمارشها را نشان می‌دهد. توجه کنید که این نتایج، همان‌طور که با توجه به روشنایی آسمان در یک عالم در حال انبساط انتظار داریم (نگاه کنید به پارادوکس اولبرس در فصل ۴)، تمایل به تخت شدن در قدرهای ضعیف دارند. با این همه، خط‌های «بدون تحول» که از نقطه‌های  $\Omega = 1$  رسم شده‌اند نشان می‌دهد که نوعی ناسازگاری در انتهای کم‌نور وجود دارد. این ناسازگاری برای شمارش‌های نوار-آبی از همه بارزتر است، که نشان می‌دهد تعداد بیشتری کهکشان آبی وجود دارد.

مباحثه قابل توجهی درباره این کهکشانی آبی کم‌نور در نوشته‌ها وجود دارد. ایده‌های مربوط به تشکیل ستارگان نشان می‌دهد که اینها کهکشانی هستند که در آنها انفجار ستاره‌ای، یعنی

تشکیل فعال ستارگان، در جریان است. گمان می‌رود که این نشانگر تعدادی بیش از جمعیتی باشد که برمبنای تابع درخشندگی شیکتر و ایده‌های مختلف ارائه شده انتظار داریم. آنها می‌توانند کهکشانهای کوتوله با انتقال به سرخهای کم ( $z \approx 0.4$ ) باشند، که در واقع در عصر حاضر محو می‌شدند. یا می‌توانیم استلال کنیم که در گذشته کهکشانهای بیشتری وجود داشته‌اند که بسیاری از آنها در هم ادغام شده‌اند، و تعداد کهکشانهای فعلی را کم کرده‌اند. در این مورد هنوز حرف آخر زده نشده است.

ما موضوعهای مربوطی را که نیاز به کاوش بیشتر در گستره عصرهای  $4 > z > 1$  برای کهکشانها دارد به اختصار بررسی می‌کنیم. با پیرشدن ستارگان داخل کهکشانها، رنگ آنها چگونه تغییر می‌کند؟ نقشه برداریهای در منطقه فرورسرخ نزدیک به درک این مسئله کمک می‌کند. مثلاً جرم (و رنگ) کهکشانها تحت سیطره غولهاست که ستارگانی با جرم زیادند که زودتر شکل گرفته‌اند. این ستارگان درخشندگی فرورسرخ نزدیک را در یک کهکشان تولید می‌کنند. گرچه ترکیب و در نتیجه رنگ کهکشانها معمولاً به ترکیب ریخت‌شناختی (رده هابل) آنها بستگی دارد، اما درخشندگی فرورسرخ نزدیک، که تحت سیطره ستارگان پیر است، برای تمام انواع کهکشان کم‌وبیش یکسان می‌ماند. بنابراین، در نقشه برداریهای فرورسرخ نزدیک، آمیزه ریخت‌شناختی با انتقال به سرخ تغییر نمی‌کند.

کهکشانهای با انتقال به سرخ زیاد در گستره انتقال به سرخ بالا نیز اطلاعاتی درباره مراحل اولیه تشکیل ستارگان و تحول ستاره‌ای در اختیار می‌گذارند. برآورد سن یک کهکشان در مثلاً  $z = 3$  نشان می‌دهد که اولین مراحل تشکیل ستاره در چه زمانی صورت گرفته است. در کیهان‌شناسی اینشتین-دوسیتیه، این کهکشان هنگامی دیده می‌شود که سن عالم یک‌هشتم مقدار فعلی بوده است. بنابراین، این مطالعات محدودیت‌هایی را نه تنها بر مدلهای کیهان‌شناختی بلکه بر نظریه‌های تشکیل ساختار اعمال می‌کند. رابطه‌های رنگ-قدر کهکشانهای بیضوی نیز در اعمال این نوع محدودیتها مفیدند.

یک رابطه مفید دیگر بین فراوانی فلزات  $Z$  و در زمینه ایتیکی به فرورسرخ وجود دارد. چون می‌دانیم فلزات فقط در ستارگان تولید می‌شوند، از روی فراوانی فلزات می‌توان تابش زمینه را با بهره‌گیری از کارایی (۱۰٪) برای تولید انرژی در سنتز هسته‌ها در ستارگان برآورد کرد. اگر جزئیات بیشتری از نمونه‌های کامل کهکشانها در پوسته‌های انتقال به سرخ معین را در اختیار داشته باشیم، می‌توانیم به مقدار تابشی پی‌ببریم که ستارگان پرجرم (که به سرعت می‌سوزند و فلزات را در زمان نسبتاً کوتاهی به وجود می‌آورند) تولید کرده‌اند و سپس نتیجه را با آهنگ تشکیل ستارگان در آن عصرها مرتبط سازیم. اولین تلاش از این نوع که لیلی<sup>۱</sup> و همکاران در سال ۱۹۹۶ انجام دادند

که آهنگ تشکیل ستارگان در انتقال به سرخ  $1 \sim z$  را به دست داد که تقریباً ده برابر آهنگ تشکیل ستارگان فعلی است. در انتقال به سرخهای بالاتر  $3 \sim z$ ، کهکشانهای حد لیمان (یعنی آنهایی که در آنها طول موج  $\alpha$  لیمان  $912 \text{ \AA}$  به ناحیه مرئی منتقل شده است) سودمندند. زیرا، به واسطه جذب در ابرهای هیدروژن خنثای میانی، طیف این کهکشانها فرورفتگیها یا قطع شدگیهایی را از خود نشان می دهد. کهکشان فعالی که در آن ستارگان تشکیل می شوند تا حد لیمان دارای طیفی تخت خواهد بود. قطع لیمان برای  $z = 3$  به مرکز نوار U منتقل می شود و کهکشانهایی را تولید می کند که در رنگ U-B قرمزند. (U و B معیاری از قدرهای ظاهری در فرابنفش و آبی هستند. شاخص رنگ U-B در مقیاس لگاریتمی شدتهای نسبی این رنگها را اندازه می گیرد.) با استفاده از این معیار نیز آهنگ تشکیل ستاره را  $10 M_{\odot} \sim$  در سال به دست می دهد. هنوز برای تثبیت این برآوردها بسیار زود است، اما بدون شک این کار با توجه به پیشرفت سریع در نجوم اشیا کم نور در سالهای آینده صورت خواهد گرفت.

### ۲.۳.۱۱ چشمه های رادیویی: روشها

در مقایسه با شمارش کهکشانها، شمارش چشمه های رادیویی این امتیاز را دارد که تعداد آنها به فراوانی کهکشانها نیست. بدین دلیل، پس از اینکه برنامه شمارش کهکشان هابل به جایی نرسید و نجوم رادیویی در طی سالهای ۱۹۵۰ به وجود آمد، احساس شد که زمان مناسب برای آزمون شمارش چشمه فرارسیده است. منجمان رادیویی این احساس را هم داشتند که چشمه های توانمند رادیویی را می توان در فاصله های بسیار دورتر از کهکشانها دید و در نتیجه آزمونهای دقیقی را برای هندسه بزرگ مقیاس عالم در اختیار می گذارند.

ام. رایل<sup>۱</sup> در کمبریج، بی. میلز<sup>۲</sup> در سیدنی و جی. بولتون<sup>۳</sup> در کالکتک ملی ابتکاری را درباره برنامه شمارش چشمه انجام دادند. چون منجم رادیویی  $S$  را در پهنای نوار مشخصی اندازه می گیرد، تمایل دارد که  $\log N$  را بر حسب  $\log S$  رسم کند، که  $S$  چگالی شار، یعنی شار  $S$  دریافتی در نواری از بسامد تقسیم بر پهنای نوار است. یکای متداول  $S$  یانسکی (Jy)، برابر با  $10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$  است. (به افتخار کی. جی. یانسکی<sup>۴</sup> که کار پیشگامانه ای را در نجوم رادیویی در سالهای ۱۹۳۰ انجام داد.) همین طور، توان چشمه رادیویی به صورت درخشندگی به ازای نوار بسامد واحد و زاویه فضایی واحد تعریف می شود که یکای آن وات بر هرتز بر استرادیان ( $\text{W Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ ) است.

چند راه برای رسم داده های مربوط به شمارش چشمه وجود دارد. چون نشریات نجومی حاوی مراجع مربوط به همه آنهاست، فقط به اختصار به شرح آنها می پردازیم.

رابطه  $\log N - \log S$

این شکلی است که قبلاً درباره آن بحث کردیم. هندسه اقلیدسی پیش‌بینی می‌کند که

$$\frac{d \log N}{d \log S} = -1.5. \quad (27.11)$$

مدلهای فریدمان و مدل‌های حالت پایا، مطابق شکل ۸.۱۱ (الف)، تمایل به تخت شدن دارند.

رابطه  $\log N/N_0 - \log S$

به جای رسم  $N$  برحسب  $S$ ، اغلب راحت‌تر است که  $N$  را به صورت کسری از تعداد  $N_0$  که در هندسه اقلیدسی انتظار داریم برحسب  $S$  رسم کنیم. شکل ۸.۱۱ (ب) نشان می‌دهد که این نمودارها در کیهان‌شناسی استاندارد و حالت پایا چگونه به نظر می‌رسند. در این شکل به جای نسبت  $N/N_0$  نسبت شمارش‌های دیفرانسیلی  $\Delta N_0 / \Delta N_0$  را رسم کرده‌ایم. یعنی  $\Delta N_0$  را تعداد چشمه‌هایی در نظر می‌گیریم که در هندسه اقلیدسی در گستره شار  $(S, S + \Delta S)$  انتظار داریم، در حالی که  $\Delta N$  تعداد واقعی چشمه‌های یافته شده (یا آنچه را که در مدل معینی انتظار داریم) نشان می‌دهد. از این رو،  $\Delta N_0 \propto S^{-5/2} \Delta S$ ، و انتظار داریم که  $\Delta N / \Delta N_0$  با کاهش  $S$  به طور منظم از ۱ کمتر می‌شود.

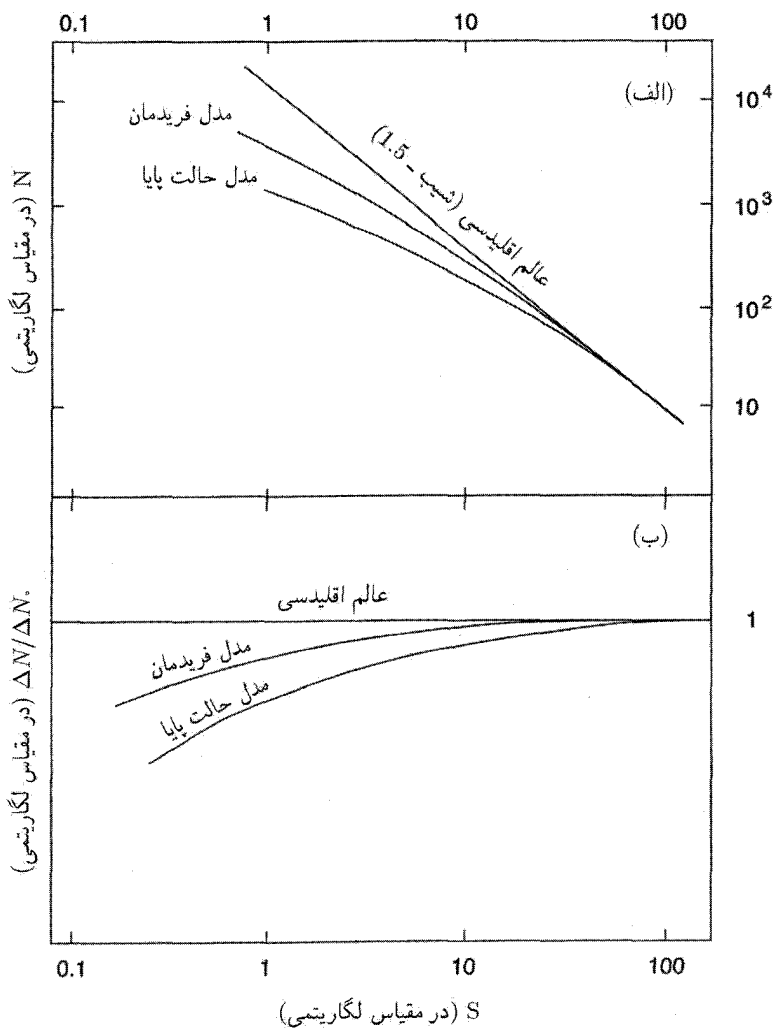
آزمون درخشندگی-حجم

به جای رسم  $N$  برحسب  $S$ ، اغلب بهتر است که با مسئله چشمه-شمارش به صورت زیر برخورد کنیم. فرض کنید  $S_m$  کمترین چگالی شار باشد که در یک بررسی می‌توانیم گردآوری کنیم. فرض کنید چشمه‌ای با  $S > S_m$  را یافته‌ایم، و فاصله  $d$  آن را هم (مثلاً از انتقال به سرخ) می‌دانیم. پس درخشندگی آن معلوم است. سپس می‌توان این پرسش را مطرح کرد که چقدر می‌توانیم این چشمه را دورتر ببریم تا بتوان آن را در این بررسی به زحمت آشکار ساخت.

از این رو دو حجم  $V_m$  و  $V$  را داریم. حجم  $V$  مربوط به ناحیه‌ای کروی به مرکز محل ما به شعاع  $d$  است که چشمه در واقع در مرز آن قرار دارد. حجم  $V_m$  مربوط به کره حدی است که در مرز آن چشمه در بررسی ما به زحمت قابل آشکارسازی است. اگر چشمه در کره حدی به صورت کاتوره‌ای توزیع شده بود، مقدار میانگین  $V/V_m$  برابر  $\frac{1}{2}$  می‌شد. از این رو، در هر کیهان‌شناسی با فرض (۱)، توزیع یکنواخت مقدار میانگین، انتظار داریم که نسبت  $V/V_m$  برابر  $\frac{1}{2}$  شود.

در عمل، اگر انتقال به سرخ‌های چشمه‌های رادیویی را بدانیم، می‌توانیم با یک آزمون درخشندگی-حجم، مقدار میانگین را محاسبه کنیم

$$f = \left\langle \frac{V}{V_m} \right\rangle. \quad (28.11)$$



شکل ۸.۱۱ نمودار کلی (الف)  $\log N$  برحسب  $\log S$  و (ب)  $\log(\Delta N/\Delta N_0)$  برحسب  $\log S$ . منحنیهای نشان داده شده برای مدل فریدمان نشانگر تعدادی منحنی هستند که بین حالت پایا و منحنیهای اقلیدسی برای مقادیر مختلف  $q$  قرار دارند.

بدیهی است که این محاسبه به مدل کیهان‌شناختی مورد استفاده بستگی دارد. اگر  $f = \frac{1}{p}$  باشد، فرض توزیع یکنواخت تأیید می‌شود. اگر  $f > \frac{1}{p}$  باشد، بررسی نشان می‌دهد که چشمه‌های دوردست تا از چشمه‌های نزدیک بیشترند. چون چشمه‌های دوردست در دوره‌های اولیه‌تری مشاهده



می‌شوند، این نتیجه مربوط به موردی از ارزیابی چگالی است که در آن چشمه‌های گذشته بیش از چشمه‌های فعلی است. همین‌طور،  $f < \frac{1}{4}$  ارزیابی چگالی از نوع مخالف را نشان می‌دهد. مارتن اشمیت<sup>۱</sup> نخستین کسی بود که این آزمون برای چشمه‌های رادیویی را در سال ۱۹۶۸ مطرح کرد.

روش بیشترین احتمال

این روش تحلیل داده‌های  $N-S$  را دی. اف. کرافورد<sup>۲</sup>، دی. ال. ژونسی<sup>۳</sup>، و اچ. اس. مورداک<sup>۴</sup> در سال ۱۹۷۰ پیشنهاد کردند، و می‌توان آن را به اختصار به صورت زیر بیان کرد.  
رابطه  $N-S$  زیر را در نظر بگیرید

$$N(S) = kS^{-\alpha}, \quad S \geq S_m. \quad (29.11)$$

فرض کنید  $\sigma = S/S_m$  به طوری که  $\sigma \geq 1$ ، و  $\sigma_0$  را بیشترین مقدار  $\sigma$  بگیرید. اگر  $dp(\sigma)$  احتمال یافتن چشمه در گستره  $(\sigma, \sigma + d\sigma)$  باشد. از (۲۹.۱۱) داریم

$$dp = \frac{\alpha \sigma^{-(\alpha+1)} d\sigma}{1 - \sigma_0^{-\alpha}}. \quad (30.11)$$

اگر گستره  $\sigma$  را به اندازه کافی کوچک کنیم تا حداکثر حاوی یک چشمه باشد، می‌توانیم  $M$  گستره از این نوع داشته باشیم. اگر آنها را با  $i (i = 1, 2, \dots, M)$  و احتمالهای متناظر را با  $p_i$  نشان دهیم، تابع احتمال  $\mathcal{L}$  به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathcal{L} = \sum_i \ln p_i. \quad (31.11)$$

اساس این روش بیشینه کردن  $\mathcal{L}$  نسبت به  $\alpha$  است. با استفاده از (۳۰.۱۱) برای  $p_i$ ، محاسبه‌ای ساده نتیجه زیر را به دست می‌دهد

$$\alpha = \frac{M}{\sum_i \ln \sigma_i}. \quad (32.11)$$

در نمودار معمولی  $\log N - \log S$ ، از افزودن تعداد مربوط به بازه‌های متوالی شار به دست می‌آید، و در این روش خطاها تمایل به انباشته شدن دارند. بنابراین، مقادیر  $N$  در این نقشه مستقل از هم نیستند و برآورد  $\alpha$  بر مبنای آنها کاملاً موثق نیست. روش بیشترین احتمال هر مشاهده را جداگانه در نظر می‌گیرید، و در نتیجه برآورد  $\alpha$  از (۳۲.۱۱) دارای خطاهای سیستماتیک انباشتی نخواهد بود.

## ۳.۳.۱۱ چشمه‌های رادیویی: داده‌ها

قبل از پرداختن به داده‌های واقعی باید نکته‌های زیر را در نظر گرفت.

۱. آزمون شمارش تعداد برای رابطه حجم-فاصله. معیار فاصله یک کهکشان انتقال به سرخ آن است. اما، منجم رادیویی نمی‌تواند انتقال به سرخ را مستقیماً اندازه بگیرد. اگر چشمه رادیویی به‌طور ایتیکی با کهکشانی با انتقال به سرخ معلوم شناسایی شود، فقط باید فاصله آن را اندازه بگیریم. چگالی شار  $S$  نمی‌تواند شاخص موثقی از فاصله باشد مگر اینکه اطمینان حاصل کنیم که درخشندگی تمام چشمه‌های تقریباً یکسان است. در عمل توان چشمه‌های رادیویی ضعیف تا قوی در گستره  $10^{23}$  تا  $10^{27} \text{ W sr}^{-1}$  تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان یک چشمه ضعیف نزدیک را با چشمه‌ای قوی در دوردست اشتباه گرفت.

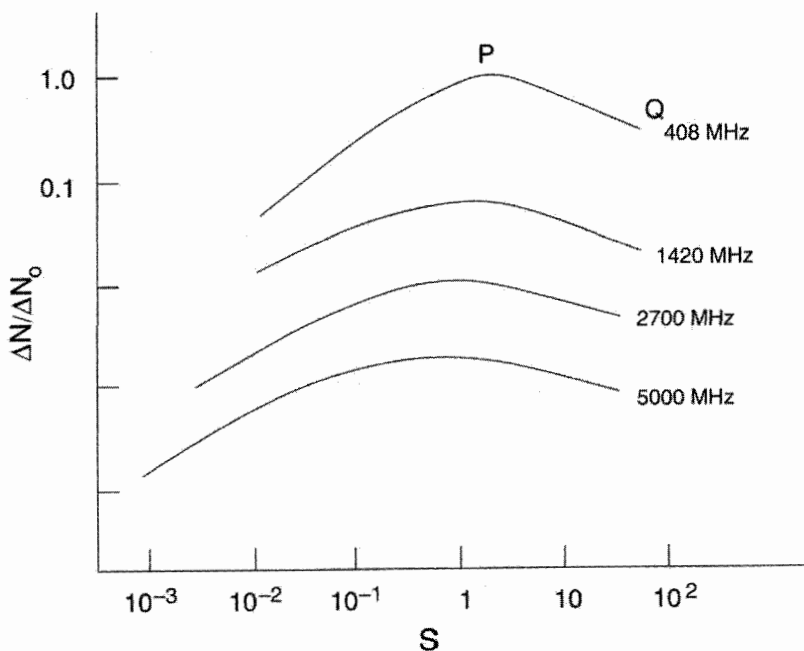
۲. حتی اگر در یک بررسی تمام انتقال به سرخها معلوم باشند، نمونه کاملی برای آزمون رابطه حجم-انتقال به سرخ نخواهیم داشت. زیرا نمونه‌ای که نسبت به چگالی شار کمینه  $S_m$  کامل است: الزاماً نسبت به انتقال به سرخ بیشینه  $z_m$  کامل نخواهد بود، و برعکس. در نمونه اول، چشمه‌های بسیار ضعیف با انتقال به سرخ متوسط نادیده گرفته می‌شود، در حالی که در نمونه دوم، چشمه‌های قوی و با فاصله زیاد به حساب نمی‌آیند. به دلایل عملی منجم رادیویی نمونه‌های کاملی از نوع  $S \geq S_m$  و نمونه‌های ناکاملی از  $z \leq z_m$  را در اختیار دارد. نمونه‌های اخیر دچار مشکلی هستند که در قسمت ۱ به آن اشاره کردیم.

۳. طی سالها، معلوم شده است که شمارش اجسام به‌صورت «جعبه‌های سیاه» گمراه‌کننده است. باید اطلاعاتی در مورد مشخصات بنیادی آنچه که می‌شماریم داشته باشیم.

با این زمینه اکنون به شمارش چشمه‌های رادیویی می‌پردازیم. این شمارش چشمه را می‌توان در بسامدهای مختلف به‌دست آورد، و به‌عنوان مثالی روشن‌گر، شکل ۹.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی چشمه را (نسبت به مقادیر اقلیدسی) مانند شکل ۸.۱۱ (ب) برای چهار بررسی در بسامدهای  $408 \text{ MHz}$ ،  $1420 \text{ MHz}$ ،  $2700 \text{ MHz}$ ، و  $5000 \text{ MHz}$  به‌دست می‌دهد. از این نمودار می‌توان بلافاصله متوجه دو نکته مهم شد.

اولاً، بررسی در بسامدهای مختلف نتیجه‌های متفاوت می‌دهد. میزان خمیدگی (منفی) این منحنیهای شمارش چشمه با افزایش بسامد بررسی کم می‌شود. دلیل اصلی اختلاف منحنیها به‌قرار زیر است. در نمونه‌ای از چشمه رادیویی تابع شدت بسامد (نگاه کنید به بخش ۷.۳) به‌صورت زیر است

$$J(\nu) \propto \nu^{-\alpha}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (33.11)$$



شکل ۹.۱۱ شمارشهای دیفرانسیلی چشمه در بسامدهای مختلف.  $S$  در مقیاس لگاریتمی رسم شده است. محل چهار منحنی نسبت به محور  $\Delta N/\Delta N_0$  به دلخواه انتخاب شده است. اما، هر بازه مشخص افزایشی با ضریب  $10^\circ$  را در  $\Delta N/\Delta N_0$  با حرکت رو به بالا در امتداد محور نشان می‌دهد.

که  $\alpha$  شاخص طیفی نامیده می‌شود. بنابراین، برای  $\alpha$ ی بزرگ چگالی شار برحسب بسامد با سرعت بیشتری فرو می‌افتد، در نتیجه، در بررسیها در بسامد کم چشمه‌ها راحت‌تر از بررسیهای بسامد زیاد انتخاب می‌شوند. برای  $\alpha$ ی کم این اثر نامحسوس‌تر است. به این دلیل نسبت چشمه‌های با طیف شیب‌دار ( $\alpha$ ی بزرگ) به چشمه‌های با طیف تخت ( $\alpha$ ی کوچک) در هر بررسی با افزایش بسامد بررسی کم می‌شود. به نظر می‌رسد که سیطره چشمه‌های با طیف تخت در بررسیهای بسامد بالا رفتار موردنظر در شکل ۹.۱۱ را توضیح می‌دهد.

نکته دوم به صعود اولیه  $\Delta N/\Delta N_0$  با کاهش  $S$  از بالاترین مقدار شار مربوط می‌شود. این اثر در بررسی بسامد پایین در  $480$  MHz از همه بارزتر است، و سبب مباحثه میان رابیل و هوپل در اوایل دهه ۱۹۶۰ شد. به دلیل اهمیت تاریخی آن را به اختصار شرح می‌دهیم.

اگر نقطه قله P را با نقطه بالاترین شار Q در شکل ۹.۱۱ مقایسه کنیم دو نتیجه‌گیری ممکن زیر را خواهیم داشت:

۱. وقتی از  $Q$  به چگالیهای شار کمتر می‌رویم افزایش قابل ملاحظه‌ای در تعداد  $\Delta N$  در مقایسه با  $\Delta N_0$  وجود دارد. اگر این چشمه‌ها بسیار دور و پرتوان باشند، اثری تکاملی را مشاهده خواهیم کرد که نشان می‌دهد چگالی عددی چشمه‌های رادیویی در عصر گذشته نسبت به عصر حاضر افزایش سریعی داشته است.

۲. در مقایسه با  $P$ ، نقطهٔ  $Q$  کمبودی را در چشمه‌های با چگالی شار زیاد در ارتباط با مقدار اقلیدسی نشان می‌دهد. اگر چشمه‌ها روی هم‌رفته چندان قوی نباشند، این کمبود موضعی است و به سادگی نشان می‌دهد که ما در «حفره‌ای» هستیم که تعداد چشمه‌های رادیویی آن کمتر از میانگین است. این اثرها در صورتی به‌وجود می‌آید که ناهمگنیهایی در مقیاس  $5^\circ \text{ Mpc}$  در عالم وجود داشته باشد که شبیه چیزی است که از «عالم داغ» مدل حالت پایا انتظار داریم (نگاه کنید به فصل ۸).

هوایل با دیدگاه دوم موافق بود، در حالی که رایل و همکارانش در کمبریج امکان اول را درست می‌دانستند. آنچه اکنون به دیدگاه کمبریج معروف است، تحول شدیدی را در چگالی عددی ایجاد می‌کرد و در نتیجه برخلاف نظریهٔ حالت پایا بود. بدیهی است که افزایش در چگالی عددی نمی‌تواند به‌صورت نامحدود ادامه یابد، در غیر این صورت زمینهٔ رادیویی بیش از اندازه زیاد می‌شود. بنابراین، تابعهای مختلفی که تغییر چگالی عددی چشمه‌ها برحسب انتقال به سرخ را بیان می‌کردند، برای برازش داده‌های رصدی در تمام سطوح شار در نظر گرفته شدند. به هر حال، این روش برازش پارامتری آزمون را به‌عنوان وسیله تشخیص میان کیهان‌شناسیهای  $q$  مختلف بی‌حاصل می‌سازد، زیرا توابع تحول پیشنهادی تفاوت‌های هندسی را می‌پوشاند.

اما این تحول واقعاً چه اندازه اثبات شده است؟ نمونهٔ  $3\text{CR}$  چشمه‌های رادیویی اکنون کاملاً به‌طور اپتیکی شناسایی و انتقال به سرخ اعضای آن تعیین شده است. اگر فرض کنیم که انتقالهای به‌سرخ نشانگر فاصله باشند، اکنون می‌توان شمارش تعداد آن نمونه را دوباره بررسی کرد. در سال ۱۹۸۹ پی. داس‌گوپتا<sup>۱</sup> و جی. بریج و نگارنده این تمرین را انجام دادند. آنها با این فرض که «هیچ تحولی» در تابع درخشندگی صورت نمی‌گیرد کار را آغاز کردند. بر مبنای داده‌های انتقال به سرخ، این فرض صفر امکان تشکیل این تابع درخشندگی رادیویی (RLF) را فراهم می‌سازد. سپس می‌توان با این RLF نمونه‌های مونت کارلوی نظری چشمه‌ها را انجام داد و نقشه‌های دوبعدی از توزیعهای چگالی شار عددی را به‌دست آورد. سپس، انحراف این نقشه‌ها از نقشه‌های مشاهده‌شده تعیین می‌شود.

معلوم شده است که این انحرافها به اندازهٔ کافی بزرگ نیستند تا بتوان آنها را بر مبنای احتمال کنار گذاشت. یعنی، مدل بی‌تحول را نمی‌توان با توجه به داده‌ها کنار گذاشت. برای مدل حالت پایا

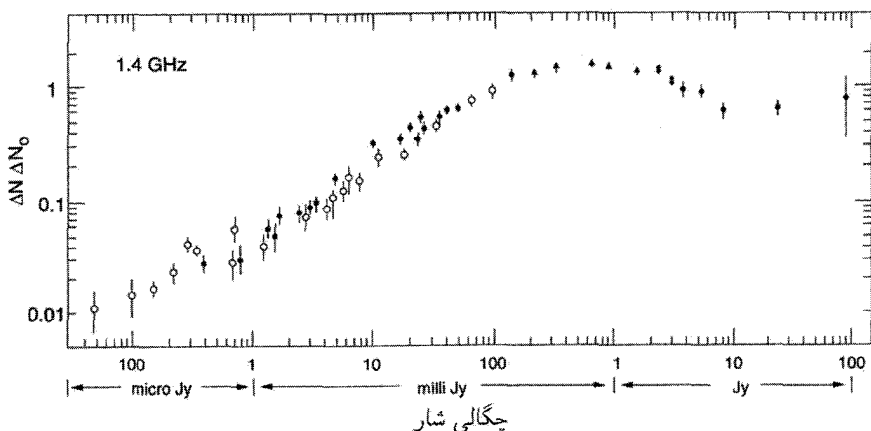
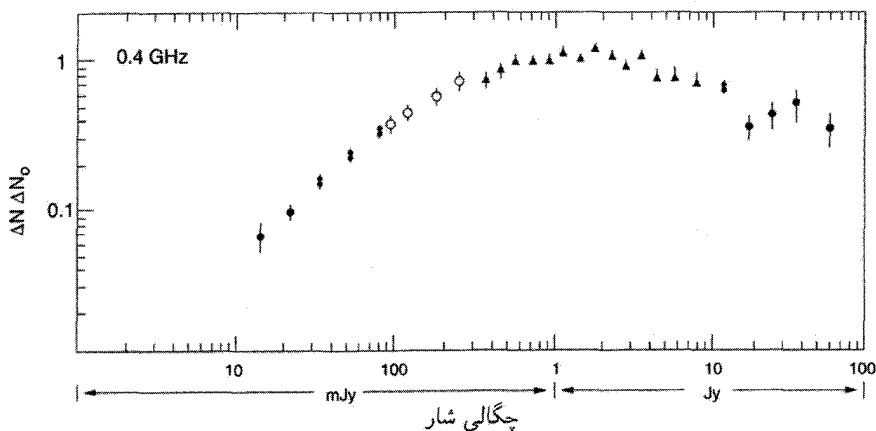
این انحرافها کوچکتر و سطوح اطمینان بالاتر هستند. سازگاری میان مدل «بی‌تحول» و مشاهده‌ها با فرض «حفره‌ای موضعی» به اندازه  $10^{\circ} - 5^{\circ} \text{ Mpc}$  برای چشمه‌های رادیویی بهتر می‌شود. با توجه به ناهمگنی (ابرخوشه‌ها و حفره‌ها) در این مقیاس، فرض حفره‌ای محلی امروز دیگر مانند سالهای ۱۹۶۰ چندان عجیب به نظر نمی‌رسد.

سرانجام، در شکل ۱۰.۱۱ منحنی مرکبی داریم که نشان می‌دهد چگونه شمارشهای چشمه‌ی ديفرانسیلی، که به صورت کسری از شمارشهای اقلیدسی بیان شده‌اند، برحسب چگالی شار تغییر می‌کنند. با سپاس از نجوم رادیویی جدید اکنون می‌توانیم شمارشهای چشمه را در سطح میکروبیانسیکی انجام دهیم، در حالی که بررسی  $3\text{C}$  بازنگری شده به  $9\text{Jy}$  محدود بود. شمارشها در انتهای شار زیاد بالا می‌رود و سپس با شیب زیاد فرومی‌افتد، و تمایل دارد که در انتهای ضعیف تخت شود. معمولاً، مدل‌های مهبانگ برای باز تولید شمارشهای مشاهده‌شده علاوه بر تحول در چگالی عددی چشمه‌ها به تحول در درخشندگی نیز نیاز دارند. با این همه، در فصل بعد نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان در کیهان‌شناسی حالت‌شبه‌یابا، شمارشها را بدون فرض هیچ‌گونه تحولی بازتولید کرد.

## ۴.۱۱ تغییر اندازه‌های زاویه‌ای با فاصله

در باره این آزمون در فصلهای ۳ و ۴ به اختصار بحث کردیم (نگاه کنید به بخشهای ۹.۳ و ۷.۴)، و دیدیم که اندازه زاویه‌ای جسمی که تصویر اندازه خطی آن ثابت است برحسب فاصله فضایی از ما به صورت یکنواخت کم نمی‌شود. شکل ۱۰.۴ چگونگی تغییر اندازه زاویه‌ای با انتقال به سرخ جسم را نشان می‌دهد. در سال ۱۹۵۸ اف. هویل برای نخستین بار پیشنهاد کرد که این ویژگی هندسه‌های نااقلیدسی را اصولاً می‌توان با مشاهده‌های نجومی آزمود. (با این همه، کتاب کلاسیک تولمن که در اواسط سالهای ۱۹۳۰ نوشته شده این نتیجه به دست آمده است.)

این آزمون را می‌توان برای کهکشانشها در ناحیه‌ی اپتیکی ترتیب داد. اما، انتقال به سرخ کهکشانشها به اندازه کافی زیاد (یعنی، مثلاً  $z \geq 1$ ) نمی‌شود تا اثرهای پیش‌بینی شده را مشاهده‌پذیر سازد. مثلاً، در سال ۱۹۷۵ ار. جی. داد<sup>۱</sup>، دی. اچ. مورگان<sup>۲</sup>، کی. ناندی<sup>۳</sup>، وی. سی. ردیش<sup>۴</sup>، و اچ. سدون<sup>۵</sup> تصویرهای ۳۰۰۰ کهکشان کم‌نور تا قدر  $B$  برابر با ۲۳ را در تلسکوپ ۴۸ اینچی یو. ک. اشمیت در استرالیا بررسی کردند. آنها به جای انتقال به سرخ، که انتظار نمی‌رفت از ۰/۵ تجاوز کند، تعداد  $N$  کهکشانشهای بزرگتر از اندازه زاویه‌ای مشخص  $\theta$  را رسم کردند. اما، منحنی مشاهده‌شده با گستره وسیعی از مدل‌های



شکل ۱۰.۱۱ اختلاف شمارشهای چشمه نسبت به مقادیر اقلیدسی در بازه‌ای از چگالیهای شار نشان می‌دهد که بعد از افزایشی در ناحیه کوچکی از انتهای روشن، شمارشها به طور مداوم افت می‌کنند و این معمولاً به قبول تحول نیاز دارد، تا با هر مدل فریدمان قابل تطبیق باشد. شکل بالایی شمارشها را در ۴۰۸ MHz نشان می‌دهد. در صورتی که شکل پایینی همان را در ۱/۴ GHz نشان می‌دهد. منحنی شمارش در انتهای ضعیف تخت می‌شود.

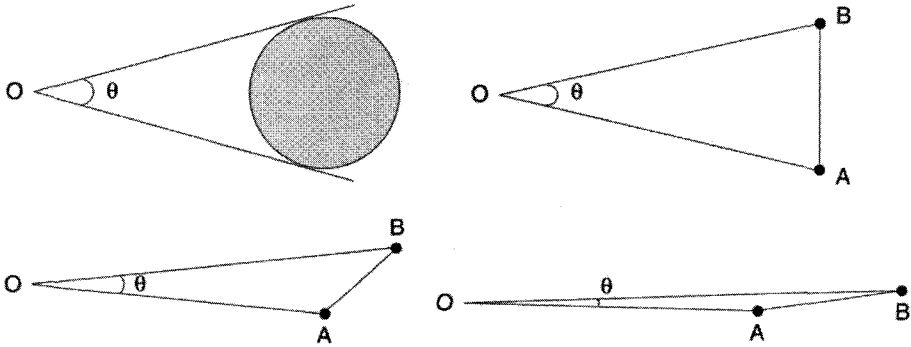
فریدمان  $(0 \leq q_0 \leq 13)$ ، همین‌طور برای  $-1 = q_0$  متناظر با مدل حالت پایا سازگار بود. این نتیجه نشان داد که کهکشانهای کواه‌های حساس مناسبی برای گزینش گستره باریکی از  $q_0$  نیستند. احتمال دارد که چشمه‌های رادیویی، همان‌گونه که هویل پیش‌بینی کرده بود، اطلاعات مفیدتری فراهم آورند اگر بتوان قویترین آنها را با انتقال به سرخ  $z \geq 1$  مشاهده کرد. به‌طور کلی، چشمه‌های



شکل ۱۱.۱۱ تصویر رادیویی پردازش شده از دجاجة A ساختار معمولترین چشمه رادیویی برون کهکشانی را با دو قطعه رادیوگیسیل که به صورت متقارن در دو طرف ناحیه مرکزی قرار دارد نشان می‌دهد. گمان می‌رود که ناحیه مرکزی چشمه فعالیتی است که ذرات سریعی را تولید می‌کند که با ساختاری فورانی از آن خارج می‌شوند و پس از برخورد با محیط میان کهکشانی دو لب رادیوگیسیل را به وجود می‌آورند.

رادیویی ساختارهای دوگانه‌ای چون شکل ۱۱.۱۱ دارند. هر چشمه نوعی از دو قطعه گسیلنده رادیویی تشکیل شده‌اند که در فاصله‌ای از هم قرار دارند، که در گستره از چند kpc تا  $1000 \text{ kpc}$  است. اندازه زاویه‌ای نوعی  $20^\circ$  تا  $30^\circ$  کمانی در محل ناظر است، این زاویه‌ها را به راحتی می‌توان اندازه گرفت. اما، برخلاف زاویه‌ای که کره به وجود می‌آورد، و به سمتگیری آن بستگی ندارد، زاویه حاصل از یک چشمه خطی AB، مانند آنچه در شکل ۱۲.۱۱ نشان داده شده است، به زاویه‌ای که AB با خط دید می‌سازد بستگی دارد. از این رو، حتی زاویه‌های حاصل از چشمه‌های با اندازه خطی یکسان در فاصله مساوی نوعی پراکندگی از خود نشان می‌دهند.

داده‌هایی را که جی. اف. سی. واردل<sup>۱</sup> و جی. کی. مایلی<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۴ برای کوازارها منتشر کردند، پراکندگی قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهد، این موضوع تا اندازه‌ای ناشی از اثرهای افکنش بالا و مقداری به‌واسطه آن است که اندازه خطی  $d$  ثابت نیست. اما حتی با در نظر گرفتن



شکل ۱۲.۱۱ چشمه خطی AB زاویه‌ای را در محل ناظر O به وجود می‌آورد. اگر این چشمه برخط دید OC عمود باشد این زاویه بزرگ و اگر چشمه در امتداد خط دید باشد زاویه کوچک خواهد بود. برعکس، چشمه کروی چنین تغییری را در  $\theta$  به وجود نمی‌آورد زیرا در تمام جهتها یکسان است.

این اثرها، پوش بالایی نمودار نوعی وابستگی به صورت  $\theta \propto z^{-1}$  برای  $z$  تا ۲٫۵ از خود نشان می‌دهد که توجیه آن دشوار است.

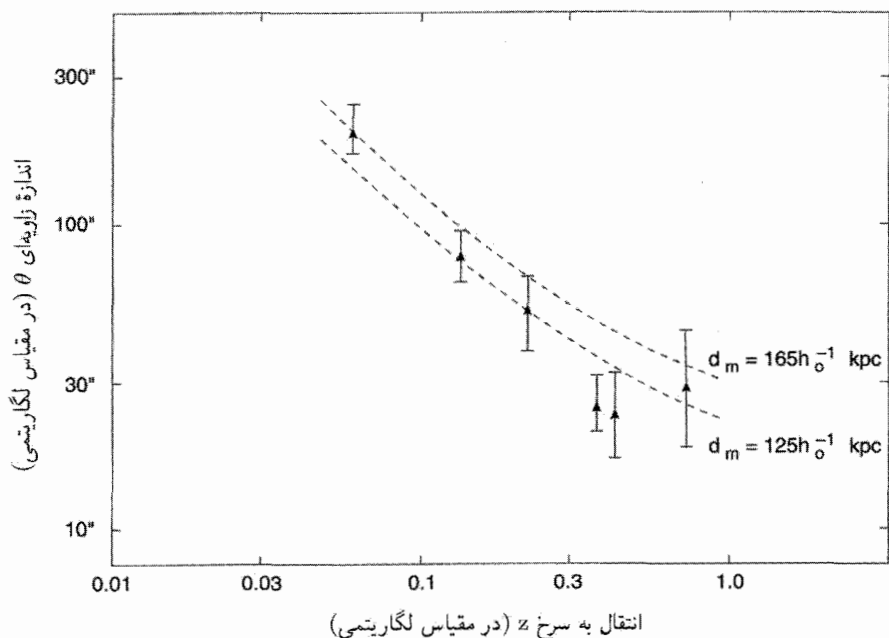
شکل ۱۳.۱۱ نموداری از اندازه زاویه‌ای میانه برحسب انتقال به سرخ را برای چشمه‌های رادیویی نشان می‌دهد که منحنیهای  $q_0 = 0$  فریدمان بر روی آن نهاده شده‌اند. نقطه‌های مشاهده شده مربوط به کار سال ۱۹۷۹ جی. کتگرت-مرکلین<sup>۱</sup>، سی. لاری وال. پادریلی<sup>۲</sup> است. دو منحنی نظری برای اندازه‌های زاویه‌ای میانه  $125h^{-1} \text{kpc}$  و  $165h^{-1} \text{kpc}$  است. سازگاری چندان بد نیست، اگرچه نمی‌توان انتظار داشت که داده‌ها مقدار خاصی از  $q_0$  را با هر درجه‌ای از اطمینان متمایز سازد.

