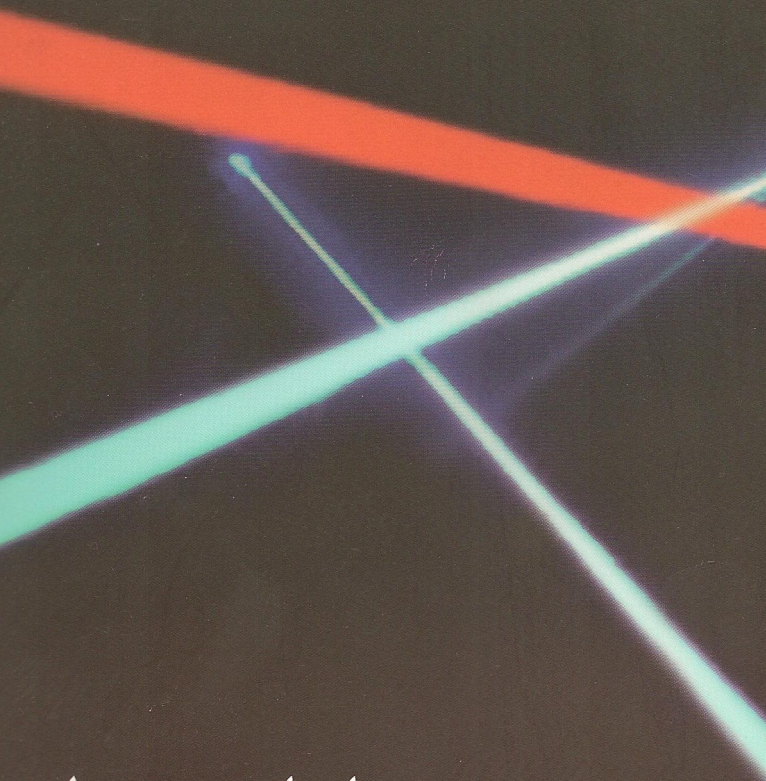
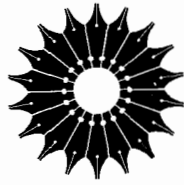


اصول لیزر



اوراسیو سوولتو

ترجمہ اکبر حریری



اصول ليزر

(ویراست چهارم)

اوراسیو سوولتو

ترجمه اکبر حریری

مرکز نشر دانشگاهی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار ویرایش چهارم
۵	۱. مفاهیم مقدماتی
۶	۱.۱ گسیل خودبه خود و القایی، جذب
۹	۲.۱ مبانی نور
۱۳	۳.۱ طرحهای دمش
۱۶	۴.۱ خواص باریکه‌های لیزر
۲۲	۵.۱ انواع لیزر
۲۳	مسائل
۲۵	۲. برهم‌کنش تابش با اتمها و یونها
۲۵	۱.۲ مقدمه
۲۶	۲.۲ خلاصه نظریه تابش جسم سیاه
۳۶	۳.۲ گسیل خودبه خود
۴۴	۴.۲ جذب و گسیل القایی
۵۸	۵.۲ سازوکارهای پهن‌شدگی خط

۶۷	۶.۲	فروافت غیرتابشی و انتقال انرژی
۷۸	۷.۲	ترازهای واگن یا به شدت جفت شده
۸۵	۸.۲	اشباع
۹۴	۹.۲	فروافت فلوتورسانی یک محیط غلیظ نوری
۱۰۰	۱۰.۲	ملاحظات آخر
۱۰۲		مسائل
۱۰۴		مراجع
۱۰۶	۳.	ترازهای انرژی، گذارهای تابشی و غیرتابشی در مولکولها و نیمرساناها
۱۰۶	۱.۳	مولکولها
۱۲۱	۲.۳	نیمرساناهای کپه‌ای
۱۴۶	۳.۳	نیمرسانای چاههای کوانتومی
۱۶۴	۴.۳	سیمهای کوانتومی و نقطه‌های کوانتومی
۱۶۶	۵.۳	ملاحظات آخر
۱۶۶		مسائل
۱۶۸		مراجع
۱۶۹	۴.	پرتو و انتشار موج از محیط اپتیکی
۱۶۹	۱.۴	مقدمه
۱۶۹	۲.۴	فرمولبندی ماتریسی اپتیک هندسی
۱۷۷	۳.۴	بازتاب موج و تراگسیل در فصل مشترک دی‌الکتریک
۱۸۰	۴.۴	پوششهای چندلایه‌ای دی‌الکتریک
۱۸۴	۵.۴	تداخل سنج فابری-پرو
۱۹۱	۶.۴	اپتیک پراشی در تقریب پیرامحوری
۱۹۴	۷.۴	باریکه‌های گاوسی
۲۰۶	۸.۴	نتیجه‌گیری
۲۰۶		مسائل
۲۰۹		مراجع

۲۱۰	۵. تشدیدگرهای اپتیکی انفعالی
۲۱۰	۱.۵ مقدمه
۲۱۵	۲.۵ ویژه‌مدها و ویژه‌مقدارها
۲۱۸	۳.۵ طول عمر فوتون و Q کاواک
۲۲۲	۴.۵ شرط پایداری
۲۲۶	۵.۵ تشدیدگرهای پایدار
۲۴۵	۶.۵ تشدیدگرهای ناپایدار
۲۵۹	۷.۵ ملاحظات آخر
۲۵۹	مسائل
۲۶۳	مراجع
۲۶۴	۶. فرایندهای دمش
۲۶۴	۱.۶ مقدمه
۲۶۸	۲.۶ دمش نوری با یک چشمه نوری ناهمدوس
۲۷۷	۳.۶ دمش با لیزر
۳۰۰	۴.۶ دمش الکتریکی
۳۲۲	۵.۶ نتیجه‌گیریها
۳۲۲	مسائل
۳۲۷	مراجع
۳۲۸	۷. رفتار لیزر پیوسته‌موج
۳۲۸	۱.۷ مقدمه
۳۲۹	۲.۷ معادلات آهنگ
۳۴۰	۳.۷ شرایط آستانه و توان خروجی لیزر چهارترازی
۳۶۰	۴.۷ شرط آستانه و توان خروجی: لیزر شبه سه‌ترازی
۳۶۶	۵.۷ جفت‌شدگی خروجی بهینه
۳۶۹	۶.۷ تنظیم طول موج لیزر
۳۷۲	۷.۷ دلایل نوسان چندمدی

۳۷۵	انتخاب تک‌مد	۸.۷
۳۸۵	کشیدگی بسامد و حد تکفامی	۹.۷
۳۸۸	افت‌وخیزهای بسامدی لیزر و پایدارسازی بسامد	۱۰.۷
۳۹۴	نوفه شدت و کاهش نوفه شدت	۱۱.۷
۳۹۸	نتیجه‌گیریها	۱۲.۷
۳۹۹	مسائل	
۴۰۳	مراجع	
۴۰۴	۸. رفتار گذرای لیزر	
۴۰۴	۱.۸ مقدمه	
۴۰۵	۲.۸ نوسانهای واهلشی	
۴۱۱	۳.۸ ناپایداریهای دینامیکی و تب‌زنیها در لیزر	
۴۱۲	۴.۸ سوئیچ Q	
۴۳۷	۵.۸ سوئیچ‌زنی بهره	
۴۳۸	۶.۸ قفل‌شدگی مد	
۴۷۷	۷.۸ تخلیه‌سازی کاواک	
۴۸۰	۸.۸ ملاحظات آخر	
۴۸۱	مسائل	
۴۸۳	مراجع	
۴۸۵	۹. لیزرهای حالت جامد، رزینه‌ای، و نیم‌رسانا	
۴۸۵	۱.۹ مقدمه	
۴۸۵	۲.۹ لیزرهای حالت جامد	
۵۱۶	۳.۹ لیزرهای رزینه‌ای	
۵۲۶	۴.۹ لیزرهای نیم‌رسانا	
۵۵۶	۵.۹ نتیجه‌گیری	
۵۵۶	مسائل	
۵۵۹	مراجع	

۵۶۱	۱۰. لیزرهای گازی، شیمیایی، الکترون آزاد و پرتو x
۵۶۱	۱.۱۰ مقدمه
۵۶۱	۲.۱۰ لیزرهای گازی
۶۰۱	۳.۱۰ لیزرهای شیمیایی
۶۰۶	۴.۱۰ لیزرهای الکترون آزاد
۶۱۱	۵.۱۰ لیزرهای پرتو x
۶۱۴	۶.۱۰ ملاحظات آخر
۶۱۵	مسائل
۶۱۷	مراجع
۶۱۸	۱۱. ویژگیهای باریکه‌های لیزر
۶۱۸	۱.۱۱ مقدمه
۶۱۹	۲.۱۱ تکفامی
۶۲۰	۳.۱۱ همدوسی مرتبه اول
۶۳۶	۴.۱۱ جهتندی
۶۴۴	۵.۱۱ پبسه لیزری
۶۴۸	۶.۱۱ درخشایی
۶۵۰	۷.۱۱ ویژگیهای آماری نور لیزر و نور گرمایی
۶۵۲	۸.۱۱ مقایسه بین نور لیزر و نور گرمایی
۶۵۵	مسائل
۶۵۶	مراجع
۶۵۷	۱۲. تبدیل باریکه لیزر: انتشار، تقویت، تبدیل بسامد، تراکم تپ، و انبساط تپ
۶۵۷	۱.۱۲ مقدمه
۶۵۸	۲.۱۲ تبدیل فضایی: انتشار باریکه لیزری چندمدی
۶۶۰	۳.۱۲ تبدیل دامنه‌ای: تقویت لیزری
۶۷۲	۴.۱۲ تبدیل بسامدی: تولید هماهنگ دوم و نوسان پارامتری
۶۹۸	۵.۱۲ تبدیل در زمان

۷۰۷	مسائل
۷۰۹	مراجع
۷۱۱	پیوست الف. رهیافت نیمه‌کلاسیک برهم‌کنش تابش و ماده
۷۱۸	پیوست ب. محاسبه شکل خط برای پهن‌شدگی برخوردی
۷۲۲	پیوست ج. روش ساده‌شده گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده (ASE)
۷۲۷	پیوست د. محاسبه آهنگهای گذار تابشی در گذارهای مولکولی
۷۳۱	پیوست ه. معادلات آهنگ وابسته به فضا
۷۴۲	پیوست و. نظریه قفل‌شدگی مُد: خط همگن
۷۵۱	پیوست ز. انتشار تپ لیزر از محیط پاشنده یا محیط بهره
۷۵۷	پیوست ح. همدوسی مرتبه بالاتر
۷۶۱	پیوست ط. ثابتهای فیزیکی و ضرایب مفید تبدیل
۷۶۳	پاسخ به مسائل انتخابی
۷۸۲	واژه‌نامه
۷۸۶	نمایه

پیشگفتار ویرایش چهارم

استقبال خوبی که از ویرایشهای قبلی کتاب شده و نیز پیشرفت چشمگیری که در زمینه لیزر، پس از چاپ ویرایش سوم کتاب در سال ۱۹۸۷، حاصل شده است، انگیزه‌ای برای نگارش ویرایش چهارم این کتاب را فراهم ساخت. این پیشرفتهای جدید از این قرارند: لیزرهای چاه کوانتومی و چاه کوانتومی چندتایی، لیزرهای حالت جامد دمیده شده دیودی، مفاهیم جدید تشدیدگرهای پایدار و ناپایدار، لیزرهای فمتو ثانیه‌ای، لیزرهای با درخشایی فوق‌العاده زیاد و نظایر آن. بنابراین ویرایش حاضر نه تنها بازبینی ویرایش قبل است، بلکه اساساً به منزله کتابی جدید تلقی می‌شود. لیکن، هدف اصلی کتاب که همان توصیف وسیع و منسجم رفتار لیزر در ساده‌ترین سطح و سازگار با فهم فیزیکی صحیح است، کاملاً محفوظ مانده است. بنابراین این کتاب، به عنوان کتاب درسی در سال آخر کارشناسی یا سال اول کارشناسی ارشد و یا به عنوان کتاب مرجع، در نظر گرفته می‌شود. اهم اضافات و تغییرات در این ویرایش را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

۱. گسیل خود به خود تقویت شده به طور مفصل تشریح شده است (فصل ۲) و روش ساده شده جدید این بدیده، برای هر دو خط همگن و ناهمگن، معرفی شده است (پیوست ج).
۲. بخش مهمی از یک فصل جدید (فصل ۳) به برهم‌کنش تابش با محیطهای نیمرسانا، به صورت کپه‌ای و یا به صورت ساختار محدود شده کوانتومی (چاه کوانتومی، سیم کوانتومی و نقطه کوانتومی) اختصاص داده شده است.

۳. نظریه جدید تشدیدگرهای پایدار و ناپایدار معرفی شده است، که در آن از فرمولبندی ماتریس ABCD استفاده بیشتری می‌شود و نیز عناوین بسیار جدید در دینامیک تشدیدگرهای پایدار و

نیز تشدیدگرهای ناپایدار، با آینه‌هایی که دارای نیمرخهای بازتابندگی عرضی به صورت گاوسی و یا ابرگاوسی هستند، مورد بررسی قرار می‌گیرد (فصل ۵).

۴. لیزرهای حالت جامد با دمش دیودی، هم به صورت دمش طولی و هم به صورت دمش عرضی، یک‌جا معرفی و با آرایشهای دمش لامپی متناظر با آن مقایسه شده‌اند (فصل ۶).

۵. معادلات آهنگ وابسته به مکان، هم برای لیزرهای چهارترازی و هم برای لیزرهای شبه سه‌ترازی معرفی شده، و مفاهیم ضمنی آنها برای دمش طولی و عرضی نیز مورد بحث قرار گرفته است (فصل ۷).

۶. قفل‌شدگی مد لیزر به‌طور مفصلتر مورد بررسی قرار گرفته است تا روشهای جدید قفل‌شدگی مد، نظیر قفل‌شدگی مد کیر-عدسی را توضیح دهد. در مورد اثراتی که با پاشندگی مرتبه دوم و مرتبه سوم کاواک لیزر به وجود می‌آیند و مسئله جبران‌سازی پاشندگی، برای دستیابی به تپهای با کوتاهترین مدت زمانی، نیز تا اندازه‌ای بحث شده است (فصل ۸).

۷. لیزرهای جدید کوک‌پذیر حالت جامد، نظیر Ti: sapphire و Cr: LiSAF ، همچنین لیزرهای جدید نادر خاکی نظیر Er^{3+} ، Yb^{3+} و Ho^{3+} نیز به‌طور مفصل بررسی شده‌اند (فصل ۹).

۸. لیزرهای نیمرسانا و طرز کار آنها به‌طور مفصلتر مورد بحث قرار گرفته‌اند (فصل ۹).

۹. خواص واگرایی باریکه لیزر چندمدی و نیز انتشار آن از یک سیستم اپتیکی برحسب عامل M^2 و برحسب باریکه گاوسی محاط شده بررسی شده‌اند (فصل ۱۱ و ۱۲).

۱۰. ایجاد باریکه‌های لیزری با شدت قله بسیار بالا و تکنیک تقویت تپ جیرجیره‌ای و تکنیکهای وابسته انبساط تپ و تراکم تپ نیز مفصلاً بررسی شده‌اند (فصل ۱۲).

علاوه بر اضافات اصلی، مثالهای فراوانی، که به تفصیل بررسی شده‌اند و همچنین جداول و پیوستهای متعدد جدید، غنای بیشتری به محتوای کتاب داده است. مثالها یا به موضوعات واقعی منتشر شده در مقالات اشاره دارند، یا حاصل تجربیات آزمایشگاهی است که شخصاً با آن مواجه بوده‌ام، و یا آنکه به تشریح پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در موضوعی خاص می‌پردازند. جداول حاوی داده‌هایی از خواص اپتیکی، طیف‌نمایی، و اپتیک غیرخطی مواد لیزری است، و برای توسعه در زمینه کمی‌تر و نیز حل مسائل سودمند هستند. پیوستها برای بررسی بعضی موضوعات خاص یا جزئیات بیشتر ریاضی، ارائه شده‌اند. کوشش بسیاری شده است تا کتاب به صورت منطقی سازماندهی شود، به نحوی که محتوای کتاب، بیشتر قابل استفاده باشد. در آخر، بخش بزرگی از مسائل تغییر یافته‌اند به طوری که نشانگر موضوعات جدید معرفی شده و تغییرات کلی در تأکید زمینه کار لیزر، باشند.

ولی، علی‌رغم این تغییرات چشمگیر، فلسفهٔ اساسی و سازماندهی اساسی همان است که بود. فلسفهٔ اساسی، هر جا که مناسب بود، به تصویری شهودی از پدیده‌های مورد بررسی پرداخته است، تا توصیف جزئیات ریاضی. توصیفهای سادهٔ ریاضی هرگاه برای درک بهتر نمود فیزیکی مفید بوده است، در کتاب وارد شده‌اند، در حالی که بحث مدل‌های تحلیلی کاملتر در پیوستها آمده است. سازماندهی اساسی بر پایهٔ این تفکر آغاز شده است که لیزر از سه جزء تشکیل می‌شود، محیط فعال، تشدیدگر و سیستم دمش. بدین ترتیب پس از یک فصل مقدماتی، فصلهای ۲ تا ۳، ۴ تا ۵، و ۶، به‌طور جداگانه به مناسبترین نموده‌های این اجزا می‌پردازند. مفاهیمی که به این طریق معرفی می‌شوند در بحث رفتار پیوسته موج و گذرای لیزر در فصلهای ۷ و ۸ به کار برده می‌شوند. فصلهای ۹ و ۱۰ به ترتیب به تشریح مناسبترین نوع لیزرها، که محیطهای با چگالی بالا و با چگالی پایین را به کار می‌برند، می‌پردازد. در آخر، در فصلهای ۱۱ و ۱۲ باریکهٔ لیزر از نقطه نظر کاربران آن بررسی می‌شود و خواص باریکهٔ خروجی و نیز بعضی تبدیلهای مرتبط با باریکهٔ لیزری، نظیر تقویت، تبدیل بسامد، انبساط تپ یا تراکم تپ آزمایش می‌شوند.

اضافه کردن بسیاری از عناوین جدید، مثالها، جداول، و پیوستها موجب افزایش حجم کتاب شده است که اجتناب‌ناپذیر بوده است. بنابراین واضح است که تمامی محتوای کتاب را نمی‌توان در یک درس نیم‌ساله ارائه کرد. ولیکن، سازماندهی کتاب مسیرهای آموزشی متفاوتی را ارائه می‌کند. مثلاً، ممکن است فراگیری اصول فیزیک لیزر بیشتر مورد نظر باشد. بنابراین، تأکید بر تمرکز روی بخش اول کتاب (فصلهای ۲ تا ۸ و فصل ۱۱) خواهد بود. ولی اگر خواننده بیشتر به اصول مهندسی لیزر علاقه‌مند است روی بخش دوم کتاب (فصلهای ۵ تا ۱۲) باید متمرکز شود. سطح فهم عناوین خاصی از کتاب که مثلاً با در نظر گرفتن مثالهای متعدد، اغلب موجب گسترده‌تری موضوع شده است، و همچنین پیوستهای متعددی که ارائه شده است، می‌تواند کم‌وبیش به‌طور مناسبی تعدیل شوند.

نگارش یک کتاب، گرچه تجربهٔ فرهنگی رضایتبخشی را به همراه دارد، ولی نشانی از یک کار سنگین فکری و جسمی است، ولی به امید آنکه اکنون این ویرایش کاملاً جدید بتواند به نیازهای انتشاراتی درس در زمینهٔ لیزر خدمت بیشتری عرضه کند، این زحمت را از روی رغبت متحمل شده‌ام.

مفاهیم مقدماتی

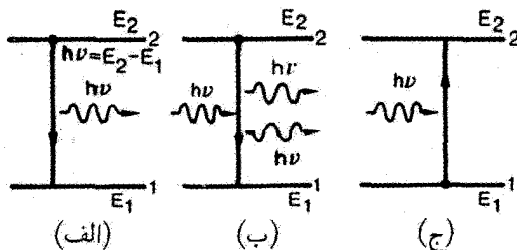
در این فصل مقدماتی فرایندهای اساسی و ایده‌های اصلی، در پس عمل لیزر به روش بسیار ساده‌ای معرفی می‌شوند. همچنین خواص باریکه‌های لیزر به صورت خلاصه مورد بحث قرار می‌گیرند. بنابراین منظور اصلی این فصل آشنا کردن خواننده به بسیاری از مفاهیمی است که در فصلهای آتی مورد بحث قرار خواهند گرفت، و لذا خواننده را یاری خواهد کرد که نسبت به سازمان‌دهی منطقی کتاب کاملاً آگاه باشد.

در واقع، با دنبال کردن بحث این فصل می‌توان مطالب کتاب را براساس اینکه لیزر شامل سه جزء اصلی مواد فعال، طرح دمش، و تشدیدگر است، تنظیم کرد. بر طبق آن، پس از این فصل مقدماتی، فصلهای ۲ و ۳ به برهم‌کنش تابش و ماده خواهند پرداخت، شروع بحث با ساده‌ترین موارد، یعنی اتمها یا یونها در یک وضعیت اساساً منزوی شده است (فصل ۲)، سپس ادامه آن موارد پیچیده‌تر، یعنی مولکولها و نیمرساناها (فصل ۳) است. برای معرفی تشدیدگرهای نوری، بعضی عناوین مرتبط با پرتو و انتشار موج در عناصر نوری خاص، نظیر فضای آزاد، محیط نوری شبه عدسی، تداخل سنجهای فابری-پرو و پوششهای دی‌الکتریکی چندلایه‌ای در فصل ۴ بررسی می‌شوند. در فصل ۵ نظریه تشدیدگرهای نوری مورد بررسی قرار می‌گیرد و در فصل ۶ در مورد

فرایندهای دمش بحث خواهد شد. سپس، مفاهیمی که در این فصلها معرفی می‌شوند، در فصلهای ۷ و ۸ که به توسعه نظریه پیوسته موج و رفتار گذرای نور می‌پردازد، به کار خواهند رفت. نظریه براساس تقریب پلین مرتبه، یعنی استفاده از رهیافت معادله آهنگ است. این رهیافت در واقع در توصیف اکثر مشخصه‌های لیزری استفاده می‌شود. از آنجایی که لیزرها براساس انواع مختلف محیطهای فعال دارای مشخصه‌های کاملاً متفاوتی هستند، فصلهای ۹ و ۱۰ به خواص مشخصه تعدادی از انواع لیزر خواهد پرداخت: فصل ۹ بلور یونی، رزینه و لیزرهای نیمرسانا که دارای برخی نمودهای مشترک هستند را در بر می‌گیرد؛ فصل ۱۰ لیزرهای گازی، شیمیایی و الکترون آزاد را مورد بررسی قرار می‌دهد. بعد از مطالعه این فصلها، خواننده باید درک کافی از رفتار لیزری به منظور مطالعه خواص باریکه خروجی (همدوسی، تکفامی، درخشایی، نوفه) که در فصل ۱۱ در نظر گرفته شده است را کسب کرده باشد. آنگاه فصل ۱۲ بر این اساس است که باریکه لیزر قبل از آنکه به کار برده شود، عموماً به طریقی تبدیل می‌شود که شامل: (۱) تبدیل فضایی باریکه ناشی از انتشار آن از محیطی مانند یک سیستم عدسی؛ (۲) تبدیل دامنه ناشی از عبور از یک تقویت‌کننده، (۳) تبدیل طول موج، یا تبدیل بسامدی از طریق برخی از فرایندهای غیرخطی (تولید هماهنگ دوم، فرایندهای پارامتری)؛ (۴) تبدیل زمانی مثلاً با فشردگی تپ یا انبساط تپ باشد.

۱.۱ گسیل خودبه‌خود و القایی، جذب

برای توصیف گسیل خودبه‌خود [شکل ۱.۱ الف)]، دو تراز انرژی ۱ و ۲ اتم یا مولکولی از یک ماده مفروض را با انرژیهای E_1 و E_2 (که $E_2 < E_1$ است) در نظر می‌گیریم. در بحثی که دنبال می‌شود، این دو تراز می‌تواند هر تراز از یک مجموعه بینهایت از ترازهای اتمی باشد. لیکن، برای سهولت تراز ۱ را تراز پایه در نظر می‌گیریم. اکنون فرض می‌کنیم که اتم ابتدا در تراز ۲ باشد. از آنجایی که $E_2 > E_1$ است، اتم تمایل به فروافت به تراز ۱ دارد. بنابراین اختلاف انرژی $E_2 - E_1$



شکل ۱.۱ نمایش طرح‌وار سه فرایند: (الف) گسیل خودبه‌خود، (ب) گسیل القایی، (ج) جذب.

باید توسط اتم رها شود. وقتی این انرژی به صورت موج الکترومغناطیسی (em) گسیل می شود، فرایند را گسیل خودبه خود (یا تابشی) می گویند. بسامد، ν_0 ، موج تابش شده از رابطه زیر به دست می آید

$$\nu_0 = \frac{(E_2 - E_1)}{h} \quad (1.1.1)$$

که h ثابت پلانک است. بنابراین گسیل خودبه خود با گسیل فوتونی با انرژی $E_2 - E_1 = h\nu_0$ وقتی اتمی از تراز ۲ به تراز ۱ فرو می افتد مشخص می شود [شکل ۱.۱ (الف)]. توجه کنید که گسیل تابشی یکی از دو طریق ممکن فروافت اتم است: فروافت می تواند به طریق غیرتابشی نیز انجام شود. در این حالت اختلاف انرژی $E_2 - E_1$ به صورت دیگری غیر از تابش موج الکترومغناطیسی به محیط منتقل می شود (مثلاً، ممکن است این اختلاف انرژی به صورت انرژی جنبشی یا انرژی داخلی به اتمها یا مولکولهای محیط، منتقل شود). این پدیده را فروافت غیرتابشی می گویند.

اکنون فرض کنیم که اتمی ابتدا در تراز ۲ قرار گرفته باشد و موجی الکترومغناطیسی با بسامد $\nu = \nu_0$ (یعنی برابر با بسامد موجی که از طریق گسیل خودبه خود گسیل می شود) بر ماده فرود آید [شکل ۱.۱ (ب)]. از آنجایی که این موج دارای همان بسامد اتمی است، احتمال محدودی وجود دارد که این موج اتم را وادار به گذار $2 \rightarrow 1$ کند. در این مورد اختلاف انرژی $E_2 - E_1$ به صورت موج الکترومغناطیسی ظاهر می شود که به موج فرودی افزون می شود. این پدیده گسیل القایی است. اختلافی اساسی بین گسیل خودبه خود و القایی وجود دارد. در گسیل خودبه خود، اتم موجی الکترومغناطیسی را تابش می کند که رابطه فازی معینی با موج تابش شده توسط اتمی دیگر را ندارد. به علاوه، موج می تواند در هر جهتی گسیل شود. در گسیل القایی، از آنجایی که فرایند از طریق موج الکترومغناطیسی فرودی مجبور به گسیل شده است، گسیل هر اتم به طور هم فاز به موج فرودی افزوده می شود و در همان جهت روان می شود.

اکنون فرض کنیم که اتم ابتدا در تراز ۱ قرار دارد [شکل ۱.۱ (ج)]. اگر این تراز، حالت پایه باشد، اتم در همان تراز می ماند، مگر آنکه تحریکی خارجی صورت پذیرد. فرض می کنیم که موجی الکترومغناطیسی با بسامد $\nu = \nu_0$ بر این ماده فرود آید. در این مورد احتمال محدودی وجود دارد که اتم به تراز ۲ ارتقا یابد. اختلاف انرژی $E_2 - E_1$ مورد نیاز اتم برای این گذار از انرژی موج الکترومغناطیسی فرودی تأمین می شود. این فرایند را جذب می گویند.

برای معرفی احتمالهای این پدیده های گسیل و جذب، فرض می کنیم N_i تعداد اتم (یا مولکول) در واحد حجم باشد که در لحظه t ، تراز انرژی مفروض i را اشغال می کند. از این به بعد کمیت N_i را جمعیت آن تراز می نامیم.

در گسیل خودبه خود، احتمال وقوع فرایند با بیان اینکه آهنگ فروافت جمعیت حالت بالایی $(dN_2/dt)_{sp}$ باید با جمعیت N_2 متناسب باشد، تعریف می شود. بنابراین می توانیم بنویسیم

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{sp} = -AN_2 \quad (2.1.1)$$

که علامت منفی نشان می دهد مشتق زمانی منفی است. ضریب A که به این طریق معرفی می شود، یک ثابت مثبت است که آهنگ گسیل خودبه خود یا ضریب A اینشتین نامیده می شود (اولین رابطه برای A را اینشتین با در نظر گرفتن قوانین ترمودینامیک به دست آورد). کمیت $\tau_{sp} = 1/A$ را طول عمر گسیل خودبه خود (یا تابشی) می نامند. به همین ترتیب، برای فروافت غیرتابشی، به طور کلی می توانیم بنویسیم

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{nr} = -\frac{N_2}{\tau_{nr}} \quad (3.1.1)$$

که τ_{nr} طول عمر فروافت غیرتابشی است. توجه کنید که در گسیل خودبه خود مقدار عددی A (و τ_{sp}) تنها به گذار خاص مورد بررسی بستگی دارد. از طرف دیگر، τ_{nr} نه تنها به گذار، بلکه به مشخصات محیط اطراف نیز بستگی دارد.

اکنون به همین طریق می توانیم برای فرایندهای القایی (گسیل یا جذب) اقدام کنیم. برای گسیل القایی می توانیم بنویسیم

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st} = -W_{21}N_2 \quad (4.1.1)$$

که $(dn_2/dt)_{st}$ آهنگی است که گذار $2 \rightarrow 1$ ناشی از گسیل القایی رخ می دهد و W_{21} آهنگ گسیل القایی است. مانند ضریب A که با معادله (2.1.1) تعریف شده، ضریب W_{21} نیز دارای بعد عکس زمان است. برخلاف A ، W_{21} نه تنها به نوع خاص گذار، بلکه به شدت موج الکترومغناطیسی فرودی بستگی دارد. به طور دقیقتر برای یک موج تخت، می توانیم بنویسیم

$$W_{21} = \sigma_{21}F \quad (5.1.1)$$

که F شار فوتون موج است و σ_{21} کمیتی است با بُعد سطح (سطح مقطع گسیل القایی) و به مشخصات گذار مفروض بستگی دارد.

همانند معادله (4.1.1) می توانیم آهنگ جذب W_{12} را با استفاده از معادله

$$\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_a = -W_{12}N_1 \quad (6.1.1)$$

تعریف کنیم، که $(dN_1/dt)_a$ آهنگ گذار $۱ \rightarrow ۲$ ناشی از جذب و N_1 جمعیت تراز است. همانند معادله (۵.۱.۱) می‌توانیم بنویسیم

$$W_{۱۲} = \sigma_{۱۲} F \quad (۷.۱.۱)$$

که $\sigma_{۱۲}$ دارای مشخصه سطح است (سطح مقطع جذب)، که فقط به گذاری خاص بستگی دارد. در بحثهای قبل فرایندهای القایی با سطح مقطعهای $\sigma_{۲۱}$ و $\sigma_{۱۲}$ به ترتیب برای گسیل القایی و جذب مشخص شد. اینشتین در اوایل قرن بیستم نشان داد که اگر دو تراز ناواگن باشند، داریم $W_{۲۱} = W_{۱۲}$ و به این ترتیب $\sigma_{۲۱} = \sigma_{۱۲}$. اگر ترازهای ۱ و ۲ به ترتیب g_1 و g_2 بار واگن باشند، خواهیم داشت

$$g_2 W_{۲۱} = g_1 W_{۱۲} \quad (۸.۱.۱)$$

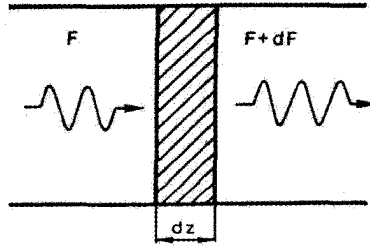
یعنی

$$g_2 \sigma_{۲۱} = g_1 \sigma_{۱۲} \quad (۹.۱.۱)$$

همچنین توجه کنید که فرایندهای اساسی گسیل خودبه‌خود، گسیل القایی، و جذب را می‌توان برحسب فوتونهای جذب‌شده یا گسیل‌شده به طریق زیر تشریح کرد (شکل ۱.۱): (الف) در فرایند گسیل خودبه‌خود، اتم از تراز ۲ به تراز ۱ با گسیل یک فوتون فرو می‌افتد. (ب) در فرایند گسیل القایی فوتون فرودی گذار $۱ \rightarrow ۲$ را القا می‌کند، به نحوی که دو فوتون ظاهر می‌شود (یکی فوتون القاکننده و دیگری القاشونده). (ج) در فرایند جذب، فوتون فرودی به‌سادگی جذب می‌شود تا گذار $۱ \rightarrow ۲$ حاصل شود. بنابراین هر فرایند القایی یک فوتون به وجود می‌آورد، در حالی‌که در هر فرایند جذب فوتونی از دست می‌رود.

۲.۱ مبانی نور

دو تراز انرژی دلخواه ۱ و ۲ از ماده‌ای را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم N_1 و N_2 جمعیت این دو تراز باشد. اگر موج تختی با شار فوتونی F در جهت z از ماده عبور کند (شکل ۲.۱) تغییر جزئی dF از این شار در طول جزئی dz ماده ناشی از هر دو فرایند جذب و گسیل القایی است که در ناحیه هاشورزده شکل ۲.۱ رخ می‌دهد. فرض کنید S سطح مقطع باریکه باشد، لذا تغییر در شمار بین فوتونهایی که در واحد زمان از حجم هاشورزده خارج شده و به آن وارد می‌شوند برابر است با SdF . از آنجایی که هر فرایند القایی فوتونی را به وجود می‌آورد، در حالی‌که



شکل ۲.۱ تغییر جزئی dF در شار فوتون F برای یک موج الکترومغناطیسی تخت که فاصله dz در ماده را می‌پیماید.

هر جذب فوتونی را خارج می‌سازد، SdF باید برابر با اختلاف بین گسیل القایی و جذبی باشد که در حجم هاشورزده در واحد زمان به وقوع می‌پیوندد. از معادلات (۴.۱.۱) و (۶.۱.۱) می‌توانیم بنویسیم $SdF = (W_{\uparrow 1} N_{\uparrow} - W_{\downarrow 2} N_{\downarrow})(Sdz)$ ، که حجم ناحیه هاشورزده است. به کمک معادلات (۵.۱.۱)، (۷.۱.۱)، و (۹.۱.۱)، داریم

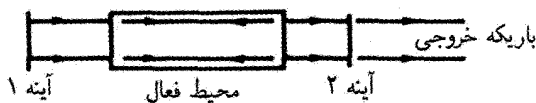
$$dF = \sigma_{\uparrow 1} F \left[N_{\uparrow} - \left(\frac{g_{\uparrow} N_{\uparrow}}{g_{\downarrow}} \right) \right] dz \quad (۱.۲.۱)$$

توجه کنید که در به‌دست‌آوردن معادله (۱.۲.۱) فروافت‌های تابشی و غیرتابشی را در نظر نگرفتیم. در واقع فروافت غیرتابشی فوتونهای جدیدی را اضافه نمی‌کند، در حالی‌که فوتونهایی که در اثر فروافت تابشی به وجود می‌آیند در هر جهتی گسیل می‌شوند و لذا سهم ناچیزی در شار فوتون فرودی دارند.

معادله (۱.۲.۱) نشان می‌دهد که اگر $N_{\uparrow} > g_{\uparrow} N_{\uparrow} / g_{\downarrow}$ باشد ماده به‌عنوان یک تقویت‌کننده عمل می‌کند (یعنی، $dF/dz > 0$)، در حالی‌که اگر $N_{\uparrow} < g_{\uparrow} N_{\uparrow} / g_{\downarrow}$ باشد، ماده به مثابه یک جاذب است. در ترازمندی گرمایی جمعیت از آمار بولتزمن تبعیت می‌کند. بنابراین اگر N_{\uparrow}^e و N_{\downarrow}^e جمعیتها در ترازمندی گرمایی دو تراز باشند، داریم

$$\frac{N_{\uparrow}^e}{N_{\downarrow}^e} = \frac{g_{\uparrow}}{g_{\downarrow}} \exp - \left(\frac{E_{\uparrow} - E_{\downarrow}}{kT} \right) \quad (۲.۲.۱)$$

که k ثابت بولتزمن و T دمای مطلق ماده است. بنابراین در ترازمندی گرمایی داریم $N_{\uparrow}^e < g_{\uparrow} N_{\downarrow}^e / g_{\downarrow}$. لذا طبق معادله (۱.۲.۱) ماده مانند یک جاذب در بسامد ν عمل می‌کند. این چیزی است که در شرایط عادی رخ می‌دهد. لیکن اگر شرط ناترازمندی حاصل شود که برای آن شرط $N_{\uparrow} > g_{\uparrow} N_{\downarrow} / g_{\downarrow}$ برقرار شود، ماده مانند یک تقویت‌کننده عمل خواهد کرد. در این حالت می‌گوییم که وارونی جمعیت



شکل ۳.۱ طرح یک لیزر.

در ماده حاصل شده است. این به آن معناست که اختلاف جمعیت $[N_2 - (g_2 N_1 / g_1)]$ از نظر علامت مخالف آن چیزی است که در ترازمندی گرمایی وجود دارد $[N_2^e - (g_2 N_1^e / g_1) < 0]$. ماده‌ای که در آن این وارونی جمعیت ایجاد می‌شود را محیط فعال می‌گویند.

اگر بسامد گذار $\nu_0 = (E_2 - E_1) / kT$ در ناحیه میکروموج واقع شود، این نوع تقویت‌کننده را تقویت‌کننده میز می‌گویند، واژه میز از حروف اول عبارتی به معنای "تقویت میکروموج به وسیله تابش گسیل القایی" انتخاب شده است.^۱ اگر بسامد گذار در ناحیه اپتیکی قرار گیرد، تقویت‌کننده را تقویت‌کننده لیزر می‌گویند. واژه لیزر مانند عبارت قبل تعریف می‌شود، لیکن به جای میکروموج، واژه نور آورده شده است.^۲

برای آنکه از یک تقویت‌کننده، نوسانگر بسازیم، لازم است بازخورد مناسبی را ایجاد کنیم. در ناحیه میکروموج با قراردادن ماده فعال در یک کاواک تشدیدی، این امر با تشدید در بسامد ν_0 ، صورت می‌گیرد. در لیزر، اغلب بازخورد با قراردادن ماده فعال بین دو آینه کاملاً بازتابنده، نظیر آینه‌های صفحه موازی در شکل ۳.۱، تأمین می‌شود. در این مورد، موج الکترومغناطیسی در امتداد عمود بر سطح دو آینه رفت و آمد خواهد کرد و ضمن هر بار عبور از ماده فعال، تقویت می‌شود. اگر یکی از دو آینه (مثلاً آینه ۲) نیمه شفاف انتخاب شود، باریکه مفید لیزر از آن آینه به دست می‌آید.

باید در نظر داشت که در هر دو مورد میزها یا لیزرها، شرط آستانه بخصوصی لازم است. در مورد لیزر نوسان وقتی آغاز می‌شود که بهره ماده فعال بر تلفات در لیزر (مثلاً تلفات به علت خروج پرتو از آینه) غلبه کند. طبق رابطه (۱.۲.۱) بهره در هر بار عبور از ماده فعال (یعنی، نسبت شار فوتون خروجی به شار فوتون فرودی) برابر است با $\exp\{\sigma[N_2 - (g_2 N_1 / g_1)]l\}$ ، که برای سهولت $\sigma = \sigma_2$ در نظر گرفته شده است و نیز l طول ماده فعال است. اگر اکنون R_2 و R_1 را به ترتیب توان بازتابندگیهای دو آینه (شکل ۳.۱) در نظر بگیریم و L_i اتلاف داخلی در هر بار عبور از کاواک لیزر باشد، اگر در لحظه‌ای F شار فوتونی باشد که آینه ۱ را ترک گفته به سمت

1. Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation

2. Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

آینه ۲ می‌رود، در این صورت شار فوتون F' که آینه ۱ را ترک می‌گوید پس از یک رفت و بازگشت خواهد شد

$$F' = F \exp\{\sigma[N_2 - (g_2 N_1/g_1)]l\} \times (1 - L_i) R_2 \times \exp\{\sigma[N_2 - (g_2 N/g_1)]l\} \\ \times (1 - L_i) R_1$$

در آستانه باید داشته باشیم $F' = F$ و لذا $R_1 R_2 (1 - L_i)^2 \exp\{2\sigma[N_2 - (g_2 N_1/g_1)]l\} = 1$ این معادله نشان می‌دهد که آستانه وقتی حاصل می‌شود که وارونی جمعیت $N = N_2 - (g_2 N_1/g_1)$ به مقدار بحرانی که به آن وارونی بحرانی می‌گویند برسد و مقدار آن از رابطه

$$N_c = -\frac{[\ln R_1 R_2 + 2 \ln(1 - L_i)]}{2\sigma l} \quad (3.2.1)$$

به دست می‌آید. معادله (۳.۲.۱) با تعاریف زیر ساده خواهد شد

$$\gamma_1 = -\ln R_1 = -\ln(1 - T_1) \quad (4.2.1 \text{ الف})$$

$$\gamma_2 = -\ln R_2 = -\ln(1 - T_2) \quad (4.2.1 \text{ ب})$$

$$\gamma_i = -\ln(1 - L_i) \quad (4.2.1 \text{ ج})$$

که T_1 و T_2 تراکسیل آینه‌ها هستند (برای سهولت از جذب آینه‌ای صرف نظر شده است). با جایگزینی روابط (۴.۲.۱) در معادله (۳.۲.۱) به دست می‌آید

$$N_c = \frac{\gamma}{\sigma l} \quad (5.2.1)$$

که

$$\gamma = \gamma_i + \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{2} \quad (6.2.1)$$

توجه کنید که کمیت γ_i که با معادله (۴.۲.۱) تعریف شده است را اتلاف داخلی لگاریتمی کاواک می‌گویند. در واقع وقتی $1 \ll L_i$ است، که معمولاً چنین است، داریم $L_i \cong \gamma_i$. به همین ترتیب، از آنجایی که هر دوی T_1 و T_2 معرف اتلاف کاواک هستند، γ_1 و γ_2 که با روابط (۴.۲.۱) الف و ب) تعریف شده‌اند را می‌توان تلفات لگاریتمی دو آینه کاواک نامید. بنابراین کمیت γ که با معادله (۶.۲.۱) معرفی شده است را می‌توان اتلاف تک‌گذر کاواک نامید.

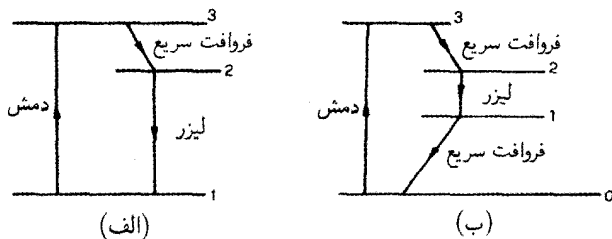
هنگامی که وارونی بحرانی حاصل می‌شود، نوسان از گسیل خودبه‌خود به وجود می‌آید. فوتونهایی که به صورت خودبه‌خود در طول محور کاواک گسیل می‌شوند، در واقع آغازگر فرایند تقویت

هستند. این اساس یک نوسانگر لیزری یا به بیان ساده‌تر، لیزر است. توجه کنید که طبق معنایی که برای لیزر داشتیم، واژه لیزر تنها باید برای لیزرهایی که تابش مرئی دارند به کار برده شود. لیکن، این واژه برای هر دستگاهی که تابش القایی را گسیل می‌کند به کار برده می‌شود، که می‌تواند نواحی فرسوخ دور یا نزدیک، فرابنفش یا حتی تابش x را در برگیرد. برای آنکه نوع تابش مشخص باشد به ترتیب به آنها لیزرهای فرسوخ، مرئی، فرابنفش یا پرتو x گفته می‌شود.

۳.۱ طرحهای دمش

اکنون می‌خواهیم ببینیم که چگونه می‌توان در یک ماده مفروض وارونی جمعیت ایجاد کرد. در نگاه اول، به نظر می‌آید که ایجاد وارونی جمعیت از طریق برهم‌کنش ماده با موج الکترومغناطیسی نسبتاً شدید، مثلاً موجی در بسامد $\nu = \nu_0$ از یک لامپ پر شدت، امکانپذیر است. از آنجایی که در ترازمندی گرمایی $(N_1^e/g_1) > (N_2^e/g_2)$ است، در واقع جذب برگسیل القایی غلبه می‌کند، بنابراین موج فرودی گذارهای بیشتری در گذار $2 \rightarrow 1$ ایجاد می‌کند تا در گذار $1 \rightarrow 2$ ، و لذا انتظار می‌رود که این طریق به وارونی جمعیت ختم شود. ولی بلافاصله می‌بینیم که چنین سیستمی (حداقل در حالت پایا) کار نخواهد کرد. در واقع وقتی وضعیتی ایجاد شود که $g_1 N_2 = g_2 N_1$ شود، فرایندهای جذب و گسیل القایی یکدیگر را خنثی می‌کنند و طبق معادله (۱.۲.۱) ماده شفاف می‌شود. این وضعیت معمولاً اشباع دو تراز نامیده می‌شود.

بدین ترتیب ایجاد وارونی جمعیت تنها با استفاده از دو تراز ۱ و ۲ غیرممکن است. بنابراین طبیعی است که سؤال شود آیا با استفاده مناسب از بیش از دو تراز از مجموعه بینهایت ترازهای اتم مورد نظر، ایجاد وارونی جمعیت ممکن است؟ خواهیم دید که در این مورد جواب مثبت است و بسته به تعداد ترازهای مورد استفاده، درباره لیزرهای سه و یا چهارترازی صحبت خواهیم کرد (شکل ۴.۱). در لیزر سه‌ترازی [شکل ۴.۱(الف)] اتم به طریقی از تراز ۱ (حالت پایه) به تراز ۳



شکل ۴.۱ نمودار طرح‌وار لیزر (الف) سه‌ترازی و (ب) چهارترازی.

ارتقا می‌یابد. اگر ماده چنان باشد که پس از آنکه اتم به تراز ۳ ارتقا داده شد به سرعت به تراز ۲ فرو افتد (مثلاً با یک فروافت غیرتابشی سریع)، در این صورت وارونی جمعیت می‌تواند بین تراز ۲ و ۱ حاصل شود. در لیزر چهارترازی [شکل ۴.۱ (ب)] اتم باز هم از تراز پایه (که برای سهولت این تراز را ۰ می‌نامیم) به تراز ۳ ارتقا می‌یابد. اگر اتم به سرعت به تراز ۲ فرو افتد (مثلاً از طریق فروافت غیرتابشی)، در اینجا هم وارونی جمعیت بین تراز ۲ و ۱ ایجاد می‌شود. وقتی در لیزر چهار ترازی نوسان آغاز می‌شود، اتمها در اثر گسیل القایی به تراز ۱ منتقل می‌شوند و لذا برای آنکه لیزر به صورت پیوسته موج کار کند، باید گذار $0 \rightarrow 1$ نیز بسیار سریع اتفاق افتد (این فروافت نیز معمولاً از طریق فروافت غیرتابشی اتفاق می‌افتد).

دیدیم که چگونه می‌توان از سه یا چهار تراز یک ماده برای ایجاد وارونی جمعیت استفاده کرد. اینکه سیستمی در طرح سه و یا چهارترازی کار کند (و یا اصلاً بتواند کار کند) بستگی به شرایطی که در بالا ارائه شد، دارد. البته می‌توانیم بررسی کنیم وقتی با یک طرح سه‌ترازی می‌توان روش ظاهراً مناسبی را برای ایجاد وارونی جمعیت ارائه داد، چرا از طرح چهارترازی استفاده کنیم. جواب آن است که معمولاً ایجاد وارونی جمعیت در لیزر چهارترازی بسیار ساده‌تر از لیزر سه‌ترازی است. توضیح این مطلب را با این نکته آغاز می‌کنیم که اختلافهای انرژی بین ترازهای مختلف شکل ۴.۱ معمولاً خیلی بزرگتر از kT است. طبق آمار بولتزمن [معادله (۲.۲۱)] را ببینید] می‌توان گفت که اساساً تمامی اتمها ابتدا (یعنی در حالت ترازمندی) در تراز پایه‌اند. اکنون فرض می‌کنیم N_i تعداد کل اتمها در واحد حجم ماده باشد، در سیستم سه‌ترازی کلیه این اتمها ابتدا در تراز ۱ هستند. حال فرض می‌کنیم ارتقای اتمها از تراز ۱ به تراز ۳ آغاز می‌شود، سپس این اتمها به تراز ۲ فرو می‌افتند و اگر این فروافت به اندازه کافی سریع باشد، تراز ۳ کم‌وبیش خالی خواهد ماند. اکنون برای سهولت فرض می‌کنیم دو تراز یا ناواگن‌اند (یعنی $g_1 = g_2 = 1$) و یا واگنی یکسان دارند. طبق معادله (۱.۲.۱) وقتی $N_2 = N_1$ شود، تلفات جذبی با بهره جبران می‌شود. از این لحظه به بعد هر اتمی که به تراز بالاتر می‌رود در وارونی جمعیت مشارکت خواهد داشت. ولی، در سیستم چهارترازی از آنجایی که تراز ۱ نیز خالی است، هر اتم که به تراز ۲ ارتقا یابد، فوراً وارونی جمعیت ایجاد می‌کند. با توجه به بحثی که شد هر گاه که امکانپذیر باشد باید در جستجوی ماده‌ای باشیم که بتواند به‌عنوان یک سیستم چهارترازی عمل کند تا یک سیستم سه‌ترازی. البته امکان اینکه سیستمی بیشتر از چهار تراز به کار برده شود وجود دارد. همچنین باید توجه کرد که واژه چهارترازی را می‌توان برای هر لیزری که تراز پایین آن اساساً خالی باشد (به علت آنکه چندین kT بالای تراز پایه است) به کار برد. با این مفهوم، هر گاه تراز ۲ و ۳ یک تراز تشکیل بدهند، طرح تراز چهارترازی داریم، با وجودی که فقط ۳ تراز داریم. مواردی بر پایه چنین طرح چهارترازی وجود دارد.

توجه کنید که اخیراً، لیزرهای شبه‌سه‌تازی نیز در زمره لیزرهای حائز اهمیت قرار گرفته‌اند. در این مورد، تراز پایه شامل زیرترازهای بسیار زیادی است، تراز زیرین لیزر یکی از این زیرترازهاست. بنابراین طرح شکل ۴.۱ (ب) را هنوز هم می‌توان برای لیزر شبه‌سه‌تازی با این درک که تراز ۱ زیرترازی از تراز پایه است و تراز ۰ پایینترین زیرتراز مربوط به تراز پایه است، به کار برد. اگر تمامی زیرترازهای حالت پایه به شدت جفت شوند (شاید توسط برخی فرایندهای غیرتابشی سریع) بنابراین جمعیت این زیرترازها همواره در تراز‌مندی گرمایی قرار می‌گیرند. باز هم فرض می‌کنیم که فاصله انرژی بین ترازهای ۱ و ۰ با kT قابل مقایسه باشد. [شکل ۱.۴ (ب)]. طبق معادله (۲.۲.۱)، همواره جمعیتی در تراز پایینی لیزر حضور دارد و سیستم لیزری به طریقی که بین لیزر سه و چهارترازی است رفتار می‌کند. فرایندی که بدان وسیله آنها از تراز ۱ به تراز ۳ (در یک طرح سه‌تازی) و از ۰ به ۳ (در یک طرح چهارترازی) یا از تراز پایه به تراز ۳ (در یک طرح شبه‌سه‌تازی) ارتقا می‌یابد را دمش می‌گویند. برای تحقق این فرایند، چندین راه عملی شناخته شده است، مثلاً به وسیله نوعی لامپ با شدت کافی یا به وسیله تخلیه الکتریکی در محیط فعال. برای بحث مفصل فرایندهای مختلف دمش به فصل ۶ رجوع کنید. ولی در اینجا باید توجه کرد که اگر تراز بالایی دمش خالی باشد، آهنگی که با آن تراز بالایی لیزر با دمش پرجمعیت می‌شود، $(dN_2/dt)_p$ ، را عموماً به صورت $(dN_2/dt)_p = W_p N_g$ می‌توان نوشت که W_p آهنگ مناسبی است که فرایند دمش را توصیف می‌کند و N_g جمعیت تراز پایه برای یک سیستم سه یا چهارترازی است، در حالی که برای یک لیزر شبه‌سه‌تازی، N_g می‌تواند کل جمعیت زیرترازهای حالت پایه باشد. در بخش‌های بعدی بیشتر روی لیزرهای چهارترازی یا شبه‌سه‌تازی بحث می‌کنیم. در واقع، مهمترین لیزر سه‌تازی، لیزر یاقوت است که از نظر تاریخی اهمیت دارد (اولین لیزری است که راه‌اندازی شد) ولی، دیگر زیاد از آن استفاده نمی‌شود. در اکثر لیزرهای چهار یا شبه‌سه‌تازی که به صورت متداول استفاده می‌شوند، می‌توان از تخلیه تراز پایه ناشی از فرایند دمش صرف‌نظر کرد.^۱ می‌توان N_g را مقداری ثابت دانست و معادله قبل را به صورت ساده‌تر

$$(dN_2/dt)_p = R_p \quad (۱.۳.۱)$$

نوشت، که R_p را می‌توان آهنگ دمش در واحد حجم یا خلاصه‌تر، آهنگ دمش نامید. برای حصول شرط آستانه، آهنگ دمش باید به یک مقدار آستانه یا بحرانی، R_{cp} ، برسد. روابط خاص R_{cp} را در فصل ۶ و ۷ به دست خواهیم آورد.

۱. تذکر: از آنجایی که لیزر شبه‌سه‌تازی تدریجاً به لیزر سه‌تازی خالص نزدیک می‌شود، فرض آنکه جمعیت حالت پایه توسط فرایند دمش به مقدار اندکی تغییر کند در نهایت اعتبار نخواهد داشت. همچنین توجه کنید که در لیزرهای تارنوری، که دمش بسیار شدید است، حالت پایه تقریباً به صورت کامل خالی است.

۴.۱ خواص باریکه‌های لیزر

تابش لیزر با درجهٔ بالایی از تکفامی، همدوسی، جهتمندی، و درخشایی مشخص می‌شود. می‌توان خاصیت پنجمی به آن اضافه کرد و آن مدت زمان کوتاه است، که به توانایی ایجاد تپهای خیلی کوتاه اطلاق می‌شود، که با وجود آنکه کمتر اساسی است، ولی مع هذا خاصیت بسیار مهمی است. اکنون به بررسی این خواص به تفصیل می‌پردازیم.

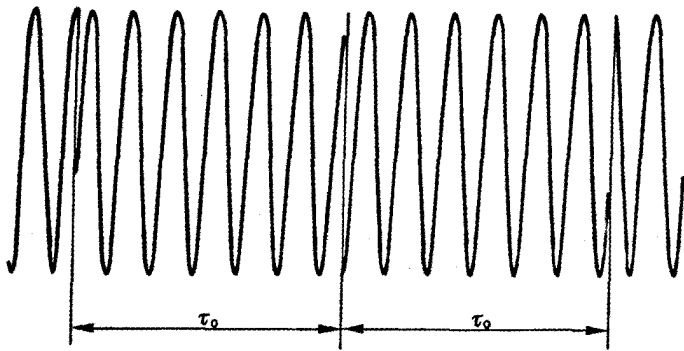
۱.۴.۱ تکفامی

این خاصیت از شرایط زیر ناشی می‌شود: (۱) تنها موج الکترومغناطیسی با بسامد ν که از رابطه (۱.۱.۱) به دست می‌آید می‌تواند تقویت شود. (۲) چون آرایش دو آینه‌ای کاواک تشدیدی تشکیل می‌دهد، نوسان تنها در بسامدهای تشدید این کاواک انجام می‌گیرد، مورد دوم منجر به پهنای خط لیزری می‌شود که غالباً از پهنای خط معمولی گذار $1 \rightarrow 2$ که در گسیل خودبه‌خود مشاهده می‌شود بسیار (به مقدار 10^6 مرتبهٔ بزرگی) باریکتر است.

۲.۴.۱ همدوسی

در تقریب اول، برای هر موج الکترومغناطیسی می‌توان دو مفهوم مستقل همدوسی یعنی همدوسی فضایی و همدوسی زمانی را تعریف کرد. برای تعریف همدوسی فضایی، دو نقطهٔ P_1 و P_2 را که، در لحظهٔ $t = 0$ ، روی جبههٔ موج یک موج الکترومغناطیسی قرار دارند در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم $E_1(t)$ و $E_2(t)$ میدانهای الکتریکی متناظر در آن دو نقطه باشند. بنا به تعریف، اختلاف فاز دو میدان در لحظهٔ $t = 0$ ، صفر است. اکنون، اگر این اختلاف در هر لحظهٔ $t > 0$ ، صفر باقی بماند، می‌گوییم بین دو نقطه همدوسی کامل برقرار است. چنانچه برای هر دو نقطهٔ دلخواه جبههٔ موج الکترومغناطیسی چنین وضعیتی برقرار باشد، می‌گوییم موج دارای همدوسی کامل فضایی است. در عمل، اگر بخواهیم همبستگی فازی خوبی داشته باشیم، برای هر نقطهٔ P_1 ، نقطهٔ P_2 باید در سطحی محدود اطراف P_1 قرار گیرد، در این حالت می‌گوییم موج دارای همدوسی پاره‌ای فضایی است و برای هر نقطهٔ P ، می‌توانیم سطح همدوسی $S_c(P)$ را معرفی کنیم.

حال برای تعریف همدوسی زمانی، میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی را در دو لحظهٔ t و $t + \tau$ در نقطهٔ P در نظر می‌گیریم، اگر در زمان تأخیر مفروض τ ، اختلاف فاز دو میدان در هر لحظهٔ t یکسان باقی بماند، گفته می‌شود که موج الکترومغناطیسی دارای همدوسی کامل زمانی است. اگر این امر در زمان تأخیر τ صورت گیرد به نحوی که $0 < \tau < \tau_0$ باشد، گفته می‌شود که موج دارای همدوسی پاره‌ای زمانی با زمان همدوسی τ_0 است. در شکل ۵.۱، نمونه‌ای از موج الکترومغناطیسی با زمان همدوسی τ_0 ارائه شده است. این شکل میدان الکتریکی سینوسی را



شکل ۵.۱ نمونه یک موج الکترومغناطیسی با زمان همدوسی تقریبی τ_0 .

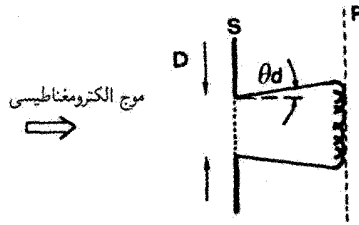
که در فواصل زمانی τ_0 دارای پرش فاز است نشان می‌دهد. می‌بینیم که مفهوم همدوسی زمانی حداقل در این حالت مستقیماً به مفهوم تکفامی مربوط است. در فصل ۱۱ نشان خواهیم داد که هر موج الکترومغناطیسی مانا با زمان همدوسی τ_0 دارای پهنای نوار $\Delta\nu \cong 1/\tau_0$ است. در همان فصل نیز نشان می‌دهیم که برای باریکه نامانا ولی تکرارپذیر (مثلاً باریکه لیزر تکرارپذیر سوئیچ شده Q یا قفل شده مدی)، زمان همدوسی از عکس پهنای نوار نوسان، $\Delta\nu$ ، به دست نمی‌آید و در واقع خیلی بزرگتر از $1/\Delta\nu$ است.

جا دارد یادآور شویم که دو مفهوم همدوسی فضایی و زمانی مستقل از یکدیگرند. در واقع می‌توان موجی را مثال زد که دارای همدوسی کامل فضایی است، در حالی که همدوسی زمانی آن محدود است (یا برعکس). موجی که در شکل ۵.۱ نشان داده شده است اگر میدانهای الکتریکی در نقاط P_1 و P_2 باشد، همدوسی فضایی بین این دو نقطه کامل است ولی همدوسی زمانی موج محدود خواهد بود.

با تأکید بر اینکه مفاهیم همدوسی فضایی و زمانی تنها یک توصیف مرتبه اول از همدوسی لیزر را به دست می‌دهند، این بخش را خاتمه می‌دهیم. خواص مراتب بالاتر همدوسی در فصل ۱۱ مورد بحث قرار خواهند گرفت. چنین بحثی برای درک کامل تفاوت بین چشمه نور معمولی و لیزری ضروری است. نشان خواهیم داد که تفاوت بین خواص مراتب بالاتر همدوسی، منشأ تفاوت اساسی بین باریکه لیزر و چشمه نور معمولی است.

۳.۴.۱ جهت‌مندی

این خاصیت نتیجه مستقیم قرارگرفتن ماده فعال در داخل کاواک تشدیدی است. مثلاً در مورد



شکل ۶.۱ واگرایی موج تخت الکترومغناطیسی به علت پراش.

کاواک صفحه موازی (شکل ۳.۱)، فقط موجی که در امتداد عمود بر آینه‌ها منتشر می‌شود (یا در امتدادی که خیلی به آن نزدیک است) می‌تواند در کاواک دوام بیاورد. برای درک عمیقتر خواص جهت‌مندی باریکه‌های لیزر (یا، به طور کلی، هر موج الکترومغناطیسی)، بهتر است همدوسی کامل فضایی و همدوسی پاره‌ای فضایی را جداگانه بررسی کنیم.

ابتدا به بررسی همدوسی کامل فضایی می‌پردازیم. حتی در این مورد، باریکه‌ای با گشودگی محدود، به علت پراش واگرایی اجتناب‌ناپذیری دارد. این مطلب با کمک شکل ۶.۱ قابل درک است. فرض کنید باریکه‌ای با شدت یکنواخت و جبهه موج تخت روی پرده S ، با گشودگی D فرود می‌آید. طبق اصل هویگنس، جبهه موج در هر صفحه P در پشت پرده، از برهم‌نهی موجهای جزئی که از هر نقطه گشودگی گسیل می‌شود، به دست می‌آید. می‌بینیم که به علت اندازه متناهی گشودگی D ، باریکه دارای واگرایی محدود θ_d است. مقدار واگرایی از نظریه پراش به دست می‌آید. برای دامنه‌ای با توزیع دلخواه، داریم

$$\theta_d = \frac{\beta\lambda}{D} \quad (1.4.1)$$

که در آن λ و D به ترتیب طول موج و قطر باریکه‌اند. β ضریب عددی از مرتبه واحد است که مقدار آن به شکل توزیع دامنه و به چگونگی تعریف واگرایی و قطر باریکه بستگی دارد. باریکه‌ای که واگرایی اش از معادله (۱.۴.۱) به دست می‌آید، محدود شده پراش نامیده می‌شود.

اگر موج دارای همدوسی پاره‌ای فضایی باشد، واگرایی آن بزرگتر از کمینه مقداری خواهد بود که به وسیله پراش تعیین می‌شود. در واقع، برای هر نقطه P' جبهه موج، استدلال هویگنس از شکل ۶.۱ فقط برای نقاط واقع در سطح همدوسی S_c اطراف نقطه P' می‌تواند به کار رود، بدین ترتیب سطح همدوسی نظیر گشودگی محدودکننده برای برهم‌نهی موجهای جزئی عمل می‌کند. اکنون واگرایی باریکه با رابطه

$$\theta = \frac{\beta\lambda}{(S_c)^{1/2}} \quad (2.4.1)$$

تعریف می‌شود که باز هم β یک ضریب عددی از مرتبه واحد است که مقدار دقیق آن به چگونگی تعریف واگرایی θ و سطح هم‌دوسی S_c بستگی دارد.

با اشاره به اینکه، با در دست داشتن شرایط مناسب عملی، می‌توان باریکه خروجی لیزر را به صورت محدودشده پراشی ایجاد کرد، بحث عمومی خواص جهتمندی موج الکترومغناطیسی را خاتمه می‌دهیم.

۴.۴.۱ درخشایی

بنا به تعریف، درخشایی یک چشمه امواج الکترومغناطیسی عبارت است از توان گسیل شده از واحد سطح چشمه در واحد زاویه فضایی. دقیقتر گفته باشیم، فرض می‌کنیم که dS جزء مساحت در نقطه O روی چشمه باشد [شکل ۷.۱ (الف)]. توان dP را که توسط dS با زاویه فضایی $d\Omega$ در امتداد OO' گسیل می‌شود می‌توان به صورت زیر نوشت

$$dP = B \cos \theta dS d\Omega \quad (۳.۴.۱)$$

که در آن θ زاویه بین امتداد OO' و عمود \mathbf{n} بر سطح است. توجه کنید که حضور ضریب $\cos \theta$ به علت آن است که کمیت فیزیکی حائز اهمیت برای گسیل در جهت OO' ، تصویر dS روی صفحه عمود بر امتداد OO' یعنی $\cos \theta dS$ است. کمیت B که با معادله (۳.۴.۱) تعریف می‌شود را درخشایی چشمه در نقطه O در امتداد OO' می‌گویند. این کمیت عموماً به مختصات قطبی θ و ϕ امتداد OO' و به نقطه O بستگی دارد. وقتی B ثابت باشد، چشمه را چشمه همسانگرد (چشمه لامبرت) می‌گویند.

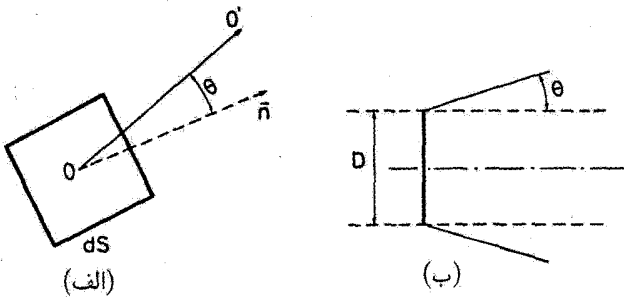
اکنون باریکه لیزری را با توان P ، سطح مقطعی دایره‌ای به قطر D و واگرایی θ ، در نظر می‌گیریم [شکل ۷.۱ (ب)]. از آنجایی که θ معمولاً خیلی کوچک است، داریم $\cos \theta \cong 1$ ، چون مساحت مقطع باریکه برابر است با $\pi D^2/4$ ، و زاویه فضایی گسیل $\pi\theta^2$ است، طبق معادله (۳.۴.۱) درخشایی باریکه را به صورت

$$B = \frac{۴P}{(\pi D\theta)^2} \quad (۴.۴.۱)$$

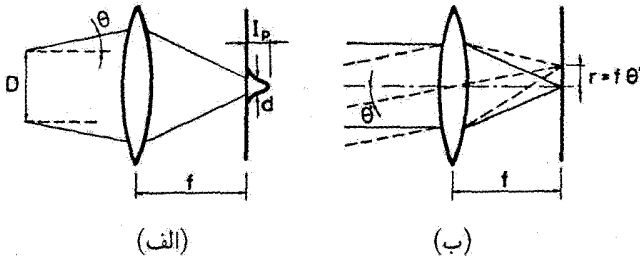
به دست می‌آوریم. همچنین اگر باریکه محدودشده پراشی باشد، داریم $\theta = \theta_d$ و لذا از معادله (۴.۴.۱) و به کمک معادله (۱.۴.۱) خواهیم داشت

$$B = \left(\frac{۲}{\beta\pi\lambda} \right)^2 P \quad (۵.۴.۱)$$

که درخشایی بیشینه برای باریکه‌ای با توان P است.



شکل ۷.۱ (الف) درخشایی سطح در نقطه O برای یک چشمه عادی امواج الکترومغناطیسی. (ب) درخشایی یک باریکه لیزر با قطر D و واگرایی θ .



شکل ۸.۱ (الف) توزیع شدت در صفحه کانونی یک عدسی برای باریکه‌ای با واگرایی θ . (ب) تجزیه موج تخت باریکه‌ای که در (الف) آمده است.

درخشایی مهمترین پارامتر باریکه لیزر و به‌طور کلی هر چشمه نوری است. برای آنکه این نکته را نشان دهیم، ابتدا یادآور می‌شویم که اگر از هر چشمه نوری با استفاده از یک سیستم اپتیکی تصویری به وجود می‌آوریم و اگر فرض کنیم که شیء و تصویر در همان محیط قرار دارند (مثلاً در هوا)، خواص زیر برقرار خواهد بود: درخشایی تصویر همواره کمتر یا برابر با درخشایی چشمه است. زمانی شرط برابری صادق است که سیستم اپتیکی از نور گسیل شده توسط چشمه، تصویر بدون اتلاف ایجاد کند. برای آنکه اهمیت درخشایی را بیشتر نشان دهیم، باریکه شکل ۷.۱ (ب) را با واگرایی θ که توسط یک عدسی با فاصله کانونی f متمرکز می‌شود در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم شدت قله باریکه را در صفحه کانونی عدسی [شکل ۸.۱ (الف)] محاسبه کنیم. برای این محاسبه، یادآور می‌شویم که باریکه می‌تواند به یک مجموعه امواج تخت با پراکندگی زاویه‌ای تقریباً θ در اطراف جهت انتشار، تجزیه شود. دو تا از این امواج که زاویه

θ' با یکدیگر می‌سازند با خطوط پر و خط‌چین در شکل ۸.۱ (ب) نشان داده شده‌اند. این دو باریکه هر یک در لکه‌ای مجزا در صفحه کانونی متمرکز می‌شوند و برای زاویه کوچک θ' ، دو لکه به صورت عرضی با فاصله $r = f\theta'$ از یکدیگر قرار دارند. چون گستردگی زاویه‌ای امواج تختی که باریکه را در شکل ۸.۱ (الف) می‌سازند برابر با زاویه واگرایی θ است، نتیجه می‌گیریم که قطر لکه کانونی در شکل ۸.۱ (الف) تقریباً برابر است با $d = 2f\theta$. برای یک عدسی ایده‌آل بدون اتلاف، توان کلی در صفحه کانونی برابر با توان P موج فرودی است. بنابراین شدت قله در صفحه کانونی برابر است با $I_p = 4P/\pi d^2 = P/\pi(f\theta)^2$ برحسب درخشایی باریکه، طبق معادله (۴.۴.۱)، به دست می‌آوریم $I_p = (\pi/4)B(D/f)^2$. پس I_p با افزایش قطر D باریکه افزایش می‌یابد. وقتی D برابر با قطر D_L عدسی باشد، به مقدار بیشینه I_p خواهیم رسید. در این حالت به دست می‌آوریم

$$I_p = \left(\frac{\pi}{4}\right) (N.A.)^2 B \quad (۶.۴.۱)$$

که $N.A. = \sin[\tan^{-1}(D_L/f)] \cong (D_L/f)$ معادله (۶.۴.۱) نشان می‌دهد که برای یک گشودگی عددی مفروض، شدت قله در صفحه کانونی یک عدسی فقط به درخشایی باریکه بستگی دارد.

درخشایی باریکه لیزر حتی با قدرت کم (مثلاً چند میلی‌وات)، چندین مرتبه بزرگی از درخشایی درخشانترین چشمه‌های معمولی بیشتر است (مثلاً مسئله ۷.۱ را ببینید). و این اصولاً به علت خواص جهتمندی فوق‌العاده بالای باریکه لیزر است و طبق معادله (۶.۴.۱) به آن معناست که شدت قله ایجاد شده در صفحه کانونی یک عدسی، چندین مرتبه بزرگی برای باریکه لیزر در مقایسه با شدت حاصل از چشمه معمولی، بزرگتر است. بنابراین شدت باریکه لیزر کانونی شده را می‌توان به مقادیر بسیار بزرگ رساند و این خاصیتی است که در بسیاری از کاربردهای لیزر از آن استفاده می‌شود.

۵.۴.۱ تپ با مدت زمان کوتاه

در این مرحله بدون وارد شدن به جزئیات، یادآور می‌شویم که با فناوری خاصی که به آن قفل‌شدگی مد می‌گویند، می‌توان تپهای نوری ایجاد کرد که مدت زمان آن تقریباً برابر با عکس پهنای خط گذار $1 \rightarrow 2$ لیزر است. بنابراین با لیزرهای گازی که پهنای خطشان نسبتاً باریک است، پهنای تپ می‌تواند در حدود $1\text{ns} - 10\text{ps}$ باشد. این زمانهای تپ را نمی‌توان کوتاه دانست، و در واقع بعضی لامپهای درخش می‌توانند تپهای نوری با مدت زمان قدری کوتاهتر از 1ns ، گسیل کنند. از طرف دیگر، پهنای خط بعضی لیزرهای حالت جامد و مایع می‌تواند $10^5 - 10^3$ بار بزرگتر

از پهنای خط لیزر گازی باشد؛ در این مورد تپهای بسیار کوتاهتری را می‌توان ایجاد کرد (به کوتاهی تا 10^{-15} s). این کار امکانات هیجان‌انگیز جدیدی در پژوهش لیزر و کاربردهای آن ایجاد می‌کند.

توجه کنید که خاصیت مدت زمان کوتاه را که به معنای تمرکز انرژی در زمان است می‌توان مانند خاصیت تکفامی، که بر تمرکز انرژی در طول موج دلالت دارد، در نظر گرفت، لیکن شاید بتوان گفت که مدت زمان کوتاه نسبت به تکفامی دارای خاصیت اساسی کمتری است. در واقع، در حالی که تمامی لیزرها را می‌توان اصولاً بسیار تکفام ساخت، ولی فقط لیزرهایی با پهنای خط وسیع، مانند لیزرهای حالت جامد و مایع، می‌توانند تپهای با مدت زمان بسیار کوتاه ایجاد کنند.

۵.۱ انواع لیزر

انواع مختلف لیزرهایی که تاکنون توسعه داده شده‌اند، دامنه وسیعی از پارامترهای فیزیکی و عملکردی را نشان می‌دهند. در واقع اگر لیزرهایی طبق حالت فیزیکی محیط فعال مشخص شوند، آنها را لیزرهای حالت جامد، مایع، یا گازی می‌نامیم. یک مورد خاص آن است که محیط فعال شامل الکترونهای آزاد در سرعت‌های نسبیتی باشند و از میدان مغناطیسی با تناوب فضایی عبور داده شوند (لیزرهای الکترون-آزاد). اگر لیزرها با طول موج تابش گسیل شده مشخص شوند، آنها را لیزرهای فروسرخ، مرئی، فرابنفش (uv) و پرتو x می‌گویند. طول موجهای متناظر با این لیزرها از $1\text{ mm} \approx$ (یعنی، امواج میلیمتری) تا $1\text{ nm} \approx$ (یعنی، حد بالای پرتوهای x سخت) گسترده شده است. بنابراین، گستردگی طول موج می‌تواند ضریبی از $10^6 \approx$ باشد (توجه کنید که دامنه ناحیه مرئی، تقریباً از 400 nm تا 700 nm و گستردگی طول موج کمتر از ۲ است). توانهای خروجی دامنه مقادیر حتی بزرگتری را در بر می‌گیرد. در لیزرهای پیوسته موج (cw)، دامنه نوعی توانها، از چند mW، در لیزرهایی که به‌عنوان چشمه‌های سیگنال به کار می‌روند (مثلاً برای مخابرات نوری یا روبشگرهای بارکد)، تا ده‌ها kW، در لیزرهایی که برای فلزکاری استفاده می‌شوند و به چند MW (تاکنون $5\text{ MW} \approx$) در لیزرهایی که کاربردهای نظامی دارند (مثلاً سلاحهای انرژی هدایت‌شده) گسترده است. در لیزرهای تپی توان قله می‌تواند بسیار بزرگتر از لیزرهای cw باشد و حتی به مقادیری به بزرگی 1 PW (10^{15} W) برسد! مجدداً گفته می‌شود که در لیزرهای تپی، مدت زمان تپ در گستره‌ای بسیار وسیع از سطح ms، که معمولاً لیزرهایی که در نظام عملکرد آزاد کار می‌کنند (یعنی بدون عنصر سوئیچ Q یا قفل‌شدگی مد در داخل کاواک) تا حدود 10^{-15} s ($10^{-15}\text{ s} = 1\text{ fs}$) برای بعضی لیزرهای قفل‌شده مدی، می‌تواند تغییر کند. ابعاد فیزیکی نیز می‌تواند تغییرات وسیعی داشته باشد. برای مثال برحسب طول کاواک، طول کاواک می‌تواند به کوچکی $1\text{ }\mu\text{m}$ \sim برای کوتاهترین لیزرها تا مقدار چند km برای

بلندترین آنها (مثلاً لیزر با طول 6.5 km که به منظور مطالعات زمین‌پیمایی در یک غار قرار داده شده است) باشد.

این دامنه وسیع پارامترهای فیزیکی یا عملکردی، هم نقطه قوت و هم نقطه ضعف لیزرها را نشان می‌دهد. تا جایی که مربوط به کاربردهای لیزر است، این دامنه وسیع پارامترها، توانایی بسیار زیادی در زمینه‌های متعدد علوم پایه و کاربردی دارد. از طرف دیگر، از نقطه نظر تجاری، تغییر بسیار زیاد ابزارها و سیستمها می‌تواند مانع از تولید انبوه آنها شود و لذا نمی‌توان شاهد کاهش قیمت‌های آنها بود.

مسائل

۱.۱ آن ناحیه از طیف الکترومغناطیسی که در لیزر مورد توجه است از ناحیه زیرمیلیمتر شروع و تا ناحیه پرتو γ کشیده می‌شود. این طیف به ترتیب نواحی زیر را در بر می‌گیرد: فرسوخ دور، فرسوخ نزدیک، مرئی، فرابنفش، فرابنفش خلاً، پرتو ایکس نرم، پرتو ایکس. با استفاده از کتب استاندارد، بازه‌های طول موج نواحی بالا را تعیین کنید. چون این طول موجها در این کتاب زیاد به کار برده می‌شوند، این بازه‌ها را یا به خاطر بسپارید یا یادداشت کنید.

۲.۱ در حالت خاصی از مسئله ۱.۱، طول موجهای مربوط به نور آبی، سبز و قرمز را به خاطر بسپارید و یا آنها را یادداشت کنید.

۳.۱ اگر ترازهای ۱ و ۲ شکل ۱.۱ چنان باشند که گذار مربوط به اختلاف انرژی $E_2 - E_1$ در وسط ناحیه طول موجهای مرئی قرار بگیرد، نسبت جمعیت دو تراز را در حالت ترازمندی گرمایی و در دمای اتاق به دست آورید.

۴.۱ در ترازمندی گرمایی، در $T = 300 \text{ K}$ ، نسبت جمعیت N_2/N_1 دو تراز مفروض برابر با $1/e$ است. بسامد ν مربوط به این گذار را به دست آورید. این بسامد در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی قرار می‌گیرد.

۵.۱ کاواکی متشکل از دو آینه با بازتابندگی $R_1 = 1$ و $R_2 = 0.5$ ، و اتلاف داخلی در هر عبور $1\% = L_i$ است. کل تلفات لگاریتمی در هر عبور را محاسبه کنید. اگر طول ماده فعال $l = 7.5 \text{ cm}$ و سطح مقطع گذار $\sigma = 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ باشد، وارونی آستانه را محاسبه کنید.

۶.۱ باریکه لیزر یا قوت ($\lambda \cong 694 \text{ nm}$) پس از عبور از تلسکوپی به قطر 1 m به ماه فرستاده می‌شود. با فرض آنکه باریکه دارای همدوسی کامل فضایی است، مطلوب است محاسبه قطر باریکه D روی ماه (فاصله بین زمین و ماه تقریباً 384000 کیلومتر است).

۷.۱ درخشایی احتمالاً درخشانترین لامپی که تاکنون ساخته شده است (PEK Labs، نوع $10^9/10^7$ که با توان الکتریکی 100 W تحریک می‌شود)، حدود $95\text{ W/cm}^2\text{sr}$ در پرشدت‌ترین خط سبز ($\lambda = 546\text{ nm}$) است. این درخشایی را با درخشایی یک لیزر آرگون با توان 1 W ($\lambda = 5145\text{ nm}$) مقایسه کنید، کدام یک را می‌توان محدودشده پراشی فرض کرد؟

برهم‌کنش تابش با اتمها و یونها

۱.۲ مقدمه

این فصل برهم‌کنش تابش با اتمها و یونهای را مورد بحث قرار می‌دهد که برهم‌کنش ضعیفی با نمونه‌های محیط اطراف دارند، نظیر اتمها و یونها در فاز گازی یا یونهای ناخالص در یک بلور یونی. در فصل ۳ حالت پیچیده‌تری مورد بررسی قرار می‌گیرد و آن برهم‌کنش تابش با مولکولها یا نیمرساناهاست. از آنجایی که عنوان برهم‌کنش تابش با ماده بسیار وسیع است، بحث خود را به اتمها و یونهای محدود می‌کنیم که به صورت محیط فعال عمل می‌کنند. پس از مقدمه‌ای بر نظریه تابش جسم سیاه که نظریه شاخصی در تمام فیزیک جدید محسوب می‌شود، فرایندهای مقدماتی جذب، گسیل القایی، گسیل خودبه‌خود و فروافت غیرتابشی را بررسی می‌کنیم. این فرایندها ابتدا با فرضهای ساده‌کننده محیط رقیق و شدت ضعف بررسی می‌شوند و سپس وضعیتهایی را در نظر می‌گیریم که شامل باریکه پرشدت و محیط غیررقیق (که به پدیده‌های اشباع و گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده منجر می‌شوند) است. در فصلهای ۹ و ۱۰، بعضی از موارد بسیار مهم و شاید موضوعهای با عمومیت کمتر مرتبط با فوتوفیزیک لیزرهای رزینهای، لیزرهای الکترون آزاد و لیزرهای پرتو ایکس به صورت خلاصه بررسی خواهد شد.

۲.۲ خلاصه نظریه تابش جسم سیاه

کاواکی را در نظر می‌گیریم که با یک محیط دی‌الکتریک همگن و همسانگرد پر شده است. اگر دیواره کاواک در دمای ثابت T قرار گرفته باشد، دیواره به‌طور پیوسته انرژی به‌صورت تابش موج الکترومغناطیسی گسیل و یا دریافت می‌کند. هنگامی که آهنگهای جذب و گسیل برابر شوند، شرط ترازمندی روی دیواره‌های کاواک و همچنین در هر نقطه دی‌الکتریکی برقرار می‌شود [۱]. این وضعیت را می‌توان با معرفی چگالی انرژی ρ ، که عبارت است از انرژی الکترومغناطیسی در واحد حجم کاواک، توصیف کرد. این چگالی انرژی را می‌توان به‌صورت تابعی از میدان الکتریکی $E(t)$ و میدان $H(t)$ طبق رابطه

$$\rho = \left\langle \frac{1}{4} \varepsilon E^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{4} \mu H^2 \right\rangle \quad (۱.۲.۲)$$

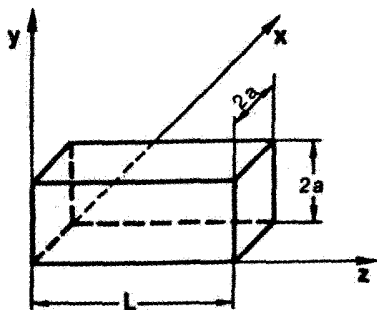
بیان کرد، که ε و μ به ترتیب ثابت دی‌الکتریک و تراوایی مغناطیسی محیط داخل کاواک هستند، همچنین نماد $\langle \rangle$ نشان‌دهنده میانگین زمانی در یک دوره تابش میدان است. سپس می‌توانیم توزیع طیفی انرژی این تابش را با تابع ρ_ν که تابعی از بسامد است معرفی کنیم. این تابع به این صورت تعریف می‌شود: $\rho_\nu d\nu$ معرف چگالی انرژی تابش در گستره بسامد بین ν و $\nu + d\nu$ است. واضح است که بین ρ و ρ_ν رابطه زیر برقرار است

$$\rho = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu \quad (۲.۲.۲)$$

اکنون فرض می‌کنیم که روزنه‌ای روی دیواره کاواک به‌وجود آورده شود. اگر I_ν شدت طیفی نوری باشد که از روزنه خارج می‌شود، می‌توان نشان داد که I_ν با ρ_ν متناسب است و از رابطه زیر پیروی می‌کند

$$I_\nu = \left(\frac{c}{4\pi} \right) \rho_\nu \quad (۳.۲.۲)$$

که c سرعت نور در خلأ و n ضریب شکست محیط داخل کاواک است. اکنون می‌توانیم نشان دهیم که I_ν و از آن‌رو ρ_ν تابعی جهانی مستقل از ماهیت دیواره‌ها یا شکل کاواک هستند و تنها به بسامد ν و دمای T کاواک بستگی دارند. این خاصیت ρ_ν با استدلال ساده ترمودینامیکی زیر ثابت می‌شود. فرض کنیم که دو کاواک به شکل دلخواه داشته باشیم. برای اطمینان از ثابت ماندن دما، می‌توان تصور کرد که دیواره‌های دو کاواک با دو دما در دمای T ، در تماس گرمایی باشند. فرض کنیم که در بسامد مفروض ν چگالی انرژی ρ'_ν در کاواک اول زیادتر از مقدار چگالی انرژی ρ''_ν در کاواک دوم باشد. اکنون با ایجاد روزنه‌ای در هر کاواک، دو کاواک را به طریق ایتیکی



شکل ۱.۲ کاواک مکعب مستطیلی با دیواره‌های رسانای کامل که در دمای T نگه داشته شده است.

به یکدیگر متصل می‌کنیم و با استفاده از سیستم اپتیکی مناسبی، تصویر هر روزنه را در روزنه دیگر تشکیل می‌دهیم. همچنین صافی ایده‌آلی در سیستم اپتیکی قرار می‌دهیم که فقط گستره کوچکی از بسامد اطراف بسامد ν را از خود عبور دهد. اگر $\rho'_{\nu} > \rho''_{\nu}$ باشد طبق معادله (۳.۲.۲)، $I'_{\nu} > I''_{\nu}$ است و شار خالص از انرژی موج الکترومغناطیسی از کاواک ۱ به کاواک ۲ وارد می‌شود. لیکن چون دو کاواک در یک دما قرار دارند، این شار انرژی ناقص قانون دوم ترمودینامیک است. بنابراین برای تمام بسامدها باید داشته باشیم $\rho'_{\nu} = \rho''_{\nu}$.

مسئله محاسبه این تابع جهانی $\rho_{\nu}(\nu, T)$ یکی از مسائل جنجالی فیزیکدانهای زمان خود بوده است. حل کامل آن را پلانک به دست آورد که او برای یافتن جواب صحیح مسئله فرضیه کوانتای نور را معرفی کرد. بنابراین نظریه تابش جسم سیاه یکی از پایه‌های اساسی فیزیک جدید است [۱]. قبل از آنکه وارد جزئیات شویم، ابتدا باید مدهای الکترومغناطیسی یک کاواک جسم سیاه را بررسی کنیم. از آنجایی که تابع ρ_{ν} مستقل از شکل یا طبیعت محیط دی‌الکتریک است، مورد نسبتاً ساده کاواک مکعب مستطیلی را که با ماده دی‌الکتریک به صورت یکنواخت پر شده است و دیواره‌های آن رسانای کامل هستند برای بررسی انتخاب می‌کنیم.

۱.۲.۲ مدهای کاواک مکعب مستطیلی

کاواک مکعب مستطیلی شکل ۱.۲ را در نظر می‌گیریم. برای محاسبه ρ_{ν} ، ابتدا توزیع میدان الکترومغناطیسی ساکن موجود در این کاواک را محاسبه می‌کنیم. طبق معادلات ماکسول، میدان الکتریکی $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ باید از معادله موج

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c_n^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (۴.۲.۲)$$

پیروی کند. در این معادله ∇^2 عملگر لاپلاس و c_n سرعت نور در محیط مورد بررسی است. علاوه بر این برای هر دیواره، میدان باید در شرط مرزی زیر صدق کند

$$\mathbf{E} \times \mathbf{n} = 0 \quad (5.2.2)$$

که \mathbf{n} بردار یکه عمود بر هر دیواره مورد نظر است. این شرط مبین آن است که مؤلفه مماسی میدان الکتریکی روی دیواره‌های کاواک باید صفر باشد.

به آسانی می‌توان نشان داد که مسئله با جداساختن متغیرها قابل حل است. بدین ترتیب اگر

بنویسیم

$$\mathbf{E} = \mathbf{u}(x, y, z)A(t) \quad (6.2.2)$$

و سپس با قراردادن (۶.۲.۲) در معادله (۴.۲.۲)، خواهیم داشت

$$\nabla^2 \mathbf{u} = -k^2 \mathbf{u} \quad (7.2.2 \text{ الف})$$

$$\frac{d^2 A}{dt^2} = -(c_n k)^2 A \quad (7.2.2 \text{ ب})$$

که k یک ثابت است. جواب عمومی معادله (۷.۲.۲ ب) به صورت

$$A = A_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (8.2.2)$$

است، که A_0 و ϕ ثابتهای دلخواه هستند و نیز

$$\omega = c_n k \quad (9.2.2)$$

با $A(t)$ که از رابطه (۸.۲.۲) به دست می‌آید، می‌بینیم که معادله (۶.۲.۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = E_0 \mathbf{u}(x, y, z) \exp j(\omega t + \phi) \quad (9.2.2 \text{ الف})$$

و بنابراین متناظر با آرایش موج ساکن میدان الکترومغناطیسی در داخل کاواک است. در واقع دامنه نوسان در هر نقطه داخل کاواک نسبت به زمان ثابت است. جوابی از این نوع را مد الکترومغناطیسی کاواک می‌نامند.

اکنون به حل معادله (۷.۲.۲ الف) که معادله هلمهولتز نامیده می‌شود، با شرط مرزی معادله (۵.۲.۲)، می‌پردازیم. به سادگی می‌توان نشان داد که روابط

$$\begin{aligned} u_x &= e_x \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z \\ u_y &= e_y \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z \\ u_z &= e_z \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z \end{aligned} \quad (۱۰.۲.۲)$$

در معادله (۷.۲.۲ الف) به‌ازای هر مقدار e_x ، e_y و e_z صدق می‌کنند، مشروط بر آنکه شرط

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 \quad (۱۱.۲.۲)$$

برقرار باشد.

علاوه بر آن، معادله (۱۰.۲.۲) قبلاً شرط مرزی (۵.۲.۲) را روی سه صفحه $y = 0$ ، $x = 0$ و $z = 0$ برآورده کرده است. اکنون اگر شرط اینکه معادله (۵.۲.۲) روی سایر دیواره‌های کاواک نیز برآورده شود را اعمال کنیم، خواهیم داشت

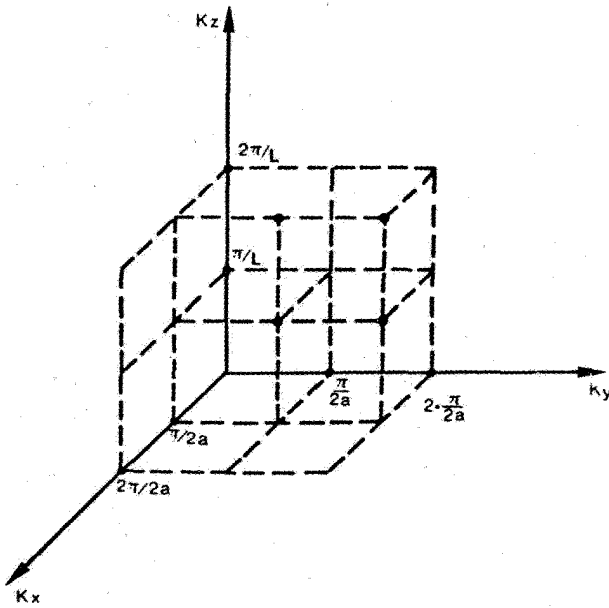
$$\begin{aligned} k_x &= \frac{l\pi}{2a} \\ k_y &= \frac{m\pi}{2a} \\ k_z &= \frac{n\pi}{L} \end{aligned} \quad (۱۲.۲.۲)$$

که l ، m و n اعداد صحیح مثبت هستند. اهمیت فیزیکی آنها را می‌توان بلافاصله دید: آنها تعداد گره‌هایی را نشان می‌دهند که مد موج ساکن به‌ترتیب در امتداد x ، y و z دارند. برای مقادیر ثابت l ، m و n می‌توان دید که k_x ، k_y و k_z نیز ثابت‌اند و طبق معادله‌های (۹.۲.۲) و (۱۱.۲.۲)، بسامد زاویه‌ای ω مد نیز ثابت است و از رابطه

$$\omega_{lmn} = c_n \left[\left(\frac{l\pi}{2a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{2a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (۱۳.۲.۲)$$

به‌دست می‌آید، و نیز به‌طور صریح نشان دادیم که بسامد مد به شاخصهای l ، m و n بستگی دارد. هنوز هم مد به‌صورت کامل تعیین نشده است. چون e_x ، e_y و e_z هنوز مقادیر دلخواهی هستند. لیکن معادلات ماکسول شرط دیگری را که میدان الکتریکی در آن صدق می‌کند به‌دست می‌دهد، این شرط عبارت است از $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ و با کمک معادله (۱۰.۲.۲) به‌دست می‌آوریم

$$\mathbf{e} \cdot \mathbf{k} = 0 \quad (۱۴.۲.۲)$$



شکل ۲.۲ نمونه تصویری چگالی مدهای نوسان در کاواک شکل ۱.۲. هر نقطه شبکه مربوط به دو مد کاواک است.

در معادله (۱۴.۲.۲) دو بردار \mathbf{k} و \mathbf{e} را که مؤلفه‌های آنها در امتداد محورهای x ، y ، و z به ترتیب e_x ، e_y ، e_z و k_x ، k_y ، k_z هستند معرفی کردیم. بنابراین معادله (۱۴.۲.۲) نشان می‌دهد که از سه کمیت e_x ، e_y ، e_z و تنها دوتای آنها مستقل‌اند. در واقع، وقتی l ، m ، و n را ثابت نگه داریم (یعنی، وقتی \mathbf{k} ثابت باشد)، بردار \mathbf{e} باید در صفحه‌ای عمود بر \mathbf{k} قرار گیرد. در این صفحه تنها دو درجه آزادی برای انتخاب \mathbf{e} باقی می‌ماند، لذا تنها دو مد مستقل وجود خواهد داشت. هر بردار دیگر \mathbf{e} که در این صفحه قرار گیرد ترکیب خطی از این دو بردار خواهد بود.

اکنون به محاسبه شمار مدهای N_ν که با بسامدهای بین $^\circ$ و ν در کاواک تشدید می‌شوند می‌پردازیم این تعداد برابر است با تعداد مدهایی که بردار موج \mathbf{k} ، با اندازه k بین $^\circ$ و $2\pi\nu/cn$ داراست. از معادله (۱۲.۲.۲) می‌فهمیم که در سیستم مختصات k_x ، k_y ، k_z مقادیر ممکن \mathbf{k} با بردارهایی که مبدأ را به نقاط گره شبکه سه‌بعدی شکل ۲.۲ متصل می‌کند به دست می‌آید. ولی از آنجایی که k_x ، k_y ، k_z کمیت‌های مثبتی هستند، فقط نقاطی را باید به حساب آورد که در یک‌هشتم مثبت سیستم مختصات واقع می‌شوند. اکنون ارتباطی یک‌به‌یک بین این نقاط و واحد یاخته با ابعاد $(\pi/2a, \pi/2a, \pi/L)$ وجود دارد. تعداد نقاط با k بین $^\circ$ و $(2\pi\nu/cn)$ را

می‌توان به صورت $(1/8)$ حجم کره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع $(2\pi\nu/c_n)$ دانست تقسیم بر حجم واحد یاخته با ابعاد $(\pi/2a, \pi/2a, \pi/L)$. همان‌طور که قبلاً گفته شد برای هر مقدار k دو مد امکانپذیر است. بنابراین داریم

$$N(\nu) = 2 \frac{(1/8)(4\pi/3)(2\pi\nu/c_n)^3}{(\pi/2a)(\pi/2a)(\pi/L)} = \frac{8\pi\nu^3}{3c_n^3} V \quad (15.2.2)$$

که V حجم کل کاواک است. اکنون اگر p_ν را تعداد مد در واحد حجم و در واحد گستره بسامد تعریف کنیم، داریم

$$p_\nu = \frac{1}{V} \frac{dN}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c_n^3} \quad (16.2.2)$$

۲.۲.۲ رابطه ریلی-جینز و رابطه تابش پلانک

اکنون با محاسبه کمیت p_ν ، می‌توان چگالی انرژی را به دست آورد. ρ_ν از حاصلضرب تعداد مد در واحد حجم در واحد گستره بسامد p_ν ، در انرژی میانگین $\langle E \rangle$ هر مد به دست می‌آید، یعنی

$$\rho_\nu = p_\nu \langle E \rangle \quad (17.2.2)$$

برای محاسبه $\langle E \rangle$ ، فرض می‌کنیم که دیواره‌های کاواک در دمای ثابت T قرار گرفته باشند. طبق آمار بولتزمن احتمال آنکه انرژی یک مد مفروض کاواک بین E و $E + dE$ قرار گیرد از رابطه $dp = C \exp[-(E/kT)] dE$ به دست می‌آید، که C مقداری است ثابت که مقدار آن را می‌توان با شرط $\int_0^\infty C \exp[-(E/kT)] dE = 1$ رابطه

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^\infty E \exp[-(E/kT)] dE}{\int_0^\infty \exp[-(E/kT)] dE} = kT \quad (18.2.2)$$

به دست می‌آید. از معادلات (۱۶.۲.۲) تا (۱۸.۲.۲)، خواهیم داشت

$$\rho_\nu = \left(\frac{8\pi\nu^2}{c_n^3} \right) kT \quad (19.2.2)$$

این رابطه، رابطه مشهور تابش ریلی-جینز است. لیکن رابطه فوق با نتایج تجربی در تناقض کامل است. در واقع آشکارا مشهود است که معادله (۱۹.۲.۲) نمی‌تواند درست باشد، چون چگالی انرژی بینهایت را به دست می‌دهد [معادله (۲.۲.۲) را ببینید]. اما رابطه (۱۹.۲.۲) هر چه باشد نتیجه اجتناب‌ناپذیر استدلالهای کلاسیک قبلی است.

مسئله تا اوایل قرن اخیر که پلانک فرضیه کوانتومی نور را ارائه کرد، لاینحل باقی ماند. فرض بنیادی پلانک آن بود که در هر مد کاواک، برخلاف فرضی که در معادله (۱۸.۲.۲) کردیم، انرژی نمی‌تواند هر مقدار اختیاری بین 0 تا ∞ را داشته باشد، بلکه مقادیر مجاز انرژی باید مضارب صحیحی از یک کمیت بنیادی باشد که متناسب با بسامد مد است. به بیان دیگر، پلانک فرض کرد که انرژی مد را می‌توان به صورت

$$E = nh\nu \quad (20.2.2)$$

نوشت، که n عدد درست مثبت و h یک ثابت است (که بعدها ثابت پلانک نامیده شد). بدون آنکه به جزئیات این فرضیه بنیادی بپردازیم، فقط متذکر می‌شویم که این فرضیه اساساً دلالت بر آن دارد که تبادل انرژی بین داخل کاواک و دیواره‌های آن به صورت مقدار ناپیوسته انرژی $h\nu$ صورت می‌گیرد. این مقدار کمینه که قابل تبادل است، کوانتوم نور یا فوتون نامیده می‌شود. طبق این فرضیه انرژی میانگین مد برابر است با

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_n^{\infty} nh\nu \exp[-(nh\nu/kT)]}{\sum_n^{\infty} \exp[-(nh\nu/kT)]} = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (21.2.2)$$

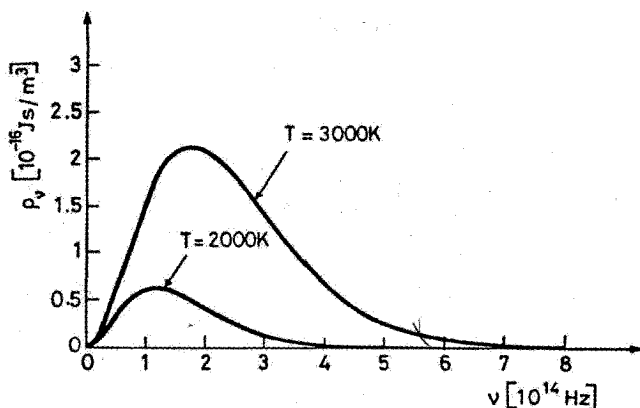
این رابطه با رابطه کلاسیک (۱۸.۲.۲) کاملاً فرق دارد. برای $h\nu \rightarrow 0$ رابطه (۲۱.۲.۲) به (۱۸.۲.۲) منجر می‌شود. از معادلات (۱۶.۲.۲)، (۱۷.۲.۲)، و (۲۱.۲.۲) رابطه پلانک را به دست می‌آوریم

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c_n^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (22.2.2)$$

اگر برای h مقدار $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ را انتخاب کنیم، رابطه بالا با نتایج تجربی کاملاً سازگار است. برای مثال، شکل ۳.۲ رفتاری را نشان می‌دهد که معادله (۲۲.۲.۲) برای ρ_ν برحسب بسامد ν برای دو مقدار دمای T پیش‌بینی می‌کند. در خاتمه، متذکر می‌شویم که نسبت

$$\langle \phi \rangle = \frac{\langle E \rangle}{h\nu} = \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (23.2.2)$$

تعداد میانگین فوتون $\langle \phi \rangle$ را برای هر مد به دست می‌دهد. اکنون اگر بسامد ν را در ناحیه اپتیکی ($\nu \approx 4 \times 10^{14} \text{ Hz}$) در نظر بگیریم، داریم $h\nu \approx 1 \text{ eV}$. برای $T \approx 300 \text{ K}$ ، داریم



شکل ۳.۲ نمایش تابع $\rho_\nu(\nu, T)$ بر حسب تابعی از بسامد ν برای دو مقدار دمای T .

eV $(1/40) \approx kT$ ، لذا از رابطه (۲۳.۲.۲) خواهیم داشت $\langle \phi \rangle \approx \exp(-40)$. می بینیم که تعداد میانگین فوتون در هر مد، برای تابش جسم سیاه در دمای اتاق، خیلی کوچکتر از واحد است. این مقدار باید با تعداد فوتون ϕ_0 که از کاواک لیزر در حالت تک مدی به دست می آید مقایسه شود (فصل ۷ را ببینید).

۳.۲.۲ فرضیه پلانک و کوانتش میدان

فرض اساسی پلانک که با معادله (۲۰.۲.۲) ارائه شد برای مدت زمانی پس از پیشنهاد آن حتی اگر تردیدی هم در کار نبود با کمی احتیاط در نظر گرفته می شود. بعضی ها حتی آن را یک شگرد ریاضی می دانستند که با آن یک انتگرال [معادله (۱۸.۲.۲)] به یک جمع [معادله (۲۱.۲.۲)] تبدیل می شود تا به نتیجه ای برسد که به صورت شانس با آزمایشها سازگار باشد. ولیکن نظریه اثر فوتوالکتریک که در سال ۱۹۰۴ توسط اینشتین ارائه شد و اساساً بر نظریه پلانک استوار بود خیلی زود شواهدی را ارائه کرد که نشان می داد فرض اساسی پلانک واقعاً درست است. اما، سالها طول کشید تا این فرض توجیه تصویری کامل خود را با کمک نظریه میدان کوانتومی دیراک (۱۹۲۷) به دست آورد. با وجودی که تشریح کامل کوانتش میدان خارج از محدوده این کتاب است، ولی لازم است مختصراً نشان دهیم که چگونه کوانتش میدان رخ می دهد [۲]. این موضوع ما را در فهم عمیقتر عناوینی که بعدها نیز در این کتاب بررسی می شوند یاری می کند.

یک مد الکترومغناطیسی کاواک را در نظر می گیریم، یعنی این مد با نقش موج ساکن مفروضی مشخص می شود و فرض می شود که ν بسامد تشدیدی باشد. اگر $E_x(\mathbf{r}, t)$ و $H_y(\mathbf{r}, t)$ به ترتیب

میدانهای الکتریکی و مغناطیسی باشند، چگالی انرژی متناظر ρ از معادله (۱.۲.۲) به دست می‌آید و مقدار انرژی آن برابر است با

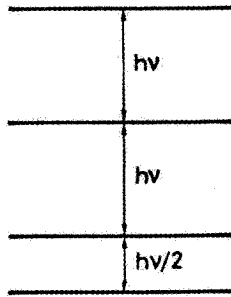
$$E = \int \rho dV \quad (24.2.2)$$

که V حجم کاواک است. برای درک اساس نظریه میدان کوانتومی، باید تشخیص دهیم که، شبیه به مورد یک ذره، جفت کمیت‌های $E_x(\mathbf{r}, t)$ و $H_y(\mathbf{r}, t)$ را نمی‌توان به‌طور همزمان با دقت دلخواه اندازه گرفت [۲]. این بدان معناست که شکلی از رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ بین کمیت‌های $E_x(\mathbf{r}, t)$ و $E_y(\mathbf{r}, t)$ ، شبیه به موردی که بین وضعیت q_x و تکانه p_x یک ذره متحرک حاکم است (مثلاً حرکت ذره در جهت x)، وجود دارد. توجه کنید که رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ بین p_x و q_x می‌تواند نقطه آغازی برای نظریه کوانتومی یک ذره باشد. در واقع نشان داده می‌شود که معادلات مکانیک کلاسیک، که اساساً مبتنی بر متغیرهای بنیادی p_x و q_x هستند از اعتبار خواهند افتاد. شبیه به آن، روابط عدم قطعیت بین $E_x(\mathbf{r}, t)$ و $H_y(\mathbf{r}, t)$ نقطه آغازی از نظریه کوانتومی تابش است، یعنی اینها نشان می‌دهند که معادلات ماکسول، مثلاً معادله (۴.۲.۲)، فاقد اعتبار خواهد شد.

شباهت بین نظریه کوانتومی یک ذره و نظریه کوانتومی تابش را می‌توان با فرض اینکه ذره‌ای با نیرویی کشسان به نقطه‌ای مفروض مقید شده باشد زیادتر کرد. این مورد نوسانگر هماهنگ است که یکی از مثالهای اساسی در نظریه کوانتومی ذره مقید محسوب می‌شود. یک نوسانگر هماهنگ که در جهتی، مثلاً در امتداد x ، نوسان می‌کند یک نوسانگر مکانیکی است که انرژی کل آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$E = \left(\frac{kp_x^2}{2m} \right) + \left(\frac{q_x^2}{m} \right) \quad (25.2.2)$$

که k ثابت کشسان و m جرم ذره است. در واقع این نوسانگر شباهتهایی با مد کاواک دارد. در واقع هر دوی آنها نوسانگرهایی هستند که با یک بسامد تشدید می‌شوند. در نوسانگر مکانیکی، نوسان ناشی از انرژی پتانسیل است که با جمله $k/2 q_x^2$ مشخص می‌شود و به‌طور تناوبی به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود که با جمله $1/2 m p_x^2$ نشان داده شده است. در یک نوسانگر موج الکترومغناطیسی که با مد کاواک معرفی می‌شود، انرژی الکتریکی با جمله $\int (\epsilon E_x^2 / 2) dV$ به صورت تناوبی به انرژی مغناطیسی با جمله $\int (\mu H_y^2 / 2) dV$ تبدیل می‌شود. دستورالعمل کوانتسشن مناسب به این نتیجه اساسی منجر می‌شود که انرژی مد کاواک مفروض درست شبیه به



شکل ۴.۲. ترازهای انرژی یک مد کاواک.

نوسانگر هماهنگ کوانتیده است. یعنی، ویژه‌مقدارها برای انرژی مد با رابطه

$$E = \left(\frac{1}{2} + n\right) h\nu \quad (۲۶.۲.۲)$$

داده می‌شود، که n یک عدد درست است. اولین جمله، یعنی انرژی نقطه صفر، دارای مبنایی شبیه به همان مبنای نوسانگر هماهنگ است. جمله آخر در واقع از آن ناشی می‌شود که انرژی نمی‌تواند صفر شود، چون طبق معادله (۲۵.۲.۲)، باید هر دو کمیت‌های p_x و q_x صفر شوند که قطعاً مخالف با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است. همین طور برای مد کاواک، انرژی نمی‌تواند صفر شود، چون طبق معادله (۱.۲.۲) باید E_x و H_{yy} هر دو صفر شوند که با همان استدلال این مورد نیز محال است. بنابراین کوانتس میدان پیش‌بینی می‌کند که ترازهای انرژی یک مد کاواک با بسامد ν از معادله (۲۶.۲.۲) به دست می‌آید و این نتیجه‌ای است که با فرض پلانک [معادله (۲۰.۲.۲)]، سوای جمله انرژی نقطه صفر، سازگار است. بنابراین نتایج کوانتس میدان چارچوبی را به دست می‌دهد که به فرض پلانک اعتبار اساسی بیشتری می‌بخشد. نیازی به گفتن نیست که معادلات ماکسول (بخش ۱.۲.۲ را ببینید) هیچ شرطی را به چگالی انرژی کلی یک مد کاواک اعمال نمی‌کند. بنابراین، طبق این معادلات انرژی مد می‌تواند به صورت پیوسته هر مقداری بین 0 و ∞ را داشته باشد.

برای خاتمه دادن به این بخش، توجه کنید که طبق معادله (۲۶.۲.۲)، ترازهای انرژی یک مد کاواک را می‌توان شبیه به مدهای نوسانگر هماهنگ، مانند شکل ۴.۲ نمایش داد. در پایینترین تراز انرژی نقطه صفر، $\langle E_x^2 \rangle$ و $\langle H_y^2 \rangle$ هر دو مخالف صفرند که به ترتیب نشانگر افت و خیزهای نقطه صفر میدانهای الکتریکی و مغناطیسی هستند. همچنین توجه کنید که مقدار انرژی نقطه صفر

$(h\nu/2)$ واقعاً اهمیت فیزیکی ندارد. اگر به جای معادله (۲۴.۲.۲) انرژی مد را به صورت

$$E = \left(\int \rho dV \right) - \left(\frac{h\nu}{2} \right) \quad (27.2.2)$$

تعریف کرده بودیم، برای پایینترین حالت انرژی مقدار صفر داشتیم. لیکن، این حالت هنوز هم باید با همان تراز حالت قبل شامل افت و خیزهای هر دوی $\langle E_x^2 \rangle$ و $\langle H_y^2 \rangle$ باشد. بنابراین این افت و خیزها کمیتهایی هستند که حقیقتاً حالت انرژی صفر را مشخص می‌کنند.

۳.۲ گسیل خودبه‌خود

اولین اقدام در تشریح گسیل خودبه‌خود، استفاده از رهیافت نیمه‌کلاسیک است که در آن اتمها به صورت کوانتیده (یعنی، طبق رهیافت مکانیک کوانتومی) بررسی می‌شوند، در حالی که میدانها به صورت کلاسیک (یعنی، طبق معادلات ماکسول) توصیف می‌شوند. همان‌طور که خواهیم دید، این روش در توصیف صحیح پدیده گسیل خودبه‌خود ناموفق است (یعنی؛ با نتایج تجربی در توافق نیست)، لیکن روش کار بسیار آموزنده است. سپس نتایج به دست آمده با نتایج صحیح، یعنی نتایجی که با نظریه تمام کوانتومی پیش‌بینی می‌شود که هم اتم و هم میدان کوانتیده هستند (یعنی اولی از رهیافت مکانیک کوانتومی و دومی از نظریه میدان کوانتومی نتیجه می‌شود) مقایسه می‌شوند. بنابراین برای تشریح صحیح پدیده گسیل خودبه‌خود، یعنی پدیده‌ای کاملاً عادی در زندگی روزمره (مثل نوری که از خورشید یا از لامپهای معمولی گسیل می‌شود که ناشی از گسیل خودبه‌خود است)، باید مفاهیم پیچیده نظریه کوانتومی را معرفی کنیم.

۱.۳.۲ رهیافت نیمه‌کلاسیک

فرض می‌کنیم اتمی مفروض در ابتدا به تراز برانگیخته ۲ با انرژی E_2 ارتقا یابد و سپس به صورت گسیل خودبه‌خود به تراز ۱ با انرژی E_1 فروافتد [شکل ۱.۱ (الف)]. با فرض اینکه دو تراز ناواگن اند، فرض کنید

$$\psi_1(\mathbf{r}, t) = u_1(\mathbf{r}) \exp[-j(E_1/\hbar)t] \quad (\text{الف } 1.3.2)$$

و

$$\psi_2(\mathbf{r}, t) = u_2(\mathbf{r}) \exp[-j(E_2/\hbar)t] \quad (\text{ب } 1.3.2)$$

تابعهای موج متناظر با دو تراز باشند، که $u_{1,2}(\mathbf{r})$ ویژه‌تابعهای دو حالت مانا، \mathbf{r} نشان‌دهنده مختصات الکترون است که گذار می‌کند، مبدأ را در روی هسته فرض می‌کنیم و $\hbar = h/2\pi$

است. در حالی که اتم تحت گذار $۱ \rightarrow ۲$ ناشی از گسیل خودبه خود می شود، ویژه تابعهای اتم را می توان به صورت ترکیب خطی ویژه تابعهای دو حالت بیان کرد، یعنی

$$\psi = a_1(t)\psi_1 + a_2(t)\psi_2 \quad (۲.۳.۲)$$

که a_1 و a_2 اعداد مختلط وابسته به زمان هستند. توجه کنید که طبق رهیافت مکانیک کوانتومی، داریم

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = ۱ \quad (۳.۳.۲)$$

ولذا $|a_1|^2$ و $|a_2|^2$ به ترتیب احتمال آنکه در لحظه t اتم در حالت ۱ یا ۲ باشد را نشان می دهد. برای آنکه بدانیم گسیل خودبه خود چگونه روی می دهد، مبادرت به محاسبه گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم، μ ، خواهیم کرد. طبق رهیافت مکانیک کوانتومی؛ داریم

$$\mu = - \int e|\psi|^2 r dV \quad (۴.۳.۲)$$

که e اندازه بار الکترون است و انتگرال روی تمام حجم اتم گرفته می شود. شکل معادله (۴.۳.۲) را با توجه به این نکته می توان درک کرد که $e|\psi|^2 dV$ جزء باری است در حجم dV در وضعیت r و این بار گشتاور جزئی دوقطبی $(e|\psi|^2 dV)r$ را ایجاد می کند. با قراردادن معادله (۲.۳.۲) در رابطه (۴.۳.۲) و با کمک معادله (۱.۳.۲)، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \mu = & \int e r |a_1|^2 |u_1|^2 dV + \int e r |a_2|^2 |u_2|^2 dV \\ & + \int e r [a_1 a_2^* u_1 u_2^* \exp j(\omega_0 t) + a_1^* a_2 u_1^* u_2 \exp -j(\omega_0 t)] dV \quad (۵.۳.۲) \end{aligned}$$

که منظور از $*$ همیوگ مختلط و $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ است. معادله (۵.۳.۲) نشان می دهد که μ دارای جمله μ_{osc} است که در بسامد ω_0 نوسان می کند و به صورت

$$\mu_{osc} = \text{Re}[2a_1 a_2^* \mu_{21} \exp j(\omega_0 t)] \quad (۶.۳.۲)$$

نوشته می شود. Re نشان دهنده قسمت حقیقی است و نیز گشتاور دوقطبی مستقل از زمان μ_{21} را به صورت

$$\mu_{21} = \int u_2^* e r u_1 dV \quad (۷.۳.۲)$$

تعریف کردیم. بردار $\mu_{\perp 1}$ بیانگر عنصر ماتریس عملگر گشتاور دوقطبی الکتریکی یا گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم است.

معادله (۶.۳.۲) نشان می‌دهد که در مدت گذار $1 \rightarrow 2$ ، اتم گشتاور دوقطبی μ_{osc} را خواهد داشت که در بسامد ω_0 نوسان می‌کند و دامنه آن با بردار $\mu_{\perp 1}$ که با معادله (۷.۳.۲) داده می‌شود متناسب است. اکنون، از الکترودینامیک کلاسیک می‌دانیم که گشتاور دوقطبی نوسان‌کننده باید به فضای اطراف توان تابش کند. بر طبق آن از نقطه نظر نیمه‌کلاسیک، فرایند گسیل خودبه‌خود می‌تواند با این توان تابش شده مشخص شود. برای آنکه دقیقتر گفته باشیم، فرض می‌کنیم گشتاور دوقطبی نوسان‌کننده را بتوان به صورت $\mu = \mu_0 \cos(\omega_0 t + \phi) = \text{Re}[\mu'_0 \exp j(\omega_0 t)]$ نوشت، که μ_0 برداری حقیقی است که دامنه گشتاور دوقطبی را توصیف می‌کند. Re قسمت حقیقی و μ'_0 برداری مختلط است که از $\mu_0 = \mu_0 \exp j(\phi)$ به دست می‌آید.^۱ طبق قوانین الکترودینامیک کوانتومی این گشتاور دوقطبی نوسان‌کننده در فضای اطراف توان P_r را که از

$$P_r = \frac{n\mu^2\omega_0^4}{12n\epsilon_0 c^3} \quad (۸.۳.۲)$$

به دست می‌آید تابش می‌کند، که $|\mu_0| = |\mu'_0|$ دامنه گشتاور دوقطبی الکتریکی، n ضریب شکست محیط اطراف، و c سرعت نور در خلأ است. در این حالت هنوز می‌توانیم معادله (۸.۳.۲) را به‌کار ببریم مشروط بر آنکه μ را برابر $\mu_{\perp 1} a_{\perp 1}^*$ در نظرگیریم، یعنی برابر با مقدار بردار مختلط $\mu_{\perp 1} a_{\perp 1}^*$ قرار دهیم. بنابراین می‌بینیم که توان تابش شده را می‌توان به صورت

$$P_r = P'_r |a_{\perp 1}|^2 |a_{\perp 2}|^2 \quad (۹.۳.۲)$$

نوشت، که P'_r کمیت مستقل از زمانی است که از

$$P'_r = \frac{16\pi^3 n |\mu| \nu^4}{3\epsilon_0 c^3} \quad (۱۰.۳.۲)$$

به دست می‌آید و نیز $|\mu| = |\mu_{\perp 1}|$ ، اندازه بردار مختلط $\mu_{\perp 1}$ است.

برای محاسبه آهنگ فروافت اتم اکنون استدلال تعادل انرژی را برای نگارش

$$\frac{dE}{dt} = -P_r \quad (۱۱.۳.۲)$$

۱. یادآور می‌شویم که بردار مختلط \mathbf{A} برداری است که مؤلفه‌های آن، مثلاً A_x ، A_y ، و A_z اعداد مختلط هستند. اندازه A بردار مختلط، یک کمیت حقیقی است که از $A = [\mathbf{A}\mathbf{A}^*]^{1/2}$ به دست می‌آید که \mathbf{A}^* بردار همیوخ \mathbf{A} است (یعنی مؤلفه‌های آن A_x^* ، A_y^* ، و A_z^* است که همیوخ مختلط مؤلفه‌های \mathbf{A} هستند).

به کار می‌بریم، که انرژی اتم از

$$E = |a_1|^2 E_1 + |a_2|^2 E_2 \quad (۱۲.۳.۲)$$

به دست می‌آید. با کمک (۳.۳.۲)، معادله (۱۲.۳.۲) به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$E = E_1 + h\nu_0 |a_2|^2 \quad (۱۳.۳.۲)$$

که $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$ بسامد گذار است.

با کمک روابط (۹.۳.۲)، (۱۰.۳.۲)، و (۱۳.۳.۲)، معادله (۱۱.۳.۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{d|a_2|^2}{dt} = -\frac{1}{\tau_{sp}} |a_1|^2 |a_2|^2 = -\frac{1}{\tau_{sp}} (1 - |a_2|^2) |a_2|^2 \quad (۱۴.۳.۲)$$

که مشخصه زمانی $\tau_{sp} = h\nu_0 / P_r'$ را به صورت

$$\tau_{sp} = \frac{2h\varepsilon_0 c^3}{16\pi^3 \nu_0^3 n |\mu|^2} \quad (۱۵.۳.۲)$$

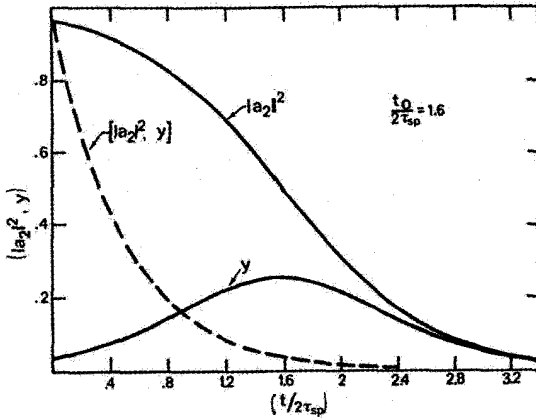
تعریف کرده‌ایم. τ_{sp} را طول عمر گسیل خودبه خود تراز ۲ (یا طول عمر تابشی تراز ۲) می‌گویند. جواب معادله (۱۴.۳.۲) را به راحتی می‌توان به صورت زیر نوشت

$$|a_2|^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \tanh \left(\frac{t - t_0}{2\tau_{sp}} \right) \right] \quad (۱۶.۳.۲)$$

که t_0 را با استفاده از شرط اولیه، یعنی مقدار $|a_2(0)|^2$ نوشته‌ایم. در واقع از معادله (۱۶.۳.۲)، داریم

$$|a_2(0)|^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \tanh \left(\frac{-t_0}{2\tau_{sp}} \right) \right] \quad (۱۷.۳.۲)$$

که برای یک مقدار $|a_2(0)|^2$ (به شرط آنکه کوچکتر از واحد باشد)، یک مقدار برای t_0 به دست می‌آید. به عنوان مثال، شکل ۵.۲ رفتار زمانی $|a_2(t)|^2$ را برای شرط اولیه $|a_2(0)|^2 = 0.96$ نشان می‌دهد. توجه کنید که با انتخاب مقادیر مختلف $|a_2(0)|^2$ در معادله (۱۶.۳.۲) تغییری حاصل نمی‌شود، یعنی این تغییر تنها شامل مبدأ محور زمانی خواهد شد. برای مثال فرض می‌کنیم $|a_2(0)|^2 = 0.8$ شود، منحنی $|a_2(t)|^2$ با جابه‌جا کردن افقی منحنی شکل ۵.۲ به طرف چپ تا آنجا که منحنی محور عمودی $t = 0$ را در مقدار 0.8 قطع کند، به دست می‌آید. این امر مزیت بیان



شکل ۵.۲ رفتار زمانی احتمال $|a_2|$ اشغال حالت بالایی و توان تابش شده بهنجار $y = \tau_{sp} P_r / h\nu_0$ خطوط پیوسته مرتبط با نتایج نیمه‌کلاسیک و خط چین نتیجه عامل از رهیافت کوانتومی است.

فروافت $|a_2(t)|^2$ را به صورت معادله (۱۶.۳.۲) نشان می‌دهد. وقتی $|a_2(t)|^2$ محاسبه شد، توان تابش شده طبق روابط (۱۱.۳.۲) و (۱۳.۳.۲) به صورت $P_r = -h\nu_0 d|a_2|^2/dt$ به دست می‌آید. رفتار زمانی توان تابش شده بهنجار، $y = \tau_{sp} P_r / h\nu_0$ نیز در شکل ۵.۲ نشان داده شده است. در بحثی که دنبال می‌شود مهم است که بدانیم رفتار زمانی $|a_2(t)|^2$ را وقتی می‌توان با قانون نمایی، یعنی

$$|a_2(t)|^2 = |a_2(0)|^2 \exp[-(t/\tau_{sp})] \quad (۱۸.۳.۲)$$

تقریب زد که $|a_2(0)|^2 \ll 1$ باشد. در این مورد، در واقع اگر در معادله (۱۴.۳.۲)، قرار دهیم $|a_1|^2 \cong 1$ ، (۱۸.۳.۲) به راحتی به دست می‌آید.

یک حالت بخصوص مهم وقتی رخ می‌دهد که $|a_2(0)|^2 = 1$ باشد. در این مورد از معادله (۱۷.۳.۲) به دست می‌آوریم که $t_0 = \infty$ ، و به آن معناست که طبق نظریه نیمه‌کلاسیک، اتم نباید فروافتد. در واقع وقتی شرط $|a_2(0)|^2 = 1$ شود، $|a_1(0)|^2 = 0$ شده و از معادله (۱۴.۳.۲) می‌رسیم به $d|a_2|^2/dt = 0$. طور دیگری می‌توان به این مسئله پرداخت و آن این است که، وقتی $a_1(0) = 0$ شود، μ_{osc} که از رابطه (۶.۳.۲) به دست می‌آید صفر می‌شود. در این مورد، چون اتم دارای گشتاور دوقطبی نوسان‌کننده نیست، قادر به تابش توان نخواهد بود و لذا در یک حالت ترازمندی قرار می‌گیرد. حال پایداری این ترازمندی را بررسی می‌کنیم. برای این منظور، فرض می‌کنیم که در لحظه $t = 0$ اتم پریشیده شود به نحوی که $|a_2| \neq 1$ می‌شود. از نظر فیزیکی این بدان معناست که در اثر پریشیدگی یک احتمال متناهی، $|a_1|^2$ ، حضور اتم در تراز ۱ وجود دارد.

معادله (۶.۳.۲) در این مورد نشان می‌دهد که گشتاوری دوقطبی در بسامد ω اکنون ظاهر شده است. این گشتاور به فضای اطراف تابش می‌کند و اتم تمایل پیدا می‌کند که به تراز ۱ فرو افتد. این به معنای کاهش $|a_2|^2$ همراه با انحراف بیشتر اتم از وضعیت ترازمندی است. بنابراین اتم در وضعیت ناپایدار قرار می‌گیرد.

قبل از آنکه بحث را ادامه دهیم، بهتر است نتایج اصلی را که با این رهیافت نیمه‌کلاسیک به دست آمده است خلاصه کنیم: (۱) رفتار زمانی $|a_2|^2$ را می‌توان عموماً به صورت معادله تانژانت هذلولوی (۱۶.۳.۲) توصیف کرد؛ لیکن، برای برانگیختگی بسیار ضعیف (یعنی، برای $|a_2|^2 \ll 1$)، تقریباً از قانون نمایی [معادله (۱۸.۳.۲)] تبعیت می‌کند. (۲) وقتی اتم در ابتدا در حالت بالاتر قرار دارد (یعنی، $|a_2(0)|^2 = 1$)، اتم در وضعیت ترازمندی ناپایدار قرار می‌گیرد و تابشی رخ نخواهد داد.

۲.۳.۲ رهیافت الکترودینامیک کوانتومی

با وجودی که رهیافت الکترودینامیک کوانتومی خارج از سطح این کتاب است، شایسته است که بعضی از نتایج حاصل از چنین رهیافتی را خلاصه کرده و این نتایج را با دستاوردهای نیمه‌کلاسیک مقایسه کنیم. بیشترین نتایج حاصل از رهیافت کوانتومی را می‌توان به قرار زیر خلاصه کرد [۵ و ۶]:

- برخلاف مورد نیمه‌کلاسیک، اکنون رفتار زمانی $|a_2|^2$ را می‌توان همواره با تقریب خوبی (تقریب ویگنر و اسکف) طبق قانون نمایی توصیف کرد. این بدان معناست که معادله (۱۸.۳.۲) بدون در نظر گرفتن مقدار $|a_2(0)|^2$ ، همواره صادق است.
- رابطه طول عمر گسیل خودبه خود، τ_{sp} ، در این مورد نیز از معادله (۱۵.۳.۲) به دست می‌آید.
- از آنجایی که توان تابش شده از رابطه $P_r = -\hbar\nu \cdot d|a_2|^2/dt$ به دست می‌آید، این توان نیز با ثابت زمانی τ_{sp} به صورت نمایی فرو می‌افتد.

می‌بینیم که رهیافتهای نیمه‌کلاسیک و الکترودینامیک کوانتومی پیش‌بینیهای کاملاً متفاوتی را برای گسیل خودبه خود به دست می‌دهند (شکل ۵.۲). تمامی نتایج تجربی موجود نشان می‌دهند که رهیافت الکترودینامیک کوانتومی پاسخ صحیح را به مسئله ارائه می‌کند.^۱ از معادله (۱۵.۳.۲)

۱. از میان این تحقیقات، اندازه‌گیری بسیار دقیق جابه‌جایی لمب قابل ذکر است، که پدیده دیگری است که ضمن گسیل خودبه خود صورت می‌گیرد. بسامد مرکزی نوری که خودبه خود گسیل می‌شود در بسامد گذار ν رخ نمی‌دهد و قدری با آن اختلاف دارد. اندازه‌گیریهای جابه‌جایی لمب برای هیدروژن یکی از دقیقترین آزمایشهایی است که تاکنون در فیزیک اتمی انجام گرفته است و نتایج آن همواره (در حد خطای آزمایش) با پیش‌بینیهای رهیافت الکترودینامیک کوانتومی کاملاً سازگار است.

می‌توانیم آهنگ گسیل خودبه‌خود $A = 1/\tau_{sp}$ را بنویسیم

$$A = \frac{16\pi^3 \nu_0^3 n |\mu|^2}{3h\epsilon_0 c^3} \quad (19.3.2)$$

آنچه گفته شد به آن معناست که طبق الکتروپنایمیک کوانتومی، یک اتم در تراز بالاتر در یک حالت ترازمندی ناپایدار نیست: دلیل فیزیکی برای ظاهر نشدن رفتار ترازمندی ناپایدار در عبور از رهیافت نیمه‌کلاسیک به الکتروپنایمیک کوانتومی، لازمه بحث بیشتری است. در مورد رهیافت نیمه‌کلاسیک، تابع موج اتم عموماً به صورت معادله (۲.۳.۲) نوشته می‌شود که حاکی از آن است که اتم در یک حالت مانا قرار ندارد. طبق رهیافت مکانیک کوانتومی، این امر تنها زمانی رخ می‌دهد که اتم تحت نوعی پریشیدگی قرار گیرد. علاوه بر آن، برای حذف ترازمندی ناپایداری که قبلاً بحث شد، دوباره باید فرض کنیم که اتم به طریقی پریشیده شود و اکنون باید به جستجوی عواملی برای این پریشیدگی باشیم. در نظر اول ممکن است بگوییم که در محیط پیرامون ماده، همیشه به اندازه کافی تابش پراکنده وجود دارد که اتم را پریشیده می‌کند. صریح‌تر گفته باشیم، فرض می‌کنیم که ماده در یک کاواک جسم سیاه قرار دارد که دیواره‌های آن در دمای T نگه داشته شده است. سپس ممکن است تصور کنیم که این تابش پراکنده توسط تابش جسم سیاه درون کاواک تأمین می‌شود. ولی، این نتیجه‌گیری غلط خواهد بود. چون تابشی که به این طریق به وجود می‌آید در واقع ناشی از فرایند گسیل القایی است، یعنی از طریق تابش جسم سیاه القا شده است. پس پدیده گسیل خودبه‌خود به دمای دیواره بستگی دارد و در $T = 0$ متوقف می‌شود. شکل صحیح پریشیدگی مورد نیاز برای توصیف پدیده گسیل خودبه‌خود در واقع با رهیافت الکتروپنایمیک کوانتومی به دست می‌آید. در واقع با بحثی که در بخش ۳.۲.۲ حاصل شد، مقادیر مربع میانگین $\langle E^2 \rangle$ ، $\langle H^2 \rangle$ هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی یک مد کاواک مخالف صفر هستند، حتی در دمای $T = 0$ (افت‌وخیزهای نقطه صفر). بنابراین می‌توانیم این افت‌وخیزها را به عنوان پریشیدگی که به اتم وارد می‌شود و بدان وسیله، ترازمندی ناپایداری که با رهیافت نیمه‌کلاسیک پیش‌بینی می‌شود را مخصوصاً برهم می‌زند، در نظر بگیریم. نتیجه‌ای که حاصل می‌شود آن است که فرایند گسیل خودبه‌خود را ناشی از این افت‌وخیزهای نقطه صفر در نظر بگیریم.

۳.۳.۲ گذارهای مجاز و ممنوع

معادله (۱۹.۳.۲) نشان می‌دهد که برای آنکه $A \neq 0$ باشد، می‌باید $|\mu| \neq 0$ باشد. در این مورد گسیل خودبه‌خود از توان تابش شده توسط دوقطبی الکتریکی اتم ایجاد می‌شود، بنابراین می‌گوییم گذار، مجاز دوقطبی الکتریکی است. هنگامی که $|\mu| = 0$ است، داریم $A = 0$ و می‌گوییم

که گذار، ممنوع دوقطبی الکتریکی است. در این مورد، گذار ممکن است از طریق فرایندهای تابش چندقطبی دیگر، مثلاً از طریق نوسان گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتم (گذارهای دوقطبی مغناطیسی) رخ دهد. لیکن این معمولاً فرایند بسیار ضعیفتری است.

اکنون وضعیتی را در نظر می‌گیریم که گذار ممنوع دوقطبی الکتریکی است، یعنی هنگامی که $|\mu| = 0$ است. از آنجایی که $|\mu_2| = |\mu_1|$ ، معادله (۷.۳.۲) نشان می‌دهد که این حالت وقتی اتفاق می‌افتد که ویژه‌تابعهای u_1 و u_2 هر دو یا متقارن باشند یا نامتقارن.^۱ در واقع در این مورد دو سهم داخل انتگرال در معادله (۷.۳.۲) در نقاط \mathbf{r} و $-\mathbf{r}$ به ترتیب برابر ولی با علامت مخالف‌اند. بنابراین جالب است که بدانیم چه موقعی ویژه‌تابعهای $u(\mathbf{r})$ متقارن و یا نامتقارن هستند. این وقتی رخ می‌دهد که هامیلتونی $\mathcal{H}_0(\mathbf{r})$ سیستم با تغییر \mathbf{r} به $-\mathbf{r}$ تغییر نکند، یعنی^۲ وقتی

$$\mathcal{H}_0(-\mathbf{r}) = \mathcal{H}_0(\mathbf{r}) \quad (20.3.2)$$

در واقع در این مورد، برای هر ویژه‌تابع $u_n(\mathbf{r})$ داریم

$$\mathcal{H}_0(\mathbf{r})u_n(\mathbf{r}) = E_n u_n(\mathbf{r}) \quad (21.3.2)$$

از معادله (۲۱.۳.۲) با تغییر \mathbf{r} به $-\mathbf{r}$ ، و با استفاده از معادله (۲۰.۳.۲)، به دست می‌آوریم

$$\mathcal{H}_0(\mathbf{r})u_n(-\mathbf{r}) = E_n u_n(-\mathbf{r}) \quad (22.3.2)$$

معادلات (۲۱.۳.۲) و (۲۲.۳.۲) نشان می‌دهند که $u_n(-\mathbf{r})$ و $u_n(\mathbf{r})$ هر دو ویژه‌تابعهای هامیلتونی \mathcal{H}_0 با همان ویژه‌مقدار E_n هستند. برای ترازهای ناهمگن، صرفنظر از انتخاب دلخواه علامت، طبق تعریف فقط یک ویژه‌تابع برای هر ویژه‌مقدار وجود دارد، به نحوی که

$$u_n(-\mathbf{r}) = \pm u_n(\mathbf{r}) \quad (23.3.2)$$

بنابراین، اگر $\mathcal{H}_0(\mathbf{r})$ متقارن باشد، ویژه‌تابعها باید یا متقارن باشند یا نامتقارن. در این مورد می‌گوییم که ویژه‌تابعها دارای پاریته معین‌اند.

اکنون باید دید که چه موقع هامیلتونی در معادله (۲۰.۳.۲) صدق می‌کند، یعنی چه موقع هامیلتونی تحت تبدیل وارون ناوردا خواهد بود. آشکارا این امر زمانی اتفاق می‌افتد که سیستم

۱. در اینجا یادآور می‌شویم که تابع $f(\mathbf{r})$ متقارن (یا پاریته زوج) است اگر $f(-\mathbf{r}) = f(\mathbf{r})$ باشد در حالی که تابع نامتقارن (یا پاریته فرد) است اگر $f(-\mathbf{r}) = -f(\mathbf{r})$ باشد.

۲. اگر هامیلتونی \mathcal{H}_0 تابعی بیش از یک مختصات $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots$ باشد، عملگر وارونی باید به تمام مختصات به طور همزمان اعمال شود.

دارای مرکز تقارن باشد. حالت مهم دیگر مربوط به اتمی منزوی است. در این مورد انرژی پتانسیل الکترون kam اتم مجموع انرژی پتانسیل ناشی از هسته (که متقارن است) و انرژی پتانسیل تمامی الکترونهاست. برای الکترون i ام، این انرژی به $|r_i - r_k|$ ، یعنی به اندازه فاصله بین دو الکترون، بستگی دارد. بنابراین این جملات نیز با تبدیل وارون ناوردا هستند. مورد مهمی که در آن معادله (۲۰.۳.۲) فاقد اعتبار است زمانی است که یک اتم در یک میدان الکتریکی خارجی (مثلاً، میدان الکتریکی یک بلور) قرار گیرد که اتم در این مورد فاقد مرکز وارونی خواهد بود. تابعهای موج دارای پاریته معین نیستند.

برای جمع‌بندی مطالب، می‌گوییم که گذارهای دوقطبی الکتریکی تنها بین حالت‌های با پاریته‌های مخالف رخ می‌دهد و حالت‌ها دارای پاریته معین هستند در صورتی که هامیلتونی تحت تبدیل وارون ناوردا باقی بماند.

مثال ۱.۲. برآورد τ_{sp} و A برای گذارهای مجاز و ممنوع دوقطبی الکتریکی. برای یک گذار مجاز دوقطبی الکتریکی در بسامدی متناظر با میانه گستره مرئی، برآورد بزرگی A از معادله (۱۹.۳.۲)، با قراردادن مقادیر $\lambda = c/\nu = 500 \text{ nm}$ و $|p| \approx ea$ که a شعاع اتمی است ($a \cong 0.1 \text{ nm}$)، به دست می‌آید. بنابراین به دست می‌آوریم $A \cong 10^8 \text{ s}^{-1}$ (یعنی، $\tau_{sp} \cong 10 \text{ ns}$). برای گذارهای دوقطبی مغناطیسی، A تقریباً 10^5 بار کوچکتر است، بنابراین $\tau_{sp} \approx 1 \text{ ms}$. توجه کنید که طبق معادله (۱۹.۳.۲)، A با مکعب بسامد افزایش می‌یابد، بنابراین اهمیت گسیل خودبه‌خود، در افزایش سریع آن با بسامد است. در حقیقت، در ناحیه مادون قرمز میانی تا مادون قرمز دور، یعنی ناحیه‌ای که فروافت غیرتابشی غالب است، گسیل خودبه‌خود را اغلب نادیده می‌گیرند. از طرف دیگر، در ناحیه پرتو x (مثلاً $\lambda \leq 5 \text{ nm}$)، τ_{sp} واقعاً کوچک می‌شود ($10^0 - 10^1 \text{ fs}$)، که این امر مسئله‌ای جدی را برای ایجاد وارونی جمعیت در لیزرهای پرتو x به وجود می‌آورد. ■

۴.۲ جذب و گسیل القایی

در این بخش به مطالعه تفصیلی جذب و گسیل القایی یک اتم تنها که با موج الکترومغناطیسی وارد برهم‌کنش می‌شود در یک سیستم دوترازی خواهیم پرداخت. مخصوصاً هدف ما محاسبه آهنگهای جذب W_{12} و گسیل القایی W_{21} است [به معادلات (۴.۱.۱) و (۶.۱.۱) مراجعه کنید]. تقریب نیمه‌کلاسیکی را دنبال خواهیم کرد، که در آن همان‌طور که گفته شد اتم کوانتیده است در حالی که موج الکترومغناطیسی را به صورت کلاسیک در نظر می‌گیریم. در واقع نشان داده می‌شود که رهیافت الکترومغناطیسی کوانتومی همان نتیجه رهیافت نیمه‌کلاسیک را، وقتی که شمار فوتونها در یک مد تابشی مفروض بسیار بزرگتر از واحد باشد، به دست می‌دهد. چون این مورد را برای هر وضعیتی

به غیر از وضعیتی که با موج الکترومغناطیسی بسیار ضعیف سروکار داریم به کار می‌بریم، از پیچیدگی رهیافت تمام کوانتومی رها می‌شویم. ابتدا فرض می‌کنیم که دو تراز ناواگن هستند و بعداً به مورد ترازهای واگن در این فصل خواهیم پرداخت.

۱.۴.۲ آهنگهای جذب و گسیل القایی

ابتدا مورد جذب را بررسی می‌کنیم و فرض می‌کنیم که در لحظه $t \geq 0$ ، موج الکترومغناطیسی تکفام بر اتم فرود آید به نحوی که تابع موج اتمی را بتوان به صورتی که در معادله (۲.۳.۲) ظاهر می‌شود توصیف کرد و نیز فرض بر آن است که شرایط اولیه $|a_1(0)|^2 = 1$ و $|a_2(0)|^2 = 0$ باشند. اتم در نتیجه برهم‌کنش با موج الکترومغناطیسی، انرژی برهم‌کنش H' را کسب می‌کند. در روشی که دنبال می‌شود، این انرژی H' را ناشی از برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم با میدان الکتریکی $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ موج الکترومغناطیسی در نظر می‌گیریم (برهم‌کنش دوقطبی الکتریکی) و مبدأ را روی هسته اتم فرض می‌کنیم. آن‌گاه می‌توان میدان الکتریکی در مکان هسته را به صورت

$$\mathbf{E}(\mathbf{0}, t) = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t) \quad (1.4.2)$$

نوشت، که ω بسامد زاویه‌ای موج است. همچنین، فرض می‌کنیم که طول موج تابش الکترومغناطیسی بسیار بزرگتر از ابعاد اتمی است، به نحوی که جابه‌جایی فاز موج الکترومغناطیسی روی ابعاد اتمی بسیار کوچک است. به این ترتیب، می‌توان در نظر گرفت که معادله (۱.۴.۲) مقدار میدان الکتریکی در هر وضعیت در اتم را به دست دهد (تقریب دوقطبی الکتریکی). همچنین فرض بر آن است که بسامد ω نزدیک به بسامد تشدید ω_0 گذار است.

از نقطه نظر کلاسیک، در هر مکان \mathbf{r} الکترون درون اتم، اتم گشتاور دوقطبی الکتریکی $\boldsymbol{\mu} = -e\mathbf{r}$ را دارد، که e اندازه بار الکتریکی است. انرژی برهم‌کنش H' ناشی از میدان الکتریکی خارجی را می‌توان به صورت

$$H' = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} = -e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 \sin \omega t \quad (2.4.2)$$

نوشت. در رهیافت مکانیک کوانتومی، این انرژی برهم‌کنش وابسته به زمان سینوسی به صورت هامیلتونی برهم‌کنش وابسته به زمان سینوسی $\mathcal{H}^1(t)$ بررسی می‌شود که وارد معادله موج وابسته به زمان شروینگر می‌شود. از آنجایی که $\omega \cong \omega_0$ است، این هامیلتونی برهم‌کنش منجر به گذار اتم از یک تراز به تراز دیگر می‌شود. این بدان معناست که به ازای $t > 0$ ، $|a_1(t)|^2$ از مقدار اولیه خود یعنی $|a_1(0)|^2 = 1$ رو به کاهش می‌رود و در نتیجه $|a_2(t)|^2$ افزایش می‌یابد. برای آنکه

رابطه‌ای برای $a_2(t)$ به دست آوریم، فرض می‌کنیم که احتمال گذار ضعیف است به طوری که تحلیل پریشیدگی به کار برده می‌شود (نظریه پریشیدگی وابسته به زمان) و برهم‌کنش پس از $t = 0$ برای مدتی طولانی انجام می‌گیرد.

با فرضهای ارائه شده، رفتار زمانی $|a_2(t)|^2$ که در پیوست الف آمده است با رابطه زیر داده می‌شود

$$|a_2(t)|^2 = \frac{\pi^2}{3h^2} |\mu_{21}|^2 E_0^2 \delta(\nu - \nu_0) t \quad (3.4.2)$$

که $\nu = \omega/2\pi$ ، $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ تابع دلتای دیراک، E_0 دامنه بردار \mathbf{E}_0 ، و $|\mu_{21}|$ دامنه بردار مختلط μ_{21} است که از معادله (۷.۳.۲) به دست می‌آید. معادله (۳.۴.۲) نشان می‌دهد که برای $t > 0$ ، $|a_2(t)|^2$ با زمان به صورت خطی افزایش می‌یابد. سپس آهنگ گذار W_{12}^{sa} را به صورت

$$W_{12}^{sa} = \frac{d|a_2|^2}{dt} \quad (4.4.2)$$

تعریف می‌کنیم و از معادله (۳.۴.۲)، خواهیم داشت

$$W_{12}^{sa} = \frac{\pi^2}{3h^2} |\mu_{21}|^2 E_0^2 \delta(\nu - \nu_0) \quad (5.4.2)$$

توجه کنید که آهنگ گذاری که با معادله (۴.۴.۲) تعریف می‌شود به مورد تک‌اتمی اطلاق می‌شود که با تابش الکترومغناطیسی برهم‌کنش می‌کند. این وضعیت را با شاخص بالای sa (تک‌اتم) روی W_{12} نشان داده‌ایم.

برای آنکه شمای فیزیکی بیشتری از پدیده جذب به دست آوریم، توجه کنید که برای $t > 0$ معادله موج به صورت معادله (۲.۳.۲) توصیف می‌شود. برای $t > 0$ ، اتم، گشتاور دوقطبی نوسانی μ_{osc} را که از (۶.۳.۲) به دست می‌آید کسب خواهد کرد. لیکن، برخلاف مورد گسیل خودبه‌خود، از آنجایی که $a_2(t)$ و $a_1(t)$ اکنون توسط میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی واداشته می‌شوند، فاز μ_{osc} به فاز موج فرودی همبسته خواهد شد. مخصوصاً برای جذب، یعنی وقتی با شرایط اولیه $a_1(0) = 1$ و $a_2(0) = 0$ آغاز می‌کنیم، فاز دوقطبی چنان است که دوقطبی از موج الکترومغناطیسی توان دریافت می‌کند. بنابراین پدیده برهم‌کنش شبیه به گشتاور دوقطبی نوسانی کلاسیکی است که توسط میدان خارجی واداشته می‌شود [۳].

همچنین معادله (۵.۴.۲) می‌تواند برحسب چگالی انرژی موج الکترومغناطیسی بیان شود.

از آنجایی که

$$\rho = \frac{n^2 \varepsilon_0 E_0^2}{2} \quad (۶.۴.۲)$$

که n ضریب شکست محیط و ε_0 ضریب گذردهی خلا است، خواهیم داشت

$$W_{12}^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n^2\varepsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho \delta(\nu - \nu_0) \quad (۷.۴.۲)$$

توجه کنید که W_{12}^{sa} با تابع دلتای دیراک متناسب است. این رابطه نتیجه‌ای غیرفیزیکی دارد و آن این است که برای $\nu \neq \nu_0$ ، $W = 0$ و برای $\nu = \nu_0$ ، $W_{12} = \infty$ ، یعنی وقتی بسامد موج الکترومغناطیسی دقیقاً منطبق با بسامد گذار اتمی می‌شود. دلیل این نتیجه غیرفیزیکی را می‌توان در این فرض که برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی با اتم بدون انقطاع برای مدتی نامحدود ادامه می‌یابد، دنبال کرد. در واقع از نقطه‌نظر کلاسیکی، اگر میدان سینوسی در بسامد ν یک گشتاور دوقطبی را به نوسان (بدون اتلاف) در بسامد ν_0 وارد دارد، برهم‌کنش حاصل می‌شود، یعنی اگر $\nu = \nu_0$ باشد یک انتقال انرژی خالص صورت می‌گیرد. حقیقتاً برخی پدیده‌های پربشیدگی (نظیر برخوردها با سایر اتمها یا فونونهای شبکه) از ادامه‌یافتن این برهم‌کنش ناپراشیده به‌طور نامحدود جلوگیری می‌کنند. این پدیده‌ها را در بخش بعد در چند خط مورد بحث قرار می‌دهیم، لیکن نتیجه کلی که این پدیده‌ها به آن منجر می‌شوند را می‌توان بسیار ساده بیان کرد: معادله (۷.۴.۲) معتبر باقی می‌ماند مگر آنکه به‌جای تابع دیراک (تابعی با تیزی بینهایت در $\nu = \nu_0$ و سطح واحد، چنان باشد که $\int \delta(\nu - \nu_0) d\nu = 1$ شود) تابع جدید $g(\nu - \nu_0)$ را با تقارن حول $\nu = \nu_0$ و با سطح واحد (یعنی چنان باشد که $\int g(\nu - \nu_0) d\nu = 1$ برقرار شود)، قرار دهیم و این تابع به‌صورت کلی از

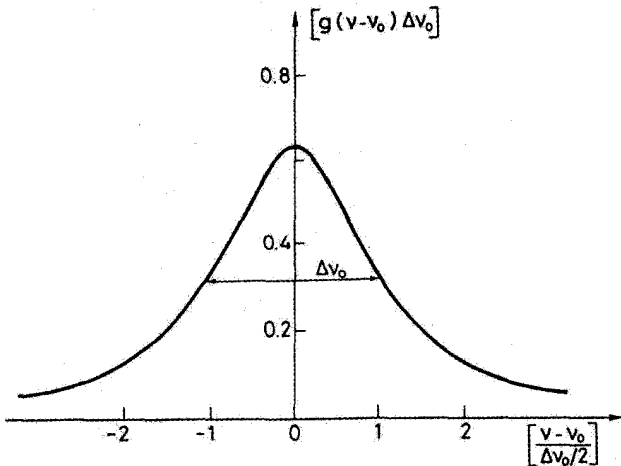
$$g(\nu - \nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta\nu_0} \frac{1}{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2} \quad (۸.۴.۲)$$

به‌دست می‌آید، که $\Delta\nu_0$ به سازوکار خاص پهن‌شدگی درگیر در برهم‌کنش بستگی دارد. بنابراین برای W_{12}^{sa} می‌توانیم رابطه

$$W_{12}^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n^2\varepsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho g(\nu - \nu_0) \quad (الف ۹.۴.۲)$$

را بنویسیم.

تابع بهنجارشده $[g(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]$ برحسب اختلاف بسامد بهنجارشده $(\nu - \nu_0)/(\Delta\nu_0/2)$ در شکل ۶.۲ ترسیم شده است. تمام پهنای منحنی بین دو نقطه‌ای که



شکل ۶.۲ نمودار بهنجار شده خط لورنتسی.

دارای مقدار نیم‌بیشینه هستند [تمام پهنا در نصف بیشینه (FWHM) برابر است با $\Delta\nu_0$. برای $\nu = \nu_0$ ، $g(\nu - \nu_0)$ دارای بیشینه است و مقدار آن از

$$g(\nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta\nu_0} = \frac{0.637}{\Delta\nu_0} \quad (۹.۴.۲ \text{ ب})$$

به دست می‌آید.

منحنی که شکل کلی آن با (۸.۴.۲) توصیف می‌شود را لورنتسی می‌گویند که آن را اچ. ای. لورنتس اولین بار در نظریه‌اش راجع به نوسانگر الکترون به دست آورد [۳].

برای موج الکترومغناطیسی تخت، اغلب بیان W_{12}^{as} بر حسب شدت I تابش فرودی مفید است. چون

$$I = \frac{cp}{n} \quad (۱۰.۴.۲)$$

که n ضریب شکست محیط است، از معادله (۹.۴.۲ الف) می‌یابیم که

$$W_{12}^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch^2} |\mu_{21}|^2 I g(\nu - \nu_0) \quad (۱۱.۴.۲)$$

بعد از جذب، مورد گسیل القایی را بررسی می‌کنیم، نقاط شروع، یعنی ویژه‌تابه‌های سیستم دوترازی [معادلات (۱.۳.۲) و (۲.۳.۲)] و انرژی برهم‌کنش H' [معادله (۲.۴.۲)] بدون تغییر باقی

می‌مانند. بنابراین جفت معادلاتی که به توصیف تکامل زمانی $|a_1(t)|^2$ و $|a_2(t)|^2$ می‌پردازد (پیوست الف را ببینید) نیز بدون تغییر خواهند ماند. تنها اختلافی که باقی می‌ماند این است که شرط اولیه اکنون با $|a_2(0)|^2 = 1$ و لذا $|a_1(0)|^2 = 0$ داده می‌شود. می‌بینیم که معادلات برای گسیل القایی همانهایی هستند که برای جذب به دست آوردیم، منتها شاخصهای ۱ و ۲ جابه‌جا می‌شوند. به این ترتیب آهنگ گذار W_{12}^{sa} از معادله (۵.۴.۲) با جابه‌جا کردن شاخصهای ۱ و ۲ به دست می‌آید. از معادله (۷.۳.۲) بلافاصله مشاهده می‌شود که $\mu_{21} = \mu_{12}^*$ ، که نشان می‌دهد $|\mu_{12}| = |\mu_{21}|$ بنابراین داریم

$$W_{12}^{sa} = W_{21}^{sa} \quad (۱۲.۴.۲)$$

که در این مورد احتمالاتی جذب و گسیل القایی برابر هستند [با معادله (۸.۱.۱) مقایسه کنید]. برای نتیجه‌گیری از این بخش، طبق معادلات (۹.۴.۲) و (۱۱.۴.۲)، آهنگ گذار القایی را می‌توان به صورت^۱

$$W^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n^2\varepsilon_0\hbar^2} |\mu|^2 \rho g(\nu - \nu_0) \quad (\text{الف } ۱۳.۴.۲)$$

$$W^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n\varepsilon_0 c\hbar^2} |\mu|^2 I g(\nu - \nu_0) \quad (\text{ب } ۱۳.۴.۲)$$

نوشت، که از معادله (۱۲.۴.۲) $W^{sa} = W_{12}^{sa} = W_{21}^{sa}$ ، و $|\mu| = |\mu_{12}| = |\mu_{21}|$ را قرار داده‌ایم.

۲.۴.۲ گذارهای مجاز و ممنوع

معادلات (۱۳.۴.۲) و (۱۹.۳.۲) نشان می‌دهند که آهنگ گذار W^{sa} و گسیل خودبه‌خود A با $|\mu|^2$ متناسب است. و این بیانگر آن است که هر دو پدیده باید از یک قانون گزینش تبعیت کنند. ۱. تذکر: فاکتور ۳ در مخرج کسر معادلات (۴.۳.۲)، (۵.۴.۲)، (۷.۴.۲)، (۹.۴.۲)، (۱۱.۴.۲)، (۱۳.۴.۲) الف) و (۱۳.۴.۲) ب) با مورد موج با قطبش خطی مرتبط است که با اتمهای با جهتمندی کاتوره‌ای (نظیر اتمهای یک‌گاز) وارد برهم‌کنش می‌شود. در این مورد داریم

$$W \propto \langle |\mu_{r1} \cdot \mathbf{E}_0|^2 \rangle = |\mu_{r1}|^2 E_0^2 \langle \cos^2 \theta \rangle = |\mu_{r1}|^2 E_0^2 / 3$$

که θ زاویه بین μ_{r1} و \mathbf{E}_0 است و میانگیری روی تمام جهتهای میدان و گشتاور اتم انجام شده است. در واقع برای بردار μ_{r1} با جهتهای کاتوره‌ای، $\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/3$ ، که میانگیری روی فضای سه‌بعدی گرفته شده است، یعنی $\langle \cos^2 \theta \rangle = \int \cos^2 \theta d\Omega / 4\pi$. برای موارد مختلف جهتمندی اتم-میدان، فاکتور $|\mu_{r1}|^2 / 3$ باید به‌طور مناسبی تغییر کند. بنابراین برای یونهای موازی شده (نظیر یونها در بلورهای یونی) و موجی با قطبش خطی، فاکتور ۳ را باید حذف کرد و $|\mu_{r1}|$ معرف مقدار مؤلفه μ_{r1} در امتداد \mathbf{E}_0 خواهد بود.

کنند. بنابراین گذار القایی از طریق برهم‌کنش دوقطبی الکتريکی (گذار دوقطبی الکتريکی) فقط بين حالتهاي u_1 و u_2 با پاریته‌های مختلف صورت می‌گیرد و می‌گویند که گذار مجاز دوقطبی الکتريکی است. از طرف دیگر اگر پاریته‌های دو حالت یکی باشند، می‌بینیم که $W^{sa} = 0$ و می‌گویند که گذار ممنوع دوقطبی الکتريکی است. لیکن، این بدان مفهوم نیست که اتم تحت نفوذ موج الکترومغناطیسی فرودی نمی‌تواند از تراز ۱ به تراز ۲ گذر کند. در این مورد گذار می‌تواند مثلاً ناشی از برهم‌کنش میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی با گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتم باشد. برای سهولت، مورد اخیر را بررسی خواهیم کرد (مورد برهم‌کنش دوقطبی مغناطیسی)، ولی خود را محدود به این مسئله می‌کنیم که تحلیل مشابهی مانند آنچه برای حصول معادله (۱۱.۴.۲) به‌کار برده شد را می‌توان انجام داد. همچنین متذکر می‌شویم که گذار دوقطبی مغناطیسی بین حالت‌های با پاریته‌های یکسان مجاز خواهد بود (گذارهای زوج-زوج یا فرد-فرد). بنابراین گذاری که در برهم‌کنش دوقطبی ممنوع است در برهم‌کنش دوقطبی مغناطیسی مجاز خواهد بود و برعکس. بد نیست مرتبهٔ بزرگی نسبت احتمال گذار دوقطبی الکتريکی W_e ، به احتمال گذار دوقطبی مغناطیسی، W_m را هم حساب کنیم. روشن است که این محاسبه مربوط به دو گذار مختلف است، یکی مربوط به برهم‌کنش مجاز دوقطبی الکتريکی و دیگری مربوط به برهم‌کنش دوقطبی مغناطیسی. همچنین فرض می‌کنیم که شدت موج الکترومغناطیسی در هر دو مورد یکسان است. برای یک گذار دوقطبی، طبق رابطه (۵.۴.۲) می‌توانیم بنویسیم $(eaE_0)^2 \approx (W_e \mu_e)^2$ ، که E_0 دامنهٔ میدان الکتريکی است و گشتاور دوقطبی الکتريکی μ_e اتم (برای گذار مجاز) تقریباً برابر با حاصلضرب بار الکترون e در شعاع اتم a در نظر گرفته شده است. به همین روش می‌توانیم بنویسیم $(\beta B_0)^2 \approx (W_m \mu_m)^2$ ، که B_0 دامنهٔ میدان مغناطیسی موج است و گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ_m اتم (برای گذار مجاز) را تقریباً با مگنتون بور $(\beta = 9.27 \times 10^{-24} \text{ A} \times \text{m}^2)$ برابر گرفته‌ایم. بنابراین داریم

$$\left(\frac{W_e}{W_m}\right) = \left(\frac{eaE_0}{\beta B_0}\right)^2 = \left(\frac{eac}{\beta}\right)^2 \approx 10^5 \quad (14.4.2)$$

برای تعیین نتیجهٔ عددی معادله (۱۴.۴.۲) از این موضوع استفاده کرده‌ایم که برای یک موج تخت $E_0/B_0 = c$ (که c سرعت نور است)، و فرض کرده‌ایم که $a \approx 0.5 \text{ nm}$. بنابراین احتمال گذار دوقطبی الکتريکی خیلی بیشتر از احتمال گذار دوقطبی مغناطیسی است.

۳.۴.۲ سطح مقطع گذار، ضریب جذب و بهره

در بخش ۱.۴.۲ به محاسبهٔ آهنگ گذار در برهم‌کنش یک تک اتم با موج الکترومغناطیسی فرودی

که پهنای آن با سازوکار پهن‌شدگی تعیین می‌شود، پرداختیم. اکنون مجموعه‌ای از N_t اتم در واحد حجم را در نظر می‌گیریم و می‌خواهیم به محاسبهٔ آهنگ متوسط گذار متناظر با آن بپردازیم. اولین موردی که به آن خواهیم پرداخت وقتی است که بسامد تشدید ν_0 و شکل خط، هر دو، برای هر اتم یکی است (مورد پهن‌شدگی همگن). آهنگ گذار W_h برای این مورد همگن برای هر اتم یکسان است، به طوری که به سادگی می‌توانیم بنویسیم

$$W_h(\nu - \nu_0) = W^{sa}(\nu - \nu_0) \quad (۱۵.۴.۲)$$

اکنون اگر فرض کنیم تمامی اتمها در حالت پایه هستند، توانی که در واحد حجم جذب می‌شود، dP_a/dV را می‌توان به دست آورد

$$\left(\frac{dP_a}{dt}\right) = W_h N_t h \nu \quad (۱۶.۴.۲)$$

از آنجایی که W_h با شدت موج متناسب است، از آن‌رو با شار فوتون، $F = I/h\nu$ ، متناسب بوده، می‌توانیم سطح مقطع جذب σ_h را به صورت

$$\sigma_h = \frac{W_h}{F} \quad (۱۷.۴.۲)$$

تعریف کنیم. با کمک معادلات (۱۳.۴.۲) و (۱۷.۴.۲)، σ_h را می‌توانیم از رابطهٔ

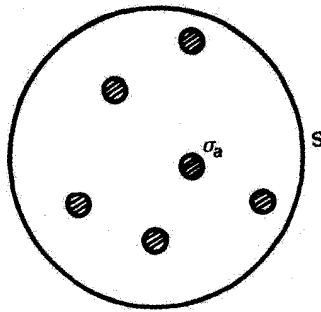
$$\sigma_h = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu g(\nu - \nu_0) \quad (۱۸.۴.۲)$$

به دست آوریم.

با کمک استدلالی که در ارتباط با شکل ۲.۱ به کار بردیم، از معادلات (۱۶.۴.۲) و (۱۷.۴.۲) معادله‌ای که تغییر شار فوتون در جهت z را توصیف می‌کند به دست می‌آوریم [معادله را با معادلهٔ (۱.۲.۱) مقایسه کنید]

$$dF = -\sigma N_t F dz \quad (۱۹.۴.۲)$$

با ملاحظه معادلهٔ (۱۹.۴.۲) به تفسیر سادهٔ فیزیکی این سطح مقطع گذار خواهیم رسید. ابتدا تصور می‌کنیم که بتوانیم به هر اتم، یک سطح مقطع مؤثر جذب σ_a را نسبت دهیم، به طوری که اگر فوتونی به این سطح مقطع وارد شود توسط اتم جذب می‌شود (شکل ۷.۲). اگر S را مساحت سطح مقطع موج الکترومغناطیسی در نظر بگیریم، تعداد اتمها در عنصر dz ماده برابر $N_t S dz$



شکل ۷.۲ سطح مقطع مؤثر جذب σ_a اتمها در یک مقطع باریکه نوری S.

خواهد شد (شکل ۲.۱ نیز ببینید) و لذا سطح مقطع کلی جذب $\sigma_a N_t S dz$ را به دست می‌دهد. تغییر جزئی (dF/F) شار فوتون در عنصر dz ماده خواهد شد

$$\left(\frac{dF}{F}\right) = - \left(\frac{\sigma_a N_t S dz}{S}\right) \quad (۲۰.۴.۲)$$

مقایسه معادلات (۱۹.۴.۲) و (۲۰.۴.۲) نشان می‌دهد که $\sigma_h = \sigma_a$ ، لذا مفهومی که مطابق تعریف بالا می‌توانیم به σ_h نسبت بدهیم سطح مقطع مؤثر جذب است. وقتی بسامدهای تشدید ν'_0 اتمها در اطراف بسامد مرکزی ν_0 توزیع شوند (مورد پهن‌شدگی ناهمگن)، حالتی متفاوت رخ می‌دهد. این توزیع با تابع $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ مشخص می‌شود، که تعریف آن چنان است که $dN_t = N_t g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0$ عنصر تعداد اتمها با بسامد تشدید بین ν'_0 و $\nu'_0 + d\nu'_0$ را به دست دهد. طبق (۱۶.۴.۲)، توان جزئی که با این عنصر تعداد اتمها، dN_t جذب می‌شود از $(N_t h \nu) W_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0$ به دست می‌آید، که $W_h(\nu - \nu'_0)$ آهنگ گذار برای آن اتمهایی است که بسامد گذارشان ν'_0 باشد. کل توان جذب شده در واحد حجم از

$$\left(\frac{dP_a}{dV}\right) = N_t h \nu \int W_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0 \quad (۲۱.۴.۲)$$

به دست می‌آید. مقایسه معادلات (۱۶.۴.۲) و (۲۱.۴.۲) نشان می‌دهد که می‌توانیم آهنگ گذار ناهمگن W_{in} را به صورت

$$W_{in} = \int W_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0 \quad (۲۲.۴.۲)$$

تعریف کنیم. طبق معادله (۱۷.۴.۲)، اکنون می‌توانیم سطح مقطع ناهمگن σ_{in} را به صورت $\sigma_{in} = W_{in}/F$ تعریف کنیم. با تقسیم هر دو طرف معادله (۲۲.۴.۲) بر F و با استفاده از معادله (۱۷.۴.۲) به دست می‌آوریم

$$\sigma_{in} = \int \sigma_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0 \quad (23.4.2)$$

به دنبال استدلالی که در ارتباط با شکل ۷.۲ ارائه شد، می‌بینیم که σ_{in} سطح مقطع مؤثری است که می‌توانیم به یک اتم مربوط کنیم. به طوری که اگر فوتونی وارد این سطح مقطع شود جذب خواهد شد. ولی، توجه کنید که در این مورد، هر اتم، در واقع امر، دارای یک سطح مقطع متفاوت $\sigma_h(\nu - \nu'_0)$ با بسامد تابش فرودی است و σ_{in} درست یک سطح مقطع مؤثر است. باز هم توجه کنید که طبق معادله (۲۳.۴.۲) شکل خط و پهنای خط σ_{in} به تابع $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ بستگی دارد، یعنی به توزیع بسامدهای تشدید اتمی وابسته است. پدیده‌هایی که به این توزیع بسامد منجر می‌شوند را در بخش بعد مورد بحث نسبتاً کامل قرار می‌دهیم. در اینجا خود را به این نکته که $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ عموماً با تابعی به صورت

$$g^*(\nu'_0 - \nu_0) = \frac{2}{\Delta\nu_0^*} \left(\frac{\ln^2}{\pi} \right)^{1/2} \exp - \left[\frac{4(\nu'_0 - \nu_0)^2}{\Delta\nu_0^{*2}} \ln^2 \right] \quad (24.4.2)$$

تعریف می‌شود، محدود می‌کنیم. $\Delta\nu_0^*$ پهنای خط گذار (FWHM) است که مقدار آن به سازوکار پهن‌شدگی مورد نظر بستگی دارد.

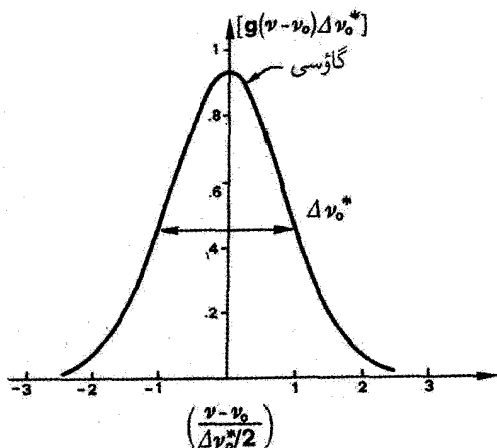
با کمک معادله (۱۸.۴.۲) می‌توان، معادله (۲۳.۴.۲) را به صورت

$$\sigma_{in} = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu g_t(\nu - \nu_0) \quad (25.4.2)$$

تبدیل کرد. در معادله (۲۵.۴.۲)، نماد $g_t(\nu - \nu_0)$ را برای تابع شکل خط کلی به کار بردیم، که می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$g_t = \int_{-\infty}^{+\infty} g^*(x) g[(\nu - \nu_0) - x] dx \quad (26.4.2)$$

که $x = \nu'_0 - \nu_0$ قرار داده‌ایم. بنابراین رابطه سطح مقطع برای پهن‌شدگی ناهمگن، σ_{in} را از رابطه پهن‌شدگی همگن، که از معادله (۱۸.۴.۲) با جایگزینی g_t به جای g حاصل می‌شود، به دست آوردیم. توجه کنید که طبق معادله (۲۶.۴.۲)، g_t همگردش توابع g و g^* است. از



شکل ۸.۲ نمودار بهنجار شده خط گاوسی.

آنجایی که هر دو تابع به واحد بهنجار می‌شوند، می‌توان نشان داد که g_t نیز به واحد بهنجار خواهد شد، یعنی $\int g_t(v - v_0) dv = 1$. باز هم توجه کنید که معادله (۲۵.۴.۲) به معادله (۱۸.۴.۲) عمومیت می‌بخشد. در واقع از معادلات (۲۵.۴.۲) و (۲۶.۴.۲) می‌بینیم که وقتی $g^*(v'_0 - v_0) = \delta(v'_0 - v_0)$ باشد (یعنی، وقتی تمام اتمها دارای یک بسامد تشدید باشند)، σ_{in} به σ_h تقلیل می‌یابد. برعکس، اگر پهنای تابع شکل خط همگن، بسیار کوچکتر از پهنای شکل خط پهن‌شدگی ناهمگن $g^*(v'_0 - v_0)$ باشد، می‌توان $g(v - v'_0)$ را با تابع δ دیراک در معادله (۲۶.۴.۲) تقریب زد تا $g_t \cong g^*(v - v_0)$ به دست آید (مورد پهن‌شدگی کاملاً ناهمگن). در این مورد از معادله (۲۴.۴.۲) به دست می‌آوریم

$$g_t = g^*(v - v_0) = \frac{2}{\Delta v_0^*} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \exp - \left[\frac{4(v - v_0)^2}{\Delta v_0^{*2}} \ln 2 \right] \quad (27.4.2)$$

تابع بهنجار شده $[g^*(v - v_0) \Delta v_0^*]$ برحسب اختلاف بسامد بهنجار $(v - v_0) / (\Delta v_0^* / 2)$ در شکل ۸.۲ ترسیم شده است. طبق معادله (۲۷.۴.۲) پهنای منحنی (FWHM)، Δv_0^* است. بیشینه تابع به ازای $v = v_0$ رخ می‌دهد و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$$g^*(0) = \frac{2}{\Delta v_0^*} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} = \frac{0.939}{\Delta v_0^*} \quad (28.4.2)$$

منحنی که به صورت کلی با معادله (۲۷.۴.۲) توصیف می‌شود را گاوسی می‌گویند.

بر اساس بحث گذشته، برای سطح مقطع جذب، از اینجا به بعد $\sigma = \sigma_{in}$ را به کار خواهیم برد؛ رابطه کلی آن را می توان به صورت

$$\sigma = \frac{2\pi^2}{3n\varepsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu g_t (\nu - \nu_0) \quad (29.4.2)$$

نوشت. رابطه متناظر برای آهنگ جذب $W = \sigma F$ را به صورت

$$W = \frac{2\pi^2}{3n^2\varepsilon_0 h^2} |\mu|^2 \rho g_t (\nu - \nu_0) \quad (30.4.2)$$

می نویسیم، که $\rho = (nI/c) = (nFh\nu/c)$ ، چگالی انرژی موج الکترومغناطیسی است. این استدلالها را می توان برای مورد گسیل القایی تکرار کرد. طبق معادله (۱۲.۴.۲) به آسانی دیده می شود که برای ترازهای ناهمگن، روابط کلی برای سطح مقطع گسیل القایی و آهنگ القایی، باز هم از معادله های (۲۹.۴.۲) و (۳۰.۴.۲) به دست می آیند.

تأکید می کنیم که طبق معادله (۲۹.۴.۲)، تنها به پارامترهای ماده $(|\mu|^2, g_t, \nu_0)$ و بسامد ν موج فرودی بستگی دارد. اطلاعات σ به صورت تابعی از ν ، تمام چیزی است که برای فرایند برهم کنش نیاز داریم. بنابراین سطح مقطع σ گذار، پارامترگذار بسیار مهمی است و کاربرد وسیعی دارد. توجه کنید که وقتی جمعیت های دوتراز N_1 و N_2 هستند، معادله (۱۹.۴.۲) به

$$dF = -\sigma(N_1 - N_2)Fdz \quad (31.4.2)$$

تعمیم داده می شود. این معادله همان شکلی را دارد که ابتدا در فصل ۱ به دست آوریم [معادله (۱.۲.۱)] را وقتی $g_1 = g_2$ ببینید]. لیکن، بحثی که در این بخش ارائه شد درک عمیقتری از معنای سطح مقطع (مؤثر) σ به ما می دهد.

شکل دیگری از توصیف برهم کنش تابش با ماده را می توان با تعریف کمیت α به صورت

$$\alpha = \sigma(N_1 - N_2) \quad (32.4.2)$$

در نظر گرفت. اگر $N_1 > N_2$ باشد، α مثبت است و ضریب جذب ماده را نشان می دهد. با استفاده از معادله (۲۹.۴.۲) رابطه زیر برای α به دست خواهد آمد

$$\alpha = \frac{2\pi^2}{3n\varepsilon_0 ch} (N_1 - N_2) |\mu|^2 \nu g_t (\nu - \nu_0) \quad (33.4.2)$$

از آنجایی که α به جمعیت‌های دو تراز بستگی دارد، پارامتر بسیار مناسبی برای توصیف وضعیتی که در آن جمعیت‌های تراز تغییر می‌کنند، مثلاً در یک لیزر، نیست. لیکن مفید بودن آن به این خاطر است که ضریب جذب α را اغلب می‌توان به‌طور مستقیم اندازه گرفت. در واقع از معادلات (۳۱.۴.۲) و (۳۲.۴.۲) به دست می‌آوریم

$$dF = -\alpha F dz \quad (34.4.2)$$

بنابراین نسبت بین شار فوتون پس از عبور از ماده‌ای به طول l و شار فرودی خواهد شد: $[F(l)/F(0)] = \exp(-\alpha l)$. با اندازه‌گیری تجربی این نسبت با تابش به اندازه کافی تکفام، می‌توانیم مقدار α را برای آن طول موج خاص به دست آوریم. مقدار متناظر سطح مقطع گذار با دانستن N_1 و N_2 از معادله (۳۲.۴.۲) به دست می‌آید. اگر محیط در ترازمندی ترمودینامیکی باشد، N_1 و N_2 را می‌توان از معادله (۲.۲.۱) به دست آورد، مشروط بر آنکه جمعیت کل $N_t = N_1 + N_2$ و واگنهای تراز را بدانیم. دستگاهی که برای اندازه‌گیری ضریب جذب α به کار برده می‌شود را طیف‌نورسنج جذبی نامیده می‌شود. لیکن، توجه کنید که اندازه‌گیری جذبی را نمی‌توان برای گذاری که تراز ۱ خالی است اجرا کرد. این وضعیت، مثلاً وقتی تراز ۱ تراز پایه نیست و انرژی آن در بالای تراز پایه بسیار بزرگتر از kT است، رخ خواهد داد. آخرین مسئله این است که توجه کنیم که اگر $N_2 > N_1$ باشد، ضریب جذبی که با معادله (۳۲.۴.۲) تعریف شده است، منفی می‌شود و لذا موج به جای آنکه در ماده جذب شود، تقویت می‌شود. در این مورد معمولاً کمیت جدید g را به صورت زیر تعریف کنیم

$$g = \sigma(N_2 - N_1) \quad (35.4.2)$$

که مثبت خواهد بود. g را ضریب بهره می‌گویند.

۴.۴.۲ روش ترمودینامیکی اینشتین

در این بخش روشی را که اینشتین [۹] برای هر دو گذار خودبه‌خود و القایی (شامل جذب و گسیل) ارائه کرد، توصیف می‌کنیم. در این روش مفهوم گسیل القایی برای نخستین بار به‌وضوح بیان شد و رابطه صحیح بین آهنگهای گسیل خودبه‌خود و القایی بسیار قبل از فرمولبندی مکانیک کوانتومی و الکتروینامیک کوانتومی به دست آمد. در این محاسبه از استدلال ظریف ترمودینامیکی استفاده می‌شود. فرض می‌کنیم که ماده داخل کاواک جسم سیاهی قرار دارد که دیواره‌های آن در دمای ثابت T نگه داشته شده است. وقتی ترازمندی ترمودینامیکی حاصل می‌شود، چگالی انرژی موج

الکترومغناطیسی با توزیع طیفی ρ_ν که از معادله (۲۲.۲.۲) به دست می‌آید، ایجاد می‌شود و ماده در این تابش غوطه‌ور خواهد شد. در این ماده علاوه بر گسیل خودبه‌خود، فرایند گسیل القایی و جذب هر دو اتفاق می‌افتد. چون سیستم در ترازمندی ترمودینامیکی است، تعداد گذارها در ثانیه از تراز ۱ به تراز ۲ باید با تعداد گذارها از تراز ۲ به تراز ۱ برابر باشد. بنابراین قرار می‌دهیم

$$W_{21} = B_{21}\rho_\nu \quad (36.4.2)$$

$$W_{12} = B_{12}\rho_\nu \quad (37.4.2)$$

که در آن B_{21} و B_{12} ضرایب ثابتی (معروف به ضرایب B اینشتین) هستند. اگر جمعیت ترازمندی ترازهای ۱ و ۲ را به ترتیب با N_1^e و N_2^e نشان بدهیم، می‌توانیم بنویسیم

$$AN_2^e + B_{21}\rho_\nu N_2^e = B_{12}\rho_\nu N_1^e \quad (38.4.2)$$

همچنین از آمار بولتزمن برای ترازهای ناهمگن می‌دانیم که

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = \exp(-h\nu_0/kT) \quad (39.4.2)$$

سپس از روابط (۳۸.۴.۲) و (۳۹.۴.۲) نتیجه می‌شود که

$$\rho_\nu = \frac{A}{B_{12} \exp(h\nu_0/kT) - B_{21}} \quad (40.4.2)$$

مقایسه دو رابطه (۴۰.۴.۲) و (۲۲.۲.۲)، وقتی $\nu = \nu_0$ است، به روابط زیر منجر می‌شود

$$B_{12} = B_{21} = B \quad (41.4.2)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu_0^3 n^3}{c^3} \quad (42.4.2)$$

معادله (۴۱.۴.۲) نشان می‌دهد که احتمال جذب و احتمال گسیل القایی ناشی از تابش جسم سیاه برابرند. پس این رابطه همانند رابطه‌ای است که قبلاً با روشی کاملاً متفاوت در مورد تابش تکفام به دست آمد [معادله (۱۲.۴.۲)]. از طرف دیگر هرگاه B ، یعنی ضریب گسیل القایی ناشی از تابش جسم سیاه معلوم باشد، با کمک معادله (۴۲.۴.۲) محاسبه ضریب A ممکن می‌شود. این ضریب به سادگی از رابطه (۳۰.۴.۲) به دست می‌آید. یادآور می‌شویم که این معادله برای تابش کاملاً تکفام صادق است. برای تابش جسم سیاه، چگالی انرژی تابشی که بسامد آن بین

ν و $\nu + d\nu$ قرار دارد و این عنصر تابشی را با موج تکفام تحریک می‌کند، را می‌توان به صورت $\rho_\nu d\nu$ نوشت. احتمال گذار جزئی متناظر، dW ، از معادله (۳۰.۴.۲) با قراردادن $\rho_\nu d\nu$ به جای ρ به دست می‌آید. با انتگرال‌گیری معادله حاصل و با فرض آنکه $g_t(\nu - \nu_0)$ را می‌توان (در مقایسه با ρ_ν) با یک تابع δ دیراک تقریب زد (شکل ۳.۲ را ببینید)، داریم

$$W = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 \hbar^2} |\mu|^2 \rho_\nu. \quad (43.4.2)$$

از مقایسه بین معادلات (۳۶.۴.۲) و (۳۷.۴.۲) یا (۴۳.۴.۲) خواهیم داشت

$$B = \frac{2\pi^2 |\mu|^2}{3n^2 \epsilon_0 \hbar^2} \quad (44.4.2)$$

از معادله (۴۲.۴.۲)، می‌رسیم به

$$A = \frac{16\pi^3 \nu_0^3 n |\mu|^2}{3\hbar \epsilon_0 c^3} \quad (45.4.2)$$

باید یادآور شد که رابطه‌ای که برای A به دست آوردیم دقیقاً همان نتیجه‌ای است که از رهیافت الکترودینامیک کوانتومی به دست می‌آید [معادله (۱۹.۳.۲) را ببینید]. در حقیقت محاسبه آن مبتنی بر ترمودینامیک و استفاده از قانون پلانک است (که از نظر الکترودینامیک کوانتومی صحیح است).

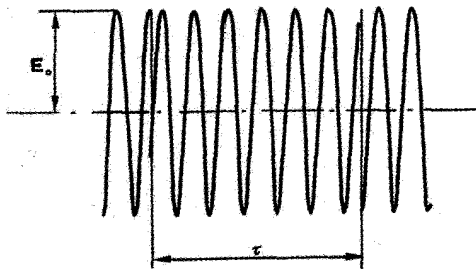
۵.۲ سازوکارهای پهن‌شدگی خط

این بخش سازوکارهای مختلف پهن‌شدگی خط را که در بخشهای قبل ذکر شد با جزئیات بیشتر مورد بررسی قرار می‌دهد. طبق بحثهای قبل، از آغاز تفاوت مهمی بین پهن‌شدگی خط همگن و ناهمگن وجود دارد. سازوکار پهن‌شدگی خط را همگن می‌گویند وقتی سازوکار خط هر اتم را به یک طریق پهن کند. در این مورد شکل خط سطح مقطع اتم منفرد و شکل خط کلی سطح مقطع جذب یکسان خواهد بود. و برعکس، سازوکار پهن‌شدگی خط را ناهمگن می‌گویند وقتی سازوکار بسامدهای تشدید، اتمها را در یک گستره طیفی توزیع کند. پس چنین سازوکاری، خط کل سیستم (یعنی، خط α) را پهن خواهد ساخت، بدون آنکه خط هر یک از اتمها پهن شده باشد. قبل از آنکه جلوتر برویم یادآور می‌شویم شکل تابع $g_t(\nu - \nu_0)$ را به دورش می‌توان تعیین کرد: (الف) در آزمایش جذبی با کمک یک طیف‌نورسنج. در این آزمایش ضریب جذب را برحسب تابعی از بسامد ν ، با استفاده از طیف‌نورسنج جهت انتخاب بسامد نور، اندازه می‌گیرند. از معادله (۳۳.۴.۲) می‌بینیم که $\alpha \propto \nu g_t(\nu - \nu_0)$ است. از آنجایی که پهنای خط تابع $g_t(\nu - \nu_0)$

نوعاً بسیار کوچکتر از ν_0 است، به‌طور تقریبی می‌توان نوشت $\alpha \propto \nu_0 g_t(\nu - \nu_0)$. بنابراین با تقریب بسیار خوبی شکل α برحسب ν با شکل تابع $g_t(\nu - \nu_0)$ منطبق خواهد بود. (ب) در آزمایش گسیل، با ارسال نور گسیل‌شده خودبه‌خودی به یک طیف‌سنج با قدرت تفکیک به اندازه کافی بالا، $g_t(\nu - \nu_0)$ را با اندازه‌گیری شکل گسیل طیف می‌توان به‌دست آورد. می‌توان نشان داد که برای هر گذار، شکل خطهایی که با این دو روش به‌دست می‌آیند همواره یکسان‌اند. بنابراین در بحثی که دنبال می‌شود، هر جا که ساده‌تر است، تابع شکل خط را در جذب و یا در گسیل مورد نظر قرار دهیم.

۱.۵.۲ پهن‌شدگی همگن

اولین سازوکار پهن‌شدگی خط همگن را که مربوط به برخوردهاست و پهن‌شدگی برخوردی نامیده می‌شود بررسی می‌کنیم. در گازها، این پهن‌شدگی ناشی از برخورد اتم با سایر اتمها، یونها، الکترونهای آزاد، و یا دیواره‌های ظرف است. در جامدات این پهن‌شدگی از برهم‌کنش اتم با فونون شبکه ناشی می‌شود. پس از برخورد، تابعهای موج دوترازی ψ_1 و ψ_2 اتم [معادله (۱.۳.۲)] را ببینید، دچار پرش کاتوره‌ای فاز خواهند شد. این به مفهوم آن است که فاز تکانه دوقطبی نوسانی μ_{osc} [معادله (۶.۳.۲)] نسبت به موج فرودی الکترومغناطیسی دچار پرش فازی می‌شود. این برخوردها فرایند برهم‌کنش همدوس بین اتم و موج الکترومغناطیسی فرودی را بر هم خواهد زد. از آنجایی که در مدت فرایند برهم‌کنش این فاز نسبی حائز اهمیت است، راه معادلی برای بررسی این مسئله آن است که فرض کنیم که این فاز میدان الکتریکی است که متحمل پرش در هر برخورد می‌شود و نه فاز μ_{osc} . بنابراین میدان الکتریکی دیگر به‌صورت سینوسی نخواهد بود، بلکه شبیه موجی است که در شکل ۹.۲ نشان داده شده است، و هر پرش فازی در لحظه وقوع برخورد اتفاق خواهد افتاد. تحت این شرایط



شکل ۹.۲ رفتار زمانی میدان الکتریکی $E(t)$ یک موج الکترومغناطیسی از دید اتمی که دچار برخورد می‌شود (در موارد واقعی در مدت زمان برخورد τ ، ممکن است 10^7 چرخه یا بیشتر باشد).

اتم دیگر موج تکفام را نخواهد دید. در این مورد اگر برای چگالی انرژی موج در فاصله بسامدی بین ν' و $\nu' + d\nu'$ بنویسیم $d\rho = \rho_{\nu'} d\nu'$ این چگالی جزئی انرژی را در روابطی که برای تابش تکفام معتبر است می‌توان به‌کار برد، یعنی معادله (۷.۴.۲)، که به‌دست می‌دهد

$$dW_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho_{\nu'} \delta(\nu' - \nu_0) d\nu' \quad (1.5.2)$$

سپس احتمال کلی گذار را با انتگرال‌گیری رابطه (۱.۵.۲) روی تمام طیف بسامد تابش به‌دست می‌آوریم، یعنی

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\nu'} \delta(\nu' - \nu_0) d\nu' \quad (2.5.2)$$

اکنون می‌توانیم $\rho_{\nu'}$ را به‌صورت

$$\rho_{\nu'} = \rho g(\nu' - \nu) \quad (3.5.2)$$

بنویسیم، که ρ چگالی انرژی موج [رابطه (۶.۴.۲)] و $g(\nu' - \nu)$ توزیع طیفی $\rho_{\nu'}$ را توصیف می‌کند. انتگرال‌گیری از هر دو طرف معادله (۳.۵.۲) نشان می‌دهد که $g(\nu' - \nu)$ باید در شرط بهنجارش صدق کند

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu' - \nu) d\nu' = 1 \quad (4.5.2)$$

با قراردادن (۳.۵.۲) در (۲.۵.۲) و با استفاده از خاصیت ریاضی تابع δ ، به‌دست می‌آوریم که

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho g(\nu - \nu_0) \quad (5.5.2)$$

همان‌طوری که در بخش ۱.۴.۲ انتظار می‌رفت، W_{12} نیز در واقع با قراردادن $g(\nu - \nu_0)$ به‌جای $\delta(\nu - \nu_0)$ در معادله (۴.۷.۲) به‌دست آمد. دقت کنید که طبق معادله (۴.۵.۲) نیز داریم

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu - \nu_0) d\nu = 1 \quad (6.5.2)$$

آنچه که باقی می‌ماند محاسبه چگالی طیفی بهنجارشده تابش فرودی $g(\nu' - \nu)$ است. این چگالی طیفی به فاصله زمانی τ بین برخوردها (شکل ۹.۲)، که به‌طور داخلی برای هر برخورد متفاوت است، بستگی دارد. فرض می‌کنیم که توزیع مقادیر τ را بتوان با توزیع احتمال

$$p_{\tau} = \frac{\exp(-\tau/\tau_c)}{\tau_c} \quad (7.5.2)$$

توصیف کرد. در اینجا $p_{\tau}d\tau$ احتمال آن است که فاصله زمانی بین دو برخورد متوالی بین τ و $\tau + d\tau$ باشد. دقت کنید که τ_c دارای معنای فیزیکی متوسط زمانی $\langle \tau \rangle$ بین برخوردهاست. در واقع می‌توان مشاهده کرد که

$$\langle \tau \rangle = \int_0^{\infty} \tau p_{\tau} d\tau = \tau_c \quad (۸.۵.۲)$$

مسئله ریاضی که باید اکنون حل شود کاملاً معلوم است. باید شکل خط طیفی بهنجار موج شکل ۹.۲ را که زمان τ بین دو برخورد متوالی آن دارای توزیع طیفی p_{τ} است و از رابطه (۷.۵.۲) به دست می‌آید، محاسبه کنیم. با مراجعه به پیوست ب برای جزئیات بیشتر مسئله، نتیجه نهایی را در اینجا ارائه می‌کنیم.

شکل خط بهنجار مورد نیاز از رابطه

$$g(\nu' - \nu) = 2\tau_c \frac{1}{[1 + 4\pi^2 \tau_c^2 (\nu' - \nu)^2]} \quad (۹.۵.۲)$$

به دست می‌آید. طبق معادله (۵.۵.۲)، شکل خط گذار، از رابطه (۹.۵.۲) با قراردادن ν_0 به جای ν' به دست می‌آید. لذا داریم

$$g(\nu - \nu_0) = 2\tau_c \frac{1}{[1 + 4\pi^2 \tau_c^2 (\nu - \nu_0)^2]} \quad (۱۰.۵.۲)$$

که نتیجه آخر محاسبه است. بنابراین به تابعی با شکل خط لورنتسی خواهیم رسید که معمولاً با معادله (۸.۴.۲) توصیف می‌شود [شکل ۶.۲ را نیز ببینید]، و مقدار قله آن اکنون $2\tau_c$ و پهنای خط آن، $\Delta\nu_0$ ، برابر است با

$$\Delta\nu_0 = \frac{1}{\pi\tau_c} \quad (۱۱.۵.۲)$$

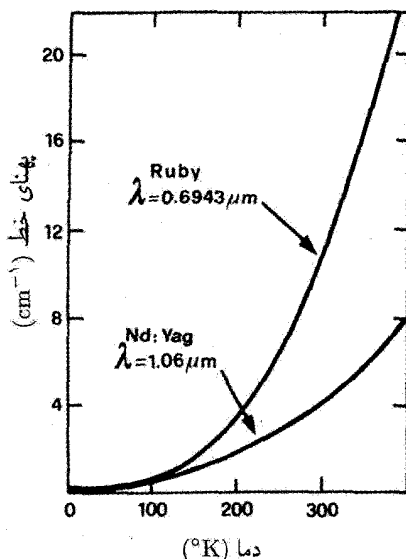
مثال ۲.۲ پهن‌شدگی برخوردی لیزر $He-Ne$. به عنوان اولین مثال پهن‌شدگی برخوردی، گذار یک اتم یا یون را در فشار گاز p بررسی می‌کنیم. برآورد τ_c در این مورد از $\tau_c = l/v_{th}$ به دست می‌آید، که l مسافت آزاد میانگین اتم در گاز و متوسط سرعت گرمایی است. چون $v_{th} = (3kT/M)^{1/2}$ ، که M جرم اتم است، و l از رابطه حاصل از مدل کره-سخت یک گاز به دست می‌آید، خواهیم داشت

$$\tau_c = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} = \frac{1}{\lambda\pi} \frac{(MkT)^{1/2}}{pa^2} \quad (۱۲.۵.۲)$$

که شعاع اتم و p فشار گاز است. برای گازی از اتمهای نئون در دمای اتاق و در فشار $5 \text{ Torr} \cong p$ (فشار نوعی در یک لیزر گازی He-Ne) با استفاده از معادله (۱۲.۵.۲) با $a \cong 1 \text{ nm}$ به دست می‌آوریم که $\tau_c \cong 5 \mu\text{s}$ سپس از معادله (۱۱.۵.۲) می‌بایم که $\Delta\nu = 64 \text{ MHz}$. دقت کنید که τ_c با p نسبت عکس و از آن رو با $\Delta\nu$ نسبت مستقیم دارد. با یک حساب سرانگشتی می‌توانیم بگوییم که، برای هر اتم، برخوردها در یک گاز سهمی در پهن‌شدگی خط به مقدار $1 \text{ MHz/Torr} \cong (\Delta\nu/p)$ دارند که با عدد نشان داده شده در مثال اتمهای نئون همخوانی دارد. همچنین توجه کنید که در مدت زمان برخورد، τ_c ، تعداد چرخه‌های موج الکترومغناطیسی برابر است با $m = \nu\tau_c$. برای موجی که طول موج آن در وسط ناحیه مرئی واقع می‌شود، داریم $\nu = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ؛ لذا تعداد چرخه‌ها برابر است با 5×10^8 . این عدد بر این موضوع تأکید دارد که در شکل ۹.۲ مقیاس رعایت نشده است، چون تعداد چرخه‌ها در مدت زمان τ_c بسیار بزرگتر از آن است که شکل نشان می‌دهد. ■

مثال ۳.۲ پهنای خط یاقوت و Nd:YAG . به عنوان مثال دوم، پهن‌شدگی برخوردی، یک یون ناخالصی را در بلور یونی بررسی می‌کنیم. در این مورد برخوردهای یونها با فونونهای شبکه اتفاق می‌افتد. چون تعداد فونونها در ارتعاش شبکه تابعی شدید از دمای شبکه است. انتظار داریم که پهنای خط گذار بستگی شدیدی را به دما نشان دهد. به عنوان مثال نمایشی، شکل ۱۰.۲ نمودارهای پهنای خط برحسب دما را برای Nd:YAG و یاقوت نشان می‌دهد؛ پهنای خط برحسب عدد موج (cm^{-1})، (کمیتی که طیف‌نگارها به‌طور گسترده به‌کار می‌برند)، و نه بسامد بیان شده است. 1 در 300 K پهنای خط گذار لیزری همان‌طوری که دیده می‌شود برای Nd:YAG برابر است با $\Delta\nu \cong 4 \text{ cm}^{-1} \cong 120 \text{ GHz}$ و برای یاقوت $\Delta\nu \cong 11 \text{ cm}^{-1} = 330 \text{ GHz}$. ■

دومین سازوکار پهن‌شدگی خط همگن از گسیل خودبه‌خود ناشی می‌شود. از آنجایی که این گسیل نمودی اجتناب‌ناپذیر در هر گذار است، پهن‌شدگی متناظر به آن را طبیعی یا ذاتی می‌نامند. در مورد پهن‌شدگی طبیعی، راحت‌ترین راه، بررسی رفتار برحسب طیف تابش گسیل شده است. توجه کنید، همان‌طور که در بخش ۲.۳.۲ اشاره کردیم، گسیل خودبه‌خود، پدیده‌ای کاملاً کوانتومی است، یعنی این پدیده را تنها با کوانتیده‌کردن ماده و تابش به‌طور صحیح می‌توان توضیح داد. بنابراین برای آنکه توضیح صحیح شکل خط تابش گسیل شده را به دست آوریم، باز هم نیاز به استفاده از روش ۱. برای موجی مفروض با بسامد ν ، بسامد متناظر برحسب عدد موج (مثلاً برحسب cm^{-1}) از $w = \nu/c$ به دست می‌آید، که c سرعت موج در خلأ است (برحسب cm/s). بسامد واقعی ν از بسامد برحسب عدد موج از رابطه ساده $\nu = cw$ به دست می‌آید. طول موج متناظر آن خواهد شد، $\lambda = c/\nu = 1/w$ (که λ برحسب cm بیان می‌شود). این امر مزیت استفاده از نماد عدد موج را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰.۲ بهنای خط لیزر برحسب دما برای یاقوت و Nd:YAG که با پهن‌شدگی فونونی تعیین شده است.

الکتروپدینامیک کوانتومی هستیم. بنابراین خود را به ذکر نتیجه‌نهایی محدود می‌کنیم که اتفاقاً خیلی ساده است و صحت آن را با استدلال‌های ساده می‌توان تأیید کرد. نظریه‌الکتروپدینامیک کوانتومی نشان می‌دهد که طیف $g(\nu - \nu_0)$ باز هم با خط لورنتسی که شکل آن از معادله (۱۰.۵.۲) با قراردادن $2\tau_{sp}$ به جای τ_c به دست می‌آید، داده می‌شود. τ_{sp} زمان فروافت گسیل خودبه‌خود است [۱۰]. بنابراین، مخصوصاً بهنای خط (FWHM) از

$$\Delta\nu_0 = \frac{1}{2\pi\tau_{sp}} \quad (13.5.2)$$

به دست می‌آید. برای آنکه صحت این نتیجه تأیید شود، باید توجه کرد که چون توان گسیل شده توسط اتم به صورت $\exp(-t/\tau_{sp})$ فرو می‌افتد، می‌توان تصور کرد که میدان الکتریکی متناظر با آن با رابطه $E(t) = \exp(-t/2\tau_{sp})$ فرو می‌افتد. فروافت شدت گسیل شده J ، که با $\langle E^2(t) \rangle$ متناسب است رفتار زمانی صحیح را نشان می‌دهد، یعنی $\exp(-t/\tau_{sp})$. اکنون به آسانی طیف توان متناظر با این میدان $E(t)$ را محاسبه می‌کنیم و نشان می‌دهیم که شکل خط تابعی لورنتسی است که بهنای آن از رابطه (۱۳.۵.۲) به دست می‌آید.

مثال ۴.۲ بهنای خط طبیعی یک گذار مجاز. به عنوان مثالی نمایشی، می‌توانیم برآورد مرتبه

بزرگی $\Delta\nu_{nat}$ را برای گذار مجاز دوقطبی الکتريکی به دست آوريم. فرض کنيم $|v| = ea$ با $a \cong 0.1 \text{ nm}$ و $\lambda = 500 \text{ nm}$ (خط سبز)، از مثال ۱.۲ می‌يابيم که $\tau_{sp} \cong 10 \text{ ns}$. سپس از معادله (۱۳.۵.۲) به دست می‌آيد $\Delta\nu_{nat} = 16 \text{ MHz}$. دقت کنید که $\Delta\nu_{nat}$ درست مانند $A = 1/\tau_{sp}$ ، بسامد به صورت ν_0 افزایش می‌يابد. بنابراین پهنای خط طبیعی برای گذارهایی در طول موجهای کوتاهتر (به سمت ناحیه UV یا پرتو x) به شدت افزایش می‌يابد. ■

۲.۵.۲ پهن‌شدگی ناهمگن

اکنون سازوکارهایی را در نظر می‌گیريم که در آن پهن‌شدگی از توزیع بسامدهای تشدیدي اتم حاصل می‌شود (پهن‌شدگی ناهمگن).

به عنوان اولین مورد پهن‌شدگی ناهمگن، پهن‌شدگی که برای یونها در بلورهای یونی یا شیشه‌ای رخ می‌دهد را بررسی خواهیم کرد. چنین یونهایی، تحت تأثیر میدان الکتريکی موضعی قرار می‌گیرند که توسط اتمهای ماده احاطه‌کننده یونها حاصل می‌شود. به خاطر ناهمگنهایی که مخصوصاً در محیط شیشه‌ای قابل ملاحظه هستند، این میدانها از یک یون به یون دیگر تفاوت دارند. به واسطه اثر اشتراک، تغییرات موضعی میدان باعث تغییر موضعی ترازهای انرژی می‌شود و لذا بسامدهای گذار یونها دچار تغییرات می‌شوند. (استفاده از واژه پهن‌شدگی ناهمگن به خاطر همین مورد است). برای تغییرات کاتوره‌ای میدان موضعی، توزیع متناظر با بسامدهای گذار، $(\nu'_0 - \nu_0)g^*$ ، از تابع گاوسی به دست می‌آيد، یعنی با رابطه کلی (۲۷.۴.۲). پهنای خط $(\text{FWHM})\Delta\nu^*$ به گستردگی تغییر بسامدهای گذار در ماده و از آن‌رو به مقدار ناهمگنی میدان در داخل بلور یا شیشه بستگی دارد.

مثال ۵.۲ پهنای خط یک لیزر $Nd : \text{glass}$. به عنوان یک مثال نمونه، یونهای Nd^{3+} آلاییده در شیشه سیلیکاته را در نظر می‌گیريم. در این مورد، به علت ناهمگنهای شیشه، پهنای گذار لیزر در 1060 nm ، $\lambda = 1060 \text{ nm}$ ، $\nu_0 = 2.83 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ، $\Delta\nu^* \cong 5 \text{ THz}$ است، یعنی تقریباً 40° بار پهنتر از پهنای خط در $\text{Nd} : \text{YAG}$ در دمای اتاق است (مثال ۳.۲). توجه کنید که این ناهمگنیا نمود اجتناب‌ناپذیری از حالت شیشه است. ■

سازوکار دوم پهن‌شدگی ناهمگن، معمولاً برای گاز، از حرکت اتمی ناشی می‌شود و پهن‌شدگی دوپلری نامیده می‌شود. فرض کنیم که موج فرودی الکترومغناطیسی با بسامد ν در جهت مثبت z منتشر می‌شود و ν_z مؤلفه سرعت اتم در طول این محور است. طبق اثر دوپلر، بسامد موج برای ناظر روی اتم برابر است با $\nu' = \nu[1 - (\nu_z/c)]$ ، که c سرعت نور در محیط است. به این نتیجه شناخته شده که وقتی $\nu_z > 0$ است، داریم $\nu' < \nu$ و برعکس توجه کنید. البته، جذب اتمی تنها

هنگامی رخ می‌دهد که بسامد ظاهری ν' موج الکترومغناطیسی برای ناظری روی اتم برابر باشد با بسامد گذار اتمی، ν_0 ، یعنی وقتی $\nu = \nu_0 [1 - (v_z/c)]$. اکنون اگر این رابطه را به صورت

$$\nu = \frac{\nu_0}{[1 - (v_z/c)]} \quad (۱۴.۵.۲)$$

بنویسیم به یک تفسیر متفاوت از فرایند خواهیم رسید: تا آنجا که مربوط به برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی با اتم مورد نظر است، نتیجه درست معادل آن است که اتم حرکت نکند، لیکن در عوض دارای بسامد تشدید ν'_0 است که از

$$\nu'_0 = \frac{\nu_0}{[1 - (v_z/c)]} \quad (۱۵.۵.۲)$$

به دست می‌آید، که ν_0 بسامد گذار واقعی است. در واقع به دنبال این تفسیر، جذب زمانی اتفاق می‌افتد که بسامد ν موج الکترومغناطیسی برابر با ν'_0 باشد، یعنی وقتی $\nu = \nu'_0$ که با آنچه که از معادلات (۱۴.۵.۲) و (۱۵.۵.۲) به دست می‌آید در توافق است. وقتی به این صورت به مسئله بنگریم، متوجه می‌شویم که در واقع سازوکار پهن‌شدگی به رده ناهمگن تعلق دارد که در ابتدای این بخش آن را تعریف کردیم.

برای محاسبه شکل خط $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ این پهن‌شدگی، یادآور می‌شویم که اگر $p_v dv_z$ برابر باشد با احتمال آنکه اتمی با جرم M درگازی به دمای T دارای مؤلفه سرعت بین v_z و $v_z + dv_z$ باشد، p_v با توزیع ماکسولی به دست می‌آید

$$p_v = \left(\frac{M}{\sqrt{2\pi kT}} \right)^{1/2} \exp[-(Mv_z^2/2kT)] \quad (۱۶.۵.۲)$$

از معادله (۱۵.۵.۲)، از آنجایی که $|v_z| \ll c$ است، داریم $\nu'_0 \cong \nu_0 [1 + (v_z/c)]$ و لذا $g^*(\nu'_0 - \nu_0) dv'_0 = p_v dv_z$ آنکه از معادله (۱۶.۵.۲) با در نظر گرفتن آنکه $v_z = c(\nu'_0 - \nu_0)/\nu_0$ است، می‌توانیم توزیع مورد نظر را به دست آوریم

$$g^*(\nu'_0 - \nu_0) = \frac{1}{\nu_0} \left(\frac{Mc^2}{\sqrt{2\pi kT}} \right)^{1/2} \exp - \left[\frac{Mc^2 (\nu'_0 - \nu_0)^2}{\sqrt{2kT} \nu_0^2} \right] \quad (۱۷.۵.۲)$$

که مجدداً تابع گاوسی را به دست می‌آوریم و پهنای خط FWHM (پهنای دوپلری) آن با مقایسه روابط (۱۷.۵.۲) و (۲۴.۴.۲) به دست می‌آید

$$\Delta\nu^* = \sqrt{2} \nu_0 \left(\frac{\sqrt{2kT \ln 2}}{Mc^2} \right)^{1/2} \quad (۱۸.۵.۲)$$

برای مورد کاملاً ناهمگن، شکل خط از معادله (۲۷.۴.۲) به دست می‌آید، که $\Delta\nu^*$ با معادله (۱۸.۵.۲) بیان می‌شود.

مثال ۶.۲ پهنای دوپلری یک لیزر هلیم-نتون. خط Ne در طول موج $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ (خط قرمز در یک لیزر He-Ne) را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم $T = 300 \text{ K}$ است. از معادله (۱۸.۵.۲) با استفاده از جرم مناسب برای Ne، به دست می‌آوریم $1.7 \text{ GHz} \cong \Delta\nu^*$. این مقدار را با مقادیری که برای پهن‌شدگی برخوردی (مثال ۲.۲) و پهن‌شدگی طبیعی (مثال ۴.۲) به دست آوردیم مقایسه کنید (گذار از نظر دو قطبی الکتریکی مجاز است)، نشان دهید که در این مورد سازوکار پهن‌شدگی خط، فرایند غالب است. ■

۳.۵.۲ ملاحظات آخر

طبق بحث گذشته، شکل خط همگن همواره لورنتسی است، در حالی که شکل خط ناهمگن همیشه گاوسی است. فقط وقتی دو سازوکار در پهن‌شدگی خط مشارکت دارند، شکل خط همواره از همگردهای توابع شکل خط متناظر به دست می‌آید [این موضوع در معادله (۲۶.۴.۲)، برای موردی که یک خط به صورت همگن و خط دیگر به صورت ناهمگن پهن شده است، نشان داده شده است]. می‌توان نشان داد که همگردهای یک خط لورنتسی با پهنای $\Delta\nu_1$ با خط دیگر لورنتسی با پهنای $\Delta\nu_2$ ، دوباره یک خط لورنتسی را به دست می‌دهد که پهنای آن از $\Delta\nu = \Delta\nu_1 + \Delta\nu_2$ به دست می‌آید. همگردهای خط گاوسی با پهنای $\Delta\nu_1$ با خط دیگر گاوسی با پهنای $\Delta\nu_2$ ، مجدداً یک خط گاوسی خواهد بود که پهنای آن این بار $(\Delta\nu_1^2 + \Delta\nu_2^2)^{1/2}$ است. بنابراین برای هر ترکیب سازوکارهای پهن‌شدگی، همواره این امکان وجود دارد که مسئله را به همگردهای یک خط منفرد لورنتسی با یک خط منفرد گاوسی کاهش دهیم، این انتگرال را انتگرال فوگت می‌نامند که جدول‌بندی شده است [۱۱]. لیکن، در بعضی مواقع، مثل موارد قبل برای Ne، یک سازوکار غالب خواهد بود. در این مورد، باید از پهن‌شدگی کاملاً لورنتسی یا کاملاً گاوسی صحبت به میان آورد.

با نشان دادن گستره واقعی پهنای خط برای سازوکارهای پهن‌شدگی خط مورد بررسی در جدول ۱۰.۲ این بخش را خاتمه می‌دهیم. توجه کنید که در ناحیه میانی نور مرئی، برای گذار مجاز دو قطبی الکتریکی داریم $\tau_{sp} \cong 10 \text{ ns}$ و لذا $\Delta\nu_{nat} \cong 1 \text{ MHz}$. از سوی دیگر، برای گذار ممنوع دو قطبی الکتریکی، داریم $\tau_{sp} \cong 1 \text{ ms}$ و لذا $\Delta\nu_{nat} \cong 1 \text{ kHz}$. همچنین توجه کنید که، در مورد مایع، پهن‌شدگی برخوردی و پهن‌شدگی ناهمگن موضعی-میدان سازوکارهای پهن‌شدگی غالب هستند. در این مورد زمان متوسط بین دو برخورد متوالی در واقع بسیار کوچکتر از زمان متوسط

جدول ۱.۲ مقدار نوعی پهن‌شدگی بسامد برای سازوکارهای مختلف پهن‌شدگی خط

نوع	گاز	مایع	جامد
همگن	ذاتی	ناچیز	—
ناچیز	۱ kHz-۱° MHz	—	—
برخوردها	۵-۱° MHz/Torr	$\sim 300 \text{ cm}^{-1}$	$\sim 10 \text{ cm}^{-1}$
فونونها	—	—	—
ناهمگن	دوپلری	ناچیز	—
موضعی میدان	—	$\sim 500 \text{ cm}^{-1}$	$1-500 \text{ cm}^{-1}$

برخورد دوفاز گازی است ($\tau_c \cong 0.1 \text{ ps}$)؛ از این رو داریم $\Delta\nu_c = 1/\pi\tau_c \cong 10^9 \text{ cm}^{-1}$. پهن‌شدگی ناهمگن که ناشی از تغییرات چگالی موضعی مربوط به دمای مفروض است می‌تواند پهنای خطی به وجود آورد که مقدار آن، $\Delta\nu^*$ ، قابل مقایسه با پهن‌شدگی برخوردی باشد. در یک جامد پهن‌شدگی ناهمگن ناشی از تغییرات موضعی میدان ممکن است به بزرگی 300 cm^{-1} برای شیشه و به کوچکی 5 cm^{-1} ، یا حتی کمتره برای بلوری با کیفیت بسیار خوب، نظیر بلور Nd:YAG که می‌توان امروزه آن را تهیه کرد، باشد.

۶.۲ فروافت غیرتابشی و انتقال انرژی

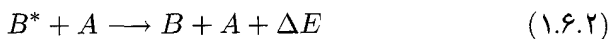
علاوه بر فروافت از طریق گسیل تابشی، نمونه‌ای برانگیخته شده نیز می‌تواند به صورت غیرتابشی فروافتند. این امر به طرق مختلف رخ می‌دهد و توصیف جزئیات آن اغلب پیچیده است. بنابراین خود را به بحث کیفی مسئله که تمرکز اصلی در روشن‌سازی پدیده‌های فیزیکی درگیر است محدود می‌سازیم. بنابراین اثر ترکیبی فرایندهای تابشی و غیرتابشی را بررسی خواهیم کرد.

۱.۶.۲ سازوکارهای فروافت غیرتابشی

ابتدا سازوکار فروافت غیرتابشی را که ناشی از برخوردهاست و بعضی مواقع به آن فروافت (غیرفعال‌سازی) برخوردی می‌گویند، مورد بررسی قرار می‌دهیم [۱۲]. در این مورد، برای گاز یا مایع، گذار انرژی به صورت برانگیزش و یا انرژی جنبشی نمونه‌های برخوردی رها می‌شود، یا به دیواره‌های ظرف منتقل می‌شود. در مورد جامد، نظیر یک بلور یونی یا شیشه، انرژی یون برانگیخته توسط فونونهای شبکه یا مدهای ارتعاشی شیشه دریافت می‌شود.

فرایند فروافت برخوردی در موردی که انرژی یک نمونه برانگیخته B^* به صورت انرژی جنبشی

نمونهٔ برخوردی A رها می‌شود را می‌توان به صورت زیر بیان کرد



که ΔE برابر با انرژی برانگیزش است. چون ΔE به صورت انرژی جنبشی نمونه‌هایی درمی‌آیند که تحت برخورد قرار دارند، به این فرایندها برخورد اَبَر کشسانی یا برخورد از نوع دوم نیز می‌گویند. برای فرایندی که به صورت رابطهٔ (۱.۶.۲) نشان داده شده است، آهنگ تغییر جهت B^* ، یعنی N_{B^*} را می‌توان به صورت

$$\frac{dN_{B^*}}{dt} = -k_{B^*A} N_{B^*} N_A \quad (۲.۶.۲)$$

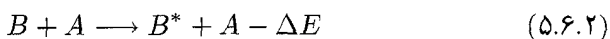
نوشت، که N_A جمعیت نمونه‌های A است و k_{B^*A} ضریبی است که به گذار نمونهٔ B و نمونهٔ A بستگی دارد. این فرایند به ویژه موثر است، یعنی وقتی A جرم کوچکی داشته باشد، این فرایند مخصوصاً موثر واقع می‌شود یعنی k_{B^*A} کاملاً بزرگ است (مثلاً He در گاز لیزر CO_2)، به طوری که انرژی اضافی ΔE را می‌تواند از فرایند برخورد به مقدار بیشتری به صورت انرژی جنبشی دریافت کند. به همین دلیل، در تخلیهٔ یک گاز وقتی A ، الکترون تخلیه است (مثلاً فروافت حالت 2^3S هلیوم در لیزر هلیوم-نئون)، فرایند آمادهٔ رخ دادن است. طبق معادلهٔ (۲.۶.۲)، اکنون می‌توانیم آهنگ فروافت غیرتابشی را تعریف کنیم

$$W_{nr} = k_{B^*A} N_A \quad (۳.۶.۲)$$

سپس از معادلات (۲.۶.۲) و (۳.۶.۲) درمی‌یابیم که

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right) = -\frac{N_2}{\tau_{nr}} \quad (۴.۶.۲)$$

که برای تأیید نمادهای قبلی، N_2 را جمعیت نمونه‌هایی فرض کردیم که متحمل فروافت برخوردی می‌شوند و زمان فروافت غیرتابشی را به صورت $\tau_{nr} = (1/W_{nr})$ تعریف کردیم. توجه کنید که در نوشتن معادلهٔ (۲.۶.۲)، از فرایند معکوس معادلهٔ (۱.۶.۲)، یعنی



صرفنظر کرده‌ایم، که نمونهٔ B به هزینهٔ انرژی جنبشی ΔE دو نمونهٔ برخوردی [فعال‌سازی (برانگیختگی) گرمایی یا برخورد از نوع اول] برانگیخته می‌شود. اگر این فرایند به حساب آورده شود،

می‌توانیم به جای معادله (۲.۶.۲) معادله زیر را بنویسیم

$$\left(\frac{dN_{B^*}}{dt}\right) = -k_{B^*A}N_{B^*}N_A + k_{BA}N_BN_A \quad (۶.۶.۲)$$

که k_{BA} ضریبی است که فرایند فعال‌سازی گرمایی را توصیف می‌کند. برای آنکه رابطه بین k_{BA} و k_{B^*A} را پیدا کنیم، فرض می‌کنیم نمونه B با نمونه A در ترازمندی گرمایی‌اند، سپس اصل تعادل جزء به جزء را به کار می‌بریم. این اصل را با الزام بر آنکه در ترازمندی گرمایی، آهنگ هر فرایند باید کاملاً با آهنگ فرایند معکوس متناظر در تعادل باشد، می‌توان به طور کلی فرمولبندی کرد.^۱ در این مورد طبق معادله (۶.۶.۲) الزام می‌داریم که

$$k_{B^*A}N_{B^*}N_A = k_{BA}N_BN_A \quad (۷.۶.۲)$$

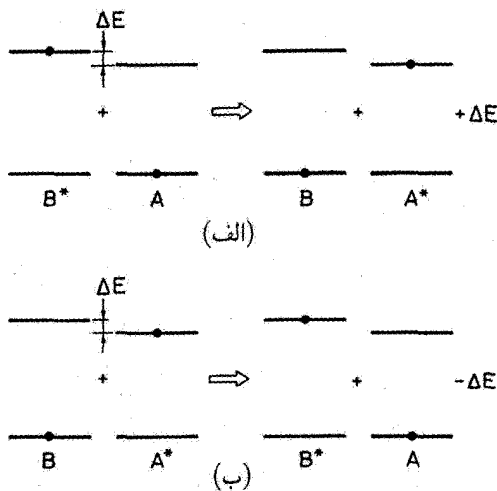
برقرار باشد. در ترازمندی گرمایی و برای ترازهای ناواگن، داریم $N_{B^*} = N_B \exp(-\Delta E/kT)$ که ΔE انرژی برانگیختگی نمونه B و T دمای انتقالی مجموعه نمونه‌های A و B است. سپس از معادله (۷.۶.۲)، به دست می‌آید که

$$k_{B^*A} = k_{BA} \exp(\Delta E/kT) \quad (۸.۶.۲)$$

که نشان می‌دهد ضریب k برای واکنش گرمازا [معادله (۱.۶.۲)] همواره بزرگتر از ضریب k برای واکنش گرماگیر [معادله (۵.۶.۲)] است. در واقع، برای گذار الکترونی و اکثر گذارهای ارتعاشی، ΔE بسیار بزرگتر از kT است. بنابراین طبق معادله (۸.۶.۲)، داریم $k_{B^*A} \gg k_{BA}$. مهم است که بدانیم با وجودی که معادله (۸.۶.۲) برای شرایط ترازمندی گرمایی به دست آمده است، اگر جمعیت نمونه B در یک حالت ناترازمندی برانگیختگی قرار گیرد، مثلاً توسط دمش، مشروط بر آنکه درجات آزادی انتقالی هر دو نمونه‌های A و B هنوز در ترازمندی گرمایی باشند، این رابطه هنوز هم برقرار خواهد بود. در واقع محاسبه کوانتومی ضریب آهنگ k به جمعیت B بستگی ندارد و فقط به ویژه تابعها و نمونه درگیر واکنش و به سرعت‌های نسبی آنها بستگی دارد.

برای برانگیختگی پایای نمونه B ، دور از ترازمندی گرمایی، یعنی وقتی N_{B^*} در همان مرتبه N_B باشد، داریم $k_{B^*A}N_{B^*} \gg k_{BA}N_B$ و معادله (۶.۶.۲) به معادله (۲.۶.۲) تبدیل می‌شود. برای نتیجه‌گیری، غیرفعال‌سازی برخوردی وقتی شکل ساده معادله (۴.۶.۲) را می‌پذیرد که $\Delta E > kT$ باشد، به طوری که بتوان از برانگیختگی گرمایی صرف‌نظر کرد و این مورد برای گذارهای الکترونی و

۱. توجه: معادله‌ای که تعادل بین فرایندهای بین یک اتم دوترازی و تابش جسم سیاه را بیان می‌کند و در بخش ۴.۴.۲ مطرح شد، مثال دیگری از اصل تعادل جزء به جزء است.



شکل ۱۱.۲ (الف) فروافت غیرتابشی نمونه B با انتقال انرژی نزدیک-تشدید به نمونه A . (ب) فرایند برگشت-انتقال.

بیشترگذارهای ارتعاشی است. برای وبرانگیختگی پایینترین ترازهای انرژی ارتعاشی بعضی مولکولها [مثلاً حالت $(0, 10^\circ)$ مولکول CO_2] و برای گذارهای چرخشی، برانگیختگی گرمایی را باید به حساب آورد.

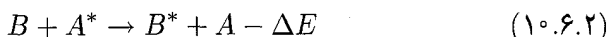
وقتی انرژی الکترونی نمونه B به صورت انرژی داخلی نمونه دیگر A رها می‌شود، این وضعیت را با معادله‌ای به صورت



نشان می‌دهیم (برخورد از نوع دوم^۱)، که $\Delta E = E_B - E_A$ اختلاف بین انرژیهای داخلی دو نمونه است [شکل ۱۱.۲ (الف) را ببینید]. محاسبه کوانتومی آهنگ گذار متناظر، خارج از سطح این کتاب است و لذا برای جزئیات بیشتر خواننده را به جای دیگری ارجاع می‌دهیم [۱۳]. در اینجا کافی است اشاره کنیم که چون ΔE باید به انرژی جنبشی دو نمونه تحت برخورد اضافه و یا کم

۱. برخورد از نوع اول متضمن تبدیل انرژی جنبشی یک نمونه به انرژی داخلی نمونه‌ای دیگر است [معادله (۵.۶.۲) را ببینید]. در برخوردهای از نوع دوم، اول انرژی داخلی به صورت دیگری از انرژی (به غیر از تابش) تبدیل می‌شود، نظیر انرژی جنبشی [معادله (۱.۶.۲) را ببینید]، یا به انرژی داخلی نمونه دیگر (همان نمونه یا نمونه‌های دیگر) منتقل می‌شود، [معادله (۹.۶.۲) را ببینید]. بنابراین، برخوردهای از نوع دوم نیز مثلاً تبدیل انرژی برانگیختگی به انرژی شیمیایی را شامل می‌شود.

شود، لذا فرایند مخصوصاً وقتی ΔE بسیار کوچکتر از kT است کاملاً مؤثر است. بنابراین فرایند را انتقال انرژی نزدیک-تشدید نیز می‌گویند و به‌عنوان سازوکار دمش در لیزرهای گازی (مثلاً انتقال انرژی بین He برانگیخته و Ne در حالت پایه در یک لیزر He-Ne و یا بین N_۲ برانگیخته و حالت پایه CO_۲ در یک لیزر CO_۲) دارای نقش با اهمیتی است. همچنین فرایند منجر به یک کانال غیرفعال‌سازی مؤثر برای نمونه B خواهد شد. برای بررسی دینامیکی این فرایند غیرفعال‌سازی (وابرانگیختگی)، باید فرایند معکوس (برگشت-انتقال) را نیز به حساب بیاوریم [شکل ۱۱.۲ (ب) را ببینید]



مجدداً با به‌کارگیری اصل تعادل جزء‌به‌جزء می‌توانیم نشان دهیم که برای مورد کاملاً تشدید (یعنی، $\Delta E = 0$)، خواهیم داشت $k_{B^*A} = k_{BA^*}$ ، که k_{B^*A} و k_{BA^*} به ترتیب ثابت‌های آهنگ دو فرایندی است که با معادلات (۹.۶.۲) و (۱۰.۶.۲) توصیف شدند. این امر نشان می‌دهد که واکنش برگشت-انتقالی غالباً دارای نقش بسیار مهمی است؛ ولی وقتی فروافت نمونه A از حالت برانگیخته‌اش بسیار سریع باشد که این حالت می‌تواند برای شروع گسیل القایی رخ دهد، از این فرایند می‌توان صرف‌نظر کرد. در این مورد خواهیم داشت $(N_{A^*}/N_A) \ll (N_{B^*}/N_B)$ و با صرف‌نظر کردن فرایند برگشت-انتقالی، آهنگ فروافت نمونه برانگیخته B^* را می‌توان به صورت ساده زیر نوشت

$$\left(\frac{dN_{B^*}}{dt} \right) = -k_{B^*A} N_{B^*} N_A \quad (۱۱.۶.۲)$$

اکنون به معادله‌ای رسیدیم که شکل کلی معادله (۴.۶.۲) است و این بار $k_{B^*A} N_A = (1/\tau_{nr})$. در نهایت موردی را بررسی می‌کنیم که وابرانگیختگی نمونه B (مثلاً، یون فعال در یک بلور یونی) در اثر برهم‌کنش با فونونهای شبکه یا مدهای ارتعاشی شیشه رخ می‌دهد.^۱ در بسیاری از موارد، به جزء برخی از فرایندهای فروافت غیرتابشی که در لیزرهای حالت جامد قابل تنظیم رخ می‌دهد (فصل ۹ را ببینید)، با گذارهای الکترونی سروکار داریم و لذا سروکارمان با انرژیهای گذار نمونه B خواهد بود که چندین بار (نوعاً حداقل ۳ تا ۴ بار) بزرگتر از انرژی بیشتر فونونهای پرنرژی است. این بدان معناست که برای پایداری انرژی، انرژی گذار باید به صورت فونونهای بسیاری رها شود (غیرفعال‌سازی چند فونونی). به این ترتیب در این مورد فرایند غیرفعال‌سازی را می‌توان

۱. عدم وجود ناوردایی انتقالی در شیشه به آن مفهوم است که نمی‌توان مانند یک بلور به توضیح مسئله با استفاده از فونون پرداخت. لیکن برای اختصار به حضور فونونها اشاره خواهیم کرد، حتی در این مورد.

به صورت زیر نمایش داد

$$B^* \longrightarrow B + \sum_i^n i(h\nu_i) \quad (۱۲.۶.۲)$$

که ν_i بسامدهای فونونهای درگیر است و جمع روی تمامی فونونهایی است که در این فرایند تشدید می‌شود و غیرتشدید می‌مانند. مجدداً می‌توانیم آهنگ گذار W_{nr} را طبق رابطه

$$\frac{dN_{B^*}}{dt} = -W_{nr}N_{B^*} \quad (۱۳.۶.۲)$$

بنویسیم. در این مورد، چون فونونهای زیادی درگیر خواهند بود، محاسبه کوانتومی فرایند متضمن استفاده از نظریه پیرشیدگی مراتب بالاتر است، و به این سبب وارد جزئیات آن در اینجا نمی‌شویم. به جای آن فقط به این امر اشاره خواهیم کرد که اگر فقط یک فونون با بسامد ν درگیر باشد، W_{nr} را می‌توان به صورت $W_{nr} = A \exp(-B\Delta E/h\nu)$ نوشت، که A و B ثابت‌هایی هستند که به محیط میزبان بستگی دارند و ΔE انرژی گذار نمونه B است. بنابراین می‌بینیم که آهنگ گذار با افزایش شمار $n = \Delta E/h\nu$ به سرعت کاهش می‌یابد. n شمار فونونهای درگیر است، یعنی کاهش، در اثر افزایش رتبه فرایند چندفونونی است. بنابراین، سهم غالب در فرایند غیرتابشی از فونون شبکه با بالاترین انرژی حاصل می‌شود، چون این بدان معناست که فرایند با پایینترین رتبه نیز درگیر است. تغییرات بزرگ در طیفهای ارتعاشی مواد مختلف نشان می‌دهند که W_{nr} به شدت به محیط میزبان بستگی دارد. و برعکس، نشان داده شده است که این آهنگ نسبتاً مستقل از حالت الکترونی واقعی یا حتی یون فعال خاص درگیر است.

برای خاتمه بحث و ابرانگیختگی برخوردی توجه کنید در حالی که فرایند می‌تواند شکل‌های متفاوتی را بگیرد، رفتار فروافت حالت برانگیخته می‌تواند دستخوش محدودیتهای بحث شده قرار گیرد و همیشه با رابطه کلی معادله (۴.۶.۲) توصیف شود، که مقدار τ_{nr} به فرایند خاص تحت بررسی بستگی دارد. ولی صریحاً در اینجا گفته می‌شود که یک اختلاف اساسی بین زمان فروافت غیرتابشی τ_{nr} که در اینجا بحث شد و زمان برخوردی τ_c که در بخش ۱.۵.۲ مورد بررسی قرار گرفت وجود دارد، با وجودی که هر دوی آنها از برخوردها ناشی می‌شوند. در واقع فرایند فروافت غیرتابشی مستلزم برخورد ناکشسان است، چون نمونه‌های در حال فروافت انرژی خود را به محیط اطراف می‌دهند. و برعکس τ_c زمان متوسط بین دو برخورد وافازی متوالی است و لذا فقط از برخوردهای کشسان ناشی می‌شود. توجه کنید که در حالت کلی، برخوردهای کشسان بیشتر از برخوردهای ناکشسان اتفاق می‌افتند، لذا τ_c کوچکتر و اغلب بسیار کوچکتر از τ_{nr} است.

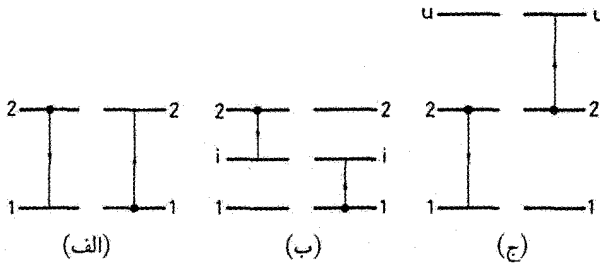
نوعی فروافت غیرتابشی که به برخورد وابسته نیست ناشی از برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی بین یک نمونه برانگیخته که ما آن را دهنده D می‌نامیم با مثلاً یک نمونه در حالت پایه که آن را پذیرنده A می‌گوییم است. برهم‌کنش در نتیجه انتقال انرژی بین دهنده و پذیرنده است. این فرایند را فارستر^۱ [۱۴] برای مایعات و دکستر^۲ [۱۵] برای جامدات به‌طور گسترده‌ای مطالعه کردند. این فرایند نقش مهمی مثلاً برای یونهای فعال در بلورها یا شیشه‌ها و برای مخلوطهای رنگهای آلی در حلالها ایفا می‌کنند. دهنده‌ای را در نظر می‌گیریم که گذاری به سمت پایین در فاصله R از پذیرنده دارد. در مدت این گذار، دهنده تکانه دوقطبی μ_D را که در بسامد گذارش نوسان می‌کند به‌وجود می‌آورد. از نظریه تابش دوقطبی الکتریکی [۱۶]، می‌دانیم که این تکانه در فاصله R میدان الکتریکی غیرتابشی به‌وجود می‌آورد (که به آن میدان منطقه نزدیک می‌گویند) که اندازه $\mathbf{E}_D(t)$ آن همان میدان دوقطبی الکتروستاتیکی و برابر با $R^3 \mu_D / 4\pi\epsilon_0$ است. تحت این شرایط، فروافت غیرتابشی با انتقال انرژی ناشی از برهم‌کنش میدان منطقه نزدیک $\mathbf{E}_D(t, R)$ در مکان پذیرنده با تکانه دوقطبی نوسانی پذیرنده μ_A ، می‌تواند به وقوع بپیوندد. به این ترتیب انرژی برهم‌کنش را می‌توان به‌صورت

$$H \propto |\mathbf{E}_D \cdot \mu_A| \propto \frac{|\mu_D \cdot \mu_A|}{R^3} \quad (۱۴.۶.۲)$$

نوشت. البته برهم‌کنش قدرت قابل ملاحظه‌ای دارد اگر بسامد نوسان، μ_D ، تقریباً در حالت نزدیک تشدید با بسامد μ_A باشد. این بدان مفهوم است که همپوشی خوبی بین طیف گسیلی دهنده و طیف جذبی پذیرنده از حالت ابتدایی‌اش (که الزاماً حالت پایه نیست) وجود دارد. محاسبات مفصل نشان می‌دهند که برای یک دهنده منفرد و یک پذیرنده که به فاصله R از یکدیگر قرار دارند، آهنگ انتقال انرژی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت [۱۴]

$$W_{DA} = \left(\frac{3}{64\pi^5} \right) \left(\frac{1}{R^6} \right) \left[\frac{1}{\tau_{sp}} \int_0^\infty \left(\frac{c}{n\nu} \right)^4 g_D(\nu) \sigma_A(\nu) d\nu \right] \quad (۱۵.۶.۲)$$

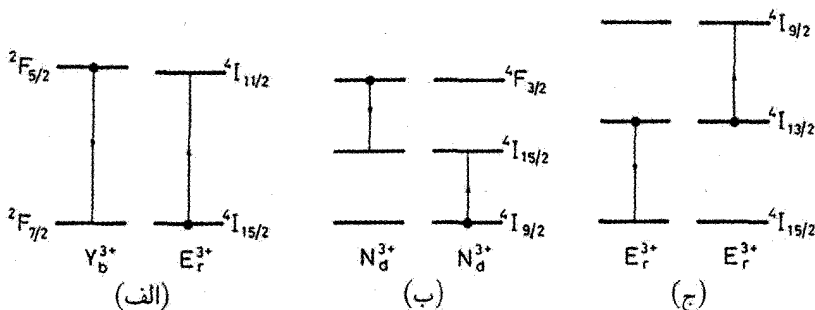
که τ_{sp} طول عمر خودبه‌خود دهنده، n ضریب شکست محیط اطراف، g_D تابع شکل خط دهنده، و σ_A سطح مقطع جذب پذیرنده است. توجه کنید که چون مثل معمول، بستگی W_{DA} در برهم‌کنش انرژی H ، $W_{DA} \propto H^2$ است با توجه به معادله (۱۴.۶.۲) انتظار داریم که $W_{DA} \propto |\mu_D|^2 |\mu_A|^2 / R^6$ باشد. از این رابطه اکنون، می‌توان دلیل بستگی W_{DA} به R^{-6} و همچنین به $(1/\tau_{sp})$ [یادآور می‌شویم که $1/\tau_{sp} \propto |\mu_D|^2$ ، معادله (۱۵.۳.۲) را ببینید] و نیز به سطح مقطع σ_A پذیرنده [به‌خاطر بیاورید که $\sigma_A \propto |\mu_A|^2$ ، معادله (۲۹.۴.۲) را ببینید] را درک کرد.



شکل ۱۲.۲ شکلهای مختلف انتقال انرژی برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی در یک نمونه: (الف) مهاجرت برانگیختگی، (ب) واهلش عبوری، (ج) تعاون در تبدیل به بالا.

در نهایت متذکر می‌شویم که از وضعیت کلاسیک دهنده-پذیرنده که هم‌اکنون بررسی کردیم، برهم‌کنشهای دوقطبی-دوقطبی می‌توانند شکلهای قدری متفاوت داشته باشند. به‌عنوان مثال، آنها می‌توانند بین اعضای نمونه‌ای منفرد رخ بدهند (که به آن نمونه D می‌گویند) و لذا به‌عنوان مثال به انتقال انرژی بین اتم برانگیخته و اتم برانگیخته‌نشده منجر می‌شود [شکل ۱۲.۲ (الف)]. این انتقال انرژی تشدید می‌شود معمولاً باعث مهاجرت برانگیختگی فضایی در درون همان نمونه D می‌شود. همچنین با وجود این می‌تواند منجر به فروافت غیرتابشی شود (اگر برانگیختگی در نهایت به جایگاه D که نزدیک به جایگاه نزدیک تشدید پذیرنده است و دارای فروافت سریع است، برسد). همچنین انتقال انرژی می‌تواند به یک تراز مبانی i ، مطابق شکل ۱۲.۲ (ب)، (واهلش عبوری) رخ دهد. این فرایند مخصوصاً برای انتقال نزدیک تشدید مؤثر است، یعنی وقتی $\Delta E_{i1} \cong \Delta E_{i2}$ است. در نهایت، انتقال انرژی ممکن است به وسیله یک تراز بالاتر رخ دهد، که دهنده و پذیرنده هر دو در ابتدا برانگیخته شده و سپس پذیرنده به تراز بالاتر U [شکل ۱۲.۲ (ج)] برانگیخته می‌شود. این فرایند را تعاون در تبدیل به بالا می‌گویند. مخصوصاً برای انتقال انرژی نزدیک تشدید، یعنی وقتی $\Delta E_{u1} \cong \Delta E_{u2}$ فرایندی مؤثر است.

مثال ۷.۲ انتقال انرژی در سیستم لیزر شیشه‌ای $Er^{3+} : Yb^{3+}$ [۱۷]. نوع انتقال انرژی دهنده-پذیرنده در سیستم لیزر شیشه‌ای $Er^{3+} : Yb^{3+}$ (فصل ۹ را ببینید) در انتقال برانگیختگی از یون Yb^{3+} که ابتدا به حالت ${}^2F_{5/2}$ خود برانگیخته شده است به تراز برانگیخته ${}^1I_{11/2}$ از Er^{3+} بسیار مؤثر است [شکل ۱۳.۲ (الف)]. این انتقال انرژی سازوکار فروافت غیرتابشی مؤثری برای یون Yb^{3+} است و راه بسیار مؤثری را برای دمش یون فعال Er^{3+} تشکیل می‌دهد. توجه کنید که، این انتقال انرژی در غلظت بالای یون Yb^{3+} به مهاجرت انرژی در میان یونهای Yb^{3+} کمک می‌کند تا برانگیختگی به جفت $Yb-Er$ نزدیک به هم برسد.



شکل ۱۳.۲ مثالهای انتقال انرژی توسط برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی: (الف) انتقال انرژی $Yb^{3+} - Er^{3+}$ در لیزر یا تقویت‌کننده $Yb:Er$ ، (ب) فروافت غیرتابشی $Nd:YAG$ توسط واهلش عبوری، (ج) تعاون در تبدیل به بالا در لیزر یا تقویت‌کننده Er^{3+} .

مثال ۸.۲ فروافت غیرتابشی از تراز بالای ${}^4F_{3/2}$ لیزر $Nd:YAG$. واهلش عبوری سازوکار اصلی فروافت غیرتابشی از تراز بالای ${}^4F_{3/2}$ لیزر $Nd:YAG$ است. در این مورد تراز میانی i شکل ۱۲.۲ (ب)، تراز ${}^4I_{5/2}$ یون Nd است [شکل ۱۳.۲ (ب)]. سپس انرژی برانگیختگی این تراز توسط واهلش چندفونونی به سرعت اتلاف می‌شود و یون متوالیاً از مسیر ترازهای پایتتر ${}^4I_{13/2}$ و ${}^4I_{11/2}$ (که در شکل آنها نشان نداده‌ایم) به تراز پایه ${}^4I_{9/2}$ عبور می‌کند. اختلاف انرژی بین این زیرترازها (مثلاً ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$) در واقع حدود 2000 cm^{-1} است (زیرترازهای اشتراک حتی نزدیکتر هستند) یعنی، تنها چهار برابر بزرگتر از بالاترین بسامد ارتعاشی بلور YAG (یعنی 450 cm^{-1}). این سازوکار غلظت بهینه یونهای Nd در بلور YAG را به حدود تقریباً ۱٪ محدود خواهد ساخت.

مثال ۹.۲ تعاون در تبدیل به بالا در لیزرهای Er^{3+} و تقویت‌کننده‌ها [۱۷]. اعتقاد بر آن است که تعاون در تبدیل به بالا یکی از دلایل ناکارآمدی در لیزرهای Er^{3+} یا تقویت‌کننده‌هاست [شکل ۱۳.۲ (ج)]. در این مورد، دو یون همسایه Er به تراز لیزری ${}^4I_{13/2}$ برانگیخته می‌شوند، یکی به حالت پایه ${}^4I_{5/2}$ فرو می‌افتد، در حالی که دیگری به تراز ${}^4I_{9/2}$ ارتقا می‌یابد. وقتی یون در یک میزبان شیشه‌ای اکسید قرار می‌گیرد، از طریق فروافت چند فونونی از این تراز به تراز ${}^4I_{13/2}$ سریعاً برمی‌گردد. نتیجه غایبی این تعاون تبدیل به بالا آن است که یون Er که ابتدا به تراز لیزری ${}^4I_{13/2}$ برانگیخته شده است، به طور مؤثر به حالت پایه فرو می‌نشیند، یعنی یکی ۵۰٪ جمعیت را اتلاف می‌کند.

۲.۶.۲ اثرات ترکیبی فرایندهای تابشی و غیرتابشی

ابتدا حالتی را در نظر می‌گیریم که فروافت غیرتابشی را با معادله‌ای به شکل کلی بتوان توصیف کرد [معادله (۲.۶.۲)]. تغییر زمانی جمعیت حالت بالایی، N_2 ، را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{dN_2}{dt} = - \left(\frac{N_2}{\tau_r} + \frac{N_2}{\tau_{nr}} \right) \quad (۱۶.۶.۲)$$

معادله (۱۶.۶.۲) را می‌توان به صورت ساده‌تر

$$\frac{dN_2}{dt} = - \left(\frac{N_2}{\tau} \right) \quad (۱۷.۶.۲)$$

نوشت، اگر زمان فروافت کلی τ را به صورت

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_{nr}} \quad (۱۸.۶.۲)$$

تعریف کرده باشیم. با انتگرال‌گیری از معادله (۱۷.۶.۲)، جمعیت $N_2(t)$ را در لحظه t به دست می‌آوریم، خواهیم داشت:

$$N_2(t) = N_2(0) \exp[-(t/\tau)] \quad (۱۹.۶.۲)$$

که $N_2(0)$ جمعیت در لحظه $t = 0$ است. برای محاسبه رفتار زمانی نور گسیل شده به صورت خودبه‌خود، در نظر داریم که طبق معادله (۱۶.۶.۲)، N_2/τ_r تعداد اتمهایی را به دست می‌دهد که در واحد حجم در واحد زمان به صورت تابشی فرو می‌افتند. برای سادگی فرض می‌کنیم که فروافت تابشی فقط به یک تراز پایتتر، مثلاً تراز ۱ می‌رود و ν_0 را بسامد گذار متناظر در نظر می‌گیریم، توان گسیل شده خودبه‌خودی در لحظه t ، خواهد شد

$$P(t) = \frac{N_2(t)h\nu_0 V}{\tau_r} \quad (۲۰.۶.۲)$$

که V حجم ماده است. با کمک معادله (۱۹.۶.۲)، معادله (۲۰.۶.۲) به دست می‌دهد

$$P(t) = \left[\frac{N_2(0)h\nu_0 V}{\tau_r} \right] \exp[-(t/\tau)] \quad (۲۱.۶.۲)$$

توجه کنید که فروافت زمانی نور گسیل‌یافته با ثابت زمانی τ به صورت نمایی است و نه با τ_r ، که شاید در لحظه اول انتظار داریم با پایش فروافت نور گسیل شده از نمونه‌ای که در لحظه $t = 0$ دارای

جمعیت تراز بالایی ($N_2(^0)$) است، طول عمر کلی τ را می‌توانیم اندازه بگیریم. برای آنکه τ_r را به دست بیاوریم، ابتدا تسلیم کوانتومی فلوتورسانی ϕ را به صورت نسبت تعداد فوتونهای گسیل شده به تعداد اتمهایی که ابتدا به تراز ۲ برده شده‌اند، تعریف می‌کنیم. با استفاده از معادله (۲۱.۶.۲)، خواهیم داشت

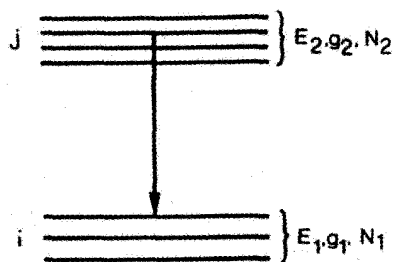
$$\phi = \frac{\int (P(t)/h\nu_0) dt}{N_2(^0)V} = \frac{\tau}{\tau_r} \quad (22.6.2)$$

به آسانی می‌توان نشان داد که هرگاه فروافت به تعدادی از ترازهای پایینتر رخ دهد معادله (۲۲.۶.۲) به اعتبار خود باقی می‌ماند، مشروط بر آنکه در تعریف بازدهی کوانتومی ϕ ، باید گسیل فوتون‌ها را در تمامی این گذارها در نظر گرفت. با دانستن τ از روی اندازه‌گیری فروافت تابش گسیل شده و با اندازه‌گیری ϕ ، محاسبه τ_r ممکن خواهد شد. اندازه‌گیری τ بعضی مواقع چندان ساده نیست، مخصوصاً وقتی τ خیلی کوتاه باشد (حدود پیکوثانیه و شاید هم کمتر)، یعنی وقتی ϕ خیلی کوچک است.

اکنون به طور خلاصه موردی را بررسی می‌کنیم که فروافت غیرتابشی از طریق انتقال انرژی غیرمستقیم دوقطبی-دوقطبی رخ می‌دهد. طبق معادله (۱۵.۶.۲)، آهنگ گذار W_{DA} به شدت به فاصله R دهنده به پذیرنده وابسته است. برای جمعیت N_D دهنده‌ها و N_A پذیرنده‌ها، به علت فواصل مختلف بین دهنده‌ها و پذیرنده‌ها، آهنگ فروافت برای هر جفت دهنده به پذیرنده متفاوت است و لذا فروافت کلی رفتاری غیرنمایی را نشان می‌دهد، با فروافت اولیه سریعتر که مرتبط با جایگاههایی با کوچکترین فاصله R است. مورد خاص مهم وقتی است که مقادیر فاصله دهنده-پذیرنده به صورت کاتوره‌ای باشد و این فاصله یا ثابت است، مانند مورد جامدات و یا به آهستگی در مدت فروافت خودبه‌خود تغییر می‌کند که معمولاً در مایعات رخ می‌دهد (نظام فورستر^۱). در این مورد، وقتی هر دو گذرگاه فروافت تابشی و غیرتابشی به حساب آورده شوند، فرافت کلی به صورت

$$N_2(t) = N_2(^0) \exp \left\{ - \left[(t/\tau_r) + Ct^{1/2} \right] \right\} \quad (23.6.2)$$

درمی‌آید، که C ثابتی است که با غلظت دهنده، N_A ، متناسب است. آن‌گاه رفتار زمانی توان تابش شده با جایگزینی معادله (۲۳.۶.۲) در معادله (۲۰.۶.۲) به دست می‌آید و لذا توان تابش شده از همان رفتار فروافت غیرنمایی $N_2(t)$ تبعیت می‌کند.



شکل ۱۴.۲ سیستم دوترازی که دو تراز شامل زیرترازهای زیادی است که یا واگن‌اند و یا به‌شدت جفت شده‌اند.

۷.۲ ترازهای واگن یا به‌شدت جفت‌شده

تاکنون تنها ساده‌ترین مورد را که هر دو تراز ۱ و ۲ ناواگن‌اند بررسی کردیم. حال موردی را به‌طور خلاصه بررسی می‌کنیم که دو تراز واگن باشند یا متشکل از تعدادی تراز باشند که به‌شدت به یکدیگر جفت شده‌اند. این حالت در شکل ۱۴.۲ ترسیم شده است، فرض می‌کنیم ترازهای ۱ و ۲ شامل g_1 و g_2 زیرتراز باشند که یا واگن‌اند (یعنی دارای یک مقدار انرژی هستند) یا به‌شدت جفت شده‌اند. N_1 و N_2 کل جمعیت ترازهای ۱ و ۲ هستند و N_{1i} و N_{2j} را به‌ترتیب برای نشان‌دادن جمعیت زیرترازی خاص از ترازهای متعدد پایینتر و بالاتر به‌کار می‌بریم.

۱.۷.۲ ترازهای واگن

ابتدا مورد ترازهای واگن را در نظر می‌گیریم و با رسیدگی به ترازمندی گرمایی موضوع را آغاز می‌کنیم. در این مورد، جمعیت هر زیرتراز هر دو حالت بالاتر و پایینتر از معادله معمول بولتزمن تبعیت می‌کند؛ لذا

$$N_{2j}^e = N_{1i}^e \exp [-(E_2 - E_1)/kT] \quad (۱.۷.۲)$$

لیکن، از آنجایی که زیرترازهای مثلاً تراز ۱، نیز در ترازمندی گرمایی هستند، جمعیت آنها باید

تمامی برابر باشند؛ لذا

$$N_{1i}^e = \frac{N_1^e}{g_1} \quad (الف ۲.۷.۲)$$

به همین ترتیب، داریم

$$N_{2j}^e = \frac{N_2^e}{g_2} \quad (ب ۲.۷.۲)$$

سپس از معادلات (۱.۷.۲) و (۲.۷.۲)، به دست می آوریم

$$N_1^e = N_1^e \left(\frac{g_2}{g_1} \right) \exp \left[-\frac{(E_2 - E_1)}{kT} \right] \quad (۳.۷.۲)$$

اکنون ببینیم که چگونه باید روابط سطح مقطع گذار، بهره و ضریب جذب را در مورد ترازهای واگن اصلاح کرد. برای این منظور، موج الکترومغناطیسی را در نظر می گیریم که از ماده ای، با جمعیت مفروض N_1 و N_2 در دو تراز، عبور کند و آهنگ تغییر جمعیت کلی N_2 ناشی از تمامی گذارهای تابشی و غیرتابشی بین زیرترازهای j و i را محاسبه می کنیم. بنابراین می توانیم بنویسیم

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right) = - \sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j [W_{ji}N_{2j} - W_{ij}N_{1i} + (N_{2j}/\tau_{ji})] \quad (۴.۷.۲)$$

که W_{ji} آهنگ گذار القایی بین زیرترازهای j و i است، W_{ij} آهنگ جذب، و $(1/\tau_{ji})$ آهنگ فروافت خودبه خود تابشی و غیرتابشی بین همان زیرترازهاست. دقت کنید که W_{ij} و W_{ji} با قراردادن تکانه دوقطبی بین زیرترازهای j و i ، یعنی $|\mu_{ij}|^2$ و $|\mu_{ji}|^2$ به جای $|\mu|^2$ از معادله (۳.۴.۲) به دست می آیند. این تکانه های دوقطبی به نوبه خود به آسانی از معادله (۷.۳.۲) به دست می آیند. به عنوان مثال $|\mu_{ij}|^2$ را از معادله (۷.۳.۲) با قراردادن u_i ، یعنی ویژه تابع تراز پایینتر i ام، به جای u_1 ؛ و u_j ، یعنی ویژه تابع تراز بالاتر j ام، به جای u_2 ، به دست می آوریم. سپس نتیجه می گیریم که

$$W_{ji} = W_{ij} \quad (۵.۷.۲)$$

اگر بین هر زیرتراز و اهلس سریع به سمت ترازمندی گرمایی رخ دهد، تمامی زیرترازهای تراز بالاتر دوباره به طور مساوی انبوه می شوند و همین امر برای زیرترازهای پایینتر اتفاق می افتد، بنابراین

$$N_{2j} = \frac{N_2}{g_2} \quad (\text{الف } ۶.۷.۲)$$

$$N_{1i} = \frac{N_1}{g_1} \quad (\text{ب } ۶.۷.۲)$$

با قراردادن معادله (۶.۷.۲) در معادله (۴.۷.۲)، به دست می آید

$$\frac{dN_2}{dt} = -W \left(\frac{N_2}{g_2} - \frac{N_1}{g_1} \right) - \frac{N_2}{\tau} \quad (۷.۷.۲)$$

که با کمک معادله (۵.۷.۲)، W و τ را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم

$$W = \sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j W_{ij} = \sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j W_{ji} \quad (۸.۷.۲)$$

و

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j (1/\tau_{ji})}{g_2} \quad (۹.۷.۲)$$

از معادله (۷.۷.۲) می‌بینیم که WN_2/g_2 آهنگ تغییر کل جمعیت حالت بالاتر ناشی از تمامی فرایندهای گسیل القایی، و به همین ترتیب WN_1/g_1 آهنگ تغییر جمعیت ناشی از فرایندهای جذب است. تغییر در شار فوتون، dF ، را وقتی باریکه فاصله dz را در ماده طی می‌کند (شکل ۲.۱) می‌توان به صورت زیر نوشت

$$dF = W \left(\frac{N_2}{g_2} - \frac{N_1}{g_1} \right) dz \quad (۱۰.۷.۲)$$

اکنون، سطح مقطع گسیل القایی σ_{21} و سطح مقطع جذب σ_{12} را به صورت

$$\sigma_{21} = \frac{W}{(g_2 F)} \quad (\text{الف } ۱۱.۷.۲)$$

$$\sigma_{12} = \frac{W}{(g_1 F)} \quad (\text{ب } ۱۱.۷.۲)$$

تعریف می‌کنیم و از آنها به طور وضوح داریم

$$g_2 \sigma_{21} = g_1 \sigma_{12} \quad (۱۲.۷.۲)$$

وقتی $(N_1/g_1) > (N_2/g_2)$ است، معادله (۱۰.۷.۲) با کمک معادله (۱۱.۷.۲) می‌تواند به صورت آشنای $dF = -\alpha F dz$ نوشته شود، مشروط بر آنکه ضریب جذب α را به صورت

$$\alpha = \sigma_{12} [N_1 - N_2 (g_1/g_2)] \quad (۱۳.۷.۲)$$

تعریف کرده باشیم. به همین ترتیب، وقتی $(N_2/g_2) > (N_1/g_1)$ است، معادله (۱۰.۷.۲) با کمک معادله (الف ۱۱.۷.۲) می‌تواند به صورت $dF = gF dz$ نوشته شود، مشروط بر آنکه ضریب بهره را به صورت زیر تعریف کرده باشیم

$$g = \sigma_{21} \left[N_2 - N_1 \left(\frac{g_2}{g_1} \right) \right] \quad (۱۴.۷.۲)$$

اکنون دلایل تعریف σ_{21} و σ_{12} به ترتیب با معادلات (۱۱.۷.۲ الف) و (۱۱.۷.۲ ب) روشن است. در واقع وقتی $N_1 \gg N_2$ است (که معمولاً برای اندازه‌گیریهای جذبی با استفاده از گذارهای نوری به کار می‌رود) معادله (۱۳.۷.۲) به سادگی به $\alpha = \sigma_{12} N_1$ تبدیل می‌شود. برعکس وقتی $N_2 \gg N_1$ است (به مانند یک لیزر چهارترازی)، معادله (۱۴.۷.۲) به $g = \sigma_{21} N_2$ تبدیل می‌شود.

۲.۷.۲ ترازهای با جفت‌شدگی شدید

اکنون موردی را در نظر می‌گیریم که تراز بالایی (تراز ۲) و تراز زیرین (تراز ۱) به ترتیب شامل زیرترازهای g_2 و g_1 با انرژیهای مختلف، ولی با واهلس خیلی سریع میان زیرترازهای متعلق به هر تراز خاص (که به شدت جفت شده‌اند) هستند. هر زیرتراز از هر دو تراز بالایی و زیرین می‌تواند شامل تعداد بسیار زیادی ترازهای واگن باشد. در این مورد گرمایش میان زیرترازهای هر یک از تراز پایینی و یا بالایی بسیار سریع اتفاق می‌افتد، لذا می‌توانیم فرض کنیم که آمار بولتزمن همواره برقرار است. به جای معادله (۶.۷.۲) اکنون می‌توانیم بنویسیم

$$N_{2j} = f_{2j} N_2 \quad (\text{الف } ۱۵.۷.۲)$$

$$N_{1i} = f_{1i} N_1 \quad (\text{ب } ۱۵.۷.۲)$$

که $f_{2j}(f_{1i})$ کسری از کل جمعیت تراز ۲ (تراز ۱) است که در زیرتراز $j(i)$ در حالت ترازمندی گرمایی است. سپس طبق آمار بولتزمن، داریم

$$f_{2j} = \frac{g_{2j} \exp[-(E_{2j}/kT)]}{\sum_j g_{2j} \exp[-(E_{2j}/kT)]} \quad (\text{الف } ۱۶.۷.۲)$$

$$f_{1i} = \frac{g_{1i} \exp[-(E_{1i}/kT)]}{\sum_i g_{1i} \exp[-(E_{1i}/kT)]} \quad (\text{ب } ۱۶.۷.۲)$$

که E_{1i} و E_{2m} به ترتیب انرژیهای زیرتراز بالایی و پایینی هستند، و g_{1i} و g_{2m} واگنهای متناظر آنهاست.

اکنون فرض می‌کنیم که گذار القایی بین یک زیرتراز مفروض (مثلاً، l) از تراز ۱ به زیرتراز مفروض دیگر (مثلاً، m) از تراز ۲، رخ می‌دهد.

به این ترتیب معادله (۴.۷.۲) به معادله زیر ساده می‌شود

$$\left(\frac{dN_{\nu}}{dt}\right) = -W_{ml}N_{\nu m} + W_{lm}N_{\nu l} - \sum_{\nu_1}^{g_1} i \sum_{\nu_2}^{g_2} j \left(\frac{N_{\nu_2 j}}{\tau_{j i}}\right) \quad (۱۷.۷.۲)$$

با کمک معادله (۱۵.۷.۲)، معادله (۱۷.۷.۲) را می‌توان به صورت

$$\left(\frac{dN_{\nu}}{dt}\right) = -W_{ml}^e N_{\nu} + W_{lm}^e N_{\nu} - \left(\frac{N_{\nu}}{\tau}\right) \quad (۱۸.۷.۲)$$

نوشت که آهنگهای مؤثرگسیل القایی W_{ml}^e ، جذب القایی W_{lm}^a و فروافت خودبه‌خود $(1/\tau)$ را به ترتیب به صورت

$$W_{ml}^e = f_{\nu m} W_{ml} \quad (الف) \quad (۱۹.۷.۲)$$

$$W_{lm}^a = f_{\nu l} W_{lm} \quad (ب) \quad (۱۹.۷.۲)$$

$$\left(\frac{1}{\tau}\right) = \sum_{\nu_1}^{g_1} i \sum_{\nu_2}^{g_2} j \left(\frac{f_{\nu_2 j}}{\tau_{j i}}\right) \quad (ج) \quad (۱۹.۷.۲)$$

تعریف کرده‌ایم. حال طبق معادله (۱۸.۷.۲) تغییر در شار فوتون، dF ، وقتی باریکه فاصله dz را در ماده می‌پیماید، از

$$dF = (W_{ml}^e N_{\nu} - W_{lm}^a N_{\nu}) dz \quad (۲۰.۷.۲)$$

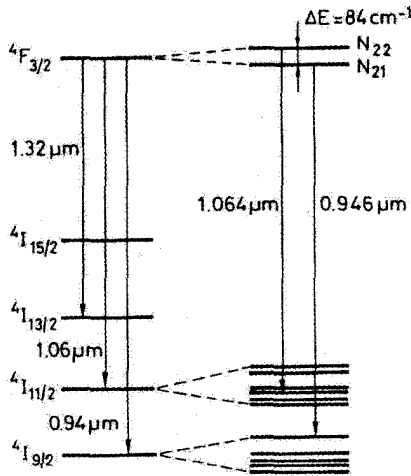
به دست می‌آید. اکنون سطح مقطع مؤثرگسیل القایی، σ_{ml}^e ، و سطح مقطع جذب σ_{lm}^a را به صورت

$$\sigma_{ml}^e = \frac{W_{ml}^e}{F} = f_{\nu m} \sigma_{ml} \quad (الف) \quad (۲۱.۷.۲)$$

$$\sigma_{lm}^a = \frac{W_{lm}^a}{F} = f_{\nu l} \sigma_{lm} \quad (ب) \quad (۲۱.۷.۲)$$

تعریف می‌کنیم، که از معادلات (الف) (۱۹.۷.۲) استفاده شده‌اند و $\sigma_{lm} = W_{lm}/F$ و $\sigma_{ml} = W_{ml}/F$ به ترتیب سطح مقاطع جذب و گسیل القایی برای گذار l به m هستند. توجه کنید که اگر دو زیرتراز l و m ناواگن باشند (یا دارای یک نوع واگنی باشند)، خواهیم داشت $\sigma_{lm} = \sigma_{ml}$. همچنین باز هم دقت کنید که طبق معادلات (۲۰.۷.۲) و (۲۱.۷.۲) ضریب جذب برای انتشار شار فوتون را می‌توان به صورت

$$\alpha_{lm} = \sigma_{lm}^a N_{\nu} - \sigma_{ml}^e N_{\nu} \quad (۲۲.۷.۲)$$



شکل ۱۵.۲ ترازهای انرژی مربوط به گذار لیزر Nd:YAG در $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$.