چون انتقال به سرخ چشمه‌های رادیویی را نمی‌توان مستقیماً اندازه گرفت، بلکه باید آنها را در فرایند شناسایی اپتیکی به دست آورد، بعضی منجمان رادیویی ترجیح می‌دهند که اندازه زاویه‌ای  $\theta$  را برحسب چگالی شار S رسم کنند. چون درخشندگی رادیویی متغیر است: این روال چشمه پراکندگی دیگری را به رصدها می‌افزاید. اما، ار. دی. اکرز<sup>۳</sup> در گرونینگن و وی. کی. کاپاهی<sup>۴</sup> و جی. سوارا<sup>۵</sup> در اوتاکاموند<sup>۶</sup> کارهای زیادی را درباره این طرح در ۱۹۷۴ و ۱۹۷۵ انجام دادند. در کار آنها مقدار میانه  $\theta$  چرخش رو به بالای پیش‌بینی شده در چگالیهای شار کم را از خود نشان نمی‌دهد، بلکه در عوض تمایل به هموار شدن دارد. در این مورد می‌توان یکی از تفسیرهای زیر را به کار برد:

۱. مقدار کم S به معنی  $z$  بزرگ است. چون، در  $z$  بزرگ  $\theta$  باید طبق مدل‌های فریدمان با

1. J. Katgert-Merkelijn 2. L. Padrielli 3. R. D. Ekers 4. V. K. Kapahi  
5. G. Swarup 6. Ootacamund





شکل ۱۳.۱۱ اندازه زاویه‌ای میانه  $\theta$  برحسب انتقال به سرخ  $z$  برای تعدادی چشمه رادیویی با منحنيهای نظری برای  $q_0 = 0$  و اندازه زاویه‌ای میانه  $165 h_0^{-1} \text{ kpc}$  و  $125 h_0^{-1} \text{ kpc}$  رسم شده است؛ به نظر می‌رسد که میله‌های خطا گستره وسیعی از مقادیر  $q_0$  را مجاز می‌دارند، اگرچه حتی یک نتیجه اقلیدسی  $\theta \propto z^{-1}$  را نمی‌توان منتفی دانست.

$q_0 > 0$  شروع به افزایش کند، تخت شدن  $\theta$  به معنی تحول است. به‌ویژه، اندازه خطی  $d$  باید با افزایش  $z$  کاهش یابد، که ایجاب می‌کند چشمه‌های رادیویی در گذشته کوچکتر از حال باشند.

۲. مقدار کوچک  $S$  به معنی  $z$  بزرگ نیست. بلکه ممکن است چشمه‌هایی را مشاهده می‌کنیم که درخشندگی آنها کم است. اگر نوعی همبستگی میان اندازه چشمه و درخشندگی وجود داشته باشد، رصدهای  $S$ - $\theta$  را می‌توان بازتولید کرد.

کاپاهی موافق تفسیر اول بود و استدلال می‌کرد که تحول اندازه به صورت

$$d \propto (1+z)^\alpha, \quad \alpha \approx 1 \quad (34.11)$$

می‌تواند رصدهای  $S$ - $\theta$  را توجیه کند. استدلال او به این صورت بود که در انتقال به سرخ بزرگ، محیط میان کهکشانی (IGM) چگالترا از مقدار کنونی بوده و می‌توانسته اندازه چشمه نوعی

را به صورتی مؤثرتر از موردی محدود سازد که اگر اکنون تشکیل می‌شد. (به‌خاطر داشته باشید که چشمه‌ها می‌توانستند مانند شکل ۱۱.۱۱ با فورانهای گسیل‌شده از یک جسم مرکزی به‌عنوان چشمه شکل بگیرند و پس از برخورد با IGM قطعه‌های گسیلنده رادیویی را تشکیل دهند.

اس. ام. چیترا و نگارنده طرفدار دیدگاه دوم بودیم، و استدلال می‌کردیم که همبستگی بین اندازه ذاتی و درخشندگی پس از شناخت بهتر چشمه‌های رادیویی می‌تواند به‌دست آید. اینکه کدام دیدگاه صحیح است از مطالعه ویژگیهای ساختاری چشمه‌های رادیویی و اندازه‌گیریهی انتقال به سرخ آنها به‌دست می‌آید.

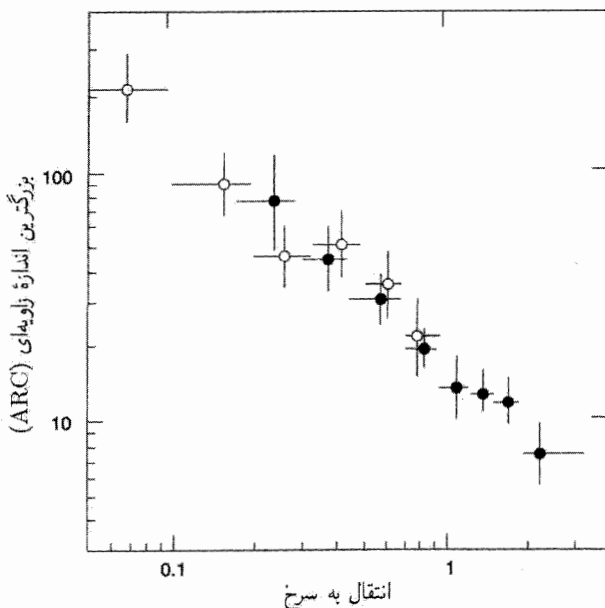
سپس، کاپاهی چهار نمونه کامل از کهکشانهای رادیویی را با گستره چگالی و انتقال به سرخ زیر را در نظر گرفت:

۱. نمونه BFDL مربوط به ا. ا. ج. بریدل<sup>۱</sup>، ام. ام. دیویس<sup>۲</sup> و بی. بی. فومالونت<sup>۳</sup> و جی. لکوئو<sup>۴</sup> با چگالی شار در  $1.4 \text{ GHz} > 2 \text{ Jy}$  و انتقال به سرخهای  $0.2 < z < 0.75$ ؛
۲. نمونه GB/GB<sup>۲</sup> جی. ماخالسکی<sup>۵</sup> و جی. جی. کوندون<sup>۶</sup>، با چگالی شار در  $1.4 \text{ GHz} > 0.55 \text{ Jy}$  و انتقال به سرخهای  $0.4 < z < 0.15$ ؛
۳. همان نمونه (۲) ولی با چگالی شار در  $1.4 \text{ GHz} > 0.2 \text{ Jy}$  و انتقال به سرخهای  $0.6 < z < 0.25$ ؛
۴. نمونه بررسی عمیق لیدن-برکلی LBDS<sup>۷</sup> از ا. وینتهورست<sup>۸</sup>، جی. ام. وان هرد<sup>۹</sup> و پی. کتگرت<sup>۱۰</sup> با چگالی شار در  $1.4 \text{ GHz} > 0.1 \text{ Jy}$  و انتقال به سرخهای  $z \geq 0.8$ .

انتقال به سرخهای طیف نمایی برای اغلب چشمه‌ها فقط در پر نورترین نمونه‌های BFDL معلوم‌اند. برای نمونه‌های GB/GB<sup>۲</sup> آنها را از روی قدرهای اپتیکی با بهره‌گیری از رابطه هابل برآورد کرده‌اند. نمونه LBDS دارای چشمه‌هایی است که یا با کهکشانهای F با قدر بزرگتر از ۲۲ شناسایی شده‌اند و یا هیچ همتای اپتیکی ندارند، که به معنی داشتن قدرهای اپتیکی کم نورتر از حد صفحه است. بنابراین اطلاعات سراسری درباره انتقال به سرخ آنها وجود ندارد، اما انتظار داریم که انتقال به سرخ آنها متجاوز از ۰٫۸ و احتمالاً کمتر از ۲ باشد.

نمودار اندازه زاویه‌ای میانه برحسب انتقال به سرخ برای این چهار نمونه دوباره کاهش منظم  $\theta_m$  را به صورت  $z^{-1}$  نشان می‌دهد (نگاه کنید به شکل ۱۴.۱۱). کاپاهی برای توجیه این روند از تحول اندازه خطی با انتقال سرخ استفاده کرده است، که چشمه‌های با انتقال به سرخهای بزرگ به‌طور سیستماتیک کوچکترند.

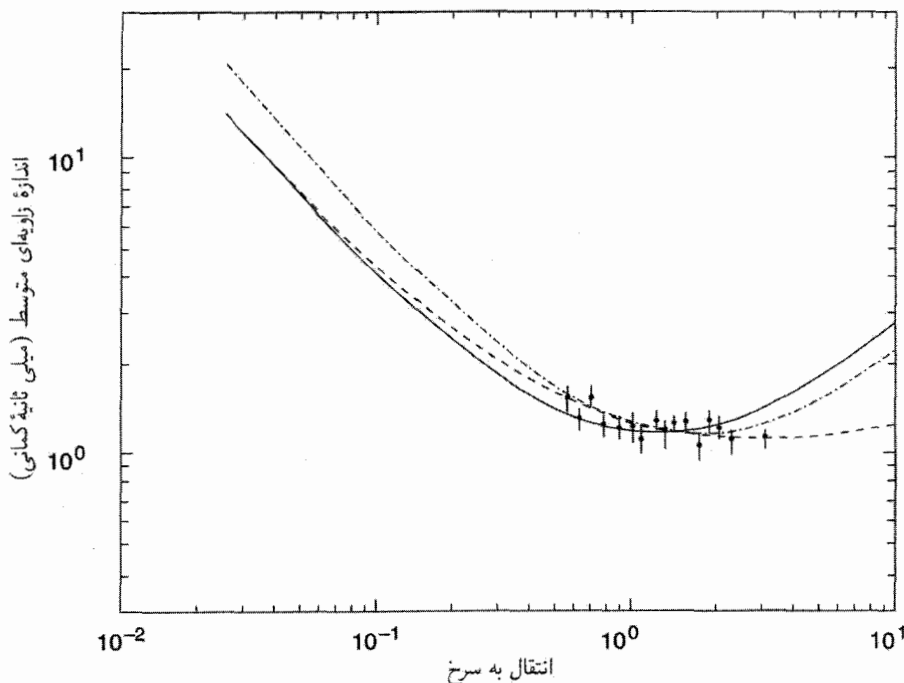
1. A. H. Bridle      2. M. M. Davis      3. E. B. Fomalont      4. J. Lequeux  
5. J. Machalski      6. J. J. Condon      7. Leiden-Berkeley Deep Survey  
8. R. A. Windhorst      9. G. M. van Heerde      10. P. Katgert



شکل ۱۴.۱۱ تحلیل کاپاهی از رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ نمودار بالا را به وجود می‌آورد، که در آن خط نزدیک به نقطه‌های میانه بررسی چهار مؤلفه‌ای رسم شده است. این خط  $\theta \propto z^{-1}$  را روی نقشه  $\log\log$  تقریب می‌زند.

برای از بین بردن یا لااقل کمینه کردن اثر تکاملی IGM، کلرمان<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۳ پیشنهاد کرد که آزمون را در مورد اجزای بسیار ریز کوازارها به کار ببرند که از طریق تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز (VLBI)<sup>۲</sup> به دست می‌آید. مطالعات اولیه او نتیجه‌ای داشت که با مدل اینشتین-دوستیته سازگاری بسیار داشت. با این همه، تحلیل کلیتر نمونه ۲۵۶ چشمه‌های بسیار فشرده با انتقال به سرخهای در گستره ۰/۵-۳/۸ توسط جی. سی. جکسون<sup>۳</sup> و مارینا دادسون<sup>۴</sup> نشان داد که این مدل در واقع مردود است، و برای برازشهای بهتر باید به ثابت کیهان‌شناختی متوسل شد. شکل ۱۵.۱۱ منحنیهای  $\theta-z$  را برای سه نوع مدلی نشان می‌دهد که آنها به داده‌ها برازش داده‌اند. در فصل بعد این داده‌ها را در مورد کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا به کار می‌بریم. بدیهی است، که اگر بتوان اثر تکاملی بر اندازه خطی را بدین ترتیب حذف کرد، این نمونه می‌تواند اطلاعاتی درباره پارامترهای کیهان‌شناختی در اختیار بگذارد.

1. Kellermann      2. very-long-baseline interferometry      3. J. C. Jackson  
4. Marina Dodgson



شکل ۱۵.۱۱ این نمودار سه منحنی را نشان می‌دهد که از نقطه‌های داده چشمه‌های بسیار فشرده گذشته‌اند. خط پیوسته برای مدل اینشتین-دوسیته است. خط چین نشانگر مدل با  $\Omega_0 = 0.2$  و  $\Omega_\Lambda = -0.3$  است، که بهترین برازش را با داده‌ها دارد، در حالی که نقطه چین بهترین برازش را با مدل، با  $\Omega_0 = 0.2$ ،  $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_0 = 0.8$  نشان می‌دهد.

## ۵.۱۱ آزمون روشنایی سطحی

آزمونی که قدر و اندازه‌های زاویه‌ای را تلفیق می‌کند شامل اندازه‌گیری روشنایی سطحی برحسب انتقال به سرخ است. در مدل‌های جهان رابرتسون-واکر، فرمولهای (۵۷.۳) و (۷۰.۳) در فصل ۳ روشنایی ظاهری یک چشمه و مساحت زاویه‌ای آن را به ترتیب به صورت زیر می‌دهند:

$$\mathcal{F}_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi r_{\text{p}}^2 S^2(t_0)(1+z)^2} \quad (35.11)$$

$$A \equiv \frac{\pi}{4} (\Delta\theta_1)^2 = \frac{\pi d^2 (1+z)^2}{4r_{\text{p}}^2 S^2(t_0)} \quad (36.11)$$

از تقسیم (۳۵.۱۱) بر (۳۶.۱۱) روشنایی سطحی چشمه به صورت زیر به دست می‌آید

$$\sigma = \frac{L_{\text{bol}}}{\pi^2 d^2 (1+z)^4} \quad (37.11)$$

توجه کنید که  $\sigma$  به  $\tau_1$  بستگی ندارد؛ همین‌طور تابع  $q_0$ ، یعنی پارامتری که مدل‌های مختلف کیهان‌شناختی را مشخص می‌کند، نیز نیست. بلکه فقط تابع  $(1+z)$  با توان منفی چهار است. سندیج تأکید کرده است که این قانون توان چهارم نشانهٔ انبساط هابل است، و بنابراین می‌توان آن برای تشخیص مدل‌های جهان در حال انبساط از سایر نظریه‌های دیگر که در آنها انتقال به سرخ ناشی از انبساط نیست استفاده کرد.

اگرچه این نظریه‌ها را در فصل ۸ بررسی نکردیم، اما باید متذکر شویم که چنین کیهان‌شناسیهایی وجود دارند. به عنوان مثال، نظریهٔ «نور خسته» جی. سی. پکر<sup>۱</sup> و جی. بی. ویژه<sup>۲</sup>، و کیهان‌شناسی زمان‌سنجی جی. بی. سیگل<sup>۳</sup> و غیره.

سندیج متوجه شده است که اعداد خوشه‌های رتبهٔ اول با پراکندگی نسبتاً کم از قانون  $(1+z)^{-4}$  پیروی می‌کنند، بنابراین تصویر عالم در حال انبساط برای انتقال به سرخ کهکشانشناختی تأیید می‌شود.

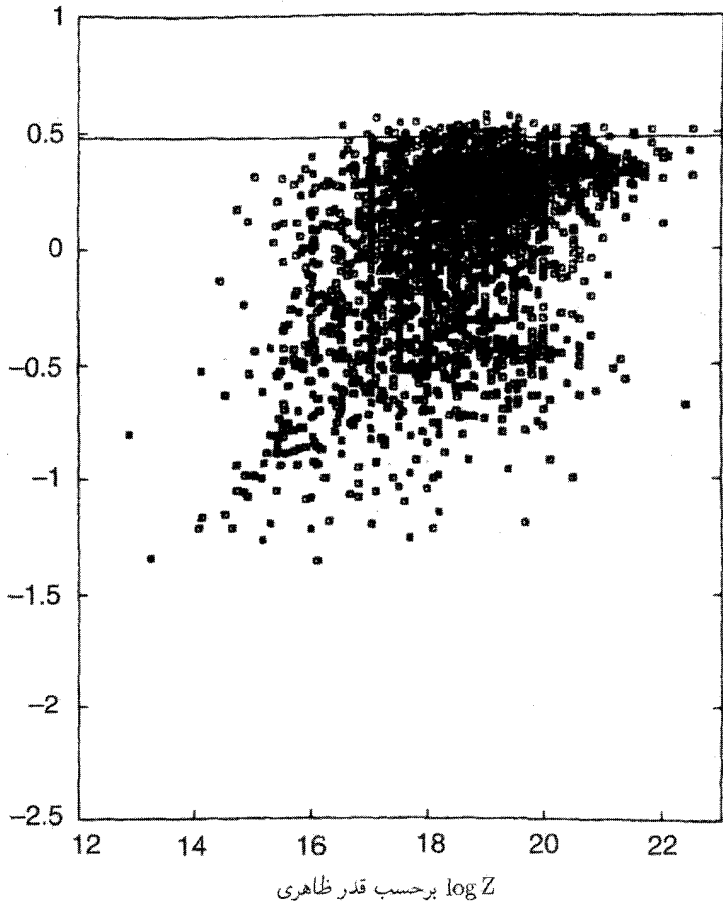
## ۶.۱۱ کوازارها به عنوان کاوه‌های تاریخچهٔ عالم

در آزمون‌هایی که در بالا توصیف شد فرض می‌شود که انتقال به سرخ اجسام که برای آزمون‌ها به کار می‌روند منشأ کیهان‌شناختی دارند. این فرض برای کهکشانهایی که برای آنها، لااقل در مورد اعداد خوشهٔ رتبهٔ اول، رابطهٔ هابل استحکام لازم را دارد فرضی معقول است.

برخلاف آن، انتقال به سرخ کوازارها به صورت قابل ملاحظه‌ای بزرگتر است. در زمان نوشتن این کتاب ۱۵۰۰۰ کوازار در فهرست‌های مختلف آورده شده است. بنابراین، این اجسام متعلق به ناحیهٔ III بخش ۱.۱۰ هستند و باید کاوه‌های کیهان‌شناختی ارزشمندتری باشند. فرض خواهیم کرد که انتقال به سرخ‌های کوازار به علت انبساط عالم باشند و در نتیجه از قانون هابل پیروی کنند. برای شروع، دربارهٔ شواهد این فرض بحث خواهیم کرد، که آنها را فرضیه‌های کیهان‌شناختی (CH) می‌نامیم.

### نمودار هابل

نقشهٔ  $\log z$  بر حسب  $m$  باید، طبق قانون هابل، دارای شیب  $d \log z / dm = 5$  باشد که در  $z$ ‌های بزرگ برای اثرهای کیهان‌شناختی تصحیح شده است. در اوایل سال ۱۹۶۶ جی. ار. بریج و اف.



شکل ۱۶.۱۱ نمودار هابل برای کوازارها در فهرست هیویت-بریج. این شکل شبیه یک نمودار پراکندگی بدون هیچ رابطه محسوس بین  $m$  و  $\log z$  به نظر می‌رسد.

هویل متذکر شدند که نمودار هابل برای کوازارها نموداری پراکنده و بدون هیچ‌گونه همبستگی ظاهری میان  $\log z$  و  $m$  است. با پیدا شدن کوازارهای بیشتر این نتیجه‌گیری معتبر ماند. شکل ۱۶.۱۱ نمودار هابل برای  $5000 \sim$  کوازار در فهرست هیویت-بریج را نشان می‌دهد. بدون شک هابل، یا هر منجم که با این داده‌ها به تنهایی روبه‌رو شود نتیجه نمی‌گیرد که رابطه‌ای میان انتقال به سرخ و قدر کوازارها موجود است.

با این همه، به لحاظ تاریخی کوازارها هنگامی کشف شدند که قانون هابل برای کوازارها

به خوبی تثبیت شده بود و هیچ‌کدام از مدهای رقیب، دوپلری یا گرانشی، انتقال به سرخهای به بزرگی  $z = 0.1$  را که برای کهکشانها متداول است تولید نمی‌کردند. بنابراین، طبیعی بود که فرض شود انتقال به سرخهای کوازارها نیز کیهان‌شناختی است.

در برخورد با نمودار هابل پراکنده، دیدگاه معمول آن است که فرض شود پراکندگی به علت گستردگی وسیع درخشندگی کوازارهاست. جی. ان. باکال<sup>۱</sup> و ار. بی. هیل<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۳ استدلال کردند که رابطهٔ مستحکم هابل برای کوازارها هنگامی نمایان می‌شود که (۱) تصحیح‌های اثرهای گزینش مختلف انجام گیرد، (۲) کوازار نمونه به بازه‌های انتقال به سرخ کوچک (جعبه‌ها) تقسیم شود، و (۳) پرنورترین کوازار در هر جعبهٔ انتقال به سرخ برگزیده شود. اما، بریج و اس. اودل<sup>۳</sup> که متوجه شدند تحلیل آنها در همین راستا به شیبه‌های تخت‌تری برای  $d \log z / dm$  می‌انجامد، این نتیجه‌گیری را به چالش کشیده‌اند؛ شیبه‌های آنها به جای ۵ در گسترهٔ ۲ تا ۳ است.

پيامد این نتیجه‌گیریها هرچه باشد، بدیهی است که نمودار هابل نمی‌تواند دلیلی بر صحت CH باشد؛ در بهترین شرایط، استدلالهای نوع باکال-هیلز می‌تواند آن را با CH هماهنگ سازد. بدون شک، در حال حاضر امیدی برای استفاده از کوازارها برای اندازه‌گیری  $q$  به کمک نمودار هابل آنها وجود ندارد.

اکنون به بحث دربارهٔ سایر آزمونهای شامل کوازارها می‌پردازیم.

### شمارش تعداد

ام. اشمیت<sup>۴</sup> با بهره‌گیری از آزمون درخشندگی-حجم نتیجه گرفت که میانگین  $\langle V/V_m \rangle$  برای کوازارهای رادیویی در فهرست ۳CR به بزرگی  $0.64^\circ$  (در مقایسه با مقدار اقلیدسی  $0.15^\circ$ ) است. مقادیر زیاد مشابهی در سایر بررسیها به دست می‌آید. بر این اساس، معمولاً استدلال می‌شود که چگالی عددی کوازارها به شدت متحول شده است؛ مقدار آن در گذشته بسیار بیشتر بوده است. مدل‌های تحول درخشندگی و نیز تحول چگالی با عملهای افزایش مانند  $(1+z)^n$  ( $n > 1$ ) یا تابعهای نمایی در زمان نگاه به گذشته برای برازش داده‌های مربوط به شمارش تعداد کوازارها به کار رفته است. همین‌طور استدلال شده است که کوازارهای رادیویی با طیف شیب‌دار تحولی شدیدتر از کوازارهای رادیویی با طیف تخت داشته‌اند.

همین‌طور شمارش تعداد کوازارهای اپتیکی وجود دارد که شبیهی آبر اقلیدسی برای رابطهٔ  $\log N_m$  (شیب  $0.18 \sim$  در مقابل  $0.16^\circ$  برای عالم اقلیدسی) در مورد کوازارهای پرنور از خود نشان می‌دهند. منحنی  $\log N_m$  در فراتر از قدر  $B$  در حدود  $20^\circ$  تخت می‌شود. گفته شده

است که تحول درخشندگی مسئول این شیب‌دار شدن است. اما، در فراتر از  $3 \approx \approx$  تعداد به‌طور قابل ملاحظه‌ای فرو می‌افتد.

شگفت اینکه، اگر فرض کنیم که کوازارها (در ناحیه I) موضعی و به‌طور یکنواخت توزیع شده باشند،  $\langle V/V_m \rangle$  برای کوازارهای رادیویی نزدیک به  $0.5$  می‌شود. این موضوع را از لیندز<sup>۱</sup> و دی. ویلز<sup>۲</sup> در بررسی چند نمونه کامل کوازار رادیویی به‌دست آوردند.

در سال ۱۹۷۹ با کشف اینکه (عمدتاً مربوط به رصدخانه اینشتین) گسیل پرتو  $X$  مشخصه بسیاری از کوازارهاست، بعد تازه‌ای به مسئله شمارش چشمه افزوده شد. بنابراین، اصولاً می‌توان یک آزمون  $\log N - \log S$  برای کوازارهای پرتو  $X$  انجام داد. داده‌های اولیه نشان می‌داد که درخشندگی پرتو  $X$  و اپتیکی کوازارها همبسته‌اند. از این‌رو، شمارش تعداد اپتیکی کوازارها باید مبنایی برای شمارش تعداد پرتو  $X$  نیز در نظر گرفته می‌شد، سپس با بهره‌گیری از فرمولهایی چون (۱۰۲.۴) می‌توان سهم کلی زمینه پرتو  $X$  ناشی از فقط کوازارها را برآورد کرد.

شمارش تعداد اپتیکی کوازارها در ۱۹۷۹ صعود با شیب تندی را در تعداد کوازارها کم‌نور نشان داد، و به فاجعه معروف به زمینه پرتو  $X$  انجامید. به نظر می‌رسید که کوازارها به تنهایی سهمی بیش از  $100$  درصد در زمینه پرتو  $X$  دارند. به هر حال، اکنون معلوم شده است که چگالی عددی کوازارها چنانکه قبلاً گمان می‌شد صعود نمی‌کند. با توجه به برآورد بعدی ا. کی. کمبای<sup>۳</sup> و ا. سی. فابیان<sup>۴</sup>، سهم کوازارهای پرتو  $X$  در این نوع پرتوهای زمینه نباید از  $30 \sim$  درصد کل تجاوز کند.

### رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ

در مقایسه با وضعیت آشوبناک مورد نمودار هابل، رابطه روشنتری بین یک ویژگی قابل مشاهده (وابسته به فاصله) و  $z$  کوازارها از مطالعه اندازه‌های زاویه‌ای به‌دست می‌آید. همان‌طور که در بخش ۴.۱۱ گفتیم، بزرگترین اندازه زاویه‌ای در یک جعبه انتقال به سرخ ظاهراً برای کوازارهای رادیویی به صورت  $z^{-1}$  کاهش می‌یابد. همین‌طور پیوستگی خامی بین نقشه  $z$  کوازارها و همین نقشه برای کهکشانها وجود دارد. که نشان می‌دهد هر دو جسم احتمالاً مربوط به یک سیستم‌اند. با این همه، چرا  $\theta$  به صورت  $z^{-1}$  تغییر می‌کند، در صورتی که هیچ مدل فریدمان آن را پیش‌بینی نمی‌کند؟ نکته عجیب آن است که، اگر  $z$  متناسب با فاصله  $D$  باشد، نتیجه مشاهده شده  $\theta \propto D^{-1}$  صرفاً هندسه اقلیدسی را تأیید خواهد کرد! برای اجتناب از ورودیهای نامطمئن از فرض تکامل، این آزمون برای مؤلفه‌های بسیار فشرده کوازارها با VLBI اندازه‌گیری شد. درباره نتایج اولیه آن در بخش ۴.۱۱ بحث کردیم. این رهیافت واضحتر به نظر می‌رسد و امید می‌رود که مطالعات بیشتری در این زمینه صورت گیرد.



## سیستمهای خط جذبی

چند کوازار علاوه بر خطهای گسیلی خطوط جذبی نیز دارند. انتقال به سرخ خط جذبی  $z_{em}$  یک کوازار معمولاً برای تمام خطهای یکسان است. اما، در بعضی موارد، بیش از یک انتقال به سرخ خط جذبی  $z_{abs}$  یافته شده است. همین طور، اغلب  $z_{abs} < z_{em}$ ، اگرچه مواردی نیز وجود دارد که  $z_{abs} > z_{em}$ . چرا این اختلافها در انتقال به سرخ وجود دارد؟

اصولاً، تفاوت میان انتقال به سرخ خط جذبی و انتقال به سرخ خط گسیلی را می‌توان به حساب (۱) حرکت نسبی بین ناحیه گسیلنده و جذب‌کننده، (۲) سهم اندک انتقال به انتقال به سرخ‌گرانشی نسبت به انتقال به آبی بین دو ناحیه، یا (۳) اختلاف انتقال به سرخهای کیهان‌شناختی نواحی گسیلنده و جذب‌کننده گذاشت. هر دو مورد (۱) و (۲) در چشمه به وجود می‌آید، در حالی که (۳) نیاز به این دارد که در راه چشمه به ناظر جذب صورت بگیرد. همین طور توجه کنید در حالی که (۱) را چون می‌توان تنظیم کرد تا هر دوی  $z_{abs} \geq z_{em}$  را داشته باشد، (۲) و (۳) نیاز به  $z_{abs} < z_{em}$  دارند.

با توجه به کارهای انجام شده معلوم نیست که آیا سازوکاری رضایت‌بخش در (۱) وجود دارد که سیستمهای مختلف خط جذبی را در جسم توجیه کند. برای کوازار ۲۸۶، ۳C ۰۷۸۵،  $z_{em} = ۰٫۸۵$ ، در حالی که  $z_{abs} = ۰٫۶۹$ ؛ رصدهای ۲۱ سانتی متری چشمه اختلاف سرعت اندک ( $\sim 3 \text{ km s}^{-1}$ ) را در فاصله  $30^\circ \text{ pc}$  در چشمه نشان می‌دهد. این موضوع اختلاف  $z_{em} - z_{abs}$  ناشی از خروج گاز با سرعت زیاد از داخل کوازار را نشان می‌دهد.

توجیه متداولتر سیستمهای خط جذبی ناشی از (۳) است که در آن جذب‌کننده‌ها ابرهای میان کهکشانی یا هاله‌ای کهکشانی در راه از QSO به ناظر هستند. معمولاً سه نوع خط جذبی وجود دارد:

۱. خطهای جذبی پهن<sup>۱</sup> (BAL) یا سیستمهای پاستیغ  $\text{C IV}$ ،  $\text{Si IV}$ ،  $\text{N V}$ ،  $\text{O VI}$  و غیره. علاوه بر  $\text{Ly}\alpha$ . پاستیغها در بخش آبی خطهای گسیلی متناظر قرار دارند و مربوط به سرعت  $\leq 0٫۱c$  هستند.

۲. سیستمهای عناصر سنگین حاوی خطهای تیز ناشی از H تا عناصر سنگینتر است که از گاز رقیق با ترکیب نزدیک به خورشید ناشی می‌شوند. در اینجا تفاوت میان انتقال به سرخهای گسیلی و جذبی نظیر با سرعت  $\leq 0٫۸c$  به طرف کوازار است.

۳. سیستمهای  $\text{Ly}\alpha$  که با چگالی فزاینده در طرف آبی خط گسیلی ظاهر می‌شوند.

کار قابل ملاحظه‌ای انجام شده است تا معلوم شود که اغلب خطهای جذبی ناشی از اجسام کیهان‌شناختی میانی است که به صورت کاتوره‌ای توزیع شده‌اند. در بعضی موارد که خطی جذبی

در انتقال به سرخ معین به دست آمده، خوشه‌ای کهکشانی با همان انتقال به سرخ در حوالی آن گزارش شده است، به هر حال، همان‌طور که در فصل ۱۰ بررسی شد، آزمون گان-پترسون<sup>۱</sup> که هدف آن یافتن هیدروژن خنثی میان کهکشانی قابل ملاحظه در راه کوازارها بود نتیجه‌ای مثبت نداشت. این موضوع بیشتر به عنوان دلیلی بر ضد هیدروژن میان کهکشانی در نظر گرفته شد تا قرار داشتن کوازارها در فاصله‌های انتقال به سرخ مربوطه. با توجه به این داده‌ها، اکنون کیهان‌شناسان استدلال می‌کنند که زمانی پس از آخرین پراکندگی ولی پیش از انتقال به سرخ مثلاً ۵ ~، IGM عمدتاً بازیونیده شده است، به طوری که خط جذبی  $Ly-\alpha$  در ابرهای هیدروژن خنثی محدود شده است.

### تشکیل عدسی گرانشی

در سال ۱۹۷۹ دو کوازار  $A + 0.957$  و  $B$  با انتقال به سرخ یکسان  $1/4$  و طیف‌های مشابه کشف شدند. (نگاه کنید به شکل ۱۷.۱۱) این شباهت این تردید را به وجود آورد که شاید آنها دو تصویر از یک جسم هستند که عدسی گرانشی به وجود آورده است. پس از آن خوشه‌ای از کهکشانها با انتقال به سرخ  $0.36$  به عنوان نامزد احتمالی این عدسی گرانشی شناسایی شده است.

چون فاصله دو کوازار از یکدیگر فقط ۶ ~ ثانیه کمانی است، این تفسیر منطقی به نظر می‌رسد و در نتیجه تأییدی بر CH است که با توجه به آن کوازاری که «نقش جسم» را دارد در فاصله‌های دورتر از کهکشانی که «نقش عدسی» را بازی می‌کند قرار دارد. به هر حال، فقط تعداد معدودی از موارد تشکیل عدسی گرانشی مشخص وجود داشته است.

با این همه، با فرض اینکه کوازارها با توجه به انتقال به سرخشان در فاصله‌های زیاد قرار دارند، کانونی کردن آنها کاهه‌های توانمندی را برای مدل‌های کیهان‌شناختی فراهم می‌سازد. مثلاً، کوازار دوقلوی  $A + 0.957$  و  $B$  افت‌وخیز درخشندگی را در هر دو تصویر از خود نشان داد. حال، اگر دو تصویر نظیر یک چشمه باشند، این دو افت‌وخیز چشمه را از دو مسیر متفاوت مشاهده می‌کنیم. اگر مسیر از  $B$  طولانی‌تر از مسیر از  $A$  باشد، در هر زمان معین  $B$  را در عصری زودتر از  $A$  مشاهده می‌کنیم. بنابراین هر افت‌وخیزی را که در  $A$  مشاهده کنیم بعداً، پس از بازه زمانی متناظر با  $\tau = \Delta L/c$ ، که  $\Delta L$  اختلاف راه است، در  $B$  تکرار می‌شود. نشانه‌هایی وجود دارد که در مورد کوازار بالا، «زمان تأخیر» ۴۱۵ ~ روز است. بنابراین، اگر مدلی برای عدسی و مدلی برای عالم داشته باشیم، می‌توانیم مقدار نظری برای این تأخیر زمانی به صورت زیر به دست آوریم

$$\tau = \frac{1}{H_0} F, \quad (38.11)$$



شکل ۱۷.۱۱ دو تصویر کوازار که در بالا نشان داده شده‌اند با  $۵۶۱ + ۰.۹۵۷ A$  و  $B$  مشخص شده‌اند. گمان می‌رود که این دو تصویرهای یک کوازار باشند که با یک عدسی گرانشی به دست آمده‌اند. برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید. تصویر به وسیله HST با حمایت انستیتوی علوم تلسکوپ فضایی به وجود آمده است که انجمن دانشگاهها برای تحقیق در نجوم آن را اداره می‌کند.

که برای  $F$  دستگاه کانونی‌کننده محاسبه می‌شود. بنابراین، با مقایسهٔ این نتیجه با مقدار مشاهده شده، می‌توان ثابت هابل را به دست آورد. با این همه، توجه کنید که محاسبهٔ  $\tau$  وابسته به مدل است، یعنی به هندسهٔ دستگاه کانونی‌کننده بستگی دارد، که می‌تواند منحصر به فرد نباشد.

محدودیت مفید دیگری که از کانونی کردن گرانشی به دست می‌آید مربوط به مقدار  $\Omega_{\Lambda}$  است، که از آمار مربوط به کوازارهای با فاصلهٔ زیاد به دست می‌آید که به صورت گرانشی کانونی شده‌اند. با افزایش مقدار این پارامتر، مقیاس فاصله برای انتقال به سرخ یکسان افزایش می‌یابد، که احتمال این کانونی کردن را افزایش می‌دهد. تحلیل فعلی نشان می‌دهد که حد بالایی قوی  $۰.۶۵ \sim$  برای این پارامتر وجود دارد. این موضوعی مهم در محدود کردن فضای کل پارامتر برای مدل‌های استاندارد است.

باید خاطر نشان ساخت که اولین بار فریتس زویکی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۳۷ پیشنهاد کرد که سحابیهای دوردست می‌توانند به صورت عدسی گرانشی عمل کنند. بیش از چهار دهه پس از آن اولین مورد  $۵۶۷ + ۰۹۵۷$  مشاهده شد.

### تغییر پذیری

با توجه به داده‌های اخیر، کوازارها در طول موجهای رادیویی و اپتیکی و نیز پرتوهای X تغییر پذیری سریعی را از خود نشان می‌دهند. طبق یک اصل کلی اگر  $\tau$  مقیاس زمان مشخصه تغییر باشد، شعاع فیزیکی  $R$  نباید از  $ct$  تجاوز کند. این موضوع به مسئله تولید انرژی می‌انجامد که اولین بار هویل، بریج، و دلبیو. ال. دلبیو سارجنت<sup>۲</sup> در سال ۱۹۶۶ به آن اشاره کردند. این مشکل را می‌توان به اختصار به صورت زیر بیان کرد.

چون شار  $F$  را از کوازار اندازه می‌گیریم، درخشندگی آن با توجه به فاصله‌اش به دست می‌آید. با توجه به CH، فاصله‌ها زیاد و در نتیجه درخشندگی بزرگ است. بنابراین، کوازار باید انرژی زیادی را در حجم کوچکی تولید کند که اندازه خطی  $ct$  آن را محدود می‌سازد. در سناریوی تولید انرژی متداول، فرایند مشهور به سنکروترون، الکترونهاى نسبیتی در میدانهای مغناطیسی تابش می‌کنند. به هر حال، همان‌طور که هویل، بریج، و سارجنت متذکر شدند، این فرایند به تولید فوتون با چگالی بسیار زیاد می‌انجامد. این فوتونها با الکترونها برخورد می‌کنند و پراکندگی کامپتون بسیار زیادی را به وجود می‌آورند که باعث کاهش انرژی الکترونهاى سریع می‌شود. از این رو نمی‌توان تولید انرژی را حتی در فاصله‌های قابل مقایسه با  $R \simeq ct$  ادامه داد؛ الکترونها بسیار پیش از طی مسافتی در این حدود انرژی خود را از دست می‌دهند.

این مشکل سینماتیکی که آیا می‌توان کاری کرد که کوازارها به شعاع  $R \leq ct$  محدود شوند را می‌توان با این ایده ام. جی. ریس<sup>۳</sup> تا اندازه‌ای کاهش داد. اگر به جسمی که به صورت نسبیتی با عامل  $\gamma$  لورنتس بزرگ منبسط می‌شود از دور نگاه کنیم، به نظر می‌رسد که اندازه شعاعی آن با آهنگ  $\gamma c$  افزایش می‌یابد. بنابراین، مقیاس زمانی تغییر مشاهده شده  $\gamma$  ممکن است بسیار کوچک و نامساوی واقعی در مورد  $R$  به صورت  $R \leq \gamma ct$  باشد (نگاه کنید به تمرین ۲۰). برای  $\gamma \gg 1$ ، مسئله محدودسازی راحت‌تر می‌شود.

گاهی از اندازه فشرده که دال بر مقیاس تغییر زمانی کوتاه است برای حمایت از این فکر استفاده می‌کنند که انرژی کوازار از سیاهچاله‌ای بسیار پرچرم به دست می‌آید. به عنوان مثال، کوازار پرتو X با نام OX ۱۶۹ افت قابل ملاحظه‌ای را در درخشندگی پرتو X در طول  $10^0$  دقیقه نشان داد. حد اندازه مربوط به این مقیاس زمانی می‌تواند سیاهچاله‌ای با جرم  $10^8 M_{\odot} \leq$  را در خود جا دهد.

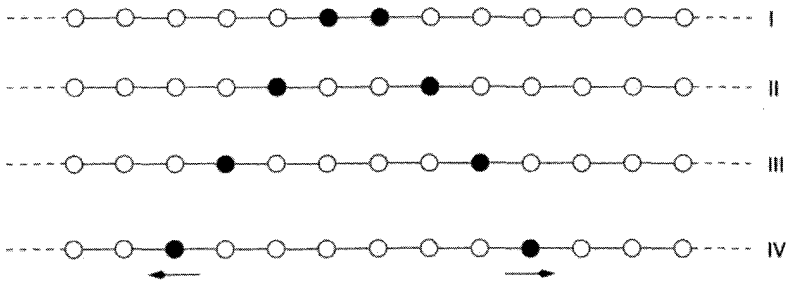
## جدا شدنهای با سرعت فراتر از نور

رصدهای تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز (VLBI) پدیدهٔ عجیبی را در تعدادی از کوازارها نشان داده است. در ناحیهٔ مرکزی این کوازار، دو مؤلفهٔ رادیویی مشاهده می‌شود که به سرعت از هم جدا می‌شوند. چون فاصلهٔ زاویه‌ای در محدودهٔ میلی ثانیه کمانی با روش VLBI قابل اندازه‌گیری است، رصدهای انجام‌شده در چند ماه یا چند سال برای به‌دست آوردن اثری قابل آشکارسازی کافی است. بنابراین، معلوم شده است که فاصلهٔ زاویه‌ای  $\theta$  برحسب زمان به‌گونه‌ای تغییر می‌کند (زیاد می‌شود) که، اگر کوازارها در فاصله‌های مشخصی شده با CH باشند، تصویر فاصله خطی باید با سرعتی بسیار بیش از سرعت نور تغییر کند. بدیهی است که اگر فاصله‌ها بسیار کمتر باشند، سرعت‌های جدا شدن کمتر از سرعت نور می‌شود و این ناسازگاری با نسبیت از میان می‌رود.

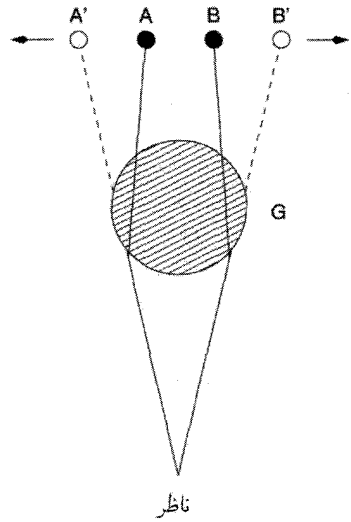
برای حفظ CH به‌رغم این داده‌ها باید نتیجه گرفت که فاصلهٔ مشاهده‌شده غیرواقعی است. راه‌های مختلفی برای خروج از این معضل پیشنهاد شده است که سه‌تای آنها در شکل ۱۸.۱۱ آمده‌اند. شکل ۱۸.۱۱ (الف) اثر درخت کریسمس را نشان می‌دهد که توهم حرکت متوالی نور ناشی از چراغهای ساکن است. شکل ۸.۱۱ (ب) اثر معروف درخشش نسبیتی را نشان می‌دهد که ریس مطرح کرد و در بالا تحت عنوان تغییرپذیری مطرح شد. مدل نشان داده شده در شکل ۱۸.۱۱ (ج) از پرده‌ای گرانشی به‌صورت کهکشان یا خوشهٔ کهکشانی حائل استفاده می‌کند که پرتوهای نور (یا امواج رادیویی) ناشی از دو مؤلفه را به‌صورت دیفرانسیلی خم می‌کند به‌طوری که به‌نظر می‌رسد دو تصویر مجازی آنها با سرعت بیش از نور از هم دور می‌شوند.

## ریخت‌شناسی

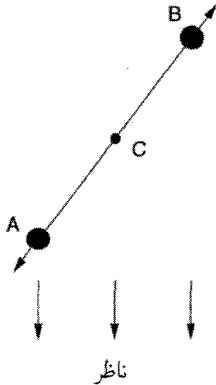
استدلال شده است که کوازارها و هسته‌های کهکشانهای سیفرت اصولاً اجسام یکسانی هستند. به‌طور کلی می‌توان کوازار را هستهٔ کهکشانی در نظر گرفت که پر نور است و بقیهٔ کهکشان یا مرئی نیست یا نورش ضعیفتر از آن است که مشاهده شود. با توجه به این بحث، اگر CH صحیح باشد، انتقال به سرخ بزرگ به‌معنی فاصلهٔ زیاد است و در آن فاصله فقط هستهٔ پرنور به‌صورت کوازار مرئی است. در بعضی موارد، مانند کوازار ۲۵۶ Ton، می‌گویند که پُرز اطراف کوازار توزیع درخشندگی یک کهکشان بیضوی را دارد. برای تثبیت این نوع دلایل، که به‌نفع CH است، باید نشان دهیم که در واقع کهکشانی از ستارگان در اطراف کوازار وجود دارد. خطهای جذبی مشخصهٔ ستارگان موجود در کهکشانهای بیضوی دلیل قانع‌کننده‌ای به‌نفع این پیشنهاد است.



(الف)



(ج)



(ب)

شکل ۱۸.۱۱ سه روش ایجاد توهم جدا شدن با سرعتهای بیش از سرعت نور. (الف) یک ردیف چراغ با دایره‌های کوچک نشان داده شده است. دایره‌های توپر چراغهای روشن هستند. در مراحل I تا IV روشنایی طوری تنظیم شده است که ناظری در دوردست تصور می‌کند که دو چشمه نور از مرکز به طرف خارج حرکت می‌کنند. (ب) ناظر در زمانهای مختلف دو مؤلفه‌ای را که در واقع از هم جدا می‌شوند می‌بیند؛ زیرا نور مربوط به مؤلفه نزدیکتر A زودتر از نور پس از نور مؤلفه دورتر B چشمه را ترک می‌کند. C هسته مرکزی ساکن است. توهم جدا شدن A و B با سرعتی بیش از سرعت نور در صورتی به وجود می‌آید که AB تقریباً در امتداد خط دید باشد. این مورد بسیار نادر است. به علاوه، A انتقال به آبی می‌یابد و در نتیجه باید بسیار پرنورتر از B باشد که نسبت به ناظر انتقال به سرخ یافته است. معمولاً فرض می‌شود که B ساکن است و A به طرف ناظر می‌تابد (ج) در اینجا کهکشانی حائل پرتوهای ناشی از A و B را خم می‌کند به طوری که ناظر دو تصویر A' و B' را می‌بیند، که حتی اگر A و B با سرعت نسبی کمتر از سرعت نور از هم دور شوند، می‌تواند با سرعتهای بیش از سرعت نور از هم جدا شوند. برای اینکه این پدیده به وقوع بپیوندد کهکشانی G باید موقعیت خاصی را بین چشمه و ناظر اشغال کند.

## پیوندهای کوازار-کهکشان

یکی از راههای اثبات اینکه انتقال به سرخهای کوازار کیهان‌شناختی هستند آن است که نشان دهیم کهکشان و کوازار دارای انتقال به سرخ یکسان همسایهٔ فیزیکی هستند. چون می‌دانیم انتقال به سرخ کهکشان از قانون هابل پیروی می‌کند، پس انتقال به سرخ کوازار نیز باید ناشی از CH باشد. در سالهای ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ گان، ال. بی. رابینسون<sup>۱</sup>، و ای. جی. ومپلر<sup>۲</sup> شواهدی از این نوع را ارائه کردند. در سال ۱۹۷۸ ا. ان. استاکتون<sup>۳</sup> یک سری رصدهای قابل توجه را گزارش کرد. استاکتون همهٔ ۲۷ کوازار شناخته‌شده با انتقال به سرخ  $z \leq 0.45$  و قدرهای بصری کمتر از  $z \log 19.2 + 5$  در گسترهٔ میل  $+55 < \delta < -15$  را برگزید. سپس کوشید تا طیفهای همهٔ کهکشانهای قابل مشاهده در صفحه‌های بررسی آسمان پالومار<sup>۴</sup> سرخ را که در محدودهٔ ۴۵ ثانیهٔ کمانی از هر یک از این کوازارها قرار دارند به دست آورد از ۲۹ کهکشان از این نوع، او طیف ۲۵ کهکشان را به دست آورد که ۱۳ تای آنها انتقال به سرخ در محدودهٔ  $3 \times 10^{-3} \sim$  انتقال به سرخ کوازار مجاور داشتند. آیا این پیوندها واقعی هستند یا نتیجهٔ افکنشهای اتفاقی برآسمان؟ چون منجم نمی‌تواند فاصلهٔ شعاعی کوازارها را اندازه بگیرد، باید از استدلالهای آماری برای حل و فصل موضوع استفاده کند. جفت‌شدگیهای استاکتون با احتمال کمتر از  $10^{-6} \times 1/5$  ناشی از افکنشهای تصادفی بودند. بنابراین، متخصص آمار تمایل به پذیرش واقعی بودن پیوند دارد و نتیجه می‌گیرد که کوازارها در نزدیکی کهکشانها قرار دارند و در نتیجه فاصله‌های آنها مطابق CH است. اگر این استدلال را به‌تنهایی در نظر بگیریم کاملاً محکم جلوه می‌کند. اما مسئله روی دیگری هم دارد که در فصل آخر بررسی می‌کنیم.

به‌طور کلی، می‌توان استدلال کرد که داده‌های زیادی وجود دارند که با کیهان‌شناختی بودن انتقال به سرخ کوازارها سازگارند. همین‌طور می‌توان گفت که کوازارها هسته‌های کهکشانهای فعال هستند که خطهای گسیلی یک دنبالهٔ ریخت‌شناختی پیوسته را از خود نشان می‌دهند. در واقع، برای توسعهٔ بحث می‌توان استدلال کرد که کوازارها هسته‌های کهکشانها هستند که نورپوش کهکشانی خود را تحت الشعاع قرار می‌دهند. به‌طوری‌که، وقتی از دور به آن می‌نگریم فقط کوازار را می‌بینیم و کهکشان را نمی‌بینیم. در حمایت از این استدلال، مواردی وجود دارد که پُزی کوازارهای با انتقال به سرخ کم را احاطه کرده است. با این همه، با توجه به فرمول فاصلهٔ کیهان‌شناختی، هنوز دلیل سراسری وجود ندارد که نشان دهد تمام کوازارهای با انتقال به سرخ بسیار زیاد در واقع در فاصله‌های بسیار دور قرار دارند. نزدیکترین مورد به این دلیل سراسری پیوند میان کوازارها و کهکشانهای با انتقال به سرخ یکسان استاکتون است. دلیل غیرمستقیم از مطالعات تشکیل عدسی گرانشی و زمان تأخیر به دست می‌آید،

با CH سازگارند. با توجه به مورد اخیر، شایان توجه است که پیکربندیهای کانونی کردن را می‌توان با فاصله ما از چشمه (و عدسی) مقیاس‌بندی کرد. اگر چشمه نزدیکتر باشد، یک عدسی با جرم کمتر در فاصله‌ای کوتاه‌تر اثری یکسان تولید خواهد کرد و در نتیجه آزمون زمان تأخیر در تصمیم‌گیری در این مورد که کوازار در فاصله مربوط به انتقال به سرخ هابل قرار دارد یا به صورت قابل ملاحظه‌ای نزدیکتر است اهمیت فراوان دارد.

## ۷.۱۱ قیدهای رصدی مربوط به پارامترهای کیهان‌شناختی

جیم گان و بتاتریس تینسلی در سال ۱۹۷۵ در مقاله‌ای از مجله نیچر داده‌های کیهان‌شناسی موجود در آن زمان را مرور کردند و به این نتیجه‌گیری رسیدند

«داده‌های جدید روی نمودار هابل، همراه با محدودیتهای مربوط به چگالی عالم و سن کهکشانها، نشان می‌دهد که منطقیترین مدل‌های کیهان‌شناختی دارای ثابت کیهان‌شناختی مثبت‌اند، بسته هستند، چگالترا از آن‌اند که دوتریم را در مهبانگ بسازند، و برای همیشه منسبط می‌شوند...»

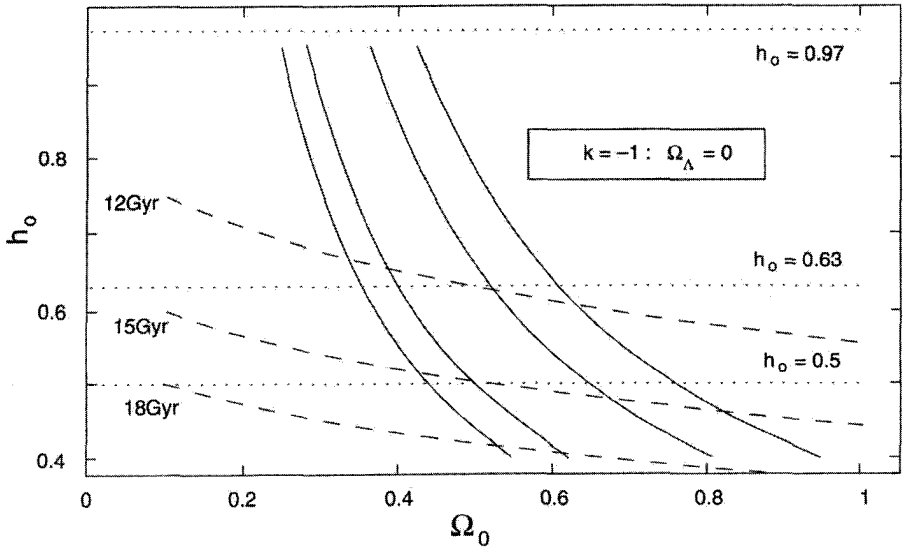
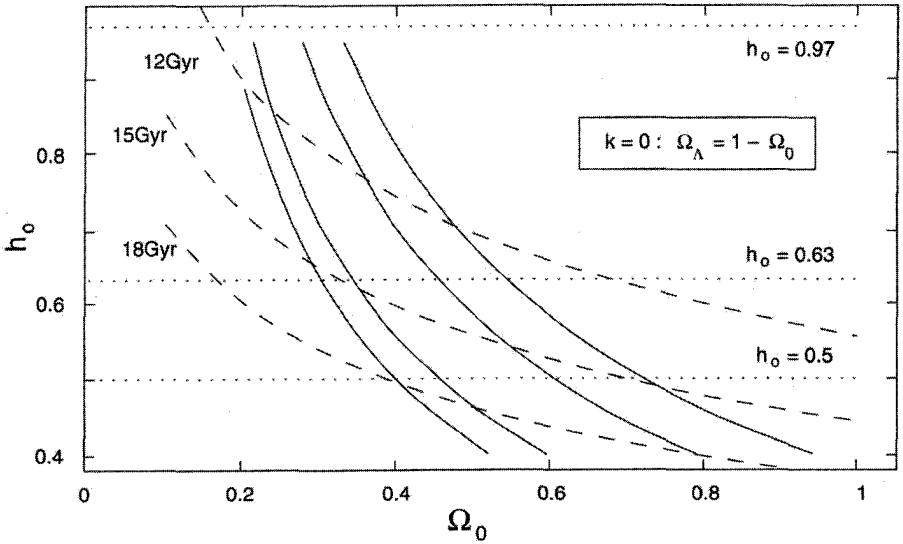
با توجه به پیشرفت فناوری، در این فصل و فصلهای قبل دیدیم که رصدها و ورودیهای جدید از فیزیک ذرات و نیز کیهان‌شناسی هم در زمینه رصدی و هم در جبهه نظری پیشرفت قابل ملاحظه‌ای کرده است. مدل مهبانگ استاندارد، امروزه ریشه‌های بسیار عمیقتر از سال ۱۹۷۵ در کیهان‌شناسی پیدا کرده است. بنابراین، بجاست که در قسمتهای پایانی این کتاب، وضعیت کنونی کیهان‌شناسی را بررسی کنیم و ببینیم که محدودیتهای رصدی و نظری فعلاً چگونه‌اند. تعجب‌آور نیست که بعضی از مواردی که گان و تینسلی بررسی کردند هنوز مطرح‌اند، در صورتی که در بقیه موارد مسئله‌های جدید جانشین مسائل قبلی شده‌اند. هدف ما در اینجا انجام همین کار در چارچوب کیهان‌شناسی جدید است. خلاصه کلام آن است که به‌رغم در اختیار قرار گرفتن ثابت کیهان‌شناختی به‌عنوان پارامتر اضافی مدل‌های فریدمان، فضای پارامتر مجاز برای این مدلها به‌شدت کاهش یافته است. رصدهایی که در اینجا به‌کار خواهیم برد شامل سن خوشه‌های گویسان، اندازه‌گیری ثابت هابل، فراوانی خوشه‌های غنی کهکشانها، کسر جرم باریونها در خوشه‌های غنی، و فراوانی اجسام با انتقال به سرخ زیاد است. به علاوه ملاحظات مربوط به تشکیل ساختار را نیز در نظر می‌گیریم. مدل مهبانگ استاندارد هیچ سازوکار روشنی برای تولید ناهمگنیهای کوچک در عالم اولیه ندارد. با این همه، می‌توان با توسل به این فرضیه که عالم در عصر آغازین دارای مرحله‌ای تورمی بوده است این سازوکار را مطرح کرد. مدل‌های شامل تورم معمولاً به دو پیش‌بینی زیر می‌انجامد که:



(۱) پارامتر چگالی کل  $\Omega_{\text{کل}} = \Omega_0 + \Omega_{\Lambda} = 1$  و (۲) طیف توانی اولیهٔ ناهمگنیها به صورت  $P_{\text{in}}(k) \propto k^n$  با  $n \simeq 1$ . در طی سالها، ایدهٔ تورم را چند بار تغییر داده‌اند تا با چالشها رصدی سازگار شود و اکنون می‌توان مدلی را یافت که تقریباً هر مقدار  $\Omega_{\text{کل}}$  را برای هر شکل  $P_{\text{in}}(k)$  در اختیار بگذارد. برای صراحت با مدل‌های  $n = 1$  کار می‌کنیم. رصدهای تابش زمینهٔ ریزموج با اینکه شاخص  $n$  برابر واحد باشد سازگارند. با رشد افت‌وخیزها، طیف توانی در مقیاسهای کوچک با فرایندهای فیزیکی مختلف تغییر داده می‌شود و این تغییر را با تابع انتقال توصیف می‌کنند. با تابع انتقال پیشنهادی افستاتو<sup>۱</sup>، بوند<sup>۲</sup> و وایت<sup>۳</sup> کار می‌کنیم که با  $\Gamma = \Omega_0 h_0$  پارامتریسازی شده است (نگاه کنید به فصل ۷). طیف توانی با رصدهای COBE DMR به‌نحی می‌شود و به‌دست می‌آید  $Q_{\text{rms-ps}} = 20 \pm 3 \mu\text{K}$ . در اینجا  $Q_{\text{rms-ps}}$  دامنهٔ افت‌وخیزها در چارقبی است که از افت‌وخیزهای گشتاورهای بالاتر به‌دست می‌آید.

در اینجا محدودیتهای دو مدل، یعنی مدل‌های با (۱)  $\Omega_0 + \Omega_{\Lambda} = 1$  (مدل‌های تخت) و (۲)  $\Omega_0 < 1$  و  $\Omega_{\Lambda} = 0$  (مدل‌های با خمیدگی فضایی منفی) را بررسی می‌کنیم. اولین مورد با مدل‌های تورمی سازگار است، اگرچه به تنظیم دقیق ثابت کیهان‌شناختی نیاز دارد، که برخلاف روح سناریوی تورمی است. (در بارهٔ این موضوع بعداً اظهار نظر می‌کنیم.) مدل دوم را می‌توان یک «مدل ناظر» در نظر گرفت، زیرا می‌کوشد از چیزهایی استفاده کند که به‌صورت رصدی شناخته شده‌اند. دامنهٔ افت‌وخیزها برای مدل‌های باز از مقیاس‌بندی مجدد مدل  $\Omega_0 = 1$  به‌دست می‌آید. اثر خمیدگی اهمیت ندارد زیرا فقط به مقیاسهای بسیار کوچکتر از مقیاس خمیدگی علاقه‌مندیم. ابتدا فهرست محدودیتهایی را تهیه می‌کنیم که هم ناشی از نظریه هستند و هم مشاهده، و منبع خطا را برای هر محدودیت ذکر می‌کنیم. سپس این محدودیتها را ادغام می‌کنیم تا ناحیه‌های مجاز در فضای پارامتر را بررسی کنیم که با پارامتر چگالی برای ماده ( $\Omega_0$ ) و ثابت هابل ( $h_0$ ) تعریف می‌شود. نگاه کردن به شکل‌های ۱۹.۱۱ تا ۲۱.۱۱ برای این بحث سازنده است.

شکل ۱۹.۱۱ محدودیتهای پارامتر چگالی را نشان می‌دهد که همه نوع ماده،  $\Omega_0$ ، و ثابت هابل  $h_0$  در آن دخیل است و از (۱) سن خوشه‌های گویسان، (۲) اندازه‌گیری ثابت هابل، و (۳) فراوانی خوشه‌های غنی به‌دست می‌آید. مورد آخر در فصل ۱۰ به اختصار مورد بحث قرار گرفت. جرم موجود در واحد حجم خوشه‌های غنی را می‌توان از چگالی عددی مشاهده‌شدهٔ این خوشه‌ها و میانگین جرم آنها برآورد کرد که از روشهای مختلفی چون استفاده از قضیه ویربال، تشکیل عدسی گرانشی، مطالعات پرتو X و غیره به‌دست می‌آید. این عدد را می‌توان با پارامتر خوشه‌ها<sup>۴</sup>  $\Omega_{\text{خوشه‌ها}}^{\text{obs}}$  نشان داد و در مدل‌های موفق باید شرط  $\Omega_{\text{خوشه‌ها}}^{\text{abs}} = \Omega_{\text{خوشه‌ها}}(> M) \text{ صدق کند. مقایسه مقادیر}$

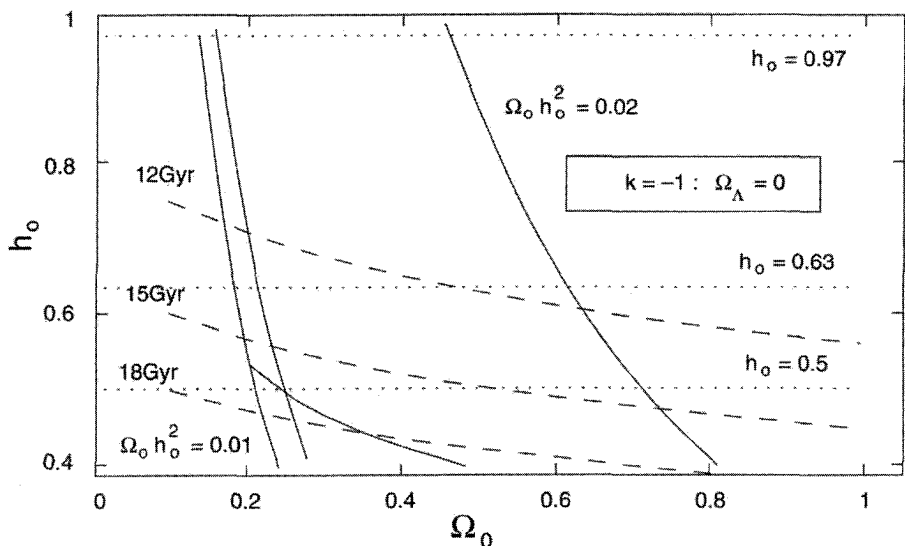
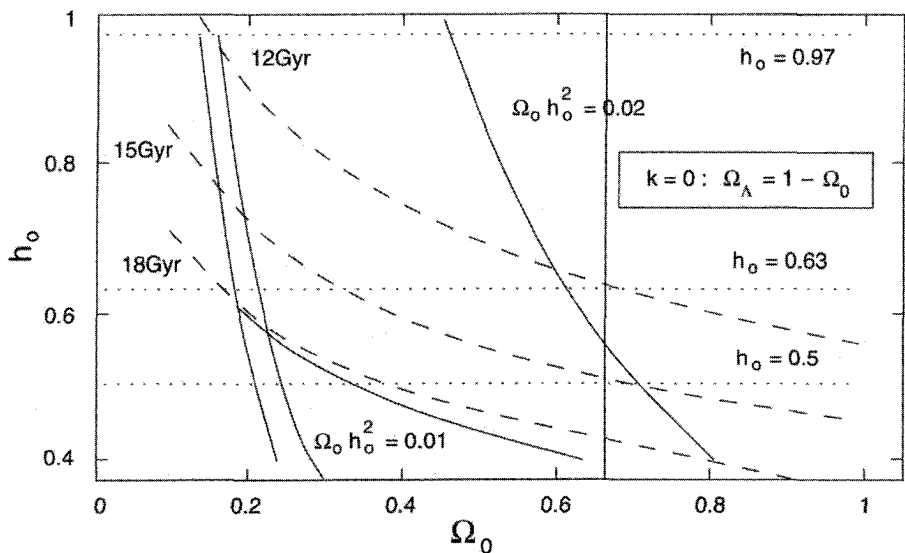


شکل ۱۹.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

مشاهده‌شده با نظری را می‌توان با تبدیل چگالی عددی خوشه‌ها به دامنه‌افت و خیزهای چگالی انجام داد، که سپس با فرض یک قانون توانی برای RMS افت و خیزهای  $\sigma_8$  اختلالهای چگالی،

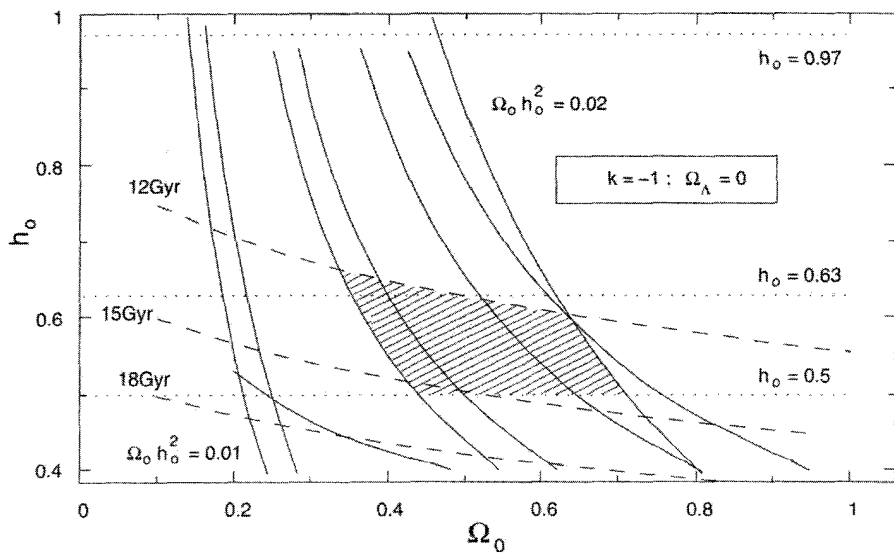
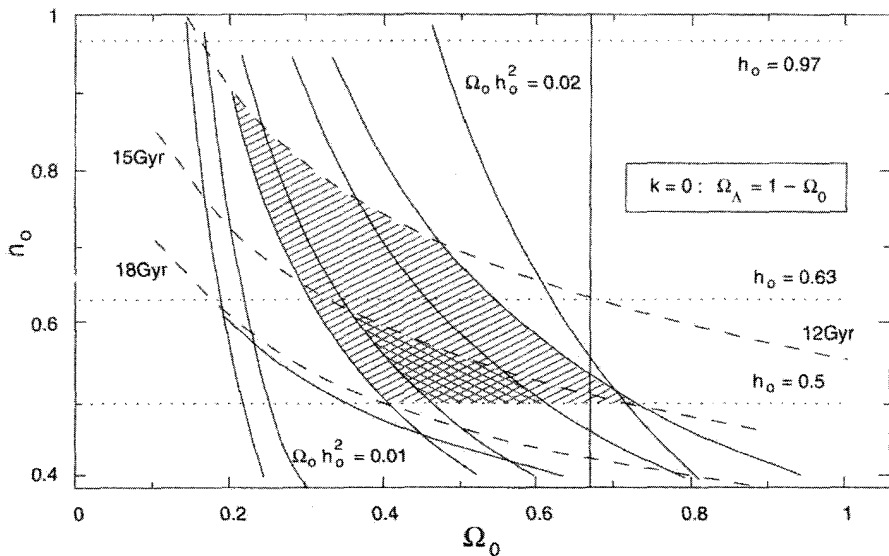
به  $h_0^{-1} \text{Mpc}$  مقیاس‌بندی می‌شود. سپس این نتیجه به‌عنوان قیدی بر  $\sigma_8$  به‌کار می‌رود. احتمال زیادی وجود دارد که جرمها بیش از اندازه برآوردشده باشند و تصحیحهای هر خطا مقادیر پارامتر  $h_0 \Omega_0$  را کم کند.

تصویر بالا محدودیتهای مدل با  $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$ ,  $\Omega_0 \neq 0$ ,  $\Omega_\Lambda \neq 0$  را نشان می‌دهد. تصویر پایینی برای مدل  $k = -1$ ,  $\Omega_\Lambda = 0$ ,  $\Omega_0 \leq 1$  است. خطهای سن ثابت به‌صورت خط‌چینهایی در گستره مقادیر  $\Omega_0$  و  $h_0$  نشان داده شده‌اند. خطهای نقطه‌چین مقدار در برگزیده نوار ثابت هابل موضعی ( $0.97 < h_0 < 0.63$ ) را مشخص می‌کنند که از اندازه‌گیریهای HST به‌دست آمده است. همین‌طور حد پایین در نظر گرفته‌شده برای مقدار کلی آن ( $h_0 = 0.5$ ) را نشان داده‌ایم. خطهای پیوسته داخلی ناحیه‌هایی را دربر می‌گیرند که با توجه به فراوانی مشاهده‌شده خوشه‌ها مجازند. خطهای پیوسته خارجی پهنه‌ای را نشان می‌دهند که این ناحیه می‌تواند به واسطه عدم قطعیت در بهنجارش COBE به طیف توانی جابه‌جا شود. توجه کنید که این سه محدودیت ناحیه‌های بزرگ در فضای پارامتر را کنار می‌گذارد. به‌ویژه، بدیهی است که مدل  $\Omega = 1$  رد می‌شود. سپس، در شکل ۲۰.۱۱ محدودیتهای اعمال‌شده بر پارامتر چگالی بررسی می‌شود که از ماده،  $\Omega_0$ ، ثابت هابل  $h_0$  ناشی از (۱) سن خوشه‌های گویسان، و (۲) اندازه‌گیریهای ثابت هابل، (۳) فراوانی اجسام با انتقال به سرخ بالا، (۴) کسر جرم باریونها در خوشه‌ها و سنتز هسته‌های آغازین و (۵) اندازه‌گیری پارامتر شتاب منفی حاصل می‌شود. تصویر بالایی محدودیتهای مدل با  $\Omega_\Lambda \neq 0$  و  $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$  است. تصویر پایینی برای مدل با  $\Omega_\Lambda = 0$  و  $\Omega_0 \leq 1$  است. خطهای سن ثابت برای گستره مقادیر  $\Omega_0$  و  $h_0$  به‌صورت خط‌چین نشان داده شده‌اند. خطهای نقطه‌چین نوری را مشخص می‌کنند که ثابت هابل موضعی ( $0.97 < h_0 < 0.63$ ) را دربر می‌گیرد که از اندازه‌گیریهای HST به‌دست آمده‌اند. همین‌طور حد پایین فرض‌شده برای مقدار کلی ( $h_0 = 0.5$ ) نشان داده شده است. خط ضخیم چپ به راست حد پایین مقادیر مجاز  $h_0$  از فراوانی اجسام با انتقال به سرخ بالاست. این خط بیانگر شرطی است که دامنه اختلالهای چگالی در طول جرم  $10^{11} M_\odot \sim$  در  $z \simeq 2$  از مرتبه واحد بوده است. توجه کنید که این قید ایجاب می‌کند که عالم تخت نتواند چندان پیرتر از ۱۸ گیگاسال باشد. خطهای تقریباً عمودی حدود بالایی را مشخص می‌کنند که سنتز هسته‌های آغازین و کسر جرم باریونها در خوشه‌ها مجاز می‌دارد. برای  $\Omega_0$  مشخص، مقادیر مجاز  $h_0$  در زیر این منحنی قرار می‌گیرند. دومین خط از این نوع حد بالایی محدودیتی را نشان می‌دهد که مشاهده فراوانی دوتیریم در انتقال به سرخهای بالا ایجاب می‌کند. سرانجام، شکل ۲۱.۱۱ خلاصه همه محدودیتهایی است که در دو شکل قبل رسم شده‌اند. ناحیه سایه‌دار برای  $t_0 > 12 \text{ Gyr}$  و  $h_0 > 0.5$  و صادق بودن سایر محدودیتهای مجاز است.



شکل ۲۰.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

ناحیهٔ هاشورزده ناحیهٔ با  $t_0 > 15\text{Gyr}$  و فراوانی خوشه‌ها در ناحیه مجاز را نشان می‌دهد که در آن عدم قطعیت در بهنجارش داده‌های COBE در نظر گرفته نشده است. اگر عدم قطعیت



شکل ۲۱.۱۱ برای جزئیات به متن کتاب مراجعه کنید.

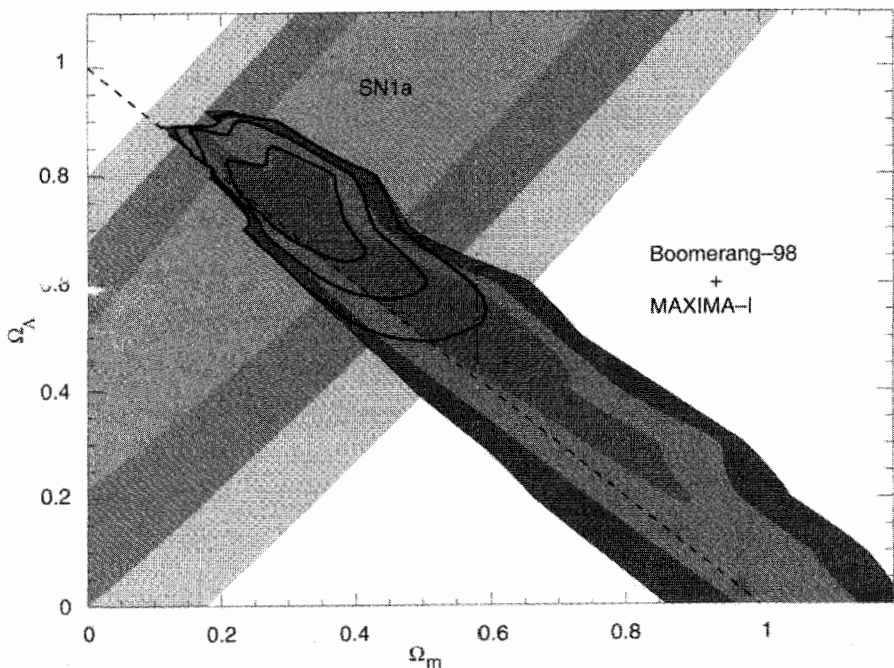
در مشاهده‌ها به حدود نهایی رانده شوند، پارامتر فضای مجاز نظیر ناحیه سایه‌دار می‌شود. تفسیر کمتر محافظه‌کارانه از این مشاهده‌ها به ناحیه مجاز بسیار کوچکتر از چیزی می‌انجامد که در اینجا با ناحیه هاشورداد نشان داده شده است. در اینجا از محدودیتهای ناشی از پارامتر شتاب منفی و مشاهده فراوانی دوتریم در انتقال به سرخ بالا استفاده نکرده‌ایم.

این مرور مختصر تحولات جدید در کیهان‌شناسی را پس از بررسی گان و تینسلی مشخص می‌کند. اگرچه محدودیت «سن» در مدت چند دهه با کیهان‌شناسی مهبانگ همراه بوده است، اما فقط اکنون به واسطه دقت بیشتر در اندازه‌گیریهای ثابت هابل و بهبود شناخت ما از تحول ستاره‌ای مورد توجه قرار گرفته است. حتی با در نظر گرفتن خطاهای موجود در هر دو جبهه، نتیجه‌گیری اجتناب‌ناپذیر این است که مدل‌های مهبانگ استاندارد بدون ثابت کیهان‌شناختی عملاً مردودند. حتی با ثابت کیهان‌شناختی، باید به خاطر داشته باشیم که تشکیل عدسی گرانشی مقدار  $\Omega_{\Lambda}$  را به کمتر از  $0.65$  محدود می‌سازد.

در اینجا بد نیست که دو مشاهده دیگر را نیز وارد نمودار  $\Omega_{\Lambda}$  برحسب  $\Omega_0$  کنیم (نگاه کنید به شکل ۲۲.۱۱). اینها حدودی هستند که داده‌های بومرنگ با رابطه  $m-z$  بر ابرنواخترهای نوع-Ia و قله دوپلر مشاهده‌شده در  $z \approx 2.0$  اعمال می‌کنند. دو ناحیه متقاطع نشانگر نواحی با  $95\%$  اطمینان هستند. همپوشانی شامل قطعه خط در امتداد  $\Omega_{\Lambda} + \Omega_0 = 1$ ، برای عالم تخت است. باز هم ثابت کیهان‌شناختی به شدت مورد نیاز است.

محدودیت‌های ناشی از تشکیل ساختار، فراوانی خوشه‌ها، ستر هسته‌های آغازین و اجسام با انتقال به سرخ بالا تقریباً جدیدند؛ اما محدودیت اضافی را بر مدل‌های حتی با ثابت کیهان‌شناختی اعمال می‌کنند. در واقع، با شناخت فعلی از نجوم فراکاهکشانی، اکنون فضای پارامتری مختصری برای مدل استاندارد با ثابت کیهان‌شناختی یا بدون آن باقی می‌ماند. در حالی که یک طرفدار مهبانگ شاید ادعا کند که باریک شدن پنجره مجاز نشانگر همگرایی به طرف مدل THE عالم است، اما این مطلب مسئله دیگری را مطرح می‌کند که نظریه‌پردازان باید نگران آن باشند.

این مسئله «تنظیم دقیق» است که قبلاً در این کتاب مطرح شد. اگر شرط لازم نبودن تنظیم دقیق را این‌گونه در نظر بگیریم که «همه پارامترهای بدون بعد باید از مرتبه واحد باشند»، پس مدل‌های  $\Omega_{\Lambda} = 1$  را طبیعی در نظر می‌گیریم. (هر مدل دیگر به تنظیم دقیق این پارامتر در عالم اولیه نیاز دارد، مشکلی که اغلب «مسئله تخت بودن» نامیده می‌شود.) به همین ترتیب تأکید می‌کردیم که  $\Omega_{\Lambda} = 0$ . چنین مدلی را رصدها مردود می‌دارند. در واقع درک این نکته دشوار است که چرا



شکل ۲۲.۱۱ نقشه‌ای که جف<sup>۱</sup> و همکاران، در سال ۲۰۰۰، به دست آوردند، محدودیت ناشی از ناهمسانگردی زمینه ریزموجهای کیهانی (CMB) و SN1a را در صفحه پارامتری  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  نشان می‌دهد. لبه‌های سایه‌داری که تقریباً با خط چین موازی‌اند و با  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$  داده می‌شوند، حدهای  $1\sigma$ ،  $2\sigma$  و  $3\sigma$  (تعریف شده به صورت نسبت احتمال معادل برای توزیع گاوسی دوبعدی) را برای احتمال مشترک اندازه‌گیریهی ناهمسانگردی CMB، که از آزمایشهای COBE، بومرنگ و MAXIMA-I به دست آمده‌اند، نشان می‌دهند. لبه‌هایی که با SN1a مشخص شده‌اند، لبه‌های احتمال مشابهی هستند که از رصد نواخترهای با انتقال به سرخ زیاد به دست آمده‌اند. لبه‌های پررنگ قیدهای ترکیبی‌ای هستند که از ضرب کردن داده‌های دو توزیع احتمال مربوط به ناهمسانگردی CMB و ابرنواخترها حاصل شده‌اند.

ثابت کیهان‌شناختی باقی‌مانده چنان است که دقیقاً با شرط تخت بودن سازگار می‌شود. همان‌طور که استیون واینبرگ<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۹ متذکر شد، این مسئله به تنظیم دقیق یک قسمت در  $10^{-16}$  نیاز دارد. کوششهایی (مانند هسته اصلی) در جهت توسل به یک ثابت کیهان‌شناختی تکامل یافته برای غلبه بر این مشکل به عمل آمده است؛ با این همه، هیچ کدام از این مدلها دارای جنبه قانع‌کننده نیست. در حال حاضر، باید نتیجه بگیریم که در واقع بحرانی در کیهان‌شناسی وجود دارد.

## ۸.۱۱ تغییر ثابتهای بنیادی

کیهان‌شناسی استاندارد بر مبنای این فرض محافظه‌کارانه قرار دارد که فیزیک کنونی و در موقعیت فعلی ما را می‌توان برونیایی کرد و در مورد ساختار بزرگ مقیاس عالم به‌کار برد. این فرض بر مبنای اقتصاد فرضیه‌ها، یا تیغ اوکام معقول است. در میان کیهان‌شناسیهای غیراستاندارد، فقط اصل کیهان‌شناسی کامل اعتبار این فرض را تأیید می‌کند. با توجه به زمینه‌های تجربی دلیلی وجود ندارد که باور کنیم این فرض در غیر این صورت صادق است. بنابراین، ثابتهای بنیادی چون  $c$ ,  $\hbar$ ,  $G$ ,  $e$  و جرمهای ذرات می‌توانند بر حسب زمان و مکان تغییر کنند. در فصل ۸ با کیهان‌شناسیهای مواجه شدیم که فرض کردند دو مورد آخر فهرست بالا در دوره‌های مختلف تغییر می‌کند. دلیل مربوط به این موارد را در این بخش بررسی می‌کنیم.

۱.۸.۱۱ تغییر  $\alpha = e^2/(\hbar c)$ 

با توجه به فرضیهٔ اعداد بزرگ<sup>۱</sup> (LNH) متوجه شدیم که  $e^2/(Gm_p m_e)$  با زمان کیهانی  $t$  تغییر کند دیراک فرض کرد که این با  $e$ ,  $m_p$ ,  $m_e$  ثابت به معنی  $G \propto t^{-1}$  است. این نتیجه را از LNH نیز می‌توان گرفت که با  $G$ ,  $m_p$ ,  $m_e$  ثابت داریم  $e^2 \propto t$ . این موضوع را گاموف در سال ۱۹۶۷ مطرح کرد، زیرا گمان می‌کرد افت سریع  $G$  به صورت  $t^{-1}$  برخلاف مشاهده‌هاست. اگر  $\hbar$  و  $c$  ثابت باشند، تفسیر گاموف به این نتیجه‌گیری می‌انجامد که ثابت ساختار ریز  $\alpha \equiv e^2/(\hbar c)$  باید بر حسب دوره به صورت  $t \sim$  تغییر کند.