نوشت. این کار مفید بودن مفهوم سطح مقطع مؤثر را نشان می‌دهد: ضریب جذب، یا ضریب بهره (وقتی $N_2 > N_1$ است) به سادگی با ضرب سطح مقطع مؤثر در جمعیت کل ترازهای پایینی و بالایی به دست می‌آید. مخصوصاً در ترازمندی گرمایی، داریم $N_2 \cong 0$ و $N_1 \cong N_2$ ، که جمعیت کل است، و معادله (۲۲.۷.۲) به دست می‌دهد

$$\alpha_{lm} = \sigma_{lm}^a N_1 \quad (23.7.2)$$

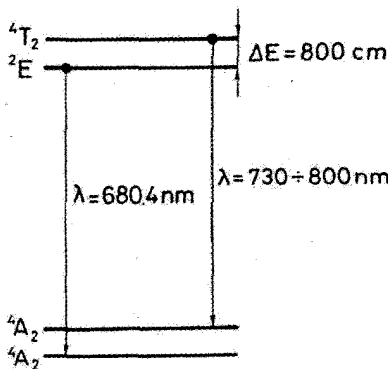
مثال ۱۰.۲ سطح مقطع مؤثر گسیل القایی برای گذار لیزر Nd:YAG $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ نمایش طرح وار ترازهای انرژی لیزر Nd:YAG در شکل ۱۵.۲ نشان داده شده است. عمل لیزر در گذار $4I_{11/2} \rightarrow 4F_{3/2}$ ($\lambda = 1.064 \mu\text{m}$) که مهمترین است، همچنین در گذار $4I_{13/2} \rightarrow 4F_{3/2}$ ($\lambda = 1.32 \mu\text{m}$) و $4I_{9/2} \rightarrow 4F_{3/2}$ ($\lambda = 0.94 \mu\text{m}$) روی می‌دهد. گذار $1.064 \mu\text{m}$ بین یک زیرتراز، $m = 2$ از تراز $4F_{3/2}$ یک زیرتراز دیگر، $l = 3$ از تراز $4I_{11/2}$ (گذار $Y_2 \rightarrow R_2$) رخ می‌دهد. f_{22} را برابر با $f_{22} = N_{22}/N_2 = N_{22}/(N_{21} + N_{22})$ که معرف کسر کل جمعیت در تراز بالایی است قرار می‌دهیم که در آن N_{22} و N_{21} جمعیت‌های دو زیرتراز از تراز $4F_{3/2}$ ، و N_2 تمامی جمعیت این تراز است. آنجایی که دو زیرتراز هر یک واگن دوگانه هستند، لذا طبق معادله (۳.۷.۲)، داریم $N_{22} = N_{21} \exp[-(\Delta E/kT)]$ که اختلاف انرژی بین دو زیرتراز است. از رابطه

قبلی برای N_{2T} ، می‌یابیم که $f_{2T} = 1/[1 + \exp(\Delta E/kT)]$ برای $\Delta E = 84 \text{ cm}^{-1}$ و $kT = 208 \text{ cm}^{-1}$ ($T = 300 \text{ K}$)، خواهیم داشت $f_{2T} = 0.4$ ، از داده‌های طیف‌سنجی که از گذار $Y_3 \rightarrow R_2$ به دست می‌آوریم، قله واقعی سطح مقطع این گذار $\sigma_{23} = 6.5 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ به دست می‌آید [۲۱]. سپس سطح مقطع مؤثر گذار $Y_3 \rightarrow R_2$ ، σ_{23}^e ، با کمک معادله (۲۱.۷.۲) الف) به دست می‌آید، $\sigma_{23}^e = f_{2T} \sigma_{23} \cong 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ ■

مثال ۱۱.۲ سطح مقطع مؤثر گسیل القایی و طول عمر تابشی در الکساندریت. ترازهای انرژی مرتبط با الکساندریت در شکل ۱۶.۲ نشان داده شده است. تراز بالایی لیزر، حالت 4T_2 است؛ گذار لیزری به تراز ویبرونیک (ارتعاشی الکترونی) حالت پایه 4A_2 رخ می‌دهد ($\lambda \cong 730 - 800 \text{ nm}$). چون تراز 4T_2 به شدت به تراز 2E جفت شده است، کسری از کل جمعیت موجود در حالت 4T_2 ، f_{2T} ، از تراز 2E به دست می‌آید، که N_{2E} و N_{2T} جمعیت‌های دوتراز هستند. در ترازمندی گرمایی نیز خواهیم داشت $N_{2T} = N_{2E} \exp[-(\Delta E/kT)]$ ، که ΔE تفاوت انرژی بین دوتراز است. از روابط قبلی به دست می‌آوریم

$$f_{2T} = \exp -(\Delta E/kT) / [1 + \exp -(\Delta E/kT)]$$

با فرض آنکه $\Delta E = 800 \text{ cm}^{-1}$ ، $kT = 208 \text{ cm}^{-1}$ ، و $\sigma_{TA} = 4 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ در $\lambda = 704 \text{ nm}$ باشد [۲۲]، داریم $\sigma_{TA}^e \cong 0.8 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ ، دقت کنید که مقدار کوچک f_{2T} ، یعنی کسر کوچکی از جمعیت تراز بالایی لیزر باعث کاهش شدید سطح مقطع مؤثر گسیل القایی می‌شود. باز هم دقت کنید که این سطح مقطع با افزایش دما، افزایش می‌یابد، چون f_{2T} با دما افزایش



شکل ۱۶.۲ ترازهای انرژی مربوط به لیزر الکساندریت.

می‌یابد. در محاسبه طول عمر مؤثر T تراز بالایی لیزر می‌بینیم که آهنگ فروافت خودبه‌خود، $1/T_T$ ، مربوط به گذار لیزری $A_2 \rightarrow A_1$ ، برابر است با $1/T_T = 1.5 \times 10^5 s^{-1}$ ($T_T \cong 6.6 \mu s$)، در حالی که آهنگ گذار $A_2 \rightarrow A_1$ برابر است با $1/T_E = 6.66 \times 10^5 s^{-1}$ ($T_E = 1.5 ms$)، که در آن سپس از معادله (۱۹.۷.۲) به دست می‌آید که $(1/T) = (f_{2E}/T_E) + (f_{2T}/T_T)$ ، که در آن می‌شود. با قراردادن مقادیر مناسب در رابطه قبلی برای $(1/T)$ ، می‌یابیم که در $T = 300 K$ ، $\tau = 200 \mu s$ است. بنابراین طول عمر مؤثر به مقدار قابل ملاحظه‌ای طولانی شده است (از $6.6 \mu s$ به $200 \mu s$ میکروثانیه) که ناشی از حضور جفت‌شدگی شدید و طول عمر بالای تراز $2E$ است که به‌عنوان تراز ذخیره یا منبع ذخیره عمل می‌کند. توجه کنید که طول عمر مؤثر، مثل سطح مقطع مؤثر وابسته به دماست.

این معادله نشان می‌دهد که σ_{lm}^e را می‌توان با یک اندازه‌گیری جذبی به دست آورد. ■

۸.۲ اشباع

در این بخش به بررسی رفتار جذب و گسیل گذار (با بسامد ν_0) در حضور میدان موج الکترومغناطیسی قوی تکفام با شدت I و بسامد $\nu \cong \nu_0$ می‌پردازیم. برای سادگی فرض می‌کنیم که ترازها ناواکن باشند. ابتدا موردی را در نظر می‌گیریم که I به اندازه کافی ضعیف است. لذا جمعیت دو تراز، N_1 و N_2 ، از مقادیرشان در حالت ترازمندی گرمایی چندان تفاوت قابل ملاحظه‌ای ندارند. اگر $N_1 > N_2$ باشد (که اغلب $N_1 \gg N_2$ است)، فرایندهای جذب با آهنگ WN_1 بر آهنگ گسیل القایی WN_2 غالب می‌شود، یعنی اتمهای بیشتری گذار $2 \rightarrow 1$ را خواهند داشت تا $1 \rightarrow 2$. در نتیجه، در مقادیر نسبتاً بالای شدت، دو جمعیت گرایش به تعادل یافتن دارند. به این پدیده اشباع گفته می‌شود.

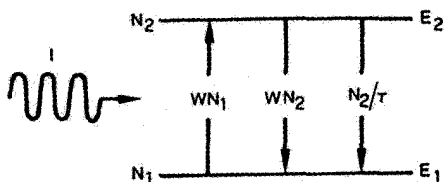
۱.۸.۲ اشباع جذب: خط همگن

ابتدا یک گذار جذبی ($N_1 > N_2$) را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که خط به‌طور همگن پهن شده باشد. آهنگ تغییر جمعیت حالت بالایی، N_2 ، ناشی از اثرات ترکیبی جذب، گسیل القایی و فروافت خودبه‌خود (تابشی و غیرتابشی) را می‌توان به صورت (شکل ۱۷.۲)

$$\frac{dN_2}{dt} = -W(N_2 - N_1) - \frac{N_2}{\tau} \quad (1.8.2)$$

نوشت، که N_1 جمعیت تراز ۱ است، همچنین می‌توان نوشت

$$N_1 + N_2 = N_t \quad (2.8.2)$$



شکل ۱۷.۲ سیستم دوترزی که با یک موج الکترومغناطیسی با شدت بالای I برهم‌کنش می‌کند.

که N_t کل جمعیت است. با تعریف

$$\Delta N = N_1 - N_2 \quad (۳.۸.۲)$$

معادله (۱.۸.۲) را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت. به این ترتیب معادلات (۲.۸.۲) و (۳.۸.۲) مقادیر N_1 و N_2 را برحسب تابعی از ΔN و N_t به دست می‌دهند، به طوری که معادله (۱.۸.۲) می‌شود

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -\Delta N \left(\frac{1}{\tau} + 2W \right) + \frac{1}{\tau} N_t \quad (۴.۸.۲)$$

وقتی $(d\Delta N/dt) = 0$ است، یعنی در حالت پایا، به دست می‌آوریم

$$\Delta N = \frac{N_t}{1 + 2W\tau} \quad (۵.۸.۲)$$

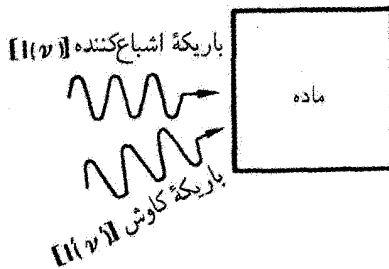
برای آنکه اختلاف جمعیت ΔN باقی بماند، ماده باید بتواند در واحد حجم (dP/dV) را از تابش فرودی جذب کند. این توان از

$$\frac{dP}{dV} = (h\nu)W\Delta N = (h\nu)\frac{N_t W}{1 + 2W\tau} \quad (۶.۸.۲)$$

به دست می‌آید، که در اشباع، یعنی وقتی $1 \gg W\tau$ است، خواهیم داشت

$$\left(\frac{dP}{dV} \right)^2 = (h\nu)\frac{N_t}{2\tau} \quad (۷.۸.۲)$$

معادله (۷.۸.۲) نشان می‌دهد که توانی که باید سیستم جذب کند تا آن را، همان‌طور که انتظار می‌رود، در اشباع ماندگار سازد برابر است با توانی که ماده در اثر فروافت خودبه‌خود جمعیت حالت بالایی $(N_t/2)$ از دست می‌دهد.



شکل ۱۸.۲ اندازه‌گیری ضریب جذب یا بهره در بسامد ν' با باریکه کاوشی به شدت $I'(\nu')$ در حضور باریکه اشباع‌کننده $I(\nu)$ ، با شدت I و بسامد ν $[I(\nu) \gg I'(\nu')]$.

بعضی مواقع نوشتن معادلات (۵.۸.۲) و (۶.۸.۲) به شکل مناسب می‌تواند سودمند باشد. برای این کار، ابتدا طبق معادله (۱۷.۴.۲)، W را می‌توان به صورت

$$W = \frac{\sigma I}{h\nu} \quad (۸.۸.۲)$$

نوشت، که σ سطح مقطع جذب گذار است. معادلات (۵.۸.۲) و (۶.۸.۲) را به کمک معادله (۸.۸.۲) به شکلهای زیر بازنویسی می‌کنیم

$$\frac{\Delta N}{N_t} = \frac{1}{1 + (I/I_s)} \quad (۹.۸.۲)$$

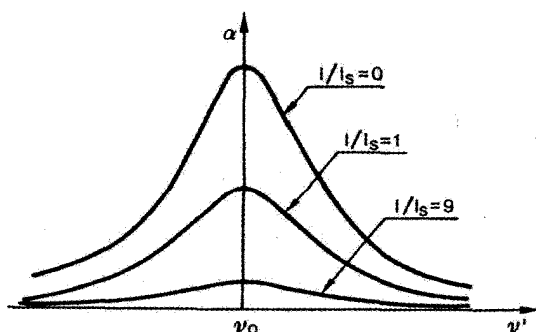
$$\frac{dP/dV}{(dP/dV)_s} = \frac{I/I_s}{1 + (I/I_s)} \quad (۱۰.۸.۲)$$

که

$$I_s = \frac{h\nu}{2\sigma\tau} \quad (۱۱.۸.۲)$$

پارامتری است که به ماده مفروض و بسامد موج فرودی بستگی دارد. از معادله (۹.۸.۲) می‌توان به معنای فیزیکی آن پی برد. در واقع، به‌ازای $I = I_s$ ، داریم $\Delta N = N_t/2$ ، وقتی $\nu = \nu_0$ است، کمیت I_s دارای مقداری است که فقط به پارامترهای گذار بستگی دارد. این کمیت را شدت اشباع می‌گویند.

حال ببینیم که چگونه شکل خط جذبی با افزایش شدت I باریکه اشباع‌کننده تغییر می‌کند. برای این کار، وضعیت ایده‌آل تجربی شکل ۱۸.۲ را در نظر می‌گیریم. اندازه‌گیرهای جذبی با استفاده از باریکه کاوش با بسامد متغیر ν' صورت می‌گیرد و شدت (I') آن به‌اندازه‌ای ضعیف



شکل ۱۹.۲ رفتار اشباع ضریب جذب α بر حسب بسامد ν' برای مقادیر رو به افزایش شدت I باریکه اشباع‌کننده (خط همگن).

است که موجب آشفتگی قابل ملاحظه‌ای در سیستم نمی‌شود. در عمل باریکه‌ها باید کم‌وبیش هم‌راستا باشند تا اطمینان حاصل شود که باریکه کاوش تنها با ناحیه اشباع‌شده وارد برهم‌کنش می‌شود. تحت این شرایط ضریب جذبی که از باریکه کاوش دیده می‌شود از معادله (۳۳.۴.۲) با قراردادن شکل خط همگن $g(\nu' - \nu_0)$ به جای شکل خطی کلی $g_t(\nu - \nu_0)$ به دست می‌آید (ν' جایگزین ν می‌شود). چون اکنون $N_1 - N_2 = \Delta N$ از معادله (۹.۸.۲) به دست می‌آید، می‌توانیم بنویسیم

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + (I/I_s)} \quad (12.8.2)$$

که

$$\alpha_0 = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu' g(\nu' - \nu_0) \quad (13.8.2)$$

ضریب جذب است وقتی موج اشباع‌کننده در بسامد ν حضور نداشته باشد (ضریب جذب اشباع‌نشده). معادلات (۱۲.۸.۲) و (۱۳.۸.۲) نشان می‌دهند که وقتی شدت I باریکه اشباع‌کننده افزایش می‌یابد، ضریب جذب کم می‌شود. ولی شکل خط به همان صورت باقی می‌ماند، چون ضریب جذب همواره با تابع $g(\nu' - \nu_0)$ توصیف می‌شود. در شکل ۱۹.۲ ضریب جذب α بر حسب ν' برای سه مقدار متفاوت I/I_s ترسیم شده است.

در مرحله بعد موردی را بررسی می‌کنیم که موج الکترومغناطیسی اشباع‌کننده شامل تپی نوری با شدت $I = I(t)$ است به جای باریکه پیوسته موج. برای سادگی دو مورد حدی را که در آن مدت زمان تپ در مقایسه با طول عمر τ حالت بالایی یا خیلی بلند است و یا خیلی کوتاه، مقایسه می‌کنیم.

اگر مدت زمان تپ در مقایسه با طول عمر طولانی باشد، تکامل زمانی اختلاف جمعیت حاصل، ΔN ، با آهنگ بسیار آهسته رخ می‌دهد به طوری که می‌توانیم فرض کنیم در معادله (۴.۸.۲) $|d\Delta N/dt| \ll N_t/\tau$ برقرار است. بر این اساس، ΔN را هنوز می‌توان با معادله حالت پایای (۹.۸.۲) ارائه کرد، که اکنون $I = I(t)$ است. رفتار اشباع در این مورد اساساً مانند رفتار باریکه پیوسته موج است. از جهت دیگر اگر تپ نوری در مقایسه با طول عمر τ خیلی کوتاه باشد، جمله گسیل القایی، $2W\Delta N$ ، در معادله (۴.۸.۲) بر جمله فروافت خودبه‌خودی، $(N_t - \Delta N)/\tau$ ، غالب می‌آید، یعنی $(N_t - \Delta N)/\tau \ll 2W\Delta N$. در این حالت، معادله (۴.۸.۲) به

$$\left(\frac{d\Delta N}{dt}\right) = -2W\Delta N = -\left(\frac{\gamma\sigma}{h\nu}\right) I(t)\Delta N \quad (14.8.2)$$

تبدیل می‌شود، که معادله (۸.۸.۲) را نیز به‌کار برده‌ایم. با انتگرال‌گیری از معادله (۱۴.۸.۲) با شرط اولیه $\Delta N(0) = N_t$ به‌دست می‌آوریم

$$\Delta N(t) = N_t \exp\left[-(\gamma\sigma/h\nu) \int_0^t I(t)dt\right] \quad (15.8.2)$$

اگر شاریدگی انرژی، $\Gamma(t)$ ، را به‌صورت

$$\Gamma(t) = \int_0^t I(t)dt \quad (16.8.2)$$

و شاریدگی اشباع را به‌صورت

$$\Gamma_s = \frac{h\nu}{2\sigma} \quad (17.8.2)$$

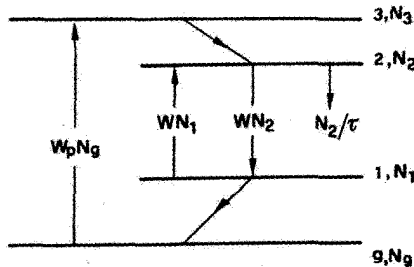
تعریف کنیم، درک معادله (۱۵.۸.۲) راحت‌تر خواهد شد. از معادله (۱۵.۸.۲) داریم

$$\Delta N(t) = N_t \exp[-\Gamma(t)\Gamma_s] \quad (18.8.2)$$

در این حالت می‌بینیم که شاریدگی انرژی باریکه و نه شدت باریکه تعیین‌کننده رفتار اشباع است. پس از آنکه تپ از ماده عبور کرد، اختلاف جمعیت، ΔN_∞ ، که در ماده می‌ماند، طبق معادله (۱۸.۸.۲) از معادله زیر به‌دست می‌آید

$$\Delta N_\infty = N_t \exp[-(\Gamma_t/\Gamma_s)] \quad (19.8.2)$$

که Γ_t کل شاریدگی انرژی تپ نوری است. شاریدگی اشباع ماده، Γ_s ، را می‌توان به‌صورت شاریدگی که تپ باید داشته باشد تا اختلاف جمعیت $\Delta N_\infty = N_t/e$ را ایجاد کند، تصور کرد.



شکل ۲۰.۲ ترازهای انرژی و گذارهای درگیر در اشباع بهره‌ یک لیزر چهارترازی.

با محاسبهٔ اختلاف جمعیت ناشی از اشباع توسط تپ نوری، ضریب جذب متناظر با ماده را برای خطی همگن می‌توان از معادلهٔ (۳۳.۴.۲) با قراردادن $g(\nu' - \nu_0)$ به جای $g_i(\nu - \nu_0)$ به دست آورد. برای تپ نوری که در مقایسه با τ یا بلند است یا کوتاه، مقدار α به ترتیب یا از معادلهٔ (۱۲.۸.۲) [با $I = I(t)$] به دست می‌آید و یا با معادلهٔ

$$\alpha = \alpha_0 \exp[-\Gamma(t)/\Gamma_s] \quad (20.8.2)$$

که α_0 ضریب جذب اشباع نشده است. توجه کنید که در رژیم تپی، مانند رژیم پیوسته‌موج، شکل خط جذبی وقتی اشباع رخ می‌دهد بدون تغییر باقی می‌ماند.

۲.۸.۲ اشباع بهره: خط همگن

اکنون موردی را بررسی می‌کنیم که در آن گذار $1 \rightarrow 2$ بهرهٔ خالص را به جای جذب خالص ارائه می‌کند. فرض می‌کنیم که محیط به صورت سیستم چهارترازی عمل می‌کند (شکل ۲۰.۲)، و وارونی بین ترازهای ۱ و ۲ با فرایند دمش مناسبی ایجاد می‌شود. باز هم فرض می‌کنیم که گذارهای $2 \rightarrow 3$ و $g \rightarrow 1$ آن‌چنان سریع‌اند که می‌توانیم $N_3 \cong N_1 \cong 0$ قرار دهیم. با این فرضهای ساده‌کننده، می‌توانیم معادلهٔ آهنگ زیر را برای جمعیت تراز ۲ بنویسیم

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right) = R_p - WN_2 - \left(\frac{N_2}{\tau}\right) \quad (21.8.2)$$

که R_p آهنگ دمش است. در حالت پایا (یعنی برای $dN_2/dt = 0$)، از معادلهٔ (۲۱.۸.۲) به دست می‌آوریم

$$N_2 = \frac{R_p \tau}{1 + W\tau} \quad (22.8.2)$$

با کمک معادله (۸.۸.۲)، معادله (۲۲.۸.۲) را می‌توان به صورت

$$N_2 = \frac{N_2^0}{1 + (I/I_s)} \quad (23.8.2)$$

نوشت، که $N_2^0 = R_p \tau$ جمعیت تراز ۲ در غیاب باریکه اشباع‌کننده است (یعنی، برای $I = 0$)

$$I_s = \frac{h\nu}{\sigma\tau} \quad (24.8.2)$$

مقایسه بین معادلات (۱۱.۸.۲) و (۲۴.۸.۲) نشان می‌دهد که رابطه شدت اشباع، I_s ، سیستم چهارترازی دوبرابر شدت اشباع سیستم دوترازی در شکل ۱۷.۲ است. اختلاف از این امر ناشی می‌شود که در سیستم دوترازی تغییر جمعیت در یک تراز موجب تغییر جمعیتی برابر و مخالف در تراز دیگر می‌شود. بنابراین ΔN دو برابر تغییر در جمعیت هر تراز است.

در آزمایشی نظیر شکل ۱۸.۲، باریکه کاوش در بسامد ν' اکنون بهره را اندازه می‌گیرد و نه جذب را. از معادله (۳۵.۴.۲)، با $N_1 = 0$ و نیز با استفاده از معادله (۲۳.۸.۲)، ضریب بهره g را می‌توان به صورت

$$g = \frac{g_0}{1 + (I/I_s)} \quad (25.8.2)$$

نوشت، که $g_0 = \sigma N_2^0$ ضریب بهره‌برداری $I = 0$ است، یعنی وقتی باریکه اشباع‌کننده حضور ندارد (ضریب بهره اشباع نشده). از آنجایی که خط به‌طور همگن پهن شده است، این ضریب بهره با استفاده از معادله (۱۸.۴.۲) به صورت

$$g_0 = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu' N_2^0 g(\nu' - \nu_0) \quad (26.8.2)$$

به‌دست می‌آید. معادلات (۲۵.۸.۲) و (۲۶.۸.۲) نشان می‌دهند که درست مانند مورد جذب، با افزایش I ، باز هم اشباع باعث کاهش g می‌شود، در حالی که شکل رفتاری بهره بدون تغییر باقی خواهد ماند.

در مرحله بعد، موردی را در نظر می‌گیریم که موج الکترومغناطیسی اشباع‌کننده شامل تپ نوری با شدت $I(t)$ است. اگر مدت زمان تپ در مقایسه با طول عمر τ خیلی بلند باشد، می‌توانیم در معادله (۲۱.۸.۲) از مشتق زمانی N_2 در مقایسه با جمله فروافت خودبه‌خودی N_2/τ ، صرف‌نظر کنیم. لذا برای جمعیت حالت بالایی دوباره معادله (۲۳.۸.۲) را به‌دست می‌آوریم و معادله (۲۵.۸.۲) نیز برای ضریب بهره به‌دست می‌آید، که I اکنون تابعی از زمان است. اگر تپ نوری در مقایسه با طول عمر τ خیلی کوتاه باشد، در مدت برهم‌کنش تپ نوری، می‌توان از جمله

دمش R_p و جمله فروافت خودبه‌خودی در مقایسه با جمله گسیل القایی صرف نظر کرد و لذا خواهیم داشت

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right) = -\left(\frac{\sigma I}{n\nu}\right) N_2 \quad (27.8.2)$$

که مجدداً از معادله (۸.۸.۲) استفاده شده است. انتگرال‌گیری معادله (۲۷.۸.۲) به دست می‌دهد

$$N_2(t) = N_{20} \exp\{-[\Gamma(t)/\Gamma_s]\} \quad (28.8.2)$$

که $N_{20} = R_p \tau$ جمعیت تراز ۲ قبل از ورود تب، $\Gamma(t)$ شاریدگی انرژی باریکه است [معادله (۱۶.۸.۲) را ببینید]، و

$$\Gamma_s = \frac{h\nu}{\sigma} \quad (29.8.2)$$

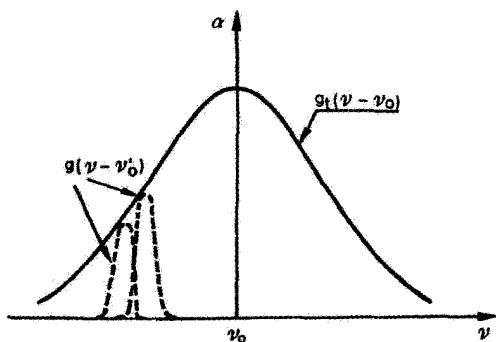
شاریدگی اشباع تقویت‌کننده است. مقایسه بین معادلات (۱۷.۸.۲) و (۲۹.۸.۲) نشان می‌دهد که شاریدگی اشباع یک تقویت‌کننده چهارترازی دوبرابر شاریدگی اشباع یک جاذب است. ضریب جذب اشباع‌شده را سپس می‌توان از

$$g = g_0 \exp\{-[\Gamma(t)/\Gamma_s]\} \quad (30.8.2)$$

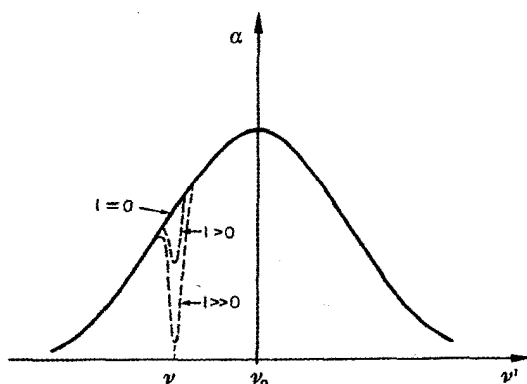
به دست آورد، که $g_0 = \sigma N_{20}$ ضریب بهره اشباع‌نشده است که از معادله (۲۶.۸.۲) به دست می‌آید. بنابراین در رژیم تپی درست مانند حالت پیوسته‌موج، هنگام اشباع، شکل خط بهره بدون تغییر باقی می‌ماند.

۳.۸.۲ خط پهن‌شده ناهمگن

وقتی خط به صورت ناهمگن پهن‌شده باشد، پدیده اشباع پیچیده‌تر می‌شود، لذا به بحث کیفی مسئله محدود می‌شویم (برای جزئیات بیشتر مسائل ۱۶.۲ و ۱۷.۲ فصل ۲ را ببینید). برای عمومیت دادن به موضوع، فرض می‌کنیم که خط با هر دو سازوکار همگن و ناهمگن پهن شده باشد، به نحوی که شکل آن با معادله (۲۶.۴.۲) بیان شود: خط کلی $g_t(\nu - \nu_0)$ از همگردهی سهمهای همگن $g(\nu - \nu'_0)$ اتمهای مختلف به دست می‌آید. بنابراین برای جذب، ضریب جذب حاصل را می‌توان به صورت نشان داده‌شده در شکل ۲۱.۲ ملاحظه کرد. در این مورد، برای آزمایشی نظیر شکل ۱۸.۲، شدت باریکه اشباع‌کننده $I(\nu)$ فقط با اتمهایی وارد برهم‌کنش می‌شود که بسامد تشدید ν'_0 آنها در نزدیکی بسامد ν قرار گیرد. در این صورت، وقتی $I(\nu)$ به اندازه کافی بزرگ شود، این اتمها متحمل اشباع خواهند شد. در این صورت شکل اصلاح‌شده خط جذبی برای



شکل ۲۱.۲ شکل خط یک گذار پهن شده با هر دو سازوکار همگن و ناهمگن. تابع شکل خط متناظر با آن، از همگردشی خطوط همگن $g(v - v'_0)$ اتمهای منفرد به دست می آید.



شکل ۲۲.۲ رفتار اشباع ضریب جذب α برحسب بسامد v' که با باریکه کاوش (آزمون) ضعیف برای مقادیر افزایشی شدت $I(v)$ باریکه اشباع کننده اندازه گیری شده است.

مقادیر مختلف $I(v)$ مطابق شکل ۲۲.۲ خواهد شد. در این مورد، با افزایش $I(v)$ چاله ای در خط جذبی در بسامد v به وجود می آید. پهنای این چاله به اندازه مرتبه پهنای هر یک از نیمرخهای جذبی است که در شکل ۲۱.۲ با خط چین نمایش داده شده است، یعنی پهنای خط همگن. اگر گذار مرتبط با بهره خالص باشد و نه مرتبط با گذار جذبی، استدلال مشابهی به کار خواهد رفت. باریکه اشباع کننده در این مورد حفره هایی در نیمرخ بهره به جای نیمرخ جذب ایجاد می کنند. همچنین توجه کنید که وقتی اشباع جذب یا بهره توسط تپ نوری با شاریدگی انرژی به اندازه کافی بالا حاصل می شود، استدلال مشابهی را نیز می توان به کار برد.

۹.۲ فروافت فلوئورسانی یک محیط غلیظ نوری

در بخش ۳.۲ فروافت اتم یا یون اساساً منفرد، بررسی شد. در یک وضعیت واقعی، یک اتم با بسیاری از سایر اتمها احاطه شده است، بعضی‌ها در حالت پایه و برخی در حالت برانگیخته هستند. در یک محیط غلیظ نوری، پدیده‌های جدیدی می‌توانند اتفاق افتند. چون فروافت ممکن است ناشی از رخداد همزمان گسیلهای خودبه‌خود برانگیخته باشد. در این بخش چنین پدیده‌هایی را مختصراً مورد بررسی قرار می‌دهیم.

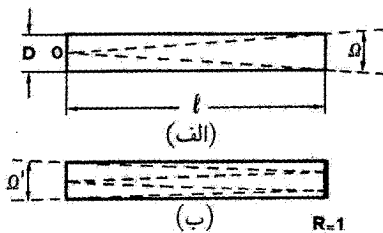
۱.۹.۲ به‌دام‌افتادگی تابش

اگر بخشی از اتمهایی که به تراز بالاتر می‌روند خیلی کم و نیز محیط از نظر اپتیکی غلیظ باشد، پدیده‌ای به نام به‌دام‌افتادگی تابش، می‌تواند نقش قابل ملاحظه‌ای داشته باشد. در این مورد به جای گریز از محیط، فوتونی که به‌طور خودبه‌خود از یک اتم گسیل می‌شود توسط اتم دیگر جذب شده و بدین‌وسیله اتم را به تراز برانگیخته می‌برد. بنابراین فرایند، دارای اثر کاهش آهنگ مؤثر گسیل خودبه‌خود خواهد بود (مرجع ۱۸ را برای جزئیات بیشتر بحث به‌دام‌افتادگی تابش ببینید). در اینجا فقط به این موضوع اشاره می‌کنیم که افزایش طول عمر به چگالی اتمی، سطح مقطع گذار درگیر و هندسه محیط بستگی دارد. به‌دام‌افتادگی تابش مخصوصاً برای گذارهای UV با سطح مقطعهای بزرگ [طبق معادله (۲۹.۴.۲) $\sigma \propto \mu^2 \nu$ ، که سطح مقطع به علت حضور ν در رفتن به ناحیه UV به سرعت افزایش می‌یابد و μ^2 نیز با بسامد افزایش پیدا می‌کند] می‌تواند موجب افزایش طول عمر مؤثر گسیل خودبه‌خود تا چند مرتبه بزرگی شود.

۲.۹.۲ گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده (ASE)

اگر کسر اتمهایی که به تراز بالاتر می‌روند خیلی بزرگ باشد و باز هم محیط از نظر اپتیکی غلیظ باشد، پدیده‌ای به نام گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده می‌تواند نقش مهمی داشته باشد.

محیطی فعال به شکل استوانه‌ای را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم Ω زاویه‌ای فضایی باشد که از یک رخ استوانه بتوان نقطه O در مرکز رخ دیگر را مشاهده کرد [شکل ۲۳.۲ (الف)]. اگر بهره محیط فعال، $G = \exp \sigma(N_2 - N_1)/l$ ، به اندازه کافی بزرگ باشد، این محیط توان فلوئورسانی که از اتمهایی در اطراف نقطه O به داخل زاویه فضایی Ω گسیل می‌شوند را ممکن است به شدت تقویت کند (با ضریبی که در بعضی مواقع به بزرگی 10^4 و یا بیشتر از آن است). بنابراین، تحت شرایطی مناسب که در دنباله بحث بررسی خواهد شد، محیط فعال ترجیحاً انرژی ذخیره‌شده خود را در زاویه فضایی Ω در شکل ۲۳.۲ (الف) گسیل می‌کند و همچنین این گسیل در جهت مخالف هم می‌تواند منتشر شود. اگر آینه تمام بازتابانی ($R = 1$) در یک انتهای محیط قرار داده



شکل ۲۳.۲ زاویه فضایی گسیل در مورد گسیل خودبه خود تقویت شده: (الف) محیط فعال بدون آینه‌ای در انتها، (ب) محیط فعال با یک آینه در انتها.

شود، [شکل ۲۳.۲ (ب)]، در این صورت خروجی را در یک جهت انتشار به دست خواهیم آورد. این اساس پدیده ASE است. بر خلاف گسیل خودبه خود، ASE دارای نموده‌های متمایزی است که بعضی از آنها شباهتهایی با عمل لیزری دارد. ASE تا اندازه‌ای دارای خاصیت جهتمندی است، پهنای نوار آن به مقدار قابل ملاحظه‌ای باریکتر از پهنای نوار گسیل خودبه خود است، رفتار آستانه آرامی دارد، و باریکه نور ASE می‌تواند کاملاً پرشدت باشد. در اینجا مختصراً این خواص را مورد بررسی قرار می‌دهیم، در حالی که خواننده برای جزئیات بیشتر می‌تواند به پیوست ج مراجعه کند. جهتمندی از شکل ۲۳.۲ فوراً به دست می‌آید. برای $D \ll l$ ، زاویه فضایی گسیل Ω در

شکل ۲۳.۲ (ب) از رابطه

$$\Omega = \frac{\pi D^2}{4l^2} \quad (۱.۹.۲)$$

به دست می‌آید، که D قطر و l طول محیط فعال، و Ω خیلی کوچک است. به همین ترتیب، برای شکل ۲۳.۲ (ب)، زاویه فضایی گسیل، می‌شود

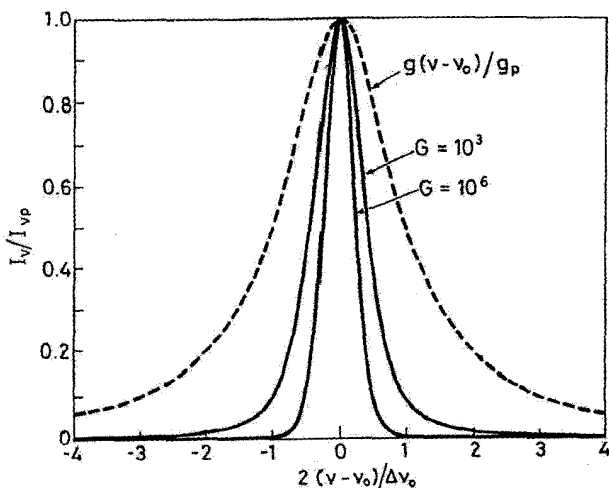
$$\Omega' = \frac{\pi D^2}{16l^2} \quad (۲.۹.۲)$$

که حتی خیلی کوچکتر است. توجه کنید که در هر دو مورد، به علت ضریب شکست در رخ خروجی محیط فعال، زاویه فضایی Ω_n (که در شکل‌های ۲۳.۲ (الف) و (ب) نشان داده نشده است) از معادلات (۱.۹.۲) و (۲.۹.۲) با ضرب طرف راست در n^2 به دست می‌آید، که n ضریب شکست محیط است. در هر صورت، اگر $D \ll l$ باشد، ASE در یک مخروط باریک رخ می‌دهد (مثال ۱۲.۲ را ببینید).

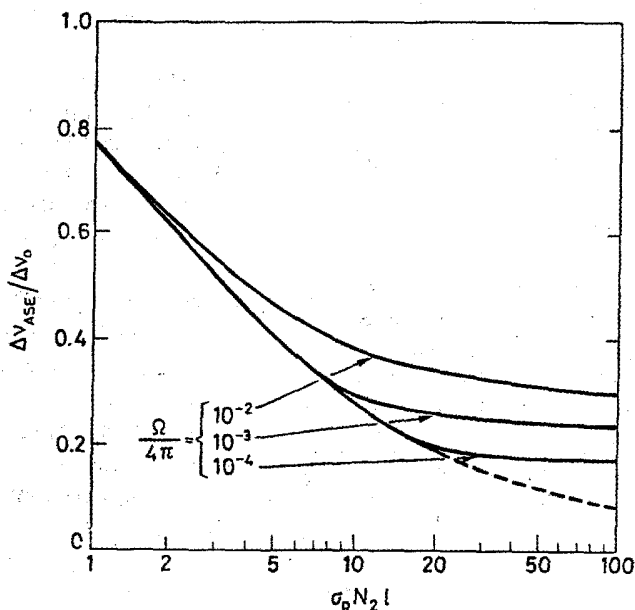
مثال ۱۲.۲ خاصیت جهتمندی ASE. محیط فعالی را شامل گاز نیتروژن در نظر می‌گیریم که گذار لیزری در طول موج $\lambda \cong 337 \text{ nm}$ در آن رخ می‌دهد (به فصل ۱۰ مراجعه شود). در نظر

می‌گیریم $D = 2\text{ cm}$ و $l = 1\text{ m}$ و فرض می‌کنیم یک آینه تمام بازتابان در یک انتهای محیط قرار گرفته است. با استفاده از معادله (۲.۹.۲)، خواهیم داشت $\Omega' \cong 10^{-4} \times 0.8\text{ sterad}$ ، که نشان می‌دهد زاویه فضایی گسیل بسیار کوچکتر از زاویه $4\pi\text{ sterad}$ است که در گسیل خودبه‌خود اتفاق می‌افتد. از طرف دیگر، واگرایی باریکه بسیار بزرگتر از واگرایی است که از همان محیط فعال در یک تشدیدگر لیزری دوآینه‌ای به‌دست می‌آید. نیم‌مخروط زاویه واگرایی θ' باریکه ASE از $\theta' = \left(\frac{\Omega'}{\pi}\right)^{1/2} \cong 5\text{ mrad}$ به‌دست می‌آید. در مقایسه با مورد یک تشدیدگر لیزری، واگرایی کمینه دست‌یافتنی که از پراش حاصل می‌شود از رابطه $\theta_d \cong (\lambda/D) \cong 20\ \mu\text{rad}$ به‌دست می‌آید که به مقدار 25° برابر کوچکتر است. ■

باریک شدن طیفی ASE را با توجه به اینکه بهره مربوط به باریکه گسیل شده به صورت خودبه‌خود در قله، یعنی در $\nu = \nu_0$ ، بسیار بالاتر از بهره مربوط به باله‌های خط بهره است، می‌توان درک کرد. این وضعیت در شکل ۲۴.۲ برای یک خط لورنتسی ترسیم شده است. منحنی خط چین نیمرخ طیفی بهنجار شده $g(\nu - \nu_0)/g_p$ نورگسیل شده خودبه‌خودی را نشان می‌دهد، در حالی که منحنیهای پیوسته، نیمرخ بهنجار شده $I_\nu/I_{\nu p}$ گسیل طیفی ASE را به‌ازای دو مقدار متفاوت در قله بهره، G ، نشان می‌دهد. در روابطی که ارائه شد: $I_{\nu p}$ و g_p به ترتیب مقادیر قله توابع I_ν و g هستند؛ $G = \exp(\sigma_p N \nu l)$ ، که σ_p قله سطح مقطع و N جمعیت حالت بالایی است (فرض کرده‌ایم



شکل ۲۴.۲ گسیل طیفی بهنجار شده برای دو مقدار متفاوت قله بهره تک‌عبور اشباع‌نشده.



شکل ۲۵.۲ پهنای خط ASE، $\Delta\nu_{ASE}$ ، بهنجارشده به پهنای خط گسیل خودبه خود، $\Delta\nu_0$ ، برحسب تابعی از بهره تک عبور اشباع نشده، $\sigma_p N_2 l$.

که $N_1 \cong 0$ است). نیمرخ طیفی ASE از نظریه تقریبی که در پیوست ج ارائه شده به دست آمده است. نسبت پهنای خط ASE، $\Delta\nu_{ASE}$ ، به پهنای خط گسیل خودبه خود، (FWHM)، $\Delta\nu_0$ ، که از همان نظریه تقریبی به دست آمده است برحسب $\sigma_p N_2 l$ در شکل ۲۵.۲ به صورت منحنی خط چین ترسیم شده است. شکل ۲۵.۲ همچنین خطوط پیوسته متناظر با ترسیمها را به ازای سه مقدار $\Omega/4\pi$ و وقتی اشباع بهره به حساب آورده شود [۲۳] نشان می دهد. توجه کنید که برای مقادیر عملی بهره اشباع نشده $10^6 \leq G \leq 10^3$ ، یعنی برای $14 \leq \sigma_p N_2 l \leq 7$ و برای مقادیر عملی زاویه فضایی گسیل $10^{-3} \leq (\Omega/4\pi) \leq 10^{-5}$ ، کاهش در پهنای خط تقریباً بین ۳ و ۴ قرار می گیرد.

برای محاسبه آستانه ظاهری، همان طوری که در پیوست ج و مرجع ۲۴ آمده است، با اشاره به اینکه شدت یکی از دو باریکه ASE در شکل ۲۳.۲ (الف) برای خط لورنتسی از

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi^3/2} \right) \frac{(G-1)^{3/2}}{(G \ln G)^{1/2}} \quad (۲.۹.۳ \text{ الف})$$

و برای خط گاوسی از

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \frac{(G-1)^{3/2}}{(G \ln G)^{1/2}} \quad (\text{ب} ۳.۹.۲)$$

به دست می‌آید مطلب را آغاز می‌کنیم. در هر دو معادله بالا، ϕ تسلیم (بهره) کوانتومی فلوتورسانی و $I_s = h\nu_0 / \sigma_p \tau$ شدت اشباع تقویت‌کننده در قله گذار است. اکنون می‌توانیم آستانه ASE را به مثابه وضعیتی تعریف کنیم که ASE سازوکاری غالب در تهی‌سازی وارونی موجود می‌شود. بنابراین لازم است I قابل مقایسه با شدت اشباع I_s باشد. در این مورد، در واقع بخش قابل ملاحظه‌ای از انرژی قابل دسترس در دو مخروط ASE در شکل ۲۳.۲ حضور دارد و نه در زاویه فضایی 4π استرادیان تابش گسیل‌شده از طریق خودبه‌خودی. به ازای $I = I_s$ و $G \gg 1$ ، معادلات (۳.۹.۲ الف-ب) نشان می‌دهند که آستانه قله بهره باید از شرایط نسبتاً ساده

$$G = \frac{4\pi^{3/2}}{\phi\Omega} (\ln G)^{1/2} \quad (\text{الف} ۴.۹.۲)$$

برای خط لورنتسی و

$$G = \frac{4\pi}{\phi\Omega} (\ln G)^{1/2} \quad (\text{ب} ۴.۹.۲)$$

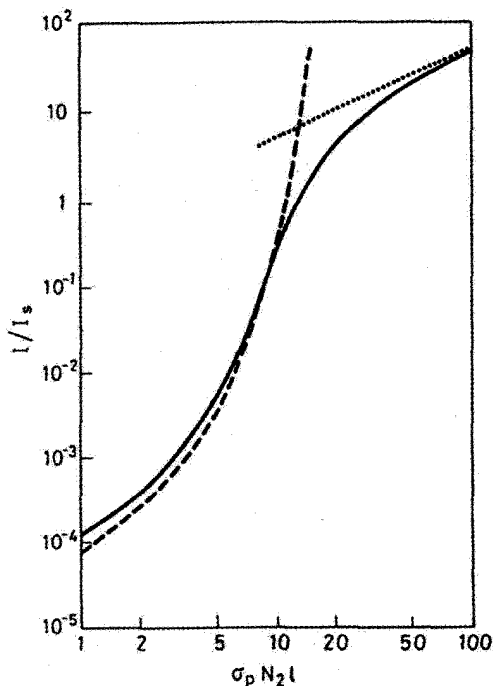
برای خط گاوسی، پیروی کند. توجه کنید که اگر یک آینه تمام بازتابان در یک انتهای محیط قرار داده شود [شکل ۲۳.۲ (ب)]، شرط آستانه حاصل باز هم از معادلات (۴.۹.۲) به دست می‌آید، مشروط بر آنکه به جای قله بهره تک‌عبور، G ، قله بهره دو‌عبور، G^2 ، را قرار دهیم و Ω' جایگزین Ω شود. به این ترتیب، برای خط لورنتسی به دست می‌آوریم

$$G^2 = \frac{4\pi^{3/2}}{\phi\Omega'} (\ln G^2)^{1/2} \quad (\text{الف} ۵.۹.۲)$$

و برای خط گاوسی نیز داریم

$$G^2 = \frac{4\pi}{\phi\Omega'} (\ln G^2)^{1/2} \quad (\text{ب} ۵.۹.۲)$$

مشخصه‌های آستانه آرام ASE در شکل ۲۶.۲ کاملاً روشن است، که در آن شدت بهنجار شده یکی از دو باریکه‌های ASE شکل ۲۳.۲ (الف) برحسب $\sigma_p N l$ به ازای $10^{-4} = (\Omega/4\pi)$ و با فرض خط لورنتسی و $\phi = 1$ ترسیم شده است. منحنی خط چین با کمک معادله ۳.۹.۲ (الف)



شکل ۲۶.۲ شدت گسیل ASE بهنجارشده، I ، نسبت به شدت اشباع، I_s ، برحسب تابعی از بهره تک عبور $\sigma_p N_2 l$ برای زاویه فضایی $\Omega = 4\pi \times 10^{-2}$ sterad.

که برای $I \ll I_s$ معتبر است به دست آمده است. خط نقطه چین که برای حد دیگر $I \gg I_s$ به کار می رود، از این شرط به دست می آید که نیمی از توان فلوتورسانی قابل دریافت در باریکه ASE راست رو است، یعنی از معادله $(I/I_s) = \sigma_p N_2 l / 2$ به دست می آید. خط پیوسته از محاسبه ای دقیقتر حاصل شده است که در آن اشباع جمعیت حالت بالاتر، یعنی اشباع بهره به طور مناسبی در محاسبه وارد شده است [۲۴].

ASE را معمولاً با آرایش شکل ۲۳.۲ (ب) به کار می برند تا تابش با شدت بالای جهتمند و پهنای نوار باریک را از محیطهای با بهره بالا نظیر نیتروژن، اکسایمرها یا پلاسما برای پرتوهای X ، به دست آوردند (فصل ۱۰ را ببینید). از آنجایی که فقط یا به یک آینه نیاز است و یا اصلاً به آینه نیازی نیست، این سیستمها را (به طور نامتناسبی) لیزرهای بدون آینه می نامند. در واقع، با وجودی که گسیل ASE دارای مقداری همدوسی فضایی و زمانی است، ولی شامل نوفه گسیل خودبه خود تقویت شده است و لذا نباید آن را با تابش لیزری اشتباه گرفت و همان گونه که در فصل ۱۱ توضیح

خواهیم داد، خواص همدوسی آنها از نظر مفهومی متفاوت‌اند. در بسیاری از مواقع، ASE عموماً مشکل‌ساز است. مثلاً وارونی بیشینه‌ای را که می‌توان در تقویت‌کننده‌های لیزری بهره‌ای بالا ذخیره کرد، محدود می‌کند. همچنین در تقویت‌کننده‌های تاری، نظیر تقویت‌کننده‌های تاری آلاینده‌شده Er^{3+} (EDFA) که امروزه به‌طور گسترده‌ای در طول موج حدود 1550 nm در مخابرات نوری به‌کار می‌رود، نوفه غالب نیز محسوب می‌شود.

مثال ۱۳.۲ آستانه ASE برای یک میله لیزر حالت جامد. یک میله لیزر حالت جامد نظیر Nd:YAG را با $D = 6 \text{ mm}$ ، $l = 10 \text{ cm}$ ، $n = 1.82$ در نظر می‌گیریم، و ابتدا آرایش متقارن را در شکل ۲۳.۲ (الف) بررسی می‌کنیم. از معادله (۱.۹.۲)، خواهیم داشت $\phi \cong 1$ است، $(\Omega/4\pi) = 2.25 \times 10^{-4}$. از آنجایی که خط Nd:YAG لورنتسی و برای این خط $\sigma_p N_{th} l = \ln G = 10.12$ ، یعنی $G = 2.5 \times 10^4$ ، معادله (۴.۹.۲) به دست می‌آید $G = 2.5 \times 10^4$ ، یعنی $G = 2.5 \times 10^4$ ، با قراردادن $2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ به جای مقدار قله سطح مقطع گسیل القایی، σ_p برای Nd:YAG (مثال ۲.۱۰ را ببینید)، سپس مقدار وارونی آستانه را برای ASE برابر با $3.6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ $N_{th} = 3.6 \times 10^{18}$ (مثال ۲.۹.۲) داریم به دست می‌آوریم. برای آرایش یک انتهابسته در شکل ۲۳.۲ (ب) از معادله (۲.۹.۲) داریم $(\Omega'/4\pi) = 5.62 \times 10^{-5}$ و از معادله (۵.۹.۲) به دست می‌آوریم که $G = 6.4 \times 10^2$ ، یعنی مقداری بسیار کوچکتر از مقدار قله بهره آستانه. وارونی آستانه برای ASE در این مورد، خواهد شد $N_{th} = \ln G / \sigma_p l = 2.3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. توجه کنید که زاویه فضایی گسیل، n^2 برابر بزرگتر از زاویه‌های فضایی هندسی Ω و Ω' هستند که در بالا برای این مثال محاسبه شدند. به این ترتیب برای این دو مورد به دست می‌آوریم که $\Omega_n = n^2 \Omega = 9.36 \times 10^{-3} \text{ sterad}$ و $\Omega'_n = n^2 \Omega_n = 2.33 \times 10^{-3} \text{ sterad}$.

۱۰.۲ ملاحظات آخر

در این فصل در مورد برخی جنبه‌های برهم‌کنش تابش با ماده، اکثراً مرتبط با اتمها یا یونها را بحث کردیم. مخصوصاً مهمترین دو پارامتری که این برهم‌کنش را توصیف می‌کنند، سطح مقطع $\sigma = \sigma(\nu - \nu_0)$ و طول عمر تراز بالایی τ هستند. در مورد شکل خط کاملاً گاوسی یا لورنتسی، باید تنها مقدار قله، σ_p ، سطح مقطع و مقدار پهنای خط $(\Delta\nu_0^*$ یا $\Delta\nu_0)$ را بدانیم. همچنین توجه کنید که طول عمر τ به طول عمر کلی تراز بالاتر اشاره دارد و شامل کلیه فرایندهای فروافت تابشی و غیرتابشی می‌شود که باعث تهی شدن تراز بالایی می‌شوند. در مورد ترازهای واگن یا جفت‌شده شدید، σ_p و τ به ترتیب بیانگر سطح مقطع گسیل القایی مؤثر و طول عمر مؤثر حالت بالایی، همان‌طوری که در بخش ۷.۲ مورد بحث قرار گرفت، هستند.

جدول ۲.۲ قله سطح مقطعهای گذار، طول عمر حالت بالایی، و پهنای گذار برای برخی از متداولترین لیزرهای گازی و حالت جامد

ملاحظات	$\Delta\nu_0$	τ (μs)	σ_p (cm^2)	λ	گذار
	۱٫۷ GHz	30×10^{-3}	$5٫۸ \times 10^{-13}$	$\lambda = 633٫۸ nm$	He-Ne
	۳٫۵ GHz	6×10^{-2}	$2٫5 \times 10^{-13}$	$\lambda = 514٫5 nm$	Ar ⁺
	۱۲۰ GHz	۲۳۰	$2٫۸ \times 10^{-19}$	$\lambda = 1٫۰64 \mu m$	Nd:YAG
	۵٫۴ THz	۳۰۰	4×10^{-20}	$\lambda = 1٫۰54 \mu m$	شیشه Nd:
	۴۶ THz	$5٫5 \times 10^{-2}$	$3٫2 \times 10^{-16}$	$\lambda_p = 570 nm$	رودامین ۶G
$T = 300 K$	۶۰ THz	۳۰۰	$0٫۸ \times 10^{-20}$	$\lambda_p = 704 nm$	الکساندریت
محور E c	۱۰۰ THz	۳٫۹	4×10^{-19}	$\lambda_p = 790 nm$	Ti ^{۳+} :Al ₂ O ₃
محور E c	۸۴ THz	۶۷	5×10^{-20}	$\lambda_p = 845 nm$	Cr ^{۳+} :LiSAF

در جدول ۲.۲ مقادیر σ_p ، τ ، و $\Delta\nu_0^*$ (یا $\Delta\nu_0$) برای بسیاری از گذارهای متداول لیزری در گازها یا بلورهای یونی خلاصه شده است. برای مقایسه، مقادیر مرتبط با رودامین ۶G را، که ماده متداول لیزر رزینه‌ای است، نیز در جدول آورده‌ایم. توجه کنید که مقادیر بسیار بالای σ_p (برای لیزرهای گازی ناشی از مقادیر نسبتاً کوچک $\Delta\nu_0^*$ (چند GHz) و طول عمرهای نسبتاً کوتاه (چند نانوثانیه) است. طول عمر کوتاه است چون گذارها دوقطبی الکتریکی مجاز هستند. برعکس، برای یونهای فعال یا شیشه‌ها نظیر Nd:YAG یا شیشه Nd:phosphate، σ_p بسیار کوچکتر (10^{-19} - $10^{-20} cm^2$) و طول عمر بسیار بلندتر (چند صد μs) است که نشان می‌دهد گذار دوقطبی الکتریکی ممنوع است. همچنین توجه کنید که پهنای نوار بسیار بزرگتر هستند (از صدها تا هزارها GHz)، که باز هم منجر به کاهش شدید قله سطح مقطع می‌شود. مواد لیزر رزینه‌ای، نظیر رودامین ۶G بین این دو مورد قرار می‌گیرند که سطح مقطع نسبتاً بالایی را ($10^{-16} cm^2$) نشان می‌دهند و نیز چون گذارها دوقطبی الکتریکی مجاز هستند، طول عمر خیلی کوتاه و حدود چند نانوثانیه است. آخرین سه ماده لیزری که در جدول ۲.۲ آمده است، یعنی، الکساندریت، Ti^{۳+}:Al₂O₃، و Cr^{۳+}:LiSAF به رده لیزرهای کوک‌پذیر (قابل تنظیم طول موج) حالت جامد تعلق دارند. سطح مقطعه‌ها قابل مقایسه با سطح مقطعه‌های مواد با پهنای خط باریک نظیر Nd:YAG هستند، در حالی که طول عمرها قدری کوتاه‌ترند.

مسائل

۱.۲ تعداد مدهایی که در یک پهنای نوار $\Delta\lambda = 10 \text{ nm}$ به مرکز $\lambda = 600 \text{ nm}$ قرار می‌گیرند را برای کاواکی به حجم $V = 1 \text{ cm}^3$ محاسبه کنید.

۲.۲ به جای ρ_ν ، می‌توان چگالی انرژی طیفی ρ_λ را نیز تعریف کرد. به طوری که $\rho_\lambda d\lambda$ چگالی انرژی امواج الکترومغناطیسی با طول موج بین λ و $\lambda + d\lambda$ را به دست می‌دهد. رابطه بین ρ_λ و ρ_ν را به دست آورید.

۳.۲ برای تابش حجم سیاه، بیشینه ρ_λ را برحسب λ پیدا کنید. بدین طریق نشان دهید که طول موج λ_M که به ازای آن چگالی انرژی بیشینه می‌شود، از رابطه $\lambda_M T = hc/ky$ (قانون وین) تبعیت می‌کند، که در آن کمیت y در معادله $y = 5[1 - \exp(-y)]$ صدق می‌کند. از این معادله مقدار تقریبی y را به دست آورید.

۴.۲ در توزیع شکل ۳.۲، طول موج λ_M که به ازای آن بیشینه رخ می‌دهد در رابطه $\lambda_M T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m} \times \text{K}$ (قانون وین) صدق می‌کند. برای $T = 6000 \text{ K}$ ، λ_M را محاسبه کنید. رنگ مربوط به این طول موج چیست؟

۵.۲ گذار لیزر R_1 مربوط به یاقوت، در دمای اتاق، با تقریب جذبی دارای شکل لورنتسی به پهنای (FWHM)، 330 GHz است (شکل ۱۰.۲). قله سطح مقطع گذار $2.5 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ است. $\sigma = 2.5 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ اندازه‌گیری شده است. طول عمر تابشی را محاسبه کنید (ضریب شکست $n = 1.76$ است). با توجه به اینکه طول عمر اندازه‌گیری شده در دمای اتاق 3 ms است، تسلیم (بهره) کوانتومی فلورسانسی چه مقدار است؟

۶.۲ Nd:YAG ، نمونه‌ای از ماده فعال لیزر، بلوری است از $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ که در آن به جای برخی یونهای Y^{3+} یونهای Nd^{3+} نشانده شده‌اند. غلظت اتمی Nd^{3+} به کار برده شده معمولاً ۱٪ است، یعنی، ۱٪ یونهای Y^{3+} با یونهای Nd^{3+} عوض شده‌اند. چگالی YAG برابر با 4.56 g/cm^3 است. مطلوب است محاسبه غلظت Nd^{3+} در تراز پایه $(^4I_{9/2})$. این تراز در واقع از ۵ تراز (واگن دوگانه) تشکیل شده است (شکل ۱۵.۲)، فاصله‌های چهار تراز بالاتر از پایینترین تراز به ترتیب ۱۳۴، ۱۹۷، ۳۱۱، و 848 cm^{-1} است، مطلوب است محاسبه غلظت Nd^{3+} در پایینترین تراز حالت $^4I_{9/2}$.

۷.۲ گذار لیزر نئون در $\lambda = 1.15 \mu\text{m}$ ، عمدتاً به مقدار $9 \times 10^8 \text{ Hz}$ $\Delta\nu^*$ پهن‌شدگی دوپلری است. طول عمر حالت بالایی تقریباً 10^{-7} s است. با فرض آنکه طول عمر گذار لیزری برابر با طول عمر کلی حالت بالایی باشد، قله سطح مقطع گذار را محاسبه کنید.

۸.۲ تسلیم (بهره) کوانتومی گذار $S_0 \rightarrow S_1$ (فصل ۹ را ببینید) برای رودامین $6G$ برابر است

با ۰.۸۷ r و طول عمر این گذار تقریباً ۵ ns است. طول عمرهای تابشی و غیرتابشی تراز S_1 را محاسبه کنید.

۹.۲ مطلوب است محاسبه کل پهنای خط همگن گذار لیزر ۶۳۳ nm مربوط به Ne. می دانیم که $\Delta \nu_{nat} \cong ۲۰ \text{ MHz}$ و $\Delta \nu_c = ۰.۶۴ \text{ MHz}$ است. شکل کلی خط چگونه است؟

۱۰.۲ رابطه بین شدت I و چگالی انرژی ρ متناظر با آن را برای موج تخت پیدا کنید.

۱۱.۲ میله‌ای استوانه‌ای Nd : YAG با قطر ۳ mm و طول ۷.۵ cm با لامپ درخش (فلاش) خیلی شدید دمیده می‌شود. قله سطح مقطع برای گذار لیزری $۱.۰۶۴ \mu\text{m}$ برابر با $۲.۸ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ cm}^2$ و ضریب شکست YAG برابر با $n = ۱.۸۲$ است. مطلوب است محاسبه وارونی بحرانی برای شروع فرایند گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده (ASE) (فرض شده است که دو سطح انتهایی میله کاملاً با لایه پادبازتابنده اندود شده است، یعنی پادبازتاب است). همچنین اگر قرار باشد از فرایند ASE اجتناب شود، بیشینه انرژی را که می‌تواند در میله ذخیره شود محاسبه کنید.

۱۲.۲ محلولی از کریبتوسیانین (۱، ۱' دی‌اتیل-۴، ۴' کربوسیانین یدید در متانول غالباً به‌طور همزمان برای سوئیچ Q و قفل‌شدگی مد لیزر یا قوت به‌کار می‌رود (فصل ۸ را ببینید). برای تابش لیزر یا قوت ($\lambda = ۶۹۴.۳ \text{ nm}$) سطح مقطع جذب کریبتوسیانین برابر با $۸.۱ \times ۱۰^{-۱۶} \text{ cm}^2$ است. طول عمر حالت بالایی $\tau \cong ۲۲ \text{ ps}$ است. شدت اشباع در این طول موج را محاسبه کنید.

۱۳.۲ با به‌کار بردن اصل تعادل جزء به‌جزء برای دو فرایند انتقال نزدیک تشدید معادلات (۹.۶.۲) و (۱۰.۶.۲) نشان می‌دهند که در تشدید کامل، یعنی وقتی $\Delta E = ۰$ است، داریم $k_{B^*A} = k_{BA^*}$ که به ترتیب ثابتهای آهنگ برای دو فرایند هستند.

۱۴.۲ به‌جای مشاهده اشباع مطابق شکل ۱۹.۲، می‌توانیم فقط از یک باریکه به‌شدت $I(\nu)$ استفاده کنیم و ضریب جذب را برای این باریکه در مقادیر نسبتاً بالای شدت $I(\nu)$ اندازه بگیریم. برای خط همگن نشان دهید که ضریب جذب در این مورد به‌صورت

$$\alpha(\nu - \nu_0) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2 + (I/I_{s0})}$$

است که در آن $\alpha_0(0)$ ضریب جذب سیگنال ضعیف ($I \ll I_{s0}$) بسامد $\nu = \nu_0$ و I_{s0} شدت اشباع تعریف‌شده با معادله (۱۱.۸.۲) در $\nu = \nu_0$ است. راهنمایی: ابتدا نشان دهید که

$$\alpha(\nu - \nu_0) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2} \frac{1}{1 + (I/I_{s0})}$$

که I_{s0} شدت اشباع بسامد ν است. با بیان I_{s0} برحسب I_{s0} به حل مسئله ادامه دهید.

۱۵.۲ از رابطهٔ به‌دست‌آمده در مسئلهٔ ۱۴.۲، رفتار قله ضریب جذب و پهنای خط را برحسب I به‌دست آورید. چگونه می‌توانید شدت اشباع I_s را اندازه بگیرید.

۱۶.۲ نشان دهید که برای یک خط ناهمگن با تابع شکل خط g ، ضریب جذب اشباع‌شده برای آزمایشی مطابق با شکل ۱۸.۲ را می‌توان به‌صورت

$$\alpha = \left(\frac{2\pi^2}{3n\varepsilon_0 c_0 h} \right) |\mu|^2 N_t \times \int \frac{(2/\pi\Delta\nu_0)\nu' g^*(\nu' - \nu_0)}{1 + [2(\nu' - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2} \frac{1}{[1 + (I/I_s)](1 + \{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2\})} d\nu'$$

نوشت که در آن سهم همگنی با خط لورنتسی به حساب آورده شده است. راهنمایی: ابتدا سهم جزئی $d\alpha$ ضریب جذب اشباع‌شده را که ناشی از بخش $g^*(\nu' - \nu_0)d\nu'$ اتمهایی است که بسامدهای تشدیدشان بین ν'_0 و $\nu'_0 + d\nu'_0$ قرار می‌گیرد، محاسبه کنید.

۱۷.۲ با فرض آنکه پهنای خط همگن بسیار کوچکتر از پهنای خط ناهمگن است و $I \ll I_s$ ، نشان دهید که رابطهٔ α که در مسئلهٔ ۱۶.۲ ارائه شد می‌تواند به‌طور تقریبی به‌صورت

$$\alpha = \left(\frac{2\pi^2}{3n\varepsilon_0 c_0 h} \right) |\mu|^2 N_t \nu' g^*(\nu' - \nu_0) \times \left(1 - (2/\pi\Delta\nu_0) \frac{I}{I_s} \int \frac{d\nu'}{\{1 + [2(\nu' - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2\} \{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2\}} \right)$$

نوشته شود. با توجه به اینکه اکنون انتگرال به‌صورت تابع همگردش دو خط لورنتسی است، پهنای چالهٔ شکل ۲۲.۲ چه مقدار است؟

مراجع

1. R. Reiff, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics* (McGraw-Hill, New York, 1965), Chap. 9.
2. W. Heitler, *Quantum Theory of Radiation*, 3rd ed. (Oxford University Press, London, 1953), Sec. II.9.
3. H. A. Lorentz, *Theory of Electrons*, 2nd ed. (Dover, New York, 1952), Chap. 3.
4. J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, 1st ed. (McGraw-Hill, New York, 1941), pp. 431–38.
5. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1964), Chap. 6.
6. W. Louisell, *Radiation and Noise in Quantum Electronics* (McGraw-Hill, New York, 1964), Chap. 6.
7. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1964), pp. 40–41 62, and Appendix 4.
8. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1964), Appendix 5.
9. A. Einstein, On the Quantum Theory of Radiation, *Z. Phys.* **18**, 121 (1917).
10. W. Louisell, *Radiation and Noise in Quantum Electronics* (McGraw-Hill, New York, 1964), Chap. 5.

11. H. G. Kuhn, *Atomic Spectra*, 2nd ed. (Longmans, Green, London, 1969), Chap. 7.
12. *Radiationless Transitions* (F. J. Fong, ed.) (Springer-Verlag, Berlin, 1976), Chap. 4.
13. C. K. Rhodes and A. Szoke, Gaseous Lasers: Atomic, Molecular, Ionic in *Laser Handbook* (F. T. Arecchi and E. O. Schultz-DuBois, eds.) (North Holland, Amsterdam, 1972), vol. 1, pp. 265-324.
14. J. B. Birks, *Photophysics of Aromatic Molecules* (Wiley-Interscience, New York, 1970), Sect. II.9.
15. D. L. Dexter, *J. Chem. Phys.* **21**, 836 (1953).
16. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1975), Sect. 9.2.
17. W. J. Miniscalco, Optical and Electronic Properties of Rare Earth Ions in Glasses in *Rare-Earth-Doped Fiber Lasers and Amplifiers* (M. J. F. Digonnet, ed.) (Marcel Dekker, New York, 1993), Chap. 2.
18. T. Holstein, Imprisonment of Resonant Radiation in Gases, *Phys. Rev.* **72**, 1212 (1947).
19. R. Arrathoon, Helium-Neon Lasers and the Positive Column in *Lasers* (A. K. Levine and A. J. DeMaria, eds.) (Marcel Dekker, New York, 1976), Table 2.
20. M. H. Dunn and J. N. Ross, Argon Laser in *Progress in Quantum Electronics*, vol. 4 (J. H. Saunders and S. Stenholm, eds.) (Pergamon, Oxford, 1977), Table 2.
21. W. F. Krupke, M. D. Shinn, J. E. Marion, J. A. Caird, and S. E. Stokowski, Spectroscopic, Optical, and Thermomechanical Properties of Neodymium- and Chromium-Doped Gadolinium Scandium Gallium Garnet, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 102 (1986).
22. J. C. Walling, O. G. Peterson, J. P. Jemsen, R. C. Morris, and E. W. O'Dell, Tunable Alexandrite Lasers, *IEEE J. Quant. Elect.* **QE-16**, 1302 (1980).
23. L. W. Casperson, Threshold Characteristics of Mirrorless Lasers, *J. Appl. Phys.* **48**, 256 (1977).
24. O. Svelto, S. Taccheo, and C. Svelto, Analysis of Amplified Spontaneous Emission: Some Corrections to the Lyndford Formula, *Optic. Comm.* **149**, 277-282 (1998).

ترازهای انرژی، گذارهای تابشی و غیرتابشی در مولکولها و نیمرساناها

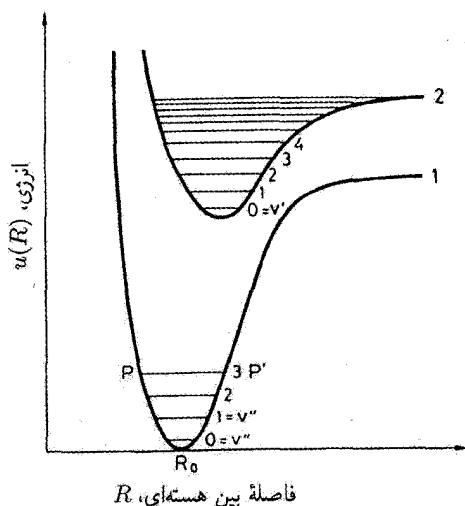
فصل ۳ به بعضی از نتایج و ملاحظات فصلهای قبلی در حالت‌های پیچیده‌تر مولکولها و نیمرساناها تخصیص داده می‌شود. در این فصل روی نیمرساناها، چه به صورت کپه‌ای یا چاه کوانتومی تأکید خاص می‌شود، چون این نیمرساناها به صورت محیطهای لیزری نقش فزاینده مهمی را عهده‌دار هستند.

۱.۳ مولکولها

ابتدا ترازهای انرژی و گذارهای تابشی و غیرتابشی را در مولکولها بررسی می‌کنیم، بحث خود را به توصیف کیفی نمودهای مرتبط با درک رفتار لیزر در محیطهای فعال، نظیر گازهای مولکولی یا رنگینه‌های آلی محدود می‌کنیم. برای مطالعه عمیقتر موضوع گسترده‌تر فیزیک مولکولی، خواننده را به مراجع تخصصی ارجاع می‌دهیم [۱].

۱.۱.۳ ترازهای انرژی

به‌طور کلی انرژی کل یک مولکول جمع چهار نوع انرژی است: (۱) انرژی الکترونی، E_e ، ناشی از



شکل ۱.۳ منحنی انرژی پتانسیل و ترازهای ارتعاشی یک مولکول دواتمی.

حرکت الکترونها به دور هسته‌ها؛ (۲) انرژی ارتعاشی، E_v ، ناشی از حرکت ارتعاشی هسته‌ها؛ (۳) انرژی چرخشی، E_r ، ناشی از حرکت چرخشی مولکول؛ و (۴) انرژی انتقالی. چون انرژی انتقالی معمولاً کوانتیده نیست آن را در اینجا بررسی نمی‌کنیم. ولی، انواع دیگر انرژی کوانتیده هستند و آموزنده است که با استدلالهای ساده مرتبه بزرگی اختلاف انرژی بین ترازهای الکترونی (ΔE_e)، ترازهای ارتعاشی (ΔE_v)، و ترازهای چرخشی (ΔE_r) را تعیین کنیم. مرتبه بزرگی ΔE_e از رابطه زیر

$$\Delta E_e \cong \frac{\hbar^2}{ma^2} \quad (۱.۱.۳)$$

به دست می‌آید، که $\hbar = h/2\pi$ ، m جرم الکترون، و a اندازه مولکول است. در واقع اگر الکترون مدار خارجی مولکولی را در نظر بگیریم، عدم قطعیت در مکان آن در مرتبه a است؛ پس عدم قطعیت در تکانه \hbar/a می‌شود، و بنابراین انرژی جنبشی کمینه تقریباً \hbar^2/ma^2 است.

برای یک مولکول دواتمی شامل جرمهای M_1 و M_2 ، فرض می‌کنیم که انرژی پتانسیل U_p متناظر با آن برحسب فاصله بین هسته‌ای R حول فاصله تعادل R_0 را بتوان با رابطه سهموی $U_p = k_0(R - R_0)^2/2$ تقریب زد (شکل ۱.۳ را ببینید). اختلاف انرژی، ΔE_v ، بین دو تراز متوالی با رابطه شناخته شده نوسانگر هماهنگ داده می‌شود

$$\Delta E_v = \hbar \nu_0 = \hbar \left(\frac{k_0}{\mu} \right)^{1/2} \quad (۲.۱.۳)$$

که $\mu = \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)}$ جرم کاهش یافته است. برای مولکولی با هسته‌های هم‌شکل، شامل دو اتم با جرم M ، اختلاف انرژی بین دو تراز ارتعاشی خواهد شد

$$\Delta E_v = \hbar \left(\frac{2k_0}{M} \right)^{1/2} \quad (3.1.3)$$

همچنین انتظار داریم که جابه‌جایی دو اتم از حالت تعادل برابر با اندازه‌ای در مولکول باشد که تغییر انرژی حدود ΔE_e را حاصل کند، نظر به اینکه این فاصله باعث واپیچش قابل ملاحظه‌ای در تابع موجهای الکترونی خواهد شد، بنابراین می‌توان نوشت

$$\Delta E_e = \frac{k_0 a^2}{2} \quad (4.1.3)$$

می‌توانیم a^2 و k_0 را در روابط (۱.۱.۳)، (۳.۱.۳) و (۴.۱.۳)، حذف کنیم تا رابطه

$$\Delta E_v = 2 \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} \Delta E_e \quad (5.1.3)$$

به‌دست آید.

برای مولکولی دو اتمی با هسته‌های هم‌شکل، انرژی چرخشی از $E_r = \hbar^2 J(J+1)/Ma^2$ به‌دست می‌آید، که J عدد کوانتومی چرخشی است. بنابراین اختلاف ΔE_r در انرژی چرخشی، بین مثلاً ترازهای $J = 0$ و $J = 1$ ، می‌شود $\Delta E_r = 2\hbar^2/Ma^2 = 2(m/M)\Delta E_e$ ، که برای این محاسبه از (۱.۱.۳) استفاده کردیم. سپس از معادله (۵.۱.۳) به‌دست می‌آید

$$\Delta E_r = \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} \Delta E_v \quad (6.1.3)$$

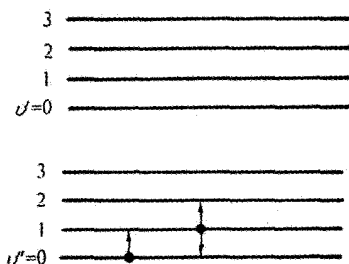
چون $m/M \cong 10^{-4}$ ، نتیجه می‌شود که فاصله ترازهای چرخشی در حدود یک‌صدم فاصله ترازهای ارتعاشی است. فاصله بین ترازهای ارتعاشی هم در حدود یک‌صدم ΔE_e است. در واقع گستره‌های واقعی بسامد برای گذارهای الکترونی، $(\Delta E_e/h)$ ، ارتعاشی، $(\Delta E_v/h)$ ، و چرخشی، $(\Delta E_r/h)$ ، به ترتیب $10^3 \times 25-50$ ، $3000-500$ ، و $1-20$ cm^{-1} است.

اکنون پس از این مقدمات، به جزئیات ساده‌ترین مورد یعنی مولکولی متشکل از دو اتم مشابه می‌پردازیم. همان‌طور که قبلاً گفته شد، از آنجایی که چرخشها و ارتعاشات در مقیاس زمانی بسیار آهسته‌تر نسبت به حرکت الکترونی رخ می‌دهند، از تقریب بورن-اپنهایمر استفاده می‌کنیم که در آن فرض می‌کنیم دو اتم در فاصله ثابت هسته‌ای R قرار دارند و فاقد چرخش هستند. با حل معادله شرودینگر برای چنین وضعیتی، می‌توانیم ارتباط ترازهای انرژی الکترونی با فاصله R را پیدا

کنیم. حتی بدون حل واقعی معادله (که معمولاً خیلی پیچیده است) به آسانی مشاهده می‌شود که این ارتباط انرژی به R باید به صورت نشان داده شده در شکل ۱.۳ باشد، که حالت پایه ۱ و اولین حالت برانگیخته ۲ را در شکل به عنوان مثال ارائه کرده‌ایم. اگر فاصله اتمی خیلی زیاد شود ($R \rightarrow \infty$)، بدیهی است که ترازها مانند ترازهای اتم منفرد خواهند بود. اگر فاصله R متناهی باشد، به علت برهم‌کنش بین اتمها، ترازهای انرژی جابه‌جا می‌شوند.

برای درک شکل این منحنیها، توجه کنید که با اضافه کردن یک ثابت مناسب، این منحنیها انرژی پتانسیل مولکول را برحسب تابعی از فاصله بین هسته‌ای R ارائه می‌کنند. مخصوصاً از آنجایی که کمینه انرژی را برای منحنی ۱ در شکل ۱.۳ برابر با صفر قرار داده‌ایم، این منحنی تنها انرژی پتانسیل حالت الکترونی پایه را نشان می‌دهد. چون مشتق انرژی نسبت به R معرف نیروی است که اتمها به یکدیگر وارد می‌کنند، می‌توان مشاهده کرد که این نیرو نخست در فواصل بزرگ به صورت جاذبه عمل می‌کند و سپس برای فواصل کوچک به صورت دافعه درمی‌آید. نیروی متناظر با کمینه هر منحنی (یعنی، R_0) برابر با صفر است. بنابراین، این فاصله‌ای است که اتمها (در غیاب نوسان) در حفظ آن می‌کوشند. توجه کنید که کمینه منحنی برای حالت برانگیخته عموماً به سمت مقادیر بزرگتر R نسبت به کمینه حالت پایه جابه‌جا می‌شود و این به علت مدار بزرگتری است که توسط الکترونهای برانگیخته اشغال شده است.

آنچه که تاکنون گفته شد مربوط به موردی است که در آن دو اتم در فاصله R نسبت به یکدیگر نگه داشته شده‌اند. اکنون فرض کنیم که مولکول مثلاً در حالت الکترونی ۱ قرار دارد و دو اتم در فاصله $R (R \neq R_0)$ از یکدیگر آزاد می‌شوند. سپس نیروی بین هسته‌ای باعث می‌شود که اتمها حول حالت تعادلشان، R_0 ، نوسان کنند. در این حالت انرژی کل برابر است با انرژی که قبلاً از آن صحبت شد به علاوه انرژی ارتعاشی. در نوسانهای کوچک حول وضعیت R_0 ، منحنی ۱ را می‌توان با یک سهمی تقریب زد، به این ترتیب نیروی بازدارنده بین دو اتم کشسان (الاستیک) است، یعنی با جابه‌جایی از حالت تعادل متناسب است. در این حالت مسئله دارای جوابهای کاملاً مساوی با مقدار $h\nu$ هستند که از (۲.۱.۳) به دست می‌آیند و نیز ثابت نیروی کشسانی k_0 برابر با انحنای سهمی است. بدین ترتیب، وقتی ارتعاشها به حساب آورده شوند، ترازهای انرژی (برای هر یک از دو حالت الکترونی) مطابق با ترازهای ۱، ۲، ۳... در شکل ۱.۳ هستند. دقت کنید که تراز $v = 0$ منطبق با کمینه منحنی نیست و آن به علت حضور انرژی نقطه صفر ($h\nu_0/2$) نوسانگر هماهنگ است. حال چون اتمها دیگر ثابت نیستند منحنیهای ۱ و ۲ دیگر معرف انرژی سیستم نخواهند بود، بنابراین به جای نمایش شکل ۱.۳ بعضی مواقع نمایش ساده‌تر شکل ۲.۳ به کار می‌رود.

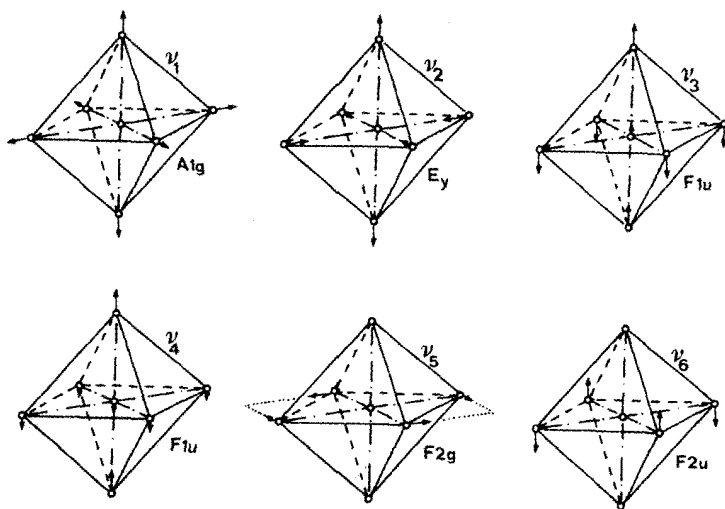


شکل ۲.۳ ترازهای انرژی ارتعاشی مربوط به دو حالت الکترونی متوالی مولکول. بیکانها نشان دهنده گذارهای مجاز هستند که از ترازهای $v'' = 0$ و $v'' = 1$ آغاز می‌شوند.

لیکن شکل ۱.۳ نسبت به شکل ۲.۳ معنای بیشتری دارد. به عنوان مثال، فرض کنیم که سیستم در تراز ارتعاشی $v'' = 3$ حالت پایه ۱ باشد. از شکل ۱.۳ معلوم می‌شود که فاصله هسته‌ای R بین مقادیر نقاط P و P' نشان داده شده در شکل نوسان می‌کند. در واقع در این دو نقطه انرژی ارتعاشی منطبق با انرژی پتانسیل است و به آن معناست که انرژی جنبشی باید صفر باشد. برای نوسانهای بزرگ حول وضعیت تعادل، R_0 ، منحنی انرژی پتانسیل را نمی‌توان با یک سهمی تقریب زد، و در واقع ترازهای ارتعاشی بالاتر دیگر فواصل مساوی نخواهند داشت. می‌توان نشان داد که چون نیروی بازدارنده کوچکتر از مقدار پیش‌بینی شده با تقریب سهموی است، با افزایش انرژی فاصله ترازها کاهش می‌یابد.

در مرحله بعد، به طور خلاصه مورد مولکول چنداتمی را بررسی می‌کنیم. در این مورد نیز می‌توان طرح شکل ۱.۳ را به کار برد به شرط آنکه R را با مختصه مناسبی مشخص کنیم که مد ارتعاشی مفروض را توصیف کند. به عنوان مثال مولکول SF_6 را در نظر می‌گیریم که دارای شکل هشت‌وجهی است (شکل ۳.۳)، اتم گوگرد در مرکز هشت‌وجه و شش اتم فلوئور در رئوس آن قرار دارند. برای مد متقارن ارتعاش در شکل ۳.۳ (مد A_{1g})، مختصه R را می‌توان به صورت فاصله بین اتم گوگرد و هر یک از اتمهای فلوئور در نظر گرفت. از آنجا که با توجه به شکل ۱.۳ SF_6 شش مد مستقل ناواکن ارتعاشی دارد، انرژی پتانسیل U برای حالت کلی مولکول به تمامی شش مختصه ارتعاشی مولکول وابسته است. بنابراین شکل ۱.۳ را می‌توان مقطعی از یک تابع هفت‌بعدي دانست، تنها وقتی یک مختصه ارتعاشی دچار تغییر شود.

چون مولکول می‌تواند چرخش نیز داشته باشد، توصیفی که تاکنون شد شکل کامل سیستم مولکولی را به دست نمی‌دهد. طبق رهیافت مکانیک کوانتومی، انرژی چرخشی نیز کوانتیده است؛ برای یک چرخنده خطی صلب (مثلاً مولکول دواتمی صلب یا سه‌اتمی خطی)، این انرژی را



شکل ۳.۳. مدهای طبیعی (نرمال) ارتعاش یک مولکول هشت‌وجهی (نظیر SF_6). اتم گوگرد در مرکز هشت‌وجهی قرار دارد و شش اتم فلوئور در گوشه‌های هشت‌وجهی هستند.

می‌توان به صورت

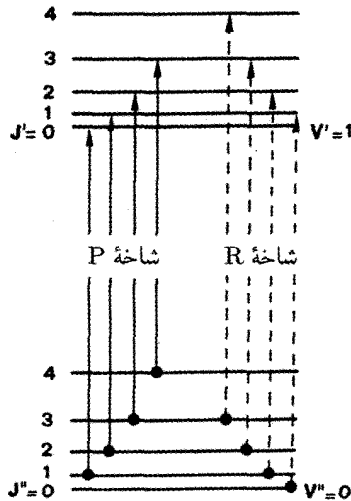
$$E_r = BJ(J + 1) \quad (۷.۱.۳)$$

بیان کرد، که ثابت چرخشی B از $\hbar^2/2I$ به دست می‌آید و I گشتاور لختی حول محوری عمود بر محور بین هسته‌ای است که از مرکز جرم می‌گذرد. بنابراین کل انرژی سیستم مولکولی با جمع انرژیهای الکترونی، ارتعاشی و چرخشی به دست می‌آید. طبعاً، ترازهای انرژی، مثلاً ترازهای ارتعاشی $v'' = 0$ و $v' = 1$ حالت پایه مطابق شکل ۴.۳ خواهد بود. توجه کنید که برخلاف ترازهای ارتعاشی (در نوسانگر هماهنگ)، فاصله بین ترازهای چرخش متوالی ثابت نیست و در واقع این فاصله به صورت خطی با عدد کوانتومی چرخشی J افزایش می‌یابد یعنی، $[E_r(J) - E_r(J - 1)] = 2BJ$.

۲.۱.۳ اشغال تراز در ترازمندی گرمایی

در ترازمندی ترمودینامیکی جمعیت یک تراز چرخشی-ارتعاشی متعلق به یک حالت الکترونی، $N(E_e, E_v, E_r)$ را می‌توان به صورت

$$N(E_e, E_v, E_r) \propto g_e g_v g_r \exp\{-[(E_e + E_v + E_r)/kT]\} \quad (۸.۱.۳)$$

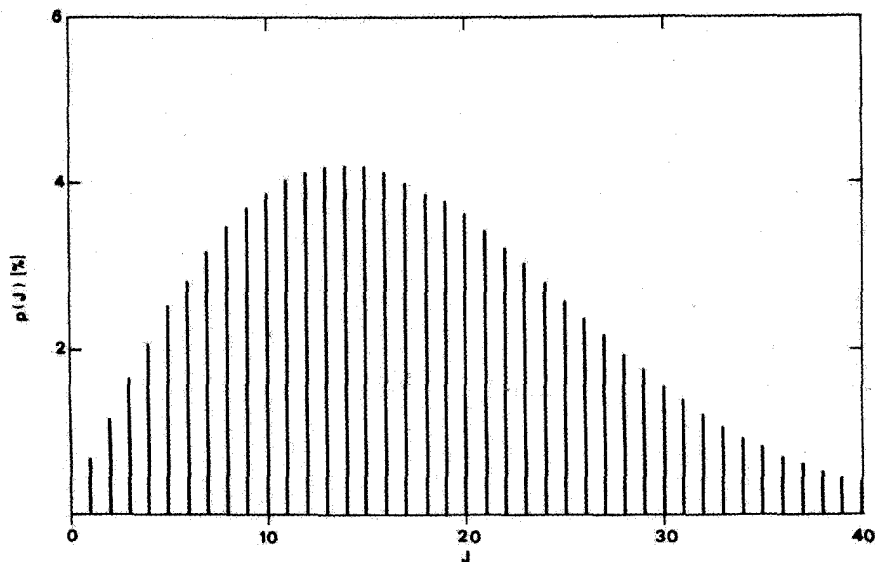


شکل ۴.۳ ترازهای انرژی چرخشی متعلق به دو حالت متوالی ارتعاشی یک مولکول. پیکانها گذارهای متعلق به شاخه P و شاخه R را نشان می دهند.

نوشت که در آن E_e, E_v, E_r و E_r به ترتیب انرژیهای الکترونی، ارتعاشی، و چرخشی تراز و g_v, g_e و g_r واکنشهای مربوط به ترازند [معادله (۳.۷.۲) را ببینید]. بر طبق برآوردهای بخش ۱.۱.۳، مرتبه بزرگی E_v/hc برابر 1000 cm^{-1} است در حالی که E_e/hc متجاوز از یک مرتبه بزرگی بزرگتر است. از آنجا که $kT/hc \cong 209 \text{ cm}^{-1}$ (در دمای $T = 300 \text{ K}$) نتیجه می شود که E_e و E_v هر دو به مقدار قابل ملاحظه ای از kT بزرگترند، بدین جهت می توانیم بگوییم که در ترازمندی گرمایی و دمای اتاق، مولکول باید در پایینترین تراز ارتعاشی حالت الکترونی پایه واقع شود.^۱ بنابراین احتمال اشغال یک تراز چرخشی مفروض این پایینترین حالت ارتعاشی را طبق معادلات (۷.۱.۳) و (۸.۱.۳) می توان به صورت

$$p(J) \propto (2J + 1) \exp[-BJ(J + 1)/kT] \quad (9.1.3)$$

نوشت. ضریب $(2J + 1)$ واکنی تراز را به حساب می آورد: در واقع تراز چرخشی با عدد کوانتومی J ، $(2J + 1)$ بار واکن است. به عنوان مثال، با در نظر گرفتن $B = 0.5 \text{ cm}^{-1}$ و فرض ۱. در حالی که این وضعیت برای مولکولهای دواتمی منطقی است، ولی به طور کلی برای مولکولهای چنداتمی قابل استفاده نیست. در مورد مولکولهای چنداتمی (مثل مولکول SF_6) فاصله بین ترازهای ارتعاشی اغلب به مقدار قابل ملاحظه ای کمتر از 1000 cm^{-1} است (تا حدود 100 cm^{-1})؛ بنابراین جمعیت بسیاری از ترازهای ارتعاشی برانگیخته در حالت الکترونی پایه ممکن است در دمای اتاق قابل ملاحظه باشد.



شکل ۵.۳ توزیع جمعیت میان ترازهای چرخشی یک حالت مفروض ارتعاشی.

۱- $kT = 209 \text{ cm}^{-1}$ (دمای اتاق)، شکل ۵.۳ توزیع جمعیت میان ترازهای چرخشی مختلف یک حالت ارتعاشی (مثلاً حالت پایه) را نشان می‌دهد. توجه کنید که حاصلضرب $2J + 1$ در رابطه (۹.۱.۳)، سنگینترین تراز انبوه‌شده، تراز پایه (یعنی $J = 0$) نیست بلکه تراز J است که دارای عدد چرخشی J است به طوری که در رابطه زیر

$$(2J + 1)_m = \left(\frac{2kT}{B} \right)^{1/2} \quad (10.1.3)$$

صدق می‌کند. نتیجه‌ای که از این بخش می‌توان گرفت آن است که، برای مولکولهای ساده در دمای اتاق، جمعیت مولکولی میان چندین تراز چرخشی از حالت ارتعاشی پایه توزیع می‌شود.

۳.۱.۳ گذارهای القایی

با توجه به بحث گذشته گذارهای میان ترازهای انرژی یک مولکول به سه نوع تقسیم می‌شوند:

- گذارهای بین دو تراز چرخشی-ارتعاشی مربوط به دو حالت مختلف الکترونی-به آنها گذارهای ارتعاشی-چرخشی (ویبرونیک) می‌گویند. این گذارها عموماً در ناحیه UV نزدیک طیف قرار می‌گیرند.

- گذارهای بین دو تراز چرخشی-ارتعاشی یک حالت الکترونی (گذارهای چرخشی-ارتعاشی). این گذارها عموماً در ناحیه طیفی فروسرخ نزدیک و میانی قرار می‌گیرند.
- گذارهای بین دو تراز چرخشی از یک حالت ارتعاشی، مثلاً $v'' = 0$ حالت الکترونی پایه (گذارهای چرخشی خالص). این گذارها عموماً در ناحیه فروسرخ دور قرار می‌گیرند.

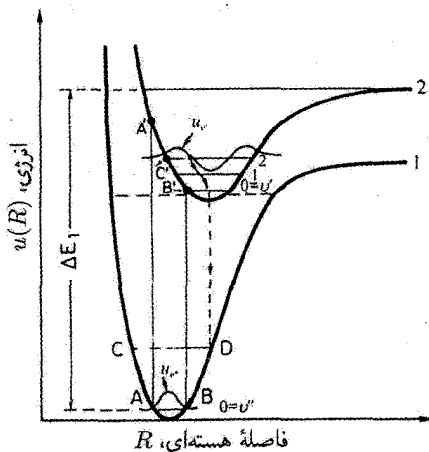
در بحثی که دنبال می‌شود، به‌طور خلاصه گذارهای ویبرونیک و چرخشی-ارتعاشی را به‌علت آنکه اکثر لیزرهای گازی مولکولی متداول براساس این دو نوع گذار هستند، مورد بررسی قرار می‌دهیم. به این ترتیب لیزرهایی که براساس گذارهای چرخشی خالص‌اند در ناحیه فروسرخ دور وجود دارند ولی استفاده از آنها تاکنون نسبتاً محدود بوده است (مثلاً، برای کاربردهای طیف‌نگاری). در دنباله مطلب، قوانین گزینش مکانیک کوانتومی این سه نوع گذار به‌طور خلاصه بررسی می‌شود (برای جزئیات بیشتر به پیوست د مراجعه کنید).

ابتدا گذار ویبرونیک را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که تقارن ویژه‌تابعهای الکترونی در حالت‌های پایینی و بالایی، باعث گذار دوقطبی الکتریکی می‌شود. از آنجایی که حرکت الکترونی بسیار سریعتر از حرکت هسته‌ای رخ می‌دهد، از اصل فرانک-کاندون درک می‌کنیم که در مدت گذار تابشی، فواصل هسته‌ای چندان دچار تغییر نمی‌شوند. اکنون اگر فرض کنیم که تمامی مولکولها در تراز $v'' = 0$ حالت الکترونی پایه قرار دارند،^۱ با مراجعه به شکل ۶.۳ گذار باید به‌صورت عمودی تحقق یابد، یعنی جایی بین گذارهای $A - A'$ و $B - B'$. اصل فرانک-کاندون را می‌توان با بیان اینکه احتمال گذار بین تراز ارتعاشی مفروض از حالت پایه، v'' ، و تراز ارتعاشی از حالت الکترونی بالاتر، v' ، از رابطه

$$W_{12} \propto \left| \int u_{v''} u_{v'} dR \right|^2 \quad (11.1.3)$$

به‌دست می‌آید، به روشی با کیفیت بیشتر اعمال کرد. $u_{v''}(R)$ و $u_{v'}(R)$ ویژه‌تابعهای ارتعاشی دو تراز هستند. در تقریب هماهنگ، این توابع حاصلضرب تابعی گاوسی و چندجمله‌ای هرمیت است. از آنجایی که تابع موج $v'' = 0$ را به‌عنوان تابع گاوسی می‌شناسیم، احتمال گذار طبق معادله (۱۱.۱.۳) برای حالت ارتعاشی که تابع موج $u_{v'}$ آن بهترین همپوشی را با تابع $u_{v''}$ دارد، بیشترین است. بنابراین در شکل ۶.۳ بیشترین احتمال گذار متعلق به تراز $v' = 2$ است. روشی برای درک این موضوع توجه به این نکته است که اگر از نقطه صفر انرژی صرف‌نظر کنیم، مولکول را می‌توان در فاصله‌ای بین نقاط A و B در حال سکون تصور کرد. وقتی فوتونی جذب مولکول

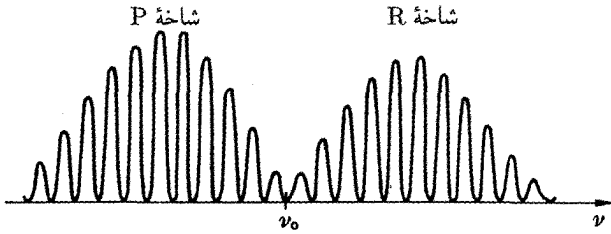
۱. هنگامی که ترازهای ارتعاشی بیشماری از حالت الکترونی پایه اشغال شوند، گذارها ممکن است از هر یک از این ترازها آغاز شود. نوارهای جذبی ناشی از $v'' > 0$ را نوارهای داغ می‌گویند.



شکل ۶.۳ گذارهای ویبرونیک مجاز برای یک مولکول دواتمی.

می‌شود، مولکول به تراز ارتعاشی بالاتر با همان فاصله هسته‌ای گذر می‌کند، لیکن هنوز هم در حال سکون است (یعنی، در حرکت هسته‌ای وضعیت و سرعت هنگام گذار الکترونی تغییر نمی‌کند). این بدان معناست که گذار به سمت نقطه C' از تراز ارتعاشی ۲ رخ می‌دهد. چون کمیته منحنی انرژی پتانسیل برای حالت برانگیخته به سمت مقادیر بزرگتر فاصله بین هسته‌ای R جابه‌جا می‌شود، پس از جذب، به دو اتم مولکول نیروی بازدارنده‌ای وارد خواهد شد، به نحوی که مولکول در حالت ارتعاشی ۲ $v' = ۰$ باقی می‌ماند. برای خاتمه دادن به موضوع می‌توانیم بگوییم که احتمال گذار برای گذار ویبرونیک با دوقطبی مجاز با $|\int u_{v''} u_{v'} dR|^2$ متناسب است؛ به این کمیت ضریب فرانک-کاندون می‌گویند.

اکنون گذار بین دو تراز ارتعاشی مرتبط با یک حالت الکترونی (یعنی گذارهای چرخشی-ارتعاشی) را بررسی می‌کنیم و فرض می‌کنیم که تقارن مولکول باعث رخ دادن این گذار می‌شود. در این حالت می‌گویند که گذار در فروسرخ فعال است.^۱ برای چنین گذاری، قانون گزینش کوانتومی الزام می‌دارد که $\Delta v = \pm ۱$ باشد که Δv تغییر در عدد کوانتومی ارتعاشی است. به این ترتیب، با شروع از حالت پایه $v'' = ۰$ ، تنها گذار به حالت $v' = ۱$ رخ می‌دهد (شکل ۲.۳). اما وقتی از تراز $v'' = ۱$ آغاز می‌کنیم، گذار ممکن است به $v' = ۲$ رخ دهد (جذب) و یا به تراز $v' = ۰$ (گسیل). این نتیجه‌گیری با گذارهای ویبرونیک که در آنها گذار به ترازهای ارتعاشی متعدد با احتمالی متناسب با ۱. مثال ساده‌ای از یک گذار فعال در فروسرخ شامل مولکولهای دواتمی با هسته‌های هم‌شکل است (مثل H_2). در این حالت گذارهای چرخشی-ارتعاشی مجاز نیستند، چون به علت تقارن، مولکول هنگام ارتعاش گشتاور دوقطبی الکتریکی را بروز نمی‌دهد.



شکل ۷.۳ گذار بین دوتراز ارتعاشی، که در آن جداسدگی چرخشی منظور شده است. در غیاب انرژی چرخشی، این گذار شامل یک خط منفرد در بسامد ν_0 است. در اینجا گذار شامل دو گروه خطوط است: شاخه P که متناظر است با پرش در عدد کوانتومی چرخشی $\Delta J = +1$ ، و شاخه R که متناظر است با پرش در عدد کوانتومی چرخشی $\Delta J = -1$.

ضریب فرانک-کاندون رخ می‌دهد، تفاوت دارد. توجه کنید که قانون گزینش $\Delta v = \pm 1$ صریحاً در حیطه تقریب پتانسیل هماهنگ معتبر است. از آنجایی که منحنیهای انرژی انرژي الکترونی در شکل ۶.۳ دقیقاً سهموی نیستند، می‌توان نشان داد که گذارهایی نیز ممکن است در نتیجه این ناهماهنگی رخ دهند که از قوانین گزینش $\Delta v = \pm 2, \pm 3, \dots$ پیروی می‌کنند، ولی احتمال آنها بسیار کمتر است (گذارهای فرازونوا).

برای هر دو گذارهای ویبرونیکی و ارتعاشی-چرخشی، تاکنون از این واقعیت صرف‌نظر کردیم که در ارتباط با هر تراز ارتعاشی، مجموعه کاملی از ترازهای چرخشی با فواصل نزدیک به هم وجود دارند که طبق معادله (۹.۱.۳) در ترازمندی گرمایی اشغال می‌شوند (شکل ۵.۳ را نیز ببینید). به‌عنوان مثال جذب بین یک تراز چرخشی از حالت ارتعاشی پایتتر و تراز چرخشی حالت بالاتر ارتعاشی صورت می‌گیرد. برای مولکولهای دواتمی و یا خطی سه‌اتمی، معمولاً قوانین گزینش ملزم می‌دارد که $\Delta J = \pm 1$ ($\Delta J = J'' - J'$) باشد، که J' و J'' اعداد چرخشی به ترتیب مرتبط با حالت‌های ارتعاشی پایینی و بالایی هستند. در مورد گذار چرخشی-ارتعاشی، یک گذار ارتعاشی مفروض (مثلاً $v'' = 1 \rightarrow v' = 0$ در شکل ۲.۳) که در غیاب چرخش شامل تنها یک بسامد ν_0 است، در واقع از دو مجموعه خطوط (شکل ۷.۳) تشکیل شده است. اولین مجموعه را که دارای بسامدهای پایتتر است شاخه P می‌گویند که متناظر با گذار $\Delta J = 1$ است. بسامدهای گذار در این شاخه پایتتر از ν_0 است، چون انرژی چرخشی در تراز بالاتر کوچکتر از انرژی چرخشی در تراز پایتتر است (شکل ۴.۳). مجموعه دوم که دارای بسامدهای بالاتری است را شاخه R می‌گویند، این گذار متناظر با $\Delta J = -1$ است. با رابطه (۷.۱.۳) می‌توان نشان داد که فاصله خطوط از نظر بسامد مساوی با $2B/h$ است. همچنین در شکل ۷.۳ مشاهده می‌شود که دامنه‌های

خطوط به علت جمعیت‌های متفاوت در ترازهای چرخشی حالت پایه، یکسان نیستند (شکل ۵.۳). سپس، فرض می‌شود که هر خط با سازوکار پهن‌شدگی پهن می‌شود (مثلاً پهن‌شدگی دوپلری یا برخوردی). برای مولکولهای پیچیده‌تر قانون گزینش $\Delta J = 0$ هم صادق است، در این مورد گذارها از تمامی ترازهای چرخشی از یک حالت ارتعاشی مفروض، یک خط منفرد به مرکز بسامد ν_0 ایجاد می‌کند (شاخه Q). مشاهده می‌شود که وقتی جمعیت وارون بین دو تراز ارتعاشی (نظیر ترازهای $\nu' = 1$ و $\nu'' = 0$ در شکل ۴.۳) حضور دارد، همان طیف مطابق شکل ۷.۳ در جذب را می‌توان درگسیل مشاهده کرد.

مثال ۱.۳ طیف گسیلی گذار لیزر CO_2 در $\lambda = 10.6 \mu m$. گذار $10^0 \rightarrow 0^0$ را در نظر می‌گیریم (به بخش لیزرهای CO_2 در فصل ۱۰ مراجعه کنید) که بسامد اصلی ν_0 برحسب عدد موج $\nu_0 = 9608 \text{ cm}^{-1}$ است [۲۰]. ثابت چرخشی مولکول CO_2 ، $B \cong 0.387 \text{ cm}^{-1}$ است [۲۰]. فرض می‌شود که این مقدار برای ترازهای ارتعاشی بالایی (0^0) و پایینی (10^0) یکی است. با بررسیهای گذشته، انرژیهای گذار برای گذارهای شاخه P را می‌توان از

$$E = h\nu_0 + BJ'(J' + 1) - BJ''(J'' + 1) = h\nu_0 - 2BJ'' \quad (12.1.3)$$

به دست آورد، که مطابق معمول، J'' عدد کوانتومی چرخشی حالت ارتعاشی پایینتر است. عدد چرخشی J'_m پرجمعیت‌ترین تراز چرخشی حالت ارتعاشی بالاتر از (۱۰.۱.۳) به دست می‌آید. فرض می‌کنیم مولکول نسبتاً داغ است، یعنی $T = 450 \text{ K}$ ، داریم $J_{\max} \cong 19.6$. برای مولکول CO_2 ، طبق تقارن در این مولکول تنها گذار (زوج) $J'' \rightarrow (\text{فرد}) J'$ رخ می‌دهد. بنابراین پرجمعیت‌ترین تراز چرخشی در حالت بالایی که برای گذار دستیافتنی است، یا تراز $J' = 19$ است و یا تراز $J' = 21$. فرض کنیم تراز $J' = 21$ پرجمعیت‌ترین است، این تراز برای شاخه P به تراز $J'' = 22$ [گذار (۲۲)] فرو می‌افتد. طبق (۱۲.۱.۳)، بسامد متناظر با گذار برابر خواهد بود با $\nu = \nu_0 - (2BJ''/h) = 9438 \text{ cm}^{-1}$. توجه کنید که طول موج متناظر با بسامد اصلی ν_0 ، $\lambda = (1/9438) \text{ cm} \cong 10.6 \mu m$ است. از آنجایی که تنها اعداد J'' زوج درگیر هستند، فاصله بین دو گذار متوالی شاخه P ، طبق (۱۲.۱.۳) از $\Delta\nu = 2B\Delta J'' = 4B = 1.55 \text{ cm}^{-1}$ به دست می‌آید.

مثال ۲.۳ پهنای خط دوپلری لیزر CO_2 . لیزر CO_2 ای که روی خط $P(22)$ در $\lambda = 10.6 \mu m$ نوسان می‌کند را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم $T = 450 \text{ K}$ (مثال ۱.۳ مراجعه کنید). با

استفاده از جرم مناسب CO_2 در معادله (۱۸.۵.۲)، به دست می آید $\Delta\nu^* \cong 50 \text{ MHz}$. توجه کنید که طبق (۱۸.۵.۲)، داریم $\Delta\nu^* \propto \nu_0$ و پهنای خط محاسبه شده برای یک مولکول CO_2 بسیار کوچکتر از پهنای خط لیزر He-Ne در مثال ۷.۲ است و این به علت آن است که بسامد نوسان ν_0 اکنون تقریباً ۱۷ بار کوچکتر است. باز هم توجه کنید که فرض بر آن است که در این مورد گاز داغتر است، چون برای به دست آوردن توانهای خروجی بالاتر نمونه‌ای در لیزرهای CO_2 توان دمش بالاتری نسبت به توان دمش در لیزر He-Ne لازم است. ■

مثال ۳.۳ پهن شدگی برخوردی در لیزر CO_2 . لیزر CO_2 ای را در نظر می‌گیریم که شامل مخلوطی از H_2 ، N_2 و CO_2 است. در این مورد پهنای خط لیزری ناشی از پهن شدگی برخوردی به طور تجربی از $(300/T)^{1/2} \times p(0.6\psi_{\text{He}} + 0.73\psi_{\text{N}_2} - 0.77\psi_{\text{CO}_2})$ برحسب $\Delta\nu$ ، برحسب MHz، به دست می‌آید [با روابط (۱۱.۵.۲) و (۱۲.۵.۲) مقایسه کنید]، که ψ کسر فشارهای جزئی از مخلوط گاز، T دمای گاز و p کل فشار (برحسب Torr) است. به عنوان مثال، در یک مخلوط گازی فشار پایین ($p \cong 15 \text{ Torr}$) در مخلوط $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ با نسبت (۱:۱:۸)، در دمای $T = 450 \text{ K}$ ، داریم $\Delta\nu_0 \cong 40 \text{ MHz}$. مقایسه‌ای با نتایج مثال ۲.۳ نشان می‌دهد که برای لیزر CO_2 فشار پایین، پهن شدگی برخوردی با پهن شدگی دوپلری قابل مقایسه است. لیکن برای فشارهای بالاتر لیزر CO_2 ، مثلاً لیزرهای فشار اتمسفری (فصل ۱۰ را ببینید)، پهن شدگی برخوردی سازوکار غالب در پهن شدگی خط خواهد شد. ■

در گذارهای چرخشی خالص قانون گزینش الزام می‌دارد که مولکول دارای گشتاور دوقطبی دائم باشد. در واقع، در گسیل خودبه‌خود، می‌توان تصور کرد که تابش گسیل شده از چرخش این گشتاور دوقطبی ناشی می‌شود. دوباره، طبق قانون گزینش باید $\Delta J = \pm 1$ باشد. بنابراین، در مورد گسیل القایی ناشی از یک تراز چرخشی مفروض J ، گذارها فقط به ترازهای چرخشی با عدد کوانتومی $J - 1$ رخ می‌دهند.

اکنون قوانین گزینش را که در گذارهای ویبرونیکی، چرخشی-ارتعاشی و چرخشی به کار می‌روند خلاصه می‌کنیم. در یک گذار ویبرونیکی دوقطبی الکتریکی مجاز، برای تغییر در عدد کوانتومی چرخشی داریم $\Delta J = \pm 1$ ، در حالی که برای تغییر در عدد کوانتومی ارتعاشی، قانون گزینش محضی حاکم نیست. در واقع با شروع از یک تراز ارتعاشی مفروض v'' از حالت الکترونی پایینی، گذار ممکن است به ترازهای متعدد ارتعاشی حالت الکترونی بالایی با احتمالی متناسب با ضریب فرانک-کاندون متناظر با گذار، رخ دهد. در یک گذار چرخشی ارتعاشی فعال فروسرخ، برای تغییر در عدد کوانتومی ارتعاشی در تقریب نوسانگر هماهنگ، $\Delta v = \pm 1$ را داریم و برای تغییر در عدد

کوانتومی چرخشی داریم $\Delta J = \pm 1$. برای گذارهای خالص چرخشی در مولکولهای با گشتاور دوقطبی دائم، مجدداً داریم $\Delta J = \pm 1$.

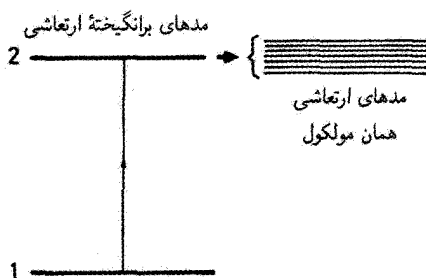
۴.۱.۳ فروافت تابشی و غیرتابشی

گسیل خودبه خود را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که ابتدا مولکول به تراز ارتعاشی از یک حالت برانگیخته الکترونی ارتقا یابد (شکل ۶.۳). از این حالت غالباً مولکول به سرعت با فرایندی غیرتابشی (مثلاً، در اثر برخورد) به تراز ارتعاشی $v' = 0$ فرو می‌افتد.^۱ این امر مخصوصاً برای مولکولهایی در فاز مایع که در آن برخوردهای زیادی رخ می‌دهد تحقق می‌یابد. از آنجا مولکول به طریق تابشی می‌تواند به تراز ارتعاشی حالت پایه فرو افتد (فلوئورسان، شکل ۶.۳ را ببینید). این گذار به صورت عمودی اتفاق می‌افتد و احتمال گذار از تراز $v' = 0$ به تراز از حالت پایه مجدداً متناسب با ضریب فرانک-کاندون متناظر با گذار است. تقریباً گفته می‌شود، ترازهای ارتعاشی حالت پایه درگیر، نزدیک تراز CD در شکل ۶.۳ است. سپس مولکول به سرعت از طریق فروافت غیرتابشی (مثلاً برخورد)، به تراز $v'' = 0$ حالت الکترونی پایه برمی‌گردد (یا به طور دقیقتر، ترازمندی گرمایی مجدداً در حالت الکترونی پایه ایجاد می‌شود). اکنون از شکل ۶.۳ کاملاً روشن است که چرا طول موج فلوئورسانسی بزرگتر از طول موج جذب است، پدیده‌ای که به آن قانون استوکس گفته می‌شود.

همچنین گسیل خودبه خود می‌تواند بین دو تراز چرخشی-ارتعاشی از حالت الکترونی پایه رخ دهد، و مجدداً برای یک گذار فعال در فروسرخ، قوانین گزینش $\Delta v = \pm 1$ و $\Delta J = \pm 1$ به کار رود. در گذارهای چرخشی خالص، گسیل خودبه خود تنها در مولکولهایی که دارای گشتاور دوقطبی دائم هستند اتفاق می‌افتد (بخش ۳.۱.۳ را ببینید) و قانون گزینش $\Delta J = \pm 1$ به کار می‌رود. همچنین توجه کنید که در گذارهای چرخشی-ارتعاشی و همچنین در گذارهای چرخشی، مقدار کوچک بسامد گذار نشان‌دهنده آن است که طول عمر گسیل خودبه خود خیلی بلند است، مثلاً از میلی‌ثانیه‌ها تا حتی ثانیه‌ها (یادآور می‌شویم که $T_{sp} \propto 1/v^3$). بدین ترتیب فروافت خودبه خود مولکول معمولاً بر فرایندهای غیرتابشی فایز می‌آید.

در مرحله بعد به طور خلاصه پدیده‌هایی که موجب فروافت غیرتابشی می‌شوند را بررسی می‌کنیم. با ارجاع به بحث کلیتر در بخش ۱.۶.۲، در اینجا به سازوکارهای اصلی اشاره خواهیم کرد.

۱. فروافت سریع در اثر گرمایی شدن مولکول در حالت الکترونی بالایی است. بنابراین احتمال اشغال یک تراز ارتعاشی مفروض این حالت از معادله (۸.۱.۳) به دست می‌آید. بنابراین برای مولکولهای ساده، پایینترین تراز ارتعاشی دارای جمعیت غالب است.



شکل ۸.۳ تبدیل داخلی بین مدهای چرخشی-ارتعاشی نزدیک تشدید همان مولکول.

غیرفعال‌سازی (واانگیزگی) برخوردی با نمونه‌های مشابه یا غیرمشابه معمولاً در مولکولهای در فاز مایع رخ می‌دهد. در فاز گازی این طریق فروافت، مخصوصاً وقتی انرژی گذار کوچک است (مثلاً گذار چرخشی) و وقتی نمونه‌های برخوردی دارای جرم کوچک باشند [مثلاً غیرفعال‌سازی تراز $(0, 1, 0)$ CO_2 با اتمهای هلیوم، در فصل ۱۰] بسیار مؤثر است. غیرفعال‌سازی برخوردی باعث گرمایی شدن سریع در میان ترازهای چرخشی یک حالت ارتعاشی مفروض می‌شود.

انتقال انرژی نزدیک تشدید به نمونه‌های دیگر مشابه یا غیرمشابه (شکل ۱۲.۲)، مخصوصاً وقتی ناعادلی ΔE به مقدار قابل ملاحظه‌ای از kT کوچکتر باشد، مؤثر خواهد بود. مثال ارزنده‌ای از این فرایند فروافت غیرتابشی را مجدداً در مولکول CO_2 برای واهلش تراز $(0, 2, 0)$ CO_2 به تراز $(0, 1, 0)$ CO_2 می‌بینیم (فصل ۱۰ را ببینید).

ممکن است تبدیل داخلی به تراز دیگر ارتعاشی-چرخشی از همان مولکول نیز به وقوع بپیوندد (شکل ۸.۳). این فرایند را فروافت هم‌مولکولی می‌گویند، چون این فرایند در همان مولکول رخ می‌دهد و مخصوصاً وقتی شمار زیادی از مدهای ارتعاشی-چرخشی در یک گذار مفروض نزدیک تشدید حضور دارند، این فرایند مؤثر خواهد بود. این مدها ممکن است به حالت الکترونی متفاوتی تعلق داشته باشند، به عنوان مثال، مجدداً با مراجعه به شکل ۶.۳، وقتی مولکول در پایینترین تراز ارتعاشی حالت الکترونی بالاتر (یعنی، $v' = 0$) قرار می‌گیرد، مولکول می‌تواند به صورت غیرتابشی به یک تراز ارتعاشی تقریباً هم‌انرژی با حالت الکترونی پایه فروافتد (تراز خط چین در شکل). تبدیل داخلی مخصوصاً برای مولکولهای بزرگ، نظیر مولکولهای رنگینه با مدهای بیشمار ارتعاشی، بسیار مؤثر است. در این مورد، تعداد مدهای ارتعاشی متعلق به حالت الکترونی پایه که با تراز $v' = 0$ در حالت نزدیک تشدید است می‌تواند کاملاً بزرگ باشد و طول عمر غیرتابشی متناظر آن حتی ممکن است به کوتاهی چند ده پیکوثانیه برسد.

۲.۳ نیمرساناهای کپه‌ای

در این بخش مسئلهٔ برهم‌کنش تابش با ماده را در نیمرسانای کپه‌ای، یعنی نیمرسانایی که ابعاد فیزیکی آن بسیار بزرگتر از طول موج دو بروی الکترونهاست، تحت بررسی است، مورد مطالعه قرار می‌دهیم. نیمرساناهای محدود شدهٔ کوانتومی (چاههای کوانتومی، سیمهای کوانتومی، و نقطه‌های کوانتومی)، که به ترتیب یک، دو، یا هر سه بعد فیزیکی آن با طول موج دو بروی قابل مقایسه است در ادامهٔ بخش مورد بررسی قرار می‌گیرند. در واقع این نیمرساناها نقش بسیار مهمی در فیزیک لیزر دارند. مجدداً تشریح خود را به نمودهای با اهمیتی که در پدیده‌های پیچیده‌ای رخ می‌دهند، محدود می‌کنیم. برای بررسی بیشتر موضوع، خواننده می‌تواند به مرجع ۳ رجوع کند.

۱.۲.۳ حالت‌های الکترونی

الکترونهاى خارجی اتمهای یک مادهٔ نیمرسانا در تمامی بلور جایگزین نشده‌اند: بنابراین تابعهای موج متناظر را می‌توان به صورت تابعهای موج بلاک [۴] نوشت

$$\psi(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \exp[j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] \quad (۱.۲.۳)$$

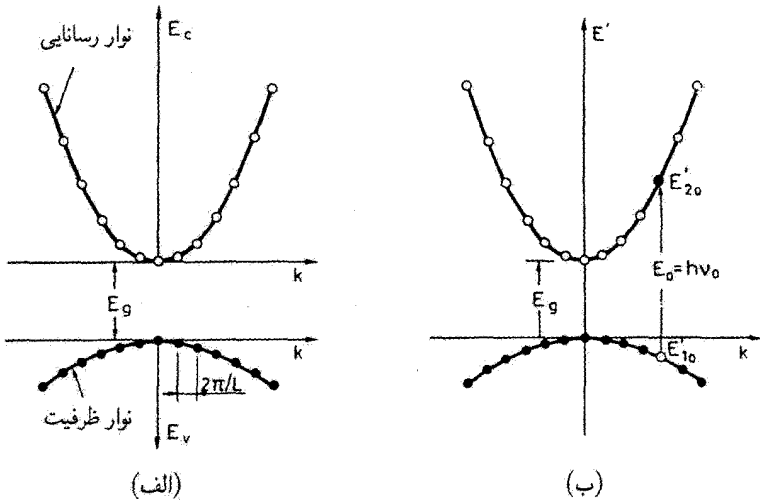
که $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ دارای تناوب شبکهٔ بلوری است. با قراردادن (۱.۲.۳) در معادلهٔ موج شرودینگر نشان داده می‌شود که ویژه‌مقدارهای انرژی الکترون E تابعی از \mathbf{k} است و مقادیر آن در نوارهای مجاز قرار می‌گیرند. از اینجا به بعد تنها بالاترین نوار اشغال شده، یعنی نوار ظرفیت و نوار بعدی بالاتر، یعنی نوار رسانش را بررسی می‌کنیم. در تقریب نوار سهموی، رابطهٔ E برحسب k را می‌توان با یک سهمی تقریب زد، که به نمایشی منجر می‌شود که در شکل ۹.۳ برای نوارهای ظرفیت و رسانش آمده است. انرژی E_c در نوار رسانش، که از پایین نوار به طرف بالا مقیاس زده می‌شود [شکل ۹.۳ (الف)]، می‌تواند به صورت

$$E_c = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} \quad (الف) ۲.۲.۳$$

نوشته شود، که $m_c = \hbar^2 / (d^2 E_c / dk^2)_{k=0}$ جرم مؤثر الکترون در انتهای نوار رسانش است. به همین ترتیب، نوار ظرفیت را که از بالای نوار به سمت پایین مقیاس زده می‌شود [شکل ۹.۳ (الف)] می‌توان به صورت

$$E_v = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v} \quad (ب) ۲.۲.۳$$

نوشت، که $m_v = \hbar^2 / (d^2 E_v / dk^2)_{k=0}$ جرم مؤثر الکترون در بالای نوار ظرفیت است. برای یک گذار مفروض، آسانتر آن است که انرژی را در دستگاه مختصات بیان کنیم، مثلاً از بالای نوار



شکل ۹.۳ رابطه انرژی برحسب k برای یک نیمرسانای کپه‌ای: (الف) برای نوار رسانش، شروع مقیاس انرژی از انتهای نوار رسانش به طرف بالا و برای نوار ظرفیت از بالای نوار ظرفیت به طرف پایین است؛ (ب) برای هردوی نواری رسانشی و ظرفیت، شروع مقیاس انرژی از بالای نوار ظرفیت به طرف بالاست.

ظرفیت به سمت بالا [شکل ۹.۳ (ب)]. اگر انرژی در این دستگاه مختصات باشد، آشکار است که اکنون انرژیها در نواری رسانش و ظرفیت خواهند شد

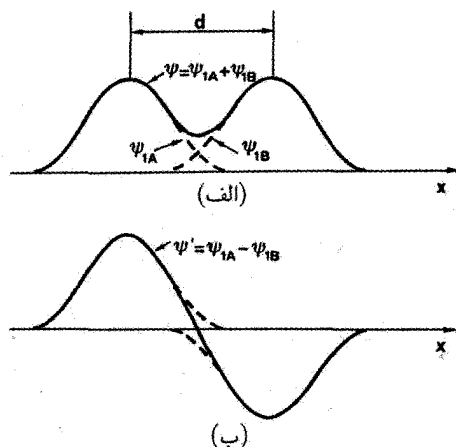
$$E'_c = E_g + E_c \quad (الف\ ۳.۲.۳)$$

$$E'_v = -E_v \quad (ب\ ۳.۲.۳)$$

که E_g گاف انرژی است.

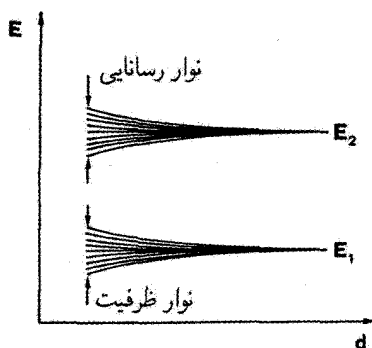
این مدل ساده تک بعدی را با قراردادن مؤلفه‌های بردار k الکترون به صورت k_x, k_y, k_z و با فرض آنکه جرم مؤثر، یعنی انحناهای نوار در جهتهای x, y, z یکی باشند به حالت سه بعدی تعمیم می‌دهیم. این بار نیز معادلات (۲.۲.۳) و (۳.۲.۳) به دست می‌آیند، که اکنون $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ است. تاکنون فرض کردیم که اندازه بلور نیمرسانا بینهایت است. برای بلوری با اندازه متناهی، به شکل مکعب مستطیل به ابعاد L_x, L_y, L_z ، باید این شرط نوری را که کل جابه‌جایی فاز، $k \cdot r$ در عبور از بلور مضرب صحیحی از 2π است، اعمال کنیم، لذا خواهیم داشت

$$k_i = \left(\frac{2\pi l}{L_i} \right) \quad (۴.۲.۳)$$



شکل ۱۰.۳ ترکیب خطی تابعهای موج اتمی ψ_{1A} و ψ_{1B} دو اتم مشابه در فاصله d از یکدیگر.

که $i = x, y, z$ و l عددی است درست. در مورد تک‌بعدی، حالت‌های موجود در نوار ظرفیت با دایره‌های سیاه یا در نوار رسانش با دایره‌های توخالی نشان داده شده است (شکل ۹.۳). حضور نوارهای ظرفیت رسانش را نیز می‌توان با یک استدلال ساده فیزیکی توضیح داد. برای سادگی سدیم را که هراتم آن شامل ۱۱ الکترون است در نظر می‌گیریم. ده تا از این الکترونها سخت به هسته مقید هستند تا یونی با بار مثبت e را تشکیل دهند. الکترون یازدهم در مداری به دور این یون حرکت می‌کند. فرض می‌کنیم E_1 و E_2 انرژیهای این الکترون در حالت پایه و اولین حالت برانگیخته، و ψ_1 و ψ_2 به ترتیب تابعهای موج متناظر با آنها باشند. اکنون دو اتم سدیم را در نظر می‌گیریم که به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته باشند. اگر d بسیار بزرگتر از ابعاد اتمی باشد، دو اتم با یکدیگر برهم‌کنش نخواهند داشت و انرژی دو حالت بدون تغییر خواهد بود. به عبارت دیگر، دو اتم را در دو حالت انرژی E_1 نشان در نظر می‌گیریم، مثلاً تراز انرژی یک الکترونی در سیستم دو اتمی هنوز E_1 است و این تراز واگنی دوتایی است. در واقع تابع موج کلی را می‌توان به صورت ترکیب دو تابع موج ψ_{1A} و ψ_{1B} دانست، که دو تابع یا در فاز موافق‌اند یا 180° اختلاف فاز دارند، (شکل ۱۰.۳). در غیاب پتانسیل برهم‌کنش، این دو حالت دارای یک مقدار انرژی E_1 هستند. لیکن، اگر فاصله اتمی d به اندازه کافی کوچک شود، انرژیهای این دو حالت به علت برهم‌کنش قدری متفاوت خواهند بود و تراز با واگنی دوتایی به دو تراز شکافته می‌شود. به همین ترتیب در یک سیستم N اتمی، وقتی آنها به اندازه کافی نزدیک یکدیگرند با هم برهم‌کنش می‌کنند و تراز واگنی N تایی حالت انرژی E_1 به N تراز به فواصل نزدیک شکافته می‌شود. بنابراین، حالت



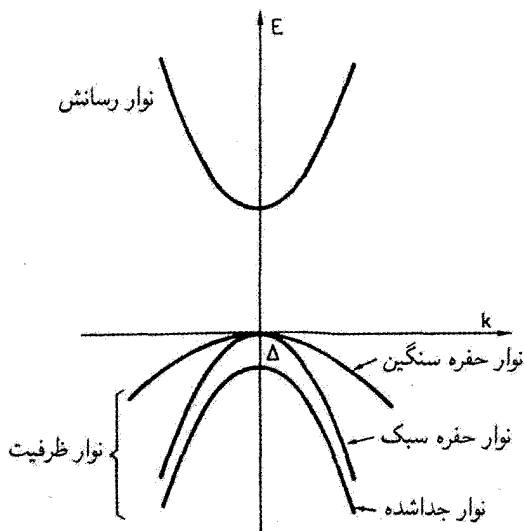
شکل ۱۱.۳ شکافتگی N تایی ترازهای انرژی اتمی برحسب تابعی از فاصله اتمی d برای سیستمی شامل N اتم.

انرژی E_1 ، به نوار ظرفیت و حالت انرژی E_2 به نوار رسانش منجر می‌شود (شکل ۱۱.۳). با توجه به استدلال گذشته می‌بینیم که هر نوار شامل N تراز نزدیک به هم است، که N کل تعداد اتمها در بلور نیمرساناست. از آنجایی که N معمولاً عدد بسیار بزرگی است، در هر نوار نیمرسانا، این تک‌ترازهای انرژی عموماً قابل تفکیک نیستند.

برای آنکه مطالب را خلاصه کنیم، می‌توانیم بگوییم که در تقریب نوار سهموی، در نیمرسانا معادلات (۲.۲.۳) و (۳.۲.۳) و شرایط مرزی [معادله (۴.۲.۳)] مقادیر مجاز انرژی را توصیف می‌کنند. در این تقریب، الکترون مانند ذره‌ای آزاد با تکانه $p = \hbar k$ در نظر گرفته می‌شود (در واقع برای یک ذره آزاد $E = p^2/2m$ است) و جزئیات سیستم کوانتومی واقعی برای ظهور مقادیر گاف انرژی E_g و جرمهای مؤثر m_c و M_v کاهش یافته‌اند. توجه کنید که برای مورد سه بعدی، می‌توانیم معادله‌ای بنویسیم که تکانه p الکترون را به بردار k تابع موج مربوط می‌کند:

$$p = \hbar k \quad (۵.۲.۳)$$

همچنین توجه کنید در معادلات (۲.۲.۳) و (۳.۲.۳) فقط نیمرساناهای گاف-مستقیم را در نظر گرفتیم، که در آنها بالای نوار ظرفیت و پایین نوار رسانش به‌ازای یک مقدار k رخ می‌دهد. نیمرسانای گاف غیرمستقیم نظیر Si یا Ge را در اینجا بررسی نمی‌کنیم، چون آنها مربوط به مواد لیزری نیستند. از انواع نیمرساناهای گاف مستقیم، بررسی خود را به ترکیبات III-V، نظیر GaAs، InGaAs، یا InGaAsP محدود می‌کنیم. مخصوصاً برای GaAs، $m_c = 0.067 m_0$ که m_0 جرم سکون الکترون آزاد است. توجه کنید که، برای تمامی نیمرساناهای III-V، سه نوع مختلف نوار ظرفیت



شکل ۱۲.۳ نوارهای ظرفیت حفرة سنگین، حفرة سبک، و جداشده برای نیمرساناهای بدون کرنش III-V.

وجود دارد که عبارت‌اند از حفرة سنگین (hh) ، که برای GaAs داریم $m_{hh} = 0.46m_0$ ؛ حفرة سبک (lh) ، که برای GaAs داریم $m_{lh} = 0.08m_0$ ؛ و نوار جداشده (به شکل ۱۲.۳ مراجعه شود). برای درک اینکه چرا این‌گونه است با استفاده از بحث گذشته درخصوص اتم سدیم، نوارهای انرژی را ناشی از ترازهای انرژی اتمی ناپیوسته اتمهای منفردی در نظر می‌گیریم که بلور را تشکیل داده‌اند. طبق این اصل، می‌توان نشان داد که فقط یک نوار رسانش وجود دارد، چون حالت برانگیخته اتمهای منفرد متناظر، مشابه با حالت s مدارهای اتمی، دارای تقارن کروی است. به همین ترتیب، می‌توان نشان داد که حالت پایینی (حالت ۱ با انرژی E_1 در شکل ۱۱.۳) دارای تقارن p است، لذا سه نوار ظرفیت از ترکیب مناسبی از مدارهای p_x ، p_y ، p_z این حالت، با در نظر گرفتن تقارن بلور، پدید می‌آید. در واقع در بلوری با تقارن مکعبی، مانند تمام ترکیبات بدون کرنش III-V، انتظار می‌رود که هر سه نوار در $k = 0$ دارای یک مقدار انرژی باشند. لیکن برهم‌کنش اسپین-مدار یکی از این نوارها را پایینتر می‌آورد (نوار جداشده). از آنجایی که مقدار این جداشدگی (مثلاً برای GaAs، $\Delta E = 0.34\text{eV}$) بسیار بزرگتر از $kT \cong 0.028\text{eV}$ است، نوار جداشده همواره با الکترونها پر شده است، لذا در گذارهای تابشی و غیرتابشی مشارکت ندارد. با دلایلی که در بخش ۲.۲.۳ ارائه کردیم، نوار حفرة سبک نیز در گذارها سهم اندکی دارد. بنابراین، با تقریب مرتبه اول، نوار ظرفیت نیمرسانای III-V را می‌توان تنها شامل نوار hh در نظر گرفت.

۲.۲.۳ چگالی حالتها

به دنبال بحث مدهای کاواک در بخش ۱.۲.۲، شمار حالت‌های انرژی $p(k)$ که مقدار k آنها از k_i تا k تغییر می‌کند را محاسبه کردیم. از آنجایی که با مراجعه به شکل ۲.۲، اکنون مقادیر k_i مثبت و منفی مجاز هستند،^۱ $p(k)$ از تقسیم حجم کره‌ای به شعاع k ، یعنی $4\pi k^3/3$ ، بر واحد یاخته، $(2\pi)^3/L_x L_y L_z$ ، ضربدر ضریب ۲ که دو حالت ناشی از الکترون را به حساب می‌آورد، به دست می‌آید، لذا

$$p(k) = \left(\frac{k^3 V}{3\pi^2} \right) \quad (۶.۲.۳)$$

که $V = L_x L_y L_z$ حجم بلور است. از آنجایی که شمار حالتها بسیار زیاد است، می‌توان چگالی حالت در واحد حجم $\rho(k)$ را به صورت زیر محاسبه کرد

$$\rho_{c,v} = \frac{dp}{Vdk} = \frac{k^2}{\pi^2} \quad (۷.۲.۳)$$

که از (۶.۲.۳) بهره گرفته شده است. توجه کنید که رابطه (۷.۲.۳) هم برای نوار ظرفیت و هم برای نوار رسانش اعتبار دارد و برای نشان دادن این موضوع، چگالی حالتها را با شاخصهای c و v نشان دادیم. محاسبه چگالی حالتها $\rho(E)$ برحسب انرژی الکترون نیز مورد توجه است. چون $\rho_{c,v}(E)dE = \rho_{c,v}(k)dk$ از معادلات (۲.۲.۳) می‌یابیم که

$$\rho_c(E_c) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_c^{1/2} \quad (\text{الف } ۸.۲.۳)$$

$$\rho_v(E_v) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_v^{1/2} \quad (\text{ب } ۸.۲.۳)$$

متذکر می‌شویم که E_v و E_c به ترتیب از انتهای نوار رسانش رو به بالا و از بالای نوار ظرفیت رو به پایین اندازه‌گیری می‌شود [شکل ۹.۳ (الف)]. توجه کنید که چون برای ترکیبات III-V، داریم $m_{lh} \ll m_{hh}$ ، همچنین، چون $\rho_c \ll \rho_v$ ، به دنبال آن نتیجه می‌شود $m_c \ll m_v = m_{hh}$ است، چگالی حالت‌های حفره‌های سبک تنها کسر کوچکی از حالت‌های حفره سنگین است. طبق این نتیجه‌گیری، حفره‌های سبک در نیمرسانای III-V بسیار در اقلیت هستند و معمولاً می‌توان از حضور آنها در مقایسه با حفره‌های سنگین صرف‌نظر کرد.

۱. روشی که تاکنون به‌کار برده شد را می‌توان برحسب اعداد صحیح مثبت l به‌کار برد. بنابراین به جای معادله (۴.۲.۳) می‌توان نوشت $k_i = (\pi l/L_i)$. لیکن نتیجه نهایی چگالی حالتها بدون تغییر خواهد ماند.

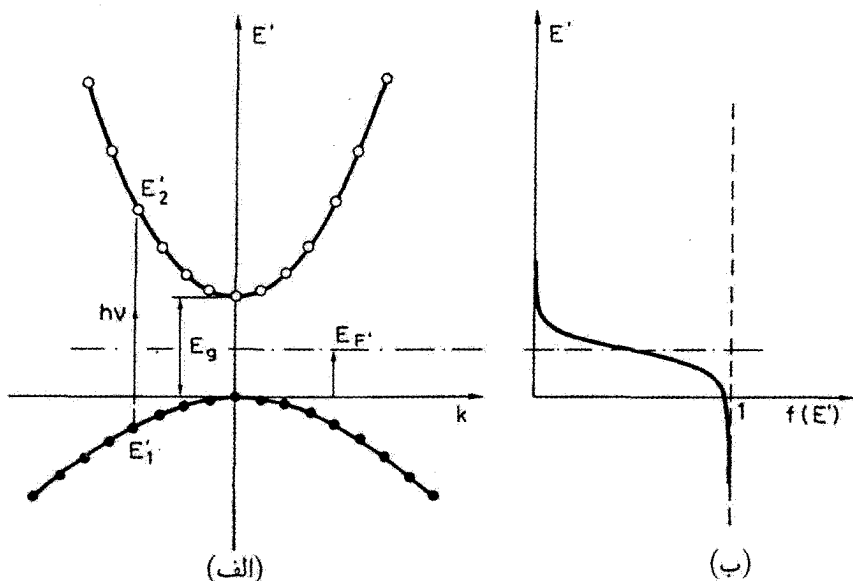
۳.۲.۳ اشغال تراز در ترازمندی گرمایی

ابتدا فرض می‌کنیم که نیمرسانا کلاً در ترازمندی گرمایی است. از آنجایی که الکترون‌ها از فرمیون‌ها هستند، یعنی از اصل طرد پائولی تبعیت می‌کنند، باید از آمار فرمی-دیراک به جای آمار بولتزمن پیروی کنند. احتمال آنکه الکترون تراز مفروضی با انرژی E' را در نوار ظرفیت یا نوار رسانش اشغال کند از رابطه

$$f(E') = \frac{1}{1 + \exp[(E' - E'_F)/kT]} \quad (۹.۲.۳)$$

به دست می‌آید، که E'_F انرژی تراز فرمی است. در این مورد، انرژی هر دو نوارهای ظرفیت رسانش به یک تراز مرجع مطابق شکل‌های ۹.۳ (ب) و ۱۳.۳ (الف) ارجاع داده شده است. E'_F را می‌توان با بهره‌گیری از معادله (۹.۲.۳) و با قراردادن $E' = E'_F$ تفسیر کرد، که $f(E'_F) = \frac{1}{2}$ را به دست می‌آوریم. تفسیر دیگری در خصوص اهمیت E'_F را نیز با استفاده از معادله (۹.۲.۳) و با قراردادن $T \rightarrow 0$ به دست می‌آوریم. برای $E' < E'_F$ به دست می‌آید $f(E') = 1$ و برای $E' > E'_F$ خواهیم داشت $f(E') = 0$. بنابراین، در دمای $T = 0$ ، تراز فرمی در یک نیمرسانا ناحیه اشغال شده را از ناحیه خالی جدا می‌کند. اکنون به خاطر می‌آوریم که برای نیمرساناهای آلایندة نشده، E'_F تقریباً در وسط گاف انرژی واقع می‌شود. بنابراین برای $T > 0$ ، رابطه $f(E')$ برحسب E' مطابق شکل ۱۳.۳ (ب) است. این به آن معناست که، چون $E_g \gg kT$ است، اشغال تراز در نوار رسانش خیلی کوچک است، یعنی تعداد اندکی الکترون به صورت گرمایی به نوار رسانش راه می‌یابند. نتیجه به دست آمده از این وضعیت آن است که در شکل‌های ۹.۳ (الف) و ۱۳.۳ (الف)، حالت‌های دسترس در نوار ظرفیت با دایره‌های توپر نشان داده شده است که حضور الکترون را نشان می‌دهد. برعکس، حالت‌های دسترس در نوار رسانش با دایره‌های توخالی نشان داده شده است که عدم حضور الکترون را نشان می‌دهد، یعنی حضور حفره. از طرف دیگر، برای آلایندگی نوع n ، E'_F باید در جهت نوار رسانش جابه‌جا شود تا الکترون‌های حاصل از یون‌های آلایندة را در این نوار جای دهد. برای آلایندگی نوع p ، E'_F به سمت نوار ظرفیت جابه‌جا می‌شود. در نهایت برای آلایندگی خیلی سنگین (سطح آلایندگی حدود 10^{18} cm^{-3})، E'_F آنچنان جابه‌جا می‌شود که در واقع به ترتیب به نوار رسانش یا نوار ظرفیت وارد می‌شود. بدین ترتیب نیمرسانا را واگن می‌گویند، چون خاصیت رسانایی آن مشابه با خاصیت رسانایی فلز خواهد شد.

اکنون فرض می‌کنیم که با سازوکار دمش مناسبی، الکترون از نوار ظرفیت به نوار رسانش ارتقا یابد. واهلس داخلی نواری (با ثابت زمانی τ که با برخورد‌های الکترون-فونون مستقر می‌شود



شکل ۱۳.۳ (الف) انرژی E' برحسب k و (ب) احتمال اشغال تراز $f(E')$ برای هر دو نوار رسانش و ظرفیت در وضعیت ترازمندی گرمایی.

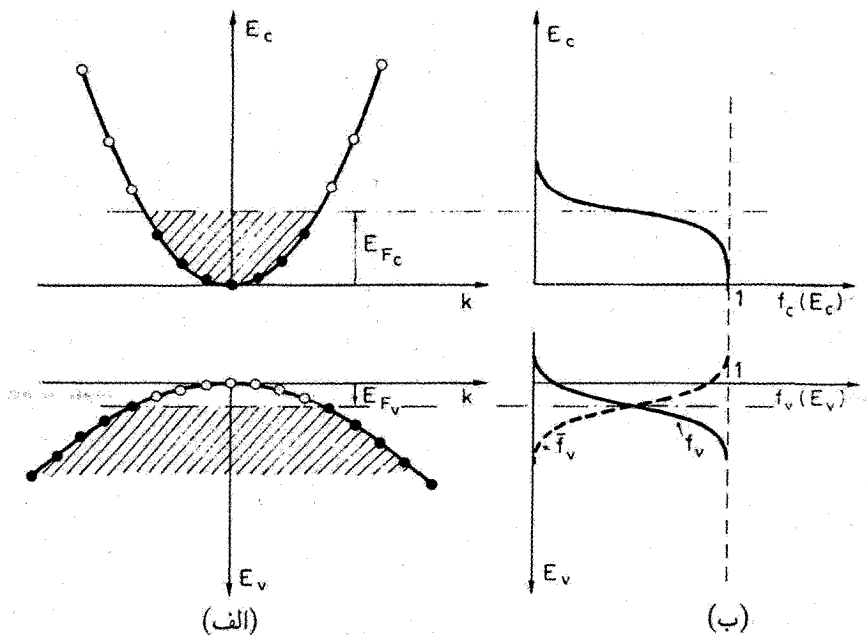
و نوعاً 1ps (\approx است) معمولاً بسیار سریعتر از واهلش بین نواری است (با ثابت زمانی τ که نوعاً 1ns \approx است و ناشی از ترکیب مجدد الکترون-حفره است). به این ترتیب، حتی اگر ترازمندی کلی در نیمرسانا برقرار نباشد، در هر نوار یک ترازمندی گرمایی به سرعت استقرار می‌یابد. بنابراین می‌توان از احتمالهای مجزای f_c و f_v نوار ظرفیت و نوار رسانش صحبت به میان آورد. این بدان معناست که f_c و f_v به ترتیب از روابطی با شکل عمومی (۹.۲.۳) برای هر نوار به دست می‌آید. به بیان دقیقتر، اکنون با مراجعه به سیستم مختصات انرژی شکل ۹.۳ (الف)، می‌توانیم بنویسیم

$$f_c(E_c) = \frac{1}{1 + \exp[(E_c - E_{F_c})/kT]} \quad (\text{الف } 10.2.3)$$

و

$$f_v(E_v) = \frac{1}{1 + \exp[(E_{F_v} - E_v)/kT]} \quad (\text{ب } 10.2.3)$$

که اکنون E_{F_v} و E_{F_c} انرژیهای ترازهای شبه-فرمی نوارهای رسانش و ظرفیت هستند. به این ترتیب، برای مقادیر مفروض E_{F_v} و E_{F_c} رسم نمودار $f_c(E_c)$ برحسب E_c و $f_v(E_v)$ برحسب



شکل ۱۴.۳ الف) انرژی E برحسب k و (ب) احتمال اشغال تراز $f_{c,v}(E)$ برای نوارهای رسانش و ظرفیت در ترازمندی گرمایی در هر نوار.

E_v مطابق شکل ۱۴.۳ (ب) خواهد بود. توجه کنید که با ادامه بحث گذشته راجع به تراز فرمی، ترازهای شبه-فرمی در هر نوار، مرزهای بین مناطق حالت‌های کاملاً اشغال شده و کاملاً تهی شده را در دمای $T = 0 \text{ K}$ نشان می‌دهند. بنابراین برای $T = 0 \text{ K}$ ، حالت‌هایی که با یک الکترون پر می‌شوند (دایره توپر) و حالت‌هایی که با یک حفره پر می‌شوند (دایره توخالی) مطابق شکل ۱۴.۳ (الف) نشان داده شده‌اند. در همان شکل نواحی هاشورزده متناظر با حالت‌های اشغال شده توسط الکترون‌ها هستند. بعضی مواقع بهتر است معادله (۳.۲.۳) را با استفاده از مختصات انرژی شکل ۹.۳ (ب) بیان کنیم. طبق معادله (۳.۲.۳) الف) و معادله (۳.۲.۳) ب)، به دست می‌آوریم

$$f_c(E'_c) = \frac{1}{1 + \exp[(E'_c - E'_{F_c})/kT]} \quad (\text{الف } ۱۱.۲.۳)$$

$$f_v(E'_v) = \frac{1}{1 + \exp[(E'_v - E'_{F_v})/kT]} \quad (\text{ب } ۱۱.۲.۳)$$

همان طوری که دیدیم، ترازهای شبه فرمی در هر نوار مرزهای بین حالت‌های اشغال شده و تهی را نشان می‌دهند. در نتیجه مقادیر E'_{F_c} و E'_{F_v} در معادله (۱۱.۲.۳) باید به تعداد الکترونیایی که به نوار رسانش ارتقا داده می‌شوند، وابسته باشد. برای اینکه این وابستگی را به دست آوریم، چگالی الکترون N_e را در نوار رسانش محاسبه می‌کنیم

$$N_e = \int_0^{\infty} \rho_c(E_c) f_c(E_c) dE_c \quad (۱۲.۲.۳)$$

برای محاسبه چگالی حفره متناظر، N_h ، در نوار ظرفیت، توجه داریم که $\bar{f}_v(E_v) = 1 - f_v(E_v)$ احتمال آن است که یک حالت مفروض در نوار ظرفیت توسط یک الکترون پر نشده است و لذا توسط یک حفره پر می‌شود. سپس از معادله (۱۰.۲.۳) ب، به دست می‌آید

$$\bar{f}_v(E_v) = \frac{1}{1 + \exp[(E_v - E_{F_v})/kT]} \quad (۱۳.۲.۳)$$

معادله (۱۳.۲.۳) نشان می‌دهد که در دستگاه مختصات انرژی شکل ۱۴.۳ الف)، احتمال اشغال حفره در نوار ظرفیت دارای همان شکل تابع احتمال اشغال الکترون در نوار رسانش است [معادلات (۱۰.۲.۳) الف) و (۱۳.۲.۳)] را با یکدیگر مقایسه کنید. این امر محاسبه نوار ظرفیت را کاملاً متقارن با محاسبه نوار رسانش می‌سازد. بنابراین، برای مقدار مفروض تراز شبه فرمی در نوار ظرفیت، چگالی حفره، N_h از

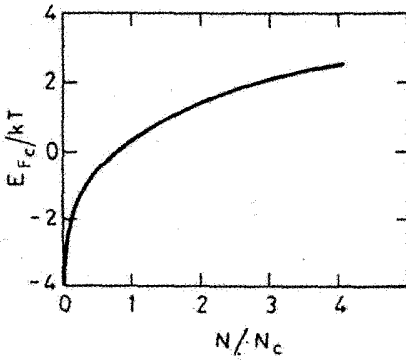
$$N_h = \int_0^{\infty} \rho_v(E_v) \bar{f}_v(E_v) dE_v \quad (۱۴.۲.۳)$$

به دست می‌آید.

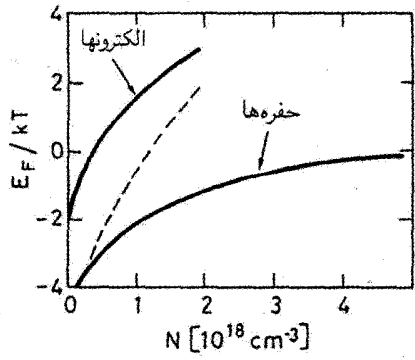
اکنون فرض می‌کنیم که چگالی مفروضی از الکترون، N ، با فرایند مناسب دمش از نوار ظرفیت به نوار رسانش ارتقا یابد، چگالی حفره‌ای که در نوار ظرفیت باقی می‌ماند نیز برابر با N است به نحوی که ترازهای شبه فرمی هر دو نوار ظرفیت و رسانش را می‌توان با قراردادن $N_e = N_h = N$ در معادلات (۱۲.۲.۳) و (۱۴.۲.۳) به دست آورد

$$N = N_c \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon^{1/2} d\epsilon}{1 + \exp(\epsilon - \epsilon_F)} \quad (۱۵.۲.۳)$$

که $\epsilon = E_c/kT$ ، $\epsilon_F = E_{F_c}/kT$ است. از معادلات (۸.۲.۳) ب)، (۱۳.۲.۳)، و (۱۴.۲.۳) به رابطه‌ای می‌رسیم که درست شبیه به معادله (۱۵.۲.۳) است، مشروط بر آنکه به جای c ، v را در معادله قرار دهیم. معادله (۱۵.۲.۳) نشان می‌دهد که



(الف)



(ب)

شکل ۱۵.۳ (الف) نمودار بهنجارشده انرژی شبه‌فرمی نوار رسانش E_{F_c} ، برحسب غلظت بهنجارشده الکترونها تزیقی، N ، برای حفره‌ها در نوار ظرفیت نیز همین رابطه بهنجارشده معتبر است. (ب) نمودارهای بهنجارشده ترازهای شبه‌فرمی هر دو نوارهای ظرفیت و رسانش E_F/kT برحسب غلظت حاملهای تزیقی N برای GaAs.

شکل ۱۵.۳ (الف) ترسیم E_{F_c}/kT فقط تابعی از N/N_c است و این تابع برحسب N/N_c در شکل ۱۵.۳ (الف) ترسیم شده است. این شکل برای نوار ظرفیت نیز صادق است، به شرط آنکه v جانشین c شود.

مثال ۴.۳ محاسبه انرژیهای شبه‌فرمی برای GaAs. با قراردادن $m_c = 0.067 m_0$ و $m_v = m_{hh} = 0.46 m_0$ ، $T = 300 K$ ، به دست می‌آوریم $N_c = 4.12 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ ، $N_v = (m_v/m_c)^{3/2} \times 4.1 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ، که N_c غلظت الکترون است که در ارتباط با معادله (۱۵.۲.۳) تعریف شده است، و N_v غلظت حفره است. در هر غلظت الکترون N ، اکنون می‌توانیم کمیت N/N_c را به دست آوریم و از ترسیم کلی شکل ۱۵.۳ (الف) کمیت متناظر E_{F_c}/kT را به دست آوریم. همین محاسبه نیز برای حفره‌ها می‌تواند انجام گیرد. مقادیر E_F/kT که به این طریق برای هر دو الکترونها و حفره‌ها در GaAs محاسبه می‌شود در شکل ۱۵.۳ (ب) برحسب غلظت حامل N ترسیم شده است. ■

۴.۲.۳ گذارهای القایی: قوانین گزینش

اکنون برهم‌کنش موجی الکترومغناطیسی با بسامد ν را با یک نیمرسانای کپه‌ای مورد بررسی قرار می‌دهیم. مانند مورد سیستم اتمی [معادله (۲.۴.۲) را ببینید]، هامیلتونی برهم‌کنش را در تقریب

دوقطبی الکتریکی، می‌توان به صورت زیر نوشت:^۱

$$H' = -e\mathbf{E} \cdot \mathbf{r} \quad (۱۶.۲.۳)$$

که $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی در مکان \mathbf{r} و لحظه t است، که برای یک موج تخت رابطه‌اش به صورت زیر است

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp j(\mathbf{k}_{opt} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (۱۷.۲.۳)$$

که \mathbf{k}_{opt} بردار موج میدان و $\omega = 2\pi\nu$ است. اگر $\nu \geq E_g/h$ باشد، گذار می‌تواند از حالتی در نوار ظرفیت به حالتی در نوار رسانش تحقق یابد. اگر E'_ν و E'_ν انرژیهای متناظر با دو حالت باشند، آهنگ گذار W طبق معادله (الف.۲۳) از پیوست الف، به صورت

$$W = \frac{\pi^2}{\hbar^2} |H'_{\nu\nu}|^2 \delta(\nu - \nu_0) \quad (۱۸.۲.۳)$$

است، که $\nu_0 = (E'_\nu - E'_\nu)/h$ و

$$|H'_{\nu\nu}|^2 = \left| \int \psi_c^* (-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 e^{j\mathbf{k}_{opt} \cdot \mathbf{r}}) \psi_\nu dV \right|^2 \quad (۱۹.۲.۳)$$

است. توجه کنید که ψ_c و ψ_ν در معادله (۱۹.۲.۳) توابع بلاک ترازهای ۱ و ۲ هستند که با معادله (۱.۲.۳) داده می‌شوند.

از معادلات (۱۸.۲.۳) و (۱۹.۲.۳) اکنون می‌توانیم قوانین گزینش را برای برهم‌کنش به دست آوریم. به تابع دلتای دیراک در طرف راست معادله (۱۸.۲.۳) توجه کنید، می‌بینیم که $\nu = \nu_0$ است که به آن معناست که

$$(E'_\nu - E'_\nu) = h\nu \quad (۲۰.۲.۳)$$

که اغلب به قانون بقای (پایستگی) انرژی برای برهم‌کنش اطلاق می‌شود. به همین ترتیب، از معادله (۱۹.۲.۳)، چون $\psi_\nu \propto \exp(j\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r})$ و $\psi_c \propto \exp(j\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r})$ است، می‌توان نشان داد که تنها وقتی

$$\mathbf{k}_c = \mathbf{k}_{opt} + \mathbf{k}_\nu \quad (۲۱.۲.۳)$$

۱. برای سازگاری با روش فصل ۲، هامیلتونی برهم‌کنش برحسب برهم‌کنش دوقطبی الکتریکی به جای برهم‌کنش پتانسیل برداری با تکانه الکترون \mathbf{p} (که امری متداول در بسیاری از کتب درباره نیمرساناهاست) نوشته شده است. می‌توان نشان داد که هر دو هامیلتونی به یک نتیجه نهایی منجر می‌شوند.

برقرار است انتگرال صفر نمی‌شود. اثبات (۲۱.۲.۳) قدری مشکل است و مستلزم آن است که خواص تناوبی $u_v(\mathbf{r})$ و $u_c(\mathbf{r})$ در معادله (۱.۲.۳) به‌طور مناسبی به حساب آورده شود [۱۵]. قانون گزینش که با (۲۱.۲.۳) بیان می‌شود از لحاظ فیزیکی با توجه به این نکته درک می‌شود که ضریب نمایی که به صورت $\exp j[(\mathbf{k}_v + \mathbf{k}_{opt} - \mathbf{k}_c) \cdot \mathbf{r}]$ در زیر انتگرال معادله (۱۹.۲.۳) حضور دارد و این جمله به سرعت با Γ نوسان می‌کند و مقدار انتگرال صفر خواهد شد، بجز وقتی $\mathbf{k}_v + \mathbf{k}_{opt} - \mathbf{k}_c = 0$ برقرار شود. چون $\hbar \mathbf{k}_{c,v}$ تکانه الکترون در نوار رسانش یا ظرفیت و $\hbar \mathbf{k}_{opt}$ تکانه فوتون است، معادله (۲۱.۲.۳) نشان می‌دهد که کل تکانه در گذار باید پایسته بماند. همچنین متذکر می‌شویم که $k_{opt} = 2\pi n/\lambda$ که n ضریب شکست نیمرسانا و λ طول موج گذار است. به این ترتیب، مثلاً با $n = 3.5$ و $\lambda \cong 1 \mu\text{m}$ ، می‌بایم که $k_{opt} \cong 10^5 \text{ cm}^{-1}$ از طرف دیگر، برای یک الکترون یا حفره با انرژی گرمایی متوسط، نوعاً $k_{c,v} = 10^6 - 10^7 \text{ cm}^{-1}$ است (مثال ۵.۳ را ببینید)، لذا $k_{opt} \ll k_{c,v}$ و بنابراین معادله (۲۱.۲.۳) به صورت

$$k_c = k_v \quad (22.2.3)$$

ساده می‌شود.

معادله (۲۲.۲.۳) را اغلب قانون گزینش k یا بقای (پایستگی) k می‌نامند و بیانگر آن است که گذارهای القایی باید به‌طور عمودی در منحنی E بر حسب k رخ دهند [شکل ۱۳.۳ (الف) را ببینید]. در آخر توجه کنید که موج الکترومغناطیسی با اسپین الکترون وارد برهم‌کنش نمی‌شود، به بیان دیگر اسپین در هامیلتونی (۱۶.۳.۳) برهم‌کنش وارد نمی‌شود. بنابراین در گذار، اسپین نمی‌تواند تغییر کند، یعنی قانون گزینش برای تغییر اسپین الکترون، S ، خواهد شد

$$\Delta S = 0 \quad (23.2.3)$$

مثال ۵.۳ محاسبه مقادیر نوعی k برای الکترون گرمایی. برای الکترونی در نوار رسانش با سرعت گرمایی میانگین v_{th} ، داریم $m_c v_{th}^2 = 3kT$ ، که T دمای الکترون است. همچنین، داریم $p = \hbar k_c = m_c v_{th}$ با ترکیب این دو رابطه، به دست می‌آید $k_c = (3m_c kT)^{1/2} / \hbar$. اگر برای GaAs، قرار دهیم $m_c = 0.067 m_0$ و $kT = 0.024 \text{ eV}$ (که $T \cong 300 \text{ K}$)، به دست می‌آوریم $k_c = 2.7 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}$. به همین ترتیب برای GaAs، اگر قرار دهیم $m_c = m_{hh} = 0.46 m_0$ ، $k_c = (3m_v kT)^{1/2} / \hbar$ ؛ لذا $k_v = 7 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}$ خواهد شد. ■

مطابق با مورد گذارهای اتمی که در فصل ۲ بررسی شد، وقتی سازوکارهای پهن‌شدگی خط به

حساب آورده می‌شود، معادله (۱۸.۲.۳) باید اصلاح شود. در نیمرساناها، سازوکار اصلی پهن‌شدگی از برخورد های نافازی الکترون-فونون ناشی می‌شود. بنابراین تابع دلتای دیراک در معادله (۱۸.۲.۳) باید جایگزین تابع لورنتس $g(\nu - \nu_0)$ شود که پهنای آن طبق (۱۱.۵.۲) از $\Delta\nu_0 = \frac{1}{\pi\tau_c}$ به دست می‌آید. τ_c مدت زمان برخورد نافازی الکترون-فونون است (برای GaAs، $\tau_c \cong 0.1$ ps است). با ادامه موضوع مثل بخش ۴.۴.۲ [معادله (۱۹.۴.۲)] را نیز ببینید، سطح مقطع گذار را به همان صورت گذارهای اتمی^۱، یعنی

$$\sigma = \frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \frac{\mu^2}{3} g(\nu - \nu_0) \quad (24.2.3)$$

تعریف می‌کنیم، که $\mu = |\mu|$ و

$$\mu = \int u_c e r u_v dV \quad (25.2.3)$$

که $u_v = u_{vk}$ و $u_c = u_{ck}$ تابعهای موج بلاک در معادله (۱.۲.۳) هستند. توجه کنید که ضریب ۳ در معادله (۲۴.۲.۳)، ناشی از متوسط‌گیری عنصر ماتریس μ روی تمامی جهتهای بردار k الکترون برای قطبش میدان الکتریکی ثابت است. [پانوشت معادلات (۱۳.۴.۲) الف-ب] را ببینید.

۵.۲.۳ ضرایب جذب و بهره

ابتدا دو تراز E'_v و E'_c را به ترتیب در نوار رسانش و نوار ظرفیت در نظر می‌گیریم که اختلاف انرژی آنها برابر با $E_0 = h\nu_0$ باشد، که ν_0 بسامد گذار است. تحت قانون گزینش k که از (۲۲.۲.۳) به دست می‌آید، انرژیهای E'_c و E'_v به‌ازای مقدار مفروض ν_0 به صورت نابرابر مستقر می‌شوند. از روابط (۲.۲.۳) و (۳.۲.۳)، می‌توان نوشت

$$E'_c = E_g + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} \right) \quad (\text{الف } 26.2.3)$$

$$E'_v = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_v} \quad (\text{ب } 26.2.3)$$

که $k = k_c = k_v$ از آنجایی که $E'_c - E'_v = E_0 = h\nu_0$ ، از معادله (۲۶.۲.۳) داریم

$$h\nu_0 = E_g + \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} \right) \quad (\text{ج } 26.2.3)$$

۱. مفهوم سطح مقطع که در ارتباط با شکل ۷.۲ بحث شد معنای خود را برای تابع موج ناجایگزیده، نظیر تابع موج بلاک، از دست می‌دهد. معهداً از همان نماد σ برای نیمرسانا استفاده می‌کنیم تا مقایسه با آنها یا یونهای منفرد ساده‌تر شود. در اینجا، σ تنها به آن مفهوم است که آهنگ گذار برای موج تخت $W = \sigma F$ است، که F شار فوتون موج، یا به شکل دیگر $W = \sigma \rho c / h\nu$ ، که ρ چگالی انرژی و ν بسامد موج است.

که m_r جرم کاهش‌یافته نیمرساناست و از رابطه $m_r^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}$ به دست می‌آید. معادلات (۲۶.۲.۳) معرف مجموعه‌ای سه معادله‌ای برای سه مقدار نامشخص E'_1, E'_2 و k است. در مرحله بعد چگالی توأم حالتها را نسبت به انرژی متغیر، $E_0 = E'_1 - E'_2$ ، تعریف می‌کنیم، به طوری که $\rho_j dE_0$ چگالی گذارها را با انرژی گذار بین E_0 و $E_0 + dE_0$ به دست دهد. تحت قوانین گزینش k و گزینش اسپینی که با معادلات (۲۲.۲.۳) و (۲۳.۲.۳) ارائه می‌شوند، هر حالت در نوار ظرفیت با یک اسپین مفروض، تنها با یک حالت در نوار رسانش با همان اسپین جفت می‌شود. به این ترتیب تعداد گذارها برابر با تعداد حالت‌های متناظر در هر یک از نوارهای ظرفیت یا رسانش خواهد شد. بنابراین می‌توان نوشت $\rho_j dE_0 = \rho(k) dk$ که $\rho(k) = \rho_{c,v}(k)$ از (۷.۲.۳) به دست می‌آید، به نحوی که

$$\rho_j(E_0) = \left(\frac{k^2}{\pi^2} \right) \left(\frac{dk}{dE_0} \right) \quad (27.2.3)$$

به دست آید. با کمک معادله (۲۶.۲.۳ ج)، معادله (۲۷.۲.۳) به دست می‌دهد که

$$\rho_j(E_0) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_0 - E_g)^{1/2} \quad (28.2.3)$$

برای منظوری که داریم، چگالی توأم حالتها، $\rho_j(\nu_0)$ ، را نسبت به بسامد گذار، $\nu_0 = E_0/h$ ، معرفی می‌کنیم. از آنجایی که $\rho_j(\nu_0) d\nu_0 = \rho_j(E_0) dE_0$ ، از معادله (۲۸.۲.۳) به دست می‌آوریم

$$\rho_j(\nu_0) = \frac{4\pi}{\hbar^2} (2m_r)^{3/2} (h\nu_0 - E_g)^{1/2} \quad (29.2.3)$$

اکنون تعداد جزئی گذار، $dN = \rho_j(\nu_0) d\nu_0$ ، را که بسامد گذار آن بین ν_0 و $\nu_0 + d\nu_0$ باشد مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای آنکه جذب اتفاق افتد، تراز پایینتر انرژی E'_1 باید با الکترون اشغال شود، در حالی که تراز بالاتر انرژی E'_2 باید تهی باشد. بنابراین تعداد گذارهای دسترس برای جذب خواهد شد

$$dN_a = (dN) f_v(E'_1) [1 - f_c(E'_2)] \quad (30.2.3)$$

که $f_v(E'_1)$ احتمال پر بودن تراز پایینتر و $[1 - f_c(E'_2)]$ احتمال خالی بودن تراز بالاتر است. توجه کنید که یک وضعیت کلی ترازمندی در هر نوار فرض می‌شود، به طوری که $f_v(E'_1)$ و $f_c(E'_2)$ از معادلات (۱۱.۲.۳ الف) و (۱۱.۲.۳ ب) با E'_1 و E'_2 که به ترتیب جایگزین E'_c و E'_v شده‌اند،

به دست می آید. برای محاسبه جذب خالص، باید گسیل القایی بین همان دو تراز را نیز به حساب بیاوریم. به این ترتیب، تعداد گذارهای دسترس برای گسیل القایی خواهد شد

$$dN_{se} = (dN)f_c(E'_\nu)[1 - f_\nu(E'_\nu)] \quad (۳۱.۲.۳)$$

وقتی تعداد جزئی گذارهای دسترس برای جذب و گسیل القایی را محاسبه کردیم، ضریب جزئی جذب در بسامد ν از معادله (۳۲.۴.۲) به صورت $d\alpha = \sigma(\nu - \nu_0)(dN_a - dN_{se})$ به دست می آید، که $\sigma = \sigma_h$ سطح مقطع همگن برای گذار $E'_\nu \rightarrow E'_\nu$ است. سپس از معادله (۲۴.۲.۳)، می یابیم که

$$d\alpha = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} g(\nu - \nu_0) \rho_j(\nu_0) [f_\nu(E'_\nu) - f_c(E'_\nu)] d\nu. \quad (۳۲.۲.۳)$$

و ضریب کلی جذب در بسامد ν از معادله (۳۲.۲.۳) با انتگرال گیری روی تمامی بسامدهای ν_0 گذار به دست می آید. اگر فرض کنیم که $g(\nu - \nu_0)$ بر حسب ν_0 تابعی بسیار باریکتر از هر دوی $(f_c - f_\nu)$ و $\rho_j(\nu_0)$ باشد، شکل خط $g(\nu - \nu_0)$ را می توانیم با تابع δ دیراک تقریب بزنیم، $\delta = \delta(\nu - \nu_0)$. با انتگرال گیری روی تمام بسامدهای گذار ν_0 ، به دست می آید

$$\alpha = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \rho_j(\nu) [f_\nu(E'_\nu) - f_c(E'_\nu)] \quad (۳۳.۲.۳)$$

که اکنون E'_ν و E'_ν انرژیهای دو تراز با اختلاف انرژی $h\nu$ هستند و از معادله (۲۶.۲.۳) با قراردادن $h\nu$ به جای $h\nu_0$ محاسبه می شوند.

طبق (۳۳.۲.۳)، ضریب جذب، $\alpha = \alpha(\nu)$ ، را می توان به صورت

$$\alpha = \alpha_0 [f_\nu(E'_\nu) - f_c(E'_\nu)] \quad (۳۴.۲.۳)$$

نوشت، که

$$\alpha_0 = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \rho_j(\nu) \quad (۳۵.۲.۳)$$

مفهوم $\alpha_0 = \alpha_0(\nu)$ ، وقتی قابل درک خواهد بود که نیم رسانایی را در ترازمندی گرمایی کلی در دمای $T = {}^\circ\text{K}$ در نظر بگیریم. در این مورد ترازهای شبه فرمی با تراز فرمی منطبق می شوند و اگر این تراز در گاف نوار قرار گیرد، خواهیم داشت $f_\nu(E'_\nu) = 1$ و $f_c(E'_\nu) = 0$. لذا داریم $\alpha(\nu) = \alpha_0(\nu)$ که بیشینه ضریب جذبی است که نیم رسانا در بسامد ν می تواند داشته باشد.

توجه کنید که برای نیمرسانای ذاتی و فرض $E_g \gg kT$ مانند مورد تمام نیمرساناهای III-V، هنوز داریم $f_v(E'_v) \cong 1$ و $f_c(E'_c) \cong 0$ ، یعنی $\alpha \cong \alpha_0$ ، حتی در دمای اتاق. از روابط (۳۵.۲.۳) و با کمک (۲۹.۲.۳) و با قراردادن ν به جای ν_0 ، به دست می‌آوریم

$$\alpha \cong \alpha_0 = \frac{\pi^3 \nu}{n \varepsilon_0 c h^3} \frac{\mu^2}{3} (2m_r)^{3/2} (h\nu - E_g)^{1/2} \quad (۳۶.۲.۳)$$

و رفتار بسامدی $\alpha(\nu)$ را با تقریب خوبی با رفتار بسامد $(h\nu - E_g)^{1/2}$ تعیین می‌کنیم.

مثال ۶.۳ محاسبه ضریب جذب برای *GaAs*. به عنوان تقریب، در اولین جمله طرف راست معادله (۲۶.۲.۳)، فرض می‌کنیم که بسامد ν دارای مقدار $\nu = 3.43 \times 10^{14}$ Hz است، که گاف انرژی E_g را 1.424 eV در نظر گرفتیم. همچنین، $m_v = 0.46 m_0$ و $m_c = 0.067 m_0$ را در نظر می‌گیریم، به نحوی که 5.37×10^{-32} kg $m_r = 0.059 m_0$ برای محاسبه میانگین تکانه دوقطبی $\mu_{av} = (\mu^2/3)^{1/2}$ ، یادآور می‌شویم که مقدار صحیح میانگین تکانه الکترون، M_{av} ، چنان است که $E_g = 3.38 m_0$ M_{av}^2 [۵]. رابطه بین میانگین تکانه دوقطبی و تکانه الکترون $M_{av} = m_0 \omega |\mu_{av}|/e$ است، به طوری که

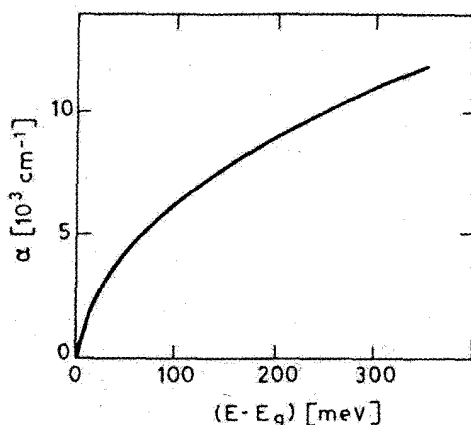
$$\mu_{av} = e(3.38 E_g / m_0)^{1/2} / 2\pi\nu \cong 0.68 \times 10^{-25} \text{C} \times \text{m}$$

توجه کنید که اگر بنویسیم $r_{av} = \mu_{av}/e$ داریم $r_{av} \cong 0.426$ nm. با قراردادن مقادیر ν و μ_{av} که هم‌اکنون محاسبه کردیم و $n = 3.64$ برای ضریب شکست، در معادله (۳۶.۲.۳) به دست می‌آوریم $\alpha_0 = 19760 (h\nu - E_g)^{1/2}$ ، که α_0 بر حسب cm^{-1} و انرژی بر حسب eV بیان می‌شود. در شکل ۱۶.۳ ضریب جذب را که از رابطه اخیر به دست آوردیم بر حسب $(E - E_g)$ ترسیم کرده‌ایم، که $E = h\nu$ است. توجه کنید که وقتی $h\nu$ از گاف انرژی فقط به مقدار 10 meV فزونی یابد، ضریب جذب به مقدار بسیار بالایی ($\approx 2000 \text{ cm}^{-1}$) رسیده است. ■

در مرحله بعد، ضریب بهره یک نیمرسانای وارون شده را بررسی می‌کنیم. می‌بینیم که بررسیهای گذشته به شرط آنکه v و c را جابه‌جا کنیم به قوت خود باقی می‌مانند. بنابراین با استفاده از (۳۴.۲.۳)، ضریب بهره از رابطه

$$g = \alpha_0 [f_c(E'_c) - f_v(E'_v)] \quad (۳۷.۲.۳)$$

به دست می‌آید. پیرو آن، می‌یابیم که در هر بسامد گذار، بیشینه مقدار ضریب بهره در $T = 0$ K حاصل می‌شود و برابر با α_0 است. از معادله (۳۷.۲.۳) می‌بینیم که برای هر دما، شرط بهره



شکل ۱۶.۳ نمودار ایده‌آل ضریب جذب α برحسب اختلاف انرژی بین انرژی فوتون، E ، و انرژی گاف، E_g ، برای نیمرسانای کپه‌ای ذاتی GaAs.

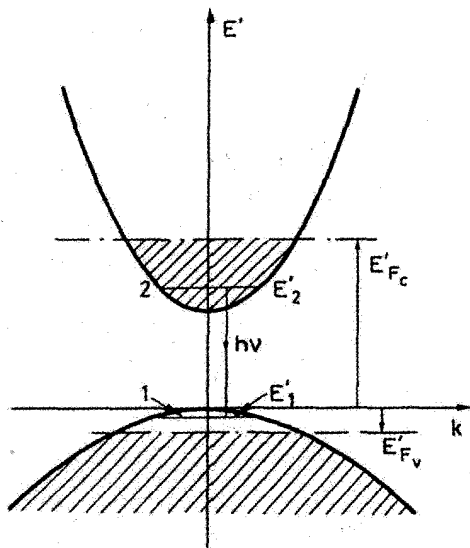
خالص $f_c(E'_v) > f_v(E'_c)$ است. با کمک معادلات (۳۷.۲.۳) الفدب) می‌توانیم نشان دهیم که شرط زیر باید برقرار باشد

$$E'_c - E'_v < E'_{F_c} - E'_{F_v} \quad (38.2.3)$$

این شرط لازم برای بهره‌آ خالص را ابتدا برنارد و دورافورگ به‌دست آوردند [۶]. ضریب $f_c(E'_v) - f_v(E'_c)$ در معادله (۳۷.۲.۳) از جمله

$$f_c(E'_v)[1 - f_v(E'_c)] - f_v(E'_c)[1 - f_c(E'_v)]$$

به‌دست می‌آید که نشان‌دهنده اختلاف در احتمال بین گسیل القایی و جذب است. بنابراین شرط برنارد و دورافورگ بیانگر رخدادهای القایی است که باید از رخدادهای جذبی پیشی گیرد؛ از این نظر، این شرط معادل شرط $N_2 > N_1$ در سیستم اتمی دوترازی است. معادله (۳۸.۲.۳) را نیز می‌توان با در نظر گرفتن حالت ساده $T = 0 \text{ K}$ به طریق ترسیمی درک کرد. برای مقدار مفروض تزریق الکترون-حفره، وضعیت ترازهای شبه‌فرمی در شکل ۱۷.۳ نشان داده شده است. در این شکل مناطق هاشورخورده از الکترونها پر شده‌اند و مناطق بدون هاشور توسط الکترونها اشغال نشده‌اند (یعنی انباشته از حفره‌ها هستند). بنابراین معادله (۳۸.۲.۳) بیانگر آن است که تراز ۲ باید به منطقه پر شده و تراز ۱ باید به منطقه تهی شده در شکل ۱۷.۳ تعلق داشته باشد. نوشتن شرط برنارد-دورافورگ نشان می‌دهد که در واقع معادله (۳۸.۲.۳) در هر دمایی صادق است.



شکل ۱۷.۳ نمایش نموداری شرط برنارد-دورافورگ برای حصول بهره خالص در یک نیمرسانای کپه‌ای.

اکنون مهم است یادآور شویم که $E'_2 - E'_1 = h\nu$ و نیز آنکه باید داشته باشیم $h\nu > E_g$ سپس، از معادله (۳۸.۲.۳) به دست می‌آوریم

$$E_g \leq h\nu \leq E'_{F_c} - E'_{F_v} \quad (۳۹.۲.۳)$$

که پهنای نوار نیمرسانا را برقرار می‌کند. طبق معادله (۳۹.۲.۳) برای داشتن بهره در هر بسامد، لازم است $E'_{F_c} - E'_{F_v} > E_g$ باشد. مورد حادی زیر شرط شفافیت را به دست می‌دهد

$$E'_{F_c} - E'_{F_v} = E_g \quad (۴۰.۲.۳)$$

در این مورد به‌ازای $\nu = E_g/h$ داریم $g = 0$. برای رسیدن به این شرط باید چگالی از الکترونها را به نوار رسانش (و حفره‌ها را به نوار ظرفیت) تزیق کرد که چگالی شفافیت نامیده می‌شود و با N_{tr} نشان می‌دهند.

مثال ۷.۳ محاسبه چگالی شفافیت برای *GaAs*. ابتدا معادله (۴۰.۲.۳) را به محورهای انرژی بدون پریم در شکل ۹.۳ (الف) انتقال می‌دهیم. طبق معادله (۳.۲.۳) می‌توان نوشت $E'_{F_c} = E_g + E_{F_c}$ و $E'_{F_v} = -E_{F_v}$ و معادله (۴۰.۲.۳) به $E_{F_c} + E_{F_v} = 0$ تبدیل می‌شود. از شکل ۱۵.۳ (الف)

می‌بینیم که $E_{F_c}/kT = f(N/N_c)$ تابعی از (N/N_c) است، یعنی می‌توان نوشت $E_{F_c}/kT = f(N/N_c)$. به همین ترتیب، می‌نویسیم $E_{F_v}/kT = f(N/N_v)$ ، به نحوی که شرط شفافیت می‌شود

$$f(N_{tr}/N_c) + f(N_{tr}/N_v) = 0 \quad (۴۱.۲.۳)$$

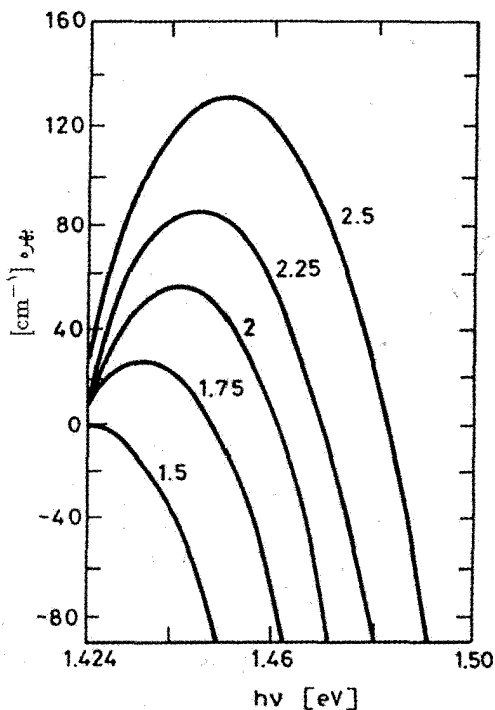
برای به‌دست آوردن N_{tr} از معادله (۴۱.۲.۳) برای GaAs، تابع $(E_{F_c}/kT) + (E_{F_v}/kT)$ را برحسب N مطابق با منحنی خط چین در شکل ۱۵.۳ (ب) ترسیم می‌کنیم. برای هر غلظت حامل N ، منحنی به‌صورت جمع مقادیر دو منحنی پیوسته در شکل به‌دست می‌آید. طبق معادله (۴۱.۲.۳)، اکنون می‌توان گفت که چگالی شفافیت N_{tr} ، آن غلظت حاملی است که منحنی خط چین در شکل ۱۵.۳ (ب) خط افقی صفر را قطع می‌کند. از شکل ۱۵.۳، به‌دست می‌آید

$$N_{tr} = 1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

هنگامی که چگالی الکترونهای تزریقی N بیشتر از چگالی شفافیت شود، خواهیم داشت $E'_{F_c} - E'_{F_v} > E_g$ و طبق معادله (۳۹.۲.۳) بهره خالص برای انرژی فوتون بین E_g و $E'_{F_c} - E'_{F_v}$ رخ می‌دهد. نمودارهای ضریب بهره برحسب انرژی فوتون که از رابطه (۳۷.۲.۳) محاسبه شده است برای GaAs و به‌ازای چگالی حامل به‌عنوان پارامتر در شکل ۱۸.۳ نشان داده شده است. باید توجه کرد که با افزایش چگالی حامل، اختلاف انرژی شبه‌فرمی $E'_{F_c} - E'_{F_v}$ افزایش می‌یابد و این امر منجر به افزایش پهنای خط بهره متناظر خواهد شد. حتی در بالاترین تزریق حاملی که در شکل نشان داده شده است، این پهنای کسر کوچکی از گاف انرژی خواهد بود. همچنین از شکل ۱۸.۳ می‌بینیم که قله بهره هر منحنی با افزایش N افزایش می‌یابد. مجدداً برای GaAs، شکل ۱۹.۳ نمودار این قله ضریب بهره را برحسب چگالی الکترونهای تزریق شده نشان می‌دهد. برای ضرایب بهره نوعی مورد توجه در لیزرهای نیم‌رسانا ($20^\circ \leq g \leq 80^\circ \text{ cm}^{-1}$)، نمودار در شکل ۱۹.۳ را می‌توان با رابطه‌ای خطی تقریب زد و لذا می‌توانیم بنویسیم

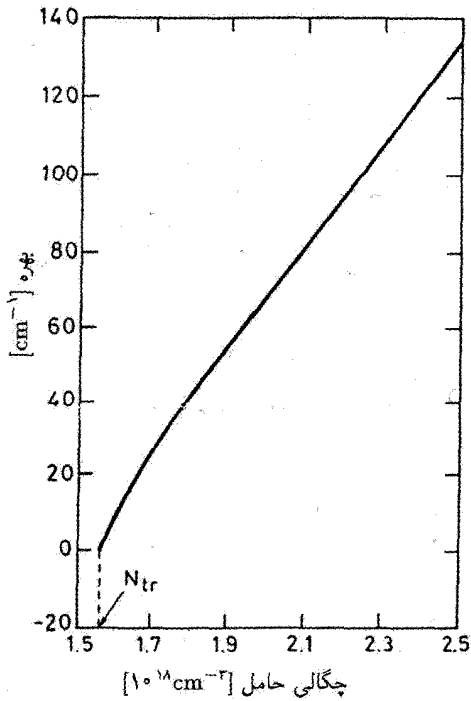
$$g = \sigma(N - N_{tr}) \quad (۴۲.۲.۳)$$

که برای GaAs، $\sigma \cong 1.5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ است. توجه کنید که کمیت σ که به این طریق تعریف شده است شباهتهایی با سطح مقطع بهره که برای سیستم اتمی تعریف شده است دارد [معادلات (۴۲.۲.۳) و (۳۵.۴.۲)] را مقایسه کنید. لیکن همان‌طور که گفتیم، مفهوم سطح مقطع برای تابع موج ناجایگزیده نظیر الکترون در نیم‌رسانا مناسب نیست. به این دلیل چون از معادله (۴۲.۲.۳) داریم $\sigma = dg/dN$ و σ اغلب بهره دیفرانسیلی نامیده می‌شود، ولی باید توجه کرد که هنوز نماد σ را



شکل ۱۸.۳ نمودار ضریب بهره برحسب انرژی فوتون با چگالی حامل تزریق شده N به‌عنوان پارامتر (در واحد 10^{18}cm^{-3}) که طبق معادله (۳۷.۲.۳) برای GaAs در دمای $T = 300 \text{K}$ انتظار می‌رود [۱۵].

برای ضریب دیفرانسیلی حفظ کرده‌ایم و یادآور می‌شویم که σ دارای بعد سطح است. اکثر مثالهایی که در این بخش مورد بحث قرار گرفتند به مورد خاص نیمرسانای GaAs اشاره دارند. لیکن، مواد بسیار زیاد دیگری نیز به‌عنوان مواد لیزری مورد توجه هستند؛ مثال ارزنده‌ای در این مورد آلایژ چهارتایی $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ است که بسته به شاخصهای ترکیبی x و y ، پنجره‌های ارتباطات دوم و سوم تارهای نوری را می‌پوشاند ($1300 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1600 \text{ nm}$). برای مقایسه، در جدول ۱.۳ مقادیر E_g ، m_c/m_0 ، m_{hh}/m_0 ، N_{tr} ، σ ، τ را برای $\text{In}_{0.75}\text{Ga}_{0.25}\text{As}_{0.55}\text{P}_{0.45}$ و $\text{In}_{0.6}\text{Ga}_{0.4}\text{As}_{0.88}\text{P}_{0.12}$ ($\lambda \cong 1300 \text{ nm}$) و $\text{In}_{0.6}\text{Ga}_{0.4}\text{As}_{0.88}\text{P}_{0.12}$ ($\lambda \cong 1550 \text{ nm}$)، همراه با مقادیر متناظر برای GaAs به‌گونه‌ای که در این بخش مورد بررسی قرار گرفت، جدولبندی شده است. توجه کنید که مقادیر گزارش شده برای N_{tr} و σ در گستره مقادیر جدولبندی شده برای این نیمرساناها قرار می‌گیرند و آنها به‌عنوان اعداد نشانگر در جدول ۱.۳ وارد شده‌اند. ولی می‌بینیم که هر دوی N_{tr} و σ برای InGaAsP قدری کوچکتر از مقادیر متناظر برای GaAs هستند.



شکل ۱۹.۳ نمودار قله ضریب بهره برحسب چگالی حامل تزریقی برای GaAs [۱۵].

جدول ۱.۳ مقادیر طول موج گسیل λ ، گاف انرژی E_g ، جرم الکترون نوار رسانش m_c ، جرم حفره-سنگین m_{hh} ، چگالی حامل در شفافیت N_{tr} ، بهره دیفرانسیلی ماده σ ، و طول عمر τ برای نیمرساناهای کپه‌ای GaAs ($\lambda \cong 850 \text{ nm}$) و InGaAsP ($\lambda = 1300 \text{ nm}$ و $\lambda = 1550 \text{ nm}$)

	GaAs	$\text{In}_{0.72}\text{Ga}_{0.27}\text{As}_{0.6}\text{P}_{0.4}$	$\text{In}_{0.58}\text{Ga}_{0.42}\text{As}_{0.9}\text{P}_{0.1}$
$\lambda(\text{nm})$	۸۴۰	۱۳۱۰	۱۵۵۰
$E_g(\text{eV})$	۱٫۴۲۴	۰٫۹۶	۰٫۸۱
m_c/m_0	۰٫۰۶۷	۰٫۰۵۸	۰٫۰۴۶
m_{hh}/m_0	۰٫۴۶	۰٫۴۶۷	۰٫۲۲
$N_{tr}(10^{18}\text{cm}^{-3})$	۱٫۲	۱	۱
$\sigma(10^{-16}\text{cm}^2)$	۱٫۵	۱٫۲/۲٫۵	۱٫۲/۲٫۵
$\tau(\text{ns})$	۳	۴٫۵	۴٫۵

۶.۲.۳ گسیل خودبه‌خود و فروافت غیرتابشی

ابتدا فرایند گسیل خودبه‌خود را مورد بررسی قرار می‌دهیم و آهنگ طیفی R_ν را به نحوی تعریف می‌کنیم که $R_\nu d\nu$ تعداد رخداد های گسیل خودبه‌خود در واحد زمان و واحد حجم باشد که منجر به گسیل نور با بسامدی بین ν و $\nu + d\nu$ می‌شود. برای محاسبه R_ν ، ابتدا گذار جزئی $\rho_j(\nu_0) d\nu$ را که بسامدهای گذار آن بین ν_0 و $\nu_0 + d\nu$ است در نظر می‌گیریم. این کار سهم جزئی dR_ν را برای R_ν فراهم می‌سازد که از رابطه $dR_\nu = A_{21} g(\nu - \nu_0) \times \{f_c(E'_\nu)[1 - f_v(E'_\nu)]\} \rho_j(\nu_0) d\nu$ به دست می‌آید، $A_{21} = A_{21}(\nu_0)$ آهنگ گسیل خودبه‌خود بین دو تراز و $g(\nu - \nu_0)$ تابع شکل خط گذار است. توجه کنید که $\rho_j(\nu_0)$ در $f_c(E'_\nu)[1 - f_v(E'_\nu)]$ ضرب شده است، چون مانند گسیل القایی، گسیل خودبه‌خود تنها بین یک حالت بالایی اشغال شده و یک حالت پایینتر تهی رخ می‌دهد. آهنگ کلی طیفی، R_ν ، با انتگرال‌گیری رابطه قبل روی تمامی بسامدهای گذار ν_0 به دست می‌آید

$$R_\nu = \int A_{21} g(\nu - \nu_0) \{f_c(E'_\nu)[1 - F_v(E'_\nu)]\} \rho_j(\nu_0) d\nu_0. \quad (۴۳.۲.۳)$$

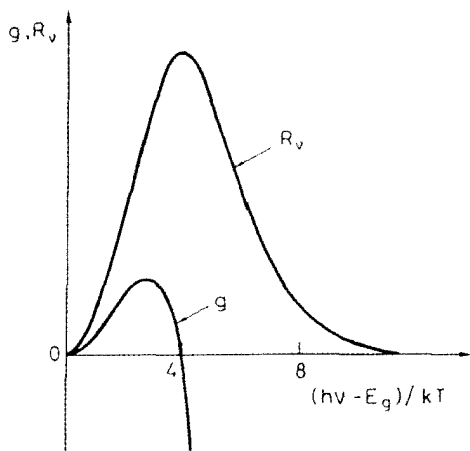
در حد وقتی $g(\nu - \nu_0)$ تابعی بسیار باریکتر از سایر توابع زیر انتگرال نسبت به ν_0 در نظر گرفته شود، $g(\nu - \nu_0)$ را می‌توان با تابع δ ، یعنی $\delta(\nu - \nu_0)$ ، تقریب زد به طوری که معادله (۴۳.۲.۳) به

$$R_\nu = A_{21} \{f_c(E'_\nu)[1 - f_v(E'_\nu)]\} \rho_j(\nu) \quad (۴۴.۲.۳)$$

تبدیل شود. A_{21} آهنگ گسیل خودبه‌خود برای $\nu = \nu_0$ و E'_ν و E'_ν اکنون ترازهای انرژی متناظر با بسامد گذار ν هستند. به‌عنوان مثال، شکل ۲۰.۳ رفتار کیفی R_ν را برحسب انرژی فوتون $h\nu$ برای آهنگ تزریقی الکترون که از آهنگ شفافیت بیشتر باشد، نشان می‌دهد. فرض می‌شود که A_{21} مستقل از ν است. در همان شکل ضریب بهره متناظر را که با استفاده از رابطه (۳۷.۲.۳) محاسبه شده است برای مقایسه نیز نشان داده‌ایم. به طوری که مشاهده می‌شود، برخلاف مورد سیستمهای اتمی، طیف گسیل اکنون با طیف بهره تفاوت دارد و عموماً پهنتر از آن است. و این به این علت است که R_ν با $f_c(E'_\nu)[1 - f_v(E'_\nu)]$ متناسب است، در حالی که g با $f_c(E'_\nu) - f_v(E'_\nu)$ متناسب است.

با محاسبه آهنگ طیفی R_ν گسیل خودبه‌خود، آهنگ کلی R با انتگرال‌گیری R_ν روی تمام بسامدهای گسیل به دست می‌آید،

$$R = \int A_{21} f_c(E'_\nu)[1 - f_v(E'_\nu)] \rho_j(\nu) d\nu \quad (۴۵.۲.۳)$$



شکل ۲۰.۳ رفتار کیفی طیفهای گسیل خودبه خود R_v و بهره ایتیکی g در مقدار مفروض چگالی حامل تزریق شده [۱۱].

ولی در عمل، اغلب رابطه نمودشناختی مورد استفاده قرار می‌گیرد

$$R = BN_e N_h \cong BN_e^2 \quad (۴۶.۲.۳)$$

که B ثابتی مناسب است. صحت رابطه (۴۶.۲.۳) با فرض آنکه هر الکترون می‌تواند با هر حفره ترکیب شود مورد تأیید قرار می‌گیرد. این بدان مفهوم است که قانون گزینش k به صورت جدی حاکم نیست [۹]. در مورد این سؤال بیشتر بحث نخواهیم کرد زیرا این موضوع به بحثی که دنباله‌های نوار در یک نیمرسانا نامیده می‌شود مرتبط است [۱۰]. در اینجا معادله (۴۶.۲.۳) را به صورت یک رابطه نمودشناختی که به خوبی در چگالیهای مورد نظر الکترون و حفره معتبر است به کار خواهیم برد. توجه کنید که طبق تعریف R ، داریم $(dN_e/dt) = -R$. بنابراین می‌توانیم طول عمر تابشی τ_r را تعریف کنیم به طوری که $R = N_e/\tau_r$ باشد و لذا می‌توان نوشت

$$\tau_r = (BN_e)^{-1} \quad (۴۷.۲.۳)$$

در مرحله بعد گذارهای غیرتابشی را بررسی می‌کنیم. این گذارها عموماً در مراکز ناخالصی عمیق که حاملی (الکترون یا حفره) به دام می‌افتند رخ می‌دهد (بازترکیب دام عمیق). برای مثال یک نیمرسانای نوع- n را در نظر می‌گیریم. در مقادیر به اندازه کافی بالای آلاینده‌گی، تراز فرمی به اندازه کافی به نوار رسانش نزدیک می‌شود که این دامها توسط الکترونها پر می‌شوند. سپس گذار

غیرتابشی با بازترکیب یک حفره آزاد با این الکترون به دام افتاده رخ می‌دهد و انرژی اضافی به شبکه منتقل می‌گردد. همین استدلال را می‌توان برای آلایندگی نوع- p به‌کار برد. برای نیمرساناهای با گاف کوچک، گذارهای غیرتابشی به وسیله بازترکیب مستقیم الکترونها و حفره‌های به دام نیافتاده نیز می‌تواند تحقق یابد. در این مورد، مازاد انرژی به الکترون دیگر (یا حفره) منتقل شده که به حالت انرژی بالاتری در نوار، برانگیخته می‌شود. (بازترکیب اوژه) [۱۲]. از آنجایی که بازترکیب اوژه یک فرایند سه جسمی است، فروافت چگالی الکترون ناشی از این فرایند می‌تواند از نظر نمودشناختی به صورت $(dN_e/dt) = -CN_e n_h N_e = -CN_e^3$ نوشته شود، که C ثابتی مناسب است. بر طبق آن می‌توانیم طول عمر غیرتابشی ناشی از بازترکیب اوژه، τ_A ، را به صورت زیر بنویسیم

$$\tau_A = (CN_e^2)^{-1} \quad (48.2.3)$$

به نظر می‌رسد که سازوکار غیرتابشی غالب برای GaAs ناشی از بازترکیب دام عمیق و در مواد لیزری نیمرسانای با طول موج بلند، نظیر InGaAsP، ناشی از بازترکیب اوژه است.

مثال ۸.۳ طول عمرهای تابشی و غیرتابشی در *GaAs* و *InGaAsP*. برای GaAs، $B \cong 1.8 \times 10^{-10} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ و $N_e \cong N_{tr} = 1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ را در نظر می‌گیریم. سپس می‌یابیم که $\tau_r = 1/BN_{tr} \cong 4.6 \text{ ns}$ ، این عدد با طول عمر کلی در شفافیت اندازه‌گیری شده $\tau \cong 3 \text{ ns}$ ($T = 300 \text{ K}$) قابل مقایسه است. از آنجایی که $\tau^{-1} = \tau_r^{-1} + \tau_{nr}^{-1}$ ، که τ_{nr} طول عمر ناشی از فرایند غیرتابشی است، نتیجه می‌گیریم که در این مورد طول عمر غیرتابشی، ناشی از بازترکیب دام عمیق است و حدود ۹ ns است. برای InGaAsP در $\lambda = 1300 \text{ nm}$ ، داریم $B = 2 \times 10^{-10} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ و $N_e \cong N_{tr} \cong 1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ، $C \cong 3 \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ از معادله (47.2.3) به دست می‌آید که $\tau_r \cong 5 \text{ ns}$ و از معادله (48.2.3) داریم، $\tau_A \cong 33.3 \text{ ns}$ که طول عمر کلی τ را در توافق با مقدار اندازه‌گیری شده ($\tau \cong 5 \text{ ns}$) در دمای $T = 300 \text{ K}$ به دست می‌دهد.

۷.۲.۳ ملاحظات آخرین

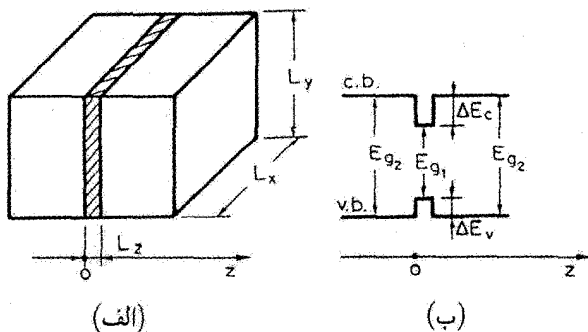
در این بخش دیدیم که پدیده‌هایی که به گذارهای تابشی و غیرتابشی در یک نیمرسانای کپه‌ای منجر می‌شوند بسیار پیچیده‌تر از آنهایی است که در فصل ۲ برای اتمهای منفرد یا یونها مورد بررسی قرار دادیم. لیکن، از نقطه نظر عملی، مهمترین پارامترهای فیزیکی که برای پیش‌بینی رفتار لیزر مورد نیاز است عبارت‌اند از بهره دیفرانسیلی σ ، چگالی شفافیت N_{tr} ، و طول عمر کلی τ برای فروافت

خودبه‌خود (ناشی از هر دو فرایندهای تابشی و غیرتابشی). برای آلیاژهای GaAs و InGaAs که در اینجا معرفی کردیم، این کمیتها را می‌توان از جدول ۱.۳ به دست آورد. توجه کنید که طول عمر τ به غلظت حامل بستگی دارد و مقادیری که در جدول ۱.۳ گزارش شده است به غلظت برابر با چگالی شفافیت اطلاق شده است.

در آخر باز یادآور می‌شویم که رابطه بهره که با معادله (۳۷.۲.۳) داده می‌شود به نیمرسانای با ابعاد بزرگ (نیمرسانای کپه‌ای) اشاره دارد. به این دلیل، مقادیر بهره جدول ۱.۳ را غالباً بهره ماده می‌گویند. بهره واقعی در یک لیزر ساختار نامتجانس دوگانه از این مقدار کوچکتر است و از نسبت ابعاد عرضی لایه فعال به ابعاد مد کاواک به دست می‌آید. این بهره را اغلب بهره مدی می‌گویند که به جزئیات آرایش لیزر بستگی دارد و لذا در فصل ۹ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳.۳ نیمرسانای چاههای کوانتومی

در یک نیمرسانای چاه کوانتومی (QW) لایه‌ای بسیار نازک ($L_z \cong 5-20 \text{ nm}$) از ماده‌ای با گاف-نوار کوچکتر، E_{g1} ، بین دو لایه با ماده‌ای با گاف بزرگتر، E_{g2} ، [شکل ۲۱.۳ (الف)] قرار داده می‌شود. از نظر تکنیکی لازمه این کار به‌کارگیری تکنیکهای پیچیده برآرایی (اپیتاکسی) باریکه مولکولی (MBE) یا نشست بخار شیمیایی فلز-آلی (MOCVD) است. از آنجایی که $E_{g1} < E_{g2}$ است، چاههای پتانسیل برای الکترونها در بالای نوار ظرفیت ($v.b.$) و برای حفره‌ها در انتهای نوار رسانش قرار می‌گیرند [شکل ۲۱.۳ (ب)]. به علت محبوس شدن الکترون و حفره در این چاههای پتانسیل و چون اکنون ابعاد نیمرسانا قابل مقایسه با طول موج دو بروی الکترون و حفره است، ترازهای انرژی الکترونها و حفره‌ها اثرات اندازه کوانتومی قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهند.



شکل ۲۱.۳ (الف) نمایش طرح‌وار یک نیمرسانای چاه کوانتومی و (ب) نمودار متناظر با انرژی انتهای نوار رسانش ($c.b.$) و بالای نوار ظرفیت ($v.b.$) برحسب تابعی از مختصات z مربوط به شکل (الف).

علاوه بر آن، به علت ضخامت کوچک لایه، اکنون ثابتهای شبکه برای دو ماده کاملاً متفاوت اند، نتیجه امر آن است که کرنش در لایه نازک کوانتومی توسعه می‌یابد. این کرنش خواص کوانتومی نیم‌رسانای چاه کوانتومی (QW) را به مقدار قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌دهد، و مخصوصاً موجب تغییراتی در جرمهای مؤثر خواهد شد. اثرات اندازه کوانتومی، و برای یک چاه کوانتومی کرنش یافته، تغییر در جرمهای مؤثر موجب می‌شود که خواص نوری نیم‌رساناهای چاه کوانتومی به مقدار قابل ملاحظه‌ای از خواص نوری ماده کپه‌ای مرتبط تفاوت نشان دهد. مخصوصاً، بهره دیفرانسیلی ماده به مقدار زیادی افزایش می‌یابد. چگالی شفافیت الکترونی برای چاه کوانتومی (QW) کرنش نیافته قابل مقایسه با مورد ماده کپه‌ای متناظر است؛ در حالی که برای چاه کوانتومی کرنش یافته، چگالی شفافیت الکترونی کاهش چشمگیری پیدا می‌کند. مزایای این خواص اصلاح شده جهت پایین آوردن آستانه لیزری و افزایش بهره مدی را در فصل ۹ مورد بحث قرار خواهیم داد. در اینجا فقط به این نکته اشاره می‌کنیم که نیم‌رسانای چاههای کوانتومی، خواه نوع کرنش یافته باشند، خواه کرنش نیافته، جزو مواد نیم‌رسانای لیزری بسیار پراستفاده محسوب می‌شوند.

۱.۳.۳ حالت‌های الکترونی

برای محاسبه ترازهای انرژی الکترونها و حفره‌ها در شکل ۲۱.۳ (ب)، باید بدانیم که چگونه اختلاف انرژی گاف نوار $\Delta E_g = E_{g2} - E_{g1}$ بین چاه در نوار رسانش (ΔE_c) و چاه در نوار ظرفیت (ΔE_v) تقسیم می‌شوند. این مسئله [که به آن تعدیل نوار می‌گویند] متضمن بررسی مفصل فیزیک پیچیده نیم‌رساناهاست. از نظر تجربی، برای دو نوع بسیار مهم سیستمهای چاه کوانتومی، می‌یابیم که:

• برای چاه کوانتومی از نوع AlGaAs/GaAs/AlGaAs، داریم

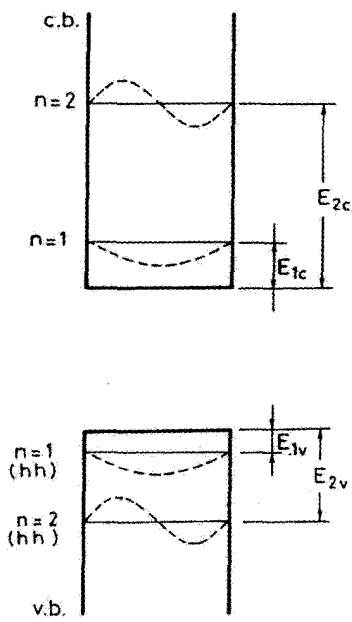
$$\Delta E_c = 0.67\Delta E_g, \Delta E_v = 0.33\Delta E_g$$

• برای چاه کوانتومی از نوع InP/InGaAsP/InP، داریم

$$\Delta E_c = 0.39\Delta E_g, \Delta E_v = 0.61\Delta E_g$$

برای محاسبه ترازهای انرژی الکترونها و حفره‌ها، هر دو، در چاه کوانتومی متناظر، باید فرض بسیار ساده شده چاه با عمق بینهایت $[(\Delta E_c, \Delta E_v) \rightarrow \infty]$ را به کار ببریم. آن‌گاه پتانسیل چاهها به صورت شکل ۲۲.۳ خواهد بود. محور z را عمود بر چاه و مبدأ را روی یک رخ چاه در نظر می‌گیریم. طبق معادله (۱.۲.۳) برای هر دو نوار رسانش و ظرفیت تابع موج بلاک را می‌توان به صورت

$$\psi_{c,v}(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r}_\perp) e^{j\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \sin(n\pi z/L_z) \quad (1.3.3)$$



شکل ۲۲.۳ نمودارهای ترازهای انرژی $n = 1$ و $n = 2$ (خطوط ییوسته افقی) و ویژه‌تابعهای متناظر (منحنیهای خط‌چین)، در هر دو نوار رسانش و ظرفیت برای چاههای کوانتومی با عمق بینهایت.

نوشت که k_{\perp} و r_{\perp} مؤلفه‌های k و r روی صفحه چاه (x, y) و n یک عدد مثبت درست است. دقت کنید که نوشتن $\psi_{c,v}$ به این صورت، شرایط مرزی $\psi_{c,v} = 0$ را برای $z = 0$ و $z = L_z$ ، یعنی روی دو مرز چاه برآورده می‌کند. اگر در طول محورهای x و y شرایط تناوبی مشابهی را برقرار کنیم، خواهیم داشت

$$k_x = \left(\frac{l\pi}{L_x} \right) \quad \text{(الف ۲.۳.۳)}$$

$$k_y = \left(\frac{m\pi}{L_y} \right) \quad \text{(ب ۲.۳.۳)}$$

که l و m نیز اعداد صحیح مثبت‌اند. اختلاف بین معادلات (۴.۲.۳) و (۲.۳.۳) اساساً نشان می‌دهد که در مورد اخیر خود را به اعداد مثبت محدود کرده‌ایم. البته می‌توانیم شرط مرزی را مانند (۴.۲.۳) بنویسیم، یعنی هر دو اعداد مثبت و منفی را وارد کنیم ولی به همین نتایج نهایی خواهیم رسید.

در محدوده تقریب سهموی، ویژه‌مقدارهای انرژی برای هر یک از نوارهای ظرفیت و رسانانش را می‌توان به صورت

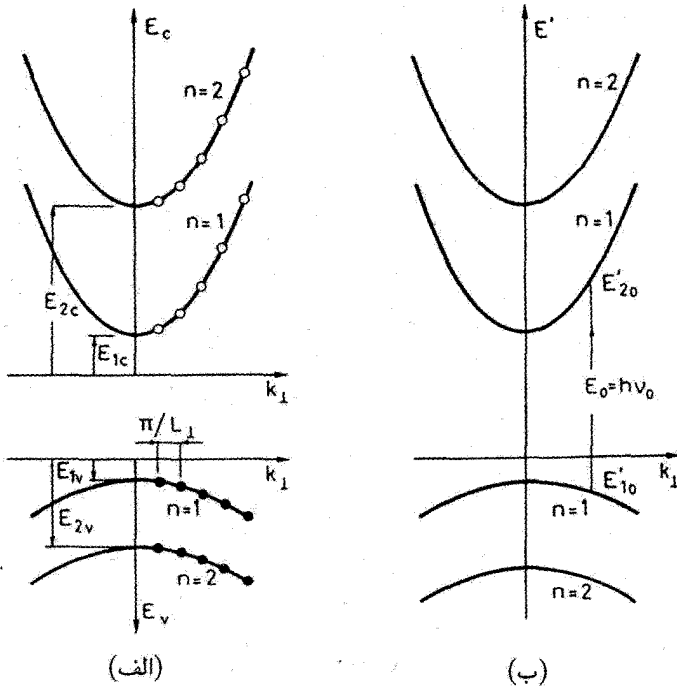
$$E_{c,v} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_{c,v}} + \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2m_{c,v} L_z^2} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_{c,v}} + n^2 E_{\lambda c,v} \quad (3.3.3)$$

نوشت، که $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$ ؛ جرم الکترون در نوار رسانش یا جرم حفره در نوار ظرفیت است (برای سهولت تنها جرم حفره سنگینی را در نظر می‌گیریم). انرژی اولین حالت چاه کوانتومی ($n = 1$)، برای هر یک از نوارهای رسانش یا ظرفیت است و با رابطه زیر داده می‌شود

$$E_{\lambda c,v} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_{c,v} L_z^2} \quad (4.3.3)$$

لازم است ذکر شود که در هر دو معادله (۳.۳.۳) و (۴.۳.۳) برای الکترونها، انرژی از انتهای نوار رسانش به طرف بالا و برای حفره‌ها، از بالای نوار ظرفیت به طرف پایین مقیاس زده می‌شود. همچنین یادآور می‌شویم که برای چاههای پتانسیل با عمق محدود، الکترونها در فصلهای مشترک چاه کاملاً بازتاب نمی‌کنند، یعنی تابع موج، مثل فرضی که در معادله (۱.۳.۳) کردیم، در فصلهای مشترک صفر نمی‌شود. به این ترتیب تابع موج به داخل لایه سد نفوذ می‌کند به نحوی که روابط برای تابعهای موج و ویژه‌مقدارهای انرژی پیچیده‌تر می‌شوند [۱۴]. این مورد اخیر را بیشتر بررسی نخواهیم کرد، چون نتایجی که حاصل می‌شود، بیشتر جنبه کمی دارند و شامل تغییرات مفاهیمی نخواهند بود.

برای بحث معادلات (۳.۳.۳) و (۴.۳.۳)، ابتدا مورد الکترونها با تکانه عرضی صفر ($k_{\perp} = 0$) را بررسی می‌کنیم. دو تراز انرژی نخستین ($n = 1$ و $n = 2$) برای هر دو نوار رسانش و ظرفیت را به صورت خطوط کامل افقی در شکل ۲۲.۳ نشان داده‌ایم، در حالی که ویژه‌تابعهای متناظر با آنها را به صورت منحنیهای خط چین ارائه کرده‌ایم. طبق معادله (۳.۳.۳)، داریم $E_{2c} = 4E_{1c}$ ، همین رابطه نیز برای نوار ظرفیت برقرار است. اکنون اگر الکترونها را با $k_{\perp} > 0$ در نظر بگیریم، روابط انرژی E برحسب k_{\perp} برای هر یک از حالت‌های $n = 1$ و $n = 2$ و نظایر آن که قبلاً بررسی شدند مانند شکل ۲۳.۲ (الف) خواهد بود. اکنون زیرنوارها را به صورت تکی در نوارهای رسانش و ظرفیت معرفی کرده‌ایم. در همین شکل، حالت‌های دسترس را که از طریق معادله (۲.۳.۳) به دست می‌آیند به صورت دایره‌های توپر برای نوار ظرفیت و دایره‌های توخالی برای نوار رسانش، نشان داده‌ایم. نکته نهایی آنکه وقتی به بررسی گذارهای بین زیرنوارهای ظرفیت و رسانش می‌پردازیم، مقیاس دیگری از انرژی، E' ، را که مثلاً از بالای نوار ظرفیت شروع می‌شود و افزایش آن رو به بالاست،



شکل ۲۳.۳ روابط انرژی برحسب k_{\perp} برای زیرنوارهای $n = 1$ و $n = 2$ هر دو نوار ظرفیت و رسانش در نیمرسانای چاه کوانتومی. (الف) مبدأ محور انرژی برای زیرنوارهای رسانش در انتهای نوار رسانش ماده کپهای در نظر گرفته شده است و افزایش انرژی به طرف بالاست. مبدأ محور انرژی برای زیرنوارهای ظرفیت در بالای نوار ظرفیت در نظر گرفته شده است و افزایش انرژی به طرف پایین است. (ب) محور انرژی برای تمام زیرنوارها یکسان است؛ مبدأ را در بالای نوار ظرفیت در نظر گرفته‌ایم و انرژی به سمت بالا افزایش می‌یابد.

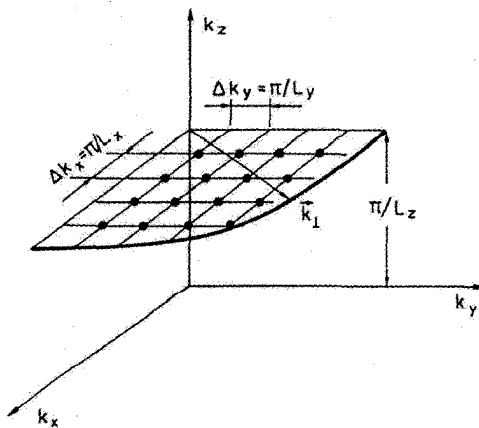
در بعضی مواقع کار را بسیار ساده می‌کند [شکل ۲۳.۳ (ب) را ببینید]. تبدیل مقیاسهای انرژی پریم‌دار E' و بدون پریم E ، مجدداً با معادله (۳.۲.۳) داده می‌شود، که اکنون E_c و E_v از معادله (۳.۳.۳) به دست می‌آیند.

مثال ۹.۳ محاسبه اولین ترازهای انرژی در چاه کوانتومی $GaAs/AlGaAs$. فرض کنیم $L_z = 10 \text{ nm}$ است و جرمهای الکترون و حفره (حفره-سنگین) در $GaAs$ همان جرمهای ماده کپهای هستند؛ یعنی $m_c = 0.067m_0$ و $m_v = m_{hh} = 0.46m_0$. از معادله (۴.۳.۳) به دست می‌آید $E_{1c} = 56.2 \text{ meV}$ ، $E_{1v} = 8 \text{ meV}$. اگر لایه محصورسازی در هر دو طرف $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ باشد، آنگاه $E_{gT} = 1.674 \text{ eV}$ است. از آنجایی که گاف

نوار GaAs برابر است با $E_{g1} = 1.424 \text{ eV}$ ، به دست می‌آوریم $\Delta E_g = 250 \text{ meV}$ و لذا $E_{1c} = 162.5 \text{ meV}$ و $\Delta E_c = 0.65 E_g = 87.5 \text{ meV}$ و $\Delta E_v = 0.35 \Delta E_g = 87.5 \text{ meV}$. چون E_{1c} قابل مقایسه با ΔE_c است، در این مورد فرض چاه بینهایت تقریب خوبی نیست. با در نظر گرفتن نفوذ سدی، مقادیر واقعی را می‌توان مثلاً از شکل ۱.۹ از مرجع ۳ به صورت $E_{1c} \cong 28 \text{ meV}$ و $E_{1v} \cong 5 \text{ meV}$ به دست آورد.

۲.۳.۳ چگالی حالتها

با توجه به شکل ۲۴.۳ می‌بینیم که حالت‌های مجاز که از معادله (۲.۳.۳) به دست می‌آید با نقطه‌های سیاه در صفحه (k_x, k_y) نشان داده شده‌اند (این شکل را با شکل ۲.۲ مقایسه کنید). می‌توان دید که فقط حالت‌های مجاز تراز $n = 1$ نشان داده شده‌اند. در واقع، نوعاً داریم $L_z = 10 \text{ nm}$ در حالی که L_x و L_y می‌توانند در گستره $10 \text{ } \mu\text{m}$ و $100 \text{ } \mu\text{m}$ باشند، یعنی آنها $10^3 - 10^4$ بار بزرگتر از L_z هستند. بدین ترتیب فاصله بین دو حالت متوالی در طول محور k_z ($\Delta k_z = \pi/L_z$) حدود $10^3 - 10^4$ بار بزرگتر از فاصله بین حالت‌های متوالی در امتداد جهت k_x یا k_y است. بنابراین حالت‌های مجاز در صفحاتی که کاملاً از هم فاصله دارند عمود بر محور L_z قرار می‌گیرند. اکنون محاسبه چگالی حالتها در هر یک از این صفحات ساده خواهد شد. بر طبق آن، $N(k_{\perp})$ و امتداد حالتها در هر صفحه، مثلاً صفحه $n = 1$ در شکل ۲۴.۳، را در نظر می‌گیریم که بردار عرضی آن بین 0 و k_{\perp} واقع شود. طبق بحثی که در ارتباط با شکل ۲.۲ انجام گرفت، $N(k_{\perp})$ از یک چهارم مساحت دایره‌ای به شعاع k_{\perp} تقسیم بر سطح $\Delta k_x \Delta k_y$ واحد یاخته و سپس ضرب در ۲،



شکل ۲۴.۳ نمایش در فضای (k_x, k_y, k_z) حالت‌های مجاز زیرنوار $n = 1$.

به منظور به حساب آوردن دو سمتگیری ممکن اسپین در هر حالت، به دست می آید، بنابراین

$$N(k_{\perp}) = \frac{2(1/4)\pi k_{\perp}^2}{\Delta k_x \Delta k_y} = \frac{k_{\perp}^2}{2\pi} A_{\perp} \quad (۵.۳.۳)$$

که $A_{\perp} = L_x L_y$ مساحت عرضی چاه کوانتومی است. سپس شمار حالتها در واحد k_{\perp} در واحد سطح را می توان به دست آورد

$$\rho_k^{2D} = \frac{dN(k_{\perp})}{A_{\perp} dk_{\perp}} = \frac{k_{\perp}}{\pi} \quad (۶.۳.۳)$$

در مقایسه با نیم رسانای کپه ای، اکنون ρ_k تعداد حالتها را در واحد سطح بیان می کند تا در واحد حجم. بنابراین شاخص بالا $2D$ را به کار می بریم که نشان دهد اکنون در وضعیت ۲- بعدی هستیم و نه ۳- بعدی. همچنین توجه کنید که معادله (۶.۳.۳) برای هر دو نوارهای ظرفیت و رسانش برقرار است.

برای به دست آوردن چگالی حالتها در مختصات انرژی، برای نوار رسانش می نویسیم $\rho_c^{2D} dE_c = \rho_k^{2D} dk_{\perp}$ ، مثلاً از معادله (۶.۳.۳)، به دست می آوریم

$$\rho_c^{2D} = \frac{k_{\perp} dk_{\perp}}{\pi dE_c} \quad (۷.۳.۳)$$

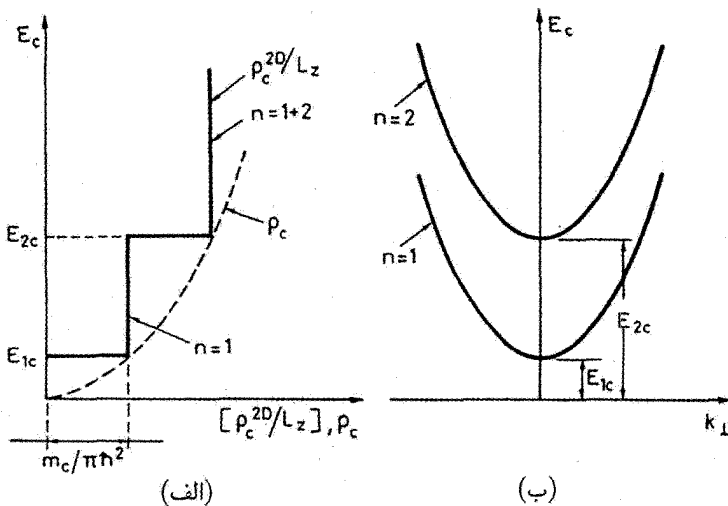
از معادله (۳.۳.۳) برای زیرنوار $n = 1$ ، داریم

$$k_{\perp}^2 = \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right) (E_c - E_{1c}) \quad (۸.۳.۳)$$

کمیت $k_{\perp} dk_{\perp}$ در معادله (۷.۳.۳) با مشتق گیری از دوطرف معادله (۸.۳.۳) به دست می آید. در این صورت معادله (۷.۳.۳) به دست می دهد

$$\rho_c^{2D} = \frac{m_c}{\pi \hbar^2} \quad (۹.۳.۳)$$

دقت کنید که ρ_c^{2D} مستقل از تعداد k_{\perp} ، یعنی قسمت عرضی انرژی $2m_c/\hbar^2 k_{\perp}^2$ است [معادله (۳.۳.۳) را ببینید]. این مورد به صورت ترسیمی در شکل ۲۵.۳ (الف) نشان داده شده است، که کمیت ρ_c^{2D}/L_z برحسب انرژی الکترون E_c ترسیم شده است (خط پیوسته). انرژی از انتهای نوار رسانش مقیاس زده می شود و تابع برای $E_{1c} \leq E_c \leq E_{2c}$ ترسیم شده است. E_{2c} انرژی زیرنوار $n = 2$ است. در واقع، برای $E_c \geq E_{2c}$ ، باید حالتیایی که در صفحه $k_z = 2\pi/L_z$



شکل ۲۵.۳ (الف) نمودار چگالی حالت‌های چاه کوانتومی در نوار رسانش، ρ_c^{2D} ، بهنجارشده به ضخامت L_z چاه، برحسب انرژی E_c حالت (خط پر، پله‌ای). در همین شکل، نمودار چگالی حالت‌ها برای نیمرسانای کپه‌ای، ρ_c ، به صورت منحنی خط‌چین نشان داده شده است. (ب) نمودارهای E_c برحسب k_{\perp} برای زیرنوارهای رسانش $n = 1$ و $n = 2$.

قرار می‌گیرند را به حساب بیآوریم (در شکل ۲۴.۳ نشان داده نشده است). ولی، چگالی این حالت‌ها همان است که برای صفحه $n = 1$ صادق است؛ یعنی دوباره از معادله (۹.۳.۳) به دست می‌آید. برای $E_c \geq E_{2c}$ ، چگالی کلی مجموع چگالی‌های هر دو زیرنوار $n = 1$ و $n = 2$ است. منحنی متناظر به آنها را در شکل ۲۵.۳ (الف) با تابع پله‌ای خط پیوسته مشخص کرده‌ایم که با $n = 1 + 2$ نشان داده شده است. برای مقایسه نیز منحنی خط‌چین را که از معادله (۹.۲.۳) (الف) به دست می‌آید نشان داده‌ایم. این منحنی چگالی حالت‌ها، ρ_c ، را برای همان ماده نیمرسانا به صورت کپه‌ای نشان می‌دهد. می‌توان دید که منحنی ρ_c نمودار پله‌ای ρ_c^{2D}/L_z را در $E_c = E_{1c}$ ، $E_c = E_{2c}$ ، و نظایر آن قطع می‌کند. برای تکمیل موضوع در شکل ۲۵.۳ (ب)، نمودار E_c برحسب k_{\perp} نشان داده شده است [آن را با شکل ۲۳.۳ (الف) مقایسه کنید]. بنابراین، به ازای هر مقدار انرژی $E_{1c} \leq E_c \leq E_{2c}$ ، با توجه به شکل ۲۵.۳ (ب) می‌توان مقدار متناظر مؤلفه k_{\perp} بردار \mathbf{k} الکترون را مستقیماً به دست آورد. همین بررسی‌ها نیز برای چگالی حالت‌ها در نوار ظرفیت معتبر است. چگالی متناظر به آن، ρ_v^{2D} ، از معادله (۹.۳.۳) با قراردادن m_v به جای m_c به دست می‌آید. برای نوار ظرفیت، نمودارهای مشابه با شکل ۲۵.۳ را می‌توان ترسیم کرد. چون برای

از $m_v = m_{hh} \cong 5m_c$, GaAs است، گامهای پله‌ای در شکل ۲۵.۳ (الف) برای نوار ظرفیت، از نقطه نظر چگالی حالت، ρ_v^{2D} ، ۵ بار بزرگتر و از نقطه نظر انرژی، E_v ، ۵ بار کوچکتر است.

۳.۳.۳ اشغال تراز در ترازمندی گرمایی

ابتدا مورد ترازمندی گرمایی کلی را بررسی می‌کنیم. احتمال اشغال یک حالت انرژی E' مفروض [شکل ۲۳.۳ (ب)] در هر یک از زیرنوارهای رسانش یا ظرفیت از آمار فرمی-دیراک، مطابق با معادله (۱۱.۲.۳) به دست می‌آید، که E'_F انرژی فرمی است. اکنون فرض می‌کنیم الکترونیایی به زیرنوارهای $n = 1$ ، $n = 2$ ، و ... رسانش ارتقا یابند، و باز هم فرض می‌کنیم میان زیرنوارهای هر دو نوار رسانش و ظرفیت واهلش سریع (نوعاً $\tau \cong 10^{-10}$ s) برقرار شود. وضعیت ترازمندی را اکنون می‌توانیم با معرفی دو تراز شبه فرمی توصیف کنیم. احتمال اشغال یک تراز مفروض در زیرنوارهای رسانشی یا ظرفیت برای محورهای انرژی بدون پریم شکل ۲۳.۳ (الف) با معادلات (۱۰.۲.۳) و (الف و ب)، یا برای محورهای انرژی پریم دار شکل ۲۳.۳ (ب) با معادلات (۱۱.۲.۳) و (الف و ب) ارائه می‌شوند.

همانند نیم رسانای کیه‌ای، مقادیر E_{Fv} و E_{Fc} با چگالی الکترونها، N_e ، و حفره‌ها، N_h ، که به نوارهای متناظر تزریق می‌شوند مشخص می‌شوند. اکنون با روابط زیر N_h و N_e را محاسبه می‌کنیم

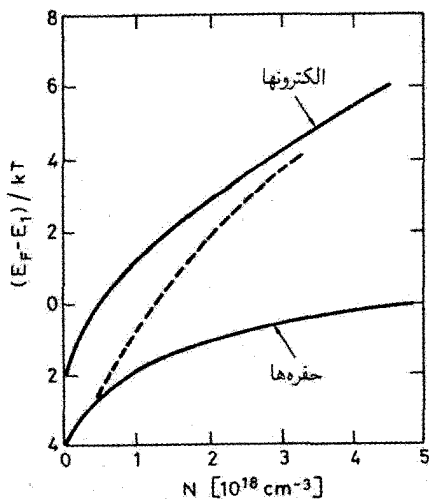
$$N_e = \int (\rho_c^{2D} / L_z) f_c dE_c \quad (\text{الف } 10.3.3)$$

$$N_h = \int (\rho_v^{2D} / L_z) \bar{f}_v dE_v \quad (\text{ب } 10.3.3)$$

در معادله (۱۰.۳.۳) (الف)، چگالی حالت‌های سطح است و برای هر زیرنوار از معادله (۹.۳.۳) به دست می‌آید [شکل ۲۵.۳ (الف) را نیز ببینید]. در معادله (۱۰.۳.۳) (ب)، ρ_v^{2D} چگالی حالت‌های سطح برای زیرنوارهای ظرفیت است، و \bar{f}_v احتمال اشغال حفره‌هاست و با رابطه (۱۳.۲.۳) داده می‌شود. از آنجایی که ρ^{2D} در هر زیرنوار ثابت است، انتگرال‌های (۱۰.۳.۳) را می‌توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد و جواب نهایی به صورت

$$N_e = kT \sum_i \left(\frac{m_{ci}}{\pi \hbar^2 L_z} \right) \ln \left[1 + \frac{E_{Fc} - E_{ic}}{kT} \right] \quad (\text{الف } 11.3.3)$$

$$N_h = kT \sum_i \left(\frac{m_{vi}}{\pi \hbar^2 L_z} \right) \ln \left[1 + \frac{E_{Fv} - E_{iv}}{kT} \right] \quad (\text{ب } 11.3.3)$$



شکل ۲۶.۳ نمودارهای بهنجار شدهٔ اختلاف بین انرژی شبه‌فرمی، E_F ، و انرژی $n = 1$ زیرنوار، E_v ، برحسب چگالی حامل‌های تزریق‌شده، برای هر دوی الکترونها و حفرها در یک چاه کوانتومی 10^8 نانومتری GaAs/AlGaAs.

است که جمع روی تمامی زیرنوارها گرفته می‌شود، m_{ci} و m_{vi} جرمهای الکترون و حفره در هر زیرنوار هستند، و E_{iv} و E_{ic} انرژیهای کمینهٔ هر زیرنوار است. متذکر می‌شویم که با انتخاب محورهای بدون پریم شکل ۲۳.۳ (الف)، روابط N_e و N_h دقیقاً به یک شکل خواهد بود.

مثال ۱۰.۳ محاسبه انرژیهای شبه‌فرمی برای چاه کوانتومی GaAs/AlGaAs. قرار می‌دهیم $m_{ci} = m_c = 0.067m_0$ و $m_{vi} = 0.46m_0$ یعنی فرض می‌کنیم که جرمها همان جرمهای مواد کپه‌ای هستند، و سهم ناشی از حفره‌های سبک را صرف‌نظر می‌کنیم. همچنین فرض می‌کنیم $L_z = 10$ nm و $T = 300$ K است. از معادلهٔ (۱۱.۳.۳) دو نمودار غلظت N برحسب $(E_F - E_v)/kT$ را هم برای الکترونها و هم برای حفره‌ها مطابق شکل ۲۶.۳ به دست می‌آوریم. از این شکل برای N الکترون و حفره تزریقی مفروض، وضعیت ترازهای شبه‌فرمی سریعاً به دست می‌آید.

۴.۳.۳ گذارهای القایی: قوانین گزینش

گذاری القایی (جذب یا گسیل القایی) را بین دو تراز مفروض ۱ و ۲ که به ترتیب متعلق به زیرنوار ظرفیت و رسانش هستند در نظر می‌گیریم. در محدودهٔ تقریب دوقطبی الکتريکی، احتمال گذار

متناظر با آنها، W ، متناسب با $|H'_{\nu}{}^0|^2$ است و از

$$|H'_{\nu}{}^0|^2 = \left| \int \psi_c^* [-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})] \psi_\nu dV \right|^2 \quad (۱۲.۳.۳)$$

به دست می آید که ψ_c و ψ_ν از معادله (۱.۳.۳) به دست می آیند و $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی در مکان \mathbf{r} در چاه کوانتومی است [با معادله (۱۹.۲.۳) مقایسه شود]. برای آنکه بررسی خود را ساده کنیم، موردی را در نظر می گیریم که قطبش میدان \mathbf{E} در صفحه چاه است. بنابراین $e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$ ، که مؤلفه بردار \mathbf{r} در صفحه چاه است. از آنجایی که ضخامت چاه بسیار کوچکتر از طول موج نور است، $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ را می توان مقداری ثابت در جهت z عمود بر چاه در نظر گرفت. بنابراین می توانیم بنویسیم $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp)$ ، یعنی تابعی از مختصات عرضی \mathbf{r}_\perp . به دنبال آن $e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$ به $e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp)$ کاهش یافته به طوری که معادله (۱۲.۱.۳) می تواند به دو انتگرال تجزیه شود، یکی روی مختصات عرضی x و y و دیگری روی مختصات طولی z ، یعنی

$$|H'_{\nu}{}^0|^2 = \left| \int u_c^*(\mathbf{r}_\perp) e^{-j\mathbf{k}_{c\perp} \cdot \mathbf{r}_\perp} (-e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}_0 e^{j\mathbf{k}_{opt} \cdot \mathbf{r}_\perp}) u_\nu(\mathbf{r}_\perp) e^{j\mathbf{k}_{v\perp} \cdot \mathbf{r}_\perp} dx dy \right|^2 \\ \times \left| \int \sin(n_c \pi z / L_z) \sin(n_v \pi z / L_z) dz \right|^2 \quad (۱۳.۳.۳)$$

مانند نیمرسانای کپه ای، انتگرال روی مختصات عرضی صفر می شود، مگر آنکه $\mathbf{k}_{v\perp} + \mathbf{k}_{opt} = \mathbf{k}_{c\perp}$ باشد. چون $|\mathbf{k}_{opt}| \ll (|\mathbf{k}_{v\perp}|, |\mathbf{k}_{c\perp}|)$ است، قانون گزینش را به دست می آوریم [با معادله (۲۲.۲.۳) مقایسه کنید]

$$k_{c\perp} = k_{v\perp} \quad (۱۴.۳.۳)$$

بنابراین قانون پایستگی (بقای) \mathbf{k} ، که بیانگر آن است که گذارهای شکل ۲۳.۳ باید به صورت عمودی رخ دهند، برای مؤلفه عمودی، \mathbf{k}_\perp ، هنوز پابرجاست. چون n_c و n_v اعداد صحیح مثبت اند، قانون گزینش برای عدد کوانتومی n را از انتگرال دوم در طرف راست معادله (۱۳.۳.۳)، به صورت زیر

$$\Delta n = n_c - n_v = 0 \quad (۱۵.۳.۳)$$

به دست می آوریم، که نشان دهنده آن است که گذارها فقط بین دو زیرنوار، یکی در نوار رسانش و دیگری در نوار ظرفیت، با همان عدد کوانتومی n ، صورت می گیرد. در آخر متذکر می شویم

که اسپین در هامیلتونی برهم‌کنش $e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}$ حضور ندارد، چون موج الکترومغناطیسی با اسپین برهم‌کنش نمی‌کند. این دلالت بر آن دارد که در گذار، اسپین نمی‌تواند تغییر کند، یعنی

$$\Delta S = 0 \quad (۱۶.۳.۳)$$

که S عدد کوانتومی اسپین الکترون درگیر است.

معادلات (۱۴.۳.۳) تا (۱۶.۳.۳) قوانین گزینش را برای گذارها در چاه کوانتومی خلاصه می‌کند. با وجودی که این قوانین با فرض اینکه میدان \mathbf{E} در صفحه چاه قطبیده است به دست آمده‌اند، می‌توان نشان داد که آنها به‌طور کلی دارای اعتبارند [۱۳]. بدین ترتیب از این به بعد این نتایج را در همه جا به‌کار خواهیم برد.

۵.۳.۳ جذب و ضرایب بهره

برای محاسبه جذب که از قانون پایستگی $\mathbf{k} \perp$ پیروی می‌کند، ابتدا چگالی توأم گذار یا چگالی توأم حالتها، ρ_{jk}^{jD} ، را معرفی می‌کنیم، به‌طوری که $\rho_{jk}^{jD} dk_{\perp}$ تعداد گذارهای دسترس یا حالت‌های جفت‌شده، در واحد سطح را به‌دست می‌دهد، که در آن k_{\perp} در بازه k_{\perp} تا $k_{\perp} + dk_{\perp}$ قرار می‌گیرد. چون گذارها فقط به‌صورت عمودی در شکل ۲۳.۳ رخ می‌دهند و $\Delta S = 0$ است، این عدد با تعداد حالتها در هر کدام از نوارهای ظرفیت و رسانش برای همان فاصله عنصری dk_{\perp} نیز برابر است. بنابراین به‌دست می‌آوریم

$$\rho_{jk}^{jD} = \rho_k^{jD} = \frac{k_{\perp}}{\pi} \quad (۱۷.۳.۳)$$

که از (۶.۳.۳) بهره‌جسته‌ایم. اکنون دو تراز انرژی E'_1 و E'_1 متعلق به زیرنوار $m = 1$ ، مثلاً به‌ترتیب از نوارهای رسانش و ظرفیت، را در نظر می‌گیریم. از شکل ۲۳.۳ (ب) و معادله (۳.۳.۳) دیده می‌شود که اختلاف انرژی $E_0 = E'_1 - E'_1 = h\nu$ از رابطه

$$E_0 = E_g + \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_r} + \Delta E_1 \quad (۱۸.۳.۳)$$

به‌دست می‌آید که m_r جرم کاهش‌یافته و $E_{1c} + E_{1v} = \Delta E_1$ است. اکنون اگر چگالی حالتها را در مختصات E_0 ، یعنی $\rho_{jE_0}^{jD}$ ، معرفی کنیم، می‌توانیم بنویسیم

$$\rho_{jE_0}^{jD} dE_0 = \rho_{jk}^{jD} dk_{\perp} = \frac{k_{\perp} dk_{\perp}}{\pi} \quad (۱۹.۳.۳)$$

که از معادله (۱۷.۳.۳) استفاده شده است. کمیت $k_{\perp} dk_{\perp}$ را با مشتق‌گیری از دو طرف معادله (۱۸.۳.۳) به دست می‌آوریم. از معادله (۱۹.۳.۳) به دست می‌آید

$$\rho_{jE_0}^{2D} = \frac{m_r}{\pi \hbar^2} \quad (20.3.3)$$

اکنون اگر چگالی حالتها را نسبت به مختصات بسامدی گذار، ν ، یعنی $\rho_{j\nu}$ ، تعریف کنیم، چون $\rho_{j\nu}^{2D} d\nu_0 = \rho_{jE_0}^{2D} dE_0$ از معادله (۲۰.۳.۳) خواهیم داشت

$$\rho_{j\nu}^{2D} = \frac{4\pi m_r}{h} \quad (21.3.3)$$

اکنون جذب کلی در بسامد ν موج الکترومغناطیسی فرودی را با همان روش ماده کپه‌ای محاسبه می‌کنیم، یعنی از معادلات (۳۰.۲.۳) تا (۳۲.۲.۳)، استفاده می‌کنیم که $(\rho_{j\nu}^{2D}/L_z)$ چگالی توأم حالت‌های مورد نظر جایگزین $\rho_j(\nu_0)$ می‌شود. مجدداً فرض می‌کنیم که بین هر دو حالت، گذارها بینهایت باریک‌اند و ضریب جذب برای گذار چاه کوانتومی $(n=1) \rightarrow (n=1)$ از معادلات (۳۴.۲.۳) و (۳۵.۲.۳) فوراً به دست می‌آید

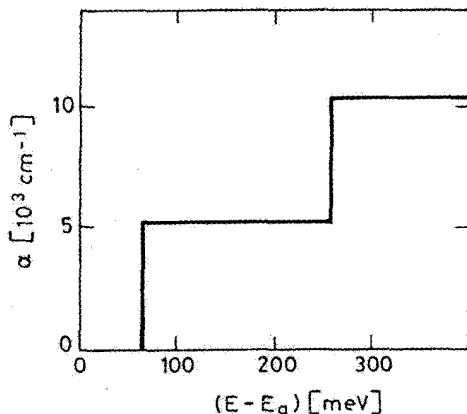
$$\alpha_{QW} = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \left(\frac{\rho_{j\nu}^{2D}}{L_z} \right) [f_v(E'_1) - f_c(E'_1)] \quad (22.3.3)$$

E'_1 و E'_1 انرژی‌های دو تراز هستند که بسامد گذارشان برابر با ν است. تحت قانون پایستگی k_{\perp} و E'_1 و E'_1 از شکل ۲۳.۳ (ب) و معادله (۳.۳.۳) با قراردادن $\nu_0 = \nu$ به دست می‌آیند.

مثال ۱۱.۳ محاسبه ضریب جذب در چاه کوانتومی $GaAs/AlGaAs$. ابتدا مورد $T = 0\text{K}$ را بررسی می‌کنیم. در این مورد تمامی زیرنوارهای ظرفیت پر و زیرنوارهای رسانش خالی هستند، و $f_v(E'_1) = 1$ ، $f_c(E'_1) = 0$ است. ضریب جذب به مقدار بیشینه خود که از

$$\alpha_{QW}^{\max} = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \frac{\rho_{j\nu}^{2D}}{L_z} \quad (23.3.3)$$

به دست می‌آید خواهد رسید و بستگی ضریب جذب به انرژی فوتون اساساً با $\rho_{j\nu}^{2D}$ تعیین می‌شود. ضریب جذب برحسب اختلاف بین انرژی فوتون و انرژی گاف، $(E - E_g)$ ، که از معادله (۲۳.۳.۳) برای چاه کوانتومی با $L_z = 10\text{nm}$ محاسبه شده در شکل ۲۷.۳ نشان داده شده است. طبق شکل ۲۵.۳ (الف)، $\rho_{j\nu}^{2D}$ برای انرژی فوتون $E_1 = E_g + \Delta E_1$ صفر است. بنابراین برای $(E - E_g) < \Delta E_1$ انتظار جذب را نخواهیم داشت. با فرض آنکه $m_c = 0.067m_0$ و



شکل ۲۷.۳ نمودار ایده‌آل ضریب جذب α برحسب اختلاف انرژی فوتون و گاف نوار در یک نیمرسانای چاه کوانتومی GaAs/AlGaAs با ضخامت 10 nm .

برای $m_\nu = 0.46 m_0$ است، از مثال ۸.۳ می‌یابیم که $\Delta E_1 = E_{1c} + E_{1v} \cong 65\text{ meV}$. برای $\Delta E_2 \leq (E - E_g) \leq \Delta E_2$ که $\Delta E_2 = E_{2c} + E_{2v}$ است، از معادله (۲۱.۳.۳) $\rho_{j\nu}^D$ می‌یابیم که $\nu_0 = \nu$ به دست می‌آید و ضریب جذب دارای یک مقدار ثابت است و از

$$\alpha_{QW} = \frac{\lambda \pi^3}{n \epsilon_0 \lambda h^2} \left(\frac{\mu^2}{3} \right) \frac{m_r}{L_z} \quad (24.3.3)$$

به دست می‌آید و $\lambda = c/\nu$ است. طبق مثال ۵.۳، در نظر می‌گیریم که

$$(\mu^2/3)^{1/2} = 0.68 \times 10^{-25} \text{ C} \times \text{m}$$

برای $\lambda = 833\text{ nm}$ و $n = 3.64$ ، $m_r = 5.37 \times 10^{-32} \text{ kg}$ از معادله (۲۴.۳.۳) به دست می‌آید که $\alpha_{QW} = 5250\text{ cm}^{-1}$ است. برای $(E - E_g) \geq \Delta E_2$ ، گذارهای بین زیرنوارهای $n = 2$ نیز رخ می‌دهند. جگالی توأم حالتها، دوبرابر شده [شکل ۲۵.۳ (الف) را نیز ببینید]، و ضریب جذب نیز دوبرابر می‌شود. توجه کنید که چون $E_{2c} = 4E_{1c}$ و $E_{2v} = 4E_{1v}$ داریم $\Delta E_2 = 4\Delta E_1 = 260\text{ meV}$ (اکنون می‌توانیم شکل‌های ۱۶.۳ و ۲۷.۳ را مقایسه کنیم). ■

به همین ترتیب می‌توانیم برای گسیل القایی اقدام کنیم. به آسانی می‌توان مشاهده کرد که رابطه متناظر با ضریب بهره را می‌توان از معادله (۲۲.۳.۳) با جابه‌جا کردن شاخصهای c و v و نیز

شاخصهای ۱ و ۲ به دست آورد، به این ترتیب خواهیم داشت

$$g_{QW} = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \left(\frac{\rho_{j\nu}^{2D}}{L_z} \right) [f_c(E'_\nu) - f_v(E'_\nu)] \quad (25.3.3)$$

مجدداً شرط لازم برای بهره‌ی خالص مثبت $f_c(E'_\nu) \geq f_v(E'_\nu)$ است که باز هم دلالت بر شرط برنارد-دورافورگ $h\nu = E'_\nu - E'_v \leq E'_{F_c} - E'_{F_v}$ دارد. از طرف دیگر $h\nu$ باید بزرگتر از $E_g + \Delta E_\nu$ باشد، به طوری که

$$E_g + \Delta E_\nu \leq h\nu \leq E'_{F_c} - E'_{F_v} \quad (26.3.3)$$

که پهنای نوار بهره را به وجود می‌آورد. از معادله (۲۶.۳.۳) شرط شفافیت به دست می‌آید

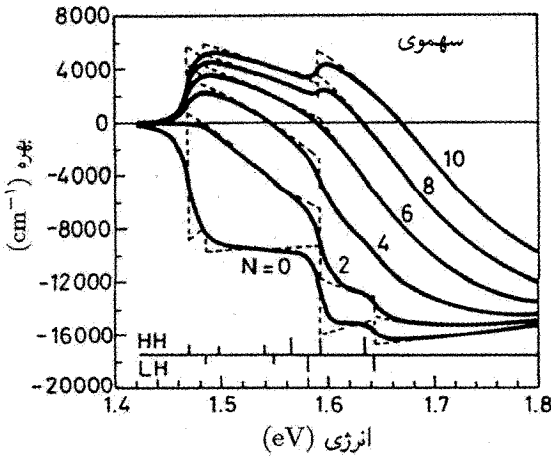
$$E'_{F_c} - E'_{F_v} = E_g + \Delta E_\nu \quad (27.3.3)$$

مثال ۱۲.۳ محاسبه‌ی چگالی شفافیت در نیمرسانای چاه کوانتومی *GaAs*. از شکل ۲۳.۳ [و نیز معادله (۳.۲.۳)]، داریم: $E'_{F_c} = E_{F_c} + E_g$ و $E'_{F_v} = -E_{F_v}$. با استفاده از متغیرهای E_{F_c} و E_{F_v} ، معادله (۲۷.۳.۳) به صورت زیر ساده می‌شود

$$(E_{F_c} - E_{\nu c}) + (E_{F_v} - E_{\nu v}) = 0 \quad (28.3.3)$$

که از رابطه $\Delta E_\nu = E_{\nu c} + E_{\nu v}$ استفاده کرده‌ایم. برای آنکه از معادله (۲۸.۳.۳) مقدار متناظر چگالی شفافیت، N_{tr} ، را به دست آوریم، کمیت $[(E_{F_c} - E_{\nu c}) + (E_{F_v} - E_{\nu v})]/kT$ در شکل ۲۶.۳ را به صورت یک منحنی خط چین ترسیم کرده‌ایم. منحنی با جمع مقادیری که با دو منحنی پیوسته در شکل ۲۶.۳ برای هر غلظت N حامل داده می‌شود، به دست می‌آید. طبق معادله (۲۸.۳.۳)، چگالی شفافیت به نقطه‌ای که منحنی خط چین مقدار صفر محور عمودی را قطع کند مرتبط می‌شود. به این ترتیب از شکل ۲۶.۳ می‌یابیم که $N_{tr} \cong 1.25 \times 10^{18}$ الکترون/cm^۳ می‌باشد. ■

برای $N > N_{tr}$ ، نیمرسانای چاه کوانتومی بهره‌ی خالص را نشان می‌دهد. مقدار آن از معادله (۲۵.۳.۳)، وقتی ترازهای شبه‌فرمی برای یک تزریق مفروض N محاسبه می‌شوند، به دست می‌آید (در مثال ما، شکل ۲۶.۳). نمودارهای نمونه‌ای بهره برحسب انرژی فوتون E که از این رهیافت به دست آمده‌اند، برای چاه کوانتومی $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ با ضخامت ۸nm، در شکل ۲۸.۳



شکل ۲۸.۳ نمودارهای ضریب بهره (یا جذب) برحسب انرژی فوتون با چگالی حامل تزریق شده N به‌عنوان یک پارامتر (در واحدهای 10^{18}cm^{-3}) برای چاه کوانتومی $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ به ضخامت 8nm در تقریب نور سه‌موی [۸].

به‌صورت منحنیهای خط پیوسته برای چند مقداری از N (در واحد 10^{18}cm^{-3}) نشان داده شده‌اند. موردی که با $N = 0$ مشخص شده است به جذب چاه کوانتومی مربوط می‌شود و باید با شکل ۲۷.۳ مقایسه شود. گامها در اینجا تیز نیستند چون پهن‌شدگی طیفی گذارهای منفرد را نیز شامل می‌شوند. توجه کنید که تمامی گذارهای ممکن به زیرنوارهای حفره سنگین و حفره سبک در این مورد حساب شده است و شفافیت برای $N_{tr} \cong 2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ رخ می‌دهد. برای $N \geq N_{tr}$ ، قله ضریب جذب را می‌توان مجدداً با رابطه‌ای مشابه با معادله (۴۲.۲.۳)، به‌صورت

$$g_p = \sigma_{QW}(N - N_{tr}) \quad (29.3.3)$$

با $\sigma_{QW} \cong 7 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ تقریب زد. مقایسه این نتایج با نتایج حاصل از ماده‌کپه‌ای نشان می‌دهد که در حالی که N_{tr} تقریباً برای دو مورد یکسان است، بهره دیفرانسیلی σ_{QW} برای چاه کوانتومی به مقدار قابل ملاحظه‌ای (حدود دو برابر) از بهره دیفرانسیلی نیمرسانای کپه‌ای بزرگتر است. همین وضعیت نیز برای لیزرهای چاههای کوانتومی $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}/\text{InP}$ اتفاق می‌افتد [۱۴]، و اساساً به شکل متفاوت چگالی حالت‌های دو مورد ارتباط دارد [شکل ۲۵.۳ (الف) را ببینید] [۱۶]. همچنین توجه کنید که برای هر دو چاه کوانتومی $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ و $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}/\text{InP}$ رابطه خطی بین N و g_p نسبت به رابطه‌ای که در مواد کپه‌ای برقرار است دقت کمتری دارد. در

به این ترتیب چاه کوانتومی InGaAs تقارن مکعبی خود را، که باعث تغییر مقادیر جرمهای مؤثر نوار ظرفیت و گاف نوار می شود، از دست می دهد.^۱

آنچه که بیشتر نگران آن هستیم، جرم حفره سنگین (hh) در صفحه چاه کوانتومی است، چون این جرم داخل رابطه چگالی حالتها در نوار ظرفیت می شود (بخش ۲.۳.۳ را ببینید). بر اثر کرنش تراکمی این جرم بسیار کاهش می یابد (به قدریک ضریب ۲ برای $x = 0.2$) و به مقدار جرم الکترون در نوار رسانش نزدیک می شود. این امر باعث می شود چگالی حالتها در نوار ظرفیت، ρ_v^{2D} ، با چگالی حالتها در نوار رسانش، ρ_c^{2D} ، قابل مقایسه شود. کاهش جرم حفره سنگین و متعاقب آن کاهش چگالی حالت ρ_v^{2D} ، به دو مزیت بسیار مهم در مقایسه با چاه کوانتومی کرنش نیافته منجر می شود: چگالی شفافیت N_{tr} به مقدار زیادی (با ضریب ۲) کاهش می یابد [به مقدار $(1 - 0.5) \times N_{tr} \cong [N_{tr} - 0.5 N_{tr}]$ و بهره دیفرانسیلی dg/dN به مقدار زیادی (با ضریب ۲) افزایش می یابد [به مقدار 10^{18} cm^{-3} و بهره دیفرانسیلی dg/dN به مقدار زیادی (با ضریب ۲) افزایش می یابد] و به جابه جایی در وضعیت ترازهای شبه فرمی در شفافیت در جهت کاهش جرم حفره، مربوط می شود [۱۷]. در حقیقت می توان نشان داد که پایینترین مقدار N_{tr} و بالاترین مقدار dg/dN در مورد کاملاً متقارن، $m_v = m_c$ حاصل می شود.

در نتیجه سه اثر اصلی سودمند در لیزرهای چاه کوانتومی کرنش یافته وجود دارد:

- کاهش پیوسته N_{tr} که به کاهش پیوسته آستانه چگالی جریان J_{th} منجر می شود، چون J_{th} اساساً به N_{tr} وابسته است (بخش ۴.۴.۹ را ببینید).
- افزایش زمان ترکیب مجدد τ الکترون-حفره، چون آهنگ تابشی فروافت، $(1/\tau_r) = BN$ و نیز آهنگ اوژه، $(1/\tau_A) = CN^2$ ، به علت کاهش N_{tr} کاهش می یابند. این اثر منجر به کاهش بیشتر J_{th} نیز می شود، چون $J_{th} \propto 1/\tau$ است (به بخش ۴.۴.۹ مراجعه شود).
- افزایش قابل ملاحظه در بهره دیفرانسیلی ماده و از آن رو بهره مدی دیفرانسیلی؛ فصل ۹ نشان می دهد که این اثر تنها چگالی جریان آستانه را کاهش می دهد، بلکه موجب افزایش بازدهی لیزر می شود.

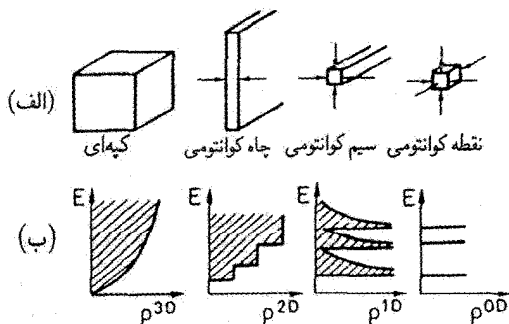
بنابراین دلایل، نیمرساناهای چاه کوانتومی کرنش یافته به عنوان محیطهای لیزری با اهمیت فزاینده ای تلقی می شوند.

۱. یادآور می شویم که در تقریب نوار سهموی، کلیه جزئیات کوانتومی اساساً در مقادیر جرمهای مؤثر و گاف انرژی مخفی هستند.

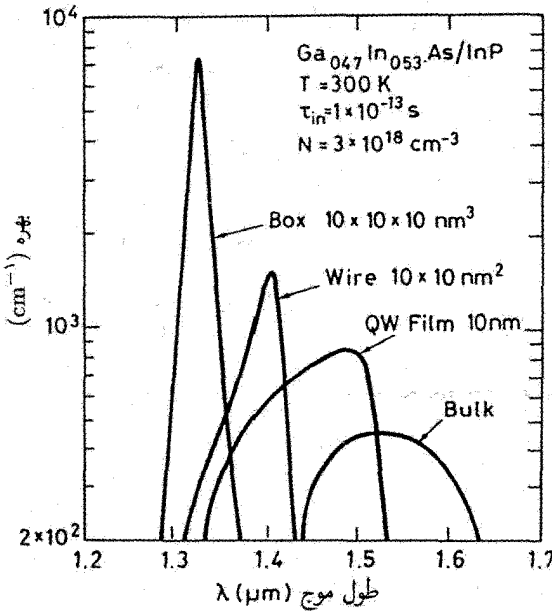
۴.۳ سیمهای کوانتومی و نقطه‌های کوانتومی

بر طبق بخش ۳.۳، اصلاح خواص نوری از ماده‌ی کپه‌ای به ماده‌ی چاه کوانتومی متناظر آن، اساساً به علت محصورسازی کوانتومی است که از قابل مقایسه بودن طول موج دوبروی یا یک بعد از نیم‌رسانا نشأت می‌گیرد. بنابراین طبیعی است که این ایده را برای بررسی دو مورد ممکن دیگر محصورسازی، یعنی سیمهای کوانتومی و نقطه‌های کوانتومی، گسترش دهیم، که در این صورت دو یا تمامی سه بعد قابل مقایسه با طول موج دوبروی خواهند شد [شکل ۳.۳(الف)].

مانند چاه کوانتومی، اختلاف اساسی بین این ساختارهای محصورشده کوانتومی و ماده‌ی کپه‌ای، از شکلهای متفاوت چگالی حالتها ناشی می‌شود (برای جزئیات بیشتر مرجع ۱۸ را ببینید). در واقع، شکل ۳.۳(ب) رفتار کیفی چگالی حالتها را برای سیمهای کوانتومی و نقطه‌های کوانتومی در مقایسه با مواد کپه‌ای و چاه کوانتومی، نشان می‌دهد. با استفاده از این شکلهای متفاوت چگالی حالت، می‌توان مانند یک چاه کوانتومی بهره‌مورد انتظار را محاسبه کرد. این محاسبه را در اینجا دنبال نخواهیم کرد و فقط محدود به این می‌شویم که در شکل ۳.۳ به صورت مثالی نمایشی بهره‌مورد انتظار ماده را برحسب انرژی فوتون برای سیستم $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ ، نشان دهیم. (اکنون $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ ماده محصورسازی کوانتومی را تشکیل می‌دهد). در شکل، منحنیهای بهره‌ماده پیش‌بینی شده برحسب انرژی فوتون در مورد کپه‌ای برای چاه کوانتومی 10 nm ، سیم کوانتومی $10\text{ nm} \times 10\text{ nm}$ و نقطه کوانتومی $10\text{ nm} \times 10\text{ nm} \times 10\text{ nm}$ ، با یک مقدار تزریق الکترون ($N = 3 \times 10^{18}\text{ cm}^{-3}$) ترسیم شده‌اند [۱۹]. چگالی شفافیت محاسبه شده حدود همان مقدار برای ماده کپه‌ای، چاه کوانتومی و سیم کوانتومی است ($N_{tr} \cong 1.3 \times 10^{18}\text{ cm}^{-3}$).



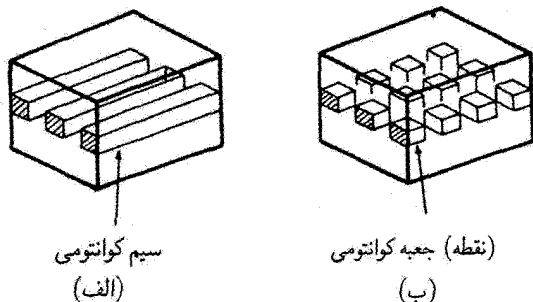
شکل ۳.۳ (الف) آرایشهای مختلف و (ب) شکلهای متناظر با چگالی حالتها برای نیم‌رساناهای کپه‌ای، چاه کوانتومی، سیم کوانتومی و نقطه کوانتومی [۱۹].



شکل ۳۱.۳ نمودار ضریب بهره محاسبه شده برحسب طول موج گسیل در تزریق الکترون $N = 3 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ، برای یک نیمرسانای کپه‌ای $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ ، چاه کوانتومی $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ با بُعد 10nm ، سیم کوانتومی با ابعاد $10 \text{nm} \times 10 \text{nm}$ و نقطه (جعبه) کوانتومی با ابعاد $10 \text{nm} \times 10 \text{nm} \times 10 \text{nm}$ [۱۹].

در حالی که برای نقطه کوانتومی قدری زیادتر است ($N_{tr} \cong 1.8 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$)، در سازگاری با بحث قبلی درخصوص ساختارهای چاه کوانتومی، قله بهره از نیمرسانای کپه‌ای به چاه کوانتومی، از چاه کوانتومی به سیم کوانتومی، و از سیم کوانتومی به نقطه کوانتومی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر پهنای نوار بهره از چاه کوانتومی به سیم کوانتومی و از سیم کوانتومی به نقطه کوانتومی کاهش می‌یابد.

شاید سیمهای کوانتومی و نقطه‌های کوانتومی را بتوان به صورت آرایه‌ای نظیر آرایه صفحه‌ای شکل ۳۲.۳ به عنوان محیطهای لیزری، به کار برد. به علت مشکلات قابل ملاحظه فنی (مانند نیاز به چگالی بالای دسته‌بندی، افت وخیزهای با اندازه کوچک، و چگالی پایینی نقابص) ساخت سیمهای کوانتومی و نقطه‌های کوانتومی با خواص خوب اپتیکی را خدشه دار می‌کند. اگر این مشکلات مرتفع شوند، مواد لیزری نیمرسانا با آستانه باز هم پایینتر، بهره دیفرانسیلی بالاتر، و پهنای نوار باریکتر، قابل دسترس خواهند بود.



شکل ۳۲.۳ (الف) ردیفی صفحه‌ای از سیمهای کوانتومی چندتایی و (ب) نقطه‌های کوانتومی چندتایی.

۵.۳ ملاحظات آخر

فصل ۳، در مقایسه با فصل قبیل به تحلیل از مورد ساده‌اتنها به موارد پیچیده‌تر مولکولها و نیمرساناها با جزئیات بیشتر پرداخته است. مطابق این بحث، درک فیزیکی خواص اپتیکی این مواد نیازمند توصیف بیشتر جزئیات رفتار فیزیکی آنهاست، در اینجا محدود به مقدماتی‌ترین جنبه‌ها می‌شویم، ولی، از نقطه نظر نمودشناختی تنها چند پارامتر برای پیش‌بینی رفتار لیزری مورد نیاز است (فصلهای ۷ و ۸ را ببینید)، و آنها عبارت‌اند از:

- طول موجها و پهناهای نوار گذارهای بهره.
- سطح مقطع گذار یا، برای یک نیمرسانا، بهره دیفرانسیلی و چگالی شفافیت.
- طول عمر حالت بالایی یا، برای یک نیمرسانا، زمان ترکیب مجدد الکترون-حفره.

مسائل

۱.۳ نشان دهید که بسامد ارتعاشی یک مولکول دواتمی با هسته‌های هم‌شکل از نیروی بازدارنده است.

۲.۳ بسامد ارتعاشی مولکول N_2 حدود $\tilde{\nu} = 2360 \text{ cm}^{-1}$ است. مقدار ثابت نیروی k_e را حساب کنید. سپس، انرژی پتانسیل را برای فاصله هسته‌ای R که به مقدار $R - R_0 = 3 \text{ \AA}$ از حالت تعادل جابه‌جا شده است را به دست آورید. (این انرژی را با انرژی نشان داده شده در فصل ۱۰ برای منحنی انرژی پتانسیل N_2 مقایسه کنید).

۳.۳ فاصله تعادلی بین هسته‌ای مولکول N_2 برابر با $R_0 \cong 11 \text{ nm}$ است. ثابت چرخشی B ، بسامد گذار، و طول موج گذار متناظر برای گذار چرخشی $J = 0 \rightarrow J = 1$ را محاسبه کنید.

۴.۳ با استفاده از نتیجه‌ای که از مسئله ۳.۳ برای ثابت چرخشی، B ، مولکول N_2 به دست آمد، فاصله بسامدی بین دو خط متوالی شاخه P از گذار $v' = 1 \rightarrow v'' = 0$ را محاسبه کنید. همچنین، برای حالت $v'' = 0$ ، عدد کوانتومی پرجمعیت‌ترین تراز چرخشی را به دست آورید.

۵.۳ ثابت چرخشی مولکول CO_2 در تراز ارتعاشی $(1^0 0^0)$ ، $B = 0.37 \text{ cm}^{-1}$ است. فرض می‌کنیم که همین مقدار برای ثابت چرخشی تراز $(1^0 0^0)$ معتبر باشد. مطلوب است محاسبه طیف شاخه P و شاخه R در دمای $T = 450 \text{ K}$ و در گذار $(1^0 0^0) \rightarrow (0^0 0^0)$ (به خاطر بیاورید که تنها ترازهای چرخشی حالت بالایی $(0^0 0^0)$ با عدد J زوج در گذار مشارکت دارند).