در سال ۱۹۶۷ جی. ان. باکال و ام. اشمیت طول موجهای خط چندتایی O-III در طیف کسبیلی پنج کهکشان رادیویی با  $z \sim 0.2$  را اندازه گرفتند. اگر  $\alpha$  ثابت بود اختلاف طول موج  $\delta\lambda$  بین خطهای چندتایی مشاهده‌شده به صورت کسری از طول موج میانگین موزون  $\lambda$  یکی از خطهای رصده شده باید با طیفهای مشاهده‌شده در آزمایشگاه یکسان می‌شد. در غیر این صورت، داریم

$$\frac{\alpha(z)}{\alpha(0)} = \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^{1/2}_{\text{رصدشده}} \times \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^{-1/2}_{\text{آزمایشگاه}} \quad (39.11)$$

باکال و اشمیت متوجه شدند که

$$\frac{\alpha(z=0.2)}{\alpha(0)} = 1.001 \pm 0.002. \quad (40.11)$$

اگر  $\alpha$  با  $t$  متناسب بود، باید برای طرف راست (۴۰.۱۱) مقدار  $0.8 \sim$  را به دست می‌آوریم. در سال ۱۹۷۷ ام. اس. رابرتز<sup>۲</sup> انتقال به سرخهای اندازه‌گیری‌شده در طول موجهای اپتیکی



و ۲۱cm را در چشمه‌های برون‌کاهشانی مقایسه کرد و به دست آورد که

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| \leq 4 \times 10^{-12} \text{yr}^{-1}. \quad (4.11)$$

باز هم، این مقدار یک مرتبه بزرگی کمتر از آهنگ پیش‌بینی شده  $\alpha \propto t$  است. این مشاهده‌های اولیه استحکام فرض ثابت بودن  $\alpha$  را نشان می‌دهند.

### ۲.۸.۱۱ تغییر $G$

این مشاهده‌ای مهم است، زیرا ثابت بودن  $G$  مبنای نسبیت عام است که کیهان‌شناسی استاندارد بر مبنای آن قرار دارد. از طرف دیگر، چند کیهان‌شناسی غیراستاندارد پیش‌بینی می‌کند که در عصر حاضر  $H_0 \sim |\dot{G}/G|$ . دلایل مستقیم و غیرمستقیم این تغییر (یا عدم تغییر)  $G$  را در زیر بررسی می‌کنیم.

#### رصدهای راداری

در سال ۱۹۷۶ آی. آی. شاپیرو<sup>۱</sup> و همکاران نتیجه تحلیل چند هزار رصد سیگنالهای راداری را که از سیارات داخلی بین ۱۹۶۶ و ۱۹۷۵ برگشته بود گزارش دادند. با در نظر گرفتن داده‌های دیگر مربوط به ماه و سیاره‌های بیرونی، از نتیجه‌های رادار داریم

$$\left| \frac{\dot{G}}{G} \right| < 10^{-10} \text{yr}^{-1}.$$

روش رادار در طول زمان پیشرفت کرده و حد بالای آن دقیقتر شده است. مثلاً، فاصله‌یابی ماه به کمک لیزر اکنون مقدار  $\dot{G}/G$  را برابر  $10^{-12} \text{yr}^{-1} (\pm 8)$  تعیین می‌کند. این مقادیر با توجه به خطاهای تجربی با صفر سازگارند.

#### حرکت میانگین ماه

تی. سی. وان فلاندرن<sup>۲</sup> رصدهای زمین-ماه-خورشید در چند سال را با استفاده از دو مقیاس زمانی: زمان اتمی، که با ساعت‌های اتمی اندازه گرفته شده است و زمان زیجی، که از حرکت خورشید به‌گرد زمین به دست می‌آید بررسی کرد، مبنای این رصدها به قرار زیر است.

فرض کنید که جسمی در مداری دایره‌ای به شعاع  $r$  دور جسمی با جرم بسیار بیشتر و با سرعت زاویه‌ای میانگین  $n$  می‌گردد. اگر  $M$  جرم جسم مرکزی باشد، از مکانیک نیوتونی دو رابطه

زیر را به دست می آوریم

$$GM = r^3 n^2, \quad r^2 n = \text{const.} = h. \quad (42.11)$$

اکنون اگر تغییرات کند  $G$  بر حسب زمان را وارد کنیم، از دو رابطه بالا به راحتی نتیجه می گیریم

$$\frac{\dot{G}}{G} = \frac{\dot{n}}{2n}. \quad (43.11)$$

بنابراین، میانگین سرعت زاویه ای زمین به دور خورشید که با زمان زیجی اندازه گیری می شود، در صورت کاهش  $G$  بر حسب زمان، با آهنگ کسری  $2\dot{G}/G$  کند می شود. معادله مشابهی را می توان برای ماه به دست آورد، بجز اینکه اصطکاک کشندی سیستم ماه-زمین بر حرکت ماه تأثیر می گذارد بنابراین برای ماه داریم

$$\frac{\dot{n}_M}{n_M} = \left( \frac{\dot{n}_M}{n_M} \right)_{\text{کشندی}} + \frac{2\dot{G}}{G}. \quad (44.11)$$

اگر  $\dot{n}_M/n_M$  با زمان اتمی اندازه گیری شود، باید (44.11) را به دست آوریم. به هر حال، همین کمیت که با زمان زیجی اندازه گیری شود  $2\dot{G}/G$  را که ناشی از (43.11) است کنار می گذارد و فقط بخش کشندی را اندازه می گیرد. بنابراین، اختلاف میان دو رصد باید  $2\dot{G}/G$  را بدهد. خطای اصلی در این روش همواره به دست آوردن برآورد موثقی از اثر کشندی است. اگر خطاهای ذکر شده در تعیینهای مختلف  $\dot{n}$  قابل اعتماد باشد، سهمی واقعی از جمله  $\dot{G}/G$  در حرکت ماه وجود دارد. ارزیابیهای اولیه داده های وان فلاندرن، وقتی در چارچوب کیهان شناسی دیراک در نظر گرفته شد، مقدار حدود  $10^{-11} \text{yr}^{-1} \times (-6.9 \pm 2.4)$  را به دست داد. این آهنگ با کیهان شناسی هویل-نارلیکار سازگار، اما برای نظریه نرنز-دیکی با  $\omega \geq 30$  بیش از حد بزرگ است.

### مریخ نشین وایکینگ

دقیقترین اندازه گیری آهنگ تغییر  $G$  که تاکنون اندازه گیری شده است از تحلیل داده های فاصله تا کاوشگرهای وایکینگ فرود آمده بر مریخ گزارش شده است. این آزمایش را ار. دبلیو. هلینگز<sup>۱</sup>، پی. جی. آدامز<sup>۲</sup> و جی. دی. آندرسون<sup>۳</sup>، ام. اس. کیسی<sup>۴</sup>، ای. ال. لاول<sup>۵</sup> ای. ام. استندیش<sup>۶</sup>، وی. ام. کوتو<sup>۷</sup> انجام دادند و آی. گلدمن<sup>۸</sup> از اندازه گیریهای فاصله تا کاوشگرهای وایکینگ و سفینه فضایی مارنیر<sup>۹</sup> در مدار مریخ، اندازه گیری فاصله تا سطح عطارد و مریخ به کمک رادار، اندازه گیریهای

1. R. W. Hellings 2. P. J. Adams 3. J. D. Anderson 4. M. S. Keesey  
5. E. L. Lau 6. E. M. Standish 7. V. M. Canuto 8. I. Goldman 9. Mariner 9

فاصله لیزری مربوط به ماه و اندازه‌گیرهای اپتیکی فاصله تا خورشید و ستارگان استفاده کرد. بزرگترین مربعات پارامترهای مدل منظومه شمسی به داده‌ها نشان می‌دهد که

$$\dot{G}/G = (0.2 \pm 0.4) \times 10^{-11} \text{yr}^{-1}.$$

بدون شک این نتیجه با تغییر صفر  $G$  سازگار است.

### تحول ستاره‌ای

اگر  $G$  در گذشته بزرگتر از امروز می‌بود، تحول ستاره‌ای با آهنگ سریعتری انجام می‌گرفت و تغییراتی در رابطه  $m-z$  به وجود می‌آمد. در سال ۱۹۸۰ کوتو و نگارنده نشان دادند تا جایی که به کیهان‌شناسی HN با  $G$ -متغیر مربوط می‌شود، داده‌های کنونی درباره رابطه  $m-z$  با پیش‌بینیهای نظری سازگارند. اما، خطاهای رابطه  $m-z$  به‌گونه‌ای است که نمی‌توان با قاطعیت گفت که تغییری در  $G$  صورت می‌گیرد. به هر حال، این کارها را باید برای پایگاه داده از نوع ابرنواختر-Ia تکرار کرد.

### تحول زیست‌شناختی زمین

اگر  $G$  در گذشته بالاتر بود، خورشید پرنورتر و فاصله‌اش از زمین کمتر از حال می‌شد. ثابت خورشیدی (شار تابش خورشید در خارج از جو زمین، که اکنون  $1.388 \times 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \approx$  است) باید در هنگام تشکیل زمین بسیار بیشتر از امروز می‌بود. با توجه به برآوردهای هوپل از کیهان‌شناسی با  $G$ -متغیر، در زمانی که زندگی بر روی زمین به وجود آمد، یعنی مثلاً  $3 \times 10^9$  سال قبل، این ثابت در حدود سه برابر مقدار فعلی بوده است. آیا در چنین شرایطی پیدایش حیات امکان‌پذیر بوده است؟ باز هم می‌توان نشان داد که تغییر  $G$  در کیهان‌شناسی HN با تحول زیست‌شناختی زمین ناسازگار نیست، اگرچه از این مدرک نمی‌توان برای اثبات تغییر  $G$  برحسب دوره استفاده کرد.

### تمرینها

- مخروط نور گذشته برای مدل‌های فریدمان را با بیان  $D(q_0, z)$  برحسب  $z$  محاسبه کنید. این مخروطها را برای  $q_0 = 0, \frac{1}{3}, 1$  و همین‌طور برای مدل حالت پایا رسم کنید.
- درباره چگونگی شاخه‌شاخه شدن منحنیهای  $m-z$  برای مقادیر مختلف  $q_0$  در مدل‌های کیهان‌شناختی متفاوت بحث کنید. چرا خطای موجود در مقدار  $H_0$  مانع از آزمون مقدار  $q_0$  نمی‌شود؟
- بیش از اینکه نمودار  $m-z$  بتواند به‌چیزی با اهمیت کیهان‌شناختی بینجامد چه مواردی را باید در نظر گرفت؟

۴. درباره تصحیح دهانه بحث کنید. این تصحیح از چه نظر وابسته به  $q_0$  است؟

۵. نشان دهید

$$\frac{D(1, z)}{D(\frac{1}{q}, z)} = \frac{z}{2[(1+z) - \sqrt{1+z}]}$$

و نتیجه بگیرید که برای  $\alpha = 0.7$  تصحیح دهانه در  $z = 0.7$  اختلاف قدر  $0.9^m \sim 0.09$  را بوجود می‌آورد.

۶. فرض کنید در گستره  $5000 \text{ \AA} < \lambda < 2500 \text{ \AA}$  داشته باشیم  $I(\lambda) \propto \lambda^2$ . کهکشانی با انتقال به سرخ  $0.5$  در نوار طول موج به مرکز  $5000 \text{ \AA}$  مشاهده شده است. کهکشان دیگر با انتقال  $0.7$  نیز در  $5000 \text{ \AA}$  رصد شده است. نشان دهید که جمله‌های  $K$  برای دو کهکشان اختلافی  $0.41^m \sim 0.4$  دارند.

۷. درباره اثر استینز-ویتفورد<sup>۱</sup> بحث کنید. آیا با در نظر گرفتن تصحیح  $K$  این اثر از میان می‌رود؟ چرا؟

۸. فرض کنید  $K(\lambda)$  سطح مقطع جذب به ازای واحد جرم غبار میان ستاره‌ای در طول موج  $\lambda$  باشد. نشان دهید که در مدلی از فریدمان با  $q_0, H_0$  معین، قدر ظاهری کهکشان با انتقال به سرخ  $z_0$  در نتیجه جذب میان کهکشانی به میزان زیر (که در طول موج  $\lambda_0$  اندازه‌گیری شده است) افزایش می‌یابد

$$\Delta m = 2.5 \log_{10} e^{\frac{c\rho_0}{H_0} \int_0^{z_0} K \left( \frac{\lambda_0}{1+z} \right) \frac{(1+z) dz}{\sqrt{1+2q_0 z}}}$$

که  $\rho_0$  چگالی ماده میان کهکشانی است. با در نظر گرفتن

$$K(\lambda) = (6400/\lambda_{\text{انگستره}}) \times 10^4 \text{ cm g}^{-1}, q_0 = \frac{1}{4} \rho_0 = 2.45 \times 10^{-23} \text{ g cm}^{-3}, h_0 = 0.5$$

نشان دهید در  $\lambda = 6400 \text{ \AA}$  برای کهکشان با انتقال به سرخ واحد  $1^m$   $\Delta m \approx 1$ .

۹. نشان دهید چگونه ارزیابی درخشندگی تصحیح‌های نامطمئن را در مقدار  $q_0$  وارد می‌کند. با بهره‌گیری از (۱۶.۱۱) با  $x = 1/35$ ، مقادیر «واقعی»  $q_0$  را برای مقدارهای اندازه‌گیری شده  $q_0 = 1$  و  $q_0 = \frac{1}{4}$  محاسبه کنید.

۱۰. برای تابع درخشندگی کهکشانها که از رابطه (۲۵.۱۱) به دست می‌آید، نشان دهید که رابطه  $N-m$  در مدل فریدمان  $q_0 = 0$  از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N(< m) \propto \int_0^\infty \frac{z^{1/4} e^{-x} dx}{[x^{1/2} + \text{dex}(4/658 - m/5)]^3}$$

که  $y = 10^y$  dex. نشان دهید برای  $m$  کوچک نتیجه بالا با مورد هندسه اقلیدسی یکسان است.

۱۱. نشان دهید که چرا تصحیح  $K$  برای شمارش تعداد کهکشانهای کم نور ضروری است.

۱۲. یک کهکشان رادیویی با انتقال به سرخ  $z = 0.1$  دارای شاخص طیفی  $\alpha = 1$  و درخشندگی  $10^{44} \text{ erg s}^{-1}$  در گستره بسامد  $150 \text{ MHz} \leq \nu \leq 1500 \text{ MHz}$  است. برای  $h_0 = 1$  نشان دهید که چگالی شار کهکشان  $350 \text{ Jy} \sim$  در  $1000 \text{ MHz}$  و  $1750 \text{ Jy} \sim$  در  $200 \text{ MHz}$  است (هرگونه اثر کیهان‌شناختی را نادیده بگیرید).

۱۳. توان رادیویی چشمه تمرین ۱۲ را برحسب وات بر  $\text{MHz}$  بر استرادیان به ترتیب در بسامدهای  $200 \text{ MHz}$  و  $1000 \text{ MHz}$  به دست آورید.

۱۴. فرض کنید احتمال اینکه نسبت  $V/V_m$  برای  $0 \leq x \leq 1$  در گستره  $(x, x + dx)$  باشد با  $x^n dx$  متناسب است.  $n$  را از مقدار مشاهده شده  $\langle V/V_m \rangle = \frac{2}{3}$  برآورد کنید.

۱۵. فرض کنید برای بازه‌های  $d\sigma_i$  به اندازه کافی کوچک، حداکثر یک چشمه در هر بازه داریم. با نوشتن (۳۰.۱۱) به صورت

$$p_i = \frac{\alpha \sigma_i^{-(\alpha+1)} d\sigma_i}{1 - \sigma_0^{-\alpha}}$$

و بیشینه کردن عبارت زیر نسبت به  $\alpha$

$$\mathcal{L} = \sum \ln p_i,$$

نشان دهید که برای  $1 \gg \sigma_0$  به دست می‌آوریم

$$\alpha = M / \sum \ln \sigma_i.$$

۱۶. فرض کنید  $f(L)dL$  تعداد چشمه‌های رادیویی در واحد حجم در گستره درخشندگی  $(L, L + dL)$  باشد. اگر به ازای انتقال به سرخهای کوچک نمودار  $\log z$  برحسب  $\log L$  خط راست با شیب  $\frac{1}{2}$  باشد. با فرض اینکه تعداد نقطه‌ها در بازه‌های مساوی  $\log L$  ثابت باشد. با بهره‌گیری از هندسه اقلیدسی با  $z \propto$  فاصله، از این رصدها نتیجه بگیرید که  $f(L) \propto L^{-2.5}$ .

۱۷. بگویید چرا نمونه‌ای از چشمه‌های رادیویی که نسبت به چگالی شار کمینه کامل است الزاماً نسبت به چگالی شار بیشینه کامل نیست و برعکس.

۱۸. در یک بررسی رادیویی به دست می‌آوریم  $N = 10$  در  $S = 12.5 \text{ Jy}$ ، در حالی که  $N = 93$  در  $S = 5 \text{ Jy}$ . نشان دهید در عالم اقلیدسی شمارشهای بالا ایجاب می‌کند که یا

دارای کمبود ۱۳ چشمه در انتهای شار زیاد باشیم یا ۵۳ چشمه اضافی در انتهای با شار کم داشته باشیم. با بهره‌گیری از این مثال دربارهٔ مباحثه رایل-هوایل در سالهای ۱۹۶۰ اظهار نظر کنید.

۱۹. نشان دهید در مدل اینشتین-دوسیته تعداد کهکشانهای حائل میان کوازاری با انتقال به سرخ کیهان‌شناختی  $z$  و ناظر تقریباً از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$N = 0.006 \left( \frac{R}{3 \text{kpc}} \right)^2 \left( \frac{N_g}{0.1 \text{Mpc}^{-3}} \right) [(1+z)^{3/2} - 1]$$

که  $h_0 = 1$  شعاع کهکشان نوعی (که کروی فرض می‌شود)، و  $N_g$  چگالی عددی کهکشانهاست. بر مبنای این فرمول چه چیزی دربارهٔ تفسیر کهکشان حائل بر خطهای جذبی کوازار می‌توان گفت؟

۲۰. انفجاری کروی به انبساط یک جسم با سرعت شعاعی  $V$  در چارچوب سکون ناظر دوردست می‌انجامد. با در نظر گرفتن شکل سطح همزمانی  $O$ ، نتیجه بگیرید که به نظر می‌رسد به صورت عرضی با سرعت  $V(1 - V^2/c^2)^{-1/2}$  منبسط می‌شود.

۲۱. نشان دهید که سیاهچالهٔ اَبَرسنگینی به جرم  $10^8 M_\odot$  دارای مقیاس زمان مشخصهٔ  $\sim 15$  دقیقه است. (در سناریوی قرص انباشتی، قرص می‌تواند تا  $10^6$  برابر شعاع سیاهچاله امتداد داشته باشد، در نتیجه مقیاس زمان بالا با ضریب  $10^6$  افزایش می‌یابد.)

۲۲. رصد کوازار ۳۴۵ ۳C نشان داد که فاصلهٔ زاویه‌ای مؤلفه مرکزی از  $0.6^\circ \sim$  میلی‌ثانیهٔ کمانی در سال ۱۹۷۰ به  $1.6^\circ \sim$  میلی‌ثانیهٔ کمانی در سال ۱۹۷۵ افزایش می‌یابد. انتقال به سرخ  $30345$  برابر  $0.595$  است. نشان دهید که اگر انتقال به سرخ کیهان‌شناختی باشد برای  $h_0 = 1$ ، سرعت جدا شدن باید حداقل  $6.6c \sim$  باشد.

۲۳. نشان دهید اگر ثابت ساختار ریز متناسب با  $t$  تغییر کند، در انتقال به سرخ  $0.2^\circ$  ثابت ساختار ریز باید  $77$  درصد مقدار کنونی آن در مدل اینشتین-دوسیته شود.

۲۴. نشان دهید برای تغییرات کند  $G$  در مکانیک نیوتونی، تغییر سرعت زاویه‌ای  $n$  ذره‌ای که دور یک جسم پرجرم در مدار دایره‌ای حرکت می‌کند به صورت زیر است

$$\frac{\dot{n}}{n} = \frac{2\dot{G}}{G}$$

۲۵. دربارهٔ خطای ناشی از نیروی کشندی بین زمین و ماه در  $\dot{G}/G$  ثابت کنید.

## برداشت کلی منتقدانه

### ۱.۱۲ کیهان‌شناسی به‌عنوان یک علم

فصلهای قبل کوششهایی را بیان کرد که کیهان‌شناسان فعلی برای مطالعهٔ رشتهٔ خود در چارچوب نظم علمی به عمل آوردند. کیهان‌شناسی روزهایی را که موضوع حلاسهای فلسفی و جزم‌اندیشی مذهبی بود پشت سر گذاشته و اکنون رشته‌ای است که روش تحقیق علمی را می‌توان در آن به‌کار برد. این تغییر حاصل پیشرفتهای حاصل در روشهای مشاهدهٔ ساختار بزرگ مقیاس عالم و قابلیت اعمال گستردهٔ قانونهای فیزیک است. در این فصل پایانی با استفاده از ذخیرهٔ تمام مواد موجود، خواهیم دید که نظریه‌ها در برابر مشاهده‌ها چه عملکردی را دارند. با این همه، رعایت جانب احتیاط مفید خواهد بود.

کیهان‌شناسی با ادعای توصیف کلی عالم، از قلمرو تمام شاخه‌های دیگر علم فراتر می‌رود. هر نتیجه‌گیری دربارهٔ عالم بدون شک عمیق و پرمحتوا خواهد بود و در نتیجه باید با احتیاط با آن برخورد شود. این احتیاط اغلب در حکمهای مربوط به کیهان‌شناسی وجود ندارد. بسیار پیش می‌آید که پژوهشگر (چه نظریه‌پرداز و چه رصّاد) وسوسه می‌شود که مدل عالم را چیزی واقعی

در نظر بگیرد. اظهار نظرهای بی‌قید و شرط دربارهٔ وضعیت عالم اغلب در بررسی دقیق مستقل از مدل هستند. مثلاً، اگر نوعی ناهمگنی هماهنگ  $l$  در زمینهٔ ریزموج کشف شود، می‌تواند در نظریه‌ای یک تفسیر و در نظریهٔ دیگر تفسیری متفاوت داشته باشد. اگر هر دو تفسیر با رصدها سازگار باشند، ادعای اینکه فقط یک نظریه ثابت شده است غیرمنصفانه خواهد بود.

در دو فصل گذشته از دیدگاههای مختلف به کیهان‌شناسی مهبانگ نگاه کردیم. در بخش ۷.۱۱ محدودیت‌های رصدی پارامترهای مهبانگ را به اختصار بیان کردیم و نشان دادیم که پارامترهای فضایی که می‌توانند، در صورت موجود بودن، دوام بیاورند بسیار اندک‌اند. بنابراین، پیش از ادامه بحث کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا را به اختصار بررسی می‌کنیم. با این همه، با در نظر گرفتن رصدهای یکسان، متوجه این نکته قابل ذکر می‌شویم که یک رصد را می‌توان در QSSC متفاوت از کیهان‌شناسی استاندارد (مهبانگ) که از این پس آن را SC می‌نامیم، تفسیر کرد.

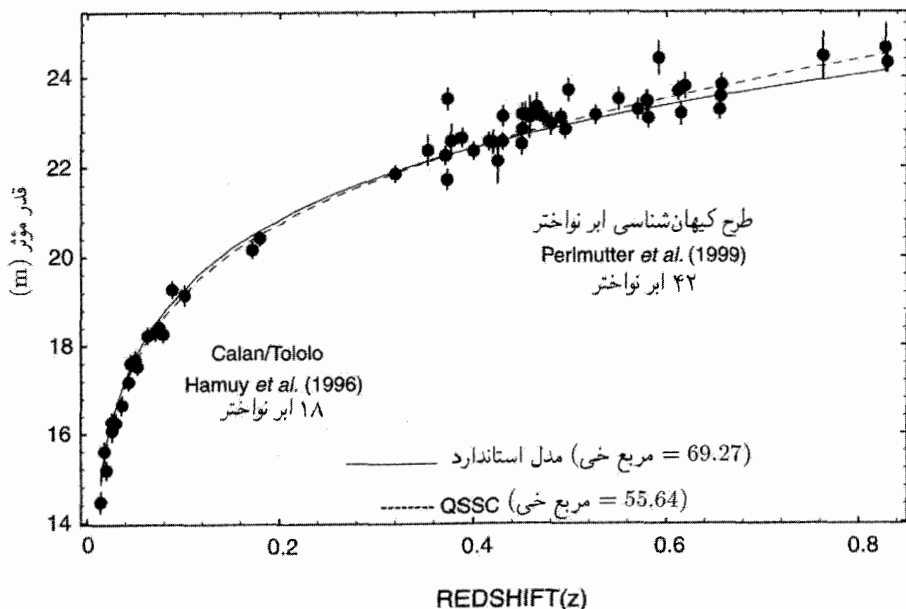
## ۲.۱۲ محدودیت‌های رصدی QSSC

در فصل ۹ دربارهٔ جنبه‌های نظری و رصدی QSSC بحث کردیم. اکنون این ایده‌ها را با ورودیهای رصدی فصل ۱۰ و ۱۱ تکمیل می‌کنیم. با این همه، لازم به ذکر است که با توجه به شکل ۱.۱۱، QSSC دارای ناحیه‌های I، II، و III است، اما چیزی هم‌ارز ناحیه‌های اولیه‌تر SC را ندارد. زیرا، با توجه به انتقال به سرخ، رفتار این کیهان‌شناسی نسبت به زمان یکنواخت نیست. با نوسان عالم، وقتی به فراتر از  $z_{\max} \sim 5$  برویم، انتقال به سرخها شروع به کاهش می‌کنند و جای خود را به انتقال به آبی ناچیز می‌دهند. با این همه، پس از چند چرخه زمانی رو به عقب، انتقال به آبی دیگر یافت نمی‌شود، گرچه انتقالهای به سرخ در هر چرخه در گستره‌ای محدود نوسان می‌کنند. ابتدا آزمونهای عالم دوردست را در نظر می‌گیریم که تا انتقال به سرخهای از رتبه ۵  $\sim$  نظیر ناحیه‌های II و III بالا می‌روند. در اینجا باید گفت که چون QSSC از فرضیهٔ عالم در حال انبساط استفاده می‌کند، با یافته‌های آزمون درخشندگی سطحی سازگار است. سایر آزمونها به‌قرار زیرند.

### ۱.۲.۱۲ رابطهٔ انتقال به سرخ-قدر

چگونه QSSC با استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia  $m-z$  آزمون  $m-z$  را توجیه می‌کند؟ اختلاف مهم رابطهٔ استاندارد  $m-z$  و این رابطه در QSSC ناشی از حضور دانه‌های گردوغبار رشته مانند است (نگاه کنید به بخش ۲.۱۳.۹). این موضوع باعث کم نور شدن اضافی می‌شود که با تغییر انتقال





شکل ۱.۱۲ داده‌های انتقال به سرخ-قدر برای ابرنواختر نوع Ia با QSSC برازش یافته‌اند، با چگالی بهینه‌شده جمعیت دانه‌های رشته‌ای در فضای میان کهکشانی که باعث خاموشی می‌شوند. مدل SC با  $\Omega_\Lambda = 0$  و  $\Omega_0 = 1$  برای مقایسه نشان داده شده‌اند.

به سرخ به تدریج به صورت زیر افزایش می‌یابد

$$\Delta m(z) = 2.5 \log_{10} e \times \int_0^{x(z)} \kappa \rho_g dl \quad (1.12)$$

که ضریب جذبی جرمی حاصل از دانه‌ها،  $\rho_g$  چگالی دانه‌ها، و  $x(z)$  ویژه‌فاصله‌ای است که باید تا رسیدن به انتقال به سرخ  $z$  از گردوغبار میان کهکشانی گذشت. پس باید این قدر اضافی را به مقدار محاسبه‌شده برای عالم بی‌گردوغبار افزود.

شکل ۱.۱۲ «بهترین برازش» نظری به داده‌ها را نشان می‌دهد. برای به دست آوردن بهترین برازش، دو پارامتر را می‌توان تغییر داد: (۱) قدر مطلق ابرنواختر در قله و (۲) مقدار کنونی  $\rho_g$ . مقدار  $\chi^2$  برای بهترین برازش با مقدار بهترین برازش کیهان‌شناسی استاندارد که نسبت به  $\Omega_\Lambda$  بهینه شده باشد به خوبی قابل مقایسه است. توجه کنید که برازش شکل ۱.۱۲ نسبت به سایر پارامترهای کیهان‌شناختی، که به صورت  $z_{\max} = 0.5$ ،  $\eta = 0.811$ ،  $h_0 = 0.65$  و  $\Omega_\Lambda = -0.36$

در نظر گرفته می‌شوند، بهینه نمی‌شود. جالب است توجه کنیم که مقدار بهترین برازش  $\rho_g$  برابر  $3/3 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$  به دست می‌آید، که در گستره صحیح چگالی گردوغبار برای گرمایی کردن نورستاره به تابش زمینه ریزموج قرار دارد. اگر مدل دارای جنبه‌های غلط یا غیرفیزیکی بود، مقداری بسیار متفاوت برای این پارامتر به دست می‌آوریم.

همین‌طور QSSC می‌تواند به این پرسش پاسخ دهد که چرا بعضی ابرنواخترها به‌طور خارق‌العاده‌ای کم‌نورند. این رویداد بدین سبب اتفاق می‌افتد که گردوغبار (که بر اثر بخارهای فلزی خروجی از ابرنواختر تشکیل می‌شود) در اطراف ابرنواختر باقی می‌ماند و سبب ضعیف شدن نور می‌گردد.

### ۲.۲.۱۲ شمارش‌های چشمه رادیویی

در QSSC این شمارش‌ها را ترکیب جمعیت‌های مختلف چشمه‌های رادیویی به‌وجود می‌آورد. مثلاً دو گروه زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{I گروه: } L = 10^{26} \text{ W Hz}^{-1}, \quad n_0 = A = \text{const.}, \quad z \geq 0,$$

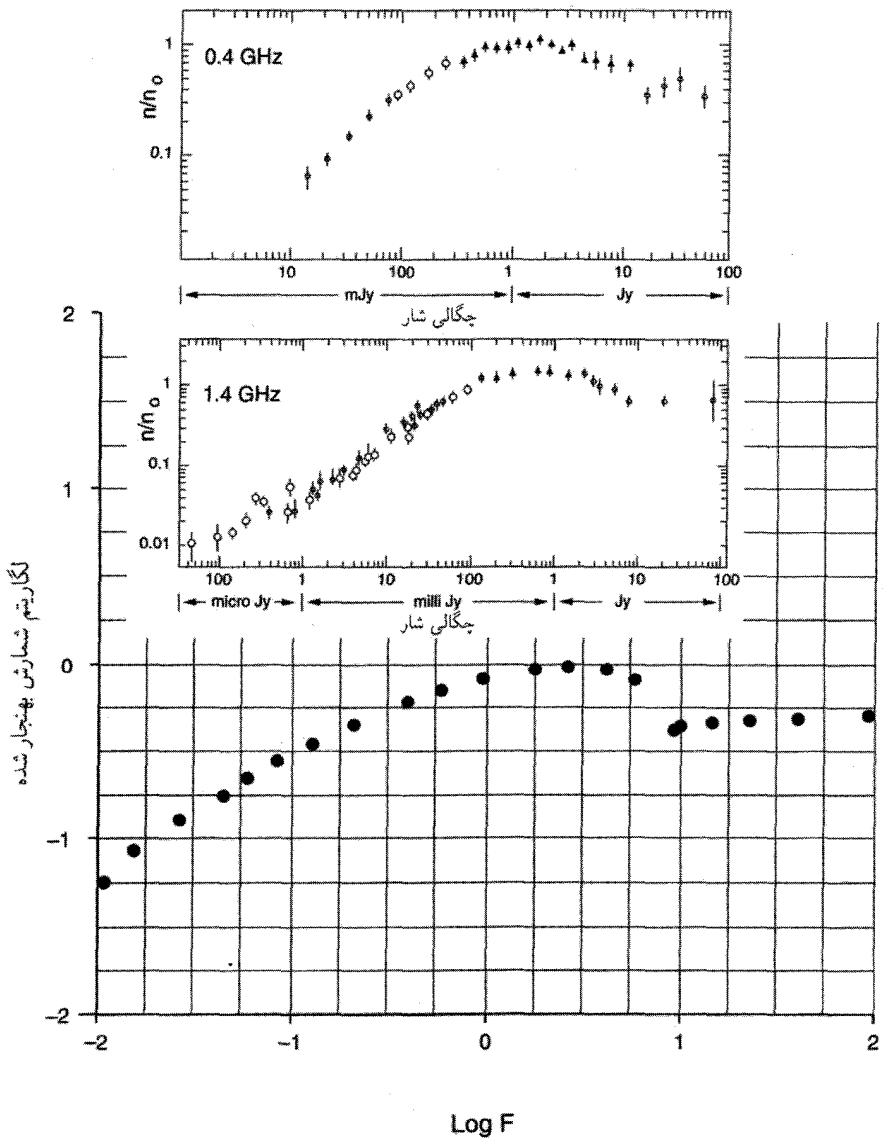
$$\text{II گروه: } L = 5 \times 10^{26} \text{ W Hz}^{-1}, \quad n_0 = A/4, \quad z \geq 0.14$$

که در آن  $L$  درخشندگی و  $n_0$  چگالی عددی کنونی جمعیت است. بنابراین چشمه‌های گروه دوم توانمندتر اما دارای جمعیت کم‌ترند و در انتقال به سرخ‌های کمتر از  $0.14$  از بین می‌روند. با این همه، با این ترکیب ساده، به منحنی شمارش چشمه در شکل ۲.۱۲ می‌رسیم که با داده‌های شکل ۱۰.۱۱ سازگار است.

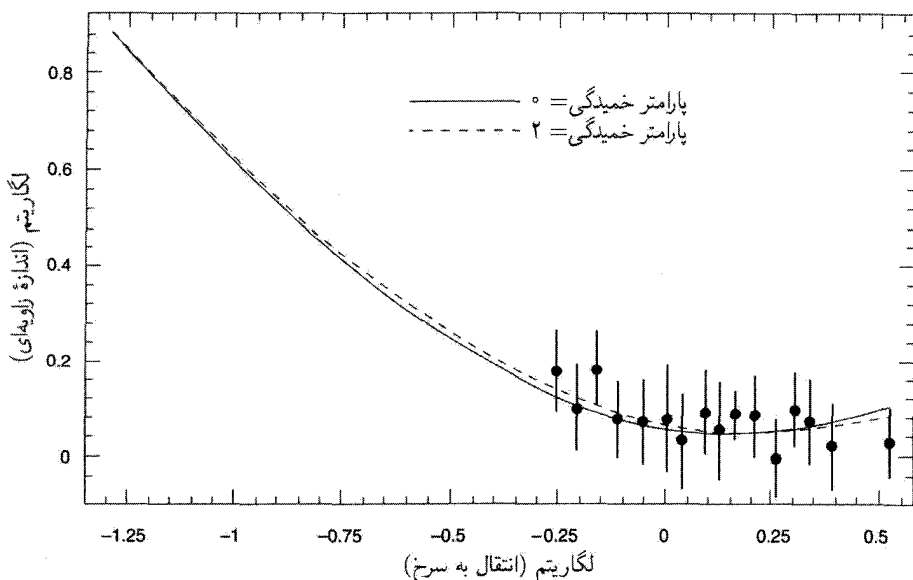
### ۳.۲.۱۲ رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ

داده‌های مربوط به چشمه‌های رادیویی بسیار مترکم در فصل پیش بررسی شد و به مدل‌های QSSC برازش حاصل برای دو گروه نمونه در شکل ۳.۱۲ نشان داده شده است. این دو مورد مدل‌های تخت ( $k = 0$ ) و با خمیدگی منفی ( $k = -1$ ) را نشان می‌دهد. پارامتر خمیدگی که در شکل ۳.۱۲ آمده برابر  $K_0 = kc^2 / (H_0^2 S_0^2)$  است. گرچه هر دو مدل برازش‌های آماری خوبی را می‌دهند، اما مورد دوم عملکرد بهتری دارد. بد نیست که این یافته‌های اولیه را با داده‌های بعدی که به تدریج به‌وجود می‌آیند بررسی کنیم.

با بحث درباره ناحیه‌های II و III، اکنون به آزمون ناحیه I می‌پردازیم.



شکل ۲.۱۲ یک محاسبه نظری QSSC از نسبت دیفرانسیلی شمارش چشمه‌های رادیویی که به صورت نسبت شمارشهای اقلیدسی، بر مبنای مخلوطی از دو جمعیت چشمه‌های رادیویی بیان شده است. این را می‌توان با منحنیهای مشاهده شده شکل ۱۰.۱۱ مقایسه کرد که در اینجا در نیمه بالای شکل بازتولید شده‌اند.



شکل ۳.۱۲ دو منحنی نشان داده شده در بالا محاسبات کلی QSSC را برای خمیدگیهای فضایی صفر و منفی نشان می‌دهند. با وجود اینکه هر دو مدل با داده‌های اندازه‌های زاویه‌ای و انتقال به سرخ تناسب رضایت‌بخشی دارد، انتقال به سرخ تا حدودی بهتر ظاهر می‌شود. پارامتر خمیدگی  $K_0$  استفاده شده در اینجا، همان‌طور که در متن معلوم شده، شکل مقیاس‌بندی شده‌ای از  $k$  است.

### ۴.۲.۱۲ تابش زمینه ریزموج

به تفصیل بحث کردیم که چگونه MBR در QSSC به وجود می‌آید و ویژگیهای که از آن انتظار می‌رود کدام‌اند. اختلاف اصلی SC و QSSC آن است که افت‌وخیزهای  $\Delta T/T$  در مورد اول ذاتاً با شرایط اولیه در عالم نخستین و تحول آنها در فرایند تشکیل ساختار در ارتباط است، در حالی که در مورد دوم آنها بازتاب ناهمگنیهای نسبتاً نزدیک و با منشأ جدید هستند. در این مورد هنوز باید کار کرد، و ممکن است به جزئیات بیشتری از توزیع خوشه نسبت به حفره در عالم نیاز داشته باشد.

مثلاً، اگر توزیع ناهمگنی گردوغبار در چرخه کنونی در مقیاس خوشه‌ای غنی از کهکشانها باشد، باعث ناهمگنیهایی در سهم نورستاره‌گرمایی باقی‌مانده در چرخه فعلی، در مقیاس زاویه‌هایی می‌شود که این اجسام در انتقال به سرخ  $z_{\max} \sim 5$  تشکیل می‌دهند. این مقادیر نظیر  $l$  در گستره  $25^\circ - 20^\circ$  است. بنابراین، برآمدگی که «بومرنگ» مشاهده کردند در اینجا تفسیر دیگری پیدا می‌کند.

## ۵.۲.۱۲ هسته‌های سبک

درباره این موضوع در متن QSSC در فصل ۹ بحث شد. در آنجا استدلال کردیم که هسته‌های سبک در نتیجه واپاشی ذره پلانک در یک گوی آتشین پرنرزی به وجود می‌آیند. با این همه، جفری بریج و فرد هویل در سال ۱۹۹۸ استدلال کردند که تقریباً تمام هسته‌ها را می‌توان در ستارگان ساخت. بنابراین، گرچه سهم ستاره‌های هلیم در چرخه فعلی فقط در حدود ۱۰ درصد مقدار مشاهده شده است، اما ستارگان چرخه قبلی در آن سهم بوده‌اند. با انتگرال‌گیری روی همه چرخه‌های قبلی، به سهم کلی تمام چرخه‌های قبلی در فراوانی کنونی  ${}^4\text{He}$  می‌رسیم که از مرتبه صحیح است. این واقعیت که دو راه ممکن برای به دست آوردن هسته‌های سبک وجود دارد می‌تواند گاهی برای نظریه نامطلوب باشد، زیرا در این صورت باید بفهمیم چرا یکی از دو فرایند غالب است. شق ستاره‌ای به لحاظ زیبایی‌شناختی بهتر است زیرا در آن فقط یک فرایند باعث آفرینش تمام هسته‌های سبک یا غیر از آن می‌شود. همین‌طور نور ستاره حاصل به صورت کاملاً طبیعی به زمینه ریزموج مرتبط می‌سازد. از طرف دیگر، سناریوی شامل رویدادهای معینی آفرینش، مقدار صحیح دوتریم را به دست می‌دهد، که برای آن هنوز هیچ شق ستاره‌ای صحیحی وجود ندارد. این شاید بدین سبب باشد که یک رویداد مینی آفرینش نوعی فقط باریونها و احتمالاً دوتریم را تولید می‌کند که این دوتریم در فرایند تشکیل ستاره به کار می‌رود.

## ۶.۲.۱۲ ماده تاریک

برخلاف کیهان‌شناسی مهبانگ، QSSC هیچ محدودیتی را بر چگالی عالم، از ملاحظات مربوط به هسته‌های سبک یا از اندازه نشانه‌های تشکیل ساختار بر زمینه ریزموج، اعمال نمی‌کند. بنابراین ماده تاریک، تا اندازه‌ای که لازم است، می‌تواند کاملاً باریونی باشد. چون رویداد مینی آفرینش نوعی در QSSC ساختار بزرگ مقیاس را به وجود می‌آورد، احتمال دارد خوشه‌های که امروز می‌بینیم سرعتهای انبساطی را داشته باشند که مربوط به منشأ آنهاست و در نتیجه لازم نیست ویرالییده شوند. در این صورت، شاید در مورد مقدار ماده تاریک موجود در آنها مبالغه شده باشد. در میان ماده تاریک باریونی، احتمال وجود کوتوله‌های سفید بسیار قدیمی (مثلاً  $\sim 40-30 \text{ Gyr}$ ) می‌تواند همراه با کوتوله‌های قهوه‌ای و سیاره‌هایی مانند مشتری گزینه‌ای از این نظر، یافتن اجسام با جرم برابر نصف جرم خورشید از بررسیهای نوع MACHO می‌تواند حائز اهمیت باشد.

اکنون که محدودیت‌های رصدی فعلی در مورد QSSC را بررسی کرده‌ایم، می‌توانیم وارد مباحثه‌ای مختصر بین طرفداران کیهان‌شناسی استاندارد و مخالفان آن شویم.

## ۳.۱۲ دلایل به نفع کیهان‌شناسی استاندارد

یک طرفدار پر و پا قرص کیهان‌شناسی استاندارد نکته‌های زیر را به نفع مدل‌های مهبانگ داغ بیان می‌کند.

۱. این مدل‌ها بر مبنای نسبییت عام اینشتین است. تا جایی که آزمون این نظریه امکان‌پذیر بوده است، پیش‌بینی‌های آن را همواره مشاهدات تأیید کرده است. بنابراین، اطمینان داریم که چارچوب مدل‌های ما بر مبنای نظریه‌ای موثق است.

۲. مدل‌های استاندارد ساده‌ترین جواب‌های معادله‌های اینشتین هستند. از این رو، جالب توجه است که آنها می‌توانند مشاهده عمیقی چون قانون هابل را باز تولید کنند. به علاوه، این قانون فکر بعدی این مدل‌ها نیست، بلکه آن را پیش‌بینی کرده است. بنابراین بدیهی است که ما در جهت درست کار می‌کنیم.

۳. تاکنون شق رضایت‌بخش دیگری برای نظریه سنتز هسته‌های آغازین برای توجیه فراوانی هسته‌های سبک، مخصوصاً  ${}^4\text{He}$  و  ${}^2\text{H}$  وجود نداشته است. سازگاری میان فراوانی‌های مشاهده شده و مقادیر نظری برای ایجاد اطمینان درباره مهبانگ داغ به اندازه کافی خوب است.

۴. مشاهده تابش زمینه ریزموج و طیف پلانکی آن تأیید چشمگیری برای فاز اولیه داغ در تاریخ عالم است. باز هم، مانند مورد (۲)، به نفع این تصویر است که نظریه این مشاهده را پیش‌بینی کرده است.

۵. موفقیت اخیر نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) در اعمال به مراحل ابتدایی عالم نشان می‌دهد که این سناریو نطفه‌ای از واقعیت در خود دارد. به عنوان مثال، این انتظار که با توجه به سنتز هسته‌های آغازین نباید بیش از سه نوع نوترینو داشته باشیم را ظاهراً شتابگرهای ذرات تأیید کرده‌اند. به هر حال، وجود شرایط فیزیکی که در آن سه نیروی بنیادی طبیعت وحدت می‌یابند فقط در مراحل بسیار اولیه عالم امکان‌پذیر بوده است. چون بر این باوریم که قانونهای زائد در طبیعت وجود ندارد، وضعیتی که به هر GUT می‌انجامد باید زمانی در کار بوده باشد؛ در نتیجه عالم بسیار اولیه یک انتخاب منطقی برای مرحله‌ای است که در آن قانونهای وحدت نقش خود را ایفا می‌کردند.

۶. یک پیامد منطقی فاز GUT «تورم» است که به ورودی پرمی برای کیهان‌شناسی مهبانگ داغ استاندارد تبدیل شده است و این نوید را می‌دهد که برخی از مسائل بارز آن را حل کند. از جمله فراهم ساختن شرایط اولیه مناسب که از آن ساختار بزرگ مقیاس تکامل یافت.

۷. شمارش تعداد و اندازه‌های زاویه‌ای چشمه‌های رادیویی و کوازارها تحول برحسب دوره را در مقیاس زمانی مشخصه انبساط عالم نشان می‌دهد. مدل‌های تکاملی به چگالی فزاینده در

گذشته نیاز دارند، که با پیش‌بینیهای مدل‌های استاندارد که عالم در گذشته چگالتر از حال بوده سازگار است.

۸. موفقیت در آشکارسازی ناهمگنیهای مختصر در زمینه ریزموج به کوشش قابل ملاحظه‌ای در جهت شناخت تکامل ساختار بزرگ مقیاس برحسب برهم‌کنش آن با تابش انجامیده است. این کار به شناخت فیزیک عالم در عصرهای مختلف در گذشته، حتی پیش از عصری که در آن چشمه‌های گسسته قابل مشاهده بودند، کمک می‌کند.

## ۴.۱۲ شواهد برعلیه کیهان‌شناسی استاندارد

لاداری در مباحثه کیهان‌شناختی می‌تواند از برهان مخالف زیر استفاده کند.

۱. نسبیت عام فقط در تقریب میدان ضعیف آزموده شده است. ما هیچ دلیل تجربی بر چگونگی رفتار آن در شرایط میدان قوی کیهان‌شناسی نداریم. بنابراین، به مدل‌های استاندارد فقط باید به‌عنوان برون‌یابی‌هایی به ناحیه‌های حدسی نگاه کرد.

۲. کیهان‌شناسی نسبیتی به‌طور اعم و مدل‌های استاندارد به‌طور اخص دارای ویژگی عجیب و ناخوش‌آیند تکنیکی فضا‌زمان هستند. ظاهر شدن بینهایتها در هر نظریه فیزیکی فاجعه‌آمیز است. در نسبیت عام وضعیت بدتر است، چون تکنیکی به ساختار فضا‌زمان و محتوای خود عالم مربوط می‌شود. به‌علاوه، گاهی می‌کوشند با خارج کردن آن از دسترس فیزیک به این عیب شأن بیشتری بدهند. از این رو نباید نگران آن بود که مهبانگ تمام قانونهای پایستگی فیزیک، مانند قانون پایستگی ماده و انرژی، را نقض می‌کند. بلکه می‌خواهند که به این رویداد را چیزی فزاینده از دیدگاه علم در نظر بگیریم.

۳. برآوردهای سن اخترفیزیکی و سن هابل از مدل‌های استاندارد با هم اختلاف دارند. این ناسازگاری اگر  $h_0$  به جای  $\frac{1}{4}$  نزدیک به ۱، و اگر به جای ۱  $\sim q_0$  داشته باشیم  $\frac{1}{4} \geq q_0$  بدتر می‌شود. احیای ثابت کیهان‌شناختی نشانه این مسئله است.

۴. نسبت باریون به فوتون  $10^8 \sim$  را مدل استاندارد توجیه نمی‌کند و دمای زمینه  $3K \sim$  را باید از استدلال‌های کاملاً نظری به‌دست آورد. اگرچه GUT راهی برای توجیه  $N_\gamma/N_B$  دارد، اما توجیه فعلی هنوز از روش برازش پارامتر و دیکته کردن نتیجه استفاده می‌کند.

۵. به‌رغم کوششهای فراوان متخصصان این رشته، تشکیل ساختار بزرگ مقیاس در عالم، به‌ویژه هموار بودن خارق‌العاده زمینه ریزموج از یک طرف و حرکتهای جریانی بزرگ مقیاس نسبت به جریان هابلی که امروز مشاهده می‌شود از طرف دیگر، به‌خوبی فهمیده نشده است.

۶. دربارهٔ موضوعی وابسته به شناخت، نوعی احساس ناراحتی در مورد روش انجام تحقیقات دربارهٔ عالم بسیار اولیه به وجود می‌آید. زیرا در حال حاضر چنان نیروی انسانی عظیمی به این رشته اختصاص و برای دهه‌های اخیر تداوم داشته است، که باید بر آن تأکید بیشتری می‌شده است. مقایسه‌ای با سایر رشته‌های فیزیک به درک این مسئله کمک خواهد کرد.

به‌طور کلی، فیزیک (یا از این نظر، علوم به‌طور کلی) به واسطهٔ تأثیر متقابل ایده‌های نظری و واقعیت‌های مشاهده‌شده پیشرفت می‌کند. گاهی نظریه بر مبنای حدس و گمان است و با مشاهده‌های قاطع کنترل می‌شود. در موقعیت‌های دیگر نظریهٔ بر پایه مستحکمی قرار دارد، اما مشاهده‌ها را باید تزیینانه‌تر کرد. در کارهای مربوط به عالم بسیار اولیه هیچ‌کدام از این موارد صادق نیست: در اینجا حدس و گمان‌های نظری پهلو به پهلو می‌شود مستقیم رصدی به پیش می‌روند.

فرمولبندی نظریهٔ الکتروضعیف تمرینی در زمینه حدسه‌های نظری در نظریه‌های پیمان‌های بود. این نظریه می‌توانست کار کند یا نکند. عملی بودن آن را سرانجام آزمایش‌های شتابگر نشان دادند. این مثالی از چگونگی عملکرد روش علمی در فیزیک ذرات است. در کارگاموف در مورد عالم اولیه، فیزیکی کاملاً تثبیت شده در سناریوی اخت‌فیزیکی که بر مبنای حدس و گمان بود به‌کار گرفته شد (زیرا هیچ‌گونه رصد نجومی در مورد عالم وقتی سن آن در حدود ۱ ثانیه وجود ندارد). به هر حال، پیش‌بینی‌های نهایی این کار را می‌توان با حقایق مسلم یعنی فراوانی‌های عناصر و تابش زمینه مقایسه کرد.

هیچ‌کدام از این شرایط در مواجهه با عالم اولیه وجود ندارد. هیچ‌کس نمی‌تواند منکر شود که کارهای انجام‌شده در زمینهٔ GUTs هنوز شدیداً وابسته به حدس و گمان است. همین‌طور نمی‌توان نظریه‌ها را به‌صورت دینامیکی با شتابگرهای ذرات آزمود. برای قرار گرفتن در حال و هوای نظریهٔ وحدت بزرگ باید انرژی ذرات  $10^{15}$  GeV ~ باشد که بسیار فراتر از قابلیت‌های فناوری کنونی است. به‌لحاظ کیهان‌شناختی، فیزیکی مدل استاندارد با تورم یا بدون آن در  $10^{-36}$  s ~  $t$  شدیداً حدسی است.

بنابراین یک حدس را با حدس دیگر همساز می‌کنیم. این کار زیانی ندارد اگر همواره به‌خاطر داشته باشیم که بهترین ادعایی که می‌توان کرد سازگاری این همسازی با چیزی است که اکنون مشاهده می‌کنیم. در عوض، دربارهٔ اینکه عالم در این دوره‌ها چگونه بوده است ادعاهایی قطعی می‌شود.

۷. به‌علاوه، شرط «تکرارپذیری آزمایش» در این تصویر برقرار نیست. تغییر فازهای GUT، تورم و غیره فقط یک‌بار به‌وقوع پیوسته است، و شرایط منجر به آنها مجدداً رخ نمی‌دهد. این



وضعیت برخلاف سنتز هسته‌ای در ستارگان است. سنتز هسته‌ای فرایندی در جریان است که می‌توان آن را در هر ستاره آزمایشی مستقل در نظر گرفت.

۸. نقش ماده تاریک غیرباریونی به شدت یادآور «لباس نوی امپراتور» در قصه هانس کریستیان آندرسن است. بجز برای نوترینوها (که جرم‌دار بودن آنها هنوز پرسش برانگیز است)، وجود هیچ شکل دیگر این ماده تاکنون ثابت نشده است. اما، باز هم ذرات اسرارآمیز مختلف بی‌مطالعه مسلم فرض شده‌اند. شاید کیهان‌شناسان فکر کنند که فیزیکدانان وجود آنها را بر مبنای مستحکم قرار داده‌اند، در حالی که فیزیکدانان تصور می‌کنند این ذرات موجودند زیرا کیهان‌شناسان چنین چیزی را به آنها گفته‌اند. واقعیت مسلم آن است که حق با هیچ‌کدام از دو طرف نیست!

بنابراین، آدم شکاک می‌تواند این پرسش را مطرح کند که «آیا کار در مورد عالم بسیار اولیه، تورم، ماده تاریک و غیره، فیزیک واقعی است؟»

## ۵.۱۲ چشم‌انداز آینده

با توجه به آنچه که تاکنون ارائه شد، می‌توان پرسش خاصی را در مورد SC و QSSC مطرح کرد: «چه آزمونی را می‌توان انجام داد تا بتواند این کیهان‌شناسی را اصولاً رد کند؟». این پرسش دیدگاه کارل پوپر<sup>۱</sup> درباره نظریه علمی را مطرح می‌کند، که به نظر او باید قابلیت رد شدن را داشته باشد. بنابراین، اگر چنین آزمونی انجام شود و نتایج آن با پیش‌بینی‌های نظریه ناسازگار باشد، نظریه رد شده در نظر گرفته می‌شود. اگر نظریه بخواهد با افزودن بُعد پارامتری اضافی دوام بیاورد، برخلاف روح این پرسش خواهد بود.

## ۱.۵.۱۲ آزمون‌هایی که می‌توانند SC را رد کنند

در مورد SC آزمون‌های زیر را پیشنهاد می‌کنیم. به نظر ما این آزمون‌ها در رد روایت‌هایی کنونی SC تعیین کننده‌اند.

۱. انتقال‌های به آبی. اگر دریابیم که جمعیت کم‌توری از کهکشانها از خود نشان می‌دهند، دیگر SC نمی‌تواند دوام بیاورد. از طرف دیگر QSSC وجود چنین جمعیتی را پیش‌بینی می‌کند، یعنی کهکشان‌هایی که برای عصرهای نزدیک به آخرین بیشینه عامل مقیاس مشاهده می‌شوند. به هر حال، انتقال‌های مورد نظر کوچک‌اند و از  $\frac{1}{10} \sim$  تجاوز نمی‌کنند. باید توجه داشت که گرچه یافتن چنین جمعیتی SC را رد می‌کند، اما QSSC را ثابت نمی‌کند: این موضوع صرفاً با نظریه

سازگار است. همین طور، نیافتن طیفی که به آبی منتقل شده باشد SC را ثابت نمی‌کند، بلکه با آن سازگار است.

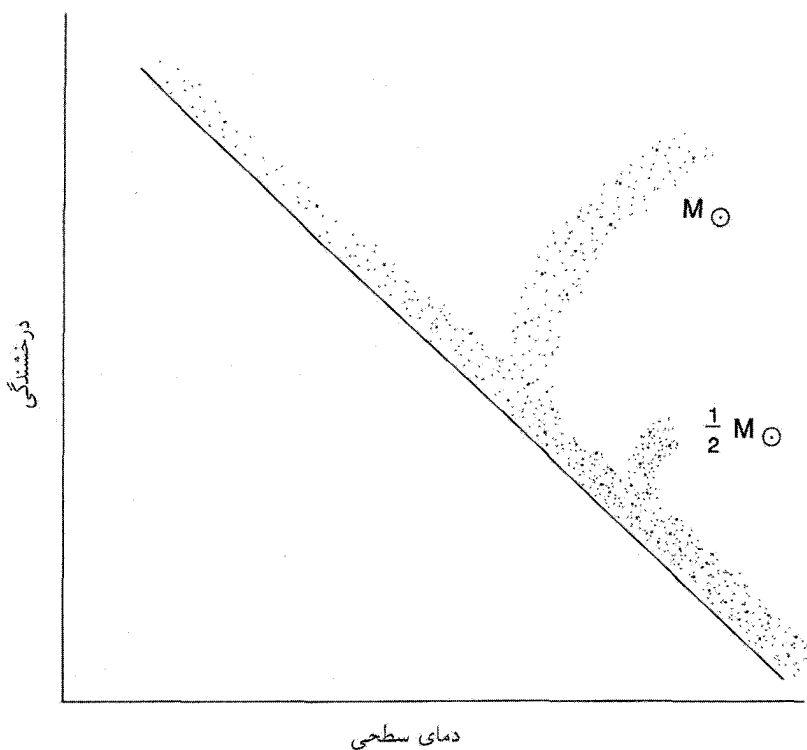
با این همه، مسئله‌هایی در مورد این آزمون وجود دارد. اثرگزینش بدیهی که یک منجم برای شناسایی خط در انتهای طول موج کوتاه خطهای مشاهده شده در جستجوی آن است برضد یافتن انتقال به آبی است. زیرا خود پیوستار بر اثر انتقال به آبی روشن می‌شود، پس خطهای نسبتاً ضعیف که به آبی منتقل شده‌اند را مشکل بتوان در زمینه آن آشکار ساخت. اگر به دنبال پیش‌بینی‌های QSSC باشیم، باید طیف نمایی را در مورد کهکشانهای کم‌نورتر از  $27^m$  ~ انجام دهیم تا انتقال به آبی را پیدا کنیم، کاری که به هیچ‌وجه راحت نیست.

۲. ستارگان بسیار پیر. QSSC انتظار دارد ستارگان بسیار پیری در کهکشان یافته شدند که در چرخه قبل متولد شده‌اند. اینها می‌توانند ستارگان دارای جرم کم ( $0.75 M_{\odot}$  ~) اندکی دورتر از رشته اصلی باشند، که مطابق شکل ۴.۱۲، در مرحله غول قرار دارند، یا در شاخه افقی ستارگان بدون درخش هلیوم مشاهده شدند، و یا به صورت کوتوله‌های سفید بسیار پیر باشند. این ستارگان دارای سنهای  $4^0 - 5^0$  Gyr ~ را نمی‌توان، حتی با ثابت کیهان‌شناختی، در چارچوب SC قرار داد.

۳. ماده تاریک باریونی. اگر، با بررسی خوشه‌های کهکشانی حاوی گاز داغ، رصدهای فضای میان کهکشانی حاوی گردوغبار و اثر ریزعدسیهای از نوع MACHO، نشان داده شود که پارامتر چگالی باریونی  $\Omega_{bar}$  از مثلاً  $2 \times 10^{-2}$  تجاوز می‌کند، در این صورت SC باطل می‌شود، زیرا مهمترین امتیاز خود را، که قابلیت توجیه فراوانی دوتریم مشاهده شده است، از دست می‌دهد. مقدار زیاد ماده باریونی نیز مشکلاتی را برای سناریوی تشکیل ساختار به وجود می‌آورد، که هدف آنها توجیه ناهمگنیهای مشاهده شده در ماده کهکشانی و حرکت‌های بزرگ مقیاس آنها در حالی است که ناهمگنیهای زمینه ریزموج در سطح میکروکلون را حفظ کند.

۴. نمودار  $\Omega_0 = h_0$ . قبلاً دیدیم که این نمودار چگونه به محدود کردن SC کمک می‌کند. مشاهده‌های بیشتر ممکن است خط‌های خطای پارامترهای مختلف SC را محکمتر و در نتیجه پنجره مجاز در این نمودار را حذف کند. انتظار می‌رود که بررسیهای MAP و PLANCK، همراه با آزمونهایی چون آزمون  $m-z$ ، پارامترهای SC را تعیین کند. این موضوع به محدود کردن فضای پارامتر کمک خواهد کرد.

۵. سنهای ستارگان و کهکشانها. بدون توجه به بخش ۲ در بالا، تعیین دقیقتر سن ستارگان در خوشه‌های گویسان کهکشان می‌تواند اصولاً بسیاری از مدل‌های SC را رد کند، اگر معلوم شود



شکل ۴.۱۲ نمودار HR دو ستاره با جرمهای  $M_{\odot}$  و  $M_{\odot}/2$  از رشته اصلی به رشته غول منشعب می‌شوند. ستاره‌ای که با نصف جرم خورشید به صورت غول سرخ منشعب می‌شود می‌تواند سنی برابر  $4^{\circ}-5^{\circ}$  Gyr داشته باشد.

که سنهایی، مثلاً در حدود ۱۸ Gyr وجود دارند. همین‌طور، زمان‌سنجی هسته‌ای نیز می‌تواند با تولید سنهای هسته‌ای از همین مرتبه مسائل زیادی را برای مدل‌های SC به وجود آورد.

به علاوه، اگر رابطه سن-رنگ برای کهکشانهای با انتقال به سرخ بالا بهبود یابد، می‌توان اصولاً بسیاری از مدل‌های SC را (۱) با تجاوز معیار سن کل، یعنی خط نگاه به گذشته به اضافه سن کهکشان، از سن عالم، یا (۲) آشکارسازی کهکشانهای بالغ و کاملاً شکل‌گرفته در مراحل اولیه عالم، رد کرد.

۲.۵.۱۲ آزمونهایی که می‌توانند QSSC را رد کنند

پس از این به چند آزمون می‌پردازیم که می‌توانند بالقوه QSSC را رد کنند.

### ۱. کشف عصرهایی با انتقال به سرخهای فوق العاده بالا. همان طور که دیدیم مدل QSSC

بیشترین انتقال به سرخ را در چرخه حاضر دارد. در یک مورد نمونه که در اینجا بیان می شود،  $z_{\max}$  برابر ۵ در نظر گرفته شد. مدل انعطاف پذیری کافی برای بالاتر بردن  $z_{\max}$ ، مثلاً، به حدود ۱۵-۱۰ را دارد. با این همه، هر دلیل مستقیم بر اینکه عالم از عصری با انتقال به سرخ، مثلاً  $z \geq 3$  گذشته است، اعتبار QSSC را زیر سؤال می برد. (فراوانی هسته های سبک و زمینه ریزموجی که اکنون می شناسیم چنین دلیلی را تشکیل نمی دهد. زیرا آنها بدین صورت در چارچوب SC تفسیر شده اند: تفسیر آنها در QSSC متفاوت است.)

### ۲. آشکارن ساختن ماده پیر. همان طور که آشکارسازی ماده پیر برخلاف SC است، آشکار

ن ساختن آن برضد QSSC خواهد بود. چون QSSC مدعی آن است که عالم قابل مشاهده حاوی ستارگان بسیار پیر است، جستجوهای اختصاصی برای این اجسام برای آزمون نظریه اهمیت دارند. از این نظر، بد نیست متذکر شویم که یافته های جاری از ریز عدسیهای گرانشی وجود کوتوله های سفید با سن ۱۲-۱۰ Gyr را رد می کند چون در این صورت درخشان می شدند. با این همه، این یافته ها با وجود کوتوله های سفید ۵۰-۴۰ Gyr سازگارند.

### ۳. نبود رشته های فلزی. دانه های گردوغبار که باعث گرمایی شدن تابش ستاره ای باقی مانده

می شوند تا تابش زمینه را تولید کنند، یعنی رشته های فلزی در فضای میان ستاره ای و میان کهکشانی، رگ حیاتی QSSC هستند. نارلیکار و همکاران (۱۹۹۷) درباره چگونگی تولید و توزیع این رشته ها در فضا بحث کرده اند، و متذکر شده اند که شواهد اولیه با وجود آنها سازگار است. این شواهد را باید به دقت آزمود و دید که چرا این نوع گردوغبار در واقع وجود دارد. از این نظر، تعیین رابطه  $m-z$  با استفاده از ابرنواخترهای Ia تا انتقال به سرخهای متجاوز از واحد می تواند نقشی اساسی داشته باشد. همین طور کوازارهای با درخشندگی قابل ملاحظه در طول موجهای میلی متری، یافتن این نوع کوازارها به معنی آن است که یا آنها به واسطه جذب توسط گردوغبار باید در منطقه میلی متری بسیار درخشان باشند، و یا انتقال به سرخ آنها باید به صورت قابل ملاحظه ای غیرکیهان شناختی باشد، امکانی که در بخش نهایی کتاب به طور مختصر به آن اشاره خواهیم کرد. در صورتی که هیچ یک از دو شق صادق نباشد، QSSC یکی از جهت های اصلی خود را از دست می دهد.

### ۴. یافتن انباشت سیاهچاله ها. QSSC مدعی آن است که بسته های ازگسیل پراثری در

عالم، مانند هسته های فعال کهکشانی، رویدادهای انفجاری هستند که ماده جدید را به درون عالم می ریزند. بنابراین الگوی سیاهچاله را، که به فروریزش ماده چرخان در یک قرص انباشتی استناد می کند، زیر سؤال می برد. با پیشرفت روشهای رصدی، می توان ناحیه هسته را با دقت بیشتری

بررسی کرد و دید کدام یک از دو شق صحیح‌اند. چون SC ارتباطی به الگوی سیاهچاله-قرص انباشتی ندارد، یافتن در برابر نیافتن این انباشت در آن تأثیر جدی ندارد. اما، QSSC ارتباط جدیتری با الگوی آفرینش انفجاری دارد، بنابراین یافتن موردی از انباشت توسط سیاهچاله در مرکز چشمه‌ای از انرژی برای نظریه نامطلوب است. در اینجا باز هم باید تأکید کنیم که یافتن شواهدی سازگار با انباشت سیاهچاله‌ها اثبات‌پذیر نیست.

## ۶.۱۲ اظهارنظرهای پایانی

در حال حاضر کیهان‌شناسی از یک مرحله بحرانی می‌گذارد. این گزاره چیزی بیش از تکرار مکرراتی است که ظاهراً به‌نظر می‌رسد. با چند مثال از پرسشهای چشمگیری که باید به صورتی پاسخ داده شوند به توضیح درباره آن می‌پردازیم.

### ۱. ماده موجود در عالم چقدر همگن است؟

فناوری به مرحله‌ای رسیده است که رصدهای خودکار در بزرگ مقیاس واقعیتی عملی است، پس انتظار داریم که نقشه‌برداریهای انتقال به سرخ طیف و انتقال به سرخ کهکشانه را به سرعت در مقیاس میلیون تولید کند. بنابراین، منطقی است که انتظار شناخت بهتر از ساختار بزرگ مقیاس در همسایگی خود را پیش از نظریه‌پردازی بر مبنای مدل همگن و همسانگرد داشته باشیم. به‌ویژه، باید بدانیم که آیا در بالاتر از مقیاس، مثلاً،  $20^\circ \text{Mpc}$ ، می‌توان عالم را با اطمینان همگن در نظر گرفت.

مثلاً، ادعا شده است که هیچ مقیاس نهایی ناهمگنی وجود ندارد و عالم دارای سرشت فراکتالی است. اگر چنین باشد، مدل‌های کنونی رابرتسون-واکر رد می‌شوند و باید از نو مدل‌سازی کرد یا با شدت کمتر، شاید ناهمگنیهایی را در مقیاس بزرگتر، مثلاً،  $40^\circ \text{Mpc}$  بیابیم. در این صورت، مدل‌های کنونی ما تا چه حد قابل اعتمادند؟

### ۲. آیا خوشه‌ها به‌لحاظ دینامیکی واهلیده‌اند؟

بخش اعظم مباحثه فعلی در مورد ماده تاریک ناشی از قضیه ویریال برای خوشه‌هاست. اگر توزیع سرعت خاص را بتوان با دقت بیشتر از مقدار کنونی تعیین یا برآورد کرد، شاید بتوان اطمینان یافت که خوشه‌ها ویرالییده هستند یا طبق ادعای شدید آمبارتسومیان در سالهای ۱۹۶۰ در حال انبساط.

QSSC مطرح می‌کند که خوشه‌ها ممکن است در فرایندهای آفرینش انفجاری خلق شده و در حال انبساط باشند. این بدان معناست که قضیه ویریال برای خوشه‌ها معتبر نیست و استحکام

بحث فعلی برای مادهٔ تاریک از میان می‌رود. بنابراین باید بازرسیهای مستقلی را در مورد تعادل آماری توزیع سرعت کهکشانشناها یافت.

### ۳. آیا عالم دارای ساختار یاخته‌ای است؟

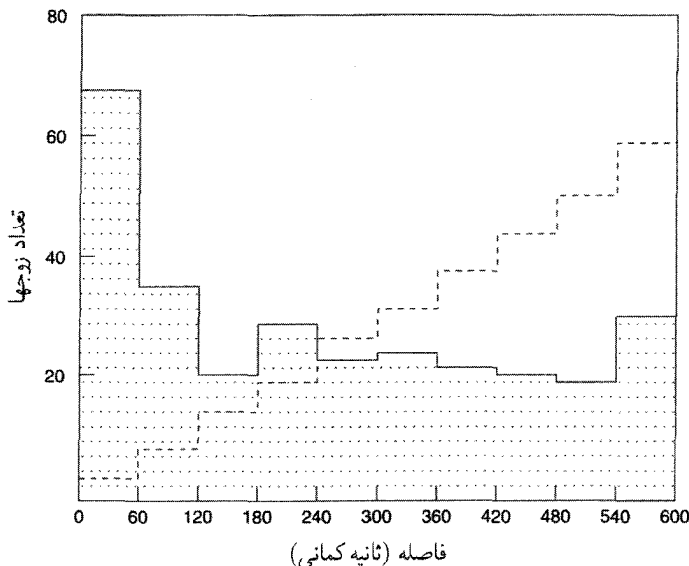
تحلیلهای بزرگ مقیاس باعث شده‌اند که آیناستو<sup>۱</sup> و همکاران در سال ۱۹۹۸ مدعی ساختار یاخته‌ای/دوره‌ای برای عالم شدند. همین‌طور ادعاهایی در مورد عالم فراکتالی وجود دارد که برای آن نمی‌توان «چگالی میانگین» تعریف کرد. هیچ‌کدام از این تحقیقها را نمی‌توان به راحتی در چارچوب کیهان‌شناسی استاندارد یا QSSC قرار داد، گرچه هویل و بریج کوشیده‌اند تا انتقال به سرخهای دوره‌ای در QSSC را با اصلاح رابطهٔ ماخی لختی یک ذره نسبت به بقیهٔ ذرات عالم توجیه کنند. بنابراین، مهم است که با مطالعات مفصلتر بررسی کنیم که آیا ساختار یاخته‌ای مورد ادعا در توزیع بزرگ مقیاس کهکشانشناها واقعاً وجود دارد.

### ۴. آیا قانون هابل برای همه اجسام فراکهکشانی صادق است؟

در سراسر کتاب این موضوع را که انتقال به سرخ جسم برون‌کهکشانی منشأ کیهان‌شناختی دارد، یعنی به علت انبساط عالم است، مسلم فرض کردیم. در فصل ۱۱ این فرض را به صورت فرضیهٔ کیهان‌شناختی (CH) بیان کردیم. در آنجا به این واقعیت پرداختیم که اگرچه نمودار هابل که CH مبتنی بر آن است رابطهٔ  $m-z$  نسبتاً دقیقی را برای کهکشانهای رتبهٔ اول در خوشه نشان می‌دهد، نمودار نظیر آن برای کوازارها پراکندگی قابل ملاحظه‌ای دارد. اگرچه دربارهٔ آزمونهای کیهان‌شناختی بر مبنای CH برای کوازارها همانند کهکشانشناها صحبت کردیم، اما متوجه شدیم که در بعضی موارد کوششهای خاصی برای سازگاری CH با داده‌های مربوط به کوازارها ضروری است. این موارد بجز نمودار هابل عبارت‌اند از حرکت با سرعت بیش از نور در کوازارها، تغییرپذیری سریع، نبود فرورفتگیهای جذبی  $Ly-\alpha$ ، و غیره.

CH تا چه اندازه برای کوازارها معتبر است؟ بگذارید کار را با داده‌هایی آغاز کنیم که استاکتون<sup>۲</sup> برای کوازارها و کهکشانشناها به صورت زوج یا گروههایی از همسایگان نزدیک در آسمان به دست آورده است. استدلال وی این بود که اگر کوازاری با یک کهکشان در فاصلهٔ زاویه‌ای کوچک یافته شود، این احتمال وجود دارد که آنها همسایهٔ فیزیکی باشند و در نتیجه با توجه به CH باید دارای انتقال به سرخ تقریباً مساوی باشند.

این استدلال بر این واقعیت استوار است که جمعیت کوازارها چندان متراکم نیست، و اگر کهکشانی دلخواه را در نظر بگیریم، احتمال اینکه کوازاری اتفاقاً در فاصلهٔ زاویه‌ای کوچک از آن تصویر شده باشد بسیار کوچک است. اگر احتمال، مثلاً  $10^{-6} <$  باشد، فرض صفر برای افکنش



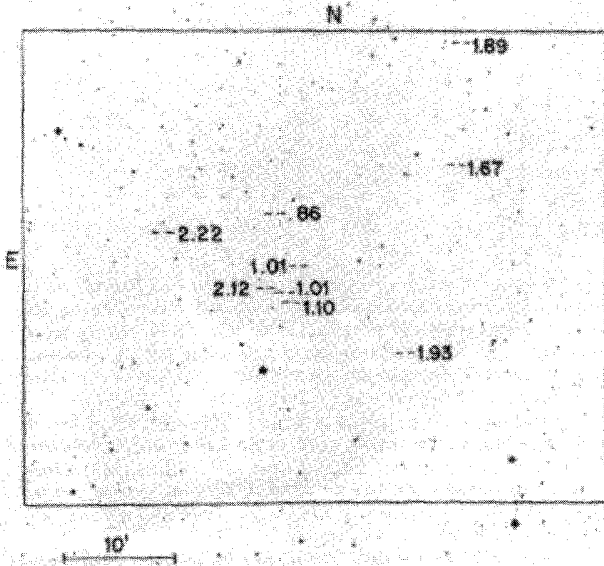
شکل ۵.۱۲. نمودار ستونی توزیع فاصله‌های  $30^\circ$  زوج کوازار-کهکشان. اگر کوازارها نسبت به کهکشانهای پرنور به صورت کاتوره‌ای توزیع شده بودند، تعداد آنها باید متناسب با مربع فاصله زاویه‌ای افزایش یابد. در عوض، قله‌ای در محدوده  $60^\circ$  ثانیه کمانی وجود دارد. همه کوازارها انتقال به سرخ بیش از کهکشانهای دارند.

احتمالی آن منتفی می‌شود. در این صورت کوازار می‌تواند به لحاظ فیزیکی نزدیک به کهکشان باشد.

در حالی که استاکتون دلایلی به دست آورد که در این موارد انتقال به سرخ کهکشان و کوازار،  $z_Q$  و  $z_G$ ، تقریباً یکسان هستند، داده‌های از نوع دیگر نیز وجود دارد. در کتابی که در کتابشناسی آمده است، اچ. سی. آرپ<sup>۱</sup> تعدادی مثال را ذکر کرده است که در آنها فرض افکنش احتمالی رد می‌شود اما  $z_Q \ll z_G$ . در طی سالها چهار نوع از این موارد انتقال به سرخ متضاد نمایان شده است:

۱. دلایل روزافزونی وجود دارد که نشان می‌دهد کوازارهای با انتقال به سرخ بزرگ ترجیحاً در فاصله نزدیک به کهکشانهای پرنور با انتقال به سرخ کم وجود دارد (نگاه کنید به شکل ۵.۱۲).
۲. به صف شدن و شباهت انتقال به سرخ برای کوازارهایی که در سراسر کهکشانهای پرنور توزیع شده‌اند (نگاه کنید به شکل ۶.۱۲).

۳. زوجها یا گروههای کوازار با انتقال به سرخهای متضاد بیش از آنچه بتوان به افکنش شانس نسبت داد یافته شده‌اند (نگاه کنید به شکلهای ۶.۱۲ و ۷.۱۲).



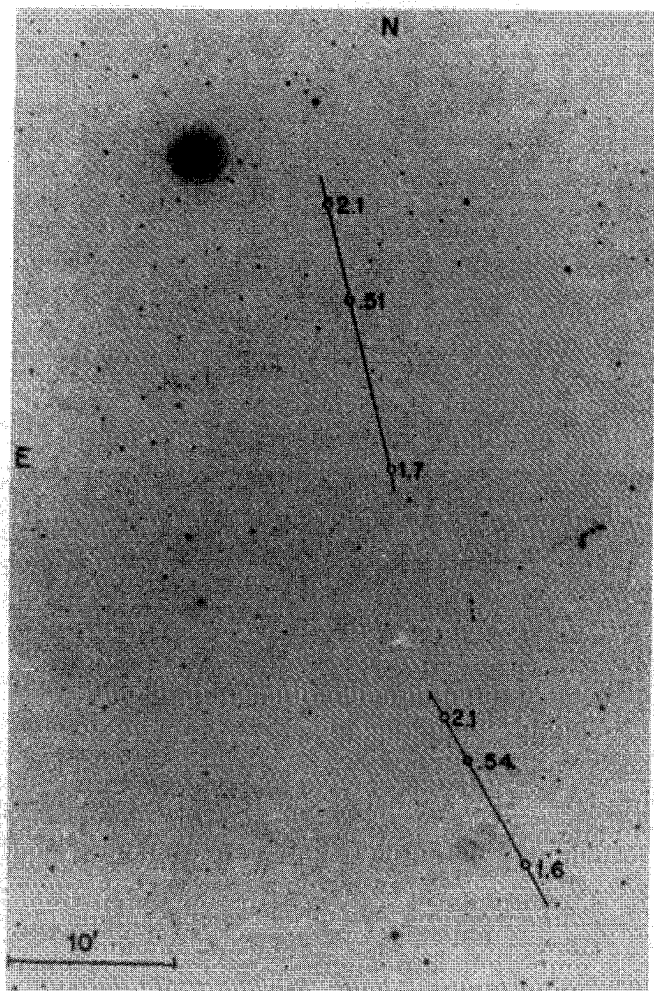
شکل ۶.۱۲ ارتباط میان کوازارهای با انتقال به سرخ متفاوت را (که در شکل مشخص شده‌اند) در حوالی ناحیه یا بعد  $11^h 46^m 14^s$  و میل  $11^\circ 11' 42''$  که ا.ج. آرپ و سی. هازارد به دست آورده‌اند.

۴. رشته‌هایی وجود دارند که زوج کهکشانهایی با انتقال به سرخ متضاد را به هم متصل می‌سازند (نگاه کنید به شکل ۸.۱۲ الف) و (ب)).

بد نیست به خاطر داشته باشیم که فهرست موارد غیرعادی پیوسته افزایش می‌یابد. آنها فقط محدود به چشمه‌های اپتیکی و رادیویی نیستند، بلکه در بین چشمه‌های پرتو X، چنانکه شکل ۹.۱۲ نشان می‌دهد، یافت می‌شوند. خواننده ممکن است علاقه‌مند باشد که مباحثات مربوط به این مثالها را به تفصیل بررسی کند. طرفداران CH علاقه‌مندند که تمام این موارد را یا به‌عنوان مصنوعات رصدی و یا اثرهای گزینشی رد کنند. یا، می‌خواهند استدلال کنند که چگالی عددی اضافی کوازارهای نزدیک کهکشانهایی پرنور می‌تواند ناشی از اثر عدسی گرانشی باشد. در حالی که این انتقاد یا تفکیک داده‌های متضاد می‌تواند در بعضی موارد معتبر باشد، اما مشاهده اینکه این موضوع در تمام موارد صادق باشد دشوار است.

اثر عجیب دیگر، که ابتدا بریبیج در اواخر دهه ۱۹۶۰ متوجه آن شد دوره‌ای بودن آشکار توزیع کوازارهاست. دوره‌ای بودن  $0.7 \approx \Delta z$  را که ابتدا بریبیج برای حدود هفتاد QSO مشاهده کرد هنوز وجود دارد و جمعیت آن سی برابر شده است (نگاه کنید شکل ۱۰.۱۲). به‌علت این ساختار

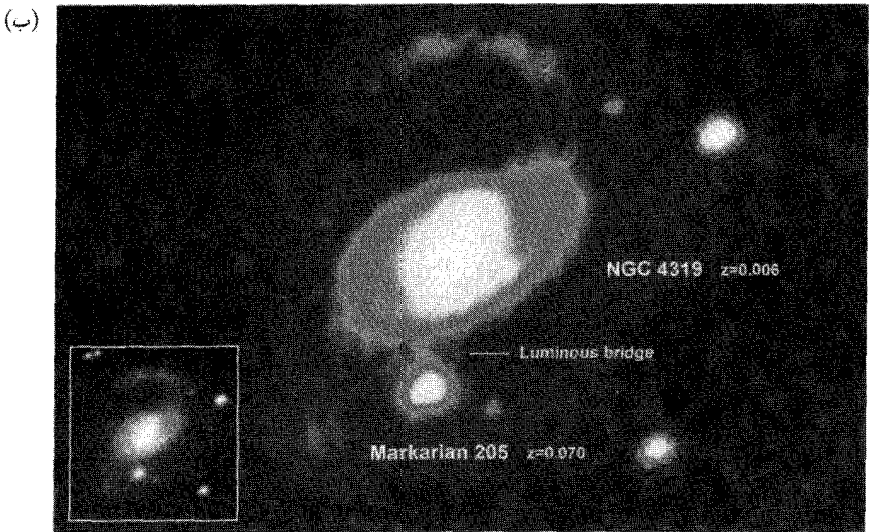
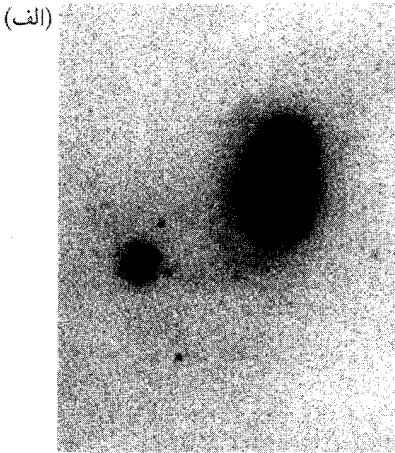




شکل ۷.۱۲ این دو سه‌تایی کوآرک که روی یک صفحه عکاسی یافته شده‌اند مثالهایی از به صف شدن دقیق کوآزارهای با انتقال به سرخ مختلف (مشخص شده در شکل) را نشان می‌دهد. احتمال این به صف شدن با افکنش کاتوره‌ای کمتر از  $10^{-4}$  است.

در توزیع  $\approx$  چیست؟ تحلیلهای آماری مختلف قابل ملاحظه بودن این اثر را تأیید کرده‌اند. موضوع دیگری که ابتدا کارلسون<sup>۱</sup> در ۱۹۷۷ مدعی آن شد دوره‌ای بودن  $\log(1+z)$  با دوره  $0.206$  است. این نیز بسیار سردرگم‌کننده است و در چارچوب عالم در حال انبساط این کتاب قرار نمی‌گیرد.