۶.۳ فرض کنید ثابت چرخشی حالت ارتعاشی پایه مولکول CO_2 برابر با $B = 0.37 \text{ cm}^{-1}$ است، یعنی برابر است با حالت ارتعاشی حالت $(0^0 0^0)$ ، مطلوب است محاسبه فاصله تعادلی R_0 بین اتمهای کربن و اکسیژن.

۷.۳ رابطه برنارد-درافورگ $E'_{F_c} - E'_{F_v} \geq h\nu$ را از شرط $f_c(E'_c) \geq f_v(E'_v)$ ثابت کنید.

۸.۳ برای $GaAs$ ، با استفاده از شکل ۱۵.۳ (ب) مقادیر E_{F_c} و E_{F_v} را در تزریق حامل به تعداد $N = 1.6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ و پهنای نوار بهره کلی را در همان سطح تزریق محاسبه کنید.

۹.۳ در سیستم مرجع انرژی شکل ۹.۳ (الف)، برای $GaAs$ ، انرژیهای E_1 و E_2 ترازهای بالایی و پایینی لیزر را برای انرژی گذار افزون بر گاف انرژی به مقدار 0.45 kT محاسبه کنید.

۱۰.۳ برای نیمرسانای $GaAs$ کپه‌ای و با کمک شکل ۱۶.۳، بهره مورد انتظار به ازای انرژی فوتون افزون بر انرژی گاف نوار به مقدار 0.45 kT را برای تزریق حامل به تعداد $N = 1.6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ محاسبه کنید.

۱۱.۳ با فرض اینکه قله بهره در نیمرسانای $GaAs$ کپه‌ای در تزریق حامل به تعداد $N = 1.6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ با انرژی فوتون افزون بر انرژی گاف به مقدار 0.45 kT رخ دهد و با استفاده از نتایج به دست آمده از مسائل ۹.۳ تا ۱۱.۳، بهره دیفرانسیلی $\sigma = dg/dN$ را محاسبه کنید.

۱۲.۳ با کمک شکل ۱۵.۳ (الف)، کمیت‌های E_{F_c}/kT ، E_{F_v}/kT و $(E_{F_c} + E_{F_v})/kT$ را برحسب غلظت، N ، الکترونها و حفره‌ها برای $InGaAsP$ کپه‌ای در $\lambda = 1300 \text{ nm}$ رسم کنید. سپس با استفاده از این نمودارها چگالی شفافیت، N_{tr} ، را محاسبه کنید. برای توضیح آنکه چرا N_{tr} قدری کوچکتر از مورد $GaAs$ است، این شکل را با شکل ۱۵.۳ (ب) مقایسه کنید. با استفاده از همین نمودارها، پهنای خط بهره کلی و مقادیر E_{F_c} و E_{F_v} را در تزریق حامل به تعداد $N = 1.6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ محاسبه کنید. با فرض آنکه بهره بیشینه در انرژی 0.45 kT ΔE بالای انرژی گاف-نوار رخ می‌دهد، طول موج متناظر را محاسبه کنید.

۱۳.۳ با استفاده از شکل ۲۶.۳ برای یک چاه کوانتومی 10 nm GaAs ، پهنای نوارکلی منحنی بهره و انرژی ترازهای شبه فرمی را برای چگالی حامل تزریقی به تعداد $N = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ محاسبه کنید. برای محور مرجع $(E - E_g)$ شکل ۲۷.۳، فاصله‌ای از انرژی که بهره مثبت حاصل می‌شود را بیابید.

۱۴.۳ حساب کنید که چگونه اولین گام شکل ۲۷.۳ در 65 meV $(E - E_g)$ اصلاح می‌شود، در صورتی که برای هر گذار از تراز بالایی در اولین زیرنوار رسانش به تراز پایینی در اولین زیرنوار ظرفیت، فرض کنیم که شکل خط لورنتسی با زمان نفازی $\tau_c = 1 \text{ ps}$ است.

مراجع

1. G. Herzberg, *Spectra of Diatomic Molecules* (D. Van Nostrand, Princeton, NJ, 1950).
2. G. Herzberg, *Molecular Spectra and Molecular Structure: Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules* (D. Van Nostrand, Princeton, NJ, 1968), p. 122, Fig. 51.
3. G. B. Agrawal and N. K. Dutta, *Long Wavelength Semiconductor Lasers* (Chapman and Hall, New York, 1986).
4. C. Kittel, *Introduction to Solid-State Physics*, 6th ed. (Wiley, New York, 1986).
5. R. H. Yan, S. W. Corzine, L. A. Coldren and I. Suemune, Correction for the Expression for Gain in GaAs, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-26**, 213 (1990).
6. M. G. Bernard and G. Duraffourg, Laser Conditions in Semiconductors, *Phys. Status Solidi* **1**, 699 (1961).
7. Ref. 3, Chap. 3.
8. S. W. Corzine, R. H. Yan and L. A. Coldren, Optical Gain in III-V Bulk and Quantum Well Semiconductors, in *Quantum Well Lasers* (P. S. Zory, ed.) (Academic Press, San Diego, CA, 1993), Chap. 1.
9. G. H. B. Thompson, *Physics of Semiconductor Lasers Devices* (Wiley, New York, 1980), Sect. 2.5.2.
10. Ref. 9, Sect. 2.4.2.
11. Ref. 8, Fig. 2.14.
12. Ref. 3, Sect. 3.3.
13. Ref. 8, Sect. 3.1.
14. Ref. 3, Chap. 9.
15. A. Yariv, *Quantum Electronics*, 3rd ed. (Wiley, New York, 1989), Sect. 11.2.
16. Ref. 8, Sect. 4.1.
17. Ref. 8, Fig. 6.
18. E. Kapon, Quantum Wire Semiconductor Lasers, in *Quantum Well Lasers* (P. S. Zory, ed.) (Academic Press, San Diego, CA, 1983), Chap. 10.
19. M. Asada, Y. Miyamoto and Y. Suematsu, Gain and Threshold of Three-Dimensional Quantum Box Lasers, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-22**, 1915 (1986).
20. P. K. Cheo, CO_2 Lasers, in *Lasers* vol. 3 (A. K. Levine and A. DeMaria, eds.) (Marcel Dekker, New York, 1971).

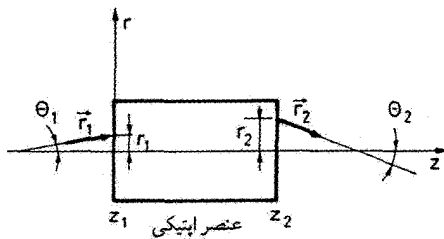
پرتو و انتشار موج از محیط اپتیکی

۱.۴ مقدمه

قبل از آنکه به جزئیات بحث تشدیدگرهای اپتیکی بپردازیم، یعنی موضوعی که در فصل ۵ مورد بررسی قرار می‌گیرد، در این فصل بعضی عناوین اپتیک هندسی و موجی را معرفی می‌کنیم که معمولاً در کتب مقدماتی اپتیک به آن نمی‌پردازند، ولی زمینه مفیدی را فراهم می‌کنند. مخصوصاً، فرمولبندی ماتریسی اپتیک هندسی، در تقریب پیرامحوری-پرتو، و انتشار موج، در تقریب پیرامحوری-موج که به انتشار باریکه گاوسی می‌انجامد، مورد بحث قرار می‌گیرد. علاوه بر آن، تداخل چندباره، مانند پوشش چندلایه‌ای دی‌الکتریک یا تداخل سنج فابری-پرو، پرو، بررسی می‌شود.

۲.۴ فرمولبندی ماتریسی اپتیک هندسی

پرتو نوری را در نظر می‌گیریم که از یک عنصر اپتیکی با رفتار غیروابسته به بازگشت‌پذیری و قطبش (نظیر عدسی و یا آینه) می‌گذرد یا از آن بازتاب می‌کند [۱]. فرض کنیم \hat{z} محور اپتیکی این عنصر باشد (مثلاً، خطی که از مراکز انحنای دو سطح کروی عدسی می‌گذرد). همچنین فرض می‌کنیم که پرتو تقریباً در جهت \hat{z} در صفحه‌ای شامل محور اپتیکی منتشر می‌شود. بردار پرتو \mathbf{r} در



شکل ۱.۴ فرمولبندی ماتریسی برای انتشار پرتو از یک عنصر اپتیکی کلی.

صفحه ورودی مفروض $z = z_1$ عنصر اپتیکی (شکل ۱.۴) با دو پارامتر مشخص می‌شود، یعنی جابه‌جایی شعاعی، $r_1(z_1)$ از محور z و جابه‌جایی زاویه‌ای، θ_1 . به همین ترتیب، بردار پرتو \mathbf{r}_1 در یک صفحه مفروض $z = z_2$ را می‌توان با جابه‌جاییهای شعاعی $r_2(z_2)$ و زاویه‌ای θ_2 مشخص کرد. توجه کنید که محور r را برای هر دو پرتو ورودی و خروجی یکی در نظر گرفتیم و چرخش آن مطابق با شکل ۱.۴ است. قرارداد علامت برای زوایا آن است که بردار \mathbf{r} باید در جهت عقربه ساعت بچرخد تا با جهت مثبت محور z منطبق شود. بنابراین در شکل ۱.۴، θ_1 مثبت است، در حالی که θ_2 منفی است.

فرض می‌کنیم در تقریب پرتو پیرامحوری، جابه‌جایی زاویه‌ای به اندازه‌ای کوچک است که می‌توان تقریب $\sin \theta \cong \tan \theta \cong \theta$ را به‌کار برد. در این مورد، متغیرهای خروجی (r_2, θ_2) و ورودی (r_1, θ_1) با تبدیل خطی به یکدیگر مرتبط‌اند. اگر $r'_1 \cong (dr_1/dz_1)_{z_1}$ و $\theta_1 \cong r'_1$ و $\theta_2 \cong (dr_2/dz_2)_{z_2} = r'_2$ قرار دهیم، می‌توانیم بنویسیم

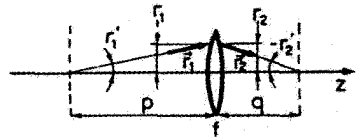
$$r_2 = Ar_1 + Br'_1 \quad (الف) \quad (۱.۲.۴)$$

$$r'_2 = Cr_1 + Dr'_1 \quad (ب) \quad (۱.۲.۴)$$

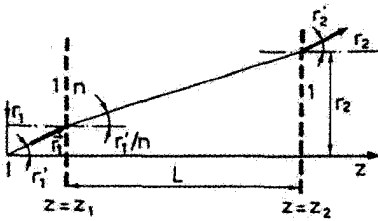
که A, B, C, D و ثابتهای مشخصه عنصر اپتیکی مفروض هستند. در فرمولبندی ماتریسی، طبیعی است که معادلات (۱.۲.۴) را به صورت

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} \quad (۲.۲.۴)$$

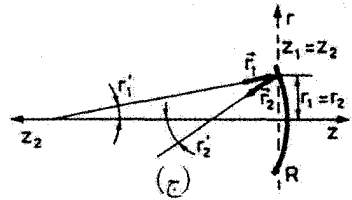
بنویسیم، که ماتریس $ABCD$ ، عنصر اپتیکی مفروض را در حیطه تقریب پرتو پیرامحوری کاملاً مشخص می‌کند.



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۲.۴ محاسبه ماتریس $ABCD$ برای (الف) انتشار در فضای آزاد، (ب) انتشار در یک عدسی نازک، و (ج) بازتاب از یک آینه کروی.

به عنوان اولین و ساده ترین مثال، انتشار در فضای آزاد پرتو نوری را در نظر می گیریم که در طول مسیر $L = z$ یک ماده با ضریب شکست n [شکل ۲.۴ (الف)] قرار دارد. اگر صفحات ورودی و خروجی درست در خارج از محیط قرار گیرند و در این محیط ضریب شکست برابر با واحد باشد، با استفاده از قانون اسنل در تقریب پیرامحوری، داریم:

$$r_2 = r_1 + \frac{Lr'_1}{n} \quad (۳.۲.۴ \text{ الف})$$

$$r'_2 = r'_1 \quad (۳.۲.۴ \text{ ب})$$

بنابراین ماتریس $ABCD$ متناظر با آن خواهد شد

$$\begin{vmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (۴.۲.۴)$$

در مثال بعدی انتشار پرتو نوری را از یک عدسی با فاصله کانونی f در نظر می گیریم (f را برای عدسی همگرا مثبت می گیریم). واضح است که برای یک عدسی نازک [شکل ۲.۴ (ب)]، داریم

$$r_2 = r_1 \quad (۵.۲.۴ \text{ الف})$$

رابطه دوم را از قانون معروف اپتیک هندسی یعنی $(1/p) + (1/q) = (1/f)$ ، و با استفاده از

این واقعیت که $p = r_1/r'_1$ و $q = -r_2/r'_2$ به دست می‌آوریم. همچنین با استفاده از معادله (۵.۲.۴ الف)، داریم

$$r'_2 = -\left(\frac{1}{f}\right) r_1 + r'_1 \quad (\text{ب. ۵.۲.۴})$$

طبق معادلات (۵.۲.۴)، در این مورد ماتریس $ABCD$ خواهد شد

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{۶.۲.۴})$$

به عنوان سومین مثال، بازتاب پرتو را از آینهٔ کروی با شعاع R (R برای آینه مقعر مثبت گرفته می‌شود) در نظر می‌گیریم. در این مورد صفحات z_1 و z_2 منطبق بر آینه و درست در جلوی آن در نظر گرفته می‌شوند، و جهت مثبت محور z ، برای پرتوهای فرودی و بازتابیده یکی گرفته می‌شود [شکل ۲.۴ ج]. جهت مثبت محور z ، از چپ به راست برای بردار فرودی و از راست به چپ برای بردار بازتابیده در نظر گرفته می‌شود. زاویهٔ پرتو فرودی مثبت است، اگر بردار r_1 در جهت عقربه ساعت چرخانده شود تا بر جهت z_1 منطبق شود، در حالی که زاویهٔ پرتو بازتابیده مثبت است، اگر بردار r_2 در جهت خلاف عقربه ساعت چرخانده شود تا بر جهت z_2 منطبق شود؛ به عنوان مثال r'_1 مثبت است، در حالی که r'_2 منفی است [شکل ۲.۴ ج]. با این قراردادهای، به سهولت می‌توان نشان داد که ماتریس پرتو آینهٔ مقعر با شعاع انحنای R و لذا فاصلهٔ کانونی $f = R/2$ با ماتریس پرتو یک عدسی مثبت با فاصلهٔ کانونی $f = R/2$ یکی است. بنابراین ماتریس پرتو برابر است با

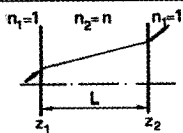
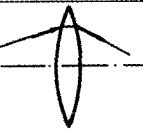
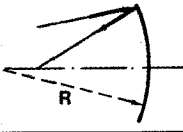
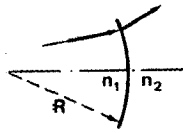
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{۷.۲.۴})$$

در جدول ۱.۴ ماتریسهای پرتو برای عناصر اپتیکی که تاکنون بررسی کردیم و نیز ماتریس فصل مشترک دی الکتریک کروی، فهرست شده است. دقت کنید که درمیان ماتریس $ABCD$ برابر با واحد است، یعنی

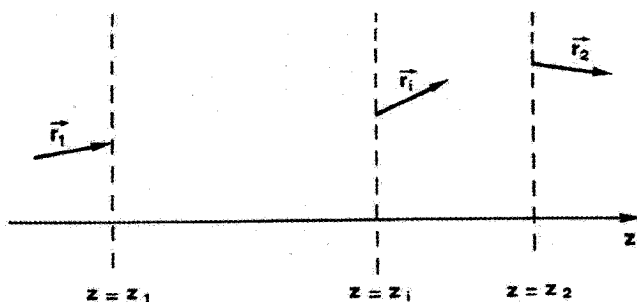
$$AD - BC = 1 \quad (\text{۸.۲.۴})$$

مشروط بر آنکه صفحات ورودی و خروجی در محیطی قرار گیرند که دارای یک ضریب شکست باشد. در واقع این وضعیت برای سه موردی که در جدول ۱.۴ در نظر گرفتیم، برقرار است.

جدول ۱.۴ ماتریسهای پرتو برای بعضی موارد متداول

$\begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$		انتشار در فضای آزاد
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$		عدسی نازک
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix}$		آینه کروی
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{1}{R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$		فصل مشترک دی الکتریک کروی

با دانستن ماتریسهای عناصر اپتیکی مقدماتی، به سهولت می‌توان ماتریس کلی یک عنصر اپتیکی پیچیده‌تر را با تقسیم‌کردن آن به این مؤلفه‌های مقدماتی به‌دست آورد. فرض کنیم که در یک عنصر اپتیکی مفروض، بتوانیم یک صفحه واسط با مختصات z_i (شکل ۳.۴) در نظر بگیریم، به طوری که دو ماتریس $ABCD$ را بین صفحات $z_1 = z_i$ و $z_2 = z_i$ و صفحات $z_i = z_i$ و $z = z_2$ و



شکل ۳.۴ انتشار پرتو از سه صفحه مجزا وقتی دو ماتریس بین صفحات $z_1 = z_i$ و $z = z_i$ و بین صفحات $z_i = z_i$ و $z = z_2$ را بدانیم.

$z = z_2$ بدانیم. اگر r_i و r'_i مختصات بردار پرتو در صفحه $z = z_1$ باشد، به آسانی می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{vmatrix} r_i \\ r'_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} \quad (9.2.4)$$

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_i \\ r'_i \end{vmatrix} \quad (10.2.4)$$

اگر از معادله (9.2.4) بردار r_i را در طرف راست معادله (10.2.4) قرار دهیم، خواهیم داشت

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} \quad (11.2.4)$$

بنابراین ماتریس کلی $ABCD$ از ضرب ماتریسهای $ABCD$ مؤلفه‌های مقدماتی حاصل می‌شود. لیکن، توجه کنید که ترتیبی که در ضرب ماتریسها ظاهر می‌شود عکس ترتیبی است که در عناصر اپتیکی متناظر توسط پرتو نور قطع می‌شوند.

به عنوان اولین مثال و شاید هم مثالی قدری پیش‌پا افتاده در به‌کار بردن نتیجه قبلی، انتشار در فضای آزاد به طول L_1 را در نظر می‌گیریم که مجدداً به انتشار در فضای آزاد به طول L_2 در محیطی به ضریب شکست n ، ادامه می‌یابد. طبق معادله (4.2.4)، معادله ماتریس کلی را می‌توان به صورت

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & L_2/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L_1/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} \quad (12.2.4)$$

نوشت. با استفاده از قواعد شناخته‌شده ماتریسها، حاصلضرب دو ماتریس مربعی، ماتریس کلی زیر است

$$\begin{vmatrix} 1 & (L_1 + L_2)/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (13.2.4)$$

این محاسبه نتیجه واضح را که انتشار کلی معادل انتشار در فضای آزاد به طول کل $L = L_1 + L_2$ است مورد تأیید قرار می‌دهد.

مثالی نه چندان مشکل و بیشتر سودمند، انتشار آزاد در طول L (در محیطی با ضریب شکست $n = 1$) است که پس از آن با بازتاب از یک آینه به شعاع انحنای R ادامه می‌یابد. طبق

معادلات (۴.۲.۴)، (۷.۲.۴)، و (۱۱.۲.۴) ماتریس کلی $ABCD$ از

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -(2/R) & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & L \\ -(2/R) & 1 - (2L/R) \end{vmatrix} \quad (۱۴.۲.۴)$$

به دست می آید. توجه کنید که درمینان ماتریسهای (۱۳.۲.۴) و (۱۴.۲.۴) برابر با واحد است و این نتیجه برای هر ردیف دلخواهی از عناصر اپتیکی معتبر است، چون درمینان یک ضرب ماتریسی، ضرب درمینانهای آنهاست.

اکنون این سؤال را مطرح می کنیم که چگونه می توان ماتریس پرتو با عناصر A', B', C', D' را برای انتشار معکوس در یک سیستم اپتیکی برحسب عناصر ماتریس مفروض A, B, C, D با انتشار مستقیم، به دست آورد. با ارجاع به شکل ۱.۴، اگر Γ_2 را بردار ورودی در نظر بگیریم، یعنی جهت انتشار بردار Γ_2 را معکوس کنیم، آن گاه بردار خروجی باید Γ_1 باشد. برای انتشار در جهت عکس، از همان قراردادهای علامتی که برای پرتو بازتابیده از یک آینه کروی به کار برده شد استفاده می کنیم [شکل ۲.۴ (ج)]. محور z برعکس می شود، در حالی که محور r بدون تغییر می ماند، و زاویه بین بردار Γ و محور z مثبت است اگر بردار Γ برخلاف جهت عقربه ساعت چرخانده شود تا بر محور z منطبق شود. با این قراردادها، پرتوهای Γ_1 و Γ_2 به ترتیب با مختصات (r_1, r'_1) و (r_2, r'_2) توصیف می شوند. بنابراین باید داشته باشیم

$$\begin{vmatrix} r_1 \\ -r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_2 \\ -r'_2 \end{vmatrix} \quad (۱۵.۲.۴)$$

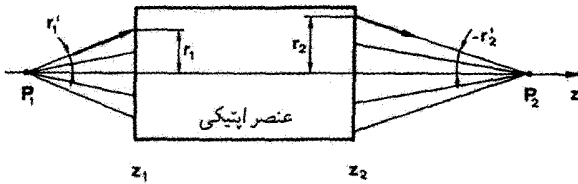
با استفاده از معادله (۱۵.۲.۴) می توانیم r_2 و r'_2 را برحسب تابعی از r_1 و r'_1 به دست آوریم. از آنجایی که درمینان ماتریس $A'B'C'D'$ نیز برابر با واحد است، داریم

$$r_2 = D'r_1 + B'r'_1 \quad (الف) \quad (۱۶.۲.۴)$$

$$r'_2 = C'r_1 + A'r'_1 \quad (ب) \quad (۱۶.۲.۴)$$

مقایسه بین معادلات (۱.۲.۴) و (۱۶.۲.۴) نشان می دهد که $A' = D, B' = B, C' = C$ ، و $D' = A$ ، به طوری که ماتریس کلی $A'B'C'D'$ خواهد شد

$$\begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D & B \\ C & A \end{vmatrix} \quad (۱۷.۲.۴)$$



شکل ۴.۴ انتشار یک موج کروی که از نقطه P_1 گسیل شده، و از عنصر اپتیکی کلی با ماتریس مفروض $ABCD$ می‌گذرد.

بنابراین، معادله (۱۷.۲.۴) نشان می‌دهد که ماتریس برای انتشار معکوس از ماتریس در جهت انتشار مستقیم با جابه‌جا کردن عناصر ماتریس A و D به دست می‌آید.

فرمولبندی ماتریسی نه تنها برای توصیف رفتار پرتو در عبور از یک دستگاه اپتیکی سودمند است، بلکه می‌تواند برای توصیف انتشار یک موج کروی به کار برده شود. حال یک موج کروی را در نظر بگیرید که از نقطه P_1 شکل ۴.۴ ناشی می‌شود و در جهت z مثبت منتشر می‌شود. این موج معمولاً پس از عبور از یک عنصر اپتیکی که با ماتریس مفروض $ABCD$ توصیف می‌شود، به یک موج کروی جدید که مرکز آن در نقطه P_2 است، تبدیل می‌شود. اکنون دو پرتو همیوگ r_1 و r_2 دو موج را در نظر می‌گیریم، که به آن معناست که عنصر اپتیکی پرتو r_1 فرودی (یا ورودی) را به پرتو r_2 خروجی تبدیل می‌کند. شعاعهای انحنای R_1 و R_2 دو موج در صفحه ورودی z_1 و صفحه خروجی z_2 عنصر اپتیکی به آسانی به صورت

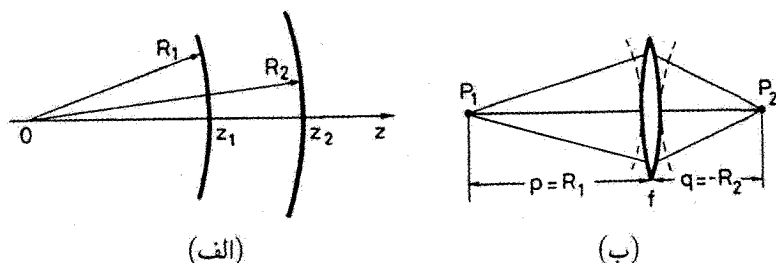
$$R_1 = \frac{r_1}{r_1'} \quad (\text{الف } ۱۸.۲.۴)$$

$$R_2 = \frac{r_2}{r_2'} \quad (\text{ب } ۱۸.۲.۴)$$

به دست می‌آیند. توجه کنید که در معادلات (۱۸.۲.۴) این قرارداد علامت را، که R مثبت است اگر مرکز انحنای در طرف چپ موج باشد، به کار بردیم. از معادلات (۱.۲.۴) و (۱۸.۲.۴) به دست می‌آید

$$R_2 = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D} \quad (۱۹.۲.۴)$$

این معادله نتیجه بسیار مهمی است، چون این رابطه با جملات ساده‌ای، شعاع انحنای R_2 موج خروجی را به شعاع انحنای R_1 موج ورودی، توسط عناصر ماتریس $ABCD$ مؤلفه اپتیکی مفروض، مرتبط می‌کند.



شکل ۵.۴ انتشار یک موج کروی (الف) از یک فضای آزاد و (ب) از یک عدسی.

به عنوان اولین مثال مقدماتی، با استفاده از این نتیجه، انتشار در فضای آزاد موج کروی را بین مختصات z_1 و z_2 در شکل ۵.۴ (الف) در نظر می‌گیریم. از معادله (۴.۲.۴)، با $n = 1$ و $L = z_2 - z_1$ ، و معادله (۱۹.۲.۴) به دست می‌آوریم که $R_2 = R_1 + (z_2 - z_1)$ ، که البته نتیجه‌ای کاملاً واضح است. در مورد بعدی، انتشار موج کروی از یک عدسی نازک [شکل ۵.۴ (ب)] را در نظر می‌گیریم. از معادلات (۶.۲.۴) و (۱۹.۲.۴) به دست می‌آید

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad (20.2.4)$$

که صرفاً متناظر با قانون آشنای اپتیک هندسی $p^{-1} + q^{-1} = f^{-1}$ است. با وجودی که دو مثال شکل ۵.۴ هر دو کاربرد نسبتاً مقدماتی معادله (۱۹.۲.۴) هستند، ولی وقتی با یک دستگاه اپتیکی پیچیده‌تری، که مثلاً از تعدادی عدسی و فضاها بین آنها تشکیل شده است، مواجه هستیم، سودمند بودن این معادله را متوجه خواهیم شد. در این مورد، ماتریس کلی $ABCD$ از حاصلضرب هر یک از ماتریسهای مؤلفه‌های نوری پدید می‌آید و شعاع انحنای موج خروجی به سهولت از معادله (۱۹.۲.۴) به دست می‌آید.

۳.۴ بازتاب موج و تراگسیل در فصل مشترک دی الکتریک

موجی را در نظر می‌گیریم که روی صفحه فصل مشترک دو محیط با ضرایب شکست n_1 و n_2 فرود می‌آید. اگر موج ابتدا در محیط با ضریب شکست n_1 باشد و به صورت عمود بر سطح فرود آید، بازتابندگی میدان الکتریکی خواهد شد

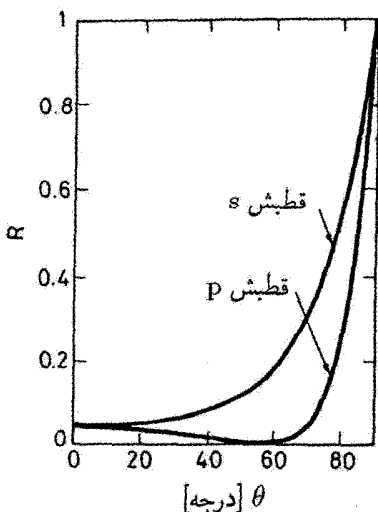
$$r_{12} = \frac{(n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)} \quad (1.3.4)$$

در حالی که تراگسیل میدان می شود

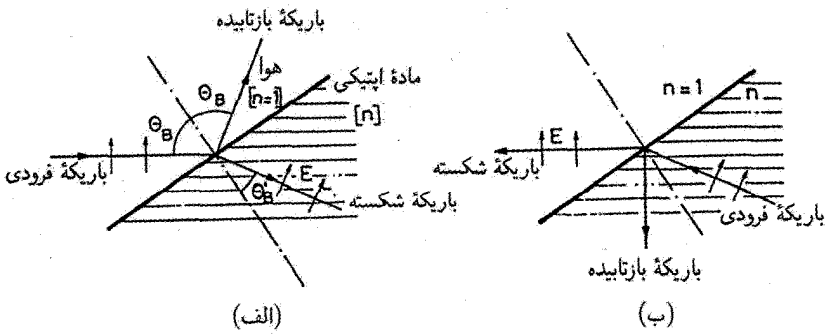
$$t_{۱۲} = \frac{2n_1}{(n_1 + n_2)} \quad (۲.۳.۴)$$

توجه کنید، اگر $n_1 < n_2$ باشد، داریم $t_{۱۲} < ۰$ ؛ این بدان مفهوم است که میدان بازتابیده نسبت به میدان فرودی دارای یک جابه جایی فاز π است. البته، اگر $n_1 > n_2$ باشد، $t_{۱۲} > ۰$ است، به طوری که در بازتاب جابه جایی فاز وجود ندارد. همچنین می بینیم که طبق معادله (۲.۳.۴)، همواره $t_{۱۲} > ۰$ است، یعنی در تراگسیل جابه جایی فاز وجود ندارد.

برای فرودی غیر عمودی، روابط بازتابندگی و تراگسیل میدان الکتریکی پیچیده تر می شوند، و به قطبش میدان نیز بستگی پیدا می کنند. در شکل ۶.۴، بازتابندگی شدت یا توان بازتابندگی، $R = (r_{۱۲})^2$ ، به صورت مثالی نمایشی برحسب زاویه فرودی θ برای موج قطبیده p (میدان E در صفحه فرودی قرار دارد)، و موج قطبیده s (میدان E عمود بر صفحه فرودی است)، برای $n_1 = ۱$ و $n_2 = ۱.۵۲$ ترسیم شده است. واضح است که برای $\theta = ۰$ دو بازتابندگی برابرند، و طبق معادله (۱.۳.۴)، دارای مقدار $R = ۴۲\%$ هستند. همچنین توجه کنید که برای موج قطبیده p ، زاویه خاصی (در شکل ۶.۴، $\theta_B = ۵۶.۷^\circ$) وجود دارد که $R = ۰$ است.



شکل ۶.۴ توان بازتابندگی R برحسب زاویه فرودی θ در فصل مشترک بین هوا و محیطی با ضریب شکست $n = ۱.۵$. دو منحنی نشان دهنده قطبش میدان E در صفحه فرودی (قطبش p) و عمود بر این صفحه (قطبش s) هستند.



شکل ۷.۴. باریکه‌های بازتابنده و شکسته برای فرود تحت زاویه بروستر؛ (الف) فرود از محیط رقیق‌تر و (ب) فرود از محیط غلیظ‌تر.

این مورد را می‌توان به کمک شکل ۷.۴ توضیح داد. فرض کنیم که زاویه فرودی θ_B چنان است که باریکه شکسته بر جهت باریکه بازتابیده عمود است. بنابراین میدان E در ماده اپتیکی و از آن رو بردار قطبش آن موازی با جهت بازتاب است. از آنجایی که باریکه بازتابیده را می‌توان حاصل از تابش گسیل شده بردار قطبش محیط دانست که در آن شکست رخ می‌دهد، در این مورد باریکه بازتابیده صفر است، چون دوقطبی الکتریکی در امتداد جهت خودش تابش نمی‌کند. اکنون با محاسبه‌ای سراسر مبتنی بر اپتیک هندسی، رابطه‌ای برای زاویه فرودی θ_B که زاویه بروستر یا زاویه قطبیده می‌نامند، به دست می‌آید. طبق بحث قبلی، داریم

$$\theta_B + \theta_B = \frac{\pi}{2} \quad (۳.۳.۴)$$

که θ_B' زاویه باریکه شکسته است. از قانون اسنل نیز خواهیم داشت

$$n \sin \theta_B' = \sin \theta_B \quad (۴.۳.۴)$$

چون، طبق معادله (۳.۳.۴)، داریم $\sin \theta_B' = \cos \theta_B$ ، از معادله (۴.۳.۴) رابطه زیر را برای زاویه بروستر به دست می‌آوریم

$$\tan \theta_B = n \quad (۵.۳.۴)$$

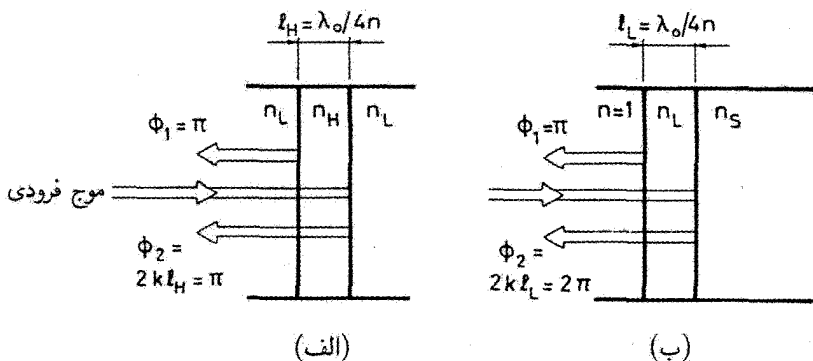
توجه کنید که اگر جهت پرتوها برعکس شود [شکل ۷.۴(ب)]، باریکه بازتابیده باز هم صفر است، چون باریکه‌های شکسته و بازتابیده متعامدند. سپس، اگر یک تیغه صفحه موازی از ماده‌ای اپتیکی تحت زاویه بروستر در مسیر باریکه‌ای قطبیده شده در صفحه شکل ۷.۴ قرار داده شود، از روی دو سطح تیغه بازتابی رخ نخواهد داد. اکنون فرض می‌کنیم یک تیغه صفحه موازی با ضریب

شکست $m = ۱٫۵۲$ ، مثلاً تحت زاویه بروستر، در داخل یک کاواک اپتیکی قرار داده شود. طبق شکل ۶.۴، بازتابندگی باریکه با قطبش s روی هر یک از دو فصل مشترک $R \cong ۱۵\%$ است. بنابراین یک باریکه با قطبش s حدود ۳۰% اتلاف ناشی از بازتاب از روی دو فصل مشترک دارد. اگر بهره لیزر در هر عبور کوچکتر از ۳۰% باشد، قطبش s نوسان نخواهد کرد، بنابراین باریکه لیزر در صفحه فرودی بر تیغه به صورت خطی قطبیده است.

۴.۴ پوششهای چندلایه‌ای دی‌الکتریکی

سطوح آینه‌ای که به‌عنوان آینه‌های لیزری یا شکافنده‌های باریکه با بازتابندگی بالا به‌کار برده می‌شوند، معمولاً از طریق نشست با انباشت چندلایه‌ای دی‌الکتریکی روی سطح اپتیکی تخت یا انحنا دار، به‌عنوان مواد زیرلایه‌ای، نظیر شیشه، ساخته می‌شوند [۳ و ۴]. همین تکنیک را نیز می‌توان برای کاهش بازتابندگی سطح قطعات اپتیکی (پوشش کاهنده بازتاب) یا ایجاد عناصر اپتیکی مثل صافیهای تداخلی یا قطبی‌کننده، به‌کار برد. این پوشش معمولاً در یک اتاقک خلأ با تبخیر مواد دی‌الکتریکی مورد لزوم حاصل می‌شود، که سپس روی زیرلایه چگالیده می‌شود. استفاده گسترده از پوششهای چندلایه‌ای دی‌الکتریکی برای قطعات اپتیکی از این واقعیت ناشی می‌شود که این لایه‌ها از مواد شفاف ساخته می‌شوند که می‌توانند نسبت به باریکه پرشدت باریکه لیزری مقاوم باشند. این برخلاف رفتار لایه‌های نازک فلزی (نظیر Ag یا Au) است که باز هم با نشست در خلأ تولید می‌شوند و اغلب برای قطعات اپتیکی متداول به‌کار برده می‌شوند. در واقع، فلزات و لایه‌های فلزی دارای جذب بالایی ($۱۰\% - ۵$) در ناحیه فرسوخ نزدیک تا فرابنفش هستند و معمولاً آنها را به‌عنوان موادی جهت آینه‌های لیزری به‌کار نمی‌برند. ولی باید توجه کرد که تلفات جذبی برای این مواد در ناحیه میانی تا فرسوخ دور، مثلاً در طول موج $۱۰٫۶\mu\text{m}$ لیزر CO_2 ، بسیار کمتر است. به این ترتیب، آینه‌های با بازتابندگی بالای مسی با پوشش طلا، یا ساده‌تر، آینه‌های مسی صیقل‌شده غالباً در این ناحیه طول موج مورد استفاده قرار می‌گیرند.

یک زیرلایه اپتیکی، نظیر شیشه که با تعدادی از لایه‌هایی که به‌ترتیب دارای ضرایب شکست بالا، n_H ، و پایین، n_L ، در مقایسه با ضریب شکست زیرلایه n_s هستند، را در نظر بگیرید. اگر ضخامت لایه‌های L و H چنان باشند که $l_L = l_H = \lambda_0 / 4$ ، $n_H l_H = n_L l_L = \lambda_0$ ، بازتابهای میدان طول موج مشخص شده‌ای است، برای یک باریکه فرودی با طول موج λ_0 ، بازتابهای میدان الکتریکی روی تمام فصل مشترکهای لایه به‌طور هم‌فاز جمع می‌شوند. مثلاً دو فصل مشترک یک لایه با ضریب شکست بالا را در نظر بگیرید [شکل ۸.۴(الف)]. طبق معادله (۱.۳.۴)، بازتابندگی



شکل ۸.۴ (الف) دو بازتاب اول از روی فصل مشترکهای لایه‌ای با ضریب شکست بالا در پوشش دی‌الکتریکی چندلایه‌ای، (ب) دو بازتاب اول از روی فصل مشترکهای لایه‌ای با ضریب شکست پایین در پوشش تک‌لایه‌ای کاهندهٔ بازتاب. بازتابهای متوالی نیز رخ می‌دهند (مثلاً مورد تداخل‌سنج فابری-پرو را ببینید) ولی آنها در شکل نشان داده نشده‌اند.

میدان الکتريکی روی فصل مشترک ضریب شکست پایین به بالا دارای علامت منفی است، و میدان الکتريکی در بازتاب تغییر فاز $\phi_1 = \pi$ را پیدا می‌کند. از طرف دیگر، بازتابندگی در فصل مشترک ضریب شکست بالا به پایین مثبت است و در آنجا هیچ جابه‌جایی فازی در موج بازتابیده اتفاق نمی‌افتد. اگر ضخامت اپتیکی $n_H l_H$ لایه برابر با $\lambda_0/4$ باشد، جابه‌جایی فاز پس از یک رفت و بازگشت در لایهٔ با ضریب شکست بالا خواهد شد

$$\phi_2 = 2kl_H = \left(\frac{2\pi n_H}{\lambda} \right) l_H = \pi$$

این بدان معناست که دو موج بازتابیده در یک فاز هستند و میدانهای متناظر با یکدیگر جمع می‌شوند. به آسانی می‌توان نشان داد که همین نتیجه‌گیری را برای دو فصل مشترک یک لایه با ضریب شکست پایین، می‌توان به‌کار برد. سپس، نتیجه می‌گیریم که تمامی باریکه‌های بازتابیده در یک پوشش چندلایه‌ای دی‌الکتریکی، همچنین بازتابهای متوالی آنها، به‌طور هم‌فاز با یکدیگر جمع می‌شوند. بنابراین اگر یک تعداد به اندازهٔ کافی لایه‌های $(\lambda/4)$ با ضریب شکستهای متوالیاً پایین و بالا روی زیرلایه‌ای نشانده شوند، بازتابندگی کلی ناشی از تمامی بازتابها می‌تواند به یک مقدار بسیار بزرگ برسند.

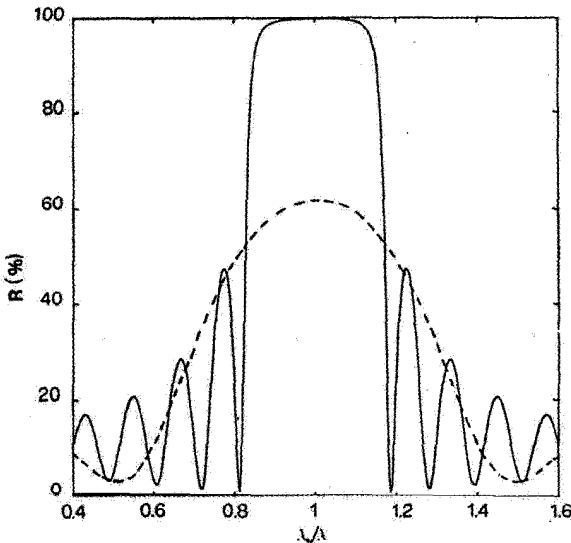
مثال ۱.۴ محاسبهٔ قلهٔ بازتابندگی در پوششهای چندلایه‌ای دی‌الکتریکی. برای موادی با ضریب شکست کم و زیاد به ترتیب TiO_2 و SiO_2 را در نظر می‌گیریم. در طول موج لیزر Nd:YAG،

فرض کنیم شیشه BK-۷ ماده زیرلایه است و برای آن $n_H = ۱٫۴۵$ و $n_L = ۱٫۴۰$ است. از معادله (۱.۴.۴)، به دست می‌آید $R \cong ۶۱٫۸\%$ برای $J = ۳$ و $R \cong ۹۹٫۸\%$ برای $J = ۱۵$. توجه کنید که بازتابندگی در یک فصل مشترک منفرد، طبق معادله (۱.۳.۴) در این مثال $۴۹\% = [(n_H - n_L)/(n_H + n_L)]^2$ است.

اگر آغاز و انتهای انباشت چندلایه‌ای با لایه‌ای با ضریب شکست بالا باشد، به طوری که شمار J لایه‌ها فرد باشد، توان بازتابندگی منتج (در $\lambda = \lambda_0$) خواهد شد

$$R(\lambda_0) = \left(\frac{n_H^{J+1} - n_L^{J-1} n_s}{n_H^{J+1} + n_L^{J-1} n_s} \right)^2 \quad (۱.۴.۴)$$

اگر طول موج λ موج فرودی با λ_0 متفاوت باشد، مسلماً بازتابندگی از مقداری که از معادله (۱.۴.۴) به دست می‌آید پایینتر است. در شکل ۹.۴ منحنیهای بازتابندگی برحسب طول موج را برای $J = ۳$ و $J = ۱۵$ به صورت مثالهای نمایشی نشان می‌دهد. باید توجه کرد که، با افزایش



شکل ۹.۴ منحنیهای بازتابندگی برحسب طول موج انباشت چندلایه‌ای دی‌الکتریکی ساخته شده از TiO_2 و SiO_2 برای کل تعداد لایه‌های برابر با ۳ (منحنی خط‌چین) و برابر با ۱۵ (منحنی پیوسته). زیرلایه شیشه BK-۷ است.

شمار لایه، مقدار بازتابندگی در قله مسلماً افزایش می‌یابد و نواحی با بازتابندگی بالا وسیعتر می‌شوند و دارای لبه‌های تیزتری هستند. از منحنی با بازتابندگی بالا، می‌توان دید که بازتابندگی بالا در گستره طول موج $\lambda_0 (\pm 10\%) \cong \lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda$ باقی می‌ماند.

برای کاهش بازتابندگی یک سطح اپتیکی مفروض، پوشش تک‌لایه‌ای ماده‌ای با ضریب شکست پایینتر از ضریب شکست زیرلایه را به‌کار می‌برند. از آنجا که $n_L < n_s$ است، مطابق شکل ۸.۴ (ب) می‌بینیم که اکنون اگر $n_{LL} = \lambda_0 / 4$ باشد، دو بازتاب اول فازهای مخالف یکدیگر دارند. بنابراین بازتابندگی کلی کاهش یافته، و پس از به حساب آوردن تمامی بازتابهای متوالی، می‌توان نشان داد که در $\lambda = \lambda_0$ بازتابندگی از معادله

$$R = \left[\frac{(n_s - n_L^2)}{(n_s + n_L^2)} \right]^2 \quad (2.4.4)$$

به‌دست می‌آید. از این معادله می‌بینیم که وقتی $n_L = (n_s)^{1/2}$ ، بازتاب صفر می‌شود، این شرط را به علت محدود بودن تعداد مواد موجود با ضریب شکست به اندازه کافی پایین، به سختی می‌توان به‌دست آورد.

مثال ۲.۴ پوشش کاهنده بازتاب تک‌لایه‌ای مواد لیزری. زیرلایه شیشه BK-۷ که به‌ازای $n_s = 1.54$ ، $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ است را در نظر بگیرید. برای رسیدن به بازتابندگی صفر با یک تک‌لایه، ضریب شکست ماده لایه باید $n_L = (n_s)^{1/2} \cong 1.24$ باشد. ماده‌ای موجود با پایینترین ضریب شکست به‌صورت فیلمی پایدار، MgF_2 (فلوریت) با $n_L = 1.38$ است. از معادله (۲.۴.۴)، به‌دست می‌آوریم $R \cong 11\%$. با وجودی که این مقدار صفر نیست، هنوز بسیار کوچکتر از بازتابندگی سطح لخت (بدون پوشش) است، که طبق معادله (۱.۳.۴) از $R = [(n_s - 1)/(n_s + 1)]^2 = 4.5\%$ به‌دست می‌آید. ولی فلوریت ماده‌ای نسبتاً نرم است و به‌آسانی خراش برمی‌دارد. سپس، میله Nd:YAG ($n_s = 1.82$) و لایه‌ای به ضخامت $\lambda/4$ از SiO_2 ، که ماده‌ای نسبتاً سخت و بادوام است ($n_L = 1.45$)، را به‌عنوان پوشش کاهنده بازتاب در نظر می‌گیریم. در این مورد از معادله (۲.۴.۴)، داریم $R = 3.4\%$ ، که با آنکه کامل نیست، به مقدار قابل ملاحظه‌ای کمتر از بازتابندگی سطح لخت ($R \cong 8.5\%$) است. توجه کنید که در این مورد فلوریت جورشده‌گی کاملی را تقریباً فراهم می‌کند، طبق معادله (۲.۴.۴) بازتابندگی به $R \cong 4 \times 10^{-4}$ کاهش می‌یابد.

کمیته مقدار بازتابندگی که از معادله (۲.۴.۴) به‌دست می‌آید، برای $\lambda = \lambda_0$ به‌کار می‌رود. اما،

پهنای ناحیه با بازتابندگی پایین برای پوششی تک لایه‌ای بسیار بزرگ است. مثلاً، اگر λ متناظر با مرکز ناحیه مرئی باشد، بازتابندگی به زیر بازتابندگی سطح لخت برای تمامی ناحیه مرئی کاهش می‌یابد. اغلب برای کاربردهای لیزری، از بازتابندگیهای پایینتر از مقداری که در مثال ۲.۴ بررسی شد استفاده می‌شود (به پایینی ۱۰ درصد). برای این منظور بیش از یک لایه در پوشش کاهنده بازتاب به‌کار می‌رود. اغلب برای شیشه از پوششی شامل دو لایه به ضخامت $\lambda/4$ ماده‌ای با ضریب شکست کم و زیاد با ترتیب $n_s/n_L/n_H$ استفاده می‌شود. پوشش دولایه‌ای بسیار سخت و با دوامی که اغلب به‌کار می‌برند ($n_L = 1.38$) MgF_2 - ($n_H = 2.1$) ZrO_2 است. ناحیه با بازتابندگی پایین برای این نوع از پوشش کاهش می‌یابد؛ در واقع منحنی بازتابندگی برحسب طول موج، کمیته V شکل تیزی را نشان می‌دهد. به این پوشش اصطلاحاً پوشش V گفته می‌شود.

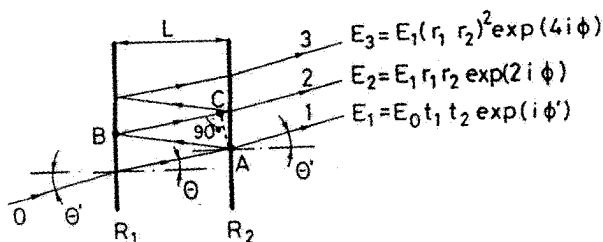
۵.۴ تداخل سنج فابری-پرو

اکنون دومین مثال از تداخل متوالی، یعنی تداخل سنج فابری-پرو (FP) را بررسی می‌کنیم [۵]. این تداخل سنج که از بدو ساخت آن در سال ۱۸۹۹ ابزار متداول طیف‌سنجی است، به خاطر حداقل سه دلیل نقش مهمی در فیزیک لیزر ایفا می‌کند:

- در تراز پایه، رفتار فیزیکی آن مبنای رفتار تشدیدگرهای اپتیکی را شکل می‌دهد.
- اغلب در کاواک لیزری به صورت عنصرگزینش بسامد به‌کار می‌رود.
- برای تحلیل طیف نوری گسیل‌شده از یک لیزر، اغلب به‌عنوان طیف‌سنج به‌کار می‌رود.

۱.۵.۴ خواص تداخل سنج فابری-پرو

تداخل سنج فابری-پرو (FP) شامل دو آینه تخت یا کروی با توانهای بازتابندگی R_1 و R_2 است که به فاصله L از یکدیگر قرار دارند و شامل محیطی است با ضریب شکست n . گرچه در عملکرد نهایی، تداخل سنج با آینه‌های کروی به‌کار می‌رود، در اینجا برای سادگی مورد دو آینه تخت و موازی را بررسی می‌کنیم. فرض می‌کنیم موج تختی با بسامد ν ، در جهتی که با خط عمود بر دو آینه زاویه θ می‌سازد (شکل ۱۰.۴) بر تداخل سنج فرود آید. در شکل ۱۰.۴ این موج را به صورت طرح‌وار با پرتو نشان داده‌ایم. باریکه خروجی از تداخل سنج برهم‌نهی باریکه‌ای است که در یک عبور از دو آینه می‌گذرد (پرتو ۱ در شکل ۱۰.۴)، با باریکه‌های ناشی از تمام بازتابهای متعدد (در شکل دوتا از آنها را با ۲ و ۳ نشان داده‌ایم). بنابراین دامنه میدان الکتریکی باریکه خروجی، E_T ، با جمع دامنه‌های E_i تمامی این باریکه‌ها، با در نظر گرفتن جابه‌جاییهای فاز آنها، به‌دست می‌آید. برای نشان‌دادن این موضوع میدانهای الکتریکی سه باریکه اول را نیز در شکل نشان داده‌ایم. اگر



شکل ۱۰.۴ تداخل چندباره باریکه در تداخل سنج فابری-پرو.

بازتابهای متوالی را در نظر بگیریم، خواهیم داشت

$$E_t = \sum_l E_l = [E_0 t_1 t_2 \exp(j\phi')] \sum_m (r_1 r_2)^m \exp(2mj\phi) \quad (۱.۵.۴)$$

در معادله (۱.۵.۴) و شکل ۱۰.۴، E_0 دامنه باریکه فرودی روی تداخل سنج است، t_1 و t_2 به ترتیب تراکسیلهای میدان الکتریکی، و r_1 و r_2 بازتابندهای میدان الکتریکی متناظر با آنهاست؛ ϕ' جابه جایی فاز برای تک عبور است، که تمامی جابه جایی فاز ناشی از عبور از دو آینه را نیز دربر می گیرد. 2ϕ ، اختلاف فاز بین بازتابهای متعدد متوالی است که از جمع قطعه L_s $2\phi = kL_s = 2kL \cos \theta = (2\pi n_r \nu / c)L \cos \theta$ طولهای AB و BC در شکل ۱۰.۴ است، و θ زاویه مرتبط با زاویه فرودی θ' از طریق قانون اسنل ($n_r \sin \theta = \sin \theta'$) است. توجه کنید که رابطه قبلی را برای سهولت می توان به صورت

$$\phi = \frac{2\pi L' \nu}{c} \quad (۲.۵.۴)$$

نوشت

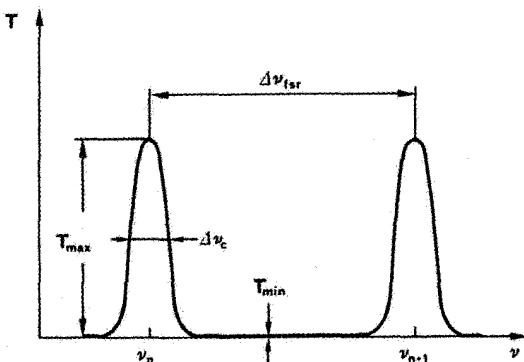
$$L' = n_r L \cos \theta \quad (۳.۵.۴)$$

سریهای هندسی در معادله (۱.۵.۴) را به آسانی می توان جمع کرد تا رابطه

$$E_t = E_0 e^{j\phi'} \frac{t_1 t_2}{1 - (r_1 r_2) \exp(2j\phi)} \quad (۴.۵.۴)$$

به دست آید. تراکسیل توان T تداخل سنج از $T = |E_t|^2 / |E_0|^2$ به دست می آید؛ از معادله (۴.۵.۴) داریم

$$T = \frac{t_1^2 t_2^2}{1 - 2r_1 r_2 \cos(2\phi) + r_1^2 r_2^2} \quad (۵.۵.۴)$$



شکل ۱۱.۴ تراگسیل شدت تداخل سنج فابری-پرو برحسب بسامد فرودی.

چون $r_1^2 = R_1$ ، $r_2^2 = R_2$ و برای یک آینه بدون اتلاف $R_1 = R_2 = 1 - r_1^2 = 1 - r_2^2$ و $t_1^2 = 1 - r_1^2 = 1 - R_1$ و $t_2^2 = 1 - r_2^2 = 1 - R_2$ را می‌توان به معادله (۵.۵.۴) زیر

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2 + 4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \phi} \quad (۶.۵.۴)$$

تبدیل کرد که آخرین نتیجه محاسبات است.

برای نمایش خواص تداخل سنج FP، شکل ۱۱.۴ نمودار تراگسیل T را برحسب بسامد ν موج فرودی، برای $R_1 = R_2 = 64\%$ نشان می‌دهد. این نمودار از معادله (۶.۵.۶)، با استفاده از معادله (۲.۵.۴) که برای ϕ به‌کار برده شده، به‌دست آمده است. منحنی شامل یک سری بیشینه‌های با فواصل مساوی است. این بیشینه‌ها وقتی در معادله (۶.۵.۴)، $\sin^2 \phi = 0$ است، یعنی $\phi = m\pi$ ، که m عدد صحیح مثبت است، رخ می‌دهد. با کمک معادله (۲.۵.۴)، بسامدهای ν_m این بیشینه‌ها از

$$\nu_m = \frac{mc}{2L'} \quad (۷.۵.۴)$$

به‌دست می‌آید. اختلاف بسامدی بین دو بیشینه متوالی (بنابر دلایلی که در انتهای این بخش روشن خواهد شد) را گستره طیفی آزاد (FSR) تداخل سنج، $\Delta\nu_{FSR}$ ، می‌گویند. از معادله (۷.۵.۴) خواهیم داشت

$$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2L'} \quad (۸.۵.۴)$$

در بیشینه تراگسیل، داریم $\sin \phi = 0$ و از معادله (۶.۵.۴) می‌بینیم که مقدار این تراگسیل

می‌شود

$$T_{\max} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2} \quad (۹.۵.۴)$$

توجه کنید که اگر $R_1 = R_2 = R$ باشد، $T_{\max} = 1$ است که از بازتابندگی R آینه مستقل است. این نتیجه‌گیری، همان‌گونه که تاکنون در تحلیل مان فرض شد، اگر آینه‌ها بدون جذب باشند، صادق خواهد بود.

کمینه تراگسیل در فاصله بین بیشینه‌ها یعنی وقتی $\sin^2 \phi = 1$ رخ می‌دهد. تراگسیل در این نقطه کمینه از معادله (۹.۵.۴) به صورت

$$T_{\min} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 + (R_1 R_2)^{1/2}]^2} \quad (۱۰.۵.۴)$$

به دست می‌آید. توجه کنید که تحت شرایط عادی T_{\min} خیلی کوچک است (مثال ۳.۴ را ببینید). برای محاسبه پهنای $\Delta\nu_c$ قله تراگسیل، یادآور می‌شویم که طبق معادله (۹.۵.۴)، تراگسیل برای جابه‌جایی $\Delta\phi$ از مقدار $\phi = n\pi$ طوری که $\phi = n\pi$ طوری که $\Delta\phi = [1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2 \sin^2 \Delta\phi = 4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \Delta\phi$ باشد، به مقدار نیم‌بیشینه‌اش سقوط می‌کند. با فرض آنکه $\Delta\phi$ از π خیلی کوچکتر باشد، تقریب $\sin \Delta\phi \cong \Delta\phi$ را به کار می‌بریم که $\Delta\phi = \pm [1 - (R_1 R_2)^{1/2}] / 2 [R_1 R_2]^{1/4}$ را به دست می‌دهد. معادله آخر نشان می‌دهد که دو نقطه نیم‌شدت متناظر با $\Delta\phi_+$ و $\Delta\phi_-$ به طور متقارن در دو طرف بیشینه قرار می‌گیرند. اگر $\Delta\phi_c = \Delta\phi_+ - \Delta\phi_-$ باشد، به دست می‌آوریم

$$\Delta\phi_c = \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{(R_1 R_2)^{1/4}} \quad (۱۱.۵.۴)$$

مثال ۳.۴ گستره طیفی آزاد، باریکی (فینس)، و تراگسیل سنجه فابری-پرو. تداخل سنج FP را در نظر بگیرید که از قطعه‌ای شیشه با دو سطح صفحه موازی پوشش یافته برای بازتابندگی زیاد (که اغلب سنجه FP نامیده می‌شود) ساخته شده است. اگر فرض کنیم $L = 1 \text{ cm}$ و $n_r = 1.54$ باشد، گستره طیفی آزاد، برای فرودی نزدیک عمود، یعنی، برای $\theta \cong 0$ ، خواهد شد

$$\Delta\nu_{f_{sr}} = c/2n_r L = 9.7 \text{ GHz}$$

اکنون اگر $R_1 = R_2 = 0.98$ باشد، از معادله (۱۴.۵.۴) الف)، باریکی $F \cong 150$ به دست می‌آید، به طوری که $\Delta\nu_c = \Delta\nu_{f_{sr}}/F = 65 \text{ MHz}$ می‌شود. طبق معادله (۹.۵.۴)، برای پوشش بدون جذب، تراگسیل قله $T_{\max} = 1$ است؛ تراگسیل کمینه طبق معادله (۱۰.۵.۴) $T_{\min} \cong 10^{-4}$ خواهد شد. به مقدار بسیار کوچک T_{\min} توجه کنید. ■

و از (۲.۵.۴) داریم

$$\Delta\nu_c = \frac{c}{2L} \frac{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]}{\pi(R_1 R_2)^{1/4}} \quad (۱۲.۵.۴)$$

اکنون باریکی (فینس) F تداخل سنج را به صورت

$$F = \frac{\Delta\nu_{fsr}}{\Delta\nu_c} \quad (۱۳.۵.۴)$$

تعریف می‌کنیم. از معادله (۸.۵.۴) و (۱۲.۵.۴) به دست می‌آوریم

$$F = \frac{\pi(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}} \quad (الف) \quad (۱۴.۵.۴)$$

باریکی نشان می‌دهد که قله تراگسیل در مقایسه با گستره طیفی آزاد، چقدر باریکتر است؛ نوعاً بسیار بزرگتر از ۱ است.

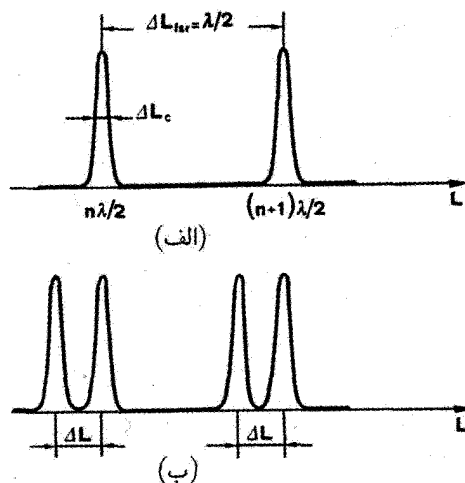
روابط و بررسیهای قبل برای آینه‌های کاملاً بدون اتلاف صادق هستند. اکنون A را نمایانگر بخشی از توان فرودی در نظر می‌گیریم که توسط آینه جذب می‌شود (جذب‌کنندگی آینه) و برای سادگی فرض می‌کنیم که بازتابندگی دو آینه یکسان است، یعنی $R_1 = R_2 = R$ ، سپس از معادله (۶.۵.۴) به آسانی به دست می‌آید

$$T_{FP} = \left(\frac{T}{1-R} \right)^2 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \phi} \quad (ب) \quad (۱۴.۵.۴)$$

که $T = t^2$ تراگسیل آینه‌ای است $(T = 1 - R - A)$.

۲.۵.۴ تداخل سنج فابری-پرو به عنوان طیف‌سنج

اکنون کاربرد تداخل سنج FP را به صورت تحلیلگر طیفی بررسی می‌کنیم. ساده‌ترین حالت را در نظر می‌گیریم که در آن جهت نور فرودی عمود بر آینه‌های تداخل سنج (یعنی، $\cos \theta = 1$)، و محیط داخل تداخل سنج هوا ($n_r \cong 1$) است. فرض می‌کنیم که طول L را بتوان به اندازه چند طول موج تغییر داد، مثلاً با چسباندن یکی از دو صفحه FP به مبدل پیزوالکتریک (تداخل سنج FP روبشی). برای آنکه بدانیم در این مورد چه اتفاقی می‌افتد، ابتدا موجی تکفام با بسامد ν (طول موج λ) را بررسی می‌کنیم. طبق بحث گذشته، وقتی $\phi = n\pi$ است نور تراگسیلیده، قله‌هایی را نشان می‌دهد، یعنی وقتی طول تداخل سنج برابر است با $L = n\lambda/2$ [شکل ۱۲.۴ (الف) را ببینید]، که n عددی صحیح و مثبت است. تغییر مورد نیاز در L برای جابه‌جایی قله تراگسیل از



شکل ۱۲.۴ تراگسیل شدت تداخل سنج فابری-پرو روبشی وقتی موج فرودی: (الف) تکفام است، و (ب) شامل دو بسامد نزدیک به هم است.

قله‌ای به قله بعد برابر است با

$$\Delta L_{fsr} = \frac{\lambda}{2} \quad (15.5.4)$$

پهنای هر قله تراگسیل، ΔL_c ، چنان است که $\Delta L_c = \Delta\phi_c / (2\pi\nu/c_0)$ شود، که $\Delta\phi_c$ از معادله (۱۱.۵.۴) به دست می‌آید. به کمک معادله (۱۴.۵.۴ الف)، داریم $\Delta L_c = \lambda / 2F$ ، بنابراین

$$\Delta L_c = \frac{\Delta L_{fsr}}{F} \quad (16.5.4)$$

یعنی، رابطه‌ای شبیه (۱۳.۵.۴) است.

اکنون موردی را بررسی می‌کنیم که دو موج با بسامدهای ν و $\nu + \Delta\nu$ بر تداخل سنج فرود می‌آیند. موج با بسامد $(\nu + \Delta\nu)$ مجموعه‌ای از قله‌های تراگسیلی ایجاد می‌کند که به مقدار ΔL از قله‌های تراگسیلی متناظر با بسامد ν فاصله دارند [شکل ۱۲.۴ (ب)]. چون $2\pi L\nu/c = n\pi$ است، جابه‌جایی ΔL باید چنان باشد که $2\pi(L + \Delta L)(\nu + \Delta\nu)/c = n\pi$ شود، یعنی، $\Delta L = -(\Delta\nu/\nu)L$. دو بسامد ν و $\nu + \Delta\nu$ توسط طیف سنج تفکیک می‌شوند، هرگاه $|\Delta L| \geq \Delta L_c$ باشد. علامت مساوی در این رابطه متناظر است با بازه بسامد کمیته $\Delta\nu_m$ که آنها بتوانند تفکیک شوند، و حاکی از آن است که $(\Delta\nu_m/\nu)L = \Delta L_c$. سپس با کمک معادلات (۱۵.۵.۴) و (۱۶.۵.۴)، درمی‌یابیم که $(\Delta\nu_m/\nu)L = \lambda/2F$. با استفاده از معادله (۸.۵.۴)

با $L' = L$ ، داریم

$$\Delta v_m = \frac{\Delta v_{fsr}}{F} \quad (۱۷.۵.۴)$$

بنابراین باریکی تداخل سنج توان تفکیک‌اش را برحسب گستره طیفی آزاد مشخص می‌کند.

توجه کنید هرگاه $|\Delta L| = \Delta L_{fsr}$ باشد، یعنی وقتی $\Delta v = \Delta v_{fsr} = c/2L$ ، قله‌های تراکسل در بسامدهای $\nu + \Delta \nu$ و ν روی هم می‌افتند، با وجودی که نسبت به یکدیگر یک مرتبه جابه‌جایی دارند. بنابراین وقتی $\Delta \nu > \Delta v_{fsr}$ است، ابهامی به اندازه مضرری از Δv_{fsr} در اندازه‌گیری $\Delta \nu$ رخ می‌دهد. بنابراین، وقتی از تداخل سنج برای اندازه‌گیری اختلاف بسامد استفاده می‌شود، تنها وقتی $\Delta \nu < \Delta v_{fsr}$ برقرار است نتیجه‌ای ساده و بدون ابهام به دست می‌آید. این موضوع، علت اینکه Δv_{fsr} را گستره طیفی آزاد طیف‌سنج می‌نامیم، توضیح می‌دهد. این نتیجه را به سادگی می‌توانیم تعمیم دهیم و بگوییم اگر Δv_{osc} پهنای خط طیفی نور فرودی باشد، آنگاه برای اجتناب از ابهام بسامدی، باید $\Delta v_{osc} \leq \Delta v_{fsr}$ باشد. اگر در این رابطه فرض شود که تساوی برقرار است، از معادله (۱۷.۵.۴) خواهیم داشت

$$\Delta v_m = \frac{\Delta v_{osc}}{F} \quad (۱۸.۵.۴)$$

بنابراین، باریکی همچنین معیاری است برای اینکه در کل پهنای خط Δv_{osc} ، با چه ظرافتی می‌توانیم بسامدها را از یکدیگر تمیز دهیم.

مثال ۴.۴ اندازه‌گیری طیفی باریکه خروجی لیزر Ar^+ . لیزر یونی Ar که در خط سبز با طول موج $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ نوسان می‌کند در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که لیزر در تعداد بسیاری از مدهای طولی نوسان می‌کند که تمام پهنای دوپلری خط لیزری را دربر می‌گیرد ($\Delta \nu_* = 3.5 \text{ GHz}$). بنابراین داریم $\Delta v_{osc} = \Delta \nu_* = 3.5 \text{ GHz}$. برای اجتناب از ابهام بسامدی، باید داشته باشیم $\Delta v_{fsr} = (c/2L) \geq 3.5 \text{ GHz}$ ، یعنی $L \leq 4.28 \text{ cm}$. اکنون اگر باریکی را $F = 150$ فرض کنیم و $L = 4.28$ بگیریم، طبق معادله (۱۸.۵.۴) برای تفکیک تداخل سنج، داریم $\Delta v_m = \Delta v_{osc}/F \cong 23 \text{ MHz}$. مثلاً اگر طول کاواک لیزر $L_1 = 1.5 \text{ m}$ باشد، مدهای متوالی به فاصله $\Delta \nu = c/2L_1 = 100 \text{ MHz}$ از یکدیگر قرار می‌گیرند (فصل ۵ را ببینید). از آنجایی که $\Delta v_m < \Delta \nu$ است، تداخل سنج FP می‌تواند این مدهای طولی را تفکیک کند. توجه کنید چون بسامد نور لیزر $\nu = 5.83 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است، $\nu = c/\lambda \cong 5.83 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ، توان تفکیک متناظر با این تداخل سنج $\nu/\Delta v_m = 2.54 \times 10^7$ است. این توان تفکیک، مثلاً در مقایسه با آنچه به وسیله طیف‌سنج توری ($\nu/\Delta v_m < 10^6$) به دست می‌آید، بسیار بالاست. ■

۶.۴ اپتیک پراشی در تقریب پیرامحوری

موج تکفامی را تحت شرایطی در نظر می‌گیریم که تقریب اسکالر نامیده می‌شود. در این تقریب میدانهای الکترومغناطیسی به‌طور یکنواخت قطبیده (مثلاً خطی یا دایره‌ای) هستند [۶]. میدان الکتریکی موج را می‌توان با کمیت اسکالر، یعنی

$$E(x, y, z, t) = \tilde{E}(x, y, z) = \exp(j\omega t) \quad (۱.۶.۴)$$

بیان کرد، که دامنهٔ مختلط \tilde{E} باید در معادلهٔ موج به‌صورت اسکالر، یعنی

$$(\nabla^2 + k^2)\tilde{E}(x, y, z) = 0 \quad (۲.۶.۴)$$

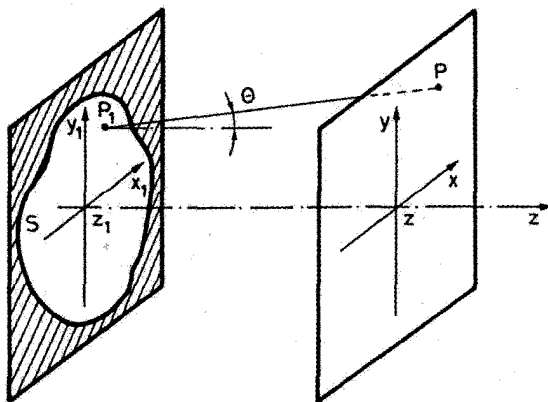
با $k = \omega/c$ صدق کند.

جواب انتگرال برای دامنهٔ میدان را می‌توان با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشهوف به‌دست آورد. برای یک توزیع مفروض میدان $\tilde{E}(x_1, y_1, z_1)$ در صفحهٔ $z = z_1$ ، توزیع میدان منتج $\tilde{E}(x, y, z)$ ، در یک صفحهٔ کلی از مختصات z در جهت انتشار، از رابطهٔ

$$\tilde{E}(x, y, z) = \frac{j}{\lambda} \iint_s \tilde{E}(x_1, y_1, z_1) \frac{\exp[-(jkr)]}{r} \cos \theta dx_1 dy_1 \quad (۳.۶.۴)$$

به‌دست می‌آید. در معادلهٔ (۳.۶.۴)، r فاصلهٔ بین نقطهٔ P_1 از مختصات (x_1, y_1) و نقطهٔ P از مختصات (x, y) است (شکل ۱۳.۴ را ببینید)، θ زاویه‌ای است که خط P_1P با عمود بر سطح در صفحهٔ $z = z_1$ می‌سازد، انتگرال دوگانه روی مختصات x_1, y_1 در صفحهٔ $z = z_1$ گرفته می‌شود و حدود آن با گشودگی کلی S که روی آن صفحه قرار دارد تعریف می‌شود. می‌بینیم که معادلهٔ (۳.۶.۴) واقعاً بیان رابطهٔ اصل هویگنس به شکل ریاضی آن است. در واقع جزئی $dx_1 dy_1$ در اطراف P_1 نشأت می‌گیرد؛ آن‌گاه میدان در نقطهٔ P از جمع موجکهایی که از تمام نقاط صفحهٔ $z = z_1$ می‌آیند به‌دست می‌آید. جملهٔ $\cos \theta$ ضریب آریبی نامیده می‌شود، که لزوم آن را فرنل تشخیص داد. جملهٔ (j/λ) ضریب بهنجارش است که ناشی از جزئیات روش نظری است. این جمله نشان می‌دهد که موجکهای هویگنس، در مقایسه با باریکه‌ای که بر صفحهٔ $z = z_1$ فرود می‌آیند، جابه‌جایی فازی برابر با $\pi/2$ دارند.

اکنون، جوابهای میدان E را یا به‌صورت معادلهٔ دیفرانسیلی [معادلهٔ (۲.۶.۴)] یا به شکل انتگرال [معادلهٔ (۳.۶.۴)]، در محدودهٔ تقریب موج پیرامحوری، که در آن فرض می‌شود موج در



شکل ۱۳.۴ محاسبه میدان $u(P)$ در صفحه $z > z_1$ ، هنگامی که نیمرخ میدان $u(P_1)$ در صفحه $z = z_1$ را بدانیم.

زاویه کوچک θ در جهت z منتشر می‌شود، مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این مورد می‌توان نوشت

$$\vec{E}(x, y, z) = u(x, y, z) \exp[-(jkz)] \quad (۴.۶.۴)$$

که u تابعی با تغییر آهسته است؛ یعنی در جهت z در مقیاس طول موج خیلی کم تغییر می‌کند. با تقریب پیرامحوری، و قراردادن معادله (۴.۶.۴) در معادله (۲.۶.۴)، به دست می‌آوریم

$$\nabla_{\perp}^2 u - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (۵.۶.۴)$$

که $\nabla_{\perp}^2 = (\partial^2/\partial x^2) + (\partial^2/\partial y^2)$ معادله (۵.۶.۴) معادله موج پیرامحوری است.

برای آنکه با اعمال تقریب پیرامحوری، صورت تقریبی معادله (۳.۶.۴) را داشته باشیم، در ضریب دامنه موجک کروی، می‌نویسیم $\cos \theta \cong 1$ و $r = z - z_1$. برای آنکه ضریب فازی $-kr$ را تقریب بزنیم، باید بسیار محتاط باشیم، در واقع مثلاً فرض می‌کنیم، فاصله $r \cong 1 \text{ m}$ است، و این فاصله با دقت $\Delta r = 1 \mu\text{m}$ برآورد شده است که برای ضریب دامنه، دقت نسبتاً خوب $\Delta r/r = 10^{-6}$ را به دست می‌دهد. اما، دقت فاز می‌شود $\Delta \phi = k \Delta r = 2\pi \Delta r/\lambda$ و برای $\lambda = 1 \mu\text{m}$ و $\Delta \phi = 2\pi$ به دست می‌آید. البته این سطح از دقت قابل قبول نیست، چون مثلاً اختلاف فاز $\Delta \phi = \pi$ علامت کل جمله فاز را در انتگرال تغییر می‌دهد. بدین ترتیب دقت بیشتری برای جمله فازی در معادله (۳.۶.۴) لازم است. به این منظور، فاصله r بین نقاط P و P_1 در شکل ۱۳.۴ را به صورت $r = [(z - z_1)^2 + (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]^{1/2}$

می‌نویسیم. در تقریب موج پیرامحوری، داریم $|z - z_1| \ll |x - x_1|, |y - y_1|$. بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$r = (z - z_1) \left[1 + \frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{(z - z_1)^2} \right]^{1/2} \\ \cong (z - z_1) + \frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{2(z - z_1)} \quad (6.6.4)$$

آنگاه، با قراردادن معادله (۶.۶.۴) در جمله فاز معادله (۳.۶.۴)، خواهیم داشت

$$\tilde{E}(x, y, z) = \frac{j \exp[-jk(z - z_1)]}{\lambda(z - z_1)} \iint \tilde{E}(x_1, y_1, z_1) \\ \exp \left\{ -jk \left[\frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{2(z - z_1)} \right] \right\} dx_1 dy_1 \quad (7.6.4)$$

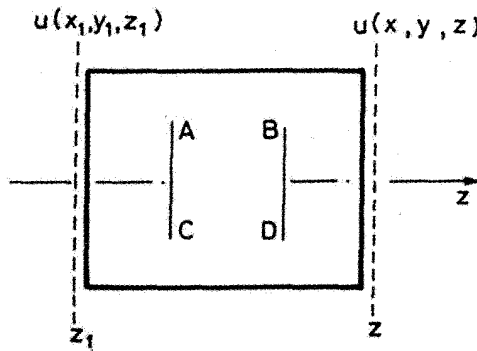
که انتگرال هویگنس-فرنل-کیرشهوف است، که به آن تقریب فرنل می‌گویند. سپس با قراردادن معادله (۴.۶.۴) در معادله (۷.۶.۴)، به دست می‌آوریم

$$u(x, y, z) = \frac{j}{\lambda L} \iint_s u(x_1, y_1, z_1) \exp \left\{ -jk \left[\frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{2L} \right] \right\} dx_1 dy_1 \quad (8.6.4)$$

که در آن $L = z - z_1$ را قرار داده‌ایم. معادله (۸.۶.۴) جواب میدان E را به صورت انتگرال در حیطه تقریب موج پیرامحوری به دست می‌دهد، در حالی که معادله (۵.۶.۴) همان جواب را به صورت دیفرانسیلی به دست می‌دهد. ولی این دو جواب کاملاً معادل‌اند.

در مرحله بعد، در حیطه تقریب پیرامحوری، انتشار موج را در سیستم کلی اپتیکی بررسی می‌کنیم، که همان‌گونه که در بخش ۲.۴ گفته شد، با ماتریس $ABCD$ توصیف می‌شود. مطابق شکل ۱۴.۴، فرض می‌کنیم $u(x_1, y_1, z_1)$ و $u(x, y, z)$ به ترتیب دامنه‌های میدان در صفحات $z = z_1$ و $z = z$ درست قبل و بعد از سیستم اپتیکی هستند. همچنین باز هم فرض می‌کنیم که اصل هویگنس در سیستم اپتیکی کلی شکل ۱۴.۴ در صورتی به کار می‌رود که در این سیستم اپتیکی هیچ گشودگی محدودکننده میدان حضور نداشته باشد. این بدان معناست که مثلاً اگر هر عدسی یا آینه‌ای در داخل سیستم اپتیکی حضور داشته باشد دارای گشودگی بینهایت است، یعنی، گشودگی باید بسیار وسیعتر از ابعاد عرضی میدان باشد.^۱ طبق تعمیم

۱. در گشودگیهای متناهی سیستم اپتیکی، اثرات پراش در این گشودگیها به وجود می‌آیند، لذا میدان تراکسیلی تغییر زیادی می‌کند.



شکل ۱۴.۴ محاسبه میدان $u(x, y, z)$ در صفحه z ، پس از یک سیستم اپتیکی که با ماتریس $ABCD$ توصیف می‌شود، هنگامی که نیرخ میدان $u(x_1, y_1, z_1)$ در صفحه $z = z_1$ معلوم باشد.

اصل هویگنس به سیستم اپتیکی کلی، میدان $u(x, y, z)$ از برهم‌نهی موجکهای منفرد که از صفحه $z = z_1$ گسیل می‌شوند و از این سیستم عبور می‌کنند، به دست می‌آید. لذا به دست می‌آوریم [۷]

$$u(x, y, z) = \frac{j}{B\lambda} \iint_s u(x_1, y_1, z_1) \exp \left\{ -jk \left[\frac{A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - 2x_1x - 2y_1y}{2B} \right] \right\} dx_1 dy_1 \quad (۹.۶.۴)$$

که تعمیم معادله (۸.۶.۴) است. واضح است که برای انتشار فضای آزاد، خواهیم داشت $A = D = 1$ و $B = L$ (جدول ۱.۴ را ببینید) و معادله (۹.۶.۴) به معادله (۸.۶.۴) تبدیل می‌شود.

۷.۴ باریکه‌های گاوسی

اکنون در مورد رده بسیار مهمی از جوابهای میدان E که عموماً باریکه‌های گاوسی نامیده می‌شوند، بحث می‌کنیم. خواص این باریکه‌ها را می‌توان در تقریب موج پیرامحوری یا از معادله (۵.۶.۴) موج پیرامحوری، یا از انتگرال فرنل-کیرشهوف در ترتیب فرنل [معادلات (۸.۶.۴) و (۹.۶.۴)] را ببینید] به دست آورد. اکنون روش استفاده از انتگرال را به کار می‌بریم، چون سودمندی این روش در توصیف خواص شدید گرمای اپتیکی که در فصل ۵ مورد بحث قرار می‌گیرد، مورد تأیید واقع می‌شود.

۱.۷.۴ مُد پایینترین مرتبه

یک سیستم اپتیکی کلی که با ماتریس متناظر $ABCD$ توصیف می‌شود را در نظر می‌گیریم (شکل ۱۴.۴ را ببینید). سؤال مطرح‌شده این است که، "آیا جوابی برای معادله (۹.۶.۴) وجود دارد که شکل رفتاری‌اش در حین انتشار بدون تغییر باقی بماند؟" به بیان دیگر، آیا ویژه‌جوابی برای معادله (۹.۶.۴) وجود دارد؟ اگر فرض کنیم که در صفحه $z = z_1$ z گشودگی محدودکننده‌ای وجود ندارد، جواب به‌سادگی به‌دست می‌آید، به‌نحوی که انتگرال دوگانه در معادله (۹.۶.۴) از $-\infty$ تا $+\infty$ برای هر دو متغیرهای x_1 و y_1 گرفته می‌شود. در این مورد، با جایگزینی مستقیم در معادله (۹.۶.۴)، می‌توانیم نشان دهیم که

$$u(x, y, z) \propto \exp\{-jk[(x^2 + y^2)/2q]\} \quad (۱.۷.۴)$$

ویژه‌جواب معادله (۹.۶.۴) است که در آن $q = q(z)$ پارامتری مختلط است (که برای باریکه گاوسی اغلب آن را پارامتر مختلط باریکه می‌نامند). در واقع، اگر بنویسیم

$$u(x_1, y_1, z_1) \propto \exp\{-jk[(x_1^2 + y_1^2)/2q_1]\} \quad (۲.۷.۴)$$

از معادله (۹.۶.۴) خواهیم داشت

$$u(x, y, z) = \frac{1}{A + (B/q_1)} \exp\left[-jk\left(\frac{x^2 + y^2}{2q}\right)\right] \quad (۳.۷.۴)$$

که q با قانون ساده زیر به q_1 مرتبط است

$$q = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (۴.۷.۴)$$

معادله (۴.۷.۴) رابطه بسیار مهمی است که به قانون $ABCD$ انتشار باریکه گاوسی مشهور است. این قانون شباهت آشکاری با معادله (۱۹.۲.۴) دارد، که نشان می‌دهد چگونه شعاع انحنای یک موج کروی توسط یک سیستم اپتیکی تبدیل می‌شود. برای بحث بیشتر، در بخش ۳.۷.۴ به این معادله باز خواهیم گشت.

اکنون تفسیر فیزیکی جواب گاوسی [معادله (۱.۷.۴)] را مورد بحث قرار می‌دهیم. برای این منظور، معادلات (۴.۶.۴) و (۱.۷.۴) را برای نوشتن رابطه

$$\tilde{E} \propto \exp\left\{-jk\left[z + \left(\frac{x^2 + y^2}{2q}\right)\right]\right\} \quad (۵.۷.۴)$$

به کار می‌بریم. اکنون موجی کروی را که مرکز آن در مختصات $x = y = z = 0$ است در نظر می‌گیریم. میدان این موج را در نقطه $P(x, y, z)$ به صورت $\tilde{E} \propto [\exp(-jkR)]/R$ می‌نویسیم، که R شعاع انحنای موج است. در محدوده تقریب پیرامحوری، با دنبال کردن استدلالی شبیه به آنچه در معادله (۶.۶.۴) به کار بردیم، می‌نویسیم

$$R \cong z + \left(\frac{x^2 + y^2}{2R} \right) \quad (6.7.4)$$

آن‌گاه میدان موج کروی به

$$\tilde{E} \propto \exp \left\{ -jk \left[z + \left(\frac{x^2 + y^2}{2R} \right) \right] \right\} \quad (7.7.4)$$

تبدیل می‌شود.

سپس مقایسه معادلات (۵.۷.۴) و (۷.۷.۴) نشان می‌دهد که باریکه گاوسی را می‌توان موجی کروی با شعاع مختلط q در نظر گرفت. برای آنکه مفهوم این پارامتر مختلط باریکه را درک کنیم، قسمت‌های حقیقی و مجازی $1/q$ را جدا می‌کنیم، یعنی قرار می‌دهیم

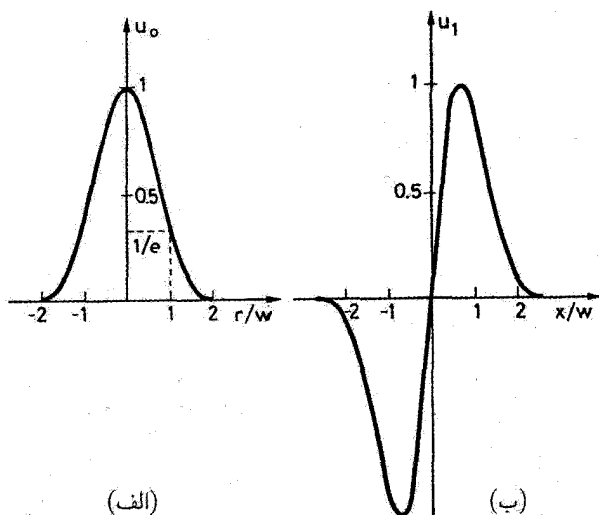
$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - j \left(\frac{\lambda}{\pi w^2} \right) \quad (8.7.4)$$

سپس با قراردادن معادله (۸.۷.۴) در معادله (۵.۷.۴) به دست می‌آوریم

$$\tilde{E}(x, y, z) \propto \exp \left[- \left(\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right) \right] \times \exp \left\{ -jk \left[z + \left(\frac{x^2 + y^2}{2R} \right) \right] \right\} \quad (9.7.4)$$

در شکل ۱۵.۴ (الف) ضریب دامنه در طرف راست معادله (۹.۷.۴)، یعنی $r = [x^2 + y^2]^{1/2}$ برحسب r/w رسم شده است، که $u_0 = \exp -[(x^2 + y^2)/w^2]$ مختصات شعاعی باریکه است. مقدار بیشینه در $r = 0$ است، و برای $r = w$ داریم $u_0 = 1/e$. بنابراین کمیت w مقیاس عرضی باریکه را تعریف می‌کند و اندازه لکه باریکه (در وضعیت z مورد نظر) نامیده می‌شود. توجه کنید که چون شدت باریکه از $I \propto |\tilde{E}|^2$ به دست می‌آید، خواهیم داشت $I = I_{\max} \exp -[2(x^2 + y^2)/w^2]$. اگر اندازه لکه نیمرخ شدت، w_I را مقداری تعریف کنیم که به ازای آن $I = I_{\max}/e$ می‌شود، داریم $w_I = w/\sqrt{2}$. توجه کنید که در فاصله شعاعی اندازه لکه میدان، شدت I به $1/e^2$ بیشینه خود کاهش می‌یابد.

اکنون به ضریب فاز در معادله (۹.۷.۴) باز می‌گردیم. اگر با معادله (۷.۷.۴)، که برای موج کروی به کار می‌رود مقایسه کنیم، می‌بینیم که دو معادله شبیه به یکدیگرند. این امر نشانگر آن است



شکل ۱۵.۴ نیمرخ میدان: (الف) پایستری مرتبه، و (ب) مد گاوسی مرتبه بعد از آن.

که R در معادله (۸.۷.۴) شعاع انحنای جبهه موج کروی باریکه گاوسی در نظر گرفته می‌شود. برای اینکه این موضوع را واضحتر مشاهده کنیم، سطح هم‌فاز باریکه گاوسی را در نظر می‌گیریم که محور z را در مکان معین z' قطع کند. آن‌گاه مختصات (x, y, z) این سطح باید در رابطه

$$kz + k(x^2 + y^2)/2R = kz'$$

$$z = z' - \left(\frac{x^2 + y^2}{2R} \right) \quad (۱۰.۷.۴)$$

بنابراین معادله (۱۰.۷.۴) نشان می‌دهد که سطح هم‌فاز، یک سهمیوار دورانی حول محور z است. باز هم می‌توان نشان داد که شعاع انحنای این سهمیوار در $x = y = 0$ ، یعنی روی محور باریکه درست برابر با R است که این هم به روشنی نشان می‌دهد که چرا در تقریب موج پیرامحوری، جمله فازی موج کروی در معادله (۷.۷.۴) و باریکه گاوسی در معادله (۹.۷.۴)، یکی هستند.

۲.۷.۴ انتشار در فضای آزاد

انتشار باریکه گاوسی معادله (۱.۷.۴) را در امتداد جهت مثبت z بدون گشودگی محدودکننده در جهت x یا y ، در نظر می‌گیریم (یعنی، در فضای آزاد). از معادله (۴.۷.۴)، با $A = D = 1$ و $B = z$ داریم

$$q = q_1 + z \quad (۱۱.۷.۴)$$

فرض می‌کنیم در $z = 0$ ، $R = \infty$ است، آن‌گاه می‌توانیم بنویسیم

$$\left(\frac{1}{q_1}\right) = -j \left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2}\right) \quad (۱۲.۷.۴)$$

که w_0 اندازه لکه در $z = 0$ است. اکنون می‌توانیم معادله (۱۱.۷.۴) را به صورت $(1/q) = 1/(q_1 + z)$ بنویسیم، با جایگزینی $1/q$ از معادله (۸.۷.۴) و $1/q_1$ از (۱۲.۷.۴) و سپس قسمتهای حقیقی و مجازی معادله حاصل را جدا می‌کنیم. پس از کمی محاسبه سراسرست جبری به روابط اندازه لکه، w ، و شعاع انحنای، R ، سطح هم‌فاز می‌رسیم

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (الف) \quad (۱۳.۷.۴)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (ب) \quad (۱۳.۷.۴)$$

همچنین با استفاده از معادلات (۳.۷.۴) و (۱۲.۷.۴) می‌نویسیم:

$$u(x, y, z) = \left[\frac{1}{1 - j(\lambda z / \pi w_0^2)} \right] \exp \left[-jk \left(\frac{x^2 + y^2}{2q} \right) \right] \quad (۱۴.۷.۴)$$

ضریب مختلط در کروه اول معادله (۱۴.۷.۴) را می‌توان برحسب دامنه و فازش بیان کرد. همچنین با استفاده از معادله (۸.۷.۴) برای $(1/q)$ ، رابطه‌ای به صورت زیر برای دامنه میدان به دست می‌آوریم

$$u(x, y, z) = \frac{w_0}{w} \exp \left[- \left(\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right) \right] \exp \left[-jk \left(\frac{x^2 + y^2}{2R} \right) \right] \exp j\phi \quad (الف) \quad (۱۵.۷.۴)$$

که

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right) \quad (ب) \quad (۱۵.۷.۴)$$

معادله (الف) (۱۵.۷.۴) و روابطی برای $w(z)$ ، $R(z)$ ، و $\phi(z)$ که با معادلات (۱۳.۷.۴) و (۱۵.۷.۴) داده می‌شوند، مسئله را کاملاً حل می‌کنند. از معادلات (۱۳.۷.۴) و (۱۵.۷.۴) (ب) می‌بینیم که w ، R و ϕ (و از آن رو توزیع میدان) فقط به w_0 (برای λ و z مفروض) بستگی

دارند. این مطلب را با مشاهده اینکه، وقتی w معلوم باشد، توزیع میدان در $z = 0$ معلوم خواهد شد، می‌توان به‌آسانی درک کرد. در واقع دامنه‌اش را می‌دانیم، چون توزیع میدان تابعی گاوسی است با اندازه لکه w_0 و فاز آن، چون در $z = 0$ فرض کردیم، $R = \infty$ است. هرگاه میدان در $z = 0$ معلوم باشد میدان متناظر در $z > 0$ به‌طور یکتا معلوم می‌شود، چون می‌توان آن را مثلاً از انتگرال فرنل-کیرشهوف (۸.۶.۴) محاسبه کرد. مجدداً با استفاده از معادله (۱۱.۷.۴) می‌توانیم نشان دهیم که معادلات (۱۳.۷.۴) و (۱۵.۷.۴) نیز برای مقدار z منفی صادق است، یعنی انتشار رو به جلو به سمت $z = 0$ صورت می‌گیرد به‌جای اینکه از $z = 0$ منتشر شود. توجه کنید که اگر z_R را به‌صورت زیر

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (۱۶.۷.۴)$$

تعریف کنیم، که z_R را برد ریلی می‌نامند و (در مورد اهمیت آن بعداً بحث خواهیم کرد)، معادلات (۱۳.۷.۴) و (۱۵.۷.۴) را می‌توان به‌طور شهودی به‌صورت زیر نوشت

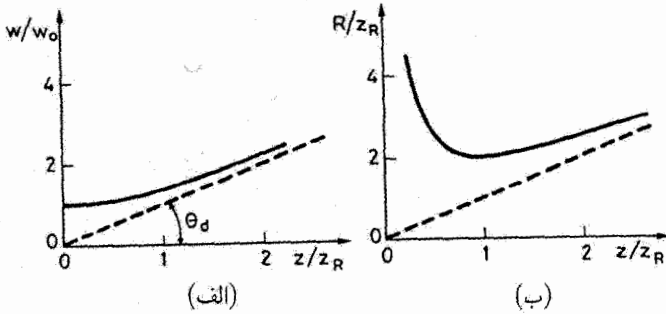
$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2 \right] \quad (\text{الف } ۱۷.۷.۴)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z} \right)^2 \right] \quad (\text{ب } ۱۷.۷.۴)$$

$$\phi(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_R} \right) \quad (\text{ج } ۱۷.۷.۴)$$

معادلات (الف) و (ب) (۱۷.۷.۴) آخرین نتایج محاسباتمان است. می‌بینیم که $u(x, y, z)$ شامل ضرب ضریب دامنه، $\exp[-(x^2 + y^2)/w^2]$ ، ضرب فاز عرضی، $\exp[-jk(x^2 + y^2)/2R]$ ، و ضرب فاز طولی $\exp(j\phi)$ است. در ادامه مطلب معنای فیزیکی این ضرایب را با جزئیات بیشتری بحث می‌کنیم.

ضریب دامنه در معادله (الف) نشان می‌دهد که باریکه در حین انتشار (هم برای $z > 0$ و هم برای $z < 0$) شکل گاوسی خود را حفظ می‌کند، ولی اندازه لکه آن طبق معادله (۱۷.۷.۴) تغییر می‌کند. بنابراین، می‌توانیم $w^2(z)$ را مجموع w_0^2 و $(\lambda z / \pi w_0)^2$ بنویسیم، که آخری جمله‌ای است که از پراش حاصل می‌شود. نمودار اندازه لکه به‌نچارشده، w/w_0 ، برحسب طول به‌نچارشده، z/z_R ، به‌صورت خط پیوسته در شکل ۱۶.۴ (الف) برای $z > 0$ نشان داده شده است. برای $z < 0$ ، اندازه لکه را به‌آسانی می‌توان از همین شکل به‌دست آورد، چون w/z تابعی متقارن از z است. بنابراین اندازه لکه کمینه در $z = 0$ رخ می‌دهد (لذا به آن کمر باریکه



شکل ۱۶.۴ الف) مقادیر بهنجار شده اندازه لکه باریکه، و ب) شعاع انحنای سطح هم فاز R بر حسب مقادیر بهنجار شده طول انتشار z .

می‌گویند؛ برای $z = z_R$ ، داریم $w = \sqrt{2}w_0$. بنابراین برد ریلی فاصله‌ای است از کمر باریکه تا جایی که اندازه لکه با ضریب $\sqrt{2}$ افزایش می‌یابد. برای $z \rightarrow \infty$ (یعنی، برای $z \gg z_R$) می‌توانیم بنویسیم

$$w \approx w_0 \frac{z}{z_R} = \frac{\lambda z}{\pi w_0} \quad (18.7.4)$$

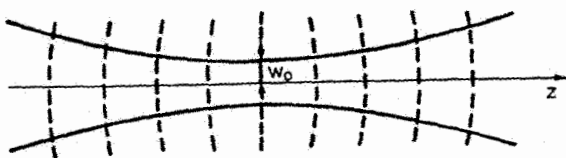
معادله (۱۸.۷.۴) نیز به صورت خط چین در شکل ۱۶.۴ الف) ترسیم شده است. در فواصل طولانی، w با z به صورت خطی افزایش می‌یابد؛ از آن رو، می‌توانیم واگرایی باریکه به علت پراش را به صورت $\theta_d = w/z$ تعریف کنیم، لذا داریم

$$\theta_d = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (19.7.4)$$

دلیل فیزیکی حضور کمیت w_0/w در ضریب دامنه معادله (۱۵.۷.۴) الف)، با مشاهده اینکه وقتی محیط بدون اتلاف فرض شده است، توان کل باریکه باید در هر صفحه z یکسان باشد، می‌توان به آسانی درک کرد. این امر ملزم می‌دارد که $\iint |u|^2 dx dy$ مستقل از z باشد. حضور کمیت $w_0/w(z)$ این شرط را برقرار می‌کند، در واقع با استفاده از معادله (۱۵.۷.۴) الف)، می‌توانیم بنویسیم

$$\iint |u|^2 dx dy = \left(\frac{w_0^2}{2}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\xi^2) d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\eta^2) d\eta \quad (20.7.4)$$

که $\xi = \sqrt{2}x/w$ و $\eta = \sqrt{2}y/w$ است. با مشاهده روابط می‌بینیم که $\iint |u|^2 dx dy$ مستقل از z است.



شکل ۱۷.۴ نیمرخ باریکه (منحنیهای پیوسته) و سطوح هم‌فاز (منحنیهای خط‌چین) برای یک مد گاوسی TEM_{۰۰}.

اکنون ضریب فاز عرضی در معادله (۱۵.۷.۴ الف) را بررسی می‌کنیم. طبق بخش ۱.۷.۴، نشان داده شد که برای $z > 0$ ، به علت انتشار، باریکه یک جبهه موج تقریباً کروی با شعاع انحنای R را به دست می‌آورد. نمودار شعاع انحنای بهنجار شده R/z_R برحسب متغیر بهنجار شده z/z_R برای $z > 0$ را در شکل ۱۶.۴ (ب) می‌بینیم. برای $z < 0$ ، شعاع انحنای به آسانی از همین شکل به دست می‌آید، چون $R(z)$ تابعی نامتقارن از z است. می‌بینیم که برای $z = 0$ ، $R \rightarrow \infty$ ، در حالی که R در $z = z_R$ به مقدار کمینه خود می‌رسد. برای $z \gg z_R$ ، $z \approx z$ است، و معادله $R = z$ به صورت خط‌چین در شکل ۱۶.۴ (ب) رسم شده است. بنابراین، جبهه موج در $z = 0$ تخت است و، در فواصل طولانی، درست مانند یک موج کروی، به طور خطی با z افزایش می‌یابد.

در آخر، ضریب فاز طولی در معادله (۱۵.۷.۴ الف) را بررسی می‌کنیم. با استفاده از معادله (۴.۶.۴) و (۱۵.۷.۴ ب)، می‌بینیم که علاوه بر جابه‌جایی $kz - k$ موج تخت، باریکه گاوسی یک جمله اضافی $\phi(z)$ دارد که از $-(\pi/2)$ تا $(\pi/2)$ با رفتن از $-z_R$ به $z \gg z_R$ تغییر می‌کند. نتایج شکل ۱۶.۴ در شکل ۱۷.۴ ترکیب شده‌اند، که ابعاد نیمرخ باریکه $w(z)$ به صورت منحنیهای پیوسته و سطوح هم‌فاز به صورت خطوط خط‌چین نشان داده شده‌اند. باریکه یک بعد کمینه به شکل کمر در $z = 0$ دارد، اندازه لکه متناظر، w_0 ، را معمولاً اندازه لکه در کمر باریکه یا اندازه لکه کمر می‌نامند. توجه کنید که طبق قرارداد علامت انحنای جبهه موج، چون برای $z > 0$ ، $R > 0$ و برای $z < 0$ ، $R < 0$ است، مرکز انحنای برای $z > 0$ در طرف چپ جبهه موج و برای $z < 0$ در طرف راست آن است.

۳.۷.۴ باریکه‌های گاوسی و قانون ABCD

انتشار باریکه گاوسی از میان یک محیط کلی که با ماتریس $ABCD$ بیان می‌شود از معادله (۳.۷.۴) به دست می‌آید [۸]. برای ماتریس $ABCD$ مفروض، جواب تنها به پارامتر مختلط باریکه، q ، که رابطه‌اش برحسب عناصر ماتریس از (۴.۷.۴) به دست می‌آید، بستگی دارد. این قانون بسیار

مهم انتشار باریکه گاوسی است که اغلب قانون $ABCD$ باریکه‌های گاوسی نامیده می‌شود. سودمندی این قانون در مورد انتشار در فضای آزاد قبلاً در بخش ۲.۷.۴، نشان داده شد. در این بخش اهمیت این قانون را با مثالهای کمی پیچیده‌تر بیشتر نشان خواهیم داد.

مثال ۵.۴ انتشار باریکه گاوسی از یک عدسی. یک عدسی نازک با فاصله کانونی f را در نظر می‌گیریم. طبق معادله (۴.۷.۴) پارامترهای مختلط باریکه قبل و بعد از عدسی به ترتیب q_1 و q_2 با رابطه

$$\frac{1}{q_2} = \frac{C + (D/q_1)}{A + (B/q_1)} \quad (21.7.4)$$

به یکدیگر مرتبط‌اند. با کمک عناصر ماتریس عدسی که در جدول ۱.۴ آمده است، داریم

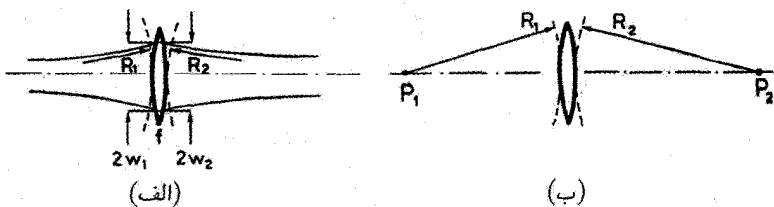
$$\frac{1}{q_2} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{q_1}\right) \quad (22.7.4)$$

با استفاده از معادله (۸.۷.۴) که $1/q_2$ و $1/q_1$ را بیان می‌کند، می‌توانیم به‌طور مجزا تستهای حقیقی و مجازی معادله (۲۲.۷.۴) را از یکدیگر جدا کنیم تا روابط زیر برای اندازه‌های لکه و شعاعهای انحنای موج قبل و بعد از عدسی به دست آیند

$$w_2 = w_1 \quad (23.7.4 \text{ الف})$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad (23.7.4 \text{ ب})$$

اکنون مفهوم فیزیکی معادلات (۲۳.۷.۴) را می‌توان در ارتباط با شکل ۱۸.۴ مورد بحث قرار داد. ابتدا معادله (۲۳.۷.۴ ب) را بررسی می‌کنیم، می‌بینیم که مفهوم فیزیکی آن واضح است، چون بلافاصله قبل و بعد از عدسی نازک، توزیعهای دامنه باریکه باید یکسان باشند، یعنی، در آنجا تغییر ناپیوسته اندازه لکه نمی‌تواند وجود داشته باشد [شکل ۱۸.۴ (الف) را ببینید]. برای آنکه مفهوم



شکل ۱۸.۴ انتشار از یک عدسی (الف) باریکه گاوسی و (ب) موج کروی.

معادله (۲۳.۷.۴) را درک کنیم، ابتدا، انتشار موج کروی را از همان عدسی در نظر می‌گیریم [شکل ۱۸.۴ (ب)]. در اینجا، موج کروی ناشی از یک چشمه نقطه‌ای P_1 توسط عدسی روی نقطه تصویر P_2 متمرکز می‌شود. در این حالت شعاع انحنای R_1 و R_2 درست قبل و بعد از عدسی با معادله (۲۰.۲.۴) با یکدیگر مربوط می‌شوند. بنابراین، می‌توان تصور کرد که یک عدسی کروی شعاع انحنای R_1 موج ورودی را به شعاع انحنای R_2 موج خروجی طبق معادله (۲۰.۲.۴) تبدیل می‌کند. چون این موضوع بدون در نظر گرفتن توزیع دامنه عرضی اتفاق می‌افتد، انتظار می‌رود که معادله (۲۰.۲.۴) برای باریکه گاوسی نیز معتبر باشد، و این را در واقع معادله (۲۳.۷.۴) نشان می‌دهد.

مثال ۶.۴ باریکه گاوسی کانونی شده توسط یک عدسی نازک. اکنون باریکه‌ای گاوسی با اندازه لکه $w_{0,1}$ و جبهه موج تخت را که وارد یک عدسی با فاصله کانونی f می‌شود در نظر می‌گیریم (یعنی، کمر باریکه روی عدسی قرار می‌گیرد). می‌خواهیم مکان کمر باریکه را پس از عدسی و مقدار اندازه لکه آن، $w_{0,2}$ ، را محاسبه کنیم. طبق معادلات (۴.۲.۴) و (۶.۲.۴)، ماتریس تراکسیل برای یک عدسی با فاصله کانونی f و پس از آن، طول فضای آزاد z از

$$\begin{vmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{vmatrix} \quad (24.7.4)$$

به دست می‌آید. پارامتر مختلط باریکه q_2 ، را پس از ترکیب این عدسی و فضای آزاد می‌توان از معادله (۲۱.۷.۴) به دست آورد، که عناصر A, B, C, D از معادله (۲۴.۷.۴) به دست می‌آیند و $(1/q_1)$ با معادله زیر داده می‌شود

$$\left(\frac{1}{q_1}\right) = -\frac{j\lambda}{\pi w_{0,1}^2} = -\frac{j}{z_{R_1}} \quad (25.7.4)$$

که z_{R_1} برد ریلی متناظر با اندازه لکه $w_{0,1}$ است. حال اگر مختصات z_m پس از عدسی متناظر با مکانی باشد که کمر باریکه قرار دارد، آنگاه طبق معادله (۸.۷.۴)، $1/q_2$ نیز باید کاملاً موهومی باشد. این بدان مفهوم است که قسمت حقیقی طرف راست معادله (۲۱.۷.۴) باید صفر باشد. با کمک معادلات (۲۴.۷.۴) و (۲۵.۷.۴)، می‌یابیم که z_m از

$$z_m = \frac{f}{[1 + (f/z_{R_1})^2]} \quad (26.7.4)$$

به دست می‌آید. بنابراین، شاید با کمی تعجب، ببینیم که فاصله z_m از عدسی (که اندازه لکه کمینه رخ می‌دهد) همواره کوچکتر از فاصله کانونی عدسی است. ولی، توجه کنید که تحت شرایط عادی،

اغلب $f \gg z_{R_1}$ است به طوری که $z_m \approx f$ می‌شود. با مساوی قرار دادن قسمت‌های موهومی طرفین معادله (۲۱.۷.۴) و با استفاده از معادلات (۲۴.۷.۴) و (۲۵.۷.۴)، مجدداً اندازه لکه در صفحه کانونی، w_{02} ، به صورت

$$w_{02} = \frac{\lambda f}{\pi w_{01} [1 + (f/z_{R_1})^2]^{1/2}} \quad (27.7.4)$$

به دست می‌آید. مجدداً، برای $f \gg z_{R_1}$ ، از معادله (۲۷.۷.۴) به دست می‌آوریم

$$w_{02} \cong \frac{\lambda}{\pi w_{01}} \quad (28.7.4)$$

۴.۷.۴ مدهای مراتب بالاتر

اکنون به مسئله‌ای از بخش ۱.۷.۴ باز می‌گردیم و سؤال می‌کنیم آیا ویژه‌جوابهای دیگری از معادله (۸.۶.۴) برای فضای آزاد، یا از معادله (۹.۶.۴) برای یک سیستم کلی اپتیکی وجود دارد. باز هم جواب مثبت است و می‌توانیم نشان دهیم که مجموعه‌ای مخصوصاً سودمند از ویژه‌جوابها را می‌توان به صورت ضرب چندجمله‌ای هرمیت در تابع گاوسی نوشت. در واقع، با مراجعه به شکل ۱۴.۴، فرض می‌کنیم

$$u(x_1, y_1, z_1) = H_l \left(\frac{\sqrt{2}x_1}{w_1} \right) H_m \left(\frac{\sqrt{2}y_1}{w_1} \right) \exp[-jk(x_1^2 + y_1^2)/2q_1] \quad (29.7.4)$$

که H_m و H_l چندجمله‌ایهای هرمیت با مرتبه l و m ؛ q_1 پارامتر مختلط باریکه در $z = z_1$ ؛ و w_1 اندازه لکه متناظر با آن است. با قراردادن معادله (۲۹.۷.۴) در طرف راست معادله (۹.۶.۴)، به دست می‌آوریم

$$u(x, y, z) = \left[\frac{1}{A + (B/q_1)} \right]^{1+l+m} H_l \left(\frac{\sqrt{2}x}{w} \right) H_m \left(\frac{\sqrt{2}y}{w} \right) \exp[-jk(x^2 + y^2)/2q] \quad (30.7.4)$$

که q پارامتر مختلط باریکه پس از سیستم اپتیکی در شکل ۱۴.۴ است و از معادله (۴.۷.۴) به دست می‌آید، و w اندازه لکه متناظر با آن است.

برای انتشار در فضای آزاد، اگر صفحه z_1 را صفحه کمر در نظر بگیریم، آنگاه، $q_1 = j\pi w_0^2 / \lambda$ است، که w_0 اندازه لکه در کمر باریکه است. با قراردادن رابطه قبلی برای q_1 در معادله (۳۰.۷.۴)

و با استفاده از معادله (۸.۷.۴)، می‌رسیم به

$$u_{l,m}(x, y, z) = \left(\frac{w_0}{w}\right) H_l\left(\sqrt{\frac{2}{w}}\frac{x}{w}\right) H_m\left(\sqrt{\frac{2}{w}}\frac{y}{w}\right) \exp[-(x^2 + y^2)/w^2] \\ \times \exp\{-j[k(x^2 + y^2)/2R] + j(1 + l + m)\phi\} \quad (31.7.4)$$

که ϕ از معادله (۱۵.۷.۴) به دست می‌آید و، با استفاده از معادله (۱۱.۷.۴) برای رسیدن به $q = q(z)$ ، می‌بینیم که w و R از معادلات (۱۳.۷.۴) و (۱۳.۷.۴) به دست می‌آیند.

با قراردادن $l = m = 0$ در معادله (۳۱.۷.۴)، پایینترین مرتبه مد به دست می‌آید. از آنجایی

که چندجمله‌ای هریمیت مرتبه صفر ثابت است، معادله (۳۱.۷.۴) به جواب گاوسی بخش ۱.۷.۴

کاهش خواهد یافت [معادله (۱۵.۷.۴) الف] را ببینید. این جواب را TEM_{00} می‌نامند، که

منظور از TEM ، کوتاه‌نوشت میدان الکتریکی و مغناطیسی عرضی^۱ است (در واقع در محدوده

تقریب پیرامحوری، هر دو میدانهای الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی، تقریباً عمود

بر جهت z هستند). شاخصهای پایین 00 نشان می‌دهد که چندجمله‌ایها برای هر دوی H_l و

H_m در معادله (۳۱.۷.۴) مرتبه صفر هستند. نیمرخ شعاعی شدت یک مد گاوسی TEM_{00}

در هر مختصه z ، برابر است با $\exp[-2(x^2 + y^2)/w^2]$ که تنها

به مختصه شعاعی $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ بستگی دارد. بنابراین مد، متناظر با لکه دایره‌ای در

شکل ۱۹.۴ است.

مد مرتبه بالاتر بعدی با قراردادن $l = 1$ و $m = 0$ (یا $l = 0$ و $m = 1$) در معادله (۳۱.۷.۴)

به دست می‌آید. چون $H_1(x) \propto x$ ، دامنه میدان اکنون از $\exp[-(x^2 + y^2)/w^2]$ به $|u_{10}| \propto x \exp[-(x^2 + y^2)/w^2]$

به دست می‌آید. بنابراین، در یک x مفروض، نیمرخ میدان با تابعی گاوسی در امتداد مختصه y

[مطابق با شکل (الف) ۱۵.۴]، در حالی که برای یک y مفروض با تابع $\exp[-(x^2/w^2)]$ در

امتداد مختصه x توصیف می‌شود. این تابع که به مقدار قله‌اش به‌نحار شده است برحسب x/w

در شکل ۱۵.۴ (ب) ترسیم شده است. این مد را TEM_{10} می‌نامند و شکل ۱۹.۴ تصویری از

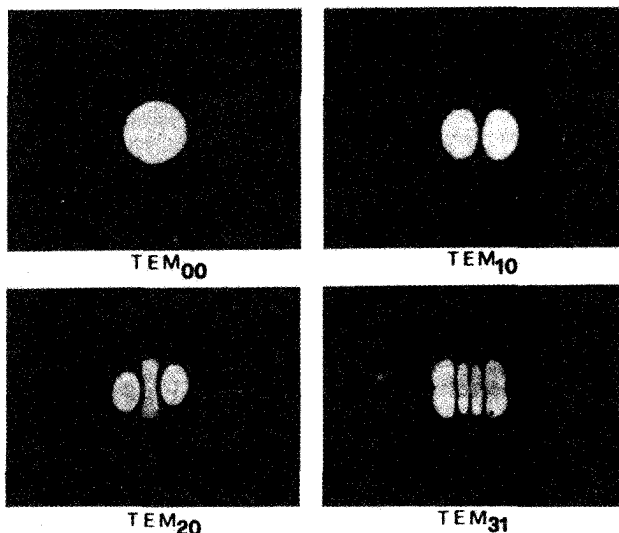
نیمرخ شدت متناظر با آن را نشان می‌دهد. مد TEM_{01} ($l = 0$ و $m = 1$) از چرخش 90°

درجه‌ای تصویر مد TEM_{10} به دست می‌آید. در این شکل دو تصویر مدهای مرتبه بالاتر نیز

نشان داده شده‌اند. توجه کنید که شاخصهای پایین l و m عموماً تعداد صفرهای میدان (به غیر از

صفرهایی که در $x = \pm\infty$ و $y = \pm\infty$ اتفاق می‌افتد) را به ترتیب در جهت محورهای x و y

به دست می‌دهند.



شکل ۱۹.۴ نقوش شدت بعضی مدهای گاوسی مرتبه پایین.

۸.۴ نتیجه‌گیری

در این فصل، عناوینی چند از ابنتک هندسی و موجی مورد بحث قرار گرفت که زمینه مفیدی را برای عناوینی دربارهٔ تشدیدگرهای اپتیکی، که در فصل ۵ مورد بررسی قرار خواهند گرفت، فراهم می‌سازد. مخصوصاً دیدیم که تبدیلی که روی پرتویک عنصر اپتیکی (نظیر، مادهٔ همسانگرد، عدسی نازک، آینهٔ کروی، و نظایر آن) اثر می‌گذارد با یک ماتریس سادهٔ 2×2 توصیف می‌شود. همین ماتریس، انتشار باریکهٔ گاوسی را نیز توصیف می‌کند. این بحث شامل توصیف اساسی پوششهای چندلایه‌ای دی‌الکتریکی، و با کمی جزئیات بیشتر، شامل تداخل سنج فابری-پرو بود.

مسائل

۱.۴ نشان دهید که ماتریس $ABCD$ برای پرتویی که به فصل مشترک دی‌الکتریکی کروی از یک محیط با ضریب شکست n_1 به محیط دیگر با ضریب شکست n_2 وارد می‌شود عبارت است از

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ n_2 - n_1 \frac{1}{R} & n_1 \\ n_2 & n_2 \end{vmatrix}$$

که R شعاع انحنای سطح کروی است (اگر مرکز در سمت چپ سطح باشد $R > 0$ است).

۲.۴ یک عدسی نازک با ضریب شکست n_2 را در نظر بگیرید که از دو فصل مشترک دی الکتریکی کروی به شعاعهای R_1 و R_2 ، که به فاصله کمی از هم قرار گرفته‌اند تشکیل شده است. با استفاده از نتیجه مسئله ۱.۴، نشان دهید که فاصله کانونی این عدسی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1} \right) \left(-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

که n_1 ضریب شکست محیطی است که عدسی را در بر گرفته است.

۳.۴ یک تداخل‌سنج فابری-پرو شامل دو آینه مشابه است، با توان بازتابندگی یکسان، $R = 0.99$ و با کسر اتلاف داخلی توان یکسان $A = 0.05$. مطلوب است محاسبه قله تراگیل و باریکی (فینس) تداخل‌سنج.

۴.۴ یک تداخل‌سنج فابری-پرو شامل دو آینه مشابه است که به فاصله L از یکدیگر قرار دارند و بین آنها هواست. این تداخل‌سنج با موج الکترومغناطیسی تکفام با قابلیت تنظیم بسامد (کوک‌پذیر) روشن می‌شود. با اندازه‌گیری شدت تراگیل شده بر حسب بسامد موج ورودی درمی‌یابیم که گستره طیفی آزاد (FSR) تداخل‌سنج $3 \times 10^9 \text{ Hz}$ و قدرت تفکیک آن 60 MHz است. مطلوب است محاسبه فاصله L تداخل‌سنج، باریکی آن، و بازتابندگی آینه. اگر قله تراگیل 0.5% باشد، اتلاف آینه‌ای را نیز محاسبه کنید.

۵.۴ یک تداخل‌سنج فابری-پرو شامل دو آینه مشابه است. L فاصله دو آینه است و بین آینه‌ها هواست. تداخل‌سنج با تپ 1 ps از چشمه خارجی با طول موج $\lambda \cong 600 \text{ nm}$ روشن می‌شود. مشاهده می‌شود که باریکه خروجی شامل ردیفی از تپهای منظم 1 ps است که به فاصله 10 ns از یکدیگر قرار دارند. انرژی تپها به صورت نمایی با زمان و با ثابت زمانی 100 ns ، کاهش می‌یابد. مطلوب است محاسبه طول کاواک و بازتابندگی آینه‌ای.

۶.۴ با قراردادن مستقیم معادله (۲.۷.۴) در طرف راست معادله (۹.۶.۴) نشان دهید که انتگرال دوگانه در معادله (۹.۶.۴) که بین $-\infty$ و $+\infty$ گرفته می‌شود، معادله (۳.۷.۴) را به دست می‌دهد، که q با معادله (۴.۷.۴) به q مرتبط است.

۷.۴ یک عدسی مثبت با فاصله کانونی f در فاصله d از کمر یک باریکه TEM_0 با اندازه لکه کمر باریکه w قرار دارد. رابطه‌ای برای فاصله کانونی f (بر حسب w و d) به دست آورید، به طوری که باریکه‌ای که عدسی را ترک می‌کند دارای جبهه موج تخت باشد.

۸.۴ نشان دهید که توان موجود در یک باریکه گاوسی TEM_0 با اندازه لکه w از رابطه $P = (\pi w^2 / 2) I_p$ به دست می‌آید، که I_p قله ($r = 0$) شدت باریکه است.

۹.۴ توان خروجی لیزر He-Ne مفروضی که در یک مد گاوسی TEM_0 خالص در طول موج

با $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ نوسان می‌کند، $P = 5 \text{ mW}$ است. زاویه واگرایی میدان دور لیزر برابر است با 1 mrad ، که در تبلیغ فروش دستگاه آمده است. اندازه لکه، شدت قله، و میدان الکتریکی قله را در مکان کمر محاسبه کنید.

۱۰.۴ باریکه لیزر Ar^+ که در مد گاوسی TEM_0 خالص با $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ و توان خروجی 1 W نوسان می‌کند، به یک هدف که در فاصله 100 متری از کمر باریکه قرار دارد، فرستاده می‌شود. اگر اندازه لکه در کمر باریکه $w_0 = 2 \text{ mm}$ باشد، اندازه لکه، شعاع انحنای جبهه موج، و شدت قله را در مکان هدف محاسبه کنید.

۱۱.۴ باریکه گاوسی TEM_0 با اندازه لکه w_1 که وارد یک عدسی به قطر D و فاصله کانونی f می‌شود را در نظر بگیرید. برای اجتناب از اثرات پراشی اضافی روی لبه عدسی که از قطع شدن میدان گاوسی توسط عدسی ایجاد می‌شود، قطر عدسی را معمولاً طبق معیار $D \geq 2.25 w_1$ انتخاب می‌کنند. موارد زیر را فرض کنید: که در رابطه ارائه شده تساوی برقرار باشد؛ که کمر باریکه فرودی روی عدسی قرار گیرد، یعنی $w_1 = w_{01}$ ؛ که $w_1 = w_{01} = \pi w_0^2 / \lambda$ ؛ که $f \ll z_{R1}$ ؛ که معادله (۲۷.۷.۴) هنوز دارای اعتبار باشد، تحت این شرایط، اندازه لکه کیمینه پس از عدسی را برحسب تابعی از گشودگی عددی عدسی $NA = \sin \theta$ ، که $NA = \sin \theta$ ، به طوری که برای زاویه θ کوچک، $NA \cong (D/f)$ است] بیان کنید.

۱۲.۴ فرض کنید باریکه‌های گاوسی، TEM_0 ، از یک لیزر یاقوت ($\lambda = 694.3 \text{ nm}$)، توسط تلسکوپی محدود شده پراشی با قطر 1 m ، به منظور روشن کردن لکه‌ای روی سطح ماه، به سمت آن ارسال می‌شود. فرض کنید که فاصله زمین تا ماه $z \cong 348000 \text{ km}$ است و از رابطه $D = 2.25 w_0$ بین قطر شیئی تلسکوپ و اندازه لکه باریکه استفاده می‌شود (مسئله ۱۱.۴ را ببینید). مطلوب است محاسبه اندازه لکه باریکه روی سطح ماه (اثرات اعوجاج ناشی از اتمسفر می‌تواند حائز اهمیت باشد، لیکن این اثرات در اینجا نادیده گرفته می‌شوند).

۱۳.۴ باریکه گاوسی با اندازه لکه کمر w_0 از تیغه‌ای جامد از جنس مواد شفاف به طول L و ضریب شکست n می‌گذرد. تیغه درست در جلوی کمر باریکه قرار دارد. با استفاده از قانون ABCD انتشار باریکه گاوسی نشان دهید که اندازه لکه و شعاع انحنای جبهه موج پس از تیغه برابر همان مقادیر برای انتشار در خلأ در طول $L' = L/n$ است. طبق این نتیجه‌گیری، آیا با قراردادن تیغه زاویه واگرایی تحت تأثیر قرار می‌گیرد؟

۱۴.۴ از معادله (۲۶.۷.۴) نشان دهید که باریکه گاوسی با اندازه لکه w_{01} نمی‌تواند در فاصله‌ای بزرگتر از $z_{R1}/2$ ، که $z_{R1} = \pi w_{01}^2 / \lambda$ است کانونی شود. فاصله کانونی متناظر با این شرط کانونی شدن بیشینه چقدر است؟

1. H. Kogelnik, Propagation of Laser Beams, in *Applied Optics and Optical Engineering* (R. Shannon and J. C. Wynant, eds.) (Academic, New York, 1979), vol. 2, pp. 156–190.
2. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon, Oxford, 1980), Sect. 1.5.
3. E. Ritter, Coatings and Thin-Film Techniques, in *Laser Handbook* (F. T. Arecchi and E. O. Schultz-Dubois, eds.) (North-Holland, Amsterdam, 1972), vol. 1, pp. 897–921.
4. *Thin Films for Optical Systems*, F. R. Flory, ed. (Marcel Dekker, New York, 1995).
5. Ref. 2, Sect. 7.6.
6. A. E. Siegman, *Lasers* (Cambridge University, Oxford, 1986), Chap. 16.
7. Ref. 6, Chap. 20.
8. H. Kogelnik and T. Li, Laser Beams and Resonators, *Appl. Opt.* 5, 1550 (1966).

تشدیدگرهای اپتیکی انفعالی

۱.۵ مقدمه

فصل ۵ درباره نظریه تشدیدگرهای اپتیکی انفعالی، یعنی اینکه محیط فعالی در داخل کاواک وجود ندارد، بحث می‌کنیم. تشدیدگرهای لیزری که اکثراً به‌کار برده می‌شوند دارای آینه‌های تخت یا کروی با شکل مستطیلی (یا اغلب دایره‌ای) هستند که به فاصله L از یکدیگر قرار دارند. معمولاً L از چند سانتیمتر تا چند ده سانتیمتر است، در حالی که ابعاد آینه از کسری از سانتیمتر تا چند سانتیمتر گسترده‌گی دارد. بنابراین تشدیدگرهای لیزری با تشدیدگرهایی که در میدان میکروموج استفاده می‌شود تفاوت دارند (مثلاً، بخش ۱.۲.۲ را ببینید). این تفاوت ناشی از دو علت اصلی است: ابعاد تشدیدگر بسیار بزرگتر از طول موج لیزر است و تشدیدگرها معمولاً باز هستند، یعنی در آنها از سطوح جانبی استفاده نمی‌شود. طول تشدیدگر معمولاً بسیار بزرگتر از طول موج لیزر است، زیرا این طول موج غالباً از کسری از میکرومتر تا چند ده میکرومتر تغییر می‌کند. کاواک لیزری با طولی قابل مقایسه با طول موج، عموماً برای شروع نوسان بهره‌پایینی دارد. برای اینکه تعداد مدهایی را که با تلفات کم نوسان می‌کنند شدیداً کاهش دهند تشدیدگرهای لیزری را معمولاً باز می‌گیرند. در واقع در مثال ۱.۵ می‌بینیم اگر تشدیدگر بسته باشد، حتی لیزری با پهنای خط باریک نظیر He-Ne ، دارای تعداد

بسیار زیادی مد است ($\approx 10^9$). لیکن، با برداشتن سطوح جانبی تعداد مدهای با اتلاف کم به چندتایی (حدود ۶ عدد در مثال ۱.۵) کاهش می‌یابند. در واقع، در این تشدیدگرهای باز تنها چند مد متناظر با برهم‌نهی امواجی که تقریباً موازی با محور تشدیدگر حرکت می‌کنند و دارای تلفات به اندازه کافی کم هستند می‌توانند نوسان لیزری داشته باشند.

طبق بحث گذشته، تشدیدگرهای باز دارای تلفاتی اجتناب‌ناپذیرند که ناشی از پراش موج الکترومغناطیسی است و باعث می‌شود که بخشی از انرژی از اطراف کاواک رانده شوند (تلفات پراشی). بنابراین اگر بخواهیم دقیق باشیم، تعریف مدی که در بخش ۱.۲.۲ ارائه شد را نمی‌توان برای تشدیدگر باز به‌کار برد و مد واقعی (یعنی، آرایش ساکن) برای چنین تشدیدگری وجود نخواهد داشت. ولی، در ادامه مطلب می‌بینیم که آرایشهای موج ساکن با تلفات خیلی اندک واقعاً در تشدیدگرهای باز حضور دارند. بنابراین مد را به‌صورت آرایش یک موج الکترومغناطیسی که میدان الکترونیکی آن را بتوان به‌صورت

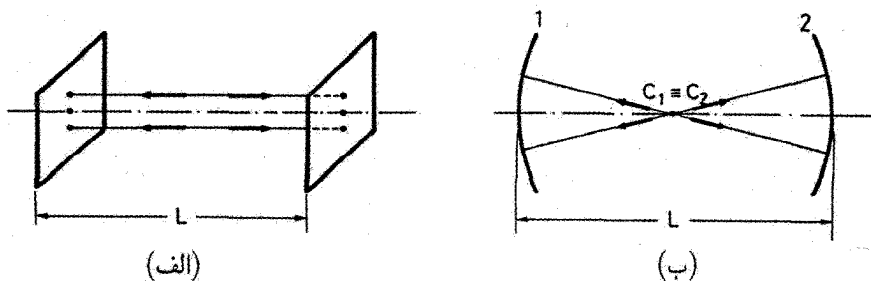
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \mathbf{u}(\mathbf{r}) \exp\left[-t/\tau_c + j\omega t\right] \quad (1.1.5)$$

نوشت تعریف می‌کنیم. در اینجا τ_c (زمان فروافت مربع دامنه میدان الکتریکی) را زمان فروافت فوتون کاواک می‌نامند.

در بخشهای بعد تشدیدگرهای مختلف ممکن را مورد بحث قرار می‌دهیم.

۱.۱.۵ تشدیدگر صفحه موازی (یا فابری-پرو)

این تشدیدگر دارای دو آینه تخت است که به موازات یکدیگرند. مطابق شکل ۱.۵ (الف) در اولین تقریب می‌توان تصور کرد که مدهای این تشدیدگر به‌صورت برهم‌نهی دو موج تخت الکترومغناطیسی است که در دو سوی مخالف هم در امتداد محور کاواک انتشار می‌یابند. در این تقریب، بسامدهای



شکل ۱.۵ (الف) تشدیدگر صفحه موازی و (ب) تشدیدگر هم‌مرکزی.

تشدیدی با اعمال این شرط که طول کاواک باید مضرب صحیحی از نصف طول موج باشد، به آسانی به دست می‌آیند، یعنی، $L = n(\lambda/2)$ ، که n عدد صحیح مثبتی است. این شرط لازمی برای آن است که میدان الکتریکی موج ساکن الکترومغناطیسی روی دو آینه برابر با صفر باشد. در نتیجه بسامدهای تشدید از رابطه

$$\nu = n \left(\frac{c}{2L} \right) \quad (2.1.5)$$

به دست می‌آید. قابل توجه است که با اعمال این شرط که تغییر فاز یک موج تخت در رفت و برگشت داخل کاواک باید مضرب صحیحی از 2π باشد، $2kL = 2n\pi$ ، همان رابطه (۲.۱.۵) به دست می‌آید. این شرط با استدلالی خودسازگار به آسانی به دست می‌آید. اگر بسامد موج تخت با بسامد مد کاواک برابر باشد، اختلاف فاز پس از یک رفت و برگشت (صرفنظر از عدد صحیحی از 2π) باید صفر شود، چه فقط در این مورد است که دامنه‌ها در هر نقطه اختیاری ناشی از بازتابهای متوالی به طور هم فاز جمع می‌شوند تا میدان کلی قابل ملاحظه‌ای را به وجود آورند.

طبق معادله (۲.۱.۵)، اختلاف بسامد بین دو مد متوالی، یعنی مدهایی که عدد مدشان یک واحد اختلاف دارند از

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (3.1.5)$$

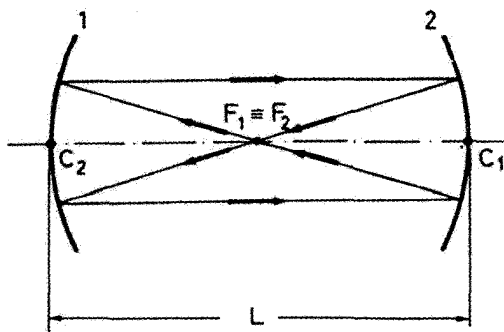
به دست می‌آید. این اختلاف، اختلاف بسامدی دو مد طولی متوالی نامیده می‌شود، واژه طولی را برای این منظور به کار می‌برند که عدد m نشان‌دهنده شمار نصف طول موجهای مد در طول تشدیدگر است، یعنی طولی.

۲.۱.۵ تشدیدگر هم‌مرکزی (یا کروی)

این تشدیدگر شامل دو آینه کروی است که شعاع هر دو R است و به فاصله L از یکدیگر چنان قرار گرفته‌اند که مراکز انحنای C_1 و C_2 آینه‌ها برهم منطبق‌اند، یعنی $L = 2R$ [شکل ۱.۵ (ب)]. نمایش اپتیک هندسی مدهای این تشدیدگر نیز در شکل نشان داده شده است. در این مورد مدها با برهم‌نهی دو موج کروی متحرک مخالف هم که منشأ آنها نقطه C است تقریب زده می‌شود. مجدداً، به‌کارگیری استدلال خودسازگاری بالا به معادله (۲.۱.۵) به عنوان رابطه‌ای برای بسامدهای تشدیدی منجر می‌شود و برای اختلاف بسامد بین دو مد طولی متوالی به معادله (۳.۱.۵) خواهیم رسید.

۳.۱.۵ تشدیدگر هم‌کانونی

این تشدیدگر شامل دو آینه کروی است که شعاع هر دو R است و به فاصله L از یکدیگر چنان قرار گرفته‌اند که کانونهای F_1 و F_2 آینه‌ها برهم منطبق‌اند. در نتیجه، مرکز انحنای یک آینه بر روی



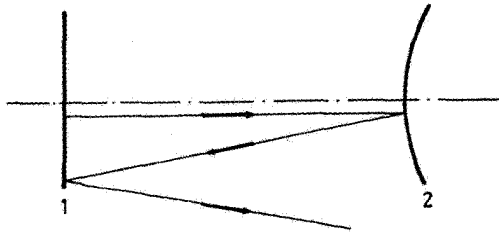
شکل ۲.۵ تشدیدگر هم‌کانون.

سطح آینه دیگر قرار می‌گیرد (یعنی $L = R$). از دیدگاه اپتیک هندسی، می‌توانیم هر تعداد مسیر بسته اپتیکی را مانند آنچه که در شکل ۲.۵ نشان داده شده است با تغییر فاصله دو پرتو موازی با محور تشدیدگر $C_1 C_2$ ، ترسیم کنیم. دقت کنید که در شکل ۲.۵ جهت پرتوها می‌توانند معکوس شوند. لیکن، این توصیف اپتیک هندسی هیچ نشانه‌ای از چگونگی آرایش مد به دست نخواهد داد، خواهیم دید که این آرایش با موج تخت یا موج کروی نمی‌تواند توصیف شود. به همین دلیل، بسامدهای تشدید را نمی‌توان به سادگی با در نظر گرفتن اپتیک هندسی به دست آورد.

۴.۱.۵ تشدیدگر کروی کلی

اغلب تشدیدگرهایی متشکل از دو آینه کروی با شعاع انحنای یکسان R و به فاصله L از یکدیگر به نحوی که $R < L < 2R$ باشد (یعنی، جایی بین شرایط هم‌کانونی و هم‌مرکزی) مورد استفاده قرار می‌گیرند. علاوه بر آن می‌توانیم داشته باشیم، $L > R$. برای این موارد غالباً نمی‌توان از توصیف پرتو یعنی اینکه پرتو بتواند پس از یک یا چند عبور مسیر خودش را تکرار کند، استفاده کرد.

همه تشدیدگرها را می‌توان حالت‌های خاصی از یک تشدیدگر کلی شامل دو آینه کروی کاو ($R > 0$) یا کوژ ($R < 0$) با شعاع انحنای متفاوت که به فاصله دلخواه L از یکدیگر قرار گرفته‌اند در نظر گرفت. چنین تشدیدگرهایی را می‌توان به دو گروه پایدار و ناپایدار تقسیم کرد. به تشدیدگری ناپایدار گفته می‌شود که در رفت و بازگشت پرتو بین دو آینه، پرتویی دلخواه از محور تشدیدگر به طور نامحدود دور شود. مثال آشکاری از یک تشدیدگر ناپایدار در شکل ۳.۵ نشان داده شده است. برعکس، تشدیدگری که در آن پرتو محدود باقی بماند، تشدیدگر پایدار نامیده می‌شود.

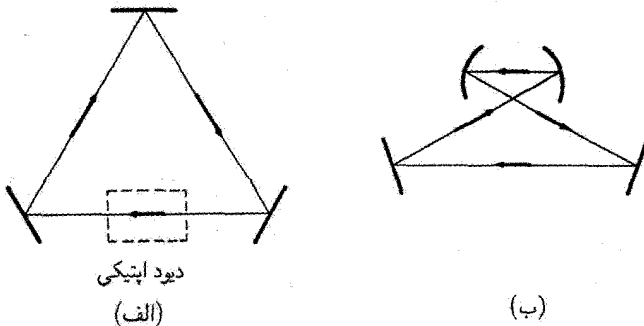


شکل ۳.۵ مثالی از تشدیدگر ناپایدار.

مثال ۱.۵ تعداد مدها در تشدیدگرهای بسته و باز. لیزر He-Ne را در نظر می‌گیریم که در طول موج $\lambda = 633 \text{ nm}$ با پهنای بهره با پهن‌شدگی دوپلری $\Delta\nu^* = 1.7 \times 10^9 \text{ Hz}$ نوسان می‌کند. فرض می‌کنیم طول تشدیدگر $L = 50 \text{ cm}$ است و ابتدا تشدیدگر باز را بررسی می‌کنیم. طبق معادله (۳.۱.۵) تعداد مدهای طولی که در پهنای خط لیزری قرار می‌گیرند برابر است با $N_{\text{باز}} = 2L\Delta\nu^*/c \cong 6$ اکنون فرض می‌کنیم که تشدیدگر با سطح جانبی استوانه با قطر $2a = 3 \text{ mm}$ بسته شود. طبق معادله (۱۶.۲.۲)، تعداد مدهای این تشدیدگر بسته که در پهنای خط $\Delta\nu^*$ لیزر قرار می‌گیرند از رابطه $\nu^2 V \Delta\nu^*/c^3 = 8\pi N_{\text{بسته}}$ به دست می‌آید که $\nu = c/\lambda$ بسامد لیزر و $V = \pi a^2 L$ حجم تشدیدگر است. از رابطه قبلی و داده‌هایی که داریم، تعداد مد $N_{\text{بسته}} = (2\pi a/\lambda)^2 N_{\text{باز}} \cong 1.2 \times 10^9$ به دست می‌آید. ■

۵.۱.۵ تشدیدگر حلقه‌ای

رده مهمی از تشدیدگر لیزری، تشدیدگر حلقه‌ای است که در آن مسیر پرتوهای نوری در آرایش حلقه‌ای قرار می‌گیرند [شکل (الف) ۴.۵] یا به صورت آرایش پیچیده‌تری نظیر آرایش ناشده در شکل (ب) ۴.۵.



شکل ۴.۵ (الف) ساده‌ترین تشدیدگر حلقه‌ای سه آینه‌ای و (ب) تشدیدگر حلقه‌ی ناشده.

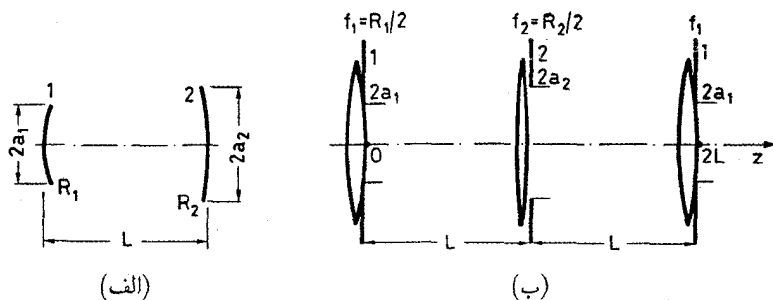
است. در هر دو مورد بسامدهای تشدید را می‌توان با اعمال این شرط که کل جابه‌جایی باز در طول مسیر حلقه در شکل ۴.۵ (الف) یا مسیر چنبره بسته در شکل ۴.۵ (ب) (مسیرهای پیوسته) باید مضرب صحیحی از 2π باشد، به دست می‌آید. به این ترتیب می‌توان فوراً رابطه بسامدهای تشدید را به دست آورد

$$\nu = \frac{nc}{L_p} \quad (4.1.5)$$

که L_p محیط حلقه یا طول مسیر چنبره بسته در شکل ۴.۵ (ب) است و n عددی صحیح است. توجه کنید که پیکانهای مسیر پیوسته در شکل ۴.۵ عموماً می‌توانند در جهت عکس باشند که به آن معناست که باریکه می‌تواند در جهت ساعتگرد و یا پاد ساعتگرد انتشار یابد. بدین ترتیب معمولاً نقش موج ساکن در تشدیدگر حلقه‌ای شکل می‌گیرد. ولی با استفاده از ابزار یکسوکننده (دیود نوری، برای جزئیات بیشتر به بخش ۲.۲.۸.۷ مراجعه شود) می‌توان کاری کرد که مثلاً باریکه تنها از راست به چپ در شکل ۴.۵ (الف) گذر کند. بنابراین تنها باریکه انتشار ساعتگرد می‌تواند در کاواک وجود داشته باشد و لذا مفاهیم مد کاواک و بسامد تشدید کاواک منحصر به آرایشهای موج ساکن نخواهد بود. همچنین توجه کنید که تشدیدگرهای حلقه‌ای می‌توانند آرایش پایدار (نظیر شکل ۴.۵) و یا ناپایدار داشته باشند.

۲.۵ ویژه‌مدها و ویژه‌مقدارها

یک تشدیدگر دو آینه‌ای کلی [شکل ۵.۵ (الف)] متشکل از دو آینه کروی با شعاع انحنای متفاوت (مثبت یا منفی) که به فاصله L از یکدیگر قرار دارند را در نظر می‌گیریم. تشدیدگرها ممکن است پایدار یا ناپایدار باشند [۱]. فرض می‌کنیم که باریکه‌ای با شکل کلی از طرف مثلاً آینه ۱ وارد



شکل ۵.۵ (الف) تشدیدگر دو آینه‌ای کلی و (ب) ساختار راهنمای عدسی معادل با تشدیدگر شکل (الف).

کاواک شود و انتشار آن به جلو و عقب در داخل کاواک بررسی شود. این انتشار را می‌توان معادل انتشار در ساختار راهنمای عدسی تناوبی در شکل ۵.۵(ب) با همان باریکه که در یک جهت حرکت می‌کند، مثلاً در جهت مثبت محور z ، دانست. دقت کنید که فواصل کانونی f_1 و f_2 در شکل ۵.۵(ب) با رابطه شناخته شده $f_1 = R_1/2$ و $f_2 = R_2/2$ به شعاعهای انحنای R_1 و R_2 در شکل ۵.۵(الف) مرتبط‌اند. همچنین توجه کنید که میان بندهای ۱ و ۲ با قطر $2a_1$ و $2a_2$ به ترتیب پس از عدسیهای متناظر در شکل ۵.۵(ب) قرار می‌گیرند که گشودگی دو آینه در شکل ۵.۵(الف) را شبیه‌سازی کنند. اکنون اگر $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ را دامنه میدان مختلط باریکه در نقطه‌ای با ابعاد عرضی x_1 و y_1 روی میان‌بند ۱ در نظر بگیریم، به طوری که مختصات طولی آن $z = 0$ باشد، می‌توان دامنه میدان $\tilde{E}(x, y, 2L)$ را پس از یک تناوب راهنمای عدسی، یعنی در نقطه $z = 2L$ محاسبه کرد، به شرطی که $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ و هندسه راهنمای عدسی (یعنی کمیت‌های f_1, f_2, a_1, a_2, L) مشخص باشند. در این محاسبه، می‌توانیم مثلاً از معادله انتشار هویگنس-فرنل (بخش ۶.۴) استفاده کنیم. همان‌طور که در بخش ۲.۵.۵ خواهیم دید، محاسبه مقادیر محدود گشودگیهای $2a_1$ و $2a_2$ کمی مشکل است. با اضافه کردن عناصر اپتیکی اضافی (مثلاً اضافه کردن ردیفی از عدسی) در داخل کاواک شکل ۵.۵(الف)، محاسبه حتی مشکلتر خواهد شد. به‌طور کلی به علت خطی بودن معادله هویگنس-فرنل نسبت به دامنه‌های میدان، می‌توانیم بنویسیم

$$\tilde{E}(x, y, 2L) = [\exp(-2jkL)] \iint K(x, y; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1 \quad (۱.۲.۵)$$

که انتگرال دوگانه روی گشودگی ۱ در صفحه ورودی ($z = 0$) گرفته می‌شود و K تابعی از مختصات عرضی هر دو صفحات ورودی ($z = 0$) و خروجی ($z = 2L$) است و کرنل انتشار نامیده می‌شود. مثالهایی از این کرنل را در بخش ۲.۵.۵ ملاحظه خواهیم کرد. از معادله (۱.۲.۵) می‌بینیم که اگر $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ تابع دوبعدی δ دیراک باشد که در مرکز مختصات (x'_1, y'_1) قرار دارد، یعنی اگر $\tilde{E}(x_1, y_1, 0) = \delta(x_1 - x'_1, y_1 - y'_1)$ باشد، از معادله (۱.۲.۵)، داریم $\tilde{E}(x, y, 2L) = \exp(-2jkL) K(x, y; x'_1, y'_1)$. صرفنظر از ضریب فازی $\exp(-2jkL)$ ، کرنل $K(x, y; x'_1, y'_1)$ میدانی را در صفحه خروجی نشان می‌دهد که توسط چشمه نقطه‌ای شکل واقع در نقطه‌ای با مختصات (x'_1, y'_1) روی صفحه ورودی، ایجاد شده است.

به‌جای بررسی انتشار کلی باریکه در ساختار راهنمای عدسی شکل ۵.۵(ب)، اکنون باریکه‌ای را در نظر می‌گیریم که ساختار عرضی آن متناظر با ساختار مد کاواک شکل ۵.۵(الف) است. در این مورد، برای خود سازگاری، میدان باید شکل خود را پس از یک دوره تناوب راهنمای عدسی

مجدداً ایجاد کند. بخواهیم دقیقتر بگوییم الزام بر آن است که

$$\tilde{E}(x, y, \gamma L) = \bar{\sigma} \exp(-\gamma j k L) \tilde{E}(x, y, 0) \quad (2.2.5)$$

برقرار باشد، که ثابت $\bar{\sigma}$ غالباً عددی است مختلط، چون خود کرنل انتشار K تابعی مختلط است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$\bar{\sigma} = |\bar{\sigma}| \exp(j\phi) \quad (3.2.5)$$

که انتظار می‌رود دامنه $|\bar{\sigma}|$ به علت تضعیف ناشی از تلفات پراشی، کمتر از ۱ باشد. آنگاه فاز ϕ سهمی اضافی را در جابه‌جایی فاز رفت و بازگشت (یا تک تناوب راهنمای عدسی)، علاوه بر جابه‌جایی واضحی که وجود دارد، یعنی $-\gamma k L$ که ناشی از انتشار فضای آزاد موج تخت در فاصله γL است، به وجود می‌آورد. طبق معادلات (۲.۲.۵) و (۳.۲.۵) کل جابه‌جایی فاز تک‌تناوب خواهد شد

$$\Delta\phi = \gamma k L + \phi \quad (4.2.5)$$

اکنون اگر طرف راست معادله (۲.۲.۵) را جایگزین طرف چپ معادله (۱.۲.۵) کنیم، به دست می‌آوریم

$$\bar{\sigma} \tilde{E}(x, y, 0) = \iint K(x, y; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1 \quad (5.2.5)$$

که معادله انتگرال همگن نوع دوم فردهلم را نشان می‌دهد. ویژه‌جوابهای $\tilde{E}_{lm}(x, y, 0)$ (اگر وجود داشته باشد) توزیعیهای میدان را، پس از هر تناوب ساختار راهنمای عدسی در شکل ۵.۵ (ب) که خود-بازساز است، به دست می‌دهد. بنابراین این ویژه‌جوابها همچنین توزیعیهای میدان را روی گشودگی آینه برای مدهای کاواک شکل ۵.۵ (الف) نیز توصیف می‌کنند. هر جواب از مجموعه بینهایت ویژه‌حالتها با یک جفت اعداد صحیح l و m مشخص می‌شود. از این رو، ویژه‌مقدارهای متناظر را با $\bar{\sigma}_{lm}$ نشان می‌دهیم.

از بحث گذشته می‌بینیم که ویژه‌مقدارهای $\bar{\sigma}_{lm}$ چنان‌اند که $|\bar{\sigma}_{lm}|^2$ ضریبی را که شدت باریکه در نتیجه یک رفت و بازگشت دچار تغییر می‌شود، به دست می‌دهد. از آنجایی که این تغییر ناشی از تلفات پراشی است، باید داشته باشیم $|\bar{\sigma}_{lm}|^2 < 1$ ؛ کمیت

$$\gamma_{lm} = 1 - |\bar{\sigma}_{lm}|^2 \quad (6.2.5)$$

در این صورت کمتر اتلاف توان در یک رفت و بازگشت را در اثر پراش به دست می‌دهد. بنابراین طبق معادله (۴.۲.۵) می‌توان دید که $\Delta\phi_{lm} = -\gamma k L + \phi_{lm}$ جابه‌جایی فاز متناظر در یک

رفت و بازگشت است. اگر میدان خودبازساز باشد، الزام بر آن است که $\Delta\phi_{lm} = -2\pi n$ باشد، که n عددی است درست. بنابراین $-2kL + \phi_{lm} = -2\pi n$ به دست می‌آید، با جایگزینی $ik = 2\pi\nu/c$ بسامدهای تشدیدی کاواک را به صورت

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[n + \frac{\phi_{lm}}{2\pi} \right] \quad (۷.۲.۵)$$

به دست می‌آوریم. توجه کنید که صریحاً نشان داده‌ایم که این بسامدها به سه عدد صحیح m, l, n بستگی دارند. اعداد صحیح l و m مرتبه ویژه جوابها را در معادله (۵.۲.۵) نشان می‌دهند؛ عدد صحیح n کل جابه‌جایی فاز باریکه را پس از یک رفت و بازگشت در واحد 2π مشخص می‌کند (یعنی $n = -\Delta\phi_{lm}/2\pi$).

به عنوان نتیجه‌گیری: جواب معادله انتگرال (۵.۲.۵) از طریق ویژه‌جوابهای آن، یعنی \tilde{E}_{lm} ، میدان ویژه‌مدهای تمامی نقاط را در یک صفحه مفروض به دست می‌دهد؛ برای هر مد \tilde{E}_{lm} ، اندازه $|\tilde{\sigma}_{lm}|$ ویژه‌مقدار از طریق معادله (۶.۲.۵)، تلفات پراشی در یک رفت و بازگشت را ارائه می‌کند؛ در حالی که فاز ϕ_{lm} از طریق معادله (۷.۲.۵) بسامد تشدیدی متناظر را به دست می‌دهد.

۳.۵ طول عمر فوتون و Q کاواک

یک مد مفروض کاواک پایدار یا ناپایدار را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که تلفات دیگری بجز تلفات پراشی وجود دارند. به عنوان مثال می‌توانیم تلفات آینه‌ای را که همواره از واحد کوچکتر و ناشی از بازتابندگی آینه است داشته باشیم. همچنین در بعضی عناصر اپتیکی داخل کاواک می‌توانیم تلفات پراکندگی داشته باشیم. تحت این شرایط می‌خواهیم آهنگ فروافت انرژی را در یک مد مفروض کاواک محاسبه کنیم. برای این کار، فرض می‌کنیم I_0 شدت اولیه متناظر با دامنه میدان $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ در مختصات عرضی مفروض (x_1, y_1) است. اگر R_1 و R_2 بازتابندگیهای (توان) دو آینه و T_i کسر اتلاف داخلی در هر عبور ناشی از پراش و هر اتلاف دیگری باشد، شدت $I(t_1)$ در همان نقطه (x_1, y_1) در لحظه $t_1 = 2L/c$ یعنی پس از یک رفت و بازگشت خواهد شد

$$I(t_1) = R_1 R_2 (1 - T_i)^2 I_0. \quad (۱.۳.۵)$$

توجه کنید، از آنجایی که T_i را کسر اتلاف داخلی در هر عبور تعریف کردیم، شدت با ضریب $(1 - T_i)$ در یک عبور و از آن رو با ضریب $(1 - T_i)^2$ در دو عبور (رفت و بازگشت)، کاهش

می‌یابد. شدت در همان مختصات عرضی پس از m رفت و بازگشت، یعنی در زمان

$$t_m = \frac{2mL}{c} \quad (۲.۳.۵)$$

به صورت زیر خواهد شد

$$I(t_m) = [R_1 R_2 (\lambda - T_i)^2]^m I_0. \quad (۳.۳.۵)$$

اکنون $\phi(t)$ را تعداد کل فوتونها در مد مفروض کاواک در لحظه t در نظر می‌گیریم. از آنجایی که مد پس از هر رفت و بازگشت شکل خود را نگه می‌دارد، می‌توانیم $\phi(t) \propto I(t)$ قرار دهیم. سپس از معادله (۳.۳.۵) می‌توانیم بنویسیم

$$\phi(t_m) = [R_1 R_2 (\lambda - T_i)^2]^m \phi_0. \quad (۴.۳.۵)$$

که ϕ_0 تعداد فوتونهایی است که ابتدا در کاواک حضور داشتند. همچنین می‌توانیم قرار دهیم

$$\phi(t_m) = [\exp(-t_m/\tau_c)] \phi_0. \quad (۵.۳.۵)$$

که τ_c ثابتی مناسب است. در واقع مقایسه معادلات (۵.۳.۵) و (۴.۳.۵) با کمک معادله (۲.۳.۵) نشان می‌دهد که

$$\exp(-2mL/c\tau_c) = [R_1 R_2 (\lambda - T_i)^2]^m \quad (۶.۳.۵)$$

پس می‌بایم که τ_c مستقل از تعداد رفت و بازگشتهای m است و از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\tau_c = -\frac{2L}{c \ln[R_1 R_2 (\lambda - T_i)^2]} \quad (۷.۳.۵)$$

اکنون فرض کنیم که معادله (۵.۳.۵) نه تنها در لحظه t_m بلکه در هر لحظه t ($t > 0$) برقرار است. از این رو می‌توانیم بنویسیم

$$\phi(t) \cong \exp(-t/\tau_c) \phi_0. \quad (۸.۳.۵)$$

به این طریق درستی معادله (۱.۱.۵) برای میدان مد و هویت (۷.۳.۵) به عنوان رابطه‌ای برای طول عمر فوتون کاواک مورد تأیید قرار می‌گیرد. توجه کنید که معادله (۷.۳.۵) را می‌توان فوراً با کمک معادلات (۴.۲.۱) و (۶.۲.۱) به رابطه

$$\tau_c = \frac{L}{c\gamma} \quad (۹.۳.۵)$$

تبدیل کرد. بدین ترتیب می‌بینیم که طول عمر فوتون کاواک برابر است با زمان گذر $\tau_T = L/c$ باریکه در کاواک لیزر تقسیم بر اتلاف (لگاریتمی) کاواک، γ .

با محاسبه طول عمر فوتون، رفتار زمانی میدان الکتریکی را در هر نقطه در داخل تشدیدگر، طبق معادله (۱۰.۱.۵) و در تقریب اسکالر می‌توان به صورت $E(t) = \bar{E} \exp[(-t/2\tau_c) + j\omega t]$ نوشت، که ω بسامد زاویه‌ای مد است. سپس همین رفتار زمانی را می‌توان برای میدان موج خروجی که از طرف یک آینه و به علت تراگسیل محدود آینه، کاواک را ترک می‌کند به‌کار برد. اکنون اگر تبدیل فوریه این میدان را محاسبه کنیم، خواهیم دید که طیف توان نور گسیلیده دارای شکل خط لورنتسی است که پهنای خط (FWHM) آن از

$$\Delta\nu_c = \frac{1}{2\pi\tau_c} \quad (10.3.5)$$

به‌دست می‌آید.

مثال ۲.۵ محاسبه طول عمر فوتون کاواک. فرض می‌کنیم $R_1 = R_2 = R = 0.98$ و $T_i \cong 0$ است، از معادله (۷.۳.۵) به‌دست می‌آوریم که $\tau_T = 49.5\tau_c = \tau_T / [-\ln R] = \tau_c$ ، که τ_T زمان گذر فوتونها برای یک عبور در کاواک است. توجه کنید که طول عمر فوتون بسیار بلندتر از زمان گذر است (نتیجه نوعی برای کاواکهای با اتلاف پایین). اکنون اگر فرض کنیم $L = 90$ cm باشد، به‌دست می‌آوریم که $\tau_T = 3$ ns و $\tau_c \cong 150$ ns. ■

دقت کنید که طیف نور گسیلیده که به این طریق به‌دست می‌آید، با طیف تراگسیلی که در بخش ۵.۴ (برای تداخل سنج فابری-پرو که شکل آن لورنتسی نیست) نشان دادیم، در توافق نیست [معادله (۶.۵.۴) را ببینید]. مخصوصاً، وقتی رابطه $\Delta\nu_c$ را که در اینجا به‌دست آوردیم [معادله (۱۰.۳.۵) را ببینید] با معادله (۷.۳.۵) که در آن $T_i \cong 0$ در نظر گرفته می‌شود، ترکیب کنیم با آنچه که در بخش ۵.۴ به‌دست آمد منطبق نیست [معادله (۱۲.۵.۴) را با در نظر گرفتن $L' = L$ ببینید]. این تفاوت را می‌توان در تقریبی که برای معادله (۸.۳.۵) به‌کار برده شد ردیابی کرد. لیکن، از نظر عددی، تفاوت بین دو نتایج کاملاً کوچک است، مخصوصاً برای مقادیر بازتابندگی بالا که آن را در مثال ۳.۵ خواهیم دید. بنابراین از اینجا به بعد، فرض می‌کنیم که شکل خط کاواک لورنتسی است. با پهنایی که از (۱۰.۳.۵) به‌دست می‌آید و طول عمر فوتون کاواک از معادله (۷.۳.۵) به‌دست می‌آید.

پس از بحث طول عمر فوتون کاواک، اکنون ضریب کیفی کاواک یا ضریب Q را معرفی می‌کنیم و رابطه آن را با طول عمر فوتون به‌دست می‌آوریم. برای هر سیستم تشدیددی، و مخصوصاً

کاواک اپتیکی تشدیدی، ضریب Q کاواک را (که معمولاً به Q کاواک، خلاصه‌نویسی می‌شود) به صورت (انرژی اتلاف شده در یک چرخه نوسان) / (انرژی ذخیره شده) $Q = 2\pi \times$ تعریف می‌کنیم. بنابراین، مقدار Q بالای کاواک نشان‌دهنده تلفات پایین در سیستم تشدید می‌باشد. از آنجایی که در حالت مورد نظر، انرژی ذخیره شده $\phi h\nu$ است و انرژی اتلاف شده در یک چرخه $h\nu(-d\phi/dt)(1/\nu) = -hd\phi/dt$ به دست می‌آوردیم

$$Q = -\frac{2\pi\nu\phi}{(d\phi/dt)} \quad (۱۱.۳.۵)$$

بنابراین از معادله (۸.۳.۵) داریم

$$Q = 2\pi\nu\tau_c \quad (۱۲.۳.۵)$$

که با کمک معادله (۱۰.۳.۵) می‌توان آن را به شکل پیشنهادی تر

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu_c} \quad (۱۳.۳.۵)$$

تبدیل کرد. بنابراین ضریب Q کاواک را به صورت نسبت بسامد ν مد مفروض و پهنای خط $\Delta\nu_c$ آن تفسیر کرد.

مثال ۳.۵ پهنای خط یک کاواک تشدیدی. اگر مجدداً $R_1 = R_2 = 0.98$ و $T_i = 0$ را در نظر بگیریم، از معادلات (۱۰.۳.۵) و (۷.۳.۵) به دست می‌آوردیم که $\Delta\nu_c = 6.4307 \times 10^{-3} \times (c/2L)$ ، حالی که از معادله (۱۲.۵.۴)، $\Delta\nu_c = 6.4308 \times 10^{-3} \times (c/2L)$ ، به دست می‌آید. برای مورد خاص $L = 90$ cm، آن‌گاه $\Delta\nu_c \cong 1.1$ MHz، حتی برای بازتابندگی نسبتاً کم، $R_1 = R_2 = 0.5$ ، این تفاوت بزرگ نیست. در واقع از معادلات (۷.۳.۵) و (۱۰.۳.۵)، داریم $\Delta\nu_c = 0.225 \times (c/2L)$ ، در حالی که از معادله (۱۲.۵.۴)، $\Delta\nu_c = 0.221 \times (c/2L)$ ، است. مجدداً برای $L = 90$ cm، $\Delta\nu_c \cong 37.5$ MHz، به دست می‌آید. بنابراین به طور نمادین، $\Delta\nu_c$ از چند MHz تا چنددهه MHz تغییر می‌کند. ■

مثال ۴.۵ ضریب Q یک کاواک لیزری. طبق مثال ۲.۵، $\tau_c \cong 150$ ns در نظر گرفته می‌شود و فرض می‌کنیم $\nu \cong 5 \times 10^{14}$ Hz (یعنی، $\lambda \cong 630$ nm) است. از معادله (۱۲.۳.۵)، $Q = 4.7 \times 10^8$ به دست می‌آید. بنابراین مقادیر بسیار بالای Q در کاواک لیزری حاصل می‌شود که به آن معناست که در مدت یک چرخه نوسان، کسر بسیار کوچکی از انرژی تلف می‌شود. ■

۴.۵ شرط پایداری

ابتدا یک تشدیدگر دو آینه‌ای کلی (شکل ۶.۵) و پرتویی که نقطه P_0 واقع در صفحه β را در داخل تشدیدگر (مثلاً صفحه‌ای که در جلوی آینه ۱ است) ترک می‌کند، در نظر می‌گیریم. پس از بازتاب از روی آینه ۲ و ۱ این پرتو صفحه β را در نقطه‌ای مثل P_1 قطع خواهد کرد. اگر r_0 و r_1 مختصات عرضی P_0 و P_1 نسبت به محور تشدیدگر و r'_0 و r'_1 زوایایی باشند که پرتوهای مربوطه با محور می‌سازند، طبق معادله (۲.۲.۴) می‌توانیم بنویسیم

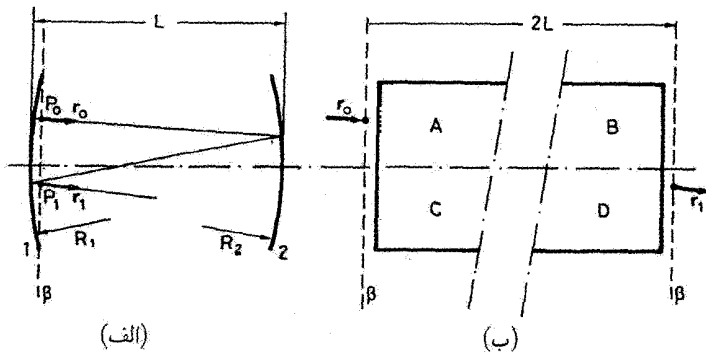
$$\begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix} \quad (۱.۴.۵)$$

که ماتریس $ABCD$ ، ماتریس رفت و بازگشت کاواک است. پس از یک رفت و بازگشت، پرتویی که نقطه $P_1(r_1, r'_1)$ را ترک می‌کند صفحه β را در نقطه $P_2(r_2, r'_2)$ قطع خواهد کرد که از

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^2 \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix} \quad (۲.۴.۵)$$

به دست می‌آید. بنابراین، پس از n بار رفت و بازگشت، نقطه $P_n(r_n, r'_n)$ از

$$\begin{vmatrix} r_n \\ r'_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix} \quad (۳.۴.۵)$$



شکل ۶.۵ (الف) تحلیل پایداری یک تشدیدگر دو آینه‌ای و (ب) تحلیل پایداری یک تشدیدگر کلی که با ماتریس $ABCD$ توصیف می‌شود.

به دست می‌آید. اگر تشدیدگر پایدار باشد، باید برای هر نقطه اولیه (r_0, r'_0) ، با افزایش n ، نقطه (r_n, r'_n) واگرا نشود. این به مفهوم آن است که ماتریس

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n$$

نباید با افزایش n واگرا شود.

این بررسی را می‌توان فوراً به تشدیدگر کلی که تبدیل پرتو رفت و بازگشت آن با یک ماتریس کلی $ABCD$ توصیف می‌شود، تعمیم داد، مثلاً تشدیدگر دو آینه‌ای که شامل سایر عناصر اپتیکی نظیر عدسی، تلسکوپ و نظایر آن باشد [شکل ۶.۵ (ب) را ببینید]. در این مورد هم لازم است که توان n ماتریس $ABCD$ با افزایش n واگرا نشود.

انتشار پرتو در هر دو تشدیدگر شکل ۶.۵، از یک صفحه β آغاز و به همان صفحه می‌انجامد که بدان معناست که ضریب شکست برای هر دو پرتو ورودی r_0 و خروجی r_1 یکی است. از اینجا نتیجه می‌گیریم که مقدار دترمینان ماتریس $ABCD$ برابر با واحد است. نظریه محاسبه ماتریس [۲] که بعضی مواقع نظریه سیلوستر^۱ گفته می‌شود نشان می‌دهد که اگر زاویه θ را با رابطه زیر تعریف کنیم

$$\cos \theta = (A + D)/2 \quad (۴.۴.۵)$$

خواهیم داشت

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n = \frac{1}{\sin \theta} \begin{vmatrix} A \sin n\theta - \sin(n-1)\theta & B \sin n\theta \\ C \sin n\theta & D \sin n\theta - \sin(n-1)\theta \end{vmatrix} \quad (۵.۴.۵)$$

معادله (۵.۴.۵) نشان می‌دهد که اگر θ یک کمیت حقیقی باشد، ماتریس با توان n ، واگرا نخواهد شد. در حقیقت اگر θ عددی مختلط باشد، مثلاً به صورت $\theta = a + jb$ ، جملاتی که در معادله (۵.۴.۵) با مثلاً $\sin n\theta$ متناسب است را می‌توان به صورت

$$\sin n\theta = [\exp(jn\theta) + \exp(-jn\theta)]/2j = [\exp(jna - nb) + \exp(-jna + nb)]/2j$$

نوشت. بدین ترتیب کمیت $\sin n\theta$ دارای جمله‌ای است که با n به صورت نمایی افزایش می‌یابد، مثلاً جمله $[\exp(-jna + nb)]/2j$ برای $b > 0$ و لذا ماتریس با توان n با افزایش n واگرا

می‌شود. بنابراین برای آنکه تشدیدگر پایدار باشد، باید θ حقیقی باشد. طبق معادله (۴.۴.۵) این به مفهوم آن است که

$$-1 < \left(\frac{A+D}{2} \right) < 1 \quad (۶.۴.۵)$$

معادله (۶.۴.۵) شرط پایداری تشدیدگر کلی شکل ۶.۵ (ب) را نشان می‌دهد. در مورد تشدیدگر دو آینه‌ای شکل ۶.۵ (الف)، می‌توانیم با محاسبه ماتریس $ABCD$ متناظر، یک قدم پا را فراتر بگذاریم. یادآور می‌شویم که ماتریس کلی مفروض با ضرب تک‌تک ماتریسهای عناصر اپتیکی که توسط باریکه قطع می‌شوند، به دست می‌آیند. در این مورد ماتریسها را به ترتیب عکس مسیری که پرتو از عناصر متناظر می‌گذرد می‌نویسیم. بنابراین ماتریس $ABCD$ از ضرب ماتریسهای ردیف شده زیر به دست می‌آید: بازتاب از آینه ۱، انتشار فضای آزاد از آینه ۱ به آینه ۲، بازتاب از آینه ۲، انتشار فضای آزاد از آینه ۲ به آینه ۱. با کمک جدول ۱.۴، داریم

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (۷.۴.۵)$$

پس از ضرب ماتریسها در معادله (۷.۴.۵)، به دست می‌آید

$$\frac{A+D}{2} = 1 - \frac{2L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{2L^2}{R_1 R_2} \quad (۸.۴.۵)$$

معادله (۸.۴.۵) به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$\frac{A+D}{2} = 2 \left[1 - \left(\frac{L}{R_1} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{L}{R_2} \right) \right] - 1 \quad (۹.۴.۵)$$

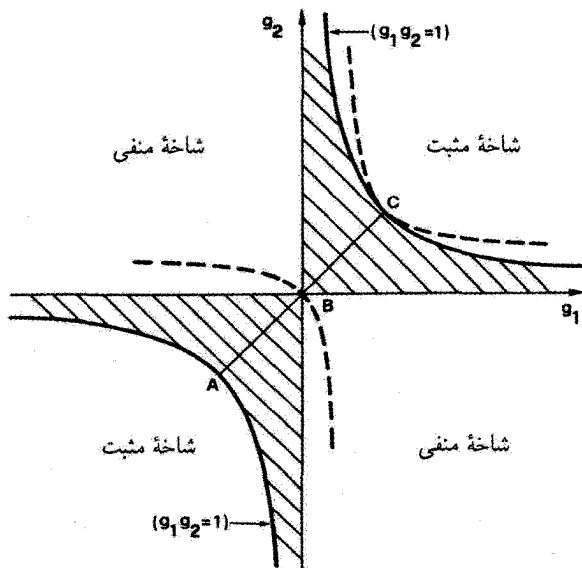
اکنون متداول آن است که دو کمیت بدون بعد برای کاواک تعریف کنیم و آنها را پارامترهای g_1 و g_2 بنامیم

$$g_1 = 1 - \left(\frac{L}{R_1} \right) \quad (الف) \quad (۱۰.۴.۵)$$

$$g_2 = 1 - \left(\frac{L}{R_2} \right) \quad (ب) \quad (۱۰.۴.۵)$$

براساس این پارامترها، شرط پایداری [معادله (۶.۴.۵)]، با کمک معادله (۹.۴.۵) به رابطه بسیار ساده زیر تبدیل می‌شود

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (۱۱.۴.۵)$$



شکل ۷.۵ نمودار پایداری (g_1, g_2) برای تشدیدگر کروی کلی. قسمتهای هاشورزده مرتبط با ناحیه پایدار است. منحنی خط چین به تشدیدگرهای هم‌کانونی ممکن مربوط می‌شود.

شرط پایداری (۱۱.۴.۵) را می‌توان به راحتی در صفحه (g_1, g_2) نمایش داد (شکل ۷.۵). برای این منظور در شکل ۷.۵ دو شاخه سهمی متناظر با معادله $g_1 g_2 = 1$ (منحنیهای پیوسته) را ترسیم می‌کنیم. از آنجایی که شرط دیگر محدودکننده در معادله (۱۱.۴.۵)، یعنی $g_1 g_2 = 0$ نشان می‌دهد که باید $g_1 = 0$ یا $g_2 = 0$ باشد، نواحی پایداری در صفحه (g_1, g_2) مربوط به ناحیه هاشورزده در شکل خواهد بود. دسته جالب توجه خاص تشدیدگرهای دو آینه‌ای با نقطه‌ای روی خط مستقیم AC که با محور g_1 و g_2 زاویه 45° می‌سازد، نشان داده شده‌اند. این خط مربوط به تشدیدگرهایی است که آینه‌های آن شعاع انحنای یکسان دارند (تشدیدگرهای متقارن). به‌عنوان مثالهایی از این تشدیدگرهای متقارن، می‌بینیم آنهایی که به نقاط A, B, C شکل مربوط‌اند، به ترتیب تشدیدگرهای هم‌مرکزی، هم‌کانونی و صفحه‌موازی هستند.

باید ذکر کرد که سه تشدیدگری که به نقاط A, B, C ، و به‌طور کلی تشدیدگرهایی که با شرطهای $g_1 g_2 = 0$ یا $g_1 g_2 = 1$ توصیف می‌شوند روی مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار قرار دارند. در این تشدیدگرها، تنها پرتوهای خاصی، مثلاً پرتوهای عمود بر آینه‌های تخت در شکل ۱.۵ (الف)، در مدت انتشار واگرا نمی‌شوند. بنابراین دلیل، این تشدیدگرها را نیز به‌طور حاشیه‌ای پایدار می‌گویند. بنابراین شرطهای $g_1 g_2 = 0$ یا $g_1 g_2 = 1$ به وضعیت به‌طور حاشیه‌ای پایدار مربوط می‌شود.

۵.۵ تشدیدگرهای پایدار

برای ساده کردن تحلیل، ابتدا تشدیدگری بدون روزنه محدودکننده را مورد توجه قرار می دهیم. سپس اثرات یک روزنه متناهی را به طور خلاصه بررسی می کنیم.

۱.۵.۵ تشدیدگرهای با روزنه نامتناهی

با مراجعه به شکل ۶.۵ (ب) برای تشدیدگر کلی و (الف) ۶.۵ (الف) برای تشدیدگر دو آینه ای، فرض می کنیم که روزنه ای در کار نیست، یعنی a_1 و a_2 را در شکل ۵.۵ (الف) بینهایت می گیریم [۳، ۴]. توزیع میدان $u(x, y, z)$ را پس از یک رفت و بازگشت کاواک در شکل ۵.۵ (الف) یا پس از یک تناوب سیستم راهنمای عدسی در شکل ۵.۵ (ب)، یعنی در $z = 2L$ ، می توان از معادله (۹.۶.۴) با $z_1 = 0$ به دست آورد، که ماتریس $ABCD$ ، ماتریس یک رفت و بازگشتی (یا یک تناوبی) است. اگر در صفحه $z_1 = 0$ در نظر بگیریم که $\tilde{E}(x_1, y_1, 0) = u(x_1, y_1, 0)$ ، در تقریب پیرامحوری و طبق معادله (۴.۶.۴)، می توانیم بنویسیم $\tilde{E}(x, y, 2L) = u(x, y, 2L) \exp(-2jkL)$. با قراردادن رابطه $u(x, y, z)$ که از (۹.۶.۴) به دست می آید در این رابطه، به دست می آوریم

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y, 2L) = \exp(-2jkL) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{j}{B\lambda} \right) \\ \exp -jk \left[\frac{A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - (2x_1x + 2y_1y)}{2B} \right] \\ \times \tilde{E}(z_1, y_1, 0) dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (1.5.5)$$

مقایسه معادلات (۱.۲.۵) و (۱.۵.۵) نشان می دهد که در این مورد کرنل انتشار، $K(x, y; x_1, y_1)$ از رابطه زیر به دست می آید

$$K = \left(\frac{j}{B\lambda} \right) \exp -jk \left[\frac{A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - (2x_1x + 2y_1y)}{2B} \right] \quad (\text{الف } 1.5.5)$$

همان طوری که در بخش ۷.۴ توضیح داده شد، جواب پایینترین مرتبه گاوسی، معادله (۱.۵.۷.۴)، و جواب عمومی مرتبه بالاتر، معادله (۳.۰.۷.۴)، ویژه جوابهای معادله انتشار (۹.۶.۴) هستند، مشروط بر آنکه در داخل سیستم اپتیکی که با ماتریس مفروض $ABCD$ توصیف می شود، روزنه ای وجود نداشته باشد. برای اینکه ویژه جوابهای هرمیت-گاوسی توزیع میدان مدهای کاواک را توصیف کند، لازم است باریکه پس از یک رفت و بازگشت خود را مجدداً تکرار کند. این بدان معناست که اگر

q_1 پارامتر مختلط باریکه گاوسی باشد که صفحه β را در مقابل آینه ۱ ترک می‌گوید [مثلاً در شکل ۸.۵(الف)]، پارامتر مختلط باریکه، q پس از یک رفت و بازگشت باید برابر با q_1 باشد. از قانون $ABCD$ انتشار باریکه گاوسی [معادله (۴.۷.۴)] و با قرار دادن $q_1 = q$ ، می‌رسیم به

$$q = \frac{Ag + B}{Cq + D} \quad (۲.۵.۵)$$

یعنی پارامتر q باید در معادله درجه دوم زیر صدق کند

$$Cq^2 + (D - A)q - B = 0 \quad (۳.۵.۵)$$

از آنجایی که q باید کمیتی مختلط باشد، جواب استاندارد معادله درجه دوم نشان می‌دهد که مبین معادله (۳.۵.۵) باید منفی شود، یعنی:

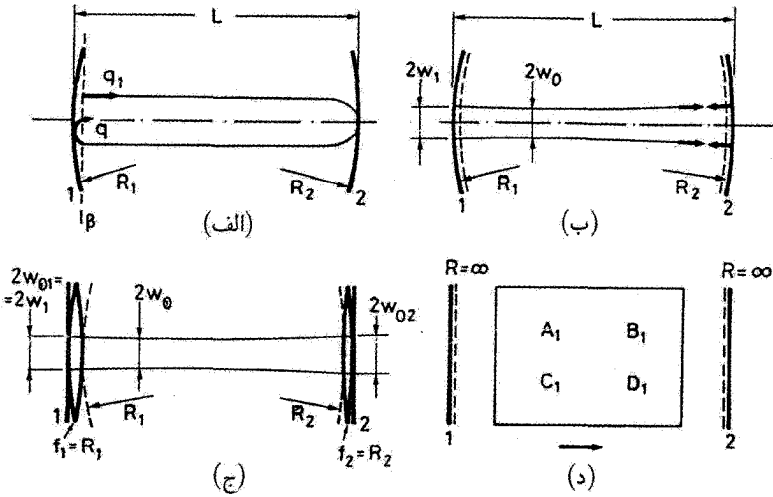
$$(D - A)^2 + 4BC < 0 \quad (۴.۵.۵)$$

ولی، از آنجایی که $AD - BC = 1$ ، از معادله (۴.۵.۵) به دست آوریم $4 < (D + A)^2$ ، یعنی همان شرطی که با معادله (۶.۴.۵) ارائه شد. این بدان معناست که جواب باریکه گاوسی را تنها برای تشدیدگرهای پایدار می‌توان یافت یا به صورتی دیگر، تمامی تشدیدگرهای پایدار با روزه نامتناهی (بینهایت) دارای مدهایی هستند که با جواب کلی هرمیت-گاوسی در معادله (۳.۷.۴) توصیف می‌شوند.

۱.۱.۵.۵ ویژه‌مدها

ابتدا تشدیدگر دو آینه‌ای شکل ۸.۵(الف) را در نظر می‌گیریم. به منظور یافتن رابطه‌ای برای توزیع دامنه مختلط $u(x, y, z)$ ، مثلاً روی آینه ۱، باید پارامتر مختلط باریکه q را که از حل معادله (۳.۵.۵) با استفاده از مقادیر عناصر ماتریس A, B, C, D به دست می‌آید، محاسبه کنیم. با محاسبه پارامتر q ، قسمتهای حقیقی و موهومی $1/q$ را به دست می‌آوریم. با این مقادیر و با استفاده از معادله (۸.۷.۴)، اندازه لکه w و شعاع انحنای R جبهه موج در یک وضعیت مفروض به دست می‌آید. به همین ترتیب w و R را در هر وضعیت در داخل تشدیدگر شامل آینه ۲ محاسبه می‌کنیم [شکل ۸.۵(ب)]. برای این محاسبه بهتر است که تشدیدگر شکل ۸.۵(ب) را به تشدیدگر شکل ۸.۵(ج) تبدیل کنیم، که در آن آینه کروی با شعاع R_1 جایش را مثلاً با ترکیبی از یک آینه تخت و یک عدسی نازک با فاصله کانونی $f_1 = R_1$ عوض کرده است.^۱ سپس می‌بینیم که

۱. اینکه یک عدسی معادل با فاصله کانونی $f_1 = R_1$ را در نظر می‌گیریم، در حالی که فاصله کانونی معادل در



شکل ۸.۵ (الف) محاسبه پارامتر q برای تشدیدگر دو آینه‌ای، (ب) اندازه لکه و سطوح هم‌فاز در یک تشدیدگر دو آینه‌ای، (ج) تبدیل یک تشدیدگر دو آینه‌ای به یک تشدیدگر با آینه‌های تخت انتهایی، و (د) تشدیدگر کلی با دو آینه تخت انتهایی.

تشدیدگر شکل ۸.۵ (ج) به یک دسته کلی از تشدیدگرها تعلق دارد که شامل دو آینه تخت است و دربرگیرنده عناصر اپتیکی است که ماتریس انتشار تک‌عبور آن از آینه ۱ به آینه ۲ با عناصر ماتریس A_1, B_1, C_1, D_1 نشان داده می‌شوند.

برای یافتن q از معادله (۳.۵.۵) باید ماتریس رفت و بازگشت را برای تشدیدگر کلی در شکل ۸.۵ (د) محاسبه کنیم. برای این منظور، یادآور می‌شویم که طبق معادله (۱۷.۲.۴)، ماتریس یک تک‌عبور بازگشتی، یعنی انتشار از آینه ۲ به آینه ۱، با عوض کردن عناصر A_1 و D_1 از ماتریس $A_1 B_1 C_1 D_1$ به دست می‌آید. ماتریس آینه تخت را می‌توان به سادگی از ماتریس آینه کروی با قراردادن $R \rightarrow \infty$ به دست آورد (جدول ۱.۴ را ببینید). بنابراین ماتریس آینه تخت یک ماتریس واحد خواهد شد:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

ساختار راهنمای عدسی $f_1 = R_1/2$ است [شکل ۵.۵ (ب)]، ممکن است باعث سردرگمی شود. ولی توجه کنید که در اثر بازتاب روی آینه تخت شکل ۸.۵ (ج)، عدسی f_1 در شکل دو بار توسط باریکه قطع می‌شود، بنابراین اثر آن معادل با یک تک‌عدسی است که فاصله کانونی کلی آن $f_1/2$ است.

با شروع از آینه ۱، ماتریس رفت و بازگشت خواهد شد

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_1 & B_1 \\ C_1 & A_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2A_1D_1 - 1 & 2B_1D_1 \\ 2A_1C_1 & 2A_1D_1 - 1 \end{vmatrix} \quad (5.5.5)$$

از معادله (۵.۵.۵) می‌بینیم که $A = D$ ، سپس از معادله (۳.۵.۵) به دست خواهیم آورد

$$q = q_1 = j\sqrt{-\frac{B}{C}} = j\sqrt{-\frac{B_1D_1}{A_1C_1}} \quad (6.5.5 \text{ الف})$$

می‌توانیم نشان دهیم که شرط پایداری [معادله (۶.۴.۵)] ایجاب می‌کند که $B_1D_1/A_1C_1 < 0$ باشد. این به مفهوم آن است که q_1 کاملاً موهومی است، یعنی، سطح هم‌فاز درست در جلوی آینه ۱ [شکلهای ۸.۵ (ج-د)] را ببینید یک سطح تخت است. با شروع از آینه ۲ می‌توان همین استدلال را تکرار کرد

$$q_2 = j\sqrt{-\frac{A_1B_1}{C_1D_1}} \quad (6.5.5 \text{ ب})$$

از آنجایی که

$$\frac{A_1B_1}{C_1D_1} = \left(\frac{A_1}{D_1}\right)^2 \left(\frac{B_1D_1}{A_1C_1}\right) < 0$$

q_2 نیز موهومی است، و جبهه موج روی آینه ۲ باز هم تخت است. این بدان معناست که شعاع انحنای جبهه موج، پس از عدسی f_1 در شکل ۸.۵ (ج) یا در جلوی آینه ۱ در شکل ۸.۵ (ب) برابر است با R_1 ؛ همین استدلال برای آینه ۲ به کار می‌رود. بنابراین به این نتیجه کلی خواهیم رسید که سطح هم‌فاز روی آینه کاواک همواره بر سطح آینه منطبق است. این نتیجه‌گیری را می‌توان از شکل ۸.۵ (ب)، که میدان متناظر با ویژه‌مد مفروض به صورت برهم‌نهی امواج پیشرونده در نظر گرفته می‌شود، درک کرد. موج پیشرونده به طرف راست در شکل ۸.۵ (ب) (که با پیکانهایی از چپ به راست نشان داده شده است) پس از بازتاب روی آینه ۲، باید به موج پیشرونده به طرف چپ (که در شکل با پیکانهایی از راست به چپ نشان داده شده است) تبدیل شود. از دیدگاه اپتیک هندسی، این امر نشان‌دهنده آن است که انتشار پرتوها روی آینه ۲ باید بر سطح آینه عمود باشد. و لذا جبهه موج که همواره عمود بر این پرتوهاست، باید بر سطح آینه در محل استقرار آینه منطبق شود.

نتایج کلی معادله (۶.۵.۵) را اکنون می‌توان به تشدیدگر دو آینه‌ای اختصاص داد. با مراجعه به شکل ۸.۵(ج)، می‌بینیم که در انتشار از آینه ۱ به سمت آینه ۲، باریکه از عدسی f_1 عبور می‌کند، سپس از یک فضای خالی به طول L و پس از آن از عدسی f_2 گذر می‌کند. به این ترتیب ماتریس A_1, B_1, C_1, D_1 ، با ضرب ماتریسهای متناظر که ترتیب نوشتن آنها عکس ترتیب انتشار است، به سادگی به دست می‌آید. با استفاده از ماتریسهای جدول ۱.۴، چندان مشکل نخواهد بود که نشان دهیم

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g_1 & L \\ -(1 - g_1 g_2)/L & g_2 \end{vmatrix} \quad (7.5.5)$$

که g_1 و g_2 از معادله (۱۰.۴.۵) به دست می‌آید. از معادله (۶.۵.۵) با کمک (۸.۷.۴) و (۷.۵.۵) به دست می‌آید که

$$w_1 = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)} \right]^{1/4} \quad (\text{الف } 8.5.5)$$

به همین ترتیب، با شروع از معادله (۶.۵.۵)، داریم

$$w_2 = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)} \right]^{1/4} \quad (\text{ب } 8.5.5)$$

که می‌توانستیم آن را مستقیماً از معادله (الف ۸.۵.۵) با عوض کردن زیرنویسهای ۱ و ۲ به دست آوریم. با شروع از اندازه لکه $w_{01} = w_1$ در شکل ۸.۵(ج)، آنگاه اندازه لکه w_0 را در کمر باریکه با استفاده از معادله (۲۷.۷.۴) با $f = f_1$ و $w_{02} = w_0$ محاسبه می‌کنیم. خواهیم داشت

$$w_0 = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} \right]^{1/4} \quad (9.5.5)$$

مجدداً با دانستن اندازه لکه w_1 روی آینه ۱، می‌توانیم فاصله کمر از آینه را با استفاده از رابطه z_m که با معادله (۲۶.۷.۴) داده می‌شود، و با جایگذاریهای $f = f_1 = R_1$ و $f = f_1 = R_1$ ، $z_{R_1} = \pi w_{01}^2 / \lambda$ به دست آوریم.

در یک تشدیدگر متقارن، داریم $R_1 = R_2 = R$ و $g_1 = g_2 = g = 1 - (L/R)$ هر

دو معادلات (۸.۵.۵ الف) و (۸.۵.۵ ب) به یک معادله

$$w = \left(\frac{L\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{1-g_2}\right)^{1/4} \quad (10.5.5 \text{ الف})$$

کاهش می‌یابند، در حالی که معادله (۹.۵.۵) به دست می‌دهد

$$w_0 = \left(\frac{L\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left[\frac{1+g}{4(1-g)}\right]^{1/4} \quad (10.5.5 \text{ ب})$$

مثال ۵.۵ اندازه‌های لکه برای تشدیدگرهای متقارن. اولین مورد بررسی تشدیدگر هم‌کانونی ($g = 0$) است. از معادلات (۱۰.۵.۵ الف-ب) به ترتیب خواهیم داشت

$$w_c = \left(\frac{L\lambda}{\pi}\right)^{1/2}, \quad w_{oc} = \left(\frac{L\lambda}{2\pi}\right)^{1/2} \quad (11.5.5)$$

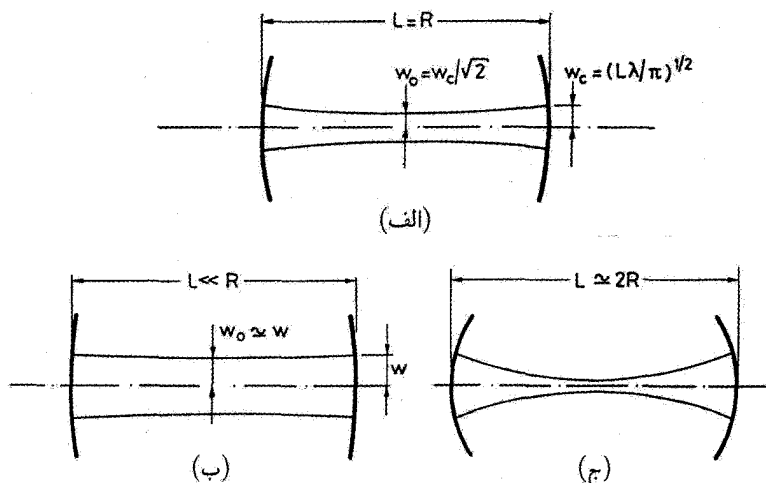
که شاخص پایین c برای نشان دادن تشدیدگر هم‌کانونی است. معادله (۱۱.۵.۵) نشان می‌دهد که اندازه لکه در کمر باریکه در این مورد به اندازه ضریب $\sqrt{2}$ کوچکتر از اندازه لکه روی آینه‌هاست [شکل ۹.۵ الف]. برای تشدیدگر نزدیک صفحه-موازی، یعنی وقتی $R \gg L$ است، می‌توانیم بنویسیم $\varepsilon = 1 - g$ ، که ε کمیتی کوچک و مثبت است. با چشمپوشی از جملات مرتبه بالاتر ε ، معادله (۱۰.۵.۵) به دست می‌دهد که

$$\left(\frac{w_{np}}{w_c}\right) \cong \left(\frac{w_{onp}}{w_c}\right) \cong \left(\frac{1}{2\varepsilon}\right)^{1/4} \quad (12.5.5)$$

شاخص پایین np برای نشان دادن تشدیدگر نزدیک صفحه-موازی است و اندازه‌های لکه آن به اندازه لکه تشدیدگر هم‌کانونی بهنجار شده است. معادله (۱۲.۵.۵) نشان می‌دهد که تا مرتبه اول، دو اندازه لکه برابرند؛ بنابراین اندازه لکه در طول تشدیدگر تقریباً ثابت است [شکل ۹.۵ ب]. برای تشدیدگر نزدیک هم‌مرکزی، یعنی وقتی $L \cong 2R$ است، به همین طریق می‌نویسیم، $g = -1 + \varepsilon$ ، که باز هم ε کمیتی کوچک و مثبت است. با چشمپوشی از جملات مرتبه بالاتر ε ، معادله (۱۰.۵.۵) به دست می‌دهد که

$$\left(\frac{w_{nc}}{w_c}\right) = \left(\frac{1}{2\varepsilon}\right)^{1/4}, \quad \left(\frac{w_{onc}}{w_c}\right) = \left(\frac{\varepsilon}{\lambda}\right)^{1/4} \quad (13.5.5)$$

شاخص پایین nc نشان‌دهنده تشدیدگر نزدیک هم‌مرکزی است. معادله (۱۳.۵.۵) نشان می‌دهد که اندازه لکه آینه، برحسب تابعی از ε از همان رابطه‌ای تبعیت می‌کند که برای تشدیدگر نزدیک



شکل ۹.۵ رفتار اندازه لکه در تشدیدگرهای متقارن: (الف) هم‌کانونی، (ب) نزدیک صفحه‌موازی، و (ج) نزدیک هم‌مرکزی.

صفحه‌موازی به دست آوریم. لیکن، اندازه لکه در کمر باریکه اکنون بسیار کوچکتر است و با کاهش مقدار ε کاهش می‌یابد. رفتار اندازه لکه در طول تشدیدگر در شکل ۹.۵ (ج) نشان داده شده است. از نظر عددی، اگر $L = 1 \text{ m}$ و $\lambda = 514 \text{ nm}$ (یکی از طول موجهای لیزر آرگون) باشد، برای یک تشدیدگر هم‌کانونی داریم $w_c \cong 0.4 \text{ mm}$. اکنون اگر یک تشدیدگر نزدیک صفحه موازی را در نظر بگیریم و هنوز هم $L = 1 \text{ m}$ و $\lambda = 514 \text{ nm}$ باشد، برای $R = 10 \text{ m}$ خواهیم داشت $g = 0.9$ ؛ از معادله (۱۰.۵.۵)، به دست می‌آوریم که $w_0 \cong 0.59 \text{ mm}$ و $w \cong 0.61 \text{ mm}$.
 توجه کنید که در هر حالت مقادیر نسبتاً کوچکی از اندازه لکه باریکه را خواهیم داشت. ■

۲.۱.۵.۵ ویژه‌مقادیر

مقایسه معادله (۲۹.۷.۴) با (۳۰.۷.۴) نشان می‌دهد که اگر ماتریس $ABCD$ متناظر با ماتریس رفت و بازگشت کاواک باشد و اگر $q = q_1$ قرار دهیم، دامنه میدان $u(x, y, zL)$ پس از یک رفت و بازگشت برابر خواهد بود با میدان اولیه ($u(x_1 = x, y_1 = y, z_1 = 0)$ ، بجز برای ضریب دامنه $1/[A + (B/q)]^{1+l+m}$. طبق رابطه (۲.۲.۵)، نتیجه می‌گیریم که

$$\tilde{\sigma}_{lm} = \frac{1}{[A + (B/q)]^{1+l+m}} \quad (14.5.5)$$

از معادله (۳.۵.۵) می‌بینیم که از آنجایی که $A = D$ است، داریم

$$q = j\sqrt{-B/C} \quad (۱۵.۵.۵)$$

اکنون اگر بنویسیم

$$\sigma^{-1} = A + \left(\frac{B}{q}\right) \quad (۱۶.۵.۵)$$

از معادله (۱۶.۵.۵) و با کمک معادله (۱۵.۵.۵)، به دست می‌آوریم

$$|\sigma^{-1}|^2 = A^2 - BC = AD - BC = ۱$$

آن‌گاه از معادله (۱۴.۵.۵) نتیجه می‌شود که قدرمطلق (اندازه) σ_{lm} نیز برابر با واحد است، و طبق معادله (۶.۲.۵) اتلاف پراشی γ_{lm} حذف می‌شود. این نتیجه را از تحلیل مان انتظار داریم، چون در آغاز قید کردیم که روزه‌های محدودکننده در سیستم وجود ندارد [شکل ۸.۵(د)] و مخصوصاً تشدیدگر دو آینه‌ای را با اندازه بینهایت آینه در نظر گرفتیم [شکل ۸.۵(ج)].
به منظور رسیدن به رابطه‌ای برای فاز ویژه مقدار σ_{lm} ، می‌توانیم بنویسیم

$$\sigma^{-1} = \exp(-j\phi) \quad (۱۷.۵.۵)$$

از معادلات (۱۶.۵.۵) و (۱۷.۵.۵) و به کمک معادلات (۵.۵.۵) و (۱۵.۵.۵)، به دست می‌آوریم

$$\cos \phi = A = 2A_1 D_1 - 1 \quad (الف ۱۸.۵.۵)$$

$$\sin \phi = B\sqrt{-C/B} = 2B_1 D_1 \sqrt{-A_1 C_1 / B_1 D_1} \quad (ب ۱۸.۵.۵)$$

در معادله (ب ۱۸.۵.۵) می‌بینیم که برای $0 < \phi < \pi$ ، $B_1 D_1 > 0$ است و برای $0 < \phi < \pi$ ، $B_1 D_1 < 0$ است. از معادله (الف ۱۸.۵.۵) می‌رسیم به

$$\cos^2(\phi/2) = \frac{(1 + \cos \phi)}{2} = A_1 D_1$$

و از آن‌رو

$$\phi = 2 \cos^{-1}(\pm \sqrt{A_1 D_1}) \quad (۱۹.۵.۵)$$

که علامتهای مثبت یا منفی بستگی به این دارد که $B_1 D_1$ مثبت یا منفی باشد. از معادلات (۱۴.۵.۵)،

$\bar{\sigma}_{lm} = \exp j(\lambda + l + m)\phi = \exp(j\phi_{lm})$ می‌آوریم (۱۷.۵.۵) و (۱۶.۵.۵) به دست می‌آید یعنی $\phi_{lm} = (\lambda + l + m)\phi$ از معادله‌های (۷.۲.۵) و (۱۹.۵.۵) به دست می‌آید

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[n + \frac{(\lambda + l + m)}{\pi} \cos^{-1}(\pm \sqrt{A_1 D_1}) \right] \quad (20.5.5)$$

که علامتهای + یا - بستگی به آن دارد که $B_1 D_1$ مثبت یا منفی باشد.

برای مورد خاص تشدیدگری دو آینه‌ای، عناصر ماتریس A_1 و D_1 از معادله (۷.۵.۵) به دست می‌آید. آن‌گاه معادله (۲۰.۵.۵) به معادله

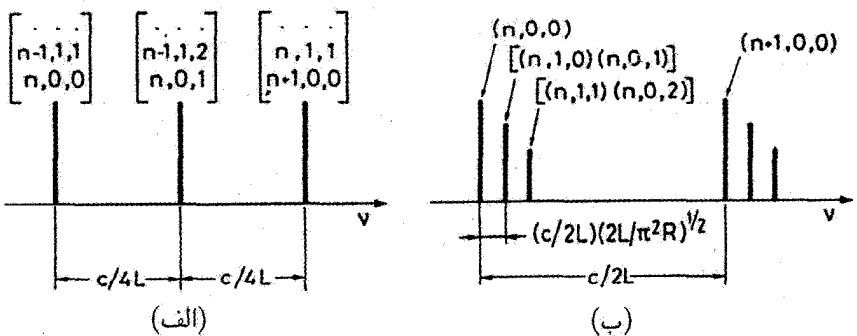
$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[n + \frac{(\lambda + l + m)}{\pi} \cos^{-1}(\pm \sqrt{g_1 g_2}) \right] \quad (21.5.5)$$

تبدیل می‌شود. طبق معادله (۷.۵.۵) علامتهای + یا - بستگی به آن دارد که g_2 (و لذا g_1) مثبت یا منفی باشد.

مثال ۶.۵ طیف بسامدی یک تشدیدگر هم‌کانون. برای یک تشدیدگر متقارن هم‌کانونی ($g_1 = g_2 = 0$)، از معادله (۲۱.۵.۵)، به دست می‌آوریم

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} [2n + (\lambda + l + m)] \quad (22.5.5)$$

طیف بسامدی متناظر را در شکل ۱۰.۵ (الف) نشان داده‌ایم. می‌بینیم که مدهایی که دارای یک مقدار $2n + l + m$ هستند دارای یک بسامد هستند (با وجودی که آنها به آرایشهای فضایی متفاوت تعلق دارند). این مدها را واگنی بسامدی می‌نامند. فاصله بسامدی بین دو مد متوالی



شکل ۱۰.۵ (الف) طیف مدی تشدیدگر هم‌کانونی و (ب) طیف مدی تشدیدگر نزدیک صفحه-موازی.

اکنون از $c/4L$ به دست می‌آید. ولی چنین مدهای متوالی باید مقادیر (l, m) متفاوتی داشته باشند؛ به این ترتیب $c/4L$ ، متناظر با اختلاف بسامدی بین دو مدّ عرضی متوالی است [مثلاً $(n, 0, 0) \rightarrow (n, 0, 1)$]. از طرف دیگر فاصلهٔ بسامدی بین دو مدّ با یک مقدار (l, m) ، (مثلاً مدّ TEM₀) که در n یک واحد اختلاف دارند (یعنی فاصلهٔ بسامدی بین مدهای طولی کنار هم)، همان $c/2L$ است و این همان فاصلهٔ بسامدی در تشدیدگر صفحه-موازی است. ■

مثال ۷.۵ طیف بسامدی تشدیدگر متقارن و نزدیک صفحه-موازی. در این مورد $g_1 = g_2 = 1 - (L/R)$ است، که در آن $L/R \ll 1$ یعنی g مثبت و قدری از واحد کوچکتر است. بر طبق آن،

$$\cos^{-1} g = \cos^{-1} [1 - (L/R)] \cong (\sqrt{2L/R})^{1/2}$$

و معادلهٔ (۲۱.۵.۵) می‌شود

$$v_{lmm} = \frac{c}{\sqrt{2L}} \left[n + \frac{(1 + l + m)}{\pi} \left(\frac{\sqrt{2L}}{R} \right)^{1/2} \right] \quad (23.5.5)$$

طیف متناظر با آن در شکل ۱۰.۵ (ب) نشان داده شده است. توجه کنید که فاصلهٔ بسامدی بین مدهای متوالی طولی مجدداً $c/2L$ است، در حالی که اختلاف بسامدی بین دو مدّ عرضی متوالی $(c/2L)(2L/\pi^2 R)^{1/2}$ خواهد شد. ■

۳.۱.۵.۵ امواج ساکن و پیشرونده در تشدیدگر دو آینه‌ای

به دنبال بحث بخش ۱.۱.۵.۵ و ۲.۱.۵.۵ دربارهٔ اندازه‌های لکه و بسامدهای تشدیدی در تشدیدگر کلی، اکنون به رفتار متناظر مدّ در طول کاواک لیزر می‌پردازیم. در این مطالعه خود را به بحث تشدیدگر دو آینه‌ای محدود می‌کنیم. طبق معادلات (۳۱.۷.۴) و (۴.۶.۴)، میدان داخل تشدیدگر

۱. واژه‌های مدّ طولی و مدّ عرضی بعضی مواقع در نگارشهای مرتبط با لیزر ایجاد سردرگمی می‌کند و (به‌طور اشتباه) این‌طور تصور می‌شود که دو نوع مدّ مجزا وجود دارد، که آنها مدهای طولی (که بعضی مواقع مدهای محوری نیز نامیده می‌شوند) و مدهای عرضی هستند. در واقع هر مدّ با سه عدد l, m, n در معادلهٔ (۲۴.۵.۵) مشخص می‌شود. میدانهای الکتریکی و مغناطیسی مدها تقریباً عمود بر محور تشدیدگرند و تغییر این میدانها در جهت عرضی با l, m مشخص می‌شود، در حالی که تغییر میدان در جهت طولی (یعنی، محوری) با n مشخص می‌شود. وقتی به یک مدّ (مفروض) عرضی اشاره می‌کنیم، به آن معناست که مدّی را در نظر می‌گیریم که مقدار شاخصهای عرضی آن (l, m) باشند و این امر بدون توجه به شاخص n است. بر این اساس، تک‌مدّ عرضی مدّی است با مقادیر مشخص برای شاخصهای (l, m) . همین تفسیر را می‌توان در خصوص مدهای طولی به‌کار برد. به این ترتیب منظور از دو مدّ کنار هم طولی، یعنی دو مدّ با مقادیر متوالی برای شاخص طولی n [یعنی n و $(n + 1)$ و یا $(n - 1)$].

را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\vec{E}_{lmn}(x, y, z) = \frac{w_0}{w} H_l \left[\frac{\sqrt{2}x}{w} \right] H_m \left[\frac{\sqrt{2}y}{w} \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right] \quad (\text{الف } 24.5.5)$$

$$\times \exp[-jkz + j(\nu + l + m)\phi] \times \quad (\text{ب } 24.5.5)$$

$$\times \exp[-jk(x^2 + y^2)/2R] \quad (\text{ج } 24.5.5)$$

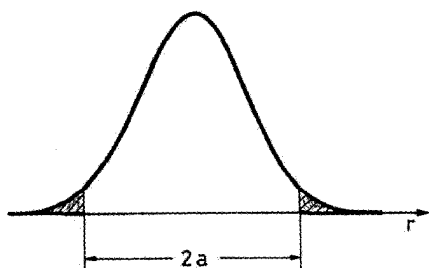
که $w(z)$ ، $R(z)$ و $\phi(z)$ از معادلات (۱۷.۷.۴) به دست می‌آیند. با دانستن مکان کمر و اندازه لکه w_0 می‌توان آنها را محاسبه کرد. توجه کنید که بستگی ویژه‌مد میدان \vec{E} به شاخصهای پایین l ، m و n صریحاً نشان داده شده است. شاخصهای پایین l و m از مرتبه چند جمله‌ایهای هرمیت معادله (الف ۲۴.۵.۵) به دست می‌آیند. چون $k = 2\pi\nu/c$ و k و بسامد تشدید به شاخصهای پایین l ، m و n بستگی دارند [به معادله (۲۱.۵.۵) مراجعه شود]، شاخص پایین n هم در ویژه‌مد به صورت صریح نشان داده می‌شود. شاخصهای پایین موارد زیر را نشان می‌دهند:

- شاخصهای l و m به ترتیب گره‌های میدان را در امتداد محور x و محور y ، همان‌گونه که در بخش ۴.۷.۴ ذکر شد، نشان می‌دهند.
- براساس بحث بخش ۱.۵.۵، شاخص n تعداد نیم طول موجهای مد موج ساکن را در طول تشدیدگر به دست می‌دهد، یعنی تعداد گره‌های میدان را در طول محور z نشان می‌دهد.

برای اتمام این بخش، سؤال زیر را مطرح می‌کنیم: آیا معادله (۲۴.۵.۵) نشان‌دهنده نقش ویژه‌مد میدان موج پیشرونده است یا موج ساکن؟ پاسخ بستگی به شکل رفتار زمانی مد دارد. طبق معادله (۱.۶.۴)، اگر بنویسیم $E = \vec{E} \exp(j\omega t)$ که $\omega = \omega_{lmn} = 2\pi\nu_{lmn}$ بسامد زاویه‌ای مد تشدید است، آنگاه از ضرب فاز طولی در معادله (ب ۲۴.۵.۵)، مثلاً برای مد TEM داریم $E \propto \exp[j(-kz + \phi + \omega t)]$ که متناظر با موجی است که در جهت z مثبت منتشر می‌شود. اگر از سوی دیگر بنویسیم $E = \vec{E} \exp(-j\omega t)$ ، موج در جهت z منفی منتشر می‌شود. بنابراین ویژه‌مد موج ساکن از جمع دو موج، یعنی با نوشتن $E \propto \vec{E} \cos \omega t$ ، به دست می‌آید. با ادامه این بحث، می‌بینیم که، صرف‌نظر از ضرب تناسبی که برای تراگسیل آینه‌ای منظور می‌شود، $E = \vec{E} \exp(j\omega t)$ موجی را نیز نشان می‌دهد که از آینه ۲ فرار کرده و در جهت محور مثبت z انتشار می‌یابد.

۲.۵.۵ اثرات یک روزنه متناهی

در بخش ۲.۱.۵.۵ دیدیم که در تشدیدگر کلی بدون هیچ روزنه محدودکننده، نظیر شکل ۸.۵(د)، تلفات پراشی وجود ندارد. در واقع برای آنکه این تلفات را محاسبه کنیم باید اندازه واقعی هر روزنه‌ای

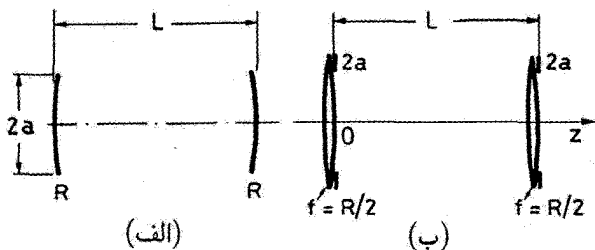


شکل ۱۱.۵ تلفات پراشی ناشی از برش باریکه توسط روزنه‌ای به شعاع a .

که در تشدیدگر وجود دارد به حساب بیاوریم (اغلب یک میان‌بند در داخل تشدیدگر قرار داده می‌شود و یا آنکه روزنه با بُعد عرضی محیط فعال برقرار می‌شود). در واقع اتلافی که توسط یک روزنه محدود به وجود می‌آید با کمک شکل ۱۱.۵ ارزیابی می‌شود، که در این شکل مد TEM_0 را در نظر گرفته‌ایم و نیمرخ عرضی این مد را روی صفحه‌ای که شامل روزنه‌ای به قطر $2a$ است، نشان داده‌ایم. مد گاوسی TEM_0 را این روزنه بریده است به طوری که قسمتهای بالهای هاشورزده باریکه هر بار که باریکه از روزنه عبور می‌کند دچار اتلاف می‌شود. ولی این توصیف تقریبی است، چون قراردادن یک روزنه محدودکننده، توزیع میدان را به شدت دستخوش تغییر می‌کند، آنگاه دیگر دقیقاً تابع گاوسی نیست.

برای محاسبه صحیح و دقیق باید به معادله انتگرال اصلی (۵.۲.۵) برگردیم و اندازه محدود روزنه را به حساب آوریم. بحث را با یک تشدیدگر دو آینه‌ای دنبال کرده و فرض می‌کنیم که روزنه محدودکننده با اندازه محدود آینه برقرار می‌شود.

ابتدا تشدیدگر متقارن $[R_1 = R_2 = R]$ و $a_1 = a_2 = a$ مطابق شکل ۱۲.۵ (الف) و ساختار راهنمای عدسی معادل آن [شکل ۱۲.۵ (ب)] را در نظر می‌گیریم. با توجه به تقارن مسئله،



شکل ۱۲.۵ (الف) محاسبه مد و اتلاف پراشی تشدیدگر متقارن و (ب) آرایش معادل راهنمای عدسی.

بررسیهای خود را به تناوبی به طول L محدود می‌سازیم و باید میدان شکل خود را پس از این تناوب مجدداً ایجاد کند. سپس معادله انتگرالی را شبیه به معادله (۵.۲.۵) به دست می‌آوریم، یعنی

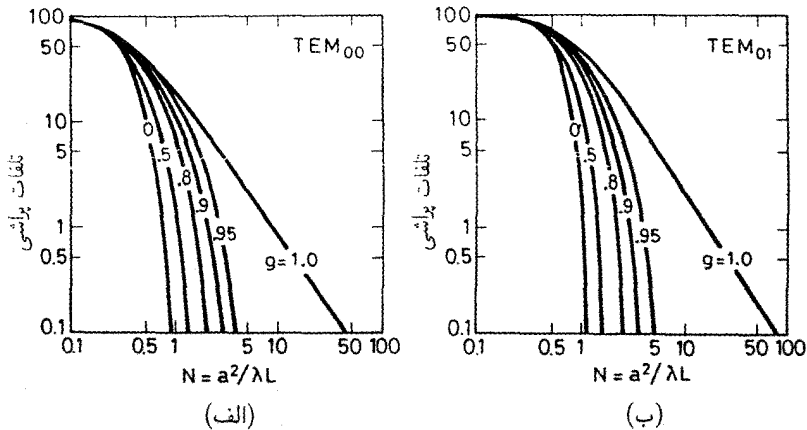
$$\tilde{\sigma} \tilde{E}(x, y, \circ) = \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} K(x, y, x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, \circ) dx_1 dy_1 \quad (25.5.5)$$

که انتگرال دوگانه روی روزنه محدودکننده گرفته می‌شود و K کرنل انتشار تک‌عبوری است. از آنجایی که باریکه هنگام انتشار از میان‌بند در $z = \circ$ تا صفحه $z = L$ مواجه با روزنه‌های محدودکننده دیگری نیست [شکل ۱۲.۵ (ب)]، کرنل را می‌توان مانند معادله (۱.۵.۵ الف) بیان کرد که اکنون ماتریس $ABCD$ نشان‌دهنده تناوبی به طول L است. اکنون این ماتریس از ضرب ماتریس انتشار در فضای آزاد به طول L ، در ماتریس یک عدسی با فاصله کانونی $f = R/2$ به دست می‌آید. چون انتگرال دوگانه معادله (۲۵.۵.۵) از $-\infty$ تا $+\infty$ گسترده نیست، ویژه‌جوابها دیگر به صورت ضرب چندجمله‌ای هرمیت و یک تابع گاوسی نیستند.

برای به دست آوردن ویژه‌جوابها غالباً معادله (۲۵.۲.۵) را با دستورالعملی تکراری، معمولاً با کمک رایانه، حل می‌کنند. روشی که اغلب به کار گرفته می‌شود دستورالعمل تکراری است که پس از فاکس و لی [۵]، که برای نخستین بار این روش را برای دستیابی به ویژه‌مدهای یک تشدیدگر صفحه‌موازی به کار بردند، به نام آنها خوانده شد. در این روش ابتدا رابطه میدان $\tilde{E}(x, y, \circ)$ را در طرف راست معادله (۲۵.۵.۵) در نظر می‌گیریم، سپس میدان $\tilde{E}(x, y, L)$ پس از یک تناوب راهنمای عدسی با حل انتگرال دوگانه محاسبه می‌شود. این میدان مجدداً در طرف راست معادله (۲۵.۵.۵) گذاشته می‌شود و با انتگرال‌گیری، میدان جدید $\tilde{E}(x, y, 2L)$ محاسبه می‌شود، و این کار ادامه می‌یابد. با وجودی که این دستورالعمل آهسته است (و معمولاً در چند صد تکرار همگرا می‌شود)، ولی در نهایت بجز برای کاهش دامنه که ناشی از اتلاف پراشی است و ضریب فاز که به علت جابه‌جایی فاز تک‌عبور است، به میدانی که در هر تکرار متوالی بدون تغییر می‌ماند، منجر خواهد شد. از این طریق، می‌توان توزیع دامنه میدان پایینترین مرتبه مد و نیز مدهای مراتب بالاتر و همچنین تلفات پراشی و بسامدهای تشدیدی متناظر این مدها را محاسبه کرد.

مثال ۸.۵ اتلاف پراشی تشدیدگر مقارن [۶]. اتلاف پراشی در هر عبور برای یک تشدیدگر و آینه‌ای با گشودگی آینه‌ای محدود که طبق روش تکرار فاکس و لی محاسبه شده است در شکل ۱۳.۵ (الف) (برای مد TEM_{00}) و در شکل ۱۳.۵ (ب) (برای مد TEM_{01}) برحسب عدد فرنل ترسیم شده است

$$N = \frac{a^2}{L\lambda} \quad (26.5.5)$$



شکل ۱۳.۵ اتلاف پراشی در هر عبور برحسب عدد فرنل برای مُد (الف) TEM_{00} و مُد (ب) TEM_{01} برای چند تشدیدگر متقارن.

این محاسبه برای تعدادی از تشدیدگرهای متقارن که با مقادیر g متناظر با آنها مشخص می‌شوند، انجام گرفته است. توجه کنید که برای یک مقدار g مفروض و برای یک مُد مفروض (مثلاً مُد TEM_{00}) اتلاف با افزایش عدد فرنل به سرعت کاهش می‌یابد. با استفاده از رابطه (۱۱.۵.۵) به راحتی می‌توان این رفتار را درک کرد. عدد فرنل را به صورت $N = a^2/\pi w_c^2$ (که w_c اندازه لکه روی آینه برای تشدیدگری هم‌کانونی با همان طول و با گشودگی بینهایت است) می‌نویسیم. چون اندازه لکه روی آینه با تغییرات مقدار g به شدت دچار تغییر نمی‌شود (مثال ۵.۵)، عدد فرنل را می‌توان به صورت متناسب بودن با نسبت مساحت سطح مقطع آینه (که برای یک آینه دایره‌ای πa^2 است) به سطح مقطع مُد (πw^2) روی آینه تفسیر کرد. اینکه چگونه با افزایش این نسبت آخری اتلاف به سرعت کاهش می‌یابد را اکنون می‌توان با استفاده از شکل ۱۱.۵ متوجه شد. همچنین توجه کنید که برای یک عدد فرنل و مقدار g مفروض، تلفات مُد TEM_{00} نسبت به مُد TEM_{01} کمتر است. در واقع، مُد TEM_{00} نسبت به مُد TEM_{01} کمتر است. در واقع، مُد TEM_{00} نسبت به سایر مُدهای مراتب بالاتر دارای اتلاف کمتری است. ■

در مرحله بعد تشدیدگر دو آینه‌ای کلی را در شکل ۵.۵(الف) و ساختار راهنمای عدسی معادل آن را مطابق شکل ۵.۵(ب) در نظر می‌گیریم. اگر $\vec{E}(x_1, y_1, 0)$ میدان در یک نقطه کلی (x_1, y_1) از صفحه $z = 0$ در شکل ۵.۵(ب) باشد، میدان در نقطه (x_2, y_2) از صفحه $z = L$ از رابطه

$$\vec{E}(x_2, y_2, L) = \exp(-jkL) \iint K_{12}(x_2, y_2; x_1, y_1) \times \vec{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1$$

به دست می آید که کرنل انتشار باریکه از صفحه $z = 0$ به صفحه $z = L$ است و انتگرال دوگانه روی گشودگی ۱ گرفته می شود. به همین ترتیب، میدان در نقطه (x_3, y_3) روی صفحه $z = 2L$ از رابطه

$$\tilde{E}(x_3, y_3, 2L) = \exp(-jkL) \iint_{\gamma} K_{21}(x_3, y_3; x_2, y_2) \tilde{E}(x_2, y_2, L) dx_2 dy_2$$

به دست می آید، که کرنل انتشار باریکه از صفحه $z = L$ به صفحه $z = 2L$ است و نیز انتگرال دوگانه روی گشودگی ۲ گرفته می شود. ترکیب این دو معادله اخیر به رابطه زیر منجر می شود

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x_3, y_3, 2L) &= \exp(-2jkL) \iint_{\gamma} K_{21}(x_3, y_3; x_2, y_2) dx_2 dy_2 \\ &\times \iint_{\gamma} K_{12}(x_2, y_2; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1 \quad (27.5.5) \end{aligned}$$

با تغییر مرتبه انتگرال در معادله (۲۷.۵.۵) می توان دید که رابطه زیر برقرار است

$$\tilde{E}(x_3, y_3, 2L) = \exp(-2jkL) \iint_{\gamma} K(x_3, y_3; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1 \quad (28.5.5)$$

مشروط بر آنکه یک کرنل کلی K را [برای یک تناوب در شکل ۵.۵(ب)، یعنی یک رفت و بازگشت در شکل ۵.۵(الف)] به صورت

$$K(x_3, y_3; x_1, y_1) = \iint_{\gamma} K_{21}(x_3, y_3; x_2, y_2) K_{12}(x_2, y_2; x_1, y_1) dx_2 dy_2 \quad (29.5.5)$$

تعریف کنیم. این کرنل برای استفاده در معادله (۵.۲.۵) به منظور محاسبه ویژه مدها و ویژه مقادیر متناظر با آنها مناسب است.

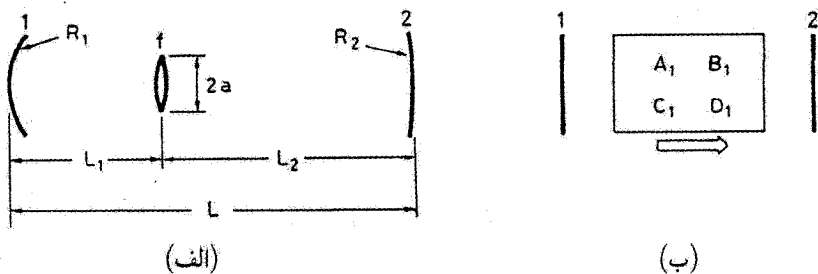
مثال ۹.۵ محدودیت در عدد فرزل و گشودگی تشدیدگر در تشدیدگرهای پایدار. برای آنکه تنها روی مد TEM_{۰۰} نوسان داشته باشیم، باید تلفات پراشی، $\gamma_{۰۱}$ ، به اندازه کافی بالایی را برای مد TEM_{۰۱} فراهم سازیم. برای دستیابی به مقدار بزرگ اندازه لکه، باید تشدیدگر چنان طراحی شود که در نزدیکی مرز ناپایداری $g = 1$ یا $g = -1$ عمل کند (مثال ۵.۵ را ببینید). علاوه بر آن، اگر یک تشدیدگر نزدیک صفحه موازی را در نظر بگیریم، به عنوان مثال، نمی توانیم خیلی نزدیک به مرز ناپایداری عمل کنیم در این صورت تشدیدگر به آشفتگی خارجی بسیار حساس خواهد شد (مثلاً در اثر ارتعاشات یا تغییرات دما آینه دچار انحراف می شود). به این ترتیب مثالی را با $\gamma_{۰۱} = 7.1\%$ و

آن را نتیجه نمونه‌ای در نظر گرفت. بنابراین برای $L = 2 \text{ m}$ و $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ (طول موج لیزر Nd:YAG)، خواهیم داشت $a < 2 \text{ mm}$. برای $L = 2 \text{ m}$ و $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ (طول موج نمونه‌ای یک لیزر CO_2)، داریم $a < 6.3 \text{ mm}$.

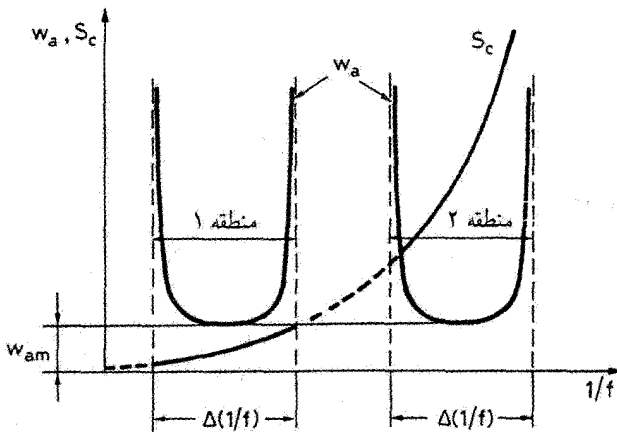
۳.۵.۵ تشدیدگرهای با پایداری دینامیکی و مکانیکی

مسئله مهمی که از تشدیدگرهای پایدار ناشی می‌شود این است که افزایش اندازه لکه در محیط فعال به اندازه‌ای است که قابل مقایسه با ابعاد عرضی محیط باشد. در واقع اگر برای سادگی یک تشدیدگر دو آینه‌ای متقارن را در نظر بگیریم، از معادله (۱۰.۵.۵) می‌بینیم که برای آنکه اندازه لکه در داخل کاواک را به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش دهیم به طوری که از مقدار آن در کاواک هم‌کانونی تجاوز کند، باید تشدیدگری را انتخاب کنیم که بسیار نزدیک به نقطه $g = \pm 1$ باشد (یعنی تشدیدگر نزدیک صفحه موازی یا نزدیک هم‌مرکزی). در این مورد کاواک به مرز ناپایداری خیلی نزدیک شده و عموماً به اختلالات کاواک، نظیر آنهایی که ناشی از تغییرات در توان دمش‌اند، بسیار حساس می‌شود. اکنون طرح لیزری را بررسی می‌کنیم که دسترسی به اندازه‌های لکه بزرگ در داخل کاواک امکانپذیر است. این طرح مخصوصاً به اختلالات کاواک ناشی از تغییرات در توان دمش یا انحراف آینه، حساس نیست (تشدیدگر با پایداری دینامیکی و مکانیکی) [۷].

ابتدا یک تشدیدگر لیزر را در نظر می‌گیریم که شامل دو آینه کروی با شعاعهای انحنای R_1 و R_2 محیط فعالی است که در آن اثرات گرمایی القاشده دمش را بتوان با یک عدسی نازک، با توان دیوپتری، $1/f$ ، متناسب با توان دمش، شبیه‌سازی کرد [شکل ۱۴.۵ (الف)]. این مدل مخصوصاً



شکل ۱۴.۵ (الف) تشدیدگر دو آینه‌ای کلی شامل یک عدسی با فاصله کانونی f که عدسی گرمایی محیط فعال را شبیه‌سازی می‌کند و (ب) تعمیم تشدیدگر (الف)، که A_1, B_1, C_1, D_1 عناصر ماتریس یک رفت است و شامل ماتریس عدسی گرمایی می‌شود.



شکل ۱۵.۵ اندازه لکه w_a در محیط فعال و حساسیت از محور خارج شدگی ترکیبی S_c برحسب توان دیوپتری $1/f$ برای کاواک شکل ۱۴.۵ (الف).

در لیزرهای حالت جامد به خوبی به کار برده می شود. لیکن، بعضی از نکاتی که دنبال می کنیم را نیز می توان برای اختلالاتی پیچیده تر القاشده توسط دمش در محیط گازی، به کار برد. اولین قید در طراحی کاواک لیزر شکل ۱۴.۵ (الف) با این شرط که اندازه لکه در محیط فعال، w_a باید نسبت به تغییر در توان دیوپتری عدسی غیرحساس باشد، به دست می آید، لذا می توانیم بنویسیم

$$\frac{dw_a}{d(1/f)} = 0 \quad (30.5.5)$$

به تشدیدگری که این شرط در آن صدق می کند اغلب پایدار دینامیکی می گویند. دومین قید از شرطی که اندازه لکه w_a باید قابل مقایسه با شعاع a محیط فعال باشد به دست می آید. برای اجتناب از تلفات پراشی ناشی از بریده شدن باریکه به علت اندازه محدود روزنه، می توانیم مثلاً شرط [۸]

$$2a \cong \pi w_a \quad (31.5.5)$$

را اعمال کنیم. برای مقادیر مفروض a و $1/f$ ، معادلات (۳۰.۵.۵) و (۳۱.۵.۵) یک جفت معادله برای پارامترهای کاواک L_1, R_1, R_2, L_2 تشکیل می دهد.

اکنون این سؤال مطرح می شود که آیا وضعیت پایداری دینامیکی واقعاً برای کاواک شکل ۱۴.۵ (الف) وجود دارد. برای آنکه به این سؤال پاسخ دهیم، در شکل ۱۵.۵ رفتار کلی w_a را برحسب توان دیوپتری $1/f$ که از کاواک قبل برای مقادیر مفروض سایر پارامترهای کاواک

به دست آمده است، نشان می‌دهیم. در این شکل مشخصه‌های کلی زیر را مشاهده می‌کنیم.

- دو نقطه پایداری دینامیکی، یعنی نقاطی که معادله (۳۰.۵.۵) را هنگامی که توان دیوبتری عدسی تغییر می‌کند برآورده می‌سازد، پیدا خواهد شد.
- هر دو نقطه متناظر است با کمینه w_a ، مقدار کمینه w_{am} برای هر دو نقطه یکسان است.
- کمینه‌ها به دو منطقه متفاوت پایداری تعلق دارند، اندازه لکه در حقیقت در هر مرز منطقه واگرا می‌شود.
- پهنای $\Delta(1/f)$ دو منطقه یکسان است. این پهنای در رابطه اصلی با کمینه اندازه لکه که با

$$\frac{\pi w_{am}^2}{\lambda} \Delta(1/f) = 2 \quad (32.5.5)$$

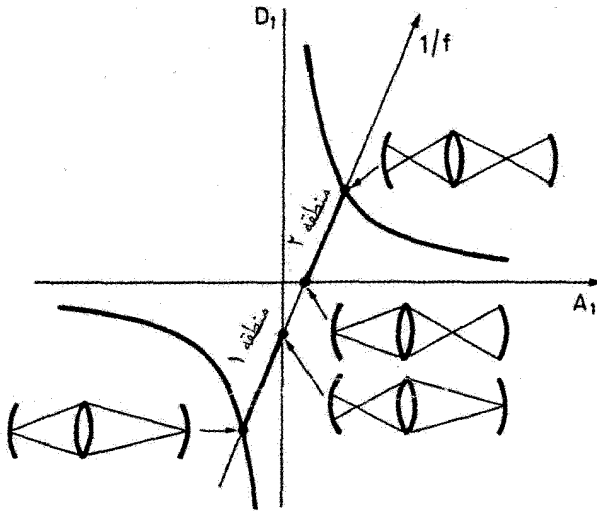
داده می‌شود صدق می‌کند و مستقل از مقادیر سایر پارامترهای کاواک است.

حضور دو منطقه پایداری را می‌توان با مراجعه به شکل ۱۴.۵ (ب) [و نیز شکل ۸.۵ (د)] که حالت کلی شکل ۱۴.۵ (الف) است، به طور کلی درک کرد. در حالت مورد نظر می‌توان نشان داد که عناصر A_1, B_1, C_1, D_1 ماتریس یک رفت توابعی از $1/f$ هستند. از معادلات (۶.۴.۵) و (۵.۵.۵) می‌توان دید که برحسب عناصر ماتریس یک رفت، شرط پایداری کاواک را می‌توان به صورت $0 \leq A_1 D_1 \leq 1$ نوشت. این شرط را در شکل ۱۶.۵ که محورهای افقی و عمودی به ترتیب با A_1 و D_1 نمایش داده شده‌اند، به نمایش گذاشته‌ایم. از آنجایی که A_1 و D_1 توابعی از $1/f$ هستند، نمودار مقادیر A_1 برحسب مقادیر متناظر برای D_1 که با تغییر $1/f$ حاصل می‌شود، یک رابطه خطی را در صفحه $A_1 - D_1$ نشان می‌دهد (شکل ۱۶.۵ را ببینید). این خط مستقیم معمولاً مرزهای پایداری را در چهار نقطه مجزا قطع کرده، لذا دو منطقه پایداری مجزا را تعریف می‌کند. آرایشهای باریکه لیزر متناظر با این چهار نقطه را می‌توان با اپتیک هندسی توصیف کرد که در این شکل نیز نشان داده شده است.

با درک منشأ این دو منطقه پایداری، اکنون می‌بینیم که توان دیوبتری یک میله دمیده شده اپتیکی را می‌توان به صورت

$$\frac{1}{f} = \frac{h}{\pi a^2} P_a \quad (33.5.5)$$

نوشت، که P_a توان دمش جذب شده در میله و k ثابتی است که مشخصه ماده مفروض است. اگر رابطه $1/f$ را که با معادله (۳۳.۵.۵) داده می‌شود در معادله (۳۲.۵.۵) قرار دهیم، و اگر طبق معادله (۳۱.۵.۵)، مقدار $(w_{am}/a) = (2/\pi)$ را در نتیجه رابطه بگذاریم، نتیجه می‌گیریم که



شکل ۱۶.۵ نمودار پایداری برای تشدیدگر کلی در شکل ۱۴.۵ (ب). همین شکل دو منطقه پایداری مورد بحث در شکل ۱۵.۵ و توصیف اپتیک هندسی متناظر کاواکهای مرتبط با مرزهای پایداری را نشان می‌دهد.

گستره توان جذب‌شده قابل قبول ΔP_a متناظر با هر منطقه پایداری برای یک ماده لیزری مورد نظر ثابت است (مثلاً برای یک Nd:YAG دمیده‌شده توسط لیزر دیودی 10^6 W است).

از بحث گذشته، به نظر می‌رسد که خواص اپتیکی دو منطقه پایداری یکسان است. لیکن وقتی خواص از محور خارج‌شدگی کاواک لیزری را بررسی می‌کنیم، می‌بینیم که تفاوت فاحشی بین این مناطق وجود دارد. ابتدا حساسیت از محور خارج‌شدگی S_1 و S_2 را برای آینه‌های ۱ و ۲، طبق روابط $S_1 = \delta r_{c1} / w_a \delta \theta_1$ و $S_2 = \delta r_{c2} / w_a \delta \theta_2$ ، تعریف می‌کنیم؛ در اینجا δr_{c1} جابه‌جایی مرکز باریکه در میله لیزر است که از انحراف $\delta \theta_1$ آینه ۱ ناشی می‌شود و تعریفی مانند آن برای δr_{c2} برقرار است. اکنون حساسیت از محور خارج‌شدگی ترکیبی دو آینه را به صورت $S_c = (S_1^2 + S_2^2)^{1/2}$ تعریف می‌کنیم. ترسیم حساسیت ترکیبی برحسب توان دیوپتری عدسی نیز در شکل ۱۵.۵ نشان داده شده است. آن‌گاه می‌بینیم که یکی از دو منطقه، که از حالا به بعد آن را منطقه ۱ می‌نامیم، نسبت به محور خارج‌شدگی آینه بسیار کمتر از منطقه دیگر حساس است و لذا آن را منطقه ۲ می‌نامیم. دلیل کاسته‌شدن حساسیت در منطقه ۱ را با توجه به اینکه اندازه‌های لکه روی آینه‌ها در منطقه ۱ بسیار کوچکتر از منطقه ۲ است، قابل درک است. در واقع، طبق اپتیک هندسی، یکی از دو مرز پایداری منطقه ۱ متناظر با کانونی‌شدن باریکه روی هر دو آینه است (شکل ۱۶.۵). بنابراین هنگام نزدیک‌شدن به این مرز، اندازه لکه w_m آینه خیلی

کوچک می‌شود، به طوری که واگرایی باریکه $\lambda/\pi w_m$ $\theta \approx \theta_d =$ خیلی بزرگ خواهد شد. نتیجتاً برای اینکه چرخش محور باریکه‌ای قابل مقایسه با این واگرایی به وجود آید باید انحراف آینه بزرگ باشد.

در خاتمه، می‌توان تشدیدگری با پایداری دینامیکی و مکانیکی برای کاواک کلی لیزر توصیف شده مطابق شکل ۱۴.۵ (ب) طراحی کرد که شامل عناصر متغیری نظیر عدسی القایی گرمایی در میله لیزر است. تشدیدگر باید متعلق به منطقه‌ای با پایداری بیشتر باشد، یعنی منطقه ۱، و در معادلات (۳۰.۵.۵) و (۳۱.۵.۵) صدق کند. در عمل، به جای برآورده کردن معادله (۳۰.۵.۵)، تشدیدگر را می‌توان برای مرکز منطقه ۱ طراحی کرد. اگر فاصله L_1 در شکل ۱۴.۵ (الف) را پارامتری متغیر فرض کنیم، مقدار آن را می‌توان میانگین مقادیر حدی L'_1 و L''_1 در منطقه ۱ در نظر گرفت. از دیدگاه توصیف اپتیک هندسی که در شکل ۱۶.۵ نشان داده شده است، L'_1 و L''_1 باید به ترتیب شرایط $L'_1^{-1} + L_2^{-1} = f^{-1}$ و $(L'_1 - R_1)^{-1} + L_2^{-1} = f^{-1}$ را داشته باشند. وقتی طراحی برای یک فاصله کانونی مفروض f و از آن رو برای توان جذب شده P_a مفروض انجام شد، آن‌گاه تشدیدگر (برای دامنه‌ای از توان دمش جذب شده، ΔP_a ، که مقدار آن برای محیط فعال مفروض مستقل از پارامترهای کاواک است) عمل خواهد کرد.

۶.۵ تشدیدگرهای ناپایدار

در بخش ۴.۵ شرط پایداری برای تشدیدگر کروی کلی مورد بحث قرار گرفت، و نشان داده شد که نواحی ناپایدار متناظر با نواحی هاشورنخورده صفحه $g_1 - g_2$ در شکل ۷.۵ است [۱۰]. تشدیدگرهای ناپایدار در دو دسته قرار می‌گیرند: تشدیدگرهای شاخه مثبت که در آنها $g_1 g_2 > 1$ است، و تشدیدگرهای شاخه منفی، که در آنها $g_1 g_2 < 0$ است.

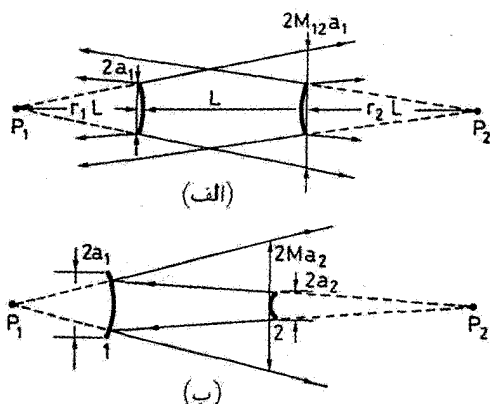
قبل از آنکه وارد بحث کمی تشدیدگرهای ناپایدار شویم، باید توضیح دهیم که چرا این تشدیدگرها در زمینه لیزر مورد توجه هستند. اولاً، طبق نتایج مثال ۵.۵ برای تشدیدگر پایدار مفروض متناظر با نقطه‌ای در صفحه $g_1 - g_2$ که نزدیک به مرز ناپایداری نباشد، اندازه لکه w نوعاً در همان مرتبه اندازه لکه تشدیدگر هم‌کانونی است؛ بنابراین برای طول موج $1 \mu m \approx$ معمولاً مقدار آن از 1 mm کوچکتر است. طبق بحث ارائه شده در مثال ۹.۵، برای محدود کردن نوسان روی مد TEM_{۰۰} باید در داخل تشدیدگر لیزر یک روزنه تشدیدگری با شعاع $a < 2 \text{ mm}$ قرار داده شود. وقتی نوسان به مد TEM_{۰۰} با چنین سطح مقطع کوچکی محدود شد، توان (یا انرژی) قابل دسترس در باریکه خروجی الزاماً محدود می‌شود. برعکس در تشدیدگرهای ناپایدار، میدان تمایلی به محدود شدن روی محور ندارد (برای مثال شکل ۳.۵ را ببینید)، لذا حجم بزرگ مدی در یک تک‌مد عرضی را می‌توان

انتظار داشت. لیکن، با تشدیدگرهای ناپایدار، پرتوها تمایل دارند که از کاواک لیزری فرار کنند. بنابراین تلفات هندسی مدهای متناظر با آنها اساساً بزرگتر از تلفات در کاواک پایدار (که تلفات ناشی از پراش است) هستند و اگر این تلفات فزایی را بتوان به خروجی مفید لیزر تبدیل کرد، به‌کاربردن این واقعیت دارای مزیت خواهد بود.

۱.۶.۵ توصیف اپتیک هندسی

برای استقرار آرایش مَدی یک تشدیدگر ناپایدار، از تقریب اپتیک هندسی که اولین بار سیگمن [۱۱] آن را به‌کار برد، استفاده می‌کنیم. برای انجام این منظور، با یادآوری این دو نتیجه اصلی که برای ویژه‌جوابهای تشدیدگر پایدار به‌دست آمد [معادله (۲۴.۵.۵) را ببینید] مطلب را آغاز می‌کنیم: (۱) دامنه از حاصلضرب چند جمله‌ای هرمیت در یک تابع گاوسی به‌دست می‌آید. (۲) توزیع فاز یک جبهه موجی کروی را به‌دست می‌دهد. حضور تابع گاوسی اندازه عرض باریکه را محدود می‌کند؛ این تابع اساساً از خواص کانونی‌کردن تشدیدگر کروی پایدار ناشی می‌شود. از سوی دیگر، کروی بودن جبهه موج کروی مرتبط با شرایط مرزی است که با آینه کروی برقرار می‌شود. در مورد ناپایداری، همان‌طوری که در ارتباط با جواب معادله (۳.۵.۵) بحث شد، جوابهای هرمیت-گاوسی وجود ندارند. چون باریکه دیگر به سمت محور تشدیدگر کانونی نمی‌شود، بلکه در تمامی سطح مقطع تشدیدگر گسترده می‌شود، بنابراین طبیعی است که در تقریب اول فرض شود که جواب، دارای دامنه ثابت روی سطح مقطع تشدیدگر است، در حالی که جبهه موج هنوز کروی است؛ یعنی جواب با موج کروی معرفی می‌شود. دقیقتر بگوییم، از آنجایی که مَد را همواره می‌توان حاصل از برهم‌نهی دو موج منتشرشده در جهتهای مخالف یکدیگر در نظر گرفت، می‌توانیم فرض کنیم که این موجها شامل دو موج کروی منتشرشده در جهت مخالف یکدیگرند. توجه کنید که با در نظر گرفتن جواب معادله (۳.۵.۵) در ناحیه ناپایداری به همین نتیجه می‌رسیم. در این مورد مبین معادله درجه دوم (۳.۵.۵) مثبت است، بنابراین معمولاً دو جواب حقیقی برای پارامتر q به‌دست می‌آوریم، که دقیقاً متناظر با دو موج کروی هستند.

برای محاسبه میدان مَد، P_1 و P_2 را مراکز انحنای دو موج کروی در تشدیدگر دو آینه‌ای کلی شکل ۱۷.۵ (الف) در نظر می‌گیریم. به حکم تقارن، P_1 و P_2 باید روی محور تشدیدگر قرار گیرند. آن‌گاه مکان آنها را می‌توان به‌آسانی با استدلال خودسازگاری محاسبه کرد: پس از بازتاب روی آینه ۲، موج کروی که از نقطه P_1 ناشی می‌شود باید یک موج کروی ناشی از P_2 را به‌وجود آورد؛ و برعکس، پس از بازتاب روی آینه ۱، موج کروی که از نقطه P_2 به‌وجود می‌آید باید یک موج کروی ناشی از P_1 را حاصل کند. این دو شرط به دو معادله منجر می‌شود که به‌طور سراسر براساس



شکل ۱۷.۵ (الف) تشدیدگر ناپایدار کلی با آینهٔ محدب و (ب) تشدیدگر ناپایدار یک انتها بسته.

اپتیک هندسی نوشته می‌شوند، که دارای دو مجهول است، یعنی مکان نقاط P_1 و P_2 . اگر این موقعیتها برحسب کمیت‌های بدون بعد r_1 و r_2 نشان داده شده در شکل ۱۷.۵ (الف) بیان شوند، می‌توان نشان داد که این دو کمیت آخری تنها تابعی از پارامترهای g_1 و g_2 تشدیدگر هستند. در واقع پس از محاسبه‌ای طولانی ولی سراسر است، به دست می‌آوریم

$$r_1^{-1} = g_1 [1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2} + g_1 - 1 \quad (الف) ۱.۶.۵$$

$$r_2^{-1} = g_2 [1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2} + g_2 - 1 \quad (ب) ۱.۶.۵$$

با محاسبهٔ r_1 و r_2 ، می‌توانیم به آسانی از شکل ۱۷.۵ (الف) ضریب بزرگنمایی تک‌عبور، M_{12} ، از آینهٔ ۱ به آینهٔ ۲ و یا، M_{21} ، از آینهٔ ۲ به آینهٔ ۱ را به دست بیاوریم. مثلاً M_{12} افزایش در قطر موج کروی تعریف می‌شود که از آینهٔ ۱ به آینهٔ ۲ منتشر می‌شود. به کمک شکل ۱۷.۵ (الف) و با ملاحظات هندسی ساده به دست می‌آوریم

$$M_{12} = \frac{(1 + r_1)}{r_1} \quad (الف) ۲.۶.۵$$

به همین ترتیب

$$M_{21} = \frac{(1 + r_2)}{r_2} \quad (ب) ۲.۶.۵$$

در کاربردهای لیزری، معمولاً تشدیدگر یک انتها بسته‌ای مانند شکل ۱۷.۵ (ب) مورد قطر ماست. در این مورد قطر $2a_1$ آینهٔ ۱ باید بزرگتر از بعد عرضی، روی آینهٔ ۱، موجی کروی باشد

که از نقطه P_2 انتشار می‌یابد. بنابراین باید $a_1 > M_2 a_2$ باشد. با این شرط، تنها موجی که از کاواک خارج می‌شود موج کروی است که از نقطه P_1 گسیل می‌شود و از اطراف آینه ۲ می‌گریزد (با فرض اینکه بازتابندگی آینه‌های ۱ و ۲، ۱۰۰٪ است). این موج کروی از آینه ۲ با قطر $2a_2$ آغاز می‌شود [شکل ۱۷.۵ (ب) را ببینید]، سپس، پس از یک رفت و بازگشت، با ضریب M که از رابطه

$$M = M_{21} M_{12} = (1 + r_1^{-1})(1 + r_2^{-1}) \quad (3.6.5)$$

به دست می‌آید به آینه ۲ باز می‌گردد، که برای محاسبه (۳.۶.۵) از معادلات (۲.۶.۵) استفاده شده است. با کمک معادلات (۱.۶.۵)، معادله (۳.۶.۵) به صورت زیر می‌شود

$$M = (2g_1 g_2 - 1) + 2g_1 g_2 [1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2} \quad (4.6.5)$$

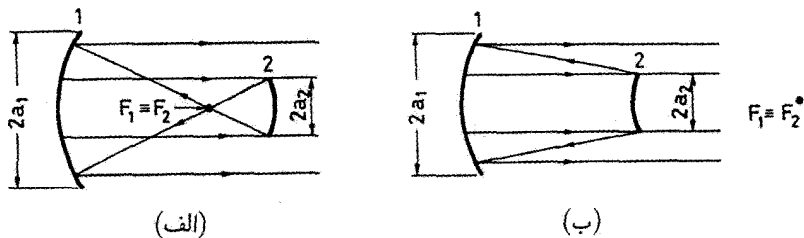
که نشان می‌دهد ضریب بزرگنمایی رفت و بازگشتی، M ، تنها به پارامترهای g کاواک بستگی دارد. توجه کنید که وقتی $g_1 g_2 < 0$ است، M منفی می‌شود و اندازه این کمیت است که باید مورد نظر قرار گیرد.

با محاسبه ضریب بزرگنمایی رفت و بازگشتی، به آسانی می‌توانیم رابطه اتلاف رفت و بازگشتی کاواک، γ ، را با تراگسیلی که از اطراف آینه خروجی حاصل می‌شود، به دست آوریم. در واقع، چون فرض کردیم که روشنایی یکنواخت است، کسر توان باریکه که از آینه ۲ پس از یک رفت و بازگشت خارج می‌شود خواهد شد

$$\gamma = \frac{S'_2 - S_2}{S'_2} = \frac{M^2 - 1}{M^2} \quad (5.6.5)$$

که $S'_2 = \pi M^2 a_2^2$ و $S_2 = \pi a_2^2$ به ترتیب سطح مقطع باریکه‌ای که از آینه ۲ ناشی می‌شود و سطح مقطع باریکه پس از یک رفت و بازگشت است. توجه کنید که اتلاف رفت و بازگشتی جفت‌شدگی خروجی γ ، مثل M ، مستقل از قطر $2a_2$ آینه است.

مثال ۱۰.۵ تشدیدگرهای ناپایدار هم‌کانونی. دسته بسیار مهمی از تشدیدگرهای ناپایدار، تشدیدگر هم‌کانونی است که به ترتیب به شاخه منفی یا مثبت، مطابق با شکل ۱۸.۵ (الف و ب)، تعلق دارند. در هر دو مورد کانونهای F_1 و F_2 آینه برهم منطبق‌اند. می‌توان نشان داد که این تشدیدگرها در صفحه $g_1 - g_2$ با دو شاخه هذلولی که با منحنی خط‌چین در شکل ۷.۵ ترسیم شده است معرفی می‌شوند [معادله هذلولی به صورت $(2g_1 - 1)(2g_2 - 1) = 1$ است]. البته از میان تشدیدگرهای گوناگون تنها نوع هم‌کانونی (مقارن)، ($g_1 = g_2 = 0$) و نوع صفحه موازی ($g_1 = g_2 = 1$) در



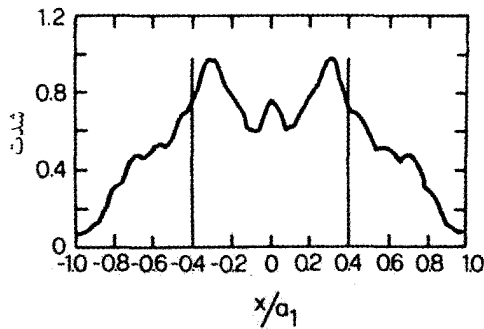
شکل ۱۸.۵ تشدیدگرهای هم‌کانونی ناپایدار: (الف) شاخهٔ منفی و (ب) شاخهٔ مثبت.

مرز بین نواحی پایدار و ناپایدار قرار می‌گیرند. تمامی سایر تشدیدگرهای هم‌کانونی ناپایدارند و به شاخهٔ منفی یا مثبت ناحیهٔ ناپایداری تعلق دارند. همان‌طوری که در شکل ۱۸.۵ نشان داده شده است، و نیز از معادلهٔ (۱.۶.۵) می‌توانیم نشان دهیم که این مد شامل برهم‌نهی بین موج تخت و موج کروی است که از کانون مشترک $F_1 = F_2$ ناشی می‌شود. ضریب بزرگنمایی از $M = |R_1|/|R_2|$ به‌دست می‌آید، که R_1 و R_2 شعاعهای انحنای دو آینه هستند ($|R_1| > |R_2|$). اگر قطر روزنه در آینهٔ ۱، $2a_1$ ، به اندازهٔ کافی بزرگ انتخاب شود ($2a_1 > 2Ma_2$) فقط باریکهٔ تخت از کاواک خارج می‌شود. بنابراین باریکه‌ای که از یک تشدیدگر هم‌کانونی یک انتها بسته خارج می‌شود موجی تخت است، که یکی از مزیت‌های اصلی تشدیدگرهای هم‌کانونی ناپایدار را تعیین می‌کند. آنگاه اتلاف رفت و بازگشتی، یا کسر جفت‌شدگی خروجی این تشدیدگر یک انتها بسته از معادلهٔ (۵.۶.۵) به‌دست می‌آید.

۲.۶.۵ توصیف اپتیک موجی

بحثی که تاکنون کردیم براساس تقریب اپتیک هندسی بود. برای داشتن تصویری گویاتر از مدهای تشدیدگر ناپایدار، باید رهیافت موجی را به‌کار ببریم، مثلاً معادلهٔ انتگرالی (۵.۲.۵) که از معادلهٔ (۱.۲.۵) پراش هویگنس-فرنل ناشی می‌شود. در تشدیدگرهای ناپایدار، اندازهٔ محدود‌گشودگی آینهٔ خروجی، یک نمود اساسی را تشکیل می‌دهد، چون باریکه باید از اطراف این آینه خارج شود. در نتیجه کرنل K که در (۵.۲.۵) به‌کار رفت را می‌توان اصولاً با همان رهیافتهایی که برای کاواک پایدار در بخش ۲.۵.۵ بسط داده شد، به‌دست آورد. آنگاه، معادلهٔ انتگرال را می‌توان با روش تکرار، نظیر رهیافت فاکس-لی که در بخش ۲.۵.۵ توضیح داده شد، حل کرد. در اینجا بیش از این راجع به چگونگی محاسبات بحث نخواهیم کرد و بحث خود را به اشاره و تفسیر بعضی نتایج مرتبط محدود می‌کنیم.

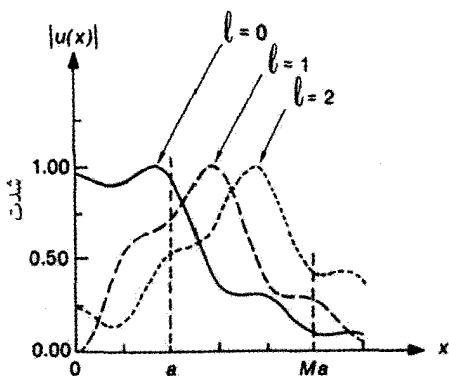
اولین نتیجهٔ مهم آن است که توصیف اپتیک موجی نشان می‌دهد که ویژه‌جوابها، یعنی توزیع رفتار



شکل ۱۹.۵ مثال نوعی از رفتار شعاعی توزیع شدت مد در یک کاواک ناپایدار که با محاسبه اپتیک موجی به دست آمده است [۱۲].

میدان (نیمرخهای میدان) که پس از یک رفت و بازگشت خود بازساز هستند، نیز برای تشدیدگر ناپایدار وجود دارد. برای آنکه این موضوع را با جزئیات بیشتری نشان دهیم، بحث خود را به تشدیدگر هم‌کانونی یک انتها بسته محدود ساخته و عدد فرنل معادل را به صورت $N_{eq} = [(M-1)/2] \times (a_1^2/L\lambda)$ برای شاخه مثبت، و $N_{eq} = [(M+1)/2] \times (a_1^2/L\lambda)$ برای شاخه منفی، که $2a_2$ قطر آینه خروجی است، تعریف می‌کنیم. مثالی نوعی از نمودار محاسبه شده شدت نیمرخ شعاعی را، که پس از یک رفت و بازگشت خود بازساز هستند، در شکل ۱۹.۵ نشان داده‌ایم. این شکل نتیجه محاسبه تشدیدگر شاخه مثبت با $M = 2.5$ و $N_{eq} = 0.6$ است و نیمرخ شدت نشان دهنده شدت میدان درست در مقابل آینه ۲، [شکل ۱۸.۵ (ب)] باریکه‌ای است که در داخل تشدیدگر به سمت راست منتشر می‌شود. نیمرخ شدت در شکل ۱۹.۵ بر حسب x (یا y) مختصات عرضی رسم شده است که به شعاع a_1 آینه ۱ بهنجار شده است. برای اطمینان از خروجی یک‌سویه (یک انتها بسته)، شرط $a_1 = 2.5a_2$ را فرض کردیم که برقرار است. در نتیجه، خطوط عمودی نشان داده شده در شکل به ازای $(x/a_1) = \pm 0.4$ رخ داده و لبه آینه خروجی را نشان می‌دهند.

اکنون از شکل ۱۹.۵ به مفهومی خاص از نیمرخ خود بازساز رفت و بازگشتی برای تشدیدگرهای ناپایدار خواهیم رسید. در واقع با شروع از آینه ۲، موج کروی چپ‌رو [شکل ۱۸.۵ (ب)] تنها از آن قسمتی از باریکه در شکل ۱۹.۵ ناشی می‌شود که برای آن $0.4 \leq (x/a_1) \leq 0.4$ - صادق است. در واقع قسمت باقیمانده باریکه از اطراف آینه ۲ می‌گریزد تا باریکه خروجی را تشکیل دهد. آن قسمتی که در تشدیدگر می‌ماند پس از انتشار در یک رفت و بازگشت در اثر ترکیب و اگرایی کروی و پراش باریکه، مجدداً تمامی نیمرخ شدت شکل ۱۹.۵ را بازسازی می‌کند. البته دامنه نیمرخ باریکه پس از یک رفت و بازگشت کوچکتر از مقدار اولیه دامنه است که این به خاطر اتلاف توسط

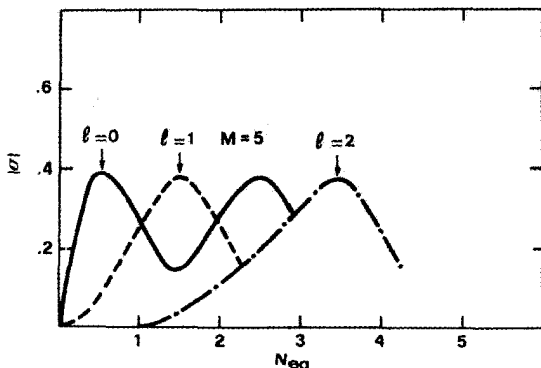


شکل ۲۰.۵ نیمرخ شدت سه ویژه‌مد با پایینترین مرتبه برای یک تشدیدگر نواری ناپایدار با $M = ۲.۵$ و $N_{eq} = ۰.۶$ [۱۰].

آن قسمت از باریکه‌ای است که از اطراف آینه ۲ عبور می‌کند. همچنین باید متوجه این نکته باشیم که نیمرخ شدت باریکه در شکل ۱۹.۵ کاملاً با مقدار ثابتی که در نظریه اپتیک هندسی فرض کردیم، تفاوت دارد. این اختلاف ناشی از پراش میدان، مخصوصاً از لبه‌های آینه ۲ است. در واقع از شکل ۱۹.۵ می‌توان دید که اگر x را فاصله شعاعی از مرکز آینه تعبیر کنیم، حلقه‌های پراش متعددی از لبه‌های تیز آینه ۲ در باریکه حضور پیدا خواهند کرد. علی‌رغم این اختلاف عمده بین نیمرخ شدت که اپتیک موجی آن را پیش‌بینی می‌کند و نیمرخ شدتی که از اپتیک هندسی به دست می‌آید، تغییر فاز در دو مورد به صورت بارزی مشابه یکدیگرند. در واقع جبهه موج، نزدیک به موج کروی است با شعاع تقریباً برابر با شعاعی که اپتیک هندسی پیش‌بینی می‌کند (یعنی، در این مورد موج تخت).

نتیجه دوم حاصل از محاسبه اپتیک موجی آن است که در تشدیدگرهای ناپایدار، درست مانند تشدیدگرهای پایدار، مدهای مختلف عرضی وجود دارند، یعنی نقوش متفاوت خودبازساز. این مدها عموماً در موقعیت و شدت حلقه‌های پراشی با یکدیگر تفاوت دارند. مثالی از این صفحه مد را در شکل ۲۰.۵ برای تشدیدگر ناپایدار هم‌کانونی شاخه مثبت نشان داده‌ایم. برخلاف مورد تشدیدگرهای پایدار، در این مورد امکان ندارد که تمایز واضحی بین پایینترین و بالاترین مرتبه مد از نقطه نظر توزیع میدان حاصل شود. توجه کنید مدی که با شاخص $l = 0$ در شکل نشان داده شده است توزیع دامنه میدانی را نشان می‌دهد که بیشتر به سمت محور باریکه تمرکز یافته است. بنابراین، در این مورد، این مد پایینترین اتلاف را خواهد داشت، یعنی مد "اصلی" است.

نتیجه سوم زمانی است که عدد فرنل معادل را تغییر می‌دهیم، یعنی M یا a یا L تغییر

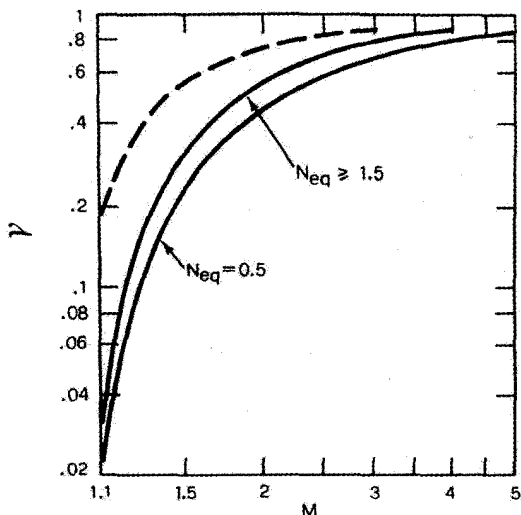


شکل ۲۱.۵ مثال نمونه‌ای از رفتار نوسان‌کننده دامنه ویژه مقدار σ برحسب عدد فرنل معادل، N_{eq} ، برای سه مُد متوالی در شکل ۲۰.۵.

کند. در واقع به‌ازای هر مقدار صحیح عدد فرنل معادل، یک مُد مجزا و متفاوت با پایینترین مرتبه خواهیم داشت، یعنی مدی که پایینترین اتلاف را دارد. این را می‌توان با کمک شکل ۲۱.۵، که در آن اندازه ویژه مقدار σ برحسب N_{eq} برای سه مُد نمونه‌شده در شکل ۲۰.۵، رسم شده است، درک کرد. در واقع توجه کنید که چون $\gamma = 1 - |\sigma|^2$ ، مد $l = 1$ ، وقتی N_{eq} بزرگتر از ۱ (و کوچکتر از ۲ باشد) پایینترین مرتبه مُد خواهد شد. این امر به این دلیل است که وقتی N_{eq} افزایش یابد (مثلاً از مقدار ۶ در $N = 0$ در شکل ۲۰.۵) مد $l = 1$ به داخل فشرده می‌شود در حالی که مد $l = 0$ به طرف خارج گسترده می‌شود، به نحوی که در $N_{eq} \cong 1$ نقش دو مُد عوض می‌شود. همچنین با توجه به شکل ۲۱.۵، در هر مقدار نیمه صحیح N_{eq} ، اختلاف زیادی بین تلفات پایینترین مد و تلفات سایر مدها وجود دارد. به نظر می‌رسد که تمایز زیاد مُد عرضی تنها تحت این شرایط حاصل می‌شود. ولی متذکر می‌شویم که وقتی منحنیهای اتلاف دو مُد یکدیگر را قطع می‌کنند (یعنی برای مقادیر صحیح N_{eq} در شکل ۲۱.۵) نقوش شدت این دو مُد شبیه به یکدیگر خواهند شد. لذا، در $N_{eq} = 1$ ، مثلاً، اختلاف بزرگی در اتلاف بین مُد $l = 2$ و مُدهای $l = 0$ و $l = 1$ وجود دارد، که برحسب نیمرخ باریکه عرضی می‌توان فرض کرد که به‌طور مؤثر متناظر با همان مُد است.^۱ نتیجه‌ای که به‌دست می‌آید آن است که تشدیدگرهای ناپایدار همواره دارای تمایز بزرگ در مُد عرضی هستند و شاید بیشترین تمایز در اعداد نیمه صحیح N_{eq} اتفاق می‌افتد.

با کمک محاسبه اپتیک موجی و به‌ازای مقادیر نیمه صحیح N_{eq} ، درمی‌یابیم که اتلاف پایینترین

۱. دو مُد هنوز هم از نقطه‌نظر جابه‌جایی فاز رفت و بازگشتی با هم اختلاف دارند، یعنی هنوز در تغییر میدان در امتداد محور z طولی و لذا در بسامدهای تشدیدشان با هم تفاوت دارند.



شکل ۲۲.۵ تلفات جفت‌شدگی (خروجی) تشدیدگر ناپایدار برحسب ضریب بزرگنمایی M [۱۳].

مرتبهٔ مد بسیار کوچکتر از اتلافی است که با اپتیک هندسی پیش‌بینی می‌شود. این نتیجه از شکل ۲۲.۵ کاملاً روشن است، که اتلاف γ برحسب ضریب بزرگنمایی رفت و بازگشتی، M ، ترسیم شده است. در این شکل، منحنیهای پیوسته (که برای مقادیر نیمه صحیح متوالی به‌کار رفته است) از اپتیک موجی به‌دست آمده‌اند، در حالی که منحنی خط‌چین متناظر با نتایج اپتیک هندسی است که از معادلهٔ (۵.۶.۵) به‌دست آمده است. در هر صورت می‌توان دید که اتلاف پایینترین مرتبهٔ مد کوچکتر از مقداری است که اپتیک هندسی پیش‌بینی می‌کند. این نتیجه را می‌توان براساس این امر دانست که برخلاف نظریهٔ اپتیک هندسی که توزیع شدت ثابتی را پیش‌بینی می‌کند، توزیع شدت پایینترین مرتبهٔ مد به سمت محور باریکه تمایل به‌تمرکز دارد (شکل ۲۰.۵).