1. Karlsson



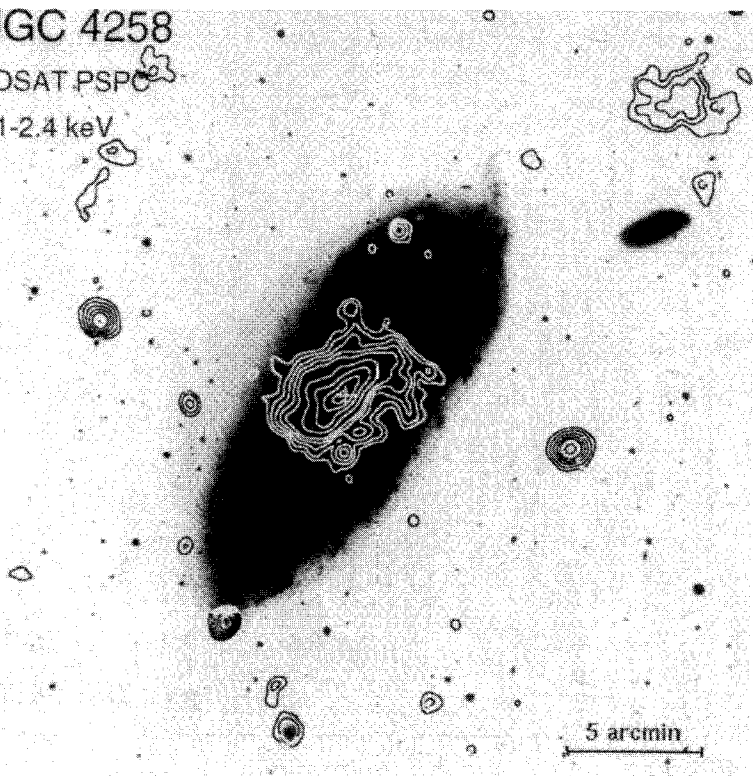
شکل ۸.۱۲ (الف) به نظر می‌رسد که کهکشان بزرگ NGC ۷۶۰۳ ( $cz = ۸۷۰۰ \text{ km s}^{-۱}$ ) به یک همدم متراکم ( $cz = ۱۶۹۰۰ \text{ km s}^{-۱}$ ) وابسته باشد (ب) ارتباط نوری که ابتدا آرپ بین NGC ۴۳۱۹ و مارکارین ۲۰۵ با انتقال به سرخ به ترتیب  $z = ۰.۰۰۶۵$  و  $z = ۰.۰۷$  یافت را جی. سولنتیک<sup>۱</sup> با رصدهای CCD تأیید کرد.

در مقیاس ریزتر، دلبیو، تیفت<sup>۲</sup> دوره‌ای بودن انتقال به سرخ  $c\Delta z = ۷۲ \text{ km s}^{-۱}$  را برای انتقال به سرخهای دیفرانسیلی کهکشانهای دوتایی و کهکشانهای گروهی محاسبه کرد. داده‌ها با

NGC 4258

ROSAT PSPC

0.1-2.4 keV

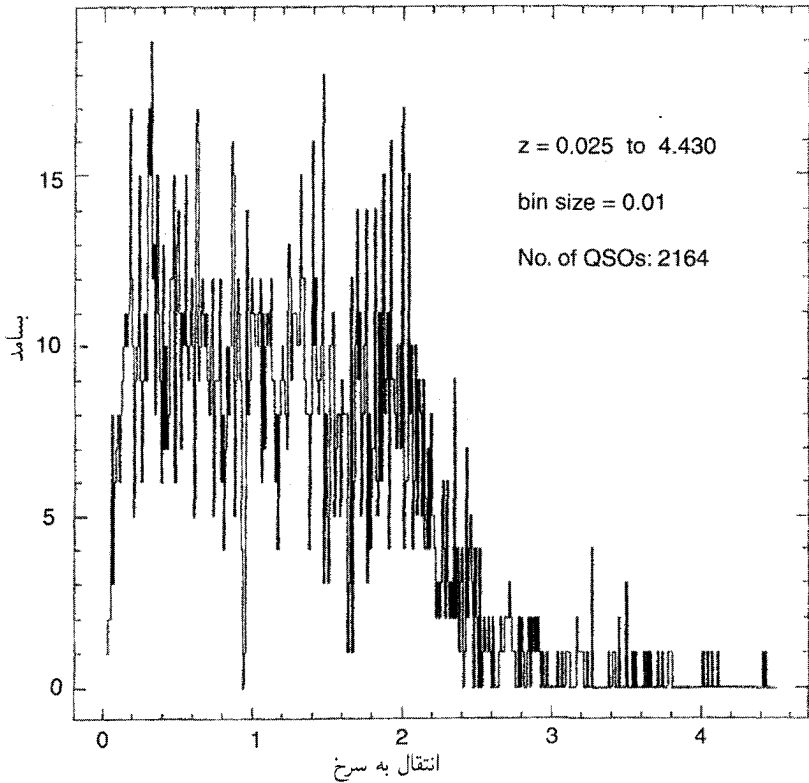


شکل ۹.۱۲ گمان می‌رود که دو چشمهٔ پرتو X که در دو طرف NGC ۴۲۵۸ قرار گرفته‌اند فورانبایی از کهکشان باشند. معلوم شده است که آنها کوازارهایی با انتقال به سرخ ۰/۴ و ۰/۶۵ هستند که به میزان قابل ملاحظه‌ای بیش از مقدار ۰/۰۰۲ مربوط به کهکشان است.

گذشت زمان با اندازه‌گیریهای دقیق انتقال به سرخ ۲۱ سانتی‌متری بهبود یافته است. اگر این اثر دورغین بود، باید از میان می‌رفت. اما در عوض شدیدتر شده است و در برابر تحلیلهای آماری نسبتاً جدی مقاومت کرده است (نگاه کنید به شکل ۱۱.۱۲).

برای عالمی که با قانون هابل تنظیم شده باشد، برازش این نتایج دشوار است. کیهان‌شناس معمولی تمایل دارد که آنها را نادیده بگیرد به این امید که داده‌های کاملتر این مشکل را از میان بردارد. در زمان نوشتن این مطلب داده‌ها چنین تمایلی را نشان نمی‌دهند!

احتمال دارد که این اثرها واقعی باشد و بی‌میلی ما در نادیده گرفتن آنها ناشی از نبود توجهیه منطقی باشد. توضیح این مطلب شاید مؤلفه‌های غیرکیهان‌شناختی دیگری را در انتقال به سرخ



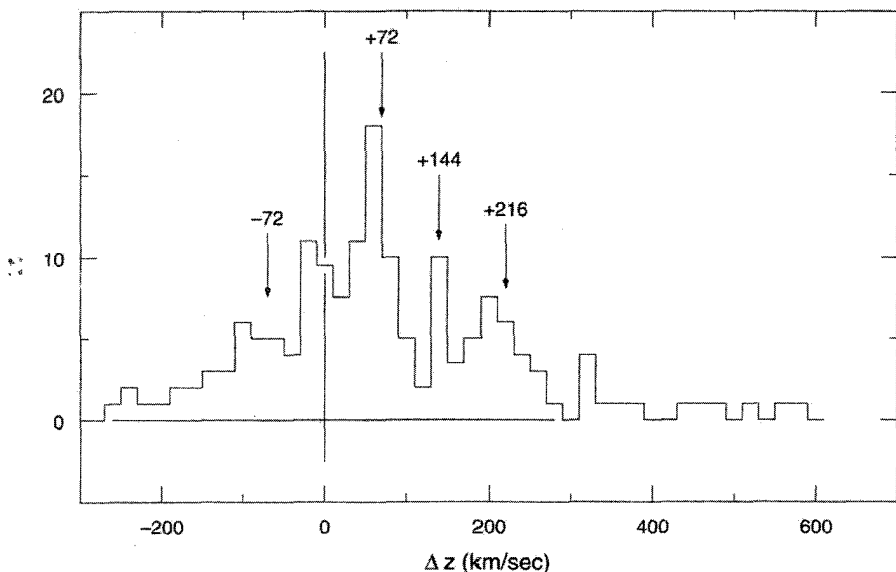
شکل ۱۰.۱۲ نمودار ستونی انتقال به سرخ کوازارها قله‌هایی در مضره‌های ۰/۰۶ دارد. این قله‌ها را طیف توان و سایر تحلیلهایی که د. دوازی<sup>۱</sup>، پی. داس گوپتا<sup>۲</sup>، و جی. وی. نارلیکار<sup>۳</sup> انجام دادند تأیید می‌کند.

مشاهده‌شده  $z$  مطح کند. پس باید بنویسیم

$$1 + z = (1 + z_C)(1 + z_{NC}) \quad (2.12)$$

مؤلفه کیهان‌شناختی  $z_C$  از قانون هابل پیروی می‌کند، در حالی که مؤلفه غیرکیهان‌شناختی  $z_{NC}$  رفتار غیرعادی از خود نشان می‌دهد. چه چیزی می‌تواند علت  $z_{NC}$  باشد؟ چند دلیل می‌تواند وجود داشته باشد که هیچ‌کدام از آنها به صورت کامل و به طور رضایت‌بخش آزموده نشده‌اند.

۱. اثر دوپلر ناشی از حرکت‌های غیرعادی نسبت به چارچوب سکون کیهان‌شناختی. این پدیده‌ای کاملاً شناخته‌شده در فیزیک است.



شکل ۱۱.۱۲ نمودار ستونی اختلاف انتقال به سرخ میان کهکشان اصلی و همدم قله‌هایی را در مضرهای  $72 \text{ km s}^{-1}$  نشان می‌دهد.

۲. انتقال به سرخ گرانشی ناشی از اجسام پرجرم متراکم که در فصل ۲ بررسی شد.
۳. همدوسی طیفی مورد بحث بی. ولف<sup>۱</sup> سبب انتقال بسامد انتشار در هنگامی می‌شود که افت و خیزهای موجود در چشمه همبسته‌اند.
۴. در نظریه نورخسته، فوتونی با سکون غیرصفر در هنگام انتشار در فضا انرژی از دست می‌دهد.
۵. در فرضیه جرم متغیر ناشی از نظریه ماخی اف. هویل و نگارنده، ذرات می‌توانند در انفجارهای کوچک و بزرگ تولید شوند و ذراتی که دیرتر خلق شده‌اند جرم کمتر و در نتیجه انتقال به سرخ بزرگتری دارند. این شقهای دیگر چه اندازه می‌توانند داده‌های متضاد را توجیه کنند؟ آیا این اختلاف با بهتر شدن رصدها کاهش می‌یابد یا اهمیت آنها بیشتر می‌شود؟ بدهی است که این موضوع تأثیر عظیمی بر قانون هابل به‌طور اخص و کیهان‌شناسی به‌طور اعم دارد.

در مقیاس پلانک چه نظریه‌ای جانشین نسبیت عام می‌شود؟

سویا رصدها، مفاهیم جدیدی نیز از طریق نظریه وارد می‌شوند. نظریه نسبیت عام که در قرن پیش در خدمت کیهان‌شناسی قرار گرفت اکنون مورد مذاقه قرار می‌گیرد تا ببینیم چگونه در چارچوب

گسترده‌تر وحدت همهٔ برهم‌کنشها برآزش می‌یابد. گرانش کوانتومی، رهیافت حلقه‌های اشتکرا<sup>۱</sup> و همکاران، یا رهیافت نظریهٔ ریمان همگی آزموده شده‌اند و اکنون بسیار زود است که پیش‌بینی کنیم نتیجه مورد قابل عام چه خواهد بود. آیا این رهیافتهای جدید پرتو تازه‌ای بر اصل ماک و فرضیهٔ اعداد بزرگ می‌افکنند؟ برداشت نهایی هرچه باشد، باید پرتوی تازه‌ای را بر تکنیکی فضازمان و مفهوم مهبانگ بیفکند. همین‌طور ممکن است سناریوهای کنونی در مورد مراحل بسیار اولیهٔ عالم را اصلاح کند.

بحث بالا باید خواننده را قانع کند که موضوع کیهان‌شناسی هنوز بسیار باز است. در فصل ۱ دیدیم که اغلب منجمان در آغاز قرن بیستم فکر می‌کردند که همهٔ عالم در کهکشان ما قرار دارد. روشهای پیشرفته رصدی به‌زودی این دیدگاه را در هم کوبید، و در اواسط سالهای ۱۹۲۰ تصاویر اجمالی دنیای وسیع برون کهکشانی به تدریج چشم‌انداز کیهان‌شناسی را وسیعتر کرد. اما احتمال بیشتری وجود دارد که تلسکوپهای بزرگتر و بهتر در آینده پدیده‌های جدید و غیرمنتظره‌ای را در عالم نشان دهند، پدیده‌هایی که عظیمترین چالشهای فکری را به‌وجود آورد.

## تمرینها

۱. برای  $g^{-1} \text{cm}^2 \cong 6.11 \times 10^4 \kappa$  برآوردی تقریبی از  $\rho_g$  به عمل آورید تا  $\Delta m(z)$  کم‌نور شدن اضافی حاصل از گردوغبار میان کهکشانی را تا انتقال به سرخ ۰٫۵ به صورت  $0.2^m$  به‌دست دهد.

۲. پیشینه انتقال به آبی که انتظار داریم در QSSC با پارامترهای  $P, Q, \eta$ ، و  $t$  بیایم چقدر است؟ برآوردی عددی برای مدل مشخص‌شده با (۱۱۷.۹) به‌دست آورید.

۳. رصدی را پیشنهاد کنید که مدل مهبانگ را رد کند. جزئیاتی را شرح دهید که اگر یافته شوند می‌توانند دلیل بطلان بی‌چون‌وچرای این مدل باشند. همین کار را در مورد QSSC انجام دهید.

۴. فرض کنید کوازارها در فاصلهٔ ثابت  $D$  از کهکشان همدمشان قرار گرفته باشند. نشان دهید که این فرض باعث می‌شود نمودار  $\log \theta - \log z$  دارای شیب متوسط  $-1$  شود. چرا این فرض با CH ناسازگار است؟ (فاصلهٔ زاویه‌ای کوازار و کهکشان است.)

۵. فرض کنید  $n(m)$ ، تعداد کوازارهای موجود در واحد درجهٔ مربع باشد که از قدر ظاهری  $m$  روشنترند. اگر دو کوازار در فاصلهٔ زاویه‌ای  $\theta$  دقیقه‌کمانی از هم، دارای انتقال به سرخهای متفاوت باشند، برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه آیا این دو مثالی از انتقال به سرخ غیرعادی را نشان می‌دهند از چه آزمون آماری استفاده می‌کنید؟

## جدول مقادیر ثابت

این جدول از منابع زیر گرفته شده است:

I. M. Ryshik and I. S. Gradstein, 1957, *Tables of Series, Products and Integrals* (Berlin: Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften).

Particle Data Group, 1980, 'Review of particle properties', *Rev. Mod. Phys.* 52, No. 2.

A. H. Wapstra and N. B. Gove, 1971, 'The 1971 Atomic Mass Evaluation', *Nuclear Data Tables* 9A, 265.

C. W. Allen, 1973, *Astrophysical Quantities* (London: Athlone Press).

اعداد داخل پرانتز خطای  $\sigma$  ۱ را در آخرین رقمهای اعداد اصلی نشان می‌دهند.

### ثابتهای ریاضی

$$\pi = ۳,۱۴۱۵۹, \quad e = ۲,۷۱۸۲۸, \quad \zeta(۳) = ۱,۲۰۲۰۶$$

$$\ln ۲ = ۰,۶۹۳۱۵, \quad \ln ۱۰ = ۲,۳۰۲۵۹, \quad \log e = ۰,۴۳۴۲۹$$

$$\text{رادیان } ۱ = ۴,۸۴۸۱ \times ۱۰^{-۶}$$

$$\text{درجه مربع } ۱ = ۳,۲۸۲۸ \times ۱۰^۳$$

$$\text{درجه مربع بر روی کره} = ۴۱۲۵۲,۹۶۱۲۴$$

### ثابتهای فیزیکی

$c = ۲,۹۹۷۹۲۴۵۸(۱,۲) \times ۱۰^{۱۰} \text{cm s}^{-۱}$	سرعت نور
$\hbar = ۱,۰۵۴۵۸۸۷(۵۷) \times ۱۰^{-۲۷} \text{erg s}$	ثابت پلانک
$= ۶,۵۸۲۱۷۳(۱۷) \times ۱۰^{-۱۶} \text{eV s}$	
$h \equiv ۲\pi\hbar = ۶,۶۲۶۲۰ \times ۱۰^{-۲۷} \text{erg s}$	
$۱ \text{ eV} = ۱,۶۰۲۱۸۹۲(۴۶) \times ۱۰^{-۱۲} \text{erg}$	الکترون ولت
$G = ۶,۶۷۲۰(۱۱) \times ۱۰^{-۸} \text{dyn cm}^۲ \text{g}^{-۲}$	ثابت گرانشی
$e = ۴,۸۰۳۲۴۲(۱۴) \times ۱۰^{۱۰} \text{esu}$	بار الکترون
$\alpha \equiv \frac{e^۲}{\hbar c} = [۱۳۷,۰۳۶۰۴(۱۱)]^{-۱}$	ثابت ساختار ریز
$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^۳}} = ۱,۶ \times ۱۰^{-۳۳} \text{cm}$	طول پلانک
$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^۵}} = ۵,۴ \times ۱۰^{-۴۴} \text{s}$	زمان پلانک
$\sqrt{\frac{c\hbar}{G}} = ۲,۲ \times ۱۰^{-۵} \text{g}$	جرم پلانک
$m_e = ۹,۱۰۹۵۳۴(۴۷) \times ۱۰^{-۲۸} \text{g}$	جرم الکترون
$m_e c^۲ = ۰,۵۱۱۰۰۳۴(۱۴) \text{MeV}$	انرژی جرم الکترون
$m_p c^۲ = ۹۳۸,۲۷۹۶(۲۷) \text{MeV}$	انرژی جرم پروتون
$m_n c^۲ = ۹۳۹,۵۷۳۱(۲۷) \text{MeV}$	انرژی جرم نوترون
$\sqrt{\frac{c^۵ \hbar}{G}} = ۱,۲ \times ۱۰^{۱۹} \text{GeV}$	انرژی پلانک
$\frac{\lambda \pi e^۲}{۳ m_e^۲ c^۲} = ۰,۰۶۶۵۲۴۴۸(۳۳) \times ۱۰^{-۲۴} \text{cm}^۲$	سطح مقطع تامسون
$k = ۱,۳۸۰۶۶۲(۴۴) \times ۱۰^{-۱۶} \text{erg K}^{-۱}$	ثابت بولتزمن
$k^{-۱} = ۱۱۶۰۴,۵۰(۳۶) \text{KeV}^{-۱}$	
$= \frac{\lambda \pi^۵ k^۳}{۱۵ c^۳ \hbar^۳} = ۷,۵۶۴۱ \times ۱۰^{-۱۵} \text{erg m}^{-۳} \text{K}^{-۳}$	ثابت تابش



$$\frac{\zeta(3)}{\pi^2} \left( \frac{kT}{c\hbar} \right)^3 \cong 20.3 T^3 \text{cm}^{-3}$$

$$G = 1.02 \times 10^{-5} \left( \frac{\hbar^2}{m_p^2 c} \right)$$

$$= 2,2464(4) \text{MeV}$$

$$= 28,2969(4) \text{MeV}$$

چگالی عدد فوتونها در تابش جسم سیاه در دمای  $T$

ثابت برهم‌کنش ضعیف

انرژی بستگی دوتریم

انرژی بستگی هلیوم

### ثابت‌های نجومی

$$1 \text{lyr} = 9,4605 \times 10^{17} \text{cm}$$

$$1 \text{pc} = 3,0856(1) \times 10^{18} \text{cm} \cong 3,26 \text{ly}$$

$$R_{\odot} = 6,959 \times 10^{10} \text{cm}$$

$$M_{\odot} = 1,989(1) \times 10^{33} \text{g}$$

$$L_{\odot} = 3,826(8) \times 10^{33} \text{erg s}^{-1}$$

$$M_{\odot}/L_{\odot} \cong 0,51 \text{g erg}^{-1} \text{s}$$

$$L_{\odot} = 2,97 \times 10^{35} \text{erg s}^{-1}$$

$$l_{\odot} = 2,48 \times 10^{-5} \text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$$

$$1 \text{Jy (یانسکی)} = 10^{-26} \text{Wm}^{-2} \text{Hz}^{-1}$$

$$H_0 = 100 h_0 \text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}, 0,5 \leq h_0 \leq 1$$

$$\tau_0 = H_0^{-1} \cong 9,8 h_0^{-1} \times 10^9 \text{yr}$$

سال نوری

پارسک

شعاع خورشید

جرم خورشید

درخشندگی خورشید

نسبت جرم/نور خورشید

درخشندگی ستاره‌ای با قدر صفر ( $M_{\text{bol}} = 0$ )

شار ناشی از ستاره‌ای با قدر ظاهری صفر

چگالی شار رادیویی

ثابت هابل

## واژه‌نامهٔ نمادها و اختصارها

${}^3\text{C}, {}^4\text{C}, \dots$	فهرستهای کمبریج برای چشمه‌های رادیویی
CDM	ماده تاریک سرد
CH	فرضیهٔ کیهان‌شناختی (برای انتقال به سرخ کوازارها)
GA	ربایندهٔ بزرگ
GeV	گیگا الکترون ولت (یکای انرژی)
$H$	ثابت هابل
$h_0$	مقدار اندازه‌گیری $H$ برحسب $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
HDM	مادهٔ تاریک داغ
HM	مدول هابل
HN	هویل-نارلیکار
IMF	تابع جرم اولیه
$L$	درخشندگی
LG	گروه موضعی
LNH	فرضیهٔ اعداد بزرگ
$M$	قدر مطلق
$m$	قدر ظاهری
MeV	مگاالکترون ولت (یکای انرژی)
NGC	فهرست کلی جدید
PCP	اصل کیهان‌شناختی کامل
PSR	برچسب فهرست تپ‌آختر
$q$	پارامتر شتاب منفی
QSSC	کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا
$SU(n)$	گروه یکانی خاص $n$ بعدی
$U(n)$	گروه یکانی $n$ بعدی
VLBI	تداخل‌سنجی با خط مبنای بسیار دراز

## کتاب‌شناسی

مراجع زیر به سه گروه تقسیم شده‌اند، (۱) کتابهای درسی، (۲) مقاله‌های مروری و مقاله‌نامه‌های گردهمایی‌های علمی و (۳) فهرست مقاله‌های با سرشت پیشگامانه. در موضوعی چون کیهان‌شناسی که به سرعت رشد می‌کند ارائه فهرست فراگیر مقاله‌ها امکان‌پذیر نیست. امیدوارم که این توزیع منابع اطلاعات به نیازهای مختلف خوانندگان پاسخ دهد.

### ۱. کتابهای درسی

این فهرستی انتخابی (و نه کامل) از کتابهایی است که بخشی از موضوع ارائه شده در کتاب را می‌پوشاند، شماره‌های پس از هر مرجع که به صورت سیاه نشان داده شده مربوط به فصلهایی از کتاب است که همپوشانی دارد.

- I. J. R. Aitchison and A. J. G. Hey: *Gauge Theories in Particle Physics* (Bristol, Adam Hilger Ltd, 1982). (6)
- \*H. C. Arp: *Quasars, Redshifts and Controversies* (Berkeley, Interstellar Media, 1987). (12)
- \*H. C. Arp: *Seeing Red* (Montréal, Apeiron, 1998). (12)
- J. Barbour and H. Pfister: *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity* (Boston, Birkhauser, 1995). (8, 9, 12)
- J. Binney and S. Tremaine: *Galactic Dynamics* (Princeton, Princeton University Press, 1987). (6, 7, 10)
- J. Binney and M. Merrifield: *Galactic Astronomy* (Princeton, Princeton University Press, 1998). (6, 7, 10)
- \*H. Bondi: *Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1960). (3, 4, 10, 11)

- G. R. Burbidge and E. M. Burbidge: *Quasi-Stellar Objects* (New York, W. H. Freeman and Company, 1967). (11, 12)
- P. Coles and F. Lucchin: *Cosmology* (Chichester, Wiley, 1996). (7)
- E. M. Corson: *Introduction to Tensors, Spinors and Relativistic Wave Equations* (London, Blakie and Sons, 1953). (2, 6)
- L. P. Eisenhart: *Riemannian Geometry* (Princeton, Princeton University Press, 1926). (2, 3)
- \*E. R. Harrison: *Cosmology: The Science of the Universe* (Chichester, Wiley 1996). (1, 3, 4, 10, 11)
- S. W. Hawking and G. F. R. Ellis: *The Large Scale Structure of Space-time* (Cambridge, Cambridge University Press, 1973). (2, 4)
- F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar: *A Different Approach to Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 2000). (3-6, 9)
- F. Hoyle and J. V. Narlikar: *Action at a Distance in Physics and Cosmology* (New York, W. H. Freeman and Company, 1974). (8, 9, 12)
- E. W. Kolb and M. S. Turner: *The Early Universe* (New York, Addison-Wesley Publishing Company, 1990). (5-7)
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *Statistical Physics* (Oxford, Pergamon Press, 1970). (5)
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *The Classical Theory of Fields* (Oxford, Pergamon Press, 1975). (2)
- \*J. V. Narlikar: *The Primeval Universe* (Oxford, Oxford University Press, 1988). (3-6)
- T. Padmanabhan: *Large Scale Structure of the Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1993). (7, 10)
- J. V. Peacock: *Cosmological Physics* (Cambridge, Cambridge University Press, 1999). (4-7, 10, 11)
- P. J. E. Peebles: *Physical Cosmology* (Princeton, Princeton University Press, 1971). (4, 5, 7)
- P. J. E. Peebles: *The Large Scale Structure of the Universe* (Princeton, Princeton University Press, 1980). (7, 9)
- A. K. Raychaudhuri: *Theoretical Cosmology* (Cambridge, Cambridge University Press, 1979). (3-6)
- \*S. Webb: *Measuring the Universe* (Cambridge, Cambridge University Press, 1999). (10)
- S. Weinberg: *Gravitation and Cosmology* (New York, John Wiley and Sons, 1972). (2-5)
- Ya. B. Zeldovich and I. D. Novikov: *The Structure and Evolution of the Universe* (Chicago, University of Chicago Press, 1983). (2-5, 9, 10)

\* These texts are less technical and mathematical than the present book.

## ۲. مقاله‌های مروری و مقاله‌نامه‌ها

خواننده‌ای که می‌خواهد کندوکاو عمیقتری در موضوعهای خاص به عمل آورد می‌تواند کار را از ورودیهای مربوطه در فهرست زیر شروع کند. در اغلب موارد عنوانها به اندازه کافی گویا هستند؛ با این همه، فصلهایی از کتاب که کار ذکر شده به آن مربوط می‌شود در انتهای هر مرجع به صورت سیاه نشان داده شده است.

- E. S. Abers and B. W. Lee: *Gauge Theories*. *Physics Reports* 9 1, 1973. (6)
- N. A. Bahcall: *Large-Scale Structure in the Universe Indicated by Galaxy Clusters*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 26, 631, 1988. (7, 10)
- R. Balian, J. Audouze and D. N. Schramm (Eds.): *Physical Cosmology*. Les Houches Lectures Session XXXII (Amsterdam, North Holland, 1979). (5, 10)
- F. Bertola, J. W. Sulentic and B. F. Madore (Eds.): *New Ideas in Astronomy* (Cambridge, Cambridge University Press, 1988). (12)
- P. Crane (Ed.): *Light Element Abundances*, ESO-EPIC Workshop Proceedings (Berlin, Springer Verlag, 1995). (5, 9, 10)
- A. Dresler: *The Great Attractor: Do Galaxies Trace the Large-Scale Mass Distribution?* *Nature* 350, 391, 1991. (7, 10)
- S. M. Faber and J. S. Gallagher: *Masses and Mass to Light Ratios of Galaxies*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 17, 135, 1979. (10)
- A. Hewitt, G. Burbidge and L. Z. Fang (Eds.): *Observational Cosmology*. IAU Symposium No. 124 (Dordrecht, D. Reidel, 1987). (10-12)
- J. V. Narlikar: *Noncosmological Redshifts*. *Space Science Reviews* 50, 523, 1989. (9, 12)
- J. V. Narlikar and A. K. Kembhavi: *Non-standard Cosmologies*. In *Handbook of Astronomy, Astrophysics and Geophysics, Vol. II*, V. M. Canuto and B. G. Elmgreen (Eds.) (New York, Gordon and Breach, 1988). (8, 9, 12)
- J. V. Narlikar and T. Padmanabhan: *Inflation for Astronomers*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 29, 325, 1991. (6, 7)
- B. E. J. Pagel, E. A. Simonson, R. J. Terlevich and M. G. Edmunds: *The Primordial Helium Abundance from Observations of Extragalactic H II Regions*. *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 255, 325, 1992. (5, 10)
- A. Sandage: *Observational Tests of World Models*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 26, 561, 1988. (10, 11)
- K. Sato: *Cosmological Parameters and the Evolution of the Universe*. IAU Symposium No. 183 (Dordrecht, Kluwer, 1999). (10, 11)
- D. Schramm and R. V. Wagoner: *Element Production in the Early Universe*. *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 27, 37, 1977. (5, 10)
- S. F. Shandarin and Ya. B. Zeldovich: *The Large Scale Structure of the Universe: Turbulence, Intermittency, Structures in Self Gravitating Medium*. *Rev. Mod. Phys.* 61, 185, 1989. (7)
- V. Trimble: *The Existence and Nature of Dark Matter in the Universe*. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 25, 425, 1987. (7, 10)

- S. Weinberg: *Beyond the First Three Minutes. Physica Scripta* 21, 773, 1980. (6, 7)
- S. Weinberg: *The Cosmological Constant Problem. Rev. Mod. Phys.* 61, 1, 1989. (6, 12)
- C. M. Will: *The Confrontation between General Relativity and Experiment. Lecture Notes, SLAC Summer School on Particle Physics, gr-qc/9811036*, 1998. (2, 8, 11)

### ۳. مراجع مربوط به کارهای اولیه

اگرچه مقاله‌هایی که در زیر با فصل مشخص شده‌اند چشم‌اندازی تاریخی را تشکیل می‌دهند، اما بسیاری از آنها کلاسیک و هنوز هم مطرح هستند.

## فصل ۱

### طبقه‌بندی انواع کهکشانها

- E. Hubble. 1926. 'Extragalactic nebulae' *Ap. J.* 64, 321.
- W. W. Morgan. 1958. 'A preliminary classification of the forms of galaxies according to their stellar spectra' *Publ. Astron. Soc. Pac.* 70, 364.
- S. van den Bergh. 1960. 'The luminosity classification of galaxies and stellar evolution' *Mém. Soc. Roy. Liège (Belgium) Série Cinquième, Vol. III.*

### کشف و شناسایی دجاجة A

- J. S. Hey, S. J. Parsons and J. W. Phillips. 1946. 'Fluctuations in cosmic radiation at radio frequencies' *Nature* 158, 234.
- W. Baade and R. Minkowski. 1954. 'Identification of radio sources in Cassiopeia, Cygnus A and Puppis A' *Ap. J.* 119, 206.

### دو کوازار اولیه

- C. Hazard, M. B. Mackey and A. J. Shimmins. 1963. 'Investigation of the radio source 3C273 by the method of lunar occultations' *Nature* 197, 1037.
- J. L. Greenstein and M. Schmidt. 1964. 'The quasi stellar radio sources 3C48 and 3C273' *Ap. J.* 140, 1.

### خوشه‌ای و ابرخوشه‌ای شدن کهکشانها

- C. D. Shane and C. A. Wirtanen. 1954. 'A distribution of extragalactic nebulae' *A. J.* 59, 285.
- F. Zwicky. 1957. *Morphological Astronomy* (Berlin: Springer-Verlag).
- G. O. Abell. 1958. 'The distribution of rich clusters of galaxies' *Ap. J. Suppl.* 3, 211.
- G. de Vaucouleurs. 1961. 'Recent studies of clusters and superclusters' *A. J.* 66, 629.
- D. Lynden-Bell, S. M. Faber, D. Burstein, R. L. Davies, A. Dressler, R. J. Terlevich and G. Wegner. 1988. 'Photometry and spectroscopy of elliptical galaxies' *Ap. J.* 326, 19.

انتقال به سرخ‌های مربوط به سحابی

- V. M. Slipher. 1914. 'Spectrographic observations of nebulae' Paper presented at the 17th meeting of the AAS, August 1914.
- E. Hubble. 1929. 'A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* 15, 168.
- E. Hubble and M. Humason. 1931. 'The velocity-distance relation among extragalactic nebulae' *Ap. J.* 74, 35.

## فصل ۲

فرمولبندی معادله‌های میدان نسبیت عام

- A. Einstein. 1915. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 778.
- A. Einstein. 1915. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie (Nachtrag)' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 799.
- A. Einstein. 1915. 'Die Feldgleichungen der Gravitation' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 844.

نسبیت عام از اصل کُنش

- D. Hilbert. 1915. 'Die Grundlagen der Physik' *Konigl. Gesell. Wiss. Göttingen, Nachr. Math.-Phys. Kl.*, 395.

حل شوارتس شیلد

- K. Schwarzschild. 1916. 'Über das Gravitationsfeld eines Maßpunktes nach der Einsteinschen Theorie' *Sitzber. Deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math.-Phys. Tech.*, 189.

قضیه بیرکھوف

- G. D. Birkhoff. 1923. *Relativity and Modern Physics* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

انتقال به سرخ گرانشی

- R. V. Pound and G. A. Rebka. 1960. 'Apparent weight of photons' (Laboratory experiment) *Phys. Rev. Lett.* 4, 337.
- W. L. Wiese and D. E. Kelleher. 1971. 'On the cause of redshifts of white dwarf spectra' (40 Eridani B) *Ap. J.* 166, L59.
- J. L. Greenstein, J. B. Oke and H. L. Shipman. 1971. 'Effective temperature, radius and gravitational redshift of Sirius B' *Ap. J.* 169, 563.

پیشروی حضيض

- A. Einstein. 1915. 'Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 831.
- G. M. Clemence. 1947. 'The relativity effect in planetary motions' *Rev. Mod. Phys.* 19, 361.

- C. W. Will. 1975. 'Periastron shifts in the binary system 1913+16: theoretical interpretation' *Ap. J.* 196, L3.
- J. H. Taylor, L. A. Fowler and R. M. McCullach. 1979. 'Measurements of general relativistic effects in the binary pulsar PSR 1913+16' *Nature* 277, 437.
- خم شدن نور، امواج رادیویی و ریزموجها
- F. W. Dyson, A. S. Eddington and C. Davidson. 1920. 'A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of May 29, 1919' *Phil. Trans. Roy. Soc. A* 220, 291.
- C. C. Counselman III, S. M. Kent, C. A. Knight, I. I. Shapiro and T. A. Clark. 1974. 'Solar gravitational deflection of radio waves measured by very long baseline interferometry' *Phys. Rev. Lett.* 33, 1621.
- E. B. Fomalont and R. A. Sramek. 1975. 'A confirmation of Einstein's general theory of relativity by measuring the bending of microwave radiation in the gravitational field of the Sun' *Ap. J.* 199, 749.
- K. W. Weiler, R. D. Ekers, E. Raimond and K. S. Wellington. 1975. 'Dual frequency measurement of the solar gravitational microwave deflection' *Phys. Rev. Lett.* 35, 134.
- تاخیر پژواک رادار
- J. D. Anderson, P. B. Esposito, W. Martin, C. L. Thornton and D. O. Muhleman. 1975. 'Experimental test of general relativity time-delay data from Mariner 6 and 7' *Ap. J.* 200, 221.
- R. D. Reasenberg, I. I. Shapiro, P. E. MacNeil, R. B. Goldstein, J. C. Breidenthal, J. P. Brenkle, D. L. Cain, T. M. Kaufman, T. A. Komarek and A. I. Zygielbaum. 1979. 'Verification of signal retardation by Solar gravity' *Ap. J.* 234, L219.
- اصل هم‌ارزی
- I. I. Shapiro, C. C. Counselman and R. W. King. 1976. 'Verification of the principle of equivalence for massive bodies' *Phys. Rev. Lett.* 36, 555.
- J. G. Williams, R. H. Dicke, P. L. Bender, C. O. Alley, W. E. Carter, D. G. Currie, D. H. Eckhardt, J. E. Faller, W. M. Kaula, J. D. Mulholland, H. H. Plotkin, S. K. Poultney, P. J. Shelus, E. C. Silverberg, W. C. Sinclair, M. A. Slade and D. T. Wilkinson. 1976. 'New test of the equivalence principle from lunar laser ranging' *Phys. Rev. Lett.* 36, 551.
- حرکت تقدیمی ژيروسکوپ
- L. I. Schiff. 1960. 'Motion of a gyroscope according to Einstein's theory of gravitation' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* 46, 871.
- تابش گرانشی
- C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler. 1973. *Gravitation* (New York: W. H. Freeman).



### فصل ۳

نیوتون می‌کوشد مدلی از عالم بسازد

- I. Newton. 1692 and 1693. Letters to Richard Bentley dated December 10, 1692 and January 17, 1693. In D. T. Whiteside, ed., 1976, *Mathematical Papers of Isaac Newton*, Vol. 7, pp. 233, 238 (Cambridge: Cambridge University Press).

کیهان‌شناسی نیوتونی

- H. Seeliger. 1895. *Astr. Nachr.* cxxxvii, 129 and 1896. *Münch. Ber. Math. Phys. Kl.*, 373.  
 C. Neumann. 1896. *Allgemeine Untersuchungen über das Newtonsche Prinzip der Fernwirkungen* (Leipzig).  
 W. H. McCrea and E. A. Milne. 1934. 'Newtonian universes and the curvature of space' *Q. J. Math.* 5, 73.

عالم اینشتین

- A. Einstein. 1917. 'Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.' *Preuß. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber.*, 142.

عالم دوسیتِه

- W. de Sitter. 1917. 'On the relativity of inertia: remarks concerning Einstein's latest hypothesis' *Proc. Koninkl. Akad. Wetensch. Amsterdam* 19, 1217.

فرضیهٔ وایل

- H. Weyl. 1923. 'Zur allgemeinen Relativitätstheorie' *Z. Phys.* 24, 230.

جزء خط رابرتسون-واکر

- H. P. Robertson. 1935. 'Kinematics and world structure' *Ap. J.* 82, 248.  
 A. G. Walker. 1936. 'On Milne's theory of world-structure' *Proc. Lond. Math. Soc.* (2) 42, 90.

برای موضوعات باقیمانده در فصل ۳، مراجع فهرست شده در فصل ۴ را در موضوعات همانند ببینید.

### فصل ۴

مدلهای فریدمان

- A. Friedmann. 1922 and 1924. 'Über die Krümmung des Resumes' *Z. Phys.* 10, 377 and *Z. Phys.* 21, 326.

مدل اینشتین-دوسیتِه

- A. Einstein and W. de Sitter. 1932. 'On the relation between the expansion and the mean density of the universe' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* 18, 213.

## فاصله درخشندگی

W. Mattig. 1958. 'Über den Zusammenhang zwischen Rotverschiebung und scheinbarer Helligkeit' *A. N.* 284, 109.

## تغییر اندازه‌های زاویه‌ای

R. C. Tolman. 1933. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology* (Oxford: Oxford University Press).

F. Hoyle. 1959. 'The relation of radioastronomy and cosmology' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 529 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

## شمارش تعداد کهکشانشا

E. P. Hubble and R. C. Tolman. 1935. 'Two methods of investigating the nature of the nebular red-shift' *Ap. J.* 82, 302.

## پارادوکس اولبرس

E. Halley. 1720. 'Of the infinity of the sphere of fixed stars.' *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.* 31, 22. (The first known discussion of the paradox)

H. W. M. Olbers. 1826. 'Über die Durchsichtigkeit des Weltraumes.' *Bode Jahrbuch* 110.

کیهان‌شناسیهای  $\lambda$ 

A. S. Eddington. 1930. 'On the instability of Einstein's spherical world' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 90, 668.

Abbé G. Lemaître. 1931. 'A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extragalactic nebulae' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 91, 483. (Translated from the original paper in *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, XLVII A, 49 (1927))

## فصل ۵

## کارهای اولیه در مورد سنتز هسته‌های آغازین

G. Gamow. 1946. 'Expanding universe and the origin of elements' *Phys. Rev.* 70, 572.

R. A. Alpher and R. C. Hermann. 1948. 'Evolution of the universe' *Nature* 162, 774.

R. A. Alpher, H. A. Bethe and G. Gamow. 1948. 'The origin of chemical elements' *Phys. Rev.* 73, 80. (This paper, with the sequence of authors Alpher/Bethe/Gamow, led to the name ' $\alpha/\beta/\gamma$  theory')

## سنتز هسته‌ها در ستارگان

G. R. Burbidge, E. M. Burbidge, W. A. Fowler and F. Hoyle. 1957. 'Synthesis of the elements in stars' *Rev. Mod. Phys.* 29, 547.

کارهای بعدی در مورد سنتز هسته‌ها در ستارگان

- C. Hayashi. 1950. 'Proton-neutron concentration ratio in the expanding universe at the stages preceding the formation of the elements' *Progr. Theor. Phys. (Japan)* 5, 224.
- F. Hoyle and R. J. Tayler. 1964. 'The mystery of cosmic helium abundance' *Nature* 203, 1108.
- P. J. E. Peebles. 1966. 'Primordial helium abundance and the primordial fireball' *Ap. J.* 146, 542.
- Ya. B. Zel'dovich. 1966. 'The 'hot' model of the universe' *Usp. Fiz. Nauk* 89, 647.
- R. V. Wagoner, W. A. Fowler and F. Hoyle. 1967. 'On the synthesis of elements at very high temperatures' *Ap. J.* 148, 3.

فراوانی هلیوم و انواع نوترینو

- J. Yang, D. Schramm, G. Steigman and R. T. Rood. 1979. 'Constraints on cosmology and neutrino physics from big bang nucleosynthesis' *Ap. J.* 227, 697.

کشف زمینه ریزموج

- A. McKeller. 1941. *Pub. Dom. Astrophys. Observatory, Victoria, B.C.*, 7, 251
- A. A. Penzias and R. W. Wilson. 1965. 'Measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s' *Ap. J.* 142, 419.