۳.۶.۵ مزایا و معایب تشدیدگرهای ناپایدار لبه-سخت

مزایای اصلی تشدیدگرهای ناپایدار لبه-سخت در مقایسه با تشدیدگرهای پایدار را می‌توان به‌قرار زیر خلاصه کرد: (۱) حجم بزرگ مدی و قابل کنترل، (۲) تمایز خوب مد عرضی، (۳) اپتیک تمام بازتابنده (که مخصوصاً در ناحیهٔ فرورسرخ که از آینه‌های فلزی می‌توان استفاده کرد جالب توجه است). معایب اصلی عبارت‌اند از: (۱) سطح مقطع باریکهٔ خروجی به‌صورت حلقه‌ای است (یعنی حفره‌ای تاریک در مرکز آن است). مثلاً در تشدیدگر هم‌کانونی (شکل ۱۸.۵)، قطر داخلی حلقه $2a_1$ است، در حالی که قطر خارجی آن $2Ma_2$ است. با وجودی که این حفره در صفحهٔ کانونی

یک عدسی که برای کانونی کردن باریکه به کار برده می شود ناپدید می شود (نقش میدان دور)، شدت قله در این صفحه کانونی با کاهش ضخامت حلقه، کاهش می یابد. در واقع برای یک توان کلی مفروض، شدت قله برای باریکه حلقه ای در مقایسه با شدت باریکه ای با شدت یکنواخت، و قطری برابر با قطر بزرگ باریکه حلقه ای، با ضریب $(M^2 - 1)/M^2$ کاهش می یابد. (۲) توزیع شدت باریکه از یک منحنی هموار تبعیت نمی کند، بلکه حلقه های پراشی را ارائه می دهند. (۳) تشدیدگر ناپایدار نسبت به اختلالهای کاواک در مقایسه با تشدیدگر پایدار حساسیت کمتری دارد.

این مزایا و معایب به آن معناست که تشدیدگرهای ناپایدار را می توان به سهولت در لیزرهای بهره بالا (به طوری که M نسبتاً بزرگ باشد) به کار برد، مخصوصاً در ناحیه فروسرخ که باریکه محدود شده پراشی با قدرت بالا (و یا با انرژی بالا) مورد نیاز است.

۴.۶.۵ تشدیدگرهای ناپایدار با آینه های بازتابنده متغیر

بر بعضی از معایب تشدیدگرهای ناپایدار لبه سخت (و نه همه آنها) می توان با استفاده از تشدیدگر ناپایدار با بازتابندگی متغیر، غلبه کرد. در این مورد بازتابندگی آینه خروجی، برخلاف مورد لبه سخت که برای $r < a_2$ برابر است با ۱ و برای $r > a_2$ برابر با صفر است، مقدارش از مقدار قله، R_0 ، در جهت شعاعی رو به کاهش می رود و در فاصله شعاعی که قابل مقایسه با شعاع محیط فعال است، به سمت صفر می گراید [۱۴]. اگر $\rho(r)$ بازتابندگی میدان آینه ۲ باشد، تشدیدگر یک انتهابسته ای را با بزرگنمایی رفت و بازگشت M در نظر می گیریم، برای سادگی روش متکی به اپتیک هندسی را دنبال می کنیم. برحسب مختصات شعاعی r ، می توانیم بگوییم که $u_1'(Mr)$ که پس از یک رفت و بازگشت در مختصات Mr بر آینه ۲ فرود می آید ناشی از میدان $u_2(r)$ باریکه فرودی در مختصات r آینه ۲ در شروع رفت و بازگشت است. پس از در نظر گرفتن نیمرخ بازتابندگی میدان آینه ۲ و بزرگنمایی رفت و بازگشت M ، می توانیم بنویسیم

$$u_1'(Mr) = \frac{\rho(r)u_2(r)}{M} \quad (۴.۶.۵)$$

جمله M در طرف راست معادله (۴.۶.۵) را می توان با ملاحظه اینکه پس از بزرگسازای با ضریب M ، سطح باریکه با ضریب M^2 افزایش می یابد، به آسانی درک کرد. برای بقای توان باریکه، شدت باید با ضریب M^2 کاهش یابد و لذا میدان با M کاهش می یابد.

اگر u_2 متناظر با مد کاواک باشد، باید داشته باشیم $u_1'(r) = \sigma u_2(r)$ که σ اکنون کمیتی حقیقی با دامنه ای کوچکتر از واحد است که تلفات کاواک را به حساب می آورد. از معادله (۴.۶.۵)،

به دست می آید که

$$\sigma u_2(Mr) = \frac{\rho(r)u_2(r)}{M} \quad (۷.۶.۵)$$

ویژه جوابهای $u_2(r) = u_{21}(r)$ معادله (۷.۶.۵) توزیع میدان داخل کاواک جلوی آینه ۲ را به دست می دهد. سپس ویژه مقادیر، تلفات رفت و بازگشتی را به علت جفت شدگی خروجی، طبق رابطه آشنای [معادله (۶.۲.۵)]

$$\gamma = 1 - \sigma^2 \quad (۸.۶.۵)$$

به دست می دهد.

اولین موردی که بررسی می کنیم شامل نیمرخ با بازتابندگی گاوسی است [۱۱، ۱۲]. بنابراین

می نویسیم

$$\rho = \rho_0 \exp(-r^2/w_m^2) \quad (۹.۶.۵)$$

که ρ_0 قله بازتابندگی میدان و w_m مقیاس عرضی نیمرخ بازتابندگی آینه را برقرار می کند. توجه کنید که طبق معادله (۹.۶.۵)، نیمرخ بازتابندگی شدت، کمیتی که غالباً به طور تجربی اندازه گیری می شود از

$$R = R_0 \exp(-2r^2/w_m^2) \quad (۱۰.۶.۵)$$

به دست می آید، که $R_0 = \rho_0^2$ بازتابندگی قله است. با کمک معادله (۹.۶.۵)، می توان نشان داد که پایینترین جواب معادله (۷.۶.۵) با جایگزینی مستقیم از

$$u_{20}(r) = u_{20}(0) \exp(-r^2/w^2) \quad (۱۱.۶.۵)$$

به دست می آید که

$$w^2 = (M^2 - 1)w_m^2 \quad (۱۲.۶.۵)$$

ویژه مقدار σ متناظر خواهد شد

$$\sigma = \frac{\rho_0}{M} \quad (۱۳.۶.۵)$$

آن گاه، طبق معادله (۸.۶.۵) تلفات جفت شدگی خروجی از

$$\gamma = 1 - \left(\frac{R_0}{M^2} \right) \quad (۱۴.۶.۵)$$

به دست می آید.

توزیع شعاعی شدت برای باریکه فرودی روی آینه ۲ را می توان از رابطه

$$I_{in}(r) = I_{in}(0) \exp(-2r^2/w^2) \quad (۱۵.۶.۵)$$

به دست آورد. توجه کنید که نیمرخهای شعاعی هر دو دامنه میدان u_2 و شدت میدان I_{in} با توابع گاوسی توصیف می‌شوند. از طرف دیگر شدت باریکه خروجی، I_{out} ، از

$$I_{out}(r) = I_{in}(r)[1 - R(r)] = I_{in}(0)[\exp(-2r^2/w^2) - R_0 \exp(-2M^2r^2/w^2)] \quad (۱۶.۶.۵)$$

به دست می‌آید، که از معادلات (۱۰.۶.۵)، (۱۲.۶.۵)، و (۱۵.۶.۵) استفاده شده است. بنابراین I_{out} با یک تابع گاوسی توصیف نمی‌شود و تحت شرایط خاصی نیمرخ شدتی با اوج تخت را برای $r = 0$ خواهیم داشت و این نمودی قابل توجه در بعضی کاربردهاست. در واقع وقتی $(d^2 I_{out}/dr^2)_{r=0} = 0$ شود، این امر تحقق می‌یابد. در این مورد از معادله (۱۶.۶.۵) می‌یابیم که بازتابندگی مرکزی R_0 و بزرگنمایی M کاواک باید در شرط

$$R_0 M^2 = 1 \quad (۱۷.۶.۵)$$

صدق کند. به این دلیل، طبق معادلات (۱۴.۶.۵) و (۱۷.۶.۵) تلفات رفت و بازگشت کاواک با رابطه زیر داده می‌شوند

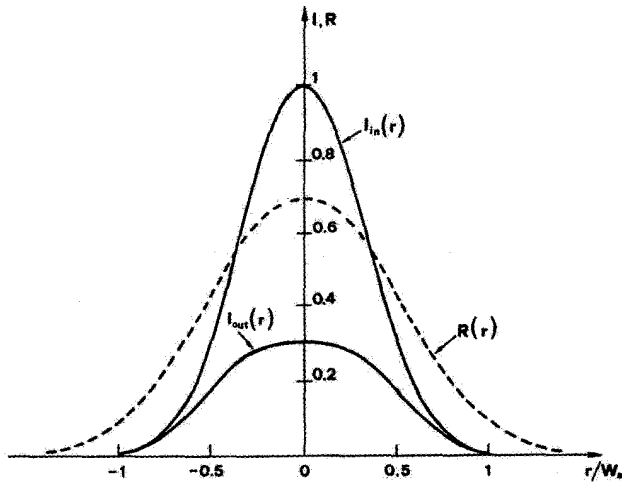
$$\gamma = 1 - \left(\frac{1}{M^2} \right) \quad (۱۸.۶.۵)$$

معادلات پیشین، نتایج برجسته تشدیدگرهای ناپایدار با آینه‌های با نیمرخ بازتابندگی گاوسی را به دست می‌دهند. گرچه این نتایج براساس روش ساده اپتیک هندسی هستند، با نتایج مبتنی بر روش اپتیک موجی برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ عدد فرنل معادل $(N_{eq} \geq 5)$ [۱۵] سازگاری خوبی دارند. در آینه‌های با بازتابندگی گاوسی، می‌توانیم تحلیل ظریف اپتیک موجی را مبتنی بر ماتریس $ABCD$ با عناصر مختلط ماتریس نیز به کار ببریم [۱۶].

مثال ۱۱.۵ طراحی تشدیدگری ناپایدار با یک آینه خروجی با نیمرخ بازتابندگی شعاعی گاوسی. فرض می‌کنیم $\gamma = 0.5$ مقداری است که جفت‌شدگی خروجی لیزر مفروض را بهینه می‌کند (فصل ۲ را ببینید) و موردی را در نظر می‌گیریم که باریکه خروجی دارای تخت‌ترین نیمرخ است. از معادله (۱۸.۶.۵) به دست می‌آوریم که $M^2 = \sqrt{2}$ و از معادله (۱۷.۶.۵) داریم

$$R_0 = \frac{1}{M^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71$$

از معادله (۱۲.۶.۵)، می‌رسیم به $w_m^2 = 0.4r^2 = w^2$. نیمرخ بازتابندگی و نیمرخهای شدت متناظر



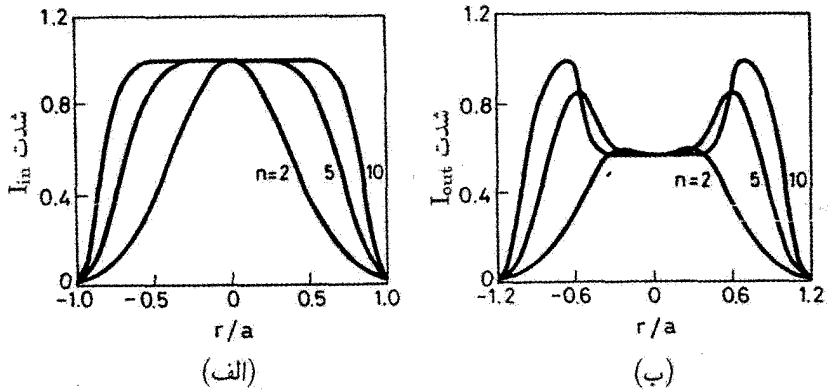
شکل ۲۳.۵ نیمرخ شدت شعاعی داخلی I_{in} و خارجی I_{out} یک کاواک ناپایدار با بازتابندگی گاوسی جفت‌کننده خروجی $R(r)$ (حالت مرتبط با تخت‌ترین نیمرخ برای I_{out}).

با آن در داخل و خارج تشدیدگر در شکل ۲۳.۵ نشان داده شده است. اکنون اگر a را برابر با شعاع محیط فعال بگیریم و فرض کنیم که محیط را بتوان در جلوی آینه ۲ قرار داد، نیمرخ شدت باریکه در داخل محیط $I_{in}(r)$ خواهد شد. برای اجتناب از بریده شدن اضافی باریکه توسط گشودگی محیط فعال، یعنی برای اجتناب از حلقه‌های پراشی اضافی شاخص ناشی از این بریده‌شدگی، مثلاً می‌توانیم شرط $I_{in}(a)/I_{in}(0) = 2 \times 10^{-2}$ را اعمال کنیم. آن‌گاه می‌یابیم که $a \cong 0.9 w_m$ که برای یک گشودگی مفروض a ، اندازه لکه w_m ، نیمرخ بازتابندگی گاوسی را برقرار می‌کند. به‌عنوان مثال، اگر $a = 3.2 \text{ mm}$ در نظر گرفته شود، به دست می‌آوریم $w_m = 3.5 \text{ mm}$. بنابراین برای خاتمه موضوع، آینه گاوسی باید دارای قله بازتابندگی 71% و $R_0 \cong 71\%$ و اندازه لکه $w_m = 3.5 \text{ mm}$ باشد. همچنین باید در یک کاواک ناپایدار (مثلاً یک کاواک هم‌کانونی) با بزرگنمایی $M = (2)^{1/4} = 1.19$ به کار برده شود. ■

مورد دومی که بررسی می‌کنیم شامل نیمرخ بازتابندگی ابر گاوسی [۱۷] است. به جای معادلات (۹.۶.۵) و (۱۰.۶.۵) می‌نویسیم

$$\rho = \rho_0 \exp(-r^n/w_m^n) \quad (\text{الف } ۱۹.۶.۵)$$

$$R = R_0 \exp(-2r^n/w_m^n) \quad (\text{ب } ۱۹.۶.۵)$$



شکل ۲۴.۵ مقایسه بین نیمرخ بازتابندگی گاوسی و اُبر گاوسی (برای $n = ۵, ۱۰$): (الف) نیمرخ شعاعی شدت در داخل تشدیدگر و (ب) نیمرخ شعاعی شدت در خارج از تشدیدگر.

برای $n > ۲$ ، معادلات (۱۹.۶.۵) منحنیهای با نیمرخ بازتابندگی اُبر گاوسی را توصیف می‌کنند. با قراردادن معادله (۱۹.۶.۵) الف) در معادله (۷.۶.۵) به دست می‌آوریم

$$u_{r0}(r) = u_{r0}(0) \exp(-r^2/w^n) \quad (۲۰.۶.۵)$$

که

$$w = w_m(M^n - 1)^{1/n} \quad (۲۱.۶.۵)$$

را تعریف کردیم. مجدداً، داریم $\sigma = \rho_0/M$ و $\gamma = 1 - \sigma^2 = 1 - (R_0/M^2)$ از معادله (۲۰.۶.۵) خواهیم داشت

$$I_{in}(r) = I_{in}(0) \exp(-2r^n/w^n) \quad (۲۲.۶.۵)$$

هر دو نیمرخهای شعاعی u_{r0} و I_{in} با توابع اُبر گاوسی، با همان مرتبه n نیمرخ بازتابندگی، توصیف می‌شوند. از طرف دیگر، شدت باریکه خروجی را می‌توان به آسانی از $I_{out} = I_{in}(r)[1 - R(r)]$ به دست آورد که با تابع اُبر گاوسی وصف نمی‌شود.

برای مقایسه عملکرد تشدیدگرهای ناپایدار با نیمرخ بازتابندگیهای گاوسی و اُبر گاوسی، نیمرخهای شدت I_{in} را برای $n = ۲$ (گاوسی) و $n = ۵, ۱۰$ (اُبر گاوسی) در شکل ۲۴.۵ الف) نشان داده‌ایم. منحنیها به مقادیر قله آنها بهنجار شده‌اند، و اندازه‌های لکه متناظر با آنها، w ، در معادلات (۲۲.۶.۵) و (۱۵.۶.۵) چنان انتخاب شده‌اند که شرط $\exp[-(2a^n/w^n)] = 2 \times 10^{-2}$

برقرار باشد، که در رابطهٔ اخیر a شعاع محیط فعال است. بنابراین مقایسه برای همان درجه از بریده شدن باریکه توسط محیط فعال انجام گرفته است. اکنون با توجه به شکل ۲۴.۵ (الف)، مزیت آینهٔ اُبر گاوسی در مقایسه با آینهٔ گاوسی آشکار می‌شود. در آینه‌های اُبر گاوسی با افزایش مرتبهٔ n اُبر گاوسی، بهره‌برداری بهتر از محیط فعال جایز می‌شود (یعنی، با افزایش n ، سطح A_m مد افزایش می‌یابد). ولی می‌توان دید که با افزایش n ، زاویهٔ پراش θ_d افزایش می‌یابد، و این امر با کمک شکل ۲۴.۵ (ب) قابل درک است. در واقع این شکل نیمرخهای متناظر با شدت شعاعی را که با معادلات قبلی برای $I_{out}(r)$ ، به‌ازای $R_o = 45^\circ$ و $M = 1.8$ پیش‌بینی شده بود را نشان می‌دهد. می‌بینیم که با افزایش n ، حفره‌ای با عمق افزایشنده در باریکهٔ خروجی ظاهر می‌شود و این امر منجر به افزایش واگرایی و اگرایی باریکه خواهد شد. نتیجه‌ای که از این دو تمایل مخالف هم می‌گیریم آن است که درخشایی باریکه که می‌توان آن را متناسب با A_m/θ_d^2 گرفت، دارای مقدار بهینه‌ای برحسب تابعی از n است. این مقدار بهینه به بزرگنمایی رفت و بازگشت، M ، کاواک و قله بازتابندگی آینه، R_o ، بستگی دارد. ولی در تمامی موارد عملی در گسترهٔ ۵-۸ است [۱۸]. بنابراین برحسب درخشایی باریکه، آینه‌های اُبر گاوسی با مرتبهٔ اُبر گاوسی $n = 5-8$ ، بهترین انتخاب برای تشدیدگر ناپایدار با بازتابندگی متغیر است.

۷.۵ ملاحظات آخر

فصل ۵ برخی از بیشترین نموده‌های مرتبط با تشدیدگرهای پایدار و ناپایدار را مورد بررسی قرار می‌دهد. مخصوصاً، برای دسترسی به نوسان تک‌مد عرضی، از تشدیدگرهای پایدار استفاده می‌کنیم، به شرط آنکه عدد فرنل کوچکتر از ۲ باشد. مثلاً، این بدان معناست که شعاع روزنهٔ محدودکننده (یعنی، شعاع محیط فعال) باید کوچکتر از ۲ mm، در $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ و 6.5 mm ، در $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ باشد. برای مقادیر بزرگتر ابعاد عرضی محیط فعال، استفاده از تشدیدگرهای ناپایدار ضروری است. در این مورد، بهترین پاسخ با آینه‌های خروجی با بازتابندگی متغیر شعاعی گاوسی یا بهتر از آن، نیمرخ اُبر گاوسی، به‌دست می‌آید.

مسائل

۱.۵ یک تشدیدگر دو آینه‌ای از یک آینهٔ کاواک، به شعاع انحنای $R_1 = -1 \text{ m}$ و یک آینهٔ کوژ، به شعاع انحنای $R_2 = 2.5 \text{ m}$ تشکیل شده است. برای آنکه تشدیدگر پایدار باشد، بیشینهٔ ممکن برای فاصلهٔ آینه‌ها چقدر باید باشد؟

۲.۵ یک تشدیدگر هم‌کانونی به طول $L = 1 \text{ m}$ را که برای لیزر Ar^+ در طول موج 514.5 nm به‌کار می‌رود، در نظر بگیرید. مطلوب است: (الف) محاسبهٔ اندازهٔ لکه در مرکز تشدیدگر

روی آینه‌ها؛ (ب) اختلاف بسامد بین دو مد متوالی طولی؛ (ج) تعداد مدهای ناواگنی که در داخل پهن‌شدگی دوپلری خط Ar^+ به پهنای $\Delta\nu^* = 3.5 \text{ GHz}$ قرار می‌گیرد (جدول ۲.۲ را ببینید).

۳.۵ یک تشدیدگر نیم‌هم‌کانونی (تشدیدگر تخت-کروی با $L = R/2$) به طول $L = 2 \text{ m}$ را که برای یک لیزر CO_2 در طول موج $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ به‌کار برده می‌شود، در نظر بگیرید، مطلوب است محاسبه: (الف) محل قرارگرفتن کمر باریکه، (ب) اندازه لکه روی هر آینه، (ج) اختلاف بسامد بین دو مد متوالی TEM_{00} ، و (د) تعداد مدهای TEM_{00} که در پهنای خط بهره واقع می‌شوند (لیزر CO_2 را از نوع فشار پایین و لذا $\Delta\nu \simeq 50 \text{ MHz}$ در نظر بگیرید).

۴.۵ تشدیدگری شامل دو آینه کروی، هر یک به شعاع انحنای 4 m ، که به فاصله 1 m از یکدیگر قرار دارند، در نظر بگیرید. اندازه لکه مد TEM_{00} را در مرکز تشدیدگر و روی آینه‌ها هنگامی که نوسان لیزری در طول موج لیزر Ar^+ با $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ رخ می‌دهد محاسبه کنید.

۵.۵ هرگاه به‌جای یکی از آینه‌ها در مسئله ۴.۵، یک آینه تخت قرار داده شود، اندازه لکه روی هر آینه چگونه تغییر خواهد کرد؟

۶.۵ با استفاده از معادلات (۲۶.۷.۴) و (۸.۵.۵الف) نشان دهید که کمر باریکه برای تشدیدگر دو آینه‌ای شکل (ب-ج) ۸.۵ در فاصله z_1 از آینه ۱ قرار می‌گیرد، که $z_1 = (1 - g_1)g_2L / (g_1 + g_2 - 2g_1g_2)$ است.

۷.۵ یکی از آینه‌ها در مسئله ۴.۵ را با یک آینه کاو به شعاع انحنای 1.5 m تعویض کرده‌ایم. با استفاده از نتایج مسئله ۶.۵: (الف) محل قرارگرفتن کمر باریکه و (ب) اندازه لکه در کمر باریکه و روی هر آینه را محاسبه کنید.

۸.۵ تشدیدگری شامل دو آینه تخت است و یک عدسی مثبت بین این دو آینه قرار داده شده است. اگر فاصله کانونی عدسی f ، و L_1 و L_2 معرف فواصل عدسی از دو آینه باشد: مطلوب است محاسبه: (الف) اندازه لکه در محل قرارگیری عدسی و اندازه لکه روی هر آینه و (ب) شرایطی که تحت آن شرایط کاواک پایدار است.

۹.۵ یک کاواک حلقه‌ای مثلثی، شامل سه آینه تخت است [شکل ۴.۵(الف)] و یک عدسی مثبت بین دو تا از آینه‌ها قرار داده شده است. اگر L_p طول محیط حلقه باشد، مطلوب است محاسبه: محل قرارگیری اندازه لکه کمینه، مقدار آن و اندازه لکه در محل قرارگیری عدسی. همچنین شرط پایداری این کاواک را پیدا کنید.

۱۰.۵ لیزری در طول موج $\lambda = 630 \text{ nm}$ دارای بهره توان 2×10^{-2} در هر عبور است. این لیزر دارای تشدیدگر متقارن شامل دو آینه است به شعاع انحنای هر یک $R = 10 \text{ m}$ ، که به فاصله

$L = 1 \text{ m}$ از یکدیگر قرار دارند. اندازه مناسب گشودگی آینه را چنان انتخاب کنید که نوسان مد TEM_{01} متوقف و تنها مد TEM_{00} نوسان کند.

۱۱.۵ به علت حساسیت نسبتاً کوچک انحراف از محور آینه‌ای، تشدیدگر نزدیک-نیم‌کروی (یعنی، تشدیدگری با آینه‌های تخت و کروی با $R = L + \Delta$ و $\Delta \ll L$)، اغلب در لیزر هلیوم-نئون در طول موج $\lambda = 630 \text{ nm}$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر طول کاواک $L = 30 \text{ cm}$ باشد: (الف) شعاع انحنای آینه کروی را به نحوی که اندازه لکه روی این آینه $w_m = 0.5 \text{ mm}$ باشد محاسبه کنید، (ب) محل قرارگیری این تشدیدگر را روی صفحه $g_1 - g_2$ مشخص کنید، و (ج) اندازه لکه روی آینه تخت را به دست آورید.

۱۲.۵ تشدیدگر نزدیک-نیم‌کروی لیزر هلیوم-نئون را در مسئله ۱۱.۵ در نظر بگیرید و فرض کنید که اثر روزنه به وسیله قطر لوله نازکی که شامل مخلوط گاز He-Ne است ایجاد می‌شود (فصل ۱۰ را ببینید). اثر روزنه را می‌توان با یک میان‌بند به شعاع a که در جلوی آینه کروی قرار می‌گیرد شبیه‌سازی کرد. اگر بهره توان در هر عبور لیزر He-Ne را 2×10^{-2} در نظر بگیریم، شعاع میان‌بندی را که برای حذف مد TEM_{01} مورد نیاز است محاسبه کنید (راهنمایی: نشان دهید که اتلاف رفت و بازگشتی این تشدیدگر برابر است با اتلاف تک‌عبور در یک تشدیدگر مقارن نزدیک-هم‌مرکزی به طول $L_{mc} = 2L$ و $R_1 = R_2 = R$). برای محاسبه اتلاف پراشی از شکل ۱۳.۵ استفاده کنید. فرض کنید که اتلاف در یک تشدیدگر با مقدار g منفی برابر با اتلاف در تشدیدگر متناظر با مقدار g مثبت مرتبط با آن باشد).

۱۳.۵ ماتریس $A_1 B_1 C_1 D_1$ در شکل ۸.۵ را در نظر گرفته و نشان دهید که برای یک کاواک پایدار باید داشته باشیم $1 < A_1 D_1 < \infty$ و $0 < B_1 C_1 < 1$. با توجه به این نتایج نشان دهید که $B_1 D_1 / A_1 C_1 < 0$ ، به طوری که q_1 در معادله (۶.۵.۵) (الف) کاملاً موهومی است.

۱۴.۵ برای یک تشدیدگر دو آینه‌ای پایدار، حساسیت انحراف از محور δ را به صورت جابه‌جایی عرضی محل تقاطع محور اپتیکی با یک آینه مفروض که به اندازه لکه روی آینه بهنجار شده است، برای انحراف واحد زاویه یکی از دو آینه، تعریف می‌کنیم. برای آینه ۱ به ویژه می‌توانیم دو ضریب حساسیت انحراف از محور δ_{11} و δ_{12} را با روابط $(1/w_1)(dr_1/d\theta_1) = \delta_{11}$ و $(1/w_1)(dr_1/d\theta_2) = \delta_{12}$ تعریف کنیم، که $dr_1/d\theta_i$ ($i = 1, 2$) تغییر عرضی مرکز باریکه روی آینه ۱، برای انحراف واحد زاویه هر یک از دو آینه ۱ و ۲ است. نشان دهید که برای یک تشدیدگر هم‌کانونی، داریم $(\delta_{11})_c = 0$ و $(\delta_{12})_c = (\pi w_s / \lambda)$.

۱۵.۵ با استفاده از تعریفی که در مسئله ۱۴.۵ ارائه شد، نشان دهید که برای تشدیدگر مقارن

نزدیک-صفحه‌موازی حساسیت انحراف از محور چنان است که:

$$\delta_{11} = \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{22} = (\delta_{12})_c \cdot 4w^3/w_s^3$$

و $(\delta_{12})_c$ حساسیت انحراف از محور تشدیدگر هم‌کانونی است، w اندازه لکه روی آینه برای تشدیدگر واقعی و w_s اندازه لکه آینه تشدیدگری هم‌کانونی با همان طول است. طبق معادله قبل، کدامیک از دو تشدیدگر نسبت به انحراف آینه حساسیت کمتری دارند؟

۱۶.۵ یک تشدیدگر نزدیک-نیم‌کروی ($R = L + \Delta$ با $\Delta \ll L$) را در نظر بگیرید به طوری که آینه ۱ یک آینه تخت باشد. نشان دهید که در این مورد $\delta_{12} = (\delta_{12})_c (w_2/w_s)$ و $\delta_{21} = (\delta_{12})_c (w_s/w_2)$ است. این تشدیدگر را با تشدیدگر با شعاع انحنای بلند در مسئله ۱۵.۵ برای همان مقدار اندازه لکه آینه مقایسه کنید، یعنی، $w = w_2$ ؛ از مقایسه حساسیت انحراف از محور یک تشدیدگر نزدیک-نیم‌کروی در مقایسه با تشدیدگر نزدیک-صفحه‌موازی چه نتیجه‌ای را می‌توان استنباط کرد.

۱۷.۵ یک تشدیدگر ناپایدار شامل یک آینه تخت (آینه ۱) و یک آینه محدب (آینه ۲) با شعاع انحنای $R_2 = 2 \text{ m}$ است که به فاصله $L = 50 \text{ cm}$ از یکدیگر قرار دارند. مطلوب است: (الف) محاسبه موقعیت تشدیدگر در صفحه g_1-g_2 ، (ب) محل نقاط P_1 و P_2 در شکل ۱۷.۵، (ج) شرطی که تحت آن تشدیدگر یک انتها بسته است و خروجی باریکه تنها از اطراف آینه ۲ اتفاق می‌افتد و (د) ضریب بزرگنمایی رفت و بازگشتی و تلفات رفت و بازگشتی.

۱۸.۵ یک تشدیدگر هم‌کانونی ناپایدار را می‌خواهیم برای لیزر CO_2 در طول موج $106 \mu\text{m}$ به کار ببریم. طول تشدیدگر را $L = 1 \text{ m}$ انتخاب می‌کنیم. اگر بخواهیم حجم مد بیشینه شود، چه شاخه‌ای را برای این تشدیدگر باید انتخاب کنیم؟ گشودگیهای آینه $2a_1$ و $2a_2$ را محاسبه کنید، به طوری که: (الف) $N_{eq} = 7.5$ ، (ب) خروجی یک انتها بسته به دست آید، و (ج) جفت‌شدگی خروجی رفت و بازگشتی ۲۰٪ حاصل شود. سپس شعاعهای R_1 و R_2 دو آینه را پیدا کنید.

۱۹.۵ با استفاده از روش اپتیک هندسی، اتلاف رفت و بازگشتی تشدیدگری را که در مسئله ۱۸.۵ طراحی شده است محاسبه کنید. شکل و ابعاد باریکه خروجی چگونه است؟

۲۰.۵ تشدیدگر ناپایداری را در نظر بگیرید که شامل یک آینه محدب (آینه ۱) با شعاع انحنای R_1 و یک آینه تخت (آینه ۲) است و به فاصله $L = 50 \text{ cm}$ از یکدیگر قرار دارند. فرض کنید که آینه تخت یک نیم‌رخ بازتابندگی ابر‌گاوسی با مرتبه ابر‌گاوسی $n = 6$ دارد و قله توان بازتابندگی $R_0 = 0^\circ$ است. باز هم فرض کنید که محیط فعال شامل میله‌ای استوانه‌ای شکل (مثلاً، یک

میله Nd:YAG) است با شعاع $a \cong 3.2 \text{ mm}$ که در جلوی آینه ۲ قرار داده شده است. برای محدودساختن تلفات رفت و بازگشتی تا مقداری قابل قبول، بزرگنمایی رفت و بازگشتی را نیز $M = 1.4$ در نظر می‌گیریم. مطلوب است محاسبه: (الف) اندازه لکه w شدت میدان I_{in} برای بریده‌شدگی شدت توسط محیط فعال برابر با 2×10^{-2} ، (ب) اندازه لکه متناظر w_m ، (ج) تلفات رفت و بازگشتی کاواک، و (د) شعاع انحنای آینه محدب.

مراجع

1. A. E. Siegman, *Lasers* (Cambridge University, Oxford, 1986), Sect. 14.2.
2. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon, London, 1980), Sect. 1.6.5.
3. H. Kogelnik and T. Li, Laser Beams and Resonators, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966).
4. Ref. 1, Chap. 19.
5. A. G. Fox and T. Li, Resonant Modes in a Maser Interferometer, *Bell Syst. Tech. J.* **40**, 453 (1961).
6. T. Li, Diffraction Loss and Selection of Modes in Maser Resonators with Circular mirrors, *Bell System Tech. J.* **44**, 917 (1965).
7. V. Magni, Resonators for Solid-State Lasers with Large-Volume Fundamental Mode and High-Alignment Stability, *Appl. Opt.* **25**, 107-117 (1986). See also *erratum Appl. Opt.* **25**, 2039 (1986).
8. Ref. 1, p. 666.
9. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, vol. 1, *Springer Series in Optical Sciences*, 4th ed. (Springer-Verlag, New York, 1996).
10. Ref. 1, Chap. 22.
11. A. E. Siegman, Unstable Optical Resonators for Laser Applications, *Proc. IEEE* **53**, 277-287 (1965).
12. D. B. Rensch and A. N. Chester, Iterative Diffraction Calculations of Transverse Mode Distributions in Confocal Unstable Laser Resonators, *Appl. Opt.* **12**, 997 (1973).
13. A. E. Siegman, Stabilizing Output with Unstable Resonators, *Laser Focus* **7**, 42 (May 1971).
14. H. Zucker, Optical Resonators with Variable Reflectivity mirrors, *Bell System Tech. J.* **49**, 2349 (1970).
15. A. N. Chester, Mode Selectivity and mirror Misalignment Effects in Unstable Laser Resonators, *Appl. Opt.* **11**, 2584 (1972).
16. Ref. 1, Sect. 23.3.
17. S. De Silvestri, P. Laporta, V. Magni, and O. Svelto, Solid-State Unstable Resonators with Tapered Reflectivity mirrors: the Super-Gaussian Approach, *IEEE J. Quantum Electr.* **QE-24**, 1172 (1988).
18. G. Cerullo *et al.*, Diffraction-Limited Solid-State Lasers with Super-Gaussian mirror, in *OSA Proc. On Tunable Solid-State Lasers*, vol. 5 (M. Shand and H. Jenssen, eds.) (Optical Society of America, Washington, DC, 1989), pp. 378-384.

فرایندهای دمش

۱.۶ مقدمه

در فصل ۱ دیدیم که فرایندی که بدان وسیله اتمها از تراز ۱ به تراز ۲ [در لیزر سه تراز، شکل ۴.۱ (الف)] یا از تراز ۰ به تراز ۳ [در لیزر چهار تراز یا شبه سه تراز، شکل ۴.۱ (ب)] ارتقا می یابند را فرایند دمش (یا پمپ کردن) می گویند. این فرایند معمولاً با یکی از روشهای زیر صورت می گیرد: ایتیکی یعنی، با نور پیوسته موج (CW) یا تپی (پالسی) که از یک لامپ پر قدرت یا باریکه لیزر گسیل می شود؛ الکتریکی، یعنی بسامد رادیویی CW یا جریان تپی در یک محیط رسانا، نظیر یک گاز یونیده یا یک نیمرسانا.

در دمش ایتیکی توسط چشمه ناهمدوس، ماده فعال نور ناشی از لامپی قوی را جذب می کند و در نتیجه اتمها به تراز بالاتر دمیده می شوند. این روش مخصوصاً برای لیزرهای حالت جامد یا مایع (یعنی لیزرهای رزینهای) مناسب است. در واقع سازوکارهای پهن شدگی خط در جامدات و مایعات پهن شدگی قابل ملاحظه ای را ایجاد می کند، به طوری که معمولاً در این گونه مواد به جای خطوط تیز با نوارهای دمش سروکار داریم. بنابراین این نوارها می توانند بخش قابل ملاحظه ای

از نور گسیل شده توسط لامپ دمش را (که غالباً نوار پهنی را تشکیل می‌دهد) جذب کنند. در دسترس بودن چشمه‌های لیزری پر قدرت و کارآمد، به صورت CW یا تپی، دمش لیزری را در بسیاری از طول موجها فرایندی جالب توجه و قابل اجرا کرده است. در این مورد خط باریکی که از یک چشمه مناسب لیزری گسیل می‌شود توسط محیط فعال جذب می‌شود. این امر ملزم می‌دارد که طول موج لیزر منطبق با یکی از نوارهای جذبی محیط باشد. توجه کنید که تک رنگی لیزر به آن معناست که لیزر دمش، تنها به لیزرهای حالت جامد و مایع محدود نمی‌شود، و اگر مطمئن شویم که خط گسیل شده لیزر دمش با خط جذبی محیطی که هدف دمش آن است منطبق می‌شود، آن را می‌توان برای دمیدن لیزرهای گازی نیز به کار برد. این وضعیت به عنوان مثال، در اکثر لیزرهای گازی فروسرخ در انفاق می‌افتد (نظیر، متیل الکل یا CH_3OH در حالت بخار) که معمولاً با یک خط مناسب چرخشی-ارتعاشی لیزر CO_2 دمیده می‌شوند. برای لیزرهای حالت جامد یا مایع اغلب از لیزرهای آرگون یونی برای برانگیزش CW، لیزرهای نیتروژن یا آگسایمر برای برانگیزش تپی و لیزرهای Nd:YAG با هماهنگهای دوم و سوم آنها (به صورت CW یا تپی)، استفاده می‌شود. هر جا که امکانپذیر باشد، امروزه از لیزرهای دیودی نیمرسانا، به علت بازدهی ذاتی بالای این چشمه‌های لیزری (بازدهی نوری به الکتریکی بزرگتر از ۶۰٪ در این لیزرها نشان داده شده است)، به طور متداول استفاده می‌شود (دمش لیزر دیودی). در واقع می‌توان پیش‌بینی کرد که دمش لیزر دیودی ابزارهای شاخصی خواهند شد که حتی جای لامپهای پر قدرت را خواهند گرفت.

دمش الکتریکی معمولاً به وسیله تخلیه الکتریکی نسبتاً شدید اجرا می‌شود، و مخصوصاً برای لیزرهای گازی و نیمرسانا مناسب است. لیزرهای گازی را غالباً نمی‌توان با دمش توسط لامپ به کار انداخت، چون خطوط جذبی آنها معمولاً بسیار باریکتر از گسیل معمولی نوار پهن یک لامپ است. یک استثناء قابل توجه لیزر Cs است که به صورت اپتیکی دمیده می‌شود، و بخار Cs توسط لامپی که شامل He در فشار پایین است دمیده می‌شود. در این مورد وضعیت کاملاً برای دمش اپتیکی مناسب است، چون گسیل خط شدید He حدود 390 nm (که به علت فشار پایین به کاررفته نسبتاً تیز است) با یک خط جذبی Cs به طور تصادفی منطبق است. اما این لیزر دیگر به کار برده نمی‌شود و اهمیتش بیشتر به خاطر اهمیت تاریخی آن به عنوان قابل توجه‌ترین لیزر گازی با دمش توسط لامپ است و، مخصوصاً به عنوان قدیمی‌ترین طرح لیزری است که پیشنهاد شده است. از طرف دیگر، دمش الکتریکی لیزرهای گازی می‌تواند فرایند نسبتاً مناسبی باشند (مثلاً برای دمش لیزر CO_2)، چون پهنای خط سطح مقطع برانگیزش یک گذار مفروض با برخورد الکترونی معمولاً کاملاً بزرگ است (از چند eV تا چند ده eV؛ شکل‌های ۲۵.۶ و ۲۶.۶ را ببینید). این امر به علت آن است که برانگیزش برخورد الکترونی، یعنی $e + A \rightarrow A^* + e$ یک فرایند غیرتشیدی است.

انرژی اضافی مازاد بر انرژی مورد نیاز تحریک نمونه A در واقع به صورت انرژی جنبشی الکترون پراکنده شده، باقی می ماند. برعکس، فرایند برانگیزش اپتیکی توسط فوتون فرودی با انرژی $h\nu$ یعنی، $A \rightarrow A^* + h\nu$ یک فرایند تشدید است، چون انرژی فوتون باید برابر با انرژی برانگیزش نمونه A باشد. همان طوری که در فصل ۲ بحث شد، بعضی فرایندهای پهن شدگی خط که در این حالت رخ می دهد به علت انرژی است که مثلاً از حرکت گرمایی نمونه A (مانند پهن شدگی دوپلری) ناشی می شود، که می تواند به فرایند اضافه شود. ولی پهنای حاصل از خط جذبی کاملاً کوچک است (مثلاً 10^{-5} eV \approx برای پهن شدگی دوپلری اتمهای Ne)؛ این دلیلی اساسی است که چرا دمش اپتیکی توسط چشمه نوار پهن برای یک لیزر گازی ناکارآمد است. دمش اپتیکی می تواند به طور مؤثر برای لیزرهای نیم رسانا به کار برده شود، چون محیط نیم رسانا یک نوار جذبی قوی و پهن دارد. در واقع، شماری از لیزرهای نیم رسانا با دمش اپتیکی (مخصوصاً توسط دمش لیزری) گزارش شده اند. لیکن، دمش الکتریکی راحت تر است، چون با آن می توان چگالی جریان به اندازه کافی بزرگی را از نیم رسانا عبور داد (معمولاً به صورت دیود p-n یا p-i-n).

دو فرایند دمشی که نام بردیم، یعنی دمش اپتیکی و دمش الکتریکی، تنها روشهای موجود برای دمش لیزرها نیستند. شکلی از دمش، تا اندازه ای شبیه به دمش اپتیکی، مستلزم برانگیختگی محیط توسط باریکه ای از چشمه پرتو x (دمش پرتو x) است. به طریق مشابه، فرایند دمش، تا اندازه ای مشابه با دمش الکتریکی، مستلزم محیطی است که توسط باریکه الکترونی از یک ماشین مولد باریکه الکترون (دمش با باریکه e)، تحریک می شود. با وجودی که هر دو دمش پرتو x و باریکه e توانهای دمش بالایی را در حجم بزرگی از محیط فعال (عموماً به صورت گازی) انتقال می دهند، این سازوکارهای دمش، به علت ابزارهای پیچیده پرتو x و باریکه e به طور گسترده استفاده نمی شوند. توجه کنید که در این زمینه شاید کوتاهترین طول موجی که تاکنون از یک لیزر به دست آمده است با استفاده از پرتوهای شدید x ناشی از انفجار کوچک هسته ای، حاصل شده است ($1.4 \text{ nm} \cong \lambda$ ، یعنی در مرز بین نواحی پرتو x نرم و سخت). جزئیات این لیزر هنوز محرمانه باقی مانده است، ولی به سهولت می توان فهمید که این آرایش دمش را نمی توان به سادگی در آزمایشگاه معمولی به وجود آورد.

نوعی از دمش نسبتاً جالب توجه و از نظر مفهومی متفاوت وقتی رخ می دهد که وارونی مورد نیاز مستقیماً از یک واکنش شیمیایی گرمازا حاصل شود (دمش شیمیایی). دو نوع از این واکنشها را می توان به کار برد: واکنشهای مشارکت پذیر، یعنی $A + B \rightarrow (AB)^*$ ، که منجر به مولکول AB در یک حالت تحریک شده ارتعاشی می شود؛ واکنشهای تجزیه پذیر، که تجزیه توسط یک فوتون القا می شود $AB + h\nu \rightarrow A + B^*$ ، و منجر به نمونه B (اتم یا مولکول) در

حالت برانگیخته می‌شود. دمش شیمیایی معمولاً برای موادی در فاز گازی به‌کار می‌رود، و عموماً به مخلوط‌های گازی بسیار فعال و اغلب قابل انفجار نیازمند است. انرژی موجود در یک واکنش گرمازا اغلب بسیار زیاد است و اگر بخش خوبی از انرژی قابل دسترس به انرژی لیزری تبدیل شود، می‌توان توانی با قدرت بالا (برای عملکرد cw) یا انرژی زیاد (برای عملکرد تپی) برای عمل لیزری به‌دست آورد. با این نموده‌ها، لیزرهای شیمیایی می‌توانند بزرگترین توان لیزر cw قابل دسترس کنونی را به‌دست آورند (۲۲ MW برای لیزر MIRACL، که از حروف اول عبارت لیزر شیمیایی پیشرفته فروسرخ-میانی گرفته شده است^۱). علی‌رغم وجود مسائل در به‌کارگیری، مرتبط با مواد واکنش‌پذیر و مخاطره‌آمیز این لیزرها در زمینه نظامی برای استفاده به‌عنوان سلاح‌های انرژی مستقیم محدود شده‌اند.

نوعی دیگر از سازوکار دمش برای مولکول‌های گازی با مفهومی متفاوت، مستلزم انبساط اَبَرصوتی مخلوط گازی شامل مولکول خاص است (دمش‌گاز-دینامیکی). در این مورد، مخلوط مناسبی از گاز، که معمولاً شامل مولکول CO_2 به‌عنوان نمونه فعال است به‌کار برده می‌شود (مثلاً $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{H}_2\text{O}$ با نسبت جزء-فشار ۱:۷۶:۶). این مخلوط گازی را در یک محفظه مناسب به فشار بالا (مثلاً ۱۷ atm) و دمای بالا (مثلاً ۱۴۰۰ K) با سوخته‌های مناسب احتراق (مثلاً بنزن، C_6H_6 و نیتروکسید، N_2O)، که به‌طور اتوماتیک CO_2 داغ، با $\text{CO}_2/\text{H}_2\text{O}$ به نسبت ۱:۲ را فراهم می‌سازد، برده می‌شود. البته مولکول CO_2 در این مخلوط وارون نمی‌شود، ولی به‌علت دمای بالا، بخش قابل ملاحظه‌ای از مولکول در تراز پایینی لیزر می‌ماند (۲۵٪)، در حالی که مولکول در حالت پایتتر است، لیکن هنوز هم بخشی کلان از جمعیت در تراز بالایی لیزر وجود دارد (۱۰٪). در واقع توجه کنید که لیزر CO_2 یک لیزر چرخشی-ارتعاشی است و ترازهای پایینی و بالایی آن از حالت الکترونی پایه مولکول، می‌توانند به مقدار قابل ملاحظه‌ای به‌صورت گرمایی برانگیخته شوند، یعنی با بردن مخلوط به یک دمای بالا. سپس مخلوط گاز به‌صورت بی‌دررو با عبور از یک ردیف از ناوکهای انبساطی به فشار خیلی پایین (مثلاً ۰.۹ atm) منبسط می‌شود. بحث لیزرهای شیمیایی در فصل ۱۰ را بخوانید. به‌علت انبساط، دمای انتقالی مخلوط به مقدار بسیار پایتتر (مثلاً ۳۰۰ K) کاهش می‌یابد. در نتیجه، در مدت فرایند انبساط، جمعیت‌های حالت بالاتر و پایتتر به مقادیر ترازمندی بسیار پایتتر مناسب با این دمای پایتتر، به واهلیدن تمایل نشان می‌دهند. ولی برای لیزر CO_2 طول عمر حالت بالاتر به مقدار قابل ملاحظه‌ای بیشتر از حالت پایتتر است. این بدان معناست که واهلش تراز پایتتر در مراحل اولیه فرایند انبساط باریکه رخ خواهد داد. بنابراین، بعد از ناوکهای انبساطی ناحیه نسبتاً گسترده‌ای در امتداد جریان

به وجود می‌آید که در آن جمعیت تراز پایینتر لیزر فرو می‌افتاد، در حالی که تراز بالاتر، مقدار اولیه‌اش را حفظ می‌کند. بنابراین با فرایند انبساط، وارونی جمعیت در این ناحیه ایجاد می‌شود. دمش گاز-دینامیکی بیشتر برای لیزرهای CO₂ به کار برده می‌شود و توانهای cw بالایی (۱۰۰ kW) را به دست می‌دهد. پیچیدگیهای سیستم مانع از استفاده این لیزر برای مصارف عادی می‌شود، ولی در مقایسه با لیزرهای شیمیایی، توان پایینتر لیزر یک عدم مزیت برای کاربردهای نظامی محسوب می‌شود.

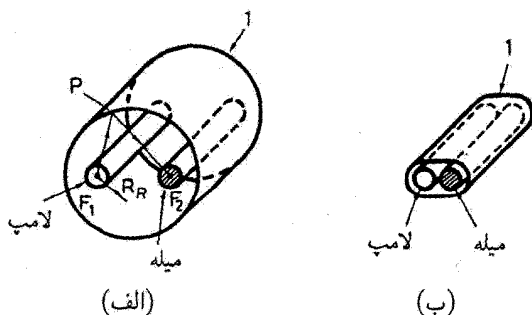
در حالی که در فصلهای ۲ و ۳ برهم‌کنش تابش-ماده به منظور محاسبه هر دو آهنگ گذار القایی و خودبه‌خود بوده است، در اینجا منظور نهایی محاسبه آهنگ دمش در واحد حجم، R_p ، است که با معادله (۱.۳.۱) تعریف شده است. هنگام دمش با یک چشمه نوری نوار پهن، مثلاً یک لامپ، محاسبه R_p نسبتاً پیچیده می‌شود [۱]. این پیچیدگی شامل دمش از طریق برخورد الکترونی که در تخلیه گاز رخ می‌دهد نیز می‌شود، که متضمن توزیع سرعت‌های الکترون در تخلیه گاز است [۲]. بنابراین در اینجا خود را به توصیف طرح‌های مختلف دمش با بعضی بحث‌های مرتبط با سازوکارهای شاخص فیزیکی که در این فرایندها درگیر هستند، محدود می‌کنیم.

۲.۶ دمش نوری با یک چشمه نوری ناهمدوس

در مورد دمش نوری با یک چشمه نوری ناهمدوس، مانند یک لامپ، نور دمش در کلیه جهتها گسیل می‌شود و معمولاً در گستره وسیع طیفی است. سپس لازم است این نور به محیط فعال انتقال داده شود. در بخش‌های بعدی به توصیف اینکه چگونه می‌توان به این انتقال، با استفاده از یک سیستم اپتیکی مناسب دست یافت، و چگونه نور در محیط فعال جذب می‌شود، خواهیم پرداخت.

۱.۲.۶ سیستم‌های دمش

لامپهایی که برای دمش لیزری به کار می‌روند اغلب به صورت استوانه‌ای هستند؛ شکل ۱.۶ دو نمونه از متداولترین آرایش دمش را در به کار بردن یک لامپ، نشان می‌دهد [۳]. در هر دو مورد محیط فعال به صورت میله‌ای استوانه‌ای است که طول و قطر آن تقریباً در حدود طول و قطر لامپ است. قطر معمولاً در گستره‌ای از چند میلیمتر تا چند ده سانتیمتر تا چند ده سانتیمتر است. در شکل ۱.۶ (الف)، لامپ در ابتدا یکی از دو محور کانونی F_1 یک استوانه بازتابنده آینه‌ای با سطح مقطع بیضوی [که در شکل با ۱ نشان داده شده و معمولاً اتافک (یا محفظه) دمش نامیده می‌شود] قرار داده می‌شود. میله لیزر در طول محور کانونی دوم، F_2 ، قرار داده می‌شود. خاصیت شناخته‌شده بیضی آن است که پرتو F_1P که کانون اول F_1 را ترک می‌کند. پس از بازتاب

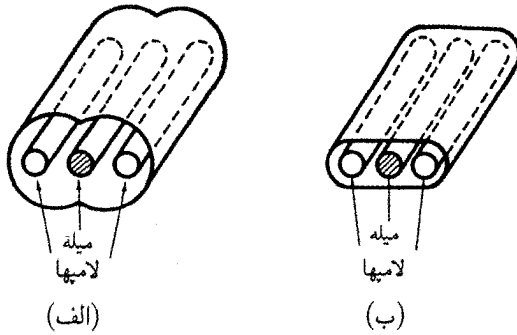


شکل ۱.۶ آرایشهای دمش با استفاده از یک لامپ: (الف) استوانه بیضوی، (ب) جفت شده نزدیک.

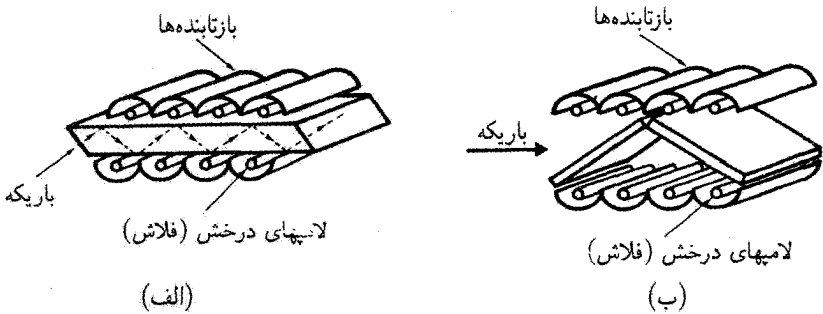
با سطح بیضوی از کانون دوم F_2 می‌گذرد (پرتو PF_2). این به مفهوم آن است که نوری که از لامپ گسیل می‌شود توسط اتاقک دمش به محیط فعال رسانده می‌شود. بازتابندگی بالای این اتاقک با نشست در خلأ لایه‌ای از طلا یا نقره روی سطح داخلی استوانه حاصل می‌شود. شکل ۱.۶ (ب) آرایش جفت شده نزدیک را نشان می‌دهد: میله لیزر و لامپ تا آنجا که ممکن است نزدیک یکدیگر قرار داده می‌شوند و بازتابنده استوانه‌ای به فاصله خیلی نزدیک، آنها را دربر می‌گیرد (در شکل با ۱ نشان داده شده است). در این مورد اغلب اتاقک دمش را که با مواد بازتابنده پخش‌کننده ساخته می‌شود، به جای بازتابنده‌های آینه‌ای به کار می‌برند. برای موادی با قدرت پخش‌کنندگی بالا، نظیر پودرهای فشرده $BaSO_4$ یا سرامیک سفید که محیطهای پراکنده‌کننده کارآمد هستند، بازدهی آرایش جفت شده نزدیک غالباً بسیار کمتر از آرایشهای استوانه‌ای با بازتابندگی آینه‌ای نیست، لیکن توزیع نور دمش در داخل میله لیزر بسیار یکنواخت‌تر است.

شکل ۲.۶ دو اتاقک دمش را با استفاده از دو لامپ نشان می‌دهد. در شکل ۲.۶ (الف)، استوانه بازتابنده آینه‌ای شامل یک بیضی دوتایی است که یک محور کانونی مشترک دارند. میله لیزر در طول این محور قرار داده می‌شود، در حالی که دو لامپ روی دو کانون دیگر بیضیها قرار می‌گیرند. شکل ۲.۶ (ب) دو لامپی را نشان می‌دهد که تا آنجا که ممکن است نزدیک به میله لیزر قرار دارند (آرایش جفت شده نزدیک)؛ معمولاً استوانه بازتابنده باز هم از ماده پخش‌کننده ساخته می‌شود. بازدهیهای این آرایشهای دولامپی کمتر از آرایشهای تک‌لامپی متناظر در شکل ۱.۶ است. ولی، یکنواختی دمش در آنها بهتر است و برای یک بار مفروض به لامپ، انرژیهای دمش بالاتری را می‌توان از یک آرایش دولامپی نسبت به آرایش تک‌لامپی دریافت کرد.

برای سیستمهای با توان بالا یا انرژی بالا، آرایشهای چندلامپی نیز به کار می‌رود. یک آرایش متداول، متضمن به کار بردن محیط فعال به صورت تک‌تیغه‌ای [شکل ۳.۶ (الف)] و یا چندتیغه‌ای

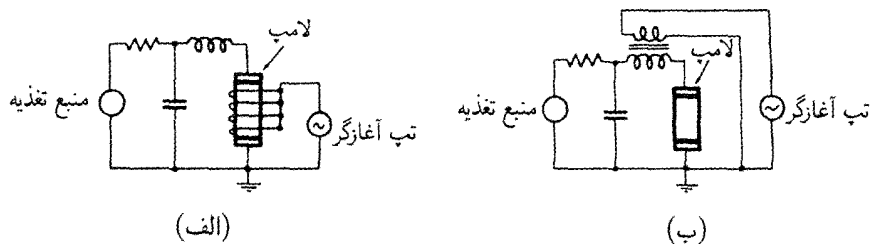


شکل ۲.۶ آرایشها با استفاده از دو لامپ: (الف) بیضی دوتایی، (ب) جفت شده نزدیک.



شکل ۳.۶ آرایش دمش با استفاده از لامپهای متعدد: (الف) محیط فعال به صورت یک تک تیغه ای است و باریکه لیزر در یک مسیر زیگزاگی از تک تیغه عبور می کند، (ب) محیط فعال از چند تیغه تهیه می شود و تحت زاویه پروستر برای باریکه لیزر قرار داده می شود.

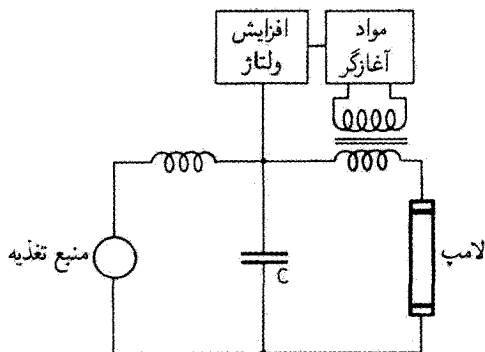
[شکل ۳.۶ (ب)] است. در هر دو مورد می توان هر لامپ را در امتداد خط کانونی یک استوانه بازتابنده سهموی قرار داد تا از روشن سازی یکنواخت تیغه (ها) مطمئن شد. در شکل ۳.۶ (الف) عمل لیزر توسط بازتابهای داخلی در دو رخ تیغه حاصل می شود. مزیت این مسیر باریکه زیگزاگی آن است که دو شکستی تنشی و کانونی شدن گرمایی القاشده در محیط توسط نور دمش را میانگین گیری می کند. علی رغم پیچیدگی زیادتر آن، وقتی با طرح استفاده از محیط لیزری میله ای شکل مقایسه می شود، این آرایش مخصوصاً وقتی باریکه لیزری با کیفیت بالای اپتیکی مورد نیاز است، بسیار سودمند است. در شکل ۳.۶ (ب) عمل لیزر در جهت باریکه که با یک پیکان نشان داده شده است رخ می دهد و تیغه چنان قرار می گیرد که باریکه تحت زاویه پروستر بر



شکل ۴.۶ برانگیزش الکتریکی تپی یک لامپ درخش با استفاده از (الف) تپ آغازگر خارجی یا (ب) آرایش آغازگر سری.

آن فرود آید. مزیت اصلی این آرایش آن است که بعد عرضی محیط لیزر را می توان بسیار بزرگ ساخت. علاوه بر آن تیغه ها را می توان تک تک سرد کرد، مثلاً توسط یک گاز سردکننده. این آرایش را با گشودگی بزرگ (تا قطر ۴۰ سانتیمتر) تقویت کننده های Nd:glass در آزمایشهای گداخت لیزری به کار می برند.

در لیزرهای تپی، لامپهای درخش Xe یا Kr با فشار متوسط تا فشار بالا به کار برده می شود؛ تپ دمش نوری توسط تخلیه در لامپ حاصل می شود، انرژی الکتریکی ذخیره شده در یک بانک خازن توسط یک منبع تغذیه مناسب شارژ می شود (شکل ۴.۶). اغلب یک سری القای L را در مدار تخلیه به کار می برند تا زمان صعود جریان را محدود کند. تخلیه را می توان با یونش گاز در لامپ توسط یک تپ آغازگر (تریگر) ولتاژ بالا که به الکتروود کمکی اطراف لامپ اعمال می شود [برای تریگر موازی به شکل ۴.۶ (الف) مراجعه کنید]، آغاز کرد. راه دیگر این است که پیش یونش را می توان با تپ ولتاژی که مستقیماً بین دو الکتروودهای اصلی لامپ اعمال می شود به وجود آورد [برای تریگر سری به شکل ۴.۶ (ب) مراجعه کنید]. وقتی گاز یونیده شد، لامپ نور شدیدی ایجاد می کند که مدت زمان آن با خازن مدار و القا و نیز مشخصه های الکتریکی لامپ تعیین می شود (مدت زمان تپ معمولاً از چند میکروثانیه تا چند میلی ثانیه است). برای لیزرهای پیوسته موج (cw) لامپهای Kr فشار بالا (۸-۱ atm) را اغلب به کار می برند؛ جریان cw از یک منبع تغذیه با جریان تنظیم شده به دست می آید (شکل ۵.۶). در آن یک شبکه صافی L/C برای از بین بردن نوسانها به کار برده می شود. در این حالت نیز یک تپ آغازگر (تریگر) الکتریکی، معمولاً یک سری آغازگر، لازم است که بتواند یونش اولیه مورد نیاز را فراهم کند. برای اطمینان از شروع کار لامپ، باید ولتاژی که به لامپ اعمال می شود را به مقداری به اندازه کافی زیاد افزایش داد، و در مدت فاز آغازگر، ولتاژ باید به اندازه کافی طولانی باشد تا نسبت به چگالی به اندازه کافی بالای یونها

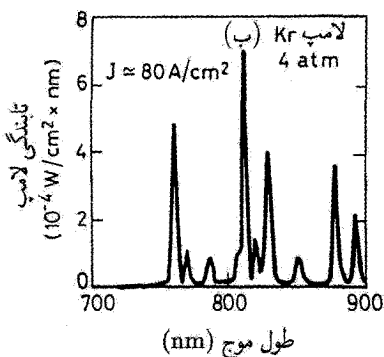
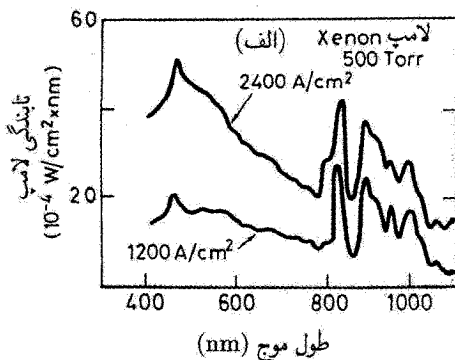


شکل ۵.۶ برانگیزش الکتریکی یک لامپ پیوسته موج (cw).

و الکترونها در لامپ و پایداری تخلیه اطمینان حاصل شود. این کار با باردارکردن (شارژ) خازن صافی C به صورت جریانی به یک مقدار بالای ولتاژ توسط یک منبع تغذیه تقویتی جریان پایین به سهولت انجام می‌گیرد.

۲.۲.۶ جذب نور دمش

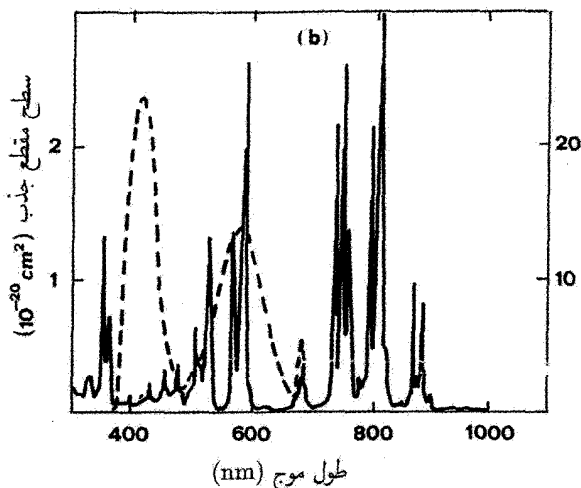
برای توصیف فرایند گسیل نور توسط لامپ، شکل ۶.۶ (الف) طیفهای یک لامپ درخش Xe را برای دو چگالی جریانی نوعی برای برانگیزش تپی نشان می‌دهد. برای برانگیزش cw، شکل ۶.۶ (ب) طیف گسیل یک لامپ Kr پیوسته موج را، در چگالی جریانی $J = 80 \text{ A/cm}^2$ ، نشان می‌دهد.



شکل ۶.۶ مقایسه طیفهای گسیل یک لامپ درخش Xe در فشار ۵۰۰ Torr، و (ب) لامپ قوس الکتریکی Kr در فشار ۴ atm.

چگالیهای جریان نوعی برای عملکرد یک لامپ Kr در واقع قدری بالاتر از این مقدار است ($J \cong 150 \text{ A/cm}^2$)، ولی این اختلاف در بحثی که دنبال می‌شود بدون تأثیر است. توجه کنید که در چگالی نسبتاً پایین لامپ cw، اصولاً گسیل در خطوط مختلف گسیل Kr متمرکز می‌شود که با افزایش فشار گاز به مقدار قابل ملاحظه‌ای پهن می‌شود. برعکس، در چگالیهای جریان بسیار بالاتر یک لامپ درخش، طیف شامل مؤلفه پیوسته پهن شده نیز هست. این طیف از بازترکیب الکترون-یون (تابش بازترکیب) و انحراف الکترون توسط یک یون در مدت برخورد (تابش برمشترانگ) ناشی می‌شود. برای هر دوی این پدیده‌ها، گسیل ناشی از برهم‌کنش الکترون-یون است. بر طبق آن، انتظار می‌رود که شدت نورگسیل شده با حاصلضرب $N_e N_i$ متناسب باشد، که N_e و N_i به ترتیب چگالیهای الکترون و یون در تخلیه هستند. در یک تخلیه گاز خنثی، داریم $N_e \cong N_i$ ، در حالی که دو چگالی با چگالی جریان تخلیه، J ، با رابطه آشنای $N_e = J/ev$ متناسب است، که v سرعت سوق الکترون است. در نتیجه، در تقریب مرتبه اول، مؤلفه پیوسته طیف با J^2 رشد می‌کند. برعکس، در تقریب مرتبه اول، شدت خط طیفی در شکل ۶.۶(ب) را می‌توان متناسب با N_e و لذا متناسب با J گرفت. به همین دلیل است که طیف پیوسته در چگالیهای زیاد یک لامپ تپی [شکل ۶.۶(الف)] بر خط طیفی غالب می‌شود، در حالی که در چگالیهای بسیار کمتر لامپ cw چنین نیست [شکل ۶.۶(ب)].

برای اینکه بدانیم چگونه محیط فعال نورگسیل شده توسط لامپ جذب می‌شود، به شکل ۷.۶ که طیف جذبی Nd:YAG (Nd^{3+} در بلور $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$) را به صورت منحنی پیوسته و طیف جذبی الکساندریت (Cr^{3+} در بلور BeAl_2O_4) را به صورت منحنی خط‌چین نشان می‌دهد مراجعه می‌کنیم. در هر دو مورد، یونهای آلاینده که در بلور به‌عنوان ناخالصی یون سه ظرفیتی حضور دارند، مسئول جذب هستند و همچنین به‌عنوان محیط فعال عمل می‌کنند. مقایسه بین شکل ۷.۶ و ۶.۶(الف) نشان می‌دهد که طیفهای نسبتاً پهن هر دو یونهای Nd^{3+} و Cr^{3+} باعث به‌کارگیری نسبتاً خوب نورگسیل شده توسط لامپ درخش (فلاش لامپ) می‌شود. وضعیت برای برانگیزش cw Nd:YAG با لامپ Kr، حتی مطلوبتر است. مقایسه بین شکل ۷.۶ و ۶.۶(ب) نشان می‌دهد که در واقع برخی از خطوط گسیل پرشدت Kr در گستره ۷۵۰-۹۰۰ nm، منطبق با قویترین خطوط جذبی یونهای Nd^{3+} هستند. دقت کنید که طیف جذبی یک عنصر نادر خاکی مانند Nd، از یک ماده میزبان به ماده دیگر چندان تغییر نمی‌کند، چون جذب از گذارهای الکترون بین لایه‌های داخلی یون ناشی می‌شود. بنابراین، طیف Nd:YAG را می‌توان در نخستین مرتبه به‌عنوان نماینده سایر مواد آلاینده، نظیر Nd:YVO₄، Nd:YLiF₄، و Nd:glass (یونهای Nd^{3+} در یک ماتریس شیشه‌ای)، در نظر گرفت. برای یک آلاینده فلز گذار، نظیر Cr^{3+} ، که



شکل ۷.۶ سطح مقطع جذبی یون Nd^{3+} در YAG (منحنی پیوسته) و یون Cr^{3+} در الکساندریت (منحنی خط چین). مقیاس طرف چپ سطح مقطع $\text{Nd}:\text{YAG}$ و مقیاس طرف راست سطح مقطع الکساندریت را نشان می‌دهند. برای الکساندریت میانگین سه مقدار اندازه‌گیری شده برای قطبش موازی با محورهای a , b , و c در نظر گرفته شده است.

طیف ناشی از خارجیت‌ترین الکترون است، ماده میزبان دارای نفوذ بیشتری در طیف است. ولی، طیف الکساندریت شبیه به طیف یاقوت (Cr^{3+} در بلور Al_2O_3) است، که از نظر تاریخی حائز اهمیت است و هنوز هم به‌عنوان ماده فعال به‌کار برده می‌شود، و نیز شبیه آنهایی است که اخیراً توسعه داده شده‌اند و هم‌اکنون از مواد لیزری بسیار مهمی به‌شمار می‌روند، نظیر $\text{Cr}:\text{LiSrAlF}_6$ (با کوتاه‌نوشت LiSAF) یا $\text{Cr}:\text{LiCaAlF}_6$ (با کوتاه‌نوشت LiCAF).

۳.۲.۶ بازدهی دمش و آهنگ دمش

در لیزری با دمش لامپی cw ، می‌توانیم بازدهی دمش η_p را به‌صورت نسبت توان دمش کمینه P_m مورد نیاز برای ایجاد آهنگ دمش مورد نظر، R_p ، به توان الکتریکی P_p که به لامپ وارد می‌شود، تعریف کنیم، یعنی

$$\eta_p = \frac{P_m}{P_p} \quad (۱.۲.۶)$$

توجه کنید که در توزیع یکنواخت آهنگ دمش در محیط فعال، توان دمش کمینه را می‌توان به‌صورت $P_m = (dN_T/dt)_p V h\nu_{mp} = R_p V h\nu_{mp}$ نوشت، که $(dN_T/dt)_p$ تعداد اتمها در واحد

حجم است که با فرایند دمش به تراز بالایی لیزر ارتقاء می‌یابد، V حجم محیط فعال، و V_{mp} اختلاف بسامدی بین تراز پایه و تراز بالایی لیزر است (شکل ۱۷.۶ را ببینید). سپس می‌توانیم برای دمش یکنواخت، بنویسیم

$$P_m = h\nu_{mp} \int_a R_p dV = h\nu_{mp} \bar{R}_p V \quad (۲.۲.۶)$$

که انتگرال روی تمامی حجم محیط گرفته می‌شود، و \bar{R}_p میانگین R_p در محیط است. سپس از معادله‌های (۱.۲.۶) و (۲.۲.۶) به دست می‌آوریم

$$\eta_p = \frac{(h\nu_{mp} \bar{R}_p V)}{P_p} \quad (۳.۲.۶)$$

به همین صورت برای یک سیستم دمش تپی، می‌توانیم η_p را به صورت

$$\eta_p = \frac{(h\nu_{mp} \int R_p dV dt)}{E_p} \quad (۴.۲.۶)$$

تعریف کنیم، که انتگرال روی تمام حجم محیط و تمامی مدت زمان تپ دمش گرفته می‌شود، و E_p انرژی الکتریکی دمشی است که به لامپ داده می‌شود.

برای محاسبه و یا به‌طور ساده‌تر، برآورد بازدهی دمش، فرایند دمش را می‌توان به چهار مرحله مجزا تقسیم کرد: (۱) گسیل تابش توسط لامپ؛ (۲) انتقال این تابش به محیط فعال؛ (۳) جذب در محیط؛ (۴) انتقال توان جذب‌شده به تراز بالایی لیزر. نتیجتاً، بازدهی دمش را می‌توان به صورت حاصلضرب چهار جمله، یعنی

$$\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq} \quad (۵.۲.۶)$$

نوشت، که در آن η_r بازدهی تبدیل از ورودی الکتریکی به خروجی نوری لامپ در گستره طول موج متناظر با نوارهای دمش محیط لیزری (بازدهی تابشی) است؛ η_t نسبت توان (یا انرژی) است که واقعاً وارد محیط می‌شود و توانی که توسط لامپ در گستره مفید دمش، گسیل می‌شود (بازدهی انتقال)؛ η_a بخشی از نور است که وارد محیط می‌شود و واقعاً توسط ماده جذب می‌شود (بازدهی جذب)؛ و η_{pq} بخشی از توان جذب‌شده یا انرژی جذب‌شده است که برای جمعیت دارکردن تراز بالایی لیزر مصرف می‌شود (بازدهی کوانتومی توان یا انرژی). توجه کنید که η_{pq} از رابطه $\eta_{pq} = R_p V h\nu_{mp} / P_a$ که P_a توان جذب شده است. روابط خاصی را می‌توان برای این جملات بازدهی به دست آورد، به شرط آنکه، گسیل طیفی لامپ، هندسه دمش، ضریب جذبی محیط و هندسه سیستم معلوم باشد. این عناوین را بیش از این در اینجا مورد بررسی قرار نمی‌دهیم و خود را به بحث راجع به بعضی نتایج نوعی در مثال زیر محدود می‌کنیم.

مثال ۱.۶ بازدهی دمش در لیزرهای حالت جامد با دمش لامپی. یک میله استوانه‌ای با قطر ۳ mm را به عنوان محیط فعال در نظر می‌گیریم که در یک اتاقک دمش بیضوی نقره‌اندود با محور اصلی $2a = 34$ mm و محور کوچکتر $2b = 31.2$ mm دمیده می‌شود. در هر محیط لیزری، فرض می‌کنیم که مقدار چگالی جریان لامپ برای آرایش لیزری مناسب است و معمولاً در گستره $2000-3000$ A/cm² قرار دارد. تحت این شرایط دمش، مقادیر محاسبه شده برای جملات بازدهی $\eta_r, \eta_t, \eta_a, \eta_{pq}$ و بازدهی کلی دمش، η_p برای یاقوت، الکساندریت، Nd:YAG، و Nd:glass در جدول ۱.۶ آمده است. در این جدول می‌بینیم که:

- بازدهی تابشی لامپ در تمام موارد مورد بررسی نوعاً کوچکتر از ۵٪ است.
 - با افزایش غلظت Nd در شیشه و نوارهای جذبی بهتر ماده Nd:glass، بازدهی کلی Nd:glass تقریباً دو برابر بازدهی Nd:YAG است.
 - بازدهی کلی الکساندریت تقریباً سه برابر بیشتر از بازدهی یاقوت است. و این به علت نوارهای جذبی قویتر در الکساندریت به خاطر غلظت بالاتر Cr^{3+} است. بنابراین، هنوز هم بازدهی دمش بالاتر، بالای ۱۰٪، در سایر محیطهای با آلایندهی Cr^{3+} نظیر Cr:LiSAF و Cr:LiCAF می‌توان انتظار داشت، و آن به علت غلظت حتی بالاتر (بیشتر از یک مرتبه بزرگی) Cr است.
 - در تمام مواردی که بررسی می‌شوند، بازدهی کلی (که حاصلضرب چهار جمله بازدهی است) خیلی کوچک (۳ تا ۸ درصد) است. ■
- در خاتمه این بخش توجه کنید که وقتی بازدهی کلی دمش محاسبه شد یا به طریق ساده‌ای

جدول ۱.۶ مقایسه بین جملات بازدهی دمش محاسبه شده برای مواد مختلف لیزری

η_p (%)	η_{pq} (%)	η_a (%)	η_t (%)	η_r (%)	محیط فعال
۳۰	۴۶	۳۱	۷۸	۲۷	یاقوت
۸۰	۶۶	۵۲	۶۵	۳۶	الکساندریت
۳۵	۵۹	۱۷	۸۲	۴۳	Nd:YAG
۵۸	۵۹	۲۸	۸۲	۴۳	Nd:glass

برآورد شد، از معادله (۳.۲.۶) به سادگی می‌توان آهنگ دمش را به صورت

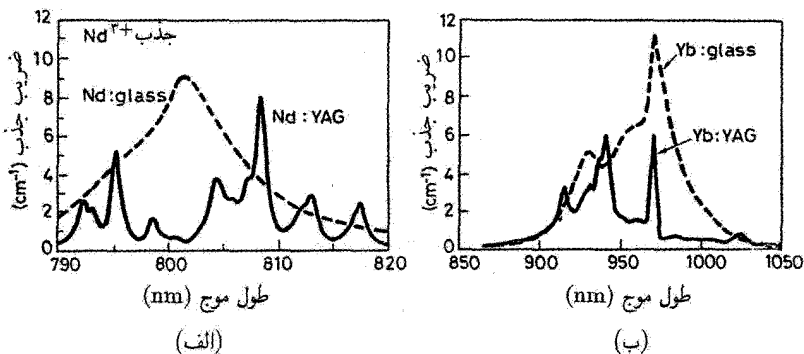
$$R_p = \eta_p \left(\frac{P}{Alh\nu_{mp}} \right) \quad (۳.۲.۶)$$

به دست آورد، که A مساحت سطح مقطع محیط فعال و l طول آن است. این رابطه اساسی ساده‌ای برای آهنگ (متوسط) دمش است که اغلب در مقالات مرتبط با لیزر مورد استفاده قرار می‌گیرد [۴] و در فصلهای بعد نیز آن را به کار خواهیم برد. ولی توجه کنید که برای به دست آوردن R_p از معادله (۳.۲.۶) باید η_p را بدانیم، یعنی فردی جزئیات محاسبه را مانند آنچه در مرجع ۱ به آن اشاره شده است انجام دهد.

۳.۶ دمش با لیزر

از بدو توسعه لیزر، اغلب از باریکه‌های لیزر برای دمش سایر لیزرها استفاده می‌شده است، مثلاً اولین عمل لیزر در محیط رزینه (رنگ) انجام شد [۵]. بخصوص امروزه از لیزرهای Ar یونی برای دمش cw رزینه، به طور وسیعی استفاده می‌شود و برای دمش تپی لیزرهای رزینه‌ای از لیزرهای $Ti^{3+} : Al_2O_3$ ، آگسامیر، نیتروژن و لیزرهای بخار مس استفاده می‌کنند؛ از لیزر Nd:YAG و باریکه هم‌آهنگ دوم آن به عنوان دمش پیوسته موج و تپی رزینه و لیزرهای حالت جامد (شامل لیزرهای مرکز رنگی) به کار می‌روند. لیکن، از آنجایی که لیزرهای دیودی با توان بالا توسعه یافته‌اند و به طور وسیعی در دسترس هستند، دمش لیزری، از روشهای بسیار مهم دمش محسوب می‌شود. یک مورد مخصوصاً جالب توجه استفاده از لیزرهای دیودی برای دمش سایر مواد لیزری حالت جامد است، که لیزر تمام حالت جامد را تشکیل می‌دهد. مرتبط‌ترین مثالها شامل

- Nd:YAG, Nd:YLF, Nd:YVO₄, یا Nd:glass است که توسط لیزرهای چاه کوانتومی GaAs/AlGaAs (QW) در ۸۰۰ nm ~ دمیده می‌شوند (طول موجهای نوعی نوسان در حدود ۱ μm, ۱.۳ μm, و ۱.۹۵ μm است).
- Er:glass, Yb:YAG یا Er:glass, Yb:Er:glass است که توسط لیزرهای چاه کوانتومی InGaAs/GaAs کرنش یافته درگستره ۹۸۰-۹۵۰ nm دمیده می‌شوند (طول موج نوسان برای لیزر Yb حدود ۱ μm و برای لیزر Er حدود ۱ μm است). توجه کنید که در مورد هم‌آلایندگی Er:Yb، نور دمش اکثراً توسط یونها Yb^{3+} جذب می‌شود و سپس به یونهای با قابلیت لیزری Er^{3+} منتقل می‌شود.



شکل ۸.۶ ضریب جذب برحسب طول موج درگستره طول موج مورد نظر برای دمش توسط لیزر دیودی: (الف) Nd:YAG (منحنی پیوسته) و Nd:glass (منحنی خط چین). غلظت نئودیمیوم $1.52 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ برای Nd:YAG (آلایندهی اتمی ۱٫۱ درصد) و برای Nd:glass، $3.2 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ (۳٫۸ درصد وزنی Nd_2O_3 [مراجع ۱۵]). (ب) Yb:YAG (منحنی پیوسته) و Yb:glass (منحنی خط چین). برای Yb:YAG، غلظت ایتربیوم $8.98 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ (۶٫۵ درصد وزنی) و برای Yb:glass، $1 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ است. منحنیهای Yb:glass و Yb:YAG براساس نمودارهای مرتبط در مراجع ۱۶ و ۱۷ هستند.

- الکساندریت، Cr:LiSAF، یا Cr:LiCAF با لیزرهای چاه کوانتومی (QW) GaInP/AlGaInP درگستره $640\text{--}680 \text{ nm}$ دمیده می‌شوند و نوسان درگستره 130 mm ، در اطراف 840 nm است.
- Tm:Ho:YAG با لیزرهای چاه کوانتومی AlGaAs (QW) در 785 nm دمیده می‌شوند و نوسان در اطراف $2.8 \mu\text{m}$ است. توجه کنید که در این مورد، نور دمش توسط یونهای Tm^{3+} جذب می‌شود و به یونهای با قابلیت لیزری Ho^{3+} منتقل می‌شود.

به‌عنوان مثال نمایشی از لیزرهای یونی Nd، شکل ۸.۶(الف) نمودارهای مربوط به ضریب جذب برحسب طول موج را برای هر دوی Nd:YAG (منحنی پیوسته) و Nd:glass (منحنی خط چین) نشان می‌دهد. دقت کنید که مؤثرترین دمیدگی Nd:YAG در طول موج $\lambda = 808 \text{ nm}$ رخ می‌دهد و این طول موج با لیزر چاه کوانتومی $\text{Ga}_{0.91}\text{Al}_{0.09}\text{As}/\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ (QW) که پهنای نوارگسیل آن نوعاً به وسعت $2\text{--}1 \text{ nm}$ است، تأمین می‌شود. از طرف دیگر، Nd:glass به‌علت نیمرخ جذبی بهتر و بی‌شکل آن، در گستره‌ای بهتر، با قله حدود 800 nm می‌تواند دمیده شود. برای مورد لیزرهای یونی Yb، شکل ۸.۶(ب) نمودارهای مربوط به ضریب جذب

جدول ۲.۶ مقایسه بین پارامترهای دمش و طول موجهای لیزر برای مواد مختلف لیزری

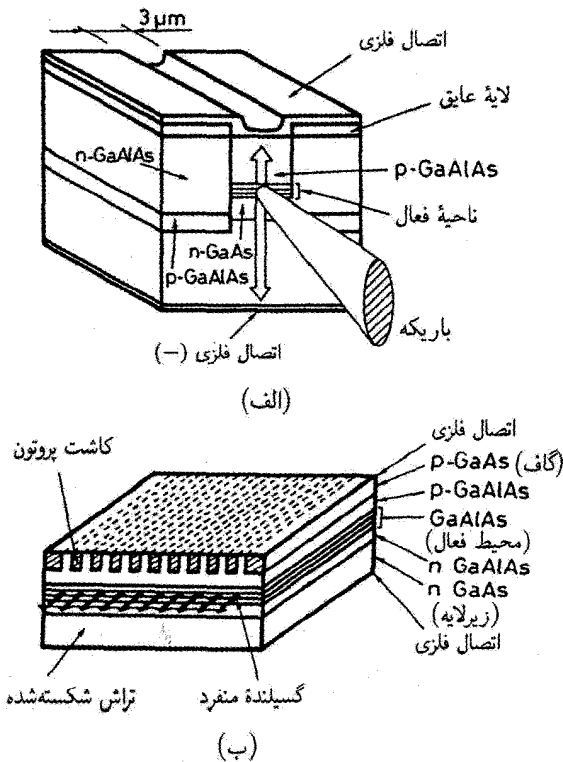
Tm:Ho:YAG Cr:LiSAF Yb:Er:glass Yb:YAG Nd:YAG						
Tm ۰.۶۵٪ اتمی		۱٪ مولی		۰.۶۵٪ اتمی		غلظت
Ho ۰.۳۶٪ اتمی						
AlGaAs	GaInP	InGaAs	InGaAs	AlGaAs	دمش دیودی	
۷۸۵	۶۷۰	۹۸۰	۹۵۰	۸۰۸	طول موج دیود (nm)	
					غلظت یون فعال	
۸[In]	۰.۹	۱۰[Yb]	۹	۱.۳۸	$[10^{20} \text{cm}^{-3}]$	
۰.۵[Ho]		۱[Er]				
					ضریب جذب دمش	
۶	۴.۵	۱۶	۵	۴	$[\text{cm}^{-1}]$	
۲.۰۸	۰.۷۲-۰.۸۴	۱.۵۳	۱.۰۳	۱.۰۶	طول موج نوسان (μm)	
				۱.۳۲, ۱.۳۴		
				۰.۹۴۷		

برحسب طول موج را برای Yb:YAG (منحنی پیوسته) و Yb:glass (منحنی خطچین) نشان می‌دهد. باز هم، ضریب جذب برای شیشه (glass) در مقایسه با ضریب جذب YAG، پهنتر و بی‌شکل ظاهر می‌شود. بهترین طول موج دمش برای Yb:YAG، ۹۶۰ nm و برای شیشه، ۹۸۰ nm است؛ این طول موجها از لیزرهای چاه کوانتومی InGaAs/GaAs (مثلاً برای $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}/\text{GaAs}$ ، $\lambda = 980 \text{ nm}$) به دست می‌آیند. نمودارهای ضریب جذب برحسب طول موج برای لیزرهای یونی Cr^{3+} (الکساندریت، Cr:LiSAF، Cr:LiCAF)، شکل بدون ساختار کلی منحنی خطچین در شکل ۷.۶ را نشان می‌دهد. قله ضریب جذب در طول موج ۶۰۰ nm، حدود 5 cm^{-1} برای الکساندریت و تا 50 cm^{-1} برای Cr:LiSAF است. توجه کنید که ضریب جذب بالاتر در Cr:LiSAF ناشی از غلظت بالاتر Cr است که باید استفاده شود (برای الکساندریت $10^20 \sim$ بار بالاتر است) بدون آنکه در حالت بالایی، واهلش به علت غلظت اتفاق افتد. به علت فقدان لیزرهای دیودی مناسب در طول موجهای کوتاهتر، دمش در گستره طول موج ۶۸۰-۶۴۰ nm لیزرهای چاه کوانتومی GaInP/AlGaInP حاصل می‌شود (مثلاً $\text{Ga}_{0.5}\text{In}_{0.5}\text{P}/\text{Al}_{0.25}\text{Ga}_{0.25}\text{In}_{0.5}\text{P}$ برای طول موج ۶۷۰ nm)، که GaInP لایه چاه کوانتومی فعال است. در جدول ۲.۶ مناسبترین داده‌های دمش برای بعضی از محیطهای فعال که آنها را بررسی کردیم خلاصه شده است.

۱.۳.۶ دمش با لیزر دیودی

چهار نوع لیزر دیودی برای دمش وجود دارد که آنها را به ترتیب افزایش توان خروجی فهرست می‌کنیم: (۱) تک‌نواره؛ (۲) آرایهٔ دیودی؛ (۳) میله دیودی؛ میله‌های چیدمان‌یافته.

قسمت پایتترگسترهٔ توان خروجی ($P < 100 \text{ mW}$)، لیزر نیم‌رسانای تک‌نواره، قرار دارد که نظیر لیزر با هدایت ضریب شکست در شکل ۹.۶ (الف) است. با استفاده از یک لایه عایق اکسیدی مناسب، جریان دیود در تمام طول دیود در نواری به پهنای $3-5 \mu\text{m}$ محبوس می‌شود. باریکهٔ گسیل‌شده شکلی بیضوی دارد که قطر آن در امتداد عمود بر پیوندگاه لیزر $d_{\perp} \cong 1 \mu\text{m}$ و قطر آن در صفحهٔ پیوندگاه $3-6 \mu\text{m}$ است. با چنین اندازه‌های لکه کوچکی، باریکه همدوس فضایی است یعنی محدودشدهٔ پراشی است. در واقع در یک حالت نوعی، مخروط



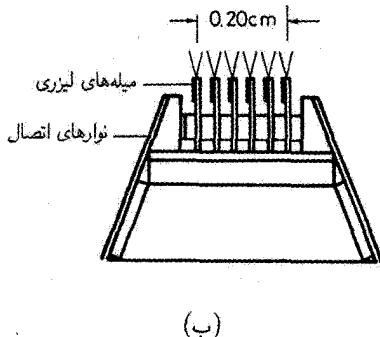
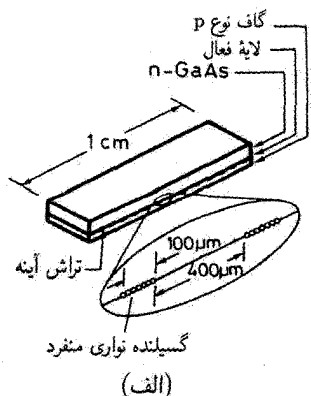
شکل ۹.۶ (الف) لیزر نیم‌رسانای دیودی تک‌نواره با هدایت ضریب شکست، (ب) آرایهٔ تک‌پارچه‌ای با نواره‌های متعدد روی یک تک‌تراشه نیم‌رسانا.

نیم‌زاویه واگرایی در $1/e^2$ نقطه شدت، $\theta_{\perp} = 20^\circ = 0.35 \text{ rad}$ ، عمود بر پیوندگاه است. این بدان مفهوم است که $d_{\perp} \cong 2\lambda/\pi\theta_{\perp}$ ، مشروط بر آنکه در $\lambda = 800 \text{ nm}$ ، $d_{\perp} \cong 1.4 \mu\text{m}$ بگیریم. در صفحه پیوندگاه، نوعاً $\theta_{\parallel} = 5^\circ = 0.09 \text{ rad}$ است و باز هم $d_{\parallel} \cong 2\lambda/\pi\theta_{\parallel}$ با $d_{\parallel} = 5.8 \mu\text{m}$ فرض شده است که توزیعهای گاوسی در هر دو صفحه با اندازه‌های لکه $w_{\perp} \cong d_{\perp}/2$ و $w_{\parallel} \cong d_{\parallel}/2$ برقرار است و واگرایی باریکه طبق معادله (۱۹.۷.۴) محاسبه می‌شود. دقت کنید که به علت این اختلاف شدید بین واگراییهای باریکه در دو امتداد، جهت محور اصلی باریکه پس از انتشار چند میکرونی باریکه از رخ خروجی دید، 90° می‌چرخد.

برای دستیابی به توانهای خروجی بالاتر، آرایه‌ای یکپارچه از نوارهای لیزر دیودی به‌کار برده می‌شود که روی یک زیرلایه نیم‌رسانا ساخته می‌شود [شکل ۹.۶(ب)]. در موارد معمولی آرایه ممکن است 20° نواره باشد، که هر یک $5 \mu\text{m}$ پهنا دارد و فاصله مراکز آنها از یکدیگر $10 \mu\text{m}$ است. ابعاد کلی باریکه گسیل شده $d_{\perp} \cong 1 \mu\text{m} \times d_{\parallel} \cong 200 \mu\text{m}$ است، و واگراییهای باریکه در آرایه‌های با فازهای ناهمبسته، $\theta_{\perp} \cong 20^\circ$ و $\theta_{\parallel} \cong 5^\circ$ است، یعنی همان واگرایی برای لیزر تک‌نواره. امروزه واگرایی باریکه موازی با صفحه پیوندگاه، θ_{\parallel} ، حدود 40° بار بیشتر از حد پراشی $(\theta_{\parallel} \cong 34^\circ)$ است. در واقع، برای دستگاههای با توان پایینتر، می‌توان میان گسیلنده‌های مختلف همبستگی فازی برقرار کرد که به یک مشخصه نقش گسیل زاویه‌ای دو پره‌ای منجر می‌شود. فاصله زاویه‌ای دو پره 10° و پهنای هر یک 1° است. توان خروجی از چنین آرایه‌هایی می‌تواند تا 2 W برسد.

برای دستیابی به توانهای باز هم بالاتر، می‌توان آرایه‌ای که قبلاً آن را توصیف کردیم، را به‌صورت سری‌وار در یک زیرلایه منفرد تکرار کرد تا ساختار میله‌ای تک‌پارچه‌ای را تشکیل دهد [شکل ۱۰.۶(الف)]. دستگاه نشان داده‌شده در این شکل شامل 20° ردیف است که مراکزشان به فاصله $500 \mu\text{m}$ از یکدیگر فاصله دارند؛ طول هر ردیف $100 \mu\text{m}$ است که شامل 10° لیزر تک‌نواره است. بنابراین طول کل میله 1 cm و این حدی است که با فرایند فناوری تعیین می‌شود. مجدداً تمامی گسیلنده‌های نواره‌ای را می‌توان ناهمبسته فازی در نظر گرفت و توانهای خروجی به $20\text{--}100 \text{ W}$ می‌رسد.

اندیشه کلی میله را می‌توان به مورد چیدمان میله‌ها که یک ساختار دوبعدی (شکل ۱۰.۶(ب)) را تشکیل می‌دهد تعمیم داد. در این شکل شش عدد میله به طول 1 cm روی هم چیده می‌شوند تا سطح گسیلنده کلی به ابعاد $1 \text{ cm} \times 2 \text{ mm}$ را تشکیل دهند. این میله‌های چیدمان یافته به‌منظور عملکرد شبه-cw با سیکل کاری تا 2% ساخته می‌شوند. (قله چگالی توان می‌تواند تا 1 kw/cm^2 و توان میانگین تا 100 W/cm^2 برسد.)



شکل ۱۰.۶ (الف) میله یک سانتیمتری تک پارچه برای عملکرد CW، (ب) میله‌های چیدمان یافته برای عملکرد شبه CW.

برای دمش ماده‌های لیزری مانند Nd:YAG که دارای خطوط جذبی باریک هستند. پهنای طیفی گسیل دیود باید در نظر گرفته شود. پهنای نوار گسیل طیفی برای یک تک نواره ممکن است به باریکی ۱ nm باشد که مثلاً با پهنای نوار ۲ nm در طول موج ۸۰۸ nm قله جذبی Nd:YAG کاملاً جور است. در مورد آرایه‌ها و حتی فراتر از آن، برای میله‌ها یا میله‌های چیدمان یافته، گسیل طیفی ممکن است به علت تغییر ترکیباتی بین نواره‌ها و به علت گرادیانهای دمایی که هر دوی آنها به طول موجهای متفاوت گسیل نواره می‌انجامد، بسیار بزرگتر از این مقدار باشد. امروزه، بهترین نتایج برای یک میله ممکن است پهنای طیفی به باریکی ۲ nm برسد. برای کوک کردن (تنظیم طول موج) یا پایدارسازی طول موج گسیل، لیزرهای دیودی را با مبرّد ترموالکتریکی برای دستگاههای با توان پایین و توسط مبرّد مایع برای توانهای بسیار بالاتر، به طور عادی سرد می‌کنند (پایداری دمایی و دقت کمتر از ۱°C معمولاً مورد نیاز است).

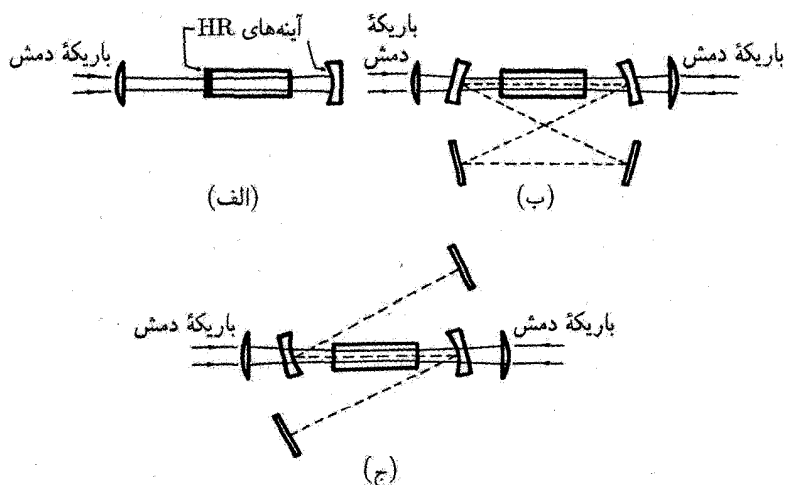
۲.۳.۶ سیستمهای انتقال دمش

برای دمش کارآمد، باید نور گسیل شده از سیستمهای لیزر دیودی را که در بالا شرح داده شد به طریق مناسبی به محیط فعال انتقال داد. اساساً دو نوع هندسه دمش وجود دارد: (۱) دمش طولی، که باریکه دمش در طول محور تشدیدگر وارد محیط لیزری می‌شود. (۲) دمش عرضی، که باریکه از یک یا چند جهت در امتداد عمود بر محور تشدیدگر به محیط فعال منتقل می‌شود. این دو مورد را به طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم، زیرا لیزرهای دیودی متناظر با آنها و سیستمهای انتقال دمش قدری متفاوت‌اند.

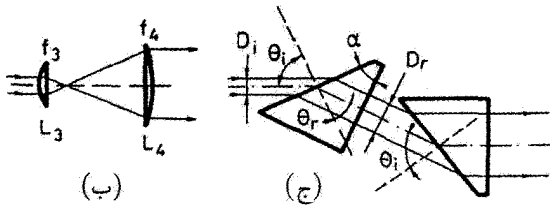
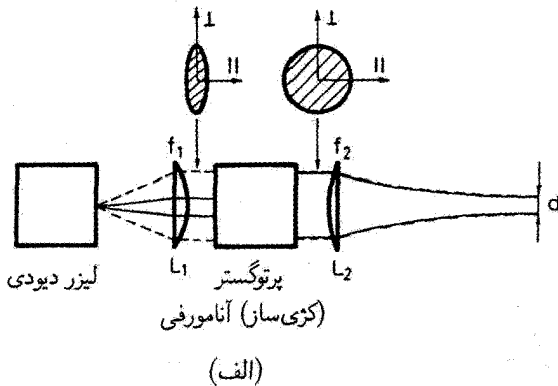
۱.۲.۳.۶ دمش طولی

در دمش طولی، معمولاً باریکه‌ای که از لیزر دیودی منتشر می‌شود باید در نقطه‌ای کوچک (با قطر $100\ \mu\text{m}$ تا $1\ \text{mm}$) و حتی الامکان دایره‌ای در محیط فعال متمرکز شود. سه مورد از متداولترین آرایشهای لیزری در شکل ۱۱.۶ (الف-ج) نشان داده شده است. شکل ۱۱.۶ (الف) میله لیزر را در یک تشدیدگر تخت-کاو نشان می‌دهد؛ آینه تخت مستقیماً روی یک رخ میله نشانده می‌شود و باریکه دمش روی این رخ کانونی می‌شود. در شکل ۱۱.۶ (ب-ج)، دو باریکه دمش از دو سیستم مختلف دیودی از دو طرف میله در مرکز میله کانونی می‌شوند. تشدیدگر لیزری می‌تواند شامل آرایش حلقه‌ای تاشده [شکل ۱۱.۶ (ب)] یا کاواک خطی تاشده [شکل ۱۱.۶ (ج)] باشد. برای این دو آرایش اخیر، محور تشدیدگر نیز با یک خط خط‌چین نشان داده شده است. اکنون با این تشدیدگرها این سؤال مطرح می‌شود که چگونه می‌توان باریکه دمش را به شکلی حتی الامکان دایره‌ای با اندازه مطلوب در داخل میله لیزر تبدیل کرد.

ابتدا آرایش تک‌نواره شکل ۹.۶ (الف)، را که به‌عنوان چشمه دمش برای دستگاههای با توان پایین به‌کار می‌رود، بررسی می‌کنیم (به توانهای خروجی تا چند ده mW می‌توان با دمش تک‌نواره‌ای دست یافت). بیضی‌وار بودن باریکه به‌شدت واگراشونده نواره دیودی را می‌توان با ترکیب دو عدسی



شکل ۱۱.۶ آرایشهای نمونه‌ای برای دمش طولی لیزر دیودی: (الف) دمش یک انتها بسته (یک‌سویه) در یک تشدیدگر ساده تخت-کاو، (ب) دمش دو انتها بسته (دوسویه) در یک آرایش تاشده، (ج) دمش دو انتها بسته (دوسویه) برای کاواک خطی تاشده [شکل].



شکل ۱۲.۶ (الف) سیستم انتقال دمش برای جبران آستیگماتیسم یک لیزر دیودی تک‌نواره، (ب) ترکیب ساده عدسی استوانه‌ای برای تشخیص یک سیستم کژی‌ساز (آنامورفی)، و (ج) آرایش جفت منشور کژی‌ساز.

کروی و یک سیستم اپتیکی کژی‌ساز (آنامورفی) که به صورت طرح‌وار در شکل ۱۲.۶ (الف) نشان داده شده است، جبران کرد. در شکل، باریکه‌ای که با خط پیوسته نشان داده شده است مربوط به رفتار باریکه در صفحه موازی با پیوندگاه لیزر دیودی است؛ باریکه‌ای که با خطوط خط‌چین نشان داده شده است مربوط به صفحه عمود بر پیوندگاه است. عدسی L_1 با فاصله کانونی f_1 ، یک عدسی کروی با فاصله کانونی کوتاه و گشودگی عددی بالا است که باریکه با واگرایی زیاد ناشی از لیزر دیودی را هم‌راستا می‌کند. چون $\theta_{\perp} \cong 4\theta_{\parallel}$ است، باریکه پس از عبور از عدسی شکل بیضی‌وار با ابعاد $\theta_{\perp} = 2f_1 \tan \theta_{\perp}$ عمود بر پیوندگاه (که محور سریع گفته می‌شود) و $d_{\parallel} = 2f_1 \tan \theta_{\parallel}$ موازی با پیوندگاه (که محور آهسته گفته می‌شود) دارد. بنابراین، در یک حالت نمونه‌ای، $d_{\perp}/d_{\parallel} = \tan \theta_{\perp} / \tan \theta_{\parallel} \cong 4$ است. سپس این باریکه بیضی‌وار از یک سیستم گسترش کژی‌ساز، یعنی سیستمی که گسترش متفاوت باریکه را در طول دو محور فراهم می‌سازد، عبور می‌کند. مثلاً، اگر سیستم در طول محور آهسته گسترش باریکه ۴:۱ را فراهم کند و هیچ گسترشی در طول محور سریع نداشته باشد، آن‌گاه پس از این گسترش، یک لکه دایره‌ای را نتیجه خواهد داد. ساده‌ترین آرایش برای چنین گسترش‌دهنده کژی‌ساز را شاید بتوان با ترکیب دو عدسی

استوانه‌ای L_3 و L_4 با آرایش هم‌کانونی (یا تلسکوپی) ایجاد کرد [شکل ۱۲.۶ (ب)]. اگر دو عدسی عمل متمرکزکنندگی خود را در صفحه‌ای شامل محور آهسته انجام دهند، گستردگی باریکه f_4/f_3 رخ می‌دهد، که f_3 و f_4 فواصل کانونی دو عدسی برای باریکه در این صفحه (خط پیوسته) است. ولی برای سایر صفحات، دو عدسی استوانه‌ای مانند تیغه‌های صفحه‌موازی رفتار می‌کنند به طوری که باریکه‌گستر در جهت محور-سریع روی باریکه تأثیری نمی‌گذارد.

ولی در عمل سیستم کژی‌ساز شکل ۱۲.۶ (ب) اغلب به‌کار برده نمی‌شود، زیرا به عدسیهای کاملاً تصحیح‌شده با گشودگی عددی بالا نیازمند است که آنها نسبتاً گرانبه‌تر هستند؛ بنابراین معمولاً از جفت منشور کژی‌ساز در شکل ۱۲.۶ (ج) استفاده می‌شود [۶]. در این شکل، دوباره رفتار باریکه را تنها در صفحهٔ محور-آهسته (خط پیوسته) در نظر می‌گیریم. با ملاحظات سادهٔ هندسی، می‌توانیم نشان دهیم که پس از شکست از سطح جلویی منشور اول، باریکهٔ فرودی با قطر D_i به قطر D_r بزرگ شده به طوری که $D_r/D_i = \cos \theta_r / \cos \theta_i$ ، که θ_r و θ_i به ترتیب زوایای فرودی و شکست در سطح منشور است. اگر رخ خروجی منشور اول نزدیک به عمود بر جهت باریکه باشد، شکستی روی این رخ اتفاق نمی‌افتد، به طوری که باریکه‌ای که از آن می‌گذرد تغییر نمی‌کند. تحت این شرایط بزرگنمایی باریکه، M ، پس از منشور اول به سادگی از رابطهٔ

$$M = \frac{D_r}{D_i} = \frac{\cos \theta_r}{\cos \theta_i} \quad (۱.۳.۶)$$

به دست می‌آید. اکنون عبور باریکه از منشور دوم را بررسی می‌کنیم. اگر منشور، شبیه منشور اول باشد و مطابق شکل ۱۲.۶ (ج) چرخانده شود، و اگر زاویهٔ فرودی در رخ ورودی باز هم برابر با θ_i باشد، آن‌گاه باریکه مجدداً با ضریب M در عبور از منشور دوم بزرگ می‌شود. پس با بزرگنمایی کلی باریکه برابر است با M^2 ، و جهت باریکهٔ خروجی موازی با جهت باریکهٔ ورودی است، لیکن در جهت افقی جابه‌جا می‌شود. در صفحهٔ محور-سریع، دو منشور به مثابه تیغه‌های ساده عمل می‌کنند، به طوری که بزرگنمایی باریکه وجود ندارد. بنابراین، در مثالی که در شکل ۱۲.۶ (الف) بررسی شد، اگر جفت منشور کژی‌ساز را با مقادیر مناسب θ_i ، n (ضریب شکست منشور)، و α (زاویهٔ رأس منشور)، انتخاب کنیم، می‌توانیم $M = 2$ را به دست آوریم، یعنی بزرگنمایی کلی برابر با $M^2 = 4$ را خواهیم داشت. به این ترتیب شکل باریکه پس از جفت منشور دایره‌ای خواهد بود. اگر در شکل ۱۲.۶ (الف) عدسی هم‌راستاکننده L_1 گشودگی عددی کاملاً بالایی داشته باشد تا در امتداد محور-سریع، باریکهٔ به شدت واگرا را پذیرا باشد و عدسی ابیراهی نداشته باشد، باریکه پس از عبور از این عدسی و از آن رو پس از عبور از جفت منشور، کیفیت محدودشدهٔ پراشی باریکهٔ اصلی از دیود را به طور ایده‌آل نگه می‌دارد. بر طبق آن، از آنجا که باریکهٔ گذرنده از جفت

منشور شکل دایره‌ای دارد، اکنون واگرایی باریکه در طول دو محور برابر است. آنگاه می‌توان از یک عدسی کروی L_2 با فاصله کانونی مناسب f_2 برای کانونی کردن باریکه به لکه‌ای مدور با اندازه مناسب در صفحه کانونی‌اش استفاده کرد یعنی، در جایی که محیط فعال را می‌توان به سهولت قرار داد [شکل ۱۱.۶ (الف)]. اگر عدسی L_2 نیز بدون ابیراهی باشد، باریکه در صفحه کانونی تقارن دایره‌ای دارد و محدود شده پراشی است.

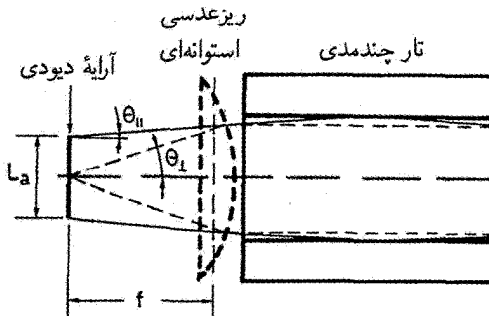
مثال ۲.۶ محاسبه یک سیستم جفت منشور کژی‌ساز (آنامورفی) برای کانونی کردن لیزر دیودی تک‌نواره. آرایش سیستم شکل ۱۲.۶ و لیزری تک‌نواره با $\theta_{\perp} = 2^\circ$ و $\theta_{\parallel} = 5^\circ$ را در نظر می‌گیریم، به طوری که فرض می‌شود توزیعهای گاوسی محدودشده پراشی باشند، $d_{\perp} = 1.4 \mu\text{m}$ و $d_{\parallel} = 5.8 \mu\text{m}$ ($\lambda \cong 780 \text{ nm}$). یک عدسی هم‌راستاکننده L_1 با فاصله کانونی $f_1 = 6.5 \text{ mm}$ را در نظر می‌گیریم. قطرهای باریکه پس از عبور از عدسی L_1 ، در طول محورهای سریع و آهسته به ترتیب $D_{\perp} = 2f_1 \tan \theta_{\perp} = 4.73 \text{ mm}$ و $D_{\parallel} = 2f_1 \tan \theta_{\parallel} = 1.14 \text{ mm}$ خواهند شد. هر منشور باید بزرگنمایی $M = (D_{\perp}/D_{\parallel})^{1/2} \cong 2$ را به دست دهد. فرض کنید که منشورها از سیلیکای مذاب ساخته شده‌اند، به طوری که ضریب شکست در طول موج 800 nm ، برابر با $n = 1.463$ است، سپس، θ_i و θ_r از معادله (۱.۳.۶) و قانون اسنل ($\sin \theta_i = n \sin \theta_r$) تعیین می‌شوند. جواب را می‌توان به سادگی و به صورت نزدیک، یا با یک دستورالعمل سریع تکراری، به دست آورد. برای این دستورالعمل، ابتدا مقداری آزمایشی برای θ_i فرض می‌کنیم، سپس با کمک قانون اسنل با $n = 1.463$ ، اولین مقدار θ_r را محاسبه می‌کنیم. این مقدار را در معادله (۱.۳.۶) با $M = 2$ قرار می‌دهیم تا مقدار جدیدی برای θ_i متناظر با اولین تکرار محاسبه شود، و الی آخر. با شروع با $\theta_i = 7^\circ$ ، مثلاً این محاسبه تکراری در چند تکرار، به سرعت به $\theta_i = 67.15^\circ$ و $\theta_r \cong 39^\circ$ همگرا می‌شود. چون فرض شده است که باریکه عمود بر رخ دوم از منشور خارج می‌شود، استدلال ساده هندسی نشان می‌دهد که زاویه رأس منشور باید $\alpha = \theta_r \cong 39^\circ$ باشد. از این طریق، پس از منشور دوم، باریکه‌ای مدور با قطر $D = D_{\perp} = 4.73 \text{ mm}$ به دست می‌آید. اکنون فاصله کانونی عدسی L_2 را $f_2 = 26 \text{ mm}$ می‌گیریم، فرض می‌کنیم که باریکه هنوز هم پس از این عدسی محدود شده پراش است. اندازه لکه در صفحه کانونی این عدسی دوم خواهد شد: $d \cong 4\lambda f_2 / \pi D \cong 5.52 \mu\text{m}$ [در اینجا باز هم از رابطه‌ای که برای کانونی کردن باریکه گاوسی به کار می‌رود استفاده شده است، معادله (۲۸.۷.۴) را ببینید]. توجه کنید برای قطر دمش اصولاً به یک مقدار خیلی کوچک خواهیم رسید. در واقع، می‌بینیم که اثر سیستم اپتیکی در صفحه محور-سریع [شکل ۱۲.۶ (الف)] آن است که تصویر بزرگ شده $f_2/f_1 = 4$ توزیع میدان

را در رُخ خروجی دیود به وجود می‌آورد. چون $d_{\perp} = 1.4 \mu\text{m}$ است، انتظار داریم $d = (f_2/f_1)d_{\perp} \cong 5.4 \mu\text{m}$ باشد. ولی برای دستیابی به چنین لکه کوچکی باید عدسیهای با ابیراهی کروی کاملاً تصحیح شده را مخصوصاً برای عدسی هم‌راستاکننده L_1 به کار برد. برای نمونه، با به حساب آوردن توانهای تفکیک متناهی عدسیها L_1 و L_2 ، قطر باریکه در صفحه کانونی عدسی L_2 می‌تواند $5-10$ بار بزرگتر باشد. در هر صورت، به دلایل هندسی، واگرایی باریکه در صفحه کانونی عدسی L_2 از $D/2f_2 \cong \theta$ به دست می‌آید، که D قطر باریکه در مکان عدسی است. اگر یک میله لیزری با ضریب شکست n_R در صفحه کانونی قرار داده شود، آنگاه به علت شکست باریکه، واگرایی در میله تقریباً با ضریب n_R کاهش می‌یابد. اگر $n_R = 1.82$ را ضریب شکست مناسب برای بلورهای YAG بگیریم، $\theta_n \cong D/2f_2n_R = 0.5 \text{ rad} \cong 30^\circ$ به دست می‌آید.

به عنوان مثال در مورد آرایه‌ای با پهنای $200 \mu\text{m}$ ، چون زوایای واگرایی θ_{\perp} و θ_{\parallel} تقریباً با زوایای واگرایی یک تک‌نواره برابر هستند، آرایش شکل ۱۲.۶ (الف-ج) هنوز می‌تواند برای ایجاد لکه‌ای دایره‌ای شکل پس از جفت‌منشورکژی‌ساز (آنامورفی) به کار برده شود. چون واگرایی باریکه محور-آهسته تقریباً 40° بار بزرگتر از حد پراشی است، لکه در صفحه کانونی عدسی L_2 به صورت بیضوی با نسبت بین دو محور $1:40$ است. طبق مثال ۲.۶، برای عدسی موازی‌ساز کاملاً تصحیح شده L_1 ، باریکه بیضوی می‌تواند، مثلاً $112 \mu\text{m} \times 2.8 \mu\text{m}$ باشد. در ابیراهیهای عملی سیستم اپتیکی که برای جهت محور-سریع چشمگیرتر است، تمایل در ایجاد لکه دایره‌ای شکل‌تر با اندازه لکه شاید $150 \mu\text{m}$ است. روش متداول دیگر انتقال باریکه دمش به محیط فعال در آرایه‌های دیودی استفاده از تار نوری چندمُدی است. برای یک‌نواره $200 \mu\text{m}$ ، تار نوری با قطر مغزی $200 \mu\text{m}$ که انتهای تار به دیود جفت می‌شود را می‌توان به کار برد. ولی با این آرایش مقدار گشودگی عددی تار $NA = \sin \theta_f$ ، که θ_f زاویه پذیرش تار است) باید به اندازه کافی بالا باشد تا باریکه با واگرایی زیاد دیود را بپذیرد، یعنی، $\sin \theta_f > \sin \theta_{\perp} \cong 0.4$. باریکه خروجی پس از انتشار در طول معینی از تار، دایره‌ای می‌شود و واگرایی آن با NA ی تار برقرار می‌شود، یعنی خواهیم داشت $\theta_{out} = \theta_f$. در مدت انتشار در طول تار، واگرایی محور-آهسته از $\theta_{in} = \theta_{\parallel}$ به $\theta_{out} = \theta_f \cong \theta_{\perp}$ بدتر می‌شود. برای کاهش واگرایی باریکه می‌توان از یک عدسی استوانه‌ای با فاصله کانونی خیلی کوتاه بین آرایه و تار استفاده کرد تا باریکه را در جهت محور-سریع تا اندازه قطری برابر با قطر تار موازی ساخت. سپس می‌توانیم از تاری که NA ی آن تقریباً برابر با واگرایی محور-آهسته باشد استفاده کرد، یعنی، $\theta_{\parallel} \cong \theta_f$ در نظر گرفته می‌شود. در این مورد، همان طوری که

با جزئیات بیشتر در مثال ۳.۶ گفته شده است، باریکه‌ای از آرایه‌ای به پهنای $200\ \mu\text{m}$ را می‌توان به تاری احتمالاً با قطر مغزی $300\text{--}250\ \mu\text{m}$ و NAی ۰٫۱ کانونی کرد.

مثال ۳.۶ باریکه‌ی آرایه‌ی دیودی که به تار نوری چندمندی کانونی می‌شود. آرایش ساده‌ی شکل ۱۳.۶ را که در آن از یک عدسی استوانه‌ای با فاصله‌ی کانونی به اندازه‌ی کافی کوتاه f برای موازی‌ساختن باریکه در طول محور سریع (خطوط خط‌چین) استفاده می‌شود، مورد بررسی قرار می‌دهیم. قطر باریکه پس از عدسی و در طول این محور از $D_{\perp} = 2f \tan \theta_{\perp}$ به دست می‌آید. در طول محور-آهسته، عدسی استوانه‌ای مانند یک تیغه‌ی صفحه‌موازی رفتار می‌کند، به طوری که باریکه (خط پیوسته) اساساً تحت تأثیر عدسی قرار نمی‌گیرد. (برای اینکه توجه را به چگونگی این موضوع جلب کنیم، عدسی استوانه‌ای را در شکل به صورت خط‌چین رسم کرده‌ایم که نشان می‌دهد باریکه تنها در صفحه‌ی محور-سریع متمرکز می‌شود). قطر باریکه در صفحه‌ی محور-آهسته پس از عبور از عدسی تقریباً: $D_{\parallel} \approx L_a + 2f \tan \theta_{\parallel}$ است، که L_a طول آرایه است. اکنون اگر $D_{\parallel} = D_{\perp}$ قرار دهیم، آنگاه داریم، $f = L_a / 2(\tan \theta_{\perp} - \tan \theta_{\parallel})$. اگر $L_a = 200\ \mu\text{m}$ ، $\theta_{\perp} = 20^{\circ}$ ، و $\theta_{\parallel} = 5^{\circ}$ بگیریم، $f = 350\ \mu\text{m}$ به دست می‌آید و این فاصله‌ی کانونی است که با ریزعدسی‌های تاری می‌توان به دست آورد. با چنین فاصله‌ی کانونی کوچکی، قطر باریکه پس از عبور از عدسی خواهد شد $D = D_{\parallel} = D_{\perp} = 2f \tan \theta_{\perp} = 254\ \mu\text{m}$ که به آسانی می‌تواند، مثلاً به یک تار چندمندی به قطر $300\ \mu\text{m}$ که انتهای آن به ریزعدسی جفت شده است وارد شود. برای ریزعدسی تاری کاملاً تصحیح‌شده، واگرایی باریکه پس از عبور از عدسی اکثراً از واگرایی جبران‌نشده‌ی باریکه‌ی محور-آهسته ناشی می‌شود. بنابراین NAی تار باید $0.9 \approx \sin \theta_{\parallel} \geq \sin \theta_f = NA$ باشد. واگرایی باریکه‌ی نوری که تار را ترک می‌کند، برای تاری با طول به اندازه‌ی کافی بلند، برابر با NAی تار خواهد بود.



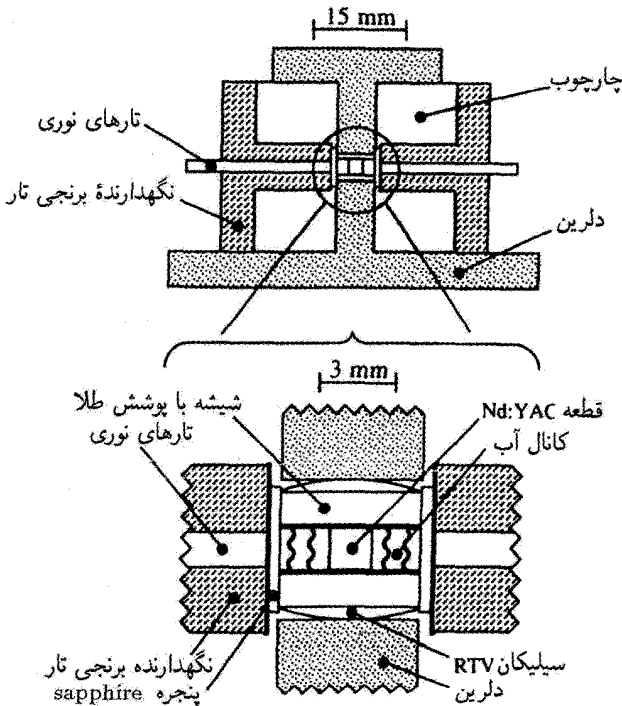
شکل ۱۳.۶ استفاده از ریزعدسی برای جفت‌کردن خروجی آرایه‌ی دیودی به یک تار نوری چندمندی.

در مورد میله ۱ سانتیمتری، یک ریزعدسی استوانه‌ای به طول ۱ cm را می‌توان برای کانونی‌کردن هر آرایه‌ای از میله به داخل یک تار چندمندی جداگانه مورد استفاده قرار داد. از آنجایی که اکنون طول هر آرایه نوعاً $100 \mu\text{m}$ است [شکل ۱۰.۶ (الف)]، تارهای با مغزی به قطر $200 \mu\text{m}$ و NA ۱٫۰ را می‌توان برای هر آرایه به‌کار برد (شکل ۱۳.۶ را ببینید). از این طریق می‌توانیم تمامی باریکه میله را به 20° تار (که انتهای آنها به‌صورت دسته تار دایره‌ای با قطر ۱٫۵-۱ mm با واگرایی کلی برابر با $NA(10^\circ)$ تار مرتب شده است) منتقل ساخت. سپس باریکه‌ای که توسط این دسته گسیل می‌شود روی میله در امتداد یک [شکل ۱۱.۶ (الف)] یا دو [شکل‌های ۱۱.۶ (ب-ج)] جهت طولی تصویر می‌شود. این آرایش دمش، تراگسیل کلی سیستم انتقال را تا ۸۵٪ نشان می‌دهد. توانهای خروجی تا حدود ۱۵ وات در مد TEM_{۰۰} و بازدهی اپتیک-به-اپتیک ۵۰٪، با استفاده از میله Nd:YVO_۴ که با دو میله دیودی جفت‌شده تاری دمیده می‌شود، به‌دست می‌آید.

یک روش جالب توجه و قابل جایگزین آن است که باریکه نامتقارن خروجی از یک میله دیودی یا آرایه‌ای چنان تغییر شکل یابد که همان ابعاد باریکه و همان واگرایی را در جهت اصلی محور-سریع (عمودی) و محور-آهسته (افقی) ایجاد کند. این روش شامل ارسال باریکه از میله دیودی یا آرایه‌ای، پس از اینکه توسط یک تار-عدسی در جهت محور-سریع موازی‌سازی شد، به یک جفت آینه موازی کج شده است. این جفت آینه با بازتاب‌های متوالی به‌طور مؤثری باریکه را به چند بخش در جهت افقی تقسیم می‌کند، سپس این بخشها را روی یکدیگر می‌نشانند و لذا باریکه‌ای خروجی به شکل مستطیل حاصل می‌شود [۷]. برای تعادل‌سازی پارامترهای باریکه در جهت‌های افقی و عمودی، کاهش درخشایی در جهت عمودی باید با افزایش درخشایی در جهت افقی و ابقای درخشایی کلی، جبران شود. این باریکه شکل‌یافته دمش پر شدت طولی را امکان‌پذیر می‌کند که این امر مخصوصاً برای لیزری با بهره پایین، شبه سه‌ترازی مؤثر است که در غیر این صورت بسیار دشوار خواهد بود.

۲.۲.۳.۶ دمش عرضی

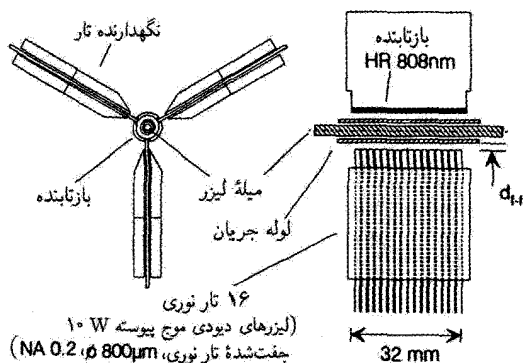
در مورد دمش عرضی، محیطهای فعال را به‌صورت تیغه‌ای یا میله‌ای به‌کار می‌برند. شکل ۱۴.۶ یک آرایش دمش عرضی تیغه‌ای را نشان می‌دهد [۸]. دمش با ۲۵ آرایه لیزر منفرد، که هر یک به یک مغزی با قطر $600 \mu\text{m}$ تار با NA ۰٫۴ جفت می‌شود، رخ می‌دهد. توان باریکه که از هر تار خارج می‌شود W ۹٫۵ ~ و کل توان W ۲۳۵ است. دو سر تارها از دو طرف به ضخامت ۱٫۷ mm، از تیغه مینیاتوری به پهنای ۱٫۸ mm فاصله دارند. طول خط مرکزی تیغه ۵٫۸۹ mm ~ است که متناظر با ۲۲ بازتاب داخلی کلی در دو رخ تیغه است [شکل ۳.۶ (الف) را ببینید]. به‌علت خاصیت



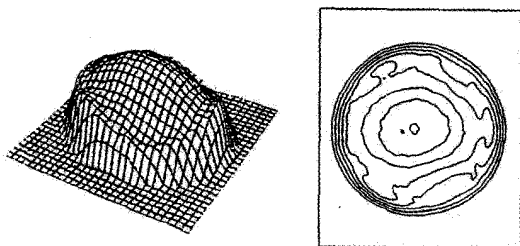
شکل ۱۴.۶ آرایش دمش عرضی برای یک تیغه Nd:YAG [۸].

میانگیری نقش زیگزاکی در دمش، کیفیت اپتیکی محیط فعال که توسط باریکه دیده می‌شود بسیار عالی است، به طوری که توان خروجی 40 W در TEM_0 ، با بازدهی اپتیک-به-اپتیک ۲۲٪، به دست آمده است.

شکل ۱۵.۶ یک آرایش جالب توجه با استفاده از میله Nd:YAG را نشان می‌دهد [۹]. میله لیزر به قطر 4 mm ، که با آبی که در لوله اطراف میله جریان دارد سرد می‌شود، توسط سه (مطابق شکل) یا ۵ مدول دمش که به صورت آرایش تقارن دایره‌ای قرار دارند، به طور شعاعی دمیده می‌شود. هر مدول دمش شامل ۱۶ تار است، با قطر مغزی $800 \mu\text{m}$ و 22 NA ، تارها کنار هم در آرایه‌ای که مرکز به مرکز آن 2 mm است سوار شده‌اند. به هر تار، باریکه یک آرایه دیودی با توان خروجی اسمی 10 W تزریق می‌شود. باریکه خروجی از هر تار میله لیزر را بدون اپتیک متمرکزکننده اضافی مستقیماً مورد تابش قرار می‌دهد. برای این آرایش دمش عرضی، بازدهی انتقال دمش $8\% \sim$ برآورد می‌شود. برای کمک به دستیابی به جذب کافی تابش لیزر دیودی، بازتابنده‌های نوری دمشی که مقابل هر مدول دمش قرار می‌گیرند را در اطراف میله لیزر سوار می‌کنند. برای فواصل نسبتاً



شکل ۱۵.۶ آرایش دمش عرضی یک میله Nd:YAG [۹].



شکل ۱۶.۶ توزیع نور دمش در میله Nd:YAG برای توزیع دمش عرضی شکل ۱۵.۶ [۹].

طولانی تار-به-میله، توزیع نور دمش در داخل میله که به این طریق حاصل می‌شود، نسبتاً یکنواخت است. شکل ۱۶.۶ توزیع نور دمش را برای فاصله تار-به-جریان-به-لوله‌ای به طول ۱۳ mm، نشان می‌دهد. با استفاده از آرایش شکل ۱۵.۶، توان خروجی ۶۰ W ~ از مد TEM_{۰۰} با بازدهی ایتیک-به-ایتیک ۲۵٪ ~ به دست آمده است.

۳.۳.۶ آهنگ دمش و بازدهی دمش

در مورد دمش طولی، اگر $I_p(r, z)$ شدت دمش در مکانی داخل محیط لیزری باشد که با مختصات شعاعی r و مختصات طولی z مشخص می‌شود، آهنگ دمش از رابطه

$$R_p(r, z) = \frac{\alpha I_p(r, z)}{h\nu_p} \quad (۲.۳.۶)$$

به دست می‌آید، که α ضریب جذب محیط لیزری در بسامد ν_p دمش است.

اکنون فرض می‌کنیم که توزیع باریکه دمش توزیع گاوسی است، یعنی در نظر می‌گیریم

$$I_p(r, z) = I_p(0, 0) \exp \left[- \left(\frac{r^2}{w_p^2} \right) \right] \exp(-\alpha z) \quad (3.3.6)$$

$I_p(0, 0)$ شدت قله در رخ ورود به میله و w_p اندازه لکه دمش است که برای سادگی آن را مستقل از z در نظر می‌گیریم. توجه کنید که α ضریب جذب تحت شرایط کاری لیزر است. ولی، با تقریب خوبی با ضریب جذب دمیده نشده منطبق است، چون جمعیتی که با فرایند دمش به ترازهای بالاتر ارتقا داده می‌شود معمولاً فقط بخش کوچکی از جمعیت کل را تشکیل می‌دهند. واضح است که شدت $I_p(0, 0)$ با رابطه زیر به توان دمش فرودی P_{pi}

$$P_{pi} = \int_0^\infty I_p(r, 0) 2\pi r dr \quad (4.3.6)$$

مرتبط است. از معادلات (3.3.6) و (4.3.6) به دست می‌آوریم که

$$I(0, 0) = \frac{2P_{pi}}{\pi w_p^2} \quad (5.3.6)$$

سپس، توان دمش فرودی P_{pi} با رابطه زیر به توان الکتریکی لیزر دیودی P_p

$$P_{pi} = \eta_r \eta_t P_p \quad (6.3.6)$$

مربوط است، که η_r بازدهی تابش دیود و η_t بازدهی سیستم انتقال دمش است. از معادله (2.3.6) و با کمک معادلات (3.3.6)، (5.3.6) و (6.3.6) به دست می‌آوریم

$$R_p(r, z) = \eta_r \eta_t \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2\alpha}{\pi w_p^2} \right) \exp \left[- \left(\frac{r^2}{w_p^2} \right) \right] \exp(-\alpha z) \quad (7.3.6)$$

با توجه به شرط آستانه، پیوسته نشان می‌دهد که آهنگ مؤثر دمش برای یک مد مفروض کاواک، میانگین R_p ، یعنی $\langle R_p \rangle$ ، است که روی توزیع میدان مد گرفته می‌شود. دقیقتر بگوییم، اگر $u(r, z)$ دامنه میدان بهنجارشده در مقدار قله‌اش باشد، $\langle R_p \rangle$ از رابطه

$$\langle R_p \rangle = \frac{\int_a R_p |u|^2 dV}{\int_a |u|^2 dV} \quad (8.3.6)$$

به دست می‌آید، که انتگرال روی تمام حجم محیط فعال گرفته می‌شود. اکنون مد TEM₀₀ را در نظر می‌گیریم، اگر اندازه لکه در کمر باریکه، w_0 ، روی میله لیزر واقع شود و فرض شود که

اندازه لکه در طول میله ثابت است، آنگاه با استفاده از معادله (۴.۶.۴) و معادله (۲۴.۵.۵) با $R \rightarrow \infty$ و $\phi \cong 0$ می‌توانیم بنویسیم

$$|u|^2 \approx \exp \left[- \left(\frac{r^2}{w_0^2} \right) \right] \cos^2 kz \quad (۹.۳.۶)$$

آنگاه معادلات (۷.۳.۶) تا (۹.۳.۶) به دست می‌دهند

$$\langle R_p \rangle = \eta_r \eta_t \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{2 \{ 1 - \exp[-(\alpha l)] \}}{\pi (w_0^2 + w_p^2) l} \quad (۱۰.۳.۶)$$

که l طول میله لیزر است. توجه کنید که در انتگرال‌گیری معادله (۸.۳.۶) در امتداد مختصات z تقریب $\int_0^l \exp(-\alpha z) \cos^2 kz \, dz \cong (1/2) \int_0^l \exp(-\alpha z) \, dz$ را به کار برده‌ایم. این تقریب به این دلیل است که چون $\cos^2 kz$ نسبت به $\exp[-(\alpha x)]$ خیلی سریعتر تغییر می‌کند، لذا می‌توانیم به جای $\cos^2 kz$ مقدار میانگین آن، یعنی $(1/2) \langle \cos^2 kz \rangle$ را جایگزین کنیم. اکنون اگر ضریب جذب، η_a را به صورت زیر تعریف کنیم

$$\eta_a = [1 - \exp(-\alpha l)] \quad (۱۱.۳.۶)$$

معادله (۱۰.۳.۶) را می‌توان به صورت پیشنهادی‌تر زیر نوشت

$$\langle R_p \rangle = \eta_p \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{2}{\pi (w_0^2 + w_p^2) l} \quad (۱۲.۳.۶)$$

که $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a$ را تعریف کرده‌ایم.

معادله (۱۲.۳.۶) آخرین نتیجه محاسباتمان را در مورد آهنگ مؤثر دمش برای دمش طولی نشان می‌دهد. توجه کنید که برای یک P_p مفروض، $\langle R_p \rangle$ با کاهش w_p افزایش می‌یابد، به طوری که مقدار بیشینه $\langle R_p \rangle$ وقتی به دست می‌آید که $w_p \rightarrow 0$ ولی، برای مقادیر خیلی کوچک اندازه لکه دمش، واگرایی باریکه دمش در میله فعال را نمی‌توان نادیده گرفت، به نحوی که واقعاً ممکن است باریکه از باریکه لیزر در انتهای میله بزرگتر شود. برای این منظور، و برای بهینه‌ساختن بازدهی اپتیکی، شرط $w_p \cong w_0$ را اغلب به عنوان راهنمایی تقریبی برای حالت بهینه در نظر می‌گیرند. در مورد دمش عرضی، با رابطه آشکار زیر که بین آهنگ دمش و توان P_{pi} فرودی روی میله برقرار است، مطلب را آغاز می‌کنیم:

$$\int_a h\nu_p R_p dV = \eta_a P_{pi} \quad (۱۳.۳.۶)$$

که η_a بخشی از توان فرودی جذب شده در محیط فعال است. توجه کنید که، طبق معادله (۱۱.۳.۶) بازدهی جذب، η_a را می‌توان به صورت $\eta_a \cong [1 - \exp(-\alpha D)]$ نوشت، که D بعد عرضی مرتبط با میله است ($D \cong D_R$)، که D_R قطر میله است برای یک عبور، یا $D \cong 2D_R$ برای دو عبور باریکه دمش در میله است). معادله (۱۳.۳.۶) محاسبه آهنگ دمش را وقتی تغییر فضایی آن معلوم باشد، ممکن خواهد ساخت. در حالتی ساده، اگر R_p را ثابت بگیریم آنگاه از معادله (۱۳.۳.۶) خواهیم داشت $R_p = \eta_r \eta_t \eta_a P_p / h\nu_p A l$ ، که A مساحت سطح مقطع میله است و از معادله (۶.۳.۶) نیز استفاده شده است. برای محاسبه $\langle R_p \rangle$ یک مدل ساده ذهنی از میله لیزر را در نظر می‌گیریم، که فرض می‌شود نمونه‌های فعال در ناحیه مرکزی میله متمرکز شده‌اند، $0 \leq r \leq a$ ، در حالی که میله برای $r > a$ بدون آلاینده است (میله غلاف‌دار است). در این مورد، معادله (۹.۳.۶) را می‌توان برای هر مقدار از r در نظر گرفت، در حالی که برای $0 \leq r \leq a$ ، ثابت $R_p = 0$ ، و برای $r > a$ ، R_p می‌گیریم. از معادلات (۸.۳.۶) و (۹.۳.۶) به دست می‌آوریم

$$\langle R_p \rangle = \eta_p \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{\{1 - \exp[-(2a^2/w_0^2)]\}}{\pi a^2 l} \quad (14.3.6)$$

که مجدداً $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a$ گرفته شده است. معادله (۱۴.۳.۶) آخرین نتیجه محاسبه آهنگ مؤثر دمش در دمش عرضی است.

برای مقایسه‌ای که در بخش ۵.۳.۶ خواهد شد، باید آهنگ مؤثر دمش را برای دمش توسط لامپ محاسبه کنیم. مدل میله غلاف‌دار را که در بالا بررسی شد، در نظر می‌گیریم، و باز هم R_p را در محیط فعال یعنی، $0 \leq r \leq a$ ، ثابت می‌گیریم، از معادلات (۶.۲.۶) و (۸.۳.۶) می‌یابیم که

$$\langle R_p \rangle = \eta_{pl} \left(\frac{P_p}{h\nu_{mp}} \right) \frac{\{1 - \exp[-(2a^2/w_0^2)]\}}{\pi a^2 l} \quad (15.3.6)$$

که η_{pl} بازدهی دمش است که طبق (۵.۲.۶) برای دمش لامپ از $\eta_{pl} = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}$ به دست می‌آید.

۴.۳.۶ توان دمش آستانه برای لیزرهای چهارترازی و شبه سه‌ترازی

اکنون با استفاده از نتایج بخش ۳.۳.۶ برای آهنگ مؤثر دمش، می‌توانیم آهنگ دمش مورد انتظار و توان دمش آستانه را برای یک لیزر مفروض محاسبه کنیم. دو مورد بسیار مهم را بررسی می‌کنیم: (۱) یک لیزر ایده‌آل چهارترازی که اتمهای دمیده شده بلافاصله به تراز بالایی لیزر منتقل می‌شوند،

در حالی که تراز پایینی لیزر خالی است [شکل ۴.۱ (ب) را ببینید]. (۲) یک لیزر شبه سه تراز می باشد که اتمهای دمیده شده مجدداً بلافاصله به تراز بالایی لیزر منتقل می شوند و تراز پایینی لیزر، زیر ترازهای حالت پایه است. مورد اول لیزرهای نظیر Nd:YAG در $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ یا $\lambda = 1.32 \mu\text{m}$ ، Nd:YAG، Ti:Al₂O₃، Cr:LiSAF یا LiCAF هستند. مهمترین لیزرها در رده دوم شامل Nd:YAG در $\lambda = 0.946 \mu\text{m}$ ، Er:glass یا Yb:Er:glass در $\lambda \cong 1.54 \mu\text{m}$ یا Yb:YAG یا Yb:glass، و Tm:Ho:YAG است.

ابتدا مورد یک لیزر ایده آل چهار تراز را در نظر می گیریم و فرض می کنیم که تراز بالایی لیزر واقعاً شامل تعداد بسیاری زیر تراز هستند که به شدت به یکدیگر جفت شده اند و کل جمعیت ترکیبی آنها N_2 است. طبق معادله (۵.۲.۱)، مقدار آستانه، N_{2c} را می توان به صورت $N_{2c} = \gamma / \sigma_e l$ نوشت، که σ_e اکنون سطح مقطع مؤثر گسیل القایی را نشان می دهد (بخش ۲.۷.۲ را ببینید). این رابطه در واقع فقط برای مدل یکنواخت فضایی معتبر است، یعنی وقتی که هم R_p و هم $|u|^2$ مدی $|u|^2$ را از نظر فضایی مستقل در نظر بگیریم. وقتی وابستگی فضایی به حساب آورده شود، رابطه قبلی برای جمعیت آستانه حالت بالایی به صورت زیر اصلاح می شود (پیوست ۵ را ببینید)

$$\langle N_2 \rangle_c = \frac{\gamma}{\sigma_e l} \quad (16.3.6)$$

که $\langle N_2 \rangle$ مقدار مؤثر جمعیت است و از رابطه زیر به دست می آید

$$\langle N_2 \rangle = \frac{\int_a N_2 |u|^2 dV}{\int_a |u|^2 dV} \quad (17.3.6)$$

اکنون آهنگ بحرانی دمش یا آستانه را از این شرط که تعداد اتمهایی که با فرایند دمش به تراز بالا می روند باید با تعداد اتمهایی که به صورت خودبه خود فرو می افتند برابر باشند، به دست می آوریم. بدین ترتیب، داریم $R_p = N_{2c} / \tau$ ، که τ طول عمر مؤثر تراز بالایی لیزر است وقتی که فروافت تمامی زیر ترازها به حساب آورده شوند (بخش ۲.۷.۲ را ببینید). سپس، در ادامه داریم

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{\langle N_2 \rangle_c}{\tau} \quad (18.3.6)$$

از معادلات (۱۶.۳.۶) و (۱۸.۳.۶) به دست می آید

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{\gamma}{\sigma_e l \tau} \quad (19.3.6)$$

وقتی مقدار آستانهٔ آهنگ دمش محاسبه شد، به آسانی می‌توانیم توان دمش آستانهٔ متناظر با آن را به دست آوریم. با جایگزینی معادله (۱۲.۳.۶) یا (۱۴.۳.۶) در معادله (۱۹.۳.۶)، روابط زیر را به دست می‌آوریم

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_0^2 + w_p^2)}{2\sigma_e} \right] \quad (20.3.6)$$

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left(\frac{\pi a^2}{\sigma_e \{1 - \exp[-(2a^2/w_0^2)]\}} \right) \quad (21.3.6)$$

که به ترتیب برای دمش طولی و عرضی برقرار است. رابطهٔ توان دمش آستانه برای دمش طولی که از معادله (۲۰.۳.۶) به دست می‌آید، با معادله‌ای که در مرجع ۸ داده شده است در توافق است. توجه کنید که در دمش طولی، توان دمش آستانه با افزایش w_0 زیاد می‌شود، چون با افزایش w_0 ، کناره‌های مد به نواحی کمتر دمیده شدهٔ محیط فعال بیشتر گسترده می‌شوند. به همین ترتیب، در دمش عرضی و مدل میلهٔ غلاف‌داری که قبلاً بررسی شد، توان دمش آستانه با افزایش w_0 زیاد می‌شود، چون، با افزایش w_0 ، کناره‌های مد به سمت ناحیهٔ غلاف‌دار، یعنی ناحیه‌ای از محیط که دمیده نمی‌شود، بیشتر گسترده می‌شوند.

بررسیهایی از این نوع برای حالت واقعی‌تر میلهٔ بدون غلاف به‌کار می‌روند. ولی در این مورد، محاسبه پیچیده‌تر خواهد شد و در حالت کلی معادله (۹.۳.۶) را دیگر به‌کار نمی‌برند، و باید توزیع واقعی میدان را با در نظر گرفتن آثار گشودگی به‌کار برد که این آثار توسط قطر متناهی میله ایجاد می‌شود. ولی، وقتی w_0 به قدر کافی کوچکتر از a است (مثلاً، $0.7a < w_0$)، توزیع میدان با حضور این گشودگی تغییر چندانی نخواهد کرد، بنابراین می‌توان فرض کرد که معادله (۲۱.۳.۶) برای میلهٔ بدون غلاف، معتبر است. البته در این حالت، $\{1 - \exp[-(2a^2/w_0^2)]\}$ به واحد خیلی نزدیک است و لذا در محاسبهٔ توان دمش آستانه این جمله را می‌توان از معادله (۲۱.۳.۶) حذف کرد. در مقایسه‌ای که در بخش ۵.۳.۶ به عمل خواهد آمد، باید توان دمش آستانه را برای دمش لامپ نیز محاسبه کنیم. از معادلات (۱۵.۳.۶) و (۱۹.۳.۶) به دست می‌آوریم

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_{pl}} \right) \left(\frac{h\nu_{mp}}{\tau} \right) \left(\frac{\pi a^2}{\sigma_e \{1 - \exp[-(2a^2/w_0^2)]\}} \right) \quad (22.3.6)$$

اکنون لیزر شبه سه‌ترازی را مورد بررسی قرار می‌دهیم، که تراز پایینی لیزر یک زیرتراز از حالت پایه (تراز ۱) است، و فرض می‌کنیم که جمعیتی که از طریق فرایند دمش به تراز (یا ترازهای) بالاتر

رفته‌اند فوراً به حالت بالایی لیزر منتقل می‌شوند (لیزر ایده‌آل شبه سه‌ترازی). فرض می‌کنیم که تمامی زیرترادهای حالت پایه به‌شدت به یکدیگر جفت شده‌اند و از آن رو در ترازمندی گرمایی هستند و فرض می‌کنیم N_1 کل جمعیت ترکیب‌شده تراز ۱ است. همچنین فرض می‌کنیم که تراز بالایی لیزر (یعنی تراز ۲) شامل تعدادی زیرتراز است که به‌شدت به یکدیگر جفت شده‌اند و نیز جمعیت کلی ترکیب‌شده تراز بالایی است. باز هم، مقادیر آستانه برای جمعیت دو تراز با شرط اینکه کل بهره خالص برابر با تلفات است، حاصل می‌شود. برای مورد وابسته فضایی، طبق معادله (۱۶.۳.۶) به‌دست می‌آوریم (پیوست ۵ را ببینید)

$$(\sigma_e \langle N_2 \rangle_c - \sigma_a \langle N_1 \rangle_c) l = \gamma \quad (23.3.6)$$

که مجدداً، $\langle N_2 \rangle$ و $\langle N_1 \rangle$ مقادیر میانگین فضایی را مطابق با معادله (۱۷.۳.۶) نشان می‌دهند، و σ_a و σ_e به‌ترتیب، مقادیر مؤثر سطح مقطعهای گسیل القایی و جذب هستند. از آنجایی که برای لیزر ایده‌آل شبه سه‌ترازی، $N_1 + N_2 = N_t$ است، نتیجه می‌گیریم که $\langle N_1 \rangle + \langle N_2 \rangle = N_t$. با استفاده از این رابطه در معادله (۲۳.۳.۶)، به‌آسانی $\langle N_2 \rangle_c$ را می‌توانیم محاسبه کنیم. مجدداً، مقدار مؤثر آهنگ دمش آستانه باید در معادله (۱۸.۳.۶) صدق کند؛ با استفاده از مقدار $\langle N_2 \rangle$ که از این طریق محاسبه شد، به‌دست می‌آوریم

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{(\sigma_a N_t l + \gamma)}{(\sigma_e + \sigma_a) / \tau} \quad (24.3.6)$$

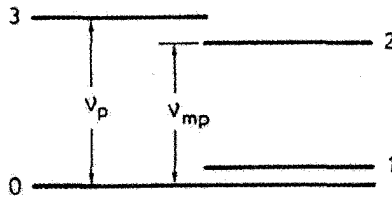
اگر $\sigma_a \rightarrow 0$ ، آشکار است که معادله (۲۴.۳.۶)، معادله (۱۹.۳.۶) را به‌دست می‌دهد. برای محاسبه توان دمش آستانه متناظر با آن، بررسیهای خود را به مورد دمش طولی محدود می‌کنیم. از آنجایی که این تنها آرایشی است که عملکرد با آستانه معقول پایین را امکان‌پذیر می‌سازد، از معادلات (۱۲.۳.۶) و (۲۴.۳.۶) به‌دست می‌آوریم

$$P_{th} = \left(\frac{\sigma_a N_t l + \gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_0^2 + w_p^2)}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \quad (25.3.6)$$

که با رابطه‌ای که فان و بیر [۱۹] در ابتدا ارائه کردند در توافق است. توجه کنید که اگر $\sigma_a \rightarrow 0$ شود، معادله (۲۵.۳.۶) به معادله (۲۰.۳.۶) تبدیل می‌شود.

۵.۳.۶ مقایسه دمش دیودی با دمش لامپی

براساس بحثهای بخشهای قبل، اکنون به مقایسه دمش لامپی و دمش دیودی می‌پردازیم. این مقایسه را تنها برای لیزرهای چهارترازی می‌توان انجام داد، چون لیزرهای شبه سه‌ترازی اصولاً



شکل ۱۷.۶ بسامد دمش واقعی، ν_p ، و بسامد دمش کمینه ایده آل، ν_{mp} ، در لیزر چهارترازی.

از طریق دمش طولی توسط لیزرهای دیودی عمل می‌کنند. برای مقایسه معادلات (۱۲.۳.۶)، (۲۰.۳.۶)، و (۲۱.۳.۶)، برای دمش دیودی، مناسب آن است که بازدهی کوانتومی دمش η_{pq} را به صورت $h\nu_{mp}/h\nu_p$ تعریف کنیم، که ν_p بسامد واقعی دمش، و ν_{mp} بازدهی کمینه دمش است، یعنی، بازدهی دمشی که برای دمش مستقیم به تراز بالایی لیزر مورد نیاز است (شکل ۱۷.۶ را ببینید). به این ترتیب معادلات (۲۰.۳.۶) و (۲۱.۳.۶) به آسانی به

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_{pd}} \right) \left(\frac{h\nu_{mp}}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_o^2 + w_p^2)}{2\sigma_e} \right] \quad (26.3.6)$$

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_{pd}} \right) \left(\frac{h\nu_{mp}}{\tau} \right) \left(\frac{\pi a^2}{\sigma_e \{1 - \exp[-(2a^2/w_o^2)]\}} \right) \quad (27.3.6)$$

تبدیل می‌شوند، که $\eta_{pd} = \eta_p \eta_{pq} = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}$ برای دمش کلی دمش دیودی تعریف کرده‌ایم. اکنون با استفاده از معادلات (۲۲.۳.۶)، (۲۶.۳.۶)، و (۲۷.۳.۶) دمش لامپی را با دمش دیودی مقایسه می‌کنیم.

اولین مقایسه را می‌توان برحسب چهار ضریب بازدهی η_r ، η_t ، η_a ، η_{pq} ، و از آن رو بازدهی کلی دمش $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}$ انجام داد. اگر تنها لیزر Nd:YAG را در نظر بگیریم، جدول ۳.۶ مقادیر برآورده شده این ضرایب بازدهی را نشان می‌دهد، که مقادیر دمش لامپی را از جدول ۱.۶ آورده‌ایم. در مورد دمش طولی توسط یک لیزر دیودی، بلوری به طول ۱ cm در نظر گرفتیم، در حالی که برای دمش عرضی، میله‌ای به قطر ۴ mm در نظر گرفته شده است. توجه کنید که علی‌رغم اختلافی بزرگ در سیستمهای دمشی که تاکنون بررسی کردیم، مقایسه برحسب چهار ضریب بازدهی بسیار ساده و آموزنده است. می‌بینیم که بازدهیهای تابشی و انتقالی تقریباً برای دمش لامپی و دیودی یکسان‌اند. افزایش بازدهی کلی دمش برای دمش دیودی تقریباً با ضریب ۱۰ از افزایش خیلی زیاد در بازدهی جذب (تقریباً با ضریب ۶) و افزایش مداوم در بازدهی

جدول ۳.۶ مقایسه بین بازدهیهای دمش لامپی و دمش دیودی

آرایش دمش	η_p (%)	η_{pq} (%)	η_a (%)	η_t (%)	η_r (%)
لامپ	۳۵	۵۹	۱۷	۸۲	۴۳
دیود (طولی)	۳۲	۸۲	۹۸	۸۰	۵۰
دیود (عرضی)	۳۰	۸۲	۹۰	۸۰	۵۰

کوانتومی دمش (با ضریب ۱٫۵ ~) به دست می آید. همچنین باز هم توجه کنید که برحسب بازدهی دمش، دمش طولی و عرضی تقریباً معادل اند، فقط بازدهی جذب در دمش عرضی کمی کمتر است.

مقایسه دوم را می توان برحسب توان دمش آستانه انجام داد. طبق معادلات (۲۲.۳.۶) و (۲۷.۳.۶) و با یک مقدار مساحت سطح مقطع میله، اختلاف عمده در آستانه های دمش، بین دمش لامپی و دمش عرضی، ناشی از تقریباً ۱۰ بار افزایش در بازدهی دمش در دمش دیودی است. در مقایسه دمش طولی دیودی با دمش لامپی، معادلات (۲۲.۳.۶) و (۲۶.۳.۶) نشان می دهند که آستانه دمش در دمش دیودی، علاوه بر آنکه با افزایش بازدهی دمش دچار کاهش می شود، کاهش بیشتر آن با ضریب $2a^2/w_{0l}^2$ $[1 - \exp(-2a^2/w_{0l}^2)]/2a^2$ حاصل می شود، که w_{0l} اندازه لکه در دمش لامپی است. این ضریب بیشترین کاهش در توان دمش آستانه، وقتی w_0 و w_p خیلی کوچک اند، محسوب می شود. مورد ناخوشایند از این نوع، در لیزرهای تاری رخ می دهد، که برای تارهای تک مدی، مقدار w_0 و نیز مقدار w_p می توانند به کوچکی $2-3 \mu\text{m}$ باشند. مثلاً اگر $w_0 = w_p = 2 \mu\text{m}$ (برای یک لیزر تاری) و $a = 2 \text{mm}$ و $w_{0l} = 0.5a$ (برای دمش لامپی) باشد، کاهش مورد انتظار ناشی از ضریب هندسی قبلی تقریباً ۶ مرتبه بزرگی است! به این دلیل است که لیزرهای تاری چنین آستانه های دمش کوچکی را عرضه می دارند. البته، برای دمش تارهای تک مدی، باید لیزرهای دیودی تک مدی یعنی محدوده شده پراشی را به کار برد. در مقایسه دمش لیزر دیودی طولی و عرضی با توجه به معادلات (۲۶.۳.۶) و (۲۷.۳.۶) آستانه دمش برای دمش طولی پایینتر از دمش عرضی به نسبت $2a^2/w_{0t}^2$ $[1 - \exp(-2a^2/w_{0t}^2)]/2a^2$ $(w_{0l}^2 + w_p^2)$ است، که شاخصهای زیرین t و l به ترتیب نشان دهنده دمش طولی و عرضی هستند. برای مقادیر خیلی کوچک اندازه های لکه w_0 و w_p که در دمش طولی به کار برده می شوند، این نسبت مجدداً می تواند مقادیر خیلی کوچکی داشته باشد. ولی، برای آنکه خروجیهای قابل مقایسه برای دو مورد

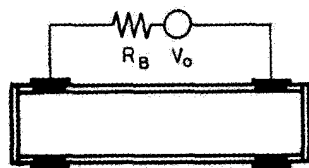
را به دست آوریم، باید دو اندازه لکه TEM قابل مقایسه باشند. بنابراین آموزنده است که این مقایسه را بین مقدار یکسان اندازه لکه، یعنی، برای $(w_o)_t = (w_o)_l$ ، انجام دهیم. برای اجتناب از اثرات پراشی اضافی که ناشی از بریده شدن باریکه روی گشودگی است که توسط قطر میله شکل می‌گیرد، اندازه لکه برای دمش عرضی باید قدری کوچکتر از شعاع a میله باشد. در عمل مقدار $\gamma a \cong (w_o)_t$ را می‌توان انتخاب کرد. با فرض بهترین روی هم افتادگی برای دمش طولی، یعنی $w_o = w_p$ ، آن‌گاه به دست می‌آید $\gamma a \cong [1 - \exp(-2a^2/w_o^2)]/2a^2 \cong (w_p^2 + w_o^2)_l \times [1 - \exp(-2a^2/w_o^2)]/2a^2$ که تحت این شرایط، توان دمش آستانه برای دمش طولی، تنها با ضریب $\gamma \cong 5$ کوچکتر از توان دمش آستانه برای دمش عرضی است.

دمش دیودی علاوه بر بازدهی دمش بسیار بالاتر و آستانه دمش بسیار پایینتر، در مقایسه با دمش لامپی، دارای مزیت اضافی کاهش بار گرمایی در محیط فعال است. در واقع، برای توان مفروض جذب شده P_a در محیط، کسر $\eta_{pq} P_a$ در تراز بالایی لیزر موجود است، و نتیجتاً کسر $\eta_{pq} / h\nu / h\nu_{mp} P_a$ برای توان لیزر در دسترس خواهد بود ($h\nu$ انرژی فوتون لیزر است). بنابراین توانی که به صورت گرما اتلاف می‌شود $[1 - \eta_{pq}(h\nu/h\nu_{mp})] P_a$ در Nd:YAG است. مجدداً، چون $\gamma \cong h\nu/h\nu_{mp}$ است، از جدول ۳.۶ می‌بینیم که بار گرمایی برای دمش لامپی ~ 2 بار بزرگتر از دمش دیودی است. این بار گرمایی کاهش یافته دارای دو اثر سودمند است: موجب کاهش عدسی‌شدگی گرمایی و دوشکستی‌گرهای القایی در میله لیزر و کاهش افت‌وخیزهای گرمایی ضریب شکست محیط فعال، برای افت‌وخیز مفروض دمش، می‌شود. هر دوی این آثار در عملکرد لیزر روی تک‌مد عرضی و طولی با کیفیت بالا حائز اهمیت است.

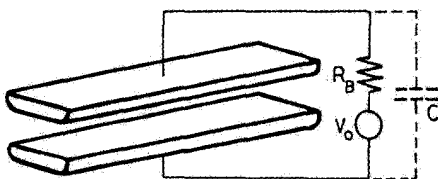
۴.۶ دمش الکتریکی

یادآور می‌شویم که این نوع دمش در لیزرهای گازی و نیمرسانا به‌کار برده می‌شود. در این بخش دمش لیزرهای گازی را بررسی می‌کنیم و بحث مورد سراسر استر دمش لیزر نیمرسانا را به فصل ۹ موکول می‌کنیم.

لیزر گازی با عبور جریانی، پیوسته (جریان dc)، با سامد رادیویی (جریان rf)، یا تپی از مخلوط گاز به طریق الکتریکی دمیده می‌شود. به‌طور کلی، جریان یا در جهت محور لیزر [تخلیه طولی، شکل ۱۸.۶ (الف)] و یا عمود بر آن [تخلیه عرضی، شکل ۱۸.۶ (ب)] از گاز عبور می‌کند. از آنجایی که بعد عرضی محیط لیزری معمولاً بسیار کوچکتر از بعد طولی آن است، لذا برای همان مخلوط گاز، ولتاژ مورد نیاز در آرایش عرضی بسیار کمتر از آرایش طولی است. از طرف دیگر، وقتی گاز در یک لوله دی‌الکتریک (مانند شیشه)، نظیر شکل ۱۸.۶ (الف) محبوس است، تخلیه طولی، اغلب

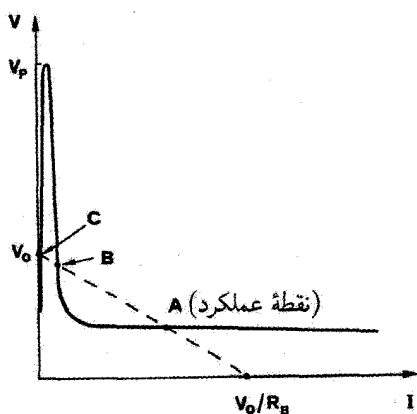


(الف)



(ب)

شکل ۱۸.۶ آرایشهای دمش برای لیزرهای با تخلیه گاز که اغلب مورد استفاده واقع می‌شوند: (الف) تخلیه طولی، و (ب) تخلیه عرضی.



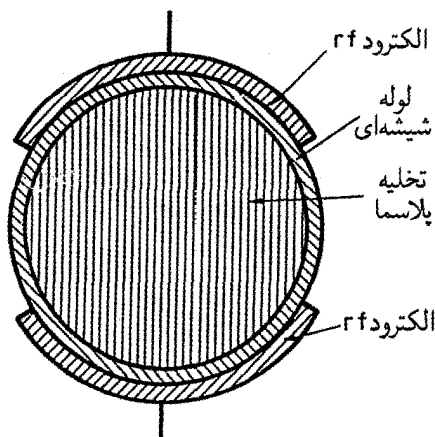
شکل ۱۹.۶ ولتاژ V برحسب جریان I مشخصه یک تخلیه گاز (منحنی پیوسته) و یک منبع تغذیه با مقاومت سری.

دارای آرایش دمش یکنواخت‌تر و پایدارتری است. در بحثی که دنبال می‌شود، روی تخلیه معروف به تخلیه تابان متمرکز می‌شویم، که به علت یکنواختی در چگالی جریان، هنگام تخلیه، تابندگی نور آبی رنگی مشاهده می‌شود. از تخلیه قوسی، که در آن جریان به صورت یک یا چند جویبار ساطع‌کننده نور سفید با شدت بالا (مانند جرقه‌های برق در رعد و برق) است، باید اجتناب کرد. یک سری مقاومت R_B که اغلب به آنها مقاومت متعادل‌ساز می‌گویند [شکل‌های ۱۸.۶ (الف و ب)] مورد نیاز است تا تخلیه را در نقطه عملکرد مورد نظر پایدار سازد. برای اینکه این ویژگی را تشریح کنیم، شکل ۱۹.۶ (منحنی پیوسته) مشخصه ولتاژ برحسب جریان را در یک تخلیه گاز نشان می‌دهد. توجه کنید که، در ناحیه عملکرد، ولتاژ با افزایش جریان تخلیه تقریباً ثابت باقی می‌ماند. قله ولتاژ، V_p ، که حدود یک مرتبه بزرگی بزرگتر از این ولتاژ عملکرد ثابت است، مورد نیاز است تا موجب

القای شکست در گاز شود. بنابراین رفتار تخلیه در لوله، با رفتار یک مقاومت ساده بسیار متفاوت است! همان شکل مشخصه ولتاژ برحسب جریان منبع تغذیه (خط چین) را هم، که در آن ولتاژ V_0 به طور سری با مقاومت متعادل‌کننده R_B قرار گرفته است، نشان می‌دهد. دقت کنید که جریان در هر یک از نقاط A یا C دو منحنی می‌تواند پایدار شود (نقطه تقاطع B متناظر با وضعیت ناپایدار است). بنابراین از لامپی که در ابتدا فعال نشده است شروع و ولتاژ را از منبع تغذیه اعمال می‌کنیم، جریان در نقطه C با جریان بسیار اندکی در تخلیه خود را پایدار می‌سازد. برای آنکه به نقطه پایدار دیگر برسیم (نقطه A ، نقطه عملکرد مورد نظر است)، ولتاژ اعمال شده را اندکی افزایش می‌دهیم تا بر ولتاژ سد V_p غالب شود. این کار معمولاً با اعمال یک فزون ولتاژ به الکتروود ولتاژ بالا به مدت نسبتاً طولانی برای ایجاد یونش کافی در گاز [مانند شکل‌های ۴.۶ (ب) و ۵.۶] به دست می‌آید. راه دیگر، یک تپ ولتاژ بالا را می‌توان به الکتروودی کمکی [مانند شکل ۴.۶ (الف)] اعمال کرد.

ساختارهای متفاوتی از الکتروود برای تخلیه طولی و عرضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در تخلیه طولی، الکتروودها اغلب دارای ساختار حلقه‌ای هستند، که سطح کاتد معمولاً بسیار بزرگتر از سطح آند است تا در از بین رفتن سطح ناشی از یونهای سنگینتر کمک کند. در تخلیه عرضی، الکتروودها در سرتاسر طول ماده لیزری تعبیه می‌شوند و سطوح مقابل هم دو الکتروود انحنای بسیار کمی دارد [شکل ۱۸.۶ (ب) را ببینید]. در واقع، اگر گوشه‌ای تیز و جزو دانسته باشد، میدان الکتریکی بالایی که در آنجا به وجود می‌آید منجر به تشکیل قوس الکتریکی می‌شود تا یک تخلیه یکنواخت. آرایشهای تخلیه طولی را معمولاً تنها برای لیزرهای پیوسته موج (cw) به کار می‌برند، در حالی که تخلیه عرضی را برای لیزرهای cw، تپی، یا If به کار می‌برند. شکل ۲۰.۶ مورد مخصوصاً جالب توجهی از تخلیه الکتریکی با استفاده از برانگیزش If را نشان می‌دهد که الکتروودهای If در قسمت خارجی لوله تخلیه (که معمولاً از شیشه ساخته می‌شود) قرار دارند. ضخامت متناهی لوله شیشه‌ای دارای چند حُسن است: (۱) مانند یک خازن سری برای تخلیه عمل می‌کند، که امپدانس آن در بسامد ولتاژ If نقش متعادل‌کننده خازنی مؤثر را برای پایداری تخلیه دارد. لذا از اتلاف توان دمش در مقاومت متعادل‌کننده R_B در شکل ۱۸.۶ اجتناب می‌شود. (۲) چون محیط دی الکتریکی شیشه‌ای در تمامی ساختار الکتروود گسترده است، از مسئله تشکیل قوس به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاسته می‌شود. (۳) از آنجایی که مخلوط گاز در تماس با الکتروودها نیست، آثار پلاسما-شیمیایی که روی سطح الکتروودها رخ می‌دهد و به تجزیه مخلوط گاز می‌انجامد، حذف می‌شود. مثلاً وقتی این آرایش در لیزر CO_2 به کار گرفته می‌شود، زمان نگهداری الکتروود یک مرتبه بزرگی کاهش یافته و با ضریب ۲ در آهنگ مصرف گاز کاهش حاصل می‌شود.

اکنون به تشریح پدیده‌های فیزیکی که به برانگیختگی در گاز منجر می‌شود خواهیم پرداخت.



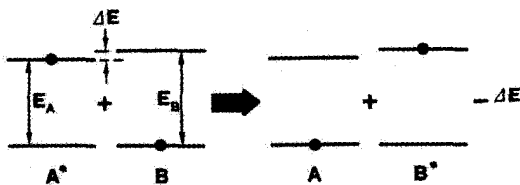
شکل ۲۰.۶ برانگیختگی عرضی بسامد رادیویی (rf) یک گاز در لوله کوارتز.

ابتدا یادآور می‌شویم که در یک تخلیه الکتريکی، هم یون و هم الکترونهاى آزاد به وجود می‌آیند. چون این ذرات باردار انرژی جنبشی اضافی خود را از میدان الکتريکی اعمال شده به دست می‌آورند، می‌توانند اتم خنثی را در اثر برخورد برانگیخته کنند. به علت جرم بسیار بزرگتر یونها، یونهاى مثبت با سرعتهاى بسیار پایینتری نسبت به الکترونها شتاب می‌گیرند و، لذا در فرایند برانگیختگی نقش چندان مهمی ندارند. بنابراین دمش الکتريکی یک گاز معمولاً از طریق یکی یا هر دو فرایندهاى زیر تحقق می‌یابد: (۱) درگازی تنها شامل یک گونه، برانگیختگی تنها به وسیله برخورد الکترونی حاصل می‌شود، یعنی، فرایند



که X و X^* به ترتیب عبارت‌اند از اتم در حالت پایه و در حالت برانگیخته. چنین فرایندی را برخورد نوع اول می‌نامند. (۲) درگازی که شامل دو گونه است (مثلاً گاز نوع A و گاز نوع B) برانگیختگی از برخوردهاى بین اتمهای گونه‌های متفاوت نیز در فرایند انتقال انرژی تشدید رخ می‌دهد (بخش ۱.۶.۲ را ببینید). با مراجعه به شکل ۲۱.۶، فرض کنیم که گونه B در حالت پایه و گونه A در حالت برانگیخته در اثر برخورد الکترونی باشد. همچنین فرض می‌کنیم که اختلاف انرژی، ΔE ، بین دو گذار کمتر از kT است. در این مورد، احتمال زیادی وجود دارد که پس از برخورد، اتم A در حالت پایه و اتم B در حالت برانگیخته قرار بگیرند. این فرایند را می‌توان به صورت





شکل ۲۱.۶ دمش لیزر با استفاده از انتقال انرژی نزدیک تشدید.

نشان داد، که اختلاف انرژی ΔE (بسته به علامت‌اش) به انرژی انتقالی ذرات تحت برخورد افزوده و یا از آن کم خواهد شد، این دلیل آن است که چرا ΔE باید بسیار کوچکتر از kT باشد. این فرایند مخصوصاً روش خاصی از دمش گونه‌های B را در صورتی که حالت بالایی گونه A در حالت شبه پایدار باشد (گذار ممنوع)، امکان‌پذیر می‌کند. در این مورد، وقتی A به تراز بالایی خود برانگیخته شود، در آنجا برای مدت طولانی باقی می‌ماند و به این ترتیب، یک ذخیره انرژی برای برانگیختگی اتمهای B را تشکیل می‌دهد. فرایند نشان داده شده در معادله (۲.۴.۶) را برخورد نوع دوم* می‌نامند.

در بحثی که دنبال کردیم، فقط فرایند برانگیختگی برخورد الکترونی را بررسی کردیم، چون این فرایند متداولترین و ساده‌ترین سازوکار برانگیختگی است. همچنین برانگیختگی برخورد الکترونی اولین قدم در فرایند انتقال انرژی نزدیک تشدید را تشکیل می‌دهد.

۱.۴.۶ برانگیختگی برخورد الکترونی

برخوردهای الکترونی می‌توانند هم کشسان باشند و هم ناکشسان. در برخورد ناکشسان، اتم برانگیخته می‌شود و به حالت بالاتر می‌رود و یا یونیده می‌شود. یکی از برانگیختگیهای گوناگون امکان‌پذیر که اغلب مورد توجه ماست، برانگیخته کردن گونه اتمی به تراز لیزری بالاتر مورد نظر است. برای اینکه پدیده‌های برانگیختگی گذشته را با سطح مقطعهای مناسب برخورد توصیف کنیم، ابتدا برانگیختگی برخوردی ساده‌ای را بررسی می‌کنیم که توسط باریکه موازی شده الکترونی تک‌انرژی ایجاد می‌شود. اگر شار الکترون (تعداد الکترون در واحد سطح در واحد زمان) باشد، سطح مقطع کل، σ_e ، را مانند مورد شار فوتون [معادله (۱۹.۴.۲)] را ببینید می‌توان تعریف کرد. بنابراین

* در برخوردهای نوع اول، انرژی جنبشی یک نمونه به انرژی پتانسیل نمونه دیگر تبدیل می‌شود. در برخوردهای نوع دوم انرژی پتانسیل به شکل دیگری از انرژی (بجز انرژی تابشی)، نظیر انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و یا به صورت انرژی پتانسیل (به شکل انرژی الکترونی، ارتعاشی یا چرخشی) نمونه‌های دیگر مشابه یا غیرمشابه، انتقال می‌یابد. بنابراین برخوردهای نوع دوم نتهتا برخوردهای نوع اول را در جهت عکس (مثلاً $e + X^* \rightarrow e + X$) در برمی‌گیرد، بلکه تبدیل انرژی برانگیختگی به انرژی شیمیایی را نیز شامل می‌شود.

اگر dF_e تغيير شار ناشی از باریکه‌ای باشد که فاصله dz را در ماده می‌پیماید، می‌توانیم بنویسیم

$$dF_e = -\sigma_e N_t F_e dz \quad (۳.۴.۶)$$

که N_t جمعیت کل نمونه‌های اتمی است. برخوردهایی که باعث برانگیختگی الکترونی می‌شوند، تنها بخشی از سطح مقطع کل محسوب می‌شوند. در واقع سطح مقطع برخوردهای کشسان، σ_{el} ، خیلی بزرگ و در مرتبه بزرگی $10^{-16} \text{ cm}^2 \sim$ هستند. اگر اکنون فرض کنیم $\sigma_{e\gamma}$ سطح مقطع برانگیختگی الکترونی از تراز پایه به تراز بالایی لیزر باشد، طبق معادله (۳.۴.۶) آهنگ جمعیت حالت بالایی ناشی از فرایند دمش خواهد شد

$$\left(\frac{dN_\gamma}{dt} \right)_p = \sigma_{e\gamma} N_g F_e = N_g N_e v \sigma_{e\gamma} \quad (۴.۴.۶)$$

که v سرعت الکترون و N_e چگالی الکترون است. برای محاسبه آهنگ دمش باید مقدار $\sigma_{e\gamma}$ را، که به انرژی E الکترون فرودی بستگی دارد، بدانیم، یعنی $\sigma_{e\gamma} = \sigma_{e\gamma}(E)$. در واقع در یک تخلیه گاز، الکترونها دارای توزیع انرژی هستند. در این مورد آهنگ جمعیت حالت بالایی را می‌توان از معادله (۴.۴.۶) با میانگین‌گیری روی این توزیع به دست آورد، یعنی

$$\left(\frac{dN_\gamma}{dt} \right)_p = N_t N_e \langle v \sigma_{e\gamma} \rangle \quad (۵.۴.۶)$$

در معادله قبل، داریم

$$\langle v \sigma \rangle = \int v \sigma(E) f(E) dE \quad (۶.۴.۶)$$

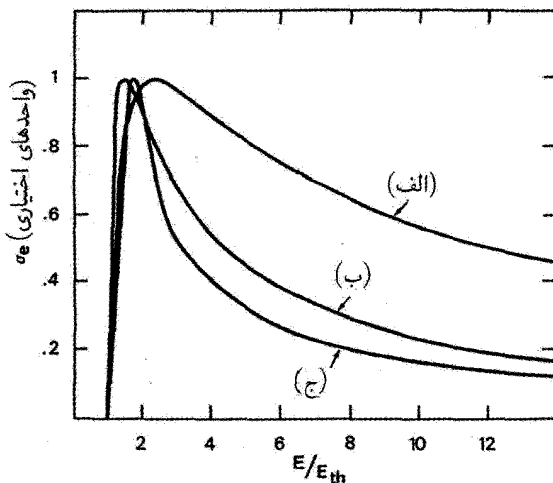
که $f(E)$ توزیع انرژی الکترونهای تخلیه را توصیف می‌کند. طبق معادلات (۱.۳.۱) و (۵.۴.۶)، آهنگ دمش را از

$$R_p = N_t N_e \langle v \sigma_{e\gamma} \rangle \quad (۷.۴.۶)$$

به دست می‌آوریم، که $\langle v \sigma \rangle$ از (۶.۴.۶) به دست می‌آید. بنابراین برای محاسبه R_p نیاز به دانستن بستگی انرژی σ و f است. در بخشهای بعد این بستگی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱.۱.۴.۶ سطح مقطع برخورد الکترونی

شکل ۲۲.۶، رفتار کیفی σ را برحسب انرژی الکترون، E ، برای سه مورد نشان می‌دهد: (الف) گذار مجاز ایتیکی، (ب) گذار ممنوع ایتیکی که در آن چندتاگی تغییر نمی‌کند، (ج) گذار ممنوع



شکل ۲۲.۶ رفتار کیفی سطح مقطع برخورد الکترونی برحسب انرژی الکترون فرودی، (الف) گذار مجاز ایتیکی، (ب) گذار ممنوع ایتیکی که در آن چندتابگی تغییر نمی‌کند، و (ج) گذار ممنوع ایتیکی که در آن چندتابگی تغییر می‌کند.

ایتیکی که در آن چندتابگی تغییر می‌کند. در هر سه مورد، مقدار قله σ به واحد بهنجار شده است. توجه کنید که در هر مورد، آستانه مجزایی، E_{th} ، برای سطح مقطع وجود دارد. همان‌طور که انتظار می‌رود، مقدار E_{th} نزدیک به انرژی گذار درگیر است. سطح مقطع به صورت بسیار تیز به بالای آستانه صعود می‌کند، و به یک مقدار بیشینه می‌رسد، و پس از آن به آهستگی نزول می‌کند. مقدار قله σ و پهنای منحنی به نوع گذار درگیر بستگی دارد:

- در گذار مجاز ایتیکی، مقدار قله σ نوعاً می‌تواند 10^{-16} cm^2 باشد، و پهنای منحنی نوعاً می‌تواند 10° بار بزرگتر از انرژی آستانه باشد [منحنی (الف) در شکل ۲۲.۶].
- در گذار ممنوع ایتیکی که در آن چندتابگی تغییر نمی‌کند، سطح مقطع قله تقریباً نزدیک به سه مرتبه بزرگی (تا حدود 10^{-19} cm^2) به سرعت کاهش می‌یابد، و پهنای منحنی می‌تواند ۳-۴ برابر انرژی آستانه باشد [منحنی (ب) در شکل ۲۲.۶].
- وقتی تغییر در چندتابگی حاصل شود، در واقع سطح مقطع قله می‌تواند بزرگتر از سطح مقطع قله در گذار ممنوع ایتیکی باشد. اکنون پهنای منحنی می‌تواند نوعاً برابر یا با قدری کوچکتر از انرژی آستانه، E_{th} ، باشد [منحنی (ج) در شکل ۲۲.۶].

باید توجه کرد که در هر صورت، پهنای هر منحنی تقریباً قابل مقایسه با انرژی آستانه است، یعنی

انرژی گذار. برعکس، پهنای گذار برای جذب فوتون بسیار تیزتر هستند (نوعاً $10^{-6} - 10^{-4}$ برابر بسامد گذار). این موضوع مهم از آنجا ناشی می‌شود که همان طوری که در بخش ۱.۶ توضیح داده شد، برانگیختگی برخورد الکترونی، اساساً یک پدیده غیرتشدیدی است. به این دلیل است که برانگیختگی محیط گازی به وسیله یک چشمه چندفامی الکترونی (مانند گاز تخلیه) بسیار مؤثرتر از یک چشمه نوری چندفامی (نظیر یک لامپ) است.

برای آنکه دید عمیقتری نسبت به سازوکار برانگیختگی برخورد الکترونی به دست آوریم، دستورالعملی برای محاسبه کوانتومی سطح مقطع σ را به کار می‌بریم. برای گذارهایی که از نظر اپتیکی مجاز هستند، یا گذارهایی که از نظر اپتیکی ممنوع‌اند و چندتایگی تغییر نمی‌کند، ساده‌ترین و شاید هم دقیقترین محاسبه، استفاده از تقریب بورن است. قبل از برخورد، اتم با تابع موج حالت پایه u_1 و الکترون فرودی با تابع موج تخت $\exp(j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})$ توصیف می‌شوند، که \mathbf{k}_0 بردار موج الکترون و \mathbf{r} برداری است که وضعیت مکانی الکترون فرودی را نسبت به مرکزی، که مثلاً در مکان هسته قرار دارد، توصیف می‌کند. پس از برخورد، اتم با تابع موج حالت بالایی، u_2 ، و الکترون پراکنده شده با موج تخت $\exp(j\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r})$ توصیف می‌شوند، که \mathbf{k}_n بردار موج الکترون پراکنده شده است. در بحثی که دنبال می‌شود، یادآور می‌شویم که $k = 2\pi/\lambda$ ، که λ طول موج دوبروی الکترون است. این طول موج را می‌توان به صورت $\lambda = [1.23/(V)]^{1/2}$ nm بیان کرد، که V انرژی الکترون برحسب الکترون‌ولت است. برهم‌کنش دارای مبنای دافعه الکتروستاتیک بین الکترون فرودی و الکترونهاى اتم است. فرض بر آن است که این برهم‌کنش به اندازه کافی ضعیف است و در مدت برخورد احتمال گذار در اتم بسیار کوچک است و احتمال وقوع دو گذار نیز صرفنظر کردنی است. در این مورد معادله شرودینگر برای مسئله می‌تواند خطی شود. سپس، آهنگ گذار، و از آن رو، سطح مقطع گذار را می‌توان به صورت

$$\sigma_e \propto \left| \int [u_2 \exp(j\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r})]^* [u_1 \exp(j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})] dV \right|^2 \quad (۸.۴.۶)$$

بیان کرد. از رابطه قبل طول موج دوبروی و با فرض اینکه انرژی الکترون چند eV است، می‌توان دید که طول موج $\lambda' = 2\pi/|\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_n| = 2\pi/|\Delta\mathbf{k}|$ خیلی بزرگتر از ابعاد اتمی است (nm $\sim 10^{-8}$). این بدان مفهوم است که $\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \ll 1$ (برای $|\mathbf{r}| \leq a$ ، که a شعاع اتمی است). در این مورد، ضریب $\exp[j(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_n) \cdot \mathbf{r}] = \exp[j(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ در معادله (۸.۴.۶) را می‌توان برحسب سری توان $(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ بسط داد. از آنجایی که u_1 و u_2 توابع متعامد هستند، اولین جمله در این بسط، که مقدار غیرصفری را برای σ_e به دست می‌دهد، جمله $j(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ است، و لذا

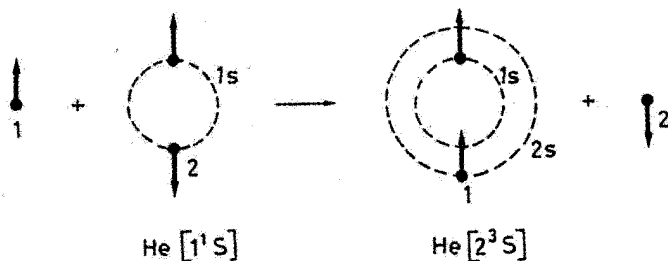
خواهیم داشت

$$\sigma_e \propto \left| \int u_{\uparrow}^* \mathbf{r} u_{\downarrow} dV \right|^2 = |\mu_{\uparrow\downarrow}|^2 \quad (9.4.6)$$

که $\mu_{\uparrow\downarrow}$ عنصر ماتریس گشتاور دو قطبی اتم است [معادله (۷.۳.۲) را ببینید]. سپس نتیجه می‌گیریم وقتی $\mu_{\uparrow\downarrow} \neq 0$ است، یعنی، وقتی گذار از نظر ایتیکی مجاز است، سطح مقطع برخورد الکترونی با سطح مقطع جذب متناسب است. بنابراین گذارهای مجاز ایتیکی در برخورد الکترونی نیز سطح مقطع بزرگی را نشان می‌دهند. برای گذارهایی که از نظر ایتیکی ممنوع هستند و چندتاییگی تغییر نمی‌کند ($\Delta S = 0$)، مثلاً گذار $2^1S \rightarrow 1^1S$ در هلیوم؛ به فصل ۱۰ مراجعه شود)، معادله (۸.۴.۶) مقدار غیر صفری را برای جمله مرتبه بالاتر در بسط $\exp z(\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ ، یعنی $(\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2 / 2$ - به دست می‌دهد. این بدان معناست که اکنون σ_e را می‌توان به صورت $\sigma_e \propto \left| \int u_{\uparrow}^* (\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2 u_{\downarrow} dV \right|^2$ نوشت. این رابطه با رابطه متناظری که در مورد برهم‌کنش فوتون به‌کار برده می‌شود، یعنی ناشی از برهم‌کنش دو قطبی-مغناطیسی است، کاملاً تفاوت دارد. بنابراین تعجبی ندارد که نسبت دو سطح مقطع قله مجاز $\sigma / \sigma_{\text{ممنوع}}$ در این مورد، حدود 10^{-3} است، در حالی که برای جذب فوتونی همین نسبت $10^{-5} \sim$ است [معادله (۱۴.۴.۲) را ببینید]. بنابراین، گذارهای ممنوع ایتیکی با برخورد الکترونی نسبتاً راحت‌تر برانگیخته می‌شوند تا با برخورد فوتونی. چگونگی این امر نتایج عمیقی بر اصول عملکرد لیزرهای گازی دارد، چون دمش اغلب از گذارهای ممنوع ایتیکی به‌دست می‌آید.

هنگامی که تغییر در چندتاییگی وجود دارد (مثلاً گذار $2^3S \rightarrow 1^1S$ در هلیوم؛ به فصل ۱۰ مراجعه شود)، در هر مرتبه‌ای از بسط $\exp z(\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ تقریب بوردن سطح مقطع برابر با صفر را به‌دست می‌دهد. در واقع چنین گذاری متضمن تغییر در اسپین است، در حالی که در تقریب بوردن، الکترون فرودی تنها از طریق برهم‌کنش الکتروستاتیک با حرکت مداری اتم جفت می‌شود تا با اسپین الکترون^۱. الکترون نظریه مربوط به این مورد اکثراً طبق محاسبات ویگنر است و نقطه شروع مشاهده این امر است که، در یک برخورد، اسپین کل اتم و الکترون فرودی باید پایسته باشند، و نه الزاماً اسپین اتم به تنهایی. بنابراین گذارها با برخورد تبادل رخ می‌دهند، که در آن الکترون فرودی جای الکترونی را که در گذار اتمی شرکت دارد می‌گیرد، و این الکترون از اتم به بیرون رانده می‌شود. به منظور پایستگی اسپین کل، الکترون فرودی باید دارای اسپینی باشد که در جهت مخالف اسپین الکترون رانده شده است. برای توضیح فرایند تبادل، شکل ۲۳.۶ برانگیختگی برخورد الکترونی

۱. فرض بر جفت‌شدگی ناچیز اسپین-مدار است که برای اتمهای سبک صادق است (نظیر He, Ne)، در حالی که برای اتمهای سنگین نظر Hg صحیح نیست.



شکل ۲۳.۶ پدیده تبادل الکترونی در مورد گذار $1^1 S \rightarrow 2^3 S$ در اتم هلیم.

گذار $1^1 S \rightarrow 2^3 S$ در هلیم را نشان می‌دهد. توجه کنید که این فرایند را می‌توان چنین تصور کرد که الکترون فرودی (که در شکل آن را با عدد ۱ نشان داده‌ایم) در حالت $2s$ اتم هلیم به دام می‌افتد، در حالی که الکترون اتم با اسپین مخالف (که با عدد ۲ در شکل نشان داده شده است) است که حقیقتاً از اتم رانده می‌شود؛ ولی این روش بسیار ساده‌ای از توصیف پدیده است، چون این دو الکترون در مدت برخورد از نظر مکانیک کوانتومی غیرقابل تشخیص‌اند. مع‌هذا، از این توصیف ساده، درمی‌یابیم که این سازوکار تبدالی حتی تشدیدتری از آنهایی است که در تقریب بورن بررسی شد. در واقع، این تبادل تنها اگر انرژی الکترون فرودی به انرژی گذار نزدیک شود، با احتمال زیادی رخ می‌دهد. در حقیقت، در این مورد انرژی الکترون درست همان مقداری است که الکترون ۱ را پس از برخورد در حالت بالاتر $2s$ قرار می‌دهد، در حالی که الکترون دوم، یعنی الکترون ۲، با سرعت صفر از اتم رانده می‌شود. در انرژیهای بالاتر الکترون فرودی، فرایند تبدالی الکترون ۱ را در مدار $2s$ قرار می‌دهد، در حالی که الکترون ۲ که از اتم رانده می‌شود باید انرژی مازاد متناظر را با خود حمل کند. احتمال وقوع این امر کمتر است. با در نظر گرفتن اینکه فرایند به طریقی حالت تشدید دارد، حال متوجه می‌شویم که چرا قله سطح مقطع حتی می‌تواند بیشتر از سطح مقطع گذارهای ممنوع اپتیکی، که در آنها تغییر اسپین حاصل نمی‌شود، باشد.

۲.۴.۶ سرعت‌های گرمایی و سوقی

همان‌طور که در بخشهای قبلی ذکر شد، الکترونها مسئول پدیده‌هایی هستند که در تخلیه یک گاز رخ می‌دهند. آنها انرژی خود را از میدان الکتریکی اعمال شده دریافت می‌کنند، سپس انرژی را از طریق سه فرایند از دست می‌دهند یا مبادله می‌کنند:

- برخوردهای ناکشسان با اتمها، یا مولکولهای مخلوط گاز، که یا اتم را به یکی از حالت‌های برانگیخته‌اش می‌برد یا آن را یونیده می‌کند. این برانگیختگیهای برخورد الکترونی یا پدیده‌های

یونشی شاید مهمترین فرایندهایی باشند که در دما لیزری وجود دارند، لذا در این بخشها آن را به طور مفصل مورد بحث قرار می‌دهیم.

- برخوردهای کشسان با اتمها: اگر فرض کنیم که اتمها قبل از برخورد در حال سکون باشند (درواقع سرعت متوسط یک اتم بسیار کمتر از سرعت متوسط یک الکترون است)، الکترون از طریق برخورد، انرژی خود را از دست می‌دهد. تحلیل سراسر فرایند برخورد کشسان نشان می‌دهد که برای جهت کاتوره‌ای الکترون پراکنده شده، الکترون به طور متوسط، کسر $\frac{1}{2}(m/M)$ از انرژی خود را اتلاف می‌کند، که m جرم الکترون و M جرم اتم است. توجه کنید که این اتلاف خیلی کوچک است، چون m/M کوچک است (مثلاً برای اتمهای آرگون $m/M \simeq 1.3 \times 10^{-5}$).

- برخوردهای الکترون-الکترون: در گازی که به میزان کمی یونیده شده است، بسامد چنین برخوردهایی معمولاً خیلی بالاست، چون هر دو ذره باردار هستند و از فاصله قابل ملاحظه‌ای روی یکدیگر نیرو اعمال می‌کنند. همچنین، از آنجایی که هر دو ذره دارای جرم یکسان هستند، تبادل انرژی در برخورد می‌توان قابل ملاحظه باشد.

در نتیجه این برخوردها و اینکه الکترونها توسط میدان الکتریکی تخلیه شتاب می‌گیرند، گاز الکترونی در پلاسما یک توزیع سرعت را کسب می‌کند. این توزیع را می‌توانیم با تابع $f(v_x, v_y, v_z)$ معرفی کنیم به این معنا که $f(v_x, v_y, v_z)dv_x dv_y dv_z$ احتمال جزئی الکترون است که دارای مؤلفه‌های سرعت در گستره dv_x, dv_y, dv_z اطراف v_x, v_y, v_z است. با این توزیع، سرعت گرمایی، v_{th} ، را به صورت

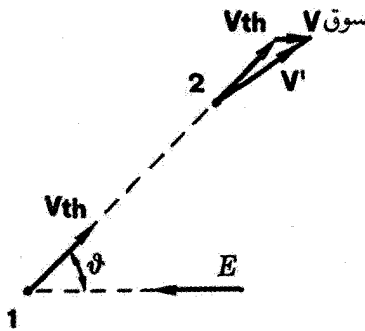
$$v_{th}^2 = \langle v^2 \rangle \quad (10.4.6)$$

تعریف می‌کنیم، که میانگین‌گیری روی توزیع سرعت گرفته شده است. به همین طریق، می‌توان سرعت سوق، v ، را به صورت سرعت متوسط در جهت میدان

$$v_{سوق} = \langle v_z \rangle \quad (11.4.6)$$

تعریف کنیم، که محور z را در امتداد میدان گرفته‌ایم و میانگین‌گیری روی توزیع سرعت الکترون گرفته شده است.

برای آنکه هم v_{th} و هم $v_{سوق}$ را به طور تقریبی با محاسبه به دست آوریم، فرض ساده‌ای را در نظر می‌گیریم که در هر برخورد، کسر ثابت δ از انرژی جنبشی الکترون از دست می‌رود. بنابراین اولین معادله با ملاحظه تعادل توان به دست می‌آید: میانگین توان اتلاف شده توسط الکترون باید با



شکل ۲۴.۶ محاسبه سرعت سوق ناشی از شتاب الکترون توسط میدان الکتريکی خارجی بين دو برخورد متوالی.

میانگین توانی که توسط میدان خارجی به الکترون داده می‌شود برابر باشد. توجه کنید که میانگین انرژی جنبشی الکترون $\frac{mv_{th}^2}{2}$ است، در حالی که v_{th}/l که l مسافت آزاد میانگین الکترون است، آهنگ برخورد میانگین است. بنابراین میانگین توانی که توسط الکترون اتلاف می‌شود برابر است با $\delta(v_{th}/l)(mv_{th}^2/2)$ این توان باید با توانی که میدان الکتريکی \mathcal{E} فراهم می‌کند برابر باشد، یعنی، $e\mathcal{E}v_{سوق}$ ، از این رو

$$e\mathcal{E}v_{سوق} = \delta \left(\frac{v_{th}}{l} \right) \left(\frac{mv_{th}^2}{2} \right) \quad (۱۲.۴.۶)$$

معادله دوم با الزام به تعادل تکانه میانگین بين دو برخورد متوالی به دست می‌آید. فرض می‌کنیم که پس از هر برخورد، الکترون در یک جهت کاتوره‌ای پراکنده می‌شود؛ لذا سرعت سوق جهت مندی‌اش را از دست می‌دهد. با مراجعه به شکل ۲۴.۶، فرض می‌شود که سرعت الکترون در نقطه ۱ پس از اولین برخورد، اندازه‌ای برابر با سرعت گرمایی v_{th} دارد و دارای جهتی است که زاویه کلی θ با جهت میدان الکتريکی می‌سازد. در مدت پرواز آزاد الکترون بين نقاط ۱ و ۲، میدان الکتريکی به الکترون شتاب می‌دهد، در نقطه ۲، درست قبل از برخورد بعدی، الکترون سرعت اضافی v را در جهت میدان کسب می‌کند که جهت این سرعت برخلاف جهت میدان است. ضربه‌ای که توسط نیروی متناظر حاصل می‌شود برابر با $-e\mathcal{E}l/v_{th}$ است، که l فاصله بين نقاط ۱ و ۲ است (که فرض می‌شود، میانگین آن برابر با مسیر آزاد میانگین الکترون است). این ضربه را می‌توان اکنون برابر با تغییر تکانه، یعنی $mv_{سوق} - mv_{th}$ گرفت. برحسب اندازه آنها، می‌توان نوشت

$$e\mathcal{E} = mv_{th}v_{سوق} \quad (۱۳.۴.۶)$$

که، همراه با معادله (۱۲.۴.۶)، دو معادله مورد نیاز را می‌دهد. از این معادلات، به دست می‌آوریم که

$$v_{th} = \left(\frac{2}{\delta}\right)^{1/4} \left(\frac{e\mathcal{E}l}{m}\right)^{1/2} \quad (۱۴.۴.۶)$$

و

$$v_{سوق} = \left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/4} \left(\frac{e\mathcal{E}l}{m}\right)^{1/2} \quad (۱۵.۴.۶)$$

باید توجه کرد که با تقسیم روابط (۱۵.۴.۶) و (۱۴.۴.۶)، نسبت زیر را به دست می‌آوریم

$$\left(\frac{v_{سوق}}{v_{th}}\right) = \left(\frac{\delta}{2}\right)^{1/2} \quad (۱۶.۴.۶)$$

قبلاً متذکر شدیم که الکترون، پس از تحمل پراکندگی کشسان با اتم، بخشی از انرژی جنبشی خود را که به طور میانگین برابر با $2m/M$ است، از دست می‌دهد. آن‌گاه اگر فرض کنیم $2m/M \cong \delta$ است، از معادله (۱۶.۴.۶) به دست می‌آوریم که $10^{-2} \cong (m/M)^{1/2} \cong v_{سوق}/v_{th}$. بنابراین سرعت سوق کسر کوچکی از سرعت گرمایی است، بنابراین حرکت الکترونها در یک گاز را می‌توان به صورت حرکت سوقی آهسته گروهی از ذرات که به صورت کاتوره‌ای حرکت می‌کنند دانست تا یک جریان ذره. معادله (۱۶.۴.۶) نسبتاً ناقص است، زیرا فرض کردیم که الکترون کسر ثابت δ از انرژی خود را در هر برخورد از دست می‌دهد. با وجودی که این امر در برخورد کشسان با اتمها اتفاق می‌افتد، لیکن واضح است که در برخوردهای ناکشسان، که انرژی اتلاف شده برابر با انرژی برانگیختگی اتم است، این تصور صادق نیست. توجه کنید که با وجودی که برخوردهای کشسان در واقع بیشتر از برخوردهای ناکشسان اتفاق می‌افتند. لیکن اتلاف انرژی در یک برخورد کشسان خیلی کم است. بنابراین اگر برخوردهای کشسان فرایند غالب می‌بودند، تخلیه وسیله‌ای مخصوصاً کارآمد برای دمش لیزری نبود، در واقع، اکثر انرژی تخلیه برای گرم کردن اتمها صرف می‌شد تا اینکه آنها را برانگیخته کند. توجه کنید که برخورد الکترون-الکترون در معادله تعادل انرژی که با معادله (۱۲.۴.۶) بیان شد، نقشی ندارد، چون این فرایند فقط به توزیع سرعت‌های الکترون می‌پردازد، بدون آنکه موجب تغییر انرژی میانگین آنها شود.

۳.۴.۶ توزیع انرژی الکترون

اکنون توزیع سرعت‌های الکترون یا انرژی‌های الکترون در یک تخلیه گاز را مورد بررسی قرار می‌دهیم. اگر توزیع انرژی، ناشی از برخورد الکترون-الکترون (در مقایسه با اتلاف انرژی ناشی از برخوردهای کشسان و ناکشسان) به اندازه کافی سریع باشد، آن‌گاه پیش‌بینی مکانیک آماری آن است که توزیع

سرعتهای الکترون (یا انرژي) از تابع توزيع ماکسول-بولتزمن (MB) به دست می آید. این توزيع را می توان مثلاً با تابع توزيع انرژي، $f(E)$ ، توصیف کرد، که $f(E)dE$ احتمال جزئی آن است که انرژي جنبشی الکترون بین E و $E + dE$ قرار می گیرد. پس، می توانیم بنویسیم

$$f(E) = \left(\frac{2}{\pi^{1/2} kT_e} \right) \left(\frac{E}{kT_e} \right)^{1/2} \exp[-(E/kT_e)] \quad (17.4.6)$$

که T_e دمای الکترون است. بنابراین، وقتی توزيع را بتوان با قانون MB بیان کرد، دمای الکترون تنها پارامتری است که برای مشخص کردن توزيع، باید معلوم باشد.

با دانستن T_e ، می توانیم v_{th} را از معادله (۱۰.۶.۴) با استفاده از توزيع انرژي الکترون که از (۱۷.۴.۶) به دست می آید، محاسبه کنیم. با استفاده از رابطه استاندارد $v^2 = 2E/m$ ، به آسانی از معادله (۱۰.۴.۶) به دست می آوریم

$$v_{th} = \left(\frac{3kT_e}{m} \right)^{1/2} \quad (18.4.6)$$

که v_{th} را به T_e مربوط می کند. سپس از معادلات (۱۴.۴.۶) و (۱۸.۴.۶)، به دست می آوریم

$$T_e = \left(\frac{2}{\delta} \right)^{1/2} \left(\frac{e}{3k} \right) (\mathcal{E}l) \quad (19.4.6)$$

از آنجایی که مسافت آزاد میانگین، l ، الکترون با عکس فشارگاز متناسب است، معادله (۱۹.۴.۶) نشان می دهد که در یک مخلوط گاز مفروض، T_e با نسبت \mathcal{E}/p متناسب است. محاسبه دقیقتر از مورد ساده ای که به معادله (۱۴.۴.۶) منجر شد، نشان می دهد که T_e تابعی از \mathcal{E}/p است تا اینکه به سادگی با این نسبت متناسب باشد، یعنی

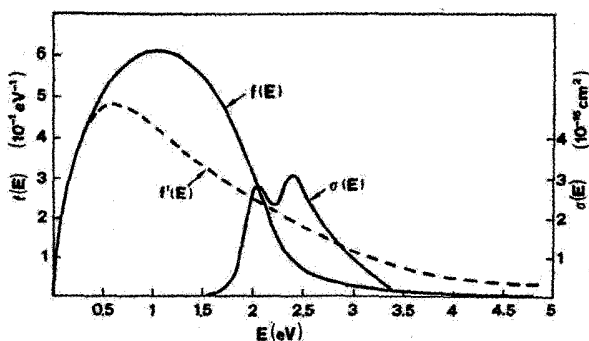
$$T_e = f \left(\frac{\mathcal{E}}{p} \right) \quad (20.4.6)$$

بنابراین نسبت \mathcal{E}/p کمیتی اساسی در ایجاد دمای مفروض الکترون به حساب می آید، و اغلب در عمل برای مشخص کردن شرایط تخلیه مورد استفاده قرار می گیرد.

اکنون این سؤال مطرح می شود که آیا توزيع انرژي الکترون را واقعاً می توان با آمار MB توصیف کرد. در واقع، دلیل واضحی که چرا توزيع را نمی توان ماکسولی دانست آن است که، توزيع ماکسول-بولتزمن (MB) نشان می دهد که توزيع سرعت در مکان همسانگرد است. اگر این امر صحت داشته باشد، سرعت سوق که با معادله (۱۱.۴.۶) تعریف شد صفر خواهد شد و

هیچ جریانی در تخلیه به شارش نخواهد افتاد! ولی دیدیم که سرعت سوق کسر بسیار کوچکی از سرعت گرمایی است؛ در نتیجه نقش سرعت سوق در تغییر دادن توزیع MB را می توان ناچیز در نظر گرفت. دومین دلیل حائز اهمیت برای ماکسولی نبودن توزیع آن است که این توزیع، در گازهای با یونش ضعیف و سطح مقطع بالای برخورد الکترونی، مثلاً برای مخلوطهای لیزرگازی CO_2 یا CO ، رخ می دهد. در این مورد، به علت غلظت پایین الکترون، فرایند توزیع مجدد انرژی ناشی از برخوردهای الکترون-الکترون در آهنگهای خیلی سریع، در مقایسه با مورد برخوردهای ناکسسان، تحقق نمی یابد. همان طوری که در مثال ۴.۶ مطلب را کاملتر مورد بحث قرار دادیم، بنابراین انتظار می رود که حفره هایی در تابع توزیع انرژی به ازای انرژیهای متناظر با گذارهای خاصی از مولکولها، پدید آید. و برعکس، برای لیزرهای گازی اتم خنثی یا یونی، چگالی الکترون خیلی زیادتر است چون این لیزرها نسبتاً بازدهی پایینی دارند، و همان طوری که در مثال ۵.۶ بحث شد، انتظار می رود که انحراف از توزیع ماکسولی اهمیت کمتری داشته باشد.

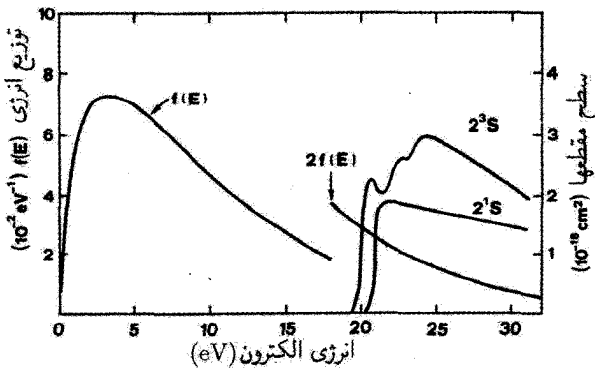
مثال ۴.۶ توزیع انرژی الکترون در یک لیزر CO_2 . در شکل ۲۵.۶ وضعیتی را برای مخلوط گاز $CO_2:N_2:He$ با نسبت ۸:۱:۱ بین فشارهای جزئی متناظر، نشان داده ایم. در شکل، سطح مقطع برخورد الکترونی برای برانگیختگی N_2 تا تراز ارتعاشی $v=5$ نشان داده شده است [۱۰] (در واقع، سازوکار دمش با انتقال انرژی از مولکول برانگیخته N_2 به مولکول لیزرکننده CO_2 است). در نتیجه مقدار بسیار بالای سطح مقطع قله ($\approx 3 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$) برای مولکول N_2 و همچنین



شکل ۲۵.۶ مقایسه توزیع انرژی الکترون $f(E)$ مخلوط گاز $CO_2:N_2:He$ با نسبت ۸:۱:۱ و توزیع ماکسولی $f'(E)$ همان انرژی میانگین [۱۲]. در همین شکل سطح مقطع برخورد الکترونی، $\sigma(E)$ ، برای برانگیختگی N_2 تا تراز ارتعاشی $v=5$ نیز نشان داده شده است [۱۰]. منحنیهای دوباره رسم شده وضعیت فیزیکی را به جای مقادیر اصلی واقعی ذکر شده در مراجع نشان می دهند.

مقدار پايين چگالی جريان مورد نیاز برای ليزر CO_2 (ليزر CO_2 یکی از کارآمدترین ليزرهاست)، انتظار می رود که توزيع ماکسول در این مورد مناسب نباشد. بنابراین برای محاسبه توزيع صحيح انرژی الکترون، باید محاسبه ای از ابتدا به کار برد که در آن از معادله مناسب تراپرد استفاده می شود (معادله تراپرد بولتزمن)، که در آن کلیه فرایندهای برخورد الکترونی که منجر به برانگیختگی (یا ابرانگیختگی) ترازهای ارتعاشی و الکترونی تمامی نمونه های گازی می شود به حساب آورده می شود [۱۱]. توزيع الکترون $f(E)$ که به این طریق برای یک نسبت \mathcal{E}/p برابر با $8 \text{ V cm}^{-1} \text{ Torr}^{-1} \sim$ محاسبه می شود با انرژی میانگین الکترون 1 به مقدار $1.7 \text{ eV} \approx$ متناظر است که به صورت منحنی پیوسته در همان شکل نشان داده شده است [۱۲]. برای مقایسه، توزيع ماکسولی $f'(E)$ برای همان انرژی میانگین نیز به صورت منحنی خط چین نشان داده شده است. توجه کنید که سقوط منحنی $f(E)$ در مقایسه با منحنی ماکسولی در شکل، برای $E > 2 \text{ eV}$ ناشی از مقدار بسیار بالای سطح مقطع برخورد الکترونی در N_2 است. در واقع، وقتی الکترونها در میدان الکتريکی تخلیه شتاب می گیرند، تعداد اندکی از آنها از سد $E = 2 \text{ eV}$ می گذرند، چون بلافاصله در برانگیختگی N_2 مشارکت دارند. در نتیجه الکترونها، در گستره انرژی زیر 2 eV تجمع خواهند داشت. ■

مثال ۵.۶ توزيع انرژی الکترون در ليزر He-Ne . برخلاف نتایج مثال ۴.۶، شکل ۲۶.۶ وضعیتی را نشان می دهد که برای تخلیه هلیوم در ليزر He-Ne ، تحت شرایط مناسب به کار می رود. این



شکل ۲۶.۶ توزيع انرژی الکترون، $f(E)$ و سطح مقطع برخورد الکترونی برای گذارهای $2^1S \rightarrow 1^1S$ و $2^3S \rightarrow 1^1S$ در هلیوم.

۱. با وجودی که برای توزيع غیر ماکسولی، مفهوم دما معنای خود را از دست می دهد، هنوز هم می توانیم انرژی میانگین الکترون را تعریف کنیم، و برای توزيع ماکسولی، این انرژی تابعی از نسبت \mathcal{E}/p است.

شکل دو نمودار سطح مقطع برخورد الکترونی به ترازهای 2^1S و 2^3S ی هلیوم را برحسب انرژی الکترون نشان می‌دهد. مانند مثال ۴.۶، در واقع، سازوکار اصلی دمش از انتقال انرژی بین اتم برانگیخته He و اتم لیزرکننده Ne ناشی می‌شود. ولی توجه کنید که مقادیر قله سطح مقطع در این مورد حدود دو مرتبه بزرگی کوچکتر از مولکول N_2 است. چون چگالی جریان و از آن رو چگالی الکترون نیز بسیار بالاتر است (لیزر هلیوم-نئون یک لیزر با بازدهی نسبتاً پایین است)، انتظار می‌رود که توزیع ماکسولی در این مورد دارای اعتبار باشد. از این نظر، در همان شکل توزیع ماکسولی را با انرژی میانگین الکترون 10 eV نشان داده‌ایم، و این انرژی میانگین الکترون در لیزر هلیوم-نئون است و با شرط برانگیختگی بهینه متناظر است (بخش ۵.۴.۶ را ببینید). به مقدار خیلی بالاتر انرژی میانگین الکترون در این مورد نسبت به مورد قبل توجه کنید و این امر به این خاطر است که باید در مورد اخیر ترازهای انرژی الکترونی را برانگیخته کنیم، و نه ترازهای انرژی ارتعاشی را. ■

مثال ۶.۶ سرعت‌های گرمایی و سوق در لیزرهای $He-Ne$ و CO_2 . براساس مثال ۵.۶، در لیزر هلیوم-نئون، فرض می‌کنیم انرژی میانگین الکترون $\langle E \rangle \cong 10\text{ eV}$ است، این بدان مفهوم است که $\langle E \rangle = (mv_{th}^2/2) = 10\text{ eV}$. بنابراین $v_{th} \cong 1.9 \times 10^6\text{ m/s}$. از آنجایی که توزیع سرعت الکترون را در این مورد ماکسولی فرض می‌کنیم، پس طبق معادله (۱۸.۴.۶)، دمای الکترون را می‌توان از رابطه $T_e = 2\langle E \rangle / 3k$ به دست آورد. برای T_e به دست می‌آوریم که $T_e \cong 7.7 \times 10^4\text{ K}$. دقت کنید که مقدار دمای الکترون بسیار بالاتر از دمای اتاق است. برای محاسبه سرعت سوق، از معادله (۱۶.۴.۶) استفاده می‌کنیم و فرض می‌کنیم که فرایند غالب در سرد شدن الکترونها برخوردهای کشسان با اتمهای سبکتر He است. آنگاه به دست می‌آوریم $(m/M_{He}) \cong (u_{سوق}/v_{th}) \cong 1.16 \times 10^{-2}$ ، که M_{He} جرم هلیوم است، به طوری که $v_{سوق} \cong 2.2 \times 10^4\text{ m/s}$ به دست می‌آید. در مورد لیزر CO_2 ، براساس مثال ۶.۴، فرض می‌کنیم انرژی میانگین الکترون $\langle E \rangle \cong 1.7\text{ eV}$ است. از رابطه $(mv_{th}^2/2) = \langle E \rangle$ ، به دست می‌آوریم که $v_{th} \cong 0.78 \times 10^6\text{ m/s}$ است. سپس از مرجع ۱۲ می‌توانیم سرعت سوق را به دست آوریم، با فرض اینکه نسبت $\mathcal{E}/p \sim 8\text{ Vcm}^{-1}\text{ Torr}^{-1}$ باشد و نسبت فشار جزئی $1:1:8$ در مخلوط گاز $CO_2:N_2:He$ برقرار باشد، $v_{سوق} \cong 6 \times 10^4\text{ m/s}$ به دست می‌آید. دقت کنید که در این مورد، نمی‌توانیم از دمای الکترون صحبتی به میان آوریم، چون توزیع انرژی الکترون به مقدار قابل ملاحظه‌ای از توزیع ماکسولی انحراف دارد. همچنین توجه کنید که در هر دو مورد، سرعت گرمایی 10^6 m/s است، به نحوی که سرعت سوق $10^0 \sim$ مرتبه کوچکتر است. ■

۴.۴.۶ معادلهٔ تعادلی یونش

در یک تخلیهٔ الکتريکي، الکترونها و یونها در حجم تخلیه در اثر برخورد الکتروني به طور پیوسته به وجود می‌آیند. یونش توسط الکترونهاي داغ موجود در تخلیه حاصل می‌شود، یعنی الکترونهايي که انرژی آنها بزرگتر از انرژی یونش اتمی است. در حالت پایا، این فرایند یونش باید در تعادل با فرایند بازترکیب الکترون-یون قرار گیرد. لیکن بازترکیب الکترون-یون بدون تابش نمی‌تواند در حجم تخلیه رخ دهد، چون این فرایند نمی‌تواند هم تکانه کل و هم انرژی کل ذرات را پایسته سازد. برای سهولت، برخوردهای سربه‌سر را در نظر می‌گیریم. با استناد به پایستگی تکانه، سرعت v اتم ترکیب‌شده از رابطهٔ $v = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2)$ به دست می‌آید که m_i ($i = 1, 2$) جرمها و v_i سرعتهای الکترون و یون قبل از برخورد است. از طرف دیگر، برای پایستگی انرژی، لازم است $[(m_1 + m_2)v^2/2] + E_r = [(m_1 v_1^2/2) + (m_2 v_2^2/2)]$ باشد، که E_r انرژی است که در اثر بازترکیب الکترون-یون آزاد می‌شود. بنابراین برای مقادیر مفروض m_1, m_2, v_1 و v_2 روابط پایستگی تکانه و انرژی را برای کمیت نامعلوم v ، یعنی سرعت اتم ترکیب‌شده به دست می‌دهد. بنابراین، به‌طور کلی این دو معادله نمی‌توانند هر دو صادق باشند، از طرف دیگر بازترکیب یون-الکترون تابشی، فرایندی نامتحمّل در غلظتهای حامل در یک لیزرگازی است. بنابراین فرایند بازترکیب مجدد تنها در حضور عامل سوم M رخ می‌دهد، چون پایستگی تکانه و انرژی در فرایند برخورد سه جسمی می‌تواند پا برجا باشد. در واقع، مجدداً با فرض برخوردهای سربه‌سر، اکنون یک جفت معادله با دو v نامعلوم داریم، سرعت اتم ترکیب‌شده، و v_M ، یعنی سرعت عامل سوم M پس از برخورد در فشارهای پایین یک لیزرگازی (چند تور)، و اگر مخلوط گاز در یک لوله استوانه‌ای باشد، الزاماً عامل سوم M به‌سادگی توسط دیواره‌های لوله فراهم خواهد شد. بنابراین در لیزرگازی، بازترکیب الکترون-یون اکثراً روی دیواره‌های لوله به‌وقوع می‌پیوندد.

باید اکنون توجه کنیم که با وجود آنکه سرعت الکترون بسیار بزرگتر از سرعت یون است، حرکت الکترونها و یونها به طرف دیواره باید با یکدیگر انجام شوند. در واقع، اگر الکترونها سریعتر از یونها به دیواره برسند، یک میدان شعاعی ایجاد می‌شود. این میدان حرکت یونها را به سمت دیواره سرعت می‌دهد و الکترونها را کند می‌کند. برای غلظتهای متعارف الکترون و یون در یک تخلیهٔ گاز، این اثر فضای-بار بسیار اساسی است؛ بنابراین الکترونها و یونها باید با یک آهنگ به سمت دیواره‌های لوله حرکت کنند. این حرکت با دو سازوکار متفاوت که به فشار p ی گاز و شعاع لولهٔ R بستگی دارد، می‌تواند رخ دهد. اگر مسافت آزاد میانگین یون بسیار کوتاهتر از R باشد، الکترونها و یونها با یکدیگر روی دیواره‌ها پخش می‌شوند و ترکیب مجدد از طریق پخش دوطرفه صورت می‌گیرد. اگر مسافت آزاد میانگین قابل مقایسه با شعاع لوله باشد (که در لیزرهای گاز یونی با فشار نسبتاً پایین

اتفاق می‌افتد)، الکترونها و یونها با پرواز آزاد به دیواره می‌رسند تا از طریق پخش. نظریه تحلیلی پخش دوطرفه را می‌توان از نظریه شاتکی یک تخلیه که معروف به ستون مثبت است به دست آورد [۱۳]. از طرف دیگر، در حد فشار پایین، باید مدل سقوط آزاد تونکس-لانگمویر را برای تخلیه پلاسما به کار برد [۱۴].

هر دو نظریه نسبتاً پیچیده هستند و توصیف آنها در خارج از سطح این کتاب است. ولی در هر دو نظریه، یک معادله تعادلی همواره باید بین تعداد جفتهای الکترون-یون ایجاد شده و تعداد جفتهای الکترون-یونی که روی دیواره‌ها بازترکیب می‌شوند، برقرار باشد (معادله تعادلی یونش). بنابراین، در مورد نظریه شاتکی، معادله تعادلی را می‌توان برحسب نمادگذاری خودمان به صورت زیر

$$\langle v\sigma_i \rangle N_g = \frac{kT_e}{e} \mu + \left(\frac{2r_{405}}{R} \right)^2 \quad (21.4.6)$$

نوشت، که σ_i سطح مقطع یونش، μ تحرک پذیری یون، و R شعاع لوله است. می‌بینیم که برای یک نمونه اتمی، یعنی با یک رابطه مفروض برای $\sigma_i = \sigma_i(E)$ ، مقدار میانگین $\langle v\sigma_i \rangle$ در معادله (۲۱.۴.۶) فقط به دمای الکترون T_e بستگی دارد. در واقع، یونش توسط پارانرژیترین الکترونها در توزیع انرژی حاصل می‌شود، و تعداد آنها به دمای T_e بستگی دارد. همچنین می‌بینیم که N_g با فشار گاز متناسب است، در حالی که تحرک پذیری با فشار گاز نسبت عکس دارد. معادله (۲۱.۴.۶) را می‌توان به صورت زیر مرتب کرد

$$f(T_e) = \frac{C}{(pR)^2} \quad (22.4.6)$$

که $\langle v\sigma_i \rangle / kT_e = f(T_e)$ و C ثابتی مناسب است. بنابراین، برای یک نمونه اتمی مفروض، معادله تعادلی یونش به رابطه‌ای بین pR و T_e درست نظیر معادله تعادلی انرژی و تکانه، منجر می‌شود که رابطه بین T_e و p/p را به دست می‌دهد [معادله (۲۰.۴.۶) را ببینید]. رابطه تابعی $f = f(T_e)$ در معادله (۲۲.۴.۶) به گونه‌ای است که با کاهش pR افزایش T_e می‌یابد. در واقع، اگر در یک لوله با شعاع مفروض، فشار گاز را کاهش دهیم، بازترکیب الکترون-یون ناشی از پخش به دیواره‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین، برای حفظ تعادل بین یونش و بازترکیب، دمای الکترون باید افزایش یابد. در مورد نظریه تونکس-لانگمویر، رابطه تابعی مشابهی مجدداً بین T_e و حاصلضرب pR برقرار است.

۵.۴.۶ قوانین مقیاس بندی برای لیزرهای با تخلیه الکتریکی

معادلات (۲۰.۴.۶) و (۲۲.۴.۶) دو رابطه اساسی برای درک بعضی از جنبه‌های رفتار فیزیکی در هر تخلیه گاز را به دست می‌دهند. مثلاً اکنون می‌توانیم توضیح دهیم که چرا در یک تخلیه تابان

پایدار، ولتاژ در طول لوله تخلیه اساساً مستقل از جریانی است که شارش می‌شود (شکل ۱۹.۶ را ببینید). در واقع، اگر لوله گاز مفروضی را در نظر بگیریم، یعنی با مقادیر مفروض شعاع لوله و فشار گاز، طبق معادله (۲۲.۴.۶)، دمای الکترون ثابت خواهد بود. سپس از معادله (۲۰.۴.۶) می‌بینیم که میدان الکتريکی نیز باید ثابت و لذا مستقل از جریان تخلیه باشد.

اکنون به نتایج حاصل از معادلات (۲.۴.۶) و (۲۰.۴.۶) برای یک تخلیه گاز-لیزر می‌پردازیم. ابتدا مشاهده می‌کنیم که در یک محیط گازی مفروض، اگر بخواهیم آهنگ دمش را برای حالت بالایی لیزر بیشینه کنیم مقدار بهینه‌ای برای دمای الکترون، T_{opt} ، وجود دارد. مقدار بسیار کم دمای الکترون، در واقع به انرژی ناکافی الکترون برای تحریک تراز بالایی لیزر منجر خواهد شد. سپس، انرژی الکترون صرفاً در اثر برخوردهای کشسان و برانگیختگی ترازهای پایینتر محیط که شامل تراز پایینی لیزر است، از دست می‌رود. از طرف دیگر، اگر دمای الکترون خیلی زیاد باشد، به برانگیختگی شدید ترازهای بالاتر مخلوط گاز می‌انجامد (که ممکن است به تراز بالایی لیزر جفت نشود) یا به ایجاد یونش اضافی در مخلوط گاز منجر می‌شود (که ممکن است موجب ناپایداری در تخلیه شود، یعنی، از تخلیه تابان به سمت قوس الکتريکی گذر کند). بنابراین اگر در طرف چپ هر دو معادله (۲۰.۴.۶) و (۲۲.۴.۶)، قرار دهیم $T_e = T_{opt}$ ، به دست می‌آوریم

$$\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right) = \left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right)_{opt} \quad (۲۳.۴.۶ \text{ الف})$$

$$pD = (pD)_{opt} \quad (۲۳.۴.۶ \text{ ب})$$

که $D = 2R$ قطر لوله است. بنابراین اگر مخلوط گاز مفروضی را، به عنوان محیط فعال در یک لیزر گازی به کار ببریم، مقادیر بهینه‌ای برای هر دوی pD و \mathcal{E}/p وجود خواهد داشت.

معادلات (۲۳.۴.۶) قوانین مقیاس‌بندی را برای هر لیزر گازی برقرار می‌کنند. برای آنکه کاربرد این قوانین را نشان دهیم، فرض می‌کنیم که با شرایط عملکرد بهینه شروع به کار می‌کنیم و نیز بنابر دلایلی باید قطر لوله را مثلاً با ضریب ۲ کاهش دهیم. برای آنکه هنوز هم لیزر با بازدهی بهینه عمل کند، معادله (۲۳.۴.۶) نشان می‌دهد که باید فشار مخلوط گاز را با همان ضریب افزایش دهیم. بنابراین اگر فشار دو برابر شود، طبق معادله (۲۳.۴.۶) الف)، میدان الکتريکی \mathcal{E} در تخلیه گاز و از آن رو ولتاژ کل V در طول لوله لیزر نیز باید دو برابر شود. این بدان معناست که مشخصه V برحسب I برای لوله لیزر مفروض (در شکل ۱۹.۶ منحنی توپر) با ضریب ۲ در ولتاژ برای هر جریان مفروضی به طور خودکار افزایش می‌یابد. بنابراین برای آنکه جریان مورد نظر به لوله تخلیه برقرار باشد ولتاژ مدار باز منبع تغذیه V_0 و مقاومت متعادل‌کننده R_B باید مجدداً طراحی شوند.

۶.۴.۶ آهنگ دمش و بازدهی دمش

برای محاسبه آهنگ دمش، ابتدا یادآور می‌شویم که معادله استاندارد N_e سوق $J = ev$ که چگالی جریان J را به چگالی الکترون، N_e ، تخلیه ربط می‌دهد، وجود دارد. پس، از معادله (۷.۴.۶) به دست می‌آید

$$R_p = N_t \frac{J}{e} \left(\frac{\langle v\sigma \rangle}{v_{سوق}} \right) \quad (۲۴.۴.۶)$$

اگر توزیع الکترون-انرژی ماکسولوی در نظر گرفته شود، جمله $\langle v\sigma \rangle$ در معادله (۲۴.۴.۶) فقط به دمای الکترون T_e بستگی دارد. طبق معادلات (۱۵.۴.۶) و (۱۹.۴.۶)، سوق v نیز به T_e بستگی خواهد داشت. برای مقادیر مفروض فشار گاز، p ، و شعاع لوله، R ، دمای الکترون به طور ایده‌آل در مقدار عملکرد بهینه ثابت می‌ماند. سپس نتیجه می‌گیریم که جمله داخل پرانتز در معادله (۲۴.۴.۶) ثابت است، یعنی، مستقل از چگالی جریان است. بنابراین می‌توان دید که در این مدل ساده، R_p به طور خطی با چگالی جریان افزایش می‌یابد، و این درست مانند مورد دمش ایتیکی است. اکنون می‌توان بازدهی دمش η_p را به صورت نسبت بین توان دمش کمینه که به طور ایده‌آل برای حصول آهنگ دمش مفروض R_p مورد نیاز است و توان دمش الکتریکی واقعی P_p به تخلیه، تعریف کرد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$\eta_p = \frac{R_p V_a h \nu_{mp}}{R_p} \quad (۲۵.۴.۶)$$

که V_a حجم محیط فعال و ν_{mp} اختلاف بسامد بین تراز پایه و تراز بالایی لیزر است. توجه کنید که در تقریب مرتبه اول η_p را می‌توان مستقل از چگالی جریان تخلیه در نظر گرفت، چون هم R_p و هم P_p با J متناسب هستند.

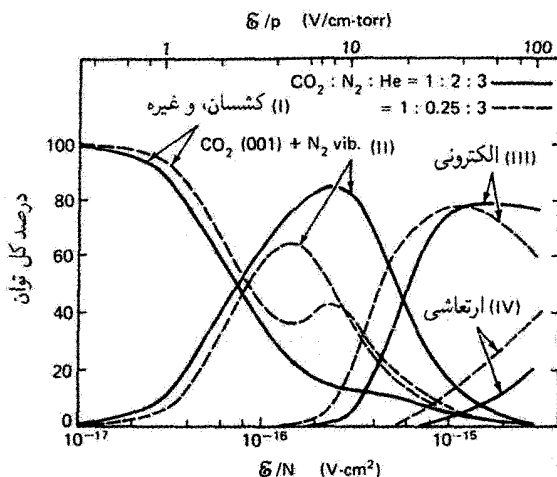
باید توجه کرد که رابطه R_p که از معادله (۲۴.۴.۶) به دست می‌آید را می‌توان تنها به عنوان راهنمایی کیفی نسبت به پدیده‌های پیچیده‌ای که در دمش گاز-لیزر اتفاق می‌افتد در نظر گرفت، تا به عنوان یک رابطه کمی دقیق برای مقدار واقعی آهنگ دمش. همان طوری که قبلاً متذکر شدیم، مخصوصاً برای اکثر لیزرهای گازی کارآمد، توزیع الکترون-انرژی از توزیع MB به طور چشمگیری متفاوت نشان می‌دهد. محاسبه آن مستلزم استفاده از روش از ابتدا معادله ترابرد بولتزمن است و باید تمامی فرایندهای برخورد الکترونی ممکن را که منجر به برانگیختگی (یا وبرانگیختگی) ترازهای چرخشی، ارتعاشی، و الکترونی تمامی نمونه‌های گازی موجود در تخلیه می‌شوند را بدانیم. علاوه بر این، تعداد نمونه‌های گازی در لوله تخلیه باید بسیار زیادتر از تعداد نمونه‌هایی باشد که در ابتدا معرفی می‌شوند. به عنوان مثال، در هنگام تخلیه مخلوط $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{He}$ ، مقادیر گوناگونی نیز

CO, O₂, N₂O و نظاير آن پيدا مي‌شوند، که بستگی به واکنشهای پیچیده پلاسما-شیمیایی دارند که در حجم گاز ورودی الکترودها رخ می‌دهند. بنابراین، محاسبه آهنگ دمش کاملاً مشکل می‌شود و به رایانه نیاز دارد، و بعضی مواقع، به علت فقدان داده‌های مناسب سطح مقطعیهای برخورد الکترونی برای کلیه مؤلفه‌های مخلوط گاز، محاسبات را غیرقابل اجرا می‌کند. بنابراین محاسبات مفصل رایانه‌ای را تنها برای مخلوطهای گازی با اهمیت خاص اجرا می‌کنند، از آن جمله می‌توان مخلوط CO₂:N₂:He را نام برد که در لیزرهای پر قدرت CO₂ به‌کار برده می‌شوند [۱۱]. یک روش (ظاهری) حل مسئله آن است که فرض کنیم η_p معلوم است یا می‌تواند برآورد شود. در این مورد، واضح است که از معادله (۲۵.۴.۶) به دست می‌آید

$$R_p = \eta_p \frac{P}{Alh\nu_{mp}} \quad (26.4.6)$$

که A مساحت سطح مقطع محیط فعال و l طول آن است. این رابطه ساده آهنگ دمش است که اغلب در مباحث لیزری به‌کار برده می‌شود، و آن را در فصلهای بعدی مورد استفاده قرار می‌دهیم. ولی، مانند مورد دمش اپتیکی سودمند بودن معادله (۲۶.۴.۶) در آن است که قبلاً محاسبات لازم انجام شده باشد یا برآوردهای مطمئنی از مقدار η_p در دسترس باشد.

مثال ۷.۶ بازدهی دمش در یک لیزر CO₂. به عنوان مثالی مخصوصاً مرتبط با محاسبه η_p ، شکل ۲۷.۶ نتایج محاسبه شده برای هر دو مخلوط گاز (۳ : ۲ : ۱)، و (۳ : ۲۵ : ۰ : ۱) (CO₂:N₂:He) را نشان می‌دهد [۱۲]. این شکل، درصد کل توان دمش را که وارد کانالهای متفاوت برانگیختگی می‌شود برحسب تابعی از نسبت \mathcal{E}/p یا نسبت \mathcal{E}/N نشان می‌دهد، که N غلظت کل تمام گونه‌های موجود در مخلوط است. منحنی I توانی را که منجر به برخوردهای کشسان می‌شود، برانگیختگی ترازهای چرخشی حالت پایه N₂ و CO₂ و برانگیختگی ترازهای ارتعاشی پایینی مولکول CO₂ را نشان می‌دهد. منحنیهای III و IV به ترتیب توانهایی را که به برانگیختگی الکترونی و یونس منجر می‌شود به دست می‌دهند. منحنی II توانی را که به برانگیختگی حالت بالای لیزری (۰۰۱) مولکول CO₂ و پنج تراز اول مولکول N₂ می‌انجامد عرضه می‌دارد. فرض بر آن است که انتقال انرژی بین N₂ و CO₂ بسیار کارآمد است، تمامی این توان به صورت توان دمش سفید در دسترس است. بنابراین منحنی II بازدهی دمش یک لیزر CO₂ را تحت شرایط بیان شده به دست می‌دهد. توجه کنید همان طوری که در بخش ۵.۴.۶ برای دمای الکترون بحث شد (که در این مورد مفهوم بی‌معنایی است، چون توزیع الکترون از توزیع ماکسولوی بسیار فاصله دارد)، یک مقدار بهینه \mathcal{E}/p وجود دارد. برای مقدار بسیار پایین \mathcal{E}/p ، توان دمش اکثراً در برخوردهای کشسان و برانگیختگی ترازهای ارتعاشی پایینتر CO₂ اتلاف می‌شود. برای مقدار \mathcal{E}/p خیلی بالا،



شکل ۲۷.۶ درصد کل توان دمش که به مسیرهای مختلف برانگیختگی لیزر CO_2 می‌روند [۱۲].

برانگیختگی الکترونی، مسیر غالب برانگیختگی خواهد شد. باز هم توجه کنید که در مقدار E/p بهینه، مقدار بسیار بالای η_p را می‌توان به دست آورد ($\sim 80\%$ برای مخلوط ۱:۲:۳). ■

۵.۶ نتیجه‌گیریها

در این فصل دمش اپتیکی و الکتریکی را به‌طور مفصل بحث کردیم. دیدیم که برای هر دو مورد، سازوکار فرایندهای دمش شامل پدیده‌های فیزیکی گوناگونی است. در نتیجه می‌توانیم اطلاعات نسبتاً عمیقی را مثلاً در گسیل پلاسما از یک لامپ، گسیل همدوس و ناهمدوس از لیزرهای دیودی که برای دمش لیزری به‌کار می‌روند، و خواص فیزیکی تخلیه‌های الکتریکی، به دست آوریم. آرایشهای سیستم به‌کار برده شده کاملاً متفاوت‌اند و شباهتهای میان آرایشهای مختلف می‌توانند ما را برای ابداع سایر سیستمهای کارآمد یاری دهند. علی‌رغم این تفاوتها، روش واحدی برحسب بازدهی دمش انتخاب شد و با آن توانستیم تأثیر آرایشهای مختلف دمش لیزر را مورد مقایسه قرار دهیم.

مسائل

۱.۶ اگر فرض کنیم نور دمشی که وارد میله لیزر می‌شود در جهت شعاعی و داخل میله منتشر شود، نشان دهید که ضریب جذب را می‌توان به صورت

$$\eta_a = \frac{\int \{1 - \exp[-(\alpha R)]\} I_{e\lambda} d\lambda}{\int I_{e\lambda} d\lambda}$$

نوشت که R شعاع میله، α ضریب جذب، و $I_{e\lambda}$ شدت طیفی نوری است که وارد میله می‌شود.

۲.۶ یک میله لیزر Cr:LiSAF به قطر ۶ mm را که با یک لامپ درخش (فلاش) Xe در فشار Torr ۵۰۰ دمیده می‌شود و با چگالی جریان 2400 A/cm^2 کار می‌کند در نظر بگیرید. برای سادگی فرض کنید که ضریب جذب Cr:LiSAF برحسب طول موج شامل دو نوار تخت است که قله هر یک 4 cm^{-1} است، دو نوار به ترتیب به مرکز ۴۲۰ nm و ۶۵۰ nm و دارای پهنای نوار ۸۰ nm و ۱۲۰ nm هستند. با استفاده از رابطه η_a در مسئله ۱.۶ مطلوب است محاسبه بازدهی جذب میله برای گسیل لامپ در نوار ۸۰۰-۴۰۰ nm.

۳.۶ چگالی بلور Y_2O_3 (YAG)، 4.56 g/cm^3 است، چگالی یونهای Nd در بلور را وقتی ۱٪ یونهای نئودیمیوم جایگزین یونهای ایتریوم می‌شوند ($1 \text{ atom} \cdot \% \text{Nd}$) محاسبه کنید. ۴.۶ یک میله Nd:YAG به قطر ۶ mm و به طول ۷.۵ cm را، با یک درصد اتمی Nd ($1 \text{ atom} \cdot \% \text{Nd}$) با لامپ فشار بالای Kr در اتاقک دمش با بازتابنده پخش‌کننده و آرایش جفت‌شده نزدیک، به صورت پیوسته موج (cw) دمیده می‌شود. فاصله انرژی بین تراز بالایی لیزر و تراز پایه متناظر با طول موج ۹۴۰ nm است. توان دمش آستانه اندازه‌گیری شده، وقتی میله در داخل کاواک مفروض لیزری قرار داده می‌شود، $P_{th} = 2 \text{ kW}$ است. فرض می‌کنیم برای این آرایش دمش، میله به صورت یکتواخت با بازدهی کلی دمش $\eta_p = 45\%$ دمیده می‌شود. آهنگ دمش بحرانی متناظر با آن را محاسبه کنید.

۵.۶ در لیزر Nd:YAG، با $1 \text{ atom} \cdot \% \text{Nd}$ ، طول عمر حالت بالایی توسط سازوکاری که در مثال ۸.۲ بحث شد به مقدار قابل ملاحظه‌ای واهلیده نمی‌شود، بنابراین می‌توانیم آن را $\tau = 250 \mu\text{s}$ بگیریم. از مقدار آهنگ دمشی که در مسئله ۴.۶ محاسبه شد، مقدار وارونی بحرانی را محاسبه کنید. طبق مثال ۱۰.۲، سطح مقطع مؤثر گسیل القایی برای گذار Nd:YAG در 640 nm ، با به حساب آوردن پارش جمعیت بین زیرترازهای بالایی، در دمای $T = 300 \text{ K}$ را می‌توان برابر $\sigma \cong 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ گرفت. براساس معلومات وارونی بحرانی، اتلاف تک‌عبور کاواک را محاسبه کنید.

۶.۶ لیزر مسئله ۴.۶ با نور خورشید دمیده می‌شود. شدت متوسط در مدت روز خورشید را روی سطح زمین 1 kW/cm^2 در نظر بگیرید. فرض کنید که یک سیستم اپتیکی مناسب برای دمش عرضی میله لیزر به کار می‌رود. همچنین فرض کنید که (الف) ۱۰٪ طیف خورشید توسط میله جذب می‌شود، (ب) بازدهی کوانتومی دمش، همان بازدهی دمش توسط لامپ درخش است (جدول ۱۰.۶ را ببینید)، (ج) تراگسیل اپتیک در کانونی کردن لامپ ۹۰٪ است، (د) توزیع نور دمش در داخل میله یکتواخت است. با در نظر گرفتن این فرضها، مطلوب است محاسبه سطح گردآورنده اپتیکی به نحوی که لیزر تا دو برابر بالای آستانه دمیده شود. سیستم کانونی‌کننده را با

ترکیب واقعاً گرانتیست دو عدسی استوانه‌ای با محورهای متقاطع می‌توان ساخت تا بتوان یک تصویر $7.5 \text{ cm} \times 6 \text{ mm}$ از خورشید به‌وجود آورد (یعنی، برای دمش عرضی میله مناسب باشد). با دانستن اینکه وقتی از زمین قرص خورشید دیده می‌شود، دارای تمام زاویه 9.3 mrad است، فواصل کانونی دو عدسی استوانه‌ای را محاسبه کنید. آیا می‌توانید طرح ارزاتری را برای کانونی‌کردن توصیه کنید؟

۷.۶ یک میله $\text{Nd} : \text{YAG}$ به قطر 5 mm و به طول 5 cm با یک درصد اتمی Nd توسط یک لامپ درخش در اتاقک دمش با بازتابندهٔ پخش‌کننده در آرایش جفت‌شدهٔ نزدیک دمیده می‌شود. انرژی دمش آستانه اندازه گرفته شده وقتی میله در یک کاواک مفروض لیزری قرار داده می‌شود، $E_{th} = 3.4 \text{ J}$ است. فرض می‌کنیم که: (الف) بازدهی دمش کلی 3.5% است (جدول ۱.۶ را ببینید) و (ب) توان گسیل شده توسط لامپ درخش $10^6 \mu\text{s}$ دوام دارد و در این مدت، زمان ثابت است. با این فرض‌های ارائه شده، آهنگ دمش آستانه، R_{ep} ، را محاسبه کنید. با حل معادلهٔ آهنگ وابسته به زمان، که هم شامل اثرهای دمش و هم فروافت خودبه‌خودی است، وارونی آستانه را محاسبه کنید. اگر مدت زمان لامپ درخش به $30^6 \mu\text{s}$ افزایش یابد، در حالی که هنوز نسبت به زمان ثابت باشد، آهنگ دمش جدید و انرژی دمش برای رسیدن به آستانه را محاسبه کنید.

۸.۶ یک میله $\text{Ti}^{3+} : \text{Al}_2\text{O}_3$ به طول 1 cm را از یک سر توسط لیزر آرگونی با طول موج 514.5 nm در آرایشی مشابه با آرایش شکل ۱۱.۶ ج به صورت طولی می‌دهیم. در این حالت ضریب جذب میله را در طول موج دمش برابر 2 cm^{-1} می‌گیریم. تراگسیل در طول موج دمش آینهٔ کاواک را که باریکهٔ دمش از آن وارد کاواک لیزر می‌شود $95^\circ = \eta_t$ می‌گیریم. طول موج مرتبط با بسامد دمش کمینه ν_{mp} (شکل ۱۷.۶ را ببینید) برای $\text{Ti} : \text{sapphire}$ برابر با 616 nm است. بازدهی کلی دمش را محاسبه کنید. اگر باریکهٔ دمش به یک اندازهٔ $w_p = 50 \mu\text{m}$ در میلهٔ لیزر متمرکز شود، اندازهٔ لکه مد لیزر برابر با اندازهٔ لکه دمش است و فرض می‌شود که اتلاف تک‌عبور کاواک $5\% = \gamma$ است. مطلوب است محاسبهٔ توان خروجی اپتیکی مورد نیاز برای لیزر Ar در آستانه.

۹.۶ یک میله $\text{Nd} : \text{glass}$ به طول 2 mm که از شیشه LHG-5 با غلظت $\text{Nd}^{3+} = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ساخته شده است توسط یک لیزر چاه کوانتومی AlGaAs تک‌نواره‌ای به صورت طولی در طول موج 803 nm با آرایشی مشابه با آرایش شکل ۱۱.۶ (الف) دمیده می‌شود. باریکهٔ دمش توسط سیستم کزی‌ساز (آنامورفی)، مثلاً مطابق با شکل ۱۲.۶ دایره‌ای شکل می‌شود و به داخل میله با اندازهٔ لکه‌ای که با اندازهٔ لکه مد لیزر، $w_0 = 35 \mu\text{m}$ ،

خیلی جور است، کانونی می‌شود. بازدهی انتقال دمش، شامل اتلاف تراگسیلی روی اولین آینه کاواک در شکل ۱۱.۶ (الف) را می‌توان 0.8% در نظر گرفت. فرض می‌کنیم که ضریب جذب در طول موج دمش 9 cm^{-1} است، و سطح مقطع مؤثر گسیل القایی $\sigma_e = 4.1 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ ، طول عمر حالت بالایی $290 \mu\text{s}$ ، و اتلاف کل در هر عبور 0.35% است. توان دمش آستانه را محاسبه کنید. اختلاف بزرگ در آستانه دمش بین این مورد و موردی که در مسئله ۸.۶ بیان شد را توضیح دهید.

۱۰.۶ یک میله‌ی لیزر Yb : YAG به طول 1.5 mm با 6.5 درصد اتمی آلایندۀ Yb به صورت طولی در آرایش لیزری نظیر آرایش شکل ۱۱.۶ (الف) توسط خروجی آرایه‌ی چاه کوانتومی InGaAs/GaAs در طول موج 940 nm دمیده می‌شود. باریکه به اندازه لکه‌ای که تقریباً با اندازه لکه مد لیزر، $w_0 = 45 \mu\text{m}$ ، جور است، کانونی می‌شود. سطح مقطع مؤثر گسیل القایی و جذب در $\lambda = 1.03 \mu\text{m}$ طول موج لیزری در دمای اتاق را می‌توان $\sigma_e \cong 1.9 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ و $\sigma_a \cong 0.11 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ گرفت، در حالی که طول عمر مؤثر حالت بالایی، $\tau \cong 1.5 \text{ ms}$ است. تراگسیل آینه جفت‌کننده خروجی 3.5 درصد است، به طوری که شامل سایر تلفات داخلی می‌شود، اتلاف تک‌عبور را می‌توان به مقدار 2% تخمین زد. تحت شرایط بیان‌شده، توان دمش آستانه را محاسبه کنید.

۱۱.۶ یک میله‌ی Nd : YAG با قطر 4 mm و به طول 6.5 cm با یک درصد اتمی Nd در طول موج 808 nm به صورت عرضی در آرایش دمش مطابق با شکل ۱۵.۶ دمیده می‌شود. فرض می‌کنیم که 90% توان اپتیکی گسیل‌شده از تارها به صورت یکنواخت در میله جذب می‌شود. برای دستیابی به توان بالای لیزر، آینه خروجی با تراگسیل 15% استفاده می‌شود. برآورد می‌شود که اتلاف در هر تک‌عبور که دربرگیرنده سایر تلفات داخلی است، 1% است. اگر سطح مقطع مؤثر گسیل القایی را $\sigma_e = 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ بگیریم، توان اپتیکی مورد نیاز برای تار برای رسیدن به آستانه لیزر را محاسبه کنید. مقدار به دست‌آمده را با مقداری که در مسئله ۹.۶ به دست آمده است مقایسه کنید و علت اختلاف را بیان کنید.

۱۲.۶ برای انرژی الکترون فرض می‌کنیم که توزیع ماکسول بولتزمن (MB) برقرار است، مطلوب است محاسبه دمای الکترون برحسب eV برای یک گاز الکترونی با انرژی جنبشی متوسط 10 eV .
۱۳.۶ فرض می‌کنیم که الکترونها با جرم m به صورت کشسان با اتمی به جرم M برخورد می‌کنند. فرض می‌کنیم که اتم قبل از برخورد در حالت سکون و الکترونها به صورت همسانگرد پراکنده می‌شوند، نشان دهید که در اثر برخورد، به طور متوسط الکترون $2m/M$ از انرژی خود را از دست می‌دهد.

۱۴.۶ یک لیزر نیتروژن تپی که در ناحیه فرابنفش ($\lambda = 337.1 \text{ nm}$) فعال است، به میدان الکتریکی بهینه $10 \text{ kV/cm} \sim$ در فشار عملکرد نوعی $p \cong 30 \text{ Torr}$ (برای لوله لیزر به سطح مقطع $5 \times 10 \text{ mm}$) نیازمند است. طول نوعی لیزر نیتروژن $1 \text{ m} \sim$ است. کدام یک از آرایشهای نشان داده شده در شکل ۱۸.۶ را باید برای این لیزر به کار برد.

۱۵.۶ یک لوله تخلیه به شعاع 1 cm را که به طور یکنواخت از هر دو یونها و الکترونها به چگالی $N_i = N_e = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ پر شده است در نظر بگیرید. اگر تمامی الکترونها ناپدید شده و بار مثبت یون را جا بگذارند، پتانسیل دیواره لوله V نسبت به مرکز لوله چقدر باید باشد؟ (و از آن رو پخش دوطرفه را توضیح دهید).

۱۶.۶ فرض می شود که سطح مقطع یونش تابعی پله ای است که شروع آن با انرژی ای برابر با انرژی یونش E_i است و دارای مقدار ثابت σ_i برای انرژیهای بالاتر است. فرض کنید که برای انرژی الکترون توزیع ماکسول برقرار است، نشان دهید که آهنگ یونش را می توان به صورت زیر نوشت:

$$W_i = N_e \sigma_i \left(\frac{\lambda k T_e}{\pi m} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{E_i}{k T_e} \right) \exp \left(- \frac{E_i}{k T_e} \right)$$

۱۷.۶ نظریه پخش دوطرفه به رابطه زیر بین دمای الکترون T_e و ضرب pD منجر می شود [آن را با معادله (۲۲.۴.۶)، مقایسه کنید]:

$$\frac{e^x}{x^{1/2}} = 1.2 \times 10^7 (CpD)^2$$

که C ثابتی برای گاز مفروض و $x = (E_i/kT_e)$ است E_i انرژی یونش گاز است. اگر مقادیر مناسبی برای گاز هلیم در نظر بگیریم، $C = 3.2 \times 10^{-4} (\text{Torr} \times \text{mm})^{-1}$ و $E_i = 24.46 \text{ eV}$ ، مطلوب است محاسبه مقدار مورد نیاز pD برای الکترونی با دمای برابر با $T_e = 8000 \text{ K}$.

۱۸.۶ مسافت آزاد متوسط الکترون، l ، را می توان از رابطه $l = 1/N\sigma$ به دست آورد، که N چگالی اتمی و σ سطح مقطع برخورد الکترونی کل است. فرض کنید که σ را بتوان از سطح مقطع کشسان، σ_{el} ، به دست آورد و برای He، این سطح مقطع را $\sigma_{el} = 5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ بگیرید. برای انرژی متوسط الکترون $E = 10 \text{ eV}$ و v_{th} و v_{th} را برای فشار هلیم $p = 1.3 \text{ Torr}$ ، دمای $T = 400 \text{ K}$ ، و میدان اعمال شده در تخلیه $\mathcal{E} = 30 \text{ V/cm}$ ، به دست آورید.

۱۹.۶ یک لامپ فلوروسانی شامل لوله ای است که از گاز آرگون با فشار حدود 3 Torr و قطره ای جیوه که در دمای عادی عملکرد، $T = 300 \text{ K}$ ، فشار بخار $3 \text{ mTorr} \sim$ را ایجاد می کند، پر شده است. بنابراین تا آنجا که مرتبط با پارامترهای تخلیه می شود، می توان فرض کرد که لوله تنها با

گاز Ar پر شده است. ولتاژ مورد نیاز در طول لامپ ۱ m، حدود ۷۴ V است. فرض می‌کنیم که (الف) کسر تلفات توسط الکترونها در هر برخورد $\delta = 1.4 \times 10^{-4}$ است، (ب) برخوردهای کثشان بر تمامی سایر فرایندهای برخوردی غالب است، و (ج) $\sigma_{el} = 2 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ مطلوب است محاسبه دمای الکترون در تخلیه.

مراجع

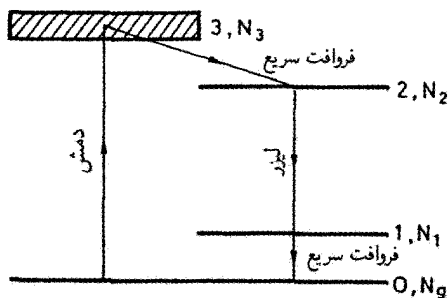
1. P. Laporta, V. Magni, and O. Svelto, Comparative Study of the Optical Pump Efficiency in Solid-State Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-21**, 1211 (1985).
2. C. S. Willett, *An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms* (Pergamon, Oxford, 1974).
3. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, vol. 1, Springer Series in Optical Sciences, 4th ed. (Springer-Verlag, New York, 1996), Chap. 6, Sect. 6.3.
4. Ref. 3, Chap. 3, Sect. 3.4.
5. P. P. Sorokin and J. R. Lankard, Stimulated Emission Observed by an Organic Dye, Chloro-Aluminum Phtalocyanine, *IBM J. Res. Dev.* **10**, 162 (1966); F. P. Schäfer, F. P. W. Schmidt, and J. Volze, Organic Dye Solution Laser, *Appl. Phys. Lett.* **9**, 306 (1966).
6. J. Berger, D. F. Welch, D. R. Scifres, W. Streifer, and P. S. Cross, High-Power, High-Efficiency Neodymium:Yttrium Aluminum Garnet Laser End Pumped by a Laser Diode Array, *Appl. Phys. Lett.* **51**, 1212 (1987).
7. W. A. Clarkson and D. C. Hanna, Two-Mirror Beam-Shaping Technique for High-Power Diode Bars, *Opt. Lett.* **21**, 375 (1996).
8. R. J. Shine, A. J. Alfrey, and R. L. Byer, 40-W cw, TEM₀₀-Mode Diode Pumped, Nd:YAG Miniature Slab Laser, *Opt. Lett.* **20**, 459 (1995).
9. D. Golba, M. Bode, S. Knoke, W. Schöne, and A. Tünnemann, 62-W cw TEM₀₀ Nd:YAG Laser Side Pumped by Fiber-Coupled Diode Lasers, *Opt. Lett.* **21**, 210 (1996).
10. G. J. Shulz, Vibrational Excitation of N₂, CO and H₂ by Electron Impact, *Phys. Rev.* **135A**, 988 (1964).
11. W. L. Nighan, Electron Energy Distribution and Collision Rates in Electrically Excited N₂, CO and CO₂, *Phys. Rev.* **A2**, 1989 (1970).
12. J. J. Lowke, A. V. Phelps, and B. W. Irwin, Predicted Electron Transport Coefficients and Operating Characteristics of CO₂-N₂-He Laser Mixtures, *J. Appl. Phys.* **44**, 4664 (1973).
13. Ref. 2, Sect. 3.2.2.
14. C. C. Davis and T. A. King, Gaseous Ion Lasers, in *Advances in Quantum Electronics*, vol. 3 (D. W. Goodwin, ed.) (Academic, New York, 1975), pp. 170-437.
15. T. Y. Fan and R. L. Byer, Diode Laser-Pumped Solid-State Lasers, *IEEE J. Quantum Electr.* **QE-24**, 895 (1988).
16. T. Y. Fan, Diode-Pumped Solid-State Lasers, in *Laser Sources and Applications*, (SUSSP Pubs. And IOP Pubs., 1996), pp. 163-93.
17. S. J. Hamlin, J. D. Myers, and M. J. Myers, *Proc. SPIE* **1419**, 100 (1991).
18. K. Kubodera, K. Otsuka, and S. Miyazawa, Stable LiNdP₄O₁₂ Miniature Laser, *Appl. Opt.* **18**, 884 (1979).
19. T. Y. Fan and R. L. Byer, Modeling and CW Operation of a Quasi-Three-Level 946-nm Nd:YAG Laser, *IEEE J. Quantum Electr.* **QE-23**, 605 (1987).



رفتار لیزر پیوسته موج

۱.۷ مقدمه

در فصلهای گذشته نمودهایی چند از اجزای تشکیل دهنده لیزر را مورد بحث قرار دادیم. این اجزا شامل خود محیط لیزر است که برهم کنش آن با موج الکترومغناطیسی در فصلهای ۲ و ۳، تشدیدگر اپتیکی انفعالی در فصل ۵، و سیستم دمش انفعالی در فصل ۶ بررسی شد. در این فصل، از نتایج حاصل از فصلهای گذشته بهره خواهیم گرفت تا زمینه لازم برای توصیف رفتار لیزر پیوسته موج (CW) را توسعه دهیم. مورد رفتارگذرای لیزر در فصل ۸ بررسی می شود. نظریه ای که در این فصل به کار خواهیم گرفت، تقریب معادله آهنگ نامیده می شود. در این تقریب، معادلات لیزر براساس این اصل ساده نوشته می شوند که باید تعادلی، بین تعداد کل اتمهایی که متحمل گذار می شوند و تعداد فوتونهایی که به وجود می آیند و یا از بین می روند [۱ و ۲]، برقرار باشد. مزیت این نظریه، ارائه تصویری خیلی ساده و شهودی از رفتار لیزر است. به علاوه، نتایج دقیقی برای کاربردهای عملی بیشتر به دست می دهد. برای کارهای دقیقتر باید یا از رهیافت نیمه کلاسیک استفاده کرد (که در آن ماده کوانتیده است و تابش امواج الکترومغناطیسی به طور کلاسیک بررسی می شود، یعنی با



شکل ۱.۷ طرح لیزر چهارترازی.

استفاده از معادلات ماکسول) یا از رهیافت الکترودینامیک کوانتومی (که هم ماده و هم میدانها کوانتیده هستند). خواننده باید برای مطالعه مطالب پیشرفته‌تر به کتابهای دیگر مراجعه کند [۳].

۲.۷ معادلات آهنگ

معادلات آهنگ را هم برای لیزر چهارترازی [شکل ۴.۱ (ب)] و هم برای لیزر شبه-سه‌ترازی، که تراز پایینی لیزر زیرترازی از حالت پایه است در نظر می‌گیریم. در واقع این رده‌بندیهای لیزر شامل مهمترین لیزرهایی است که امروزه استفاده می‌شوند. برای مثال رده لیزرهای چهارترازی شامل لیزرهای زیر است: (۱) لیزرهای بلور یونی، نظیر لیزرهای نئودیموم، در محیطهای متفاوت میزبان برای اکثر گذارهای امکانپذیر؛ لیزرهای آلایند به کروم-تایتانیوم (به استثنای یاقوت، $Al_2O_3 : Cr^{3+}$ ، اولین لیزری که به‌کار افتاد و براساس طرح صرفاً سه‌ترازی عمل می‌کند). (۲) لیزرهای گازی، نظیر CO_2 ، Ar^+ ، $He-Ne$ ، $He-Cd$ ، بخار Cu ، Hf ، N_2 ، در رده لیزرهای شبه-سه‌ترازی، بسیاری از یونهای نادر خاکی در محیطهای میزبان نظیر Er ، Yb ، $Er : Yb$ ، $Ho : Tm$ ، $Ho : Tm$ و $Ho : Tm$ ، و برای گذار در کوتاهترین طول موج، دوباره Nd ، وجود دارند.

۱.۲.۷ لیزر چهارترازی

طرح چهارترازی ایده‌آلی را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم تنها یک تراز یا نوار دمش دارد (نوار ۳ در شکل ۱.۷) و واهلس از نوار دمش به تراز بالایی لیزر، ۲، و همچنین واهلس از تراز پایینی لیزر، ۱، به تراز پایه، خیلی سریع صورت می‌گیرد. تحلیلی که در زیر می‌آید، حتی اگر بیش از یک نوار دمش (یا تراز ۱) داشته باشیم برقرار است، مشروط بر آنکه فروافت از این نوارها به تراز بالایی لیزر هنوز هم خیلی سریع باشد. تحت این شرایط می‌توانیم تقریب $N_1 \cong N_3 \cong 0$ را برای جمعیت‌های تراز پایینی و تراز (یا ترازهای) دمش به‌کار ببریم. بنابراین، تنها با دو جمعیت،

یعنی جمعیت N_2 تراز بالایی لیزر و جمعیت N_g تراز پایه سروکار داریم. فرض می‌کنیم که لیزر تنها روی یک مد کاواک نوسان می‌کند و کل تعداد فوتونهای داخل کاواک متناظر را با ϕ نشان می‌دهیم.

در روشی که ابتدا به‌کار می‌بریم، مورد معادلات آهنگ مستقل از مکان را بررسی می‌کنیم، یعنی فرض می‌کنیم که لیزر تنها روی یک مد نوسان می‌کند و دمش و چگالیهای انرژی مد در داخل محیط لیزری یکنواخت هستند. تا آنجا که مربوط به چگالی انرژی مد می‌شود، این بدان مفهوم است که نیمرخ عرضی مد باید یکنواخت باشد و از اثرات موج ساکن مشخصه مد چشمپوشی می‌شود. بنابراین صریحتر گفته شود، روشی که ارائه می‌شود تنها در تشدیدگر حلقه‌ای یک جهتی با نیمرخ باریکه عرضی یکنواخت به‌کار برده می‌شود، که در آن دمش به‌طور یکنواخت در محیط فعال توزیع شده است—که به روشنی، مورد نسبتاً خاص و ساده‌شده‌ای است. با وجودی که این مورد، شاید خیلی ساده شده باشد، در درک بسیاری از خواص رفتار لیزری کمک می‌کند. نمودهای ناشی از وابستگی به مکان، برای هر دو دمش و نقوش مد را بعداً به‌طور مفصل در این فصل مورد بحث قرار می‌دهیم.

برای مورد وابسته به مکان، به‌سادگی می‌توانیم معادلات زیر را بنویسیم:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right) = R_p - B\phi N_2 - \left(\frac{N_2}{\tau}\right) \quad (\text{الف } ۱.۲.۷)$$

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right) = V_a B\phi N_2 - \left(\frac{\phi}{\tau_c}\right) \quad (\text{ب } ۱.۲.۷)$$

در معادله (الف) ۱.۲.۷، جمله دمش، R_p ، [معادله (۱.۳.۱) را ببینید] براساس فرض تهی‌شدن ناچیز حالت پایه است. روابط صریح برای آهنگ دمش R_p در فصل ۶، برای هر دو دمش اپتیکی و الکتریکی ارائه شده‌اند. جمله $B\phi N_2$ در معادله (الف) ۱.۲.۷ گسیل القایی را نشان می‌دهد. در واقع در فصلهای ۲ و ۳ نشان داده شد که آهنگ گسیل القایی، W ، با مربع دامنه میدان موج الکترومغناطیسی متناسب است؛ از این رو، W را نیز می‌توان متناسب با ϕ گرفت. بنابراین، ضریب B آهنگ‌گذار القایی به‌ازای هر فوتون، به‌ازای هر مد، است. کمیت τ طول عمر تراز بالایی لیزر است؛ و در حالت کلی باید هر دو فرایندهای تابشی و غیرتابشی به حساب آورده شود [معادله (۱۸.۶.۲) را ببینید]. توجه کنید که تراز بالایی لیزر غالباً شامل ترکیب زیرترازهای زیادی است که به‌شدت با یکدیگر جفت شده‌اند. در این حالت طول عمر τ را طول عمر مؤثر تراز بالایی می‌گیرند، بدین منظور، طول عمرهای تمامی زیرترازهای حالت بالایی را با وزنی که متناسب با جمعیت زیرتراز مربوط به آن است، به حساب می‌آورند [معادله (۱۹.۷.۲) ج] را ببینید. در

معادله (۱.۲.۷) ب)، جمله $V_a B \phi N_2$ آهنگ رشد جمعیت فوتون ناشی از گسیل القایی را نشان می‌دهد و با استدلال ساده ترازمندی به دست می‌آید. در واقع، جمله $B \phi N_2$ در معادله (۱.۲.۷) الف) آهنگ کاهش جمعیت ناشی از گسیل القایی را به دست می‌دهد. از آنجایی که در هر فرایند گسیل القایی فوتونی به وجود می‌آید، پس آهنگ رشد فوتون باید برابر با $V_a B \phi N_2$ باشد، که V_a حجم مد در محیط فعال است. جمله ϕ / τ_c ، که τ_c طول عمر فوتون است (بخش ۳.۵ را ببینید)، به علت حذف فوتونهای ناشی از تلفات کاواک است.

قبل از ادامه بحث، خاطر نشان می‌کنیم که در معادله (۱.۲.۷) ب)، جمله‌ای که گسیل خودبه‌خود را به حساب بیاورد در نظر گرفته نشده است. چون، همان طوری که در فصل ۱ اشاره شد، در واقع عمل لیزر با گسیل خودبه‌خود شروع می‌شود، و انتظار نداریم که معادله (۱.۲.۷) شروع نوسان لیزری را شامل شود. در حقیقت، اگر در لحظه $t = 0$ ، $\phi = 0$ را در طرف راست معادله (۱.۲.۷) الف) قرار دهیم، به دست می‌آوریم $(d\phi/dt) = 0$ ، که نشان می‌دهد عمل لیزر شروع نخواهد شد. برای آنکه گسیل خودبه‌خود را به حساب بیاوریم، ممکن است همان ملاحظات تعادلی را، با در نظر گرفتن جمله N_2 / τ_r (که τ_r طول عمر تابشی تراز ۲ است) و اینکه جمله N_2 / τ در معادله (۱.۲.۷) الف) وجود دارد به‌کار ببریم و، آزمون را آغاز کنیم. سپس ممکن است تصور کنیم که جمله مناسبی که باید وارد معادله (۱.۲.۷) ب) شود تا گسیل خودبه‌خود را به حساب آورد، $V_a (N_2 / \tau_r)$ است، ولی این استدلال درست نخواهد بود. در واقع، همان‌طور که در بخشهای ۲ و ۳، دیدیم، نور گسیل شده به صورت خودبه‌خود در تمامی گستره بسامدی متناظر با پهنای خط نوار توزیع خواهد شد، علاوه بر آن، گسیل در زاویه فضایی 4π رخ می‌دهد. بنابراین جمله گسیل خودبه‌خود که در معادله (۱.۲.۷) الف) لازم است تنها باید شامل کسری از نور گسیل شده خودبه‌خودی باشد که در مد مفروض سهم دارد (یعنی، در همان جهت زاویه‌ای و پهنای نوار طیفی گسیل می‌شود). رابطه صحیح برای این جمله را تنها با روش کوانتیده برهم‌کنش تابش-ماده می‌توان به دست آورد. نتیجه امر مخصوصاً ساده و آموزنده است [۴]: در روش الکتروپدینامیک کوانتومی، معادله (۱.۲.۷) ب) به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$\left(\frac{d\phi}{dt} \right) = V_a B (\phi + 1) N_2 - \left(\frac{\phi}{\tau_c} \right) \quad (2.2.7)$$

بنابراین همه چیز نشان می‌دهد که گویی یک فوتون اضافی در جمله‌ای که گسیل خودبه‌خود را تشریح می‌کند وجود دارد. هنگامی که لیزر در حال نوسان است (مگر آنکه خیلی به آستانه نزدیک باشد)، در لیزر CW، تعداد فوتونها در کاواک لیزر می‌تواند به آسانی در گستره‌ای از 10^{10} تا 10^{16} باشد (مثال ۱.۷ را ببینید) و بسیار فراتر از این مقدار برای لیزرهای تپی صادق است. ولی در

تحلیلی که دنبال می‌شود، این جمله اضافی را که گسیل خودبه‌خود را به حساب می‌آورد، وارد نمی‌کنیم. به جای آن فرض می‌کنیم که تعداد کوچک دلخواهی از فوتون، ϕ_i ، مثلاً $\phi_i = 1$ ، درست قبل از آنکه عمل لیزر آغاز شود در کاواک حضور دارد.

اکنون می‌خواهیم رابطه صریحی برای کمیت B ، ضریب گسیل القایی به‌ازای هر فوتون، به‌ازای هر مد را که در معادلات (۱.۲.۷ الف-ب) حضور دارد، به‌دست آوریم. کاواکی به طول L را در نظر می‌گیریم که محیطی فعال به طول l و ضریب شکست n در آن قرار داده شده است. چون عجالتاً باریکه موج پیشرونده را بررسی می‌کنیم، فرض می‌کنیم که I شدت این باریکه در مکانی مفروض از کاواک و در لحظه $t = 0$ ، باشد. استفاده از استدلالی که در بخش ۲.۱ بررسی شد، شدت I' ، پس از یک گردش کامل کاواک (رفت و بازگشت)، خواهد شد:

$$I' = I \times R_1 R_2 (1 - L_i)^2 \exp(2\sigma N_2 l)$$

تک‌عبور کاواک، به‌نحوی که $(1 - L_i)^2$ تراگسیل گردش کامل کاواک است، و $\exp(2\sigma N_2 l)$ بهره‌گردش کامل محیط فعال، هستند. توجه کنید که اگر تراز بالایی لیزر واکن باشد، یا شامل زیرترازهایی باشد که به‌شدت به یکدیگر جفت شده‌اند، در اینجا باید مقدار مؤثر سطح مقطع را مطابق با بحث ارائه‌شده در بخش ۲.۲، به‌کار برد. اکنون می‌توانیم بنویسیم، $R_1 = 1 - a_1 - T_1$ و $R_2 = 1 - a_2 - T_2$ ، که T_1 و T_2 تراگسیلهای توان دو آینه و a_1 و a_2 کسر تلفات آینه‌ای متناظر با آن است، تغییر در شدت؛ $\Delta I = I' - I$ ، برای یک گردش کامل کاواک از رابطه زیر

$$\Delta I = [(1 - a_1 - T_1)(1 - a_2 - T_2)(1 - L_i)^2 \exp(2\sigma N_2 l) - 1]I \quad (3.2.7)$$

به‌دست می‌آید. اکنون فرض می‌کنیم که تلفات آینه‌ای با یکدیگر برابرند ($a_1 = a_2 = a$) و آن‌چنان کوچک‌اند که می‌توان قرارداد $(1 - a - T_1) \cong (1 - a)$ و $(1 - a - T_2) \cong (1 - a)$ ، سپس، معادله (۳.۲.۷) به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\Delta I = [(1 - T_1)(1 - T_2)(1 - a)^2 (1 - L_i)^2 \exp(2\sigma N_2 l) - 1]I \quad (4.2.7)$$

قبل از ادامه مطلب، بهتر است به معرفی کمیتهای جدید γ بپردازیم [بخش ۲.۱ را ببینید]. این کمیتهای را اتلاف لگاریتمی در هر عبور می‌نامند، [با معادلات (۴.۲.۱) مقایسه کنید]

$$\gamma_1 = -\ln(1 - T_1) \quad (5.2.7)$$

$$\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \quad (6.2.7)$$

$$\gamma_i = -[\ln(1 - a) + \ln(1 - L_i)] \quad (7.2.7)$$

همان طوری که در بخش ۲.۱، اشاره شد، γ_1 و γ_2 تلفات لگاریتمی در هر عبور به علت تراگسیل آینه‌ای، و γ_i اتلاف داخلی لگاریتمی در هر عبور هستند. ولی برای اختصار، γ_1 و γ_2 را تلفات آینه‌ای و γ_i را اتلاف داخلی می‌گوییم. اثبات شده است که نماد اتلاف لگاریتمی مناسبترین روش در معرفی تلفات لیزر، با در نظر گرفتن مشخصه‌نمایی بهره لیزر، محسوب می‌شود. توجه کنید که برای مقادیر کوچک تراگسیل، داریم $T = -\ln(1 - T) \cong T$. به همین ترتیب برای مقادیر کوچک a و L_i ، از معادله (۷.۲.۷)، خواهیم داشت $\gamma_i \cong a + L_i$ ، به طوری که کمیتهای γ واقعاً جملات اتلاف را برای کاواک معرفی می‌کنند. آشکار است که تقریبهای گذشته، فقط برای مقادیر کوچک اتلاف کاواک یا تراگسیل آینه‌ای اعتبار دارد. به عنوان مثال، اگر $T = 0.1$ بگیریم، $\gamma = 0.104$ به دست می‌آید، یعنی $\gamma \cong T$ ؛ لیکن، اگر $T = 0.5$ گرفته شود، $\gamma = 0.695$ به دست می‌آید. با کمک این نماد اتلاف لگاریتمی، می‌توانیم اتلاف کلی (لگاریتمی) در هر عبور، γ را به صورت زیر تعریف کنیم

$$\gamma = \gamma_i + \left[\frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{2} \right] \quad (8.2.7)$$

اکنون معادلات (۵.۲.۷)–(۸.۲.۷) را در معادله (۴.۲.۷) جایگزین کرده و فرض دیگر

$$(\sigma N_2 l - \gamma) \ll 1 \quad (9.2.7)$$

را به کار می‌بندیم. سپس تابع نمایی که از معادله (۴.۲.۷) حاصل شده است را می‌توانیم برحسب سری توان بسط دهیم تا رابطه زیر را به دست دهد

$$\Delta I = 2(\sigma N_2 l - \gamma) I \quad (10.2.7)$$

سپس دو طرف معادله (۱۰.۲.۷) را بر زمان Δt ، که مدت زمانی است که نور یک گردش کامل کاواکی را انجام می‌دهد، یعنی $\Delta t = 2L_e/c$ ، تقسیم می‌کنیم. L_e طول اپتیکی شدیدگراست که از

$$L_e = L + (n - 1)l \quad (11.2.7)$$

به دست می‌آید. اگر تقریب $dI/dt \cong \Delta I/\Delta t$ را نیز به کار ببریم، به دست می‌آوریم

$$\frac{dI}{dt} = \left(\frac{\sigma l c}{L_e} N_2 - \frac{\gamma c}{L_e} \right) I \quad (12.2.7)$$

چون تعداد فوتونهای ϕ کاواک با I متناسب است، مقایسه بین معادله (۱۲.۲.۷) با (۱.۲.۷) به دست می‌دهد

$$B = \frac{\sigma l c}{V_a L_e} = \frac{\sigma c}{V} \quad (۱۳.۲.۷)$$

$$\tau_c = \frac{L_e}{\gamma c} \quad (۱۴.۲.۷)$$

که

$$V = \left(\frac{L_e}{l} \right) V_a \quad (۱۵.۲.۷)$$

حجم مد در داخل کاواک لیزر را نشان می‌دهد. (قطر مد را مستقل از مختصات طولی کاواک در نظر گرفتیم.) توجه کنید که معادله (۱۴.۲.۷) تعمیم رابطه طول عمر فوتون است که در بخش ۳.۵ داده شد.

وقتی روابط صریح برای B و τ_c به دست آمد، سپس معادله (۱.۲.۷) هر دو رفتار استاتیک و دینامیک یک لیزر چهارترازی را در حوزه محدودیتها و تقریبهای قبلی توصیف می‌کند. برای آنکه نمادها را ساده کنیم، برای وارونی جمعیت $N_2 \cong N_2 - N_1 \cong N_2$ ، را می‌نویسیم. سپس از معادله (۱.۲.۷) به دست خواهیم آورد

$$\frac{dN}{dt} = R_p - B\phi N - \frac{N}{\tau} \quad (الف) \quad (۱۶.۲.۷)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(BV_a N - \frac{1}{\tau_c} \right) \phi \quad (ب) \quad (۱۶.۲.۷)$$

این معادلات، همراه با روابط B ، τ_c و V_a که به ترتیب با معادلات (۱۳.۲.۷)–(۱۵.۲.۷) داده می‌شوند، رفتار لیزر را، در هر دو مورد cw و گذرا، برای یک لیزر چهارترازی توصیف می‌کند. قبل از ادامه مطلب، بعضی تذکرات در به کار بردن معادلات (۱۶.۲.۷) را گوشزد می‌کنیم. یکی از ایرادهای اساسی را قبلاً در ابتدای موضوع مطرح کردیم، که نتایج صرفاً برای نوسان لیزری با دمش و توزیع انرژی مد یکنواخت در محیط فعال معتبر است. این نکته با اهمیت، محدودیتی جدی برای مفید بودن معادلات قبلی است. لیکن نتایجی که با استفاده از این مدل ساده به دست آمد برای درک مفاهیم اساسی رفتار لیزر بسیار مفید است. علاوه بر آن، حداقل برای رفتار cw، معادلات بسیار پیچیده‌تر وابسته به مکان نتایج نسبتاً مشابهی به دست می‌دهند که وابستگی آنها در مقایسه با مدل مستقل از مکان، بیشتر قابل درک است.

دومین ایراد مربوط به این امر است که، معادلات آهنگ صرفاً تنها برای نوسان تک‌مدی به‌کار برده می‌شود. برای n مد در حال نوسان، عموماً باید $2n$ معادله دیفرانسیلی برای دامنه و فاز میدان مدها نوشت تا بتوان جملات زنش میان مدهای مختلف را به حساب آورد. در واقع تحت شرایط مناسب قفل‌شدگی میان فازهای مد، این امر به پدیده قفل‌شدگی مد که در فصل ۸ مورد بحث قرار می‌گیرد منجر خواهد شد، که نمی‌توان آن را با مدل معادله آهنگ توصیف کرد. ولی، وقتی مدهای بسیاری با فازهای کاتوره‌ای در نوسان‌اند، در تقریب اول شدت کلی باریکه را می‌توان به صورت جمع شدتهای تمامی مدها در نظر گرفت. لذا برای یک نیمرخ یکنواخت دمش عرضی، برهم‌نهمش نیمرخهای عرضی مد نیمرخ نسبتاً یکنواختی را برای تمامی باریکه فراهم می‌کند. علاوه بر این، چگالی انرژی کل متناظر با نوسان مدهای زیاد با نقشهای متفاوت طولی، نمی‌تواند نقش موج ساکن شاخصی را به نمایش بگذارد. در این مورد می‌توان تنها با در نظر گرفتن یک معادله آهنگ برای تمامی تعداد فوتونها، ϕ ، یعنی با جمع‌زدن روی تمامی مدها، تصویر را به مقدار قابل ملاحظه‌ای ساده کرد، به این ترتیب معادله (۱۶.۲.۷) را می‌توان در یک روند تقریبی، هنوز هم به‌کار برد.

سومین ایراد از این امر ناشی می‌شود که در نوشتن، مثلاً معادله (۳.۲.۷) تلویحاً فرض کردیم که وارونی جمعیت در مدت عمل لیزر، از مختصات z طولی مستقل است. در واقع برای مقادیر بزرگ بهره لیزر، هردو انتشار مخالف باریکه‌ها بستگی شدیدی روی مختصات z و به همین ترتیب روی وارونی نشان می‌دهند. تحت چنین شرایطی، رفتار لیزر را باید براساس عبورپس‌از-عبور مورد بررسی قرار داد که ابتدا این روش را ریگراد^۱ معرفی کرد (که به تحلیل ریگراد معروف است) [۵]. در مورد cw، که معادله (۹.۲.۷) بتواند برقرار باشد، رابطه برای توان خروجی که با تحلیل ریگراد به دست آمد و آنکه با این روش بسیار ساده‌تر حاصل شد، در انطباق است، به شرط آنکه از نماد γ که در اینجا پذیرفتیم، استفاده شود. برای لیزر تپی، معادله (۹.۲.۷) تنها وقتی معتبر است که لیزر خیلی بالاتر از آستانه نرود. در غیر این صورت دیگر نمی‌توان معادله (۱۶.۲.۷) را به‌کار برد، و لذا رفتار دینامیکی لیزر باید براساس عبورپس‌از-عبور مورد تحلیل قرار گیرد، یعنی مطابق با تحلیل ریگراد [۵].

چهارمین و شاید هم جدیدترین ایراد آن است که معادله (۱۶.۲.۷) را نمی‌توان واقعاً برای خط با پهن‌شدگی ناهمگن به‌کار برد. برای آنکه این نکته را درک کنیم برای سادگی یک گذار با پهن‌شدگی ناهمگن (ولی نه پهن‌شدگی دوپلری) را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که لیزر روی یک تک‌بسامد نوسان کند. در این صورت باریکه تنها با آن کسری از جمعیت که بسامد تشدیدشان

منطبق با بسامد لیزر است برهم‌کنش خواهد داشت، و به‌ازای شدت به اندازه کافی بالا، نیمرخ بهره اشباع‌شده حفره‌ای را نشان خواهد داد که در این بسامد قرار دارد (مطابق شکل ۲۲.۲ برای یک نیمرخ جذبی). روشن است که، در این مورد، نقطه شروع تحلیل مان در تقویت باریکه، یعنی معادله (۳.۲.۷)، که N_2 کل جمعیت حالت بالایی است، از اعتبار خواهد افتاد. وضعیت برای گذار با پهن‌شدگی دوپلری ناهمگن حتی باز هم پیچیده‌تر می‌شود، که اگر لیزر در بسامد کاملاً دور از بسامد مرکزی گذار نوسان کند، باریکه‌ای که به طرف راست در حرکت است و باریکه‌ای که به طرف چپ حرکت می‌کند با مجموعه‌های متفاوتی از آنها یا مولکولها برهم‌کنش می‌کنند. کاسیرسون رفتار cw گذاری با پهن‌شدگی ناهمگن را مورد بررسی کاملی قرار داد و نشان داد نتایجی کاملاً متفاوت با نتایجی که از معادله (۱۶.۲.۷) به‌دست می‌آید، حاصل می‌شود.

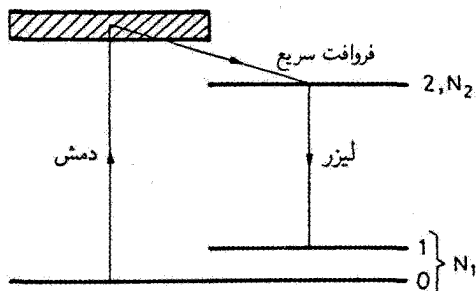
با محدودیت‌هایی که در پاراگرافهای قبل مورد بحث قرار گرفت، اکنون معادله (۱۶.۲.۷) را برای توصیف مرتبه اول رفتار لیزر، معتبر در نظر می‌گیریم. سپس باید معادله (۱۶.۲.۷) را برای موردی که می‌خواهیم بررسی کنیم تحت شرایط مناسب، حل کنیم. بنابراین برای توصیف رفتار cw لیزر، موردی که در این فصل بررسی می‌شود، مشتق زمانی طرف چپ هر دو معادله را برابر با صفر قرار می‌دهیم. برای توصیف رفتار گذرای لیزر، باید $R_p = R_p(t)$ را مشخص کنیم، و همچنین باید شرایط اولیه را نیز بدانیم. برای مثال، اگر دمش در لحظه $t = 0$ آغاز شود، شرایط اولیه عبارت‌اند از: $N(0) = 0$ و $\phi(0) = \phi_i$ ، که ϕ_i تعداد کوچکی از فوتونهای اولیه است که اثر گسیل خودبه‌خود را شبیه‌سازی می‌کند (مثلاً $\phi_i = 1$). این مورد را در فصل ۸ بررسی می‌کنیم. ولی، برای رفتار لیزر cw و گذار، هرگاه ϕ یا $\phi(t)$ معلوم باشد، محاسبه توان خروجی از یکی از آینه‌های کاواک سراسر است می‌شود. در واقع، طبق معادلات (۱۴.۲.۷) و (۸.۲.۷) می‌توانیم بنویسیم

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{\gamma_i c}{L_e} + \frac{\gamma_1 c}{2L_e} + \frac{\gamma_2 c}{2L_e} \quad (17.2.7)$$

اکنون اگر معادله (۱۷.۲.۷) را در طرف راست معادله (۱۶.۲.۷) قرار دهیم، خواهیم دید که جمله $\phi(\gamma_2 c / 2L_e)$ آهنگ اتلاف فوتون ناشی از تراگسیل از آینه ۲ را به‌دست می‌دهد. بنابراین توان خروجی از این آینه از رابطه

$$P_{out} = \left(\frac{\gamma_2 c}{2L_e} \right) (h\nu) \phi \quad (18.2.7)$$

به‌دست می‌آید. بنابراین با حل معادله (۱۶.۲.۷) نه‌تنها رفتار داخلی لیزر را محاسبه می‌کنیم، بلکه با استفاده از معادله (۱۸.۲.۷) یکی از مناسبترین پارامتر لیزری، یعنی توان خروجی را به‌دست



شکل ۲.۷ طرح لیزر شبه-سه‌ترازی.

می‌آوریم. اگر توان خروجی را بدانیم، از معادله (۱۸.۲.۷) می‌توان برای محاسبه شمار کل فوتونهای کاواک، مطابق آنچه در مثال ۱.۷ آمده است، استفاده کرد.

مثال ۱.۷ محاسبه شمار فوتونهای کاواک در لیزرهای cw نوعی. به‌عنوان مثالی با توان-پایین، ابتدا لیزر He-Ne به طول 50 cm را در نظر می‌گیریم که در $\lambda = 630\text{ nm}$ نوسان می‌کند و توان خروجی آن 10 mW است. تراکسیل آینه خروجی برای این لیزر بهره‌پایین نوعاً می‌تواند $T_2 = 1\%$ باشد، به طوری که $0.1 = -\ln(1 - T_2) = \gamma_2$. از معادله (۱۸.۲.۷) به دست می‌آید که $\phi \cong 1.06 \times 10^{16}$ فوتون در مثالی با قدرت بالاتر، یک لیزر CO_2 به قدرت 10 kW را در نظر می‌گیریم که در طول موج $10.6\text{ }\mu\text{m}$ نوسان می‌کند. طول کاواک را $L_e = 150\text{ cm}$ می‌گیریم و تراکسیل آینه خروجی این لیزر با بهره بالاتر، $T_2 = 45\%$ در نظر گرفته می‌شود. خواهیم داشت: $0.598 = -\ln(1 - T_2) = \gamma_2$ ، و از معادله (۱۸.۲.۷) $\phi \cong 0.9 \times 10^{16}$ فوتون به دست می‌آید.

۲.۲.۷ لیزر شبه سه‌ترازی

در لیزر شبه-سه‌ترازی، تراز پایینتر لیزر، تراز ۱ در شکل ۲.۷، زیرترازی از تراز پایه است و تمامی زیر ترازهای حالت پایه را فرض می‌کنیم که به شدت به یکدیگر جفت شده و لذا در ترازمند گرمایی‌اند. به همین ترتیب، تراز بالاتر لیزر، تراز ۲ در شکل ۲.۷، می‌تواند زیرترازی از یک مجموعه زیرترازهای حالت بالاتر باشد که باز هم فرض می‌شود در ترازمندی گرمایی هستند. در این مورد، N_2 و N_1 را جمعیت کل تمامی حالت پایه و زیرترازهای حالت بالاتر در نظر می‌گیریم. مجدداً فرض می‌کنیم که فروافت خیلی سریعی از تراز (یا ترازهای) دمش به زیرترازهای حالت بالایی رخ می‌دهد، به طوری که تنها باید به جمعیت N_2 و N_1 توجه کنیم (مورد شبه-سه‌ترازی ایده‌آل). اکنون ϕ را معرف

پایستترین زیرتراز حالت پایه می‌گیریم و فرض می‌کنیم که فاصله انرژی بین زیرترازهای ۱ و ۰ با kT قابل مقایسه هستند. سپس، کسری صرفنظرنشده از جمعیت حالت پایه، N_1 ، در تراز پایینی لیزر حضور دارند (بخش ۲.۷.۲ را ببینید). این امر موجب جذب فوتون لیزر خواهد شد. در ادامه بحث بخش ۲.۷.۲، معادلات آهنگ لیزر شبه-سه‌ترازی را می‌توان مشابه با مورد چهارترازی نوشت. با در نظر گرفتن اینکه اکنون علاوه بر گسیل القایی، جذب فوتونهای لیزر نیز صورت می‌گیرد، لذا می‌نویسیم

$$N_1 + N_2 = N_t \quad (الف\ ۱۹.۲.۷)$$

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right) = R_p - \phi(B_e N_2 - B_a N_1) - \left(\frac{N_2}{\tau}\right) \quad (ب\ ۱۹.۲.۷)$$

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right) = V_a \phi(B_e N_2 - B_a N_1) - \left(\frac{\phi}{\tau_c}\right) \quad (ج\ ۱۹.۲.۷)$$

که مجدداً τ طول عمر مؤثر تراز ۲ و B_e و B_a با روابط زیر داده می‌شوند [آنها را با معادله (۱۳.۲.۷) مقایسه کنید]

$$B_e = \frac{\sigma_e c}{V} \quad (الف\ ۲۰.۲.۷)$$

$$B_a = \frac{\sigma_a c}{V} \quad (ب\ ۲۰.۲.۷)$$

که σ_e و σ_a به ترتیب سطح مقطعهای مؤثرگسیل القایی و جذب هستند (بخش ۲.۷.۲ را ببینید). با جایگزینی (۲۰.۲.۷) در معادله (۱۹.۲.۷) به دست می‌آوریم:

$$N_1 + N_2 = N_t \quad (الف\ ۲۱.۲.۷)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = R_p - \frac{\sigma_e c}{V} \phi(N_2 - f N_1) - \frac{N_2}{\tau} \quad (ب\ ۲۱.۲.۷)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[\frac{V_a \sigma_e c}{V} (N_2 - f N_1) - \frac{1}{\tau_c} \right] \phi \quad (ج\ ۲۱.۲.۷)$$

که

$$f = \frac{\sigma_a}{\sigma_e} \quad (۲۲.۲.۷)$$

معادلات (۲۱.۲.۷) ب-ج نشان می‌دهند که اکنون می‌توانیم وارونی جمعیت N را به صورت

$$N = N_2 - f N_1 \quad (۲۳.۲.۷)$$

تعریف کنیم. با استفاده از جفت معادلات (۲۱.۲.۷ الف) و (۲۳.۲.۷)، می‌توانیم N_1 و N_2 را برحسب N و N_t به دست آوریم. سپس، معادلات (۲۱.۲.۷ الف-ج) را می‌توان به دو معادله با متغیرهای ϕ و N کاهش داد. پس از قدری محاسبه سرراست، به دست می‌آوریم

$$\frac{dN}{dt} = R_p(1+f) - \frac{(\sigma_e + \sigma_a)c}{V} \phi N - \frac{fN_t + N}{\tau} \quad (الف) \quad (۲۴.۲.۷)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(\frac{V_a \sigma_e c}{V} N - \frac{1}{\tau_c} \right) \phi \quad (ب) \quad (۲۴.۲.۷)$$

با توجه به چارچوب محدودیت‌هایی که برای اعتبار معادله (۱۶.۲.۷) مورد بحث قرار گرفت، معادلات (۲۴.۲.۷) رفتار استاتیکی و دینامیکی لیزر شبه سه‌ترازی را توصیف می‌کنند.^۱ در مورد رفتار گذرای لیزر، اگر دمش در لحظه $t = 0$ آغاز شود، معادلات (۲۴.۲.۷) با شرایط اولیه $N(0) = -fN_1$ و $\phi(0) = \phi_i \cong 1$ باید حل شوند. توجه کنید که معادلات آهنگ فوتون برای سیستم لیزرهای چهارترازی، (۱۶.۲.۷ ب)، و شبه سه‌ترازی، (۲۴.۲.۷ ب)، یکسان هستند. ولی معادلات آهنگ برای وارونی جمعیت قدری متفاوت‌اند. مخصوصاً، جمله مرتبط با گسیل القایی در لیزر شبه سه‌ترازی، به اندازه ضریب $(\sigma_e + \sigma_a)/\sigma_e$ بزرگتر از جمله مرتبط در لیزر چهارترازی است. برای درک این موضوع، واحد حجم $V_a = 1$ را در نظر می‌گیریم، و فرض می‌کنیم که، در مدت زمان مفروض Δt ، فوتونی با فرایند القایی در این حجم به وجود می‌آید. طبق معادله (۲۴.۲.۷ ب)، این بدان معناست که $\Delta t = 1/(\sigma_e c N \phi / V)$ است. با استفاده از این نتیجه‌گیری، سپس از معادله (۲۴.۲.۷ الف) می‌بینیم که وارونی N به مقداری برابر با $\Delta N = [(\sigma_e + \sigma_a)c N \phi / V] \Delta t = (\sigma_e + \sigma_a)/\sigma_e$ با توجه به اینکه به علت این فرایند القایی، N_2 با ۱ کاهش می‌یابد، در حالی که N_1 با ۱ افزایش می‌یابد، این موضوع را می‌توان درک کرد. طبق معادله (۲۳.۲.۷)، کاهش در N باید بزرگتر از ۱ باشد. برخلاف آن، برای لیزر چهارترازی، گسیل فوتون نشان آن است که N_2 با ۱ کاهش می‌یابد، در حالی که N_1 اساساً بدون تغییر می‌ماند (یعنی، به علت فروافت سریع $0 \rightarrow 1$ ؛ صفر است). بنابراین، در این مورد کاهش N به سادگی برابر با ۱ است. باز هم توجه داشته باشید که، همان طوری که انتظار می‌رفت، معادلات (۲۴.۲.۷) به (۱۶.۲.۷) تقلیل می‌یابند، هرگاه σ_a و از آن رو، f برابر با صفر باشد.

با توجه به محدودیت‌های روش معادله آهنگ مستقل از مکان، معادلات (۲۴.۲.۷) نتیجه آخر

۱. توجه: از آنجایی که یک لیزر شبه سه‌ترازی به صورت پیشرونده به یک لیزر سه‌ترازی خالص نزدیک می‌شود، فرض اینکه جمعیت حالت پایه در فرایند دمش تغییر جزئی پیدا می‌کند، در نهایت صادق نخواهد بود، لذا آهنگ دمش R_p را نمی‌توان ثابت گرفت.

محاسباتمان را برای یک لیزر شبه-سه‌تزاری نشان می‌دهد. برای هر دو مورد cw و گذرا، هرگاه N و ϕ با حل این معادلات با شرایط مناسب مرزی به دست آمدند، توان خروجی، مثلاً از آینه ۲، باز هم از معادله (۱۸.۲.۷) به دست خواهد آمد.

۳.۷ شرایط آستانه و توان خروجی لیزر چهارتزاری

در این بخش، شرایط آستانه و توان خروجی را برای لیزر چهارتزاری برای مورد cw ، یعنی وقتی R_p مستقل از زمان است، بررسی می‌کنیم. ابتدا به بررسی رفتار مرتبط با معادلات آهنگ مستقل از مکان که قبلاً توصیف شد، می‌پردازیم. سپس نتایجی را که از مدل وابسته به مکان پیش‌بینی می‌شود مورد بحث قرار داده و دو مدل را با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد.

۱.۳.۷ مدل مستقل از مکان

در بخش ۲.۷، معادلات آهنگ برای یک لیزر چهارتزاری را با این فرض ساده‌کننده که طول عمر تراز پایینی لیزر بسیار کوتاه است به دست آوردیم. قبل از آنکه وارد جزئیات رفتار لیزر cw تحت این شرایط شویم، شرایط لازم را برای نوسان cw ، وقتی طول عمر تراز پایینی لیزر، T_1 ، دارای مقداری متناهی است، به دست می‌آوریم. برای این کار، ابتدا مشاهده می‌کنیم که جمعیت حالت پایا در تراز ۱ البته با تعادل بین جمعیت‌هایی که به آن تراز وارد و از آن خارج می‌شوند، برقرار می‌شود. در غیاب نوسان، می‌توانیم بنویسیم $(N_1/T_1) = (N_2/T_{21})$ ، که T_{21} طول عمر گذار $1 \rightarrow 2$ است. اگر برای سادگی موردی را در نظر بگیریم که دو تراز واقعاً تک‌ترازهایی باشند که واگنی یکسان دارند، آنگاه برای اجرای عمل لیزر، لازم است $N_2 > N_1$ باشد. سپس رابطه قبلی نشان می‌دهد که

$$T_1 < T_{21} \quad (۱.۳.۷)$$

اگر این نامساوی برقرار نباشد، عمل لیزر تنها بر پایه تپی امکانپذیر خواهد بود، مشروط بر آنکه تپ دمش کوتاهتر یا قابل مقایسه با طول عمر تراز بالایی لیزر باشد. با این آغاز، عمل لیزر ادامه می‌یابد تا تعداد اتم‌هایی که در تراز پایینتر در اثر گسیل القایی جمع شده‌اند برای نابودسازی وارونی جمعیت به مقداری کافی برسند. بنابراین به این لیزرها خودپایان‌دهنده می‌گویند. از طرف دیگر، اگر معادله (۱.۳.۷) پایرجا باشد و R_p هم به اندازه کافی شدید باشد، آنگاه شرط نوسان حالت پایا در نهایت حاصل می‌شود. آنچه که در دنباله بحث خواهد آمد، این وضعیت را با فرض $T_1 \ll T_{21}$ ، به طوری که بتوان معادلات (۱۶.۲.۷) را به کار برد، مورد آزمون قرار می‌دهیم.

با بررسی شرط آستانه برای عمل لیزر، آغاز می‌کنیم. فرض کنید که در لحظه $t = 0$ ، تعداد دلخواه اندکی از فوتون ϕ_i (مثلاً $\phi_i = 1$) در کاواک به علت گسیل خودبه‌خود حضور دارد. از معادله

(۱۶.۲.۷) می‌بینیم که برای آنکه $(d\phi/dt) > 0$ باشد، باید داشته باشیم $BV_a N > 1/\tau_c$. بنابراین عمل لیزر از وقتی شروع می‌شود که وارونی جمعیت N به یک مقدار بحرانی، N_c ، برسد (بخش ۲.۱ را ببینید):

$$N_c = \left(\frac{1}{BV_a \tau_c} \right) = \left(\frac{\gamma}{\sigma l} \right) \quad (۲.۳.۷)$$

برای به‌دست‌آوردن N_c از معادلات (۱۳.۲.۷) و (۱۴.۲.۷) استفاده شده است. سپس آهنگ دمش بحرانی مرتبط با آن، R_{cp} ، از معادله (۱۶.۲.۷ الف) با قراردادن $(dN/dt) = 0$ به‌دست می‌آید، چون در حالت پایا هستیم، $N = N_c$ ، و $\phi = 0$ است. آهنگ دمش بحرانی به حالتی مربوط می‌شود که آهنگ گذارهای دمش R_{cp} با آهنگ گذار خودبه‌خود از تراز ۲، یعنی N_c/τ ، برابر باشد. بنابراین به‌دست می‌آید

$$R_{cp} = \frac{N_c}{\tau} = \left(\frac{\gamma}{\sigma l \tau} \right) \quad (۳.۳.۷)$$

که از معادله (۲.۳.۷) استفاده کرده‌ایم.

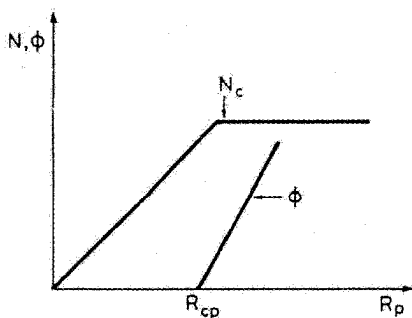
اگر $R_p > R_{cp}$ باشد، شمار فوتون ϕ از مقدار اولیه‌ای که با گسیل خودبه‌خود تعیین می‌شود، روبه افزایش می‌رود، و اگر R_p مستقل از زمان باشد، ϕ در نهایت به مقدار حالت پایای ϕ_0 می‌رسد. این مقدار و مقدار حالت پایای متناظر، N_0 ، برای وارونی، از معادله (۱۶.۲.۷) با قراردادن $(dN/dt) = (d\phi/dt) = 0$ و برابر است با

$$N_0 = \left(\frac{1}{BV_a \tau_c} \right) = \left(\frac{\gamma}{\sigma l} \right) \quad (الف ۴.۳.۷)$$

$$\phi_0 = V_a \tau_c \left[R_p - \left(\frac{N_0}{\tau} \right) \right] \quad (ب ۴.۳.۷)$$

توجه کنید که برای به‌دست آوردن معادله (۴.۳.۷) از معادلات (الف ۴.۳.۷)، (ب ۴.۳.۷)، و (۱۴.۲.۷)، استفاده کرده‌ایم.

معادلات (۴.۳.۷) رفتار پیوسته‌موج یک لیزر چهارترازی را توصیف می‌کند. اکنون این معادلات را با جزئیات بیشتری مورد آزمون قرار می‌دهیم. با مقایسه معادلات (الف ۴.۳.۷) و (ب ۴.۳.۷) ابتدا می‌بینیم که، حتی وقتی $R_p > R_{cp}$ است، داریم $N_0 = N_c$ ، یعنی، وارونی حالت پایا همواره با وارونی بحرانی یا آستانه برابر است. برای اینکه از این نتیجه‌گیری درک بهتری داشته باشیم، در شکل ۳.۷ نمودارهای N و ϕ برحسب آهنگ دمش R_p ، نشان داده شده است. وقتی $R_p < R_{cp}$ است، داریم $\phi = 0$ ، و وارونی N به‌طور خطی با R_p افزایش می‌یابد. وقتی $R_p = R_{cp}$



شکل ۳.۷ رفتار کیفی وارونی جمعیت N و تعداد کل فوتونهای کاواک ϕ برحسب تابعی از آهنگ دمش R_p .

است، آشکارا داریم $N = N_c$ و $\phi = 0$. اکنون اگر R_p به بالای R_{cp} افزایش یابد، معادله (۴.۳.۷) نشان می‌دهد که در حالی که N_0 در وارونی بحرانی ثابت می‌ماند، ϕ به طور خطی با R_p افزایش می‌یابد. به بیان دیگر، در زیر آستانه، آهنگ دمش، وارونی (یعنی، انرژی ذخیره شده در ماده) را افزایش می‌دهد، در حالی که در بالای آستانه، آهنگ دمش، تعداد فوتونها (یعنی، موج الکترومغناطیسی ذخیره شده در کاواک) را افزایش می‌دهد.

اکنون معادله (۴.۳.۷) را کمی ساده‌تر می‌نویسیم. با قراردادن $(N_0/\tau) = (N_c/\tau) = R_{cp}$ به خارج از گروه، داریم

$$\phi_0 = (V_a N_0) \frac{\tau_c}{\tau} (x - 1) \quad (5.3.7)$$

که

$$x = \frac{R_p}{R_{cp}} \quad (6.3.7)$$

مقدار افزایش آهنگ دمش از آهنگ دمش آستانه است. اکنون می‌بینیم که برای هردو دمش اپتیکی و الکتریکی، می‌توانیم بنویسیم

$$x = \frac{P_p}{P_{th}} \quad (7.3.7)$$

که P_p توان دمش و P_{th} مقدار آستانه آن است. با قراردادن (۷.۳.۷) و (۴.۳.۷ الف) در معادله (۵.۳.۷)، این معادله را می‌توان به شکلی مفیدتر تبدیل کرد

$$\phi_0 = \frac{A_b \gamma \tau_c}{\sigma \tau} \left(\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right) \quad (8.3.7)$$

که $A_b = (V_a/l)$ مساحت سطح مقطعی مُد (سطح مُد) است، که فرض می‌شود کوچکتر از یا برابر با مساحت سطح مقطعی $A = (V/l)$ محیط فعال باشد.

اکنون برای محاسبه توان خروجی موضوع را ادامه می‌دهیم. از معادلات (۱۸.۲.۷) و (۸.۳.۷) به دست می‌آوریم

$$P_{out} = (A_b I_s) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right) \quad (9.3.7)$$

که $I_s = h\nu/\sigma\tau$ شدت اشباع برای یک سیستم چهارترازی است [معادله (۲۴.۸.۲) را ببینید]. اگر آینه ۱ بازتابان کامل باشد، این رابطه با رابطه دیگر او که با استفاده از عبور-پس از-عبور به دست آمد، در توافق است [۵]. از آنجایی که ترسیم P_{out} بر حسب P_p خط مستقیمی را به دست می‌دهد که محور P_p را در $P_p = P_{th}$ قطع می‌کند، می‌توانیم بازدهی شیب لیزر را به صورت

$$\eta_s = \frac{dP_{out}}{dP_p} \quad (10.3.7)$$

تعریف کنیم، که η_s برای یک آرایش مفروض لیزری ثابت است. با کمک روابط قبل و رابطه‌ای که در فصل ۶ محاسبه شد، می‌توانیم رابطه‌ای مفید و آموزنده برای η_s به دست آوریم. ابتدا، با قراردادن P_{out} از معادله (۹.۳.۷) در معادله (۱۰.۳.۷)، می‌نویسیم

$$\eta_s = \frac{A_b h\nu}{\sigma\tau} \frac{\gamma_2}{2} \frac{1}{P_{th}} \quad (11.3.7)$$

سپس با قراردادن معادله (۶.۲.۶) یا معادله (۲۶.۴.۶) در معادله (۳.۳.۷)، برای هر دو دم‌ش لامپی و الکترونیکی، به دست می‌آوریم

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \left(\frac{h\nu_{mp}}{\tau} \right) \left(\frac{A}{\sigma} \right) \quad (12.3.7)$$

و یادآور می‌شویم که ν_{mp} اختلاف بسامدی بین تراز بالایی و تراز پایه لیزر و A مساحت محیط فعال است. با قراردادن معادله (۱۲.۳.۷) در (۱۱.۳.۷) به دست می‌آوریم

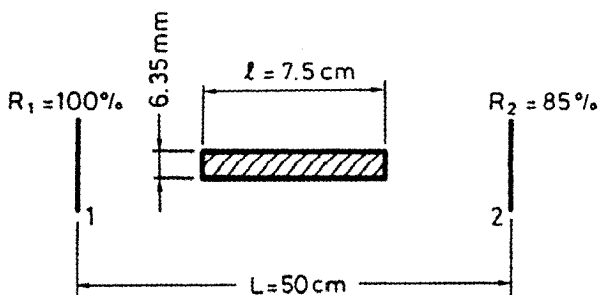
$$\eta_s = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) \left(\frac{h\nu}{h\nu_{mp}} \right) \left(\frac{A_b}{A} \right) \quad (13.3.7)$$

سپس، می‌توان نوشت

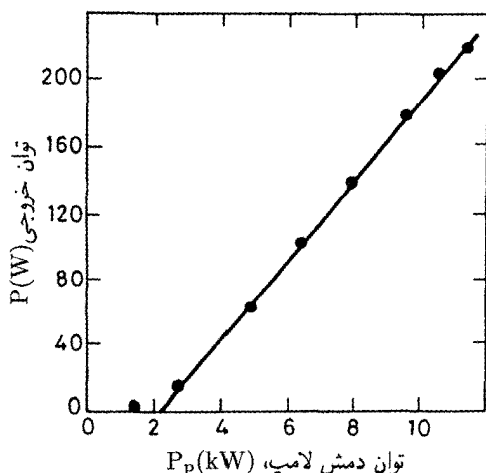
$$\eta_s = \eta_p \eta_c \eta_q \eta_t \quad (14.3.7)$$

که: (الف) η_p بازدهی دمش است. (ب) جمله $\gamma_2/\gamma_1 = \eta_c$ بخشی از فوتونهای ایجادشده را نشان می‌دهد که از کاواک خارج می‌شوند (یعنی، بازدهی جفت‌شدگی خروجی را نشان می‌دهد). توجه کنید که η_c همواره از واحد کوچکتر است، و وقتی $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ شود برابر با واحد است. (ج) جمله $\eta_q = h\nu/h\nu_{mp}$ بخشی از انرژی دمش کمینه را که به انرژی لیزر منتقل می‌شود به دست می‌دهد (یعنی، بازدهی کوانتومی لیزر را نشان می‌دهد). (د) جمله $\eta_t = A_b/A$ بخشی از سطح مقطع محیط فعال را که توسط سطح مقطع باریکه مورد استفاده قرار می‌گیرد را به دست می‌دهد، به این، عامل بهره‌وری عرضی محیط فعال یا بازدهی عرضی می‌گویند.

مثال ۲.۷ رفتار پیوسته موج (CW) لیزر با توان بالای Nd:YAG دمیده شده لامپی. سیستم لیزر شکل ۴.۷ را در نظر می‌گیریم، که میله Nd:YAG به قطر ۶٫۳۵ mm و به طول ۷٫۵ cm و با غلظت یونهای فعال Nd ۱٪ است و در یک محفظه بیضوی دمش، توسط یک لامپ Kr فشار بالا دمیده می‌شود. کاواک لیزری شامل دو آینه تخت است که به فاصله ۵۰ cm از یکدیگر قرار دارند. بازتابندگی یک آینه $R_1 = 100\%$ است، در حالی که بازتابندگی آینه خروجی $R_2 = 85\%$ است. منحنی نمونه‌ای توان خروجی P_{out} از آینه ۲ (در عملکرد چند مدی) برحسب توان دمش الکتریکی P_p که به لامپ Kr داده می‌شود در شکل ۵.۷ نشان داده شده است [۷]. توجه کنید که با یک لیزر Nd:YAG پیوسته موج با توان بالای منطقی، با توان خروجی که از ۲۰۰ W تجاوز می‌کند، سروکار داریم. می‌بینیم که، چون لیزر روی مدهای عرضی و طولی زیادی نوسان می‌کند، طبق بحث بخش ۱.۲.۷، مقایسه نتایج تجربی با پیش‌بینیهای نظری با استفاده از معادلات آهنگ مستقل از مکان قبلی، منطقی به نظر می‌رسد. در واقع، بجز برای توانهای ورودی درست در بالای آستانه، نقاط تجربی در شکل ۵.۷، یک رابطه خطی بین توانهای خروجی و ورودی را طبق پیش‌بینی معادله (۹.۳.۷)، نشان می‌دهد. از قسمت خطی منحنی، آستانه برون‌یابی شده



شکل ۴.۷ آرایش کاواک ممکن برای لیزر Nd:YAG پیوسته موج با دمش لامپی.



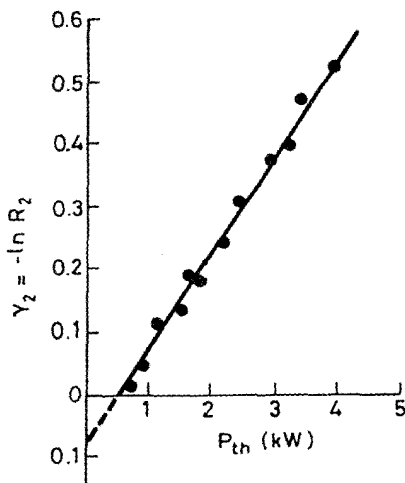
شکل ۵.۷ توان خروجی برحسب توان ورودی لامپ برای لیزر Nd:YAG بر قدرت [۷].

به دست می‌آید. در بالای آستانه، رابطهٔ توان خروجی برحسب توان ورودی را می‌توان با معادله

$$P_{out} = 53 \left[\left(\frac{P_p}{P_{th}} \right) - 1 \right] \quad (15.3.7)$$

برازش نمود. که P_{out} برحسب وات بیان می‌شود. بازدهی شیب به‌سادگی از معادله (۱۵.۳.۷) به‌صورت $\eta_s = (dP_{out}/dP_p) = 53/P_{th} = 2.4\%$ می‌آید. معادله (۱۵.۳.۷) را می‌توان با معادله (۹.۳.۷) مقایسه کرد، با در نظر گرفتن آنکه مطابق بحث مثال ۱۰.۲، مقادیر مؤثر سطح مقطع و طول عمر تراز بالایی در گذار $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ در Nd:YAG را به‌ترتیب $\sigma = 2.8 \times 10^{-19} \text{cm}^2$ و $\tau = 230 \mu\text{s}$ می‌گیریم. انرژی فوتون در این طول موج از $h\nu = 3.973 \times 10^{-19} \times (0.5/1.06) = 1.87 \times 10^{-19} \text{J}$ تا $3.973 \times 10^{-19} \text{J}$ انرژی فوتون با طول موج $0.5 \mu\text{m}$ است [پیوست الف (تابهای فیزیکی) را ببینید]. سپس مقدار شدت اشباع را از $I_s = h\nu/\sigma\tau = 2.9 \text{ kW/cm}^2$ به دست می‌آوریم. اکنون $R_2 = (1 - a_2 - T_2) \cong (1 - T_2)$ چون برای یک آینه با پوشش چندلایه‌ای خوب، جذب، a_2 ممکن است کمتر از ۱ درصد باشد. سپس، $\gamma_2 = -\ln R_2 = 0.162$. مقایسهٔ معادلات (۱۵.۳.۷) و (۹.۳.۷)، به دست می‌دهد که $A_0 \cong 0.23 \text{ cm}^2$ ، که باید با مساحت سطح مقطعی میلهٔ 0.317 cm^2 مقایسه شود.

برای مقایسهٔ بازدهی شیب اندازه‌گیری شده و آستانهٔ برون‌یابی شده با مقادیری که با محاسبه



شکل ۶.۷ توان دمش آستانه برحسب تابعی از بازتابندگی آینه [۸].

پیش‌بینی شده است، باید γ را بدانیم، یعنی γ_i . چون $\gamma_1 = 0$ است، معادله (۱۲.۳.۷) را با کمک (۸.۲.۷) می‌توان به صورت:

$$\frac{-\ln R_2}{2} + \gamma_i = \eta_p \left(\frac{\sigma}{A} \right) \left(\frac{P_{th} \tau}{h\nu_{mp}} \right) \quad (16.3.7)$$

مرتب کرد. بنابراین اگر برای بازتابندگیهای متفاوت آینه، برای توان دمش آستانه چند آزمایش انجام گیرد، رسم $\gamma_2 = -\ln R_2$ برحسب P_{th} باید خط مستقیمی را به دست دهد. در واقع همان طوری که در شکل ۶.۷ نشان داده شده است، این امر به صورت تجربی به دست آمده است. تقاطع این خط مستقیم با محور γ_2 ، طبق معادله (۱۶.۳.۷)، مقدار تلفات داخلی را به دست می‌دهد (تحلیل فایندلی و کیلی [۹]). سپس از شکل ۶.۷ به دست می‌آوریم $\gamma_i \cong 0.38$ ، که کل اتلاف $12 \cong \gamma = (\gamma_2/2) + \gamma_i$ را به دست می‌دهد.

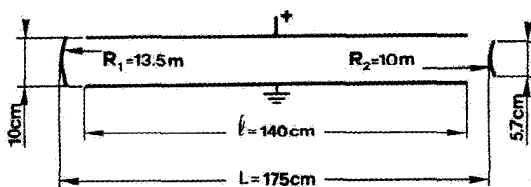
با دانستن کل تلفات، می‌توانیم با استفاده از معادله (۱۴.۳.۷)، بازدهی شیب اندازه‌گیری شده با $\eta_s = 24\%$ را با پیش‌بینیهای نظری مقایسه کنیم. η_c را برابر با $68 \cong \eta_c = \gamma_2/2\gamma$ همچنین η_q را برابر $89 \cong \eta_q = \lambda_{mp}/\lambda$ می‌گیریم، که $\lambda_{mp} = 94 \mu\text{m}$ طول موج متناظر با گذار از تراز بالایی به تراز پایه (شکل ۱۵.۲ را ببینید) در لیزر Nd:YAG است؛ طبق محاسبه قبلی، همچنین η_t را برابر با $72 \cong \eta_t = A_b/A$ می‌گیریم. از معادله (۱۴.۳.۷) به دست می‌آوریم که $\eta_p = 5.5\%$ که برای بازدهی دمش برای دمش با لامپ Kr، مقداری منطقی به نظر می‌رسد

(جدول ۱.۶ را نیز ببینید). با در نظر گرفتن $h\nu_{mp} \cong 2.11 \times 10^{-19} \text{ J}$ مقدار پیش‌بینی شده P_{th} را به سادگی می‌توان از معادله (۱۲.۳.۷) به دست آورد، و مقدار $P_{th} \cong 2.26 \text{ kW}$ را به دست می‌آوریم که با نتایج تجربی به خوبی در توافق است. دانستن سطح مقطعهای کلی، محاسبه وارونی آستانه را ممکن خواهد ساخت. از معادله (۲.۳.۷) می‌یابیم که $N_c \cong 5.7 \times 10^{16} \text{ یون/cm}^3$. با ۱٪ آلایدگی اتمی، غلظت کل Nd، می‌شود $N_t = 1.38 \times 10^{20} \text{ یون/cm}^3$. بنابراین $N_c/N_t = 4.1 \times 10^{-4}$ ، که نشان می‌دهد که وارونی جمعیت کسر کوچکی از جمعیت کل است.

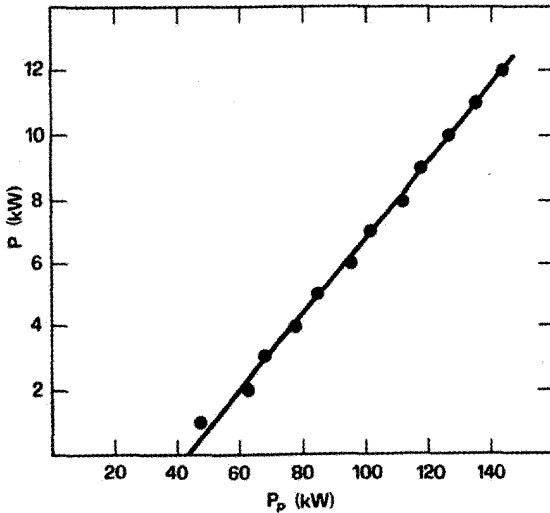
مثال ۳.۷ رفتار یک لیزر پر قدرت CO_2 پیوسته موج. سیستم لیزری که به صورت طرحوار در شکل ۷.۷ نشان داده شده است را در نظر می‌گیریم، که از یک تشدیدگر ناپایدار شاخه مثبت، برای به دست آوردن حجم مد بزرگ و از آن رو مقادیر بالای توان خروجی، استفاده شده است. طول تشدیدگر $L = 175 \text{ cm}$ است، در حالی که طول محیط فعال $l = 140 \text{ cm}$ است. محیط فعال شامل مخلوط گاز $\text{He} : \text{N}_2 : \text{CO}_2$ با نسبت جزئی فشار ۱:۱:۸، و فشار کل 10^0 Torr است. به منظور سردسازی، مخلوط گاز در جهت عمود بر محور تشدیدگر جریان می‌یابد. برانگیزش گاز با تخلیه الکتریکی dc بین دو الکترود، همان طوری که به صورت طرحوار در شکل نشان داده شده است، فراهم می‌شود [تخلیه عرضی، همچنین به شکل ۱۸.۶ (ب) مراجعه شود]. داده‌های عملکرد نوعی برای توان خروجی P_{out} برحسب توان دمش الکتریکی ورودی P_p در شکل ۸.۷ نشان داده شده است. نقاط مربوط به داده‌ها را می‌توان با معادله

$$P_{out} = 6.66 \left[\left(\frac{P_p}{P_{th}} \right) - 1 \right] \quad (17.3.7)$$

برازش داد، که P_{out} برحسب کیلووات و P_{th} توان دمش آستانه برون‌یابی شده ($P_{th} \cong 44 \text{ kW}$) است. توجه کنید که در اینجا با یک لیزر CO_2 با توان بالایی سروکار داریم که توان خروجی آن از



شکل ۷.۷ آرایش ممکن کاواک برای یک لیزر CO_2 پیوسته موج پر قدرت.



شکل ۸.۷ توان خروجی P برحسب توان الکتریکی تخلیه، P_p ، برای یک لیزر پیوسته موج (cw) بر قدرت.

۱۰ kW تجاوز می‌کند.

در فشار 10^5 Torr، خط لیزر CO_2 عمدتاً توسط برخوردها پهن می‌شود. با فرض آنکه دمای گاز $T = 400 \text{ K}$ است، به دست می‌آوریم $\Delta\nu_c \cong 43 \text{ MHz}$ (مثال ۳.۳ را ببینید)، در حالی که پهن‌شدگی دوپلری 50 MHz \sim است (مثال ۳.۲ را ببینید). برای طول کاواک داده شده، فاصله بسامدی بین مدهای طولی متوالی برابر با 107 MHz $= c/2L = \Delta\nu$ است، و انتظار داریم خیلی بالاتر از آستانه چند مد طولی نوسان کنند. علاوه بر آن، انتظار می‌رود چند مد عرضی نیز دارای نوسان باشند. در واقع عدد فرنل معادل (بخش ۲.۶.۵ را ببینید) در این مورد نسبتاً بزرگ است ($N_{eq} = 7.4$)، به طوری که انتظار می‌رود چند مد عرضی تلفات قابل مقایسه با هم داشته باشند (شکل ۲۱.۵ را نیز ببینید). در نتیجه باید نیمرخ عرضی باریکه نسبتاً یکنواخت باشد. بنابراین با شرایطی سروکار داریم که روش معادله آهنگ قبلی تقریب منطقی را فراهم می‌سازد، و چون لیزر CO_2 براساس الگوی چهارترازی عمل می‌کند معادله (۱۷.۳.۷) را می‌توان با معادله (۹.۳.۷) مقایسه کرد. برای این منظور باید تراگیسیل T_2 آینه خروجی را بدانیم. از آنجایی که فرض می‌کنیم نیمرخ باریکه عرضی تقریباً یکنواخت است، از تقریب اپتیک هندسی استفاده خواهیم کرد. بنابراین T_2 ، که برابر با اتلاف رفت و بازگشت تشدیدگر ناپایدار است، با رابطه $r_{45} = (M^2 - 1)/M^2$ داده T_2 می‌شود [معادله (۵.۶.۵) را ببینید]. در رابطه اخیر M عامل بزرگنمایی رفت و بازگشت تشدیدگر است و از $M = R_1/|R_2| = 1.35$ به دست می‌آید، که R_2 شعاعهای انحنای دو آینه هستند

$R_2 < 0$ است، چون آینه ۲ آینه‌کاو (مقعر) است]. مقایسه معادلات (۱۷.۳.۷) و (۹.۳.۷) و استفاده از $r_2 = -\ln(1 - T_2) \cong 0.07$ ، به دست می‌دهد $AbI_s = 22.3 \text{ kW}$. قطر باریکه در کاواک لیزر $D = 2Ma_2 \cong 7.6 \text{ cm}$ است، که $2a_2 = 5.7 \text{ cm}$ قطر آینه خروجی (جفت شدگی خروجی) است [شکل ۱۸.۵ (ب) و ۷.۷ را نیز ببینید]. بنابراین به دست می‌آوریم $Ab = \pi D^2/4 \cong 45 \text{ cm}^2$ و $I_s \cong 500 \text{ W/cm}^2$ از این نوع توافق است [۱۱].

اکنون از داده‌های شکل ۸.۷ می‌توانیم ضریب بهره g اشباع نشده (یعنی، وقتی از عمل لیزر ممانعت می‌شود) مورد انتظار برای محیط لیزری با توان ورودی $P \cong 140 \text{ kW}$ را برآورد کنیم. در واقع داریم

$$g = N_2 \sigma = \frac{P_p}{P_{th}} N_2 \sigma = \frac{P_p \gamma}{P_{th} l} \quad (18.3.7)$$

N_2 و $N_2 \sigma$ جمعیت‌های اشباع نشده حالت بالایی به ترتیب در $P_p = 140 \text{ kW}$ و $P_p = P_{th}$ هستند. دقت کنید که معادله (۴.۳.۷ الف) برای $N_2 \sigma$ مورد استفاده قرار گرفت، به گونه‌ای که ضریب بهره اشباع شده $g_0 = N_2 \sigma$ از $g_0 = \gamma/l$ به دست می‌آید. برای محاسبه g_0 ، باید اتلاف تک عبور کاواک γ ، را بدانیم. فرض می‌کنیم که جذب آینه‌ای و تلفات پراکندگی ۲٪ است. در واقع، برای این نوسان لیزر پر قدرت در طول موج $6\mu\text{m}$ ، از آینه‌های مسی صیقل شده که با آب خنک می‌شوند استفاده می‌شود، که نسبت به آینه‌های با پوشش دی‌الکتریکی چندلایه‌ای تلفات زیادتری دارند. بنابراین داریم $\gamma \cong 0.02$ ؛ چون $\gamma_1 = 0$ و $\gamma_2 = 0.06$ است، به دست می‌آوریم $\gamma \cong 0.032$. با قراردادن این مقدار اخیر در معادله (۱۸.۳.۷)، به دست می‌آید $g_0 = 6.3 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$. ضریب بهره اشباع شده را می‌توان به آسانی و به‌طور تجربی با اندازه‌گیری ضریب بهره محیط لیزر، وقتی هردو آینه حذف می‌شوند، به دست آورد. مقادیر اندازه‌گیری شده ضریب بهره برای این نوع لیزر با مقادیری که در اینجا محاسبه شد در توافق نسبتاً خوبی است [۱۲].

اکنون مقدار تجربی بازدهی شیب در شکل ۸.۷ را با پیش‌بینی‌های نظری مقایسه خواهیم کرد. فرض می‌کنیم $\eta_p \cong 0.08$ (به شکل ۲۷.۶ مراجعه شود)، $\eta_c = \gamma_2/2\gamma = 0.94$ ، $\eta_t \cong 1$ و $\eta_q = h\nu/h\nu_{mp} = 0.4$ است (فصل ۱۰ را برای ترازهای انرژی لیزر CO_2 ببینید). از معادله (۱۴.۳.۷) به دست می‌آوریم $\eta_s = 0.03$ ، که به مقدار قابل ملاحظه‌ای بیشتر از مقدار تجربی است که از شکل ۸.۷ به دست می‌آید ($\eta_s \cong 0.21$). این تفاوت حداقل دو علت متمایز دارد: (۱) عامل بهره‌وری عرضی η_t می‌تواند از واحد خیلی کوچکتر باشد. شاید برحسب اتفاق، همین مقدار η_t را که در مسئله قبل به دست آوردیم، $\eta_t = 0.73$ ، مورد استفاده قرار دهیم، نتیجه نظری

تقریباً درست با نتیجه تجربی در توافق خواهد بود. (۲) داده‌ها در شکل ۸.۷ به یک سیستم دوره‌ای-بسته جزئی اشاره دارد، و در این مورد، محصولات ناشی از تخلیه الکتریکی (اکثراً CO و O_۲) قطعاً در مخلوط گاز حضور پیدا می‌کنند، لذا موجب می‌شوند تا بازدهی دمش به زیر مقدار نظری ۸۰٪ کاهش یابد. در واقع باید گفت که در عمل بازدهیهای شیب بزرگتر از ۲۰٪، به ندرت برای هر نوع لیزر CO_۲ دیده شده است. این بحث، درک ما را از اینکه چگونه بازدهی شیب، از مقدار حد بالایی که بازدهی کوانتومی ($\eta_q = 40\%$) تعیین می‌کند، بازهم کاهش می‌یابد، روشن خواهد ساخت.

۲.۳.۷ مدل وابسته به مکان

اکنون موردی را بررسی می‌کنیم که هم مد توزیع و هم آهنگ دمش وابسته به مکان هستند. در این مورد، وارونی نیز به مکان وابسته خواهد بود، به طوری که معادلات آهنگ پیچیده‌تر می‌شوند. بنابراین خود را محدود به مناسبترین نتایج می‌کنیم و برای جزئیات روشن، خواننده را به پیوسته ه ارجاع می‌دهیم. فرض می‌کنیم تقارن استوانه‌ای است و u دامنه میدان یک مد مفروض به مقدار قله‌اش بهنجار شده است. برای سادگی u را مستقل از مختصات طولی z در طول تشدیدگر در نظر می‌گیریم، در حالی که عموماً آهنگ دمش وابسته به هر دو مختصات شعاعی و طولی در نظر گرفته می‌شود، یعنی $R_n = R_p(r, z)$.

تا آنجا که به شرایط آستانه مربوط می‌شود، پیوسته ه نشان می‌دهد که معادله (۲.۳.۷) برای مقدار میانگین N هنوز برقرار است، یعنی

$$\langle N \rangle_c = \left(\frac{\gamma}{\sigma l} \right) \quad (19.3.7)$$

که میانگین‌گیری روی مربع دامنه توزیع میدان انجام شده است، یعنی

$$\langle N \rangle = \frac{\int_a N |u|^2 dV}{\int_a |u|^2 dV} \quad (20.3.7)$$

[معادله (۱۷.۳.۶) را نیز ببینید]، و انتگرالها روی حجم محیط فعال گرفته شده‌اند. در هر نقطه از محیط فعال، در زیر یا روی آستانه، باید یک ترازمندی، بین تعداد اتمها که با فرایند دمش بالا رفته‌اند و آنهایی که به صورت خودبه‌خود فرو می‌افتند، برقرار باشد، یعنی، $R_p(r, z) = N(r, z)/\tau$. پس در آستانه، خواهیم داشت

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{\langle N \rangle_c}{\tau} = \frac{\gamma}{\sigma l \pi} \quad (21.3.7)$$

که $\langle R_p \rangle$ میانگین $R_p(r, z)$ روی مربع دامنه توزیع میدان است [معادله (۸.۳.۶) را ببینید] و نیز از معادله (۱۹.۳.۷) استفاده شده است.

در بالای آستانه، از شرط $d\phi/dt = 0$ و از پیوست ه می‌یابیم که میانگین بهره باید با کل تلفات برابر باشد، یعنی

$$\sigma l \langle N \rangle_0 = \gamma = \sigma l \langle N \rangle_c \quad (22.3.7)$$

بنابراین، طبق معادله (۲۲.۳.۷)، وقتی از آستانه تجاوز شود، این مقدار میانگین وارونی $\langle N \rangle_0$ است که واقعاً در مقدار آستانه‌اش می‌ماند (شکل ۳.۷ را ببینید).

برای محاسبه توان دمش آستانه P_{th} و توان خروجی P_{out} ، باید تغییر فضایی هر دوی $|u|^2$ و R_p را مشخص کنیم. فرض می‌کنیم که نوسان روی مد TEM_{۰۰} برقرار است و

$$|u|^2 = \exp \left[- \left(\frac{r^2}{w_0^2} \right) \right] \quad (23.3.7)$$

در نظر گرفته می‌شود. این بدان معناست که: (۱) اندازه لکه مستقل از z است و برابر است با اندازه لکه w_0 روی کمر باریکه. (۲) نقش موج ساکن مد نادیده گرفته می‌شود [برای مقایسه معادله (۹.۳.۶) را ببینید]. با در نظر گرفتن $R_p(r, z)$ ، دو مورد مجزا را در نظر می‌گیریم: (۱) دمش یکنواخت یعنی، $R_p = \text{const}$. (۲) توزیع دمش گاوسی مناسب برای دمش طولی، مثلاً توسط لیزرهای دیودی. در این مورد $R_p = C \exp[-2(r^2/w_p^2)] \exp[-(\alpha z)]$ در نظر گرفته می‌شود، که C ثابتی است که با کل توان دمش ورودی متناسب است [معادله (۷.۳.۶) را ببینید]. ابتدا دمش یکنواخت را که توسط دمش الکتریکی یا لامپی فراهم می‌شود در نظر می‌گیریم. سپس از هریک از معادلات (۶.۲.۶) یا (۲۴.۴.۶) به دست می‌آوریم

$$R_p = \eta_p \frac{P_p}{\pi a^2 l h \nu_{mp}} \quad (24.3.7)$$

که محیط استوانه‌ای با شعاع a در نظر گرفته شده است. اکنون هندسه میله غلاف‌دار (بخش ۳.۳.۶ را ببینید) را در نظر می‌گیریم، که فرض می‌کنیم نمونه‌های فعال به ناحیه مرکزی میله، $0 \leq r \leq a$ ، محدود شده‌اند، در حالی که میله برای $r > 0$ غیرآلاییده است. در این مورد، در اثر گشودگی متناهی محیط، نیازی نیست اثرات ناشی از بریده شدن باریکه را مد نظر قرار دهیم. بنابراین می‌توان معادله (۲۳.۳.۷) را برای $0 \leq r \leq \infty$ معتبر دانست، در حالی که برای $0 \leq r \leq a$ داریم $R_p = \text{const}$. و برای $r > 0$ ، $R_p = 0$ است. با قراردادن معادله

(۲۴.۳.۷) در معادله (۲۱.۳.۷) و سپس با استفاده از معادله (۲۳.۳.۷) به محاسبه مقدار میانگین R_p می‌پردازیم. از این طریق به رابطه‌ای برای P_{th} که همان معادله (۲۲.۳.۶) است می‌رسیم به شرط آنکه η_p جایگزین η_{pl} شود. سپس مطابق بحث پیوست ه، محاسبه توان خروجی حاصل می‌شود؛ حال خود را به ذکر و بحث نتایج نهایی محدود می‌کنیم. توان دمش بهنجارشده x را به صورت

$$x = \frac{P_p}{P_{mth}} \quad (25.3.7)$$

تعریف می‌کنیم، که P_{mth} آستانه کمینه‌ای است که وقتی $a \ll w_0$ است، رخ می‌دهد؛ و طبق معادله (۲۲.۳.۶) از رابطه

$$P_{mth} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_{mp}}{\tau} \right) \left(\frac{\pi a^2}{\sigma_e} \right) \quad (26.3.7)$$

به دست می‌آید. همچنین، مقدار بهنجارشده توان خروجی y را به صورت

$$y = \frac{P_{out}}{P_s} \quad (27.3.7)$$

تعریف می‌کنیم، که P_s توان اشباع نشده است و از

$$P_s = \frac{\gamma_2 \pi w_0^2}{2} I_s \quad (28.3.7)$$

به دست می‌آید. سپس رابطه حاصل بین x و y از

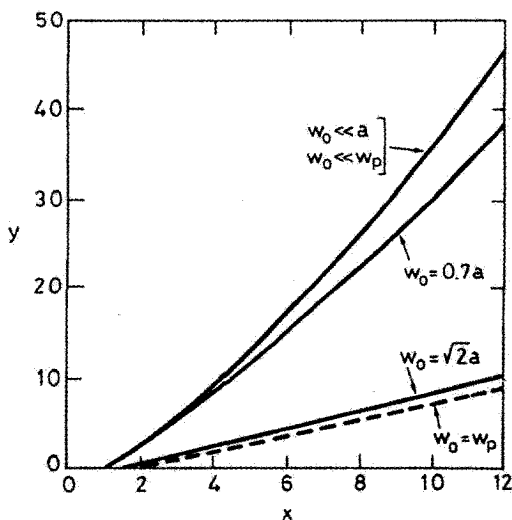
$$x = \frac{y}{\ln[(1+y)/(1+\beta y)]} \quad (29.3.7)$$

به دست می‌آید، که

$$\beta = \exp \left[\left(\frac{2a^2}{w_0^2} \right) \right] \quad (30.3.7)$$

می‌بینیم که رابطه بین توان خروجی بهنجارشده y و مقداری که بدان وسیله آستانه از x تجاوز می‌کند، پیچیده است و با رابطه ساده‌ای که توسط معادلات آهنگ وابسته به مکان پیش‌بینی شده است کاملاً تفاوت دارد [معادله (۹.۳.۷) را ببینید].^۱ برای مقایسه شکل ۹.۷ نمودارهای توان

۱. اگر در معادله (۹.۳.۷)، $P_s = A_b I_s \gamma_2 / 2$ بگیریم، این معادله به سادگی $y = (x - 1)$ را به دست می‌دهد، که y و x بازهم از معادلات (۲۷.۳.۷) و (۲۵.۳.۷) به دست می‌آیند.



شکل ۹.۷ توان خروجی بهنجارشده y برحسب توان دمش بهنجارشده x برای لیزری که روی مد TEM_0 نوسان می‌کند. منحنیهای پیوسته معرف دمش یکنواخت در میله‌ای به شعاع a با مقادیر مختلف اندازه لکه w_0 مد هستند. منحنی خط‌چین معرف توزیع گاوسی نور دمش با اندازه لکه w_p است به نحوی که $w_0 = w_p$.

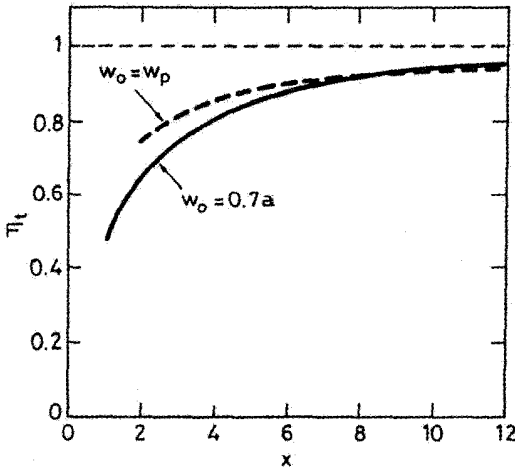
خروجی بهنجارشده y (منحنیهای پیوسته) را برحسب توان دمش بهنجارشده x ، برای $w_0 \ll a$ و $w_0 = \sqrt{2}a$ ، $w_0 = 0.7a$ نشان می‌دهد. باید توجه کنیم که رابطه بین x و y دیگر خطی نیست و مشتق dy/dx با x افزایش می‌یابد. برای درک این رفتار، مناسب است که به محاسبه بازدهی شیب به صورت

$$\eta_s = \frac{dP_{out}}{dP_p} = \left(\frac{P_s}{P_{mth}} \right) \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

بپردازیم، که از معادلات (۲۵.۳.۷) و (۲۷.۳.۷) استفاده شده است. با کمک معادلات (۲۶.۳.۷) و (۲۸.۳.۷)، می‌بینیم که η_s را می‌توان به صورت معادله (۱۴.۳.۷)، با در نظر گرفتن $\eta_q = h\nu/h\nu_{mp}$ بیان کرد مشروط بر آنکه بازدهی عرضی را اکنون به صورت

$$\eta_t = \left[\frac{(\pi w_0^2 / 2) \frac{dy}{dx}}{\pi a^2} \right] \quad (۳۱.۳.۷)$$

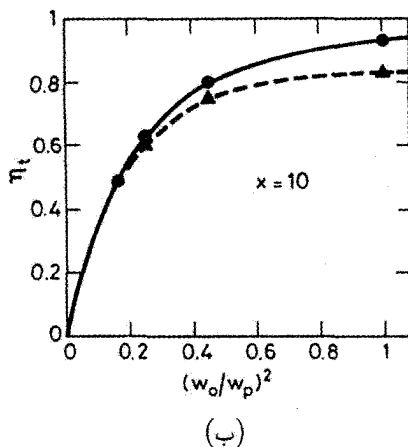
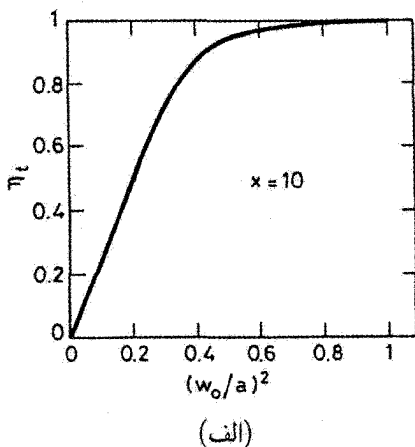
تعریف کنیم. در دمش عرضی توسط لیزرهای دیودی (دمش یکنواخت) همان رابطه را برای بازدهی شیب به دست می‌آوریم؛ اکنون تنها اختلاف آن است که $\eta_q = h\nu/h\nu_p$ است. دقت کنید که



شکل ۱۰.۷ نمودار بازدهی عرضی η_t برحسب توان دمش بهنجارشده x . منحنیهای پیوسته و خط چین به ترتیب معرف دمش یکنواخت و دمش باریکه گائوسی هستند.

وقتی $\beta \rightarrow 0$ ، یعنی، وقتی $w_0 \ll a$ ، داریم $(dy/dx) = 2$ برای $(x \rightarrow 1) \rightarrow y$ ، و بازدهی عرضی می شود $\eta_t = (\pi w_0^2 / \pi a^2)$. باز هم دقت کنید که، چون (dy/dx) با x افزایش می یابد، بازدهی عرضی نیز با x افزایش می یابد. برای متوجه شدن این نکته به عنوان مثال حالتی را که $w_0 = 0.7a$ است در نظر می گیریم. در این حالت، نمودار η_t برحسب x به صورت خط پیوسته در شکل ۱۰.۷ نشان داده شده است. با شروع از مقدار 0.473 $\cong 0.97(w_0/a)^2$ در η_t توانهای پایین، وقتی $x \gg 1$ است η_t به واحد نزدیک می شود. افزایش در بازدهی عرضی، η_t با افزایش x را اکنون با مشاهده اینکه انرژی یک اتم برانگیخته توسط گسیل القایی یا فروافت خودبه خود از دست می رود، می توان توضیح داد. بنابراین در توانهای پایین، یعنی، برای $x \rightarrow 1$ ، گسیل القایی نزدیک به محور باریکه که شدت باریکه زیاد است غالب می آید، در حالی که فروافت خودبه خود در باله های باریکه چیره می شود. در مقادیر بالاتر x ، توان باریکه افزایش یافته، روی بخش بزرگتری از نیمرخ دمش و از آن رو برای بخش بزرگتری از اتمهای برانگیخته شده، گسیل القایی بر فروافت خودبه خود غالب می آید. در نهایت، در توانهای خیلی بالا، تمامی اتمهای برانگیخته توسط گسیل القایی فرو می افتند، به طوری که $\eta_t = 1$ شود، و تمامی نیمرخ دمش توسط باریکه لیزر مورد استفاده قرار می گیرد [۶].

در دمش دیدی، عموماً به توانهای دمش خیلی بالاتر از آستانه می رسیم و بررسی رفتار η_t برحسب $(w_0/a)^2$ برای مقادیر بزرگ x آموزنده خواهد بود. رفتار η_t برحسب $(w_0/a)^2$ در



شکل ۱۱.۷ (الف) نمودار بازدهی عرضی η_t برحسب $(w_0/a)^2$ در یک توان دمش بهنجارشده $x = 10$ برای دمش یکتواخت. (w_0 اندازه لکه مد، و a شعاع میله است.) (ب) نمودار بازدهی عرضی η_t برحسب $(w_0/w_p)^2$ در یک توان دمش بهنجارشده $x = 10$ برای دمش باریکه گاوسی. (w_0 اندازه لکه مد، و w_p اندازه لکه توزیع دمش است.) دایره‌های توپر معرف یک لیزر چهارترازی، و مثلث‌های توپر نشان‌دهنده یک لیزر شبه سه‌ترازی با $\beta = \sigma_a N l / \gamma = 1$ است.

در شکل ۱۱.۷ (الف) نشان داده شده است. شکل نشان می‌دهد که، برای به‌دست آوردن، مثلاً $\eta_t > 90\%$ باید داشته باشیم $w_0 > 0.66a$ ؛ برای $w_0 = 0.7a$ مقدار نسبتاً بالای 94% را به‌دست می‌آوریم. لیکن، برای حالت عادی محیطی بدون غلاف‌گذاری، عموماً افزایش بیشتر اندازه لکه مفید نخواهد بود، چون این افزایش به تلفات پراشی اضافی ناشی از گشودگی میله منجر خواهد شد.

برای توزیع گاوسی باریکه دمش، همان‌گونه که در پیوست ه نشان داده شده است، محاسبه به طریق مشابه انجام می‌گیرد. مجدداً توان خروجی بهنجارشده y را مطابق با معادله (۲۷.۳.۷) تعریف می‌کنیم، که P_0 بازهم از معادله (۲۸.۳.۷) به‌دست می‌آید. همچنین، توان دمش بهنجارشده x را مطابق با معادله (۲۵.۳.۷) تعریف می‌کنیم، که اکنون P_{mth} آستانه کمینه برای دمش باریکه گاوسی است که وقتی $w_0 \ll w_p$ است از معادله (۲۰.۳.۶) به‌دست می‌آید. سپس به‌دست می‌آوریم

$$P_{mth} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left(\frac{\pi w_p^2}{2\sigma_e} \right) \quad (32.3.7)$$

می‌بینیم که رابطه بین y و x با رابطه زیر داده خواهد شد.

$$\frac{1}{x} = \int_0^1 \frac{t^\delta dt}{1 + yt} \quad (۳۳.۳.۷)$$

که $\delta = (w_0/w_p)^2$ قرار داده‌ایم. با وجودی که معادله (۳۳.۳.۷) از نظر نمادگذاری با معادله‌ای که ابتدا توسط مولتون ارائه شد تفاوت دارد، لیکن با آن در توافق است [۱۳]. برای $w_0 \ll w_p$ داریم، $w_0 \rightarrow 0$ ، بنابراین معادله (۳۳.۳.۷) همان نتیجه معادله (۲۹.۳.۷) را به دست می‌دهد (یعنی وقتی $a \ll w_0$ است، یا $\beta \rightarrow 0$). بدین ترتیب نمودار y برحسب x در این حالت همان نتیجه دمش یکنواخت است (شکل ۹.۷ را ببینید). در واقع برای مقادیر خیلی کوچک اندازه لکه، باریکه بین دمش یکنواخت و دمش توزیعی‌های گاوسی تفاوتی قائل نمی‌شود. در $w_0 = w_p$ ، داریم $\delta = 1$ سپس با انتگرال‌گیری از معادله (۳۳.۳.۷) به دست می‌آوریم

$$x = \frac{y}{1 - [\ln(1 + y)/y]} \quad (۳۴.۳.۷)$$

معادله (۳۴.۳.۷) به صورت منحنی خط‌چین در شکل ۹.۷ ترسیم شده است. باز هم می‌توانیم بازدهی شیب را به صورت $\eta_s = dP_{out}/dP_p = (P_s/P_{mth})(dy/dx)$ محاسبه کنیم و مجدداً ببینیم که η_s را می‌توان مانند معادله (۱۴.۳.۷) بیان کرد، که مانند دمش دیودی عرضی، $\eta_q = hv/hv_p$ است، و اکنون داریم

$$\eta_t = \frac{\pi w_0^2}{\pi w_p^2} \frac{dy}{dx} \quad (۳۵.۳.۷)$$

رفتار η_t برحسب x در $w_0 = w_p$ که از معادلات (۳۴.۳.۷) و (۳۵.۳.۷) محاسبه شده است به صورت منحنی خط‌چین در شکل ۱۰.۷ ترسیم شده است. افزایش η_t با x دارای همان توضیح فیزیکی دمش یکنواخت است. توجه کنید که برای مقادیر به اندازه کافی بالای x ($x > 7$)، بازدهی عرضی برای دو حالت تقریباً یکی است. رفتار η_t برحسب $(w_0/w_p)^2$ برای $x = 10$ نیز در شکل ۱۱.۷ (ب) نشان داده شده است. چهار داده‌ای که با نقاط توپر نشان داده شده‌اند، از مرجع ۱۳ گرفته شده‌اند، و خط پیوسته درون‌یابی این نقاط را نشان می‌دهد. مقایسه شکل‌های ۱۱.۷ (الف) و (ب) نشان می‌دهد که افزایش η_t با $(w_0/w_p)^2$ اکنون آهسته‌تر از دمش یکنواخت است. که ناشی از آهنگ دمش پایتتر در دنباله‌های تابع گاوسی نسبت به توزیع یکنواخت است.

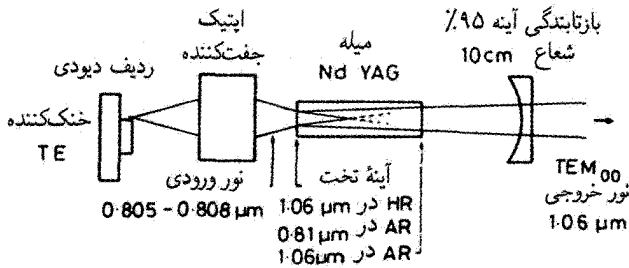
با در نظر گرفتن شکل ۱۱.۷ (ب) شایسته است گفته شود برای آنکه به مقدار نسبتاً بالای η_t ، مثلاً ۹۴٪، برسیم کافی است که داشته باشیم $w_0 \cong w_p$. بنابراین افزایش اندازه لکه لیزر ورای

این نقطه مزیتی نخواهد داشت. در واقع، در حالی که η_t تنها می‌تواند به اندازه اندکی افزایش یابد، توان دمش آستانه، P_{th} ، که با $(w_o^2 + w_p^2)$ متناسب است [معادله (۲۰.۳.۶)] را ببینید، به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش خواهد یافت. بنابراین در مقادیر بزرگ x ، شرط $w_o = w_p$ (که شرط جورشدگی مد نیز گفته می‌شود) را می‌توان کم‌وبیش به وضعیت بهینه مرتبط دانست.

تاکنون مشخصه موج ساکن مد [یعنی $|u|^2$ که به صورت معادله (۲۳.۳.۷) نوشته شده است نه به صورت معادله (۹.۳.۶)] را نادیده گرفته‌ایم. این امر برای تشدیدگر حلقه‌ای یکسویه‌ای [شکل ۴.۵ (الف)] صادق است، لیکن برای اکثر موارد دیگر، مثلاً استفاده از یک تشدیدگر دوآینه‌ای، وقتی لیزر در یک تک‌مد طولی نوسان می‌کند، نقش موج ساکن معینی شکل خواهد گرفت.^۱ برای مدی با نیمرخ عرضی یکنواخت، کاسپرسون اثر توان خروجی نقش موج ساکن را بررسی کرد [۶]. تا آنجایی که به بازدهی شیب مربوط می‌شود، نتایج به دست آمده را می‌توان برحسب عامل بازدهی پنجمی که در طرف راست معادله (۱۴.۳.۷) آمده است، معرفی کرد؛ این عامل را ضریب بهره‌وری طولی توزیع دمش، η_l ، یا بازدهی طولی می‌نامیم. مقدار η_t در آستانه برابر است با $0.666 = (2/3) = \eta_l$ ، و وقتی مثلاً در 10° برابر آستانه هستیم، خواهد شد $0.89 = (8/9) = \eta_l$. منشأ فیزیکی η_l مثل مبنای فیزیکی η_t است، یعنی، درست در بالای آستانه، فقط اتمهای اطراف قله‌های موج ساکن هستند که با گسیل القایی به طور غالب فرو می‌افتند، در حالی که اتمهای نزدیک صفرهای نقش موج ساکن به صورت خودبه‌خود فرو می‌افتند. به ازای مقادیر افزایشدهنده x ، یعنی به ازای چگالیهای انرژی روبه افزایش، اتمهای بیشتری در اطراف گره‌های موج ساکن متحمل گسیل القایی می‌شوند تا فروافت از طریق خودبه‌خودی، بنابراین بازدهی طولی زیاد می‌شود.

مثال ۴.۷ آستانه و توانهای خروجی در یک لیزر $Nd:YAG$ دمیده‌شده دیودی از طریق طولی. به‌عنوان مثالی نمایشی از دمش دیودی طولی، آرایش لیزری شکل ۱۲.۷ را که میله لیزر $Nd:YAG$ به طول ۱ cm توسط یک آرایه لیزری به پهنای $100 \mu m$ در طول موج $805-808 \text{ nm}$ دمیده می‌شود مورد بررسی قرار می‌دهیم [۱۵]. اپتیک جفت‌شدگی شامل یک عدسی جمع‌آوری‌کننده به فاصله کانونی 65 nm ، $NA = 0.0615$ ، یک جفت منشور کژی‌ساز (آنامورفی) که بزرگنمایی ۴ برابر دارد، و یک عدسی 25 mm برای کانونی‌کردن نور دمش روی میله لیزر، است (شکل ۱۲.۶)

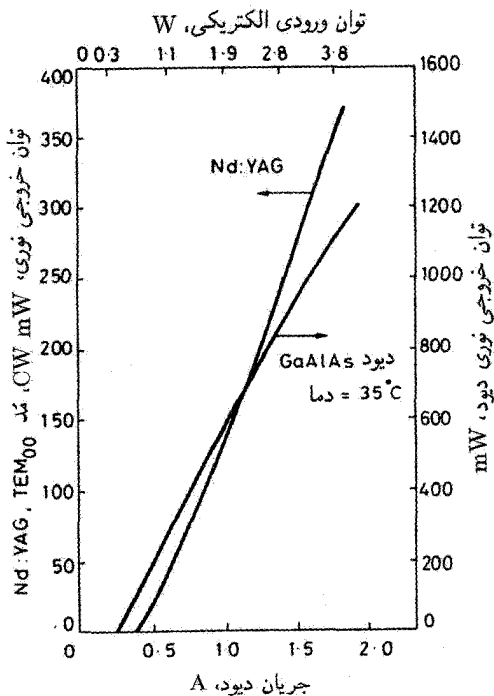
۱. در تکنیک مدپیچیده یک استثنای قابل توجهی وجود دارد، [۱۴] که دو باریکه‌ای که در محیط فعال برخلاف یکدیگر حرکت می‌کنند شامل دو موج قطبیده دایره‌ای از یک نوع هستند (یا هر دو چپگردند یا هر دو راستگرد)، به طوری که در هر صفحه عمود بر محور باریکه، میدان آنها در جهتهای مخالف می‌چرخد و نقش موج ساکن حاصل نمی‌شود.



شکل ۱۲.۷ نمایش طرحوار چیدمان یک لیزر Nd:YAG که به طریق طولی توسط یک لیزر با آرایه دیودی دمیده می‌شود [۱۵].

کاواک تشدیدي Nd:YAG، از یک آینه تخت که مستقیماً روی رخ میله لیزر لایه‌گذاری شده است و یک آینه به شعاع انحنای ۱۰ cm، با بازتابندگی ۹۵٪ که تقریباً در فاصله ۵٫۵ cm از آینه تخت قرار می‌گیرد، شکل گرفته است. حدود ۹۳٪ از توان دمش از آینه تخت به میله لیزر منتقل می‌شود. در این هندسه، کمر مد TEM_۰ روی بازتابنده تخت رخ می‌دهد، و اندازه لکه آن را می‌توان به قرار $w_0 \cong 130 \mu\text{m}$ محاسبه کرد. (از اثر عدسی‌شدگی گرما القایی در میله صرف‌نظر شده است). اندازه لکه باریکه دمش با این مد لیزری TEM_۰ جورشدگی مد خوبی را فراهم می‌سازد. مشخصه‌های عملکرد لیزری در شکل ۱۳.۷ نشان داده شده‌اند. توان دمش آستانه $P_{th} \cong 75 \text{ mW}$ است. در این توان دمش اپتیکی $P_p = 14 \text{ W}$ ، توان خروجی $P_{out} = 370 \text{ mW}$ به دست می‌آید. در این توان خروجی، بازدهی شیب اپتیکی-به-اپتیکی اندازه‌گیری شده، $\eta_s \cong 40\%$ است.

در مقایسه توان دمش آستانه با مقدار مورد انتظار، فرض می‌کنیم که توزیع باریکه دمش عرضی را می‌توان با یک تابع گاوسی تقریب زد و $w_p \cong w_0 = 130 \mu\text{m}$ در نظر گرفته می‌شود. از معادله (۲۲.۳.۶)، با $h\nu_p = 2.45 \times 10^{-19} \text{ J}$ ، $\sigma_e = 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ ، و $\tau = 230 \mu\text{s}$ ، به دست می‌آوریم $(\gamma/\eta_p) \cong 3.7 \times 10^{-2}$. در تراگسیل ۵٪ آینه خروجی، داریم $\gamma_2 \cong 5 \times 10^{-2}$ ، و اتلاف داخلی در هر عبور را $\gamma_i = 0.5 \times 10^{-2}$ فرض می‌کنیم، لذا داریم $\gamma = \gamma_i + (\gamma_2/2) = 3 \times 10^{-2}$. از مقدار γ/η_p که قبلاً به دست آوردیم، به دست می‌آوریم $\eta_p \cong 81\%$ ، که دربرگیرنده تراگسیل کلی اپتیک جفت‌شدگی و تراگسیل از آینه تخت در طول موج دمش است. توجه کنید که بازدهی جذب تابش دمش در میله لیزر در یک تک‌عبور، $\eta_a = \{1 - \exp[-(\alpha l)]\}$ ، را می‌توان برای ضریب متوسط جذب $\alpha \sim 6 \text{ cm}^{-1}$ در نوار ۸۰۵-۸۰۸ nm [شکل ۸.۶(الف)] و برای طول میله لیزر $l = 1 \text{ cm}$ ، برابر با واحد در نظر گرفت. اکنون می‌توانیم بازدهی شیب اندازه‌گیری شده را با مقدار مورد انتظار مقایسه کنیم. از



شکل ۱۳.۷ توان خروجی برحسب جریان دیود برای لیزر Nd:YAG در شکل ۱۲.۷. همین شکل توان خروجی را برحسب جریان برای لیزر با آرایه دیودی نشان می‌دهد [۱۵].

آنجایی که توان آستانه برای $w_p = w_o$ برابر با ۷۵ mW است، انتظار داریم توان آستانه کمینه، که وقتی $w_o \rightarrow 0$ میل می‌کند رخ می‌دهد، نصف این مقدار، یعنی $P_{mth} \cong 38$ mW باشد. به این ترتیب، با توان دمش ورودی ۱۴ W، داریم $x \cong 30$. در این مقدار از x ، از معادله (۳۴.۳.۷)، $y = 26$ به دست می‌آید، و از معادله (۳۵.۳.۷)، $\eta_t \cong 97\%$ خواهد شد. پس خواهیم داشت $\eta_c = (\gamma_r/\gamma) = 83\%$ و $\eta_e = (807/1060) = 76\%$. بنابراین بازدهی شیب اپتیکی-به-اپتیکی کلی مورد انتظار خواهد شد $\eta_s = \eta_p \eta_c \eta_t \eta_q = 49\%$ که توافق نسبتاً خوبی با مقدار اندازه‌گیری شده دارد. توجه کنید که بازدهی طولی را به علت آنکه لیزر روی مدهای طولی بیشماری نوسان می‌کند و نقوش گوناگون موج ساکن آنها برای ایجاد یک توزیع چگالی انرژی نسبتاً یکنواخت در طول میله لیزر، با یکدیگر جمع می‌شوند، به حساب نیاوردیم. طبق معادلات (۲۷.۳.۷) و (۲۸.۳.۷)، توان خروجی مورد انتظار در توان ورودی ۱۴ W خواهد شد $P_{out} = yP_s = 500$ mW، یعنی از مقدار تجربی قدری بزرگتر است. شاید این تفاوت را بتوان

به اثرات گرمایی در میله لیزر نسبت داد، که در بالاترین توانهای دمش، تلفات را افزایش داده و اندازه لکه w_0 را کاهش می‌دهد.

توجه کنید که بازدهی ذکرشده ۴۰٪ مربوط به بازدهی اپتیکی-به-اپتیکی است. برای به‌دست‌آوردن بازدهی شیب کلی الکتريکی-به-اپتیکی، باید بازدهی اپتیکی را در بازدهی تابشی η_r لیزر آرایه دیودی ضرب کنیم. مجدداً از شکل ۱۳.۷ به دست می‌آوریم $\eta_r \cong ۲۹\%$ ، به طوری که بازدهی شیب کلی الکتريکی-به-اپتیکی حدود ۱۱٫۶٪ خواهد شد. ■

در اتمام این بخش می‌بینیم که وقتی بستگی فضایی را به حساب می‌آوریم، مسئله قدری پیچیده‌تر می‌شود. لیکن، روابط وارونی آستانه و آهنگ دمش آستانه مشابه روابطی هستند که در روش مستقل از مکان به دست آمده‌اند، مشروط بر آنکه مقادیر مناسب میانگین $\langle N \rangle_c$ و $\langle R \rangle_c$ مورد استفاده قرار گیرند. توجه کنید که، همان طوری که در بخش ۳.۳.۶ نشان داده شد، وقتی نقش موج ساکن مد نیز به حساب آورده شود، این نتیجه نیز صادق خواهد بود. رابطه توان خروجی برحسب تابعی از مقداری که از آستانه فزونی می‌یابد قدری پیچیده‌تر می‌شود. ولی، نتایج برحسب بازدهی شیب، ساده و آموزنده هستند، و آنها را می‌توان با نتایجی که برای مورد مستقل از مکان به دست آمده‌اند مستقیماً مرتبط کرد.

۴.۷ شرط آستانه و توان خروجی: لیزر شبه سه‌ترازی

اکنون سه آستانه، و توان خروجی را برای یک لیزر شبه سه‌ترازی مورد بررسی قرار می‌دهیم. ابتدا، رفتار لیزری را در چارچوب مدل معادله آهنگ مستقل از مکان بخش ۲.۲.۷ مورد رسیدگی قرار می‌دهیم. سپس نتایج پیش‌بینی شده از مدل وابسته به فضا بحث می‌شود و این دو مدل با یکدیگر مقایسه خواهند شد.

۱.۴.۷ مدل مستقل از مکان

تحلیل لیزر شبه سه‌ترازی شبیه به تحلیل مورد چهارترازی است، که با معادله (۲۴.۲.۷) شروع می‌شود.

وارونی آستانه با قراردادن $(d\phi/dt) = 0$ در معادله (۲۴.۳.۷) به دست می‌آید، بنابراین به دست می‌آوریم

$$N_c = \frac{V}{V_a \sigma_e c_0 \tau_c} = \frac{\gamma}{\sigma_e l} \quad (۱.۴.۷)$$

این همان رابطه برای لیزر چهارترازی است. از معادله (۲۴.۲.۷) با قراردادن $(dN/dt) = 0$ ،

$\phi = 0$ و $N = N_c$ ، آهنگ دمش بحرانی را به دست می‌آوریم. خواهیم داشت

$$R_{cp} = \frac{fN_t + N_c}{(1+f)\tau} \quad (2.4.7)$$

از آنجایی که در اکثر موارد $1 \ll f$ است، می‌توان در مخرج کسر معادله (۲.۴.۷) نوشت $(1+f) \cong 1$. مقایسه بین معادلات (۲.۴.۷) و (۳.۳.۷) نشان می‌دهد که آهنگ دمش بحرانی برای لیزر شبه سه‌ترازی نسبت به آهنگ دمش بحرانی برای لیزر چهارترازی با اضافه شدن جمله fN_t در صورت کسر معادله (۲.۴.۷)، افزایش می‌یابد. در وضعیتهای نمونه‌ای، شاید این جمله $5 \sim$ بار بزرگتر از N_c باشد. در مورد دمش یکنواخت با لیزر دیودی، طبق بحث بخش ۳.۳.۶، می‌توان نوشت $R_p = \eta_p P_p / h\nu_p Al$ ، که A سطح مقطع محیط فعال و l طول آن است. با استفاده از این رابطه در معادله (۲.۴.۷)، می‌توانیم توان دمش آستانه را به صورت

$$P_{th} = \frac{h\nu_p (fN_t + N_c) Al}{\eta_p \tau (1+f)} \quad (3.4.7)$$

به دست می‌آوریم. با کمک معادلات (۲۲.۲.۷) و (۱.۴.۷)، می‌توانیم معادله (۳.۴.۷) را به صورت ملموستری بنویسیم [با معادله (۱۲.۳.۷) مقایسه شود]

$$P_{th} = \frac{\gamma(1+B)}{\eta_p} \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left(\frac{A}{\sigma_e + \sigma_a} \right) \quad (4.4.7)$$

که به دست خواهیم آورد

$$B = \frac{\sigma_a N_t l}{\gamma} \quad (5.4.7)$$

در بالای آستانه، وارونی پیوسته موج (cw)، N_0 ، و شمار فوتون پیوسته موج (cw)، ϕ ، را از معادله (۲۴.۲.۷) با قراردادن $(dN/dt) = (d\phi/dt) = 0$ به دست می‌آوریم. مجدداً مانند لیزر چهارترازی، N_0 برابر با N_c می‌شود؛ ϕ نیز از معادله (۲۴.۲.۷ الف) و با کمک معادله (۲.۴.۷) به دست خواهد آمد

$$\phi_0 = \frac{V}{N_0 (\sigma_e + \sigma_a) c} \frac{fN_t + N_0}{\tau} (x - 1) \quad (6.4.7)$$

که باز هم $x = R_p / R_{cp} = P_p / P_{th}$ مقدار افزایش از آستانه را نشان می‌دهد. با استفاده از معادله (۱.۴.۷) برای N_0 ، علاوه بر معادلات (۱۴.۲.۷)، (۱۵.۲.۷) و (۲۲.۲.۷)،

معادله (۶.۴.۷) خواهد شد

$$\phi_o = \left[\frac{A_b \gamma (\lambda + B)}{\sigma_e + \sigma_a} \right] \left(\frac{\tau_c}{\tau} \right) (x - 1) \quad (۷.۴.۷)$$

که در آن $V_a = A_b l$ را قرار داده‌ایم؛ A_b سطح باریکه در محیط است که فرض می‌شود کوچکتر یا برابر با مساحت سطح مقطعی محیط فعال است.

توان خروجی از آینه ۲، از معادله (۱۸.۲.۷) با استفاده از معادلات (۷.۴.۷) و (۱۴.۲.۷) به دست می‌آید [با معادله (۹.۳.۷) مقایسه شود]

$$P_{out} = \left[\frac{A_b (\lambda + B)}{\sigma_e + \sigma_a} \right] \left(\frac{h\nu}{\tau} \right) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right) \quad (۸.۴.۷)$$

بازدهی شیب $\eta_s = (dP_{out}/dP_p)$ به سادگی از معادله (۸.۴.۷) به صورت

$$\eta_s = \left[\frac{A_b (\lambda + B)}{\sigma_e + \sigma_a} \right] \left(\frac{h\nu}{\tau} \right) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{1}{P_{th}} \right) \quad (۹.۴.۷)$$

به دست می‌آید. با کمک معادله (۴.۴.۷)، معادله (۹.۴.۷) به دست می‌دهد

$$\eta_s = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) \left(\frac{h\nu}{h\nu_p} \right) \left(\frac{A_b}{A} \right) \quad (۱۰.۴.۷)$$

بنابراین، با پارامترهای یکسان، بازدهی شیب لیزر شبه سه‌ترازی همان بازدهی شیب لیزر چهارترازی پیش‌بینی می‌شود، در نگاه اول این نتیجه‌گیری غیرقابل انتظار است و افزایش تلفات در یک لیزر شبه سه‌ترازی به علت جذب حالت پایه است. لیکن، انرژی که توسط جذب حالت پایه خارج می‌شود، در واقع آنها را به تراز بالایی لیزر می‌برد و این آنها را مجدداً برای ایجاد گسیل القایی قابل استفاده می‌سازد.

۲.۴.۷ مدل وابسته به مکان

در مرحله بعد، موردی را در نظر می‌گیریم که توزیع مد و آهنگ دمش وابسته به مکان هستند. بحث خود را به مناسبترین نتایج مربوط به محیط فعالی که به روش طولی توسط باریکه‌ای با نیمرخ عرضی گاوسی دمیده می‌شود محدود می‌کنیم. مجدداً برای بررسی جزئیات بیشتر این مورد و نیز مورد دمش یکنواخت پیوسته را ه ببینید. فرض می‌کنیم که نیمرخ شدت میدان باز هم با معادله (۲۳.۳.۷) توصیف می‌شود، و توزیع فضایی آهنگ دمش از معادله (۷.۳.۶) به دست می‌آید که

آنرا در اینجا برای سهولت تکرار می‌کنیم

$$R_p(r, z) = \eta_r \eta_t \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \left(\frac{\gamma \alpha}{\pi w_p^2} \right) \exp \left[- \left(\frac{\gamma r^2}{w_p^2} \right) \right] \exp(-\alpha z) \quad (11.4.7)$$

تا آنجا که مربوط به شرط آستانه می‌شود، معادله (۱۱.۴.۷) هنوز برای مقدار میانگین N ، یعنی

$$\langle N \rangle_c = \left(\frac{\gamma}{\sigma_{el}} \right) \quad (12.4.7)$$

برقرار است، که مقدار میانگین با استفاده از معادله (۲۰.۳.۷) محاسبه می‌شود. برای به دست آوردن آهنگ دمش آستانه، توجه کنید که در هر نقطه محیط فعال زیر یا در آستانه، بین تعداد اتمهایی که توسط فرایند دمش بالا می‌روند و تعداد اتمهایی که به صورت خودبه خود فرو می‌افتند، تعادلی برقرار است. بنابراین، از معادله (۲۴.۲.۷) الف)، به دست می‌آوریم $R_p = [fN_t + N(r, z)] / (1 + f)\tau$. با میانگین‌گیری از این رابطه روی توزیع شدت مد و با استفاده از رابطه وارونی آستانه که از معادله (۱۲.۴.۷) به دست می‌آید، به دست می‌آوریم

$$\langle R \rangle_p = \frac{\sigma_a N_t l + \gamma}{(\sigma_e + \sigma_a) / \tau} \quad (13.4.7)$$

اگر آهنگ دمش، معادله (۱۱.۴.۷)، در طرف چپ معادله (۱۳.۴.۷) قرار داده شود و R_p روی نیم‌رخ شدت میدان میانگین‌گیری شود، به رابطه توان دمش آستانه که از (۲۵.۳.۶) به دست می‌آید می‌رسیم، که در اینجا با قدری اختلاف آنرا تکرار می‌کنیم [با معادله (۴.۴.۷) مقایسه شود]

$$P_{th} = \frac{\gamma(1 + B)}{\eta_p} \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_o^2 + w_p^2)}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \quad (14.4.7)$$

که B مجدداً از معادله (۵.۴.۷) به دست می‌آید.

در بالای آستانه، با استفاده از شرط $(d\phi/dt) = 0$ ، مجدداً می‌فهمیم که میانگین بهره باید برابر با تلفات باشد، لذا به دست می‌آید

$$\langle N \rangle_o = \langle N \rangle_c = \frac{\gamma}{\sigma_{el}} \quad (15.4.7)$$

محاسبه توان خروجی به تفصیل در پیوست ۵ بررسی شده است، و در اینجا خود را به بیان و بحث درباره نتیجه نهایی محدود می‌کنیم. ابتدا، x را به عنوان ضریبی که از آستانه فزونی حاصل

می‌شود، مطابق معادله (۲۵.۳.۷)، تعریف می‌کنیم که توان آستانه کمینه، P_{mth} ، اکنون مقدار آستانه‌ای است که برای $w_p \ll w_0$ و $B \ll 1$ برقرار است (یعنی $\gamma \ll \sigma_a N_{tl}$). از معادله (۱۴.۴.۷) به دست می‌آوریم

$$P_{mth} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi w_p^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \quad (16.4.7)$$

سپس، توان خروجی بهنجار شده را مطابق با معادله (۲۷.۳.۷) تعریف می‌کنیم، که اکنون داریم

$$P_s = \frac{\gamma_2}{2} \left[\frac{\pi w_0^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \left(\frac{h\nu}{\tau} \right) \quad (17.4.7)$$

سپس رابطه بین x و y خواهد شد

$$x = \frac{1 + B \frac{\ln(1+y)}{y}}{\int_0^1 \frac{t^\delta dt}{1+yt}} \quad (18.4.7)$$

که $\delta = (w_0/w_p)^2$. دقت کنید که وقتی شرط $B \rightarrow 0$ ، $(\sigma_a N_{tl} \ll \gamma)$ ، یعنی برای جذب ناچیز ناشی از تراز پایتتر لیزر، معادله (۱۸.۴.۷) به معادله (۳۳.۳.۷) تقلیل می‌یابد. به غیر از اختلاف در نماد، معادله (۱۸.۴.۷) همان معادله (۲۵) در مرجع ۱۶ است.

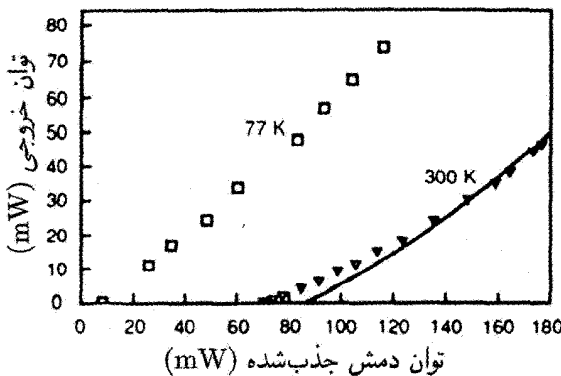
باز هم می‌توانیم بازدهی شیب را به صورت $\eta_s = (dP_{out}/dP_p) = (P_s/P_{mth})(dy/dx)$ محاسبه کنیم. با کمک معادلات (۱۶.۴.۷) و (۱۷.۴.۷)، به دست می‌آید

$$\eta_s = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) \left(\frac{h\nu}{h\nu_p} \right) \left(\frac{\pi w_0^2}{\pi w_p^2} \frac{dy}{dx} \right) \quad (19.4.7)$$

این همان رابطه برای لیزر چهارترازی است. رفتار بازدهی عرضی $\eta_t = (\pi w_0^2/\pi w_p^2)(dy/dx)$ در $x = 1$ و $B = 1$ نیز در شکل ۱۱.۷ (ب) نشان داده شده است. سه نقطه داده‌ای که با مثلثهای توپر نشان داده شده‌اند از نتایج محاسبه شده مرجع ۱۶ به دست آمده‌اند، در حالی که منحنی خط چین یک درون‌یابی مناسب را نشان می‌دهد. توجه کنید که هرگاه $1 \ll (w_0/w_p)^2$ باشد، مقدار η_t با مقدار متناظر برای لیزر چهارترازی منطبق می‌شود. در واقع، در این مورد، جمعیتی که به تراز بالاتر لیزر از طریق جذب حالت پایه، می‌رود، اکثراً از طریق فرایند گسیل القایی به صورت مفیدی بازگردانده می‌شود، و جذب حالت پایه بازدهی لیزر را کاهش نمی‌دهد. ولی در مقادیر

بالای $(w_o/w_p)^2$ ، مثلاً برای $(w_o/w_p)^2 = 1$ ، جذب حالت پایه در دنباله‌های نیم‌رخ وارونی به فروافت غالب آمده خودبه‌خود منجر خواهد شد و نه به فروافت القایی. بر این اساس، مقدار η_t کوچکتر از مقدار متناظر با لیزر چهارترازی است. ولی، می‌توان نشان داد که با افزایش بیشتر توان دمش، یعنی مقدار x ، مقدار η_t تمایل دارد تا با مقدار متناظر برای لیزر چهارترازی برابر باشد. برای مقادیر به اندازه کافی بالای x ، در واقع توان خروجی بهنجارشده y به اندازه کافی بزرگ می‌شود تا شرط $1 \ll B[\ln(1+y)]/y$ برقرار شود. تحت این شرط، معادله (۱۸.۴.۷) نظیر معادله (۳۳.۳.۷) خواهد شد.

مثال ۵.۷ توانهای آستانه و خروجی در یک لیزر $Yb:YAG$ دمیده‌شده دیودی طولی. به عنوان مثالی نمایشی، یک لیزر دیسکی $Yb:YAG$ با غلظت ۶۵ درصد اتمی به ضخامت $l = 2.5 \text{ mm}$ را در $\lambda_p = 941 \text{ nm}$ در نظر می‌گیریم که توسط یک لیزر $Ti^{3+}:Al_2O_3$ به طریق طولی دمیده می‌شود. [۱۸] یک رخ دیسک تخت است و به منظور بازتابندگی بالا در طول موج لیزر $(\lambda = 1.03 \mu\text{m})$ لایه‌گذاری شده است. رخ دیگر کاو (مقعر) با شعاع انحنای 1 cm است؛ این رخ برای توان بازتابندگی $R_2 = 9\%$ در طول موج لیزر لایه‌گذاری شده است. تحت این شرایط، اندازه لکه محاسبه‌شده در کمر باریکه، یعنی، روی آینه تخت $w_o = 28 \mu\text{m}$ است؛ اندازه لکه را تقریباً می‌توان در طول تشدیدگر ثابت گرفت. اندازه لکه اندازه‌گیری‌شده در دیسک لیزر $m_p = 31 \mu\text{m}$ است. مقادیر اندازه‌گیری‌شده توان خروجی برحسب توان دمش جذب‌شده در $T = 30^\circ \text{ K}$ با مثالهایی در شکل ۱۴.۷ نشان داده شده است.



شکل ۱۴.۷ نمودارهای توان خروجی برحسب توان دمش جذب‌شده برای یک لیزر $Yb:YAG$ دمیده‌شده توسط $Ti:sapphire$ برای عملکرد در مایع سرد نیتروژن (۷۷ K) و دمای اتاق (۳۰۰ K) [۱۸].

با مقایسه این نتایج با پیش‌بینیهای نظری، می‌بینیم که کل غلظت $N_t \cong 9 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ، Yb و از ضریب جذب اندازه‌گیری شده در $\lambda = 1.03 \mu\text{m}$ (شکل ۸.۶ ب)، به دست می‌آوریم که $\sigma_a \cong 1.2 \times 10^{-21} \text{ cm}^2$ سپس مقدار مؤثر سطح مقطع گسیل القایی در مرجع ۱۸ به مقدار $\sigma_e \cong 1.8 \times 10^{-21} \text{ cm}^2$ برآورد شده است. با فرض آنکه بجز اتلاف جفت‌شدگی خروجی، تلفات دیگری وجود ندارد، خواهیم داشت $\gamma = \gamma_2/2 \cong (1 - R_2)/2 = 5 \times 10^{-2}$ از معادله (۱۴.۴.۷) به دست می‌آوریم که $P_{th} \cong 83 \text{ mW}$ ، که با مقدار تجربی 70 mW در شکل ۱۴.۷ قابل مقایسه است. اکنون بازدهی شیب پیش‌بینی شده در توان دمش بیشینه 180 mW را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید داریم $\gamma = \gamma_2/2$ و چون داده‌ها در شکل ۱۴.۷ نسبت به توان دمش جذب شده بیان شده‌اند، باید در معادله (۱۹.۴.۷)، $\eta_p = 1$ قرار دهیم. سپس رابطه بازدهی شیب به $\eta_s = (h\nu/h\nu_p) \times (w_0^2 dy/w_p^2 dx)$ تقلیل می‌یابد. برای محاسبه بازدهی عرضی $\eta_t = (w_0^2 dy/w_p^2 dx)$ ، باید دید که طبق معادله (۱۶.۴.۷)، داریم $P_{mth} = 65 \text{ mW}$ به طوری که در $P_p = 180 \text{ mW}$ ، خواهیم داشت $x = (P_p/P_{mth}) = 27.7$ ، سپس بازدهی عرضی را می‌توان از شکل ۴(e) در مرجع ۱۸ با حساب آوردن آنکه $dS/dF = 5 \eta_t$ ، $B = \sigma_a N_{tl}/\gamma \cong 5 \eta_t$ می‌توان از شکل ۴(e) در مرجع ۱۸ با حساب آوردن آنکه $(F/F_{th}) = xa^2/(1+a^2)(1+B) \cong 2.16$ ، $a = w_p/w_0 \cong 1.1$ کمیت‌های S ، F ، و F_{th} در مرجع بالا تعریف شده‌اند. به دست می‌آوریم $\eta_t = dS/dF \cong 7\%$ به طوری که $\eta_s - (h\nu/h\nu_p)\eta_t \cong 63\%$.

محاسبه دقیقتر توان خروجی برحسب توان دمش، که از معادله (۱۸.۴.۷) مستقیماً به دست می‌آید نیز به صورت منحنی پیوسته در شکل ۱۴.۷ ترسیم شده است. از این محاسبه، مقدار دقیقتر بازدهی شیب پیش‌بینی شده $\eta_s = 59\%$ در $P_p = 180 \text{ mW}$ را به دست می‌آوریم که با مقدار 56% به دست آمده از چهار نقطه در شکل متناظر با بالاترین توانهای تجربی قابل مقایسه است. ■

۵.۷ جفت‌شدگی خروجی بهینه

در یک آهنگ ثابت، مقداری برای تراگسیل، T_2 ، آینه خروجی وجود دارد که توان خروجی را بیشینه می‌کند [۱۹]. از نظر فیزیکی، دلیل این مقدار بهینه از این امر ناشی می‌شود که با افزایش T_2 ، مواجه با دو پدیده متقابل هستیم: (۱) توان خروجی، به علت افزایش تراگسیل آینه، به افزایش تمایل نشان می‌دهد. (۲) به علت کاهش تعداد فوتونهای کاواک، ϕ ، ناشی از افزایش تلفات کاواک، توان خروجی تمایل به کم شدن دارد.

برای به دست آوردن شرط جفت‌شدگی خروجی بهینه، لیزر چهارترازی و مدل مستقل از مکان را در نظر می‌گیریم. سپس، از معادله (۹.۳.۷) با اعمال شرط $dP_{out}/d\gamma_2 = 0$ برای یک مقدار

ثابت توان دمش P_p ، تراگسیل بهینه را به دست می‌آوریم. این امر را باید به حساب بیاوریم که طبق معادله (۱۲.۳.۷)، P_{th} نیز تابعی از γ_2 است. از معادله (۱۲.۳.۷) می‌توانیم بنویسیم

$$P_{th} = P_{mth} \frac{\gamma}{\gamma_i + (\gamma_1/2)} \quad (۱.۵.۷)$$

که P_{mth} ، یعنی توان دمش کمینه آستانه، در اینجا به صورت توان دمش آستانه برای جفت‌شدگی خروجی صفر، $\gamma_2 = 0$ ، تعریف شده است. سپس معادله (۹.۳.۷) به شکل زیر می‌تواند تبدیل شود

$$P_{out} = \left[A_b I_s \left(\gamma_i + \frac{\gamma_1}{2} \right) \right] S \left[\left(\frac{x_m}{S+1} \right) - 1 \right] \quad (۲.۵.۷)$$

که

$$S = \frac{(\gamma_2/2)}{\gamma_i + (\gamma_1/2)} \quad (۳.۵.۷)$$

و

$$x_m = \frac{P_p}{P_{mth}} \quad (۴.۵.۷)$$

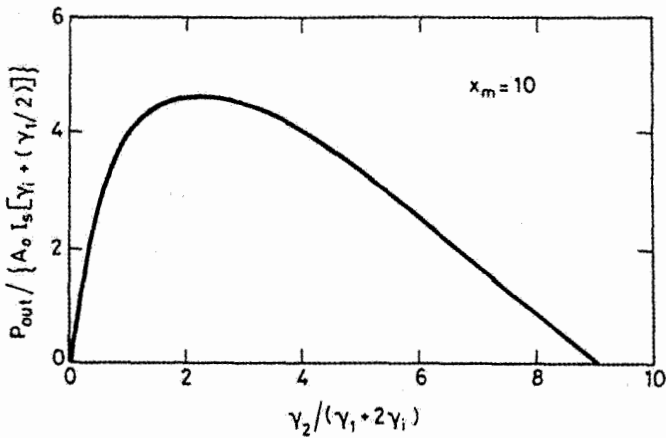
در معادله (۲.۵.۷) تنها جمله‌ای که به γ_2 بستگی دارد، کمیت S است، که طبق معادله (۳.۵.۷) با γ_2 متناسب است. سپس شرط جفت‌شدگی بهینه را می‌توان با قراردادن $dP_{out}/dS = 0$ به دست آورد؛ مقدار بهینه S به سهولت از

$$S_{op} = (x_m)^{1/2} - 1 \quad (۵.۵.۷)$$

به دست خواهد آمد. رابطه مربوط به توان خروجی را از معادله (۲.۵.۷) به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$P_{op} = \left[A_b I_s \left(\gamma_i + \frac{\gamma_1}{2} \right) \right] \left[(x_m)^{1/2} - 1 \right]^2 \quad (۶.۵.۷)$$

کاهش توان خروجی ناشی از شرایط عملکرد غیر بهینه، مخصوصاً وقتی خیلی نزدیک آستانه کار می‌شود (یعنی، وقتی $x_m \cong 1$ است)، حائز اهمیت است. ولی، از جهت دیگر، بسیار بالای آستانه، توان خروجی نسبتاً به تغییر در جفت‌شدگی خروجی در اطراف مقدار بهینه حساس نیست. به عنوان مثال، شکل ۱۵.۷ نمودار بهنجار شده P_{out} بر حسب S را برای $x_m = 10$ نشان می‌دهد. طبق معادله (۲.۵.۷)، در $S = 0$ (یعنی، $\gamma_2 = 0$) و $S = 9$ داریم $P_{out} = 0$ ، طبق معادله (۵.۵.۷)، داریم $S_{op} \cong 2.16$. اکنون از شکل (۱۵.۷) می‌بینیم که تغییرات در S ، یعنی در



شکل ۱۵.۷ نمودارهای توان خروجی بهنجارشده P_{out} برحسب تراگسیل بهنجارشده آینه خروجی، γ_2 ، برای توان دمش، P_p ، 10 مرتبه بزرگتر از توان دمش آستانه کمینه، P_{mth} .

جفت شدگی خروجی در اطراف مقدار بهینه تا مقدار 5° ٪ تنها منجر به 5 ٪ کاهش در توان خروجی می شود.

در مورد مدل وابسته به مکان با شروع از معادله (۲۹.۳.۷) (دمش یکنواخت) یا معادله (۳۴.۳.۷) (دمش گاوسی) به ملاحظات مشابهی خواهیم رسید. لیکن، در توانهای دمش خیلی بالای آستانه، رابطه بین توان خروجی و توان دمش تمایل به خطی شدن دارد (شکل ۱۱.۷ را ببینید)، که از معادله (۹.۳.۷) قابل پیش بینی است. با در نظر گرفتن غیرحساس بودن نسبی P_{out} نسبت به تغییر در اطراف جفت شدگی خروجی بهینه، می توانیم به طور تقریب از رابطه جفت شدگی بهینه در معادله (۵.۵.۷) برای این مورد نیز استفاده کنیم، که اکنون P_{mth} از معادله (۲۶.۳.۷) (دمش یکنواخت) با معادله (۳۲.۳.۷) دمش گاوسی، با قراردادن $\gamma = \gamma_i + (\gamma_1/2)$ به دست می آید.

مثال ۶.۷ جفت شدگی خروجی بهینه برای لیزر $Nd:YAG$ دمیده شده لامپی. آرایش لیزری مورد بحث در مثال ۲.۷ را در نظر می گیریم (شکلهای ۴.۷ و ۵.۷ را ببینید) و تراگسیل بهینه آینه خروجی را وقتی لیزر توسط لامپی با توان ورودی $P_p = 7 \text{ kW}$ دمیده می شود، محاسبه می کنیم. چون توان آستانه P_{th} در شکل ۵.۷ به مقدار 2.2 kW اندازه گرفته شده است، سپس طبق معادله (۱.۵.۷) با $\gamma_1 = 0^\circ$ خواهیم داشت $P_{mth} = P_{th}(\gamma_i/\gamma) \cong 697 \text{ W}$ ، که مقادیر 38° و 12° در مثال ۲.۷ به ترتیب برای اتلاف داخلی و کل تلفات مورد استفاده قرار گرفته

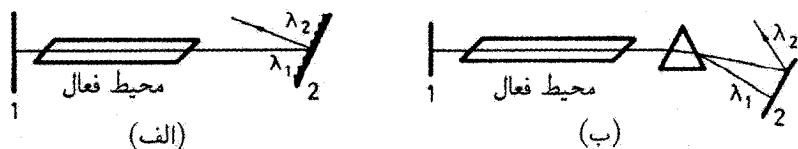
است. سپس به دست می آوریم $x_m = P_p/P_{mth} \cong 1^\circ$ به طوری که از معادله (۵.۵.۷)، داریم $S_{op} \cong 217$. از معادله (۳.۵.۷) در نهایت 165° در نهایت $(\gamma_2)_{op} \cong 9^\circ$ به دست می آید، که متناظر با تراگیسیل بهینه ۱۵٪، $(T_2)_{op} = 1 - \exp[-(\gamma_2)_{op}] \cong 15\%$ است، یعنی در واقع با مقداری که در شکل ۴.۷ استفاده شده است، در توافق است. ■

۶.۷ تنظیم طول موج لیزر

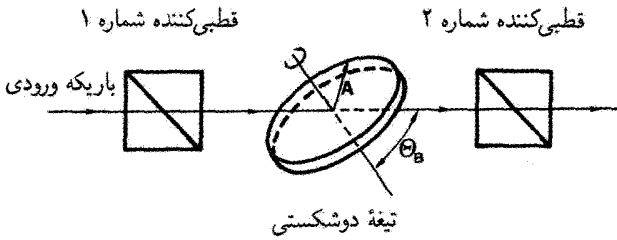
پهنای خط بهره بعضی از لیزرها (مثلاً لیزرهای رزین‌های یا لیزرهای حالت جامد و بیرونیکی) خیلی پهن است و در کاربردهای متفاوت، مجبوریم که طول موج خروجی لیزر را خارج از مرکز خط و در عرض تمامی پهنای خط قابل دسترس تنظیم کنیم. در سایر موارد، لیزرها ممکن است بهره‌ای در بیش از یک گذار داشته باشند (مثلاً لیزر CO_2 یا لیزر Ar)؛ معمولاً قویترین آنها نوسان خواهد کرد، در حالی که ممکن است نظیرمان تنظیم طول موج لیزر خارج از قویترین خط باشد. در هر دو وضعیت، اغلب از یک عنصر انتخاب طول موج در داخل کاواک لیزری استفاده می‌شود.

در فرورسرخ میانی، نظیر لیزر CO_2 ، معمولاً از یک توری پراش استفاده می‌شود که در آرایش معروف به لیترو، به عنوان یکی از آینه‌های کاواک تنظیم می‌شود [شکل ۱۶.۷ (الف)]. در این آرایش، برای یک وضعیت زاویه‌ای مفروض توری، طول موج خاصی وجود دارد (که در شکل با λ_1 نشان داده شده است) که دقیقاً به داخل تشدیدگر مجدداً بازتابیده می‌شود، و تنظیم طول موج با چرخش توری حاصل می‌شود.

در ناحیه طیفی مرئی یا نزدیک فرورسرخ، استفاده از یک منشور پاشنده با رخهای نزدیک به زاویه بروستر نسبت به باریکه لیزر [شکل ۱۶.۷ (ب)]، متداولتر است. باز هم، برای یک وضعیت زاویه‌ای منشور، طول موج خاصی (که در شکل با λ_1 نشان داده شده است) مجدداً از آینه ۲ به داخل تشدیدگر بازتابیده می‌شود، سپس تنظیم طول موج با چرخش منشور یا آینه حاصل می‌شود.



شکل ۱۶.۷ تنظیم طول موج لیزر (تنظیم‌پذیری) با استفاده از رفتار پاشندگی طول موج (الف) یک توری پراش در آرایش لیترو یا (ب) یک منشور.



شکل ۱۷.۷ استفاده از صافی دوشکستی به عنوان عنصر انتخاب طول موج.

عنصر سوم انتخاب طول موج که در ناحیه طیفی مرئی یا نزدیک فروسرخ مورد توجه فزاینده‌ای قرار گرفته است، استفاده از صافی دوشکستی در داخل کاواک لیزر است. صافی شامل تیغه‌ای از بلور دوشکستی مناسب (مثلاً کوآرتز یا KDP) است که تحت زاویه بروستر θ_B نسبت به جهت باریکه قرار می‌گیرد (شکل ۱۷.۷). فرض کنیم محور اپتیکی A بلور در صفحه‌ای موازی با سطح تیغه باشد، ابتدا تیغه دوشکستی را بین دو قطبی‌کننده با سمتگیری موازی در نظر می‌گیریم. فرض بر آن است که این سمتگیری چنان است که میدان E را در صفحه فرودی تیغه عبور می‌دهد. به این ترتیب، باریکه فرودی در ورود به تیغه اتلاف بازتابی نخواهد داشت، چون تیغه در زاویه بروستر قرار داده شده است، مشروط بر آنکه محور اپتیکی نه عمود و نه موازی با صفحه فرودی باشد، باریکه ورودی شامل دو مؤلفه عادی و غیرعادی خواهد بود. این مؤلفه‌ها اختلاف در جابه‌جایی فاز $\Delta\phi = 2\pi(n_e - n_o)L_e$ را در گذر از تیغه خواهند داشت، که n_e و n_o به ترتیب ضریبهای شکست برای باریکه‌های عادی و غیرعادی هستند و L_e ضخامت تیغه در امتداد جهت باریکه در تیغه است. پس از عبور از تیغه، دو مؤلفه با یکدیگر ترکیب خواهند شد تا باریکه‌ای با قطبش بیضوی حاصل شود، مگر آنکه $\Delta\phi$ مضرب صحیحی از 2π باشد؛ حضور قطبی‌کننده دوم منجر به اتلاف این نور قطبیده بیضوی می‌شود. از طرف دیگر، اگر $\Delta\phi$ مضرب صحیحی از 2π باشد، یعنی

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)L_e = 2l\pi \quad (۱.۶.۷)$$

که l عددی است صحیح، قطبش باریکه پس از عبور از تیغه تغییر نخواهد کرد. برای قطبی‌کننده‌های ایده‌آل، باریکه هنگام عبور از تمامی سیستم شکل ۱۷.۷ اتلافی نخواهد داشت. برای سادگی فرض می‌کنیم که میدان E ، زاویه 45° نسبت به محور اپتیکی A می‌سازد، بنابراین خواهیم داشت

$$T = \cos^2(\Delta\phi/2)$$

باید توجه کرد که بیشینه‌های تراگسلی متوالی دارای مقادیری از l هستند که تفاوتشان برابر

با واحد است، فاصلهٔ بسامدی آنها را به سهولت می‌توان از معادلهٔ (۱.۶.۷) به دست آورد. فرض می‌کنیم که $(n_e - n_o)$ در گسترهٔ طول موج دچار تغییر قابل ملاحظه‌ای نخواهد شد، فاصلهٔ اختلاف بسامد دو بیشینه متوالی، یعنی دامنهٔ آزاد طیفی $\Delta\nu_{fsr}$ از

$$\Delta\nu_{fsr} = \frac{c}{(n_e - n_o)L_e} \quad (۲.۶.۷)$$

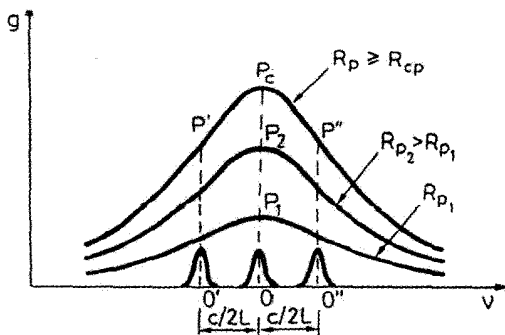
به دست می‌آید. به این ترتیب، ضخامت تیغه که معمولاً از ۳ تا ۱۵ میلی‌متر گسترده است، پهنای منحنی تنظیم‌پذیری و لذا توان تفکیک را تعیین می‌کند. هرچه تیغه نازکتر باشد، گستردگی قابل دسترس تنظیم‌پذیری بزرگتر و توان تفکیک پایینتر است. باز هم توجه کنید که هر قلهٔ تراگسیل با چرخش تیغه حول عمود بر سطح قادر به تنظیم طول موج نیست. در واقع، با چنین چرخشی، مقدار n_e را تغییر می‌دهیم که بستگی به زاویهٔ بین محور اپتیکی و بردار میدان الکتریکی و از آن رو تغییر دوشکستی تیغه $\Delta n = n_e - n_o$ دارد. نکتهٔ آخر آنکه، در لیزرهای با بهرهٔ پایین، نظیر لیزرهای cw گازی و رزینهای، می‌توانیم دوقطبی‌کننده را حذف کنیم، مشروط بر آنکه عنصر دیگر قطبی‌کننده، نظیر محیط فعال یا در واقع خود سطح زاویهٔ بروستر تیغهٔ دوشکستی بتواند بین دو قطبش، تفاوت تلفاتی کافی را فراهم کند.

مثال ۷.۷ گسترهٔ طیفی آزاد و توان تفکیک صافی دوشکستی. لیزری رزینهای را در نظر می‌گیریم که در طول موج $\lambda = 600 \text{ nm}$ عمل می‌کند و در آن از یک صافی دوشکستی شامل یک بلور پتاسیم دی‌هیدروژن فسفات (KDP) در داخل کاواک استفاده شده است تا لیزر تنظیم‌پذیر شود. ضرایب شکست عادی و غیرعادی در طول موج لیزر برابرند با $n_o = 1.47$ و $n_e = 1.51$. زاویهٔ بروستر این تیغه $n_e \cong \tan^{-1} n_o \cong 56.13^\circ$ است، که n مقدار متوسط n_e و n_o است. زاویهٔ بروستر در داخل بلور از قانون اسنل به دست می‌آید، $\theta'_B = 33.9^\circ$ ، به طوری که $L_e = L / \cos \theta'_B \cong 1.81 \text{ mm}$ می‌شود. اگر سمتگیری محور اپتیکی A در شکل ۱۷.۷ نزدیک عمود بر جهت باریکه باشد، ضریب شکست باریکهٔ غیرعادی که باید در معادلهٔ (۲.۶.۷) استفاده شود، دقیقاً $n_e = 1.51$ است و، از معادلهٔ (۲.۶.۷) به دست می‌آوریم که $\Delta\nu_{fsr} \cong 4.14 \times 10^{11} \text{ Hz}$. بازهٔ طول موج متناظر بین دو قلهٔ متوالی برابر است با $\Delta\lambda = \lambda(\Delta\nu_{fsr}/\nu) \cong 5 \text{ nm}$ ، که $\nu = c/\lambda = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ بسامد تابش است. چون تراگسیل صافی دوشکستی در شکل ۱۷.۷ از $T = \cos^2(\Delta\phi/2)$ به دست می‌آید، به سادگی می‌توانیم نشان دهیم که پهنای منحنی تراگسیل (تمام پهنای بین نقاط نیم‌بیشینه) درست برابر است با $\Delta\lambda/2$ ، یعنی برابر است با 2.5 nm .

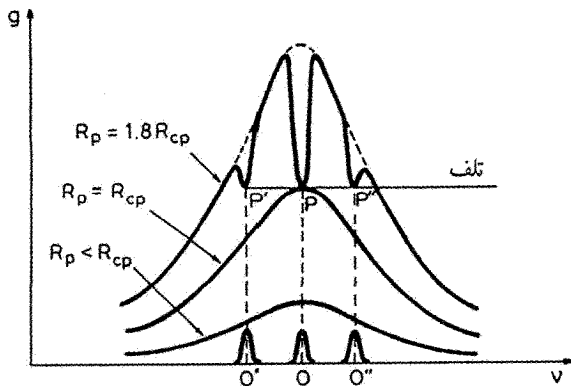
۷.۷ دلایل نوسان چندمدی

لیزرها معمولاً روی مدهای زیادی نوسان می‌کنند، چون فاصلهٔ بسامدی مدها معمولاً کوچکتر، و اغلب بسیار کوچکتر از پهنای نیمرخ بهره است. اگر برای مثال $L = 1 \text{ m}$ در نظر بگیریم، اختلاف بسامد بین دو مد متوالی طولی می‌شود $\Delta\nu = c/2L = 150 \text{ MHz}$. از طرف دیگر، پهنای خط لیزری در گستره‌ای از 1 GHz ، برای گذار پهن‌شدهٔ دوپلری در یک لیزر گازی در ناحیهٔ مرئی یا نزدیک فروسرخ؛ تا 300 GHz یا بیشتر از آن، برای گذار در یک بلور یونی در مادهٔ حالت جامد است. بنابراین تعداد مدها در محدودهٔ پهنای خط می‌تواند از چند تا چند هزار عدد گسترده باشد، به طوری که اختلاف بهره بین این مدها، مخصوصاً وقتی چند هزار مد بررسی می‌شود، خیلی کوچک خواهد بود. در نگاه اول می‌توان انتظار داشت که بخش قابل ملاحظه‌ای از این مدها در یک آهنگ نسبتاً شدید دمش برانگیخته شوند.

به نظر می‌رسد که بحث گذشته سراسر است، ولی نتیجه‌گیری را باید بسیار محتاطانه آزمایش کرد. در واقع، در اوایل توسعهٔ لیزر، چنین استدلال می‌شود که اصولاً لیزرها همواره به نوسان روی یک تک‌مد تمایل نشان می‌دهند، مشروط بر آنکه خط بهره پهن‌شدهٔ همگن باشد. با کمک شکل ۱۸.۷ و شکل ۱۷.۷ که نیمرخ بهرهٔ لیزر برحسب بسامد، برای مقادیر روبه افزایش آهنگ دمش، رسم شده است این استدلال را می‌توان دنبال کرد. برای سادگی فرض می‌کنیم که یک مد کاواک منطبق با قله منحنی بهره باشد. باز هم فرض می‌کنیم که نوسان روی مد TEM_{۰۰} اتفاق می‌افتد به نحوی که تمامی مدها به فاصله $c/2L$ از یکدیگر قرار دارند (شکل ۱۰.۵ را ببینید). ضریب بهرهٔ لیزر از معادلهٔ (۳۵.۴.۲) به دست می‌آید، که سطح مقطع خط همگن با رابطهٔ (۱۸.۴.۲) داده می‌شود. نوسان روی مد مرکزی آغاز می‌شود، یعنی وقتی وارونی $N = N_2 - N_1$ ، یا



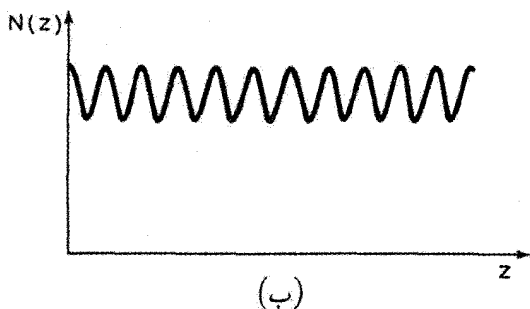
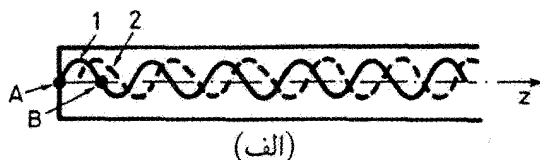
شکل ۱۸.۷ بستگی بسامدی ضریب بهرهٔ لیزر برحسب آهنگ دمش R_p تحت شرایط اشباع (خط همگن).



شکل ۱۹.۷ بستگی بسامدی ضریب بهره لیزر برحسب آهنگ دمش R_p تحت شرایط اشباع (خط ناهمگن): رفتار سوزکنی بسامدی.

وارونی میانگین برای مدل وابسته به مکان، به مقدار بحرانی N_c ، که تلفات برابر با بهره است، برسد [معادله (۲.۳.۷) یا (۱۹.۳.۷) را ببینید]. ولی، حتی وقتی R_p به بالای مقدار آستانه افزایش یابد، وارونی در مقدار بحرانی N_c ، در حالت پایا، ثابت باقی می ماند. بنابراین، قله بهره که در شکل ۱۸.۷ با طول OP نشان داده شده است در مقدار OP_c وقتی $R_p \geq R_{cp}$ است، ثابت خواهد ماند. از آنجایی که خط، پهن شده همگن است، شکل آن دچار تغییر نخواهد شد، به طوری که برای $R_p \geq R_{cp}$ ، مطابق شکل ۱۸.۷، تمامی منحنی بهره یکسان باقی می ماند. بهره برای سایر مدها که با طولهای $O'P'$ ، $O''P''$ و غیره نشان داده شده اند، همواره کوچکتر از مقدار OP_c برای مد مرکزی باقی می ماند. اگر تمامی مدها دارای یک اتلاف باشند، تنها مد مرکزی در حالت پایا نوسان خواهد کرد.

وضعیت برای خط ناهمگن کاملاً متفاوت است (شکل ۱۹.۷). در این مورد سطح مقطعی که باید در معادله (۳۵.۴.۲) به کار برده شود از معادله (۲۳.۴.۲)، یعنی از معادله‌ای که برهم نهش سطح مقطعی‌های آتمی منفرد که در طیفی مفروض بسامدهای گذارشان مطابق با تابع توزیع $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ است، به دست می آید. از این رو، مطابق با بحثی که در بخش ۳.۸.۲ برای منحنی جذب به عمل آوردیم، ایجاد سوزکنی‌هایی در منحنی بهره امکانپذیر خواهد شد (شکل ۲۲.۲ را ببینید). بنابراین، هرگاه R_p به بالای R_{cp} افزایش یابد، بهره مد مرکزی در امتداد بحرانی OP_c ثابت می ماند، ولی بهره‌های سایر مدهای $O'P'$ ، $O''P''$ ، و غیره تا مقدار متناظر با آستانه، افزایش می یابند. در این مورد، اگر لیزر قدری در بالای آستانه عمل کند، می توان انتظار داشت تا بیش از یک مد نوسان کند.



شکل ۲۰.۷ توضیح نوسان چندمندی برای یک خط همگن: (الف) آرایشهای میدان مد موج ساکن در محیطی برای مد در حال نوسان (منحنی پیوسته) و برای یک مد که ممکن است در بالای آستانه (منحنی خط چین) نوسان کند. (ب) نقش سوزکنی فضایی برای وارونی جمعیت در محیط لیزری ناشی از مد در حال نوسان.

در فاصله زمان کوتاهی پس از اختراع لیزر، در واقع مشاهده شد که نوسان چندمندی برای هر دوی خطوط ناهمگن (مثلاً، لیزر هلیوم-نئون) و همگن (مثلاً، لیزر یاقوت) رخ می‌دهد. این نتیجه‌گیری آخر به نظر می‌رسد که با استدلال گذشته در تضاد باشد. سپس این عدم سازگاری با در نظر گرفتن این که هر مد دارای یک نقش موج ساکن یعنی در محیط فعال است، از بین رفت [۲۰]. برای سادگی دومی را در نظر می‌گیریم که نقشهای موج ساکن آنها در محیط فعال به مقدار $\lambda/4$ جابه‌جا شده‌اند (شکل ۲۰.۷ الف).^۱ فرض می‌کنیم که در شکل ۲۰.۷، مد ۱ مد مرکزی شکل ۱۸.۷ است، به طوری که اولین مدی است که به آستانه می‌رسد. ولی، وقتی نوسان روی مد ۱ آغاز شود، وارونی در اطراف آن نقاطی که میدان الکتریکی صفر است (نقاط A، B، و غیره) اکثراً تهی نشده می‌مانند، به طوری که وارونی در آنجا به رشد خود ادامه می‌دهد، حتی اگر لیزر در بالای آستانه باشد. این وضعیت در شکل ۲۰.۷ (الف)، که توزیع فضایی وارونی جمعیت در

۱. یادآور می‌شویم که طبق بخش ۱.۵، بسامدهای تشدیدی مربوط به این شرط هستند که طول کاواک L مضربی از عدد درست نیم طول موج است، یعنی $L = n(\lambda/2)$ ، که n یک عدد درست مثبت است. بنابراین، از یک آینه به آینه دیگر، دو مد طولی متوالی به مقدار $(\lambda/2)$ جابه‌جا می‌شوند. بنابراین اگر محیط فعال در مرکز تشدیدگر قرار داده شود، این دو مد دارای نقشهای فضایی هستند که در محیط درست به اندازه $(\lambda/4)$ جابه‌جا شده‌اند، و ممکن است متناظر با دو مد در شکل ۲۰.۷ باشند.

محیط لیزری نشان داده شده، به نمایش گذاشته شده است.^۱ از این رو، مد ۲ که در ابتدا دارای بهره کمتری بود، با افزایش آهنگ دمش، رشد بهره را تجربه خواهد کرد، چون وارونی از نواحی تهی‌نشده را توسط مد ۱ به‌کار خواهد برد. بنابراین، خیلی بالاتر از آستانه، مد ۲ نیز می‌تواند به نوسان واداشته شود؛ این امر مسلماً زمانی رخ خواهد داد که بهره با تلفات این مد برابر باشد. بنابراین، برای یک خط همگن، نوسان چندمدی ناشی از حفره‌هایی که در منحنی بهره حاصل می‌شود (سوزکنی طیفی، مطابق شکل ۱۹.۷) نیست، بلکه ناشی از حفره‌هایی است که در توزیع فضایی وارونی در محدوده محیط فعال به‌وجود می‌آید (سوزکنی فضایی، مطابق شکل ۲۰.۷ ب). توجه کنید که پدیده سوزکنی فضایی در یک خط ناهمگن نقش قابل ملاحظه‌ای نخواهد داشت. در واقع، در این مورد، مدهای متفاوت (با فاصله بسامدی به اندازه کافی زیاد) با مجموعه‌های اتمهای متفاوت برهم‌کنش می‌کنند، به طوری که نقش سوزکنی یک مجموعه از اتمها برای سایر مدها بی‌تأثیر است.

در خاتمه، باید گفت که لیزر همواره تمایل دارد روی مدهای زیادی نوسان کند. برای یک خط همگن، این امر ناشی از سوزکنی فضایی است، در حالی که برای یک خط ناهمگن، این امر ناشی از سوزکنی طیفی است. ولی توجه کنید که در مورد یک خط همگن، وقتی چند مد با بسامدهایی در اطراف مرکز خط بهره نوسان کنند، تغییر فضایی وارونی به علت حضور نقشهای موج ساکن جابه‌جا شده متناظر با این مدها، اساساً زایل می‌شوند. در این حالت، مشخصه همگن خط، از نوسان سایر مدهایی که از مرکز بهره فاصله دارند ممانعت به عمل می‌آورد. بنابراین، در مقایسه با یک خط ناهمگن، نوسان به تعداد اندکی از مدهایی که در اطراف قله خط بهره متمرکز شده‌اند، محدود می‌شود.

۸.۷ انتخاب تک‌مد

در این بخش چند روش را که باعث نوسان لیزر در یک مد عرضی و یا طولی می‌شود، برای هر خط بهره همگن یا ناهمگن، مورد بحث قرار خواهیم داد.

۱.۸.۷ انتخاب تک‌مد عرضی

در یک تشدیدگر پایدار که اندازه لکه لیزر خیلی بزرگ نباشد (مثلاً برای لیزر Nd:YAG، کمتر از ۵ mm^۲ یا برای لیزر CO_۲ کمتر از ۱ cm^۲)، به نوسان درآوردن لیزر در مد عرضی خاص، یعنی مدی با مقادیر تعیین شده برای شاخصهای n و m مد عرضی (فصل ۵ را ببینید) نسبتاً ساده است.^۱ طبق بحث بخشهای ۲.۳.۷ و ۲.۴.۷، مقدار میانگین $\langle N \rangle$ وارونی، همان‌گونه که با معادله (۲۰.۳.۷) تعریف شد، در بالای آستانه، روی آستانه گیر افتاده می‌ماند.

است. در اکثر کاربردها، نوسان روی مد TEM_{۰۰} مورد توجه است، و برای دستیابی به آن، یک میان‌بند با اندازهٔ روزنهٔ مناسب را می‌توان در نقطه‌ای روی محور تشدیدگر قرار داد. اگر شعاع a این روزنه به اندازهٔ کافی کوچک باشد، مقدار عدد فرنل کاواک $N = a^2/L\lambda$ خواهد بود. با کاهش a ، اختلاف در اتلاف بین مد TEM_{۰۰} و مدهای مرتبهٔ بالاتر بعدی (TEM_{۰۱}، یا TEM_{۱۰}) افزایش خواهد یافت، که می‌توانیم آن را با مقایسهٔ شکل‌های ۳.۵ (الف) و (ب)، به‌ازای یک مقدار از پارامتر g ملاحظه کنیم. بنابراین با انتخاب اندازهٔ مناسب روزنه، نوسان روی مد TEM_{۰۰} واداشته خواهد شد. توجه کنید که این طرح انتخاب مد، برای خود مد TEM_{۰۰} تلفات اجتناب‌ناپذیری به همراه دارد.

همان‌طوری که در بخش ۲.۵.۵ گفته شد، برای قطرهای بزرگ محیط فعال، امکان دستیابی به اندازهٔ لکه مد قابل مقایسه با این قطر، بدون مواجهه با مسائل جدی ناپایداری در اندازهٔ مد عرضی، غیرممکن است. با اشاره به مسئلهٔ ۹.۵، می‌بینیم که عدد فرنل $N = a^2/L\lambda$ ، که a در این حالت شعاع محیط فعال است، نباید از مقداری حدود ۲ تجاوز کند. برای مقادیر بزرگتر از این شعاع، باید به تشدیدگرهای ناپایدار روی آورد. همان‌طوری که در بخش ۲.۶.۵ دیدیم، اگر عدد فرنل معادل چنان انتخاب شود که یک عدد نیم درست باشد، تمایز قابل ملاحظه‌ای در تلفات بین پایبندترین مرتبه و مدهای مراتب بالاتر وجود دارد (شکل ۱۸.۵ را ببینید). در این حالت، باریکهٔ خروجی شکل حلقه‌ای دارد، و این شکلی است که اغلب مورد توجه نیست. در این مورد، بهترین روش دستیابی به نوسان روی پایبندترین مرتبهٔ مد، استفاده از کاواک ناپایدار با جفت‌شدگی خروجی با نیمرخ متغیر شعاعی به صورت تابع گاوسی، یا بهتر از آن ابر گاوسی، است.

۲.۸.۷ انتخاب تک‌مد طولی

حتی وقتی لیزری روی یک مد عرضی نوسان کند، هنوز می‌تواند روی مدهای طولی متعددی نوسان کند (یعنی، مدها در مقدار شاخص مد طولی، n ، خودشان تفاوت دارند). این مدها در بسامد، به مقدار $\Delta\nu = c/2L$ از یکدیگر فاصله دارند. در بعضی موارد، با استفاده از طول کاواک کوتاه، که شرط $\Delta\nu > \Delta\nu_0/2$ برقرار می‌شود و $\Delta\nu_0$ پهنای منحنی بهره است، به جداکردن مد طولی می‌توان دست یافت.^۱ در این مورد، اگر مد چنان تنظیم شود که منطبق با

۱. اگر یک عنصر تنظیم‌کنندهٔ طول موج (تنظیم‌پذیر)، نظیر آنهایی که در شکل‌های ۱۶.۷ و ۱۷.۷ نشان داده شدند، در داخل کاواک لیزر قرار داده شود و پهنای خط تراگیسیل متناظر با آنها (که در موارد واقعی در گسترهٔ ۱-۱ nm قرار می‌گیرد) کوچکتر از پهنای محیط بهره باشد، پهنای خط $\Delta\nu_0$ که در این بخش در نظر گرفته می‌شود، پهنای عنصر تنظیم‌کنندهٔ طول موج است و نه محیط فعال. این حالت به طرز بازاری برای لیزرهای رزین‌های یا لیزرهای حالت جامد تنظیم‌پذیر رخ می‌دهد.

مرکز منحنی بهره شود، برای لیزری که چندان بالای آستانه نیست دو مد طولی کناری از مرکز خط به اندازه کافی فاصله خواهند داشت تا قادر به نوسان نباشند. شرط طرح انتخاب مد را می‌توان به صورت

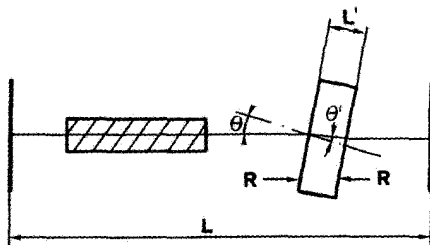
$$L \leq \frac{c}{\Delta\nu_0} \quad (۱.۸.۷)$$

نوشت. به‌عنوان مثال، اگر در معادله (۱.۸.۷) شرط تساوی را به‌کار ببریم و یک مد با قله نیم‌رخ بهره منطبق باشد، دو مد کناری مواجه با ضریب بهره اشباع‌نشده خواهند شد که، برای هر دوی خط گاوسی یا لورنتسی، نیم مقدار قله خواهد بود. مخصوصاً برای یک خط گاوسی، از شکل ۱۹.۷ به‌سادگی می‌توان درک کرد که عملکرد تک‌مد طولی، برای $R_{cp} \leq R_p \leq 2R_{cp}$ به‌دست می‌آید. توجه کنید که برای تنظیم یک مد که با خط مرکزی منطبق شود، می‌توانیم یک آینه‌کاواک را روی تراگذار بی‌زوالکتریکی قرار دهیم. با اعمال ولتاژ به این تراگذار، می‌توانیم تغییر کوچک و قابل‌کنترلی در طول کاواک حاصل کنیم. می‌توان نشان داد که طول کاواک باید به مقدار $\lambda/2$ تغییر داده شود تا شانه مدهای طولی را به اندازه یک فاصله مدی جابه‌جا کند (شکل ۱۰.۵ با $l = m = 0$).

روشی که هم‌اکنون مورد بحث قرار گرفت را می‌توان به‌طور مؤثری برای لیزرگازی، مثلاً لیزر He-Ne، که پهناهای خط نسبتاً کوچک (چند GHz یا کوچکتر) است، به‌کار برد. برای مثال، در مورد لیزر He-Ne که روی گذار قرمز خود نوسان می‌کند، $17 \text{ GHz} \approx \Delta\nu_0^*$ است؛ از معادله (۱.۸.۷) درمی‌یابیم که $L \leq 17.5 \text{ cm}$. از طرف دیگر، در لیزرهای حالت جامد، پهنای خط معمولاً بسیار بزرگتر (چندصد GHz) است، به‌طوری که برای صادق شدن معادله (۱.۸.۷)، طول کاواک معادل باید نوعاً به مقدار قابل ملاحظه‌ای از 1 mm کوچکتر باشد (لیزرهای میکروتراشه‌ای). برای لیزرهای با پهناهای خط بسیار بزرگتر (مثلاً لیزرهای رزین‌های یا لیزرهای حالت جامد تنظیم‌پذیر)، طول کاواکی که در معادله (۱.۸.۷) صدق می‌کند، برای مقاصد عملی فوق‌العاده کوچک می‌شود. در این حالت، و همچنین وقتی طولهای بلندتر محیط فعال مورد نیاز است (مثلاً برای لیزرهای پرقدرت)، انتخاب مد طولی با تکنیکهای گوناگونی صورت می‌گیرد که موضوع دو بخش بعدی خواهد بود.

۱.۲.۸.۷ سنجه‌های فابری-پرو به‌عنوان عناصر انتخاب مد

روش متداول دستیابی به نوسان تک‌مد طولی، برای هر دو خطهای همگن و یا ناهمگن، قرار دادن یک و یا چند سنجه (اتالون) فابری-پرو (FP) در داخل کاواک است. این سنجه‌ها شامل یک تیغه صفحه موازی از مواد شفاف است (کوآرتز ذوب‌شده یا شیشه برای طول موجهای مرئی یا نزدیک فروسرخ) که دو سطح تخت آنها با بازتابندگی مناسب بالا، R ، پوشش داده شده‌اند.



شکل ۲۱.۷ آرایش انتخاب مد طولی با استفاده از یک سنجه تراگسیلی فابری-پرو.

ابتدا حالتی را در نظر می‌گیریم که یک سنجه FP به‌کار برده می‌شود و سنجه تحت زاویه θ نسبت به محور تشدیدگر قرار می‌گیرد (شکل ۲۱.۷). طبق بحث در بخش ۱.۵.۴، بیشینه‌های تراگسیل سنجه در بسامدهای ν_n رخ می‌دهد که از

$$\nu_n = \frac{nc}{2n_r L_1 \cos \theta'} \quad (2.8.7)$$

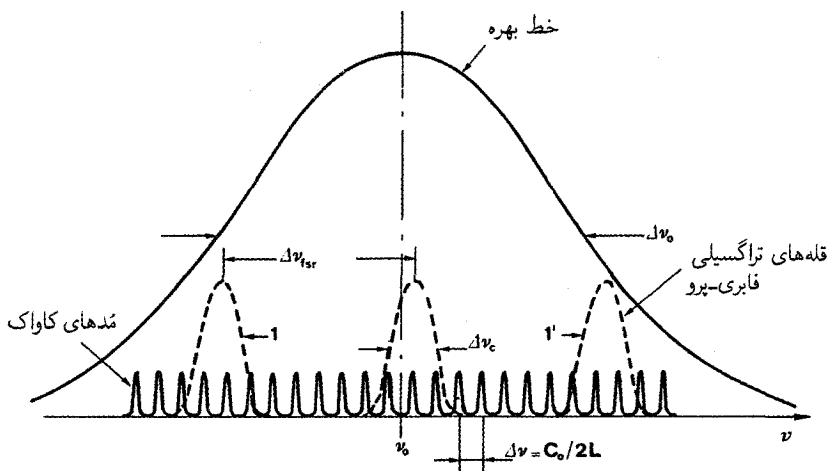
به‌دست می‌آید، که n عددی درست، θ' زاویه شکست باریکه در داخل سنجه، n_r ضریب شکست سنجه، و L_1 طول سنجه است. از آنجایی که L_1 از طول کاواک L خیلی کوچکتر است، تنها یک انحراف خیلی کوچک زاویه θ (و از آن رو θ') از وضعیت $\theta = \theta' = 0^\circ$ لازم است تا بیشینه تراگسیل سنجه برای انطباق با نزدیکترین مد قله نیمرخ بهره لیزر تنظیم شود (شکل ۲۲.۷). اگر فاصله بسامدی $\Delta\nu = c/2L$ بین دو مد طولی کنار هم، اکنون $\Delta\nu_c/2 \geq \Delta\nu_c$ باشد، که $\Delta\nu_c$ پهنای خط قله تراگسیل سنجه است، سنجه نزدیکترین مد به خط مرکزی را از مدهای طرفین انتخاب خواهد کرد.^۱ طبق معادله (۱۳.۵.۴)، تمایز بین مدهای طولی کنار هم باعث می‌شود که

$$\frac{\Delta\nu_c}{2} = \frac{\Delta\nu'_{fsr}}{2F} \leq \Delta\nu \quad (3.8.7)$$

برقرار باشد، که $\Delta\nu'_{fsr}$ گستره طیفی آزاد و F باریکی (فینس) سنجه است. برای آنکه از عملکرد تک‌مد طولی اطمینان حاصل شود، لازم است تا گستره طیفی آزاد $\Delta\nu'_{fsr}$ بزرگتر از یا برابر با نصف پهنای خط بهره $\Delta\nu_c$ باشد؛ در غیر این صورت، دو قله تراگسیلی مجاور هم سنجه باعث نوسان مدهای متناظر کاواک خواهد شد. سپس تمایز بین بیشینه‌های تراگسیلی مجاور هم سنجه شرط

$$\Delta\nu'_{fsr} \geq \frac{\Delta\nu_c}{2} \quad (4.8.7)$$

۱. دقیقتر گفته شود، در این مورد تلفات تراگسیلی تک‌عبور سنجه، دو مد طرفین $\geq 50\%$ است.



شکل ۲۲.۷ انتخاب مد طولی با استفاده از یک سنجه تراگسیلی فابری-پرو.

را برقرار می‌کند. به این ترتیب از معادلات (۳.۸.۷) و (۴.۸.۷) می‌یابیم که
 $(\Delta\nu_0/2) \leq \Delta\nu'_{fsr} \leq 2F\Delta\nu$ ، که به‌عنوان یک شرط لازم $(\Delta\nu_0/2) \leq 2F\Delta\nu$ باید برقرار
 باشد، یعنی

$$L \leq \left(\frac{c}{\Delta\nu_0} \right) 2F \quad (5.8.7)$$

اگر این معادله را با معادله (۱.۸.۷) مقایسه کنیم، می‌بینیم که در مقایسه با یک تشدیدگر
 بدون سنجه، اکنون طول کاواک با ضریب $2F$ افزایش یافته است. برای مثال، فرض کنیم
 $F = 30$ است (عوامل گوناگونی، نظیر تخت بودن سطوح سنجه و اتلاف باریکه در سنجه
 وجود دارند که فینس قابل دسترس را به این مقدار محدود می‌کند)، سپس با استفاده از سنجه
 فابری-پرو، طول کاواک را با ضریب 60 افزایش خواهد داد، در حالی که هنوز عملکرد تک‌مد طولی
 برقرار است.

اگر طول کاواک معادله (۵.۸.۷) را امتناع نکنند، با استفاده از یک سنجه FP امکان عملکرد
 تک‌مد طولی وجود ندارد، بنابراین به تعداد دو یا بیشتر سنجه با ضخامت‌های متفاوت نیاز خواهد
 بود. در مورد دو سنجه، سنجه ضمیمتری مورد نیاز است تا مدهای طولی کنار هم کاواک را متمایز
 سازد. پس گستره طیفی آزاد این سنجه، $\Delta\nu'_{fsr}$ ، باید معادله (۳.۸.۷) را برآورده کند. سنجه نازکتر
 دوم باید بیشینه‌های تراگسیلی کنار هم ناشی از سنجه اول را متمایز کند و لذا گستره طیفی آزاد
 $\Delta\nu''_{fsr}$ آن هم باید بزرگتر از یا برابر با نیم‌بهنای منفی بهره باشد (یعنی، $\Delta\nu''_{fsr} \geq \Delta\nu_0/2$).

برای آنکه به هر دوی این شرط دست یابیم، می‌توان نشان داد که طول کاواک اکنون باید شرط زیر را برآورده کند.

$$L \leq \left(\frac{c}{\Delta\nu_0} \right) (2F)^2 \quad (۶.۸.۷)$$

مقایسه‌ای بین معادلات (۱.۸.۷)، (۵.۸.۷)، و (۶.۸.۷) نشان می‌دهد که، برای دستیابی به عملکرد تک‌مد طولی، بدون حضور سنجه، با حضور سنجه، یا با دو سنجه، طول کاواک باید به ترتیب شرطهای $L \leq c/\Delta\nu_0$ ، $L \leq (c/\Delta\nu_0)(2F)$ ، یا $(c/\Delta\nu_0)(2F)^2 \leq L \leq (c/\Delta\nu_0)(2F)^2$ را برآورده کند.

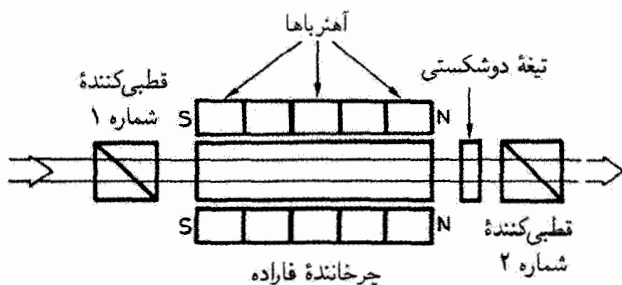
مثال ۸.۷ انتخاب تک‌مد طولی در لیزرهای یونی Ar و $Nd:YAG$. ابتدا یک لیزر Ar را در نظر می‌گیریم که در خط $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ نوسان می‌کند، و پهنای خط بهره آن که به طور تجربی اندازه‌گیری شده است، $\Delta\nu_0^* = 35 \text{ GHz}$ است. برای دستیابی به انتخاب تک‌مد طولی بدون استفاده از سنجه لازم است تا طول کاواک $L \leq c/\Delta\nu_0^* \cong 8.6 \text{ cm}$ باشد، طول کاواک با یک سنجه باید $L \leq (c/\Delta\nu_0^*)(2F) \cong 5.14 \text{ m}$ باشد، که فینس $F = 30$ به کار برده شده است. چون معمولاً طول لیزر Ar کمتر از 2 m و بزرگتر از چند ده سانتیمتر است، یک سنجه FP مورد نیاز است. طبق معادله (۲.۸.۷)، برای $\cos \theta' \cong 1$ داریم $\Delta\nu'_{fsr} \cong c/2n_r L_1$ ؛ با در نظر گرفتن $n_r = 1.5$ و استفاده از معادله (۳.۸.۷)، برای کاواکی به طول $L_1 = 1.5 \text{ m}$ ، به دست می‌آوریم $L_1 \geq L/2Fn_r = 1.66 \text{ cm}$. از معادله (۴.۸.۷)، به دست می‌آید $L_1 \leq (c/\Delta\nu_0^* n_r) = 5.71 \text{ cm}$. بنابراین ضخامت سنجه را می‌توان بین این دو مقدار انتخاب کرد، مثلاً $L_1 = 3.7 \text{ cm}$.

برای مورد بعدی یک لیزر $Nd:YAG$ را در نظر می‌گیریم، که $\Delta\nu_0 = 120 \text{ GHz}$ (در دمای $T = 300 \text{ K}$). در این مورد، با نوسان تک‌مد طولی بدون استفاده از سنجه طول کاواک برابر $L \leq (c/\Delta\nu_0 n) = 1.4 \text{ mm}$ می‌شود، که ضریب شکست $Nd:YAG$ را برابر با $n = 1.82$ گرفته‌ایم. (فرض شده است که دو آینه انتهایی مستقیماً روی دو رخ تیغه YAG پوشش داده شده است، به نحوی که اکنون فاصله بین دو مد طولی متوالی از $\Delta\nu = c/2nL$ به دست می‌آید. در واقع، امروزه از تیغه‌های نازک $Nd:YAG$ تک‌مد دمش دیدی، با ضخامت از مرتبه چند صد میکرومتر به طور متداول و حتی به صورت تجاری استفاده می‌شود (لیزرهای میکروتراش‌های). وقتی از یک سنجه FP استفاده شود، طبق معادله (۵.۸.۷)، طول کاواک می‌تواند به $L \cong 8 \text{ cm}$ افزایش یابد (باز هم فرض کردیم که $F = 30$ است). ■

۲.۲.۸.۷ انتخاب تک‌مد در تشدیدگرهای حلقه‌ای یک‌سویه

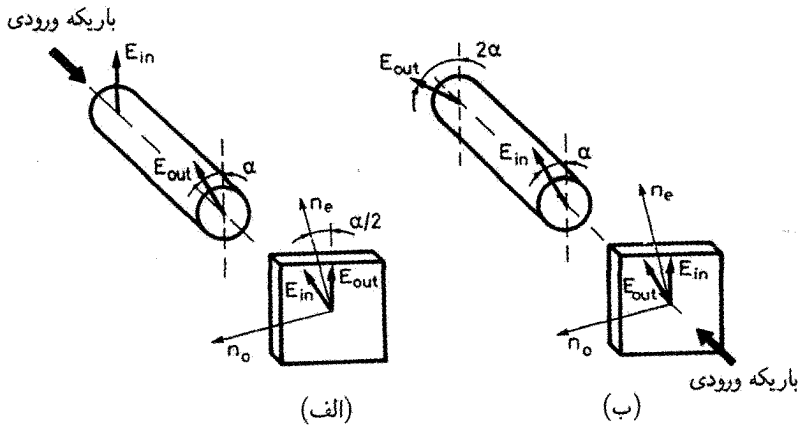
در گذار پهن‌شده همگن، اگر شکل کاواک لیزر حلقه‌ای و نوسان آن محدود به یک‌سویه باشد [شکل ۴.۵(الف) را ببینید]، می‌توان به عملکرد تک‌مد طولی به صورت خودکار دست یافت، یا حداقل دستیابی به آن آسانتر خواهد بود. در واقع، در این مورد، پدیدهٔ سوزکنی فضایی در داخل محیط فعال رخ نخواهد داد، و همان‌طوری که در بخش ۷.۷ بحث شد، لیزر روی یک تک‌مد نوسان می‌کند. در حقیقت، اگر گذار فقط تا اندازه‌ای پهن‌شده همگن باشد و نیم‌رخ بهره خیلی پهن باشد، به تعداد بیشتری از عناصر انتخاب پهنای خط، مانند صافیهای دوشکستی و یا سنجه‌ها نیز نیاز خواهد بود. مزیت بیشتر این آرایش حلقه‌ای یک‌سویه آن است که توان خروجی بالاتری را می‌توان به دست آورد، چون تمامی محیط فعال بجز نواحی اطراف بیشینه‌های نقش موج ساکن در خروجی لیزر سهمیم هستند.

برای دستیابی به عملکرد حلقه‌ای یک‌سویه، باید، ابزار یک‌سویه، یا دیودی اپتیکی، که عبوری ترجیحی برای یک جهت انتشار باریکه به دست می‌دهد را داخل کاواک قرار دهیم. اصولاً این ابزار را می‌توان مطابق شکل ۲۳.۷ تهیه کرد. در اینجا موجی که در یک جهت حرکت می‌کند، مثلاً از چپ به راست، ابتدا از یک قطبی‌کنندهٔ ورودی (قطبی‌کنندهٔ ۱) می‌گذرد، سپس از میله‌ای از مواد شفاف مناسب (مانند شیشه) که به آن یک میدان مغناطیسی طولی dc اعمال می‌شود (چرخانندهٔ فاراده) عبور کرده، و در نهایت از یک قطبی‌کنندهٔ خروجی (قطبی‌کنندهٔ ۲) که سمتگیری آن مطابق با قطبی‌کنندهٔ اول است می‌گذرد.^۱ وقتی باریکهٔ نوری قطبیدهٔ خطی از چرخانندهٔ فاراده هنوز و محور باریکه در امتداد میدان مغناطیسی است، می‌توان نشان داد که باریکهٔ خروجی هنوز هم موج قطبیدهٔ خطی است که صفحهٔ قطبش آن حول محور باریکه چرخیده است. وضعیت



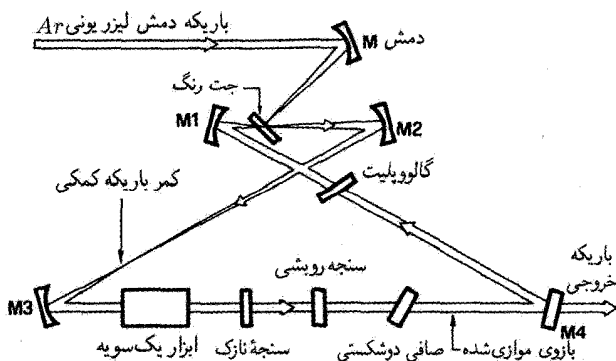
شکل ۲۳.۷ ابزار یک‌سویه با استفاده از چرخانندهٔ فاراده (دیود نوری).

۱. برای اجتناب از سردرگمی و توصیف سازگاری از چرخش قطبش، همواره فرض می‌کنیم که ناظر با باریکهٔ نوری که به سمتش می‌آید مواجه است.



شکل ۲۴.۷ چرخش قطبش برای ترکیبی از چرخاننده فاراده و تیغه دوشکستی $\lambda/2$ برای باریکه‌ای که: (الف) از چپ به راست، و (ب) از راست به چپ، منتشر می‌شود.

چرخش از دید ناظری که باریکه به سمت او حرکت می‌کند، به جهت نسبی میدان مغناطیسی و جهت انتشار باریکه بستگی دارد. این بدان معناست که اگر چرخش قطبش از دید ناظری که باریکه به سمت او می‌آید، برای انتشار باریکه از چپ به راست، مثلاً خلاف جهت عقربه ساعت باشد [شکل ۲۴.۷(الف)]، چرخش قطبش برای انتشار باریکه از راست به چپ از دید ناظر (باز هم ناظر مواجه با باریکه‌ای است که به سمتش می‌آید) در جهت عقربه ساعت رخ می‌دهد [شکل ۲۴.۷(ب)]. به این دلیل چرخاننده فاراده را عنصر بازگشت‌ناپذیر می‌گویند. سپس باریکه از تیغه دوشکستی می‌گذرد که اختلاف راه نوری $\lambda/2$ را بین دو قطبش دارد. در این صورت جابه‌جایی فاز بین دو قطبش برابر است با π ، یعنی، $2\pi(n_o - n_e)l/\lambda = \pi$ ، که l طول مسیر است. اگر قطبش باریکه ورودی زاویه $\alpha/2$ نسبت به محور غیرعادی داشته باشد، آنگاه تیغه قطبش را (برای ناظری که با باریکه روبه‌روست) با زاویه α می‌چرخاند [شکل ۲۴.۷(الف)]. پس، اگر چرخاننده فاراده قطبش را در جهت خلاف عقربه ساعت با زاویه α بچرخاند، دو چرخش دقیقاً حذف شده، به طوری که باریکه‌ای که از قطبی‌کننده خروجی (قطبی‌کننده ۲ در شکل ۲۳.۷) می‌گذرد دچار تضعیف نخواهد شد. چرخش قطبش باریکه‌ای که در جهت مخالف حرکت می‌کند، یعنی از راست به چپ [مطابق شکل ۲۴.۷(ب)]، در عبور از تیغه دوشکستی باز هم در جهت عقربه ساعت است و اکنون دو چرخش با یکدیگر جمع می‌شوند. نتیجتاً، باریکه وقتی از قطبی‌کننده دوم (قطبی‌کننده ۱ در شکل ۲۳.۷) می‌گذرد با اتلاف مواجه می‌شود. توجه کنید که این اتلاف حتی ممکن است به 100% برسد، مشروط بر آنکه کل چرخش با زاویه

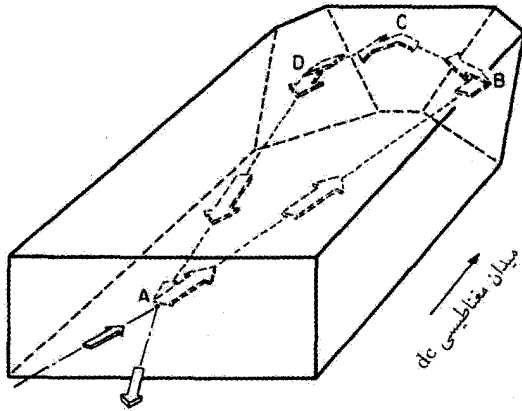


شکل ۲۵.۷ لیزر رزینهای تک‌مد طولی پر قدرت با استفاده از کاواک حلقه‌ای یک‌سویه.

$\pi/2$ باشد. ولی، برای لیزر با بهره پایین، کل چرخش که فقط حدود چند درجه است، نوعاً به اندازه کافی تمایز اتلاف حاصل می‌کند تا از عملکرد یک‌سویه اطمینان حاصل شود. باز هم توجه کنید که در عبور از تیغه دوشکستی، چرخش قطبش، همان طوری که در شکل ۲۴.۷ نشان داده شده است، در جهت عقربه ساعت است. بنابراین، تیغه دوشکستی معرف یک عنصر اپتیکی بازگشت‌پذیر است.

شکل ۲۵.۷ نمونه مثالی از یک آرایش حلقه‌ای تاشده را نشان می‌دهد که شامل یک ابزار یک‌سویه است و در لیزرهای رزینهای پیوسته موج تجاری به‌کار می‌رود. در این مورد، دمش توسط یک لیزر یونی فراهم می‌شود و محلول رزین عمود بر باریکه به‌صورت جت مایع جریان دارد. به علت توزیع بهره عرضی ناشی از دمش کانونی شده، عملکرد تک‌مد عرضی به‌صورت خودکار به‌دست می‌آید. تنظیم طول موج لیزر و کاهش پهنای نوار بهره با ترکیب یک صافی دوشکستی با دو سنجه FP (یک سنجه نازک و یک سنجه رویشی) با گستره‌های طیفی آزاد متفاوت به‌دست می‌آید. طول مسیر اپتیکی کاواک با چرخش یک تیغه شیشه‌ای صفحه موازی که به‌صورت مورب در داخل تشدیدگر قرار می‌گیرد (گالوپولیت) به‌سادگی تنظیم می‌شود. از عملکرد تک‌مد طولی به‌وسیله ابزاری یک‌سویه، شامل یک چرخاننده فاراده و یک تیغه دوشکستی اطمینان حاصل می‌شود. توجه کنید که از هیچ قطبی‌کننده‌ای استفاده نشده است، چون در این مورد به اندازه کافی اتلاف قطبش توسط رخهای عناصر متفاوت اپتیکی که تحت زاویه برون‌تر قرار می‌گیرند ایجاد شده است.

مثال جالب توجه دیگر تشدیدگر حلقه‌ای یک‌سویه، که با استفاده از کاواک غیرمسطح در لیزر Nd:YAG تجاری به‌کار می‌رود، در شکل ۲۶.۷ نشان داده شده است [۲۱]. این تشدیدگر از یک قطعه کوچک (مثلاً $3 \times 6 \times 8$ mm) ساخته شده است که رخهای B و D آن تحت



شکل ۲۶.۷ لیزر Nd:YAG تک‌مد طولی پر قدرت با استفاده از یک کاواک حلقه‌ای یک‌سویه و غیرمسطح [نوسانگر حلقه‌ای غیرمسطح (NPRO)، مرجع [۲۱].

زاویه‌ای برش داده شده‌اند که باریکه، مسیر غیرمسطح BCD نشان داده شده در شکل را دنبال می‌کند و نقطه C در سطح بالاتر قطعه واقع می‌شود. آهنرباهای دائمی در جهت نشان داده شده در شکل میدان مغناطیسی به وجود می‌آورند. باریکه روی سطوح B ، C ، و D بازتاب داخلی کلی پیدا می‌کند، و از روی سطح A ، با پوشش دی‌الکتریکی چندلایه‌ای که به عنوان جفت‌کننده خروجی عمل می‌کند، بازتابیده می‌شود. قطعه Nd:YAG هم محیط فعال و هم چرخاننده فاراده را فراهم می‌کند؛ این قطعه به وسیله باریکه‌ای از یک لیزر نیم‌رسانا به صورت طولی دمیده می‌شود (لیزر نیم‌رسانا در شکل نشان داده نشده است). غیرمسطح بودن مسیر لیزر اثری مشابه با چرخش توسط یک تیغه نیم‌موج را به وجود می‌آورد. فرض کنیم که سطوح فرودی در رخ‌های گوشه‌ای B (سطح ABC) و D (سطح CDA) تحت زاویه β نسبت به سطح فرودی در رخ جلویی A (سطح DAB) قرار دارند. باز هم فرض می‌کنیم که سطح فرودی در رخ بالایی C (سطح BCD) تقریباً عمود بر آنهایی است که در رخ‌های گوشه‌ای قرار دارند. سپس، چرخشهای صفحات فرودی به یک چرخش قطبش خالص و چرخش تصویری 2β پس از سه بازتاب در نقاط B ، C ، و D منجر می‌شود. عنصر انتخاب قطبش، پوشش دی‌الکتریکی چندلایه‌ای روی سطح A است که بازتابندگی آن به قطبش باریکه بستگی دارد. از آنجایی که پهنای خط پهن‌شدگی همگن Nd:YAG بسیار کوچکتر از پهنای خط لیزر رزینه‌ای است و فاصله بسامدی بین مدهای طولی در شکل ۲۶.۷، ناشی از ابعاد کوچک کاواک، بسیار بزرگتر از فاصله بسامدی شکل ۲۵.۷ است، لذا در این مورد، به عناصر انتخاب بسامد اضافی (نظیر صافیهای دوشکستی یا سنجه‌های FP)

نیاز نخواهد بود. باز هم عملکرد تک‌مد عرضی، به علت توزیع بهره عرضی ناشی از دمش کانونی‌شده، به صورت خودکار قابل حصول است. بنابراین ابزاری تک‌مدی جمع‌وجور و یکپارچه را به دست خواهد داد.

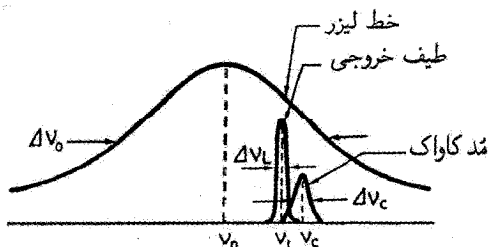
۹.۷ کشیدگی بسامد و حد تکفامی

فرض کنیم که نوسان در یک بسامد مد کاواک، ν_c ، که با بسامد مرکزی ν گذار تفاوت دارد، رخ می‌دهد. اگر $\Delta\nu_c$ و $\Delta\nu$ به ترتیب پهناهای تشدید مد کاواک و گذار لیزری باشند، سؤالی که مطرح می‌شود آن است که بسامد لیزر ν_L و پهناي طیف خروجی $\Delta\nu_L$ (شکل ۲۷.۷) چه مقدار خواهد بود.

ν_L را می‌توانیم با محاسبه تقریب نیم‌کلاسیک به دست آوریم. می‌توان نشان داد [۳، ۲۲]، که مقدار ν_L بین ν_c و ν است؛ یعنی بسامد نوسان به سمت بسامد گذار ν کشیده می‌شود. برای یک خط غیرهمگن با تقریب خوب و برای یک خط همگن به طور دقیق، بسامد نوسان با میانگین وزنی دو بسامد ν_c و ν ، با ضرایب وزنی متناسب با عکس پهناهای خط متناظر با آن، به دست خواهد آمد. بنابراین داریم

$$\nu_L = \frac{(\nu_o / \Delta\nu_o) + (\nu_c / \Delta\nu_c)}{(1 / \Delta\nu_o) + (1 / \Delta\nu_c)} \quad (۱.۹.۷)$$

معمولاً اثر کشیدگی بسامد خیلی کوچک است. در واقع، مقدار $\Delta\nu$ از ۱ GHz \sim برای گذارهای پهن‌شده دوپلری در ناحیه مرئی تا حد ۳۰ GHz برای لیزرهای حالت جامد می‌تواند تغییر کند (جدول ۱.۲ را ببینید). از جهتی دیگر، برای کاواکی به طول ۱ m، $\Delta\nu_c = 1/2\pi\tau_c = \gamma c/2\pi L_e$ ، [معادلات (۱۴.۲.۷) و (۱۰.۳.۵) را ببینید] می‌تواند از ۱ MHz \sim تا چند ده MHz (برای γ در گستره‌ای از ۱٪ \sim ، نوعاً در محیط لیزری بهره‌پایین، نظیر He-Ne، تا مقادیری در مرتبه ۵۰٪



شکل ۲۷.۷ کشیدگی بسامد و طیف خروجی لیزر تک‌مدی.

برای مواد بهره بالا) تغییر کند. بنابراین می‌بینیم که ضریب وزنی $(1/\Delta\nu_c)$ به اندازه سه مرتبه بزرگی، بزرگتر از $(1/\Delta\nu_o)$ است.

اکنون پهنای $\Delta\nu_L$ طیف خروجی لیزر را وقتی نوسان در این تک‌مد رخ می‌دهد مورد بحث قرار می‌دهیم. حد نهایی این پهنای با نوبه گسیل خودبه‌خود برقرار می‌شود، با دقت‌گفته شود، توسط افت‌وخیزهای نقطه صفر در میدان مد لیزری تعیین می‌شود. از آنجایی که این افت‌وخیزها را فقط توسط رهیافت الکترودینامیکی تمام کوانتومی می‌توان به درستی مورد بررسی قرار دارد (بخش ۲.۳.۲ را ببینید)، محاسبه رابطه‌ای برای این حد، خارج از بحث ماست. ولی می‌توانیم درک کنیم که با وجودی که هر دو دامنه و فاز میدان نقطه صفر به‌طور کاتوره‌ای افت‌وخیز می‌کنند، پهن‌شدگی طیفی خروجی باید ترجیحاً از افت‌وخیزهای کاتوره‌ای فازی ناشی شود، در حالی که افت‌وخیزهای خیلی کوچک دامنه، توسط افت‌وخیزهای میدان نقطه صفر القا می‌شود. علت این امر همان‌طوری که قبلاً در این فصل گفته شد کاملاً غیرحساس بودن جمعیت فوتون کاواک لیزر، و لذا توان خروجی، نسبت به تعداد q_i فوتونهای است که در ابتدا در داخل کاواک برای تحریک اثر گسیل خودبه‌خود در نظر گرفتیم. برای آنکه دقت‌بگوییم می‌بینیم که طبق معادله (۲.۲.۷)، آهنگ افزایش فوتونهای کاواک ناشی از فوتون اضافی از گسیل خودبه‌خود، از رابطه $(d\phi/dt)_{sc} = V_a B N_o$ به دست می‌آید. این جمله باید با جمله گسیل القایی که از $V_a B N_o \phi_o$ به دست می‌آید، مقایسه شود. چون ϕ_o می‌تواند از 10^{10} تا 10^{16} در تغییر باشد (شکل ۱.۷ را ببینید)، جمله گسیل خودبه‌خود، اثر ناچیزی در شمار فوتونهای کاواک، یعنی در دامنه میدان، دارد. طبق بحث گذشته، میدان الکتریکی باریکه خروجی را می‌توان به صورت $E(t) = E_o \sin[2\pi\nu_L t + \varphi_n(t)]$ نوشت، که $\varphi_n(t)$ متغیر کاتوره‌ای است که افت‌وخیزهای میدان نقطه صفر را به حساب می‌آورد. سپس می‌توان نشان داد که رفتار زمانی $\varphi_n(t)$ نوعاً یک فرایند پخشی است، یعنی، انحراف فاز ریشه میانگین مربعی پس از زمان t ، $\Delta\phi(t) = \langle [\varphi_n(t) - \varphi_n(0)]^2 \rangle^{1/2}$ ، با $(t)^{1/2}$ متناسب است. شکل طیف نورگسیل‌شده، یعنی طیف توان $E(t)$ ، به صورت لورنتسی است، و با نادیده گرفتن تلفات داخلی، پهنای آن (FWHM) از رابطه [۲۳]

$$\Delta\nu_L = \left(\frac{N_2}{N_2 - N_1} \right) \frac{(2\pi h\nu_L)(\Delta\nu_c)^2}{P} \quad (2.9.7)$$

به دست می‌آید، که P توان خروجی است. این رابطه معروف شالو-تاونز^۱ است، که در پیشنهاد اولیه آنها درباره لیزر معرفی شد [۲۴]، و حد کوانتومی پهنای خط لیزر را ثابت می‌کند.

پهنای خطی که از معادله (۲.۹.۷) پیش‌بینی می‌شود، نوعاً در مقایسه با پهنای خطی که

از سایر آشوبهای کاواک حاصل می‌شود (که بعداً به آن خواهیم پرداخت) بسیار ناچیز است، به استثنای مورد بسیار مهم لیزر نیمرسانا. همان طوری که در مثال ۹.۷ نشان داده شد، دلیل اول برای این استثنا آن است که $\Delta\nu_c$ برای لیزر نیمرسانا، نوعاً حدود ۵ مرتبهٔ بزرگی، بزرگتر از مورد، مثلاً لیزر He-Ne، است. دلیل دوم در واقع با آزمایشهای دقیقی که با لیزرهای GaAs انجام گرفته است کشف شد، که پهنای خط واقعی $10^0 - 5^0$ بار از مقداری که با معادله (۲.۹.۷) پیش‌بینی می‌شود بزرگتر است. این مشاهده، سپس برحسب پدیدهٔ جدیدی مخصوص لیزرهای نیمرسانا، درک شد. در واقع، افت‌وخیزها در چگالی الکترون-حفره که با گسیل خودبه‌خود حاصل می‌شود، باعث ایجاد افت‌وخیز قابل ملاحظه‌ای در ضریب شکست محیط لیزری می‌شود. افت‌وخیز حاصل در طول اپتیکی کاواک، افت‌وخیزهایی در بسامد کاواک، و لذا در بسامد نوسان ایجاد خواهد کرد. بنابراین، در لیزر نیمرسانا، طرف راست معادله (۲.۹.۷) را باید در ضریبی، که معمولاً آن را با α^2 نشان می‌دهند و از واحد خیلی بزرگتر است، ضرب کرد. ضریب α را ضریب هنری می‌گویند، و این نام دانشمندی است که اولین بار این پدیده را توضیح داد [۲۵].

مثال ۹.۷ حد پهنای خط لیزری در لیزرهای He-Ne و نیمرسانای GaAs. ابتدا مورد یک لیزر تک‌مدی He-Ne را که روی گذار قرمز خود ($\nu_0 \cong 4.7 \times 10^{14}$ Hz) و $\lambda = 632.8$ nm) نوسان می‌کند، بررسی می‌کنیم. با در نظر گرفتن $L_e = 1$ m، همچنین فرض می‌کنیم که توان خروجی $P = 1$ mW است. از معادلات (۱۴.۲.۷) و (۱۰.۳.۵)، به ترتیب به دست می‌آوریم $\tau_c = 3.3 \times 10^{-7}$ s و $\Delta\nu_c \cong 4.7 \times 10^5$ Hz. با استفاده از معادله (۲.۹.۷) و با در نظر گرفتن $N_2/(N_2 - N_1) \cong 1$ ، خواهیم داشت $\Delta\nu_L \cong 0.43$ mHz.

سپس، مورد یک لیزر نیمرسانای تک‌مدی GaAs ($\lambda = 850$ nm) با طول کاواک $L = l = 300$ μ m و توان بازتابندگی برابر با $R = 0.3$ در دو رخ را (یعنی، برابر با بازتابندگی فرنل سطوح پوشش داده‌نشدهٔ نیمرسانا) در نظر می‌گیریم. با صرف‌نظر کردن از تمامی سایر تلفات کاواک، به دست می‌آوریم $\gamma = -\ln(R) \cong 1.03$ و لذا $\tau_c = nL/c\gamma = 3.4$ ps که $n = 3.5$ ضریب شکست GaAs است. سپس به دست می‌آوریم $1/2\pi\tau_c \cong 4.7 \times 10^7$ Hz و از معادله (۲.۹.۷) با فرض $N_2/(N_2 - N_1) = 3$ و $P = 3$ mW، $\Delta\nu_L \cong 3.2$ MHz، دقت کنید که در این مورد پهنای خط لیزری حداکثر 10^7 مرتبهٔ بزرگی از مورد لیزر He-Ne بزرگتر است، زیرا زمان فروافت کاواک بسیار کوتاهتر، و لذا پهنای خط کاواک بسیار بزرگتر است.

طبق بحث گذشته، پهنای خط لیزر نمونه‌ای نیمرسانا از نوبهٔ کوانتومی ناشی می‌شود؛ و از نظر

عملی کاهش آن به زیر ۱ MHz مشکل است. در لیزر He-Ne و تمامی سایر لیزرهای مرتبط، برای دستیابی به پهنای خط نوسانی کوچک (نظیر لیزرهای Nd:YAG، CO₂، یا Ar)، پهنای خط با رابطه شالو-تاوونز تعیین می‌شود، و این پهنای خط حتی برای توانهای نسبتاً کم چند mW، همواره خیلی پایینتر از ۱ Hz، و تا میلی‌هرتز است. چون $\nu_L = c/\lambda \cong 4.7 \times 10^{14}$ Hz است، تکفامی نسبی این لیزر با افت و خیزهای نقطه صفر برقرار می‌شود و برابر با $10^{-18} \times 2.7 \cong (\Delta\nu_L/\nu_L)$ خواهد شد.

اکنون به آزمون پایداری طول کاواکی که بسامد تشدید را به همان درجه از پایداری نگه می‌دارد، خواهیم پرداخت. با استفاده از معادله (۱.۲.۵) با n ثابت، درمی‌یابیم که $10^{-18} \times 2.7 \cong -(\Delta\nu_c/\nu_c) \cong (\Delta L/L)$ ، به طوری که با $L = 1$ m، مثلاً داریم $10^{-9} \times 2.7 \cong |\Delta L|$. این بدان مفهوم است که تغییر طول کاواک با کمیت 10^{-8} بار کوچکتر از بعد اتمی نمونه‌ای، کافی است تا باعث جابه‌جایی در بسامد کاواک ν_c ، و لذا در بسامد نوسان ν_L ، که قابل مقایسه با پهنای خط نوسانی است و از معادله (۲.۹.۷) به دست می‌آید، شود. بنابراین، همان طوری که در بخش بعد خواهیم دید، در عمل، حد تکفامی با تغییرات در طول کاواک، که با ارتعاشها یا جابه‌جاییهای گرمایی القا می‌شود، برقرار خواهد شد. این تغییرات از آشفته‌گیهای نوفه‌ای ناشی می‌شود که نسبت به آنهایی که قبلاً مورد بررسی قرار دادیم، شاید از ماهیت بنیادی کمتری برخوردار باشد و لذا اغلب گفته می‌شود که ناشی از نوفه تکنیکی است.

۱۰.۷ افت و خیزهای بسامدی لیزر و پایدارسازی بسامد

برای پی‌گیری افت و خیزهای بسامدی لیزر، یک محیط فعال با ضریب شکست n_m و طول l را در لیزری به طول کاواک L در هوا، در نظر می‌گیریم. آنگاه، طول مؤثر کاواک از $L_e = n_a(L-l) + n_m l$ به دست می‌آید، که n_a ضریب شکست هواست. تغییرات بسامدی مد را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

- (۱) سوق (جابه‌جایی)های بلندمدت، یعنی، جابه‌جاییهایی که برای زمانی بلندتر از، مثلاً ۱s، در هریک از مقادیر L یا n_a رخ می‌دهد و اصولاً در اثر سوئچهای دمایی یا تغییرات آهسته فشار هوا در محیطی که لیزر را در بر می‌گیرد، حاصل می‌شود. (۲) افت و خیزهای کوتاه‌مدت که در اثر ارتعاشات آکوستیکی آینه‌ها به وجود می‌آید و به تغییرات طول کاواک می‌انجامد؛ امواج فشار صوتی است که n_a را مدوله می‌کند؛ افت و خیزهای کوتاه‌مدت n_m ناشی از مثلاً افت و خیز در جریان تخلیه در گاز لیزر یا حبابهای هوا در جریان جت لیزر رزین‌ه‌ای است. در لیزرهای حالت جامد دمیده‌شده اپتیکی، افت و خیزها در توان دمش، افت و خیزهای دمایی را موجب می‌شوند که به نوبه خود ضریب شکست را تغییر داده و لذا طول اپتیکی کاواک دچار تغییر خواهد شد.

مثال ۱۰.۷ سوق بلندمدت یک کاواک لیزری. برای اینوار $\alpha = 1 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ را در نظر می‌گیریم و بسامد را در ناحیه مرکزی طیف مرئی، یعنی $\nu_L \cong 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ می‌گیریم. از روابط گذشته به دست می‌آوریم که سوق بسامدی ناشی از تغییر گرمایی به مقدار $|\Delta\nu_L| \Delta T = 5 \times 10^8 \text{HzK}^{-1}$ است. این نشان می‌دهد که تغییر در ΔT به مقدار تنها 1°C ، سوق بسامدی 5°MHz را ایجاد می‌کند. برای محاسبه سوق بسامدی ناشی از تغییر آهسته فشار، یادآور می‌شویم که برای یک لیزر گازی، $(L-l)/L_e \cong 0.2$ است، و برای هوا، $n_a \cong 1.00027$ است. مجدداً، برای $\nu_L \cong 5 \times 10^{14} \text{Hz}$ ، می‌توانیم بنویسیم $|\Delta p/p| \text{Hz} \cong 27 \times 10^1 |\Delta\nu_L|$. به این ترتیب، برای تغییر فشار نسبی برابر با 3×10^{-3} ، که به سادگی می‌تواند در مدت یک ساعت اتفاق افتد، خواهیم داشت $|\Delta\nu_L| \cong 8^\circ \text{MHz}$.

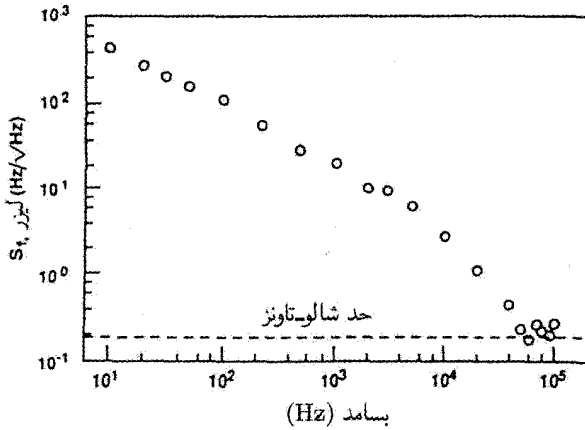
برای آنکه اثر سوقهای بلندمدت را روی طول کاواک نشان دهیم، α را ضریب انبساط گرمایی عناصر (مثلاً میله‌های اینوار) می‌گیریم و فاصله آینه‌ها را تعیین می‌کنیم. سپس، خواهیم داشت $|\Delta L/L| = \alpha \Delta T$ ، که ΔT تغییر دما در محیط لیزر است. از طرف دیگر، تغییرات آهسته فشار، سوق بسامدی به مقدار

$$|\Delta\nu_L| = \nu_L |\Delta n_a| (L-l)/L_e = \nu_L (n_a - 1) |\Delta p/p| (L-l)/l$$

سهم خواهد داشت، که Δp تغییر آهسته فشار محیط p است.

طبق مثال ۱۰.۷، برای آنکه سوقهای بسامدی بلندمدت را به زیر مثلاً 1MHz کاهش دهیم، باید: (۱) برای عناصر فاصله‌گذار در کاواک، مواد با انبساط پایین، شاید با ضریب انبساط کوچکتر از $1 \times 10^{-7} \text{K}^{-1}$ ، به کار برده شود. (۲) دمای محیط در زیر 1°C و پایدار شده باشد. همچنین باید لیزر را در یک اتاقک پایدارشده فشار قرار داد. کاهش افت‌وخیزهای بسامدی کوتاه‌مدت حتی مشکلتر است، و به میزاپتیکی با انرژی ارتعاشی خوب نیاز دارد، و نیز تمامی مسیر لیزر باید به خوبی محافظت شود. بنابراین عموماً کاهش افت‌وخیزهای بسامدی کوتاه‌مدت به زیر سطح 1MHz مشکل خواهد بود، مگر برای لیزرهای حالت جامد یکپارچه و جمع‌وجور نظیر لیزر NPRO^{TM} در شکل ۲۶.۷، که افت‌وخیزهای بسامدی کوتاه‌مدت حدود 1°kHz در آنها اندازه‌گیری شده است.

برای مشخص کردن دقیق افت‌وخیزهای بسامدی لیزر، مجدداً میدان الکتریکی باریکه خروجی را به صورت $E(t) = E_0 \sin[2\pi\nu_L t + \varphi_n(t)]$ می‌نویسیم، که ν_L بسامد مرکزی لیزر و $\varphi_n(t)$ افت‌وخیزهای فاز نوفه را توصیف می‌کند. سپس بسامد لحظه‌ای را می‌توان به صورت $\nu(t) = \nu_L + [d\varphi_n(t)/2\pi dt] = \nu_L + \nu_n(t)$ نوشت، که $\nu_n(t)$ نوفه بسامدی است. این



شکل ۲۸.۷ طیف نوفهٔ بسامدی ناشی از لیزر Nd:YAG با عملکرد عادی دمیدهٔ دیودی [۲۶].

نوفهٔ بسامدی از نظر بنیادی به پهنای خط یا پایداری بسامد مرتبط است، و در نتیجه باید مشخص شود. اندازه‌گیری که برای مشخص کردن افت‌وخیزهای بسامدی به‌کار می‌رود، چگالی طیف توان نوفهٔ بسامدی است که با $S_{\nu}(\nu_m)$ نمایش داده می‌شود و برحسب Hz^2/Hz بیان می‌شود. در اینجا، ν_m را بسامد جبرانی می‌گویند و بیانگر بسامدی است که فاز $\varphi_n(t)$ با نوفه مدوله می‌شود. از نظر عملی، $S_{\nu}(\nu_m)$ با تبدیل $\nu_n(t)$ به، مثلاً یک سیگنال $V_n(t)$ توسط یک مبدل بسامد به ولتاژ، و با اندازه‌گیری طیف توان $V_n(t)$ توسط یک تحلیلگر طیفی الکترونی اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۲۸.۷ جذر طیف نوفهٔ بسامدی، $[S_{\nu}(\nu_m)]^{1/2}$ ، حاصل از لیزر یک‌پارچه Nd:YAG با عملکرد عادی که با لیزر دیودی دمیده می‌شود را نشان می‌دهد [۲۶]. همان شکل نیز حد شالوتاونز برای $[S_{\nu}(\nu_m)]^{1/2}$ را ارائه می‌کند. در واقع، همان‌طوری که از نظریهٔ شالوتاونز می‌توان پیش‌بینی کرد، برای یک خط لورنتسی می‌توان نشان داد که چگالی طیف توان افت‌وخیزهای بسامدی سفید است؛ یعنی، $S_{\nu}(\nu_m)$ ثابتی است که از [۲۷]

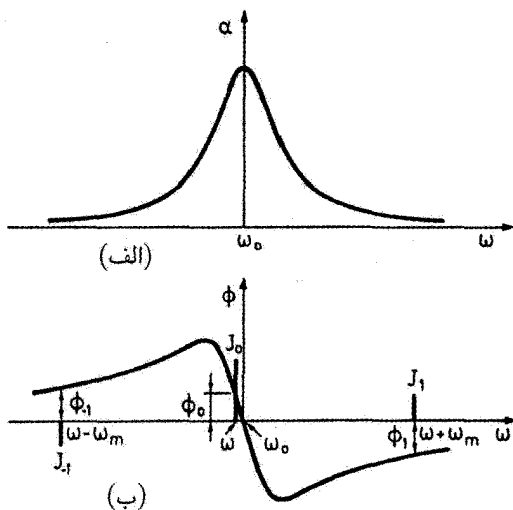
$$S_{\nu}(\nu_m) = \frac{\Delta\nu_L}{\pi} \quad (1.10.7)$$

به‌دست می‌آید، که $\Delta\nu_L$ پهنای خط است [که برای نظریهٔ شالوتاونز از معادلهٔ (۲.۹.۷) به‌دست می‌آید]. با توجه به شکل ۲۸.۷، می‌توان دید که برای بسامدهای جبرانی کوچکتر از ۱۰۰ kHz افزایش زیادی در طیف نوفه وجود دارد که در این مورد ناشی از آشفته‌گیهای آکوستیکی و افت‌وخیزهای توان دمش است.

برای اکثر کاربردهایی که دارای ظرافت خاص‌اند، مانند آشکارسازی موج گرانشی، طیف نوفهٔ

لیزری را باید شدیداً کاهش داد. برای برآورده شدن این منظور، باید از تکنیکهای پایداری‌سازی طول کاواک استفاده کرد؛ یکی از آینه‌های کاواک را روی یک تراگذار پیزوالکتریکی سوار می‌کنند، و برای پایداری‌سازی بسامد، ولتاژ بازخورد (فیدبک) را از یک مدار الکترونی مناسب به تراگذار اعمال می‌کنند. با ارسال بخشی از تابش لیزر به یک متمایزکنندهٔ بسامد با تفکیک و پایداری به اندازهٔ کافی بالا، افت‌وخیزهای ولتاژ در خروجی سیگنال خطای مورد نیاز را به دست می‌دهد. خطوط تیز تراگسیلی (یا بازتابی) یک تداخل‌سنج FP با فینس بالا، یا یک خط جذبی تیز ناشی از گاز اتمی یا مولکولی که در یک سلول فشار پایین نگه‌داشته شده است، اغلب به‌عنوان متمایزکننده‌های بسامد به‌کار برده می‌شوند. تداخل‌سنج‌های فابری-پرو با فینس بزرگتر از 10^5 که در آن از آینه‌هایی با تلفات جذبی و پراکندگی فقط چند قسمت در میلیون استفاده شده است، به‌کار برده شده‌اند. در تداخل‌سنجی به طول 1 m ، پهنای خط تراگسیلی تیزی با گسترهٔ چند کیلوهرتز به دست آمده است. برای کاهش افت‌وخیزهای بسامدی در کاواک FP، آینه‌ها را باید با استفاده از عناصر با ضریب انبساط پایین (نظیر لوله‌ای که از سوپر اینوار تهیه شده است یا سرامیک با انبساط پایین) سوار کرد و تداخل‌سنج را باید در ظرفی قرار داد که فشار و دمای آن کنترل می‌شود. لیکن، پایداری‌سازی بسامدی بلندمدت و مطلق را می‌توان تنها با استفاده از یک خط جذبی اتمی یا مولکولی به‌عنوان مرجع بسامد، به دست آورد. یک مرجع خوب طول موج باید تکرارپذیر باشد و اساساً از پیریشیدگیهای خارجی نظیر میدانهای الکتریکی یا مغناطیسی یا تغییرات دما و فشار مستقل باشد. بنابراین گذارها در آنها یا مولکولهای بدون گشتاور دوقطبی دائم، نظیر CH_4 برای گذار $3\text{r}39\mu\text{m}$ یا $^{129}\text{I}_2$ برای گذار 633 nm در لیزر He-Ne، بسیار مناسب هستند. برای گازی در فشار پایین یا بخار، خط جذبی با پهن‌شدگی دوپلری تا پهنای 1 GHz (در ناحیهٔ مرئی) محدود می‌شود. برای دستیابی به پهنای خیلی باریکتر، شاید در گسترهٔ کیلوهرتز، نوعی از طیف‌سنجی غیرخطی بدون دوپلری را باید به‌کار برد [۲۸].

یک روش متداول پایداری‌سازی بسامد استفاده از تکنیک پاوند-درور است [۲۹]، که بخش کوچکی از باریکهٔ خروجی، مدولهٔ بسامدی می‌شود، سپس از متمایزکنندهٔ بسامدی می‌گذرد، یعنی از تداخل‌سنج FP یا سلول جذبی. برای درک این تکنیک، ابتدا متذکر می‌شویم که هر عنصر، تراگسیلی را عرضه می‌دارد که با بسامد تغییر می‌کند و نیز یک جابه‌جایی فاز در موج فرودی القا می‌کند که به بسامد بستگی دارد. در تداخل‌سنج FP که در تراگسیل استفاده می‌شود، جابه‌جایی فاز را می‌توان از معادلهٔ $(2.5.4)$ به دست آورد. از طرف دیگر، برای یک خط جذبی جابه‌جایی فاز را می‌توان به صورت $\phi = 2\pi nl/\lambda$ نوشت، که l طول سلول جذبی است و n ضریب شکست محیط است. برای خط لورنتسی، ضریب شکست n می‌تواند به ضریب جذب α محیط با رابطهٔ



شکل ۲۹.۷ تکنیک پائند-درور برای پایدارسازی بسامد به کمینه تراگسیل یک سلول جذبی (یا به قله تراگسیلی یک تداخل سنج فابری-پرو).

پاشندگی مرتبط شود

$$n(\nu - \nu_0) = n_0 + \left(\frac{c}{2\pi\nu} \right) \left(\frac{\nu_0 - \nu}{\Delta\nu_0} \right) \alpha(\nu - \nu_0) \quad (2.10.7)$$

که n_0 ضریب شکستی است که از خط تشدید خیلی فاصله دارد، ν بسامد موج الکترومغناطیسی، ν_0 بسامد گذار، و $\Delta\nu_0$ پهنای گذار است. توجه کنید که برای $\nu = \nu_0$ داریم $n = n_0$ ، لذا گذار سهمی در ضریب شکست نخواهد داشت. برای یک خط ناهمگن، باید جابه‌جاییهای فاز القاشده در بسامد ν را برای تمامی آنها جمع بزنیم، بسامدهای گذار آنها، ν'_0 ، اکنون طبق تابع $(\nu'_0 - \nu_0) g^*$ توزیع می‌شوند، سپس ضریب شکست محیط از معادله (۲.۱۰.۷) با میانگیری روی توزیع بسامدی $g^*(\nu'_0 - \nu)$ به دست می‌آید، که خواهد شد

$$n_{eff} = n_0 + \frac{cN_t}{2\pi\nu} \int \frac{\nu'_0 - \nu}{\Delta\nu_0} \sigma_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0 \quad (3.10.7)$$

که N_t جمعیت کل حالت پایه و σ_h سطح مقطع همگن است. طبق معادله (۲.۱۰.۷) یا (۳.۱۰.۷)، برای یک نیمرخ مفروض ضریب جذب $\alpha = \alpha(\omega - \omega_0)$ [شکل ۲۹.۷ (الف) را ببینید]، جابه‌جایی بسامدی مربوطه عموماً به صورت شکل ۲۹.۷ (ب) است، برای سادگی، جابه‌جایی فاز در بسامد

مرکزی خط، $\phi_0 = 2\pi n_0 l / \lambda$ که l طول محیط است، را برابر با صفر می‌گیریم. شکل نسبتاً مشابهی برای یک تداخل سنج FP به‌کار می‌رود، بنابراین شکل ۲۹.۷ (ب) نمایشی کلی از جابه‌جایی فاز در متمایزکننده بسامدی را نشان می‌دهد (یعنی با سلول جذبی یا تداخل‌سنج FP).

اکنون یک باریکه مدوله‌شده بسامدی را در نظر می‌گیریم و میدان الکتریکی آن را به صورت $E(t) = E_0 \exp[j\omega t + j\Gamma \sin \omega_m t]$ می‌نویسیم، که Γ ضریب مدولاسیون فاز و ω_m بسامد مدولاسیون است. این میدان را برحسب تابع بسل بسط می‌دهیم

$$E(t) = E_0 e^{j\omega t} \sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(\Gamma) e^{jn\omega_m t} \quad (۴.۱۰.۷)$$

که J_n تابع بسل از مرتبه n است. اگر بررسیهای خود را به اولین دو نوار در بسامد $\pm\omega_m$ محدود سازیم، از معادله (۴.۱۰.۷) به‌دست می‌آوریم

$$E(t) = E_0 e^{j\omega t} [-J_1(\Gamma) e^{-j\omega_m t} + J_0(\Gamma) + J_1(\Gamma) e^{j\omega_m t}] \quad (۵.۱۰.۷)$$

که از خاصیت $J_{-1}(\Gamma) = -J_1(\Gamma)$ استفاده کرده‌ایم. سپس، میدان الکتریکی موج، پس از ترک متمایزکننده بسامد از رابطه

$$E(t) = E_0 e^{j\omega t} [-J_1(\Gamma) e^{-j\omega_m t - j\phi_{-1}} + J_0(\Gamma) e^{-j\phi_0} + J_1(\Gamma) e^{j\omega_m t - j\phi_1}] \quad (۶.۱۰.۷)$$

به‌دست می‌آید، که ϕ_{-1} ، ϕ_0 و ϕ_1 به ترتیب جابه‌جاییهای فاز مربوط به موج حامل و دو نوار کناری هستند [شکل ۲۹.۷ (ب)]. اگر باریکه‌ای که از متمایزکننده عبور می‌کند به یک آشکارساز چهارقطبی ارسال شود، فوتوجریان آشکارشده با EE^* متناسب خواهد بود، که E^* همیوگ مختلط E است. به این ترتیب، مؤلفه فوتوجریان در بسامد ω_m متناسب است با

$$(EE^*)_{\omega_m} = 2|E_0|^2 \text{Re}\{J_0 J_1 e^{j\omega_m t} [e^{j(\phi_0 - \phi_1)} - e^{j(\phi_{-1} - \phi_0)}]\} \quad (۷.۱۰.۷)$$

که Re نشان‌دهنده قسمت حقیقی است. اگر بسامد ω موج حامل با بسامد مرکزی متمایزکننده، $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ ، منطبق شود، خواهیم داشت $\phi_0 = 0$ و $\phi_{-1} = -\phi_1$ (شکل ۲۹.۷ را ببینید). سپس از معادله (۷.۱۰.۷)، داریم $(EE^*)_{\omega_m} = 0$. از طرف دیگر، اگر $\omega \neq \omega_0$ باشد و فرض کنیم که $\omega_m \gg 2\pi\Delta\nu$ برقرار باشد، می‌توان نوشت $\phi_{-1} \cong -\phi_1$ ، و از معادله (۷.۱۰.۷) به‌دست می‌آوریم

$$(EE^*)_{\omega_m} = -4|E_0|^2 J_0 J_1 \sin(\phi_0) \sin(\omega_m t - \phi_1) \quad (۸.۱۰.۷)$$

بنابراین، علامت مؤلفه فوتوجریان در بسامد ω_m به علامت ϕ_0 ، یعنی اینکه ω در بالا یا در زیر ω قرار گیرد، بستگی دارد. سپس این مؤلفه را می‌توان به‌عنوان سیگنال خطا، برای مدار بازخورد الکترونی به‌کار برد که بسامد حامل موج را وادار می‌کند تا بر بسامد مرکزی متمایزکننده منطبق شود. دقتی که به این وسیله می‌توان به آن رسید به بهره مدار بازخورد و پهنای آن بستگی دارد. به این طریق با متمایزکننده‌های بسامدی خیلی تیز ($\Delta\nu_0 \cong 30 \text{ kHz}$)، سوپهای کوتاه‌مدت در گستره 100 mHz دسترسی حاصل شده است [۳۰].

۱۱.۷ نوفه شدت و کاهش نوفه شدت

از آنجایی که نوفه بسامدی را فقط گسیل خودبه‌خود و افت‌وخیزهای طول‌کاواک القا می‌کنند، دامنه میدان باریکه خروجی را می‌توان تا مرتبه اول مستقل از زمان در نظر گرفت. ولی، پریشیدگیهای دیگر لیزری وجود دارند که به افت‌وخیزهای دامنه منجر می‌شوند، یعنی، ایجاد نوفه شدت می‌کند. متداولترین پریشیدگیهای از این نوع را می‌توان به قرار زیر فهرست کرد:

- در لیزرهای گازی: افت‌وخیزها در مرجع تغذیه جریان، ناپایداری در فرایند تخلیه، و از محور خارج‌شدگیهای آینه‌ها ناشی از ارتعاشات تشدیدگر.
- در لیزرهای رزین: افت‌وخیزهای چگالی در محلول جت رنگینه و حضور حبابهای هوا در محلول.
- در لیزرهای حالت جامد: افت‌وخیزهای دمش (برای هر دوی دمش لامپی و دمش دیودی) و از محور خارج‌شدگیهای کاواک.
- در لیزرهای نیمرسانا: افت‌وخیزها در جریان تغذیه (بایاس)، افت‌وخیزهای دامنه ناشی از گسیل خودبه‌خود و نوفه بازترکیب الکترون-حفره.

علاوه بر این افت‌وخیزهای کوتاه‌مدت، سوق بلندمدت در توان خروجی نیز حضور دارد، که عموماً ناشی از محور خارج‌شدگی کاواک لیزر و از بین رفتن آینه‌ها، پنجره‌ها، یا سایر قطعات اپتیکی، شامل خود محیط فعال، است. ولی برای لیزرهای با طراحی و ساخت خوب، این افت توان فقط پس از حداقل چند هزار ساعت اتفاق می‌افتد.

برای توصیف نوفه شدت، فرض کنیم $\delta P(t)$ افت‌وخیز توان در اطراف مقدار میانگین $\langle P \rangle$ آن باشد. سپس می‌توانیم تابع خود همبستگی شدت $C_{pp}(\tau)$ را به صورت

$$C_{pp}(\tau) = \frac{\langle \delta P(t) \delta P(t + \tau) \rangle}{\langle P \rangle^2} \quad (1.11.7)$$

تعریف کنیم، که $\langle \rangle$ نشان‌دهنده میانگین (مجموعه) است. تبدیل فوری $C_{pp}(\tau)$ را نوفه نسبی

شدت (RIN) چشمه لیزری می‌گویند، و از رابطه

$$RIN(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{pp}(\tau) \exp(j\omega\tau) d\tau \quad (۲.۱۱.۷)$$

به دست می‌آید. واضح است که $C_{pp}(\tau)$ با تبدیل فوریه وارون، از معادله (۲.۱۱.۷) به دست می‌آید، یعنی

$$C_{pp}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} RIN(\omega) \exp(-j\omega\tau) d\omega \quad (۳.۱۱.۷)$$

طیف RIN نمونه‌ای که از یک نوسانگر تک‌مدی دمیده دیودی، NPRO به دست آمده است در شکل ۳۰.۷ (الف) [منحنی ۱] نشان داده شده است. توجه کنید که مقیاس برحسب dB/Hz بیان شده است، نمادی که ممکن است باعث سردرگمی شود؛ معنای آن به صورت زیر است

$$RIN(\text{dB/Hz}) = 10 \log[RIN(\nu) \times \Delta\nu] \quad (۴.۱۱.۷)$$

که $RIN(\nu) = 2\pi RIN(\omega)$ و $\Delta\nu = 1 \text{ Hz}$ است.^۱ طیف RIN در یک بسامد قله شدیدی پیدا می‌کند (در شکل $\nu \cong 30 \text{ kHz}$) که مربوط به بسامد نوسان واهلشی لیزر است (فصل ۸ را ببینید). افت وخیز نسبی متناظر با توان خروجی $\delta P(t)/\langle P \rangle$ در شکل ۳۰.۷ (ب) [منحنی ۱] نشان داده شده است. در این شکل تغییر ریشه میانگین مربعی $\delta P(t)$ ، یعنی $[\langle \delta P^2(t) \rangle / \langle P \rangle^2]^{1/2}$ ، برابر با 2×10^{-3} است. همین نتیجه از شکل ۳۰.۷ (الف) به دست می‌آید، مشروط بر آنکه پهنای $\Delta\nu_p$ (۳dB) قله نوسان واهلشی را تقریباً 2 kHz به حساب بیاوریم و مقدار RIN در قله -85 dB/Hz باشد. در واقع، طبق معادله (۴.۱۱.۷)، داریم

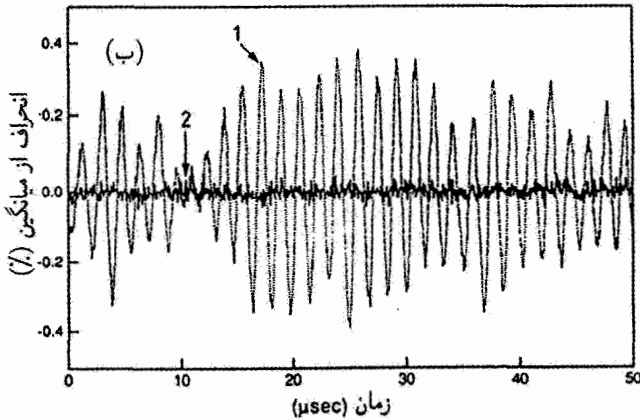
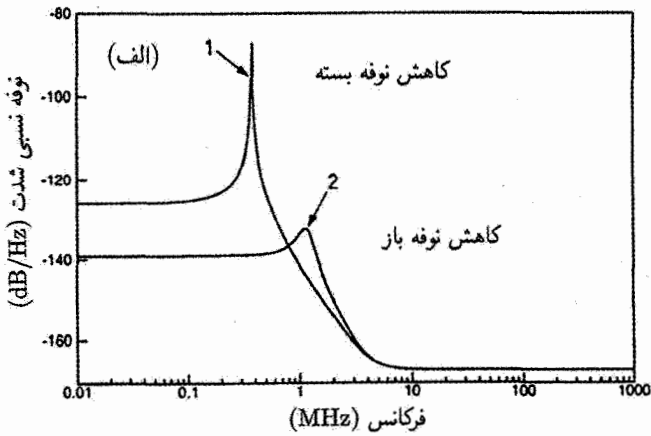
$$RIN(\nu) = 10^{-8.5} \text{ Hz}^{-1} \cong 3.16 \times 10^{-9} \text{ Hz}^{-1}$$

سپس از معادلات (۳.۱۱.۷) و (۱.۱۱.۷) با $\tau = 0$ ، به دست می‌آوریم

$$C_{pp}(0) = \langle \delta P^2(t) \rangle / \langle P \rangle^2 \cong RIN(\nu) \times \Delta\nu_p \cong 6.32 \times 10^{-6}$$

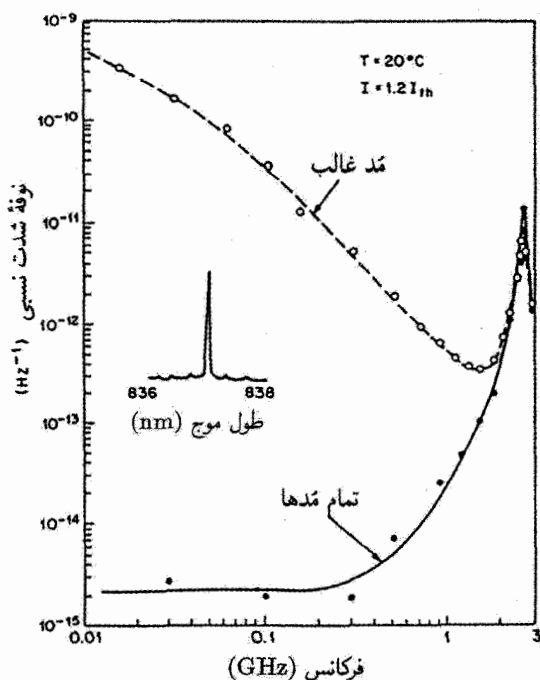
$$\text{و لذا } [\langle \delta P^2(t) \rangle / \langle P \rangle^2]^{1/2} \cong 2.5 \times 10^{-3}$$

برای کاهش نوفه شدت، اغلب یک بازخورد متفی به مرجع تغذیه دمش اعمال می‌شود. ولی، زمان لازم برای برقراری این بازخورد با پاسخ زمانی تخلیه محدود می‌شود (زمان پاسخ آهنگ ۱. طبق (۴.۱۱.۷)، بعد $RIN(\text{dB/Hz})$ یک عدد است و نه $[\text{Hz}]^{-1}$ چنانکه از نماد (dB/Hz) به نظر می‌رسد. این نماد به‌سادگی نشان می‌دهد که نوفه در پهنای نوار $\Delta\nu = 1 \text{ Hz}$ اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۳۰.۷ (الف) طیفهای نوفه نسبی شدت برای لیزر Nd:YAG دمیده شده دیودی با استفاده از آرایش NPRO (شکل ۲۶.۷ را ببینید) بدون (منحنی ۱) و با (منحنی ۲) کاهش نوفه فعال. (ب) نمودارهای متناظر با افت و خیزهای نسبی نمونه‌ای در توان خروجی [۳۱].

دمش). براین اساس، این طرح بازخورد را نمی‌توان در لیزر گازی برای کاهش، مثلاً نوفه شدت ناشی از ناپایداریهای تخلیه به‌کار برد. از طرف دیگر، برای لیزر حالت جامد دمیده شده دیودی، پاسخ زمانی دمش دیودی بسیار کوتاه‌تر از عکس بسامد نوسان-واهلشی لیزر حالت جامد است. در این مورد، یک مدار بازخورد منفی، نوفه شدت را تا بسامدی بالاتر از بسامد نوسان-واهلشی به‌طور مؤثری کاهش می‌دهد. این امر در شکل ۳۰.۷ (الف) (منحنی ۲) نشان داده شده است، که مدار بازخورد، مقدار قله RIN را بیش از ۳۵ dB کاهش داده است. منحنی متناظر در



شکل ۳۱.۷ مشاهده تجربی نوفه پارس مد در یک لیزر نیمرسانای چندمدی (۳۳).

شکل ۳۰.۷ (ب) نشان می‌دهد که در واقع مقدار $[\langle \delta P^2(t) \rangle / \langle P \rangle^2]^{1/2}$ به مقدار بیش از یک مرتبه بزرگی کاهش یافته است.

تاکنون نوفه شدت لیزر تک‌مدی را بررسی کردیم. برای نوسان چندمدی، وضعیت خیلی پیچیده‌تر می‌شود، چون حتی اگر توان کل ثابت بماند، توان هر مد نسبت به زمان افت و خیز می‌کند. این پدیده به نوفه پارس مد معروف است، که اغلب مسئله‌ای جدی برای نوفه شدت در هر مد است. برای مثال فرض می‌کنیم که علاوه بر مد اصلی، یک مد کناری با توان ۲۰ dB در زیر مد اصلی نوسان می‌کند. غیرخطی بودن معادلات آهنگ متناظر با آن سازوکاری را فراهم می‌سازد که بتوان بین توانهای دو مد، پاد همبستگی ایجاد کرد [۲۰]. این امر منجر به تغییر زمانی توان مد کناری، بین تمام مقدار آن و صفر، می‌شود، در حالی که توان مد اصلی افت و خیزهای متناظر با آن را برای ثابت نگه داشتن کل توان نشان می‌دهد (پدیده‌ای که به آن نیز دینامیک پاد فازی می‌گویند) [۳۲]. بسامد طیفی این نوفه پارس مد با رفتار زمانی فرایند دینامیک پاد فازی تعیین می‌شود. به‌عنوان مثال، شکل ۳۱.۷ طیفهای RIN لیزر نیمرسانای نوع فابری-پرووی AlGaAs (فصل ۹ را ببینید) را وقتی توان در تمامی

مدها (منحنی پیوسته) یا در مد غالب (منحنی خط چین) آشکار می شود، نشان می دهد [۳۳]. به افزایش زیاد RIN در مد غالب در بسامدهای زیر قله نوسان واهلشی ($\approx 2.5 \text{ GHz}$)، در این مورد، این مقدار بالا ناشی از طول کوتاه کاواک لیزر است) توجه کنید. این امر به علت حضور سایر مدهای نوسانی با شدت بسیار کم است (به نوشته های داخل شکل ۳۱.۷ توجه کنید).

۱۲.۷ نتیجه گیریها

در این فصل، بعضی عناوین مرتبط با رفتار cw یک لیزر چهارترازی و لیزر شبه سه ترازی، به طور نسبتاً مفصل مورد بررسی قرار می گیرند. ابتدا معادلات آهنگ مستقل از مکان، تحت ساده ترین شرایط آهنگ فروافت توسعه داده می شوند (لیزرهای ایده آل چهارترازی و شبه سه ترازی) و رفتار موج پیوسته ای که با این معادلات پیش بینی می شوند، شامل شرایط بهینه جفت شدگی، مورد بررسی قرار می گیرند. نتایج به دست آمده از معادلات وابسته به فضا تا اندازه ای مورد بحث واقع می شوند. باید متذکر شد که فرمولبندی معادلات آهنگ ساده ترین راه را برای تشریح رفتار لیزری cw و گذرا معرفی می کند. به منظور افزایش دقت و پیچیدگی موضوع، باید روشهای نیمه کلاسیک و الکترو دینامیک کوانتومی را در نظر گرفت. ولی برای مورد cw، معادلات برای روش نیمه کلاسیک به معادلات آهنگ تبدیل می شوند. از طرف دیگر، روش تمام کوانتومی در توصیف صحیح شروع نوسان لیزری و نیز حد اساسی نرفه بسامدی لیزر، مورد نیاز است. ولی، وقتی شمار فوتونها در یک مد مفروض کاواک، (به طور متوسط) بسیار بزرگتر از واحد باشد، نتایج روش کوانتومی با روش نیمه کلاسیک یکی خواهند شد. همچنین توجه کنید که معادلات آهنگی که در اینجا ارائه می شوند به ساده ترین صورتشان تنها در مواردی نسبتاً اندک به کار می روند. در اکثر موارد، بیشتر از چهار تراز درگیر است، به طوری که روش معادله آهنگ مرتبط به آنها بسیار پیچیده می شود. در واقع، می توان گفت که در حالت کلی، هر لیزر معادلات آهنگ مختص به خودش را داراست. ولی معادلاتی که در این فصل بررسی می شوند، مدلی را عرضه می کند که به سادگی برای وضعیتهای پیچیده تر قابل بسط است. علاوه بر موضوعاتی که می توانند مستقیماً بر حسب معادلات آهنگ مورد بحث قرار گیرند، سایر موضوعات با اهمیت بنیادی برای رفتار لیزر cw نیز مورد بررسی قرار می گیرند، نظیر: (۱) دلایل برای نوسان چندمدی، روشهای انتخاب تک مد، و تنظیم پذیری لیزر. (۲) حد تکفامی برای لیزرهای تک مدی و نیز افت و خیزهای میدان در باریکه خروجی، هم در بسامد و هم در دامنه. (۳) روشهای کاهش فعالانه افت و خیزهای بسامد و دامنه.

مجموعه این عناوین کمترین معلومات مورد نیاز برای درک متعادل و به روز رفتار لیزر cw را

مسائل

۱.۷ مطلوب است محاسبه اتلاف لگاریتمی γ آینه‌ای با تراگسیل 80% ، $T = 80\%$ ، و اتلاف داخلی که قابل صرف‌نظر کردن باشد.

۲.۷ معادله (۱۱.۲.۷) را ثابت کنید.

۳.۷ با مراجعه به شکل ۴.۷ و مثال ۲.۷ و با در نظر گرفتن $n = 1.82$ به عنوان ضریب شکست Nd:YAG، طول تشدیدگر معادل L_e و زمان فروافت فوتون کاواک را محاسبه کنید.

۴.۷ یک لیزر چهارترازی را درست روی آستانه در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم نسبت شاخه‌زنی گذار $1 \rightarrow 2$ قابل مقایسه با آهنگ کلی گذار خودبه‌خود، $51^\circ = \beta$ است، و اینکه طول عمر کلی حالت بالایی کاملاً تابشی و برابر با $\tau = 234 \mu s$ است. (داده‌ها مرتبط با گذار $1.064 \mu m$ لیزر Nd:YAG است، مثال ۱۰.۲ را ببینید). طول عمر تراز پایینی ۱ باید به چه کوتاهی باشد تا در حالت پایا از شرط 1% $(N_1/N_2) <$ اطمینان حاصل شود. اکنون همین لیزر را در بالای آستانه در نظر می‌گیریم، با مراجعه به مثال ۲.۷، فرض می‌کنیم که لیزر با توان خروجی $P_{out} = 200 \text{ W}$ کار می‌کند، طول عمر تراز پایینی لیزر باید به چه کوتاهی باشد تا تحت این شرایط، از 1% $(N_1/N_2) <$ اطمینان حاصل شود.

۵.۷ با مراجعه به شکل ۴.۷ و مثال ۲.۷، فرض کنیم که میله Nd:YLF جایگزین میله Nd:YAG با همان ابعاد شده است ($YLF \equiv YLiF_4$). بنابراین نوسان می‌تواند در هریک از طول موجهای $\lambda = 1.047 \mu m$ (موج غیرعادی یا گذار π) یا $\lambda = 1.053 \mu m$ (موج عادی یا گذار σ) رخ دهد. بزرگترین مقدار برای سطح مقطع مؤثرگسیل القایی در گذار π - است $(\sigma_e \cong 1.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2)$. برای هر دو گذار طول عمر حالت بالایی یکسان است، یعنی، $\tau = 480 \mu s$. با فرض آنکه اتلاف داخلی در کاواک و بازدهی دمش لامپی همان مقدار مربوط به Nd:YAG است، و ارونی آستانه و توان دمش آستانه را محاسبه کنید، سپس نتایج را با نتایج حاصل از Nd:YAG مقایسه کنید. فرض کنید که فاصله انرژی بین تراز بالایی ${}^4F_3/2$ لیزر و تراز پایه، همان مقدار Nd:YAG باقی می‌ماند و همان مقدار را برای سطح باریکه A_b در نظر می‌گیریم، در این صورت بازدهی شیب را محاسبه کنید.

۶.۷ تراگسیل بهینه آینه خروجی و توان خروجی بهینه متناظر با آن را وقتی لیزر اشاره شده در مسئله ۵.۷ با لامپی با توان ورودی $P_p = 7 \text{ kW}$ دمیده می‌شود، محاسبه کنید.

۷.۷ برای لیزر CO_2 توان بالای شکل‌های ۷.۷ و ۸.۷، و با مراجعه به داده‌های در نظر گرفته شده در مثال ۳.۷، جفت‌شدگی خروجی بهینه و توان بهینه را برای توان دمش ورودی $P_p = 140 \text{ kW}$ محاسبه کنید. مقدار بهینه حاصل از γ_2 ، به نظر می‌رسد که به مقدار قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از

مقدار بررسی شده در مثال ۳.۷ است، یعنی تشدیدگر ناپایدار شکل ۷.۷ به مقدار قابل ملاحظه‌ای فزون جفت شده است. این فزون جفت‌شدگی به منظور افزایش شدت قله باریکه خروجی، وقتی با یک عدسی متمرکز می‌شود، عمداً حاصل شده است. با توجه به خواص کانونی شدن باریکه حلقه‌ای یک تشدیدگر ناپایدار که در بخش ۳.۶.۵ مورد بحث قرار گرفت، نشان دهید که در واقع باریکه $12 \text{ kW} \sim$ شکل ۸.۷ (در $P_p = 140 \text{ kW}$) شدت بالاتری را در کانون عدسی، در مقایسه با شدتی که باریکه بهینه در این مسئله ایجاد می‌کند، حاصل می‌سازد.

۸.۷ لیزر Nd:YAG دمیده‌شده لامپی شکل ۴.۷ را در نظر بگیرید. باریکه دمش یک عدسی گرمایی با فاصله کانونی f در میله القا می‌کند که توان دیوپتری، $1/f$ ، آن با توان دمش P_p متناسب است. در توان دمش $P_p = 7 \text{ kW}$ و برای ابعاد میله در شکل ۴.۷، فاصله کانونی القا شده گرمایی $f \cong 25 \text{ cm}$ است [۳۴]. اکنون فرض می‌کنیم که، برای محاسبه مد کاواک، میله شکل ۴.۷ را بتوان با یک عدسی نازک به فاصله کانونی $f \cong 25 \text{ cm}$ که در مرکز تشدیدگر قرار می‌گیرد، شبیه‌سازی کرد. در این حالت، اندازه لکه مد TEM_0 را روی عدسی و در وضعیت آینه محاسبه کنید.

۹.۷ می‌توان نشان داد که بسط شعاعی مد TEM_{lm} با مراتب بالا (یعنی، برای $1 \cong m \gg l$)، تقریباً از $w_{lm} \cong l^{1/2} w$ به دست می‌آید، که w اندازه لکه متناظر با مد TEM_0 است. تعداد بیشینه مدهای هرمیت-گاوسی که می‌تواند منطبق با میله‌ای به شعاع a شود، چنان است که $w_{lm} \cong a$ [۳۵]. با استفاده از این استدلال و نتایج حاصل از مسئله ۸.۷، تعداد تقریبی مدهای عرضی را که در آرایش شکل ۴.۷ نوسان می‌کنند، محاسبه کنید. واگرایی باریکه برای مد TEM_{lm} ، θ_{lm} ، (برای $1 \cong m \gg l$) را به طور تقریب از $\theta_{lm} \cong (l)^{1/2} \lambda / \pi w$ به دست می‌آوریم، که w اندازه لکه مد TEM_0 روی کمر باریکه است [۳۵]. سپس واگرایی باریکه را برای شکل ۴.۷، محاسبه کنید؛ فرض می‌کنیم که این واگرایی با واگرایی بالاترین مرتبه مد در حال نوسان برابر است.

۱۰.۷ لیزر Nd:YAG مثال ۴.۷ را در نظر بگیرید و فرض کنید که جفت‌شدگی خروجی بهینه را با رابطه‌ای که در مورد وابسته به زمان بخش ۵.۷ به دست آمد، بتوان محاسبه کرد. جفت‌شدگی خروجی بهینه را محاسبه کنید، و با استفاده از این مقدار 72 ، و با کمک معادله (۳۲.۳.۷)، مقدار توان خروجی مورد انتظار را در توان دمش لیزر دیودی $P_p = 114 \text{ W}$ محاسبه کنید.

۱۱.۷ یک میله Nd:YAG به قطر 4 mm و به طول 56 mm با غلظت 9% درصد اتمی را که در طول موج 807 nm با لیزرهای دیودی جفت‌شده تاری به صورت کناری دمیده می‌شود، در نظر بگیرید [۳۶]. فرض کنید که لیزر در مد TEM_0 با اندازه لکه ثابت در داخل محیط فعال

$w_a \cong 1.4 \text{ mm}$ نوسان می‌کند. اگر تراگسیل آینه خروجی $T_2 = 15\%$ باشد و با فرض آنکه اتلاف داخلی کلی $\gamma_i = 3.8\%$ است (مثال ۲.۷ را ببینید)، مطلوب است محاسبه توان خروجی در توان دمش اپتیکی یک لیزر دیودی $P_p = 370 \text{ W}$ ، متناظر با توان جذب شده $P_{ap} = 340 \text{ W}$ ، و بازدهی شیب متناظر با آن. مقادیر محاسبه شده را با مقادیر تجربی در مرجع ۳۶ مقایسه کنید و علت تفاوت را توضیح دهید.

۱۲.۷ مجدداً لیزر دمیده شده دیودی در مسئله ۱۱.۷ را در نظر بگیرید و فرض کنید که، در توان دمش بیان شده، فاصله کانونی عدسی القایی گرمایی در میله، با در نظر گرفتن یک تشدیدگر صفحه موازی مطابق با شکل ۴.۷، برابر $f = 21 \text{ cm}$ است. با این فرض ساده که میله را بتوان به یک عدسی نازک با فاصله کانونی f تشبیه کرد، فاصله بین دو آینه تخت از این عدسی را برای دستیابی به اندازه لکه $w_a = 1.4 \text{ mm}$ در مکان عدسی محاسبه کنید. همچنین اندازه لکه روی دو آینه را محاسبه کنید.

۱۳.۷ معادله (۷.۴.۷) را ثابت کنید.

۱۴.۷ یک لیزر He-Ne را در نظر بگیرید که در گذار قرمز، $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ در هوا، نوسان می‌کند، و فرض کنید که طول لوله لیزر برابر $l = 20 \text{ m}$ ، شعاع آن 1 mm است. فشار جزئی اتمهای Ne برابر با 10^{-5} تور، تراگسیل جفت‌کننده خروجی 1% ، و اتلاف داخلی تک عبور، 0.5% است. سطح مقطع مؤثر و طول عمر کلی گذار لیزری را می‌توان به ترتیب برابر با $\sigma_e = 5.8 \times 10^{-13} \text{ cm}^2$ و $\tau = 50 \text{ ns}$ گرفت. برای سادگی فرض می‌کنیم که طول عمر حالت پایینی بسیار کوتاهتر از حالت بالایی است. مطلوب است، محاسبه وارونی آستانه، نسبت به این وارونی به جمعیت کل Ne، و آهنگ دمش بحرانی. تراز بالایی لیزر به طور غالب از حالت 2^1S هلیوم که 20.5 eV در بالای حالت پایه قرار دارد دمیده می‌شود. بازدهی کوانتومی را در این فرایند انتقال انرژی نزدیک تشدید برای واحد فرض کرده، توان دمش آستانه را محاسبه کنید. برای توان خروجی 3 mW ، نیز نسبت تعداد فوتونهایی که با گسیل القایی گسیل می‌شوند به تعداد اتمهایی که به صورت خودبه خود فرو می‌افتند را محاسبه کنید.

۱۵.۷ یک لیزر یونی Ar، که در طول موج سبز خود در گذار $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ نوسان می‌کند، دارای بهره اشباع نشده 10% در هر عبور است. تشدیدگر شامل دو آینه کروی مقعر هر دو با شعاع انحنای $R = 5 \text{ m}$ است که به فاصله $L = 100 \text{ cm}$ از یکدیگر قرار دارند. آینه خروجی دارای تراگسیل $T_2 = 5\%$ است؛ آینه دیگر بازتابندگی اسمی 100% دارد. روزنه‌های مشابه در دو انتهای تشدیدگر تعبیه شده است که عملکرد مد TEM_{۰۰} را به دست می‌دهد. با صرف نظر کردن کلیه تلفات، قطر مورد نیاز روزنه را محاسبه کنید.

۱۶.۷ پهنای خط، $\Delta\nu^* = 5^\circ \text{ MHz}$ یک لیزر CO_2 فشار پایین غالباً با پهن‌شدگی دوپلری برقرار می‌شود. لیزر با توان دم‌ش دو برابر مقدار آستانه عمل می‌کند. فرض کنید یک مد با قله‌گذار منطبق است و برای تمامی مدها تلفات یکسان است. مطلوب است محاسبه فاصله بیشینه دو آینه که هنوز عملکرد لیزر به صورت تک‌مد طولی است.

۱۷.۷ یک لیزر یونی- Ar را در نظر بگیرید که در گذار سبز خود، $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ ، نوسان می‌کند و فرض کنید که این گذار پهن‌شده دوپلری با پهنای $\Delta\nu^* = 3.5 \text{ GHz}$ باشد. فرض کنید، طول کاواک $L_e = 12^\circ \text{ cm}$ ، طول لوله Ar برابر با 10° cm ، و اتلاف کاواک تک‌عبور $\gamma = 1\%$ باشد، و نیز مقدار مؤثر سطح مقطع گسیل القایی و طول عمر حالت بالایی به ترتیب $\sigma_e = 10^{-13} \text{ cm}^2$ و $\tau = 5 \text{ ns}$ در نظر گرفته شود. فرض کنید که طول عمر تراز پایینی لیزر بسیار کوتاه‌تر از طول عمر حالت بالایی لیزر است، و یک مد کاواک با قله‌گذار منطبق باشد. وارونی آستانه برای این مد مرکزی و آهنگ دم‌ش آستانه را محاسبه کنید. آهنگ دم‌ش در بالای آستانه چقدر بزرگ باشد تا دو مد طولی کنار هم بتوانند شروع به نوسان کنند؟

۱۸.۷ یک لیزر He-Ne روی سه مد طولی کنار هم نوسان می‌کند و مد مرکزی با مرکز‌گذار لیزر در انطباق است. طول کاواک 5° cm ، و جفت‌شدگی خروجی 2% است. اگر پهنای خط لیزری $\Delta\nu^* = 1.7 \text{ GHz}$ باشد، فاصله مدی را محاسبه کنید.

۱۹.۷ با فرض آنکه یک آینه کاواک روی یک تراگذار پیزوالکتریکی سوار شده باشد، نشان دهید که شانه‌های مدهای طولی تقریباً به فاصله یک دندانه شانه برای انتقال $\lambda/2$ از تراگذار، جابه‌جا می‌شود. 20.7 یک لیزر تک‌مد طولی He-Ne را در نظر بگیرید و فرض کنید که بسامد نوسانی با بسامد قله‌گذار با یک تراگذار پیزوالکتریکی که به یک آینه کاواک در اتصال است، منطبق شده باشد. آینه چقدر انتقال داده شود قبل از آنکه مد درجه (یعنی، انتقالی در نوسان به مد بعدی) رخ دهد.

۲۱.۷ یک لیزر آرگون یونی که در گذار سبز خود، $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ ، نوسان می‌کند دارای اتلاف کل 4% در هر عبور، و قله بهره اشباع‌نشده $G_p = \exp \sigma_p N l$ برابر با 1.3 ، و طول کاواک 10° cm است. برای انتخاب تک‌مد طولی، یک سنجه فابری-پرواز جنس کوارتز که پوشش داده شده است ($n_p = 1.45$) به ضخامت 2 cm ، به طور مورب در داخل تشدیدگر به‌کار رفته است. برای سادگی فرض کنید که یک مد کاواک با قله‌گذار (که پهنای خط آن $\Delta\nu^* = 3.5 \text{ GHz}$ است) در انطباق است، فینس سنجه و بازتابندگی دو رخ را برای آنکه از عملکرد تک‌مد طولی مطمئن شوید، محاسبه کنید.

۲۲.۷ با مراجعه به شکل ۳۱.۷، افت و خیز ریشه میانگین مربعی در توان خروجی لیزر نیم‌رسانا را برای مد غالب و برای تمامی مدها برآورد کنید.

1. H. Stutz and G. de Mars, Transients and Oscillation Pulses in Masers, in *Quantum Electronics* (C. H. Townes ed.) (Columbia Univ. Press, New York, 1960), pp. 530-37.
2. R. Dunsmuir, Theory of Relaxation Oscillations in Optical Masers, *J. Electron. Control* **10**, 453 (1961).
3. M. Sargent, M. O. Scully, and W. E. Lamb, *Laser Physics* (Addison-Wesley, London, 1974).
4. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1969), Chap. 6, Sect. 6.4.2.
5. W. W. Rigrod, Saturation Effects in High-Gain Lasers, *J. Appl. Phys.* **36**, 2487 (1965).
6. L. W. Casperson, Laser Power Calculations: Sources of Error, *Appl. Optics* **19**, 422 (1980).
7. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, vol. 1, Springer Series in Optical Sciences, 4th ed. (Springer-Verlag, Berlin, 1996), Chap. 3, adapted from Fig. 3.21.
8. Ref. 7, Chap. 3, Fig. 3.22.
9. D. Findlay and R. A. Clay, Measurement of Internal Losses in 4-Level Lasers, *Phys. Lett.* **20**, 277 (1966).
10. Private communication, Istituto di Ricerca per le Tecnologie Meccaniche, Vico Canavese, Torino, Italy.
11. M. C. Fowler, Quantitative Analysis of the Dependence of CO₂ Laser Performance on Electrical Discharge Properties, *Appl. Phys. Letters* **18**, 175 (1971).
12. E. Hoag *et al.*, Performance Characteristics of a 10-kW Industrial CO₂ Laser System, *Appl. Opt.* **13**, 1959 (1974).
13. P. F. Moulton, An Investigation of the Co:MgF₂ Laser System, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-21**, 1582 (1985).
14. V. Evtuhov and A. E. Siegman, A Twisted-Mode Technique for Obtaining Axially Uniform Energy Density in a Laser cavity, *Appl. Opt.* **4**, 142 (1965).
15. J. Berger *et al.*, 370-mW, 1.06- μ m, cw TEM₀₀ Output from a Nd:YAG Laser Rod End-Pumped by a Monolithic Diode Array, *Electr. Letters* **23**, 669 (1987).
16. W. P. Risk, Modeling of Longitudinally Pumped Solid-State Lasers Exhibiting Reabsorption Losses, *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 1412 (1988).
17. T. Y. Fan and R. L. Byer, Modeling and CW Operation of a Quasi-Three-Level 946 nm Nd:YAG Laser, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-23**, 605 (1987).
18. P. Lacovara *et al.*, Room Temperature Diode-Pumped Yb:YAG Laser, *Opt. Letters* **16**, 1089 (1991).
19. A. Yariv, Energy and Power Considerations in Injection and Optically Pumped Lasers, *Proc. IEEE* **51**, 1723 (1963).
20. C. L. Tang, H. Stutz, and G. de Mars, Spectral Output and Spiking Behavior of Solid-State Lasers, *J. Appl. Phys.* **34**, 2289 (1963).
21. T. J. Kane and R. L. Byer, Monolithic, Unidirectional, Single-Mode Nd:YAG Ring Laser, *Opt. Lett.* **10**, 65 (1985).
22. A. E. Siegman, *Lasers* (Oxford University, Cambridge, 1986), Chap. 12, Sect. 12.2.
23. A. Yariv, *Optical Electronics* (Saunders College Publ., Fort Worth, TX, 1991), Sect. 10.7.
24. A. L. Schawlow and C. H. Townes, Infrared and Optical Masers, *Phys. Rev.* **112**, 1940 (1958).
25. C. H. Henry, Theory of Linewidth of Semiconductor Lasers, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-18**, 259 (1982).
26. T. Day, E. K. Gustafson, and R. L. Byer, Subhertz Relative Frequency Stabilization of Two Diode Laser-Pumped Nd:YAG Lasers Locked to a Fabry-Perot Interferometer, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-28**, 1106 (1992).
27. D. K. Owens and R. Weiss, Measurement of the Phase Fluctuation in a He-Ne Zeeman Laser, *Rev. Sci. Instruments* **45**, 1060 (1974).
28. Wolfgang Demtröder, *Laser Spectroscopy*, 2nd ed. (Springer-Verlag, Berlin, 1996), Chap. 7.
29. R. W. T. Drever *et al.*, Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator, *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983).
30. N. Uekara and K. Ueda, 193-mHz Beat Line Width of Frequency-Stabilized Laser-Diode-Pumped Nd:YAG Ring Lasers, *Opt. Letters* **18**, 505 (1993).
31. Introduction to Diode-Pumped Solid-State Lasers, LIGHTWAVE Electronics Corp. Techn. Information N. 1 (1993).
32. Kenju Otsuka, Winner-Takes-All and Antiphase States in Multimode Lasers, *Phys. Rev. Letters* **67**, 1090 (1991).
33. G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Long-Wavelength Semiconductor Lasers* (Chapman and Hall, New York, 1986), Fig. 6.11.
34. Ref. 7, Sect. 7.1.1. and Fig. 7.5.
35. Ref. 22, Chap. 17, Sect. 17.5, 17.6.
36. D. Golla *et al.*, 62-W cw TEM₀₀ Mode Nd:YAG Laser Side Pumped by Fiber-Coupled Diode Lasers, *Opt. Letters* **21**, 210 (1996).



رفتار گذرای لیزر

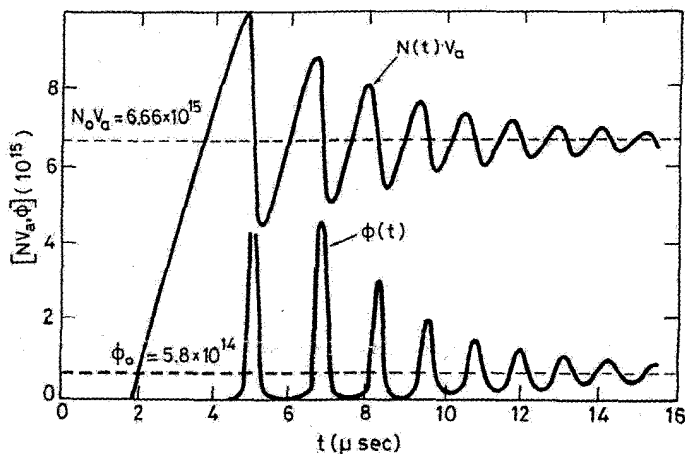
۱.۸ مقدمه

در فصل ۸ مواردی بررسی می‌شوند که آهنگ دمش و یا تلفات کاواک وابسته به زمان هستند. همچنین وضعیت‌هایی که وقتی عنصر اپتیکی غیرخطی، نظیر جذب‌کننده اشباع‌پذیر، داخل کاواک لیزری قرار می‌گیرد و قابلیت غیرخطی بودن آن موجب می‌شود تا لیزر از عملکرد پیوسته موج (CW) پایدار انحراف پیدا کند را نیز بررسی می‌کنیم. در چنین مواردی با رفتار گذرای لیزر سروکار داریم. موارد گذرایی را که بررسی می‌کنیم می‌توان به دو رده تقسیم کرد: (۱) مواردی نظیر نوسانهای واهلشی، سوئیچ Q، سوئیچ بهره و تخلیه‌سازی کاواک، که به‌طور آرمانی در برگزیده لیزری تک‌مدی است؛ این موارد را می‌توان با روش معادله آهنگ توصیف کرد. (۲) مواردی که شامل مدهای بسیار است، مثلاً قفل‌شدگی مد که مستلزم استفاده از روشی متفاوت است، نظیر تشریح فرایند برحسب میدانهای مدهای در حال نوسان (تشریح در حوزه بسامدی، یا برحسب یک تپ خودسازگار چرخان در داخل کاواک (تشریح در حوزه زمانی).

۲.۸ نوسانهای واهلشی

ابتدا آهنگ دم‌ش تابع پله‌ای را بررسی می‌کنیم. فرض کنیم که برای $t < 0$, $R_p = 0$ و برای $t > 0$, $R_p(t) = R_p$ (که مستقل از زمان است). همچنین فرض می‌کنیم که لیزر به صورت تک‌مدی نوسان می‌کند به نحوی که می‌توان روش ساده‌ی معادله آهنگ را به کار برد. همان‌طور که در فصل ۷ دیده شد، معادلات آهنگ نسبت به متغیرهای $N(t)$ و $\phi(t)$ غیرخطی هستند، چون شامل حاصلضربهایی به صورت ϕN هستند. در نتیجه، برای این مورد یا موارد دیگری که بررسی می‌شوند، جوابهای تحلیلی به‌طور کلی غیرممکن است و اغلب باید به جوابهای عددی روی آورد [۱ و ۲].

شکل ۱.۸ مثالی از این موارد است که یکی از اولین نمودارهای محاسبه‌شده $N(t)$ و $\phi(t)$ را نشان می‌دهد که برای لیزری سه‌ترازی، نظیر لیزر یاقوت، انجام گرفته است [۲]. در این مورد شرط اولیه برای وارونی جمعیت $N(0) = -N_i$ است، که N_i کل جمعیت است، چون در لحظه $t = 0$ ، تمامی جمعیت در تراز پایتتر ۱ قرار دارد (شکل ۴.۱ الف را ببینید). آن‌گاه، شرط اولیه برای تعداد کل فوتونهای کاواک $\phi(0) = \phi_i$ است، که ϕ_i را عددی صحیح کوچک (مثلاً $\phi_i = 1$) می‌توان گرفت که آغاز عمل لیزر را ممکن می‌سازد. توجه کنید که رفتاری مشابه با رفتار شکل ۱.۸ را نیز می‌توان برای لیزری چهارترازی انتظار داشت؛ اختلاف عمده در آن است که در این مورد شرط اولیه $N(0) = 0$ است. بنابراین، در شکل ۱.۸ اگر مبدأ زمان تقریباً به لحظه $t = 2 \mu\text{s}$ تغییر مکان یابد، به‌طوری که در شکل وارونی جمعیت صفر شود، از منحنیهای شکل ۱.۸ نیز می‌توان برای ارائه توصیف کیفی لیزر چهارترازی استفاده کرد.



شکل ۱.۸ مثالی از رفتار زمانی وارونی کل $V_a N(t)$ ، و شمار فوتون، $\phi(t)$ ، برای لیزری سه‌ترازی [۸].

شایسته است به برخی از مشخصه‌های این شکل اشاره شود: (۱) پس از لحظه $t = 2 \mu\text{s}$ ، رشد وارونی جمعیت در اثر فرایند دمش ادامه می‌یابد، در حالی که شمار فوتون، که با افت و خیزهای میدان کوانتومی تعیین می‌شود، در مقدار پایین اولیه‌اش می‌ماند تا جمعیت از مقدار آستانه (در شکل $10^{15} \times 6.66 = N_0 V_a$ عبور کند). از این لحظه به بعد، تقریباً از $3.5 \mu\text{s}$ ، $t >$ جمعیت از مقدار آستانه پیشی می‌گیرد، به طوری که شمار فوتونهای کاواک شروع به رشد می‌کند. از معادله (۱۶.۲.۷) ب، برای لیزر چهارترازی یا معادله (۲۴.۲.۷) ب، برای لیزر شبه سه‌ترازی، در واقع می‌یابیم که وقتی $N > N_c$ ، داریم $d\phi/dt = 0$ ، که N_c وارونی بحرانی یا آستانه است. (۲) پس از آنکه از آستانه گذشت، مدت زمانی لازم است تا شمار فوتونها از مقدار اولیه‌شان ($\phi_i = 1$) به مقداری، مثلاً برابر با مقدار حالت پایا (در شکل، $10^{14} \times 5.8 = \phi_0$) برسند؛ در همین حال، جمعیت به علت فرایند دمش به رشد ادامه می‌دهد. (۳) وقتی شمار فوتونها به اندازه کافی زیاد شد (مثلاً وقتی $\phi > \phi_0$)، فرایند گسیل القایی، بر فرایند دمش غالب می‌شود. سپس جمعیت رو به کاهش می‌رود و می‌توان دید که در لحظه متناظر با بیشینه $\phi(t)$ ، $N(t)$ به N_c کاهش می‌یابد. این را می‌توان به آسانی با معادله (۱۶.۲.۷) ب یا معادله (۲۴.۲.۷) ب نشان داد، چون وقتی $d\phi/dt = 0$ است، داریم $N = N_c$. (۴) پس از این قله فوتون، وارونی جمعیت به طور پیوسته با آهنگ بالایی گسیل القایی به زیر N_c رانده می‌شود. بنابراین لیزر به زیر آستانه می‌افتد، و از شمار فوتونها کاسته می‌شود. (۵) وقتی شمار فوتونها به یک مقدار نسبتاً پایین کاهش یافت (تقریباً $\phi < \phi_0$)، مجدداً فرایند دمش بر فرایند گسیل القایی غلبه خواهد کرد. و این بار باز هم وارونی جمعیت می‌تواند شروع به رشد کند و تمامی وقایع (۱) تا (۵) خودشان را تکرار می‌کنند. می‌توان دید که شمار فوتون $\phi(t)$ ردیفی منظم از قله‌های (میخه‌های لیزری) با دامنه رو به کاهش را به نمایش می‌گذارند که قله‌های پی‌درپی تقریباً نسبت به زمان به یک فاصله قرار دارند. بنابراین توان خروجی رفتار زمانی مشابهی را نشان خواهد داد. به این نمودار نوسان عادی توان خروجی غالباً نوسان واهلشی میرا می‌گویند. رفتار زمانی وارونی جمعیت دارای رفتار نوسانی مشابهی است، نوسان $N(t)$ حدود نیم‌دوره تاوب نوسان زودتر از نوسان $\phi(t)$ است، چون در ابتدا باید افزایش در جمعیت $N(t)$ حاصل شود تا به دنبال آن شمار فوتونها، $\phi(t)$ ، نیز افزایش یابد. همچنین توجه کنید که در نهایت به جواب حالت پایا می‌رسیم [که با معادلات (۴.۳.۷) الف) و (۴.۳.۷) ب) برای لیزر چهارترازی یا با معادلات (۱.۴.۷) و (۶.۴.۷) برای لیزر شبه سه‌ترازی داده می‌شوند]، محاسبه رایانه‌ای جواب متناظر با شرط عملکرد پایدار را تأیید می‌کند.

برای نوسانهای کوچک در اطراف مقادیر حالت پایا (مثلاً در شکل ۱.۸، تقریباً برای $t > 14 \mu\text{s}$)،

رفتار دینامیکی را می‌توان به صورت تحلیلی بیان کرد. در واقع، اگر بنویسیم

$$N(t) = N_0 + \delta N(t) \quad (۱.۲.۸)$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \delta\phi(t) \quad (۲.۲.۸)$$

و فرض کنیم $\delta N \ll N_0$ و $\delta\phi \ll \phi_0$ ، می‌توانیم از حاصلضرب $\delta N \delta\phi$ در جمله $N\phi$ در معادلات آهنگ چشمپوشی کنیم، سپس این معادلات، نسبت به متغیرهای δN و $\delta\phi$ خطی می‌شوند. با محدودساختن خود به مورد لیزر چهارترازی، می‌توانیم معادلات (۱.۲.۸) و (۲.۲.۸) را در معادلات (الف) و (ب) جایگزین کنیم. چون N_0 و ϕ_0 باید در همان معادلات با مشتقات زمانی برابر با صفر صادق باشد، به آسانی از معادلات (۱۶.۲.۷) به دست می‌آوریم که

$$\left(\frac{d\delta N}{dt}\right) = -\delta N \left[B\phi_0 + \left(\frac{1}{\tau}\right) \right] - BN_0 \delta\phi \quad (۳.۲.۸)$$

$$\left(\frac{d\delta\phi}{dt}\right) = BV_a\phi_0 \delta N \quad (۴.۲.۸)$$

مخصوصاً توجه کنید که معادله (۴.۲.۸) از معادله (۱۶.۲.۷) با استفاده از اینکه $BV_a N_0 - (1/\tau_c) = 0$ است، به دست می‌آید. با قراردادن معادله (۴.۲.۸) در معادله (۳.۲.۸) به دست می‌آوریم

$$\frac{d^2\delta\phi}{dt^2} + \left[B\phi_0 + \left(\frac{1}{\tau}\right) \right] \frac{d\delta\phi}{dt} + (B^2 V_a N_0 \phi_0) \delta\phi = 0 \quad (۵.۲.۸)$$

اکنون به دنبال جوابی به صورت زیر می‌گردیم

$$\delta\phi = \delta\phi_0 \exp(pt) \quad (۶.۲.۸)$$

با جایگزینی معادله (۶.۲.۸) در معادله (۵.۲.۸)، می‌بینیم که p باید از معادله زیر پیروی کند

$$p^2 + \frac{2}{t_0} p + \omega^2 = 0 \quad (۷.۲.۸)$$

که

$$\left(\frac{2}{t_0}\right) = \left[B\phi_0 + \left(\frac{1}{\tau}\right) \right] \quad (۸.۲.۸)$$

$$\omega^2 = B^2 V_a N_0 \phi_0 \quad (9.2.8)$$

واضح است که جواب معادله (۷.۲.۸) از

$$p = -\frac{1}{t_0} \pm \left(\frac{1}{t_0^2} - \omega^2 \right)^{1/2} \quad (10.2.8)$$

به دست می آید.

اولین موردی که بررسی می کنیم وقتی است که $\omega < (1/t_0)$ باشد. در این مورد ریشه دوم در معادله (۱۰.۲.۸)، عددی موهومی به دست می دهد، به طوری که می توانیم بنویسیم $p = -(1/t_0) \pm j\omega'$ که

$$\omega' = \left[\omega^2 - \left(\frac{1}{t_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (11.2.8)$$

از معادله (۶.۲.۸) می بینیم که $\delta\phi$ با یک نوسان سینوسی میرا متناظر است، یعنی

$$\delta\phi = C \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right) \sin(\omega't + \varphi) \quad (12.2.8)$$

که C و φ بنا بر شرایط اولیه تعیین می شوند. اگر معادله (۱۲.۲.۸) را در معادله (۴.۲.۸) قرار دهیم، می یابیم که δN نیز با یک نوسان سینوسی میرا توصیف می شود. فرض کنیم $\omega' \ll (1/t_0)$ ، خواهیم داشت

$$\delta N \cong \frac{\omega' C}{B V_a \phi_0} \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right) \cos(\omega't + \varphi) \quad (13.2.8)$$

دقت کنید که $\delta N(t)$ به اندازه نیم دوره متناوب نوسان، زودتر از $\delta\phi(t)$ است. چون، همان طور که قبلاً بحث کردیم، قبل از آنکه $\delta\phi(t)$ شروع به رشد کند، در ابتدا باید رشد وارونی $\delta N(t)$ را داشته باشیم.

معادلات (۸.۲.۸) و (۹.۲.۸) را می توان به صورت ساده تری نوشت، مشروط بر آنکه روابط صریح برای N_0 و ϕ_0 را که از معادلات (۴.۳.۷) الف و ب) به دست می آید را مورد استفاده قرار

دهیم. بهسادگی خواهیم داشت

$$t_o = \frac{2\tau}{x} \quad (۱۴.۲.۸)$$

$$\omega = \left[\frac{(x-1)}{\tau c T} \right]^{1/2} \quad (۱۵.۲.۸)$$

که $x = R_p/R_{cp}$ مقداری است که از آستانه فراتر می‌رود. توجه کنید که، درحالی که زمان میرایی t_o برای نوسان با طول عمر حالت بالایی تعیین می‌شود، دوره تناوب نوسان، $T = 2\pi/\omega' \cong 2\pi/\omega$ ، با واسطه هندسی τ و طول عمر فوتون کاواک، τ_c ، تعیین می‌شود.