فصل ۶

گامهایی به سوی نظریه‌ای واحد برای برهم‌کنشهای بنیادی

- J. C. Maxwell. 1864. 'A dynamical theory of the electromagnetic field' *Phil. Trans. Roy. Soc.* 155. (Paper read on 8 December 1864)
- S. Weinberg. 1967. 'A model of leptons' *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264. (The electro-weak interaction)
- A. Salam. 1968. 'Weak and electromagnetic interactions' In N. Swartholm, ed., *Elementary Particle Physics*, p. 367 (Stockholm: Almqvist and Wiksells).
- H. Georgi and S. L. Glashow. 1974. 'Unity of all elementary-particle forces.' *Phys. Rev. Lett.* 32, 438. (The  $SU(5)$  framework)

باریونهای اضافی در عالم اولیه

- G. Steigman. 1976. 'Observational tests of antimatter cosmologies' *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 14, 339.
- M. Yoshimura. 1978. 'Unified gauge theories and the baryon number of the universe' *Phys. Rev. Lett.* 41, 281.
- S. Weinberg. 1979. 'Baryon-lepton non-conserving processes' *Phys. Rev. Lett.* 43, 1566.

عالم تورمی

- D. Kazanas. 1980. 'Dynamics of the universe and spontaneous symmetry breaking' *Ap. J.* 241, L59.

- A. H. Guth. 1981. 'Inflationary universe: a possible solution to the horizon and flatness problems' *Phys. Rev. D*23, 347.
- K. Sato. 1981. 'First order phase transition of a vacuum and the expansion of the universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 195, 467.

## عالم تورمی جدید

- A. Linde. 1982. 'A new inflationary universe scenario' *Phys. Lett.* B108, 389.
- A. Linde. 1982. 'Scalar field fluctuations in the expanding universe and the new inflationary scenario' *Phys. Lett.* B116, 335.
- A. Albrecht and P. J. Steinhardt. 1982. 'Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking' *Phys. Rev. Lett.* 48, 1220.

## تورم آشوبناک

- A. Linde. 1983. 'Chaotic inflation' *Phys. Lett.* B129, 177.

## سیاهچاله‌های آغازین

- S. W. Hawking. 1974. 'Black hole explosions?' *Nature* 248, 30.
- B. J. Carr. 1975. 'The primordial black hole mass spectrum' *Ap. J.* 201, 1.

## کیهان‌شناسی کوانتومی

- J. Hartle. 1988. 'Quantum cosmology' In B. R. Iyer, A. Kembhavi, J. V. Narlikar and C. V. Vishveshwara, eds., *Highlights in Gravitation and Cosmology*, p. 144 (Cambridge: Cambridge University Press).
- J. V. Narlikar. 1984. 'The vanishing likelihood of spacetime singularity in quantum conformal cosmology' *Found. Phys.*, 14, 443

## فصل ۷

## جرم جینز

- J. H. Jeans. 1902. 'The stability of a spiral nebula' *Phil. Trans. Roy. Soc.* 199A, 49.

## رشد افت‌وخیزها

- E. Lifshitz. 1946. 'On the gravitational instability of the expanding universe' *J. Phys. (USSR)* 10, 116.
- R. H. Dicke and P. J. E. Peebles. 1968. 'Origin of the globular clusters' *Ap. J.* 154, 891.

## طیف مقیاس-ناوردا

- E. R. Harrison. 1970. 'Fluctuations at the threshold of classical cosmology' *Phys. Rev. D*1, 2726.
- Ya. B. Zel'dovich. 1972. 'A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 160, 1P.
- J. M. Bardeen, P. J. Steinhardt and M. S. Turner. 1983. 'Spontaneous creation of almost scale-free density perturbations in an inflationary universe' *Phys. Rev. D*28, 679.

مادهٔ تاریک و تشکیل ساختار

- J. R. Bond, G. Efstathiou and J. Silk. 1980. 'Massive neutrinos and the large scale structure of the universe' *Phys. Rev. Lett.* 45, 1980.
- P. J. E. Peebles. 1982. 'The peculiar velocity around a hole in the galaxy distribution' *Ap. J.* 258, 415.

تحول غیرخطی ساختارها

- Ya. B. Zel'dovich. 1970. 'Gravitational instability: an approximate theory for large density perturbations' *Astron. Astrophys.* 5, 84.
- S. D. M. White, C. S. Frenk and M. Davis. 1983. 'Clustering in a neutrino dominated universe' *Ap. J.* 274, L1.
- S. J. Aarseth. 1985. 'Direct  $N$ -body calculations' In J. Goodman and P. Hut, eds., *Dynamics of Star Clusters. IAU Symposium No. 113*, p. 251 (Dordrecht: Reidel).
- M. Davis, G. Efstathiou, C. S. Frenk and S. D. M. White. 1985. 'The evolution of large-scale structure in the universe dominated by cold dark matter' *Ap. J.* 292, 371.

نوترینوهای جرم‌دار و کیهان‌شناسی

- R. Cowsik and J. McClelland. 1972. 'An upper limit on the neutrino rest mass' *Phys. Rev. Lett.* 29, 669.
- R. Cowsik and J. McClelland. 1973. 'Gravity of neutrinos of nonzero mass in astrophysics' *Ap. J.* 180, 7.
- S. Tremain and J. E. Gunn. 1979. 'Dynamical role of light neutral leptons in cosmology' *Phys. Rev. Lett.* 42, 407.

فصل ۸

نیروهای لختی و فضای مطلق

- I. Newton. 1687. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1st edn (London: Streater). (English translation by A. Motte (1729) revised by A. Cajori (1934) (Berkeley: University of California Press))
- E. Mach. 1893. *The Science of Mechanics* (Chicago: Open Court).

نظریهٔ لختی سیاما

- D. W. Sciama. 1953. 'On the origin of inertia' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 113, 34.

نظریهٔ گرانی برنز-دیکه

- C. Brans and R. H. Dicke. 1961. 'Mach's principle and a relativistic theory of gravitation' *Phys. Rev.* 124, 125.
- R. H. Dicke. 1962. 'Mach's principle and invariance under transformation of units' *Phys. Rev.* 125, 2163.

## آزمونهای نظریه برنز-دیکی در منظومه شمسی

R. H. Dicke and H. M. Goldenberg. 1967. 'Solar oblateness and general relativity' *Phys. Rev. Lett.* 18, 313.

H. A. Hill and R. T. Stebbins. 1975. 'The intrinsic visual oblateness of the Sun' *Ap. J.* 200, 471.

## جوابهای کیهان‌شناختی نظریه برنز-دیکی

R. H. Dicke. 1968. 'Scalar tensor gravitation and the cosmic fireball' *Ap. J.* 152, 1.

*Variation of G in the Brans-Dicke theory*تغییر  $G$  در نظریه برنز-دیکی

R. H. Dicke. 1962. 'Implications for cosmology of stellar and galactic evolution rates' *Rev. Mod. Phys.* 34, 110.

*The Hoyle-Narlikar theory of gravity*

## نظریه گرانی هویل-نارلیکار

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1964. 'A new theory of gravitation' *Proc. Roy. Soc.* A282, 191.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'A conformal theory of gravitation' *Proc. Roy. Soc.* A294, 138.

## پاسخ الکترومغناطیسی عالم

J. A. Wheeler and R. P. Feynman. 1945. 'Interaction with the absorber as the mechanism of radiation' *Rev. Mod. Phys.* 17, 157.

J. E. Hogarth. 1962. 'Cosmological considerations of the absorber theory of radiation' *Proc. Roy. Soc.* A267, 365.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1963. 'Time symmetric electrodynamics and the arrow of time in cosmology' *Proc. Roy. Soc.* A277, 1.

تکینگی فضا زمان در کیهان‌شناسی  $HN$ 

A. K. Kembhavi. 1978. 'Zero mass surfaces and cosmological singularities' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 185, 807.

تغییر  $G$  در کیهان‌شناسی  $HN$ 

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1972. 'Cosmological models in a conformally invariant gravitation theory I & II' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 155, 305 and 323.

## اهمیت اعداد بدون بُعد بزرگ

P. A. M. Dirac. 1937. 'The cosmological constants' *Nature* 139, 323.

## فرضیه اعداد بزرگ

P. A. M. Dirac. 1938. 'A new basis for cosmology' *Proc. Roy. Soc.* A165, 199.

## کیهان‌شناسی دیراک با دو نوع آفرینش

P. A. M. Dirac. 1973. 'Long range forces and broken symmetries' *Proc. Roy. Soc.* A333, 403.

P. A. M. Dirac. 1974. 'Cosmological models and the large numbers hypothesis' *Proc. Roy. Soc. A338*, 439.

## فصل ۹

نظریهٔ حالت پایا (اولین پیشنهاد)

H. Bondi and T. Gold. 1948. 'The steady state theory of the expanding universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 108*, 252.

F. Hoyle. 1948. 'A new model for the expanding universe' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 108*, 372.

## کیهان‌شناسی-C

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1962. 'Mach's principle and the creation of matter' *Proc. Roy. Soc. A270*, 334. (Continuous creation)

J. V. Narlikar. 1973. 'Singularity and matter creation in cosmological models' *Nature 242*, 135. (Explosive creation)

## عالم داغ

T. Gold and F. Hoyle. 1958. 'Cosmic rays and radio waves as manifestations of a hot universe' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 583 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

## عالم حبابی/تشکیل کهکشان

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'A radical departure from the steady state concept in cosmology' *Proc. Roy. Soc. A290*, 162.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1966. 'On the formation of elliptical galaxies' *Proc. Roy. Soc. A290*, 177.

## کیهان‌شناسی حالت شبه‌پایا

F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar. 'A quasi-steady state cosmological model with creation of matter' *Ap. J. 410*, 437.

برای مطالعهٔ ابعاد مختلف این نوع کیهان‌شناسی به کتاب زیر مراجعه کنید که همهٔ مقاله‌های اولیهٔ این نظریه را فهرست‌بندی کرده است:

F. Hoyle, G. Burbidge and J. V. Narlikar. 2000. *A Different Approach to Cosmology* (Cambridge: Cambridge University Press).

## فصل ۱۰

اندازه‌گیری  $H_0$

E. Hubble. 1929. 'A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae' *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) 15*, 168.

M. L. Humason, N. U. Mayall and A. R. Sandage. 1956. 'Redshifts and magnitudes of extragalactic nebulae' *Ap. J. 61*, 97.

## رابطهٔ دوره-درخشندگی قیفاووسیه‌ها

- H. Leavitt. 1912. 'Periods of twenty-five variable stars in the small Magellanic cloud' *Harvard College Observatory Circular No.* 173.

## ناهمگنی جریان هابل

- V. C. Rubin, N. Thonnard and W. K. Ford Jr. 1976. 'Motion of the Galaxy and the Local Group determined from the velocity anisotropy of distant Sc I galaxies, I & II' *A. J.* 81, 687 and 719.

## توزیع جرم در کهکشانها

- I. King. 1975. 'The structure of round stellar systems: observation and theory' In A. Hayli, ed., *Dynamics of Stellar Systems*, p. 99 (Dordrecht: Reidel).

## آمار گروه کهکشانها

- E. L. Scott. 1961. 'Distribution of galaxies on the sphere' In G. C. McVittie, ed., *Problems in Extragalactic Research*, p. 269 (New York: Macmillan).
- J. Neyman. 1961. 'Alternative stochastic models of the spatial distribution of galaxies' In G. C. McVittie, ed., *Problems in Extragalactic Research*, p. 294 (New York: Macmillan).
- H. Totsuji and T. Kihara. 1969. 'The correlation function for the distribution of galaxies' *Publ. Astron. Soc. (Japan)* 21, 221.
- P. J. E. Peebles. 1974. 'The gravitational instability picture and the nature of distribution of galaxies' *Ap. J.* 189, L51.

## جرم گمشده در خوشه‌های کهکشان

- F. Zwicky. 1933. 'Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln' *Helv. Phys. Acta* 6, 10.

## آبرخوشهٔ محلی

- G. de Vaucouleurs. 1961. 'Recent studies of clusters and superclusters' *A. J.* 66, 629.

 $q_0$  از شتاب منفی کهکشانهای نزدیک

- A. Sandage, G. Tamman and A. Yahil. 1979. 'The velocity field of bright nearby galaxies I-IV' *Ap. J.* 232, 352 and subsequent papers in later issues of *Ap. J.*

## سن کهکشان

- W. A. Fowler and F. Hoyle, 1960. 'Nuclear cosmochronology' *Ann. Phys. (New York)* 10, 280.
- I. Iben Jr. 1974. 'Post main-sequence evolution of single stars' *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 12, 215.

## فراوانی هسته‌های سبک

- R. V. Wagoner. 1973. 'Big bang nucleosynthesis revisited' *Ap. J.* 179, 343.



اندازه‌گیریهای زمینه ریزموج

مراجع ذکر شده در جداول ۲.۱۰ و ۳.۱۰ را ببینید.

ناهمسانگردی دوقطبی زمینه ریزموج

G. F. Smoot, M. V. Gorenstein and R. A. Muller. 1977. 'Detection of anisotropy in the cosmic black body radiation' *Phys. Rev. Lett.* 39, 898.

E. S. Cheng, P. R. Saulson, D. T. Wilkinson and B. E. Corey. 1979. 'Large scale anisotropy in the 2.7 K radiation' *Ap. J.* 232, L139.

اثر ژلدویچ-سانیوف

R. A. Sunyaev and Ya. B. Zeldovich. 1970. 'Small-scale fluctuations of relic radiation' *Astrophys. Space. Sci.* 7, 3.

زمینه ریزموج و پرتوهای کیهانی پرنرژی

K. Greisen. 1966. 'An end to the cosmic ray spectrum?' *Phys. Rev. Lett.* 16, 748.

## فصل ۱۱

$q$  از رابطه  $m-z$

A. Sandage. 1972. 'The redshift distance relation, II' *Ap. J.* 178, 1.

J. Kristian, A. Sandage and J. A. Westphal. 1978. 'The extension of the Hubble diagram, II' *Ap. J.* 221, 383.

A. Reiss *et al.* 1998. 'Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant' *A. J.* 116, 1009.

S. Perlmutter *et al.* 1999. 'Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high redshift supernovae' *Ap. J.* 517, 565.

تصحیح‌هایی بر نمودار هابل

K. G. Malmquist. 1920. 'A study of stars of spectral type A' *Medd. Lunds. Obs. Ser. II* No. 22.

E. L. Scott. 1957. 'The brightest galaxy in a cluster as a distance indicator' *A. J.* 62, 248. (The Scott effect)

A. Sandage. 1961. 'The ability of the 200-inch telescope to distinguish between selected world models' *Ap. J.* 133, 355.

J. B. Oke and A. Sandage. 1968. 'Energy distributions,  $K$  corrections and the Stebbins-Whitford effect for giant elliptical galaxies' *Ap. J.* 154, 21. ( $K$ -correction)

J. E. Gunn and J. B. Oke. 1974. 'Spectrophotometry of faint cluster galaxies and the Hubble diagram: an approach to cosmology' *Ap. J.* 195, 255. (Aperture correction)

B. M. Tinsley. 1975. 'Nucleochronology and chemical evolution.' *Ap. J.* 198, 145. (The evolution of luminosity)

S. M. Chitre and J. V. Narlikar. 1976. 'The effect of intergalactic dust on the measurement of the cosmological deceleration parameter  $q_0$ ' *Astrophys. Space Sci.* 44, 101.  
(Intergalactic absorption)

## شمارش اَبْتیکی کِهکشانها

E. P. Hubble. 1936. 'Effects of redshifts on the distribution of nebulae' *Ap. J.* 84, 517.

## بررسی و شمارشهای چشمهٔ رادیویی

J. R. Shakeshaft, M. Ryle, J. E. Baldwin, B. Elsmore and J. H. Thomson. 1955. 'A survey of radio sources between declinations  $-38^\circ$  and  $+83^\circ$ ' *Mem. Roy. Astron. Soc.* 67, 97.

B. Y. Mills, O. B. Slee and E. R. Hill. 1958. 'A catalogue of radio sources between declinations  $+10^\circ$  and  $-20^\circ$ ' *Aus. J. Phys.* 11, 360.

D. O. Edge, J. R. Shakeshaft, W. B. McAdam, J. E. Baldwin and S. Archer. 1959. 'A survey of radio sources at 159 Mc/s' *Mem. Roy. Astron. Soc.* 68, 37.

J. G. Bolton. 1960. 'The discrete sources of cosmic radio emission' *Comptes Rendus de l'Assemblée Générale de l'URSI, Londres, 1960, Session V.*

A. S. Bennett. 1962. 'The revised 3C-catalogue of radio sources' *Mem. Roy. Astron. Soc.* 68, 163.

## آزمون درخشندگی حجم

M. Schmidt. 1968. 'Space distribution and luminosity functions of quasi-stellar radio sources' *Ap. J.* 151, 393.

## روش بیشترین احتمال

D. F. Crawford, D. L. Jauncey and H. S. Murdoch. 1970. 'Maximum likelihood estimation of the slope from number-flux density counts of radio sources' *Ap. J.* 162, 405.

## تفسیرهای شمارش چشمهٔ کیهان‌شناسی

P. F. Scott and M. Ryle. 1961. 'The number flux density relation for radio sources away from the galactic plane' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 122, 389.

F. Hoyle and J. V. Narlikar. 1962. 'On the counting of radio sources in steady state cosmology' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 123, 133.

D. L. Jauncey. 1967. 'Reexamination of the source counts for the 3C revised catalogue' *Nature* 216, 877.

F. Hoyle. 1968. 'Review of recent developments in cosmology' *Proc. Roy. Soc. A308*, 1.

## تغییر اندازهٔ زاویه‌ای و کیهان‌شناسی

R. C. Tolman. 1934. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*, p. 467 (Oxford: Clarendon Press).

F. Hoyle. 1959. 'The relation of radioastronomy and cosmology' In R. N. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, p. 529 (Palo Alto, CA: Stanford University Press).

آزمون روشنایی سطحی

- A. Sandage and J.-M. Perelmuter. 1990. 'The surface brightness test for the expansion of the universe I & II' *Ap. J.* 350, 481 and 361, 1.

فهرست کوازار

- A. Hewitt and G. Burbidge. 1987. 'A new optical catalogue of quasi-stellar objects' *Ap. J. Suppl.* 63.
- A. Hewitt and G. Burbidge. 1989. 'The first addition to the new optical catalogue of quasi-stellar objects' *Ap. J. Suppl.* 69, 1.
- M.-P. Veron-Cetty and P. Veron. 1985. 'A catalogue of quasars and active galactic nuclei' *ESO Sci. Rep.* No. 4.

*The Hubble diagram of quasars*

نمودار هابل کوازارها

- G. R. Burbidge and F. Hoyle. 1966. 'Relation between the redshifts of quasi-stellar objects and their radio and optical magnitudes' *Nature* 210, 1346.

*Number counts of quasars*

شمارش تعداد کوازارها

- M. Schmidt. 1968. 'Space distribution and luminosity functions of quasi-stellar radio sources' *Ap. J.* 151, 393.
- A. K. Kembhavi and A. Fabian. 1982. 'X-ray quasars and the X-ray background' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 198, 921.

عدسی گرانشی

- F. Zwicky. 1937. 'Nebulae as gravitational lenses' *Phys. Rev.* 51, 290
- D. Walsh, R. F. Carswell and R. J. Weymann. 1979. '0957+561 A, B: twin quasistellar objects or gravitational lens?' *Nature* 279, 381.

جذب لیمان- $\alpha$

- J. E. Gunn and B. A. Peterson. 1965. 'On the density of neutral hydrogen in the intergalactic space' *Ap. J.* 142, 1633.

مسئله تولید انرژی در کوازارها

- F. Hoyle, G. R. Burbidge and W. L. W. Sargent. 1966. 'On the nature of quasi-stellar sources' *Nature* 209, 751.
- M. J. Rees. 1967. 'Studies in radio source structure, I' *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 135, 345.

مسئله جدا شدن کوازارها با سرعت بیشتر از نور

- K. I. Kellarmann and D. B. Shaffer. 1977. 'Superlight motion in radio sources and its implications for the distance scale problem' In C. Balkowski and B. E. Westerlund, eds., *Proceedings of the IAU/CNRS Colloquium*, held in Paris, 6-9 September 1976, p. 347 (Paris: CNRS). (For observations and some theoretical models)

J. V. Narlikar and S. M. Chitre. 1980. 'Gravitational screens and superluminal separation in quasars' *Ap. J.* 235, 335.

تغییر  $e^2/(\hbar c)$

J. N. Bahcall and M. Schmidt. 1967. 'Does the fine structure constant vary with time?' *Phys. Rev. Lett.* 19, 1294.

M. S. Roberts. 1977. 'High redshift 21-cm lines' In C. Balkowski and B. E. Westerlund, eds., *Proceedings of the IAU/CNRS Colloquium*, held in Paris, 6–9 September 1976, p. 501 (Paris: CNRS).

A. D. Tubbs and A. M. Wolfe. 1980. 'Evidence for large-scale uniformity of physical laws' *Ap. J.* 236, L105.

تغییر  $G$

F. Hoyle. 1972. 'The early history of the Earth' *Q. J. Roy. Astron. Soc.* 13, 328.

I. I. Shapiro. 1976. 'Bounds on the secular variation of the gravitational constant' *B. A. A. S.* 8, 308.

## فصل ۱۲

به نفع کیهان‌شناسی استاندارد

P. J. E. Peebles, D. N. Schramm, E. L. Turner and R. G. Kron. 1991. 'The case for the hot relativistic big bang cosmology' *Nature* 352, 769.

J. Silk. 1999. 'The case for the big bang' *Comptes Rendus* 327, Series II-b, 829.

علیه کیهان‌شناسی استاندارد

H. C. Arp, G. Burbidge, F. Hoyle, J. V. Narlikar and N. C. Wickramasinghe. 1990. 'The extragalactic universe: an alternative view' *Nature* 346, 807.

J. V. Narlikar. 1999. 'The case against the big bang' *Comptes Rendus* 327, Series II-b, 841.

## نمایه

- آبل، جورج ۳۸-۳۶  
 آرپ، اچ. سی. ۶۰۴-۵۹۸  
 آزادی مجانبی ۲۵۶-۲۵۶  
 آزمونهای رد SC ۵۹۳-۵۹۱  
 کشف انتقالهای به آبی ۵۹۲-۵۹۱  
 محدود کردن پارامتر فضا ۵۹۲  
 محدودیتهای سن ۵۹۳-۵۹۲  
 وجود ستارگان بسیار پیر ۵۹۲  
 وجود مادهٔ باریونی بسیار زیاد ۵۹۲  
 آفرینش ماده ۳۳۷، ۳۹۲-۳۸۶  
 آفرینش انفجاری ۳۹۱  
 اجسام پرجرم نزدیک به رمبش ۴۱۲-۴۱۱  
 نظریهٔ میدان C ۳۹۲-۳۸۷، ۴۱۱-۴۱۰  
 آلبرشت، ای. ۲۷۳  
 آلفر، رالف ۲۰۶، ۲۲۹، ۴۲۵، ۵۰۰  
 آمبارتسومیان، ویکتور ۴۸۳-۴۸۲، ۵۹۵  
 آنتروپی در عالم اولیه ۲۱۰، ۲۶۷  
 آونگ فوکو ۳۳۸-۳۳۷  
 اَبرتقارن SUSY ۳۱۹  
 اَبرخوشهٔ موضعی (محلی) ۳۸، ۴۷۹  
 اَبرخوشه‌ها ۳۸
- تشکیل شده در عالم داغ حالت پایا ۳۹۵  
 اَبرویه با جرم صفر ۳۶۳  
 ابرهای ماژلانی بزرگ و کوچک ۳۶  
 اتحادهای بیانکی ۷۶، ۹۱، ۱۶۳  
 اثر استیبینوس-ویتفورد ۵۲۸  
 اثر رابین-فورد ۴۶۶  
 اثر گان-پترسون ۴۸۴، ۵۶۰  
 اختریفیزیک ذرات ۲۳۹، ۳۳۷  
 ادموندز، ام. ۴۳۱  
 ادینگتون، ا. اس. ۱۰۵-۱۰۶، ۱۳۳، ۱۹۴-۱۹۲، ۳۶۶  
 ارتباط آفین ۶۷، ۱۱۲  
 استاکتون، ا. ان. ۵۶۵، ۵۹۷  
 استتار توسط ماه ۳۳  
 استیگمن، گری ۳۲۴، ۴۹۹  
 اسلیفر، وی. ام. ۴۳، ۴۶۵  
 اشتکر و همکاران ۶۰۴  
 رهیافت حلقه‌ای به گرانی کوانتومی ۶۰۴  
 اشتینهارت، پی. جی. ۲۷۳  
 اشمیت، مارتن ۵۴۳، ۵۷۴  
 اصل علیت ۳۵۵

- اصل کُنش ۸۵-۸۴، ۱۷۸  
برای لختی ۳۵۶  
اصل کیهان‌شناختی ۱۴۰-۱۳۷، ۱۹۸، ۴۲۰  
اصل کیهان‌شناختی کامل (PCP) ۳۴۱،  
۳۸۷-۳۸۴، ۵۷۳  
اصل ماخ ۳۴۳-۳۳۷، ۳۵۲-۳۵۰، ۳۶۱-۳۶۲،  
۳۷۶  
اصل موضوع وایل ۱۳۷-۱۳۴، ۱۵۴،  
۱۶۵-۱۶۳، ۱۹۸، ۴۲۰، ۴۶۵  
توجیه‌شده با آفرینش ماده ۳۹۱  
اصل هم‌ارزی ۸۳-۸۰، ۱۰۸  
اصل ضعیف ۸۰  
اصل قوی ۸۱-۸۰، ۸۴، ۱۷۸، ۲۸۲  
اعداد بدون بعد در فیزیک ۳۶۶-۳۶۴  
افت‌وخیزهای چگالی، ۳۱۱-۳۱۰  
بی‌دررو ۳۰۵  
تک‌خمیدگی ۳۰۶  
تک‌دما ۳۰۶-۳۰۵  
افق ذره ۱۸۴-۱۸۳، ۱۹۹، ۲۶۵-۲۶۳،  
۲۶۸-۲۶۷، ۳۱۶-۳۱۳  
افق رویداد ۱۵۴، ۱۸۵-۱۸۴  
افق: نگاه کنید به افق رویداد، افق ذره  
اقلیدس ۵۳  
اصل موضوع توازی ۱۱۱  
الکترودینامیک ۲۵۵-۲۵۳  
امواج گرانشی مربوط به دوره آغازین ۵۱۱  
انتقال به سرخ ۳۴-۳۳، ۴۶، ۱۳۳، ۱۴۳-۱۴۱  
از اثر وولف ۶۰۳  
در ذرات با جرم متغیر ۳۶۴، ۶۰۳  
دوپلری ۴۴، ۱۳۴-۱۳۳، ۱۴۳-۱۴۲،  
۱۵۶-۱۵۵، ۶۰۳-۶۰۲
- کیهان‌شناختی ۱۴۳-۱۴۱  
گرانشی ۱۰۲-۱۰۰، ۱۱۰، ۱۱۶-۱۱۵، ۱۵۵،  
۶۰۳  
انتقال به سرخهای غیرکیهان‌شناختی ۶۰۴-۶۰۱  
انتقال دوپلر ۴۴، ۱۳۴-۱۳۳، ۱۴۳، ۱۵۵  
قله دوپلر ۵۱۳-۵۱۲  
انتقالهای به آبی ۴۴، ۳۶۵، ۵۸۲، ۵۹۲-۵۹۱  
انجینیر، سانو ۴۳۳  
اندازه‌گیری فاصله برون کهکشانی  
آبرنواخترهای نوع I ۴۶۲  
آبرنواخترهای نوع II- ۴۵۹-۴۵۷  
اندازه‌گیری H<sub>۰</sub> ۴۶۵-۴۴۵  
رابطه تالی-فیشر ۴۶۰-۴۵۹، ۴۶۷  
رابطه فیبر-جکسون ۴۶۱-۴۶۰  
روشن‌ترین ستاره ۴۵۳-۴۵۱  
روشن‌ترین کهکشان خوشه ۴۶۲  
سحابیهای سیاره‌ای ۴۵۶-۴۵۳  
تابع درخشندگی ۴۵۷-۴۵۳  
متغیرهای قیفاووسی ۴۵۲-۴۴۹  
رابطه دوره-درخشندگی ۴۵۱-۴۴۹  
منطقه‌های H-II ۴۵۷-۴۵۶  
انرژی پلانک ۲۵۴  
انفجار ستاره در کهکشان ۵۳۸  
اوکه جی. بی. ۵۲۸  
اولبرس، هاینریش ۱۹۲  
پارادوکس ۱۹۲، ۲۰۰، ۳۸۶، ۵۳۸  
حل ۲۰۰  
ایزنهارت ۹۷  
اینشتین، آلبرت ۱۲، ۴۸، ۵۰، ۷۰، ۹۵، ۱۰۵،  
۱۲۱-۱۱۹، ۱۲۶، ۱۲۹-۱۲۸، ۱۳۴-۱۳۱،  
۱۳۸-۱۳۷، ۱۹۲، ۳۵۱

محدودیت‌های ناشی از تشکیل ساختار

۴۸۱-۴۸۰

پارامتر خمیدگی ۱۳۹

پارامتر شتاب منفی  $q$  ۱۷۲، ۱۹۸

پارسک (PC) ۱۲، ۵۱

پارسونز، اس. جی. ۲۹

پازیرب، ای. ۳۲۰

پتانسیل شیمیایی ۲۰۸، ۲۱۸-۲۱۷،

۲۲۳-۲۲۲، ۲۳۵

پتانسیل کلن-واینبرگ ۲۷۴، ۲۸۷، ۳۱۷

پترسون، بی. ا. ۴۸۴

پرنکییا ۳۳۹

پروژه کیهان‌شناسی اَبَرنواختر (SCP) ۵۳۲

پریس، ام. اچ. ال. ۳۸۷

پِکر، جی. سی. ۵۵۵

پن‌رز، راجر ۱۷۹

پنزیاس، آرنو ۲۰۶، ۲۳۰-۲۲۹، ۵۰۱-۵۰۰

پوپر، کارل ۴۴۳

پوند، جی. ا. ۱۰۲

پیبلز، جیم ۲۲۹، ۲۹۸، ۴۷۶، ۵۰۱

تابع همبستگی کهکشان-کهکشان ۴۷۶

مسئله تخت‌بودن بحث‌شده توسط ۲۶۷

پیدایش باریون ۲۶۰-۲۵۷

پیمرت، ام. ۴۹۴

پیوند کوازار-کهکشان ۵۶۵، ۵۹۸-۵۹۶

تابش زمینه ۴۸-۴۷

از چشمه‌ها ۱۹۲-۱۸۹

تابش گرانشی ۹۵، ۱۰۹، ۱۱۵

تابع انتقال ۳۳۰

تابع پنجره ۳۱۲

تابع جرم اولیه (IMF) ۵۳۰

آزمایش آسانسور در حال سقوط آزاد ۸۰، ۸۳

ایزادهای وارد بر ماخ ۳۵۲-۳۵۱

باده، والتر ۲۹، ۳۰، ۴۵۰، ۴۵۷

باکال، جان ۵۷۴

بانرجی، اس. ۴۳۳

بته، هانس ۲۰۶

بخار اَبَرسرد ۲۶۹، ۲۷۲

بریج، جفری ۳۱، ۲۲۸، ۳۹۷، ۵۴۶، ۵۵۵

۵۹۸

بریج، مارگارت ۲۲۸

برخوردگر LEP در سرن ۲۲۷-۲۲۶، ۲۳۹

بردار ۶۰-۵۶

پادوردا ۵۹-۵۸

فضاگونه، زمان‌گونه، و صفر ۶۵

میدان برداری ۶۵، ۲۵۰

هموردا ۶۱-۵۹

برنز، کارل ۳۴۵-۳۴۱

برهم‌کش الکتروضعیف ۲۵۱، ۲۵۵-۲۵۱

برهم‌کش جریان بردار ۲۵۲

برهم‌کش جریان خنثی ۲۵۲

برهم‌کنش ضعیف ۲۱۵-۲۱۴، ۲۲۱-۲۱۹،

۲۵۵-۲۵۰

بوزونها ۲۰۸، ۲۵۳

بوزونهای X ۲۶۰-۲۵۵، ۲۸۶

بولتون، جان ۵۴۰

بولیا ۵۳

بوندی، هرمان ۳۸۷-۳۸۳

یادمانابان، تی. ۲۸۲

پارامتر آفین ۷۹

پارامتر چگالی  $\Omega$  ۱۷۲، ۱۹۸، ۲۶۶-۲۶۴، ۳۹۶،

۵۳۳

- تایع درخشندگی شکر ۵۳۷-۵۳۹  
تایع گرین ۳۵۲-۳۵۳  
تعجیلی و تأخیری ۳۵۳  
متقارن ۳۵۴  
تایع همبستگی دونقطه‌ای ۳۰۷-۳۰۸، ۳۱۱، ۴۷۶  
تالی، از. بی. ۴۵۹، ۴۶۸  
تامن، جی. ۴۴۸-۴۴۷، ۴۶۵  
تانسور ۶۱-۶۲  
ادغام ۶۴-۶۵  
تانسور انرژی ۸۴-۹۱، ۱۱۴  
پایستگی ۹۱، ۲۰۰  
درکيهان‌شناسی ۱۷۰-۱۶۲  
ماده ۸۸-۸۶  
ذرات نسبیته ۸۸  
شماره ۸۹  
گردوغبار ۱۶۳-۱۶۵، ۱۶۸  
میدان الکترومغناطیسی ۹۰  
تانسور اینشتین ۷۶-۷۵، ۹۱، ۱۹۸  
تانسور خمیدگی: نگاه کنید به تانسور ریمانی  
تانسور ریچی ۷۵، ۱۹۸  
تانسور ریمان ۷۴، ۷۵  
تقارنهای ۷۵  
تانسور متریک: نگاه کنید به متریک فضازمان  
تانسور متقارن و پادمتقارن ۶۴-۶۳، ۱۱۲  
تاپسون، جی. ا. ۵۳۷  
تبدیل همدیس ۳۵۹-۳۵۷، ۳۷۵، ۳۹۸  
خمینه همدیس-تخت ۳۵۸  
ناوردایی همدیس ۳۵۸-۳۵۷، ۳۹۸  
تپ اختر ۱۶ + PSR ۱۹۱۳ ۱۰۴  
تترو، ا.ج. ۳۵۳
- ترابرد موازی ۶۹-۶۶، ۷۴-۷۳، ۱۵۵  
در امتداد مسیرهای مختلف ۷۴-۷۳  
دور یک مثلث کروی ۷۳-۷۲  
ترل، جی. ۳۴  
آزمونهای رد QSSC ۵۹۴-۵۹۳  
آشکار نساختن گردوغبار رشته‌ای ۵۹۴  
آشکار نساختن ماده پیر ۵۹۴  
انباشت سیاهچاله ۵۹۴  
کشف انتقال به سرخهای بسیار بزرگ ۵۹۴  
ترمودینامیک در عالم اولیه ۲۱۳-۲۰۶  
تقریب دمای زیاد (نسبیتی) ۲۱۳-۲۱۱  
تقریب دمای کم (نانسبیتی) ۲۱۲  
تریتیم ۲۲۳  
تریمین، اسکات ۳۲۳  
تشکیل ساختار: مسئله بنیادی ۲۹۰-۲۸۸  
تصحیح-K، به رابطه انتقال به سرخ قدر هم نگاه کنید ۱۴۸، ۵۳۷  
تصحیح تابش‌سنجی ۵۲۸  
تضاد چگالی ۲۹۲  
تغییر ثابتهای بنیادی ۵۷۷-۵۷۴  
از تحول زیست‌شناختی ۵۷۷  
از تحول ستاره‌ای ۵۷۷  
از حرکت میانگین ماه ۵۷۶-۵۷۵  
از رصدهای راداری ۵۷۵  
از مریخ‌نشین وایکینگ ۵۷۶  
تغییر ثابت ساختار ریز ۵۷۴  
تغییر ثابت گرانشی ۵۷۸-۵۷۴  
تقریب پسانوتونی پارامتری‌سازی شده (PPN) ۹۹  
پارامترهای PPN ۹۹، ۱۰۷، ۱۰۸  
تقریب شماره هموار ۱۳۶، ۱۶۳



تقریب امواج صوتی ۲۹۴  
 عدد موج جینز ۲۹۳  
 جریان هابل ۴۶۷، ۴۶۹  
 جزء خط ۶۲  
 جزء خط رابرتسون-واکر ۱۴۱-، ۱۴۰، ۱۵۱-۱۵۰،  
 ۱۵۵-۱۵۳، ۱۹۸، ۳۴۶، ۳۷۲-۳۷۱،  
 ۳۹۰، ۴۱۳، ۴۶۵، ۵۲۳، ۵۳۶،  
 ۵۵۴  
 تخت بودن همدیس ۳۷۹  
 جزء خط شوارتس شیلد ۹۸  
 شعاع شوارتس شیلد ۱۱۰، ۲۷۸  
 جکسون، جی. سی. ۵۵۳  
 جکسون، رابرت ۴۶۰  
 جوهری، وی. بی. ۳۵۰  
 جینز، جیمز ۲۸۹  
 چارچوب با شتاب یکنواخت ۸۳  
 چارچوب سکون کیهان شناختی ۳۹  
 چرخش فاراده ۴۹۹  
 چشمهٔ رادیویی شبه ستاره‌ای، جسم شبه ستاره‌ای،  
 QSO: نگاه کنید به کوازارها  
 چشمه‌های رادیویی ۳۳-۲۹  
 شناسایی اپتیکی ۳۰، ۳۵-۳۳  
 چگالی باریونی ۲۳۷  
 چگالی بستر ۱۷۲-۱۷۰، ۱۹۸  
 چگالی تابش در برابر ماده ۴۷  
 چگالی شار ۱۴۷، ۵۴۰  
 چیتره، اس. ام. ۵۲۹، ۵۵۲  
 حفره‌ها ۳۹-۳۸  
 حل شوارتس شیلد ۹۸-۹۵، ۱۱۰، ۱۱۹  
 در مختصات همسانگرد ۱۰۰-۹۹، ۱۱۶  
 خمیدگی نرده‌ای ۷۶

تک‌قطبی مغناطیسی ۲۶۸، ۲۸۶  
 تکینگی فضا-زمان ۱۷۸، ۲۰۱، ۳۶۳  
 ۳۸۳-۳۸۲، ۵۸۹  
 تلسکوپ فضایی هابل (HST) ۴۵۱-۴۵۳  
 طرح کی ۴۵۱-۴۵۳  
 توپیر ۴۵۰  
 تورس-پیمبرت، اس. ۴۹۴  
 تورم آشوبناک ۲۷۶  
 تورم فراگسترده ۳۵۰  
 تورم گسترده ۳۵۰  
 تولمن، ار. سی. ۵۴۷  
 تیفت، دلبلیو. ۶۰۰  
 تیلر، راجر ۲۲۹  
 تینسلی، بناتریس ۵۲۹، ۵۶۶  
 ثابت کیهان‌شناختی ۸، ۹۲، ۱۳۱، ۱۹۷-۱۹۲،  
 ۲۳۷، ۳۶۲، ۵۳۳، ۵۷۳-۵۶۶  
 ازاینواخت‌های نوع Ia ۵۳۵-۵۳۴  
 در تورم ۲۷۳، ۲۷۷-۲۷۶  
 علامت منفی ۴۰۵  
 ثابت گرانشی، تغییرات ۳۴۳، ۳۶۸  
 در فرضیه اعداد بزرگ ۳۶۷  
 در نظریهٔ برنز-دیکی ۳۴۸  
 ثابت هابل  $H_0$  ۴۶، ۴۹، ۱۵۰، ۱۷۱، ۳۸۵،  
 ۴۵۱-۴۵۰، ۴۶۵-۴۶۲، ۴۷۰-۴۶۸  
 اندازه‌گیری: نگاه کنید به اندازه‌گیری  $H_0$   
 جاکوبی، جورج ۴۵۶  
 جذب‌کننده‌ها، کامل و ناکامل ۳۵۶  
 جرم پلانک ۳۴۳  
 جرم جینز در عالم در حال انبساط ۲۹۸-۲۸۹،  
 ۲۳۳-۲۳۲  
 تعریف جرم جینز ۲۹۵-۲۹۴