مثال ۱.۸ نوسان میرای لیزر $Nd:YAG$ و $GaAs$. ابتدا لیزر تک‌مندی $Nd:YAG$ در شکل ۲۶.۷ را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که نظریه نوسان واهلشی مستقل از مکان را می‌توان برای این لیزر $NPRO$ مدیده‌شده دیودی به‌کار برد. فرض کنیم که لیزر $x = 5$ بار بالای آستانه باشد، از معادله (۱۴.۲.۸) به‌دست می‌آوریم $t_o = 92 \mu s$ که $\tau = 230 \mu s$ در نظر گرفته شده است. همچنین $l = 11.5 \text{ mm}$ ، را طول مسیر رفت و بازگشت شدیدگر $NPRO$ در نظر می‌گیریم، و فرض می‌کنیم تراکسیل جفت‌شدگی خروجی لیزر 4% است و اتلاف رفت و بازگشتی کاواک 5% است. سپس می‌یابیم که اتلاف رفت و بازگشتی $\gamma \cong (T+L) = 9\%$ و زمان فروافت فوتون کاواک $\tau_c = nl/c\gamma \cong 7.8 \text{ ns}$ است، که $n = 1.82$ ضریب شکست ماده YAG است. سپس از معادله (۱۵.۲.۸) ν را برای بسامد نوسان واهلشی برابر با 238 kHz $\nu = \omega/2\pi \cong$ به‌دست می‌آوریم. در این مورد، توجه کنید که، داریم $1/\omega \gg t_o$ ، بنابراین تقریب $\omega' \cong \omega$ معقول است. همچنین توجه کنید که طیف این نوسان میرای لورنتسی با پهنای 173 kHz $\Delta\nu_o = 1/2\pi t_o =$ این نیز پهنای 3 dB قله نوسان واهلشی طیف 2RIN برای این لیزر است (شکل ۳۰.۷ الف را ببینید).

سپس لیزر نمونه‌ای تزریقی $GaAs$ با طول کاواک $L = l = 300 \mu m$ را در نظر می‌گیریم که دو سطح انتهایی آن برش داده شده است و به‌مثابه آینه‌های کاواک عمل می‌کند. طبق معادله (۱.۳.۴)، بازتابندگی دو آینه در این مورد برابر است با $0.3 \cong R = [(n-1)/(n+1)]^2$ که $n = 3.35$ ضریب شکست $GaAs$ است. بنابراین $1.2 = -\ln R = \gamma_1 = \gamma_2$ به‌دست می‌آید. همچنین ضریب اتلاف توزیع‌شده $60 \text{ cm}^{-1} = \alpha_o$ ، را در طول نیم‌رسانا در نظر می‌گیریم که می‌توان نوشت $1.8 = \alpha_o L = \gamma_i = \alpha_o L$ ، بنابراین، به‌دست می‌آوریم $3 = \gamma_i + [(\gamma_1 + \gamma_2)/2] = \gamma$ و $1.1 \text{ ps} = \tau_c = L_e/c\gamma = nL/c\gamma = 3 \text{ ns}$ $\tau \cong$ می‌توانیم را می‌توانیم $\tau \cong 3 \text{ ns}$ بگیریم.

با فرض $x = ۱.۵$ ، از معادله (۱۴.۲.۸) به دست می‌آوریم $t_0 = ۴ \text{ ns}$ ، و از معادله (۱۵.۲.۸)، $\nu = \omega / 2\pi = ۲ \text{ GHz}$ خواهد شد. در این مورد همچنین داریم $1/\omega \gg t_0$ ، به این ترتیب تقریب $\omega' \cong \omega$ همچنان معتبر است. به این نیز توجه کنید که طبق محاسبه بالا پیش‌بینی می‌شود که قله نوسان واهلش طیف RIN برای این لیزر در گستره چند GHz باشد (شکل ۳۱.۷ را ببینید).

اگر شرط $1/\omega > t_0$ برآورده نشود، دو جواب برای p از معادله (۱۰.۲.۸) به دست می‌آید که هر دو حقیقی و منفی هستند. در این مورد رفتار زمانی $\delta\phi(t)$ شامل برهم‌نهی دو فروافت نامی است. برای آنکه $1/\omega < t_0$ برقرار باشد، طبق معادلات (۱۴.۲.۸) و (۱۵.۲.۸) باید داشته باشیم

$$\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right) > \frac{4(x-1)}{x^2} \quad (۱۶.۲.۸)$$

طرف راست معادله (۱۶.۲.۸) به ازای $x = ۲$ ، دارای مقدار بیشینه ۱ است، یعنی اگر $\tau_c > \tau$ باشد، معادله (۱۶.۲.۸) به ازای هر مقدار x صادق است. این وضعیت معمولاً در لیزرهای گازی رخ می‌دهد، که معمولاً رفتار میخه‌ای بروز نمی‌دهد.

مثال ۲.۸ رفتار گذرای لیزر هلیوم-نون، یک لیزر He-Ne را در نظر می‌گیریم که روی گذار سرخ $(\lambda = ۶۳۲.۸ \text{ nm})$ نوسان می‌کند. در این مورد، $\tau = ۵ \text{ ns}$ است. با فرض اینکه طول کاواک $L = ۵ \text{ cm}$ و جفت‌شدگی خروجی ۱٪ است، و با چشم‌پوشی از تلفات دیگر، به دست می‌آوریم $\gamma = \gamma_2/2 = ۵ \times 10^{-3}$ و $\tau_c = L/c\gamma = ۳۲۲ \text{ ns}$ ، بنابراین $\tau_c > \tau$ است، و معادله (۱۶.۲.۸) به ازای هر مقدار x صادق است. از معادلات (۱۴.۲.۸) و (۱۵.۲.۸) با $x = ۱.۵$ ، داریم $t_0 = ۶۶۶ \text{ ns}$ ، و $\omega \cong ۵.۶ \times 10^6 \text{ Hz}$. حال از معادله (۱۰.۲.۸) می‌بینیم که دو طول عمری که فروافت را توصیف می‌کنند، $۱ \mu\text{s}$ و ۳۳۳ ns هستند.

قبل از اتمام این بخش می‌بینیم که تحلیل خطی که بررسی کردیم، می‌تواند برای موردی متفاوت نیز به‌کار برده شود، یعنی، وقتی باید پایداری جواب حالت پایای مفروضی را به وسیله تحلیل پایداری خطی بیازماییم. در این مورد فرض می‌کنیم که لیزر از قبل در حالت پایا عمل می‌کند و اینکه یک پریشیدگی پله‌ای کوچکی اعمال می‌شود (یعنی، $\delta N = \delta N_0$ و $\delta\phi = \delta\phi_0$ ، در لحظه $t = 0$ ، که δN_0 و $\delta\phi_0$ مفروض هستند). طبق بحث گذشته، پریشیدگی که در لحظه $t = 0$ معرفی شد، یا با نوسان سینوسی میرا یا با قانون دونمایی، فرو می‌افتد. بنابراین، جوابهای حالت پایای N_0 و ϕ_0 که در فصل قبل، ν ، درباره‌شان بحث شد، مربوط به ترازمندی پایدار است.

۳.۸ نایپاداریهای دینامیکی و تپ‌زنیها در لیزر

به نظر می‌رسد نتایج ساده‌ای که در بخش قبل به دست آمد، با بسیاری از نتایج آزمایش مشاهده شده در سالهای اولیهٔ به‌کارگیری لیزر تضاد دارد. یعنی در بسیاری از لیزرها، حتی آنهایی که به صورت پیوسته موج عمل می‌کنند، رفتار تپ‌زنی مداوم از خود نشان می‌دهند که گاه مشخصهٔ غیرمنظم و گاه منظم دارد. مثال کلاسیکی این نوع رفتار در شکل ۲.۸ نشان داده شده است، که تپ‌زنیهای مشاهده شده در نخستین لیزر یاقوت با برانگیختگی پیوسته موج را نشان می‌دهد [۳]. خروجی شامل قطاری از تپهای نامنظم است که از نظر زمانی از یکدیگر فاصله دارند و دامنه‌هایشان کاتوره‌ای است (میخهٔ نامنظم). به علاوه، این تپ‌زنیها به مقدار حالت پایای شکل ۱.۸ نمی‌رسند. در زمینهٔ این نوع رفتار نایپادار، بیشتر از ۲۵ سال از دیدگاه نظری و تجربی مطالعه شده و آشکار شده است که این رفتار را می‌توان به دلایل گوناگونی مربوط دانست که آنها را در پاراگرافهای زیر خلاصه کرده‌ایم [۴].

در لیزرهای تک‌مدی، یکی از علل اصلی نایپاداری ناشی از مدوله‌سازی خارجی و معمولاً اتفاقی برخی پارامترهای لیزر نظیر آهنگ دمش یا اتلاف کاواک است. برای مدوله‌سازی کاتوره‌ای، نتیجهٔ این امر همان نوبهٔ شدت است که در بخش ۱۱.۷ در باره‌اش بحث شد. برای مدوله‌سازی سینوسی، رفتار زمانی را می‌توان برحسب معادلات آهنگ توصیف کرد، چنانچه برای مثال مدوله‌سازی دمش را چنین بنویسیم، با شرط $R_p = R_{p0} + \delta R_p \exp(j\omega t)$ ، در این صورت طبق معادلات (۱.۲.۸) و (۲.۲.۸)، می‌توانیم بنویسیم $N(t) = N_0 + \delta N_0 \exp(j\omega t)$ و $\phi(t) = \phi_0 + \delta \phi_0 \exp(j\omega t)$ ، با شرط $\delta N_0 \ll N_0$ و $\delta \phi_0 \ll \phi_0$ ، حال معادلات خطی شدهٔ متناظر با آن را حل می‌کنیم. از بخش قبل، می‌بینیم که لیزر تک‌مدی می‌تواند تشدید طبیعی را در بسامد نوسان واهلشی، ω_R ، ایجاد کند که مثلاً برای لیزری چهارترازی از معادلهٔ (۱.۲.۸) به دست می‌آید. بنابراین مدوله‌سازی دمش سینوسی، لیزر را وادار می‌کند تا نوسانهای کوچکی را در بسامد مدوله‌سازی ω اراقه کند، و زمانی که ω با ω_R منطبق می‌شود، دامنهٔ نوسان



شکل ۲.۸ رفتار زمانی نمونه‌ای اولین لیزرهای حالت جامد با دمش پیوسته موج (cw) در اوایل توسعهٔ لیزر، مقیاس زمانی $50 \mu\text{s}/\text{div}$ است [۳].

بیشینه می‌شود. بنابراین برای طیفی سفید از مدوله‌سازی دمش، طیف نوفه شدت را که در w_R دارای قله است می‌توان مشاهده کرد (شکل ۳۰.۷ الف را ببینید). علاوه بر این ناپایداری با مبنای فنی، لیزرهای تک‌مدی در وضعیتی خاص ناپایداری دینامیکی طبیعی را نیز نشان می‌دهند که به تپ‌زنیها و حتی رفتار اغتشاشی می‌انجامد. برای مثال در گذار با پهن‌شدگی همگن، لیزر باید به اندازه کافی به بالای آستانه (معمولاً زیادتر از 10° بار) رانده شود، و پهنای خط کاواک $\Delta\nu_c$ باید به اندازه کافی بزرگتر از پهنای خط گذار، $\Delta\nu_0$ باشد (که به این امر، مورد کاواک بد می‌گویند). این نوع شرایط مخصوصاً در لیزرهای فروسرخ دور که به طریق اپتیکی دمیده می‌شوند به‌طور تجربی دیده شده است. این ناپایداریهای دینامیکی را می‌توان تنها با روش نیمه‌کلاسیک رفتار لیزری، مثلاً، با استفاده از معادلات ماکسول-بلاک بررسی کرد [۵].

در لیزرهای چندمدی، نوع جدیدی از ناپایداری به‌علت، مثلاً سوئیچ‌زنی در زمان، بین یک مد و مدی دیگر یا از یک مجموعه مد‌ها به مجموعه دیگر، به‌آسانی می‌تواند حاصل شود [۶]. این ناپایداری به نوعی حرکت پادفاز (دینامیک پاد فاز) میان مد‌ها منجر می‌شود، و برای یک خط همگن و با روش معادله آهنگ که اثر اشباع عبوری ناشی از سوزنی فضایی را به حساب می‌آورد، به‌خوبی توصیف می‌شود [۷].

برای جمع‌بندی مطالب، می‌توانیم بگوییم که لیزرهای تک‌مدی، اغلب ناپایداری دینامیکی نشان نمی‌دهند، ولی به‌جای آن برخی نوفه‌های شدت ناشی از پریشیدگیهای اجتناب‌ناپذیر پارامترهای لیزری را نشان می‌دهند. از جهت دیگر، لیزرهای چندمدی به‌علت نوعی حرکت پاد فاز در میان مد‌های نوسانی، ممکن است در معرض ناپایداریهای اضافی قرار گیرند. بسته به دامنه مدوله‌سازی پارامترهای لیزری، نوع لیزر، و اینکه خط به‌صورت همگن یا ناهمگن پهن شده باشد، این ناپایداری یا به نوفه پارش مد (بخش ۱۱.۷ را ببینید) و یا حتی به تپ‌زنیهای شدید لیزری منجر می‌شود.

۴.۸ سوئیچ Q

در فصل ۷ دیدیم که در صورت عملکرد پیوسته‌موج، وارونی جمعیت در شروع نوسان در مقدار آستانه‌اش ثابت است. حتی در شرایط عملکرد تپی که در بخش ۲.۸ بررسی شد، وارونی جمعیت بر اثر آغاز گسیل القایی، تنها به مقدار نسبتاً کوچکی از مقدار آستانه تجاوز می‌کند (شکل ۱.۸ را ببینید). اکنون فرض می‌کنیم که بستآوری داخل کاواک قرار داده شود اگر بستاور بسته باشد، جلوی عمل لیزر گرفته می‌شود، به‌طوری که وارونی جمعیت ممکن است از جمعیت آستانه، در نبود بستاور خیلی فراتر رود. اما اگر به‌طور ناگهانی بستاور باز شود، لیزر بهره‌ای بسیار بیشتر از

تلفات پیدا می‌کند، و ممکن است انرژی ذخیره شده به صورت تب نوری کوتاه و شدید آزاد شود [۸]. چون این عملکرد متضمن سوئیچ کردن (کلیدزنی) عامل کاواک از یک مقدار پایین به یک مقدار بالا است، به این روش معمولاً سوئیچ Q می‌گویند. این روش ایجاد تپهای لیزری با مدت زمان قابل مقایسه با زمان فروافت فوتون (مثلاً از چند نانوثانیه تا چندده نانوثانیه) و توان با قله بالا (در گستره مگاوات) را ممکن ساخته است.

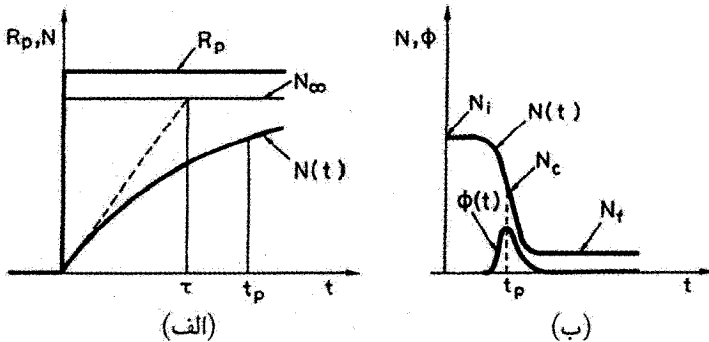
۱.۴.۸ دینامیک فرایند سوئیچ Q

برای تشریح رفتار دینامیکی سوئیچ Q، فرض می‌کنیم که یک تب دمش پله‌ای، در لحظه $t = 0$ برای شروع لیزر اعمال شود، یعنی $R_p(t) = 0$ برای $t < 0$ و $R_p(t) = R_p = \text{const.}$ برای $0 < t < t_p$ ؛ در همین حال بستاور بسته است [شکل ۳.۸ (الف)]. برای $0 < t < t_p$ رفتار زمانی وارونی جمعیت را می‌توان از معادله ۱۶.۲.۷ (الف) برای لیزر چهارترازی یا از معادله ۲۴.۲.۷ (الف) برای لیزر شبه سه‌ترازی، با قراردادن ϕ برابر با صفر محاسبه کرد. مثلاً برای لیزر چهارترازی، به دست می‌آوریم

$$N(t) = N_{\infty} [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (۱.۴.۸)$$

که مقدار مجانبی N_{∞} را از

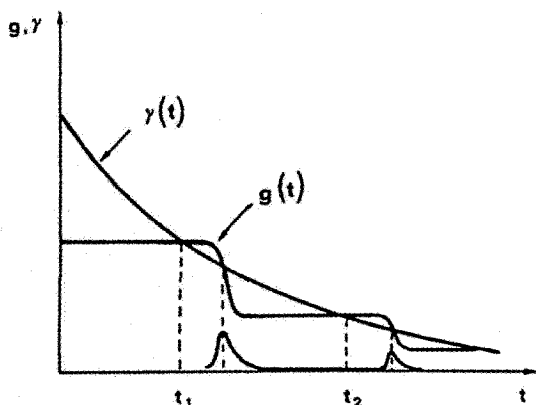
$$N_{\infty} = R_p \tau \quad (۲.۴.۸)$$



شکل ۳.۸ وقایع متوالی در لیزر سوئیچ Q: (الف) رفتار زمانی آرمانی آهنگ دمش R_p ، و وارونی جمعیت، N ، قبل از سوئیچ Q، (ب) رفتار زمانی وارونی جمعیت، N ، شمار فوتون، ϕ ، پس از سوئیچ Q (مورد سوئیچ سریع).

به دست می آوریم، که با قراردادن $dN/dt = 0$ در معادله ۱۶.۲.۷ (الف) به آسانی حاصل می شود. رفتار زمانی $N(t)$ نیز در شکل ۳.۸ (الف) نشان داده شده است. از معادله ۱۶.۴.۸) و شکل ۳.۸ (الف)، می بینیم که مدت زمان t_p دم‌ش در حالت آرمانی باید قابل مقایسه با، یا کوتاهتر از طول عمر حالت بالاتر، τ ، باشد. در واقع، برای $t_p \gg \tau$ ، $N(t)$ افزایش چشمگیری پیدا نمی کند و توان دم‌ش، به جای آنکه به صورت انرژی و ارونی ذخیره شود، بر اثر فروافت خود به خود اتلاف می شود، همچنین از معادله ۲.۴.۸) می بینیم که دستیابی به ارونی خیلی زیاد مستلزم طول عمر طولانی τ است. بنابراین سوئیچ Q در گذارهای لیزری با دوقطبی الکتریکی ممنوع، که τ غالباً در ناحیه میلی ثانیه واقع می شود، به طرز مؤثری قابل اجراست. این در مورد اکثر لیزرهای حالت جامد (نظیر، Nd، Yb، Er، He در مواد مختلف میزبان؛ مواد با آلاینده‌گی Cr، نظیر الکساندریت، Cr : LiSAF، و یاقوت) و بعضی از لیزرهای گازی (نظیر CO₂ یا ید) صادق است. از جهت دیگر، برای لیزرهای نیمرسانا، رزینهای و تعدادی از لیزرهای گازی مهم (مثلاً He-Ne، Ar، اکسامیر)، گذار لیزری از نظر دوقطبی الکتریکی مجاز است، و طول عمر در مرتبه چند تا چند ده نانوثانیه است. در این مورد، با مقادیر معمول آهنگهای دم‌ش موجود R_p ، ارونی دست‌یافتنی N_∞ برای اجرای سوئیچ Q ی مورد نظر بیش از حد پایین است.

اکنون فرض می کنیم که بستاور ناگهان در لحظه $t = t_p$ باز شود، به طوری که اتلاف کاواک $\gamma(t)$ از مقدار خیلی بالای متناظر با بستاور بسته شده، به مقدار γ برای همان کاواک در حالت با بستاور باز (سوئیچ زنی سریع) سوئیچ شود. مبدأ زمان را لحظه‌ای می گیریم که عمل سوئیچ زنی رخ می دهد [شکل ۳.۸ (ب)]. رفتار زمانی ارونی جمعیت، $N(t)$ ، و شمار فوتونها، $\phi(t)$ ، را می توان از معادلات آهنگ، با این فرض ساده کننده به دست آورد که، در مدت زمان کوتاه فرایند سوئیچ Q ، اثر جمله فروافت N/τ را می توان نادیده گرفت. رفتار کیفی $N(t)$ و $\phi(t)$ را می توان مطابق شکل ۳.۸ (ب) ترسیم کرد. ارونی جمعیت از مقدار اولیه N_i شروع می شود، که آن را می توان از معادله ۱۶.۴.۸) به ازای $t = t_p$ به دست آورد. سپس برای لحظه‌ای ثابت می ماند و در نهایت، وقتی شمار فوتونهای کاواک به مقدار نسبتاً بالایی می رسد، رو به کاهش می رود. عاقبت با سقوط $N(t)$ به ارونی آستانه، N_c ، شمار فوتونها به مقدار قله اش می رسد (که قبلاً برای نوسانهای واهلشی در بخش ۲.۸ در باره اش بحث کردیم). از این لحظه به بعد، لیزر به جای بهره خالص، اتلاف خالص را بروز می دهد، در نتیجه این امر، شمار فوتونها به صفر می رسد. در همین مدت زمان، ارونی جمعیت به یک مقدار نهایی، N_f ، کاهش می یابد که در محیط فعال باقی خواهد ماند، و مقدار آن با دینامیک فرایند سوئیچ Q تعیین می شود (بخش ۴.۴.۸ را ببینید). توجه کنید که مقیاسهای زمانی در شکلهای ۳.۸ (الف و ب)، بسیار با یکدیگر تفاوت دارند؛ در واقع، مقیاس زمانی در



شکل ۴.۸ وقایع متوالی در مورد سوئیچ زنی آهسته که وقوع تپهای چندتایی را نشان می‌دهد. در شکل $g(t) = \sigma N(t)l$ (که l طول محیط فعال است) معرف بهره لیزر است.

شکل ۳.۸ (الف) با مقدار طول عمر حالت بالایی برقرار شده و بنابراین با گستره میکروثانیه‌ای (معمولاً، $1 \text{ ms} - 1 \mu\text{s}$) متناظر است. از جهت دیگر، مقیاس زمانی در شکل ۳.۸ (ب) از مرتبه زمان فروافت فوتون کاواک است (بخش ۴.۴.۸ را ببینید) و بنابراین در گستره نانوثانیه‌ای (معمولاً $50 - 5 \text{ ns}$) قرار می‌گیرد.

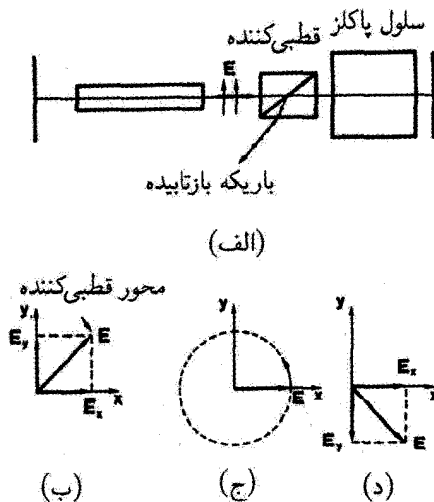
تاکنون، رفتار دینامیکی متناظر با سوئیچ زنی سریع را بررسی کردیم، که سوئیچ زنی اتلاف کاواک به صورت لحظه‌ای بررسی شد. در عمل، سوئیچ زنی سریع قله آنها به چندین بار زمان فروافت فوتون نیازمند است (یعنی نوعاً چند ده تا چند صد نانوثانیه). در مورد سوئیچ زنی آهسته، رفتار دینامیکی قدری پیچیده‌تر می‌شود و ممکن است به تپهایی چندتایی منجر شود. این رفتار در شکل ۴.۸ ترسیم شده و فرض شده است که اتلاف کاواک $\gamma(t)$ از مقدار اولیه بالایی به مقدار پایین نهایی در زمان نسبتاً طولانی فرو می‌افتد. در همان شکل رفتار زمانی متناظر با بهره تک‌گذر $g(t) = \sigma Nl$ و شمار فوتون کاواک $\phi(t)$ نشان داده شده است. اولین تپ در لحظه t_1 شروع می‌شود، یعنی وقتی اتلاف رو به کاهش $\gamma(t)$ برابر با بهره لحظه‌ای $g(t)$ می‌شود. سپس هنگامی که بهره در پی کاهش ناشی از اشباع، با اتلاف برابر می‌شود تپ به مقدار قله‌ای اش می‌رسد. پس از تپ اول، بهره به کمتر از اتلاف رانده می‌شود، بنابراین نوسان بیشتری رخ نمی‌دهد تا اینکه سوئیچ بار دیگر باز شود، بنابراین اتلاف به زیر بهره به کاهش خود ادامه می‌دهد. سپس تپ دوم می‌تواند ایجاد شود (که در شکل در لحظه t_2 رخ می‌دهد)، که این بار نیز تپ زمانی به قله می‌رسد که اشباع بهره، بهره را برابر با اتلاف سازد.

۲.۴.۸ روشهای سوئیچ Q

برای دستیابی به سوئیچ زنی Q کاواک، روشهای متعددی توسعه یافته است؛ در این بخش صرفاً متداولترین آنها را بررسی می‌کنیم: [۹] (۱) بستاورهای الکتروپاتیکی. (۲) منشورهای چرخان. (۳) سوئیچهای آکوستوپاتیکی. (۴) جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر. این ابزارها را معمولاً به دو ردهٔ فعال و سوئیچهای Q ی انفعالی تقسیم می‌کنند. در بازار سوئیچ Q ی فعال، باید عامل فعال خارجی را به این ابزار اعمال کرد (مثلاً، تغییری در ولتاژ، که به بستاور الکتروپاتیکی اعمال می‌شود) تا سوئیچ حاصل شود. در سوئیچ Q ی انفعالی، عملکرد سوئیچ زنی به صورت خودکار به خاطر غیرخطی بودن عنصر به کاررفته ایجاد می‌شود.

۱.۲.۴.۸ سوئیچ Q الکتروپاتیکی

در این ابزارها از سلولی با بهره‌گیری از اثر الکتروپاتیکی، معمولاً اثر پاکلز، برای القای سوئیچ زنی Q استفاده می‌شود. سلول مبتنی بر اثر پاکلز شامل بلور مناسب غیرخطی، نظیر KD^*P یا لیتیم نیوبات برای ناحیهٔ مرئی تا نزدیک فروسرخ، یا کادمیم تلوراید برای فروسرخ میانی است که در آن اعمال ولتاژ dc ، تغییری در ضرایب شکست بلور القا می‌کند. این دوشکستی القاشده با ولتاژ اعمال شده متناسب است. شکل ۵.۸ (الف) یک لیزر سوئیچ شدهٔ Q را با استفاده از ترکیبی مناسب از قطبی‌کننده و یک سلول پاکلز نشان می‌دهد. سلول پاکلز طوری جهت یافته و تغذیه (بایاس)



شکل ۵.۸ (الف) ترکیب ممکن قطبی‌کننده-سلول پاکلز برای سوئیچ Q . شکلهای (ب)، (ج)، و (د) مؤلفه‌های میدان E را در امتداد محورهای دوشکستی سلول پاکلز صفحه عمود بر محور تشدیدگر نشان می‌دهند.

شده است که محورهای دوشکستی القایی x و y در صفحه عمود بر محور تشدیدکننده لیزر قرار می‌گیرند. محور قطبش با محورهای دوشکستی زاویه 45° می‌سازد.

اکنون باریکه لیزری را در نظر بگیرید که از محیط فعال به سمت ترکیب قطبی‌کننده سلول پاکلز، با قطبش موازی با محور قطبی‌کننده، انتشار می‌یابد. این باریکه در حالت آرمانی به طور کامل، از قطبی‌کننده عبور می‌کند و سپس بر سلول پاکلز فرود می‌آید. میدان E موج ورودی تحت زاویه 45° با محورهای x و y دوشکستی سلول پاکلز قرار می‌گیرد و به دو مؤلفه E_x و E_y شکل [۵.۸(ب)] با نوسانهای هم‌فاز تجزیه می‌شود. پس از عبور از سلول پاکلز، این دو مؤلفه جابه‌جاییهای فاز متفاوتی پیدا می‌کنند که به اختلاف فاز زیر منتهی می‌شود

$$\Delta\varphi = k\Delta nL' \quad (3.4.8)$$

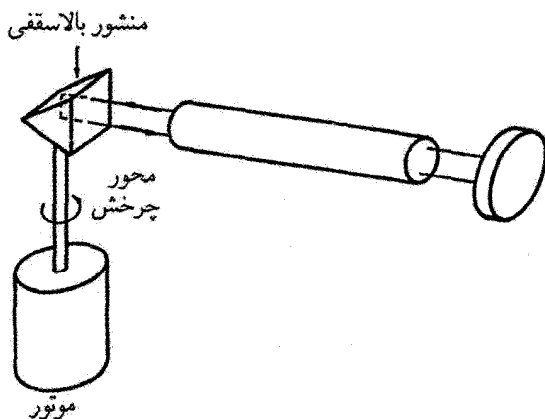
که $k = 2\pi/\lambda$ ، $\Delta n = n_x - n_y$ مقدار دوشکستی القاشده، و L' طول بلور است. اگر ولتاژ اعمال شده به سلول پاکلز طوری باشد که $\Delta\varphi = \pi/2$ شود، مؤلفه‌های دو میدانی که سلول پاکلز را ترک می‌گویند، $\pi/2$ اختلاف فاز خواهند داشت. یعنی زمانی که E_x بیشینه است، E_y صفر می‌شود، و برعکس، یعنی موج قطبیده دایره‌ای است [شکل ۵.۸(ج)]. پس از بازتاب از آینه، موج یک‌بار دیگر از سلول پاکلز عبور می‌کند، به نحوی که مؤلفه‌های x و y آن اختلاف فاز اضافی دیگر $\Delta\varphi = \pi/2$ را پیدا خواهند کرد. بنابراین، اختلاف فاز کل برابر با π می‌شود، به طوری که مثلاً مطابق شکل ۵.۸(د)، E_x در مقدار بیشینه‌اش (مثبت) و E_y در مقدار بیشینه‌اش (منفی) قرار می‌گیرند. در نتیجه، میدان کلی E باز هم قطبیده خطی است، ولی محور قطبش آن نسبت به قطبش موج اصلی در شکل ۵.۸(ب) زاویه 90° می‌سازد. بنابراین، این باریکه از قطبی‌کننده نمی‌گذرد، و به جای آن از کاواک به خارج بازتاب می‌یابد [شکل ۵.۸(الف)]. این شرط متناظر با سوئیچ Q ی بسته شده است. سپس، با حذف ولتاژ بایاس به سلول پاکلز، سوئیچ باز می‌شود. در این مورد، دوشکستی القایی از بین می‌رود، به طوری که به نور فرودی بدون تغییر در قطبش، اجازه عبور داده می‌شود. توجه کنید که ولتاژ لازم برای عملکرد در این شکل‌گیری را ولتاژ $\lambda/4$ ، یا ولتاژ ربع موج می‌گویند، در واقع، کمیت $\Delta nL'$ ، یعنی اختلاف دو طول مسیر نوری برای دو قطبش برابر با $\lambda/4$ است، که آن نیز از معادله (۳.۴.۸) معلوم است.

سوئیچهای Q ی سلول پاکلز به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. بسته به بلور غیرخطی خاص که در سلول مورد استفاده می‌شود، ترتیب خاص میدان اعمال شده، ابعاد بلور، و مقدار طول موج، ولتاژ $\lambda/4$ از ۱ تا ۵ کیلووات متغیر است. این ولتاژ باید در یک لحظه t_s ، کمتر از زمان رشد تپ سوئیچ Q ، قطع شود (نوعاً $t_s < 20$ ns).

۲.۲.۴.۸ منشورهای چرخان

متداولترین ابزار مکانیکی سوئیچ زنی Q شامل چرخش یکی از آینه‌های انتهایی تشدیدگر لیزری حول محور عمود بر محور تشدیدگر است. در این مورد، وقتی آینه چرخان از وضعیت موازی با آینه دیگر کاواک عبور می‌کند، شرط Q ی بالا حاصل می‌شود. برای ساده‌کردن هم‌محورسازی، اغلب از منشور بالاسقفی 90° درجه‌ای لبه سقفی آن که بر محور چرخش عمود است به جای آینه معمولی استفاده می‌شود (شکل ۶.۸). این منشور دارای این خاصیت است که برای نوری که عمود بر لبه سقف منشور منتشر می‌شود (شکل ۶.۸ را ببینید) باریکه بازتابیده، بدون در نظر گرفتن چرخش منشور حول لبه سقف، همواره با باریکه فرودی موازی است. در نتیجه هم‌محوری بین منشور و آینه دیگر کاواک همیشه در صفحه عمود بر سقف حفظ می‌شود. بنابراین، اثر چرخش موجب می‌شود تا منشور در جهتی دیگر هم‌محور شود.

سوئیچهای Q ی منشور چرخان ابزارهای ساده و ارزانی هستند که در هر طول موجی به کار برده می‌شوند، ولی آنها نسبتاً با نوفه همراه‌اند، و به علت سرعت محدود چرخش موتور، غالباً به سوئیچ زنی Q ی آهسته منجر می‌شوند. مثلاً برای لیزر حالت جامد چندمدی نوعی عرضی، واگرایی باریکه حدود چند mrad است. وضعیت Q ی بالا متناظر با گستره زاویه‌ای حدود 1 mrad حول وضعیت هم‌محوری کامل است. بنابراین، حتی برای موتوری که با سرعت زیاد 24000 دور در دقیقه (400 Hz) می‌چرخد، مدت زمان شرط سوئیچ زنی Q ی بالا حدود 400 ns است. این زمان سوئیچ زنی آهسته، در بعضی مواقع به ایجاد تپهای چندتایی منتهی می‌شود.

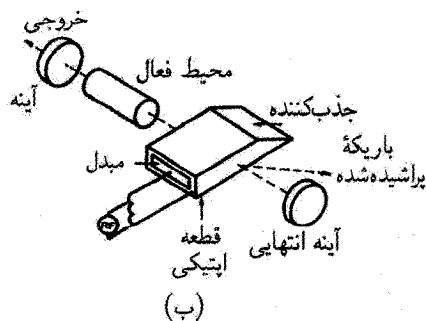
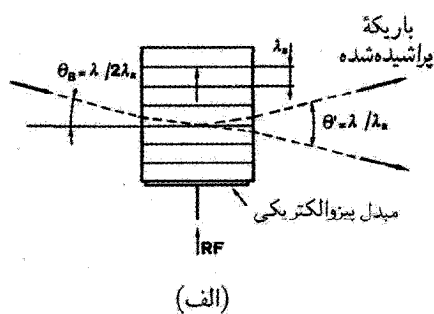


شکل ۶.۸ سیستم سوئیچ زنی با استفاده از یک منشور بالاسقفی 90° درجه‌ای چرخان.

۳.۲.۴.۸ سوئیچهای Qی اکوستوآپتیکی

مدوله‌ساز اکوستوآپتیکی شامل قطعه‌ای از ماده شفاف اپتیکی (مثلاً کوارتز گذاخته در ناحیه مرئی تا نزدیک فروسرخ، و ژرمانیم یا کادمیم سلنید در ناحیه فروسرخ میانی و دور) است که به آن موجی فراصوتی به وسیله تراگذار پیزوالکتریکی که به یک طرف قطعه چسبیده است و با نوسانگر rf فعال می‌شود [شکل ۷.۸ (الف)]، اعمال می‌شود. طرفی از قطعه که مقابل طرف تراگذار است تحت زاویه‌ای بریده می‌شود و دارای جاذبی برای موج صوتی است که روی سطح آن قرار داده می‌شود [شکل ۷.۸ (ب)]. بنابراین موجب از بین رفتن بازتاب به طرف عقب موج صوتی شده و لذا فقط موج صوتی رونده در محیط وجود خواهد داشت. کرنش القاشده با موج فراصوتی، به علت اثر فوتوالاستیک، موجب تغییرات موضعی در ضریب شکست ماده می‌شود. این تغییر تناوبی در ضریب شکست همانند توری فازی، با دوره تناوب برابر با طول موج صوت، و دامنه متناسب با دامنه موج صوتی عمل می‌کند و در محیط با سرعت صوت حرکت می‌کند (توری فازی موج رونده). اثر آن پراشاندن بخشی از باریکه فرودی از امتداد باریکه فرودی است [۱۰]. بنابراین اگر سلول اکوستوآپتیکی در یک کاواک لیزری قرار داده شود [شکل ۷.۸ (ب)]، با اعمال ولتاژ محرک به تراگذار اتلاف اضافی ناشی از پراش باریکه رخ می‌دهد. اگر ولتاژ محرک به اندازه کافی بالا باشد، این اتلاف اضافی جلوی نوسان لیزر را می‌گیرد. بنابراین با قطع ولتاژ تراگذار، لیزر به وضعیت Qی بالای خود بازمی‌گردد.

برای درک دقیقتر عملکرد مدوله‌ساز اکوستوآپتیکی، موردی را در نظر می‌گیریم که طول L' محیط اپتیکی به اندازه کافی بزرگ باشد که توری بتواند به عنوان توری فازی ضخیم عمل کند. این



شکل ۷.۸ (الف) باریکه‌های فرودی، عبورکرده، و پراشیده شده در یک مدوله‌ساز اکوستوآپتیکی (نظام پراگ). (ب) آرایش لیزر با سوئیچ Q با بهره‌گیری از مدوله‌ساز اکوستوآپتیکی.

زمانی رخ می‌دهد که شرط زیر برقرار باشد

$$\frac{2\pi\lambda L'}{n\lambda_a^2} \gg 1 \quad (4.4.8)$$

که λ طول موج باریکه فرودی، n ضریب شکست ماده، و λ_a طول موج مرتبط با موج صوتی است. در مورد نوعی، معادله (۴.۴.۸) ایجاب می‌کند که L' بزرگتر از ۱cm باشد. در این مورد که به نظام براگ^۱ معروف است، باریکه‌ای با زاویه $\theta = \lambda/\lambda_a$ از کاواک پراشیده می‌شود. توجه کنید که این زاویه برابر با زاویه واگرایی باریکه‌ای با طول موج λ است که از یک گشودگی به اندازه λ_a پراشیده می‌شود. بازدهی پراش هنگامی بیشینه می‌شود که زاویه نور فرودی θ_B شرط $\theta_B = \lambda/2\lambda_a$ [شکل ۷.۸(الف)] را برآورده سازد. این رابطه را ابتدا براگ برای پراش پرتو x از صفحات بلور نگاشتی به دست آورد. در این مورد، باریکه پراشیده را می‌توان ناشی از بازتاب آینه‌ای باریکه فرودی در صفحات فازی حاصل از موج صوتی در نظر گرفت. برای مقادیر به اندازه کافی بالای توان محرک If به تراگذار پیزوالکتریک، بخش نسبتاً بالای η باریکه فرودی می‌تواند از کاواک پراشیده شود (بازدهیهای نوعی پراش حدود ۱-۲٪ به‌زای هر وات توان If است). توجه کنید که معادله (۴.۴.۸) را می‌توان به‌طور تقریبی به صورت $\lambda_a \gg (\lambda L'/n\lambda_a)$ نوشت و آن را چنین تفسیر کرد که موجکی از یک گشودگی مفروض λ_a در ورود به بلور پراشیده می‌شود، در خروج از بلور به مقدار $\lambda_a L'/n\lambda_a$ ، که بسیار بزرگتر از λ_a است، گسترده خواهد شد. تحت این شرایط، در واقع هر موجکی که در ورود به بلور پراشیده می‌شود، قبل از ترک بلور، با موجکهای ناشی از سایر گشودگیهای λ_a ی بلور جمع می‌شود؛ این به پراش حجمی منجر خواهد شد.^۲ مزیت مدوله‌سازهای اکوستوآپتیکی تلفات پایین داخلی اپتیکی آنهاست، و برای سوئیچ‌زنی Q ی تکراری، می‌توان آنها را به‌سادگی در آهنگهای تکرار بالا (kHz) به‌کار انداخت. ولی اتلاف در وضعیت Q ی پایین نسبتاً محدود است و زمان سوئیچ‌زنی Q نسبتاً طولانی است (این زمان براساس زمانی که طول می‌کشد تا جبهه موج صوتی از باریکه لیزر بگذرد تعیین می‌شود). بنابراین چنین مدوله‌سازهایی را برای سوئیچ‌زنی Q ی تکراری لیزرهای بهره‌ پایین با دمش پیوسته‌موج (cw) (مثلاً، لیزرهای Nd : YAG و Ar یونی) به‌کار می‌برند.

1. Bragg regime

۲. چنانچه $(2\pi\lambda L') \ll n\lambda_a^2$ باشد، توری صوتی نظیر یک توری فازی نازک رفتار می‌کند، و می‌گویند که سلول در نظام رامان-نات^۳ عمل می‌کند. این نظام به‌ندرت برای سوئیچ‌زنی Q ی اکوستوآپتیکی به‌کار می‌رود، زیرا مستلزم توان If بالاتر در واحد حجم سلول است.

3. Raman-Nath

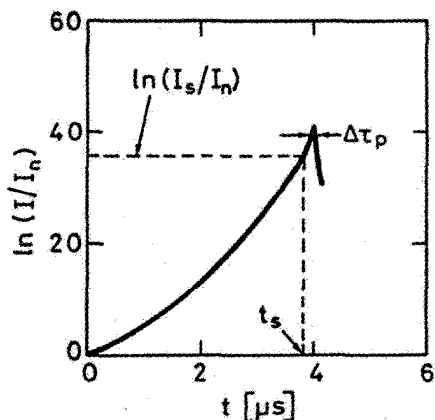
مثال ۳.۸ شرط نظام براگ در مدوله‌ساز اکوستوایتیکی کوارتز: یک سلول اکوستوایتیکی را در نظر می‌گیریم که در بسامد $\nu_a = 5^\circ \text{ MHz}$ کار می‌کند و سرعت موج برشی در کوارتز را $v = 376 \times 10^5 \text{ cm/s}$ در نظر می‌گیریم. بنابراین طول موج صوتی می‌شود $\lambda_a = v/\nu_a = 75 \mu\text{m}$. اگر ضریب شکست کوارتز در طول موج $1.06 \mu\text{m}$ برابر با $n = 1.45$ بگیریم، از معادله (۴.۴.۸)، $L' \gg 1.3 \text{ mm}$ ، بنابراین برای بلوری به طول حدود 5 cm ، شرط نظام پراش براگ دقیقاً برقرار می‌شود. توجه کنید که در این مثال، باریکه با زاویه $\theta' = \lambda/\lambda_a \cong 0.8^\circ$ نسبت به جفت باریکه فرودی پراشیده می‌شود، به این ترتیب زاویه فرود به مدوله‌ساز باید $\theta_B = \lambda/2\lambda_a \cong 0.4^\circ$ باشد. ■

۴.۲.۴.۸ سوئیچ Q جذب‌کننده اشباع‌پذیر

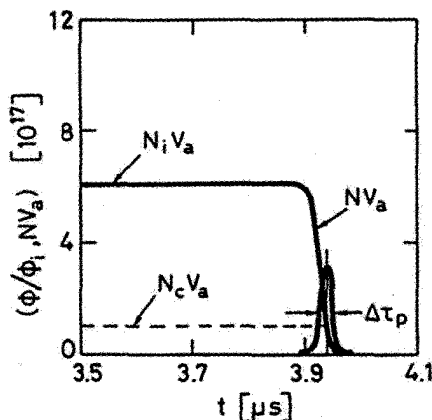
هر سه ابزار سوئیچ Q که تاکنون به آنها پرداختیم، سوئیچهای Qی فعال‌اند، چون باید آنها را با استفاده از چشمه محرک مناسب (منبع تغذیه ولتاژ سلول پاکلز، آینه چرخان، یا نوسانگر rf) به‌کار انداخت. اکنون به مورد سوئیچ Qی انفعالی می‌پردازیم که در آن از قابلیت غیرخطی بودن جذب‌کننده اشباع‌پذیر بهره گرفته می‌شود، و این متداولترین سوئیچ Qی انفعالی است که تاکنون به‌کار رفته است.

جذب‌کننده اشباع‌پذیر شامل ماده‌ای است که در طول موج لیزری نور را جذب می‌کند و مقدار شدت اشباع آن پایین است. اغلب نوعی سلول شامل محلولی از رنگینه اشباع‌پذیر در حلالی مناسب در نظر گرفته می‌شود (مثلاً رنگینه معروف به BDN، بیس ۴-دی‌متیل‌امینو دی‌تیوبنزیل-نیکل^۱، که در ۲،۱ دی‌کلرواتان^۲ حل می‌شود، در مورد Nd:YAG). جذب‌کننده‌های به‌شکل حالت جامد (مثلاً BDN در سلولوز استات، $\text{F}_2 : \text{LiF}$ ، یا $\text{Cr}^{3+} : \text{YAG}$ ، برای لیزر Nd:YAG) یا گازی (مثلاً گاز SF_۶ برای لیزرهای CO_۲) نیز به‌کار می‌روند. در تقریب مرتبه اول، جذب‌کننده اشباع‌پذیر را می‌توان به‌صورت سیستم دوترازی با قله سطح مقطع خیلی بزرگ (برای رنگینه اشباع‌پذیر، نوعاً 10^{-16} cm^2) در نظر گرفت. از معادله (۱۱.۸.۲) می‌توان دریافت که شدت اشباع متناظر I_s نسبتاً کوچک (10^{-10} MW/cm^2) است، به‌نحوی که جذب‌کننده در اثر اشباع به‌ازای شدت نور نسبتاً پایین، تقریباً شفاف می‌شود.

برای درک رفتار دینامیکی سوئیچ Qی جذب‌کننده اشباع‌پذیر، فرض می‌کنیم سلولی حاوی این جذب‌کننده با طول موج قله جذب منطبق با طول موج لیزر، داخل کاواک لیزری قرار داده می‌شود. برای نمونه، فرض می‌شود که جذب اولیه، یعنی جذب اشباع‌نشده سلول 5° است.



(الف)



(ب)

شکل ۸.۸ رفتار زمانی نوعی شدت باریکه لیزر، I ، و شمار فوتون کاواک، ϕ ، در یک لیزر YAG : Nd به طول 5 cm که با جذبکننده اشباعپذیر به صورت انفعالی سوئیچ Q می شود: (الف) ترسیم لگاریتمی I/I_n که I_n شدت نوفه به علت گسیل خودبه خود است. قبل از اشباع جذبکننده اشباعپذیر این ترسیم راحت ترین توصیف رفتار دینامیکی را فراهم می سازد. (ب) ترسیم خطی $\phi/\phi_i = I/I_n$ تعداد فوتونهای اولیه ناشی از گسیل خودبه خود است. این ترسیم مناسبترین تحول زمانی اطراف قله تپ را به دست می دهد.

همین که بهره محیط فعال، اتلاف جذبکننده اشباعپذیر به علاوه تلفات کاواک اشباع نشده را جبران سازد عمل لیزر شروع می شود. به علت بالابودن جذب سلولی، وارونی جمعیت بحرانی مورد نیاز بسیار بالاست. سرانجام وقتی عمل لیزر آغاز شود، شدت باریکه داخل کاواک لیزری، $I(t)$ ، از نوفه آغازی، I_n ، ناشی از گسیل خودبه خود رو به افزایش می گذارد. برای درک تحول زمانی $I(t)$ [شکل ۸.۸ (الف)] ترسیم لگاریتمی $I(t)/I_n$ را برحسب زمان در یک وضعیت نمونه‌های نشان می دهد (مثال ۵.۸ را ببینید). وقتی شدت لیزر برابر با I_s است، که در شکل در لحظه $t = t_s$ رخ می دهد، جذبکننده به علت اشباع شروع به رنگ باختن می کند، بنابراین آهنگ رشد شدت لیزر افزایش می یابد، و این به نوبه خود منجر به افزایش آهنگ رنگ باختگی جذبکننده می شود و کار به همین ترتیب پیش می رود. نتیجه نهایی، رنگ باختگی بسیار سریعتر جذبکننده اشباعپذیر است. با توجه به اینکه I_s نسبتاً کوچک است، وارونی که در محیط لیزر پس از رنگ باختن جذبکننده می ماند، اساساً همان وارونی اولیه است، یعنی خیلی بزرگ. پس از آنکه جذبکننده رنگ باخت، بهره لیزر از تلفات آن بیشتر می شود، و یک تپ غول آسا حاصل می شود. رفتار

دینامیکی، طی این مرحله آخر در [شکل ۸.۸ (ب)] با جزئیات بیشتری نشان داده شده است، که $\phi(t)/\phi_i = I(t)/I_n$ شمار فوتون کاواک، و $\phi_i \cong 1$ مقدار اولیه ناشی از گسیل خودبه خود است [برحسب زمان در مقیاس خطی و در بازه زمانی محدودتری ترسیم شده است. رفتار زمانی وارونی کل NV_a ، که حجم مد در محیط فعال است نیز در همان شکل نشان داده شده است (مثال ۵.۸ را ببینید). همانند سایر موارد سوئیچ Q، اکنون شمار فوتون به سرعت افزایش می یابد تا وارونی به اشباع برسد و در نتیجه بهره برقرار شود. بنابراین هرگاه وارونی برابر با وارونی بحرانی N_c لیزر بدون جذب کننده اشباع پذیر شود تب به مقدار بیشینه می رسد و از آن به بعد تب کاهش می یابد.

مشخصه مهمی که در شکل ۸.۸ باید به آن توجه کرد این است که مدت زمانی که طول می کشد تا تب از تراز نوفه به مقدار قله برسد، خیلی طولانی است ($t_p \cong 394 \mu s$). در اصل علت آن است که تا زمانی که جذب کننده اشباع پذیر رنگ باخته نشده است، یعنی طی $t < t_s$ بهره لیزر از مقدار آستانه بالای ناشی از حضور جذب کننده همچنان اشباع نشده چندان فراتر نمی رود. بنابراین افزایش شدت لیزر خیلی آهسته صورت می گیرد و باریکه لازم است تعداد زیادی گذر انجام دهد تا به مقدار قله اش برسد (در شکل ۸.۸، حدود 237°). این به گزینش طبیعی مدهای کاواک منجر می شود [۱۱]. در واقع فرض می کنیم که دو مد دارای بهره تک عبور اشباع نشده g_1 و g_2 هستند ($g = \sigma Nl$) و تلفات تک عبور آنها γ_1 و γ_2 است. با توجه به اینکه هر دو مد با یک شدت شروع می شوند که گسیل خودبه خود برقرار کرده است، در لحظه $t = t_s$ ؛ یعنی قبل از اشباع جذب کننده اشباع پذیر، نسبت شدت این دو مد از رابطه زیر به دست می آید

$$\frac{I_1}{I_2} = \left[\frac{e^{(g_1 - \gamma_1)}}{e^{(g_2 - \gamma_2)}} \right]^n \quad (5.4.8)$$

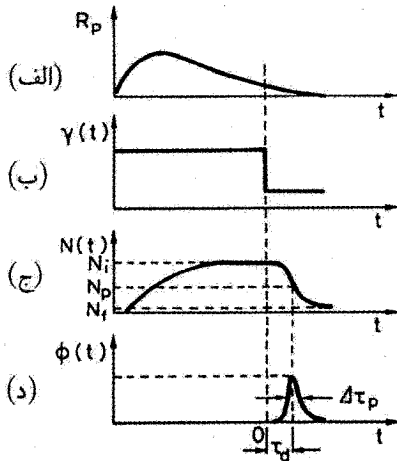
که n تعداد رفت و بازگشت های داخلی کاواک تا لحظه $t = t_s$ است (در شکل ۸.۸، $n \cong 231^\circ$). اگر اکنون $\delta = (g_1 - \gamma_1) - (g_2 - \gamma_2)$ را اختلاف بین دو بهره خالص در نظر بگیریم، از معادله (۵.۴.۸)، می توانیم بنویسیم $(I_1/I_2) = \exp n\delta$. بنابراین می بینیم که حتی با فرض مقدار نسبتاً کوچک 10^3 برای δ ، برای $n = 231^\circ$ ، می رسیم به $10^3 \cong \exp 231^\circ$. بنابراین، حتی برای تفاوت بسیار ناچیز در بهره یا اتلاف بین دو مد، به تفاوت بزرگی بین شدتهای آنها در لحظه $t = t_s$ و به دنبال آن در قله تب منتهی می شود، که پس از مدت کوتاهی رخ خواهد داد ($10^3 \sim 10^3$ ns) در نتیجه در مورد سوئیچ Qی جذب کننده اشباع پذیر به سادگی می توان به عملکرد تک مدی دست یافت. توجه کنید که در مورد سوئیچ Qی فعال، این سازوکار گزینش مد

کمتز موثر خواهد افتاد، چون، رشد لیزر از نوفه بسیار سریعتر است و کل تعداد گذرها اکنون ممکن است از مرتبه 10^1 یا 10^2 باشد^۱.

سوئیچ Q ی انفعالی با جذبکننده‌های اشباع‌پذیر، ساده‌ترین روش سوئیچ Q را فراهم می‌سازد. تخریب فوتوشیمیایی جذبکننده، مخصوصاً برای جذبکننده‌های اشباع‌پذیر رنگینه‌ای، مانع اصلی در این نوع سوئیچ Q است. با اختراع جذبکننده‌های حالت جامد که تخریب نمی‌شوند، اکنون این وضعیت در حال تغییر است.

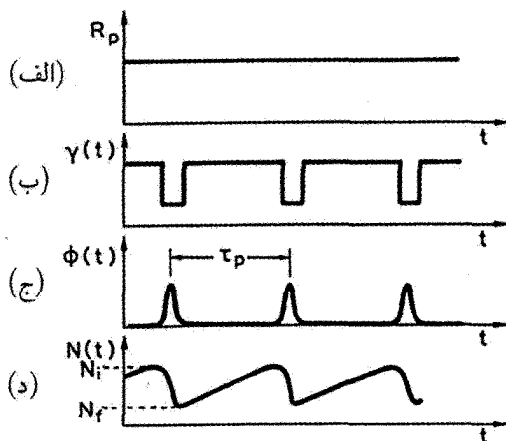
۳.۴.۸ نظامهای عملکرد

لیزرهای سوئیچ‌شده Q به یکی از طرق زیر می‌توانند عمل کنند: (۱) عملکرد تپی (شکل ۹.۸)، که آهنگ دمش $R_p(t)$ به‌طور کلی به‌صورت تپی با مدت زمان قابل مقایسه با طول عمر حالت بالایی τ است [شکل ۹.۸ (الف)]. بدون سوئیچ Q ، وارونی جمعیت $N(t)$ به مقدار بیشینه $N(t)$ می‌رسد و پس از آن کاهش می‌یابد. Q ی کاواک، با رسیدن $N(t)$ به مقدار بیشینه‌اش $t = 0$ در شکل ۹.۸ (ب) سوئیچ می‌شود. سپس، برای $t > 0$ تعداد فوتونها افزایش می‌یابند و به تپی منتهی می‌شود که قله آن در لحظه t_d پس از عمل سوئیچ‌شدن، رخ می‌دهد. به دنبال افزایش تعداد



شکل ۹.۸ توسعه تپ لیزری سوئیچ‌شده Q . شکل نشان‌دهنده رفتار زمانی موارد زیر است: (الف) آهنگ دمش R_p ; (ب) اتلاف کاواک γ ; (ج) وارونی جمعیت N ; (د) تعداد فوتونهای ϕ .

۱. توجه: می‌توانیم سوئیچ Q ی فعال را به‌صورتی شبیه به جذبکننده اشباع‌پذیر به‌کار اندازیم. برای این کار شرط Q ی پایین (اتلاف بالا) را به مقداری برقرار می‌کنیم که شروع عمل لیزر ممکن‌شود (که به بیش‌عمل لیزری معروف است)، قبل از آنکه سوئیچ‌زنی به Q ی بالای نهایی برسد، پس از دوره بلند پیش‌لیزری، گزینش مد رخ می‌دهد [۳۸].



شکل ۱۰.۸ توسعه تپهای لیزری سوئیچ شده Q لیزر پیوسته موج (cw). شکل نشان دهنده رفتار زمانی موارد زیر است: (الف) آهنگ دمش R_p ، (ب) تلفات تشدیدگر γ ؛ (ج) تعداد فوتونهای ϕ ؛ (د) وارونی جمعیت N .

فوتون، وارونی جمعیت $N(t)$ از مقدار اولیه اش N_i (در لحظه $t = 0$) کاهش می یابد تا به مقدار N_f که پس از اتمام تپ باقی مانده است، برسد. توجه کنید که طبق تفسیر مربوط به شکل ۳.۸، مقیاسهای زمانی مرتبط برای $t < 0$ و $t > 0$ کاملاً با یکدیگر متفاوت اند. در واقع مقیاس زمانی برای وقایع در $t < 0$ در گستره میلی ثانیه اتفاق می افتد، در حالی که مقیاس زمانی برای وقایع در $t > 0$ در گستره نانو ثانیه قرار می گیرد. لیزرهای سوئیچ شده Q با دمش تپی، می توانند به صورت تکراری عمل کنند؛ آهنگهای تکرار پذیری نوعاً از چند تا چند ده هرتز است. (۲) عملکرد سوئیچ Q تکراری با دمش پیوسته (شکل ۱۰.۸)، که دمش پیوسته موج R_p به لیزر اعمال می شود [شکل ۱۰.۸ (الف)] و تلفات کاواک به صورت تناوبی از مقدار بالا به مقداری پایین سوئیچ می شود [شکل ۱۰.۸ (ب)]. در این صورت خروجی لیزر شامل قطاری پیوسته از تپهای سوئیچ شده Q است [شکل ۱۰.۸ (ج)]. در مدت هر تپ وارونی از مقدار اولیه اش N_i (قبل از سوئیچ Q) به مقدار نهایی N_f (پس از تپ سوئیچ شده Q، شکل ۱۰.۸ را ببینید) افت می کند. وارونی جمعیت سپس مقدار اولیه اش، N_i ، را با فرایند دمش بازمی یابد، قبل از آنکه سوئیچ Q بعدی اتفاق افتد. با توجه به اینکه زمان باز یابی وارونی تقریباً برابر با طول عمر حالت بالایی، τ ، است، زمان τ_p بین دو تپ متوالی باید برابر یا کوتاهتر از τ باشد. در واقع، اگر τ_p بسیار بیشتر از τ باشد، بیشتر وارونی موجود با فروافت خودبه خود اتلاف خواهد شد. بنابراین، آهنگهای تکرار پذیری لیزرهای سوئیچ شده Q با دمش پیوسته موج نوعاً در گستره چند کیلوهرتز تا چند ده کیلوهرتز قرار می گیرند.

بستاورهای الکترواپتیکی و مکانیکی و همچنین جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر عموماً برای عملکرد تپی به‌کار می‌روند. برای سوئیچ‌زنی Q ی تکراری لیزرهای با دمش پیوسته (که نسبت به لیزرهای تپی بهره پایستری دارند)، سوئیچ Q ی اکوستوایتیکی و گاهی بستاورهای مکانیکی را بیشتر به‌کار می‌برند. با لیزرهای پیوسته‌موج، جذب‌کننده اشباع‌پذیر داخل کاواک تحت شرایط مناسبی به عملکرد سوئیچ Q ی تکراری منتهی می‌شود. در این مورد، آهنگ تکرارپذیری تپهای سوئیچ Q با دینامیک غیرخطی جذب‌کننده برقرار می‌شود نه با کنترل‌کننده خارجی.

۴.۴.۸ نظریه سوئیچ Q ی فعال

برای سادگی، تنها مورد سوئیچ Q ی فعال را در نظر می‌گیریم و همین‌طور فرض می‌کنیم که عمل سوئیچ‌زنی لحظه‌ای است (مورد سوئیچ‌زنی سریع) [۱۲]. رفتار دینامیکی لیزر را می‌توان مجدداً از معادلات (۱۶.۲.۷) و (۲۴.۲.۷) به‌ترتیب برای لیزرهای چهار و شبه سه‌ترازی به‌دست آورد. ابتدا لیزر چهارترازی را بررسی می‌کنیم که در نظام تپی عمل می‌کند (شکل ۹.۸) و فرض می‌کنیم که، برای $t < 0$ ، تلفات آن قدر زیاد است که لیزر در زیر آستانه قرار گیرد. اگر زمانی که $N(t)$ به مقدار بیشینه‌اش می‌رسد، عمل سوئیچ Q اجرا شود، وارونی اولیه متناظر با آن را می‌توان از معادله ۱۶.۲.۷ (الف) با قراردادن $(dN/dt) = 0$ به‌دست آورد؛ بنابراین به‌دست می‌آید

$$N_i = \tau R_p(0) \quad (۶.۴.۸)$$

که $R_p(0)$ مقدار آهنگ دمش هنگام وقوع سوئیچ‌زنی Q است (یعنی، در لحظه $t = 0$). اکنون فرض می‌کنیم که رفتار زمانی $R_p(t)$ ، هر مقدار $\int R_p dt$ ، یعنی انرژی دمش باشد، همواره یکسان است. بنابراین قرار می‌دهیم $\int R_p dt \propto R_p(0)$ ، به‌طوری که مثلاً اگر $\int R_p dt$ دوبرابر شود، $R_p(0)$ نیز دوبرابر شود. بنابراین، اگر E_p را انرژی دمش متناظر با آهنگ دمش مفروض در نظر بگیریم، چون $E_p \propto \int R_p dt$ است، پس خواهیم داشت $E_p \propto R_p(0)$ و طبق معادله (۶.۴.۸) داریم $E_p \propto N_i$. بنابراین، اگر N_{ic} و E_{pc} به‌ترتیب وارونی اولیه و انرژی دمش متناظر با آن باشد، وقتی لیزر درست در آستانه عمل کند، می‌توانیم بنویسیم

$$\left(\frac{N_i}{N_{ic}} \right) = \left(\frac{E_p}{E_{pc}} \right) = x \quad (۷.۴.۸)$$

که $x = (E_p/E_{pc})$ مقداری است که انرژی دمش به‌ازای آن از آستانه فرا می‌رود. چون N_{ic} برای عمل عادی لیزر (یعنی، وقتی عنصر سوئیچ‌زنی Q باز است) وارونی بحرانی است، مقدار آن از رابطه معمول $N_{ic} = N_c = \gamma/\sigma l$ به‌دست می‌آید، که γ اتلاف کاواک با عنصر سوئیچ‌زنی Q

باز است. اگر N_{ic} را بدانیم، یعنی، اگر γ, σ ، و l معلوم باشند و نسبت x انرژی دمش واقعی و انرژی دمش آستانه نیز معلوم باشد، به کمک معادله (۷.۴.۸) محاسبه وارونی اولیه N_i ممکن می شود. با دانستن N_i ، تحول زمانی سیستم را پس از سوئیچ زنی Q ، یعنی برای $t > 0$ ، می توانیم از معادله (۱۶.۲.۷) با شرایط اولیه $N(0) = N_i$ و $\phi(0) = \phi_i$ به دست آوریم. در اینجا باز هم ϕ_i تعدادی اندک از فوتونهایی است که برای آغاز عمل لیزری لازم است ($\phi_i \cong 1$). اکنون معادلات به مقدار قابل ملاحظه ای ساده می شوند، چون انتظار می رود که تحول $N(t)$ و $\phi(t)$ در مقیاس زمانی چنان کوتاهی تحقق یابد که از جمله های دمش R_p ، و فروافت خودبه خود N/τ در معادله (۱۶.۲.۷ الف) بتوان صرف نظر کرد. بنابراین معادله (۱۶.۲.۷) به

$$\frac{dN}{dt} = -B\phi N \quad (\text{الف } ۸.۴.۸)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[V_a B N - \left(\frac{1}{\tau_c} \right) \right] \phi \quad (\text{ب } ۸.۴.۸)$$

تبدیل می شود.

توجه کنید که، طبق معادله (۸.۴.۸ ب)، جمعیت N_p ی متناظر با قله تپ فوتون [شکل ۹.۸ ج) را ببینید]، یعنی، وقتی $(d\phi/dt) = 0$ است، می شود

$$N_p = \frac{1}{V_a B \tau_c} = \frac{\gamma}{\sigma l} \quad (۹.۴.۸)$$

که همان مقدار وارونی بحرانی N_c است. این نتیجه، به کمک معادله (۷.۴.۸) به ما امکان می دهد تا نسبت N_i/N_p را به صورت مفیدتری برای بحث آتی بیان کنیم، یعنی

$$\left(\frac{N_i}{N_p} \right) = x \quad (۱۰.۴.۸)$$

پس از این ملاحظات مقدماتی، می توانیم توان قله تپ خروجی لیزر، P_p را از مثلاً آینه ۲ محاسبه کنیم. طبق معادله (۱۸.۲.۷)، می نویسیم

$$P_p = \left(\frac{\gamma \tau_c}{2 L_e} \right) h\nu \phi_p \quad (۱۱.۴.۸)$$

که ϕ_p شمار فوتونهای کاواک در قله تپ لیزر است. برای محاسبه ϕ_p ، نسبت معادلات (۸.۴.۸ الف) به ϕ_p را به دست می آوریم، با کمک (۹.۴.۸) می رسیم به

$$\frac{d\phi}{dN} = -V_a \left[1 - \left(\frac{N_p}{N} \right) \right] \quad (۱۲.۴.۸)$$

که به سادگی می‌توان از آن انتگرال گرفت و به رابطه زیر دست یافت

$$\phi = V_a [N_i - N - N_p \ln(N_i/N)] \quad (۱۳.۴.۸)$$

که برای سادگی، از عدد کوچک ϕ_i چشم‌پوشی شده است. حال در قله تپ به دست می‌آوریم

$$\phi_p = V_a N_p \left[\frac{N_i}{N_p} - \ln \left(\frac{N_i}{N_p} \right) - 1 \right] \quad (۱۴.۴.۸)$$

که در صورت معلوم بودن N_p و نسبت (N_i/N_p) به ترتیب از معادلات (۹.۴.۸) و (۱۰.۴.۸)، ϕ_p به سادگی به دست می‌آید. سپس، از معادلات (۹.۴.۸)، (۱۱.۴.۸) و (۱۴.۴.۸) قله توان به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$P_p = \frac{\gamma_2}{2} \left(\frac{A_b}{\sigma} \right) \left(\frac{h\nu}{\tau_c} \right) \left[\frac{N_i}{N_p} - \ln \left(\frac{N_i}{N_p} \right) - 1 \right] \quad (۱۵.۴.۸)$$

که $A_b = V_a/l$ سطح باریکه است و رابطه حاصل از معادله (۱۴.۲.۷) برای τ_c را نیز به کار برده‌ایم.

برای محاسبه انرژی خروجی E ، می‌توانیم بنویسیم

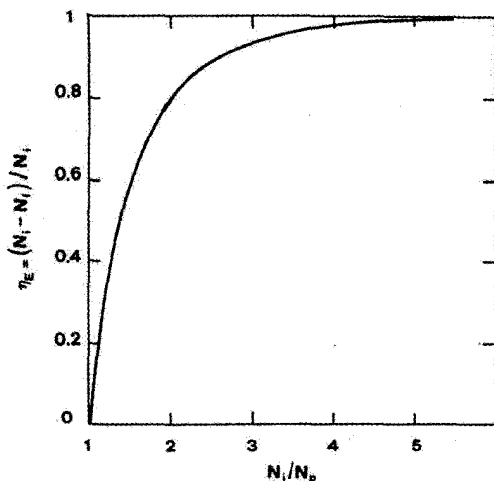
$$E = \int_0^{\infty} P(t) dt = \left(\frac{\gamma_2 c}{2L_e} \right) h\nu \int_0^{\infty} \phi dt \quad (۱۶.۴.۸)$$

که $P(t)$ رفتار زمانی توان خروجی است و مجدداً از معادله (۱۸.۲.۸) استفاده شده است. انتگرال‌گیری معادله (۱۶.۴.۸) با انتگرال‌گیری از دوطرف معادله (۸.۴.۸) و با توجه به $\phi(0) = \phi(\infty) \cong 0$ ، به راحتی انجام می‌شود. سپس می‌رسیم به

$$\int_0^{\infty} \phi dt = V_a \tau_c \int_0^{\infty} B \phi N dt$$

کمیت $\int_0^{\infty} B \phi N dt$ با انتگرال‌گیری از دو طرف معادله (۸.۴.۸ الف) به دست می‌آید و $\int_0^{\infty} B \phi N dt = (N_i - N_f)$ را نتیجه می‌دهد، که N_f وارونی نهایی است [شکل ۳.۸ (ب) را ببینید]. بنابراین، $\int_0^{\infty} \phi dt = V_a \tau_c (N_i - N_f)$ ، به این ترتیب معادله (۱۶.۴.۸) چنین می‌شود

$$E = \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) (N_i - N_f) (V_a h\nu) \quad (۱۷.۴.۸)$$



شکل ۱۱.۸ عامل بهره‌وری انرژی، η_E ، برحسب نسبت N/N_p ، بین وارونی اولیه و وارونی قله.

برای درک معادله (۱۷.۴.۸) مشاهده می‌کنیم که $(N_i - N_f)$ وارونی موجود است و این وارونی تعداد فوتونهای $(N_i - N_f)V_a$ را تولید می‌کند. از این تعداد فوتون که محیط فعال گسیل می‌کند، به انرژی خروجی تنها به اندازه $(\gamma_2/2\gamma)$ می‌توان دست یافت.

برای محاسبه E از معادله (۱۷.۴.۸)، باید N_f را بدانیم، که با قراردادن $t \rightarrow \infty$ در معادله (۱۳.۴.۸) می‌توان آن را به دست آورد. چون $\phi(\infty) \cong 0$ است، می‌رسیم به

$$\frac{N_i - N_f}{N_i} = \frac{N_p}{N_i} \ln \left(\frac{N_i}{N_f} \right) \quad (۱۸.۴.۸)$$

که N_f/N_i را به صورت تابعی از N_p/N_i به دست می‌دهد. اکنون می‌توانیم کمیت $\eta_E = (N_i - N_f)/N_i$ در معادله (۱۸.۴.۸) را عامل بهره‌وری وارونی (یا انرژی) تعریف کنیم. در واقع از تمام وارونی اولیه N_i ، وارونی که واقعاً به کار می‌رود $(N_i - N_f)$ است. معادله (۱۸.۴.۸) را می‌توان برحسب η_E به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\eta_E \left(\frac{N_i}{N_p} \right) = -\ln(1 - \eta_E) \quad (۱۹.۴.۸)$$

در شکل ۱۱.۸ عامل بهره‌وری انرژی، η_E ، برحسب (N_i/N_p) ترسیم شده است که طبق معادله (۱۹.۴.۸) به دست آمده است. توجه کنید که برای مقادیر بزرگ (N_i/N_p) ، یعنی برای انرژی دمشی بسیار فراتر از انرژی دمش آستانه، عامل بهره‌وری انرژی به واحد نزدیک می‌شود. همچنین

توجه کنید که معادله (۱۷.۴.۸) را به کمک معادله (۹.۴.۸) می‌توان به شکل ساده‌تر و آموزنده‌تری برحسب η_E نوشت

$$E = \left(\frac{\gamma_2 N_i}{2 N_p} \right) \eta_E \left(\frac{A_b}{\sigma} \right) h\nu \quad (20.4.8)$$

که مجدداً $A_b = V_a/l$ سطح باریکه است.

با معلوم بودن انرژی خروجی و قله توان، می‌توانیم مقدار تقریبی ΔT_p را برای پهنای تپ خروجی با تعریف $\Delta T_p = E/P_p$ به دست آوریم. از معادلات (۲۰.۴.۸) و (۱۵.۴.۸) داریم

$$\Delta T_p = \tau_c \frac{(N_i/N_p)\eta_E}{[(N_i/N_p) - \ln(N_i/N_p) - 1]} \quad (21.4.8)$$

توجه کنید که $\Delta T_p/\tau_c$ تنها به مقدار $(N_i/N_p) = x$ بستگی دارد؛ برای (N_i/N_p) ، مثلاً از ۲ تا 10° ، ΔT_p از حدود ۵ تا ۱۵ برابر زمان فروافت فوتون، τ_c ، متغیر است.

اکنون می‌توانیم تأخیر زمانی، τ_d ، بین قله تپ و زمان سوئیچ زنی Q را محاسبه کنیم (شکل ۹.۸ را ببینید). این تأخیر را می‌توان با زمان لازم برای آنکه شمار فوتون به کسر مفروضی از قله اش برسد تقریب زد. مثلاً اگر این کسر را $(1/10^\circ)$ انتخاب کنیم، به نظر نمی‌رسد اشباع چشمگیر وارونی تا این نقطه رخ دهد، بنابراین می‌توانیم $N(t) \cong N_i$ را در معادله (۸.۴.۸) تقریب بزنیم. به کمک معادلات (۹.۴.۸) و (۱۰.۴.۸)، معادله (۸.۴.۸) به $(x-1)\phi/\tau_c = d\phi/dt$ تبدیل می‌شود، که با انتگرال‌گیری به دست می‌دهد

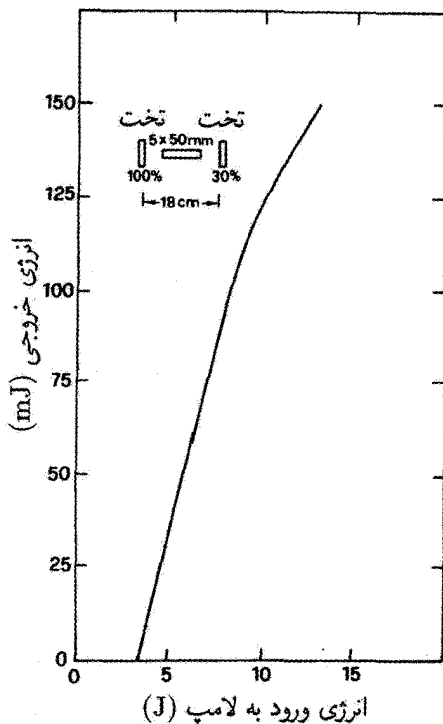
$$\phi = \phi_i \exp[(x-1)t/\tau_c] \quad (22.4.8)$$

تأخیر زمانی τ_d از معادله (۲۲.۴.۸) و با قراردادن $\phi = \phi_p/10^\circ$ به دست می‌آید. با قراردادن $\phi_i = 1$ داریم

$$\tau_d = \frac{\tau_c}{x-1} \ln(\phi_p/10^\circ) \quad (23.4.8)$$

که ϕ_p از معادله (۱۴.۴.۸) به دست می‌آید. توجه کنید که چون ϕ_p عددی بسیار بزرگ است (ϕ) حدود 10^{17} یا بیشتر، مثال ۴.۸ را ببینید، و در جمله لگاریتمی معادله (۲۳.۴.۸) ظاهر می‌شود، اگر کسر متفاوتی از ϕ_p (مثلاً 10^2) در این جمله لگاریتمی انتخاب شود، τ_d تغییر چندانی نخواهد کرد.

مثال ۴.۸ انرژی خروجی، مدت زمان تپ، و زمان رشد تپ در لیزر $Nd:YAG$ سوئیچ شده Q . شکل ۱۲.۸ ترسیمی نوعی از انرژی خروجی E برحسب انرژی ورودی E_p به لامپ درخش را



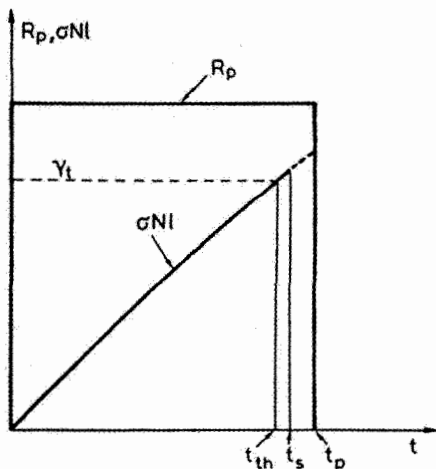
شکل ۱۲.۸ انرژی خروجی لیزر برحسب انرژی ورودی به لامپ درخش (فلاش) برای لیزر Nd : YAG سوئیچ شده Q که ابعاد هندسی آن روی شکل نشان داده شده است [۱۳].

برای لیزر Nd : YAG سوئیچ شده Q نشان می دهد. ابعاد میله و کاواک در داخل شکل آورده شده است [۱۳]. لیزر در نظام تپی عمل می کند و با استفاده از یک سلول پاکلز KD^*P (پتاسیم دی هیدروژن فسفات دوتریم دار شده، KD_2PO_4) سوئیچ Q شده است. از شکل متوجه می شویم که لیزر دارای انرژی آستانه $E_{cp} \cong 3.4 J$ است، و انرژی خروجی $E \cong 120 mJ$ را برای $E_p \cong 10 J$ به دست می دهد. در این مقدار انرژی دمش، پهنای تپ به طور تجربی $6 ns \sim$ است. اکنون می توانیم این نتایج تجربی را با نتایج پیش بینی شده از معادلات قبلی مقایسه کنیم. جذب آینه ای چشم پوشی می کنیم و بنابراین قرار می دهیم $\gamma_2 \cong -\ln R_2 = 1.2$ و $\gamma_1 \cong 0$. تلفات داخلی ترکیب قطبی کننده و سلول پاکلز $15\% \cong L_i$ تخمین زده می شود، در حالی که در مقایسه، از تلفات داخلی میله می توان چشم پوشید. بدین ترتیب $162 \cong -\ln(1 - L_i) = \gamma_i$ و $762 \cong \gamma = [(\gamma_1 + \gamma_2)/2] + \gamma_i$ را به دست می آوریم. مقدار پیش بینی شده انرژی لیزر در $E_p = 10 J$ از معادله (۲۰.۴.۸) به دست می آید، که برای این مورد می بینیم

$(N_i/N_p) = (E_p/E_{cp}) = ۲٫۹$. اکنون فرض می‌کنیم $A_b \cong A = ۰٫۱۹ \text{ cm}^2$ ، که A مساحت سطح مقطع میله است. با توجه به اینکه $(N_i/N_p) = ۲٫۹$ است، از شکل ۱۱.۸ می‌یابیم که $\eta_E \cong ۰٫۹۴$ از معادله (۲۰.۴.۸)، با فرض آنکه مقدار مؤثر سطح مقطع گسیل القایی $\sigma = ۲٫۸ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ cm}^2$ باشد، (مثال ۱۰.۲ را ببینید)، به دست می‌آوریم $E \cong ۲۰۰ \text{ mJ}$. مقدار بیشتری که با محاسبه نظری پیش‌بینی می‌شود می‌تواند ناشی از دو عامل باشد: (۱) سطح باریکه کوچکتر از سطح مقطع میله است. (۲) به علت طول کوتاه کاواک، شرط سوئیچ‌زنی سریع، یعنی اینکه زمان سوئیچ‌زنی بسیار کوتاهتر از زمان رشد تب لیزری باشد، ممکن است که در این مورد کاملاً صادق نباشد. در این مثال، نشان خواهیم داد که در واقع زمان رشد پیش‌بینی شده برای تب سوئیچ‌شده Q ، τ_d ، حدود ۲۰ ns است. سوئیچ‌زنی سلول پاکلز در زمانی بسیار کوتاهتر از این دشوار است، در نتیجه طی فرایند سوئیچ‌زنی مقداری انرژی در قطبی‌کننده اتلاف می‌شود. (در بعضی موارد، با تبهایی که چنین مدت زمان کوتاهی دارند، طی سوئیچ‌زنی Q تا مقدار ۲۰٪ انرژی خروجی از طریق قطبی‌کننده به خارج از کاواک سوئیچ می‌شود).

به منظور محاسبه مدت زمان پیش‌بینی‌شده تب، مشاهده می‌کنیم که طبق معادله (۱۱.۲.۷) طول مؤثر تشدیدگر $L_e = L + (n - 1)l \cong ۲۲ \text{ cm}$ است، که $n \cong ۱٫۸۳$ برای Nd:YAG است، بنابراین از معادله (۱۴.۲.۷) به دست می‌آوریم که $\tau_c = L_e/c\gamma \cong ۱ \text{ ns}$. پهنای تب لیزر از معادله (۲۱.۴.۸) به صورت $\Delta\tau_p \cong ۳٫۳ \text{ ns}$ می‌آید، که از شکل ۱۱.۸ برای محاسبه η_E استفاده کردیم. اختلاف بین این مقدار و مقدار تجربی $\Delta\tau_p = ۶ \text{ ns}$ به دو عامل برمی‌گردد: (۱) نوسان چندمندی. در واقع انتظار می‌رود که زمان رشد برای مدهای متفاوت، به علت بهره قدری متفاوت آنها فرق داشته باشد و این امر می‌تواند مدت زمان تب را بسیار طولانی سازد. (۲) همان‌طور که متذکر شدیم، در این مورد شرط سوئیچ‌زنی سریع ممکن است کاملاً صادق نباشد، پس انتظار می‌رود که پهنای تب توسط سوئیچ‌زنی آهسته قدری پهن شود. زمان رشد برای تب سوئیچ‌شده Q از معادله (۲۳.۴.۸)، در صورت دانستن ϕ_p ، به دست می‌آید. اگر $N_p = \gamma/\sigma l \cong ۵٫۴۴ \times ۱۰^{۱۷} \text{ cm}^{-۳}$ بگیریم و فرض کنیم $V_a = A_b l \cong Al \cong ۱ \text{ cm}^3$ از معادله (۱۴.۴.۸) تعداد فوتونها $\phi_p \cong ۴٫۵۴ \times ۱۰^{۱۷}$ به دست می‌آید. سپس از معادله (۲۳.۴.۸) با $\tau_c = ۱ \text{ ns}$ و $x = ۲٫۹$ به دست می‌آوریم $\tau_d \cong ۲۰ \text{ ns}$.

مثال ۵.۸ رفتار دینامیکی لیزر Nd:YAG سوئیچ‌شده Q انفعالی. یک کاواک لیزری با طول معادل $L_e = ۵۰ \text{ cm}$ را در نظر می‌گیریم که محیط فعال آن میله Nd:YAG به قطر $D = ۵ \text{ mm}$ است. فرض می‌کنیم که لیزر با استفاده از جذب‌کننده اشباع‌پذیری با شدت اشباع $I_s = ۱ \text{ MW/cm}^2$



شکل ۱۳.۸ تحول زمانی آهنگ دمش و بهره لیزر برای دمش مربعی با مدت زمان $t_p = 100 \mu s$ و برای محیطی با زمان واهلش $\tau = 230 \mu s$.

به صورت انفعالی سوئیچ Q می شود، همچنین فرض می کنیم که سلول حاوی محلول جذب کننده اشباع پذیر دارای اتلاف اشباع نشده $L = 50\%$ است. بازتابندگی آینه خروجی را $R_2 = 74\%$ می گیریم، و از تمامی تلفات کاواک چشم پوشی می کنیم. بنابراین $\gamma_2 \cong -\ln R_2 = 0.3$ برای اتلاف آینه جفت شدگی خروجی و $\gamma_a = -\ln(1-L) = 0.693$ برای اتلاف اشباع نشده جذب کننده اشباع پذیر است. بنابراین کل اتلاف اشباع نشده خواهد شد $\gamma_t = \gamma_a + (\gamma_2/2) = 0.843$. اکنون فرض می کنیم که آهنگ دمش، تپی مربعی ایجاد می کند که برای مدت $t_p = 100 \mu s$ دوام می یابد (شکل ۱۳.۸). طبق معادله (۱.۴.۸) و ارونی جمعیت در انتهای تپ دمش و در غیاب عمل لیزر از رابطه زیر به دست می آید

$$N(t_p) = N_{\infty}[1 - \exp(-t_p/\tau)] = 0.35N_{\infty} \quad (24.4.8)$$

که $\tau = 230 \mu s$ در نظر گرفتیم. آستانه نوسان در لحظه t_{th} حاصل می شود (شکل ۱۳.۸) را ببینید، به طوری که

$$\sigma N(t_{th})l = \gamma_t \quad (25.4.8)$$

اکنون آهنگ دمش را 10% بالای آستانه لیزری قرار می دهیم، به این ترتیب

$$N(t_p) = 1.1N(t_{th}) \quad (26.4.8)$$

$N(t_p)$ وارونی است که در لحظه $t = t_p$ در غیاب عمل لیزر وجود دارد (شکل ۱۳.۸ را ببینید). از معادلات (۲۶.۴.۸) و (۲۴.۴.۸)، $N(t_{th}) \cong {}^{\circ}۳۲N_{\infty}$ ، را به دست می‌آوریم، به طوری که از معادله (۱.۴.۸)، $t_{th} \cong ۸۸\mu s$ ، می‌شود؛ از معادله (۲۵.۴.۸)، $\sigma N_{\infty} l = \gamma_t / {}^{\circ}۳۲ = ۲,۶۴$ ، به دست می‌آید.

برای $t > t_{th}$ ، لیزر بهره خالص $g_{net}(t')$ را پیدا می‌کند، که قبل از آنکه اشباع جذب‌کننده خیلی زیاد شود می‌توان آن را به صورت $(dN/dt)_{th} t' \cong \sigma l (dN/dt)_{th} t'$ ، نوشت، که در اینجا به محور مختصات زمانی جدید t' تغییر مختصات دادیم که مبدأ آن $t = t_{th}$ است. از معادله (۱.۴.۸) و مقدار t_{th} طبق محاسبه قبلی، داریم

$$(dN/dt)_{th} = (N_{\infty}/\tau) \exp(-t_{th}/\tau) = {}^{\circ}۶۸(N_{\infty}/\tau)$$

بهره خالص از $g_{net}(t') = {}^{\circ}۶۸(\sigma N_{\infty} l)(t'/\tau)$ به دست می‌آید و، با استفاده از مقدار محاسبه شده قبلی $(\sigma N_{\infty} l)$ ، می‌رسیم به

$$g_{net}(t') \cong ۱,۸ \left(\frac{t'}{t} \right) \quad (۲۷.۴.۸)$$

با محاسبه رابطه برای بهره خالص، رشد فوتونهای کاواک در کاواک لیزر را می‌توان از معادله زیر به دست آورد

$$\left(\frac{d\phi}{dt} \right) = \left(\frac{g_{net}}{t_T} \right) \phi \quad (۲۸.۴.۸)$$

که $t_T = L_e/c \cong ۱,۶۶$ ns زمان گذر تک‌عبوری کاواک لیزری است. معادله (۲۸.۴.۸) را می‌توان به آسانی با استدلالی شبیه به استدلالی که برای معادله (۱۲.۲.۷) به کار رفت، محاسبه کرد. با جایگزینی معادله (۲۷.۴.۸) در معادله (۲۸.۴.۸) و با انتگرال‌گیری از معادله حاصل، داریم

$$\phi(t') = \phi_i \exp[{}^{\circ}۹(t_T/\tau)(t'/t_T)^2] \quad (۲۹.۴.۸)$$

توجه کنید که، چون بهره خالص به طور خطی با زمان افزایش می‌یابد [معادله (۲۷.۴.۸) را ببینید]، $\phi(t')$ به صورت نمایی با t'^2 افزایش می‌یابد [معادله (۲۹.۴.۸) و شکل ۸.۸ (الف) را ببینید که در این مثال زمان t با زمان t' منطبق می‌شود]. برای محاسبه زمان t'_s از معادله (۲۹.۴.۸) که در آن لحظه اشباع رخ می‌دهد، باید $\phi(t')$ را به شدت باریکه در حال چرخش $I(t')$ مرتبط سازیم. برای این کار، نخست می‌بینیم که اگر دو باریکه با شدت یکسان I در داخل کاواک در جهت‌های مخالف هم حرکت کنند، مقدار میانگین فضایی چگالی انرژی در داخل کاواک می‌شود

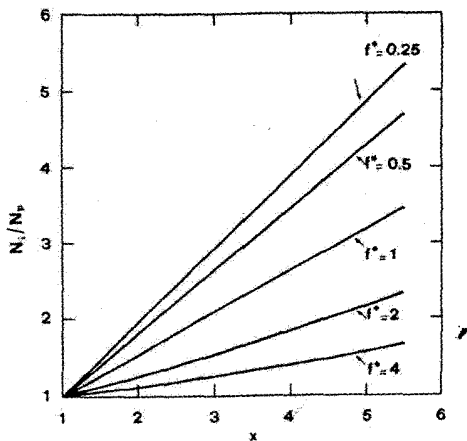
$\rho = 2I/c$ [آن را با معادله (۱۰.۴.۲) مقایسه کنید]. در نتیجه رابطه بین شمار فوتون و شدت لیزر در حال چرخش در داخل کاواک چنین می‌شود

$$\phi = \frac{\rho A_b L_e}{h\nu} = \frac{2IA_b L_e}{ch\nu}$$

که A_b سطح باریکه است. از رابطه قبل، اگر $196 \text{ cm}^2 \cong \pi D^2/4 = A_b$ باشد، شمار فوتون ϕ_s متناظر با شدت اشباع $I_s = 1 \text{ MW/cm}^2$ ، خواهد شد $\phi_s \cong 3.49 \times 10^{15}$. از معادله (۲۹.۴.۸)، در صورتی که $\phi_i = 1$ باشد، داریم $(t'_s/t_T) \cong 2347$ ، یعنی $t'_s \cong 3.89 \mu\text{s}$ و $t_s \cong 92 \mu\text{s}$ (شکل ۱۳.۸ را ببینید). بنابراین با شروع از سطح نوبه، برای اینکه نور شدتی برابر با شدت اشباع جذب‌کننده پیدا کند حدود 235° گذر لازم است. از این نقطه به بعد جذب‌کننده اشباع‌پذیر به سرعت رنگ می‌بازد.

برای $t > t_s$ ، رفتار دینامیکی لیزر را با فرض آنکه جذب‌کننده اشباع‌پذیر کاملاً رنگ باخته است، تقریب می‌زنیم. سپس تحول زمانی از معادلاتی به دست می‌آید که در این بخش، با فرض وارونی اولیه برابر با $N_i = N(t_s) = N_p$ به دست آوریم. در این صورت، برای بهره اولیه می‌رسیم به $g_i = \sigma N_i l = \sigma N_\infty \{1 - \exp[-(t_s/\tau)]\} = 0.87$ و $g_p = \sigma N_p l = \gamma = 0.15$. به این ترتیب $g_p = 5.8$ می‌شود. آن‌گاه وارونی اولیه کل در حجم مد V_a از $N_i V_a = N_i A_b l = (A_b/\sigma) g_i$ محاسبه می‌شود. با فرض $\sigma = 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ (مثال قبل را ببینید) و با مقدار محاسبه‌شده قبلی برای A_b و g_i $N_i V_a$ را برابر با 6.9×10^{17} یون به دست می‌آوریم [شکل ۸.۸ (ب) را ببینید]. به همین ترتیب داریم: یون 1.5×10^{17} $N_p V_a = N_i V_a / 5.8 = 1.5 \times 10^{17}$. شمار فوتونهای قله را به آسانی می‌توانیم از معادله (۱۴.۴.۸)، به صورت $\phi_p = 3.19 \times 10^{17}$ ، به دست آوریم. تأخیر زمانی تپ قله τ_d و پهنای تپ $\Delta\tau_p$ نیز به سادگی به ترتیب از معادلات (۲۳.۴.۸) و (۲۱.۴.۸) به دست می‌آیند، به شرط آنکه زمان فروافت فوتون کاواک را به صورت $\tau_c = t_T/\gamma \cong 11 \text{ ns}$ محاسبه کرده باشیم. به این ترتیب داریم: $\tau_d \cong 88 \text{ ns}$ و $\Delta\tau_p \cong 21 \text{ ns}$ ، بنابراین قله تپ تقریباً در لحظه $t'_p = t'_s + \tau_d + (\Delta\tau_p/2) = 3.99 \mu\text{s}$ رخ خواهد داد [شکل ۸.۸ (ب) را ببینید]. ■

اکنون مورد لیزر تکراری سوئیچ‌شده Q با دمش پیوسته (شکل ۱۰.۸) را در نظر می‌گیریم. دقت کنید که پس از سوئیچ‌زنی و طی تکامل تپ سوئیچ‌شده Q ، معادله (۸.۴.۸) هنوز هم به کار می‌آید؛ بنابراین قله توان، انرژی خروجی، و مدت زمان تپ همچنان به ترتیب از معادلات (۱۵.۴.۸)، (۲۰.۴.۸)، و (۲۱.۴.۸) به دست می‌آیند. ولی، رابطه برای (N_i/N_p) را دیگر از معادله (۱۰.۴.۸)



شکل ۱۴.۸ مورد تکراری سوئیچ شده Q با دمش پیوسته موج (cw). نمودار (N/N_p) برحسب مقدار x که به ازای آن دمش از آستانه فزونی می‌یابد، برای مقادیر آهنگ تکراری تپ بهنجارشده f^* .

نمی‌شود به دست آورد، چون این رابطه بنا بر دینامیک دمش متفاوتی تعیین می‌شود. در واقع، اکنون باید آهنگ دمش، در زمان τ_p بین تپهای متوالی، وارونی اولیه را با شروع از جمعیت N_f که پس از رخداد سوئیچ Q قبلی باقی مانده است، مجدداً برقرار سازد. از معادله (۱۶.۲.۷ الف)، با قراردادن $\phi = 0$ ، با انتگرال‌گیری به دست می‌آوریم

$$N_i = (R_p \tau) - (R_p \tau - N_f) \exp(-\tau_p / \tau) \quad (۳۰.۴.۸)$$

از معادلات (۶.۳.۷)، (۳.۳.۷)، و (۹.۴.۸)، داریم $R_p \tau = x N_c = x N_p$ ، حال معادله (۳۰.۴.۸) رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$x \frac{N_p}{N_i} [1 - \exp(-1/f^*)] = 1 - \frac{N_f}{N_i} \exp(-1/f^*) \quad (۳۱.۴.۸)$$

که x مقداری است که به ازای آن دمش پیوسته موج از مقدار آستانه اش فزونی می‌یابد و $f^* = \tau f$ که $f = 1/\tau_p$ آهنگ تکرار لیزر است. معادله (۳۱.۴.۸) همراه با معادله (۱۸.۴.۸)، که همچنان معتبر است، جفت معادله‌ای در اختیار می‌گذارد که با معلوم بودن x و f^* می‌توان آن را هم برای (N_i/N_p) و هم برای (N_i/N_f) حل کرد. در (شکل ۱۴.۸)، (N_i/N_p) برحسب مقدار x که به ازای آن دمش از آستانه فزونی می‌یابد، برای چند مقدار بسامد بهنجارشده f^* ، رسم شده است. برای مقادیر مفروض x و f^* ، شکل ۱۴.۸ مقدار متناظر با (N_i/N_p) را به دست می‌دهد. هرگاه (N_i/N_p) معلوم باشد، از شکل ۱۱.۸ می‌توان کمیت (N_i/N_p) یا هم‌ارز آن، ضریب بهره‌وری

انرژی، η_E ، را به دست آورد. در صورتی که (N_i/N_p) و η_E محاسبه شوند، مقادیر E ، P_p و ΔT_p را می توان به سادگی به ترتیب از معادلات (۱۵.۴.۸)، (۲۰.۴.۸)، و (۲۱.۴.۸) به دست آورد. توجه کنید که در بازه‌ای که برای متغیرهای x و f^* در نظر گرفتیم، رابطه بین (N_i/N_p) و x تقریباً خطی است. محاسبات برای لیزر شبه سه ترازی به طور مشابه از معادله (۲۴.۲.۲) به دست می آید. به خاطر محدودیت جا در اینجا این محاسبات را ارائه نمی کنیم.

۵.۸ سوئیچ زنی بهره

سوئیچ زنی بهره مانند سوئیچ زنی Q شیوه‌ای است که به ما امکان می دهد تا تپ لیزری با مدت کوتاه (معمولاً از چندده تا چندصد نانوثانیه) و توان قله بالا به وجود آوریم. ولی برخلاف سوئیچ زنی Q ، که تلفات سریعاً به مقداری پایین سوئیچ می شود، در مورد سوئیچ زنی بهره، این بهره لیزر است که به سرعت به مقدار بالایی سوئیچ می شود. سوئیچ زنی بهره با استفاده از تپ دمشی صورت می گیرد که چنان سریع است که وارونی جمعیت و در نتیجه بهره لیزر به مقداری بسیار بالاتر از آستانه رسانده می شود. قبل از آنکه شمار فوتونهای کاواک برای رشد به سطح به اندازه کافی بالا زمان لازم را داشته باشند تا وارونی را تخلیه سازند.

پدیده فیزیکی درگیر را می توان به سادگی با مراجعه به وضعیت میخه‌ای ترسیم شده در شکل ۱.۸ توصیف کرد. اگر فرض کنیم آهنگ دمش، $R_p = R_p(t)$ ، شکل تپی مربعی را با شروع از $t = 0$ و پایان یافتن در $t \cong 5 \mu s$ بگیرد، گسیل نور فقط شامل میخه اول $\phi(t)$ است که در حدود $t = 5 \mu s$ رخ می دهد. در واقع، پس از این میخه تپ نوری وارونی را به مقداری خیلی پایینتر از مقدار آستانه می راند، و پس از آن، چون دیگر دمشی وجود ندارد، رشد پیدا نمی کند. بنابراین می بینیم که سوئیچ زنی بهره شبیه به میخه زنی لیزری است که در بخش ۲.۸ توصیف شد. تفاوت اصلی از این امر ناشی می شود که برای به دست آوردن تپهای با قله توان بالا و مدت کوتاه، مقدار قله R_p باید بسیار بالاتر از مقدار پیوسته R_p در شکل ۱.۸ باشد. بسته به مقدار قله این آهنگ دمش، قله وارونی از ۴ تا ۱۰ برابر مقدار آستانه متغیر است به جای اینکه مقدار ۱.۴۸ ~ نشان داده شده در شکل ۱.۸ را بگیرد. مدت زمان رشد تابش لیزری تا مقدار قله آن می تواند ۵ تا ۲۰ برابر زمان فروافت فوتون کاواک T_c متغیر باشد. بنابراین، مدت زمان تپ دمش باید تقریباً با این زمان رشد برابر باشد، و در نتیجه خیلی کوتاه خواهد بود [۱۴].

در یک وضعیت واقعی، رفتار زمانی فرایند دمش معمولاً شکل تپی کاسه زنگی می گیرد تا تپ مربعی. در این مورد لازم است که قله میخه فوتون در لحظه‌ای مناسب - رله دنباله تپ دمش رخ دهد. در واقع، اگر این قله، مثلاً در قله تپ دمش رخ دهد، احتمالاً ورودی دمش به اندازه‌ای

هست که پس از تپ لیزری بار دیگر وارونی را به بالاتر از آستانه برسد، بنابراین تپ لیزری دوم را ایجاد می‌کند، که ضعیف‌تر است. حال اگر قله فوتون بسیار دیرتر از دنباله تپ رخ دهد به این مفهوم است که زمان دمش برای رسیدن وارونی به مقدار بالا کافی نیست. استدلال پیشین حاکی از آن است که برای یک مدت زمان مفروض تپ دمش، مقداری بهینه برای قله آهنگ دمش وجود دارد. با کاهش مدت دمش، مقدار بهینه قله آهنگ دمش افزایش می‌یابد، بنابراین تپ لیزری با شدت بیشتر و باریکتر تولید می‌شود.

باید متذکر شد که اصولاً با تپ دمش خیلی سریع و پرشدت، هر لیزری قادر است تا سوئیچ‌شده بهره شود، حتی اگر فروافت خودبه‌خود تراز بالایی لیزر توسط برهم‌کنش دوقطبی الکتریکی مجاز باشد و طول عمر متناظر با آن درگستره نانو ثانیه‌ای قرار گیرد. در این مورد، تپ دمش و زمان فروافت فوتون کاواک قطعاً باید خیلی کوتاهتر از این طول عمر باشد. به این طریق، تپهای سوئیچ‌شده بهره‌ خلی کوتاه، یعنی با مدت زمان کوتاهتر از حدود 1 ns را می‌توان به دست آورد.

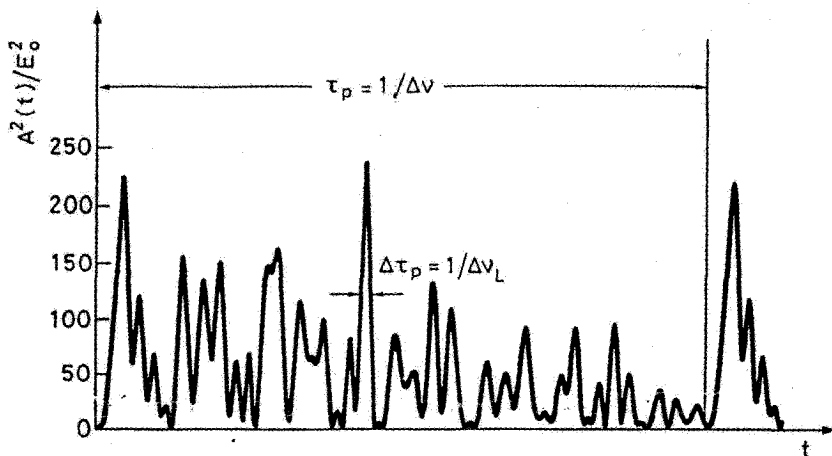
مثال ۶.۸ موارد نمونه‌ای لیزرهای سوئیچ‌شده بهره. متداولترین مثال لیزر سوئیچ‌شده بهره، لیزر CO_2 با دمش الکتریکی تپی، برانگیخته‌ عرضی در فشار جو است (لیزر TEA^۱)، فصل ۱۰ را ببینید. طول کاواک را نوعاً $L = 1 \text{ m}$ می‌گیریم، تراگسیل آینه خروجی 20% ، و فرض می‌کنیم که تلفات داخلی تنها از این تراگسیل آینه‌ای ناشی می‌شود، بنابراین داریم $\gamma \cong 1$ و $\tau_c = L/c\gamma \cong 3 \text{ ns}$. با فرض آنکه زمان رشد لیزر 10° برابر طولانی‌تر است، می‌بینیم که تپ دمش باید 300 ns دوام داشته باشد که با یافته‌های تجربی در توافق است.

مثالهای نوعی لیزرهای سوئیچ‌شده بهره با استفاده از محیطهای فعال با طول عمر حالت بالایی τ درگستره نانو ثانیه‌ای شامل لیزر رزینهای با کاواک کوتاه است (مثلاً برای لیزر رزینهای رودامین ۶G، که در آن $\tau \cong 5 \text{ ns}$ است) که با تپ یک لیزر N_2 فشار جو سریع (5 ns 10°) دمیده می‌شود و نیز لیزر نیم‌رسانا (مثلاً GaAs، $\tau \cong 3 \text{ ns}$) است که با جریان تپ خیلی سریع (5 ns 10°) دمیده می‌شود. در هر دو مورد تپهای لیزری سوئیچ‌شده بهره با مدت حدود 100 ps را می‌توان به دست آورد.

۶.۸ قفل‌شدگی مد

اکنون لیزری را در نظر می‌گیریم که روی تعداد بی‌شماری از مدهای طولی نوسان می‌کند. تحت شرایط عادی، فاز این مدها دارای مقادیر کاتوره‌ای است و برای باریکه نوسانی cw، شدت رفتار زمانی کاتوره‌ای نشان می‌دهد. شکل ۱۵.۸ رفتار زمانی مربع دامنه میدان الکتریکی $|A(t)|^2$

1. Transversely Excited at Atmospheric pressure (TEA)



شکل ۱۵.۸ مثال رفتار زمانی مربع دامنه میدان الکتریکی کل، $|A(t)|^2$ ، برای مورد ۵۱ مدهای نوسانی، همگی با یک دامنه E_0 و با فازهای کاتوره‌ای.

باریکه خروجی را برای $N = 51$ مدهای نوسانی نشان می‌دهد، مدها با دامنه یکسان E_0 ، و در بسامد با فاصله بسامدی مساوی، یعنی با اختلاف بسامد $\Delta\nu$ بین مدهای طولی متوالی از یکدیگر قرار دارند. باریکه خروجی را می‌توان شامل ردیفی کاتوره‌ای از تپهای نوری دانست. با وجود این کاتوره‌ای بودن، چون این تپها حاصل جمع N مؤلفه بسامدهایی هستند که به فاصله بسامدی مساوی از یکدیگر قرار دارند، جبهه موج تپ در شکل ۱۵.۸ دارای نموده‌های زیر است که ویژگیهای یک سری فوریه است: (۱) جبهه موج تناوبی با دوره تناوب $\tau_p = 1/\Delta\nu$ است. (۲) هر تپ نوری این جبهه موج کاتوره‌ای دارای مدت زمان $\Delta\tau_p$ است که تقریباً برابر با $1/\Delta\nu_L$ است، که $\Delta\nu_L = N\Delta\nu$ پهنای نوار نوسانی کل است. بنابراین، برای لیزرهای با پهنای نوار بهره نسبتاً بزرگ، نظیر لیزرهای حالت جامد، رزینهای، یا نیمرسانا، $\Delta\nu_L$ ممکن است با این پهنای نوار قابل مقایسه باشد؛ در نتیجه تپهای نوفه‌ای کوتاه با مدت زمانهای پیکوثانیه یا کمتر را می‌توان ایجاد کرد. توجه کنید که، چون زمان پاسخ آشکارساز فوتونی عادی معمولاً خیلی طولانی‌تر از چند پیکوثانیه است. این رفتار زمانی پیچیده در خروجی آشکارشده لیزر چندمدی با فاز کاتوره‌ای، تکلیک نمی‌شود، به جای آن، می‌توان مقدار متوسط آن را پایش کرد. این مقدار، جمع توانها در مدهاست؛ در نتیجه با NE_0^2 متناسب می‌شود.

اکنون فرض کنید که مدهای نوسانی همچنان که دارای دامنه‌های مساوی و در حدود یکدیگرند، به طریقی با رابطه‌ای معین بین فازهایشان به نوسان واداشته شوند. به چنین لیزری قفل‌شده مدی

می‌گویند، و فرایندی که مدها را وامی‌دارد که رابطه فازی معینی را پذیرا شوند، قفل‌شدگی مد نامیده می‌شود [۱۵]. در بخشهای آتی لیزرهای قفل‌شده مدی را به تفصیل بررسی خواهیم کرد.

۱.۶.۸ توصیف در حوزه بسامد

ابتدا قفل‌شدگی مد را در حوزه بسامدی توضیح می‌دهیم. اولین مثال را حالتی در نظر می‌گیریم که $2n + 1$ مد طولی با یک دامنه E_0 نوسان می‌کنند [شکل ۱۶.۸ (الف)]. فرض می‌کنیم که فازهای φ_l مدهای باریکه خروجی طبق رابطه زیر قفل شده باشند

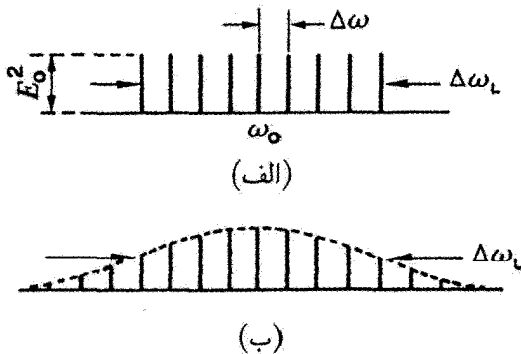
$$\varphi_l - \varphi_{l-1} = \varphi \quad (۱.۶.۸)$$

که φ یک ثابت است. میدان الکتریکی کل $E(t)$ موج الکترومغناطیسی در هر نقطه مفروض در باریکه خروجی را می‌توان چنین نوشت

$$E(t) = \sum_{-n}^{+n} E_l \exp\{j[(\omega_0 + l\Delta\omega)t + l\varphi]\} \quad (۲.۶.۸)$$

که ω_0 بسامد مد مرکزی، $\Delta\omega$ اختلاف بسامد بین مدهای متوالی، و مقدار فاز برای مد مرکزی را برای سادگی برابر با صفر گرفته‌ایم. طبق معادله (۲.۶.۸)، میدان الکتریکی کل موج را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E(t) = A(t) \exp(j\omega_0 t) \quad (۳.۶.۸)$$



شکل ۱۶.۸ دامنه‌های مد (با خطوط عمودی نشان داده شده‌اند) برحسب بسامد برای لیزر قفل‌شده مدی. (الف) توزیع یکنواخت دامنه، و (ب) توزیع دامنه گاوسی، روی پهنای نوار $\Delta\omega_L$ (FWHM).

$$A(t) = \sum_{-n}^{+n} I e_o \exp[jl(\Delta\omega t + \varphi)] \quad (۴.۶.۸)$$

معادله (۳.۶.۸) نشان می‌دهد که $E(t)$ را می‌توان برحسب موج حامل سینوسی در بسامد مُد مرکزی ω_o نوشت، که دامنه $A(t)$ آن وابسته به زمان است.

برای محاسبه رفتار زمانی $A(t)$ ، اکنون مختصات زمانی جدید t' را چنان تغییر می‌دهیم که $\Delta\omega t' = \Delta\omega t + \varphi$ شود. برحسب متغیر جدید t' ، معادله (۴.۶.۸) را می‌توان به رابطه زیر تبدیل کرد

$$A(t') = \sum_{-n}^{+n} I E_o \exp jl(\Delta\omega t') \quad (۵.۶.۸)$$

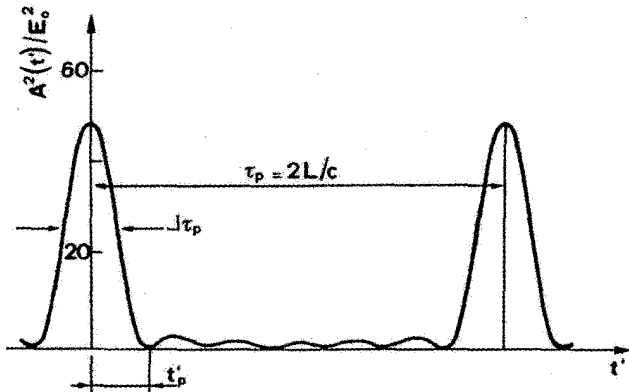
به‌سادگی می‌شود تشخیص داد که جمع بالا یک سری هندسی با نسبت $\exp j(\Delta\omega t')$ بین جملات متوالی است. مجموع این سری به‌سادگی به‌دست می‌آید

$$A(t') = E_o \frac{\sin[(2n+1)\Delta\omega t'/2]}{\sin(\Delta\omega t'/2)} \quad (۶.۶.۸)$$

برای فهم اهمیت فیزیکی معادله (۶.۶.۸)، شکل ۱۷.۸ کمیت $A^2(t')/E_o^2$ را نشان می‌دهد که $A^2(t')$ با شدت باریکه برحسب زمان t' ، برای $2n+1 = 7$ در حال نوسان متناسب است. در نتیجه شرط قفل‌شدگی فاز (۱.۶.۸)، دیده می‌شود که مُدهای نوسانی طوری تداخل می‌کنند که قطاری از تپهای نوری به فواصل مساوی از یکدیگر را ایجاد کنند. زمانی که مخرج کسر در معادله (۶.۶.۸) صفر شود، بیشینه‌های تپ پیش می‌آیند. در مختصات زمانی جدید t' ، اولین بیشینه به‌ازای $t' = 0$ رخ می‌دهد. توجه کنید که، در این لحظه، صورت کسر در معادله (۶.۶.۸) نیز صفر می‌شود. با تقریب $\sin \alpha \cong \alpha$ ، که برای مقادیر کوچک α معتبر است، از معادله (۶.۶.۸) به‌سادگی می‌بینیم که $A^2(0) = (2n+1)^2 E_o^2$. تپ بعدی زمانی رخ می‌دهد که مخرج کسر در معادله (۶.۶.۸) مجدداً صفر شود، یعنی لحظه t' که $(\Delta\omega t'/2) = \pi$ می‌شود. بنابراین فاصله زمانی تپهای متوالی چنین است

$$\tau_p = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (۷.۶.۸)$$

که $\Delta\nu$ فاصله بسامدی بین دو مُد متوالی است. برای $t' > 0$ ، اولین صفر $A^2(t')$ در شکل (۱۷.۸) زمانی رخ می‌دهد که صورت کسر در معادله (۶.۶.۸) دوباره صفر شود. این امر در



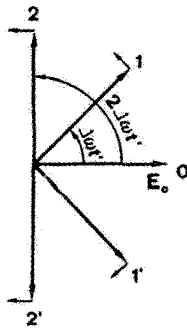
شکل ۱۷.۸ رفتار زمانی مربع دامنه میدان الکتریکی برای هفت مد در حال نوسان با فازهای قفل شده و دامنه‌های مساوی E_0 .

لحظه t'_p رخ می‌دهد، به نحوی که $[(2n+1)\Delta\omega t'_p/2] = \pi$. چون پهنای $(FWHM)\Delta\tau_p$ تابع $A^2(t')$ ، یعنی پهنای هر تب لیزری، تقریباً برابر با t'_p است، پس داریم

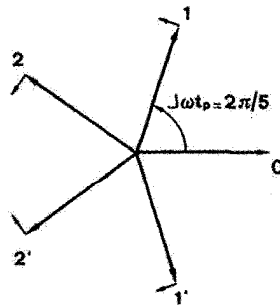
$$\Delta\tau_p \cong \frac{2\pi}{(2n+1)\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu_L} \quad (۱.۶.۸)$$

که $\Delta\nu_L = (2n+1)\Delta\omega/2\pi$ کل پهنای نوار لیزر است [شکل ۱۶.۸ (الف) را ببینید].

رفتار قفل‌شدگی مد در شکل ۱۷.۸ را می‌توان به سادگی فهمید چنانچه مؤلفه‌های میدان در معادله (۵.۶.۸) را با بردارهایی در صفحه مختلط بیان کنیم. بنابراین مؤلفه l ام دامنه با یک بردار مختلط دامنه E_0 متناظر است که با سرعت زاویه‌ای $l\Delta\omega$ در حال چرخش است. در لحظه $t' = 0$ این بردارها دارای فاز صفرند [معادله (۵.۶.۸) را ببینید] و بر این اساس، در یک امتداد قرار می‌گیرند که فرض می‌کنیم این امتداد در شکل ۱۸.۸ افقی است. در این مورد میدان کل می‌شود $(2n+1)E_0$. برای $t' > 0$ ، بردار متناظر با مد مرکزی ثابت می‌ماند؛ بردارها برای مدها در صورتی که $l > 0$ ، یعنی برای $\omega > \omega_0$ در یک جهت می‌چرخند (مثلاً در جهت خلاف عقربه‌های ساعت)، در حالی که بردارها برای مدهای $\omega < \omega_0$ در خلاف جهت می‌چرخند (در جهت عقربه‌های ساعت). بدین ترتیب در مورد، مثلاً پنج مد، وضعیت در لحظه قدری جلوتر t' همان می‌شود که در شکل ۱۸.۸ (الف) نشان داده شده است. اکنون اگر زمان t' چنان باشد که مد ۱ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت به اندازه 2π گردش کند (که وقتی $2\pi = \Delta\omega t'$ است رخ می‌دهد)، مد ۱ - نیز 2π (در جهت عقربه ساعت) خواهد چرخید، در حالی که مدهای ۲ و



(الف)



(ب)

شکل ۱۸.۸ نمایش دامنه‌های مُد کاواک در صفحه مختلط برای پنج مُد. (الف) وضعیت دامنه‌ها را در لحظه کلی $t' > 0$ نشان می‌دهد، در حالی که (ب) آن لحظه زمانی را نشان می‌دهد که مجموع دامنه‌های پنج مُد صفر می‌شود.

۲- به اندازه 4π خواهند چرخید. بنابراین تمامی این بردارها مجدداً با بردار در بسامد ω_0 هم‌راستا می‌شوند و بار دیگر میدان الکتریکی کل می‌شود $(2n+1)E_0$. بدین ترتیب، بازه زمانی τ_p بین تپهای متوالی باید مطابق معادله (۷.۶.۸) چنان باشد که $\Delta\omega\tau_p = 2\pi$ برقرار شود. در این تصویر، زمان t'_p که به ازای آن $A(t')$ صفر می‌شود (شکل ۱۱.۸ را ببینید) متناظر با وضعیتی است که همه بردارها حول زاویه 2π به طور مساوی از یکدیگر جای می‌گیرند [شکل ۱۸.۸ (ب)]. برای برقراری این شرط، مُد ۱ باید فقط به اندازه $2\pi/5$ چرخیده باشد یا، به طور کلی برای $(2n+1)$ مُد، به اندازه $2\pi/(2n+1)$. مدت زمان t'_p و در نتیجه مدت زمان تپ، $\Delta\tau_p$ ، از معادله (۸.۶.۸) به دست می‌آید.

قبل از ادامه مطلب در اینجا بعضی ویژگیهای خاص لیزرهای قفل‌شده مُدی را متذکر می‌شویم. ابتدا یادآوری می‌کنیم که تحت شرط قفل‌شدگی مُد که از معادله (۱۰.۶.۸) به دست می‌آید، باریکه خروجی شامل قطاری از تپهای قفل‌شده مُدی است، مدت زمان هر تپ، $\Delta\tau_p$ ، در حدود یا برابر با عکس پهنای نوار در حال نوسان، $\Delta\nu_L$ است. این نتیجه ناشی از ویژگی کلی سری فوریه است. با توجه به اینکه مرتبه $\Delta\nu_L$ ممکن است از مرتبه پهنای خط بهره، $\Delta\nu_0$ ، باشد، می‌توان انتظار داشت تپهای بسیار کوتاه (تا چند پیکوثانیه) در لیزرهای قفل‌شدگی مُدی حالت جامد یا نیمرسانا حاصل شود. برای لیزرهای رزینهای یا کوک‌پذیر حالت جامد، پهنای خط بهره حداقل با ضریبی 10^6 بار بزرگتر است، به این ترتیب پهنای تپ بسیار کوتاهتر ممکن خواهد شد و در واقع این تپها به دست آمده‌اند (مثلاً حدود ۲۵ fs برای لیزر رزینهای رودامین ۶G، و حدود ۷ fs برای لیزر

(Ti : sapphire). در مورد لیزرهای گازی پهنای خط بهره بسیار باریکتر است (تا چند GHz)، بنابراین تپهای نسبتاً طولانی‌تری به وجود می‌آیند (تا 10^0 ps). همچنین توجه کنید که توان قله تپ با $E_l^2 (2n + 1)^2$ متناسب است، در حالی‌که برای مدهای با فازهای کاتوره‌ای، توان متوسط صرفاً مجموع توانهای مدهاست و در نتیجه با $E_l^2 (2n + 1)$ متناسب است. بنابراین، برای تعداد مدهای یکسان در حال نوسان و برای دامنه‌های میدان E_0 یکسان، نسبت بین توان قله تپ در حالت قفل‌شده مدی و توان متوسط در حالت قفل‌نشده مدی برابر با عدد $(2n + 1)$ مدهای نوسانی است، که برای لیزرهای حالت جامد یا مایع چه‌سا خیلی بالا ($10^3 - 10^4$) باشد. بنابراین قفل‌شدگی مد نه تنها برای تولید تپهای با مدت خیلی کوتاه، بلکه برای ایجاد توانهای با قله بالا نیز سودمند است.

تاکنون بررسیهای خود را به حالت غیرواقعی طیف دامنه‌های مساوی مدها محدود ساخته‌ایم [شکل ۱۶.۸ (الف)]. ولی پوش طیف معمولاً به شکل کاسه زنگی است، برای ساده‌کردن شکل آن را گاؤسی [شکل ۱۶.۸ (ب)] در نظر می‌گیریم. بنابراین می‌توانیم دامنه E_l مد l ام را چنین بنویسیم

$$E_l^2 = E_0^2 \exp[-(2l\Delta\omega/\Delta\omega_L)^2 \ln 2] \quad (۹.۶.۸)$$

که $\Delta\omega_L$ پهنای نوار (FWHM) شدت طیفی را بیان می‌کند. اگر فرض کنیم که طبق معادله (۱۶.۸) فازها قفل شده‌اند، و فاز مد مرکزی صفر است، می‌بینیم که $E(t)$ را می‌توان به صورت معادله (۳.۶.۸) بیان کرد، که دامنه $A(t')$ در مختصات زمانی t' از رابطه زیر به دست می‌آید

$$A(t') = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} E_l \exp j(l\Delta\omega t') \quad (۱۰.۶.۸)$$

اگر جمع با انتگرال تقریب زده شود [یعنی، $A(t) \cong \int E_l \exp j(l\Delta\omega t) dt$ ، می‌بینیم که دامنه میدان $A(t)$ با تبدیل فوریه دامنه طیفی E_l متناسب است. سپس می‌یابیم که $A^2(t)$ ، یعنی شدت تپ، تابعی گاؤسی از زمان است، که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$A^2(t) \propto \exp[-(2t/\Delta\tau_p)^2 \ln 2] \quad (۱۱.۶.۸)$$

که $\Delta\tau_p$ پهنای (FWHM) شدت تپ است و از رابطه زیر

$$\Delta\tau_p = \frac{2 \ln 2}{\pi \Delta\nu_L} = \frac{0.441}{\Delta\nu_L} \quad (۱۲.۶.۸)$$

به دست می‌آید.

از بحثمان درباره این دو مثال می‌توانیم چنین نتیجه‌گیری کنیم که با برقراری شرط قفل‌شدگی

مد (۱.۶.۸)، دامنه میدان از تبدیل فوریه اندازه دامنه طیفی به دست می‌آید. در این مورد، پهنای $\Delta\tau_p$ تب به پهنای طیف لیزر، $\Delta\nu_L$ ، با رابطه $\Delta\tau_p = \beta/\Delta\nu_L$ مربوط می‌شود، که β ضریبی عددی (در مرتبه واحد) است که به شکل خاص توزیع شدت طیفی بستگی دارد. به این نوع تب می‌گویند که محدودشده تبدیل است.

تحت شرایط قفل‌شدگی متفاوت با معادله (۱.۶.۸)، تب خروجی ممکن است از محدودشده تبدیل بودن دور شود. برای مثال، به جای معادله (۱.۶.۸) که می‌توان آن را به صورت $\varphi_1 = l\varphi$ نوشت، وضعیتی را در نظر می‌گیریم که

$$\varphi_1 = l\varphi_1 + l^2\varphi_2 \quad (۱۳.۶.۸)$$

که φ_1 و φ_2 دو مقدار ثابت‌اند. اگر همچنان فرض کنیم توزیع دامنه گاوسی نظیر معادله (۹.۶.۸) برقرار باشد، تبدیل فوریه طیف را مجدداً می‌توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد، و $E(t)$ را چنین نوشت

$$E(t)\alpha \exp(-\alpha t^2) \exp[j(\omega_0 t + \beta t^2)] \quad (۱۴.۶.۸)$$

که دو ثابت α و β به $\Delta\omega_L$ و φ_2 مربوط می‌شوند. چون برای مطالب بعدی به این روابط نیازی نیست آنها را در اینجا نمی‌آوریم. ولی باید به سه نکته زیر توجه کنید: (۱) شدت باریکه که با $|E(t)|^2$ متناسب است، همچنان با تابع گاوسی توصیف می‌شود که پهنای تب آن، $\Delta\tau_p$ (FWHM) برحسب پارامتر α از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta\tau_p = 2 \ln(2/\alpha)^{1/2} \quad (۱۵.۶.۸)$$

(۲) به سبب وجود جمله فازی $l^2\varphi_2$ در معادله (۱۳.۶.۸)، که شاخص l مد آن مربعی است، ناشی از آن است که $E(t)$ دارای جمله فازی βt^2 است که نسبت به زمان به صورت مربعی است. این بدان مفهوم است که بسامد حامل لحظه‌ای موج، $\omega(t) = d(\omega_0 t + \beta t^2)/dt = \omega_0 + 2\beta t$ ، دارای جاروب بسامد خطی (یا جیرجیر بسامدی) است. (۳) برای مقادیر بزرگ φ_2 و در نتیجه β ، حاصلضرب $\Delta\tau_p \Delta\nu_L$ ممکن است بسیار بزرگتر از مقدار کمیته 0.441 باشد که از معادله (۱۲.۶.۸) به دست آمد. برای درک این نکته به عقب برمی‌گردیم و طیف میدان را مانند معادله (۱۴.۶.۸) محاسبه می‌کنیم. بار دیگر می‌بینیم که شدت طیفی از تابع گاوسی به دست می‌آید که پهنای نوار آن، $\Delta\nu_L$ (FWHM)، از رابطه زیر به دست می‌آید

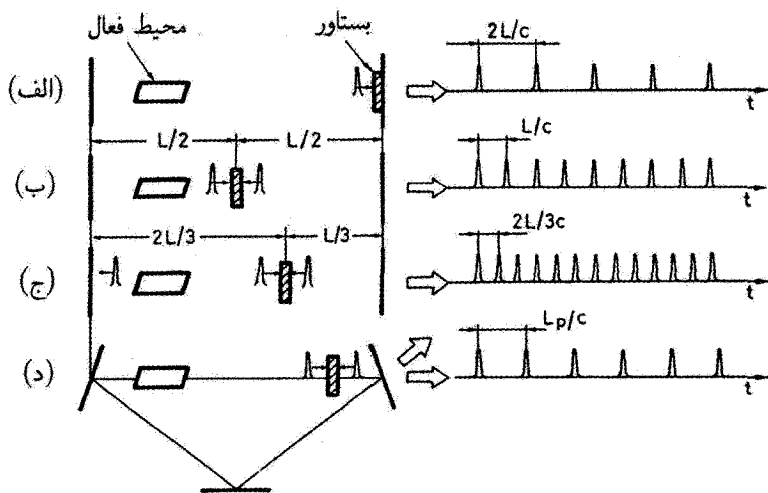
$$\Delta\nu_L = \frac{0.441}{\Delta\tau_p} \left[1 + \left(\frac{\beta \Delta\tau_p^2}{2 \ln 2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (۱۶.۶.۸)$$

که برای α از معادله (۱۵.۶.۸) استفاده کرده‌ایم. معادله (۱۶.۶.۸) نشان می‌دهد که اگر $\beta \neq 0$ باشد، داریم $\Delta T_p \Delta \nu L > 0.441 \tau$. در واقع، اکنون پهن‌شدگی طیفی هم ناشی از رفتار تپی $|E(t)|^2$ است، یعنی ناشی از مدوله‌سازی دامنه $E(t)$ [که جمله اول طرف راست معادله (۱۶.۶.۸) را به حساب می‌آورد] و هم ناشی از جمله جیرجیر بسامدی βt است [که جمله دوم طرف راست معادله (۱۶.۶.۸) را به حساب می‌آورد]. بنابراین، برای $1 \gg \beta \Delta T_p^2$ ، یعنی برای مقادیر خیلی بزرگ جیرجیر بسامدی، حاصلضرب $\Delta T_p \Delta \nu L$ بسیار بزرگتر از یک خواهد شد.

۲.۶.۸ پیکره حوزه زمانی

به یاد می‌آوریم که تحت شرط قفل‌شدگی مد (۱.۶.۸)، دو تپ متوالی باریکه خروجی که از معادله (۷.۶.۸) به دست می‌آید، با زمان τ_p ، از یکدیگر فاصله دارند. با توجه به اینکه $\Delta \nu = c/2L$ که L طول کاواک است، τ_p برابر با $2L/c$ می‌شود، که همان زمان رفت و بازگشت کاواک است. همچنین توجه کنید که گسترش فضایی Δz یک تپ نوعی قفل‌شده مدی معمولاً بسیار کوتاهتر از طول کاواک است (مثلاً، برای تپی با مدت زمان $\Delta T_p = 1 \text{ ps}$ ، $\Delta z = c \Delta T_p = 0.3 \text{ mm}$). بنابراین رفتار نوسانی داخل کاواک لیزر را می‌توان شامل یک تپ فوق کوتاه با مدت زمان ΔT_p دانست، که از معادله (۸.۶.۸) به دست می‌آید و در داخل کاواک به عقب و جلو انتشار می‌یابد. در چنین حالتی، در واقع، باریکه خروجی شامل قطاری از تپهایی است که فاصله زمانی بین تپهای متوالی برابر با زمان رفت و بازگشت کاواک است، که آن را در اصطلاح پیکره حوزه زمانی قفل‌شدگی مد می‌خوانند.

طبق این پیکره، می‌توان فهمید که شرط قفل‌شدگی مد (۱.۶.۸) را می‌توان با قراردادن یک بستاور سریع مناسب در یک انتهای کاواک [شکل ۱۹.۸ (الف)]، به دست آورد. در واقع، اگر باریکه‌ای که در ابتدا قفل‌نشده مدی است در کاواک باشد، توزیع فضایی دامنه آن را می‌توان مانند شکل ۱۵.۸ نشان داد، که z/c جایگزین t می‌شود؛ در اینجا z مختصه طولی در طول کاواک لیزر است. اکنون فرض می‌کنیم که بستاور، در حد امکان در لحظه‌ای که تپ پرشدت نوفه در شکل ۱۵.۸ به بستاور می‌رسد، به طور تناوبی با دوره تناوب $T = 2L/c$ باز می‌شود. اگر زمان بازشدن بستاور قابل مقایسه با مدت این تپ نوفه باشد، آنگاه تنها این تپ در کاواک لیزر دوام می‌یابد و بنابراین وضعیت قفل‌شدگی مد در شکل ۱۹.۸ (الف) را به وجود خواهد آورد. با پیروی از استدلالی مشابه، اکنون می‌توان دید که اگر بستاور در مرکز کاواک قرار داده شود و با دوره تناوب $T = L/c$ به طور تناوبی باز شود، وضعیت قفل‌شدگی مد توصیف شده در شکل ۱۹.۸ (ب) حاصل می‌شود. در این مورد در کاواک دو تپ فوق کوتاه حضور می‌یابد، و آنها چنان قرار دارند و حرکت می‌کنند



شکل ۱۹.۸ استفاده از یک بستاور کاواک سریع برای حصول قفل‌شدگی مُد: (الف) بستاور در یک انتهای کاواک قرار دارد، بنابراین به قطاری از تپ خروجی با بسامد تکرار $\Delta\nu = c/2L$ منجر می‌شود. (ب) بستاور در فاصله $L/2$ از یک آینه کاواک قرار دارد. (ج) بستاور در فاصله $L/3$ از یک آینه کاواک قرار دارد. آهنگ تکرار تپ خروجی برای موارد (ب) و (ج) به ترتیب $2\Delta\nu$ و $3\Delta\nu$ است، اینها مثالهای قفل‌شدگی مُد هماهنگ‌اند. (د) مورد قفل‌شدگی مُد لیزر حلقه‌ای را نشان می‌دهد که وضعیت بستاور برای ایجاد قفل‌شدگی مُد اهمیتی ندارد.

که در موقعیت بستاور و در زمانی که بستاور باز است یکدیگر را قطع می‌کنند. با همین استدلال، اگر بستاور در فاصله $L/3$ از یک آینه کاواک قرار گیرد و به صورت تناوبی با دوره تناوب $T = 2L/3c$ باز شود، وضعیت قفل‌شدگی مُد که در شکل ۱۹.۸ (ج) توصیف شده است، توسعه می‌یابد. در این مورد، سه تپ فوق کوتاه در کاواک حضور می‌یابد و آنها چنان قرار می‌گیرند و حرکت می‌کنند که همواره دو تپ در موقعیت بستاور، و در زمانی که بستاور باز است، یکدیگر را قطع می‌کنند. توجه کنید که برای مواردی که در شکل‌های ۱۹.۸ (ب-ج) نشان داده شده است، آهنگ تکرار برای قطار تپهای خروجی به ترتیب $2\Delta\nu$ و $3\Delta\nu$ است، که $\Delta\nu = c/2L$ آهنگ تکرار تپ حالت قفل‌شدگی مُد است که در شکل ۱۹.۸ (الف) بررسی شد. به این دلیل به وضعیتهای قفل‌شدگی مُد شکل‌های ۱۹.۸ (ب-ج) موارد قفل‌شدگی مُد هماهنگ می‌گویند. برخلاف این موارد، وضعیت قفل‌شدگی مُد شکل ۱۹.۸ (ب) را گاهی قفل‌شدگی مُد در بسامد اساسی یا قفل‌شدگی مُد اساسی می‌نامند. همچنین توجه کنید که توصیف حوزه بسامدی قفل‌شدگی مُد برای موارد شکل‌های ۱۹.۸ (ب-ج)، باید به شرط قفل‌شدگی فازی مربوط شود که با معادله (۱۶.۸) فرق دارد،

چون نشان دادیم که این شرط به قفل‌شدگی مد در شکل ۱۹.۸ (الف) منجر می‌شود. برای مثال، شرط قفل‌شدگی فاز متناظر با شکل ۱۹.۸ (ب)، به جای $\varphi_{l+1} - \varphi_l = \varphi_l - \varphi_{l-1} + \pi$ به صورت $\varphi_{l+1} - \varphi_l = \varphi_l - \varphi_{l-1}$ است، که روش دیگری از بیان رابطه (۱.۶.۸) خواهد بود. وقتی از یک کاواک حلقه‌ای لیزر برای عملکرد قفل‌شدگی مد استفاده شود، وضعیتی جالب اتفاق می‌افتد [شکل ۱۹.۸ (د)]. در این حالت، مستقل از محل بستاور در داخل کاواک، لیزر قفل‌شدگی مد اساسی، هماهنگ دوم، یا هماهنگ سوم را ایجاد می‌کند که بستگی دارد به اینکه آهنگ تکرار بستاور با c/L_p ، $2c/L_p$ یا $3c/L_p$ برابر باشد، که L_p طول محیط کاواک حلقه‌ای است. برای مثال، فرض می‌کنیم که بستاور با آهنگ تکرار c/L_p باز شود [شکل ۱۹.۸ (د)]، آنگاه اگر دو تپ که برخلاف جهت یکدیگر انتشار می‌یابند در محل بستاور یک‌بار به یکدیگر برسند، پس از هر رفت و بازگشت، مستقل از محل بستاور، در همان محل به یکدیگر خواهند رسید و این وضع ادامه می‌یابد.

۳.۶.۸ روشهای قفل‌شدگی مد

روشهای قفل‌شدگی مد را، همانند روشهای سوئیچ‌زنی Q می‌توان به دو رده تقسیم کرد: (۱) قفل‌شدگی مد فعال، که عنصر قفل‌شدگی مد با یک مرجع خارجی کار می‌کند. (۲) قفل‌شدگی مد انفعالی، که عنصری که قفل‌شدگی مد را القا می‌سازد از محرک خارجی استفاده نمی‌کند، بلکه به‌جای آن از برخی اثرات اپتیک غیرخطی، نظیر اشباع جذب‌کننده اشباع‌پذیر یا تغییر ضریب شکست غیرخطی در یک ماده مناسب، بهره گرفته می‌شود.

۱.۳.۶.۸ قفل‌شدگی مد فعال

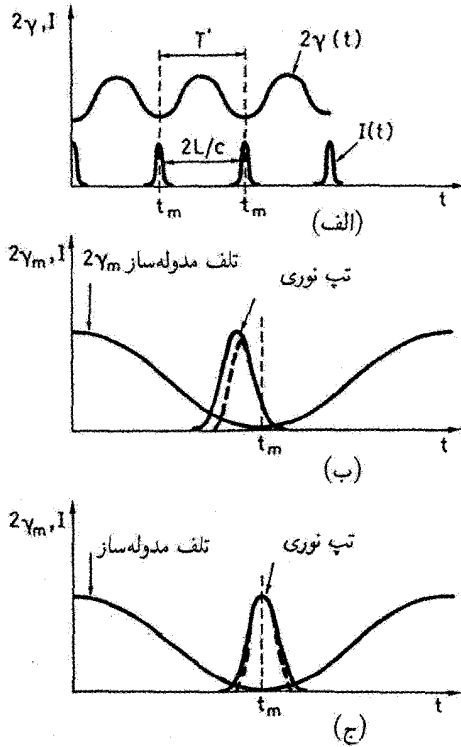
سه نوع اصلی قفل‌شدگی مد فعال وجود دارد: (۱) قفل‌شدگی القایی به‌وسیله مدوله‌ساز دامنه (قفل‌شدگی AM). (۲) قفل‌شدگی القایی به‌وسیله مدوله‌ساز فاز (قفل‌شدگی FM). (۳) قفل‌شدگی القایی به‌وسیله مدوله‌ساز تناوبی بهره لیزر در آهنگ تکرار برابر با بسامد اساسی کاواک $\Delta\nu = c/2L$ (قفل‌شدگی مد از طریق دمش همزمان). چون قفل‌شدگی مد AM بسیار رایج است، درباره آن به‌تفصیل بحث خواهیم کرد، آنگاه به‌طور خلاصه به قفل‌شدگی مد FM می‌پردازیم. چون قفل‌شدگی مد از طریق دمش همزمان امروزه کمتر به‌کار می‌رود در اینجا به آن نمی‌پردازیم. در واقع این روش تنها برای محیطهای فعال با زمان واهلش نانوثانیه‌ای، عمدتاً محیطهای رزینهای کاربرد دارد، و برای دستیابی به کوتاهترین تپها لازم است که آهنگ مدوله‌سازی دمش (با دقت خیلی بالا) با بسامد اساسی کاواک لیزر برابر باشد. بنابراین دستیابی به تپهایی با مدت زمان کوتاه (کوتاهتر از ۱ps) با استفاده از لیزر رزینهای دمیده همزمان دشوار است.

برای توصیف قفل‌شدگی مد AM، مدوله‌سازی را در نظر می‌گیریم که داخل کاواکی قرار داده شده است و در بسامد ω_m اتلاف متغیر نسبت به زمان ایجاد می‌کند. اگر $\omega_m \neq \Delta\omega$ باشد، $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$ و $\Delta\nu$ اختلاف بسامد بین مدهای طولی است، این اتلاف به‌سادگی دامنه میدان الکتریکی $E_l(t)$ هر مد کاواک را مدوله می‌کند، در نتیجه داریم

$$E_l(t) = E_0 \{1 - (\delta/2)[1 - \cos(\omega_m t)]\} \cos(\omega_l t + \phi_l) \quad (17.6.8)$$

که ω_l بسامد مد، ϕ_l فاز آن، و δ عمق مدوله‌سازی دامنه است. به این معنی که دامنه میدان از E_0 به $E_0(1 - \delta)$ مدوله می‌شود. توجه کنید که جمله $(\delta/2) \cos \omega_m t \times \cos(\omega_l t + \phi_l)$ در معادله (17.6.8) را می‌توان به صورت $\{ \cos[(\omega_l + \omega_m)t + \phi_l] + \cos[(\omega_l - \omega_m)t + \phi_l] \} (E_0 \delta/4)$ نوشت. بنابراین در واقع $E_l(t)$ شامل دو جمله است که با بسامدهای $\omega_l \pm \omega_m$ نوسان می‌کنند (نوارهای کناری مدوله‌سازی). اکنون اگر $\omega_m = \Delta\omega$ شود، این نوارهای کناری مدوله‌سازی با بسامدهای مدی مجاور هم تشدیدگر منطبق می‌شوند. بنابراین این دو نوار کناری در معادلات میدان دو مد مجاور هم کاواک سهم خواهند داشت. به این ترتیب، معادلات برای مدهای کاواک جفت می‌شوند؛ یعنی معادله میدان یک مد مفروض کاواک شامل دو سهم از مدوله‌سازی مدهای کنار هم می‌شود [۱۶]. اگر مدوله‌ساز ضلع نزدیک به آینه کاواک قرار داده شود، می‌توان نشان داد که این سازوکار جفت‌شدگی مد می‌تواند فازهای مد را طبق معادله (17.6.8) قفل کند.

جزئیات قفل‌شدگی مد AM را در حوزه زمانی بهتر از حوزه بسامدی می‌توان درک کرد. بنابراین شکل ۲۰.۸ (الف)، رفتار زمانی تلفات توان رفت و بازگشتی کاواک^۱، 2γ ، را نشان می‌دهد که با دوره تناوب مدوله‌سازی $T = 2\pi/\omega_m$ مدوله می‌شوند. فرض می‌کنیم که مدوله‌ساز در یک انتهای کاواک قرار دارد [شکل ۱۹.۸ (الف) را ببینید]. اکنون اگر $\omega_m = \Delta\omega$ باشد، دوره تناوب T مدوله‌سازی با زمان رفت و بازگشت کاواک برابر می‌شود، بنابراین شرط حالت پایای پایدار به تپهای نوری، $I(t)$ ، مربوط می‌شود که در لحظه t_m و زمانی که اتلاف مدوله‌ساز کمینه می‌شود از مدوله‌ساز می‌گذرند [شکل ۲۰.۸ (الف)]. در واقع، اگر فرض شود که تپی در لحظه کمینه اتلاف از مدوله‌ساز عبور می‌کند، این تپ پس از زمان $2L/c$ به مدوله‌ساز بازمی‌گردد، که اتلاف همچنان کمینه است. توجه کنید که اگر فرض شود که تپ ابتدا در لحظه‌ای، مثلاً اندکی زودتر از لحظه t_m ، از مدوله‌ساز عبور کند [در شکل ۲۰.۸ (ب)، تپ با منحنی پیوسته]، آن‌گاه اتلاف متغیر نسبت به زمان در مدوله‌ساز سبب می‌شود که لبه پیش رو تپ نسبت به لبه پس رو تپ بیشتر تضعیف شود. بنابراین، پس از عبور از مدوله‌ساز، تپی که با خط‌چین در شکل ۲۰.۸ (ب) نشان داده شده است ۱. در یک کاواک خطی قفل‌شده مدی، بیان برحسب اتلاف رفت و بازگشتی یا بهره رفت و بازگشتی ساده‌تر است تا برحسب مقادیر تک‌عبوری متناظر با آن.



شکل ۲۰.۸ توصیف قفل‌شدگی مد AM در حوزه زمانی: (الف) شرط حالت پایا؛ (ب) تپ نوری قبل از زمان اتلاف کمینه t_m وارد می‌شود؛ (ج) وقتی تپ در لحظه t_m می‌رسد کوتاه‌شدگی تپ رخ می‌دهد.

به وجود می‌آید. بنابراین قله تپ طوری پیش می‌رود که طی گذر بعدی، قله به t_m نزدیکتر می‌شود. این نشان می‌دهد که در پایان، وضعیت حالت پایا در شکل ۲۰.۸ (الف) حاصل می‌شود. در این مورد، مدت زمان تپ با هر بار عبور تپ از مدوله‌ساز کوتاهتر می‌شود، زیرا هر دو لبه‌های پیش‌رو و پس‌رو تپ قدری تضعیف می‌شوند، در حالی که قله تپ بر اثر اتلاف متغیر نسبت به زمان $2\gamma_m(t)$ ، مدوله‌ساز تضعیف نخواهد شد [شکل ۲۰.۸ (ج) را ببینید]. بنابراین، اگر تنها براساس این سازوکار می‌بود، مدت زمان تپ با عبورهای متوالی از مدوله‌ساز به سمت صفر گرایش پیدا می‌کرد. ولی پهنای خط منتهای محیط بهره جلوی این عمل را می‌گیرد. در واقع، با کوتاه‌تر شدن تپ، طیف آن در نهایت آنچنان بزرگ می‌شود که پهنای نوار محیط لیزری را پُر می‌کند. حال، دنباله‌های طیف تپ دیگر تقویت نمی‌شوند؛ این محدودیت اساسی پهنای نوار، تپ و در نتیجه مدت زمان تپ را تشکیل می‌دهد.

ولی برای خطوط همگن یا ناهمگن پهنای نوار متناهی محیط فعال به طریقی کاملاً متفاوت مدت زمان تپ حالت پایا را تحت تأثیر قرار می‌دهد. برای خط با پهن‌شدگی ناهمگن، اگر لیزر خیلی بالاتر از آستانه باشد، پهنای نوار نوسانی، $\Delta\nu_L$ ، کم‌کم تمامی پهنای نوار بهره، $\Delta\nu_0^*$ ، را می‌پوشاند. در این مورد، با توصیف در حوزهٔ بسامدی منظور اصلی مدوله‌ساز قفل‌کردن فازهای این مُدهای در حال نوسان است. تحت شرط همزمانی $\omega_m = \Delta\omega$ و اگر مدوله‌ساز AM در یک انتهای کاواک قرارگیرد، شرط قفل‌شدگی مُد (۱.۶.۸) تحقق می‌یابد. برای سادگی فرض می‌کنیم دامنه‌های مُد دارای توزیع گاوسی هستند، بنابراین از معادلهٔ (۱۲.۶.۸) به دست می‌آوریم

$$\Delta\tau_p \cong \frac{0.441}{\Delta\nu_0^*} \quad (18.6.8)$$

برعکس این وضعیت، برای خط همگن، پدیدهٔ سوزکنی فضایی، پهنای طیف نوسانی را در ناحیهٔ باریکی حول بسامد مرکزی ν متمرکز می‌سازد (بخش ۷.۷ را ببینید). بنابراین، با فرض اینکه در اصل لیزر قفل‌شده نباشد، تپهای نوفهٔ نوری (شکل ۱۵.۸ را ببینید) از $1/\Delta\nu_0$ بسیار طولانی‌تر می‌شوند، که $\Delta\nu_0$ پهنای خط بهره است. در این مورد، سازوکاری که در شکل ۲۰.۸ (ج) نشان داده شد، در کوتاه‌شدن مدت زمان تپ، یعنی پهن‌شدگی طیف آن، واقعاً مؤثر است. ولی این باریک‌شدگی تپ در مقابل پهن‌شدگی تپ که وقتی تپ از محیط فعال می‌گذرد و متحمل باریک‌شدگی طیفی می‌شود، عمل می‌کند. نظریهٔ قفل‌شدگی مُد فعال، برای محیط بهره با پهن‌شدگی همگن توسط کوئینزنگا سیگمن [۱۷]^۱ به تفصیل و به زیبایی بررسی شده است، و سپس هاوز^۲ در چارچوب کلی‌تری آن را ارائه کرده است [۱۸]. در اینجا به ذکر مربوط‌ترین نتایج اکتفا می‌کنیم و خواننده را برای جزئیات بیشتر به پیوست و ارجاع می‌دهیم. نیمرخ شدت به خوبی با یک تابع گاوسی توصیف می‌شود که پهنای $(\text{FWHM})\Delta\tau_p$ آن تقریباً برابر است با

$$\Delta\tau_p \cong \frac{0.45}{(\nu_m \Delta\nu_0)^{1/2}} \quad (19.6.8)$$

که ν_m بسامد مدوله‌ساز است (برای قفل‌شدگی هماهنگ اساسی $\nu_m = \omega_m/2\pi = c/2L$).

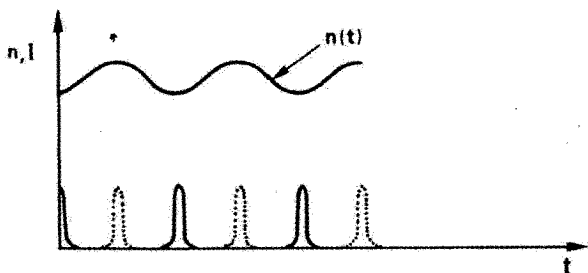
مثال ۷.۸ قفل‌شدگی مُد برای لیزرهای Ar و $Nd:YAG$ پیوسته‌موج (cw). ابتدا یک لیزر یونی Ar قفل‌شدهٔ مُدی را در نظر می‌گیریم که درگذار سبز خود در 514.5 nm نوسان می‌کند؛ این گذار پهن‌شدهٔ دوپلری به پهنای $\Delta\nu_0^* = 35 \text{ GHz}$ است. سپس از معادلهٔ (۱۸.۶.۸) به دست می‌آوریم که $\Delta\tau_p \cong 126 \text{ ps}$. بعد، یک لیزر قفل‌شدهٔ مُدی $Nd:YAG$ را در نظر می‌گیریم که در

طول موج گذارش در $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ نوسان می‌کند که پهنای خط آن پهن‌شده فونونی به مقدار $\Delta\nu \cong 4.3 \text{ cm}^{-1} = 129 \text{ GHz}$ در $T = 300 \text{ K}$ است. کاواک لیزری را به طول اپتیکی $L_e = 1.5 \text{ m}$ در نظر می‌گیریم که مدوله‌ساز AM آن در یک انتهای کاواک قرار دارد [شکل ۱۹.۸(الف)]. حال به دست می‌آوریم $\nu_m = c/2L_e = 100 \text{ MHz}$ و از معادله (۱۹.۶.۸)، $\Delta T_p \cong 12.5 \text{ ps}$. دقت کنید که، با وجود روابط متفاوت برای ΔT_p برای خط همگن و ناهمگن پهنای تپ این دو مورد تقریباً یکسان است، هرچند پهنای خط Nd:YAG تقریباً 30° برابر از پهنای خط یون-Ar بیشتر است. ■

اگر پهنای تپ برای خط ناهمگن [معادله (۱۸.۶.۸)] و خط همگن [معادله (۱۹.۶.۸)]، به‌ازای مقدار یکسان پهنای خط لیزری (یعنی، برای $\Delta\nu_* = \Delta\nu$) مقایسه شوند، می‌بینیم که چون $1 \ll (\nu_m/\Delta\nu_0)$ است، داریم ناهمگن $(\Delta T_p) \gg$ همگن (ΔT_p) . توجه کنید که سازوکار باریک‌شدگی تپ ترسیم‌شده در شکل ۲۰.۸(ج) در مورد خط ناهمگن نقش مهمی ندارد، با وجود اینکه همچنان آشکارا وجود دارد. در واقع، در این مورد، تپهای نوفه‌ای کوتاه با مدت زمان تقریباً برابر با عکس پهنای خط بهره، حتی تحت شرایط غیرقفل‌شدگی مد وجود دارند. پس، نقش اصلی مدوله‌ساز، استقرار همزمانی بین مدهای نوسانی است، به طوری که از تپهای نوفه‌ای در شکل ۱۵.۸، تنها یک تپ باقی بماند، یعنی تپی که از مدوله‌ساز در لحظه کمترین اتلاف عبور می‌کند [شکل ۲۰.۸(الف)].

برای تشریح قفل‌شدگی مد FM، مدوله‌سازی را در نظر می‌گیریم که ضریب شکست n آن در بسامد ω_m به صورت سینوسی مدوله شود و در یک انتهای کاواک قرار داشته باشد. بنابراین هر مد مفروض کاواک در معرض جابه‌جایی فاز متغیر نسبت به زمان است که از $\varphi = (2\pi L'/\lambda) \times n(t)$ به دست می‌آید، که L' طول مدوله‌ساز است. مدهای مدوله‌شده فازی، نوارهای کناری را نشان خواهند داد [معادله (۵.۱۰.۷)] که بسامدهای آنها، به‌ازای $\Delta\omega = \omega_m$ ، با بسامدهای مدهای مجاور هم منطبق می‌شود. بنابراین با وجود اینکه شرط قفل‌شدگی از شرطی که از معادله (۱۰.۶.۸) به دست می‌آید متفاوت است، مدهای کاواک مجدداً با هم جفت شده و فازهایشان قفل می‌شوند [۱۶]. در حوزه زمانی، این قفل‌شدگی مد FM تپهایی مطابق شکل ۲۱.۸ ایجاد می‌کند. در این مورد، دو حالت قفل‌شدگی مد پایدار رخ می‌دهد، یعنی، طوری که تپ نوری یا در هر کمینه $n(t)$ (تپهای منحنی پیوسته) یا در هر بیشینه آن (تپهای نقطه‌چین) از مدوله‌ساز عبور کند.

برای درک فیزیکی از آنچه در این مورد روی می‌دهد، مشاهده می‌کنیم که چون طول اپتیکی مدوله‌ساز $L'_e = n(t)L'$ است، مدوله‌سازی در واقع به تغییر طول کلی اپتیکی L_e کاواک می‌انجامد. به این معنا که کاواک، معادل کاواکی بدون مدوله‌ساز است ولی با وضعیتی است که



شکل ۲۱.۸ قفل‌شدگی مُد FM. رفتار زمانی ضریب شکست n مدوله‌ساز و شدت خروجی I .

یک آینه کاواک در بسامد ω_m نوسان می‌کند. بنابراین هر یک از دو وضعیت ایستانه در شکل ۲۱.۸ با تپهای قفل‌شدهٔ مُدی متناظر است که به این آینهٔ متحرک در زمانی برخورد می‌کند که تپ در هر یک از وضعیتهای فرینه‌اش قرار دارد (یعنی، وقتی آینه ایستانه است). توجه کنید که، پس از بازتاب از این آینهٔ متحرک، تپ تغییر فاز تقریباً سهموی پیدا می‌کند که یا علامت مثبت دارد (برای تپهای منحنی پیوسته) یا علامت منفی (برای تپهای نقطه‌چین) و طیف آن نیز قدری پهن می‌شود. حال، مدوله‌سازی کلی فاز تپ و مدت زمان تپ متناظر با آن با این شرط تعیین می‌شود که پهن‌شدگی طیفی حاصل از هر بازتاب از آینهٔ متحرک، باید توسط باریک‌شدگی طیفی ناشی از عبور از تقویت‌کننده جبران شود. برای درک اینکه وقتی تپ به آینه برخورد می‌کند که دقیقاً در نقطهٔ ایستانه نیست چه روی می‌دهد، می‌توان به تحلیل پایداری پرداخت. ولی، این تحلیل نسبتاً پیچیده است، و به علت اهمیت تقریباً محدود این نوع قفل‌شدگی مُد، آن را در اینجا بررسی نمی‌کنیم. در واقع این نوع قفل‌شدگی مُد به دو علت کمتر به‌کار می‌رود: (۱) تپها مدولهٔ بسامدی‌اند. (۲) قفل‌شدگی مُد تا حدودی ناپایدار می‌شود، به مفهوم آنکه، در عمل، سوئیچ‌شدگی بین دو حالت در شکل ۲۱.۸ اغلب اتفاق می‌افتد.

برای لیزر تپی و به‌طور کلی با بهرهٔ بالا، قفل‌شدگی مُد AM به‌طور متداول با مدوله‌ساز دامنهٔ سلول پاکلز تحقق پیدا می‌کند. شکل ۵.۸ (الف) یک آرایش ممکن آن را نشان می‌دهد؛ ولتاژ سلول پاکلز از صفر تا کسری از ولتاژ $\lambda/4$ به‌صورت سینوسی مدوله می‌شود. برای دمش پیوسته موج و عموماً لیزر با بهرهٔ پایین، قفل‌شدگی مُد AM عموماً با مدوله‌ساز آکوستوپتیکی حاصل می‌شود که نسبت به مدوله‌ساز سلول پاکلز اتلاف کمتری نشان می‌دهد. با وجود این، مدوله‌ساز آکوستوپتیکی که برای قفل‌شدگی مُد به‌کار می‌رود، با مدوله‌ساز به‌کار رفته برای سوئیچ‌زنی Q در شکل ۷.۸ تفاوت بارزی دارد. در واقع، اکنون رخی که به آن تراگذار پیزوالکتریکی متصل می‌شود و رخ مقابل مادهٔ اپتیکی موازی با یکدیگر بریده می‌شوند. موج صوتی که تراگذار در مادهٔ منتشر می‌کند از رخ

مقابل ماده بازتابیده می‌شود و، اگر طول اپتیکی قطعه برابر با مضرب درستی از نیم طول موجهای موج صوتی باشد، یک نقش موج ساکن آکوستیکی ایجاد می‌شود. چون دامنه موج ساکن نسبت به زمان به صورت سینوسی مدوله می‌شود، همین امر برای تلفات پراشی اتفاق می‌افتد. ولی باید توجه کرد که، اگر موج صوتی در بسامد ω نوسان کند، اتلاف پراشی در بسامد 2ω مدوله می‌شود. در واقع موج ساکن آکوستیکی را به شکل $S = S_0 (\cos \omega t) (\sin kz)$ در نظر می‌گیریم. هرگاه بیشینه دامنه نقش موج ساکن اتفاق می‌افتد، اتلاف مدوله‌ساز بیشینه می‌شود، این بیشینه دوبار در یک دوره تناوب نوسان پیش می‌آید (یعنی، در لحظه‌های $t = 0$ و $t = \pi/\omega$). بنابراین اتلاف مدوله‌ساز بسامد 2ω مدوله می‌شود، و برای قفل‌شدگی مد اساسی [شکل ۱۹.۸ (الف) را ببینید] وقتی مدوله‌ساز در نزدیکترین حالت ممکن به یک آینه کاواک قرار گیرد و بسامد مدوله‌سازی، 2ν برابر با $(c/2L)$ قرار داده شود، قفل‌شدگی مد حاصل می‌شود. این بدان معناست که تراگذار باید در بسامد ν برابر با $c/4L$ عمل کند (مثلاً، به‌ازای $L = 1.5 \text{ m}$ ، $\nu = 50 \text{ MHz}$). در مورد قفل‌شدگی مد FM (برای هر دو لیزرهای تیپی و cw) به‌طور متداول از مدوله‌ساز فازی سلول پاکلز استفاده می‌شود. در این مورد، یکی از دو محور، مثلاً x دوشکستی القایی [شکل ۵.۸ (ب) را ببینید] در طول محور قطبی‌کننده می‌چرخد. بنابراین، باریکه زمانی که از سلول پاکلز می‌گذرد قطبش خود را نمی‌چرخاند ولی جابه‌جایی فاز $\phi = (2\pi L'/\lambda)n_x$ پیدا می‌کند، که L' طول سلول پاکلز و n_x ضریب شکست آن برای قطبش در جهت x است. اکنون اگر ولتاژ روی پاکلز به‌صورت سینوسی مدوله شود، ضریب شکست n_x ناشی از اثر پاکلز نیز به‌صورت سینوسی مدوله خواهد شد و همان مدوله‌سازی روی فاز باریکه رخ خواهد داد.

۲.۳.۶.۸ قفل‌شدگی مد انفعالی

چهار نوع قفل‌شدگی مد (ML) انفعالی وجود دارد: (۱) قفل‌شدگی مد جذب‌کننده اشباع‌پذیر سریع که از خواص یک جاذب مناسب (مثلاً، مولکول رنگی یا یک نیم‌رسانا) با طول عمر حالت بالایی خیلی کوتاه استفاده می‌شود. (۲) قفل‌شدگی مد عدسی کر (KLM)، که از خاصیت خودکانونی یک ماده اپتیکی غیرخطی و شفاف مناسب بهره گرفته می‌شود. (۳) قفل‌شدگی مد جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته که از دینامیک اشباع محیط بهره استفاده می‌کند. (۴) قفل‌شدگی مد تپ اضافی (APM)، که از مدوله‌سازی خودفازی القاشده در یک عنصر اپتیکی غیرخطی مناسب که در یک کاواک کمکی قرار داده شده و به کاواک اصلی، به‌طول کاواک یکسان، جفت می‌شود، بهره گرفته می‌شود. در این نوع آخر، سازوکار کوتاه‌شدگی تپ ناشی از تداخل بین تپ اصلی در کاواک لیزر و تپ جفت‌شده از کاواک کمکی است که توسط ماده غیرخطی مدوله فازی شده است. در قفل‌شدگی مد تپ اضافی لازم است که طول اپتیکی دو کاواک با دقت نوعی

کسری از طول موج با یکدیگر برابر باشد. به این دلیل، این نوع قفل‌شدگی مد به گسترده‌گی سایر روشها کاربرد پیدا نکرده است، بنابراین در اینجا بیشتر از این به آن نمی‌پردازیم.

برای تشریح قفل‌شدگی مد به‌وسیله جذب‌کننده اشباع‌پذیر، جاذبی را با شدت اشباع پایین و زمان واهلش بسیار کوتاهتر از مدت زمان ته‌های قفل‌شده مدی در نظر می‌گیریم. نظریه قفل‌شدگی مد به‌وسیله جذب‌کننده اشباع‌پذیر سریع برای محیط بهره با پهن‌شدگی همگن را به‌ویژه هاوز به‌تفصیل بررسی کرده است [۱۹]. در اینجا مرتبط‌ترین نتایج را ذکر می‌کنیم و برای جزئیات بیشتر خواننده را به پیوست (و) ارجاع می‌دهیم.

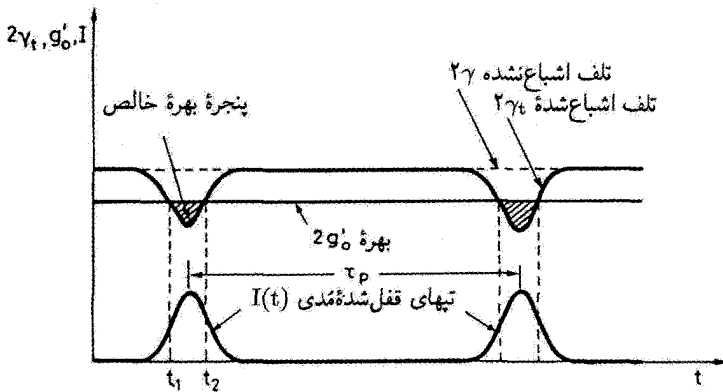
برای مقادیر پایین شدت باریکه، I ، در مقایسه با شدت اشباع جاذب، I_s ، اتلاف توان رفت و بازگشت کاواک^۱ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$2\gamma_t = 2\gamma - 2\gamma' \left(\frac{I}{I_s} \right) \quad (20.6.8)$$

که γ اتلاف تک‌عبوری اشباع‌نشده و γ' اتلاف تک‌عبوری شدت پایین جذب‌کننده اشباع‌پذیر است.^۲ اکنون فرض می‌کنیم که جذب‌کننده خیلی نازکی در تماس با یک آینه کاواک قرار گرفته باشد [شکل ۱۹.۸ (الف)]، و لیزر در ابتدا با فازهای قفل‌شده مدی نوسان کند، شدت هر دو موج متحرک شامل ردیفی کاتوره‌ای از ضربه‌های نوری است (شکل ۱۵.۸ را ببینید)؛ برای شدت قله پایین اولیه این ضربه‌های نوری، بهره توان اشباع‌شده رفت و بازگشتی، $2g_0$ ، با اتلاف اشباع‌نشده کاواک تقریباً برابر است. ولی، شدیدترین تپ در شکل ۱۵.۸ ناشی از اشباع جاذب است، که دچار کمترین تضعیف در جذب‌کننده اشباع‌پذیر می‌شود. اگر شرایط خاصی برقرار شود [۱۹]، این تپ خیلی سریعتر از بقیه رشد می‌یابد؛ در نهایت پس از رفت و بازگشتهای بسیار، وضعیتی که در شکل ۲۲.۸ توصیف شده است استقرار می‌یابد، که برای سادگی، فرض شده است که محیط بهره و جذب‌کننده اشباع‌پذیر هر دو با یکدیگر در یک انتهای کاواک هستند. در این مورد یک تپ قفل‌شده مدی پرشدت در کاواک ابقا می‌شود و، بر اثر اتلاف کاهش‌یافته ناشی از اشباع شدیدتر جذب‌کننده، توان متوسط در مقایسه با مورد قفل‌نشده، افزایش می‌یابد. سپس، بهره اشباع‌شده رفت و بازگشتی، $2g'_0$ ، کوچکتر از اتلاف اشباع‌نشده رفت و بازگشتی در کاواک می‌شود. بر این اساس، پنجره‌های زمانی از بهره خالص طی عبور تپ (بین لحظه‌های t_1 و t_2 در شکل) مستقر

۱. در یک کاواک خطی قفل‌شده مدی، بهتر است که برحسب بهره و اتلاف رفت و بازگشتی فکر کرد تا اتلاف مربوط با مقادیر تک‌عبوری.

۲. طبق معادله (۱۲.۸.۲) و $I \ll I_s$ ، جذب γ_a جذب‌کننده‌ای به طول l_a را می‌توان به‌صورت $[\gamma_a = \alpha l_a = \alpha_0 l_a (1 - (I/I_s))]$ نوشت؛ جمله مستقل از شدت $\alpha_0 l_a$ را می‌توان در کل اتلاف اشباع‌نشده γ وارد کرد.



شکل ۲۲.۸ قفل‌شدگی مد انفعالی توسط جذب‌کننده اشباع‌پذیر.

می‌شود، یعنی دنباله‌های تپ با اتلافی خالص و قله تپ با بهره‌ای خالص مواجه می‌شوند. اگر تنها این سازوکار برقرار می‌بود، تپ پس از هر عبور از ترکیب جذب‌کننده تقویت‌کننده، به تدریج کوتاه می‌شد. ولی مجدداً شرط حالت پایا، با ترازمندی بین این سازوکار کوتاه‌شدگی تپ و پهن‌شدگی تپ ناشی از پهنای نوار منتهای بهره برقرار می‌شود. در این مورد، دامنه تپ حالت پایا با تابع سکانت هذلولوی بیان می‌شود، یعنی

$$E(t) \propto \operatorname{sech}(t/\tau_p) \quad (21.6.8)$$

مدت زمان $\Delta\tau_p$ شدت تپ (FWHM) با $1.76\tau_p \cong \Delta\tau_p$ به τ_p مربوط می‌شود و از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta\tau_p \cong \frac{0.79}{\Delta\nu_0} \left(\frac{g'_0}{\gamma'} \right)^{1/2} \left(\frac{I_s}{I_p} \right)^{1/2} \quad (22.6.8)$$

که $\Delta\nu_0$ پهنای نوار بهره (FWHM) و I_p شدت قله تپ است.

باید توجه کرد که تصویر فیزیکی در شکل ۲۲.۸ برای محیطهای بهره با طول عمر زیاد (صدها میکروثانیه)، نظیر محیطهای حالت جامد بلوری یا شیشه‌ای به کار می‌رود. در این مورد، در مدت عبور تپ، تغییر چشمگیری در بهره رخ نمی‌دهد. بنابراین، بهره اشباع شده g'_0 با توان متوسط درون کاواکی لیزر استقرار می‌یابد. همچنین باید به خاطر آورد که برای یک سیستم ساده دوترازی، شدت اشباع جذب‌کننده از $I_s = h\nu/2\sigma\tau$ به دست می‌آید [معادله (۱۱.۸.۲)] را ببینید. با توجه به اینکه τ باید خیلی کوتاه باشد (تقریباً چند پیکوثانیه یا کوتاهتر از آن)، مقدار پایین شدت

اشباع مورد نیاز، مقادیر خیلی بزرگی از سطح مقطع جذب σ (حدود 10^{-16} تا 10^{-10} cm² یا بزرگتر) را می‌طلبد. در نتیجه متداولترین جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر یا محلولهای مولکولهای رنگینه‌ای سریع‌اند یا نیمرساناها.

در مورد محلولهای رنگینه‌ای، بیشتر از رنگهای سیانین استفاده می‌شود که شامل زنجیره‌ای بلند به شکل $(-CH=CH)_n$ هستند، که n عددی صحیح است و به دو گروه انتهایی آروماتیک ختم می‌شوند. زمان واهلش حالت بالایی رنگهای سیانین که برای قفل‌شدگی مد به‌کار می‌رود، نوعاً چنده پیکوثانیه است که با فروافت غیرتابشی از طریق هر دو تبدیل داخلی (شکل ۶.۳) و چرخش حلقه‌های آروماتیک استقرار می‌یابد. به این ترتیب، جذب‌کننده برای مدت زمانی تقریباً برابر با این زمان واهلش اشباع‌شده باقی می‌ماند، به این ترتیب تپهای قفل‌شده مدی کوتاهتر از چند پیکوثانیه را نمی‌توان به‌دست آورد.

برای جذب‌کننده اشباع‌پذیر نیمرسانا، بازیابی جذب نوعاً با فروافتی چندمؤلفه‌ای همراه است: (۱) فروافت سریع ($\tau \approx 10^0$ fs) ناشی از گرمایی شدن درون‌نواری الکترونها در داخل نوار رسانش، حاصل از برخورد‌های الکترون-الکترون. (۲) واهلش آهسته‌تر (≈ 1 ps) ناشی از گرمایی شدن درون‌نواری الکترونها نوار رسانش با شبکه، حاصل از برخورد‌های الکترون-فوتون. (۳) واهلش همچنان آهسته‌تر (از چند پیکوثانیه تا چند نانوثانیه) ناشی از فروافت درون‌نواری تابشی و غیرتابشی. بلندترین زمان واهلش به پایتترین شدت اشباع منجر می‌شود، که برای شروع فرایند قفل‌شدگی مد سودمند است. سریعترین زمان واهلش، سازوکار سریع جذب‌کننده اشباع‌پذیر لازم برای ایجاد تپهای کوتاه را فراهم می‌سازد. راه‌حل واقعاً جالب شامل قراردادن جذب‌کننده اشباع‌پذیر چاه کوانتومی چندتایی بین دو آینه است که فاصله آنها طوری است که سنجه فابری پروی حاصل به‌صوت پاد تشدید عمل می‌کند، یعنی در نقطه‌ای که تراگسیل کمیته یا بازتاب بیشینه رخ می‌دهد (شکل ۱۱.۴ را ببینید). اگر سنجه به‌صورت یک آینه کاواک به‌کار رود، شدت لیزر داخل سنجه، در مقایسه با مقدار آن در کاواک لیزری بسیار کاهش می‌یابد. مزیت عمده این امر افزایش کنترل‌شده مقدار شدت اشباع است که تلفات اشباع‌نشده موثر را کاهش و آستانه تخریب را افزایش می‌دهد [۲۰]. تأثیر این جذب‌کننده اشباع‌پذیر پاد تشدید فابری پروکه به‌سادگی به‌کار برده می‌شود (A-FPSA) ایجاد تپهای لیزری پیکوثانیه‌ای و فمتوثانیه‌ای از چند لیزر حالت جامد با پهنای نوار وسیع را نشان داده است.

مثال ۸.۸ قفل‌شدگی مد انفعالی لیزرهای $Nd:YLF$ و $Nd:YAG$ به‌وسیله جذب‌کننده اشباع‌پذیر سریع. لیزر $Nd:YAG$ پیوسته‌موج را در نظر می‌گیریم که قفل‌شده مد به‌وسیله چاه کوانتومی چندتایی به‌ضخامت $6\ \mu\text{m}$ در 50° (حدود 5° چاه) $InGaAs/GaAs$ ، A-FPSA است. داریم

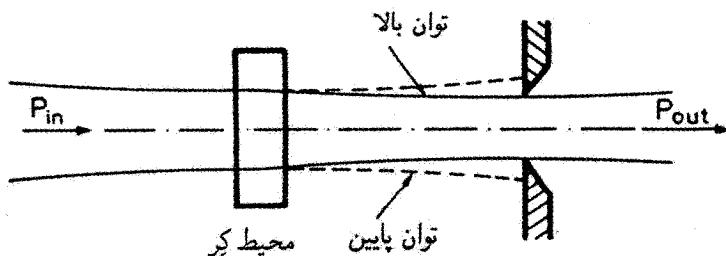
$I_p = 0.3 I_s$, ($T = 300 \text{ K}$) $\cong 135 \text{ GHz}$, $\Delta\nu_0 = 4.5 \text{ cm}^{-1}$, $\gamma' = 1\%$, $g'_0 = 2\%$ از معادله (۲۲.۶.۸)، $\Delta\tau_p \cong 15 \text{ ps}$ ، توجه کنید در این مورد جذب‌کننده به شدت اشباع شده است، به طوری که معادله (۲۲.۶.۸) را می‌توان تنها به صورت تقریب مرتبه اول در محاسبه پهنای پیش‌بینی شدهٔ تب به کار برد. در مورد لیزر Nd:YLF، برای تلفات اشباع‌ناپذیر و اشباع‌پذیر همان مقدار اتلاف Nd:YAG را در نظر می‌گیریم. بنابراین همان مقدار g'_0 را داریم. پهنای خط بهرهٔ Nd:YLF، یعنی $\Delta\nu'_0$ ، $\Delta\nu'_0 \cong 13 \text{ cm}^{-1}$ تقریباً سه برابر بزرگتر از پهنای خط Nd:YAG است و مقایسه به‌ازای یک مقدار توان خروجی، یعنی به‌ازای همان مقدار انرژی تب $E \cong I_p \Delta\tau_p$ انجام گرفته است. از معادله (۲۲.۶.۸) به‌سادگی می‌یابیم که پهنای تب $\Delta\tau'_p$ در این مورد به پهنای تب در مورد قبل، با رابطهٔ $\Delta\tau'_p = (\Delta\nu_0 / \Delta\nu'_0)^2 \Delta\tau_p$ مرتبط است. برای $\Delta\nu'_0 = 2.89 \Delta\nu_0$ به‌دست می‌آوریم $\Delta\tau'_p \cong 1.8 \text{ ps}$. به بستگی شدید پهنای تب لیزر به پهنای خط بهره در این شرایط توجه کنید. ■

روش دیگر قفل‌شدگی انفعالی سریع به اثر عدسی القاشده در ماده‌ای مناسب توسط قابلیت غیرخطی کرمتکی است، و بنابراین به آن قفل‌شدگی مد عدسی کر گفته می‌شود. [۲۱ و ۲۲] ماده‌ای اپتیکی، نظیر کوارتز یا سافایر (یا قوت کبود) را در نظر بگیرید که باریکهٔ نوری با شدت یکنواخت I از آن می‌گذرد. در شدتهای خیلی زیاد، ضریب شکست محیط در اثر شدت میدان به‌صورت کاملاً بارزی تغییر می‌کند؛ یعنی، به‌صورت کلی می‌توانیم بنویسیم $n = n(I)$. جملهٔ اول بسط تایلور n برحسب I ، با I متناسب است، پس می‌توان نوشت

$$n = n_0 + n_2 I \quad (23.6.8)$$

که n_2 ضریبی مثبت است که به ماده بستگی دارد (مثلاً، $4.5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$ برای کوارتز گداخته، و $3.45 \times 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$ برای سافایر). این پدیده به اثر اپتیکی کر معروف است، و عموماً ناشی از قابلیت فوق قطبیدگی در محیط است که در میدانهای الکتریکی شدید رخ می‌دهد، و یا از تغییر شکل مدارهای الکترونی اتمی یا مولکولی، یا از بازسمتگیری مولکولهای جهت‌دار شده (برای گاز یا مایع) ناشی می‌شود. در مورد جامد، تنها تغییر شکل ابر الکترونی اتم رخ می‌دهد، بنابراین اثر کر خیلی سریع است، و زمان پاسخ از مرتبهٔ دورهٔ تناوب چرخش الکترونهاى لایهٔ آخر اتم (چند فمتوثانیه) است.

اکنون فرض می‌کنیم که شدت باریکه در محیطی که اثر اپتیکی کر را حاصل می‌کند (محیط کر)، دارای نیمرخ غیریکنواخت عرضی (مثلاً گاوسی) است. به این ترتیب شدت در مرکز باریکه بزرگتر از دنباله‌هاست و، طبق معادله (۲۳.۶.۸) تغییر غیرخطی ضریب شکست $\delta n = n_2 I$ القا

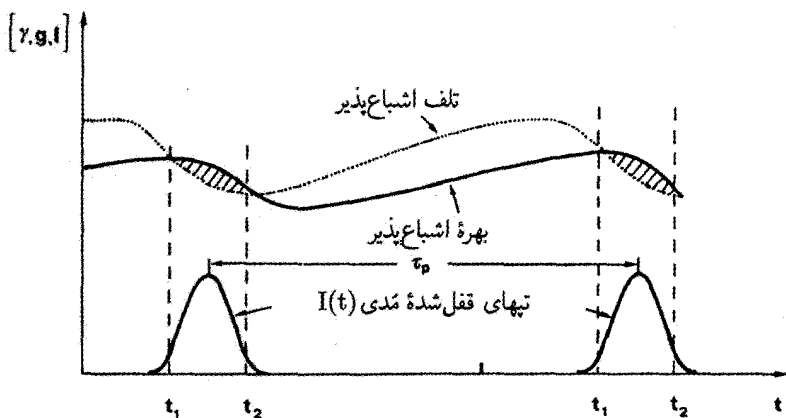


شکل ۲۳.۸ عنصر اتلاف غیرخطی که در ماده غیرخطی مناسب از اثر اپتیکی کر استفاده می‌کند.

می‌شود که در مرکز باریکه مثبت است و در دنباله‌های باریکه به صفر میل می‌کند. برای نیمرخ باریکه گاوسی می‌توان نوشت $I = I_p \exp[-2(r/w)^2]$ ، که I_p شدت قله و w اندازه لکه (میدان) است. حال جابه‌جایی غیرخطی فاز که باریکه در گذر از طول l محیط پیدا می‌کند چنین می‌شود $\delta\phi = 2\pi\delta n l/\lambda = (2\pi n_2 I_p l/\lambda) \exp[-2(r/w)^2] \cong (2\pi n_2 I_p l/\lambda) \times [1 - 2(r/w)^2]$ به این ترتیب تا مرتبه اول از $(r/w)^2$ ، $\delta\phi$ را می‌توان تابعی سهموی از (r/w) در نظر گرفت؛ این معادل آن است که بگوئیم یک عدسی کروی در محیط توسط اثر اپتیکی کر القا می‌شود. در واقع، این عدسی القایی ممکن است وقتی توان باریکه از مقدار بحرانی تجاوز کند به کانونی کردن باریکه منجر شود، پدیده‌ای که به خودکانونی شهرت دارد.

عنصر اتلاف غیرخطی اتلافی، با شکل کلی معادله (۲۰.۶.۸) ایجاد می‌کند که می‌تواند با توجه به شکل ۲۳.۸ قابل درک باشد، در واقع، در شدتهای بالاتر باریکه، باریکه روی روزه شدیدتر متمرکز می‌شود، به طوری که اتلاف در این روزه کمتر می‌شود. اکنون اگر عنصر اتلاف غیرخطی به طرز صحیحی در داخل کاواک لیزری در شکل ۲۳.۸ قرار گیرد، طبق سازوکاری که در شکل ۲۲.۸ برای جذب‌کننده سریع توصیف شده است، قفل‌شدگی مد انفعال می‌تواند حاصل شود. پاسخ زمانی قفل‌شدگی مد عدسی کر خیلی کوتاه است، به طوری که می‌توان آن را برای تمامی مقاصد عملی لحظه‌ای در نظر گرفت. با کنترل مناسب پاشندگی کاواک، با استفاده از محیطهای بهره با نوار فوق‌العاده پهن (پهناهای نوار 10^5 THz \approx)، می‌توان سریعترین تپهای قفل‌شده مدی را با این شیوه به دست آورد.

با وجودی که بسیاری از لیزرهای قفل‌شده مدی انفعالی از جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر سریع استفاده می‌شود، در بعضی وضعیتهای خاص، جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر آهسته نیز می‌توانند به قفل‌شدگی مد منجر شوند. به این نوع قفل‌شدگی مد اغلب قفل‌شدگی مد جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته می‌گویند. وضعیتهای خاص مورد نیاز شامل موارد زیر است: (۱) زمان واهلش هم



شکل ۲۴.۸ پیکره حوزه زمانی قفل‌شدگی مد جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته. دقت کنید که شکل خارج از مقیاس است، چون مدت زمان تپ قفل‌شده مدی نوعاً در گستره صدها فمتوثانیه است، در حالی که بازه زمانی τ_p بین دو تپ متوالی، یعنی زمان رفت و بازگشت کاواک، نوعاً چند نانوثانیه است.

جذب‌کننده و هم تقویت‌کننده باید با زمان رفت و بازگشت کاواک قابل مقایسه باشد. (۲) شاریدگی اشباع هر دو محیط بهره [معادله (۲۹.۸.۲)] را ببینید، $[I_{sg} = h\nu/\sigma_g]$ و جذب‌کننده اشباع‌پذیر [معادله (۱۷.۸.۲)] را ببینید، $[I_{sa} = h\nu/2\sigma_a]$ باید به اندازه کافی پایین باشد تا هر دو محیط در اثر شاریدگی داخل کاواکی لیزر اشباع شوند. (۳) شاریدگی اشباع محیط بهره باید در حد، و حتی کمی بزرگتر از، شاریدگی اشباع جذب‌کننده اشباع‌پذیر باشد.

پدیده‌های فیزیکی که در این مورد به قفل‌شدگی مد می‌انجامند نسبتاً پیچیده است [۲۳]، و به کمک شکل ۲۴.۸ آنها را شرح می‌دهیم. برای سادگی فرض می‌کنیم که هم جذب‌کننده اشباع‌پذیر و هم محیط فعال در یک انتهای کاواک قرار دارند. فرض می‌شود که بهره، قبل از رسیدن تپ قفل‌شده مدی، کوچکتر از تلفات باشد، به طوری که قسمت اوایل لبه پیش‌روی تپ با اتلاف خالص مواجه می‌شود. اگر کل شاریدگی انرژی تپ مقدار مناسبی داشته باشد، شاریدگی انرژی تجمع‌یافته تپ می‌تواند قابل مقایسه با شاریدگی اشباع جذب‌کننده در مدت لبه پیش‌روی تپ باشد. سپس اشباع جذب‌کننده شروع می‌شود، به طوری که، در لحظه‌ای در مدت لبه پیش‌روی تپ (لحظه t_1 در شکل ۲۴.۸)، اتلاف جذب‌کننده با بهره لیزر برابر می‌شود. حال برای $t > t_1$ ، تپ بهره خالص را می‌بیند تا اتلاف خالص را. ولی، اگر شاریدگی انرژی اشباع محیط بهره مقداری مناسب داشته باشد (نوعاً حدود ۲ برابر بیشتر از شاریدگی اشباع جذب‌کننده)، اشباع بهره حاصل می‌شود، به طوری که در زمانی طی لبه پس‌روی تپ (لحظه t_2 در شکل ۲۴.۸)، بهره اشباع‌شده با اتلاف

اشباع شده برابر می‌شود. برای $t > t_2$ باز هم تپ اتلاف خالص را می‌بیند تا یک بهره خالص را. بنابراین پنجره زمانی بهره خالص برای $t_1 < t < t_2$ برقرار می‌شود و، پس از هر گذر از ترکیب جذب‌کننده تقویت‌کننده، تپ به کوتاه شدن می‌گراید. با تعادل بین این سازوکار کوتاه‌شدگی تپ و پهن‌شدگی تپ ناشی از پهنای نوار منتهای بهره، شرط حالت پایا مجدداً برقرار می‌شود. بنابراین انتظار می‌رود که مدت زمان تپ همچنان قابل مقایسه با عکس پهنای نوار بهره، $\Delta\nu$ ، باشد.

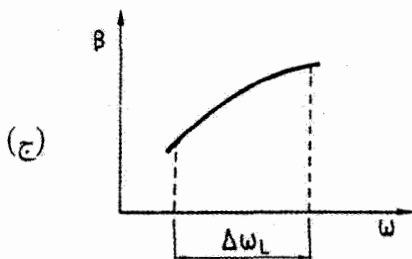
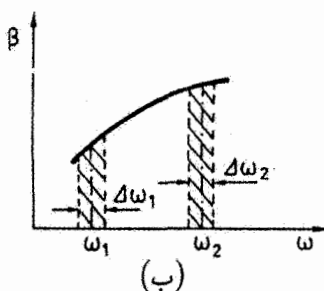
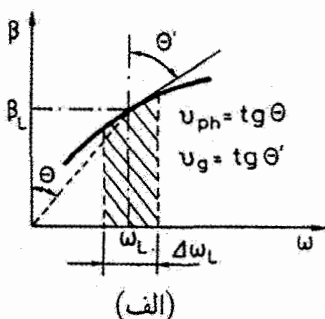
دستیابی به تحول قفل‌شدگی مُد با استفاده از این سازوکار جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته و دینامیک اشباع بهره را می‌توان با این فرض توصیف کرد که لیزر در ابتدا در فازهای قفل‌نشده نوسان می‌کند آن‌گاه، بهره اشباع شده با اتلاف اشباع نشده برابر می‌شود، و تحت وضعیتهای مناسب، پراثری‌ترین تپ از داخل نقش زمانی نوفه‌ای اش (شکل ۱۵.۸) ایجاد پنجره زمانی بهره خالص را مطابق با شکل ۲۴.۸، آغاز می‌کند. این فرایند پس از هر عبور تپهای نوفه‌ای از کاواک لیزر ادامه می‌یابد تا آنکه فقط یک تپ باقی بماند؛ پس از آن وضعیتی مطابق شکل ۲۴.۸ اتفاق می‌افتد. باید متذکر شد که پس از عبور تپ قفل‌شده مدی از ترکیب جذب‌کننده تقویت‌کننده و قبل از رسیدن تپ بعدی، اتلاف اشباع‌پذیر باید مقدار اشباع‌نشده خود را با فروافت خودبه‌خود (یعنی تابش و غیرتابش) باز یابد. پس، زمان فروافت متناظر باید بسیار کوتاهتر از زمان رفت و بازگشتی کاواک باشد. طی همین بازه زمانی، محیط بهره باید به‌علت فرایند دمش احیا شود، به‌طوری که بهره اشباع شده کوچکتر از اتلاف شود. به این مفهوم که طول عمر محیط بهره می‌باید قدری بزرگتر از زمان رفت و بازگشتی کاواک باشد. باز هم تکرار می‌کنم که شاریدگیهای اشباع هم تقویت‌کننده و هم جذب‌کننده باید آن‌قدر پایین باشد که دو محیط توسط تپ لیزری اشباع شوند. بنابراین این نوع قفل‌شدگی مُد را می‌توان برای محیطهای بهره با طول عمر کوتاه (حدود چند نانوثانیه) و سطح مقطع بالا (حدود 10^{-16} cm^2)، نظیر رنگها یا نیمرساناها به‌کار برد. و برعکس، این نوع از قفل‌شدگی مُد در محیطهای بهره با طول عمر بلند (صدها میکروثانیه)، نظیر محیطهای حالت جامد بلوری یا شیشه‌ای که دینامیک اشباع بهره صورت نمی‌گیرد، رخ نخواهد داد. معمولاً از رنگهای اشباع‌پذیر، با طول عمر چند نانوثانیه (که با گسیل خودبه‌خود تعیین می‌شود) به‌عنوان جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر، استفاده می‌شود. وقتی شرایط دقیق برای این نوع قفل‌شدگی مُد فراهم شود، اصولاً می‌توان به تپهای خیلی کوتاه نوری، به کوتاهی عکس پهنای خط لیزری، دست یافت. در این صورت پهنای نوار بزرگ بهره (چندده تراهرتز) که از لیزرهای رزینهای به‌دست می‌آید؛ ایجاد تپهای با مدت چندده فمتوثانیه را ممکن می‌سازد. همان‌طور که در بخش ۴.۶.۸ بحث شد، پاشندگی کاواک نقش بسیار مهمی برای چنین تپهای کوتاهی داراست، و اگر قرار باشد تپهای با کوتاهترین مدت به‌دست آید، مقدار آن باید کنترل شود.

۴.۶.۸ نقش پاشندگی کاواک در لیزرهای قفل‌شدگی مد فمتوثانیه‌ای

همان‌طوری که در بخش قبل ذکر شد، در مورد محیط‌های بهره با نوار فوق‌العاده پهن (پهنای نوار به بزرگی 10^{10} THz)؛ پاشندگی کاواک نقش مهمی در ایجاد کوتاهترین مدت تب دارد که در قفل‌شدگی مد می‌توان به آسانی به آن دست یافت. این نکته را در اینجا بررسی می‌کنیم، ولی ابتدا مفاهیم سرعت فاز، سرعت گروه، و پاشندگی تأخیر گروه در محیط پاشنده را مرور می‌کنیم.

۱.۴.۶.۸ سرعت فاز، سرعت گروه، و پاشندگی تأخیر گروه

ابتدا موج الکترومغناطیسی تکفام تخت و قطبیده خطی در بسامد ω را در نظر می‌گیریم که در جهت z محیطی شفاف انتشار می‌یابد. میدان الکتریکی $E(t, z)$ این موج را می‌توان به صورت $E = A_0 \exp j(\omega t - \beta z)$ نوشت، که A_0 ثابت است و ثابت انتشار β معمولاً تابعی از بسامد زاویه‌ای ω است. رابطه $\beta = \beta(\omega)$ مشخصه محیط مفروض است و رابطه پاشندگی محیط خوانده می‌شود (شکل ۲۵.۸ را ببینید). چون اکنون فاز کلی موج $\phi_t = \omega t - \beta z$ است، سرعت جبهه فاز مفروض طوری است که تغییرات جزئی dz و dt مختصات زمانی و مکانی باید شرط



شکل ۲۵.۸ (الف) سرعت فاز و سرعت گروه در یک محیط پاشنده؛ (ب) پاشندگی در تأخیر زمانی برای دو تب با فرکانسهای حامل ω_1 و ω_2 ؛ و (ج) پاشندگی سرعت گروه برای تپی با پهنای نوار وسیع نوسانی، $\Delta\omega_L$.

$d\phi_t = \omega dt - \beta dz = 0$ را برقرار سازد. این نشان می‌دهد که جبهه فاز با سرعت

$$v_{ph} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (24.6.8)$$

حرکت می‌کند که به آن سرعت فاز موج می‌گویند.

در مرحله بعد یک تپ نوری را در نظر می‌گیریم که در محیط حرکت می‌کند و فرض می‌کنیم ω_L و $\Delta\omega_L$ به ترتیب، بسامد مرکزی و پهنای طیف متناظر با تپ باشد [شکل ۲۵.۸ (الف)] و نیز فرض می‌کنیم که رابطه پاشندگی در پهنای نوار $\Delta\omega_L$ را بتوان با قانونی خطی، یعنی $\beta = \beta_L + (d\beta/d\omega)_{\omega=\omega_L}(\omega - \omega_L)$ تقریب زد، که β_L ثابت انتشار مرتبط با بسامد ω_L است. در این مورد با در نظر گرفتن بسط فوریه موج، میدان الکتریکی، آن را می‌توان به صورت زیر نوشت (پیوست ز)

$$E(t, z) = A[t - (z/v_g)] \exp[j(\omega_L t - \beta_L z)] \quad (25.6.8)$$

که A دامنه تپ، $\exp[j(\omega_L t - \beta_L z)]$ موج حامل، و v_g برابر است با

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{d\beta} \right)_{\beta=\beta_L} \quad (26.6.8)$$

اینکه دامنه تپ تابعی از متغیر $t - (z/v_g)$ است یعنی تپ با سرعت v_g بدون تغییر شکل آن، انتشار می‌یابد. به این سرعت، سرعت گروه تپ می‌گویند که، طبق معادله (۲۶.۶.۸) از شیب رابطه ω برحسب β در $\omega = \omega_L$ به دست می‌آید [یعنی $v_g = \tan \theta'$ ، شکل ۲۵.۸ (الف) را ببینید]. همچنین توجه کنید که، در مورد رابطه پاشندگی کلی نظیر شکل ۲۵.۸ (الف)، سرعت فاز موج حامل $v_{ph} = \tan \theta$ ، شکل ۲۵.۸ (الف) را ببینید] با سرعت گروه تفاوت دارد. طبق بررسی‌های قبلی، پس از گذشتن از طول l محیط، تپ تأخیر زمانی زیر را پیدا می‌کند

$$\tau_g = \frac{l}{v_g} = l \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} = \phi'(\omega_L) \quad (27.6.8)$$

در رابطه اخیر، فاز ϕ ، وابسته به بسامد ω ، را چنین تعریف کرده‌ایم

$$\phi(\omega - \omega_L) = \beta(\omega - \omega_L)l \quad (28.6.8)$$

و نیز $\phi'(\omega_L) = [d\phi(\omega - \omega_L)/d\omega]_{\omega_L}$ قرار داده‌ایم. به دلایلی آشکار، کمیت $\tau_g = \phi'(\omega_L)$ تأخیر گروه محیط در بسامد ω_L خوانده می‌شود.

اکنون می‌خواهیم ببینیم، هرگاه دو تپ با پهنای نوار $\Delta\omega_1$ و $\Delta\omega_2$ به ترتیب در مراکز ω_1 و ω_2 در محیط حرکت کنند، چه اتفاقی می‌افتد [$\omega_2 > \omega_1$ ، شکل ۲۵.۸ (ب) را ببینید]. اگر شیب رابطه پاشندگی در دو بسامد متفاوت باشد، دو تپ در سرعت‌های گروه متفاوت v_{g_2} و v_{g_1} حرکت می‌کنند. بنابراین، در صورت ورود همزمان قله‌های دو تپ به محیط، پس از گذشتن از طول l محیط، آنها از نظر زمانی با تأخیر

$$\Delta\tau_g = \phi'(\omega_2) - \phi'(\omega_1) \cong \phi''(\omega_1) \times (\omega_2 - \omega_1) \quad (29.6.8)$$

از یکدیگر فاصله می‌گیرند، که نماد $\phi''(\omega_1) = [d^2\phi/d\omega^2]_{\omega_1}$ را به کار برده‌ایم. توجه کنید که اگر رابطه بین ϕ و ω در گستره بسامدی بین ω_1 و ω_2 را بتوان با قانون سهموی تقریب زد، یعنی

$$\phi = \phi_L + \left(\frac{d\phi}{d\omega}\right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\phi}{d\omega^2}\right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L)^2 \quad (30.6.8)$$

معادله (۲۹.۶.۸) دقیقاً صادق می‌شود.

حال تپ نوری با پهنای نوار $\Delta\omega_L$ را در نظر می‌گیریم این پهنای آن قدر بزرگ است که دیگر توصیف رابطه پاشندگی با قانون خطی [شکل ۲۵.۸ (ج)] تقریب خوبی نیست. در این مورد، نواحی مختلف طیفی تپ با سرعت‌های گروه متفاوتی حرکت می‌کنند؛ در نتیجه تپ طی انتشار پهن می‌شود. مجدداً فرض می‌کنیم که رابطه پاشندگی در پهنای نوار $\Delta\omega_L$ را بتوان با قانون سهموی تقریب زد، سپس، طبق معادله (۲۹.۶.۸)، پهن‌شدگی تپ ناشی از پاشندگی، $\Delta\tau_d$ ، تقریباً از تفاوت در تأخیر گروه بین سریعترین مؤلفه طیفی و آهسته‌ترین آن به دست می‌آید. به این ترتیب طبق معادله (۲۹.۶.۸) داریم

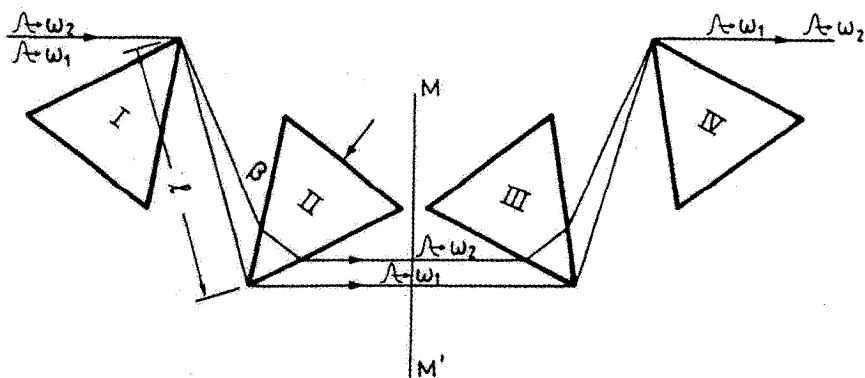
$$\Delta\tau_d \cong |\phi''(\omega_L)| \Delta\omega_L \quad (31.6.8)$$

کمیت $\phi''(\omega_L)$ را پاشندگی تأخیر گروه (GDD) محیط در بسامد ω_L می‌نامند. قدر مطلق آن پهن‌شدگی تپ را به ازای واحد پهنای نوار تپ به دست می‌دهد. از معادلات (۲۸.۶.۸) و (۳۱.۶.۸)، می‌بینیم که $\Delta\tau_d$ را نیز می‌توان چنین نوشت

$$\Delta\tau_d \cong l \left| \left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2}\right)_{\omega_L} \right| \Delta\omega_L \quad (32.6.8)$$

به کمیت GVD که با رابطه زیر بیان می‌شود

$$\text{GVD} = \left(\frac{d^2\beta}{d^2\omega}\right)_{\omega_L} = \left[\frac{d(1/v_g)}{d\omega}\right]_{\omega_L} \quad (33.6.8)$$



شکل ۲۶.۸ ردیف چهارمنشوری با پاشندگی تأخیر گروه مرتبه دوم منفی قابل کنترل.

معمولاً پاشندگی سرعت گروه در بسامد ω_L می‌گویند. قدرمطلق آن پهن‌شدگی تپ در واحد طول محیط و در واحد پهنای نوار تپ را به دست می‌دهد. توجه کنید که کاربرد مفهوم GVD تنها برای محیط همگن آسان است. برای محیط ناهمگن یا چندمؤلفه‌ای، نظیر جفت‌های دومنشوری در شکل ۲۶.۸ با آینه دی‌الکتریکی چندلایه‌ای، در نظر گرفتن GDD آسانتر است.

۲.۴.۶.۸ محدودیت در مدت زمان تپ ناشی از پاشندگی تأخیر گروه

هنگامی که یک محیط پاشنده در داخل کاواک لیزر قفل‌شده مدی حضور دارد، با این شرط که کوتاه‌شدگی زمان نسبی $(\delta T_p / T_p)_s$ ناشی از پنجره زمانی بهره خالص (شکل ۲۲.۸ یا ۲۴.۸ را ببینید) باید با پهن‌شدگی تپ ناشی از هر دو محیط بهره $(\delta T_p / T_p)_g$ و محیط پاشنده $(\delta T_p / T_p)_d$ برابر باشد، می‌توان مقدار تقریبی مدت زمان تپ حالت پایا را به دست آورد. برای سادگی، در اینجا یک کاواک حلقه‌ای را در نظر می‌گیریم که تپ به‌طور متوالی از محیط بهره، محیط پاشنده، و هر عنصر دیگری که مدوله‌سازی خوددانه‌ای را فراهم می‌سازد (مثلاً جذب‌کننده اشباع‌پذیر)، گذر می‌کند. فرض می‌کنیم که تپ نوری دارای نیم‌رخ شدت گاوسی با پهنای تپ (FWHM) ΔT_p است، و محیط پاشنده را بتوان در یک بسامد کلی ω ، با GDDی $\phi'' = \phi''(\omega)$ آن توصیف کرد. فرض می‌کنیم که محیط بهره به‌طور همگن پهن شده باشد؛ و لذا می‌تواند با بهره تک‌عبور اشباع‌شده‌اش، $g_0 = N_0 \sigma l$ ، و پهنای خطش (FWHM) $\Delta \omega_0$ توصیف شود.

برای تغییرات کوچک در مدت زمان تپ، پهن‌شدگیهای نسبی تپ $(\delta T_p / T_p)_d$ و $(\delta T_p / T_p)_g$ پس از گذر از محیط بهره و محیط پاشنده؛ در پیوست ز نشان داده شده‌اند که به‌ترتیب از دو رابطه

زیر به دست می‌آیند

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_g = \left(\frac{2 \ln 2}{\pi^2}\right) \left(\frac{1}{\Delta\tau_p^2 \Delta\nu^2}\right) g_0 \quad (34.6.8)$$

که $\Delta\nu_0 = \Delta\omega_0 / 2\pi$ است

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_d = (\lambda \ln^2 2) \frac{\phi''^2}{\Delta\tau_p^4} \quad (35.6.8)$$

که ϕ'' در بسامد مرکزی ω_L تپ لیزر محاسبه می‌شود.

اکنون مدت زمان تپ حالت پایا را می‌توان از این شرط به دست آورد که کوتاه‌شدگی زمان نسبی $(\delta\tau_p/\tau_p)_s$ ناشی از پنجرهٔ زمانی بهرهٔ خالص باید برابر با پهن‌شدگی تپ ناشی از هر دو محیط بهره و پاشنده باشد. سپس، از معادلات (34.6.8) و (35.6.8) می‌یابیم که

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_s = 0.14 \left(\frac{g_0}{\Delta\tau_p^2 \Delta\nu_0^2}\right) + 3.84 \left(\frac{\phi''^2}{\Delta\tau_p^4}\right) \quad (36.6.8)$$

توجه کنید که دو جملهٔ طرف راست معادلهٔ (36.6.8) به ترتیب با عکس $\Delta\tau_p^2$ و $\Delta\tau_p^4$ متناسب است. یعنی در استقرار مدت زمان تپ وقتی $\Delta\tau_p$ کاهش می‌یابد، پاشندگی تأخیر گروه (GDD) اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. برای برآورد پهنای تپی که GDD به‌ازای آن اهمیت پیدا می‌کند، دو جملهٔ طرف راست معادلهٔ (36.6.8) را برابر یکدیگر قرار می‌دهیم، و به دست می‌آوریم

$$\Delta\tau_p = \left(\frac{27.4}{g_0}\right)^{1/2} |\phi''| \Delta\nu_0 \quad (37.6.8)$$

برای مثال فرض می‌کنیم $\Delta\nu_0 \cong 100$ THz (که برای محیط بهرهٔ Ti:sapphire مناسب است)، $\phi'' = 100$ fs² (که در $\lambda \cong 800$ nm، معادل حضور مادهٔ کوارتز 2 mm در داخل کاواک است)، و $g_0 = 0.1$ ، از معادلهٔ (37.6.8) به دست می‌آید $\Delta\tau_p \cong 162$ fs. سپس، برای دستیابی به تپهای کوتاه‌تر از حدود 150 fs، و شاید هم باینتر تا عکس پهنای خط بهره، $\Delta\nu_0$ (با $\Delta\tau_p' = 1/\Delta\nu_0 \cong 4$ fs)، باید GDD را تا حدود یک مرتبهٔ بزرگی کاهش دهیم.

برای دستیابی به کوتاه‌ترین تپها، هرگاه پاشندگی مرتبهٔ دوم GDD به‌طور مناسبی جبران شود، باید جملات پاشندگی مرتبه‌های بالاتر را نیز در بسط توان (30.6.8) جبران کرد. البته، جملهٔ بعدی که باید در نظر گرفته شود، پاشندگی مرتبهٔ سوم (TOD) است که به صورت $TOD = \phi''' = \beta''' l$ تعریف می‌شود، که مشتقات مرتبهٔ سوم در بسامد مرکزی لیزر، ω_L ، گرفته می‌شوند. آثار TOD را

روی تپ فرودی در نظر نمی‌گیریم، و برای بحث دربارهٔ این موضوع خواننده را به مرجع ۲۴ ارجاع می‌دهیم. فقط متذکر می‌شویم که در مورد مثلاً، لیزر $\text{Ti} : \text{sapphire}$ ($\Delta\nu_0 \cong 100 \text{ THz}$)، TOD برای تپهای کوتاه‌تر از تقریباً 3 fs ، نقش محدودکنندگی تپ را ایفا می‌کند.

۳.۴.۶.۸ جبران پاشندگی

طبق بحث گذشته، برای دستیابی به تپهای کوتاه‌تر از حدود 150 fs ، GDDی کاواک لیزر که عناصر اپتیکی گوناگونی در آن سهم‌اند (مثلاً، خود محیط فعال و آینه‌های کاواک)، باید در لیزرهای قفل‌شدهٔ مدی با پهنای نوار پهن کنترل شوند. همچنین از بحث گذشته دیدیم که کوارتز گذاخته در $\lambda \cong 800 \text{ nm}$ و به‌طور کلی در گسترهٔ مرئی مقداری مثبت برای ϕ'' فراهم می‌سازد؛ این امر همچنین در تمامی محیطهایی که پاشندگی عادی از خود نشان می‌دهند صادق است؛ مثلاً برای اکثر محیطهای اپتیکی متداول. بنابراین برای جبران GDD، لازم است عنصری مناسب با ϕ'' منفی، یعنی عنصری که پاشندگی غیرعادی از خود نشان دهد، فراهم شود.

جواب امروزی کلاسیک در فراهم‌کردن GDDی مرتبهٔ دوم قابل کنترل در کاواک لیزری، استفاده از ردیف چهارمنشوری مطابق با شکل ۲۶.۸ است [۲۵]. منشورها عموماً در وضعیت کمینهٔ انحراف به‌کار برده می‌شوند (یعنی، زاویهٔ فرودی با زاویهٔ خروجی برابر است) و زاویهٔ رأس چنان بریده می‌شود که پرتوهای نور تحت زاویهٔ برونسرت به هر منشور وارد و از آن خارج می‌شود. رخ ورودی منشور II موازی با رخ خروجی منشور I است؛ رخ خروجی منشور II با رخ ورودی منشور I موازی است، و الی آخر. صفحهٔ MM' عمود بر پرتوهای بین منشورهای II و III و در وسط بین دو منشور، صفحهٔ تقارن برای مسیرهای پرتو را تشکیل می‌دهد.

طبق معادلهٔ (۲۹.۶.۸) برای آنکه GDD منفی باشد، باید $\Delta\tau_g < 0$ شود، یعنی، برای $\omega_2 > \omega_1$ ، $\tau_g(\omega_2) < \tau_g(\omega_1)$. این درست همان چیزی است که ردیف چهارمنشوری انجام می‌دهد. در واقع، پاشندگی زاویه‌ای منشورها چنان است که دو تپ در ω_1 و ω_2 ، مطابق شکل، در یک لحظه و در همان جهت انتشار در طول دو مسیر متفاوت وارد ردیف منشورها می‌شود. بنابراین طول مسیر تپ در بسامد ω_2 کوتاه‌تر از طول مسیر تپ در بسامد ω_1 است، یعنی که $\text{GDD} = \phi'' < 0$ است. برای سادگی رابطهٔ حاصل برای ϕ'' را در اینجا ارائه نمی‌کنیم؛ و تنها توجه می‌کنیم که ϕ'' به‌صورت خطی به فاصلهٔ l بین دو منشور بستگی دارد. مثلاً، برای منشورهای کوارتز طول $l = 25 \text{ mm}$ ، پاشندگی منفی به‌دست می‌دهد که GDD مثبت را در $\lambda \cong 800 \text{ nm}$ قطعهٔ کوارتزی به‌ضخامت 66 mm جبران می‌سازد (یعنی $\phi'' \cong -360 \text{ fs}^2$).

به دلایل زیر، ردیف چهارمنشوری در شکل ۲۶.۸ راه ساده‌ای برای وارد ساختن یک GDD منفی در کاواک لیزر است: (۱) چون تمام رُخها نسبت به مسیرهای باریکه تحت زاویهٔ برون‌سازند، تلفات ناشی از سیستم پایین است. (۲) مقدار منفی GDD را می‌توان با تغییر فاصلهٔ l دو منشور به طرز عمده تغییر داد. (۳) با انتقال هر یک از منشورها در امتداد محوری عمود بر قاعدهٔ آن منشور (مثلاً، منشور II، شکل ۲۶.۸ را ببینید)، می‌توانیم طول کل محیط اپتیکی را که باریکه می‌پیماید تغییر دهیم. این حرکت، با ظرافت و به‌طور کنترل‌شده پاشندگی (مادی) مثبتی را با اندازهٔ قابل تنظیم به‌وجود می‌آورد، بدون آنکه جهت‌های پرتو را تغییر دهد و در نتیجه موجب پاشندگی منفی ناشی از هندسهٔ مسیرهای باریکه شود. (۴) باریکه انتقال‌یافته با باریکهٔ فرودی هم‌خط می‌شود؛ این امر قرارداد ردیف چهارمنشوری در کاواکی را که قبلاً هم‌راستا شده است ساده می‌سازد. توجه کنید که چون MM' صفحهٔ تقارن است، در یک تشدیدگر دو آینه‌ای اگر یک آینهٔ کاواک تخت باشد و در وضعیت MM' قرار داده شود، می‌توانیم تنها از دو منشور اول استفاده کنیم. البته در این مورد، GDD در هر عبور نصف GDD در ردیف چهارمنشوری است.

باید توجه کرد که در ردیف چهارمنشوری در شکل ۲۶.۸، علاوه بر ϕ'' مرتبهٔ دوم پاشندگی مرتبهٔ سوم ϕ''' نیز ارائه می‌شود؛ این جمله سهم غالب را در TOD کلی در کاواک لیزر فمتوثانیه‌ای نمونه‌ای به‌عهده دارد. پاشندگی مرتبهٔ سوم، مانند پاشندگی مرتبهٔ دوم، به هندسهٔ مسیر پرتو در شکل ۲۶.۸ بستگی دارد؛ از این رو مقدار آن با فاصلهٔ منشورها متناسب است. بنابراین نسبت ϕ'''/ϕ'' تنها به مادهٔ منشور و طول موج بستگی دارد. برای اساس، کوارتز گذاخته یکی از بهترین مواد اپتیکی است و نسبت ϕ'''/ϕ'' آن پایینترین مقدار را داراست [مثلاً 1.19 fs]. $\lambda \cong 800 \text{ nm}$ ، یعنی در Ti:sapphire ، بنابراین برای دست‌یافتن به کمترین مقدار TOD، باید با کاواکی با کوچکترین مقدار ϕ'' مثبت شروع کنیم تا هم برای ϕ'' و هم ϕ''' از ردیف چهارمنشوری کمترین مقدار حاصل شود.

راه دیگر برای جبران پاشندگی کاواک متضمن استفاده از عنصر پاشنده‌ای است که GDD منفی که مستقل از طول موج است (یعنی، طوری که $\phi''' \cong 0$) به‌جای جفت دومنشوری در شکل ۲۶.۸ ارائه کند. یک راه بسیار جالب استفاده از آینه‌های دی‌الکتریک چندلایه‌ای جیرجیر شده در کاواک لیزری است [۲۶]. آینه شامل تعداد زیادی (~ 40) لایه‌های با ضریب شکست به‌طور متناوب پایین و بالا است که ضخامت آنها به‌طور مناسبی به تدریج به قسمت زیرلایه افزایش می‌یابد. از این طریق، مؤلفه‌های با بسامد بالای طیف تپ لیزر ابتدا بازتاب می‌یابند، و مؤلفه‌ای با بسامد پایین بعداً از روی چند لایه بازتابیده می‌شوند. بنابراین، تأخیر گروه باریکهٔ بازتابیده با

کاهش مقادیر ω ، افزایش می‌یابد، در نتیجه $\phi'' < 0$ را به دست می‌دهد. برای طراحی مناسب بهینه‌شده رایانه‌ای جیرجیره بسامد فضایی لایه‌ها، می‌توان در چارچوب پهنای نوار مورد نظر، مقدار ϕ'' ی را به دست آورد که تقریباً نسبت به بسامد ثابت باشد، یعنی $\phi''' \cong 0$. مجدداً از راه دیگری، با بهینه‌سازی رایانه‌ای، می‌توان GDD را طراحی کرد که نسبت به بسامد به طور خطی تغییر جزئی کند و شیب آن برای جبران‌سازی TOD سایر اجزای کاواک (مثلاً محیط بهره) مناسب باشد. محدودیت اصلی آینه‌های جیرجیره‌شده ناشی از آن است که مقدار GDD منفی که نوعاً می‌توان به دست آورد نسبتاً کوچک است ($\sim -50 \text{ fs}^2$). برای دست‌یافتن به GDD مورد نیاز باید باریکه لیزر را چنان هدایت کرد که بازتابهای زیادی از همان آینه جیرجیره‌شده‌ای صورت گیرد.

۴.۴.۶.۸ قفل‌شدگی مُد نوع سالیتون

محیطی را در نظر بگیرید که اثر اپتیکی کر را عرضه می‌دارد به طوری که ضریب شکست محیط را بتوان به صورت معادله (۲۳.۶.۸) توصیف کرد و فرض کنید که تپ نوری با نیمرخ شدت عرضی یکنواخت در جهت z از محیط عبور کند. پس از طول z در محیط، موج حامل تپ جمله فازی $\varphi = \omega_L t - \beta_L z$ را کسب می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید

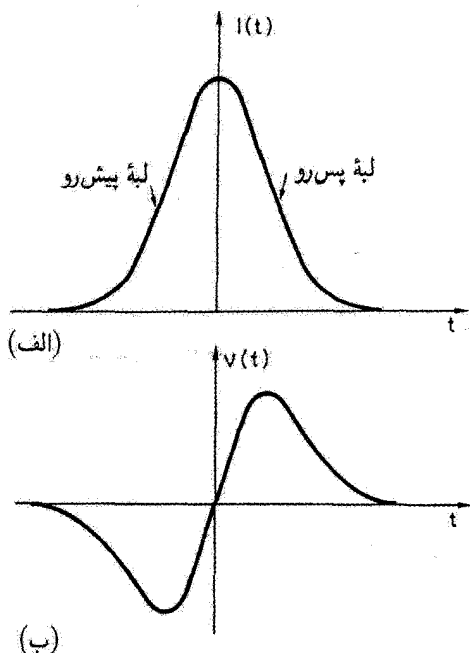
$$\varphi = \omega_L t - \left[\frac{\omega_L (n_o + n_e I)}{c} \right] z \quad (38.6.8)$$

که I شدت تپ نوری است. چون $I = I(t)$ است، بسامد حامل لحظه‌ای تپ از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\omega = \frac{\partial(\omega_L t - \beta_L z)}{\partial t} = \omega_L - \frac{\omega_L n_e z}{c} \frac{\partial I}{\partial t} \quad (39.6.8)$$

بنابراین بسامد حامل $\omega = \omega(t)$ به طور خطی به مشتق زمانی منفی شدت نور متناظر بستگی دارد. سپس، برای تپی به شکل کاسه زنگ، مثل شکل ۲۷.۸ (الف)، فاز $\varphi = \varphi(t)$ در اثر شدت باریکه مدوله زمانی می‌شود و بسامد حامل با زمان مطابق با شکل ۲۷.۸ (ب) تغییر می‌کند. این پدیده را مدوله‌سازی خود-فازی (SPM) می‌گویند.

توجه کنید که در اطراف قله تپ، یعنی در اطراف ناحیه‌ای که رفتار زمانی تپ را بتوان با قانون سهموی توصیف کرد، جیرجیره بسامدی القاشده به وسیله SPM نسبت به زمان به طور خطی افزایش می‌یابد. اکنون فرض کنید که محیط دارای یک GDD منفی است. در این مورد پیوسته نشان می‌دهد که، طی انتشار در این محیط، تپ به تدریج جیرجیره بسامدی لحظه‌ای پیدا می‌کند



شکل ۲۷.۸ پدیدهٔ مدوله‌سازی خودفازی. رفتار زمانی بسامد تپ (ب) زمانی که تپ با شکل کاسه زنگ (الف) از محیطی می‌گذرد که اثر اپتیکی کر را عرضه می‌دارد.

که به‌طور خطی نسبت به زمان کاهش می‌یابد.^۱ بنابراین دو اثر یکدیگر را خنثی می‌سازند، به‌طوری که انتظار داریم تحت شرایطی مناسب، اثر SPM اثر ناشی از پاشندگی را برای کل تپ کاملاً حذف کند؛ این تصویر شهودی را محاسبات دقیق تأیید می‌کند [۲۷]. در واقع، اگر تپی در محیطی انتشار یابد که اثر اپتیکی کر و GVD منفی (نظیر تار نوری سیلیس در $\lambda > 1300 \text{ nm}$) را نشان دهد، انتشار تپ ناشی از حضور SPM، با یک معادلهٔ موج غیرخطی توصیف می‌شود که براساس آن جوابهای تپی بدون اعوجاج انتشار می‌یابند. برای پایینترین مرتبهٔ جواب، رفتار زمانی میدان الکتریکی متناظر با آن با یک تابع سکانت هیپربولیکی [یعنی، $A(t') \propto \text{sech}(t'/\tau_p)$]، یعنی تپ جبرجیر نشده توصیف می‌شود، و تمامی تپ، همان‌طور که بحث شد، بدون اعوجاج ناشی از جبران متقابل SPM و GVD منتشر می‌شود. این جوابها را جوابهای سالیتمونی (انفرادی) معادلهٔ ۱. مشاهده کنید که طیف تپ هنگام انتشار تپ از محیطی انفعالی (نظیر محیط پاشنده‌ای که اینجا بررسی شد) بدون تغییر می‌ماند. ولی، در چنین محیطی، حین انتشار، تپ پهن می‌شود [معادله (۳۲.۶.۸) را ببینید] و سهم طیفی حاصل از مدت زمان منتهای تپ کاهش می‌یابد. بنابراین نتیجه می‌شود که تپ باید مدوله‌سازی بسامدی مناسب را کسب کند تا طیف بدون تغییر بماند.

موج غیرخطی، یا سالیونها، می‌نامند. از جالبترین ویژگیهای سالیتون پایسترن مرتبه، این است که پهنای تپ آن، $(FWHM)\Delta\tau_p$ با معادله زیر به توان قله تپ P_p با معادله زیر مربوط می‌شود

$$\Delta\tau_p^2 = \frac{3.11|b_2|}{\gamma P_p} \quad (40.6.8)$$

که $b_2 = (d^2\beta/d\omega^2)_{\omega_L}$ و $\gamma = n_2\omega_L/cA_{eff}$ و A_{eff} سطح مؤثر باریکه است. (برای باریکه گاوسی با اندازه لکه ω^2 ، $A_{eff} = \pi\omega^2$). همچنین می‌توانیم نشان دهیم که $\gamma/2$ صرفاً جابه‌جایی غیرخطی فاز در واحد طول در واحد توان قله است [معادله (38.6.8)] را نیز ببینید.

اکنون می‌توان سؤال کرد که آیا تپهای سالیونی را می‌توان در یک کاواک لیزر قفل‌شده مدی با GDD منفی کلی و محیطی که اثر اپتیکی کر را نشان دهد، ایجاد کرد؟ پاسخ این است که جوابهای سالیونی تنها، در یک کاواک لیزر قفل‌شده مدی ناپایدارند [28]، ولی می‌توان آنها را با بعضی سازوکارهای اتلاف غیرخطی که در مدوله‌سازی خود-دامنه‌ای حاصل می‌شود، پایدار کرد (شکل 22.8 یا شکل 24.8 را ببینید). در این مورد، اگر از پهن‌شدگی تپ ناشی از پهنای نوار محدود بهره و پاشندگی مرتبه بالاتر چشم‌پوشی کنیم، به یک جواب حالت پایای تقریبی می‌رسیم که معادل جواب انتشار سالیتون-بنیادی در تارهای نوری با پاشندگی غیرعادی است. به‌ویژه، طبق معادله (40.6.8)، می‌بینیم که مدت زمان تپ با عکس انرژی تپ، E ، $(E \cong 2.27P_p\Delta\tau_p)$ ، طبق رابطه [29]

$$\Delta\tau_p = \frac{3.53|\phi''|}{\delta E} \quad (41.6.8)$$

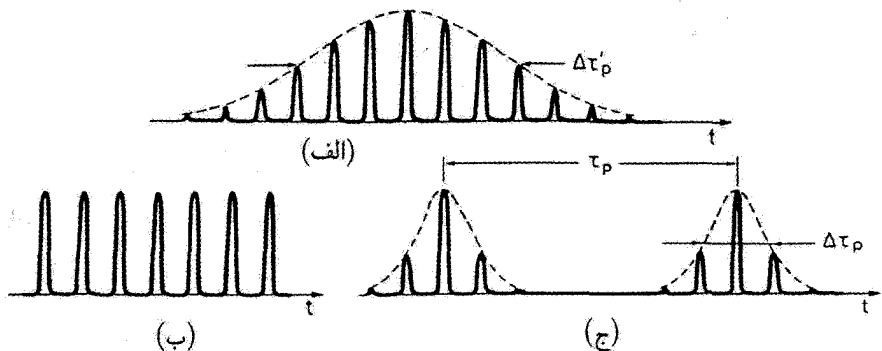
متناسب است، که ϕ'' ، GDD برای یک رفت و بازگشت در کاواک لیزر و δ جابه‌جایی فاز رفت و بازگشتی غیرخطی در واحد توان در محیط کر است (و در نتیجه از $\delta = \gamma l_K$ به دست آید، که l_K طول محیط کر است). از معادله (41.6.8)، با در نظر گرفتن، $\phi'' = -200 \text{ fs}^2$ ، $\delta \approx 10^{-6} \text{ W}^{-1}$ ، $E \approx 50 \text{ nJ}$ (که برای لیزر قفل‌شده مدی Ti:sapphire مناسب است)، $\Delta\tau_p \cong 14 \text{ fs}$ به دست می‌آید. در واقع، جوابهای سالیونی هم در لیزرهای قفل‌شده مدی Ti:sapphire و هم رزینهای با تنظیم دقیق پارامترهای لیزری مشاهده شده است [29 و 30]. در هر دو این موارد، قفل‌شدگی مد از مدوله‌سازی خود-دامنه‌ای بهره می‌برد، نظیر چیزی که بر اثر قفل‌شدگی عدسی کر یا به‌وسیله جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته رخ می‌دهد، یعنی سازوکار دینامیکی اشباع بهره. در هر دو مورد، تپهای بسیار کوتاه (20-10 fs) یا با سازوکار سالیونی به‌تنهایی، یا با عمل ترکیبی پهن‌شدگی تپ ناشی از پهنای نوار متناهی بهره ایجاد می‌شود. توجه کنید که با این سازوکار نوع سالیونی، تپهای نوری خیلی کوتاه قفل‌شده مدی (100 fs) به‌وجود می‌آید،

حتی با استفاده از عناصر قفل‌شدگی مد که پنجره زمانی خیلی آهسته‌تر از بهره خالص را فراهم می‌سازند (مثلاً با جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر نیم‌رسانا با زمان واهلش پیکوثانیه) [۳۱]. در این مورد، عنصر قفل‌شدگی مد به پایداری جواب سالیوتونی کمک می‌کند، در حالی که مدت زمان تپ اساساً با معادله سالیوتونی (۴۱.۶.۸) تعیین می‌شود.

۵.۶.۸. نظام‌های قفل‌شدگی مد و سیستم‌های قفل‌شدگی مد

لیزرهای قفل‌شده مدی را می‌توان یا با دمش تپی یا با دمش پیوسته‌موج به‌کار انداخت که بسته به نوع عنصر قفل‌شدگی مد و محیط بهره استفاده‌شده، نظام‌های قفل‌شدگی مد تا حدودی متفاوت خواهند بود. در این بخش به اختصار به بعضی مثالها اشاره خواهیم کرد.

در مورد تپی [شکل ۲۸.۸ (الف)]، مدت زمان $\Delta T_p'$ پوش قطار قفل‌شده مد مقداری متناهی دارد که با روش قفل‌شدگی مد به‌کار رفته برقرار می‌شود. همان‌طور که در بخش ۱.۳.۶.۸، بحث شد، قفل‌شدگی مد فعال AM و FM عموماً با استفاده از سلول پاکلز حاصل می‌شود که به ترتیب از مدوله‌سازی الکترواپتیکی دامنه یا فاز بهره گرفته می‌شود؛ در این مورد $\Delta T_p'$ عموماً با مدت تپ دمش تعیین می‌شود. این مثلاً، در محیط‌های بهره با بازیابی سریع (مثلاً در لیزرهای رزین‌های که τ چند نانوثانیه است) رخ می‌دهد که نمی‌توانند سوئیچ‌شده Q شوند. در این مورد، $\Delta T_p'$ نوعاً ممکن است چنده میکروثانیه باشد. قفل‌شدگی مد انفعالی معمولاً به وسیله جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر محلول رنگینه سریع (چنده پیکوثانیه)، برای محیط‌های بهره با بازیابی آهسته (مثلاً



شکل ۲۸.۸ نظام‌های مختلف قفل‌شدگی مد: (الف) قفل‌شدگی با دمش تپی، (ب) قفل‌شدگی پیوسته‌موج (CW) با دمش پیوسته‌موج، (ج) قفل‌شدگی با دمش (CW) و جذب‌کننده سریع که رخداد همزمان قفل‌شدگی مد و سوئیچ‌شدگی Q تکراری را نشان می‌دهد.

برای لیزرهای حالت جامد که τ حدود چندصد میکروثانیه است) حاصل می‌شود، که حضور جذب‌کننده اشباع‌پذیر، علاوه بر اینکه به قفل‌شدگی مُد منتهی می‌شود، به عملکرد سوئیچ‌شده Q نیز می‌انجامد. در این مورد، مدت $\Delta T_p'$ قطار قفل‌شده مُد با همان ملاحظات برقرار می‌شود که مدت ΔT_p رفتار تپی سوئیچ‌شده Q را تعیین می‌کند (معمولاً، چنده نانونانیه، بخش ۴.۴.۸ را ببینید). توجه کنید هرگاه جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته (τ حدود نانونانیه) همراه با محیط بهره آهسته به‌کار می‌رود^۱، سوئیچ‌شدگی انفعالی با انتخاب تک‌مد تحقق می‌یابد تا قفل‌شدگی مُد و این امر ناشی از سازوکار انتخاب‌شدگی مُد است که در بخش ۴.۲.۴.۸ بررسی شد.

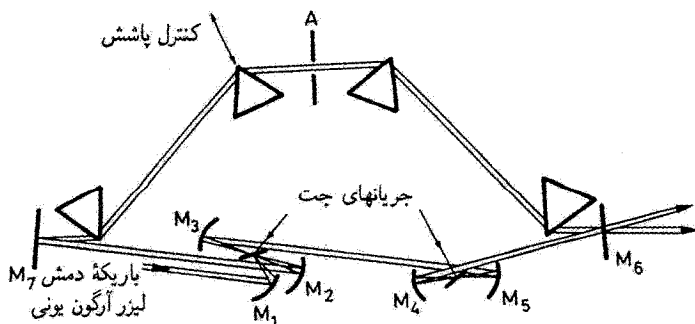
در مورد قفل‌شدگی مُد فعال و دمش پیوسته‌موج (CW)، باریکه خروجی شامل قطاری پیوسته از تپهای قفل‌شده مُدی است [شکل ۲۸.۸(ب)]، که آهنگ تکرار آنها بستگی دارد به اینکه قفل‌شدگی مُد مرتبط بنیادی است یا هماهنگ (شکل ۱۹.۸ را ببینید). همان‌طوری که در بخش ۱.۳.۶.۸ بحث شد، در این مورد قفل‌شدگی مد فعال معمولاً به‌وسیله یک مدوله‌ساز آکوستوآپتیکی به‌دست می‌آید و آن به‌علت اتلاف داخلی پایتتر آن در مقایسه با مدوله‌ساز سلول پاکلز است. به قفل‌شدگی انفعالی پیوسته‌موج به‌وسیله جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته می‌توان با استفاده از جذب‌کننده‌های اشباع‌پذیر آهسته در ترکیب با محیطهای بهره‌سریع (به‌طرز بارزی لیزرهای رزین‌های) دست یافت. قفل‌شدگی مُد انفعالی پیوسته‌موج نیز می‌تواند با عناصر غیرخطی به‌دست آید، مشروط بر آنکه اتلاف غیرخطی سریع باشد (نظیر جذب‌کننده اشباع‌پذیر سریع یا عنصر غیرخطی عدسی‌کر). ولی وقتی دومی با یک محیط بهره آهسته (محیط حالت جامد) به‌کار برده شود، برای اجتناب از رخداد همزمان سوئیچ‌شدگی Q تکراری باید بسیار محتاط بود [۳۲]. اگر از این وضعیت اجتناب نشود، مستقیم می‌تواند یا به‌صورت سوئیچ‌شده Q تکراری با قفل‌شدگی مُد عمل کند [شکل ۲۸.۸(ج)]، یا به‌صورت سوئیچ‌شده Q تکراری بدون قفل‌شدگی مُد. در هر دوی آنها، مدت زمان تپ سوئیچ‌شده Q ، ΔT_p ، و آهنگ تکرار سوئیچ‌شدگی Q یعنی $1/T_p$ [شکل ۲۸.۸(ج) را ببینید] براساس دینامیک فرایند سوئیچ‌شدگی Q انفعالی برقرار می‌شود.

تعداد بسیاری از لیزرها را برای عملکرد قفل‌شده مُدی، هم به‌صورت فعال و هم به‌صورت ۱. واژه‌های سریع و آهسته را برای بازیابی جذب‌کننده‌ها و محیطهای بهره به‌طور متفاوت به‌کار می‌بریم. بازیابی جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته است هرگاه زمان آن (نوعاً چند نانونانیه) قابل مقایسه با زمان رفت و بازگشت نمونه‌ای در کاواک باشد. این طول عمر عموماً برای جذب‌کننده‌هایی است که فروافت آنها با گسیل خودبه‌خود در گذار مجاز دوقطبی الکتریکی تعیین می‌شود. بازیابی در صورتی سریع (چنده بیکوتانیه یا کوتاهتر از آن) است، هرگاه زمان آن قابل مقایسه با مدت زمان نوعی تپ قفل‌شده مُدی باشد. طول عمر محیط بهره را سریع می‌گوییم، هرگاه طول عمر آن قابل مقایسه با زمان رفت و بازگشت کاواک باشد، این امر در گذار لیزری دوقطبی الکتریکی مجاز تحقق می‌یابد. طول عمر محیط بهره را آهسته می‌گوییم، هرگاه طول عمر با گذار غیرمجاز دوقطبی الکتریکی متناظر باشد.

جدول ۱.۸ متداولترین محیطهای ایجاد تپهای لیزری پیکوثانیه‌ای و فمتوثانیه‌ای، همراه با مقادیر متناظر با: (الف) پهنای خط بهره، $\Delta\nu_0$; (ب) قله سطح مقطع گسیل القایی، σ ; (ج) طول عمر حالت بالایی، τ ; (د) کوتاهترین زمان تپ که تاکنون گزارش شده است، ΔT_p ; (ه) کوتاهترین مدت تپ، ΔT_{mp} که از همان لیزر می‌توان دست یافت

ΔT_{mp}	ΔT_p	τ [μs]	σ [10^{-20} cm^2]	$\Delta\nu_0$	محیط لیزر
۳٫۳ ps	۵ ps	۲۳۰	۲۸	۱۳۵ GHz	Nd:YAG $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$
۱٫۱ ps	۲ ps	۴۵۰	۱۹	۳۹۰ GHz	Nd:YLF $\lambda = 1.047 \mu\text{m}$
۱٫۳ ps	< ۱۰ ps	۹۸	۷۶	۳۳۸ GHz	Nd:YVO _۴ $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$
۵۵ fs	۶۰ fs	۳۵۰	۴٫۱	۸ THz	Nd = glass $\lambda = 1.054 \mu\text{m}$
۱۰ fs	۲۷ fs	5×10^{-3}	2×10^4	۴۵ THz	رودامین ۶G $\lambda = 570 \text{ nm}$
۸ fs	۱۸ fs	۶۷	۴٫۸	۵۷ THz	Cr:LiSAF $\lambda = 850 \text{ nm}$
۴٫۴ fs	۶-۸ fs	۳٫۹	۳۸	۱۰۰ THz	Ti:sapphire $\lambda = 850 \text{ nm}$

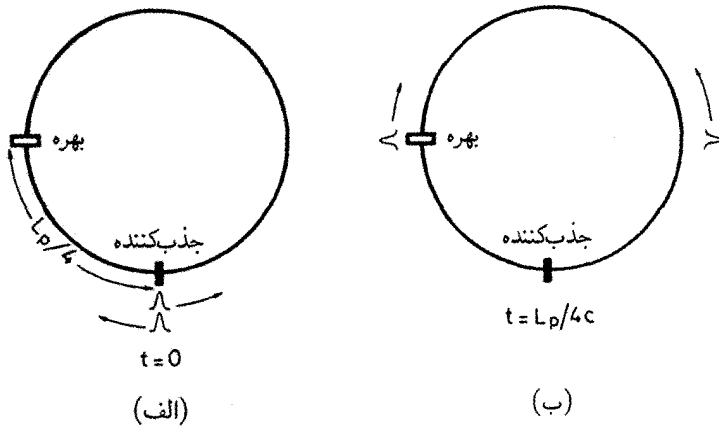
انفعالی ساخته‌اند و این شامل بسیاری از لیزرهای گازی (مثل، He-Ne، یون Ar، و CO_۲)، و تمامی لیزرهای متداول حالت جامد، بسیاری از لیزرهای نیمرسانا و لیزرهای رزینیه‌ای می‌شود. به‌عنوان مثالهای نمونه‌ای، جدول ۱.۸ محیطهایی که بیشتر به‌کار می‌روند را نشان می‌دهند. در این جدول تپهای لیزری پیکوثانیه‌ای و فمتوثانیه‌ای در قفل‌شدگی مد cw همراه با مقادیر متناظر با پهنای خط بهره، $\Delta\nu_0$ ، قله سطح مقطع گسیل القایی σ و طول عمر حالت بالایی، τ ، ارائه شده است. در همین جدول، کوتاهترین مدت تپ، ΔT_p ، که تاکنون به‌دست آمده است و مدت زمان کمیته تپ $\Delta T_{mp} \cong 0.44 / \Delta\nu_0$ که از آن به لیزر خاص می‌توان دست یافت نیز نشان داده



شکل ۲۹.۸ آرایش لیزر رزینهای حلقه‌ای قفل‌شده مدی تپ برخوردی (CPM) شامل دوجفت منشور برای کنترل پاشندگی.

شده است. توجه کنید که طبق معادله (۱۲.۳.۷)، توان دمش آستانه با عکس σT متناسب است. بنابراین، برای محیط بهره مفروض، $1/\sigma T$ را می‌توان به عنوان رقم شایستگی دستیابی به پایینترین آستانه در نظر گرفت، و البته، $1/\Delta\nu$ بیان‌کننده رقم شایستگی ایجاد کوتاهترین تپها را نیز معرفی می‌کند. باز هم توجه کنید، چون $\sigma \propto 1/\Delta\nu$ است، لیزرهایی که می‌توانند تپهای بسیار کوتاه ایجاد کنند، دارای بالاترین آستانه هستند. همچنین لیزرهای قفل‌شده مدی برحسب ترکیب‌بندیشان کاملاً متفاوت‌اند، و توصیف جزئیات این سیستمهای متفاوت و بسیار زیاد خارج از چارچوب این کتاب است. بنابراین صرفاً به تشریح دو مورد لیزرهای فمتوثانیه‌ای پیوسته موج می‌پردازیم که به‌ویژه مثالهای مرتبط و جدیدتری‌اند. این مثالها لیزر قفل‌شده مدی برخورد تپی (CPM) رودامین ۶G و لیزر قفل‌شده مدی عدسی کر Ti:sapphire هستند.

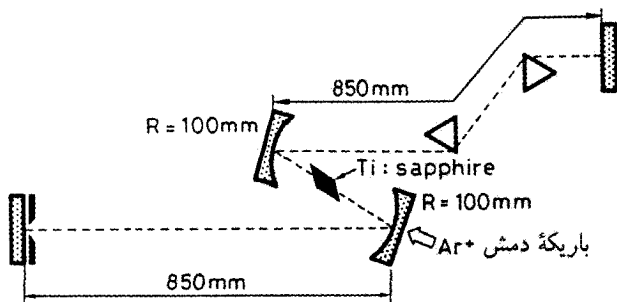
در لیزر رزینهای رودامین ۶G، CPM شکل ۲۹.۸، از یک کاواک حلقه‌ای لیزر استفاده می‌شود؛ محیط فعال رنگینه در کمر باریکه بین دو آینه کانونی‌کننده M_2 و M_3 واقع می‌شود، و شامل محلول رودامین ۶G در اتیلن گلیکول است که با جریان جت عمود بر صفحه شکل شارش می‌یابد. لیزر به صورت قفل‌شده مدی انفعالی به وسیله جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته، واقع در کمر باریکه بین دو آینه M_4 و M_5 ، عمل می‌کند؛ جذب‌کننده شامل محلولی از DODCI در اتیلن گلیکول است، که این بار نیز به صورت جریان جت عمود بر صفحه شکل شارش می‌یابد [۳۳]. محیط فعال به صورت شبه‌طولی به وسیله باریکه یک لیزر Ar یونی، که به وسیله آینه M_1 روی جریان جت کانونی می‌شود، دمیده می‌شود. آرایش حلقه‌ای به تولید دو تپ لیزری فمتوثانیه‌ای می‌انجامد که در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند و هر بار (یعنی، هر برخورد) روی جذب‌کننده اشباع‌پذیر در محل استقرار جت، به یکدیگر می‌رسند. به علت تشکیل نقش موج



شکل ۳۰.۸ نمایش طرح وار لیزر رزینیه ای CPM: (الف) لحظه $t = 0$ ، زمانی که دو تپ که در خلاف جهت یکدیگر منتشر می شوند با یکدیگر در وضعیت جذب کننده اشباع پذیر برخورد می کنند؛ (ب) لحظه $t = L_p/4c$ که L_p طول پیرامون حلقه است، وقتی یک تپ از محیط بهره رنگ می گذرد.

ساکن روی جذب کننده اشباع پذیر، اشباع جذب کننده افزایش می یابد که قله بهره خالص حاصل را افزایش می دهد (شکل ۲۴.۸). دو تپ در بازه های زمانی به فاصله L_p/c به یکدیگر می رسند، که L_p طول محیط حلقه است. رنگینه رودامین ۶G در فاصله $L_p/4$ از جذب کننده اشباع پذیر قرار می گیرد. از شکل ۳۰.۸ (ب) می توان دید که در نتیجه این امر تک تپهایی که از محیط بهره رودامین ۶G می گذرند در فاصله زمانی مساوی $L_p/2c$ قرار می گیرند. این تقارن زمانی بهره اشباع شده رودامین ۶G را برای هر دو تپ یکی می سازد و به بهترین عملکرد قفل شدگی مد می انجامد. برای کنترل GDD کاواک، ردیف چهارمنشوری در شکل ۲۶.۸ نیز در حلقه وارد شده است. به این طریق، GDD کلی برای ایجاد تپهای 50 fs را می شود کمینه کرد. تحت شرایط عملکرد خاص، می توان قفل شدگی مد را با سازوکاری از نوع سالیوتونی، از طریق پدیده SPM در داخل جریانهای جت و با مقدار GDD منفی لازم افزایش داد که سیستم چهارمنشوری آن را تأمین می کند [۳۰]. در این نظام عملکردی، تپهای به کوتاهی 27 fs تولید شده است (کوتاهترین تپی که از لیزر رزینیه ای قفل شده مدی به دست آمده است).

در لیزر قفل شده مدی عدسی کر Ti:sapphire تیغه ای به ضخامت 10 mm از Ti:sapphire ، در یک کاواک خطی تاشده \approx به وسیله باریکه کانونی شده لیزر Ar یونی به طریق طولی دمیده می شود (شکل ۳۱.۸). قفل شدگی مد از نوع عدسی کر (شکل ۲۳.۸ را ببینید) با بهره گیری عدسی اپتیکی کر القاشده در تیغه sapphire (یا قوت کبود) در ترکیب با روزنه ای

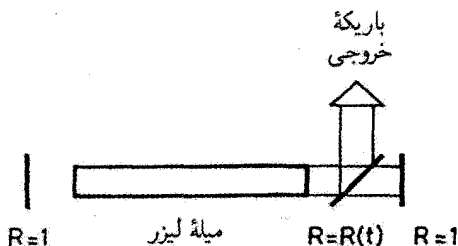


شکل ۳۱.۸ آرایش لیزر Ti:sapphire قفل‌شدهٔ مدی KLM، ناشدهٔ \approx کاواک خطی و یک‌جفت منشور برای کنترل پاشندگی.

مناسب در یک انتهای کاواک، به‌دست می‌آید. برای دستیابی به بزرگترین مقدار قابلیت غیرخطی عدسی کر، به‌طوری که لیزر بتواند خود-آغاز شود، دو بازوی کاواک \approx شکل باید طول یکسان داشته باشند [۳۴]. یک ردیف دو منشوری (یعنی، نیمهٔ اول ردیف چهارمنشوری در شکل ۲۶.۸) برای کنترل GDD به‌کار می‌رود. تحت شرایط عملکرد بهینه، وقتی ردیف دومنشوری، GDD مثبت سافایر را جبران سازد، از چنین لیزری می‌توان تپهای به‌کوتاهی 30 fs به‌دست آورد. با کاهش ضخامت سافایر تا حدود 2 mm ، می‌توان GDD مثبت محیط فعال را کاهش داد تا مقدار آن به‌حدی به پایین برسد که GDD منفی آینه‌های جیرجیرشدهٔ داخل کاواکی در آرایش چندعبوری، آن را جبران کند [۳۵]. به این طریق، مسئلهٔ پاشندگی کاواک مرتبهٔ سوم کاملاً کاهش یافته و تپهایی با مقدار پایین، با ثبت $8\text{--}6 \text{ fs}$ به‌دست آمده است [۳۵ و ۳۶].

۷.۸ تخلیه‌سازی کاواک

با استفاده از روش تخلیه‌سازی کاواک، انرژی فوتون موجود در لیزر در لحظه‌ای برابر با زمان رفت و بازگشت فوتون از کاواک تخلیه می‌شود [۳۷]. اصول این روش در شکل ۳۲.۸، نشان داده شده، که فرض می‌شود کاواک لیزری از دو آینه با بازتابندگی 100% تشکیل شده است و باریکهٔ خروجی از طریق جفت‌کنندهٔ خروجی از نوعی خاص دریافت می‌شود. در واقع، بازتابندگی $R = R(t)$ این جفت‌کننده تا لحظهٔ مورد نظر، یعنی زمانی که به‌طور ناگهانی به 100% سوئیچ می‌شود، صفر نگه داشته می‌شود. بنابراین، این جفت‌کننده، در یک گذر دوتایی، هنگامی که توان اپتیکی در کاواک لیزر در حال چرخش است، کاواک را تخلیه می‌سازد. راه دیگری که تخلیه‌ساز کاواک هنوز هم درست عمل می‌کند آن است که بازتابندگی R جفت‌کنندهٔ خروجی به مقداری کمتر از 100% سوئیچ شود، مشروط بر آنکه پس از سوئیچ شدن، بازتابندگی جفت‌کننده برای زمانی برابر با زمان رفت و بازگشت

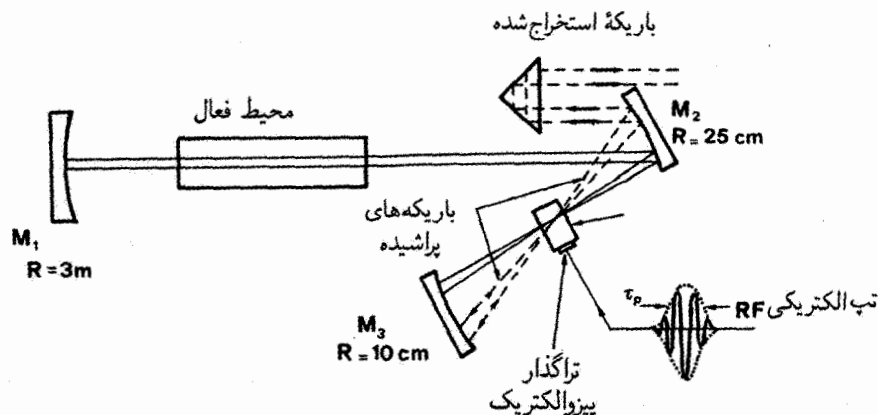


شکل ۳۲.۸ اصول تخلیه‌سازی کاواک لیزر.

کاواک در مقدار بالای خودش نگه‌داشته شود، و سپس به سمت صفر بازگردد. تخلیه‌سازی کاواک روش کلی است که می‌توان از آن در لیزر قفل‌شدهٔ مدی، پیوسته‌موج، یا سوئیچ‌شدهٔ Q به خوبی استفاده کرد. در بحثی که دنبال می‌کنیم، صرفاً به بررسی مورد تخلیه‌سازی کاواک در لیزر قفل‌شدهٔ مدی می‌پردازیم، چون این روش یکی از موارد متداولی است که از تخلیه‌سازی کاواک استفاده می‌شود.

برای لیزرهای قفل‌شدهٔ مدی تپی، تخلیه‌سازی کاواک، معمولاً در لحظه‌ای اجرا می‌شود که تب قفل‌شدهٔ مدی داخل کاواکی به مقدار بیشینهٔ خود می‌رسد [شکل ۲۸.۸ (الف) را ببینید]. از این طریق، تک‌تب بسیار کوتاه با شدت خیلی زیاد از کاواک لیزری خارج می‌شود. این نوع تخلیه‌سازی، اغلب با بهره‌گیری از مدوله‌ساز الکترواپتیکی سلول پاکلز حاصل می‌شود که در آرایش مشابه با آرایش به‌کار رفته برای سوئیچ Q عمل می‌کند [شکل ۵.۸ (الف) را ببینید]. در این مورد، باریکهٔ بازتابیده از قطبی‌کننده خروجی لیزر را تشکیل می‌دهد؛ هرگاه به تخلیه‌سازی نیاز باشد، برای دستیابی به سوئیچ‌شدگی با بازتابندگی 100% ، ولتاژ روی سلول پاکلز از صفر تا ولتاژ $\lambda/4$ آن سوئیچ می‌شود.

برای لیزر قفل‌شدهٔ مدی پیوسته‌موج، روش تخلیه‌سازی کاواک را می‌توان به صورت تکراری به‌کار برد تا قطاری از تپهای بسیار کوتاه ایجاد شود که آهنگ تکرار آنها اکنون با آهنگ تکرار تخلیه‌کننده تعیین می‌شود و نه با بسامد تکرار فرایند قفل‌شدگی مدی. اکنون اگر این آهنگ خیلی پایین باشد (نوعاً $1\text{ MHz} - 100\text{ kHz}$)، در فاصلهٔ زمان متناظر بین دو رخداد تخلیه‌سازی پی‌درپی کاواک (10^{-10} تا 10^{-8} s)، زمان کافی وجود دارد که به قفل‌شدگی مدی اجازه دهد تا کاملاً خود را بازسازی کند. بنابراین، با تخلیه‌سازی تکراری کاواک می‌توان به قطاری از تپهای لیزری بسیار کوتاه و در نتیجه قلّه توان بسیار بالاتر و با آهنگ تکرار بسیار پایینتر از تپهایی که از طریق قفل‌شدگی مدی عادی حاصل می‌شود، دست یافت. در استفاده از تپهای بسیار کوتاه، این دو ویژگی اغلب نمودی مطلوب



شکل ۳۳.۸ آرایش متداول برای تخلیه‌سازی کاواک لیزر دمیده‌شده cw (مثلاً Nd:YAG یا آرگون یونی). آینه‌های M_1 - M_2 در طول موج لیزر بازتابندگی اسمی 100% دارند. خطوط خط‌چین، باریکه‌ای را نشان می‌دهد که با مدوله‌ساز پراشیده می‌شود. برای تخلیه‌سازی کاواک لیزر قفل‌شده مدی، قفل‌کننده مد را نیز در یک انتهای کاواک (مثلاً نزدیک آینه M_1) قرار می‌دهند.

تلقی می‌شوند. توجه کنید که اگر بازتابندگی جفت‌کننده خروجی کمتر از 100% باشد، ولتاژ روی جفت‌کننده باید قطع و وصل شود تا زمان مورد نیاز برابر با زمان رفت و بازگشت کاواک تأمین شود. در این مورد، پس از تخلیه‌سازی، یک تپ قفل‌شده مدی با شدت کاهش یافته در کاواک باقی می‌ماند؛ چون لازم نیست که قفل‌شدگی مد مجدداً از نوبه آغاز شود و بنابراین، سیستم با اطمینان بیشتری کار خواهد کرد.

با توجه به تلفات کمتر داخل کاواکی، اغلب از تخلیه‌کننده کاواک اکوستوآپتیکی برای این کاربرد استفاده می‌شود. سیستم شامل مدوله‌ساز اکوستوآپتیکی است که در نظام براگ و مد موج متحرک کار می‌کند، و باریکه پراشیده‌شده، باریکه جفت‌شده خروجی را تشکیل می‌دهد. آرایش سیستم در شکل ۳۳.۸ نشان داده شده است که با آرایش سوئیچ‌شدگی Q در شکل ۷.۸ (الف) از سه لحاظ تفاوت دارد: (۱) نوسانگر rf، که تراگذار پیزوالکتریک را به‌راه می‌اندازد، اکنون در بسامد بسیار بالاتری نوسان می‌کند (مثلاً 380 MHz). خروجی آن درجه شده است به‌نحوی که پوش rf تپ با مدت τ_p با زمان رفت و بازگشت کاواک (مثلاً 10 ns) برابر شود. بنابراین، وقتی تپ آکوستیکی حاصل با باریکه کاواک برهم‌کنش می‌کند، تخلیه‌سازی کاواک رخ می‌دهد. بنابراین، این تپ باید با تپ قفل‌شده مدی در حال چرخش طوری همزمان شود تا دو تپ روی مدوله‌ساز با یکدیگر برخورد کنند. توجه کنید که بسامد بالای حامل دو منظور را برآورده می‌سازد،

مدوله‌سازی دامنه به‌وسیله تپهای کوتاه ($\tau_p = 1^\circ \text{ ns}$) و ایجاد زاویه پراش θ_d بزرگتر. در واقع، با توجه به اینکه $\theta_d = \lambda/\lambda_a$ است، که λ_a طول موج صوتی (آکوستیکی) است، زاویه پراش به‌صورت خطی با بسامد حامل افزایش می‌یابد. (۲) باریکه در اندازه لکه‌ای خیلی کوچک روی مدوله‌ساز کانونی می‌شود. در واقع، مدت زمان جفت‌شدگی اپتیکی نه‌تنها براساس مدت زمان تپ آکوستیکی، بلکه براساس زمان گذر تپ از باریکه لیزر کانونی‌شده نیز برقرار می‌شود. برای مثال، قطر لکه را $d = 5^\circ \mu\text{m}$ و سرعت صورت $v = 3.76 \times 10^5 \text{ cm/s}$ (سرعت موج برشی در کوارتز گداخته) در نظر می‌گیریم، حال داریم $t = d/v = 13.3 \text{ ns}$. (۳) تپهای لیزری در حال چرخش و پراشیده با تپ آکوستیکی داخل مدوله‌ساز دوبار برهم‌کنش می‌کند. این عمل به کمک آینه M_3 حاصل می‌شود که باریکه پراکنده‌شده را مجدداً به داخل مدوله‌ساز کانونی می‌کند. از این طریق، بازدهی پراش بالاتری ($\sim 70\%$) حاصل می‌شود.

۸.۸ ملاحظات آخر

در این فصل موارد متعددی از رفتار گذرای لیزر به‌طور نسبتاً مفصل بررسی شد. در حالت کلی این موارد دو رده را دربر می‌گیرند: (۱) گذارهای لیزری که در مقیاس زمانی بسیار طولانی‌تر از زمان رفت و بازگشت کاواک رخ می‌دهند؛ شامل پدیده‌های نوسانهای واهلشی، سوئیچ‌شدگی Q ، و سوئیچ‌شدگی بهره. در این مورد، تا مرتبه اول می‌توانیم نور لیزر در کاواک را برحسب تعداد کل فوتونها توصیف کنیم، که کم‌وبیش کاواک را به‌طور یکنواخت پر کرده‌اند و طبق وضعیت دینامیکی حاکم تحول زمانی پیدا می‌کنند. (۲) گذارهای لیزری که در مقیاس زمانی خیلی کوتاه و اغلب بسیار کوناhter از زمان رفت و بازگشت کاواک رخ می‌دهند. این رده شامل تمامی موارد قفل‌شدگی مد در مسائل عملی و بعضی موارد تخلیه‌سازی کاواک می‌شود. در این مورد، نور لیزر در کاواک را می‌توان برحسب تپ نوری توصیف کرد که در کاواک به جلو و عقب در حرکت‌اند. برای هر دو نوع رفتار گذرا و مخصوصاً برای سوئیچ‌شدگی Q و قفل‌شدگی مد، روشهای متعددی برای القای رفتار گذرای مورد نیاز بررسی می‌شوند. برای تحقق این امر، پدیده‌های فیزیکی جدیدی تشریح و مشخص می‌شوند، که شامل برهم‌کنش نور و امواج صوتی، انتشار تپ در محیطهای پاشنده، و پدیده‌های اپتیکی غیرخطی، از جمله، مدوله‌سازی خودفازی، خودکانونی، و تشکیل امواج سالیتون است. بنابراین، به درک جدیدی از برهم‌کنش نور-ماده مخصوصاً تحت شرایط گذرا می‌رسیم.

سطح روش کار با محدودیتهایی روبه‌رو است. تمامی روشهای تحلیلی بجز ساده‌ترین آنها کنار گذاشته شده است، زیرا هدف بالابردن درک فیزیکی عمیق پدیده‌های پیچیده درگیر است. مخصوصاً، پیچیدگیهایی که از تغییر فضایی در باریکه لیزر و آهنگ دمش ناشی می‌شوند (مثلاً)

تغییرات در نیمرخ عرض باریکه) در اینجا نادیده گرفته شده‌اند. بنابراین، بنا بر دیدگاه مؤلف، موضوعاتی که در این فصل بررسی شده‌اند، پایه علمی لازم برای درک جامع و متعادل رفتار لیزر گذرا را فراهم می‌کنند.

مسائل

۱.۸ برای لیزر سوئیچ شده Q ی Nd:YAG که در شکل ۱۲.۸ بررسی شد، آستانه انرژی، انرژی خروجی، و مدت زمان تپ، برای $E_{in} = 10 \text{ J}$ ، در صورتی که جفت شدگی خروجی به 20% کاهش یابد، محاسبه کنید.

۲.۸ یک سلول پاکلز در آرایش معروف به طولی در نظر بگیرید، یعنی با میدان dc که در جهت عبور باریکه به بلور غیرخطی اعمال می‌شود. در این مورد، دوشکستی القایی $\Delta n = n_x - n_y$ از $\Delta n = n_o^3 \gamma_{63} V / L'$ به دست می‌آید، که n_o ضریب شکست عادی، γ_{63} ضریب غیرخطی مناسب ماده، V ولتاژ اعمال شده، و L' طول بلور است. برای آنکه ترکیب قطبی کننده سلول پاکلز در شکل ۵.۸(الف) در وضعیت بسته بماند، رابطه‌ای برای ولتاژ لازم به دست آورید.

۳.۸ برای یک سلول پاکلز ساخته شده از KD_2PO_4 (پتاسیم دی‌هیدروژن فسفات دوتریم دار شده که به KD^*P) نیز معروف است، مقدار ضریب γ_{63} در طول موج $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ برابر است با $m/V = 264 \times 10^{-12}$ ، $\gamma_{63} = 1.51$ ، و $n_o = 1.51$. با استفاده از نتایج مسئله ۲.۸ مطلوب است محاسبه ولتاژی که باید اعمال شود تا ترکیب در حالت بسته باشد.

۴.۸ لیزر Nd:YAG در شکل ۴.۷ و ۵.۷ در یک ترازوی از $P_{in} = 10 \text{ kW}$ دمیده می‌شود و سوئیچ Q ی تکراری در آهنگ 10 kHz به وسیله مدوله ساز آکوستوپاتیکی حاصل می‌شود (با فرض اینکه تلفات داخلی ناچیز است). مطلوب است محاسبه انرژی و مدت زمان تپهای خروجی و نیز توانهای قله و متوسط که برای این مورد می‌توان پیش بینی کرد.

۵.۸ روابط برای انرژی خروجی و مدت زمان تپ را که برای لیزری شبه سه ترازوی به کار برده می‌شود محاسبه کنید.

۶.۸ باریکه لیزر He-Ne با طول موج (در هوا) $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ به وسیله یک منحرف کننده اکوستوپاتیکی LiNbO_3 منحرف می‌شود. منحرف کننده در نظام براگ در بسامد 1 GHz (بالاترین بسامد اکوستیکی ممکن در LiNbO_3 بدون وارد کردن تلفات اضافی) عمل می‌کند. فرض می‌کنیم که سرعت صوت در LiNbO_3 برابر با $74 \times 10^5 \text{ cm/s}$ و ضریب شکست $n = 2.3$ است، زاویه‌ای را محاسبه کنید که تحت آن باریکه منحرف می‌شود.

۷.۸ لیزر رزینهای رودامین 6 G را در نظر بگیرید که به وسیله لیزر نیتروژن در فشار جو دمیده

می‌شود (فصل ۹ را ببینید)، مدت زمان تپ به اندازه کافی کوتاه است که لیزر در مد سوئیچ شده بهره عمل می‌کند. فرض کنیم: (الف) رنگینه در اتانول ($n = ۱.۳۶$) حل شده است؛ (ب) برای سلول رنگینه، طول $l = ۵ \text{ mm}$ است که تمام طول توسط باریکه متمرکز شده لیزر نیتروژن دمیده می‌شود؛ (ج) قطر سطح مقطع دایره‌ای ناحیه دمیده شده $D = ۵۰ \mu\text{m}$ است؛ (د) دو آینه انتهایی مستقیماً به دو انتهای سلول رنگینه چسبانده شده است (یعنی، $L \cong l$)، که یک آینه بازتابندگی ۱۰۰% دارد و آینه دیگر توان تراکسیل ۵۰% ؛ (ه) از تمام تلفات دیگر کاواک چشمپوشی می‌شود؛ (و) در طول موج عمل لیزر $\lambda = ۵۷۰ \text{ nm}$ ، سطح مقطع مؤثر گسیل القایی $\sigma_e = ۲ \times ۱۰^{-۱۶} \text{ cm}^2$ است؛ (ز) تپ دمش مربعی با مدت t_p بسیار کوتاهتر از طول عمر حالت بالایی محلول رودامین ۶ G است ($\tau \cong ۵ \text{ ns}$). همچنین فرض می‌شود که دامنه دمش، وارونی قله چهاربار بزرگتر از وارونی آستانه را نتیجه می‌دهد. مطلوب است محاسبه: (الف) لحظه‌ای که به آستانه می‌رسد؛ (ب) رفتار زمانی بهره خالص، رفتار زمانی شمار فوتون، از اشباع بهره چشمپوشی می‌شود؛ (د) مدت زمانی که تپ دمش t_p چنان است که در انتهای آن، شمار فوتون به مقدار $\phi_p/۲$ می‌رسد، که مقدار قله ϕ_p طبق نظریه سوئیچ شدگی سریع محاسبه می‌شود.

۸.۸ معادله (۶.۶.۸) را به دست آورد.

۹.۸ فرض می‌کنیم رابطه فازی طبق معادله (۱۳.۶.۸) است، نشان دهید که میدان الکتریکی حاصل از تپ را می‌توان مطابق با معادله (۱۴.۶.۸) نوشت. مقادیر α و β را برحسب تابعی از $\Delta\omega_L$ و φ_2 محاسبه کنید.

۱۰.۸ پهنای نوار (FWHM) نوسانی لیزر He-Ne قفل شده مدی ۱ GHz است، فاصله بین مدهای متوالی ۱۵۰ MHz، و پوش طیفی را می‌توان با تابعی گاوسی تقریب زد. برای قفل شدگی اساسی، مدت زمان تپهای خروجی و آهنگ تکرار تپ متناظر را محاسبه کنید.

۱۱.۸ فرض می‌کنیم که رابطه فازی بین مدهای متوالی چنان است که $\varphi_{l+1} - \varphi_l = \varphi_l - \varphi_{l-1} + \pi$ باشد و دامنه طیفی برای $2n$ مد ثابت است. نشان دهید که آهنگ تکرار تپ اکنون برابر با $2\Delta\nu$ است، که $\Delta\nu = c/2L$ است (مورد قفل شدگی مد هماهنگ دوم). راهنمایی: مدها را با شاخصهای $0, 1, 2, \dots, l$ شماره‌گذاری کنید و از مدی با پایینترین بسامد شروع کنید، برای اینکه می‌توان نوشت $\varphi_l = l\varphi$ برای l زوج، و $\varphi_l = l\varphi + (\pi/2)$ برای l فرد، که φ ثابت است. سپس، به طور جداگانه جمع مدهای زوج و جمع مدهای فرد را در نظر بگیرید و نشان دهید که آنها دو قطار درج شده زمانی قفل شده مدی را تولید می‌کنند.

۱۲.۸ معادله (۱۶.۶.۸) را ثابت کنید.

۱۳.۸ با فرض طیف خروجی یکنواخت لیزر مطابق با شکل ۱۶.۸ (الف)، نسبت بین قله توان

را، برای عملکرد قفل‌شدهٔ اساسی، و توان متوسط، وقتی که مدها فازهای کاتوره‌ای دارند، محاسبه کنید.