- خوشه سنبله ۳۸، ۴۵۶، ۴۶۲  
خوشه کوما ۴۷۸، ۴۸۱، ۵۱۸  
خوشه‌های کهکشانی ۳۸-۳۶  
جرمهای ۳۷  
غنای ۳۷-۳۶  
قضیه ویریال برای ۴۷۸، ۴۸۲، ۵۸۷، ۵۹۵  
ماده تاریک در ۳۸-۳۷  
دادسون، مارینا ۵۵۳  
داس گوپتا، پی. ۵۴۶  
دجاجه A، چشمه رادیویی ۲۳-۲۹  
درخشندگی تابش‌سنجی ۱۴۷  
درخش هلیم ۴۵۲  
دمای کوری ۲۶۱-۲۶۰  
دوتریم ۲۲۴-۲۲۳  
فراوانی ۲۲۸، ۴۹۷-۴۹۶  
وابستگی به چگالی باریون ۴۸۳، ۴۹۷  
دوره‌ای بودن توزیعهای انتقال به سرخ ۶۰۲-۵۹۹  
دوره نابودی زوج الکترون پوزیترون ۲۱۷-۲۱۵  
دوسیته، دلبیو. ۱۳۲  
عالم دوسیته ۱۳۴-۱۳۲، ۱۶۷-۱۶۶، ۱۸۵،  
۱۹۴-۱۹۲، ۲۷۳  
دو وکولورز، جی. ۳۸، ۴۴۸، ۴۶۵-۴۶۳  
برج ایفل ثابت هابل ۴۶۳-۴۶۲  
دیراک، پی. ا. ام. ۳۵۴، ۳۶۸-۳۶۶  
فرضیه اعداد بزرگ ۳۶۷-۳۶۶  
فرمول تابش-واکنش ۳۵۶-۳۵۴  
دیکی، رابرت ۲۲۹، ۲۹۸، ۳۴۶-۳۴۱، ۳۴۸  
۳۷۸  
بحث درباره مسئله تخت بودن توسط ۲۶۷  
تابش‌سنج برای زمینه ریزموج ۲۲۹-۲۲۸،  
۵۰۰
- دیوار عظیم ۴۰-۳۹  
دیورگوسکی، جورج ۴۶۱  
دیویس، مارک ۴۶۱  
ذرات پرجرم با برهم‌کنش ضعیف (WIMP)  
۴۸۸  
ذره با جرمهای متغیر ۳۶۴  
ذره پلانک ۴۰۳-۴۰۲  
آفرینش و واپاشی ۴۰۸-۴۰۶  
به‌عنوان گوی آتش ۴۲۳-۴۲۱، ۴۸۷  
رابرتز، ام. اس. ۵۷۴  
رابرتسون، اچ. پی. ۱۴۰  
رابطه انتقال به سرخ-قدر ۵۳۵-۵۲۳  
اثر اسکات ۵۲۹  
استفاده از ابرنواخترهای نوع Ia ۵۲۵  
بایاس مالمکویست ۵۲۸  
تحول درخشندگی ۵۲۹  
تصحیح K- ۵۲۸-۵۲۷  
تصحیح دهانه ۵۲۷-۵۲۶  
جذب میان کهکشانی ۵۲۹  
خطاهای رصدی و عدم قطعیت‌های در  
۵۳۰-۵۲۵  
رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ ۱۵۱-۱۵۰،  
۱۵۶-۱۵۵، ۱۸۸-۱۸۶، ۱۹۹، ۵۵۴-۵۴۷  
برای چشمه‌های رادیویی ۵۵۲-۵۴۸  
پراکندگی ناشی از تصویرکردن ۵۵۰-۵۴۹  
برای کوازارها ۵۵۳، ۵۵۹-۵۵۸  
در QSSC ۵۸۶-۵۸۴  
شمارش تعداد کهکشانها با توجه به اندازه  
زاویه‌ای ۵۴۸-۵۴۷  
رابطه سرعت-فاصله ۴۵-۴۴، ۱۲۳، ۱۵۳  
رابین، ورا ۴۶۶

- رامادوری، اس. ۴۲۸  
 راه شیری: نگاه کنید به کهکشان  
 رایل، مارتین ۵۴۵، ۵۴۶، ۵۴۶  
 رابیندهٔ عظیم ۳۹  
 ربکا، جی. ا. ۱۰۲  
 رژیم غیرخطی ۳۲۶-۳۳۱  
 رشته‌ها ۳۸-۳۹  
 رشد افت‌وخیزهای جرم  
 در دورهٔ پس از بازترکیب ۳۰۱-۲۹۸  
 در عالم تحت سیطرهٔ تابش ۳۰۴-۳۰۲  
 در مدل اینشتین-دوسیته ۲۹۹  
 در مدل بسته ۳۰۰  
 رصدخانهٔ اینشتین ۳۵  
 روشیابی سطحی ۱۵۲  
 به‌عنوان آزمون فرضیهٔ انبساط ۵۵۵-۵۵۴  
 ریزعدسیهای گرانشی ۴۸۷-۴۸۵  
 جستجو در OGLE, EROS, MACHO  
 و غیره ۴۸۷-۴۸۶  
 ریس، مارتین ۵۶۲  
 رینمان کیهانی ۲۶۲-۲۶۱، ۳۳۱  
 ریمان ۵۳، ۷۰  
 تانسور ریمان-کریستوفل: نگاه کنید به تانسور  
 ریمان  
 رینس، اف. ۳۲۰  
 ریو، جی. اف. ۴۹۴  
 زلدویچ، یاکوب ۲۲۹، ۳۱۶، ۳۲۸-۳۲۶  
 پنکیکه‌های زلدویچ ۳۲۷  
 تقریب زلدویچ ۳۲۸-۳۲۶  
 زمان انزوا ۴۸۹  
 زمان پلانک ۲۸۲-۲۸۱  
 زمان کیهانی ۱۳۷
- زمان نگاه به گذشته ۵۲۹  
 زمینهٔ پرتو ۶ ۵۰۰  
 زمینهٔ ریزموج ۳۹، ۴۸-۴۷، ۵۱، ۲۰۶،  
 ۲۳۴-۲۳۰، ۳۰۱، ۳۳۶  
 از ترازهای CN ۵۰۰، ۵۱۹  
 اکتشاف از روی خوش‌شانسی ۲۲۹  
 اولین آشکارسازی توسط مکلار ۵۰۱  
 برهم‌کنش با پرتوهای کیهانی پرنرژی ۵۲۰  
 پیش‌بینی توسط آلفر و هرمن ۲۲۹-۲۲۸  
 تشکیل و سرشت جسم سیاه ۲۳۴-۲۳۰  
 حدود مربوط به منشأ چشمهٔ گسسته ۵۱۹  
 طیف ۲۳۱-۲۳۰، ۵۰۴-۵۰۰  
 اندازه‌گیری‌شده توسط COBE ۲۳۰،  
 ۵۰۴، ۵۰۱-۵۰۲  
 عصر آخرین پراکندگی ۲۳۳، ۲۹۶  
 ناهمسانگردی ۵۱۵-۵۰۴  
 آزمایشهای آتی MAP، پلانک ۵۱۴-۵۱۳  
 اثر ریس-شاما ۵۱۲  
 اثر سانیف-زلدویچ ۵۱۲  
 اثر سکس-وولف ۵۱۱  
 اندازه‌گیریهای COBE از ۵۱۰-۵۰۹  
 ناشی از افق ذره ۵۰۷  
 ناهمسانگردی دوقطبی ۵۰۸-۵۰۶  
 ناهمسانگردیهای کوچک-زاویه ۵۱۱-۵۰۷  
 نوسانهای ساخاروف ۵۱۲  
 زمینهٔ ریزموج کیهانی: نگاه کنید به زمینهٔ ریزموج  
 زنجیرهٔ اصلی هیادها ۴۴۸  
 زویکی، اف. ۳۷، ۴۷۷، ۵۶۲  
 پیش‌بینی خاصیت عدسی گرانشی توسط  
 ۵۶۱  
 فهرست‌بندی خوشه‌ها توسط ۳۶

- سن عالم ۱۷۰، ۱۷۷، ۱۹۷-۱۹۶، ۲۰۱، ۳۰۹،  
 ۴۸۹-۴۸۸، ۵۸۹  
 سن کهکشان ۴۸۸-۴۹۲  
 حد به دست آمده از تحول ستاره‌ای ۴۸۸-۴۸۹  
 سن خوشه‌های گویسان ۵۶۶  
 حد به دست آمده از گاه‌شماری کیهانی هسته‌ای  
 ۴۸۹  
 سوبل، اچ. دبلیو. ۳۲۰  
 سیاهچاله ۱۱۰، ۱۱۸، ۲۷۸-۲۷۷  
 تابش از ۲۸۰-۲۷۷  
 سیاهچاله‌های آغازین ۲۸۰-۲۷۷  
 سیطره ماده در مقابل تابش ۱۶۹-۱۶۶  
 سیلک، جوزف ۳۳۰  
 شاپیرو، آی. آی. ۵۷۵  
 شاما، دنیس ۳۲۰، ۳۴۳-۳۴۲  
 شبیه‌سازیهای N جسمی ۳۳۱-۳۲۸، ۴۷۶  
 آرست، گوت و ترنر ۴۷۶  
 شرام، دیوید ۳۲۴، ۴۸۹  
 شعاع هابل ۱۶۴، ۱۸۵، ۳۱۶-۳۱۴  
 شعاع هولمبرگ ۲۵، ۴۷۳  
 شعرای یمانی B ۱۰۲  
 شکست خودبه‌خود تقارن ۲۶۲-۲۶۰، ۲۶۸  
 شمارش تعداد: نگاه کنید به شمارشهای چشمه  
 شمارشهای چشمه ۱۵۳-۱۵۲، ۱۵۵،  
 ۵۴۷-۵۳۶  
 چشمه‌های رادیویی ۵۴۷-۵۴۰  
 داده‌های مربوط ۵۴۷-۵۴۴  
 رابطه  $\log N - \log S$  ۵۴۳-۵۴۱  
 روش بیشترین احتمال ۵۴۳  
 کهکشانها ۵۴۰-۵۳۶  
 شوارتس شیلد، کارل ۹۶-۹۵، ۱۲۶، ۳۵۳
- مسئله جرم گمشده ۴۸۰-۴۷۷  
 ژونسی، دی. ال. ۵۴۳  
 ژودزیکها ۷۹-۷۶، ۳۸۸  
 انحراف ۱۱۴-۱۱۳، ۱۱۵  
 در موضوع وایل ۱۳۶-۱۳۴  
 معادله‌های ۷۹، ۸۲، ۱۶۴  
 ساتو، کی. ۲۶۸  
 ساختار بزرگ مقیاس عالم ۴۰-۳۶، ۳۳۱-۲۸۸،  
 ۵۸۹  
 افت و خیزهای چگالی و جرم ۳۱۳-۳۱۰  
 جرم جینز ۲۹۸-۲۸۹  
 دورهٔ پس از باز ترکیب ۳۰۴-۲۹۸  
 رژیم رشد غیرخطی ۳۳۱-۳۲۶  
 قندهای رصدی بر ۳۱۰-۳۰۳  
 مادهٔ تاریک و ۳۲۶  
 ورودیها از تورم ۳۱۸-۳۱۳  
 ساختار یاخته‌ای عالم ۳۹، ۵۹۶  
 سال نوری ۱۲، ۵۰  
 ساها، مقتاد ۲۳۲  
 سحابی کله‌اسبی ۱۴  
 سلام، عبدوس ۲۵۱  
 سناریوی تمبالا ۳۰۹، ۳۲۶  
 سناریوی سر-پایین ۳۰۹، ۳۲۶  
 سنتر هسته‌ها: نگاه کنید به سنتر هسته‌های آغازین  
 یا ستاره‌ای  
 سنتر هسته‌های آغازین ۲۰۶، ۲۱۸، ۲۲۵-۲۲۱،  
 ۲۲۹  
 پایان ۲۲۴  
 سنتر هسته‌های ستاره‌ای ۲۲۹-۲۲۸  
 سندیج، ا. ۴۴۸-۴۴۷، ۴۶۲، ۴۶۵، ۵۲۵، ۵۲۸،  
 ۵۳۲-۵۳۱، ۵۵۵

- نقاط ضعف و فلکهای تدویر ۲۷۶-۲۷۷
- عالم تورمی جدید ۲۷۳-۲۷۶
- عالم حالت پایای داغ ۳۹۴-۳۹۶
- عالم حبابی ۳۹۵-۳۹۶
- طیف پرتو کیهانی در ۳۹۶
- عالم در حال انبساط ۴۳-۴۶، ۱۲۵، ۱۳۴-۱۳۲
- توان قیاسی از PCP ۳۸۵
- عالم فراکتالی ۳۹، ۵۹۶
- عصر آخرین پراکندگی ۲۳۳، ۲۹۶
- عصر بازترکیب ۲۳۳، ۲۹۶
- فاصله درخشندگی ۱۴۸، ۱۸۲-۱۷۹
- فاؤلر، دلبیو. ا. ۳۱، ۲۲۸، ۲۳۸، ۴۲۳، ۴۸۹
- ۴۹۲
- فاینمن، ار. پی. ۳۵۴
- فراوانی هسته‌های سبک ۲۲۷-۲۲۴، ۲۳۴
- ۴۹۳-۴۹۸
- ${}^2\text{H}$  ۴۹۶-۴۹۷
- ${}^4\text{He}$  ۴۹۳-۴۹۵
- ${}^7\text{Li}$ ،  ${}^3\text{He}$  ۴۹۷-۴۹۸
- نقش پرتوهای کیهانی در ۴۹۳
- فرض تخت بودن ۲۰۵
- فرضیهٔ اعداد بزرگ ۳۳۷، ۳۶۷-۳۶۶، ۳۷۶
- آفرینش تلویحی توسط ۳۷۰-۳۷۰
- آفرینش جمعی در برابر ضربی ۳۷۰-۳۷۱
- کیهان‌شناسی مبتنی بر ۳۷۱-۳۷۴
- مفهوم دو-متریک ۳۶۸-۳۷۱
- نسبت ۳۶۹
- یکاهای اتمی و گرانشی ۳۶۸-۳۶۹
- فرضیه‌های کیهان‌شناسی (CH) ۵۶۰-۵۶۳
- ۵۹۶-۶۰۳، ۵۶۵-۵۶۶
- فرمیونها ۲۰۸
- شواهدی بر وجود پادماده ۴۹۸-۵۰۰
- شیلی-هارلو ۱۴، ۲۰، ۴۴۹
- شین، سی. دی. ۳۸
- صفحهٔ ابرککشانی ۳۸، ۴۶۶
- صفحهٔ بنیادی ۴۶۱-۴۶۰
- طول عمر عالم ۱۷۴
- طیف توان زاویه‌ای ۵۰۵
- تابع خود-هموردا برای ۵۰۵-۵۰۶
- طیف مقیاس-ناوردا ۳۰۷-۳۰۸، ۳۱۸-۳۱۶
- عالم اینشتین ۱۳۱-۱۲۶، ۱۳۸-۱۳۷، ۱۵۴
- ۱۹۲-۱۹۴، ۳۷۲-۳۷۳، ۴۴۲-۴۴۳
- عالم باز ۱۵۳، ۱۷۴-۱۷۷
- عالم بسته ۱۲۷-۱۲۶، ۱۳۱، ۱۳۷، ۱۵۳
- ۱۷۲-۱۷۴
- عالم بسیار اولیه ۲۳۸-۲۳۹
- بقای ذرات پرجرم در ۲۴۳-۲۴۹
- ترکیب ذره‌ای در ۲۴۰-۲۴۲
- شکست تقارن در ۲۶۰-۲۶۲
- عالم تحت سیطرهٔ تابش ۱۶۸-۱۶۷، ۲۰۵-۲۰۲
- ۲۳۴
- عالم تحت سیطرهٔ ماده ۱۶۷، ۲۳۴
- عالم تورمی ۲۶۸-۲۷۷، ۴۸۸-۴۸۶
- انواع: نگاه کنید به تحت عنوان انواع خاص
- برخورد با تخت بودن ۲۷۲-۲۷۳
- خلأهای واقعی و دروغین ۲۷۲-۲۷۳
- رشد اختلالهای چگالی در ۲۷۶، ۳۱۶-۳۱۳
- شبهات با مدل دوسیه ۲۷۲-۲۷۳
- طیف مقیاس-ناوردا در ۳۱۶-۳۱۸
- مدل گوث ۲۲۳-۲۲۴
- مسئلهٔ خروجی دلپذیر ۲۲۶-۲۲۷
- مسئلهٔ سن با ۴۹۱-۴۹۲

- فریدمان الکساندر ۱۳۴، ۱۵۳، ۱۶۷-۱۶۹، ۳۳۶-۳۳۷
- قدر ظاهری ۴۴-۴۶، ۱۴۸
- مستلّه افق ۲۶۴-۲۶۳، ۲۷۳
- قرارداد مجموعیابی ۵۷
- مستلّه تخت بودن ۲۶۴-۲۶۳، ۲۷۲-۲۷۳
- قضیه بیرکھوف ۹۸
- مستلّه تک قطبی ۲۶۸، ۲۷۳
- قضیه فیثاغورس ۵۴
- مستلّه دیواره حوزه ۲۶۳-۲۶۱، ۲۷۳
- قیفاووسی δ ۴۴۹
- مستله های ۲۶۸-۲۶۱
- کار، برنارد ۲۸۰، ۴۸۴-۴۸۳
- فریدمن ۴۵۱
- کازاناس، دی. ۲۶۸
- فضازمان ۵۵
- کانت، امانوئل ۲۰
- به صورت مجانبی تخت ۱۱۹
- کانیزاز، سی. ۴۸۴
- فضازمان تخت ۱۷۶-۱۷۸، ۷۴
- کاوسیک، ار. ۳۲۱، ۳۲۴
- فضازمان خمیده ۷۴
- کپتین، جی. سی. ۱۵
- فضازمان مینکوفسکی ۸۳-۸۱، ۹۰، ۱۱۱
- کچپول ۴۵۰
- ۱۱۹، ۱۳۹، ۱۷۶، ۱۹۹، ۲۵۰، ۳۶۳
- کرافورد، دی. اف. ۵۴۳
- کرتیس، اج. ۲۰
- کرومودینامیک کوانتومی ۲۵۵-۲۵۳
- فضای بیضوی ۱۲۹
- کرة سماوی ۴۱-۴۰
- فضای شبه اقلیدسی ۱۳۹
- کسرهای جرمی نوکلونها و هسته ها ۲۲۳-۲۲۲
- فضای کروی ۱۲۹
- کلرمان، کی. ۵۵۳
- فضای مطلق ۳۳۸
- کلمن، اس. ۲۷۴
- فورد، دبلیو. ک. ۴۶۶
- کمبهاوی، ا. کی. ۳۶۳
- فوکر، ای. دی. ۳۵۳
- کش از دور ۳۵۳-۳۵۱
- فهرست (تجدید نظر شده) شیپلی-آمز ۴۷۱
- در الکترومغناطیس ۳۵۶-۳۵۲
- فهرست خوشه های آبل ۳۷-۳۶، ۴۷۸-۴۷۷
- کنش میان ذره ای مستقیم ۳۵۱
- فهرست هیونت-بریج ۵۵۷-۵۵۶
- کنیکات، رابرت جونیور ۴۵۱
- فیبر، اس. ۴۶۰، ۴۷۳
- کوارک ۲۴۱-۲۴۰، ۲۵۵-۲۵۳
- فیست، ام. ۴۵۰، ۴۹۲
- میدانهای کوارک ۲۵۳
- فیشر، جی. ار. ۴۵۹
- کوازار ۳۵۳-۳۳
- فیلیس، جی. دبلیو. ۲۹
- کوازار ۳۵۴-۳۳
- قانون خارج قسمتها ۶۵، ۷۴، ۱۱۲
- کوازار پرتو X ۱۶۹ OX ۵۲۶
- قانون هابل ۳۸، ۴۶، ۱۲۳، ۱۳۴-۱۳۳، ۱۵۰-۱۴۹، ۱۵۸، ۱۸۲، ۴۶۵، ۴۶۸
- کوازارها ۳۵-۳۳

- کِهکشانها ۱۶۳  
 انواع ۲۸-۲۰  
 SO ۲۶-۲۷  
 بیضوی ۲۵-۲۳، ۲۸-۲۶  
 سیفرت ۲۸، ۵۶۳  
 ماریپچی ۲۶-۲۰  
 نامنظم ۲۸  
 چرخش ماریپچی ۲۵  
 حرکت‌های کاتوره‌ای ۱۶۵-۱۶۳  
 در میدانها و خوشه‌ها ۳۶  
 رده‌های درخشندگی ۲۸، ۴۶۶  
 طبقه‌بندی طیفی ۲۸  
 طبقه‌بندی هابل از ۲۸  
 کِهکشانهای آبی ۵۳۸  
 کیرشنر، ار. پی. ۴۵۸  
 کیلویارسک (kpc) ۱۲  
 کینگ، ایوان ۴۷۵  
 کیهان به‌عنوان یک علم ۱۲-۱۱، ۵۸۲-۵۸۱  
 کیهان‌شناسی ۱۶۵  
 کیهان‌شناسی آلفن-کلاین ۳۷۶، ۴۹۸  
 کیهان‌شناسی استاندارد (SC) ۲۰۲، ۵۸۲  
 انبساط پیش‌بینی‌شده توسط مدلها ۵۸۸  
 شواهد بر علیه ۵۹۱-۵۸۹  
 مورد علیه  
 اخترفیزیک ذره‌ای به‌شدت حدسی ۵۹۰  
 برونمایی حدسی نسبیت عام ۵۸۹  
 تکنیکی فضا‌زمان اجتناب‌ناپذیر ۵۸۹  
 ساختار بزرگ مقیاس درک‌نشده ۵۸۹  
 مسئله سن ۵۸۹  
 نداشتن دلیل سرراست برای ماده  
 غیرباریونی ۵۹۱
- به‌عنوان کاوه‌های عالم ۵۶۰-۵۵۵  
 رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ برای  
 ۵۵۸  
 سیستمهای خط جذبی در ۵۶۰-۵۵۹  
 شمارشهای تعداد ۵۵۸-۵۵۷  
 نمودار هابل برای ۵۵۷-۵۵۵  
 تشکیل عدسیهای گرانشی توسط ۵۶۲-۵۶۰  
 آزمون تأخیر زمانی ۵۶۱-۵۶۰  
 تغییرپذیری ۵۶۲  
 مدل ریس ۵۶۲  
 ریخت‌شناسی ۵۶۳  
 فاصله نوری ۵۶۴-۵۶۳  
 گسیل پرتو X از ۵۵۸  
 سهم در پرتو X زمینه ۵۵۸  
 مدل‌های ۵۶۴-۵۶۳  
 کوان، جی. ۴۵۸  
 کوتوله‌های قهوه‌ای ۴۸۳  
 کِهکشان ۱۶-۱۴، ۳۶-۳۴، ۳۸، ۱۴۱، ۶۰۴  
 اجسام نوع MACHO در ۴۸۷-۴۸۶  
 ترکیب ۲۰-۱۸  
 جرم ۵۱  
 جمعیت‌های ستاره‌ای در ۱۷-۱۶  
 چرخش ۱۷  
 خاموشی در ۴۴۸-۴۴۷  
 ساختار ۱۵  
 شکل و اندازه ۱۵  
 کِهکشان زن به زنجیر بسته (امراه‌المسلسله) نگاه  
 کنید به M۳۱  
 NGC ۱۰۶۸، کِهکشان سیفرت ۲۸  
 کِهکشان کلاه‌مکزیکی ۲۱  
 کِهکشان گردابی ۲۲

گرانش نیوتونی ۹۵-۹۲، ۱۰۴-۱۰۲، ۱۰۶،  
 ۱۱۹-۱۱۸، ۴۸۲  
 گرانش و فضا زمان ۵۵-۵۲  
 جفت شدگی کینال با ۸۲  
 گرانی کوانتومی ۲۵۴، ۲۸۲-۲۸۱، ۳۸۴  
 گرایش ۳۳۰  
 گردوغبار میان کهکشانی ۴۳۱-۴۲۶  
 جذب توسط ۴۳۰-۴۲۹، ۵۷۸  
 کم نور شدن ابرنواخترهای دوردست ۵۸۴  
 و رابطه  $m - z$  در QSSC ۵۸۲-۵۸۳  
 گردوغبار میان ستاره‌ای ۱۴  
 گوش، رابرت ۱۷۹  
 گروه  $SU(2)$  ۲۵۳-۲۵۱  
 گروه  $SU(2)_L \times U(1)$  ۲۵۱  
 گروه  $SU(3)$  ۲۵۳  
 گروه  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$  ۲۵۴، ۲۶۰  
 ۲۷۰-۲۶۸  
 گروه  $SU(5)$  ۲۴۹، ۲۵۳-۲۵۵، ۲۶۸  
 گرینشتاین، جی. اس. ۳۴۸  
 گلد، توماس ۳۸۷-۳۸۳، ۳۹۵-۳۹۴  
 گلوئون ۲۴۰، ۲۵۵-۲۵۳  
 گوٹ، آلن ۲۶۸  
 گودریکه، جان ۴۴۹  
 گوٹد، رابرت جی. ۳۹۵  
 گیگاپارسک (GPC) ۱۲  
 گیگاسال (Gyear) ۱۲  
 لبتون ۲۴۱-۲۴۰، ۲۵۰-۲۵۵  
 لوباجفسکی ۵۳  
 لومتر، آبه ۱۳۴، ۱۹۴-۱۹۲  
 لیفشیتز، ای. ۲۹۸  
 لینده، ا. دی. ۲۷۳، ۲۷۶

نسبت فوتون به باریون و دمای MBR  
 به دست نیامده ۵۸۹  
 نقش مفید تورم ۵۸۸  
 کیهان‌شناسی حالت شبه پایا (QSSC)  
 ۴۳۷-۳۹۷، ۴۴۴، ۵۰۰-۵۲۳، ۵۳۲-۵۲۹،  
 ۵۳۶-۵۳۵، ۵۴۷-۵۵۳  
 تصویر اخترفیزیکی ۴۲۱-۴۲۰  
 جواب کیهان‌شناختی ۴۲۰-۴۱۷  
 زمینه ریزموج در ۴۲۲-۴۲۴  
 دمای ۴۲۶-۴۲۴  
 گرمایی شدن ۴۳۱-۴۲۵  
 ناهمسانگردی ۴۳۲-۴۳۱  
 ساختار بزرگ مقیاس در ۴۳۴-۴۳۳  
 منشأ هسته‌های سبک ۴۲۳-۴۲۱  
 کیهان‌شناسی زمان سنج سگال ۳۷۶  
 کیهان‌شناسی کوانتومی ۲۸۲-۲۸۰  
 کیهان‌شناسی نیوتونی ۵۰، ۱۲۵-۱۲۱،  
 ۱۵۹-۱۵۷، ۱۶۴  
 مدل‌های مک‌کرتا و میلینه ۱۲۵-۱۲۱، ۱۷۰  
 کیهان‌شناسیهای اینشتین-کارتان ۳۷۶  
 کیهان‌شناسیهای دارای  $\lambda$  ۱۹۸-۱۹۲  
 کیهان‌شناسیهای دارای میدان  $C$  و  $\lambda$  منفی  
 ۴۱۷-۴۱۳  
 مد خلاق ۴۱۴-۴۱۳  
 مد غیرخلاق ۴۱۸-۴۱۴  
 کیهان‌شناسیهای دیگر ۴۴۱-۳۳۶  
 گالاگار جی. اس. ۴۷۳  
 گاموف، جورج ۲۰۳، ۲۰۶، ۲۱۸، ۲۲۹-۲۲۸،  
 ۲۳۵، ۲۳۸، ۳۸۳  
 گان، جیم ۳۲۳، ۵۶۶، ۵۷۲  
 گاؤس ۵۳



- لیوبیموف، وی.ا. ۳۲۰  
 لتادیت، هنریتا ۴۴۹  
 ماتیاواگان، سی. ۳۵۰  
 ماخ، ارنست ۱۳۲، ۳۳۷-۳۴۰  
 ماده تاریخ ۲۶، ۳۸-۳۷، ۲۲۸، ۳۳۰،  
 ۴۸۱-۴۸۸  
 به شکل غیرباریونی ۴۸۶  
 خارج از خوشه‌ها ۴۷۸، ۴۸۳  
 در ستارگان با درخشندگی کم و بقایای ستاره‌ای  
 ۴۸۳  
 در سیاره‌ها و اجسام جامد کوچک ۴۸۴  
 در سیاهچاله‌های یرجرم ۴۸۴-۴۸۵  
 در هیدروژن خنثی یا یونیده ۴۸۴  
 و اندازه ساختار ۳۲۶-۳۲۴، ۳۳۵-۳۳۴  
 ماده غیرباریونی ۲۲۸، ۲۷۷، ۵۹۱  
 ماهواره کوپرنیک ۴۹۶  
 ماهواره هیپارخوس ۴۶۳  
 داده‌های مربوط به فاصله‌های ستاره‌ای ۴۹۲  
 مایسل، سی. سی. ۴۹۲  
 مباحثه رایل-هوئل ۵۴۷-۵۴۵  
 متریک فضا زمان ۶۲  
 متغیرهای قیفاووسی ۴۵۳-۴۴۹  
 متیگ، دلبیو. ۱۸۱  
 محدودیتهای رصدی در مورد QSSC  
 ۵۸۷-۵۸۲  
 عالم دوردست  
 رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ  
 ۵۸۶-۵۸۴  
 وقوع انتقالهای به آبی ۵۸۲  
 عالم موضعی  
 زمینه ریزموج ۵۸۷-۵۸۶
- فراوانی هسته‌های سبک ۵۸۷  
 ماده تاریخ در ۵۸۷  
 رابطه انتقال به سرخ-قدر ۵۸۳-۵۸۲  
 شمارشهای چشمه رادیویی ۵۸۵-۵۸۴  
 محدودیتهای رصدی مربوط به نظریه‌های تشکیل  
 ساختار ۳۰۸-۳۰۳  
 قید افق ۳۰۷-۳۰۶  
 محدودیتهای رصدی مربوط به پارامترهای  
 کیهان‌شناسختی استاندارد  
 ۵۷۳-۵۶۶، ۳۸۳-۵۸۲  
 مختصات به صورت موضعی لخت ۷۲، ۸۰  
 مختصات نجومی ۴۲-۴۰  
 ارتباط (b) و عرض (l) کهکشانی ۴۱  
 بعد (RA,  $\alpha$ ) و میل ( $\delta$ ) ۴۲-۴۱  
 مدل ادینگتون-لومتر ۱۹۵-۱۹۴، ۲۰۰  
 مدل اینشتین-دوسیته ۱۷۰، ۱۷۹، ۱۸۱، ۱۸۴،  
 ۱۹۹-۱۹۸، ۳۴۷، ۳۶۳، ۳۹۲،  
 ۴۴۳-۵۱۱، ۵۲۷-۵۲۶، ۵۳۳، ۵۳۹  
 مدل تخت ۱۴۱  
 مدل کینگ ۴۷۵  
 مدل میلیه ۱۷۶، ۱۷۸  
 مدول فاصله ۴۴۷-۴۴۵، ۴۴۹  
 مرکز کهکشانی (GC) ۱۶-۱۴  
 مسئله دیواره حوزه ۲۶۳-۲۶۱، ۲۷۳  
 مشتق‌گیری هموردا ۶۹-۶۵  
 معادله‌های گرانشی: نگاه کنید به معادله‌های میدان  
 اینشتین  
 معادله‌های میدان اینشتین ۹۵-۹۱، ۱۲۶،  
 ۱۳۱-۱۳۰، ۱۶۳-۱۶۰، ۱۷۸، ۲۳۶،  
 ۲۷۲، ۲۹۳، ۳۸۳، ۳۸۹  
 از اصل کنش هیلبرت ۹۲-۹۱، ۱۷۸، ۳۸۲

- از ملاحظات اکتشافی ۹۱-۹۰
- تقریب نیوتونی ۹۵-۹۲
- مکانیک نیوتونی ۳۴۱-۳۳۸
- مکثرات، دلبیو. اچ. ۵۰، ۱۲۱
- مفهوم عدم قطعیت کیهان‌شناختی ۳۷۶
- مک‌کیللاند، جی. ۳۲۱، ۳۲۴
- مگاپارسک (Mpc) ۱۲
- منحنیهای دوران تخت ۲۶-۲۵، ۴۷۴-۴۷۲
- منطقه‌های H-I ۱۸
- منطقه‌های H-II ۱۹-۱۸، ۴۵۷-۴۵۶
- مورداک، اچ. اس. ۵۴۳
- مورگان، دلبیو. دلبیو. ۲۸
- مولد، ریچارد ۴۵۱
- مهبانگ ۱۷۸، ۲۰۲
- مهبانگ داغ ۲۰۶، ۲۳۴، ۲۳۷، ۵۲۲، ۵۶۶
- میدان-C: نگاه کنید به آفرینش ماده
- میدان جرم ۴۰۰
- معادله‌های میدان ۴۰۱-۴۰۰
- میدانهای هیگز ۲۶۰، ۲۶۹
- میلز، بی. ۵۴۰
- میلنه، ای. ا. ۵۰، ۱۲۱
- سینماتیک نسبیتی ۳۷۶
- مینکوفسکی، رودلف ۲۹
- مینی‌بانگ یا رویدادهای مینی‌آفرینش ۴۱۲، ۴۲۶
- نایبستگی باریونها ۲۰۸، ۲۵۷
- نارلیکار، جی. وی. ۳۵۱-۳۵۰، ۳۹۷، ۴۳۱
- ۴۳۳
- ناریایی، اچ. ۳۴۷
- ناظر بنیادی ۱۲۲-۱۲۱، ۱۶۳
- ناوردا: نگاه کنید به اسکالر
- نرده‌ای ۵۸
- نسبت جرم به نور ۴۸۱-۴۷۱
- برای بیضویها ۴۷۷-۴۷۳
- برای خوشه‌های کهکشانها ۴۸۰-۴۷۷
- برای ماریچی‌ها ۴۷۴-۴۷۲
- نسبت فوتون به عدد باریونی ۲۳۴، ۲۳۷-۲۳۶، ۲۴۹
- نسبت نوترون به پروتون ۲۲۱-۲۱۷، ۲۳۶
- نسبت نوترینو به عدد باریونی ۲۳۷-۲۳۶
- نسبیت عام ۱۱۱-۵۲، ۲۰۲، ۳۹۷
- آزمایش یوندر-ربکا ۱۰۲
- آزمونهای تجربی ۱۰۸-۹۸
- انتقال به سرخ‌گرانشی ۱۰۲-۱۰۰
- برابری جرم لختی و گرانشی ۱۰۸
- تأخیر در پژواک رادار ۱۰۷
- حرکت تقدیمی حضيض عطارد ۱۰۴-۱۰۲، ۱۱۷
- حرکت تقدیمی ژيروسکوپ ۱۰۸
- خام شدن نور ۱۰۶-۱۰۴، ۱۱۸
- نظریه  $\alpha - \beta - \gamma$  ۲۰۶
- نظریه برنز-دیکی ۳۵۱-۳۴۱، ۳۶۲
- آزمونهای منظومه شمسی ۳۴۵
- حرکت تقدیمی حضيض و یختی خورشیدی ۳۴۵، ۳۷۷
- خام شدن نور ۳۴۵
- فاصله ماه با لیزر ۳۴۵
- اصل کنش برای ۳۴۴
- انگیزه ماخی ۳۴۳-۳۴۱
- تغییرات  $G$  ۳۴۹
- تقریب برای  $\omega$ ی بزرگ ۳۷۷
- جوابهای کیهان‌شناختی ۳۴۷-۳۴۶

بعنوان جرم گمشده (HDM) ۳۲۱  
 دمای کنونی ۲۱۷  
 گونه‌ها و فراوانی هلیوم ۲۲۷-۲۲۵، ۴۹۶-۴۹۵  
 نوسانهای ۳۲۱  
 واجفتیدگی ۲۱۵  
 نوترینوهای جرم‌دار ۳۲۴-۳۱۹، ۳۳۵-۳۳۴  
 ۴۰ نهر B ۱۰۲  
 نیروی لختی ۳۴۱-۳۳۹  
 نیری، علی ۴۳۴-۴۳۳  
 نیوتون، ایزاک ۱۰۶، ۱۲۱-۱۱۹  
 آزمایش سطل نیوتون ۳۴۱-۳۳۹  
 وپاشی پروتون ۲۵۶-۲۵۴  
 واجفتیدگی تابش از ماده ۱۶۷-۱۶۶،  
 ۲۳۴-۲۳۳، ۲۹۶، ۳۳۳  
 انتقال به سرخ  $z_{dec}$  ۲۹۶  
 واسانتی، ام. ام. ۲۸۲  
 واسربورگ، جی. جی. ۴۸۹  
 واکر، ا. جی. ۱۴۰  
 واگونر، ار. وی. ۲۳۸، ۴۲۳، ۴۹۵  
 وان مانن، ا. ۱۸  
 وایل، هرمان ۱۳۴  
 تانسور خمیدگی همدیس وایل ۳۷۹  
 واینبرگ، استیون ۲۵۱، ۲۵۶، ۵۷۳  
 واینبرگ، ای. ۲۷۴  
 ون دن برگ، اس. ۲۸، ۴۴۵  
 ویژه‌فاصله ۱۴۴  
 ویژه، جی. پی. ۵۵۵  
 ویکراماسینگه، چاندرا ۴۲۶، ۴۲۸، ۴۳۱  
 ویل، سی. ام. ۹۹، ۱۰۸  
 ویلر، جی. ا. ۳۵۴  
 ویلرک، اف. ۲۵۶

در چارچوب با  $G$  ثابت ۳۷۸  
 مدل‌های با سیطره تابش در ۳۷۸-۳۷۷  
 نظریه پیمانهای ۲۵۲، ۲۶۸  
 نظریه جذب‌کننده تابش ۳۵۶  
 نظریه حالت پایا ۲۷۶، ۳۸۳-۳۹۶  
 افق رویداد در ۳۹۳  
 انتقال به سرخ در ۳۹۲  
 پارامتر شتاب منفی ۳۹۳  
 توزیع سن کهکشانشا در ۳۹۴  
 رابطه اندازه زاویه‌ای-انتقال به سرخ در ۳۹۳  
 رابطه چگالی شار-انتقال به سرخ ۳۹۳  
 شمارش تعداد در ۳۹۴  
 قانون هابل در ۳۹۳  
 نظریه ریمان ۶۰۴  
 نظریه نرده‌ای-تانسوری ۳۴۵  
 نظریه نورخسته ۵۵۵  
 نظریه ویلر-فاینمن ۳۵۶-۳۵۴  
 نظریه‌های وحدت بزرگ (GUTs) ۲۵۶-۲۴۹،  
 ۲۶۰، ۵۹۰  
 عصر GUT ۲۵۶، ۲۶۶-۲۸۳  
 گذار فاز GUT ۲۷۶-۲۶۹  
 پتانسیل هیگز برای ۲۷۱-۲۶۹، ۲۷۶  
 نقشه‌برداریهای انتقال به سرخ ۴۶۸، ۵۹۵  
 نمادهای سه‌شاخصی: نگاه کنید به نمادهای  
 کریستوفل  
 نمادهای کریستوفل ۶۷، ۷۱، ۸۴  
 نمودار هابل ۵۳۵-۵۳۰  
 نوترینوها ۲۰۹-۲۰۸، ۲۳۶-۲۳۵  
 آشکارسازی ذرات جرم‌دار توسط گروه  
 سوپرکامیوکانده ۳۲۱-۳۱۹  
 آهنگ واکنش آغازین ۲۱۵-۲۱۳

۵۴۶-۵۴۸، ۵۴۵، ۵۰۰، ۴۸۹، ۴۳۳، ۴۲۶، ۴۲۳  
۵۵۶

هوئل-نارلیکار (H-N) نظریه گرانیه

و کیهان شناسیها ۳۶۴-۳۵۰

۵۷۷، ۳۹۹، ۳۷۴-۳۷۵

با ملاحظات LNH ۳۷۴-۳۷۵

با ملاحظات جذب کننده آتی کامل ۳۷۴-۳۷۵

$G$  متغیر در ۳۷۶

هی، جی. اس. ۲۹

هیلبرت، دی. ۹۱

اصل کنش ۹۱-۹۳

هیومیسون، میلتن ۱۳۳، ۴۴

یاریس، جی. اف. ۵۳۷

یانسکی، کارل جی. ۵۴۰

یانسکی، یکای چگالی شار ۵۴۰

یوشی مورا، ام. ۲۵۶

CDM ۳۲۰-۳۱۹، ۳۳۱-۳۲۹، ۳۳۵-۳۳۴

۵۰۹، ۴۸۷

COBE ۲۳۱، ۳۳۱

HDM ۳۲۰-۳۱۹، ۳۲۶-۳۲۴، ۳۳۰-۳۲۹

۴۸۸، ۳۳۱

WDM ۳۲۰

$M_{100}$  ۴۵۱-۴۵۳

$M_{31}$  (کهکشان امراه الملسلسه) ۲۰

M87 ۴۸۴، ۴۷۵

$M_{\odot}$  ۱۳

$U(1)$  ۲۶۸، ۲۵۰

ویلسون، رابرت ۲۰۶، ۲۳۰-۲۲۹، ۵۰۰  
هابل، ادوین ۲۸، ۴۳، ۴۶، ۴۸، ۴۴۹، ۵۳۷،  
۵۴۰

شمارش کهکشان توسط ۵۳۷-۵۳۶

هاریسون، ای. ار. ۳۱۶

طیف هاریسون-زلدویچ ۳۱۶

هاوکینگ، استیون ۱۷۹، ۲۷۸

فرایند ۲۸۰-۲۷۸

هایاشی، کوشیرو ۲۲۱

هرتسپرانگ، آینار ۴۴۹

هرشل، ویلیام ۱۴-۱۳

نقشه راه شیریه توسط ۱۴

هرمن، رابرت ۲۰۶، ۲۲۹-۲۲۸، ۵۰۰

هسته اصلی ۵۷۳

هسته های فعال کهکشانی ۳۶، ۴۰۹

هلیم ۲۲۷-۲۲۲، ۲۳۷-۲۳۶

فراوانی و گونه های نوترینو ۲۲۷-۲۲۴

همسانگردی ۱۲۱، ۱۲۳، ۱۲۶، ۱۳۴

۱۳۸-۱۳۷، ۱۶۲

همگنی ۱۲۱، ۱۲۸-۱۲۷، ۱۳۴، ۱۳۸-۱۳۷

۱۶۴-۱۶۲، ۲۶۵-۲۶۳، ۴۶۸

هندسه اقلیدسی ۵۳، ۵۶، ۷۲، ۷۶-۷۷

هندسه ریمانی ۷۰، ۷۶، ۸۰، ۳۵۰

هندسه ناقلیدسی ۵۶-۵۳، ۷۲، ۸۰، ۱۱۰

۱۹۸-۱۹۷، ۱۴۱

هوگارت جی. ای. ۳۵۴

هوئل، فرد ۳۱، ۱۷۸، ۲۲۹، ۲۳۸، ۳۵۱-۳۵۰

۳۵۴، ۳۸۳-۳۸۷، ۳۹۷-۳۹۴