۱۴.۸ برای نقش شدت نوبهٔ کاتوره‌ای، مطابق شکل ۱۵.۸، چگالی احتمال p_I (یعنی $p_I dI$ احتمال جزئی را به دست می‌دهد که شدت باریکه بین I و $I + dI$ قرار می‌گیرد)، از $p_I \propto \exp[-(I/I_0)]$ به دست می‌آید [شکل ۱۱.۱۱ (ب) را نیز ببینید]. مطلوب است محاسبهٔ میانگین شدت باریکه و احتمال آنکه، در نقش نوبه‌ای در شکل ۱۵.۸، مقداری وجود داشته باشد که از $2I_0$ فراتر شود. ۱۵.۸ با تقریب زدن جمع با یک انتگرال روی تمام مدها در معادلهٔ (۱۰.۶.۸)، یک مشخصهٔ مهم رفتار خروجی حذف می‌شود، آن مشخصه چیست؟

۱۶.۸ لیزر $\text{Ti} : \text{sapphire}$ قفل‌شدهٔ مدی عدسی کر را در نظر می‌گیریم، طبق معادلهٔ (۲۰.۶.۸) فرض می‌کنیم که کل تلفات رفت و بازگشتی کاواک را بتوان به صورت $2\gamma_t = 2\gamma - kP$ نوشت، که P قلهٔ توان داخل کاواکی لیزر است و ضریب اتلاف غیرخطی k ، ناشی از سازوکار قفل‌شدگی عدسی کر را بتوان تقریباً $W^{-1} \approx 5 \times 10^{-8} \text{ W}^{-1}$ در نظر گرفت. بهرهٔ رفت و بازگشتی را برابر با $g' \approx 0.1$ می‌گیریم، پهنای خط بهره 10^5 THz ، و انرژی داخل کاواکی لیزر $W = 40 \text{ nJ}$ است. مدت زمان تپ قابل دستیابی را در مورد حدی محاسبه کنید، به طوری که از آثار پاشندگی کاواک و مدوله‌سازی خودفازای بتوان چشم پوشید.

۱۷.۸ با فرض آنکه GVD برای کوارتز در طول موج 800 nm با $\lambda \approx 50 \text{ fs}^2/\text{nm}$ برابر باشد، مطلوب است محاسبهٔ ضخامت بیشینهٔ تیغه‌ای کوارتز که یک تپ جیرجیرنشدهٔ 10 فمتوثانیه‌ای با نیمرخ گاوسی بتواند از آن عبور کند، مشروط بر آنکه مدت زمان تپ خروجی از مدت زمان تپ ورودی بیشتر از 20% تجاوز نکند.

۱۸.۸ لیزر شیشه‌ای $\text{Nd} : \text{phosphate}$ را در نظر بگیرید که پهنای خط آن را بتوان پهن‌شدهٔ همگن به پهنای 6 THz $\Delta\nu \approx 6$ گرفت، فرض کنیم که بهرهٔ رفت و بازگشتی بهرهٔ 5% است، تغییر رفت و بازگشتی قله 2% ناشی از سازوکار مدوله‌سازی خوددامنه‌ای سریع است، مطلوب است محاسبهٔ پهنای پیش‌بینی‌شدهٔ تپهای قفل‌شدهٔ مدی.

مراجع

1. H. Statz and G. de Mars, Transients and Oscillation Pulses in Masers, in *Quantum Electronics* (C. H. Townes, ed.) (Columbia Univ. Press, New York, 1960), p. 530.
2. R. Dunsmuir, Theory of Relaxation Oscillations in Optical Masers, *J. Electron. Control*, **10**, 453 (1961).
3. D. F. Nelson and W. S. Boyle, A Continuously Operating Ruby Optical Maser, *Appl. Optics*, **1**, 181 (1962).
4. N. B. Abraham, P. Mandel, and L. M. Narducci, Dynamical Instabilities and Pulsations in Lasers, in *Progress in Optics Vol. XXV* (Emil Wolf, ed.) (North-Holland, Amsterdam, 1988), pp. 3-167.
5. M. Sargent, M. O. Scully, and W. E. Lamb, *Laser Physics* (Addison-Wesley, London, 1974).

6. C. L. Tang, H. Statz, and G. de Mars, Spectral Output and Spiking Behavior of Solid-State Lasers, *J. Appl. Phys.*, **34**, 2289 (1963).
7. K. Otsuka *et al.*, Alternate Time Scale in Multimode Lasers, *Phys. Rev.*, **46**, 1692 (1992).
8. R. W. Hellwarth, Control of Fluorescent Pulsations, in *Advances in Quantum Electronics* (J. R. Singer, ed.) (Columbia Univ. Press, New York, 1961), pp. 334–341.
9. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 4th ed., Springer Series in Optical Sciences (Springer-Verlag, Berlin, 1996), Chap. 8.
10. A. Yariv, *Optical Electronics*, 4th ed. (Saunders College Publ., Fort Worth, 1991), Chap. 12.
11. W. R. Sooy, The Natural Selection of Modes in a Passive Q-Switched Laser, *Appl. Phys. Lett.*, **7**, 36 (1965).
12. W. G. Wagner and B. A. Lengyel, Evolution of the Giant Pulse in a Laser, *J. Appl. Phys.*, **34**, 2040 (1963).
13. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Vol. 1, Springer Series in Optical Sciences (Springer-Verlag, Berlin, 1976), Chap. 11, adapted from Fig. 11.23.
14. L. W. Casperson, Analytical Modeling of Gain-Switched Lasers. I. Laser Oscillators, *J. Appl. Phys.*, **47**, 4555 (1976).
15. A. E. Siegman, *Lasers* (Oxford University Press, Oxford, 1986), Chap. 27 and 28.
16. Reference 15, Section 27.5.
17. D. J. Kuizenga and A. E. Siegman, FM and AM Mode-Locking of the Homogeneous Laser—Part I: Theory, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-6**, 694 (1970).
18. H. Haus, A Theory of Forced Mode-Locking, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-11**, 323 (1975).
19. H. Haus, Theory of Mode Locking with a Fast Saturable Absorber, *J. Appl. Phys.*, **46**, 3049 (1975).
20. U. Keller, Ultrafast All-Solid-State Laser Technology, *Appl. Phys. B*, **58**, 347 (1994).
21. D. E. Spence, P. N. Kean, and W. Sibbett, 60-fs Pulse Generation from a Self-Mode-Locked Ti:Sapphire Laser, *Opt. Letters*, **16**, 42 (1991).
22. M. Piché, Beam Reshaping and Self-Mode-Locking in Nonlinear Laser Resonators, *Opt. Commun.*, **86**, 156 (1991).
23. G. H. C. New, Pulse Evolution in Mode-Locked Quasi-Continuous Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-10**, 115 (1974).
24. G. P. Agrawaal, *Nonlinear Fiber Optics*, 2nd ed. (Academic Press, San Diego, 1995), Section 3.3.
25. R. L. Fork, O. E. Martinez, and J. P. Gordon, Negative Dispersion Using Pairs of Prisms, *Opt. Lett.*, **9**, 150 (1984).
26. R. Szipöcs, K. Ferencz, C. Spielmann, and F. Krausz, Chirped Multilayer Coatings for Broadband Dispersion Control in Femtosecond Lasers, *Opt. Lett.*, **19**, 201 (1994).
27. Reference 24, Chapter 5.
28. H. A. Haus, J. G. Fujimoto, and E. P. Ippen, Structures for Additive Pulse Mode Locking, *J. Opt. Soc. Am. B*, **8**, 2068 (1991).
29. C. Spielmann, P. F. Curley, T. Brabec, and F. Krausz, Ultrabroadband Femtosecond Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-30**, 1100 (1994).
30. J. A. Valdmanis, R. L. Fork, and J. P. Gordon, Generation of Optical Pulses as Short as 27 Femtosecond Directly from a Laser Balancing Self-Phase Modulation, Group-Velocity Dispersion, Saturable Absorption, and Gain Saturation, *Opt. Lett.*, **10**, 131 (1985).
31. U. Keller *et al.*, Semiconductor Saturable Absorber Mirrors (SESAMs) for Femtosecond to Nanosecond Pulse Generation in Solid-State Lasers, *J. Select. Topics Quantum Electron.*, Dec 1996.
32. H. A. Haus, Parameter Ranges for cw Passive Mode Locking, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-12**, 169 (1976), F. X. Kärtner *et al.*, Control of Solid-State Laser Dynamics by Semiconductor Devices, *Opt. Engineering*, **34**, 2024 (1995).
33. R. L. Fork, I. Greene, and C. V. Shank, Generation of Optical Pulses Shorter than 0.1 ps by Colliding Pulse Mode Locking, *Appl. Phys. Lett.*, **38**, 671 (1991).
34. G. Cerullo, S. De Silvestri, and V. Magni, Self-Starting Kerr Lens Mode Locking of a Ti:Sapphire Laser, *Opt. Letters*, **19**, 1040 (1994).
35. A. Stingl, M. Lenzen, Ch. Spielmann, F. Krausz, and R. Szipöcs, Sub-10-fs Mirror-Controlled Ti:Sapphire Laser, *Opt. Lett.*, **20**, 602 (1995).
36. I. D. Jung *et al.*, Self-Starting 6.5-fs Pulses from a Ti:Sapphire Laser, *Opt. Lett.*, **22**, 1009 (1997).
37. Reference 9, Section 8.6.
38. D. C. Hanna, B. Luther-Davies, and R. C. Smith, Single Longitudinal Mode Selection of High Power Actively Q-Switched Lasers, *Opto-Electronics*, **4**, 249 (1972).

لیزرهای حالت جامد، رزینهای، و نیمرسانا

۱.۹ مقدمه

مهمترین انواع لیزرهایی که در بردارنده محیطهای فعال با چگالی بالا هستند، یعنی لیزرهای حالت جامد، رزینهای، و نیمرسانا در فصل ۹ بررسی می‌شوند. تمرکز این فصل بر مثالهایی است که کاربرد گسترده دارند و مشخصه‌های آنها نماینده تمامی رده لیزرهاست. تأکید اصلی بر رفتار فیزیکی لیزر و ارتباط آن با مفاهیم کلی است که در فصلهای قبل بررسی شده‌اند. بعضی جزئیات فنی نیز برای ایجاد بینشی بهتر از رفتار لیزرهای خاص ارائه می‌شود. در تکمیل، داده‌های مربوط به عملکردهای لیزر (مانند، طول موج(های) نوسانی، توان یا انرژی خروجی، تنظیم‌پذیری طول موج،...) نیز برای معرفی کاربردهای لیزر گنجانده شده‌اند. موارد زیر عموماً برای هر لیزری به‌کار می‌آید: ترازهای انرژی مرتبط، سازوکارهای برانگیختگی، مشخصه‌های گذار لیزری، جزئیات فنی ساختار(ها)ی لیزر، مشخصات باریکه خروجی، و کاربردها.

۲.۹ لیزرهای حالت جامد

واژه لیزر حالت جامد معمولاً به لیزرهایی اطلاق می‌شود که به‌صورت ناخالصی یونهایی را در

ماده‌ی الکتریک میزبان (به صورت بلوری یا شیشه‌ای) وارد کرده‌اند. بنابراین لیزرهای نیرسانا را معمولاً در این رده از تقسیم‌بندی قرار نمی‌دهند، چون سازوکار دمش و عمل لیزری در این لیزرها کاملاً متفاوت است. پس آنها را در بخش جداگانه‌ای بررسی خواهیم کرد.

یونها به یکی از سریهای عناصر گذار جدول تناوبی، مخصوصاً نادر خاکی (RE) یا یونهای گذار فلزی تعلق دارند و معمولاً به منزله ناخالصیهای فعال استفاده می‌شوند. برای بلورهای میزبان، یا اکسیدهایی نظیر Al_2O_3 ، یا فلئوریدها مانند $YLiF_4$ (به اختصار YLF)، اغلب به کار برده می‌شوند [۱]. جایگاه Al^{3+} برای پذیرش یونهای نادر خاکی خیلی کوچک است، بنابراین عموماً از آن برای یونهای گذار فلزی استفاده می‌شود. اغلب از ترکیب مناسبی از اکسیدها برای تشکیل گارنتهای ترکیبی، نظیر $(3Y_2O_3 + 5Al_2O_3)$ $(1/2)$ استفاده می‌شود و جایگاه Al^{3+} یونهای فلز گذار را پذیرا می‌شود، در حالی که از جایگاه Y^{3+} برای یونهای نادر خاکی استفاده می‌شود. سایر اکسیدها شامل YVO_4 برای یونهای Nd^{3+} و الکساندریت برای یونهای Cr^{3+} هستند. در میان فلئوریدها، از YLF به صورت میزبان نادر خاکی استفاده می‌شود، در حالی که $LiSrAlF_6$ (به اختصار LiSAF) یا $LiCaAlF_6$ (به اختصار LiCAF) برای فلزات گذار، مخصوصاً یونهای Cr^{3+} به کار برده می‌شود.

مقایسه بین اکسیدها و فلئوریدها نشان می‌دهد که اکسیدها سخت‌ترند و خواص مکانیکی و گرمامکانیکی (یعنی، حد بالای شکست گرمایی) بهتری دارند. از طرفی دیگر، فلئوریدها خواص گرمایی بهتری (یعنی، عدسی‌شدگی و دوشکستی القایی گرمایی پایینتر) را نشان می‌دهند. شیشه‌های حاصل از دسته سیلیکات (یعنی، براساس SiO_2) یا فسفات (یعنی، براساس P_2O_5) تاکنون عمدتاً برای یونهای نادر خاکی به کار رفته‌اند. شیشه‌ها دماهای ذوب بسیار پایینتری دارند؛ بنابراین ساخت آنها، حتی در ابعاد بزرگ، ساده‌تر و ارزانتر است. ولی، شیشه‌ها رسانایی گرمایی بسیار پایینتری دارند (تقریباً یک مرتبه بزرگی)، که به خواص بسیار بدتر گرمامکانیکی و گرمایی منجر می‌شود. مقایسه بین شیشه‌های متفاوت نشان می‌دهد که سیلیکاتها خواص گرمایی و مکانیکی بهتری دارند، در حالی که فسفاتها خواص گرمایی و خواص غیرخطی اپتیکی بهتری را بروز می‌دهند.

ساختار الکترونی کلی نادر خاکی، مطابق جدول ۱.۹ برای Er ، Nd ، Yb ، Tm ، و Ho ، به صورت $4f^N 5s^2 5p^6 5d^0 6s^2$ است، که برای مقایسه ساختار Xe نیز نشان داده شده است. هنگامی که یک نادر خاکی در محیط میزبانی قرار می‌گیرد، دو الکترون $6s$ و یک الکترون $4f$ برای پیوند یونی به کار می‌رود، به طوری که نادر خاکی خود را به صورت یون سه بار یونیده نشان می‌دهد (یعنی $3 = N - 1$ ، برای Nd^{3+}). حال $N - 1$ الکترون باقی مانده طوری در حالتها

جدول ۱.۹ آرایشهای الکترونی بعضی عناصر نادر خاکی و فلزات گذار به منزله ناخالصیهای محیط فعال لیزری

اتم	آرایش الکترونی
زنون، Xe (الف)	$(Kr) 4d^{10} 5s^2 5p^6$
نئودیمیم، Nd	$(Xe) 4f^4 4d^0 6s^2$
هولمیم، Ho	$(Xe) 4f^{11} 5d^0 6s^2$
ارییم، Er	$(Xe) 4f^{12} 5d^0 6s^2$
تولیم، Tm	$(Xe) 4f^{13} 5d^0 6s^2$
ایتربیم، Yb	$(Xe) 4f^{14} 5d^0 6s^2$
کروم، Cr	$(Ar) 3d^5 4s^1$
تیتانیوم، Ti	$(Ar) 3d^2 4s^2$
کبالت، Co	$(Ar) 3d^7 4s^2$
نیکل، Ni	$(Ar) 3d^8 4s^2$

الف) آرایش پایه ای Xe را نیز به عنوان مرجع نشان داده ایم.

مختلف لایه $4f$ آرایش پیدا می کنند که به تعداد زیادی از ترازهای انرژی می انجامد. در واقع این حالتها با سه نوع برهم کنش، یعنی برهم کنش کولنی بین الکترونهای $4f^{N-1}$ ، جفت شدگی اسپین-مدار، و برهم کنش بلور-میدان، شکافته می شوند. بین اینها برهم کنش کولنی قویتر است، و حالتهای $4f$ را به زیرترازهایی می شکافد که نوعاً حدود 10000 cm^{-1} از یکدیگر فاصله دارند. سپس جفت شدگی اسپین-مدار، هر تراز را به چندتاییهایی تفکیک می کند که نوعاً به فاصله حدود 3000 cm^{-1} از یکدیگر قرار دارند. برهم کنش بلور-میدان ضعیفترین پیریشیدگی را ایجاد می کند (ضعیف شدگی ناشی از اثر استتار اوربیتالهای $5s^2$ و $5p^6$)، در نتیجه به شکافتگی بیشتر هر چندتایی به زیرترازهایی منتهی می شود که فاصله جدایی انرژی آنها نوعاً 200 cm^{-1} است.

تمامی نمودهای گسیل و جذب مرتبط ناشی از گذارهای بین این حالتها $4f$ (گذارهای $4f-4f$) است. گذارهای دوقطبی الکتریکی بین لایه های $4f$ از نظر پاریمته ممنوع اند، بنابراین مستلزم اختلاط توابع موج با پاریمته مخالف است، که برهم کنش بلور-میدان آن را فراهم می آورد تا احتمالهای گذار هر چند ضعیف ولی غیر صفری به وجود آید. بنابراین عموماً طول عمرهای تابشی

بلند (صدها میکروثانیه) خواهیم داشت. علاوه بر این به علت استتار از مدارهای $5s^2$ و $5p^6$ ، جفت شدگی الکترون فونون بسیار ضعیف است. بنابراین، برای آلپندگی یونی پایین خطوط گذار تیز و کانالهای فروافت غیرتابشی ضعیف وجود دارد. (برهمکنش یون-یون در غلظتهای یونی بالای نادر خاکی (RE) به فروافت غیرتابشی منجر می شود، شکل ۱۳.۲ را ببینید). براساس بررسیهای گذشته، انتظار داریم طول عمر کلی T و حاصلضرب σT ، که σ قله سطح مقطع گذار است، مقادیر بزرگی داشته باشند. این امر حاکی از توان دمشی آستانه پایین برای عمل لیزر است، چون، مثلاً برای لیزر چهارترازی، آهنگ دمشی آستانه با $1/\sigma T$ متناسب است [معادله (۳.۳.۷) را ببینید].

آرایشهای الکترونی برای فلزات گذار مورد نظر در عمل لیزر نیز در جدول ۱.۹ نشان داده شده اند. توجه کنید که آرایش الکترونی اکثر نمونه های فعال مهم، نظیر Cr با $3d^5 4s^1$ (Ar) ارائه می شوند، در حالی که آرایشهای Ti، Co، و Ni را می توان به صورت کلی $3d^N 4s^2$ (Ar) (با $N = 2$ برای Ti، ۷ برای Co، و ۸ برای Ni) نوشت. وقتی اتم Cr به بلوری یونی اضافه شود، آن الکترونی که به مدار $4s$ تعلق دارد و دو الکترون $3d$ برای پیوند یونی به کار می روند، و Cr به صورت یون سه بار یونیده با سه الکترون مانده در لایه $3d$ ظاهر می شود. در تیتانیم، دو الکترون $4s$ و یک الکترون $3d$ برای پیوند یونی به کار می روند، و Ti بار دیگر به صورت یون سه بار یونیده با یک الکترون مانده در لایه $3d$ حضور می یابد. در هر دوی Co و Ni، دو الکترون $4s$ برای پیوند به کار می روند و این عناصر به صورت یونهای دو بار یونیده ظاهر می شوند. در تمام موارد، الکترونهای باقیمانده در مدار $3d$ در تعداد بزرگی از حالتها (مثلاً، ۲۴ برای Cr^{3+})، آرایش پیدا می کنند، همه نمودهای جذبی و گسیلی یونهای گذار فلزی ناشی از گذارهای $3d-3d$ است. نبود استتار که در یونهای نادر خاکی رخ می دهد، حالتهای $3d$ به شدت با میدان بلور میزبان برهمکنش پیدا می کند، و همان طوری که خواهیم دید، این امر علت اساسی مشخصه ارتعاشی-الکترونی گذارهای متناظری است که به نوارهای وسیع جذب و گسیل منتهی می شود. بار دیگر، در چارچوب لایه $3d$ گذارهای دوقطبی-الکتریکی از نظر پاریمت ممنوع است، ولی، بر اثر میدان بلوری شدیدتر در مقایسه با مورد نادر خاکی، بیشتر گذارهای $3d-3d$ مجازند، و در نتیجه طول عمرها به طور چشمگیری کوتاهتر (چند میکروثانیه) از طول عمرهای گذارهای $4f-4f$ یونهای نادر خاکی است. در مقایسه با Nd:YAG، مثلاً، سطح مقطعهای گذار قدری کوچکتر است، به طوری که حاصلضرب σT اکنون نوعاً یک مرتبه بزرگی کوچکتر است.

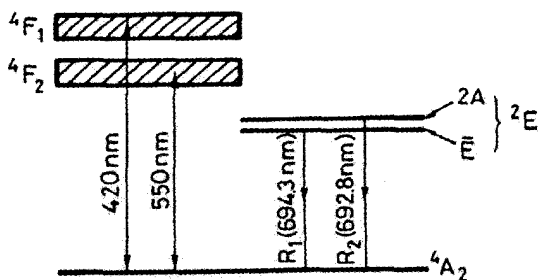
برای نتیجه گیری از این بخش، مشاهده می کنیم که یونهای متعلق به سریهای آکتینید، و به طور بارزی U^{3+} ، نیز در اوایل توسعه لیزر به کار برده شده اند (لیزر U^{3+} دومین لیزر حالت جامدی

است که توسعه یافت، یعنی بلافاصله پس از لیزر یاقوت). از این یونها دیگر استفاده نمی‌شود، ولی به دلایل تاریخی در اینجا به آنها اشاره می‌شود.

۱.۲.۹ لیزر یاقوت

این اولین لیزری بود که به کار افتاد (تی. اچ. میمن^۱، ژوئن ۱۹۶۰ [۲، ۳])، و همچنان در بعضی از کاربردها از آن استفاده می‌شود [۴]. بیشتر از ۲۰۰۰ سال است که یاقوت، به عنوان سنگ طبیعی گرانبه‌ای شناخته شده است. یاقوت از بلور طبیعی Al_2O_3 (سنگ سنباده) است که در آن بعضی یونهای Cr^{3+} جایگزین یونهای Al^{3+} شده‌اند. به‌منزله ماده لیزری، از بلورهای مصنوعی استفاده می‌شود که با رشد بلور از آمیزه مذاب Al_2O_3 با درصد کوچکی از Cr_2O_3 (۰.۵٪) درصد وزنی) به دست می‌آید. بدون اضافه کردن Cr_2O_3 ، بلور بی‌رنگی به نام sapphire (یاقوت کبود) شکل می‌گیرد. به علت نوارهای جذبی شدید سبز و بنفش یونهای Cr^{3+} ، فقط لازم است اندکی از Cr_2O_3 اضافه شود تا به بلور رنگ صورتی ببخشد (یاقوت صورتی): در مورد سنگهای قیمتی، غلظت Cr^{3+} حدود یک مرتبه بزرگی بزرگتر است که به آنها رنگ قرمز تند می‌بخشد (یاقوت قرمز).

ترازهای انرژی در یاقوت ناشی از یکی از سه الکترون یون Cr^{3+} در لایه $3d$ ، تحت نفوذ میدان اکتاهدرال در جایگاه Al در شبکه Al_2O_3 است. ترازهای متناظر مورد نظر در عمل لیزر در شکل ۱.۹ نشان داده شده است. در اینجا به نماد به‌کاررفته برای نشان‌دار کردن ترازها، حاصل از نظریه گروه، نمی‌پردازیم. در اینجا فقط متذکر می‌شویم که شاخص بالا در طرف چپ هر حرف چندتاییگی حالت را نشان می‌دهد، در حالی که حروف نشان‌دهنده تقارن چرخشی خاص هر حالت است. برای مثال، حالت پایه 4A_2 چندتاییگی $4 = (2S + 1)$ دارد، یعنی $S = 3/2$ ، در حالی که



شکل ۱.۹ ترازهای انرژی ساده‌شده یاقوت.

S، عدد کوانتومی اسپین کل سه الکترون $3d$ است. این بدان معنا است که اسپین هر سه الکترون در این مورد تماماً یک جهت هستند.

یاقوت دو نوار اصلی دمش F_1 و F_2 دارد، که قله‌های گذار از تراز پایه $4A_2$ تا این نوارها به ترتیب در طول موجهای 550 nm (سبز) و 420 nm (بنفش) رخ می‌دهد (شکل ۷.۶). این دو نوار با فروافت خیلی سریع (چند پیکوثانیه‌ای) غیرتابشی به هر دوی حالت‌های $2A$ و \bar{E} مربوط می‌شوند، که با یکدیگر E را تشکیل می‌دهند. حالت‌های $2A$ و \bar{E} با فروافت خیلی سریع با یکدیگر مرتبط می‌شوند که به گرمایی شدن سریع جمعیت‌هایشان منجر می‌شود، و در نتیجه تراز \bar{E} بیشترین جمعیت را پیدا می‌کند چون اسپین کل حالت E برابر با $1/2$ است، گذار $4A_2 \rightarrow E$ از نظر اسپینی ممنوع است. بنابراین، زمان واهلش هر دو تراز $2A$ و \bar{E} به حالت پایه خیلی طولانی است و در واقع از طولانیترین زمانها در میان مواد لیزر حالت جامد است. ($\tau \cong 3 \text{ ms}$)

از بحث قبل می‌توان دریافت که بزرگترین بخش از انرژی دمش در تراز \bar{E} تجمع می‌یابد. بنابراین نامزد خوبی برای تراز بالایی لیزر است. در واقع، عمل لیزر معمولاً روی گذار $\bar{E} \rightarrow R_1$ در طول موج 694.3 nm ($\lambda = 694.3 \text{ nm}$) (قرمز) رخ می‌دهد. توجه کنید که فاصله سامدی بین ترازهای $2A$ و E ($\sim 29 \text{ cm}^{-1}$) در مقایسه با $h\nu/kT$ (حدود 209 cm^{-1} در $T = 300 \text{ K}$) کوچک است، به طوری که جمعیت $2A$ در حدود (قدری هم کمتر از) جمعیت تراز \bar{E} است. بنابراین عمل لیزر روی گذار $4A_2 \rightarrow 2A$ (خط R_2 ، 692.8 nm) نیز ممکن است. لیزر یاقوت به صورت سه‌ترازی عمل می‌کند (همراه با لیزرهای Er بارزترین مثال لیزر سه‌ترازی را ارائه می‌دهند). در بحث مرتبط با شکل ۱۰.۲ بیان شد که در دمای اتاق گذار R_1 به طور غالب پهن شده همگن است؛ پهن‌شدگی از برهم‌کنش یونهای Cr^{3+} با فونونهای شبکه ناشی می‌شود. پهنای گذار (FWHM) در $T = 300 \text{ K}$ برابر با 330 GHz (11 cm^{-1}) است. در جدول ۲.۹ پارامترهای مرتبط اپتیکی و طیف‌نمایی یاقوت در دمای اتاق به صورت خلاصه فهرست‌بندی شده است.

لیزرهای یاقوت معمولاً در نظام تپی عمل می‌کنند. برای این منظور معمولاً آرایش دمش شکل ۱.۶ با استفاده از لامپ درختی زنون با فشار متوسط (500 Torr) به کار برده می‌شود. قطرهای میله نوعاً در گستره $5-10 \text{ mm}$ ، با طول $5-20 \text{ cm}$ است. توجه کنید که در لیزرهای اولیه یاقوت لامپ درختی مارپیچی که اطراف میله فعال را دربر می‌گیرد به کار برده می‌شد. با توجه به اینکه این لیزر براساس طرح سه‌ترازی عمل می‌کند، انرژی دمش آستانه نوعاً یک مرتبه بزرگی بالاتر از آستانه دمش سایر لیزرهای حالت جامدی است که با طرحهای چهارترازی عمل می‌کنند (مثلاً لیزرهای نئودیمیم). لیزرهای یاقوت به علت طول عمر بلند حالت بالایی، برای عملکرد

جدول ۲.۹ پارامترهای اپتیکی و طیف‌نمایی یاقوت برای عملکرد در دمای اتاق

مشخصات	مقادیر و واحدها
آلایندگی Cr_2O_3	۰٫۵ wt%
غلظت Cr^{3+}	10^{19} یون/cm^3
طول موجهای خروجی	خط R_1 $694,3 \text{ nm}$ خط R_2 $692,9 \text{ nm}$
طول عمر تراز بالایی	۳ ms
پهنای خط گذار لیزر R_1	11 cm^{-1}
سطح مقطع گسیل القایی σ_e	$2,5 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$
سطح مقطع جذب σ_a	$1,22 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$
ضریب شکست ($\lambda = 694,3 \text{ nm}$)	$n = 1,763 (E \perp c)$
	$n = 1,755 (E \parallel c)$

سوئیچ Q کاملاً مناسب‌اند، و نیز به علت داشتن پهنای خط نسبتاً وسیع، می‌توانند در عملکرد قفل‌شده مدی تپهای کوتاه ایجاد کنند. هر دو روش فعال و انفعالی را می‌توان برای سوئیچ‌زنی Q و قفل‌شدگی مد به‌کار برد. در صورت بهره‌گیری از جذب‌کننده‌های آهسته سوئیچ‌زنی Q لیزر در تک‌مد طولی و عرضی به علت سازوکار انتخاب مد عمل می‌کند که در بخش ۴.۲.۴.۸ به آن پرداختیم. با جذب‌کننده‌های سریع اشباع‌پذیر (معمولاً حلالهایی از رنگهای سیانین) عملکرد همزمان سوئیچ‌شده Q و قفل‌شده مدی تحقق می‌یابد [شکل ۲۸.۸ (الف) را ببینید]. نوعاً برای سوئیچ‌زنی Q توانهای قله چندده مگاوات است و در حالت قفل‌شده مدی نیز توان قله به چند گیگاوات می‌رسد. چون بهره خط R_2 قدری کوچکتر از بهره مربوط به خط R_1 است، عمل لیزر روی خط R_2 را می‌توان مثلاً با استفاده از سیستم پاشنده در شکل ۶.۷ (ب) انتخاب کرد. لیزرهای یاقوت به صورت پیوسته‌موج، دمیده‌شده به‌طور عرضی به‌وسیله لامپ جیوه با فشار بالا، یا دمیده‌شده به‌طور طولی به‌وسیله لیزر آرگون یونی نیز کار می‌کنند.

لیزرهای یاقوت زمانی بسیار متداول بودند، ولی امروزه کمتر به‌کار می‌روند و علت این امر به آستانه بالاتر از آنها برمی‌گردد که رقابتی نظیر لیزرهای Nd:YAG یا شیشه Nd جای آنها را گرفته‌اند. در واقع، در گذشته لیزرهای یاقوت برای تولید انبوه فاصله‌یابهای نظامی به‌طور گسترده‌ای

به‌کار می‌رفتند که اکنون جای خود را به‌طور کامل به سایر لیزرهای حالت جامد (Nd: YAG، شیشه: Nd، شیشه: Yb) برای این کاربرد داده‌اند. با وجود این، لیزرهای یاقوت را همچنان گاهی برای برخی کاربردهای علمی و فنی‌ای به‌کار می‌برند تا از مزیت طول موج کوتاه‌تر آن، در مقایسه با مثلاً Nd: YAG بهره ببرند. مثلاً در مورد تمام‌نگاری تپ‌ی، به علت نبود پاسخ در ناحیهٔ فروسرخ مواد تصویربرداری با توان تفکیک بالا نمی‌توان لیزرهای Nd: YAG را به‌کار برد.

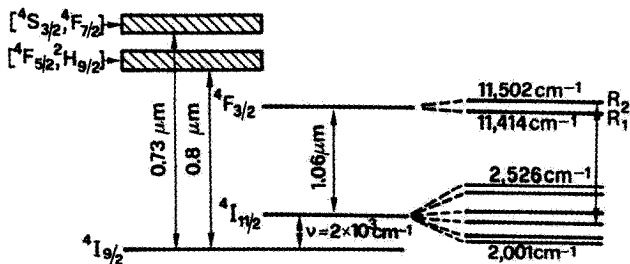
۲.۲.۹ لیزرهای نئودیمیم

این لیزرها از متداولترین نوع لیزر حالت جامدند، محیط میزبان اغلب بلور $Y_3Al_5O_{12}$ است (که YAG^۱ نامیده می‌شود)، که در آن برخی یونهای Y^{3+} جای خود را به یونهای Nd^{3+} داده‌اند. علاوه بر این محیط اکسیدی، محیطهای دیگر میزبان نظیر بعضی مواد فلئوئورید (مثلاً $YLiF_4$) یا وانادیت (مثلاً YVO_4) و نیز بعضی شیشه‌های فسفات یا سیلیکاته، را در بر می‌گیرد. ترازهای نوعی آلایندگی در Nd: YAG، مثلاً ۱ ~ درصد اتمی است. آلایندگی بالاتر معمولاً به فرونشانی فلئوئورسانی و بلورهای کرنش‌یافته منجر می‌شود، زیرا شعاع یون Nd^{3+} قدری بزرگتر (به مقدار حدود ۱۴٪) از شعاع یون Y^{3+} است. ترازهای آلایندگی در شیشه Nd: YAG قدری بزرگتر از مقدار آن برای Nd: YAG است (حدود ۴٪ وزنی Nd_2O_3). مواد میزبان آلاییده‌نشده معمولاً شفاف‌اند، در صورتی‌که آلاییده شوند غالباً به رنگ بنفش کم‌رنگ در می‌آیند، که به علت نوارهای جذبی Nd^{3+} در قرمز است.

۱.۲.۲.۹ لیزر Nd: YAG

شکل ۲.۹ طرح تراز انرژی ساده‌شده‌ای را برای Nd: YAG نشان می‌دهد. همان‌طوری که قبلاً بحث شد، این ترازها از سه لایهٔ داخلی الکترونها $4f$ یون Nd^{3+} ناشی می‌شود، که به‌صورت مؤثر با هشت لایهٔ الکترون خارجی (یعنی $5s^2$ و $5p^6$) استتار شده است. ترازهای انرژی تنها به‌طور ضعیفی تحت نفوذ میدان بلور YAG قرار دارند، به‌طوری‌که طرح جفت‌شدگی راسل-سائدرز^۲ فیزیک اتمی را می‌توان به‌کار برد. به این ترتیب نمادگذاری تراز مبتنی بر این طرح است، و نمادی که هر تراز را مشخص می‌سازد دارای شکل ${}^{2S+1}L_J$ است، که S عدد کوانتومی اسپین کل، J عدد کوانتومی گشتاور زاویه‌ای کل، و L عدد کوانتومی مداری است. توجه کنید که مقادیر مجاز L ، یعنی $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots$ بنابر دلایل تاریخی به‌ترتیب یا حروف بزرگ

۱. YAG سرواژهٔ تشکیل‌شده از حروف اول



شکل ۲.۹. ترازهای انرژی ساده شده Nd:YAG

بنابراین حالت پایه ${}^4I_{9/2}$ متناظر با حالتی است که $2S + 1 = 4$ (یعنی، $S = 3/2$)، $L = 6$ ، و $J = L - S = 9/2$. هر تراز متناظر با عدد کوانتومی m_J که از $-J$ تا $+J$ با فواصل واحد تغییر می‌کند، واگن $(2J + 1)$ تایی است. در میدان بلور YAG با تقارن اکتاهدرال، حالت‌های با یک مقدار $|m_J|$ در حضور اثر اشتراک همان مقدار انرژی را دارند، و هر تراز LJ^{2S+1} به $(2J + 1)/2$ زیرتراز واگن دوتایی تقسیم می‌شود، بنابراین ترازهای ${}^4I_{11/2}$ و ${}^4F_{3/2}$ به ترتیب به شش و دو زیرتراز تقسیم می‌شوند (شکل ۲.۹ را ببینید). توجه کنید که، چون واگنی همه زیرترازها همیشه یکسان است (یعنی $g = 2$)، می‌توان به این واگنی توجهی نکرد و هر زیرتراز در شکل ۲.۹ را به صورت یک تراز ناواگن در نظر گرفت.

دو نور اصلی دمش Nd:YAG به ترتیب در 730 nm و 800 nm قرار می‌گیرند، هر چند که نوارهای جذبی بالاتر (شکل ۲.۶ را ببینید) نیز نقش مهمی به ویژه در دوش توسط لامپ درخش ایفا می‌کنند. این نوارها بر اثر فروافت غیرتابشی سریع به تراز ${}^4F_{3/2}$ جفت شده‌اند که از آنجا به ترازهای زیرین I (یعنی به ترازهای ${}^4I_{9/2}$ ، ${}^4I_{11/2}$ ، ${}^4I_{13/2}$ ، و نظایر آن، شکل ۲.۹ و شکل ۱۵.۲ را ببینید) فروافت اتفاق می‌افتد. ولی، آهنگ این فروافت بسیار آهسته‌تر است ($\tau \cong 23 \mu\text{s}$). با توجه به اینکه این گذار در یون منزوی از طریق برهم‌کنش دوقطبی الکتریکی ممنوع است (قانون انتخاب برای گذارهای مجاز دوقطبی الکتریکی ± 1 یا $\Delta J = 0$ است)، ولی به علت برهم‌کنش بلور-میدان به طور ضعیف مجاز است. توجه کنید که فروافت غیرتابشی چندان مهم نیست، زیرا فروافت ناشی از برهم‌کنش‌های یون-یون [شکل ۱۳.۲ (ب) را ببینید]. نقش مهمی در غلظت‌های یون Nd ذکر شده ندارد. فروافت چند فوتونی نیز چندان مؤثر نیست، به دو علت یکی استتار ناشی از حالت‌های $5s^2$ و $5p^6$ و دیگری گاف بزرگ انرژی بین ${}^4F_{3/2}$ و نزدیکترین تراز در زیر آن. این بدان معناست که بخش زیادی از توان دمش در تراز ${}^4F_{3/2}$ تجمع می‌یابد، به طوری که این تراز نامزد خوبی به عنوان تراز بالایی برای عمل لیزر محسوب می‌شود.

براساس بررسی پیشین، می‌بینیم که گذارهای لیزری متعددی بین ${}^4F_{3/2}$ و چند تراز پایینتر I عملی است، که از میان این گذارها، ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ قویترین آن است. سپس تراز ${}^4I_{11/2}$ به دنبال فروافت سریع (چند صد پیکوثانه‌ای) به تراز پایه ${}^4I_9/2$ جفت می‌شود، به طوری که ترازمندی گرمایی بین این دو تراز به سرعت برقرار می‌شود. چون اختلاف انرژی بین ترازهای ${}^4I_{11/2}$ و ${}^4I_9/2$ تقریباً یک مرتبه بزرگی بزرگتر از kT است، در نتیجه طبق آمار بولتزمن، تراز ${}^4I_{11/2}$ را می‌توان با تقریب خوبی در تمام لحظه‌ها خالی در نظر گرفت. بنابراین عمل لیزری در گذار ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ با طرح چهارترازی متناظر است. طبق بحث قبل، تراز ${}^4F_{3/2}$ بنابر اثر اشتارک به دو زیرتراز R_1 و R_2 شکافته می‌شود، در حالی که تراز ${}^4I_{11/2}$ به شش زیرتراز شکافته می‌شود. عمل لیزر معمولاً از زیرتراز بالاتر R_2 به زیرتراز خاصی از تراز ${}^4I_{11/2}$ اتفاق می‌افتد، زیرا این گذار بزرگترین سطح مقطع گذار القایی را داراست. گذار در $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ (نزدیک فرسوخ) رخ می‌دهد، که متداولترین طول موج برای لیزرهای Nd:YAG است. دقت کنید که به عمل لیزر روی گذار ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ نیز می‌توان دست یافت (شکل ۱۵.۲ را ببینید، قویترین طول موج گذار در این مورد، $\lambda = 1.319 \mu\text{m}$ است) مشروط بر آنکه بیشترین بازتابندگی پوششهای چندلایه‌ای دی‌الکتریکی آینه‌های کاواک در $\lambda = 1.319 \mu\text{m}$ و کمترین آن در $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ وجود داشته باشد (شکل ۹.۴ را ببینید). با دمش لیزری دیودی، عمل لیزر روی گذار ${}^4I_9/2 \rightarrow {}^4F_{3/2}$ نیز به‌رمار مؤثری حاصل شده است. در این مورد، گذار در طول موج $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ (شکل ۱۵.۲) به زیرتراز حالت ${}^4I_9/2$ است، که با وجود اینکه زیرترازی است که کاملاً پایین قرار گرفته است، طبق آمار بولتزمن همچنان پرجمعیت است؛ بنابراین سیستم به صورت لیزر شبه سه‌ترازی عمل می‌کند. در مورد گذار معمول $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ ، و احتمالاً برای سایر موارد، گذار لیزری در دمای اتاق، از طریق برهم‌کنش با فونونهای شبکه، به صورت همگن پهن شده است. پهنای خط متناظر با آن برابر است با $126 \text{ GHz} = 4.2 \text{ cm}^{-1} \cong \Delta\nu$ ، در $T = 300 \text{ K}$ (شکل ۱۰.۲ را ببینید). بر این اساس لیزر Nd:YAG نامزد خوبی برای عملکرد قفل‌شده مدی می‌شود، و در واقع با فقل‌شدگی مد انفعالی تپهایی به کوتاهی 5 ps به دست آمده است (مثال ۸.۸ را ببینید). طول عمر بلند تراز بالایی لیزر ($\tau \cong 230 \mu\text{s}$) نیز باعث می‌شود لیزر Nd:YAG برای عملکرد سوئیچ‌شده Q بسیار مناسب باشد. خلاصه‌ای از پارامترهای مرتبط اپتیکی و طیف‌نمایی برای Nd:YAG در دمای اتاق در جدول ۳.۹ ارائه شده است.

لیزرهای Nd:YAG به صورت پیوسته‌موج یا تپ‌ی عمل می‌کنند و دمش آنها به وسیله لامپ یا لیزر نیمرسانای AlGaAs صورت می‌گیرد [۵]. برای دمش لامپی، عموماً از لامپهای خطی در آرایشهای تک‌بیضی [شکل ۱۰.۶ (الف)]، جفت‌شدگی نزدیک [شکل ۱۰.۶ (ب)]، یا چند بیضی (شکل ۲.۶) استفاده می‌شود. فشار متوسط ($500\text{--}1500 \text{ Torr}$) لامپهای Xe و لامپهای Kr

جدول ۳.۹ پارامترهای اپتیکی و طیف‌نمایی لیزرهای Nd:YAG ($\lambda = 1.064 \mu\text{m}$) Nd:YVO_۴، (فسفات) Nd:YLF ($\lambda = 1.053 \mu\text{m}$) و شیشه Nd:YVO_۴، ($\lambda = 1.064 \mu\text{m}$)

Nd: شیشه	Nd:YLF	Nd:YVO _۴	Nd:YAG	
$\lambda = 1.054 \mu\text{m}$	$\lambda = 1.053 \mu\text{m}$	$\lambda = 1.064 \mu\text{m}$	$\lambda = 1.064 \mu\text{m}$	
(فسفات)				
%۳.۸	%۱ atom.	%۱ atom.	%۱ atom.	آلاینده‌گی Nd
وزن Nd _۲ O _۳				
۳.۲	۱.۳	۱.۵	۱.۳۸	N_t یون/cm ^۳ (۱۰ ^{۲۰}) الف
۳۰۰	۴۵۰	۹۸	۲۳۰	τ (μs) ب
۱۸۰	۱۳	۱۱.۳	۴.۵	$\epsilon \Delta \nu_0$ (cm ^{-۱}) ج
۰.۴	۱.۹	۷.۶	۲.۸	σ_e (۱۰ ^{-۱۹} cm ^۲) د
$n = 1.54$	$n_o = 1.4481$	$n_o = 1.958$	$n = 1.82$	ضریب شکست
	$n_e = 1.4704$	$n_e = 2.168$		

الف) N_t غلظت یونهای فعال است، ب) τ طول عمر فلورسانسی است، ج) $\Delta \nu_0$ پهنای خط گذار (FWHM) است، د) σ_e سطح مقطع مؤثر گسیل القایی است. داده‌ها برای عملکرد در دمای اتاق هستند.

با فشار بالا (۴-۶ atm) به ترتیب برای موارد تپی پیوسته‌موج به‌کار برده می‌شود. اگر میله‌ای به‌عنوان محیط فعال به‌کار برده شود، قطر میله نوعاً از ۳ تا ۶ میلیمتر و طول آن از ۵ تا ۱۵ سانتیمتر متغیر است. برای کاهش عدسی‌شدگی گرما القایی دمش و دوشکستی گرمایی از آرایش تیغه‌ای [شکل ۳.۶ الف]) نیز استفاده می‌شود. بازدهی شیب برای هر دو عملکرد پیوسته‌موج و تپی حدود ۳٪ است؛ توانهای متوسط خروجی تا چند kW (۱-۳ kW) متداول است. امروزه لیزرهای دمیده‌شده دیودی به طریق طولی (شکل ۱۱.۶) با توانهای خروجی پیوسته‌موج با حدود ۱۵ W و لیزرهای دمیده‌شده دیودی به طریق عرضی (شکل‌های ۱۴.۶ و ۱۵.۶) با توانهای خروجی پیوسته‌موج خیلی بالاتر از ۱۰۰ W موجودند. بازدهی شیب برای دمش دیودی بسیار بالاتر از دمش لامپی است و به بیش از ۱۰٪ می‌رسد.

لیزرهای Nd:YAG کاربردهای گسترده‌ای پیدا کرده‌اند که موارد زیر را دربر می‌گیرد: (۱) ماده‌آمایی، نظیر سوراخکاری و جوشکاری. در کاربردهای سوراخکاری، باریکه لیزر تپی تکرار شونده روی ماده متمرکز می‌شود (عموماً از توانهای متوسط ۵۰-۱۰۰ W با انرژی تپ $J = 5 - 10$ ، مدت زمان تپ $1 - 10 \text{ ms}$ ، $\Delta \tau_p$ ، و آهنگ تکرار تپ $f = 10 - 100 \text{ Hz}$ استفاده می‌شود). در کاربردهای جوشکاری، باریکه لیزر تپی تکرار شونده‌ای را از طریق تری نوری به قطر ۲-۵ mm در

ناحیه کار می‌فرستند (امروزه عموماً توان متوسط به بزرگی ۲ kW با این روش حاصل می‌شود). در این کاربرد، به علت انعطاف‌پذیری سیستم که نتیجه انتقال باریکه از طریق تار نوری است، لیزرهای پرتوان Nd:YAG جانشین رقبای پا برجایشان (لیزرهای پرتوان CO₂) شده‌اند. (۲) کاربردهای پزشکی. در انعقاد و تبخیر بافت لیزرهای Nd:YAG پیوسته‌موج با توانهایی به بزرگی ۵۰ W به‌کار می‌رود؛ باریکه از طریق تار نوری که داخل اندوسکوپ قرار می‌گیرد، به اعضای داخلی (ریه‌ها، شکم، مثانه) بدن فرستاده می‌شود. لیزرهای Nd:YAG سوئیچ‌شده Q تکرار شونده معمولاً برای فوتوگسیختگی غشاهای شفاف مبدأ ناخوشی که معمولاً در اتاقک قدامی چشم ظاهر می‌شود (مثلاً آب مرورید ثانویه)، یا برای برداشتن بخشی از عنبیه به‌کار می‌روند. (۳) فاصله‌یابی لیزری، مخصوصاً برای فاصله‌یابهای لیزری و علامت‌گذارهای هدف در زمینه نظامی به‌کار برده می‌شوند و در آنها از لیزرهای سوئیچ‌شده Q استفاده می‌شود ($E \approx 100 \text{ mJ}$, $\Delta T_p = 5 - 20 \text{ ns}$). (۴) کاربردهای علمی. در این مورد، عموماً لیزرهای سوئیچ‌شده Q با باریکه‌های هماهنگ دوم ($\lambda = 532 \text{ nm}$)، هماهنگ سوم ($\lambda \cong 355 \text{ nm}$)، و هماهنگ چهارم ($\lambda = 266 \text{ nm}$)، همچنین لیزرهای قفل‌شده مدی به‌کار می‌روند. در نهایت باید ذکر کرد که امروزه لیزرهای Nd:YAG دمیده‌شده دیودی با مولد هماهنگ دوم درون کاواکی با توان خروجی سبز ($\lambda = 532 \text{ nm}$) پیوسته‌موج تا حدود ۱۰ W موجود است. این لیزرهای تمام حالت جامد می‌توانند جایگزین لیزر Ar در بسیاری از کاربردهای آن باشند.

۲.۲.۲.۹ لیزر Nd:Glass

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، گذارهای مرتبط یون Nd^{3+} به سه الکترون لایه ۴f بستگی دارند که با هشت الکترون لایه خارجی در آرایش ۵s و ۵p استتار شده‌اند. بر این اساس، ترازهای انرژی Nd:glass تقریباً همان ترازهای Nd:YAG است. بنابراین، مجدداً قویترین گذار لیزری حدود همان طول موج ($\lambda \cong 1.054 \mu\text{m}$) برای شیشه فسفات؛ جدول ۳.۹ را ببینید) رخ می‌دهد. ولی پهنای گذار لیزری بسیار بزرگتر است و آن به علت پهن‌شدگی ناهمگن ناشی از ناهمگنیهای میدان موضعی محیط شیشه‌ای نمونه‌ای است. مخصوصاً، گذار اصلی $\lambda \cong 1.054 \mu\text{m}$ گذار لیزری بسیار پهنتر (تقریباً ۴۰ بار) است، در حالی که سطح مقطع قله قدری کوچکتر (تقریباً ۷ بار) از Nd:YAG است. البته پهنای نوار بزرگتر ویژگی مطلوبی برای عملکرد قفل‌شده مدی است؛ در واقع لیزرهای نئودیمیم شیشه‌ای قفل‌شده مدی انفعالی با دمش دیودی تپهای فمتو ثانیه‌ای ($\sim 100 \text{ fs}$) ایجاد کرده‌اند. سطح مقطع کوچکتر ویژگی مطلوبی برای سیستمهای تپی با انرژی بالاست، چون موجب می‌شود تا وارونی آستانه برای فرایند مزاحم ASE افزایش یابد (معادله (۴.۹.۲)).

را ببینید]. بنابراین قبل از شروع ASE، انرژی در واحد حجم بیشتری در Nd:glass در مقایسه با Nd:YAG می‌تواند ذخیره شود (مثال ۱۳.۲ را ببینید). توجه کنید که ساخت شیشه، به علت دمای ذوب پایینترش، بسیار ساده‌تر از YAG است، به این ترتیب می‌توان محیطهای فعال با ابعاد بسیار بزرگتری تولید کرد. چون نوارهای جذبی دمش Nd:glass خیلی بهتر از نوارهای جذبی دمش Nd:YAG است و غلظتهای Nd^{3+} نوعاً ۲ برابر است، بازدهی دمش میله Nd:glass دمیده‌شده لامپی قدری بزرگتر (تقریباً ۱٫۶ بار) از بازدهی دمش میله Nd:YAG با همان ابعاد است (جدول ۱۰.۶ را ببینید). با وجود این مزایای Nd:glass در مقایسه با Nd:YAG، باید عیب رسانندگی گرمایی بسیار پایینتر آن را بیان کنیم. (رسانندگی گرمایی شیشه حدود ده بار کوچکتر از رسانندگی گرمایی Nd:YAG است). این موضوع، کاربردهای لیزرهای Nd:glass را صرفاً به سیستمهای لیزر تپی با آهنگ تکرار نسبتاً پایین (کمتر از ۵ Hz) محدود ساخته است تا بتوان از مسائل گرمایی در محیط فعال (میله یا تیغه) دوری جست.^۱

همان‌طوری که قبلاً بحث شد، لیزرهای Nd:glass اغلب در کاربردهایی به‌کار می‌آیند که لیزر تپی با آهنگ تکرار پایین مورد نیاز باشد، مثلاً در بعضی فاصله‌یابهای نظامی و بعضی لیزرهای Nd در کاربردهای علمی. یک کاربرد بسیار مهم Nd:glass در تقویت‌کننده‌های لیزری در سیستمهای با انرژی خیلی بالا است که در آزمایشهای گداخت با محرک لیزری به‌کار برده می‌شود. سیستمهای مبتنی بر تقویت‌کننده‌های Nd:glass در واقع در چند کشور ساخته شده‌اند، بزرگترین آنها در ایالات متحد (لیزر نوا^۲، آزمایشگاه ملی لورنس لیورمور^۳) قرار دارد، که تپهایی با انرژی تقریباً ۱۰۰ kJ و توان قله $(\Delta T_p = 1 \text{ ns})$ ۱۰۰ TW ایجاد می‌کند. لیزر از زنجیره‌ای از تقویت‌کننده‌های Nd:glass تشکیل می‌شود که بزرگترین آن صفحات (دیسکهای) Nd:glass است [شکل ۳.۶(ب)] را ببینید). ضخامت هر دیسک حدود ۴ cm و قطر آن ۷.۵ cm است. تسهیلات ملی افزایش^۴ تپهایی با انرژی بسیار بالاتر (حدود ۱۰ MJ، آزمایشگاه ملی لورنس لیورمور) و سیستم مشابهی حدود همان انرژی خروجی (حدود ۲ MJ، مرکز لی می^۵) در حال حاضر به‌ترتیب در ایالات متحد و فرانسه در حال ساخت هستند.

۳.۲.۲.۹ سایر میزبانهای بلوری

مواد بلوری دیگر بسیاری به‌صورت میزبان یون Nd^{3+} به‌کار برده شده‌اند، که در اینجا صرفاً

۱. یک استثنا لیزر تاری شیشه‌ای است که طول بلند و ابعاد عرضی کوچک آن مسئله گرمایی را برطرف می‌کند و در نتیجه دستیابی به توانهای پیوسته‌موج بیش از ۳۰ W ممکن شده است.

2. Nova laser 3. Lawrence Livermore National Laboratory

4. National Ignition facility 5. Limeil Center

YLiF_۴ (YLF) و YVO_۴ را ذکر می‌کنیم.

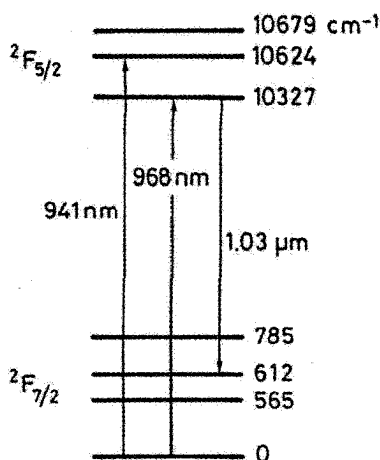
در مقایسه با YAG، ویژگیهای گرماپتیک (عدسی‌شدگی گرمایی القاشده به صورت دمش و دوشکستی گرمایی) بلور YLF بهتر است [۷]؛ بنابراین Nd:YLF دمیده‌شده لامپی برای دستیابی به باریکه‌های cw در مد TEM_{۰۰} با کیفیت بهتر و توان خروجی بالاتر استفاده می‌شود. پهنای خط بزرگتر Nd:YLF در مقایسه با Nd:YAG (حدود سه برابر، جدول ۳.۹ را ببینید)، لیزرهای Nd:YLF را به خصوص برای عملکرد قفل‌شده مدی برای دمش هم به صورت لامپی و هم دیودی مطلوب ساخته است (مثال ۸.۸ را ببینید). ولی، ویژگیهای مکانیکی و گرما مکانیکی YLF از Nd:YAG بدتر است، که کار با میله‌های YLF را سخت‌تر ساخته است و این میله‌ها راحت‌تر می‌شکنند. دقت کنید که طول موج گسیل ۱۰۵۳ nm بلور Nd:YLF آن را با طول موج قله بهره لیزرهای Nd:glass فسفات به خوبی سازگار ساخته است (جدول ۳.۹ را ببینید). بر این اساس، لیزرهای Nd:YLF به‌عنوان مرحله نخست در سیستمهای انرژی بالا برای آزمایشهای گداخت لیزری به‌کار می‌روند.

YVO_۴:Nd، در مقایسه با Nd:YAG، سطح مقطع قله بسیار بزرگتری دارد ($\sigma_e \cong 7.6 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$) و طول عمر فلئوئورسانسی بسیار کوتاهتری دارد ($\tau = 98 \mu\text{s}$). حاصلضرب $\sigma\tau$ برای هر دو مورد یکی است، و بنابراین انتظار می‌رود که آستانه هر دو تقریباً برابر باشد. ولی، به‌ازای وارونی مفروض؛ ضریب بهره YVO_۴:Nd حدوداً سه برابر ضریب بهره Nd:YAG است، که لیزرهای YVO_۴:Nd را نسبت به تلفات کاواکی کمتر حساس می‌سازد. هم‌اکنون لیزرهای YVO_۴:Nd با دمش دیودی به طریق طولی با توان پیوسته موج بالا (حدود ۱۵ W) به صورت تجاری موجود است، در مورد این نوع لیزر ظاهراً YVO_۴:Nd بر Nd:YAG ترجیح دارد.

۳.۲.۹ لیزر Yb:YAG

لیزر Yb:YAG مثال با ارزشی از لیزر شبه سه‌ترازی است. چون در طول موج حدود $1.03 \mu\text{m}$ نوسان می‌کند، رقیب اصلی لیزر Nd:YAG محسوب می‌شود. چون با طرح لیزر شبه سه‌ترازی عمل می‌کند، اغلب به‌وسیله لیزرهای نیمرسانای دیودی دمیده می‌شود تا دمش شدید مورد نیاز را فراهم سازد [۸].

شکل ۳.۹ طرح ساده‌شده نمودار تراز انرژی Yb:YAG را نشان می‌دهد. ساختار ترازى مخصوصاً در اینجا ساده است—تنها یک تراز چندتابی برانگیخته $^2F_{5/2}$ حضور دارد، زیرا Yb^{+3} از لایه پرشده $4f$ یک الکترون کم دارد (جدول ۱.۹ را ببینید)؛ بنابراین، این لایه گویی شامل یک حفرة الکترون است. دو خط جذبی اصلی، به ترتیب در ۹۶۸ و ۹۴۱ nm رخ می‌دهند؛ مقدار سطح



شکل ۳.۹ نمودار تراز انرژی Yb:YAG.

مقطع جذب قله هر دو خط تقریباً یکسان است [شکل ۸.۶ (ب) را ببینید]. اغلب برای دمش دیودی خط در ۹۴۱ nm ترجیح داده می‌شود که علت بزرگتر بودن پهنای خط آن است. خط بهره اصلی در $1.03 \mu\text{m}$ (لیزر شبه سه‌ترازی) اتفاق می‌افتد. در جدول ۴.۹ بعضی پارامترهای مرتبط اپتیکی و طیف‌نمایی برای Yb:YAG در دمای اتاق فهرست شده است. به طول عمر بلند، $\tau = 1.16 \text{ ms}$ ، با مبدأ اساساً تابشی آن توجه کنید که نشان می‌دهد محیط ذخیره انرژی خوبی است.

لیزرهای Yb:YAG در آرایش دمش طولی با استفاده از دمش در طول موج $\lambda_p = 943 \text{ nm}$ ، غالباً به وسیله لیزرهای چاه کوانتومی کرنش‌یافته InGaAs/GaAs دمیده می‌شوند، هر چند به وسیله لیزر Ti:sapphire نیز دمیده می‌شوند. بازدهی اپتیکی-به-اپتیکی خیلی بالاست ($\sim 60\%$)، که در اصل به علت بازدهی کوانتومی دمش بالا ($\eta_q = h\nu/h\nu_p = \lambda_p/\lambda = 91.5\%$) حاصل می‌شود [۹]. تاکنون توانهای خروجی متوسط فراتر از 50 W به دست آمده است [۱۰]. در مقایسه با Nd:YAG، لیزر Yb:YAG ویژگیهای مطلوب زیر را ارائه می‌دهد:

۱. کاستی کوانتومی خیلی پایین [$(h\nu_p - h\nu)/h\nu_p \cong 9\%$] و در نتیجه بخشی که موجب گرمایش می‌شود ناچیز است.

۲. طول عمر تابشی بلند حالت بالایی، لیزر Yb:YAG را محیط خوبی برای سوئیچ‌شدگی Q می‌سازد.

۳. ترازهای آلایندگی بالا (ناشی از ساختار تراز انرژی ساده آن) - ۶۵ درصد اتمی، اغلب به‌کار برده می‌شود، بدون آنکه به علت برهم‌کنش یون-یون اتلاف فلوئورسانسی ایجاد شود.

جدول ۴.۹ پارامترهای اپتیکی و طیف‌نمایی در دمای اتاق مهم‌ترین مواد لیزری شبه سه‌ترازی

Yb:Er:glass ^{الف}	Tm:Ho:YAG	Nd:YAG	Yb:YAG	پارامترهای محیط فعال
$\lambda = 1.054 \mu\text{m}$	$\lambda = 2.091 \mu\text{m}$	$\lambda = 964 \mu\text{m}$	$\lambda = 1.03 \mu\text{m}$	
(فسفات)				
		۱.۱ atom.	۶.۵ atom.	آلاینده‌گی (درصد اتمی)
۱۰(Yb)	۸(Tm)	۱.۵	۸.۹۷	N_t (یون/cm ^۳ × ۱۰ ^{۲۰})
۱(Er)	۰.۵(Ho)			
۸	۸.۵	۰.۲۳	۱.۱۶	τ (ms)
۱۲۰	۴۲	۹.۵	۸۶	$\Delta\nu_0$ (cm ^{-۱})
۰.۸	۰.۹	۲.۴	۱.۸	σ_e (۱۰ ^{-۲۰} cm ^۲)
۰.۸	۰.۱۵۳	۰.۲۹۶	۰.۱۲	σ_a (۱۰ ^{-۲۰} cm ^۲)
$n = 1.531$	$n = 1.82$	$n = 1.82$	$n = 1.82$	ضریب شکست

الف) برای Yb:glass، مقدار مؤثر سطح مقطع القایی و سطح مقطع جذب تقریباً یکسان است، به طوری که می‌توان فرض کرد لیزر (تقریباً) به صورت سه‌ترازی خالص عمل می‌کند.

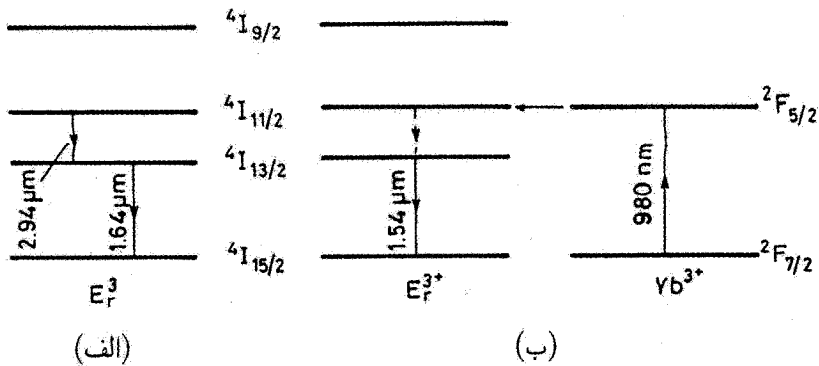
۴. پهنای نوار گسیل زیاد (حدود ۸۶ cm^{-۱})، آن را برای عملکرد قفل‌شده مدی مناسب نشان می‌دهد (در واقع تپهای زیر پیکوتوانیه به دست آمده است).

۵. سطح مقطع گسیل القایی پایین ذخیره انرژی زیاد را قبل از شروع ASE ممکن می‌سازد.

در مقابل این خواص مطلوب، محدودیت اصلی Yb:YAG آستانه بالای آن است، که از سرشت شبه سه‌ترازی و سطح مقطع گسیل القایی پایین آن ناشی می‌شود. با توجه به ویژگیهای گوناگونی که از Yb:YAG در بالا ارائه دادیم، می‌شود گفت این لیزر برای بسیاری از کاربردها که از لیزر با دمش دودی در طول موج حدود ۱ μm لازم است از Yb:YAG بهتر عمل می‌کند.

۴.۲.۹ لیزرهای Er:YAG و Yb:Er:glass

لیزرهای اربیم در طول موج ۲.۹۴ μm (برای Er:YAG) یا در طول موج ۱.۰۵۴ μm (برای Yb:Er:glass) تابش گسیل می‌کنند [۱۱]. طول موج اول مخصوصاً برای کاربردهای زیست‌پزشکی مناسب است، در حالی که طول موج دوم برای کاربردهایی مطلوب است که حفاظت چشم اهمیت دارد و نیز برای مخابرات نوری در پنجره سوم شفافیت تارهای نوری. در مورد Er:YAG، یون Er^{۳+} بعضی از جایگاههای یون Y^{۳+} در شبکه را اشغال می‌کند؛



شکل ۴.۹ ترازهای انرژی مرتبط (الف) Er:YAG و (ب) Yb:Er:phosphate glass.

شکل ۴.۹ (الف) ترازهای انرژی مرتبط لیزر را نشان می‌دهد. نوسان لیزری یا روی گذار ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ (در طول موج $\lambda = 2.94 \mu\text{m}$) رخ می‌دهد یا روی گذار ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^5I_{15/2}$ (در طول موج $1.64 \mu\text{m}$). به علت جذابیت آنها برای کاربردهای زیست‌پزشکی، لیزرهای Er:YAG که در طول موج گذار $\lambda = 2.94 \mu\text{m}$ نوسان می‌کنند بسیار توسعه یافته‌اند. طیف‌نمایی Er:YAG نشان می‌دهد که برای برانگیزش با لامپ درخش، تراز بالایی لیزر، ${}^4I_{11/2}$ ، به وسیله جذب نور از گذارهایی در طول موجهای کوتاه‌تر از 600 nm دمیده می‌شود. برای دمش با لیزر دیودی، لیزرهای دیودی که در $\lambda = 970 \text{ nm}$ نوسان می‌کنند (چاههای کوانتومی کرنش‌یافته InGaAs/GaAs) به‌کار برده می‌شوند. طول عمر حالت بالایی ($\sim 1 \text{ ms}$) بسیار کوتاه‌تر از طول عمر حالت پایینی ($\sim 2 \text{ ms}$) است، بنابراین اغلب لیزر در نظام تپی عمل می‌کند. با وجود این نسبت نامطلوب طول عمری، لیزر تحت شرایط عملکرد عادی به صورت پیوسته‌موج نیز عمل می‌کند، مخصوصاً وقتی به وسیله لیزر دیودی دمیده می‌شود. علت این آن است که، غلظتهای بالای Er به‌کاررفته (10 تا 50 درصد اتمی) موجب بروز برهم‌کنش قوی Er^{3+} - Er^{3+} می‌شود که به گذاری کارآمد تبدیل رو به بالایی ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$ منتهی می‌شود [شکل ۱۳.۲ (ج) را ببینید]. این فرایند به بازچرخش انرژی از تراز پایینتر ${}^4I_{13/2}$ به تراز بالاتر لیزری ${}^4I_{11/2}$ می‌انجامد.

در یک آرایش دمیده لامپ درخش، ابعاد میله Er:YAG نوعاً در حدود ابعاد لیزر Nd:YAG دمیده‌شده لامپ درخش است (مثلاً قطر 6 mm در طول 75 cm)؛ و معمولاً با استفاده از استوانه بیضوی یا اتاقک دمش جفت‌شده نزدیک دمیده می‌شود (شکل ۱۰.۶). لیزرهای Er:YAG دمیده‌شده لامپ درخش عموماً با انرژیهای خروجی تا 1 J و آهنگهای تکرار

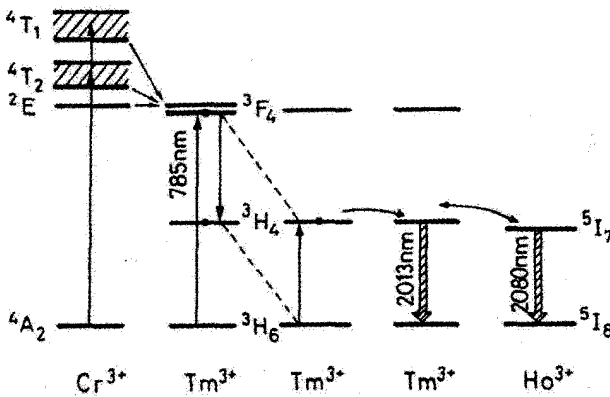
تا ۱۰ Hz موجود است. به علت جذب خیلی شدید آب در اطراف $\lambda = 2.94 \mu\text{m}$ ، لیزرهای Er:YAG دمیده شده لامپ درخشی، به ویژه برای کاربردهای زیست پزشکی و به خصوص برای جراحی پلاستیک مورد توجه اند. در واقع حدود ۷۰٪ بدن انسان از آب تشکیل شده است و عمق نفوذ به پوست لیزر Er:YAG در طول موج $2.94 \mu\text{m}$ حدود $5 \mu\text{m}$ است. اخیراً در لیزرهای Er:YLF دمیده شده دیودی که در $\lambda = 2.8 \mu\text{m}$ نوسان می کنند به عملکرد پیوسته موج با بازدهی شیب اپتیکی به اپتیکی خوبی (حدود ۳۵٪) و توان خروجی نسبتاً بالایی (بیشتر از ۱ W) دست یافته اند.

شکل ۴.۹ (ب) ترازهای انرژی مرتبط با لیزر Yb:Er:phosphate glass را نشان می دهد. لیزر یا به وسیله لامپ درخش [۱۳] یا لیزر دیودی پیوسته موج [۱۴] دمیده می شود؛ لیزر اغلب روی گذار ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ ($\lambda = 1.054 \mu\text{m}$) نوسان می کند. در مورد لیزرهای $1.054 \mu\text{m}$ Er، برای اجتناب از اثر مضر سازوکار تبدیل رو به بالا که قبلاً ذکر شد، غلظت Er باید پایین نگه داشته شود. پس برای دمش لامپ درخشی و لیزر دیودی، ضرایب جذب Er برای عملکرد کارآمد بیش از حد کوچک است؛ برای افزایش جذب دمش، از هم آلایندگی با یونهای Yb^{3+} (و یونهای Cr^{3+} برای دمش لامپ درخشی) استفاده می شود. با دمش دیودی در اطراف طول موج ۹۸۰ nm، توان دمش در اصل به وسیله یونهای Yb^{3+} جذب می شود (گذار ${}^2F_{7/2} \rightarrow {}^2F_{5/2}$)؛ سپس، برانگیختگی به طور مؤثر به تراز ${}^4I_{11/2}$ Er، از طریق برهم کنش دوقطبی دوقطبی نوع فورستر، منتقل می شود (بخش ۱.۶.۲ را ببینید). سپس تراز ${}^4I_{11/2}$ Er، با واهلش چند فوتونی نسبتاً سریع ($\tau \cong 0.1 \text{ ms}$) به تراز بالایی لیزر، ${}^4I_{13/2}$ فرو می افتد. طول عمر این تراز در فسفات شیشه مخصوصاً بلند است ($\tau \cong 8 \text{ ms}$)، که آن را برای عمل لیزر خیلی مناسب خواهد ساخت. توجه کنید که قله طیف بهره Er:glass تنها قدری به سمت طول موجهای بلندتر جابه جایی استوکس یافته است (در مقایسه با قله طیف جذبی)؛ در واقع هر دو طیف از گذارهای متعددی در چندتاییهای ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ ناشی می شوند. بنابراین لیزر Yb:Er:glass تقریباً نظیر لیزر سه تراز خالص رفتار می کند. جدول ۴.۹ سایر خواص مرتبط طیف نمایی و اپتیکی لیزر Yb:Er:glass را نشان می دهد.

لیزرهای سوتیج شده Qی دمیده شده لامپ درخشی Cr:Yb:Er:glass برای فاصله یابهای لیزری ایمن برای چشم به کار برده می شوند. در واقع طول موج $1.05 \mu\text{m}$ به خصوص برای چشم ایمن است [۱۵]. لیزرهای Yb:Er:glass دمیده شده دیودی پیوسته موج، دارای تواناییهای کاربردی در مخابرات نوری و برای اندازه گیریهای نوری فضای آزاد که ایمنی چشم مورد نظر باشد، هستند.

۵.۲.۹ Tm:Ho:YAG لیزر

شکل ۵.۹ ترازهای انرژی مرتبط با لیزر Tm:Ho:YAG را نشان می‌دهد [۱۶]. هر دو یون Tm^{3+} و Ho^{3+} جایگاههای یون Y^{3+} را در شبکه اشغال کرده‌اند. غلظت‌های نوعی Tm نسبتاً بالاست (۱۰-۴ درصد اتمی) در حالی‌که غلظت یونهای Ho یک مرتبه بزرگی کوچکتر است. در دمش لامپ درخشی محیط فعال با یونهای Cr^{3+} نیز تهیه می‌شود، که جایگزین یونهای Al^{3+} در بلور YAG می‌شوند. در این مورد، عمده انرژی دمش در گذارهای ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_2$ و ${}^1A_2 \rightarrow {}^4T_1$ یونهای کروم جذب می‌شود، سپس با کارایی بالا به تراز 3F_4 یون Tm^{3+} از طریق برهم‌کنش یون-یون نوع فورستر منتقل می‌شود. برای دمش پیوسته موج دیودی، تراز 3F_4 ، Tm^{3+} مستقیماً از طریق لیزرهای نیم‌رسانای AlGaAs در طول موج ۷۸۵ nm دمیده می‌شود، به طوری که به هم آلاینده‌گی با یونهای Cr^{3+} هم برای دمش لامپ درخشی و هم لیزر دیودی نیازی نیست. برانگیزش تراز 3F_4 یون Tm^{3+} با فرایند واهلش عبوری بین یونهای مجاور هم دنبال می‌شود، که به صورت $Tm({}^3F_4) + Tm({}^3H_6) \rightarrow 2Tm({}^3H_4)$ است. این فرایند یک یون برانگیخته Tm در حالت 3F_4 را به دو یون برانگیخته Tm تبدیل می‌کند که هر دو در حالت 3H_4 هستند. برای غلظت‌های بالای به‌کاررفته Tm، این فرایند واهلش عبوری بر فروافت تابشی 3F_4 غلبه می‌کند که به بازدهی کوانتومی دمش در حدود ۲ منجر می‌شود. سپس مهاجرت سریع فضایی انرژی برانگیخته بین یونهای Tm، این بار نیز بر اثر برهم‌کنش یون-یون نوع فورستر، رخ خواهد داد تا برانگیخته‌گی به



شکل ۵.۹ نمودار تراز انرژی مرتبط در سیستم Cr:Tm:Ho:YAG.

۱. طبق نظریه گروه در اینجا نمادهای T_1 و T_2 برای یون Cr^{3+} در میدان بلور آکتهدرال را به‌کار برده‌ایم که معادل نمادهای قدیمی F_1 و F_2 برای یاقوت است (شکل ۱.۹ را ببینید).

یون Tm خیلی نزدیک به یون Ho برسد. در این مورد، انتقال انرژی به تراز 5I_7 ، Ho رخ می‌دهد، که به دنبال آن عمل لیزر روی گذار ($^5I_7 \rightarrow ^5I_8$) صورت می‌گیرد. عمل لیزر اغلب بین پایینترین زیرتراز چندتابی 5I_7 به زیرتراز حدود 462 cm^{-1} بالای زیرتراز پایه چندتابی 5I_8 در طول موج $\lambda = 2.08 \mu\text{m}$ رخ می‌دهد (لیزر شبه سه‌ترازی). بدون آلایندگی Ho، عمل لیزر برای بلور روی گذار $^3H_6 \rightarrow ^3H_4$ ، Tm و در طول موج $\lambda = 2.02 \mu\text{m}$ ممکن می‌شود.

در صورت دمش با لامپ درخش، محیط فعال به صورت میله‌ای با همان ابعاد نوعی میله Er:YAG است که در بخش ۴.۲.۹ بررسی شد، و مجدداً دمش در استوانه بیضوی یا آرایش جفت‌شدگی نزدیک صورت می‌گیرد (شکل ۱.۰۶). انرژیهای خروجی تا ۱ J در تپی با پهنای حدود $200 \mu\text{s}$ و بازدهی شیب تا ۴٪ با آهنگ تکرار زیر ۱۰ Hz ارقام معمول عملکرد لیزری است. این لیزر کاربردهای جالبی در زمینه زیست‌پزشکی دارد، چون بافت زیستی نیز در اطراف $2 \mu\text{m}$ جذب قوی دارد (با وجودی که در طول موج $2.94 \mu\text{m}$ مربوط به لیزر Er جذب آن چندان قوی نیست). در حالت دمیده‌شده دیودی، اغلب آرایش دمش طولی، نظیر آرایش ۱۱.۶ (الف)، به‌کار می‌رود. با ضریب جذب قوی یونهای Tm^{3+} در طول موج دمش ($\alpha_p \cong 6 \text{ cm}^{-1}$)، ضخامت محیط فعال هم‌اکنون نوعاً ۲-۳ mm است؛ و این محیطی است که عموماً تا دماهای پایین (10°C تا -40°C) سرد می‌شود، تا جمعیت گرمایی تراز پایتتر لیزر کاهش یابد.

سیستمهای رادار لیزری همدوس ایمن برای چشم، که در آنها از لیزرهای Tm:Ho:YAG استفاده می‌شود، برای اندازه‌گیری از فاصله دور سرعت باد در جو به‌کار برده می‌شوند. در این سیستم از لیزر تک‌بسامدی دمیده دیودی Tm:Ho استفاده می‌شود که هدف تزریق به نوسانگر اصلی سوئیچ‌شده Q از طریق سلول پاکلز با دمش به وسیله لامپ درخش Cr:Tm:Ho:YAG است.

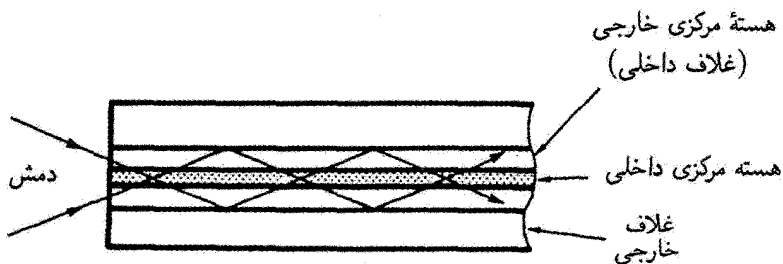
۶.۲.۹ لیزرهای تاری

در لیزر تار، محیط فعال هسته مرکزی تار آلاییده به نادر خاکی است [۱۷]. عموماً، این تار نوری است که از سیلیس ساخته می‌شود. باریکه دمش به صورت طولی در طول تار منتشر می‌شود و یا به وسیله خود هسته مرکزی که برای مد لیزر صورت می‌گیرد (لیزر تار تک‌مدی متداول)، یا به وسیله غلاف داخلی حول این هسته مرکزی (لیزر تار با دو غلاف) هدایت می‌شود. توجه کنید که، با وجودی که لیزرهای تار ابتدا در اوایل توسعه لیزر عرضه شدند [۱۸]، تنها در سالهای اخیر (پس از اختراع لیزرهای مناسب دیودی که دمش کارآمد را ممکن می‌کند و نیز فناوریهای ساخت تارهای سیلیس آلاینده تک‌مدی) به طور عملی گسترش یافته‌اند.

در تار تک‌مُدی متعارف، ابعاد عرضی هر دو باریکهٔ دمش w_p و لیزر w_o با شعاع a هستهٔ مرکزی در حدود هم‌اند (نوعاً $a \cong 2.5 \mu\text{m}$). بنابراین w_p و w_o هر دو $5^\circ - 10^\circ$ بار کوچکتر از مقادیر نوعی متناظر برای دستگاه کپه‌ای است (مثالهای ۴.۷ و ۵.۷ را ببینید). از معادلات (۱۹.۳.۶) و (۲۴.۳.۶)، به ترتیب برای لیزر چهارترازی و شبه سه‌ترازی، می‌بینیم که توان دمش آستانهٔ P_{th} با $(w_o^2 + w_p^2)$ متناسب است. بنابراین، برای مقادیر یکسان پارامترهای لیزر (مثلاً، $\gamma, \sigma_e, \eta_p, \tau$ برای لیزری چهارترازی)، انتظار می‌رود که P_{th} در لیزر تار در مقایسه با دستگاه کپه‌ای (لیزر عادی) دو تا سه مرتبهٔ بزرگی کوچکتر باشد. بنابراین، طبق مثالهای ۴.۷ و ۵.۷، می‌توانیم توانهای دمش آستانهٔ خیلی پایینتر از 1 mW را که در واقع از لیزرهای تاری به دست آمده است انتظار داشته باشیم. همچنین این استدلال نشان می‌دهد که برای محیطهای فعال با بازدهی کوانتومی تابشی خیلی پایین، و در نتیجه طول عمر τ خیلی کوتاه، بتوان به عمل لیزر دست یافت. از جهتی دیگر، رابطهٔ بازدهی برای لیزر چهارترازی و شبه سه‌ترازی [هر دو مثل هم‌اند؛ معادلات (۱۳.۳.۷) و (۱۰.۴.۷) را ببینید] از طول عمر حالت بالایی مستقل است و تنها به بازدهی دمش η_p بستگی دارد. بنابراین، حتی برای گذاری با بازدهی کوانتومی تابشی پایین، اگر عمدهٔ توان دمش جذب شود (یعنی، $\eta_p \cong 1$) بازدهی شیب لیزری بالایی را می‌توان به دست آورد. بنابراین، گذارهایی که در محیطهای کپه‌ای ظاهراً ناممکن‌اند، در تاری که با دیود دمیده می‌شود، همچنان بازدهی شیب بالا و آستانهٔ خیلی پایینی را نشان می‌دهند. به اثری جالب در توانهای دمش بالا (تا حدود 100 mW)، بخش $1.3.6$ را ببینید) حاصل از لیزرهای دیودی تک‌مُد عرضی باید توجه شود و آن تهی‌شدگی حالت پایه است. برای مثال، لیزری چهارترازی نظیر Nd: glass را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که F_p شار فوتون دمش (برای سادگی آن را در هستهٔ مرکزی یکنواخت در نظر می‌گیریم) و N_2 و N_g به ترتیب جمعیت تراز پایه و تراز بالایی لیزر باشند. در غیاب عمل لیزر و تحت شرایط پیوسته‌موج به سادگی می‌توانیم معادلهٔ تعادلی زیر را بنویسیم

$$\sigma_p F_p N_g = (N_2 / \tau) \quad (1.2.9)$$

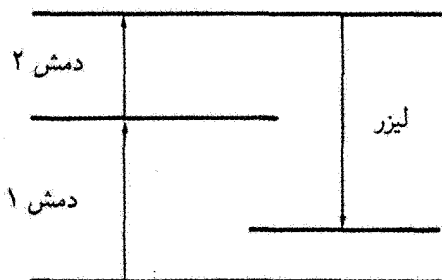
که σ_p سطح مقطع جذب دمش و τ طول عمر حالت بالایی است. بنابراین، وقتی $N_g = N_2$ است، داریم $F_p = (I_p / h\nu_p) = (1 / \sigma_p \tau)$ ، که I_p شدت دمش و $h\nu_p$ انرژی فوتون دمش است. طبق شکل ۸.۶ (الف) و جدول ۳.۹، برای تار Nd: silica، داریم $\sigma_p = 2.8 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$ و $\tau = 300 \mu\text{s}$. از رابطهٔ قبل، به دست می‌آید که $I_p = (h\nu_p / \sigma_p \tau) \cong 25 \text{ kW/cm}^2$ ، به طوری که $P_p = I_p A_{core} \cong 250 \text{ mW}$ ، که A_{core} سطح هستهٔ مرکزی است که $15^{-7} \text{ cm}^2 \approx$ فرض می‌شود. بنابراین، در مثالی که بررسی شد، بیش از نیمی از جمعیت حالت پایه به تراز بالاتر



شکل ۶.۹ طرح دمش غلاف‌گذاری.

لیزر در توانهای دمش زیر 1 mW می‌روند. با فرض آسان بودن تهی‌شدگی القایی دمش جمعیت حالت پایه نتیجه می‌شود که توانهای دمش نوعی می‌تواند جذب را در طولهای بسیار کوچکتر از طول خاموشی سیگنال-کوچک $l = 1/\alpha_p$ ، که ضریب جذب سیگنال-کوچک در طول موج دمش است)، تهی کند. در واقع، می‌شود نشان داد که، اگر توان دمش از این توان اشباع P_p با ضریب x فراتر شود، توان دمش تا فاصله‌ای تقریباً x برابر طول خاموشی به تار نفوذ می‌کند. این وضعیت را در انتخاب طول بهینه تار باید به حساب آورد.

تارهای تک‌مدی با دمش انتهایی معمولی به چشمه دمش محدودشده پراشی برای دمش کارآمد نیازمندند. بنابراین برای دمش دیودی، تنها ابزار تک‌نواری در شکل ۹.۶ (الف) این نیاز را برآورده می‌سازد؛ در نتیجه توان دمش به 100 mW محدود می‌شود (1 W برای نوسانگر اصلی، تقویت‌کننده توان لیزرهای دیودی) و مطابق با آن، توان خروجی محدود می‌شود. لیزرهای دیودی پرتوان [شکل‌های ۹.۶ (ب) و ۱۰.۶ را ببینید] کیفیت باریکه ضعیفی دارند که برای انتشار مستقیم به انتهای هسته مرکزی تار مناسب نیست. راه‌حل این مسئله با دمش غلاف‌گذاری است که در شکل ۶.۹ نشان داده شده است. هسته مرکزی که شاید یک‌مدی باشد، داخل غلاف داخلی با ضریب شکست کمتر قرار می‌گیرد که آن نیز به‌نوبه خود داخل غلاف خارجی با ضریب شکست باز هم کمتری واقع می‌شود. نور دمش از انتها به غلاف داخلی با کیفیت باریکه نه‌چندان سفت‌وسخت که در دمش هسته مرکزی به آن نیاز است وارد تار می‌شود. طی انتشار باریکه در غلاف داخلی، این نور دمش را هسته مرکزی با ضریب جذب مؤثر کوچکتر از ضریب جذب واقعی هسته مرکزی، با ضریبی در مرتبه نسبت سطح غلاف داخلی به سطح هسته مرکزی، به‌طور مداوم جذب می‌کند. بنابراین، برای آلایندگی مفروض هسته مرکزی باید طول متناظر با آن افزایش یابد تا جذب مؤثر توان دمش ممکن شود. اگر تلفات انتشار دمش در غلاف داخلی و مد لیزرکننده در هسته مرکزی با افزایش طول تار خیلی زیاد نشود، می‌توان به دمش کارآمدی به‌وسیله یک دیود چندمدی و به



شکل ۷.۹ طرح لیزر تبدیل رو به بالا.

عمل لیزری یک‌مُدی کارآمد دست یافت. بنابراین، طرح دمش غلاف‌گذاری، روش بسیار ساده‌ای در افزایش درخشایی چشمهٔ دمش (لیزر دیود) با تبدیل کارآمد آن به خروجی لیزر یک‌مُدی را فراهم می‌سازد. تارهای آلاییدهٔ Nd دمیده‌شده غلاف‌گذاری و تارهای آلاییدهٔ Yb با توانهای خروجی چندوات (۱۰-۴) به صورت تجاری موجودند و ترازهای توان بیش از ۳۰ W آنها ارائه شده است.

همان طوری که بحث شد، مقادیر بالای شدت دمش حاصل از دمش لیزری می‌تواند بخش چشمگیری از جمعیت حالت پایه را در تار یک‌مُدی متعارف به تراز بالاتر یون فعال ارتقا دهد. بنابراین تحت این شرایط، فوتون دوم دمش که با همان طول موج یا طول موجی متفاوت تار است این جمعیت را به تراز همچنان بالاتری ارتقا می‌دهد. از این تراز، عمل لیزر به تراز پایینتر صورت می‌پذیرد، به طوری که انرژی فوتون گسیل‌شده در واقع بالاتر از انرژی هر فوتون دمشی خواهد بود (شکل ۷.۹ را ببینید). به لیزری که با چنین طراحی کار می‌کند که از دو یا بیشتر از دو فوتون دمش با طول موج یکسان یا متفاوت استفاده می‌شود، لیزر تبدیل رو به بالا می‌گویند.

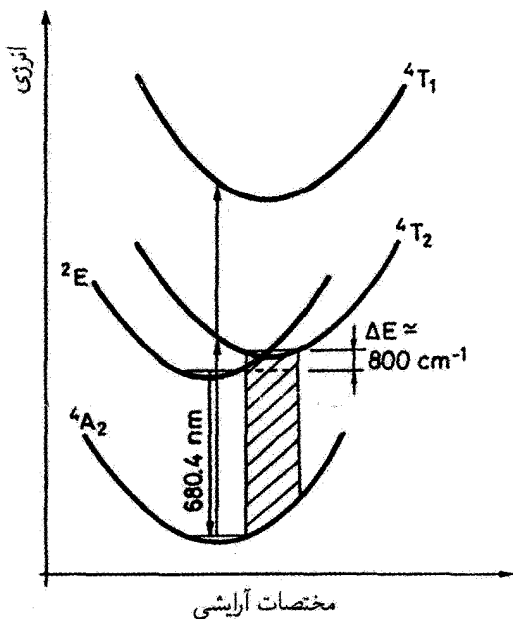
در حالی که چنین طرحهایی برای محیطهای کپه‌ای کاربرد دارد، عمدتاً با لیزرهای تاری و با بهره‌گیری از نوع خاصی از مواد تار عملیتر است. در تارهای سیلیس محدودیتهای اصلی در این تبدیل رو به بالا در واقع به سبب فروافت غیرتابشی ترازهای درگیر است، که معمولاً با غیرفعال‌سازی چندفوتونی رخ می‌دهد. همان‌طور که در بخش ۱.۶.۲ توضیح داده شد، احتمال چنین فروافتی تابعی بسیار قوی از شمار فوتونهایی است که در فرایند گسیل می‌شوند. در این مورد، انرژی فوتون مرتبط، انرژی بیشینه در طیف فوتون محیط میزبان است، زیرا آهنگ فروافت غیرتابشی، برای گذاری مفروض، با افزایش مقادیر این انرژی، به شدت افزایش می‌یابد. برای سیلیس مذاب این انرژی متناظر با حدود 1150 cm^{-1} است، که موجب فروافت غیرتابشی سریع برای گافهای انرژی کمتر از 4500 cm^{-1} می‌شود. کاهش چشمگیری در آهنگ فروافت غیرتابشی به دنبال استفاده

از مواد میزبان با انرژی فونون کمتر پیش می‌آید. از پرمصرفترین موادی که به صورت تار ساخته می‌شوند می‌توان به آمیزه‌ای از فلوئوریدهای فلزات سنگین اشاره کرد که ZBLAN نامیده می‌شوند [که سر واژه زیرکونیم، باریم، لاتانتانم، آلومینیم، و سدیم (Na) است]، که انرژی فونون بیشینه تنها 590 cm^{-1} دارد که ناشی از فلزات سنگین است. چند سال قبل، دستیابی به تار آلاییده نشده در مرحله پیشرفته‌ای از توسعه عملی شد، چون در پی کاهش جذب فروسرخ فلوئوریدهای فلز-سنگینی، به منزله راهی به تارهای با اتلاف خیلی پایین برای مخابرات، توسعه یافته بود.

چنانچه بخواهیم مثالی از توانایی عملکرد، در شرایط دمش با سه فوتون با طول موج یکسان $(\lambda = 1120 - 1150 \text{ nm})$ ذکر کنیم، تارهای ZBLAN آلاییده با Tm^{3+} لیزر بسیار کارآمد تبدیل رو به بالا را در ناحیه آبی (480 nm) ایجاد کرده است که توانهای خروجی فراتر از 200 mW را به دست می‌دهد. وقتی با دو فوتون در 1010 nm و 835 nm دمیده می‌شود، تارهای ZBLAN آلاییده با Pr^{3+} روی چندگذار از آبی تا قرمز ($491, 520, 605, 635 \text{ nm}$) عمل لیزر را ایجاد می‌کنند، که برای مثال، توان خروجی تا 20 mW را در ناحیه آبی به دست می‌دهد. این اعداد، نویدی برای چشمه لیزری تبدیل رو به بالای آبی عملی تمام حالت جامد است.

۷.۲.۹ لیزر الکساندریت^۱

الکساندریت، کریسوبریل^۲ آلاییده شده کروم، بلوری از BeAl_2O_4 است که در آن یونهای Cr^{3+} به جای بعضی یونهای Al^{3+} ($12^\circ\text{R} - 4^\circ\text{R}$ درصد اتمی) قرار گرفته‌اند [۱۹]. این لیزر را می‌توان نمونه بارز رده بزرگی از لیزرهای حالت جامد فعلی دانست، که اغلب لیزرهای حالت جامد تنظیم‌پذیر نامیده می‌شوند. در واقع، طول موج گسیل این لیزرها را می‌توان گستره بهنای نوار وسیعی از طیف (مثلاً $100 \text{ nm} \cong \Delta\lambda$ در اطراف 760 nm برای الکساندریت) تنظیم کرد. لیزرهای حالت جامد تنظیم‌پذیر زیر در بخشهای بعدی بررسی می‌شوند، $\text{Cr}:\text{LiSAF}$ و $\text{Ti}:\text{sapphire}$ ، همچنین $\text{Co}:\text{MgF}_2$ ($800 \text{ nm} \cong \Delta\lambda$ در اطراف $1.9 \mu\text{m}$)، $\text{Cr}^{3+}:\text{YAG}$ ($150 \text{ nm} \cong \Delta\lambda$ در اطراف $1.45 \mu\text{m}$) و $\text{Cr}^{3+}:\text{Forsterite}$ ($250 \text{ nm} \cong \Delta\lambda$ ، در اطراف $1.25 \mu\text{m}$) ($\lambda = 1.25 \mu\text{m}$). لیزرهای مرکز رنگی را نیز در این رده وارد می‌کنیم [۲۰]، که در فروسرخ نزدیک (از طول موج 8°R تا $4 \mu\text{m}$) در گستره وسیعی تنظیم‌پذیرند. لیزرهای مرکز رنگی که زمانی رایج بودند، به علت مسائل موجود در به‌کارگیری و نگهداری محیط فعال و نیز با اختراع لیزرهای رقیب جدید در همان گستره طول موج (یعنی، لیزرهای حالت جامد تنظیم‌پذیر یا نوسانگرهای پارامتری، که در فصل ۱۲ بررسی می‌شوند) از محبوبیت و اهمیتشان کاسته شده است. بنابراین بیشتر از این به آنها نمی‌پردازیم.



شکل ۸.۹ نمودار تراز انرژی لیزر الکساندریت در مدل مختصات آرایش.

همان طوری که قبلاً بحث شد، حالت‌های انرژی یون Cr^{3+} در BeAl_2O_4 به صورت کمی مشابه با یونهای Cr^{3+} در سایر محیط‌های میزبان با میدان بلوری اکتاهدرال هستند. برای توضیح اینکه چرا لیزر الکساندریت تنظیم‌پذیر است، ولی یاقوت، حداقل تا آن حد، تنظیم‌پذیر نیست، به طرح ساده‌شده شکل ۸.۹ برای حالت‌های انرژی برحسب تابعی از مختصات آرایش یون Cr^{3+} (یعنی، فاصله بین این یون و شش آنیون O^{2-} اکتاهدرون^۱ اطراف آن، شکل ۳.۳) مراجعه کنید. شکل ۸.۹ نشان می‌دهد که، به علت تقارن مختصه تعادلی برای هر دو حالت 4T_1 و 4T_2 از 4A_2 و 2E ، به مقدار بزرگتری جابه‌جا شده است.^۲ مانند سایر میزبانهای آلاییده Cr^{3+} ، فروافت بین حالت‌های 4T_2 و 2E با تبدیل داخلی سریعی صورت می‌گیرد (زمان فروافت کمتر از ۱ ps) که احتمالاً به علت عبور بین ترازهای است که بین دو حالت رخ می‌دهد. بنابراین، این دو حالت را می‌توان در ترازمندی گرمایی در تمام لحظات در نظر گرفت، چون اختلاف انرژی بین پایتترین ترازهای ارتعاشی حالت‌های 4T_2 و 2E در الکساندریت ($\Delta E \cong 800 \text{ cm}^{-1}$) تنها چند kT

1. octahedron

۲. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، نمادهای 4T_1 و 4T_2 برای یون Cr^{3+} که در اینجا بررسی شده‌اند، معادل نمادهای 4F_1 و 4F_2 می‌باشند که برای یاقوت به‌کار رفته بود (شکل ۱.۹ را ببینید).

است زمانی که حالت 2E پرجمعیت می‌شود، جمعیت زیادی در چندتایه ارتعاشی حالت 4T_2 حضور دارد. با استناد به اصل فرانک-کوندون^۱، می‌بینیم که گذارهای ارتعاشی-الکترونی از حالت 4T_2 به ترازهای ارتعاشی خالی حالت 4A_2 ختم شده و در نتیجه به گذار لیزری برگزیده می‌شود. چون تعداد ترازهای ارتعاشی درگیر زیاد است، گسیل حاصل به صورت نوار پیوسته یهنی در می‌آید ($\lambda = 700 - 800 \text{ nm}$). سپس، برانگیختگی با فروافت فونونی به پایینترین تراز ارتعاشی حالت 4A_2 ختم می‌شود. بنابراین توصیف فیزیکی گذشته، این نوع لیزر را لیزر منتهی شده فونونی یا لیزر ارتعاشی-الکترونی^۲ می‌نامند.

باید توجه کرد که در لیزر یاقوت عمل لیزر بین حالت‌های 2E و 2A_2 صورت می‌گیرد، در حالی که گذارهای منتهی شده فونونی رخ نمی‌دهد. علت آن است که اختلاف بین 4T_2 و 4F_2 (قدیم) و حالت‌های 2E بسیار بزرگتر ($\Delta E = 2300 \text{ cm}^{-1}$) است و، بنابراین جمعیت زیادی در تراز 4F_2 حضور ندارد. همچنین توجه کنید که، در لیزر الکساندریت، عمل لیزر، مانند یاقوت روی گذار ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ صورت می‌گیرد (شکل‌های ۸.۹ و ۱۰.۹ را با یکدیگر مقایسه کنید). ولی در این مورد، الکساندریت روی طرح سه تراز عمل می‌کند، آستانه بسیار بالاتر است، و طول موج گسیل در مقدار تقریباً متفاوتی ($\lambda = 680.4 \text{ nm}$) صورت می‌گیرد.

دما در الکساندریت عمده‌تاً از طریق نوارهای جذبی سبز و آبی آن صورت می‌گیرد، (گذارهای ${}^4T_2 \rightarrow {}^4A_2$ و ${}^4T_1 \rightarrow {}^4A_2$ ، شکل ۸.۹ را ببینید) که خیلی شبیه به گذارهای یاقوت است. مقادیر مؤثر طول عمر و سطح مقطع‌های گسیل القایی حالت بالایی 4T_2 لیزر را می‌شود به طور تقریبی با این فرض محاسبه کرد که تراز بالاتر شامل دو تراز به شدت جفت شده با فاصله انرژی $\Delta E \cong 800 \text{ cm}^{-1}$ است. این ترازها پایینترین ترازهای ارتعاشی حالت‌های 4T_2 و 2E هستند (شکل ۱۶.۲ و مثال ۱۱.۲ را ببینید). سپس، در دمای $T = 300 \text{ K}$ ، طول عمر حالت بالایی $\tau \cong 200 \mu\text{s}$ می‌شود، که تقریباً همان طول عمر لیزر Nd:YAG است. توجه کنید که با وجودی که طول عمر واقعی حالت 4T_2 بسیار کوتاهتر است ($\tau_T \cong 66 \mu\text{s}$)، طول عمر مؤثر، با حضور حالت با طول عمر طولانی 2F ($\tau_E \cong 1.5 \text{ ms}$)، گذار ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ از نظر اسپین ممنوع (است) به شدت افزایش می‌یابد، و بنابراین به صورت ذخیره‌ای برای حالت 4T_2 عمل می‌کند. به علت جفت شدگی این دو حالت، سطح مقطع مؤثر گذار لیزری ($\sigma_e \cong 0.8 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$) بسیار کوچکتر از مقدار واقعی است. همچنین توجه کنید که هم τ و هم σ_e به دما وابسته‌اند، چون جمعیت نسبی دو حالت به دما بستگی دارد. بعضی داده‌های ایتیکی و طیف‌نمایی مرتبط با گذار لیزر تنظیم‌پذیر الکساندریت در جدول ۵.۹ خلاصه شده است.

جدول ۵.۹ پارامترهای اپتیکی و طیف‌نمایی مهمترین مواد لیزر حالت جامد تنظیم‌پذیر در دمای اتاق

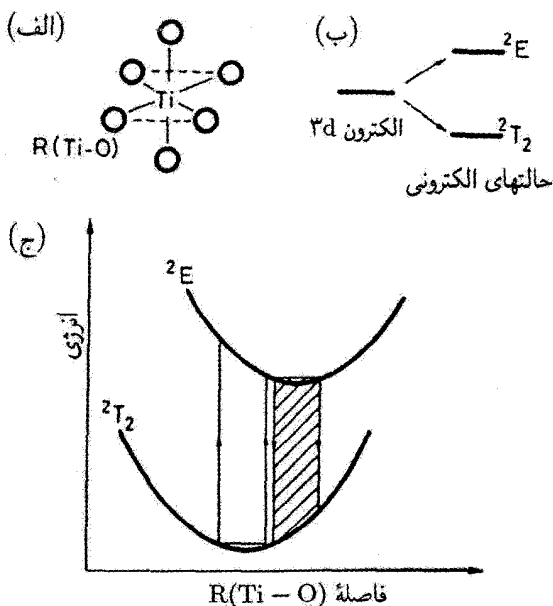
Cr:LiCAF	Cr:LiSAF	Ti:sapphire	الکساندریت	پارامترهای محیط فعال
تا ۱۵	تا ۱۵	۰٫۱	۰٫۴-۱۲	آلایدگی (درصد اتمی)
۱۰	۱۰	۳٫۳	۱٫۸-۵٫۴	الف- N_t (یون/cm ^۳ ۱۰ ^{۱۹})
۷۸۰	۸۵۰	۷۹۰	۷۶۰	طول موج قله (nm)
۷۲۰-۸۴۰	۷۸۰-۱۰۱۰	۶۶۰-۱۱۸۰	۷۰۰-۸۲۰	گستره تنظیم‌پذیری (nm)
۱٫۳	۴٫۸	۲۸	۰٫۸	σ_e (۱۰ ^{-۲۰} cm ^۲)
۱۷۰	۶۷	۳٫۲	۲۶۰	τ (μ s)
۶۴	۸۳	۱۰۰	۵۳	$\Delta\nu$ (THz)
		$n_o = ۱٫۷۶۳$	$n_a = ۱٫۷۳۶۷$	ضرایب شکست
$n_e = ۱٫۳۹$	$n_e = ۱٫۴$	$n_e = ۱٫۷۵۵$	$n_b = ۱٫۷۴۲۱$	
			$n_c = ۱٫۷۳۴۶$	

الف) چگالی یونهای فعال N_t برای هر دوی Cr:LiCAF و Cr:LiSAF و غلظت مولی $\sim ۱\%$ CrF_۳ حالت گذاخته داده شده است.

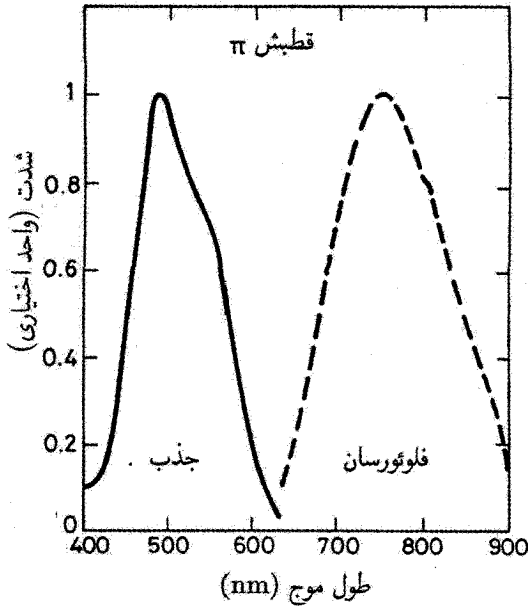
از منظر مهندسی، لیزرهای الکساندریت مشابه با لیزرهای Nd:YAG هستند، در واقع، لیزر الکساندریت اغلب در اتاقک دمش مطابق شکل‌های ۱.۶ یا ۲.۶ به وسیله لامپ دمیده می‌شود. با وجود اینکه این لیزرها اغلب به صورت پیوسته موج عمل می‌کنند، سطح مقطع بسیار کوچکتر آنها در مقایسه با مثلاً Nd:YAG، عمل تپی را عملیتر می‌سازد. لیزر هم در نظام عملکرد آزاد (مدت زمان تپ خروجی $\sim ۲۰۰ \mu$ s) یا نظام سوئیچ شده Q (مدت زمان تپ خروجی ~ ۵ ns) عمل می‌کند؛ لیزر در آهنگ تکرار نسبتاً بالا (۱۰-۱۰۰ Hz) اغلب به صورت تپی است. به علت افزایش شدید در سطح مقطع مؤثر گسیل با دما، میله لیزر معمولاً، در دمای بالایی (۷۰-۵۰°C) نگه‌داشته می‌شود. عملکرد لیزر الکساندریت تپی، دیدگاه انرژی خروجی برحسب انرژی ورودی و بازدهی شیب، شبیه به مورد Nd:YAG با استفاده از میله‌ای با همان ابعاد است. توانهای متوسط تا ۱۰۰ W در آهنگهای تکرار تپ ~ ۲۵ Hz از این لیزر نشان داده شده است. لیزرهای الکساندریت دمیده‌شده با لامپ درخش در صورت نیاز به توان متوسط بالا در طول موج $\lambda \cong ۷۰۰$ nm (مثلاً در سردسازی تدریجی با کمک لیزر ورقهای نازک سیلیسیم)، یا نیاز به تابش با قابلیت تنظیم طول موج (مثلاً در پایش آلودگی) مفید شناخته شده‌اند.

۸.۲.۹ لیزر تیتانیم سافایر

لیزر تیتانیم سافایر ($Ti:Al_2O_3$) از پرکاربردترین لیزرهای حالت جامد تنظیم پذیر است [۲۱-۲۳]. در واقع این لیزر در گستره وسیعی از طول موجهای تنظیم پذیر ($\Delta\lambda \cong 400\text{ nm}$ با $\Delta\nu \cong 10^4\text{ THz}$) عمل می‌کند، بنابراین بزرگترین پهنای خط را در میان لیزرها فراهم می‌سازد. برای ساخت $Ti:Al_2O_3$ ، $Ti:sapphire$ در بلور Al_2O_3 به صورت آلاینده وارد می‌شود (گستره نوعی غلظتها بین ۰.۱٪ تا ۵.۰٪ وزنی است)، به طوری که یونهای Ti^{3+} بعضی جایگاههای یون Al^{3+} در شبکه را اشغال می‌کنند. یون Ti^{3+} دارای ساده‌ترین آرایش الکترونی در میان یونهای گذار است، در لایه $3d$ تنها یک الکترون باقی مانده است. الکترون دوم $3d$ و الکترونهای $4s$ اتم Ti (جدول ۱.۹ را ببینید) در واقع برای پیوند یونی به آنیونهای اکسیژن به کار رفته‌اند. زمانی که Ti^{3+} به جای یک یون Al^{3+} قرار می‌گیرد، یون Ti در مرکز جایگاه اکتاهدرال واقع می‌شود که شش رأس آن را یونهای O^{2-} اشغال کرده است [شکل ۹.۹ (الف)]. برای سادگی میدان با تقارن کامل اکتاهدرال را در نظر می‌گیریم^۱، واگنی پنج تایی (با چشمپوشی از اسپین) ترازهای الکترون- d یون منزوی Ti^{3+} ، بر اثر



شکل ۹.۹ (الف) آرایش اکتاهدرال $Ti:Al_2O_3$ ، (ب) شکافتگی حالت‌های انرژی $3d$ در میدان بلور اکتاهدرال، (ج) حالت‌های انرژی در مدل مختصات آرایشی.



شکل ۱۰.۹ نوارهای جذبی فلوئورسانی Ti:sapphire (اقتباس [۵۵]).

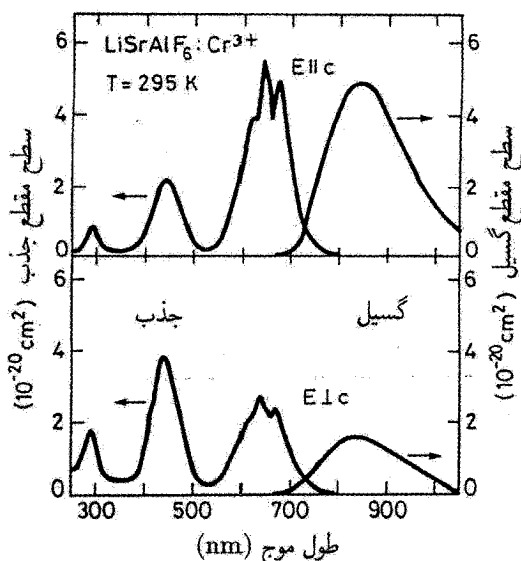
میدان بلور ناشی از نزدیکترین شش آنیون اکسیژن مجاور، به حالت پایه 2T_2 با واگنی سه‌تایی و حالت بالاتر 2E با واگنی دوتایی، شکافته می‌شود [شکل ۹.۹ (ب)]. مطابق معمول، نماد این بلورها که از فلز گذار بهره می‌برد، از نظریه گروه به دست می‌آید. چنانچه اسپین را نیز به حساب آوریم (برای این سیستم اساساً یک الکترونی، $S = 1/2$)، این دو حالت، چندتاییگی $2S + 1 = 2$ را به دست می‌دهد، که به صورت شاخص بالا در طرف چپ هر حرف نشان داده شده است. در مدل مختصات آرایشی، که این مختصات درست فاصله $Ti-O$ است، این دو حالت را در شکل ۹.۹ (ج) نشان داده‌ایم. توجه کنید که در نتیجه برهم‌کنش نسبتاً شدید الکترون $3d$ با میدان بلور فاصله تعادلی نسبتاً بزرگتری برای حالت بالاتر از حالت پایتتر ایجاد می‌شود. این وضعیتی مناسب محسوب می‌شود، زیرا نوارهای جذبی و فلوئورسانی پهنی ایجاد می‌کند که با فاصله زیاد از یکدیگر جدا شده‌اند (مطابق شکل ۱۰.۹). یون Ti^{3+} در جایگاه اکتاهدرال تنها یک حالت برانگیخته دارد (یعنی، حالت 2E)—که نمودی مخصوصاً مناسب است. این امر امکان جذب حالت برانگیخته (مثلاً، در الکساندریت، ناشی از گذار ${}^4T_1 \rightarrow {}^4T_2$) را منتفی می‌سازد، اثر بادشده گستره تنظیم طول موج را محدود می‌سازد و نیز بازدهی بسیاری از دیگر لیزرهای فلز گذار را کاهش می‌دهد.

براساس بحث گذشته و با استفاده از اصل فرانک کوندون، نتیجه گرفته می‌شود که عمل لیزر بین پایینترین تراز ارتعاشی حالت E^2 به تراز ارتعاشی از حالت پایه T_2^2 صورت می‌گیرد. در جدول ۵.۹ بعضی از خواص مرتبط اپتیکی و طیف‌نمایی این گذار منتهی شده به فونون فهرست شده است. طول عمر حالت بالایی $\tau \cong 3.2 \mu s$ در $T = 300 \text{ K}$ ؛ طول عمر تابشی $\tau_r \cong 3.85 \mu s$ (است) بسیار کوتاهتر از طول عمر الکساندریت است، زیرا برخلاف الکساندریت، به علت ذخیره جمعیت در حالت برانگیخته دیگر، اثر طولانی شدن وجود ندارد. از جهتی دیگر، سطح مقطع گسیل القایی بسیار بزرگتر از سطح مقطع گسیل القایی الکساندریت (تقریباً ۴۰ برابر)؛ و در حدود سطح مقطع Nd:YAG است. به پهنای نوار بزرگ گذار لیزری دقت کنید، که در واقع در میان لیزرهای متداول حالت جامد بزرگترین آنهاست.

معمولاً، لیزرهای پیوسته موج Ti:sapphire به وسیله خروجی سبز لیزر Ar دمیده می‌شود، در حالی که در عملکرد تپی از لیزرهای دو برابر شده بسامدی Nd:YAG یا Nd:YLF و نیز از لامپهای درخش برای دمش استفاده می‌شود. به علت مقدار کوچک حاصلضرب $\sigma\tau$ ، برای دمش به وسیله لامپ درخش، لامپهای خیلی شدید لازم می‌شود، با وجود این لیزرهای Ti:sapphire دمیده شده لامپ درخش را می‌شود به صورت تجاری تهیه کرد. لیزرهای پیوسته موج دمیده شده Ar به سادگی چشمه‌ای همدوس و با توان بالای (بیش از ۱ W) نور را فراهم می‌سازد که در گستره وسیعی از طیف (۷۰۰-۱۰۰۰ nm) تنظیم‌پذیر است. شاید مهمترین کاربرد لیزرهای Ti:sapphire تولید (بخش ۵.۶.۸ را ببینید) و تقویت (فصل ۱۲ را ببینید) تپهای لیزری فمتوثانیه‌ای است. سیستمهای پیچیده مبتنی بر لیزرهای Ti:sapphire و تقویت‌کننده‌های Ti:sapphire، تپهایی با انرژی نسبتاً بالا (۱ J-۲۰ mJ) با مدت زمان فمتوثانیه (۲۰-۲۰۰ fs) به دست می‌دهند که امروزه در آزمایشگاههای متعددی در حال کارند و به صورت تجاری نیز می‌توان آنها را تهیه کرد.

۹.۲.۹ لیزرهای Cr:LiCAF و Cr:LiSAF

دو ماده حالت جامد تنظیم‌پذیر که اخیراً براساس Cr^{3+} به منزله نمونه‌های فعال توسعه یافته‌اند، $(\text{Cr} : \text{LiSAF}) \text{Cr}^{3+} : \text{LiSrAlF}_6$ و $(\text{Cr} : \text{LiCAF}) \text{Cr}^{3+} : \text{LiCaAlF}_6$ [۲۵، ۲۴] هستند. گستره تنظیم‌پذیری هر دو ماده زیاد است و لیزرهای مربوط به آنها یا به وسیله لامپ درخش یا لیزر دیود دمیده می‌شوند. هم در Cr:LiSAF و هم در Cr:LiCAF، یونهای Cr^{3+} جایگزین یونهای Al^{3+} در شبکه شده‌اند، و یون ناخالصی، مرکز جایگاه اکتاهدرال واپیچیده‌ای را اشغال می‌کند که با شش یون فلئوئور احاطه شده است. بنابراین، با تقریب مرتبه اول، نمای کلی تراز



شکل ۱۱.۹ نوارهای جذبی و فلوئورسانی برای Cr:LiSAF برای قطبش موازی و عمود بر محور اپتیکی سی بلور (اقتباس از مرجع ۲۴).

انرژی در نمایش مختصات آرایشی که برای الکساندریت ارائه شد، در این مورد نیز صادق است (شکل ۸.۹ را ببینید). طیفهای جذبی و فلوئورسانی برای میدان الکتریکی موازی یا عمود بر محور c بلور (LiCAF و LiSAF بلورهای تک محوری اند) در شکل ۱۱.۹ نشان داده شده است. توجه کنید که مرکز دو نوار اصلی جذبی به ترتیب در 650 nm و 440 nm ناشی از گذارهای ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_1$ و ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_2$ قرار می گیرند. همچنین توجه کنید که نموده های تیز روی نوار 4T_2 برهم نهش یافته ناشی از جذب به حالت های 2E و 2T_1 است. (مورد دوم در شکل ۸.۹ نشان داده نشده است). بنابراین، اکنون حالت 2E در داخل نوار جذبی ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_1$ قرار می گیرد، که نشان می دهد پایینترین تراز ارتعاشی 4T_2 اکنون باید تا حد چشمگیری زیر حالت 2E قرار گیرد. به علت واهلس سریع بین دو حالت، به دنبال آن اکنون سنگینترین حالت دارای جمعیت 4T_2 است؛ بنابراین حالت 2E نقشی به عنوان ذخیره انرژی (مانند الکساندریت) ایفا نمی کند. دلیل این امر نیز مستقل بودن طول عمر اندازه گیری شده حالت 4T_2 از دماست. در جدول ۵.۹ سایر پارامترهای مرتبط اپتیکی و طیف نگاری دو ماده لیزری فهرست شده است. میان مواد لیزر حالت جامد تنظیم پذیر در جدول ۵.۹، بزرگترین مقدار حاصل ضرب σT مربوط به Cr:LiSAF است. بنابراین، به علت مقادیر بزرگتر برای هم سطح مقطع و هم حاصل ضرب σT و گستره وسیعتر

تنظیم‌پذیری (گستره تنظیم‌پذیری Cr:LiCAF در اثر جذب حالت برانگیخته محدود شده است)، معمولاً Cr:LiSAF نسبت به Cr:LiCAF برتری می‌یابد.

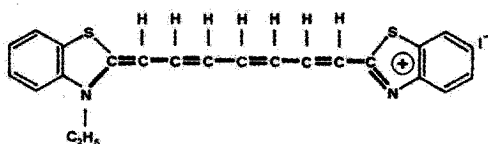
از Cr:LiSAF به منزله چشمه لیزری دمیده‌شده لامپ درخشی یا دمیده‌شده دیودی استفاده می‌شود که تنظیم‌پذیری حدود ۸۵۰ nm عرضه می‌کند؛ پهنای زیاد خط بهره، این محیط را برای تولید تپهای فمتوثانیه‌ای مناسب ساخته است. برای این کاربرد، لیزر قفل‌شده مدی عدسی کر Cr:LiSAF با دمش انتهایی به وسیله لیزرهای دیودی چاه پتانسیل یافته است. سیستمهای تقویت‌کننده بزرگ Cr:LiSAF دمیده‌شده لامپ درخشی برای تقویت تپهای فمتوثانیه‌ای از Ti:sapphire یا لیزر قفل‌شده مدی Cr:LiSAF نیز توسعه پیدا کرده‌اند. سایر توانایی در کاربردهای Cr:LiSAF در سیستمهای قابل تنظیم برای پایش آلودگی و طیف‌نگاری است.

۳.۹ لیزرهای رزینه‌ای

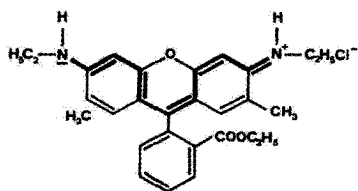
محیط فعالی که لیزرهای رزینه‌ای از آن بهره می‌برند شامل محلولی از رنگینه آلی در حلالی نظیر اتیل‌الکل یا متیل‌الکل، گلیسرول، یا آب است [۲۶]. رنگینه‌های آلی رده بزرگی از مولکولهای چنداتمی شامل زنجیره‌های بلندی از پیوندهای دوتایی [مثلاً، $(-CH=)_n$] را تشکیل می‌دهند. رنگینه‌های لیزر معمولاً به یکی از رده‌های زیر تعلق دارند: (۱) رنگینه‌های پلی‌متین، که نوسان لیزری در ناحیه سرخ و نزدیک فرورسرخ ($1.5-1.7 \mu m$) را فراهم می‌کند؛ برای مثال، شکل ۱۲.۹ (الف) ساختار شیمیایی رنگینه ۳، ۳' دی‌اتیل تیارتی کر بوسیانین آبودید^۱ را نشان می‌دهد که در فرورسرخ (در طول موج قله $\lambda_p = 810 \text{ nm}$) نوسان می‌کند. (۲) رنگینه‌های اگزانتین، که عملکرد لیزری آنها در ناحیه مرئی است؛ برای مثال، شکل ۱۲.۹ (ب) ساختار شیمیایی رنگینه رودامین ۶G^۲ را نشان می‌دهد که کاربرد وسیعی دارد ($\lambda_p = 590 \text{ nm}$). (۳) رنگینه‌های کومارین^۳، که در ناحیه سبز آبی (۴۰۰-۵۰۰ nm) نوسان می‌کند؛ برای مثال، شکل ۱۲.۹ (ج) ساختار شیمیایی کومارین ۲ را نشان می‌دهد که در ناحیه آبی ($\lambda_p = 450 \text{ nm}$) نوسان می‌کند.

۱.۳.۹ ویژگیهای فوتوفیزیکی رنگینه‌های آلی

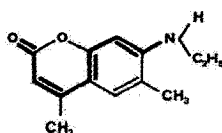
رنگینه‌های آلی معمولاً نوارهای وسیع جذبی فلوئورسانسی را بدون نمودهای تیز نشان می‌دهند، فلوئورسان به سمت طول موجهای بلندتر از جذب جابه‌جایی استوکس یافته است، و این نمودی است حاکی از مواد لیزر حالت جامد تنظیم‌پذیر که در بخشهای قبلی بررسی شد. برای مثال،



(الف)



(ب)

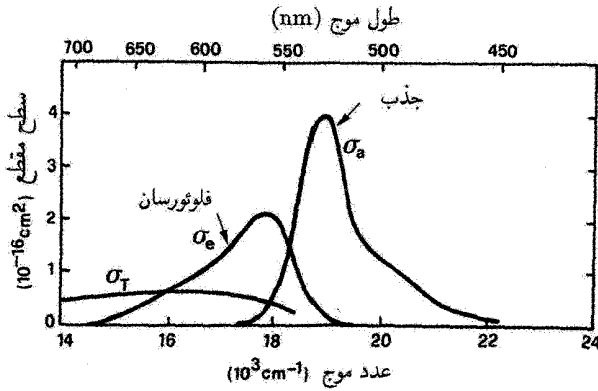


(ج)

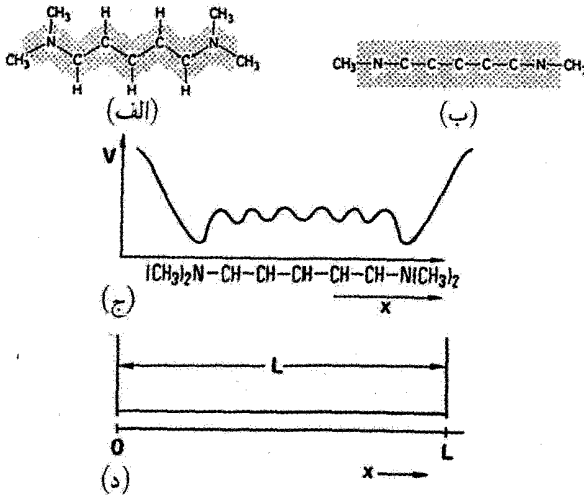
شکل ۱۲.۹ ساختار شیمیایی بعضی از رنگینه‌های متداول: (الف) ۳، ۳' دی‌اتیل تیتری کربوسیانین آبودید (ب) رودامین ۶G و (ج) کومارین ۲. در هر مورد، ناحیه رنگسازی رنگینه با خطوط پر نشان داده شده است.

شکل ۱۳.۹ مشخصه‌های جذب و گسیل مرتبط با رودامین ۶G را در محلول اتانول رودامین ۶G نشان می‌دهد.

برای درک مبدأ نمودهای نشان داده شده در شکل ۱۳.۹، ابتدا باید ترازهای انرژی مولکول رنگینه را در نظر بگیریم. مدل معروف به الکترون-آزاد درک این ترازها را ساده‌تر می‌کند [۲۷]، که در اینجا با نشان دادن مورد رنگینه سیانین در شکل ۱۴.۹ (الف) آن را توضیح داده‌ایم. الکترونها π اتمهای کربن دو توزیع صفحه‌ای تشکیل می‌دهند، یکی در بالا و دیگری در پایین صفحه مولکول [نواحی هاشورزده در شکل ۱۴.۹ (الف-ب)]. فرض می‌شود که الکترونها π داخل توزیعهای صفحه‌ای شان به صورت آزاد حرکت کنند، و تنها پتانسیل دافعه گروههای متیل در انتهای زنجیره رنگینه محدودشان کند؛ حالتی الکترونی مولکول از این الکترونها ناشی می‌شوند. در مرتبه اول، ترازهای انرژی الکترونها مثل مورد الکترون آزاد در چاه پتانسیلی مطابق شکل ۱۴.۹ (ج) است. اگر



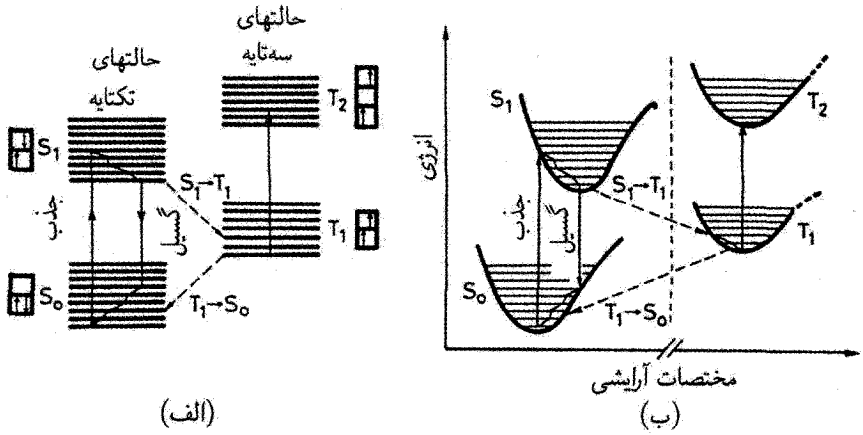
شکل ۱۳.۹ سطح مقطع گسیل القایی تک-تابه-تک-تابه σ_e و سطح مقطع سه-تابه-سه-تابه σ_T برای محلول اتانول رودامین ۶G.



شکل ۱۴.۹ مدل الکترون آزاد برای حالت‌های انرژی الکترونی مولکول رنگینه [۲۷].

این چاه با یک چاه مستطیلی تقریب زده شود [شکل ۱۴.۹ (د)]، ترازهای انرژی چنین به دست می‌آیند

$$E_n = \frac{h^2 n^2}{\lambda m L^2} \quad (۱.۳.۹)$$



شکل ۱۵.۹ (الف) ترازهای انرژی برای رنگینمای در محلول. حالت‌های تک‌تایه و سه‌تایه در ستون‌های جداگانه نشان داده شده است. (ب) نمودار تراز انرژی رنگینمای در نمایش مختصات آرایش [۲۸، ۵۷].

که n عدد درست، m جرم الکترون، و L طول چاه است. در اینجا باید توجه کنید که مولکول‌های پایدار رنگینمای شمار زوجی از الکترون در ابر الکترونی π دارند. حال اگر شمار این الکترون‌ها را $2N$ فرض کنیم، پایینترین حالت انرژی مولکول متناظر با وضعیتی است که این الکترون‌ها پایینترین N تراز انرژی را اشغال می‌کنند، و هر تراز با دو الکترون با اسپین مخالف هم اشغال می‌شود. بنابراین، این حالت مولکولی دارای اسپین کل برابر با صفر است، بنابراین حالتی تک‌تایه است که در شکل ۱۵.۹ با S_0 نشان داده شده است. مقدار تقریبی برای انرژی الکترون‌ها در بالاترین حالت، از معادله (۱.۳.۹) با قراردادن $n = N$ به دست می‌آید. در شکل ۱۵.۹ (الف) بالاترین تراز اشغال شده و تراز بعدی بالای آن با دو مربع یکی بالای دیگری، نشان داده شده است؛ بنابراین حالت S_0 متناظر با وضعیتی است که جعبه پایینتر با دو الکترون پر شده باشد و جعبه بالاتر خالی باشد. اولین حالت تک‌تایه برانگیخته (که در شکل با S_1 نشان داده شده است) متناظر است با زمانی که یکی از دو الکترون در بالاترین وضعیت، بدون تغییر اسپین‌هایش به تراز بالاتر بعدی ارتقا می‌یابد. انرژی بالاترین الکترون این حالت E_{N+1} ، را می‌توان به‌طور تقریبی با قراردادن $n = N + 1$ از معادله (۱.۳.۹) محاسبه کرد. بنابراین می‌بینیم که اختلاف انرژی بین حالت‌های S_0 و S_1 برابر است با $E_{N+1} - E_N$. حال می‌توان نشان داد که اختلاف انرژی بین حالت‌های S_0 و S_1 با افزایش طول L زنجیره کاهش می‌یابد. اگر اسپین تغییر جهت دهد، اسپین کل برابر ۱. سیستم‌های مولکولی با الکترون‌های زوج‌نشده به رادیکال‌ها معروف‌اند؛ این رادیکال‌ها به‌سرعت واکنش می‌دهند و بنابراین سیستم پایدارتری با الکترون‌های زوج‌نشده تشکیل می‌دهند.

می‌شود با $\lambda = S_1$ و حالت به دست آمده حالتی سه تاییه است که در شکل با T_1 نشاندار شده است. حالت‌های تک‌تاییه برانگیخته S_2 و سه تاییه برانگیخته T_2 زمانی ایجاد می‌شوند که الکترون به تراز بالاتر بعدی ارتقا می‌یابد و به همین ترتیب تا آخر. به شکل ۱۵.۹ (الف) توجه کنید که ترازهای انرژی متناظر، با مجموعه‌ای از خطوط افقی نزدیک به هم نشان داده شده‌اند که گویای در برداشتن انرژی ارتعاشی است. در شکل ۱۵.۹ (ب)، حالت‌های انرژی و ترازهای ارتعاشی مولکول رنگ بر حسب تابعی از مختصات آرایشی نشان داده شده است (این مختصات یکی از مدهای متعدد ارتعاشی را توصیف می‌کند که یک مولکول رنگینه با زنجیره بلند داراست). توجه کنید که به علت شمار بسیار زیاد ترازهای ارتعاشی و چرخشی درگیر و سازوکارهای مؤثر پهن‌شدگی خط در مایعات، ساختار چرخشی ارتعاشی در واقع در دمای اتاق تفکیک‌ناپذیر است.

اکنون می‌خواهیم ببینیم زمانی که مولکول تحت تابش الکترومغناطیسی قرار می‌گیرد، چه اتفاقی می‌افتد. ابتدا به یاد می‌آوریم که قواعد گزینش ایجاد می‌کنند که $\Delta S = 0$. بر این اساس گذارهای تک‌تاییه-تک‌تاییه و همچنین سه‌تاییه-سه‌تاییه مجازند، در حالی که گذارهای تک‌تاییه-سه‌تاییه ممنوع‌اند. بنابراین، برهم‌کنش با تابش الکترومغناطیسی مولکول را از تراز پایه S_0 به ترازهای ارتعاشی از حالت S_1 ارتقا می‌دهد، با در نظر گرفتن اصل فرانک-کوندون [شکل ۱۵.۹ (ب) را ببینید] یا، به طور دقیقتر ضرایب فرانک-کوندون متناظر (بخش ۳.۱۳ را ببینید). چون ساختار ارتعاشی و چرخشی تفکیک‌ناپذیرند، طیف جذبی گذار پهن و یکنواختی مطابق با شکل ۱۳.۹ برای مورد رودامین ۶G به نمایش می‌گذارد. رنگینه‌ها عنصر ماتریسی دوقطبی خیلی بزرگ μ دارند، زیرا الکترونها π آزادند تا در فاصله‌ای تقریباً برابر با طول L زنجیره حرکت کنند، و چون L کاملاً بزرگ است، نتیجه می‌شود که μ نیز بزرگ است ($\mu \approx eL$). در نتیجه سطح مقطع جذب σ_a که با μ^2 متناسب است، نیز بزرگ است ($\sim 10^{-16} \text{ cm}^2$ ، شکل ۱۳.۹ را ببینید).

وقتی مولکول در حالت برانگیخته است، در مدت بسیار کوتاهی به صورت غیرتابشی (شکل ۱۵.۹) به پایینترین تراز ارتعاشی حالت S_1 فرو می‌افتد ($\tau_{nr} \cong 10^0 \text{ fs}$)، به علت غیرفعال‌سازی برخوردی. با در نظر گرفتن اصل فرانک-کوندون [شکل ۱۵.۹ (ب)]، از آنجا که تراز ارتعاشی از حالت S_0 به صورت تابشی فرو می‌افتد. سپس گسیل فلوروسانی نوار پهن و بی‌شکلی را تشکیل می‌دهد که به سمت طول موج بلند نوار جذبی، جابه‌جایی استوکس پیدا کرده است (شکل ۱۳.۹ را ببینید). به علت مقدار بزرگ گشتاور دوقطبی μ ، سطح مقطع گسیل القایی این بار نیز تقریباً بزرگ پیش‌بینی می‌شود ($\sim 10^{-16} \text{ cm}^2$ ، شکل ۱۳.۹ را ببینید). با سقوط مولکول به یک تراز ارتعاشی برانگیخته حالت پایه S_0 ، مولکول سپس با فروافت غیرتابشی بسیار ۱. به طور دقیقتر گرمایی شدن میان بسیاری از ترازهای چرخشی-ارتعاشی این حالت رخ می‌دهد.

سریع (fs ~ 100)، به پایستترین حالت ارتعاشی باز می‌گردد.

باید توجه کرد در حالی که مولکول در پایستترین تراز S_1 است، ممکن است به حالت T_1 فرو افتد. این فرایند را عبور بین سیستمی می‌نامند که با وجود اینکه از نظر تابشی ممنوع است، بر اثر برخوردها به سادگی اتفاق می‌افتد. به‌طور مشابه، گذار $S_0 \rightarrow T_1$ عمدتاً بر اثر برخوردهای انتقال انرژی نزدیک تشدید با گونه‌هایی در محلول (مثلاً، اکسیرن محلول شده) صورت می‌گیرد، مشروط بر آنکه این برخوردها کل اسپین نمونه‌های برخوردی را طبق قانون ویگنر^۱ (بخش ۱.۱.۴.۶) را ببینید) حفظ کند. توجه کنید در حالی که مولکول در پایستترین تراز T_1 است، می‌تواند با جذب تابش تحت گذار $T_2 \rightarrow T_1$ قرار گیرد که از نظر اپتیکی مجاز است. متأسفانه این جذب در همان ناحیه‌ای از طول موج واقع می‌شود که گسیل القایی رخ می‌دهد (این بار نیز برای مثال شکل ۱۳.۹ را ببینید) و بنابراین چه بسا مانعی جدی برای عمل لیزر محسوب شود.

سه فرایند فروافتی که بررسی کردیم از حالت‌های S_1 و T_1 رخ می‌دهند و می‌توان آنها را با سه ثابت زیر مشخص کرد: (τ_{sp} (۱) طول عمر گسیل خودبه‌خود حالت S_1 ؛ (k_{ST} (۲) آهنگ عبور بین سیستمی (s^{-1}) در گذار $T_1 \rightarrow S_1$ ؛ و (τ_T (۳) طول عمر حالت T_1 . اگر τ را طول عمر کلی حالت S_1 بنامیم، در این صورت طبق معادله (۱۸.۶.۲)، داریم:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{sp}} + k_{ST} \quad (2.3.9)$$

به علت مقدار بزرگ عنصر ماتریس دو قطبی μ ، طول عمر تابشی در گستره نانوثانیه (مثلاً، برای رودامین ۶G، $\tau_{sp} \cong 5 \text{ ns}$) قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه k_{ST}^{-1} معمولاً خیلی بلندتر است (مثلاً، برای رودامین ۶G، $\sim 100 \text{ ns}$)، در نتیجه اکثر مولکولها از حالت S_1 بر اثر فلوتورسانی فرو می‌افتند. بنابراین بهره کوانتومی فلوتورسانی (تعداد فوتونهایی که از طریق فلوتورسان گسیل شده‌اند تقسیم بر تعداد مولکولهایی که به حالت S_1 ارتقا یافته‌اند) تقریباً برابر با واحد است. در واقع، طبق معادله (۲۲.۶.۲)، داریم

$$\phi = \frac{\tau}{\tau_{sp}} \quad (3.3.9)$$

طول عمر حالت سه‌تایه T_T به محلول رنگینه و مخصوصاً، به مقدار اکسیژن حل شده در حلال بستگی دارد. گستره طول عمر از 10^{-7} s در محلول اشباع از اکسیژن تا 10^{-3} s یا بیشتر در محلول تهی آن است.

برای اختصار، در جدول ۶.۹ فهرستی از گستره‌های نوعی پارامترهای گوناگون مرتبط اپتیکی و طیف‌نمایی محیط‌های لیزر رزینهای ارائه شده است.

جدول ۶.۹ گستره پارامترهای اپتیکی و طیف‌نمایی محیطهای نمونه‌های لیزر رزینهای

مقادیر	پارامتر محیط فعال
۳۲۰-۱۵۰۰	طول موج (nm)
۱۰ ^{-۳} -۱۰ ^{-۴}	غلظت (مولی)
۰٫۱-۱	$N_t(10^{19} \text{ mol/cm}^3)$
۱-۴	$\sigma_e(10^{-16} \text{ cm}^2)$
۰٫۵-۰٫۸	$\sigma_T(10^{-16} \text{ cm}^2)$
۲۵-۵۰	$\Delta\lambda(\text{nm})$
۲-۵	$\tau(\text{ns})$
≈ 100	$k_{ST}^{-1}(\text{ns})$
۱۰ ^{-۷} -۱۰ ^{-۳}	$\tau_T(\text{s})$
۱٫۳-۱٫۴	ضریب شکست

۲.۳.۹ مشخصه‌های لیزرهای رزینهای

از بحث قبلی درمی‌یابیم که مشخصه‌های این مواد برای عمل لیزر در گستره طول موج فلوئورسانسی در طرحی چهارترازی مناسب است. در واقع، فروافت سریع غیرتابشی میان حالت تک‌تایه S_1 تراز بالایی لیزر را به‌طور مؤثری پرجمعیت می‌سازد، در حالی‌که فروافت سریع غیرتابشی میان حالت پایه در تهیه‌سازی تراز پایینی لیزر مؤثر است. با این همه در توسعه کلی دستگاههای لیزری قبل از اولین به راه‌اندازی لیزر رزینهای در سال ۱۹۶۶ [۳۵، ۲۹]، این لیزر نسبتاً دیر پا به عرصه وجود گذاشت، و اکنون به بعضی دلایل این امر خواهیم پرداخت.

اولین مسئله‌ای که به نظر می‌رسد طول عمر بسیار کوتاه حالت S_1 است، زیرا توان دمش لازم با عکس T متناسب است. هر چند این امر مهم تا اندازه‌ای با مقدار نسبتاً بزرگ سطح مقطع گسیل القایی جبران می‌شود، حاصلضرب σT [برای لیزر چهارترازی، توان دمش آستانه با عکس σT متناسب است؛ معادلات (۱۲.۳.۷) و (۲۰.۳.۶) را به ترتیب برای مدل مستقل از مکان و وابسته به مکان ببینید] همچنان حدود سه مرتبه بزرگی، برای مثال رودامین ۶G، کوچکتر از Nd:YAG است. مسئله دوم ناشی از عبور بین سیستمی است. در واقع، اگر τT در مقایسه با k_{ST}^{-1} بلند باشد، مولکولها در حالت سه‌تایه تجمع می‌یابند که به جذب در طول موج لیزر ناشی از گذار سه‌تایه-سه‌تایه

منجر می‌شود. در واقع شرط لازم برای عمل لیزر آن است که τ_T کوچکتر از مقداری خاص باشد که به سایر پارامترهای اپتیکی مولکول رنگینه بستگی دارد. برای رسیدن به این نتیجه، فرض می‌کنیم N_T و N_2 به ترتیب جمعیت حالت بالایی لیزر و حالت سه‌تایه باشد. شرط لازم برای عمل لیزر را می‌توان با این شرط به دست آورد که ضریب بهره، ناشی از گسیل القایی، از اتلاف ذاتی ناشی از جذب سه‌تایه-سه‌تایه بیشتر باشد، یعنی

$$\sigma_e N_2 > \sigma_T N_T \quad (۴.۳.۹)$$

که σ_T سطح مقطع جذب سه‌تایه-سه‌تایه است؛ مقادیر برای σ_T و σ_e در طول موجی است که عمل لیزر حاصل می‌شود. در حالت پایا، آهنگ فروافت جمعیت سه‌تایه N_T/τ_T باید با افزایش ناشی از عبور بین سیستمی، $k_{ST}N_2$ برابر باشد، یعنی:

$$N_T = k_{ST} \tau_T N_2 \quad (۵.۳.۹)$$

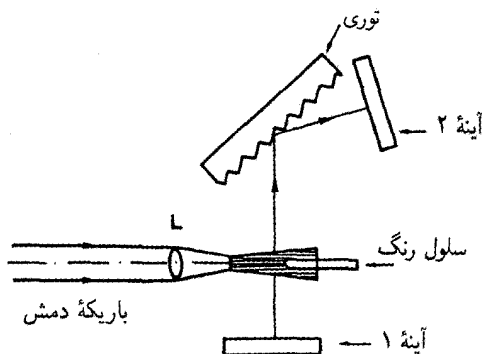
با ترکیب معادلات (۴.۳.۹) و (۵.۳.۹) به دست می‌آوریم

$$\tau_T < \frac{\sigma_e}{\sigma_T k_{ST}} \quad (۶.۳.۹)$$

که شرط لازم برای عمل لیزر پیوسته موج است [یعنی، معادل با رابطه (۱.۳.۷) برای سیستم ساده دوترای]. اگر این شرط برقرار نباشد، لیزر رزین‌های تنها در نظام تپی عمل خواهد کرد. در این مورد، مدت زمان تپ دم‌ش باید آن قدر کوتاه باشد که تجمع جمعیت اضافی در حالت سه‌تایه پیش نیاید. در نهایت، مسئله مهم سوم از حضور گرادیانهای گرمایی نشأت می‌گیرد که در مایع در اثر دم‌ش ایجاد می‌شود. این امر، گرادیانهای ضریب شکست را به وجود می‌آورد که شاید به اعوجاجهای اپتیکی بینجامد و چه بسا جلوی عمل لیزر را بگیرد.

لیزرهای رزین‌های به صورت تپی یا، در صورت برآورده شدن معادله (۶.۳.۹)، به صورت پیوسته موج نیز عمل می‌کنند. عمل لیزر تپی با استفاده از یکی از طرحهای دم‌ش زیر از رنگهای متفاوت بسیاری به دست می‌آید: لامپهای درخشی سریع و پرشدت، با مدت زمان تپ معمولاً کوتاهتر از $10^0 \mu s$ یا تپهای نوری کوتاه از لیزری دیگر. در هر دو مورد، مدت زمان کوتاه تپ، قبل از تجمع جمعیت چشمگیری در حالت سه‌تایه و قبل از شروع گرادیانهای ضریب شکست در مایع، عمل لیزر را ایجاد می‌کنند.

برای دم‌ش با لامپ درخش، لامپهای خطی در اتاقک دم‌ش بیضوی استوانه‌ای [شکل ۱.۶ (الف)] به کار برده می‌شوند؛ مایع شامل محیط فعالی است که از میان لوله‌ای

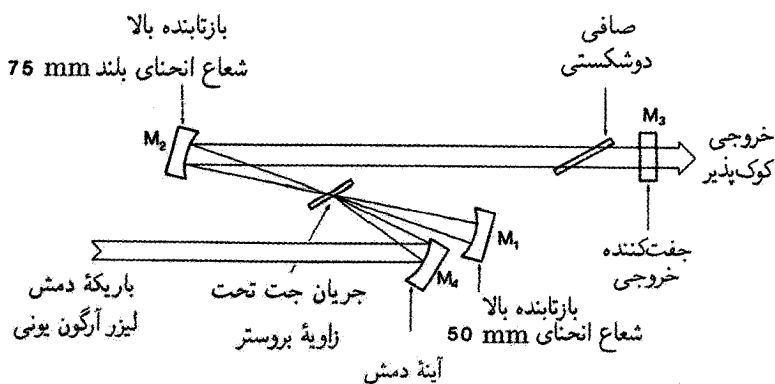


شکل ۱۶.۹ چیدمان برای لیزر رزینه‌ای دمیده‌شده عرضی. باریکه دمش می‌تواند یک لیزر نیتروژن، اگزیمر، بخار مس، یا باریکه هم‌هنگ دوم یک لیزر Nd:YAG سوئیچ شده Q باشد.

شیشه‌ای، که در طول خط کانونی دوم بیضی قرار داده شده است، شارش می‌یابد. برای دستیابی به یکنواختی دمش بهتر و در نتیجه گرادیانهای ضریب شکست متقارتر، از لامپهای درخش حلقه‌ای (هم‌محوری) شامل دو لوله شیشه‌ای هم‌مرکز، با محلول رنگ در لوله شیشه‌ای مرکزی، نیز استفاده می‌شود.

بعضی مواقع لیزرهای نیتروژن را برای دمش تپی لیزر به‌کار می‌برند؛ باریکه خروجی uv برای دمش بسیاری از رنگهایی که در ناحیه مرئی نوسان می‌کنند مناسب است.^۱ برای دستیابی به انرژی بیشتر و توان متوسط بالاتر، لیزرهای اگزیمر کارآمدتر (مخصوصاً KrF و XeF) به‌طور فزاینده‌ای به‌منزله دمنده‌های uv به‌کار می‌روند؛ برای رنگهایی با طول موج گسیل بلندتر از حدود $550\text{--}600\text{ nm}$ ، هم‌هنگ دوم لیزر Nd:YAG سوئیچ شده Q ($\lambda = 532\text{ nm}$) یا گسیلهای سبز و زرد لیزر بخار مس به‌طور فزاینده‌ای به‌کار برده می‌شوند. برای این لیزرهای دمنده مرئی بازدهی تبدیل از لیزر دمش به خروجی لیزر رزینه‌ای زیادتر (۳۰–۴۰٪) از مقداری است که با دمش لیزر uv (۱۰٪) به‌دست می‌آید. علاوه بر این، از بین رفتن رنگ ناشی از نور دمش به مقدار زیادی کاهش می‌یابد. تمامی مواردی که در بالا بررسی کردیم، متضمن دمش تپی لیزری است که عموماً از آرایش دهنده عرضی دمش بهره می‌گیرد (شکل ۱۶.۹). باریکه لیزر دمنده به‌وسیله عدسی L ، که معمولاً ترکیبی از عدسیهای کروی و استوانه‌ای است، روی خط نازکی در طول محور کاواک لیزر کانونی می‌شود. طول خط کانونی را برابر با طول سلول رنگینه می‌گیرند (چند میلیمتر)، در حالی که ابعاد عرضی عموماً کمتر از 1 mm است. برای تنظیم طول موج خروجی در محدوده

۱. در این مورد، معمولاً نور دمش با گذار $S_2 \rightarrow S_0$ رنگ جذب می‌شود، سپس به‌سرعت به انتهای حالت S_1 منتقل می‌شود.



شکل ۱۷.۹ آرایش برای لیزر رزینهای پیوسته موج دمیده شده با لیزر Ar یونی.

نوار گسترده گسیل یک رنگ (با گستردگی حدود $50\text{ nm} - 30\text{ nm}$)، توری پراشی تحت فرود با زاویه خراش داخل کاواک لیزری قرار داده می شود (شکل ۱۶.۹ را ببینید)؛ تنظیم کردن لیزر با چرخش آینه‌ای به دست می آید که در شکل آینه ۲ نشان شده است. فرود با زاویه خراش توان تفکیک توری اپتیکی را افزایش می دهد^۱ و بنابراین پهنای خط تابش گسیل شده به مقدار چشمگیری کاهش می یابد (تا حدود $2\text{ nm} - 0.1\text{ nm}$). پهنای خط باریکتر تا حد عملکرد تک مدی، همان طور که در بخش ۲.۸.۷ بررسی شد، با قراردادن یک یا تعداد بیشتر سنجه های فابری-پرو حاصل می شود.

برای دممش پیوسته لیزری، اغلب لیزرهای Ar^+ (و گاهی نیز لیزرهای Kr^+) به کار برده می شوند. برای دستیابی به آستانه بسیار پایینتر که برای دممش پیوسته موج لازم است، غالباً از آرایش دممش نزدیک طولی ارائه شده در شکل ۱۷.۹ استفاده می شود. محیط رنگ مایع به صورت جریان جت نازکی (به ضخامت $200\text{ }\mu\text{m}$) در صفحه ای عمود بر صفحه شکل و تحت زاویه بروستر نسبت به جهت باریکه لیزر رزینهای به صورت آزاد شارش می یابد. بر این اساس، این باریکه لیزر دارای قطبش خطی است و میدان الکتریکی آن در صفحه شکل قرار دارد. در جریان جت هم باریکه دممش و هم لیزر دارای کمتری به آن اندازه لکه های مشابه خیلی کوچک ($10\text{ }\mu\text{m}$) هستند. برای تنظیم طول موج لیزر، می توان صافی دوشکستی را داخل کاواک لیزری جای داد. برای دستیابی به عملکرد تک مد طولی، اغلب از صافی دوشکستی و عموماً دو سنجه فابری-پرو در ۱. می توان نشان داد که توان تفکیک $\nu/\Delta\nu$ که $\Delta\nu$ پهنای نوار تفکیک شده است، برابر است با تعداد خطوط توری پراش که با باریکه لیزر روشن شده است. در فرود زاویه خراش این عدد افزایش می یابد، بنابراین توان تفکیک نیز افزایش می یابد.

کاواک حلقه‌ای یک‌سویه استفاده می‌شود (شکل ۲۵.۷ را ببینید). برای تولید تپ فمتوثانیه‌ای معمولاً آرایش لیزر قفل‌شده مدی تپ برخوردی (CPM) به‌کار برده می‌شود (شکل ۲۹.۸ را ببینید). برای دسترسی به تپ با کوتاهترین مدت زمانی (۲۵ fs) در محلولی از رودامین ۶G به‌منزله محیط فعال با DODCI به‌منزله جذب‌کننده اشباع‌پذیر، یک جفت منشور نیز داخل کاواک لیزر برای کنترل پاشندگی گذاشته می‌شود.

لیزرهای رزینهای به سبب تنظیم‌پذیری، پوشش وسیع طیفی، و امکان تولید تپهای لیزری فمتوثانیه‌ای، در بسیاری از زمینه‌ها نقش مهمی را ایفا می‌کنند. مخصوصاً، این لیزرها در کاربردهای علمی چه به‌صورت چشمه تابش نوار باریک تک‌مدی تنظیم‌پذیر برای طیف‌نگاری با تفکیک بالا در حوزه زمانی کاربرد گسترده‌ای یافته‌اند. سایر کاربردها شامل زمینه زیست‌پزشکی (مثلاً، معالجه خون‌ریزی شبکیه بر اثر بیماری قند و یا برخی امراض پوستی) و فوتوشیمی لیزری است. مخصوصاً، سیستمهای لیزر رزینهای تپی تکرارپذیر با تعداد زیادی لیزرهای رزینهای، که هر یک به‌صورت عرضی با لیزر بخار مس با توان متوسط 10^5 W دمیده می‌شوند، برای جداسازی لیزری ایزوتوپ ^{235}U به‌کار برده شده‌اند.

۴.۹ لیزرهای نیمرسانا

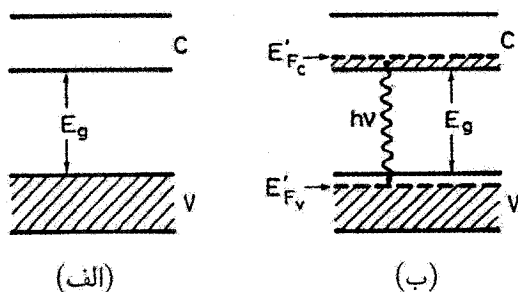
لیزرهای نیمرسانا یکی از مهمترین رده لیزرهایی است که امروزه به‌کار می‌روند، علت یکی تنوع زیاد کاربردهای مستقیمی است که پیدا می‌کنند، و دیگری کاربرد گسترده‌شان به‌منزله دمنده‌های لیزرهای حالت جامد است [۳۱، ۳۲]. به دلایل فوق در اینجا تقریباً به تفصیل آنها را بررسی می‌کنیم.

برای محیط فعال، لیزرهای نیمرسانا به ماده با گاف مستقیم نیاز دارد، بنابراین نیمرساناهای عنصری معمول (مثلاً، Si یا Ge) را نمی‌توان به‌کار برد. عمده مواد نیمرسانای لیزری مبتنی بر ترکیب عناصر گروه سوم جدول تناوبی (نظیر Al, Ga, In) و گروه پنجم (نظیر N, P, As, Sb) هستند، و در نتیجه ترکیبات III-V خوانده می‌شوند. مثالها شامل GaAs که کاملاً شناخته شده است، همچنین بعضی آلیاژهای سه‌تایی (نظیر، AlGaAs, InGaAs) و چهارتایی (نظیر، InGaAsP) می‌شوند. طول موج گسیل لیزری پیوسته‌موج این ترکیبات III-V، معمولاً در گستره ۱۶۰۰-۶۳۰ nm است. اخیراً لیزرهای نیمرسانای InGaN توسعه یافته‌اند که گسیل پیوسته‌موج در ناحیه آبی (۴۱۰ nm) در دمای اتاق را ممکن می‌سازند؛ به نظر می‌رسد این لیزرها به بهترین نامزد برای گسیل لیزر نیمرسانا در ناحیه طیفی بسیار مهم آبی-سبز تبدیل شوند. ولی مواد لیزر

نیمرسانا به ترکیبات III-V محدود نمی‌شوند. برای ناحیه آبی-سبز طیف، به نیمرساناهای با گاف وسیع اشاره می‌کنیم که از ترکیب بین عناصر گروه دوم (نظیر Cd و Zn) و گروه ششم (Se, S) (ترکیبات II-VI) بهره گرفته می‌شود. برای انتهای دیگر طیف الکترومغناطیسی، به نیمرساناهای مبتنی بر ترکیبات IV-VI، نظیر نمکهای Pb از S, Se, و Te اشاره می‌کنیم، که همگی در فروسرخ نزدیک (۲۹-۴ μm) نوسان می‌کنند. ولی، به علت گاف نوار کوچک این نوع ترکیبات، این لیزرهای آخری به دماهای برودمتی نیازمندند. سپس در همین محدوده طول موج به اختراع جدید لیزر آبشار کوانتومی اشاره می‌کنیم [۵۶] که چشمه‌های کارآمد نزدیک فروسرخ را بدون نیاز به دماهای برودمتی نوید می‌دهند.

۱.۴.۹ اصول عملکرد لیزر نیمرسانا

اصول عملکرد لیزر نیمرسانا را می‌توان به کمک شکل ۱۸.۹ توضیح داد که نوار ظرفیت V ، و نوار رسانش C ، را که با گاف انرژی E_g از یکدیگر فاصله دارند، نشان می‌دهد. برای سادگی، ابتدا فرض می‌کنیم که نیمرسانا در $T = 0^\circ \text{K}$ نگه داشته شده است. برای نیمرسانای ناواگن، نوار ظرفیت کاملاً با الکترون‌ها پر می‌شود، در حالی که نوار رسانش کاملاً از الکترون تهی است [شکل ۱۸.۹ (الف)] را ببینید. حالت‌های انرژی متعلق به سطح هاشورخورده کاملاً پر از الکترون است. اکنون فرض می‌شود که بعضی از الکترون‌ها را از نوار ظرفیت به نوار رسانش از طریق سازوکار مناسب دم‌ش برده‌اند. پس از زمانی بسیار کوتاه ($\sim 1 \text{ ps}$)، الکترون‌ها در نوار رسانش به پایینترین ترازهای اشغال نشده این نوار سقوط می‌کنند؛ به همین ترتیب، هر الکترون نزدیک بالای نوار ظرفیت نیز به پایینترین ترازهای اشغال نشده این نوار سقوط می‌کند، در این صورت حفره‌هایی را در بالای نوار ظرفیت برجا می‌گذارند [شکل ۱۸.۹ (ب)]. این وضعیت را با معرفی ترازهای شبه‌فرمی E'_{F_c} برای نوار رسانش



شکل ۱۸.۹ اصول عملکرد لیزر نیمرسانا.

E'_{F_v} برای نوار ظرفیت می‌توان توصیف کرد (بخش ۳.۲.۳ را ببینید). برای هر نوار، در $T = 0 \text{ K}$ این ترازها سطحی از انرژی را معرفی می‌کنند که در پایینتر از آن حالتها تماماً توسط الکترونها پر شده‌اند و در بالای آن حالتها کاملاً خالی‌اند. حال گسیل نور زمانی رخ می‌دهد که یک الکترون در نوار رسانش به نوار ظرفیت فرو می‌افتد تا با حفره بازترکیب شود. این به اصطلاح تابش بازترکیب فرایندی است که از طریق آن تابش در دیودهای گسیلنده نور (LED) گسیل می‌شود. ولی در شرایط مناسب، از این تابش بازترکیب تابش گسیل القایی به عمل لیزر می‌انجامد. در بخش ۵.۲.۳ نشان دادیم که شرط اینکه فوتونی تقویت شود و جذب نیمرسانا نشود به‌سادگی از رابطه زیر به‌دست می‌آید [معادله (۳۹.۲.۳) را ببینید]:

$$E_g \leq h\nu \leq E'_{F_c} - E'_{F_v} \quad (۱.۴.۹)$$

برای مورد ساده $T = 0 \text{ K}$ ، این شرط را به‌سادگی می‌توان از شکل ۱۸.۹ (ب) دریافت، چون سطح هاشورخورده در نوار ظرفیت متناظر با حالت‌های خالی است، و الکترون نوار رسانش تنها به یک حالت خالی در نوار ظرفیت فرو می‌افتد. اما بررسی مفصل در بخش ۵.۲.۳ نشان می‌دهد که در واقع معادله (۱.۴.۹) برای هر دمایی صادق است، به‌طوری که برای گستره‌ای از انرژی گذار $h\nu$ که با معادله (۱.۴.۹) تعریف می‌شود، بهره حاصل از گسیل القایی از جذب پیشی می‌گیرد. برای دستیابی به شرطی که با معادله (۱.۴.۹) ارائه شده است، باید داشته باشیم $E'_{F_c} - E'_{F_v} \geq E_g$. مقادیر برای E'_{F_c} و E'_{F_v} ، هر دو، به‌شدت فرایند دمش بستگی دارد، یعنی، به چگالی N الکترونهايي که به نوار رسانش ارتقا پیدا کرده‌اند (شکل ۱۵.۳ را ببینید). در واقع با افزایش N ، $E'_{F_c} = E'_{F_c}(N)$ افزایش می‌یابد، در حالی که $E'_{F_v} = E'_{F_v}(N)$ کاهش پیدا می‌کند. بنابراین برای رسیدن به $E'_{F_c} - E'_{F_v} > E_g$ ، یعنی بیشتر شدن بهره از تلفات جذبی، چگالی الکترون N باید از مقداری بحرانی که از شرط زیر به‌دست می‌آید

$$E'_{F_c}(N) - E'_{F_v}(N) = E_g \quad (۲.۴.۹)$$

فراتر رود. مقدار چگالی حامل تزریق‌شده که در معادله (۲.۴.۹) صدق می‌کند چگالی حامل در شفافیت، N_{tr} نامیده می‌شود. اکنون اگر چگالی حامل تزریق‌شده بزرگتر از N_{tr} باشد، نیمرسانا بهره خالصی ارائه می‌کند؛ حال اگر این محیط فعال در کاواک مناسبی قرار داده شود، زمانی که این بهره خالص آن‌قدر باشد تا بر تلفات کاواک غلبه کند، عمل لیزر به‌وقوع می‌پیوندد. بنابراین، برای دستیابی به عمل لیزر، حامل‌های تزریق‌شده باید به مقدار آستانه N_{tr} ای برسند که از N_{tr} به اندازه کافی بزرگتر باشد تا غلبه بهره خالص بر تلفات کاواک ممکن شود.

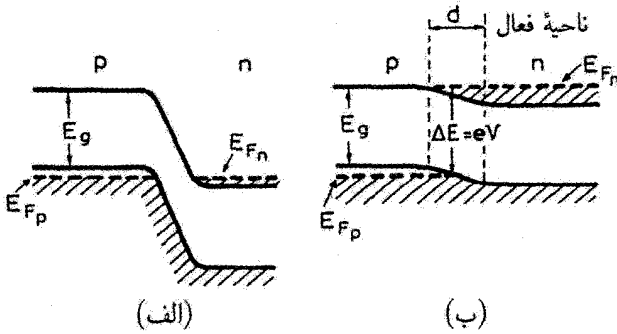
۱. معادله (۲.۴.۹) با شرط $N_2 = N_1$ هم‌ارز است که تحت این شرط سیستم دوترازی ناواکن شفاف می‌شود.

اصولاً دمش لیزر نیمرسانا از راههای متعددی حاصل می‌شود و تاکنون بسیاری از آنها انجام شده است، مثلاً با استفاده از باریکه لیزری دیگر، یا باریکه الکترونی کمکی برای برانگیختن، نیمرسانای کپهای به صورت عرضی یا طولی. اما، تاکنون راحت‌ترین راه برانگیزش به کار بردن لیزر نیمرسانا به صورت دیود است، که برانگیزش با جریانی حاصل می‌شود که در جت مستقیم پیوندگاه شارش می‌یابد [۳۳].

در واقع، عمل لیزر در نیمرسانا در سال ۱۹۶۲ با استفاده از دیود پیوندی $p-n$ مشاهده شد؛ چهارگروه تقریباً به صورت همزمان مشاهده را انجام دادند [۳۷-۳۴]، که سه گروه از آنها از GaAs استفاده کردند. لیزرهایی که طی مراحل اولیه تحقیقات لیزر نیمرسانا توسعه یافته‌اند، از یک ماده برای هر دو طرف پیوندگاه p و n استفاده کردند؛ بنابراین آنها را لیزرهای هم‌پیوندی می‌نامند. اکنون لیزر هم‌پیوندی تنها از نظر تاریخی اهمیت دارد، چون این لیزرها با آمدن لیزر ساختار ناهم‌پیوندی-دوگانه (DH)، که محیط فعالش بین مواد p و n قرار می‌گیرد که با محیط فعال فرق دارد، کنار گذاشته شده‌اند. لیزرهای هم‌پیوندی در واقع در دماهای برودتی ($T = 77\text{ K}$) به صورت پیوسته موج عمل می‌کنند؛ تنها پس از اختراع لیزر ناهم‌پیوندی بود که کار لیزرهای نیمرسانای پیوسته موج در دمای اتاق عملی شد. این توسعه ۷ سال پس از اختراع لیزر هم‌پیوندی در سال ۱۹۶۹ رخ داد [۴۰-۳۸]، که راه را برای بسیاری از کاربردهایی گشود که امروزه لیزرهای نیمرسانا در آنها به کار برده می‌شود. با وجود این لیزرهای نیمرسانای هم‌پیوندی به طور خلاصه در بخش ۲.۴.۹ بررسی می‌شوند، زیرا این بررسی به درک مزایای چشمگیر لیزرهای DH می‌انجامد.

۲.۴.۹ لیزرهای هم‌پیوندی

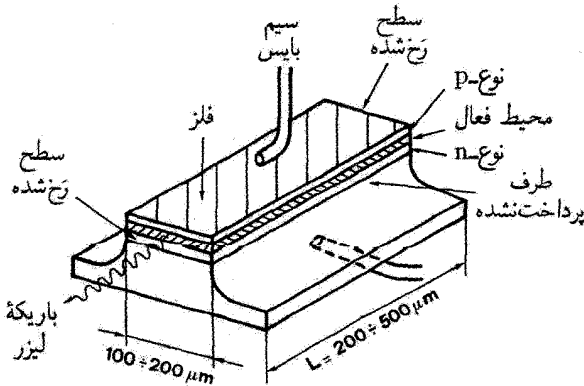
در لیزر هم‌پیوندی فرایند دمش در پیوند $p-n$ حاصل می‌شود، که هر دو ناحیه نوع p و نوع n یکی باشند (مثلاً، GaAs) به صورت نیمرسانایی واگن‌اند. بنابراین غلظتهای دهنده و پذیرنده آن‌چنان بزرگ‌اند (تقریباً 10^{18} اتم/cm^۳) که تراز فرمی برای نوع p در نوار ظرفیت، E_{Fp} ، و برای نوع n در نوار رسانش، E_{Fn} ، واقع می‌شود. اگر به پیوندگاه $p-n$ ولتاژی اعمال نشود، ساختار نواری مطابق با شکل ۱۹.۹ (الف) است، که دو انرژی فرمی در یک خط واقع می‌شود. شکل ۱۹.۹ (ب) ساختار نواری را هنگامی که ولتاژ V بایاس مستقیم اعمال می‌شود نشان می‌دهد، که دو تراز فرمی اکنون به مقدار $\Delta E = eV$ از یکدیگر فاصله می‌گیرند. از این شکل می‌بینیم که، در ناحیه پیوندگاه، الکترونها (از ناحیه نوع n) به داخل نوار رسانش تزریق می‌شوند، در حالی که حفره‌ها (از ناحیه نوع p) به داخل نوار ظرفیت تزریق می‌شوند. بنابراین، برای مقادیر مناسب چگالی جریان می‌توان به شرط شفافیت و سپس شرط آستانه لیزری دست یافت. یکی از محدودیتهای اصلی این ابزار



شکل ۱۹.۹ (الف) ساختار نوار پیوند $p-n$ لیزر نیمرسانا با ولتاژ صفر، و (ب) ولتاژ مستقیم به پیوندگاه اعمال می‌شود.

ناشی از سد پتانسیل خیلی کوچک آن است که وقتی یک الکترون در نوار رسانش به کناره p پیوندگاه می‌رسد، با آن مواجه می‌شود. سپس الکترون به داخل ماده نوع p نفوذ می‌کند، که حامل اقلیت می‌شود. بنابراین با یک حفره بازترکیب می‌شود. حال عمق نفوذ d الکترون (طبق نظریهٔ پخش) از $d = (\sqrt{D\tau})$ به دست می‌آید، که D ضریب پخش و τ طول عمر الکترون است که با بازترکیب الکترون-حفره برقرار می‌شود. در GaAs، داریم $D = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$ و $\tau \cong 3 \text{ ns}$ ، بنابراین $d \approx 1 \mu\text{m}$ خواهد شد؛ این نشان می‌دهد که ناحیهٔ فعال کاملاً ضخیم است، و طول پخش d آن را محدود می‌کند و نه ضخامت لایهٔ تهی ($1 \mu\text{m} \approx 0$).

شکل ۲۰.۹ آرایشی نمونه‌ای از یک لیزر پیوندی $p-n$ را نشان می‌دهد، ناحیهٔ هاشورخورده



شکل ۲۰.۹ لیزر هم‌پیوندی $p-n$ نمونه‌ای با سطح وسیع.

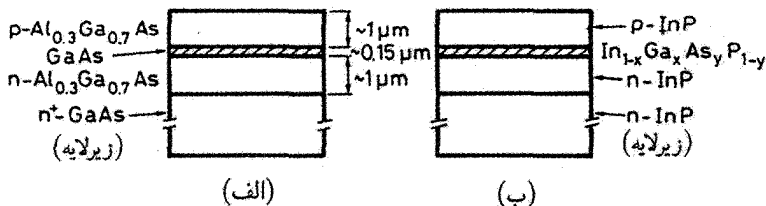
متناظر با لایه فعال است. توجه کنید که ابعاد دیود خیلی کوچک (چندصد میکرون) است. برای ایجاد بازخوردی برای عمل لیزر، دو رِخ موازی را پرداخت می‌کنند، که معمولاً با رِخ کردن آنها در طول صفحات بلوری صورت می‌گیرد. غالباً این دو سطح را بدون پوشش بازتابی آماده می‌کنند؛ در واقع، چون ضریب شکست نیمرسانا خیلی بزرگ است (مثلاً برای GaAs، $n = 3.6$)، بازتابندگی خیلی زیادی (حدود ۳۲٪ برای GaAs)، از بازتابش فرنل در فصل مشترک نیمرسانا-هوا وجود دارد. همان‌طور که قبلاً متذکر شدیم، ضخامت ناحیه فعال در جهت عمود بر پیوندگاه $d \approx 1 \mu\text{m}$ است. ولی، به علت پراش، بعد عرضی باریکه لیزر در این جهت ($5 \mu\text{m} \approx$) خیلی بزرگتر از ناحیه فعال است.

لیزر هم‌پیوندی در دمای اتاق دارای آستانه بالای چگالی جریان است ($J_{th} \cong 10^5 \text{A/cm}^2$) که مانع از عمل لیزر به صورت پیوسته‌موج در دمای اتاق می‌شود (بدون اینکه در زمان خیلی کوتاه در معرض نابودی قرار گیرد). دو علت عمده برای این آستانه بالا وجود دارد: (۱) ضخامت ناحیه فعال ($d \approx 1 \mu\text{m}$) کاملاً زیاد است، به طوری که جریان آستانه که با حجم محیط فعال متناسب است، به همین نسبت بالا می‌رود: (۲) به علت ابعاد نسبتاً بزرگ عرضی اش، باریکه لیزر به طور چشمگیری به نواحی p و n گسترده می‌شود، که آنجا به شدت جذب خواهد شد. بنابراین علتها، لیزرهای هم‌پیوندی تنها در دماهای برودتی به صورت پیوسته‌موج عمل می‌کنند (معمولاً در دمای نیتروژن مایع در $T = 77 \text{K}$) در واقع، برای گذار لیزری مفروض، بهره نیمرسانا طبق معادله (۳۷.۲.۳) با کاهش دما به سرعت افزایش می‌یابد. تماس دیود با نیتروژن مایع نیز برای سرمایش کارآمد کمک می‌کند.

۳.۴.۹ لیزرهای ناهم‌پیوندی-دوگانه

محدودیتهایی که در بخش ۲.۴.۹ بررسی شد مانع بهره‌برداری گسترده از لیزرهای نیمرسانا تا اولین ساختار ناهم‌پیوندی تک‌تابه شد. بی‌درنگ پس از آن لیزرهای ساختار ناهم‌پیوندی دوگانه معرفی شدند. بحث خود را به ساختار دوم محدود می‌کنیم، زیرا تنها نوعی است که امروزه به‌کار می‌رود.

شکل ۲۱.۹ (الف-ب) به ترتیب دو مثال از ساختار ناهم‌پیوندی دوگانه را نشان می‌دهد که محیط فعال لایه‌ای نازک ($2 \mu\text{m} - 1 \mu\text{m}$) از GaAs یا آلیاژ چهارتابی InGaAsP است. برای دو مورد یادشده، طرفهای p و n به ترتیب از $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ و InP ساخته شده‌اند. در صورت بهینه‌سازی (شکل ۲۳.۹ را ببینید)، آستانه چگالی جریان در دمای اتاق چنین ساختار دیودی تقریباً به مقدار دو مرتبه بزرگی (یعنی، تا حدود 10^3A/cm^2)، در مقایسه با ابزارهای هم‌پیوندی



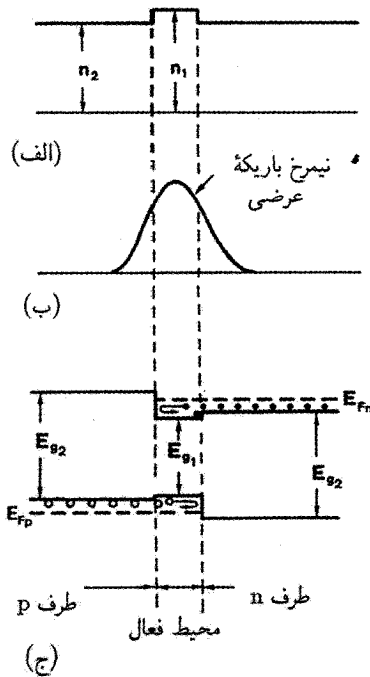
شکل ۲۱.۹ نمودار طرحوار ساختار ناهم‌پیوندی دوگانه که محیط فعال (سطح هاشوردار) تشکیل می‌شود از (الف) GaAs، و (ب) InGaAsP.

متناظر کاهش می‌یابد، که عملکرد پیوسته‌موج در دمای اتاق را ممکن می‌سازد. این کاهش شدید در آستانه چگالی جریان از اثر ترکیبی سه شرط زیر ناشی می‌شود: (۱) ضریب شکست لایه فعال n_1 (مثلاً برای GaAs، $n_1 = 3.6$) خیلی بزرگتر از n_2 ضریب شکست لایه‌های غلاف طرف p و طرف n است (مثلاً برای $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ ، $n_2 = 3.4$)، بنابراین ساختار هدایت را ایجاد می‌کند [شکل ۲۲.۹ (الف) را ببینید]. این بدان معناست که اکنون باریکه لیزر در ناحیه لایه فعال محبوس می‌شود، یعنی در جایی که بهره وجود دارد [محصورسازی فوتونی، شکل ۲۲.۹ (ب) را ببینید]. (۲) گاف نوار، E_{g1} ، لایه فعال (مثلاً در GaAs، $E_{g1} \cong 1.5 \text{ eV}$) بسیار کوچکتر از گاف نوار لایه‌های غلاف، E_{g2} ، است (مثلاً برای $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ ، $E_{g2} \cong 1.8 \text{ eV}$).^۱ بنابراین سدهای انرژی در دو صفحه پیوندگاه شکل می‌گیرند، و بدین‌وسیله حفره‌ها و الکترونهای تزریق‌شده را در لایه فعال محبوس می‌سازند [شکل ۲۲.۹ (ب) را ببینید، محصورسازی حامل]. برای چگالی جریان مفروض، غلظت حفره و الکترون در لایه فعال و در نتیجه بهره افزایش می‌یابد. (۳) چون E_{g2} بسیار بزرگتر از E_{g1} است، باریکه لیزری، با بسامد $\nu \cong E_{g1}/h$ با شدت بسیار کمتری در بالهای آن توسط لایه‌های غلاف [شکل ۲۲.۹ (ب)] جذب می‌شود، تلفات در این مورد تنها ناشی از حاملهای آزاد است (جذب کاهش‌یافته).

بنابراین برای تشکیل ساختار ناهم‌پیوندی دوگانه، با استفاده از تمامی خواص مناسب آن، الزام مهمی باید تأمین شود، یعنی دوره تناوب شبکه لایه فعال باید برابر (با دقت ۱٪) با دوره تناوب شبکه لایه‌های غلاف باشد.^۲ در واقع اگر این شرط تحقق نیابد، کرنش حاصل در دو فصل مشترک به جورشدن جابه‌جاشدگیها می‌انجامد؛ سپس هر جابه‌جاشدگی به مثابه مرکز نسبتاً مؤثری برای بازترکیب غیرتابشی الکترون-حفره عمل می‌کند. برای ساختار GaAs/AlGaAs،

۱. این قانونی کلی برای تمامی ترکیبات III-V است که هر تغییر در ترکیب، تغییری در جهتی مفروض حاصل می‌سازد، مثلاً کاهش، درگاف نوار نیز تغییری در جت خلاف حاصل می‌شود، یعنی، افزایش ضریب شکست.

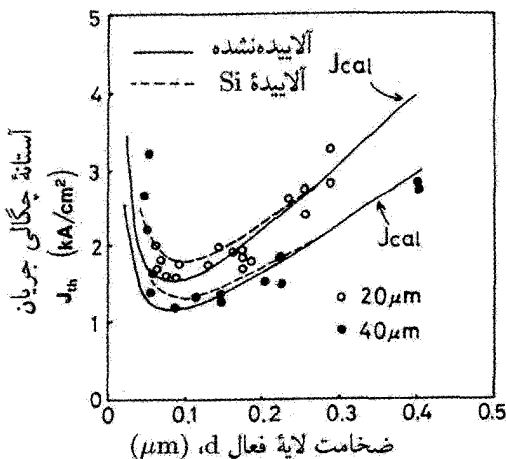
۲. تمامی ترکیبات III-V در ساختار مکعبی بلوری می‌شوند.



شکل ۲۲.۹ (الف) نیمرخ ضریب شکست، (ب) نیمرخ باریکه عرضی، و (ج) ساختار نواری (طرحوار) لیزر دیودی با ساختار ناهم‌پیوندی دوگانه.

شرط جورشدگی شبکه محدودیتی ایجاد نمی‌کند، زیرا دوره‌های تناوب شبکه GaAs (564 pm) و AlAs (566 pm) از نظر مقدار بسیار به هم نزدیک‌اند. (در واقع شعاعهای اتمی Al و Ga تقریباً یکی هستند.)

برای ترکیب چهارتایی $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ ، آلیاژ ممکن است با InP به‌ازای نسبت خاص y/x ، مطابق استدلالی که ثابت می‌شود، جورشده شبکه شود. برای لایه فعال از InP شروع می‌کنیم، فرض می‌شود که کسر x از Ga اضافه شود و جای بعضی از In ها را در شبکه بگیرد (در نتیجه می‌شود In_{1-x}). چون شعاع Ga کوچکتر از ($\sim 19 \text{ pm}$) از شعاع In است، دوره تناوب شبکه $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{P}$ در مقایسه با InP کاهش می‌یابد. اکنون فرض کنید کسر y از As ها (As_y) جایگزین P شوند (و در نتیجه می‌شوند P_{1-y}). چون شعاع As اکنون بزرگتر ($\sim 10 \text{ pm}$) از شعاع P است، این افزایش دوره تناوب شبکه را افزایش می‌دهد. بنابراین، اگر نسبت y/x این دو جایگزینها مقداری مناسب باشد، دو اثر یکدیگر را خنثی می‌سازند، بنابراین به نسبت $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ منجر می‌شود که به InP جورشده شبکه می‌گویند. این شرط جورشدگی



شکل ۲۳.۹ مقادیر محاسبه شده (خطوط پیوسته و خط چین) و تجربی (دایره‌های توخالی و توبر) آستانه چگالی جریان J_{th} ، برحسب ضخامت d لایه فعال برای لیزر AlGaAsDH به طول $300 \mu\text{m}$. دایره‌های توبر و توخالی به ترتیب داده‌ها برای پهنای نوار $40 \mu\text{m}$ و $20 \mu\text{m}$ را نشان می‌دهند. منحنیهای نظری J_{cal} به موارد لایه‌های فعال آلاییده نشده و با آلاییدگی پایین Si اشاره دارد [۴۱].

شبکه از $2.2x \cong y$ به دست می‌آید. با تغییر x ، با حفظ نسبت y/x برابر با مقدار جورشدهگی شبکه، گاف نوار نیمرسانا تغییر می‌کند و بنابراین طول موج گسیل تغییر می‌یابد. به این طریق، طول موج گسیل $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ از 1150 nm تا 1670 nm برای عملکرد پیوسته موج در دمای اتاق، تغییر می‌کند، که به این ترتیب پنجره‌های تراگسیلی معروف به دوم (1300 nm) و سوم (1550 nm) تارهای نوری سیلیس را شامل می‌شوند.

شکل ۲۳.۹ نمودارهای تجربی و نظری آستانه چگالی جریان J_{th} برحسب ضخامت d محیط فعال را برای لیزر GaAs ناهم‌بیوندی-دوگانه (DH) نشان می‌دهد [۴۱]. توجه کنید که با کاهش d ، ابتدا کاهش می‌یابد آن وقت به مقدار کمینه ($J_{th} \cong 1 \text{ kA/cm}^2$) به ازای $d \cong 0.1 \mu\text{m}$ می‌رسد و سپس رو به افزایش می‌رود. برای درک این رفتار ابتدا آستانه چگالی جریان J_{th} را به آستانه چگالی حامل N_{th} مرتبط می‌سازیم. ابتدا R_p را آهنگی تعریف می‌کنیم که الکترونها (و حفره‌ها) در واحد حجم به داخل لایه فعال تزریق می‌شوند. همچنین η_i را، که معمولاً بازدهی کوانتومی داخلی نامیده می‌شود کسری از حاملهایی می‌گیریم که در لایه به صورت تابشی بازترکیب می‌شوند؛ کسری که باقی می‌ماند وارد بازترکیب غیرتابش حفره-الکترون در مرزهای پیوندگاه می‌شود. همچنین کمیت η_i را می‌توان کسر مؤثری از حاملهای تزریق شده در نظر گرفت

و باقی مانده کسر را بخشی محسوب کرد که هرگز به ناحیه فعال تزریق نشده است. برای چگالی جریان J که از پیوندگاه شارش می یابد، به سادگی می توان دید که $R_p = \eta_i J / ed$ از رابطه $R_p = \eta_i J / ed$ به دست می آید، که e بار الکترون و d ضخامت لایه فعال است. در شرایط حالت پایا، یک شرط ترازمندی ساده رابطه مرتبط برای چگالی حامل N را به صورت $N = R_p \tau_r$ به دست می دهد، که τ_r زمان بازترکیب تابشی است (با فرض قبلی، تمامی حاملها به صورت تابشی در لایه فعال بازترکیب می شوند). از دو رابطه قبل، به دست می آوریم $J = edN / \eta_i \tau_r$ ، بنابراین در آستانه، داریم

$$J_{th} = \left(\frac{ed}{\eta_i \tau_r} \right) N_{th} \quad (3.4.9)$$

اکنون، با کمک معادله (۳.۴.۹)، می توانیم به صورت کیفی نمودهای مرتبط در شکل ۲۳.۹ را درک کنیم. در واقع توجه کنید که برای مقادیر نسبتاً بزرگ d ، آستانه چگالی حامل، N_{th} ، تقریباً همان چگالی شفافیت N_{th} است (مثال ۱.۹ را ببینید)؛ بنابراین، مقداری ثابت است. حال معادله (۳.۴.۹) رابطه ای خطی بین J_{th} و d پیش بینی می کند، همان گونه که در شکل ۲۳.۹ برای مقادیر نسبتاً بزرگ d (بزرگتر از حدود $15 \mu m$) مشاهده می شود. ولی، وقتی ضخامت d خیلی کم می شود، محصورسازی لایه فعال [شکل ۲۲.۹ (ب)] دیگر چندان مؤثر نیست؛ بنابراین باریکه عمدتاً به داخل طرفهای p و n پیوندگاه گسترده می شود. این وضعیت به کاهش بهره مؤثر و همزمان به افزایش تلفات در لایه های غلاف می انجامد؛ هر دو اثر به شدت به افزایش N_{th} منجر می شود. بنابراین، برای مقادیر خیلی کوچک d ، انتظار می رود که J_{th} با کاهش d ، افزایش یابد.

مثال ۱.۹ چگالیهای حامل و جریان در آستانه برای لیزر $DH GaAs$. با توجه به اینکه میدان لیزری وابسته به مکان است، شرط آستانه را مطابق با مثالهای قبلی (برای مثال بخش ۴.۳.۶ را ببینید)، باید با گذاشتن این شرط به دست آورد که بهره میانگین گیری شده فضایی باید با تلفات میانگین گیری شده فضایی برابر باشد، بنابراین به طور کلی می توان نوشت

$$\langle g \rangle L = \langle \alpha_a \rangle L + \langle \alpha_n \rangle L + \langle \alpha_p \rangle L + \gamma_m \quad (4.4.9)$$

که: L طول محیط فعال؛ g ضریب بهره؛ α_a اتلاف پراکندگی لایه فعال؛ α_n و α_p به ترتیب تلفات در طرفهای n و p غلاف؛ γ_m اتلاف آینه ای است. مقادیر میانگین در معادله (۴.۴.۹) روی توزیع شدت میدان به دست می آید، به طوری که مثلاً، بهره میانگین می شود

$$\langle g \rangle = \frac{\int_a g |u|^2 dV}{\int_c |u|^2 dV} \quad (5.4.9)$$

که $u(x, y, z)$ توزیع میدان داخلی کاواک لیزر است، انتگرال صورت کسر روی حجم محیط فعال و انتگرال در مخرج کسر روی کل حجم کاواک گرفته می‌شود. به کمیت‌های $\langle g \rangle$ و $\langle g \rangle L$ معمولاً به ترتیب ضریب بهره‌مندی و بهره‌مندی گفته می‌شود. روابط مشابهی برای مقادیر میانگین در طرف راست معادله (۴.۴.۹) صادق است؛ البته انتگرال صورت که همواره روی حجم ماده مورد نظر گرفته می‌شود. برای سادگی، فرض می‌کنیم که $\alpha_n \cong \alpha_p = \alpha$ ، و از تغییر فضایی میدان کاواک در طول مختصات طولی z (که مثلاً با نقش میدان ساکن حاصل می‌شود) و در طول مختصات موازی با پیوندگاه چشم می‌پوشیم. سپس، با کمک معادله (۵.۴.۹) و روابط مرتبط برای $\langle \alpha_a \rangle$ و $\langle \alpha_p \rangle$ ، معادله (۴.۴.۹) به راحتی رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$g\Gamma = \alpha_a\Gamma + \alpha(1 - \Gamma) + [\ln(1/R)/L] \quad (۶.۴.۹)$$

که R توان بازتابندگی دو آینه انتهایی است (که برای دو آینه برابر فرض می‌شود) و داریم

$$\Gamma = \frac{\int_{-d/2}^{+d/2} |u|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |u|^2 dx} \quad (۷.۴.۹)$$

که x مختصات در جهت عمود بر پیوندگاه است. کمیت Γ کسری از توان باریکه واقعی در لایه فعال را نشان می‌دهد و به آن اغلب ضریب محصورسازی باریکه گفته می‌شود. طبق بحث بخش ۵.۲.۳، اکنون می‌توانیم g را به صورت $g = \sigma(N - N_{tr})$ تقریب بزنیم، که σ ضریب بهره جزئی (دیفرانسیلی) و N_{tr} چگالی حامل در شفافیت است. اگر اکنون همچنان برای سادگی فرض کنیم $\alpha_a = \alpha$ است، معادله (۶.۴.۹) به صورت رابطه زیر ساده می‌شود

$$\sigma\Gamma(N_{th} - N_{tr}) = \alpha + \left[\frac{\ln(1/R)}{L} \right] = \frac{\gamma}{L} \quad (۸.۴.۹)$$

که N_{th} آستانه چگالی حامل و $\gamma = \alpha L + \ln(1/R)$ کل اتلاف در هر عبور است. از معادله (۸.۴.۹) در نهایت رابطه مطلوب برای آستانه چگالی حامل چنین به دست می‌آید

$$N_{th} = \left(\frac{\gamma}{\sigma L \Gamma} \right) + N_{tr} \quad (۹.۴.۹)$$

با دنبال کردن محاسبات، اکنون باید ضریب محصورسازی Γ را برآورد کنیم. از رابطه زیر به عبارت نسبتاً دقیق و ساده‌ای می‌رسیم [۴۲]

$$\Gamma \cong \frac{D^2}{(2 + D^2)} \quad (۱۰.۴.۹)$$

$$D = 2\pi(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \frac{d}{\lambda} \quad (11.4.9)$$

ضخامت بهنجارشده لایه فعال است. (یادآوری می‌کنیم که n_2 و n_1 به ترتیب ضرایب شکست محیط فعال و لایه‌های غلاف است.) اکنون اگر $n_1 = 3.6$ ، $n_2 = 3.4$ و $\lambda = 850 \text{ nm}$ در نظر گرفته شوند (که برای GaAs مناسب‌اند) و با محاسبه به ازای $d = 0.1 \mu\text{m}$ ، به دست می‌آوریم $D \cong 0.875$ و در نتیجه $\Gamma \cong 0.28$. برای به دست آوردن برآوردی عددی از مقدار متناظر با N_{th} ، بازتابندگی دو ریخ انتهایی را برابر بازتابندگی سطوح پوشش داده‌نشده می‌گیریم ($R \cong 32\%$) و ضریب اتلاف را $\alpha \cong 10 \text{ cm}^{-1}$ ، و طول کاواک را $L = 300 \mu\text{m}$ فرض می‌کنیم، به دست می‌آید $\gamma = \ln(1/R) + \alpha L \cong 1.44$. اکنون اگر $\sigma = 3.6 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ و $N_{tr} = 2 \times 10^{18} \text{ حامل/cm}^3$ بگیریم، از معادله (۹.۴.۹) به دست می‌آوریم:

$$N_{th} = (0.48 + 2) \times 10^{18} \text{ حامل/cm}^3 \quad (12.4.9)$$

که برای سادگی، مقادیر عددی دو جمله در طرف راست معادله (۹.۴.۹) را جداگانه نشان داده‌ایم. بنابراین معادله (۱۲.۴.۹) نشان می‌دهد که در این مورد، یعنی برای مقادیر نسبتاً بزرگ d و در نتیجه ضریب محصورسازی Γ ، جمله اول (یعنی، چگالی حامل لازم برای غلبه بر تلفات کاواک)، کسر نسبتاً کوچکی از N_{tr} است.

اکنون با جایگزینی معادله (۹.۴.۹) در معادله (۳.۴.۹)، آستانه چگالی جریان به آسانی به دست می‌آید، داریم

$$J_{th} = \left(\frac{ed}{\eta_i \tau_r} \right) \left[\left(\frac{\gamma}{\partial L \Gamma} \right) + N_{tr} \right] \quad (13.4.9)$$

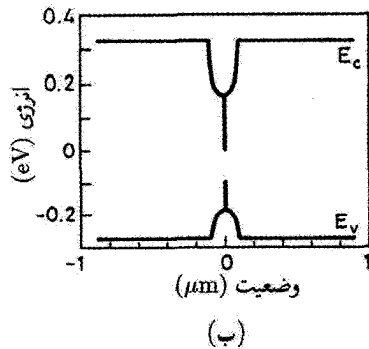
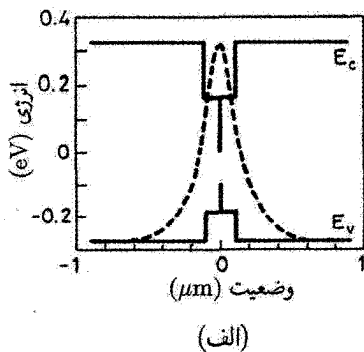
می‌بینیم که برای مقادیر بسیار بزرگ d ، N_{tr} جمله غالب در عبارت داخل کروشه معادله (۱۳.۴.۹) است. در این مورد، انتظار می‌رود که J_{th} با d متناسب باشد، که در واقع در شکل ۲۳.۹ برای d بزرگتر از حدود $15 \mu\text{m}$ نشان داده شده است؛ در این مورد، عمده جریان دمش آستانه به منظور رسیدن نیمرسانا به شرط شفافیت صرف می‌شود. ولی وقتی d خیلی کوچک شود، ضریب محصورسازی نیز خیلی کوچک خواهد شد [طبق معادله (۱۰.۴.۹)]، به ازای مقادیر خیلی کوچک d ، $J_{th} \propto d^2$ ؛ جمله اول داخل کروشه در نهایت جمله غالب خواهد شد، به طوری که J_{th} به نقطه‌ای می‌رسد که با کاهش d افزایش می‌یابد.

برای ارزیابی عددی J_{th} از معادله (۱۳.۴.۹)، فرض می‌کنیم $d = 1 \mu\text{m}$ است، همچنین $\tau_r = 4 \text{ ns}$ ، $\eta_i \cong 1$ می‌گیریم و از مقدار محاسبه‌شده N_{th} قبلی استفاده می‌کنیم. به دست می‌آوریم $J_{th} \cong 10^3 \text{ A/cm}^2$ که با نتایج شکل ۲۳.۹ توافق منطقی دارد. ■

۴.۴.۹ لیزرهای چاه کوانتومی

اگر ضخامت لایه فعال لیزر DH خیلی کوچک شود تا به نقطه‌ای برسد که بعد آن در حدود طول موج دوبروی، $(\lambda \cong h/p)$ شود لیزر چاه کوانتومی (QW) ساختار ناهم‌پیوندی (DH) حاصل می‌شود [۴۳، ۴۴]. این لیزرها در مقایسه با لیزرهای متناظر با ماده کپه‌ای از ویژگیهای اپتیکی مغلوبتری در خصوص ساختار چاه کوانتومی (QW) یا چاه کوانتومی چندتایی (MQW) بهره برده‌اند (مخصوصاً بهره دیفرانسیلی افزایش یافته، مثال ۱۲.۳ را ببینید، و بستگی کاهش یافته این بهره به دما). این ویژگیهای مطلوب اساساً به شکل کاملاً متفاوت چگالی حالت‌های مواد QW در مقایسه به مواد کپه‌ای ناشی از محصورسازی کوانتومی در جهت چاه مربوط می‌شود (بخش ۳.۳ را ببینید). ولی، کاهش شدید ضریب محصورسازی ناشی از کاهش ضخامت لایه تأثیر جدی بر لیزرهای تک چاه کوانتومی و نیز چاه کوانتومی چندتایی (WQW) دارد. برای محدود ساختن اندازه باریکه در جهت QW، باید ساختار جداگانه محصورسازی را به کار گرفت.

شکل ۲۴.۹ (الف) مثال مخصوصاً ساده‌ای از ساختارهای متعددی را نشان می‌دهد که برای این منظور معرفی شده‌اند. در این شکل بجز انرژی گاف نوار GaAs کپه‌ای، که به منظور روشن شدن



شکل ۲۴.۹ (الف) نوارهای انرژی ضریب شکست پله‌ای ساختار ناهم‌پیوندی w محصور جداشده $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs}$. نیمرخ شدت مد اپتیکی حاصل برای این ساختار موجب به صورت منحنی خط‌چین نشان داده شده است [۴۳]، (ب) نوارهای انرژی ضریب شکست تدریجی ساختار ناهم‌پیوندی QW محصور جداشده $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As-GaAs}$ (GRINSCH).

موضوع مقیاس آن کاهش داده شده است همه چیز در مقیاس درست است. در مرکز ساختار، QW (GaAs) نازک ($\sim 10 \text{ nm}$) قرار دارد، و در دو طرف چاه، دو لایه سد داخلی ضخیم تر ($\sim 1 \mu\text{m}$) با گاف نوار بهنتر و بنابراین ماده با ضریب شکست پایینتر ($\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$) قرار می‌گیرند. در خارج از لایه‌های سد داخلی دو لایه غلاف خیلی ضخیم تر ($\sim 1 \mu\text{m}$) و همچنان ماده با گاف نوار بهنتر ($\text{Al}_{0.6}\text{Ga}_{0.4}\text{As}$) وجود دارند، که طرفهای p و n دیود را تشکیل می‌دهند. محصورسازی باریکه با ضریب شکست بالاتر لایه‌های سد داخلی در مقایسه با لایه‌های غلاف برقرار می‌شود، در حالی که سهم QW خیلی نازک در محصورسازی ناچیز است. نیمرخ شدت باریکه حاصل از این آرایش موجبر نیز به صورت خط چین در شکل ۲۴.۹ نشان داده شده است. در این مورد، تمام پهنای بین نقاط $1/e^2$ در بعد نسبتاً کوچکی ($\sim 8 \mu\text{m}$) محدود شده است. در شکل ۲۴.۹ (ب) ساختاری تقریباً مشابه و با کاربرد گسترده نشان داده شده است، که ترکیب ضریب شکست لایه سد داخلی ($\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$) به تدریج از مثلاً $x = 0.2$ در فصل مشترک QM به مقدار $x = 0.6$ در فصلهای مشترک بین دو لایه غلاف، که به ضریب شکست غلاف جور می‌شود، تغییر می‌کند. به این ساختار اغلب ساختار ناهم‌پیوندی محصورسازی با ضریب شکست تدریجی جداشده (GRIN SCH) گفته می‌شود.

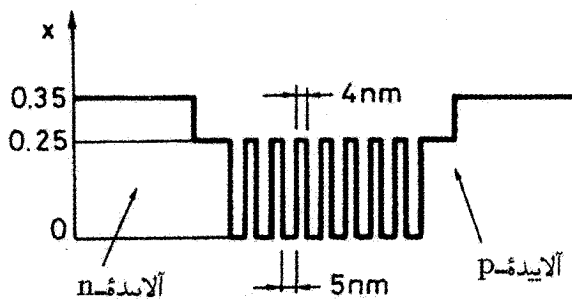
باید توجه کنید که در هر دو ساختار شکل ۲۴.۹، حاملها با ساختار QW محدود شده‌اند، در حالی که باریکه، با ضریب شکست پله‌ای یا نیمرخ ضریب شکست تدریجی به ترتیب در شکل‌های ۲۴.۹ (الف-ب) محدود شده است. همچنین توجه کنید به اینکه هر چند ضخامت لایه‌های QW بسیار کمتر از پهنای باریکه است. محصورسازی اپتیکی به ضریب بالای محصورسازی می‌انجامد که اکنون از کاهش پیش‌بینی شده در J_{th} ناشی از کاهش شدید ضخامت d لایه فعال بهره می‌برد [معادلات (۳.۴.۹) و (۱۳.۴.۹) را ببینید]. در واقع، همان‌طوری که مثال ۲.۹ نشان می‌دهد، اکنون می‌توانیم مقادیر J_{th} تقریباً $4-5$ برابر کوچکتر از مقادیر J_{th} لیزر DH به دست آوریم (یعنی، $\sim 200 \text{ A/cm}^2$). بنابراین، این کاهش آستانه از ترکیب نمودهای زیر ناشی می‌شود: (۱) کاهش در آستانه که از کاهش شدید ضخامت لایه انتظار می‌رود، هرگاه بر مسئله محصورسازی باریکه به وسیله ساختار محصورسازی جداشده تا حدودی غلبه شود. (۲) افزایش در بهره دیفرانسیلی (با تقریباً ضریب ۲)، که در QW، در مقایسه با ماده کپه‌ای متناظر روی می‌دهد.

مثال ۲.۹ چگالیهای حامل و جریان در آستانه برای لیزر GaAs/AlGaAs, QW . فرض می‌کنیم که رابطه تابعی به صورت $g = \sigma(N - N_{th})$ هنوز به‌طور تقریبی برای QW صادق است^۱، ۱. این تقریب با دقت کمتری برای QW صادق است؛ ترسیم g برحسب N منحنی را نشان می‌دهد که به علت ساختار اساساً دوبعدی چگالی حالتها، در مقادیر بسیار بالای تزریق جریان اشباع می‌شود [۴۵].

به طوری که روابطی که در مثال ۱.۹ به کار بردیم همچنان کاربرد داشته باشد. برای مقایسه این مورد با مثال ۱.۹، همان مقادیر را برای ضریب اتلاف α (10^3 cm^{-1}) و بازتابندگی آینه‌ای R (۳۲٪) در نظر می‌گیریم. که به این ترتیب برای کل اتلاف γ ($\gamma = 1.44$) نیز چنین می‌شود. همچنین مقدار یکسانی برای طول کاواک ($300 \mu\text{m}$) و چگالی حامل در شفافیت N_{tr} ($2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) در نظر می‌گیریم، در حالی که اکنون $\sigma \cong 6 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ در نظر گرفته می‌شود (بخش ۵.۳.۳ را ببینید). برای محاسبه ضریب محصورسازی، فرض می‌کنیم که نیمرخ میدان را بتوان به صورت $u \propto \exp[-(x^2/w_{\perp}^2)]$ نوشت، که w_{\perp} اندازه لکه باریکه در جهت عمود بر پیوندگاه است. از معادله (۷.۴.۹)، به دست می‌آوریم $\Gamma = (d/0.62d_{\perp})$ ، که d ضخامت چاه و $d_{\perp} = 2w_{\perp}$ است، به این ترتیب با در نظر گرفتن $d = 10 \text{ nm}$ و $d_{\perp} = 1 \mu\text{m}$ ، می‌رسیم به $\Gamma = 1.6 \times 10^{-2}$. از معادله (۹.۴.۹) اکنون داریم $N_{th} = (5 + 2) \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ، که مقادیر عددی برای دو جمله در طرف راست معادله (۹.۴.۹) مجدداً جدا شده‌اند. می‌بینیم که، به علت مقدار بسیار کوچکتر برای ضریب محصورسازی، جمله اول، یعنی چگالی حامل لازم برای غلبه بر تلفات کاواک اکنون کاملاً بزرگتر از جمله دوم N_{th} می‌شود. حال چگالی جریان آستانه را به سادگی می‌توان با جایگزینی مقدار محاسبه شده در معادله (۳.۴.۹) به دست آورد. بار دیگر فرض می‌کنیم که $\eta_i = 1$ و $\tau = 4 \text{ ns}$ است، به دست می‌آوریم $J_{th} \cong 28 \text{ A/cm}^2$ که حدود ۴ برابر از مقدار محاسبه شده برای لیزر DH کوچکتر است. توجه کنید که، در این مورد، چون در اصل اتلاف کاواک مقدار N_{th} را تعیین می‌کند، کاهش این اتلاف به کاهش بیشتر J_{th} کمک می‌کند. اکنون اگر برای مثال فرض کنیم $\alpha = 3 \text{ cm}^{-1}$ و $R = 0.8$ ، داریم $\gamma = 0.28$ ، در نتیجه می‌رسیم به

$$J_{th} \cong 17 \text{ A/cm}^2 \text{ و } N_{th} = (2.3 + 2) \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

ساختارهای محصور جدا شده در شکل ۲۴.۹ شامل ساختار تک چاه کوانتومی مطابق شکل است، یا چاه کوانتومی چندتایی (MQW)؛ در این مورد، ساختار متشکل از تعدادی لایه‌های به تناوب با نوار باریک و پهن مواد گاف است (شکل ۲۵.۹ را ببینید). ضخامت هر چاه کوانتومی (QM)، 5 nm است، در حالی که ضخامت سد گاف با نوار پهن (4 nm) باید به اندازه کافی باشد تا از تونل زنی کوانتومی الکترونها از یک چاه به چاه کناری جلوگیری شود. در مقایسه با مورد MQW، برای تک چاه کوانتومی، مقدار کاهش یافته ضریب محصورسازی، به افزایش آستانه و مقدار کاهش یافته ضخامت مؤثر d محیط فعال به کاهش آستانه می‌انجامد. برای کاواکهای لیزری بلند ($L > 300 \mu\text{m}$)، داریم $N_{th} \cong N_{tr}$ ؛ بنابراین، اثر دوم بر اثر اول غلبه می‌کند و تک چاه کوانتومی پایینترین آستانه را ارائه می‌کند. ولی، برای طولهای کوتاهتر کاواک، آستانه MQW کوچکتر از آستانه تک چاه کوانتومی می‌شود؛ تعداد بهینه چاهها به مقدار واقعی طول کاواک بستگی دارد [۴۶].

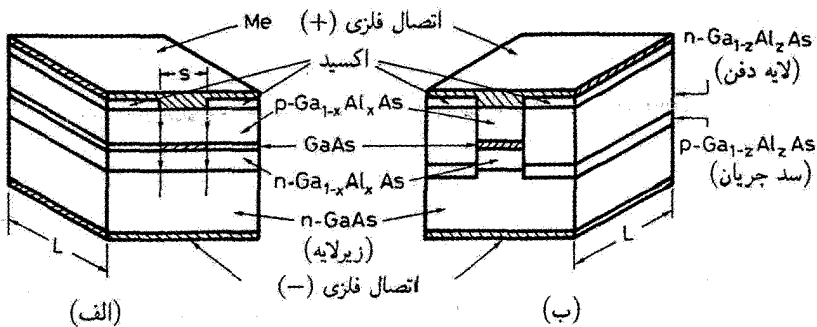


شکل ۲۵.۹ تغییرات ترکیبی در لایه فعال MQW، $\text{In}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{P}/\text{In}_{0.5}(\text{Ga}_{0.5-x}\text{Al}_x)\text{P}$ که $x = 0.25$ برای سدهای چاه و $x = 0.35$ برای لایه‌های محصور، باعث گسیل لیزری در طول موج 670 nm می‌شود.

در بخش ۳.۴.۹ دیدیم که لیزر DH، باید به جورشدگی دقیق شبکه بین دو ساختار ناهم‌پیوندی (با دقت بهتر از ۱٪) دست یافت. با وجود این برای ضخامت خیلی کوچک یک چاه کوانتومی، این شرط جورشدگی را می‌توان تا حد زیادی نادیده گرفت، به طوری که عدم جورشدگی بزرگی بین QW و ماده اطراف با گاف وسیع (تا حدود ۳-۱ درصد) را می‌توان بدون ایجاد جابه‌جاشدگیهای نامناسب اضافی در مرزهای بین دو ماده جایز شمرد. به علت عدم جورشدگی شبکه، در ساختار QW کرنش تراکمی یا کششی ایجاد می‌شود که به چاه کوانتومی کرنش یافته منجر می‌شود، چاههای کوانتومی کرنش یافته دارای دو مزیت مهم‌اند: (۱) ساختارها را می‌توان برای ایجاد عمل لیزر در گستره‌هایی از طول موج رشد داد، که به صورت دیگری نمی‌توان به آنها دست یافت (مثلاً، $900-1100 \text{ nm}$ برای $(\text{In}_x\text{Ca}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs})$). (۲) تحت کرنش تراکمی، همان‌گونه که در بخش ۶.۳.۳ گفته شد، جرم مؤثر حفره در جهتی موازی با پیوندگاه تا مقداری نزدیک به جرم مؤثر الکترون کاهش می‌یابد. این وضعیت چگالی شفافیت N_{tr} را پایین می‌آورد و در مقایسه با QW کرنش نیافته، بهره دیفرانسیلی σ را افزایش می‌دهد. بنابراین لیزرهای چاه کوانتومی کرنش یافته، دستیابی به عمل لیزر را با آستانه چگالی جریان خیلی پایین و بازدهی بالا، در طول موجهایی ممکن ساخته‌اند که قبلاً دست‌یافتنی نبوده‌اند.

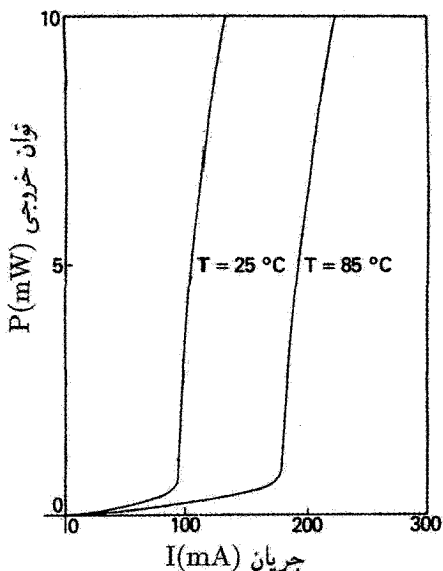
۵.۴.۹ دستگاههای لیزری و عملکردشان

در لیزرهای ساختار ناهم‌پیوندی-دوگانه و نیز لیزرهای چاه کوانتومی اغلب از آرایش معروف به هندسه نواری در شکل ۲۶.۹ استفاده می‌کنند، که سطح فعال (خط چینها) یا ساختار ناهم‌پیوندی دوگانه یا ساختار تک چاه کوانتومی محصور جداشده یا چاه کوانتومی چندتایی (MQW) هستند. از هر دو شکل می‌بینیم که با وارد کردن لایه عایق اکسیدی مناسب، جریان از الکتروود مثبت



شکل ۲۶.۹ جزئیات لیزرهای نیمرسانای ساختار ناهمپیوندی دوگانه با هندسه نوری: (الف) لیزر با بهره‌دهدایت شده و (ب) لیزر ساختار ناهمپیوندی دفن شده با ضریب شکست هدایت شده.

محدود می‌شود که در نوری به پهنای باریک s ($s = 3 - 10 \mu\text{m}$) شارش کند. مزیت این دستگاه هندسه نوری در مقایسه با دستگاه با سطح وسیع (شکل ۲۰.۹) کاهش عمده سطح A است ($A = LS$)، که L طول نیمرساناست) که از آن جریان می‌گذرد. بنابراین، به‌ازای چگالی جریان مفروض J ، کل جریان لازم $I = JA$ بدین ترتیب کاهش پیدا می‌کند. علاوه بر این، با توجه به اینکه پهنای ناحیه بهره در صفحه پیوندگاه نیز تقریباً برابر با s است، این سازوکار را برای محصورسازی بعد عرضی باریکه در جهت موازی با پیوندگاه می‌توان به‌کار برد. دستگاه متناظر را لیزر هدایت‌شده با بهره [شکل ۲۶.۹ (الف)] می‌نامند. اگر s کاملاً کوچک گرفته شود ($s < 10 \mu\text{m}$)، محصورسازی بهره، باریکه را به مد اساسی عرضی در جهت موازی با پیوندگاه محدود می‌سازد. عمود بر پیوندگاه، باریکه به مد اساسی عرضی نیز محدود می‌شود که از اثر هدایت ضریب شکست ناشی می‌شود که نتیجه ساختار ناهمپیوندی دوگانه (شکل ۲۲.۹) یا ساختار محصور جداشده (شکل ۲۴.۹) است. بنابراین، باریکه خروجی شامل تک مد عرضی با سطح مقطع بیضوی است ($\sim 1 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$). عیب ساختار هدایت‌شده بهره در شکل ۲۶.۹ (الف) این است که نواحی دمیده‌نشده لایه فعال به شدت جاذب، به طوری که عمل محصورسازی باریکه از این نواحی به ناگزیر برای باریکه اتلافی به همراه دارد. راه حل بهتر، ایجاد محصورسازی جانبی با عمل هدایت ضریب شکستی در درون صفحه پیوندگاه است (لیزرهای هدایت‌شده-ضریب شکست). یک راه حل ممکن احاطه کردن لایه فعال با مواد نیمرسانایی با ضریب شکست پایینتر است، نظیر لیزر ساختار ناهمپیوندی دفن شده در شکل ۲۶.۹ (ب). در لیزر هدایت‌شده-ضریب شکست، باریکه لیزری در محیطهای محصورکننده جانبی با جذب کمتری مواجه می‌شود. در واقع، ساختارهای هدایت‌شده-ضریب شکست (مثلاً ساختارهای موجبر دفن شده یا مرزدارشده) در دستگاههای



شکل ۲۷.۹ نمودار توان خروجی برحسب جریان ورودی برای لیزر DH در دمای اتاق و دمای بالاتر از آن.

تجاری توجه بیشتری را جلب کرده‌اند.

اکنون بعضی ویژگیهای باریکه خروجی، یعنی توان خروجی، واگرایی باریکه، و وسعت طیفی را بررسی می‌کنیم.

توان خروجی برحسب جریان ورودی، در دو دمای متفاوت، برای لیزر نیمرسانای DH GaAs هدایت‌شده-بهره در شکل ۲۷.۹ رسم شده است. توجه کنید که آستانه چگالی جریان I_{th} در دمای اتاق، در نتیجه استفاده از هندسه نواری کمتر از 100 mA است. اکنون جریانهای آستانه پایینتر از این (یعنی 15 mA) برای لیزر نیمرسانای DH GaAs هدایت‌شده-بهره و هدایت‌شده-ضریب شکست معمولیتر است، و با دستگاههای خاص QW، مقادیر بسیار پایینتر جریان (1 mA) به دست می‌آید. [در واقع، با فرض $J_{th} = 200 \text{ A/cm}^2$ (مثال ۲.۹ را ببینید)، $s = 4 \mu\text{m}$ و $L = 150 \mu\text{m}$ ، به دست می‌آید $I_{th} = 12 \text{ mA}$]. شکل ۲۷.۹ افزایش سریع I_{th} با افزایش دما را نشان می‌دهد. در اکثر دیودهای لیزری، این افزایش از قانون تجربی $I_{th} \propto \exp(T/T_0)$ پیروی می‌کند، که T_0 دمای مشخصه است و به دیود خاصی بستگی دارد که مقدار آن معیاری از کیفیت دیود است. نسبت بین مقادیر آستانه در دو دما، با اختلاف ΔT ، در واقع از رابطه $(I'_{th}/I''_{th}) = \exp(\Delta T/T_0)$ به دست می‌آید. بنابراین، هرچه T_0 بزرگتر باشد، I_{th} نسبت به دما کمتر حساس است. از شکل ۲۷.۹ می‌توانیم محاسبه کنیم که $T_0 \cong 91 \text{ K}$. در لیزرهای

DH GaAs، نوعاً از 100 تا 200 K تغییر می‌کند، در حالی که T_0 برای لیزرهای GaAs چاه کوانتومی (QW) معمولاً بزرگتر است (270 K >). بنابراین، افزایش در دمای مشخصه لیزرهای QW مزیت دیگر دستگاههای QW است، که از بستگی ضعیفتر انرژیهای شبه فرمی، و بنابراین بهره‌دیفرانسیلی به دما ناشی می‌شود (شکل ۲۵.۳ و شکل ۱۵.۳ را مقایسه کنید). دمای مشخصه برای لیزرهای DH InGaAsP/InP به‌طور چشمگیری پایینتر از مقادیر قبلی است (70 K < T_0 < 50 K)، که احتمالاً به علت افزایش سریع در آهنگ فروافت غیرتابشی (ناشی از فرایندهای اوژه) در این ماده باگاف نوار باریکتر است (بخش ۶.۲.۳ را ببینید). توجه کنید که توان خروجی در شکل ۲۷.۹ به حدود 10 mW محدود می‌شود. توانهای خروجی بالاتر (نوعاً بالای 100 mW) احتمالاً به شدتهای باریکه‌بالایی منتهی می‌شود که به تراشه‌های نیمرسانا صدمه وارد می‌کند. همچنین توجه کنید که بازدهی شیب لیزر از $dP/VdI = \eta_s$ به دست می‌آید، که V ولتاژ اعمال شده است. اگر $V \cong 1.8$ V در نظر گرفته شود، $\eta_s = 40\%$ به دست می‌آید. حتی بازدهی شیب بالاتر از این (تا حدود 60%) نیز گزارش شده است. به این ترتیب، لیزرهای نیمرسانا امروزه از کارآمدترین لیزرهای موجود به حساب می‌آیند.

مثال ۳.۹ توان خروجی و بازدهی کوانتومی خارجی لیزر نیمرسانا. برای محاسبه توان خروجی، ابتدا مشاهده می‌کنیم که در شرایط حالت مانا، توانی را که به صورت گسیل القایی منتشر می‌شود به سادگی می‌شود به صورت $P_e = (I - I_{th})h\nu/e$ نوشت، که η_i بازدهی کوانتومی داخلی است، که در بخش ۳.۴.۹ معرفی شد، و ν بسامد تابش گسیل شده است. بخشی از این توان به صورت تلفات داخلی به هدر می‌رود (به علت پراکندگی و تلفات غلاف‌گذاری)، و می‌توان به بخشی به صورت توان خروجی از دو انتهای کاواک دست یافت. به این ترتیب این توان را چنین می‌نویسیم

$$P = \left[\frac{(I - I_{th})\eta_i h\nu}{e} \right] \left(\frac{-\ln R}{\alpha L - \ln R} \right) \quad (14.4.9)$$

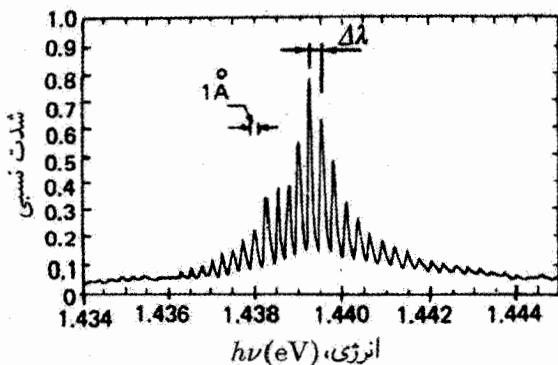
که R توان بازتابندگی دو آینه انتهایی، α ضریب اتلاف داخلی، و L طول کاواک است. اکنون می‌توانیم بازدهی کوانتومی خارجی η_{ex} را به صورت نسبت افزایش فوتونهای گسیل شده به افزایش متناظر حاملهای تزریق شده تعریف کنیم، یعنی $\eta_{ex} = d(P/h\nu)/d(I/e)$ ، از معادله (۱۴.۴.۹) به دست می‌آوریم

$$\eta_{ex} = \eta_{in} \left(\frac{-\ln R}{\alpha L - \ln R} \right) \quad (15.4.9)$$

این نشان می‌دهد که η_{ex} با کاهش طول کاواک افزایش می‌یابد. همچنین توجه کنید که، طبق تعاریف قبلی، رابطه بین بازدهی خارجی و بازدهی شیب به‌سادگی از $\eta_{ex} = \eta_s(eV/h\nu)$ به‌دست می‌آید.

با توجه به ویژگیهای واگرایی باریکه خروجی، می‌بینیم که به علت کوچکی بُعد باریکه در جهت عمود بر پیوندگاه ($\sim 1\mu m$)، باریکه همواره در صفحه عمود بر پیوندگاه محدود شده پراشی است علاوه بر این، همان‌طور که قبلاً بحث شد، اگر پهنای نوار کوچکتر از مقداری بحرانی ($\sim 10\mu m$) باشد، باریکه در صفحه موازی با پیوندگاه نیز محدود شده پراشی خواهد بود. اکنون d_{\perp} و d_{\parallel} را ابعاد باریکه (تمام پهنای بین نقاط $1/e$ میدان الکتریکی) در دو جهت متعامد در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که توزیع میدان در هر دو جهت عرضی به صورت گاوسی است. طبق معادله (۱۹.۷.۴)، واگراییهای باریکه، θ_{\parallel} در صفحه موازی با پیوندگاه و θ_{\perp} در صفحه عمود بر پیوندگاه به ترتیب از $\theta_{\parallel} = 2\lambda/\pi d_{\parallel}$ و $\theta_{\perp} = 2\lambda/\pi d_{\perp}$ به‌دست می‌آیند. بنابراین، برای باریکه خروجی با سطح مقطع بیضوی (مثلاً $1\mu m \times 5\mu m$)، واگرایی در صفحه عمود بر پیوندگاه بزرگتر از واگرایی در صفحه موازی با پیوندگاه است. سپس، بیضی‌گونگی باریکه در فاصله‌ای حدود چند ده میکرونی از خروجی نیمرسانا 90° درجه می‌چرخد [شکل ۹.۶ (الف) را ببینید]. در بخش ۱.۲.۳.۶ بحث کردیم که برای جبران این رفتار استیگمات باریکه، می‌توان سیستمهای اپتیکی را توسعه بخشید.

در شکل ۲۸.۹ طیف نوعی گسیل برای لیزر دیودی، که در آن بازتابهای دو رخ انتهایی بازخورد اپتیکی را فراهم می‌کند، نشان داده شده است. قله‌های با فاصله برابر با مدهای طولی مختلف کاواک فابری-پرو متناظرند. به دو نکته در این شکل توجه کنید: (۱) پهنای خط نسبی طیفی

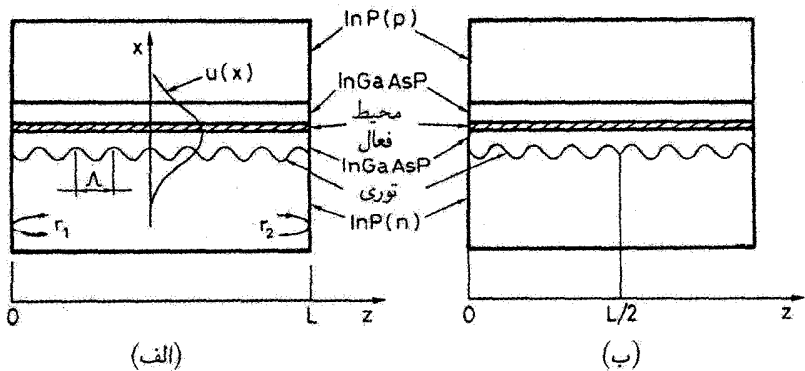


شکل ۲۸.۹ گسیل طیفی نمونه‌ای لیزر نیمرسانای DH GaAs نوع فابری-پرو با طول کاواک $250\mu m$.

$\Delta\nu_L/\nu$ آن قدر کوچک است ($\sim 10^{-3} \times 10^3$) که صحت این گفته را تأیید می‌کند که طبق معادله (۱.۴.۹)، بسامد گسیل تقریباً با Eg/h برابر است. (۲) اما، مقدار قدرمطلق این پهنای خط $\Delta\nu_L \cong 400$ GHz در شکل (۲۸.۹) به اندازه‌ای بزرگ است که برای مخابرات از طریق تار نوری، به علت پاشندگی رنگی تار نوری، مخصوصاً در حوالی $\lambda = 1550$ nm، مسئله‌ساز باشد. برای دسترسی به پهنای خط خیلی باریکتر، بهترین روش استفاده از لیزر با بازخورد توزیع‌شده (DFB) یا لیزر با بازتابنده‌های براگ توزیع‌شده (DBRs) است. در بخش بعد، این لیزرها را به اختصار بررسی می‌کنیم.

۶.۴.۹ لیزرهای با بازخورد توزیع‌شده و با بازتابنده براگ توزیع‌شده

لیزر با بازخورد توزیع‌شده شامل محیطی فعال است که تغییر تناوبی ضخامت در یکی از لایه‌های پوششی، که بخشی از ساختار ناهم‌پیوندی را تشکیل می‌دهد حاصل شده است [۴۷]. شکل ۲۹.۹ (الف) طرح لیزری با بازخورد توزیع‌شده (DFB) را نشان می‌دهد که در طول موج 1550 nm نوسان می‌کند، که یک لایه فعال InGaAsP ($\lambda = 1550$ nm) بین دو لایه پوششی InGaAsP ($\lambda = 1300$ nm) قرار گرفته است؛ یکی از این دو لایه تغییر تناوبی ضخامت را نشان می‌دهد. چون ضریب شکست لایه‌های InP نوع p و n است، میدان الکتریکی مد نوسانی، ضریب شکست مؤثر $n_{eff}(z) = \langle n(x, z) \rangle_x$ پیدا می‌کند که به مختصه z طولی بستگی دارد. در رابطه قبل، $\langle \rangle_x$ نشانه میانگین فضایی وزنی است که روی مختصه x عمود بر پیوندگاه، گرفته می‌شود؛ وزن، با توزیع عرضی شدت باریکه $|u(x)|^2$ تعیین می‌شود [همچنین، معادله (۵.۴.۹)



شکل ۲۹.۹ ساختار طرح‌وار (الف) لیزر DFB با توری یکنواخت و (ب) لیزر DFB، جابه‌جاشده $\lambda/4$.

را ببینید]. اکنون فرض می‌کنیم که $n_{eff}(z)$ تابعی تناوبی از z است، یعنی

$$n_{eff}(z) = n_0 + n_1 \sin[(2\pi z/\Lambda) + \varphi] \quad (۱۶.۴.۹)$$

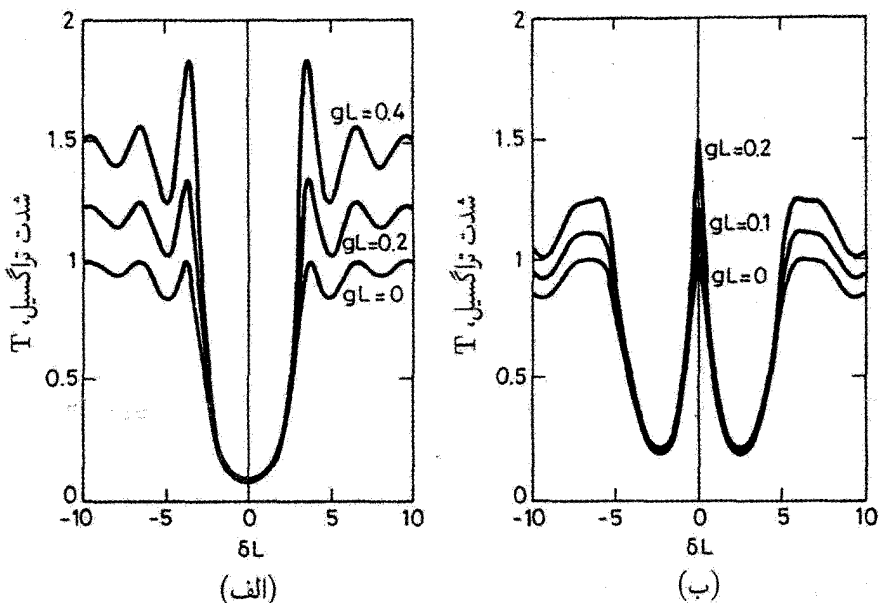
که Λ گام تغییر ضخامت تناوبی است [شکل ۲۹.۹ (الف)]. طبق ایدهٔ براگ دربارهٔ پراکندگی از آرایه‌های تناوبی از عناصر، هرگاه طول موج فضای آزاد تابش طوری باشد که رابطهٔ زیر برقرار شود

$$\lambda = \lambda_B = 2\langle n_{eff} \rangle \Lambda \quad (۱۷.۴.۹)$$

که $\langle n_{eff} \rangle$ مقدار میانگین مناسب n_{eff} در امتداد مختصهٔ z است و دربارهٔ مقدار آن بعداً بحث می‌کنیم، آنگاه باریکه‌های لیزر DFB که به سمت جلو و عقب انتشار می‌یابند به طرز مؤثری با یکدیگر جفت می‌شوند. برای آنکه به اهمیت معادلهٔ (۱۷.۴.۹) پی ببریم، فرض می‌کنیم که $n_{eff}(z)$ شامل تابع تناوبی موج مربعی با دورهٔ تناوب Λ باشد. در این مورد، ساختار در شکل ۲۹.۹ (الف) معادل دنباله‌ای تناوبی از لایه‌های با ضریب شکست زیاد و کم است. ضخامت هر لایه برابر با $\Lambda/2$ است. به این ترتیب، این مورد نسبتاً شبیه به دنباله‌ای تناوبی از آینه‌های دی‌الکتریکی چندلایه‌ای است (بخش ۴.۴ را ببینید) و انتظار می‌رود که بازتابش وقتی اتفاق افتد که $\lambda/4 = \langle n_{eff} \rangle \Lambda/2$ است. معادلهٔ (۱۷.۴.۹) نشان می‌دهد که، برای گام مفروض Λ ، تنها یک طول موج وجود دارد، یعنی تنها یک مد که شرط براگ را برقرار می‌سازد و وقتی شرط مناسب آستانه فراهم شود، تنها این مد انتظار می‌رود که نوسان کند.

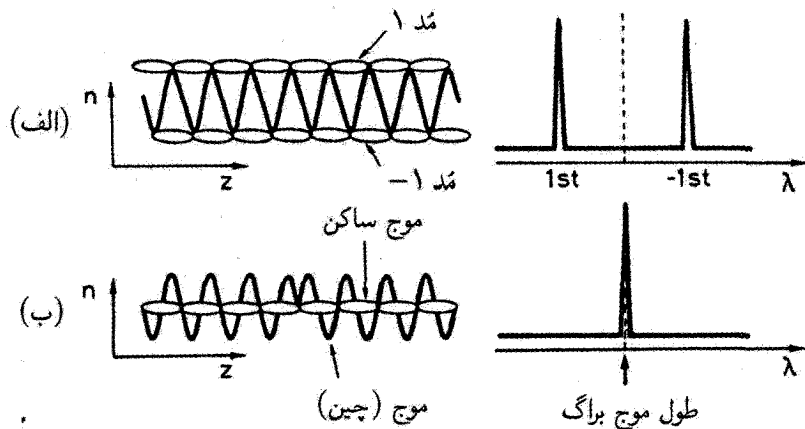
بررسی‌های سادهٔ گذشته خیلی تقریبی‌اند و توصیف دقیق‌تر رفتار لیزر DFB مستلزم روش تحلیلی مفصلی است. در این تحلیل، فرض می‌شود که دو موج که در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند ضریب بهرهٔ مؤثری دارند که محیط فعال برقرار می‌سازد، و تغییر تناوبی در ثابت دی‌الکتریکی (یعنی، ضریب شکست) به جفت شدن آنها می‌انجامد. همچنین، به‌طور کلی فرض می‌شود که مقدار بازتابندگی میدان الکتتریکی از دو رخ، r_1 و r_2 باشد. در اینجا به این تحلیل نمی‌پردازیم، و برای جزئیات روش به‌کاررفته، خواننده را به منبعی دیگر ارجاع می‌دهیم [۴۷، ۴۸]، ولی تنها بعضی نتایج مهم را بررسی می‌کنیم.

ابتدا نتیجه‌ای نسبتاً خاص را در نظر می‌گیریم که در شکل ۳۰.۹ (الف) برای مورد سادهٔ $r_1 = r_2 = 0$ نشان داده شده است. در این شکل، تراگسیل شدت T ، $T = |E_f(0, L)/E_f(0, 0)|^2$ ، مثلاً برای باریکه‌ای که به سمت جلو حرکت می‌کند برحسب از کوک خارج‌شدگی بهنجار شدهٔ $\delta L = (\beta - \beta_B)L$ رسم شده است. در روابط قبل،



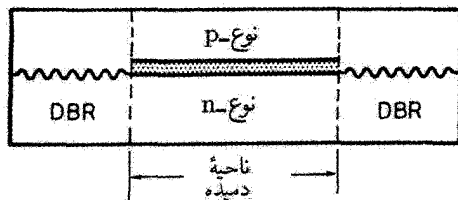
شکل ۳۰.۹ تراگسیل T برحسب از کوک خارج شدگی بهنجارشده δL برای مقادیر متفاوت بهره gL برای بازتابندگی صفر انتهای رخ و (الف) توری یکنواخت، (ب) توری جابه‌جاشده $\lambda/4$ [۴۹].

$\beta = 2\pi n_o / \lambda$ طول کاواک، L طول حرکت می‌کند، $kL = 2$ مقدار برای شکل $\beta_B = \pi/\Lambda$ است. ضریب جفت‌شدگی بهنجارشده k و برای چند مقدار بهره مؤثر Lg ، رسم شده است [۴۹]. شکل ۳۰.۹ (الف) نشان می‌دهد که تراگسیل کمینه در واقع در تشدید کامل ($\delta = 0$) رخ می‌دهد، در حالی که بیشینه‌های تراگسیل متعددی، یعنی مدهای بسیاری هستند که در هر دو طرف تشدید کامل به‌طور متقارن قرار می‌گیرند. شکل ۳۱.۹ (الف) دلیل وجود اولین و قویترین دو تشدید را نشان می‌دهد؛ در واقع این شکل تغییر طولی ضریب شکست، نقوش موج ساکن دو مد، و طول موجهای تشدید متناظر را نشان می‌دهد [۴۹]. حال می‌بینیم مدی که با $+1$ نشاندار شده است، با ضریب شکست میانگین‌گیری‌شده طولی، $\langle n_{eff} \rangle$ متناظر می‌شود که قدری کوچکتر از $n_{eff} - 1$ مد -1 است. در هر دو روابط قبلی، میانگین فضایی روی توزیع شدت طولی مد کاواک گرفته می‌شود. سپس، طبق شرط کلی براگ (۱۷.۴.۹)، انتظار می‌رود که طول موجهای تشدید مدهای $+1$ و -1 به‌ترتیب کمی کوچکتر و کمی بزرگتر از مقدار تشدید $\lambda_B = 2n_o \Lambda$ باشند. بدیهی است که وضعیت متقارن برای مدهای DFB نشان داده‌شده در شکل ۳۰.۹ (الف)،



شکل ۳۱.۹ نمایش طرحوار تغییر ضریب شکست، نقشهای میدان، و طول موجهای تشدیدی متناظر برای لیزر DFB با (الف) توری یکنواخت و (ب) برای لیزر DFB با توری جابه‌جاشده $\lambda/4$ [۴۹].

مطلوب نیست، و برای اطمینان از اینکه یک مد غالب می‌آید، راه‌های دیگر بررسی شده است. یکی از راه‌های متداول این است که با ایجاد مقادیر مختلف برای بازتابندگیهای آینه انتهایی، r_1 و r_2 ، دستگاه را نامتقارن سازند. ولی بهترین راه حل ظاهراً این است که لیزر DFB جابه‌جاشده $\lambda/4$ باشد [۵۰]. در این مورد، تغییر تناوبی در ضخامت لایه پوشش داخلی در مرکز لایه فعال [یعنی، در $z = L/2$ ، شکل ۲۹.۹ (ب) را ببینید] جابه‌جایی $\Lambda/4$ پیدا می‌کند. در این صورت شدت تراگسیلی T ، برحسب از کوک خارج‌شدگی بهنجارشده δL ، رفتاری مطابق شکل ۳۰.۹ (ب) نشان می‌دهد؛ در این شکل منحنیهای متعددی برای مقادیر مختلف بهره $L(g)$ و به‌ازای مقدار مفروض ثابت جفت‌شدگی بهنجارشده kL ($kL = 2$) رسم شده است. اکنون در تشدید کامل براگ، $\lambda = \lambda_B$ ، یک قله تراگسیل ظاهر می‌شود. مزیت دیگر این است که اختلاف در تراگسیل بین این مد و دو مد مجاور، یعنی انتخاب‌پذیری مد، در این مورد بیشتر از مقداری است که قبلاً برای توری یکنواخت بررسی شد [با شکل ۳۰.۹ (الف) مقایسه شود]. دلیل وجود تنها یک مد اتلاف پایین را از شکل ۳۱.۹ (ب) می‌توان دریافت، که به علت جابه‌جایی $\lambda/4$ در تغییر ضخامت لایه، مقدار مؤثر ضریب شکست $n_{eff} = \langle n \rangle_x$ جابه‌جایی مشابهی در تغییر طولی‌اش بروز می‌دهد. در شکل، نقش موج ساکن مد با پایینترین اتلاف نیز نشان داده شده است، و اکنون می‌بینیم که میانگین فضایی طولی ضریب شکست مؤثر $\langle n_{eff} \rangle$ برابر با n_0 است. حال، شرط تشدید $\Lambda = (\lambda/2n_0)$ ، و طول موج λ مد با طول موج براگ $\lambda_B = 2n_0 \Lambda$ منطبق می‌شود. با ساخت ابزارهای توری یکنواخت، و حتی فراتر از آن، لیزرهای DFB جابه‌جاشده $\lambda/4$



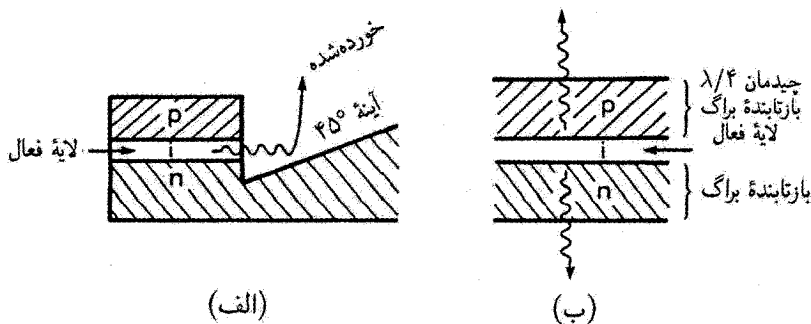
شکل ۳۲.۹ نمایش طرحوار لیزر نیمرسانای DBR.

مسائل فنی دشواری ظاهر شده است. در واقع، گام Λ توری نوعاً باید بعد زیرمیکرون داشته باشد [مثلاً، برای لیزر InGaAsP (۱۵۵۰ nm، $n_{eff} \cong 3.4$)؛ از معادله (۱۷.۴.۹)، $\Lambda \cong 0.23 \mu\text{m}$]. بنابراین حفظ یکنواختی این گام در امتداد طول توری و نیز از یک توری به توری دیگر کاری دشوار است.

علاوه بر استفاده از لیزر DFB، راه دیگر برای اطمینان از اینکه لیزر نیمرسانا روی تک خط نوسان کند، ساختار نشان داده شده در شکل ۳۲.۹ را در بر می‌گیرد. در این شکل دو انتهای کاواک از بخشهای انفعالی ساخته شده‌اند که، با شیار مطلوب یک لایه مناسب، ضریب شکست مؤثر با دوره تناوب Λ در جهت طولی مدوله می‌شود. در این صورت بازتابندگی دو بخش انتهایی از تداخل سازنده‌ای ناشی می‌شود که تحت شرط براگ در دو بخش رخ می‌دهد. چون اثر این بخشها قدری شبیه به مورد آینه چندلایه‌ای دی‌الکتریکی $\lambda/4$ است، انتظار می‌رود که بیشینه بازتابندگی در طول موج $\lambda = 2 \langle n_{eff} \rangle \Lambda$ رخ دهد. مزیت لیزرهای DBR در مقایسه با لیزرهای DFB، این است که توری در سطحی جدا از محیط فعال ساخته می‌شود. این امر فرایند ساخت را ساده، و ساختار DBR را برای الحاق به سایر ابزارها، نظیر بخشهای جداگانه‌ای برای کوک کردن لیزر یا مدوله‌سازی، مناسب می‌سازد. اما، قابلیت انتخاب طول موج در لیزر DBR کمتر از قابلیت آن در لیزر DFB است و علت حضور تعداد زیادی از مدهای طولی فابری-پرو است که طول مفروض محیط فعال آنها را برقرار می‌سازد. در واقع، به علت مقدار کوچک این طول محیط فعال، اغلب تنها یک مد داخل پهنای نوار با بازتابندگی بالای ساختار DBR قرار می‌گیرد. با وجود این تغییرات دما می‌تواند بین مدهای مجاور پرش ایجاد کند و به این دلیل، لیزرهای DBR خیلی کمتر از لیزرهای DFB به‌کار می‌روند.

۷.۴.۹ لیزرهای گسیلنده سطحی کاواک عمودی

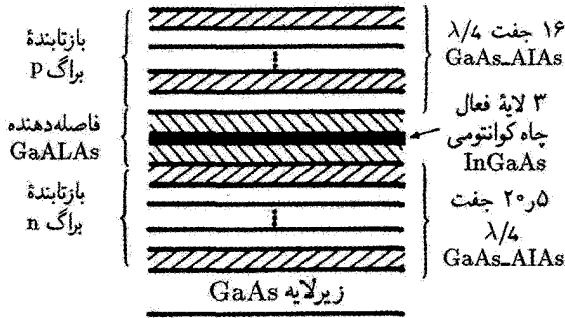
تاکنون، لیزرهای دیودی را بررسی کرده‌ایم که نوری ایجاد می‌کنند که در جهت موازی با صفحه پیوندگاه منتشر می‌شود، و در نتیجه از یک لبه ابزار انتشار می‌یابد (لیزرهای گسیلنده لبه‌ای). برای



شکل ۳۳.۹ نمایش طرحوار (الف) لیزر گسیلنده سطحی که نور از لیزر گسیلنده لبه‌ای به صورت عمودی از طریق آینه 45° منحرف می‌شود و (ب) لیزر گسیلنده سطحی کاواک عمودی (VCSEL).

کاربردهای متعددی که در بخش ۸.۴.۹ بررسی می‌شوند، لیزرهای نیمرسانا توسعه یافته‌اند که عمود بر صفحه پیوندگاه گسیل می‌کنند. به این ابزارها غالباً لیزرهای گسیلنده سطحی گفته می‌شود و با بهره‌گیری از یکی از روشهای زیر ساخته می‌شوند. (۱) با استفاده از هندسه گسیلنده لبه‌ای عادی، که بعضی عناصر اپتیکی، مثلاً آینه 45° ای باریکه خروجی را به صورت عمودی [شکل ۳۳.۹ (الف)] منحرف می‌کند. (۲) استفاده از آینه‌های با بازتابندگی بالا که لایه فعال را می‌پوشانند، بنابراین به کاواک عمودی منجر می‌شوند که انتشار باریکه خروجی را عمود بر صفحه پیوندگاه ایجاد می‌کند [لیزر گسیلنده سطحی کاواک عمودی، VCSEL، شکل ۳۳.۹ (ب) را ببینید]. لیزرهای گسیلنده سطحی از نوعی که در شکل ۳۳.۹ (الف) نشان داده شده است، با لیزر گسیلنده لبه‌ای عادی تفاوتی ندارند. از جهتی دیگر، مشخصه خاص لیزر VCSEL، طول خیلی کوتاه محیط فعال است که در نتیجه بهره کوچکی دارد. ولی، وقتی بر این محدودیت بهره پایین با استفاده از آینه‌های با بازتابندگی بالا غلبه شود، به آستانه‌های پایینی می‌توان دست یافت. به این ترتیب، این لیزرها مزایای فراتری از ابزارهای گسیلنده لبه‌ای دارند که به علت چگالی ذاتی انباشتگی بالا و جریانهای با آستانه پایین است که به دست می‌آید. بنابراین در بحثی که دنبال می‌کنیم روی لیزرهای گسیلنده سطحی کاواک عمودی متمرکز خواهیم شد [۵۱].

شکل ۳۴.۹ نمای طرحواری از لیزر VCSEL با استفاده از سه لایه چاه کوانتومی (QW) کرنش یافته $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}/\text{GaAs}$ را نشان می‌دهد، هر یک به صورت محیط فعال، 8 nm ضخامت دارد. این سه لایه فعال بین دو فاصله دهنده $\text{Ga}_{0.5}\text{Al}_{0.5}\text{As}$ برای تشکیل ضخامت کلی طول موج قرار می‌گیرند. آینه‌های پایینی و بالایی را به ترتیب از چیدن GaAs/AlAs مربع موجی 205 جفت آلاییده n و 16 جفت آلاییده p می‌سازند. به علت تغییر نسبتاً زیاد ضریب شکست



شکل ۳۴.۹ نمایش طرحواری از طرح گسیلنده انتهایی VCSEL. ضخامت بالاترین لایه GaAs نیم طول موج است تا جورشنگی فازی برای تماس فلزی فراهم شود [۵۲].

بین دو لایه (ضریب شکست برای GaAs برابر با ۳٫۶ و برای AlAs برابر با ۲٫۹ است)، برای هر دو آینه انتهایی به بازتابندگی بالایی (~۹۹٪) می‌توان دست یافت. به علت طول کوتاه کاواک، تلفات پراکندگی و جذبی در لایه فعال بسیار اندک است، به طوری که چگالیهای جریان آستانه پایین معقولی را می‌توان به دست آورد ($J_{th} \cong 4 \text{ kA/cm}^2$). چون قطر سطح دایره‌ای که از آن جریان شارش می‌یابد معمولاً خیلی کوچک گرفته می‌شود ($D = 5 - 10 \mu\text{m}$), جریان آستانه خیلی پایینی به دست می‌آید (~۱ mA). به علت این مساحت کوچک سطح مقطع ناحیه فعال، لیزرهای VCSELs بیشتر در مد TEM_{۰۰} نوسان می‌کنند، حتی اگر جریانها خیلی بالاتر (مثلاً دو برابر) از مقدار آستانه باشد. توجه کنید که به علت کوچکی کاواک لیزر ($1-2 \mu\text{m}$), مدهای طولی متوالی در طول موج خیلی از یکدیگر فاصله دارند ($\Delta\lambda \cong 100 \text{ nm}$). بنابراین، چنانچه یک مد با بازتابندگی قله هر یک از چیدمانهای ربع موجی منطبق شود، دو مد کناری خارج از نوار با بازتابندگی بالای آینه‌ها می‌افتند و نوسان تک‌مد طولی را نیز می‌توان به دست آورد.

ساخت لیزرهای VCSELs دارای برخی مشکلات فنی است، یکی از آنها ساخت کاواک به اندازه‌ای است که یک مد طولی درست در مرکز نوار با بازتابندگی بالای آینه‌ها بیفتد. با حل این مشکل، و مشکل مرتبط با ساخت تعداد زیادی لایه به ضخامت دقیق $\lambda/4$, آستانه پایینی به دست می‌آید. اگر تلفات کاواک کمینه شود، بازدهی شیب لیزر VCSEL به بازدهی بالای ابزار گسیلنده لبه‌ای می‌رسد؛ در واقع، بازدهیهای شیب تا ۵۰٪ نشان داده شده است. توان خروجی که تک لیزر VCSEL گسیل می‌کند نسبتاً محدود است (~۱ mW) تا از بروز مسائل گرمایی ناشی از تریق توانهای دمش بالا به حجم کوچکی از لایه فعال جلوگیری شود. آرایه‌هایی از مثلاً 8×8 لیزر مستقلاً آدرس‌پذیر و نیز آرایه‌های ماتریسی آدرس‌پذیر ساخته شده است.

مثال ۴.۹ آستانه چگالی حامل و آستانه جریان برای لیزر VCSEL. طبق معادله (۴.۴.۹)، فرض می‌کنیم، ضریب محصورسازی $\Gamma \cong 1$ است، می‌توان نوشت $N_{th} = (\gamma/\sigma l) + N_{tr}$ ، که l ضخامت لایه فعال است. با پیروی از مثال ۲.۹، فرض می‌کنیم که چگالی حامل شفافیت و بهره دیفرانسیلی چاههای کوانتومی (QW) لایه کرنش‌یافته، به ترتیب $N_{tr} = 2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ و $\sigma \cong 6 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ باشند. سپس، اتلاف تک‌عبوری از $\gamma = -\ln R + \alpha_i L$ به دست می‌آید، که R توان بازتابندگی هریک از دو آینه است، α_i ضریب اتلاف داخلی، و L طول کاواک است. اگر فرض کنیم $R = 99\%$ ، $\alpha_i = 20 \text{cm}^{-1}$ و $L = 2 \mu\text{m}$ ، به دست می‌آوریم $\gamma = 1.4 \times 10^{-2}$. اکنون اگر فرض کنیم $l = 24 \text{nm}$ به ازای ضخامت کلی لایه‌های فعال، به دست می‌آوریم $N_{th} \cong 11 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ، که نشان می‌دهد مقدار N_{th} بر جمله اتلاف $(\gamma/\sigma l)$ غلبه می‌کند. از معادله (۳.۴.۹)، با در نظر گرفتن $\eta_i \cong 1$ و $\tau = 2 \text{ns}$ ، می‌رسیم به $J_{th} = 3.84 \times 10^3 \text{A/cm}^2$. قطر سطح فعال را $D = 8 \mu\text{m}$ می‌گیریم، آستانه جریان از $I_{th} = (\pi D^2/4)J_{th} \cong 0.44 \text{mA}$ به دست می‌آید. ■

۸.۴.۹ کاربردهای لیزر نیمرسانا

لیزرهای نیمرسانا برای گستره وسیعی از کاربردهای توان پایین و توان بالا سودمندند، بعضی از آنها را به اختصار در اینجا مرور می‌کنیم. ابتدا به جدول ۷.۹ می‌پردازیم که در آن تعدادی از مشخصه‌های متداولترین لیزرهای DH و QW فهرست شده است. چون همه ساختارهای نشان داده شده روی زیر لایه GaAs یا InP رشد داده می‌شوند، ماده لیزری با ترکیب لایه فعال-زیرلایه مشخص می‌شود. در هر مورد، طول موج لیزر با ضریب شکست ترکیبی لایه فعال و، برای لیزر QW، با ضخامت این لایه نیز تعیین می‌شود. اکثر لیزرهای امروزی از محصورسازی جداشده (مثلاً GRIN SCH) لایه‌های QW و MQW در آرایش بهره، یا اغلب راهنمای ضریب شکست، استفاده می‌کنند.

جدول ۷.۹ بعضی پارامترهای مشخصه مهم‌ترین دیودهای لیزری نیمرسانا

InGaAs/GaAs	InGaAsP/InP	AlGaAs/GaAs	InGaAlP/GaAs	زیرلایه/مواد
۶۳۰-۷۰۰	۹۰۰-۱۱۰۰	۱۲۰۰-۱۶۵۰	۷۲۰-۸۵۰	طول موج (nm)
~ ۱۰	۲-۱۰	۵-۱۰	۴-۱۵	اتلاف داخلی (cm^{-1})
				آستانه چگالی جریان
۲۰۰-۳۰۰۰	۵۰-۴۰۰	۲۰۰-۱۵۰۰	۸۰-۷۰۰	$J_{th} (\text{A/cm}^2)$
۶۰-۱۰۰	۱۰۰-۲۰۰	۵۰-۷۰	۱۲۰-۲۰۰	دمای مشخصه
				T_0 (K)

در ساختارهای لیزری $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ ، ضریب ترکیبی y لایه‌های پوششی بزرگتر از ضریب ترکیبی، x ، لایه فعال است. بسته به مقدار ضریب ترکیبی دومی، طول موج گسیل اغلب از 720 تا 850 nm را در بر می‌گیرد. ابزارهای دارای توان پایین ($P = 5 - 20$ mW)، تک‌نواری به‌طور گسترده‌ای در دستگاه‌های (CD) و چاپگرهای لیزر به‌کار می‌روند. لیزرهای تک‌نواری پرتوان، آرایه‌های لیزری، میله‌های لیزری، و انباشته‌های میله‌های لیزری (شکل‌های ۹.۶ و ۱۰.۶) برای دمش لیزرهای حالت جامد، نظیر Nd (طول موج دمش $\lambda_p \cong 800$ nm) یا Tm:HO ($\lambda_p \cong 790$ nm) به‌کار می‌روند. بعضی از این دستگاه‌های لیزری و زمینه‌های مرتبط با کاربردها را در بخش ۲.۹ و در فصل‌های گذشته بررسی کرده‌ایم.

در لیزرهای $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}/\text{InP}$ ، جورشدگی شبکه با قراردادن $y \cong 2.2x$ حاصل می‌شود، و طول موج نوسانی، پنجره‌های تراگسیلی تارهای نوری معروف به دوم (به مرکز 1310 nm) متناظر با $x = 0.27$ و سوم (به طول موج مرکزی 1550 nm، λ ، متناظر با $x = 0.42$) را می‌پوشاند. بنابراین، این لیزرها بیشترین کاربرد را در مخابرات نوری پیدا کرده‌اند. سیستم‌های مخابرات نوری جدید، از لیزرهای حدود طول موج 1550 nm بهره می‌برند. به علت پاشندگی تأخیری گروه نسبتاً زیاد تارهای نوری در اطراف این طول موج، امروزه پهنای خط باریک ($\Delta\nu_L < 10$ MHz) لیزرهای DFB را به‌طور گسترده‌ای به‌کار می‌برند. با این لیزرها، آهنگ‌های مدوله‌سازی تا چند Gbit/s از طریق مدوله‌سازی مستقیم جریان دیود نشان داده شده است. حتی آهنگ‌های مدوله‌سازی بالاتر (تا چند ده Gbit/s) با استفاده از مدوله‌سازهای خارجی، نظیر مدوله‌سازهای موجبر LiNbO_3 نشان داده شده است. برای سیستم‌های مخابراتی که در آهنگ‌های بیت حتی خیلی بیشتر (از چند صد Gbit/s تا Tbit/s) عمل می‌کنند، سیستم‌های ارتباط همزمان تقسیم طول موج (WDM) به‌طور فزاینده‌ای به‌کار می‌رود. برای این کاربرد، عمدتاً از لیزرهای DFB استفاده می‌شود که در طول موجهای متمایز در ناحیه بهره پایین (به پهنای حدود 13 THz) در اطراف طول موج 1550 nm تنظیم شده‌اند. بنابراین سیستم‌های مبتنی بر WDM، دستیابی به ظرفیت به‌طور استثنایی خیلی بالای آهنگ بیت را ممکن می‌سازد.

در لیزرهای QW لایه کرنش‌یافته $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ نوسان در گستره وسیعی ($900 - 1100$ nm) از طول موج ممکن شده است که قبلاً دسترس‌پذیر نبوده است. لیزرهای با گسیل در اطراف طول موج 980 nm ($x = 0.8$) در حکم دمنده‌هایی برای لیزرها و تقویت‌کننده‌های تار آلیاژ Er و همچنین برای دمش لیزرهای $\text{Yb}:\text{Er}:\text{glass}$ و $\text{Yb}:\text{YAG}$ مورد توجه‌اند. برای این کاربردها، توانهای خروجی تا حدود 100 mW در باریکه محدودشده پراشی (با سطح 1×4 μm) و تا حدود یک W از ابزارهای با سطح بهتر (1×30 μm)

موجود است. برای دستیابی به توانهای خروجی بالاتر (حدود ۴۰ W یا حتی بالاتر)، آرایه‌های لیزر دیودی و میله‌های لیزری نیز موجود است. با در نظر گرفتن ویژگیهای مطلوب لیزر چاههای کوانتومی لایه کرنش‌یافته، لیزرهای گسیلنده سطحی کاواک عمودی مبتنی بر ساختارهای $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ QW به طور فعالی توسعه یافته‌اند. این لیزرها راه حلهای جالبی برای هم‌پیوندهای اپتیکی، مخابرات نوری و فراوری سیگنال نوری عرضه خواهند کرد.

لیزرهای $\text{InGaP}/\text{InGaAlP}$ جذابیت ویژه‌ای دارند، زیرا در ناحیه مرئی (قرمز) طیف الکترومغناطیسی تابش گسیل می‌کنند [۵۳]. ساختار QW یا MQW $\text{In}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{P}/\text{In}_{0.5}(\text{Ga}_{0.5-x}\text{Al}_x)\text{P}$ (که برای سدهای چاه $x = 0.25$ و برای لایه‌های محصورسازی $x = 0.35$ است، شکل ۲۵.۹ را ببینید)، با نوسان در طول موج ۶۷۰ nm، به طور خاص توسعه داده شده‌اند. این لیزرها به صورت تجاری با توان نسبتاً بالا (تا حدود ۲۰ mW) و طول عمر بلند موجودند و در دستگاههای CD، یا به منزله جایگزینی برای لیزرهای He-Ne که نور قرمز گسیل می‌کنند، برای کاربردهایی نظیر روبشگرهای «کد فروش» و هم‌محورسازی کلی به کار می‌روند.

توسعه لیزرهای نیمرسانا صرفاً به رده‌های لیزری ارائه شده در جدول ۷.۹ محدود نمی‌شود. در طرف طول موج کوتاه (ناحیه آبی سبز)، اکنون جالبترین رده، لیزرهای دیودی با پایه نیتريد III-V است، مثلاً ساختار MQW $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{N}/\text{In}_{0.5}\text{Ga}_{0.9}\text{N}$ در ناحیه آبی (۴۱۷ nm) [۵۴]. نوسان می‌کند. در همین ناحیه از طول موج، لیزرهای با گاف وسیع II-VI، نظیر لیزرهای QW $\text{ZnCdSe}/\text{ZnSse}$ نیز نشان داده شده‌اند. ولی، پس از چندین سال که از توسعه پرشتاب این لیزرها می‌گذرد همچنان محدودیتهای فنی دارند، مخصوصاً طول عمر نسبتاً محدود عملکردشان (حدود ۱۰۰ ساعت). با وجودی که لیزرهای نیتريدی نیز با مسئله طول عمر مشابهی روبرو هستند (کمتر از یک صد ساعت)، پیشرفت سریع اخیر آنها چه بسا آنها را در زمره بهترین نامزدها برای گسیلنده‌های نیمرسانای سبز-آبی قرار دهد.^۱ دیده شده است که لیزرهای سبز-آبی برای، مثلاً نسل جدیدی از دستگاههای CD توانایی خوبی دارند که طول موج کوتاه‌تر آنها، به چگالیهای کاملاً بالاتر بیت روی CD منجر شده است. در طرف طول موج بلند، فقط به ترکیبات IV-VI، نظیر نمکهای Sn و Pb (برای مثال، PbSse ، PbSnTe ، و PbSnSe) اشاره می‌کنیم، که در ناحیه میانی-دور فروسرخ (۴-۲۹ μm) نوسان می‌کنند. اما، این لیزرها باید در دماهای برودتی ($T < 100 \text{ K}$) عمل کنند تا از مسائلی نظیر افزایش جذب حامل آزاد و افزایش آهنگ فروافت غیرتابشی ناشی از گاف نوار خیلی باریک جلوگیری شود. به علت الزام دمای برودتی، این لیزرها تنها کاربرد محدودی

۱. اخیراً برای لیزرهای دیودی با پایه نیتريد، طول عمر برون‌یابی شده بیشتر از ۱۰^۲ ساعت ارائه شده است.

یافته‌اند (مثلاً، در طیف‌نگاری). ولی باید توجه کرد که اختراع جدید لیزر آبشار کوانتومی، چشمه‌های کارآمدی را در ناحیهٔ فروسرخ نزدیک امید می‌دهد که در آنها به دماهای برودتی نیازی نیست.

۵.۹ نتیجه‌گیری

در فصل ۹ برخی از بارزترین لیزرهای حالت جامد، رزینه‌ای، و نیم‌رسانا بررسی شدند. این لیزرها از محیطهای فعال با چگالی بالا بهره می‌گیرند و از برخی ویژگیهای مشابهی برخوردارند. اولین ویژگی آن است که این لیزرها عموماً نوار یا نوارهای جذبی وسیع و شدیدی را می‌نمایند که نشان می‌دهد به‌طور کلی برای دمش اپتیکی مناسب‌اند. در واقع، این نوع دمش همواره برای لیزرهای حالت جامد و رزینه‌ای و گاهی نیز برای لیزرهای نیم‌رسانا به‌کار می‌رود. ضرایب بالای جذب، دستیابی به لیزرهایی با ابعاد به کوچکی زیر چند میکرون (لیزرهای میکرونی) را ممکن ساخته است. ویژگی دوم آن است که این محیطها عموماً فلئوئورسانسی پهن و در نتیجه پهنای نوار بهرهٔ وسیعی را نشان می‌دهند. این مشخصه تنظیم‌پذیری را در گسترهٔ وسیع پهنای نوار (از چند تا چندین نانومتر) در اختیار می‌گذارد و همچنین نشان می‌دهد که می‌توان به مدت زمانهای خیلی کوتاه تپ (فمتوثانیه) در عملکرد قفل‌شده مدی رسید. ویژگی سوم آنها، بازدهی لیزری، بالای اپتیکی به اپتیکی برای محیطهای حالت جامد و رزینه‌ای و نیز بازدهی بالای الکتریکی به اپتیکی برای نیم‌رساناهاست. توجه کنید که دمش لیزری، که ترکیبی از این سه ردهٔ لیزر را در بر می‌گیرد به‌طور فزاینده‌ای به‌کار می‌رود (مثلاً لیزرهای حالت جامد دمیده‌شدهٔ دیودی، یا لیزرهای رزینه‌ای دمیده‌شدهٔ لیزر حالت جامد)، که دستیابی به لیزرهای فشرده و کارآمد را ممکن خواهد کرد. بنابراین، می‌توانیم نتیجه بگیریم که قطبهای لیزری با چگالی بالا، ظاهراً بهترین راه حل برای الزامات تابش در گستره مرئی به فروسرخ نزدیک را، حتی در ترازهای توان بالا، ارائه می‌کنند.

مسائل

- ۱.۹ نموداری ترسیم کنید که در آن محدوده‌های تنظیم‌پذیری تمام لیزرهای حالت جامد تنظیم‌پذیری که در این فصل بررسی شدند، برحسب طول موج نوسان، آورده شود.
- ۲.۹ برای پایش آلودگی، لیزر تنظیم‌پذیری لازم است که در طول موج حدود 720 nm نوسان کند. کدام نوع از لیزر حالت جامد را به‌کار خواهید برد؟
- ۳.۹ برای مقاصد انعقاد فوتونی زیست‌پزشکی، با استفاده از دستگاه آندوسکوپ، باید لیزر پیوسته موج با توان بیش از 50 W را به‌کار برد. کدام لیزر را انتخاب خواهید کرد؟
- ۴.۹ برای کاربردهای کار با مواد، لیزری با توان متوسط 2 kW لازم است که از تاری نوری به قطر حدود 1 mm گسیل شود. از چه لیزری استفاده می‌کنید؟

۵.۹ میله لیزر شیشه‌ای Nd:phosphate به قطر mm ۶ و طول cm ۱۰ را در نظر بگیرید. با استفاده از داده‌های جدول ۳.۹ و نتایجی که در بخش ۲.۹.۲ بررسی شد وارونی بیشینه و مقدار بیشینه انرژی ذخیره‌شده مجاز متناظر با آن را با این شرط محاسبه کنید که از گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده اجتناب شود. نتایج به‌دست‌آمده را با نتایج حاصل برای میله Nd:YAG با همان ابعاد مقایسه کنید.

۶.۹ با مراجعه به نمودار تراز انرژی الکساندریت در شکل ۸.۹، فرض کنید که حالت‌های 4T_2 و 2E به‌شدت با یکدیگر جفت شده‌اند و $\tau_T = 1.5 \text{ ms}$ و $\tau_E = 6.6 \mu\text{s}$ را به‌ترتیب طول عمرهای دو حالت بگیرید. با توجه به اینکه واگنی دو حالت یکی است ($g = 4$)، طول عمر مؤثر حالت 4T_2 در $T = 300 \text{ K}$ و $T = 400 \text{ K}$ محاسبه کنید. اگر سطح مقطع واقعی برای گذار ${}^4T_2 \rightarrow {}^4A_2$ برابر با $\sigma \cong 4 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ باشد، مقدار مؤثر سطح مقطع را در دو دما محاسبه کنید. با استفاده از این نتایج، ببینید چنانچه دمای بلور از 300 K به 400 K افزایش می‌یابد، آستانه لیزر افزایش می‌یابد یا کاهش پیدا می‌کند.

۷.۹ یک لیزر Cr:Li SAF را در نظر بگیرید که در طول موج nm ۶۴۷٫۱ به وسیله لیزر یونی K به‌صورت طولی دمیده می‌شود. فرض کنید که باریکه قطبیده خطی لیزر در طول محور c LiSAF فرستاده می‌شود و نیز محیط فعال به غلظت $1 \text{ در } C^{3+} \%$ ، و طول آن $l = 4 \text{ mm}$ است. همچنین فرض کنید که هر دو اندازه‌های لکه دمش و مد در یک مقدار $60 \mu\text{m}$ جور شده باشند، تراکسیل جفت‌کننده خروجی 1% ، و اتلاف داخلی در هر عبور 1% است. با استفاده از داده‌های شکل ۱۱.۹ و جدول ۵.۹ و با چشمپوشی از جذب حالت پایه و نیز حالت برانگیخته، توان دمش آستانه پیش‌بینی‌شده را محاسبه کنید.

۸.۹ با توجه به مسئله ۷.۹، رابطه توان دمش آستانه که از معادله (۶.۳.۱۹) به دست می‌آید چگونه تغییر می‌کند، چنانچه جذب حالت پایه را که با اتلاف در هر عبور γ_a مشخص می‌شود و جذب حالت برانگیخته را که با سطح مقطع جذب حالت برانگیخته σ_{ESA} مشخص می‌شود به حساب آوریم؟ نتیجه را با نتیجه‌ای که در مرجع ۲۵ آمده است مقایسه کنید.

۹.۹ رابطه‌ای برای توان دمش آستانه لیزررزینه‌ای با دمش طولی به‌دست آورید، جذب سه‌تایه-سه‌تایه (با فرض نیمرخهای گاوسی برای هر دو باریکه دمش و مد) را در نظر بگیرید. این رابطه را با رابطه‌ای مقایسه کنید که در مسئله قبل برای Cr:LiSAF به‌دست آمد.

۱۰.۹ با استفاده از رابطه‌ای که برای توان دمش آستانه در مسئله ۹.۹ به‌دست آمد و با بهره‌گیری از داده‌های شکل ۱۳.۹، توان دمش آستانه را برای نوسان لیزر رودامین ۶ G در طول موج nm ۵۸۰ (شکل ۱۷.۹) دمیده‌شده توسط Ar^+ محاسبه کنید. در این محاسبه، جفت‌شدگی خروجی را 3%

و اتلاف داخلی در هر عبور را 1% فرض کنید و نیز فرض کنید که 80% توان دمش در جریان جت رنگ جذب می‌شود. طول عمر اولین حالت تک‌تایهٔ برانگیخته را ns ۵، آهنگ عبور بین سیستمی را $k_{ST} \cong 10^7 s^{-1}$ ، و طول عمر سه‌تایه را $1\mu s$ ۱۰ در نظر بگیرید. این مقدار P_{th} را با مقداری مقایسه کنید که در مسئلهٔ ۷.۹ برای Cr:LiSAF به‌دست آورده‌اید و اختلاف عددی بین این دو را توضیح دهید.

۱۱.۹ در مقادیر بسیار کوچک ضخامت d متناظر با کمینهٔ J_{th} ، در شکل ۳۲.۹، رابطه برای ضریب محصورسازی باریکه Γ لیزر نیمرسانای DH را که از معادلهٔ (۱۰.۴.۹) به‌دست می‌آید می‌توان با $\Gamma = D^2/2$ تقریب زد، که D از معادلهٔ (۱۱.۴.۹) به‌دست می‌آید. با استفاده از این تقریب، برای ضخامت d_m ، J_{th} را کمینه می‌کند، رابطه‌ای به‌دست آورید. از داده‌هایی که در مثال ۱.۹ داده شده است، مقدار d_m و مقدار متناظر J_{th} را محاسبه کنید.

۱۲.۹ از رابطه برای توان خروجی لیزر نیمرسانایی که در مثال ۳.۹ ارائه شد، رابطه‌ای برای بازدهی شیب لیزر به‌دست آورید. با استفاده از داده‌های مثال ۱.۹، بازدهی شیب پیش‌بینی‌شدهٔ لیزر DH GaAs/AlGaAs را، با استفاده از ولتاژ اعمال‌شدهٔ ۱.۸ ولت، محاسبه کنید.

۱۳.۹ فرض کنید که باریکه در رخ خروجی یک لیزر نیمرسانا به‌صورت فضایی هم‌دوس است. فرض کنید که توزیع میدان عرضی در جهت‌های موازی و عمود بر پیوندگاه توزیع گاوسی داشته باشد و اندازهٔ لکهٔ آنها به‌ترتیب w_{\parallel} و w_{\perp} باشد. و نیز فرض کنید که برای هر دو توزیع میدان، محل کمرهای باریکه در رخ خروجی رخ دهد. با در نظر گرفتن این مفروضات، رابطه‌ای برای فاصلهٔ انتشار به‌دست آورید که باریکه دایره‌ای شود. با در نظر گرفتن $w_{\perp} = 5\mu m$ و $w_{\parallel} = 25\mu m$ ، این فاصله را برای $\lambda = 850\text{ nm}$ محاسبه کنید.

۱۴.۹ فرض کنید که ضریب شکست n نیمرسانا تابعی نسبتاً شدید از طول موج λ است، رابطه‌ای برای اختلاف بسامد بین دو مد طولی متوالی لیزر نیمرسانای فابری-پرو به‌دست آورید [این اختلاف بسامد را برحسب ضریب گروه ماده $(dn/d\lambda)$ بیان کنید].

۱۵.۹ محاسباتی که به شکل ۳۰.۹ (الف) منجر شد، با فرض $kL = 2$ به‌دست آمد، که k ثابت جفت‌شدگی بین باریکه‌هایی است که لیزر DFB به جلو و عقب منتشر می‌شوند و L طول این لیزر است. از تعریف k که در بخش ۶.۴.۹ ارائه شد، مقدار n در معادلهٔ (۱۶.۴.۹) را برای $\lambda = 1550\text{ nm}$ و $L = 600\mu m$ محاسبه کنید.

۱۶.۹ از شکل ۳۰.۹ (الف) می‌توان دید که قویترین دو قله با اختلاف بسامدی بهنجار شده $\Delta(\delta L) \cong 28$ از یکدیگر فاصله دارند. از تعریف از تنظیم خارج‌شدگی بسامد بهنجار شده ΔL که در بخش ۶.۴.۹ ارائه شد اختلاف بسامد $\Delta\nu$ بین دو مد را برای یک لیزر InGaAsP DFB

با این فرضها محاسبه کنید، $L = 600 \mu\text{m}$ ، $n_o = 3.4$ ، و $\lambda = 1550 \text{ nm}$. این مقدار را با مقدار متناظر با آن برای فاصلهٔ بسامدی بین دو مد طولی متوالی یک لیزر نیمرسانای فابری-پرو به همان طول و طول موج و ضریب شکست گروه n_g برابر با n_o ، مقایسه کنید.

مراجع

1. A. A. Kaminskii, *Crystalline Lasers: Physical Processes and Operating Systems* (CRC Press, 1996).
2. T. H. Maiman, Stimulated Optical Radiation in Ruby Masers, *Nature* **187**, 493 (1960).
3. T. H. Maiman, Optical Maser Action in Ruby, *Brit. Commun. Electron.* **7**, 674 (1960).
4. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 4th ed. (Springer Berlin, 1996), Sects. 2.2, 3.6.1.
5. Ref. 4, Sects. 2.3.1., 3.6.3.
6. E. Snitzer and G. C. Young, Glass Lasers, in *Lasers*, vol. 2 (A. K. Levine, ed.) (Marcel Dekker, NY, 1968), Chap. 2.
7. Ref. 4, Sect. 2.3.4.
8. T. Y. Fan, Diode-Pumped Solid-State Lasers, in *Laser Sources and Applications* (A. Miller and D. M. Finlayson, eds.) (Institute of Physics, Bristol, 1996), pp. 163–93.
9. P. Lacovara *et al.*, Room-Temperature Diode-Pumped Yb:YAG Laser, *Opt. Letters* **16**, 1089 (1991).
10. H. Bruesselbach and D. S. Sumida, 69-W-average-power Yb:YAG Laser, *Opt. Letters* **21**, 480 (1996).
11. G. Huber, Solid-State Laser Materials, in *Laser Sources and Applications* (A. Miller and D. M. Finlayson, eds.) (Institute of Physics, Bristol, 1996), pp. 141–62.
12. E. V. Zharikov *et al.*, *Sov. J. Quantum Electron.* **4**, 1039 (1975).
13. S. J. Hamlin, J. D. Myers, and M. J. Myers, High-Repetition Rate Q-Switched Erbium Glass Lasers, in *Eyefafe Lasers: Components, Systems, and Applications* (A. M. Johnson, ed.) *SPIE* **1419**, 100 (1991).
14. S. Taccheo, P. Laporta, S. Longhi, O. Svelto, and C. Svelto, Diode-Pumped Bulk Erbium-Ytterbium Lasers, *Appl. Phys.* **B63**, 425 (1996).
15. D. Sliney and M. Wolbarsht, *Safety with Lasers and Other Optical Sources* (Plenum, NY, 1980).
16. T. Y. Fan, G. Huber, R. L. Byer, and P. Mitzscherlich, Spectroscopy and Diode Laser-Pumped Operation of Tm, Ho:YAG, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-24**, 924 (1988).
17. D. C. Hanna, Fibre Lasers, in *Laser Sources and Applications* (A. Miller and D. M. Finlayson, eds.) (Institute of Physics, Bristol, 1996), pp. 195–208.
18. E. Snitzer, Optical Maser Action on Nd³⁺ in a Barium Crown Glass, *Phys. Rev. Letters* **7**, 444 (1961).
19. J. C. Walling, O. G. Peterson, H. P. Jenssen, R. C. Morris, and E. W. O'Dell, Tunable Alexandrite Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-16**, 1302 (1980).
20. L. F. Mollenauer, Color Center Lasers, in *Laser Handbook*, vol. 4 (M. L. Stitch and M. Bass, eds.) (North Holland, Amsterdam, 1985), pp. 143–228.
21. P. F. Moulton, Spectroscopy and Laser Characteristics of Ti:Al₂O₃, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 125 (1986).
22. G. Hüber, Solid-State Laser Materials: Basic Properties and New Developments, in *Solid-State Lasers: New Developments and Applications* (M. Inguscio and R. Wallenstein, eds.) (Plenum, NY, 1993), pp. 67–81.
23. P. Albers, E. Stark, and G. Huber, Continuous-Wave Laser Operation and Quantum Efficiency of Titanium-Doped Sapphire, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 134 (1986).
24. S. A. Payne, L. L. Chase, L. K. Smith, W. L. Kway, and H. W. Newkirk, Laser Performance of LiSrAlF₆:Cr³⁺, *J. Appl. Phys.* **66**, 1051 (1989).
25. S. A. Payne, L. L. Chase, H. W. Newkirk, L. K. Smith, and W. F. Krupke, LiCaAlF₆:Cr³⁺: A Promising New Solid-State Laser Material, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-24**, 2243 (1988).
26. *Dye Lasers*, 2d ed (F. P. Schäfer, ed.) (Springer-Verlag, Berlin, 1977).
27. H. D. Försterling and H. Kuhn, *Physikalische Chemie in Experimenten, Ein Praktikum* (Verlag Chemie, Weinheim, Germany 1971).
28. J. T. Verdyeen, *Laser Electronics*, 3d ed. (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995), Fig. 10.19.
29. P. P. Sorokin and J. R. Lankard, Stimulated Emission Observed from an Organic Dye, Chloro-Aluminum Phtalocyanine, *IBM J. Res. Dev.* **10**, 162 (1966).
30. F. P. Schäfer, F. P. W. Schmidt, and J. Volze, Organic Dye Solution Laser, *Appl. Phys. Letters* **9**, 306 (1966).
31. *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* (G. P. Agrawal, ed.) (AIP, Woodbury, NY, 1995).

32. G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Long-Wavelength Semiconductor Lasers* (Chapman and Hall, NY, 1986).
33. N. G. Basov, O. N. Krokhin, and Y. M. Popov, Production of Negative Temperature States in p - n Junctions of Degenerate Semiconductors, *Journal Exp. Theoret. Physics* **40**, 1320 (1961).
34. R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kinsley, F. H. Dills, and G. Lasher, Coherent Light Emission from GaAs Junctions, *Phys. Rev. Letters* **9**, 366 (1962).
35. M. I. Nathan, W. P. Dumke, G. Burns, F. H. Dills, and G. Lasher, Stimulated Emission of Radiation from GaAs p - n Junctions, *Appl. Phys. Letters* **1**, 62 (1962).
36. N. Holonyak, Jr. and S. F. Bevacqua, Coherent (Visible) Light Emission from Ga(As_{1-x}P_x) Junctions, *Appl. Phys. Letters* **1**, 82 (1962).
37. T. M. Quist, R. J. Keyes, W. E. Krag, B. Lax, A. L. McWhorter, R. H. Rediker, and H. J. Zeiger, Semiconductor Maser of GaAs, *Appl. Phys. Letters* **1**, 91 (1962).
38. Z. I. Alferov, V. M. Andreev, V. I. Korolkov, E. L. Portnoi, and D. N. Tretyakov, Coherent Radiation of Epitaxial Heterojunction Structures in the AlAs-GaAs System, *Soviet. Phys. Semicond.* **2**, 1289 (1969).
39. I. Hayashi, M. B. Panish, and P. W. Foy, A Low-Threshold Room-Temperature Injection Laser, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-5**, 211 (1969).
40. H. Kressel and H. Nelson, Close Confinement Gallium Arsenide p - n Junction Laser with Reduced Optical Losses at Room Temperature, *RCA Rev.* **30**, 106 (1969).
41. N. Chinone, H. Nakashima, I. Ikushima, and R. Ito, Semiconductor Lasers with a Thin Active Layer ($> 0.1 \mu\text{m}$) for Optical Communications, *Appl. Opt.* **17**, 311 (1978).
42. D. Botez, Analytical Approximation of the Radiation Confinement Factor for the TE₀ Mode of a Double-Heterojunction Laser, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-14**, 230 (1978).
43. J. J. Coleman, Quantum-Well Heterostructure Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* (G. P. Agrawal, ed.) (AIP, Woodbury, NY, 1995), Fig. 1.6.
44. *Quantum Well Lasers* (Peter S. Zory, ed.) (Academic Press, Boston, 1993).
45. Ref. 32, Figs. 9.8, 9.10.
46. Ref. 44, Chap. 3.
47. H. Kogelnik and C. V. Shank, Stimulated Emission in a Periodic Structure, *Appl. Phys. Letters* **18**, 152 (1971).
48. Ref. 32, Chap. 7.
49. N. Chinone and M. Okai, Distributed Feed-Back Semiconductor Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* (G. P. Agrawal, ed.) (AIP, Woodbury, NY, 1995), Chap. 2, pp. 28-70.
50. H. A. Haus and C. V. Shank, Antisymmetric Taper of Distributed Feedback Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-12**, 532 (1976).
51. C. J. Chang-Hasnain, Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* (G. P. Agrawal, ed.) (AIP, Woodbury, NY, 1995), Chap. 4, pp. 110-44.
52. C. J. Chang-Hasnain, J. P. Harbison, C.-H. Zah, M. W. Maeda, L. T. Florenz, N. G. Stoffel, and T.-P. Lee, Multiple Wavelength Tunable surface-Emitting Laser Array, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-27**, 1368 (1991).
53. G.-I. Hatakoshi, Visible Semiconductor Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* (G. P. Agrawal, ed.) (AIP, Woodbury, NY, 1995), Chap. 6, pp. 181-207.
54. S. Nakamura et al., *Japn. J. Appl. Phys.* **35**, L74 (1994).
55. P. Moulton, New Developments in Solid-State Lasers, *Laser Focus* **14**, 83 (May 1983).
56. J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, and A. Y. Cho, *Science* **264**, 553 (1994).
57. M. Bass, T. F. Deutsch, and M. J. Weber, Dye Lasers, in *Lasers*, Vol. 3 (A. K. Levine and A. De Maria, eds.) (Marcel Dekker, NY, 1971) p. 275.

لیزرهای گازی، شیمیایی، الکترون آزاد و پرتو X

۱.۱۰ مقدمه

فصل ۱۰ به مهمترین انواع لیزر با محیطهای فعال چگالی پایین، یعنی لیزرهای گازی، شیمیایی و الکترون آزاد و همچنین بعضی نموده‌های لیزرهای پرتو X با استفاده از پلاسماهایی می‌پردازد که به شدت یونیده شده‌اند. مجدداً تأکید اصلی بر رفتار فیزیکی لیزر و ارتباط دادن این رفتار به مفاهیم کلی است که در فصلهای گذشته بسط داده شده است. بعضی جزئیات مهندسی را نیز به منظور ایجاد بینش بیشتری درباره رفتار لیزری خاص ارائه کرده‌ایم. برای تفهیم مطلب داده‌هایی نیز درباره عملکردهای لیزری [نظیر، طول موج(های) نوسان، توان یا انرژی خروجی، تنظیم‌پذیری طول موج، و نظایر آن] آورده شده است، چون آنها به توانایی کاربردهای لیزری مفروض مستقیماً مرتبط‌اند.

۲.۱۰ لیزرهای گازی

به‌طور کلی، برای گازها، پهن‌شدگی ترازهای انرژی نسبتاً کوچک است (در مرتبه چند GHz، یا

کمتر)، زیرا سازوکارهای پهن‌شدگی خط از جامدات ضعیف‌تر است. برای گازها در فشار پایین که اغلب در نیرو به‌کار می‌رود [چند ده تور (میلیمتر جیوه)]، در واقع پهن‌شدگی القایی برخوردی خیلی کوچک است، و پهنای خط اساساً با پهن‌شدگی دوپلری تعیین می‌شود. بنابراین، نوارهای جذبی پهنی در محیط فعال حضور ندارند، در نتیجه از دمش اپتیکی از طریق لامپهای CW یا تپی استفاده نمی‌شود. در حقیقت، دمش اپتیکی بسیار ناکارآمد است، چون طیف گسیل این لامپها کم‌وبیش پیوسته است. بنابراین لیزرهای گازی معمولاً از طریق ابزارهای الکتریکی، یعنی با عبور دادن جریان به اندازه کافی زیاد (که ممکن است پیوسته، در بسامد رادیویی، یا تپی باشد) از گازها، برانگیخته می‌شوند (در بخش ۴.۶ اصول سازوکارهای دمش در لیزرهای گازی بررسی شده است). توجه کنید که برای دمش بعضی از لیزرها می‌شود از سازوکارهایی به غیر از دمش الکتریکی بهره برد؛ مخصوصاً انبساط گاز دینامیکی، دمش شیمیایی، و دمش اپتیکی با استفاده از لیزری دیگر (مورد آخر مخصوصاً برای لیزرهای فروسرخ دور به‌کار می‌رود).

همین که گونه‌ای مفروض در حالت برانگیخته‌اش قرار می‌گیرد، به حالت‌های پایین‌تر (شامل حالت پایه) از طریق چهار فرایند متفاوت فرو می‌افتد: (۱) برخوردهای بین‌الکترون و گونه‌های برانگیخته، که الکترون، انرژی برانگیختگی را به صورت انرژی جنبشی دریافت می‌کند (برخورد آبرکشسان). (۲) برخوردهای نزدیک تشدید بین گونه‌های برانگیخته با همان گونه‌ها، یا گونه‌های متفاوت در حالت پایه. (۳) برخوردها با دیواره‌های ظرف. (۴) گسیل خودبه‌خود. با در نظر گرفتن مورد اخیر، همواره باید احتمال به دام افتادگی تابش را به حساب بیاوریم، مخصوصاً برای گذارهای معمولاً خیلی شدید در ناحیه IIV یا VII. این فرایند آهنگ مؤثر گسیل خودبه‌خود را آهسته می‌سازد (بخش ۱.۹.۲ را ببینید).

برای جریان تخلیه مفروض، این فرایندهای برانگیختگی و واپرانگیختگی در نهایت به توزیعی ترازمند در جمعیت میان ترازهای انرژی منجر می‌شود، بنابراین به علت تعداد زیاد فرآیندهای درگیر، ایجاد وارونی جمعیت در یک گاز موضوعی پیچیده‌تر از مثلاً، در یک لیزر حالت جامد است. به‌طور کلی، وارونی جمعیت بین دو تراز مفروض زمانی رخ می‌دهد که هریک از شرط‌های زیر (یا هر دو شرط) تحقق یابد: (۱) آهنگ برانگیختگی تراز بالایی لیزر (تراز ۲) بزرگتر از تراز پایینی لیزر (تراز ۱) باشد. (۲) فروافت تراز ۲ آهسته‌تر از فروافت تراز ۱ باشد. از این نظر، یادآور می‌شویم که شرط لازم برای عملکرد پیوسته‌موج آن است که آهنگ گذار $1 \rightarrow 2$ باید بسیار کوچکتر از آهنگ فروافت تراز ۱ باشد [معادله (۱.۳.۷) را ببینید]. ولی اگر این شرط برقرار نشود، عمل لیزر همچنان تحت عملکرد تپی رخ خواهد داد، مشروط بر آنکه شرط اول صادق باشد (لیزرهای خودپایان‌دهنده).

۱.۲.۱۰ لیزرهای اتم خنثی

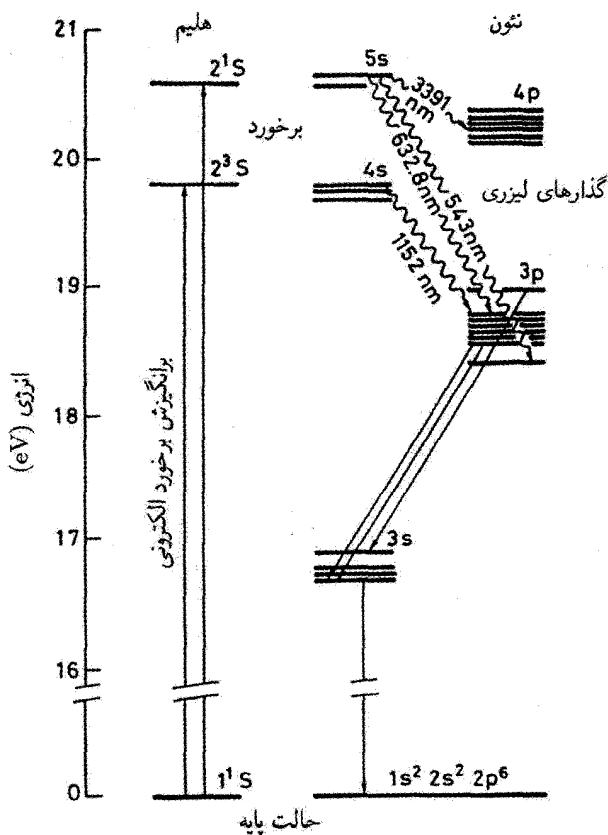
در این لیزرها از اتمهای خنثی یا به صورت گازی یا به صورت بخار استفاده می‌شود. لیزرهای گازی اتم خنثی رده بزرگی از لیزرها را تشکیل می‌دهند که بخصوص شامل اکثر گازهای نادر می‌شوند. تمام این لیزرها در فرسوخ ($10^1 - 10^0$) نوسان می‌کنند، به استثنای گسیل سبز و قرمز در لیزر He-Ne. لیزرهای بخار فلزی نیز رده بزرگی از لیزرها را تشکیل می‌دهند که شامل، مثلاً Pb، Sr، Ca، Au، Cu و Mn می‌شوند. این لیزرها عموماً در ناحیه مرئی نوسان می‌کنند؛ مهمترین مثال لیزر بخار مس است که روی گذارهای سبز (510 nm) و زرد (578.2 nm) نوسان می‌کند. تمامی لیزرهای بخار فلزی خودپایان‌دهنده هستند و بنابراین در نظام تپی عمل می‌کنند.

۱.۱.۲.۱۰ لیزر هلیوم-نون

بدون شک لیزر He-Ne یکی از مهمترین لیزرهای گاز نادر به‌شمار می‌رود. عمل لیزر از گذارهای اتم نئون به دست می‌آید، در حالی که هلیوم به منظور تسهیل چشمگیر فرایند دمش به آمیزه گاز افزوده می‌شود [۱، ۲]. لیزر در بسیاری از طول موجها نوسان می‌کند؛ تاکنون مهمترین آنها $\lambda = 633 \text{ nm}$ (قرمز) بوده است. سایر طول موجها شامل سبز (543 nm) و فرسوخ، در $\lambda = 1.15 \mu\text{m}$ و $\lambda = 3.39 \mu\text{m}$ است. لیزر هلیوم-نون که در گذار $\lambda = 1.15 \mu\text{m}$ نوسان می‌کند، اولین لیزر گازی و اولین لیزر پیوسته‌موج است که شروع به کار کرده است [۳].

شکل ۱.۱۰ ترازهای انرژی سیستم He-Ne مربوط به عمل لیزری را نشان می‌دهد. نمادگذاری ترازها برای He از جفت‌شدگی راسل-ساندرز پیروی می‌کند؛ عدد کوانتومی اصلی تراز مفروض نیز به صورت اولین عدد نشان داده شده است. بنابراین حالت 1^1S با موردی متناظر است که دو الکترون He در حالت $1s$ با اسپینهای مخالف هم قرار دارند. حالت‌های 2^3S و 2^1S با موردی متناظر است که یکی از دو الکترون به حالت $2s$ ارتقا یافته است، و اسپین این الکترون به ترتیب یا در یک جهت یا در جهت مخالف با اسپین الکترون دیگر است. از سوی دیگر، نئون دارای عدد اتمی 10 است و از راههای زیادی، نظیر نمادگذاری پاشن یا راکا^۱، برای نشان دادن ترازهای انرژی آن استفاده شده است. ولی برای سادگی، در اینجا آرایش الکترونی متناظر با هر تراز را نشان داده‌ایم. بنابراین حالت پایه با $1s^2 2s^2 2p^6$ نشان داده می‌شود، در حالی که حالت‌های برانگیخته در شکل متناظر با وضعیتی است که یک الکترون $2p$ به حالت‌های برانگیخته s ($3s$ ، $4s$ ، و $5s$) یا حالت‌های برانگیخته p ($3p$ و $4p$) برده شود. توجه کنید که به علت برهم‌کنش با 5 الکترون باقی‌مانده در مدارهای $2p$ ، این حالت‌های s و p به ترتیب به 4 و 10 زیرتراز تقسیم می‌شوند.

در شکل ۱.۱۰ آشکارا دیده می‌شود که ترازهای He، 2^3S و 2^1S ، با حالت‌های $4s$ و $5s$ نئون



شکل ۱.۱۰ ترازهای انرژی مرتبط در لیزر He-Ne.

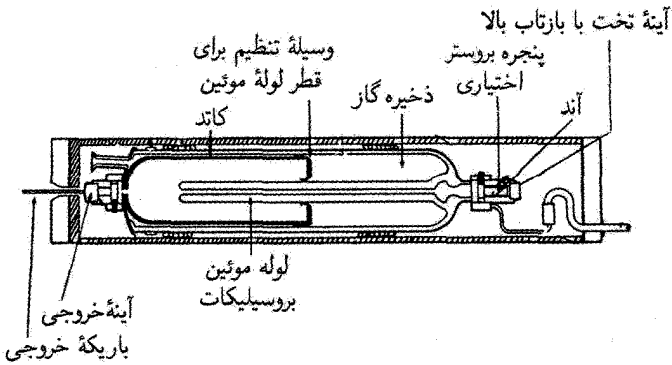
تقریباً در تشدید است. چون ترازهای 2^1S و 2^3S شبه پایدار هستند (گذارهای $S \rightarrow S$ دوقطبی الکتریکی ممنوع هستند، و به علاوه گذار $2^1S \rightarrow 2^3S$ نیز از نظر اسپین ممنوع است)، کارآمدی اتمهای He در این حالتها در دممش ترازهای $4s$ و $5s$ نئون از طریق انتقال انرژی تشدید، ثابت شده است. همچنین تأیید شده است که این فرایند در ایجاد وارونی جمعیت در لیزر هلیم نئون فرایندی غالب است، با وجود اینکه برخوردهای الکترون نئون نیز در دممش سهم است. چون جمعیت قابل ملاحظه‌ای در حالت‌های $4s$ و $5s$ نئون تجمع می‌یابند، لذا این ترازها نامزدی مناسب برای ترازهای بالایی در گذارهای لیزری محسوب می‌شوند. با در نظر گرفتن قواعد گزینش، گذارهای ممکن مربوط به حالت‌های p هستند. علاوه بر آن، زمان فروافت حالت‌های s ($\tau_s \cong 10^0 \text{ ns}$) یک مرتبه بزرگی بلندتر از زمان فروافت حالت‌های p هستند ($\tau_p \cong 1^0 \text{ ns}$). بنابراین، شرط (۱.۳.۷)

برای عملکرد لیزر پیوسته موج برآورده خواهد شد. توجه کنید که آهنگهای برانگیزش برخورد الکترونی از حالت پایه به ترازهای $3p$ و $4p$ بسیار کوچکتر از آهنگهای برانگیزش متناظر با ترازهای $4s$ و $5s$ است و علت آن مقادیر کوچکتر سطح مقطع درگیر است. ولی، برانگیزش مستقیم به ترازهای $3p$ و $4p$ نیز نقش مهمی در عملکرد لیزر دارد.

بخش گذشته نشان می‌دهد که می‌توانیم انتظار داشته باشیم عمل لیزر در Ne از ترازهای $4s$ و $5s$ ، به‌عنوان ترازهای بالایی، به ترازهای $3p$ و $4p$ ، به‌عنوان ترازهای پایینی، رخ دهد. شکل ۱.۱۰ بعضی از مهمترین گذارهای ناشی از این ترازها را نشان می‌دهد. برای گذارهایی که از نظر طول موجی اختلاف زیادی با یکدیگر دارند ($\Delta\lambda > 0.2\lambda$)، گذار نوسانی واقعی به طول موجی بستگی دارد که قله بازتابندگی آینه دی‌الکتریک چندلایه‌ای در آن طول موج واقع شود (شکل ۹.۴ را ببینید). گذارهای لیزری عمدتاً به سبب اثر دوپلری پهن می‌شوند؛ برای مثال در گذار لیزر He-Ne قرمز ($\lambda = 633 \text{ nm}$) در خلأ ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$ در هوا) پهن‌شدگی دوپلری به پهنای خط حدود 1.5 GHz منجر می‌شود (مثال ۶.۲ را نیز ببینید). در مقام مقایسه، پهن‌شدگی ذاتی (طبیعی)، طبق معادله (۱۳.۵.۲) به مقدار $\Delta\nu_{nat} = 1/2\pi\tau \cong 19 \text{ MHz}$ برآورد می‌شود، که حتی از پهن‌شدگی طبیعی کمتر است. (برای مثال، برای Ne خالص، داریم $\Delta\nu_c \cong 0.6 \text{ MHz}$ در فشار $0.5 \text{ torr} \cong p$ ، مثال ۲.۲ را ببینید). در جدول ۱.۱۰ بعضی ویژگیهای طیف‌سنجی گذار 633 nm لیزر را به اختصار آورده‌ایم.

جدول ۱.۱۰ ویژگیهای حاصل از طیف‌نمایی گذارهای لیزر و ترکیب آمیزه‌گاز در برخی لیزرهای گازی مرتبط اتمی و یونی

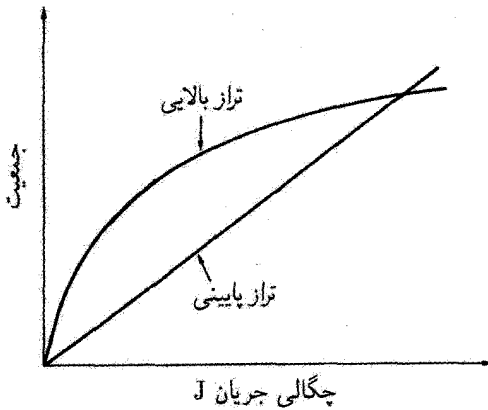
He-Cd	آرگون یونی	بخار مس	He-Ne	نوع لیزر
۴۴۱٫۶	۵۱۴٫۵	۵۱۰٫۵	۶۳۳	طول موج لیزر (nm)
۹	۲۵	۹	۳۰	سطح مقطع (10^{-14} cm^2)
۷۰۰	۶	۵۰۰	۱۵۰	طول عمر حالت بالایی (ns)
۱	~ ۱	$\approx 10^4$	۱۰	طول عمر حالت پایینی (ns)
۱	۳٫۵	۲٫۵	۱٫۵	پهنای خط گذار (GHz)
۱۰(He)	۰٫۱(Ar)	۴۰(He)	۴(He)	فشارهای جزئی آینه‌گاز (Torr)
۰٫۱(Cd)		۰٫۱-۱(Cu)	۰٫۸(Ne)	



شکل ۲.۱۰ طرح داخلی لیزر هلیوم-نتون محفظه محکم بسته شده.

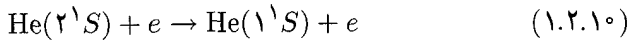
شکل ۲.۱۰ طرح اساسی لیزر He-Ne را نشان می‌دهد. تخلیه الکتریکی بین آند حلقه‌ای و کاند لوله‌ای بزرگی حاصل می‌شود، که می‌تواند برخورد‌های ناشی از یونهای مثبت را تحمل کند. برای بیشترین طول لوله لیزر، تخلیه الکتریکی به یک لوله موئین محدود می‌شود، به طوری که وارونی تنها وقتی حاصل می‌شود که موئینگی وجود دارد. حجم عمده‌ای از گاز در لوله‌ای است که لوله موئین آن را دربر می‌گیرد و به منزله منبعی عمل می‌کند که آمیزه He-Ne را در لوله موئین دوباره پر می‌کند. اگر خروجی قسطبیده مورد نیاز باشد، یک تیغه تحت زاویه بروستر نیز در داخل لوله لیزر تعبیه می‌شود. آینه‌های لیزر مستقیماً در دو انتهای لوله لیزر چسبانده می‌شوند. آرایش تشدیدگری که معمولاً به‌کار می‌رود تقریباً نیم‌کروی است، چون تنظیم آن ساده است، در برابر خارج شدن از هم‌راستایی خیلی پایدار است، و به راحتی عملکرد مد TEM_{۰۰} را به دست می‌دهد. تنها اشکال این آرایش این است که از تمامی حجم تخلیه پلاسما بهره نمی‌برد، چون اندازه لکه مد روی آینه تخت بسیار کوچکتر از اندازه لکه روی آینه مقعر است. ولی چنانچه آینه سمت چپ در شکل ۲.۱۰ را آینه تخت کنیم، ناحیه اندازه لکه کوچکتر، برای مد TEM_{۰۰} در آرایش تقریباً نیم‌کروی، در خارج از لوله موئین، یعنی در ناحیه با وارونی پایین، قرار می‌گیرد.

یکی از بارزترین نمودهای مشخصه لیزر He-Ne این است که توان خروجی به‌طور یکنواخت با جریان تخلیه افزایش نمی‌یابد، بلکه به مقدار بیشینه‌ای می‌رسد و پس از آن رو به کاهش می‌رود. برای این منظور، لیزرهای موجود تجاری He-Ne با یک منبع تغذیه همراه است که تنها جریان بهینه را عرضه می‌دارد. وجود مقدار بهینه‌ای از جریان، یعنی چگالی جریان J در داخل لوله موئین به این علت است که (حداقل برای گذارهای ۶۳۳ nm و ۳۳۹ nm) در چگالیهای جریان



شکل ۳.۱۰ بستگی طرحوار چگالی جریان جمعیت‌های تراز بالایی و تراز پایینی در لیزر He-Ne.

بالا، واپرانگیختگی (2^1S و 2^3S) He حالت‌های شبه پایدار نه تنها از برخورد روی دیواره‌ها حاصل می‌شود، بلکه بر اثر فرایندهای آبرکشانان نظیر



نیز صورت می‌گیرد. چون آهنگ این فرایند با چگالی الکترونی N_e و در نتیجه با J متناسب است، آهنگ کلی واپرانگیختگی را می‌توان به صورت $k_2 + k_3 J$ نوشت. در این رابطه k_2 ثابتی است که نشان‌دهنده واپرانگیختگی بر اثر برخورد با دیواره‌هاست و $k_3 J$ ، که k_3 نیز یک ثابت است، آهنگ برخورد ابرکشانان فرایند (۱.۲.۱۰) را نشان می‌دهد. آهنگ برانگیختگی را می‌توان به صورت $k_1 J$ نوشت، که این بار نیز k_1 یک ثابت است. در شرایط حالت پایا، می‌توانیم بنویسیم $N_t k_1 J = (k_2 + k_3 J) N^*$ که N_t جمعیت حالت پایه اتم He و N^* جمعیت حالت برانگیخته (2^1S) است حال جمعیت 2^1S ترازمند، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$N^* = N_t \left(\frac{k_1 J}{k_2 + k_3 J} \right) \quad (2.2.10)$$

که در چگالی‌های بالای جریان اشباع می‌شود. با توجه به اینکه جمعیت حالت پایای حالت $5s$ اتم Ne، از حالت (2^1S) He از طریق انتقال انرژی نزدیک تشدید برقرار می‌شود، جمعیت تراز بالایی $5s$ نیز رفتار اشباع مشابهی را با افزایش J نشان می‌دهد (شکل ۳.۱۰ را ببینید). در غیاب عمل لیزر، جمعیت تراز پایینی لیزر ($4p$ یا $3p$) از طریق دمش مستقیم از حالت پایه اتم‌های Ne و تابش آبشاری از ترازهای بالاتر به وجود می‌آید؛ و به‌طور تجربی نشان داده شده است

که به طور خطی با افزایش J ، افزایش می‌یابد (شکل ۳.۱۰ را ببینید). بنابراین با افزایش جریان تخلیه، اختلاف جمعیت و بنابراین توان خروجی به مقدار بهینه‌ای می‌رسد و پس از آن سقوط خواهد کرد.

لیزر He-Ne، علاوه بر مقدار بهینه چگالی جریان، برای سایر پارامترهای عملکردی دارای مقادیر بهینه است، یعنی:

- حاصلضرب فشار گاز p و قطر موئین D ($pD = 3.6 - 4 \text{ Torr} \times \text{mm}$)؛ این مقدار بهینه حاصلضرب pD ناشی از آن است که دمای الکترون باید بهینه شود (بخش ۵.۴.۶ را ببینید).
- نسبت فشارهای جزئی He و Ne (حدود ۱ : ۵ در $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ و ۱ : ۹ در $\lambda = 1.15 \mu\text{m}$).
- قطر موئینگی ($D \cong 2 \text{ mm}$)؛ برای مقدار ثابت pD ، یعنی، برای دمای الکترونی مفروض، تمامی فرایندهای برانگیزش برخورد الکترونی به سادگی در بالا رفتن تعداد اتمهای موجود برای برانگیختگی عمل می‌کنند. چون هم ترازهای بالایی و هم پایینی در نهایت با فرایندهای برخورد الکترونی پرجمعیت می‌شوند، جمعیت آنها، و در نتیجه بهره لیزر نیز با p ؛ یعنی با D^{-1} ، در یک مقدار pD ثابت، متناسب می‌شود. از سویی دیگر، انتظار می‌رود که تلفات پراشی کاواک لیزر با کاهش D ، یعنی مقدار قطر لوله موئین که به‌ازای آن بهره خالص (بهره منهای تلفات پراش) بهینه می‌شود، افزایش یابد.

طبق رفتار شکل ۳.۱۰، لیزرهای He-Ne نوعاً دستگاههای توان پایین هستند. (تحت شرایط بهینه، برای طولهای لوله لیزر حدود ۵۰-۲۰ سانتیمتر توان خروجی دسترس پذیر در گذار 633 nm از ۱ تا ۱۰ میلی‌وات گسترده است، در حالی که توان خروجی در گذار سبز نوعاً یک مرتبه بزرگی کمتر است). بازدهی لیزر He-Ne، در هر یک از گذارهای لیزری اش همواره خیلی پایین ($10^{-3} <$) است؛ علت اصلی بازدهی پایین آن کم بودن بازدهی کوانتومی است. در شکل ۱.۱۰ می‌بینیم که هر چرخه دمش مقدماتی به انرژی حدود 20 eV نیاز دارد، در حالی که انرژی فوتون لیزر کمتر از 2 eV است. هنگامی که لیزر تک‌مدی طولی لازم باشد، پهنای خط بهره باریک یک مزیت محسوب می‌شود. در واقع، اگر طول کاواک به اندازه کافی کوتاه باشد ($L < 20-15 \text{ cm}$)، با تنظیم طول کاواک (از طریق یک ترازگذار پیزوالکتریک) به منظور انطباق مد کاواک با قله خط بهره لیزر (بخش ۱.۲.۸.۷ را ببینید)، نوسان تک‌مد طولی به آسانی حاصل می‌شود. لیزرهای تک‌مد طولی He-Ne سپس تا درجه بالایی [$(\Delta\nu/\nu) = 10^{-11} - 10^{-12}$] می‌توانند در مقابل یک

بسامد مرجع (نظیر تداخل سنج فابری-پرو با باریکی بالا یا، برای پایدارسازی مطلق، در مقابل مثلاً خط جذبی I_2 ۱۲۹ برای گذار ۶۳۳ nm) پایدارشده بسامد شوند.

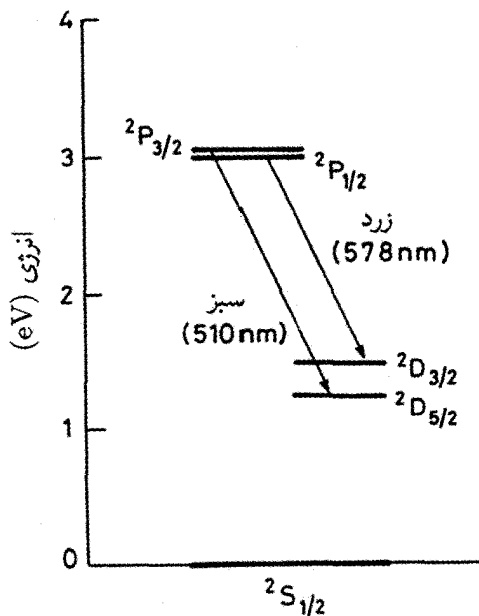
از نوسان لیزرهای He-Ne در گذاری قرمز برای بسیاری از کاربردها که لازمه آن باریکه توان پایین است (نظیر هم راستایی، یا روبشگری «کُد فروش») به طور گسترده ای بهره گرفته می شود. در خروجی اکثر فروشگاهها از لیزرهای He-Ne برای خواندن اطلاعات کُدگذاری شده روی کد فروش محصولات استفاده می شود؛ ولی برای بعضی از کاربردها، لیزرهای He-Ne با رقابت شدید لیزرهای نیم رسانا روبه روهستند که نور قرمز گسیل می کنند و کوچکتر و کارآمدترند. با فرض نمایانی بیشتر باریکه سبز، از لیزرهای He-Ne با گسیل نور سبز به طور فزاینده ای برای هم راستایی و یاخته سنجی استفاده می شود. در کاربرد دوم، یاخته های تکی (مثلاً، یاخته های قرمز خون) با فلئوئوروکرومهای مناسبی رنگ آمیزی می شوند و به سرعت از لوله موئینی که لیزر هلیوم-نتون روی آن متمرکز شده است شارش می یابند؛ فلئوئوروکرومها با پراکندگی بعدی یا گسیل فلئوئورسانسی مشخص می شوند. لیزرهای تک مدی He-Ne اغلب در کاربردهای مساحی (مثلاً، اندازه گیریهای فاصله با تداخل سنجی، بسیار دقیق) و تمام نگاری به کار می روند.

۲.۱.۲.۱۰ لیزر بخار مس

شکل ۴.۱۰ ترازهای انرژی مرتبط با لیزر بخار مس نشان می دهد که این بار نیز از نمادگذاری راسل-ساندرز استفاده شده است [۴]. حالت پایه $^2S_{1/2}$ مس با آرایش الکترونی $3d^1 4s^1$ متناظر است، در حالی که ترازهای برانگیخته $^2P_{1/2}$ و $^2P_{3/2}$ با الکترون خارجی $4s$ متناظر است که به مدار بالاتر بعدی $4p$ ارتقا یافته است. ترازهای $^2D_{3/2}$ و $^2D_{5/2}$ از آرایش الکترونی $3d^4 4s^2$ ناشی می شود، که در آن الکترون از مدار $3d$ به مدار $4s$ ارتقا یافته است.

مقادیر نسبی سطح مقطعهای متناظر با آن چنان است که آهنگ برانگیزش برخورد الکترونی به حالتهای P بزرگتر از حالتهای D است؛ بنابراین حالتهای P ترجیحاً با برخورد الکترون برانگیخته می شوند. گذار $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P$ به شدت دو قطبی الکتریکی مجاز است (قواعد گزینش برای گذارهای مجاز ایتمیکی ایجاب می کند که ± 1 یا $0 = \Delta J$ باشد)، بنابراین سطح مقطع جذب متناظر با آن کاملاً بزرگ است. در دمایی که برای لیزرهای Cu به کار می رود ($T = 1500^\circ C$)، فشار بخار کاملاً بالاست (۱ torr \sim)، ولی، گذار $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P$ کاملاً به دام می افتد. بنابراین، تنها مسیر مؤثر فروافت حالت 2P از طریق حالتهای 2D است؛ که زمان فروافت متناظر با آن نسبتاً طولانی ($\sim 5 \mu s$) است، چون گذار تنها به طور ضعیف مجاز است.

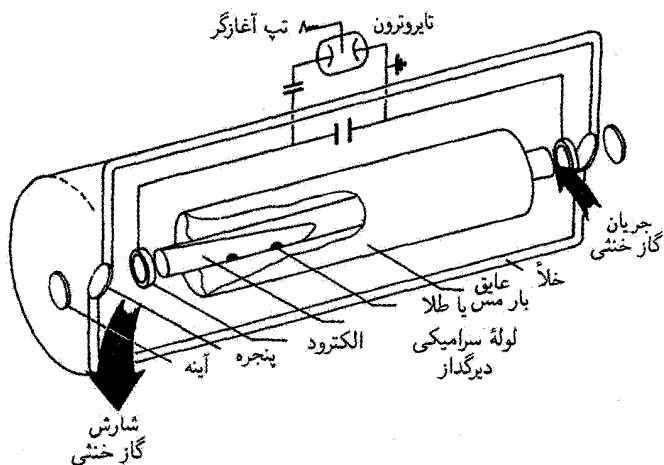
در نتیجه چون حالتهای 2P می توانند باعث انباشتگی جمعیت زیادی شوند نامزد خوبی



شکل ۴.۱۰. ترازهای انرژی اتمهای مس مربوط به عملکرد لیزری.

برای ترازهای بالایی لیزر محسوب می‌شوند. بنابراین عمل لیزر در $Cu II$ می‌تواند روی هر دو گذار $2D_{5/2} \rightarrow 2P_{3/2}$ (سبز) و $2D_{3/2} \rightarrow 2P_{1/2}$ (زرد) تحقق یابد. دقت کنید که گذار $2D \rightarrow 2S$ از نظر دو قطبی-الکتریکی ممنوع است و طول عمر حالت D خیلی زیاد است (چند ده میکروثانیه). چون گذار لیزر خود پایان‌دهنده است، بنابراین لیزر تنها براساس تپی عمل می‌کند، که مدت زمان تپ آن از مرتبه طول عمر حالت $2P$ یا کوتاهتر از آن است. همچنین باید توجه کرد که فروافت $2D \rightarrow 2S$ عمدتاً از طریق برخورد های ابرکشسان صورت می‌گیرد، که دربرگیرنده الکترونهای سردی است که پس از تپ دمش باقی می‌مانند؛ آهنگ فروافت متناظر با آن حد بالایی را در آهنگ تکرار لیزر برقرار می‌کند. برای مثال، ویژگیهای طیف‌نمایی گذار سبز بخار مس در جدول ۱.۱۰ نشان داده شده است.

ساختار لیزر بخار فلزی براساس آرایشی است که طرحی از آن در شکل ۵.۱۰ ترسیم شده است. بخار فلز در یک لوله آلومینا، که از نظر گرمایی در اتاقک خلأ منزوی شده است، قرار می‌گیرد. دمای موردنیاز معمولاً با توانی که در لوله لیزر در اثر جریان دمش تپی تکراری اتلاف می‌شود، تأمین می‌شود. کاتد و آند به صورت الکترودهای حلقه‌ای‌اند که در دو انتهای لوله آلومینا تعبیه می‌شوند. گاز خنثای نئون در فشار ۵-۲۵ تور چگالی الکترون را به اندازه کافی فراهم می‌سازد که پس از



شکل ۵.۱۰ ساختار طرح‌وار لیزر بخار مس.

عبور تپ تخلیه، و ابرانگیختگی حالت پایتتر 2D از طریق برخورد های ابرکشسان، ممکن می‌شود. گاز نتون برای کاهش طول پخش بخار Cu نیز سودمند است، که از نشست بخار فلز روی پنجره های انتهایی (سرد) جلوگیری می‌کند. اخیراً لیزرهای مس-HyBRID عرضه شده اند، که از HBr در تخلیه استفاده می‌شود. چون در این مورد، مولکولهای CuBr در ناحیهٔ تخلیهٔ الکتریکی تشکیل می‌شوند، و این مولکولها بسیار فرارتر از اتمهای Cu هستند، و بنابراین در تخلیهٔ گاز به دماهای کمتری لازم می‌شود.

لیزرهای بخار مس با توانهای خروجی متوسط بیش از 10^3 W، مدت زمانهای کوتاه تپ ($50-30$ ns)، آهنگهای تکرار بالا (تا حدود 10^4 kHz)، و بازدهی نسبتاً بالا (1%) به صورت تجاری عرضه می‌شوند. بالا بودن بازدهی هم ناشی از بازدهی بالای کوانتومی لیزر مس (حدود 55%)، شکل ${}^4P \rightarrow {}^2S$ را ببینید) و هم بزرگ بودن سطح مقطع برخورد الکترونی گذار ${}^2P \rightarrow {}^2S$ است. حتی اخیراً توانهای خروجی بالاتر (200 W) و بازدهیهای بالاتر (3%) از لیزرهای مس-هیبرید به دست آمده است.

از لیزرهای بخار مس در بعضی از کاربردهای صنعتی استفاده می‌شود (نظیر عکس برداری با سرعت بالا، برشکاری مقاومت، و اخیراً میکرو فلزکاری) و به عنوان دمش لیزرهای رزینهای مخصوصاً، در عکس بردای با فلاش در سرعت زیاد، تپ کوتاه (دهها نانوثانیه) و آهنگ تکرار بالا ($20-10$ kHz) در نوردهی استروبو سکویی (عکس برداری سریع) اشیا با تحرک خیلی زیاد (نظیر، گلولهٔ شلیک شده) استفاده می‌شود. امروزه تسهیلات بزرگی براساس لیزرهای رزینهای با

دمش از طریق لیزر بخار مس (با استفاده از تعداد زیادی لیزر بخار مس، و هر یک با توان متوسط تا 10^6 W) در طرح توسعه جداسازی ایزوتوپ ^{235}U در ایالات متحد به کار برده می شود.^۱

۲.۲.۱۰ لیزرهای یونی

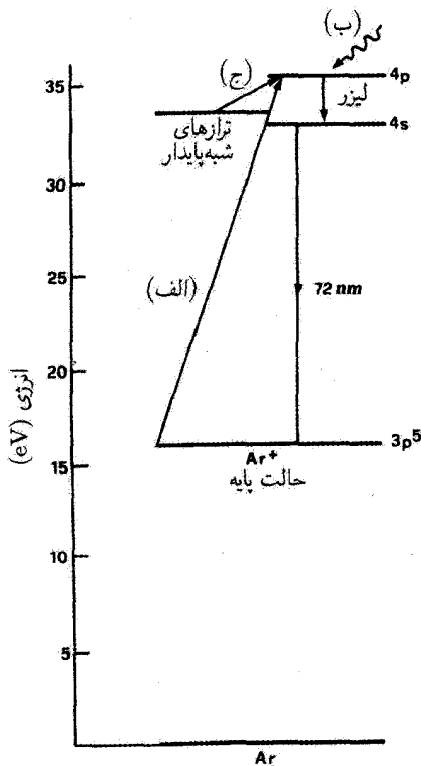
در اتم یونیده، مقیاس ترازهای انرژی در مقایسه با اتمهای خنثی گسترده می شود. در این مورد، الکترون در دورترین مدار(ها) تحت تأثیر میدان ناشی از بار مثبت Ze هسته (Z عدد اتمی و e بار الکترون است) که توسط بار منفی $(z-2)e$ الکترونهاي باقی مانده حفاظ شده است، قرار می گیرد. برای سادگی فرض می کنیم که حفاظ کامل است، پس بار خالص مؤثر Ze است و نه فقط e مرتبط با اتم خنثی. این گستردگی مقیاس انرژی به آن مفهوم است که لیزرهای یونی نوعاً در نواحی مرئی یا فزبنفش عمل می کنند. مانند مورد لیزر اتم خنثی، لیزرهای یونی به دو رده تقسیم می شوند: (۱) لیزرهای گاز یونی، که شامل اکثر گازهای نادر می شود؛ که مثال بارز آن لیزر Ar^+ است که در بخش ۱.۲.۲.۱۰ بررسی خواهد شد، و نیز لیزر Kr^+ . هر دو لیزر روی گذارهای متعددی نوسان می کنند، متداولترین آنها سبز و آبی است (به ترتیب در طول موجهای 514.5 nm و 488 nm برای لیزر Ar^+ و قرمز (647.1 nm) برای لیزر Kr^+). (۲) لیزرهای بخار فلز یونی، که شامل بسیاری از فلزات (Cd , Zn , Pb , Sn , و Se) است؛ مثال بارز آن لیزر He-Se است و نیز لیزر He-Cd که در بخش ۲.۲.۲.۱۰، بررسی می شوند.

۱.۲.۲.۱۰ لیزر آرگون

طرح ساده شده برای ترازهای انرژی مرتبط در لیزر آرگون در شکل ۶.۱۰ نشان داده شده است [۵]، حالت پایه Ar^+ با انتقال یک الکترون از شش الکترون لایه خارجی $3p$ اتم آرگون به دست می آید. بعد آن، حالت های $4s$ و $4p$ است که با ارتقای یکی از الکترونهاي باقی مانده $3p^5$ به حالت $4s$ یا $4p$ به دست می آید. در نتیجه برهم کنش با دیگر الکترونهاي $3p^4$ ، هر دو ترازهای $4s$ و $4p$ که در شکل ۶.۱۰ به صورت ترازهای تکی نشان داده شده اند، در واقع شامل زیرترازهای بسیاری هستند.

لیزر Ar یونی طی فرایند دوپله ای شامل برخورد با دو گروه از الکترونها برانگیخته می شود. اولین برخورد Ar را یونیده می سازد، یعنی آن را به حالت پایه Ar^+ می رساند، در حالی که برخورد دوم یون Ar را برانگیخته می سازد. چون طول عمر تراز $4p$ (حدود 10^{-8} s)، که با گذار تابشی $4s \rightarrow 4p$ برقرار می شود) حدود 10^6 بار طولانیتر از طول عمر تابشی گذار $4s \rightarrow 3p^5$ است، یونهای آرگون برانگیخته عمدتاً در تراز $4p$ تجمع می یابند. این یعنی که تراز $4p$ را می توان به صورت

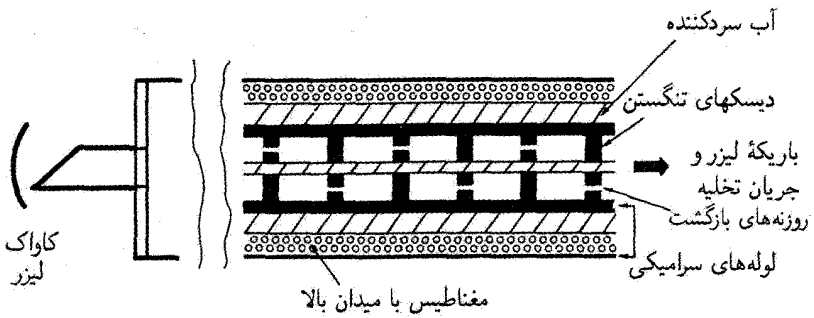
۱. پروژه غنی سازی به کمک لیزر در سالهای اخیر به علت غیراقتصادی بودن فرایند، متوقف شده است. م.



شکل ۶.۱۰ ترازهای انرژی مرتبط با عمل لیزر Ar.

تراز بالایی لیزر برای گذار لیزری $4p \rightarrow 4s$ به کار برد و، طبق معادله (۱.۳.۷) به عمل پیوسته موج (cw) دست یافت. دقت کنید که برانگیزش یون آرگون می‌تواند از طریق سه فرایند متمایز به یونهایی در حالت $4p$ منجر شود (شکل ۶.۱۰ را ببینید): (الف) برانگیزش مستقیم به تراز $4p$ با شروع از تراز پایه Ar^+ ؛ (ب) برانگیزش به حالت‌های بالاتر و به دنبال آن فروافت تابشی به تراز $4p$ ؛ (ج) برانگیزش به ترازهای شبه پایدار به دنبال یک برخورد سوم که به برانگیختگی حالت $4p$ منجر می‌شود. برای سادگی، تنها دو فرایند اول را در نظر می‌گیریم، می‌توان دید که فرایند دمش به حالت بالاتر با مربع چگالی جریان متناسب است. در واقع، چون دو فرایند اول متضمن برخورد الکترونی دوپله‌ای است، انتظار می‌رود که برانگیزش حالت بالاتر $(dN_p/dt)_p$ به شکل زیر باشد

$$\left(\frac{dN_p}{dt}\right)_p \propto N_e N_i \cong N_e^2 \quad (۳.۲.۱۰)$$



شکل ۷.۱۰ نمودار طرحوار لوله لیزر Ar^+ پر توان که با آب خنک می‌شود.

که N_e و N_i به ترتیب چگالی الکترون و یون در پلاسما (در ستون مثبت پلاسما، $N_e \cong N_i$) است. چون میدان الکتریکی تخلیه از جریان تخلیه مستقل است، سرعت سوق، سوق v ، نیز از جریان تخلیه مستقل خواهد بود. می‌توان دید که در معادله استاندارد N_e سوق $J = ev$ ، چگالی الکترون N_e با چگالی جریان متناسب است و، از معادله (۳.۲.۱۰)، نتیجه می‌شود که $(dN_e/dt)_p \propto J^2$. بنابراین دمش لیزری به سرعت با چگال جریان افزایش می‌یابد، به این ترتیب فرایندهای دوپله‌ای، که ذاتاً ناکارآمدند، برای آنکه تعداد کافی یون را به حالت بالایی بدمند، چگالیهای بالای جریان ($\sim 1 \text{ kA/cm}^2$) لازم می‌شود. این موضوع توضیح می‌دهد که چرا اولین عملکرد لیزر Ar^+ سه سال بعد از لیزر He-Ne تحقق یافت [۷].

از بحث گذشته انتظار می‌رود که عمل لیزر در گذار $4p \rightarrow 4s$ رخ دهد. چون در واقع ترازهای $4p$ و $4s$ شامل تعداد زیادی زیرتراز است، لیزر آرگون روی خطوط زیادی نوسان می‌کند؛ قویترین آنها سبز ($\lambda = 514.5 \text{ nm}$) و آبی ($\lambda = 488 \text{ nm}$) است. از اندازه‌گیریهای طیفی نورگسیل شده خودپه خودی، پهنای خط دوپلری $\Delta\nu^*$ مثلاً گذار سبز، در حدود 3.5 GHz به دست آمده است. معادله (۱۸.۵.۲)، حاکی از آن است که دمای یون $T \cong 3000 \text{ K}$ است. بنابراین یونها بسیار داغ‌اند، نتیجه‌ای که حاصل از شتاب یون ناشی از میدان الکتریکی تخلیه است. ویژگیهای طیف‌نمایی مربوط به گذار لیزر سبز آرگون یونی در جدول ۱.۱۰ خلاصه شده است.

شکل ۷.۱۰ نمودار طرحوار لیزر آرگون پر توان (بیش از 1 W) را نشان می‌دهد. هم جریان پلاسما و هم باریکه لیزر توسط دیسکهای فلزی (تنگستن)، که در داخل لوله‌ای با قطر بزرگتر ماده سرامیکی (BeO) تعبیه شده است، محصور شده‌اند. این ترکیب فلز-سرامیک رسانای گرما و مقاوم، برای اطمینان از رسانایی گرمایی خوب لوله و نیز به‌طور همزمان برای کاهش مسائل خوردگی که از دمای بالا یون ناشی می‌شود، لازم است. قطر حفره‌های مرکزی روی دیسکها کوچک گرفته می‌شود

($\sim 2 \text{ mm}$) تا نوسان را روی مد TEM_{۰۰} محدود سازد (برای تشدیدگر، معمولاً آینه‌های با شعاع انحنای بلند را به کار می‌برند) و نیز برای اینکه جریان کلی مورد نیاز را کاهش دهد.

یک مسئله در لیزرهای آرگون از الکتروفورز یونهای آرگون ناشی می‌شود. در واقع، در اثر چگالی بالای جریان، مهاجرت عمده یونهای آرگون به سمت کاتد رخ می‌دهد، که آنجا در ترکیب با الکترونهای گسیل شده از سطح کاتد خنثی می‌شوند.^۱ بنابراین اتمهای خنثی روی این الکتروند انباشته می‌شوند، که موجب کاهش در فشار آرگون در لوله موثرین تخلیه شده، آن را به زیر مقدار بهینه سوق می‌دهد. برای غلبه بر این مشکل، روزنه‌های خارج از مرکزی را نیز روی دیسک به وجود می‌آورند تا مسیرهای بازگشت اتمها از کاتد به سمت آند به وسیله پخش فراهم شود. آرایش روزنه‌ها به صورتی است که هیچ جریانی در این مسیر بازگشت شارش نمی‌کند، چون در مقایسه با طول مسیر مرکزی، این مسیرها بلندترند.

لوله سرامیکی داخلی را، برای رفع عمده گرمایی که به صورت ناخواسته در لوله اتلاف می‌شود (چند kW/m)، با آب خنک می‌کنند. همچنین توجه کنید که میدان مغناطیسی ساکنی نیز به وسیله سیمولوله به ناحیه تخلیه اعمال می‌شود که موازی با محور لوله است. با این آرایش، نیروی لورنتس الکترونها را به چرخش حول محور لوله وا می‌دارد، و بنابراین آهنگ پخش الکترون به دیواره‌ها را کاهش می‌دهد. این امر تعداد الکترونهای آزاد در مرکز لوله را افزایش داده، و لذا آهنگ دمش افزایش پیدا خواهد کرد. این موضوع، افزایش توان خروجی لیزر را هنگامی که میدان مغناطیسی اعمال می‌شود توضیح می‌دهد. با محصور کردن بارها به سمت مرکز لوله، میدان مغناطیسی نیز مسئله خسارت‌دیدی دیواره (که اکثراً در روزنه‌های روی دیسکهای تنگستن رخ می‌دهد) را کاهش می‌دهد. توجه کنید که برای لیزرهای پر توان (بیش از 1 W)، آینه‌های لیزری را خارج از لوله لیزر مستقر می‌کنند تا تابش شدید VUV که پلاسما گسیل می‌کند کمتر به پوشش آینه صدمه وارد سازد.

برای لیزرهای با توان کمتر (کمتر از 1 W)، لوله لیزر را از یک قطعه سرامیکی (BeO) می‌سازند و یک حفره مرکزی برای تخلیه جریان در آن به وجود می‌آورند. در این مورد، هیچ میدان مغناطیسی اعمال نمی‌کنند و لوله با هوا خنک می‌شود. و مانند لیزر He-Ne آینه‌ها را مستقیماً به دو انتهای لوله می‌چسبانند.

لیزرهای آرگون که با آب خنک می‌شوند با توان بین 1 تا 20 وات به صورت تجاری عرضه

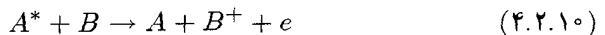
۱. با رجوع به بخش ۴.۴.۶، به یاد می‌آوریم که باز ترکیب الکترون-یون در حجم تخلیه رخ نمی‌دهد، چون در فرایند پایستگی انرژی و اندازه حرکت به طور همزمان برآورده نمی‌شود. بنابراین، باز ترکیب تنها در حضور جسم سومی، مانند، دیواره‌های لوله یا روی سطح کاتد، رخ می‌دهد.

می‌شوند. آنها به‌طور همزمان روی دوگذار آبی و سبزی، با استفاده از آرایش شکل ۱۶.۷ (ب)، روی یک گذار عمل می‌کنند. لیزرهای آرگون که با هوا خنک می‌شوند، با توان کمتر ($\sim 100 \text{ mW}$) و طراحی بسیار ساده‌تر، به‌صورت تجاری نیز عرضه می‌شوند. در هر دو مورد، در بالای آستانه، توان خروجی به سرعت با چگالی جریان افزایش می‌یابد ($\propto J^2$)، چون، برخلاف رفتار لیزرهای He-Ne، اشباعی در جمعیت حالت بالاتر رخ نمی‌دهد. با وجود این، بازدهی لیزر خیلی پایین است (کمتر از 10^{-3})، زیرا بازدهی کوانتومی لیزر نسبتاً پایین است (حدود ۷.۵٪). شکل ۱۶.۱۰ را ببینید)، و برانگیزش برخورد الکترونی ترازهای بسیاری را در بر می‌گیرد که به‌طور مؤثر به تراز بالایی لیزر جفت نشده‌اند. لیزرهای آرگون اغلب در نظام قفل‌شدهٔ مدی با استفاده از مدوله‌ساز اکوستوآپتیکی عمل می‌کنند. در این مورد، تپهای لیزری قفل‌شدهٔ مدی نسبتاً کوتاهی ($\sim 150 \text{ ps}$) به‌دست می‌آید که ناشی از پهنای خط گذار نسبتاً وسیعی ($\sim 3.5 \text{ GHz}$) است که به‌طور ناهمگن پهن شده است.

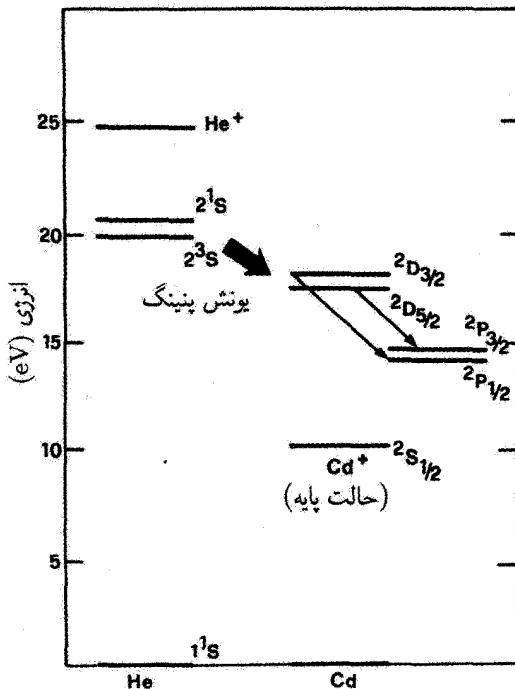
لیزرهای آرگون به‌طور وسیعی در چشم پزشکی (مخصوصاً در درمان خون‌ریزی شبکیه ناشی از بیماری قند) و نیز در زمینهٔ سرگرمیهای لیزری (نمایشهای نور لیزر) کاربرد دارند. لیزرهای آرگون همچنین برای بررسی برهم‌کنش نور-ماده (مخصوصاً در عملکرد قفل‌شدهٔ مدی) و نیز به‌عنوان لیزر دمش در لیزرهای حالت جامد (مخصوصاً Ti:sapphire) و لیزرهای رزینه‌ای به‌کار می‌روند. امروزه در بسیاری از کاربردها لیزرهای Nd:YVO₄ با دمش دیودی پیوسته‌موج، که باریکهٔ سبز، $\lambda = 532 \text{ nm}$ ، آن به‌وسیلهٔ مولد هماهنگ دوم داخل کاواکی ایجاد می‌شود، جای لیزرهای آرگون را گرفته‌اند. از لیزرهای Ar با توان پایین در چاپگرهای لیزر و یاخته‌شماری به‌طور وسیعی استفاده می‌شود.

۲.۲.۲.۱۰ لیزر He-Cd

ترازهای انرژی در سیستم He-Cd مرتبط با عمل لیزری در شکل ۸.۱۰ نشان داده شده‌اند که این بار نیز از نمادگذاری راسل-سائندرز استفاده شده است. دمش Cd^+ ترازهای بالاتر لیزری ($^2D_{3/2}$ ، $^2D_{5/2}$) با کمک He در فرایند یونش پنینگ به‌دست می‌آید. این فرایند را به‌صورت کلی می‌توان چنین نوشت



که یون B^+ ممکن است در حالت برانگیخته بماند یا نماند. البته فرایند تنها اگر انرژی برانگیختگی گونهٔ برانگیختهٔ A^* بزرگتر از یا برابر با انرژی یونش گونهٔ B (به‌علاوهٔ انرژی برانگیختگی B^+)، اگر یون در یک حالت برانگیخته قرار گیرد) باشد، رخ می‌دهد. توجه کنید که، برخلاف انتقال انرژی



شکل ۸.۱۰ ترازهای انرژی مرتبط با لیزر He-Cd.

نزدیک تشدید، یونش پنینگ فرایندی غیرتشیدی است؛ در واقع هر انرژی اضافی به صورت انرژی جنبشی الکترون خارج شده، رها می شود. در مورد سیستم He-Cd، حالت‌های شبه پایدار 2^1S و 2^3S هلیوم به صورت گونه‌های A^* در معادله (۴.۲.۱۰) عمل می کنند؛ طی برخورد، این انرژی برانگیختگی برای یونش اتم Cd و برانگیزش یون Cd^+ مصرف می شود. با وجودی که فرایند تشدید نیست آهنگ برانگیزش حالت‌های D حدود سه بار بزرگتر از آهنگ برانگیزش حالت‌های P دیده شده است^۱.

ولی نکته مهمتر طول عمر حالت‌های D ($\sim 1 \mu s$) است که از طول عمر حالت‌های P ($\sim 1 ns$) بسیار طولانیتر است. بنابراین وارونی جمعیت بین حالت‌های D و P به سادگی ایجاد می شود، به طوری که عمل لیزر پیوسته موج به دست می آید. در واقع، طبق قاعده گزینش $\Delta J = 0, \pm 1$ ، عمل لیزر روی خطوط $2D_{3/2} \rightarrow 2P_{1/2}$ ($\lambda = 325 nm$)، فرابنفش) و

۱. طبق، مثلاً معادله (۲.۶.۲)، آهنگ برانگیزش k_{A^*B} فرایند کلی (۴.۲.۱۰) را می توان با رابطه $(dN/dt)_{AB^+} = k_{A^*B} N_{A^*} N_B$ تعریف کرد، که $(dN/dt)_{AB^+}$ تعداد نمونه‌های A و B^+ حاصل در واحد حجم در واحد زمان و N_B و N_{A^*} غلظت‌های نمونه‌های در حال برخورد است.

${}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ ($\lambda = 416 \text{ nm}$, آبی) حاصل می‌شود. یون Cd^+ سپس به حالت پایه ${}^2S_{1/2}$ خود با فروافت تابشی سقوط می‌کند.

ساختمان نمونه‌ای لیزر He-Cd به صورت لوله‌ای است که دو انتهای آن با دو پنجره تحت زاویه بروستر مسدود شده، با دو آینه لیزری که به طور مجزا از لوله لیزر نصب شده‌اند. یکی از آرایشهای ممکن، شامل لوله‌ای است که با هلیم پر شده و دارای ذخیره کمی از فلز Cd است که نزدیک آند قرار دارد. دمای ذخیره کادمیم به اندازه کافی بالا ($\sim 250^\circ\text{C}$) برده می‌شود تا فشار بخار موردنظر اتمهای Cd در لوله فراهم شود. خود تخلیه نیز گرمای زیادی تولید می‌کند که از نشست بخار روی دیواره‌های لوله در طول ناحیه تخلیه جلوگیری می‌کند. ولی به علت الکتروفورزیون، یونها به سمت کاتد مهاجرت کرده در آنجا با الکترونهای گسیل شده از کاتد ترکیب می‌شوند. اتمهای Cd خنثی سپس در ناحیه اطراف کاتد، که در آنجا تخلیه‌ای نیست و دما نیز پایین است، چگالیده می‌شوند. نتیجه نهایی شارش پیوسته بخار فلز از آند به سمت کاتد خواهد بود. بنابراین، برای عملکرد طولانی مدت لیزر، ذخیره کافی از Cd (حدود ۱ g برای ۱۰۰۰ ساعت کار) باید فراهم شود.

لیزرهای He-Cd توانهای خروجی $50\text{--}100 \text{ mW}$ را عرضه می‌کنند، که این لیزرها را در وضعیت بین لیزرهای He-Ne با رنگ قرمز (چند میلی‌وات) و لیزرهای Ar^+ (چند وات) قرار می‌دهد. بنابراین، از لیزرهای He-Cd برای بسیاری از کاربردهایی استفاده می‌شود که باریکه آبی یا uv با توان متوسط لازم است (مانند، چاپگرهای با سرعت بالای لیزری، تمام‌نگاری، یاخته‌شماری، تحلیل فلوروسانسی نمونه‌های زیستی).

۳.۲.۱۰ لیزرهای گازی مولکولی

این لیزرها از گذارهای بین ترازهای انرژی یک مولکول بهره می‌برند. بسته به نوع گذار درگیر، لیزرهای گازی مولکولی به یکی از رده‌های زیرتعلق می‌گیرد: (۱) لیزرهای ارتعاشی-چرخشی، که از گذارهای بین حالت‌های ارتعاشی یک حالت الکترونی (حالت پایه) استفاده می‌کنند، بنابراین اختلاف انرژی بین ترازها در ناحیه میانی تا فروسرخ دور ($2.5\text{--}30 \mu\text{m}$) قرار می‌گیرد. تا به امروز مهمترین مثال از این رده، لیزر CO_2 است که در 10.6 یا 9.6 میکرون نوسان می‌کند. از مثالهای بارز دیگر لیزر CO ($\lambda \cong 5 \mu\text{m}$) و لیزر شیمیایی HF ($\lambda \cong 2.7\text{--}3.3 \mu\text{m}$) است. (۲) لیزرهای ارتعاشی-الکترونی که از گذارهای بین ترازهای ارتعاشی حالت‌های متفاوت الکترونی بهره می‌گیرند. در این مورد، طول موج نوسانی عموماً در ناحیه فرابنفش (uv) قرار می‌گیرد، شاخص‌ترین مثال این رده لیزر، لیزر نیتروژن ($\lambda = 337 \text{ nm}$) است. طبقه خاصی از لیزرها را که می‌توان در اینجا قرار داد لیزر اکسایمر است. این لیزرها متضمن گذارهایی بین حالت‌های الکترونی مختلف مولکولهای

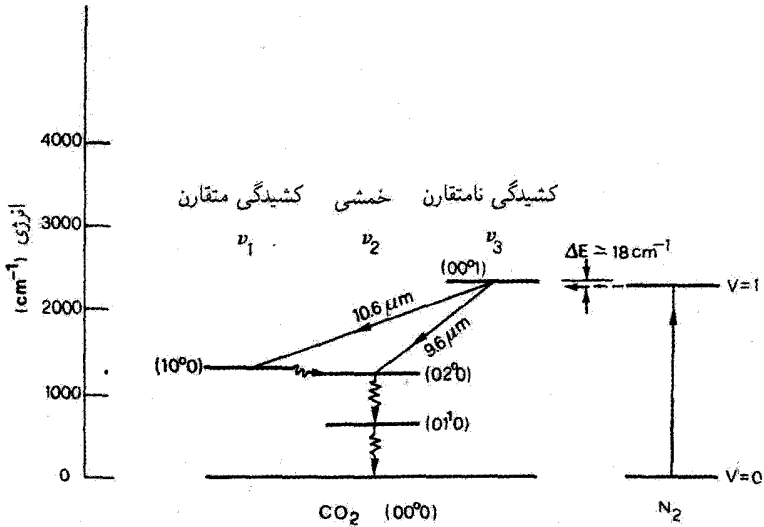
خاصی (اکسایمرها) هستند که طول موجهای گسیل متناظر با آنها عموماً در ناحیه UV قرار می‌گیرند. ولی لیزرهای اکسایمر نه تنها در برگیرنده گذارهای بین حالت‌های مقید (گذارهای مقید-مقید)، بلکه در واقع در اکثر موارد در برگیرنده گذارهایی بین یک حالت بالایی مقید و یک حالت پایه دافعه است (گذارهای مقید-آزاد). بنابراین مناسب است که این لیزرها را در رده خودشان بررسی کنیم. (۳)

لیزرهای چرخشی خالص، که از گذارهای بین ترازهای متفاوت چرخشی از یک حالت ارتعاشی (معمولاً یک تراز برانگیخته ارتعاشی حالت الکترونی پایه) بهره می‌برند. طول موج آنها در محدوده فرسوخ دور ($25\mu\text{m} - 1\text{mm}$) قرار می‌گیرد. چون اهمیت لیزرهای چرخشی خالص از دیگر انواع لیزر نسبتاً کمتر است، در بخشهایی که دنبال می‌شود به آنها نمی‌پردازیم. در اینجا یادآور می‌شویم که با این نوع لیزر، دستیابی به عمل لیزری مشکلتر است، چون عموماً واهلس بین ترازهای چرخشی خیلی سریع است. بنابراین، معمولاً این لیزرها از طریق اپتیکی، با استفاده از خروجی لیزری، دیگر به منزله لیزر دمش (به طور متداول لیزر CO_2)، دمیده می‌شوند. دمش اپتیکی، مولکول مفروض (مثلاً CH_2F ، $\lambda = 496\mu\text{m}$) را به یک تراز چرخشی متعلق به همان حالت ارتعاشی بالای تراز پایه، برمی‌انگیزاند. سپس، عمل لیزر بین ترازهای چرخشی این حالت ارتعاشی بالاتر صورت می‌گیرد.

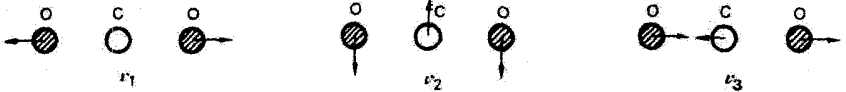
۱.۳.۲.۱۰ لیزر CO_2

در این لیزرها از آمیزه مناسبی از CO_2 ، N_2 و He ، به منزله محیط فعال استفاده می‌شود. نوسان بین دو تراز ارتعاشی مولکول CO_2 صورت می‌گیرد، در حالی که N_2 و He بازدهی عمل لیزر را بسیار بهبود می‌بخشند. در واقع، لیزر CO_2 از مهمترین لیزرهای پر توان (توانهای خروجی بیشتر از 100 kW از لیزر گاز دینامیکی CO_2 عرضه شده است) و یکی از کارآمدترین لیزرها (بازدهی شیب $20-15\%$) به شمار می‌رود [۸، ۹].

شکل ۹.۱۰ ترازهای انرژی ارتعاشی را برای حالت‌های پایه الکترونی مولکولهای CO_2 و N_2 نشان می‌دهد. مولکول N_2 ، مولکولی دو اتمی است که تنها یک مد ارتعاشی دارد؛ پایینترین دو تراز انرژی ($v=0$ ، $v=1$) در شکل نشان داده شده است. ترازهای انرژی CO_2 پیچیده‌تر است، چون CO_2 یک مولکول سه اتمی خطی است. در این مورد، سه مد ناواگن ارتعاشی وجود دارد (شکل ۱۰.۱): مد کشیدگی متقارن، مد خمشی، و مد کشیدگی نامتقارن. بنابراین، رفتار نوسانی و ترازهای انرژی متناظر با آن با سه عدد کوانتومی n_1 ، n_2 و n_3 توصیف می‌شود که تعداد کوانتوم در هر مد ارتعاشی را به دست می‌دهد. این بدان مفهوم است که صرف نظر از انرژی نقطه صفر، انرژی تراز از $E = n_1 h\nu_1 + n_2 h\nu_2 + n_3 h\nu_3$ به دست می‌آید، که ν_1



شکل ۹.۱۰ پایستترین ترازهای ارتعاشی حالت پایه الکترونی مولکول CO_2 و مولکول N_2 (برای سادگی ترازهای چرخشی نشان داده نشده‌اند).



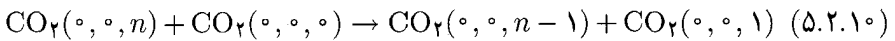
شکل ۱۰.۱۰ سه مد اساسی ارتعاشی در مولکول CO_2 : مد کشیدگی متقارن، (ν_1) مد کشیدگی نامتقارن، (ν_2) مد خمشی، (ν_3) مد کشیدگی نامتقارن.

ν_2 و ν_3 بسامدهای تشدیدی سه مد هستند. برای مثال، تراز (01^00) متناظر با نوسانی است که یک کوانتوم ارتعاشی در مد ۲ وجود دارد. چون مد ۲ کمترین ثابت نیرو را میان این سه مد داراست (حرکت ارتعاشی آن عرضی است)، نتیجه می‌شود که این تراز پایستترین مقدار انرژی را دارد. عمل لیزری بین ترازهای (1^000) و (01^00) ، ($\lambda \cong 10.6 \mu\text{m}$) صورت

۱. شاخص بالا (که با l نشان داده شده است) روی عدد کوانتومی خمشی در این مورد به علت واگنی دوگانه ارتعاش خمشی است. در واقع ارتعاش هم در صفحه شکل ۱۰.۱۰ و هم در صفحه عمود بر آن صورت می‌گیرد. بنابراین ارتعاش خمشی متشکل از ترکیب مناسبی از این دو ارتعاش است. به‌طور دقیقتر $l\hbar$ گشتاور زاویه‌ای این ارتعاش را نسبت به محور مولکول CO_2 به‌دست می‌دهد. برای مثال، حالت (02^00) ، که $(l = 0)$ است، دو ارتعاش واگن ترکیب می‌شوند تا گشتاور زاویه‌ای $l\hbar = 0$ را ایجاد کنند.

می‌گیرد، هرچند دستیابی به نوسان بین $(0^\circ 0^\circ 1)$ و $(0^\circ 2^\circ 0)$ در طول موج $9.6 \mu\text{m} \cong \lambda$ نیز ممکن است.

دمش تراز بالایی لیزر $(0^\circ 0^\circ 1)$ با فرایندهای زیر به خوبی حاصل می‌شود: (۱) برخوردهای مستقیم الکترونی. برخورد مستقیم اصلی مفروض چنین است: $e + \text{CO}_2(0^\circ 0^\circ 0) \rightarrow e + \text{CO}_2(0^\circ 0^\circ 1)$. سطح مقطع برخورد الکترونی برای این فرایند خیلی بزرگ است و بسیار بزرگتر از برخورد الکترونی برانگیزش هر دو تراز (100) و $(0^\circ 2^\circ 0)$ است و احتمالاً به علت آن است که گذار $(0^\circ 0^\circ 1) \rightarrow (0^\circ 0^\circ 0)$ از نظر اپتیکی مجاز است، در حالی که، مثلاً گذار $(100) \rightarrow (0^\circ 0^\circ 0)$ مجاز نیست. بار دیگر توجه کنید که برخورد مستقیم الکترونی به برانگیزش ترازهای ارتعاشی بالاتر $(n, 0, 0)$ مولکول CO_2 می‌انجامد. اما، مولکول CO_2 از حالت‌های بالاتر به حالت $(0^\circ 0^\circ 1)$ در اثر برخوردهای نزدیک تشدید از نوع^۱ زیر به سرعت واهلیده می‌شود



در این فرایند به تدریج تمام مولکول‌های برانگیخته به حالت $(0^\circ, 0, 1)$ فرو می‌افتند. توجه کنید که، چون اکثر مولکول‌های در یک آمیزه لیزر CO_2 در واقع در حالت پایه‌اند، برخورد مولکول برانگیخته با مولکول برانگیخته نشده، رخداد برخوردی بسیار احتمالی را تشکیل می‌دهد. (۲) انتقال انرژی تشدید از مولکول N_2 . این فرایند نیز به علت اختلاف جزئی بین انرژی ترازهای برانگیخته دو مولکول $(\Delta E = 18 \text{ cm}^{-1})$ خیلی کارآمد است. علاوه بر آن، برانگیزش N_2 از تراز پایه به تراز $v = 1$ فرایندی کارآمد محسوب می‌شود، و $v = 1$ تراز شبه پایدار است. در واقع گذار $0 \rightarrow 1$ از نظر دوقطبی الکترونی ممنوع است، چون به علت تقارن مولکول، مولکول N-N ، با استفاده از یک نوع ایزوتوپ، برای هر دو اتم‌های نیتروژن گشتاور دوقطبی الکترونی خالصی ندارد. ترازهای ارتعاشی بالاتر N_2 نیز با ترازهای CO_2 متناظر با آن [تا $(0^\circ 0^\circ 5)$] در تشدید نزدیک $(\Delta E < kT)$ هستند، و گذارهای بین ترازهای برانگیخته، تراز $(0^\circ 0^\circ n)$ و تراز $(0^\circ 0^\circ 1)$ مولکول CO_2 از طریق فرایندی که در معادله $(5.2.10)$ نشان داده شد به سرعت رخ می‌دهد.

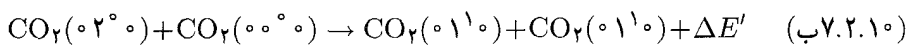
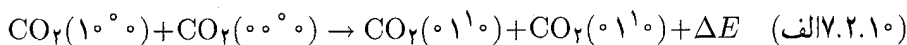
نکته بعدی که بررسی می‌شود فروافت هر دو تراز بالایی و پایینی لیزر است. توجه کنید که با وجودی که گذارهای $(100) \rightarrow (0^\circ 0^\circ 1)$ ، $(0^\circ 2^\circ 0) \rightarrow (0^\circ 0^\circ 1)$ ، $(0^\circ 0^\circ 1) \rightarrow (0^\circ 1^\circ 0)$ ، و $(0^\circ 1^\circ 0) \rightarrow (0^\circ 2^\circ 0)$ ، از نظر اپتیکی مجازند، زمانهای فروافت متناظر با آنها، τ_{sp} ، برای گسیل خودبه‌خود بسیار طولانی است $(\tau_{sp} \propto 1/\nu^3)$. بنابراین فروافت این ترازهای مختلف اساساً توسط

۱. فرایندهای واهلشی که در آنها انرژی ارتعاشی به‌صورت انرژی ارتعاشی مولکولی مشابه یا غیرمشابه تسلیم می‌شود اغلب واهلشهای VV (ارتعاشی-به-ارتعاشی) خوانده می‌شوند.

برخورد تعیین می‌شود. بر این اساس، زمان فروافت τ_s تراز بالایی لیزر را می‌توان از رابطه‌ای از نوع

$$\left(\frac{1}{\tau_s}\right) = \sum a_i p_i \quad (۶.۲.۱۰)$$

به دست آورد، که p_i فشارهای جزئی و a_i ثابتهای آهنگ متناظر با گازها در تخلیه است. برای مثال اگر مورد فشار کل ۱۵ تور (در آمیژه $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ با نسبت فشار جزئی ۸:۱:۱) را در نظر بگیریم، درمی‌یابیم که تراز بالایی طول عمر $\tau_s \cong ۴ \text{ ms}$ دارد. با در نظر گرفتن واهلش تراز پایینتر، با توجه به اینکه گذار $(۰۲۰) \rightarrow (۱۰۰)$ خیلی سریع است و حتی در مولکولی منزوی اتفاق می‌افتد، مطلب را آغاز می‌کنیم. در واقع، اختلاف انرژی بین دو تراز خیلی کوچکتر از kT است. علاوه بر آن، جفت‌شدگی بین دو حالت (تشدید فرمی) حضور دارد، زیرا ارتعاش خمشی به القای تغییر در فاصله بین دو اتم اکسیژن تمایل دارد (یعنی، کشیدگی متقارن را القا می‌سازد). ترازهای (۱۰۰) و (۰۲۰) نیز به طور مؤثر به تراز (۰۱۰) از طریق دو فرایند برخورد نزدیک تشدید می‌شود که در بردارنده مولکولهای CO_2 در حالت پایه است (واهلش VV) به صورت زیر جفت شده‌اند



دو فرایند احتمال بسیار بالایی دارند، چون ΔE و $\Delta E'$ بسیار کوچکتر از kT است. بنابراین نتیجه می‌شود که هر سه تراز (۱۰۰) ، (۰۲۰) ، و (۰۱۰) در زمانی بسیار کوتاه به ترازمندی گرمایی خواهند رسید.

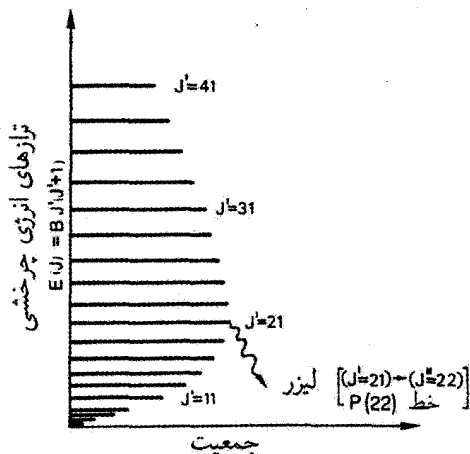
اکنون می‌ماند فروافت (۰۱۰) به تراز پایه (۰۰۰) . اگر این فروافت کوتاه می‌بود، به تجمع مولکولها در تراز (۰۱۰) طی عمل لیزر منجر می‌شد. این به نوبه خود، تجمع در ترازهای (۱۰۰) و (۰۲۰) را حاصل می‌کرد، چون این ترازها با تراز (۰۱۰) در ترازمندی گرمایی‌اند. بنابراین، فرایند فروافت در هر سه تراز آهسته می‌شد، مثلاً گذار $(۰۰۰) \rightarrow (۰۱۰)$ گلوگاهی در فرایند کلی فروافت ایجاد می‌کرد. بنابراین، در نظر گرفتن طول عمر تراز (۰۱۰) مهم است. توجه کنید که چون گذار $(۰۰۰) \rightarrow (۰۱۰)$ گذاری با کمترین انرژی در هر یک از مولکولهای تخلیه است، واهلش از تراز (۰۱۰) تنها با انتقال این انرژی ارتعاشی به انرژی انتقالی ذرات در حال برخورد اتفاق می‌افتد (واهلش VT یا ارتعاشی به انتقالی). طبق نظریه برخورد های کشسان، بیشتر احتمال می‌رود که انرژی به اتمهای سبکتر، در این مورد هلیوم، انتقال یابد. این بدان معناست که این بار نیز

طول عمر، با رابطه‌ای به صورت کلی معادله (۶.۲.۱۰) ارائه می‌شود، و ضریب a_i برای He بسیار بزرگتر از سایر نمونه‌هاست. برای همان فشارهای جزئی که در این مثال در نظر گرفتیم، طول عمر حدود $20 \mu\text{s}$ به دست می‌آید. از بحث گذشته همچنین می‌شود نتیجه گرفت که این نیز مقدار طول عمر تراز پایینتر لیزر است. بنابراین، به علت مقدار بسیار بزرگتر طول عمر حالت بالایی، جمعیت در تراز بالایی لیزر تجمع می‌یابد، به طوری که شرط عمل لیزر پیوسته موج (cw) نیز برآورده می‌شود. توجه کنید که He اثر با ارزش دیگری نیز دارد: به علت رسانایی گرمایی بالای He، این گاز در سردکردن CO_2 با انتقال گرما به دیواره‌های ظرف مؤثر است. برای جلوگیری از انبوه ساختن تراز پایینتر لیزر از طریق برانگیزش گرمایی (در واقع، فاصله انرژی بین ترازها با kT قابل مقایسه است)، برای CO_2 دمای انتقالی پایین لازم است.

از عمده بحثهای گذشته به اختصار می‌توان نتیجه گرفت که نیتروژن در پرجمعیت کردن تراز بالایی لیزر بسیار مؤثر است، در حالی که هلیوم در انتقال جمعیت از تراز پایینتر لیزر تأثیر دارد. از بررسیهای گذشته می‌بینیم که عمل لیزر در لیزر CO_2 یا روی گذار $(10^\circ 0) \rightarrow (00^\circ 1)$ ، در طول موج $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ یا روی گذار $(02^\circ 0) \rightarrow (00^\circ 1)$ در طول موج $\lambda = 9.6 \mu\text{m}$ اتفاق می‌افتد. چون از این گذارها اولی سطح مقطع بزرگتری دارد و هر دو گذار در تراز بالاتر مشترک هستند، گذار $(10^\circ 0) \rightarrow (00^\circ 1)$ معمولاً نوسان می‌کند. برای دستیابی به نوسان روی خط $9.6 \mu\text{m}$ ، بعضی ابزار مناسب گزینش بسامد در کاواک لیزر قرار داده می‌شود تا مانع عمل لیزر روی خطی شود که بالاترین بهره را دارد (اغلب از سیستم شکل ۱۶.۷ الف) استفاده می‌شود).

تاکنون از این امر که هر دو تراز بالایی و پایینی شامل بسیاری از ترازهای چرخشی نزدیک به هم است چشم پوشیده‌ایم. بر این اساس، گسیل لیزری ممکن است روی چندین گذار چرخشی ارتفاعی رخ دهد که به فاصله یکسان از یکدیگر قرار دارند و به یکی از شاخه‌های P یا R تعلق دارند (شکل ۷.۳ را ببینید)، و شاخه P بیشترین بهره را ارائه می‌دهد. به منظور تکمیل بحثمان باید در نظر داشته باشیم که در نتیجه توزیع بولتزمن بین ترازهای چرخشی، تراز چرخشی $J' = 21$ حالت بالایی $(00^\circ 1)$ بیشترین جمعیت را دارد (شکل ۱۱.۱۰ را ببینید).^۱ سپس نوسان لیزر روی گذار چرخشی ارتفاعی با بیشترین بهره، یعنی ناشی از پرجمعیت‌ترین تراز رخ خواهد داد. علت این است که در لیزر CO_2 آهنگ گرمایی شدن میان ترازهای چرخشی $(\sim 10^6 \text{s}^{-1} \text{Torr}^{-1})$ سریعتر از آهنگ کاهش جمعیت (به علت گسیل القایی) تراز چرخشی است که از آن گسیل لیزری اتفاق می‌افتد. بنابراین، کل جمعیت ترازهای چرخشی در عمل لیزر روی تراز چرخشی با بالاترین

۱. بنا به دلیل تقارن، تنها ترازهای با مقادیر فرد J در مولکول CO_2 اشغال می‌شوند.

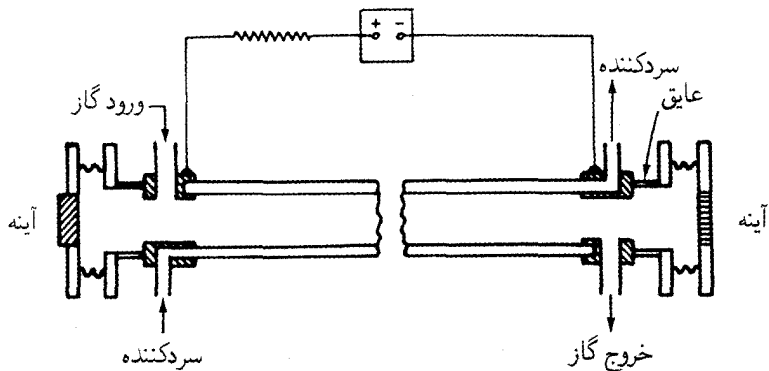


شکل ۱۱.۱۰ جمعیت نسبی ترازهای چرخشی در تراز بالایی لیزر CO₂.

بهره مشارکت دارند. در نتیجه، برای آنکه به این بحث خاتمه دهیم، در لیزر CO₂ عمل لیزر به طور عادی روی خط P(۲۲) [یعنی (J' = ۲۱) → (J'' = ۲۲)] در گذار (۱۰°۰) → (۰۰°۱) صورت می‌گیرد. سایر خطوط از همان گذار، همچنین خطوطی که به گذار (۰۲°۰) → (۰۰°۱) تعلق دارند (فاصله بین خطوط چرخشی در لیزر CO₂ حدود ۲ cm⁻¹ است) می‌توانند، مثلاً مطابق با طرح شکل ۱۶.۷ (الف)، انتخاب شوند.

سهم اصلی در پهنای خط لیزری در لیزر CO₂ ناشی از اثر دوپلری است. اما، در مقایسه با مثلاً لیزری در ناحیه مرئی، مقدار پهنای خط دوپلری متناظر با آن نسبتاً کوچک است (حدود ۵۰ MHz) که ناشی از بسامد ν پایین گذار لیزری است (مثال ۲.۳ را ببینید). ولی از پهن شدگی برخوردی نمی‌توان چشم پوشید (مثال ۳.۳ را ببینید)، و برای لیزرهای CO₂ که در فشار بالا ($p > 10^0$ Torr) عمل می‌کنند، پهن شدگی برخوردی معمولاً سازوکار غالب پهن شدگی خط است.

بر اساس طراحی ساختاری، لیزرهای CO₂ در رده‌های زیر قرار می‌گیرند: لیزرهای با شارش محوری آهسته، لیزرهای محفظه بسته، لیزرهای موجبر، لیزرهای با شارش محوری سریع، لیزرهای سردشونده پخشی، لیزرهای با شارش عرضی، لیزرهای فشار جوی برانگیخته عرضی (TEA)، و لیزرهای گاز دینامیکی. در اینجا لیزر گاز دینامیکی را بررسی نمی‌کنیم، چون اصول عملکرد آن در بخش ۱.۶ تشریح شد. قبل از بررسی سایر رده‌ها، یادآور می‌شویم که، با وجود تفاوت این لیزرها با یکدیگر در بسیاری از پارامترهای عملکرد بررسی شده (مثلاً توان خروجی)، تمامی آنها



شکل ۱۲.۱۰ نمودار طرح کلی لیزر CO₂ با شارش طولی گاز.

در نمود مشخصه بسیار مهمی، یعنی بازدهی بالای شیب (۲۵-۱۵٪) مشترک‌اند. این بازدهی بالا، از بازدهی کوانتومی بالای لیزری (حدود ۴۰٪، شکل ۹.۱۰ را ببینید) و فرایندهای دمش کارآمد بالا نتیجه می‌شود که در لیزر CO₂ در دمای الکترون بهینه تخلیه (شکل ۲۸.۶ را ببینید) رخ می‌دهد.

(الف) لیزرهای با شارش محوری آهسته. اولین عمل لیزر CO₂ که به نتیجه رسید در این نوع لیزر بود [۱۰]. آمیزه گاز به آهستگی در طول لوله لیزر (شکل ۱۲.۱۰) شارش می‌یابد، تنها برای اینکه محصولات تجزیه شده، مخصوصاً CO را خارج سازند، که در غیر این صورت لیزر را آلوده خواهد ساخت. دفع گرما از طریق پخش گرمایی شعاعی به دیواره‌های لوله لیزر (که معمولاً از شیشه است) میسر می‌شود، که آنها نیز از طریق سردکننده‌ای مناسب (معمولاً آب) از ناحیه خارجی لوله سرد می‌شوند. اغلب از آرایش با آینه داخلی استفاده می‌شود، و در طرح شکل ۱۲.۱۰، یکی از نگهدارنده‌های فلزی که آینه‌های کاواک را نگه می‌دارد باید در ولتاژ بالایی برده شود. یکی از محدودیتهای اصلی این لیزر از توان خروجی بیشینه در واحد طول تخلیه (۶۰-۵۰ w/m ناشی می‌شود، که مستقل از قطر لوله به دست می‌آید. در واقع، از معادله (۲۴.۴.۶)، درمی‌یابیم تعداد مولکولهایی را که به تراز بالایی لیزر در واحد حجم و در واحد زمان دمیده می‌شوند می‌توان چنین نوشت

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_p = N_t \frac{J}{e} \left(\frac{\langle v\sigma \rangle}{v_{سوق}}\right) \quad (۸.۲.۱۰)$$

که J چگالی جریان؛ σ سطح مقطع برخورد الکترونی مناسبی است که هم برانگیزش مستقیم و هم برانگیزش انتقال انرژی را در بر می‌گیرد؛ N_t کل جمعیت حالت پایه CO₂ است. برای آهنگهای

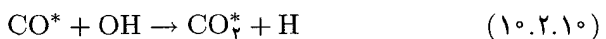
دمش خیلی بالاتر از آستانه، توان خروجی P با $(dN_T/dt)_p$ و حجم محیط فعال، V_a ، متناسب است. بنابراین از معادله (۸.۲.۱۰) می‌توانیم بنویسیم

$$P \propto JN_T V_a \propto JpD^2l \quad (9.2.10)$$

که D قطر محیط فعال، l طول آن، و p فشار گاز است. در شرایط عملکرد بهینه، موارد زیر را داریم:

(۱) حاصلضرب pD باید ثابت باشد (حدود $22.5 \text{ Torr} \times \text{cm}$ ، مثلاً به ازای $D = 1.5 \text{ cm}$ ، فشار برابر با 15 Torr) تا تخلیه در دمای بهینه الکترون نگه داشته شود. (۲) به علت محدودیتهای گرمایی اعمال شده با الزام به انتقال گرما به دیواره‌های لوله، مقدار بهینه‌ای برای چگالی جریان وجود دارد، و این مقدار با عکس قطر لوله، D ، متناسب است. وقتی به وجود مقدار بهینه J پی می‌بریم که می‌بینیم چگالی جریان اضافی به گرمای اضافی آمیزه گاز منجر می‌شود (حتی با بازدهی 20% ، حدود 80% توان الکتریکی در تخلیه به صورت گرما اتلاف می‌شود)، که جمعیت گرمایی در ترازهای پایینتر لیزر را به همراه دارد. متناسب بودن مقدار بهینه J با عکس D هنگامی فهمیده می‌شود که دریابیم با افزایش قطر لوله، گرمای ایجاد شده دشوارتر به سمت دیواره‌ها منتقل می‌شود. از این بحث نتیجه می‌گیریم که در شرایط بهینه، هم J و هم p با عکس D متناسب‌اند؛ از این رو، از معادله (۹.۲.۱۰)، می‌بایم که مقدار بهینه P تنها با طول l لوله لیزر متناسب است. لیزرهای CO_2 با شارش محوری آهسته و توان نسبتاً پایین ($100\text{--}500 \text{ W}$) به طور گسترده‌ای برای جراحی لیزری، آرایش مقاومت، برش صفحات سرامیکی برای صنایع الکترونیکی، و جوشکاری صفحات نازک فلزی ($1 \text{ mm} <$) به کار برده می‌شوند.

(ب) لیزرهای محفظه بسته. هرگاه شارش آمیزه گاز مطابق با آرایش نشان داده شده در شکل ۱۲.۱۰ متوقف شود، عمل لیزر ظرف چند دقیقه باز می‌ایستد. این امر ناشی از آن است که محصولات واکنش شیمیایی که هنگام تخلیه تشکیل می‌شوند (مخصوصاً CO) از محیط خارج نمی‌شوند، بلکه روی دیواره‌های لوله لیزر جذب می‌شوند، یا با الکترودها برهم‌کنش می‌کنند و بنابراین تعادل $\text{CO}_2 - \text{CO} - \text{O}_2$ را برهم می‌زنند. در نهایت، این به تجزیه بخش بزرگی از مولکولهای CO_2 در آمیزه گاز منجر می‌شود. برای لیزر محفظه بسته، نوعی کاتالیزور باید در لوله گاز حضور داشته باشد تا تولید مجدد CO_2 از CO را ممکن کند. روش ساده‌ای برای این کار افزودن مقدار کمی H_2O (1%) به آمیزه گاز است. این امر احتمالاً دو اثر واکنش



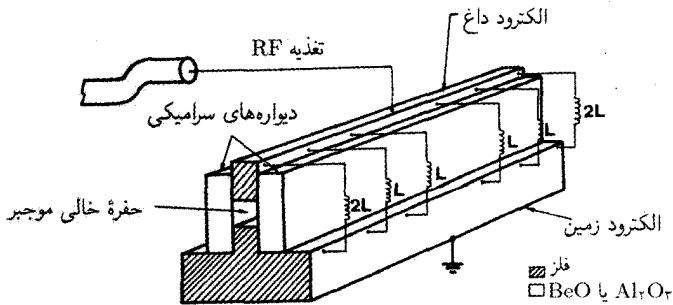
که متضمن مولکولهای CO و CO_2 در حالت‌های برانگیخته ارتعاشی است، به تولید مجدد CO_2

منجر می‌شود. این مقدار نسبتاً کم بخار H_2O ممکن است به صورت گاز هیدروژن و اکسیژن به آمیزه اضافه شود. در واقع، چون اکسیژن در تجزیه CO_2 به وجود می‌آید، تنها هیدروژن است که باید به مخلوط اضافه شود. روش دیگر القای واکنش ترکیب مجدد با استفاده از کاتد Ni داغ ($300^\circ C$) است که به صورت کاتالیزور عمل می‌کند. با چنین روشهایی، طول عمر لوله‌های محفظه بسته بیش از ۱۰۰۰۰ ساعت به دست آمده است.

لیزرهای محفظه بسته توانهای خروجی در واحد طول حدود $60 W/m$ ایجاد می‌کنند که با خروجی لیزرهای با شارش طولی گاز قابل مقایسه است. لیزرهای محفظه بسته با توان پایین ($1 W$) با طول کوتاه (که در نتیجه روی تک مد عمل می‌کنند)، غالباً در آزمایشهای اپتیکی هترودین به عنوان نوسانگرهای موضعی استفاده می‌شود. لیزرهای محفظه بسته CO_2 با توان کمی بیشتر (حدود ۱۰ وات) برای جراحی میکرونی و مائشینکاری میکرونی مورد توجه هستند.

(ج) لیزرهای موجبر موئین. اگر قطر لوله لیزر در شکل ۱۲.۱۰ به حدود چند میلیمتر کاهش یابد ($2-4 mm$)، وضعیت پیش می‌آید که تابش لیزری از دیواره‌های داخلی لوله هدایت می‌شود. این لیزرهای موجبر CO_2 اتلاف پراشی پایینی دارند. لوله‌های BeO یا SiO_2 بهترین کارکرد را داشته‌اند. به علت قطر کوچک لیزر موجبر CO_2 ، فشار آمیزه گاز باید افزایش چشمگیری یابد ($200-100 Torr$)، با این افزایش فشار، بهره در واحد طول لیزر نیز متعاقباً افزایش می‌یابد. بنابراین، می‌توان لیزرهای کوتاه ($L < 50 cm$) CO_2 ای ساخت که با شرط دشوار کاهش تلفات کاواک مواجه نباشد؛ اما، توان قابل دریافت از واحد طول تخلیه، دارای همان محدودیتی است که قبلاً در مورد لیزرهای شارش محوری آهسته بحث شد ($50 W/m$). بنابراین، لیزرهای موجبر CO_2 ، به ویژه زمانی مفیدند که لیزرهای CO_2 کوتاه و جمع‌وجور با توان پایین ($P < 30 W$) مورد نیاز باشد (مثلاً برای جراحی میکرونی).

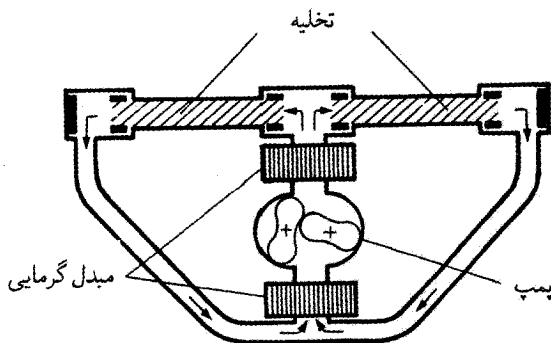
برای آنکه این لیزرها کاملاً جمع‌وجور شوند، معمولاً به صورت ابزارهای محفظه بسته به کار می‌روند. آرایش لیزر ممکن است مشابه با آرایش لیزر در شکل ۱۲.۱۰ باشد، که جریان تخلیه به صورت طولی در امتداد لوله لیزر شارش می‌یابد، یا مشابه با شکل ۱۳.۱۰ باشد، که جریان (که معمولاً از طریق چشمه rf تأمین می‌شود) به صورت عرضی در عرض لوله شارش می‌یابد. با توجه به اینکه \mathcal{E}/p باید ثابت باشد، لذا، برای مقدار مفروض میدان الکتریکی تخلیه \mathcal{E} ، آرایش دمش عرضی به علت ولتاژ بسیار کاهش یافته الکتروود (یک یا دو مرتبه بزرگی) نسبت به دمش طولی مزیت قابل ملاحظه‌ای دارد. برانگیزش در بسامد رادیویی ($\nu \cong 30 MHz$) مزایای بسیاری دارد [۱۱]؛ مهمترین این مزایا عبارت‌اند از: (۱) حذف دائم کاتد و آند، که به حذف مسائل مرتبط با پلاسما شیمیایی در کاتد می‌انجامد. (۲) با کمک عناصر بدون اتلاف ساده (نظیر، تیغه‌ای دی‌الکتریک) که



شکل ۱۳.۱۰ نمودار طرحوار لیزر موجبر CO_2 با برانگیزش rf.

به صورت سری در مدار تخلیه قرار می‌گیرند (مثلاً، شکل ۲۱.۶ را ببینید)، تخلیه‌ای پایدار حاصل می‌سازد. در نتیجه این مزایای گوناگون، لیزرهای با تخلیه rf علاوه بر اینکه برای لیزرهای موجبر به کار می‌روند، برای لیزرهای با شارش سریع محوری و لیزرهای با شارش عرضی، که بعد از این بررسی می‌شوند، نیز به کار برده می‌شوند. لوله لیزر موجبر CO_2 یا سرد نمی‌شود، یا برای واحدهای بالاترین توان در طریق هوای فشرده سرد می‌شود.

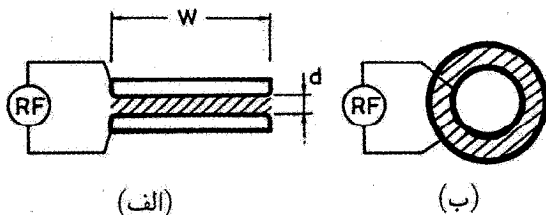
(د) لیزرهای با شارش سریع محوری. برای غلبه بر محدودیت توان خروجی لیزر CO_2 با شارش آهسته محوری، که به کمک معادلات (۸.۲.۱۰) و (۹.۲.۱۰) بررسی شد، راه حل عملی و نیز جالبی هست و آن شارش آمیزه گاز از لوله لیزر در سرعت بسیار بالای فوق صوتی (حدود 50 m/s) است. در این مورد، گرما به سادگی، با بیرون راندن آمیزه گاز داغ از ناحیه تخلیه منتقل می‌شود؛ سپس آمیزه گاز در خارج لوله از طریق مبدل گرمایی مناسب سرد شده و سپس مطابق شکل ۱۴.۱۰ به ناحیه تخلیه بازگردانده می‌شود. از تخلیه طولی dc یا، غالباً تخلیه عرضی rf در مقطع لوله شیشه‌ای (شکل ۱۸.۶) می‌توان برای ایجاد برانگیزش هر یک از دو لوله لیزری بهره برد که در شکل نشان داده شده است. به این طریق که عمل شود، مقدار بهینه‌ای برای چگالی جریان وجود ندارد، بنابراین توان در واقع به صورت خطی با I افزایش می‌یابد، که به توانهای خروجی بالاتر در واحد طول تخلیه (حدود 1 kW/m یا حتی بیشتر) منجر خواهد شد. علاوه بر سرد شدن، آمیزه گاز در خارج از لوله لیزر نیز از کاتالیزور مناسبی می‌گذرد که باز ترکیب CO با O_2 را ممکن می‌سازد و بنابراین باز تولید مولکول CO_2 مورد نیاز را حاصل می‌سازد. (قبلاً مقداری O_2 به علت تجزیه CO_2 در ناحیه تخلیه در آمیزه گاز حضور دارد.) به این طریق یا می‌شود به عملکرد به صورت محفظه کاملاً بسته دست یافت یا حداقل الزامات پر کردن مجدد محفظه برای آمیزه را می‌شود در کمترین سطح نگه داشت. لیزرهای CO_2 با شارش سریع محوری با توانهای بالا



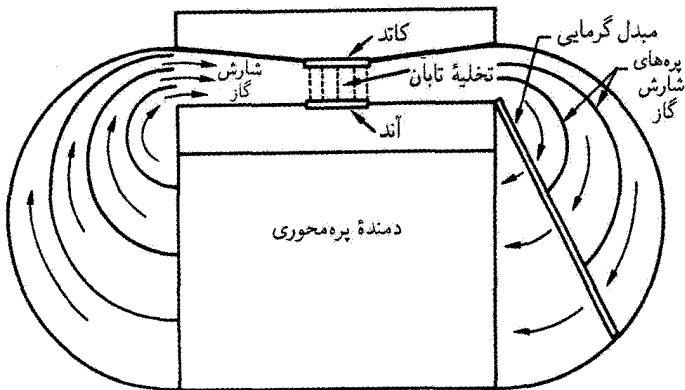
شکل ۱۴.۱۰ نمودار طرحوار لیزر CO₂ با شارش سریع محوری.

(۱-۳ kW) برای بسیاری از کاربردهای کار با مواد، مخصوصاً برای برشهای فلزی (با ضخامت تا چند میلیمتر) به طور متداول به کار می‌روند.

(ه) لیزرهای سردشونده پخشی. روش دیگر غلبه بر محدودیت توان لیزر با شارش آهسته عرضی، استفاده از تخلیه عرضی با فاصله d الکترودها است که بسیار کوچکتر از پهنای W الکترودها است [هندسه تیغه‌ای شکل ۱۵.۱۰ (الف) را ببینید]. در این مورد، آمیزه گاز از طریق شارش گرمایی یک‌بعدی به سمت الکترودهایی که با آب خنک می‌شوند، به طور مؤثری سرد می‌شود. توان خروجی لیزر در این مورد مطابق رابطه $P_{out} = (CWl)/d$ افزایش می‌یابد، که C ثابت $C \cong 50 \text{ W/m}$ و l طول الکترودها است [۱۲]. بنابراین به‌ازای فاصله مفروض الکترودها، توان خروجی به‌جای طول الکترودها با سطح الکترودها، Wl ، افزایش می‌یابد؛ که این مثلاً در مورد لیزرهای CO₂ با شارش آهسته محوری برقرار است [معادله (۹.۲.۱۰) را ببینید]. برای فاصله کاملاً کوچک الکترودها، به توانهای زیاد در واحد سطح الکترودها می‌توان دست یافت [مثلاً، برای $d = 3 \text{ mm}$



شکل ۱۵.۱۰ نمودار طرحوار لیزر CO₂ سردشونده پخشی با استفاده از: (الف) هندسه تیغه‌ای یا (ب) آرایش هندسه حلقه‌وار.



شکل ۱۶.۱۰ نمودار طرحوار برای لیزر CO_2 با شارش عرضی.

به جای آرایش هندسۀ تیغه‌ای در شکل ۱۵.۱۰ (الف)، آرایش هندسۀ حلقه‌وار در شکل ۱۵.۱۰ (ب) را نیز می‌توان به کار برد؛ آرایش دوم از نظر فنی پیچیده‌تر است، ولی دستیابی به دستگاه‌های جمع‌وجورتر را ممکن می‌سازد.

در اینجا باید تأکید کرد که نتایج قبلی در صورتی صادق است که پهنای الکتروود به مقدار چشمگیری بزرگتر (تقریباً یک مرتبه بزرگی) از فاصله الکتروودها باشد. ایجاد تخلیه با کیفیت مرغوب و باریکۀ خروجی با ویژگی‌های واگرایی مطلوب از محیط بهره‌ای با چنین کشیدگی، مشکلاتی در بر دارد. ولی برای دستیابی به تخلیه‌های پایدار و یکنواخت از نظر فضایی می‌توان از مزایای برانگیزش rf بهره برد. از جهت دیگر، به‌ازای فواصل الکتروود در مرتبه چند میلیمتر، باریکۀ لیزر در جهت عمود بر سطح الکتروود هدایت می‌شود، و در جهت موازی با این سطح به‌صورت آزاد منتشر می‌شود. برای دریافت باریکۀ‌های خروجی با کیفیت خوب، تشدیدگرهای هیبرید توسعه پیدا کرده‌اند، که در جهت عمود بر الکتروودها پایدار و در جهت موازی با الکتروودها ناپایدارند [۱۳].

امروزه لیزرهای CO_2 جمع‌وجوری با هندسۀ تیغه‌ای و سردکننده پخشی با توانهای خروجی حدود ۲٫۵ kW به‌صورت تجاری موجود است و در کاربردهای کار با مواد قابلیت‌های بالایی دارند.

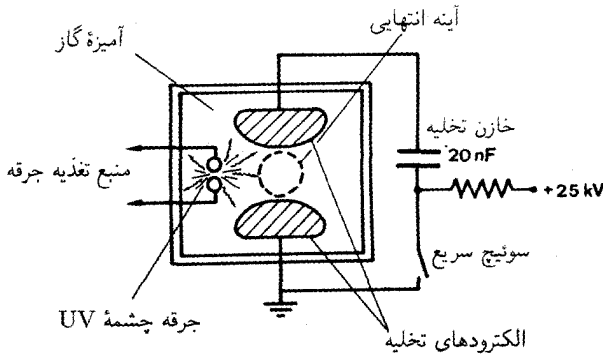
(و) لیزرهای با شارش عرضی. طریق دیگر غلبه بر محدودیتهای توان در لیزر با شارش آهسته محوری شارش آمیزه گاز عمود بر تخلیه است (شکل ۱۶.۱۰). اگر سرعت شارش نسبتاً زیاد باشد، مانند لیزرهای با شارش سریع محوری، گرما از طریق همرفت و نه پخش به سمت دیواره‌ها، منتقل می‌شود. به این ترتیب، اشباع توان خروجی برحسب جریان تخلیه، دیگر مانند مورد شارش سریع محوری، رخ نخواهد داد، و به توانهای خیلی بالایی در واحد طول تخلیه می‌توان دست

یافت (چند kW/m ; شکل ۷.۷ را نیز ببینید). کل فشار بهینه (10^0 Torr) امروزه نوعاً یک مرتبه بزرگی از سیستمهای با شارش طولی با قطر بزرگ بیشتر است. افزایش فشار کل p مستلزم افزایش میدان الکتریکی متناظر \mathcal{E} در تخلیه است. در واقع، برای شرایط عملکرد بهینه، نسبت \mathcal{E}/p برای تمام موارد تقریباً یکسان می‌ماند، چون این نسبت دمای الکترونیهای تخلیه را تعیین می‌کند [معادله (۲۲.۴.۶) را ببینید]. با این مقدار بالای میدان الکتریکی، آرایش تخلیه طولی، نظیر شکل ۱۲.۱۰ عملی نیست، چون تخلیه معمولاً عمود بر محور تشدیدگر اعمال می‌شود (لیزرهای با میدان الکتریکی عرضی، یعنی لیزرهای TE).

از لیزرهای TE، CO_2 با شارش سریع عرضی و توان خروجی بالا ($1-20 \text{ kW}$) برای بسیاری از کاربردهای فلزکاری (جوشکاری، سخت‌سازی سطح، آلیاژکاری سطح فلزی) بهره می‌برند. این لیزرها، در مقایسه با لیزرهای با شارش سریع محوری دستگاههای ساده‌تری هستند و برای شارش عرضی به سرعت شارش کمتری نیاز دارند. اما، کیفیت باریکه لیزرهای با شارش طولی سریع به‌طور چشمگیری بهتر است و علت آن تقارن استوانه‌ای توزیع جریان تخلیه آنهاست، و این برای کاربردهای برشکاری اهمیت ویژه‌ای به آنها بخشیده است.

(ز) لیزرهای فشار جوی برانگیخته عرضی. در لیزر CO_2 cw نوع TE، افزایش فشار عملکرد به بالای 10^0 Torr ساده نیست. در بالاتر از این فشار و در چگالیهای جریانی که معمولاً به‌کار می‌رود، ناپایداریهای تخلیه تابان برقرار می‌شود و موجب تشکیل قوسهای الکتریکی در داخل حجم محیط تخلیه می‌شود. برای غلبه بر این مشکل، ولتاژ را می‌توان به‌صورت تپی به الکترودهای عرضی اعمال کرد. اگر مدت زمان تپ به اندازه کافی کوتاه باشد (کسری از میکروثانیه)، ناپایداریهای تخلیه، زمانی برای گسترش نخواهند یافت، به‌طوری که فشار عملکرد را می‌توان تا بالای فشار جو افزایش داد. بنابراین این لیزرها را برانگیخته عرضی در فشار جوی^۱ (TEA) می‌نامند. این لیزرها خروجی تپی تولید می‌کنند و انرژیهای خروجی زیادی در واحد حجم تخلیه ($50-100 \text{ J/liter}$) را حاصل می‌سازند. برای پرهیز از تشکیل قوس الکتریکی، بعضی از شکلهای یونش (پیش‌یونش) را نیز به‌کار می‌برند؛ تپ پیش‌یونش درست جلوتر از تپ اصل ولتاژ که برانگیختگی گاز را ایجاد می‌کند، اعمال می‌شود.

شکل ۱۷.۱۰ آرایش متداولی را نشان می‌دهد که یونش از طریق گسیل شدید uv ناشی از ردیفی از جرقه‌هایی موازی با طول لوله لیزر ایجاد می‌شود. گسیل عمیق uv این جرقه‌ها، یونش لازم را هم با فوتویونش محتوای گاز و هم گسیل الکترون القاشده توسط uv ناشی از الکترودها (پیش‌یونش vu) حاصل می‌سازد. سایر فنون پیش‌یونش شامل تفنگهای باریکه الکترونی تپی



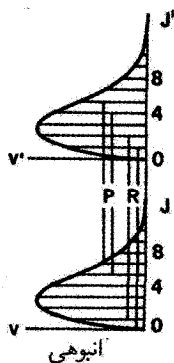
شکل ۱۷.۱۰ نمودار طرحوار (مشاهده در امتداد محور لیزر) لیزر CO_2 نوع TEA. لیزر از تابش uv از چندین چشمه مولد جرقه که در طول محور لوله لیزر قرار داده شده است برای پیش‌یونش گاز استفاده می‌کند.

(پیش‌یونش با باریکه الکترونی) و یونش به وسیله اثر هاله‌ای (پیش‌یونش هاله‌ای) است. هرگاه یونش در کل حجم تخلیه گاز حاصل شود سوئیچ سریع (تاروترون هیدروژنی یا گاف جرقه) بسته می‌شود، به طوری که تپ اصلی تخلیه از الکترودهای تخلیه عبور می‌کند. با توجه به اینکه ابعاد عرضی تخلیه لیزر معمولاً بزرگ است (چند سانتیمتر)، اغلب از دو آینه انتهایی استفاده می‌شود تا آرایش تشدیدگر ناپایدار را به دست دهد [تشدیدگر هم‌کانونی ناپایدار شاخه مثبت، شکل ۱۸.۵ (ب) را ببینید]. برای آهنگهای تکرار بالاتر، آمیژه گاز عمود بر محور تشدیدگر شارش می‌یابد و به وسیله مبدل گرمایی مناسب سرد می‌شود؛ از این طریق، آهنگهای تکرار تا چند کیلوهرتز به دست آمده است. مشخصه جالب دیگر این لیزرها، پهنای خط نسبتاً پهن آنهاست (حدود ۴ GHz در فشار $p = 1 \text{ atm}$ ، به علت پهن‌شدگی برخوردی). بنابراین، به تپهای اپتیکی با مدت زمان کمتر از 1 ns با لیزرهای TEA قفل شده مدی می‌توان دست یافت.

لیزرهای CO_2 نوع TEA با شارش عرضی و با آهنگ تکرار نسبتاً بالا ($\sim 50 \text{ Hz}$) و توان خروجی متوسط نسبتاً بالا ($\langle P_{out} \rangle \cong 300 \text{ W}$) به صورت تجاری موجود است. علاوه بر بهره‌بردن در کاربردهای علمی، این لیزرها برای کار با مواد کاربردهای صنعتی پیدا کرده‌اند، در این موارد سرشت تپی باریکه مزایایی در بر دارد (مثلاً، علامت زدن با تپ لیزر، یا کندگی تپی مواد پلاستیکی).

۲.۳.۲.۱۰ لیزر CO

مثال دوم لیزرگازی که از گذارهای ارتعاشی چرخشی بهره می‌برد لیزر CO است که به طور خلاصه آن را بررسی خواهیم کرد. این لیزر به سبب طول موج کوتاهتر ($\lambda \cong 5 \mu\text{m}$) نسبت به لیزر CO_2 ، همراه با بازدهی و توان بالای آن، توجه چشمگیری را به خود جلب کرده است. توانهای خروجی



شکل ۱۸.۱۰ وارونی جزئی بین دو گذار ارتعاشی (v, v') با جمعیت کل یکسان.

فراتر از ۱۰۰ kW و بازدهیهای متجاوز از ۶۰٪ در آن دیده شده است [۱۴]؛ اما، برای دستیابی به این نوع عملکرد، آمیزه‌های گاز باید در دمای برودتی (۷۷-۱۰۰ K) نگه داشته شود. عمل لیزر در ناحیه $5-\mu\text{m}$ ناشی از گذارهای متعدد چرخشی ارتعاشی [مثلاً از $v(10) \rightarrow v'(11)$ تا $v(6) \rightarrow v'(7)$ در $T = 77\text{ K}$] مولکول CO ای است که به شدت برانگیخته شده است.

دمش ترازهای ارتعاشی CO از طریق برانگیزش برخورد الکترونی حاصل می‌شود. مولکول CO همانند مولکول هم‌الکترون N_2 ، سطح مقطع به طور غیرعادی بزرگی برای برانگیختگی برخورد الکترونی ترازهای ارتعاشی خود داراست. بنابراین، تقریباً ۹۰٪ انرژی الکترون در تخلیه به انرژی ارتعاشی مولکول CO تبدیل می‌شود. نمود مهم دیگر مولکول CO این است که واهلش $V-V$ با آهنگ خیلی سریعتر از واهلش VT (که به طور غیرعادی پایین است) تحقق می‌یابد. در نتیجه جمعیت غیربولتزمنی در ترازهای ارتعاشی بالاتر از طریق فرایندی برقرار می‌شود که دمش ناهماهنگ نامیده می‌شود و نقش مهمی ایفا می‌کند.^۱ به سبب این پدیده وارونی کلی در جمعیت ارتعاشی مولکول CO ممکن نمی‌شود، ولی وضعیتی معروف به وارونی جزئی رخ می‌دهد. این وضعیت در شکل ۱۸.۱۰ نشان داده شده است، که جمعیت چرخشی دو حالت ارتعاشی مجاور هم را نشان

۱. دمش ناهماهنگ از برخوردی از نوع $\text{CO}(v=n) + \text{CO}(v=m) \rightarrow \text{CO}(v=n+1) + \text{CO}(v=m-1)$ با $n > m$ ناشی می‌شود، به علت ناهماهنگی (پدیده‌ای که برای تمامی نوسانگرهای مولکولی نشان داده می‌شود)، فاصله بین ترازهای ارتعاشی برای ترازهایی که در نردبان ارتعاشی بالاتر قرار دارند کوچکتر می‌شود (شکل ۱۸.۳ را نیز ببینید). این بدان مفهوم است که در فرایند برخوردی از نوعی که در بالا نشان دادیم، با $n > m$ ، کل انرژی ارتعاشی دو مولکول CO پس از برخورد، قدری کوچکتر از قبل از برخورد است. بنابراین، احتمال اینکه فرایند برخورد در این جهت تحقق یابد بیشتر از جهت عکس آن است. این بدان معناست که داغترین مولکول CO [$\text{CO}(v=n)$] از نردبان ترازهای ارتعاشی بالا می‌رود، و این امر به توزیع غیربولتزمنی جمعیت میان ترازهای ارتعاشی منجر می‌شود.

می‌دهد. با وجودی که جمعیت کل دو حالت ارتعاشی در این شکل برابر است، برای دو گذار P [($J = 5$) → ($J = 6$)], ($J = 4$) → ($J = 5$)] و نیز برای دو گذار شاخه R وارونی وجود دارد که در شکل نشان داده شده است.

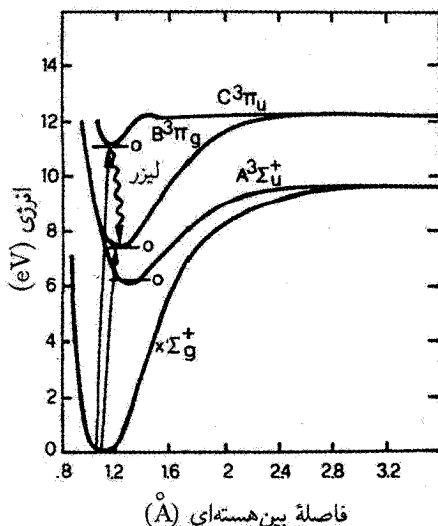
تحت شرایط وارونی جزئی، عمل لیزر صورت می‌گیرد و پدیده جدیدی که آبشاری نامیده می‌شود نیز نقش مهمی را به عهده دارد. در واقع، عمل لیزر تراز چرخشی حالت بالاتر را از جمعیت تهی و تراز چرخشی حالت ارتعاشی پایینتر را پرجمعیت می‌سازد. سپس جمعیت در تراز پایینتر آن قدر انباشته می‌شود که به وارونی جمعیت نسبت به تراز چرخشی حالت ارتعاشی همچنان پایینتر منتهی می‌شود. همزمان، تراز چرخشی حالت بالاتر آن قدر از جمعیت تهی می‌شود که به وارونی جمعیت نسبت به تراز ارتعاشی با حالت ارتعاشی همچنان بالاتر منجر می‌شود. این فرایند آبشاری، با آهنگ خیلی پایین VT جفت می‌شود که در نتیجه عمده انرژی ارتعاشی به صورت انرژی خروجی لیزر استخراج می‌شود و این در ترکیب با بازدهی برانگیزش خیلی بالا، بازدهی بالای لیزرهای CO را توجیه می‌کند. لزوم دمای پایین ناشی از نیاز به دمش ناهماهنگ بسیار کارآمد است. در واقع، جمعیت بیش از حد در ترازهای بالای ارتعاشی، در مقایسه با توزیع بولتزمن، و بنابراین درجه وارونی جزئی، با کاهش دمای انتقالی، به سرعت افزایش می‌یابد.

مانند لیزرهای CO₂، لیزرهای CO با شارش طولی، تپی TE₁ پیش یونیده با باریکه الکترونی و برانگیزش گاز دینامیکی عمل کرده‌اند. تاکنون شرط دماهای برودتی توسعه تجاری لیزرهای CO را با محدودیت روبه‌رو ساخته است. ولی، اخیراً لیزرهای CO پرتوانی ($P > 1 \text{ kW}$) به صورت تجاری عرضه شده‌اند که در دمای اتاق عمل می‌کنند، در حالی که بازدهی شیب بالایی (۱۰٪) را حفظ کرده‌اند. این لیزرها هم‌اکنون به منزله چشمه‌ای عملی برای کاربردهای کار با مواد در دست بررسی فعال‌اند.

۳.۳.۲.۱۰ لیزر نیتروژن

به منظور ارائه مثال کاملاً مرتبیطی با لیزرهای ارتعاشی الکترونی، لیزر N₂ را بررسی می‌کنیم [۱۵]. مهمترین نوسان این لیزر در $\lambda = 337 \text{ nm (uv)}$ است و به رده لیزرهای خود پایان‌دهنده تعلق دارد.

شکل ۱۹.۱۰ طرح تراز انرژی مربوط به مولکول N₂ را نشان می‌دهد. عمل لیزر در سیستم معروف به مثبت دوم، یعنی در گذاری از حالت $C^3\Pi_u$ (که از این به بعد حالت C نامیده می‌شود) به حالت $B^3\Pi_g$ (حالت B) صورت می‌گیرد^۱. اعتقاد این است که برانگیزش حالت ۱. در شرایط متفاوت عملکرد، عمل لیزر می‌تواند در نزدیک فروسرخ ($1.2\text{--}1.4\ \mu\text{m}$) در سیستم مثبت اول نیز صورت گیرد که مربوط به گذار $A^2\Sigma_u^+ \rightarrow B^3\Pi_g$ است.



شکل ۱۹.۱۰ حالت‌های انرژی مولکول N_2 . برای سادگی، تنها پایینترین تراز ارتعاشی ($v = 0$) برای هر حالت الکترونی نشان داده شده است.

C از برخوردهای برخورد الکترونی با مولکولهای N_2 حالت پایه ناشی می‌شود. چون هر دو حالت‌های C و B حالت‌های سه‌گانه‌اند، گذار از حالت پایه از نظر اسپین ممنوع است. ولی طبق اصل فرانک-کاندون انتظار می‌رود که سطح مقطع برانگیزش ناشی از برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی و در نتیجه ناشی از برخورد الکترونی، به تراز $v = 0$ حالت C بزرگتر از سطح مقطع به تراز $v = 0$ حالت B باشد. در واقع، در مقایسه با حالت پایه، کمینه پتانسیل حالت B از کمینه پتانسیل حالت C به طرف فاصله بین هسته‌ای زیادتری جابه‌جا شده است. طول عمر (تابش) حالت C ، 40 نانوثانیه است، در حالی که طول عمر حالت B ، 10 میکروثانیه است. روشن است که این لیزر نمی‌تواند به صورت پیوسته موج کار کند، چون شرط $(1.3.7)$ صادق نیست. ولی این لیزر را می‌توان به صورت تپی برانگیخت به شرط آنکه تب الکتریکی از 40 نانوثانیه بسیار کوتاهتر باشد. عمل لیزر عمدتاً روی چند خط چرخشی گذار $v''(0) \rightarrow v'(0)$ ($\lambda = 337.1 \text{ nm}$) صورت می‌گیرد، چون این گذار دارای بزرگترین سطح مقطع گسیل القایی است. نوسان روی گذارهای $v''(1) \rightarrow v'(0)$ در ($\lambda = 357.7 \text{ nm}$) و $v''(0) \rightarrow v'(1)$ در ($\lambda = 315.9 \text{ nm}$) نیز رخ می‌دهد، ولی شدت آنها کمتر است. در جدول ۲.۱ بعضی داده‌های طیف‌نمایی لیزر N_2 به اختصار آمده است.

در فشار بالای مفروض آمیزه گاز (حدود 40 mbar گاز N_2 و 96 mbar گاز He) و میدان

جدول ۲.۱۰ خواص حاصل از طیف‌نمایی گذارهای لیزر uv و ترکیب آمیزهٔ گاز در لیزرهای نیتروژن و KrF

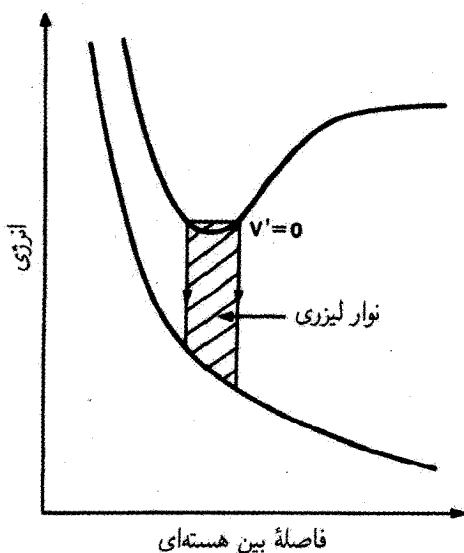
نوع لیزر	N_2	$(KrF)^*$
طول موج لیزر (nm)	۳۳۷٫۱	۲۴۸
سطح مقطع (10^{-14} cm^2)	۴۰	۰٫۰۵
طول عمر حالت بالایی (ns)	۴۰	۱۰
طول عمر حالت پایینی (ns)	۱۰	—
پهنای خط گذار (THz)	۰٫۲۵	۳
فشار جزئی آمیزهٔ گاز (mbar)	$۴۰(N_2)$	$۱۲۰(Kr)$
	$۹۶۰(He)$	$۶(Fr)$
		$۲۴۰۰(He)$

الکتريکی بالای متناظر با آن (10 kV/cm ، \sim)، آرایش TEA (مانند شکل ۱۷.۱۰) معمولاً برای لیزر نیتروژن به‌کار می‌رود. برای دستیابی به تپ جریان سریع ($5-10 \text{ ns}$) مورد نیاز، جریان تخلیه باید تا حد ممکن القابیدگی پایینی داشته باشد. به علت بهرهٔ بالای این گذار خود پایان‌دهنده، نوسان به‌صورت ASE رخ می‌دهد، بنابراین لیزر را می‌توان حتی بدون آینه‌ها به‌کار انداخت. با وجود این معمولاً یک آینه در یکی از دو انتهای لیزر قرار داده می‌شود، که در نتیجه بهرهٔ آستانه و در پی آن انرژی الکتريکی آستانه برای گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده (ASE) کاهش می‌یابد (بخش ۲.۹.۲ را ببینید). همچنین، حضور آینه خروجی لیزر در یک جهت را تضمین می‌کند و واگرایی باریکه را کاهش می‌دهد. با این نوع لیزر، دستیابی به تپهای لیزری با قلهٔ توان بالا (1 MW ، \sim) و مدت زمان کوتاه (10 ns ، \sim) در آهنگهای تکرار بالا (تا 10^6 Hz ، \sim) ممکن می‌شود. لیزرهای نیتروژن، با فشار نیتروژن تا فشار جو و بدون هلیوم نیز توسعه یافته است. در این مورد، مسئلهٔ قوس الکتريکی با کاهش بیشتر (تا حدود 1 ns) مدت زمان تپ و ولتاژ رفع شده است. بهرهٔ افزایش یافته در واحد طول، ناشی از فشار بالاتر N_2 ، و تخلیهٔ سریع نشان می‌دهد که این نوع لیزر معمولاً بدون آینه عمل می‌کند. طول لیزر را می‌توان خیلی کوتاه نگه داشت ($50-100 \text{ cm}$)، و در نتیجه می‌توان به تپهای خروجی با مدت زمان کوتاه دست یافت (حدود 10^6 ps) با قلهٔ توان 10^6 kW). لیزرهای نیتروژن با مدت زمان تپ بلند (10 ns ، \sim) و کوتاه (10^6 ps ، \sim) همچنان در حکم دمش لیزرهای رزینهای به‌کار می‌روند، چون اکثر رنگها در ناحیهٔ uv به‌شدت نور را جذب می‌کنند.

۴.۳.۲.۱۰ لیزرهای اکسایمر

این لیزرها ردهٔ جالب و مهمی از لیزر مولکولی را عرضه می‌کنند که دربرگیرندهٔ گذارهایی بین حالت‌های الکترونی مختلف مولکولهای خاصی است که به آنها اکسایمرها می‌گویند [۱۷]. مولکول دواتمی A_2 با منحنیهای انرژی پتانسیل همانند شکل ۲۰.۱۰ را به ترتیب برای حالت‌های پایه و برانگیخته در نظر بگیرید. چون حالت پایه به صورت دافعه است، مولکول در این حالت وجود ندارد، یعنی نمونه تنها به صورت تک پار A در حالت پایه وجود دارد. ولی چون منحنی انرژی پتانسیل برای حالت برانگیخته دارای کمینه است، نمونه‌ها در این حالت مقیدند؛ یعنی به صورت دوپار وجود دارند. چنین مولکول A_2^* را اکسایمر می‌گویند که صورت اختصاری واژه‌های دوپار برانگیخته^۱ است. فرض کنیم به طریقی تعداد زیادی اکسایمر در حجم مفروضی از ماده ایجاد شده باشد. آن وقت در شرایط مناسب عمل لیزر روی گذار بین حالت بالاتر (مقید) و حالت پایینتر (آزاد) صورت می‌گیرد (گذار مقید-آزاد). این لیزر اکسایمر است؛ مثال کلاسیک آن لیزر Ne_2^* یعنی اولین لیزر اکسایمری است که به کار افتاد ($\lambda = 170$ nm) [۱۶].

لیزرهای اکسایمر سه ویژگی بارز و مهم دارند: (۱) چون گذار بین حالت‌های متفاوت الکترونی از یک مولکول رخ می‌دهد، عموماً طول موج گذار متناظر با این حالتها در ناحیهٔ طیفی uv واقع



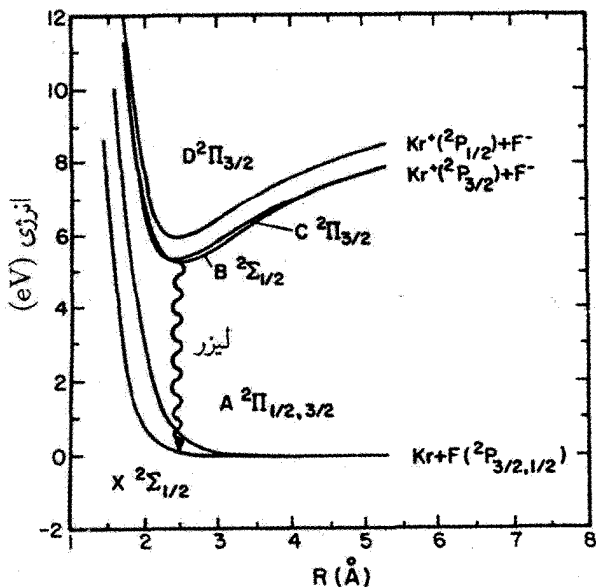
شکل ۲۰.۱۰ حالت‌های انرژی لیزر اکسایمر.

می‌شود. (۲) وقتی مولکول به حالت پایه می‌رسد، گسیل القایی خود را انجام داده است، و به علت پتانسیل دافعه این حالت (پایه) به سرعت تجزیه می‌شود. یعنی تراز پایینی لیزر را می‌توان خالی فرض کرد. بنابراین لیزر طبق چهارترازی عمل می‌کند. (۳) به علت نبود ترازهای انرژی در حالت پایه، گذارهای چرخشی-ارتعاشی وجود نخواهند داشت و گذاری که مشاهده می‌شود بی‌شکل و نسبتاً پهن است ($\Delta\nu = 10^0 - 2^0 \text{ cm}^{-1}$). ولی، توجه کنید که در بعضی از لیزرهای اکسایمر، منحنی انرژی حالت پایه متناظر با حالت دافعه خالص نیست، ولی کمینه‌ای (پایاب) دارد. در این مورد، گذار بین حالت مقید بالایی و حالت مقید (ضعیف) پایینی رخ می‌دهد (گذار مقید-مقید). با وجود این، چون حالت پایه تنها به صورت ضعیفی مقید است، مولکول در این حالت یا به خودی خودش دچار تجزیه سریع می‌شود (به این فرایند پیش تجزیه می‌گویند) یا بر اثر برخورد اول با سایر گونه‌ها در آمیزه گاز تجزیه می‌شود. بنابراین، در این مورد نیز، گسیل نور طیف پیوسته‌ای را ایجاد خواهد کرد.

اکنون، به رده‌ای مهم از لیزرهای اکسایمر می‌پردازیم که در آن اتم گاز نادر (مخصوصاً Kr، Xe، Ar) در حالت برانگیخته با اتم هالوژن (قلیایی)، (مخصوصاً F، Cl) ترکیب می‌شود تا اکسایمر هالید-گاز-نادر را تشکیل دهد.^۱ مثالهای خالص اینها هستند: ArF ($\lambda = 193 \text{ nm}$)، KrF ($\lambda = 248 \text{ nm}$)، XeF ($\lambda = 351 \text{ nm}$)، و XeCl ($\lambda = 309 \text{ nm}$) که همگی در UV نوسان می‌کنند. هالیدهای گاز نادر، در حالت برانگیخته، وقتی اتم گاز نادر برانگیخته با هالوژن در حالت پایه واکنش می‌کند، به سرعت شکل می‌گیرند. در واقع، اتم گاز نادر از نظر شیمیایی شبیه به اتم قلیایی می‌شود، و می‌دانیم که چنین اتمی فوراً با هالوژنها وارد واکنش می‌شود. این تشابه نیز نشان می‌دهد که پیوند در حالت برانگیخته مشخصه یونی دارد. در فرایند پیوندی، الکترون برانگیخته از اتم گاز نادر به اتم هالوژن منتقل می‌شود. این حالت مقید را نیز حالت انتقال بار می‌نامند.

اکنون لیزر KrF را با جزئیات بیشتری بررسی می‌کنیم، چون این لیزر از مهمترین لیزرهای این رده است (شکل ۲۱.۱۰) تراز بالایی لیزر حالت انتقال-باز مقید-یونی است، که در فاصله بین هسته‌ای بزرگ ($R \rightarrow \infty$) با حالت P^2 یون مثبت Kr و با حالت S^1 یون منفی F متناظر است. بنابراین، برای فواصل بین هسته‌ای بزرگ، منحنیهای انرژی حالت بالایی از قانون کولن پیروی می‌کند. بنابراین پتانسیل برهم‌کنش بین دو یون، از حالتی که برهم‌کنشهای کووالانسی غالب می‌شوند تا فواصل بسیار بزرگتری (۵ر۰ تا ۱ nm) ادامه می‌یابد (با شکل مثلاً ۱۹.۱۰ مقایسه شود). حالت پایینی به صورت

۱. به عبارت دقیقتر، آنها را نباید اکسایمر نامید، چون دربرگیرنده پیوند بین اتمهای نامشابه‌اند. شاید عبارت exciplex یعنی صورت اختصاری excited complex در این مورد پیشنهاد مناسبتری باشد. با وجود این امروزه واژه اکسایمر مصطلح شده است که ما نیز از این روند پیروی می‌کنیم.



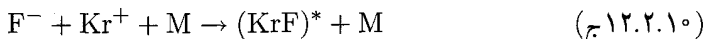
شکل ۲۱.۱۰ نمودار پتانسیل انرژی که حالت‌های انرژی F، Kr را نشان می‌دهد [۱۷].

کووالانسی مفید شده است؛ در فواصل بین هسته‌های بزرگ ($R \rightarrow \infty$), با حالت 1S اتم Kr و حالت 2P اتم F متناظر است. در نتیجهٔ برهم‌کنش مدارها (اوربیتال‌ها)ی متناظر، هر دو حالت بالایی و پایینی برای فواصل کوتاه بین هسته‌های به حالت‌های \sum^2 و Π^2 تقسیم می‌شوند که در طیف‌نگاری مولکولی شناخته شده هستند. عمل لیزر روی گذار $X^2 \sum \rightarrow B^2 \sum$ رخ می‌دهد، چون بزرگترین سطح مقطع را عرضه می‌کند. توجه کنید که در مدت گذار، الکترونی که موجب تابش می‌شود از یون F^- به یون Kr^+ انتقال می‌یابد. جدول ۲.۱۰ برخی از داده‌های مرتبط با طیف‌نمایی برای این گذار را نشان می‌دهد.

دو سازوکار اصلی برانگیزش که مسئول ایجاد اکسایمرهای KrF هستند، از اتم‌های برانگیختهٔ Kr یا یونهای Kr ناشی می‌شوند. مسیر مربوط به اتم‌های برانگیخته را می‌توان با واکنشهای زیر توصیف کرد



که Kr ابتدا توسط الکترون تخلیه برانگیخته می‌شود، سپس، با مولکول فلوئور واکنش می‌دهد. مسیر مربوط به یونهای Kr را می‌توان به سه واکنش زیر توصیف کرد



که ابتدا یونهای Kr و F، سپس بازترکیب آنها در حجم تخلیه، در حضور عامل سومی [معمولاً He، به عنوان گاز بافر] تولید می‌شود تا هر دو شرط پایستگی انرژی و تکانه را برآورده سازد. توجه کنید که واکنش (ب) (۱۲.۲.۱۰) و واکنش خاصی است (و اغلب به هم پیوستگی تجزیه‌پذیر نامیده می‌شود) و از میل شدید ترکیبی الکترون اتمهای F ناشی می‌شود. همچنین توجه کنید که به علت برهم‌کنش با بردبلند بین دو یون درحال واکنش، ممکن است واکنش (ج) (۱۲.۲.۱۰) خیلی سریع اتفاق افتد، مشروط بر آنکه فشار گاز بافر به اندازه کافی بالا باشد. در واقع، فشارهای جزئی He خیلی بالاتر از فشار جو معمولاً به‌کار می‌آیند. (آمیزه گاز نوعی حاوی حدود ۱۲۰ mbar گاز Kr، ۶ mbar گاز F₂، و ۲۴۰۰ mbar گاز He است.) با این شرط، مسیر واکنشی که با واکنش (۱۲.۲.۱۰) توصیف شده است، سازوکار غالب در تولید (KrF)* خواهد بود.

چون فشار آمیزه گاز بالاتر از فشار جو است، لیزرهای اکسایمر تنها در نظام تپی عمل می‌کنند، بنابراین آرایش کلی TEA در شکل ۱۷.۱۰ به‌کار می‌رود؛ ولی قطعات محفظه لیزر، سیستم شارش گاز باید با گاز بسیار واکنش‌پذیر F₂ سازگار باشد. علاوه بر این، به علت طول عمر کوتاهتر حالت بالایی و برای اجتناب از شکل‌گیری قوس الکتریکی، معمولاً برای لیزرهای اکسایمر، دمش سریعتری را در مقایسه با لیزرهای CO₂ نوع TEA تدارک می‌بینند.

لیزرهای اکسایمر با آهنگهای تکرار بالا (تا حدود ۵۰۰ Hz) و توان متوسط بالا (تا حدود ۱۰۰ W) به‌صورت تجاری موجودند، در حالی که سیستمهای آزمایشگاهی بزرگتر با توان متوسط بالاتر (بیش از چند کیلووات) وجود دارند. بازدهی این لیزرها نسبتاً بالاست (۲-۴٪) که ناشی از بازدهی بالای کوانتومی (شکل ۲۱.۱۰ را ببینید) و بازدهی بالای فرایندهای دمش است.

لیزرهای اکسایمر را برای ایجاد کندگی روی انواع پلاستیک و نیز مواد زیستی به‌کار می‌برند، چون این مواد در طول موجهای uv جذب شدیدی نشان می‌دهند. در واقع، در بعضی از این مواد، عمق نفوذ هر تپ لیزری تنها حدود چند میکرون است. به علت جذب شدید و مدت زمان کوتاه تپ، فرایند کندگی شدیدی حاصل می‌شود، که ماده مستقیماً به ترکیبات فرار تبدیل می‌شود. کاربردها شامل مته‌زنی سوراخهای خیلی دقیق روی ورقه‌های نازک پلاستیکی (نظیر آنهایی که مثلاً در هد چاپگر جهت جوهر به‌کار می‌رود) و تراش قرنی به‌منظور تغییر توان انکسار چشم و تصحیح نزدیک‌بینی است. در زمینه لیتوگرافی، نور uv در طول موج ۲۴۸ nm چشمه خوب نوری برای

دستیابی به نموده‌های با اندازهٔ زیر میکرونی در میکروتراشه‌های نیم‌رسانا فراهم می‌سازد. لیزرهای اکسایمر در حکم دمنده‌های لیزر رزین‌های نیز به‌کار می‌روند، چون اکثر رنگها نور uv را به شدت جذب می‌کنند.

۳.۱۰ لیزرهای شیمیایی

معمولاً به لیزری لیزر شیمیایی می‌گویند که وارونی جمعیت مستقیماً از واکنش شیمیایی گرمازا حاصل می‌شود.^۱ لیزرهای شیمیایی غالباً در بردارندهٔ واکنش شیمیایی شرکت‌پذیر یا تجزیه‌پذیر بین عناصر گازی است [۱۸، ۱۹].

واکنش شرکت‌پذیر را می‌توان با معادله‌ای به صورت $A + B \rightarrow AB$ تعریف کرد. در واکنش گرمازا برخی از گرمای واکنش یا به صورت انرژی چرخشی ارتعاشی، یا به صورت انرژی الکترونی مولکول AB ظاهر می‌شود. بنابراین، اگر وارونی جمعیت حاصل شود، واکنش شرکت‌پذیر اصولاً به گذار ارتعاشی چرخشی یا الکترونی ارتعاشی می‌انجامد. ولی، با وجود کوشش، تاکنون عملکرد لیزرهای شیمیایی تنها روی گذارهای ارتعاشی چرخشی نشان داده شده است. برای این نوع گذار، طول موجهای نوسان تا به امروز از ۳ تا $10 \mu\text{m}$ گسترده شده است؛ لیزرهای HF و DF که به آن خواهیم پرداخت، بارزترین مثالها قلمداد می‌شوند.

واکنش تجزیه‌پذیر را می‌توان با معادله‌ای به صورت کلی $ABC \rightarrow A + BC$ توصیف کرد. اگر واکنش گرمازا باشد، مقداری از گرمای واکنش یا به صورت انرژی الکترونی گونهٔ اتمی A یا به صورت انرژی داخلی گونهٔ مولکولی BC باقی می‌ماند. بارزترین مثال از لیزری که از این نوع واکنش بهره می‌برد، لیزر اتمی ید است، که ید به صورت شیمیایی به حالت $P_{1/2}^2$ اش برانگیخته می‌شود، به طوری که عمل لیزر بین حالت $P_{1/2}^2$ و حالت پایهٔ $P_{3/2}^2$ (در طول موج $\lambda = 1.315 \mu\text{m}$) رخ می‌دهد. ید اتمی برانگیخته را می‌توان از طریق تجزیهٔ گرمازای CH_3I (یا CF_3I) به دست آورد، تجزیه با استفاده از نور uv ($\sim 300 \text{ nm}$) حاصل از لامپهای درخش پرتوان ایجاد می‌شود.

اخیراً، ید برانگیخته از طریق تولید اکسیژن مولکولی برانگیخته از کلر مولکولی که با پروکسید هیدروژن واکنش می‌دهد، حاصل شده است. اکسیژن مولکولی به حالت یک‌تایه با طول عمر بلندش (حالت الکترونی پایهٔ مولکول اکسیژن حالت سه‌تایه است) برانگیخته می‌شود، سپس انرژی خود را به ید اتمی منتقل می‌سازد (لیزر شیمیایی اکسیژن-ید).

لیزرهای شیمیایی به دو علت اصلی اهمیت دارند: (۱) آنها مثال جالبی از تبدیل مستقیم انرژی طبق این تعریف، لیزر گاز دینامیکی CO_2 که در بخش ۱.۶ بررسی می‌شود، لیزر شیمیایی نیست هرچند جمعیت حالت بالاتر در نهایت از واکنش احتراقی ناشی می‌شود.

شیمیایی به انرژی الکترومغناطیسی هستند. (۲) بالقوه توان خروجی بالا (در عملکرد پیوسته موج) یا انرژی خروجی بالایی (در عملکرد تپی) فراهم می‌سازند. علت آن است که مقدار انرژی موجود در واکنش شیمیایی گرمازا معمولاً خیلی زیاد است.^۱

۱.۳.۱۰ لیزر HF

لیزرهای شیمیایی HF با استفاده از SF_۶ یا F_۲ به منزله ترکیباتی عمل می‌کنند که اتم فلئوئور را حاصل می‌سازند؛ از دیدگاه عملی، دو لیزر بسیار متفاوت‌اند.

در ابزارهای تجاری، از مولکول (گاز نادر) SF_۶ به منزله دهنده فلئوئور استفاده می‌شود و آمیزه گاز شامل H_۲ و نیز مقدار زیادی He است. حال تخلیه الکتریکی به منظور تجزیه SF_۶ و برانگیزش واکنش به‌کار می‌رود. فشار کمی آمیزه گاز حدود فشار جو است، لیزر به صورت تپی است و آرایش آن به آرایش لیزر TEA CO_۲ بسیار شبیه است. ولی، انرژی خروجی آن بسیار کمتر از انرژی الکتریکی ورودی است، بنابراین تنها تا حدودی لیزر شیمیایی تلقی می‌شود.

در لیزر شیمیایی F_۲ + H_۲، مقدار معینی از اتم فلئوئور از طریق تجزیه از مولکولهای فلئوئور حاصل می‌شود. این فلئوئور اتمی سپس با هیدروژن مولکولی به صورت زیر

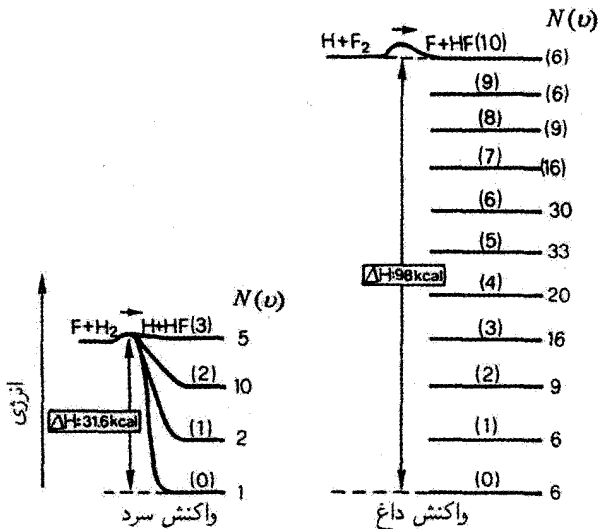


واکنش می‌دهد که اتم هیدروژن را تولید خواهد کرد. هیدروژن اتمی سپس با مولکول فلئوئور طبق واکنش دوم زیر واکنش می‌دهد



به این ترتیب پس از این واکنش دوم فلئوئور اتمی برگردانده می‌شود، و این اتم فلئوئور همان چرخه واکنش را تکرار می‌کند، تا آخر. بنابراین واکنش زنجیره‌ای کلاسیک داریم که به تولید زیادی از مولکولهای HF می‌انجامد. توجه کنید که گرمای واکنشهای (۱.۳.۱۰) و (۲.۳.۱۰) به ترتیب ۳۱۶ kcal/mole و ۹۸ kcal/mole^۱ است، بنابراین به دو واکنش، به ترتیب، واکنش سرد و داغ گفته می‌شود. همچنین توجه کنید که در مورد واکنش سرد به‌سادگی می‌شود نشان داد که انرژی آزادشده $\Delta H = ۳۱۶ \text{ kcal/mole}$ با انرژی $\Delta H \cong ۱۳۷۲ \text{ eV}$ به‌زای هر مولکول ایجادشده HF متناظر است. اکنون اختلاف انرژی بین دو تراز ارتعاشی HF متناظر

۱. برای مثال، آمیزه‌ای از H_۲، F_۲، و سایر مواد (۱۶٪) از H_۲ و F_۲ در آمیزه‌ای از گاز در فشار جو گرمای واکنش، ۲۰۰۰ J/liter دارد، که از این مقدار ۱۰۰۰ J به‌صورت انرژی ارتعاشی HF می‌ماند (که از نظر انرژی لیزری موجود، مقدار بزرگی است).

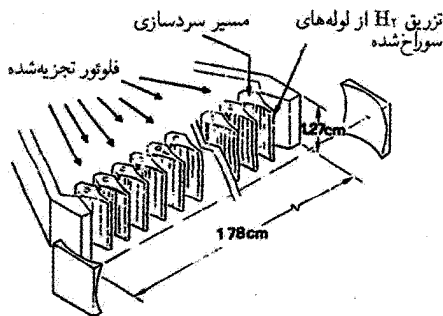


شکل ۲۲.۱۰ دمش ترازهای ارتعاشی مولکول HF از طریق دو واکنش (الف) $F + H_2 \rightarrow HF^* + H$ و (ب) $H + F_2 \rightarrow HF^* + F$. جمعیت‌های نسبی $N(v)$ با عدد کوانتومی v نیز در دو شکل نشان داده شده است.

با طول موج گذار $\lambda \cong 3 \mu m$ حدود $\Delta E \cong 0.414 eV$ است. به این ترتیب، اگر تمامی انرژی به صورت برانگیختگی ارتعاشی مولکولهای برانگیخته شده ارتعاشی HF آزاد شود، می‌شود به تعداد حالت‌های کوانتومی ارتعاشی تا $v = 3$ دست یافت [شکل ۲۲.۱۰ (الف)] را ببینید. ولی، آن بخش از انرژی واکنش که به انرژی ارتعاشی اختصاص می‌یابد، به سرعت نسبی گونه‌های برخوردکننده و سم‌تگیری این سرعت نسبت به محور H-H بستگی دارد. در وضعیتی با سم‌تگیری کاتوره‌ای، مثلاً در گاز، می‌توان بخشی از مولکولهایی را که به ترتیب در حالت‌های ارتعاشی ۳ یا ۲، ۱، ۰ هستند محاسبه کرد. اعداد نسبی $N(v)$ مولکولهای برانگیخته HF که از این طریق به دست می‌آیند نیز در همین شکل نشان داده شده‌اند. برای مثال، از ۱۸ مولکول، ۵ مولکول در حالت $v = 3$ واقع می‌شود و در نتیجه تقریباً عمده انرژی موجود را به شکل انرژی ارتعاشی به خود می‌گیرد. از جهتی دیگر، از ۱۸ مولکول، ۱ مولکول در حالت ارتعاشی پایه ($v = 0$) قرار می‌گیرد، در این مورد، کل آنتالپی واکنش به صورت انرژی جنبشی محصولات واکنش (عمدتاً H چون این سبکترین محصول است) ظاهر می‌شود. از شکل می‌بینیم که اگر این تنها واکنش بود، وارونی جمعیت مخصوصاً برای گذار ($v = 1$) \rightarrow ($v = 2$) برقرار می‌شد.

در مورد واکنش داغ، می‌توان به HF برانگیخته تا تراز ارتعاشی ($v = 10$) دست یافت [شکل ۲۲.۱۰ (ب)] جمعیت‌های نسبی این ترازهای ارتعاشی $N(v)$ را نیز می‌شود محاسبه کرد که در همان شکل نشان داده شده‌اند. می‌بینیم که وارونی جمعیت شدیدی مخصوصاً برای گذار ($v = 4$) \rightarrow ($v = 5$) وجود دارد. براساس ملاحظات قبلی، به آسانی می‌توانیم محاسبه کنیم که، مثلاً برای واکنش سرد ($1.3.10$)، بیش از ۶۰٪ انرژی واکنش، به‌طور میانگین، به‌صورت انرژی ارتعاشی آزاد می‌شود. برای اینکه بدانیم چرا مولکول HF پس از واکنش شیمیایی در حالت برانگیخته ارتعاشی قرار می‌گیرد، اتم F را در نظر می‌گیریم که با مولکول H_2 برخورد کند، در نتیجه میل ترکیبی بالای الکترون اتم فلئور، واکنش به‌شدت جاذبه است که به قطبش بالایی از توزیع بار H_2 ، حتی در فواصل بزرگ $F-H_2$ منجر می‌شود. در نتیجه لختی پایین الکترونی، می‌توان الکترون را به اتم فلئور از نزدیکترین اتم هیدروژن انتقال داد، در این صورت قبل از آنکه فاصله بین اتم هیدروژن با فاصله بین هسته‌ای مربوط به فاصله تعادلی HF تطبیق یابد، می‌شود پیوند یونی HF را تشکیل داد. این تصویر کلاسیکی نشان می‌دهد که پس از رخ دادن واکنش، مولکول HF در حالت برانگیخته ارتعاشی قرار می‌گیرد.

از بحث قبلی می‌بینیم که در نتیجه اثر ترکیبی واکنش‌های سرد و داغی که با معادلات ($1.3.10$) و ($2.3.10$) توصیف می‌شوند، وارونی جمعیت بین ترازهای متعدد ارتعاشی HF به‌وقوع می‌پیوندد. اگر محیط فعال در تشدیدگری مناسب قرار داده شود، انتظار می‌رود که عمل لیزر روی شماری از گذارها از مولکولهای HF برانگیخته ارتعاشی، صورت گیرد. در واقع، عمل لیزر روی چند خط از گذار ($v = 0$) \rightarrow ($v = 1$) تا گذار ($v = 5$) \rightarrow ($v = 6$) مشاهده شده است. درحقیقت به علت ناهماهنگی در پتانسیل برهم‌کنش، ترازهای انرژی ارتعاشی در شکل ۲۲.۱۰ به فواصل مساوی از یکدیگر قرار ندارند، بنابراین طیف لیزری که در واقع شامل خطوط چرخشی ارتعاشی بسیاری است، دامنه طیفی نسبتاً وسیعی ($\lambda = 2.7-3.3 \mu m$) را در بر می‌گیرد. باید توجه داشت که تعداد گذارهای لیزری مشاهده شده زیادتر از تعدادی است که طبق وارونی جمعیت در شکل ۲۲.۱۰ انتظار می‌رود. همان‌طور که در مورد لیزر CO بحث شد برای رخ دادن نوسان روی خطوط بیشمار دو علت وجود دارد: (۱) پدیده آبخاری: در واقع اگر گذار ($v = 1$) \rightarrow ($v = 2$)، که (در واقع قویترین گذار است)، به عمل لیزر بینجامد، جمعیت از تراز ۲ تخلیه می‌شود و در تراز ۱ تجمع می‌یابد. در نتیجه، اکنون عمل لیزر روی گذارهای ($v = 2$) \rightarrow ($v = 3$) و ($v = 0$) \rightarrow ($v = 1$) بیشتر میسر می‌شود. (۲) پدیده وارونی جزئی، که طبق این پدیده، حتی هنگامی که وارونی بین جمعیت‌های کلی ترازهای ارتعاشی متناظر وجود نداشته باشد، وارونی جمعیت ممکن است بین بعضی خطوط چرخشی وجود داشته باشد. درنهایت، باید ذکر شود که علاوه بر



شکل ۲۳.۱۰ پخش فراصوتی لیزر شیمیایی HF (یا DF) [۱۸].

عمل لیزر در HF، می‌توان به عمل لیزر در ترکیبات مشابه DF، HCl، و HBr نیز دست یافت، که نوسان روی تعداد زیادی از گذارها در گستره $5\text{-}3.5\text{ }\mu\text{m}$ را فراهم می‌سازد.

شکل ۲۳.۱۰ آرایش ممکن برای لیزر HF یا DF پیوسته موج پرتوان را نشان می‌دهد. فلوئور مولکولی به وسیله گرماده جت قوسی به صورت گرمایی تجزیه می‌شود، آن‌گاه، به وسیله ناوکهای انبساطی مناسب به سرعت فراصوتی (حدود ۴ ماخ) منبسط می‌شود. سپس هیدروژن مولکولی در مسیر جریان از طریق لوله‌های سوراخ‌دار مناسبی که در ناوکها تعبیه شده است با فلوئور مخلوط می‌شود. در نواحی انبساط در مسیر جریان، مولکولهای HF برانگیخته به کمک واکنشهای زنجیره‌ای ($1.3.10$) و ($2.3.10$) ایجاد می‌شوند؛ تشدیدگری مناسب، که محورش عمود بر جهت جریان باشد، حول این نواحی گذاشته می‌شود. برای آنکه بتوان با توان بالای موجود در باریکه در حال گسترش لیزر کارکرد (معمولاً با قطر بزرگ)، اغلب از تشدیدگرهای ناپایدار استفاده می‌شود که آینه‌های فلزی، و سردشونده با آب را به‌کار می‌برند. این نوع لیزرهای شیمیایی توانهای خیلی بزرگ پیوسته‌موج (در گستره مگاوات!) را با بازدهی خوب شیمیایی تولید می‌کنند.

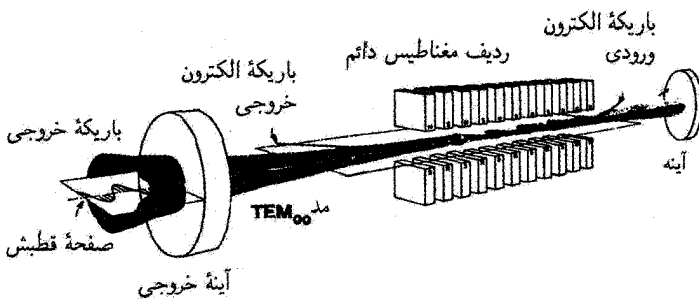
لیزرهای HF تپی نوع TEA به صورت تجاری موجوداند، و این لیزرها، در واقع زمانی که چشمه پر شدت تابش در ناحیه فروسخ میانی لازم باشد (مثلاً، در طیف‌نگاری) کاربردهای محدودی یافته‌اند. لیزرهای شیمیایی HF و DF از نوع نشان داده شده در شکل ۲۳.۱۰ منحصراً برای کاربردهای نظامی به‌کار می‌روند. ملاحظات ایمنی جلوی استفاده از این نوع لیزرها را برای کاربردهای تجاری گرفته است. در واقع، مولکول F_2 از خورنده‌ترین و واکنش‌پذیرترین عوامل شناخته شده است؛ دفع محصولات زائد واکنش دشوار است و، تحت بعضی شرایط، واکنش ($1.3.10$) و ($2.3.10$) حتی ممکن است به انفجار منتهی شود. در زمینه نظامی، به علت توانهای خروجی بالای موجود، این لیزرها را می‌شود در حکم سلاحهای انرژی جهت‌یافته برای مثلاً انهدام

موشکهای دشمن، به کار برد. ابزار پیوسته موج نظامی که MIRACL (لیزر شیمیایی پیشرفته فروسرخ میانی^۱) نامیده می شود، با بهره گیری از DF، بالاترین توان پیوسته موج از هر لیزری را به دست می دهد (۲۲ MW). به این علت از DF به جای HF استفاده می شود که منظور به کارگیری لیزر در پایگاه زمینی است و طول موج گسیل DF در ناحیه ای با تراگسیل نسبتاً خوب جو واقع می شود. در زمینه به کارگیری لیزرهای شیمیایی پروان هیدروژن فلئوراید، یا محتملتر، اکسیژن-ید در هواپیمای پرواز در ارتفاع بالا برای انهدام موشکها در پرواز بالیستیکی یا از پایگاه فضایی برای انهدام موشکها در مدت فاز جهش (وقتی موشک سرعت کمتری دارد و از این نظر آسیب پذیرتر است)، بررسیهای جدی دارد صورت می گیرد.

۴.۱۰ لیزرهای الکترون آزاد

در لیزرهای الکترون آزاد (FELs) باریکه الکترون در سرعتی نزدیک به سرعت نور از میان میدان مغناطیسی ناشی از ساختاری تناوبی (که به آن جنباننده می گویند؛ شکل ۲۴.۱۰ را ببینید) می گذرد [۲۰]. فرایند گسیل القایی از برهم کنش میدان الکترومغناطیسی باریکه لیزری با این الکترونهای نسبیتی که در این ساختار مغناطیسی تناوبی حرکت می کند، رخ می دهد. مثل هر لیزر دیگری، دو آینه انتهایی برای نوسان لیزر بازخورد فراهم می کند. با استفاده از مغناطیسهای خمشی مناسب، باریکه الکترون ابتدا به تاواک لیزر تزریق، و سپس از کاواک خارج می شود.

برای فهم چگونگی این برهم کنش، ابتدا مورد تابش گسیل شده خود به خود را بررسی می کنیم، یعنی زمانی که اصلاً آینه ای به کار نمی رود. وقتی الکترونها به داخل ساختار تناوبی تزریق می شوند، در صفحه عمود بر میدان مغناطیسی حرکت جتباننده، یا موج دار پیدا می کنند (شکل ۲۴.۱۰). در



شکل ۲۴.۱۰ ساختار اساسی لیزر الکترون آزاد (دانشگاه کالیفرنیا، مؤسسه کوانتوم در سانتا باربارا).

نتیجه شتاب الکترون، گسیل طولی از نوع تابش سنکروترون حاصل می‌شود. بسامد تابش گسیل شده را می‌توان به صورت آزمون، با توجه به اینکه الکترون در جهت عرضی در بسامد زاویه‌ای $\omega_q = (2\pi/\lambda_q)v_z \cong (2\pi/\lambda_q)c$ نوسان می‌کند، محاسبه کرد، که دوره تناوب مغناطیس و v_z سرعت (متوسط) طولی الکترون است (تقریباً با سرعت نور در خلا، c برابر است). اکنون مختصاتی را در نظر می‌گیریم که به صورت طولی در سرعت v_z حرکت می‌کند. در این مختصات، الکترون اساساً در جهت عرضی نوسان می‌کند؛ بنابراین شبیه به دوقطبی الکتریکی نوسانی خواهد بود. در این مختصات، به علت انقباض زمانی لورنتس، بسامد نوسان از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\omega' = \frac{\omega_q}{[1 - (v_z/c)^2]^{1/2}} \quad (1.4.10)$$

بنابراین، این بسامد تابش گسیل شده است. اکنون اگر به مختصات آزمایشگاه بازگردیم، بسامد تابشی، جابه‌جایی دوپلری پیدا خواهد کرد. در این صورت، بسامدی که ناظر اندازه می‌گیرد، ω_0 و طول موج متناظر با آن λ_0 به ترتیب از روابط زیر به دست می‌آیند

$$\omega_0 = \frac{1 + (v_z/c)}{[1 - (v_z/c)^2]^{1/2}} \omega' \cong \frac{2\omega_q}{1 - (v_z/c)^2} \quad (2.4.10)$$

و

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_q}{2} \left[1 - \left(\frac{v_z}{c} \right)^2 \right] \quad (3.4.10)$$

توجه کنید که چون $v_z \cong c$ است، λ_0 عموماً خیلی کوچکتر از دوره تناوب مغناطیسی است. برای محاسبه مقدار $[1 - (v_z/c)^2]$ در معادلات (۲.۴.۱۰) و (۳.۴.۱۰)، به یاد می‌آوریم، برای الکترونی کاملاً آزاد که با سرعت v_z در امتداد محور z در حرکت است، داریم $[1 - (v_z/c)^2] = (m_0 c^2/E)^2$ که m_0 جرم در حال سکون الکترون و E انرژی آن است. اما، برای انرژی کلی مفروض، حرکت جنباننده مقدار v_z را کاهش می‌دهد، یعنی مقدار $[1 - (v_z/c)^2]$ را افزایش خواهد داد. با محاسبات دقیق‌تر می‌شود دید که این کمیت از رابطه زیر به دست می‌آید

$$1 - (v_z/c)^2 = (1 + K^2) \left(\frac{m_0 c^2}{E} \right)^2 \quad (4.4.10)$$

که ثابت عددی K معمولاً از واحد کوچکتر است و به آن پارامتر جنباننده می‌گویند. مقدار آن از رابطه $K = e(B^2)^{1/2} \lambda_q / 2\pi m_0 c^2$ به دست می‌آید، که B میدان مغناطیسی جنباننده است و در

امتداد جهت طولی میانگین گرفته می‌شود. از معادلات (۲.۴.۱۰) - (۴.۴.۱۰)، به دست می‌آوریم

$$\omega_0 = \frac{\frac{1}{2}\pi c}{\lambda_q} \left(\frac{1}{1+K^2} \right) \left(\frac{E}{m_0 c^2} \right)^2 \quad (5.4.10)$$

و

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_q}{2} \left(\frac{m_0 c^2}{E} \right)^2 (1+K^2) \quad (6.4.10)$$

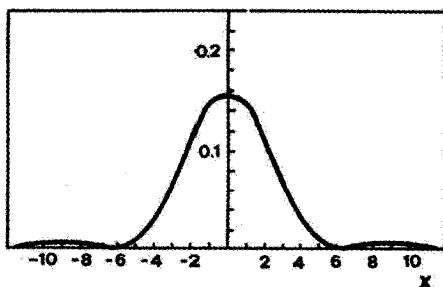
که نشان می‌دهد طول موج گسیل را می‌توان با تغییر دوره تناوب مغناطیس، λ_q و یا انرژی E باریکه الکترون تغییر داد. برای مثال، فرض می‌کنیم، $\lambda_q = 10 \text{ cm}$ و $K = 1$ است، درمی‌یابیم که با تغییر انرژی الکترون از 10^2 تا 10^3 MeV نور گسیل شده از فرسوخ تا فرابنفش گسترش می‌یابد. توجه کنید که طبق بحث قبلیمان، انتظار می‌رود که تابش گسیل شده در صفحه عمود بر جهت میدان مغناطیسی قطبیده باشد (شکل ۲۴.۱۰ را نیز ببینید).

برای محاسبه شکل خط طیفی و پهنای خط تابش گسیل شده، می‌بینیم که، در مختصاتی که قبلاً بررسی شد، گسیل الکترون برای مدت زمان $\Delta t' = (l/c)[1 - (v_z/c)^2]^{1/2}$ دوام دارد، که l طول کلی مغناطیس جنباننده است. حال با استفاده از معادله (۱.۴.۱۰)، می‌بینیم که تابش گسیل شده از هر الکترون شامل تپ مربعی است که شامل تعداد $N_{cyc} = \omega' \Delta t' / 2\pi = l/\lambda_q$ چرخه است، یعنی برابر با تعداد دوره تناوبهای $N_w = l/\lambda_q$ جنباننده. از نظریه استاندارد تبدیل فوریه، نتیجه می‌شود که هر تپ دارای طیف توان به صورت $[\sin(x/2)/(x/2)]^2$ است، که $x = 2\pi N_w (\nu - \nu_0) / \nu_0$. پهنای خط (FWHM) $\Delta\nu_0$ ، سپس به صورت تقریبی از رابطه زیر به دست می‌آید

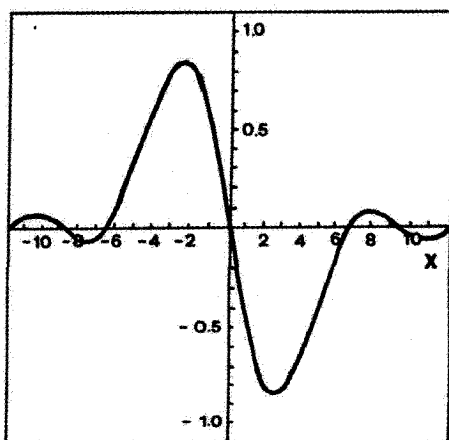
$$\frac{\Delta\nu_0}{\nu_0} = \frac{1}{2N_w} \quad (7.4.10)$$

شکل ۲۵.۱۰ (الف) این طیف را برحسب تابعی از کمیت بدون بُعد x نشان می‌دهد. چون همه الکترونها با یک سرعت و از یک جهت تریق می‌شوند، شکل خط یکسانی را نشان خواهند داد، معادله (۷.۴.۱۰) پهنای خط همگن برای لیزر الکترون آزاد را به دست می‌دهد. آثار ناهمگن از عواملی نظیر گستردگی در انرژی الکترون، واگرایی زاویه‌ای باریکه الکترون، و تغییر در میدان مغناطیسی در مقطع باریکه ناشی می‌شود. توجه کنید که، چون تعداد دوره تناوبهای جنباننده نوعاً $N_w \sim 10^2$ است، از معادله (۷.۴.۱۰)، خواهیم داشت $\Delta\nu_0 / \nu_0 \cong 5 \times 10^{-3}$.

شایان ذکر است که راه دیگری برای بررسی رفتار تابش گسیل شده وجود دارد. در مختصات الکترون در حال سکون که قبلاً بحث شد، میدان مغناطیسی جنباننده ظاهراً با سرعت نزدیک



(الف)



(ب)

شکل ۲۵.۱۰ طیف تابش گسیل شده به صورت خودبه خود، و (ب) سطح مقطع گسیل القایی در لیزر الکترون آزاد برحسب تابعی از کمیت بهنجارشده $z = 2\pi N_w(\nu - \nu_0)/\nu_0$.

به نور حرکت می‌کند. می‌توان نشان داد که میدان مغناطیسی ساکن که به نظر الکترون می‌رسد، اساساً به صورت موج الکترومغناطیسی است که در خلاف جهت منتشر می‌شود. بنابراین، تابش سنکروترون را می‌توان ناشی از پراکندگی رو به عقب کامپتون این موج الکترومغناطیسی مجازی از باریکه الکترون دانست. به این دلیل، بعضی مواقع می‌گویند نوع متناظر FEL در نظام کامپتون عمل می‌کند (FEL کامپتون).

محاسبه سطح مقطع گسیل القایی نیازمند به تحلیل مفصل است از برهم‌کنش بین انتشار طولی موج الکترومغناطیسی و انتشار الکترون در میدان مغناطیسی جنباننده که در اینجا به آن

نپرداخته‌ایم و فقط تذکر داده‌ایم که برخلاف وضعیتی است که قبلاً برای سایر لیزرها بررسی کردیم، توزیع طیفی این سطح مقطع مشابه توزیع طیفی برای تابش گسیل شده خودبه‌خودی نیست؛ به جای آن با مشتق بسامد آن متناسب است. بر این اساس، شکل آن مطابق شکل ۲۵.۱۰ (ب) است که بهره در طرف بسامد پایین و اتلاف در طرف بسامد بالای گذار است. این رفتار غیرعادی اساساً به این علت است که برهم‌کنش مبتنی بر فرایند پراکندگی نور است تا جذب یا گسیل از حالت‌های مقید. تاکنون، عملکرد لیزر الکترون آزاد روی چند دستگاه (بیش از ده دستگاه) در سرتاسر جهان، با طول موج‌های نوسان از ناحیه میلیمتری تا ناحیه UV، نشان داده شده است. تمامی این لیزرها به تسهیلات بزرگی نیازمندند، چون این لیزرها از شتاب‌دهنده‌های الکترونی نسبتاً بزرگی بهره می‌گیرند. از نظر تاریخی، اولین لیزر الکترون آزاد در طول موج $\lambda = 3.4 \mu\text{m}$ با استفاده از شتاب‌دهنده خطی ابرسانایی دانشگاه استنفورد^۱ شروع به کار کرد. [۲۱]. چون باریکه الکترونی ورودی شامل تپهای ۳۲ ps بود که به فاصله $\tau = 847 \text{ ns}$ از یکدیگر قرار داشتند، طول کاواک L چنان انتخاب شد که τ برابر با زمان رفت و بازگشت فوتون باشد (یعنی، $L = c\tau/2 = 127 \text{ m}$)؛ بنابراین لیزر در نظام قفل‌شده مدی همزمان شده عمل کرد.

یکی از مهمترین نتایج پیامد FEL مربوط به بازدهی آن است. چون بسامد گسیل شده به انرژی الکترونی بستگی دارد [معادله (۵.۴.۱۰) را ببینید]، انرژی بیشینه‌ای که می‌توان از الکترون دریافت کرد طوری است که انرژی‌اش چنان جابه‌جا شود که بسامد متناظر با عملکرد در خارج از منحنی بهره بیفتد. در نتیجه، بازدهی بیشینه η_{max} ، که به صورت نسبت انرژی بیشینه‌ای که به باریکه لیزر داده می‌شود و به انرژی اولیه الکترون تعریف می‌شود، به طور تقریبی از $\Delta\nu_0/\nu_0$ به دست می‌آید؛ یعنی $\eta_{\text{max}} = (1/2Nw)$. به این مفهوم که بازدهی در چنین دستگاهی نسبتاً محدود است (10^{-3} – 10^{-2}). دو روش برای دستیابی به بازدهی بالاتر به صورت فعال دنبال می‌شود: (۱) کاهش تدریجی دوره تناوب مغناطیس در طول جهت باریکه الکترونی تا نسبت λ_q/E^2 ثابت بماند (جنباننده نواری). (۲) انرژی که در باریکه الکترون باقی می‌ماند، پس از ترک جنباننده، با کاستن از شتاب الکترونها، بازیافت می‌شود. با استفاده از این روشها، پیش‌بینی می‌شود که به بازدهیهای بسیار بالاتری بتوان رسید، چیزی که در واقع تا اندازه‌ای به آن دست یافته‌اند.

نکته آخر اینکه در تمامی لیزرهای الکترون آزاد که تاکنون شرح داده شد، از ماشینهای باریکه الکترون پرا انرژی ($E > 10 \text{ MeV}$) و جریان پایین ($I \sim 1-100 \text{ A}$) استفاده شده است. در این شرایط، همان‌طور که قبلاً بحث شد. گسیل نور را می‌توان ناشی از پراکندگی کامپتون کوانتومهای مجازی میدان مغناطیسی از تک‌الکترونها در نظر گرفت (نظام کامپتون FEL). لیزرهای الکترون

آزادی که از باریکه‌های الکترونی با انرژی کمتر ($E = ۱-۲ \text{ MeV}$) و جریانهای بسیار بیشتر ($I \sim ۱۰-۲۰ \text{ kA}$) استفاده می‌کنند نیز عمل کرده‌اند. در این مورد، برهم‌کنش الکترون الکترون چنان شدید خواهد شد که حرکت‌های جمعی نوسانی (امواج پلاسمایی)، هنگام برهم‌کنش با موج الکترومغناطیسی در جنباننده، در باریکه الکترون القا می‌شوند. بنابراین، می‌شود گسیل را ناشی از پراکندگی کوانتومهای مجازی میدان مغناطیسی از این حرکت‌های جمعی دانست تا ناشی از تک‌الکترونها. بسامد گسیل شده $\nu_0 = 2\pi/\omega$ دیگر از معادله (۵.۴.۱۰) به دست نمی‌آید، بلکه در واقع بر اثر بسامد این حرکت جمعی به سمت پایین جابه‌جا می‌شود. این پدیده شبیه به پراکندگی رامان نور از ارتعاشهای مولکولی است؛ که لیزر مرتبط با آن را می‌گویند که در نظام FEL -رامان کار می‌کند. به علت مقدار کمتر انرژی الکترون درگیر، این لیزرها در ناحیه موج میلیمتری نوسان می‌کنند. در پایان این بخش جالبترین ویژگیهای لیزرهای الکترون آزاد را فهرست می‌کنیم: قابلیت تنظیم گسترده طول موج، کیفیت بالای باریکه (نزدیک به حد پراشی)، قابلیت بازدهی خیلی زیاد و در نتیجه توان لیزری خیلی بالا (توان متوسط باریکه الکترونی شتاب‌دهنده خطی استانفورد حدود ۲۰۰ kW است). ولی، لیزرهای الکترون آزاد ذاتاً ماشینهایی بزرگ و گرانیقیمتی‌اند؛ بنابراین جذابیت کاربردهای آنها بیشتر متوجه گسترده‌های بسامدی است که به راحتی با لیزرهای معمولی به دست نمی‌آید، مانند ناحیه فرسوخ دور ($۱۰۰-۴۰۰ \mu\text{m}$) یا فرابنفش خلاً ($\lambda < ۱۰۰ \text{ nm}$).

۵.۱۰ لیزرهای پرتو x

دستیابی به نوسان هم‌دوس در ناحیه پرتو x رویایی بود که آهسته ولی پیوسته تحقق یافت [۲۲]. کاربردهای بالقوه لیزرهای پرتو x اهمیت زیادی دارد. در واقع این لیزرها امکاناتی را در اختیار می‌گذارد، نظیر: (۱) تمام‌نگاری پرتو x یا میکروسکوپی پرتو x، مثلاً از سلولهای زنده یا تشکیل‌دهنده‌های سلولی، برای به دست آوردن تصاویر به ترتیب سه بعدی یا دوبعدی با تفکیک‌پذیری زیرنانومتر (۲) لیتوگرافی پرتو x که ایجاد نقوش با تفکیک‌پذیری خیلی بالا عملی شود.

قبل از آنکه به دستاوردها در این ناحیه طول موجی بپردازیم به مشکلاتی اشاره خواهیم کرد که برای دستیابی به عمل لیزر پرتو x باید بر آنها غلبه کرد. با بررسیهای اساسی بحث را شروع می‌کنیم و به یاد می‌آوریم که توان دمش آستانه لیزر چهارترازی از معادله (۱۲.۳.۷) به دست می‌آید:

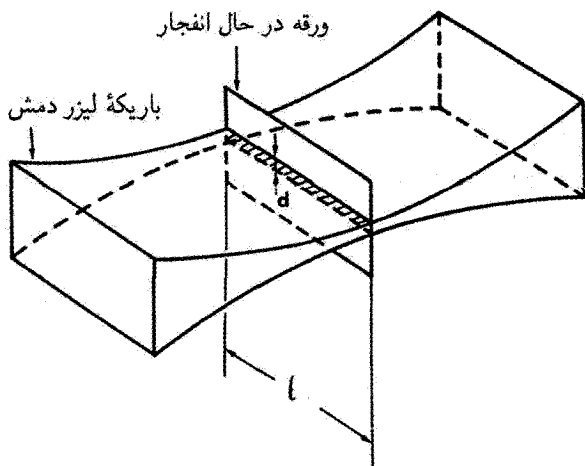
$$P_{th} = \frac{h\nu_{mp} \gamma A}{\eta_p \sigma \tau} \quad (۱.۵.۱۰)$$

البته آستانه کمیته، P_{mth} به ازای $\sigma = \sigma_p$ به دست می‌آید، که σ_p سطح مقطع در قله گذار است. علاوه بر آن، باید این را به حساب آورد که در ناحیه پرتو x طول عمر حالت بالایی τ با طول عمر

گسیل خودبه خود T_{sp} تعیین می‌شود. حال از معادلات (۲۹.۴.۲) و (۱۵.۳.۲)، به دست می‌آوریم $\nu_0^2/gt(^\circ) \propto 1/\sigma_p T_{sp}$ که مستقل از عنصر ماتریس گذار $|\mu|$ است. برای معادله (۹.۴.۲) (خط همگن) یا معادله (۲۸.۴.۲) (خط ناهمگن)، می‌بایم که $gt(^\circ) \propto 1/\Delta\nu$ که $\Delta\nu$ نشان‌دهنده پهنای خط گذار برای خط همگن یا ناهمگن است. بنابراین، برای هر دو مورد، از معادله (۱.۵.۱۰) با $h\nu_{mp} \cong h\nu$ می‌بایم که $P_{mth} \propto \nu^3 \Delta\nu$ است. در بسامدهای در ناحیه vuv (فرابنفش خلاً) تا ناحیه پرتو x نرم و در فشارهای متوسط، فرض می‌کنیم که پهن‌شدگی دوپلری بر پهنای خط غالب می‌شود. بنابراین [معادله (۱۸.۵.۲) را ببینید]، خواهیم داشت $\Delta\nu \propto \nu$ و انتظار می‌رود که P_{mth} با ν^4 افزایش یابد. در بسامدهای بالاتر، متناظر با ناحیه پرتو x ، پهنای خط توسط پهن‌شدگی طبیعی بر پهنای خط غالب می‌شود و طول عمر تابشی خیلی کوتاه خواهد شد (تا ناحیه فمتوثانیه). در این مورد، داریم $\nu^3 \propto 1/T_{sp} \propto \Delta\nu$ ، و انتظار می‌رود که P_{mth} به صورت ν^6 افزایش یابد. بنابراین، اگر مثلاً از ناحیه سبز ($\lambda = 500 \text{ nm}$) به ناحیه پرتو x نرم ($\lambda \cong 10 \text{ nm}$) برویم، طول موج با ضریب ۵۰ کاهش می‌یابد و انتظار می‌رود که P_{mth} با چند مرتبه بزرگی افزایش یابد!

از دیدگاه فنی، مشکل اصلی از این امر ناشی می‌شود که آینه‌های دی‌الکتریک چندلایه‌ای برای ناحیه پرتو x دارای اتلاف هستند و ساختن آنها دشوار است. مسئله اساسی این است که اختلاف ضریب شکست بین مواد مختلف در این ناحیه خیلی کوچک می‌شود. بنابراین، برای دستیابی به بازتابندگی مطلوب، چندلایه‌های دی‌الکتریک با تعداد زیادی (صدها) لایه لازم می‌شود. پراکندگی نور در بسیاری از فواصل بین لایه‌ها، آینه‌ها را با اتلاف زیادی مواجه می‌کند؛ علاوه بر این، مقاومت آینه‌ها در مقابل شدت بالای باریکه لیزر پرتو x دشوار می‌شود. به این دلایل، لیزرهای پرتو x تاکنون بدون آینه به صورت دستگاه‌های ASE عمل کرده‌اند.

لیزر پرتو x نرم مبتنی بر سلنیم ۲۴ بار یونیده (Se^{24+}) را به عنوان مثالی نمونه از محیط فعال بررسی می‌کنیم [۲۳]. در واقع، این اولین لیزر از نوع یادشده (لیزر بازترکیب پرتو x) است که امروزه تعداد زیادی از سایر گونه‌های چند بار یونیده را به منزله محیط فعال در بر می‌گیرد. دمش از طریق باریکه هم‌انگ دوم پرتوان ($\lambda = 532 \text{ nm}$) لیزر نوت^۱ (انرژی تپ حدود ۱ kJ، مدت زمان تپ حدود ۱ ns)، شامل یک بازوی لیزر نوا^۲ در آزمایشگاه لورنس لیورمور در ایالات متحد انجام شده است. باریکه روی خط ظریف ($d \cong 20 \mu\text{m}$ ، $l = 192 \text{ cm}$) روی نوار نازکی (به ضخامت ۷۵ nm) از سلنیم که روی ورقه‌ای به ضخامت ۱۵۰ nm از فورموار^۳ تبخیر شده است، کانونی می‌شود (شکل ۲۶.۱۰). تابش از یک یا هر دو طرف بر ورقه وارد می‌شود.



شکل ۲۶.۱۰ طرح هندسی عرضی تابش لیزر پرتو x نرم، با بهره‌گیری از شیوه ورقه در حال انفجار.

هنگامی که ورقه در معرض شدت بالایی از این باریکه دمش (حدود $5 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$) قرار گیرد، ورقه منفجر شده تشکیل پلازما سلنیم به شدت یونیده تقریباً استوانه‌ای را می‌دهد که قطر آن $d \cong 200 \mu\text{m}$ است. در مدت فرایند بازترکیب الکترون-یون، جزء ترکیبی مخصوصاً با عمر بلند از این پلازما شکل می‌گیرد، که شامل Se^{24+} است. این یون دارای همان آرایش الکترونی حالت پایه Ne خنثی ($1s^2 2s^2 2p^6$)، شکل ۱.۱۰) است؛ که براساس آن، به آن سلنیم شبه نئون می‌گویند. برخوردهای با الکترونهاي پلاسمای داغ ($T_e \cong 1 \text{ keV}$)، Se^{24+} را از حالت پایه‌اش به حالت‌های برانگیخته خواهد برد و به دنبال آن وارونی جمعیت بین حالت‌های $2p^5 3s$ و $2p^5 3p$ ایجاد می‌شود، چون طول عمر گذار $3s$ به حالت پایه خیلی کوتاهتر از طول عمر گذار $3p \rightarrow 3s$ است. (هر دو گذار از نظر دوقطبی-الکتریکی مجازند.) با آرایش دمش در شکل ۲۶.۱۰، گسیل طولی شدید ناشی از ASE روی دو خط ($\lambda_1 = 20.63 \text{ nm}$ و $\lambda_2 = 20.96 \text{ nm}$) گذار $2p^5 3p \rightarrow 2p^5 3s$ مشاهده شده است (شکل ۱.۱۰ را ببینید). به علت بار هسته‌ای بسیار بالاتر Se در مقایسه با Ne، این خطوط در ناحیه پرتو x نرم واقع می‌شوند. از بستگی به طول انرژی گسیل شده، می‌توان استنباط کرد که بیشینه بهره تک عبور $G = \exp(\sigma_p N l)$ ، حدود 700 به دست آمده است. توجه کنید که این بهره هنوز خیلی کمتر از آستانه برای ASE است که در بخش ۲.۹.۲ تعریف شد. در واقع، برای وضعیت تجربی که در اینجا توصیف شد، زاویه فضایی گسیل $\Omega \cong 10^{-4}$ استرادیان است و انتظار می‌رود که همچنان پهن‌شدگی دوپلری بر پهنای خط غالب بیاید. سپس، از معادله (۴.۹.۲) به دست می‌آید $G_{th} \cong 45 \times 10^5$ یعنی که شدت گسیل

شده، ناشی از ASE، همچنان از شدت اشباع تقویت‌کننده خیلی کوچکتر است. در واقع، انرژی خروجی پرتو x حاصل شده کسر بسیار کوچکی (10^{-10}) از انرژی دمش بوده است. از زمانی که این اولین لیزر عرضه شد، فعالیت پژوهشی زیادی در این زمینه صورت گرفته است [۲۴]. بنابراین بسیاری از محیطهای فعال جدید به راه افتاده‌اند، یعنی تعداد بسیاری یونهای شبه نئون (از Ag^{37+} تا Ar^{8+})، تعدادی یونهای شبه‌هیدروژن (از Al^{12+} تا Co^{5+})، یونهای شبه‌لیتیم (از Si^{11+} تا Al^{10+})، و یونهای شبه‌نیکل (از Au^{51+} تا Eu^{35+}). گستره طول موجهای نوسان اکنون از حدود ۳۶ nm تا ۴۷ nm است، در حالی که بهره تک عبور، G ، عموماً از 10^3 تا 10^4 تغییر می‌کند. برای دستیابی به توانهای قله بالای موردنیاز [معادله (۱۰.۱۰) را ببینید]، و همزمان کاهش انرژی لازم دمش، هم‌اکنون تپهای لیزری پیکوثانیه‌ای و حتی فمتوثانیه‌ای اغلب برای دمش به‌کار می‌رود. گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده (ASE) در طول موج 469 nm نیز در شبه نئون Ar^{8+} با گذر یک تپ جریان شدید با مدت زمان کوتاه از یک لولهٔ موئین به طول 10 cm -۱ پر از Ar نیز مشاهده شده است.

۱۰.۶ ملاحظات آخر

در فصل ۱۰ بارزترین مثالهای انواع لیزر، دربرگیرنده محیطهای با چگالی پایین بررسی شده است. به‌طور کلی این لیزرها حجیم‌تر و اغلب کم بازده‌تر از لیزرهای هستند که در فصل ۹ بررسی شدند (مخصوصاً، لیزرهای نیم‌رسانا و لیزرهای حالت جامد دمیدهٔ دیودی). به این دلایل، در شرایط مناسب این لیزرهای با چگالی پایین جای خود را به رقبای لیزر حالت جامدشان داده‌اند. این مسئله در مورد لیزر آرگون صادق بوده است، که در رقابت شدیدی با باریکهٔ سبزگسیل شده از لیزر Nd دمیدهٔ دیودی (برای نمونه، $Nd:YVO_4$) با مولد هماهنگ دوم داخل کاواکی است. برای چند کاربرد، این امر شامل لیزر He-Ne گسیل‌کنندهٔ نور قرمز نیز می‌شود، که با رقابت شدیدی با لیزرهای نیم‌رسانای InGaAlP روبه‌روست. اما، در گستره‌های بسامدی که لیزرهای نیم‌رسانا یا حالت جامد دمیدهٔ دیودی آنها را به‌طور مؤثری پوشش نمی‌دهد لیزرهای با چگالی پایین ایفا خواهند شد. این، برای مثال، در مورد لیزرهای فروسرخ میانی (لیزرهای CO_2 بارزترین مثال است)، و نیز لیزرهایی صادق است که در ناحیهٔ uv (مثلاً، لیزرهای اکسایمر) و نواحی طیفی پرتو x نوسان می‌کنند. زمینهٔ دیگری که لیزرهای با چگالی پایین عملکرد خوبی دارند، کاربردهایی است که به توانهای خیلی بالا نیاز باشد، لیزرهای CO_2 ، لیزرهای اکسایمر، و لیزرهای شیمیایی مثالهای مهمی هستند. نتیجهٔ اینکه، می‌توان پیش‌بینی کرد که لیزرهای مبتنی بر محیطهای با چگالی پایین در زمینهٔ لیزر نقش مهمی ایفا کنند.

مسائل

۱.۱۰ حداقل چهار لیزر نام ببرید که از محیط فعال با چگالی پایین استفاده می‌کنند و طول موجهای آنها در ناحیهٔ فروسرخ قرار می‌گیرد.

۲.۱۰ حداقل چهار لیزر نام ببرید که از محیط فعال با چگالی پایین استفاده می‌کنند و طول موجهای آنها در ناحیهٔ UV تا پرتو X نرم قرار می‌گیرد. با چه مسائلی در دستیابی به عمل لیزر در ناحیهٔ UV یا پرتو X مواجه‌ایم؟

۳.۱۰ در کاربردهایی که با فلز سروکار دارند لیزری با توان خروجی پیوسته موج بیش از یک کیلووات لازم است. چه لیزرهایی این شرط را برآورده می‌سازند؟

۴.۱۰ گذار 514.5 nm لیزر یونی آرگون پهن‌شدهٔ دوپلری به پهنای خط حدود 3.5 GHz است. طول کاواک لیزر 100 cm است، وقتی لیزر سه برابر فراتر از آستانه دمیده می‌شود توان 4 W را در نیمرخ مد TEM_{۰۰} لیزر گسیل می‌کند. فرض کنید که بسامد یکی از مدهای نوسانی TEM_{۰۰} با مرکز خط بهره منطبق باشد، تعداد مدهای TEM_{۰۰} را که انتظار می‌رود به نوسان بیفتند محاسبه کنید. ۵.۱۰ لیزر یونی آرگون را در نظر بگیرید که مشخصات آن در مسئلهٔ ۴.۱۰ ارائه شد و فرض کنید که لیزر به وسیلهٔ مدوله‌ساز اکوستوپاتیکی قفل‌شدهٔ مدی باشد. مطلوب است محاسبهٔ: (الف) مدت زمان و توان قلهٔ تپهای قفل‌شدهٔ مدی؛ (ب) بسامد محرک نوسانگر f .

۶.۱۰ فرض کنید که پیوند بین دو اتم نیتروژن مولکول N_2 را بتوان با فزری با ثابت کشسانی مناسب شبیه‌سازی کرد. با دانستن بسامد ارتعاشی (شکل ۹.۱۰) و جرم اتمی، ثابت کشسانی را محاسبه کنید. این ثابت را با مقداری مقایسه کنید که از منحنی حالت پایه در شکل ۱۹.۱۰ به دست می‌آید. ۷.۱۰ نشان دهید که اگر ثابت کشسانی پیوند N-N با ثابت کشسانی مولکول CO هم‌الکترون یکی باشد، طول موج گذار $(v = 0) \rightarrow (v' = 1)$ مولکول N_2 تقریباً همان طول موج گذار مولکول CO است.

۸.۱۰ فرض کنید که هر دو پیوند اکسیژن کربن مولکول CO_2 را بتوان با فزری با ثابت کشسانی k شبیه‌سازی کرد. فرض کنید که برهم‌کنشی بین دو اتم اکسیژن وجود ندارد و بسامد $\nu_1 = 1337 \text{ cm}^{-1}$ معلوم باشد، این ثابت را محاسبه کنید.

۹.۱۰ با فرض معلوم بودن ثابت کشسانی k بین دو پیوند اکسیژن کربن که در مسئلهٔ ۸.۱۰ به دست آمد، بسامد انتظاری ν_3 مد با کشیدگی نامتقارن ν_3 را محاسبه کنید و سپس نتیجهٔ به دست آمده را با مقداری مقایسه کنید که در شکل ۹.۱۰ نشان داده شده است.

۱۰.۱۰ نشان دهید که هر پیوند C-O مولکول CO_2 را نمی‌توان با فرهای کشسانی شبیه‌سازی کرد، چنانچه بخواهیم نوسان هماهنگ متناظر با مد خمشی با بسامد ν_2 را محاسبه کنیم.

۱۱.۱۰ برای توزیع بولتزمان، با دانستن اینکه جمعیت بیشینه تراز بالایی لیزر مولکول CO_2 به ازای عدد کوانتومی چرخشی $J' = 21$ رخ می دهد (شکل ۱۱.۱۰ را ببینید)، ثابت چرخشی B را محاسبه کنید [فرض کنید که $T = 400 \text{ K}$ است که با انرژی kT متناظر است، به طوری که $(kT/h) \cong 280 \text{ cm}^{-1}$]. از این مقدار، فاصله تعادل بین اتم C و هریک از اتمهای O را محاسبه کنید. ۱۲.۱۰ با استفاده از نتیجه حاصل از مسئله ۱۱.۱۰، مطلوب است محاسبه فاصله بسامدی (برحسب cm^{-1}) بین خطوط چرخشی گذار لیزر CO_2 . (فرض کنید که ثابت چرخشی تراز پایینی لیزر همان مقدار مربوط به تراز بالایی لیزر است و در نظر داشته باشید که تنها ترازهای با مقادیر خرد J در مولکول CO_2 اشغال می شوند.

۱۳.۱۰ پهنای خط ناشی از پهن شدنی برخوردی گذار لیزر CO_2 از

$$\Delta\nu_c = \gamma_{\text{CO}_2} \psi_{\text{CO}_2} + \gamma_{\text{N}_2} \psi_{\text{N}_2} + \gamma_{\text{He}} \psi_{\text{He}} p (300/T)^{1/2} \text{ Hz}$$

به دست می آید، که ψ کسری از فشارهای جزئی آمیزه گاز، T دمای گاز، و p فشار کل (برحسب Torr) است (مثال ۳.۳ را ببینید). چنانچه نسبت فشارهای جزئی مولکولهای CO_2 ، N_2 ، و He را ۸ : ۱ : ۱ بگیریم و فرض کنیم که فاصله بین خطوط چرخشی گذار لیزر CO_2 برابر با $\Delta\nu_c \cong 2 \text{ cm}^{-1}$ باشد، مطلوب است محاسبه فشار کل لازم گاز برای آنکه تمامی خطوط چرخشی در هم فرو بروند. پهنای منحنی بهره چقدر است؟

۱۴.۱۰ لیزر CO_2 ای با فشار تقریباً زیاد در نظر بگیرید به طوری که تمامی خطوط چرخشی اش در یکدیگر فرو رفته باشد. اگر لیزر قفل شده مدی باشد، مرتبه بزرگی پهنای تپ لیزری متناظر با آن چقدر است؟

۱۵.۱۰ نشان دهید که انرژی واکنش 316 kcal/mole ، مانند واکنش سرد در HF [معادله (۱.۳.۱۰) را ببینید]، معادل انرژی 1372 eV است که برای هر واکنش مولکولی رها می شود. ۱۶.۱۰ واکنش سرد در شکل ۲۲.۱۰ (الف) را در نظر بگیرید، مقادیر نشان داده شده در شکل را برای جمعیت‌های نسبی مولکولهای HF در نظر بگیرید که پس از واکنش در سه تراز ارتعاشی اول باقی می ماند. کسر η گرمای رها شده در واکنش را که به انرژی ارتعاشی می رود محاسبه کنید. ۱۷.۱۰ محاسبه قبلی را برای واکنش گرم در شکل ۲۲.۱۰ (ب)، تکرار کنید.

۱۸.۱۰ برای دستیابی به محصولات نهایی واکنش سرد [معادله (۱.۳.۱۰) را ببینید]، می توانیم مسیر واکنشی را انتخاب کنیم که در آن ابتدا مولکول H_2 را برای به دست آوردن تک اتمهای F، H، و H تجزیه می کنیم. سپس، اجازه می دهیم که فلوتور و یک اتم هیدروژن با یکدیگر ترکیب شوند. به طور مشابه برای واکنش داغ [معادله ۲.۳.۱۰ را ببینید]، ابتدا مولکول فلوتور را تجزیه، و

سپس یک اتم فلئور را با اتم هیدروژن باز ترکیب می‌کنیم. با فرض عملی بودن این دو، تفاوت گرمای واکنش حاصل از این دو واکنش را به اختلاف انرژی تجزیه در مولکولهای فلئور و هیدروژن مرتبط سازید.

مراجع

1. R. Arrathoon, Helium-Neon Lasers and the Positive Column, in *Lasers*, vol. 4 (A. K. Levine and A. J. De Maria, eds.) (Marcel Dekker, New York, 1976), Chap. 3.
2. W. B. Bridges, Atomic and Ionic Gas Lasers, in *Methods of Experimental Physics*, vol. 15 (C. L. Tang, ed.) (Academic, New York, 1979), pp. 33-151.
3. A. Javan, W. R. Bennett, and D. H. Herriott, Population Inversion and Continuous Optical Maser Oscillation in a Gas Discharge Containing a He-Ne Mixture, *Phys. Rev. Lett.*, **6** (1961).
4. C. E. Webb, Metal Vapor Lasers, Recent Advances and Applications, in *Gas Flow and Chemical Lasers*, Springer Proceedings in Physics N. 15 (S. Rosenwork ed.), (Springer-Verlag, Berlin, 1987), pp. 481-494.
5. C. C. Davis and T. A. King, Gaseous Ion Lasers, in *Advances in Quantum Electronics*, vol. 3 (D. W. Goodwin, ed.) (Academic, New York, 1975), pp. 170-437.
6. D. H. Dunn and J. N. Ross, Argon Ion Laser, in *Progress in Quantum Electronics*, vol. 4 (J. H. Sanders and S. Steinholm, eds.) (Pergamon, London, 1977), pp. 233-270.
7. W. B. Bridges, Laser Oscillation in Singly Ionized Argon in the Visible Spectrum, *Appl. Phys. Letters* **4**, 128 (1964).
8. P. K. Cheo, CO₂ Lasers, in *Lasers*, Vol. 3 (A. K. Levine and A. J. De Maria, eds.) (Marcel Dekker, New York, 1971), Chap. 2.
9. A. J. De Maria, Review of High-Power CO₂ Lasers, in *Principles of Laser Plasma*, (G. Bekefi, ed.) (Wiley, New York, 1976), Chap. 8.
10. C. K. N. Patel, W. L. Faust, and R. A. McFarlane, CW Laser Action on Rotational Transitions of the $\Sigma_u^+ \rightarrow \Sigma_g^+$ Vibrational Band of CO₂, *Bull. Am. Phys. Soc.* **9**, 500 (1964).
11. D. R. Hall and C. A. Hill, Radiofrequency-Discharge-Excited CO₂ Lasers, in *Handbook of Molecular Lasers* (P. Cheo, ed.) (Marcel Dekker, New York, 1987), Chap. 3.
12. K. M. Abramski, A. D. Colley, H. J. Baker, and D. R. Hall, Power Scaling of Large-Area Transverse Radiofrequency Discharge CO₂ Lasers, *Appl. Phys. Letters* **54**, 1833 (1989).
13. P. E. Jackson, H. J. Baker, and D. R. Hall, CO₂ Large-Area Discharge Laser Using an Unstable Waveguide Hybrid Resonator, *Appl. Phys. Letters* **54**, 1950 (1989).
14. R. E. Center, High-Power, Efficient Electrically Excited CO Laser, in *Laser Handbook*, vol. 3 (M. L. Stitch, ed.) (North-Holland, Amsterdam, 1979), pp. 89-133.
15. C. S. Willet, *An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms* (Pergamon, Oxford, UK, 1974), Sects. 6.2.1, 6.2.3.
16. N. G. Basov, V. A. Danilychev, and Y. M. Popov, Stimulated Emission in the Vacuum Ultraviolet Region, *Soviet J. Quantum Electron.* **1**, 18 (1971).
17. J. J. Ewing, Excimer Lasers, in *Laser Handbook*, vol. 3 (M. L. Stitch, ed.) (North-Holland, Amsterdam, 1979), pp. 135-97.
18. A. N. Chester, Chemical Lasers, in *High-Power Gas Lasers* (E. R. Pike, ed.) (Institute of Physics, Bristol and London, 1975), pp. 162-221.
19. C. J. Ultee, Chemical and Gas Dynamic Lasers, in *Laser Handbook*, vol. 3 (M. L. Stitch and M. Bass, eds.) (North-Holland, Amsterdam, 1985), pp. 199-287.
20. G. Dattoli and R. Renieri, Experimental and Theoretical Aspects of the Free-Electron Lasers, in *Laser Handbook*, vol. 4 (M. L. Stitch, ed.) (North-Holland, Amsterdam, 1979), pp. 1-142.
21. D. A. G. Deacon, L. R. Elias, J. M. J. Madey, G. J. Ramian, H. A. Schwettman, and T. I. Smith, First Operation of a Free-Electron Laser, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 892 (1977).
22. R. C. Elton, *X-Ray Lasers* (Academic, Boston, 1990).
23. D. L. Matthews et al., Demonstration of a Soft X-Ray Amplifier, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 110 (1985).
24. *X-Ray Lasers 1996*, (S. Svanberg and C. G. Wahlstrom, eds.), Institute of Physics Conference Series N. 15. (Institute of Physics, Bristol 1996).

ویژگیهای باریکه‌های لیزر

۱.۱۱ مقدمه

در فصل ۱ مهمترین ویژگیهای مشخصه‌ای باریکه‌های لیزر را چنین برشمردیم: (۱) تکفامی؛ (۲) هم‌دوسی (فضایی و زمانی)؛ (۳) جهتمندی؛ (۴) درخشایی. موضوعاتی که در فصلهای گذشته به آنها پرداختیم امکان می‌دهد که این ویژگیها را با جزئیات بیشتری بررسی و با ویژگیهای چشمه‌های عادی نور (چشمه‌های گرمایی) مقایسه کنیم.

در اکثر موارد مطلوب ما، پهنای نوار طیفی چشمه نوری، $\Delta\omega$ ، بسیار کوچکتر از پهنای نوار بسامد میانگین $\langle\omega\rangle$ طیف (موج شبه‌تکفام) است. در این مورد، میدان الکتریکی موج در وضعیت \mathbf{r} در لحظه t را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}, t) \exp j[\langle\omega\rangle t - \phi(\mathbf{r}, t)] \quad (۱.۱.۱۱)$$

که $A(\mathbf{r}, t)$ و $\phi(\mathbf{r}, t)$ هر دو طی دوره تناوب ابتدیی به آهستگی تغییر می‌کنند، یعنی

$$\left(\left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|, \left| \frac{\partial \phi}{\partial t} \right| \right) \ll \langle\omega\rangle \quad (۲.۱.۱۱)$$

حال، شدت باریکه را چنین تعریف می‌کنیم

$$I(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}, t)E^*(\mathbf{r}, t) = |A(\mathbf{r}, t)|^2 \quad (3.1.11)$$

۲.۱۱ تکفامی

در بخشهای ۹.۷ تا ۱۱.۷ دیدیم که آفت‌وخیزهای بسامد لیزر تک‌مد پیوسته‌موج عمدتاً ناشی از آفت‌وخیزهای فازاست تا آفت‌وخیزهای دامنه. آفت‌وخیزهای دامنه در واقع از دمش یا آفت‌وخیزهای اتلاف کاواک ناشی می‌شوند و معمولاً خیلی کوچک ($\sim 1\%$) هستند و با بهره‌گیری از مدارهای بازخورد با کنترل الکترونیکی مناسب می‌شود آنها را بیشتر نیز کاهش داد. بنابراین، در تقریب مرتبه اول می‌توانیم برای لیزر تک‌مدی، $A(t)$ را ثابت بگیریم و درجه تکفامی‌اش را بنابر آفت‌وخیزهای بسامد تعیین کنیم. حد نظری این تکفامی از آفت‌وخیزهای نقطه صفر ناشی می‌شود که در معادله (۲.۹.۷) بیان شده است. اما، این حد معمولاً با مقدار خیلی پایینی برای پهنای نوار نوسان‌کننده، $\Delta\nu_L$ ، متناظر است که در عمل به‌ندرت می‌توان به آن دست یافت. در مثال ۹.۷، برای نمونه نشان دادیم که مقدار $\Delta\nu_L$ ، برای لیزر He-Ne با توان خروجی ۱ mW، برابر با حدود ۴ mHz می‌شود. استثنای مهمی برای لیزرهای نیرسانا رخ می‌دهد، که این حد، به علت طول کوتاه و اتلاف بالای کاواک لیزری، بسیار بالاتر ($\Delta\nu_L \cong 1 \text{ MHz}$) است، و پهنای خط لیزری اغلب با این آفت‌وخیزهای کوانتومی تعیین می‌شود. در عمده سایر موارد، اثرات فنی، نظیر ارتعاشات و انبساط کاواک تعیین‌کننده پهنای خط لیزری، $\Delta\nu_L$ ، است. اگر ساختار یکسویه‌ای را برای آرایش کاواک لیزر به‌کار ببریم، نظیر نوسانگر حلقه‌ای غیرمسطح، در شکل ۲۶.۷، مقادیر نوعی برای $\Delta\nu_L$ ممکن است در گستره ۵۰-۱۰ kHz واقع شود. با پایدارسازی بسامد لیزری برحسب یک مرجع خارجی، همان‌طور که در بخش ۱۰.۷ بررسی شد، به پهنای خط بسیار باریکتری (از پایین تا ۱ Hz) می‌توان دست یافت. عملکرد تپی. کمیته پهنای خط با عکس مدت زمان تپ، τ_p ، محدود می‌شود. مثلاً، در لیزر تک‌مدی سوئیچ‌شده Q ، با فرض $10 \text{ ns} \cong \tau_p$ ، داریم $10^6 \text{ MHz} \cong \Delta\nu_L$.

در لیزری که روی تعداد زیادی مد نوسان می‌کند، واضح است که تکفامی با تعداد مدهای نوسان‌کننده مرتبط می‌شود. مثلاً، در عملکرد قفل‌شده مدی تپهایی به کوتاهی دهها فمتوثانیه را می‌توان دریافت کرد. در این مورد، پهنای خط لیزری در گستره چند ده THz واقع می‌شود، بنابراین شرط تابش شبه‌تکفامی دیگر چندان معتبر نخواهد بود.

البته درجه مورد نیاز تکفامی به کاربردهای مورد نظر بستگی دارد. باریکترین پهنای لیزر صرفاً برای کاربردهای بسیار ظریف، نظیر مساحی و اندازه‌گیرهای پایه‌ای در فیزیک (مثلاً آشکارسازی

موج گرانشی) ضروری است. برای کاربردهای عادی‌تر، نظیر اندازه‌گیریهای تداخل سنجی فواصل، رادار لیزری همدوس، و ارتباطات نوری همدوس، تکفامی لازم در گستره $10^0 - 10^1$ kHz قرار می‌گیرد. تکفامی حدود 1 MHz نوعاً در بسیاری از طیف سنجیهای با قدرت تفکیک بالا لازم است، و قطعاً برای ارتباطات نوری با استفاده از WDM کافی است. البته برای بعضی از کاربردها، تکفامی لیزر چندان لازم نیست، این در مورد کاربردهای مهمی نظیر کار با مواد با استفاده از لیزر و اکثر کاربردها در زمینه زیست‌پزشکی صادق است.

۳.۱۱ همدوسی مرتبه اول

در فصل اول همدوسی موج الکترومغناطیسی را با الگویی شهودی معرفی کردیم که دو نوع همدوسی فضایی و زمانی را از یکدیگر متمایز می‌سازد. در این بخش به این دو مفهوم می‌پردازیم. در واقع، همان طور که در انتهای این فصل خواهیم دید، به این نتیجه می‌رسیم که همدوسی فضایی و زمانی تنها تا مرتبه اول ویژگیهای همدوسی موج الکترومغناطیسی را توصیف می‌کند.

۱.۳.۱۱ درجه همدوسی فضایی و زمانی

برای توصیف ویژگیهای همدوسی چشمه نوری، می‌توانیم رده کلی توابع همبستگی میدان متناظر را معرفی کنیم. ولی، برای لحظه‌ای توجه خود را به توابع مرتبه اول محدود می‌کنیم. فرض می‌کنیم که میدان در نقطه \mathbf{r}_1 در بازه زمانی $(T - 0)$ اندازه‌گیری شود. می‌توانیم پس از آن حاصلضرب $E(\mathbf{r}_1, t_1)E^*(\mathbf{r}_1, t_2)$ را به دست آوریم که t_1 و t_2 ثابتهای زمانی مفروض در بازه زمانی $(T - 0)$ است. اکنون اگر اندازه‌گیری برای شمار زیادی از زمانها تکرار شود، می‌توانیم میانگین حاصلضرب قبلی را روی تمامی اندازه‌گیریها به دست آوریم. این میانگین را میانگین مجموعه آماری می‌گویند و به صورت زیر می‌نویسند

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, t_1, t_2) = \langle E(\mathbf{r}_1, t_1)E^*(\mathbf{r}_1, t_2) \rangle \quad (1.3.11)$$

برای باقی‌مانده این بخش و همچنین برای دو بخش بعدی، باریکه مانا^۱ را بررسی می‌کنیم، که مثلاً برای لیزر پیوسته موج تک‌مُدی، لیزر پیوسته موج که روی مُدهای بی‌شماری (بدون آنکه روی فاز قفل شود) نوسان می‌کند، یا چشمه نور گرمایی پیوسته موج، به کار می‌رود بنا بر تعریف، در این موارد، میانگین مجموعه آماری تنها به اختلاف زمان $\tau = t_1 - t_2$ بستگی دارد و نه به زمانهای

۱. فرابندی را مانا می‌نامند که میانگین مجموعه آماری هر متغیری که آن را توصیف می‌کند (مثلاً، میدان الکتریکی یا شدت باریکه) مستقل از زمان باشد.

خاص t_1 و t_2 . سپس می‌توان نوشت

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, t_1, t_2) = \Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle \quad (2.3.11)$$

که $t = t_2$ قرار داده‌ایم و $\Gamma^{(1)}$ تنها به τ بستگی دارد. اگر میدان علاوه بر ایستا بودن دوسویی^۱ (شرطی که معمولاً برای موارد قبلی به‌کار می‌رود) نیز باشد، آن وقت، بنابر تعریف، میانگین مجموعه آماری همان میانگین زمانی است و بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t) dt \quad (3.3.11)$$

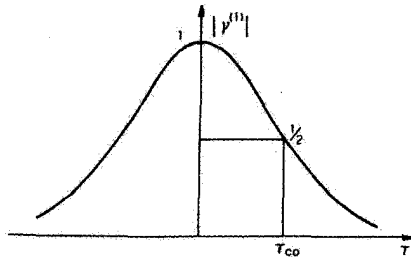
توجه کنید که شاید درک تعریف $\Gamma^{(1)}$ برحسب میانگین زمانی ساده‌تر از تعریفی باشد که اساس آن میانگین مجموعه آماری است. اما، تعریف $\Gamma^{(1)}$ برحسب میانگین مجموعه آماری به شکلی که با معادله (۱.۳.۱۱) ارائه شده عمومی‌تر است، و می‌توان آن را برای باریکه‌های نایستا نیز به‌کار برد که در بخش ۴.۳.۱۱ به آن خواهیم پرداخت.

با تعریف تابع همبستگی مرتبه اول $\Gamma^{(1)}$ در نقطه مفروض \mathbf{r}_1 تابع بهنجار شده^۲ $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$ را می‌توانیم چنین تعریف کنیم

$$\gamma^{(1)} = \frac{\langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle}{\langle E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t + \tau) \rangle^{1/2}} \quad (4.3.11)$$

توجه کنید که برای باریکه مانا، دو میانگین مجموعه آماری در مخرج کسر معادله (۴.۳.۱۱) با یکدیگر برابرند، و طبق معادله (۳.۱.۱۱) هر دو با شدت میانگین باریکه $\langle I(\mathbf{r}_1, t) \rangle$ برابرند. به تابع $\gamma^{(1)}$ که با معادله (۴.۳.۱۱) تعریف شد، درجه مختلط همدوسی زمانی می‌گویند، قدر مطلق $|\gamma^{(1)}|$ آن درجه همدوسی زمانی است. در واقع، $\gamma^{(1)}$ درجه همبستگی بین میدانها را در یک نقطه \mathbf{r}_1 در دو لحظه‌ای می‌دهد که به اندازه زمان τ اختلاف دارند. تابع $\gamma^{(1)}$ و ویژگیهای اصلی را داراست: (۱) به ازای $\tau = 0$ ، $\gamma^{(1)} = 1$ ، همان طور که از معادله (۴.۳.۱۱) دیده می‌شود؛ (۲) $\gamma^{(1)*}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, -\tau)$ که به آسانی از معادله (۴.۳.۱۱) با کمک معادله (۱.۱.۱۱) دیده می‌شود؛ (۳) $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)| \leq 1$ که با به‌کار بردن نابرابری شوارتس در معادله (۴.۳.۱۱) به دست می‌آید.

اکنون می‌توانیم بگویم که وقتی به ازای هر τ ، $|\gamma^{(1)}| = 1$ است باریکه همدوسی زمانی کامل دارد. برای باریکه پیوسته موج، این اساساً به آن مفهوم است که افت و خیزهای دامنه و فاز باریکه هر دو



شکل ۱.۱۱ مثالی از رفتار احتمالی درجه همدوسی زمانی $|\gamma^{(1)}(\tau)|$. زمان همدوسی τ_{co} را می‌توان به صورت نیم‌پهنای منحنی در نیم‌ارتفاع تعریف کرد.

برابر با صفر است، به نحوی که سیگنال به موج سینوسی، یعنی $E = A(\mathbf{r}_1) \exp j[\omega t - \phi(\mathbf{r}_1)]$ تبدیل می‌شود. در واقع، با قراردادن این رابطه در معادله (۴.۳.۱۱) می‌بینیم که $|\gamma^{(1)}| = 1$ است. مورد برعکس، یعنی غیاب کامل همدوسی زمانی، هنگامی رخ می‌دهد که به ازای $\tau > 0$ مقدار $\langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau)E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle$ و در نتیجه $\gamma^{(1)}$ صفر شود. این مورد برای چشمه نوری گرمایی با پهنای نوار خیلی بزرگ (مثلاً، چشمه تابش جسم سیاه؛ شکل ۳.۲ را ببینید) صادق است. برای وضعیتهای متداول‌تر، بیشتر انتظار می‌رود که $|\gamma^{(1)}|$ تابعی نزولی از τ باشد شکل ۱.۱۱؛ که طبق ویژگی بالا، نشان داده می‌شود که $|\gamma^{(1)}|$ تابعی متقارن از τ است. بنابراین می‌توانیم زمان مشخصه τ_{co} را (که به آن زمان همدوسی می‌گویند) زمانی تعریف کنیم که مثلاً به ازای آن $|\gamma^{(1)}| = 1/2$ شود. بدیهی است که برای موج کاملاً همدوس داریم $\tau_{co} = \infty$ ، در حالی که برای موج کاملاً ناهمدوس، $\tau_{co} = 0$ است. توجه کنید که می‌توانیم طول همدوسی L_c را $L_c = c\tau_{co}$ تعریف کنیم.

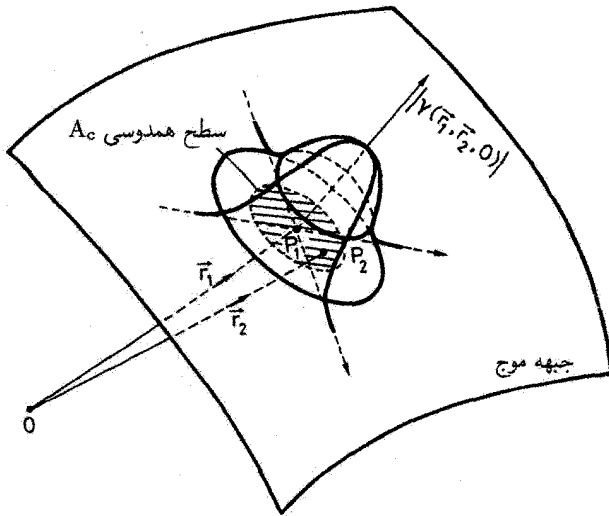
به همین ترتیب، می‌توانیم تابع همبستگی مرتبه اول را بین میدانهای دو نقطه \mathbf{r}_1 و \mathbf{r}_2 در همان لحظه t چنین تعریف کنیم

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) = \langle E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_2, t) dt \quad (5.3.11)$$

همچنین می‌توانیم تابع بهنجار شده متناظر $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ را نیز به صورت زیر تعریف کنیم

$$\gamma^{(1)} = \frac{\langle E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle}{\langle E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle E(\mathbf{r}_2, t)E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle^{1/2}} \quad (6.3.11)$$

کمیت $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ را درجه مختلط همدوسی فضایی و مقدار آن را درجه همدوسی فضایی



شکل ۲.۱۱ ترسیم درجه همدوسی فضایی $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)|$ در اطراف نقطه مفروض P_1 جبهه موج، برای نشان دادن مفهوم سطح همدوسی.

می‌نامند. در واقع، در این مورد $\gamma^{(1)}$ درجه همبستگی بین میدانها را در یک لحظه زمانی، در دو نقطه \mathbf{r}_1 و \mathbf{r}_2 در فضا به دست می‌دهد. توجه کنید که از نابرابری شوارتس، بار دیگر می‌یابیم که $|\gamma^{(1)}| \leq 1$. اکنون موج را می‌گوییم که دارای همدوسی کامل فضایی است، اگر برای هر دو نقطه \mathbf{r}_1 و \mathbf{r}_2 (اگر روی یک جبهه موج واقع شوند، یا روی جبهه‌های موجی که فاصله‌شان بسیار کوچکتر از طول همدوسی L_c است قرار گیرند)، $|\gamma^{(1)}| = 1$ شود. ولی یک باریکه، اغلب دارای همدوسی پاره‌ای فضایی است. این به آن معناست که برای یک مقدار ثابت \mathbf{r}_1 ، درجه همدوسی فضایی $|\gamma^{(1)}|$ ، برحسب تابعی از $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ ، با افزایش $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ از مقدار ۱ (که برای $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1$ رخ می‌دهد) رو به کاهش می‌رود تا به صفر برسد. شکل ۲.۱۱ این وضعیت را نشان می‌دهد، که تابع $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_2, -\mathbf{r}_1)|$ برحسب \mathbf{r}_2 برای وضعیت مفروض نقطه P_1 (با مختصات \mathbf{r}_1) روی جبهه موج ترسیم شده است. می‌بینیم که $|\gamma^{(1)}|$ از بعضی مقادیر از پیش تعیین شده (مثلاً $1/2$) روی رویه مشخصه‌ای معین، که به آن سطح همدوسی باریکه دو نقطه P_1 جبهه موج می‌گویند، بزرگتر خواهد شد.

مفاهیم همدوسی فضایی و زمانی را به وسیله تابع همدوسی متقابل زیر می‌توان ترکیب کرد

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle \quad (7.3.11)$$

که به صورت زیر نیز بهنجار می‌شود:

$$\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \frac{\langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle}{\langle E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle E(\mathbf{r}_2, t) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle^{1/2}} \quad (۸.۳.۱۱)$$

این تابع را درجهٔ مختلط همدوسی می‌گویند و معیاری از همدوسی بین دو نقطهٔ متفاوت روی جبههٔ موج در دو لحظهٔ متفاوت است. برای یک موج شبه‌تکفام، بنابر معادلات (۱.۱.۱۱) و (۸.۳.۱۱) می‌توان نوشت

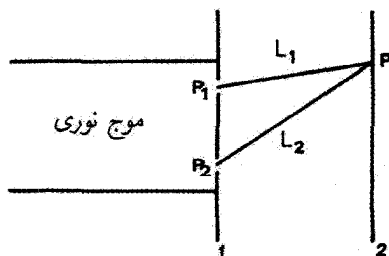
$$\gamma^{(1)}(\tau) = |\gamma^{(1)}| \exp\{j[\langle \omega \rangle \tau - \psi(\tau)]\} \quad (۹.۳.۱۱)$$

که $|\gamma^{(1)}|$ و $\psi(\tau)$ هر دو تابعی با تغییرات آهسته از τ هستند، یعنی

$$\left(\frac{d|\gamma^{(1)}|}{|\gamma^{(1)}| d\tau}, \left| \frac{d\psi}{d\tau} \right| \right) \ll \langle \omega \rangle \quad (۱۰.۳.۱۱)$$

۲.۳.۱۱ اندازه‌گیری همدوسی فضایی و زمانی

روش بسیار ساده برای اندازه‌گیری درجهٔ همدوسی فضایی بین دو نقطهٔ P_1 و P_2 روی جبههٔ موج یک موج نوری استفاده از تداخل‌سنج یانگ است (شکل ۳.۱۱). این تداخل‌سنج شامل پردهٔ ۱ است که دارای دو روزنهٔ کوچک در موقعیتهای P_1 و P_2 است، و یک پردهٔ ۲ که روی آن نقش تداخلی با نور پراشیده از دور روزنه ایجاد می‌شود. به بیان دقیقتر، در نقطهٔ P و در لحظهٔ t ، تداخل از برهم‌نهی موج گسیل شده از نقاط P_1 و P_2 به ترتیب در لحظه‌های $[t - (L_1/c)]$ و $[t - (L_2/c)]$ ناشی می‌شود. بنابراین می‌بینیم هرگاه فریزهای تداخل روی پردهٔ ۲ در اطراف نقطهٔ P واضح‌تر شوند همبستگی بین دو میدان موج نوری $E[\mathbf{r}_1, (t - (L_1/c))]$ و $E[\mathbf{r}_2, t - (L_2/c)]$ که \mathbf{r}_1



شکل ۳.۱۱ استفاده از تداخل‌سنج یانگ برای اندازه‌گیری درجهٔ همدوسی فضایی بین نقاط P_1 و P_2 یک موج الکترومغناطیسی.

و ۲۲ مختصات نقاط P_1 و P_2 هستند، بهتر می‌شود. ^۱ اکنون اگر I_{\max} و I_{\min} را به ترتیب شدت بیشینه فریز روشن و شدت کمینه فریز تاریک در ناحیه‌ای از پرده اطراف P بگیریم، می‌توانیم نمایانی V_P را به صورت زیر تعریف کنیم

$$V_P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (۱۱.۳.۱۱)$$

اکنون می‌توانیم ببینیم که اگر میدانهای پراشیده در نقطه P از روزنه‌های ۱ و ۲ دامنه یکسانی داشته باشند و اگر دو میدان همدوس کامل باشند، تداخل ضرب در نقطه فریز تاریک $I_{\min} = 0$ را به دست می‌دهد. حال از معادله (۱۱.۳.۱۱) می‌بینیم که $V_P = 1$. از جهت دیگر، اگر دو میدان کاملاً ناهمبسته باشند، آنها تداخل نخواهند کرد، بنابراین $I_{\min} = I_{\max}$ و $V_P = 0$ می‌شود. با توجه به بحثی که در بخش ۱.۳.۱۱ شد، می‌بینیم که V_P باید به مقدار (قدر مطلق) تابع $\gamma^{(1)}$ مربوط شود. ولی، برای دستیابی به درجه همدوسی فضایی باید میدانهای $E[\mathbf{r}_1, t - (L_1/c)]$ و $E[\mathbf{r}_2, t - (L_2/c)]$ را به طور همزمان در نظر بگیریم. این ما را ملزم می‌کند که نقطه P را طوری انتخاب کنیم که $L_1 = L_2$ باشد. در این صورت مثال ۱.۱۱ نشان می‌دهد که

$$V_P = |\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)| \quad (۱۲.۳.۱۱)$$

از جهت دیگر، در صورتی که روزنه‌های ۱ و ۲ همان دامنه‌های میدان، یعنی روشنایی یکسانی را در نقطه P ایجاد نکنند، به جای معادله (۱۲.۳.۱۱)، داریم

$$V_P = \frac{2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2}}{\langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle} |\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)| \quad (۱۳.۳.۱۱)$$

که $\langle I_1 \rangle$ و $\langle I_2 \rangle$ میانگین شدتهای نور پراشیده به نقطه P از دو روزنه است. همچنین توجه کنید که برای نقطه کلی P در شکل ۳.۱۱، می‌توان نشان داد که نمایانی V_P برابر است با $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)|$ که $\tau = (L_2 - L_1)/c$ است.

مثال ۱.۱۱ محاسبه نمایانی فریز در تداخل سنج یانگ. میدان $E(\mathbf{r}_P, t')$ در نقطه P در شکل ۳.۱۱ و زمان t' را می‌توان برحسب برهم‌نهی میدانهای پراشیده از روزنه‌های ۱ و ۲ به ترتیب در لحظه‌های $(t' - L_1/c)$ و $(t' - L_2/c)$ بیان کرد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$E(\mathbf{r}_P, t') = K_1 E\left[\mathbf{r}_1, t' - \left(\frac{L_1}{c}\right)\right] + K_2 E\left[\mathbf{r}_2, t' - \left(\frac{L_2}{c}\right)\right] \quad (۱۴.۳.۱۱)$$

۱. زمان انتگرال‌گیری T که در تابع همبستگی ظاهر می‌شود [معادله (۵.۳.۱۱)] را ببینید] اکنون برابر است با زمانی که طول می‌کشد تا فریزها اندازه‌گیری شوند (مثلاً، زمان نوردهی به صفحه عکاسی).

که $E[\mathbf{r}_1, t' - (L_1/c)]$ و $E[\mathbf{r}_2, t' - (L_2/c)]$ به ترتیب میدان در نقاط P_1 و P_2 است، در حالی که K_1 و K_2 نشان‌دهنده کسرهایی از این دو میدان‌اند که به نقطه P پراشیده شده‌اند. انتظار می‌رود ضرایب K_1 و K_2 با معکوس L_1 و L_2 متناسب باشند و نیز به ابعاد حفره و زاویه بین موج فرودی و موج پراشیده از نقاط P_1 و P_2 بستگی داشته باشند. با توجه به اینکه موجکهای ثانویه پراشیده همیشه یک چهارم دوره تناوب با موج فرودی اختلاف فاز دارد [در بخش ۶.۴، بحث موجکهای هویگنس را ببینید]، می‌یابیم که

$$K_1 = |K_1| \exp[-(j\pi/2)] \quad (الف\ ۱۵.۳.۱۱)$$

$$K_2 = |K_2| \exp[-(j\pi/2)] \quad (ب\ ۱۵.۳.۱۱)$$

اکنون اگر $t = t' - L_2/c$ و $\tau = (L_2/c) - (L_1/c)$ را تعریف کنیم، معادله (۱۴.۳.۱۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E = K_1 E(\mathbf{r}_1, t + \tau) + K_2 E(\mathbf{r}_2, t) \quad (۱۶.۳.۱۱)$$

طبق معادله (۳.۱.۱۱) شدت در نقطه P را می‌توان به صورت

$$I = EE^* = |K_1 E(\mathbf{r}_1, t + \tau) + K_2 E(\mathbf{r}_2, t)|^2$$

نوشت، که از معادله (۱۶.۳.۱۱) استفاده کرده‌ایم. از این رابطه و معادله (۵.۳.۱۱)، داریم

$$I = I_1(t + \tau) + I_2(t) + 2\text{Re}[K_1 K_2^* E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_2, t)] \quad (۱۷.۳.۱۱)$$

که Re نشانه قسمت حقیقی است. در روابط قبلی، I_1 و I_2 به ترتیب شدت در نقطه P ناشی از گسیل از نقطه P_1 به تنهایی و از P_2 به تنهایی است که از روابط زیر به دست می‌آیند

$$I_1 = |K_1|^2 |E(\mathbf{r}_1, t + \tau)|^2 = |K_1|^2 I(\mathbf{r}_1, t + \tau) \quad (الف\ ۱۸.۳.۱۱)$$

$$I_2 = |K_2|^2 |E(\mathbf{r}_2, t)|^2 = |K_2|^2 I(\mathbf{r}_2, t) \quad (ب\ ۱۸.۳.۱۱)$$

که $I(\mathbf{r}_1, t + \tau)$ و $I(\mathbf{r}_2, t)$ به ترتیب شدت در نقاط P_1 و P_2 است. با گرفتن میانگین زمانی دو طرف معادله (۱۷.۳.۱۱) و با استفاده از معادله (۷.۳.۱۱) می‌یابیم که

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2|K_1||K_2|\text{Re}[\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)] \quad (۱۹.۳.۱۱)$$

که از معادله (۱۵.۳.۱۱) نیز استفاده شده است. معادله (۱۹.۳.۱۱) را با توجه به اینکه از معادله (۸.۳.۱۱) داریم

$$\Gamma^{(1)} = \gamma^{(1)} [\langle I(r_1, t + \tau) \rangle \langle I(r_2, t) \rangle]^{1/2} \quad (20.3.11)$$

می‌توان برحسب $\gamma^{(1)}$ بیان کرد.

با قراردادن معادله (۲۰.۳.۱۱) در معادله (۱۹.۳.۱۱) و به کمک معادله (۱۸.۳.۱۱) حال به دست می‌آوریم

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}| \cos[\langle \omega \rangle \tau - \psi(\tau)] \quad (21.3.11)$$

چون هر دوی $|\gamma^{(1)}|$ و $\psi(\tau)$ توابع با تغییر آهسته از τ هستند، نتیجه می‌گیریم که تغییر شدت $\langle I \rangle$ ، با تغییر P حاصل می‌شود، یعنی، نقش فریز، ناشی از تغییر موج جمله کسینوس با شناسه $\langle \omega \rangle \tau$ است. بنابراین در ناحیه اطراف P ، داریم

$$I_{\max} = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}| \quad (الف) 22.3.11$$

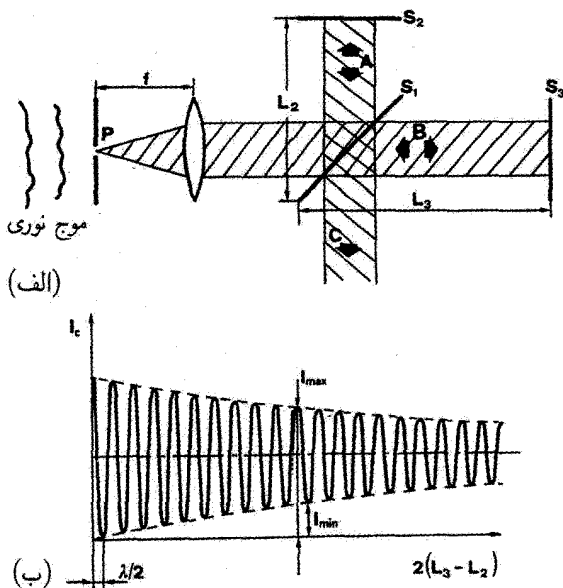
$$I_{\min} = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle - 2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}| \quad (ب) 22.3.11$$

و از معادله (۱۱.۳.۱۱) تبدیل می‌شود

$$V_P = \frac{2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2}}{\langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle} |\gamma^{(1)}(r_1, r_2, \tau)| \quad (23.3.11)$$

برای مورد $\tau = (L_2/c) - (L_1/c) = 0$ ، معادله (۲۳.۳.۱۱) به معادله (۱۳.۳.۱۱) تبدیل می‌شود. ■

درجه همدوسی زمانی را معمولاً با استفاده از تداخل سنج مایکلسون [شکل ۴.۱۱(الف)] اندازه‌گیری می‌کنند. فرض کنید P نقطه‌ای باشد که قرار است همدوسی زمانی موج اندازه‌گیری شود. ترکیبی از دیافراگم کوچک مناسبی که در نقطه P قرار داده می‌شود، همراه با یک عدسی، که کانون آن در نقطه P واقع می‌شود، موج فرودی را به موج تخت تبدیل می‌کند (شکل ۱۲.۱۱ را ببینید). این موج سپس روی آینه نیمه اندود S_1 (با بازتابندگی ۵۰٪) که باریکه را به دو قسمت A و B تقسیم می‌کند، می‌تابد. این باریکه‌ها از آینه‌های S_2 و S_3 (بازتابندگی هر دو ۱۰۰٪) R است) بازتابیده و سپس برای تشکیل باریکه C باز ترکیب می‌شوند. چون امواج A و B تداخل می‌کنند، روشنایی در جهت C یا روشن است یا تاریک، بر طبق اینکه $2(L_3 - L_2)$ عددی زوج



شکل ۴.۱۱ (الف) تداخل‌سنج مایکلسون برای اندازه‌گیری درجه هم‌دوسی زمانی یک موج الکترومغناطیسی در نقطه P . (ب) رفتار شدت خروجی، در امتداد C تداخل‌سنج، برحسب تابعی از اختلاف $L_3 - L_2$ بین طول بازوهای تداخل‌سنج.

یا فرد از نصف طول موج باشد. آشکار است که این تداخل تنها تا هنگامی که اختلاف $L_3 - L_2$ چندان بزرگ نشود که باریکه‌های A و B از نظر فاز ناهمبسته شوند، قابل مشاهده است. به این ترتیب، برای موجی با هم‌دوسی پاره‌ای، شدت I_C باریکه C ، به صورت تابعی از $2(L_3 - L_2)$ ، مطابق شکل ۴.۱۱ (ب) رفتار می‌کند. در یک مقدار مفروض اختلاف، $L_3 - L_2$ ، بین طول بازوهای تداخل‌سنج، یعنی در مقدار مفروض تأخیر $\tau = 2(L_3 - L_2)/c$ بین دو موج بازتابیده، می‌توانیم بار دیگر نمایانی V_P فریز را مطابق با معادله (۱۱.۳.۱۱) تعریف کنیم، که کمیت‌های I_{max} و I_{min} در شکل ۴.۱۱ (ب) نشان داده شده‌اند. اکنون انتظار داریم که V_P تابعی از تأخیر زمانی τ و نظیر مورد تداخل‌سنج یانگ، به درجه هم‌دوسی زمانی مرتبط باشد. در واقع، در این مورد می‌توانیم نشان دهیم که

$$V_P(\tau) = |\gamma^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \tau)| \quad (24.3.11)$$

که \mathbf{r} مختصات نقطه P است. با اندازه‌گیری $V_P(\tau) = |\gamma^{(1)}(\tau)|$ می‌توان مقدار زمان هم‌دوسی τ_{co} را تعیین کرد که مثلاً چنین تعریف می‌شود: تأخیر زمانی که به ازای آن $V_P(\tau_{co}) = 1/2$

شود (شکل ۱.۱۱ را ببینید). حال طول همدوسی متناظر با آن را می‌توان از $L_c = c\tau_{co}$ به دست آورد، با تعریف τ_{co} در شکل ۱.۱۱، می‌بینیم که L_c دو برابر اختلاف، $L_3 - L_2$ ، بین بازوهای تداخل سنج است که به ازای آن نمایانی فریز به $V_P = 1/2$ کاهش می‌یابد.

۳.۳.۱۱ رابطه بین همدوسی زمانی و تکفامی

از بحث گذشته دربارهٔ باریکهٔ مانا، واضح است که مفهوم همدوسی زمانی با تکفامی ارتباط نزدیک دارد. مثلاً هر چه موج تکفام‌تر باشد، همدوسی زمانی موج بیشتر است، یعنی، زمان همدوسی τ_{co} به عکس پهنای نوار نوسان لیزر، $\Delta\nu_L$ ، بستگی دارد. در این بخش، به این بستگی عمیق‌تر می‌پردازیم. با توجه به اینکه طیف موج الکترومغناطیسی، که مثلاً به وسیلهٔ طیف‌نگار اندازه‌گیری می‌شود، با طیف توان $W(\mathbf{r}, \omega)$ میدان $E(\mathbf{r}, t)$ متناسب است، مطلب را آغاز می‌کنیم. چون طیف توان W برابر است با تبدیل فوریهٔ تابع خودهمبستگی $\Gamma^{(1)}$ ، با دانستن هر یک از این دو کمیت، دیگری به دست می‌آید. برای ارائهٔ رابطه‌ای دقیق بین τ_{co} و $\Delta\nu_L$ ، این دو کمیت را باید به‌طور مناسبی مجدداً تعریف کرد. τ_{co} را انحراف معیار σ_τ تابع $|\Gamma^{(1)}(\tau)|^2$ تعریف می‌کنیم، یعنی

$$(\sigma_\tau)^2 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \langle \tau \rangle)^2 |\Gamma^{(1)}(\tau)|^2 d\tau \right] / \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |\Gamma^{(1)}(\tau)|^2 d\tau \right]$$

که مقدار متوسط $\langle \tau \rangle$ با $\langle \tau \rangle = [\int \tau |\Gamma^{(1)}(\tau)|^2 d\tau] / [\int |\Gamma^{(1)}(\tau)|^2 d\tau]$ تعریف می‌شود. رابطهٔ اخیر به صورت زیر کوتاه می‌شود

$$(\sigma_\tau)^2 = \langle (\tau - \langle \tau \rangle)^2 \rangle \quad (25.3.11)$$

چون $|\Gamma^{(1)}(-\tau)| = |\Gamma^{(1)}(\tau)|$ است، داریم $\langle \tau \rangle = 0$ و معادلهٔ (۲۵.۳.۱۱) تبدیل می‌شود به

$$(\sigma_\tau)^2 = \langle \tau^2 \rangle \quad (26.3.11)$$

درک مفهوم زمان همدوسی که به این ترتیب تعریف می‌شود ساده‌تر است، با وجودی که گاه محاسبهٔ طولانی‌تری از تعریف قبلی را در بر می‌گیرد (یعنی، نیم پهنای در نیم ارتفاع منحنی $|\Gamma^{(1)}(\tau)|$ ، شکل ۱.۱۱ را ببینید). در واقع، اگر $|\Gamma^{(1)}(\tau)|$ تابع نوسانی از τ بود، زمان همدوسی τ_{co} تعریف شده مطابق شکل ۱.۱۱ را نمی‌شد به‌طور یکتا تعیین کرد.

همین‌طور پهنای نوسانی لیزر، $\Delta\nu_L$ ، را به صورت انحراف معیار $W^2(\nu)$ تعریف می‌کنیم،

بنابراین

$$(\Delta\nu_L)^2 = (\sigma_\nu)^2 = \langle (\nu - \langle \nu \rangle)^2 \rangle \quad (27.3.11)$$

که $\langle \nu \rangle$ بسامد میانگین طیف است و از رابطه $(\int \nu W^2 d\nu) / (\int W^2 d\nu)$ به دست می‌آید. چون W و $\Gamma^{(1)}$ با تبدیل فوریه به یکدیگر مربوط می‌شوند، می‌توان نشان داد که σ_ν و σ_τ از شرط

$$\sigma_\tau \sigma_\nu \geq (1/4\pi) \quad (28.3.11)$$

برخورد دارند. معادله (28.3.11) خیلی شبیه به رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ است و با استفاده از همان دستورالعمل ثابت می‌شود. علامت تساوی در معادله (28.3.11) وقتی به کار می‌رود که $|\Gamma^{(1)}(\tau)|$ [و در نتیجه $W(\nu)$]، توابع گاوسی باشند. بدیهی است که این مورد مشابه با عدم قطعیت کمینه بسته‌های موج در مکانیک کوانتومی است [۲].

مثال ۲.۱۱. زمان همدوسی و پهنای خط برای موج سینوسی با جهشهای فازی کاتوره‌ای. فرض کنیم که رفتار زمانی میدان در نقطه‌ای مفروض با موج سینوسی با دامنه ثابت و فازی توصیف شود که متحمل جهشهای کاتوره‌ای فاز قرار می‌گیرد (شکل ۹.۲ را ببینید). تابع همبستگی $\Gamma^{(1)}(\tau)$ برای این موج در پیوست (ب) به صورت $\Gamma^{(1)}(\tau) \propto \exp[-(|\tau|/\tau_c)]$ محاسبه می‌شود، که τ_c زمان متوسط بین دو جهش فاز متوالی است. حال طبق معادله (26.3.11)، می‌بایم که

$$\sigma_\tau^2 = \frac{\int_0^\infty \tau^2 \exp[-(2\tau/\tau_c)] d\tau}{\int_0^\infty \exp[-(2\tau/\tau_c)] d\tau} = \frac{\tau_c^2 \int_0^\infty x^2 \exp(-x) dx}{4 \int_0^\infty \exp(-x) dx} = \frac{\tau_c^2}{2}$$

که $x = 2\tau/\tau_c$ قرار داده‌ایم. بنابراین به دست می‌آید $\sigma_\tau = \tau_c(2)^{1/2}$. سپس طیف توان $W(\nu - \nu_0)\tau_c$ این سیگنال با تابعی لورنتسی (پیوست ب را ببینید) توصیف می‌شود، به طوری که طبق معادله (27.3.11) می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{aligned} \sigma_\nu^2 &= \frac{\int_0^\infty (\nu - \nu_0)^2 \{1/[1 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2\tau_c^2]\}^2 d(\nu - \nu_0)}{\int_0^\infty \{1/[1 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2\tau_c^2]\}^2 d(\nu - \nu_0)} \\ &= \frac{1}{4\pi^2\tau_c^2} \frac{\int_0^\infty x^2 [1/(1+x^2)]^2 dx}{\int_0^\infty [1/(1+x^2)]^2 dx} \end{aligned}$$

که $x = 2\pi(\nu - \nu_0)\tau_c$ قرار داده‌ایم. دو انتگرال در طرف راست معادله اخیر هر دو برابر با $(\pi/4)$ هستند [۱۱]، بنابراین، داریم $\sigma_\nu = (1/2\pi\tau_c)$ ، از محاسبات گذشته حاصلضرب $\sigma_\tau\sigma_\nu$ را برابر با $1/(2\sqrt{2}\pi)$ می‌بایم، یعنی از مقدار کمینه، $1/4\pi$ ، که برای طیف گاوسی صادق است، $\sqrt{2}$ برابر بیشتر است. ■

۴.۳.۱۱ باریکه‌های نایستا

به اختصار به باریکه نایستا می‌پردازیم. بنابر تعریف، اکنون تابع $\Gamma^{(1)}$ در معادله (۱.۳.۱۱) به t_1 و t_2 و نه فقط به اختلاف $\tau = t_1 - t_2$ آنها بستگی دارد؛ مثلاً شامل لیزر مدوله شده دامنه، چشمه نوری گرمایی مدوله شده دامنه، لیزر سوئیچ شده Q یا لیزر قفل شده مدی می‌شود. برای باریکه نایستا، تابع همبستگی به صورت میانگین مجموعه آماری تعداد زیادی اندازه‌گیری از میدان در بازه زمانی $(-T, 0)$ به دست می‌آید، که مبدأ بازه زمانی با سیگنال محرک هم‌زمان می‌شود (مثلاً با مدوله‌ساز دامنه برای لیزر قفل شده مدی، یا به محرک سلول پاکلز برای لیزر سوئیچ شده Q). درجه همدوسی زمانی در نقطه مفروض τ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\gamma^{(1)}(t_1, t_2) = \frac{\langle E(t_1)E^*(t_2) \rangle}{\langle E(t_1)E^*(t_1) \rangle^{1/2} \langle E(t_2)E^*(t_2) \rangle^{1/2}} \quad (29.3.11)$$

که t_1 و t_2 دو لحظه مفروض در بازه $(-T, 0)$ است، و تمام سیگنالها در نقطه τ اندازه‌گیری شود. اکنون با فرض $|\gamma^{(1)}(t_1, t_2)| = 1$ می‌توانیم بگوییم که باریکه برای تمامی زمانهای t_1 و t_2 همدوسی زمانی کامل دارد. طبق این تعریف می‌بینیم که باریکه نایستا بدون افت‌وخیزهای دامنه و فاز همدوسی زمانی کامل دارد. در واقع، در غیاب افت‌وخیزها، برای کلیه اندازه‌گیریهای مجموعه آماری، حاصلضربهای $E(t_1)E^*(t_2)$ ، $E(t_1)E^*(t_1)$ ، و $E(t_2)E^*(t_2)$ در معادله (۲۹.۳.۱۱) ثابت می‌مانند. به این ترتیب این ضربها با میانگینهای مجموعه آماری متناظر برابر است و $\gamma^{(1)}(t_1, t_2)$ به رابطه زیر تبدیل می‌شود

$$\gamma^{(1)}(t_1, t_2) = \frac{E(t_1)E^*(t_2)}{|E(t_1)||E(t_2)|} \quad (30.3.11)$$

از معادله (۳۰.۳.۱۱) بی‌درنگ می‌بینیم که $|\gamma^{(1)}| = 1$.

طبق این تعریف همدوسی زمانی، زمان همدوسی باریکه نایستا، مثلاً لیزر قفل شده مدی در صورتی که باریکه در دامنه یا فاز افت‌وخیز نکند، نامتناهی است. این امر نشان می‌دهد که زمان همدوسی باریکه نایستا با معکوس پهنای نوار نوسانی مرتبط نیست. ولی، در وضعیت عملی، اگر مثلاً تپی از قطار قفل شده مدی را با تپ دیگری از این قطار همبسته کنیم، یعنی اگر $t_1 - t_2$ را چنان انتخاب کنیم که بزرگتر از زمان تکرار تپ شود، همبستگی به علت افت‌وخیزها تا حدودی از دست می‌رود، یعنی با افزایش $t_1 - t_2$ به بیش از زمان تکرار تپ $|\gamma^{(1)}|$ کاهش می‌یابد. به این ترتیب، انتظار می‌رود که زمان همدوسی متناهی باشد، هر چند با عکس پهنای نوار نوسان مرتبط نیست، و به معکوس پهنای نوار افت‌وخیز مربوط می‌شود.

۵.۳.۱۱ همدوسی فضایی و زمانی در لیزرهای تک‌مُدی و چندمُدی

ابتدا به نوسان لیزرییوسته‌موج در تک‌مُد عرضی و طولی می‌پردازیم همان‌طور که در بخش ۱۰.۷ و ۱۱.۷ توضیح داده شد، درست در بالای آستانه تا مرتبه اول افت‌وخیزهای دامنه را می‌توان نادیده گرفت، و میدانهای موج در نقاط r_1 و r_2 را چنین نوشت

$$E(r_1, t) = a_0 u(r_1) \exp\{j[\omega t - \phi(t)]\} \quad (\text{الف } ۳۱.۳.۱۱)$$

$$E(r_2, t) = a_0 u(r_2) \exp\{j[\omega t - \phi(t)]\} \quad (\text{ب } ۳۱.۳.۱۱)$$

که a_0 ثابت است، $u(r)$ دامنهٔ مد را تعریف می‌کند، ω بسامد زاویه‌ای در مرکز نوار است. با جایگزینی معادلات (۳۱.۳.۱۱) در معادله (۶.۳.۱۱) می‌رسیم به $\gamma^{(1)} = u(r_1)u^*(r_2)/|u(r_1)||u(r_2)|$ که نشان می‌دهد $|\gamma^{(1)}| = 1$ است. بنابراین، لیزری که در تک‌مُد کار می‌کند دارای همدوسی فضایی کامل است. از جهتی دیگر، همدوسی زمانی‌اش با پهنای نوار لیزری $\Delta\nu_L$ تعیین می‌شود. برای مثال، لیزر تک‌مُدی Nd:YAG تک‌پارچه (شکل ۲۶.۷ را ببینید) پهنای نوار لیزری $\Delta\nu_L \cong 20$ kHz دارد. بنابراین زمان همدوسی $\tau_{co} \cong 1/\Delta\nu_L \cong 50$ ms $\cong 0.05$ ms دارد. بنابراین طول همدوسی خواهد شد. $L_c = c\tau_{co} \cong 15$ km (به مقدار خیلی بلند این طول همدوسی توجه کنید).

اکنون لیزری را در نظر می‌گیریم که در یک مد عرضی و l مد طولی نوسان کند. برحسب دامنهٔ مد کاواک $u(r)$ ، میدانها را در دو نقطهٔ r_1 و r_2 که به جبههٔ موج یکسانی تعلق دارند می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E(r_1, t) = \sum_k^l a_k u(r_1) \exp j[\omega_k t - \phi_k(t)] \quad (\text{الف } ۳۲.۳.۱۱)$$

$$E(r_2, t) = \sum_k^l a_k u(r_2) \exp j[\omega_k t - \phi_k(t)] \quad (\text{ب } ۳۲.۳.۱۱)$$

که ضرایب ثابت، ω_k و ϕ_k به ترتیب بسامد و فاز مد k ام هستند. توجه کنید که چون آرایش مد عرضی برای تمام مدها یکی است (مثلاً، آرایش مد TEM_{۰۰})، دامنهٔ u را مستقل از شاخص مد k گرفتیم. بنابراین تابع $u(r)$ را می‌توان از مجموع‌یابی در معادلات (الف-ب) ۳۲.۳.۱۱ در آورد و به سادگی به نتیجهٔ زیر رسید:

$$E(r_2, t) = \left[\frac{u(r_2)}{u(r_1)} \right] E(r_1, t) \quad (۳۳.۳.۱۱)$$

این بدان مفهوم است، که هرگاه تغییر زمانی $E(r, t)$ در نقطهٔ r_1 مشاهده شد، همان تغییر زمانی

نیز در نقطهٔ r_2 مشاهده خواهد شد. بجز یک ثابت تناسب با جایگزینی معادله (۳۳.۳.۱۱) در معادله (۶.۳.۱۱)، $|\gamma^{(1)}| = 1$ به دست می‌آید. بنابراین باریکهٔ لیزری که متشکل از تعداد زیادی مدهای طولی ولی با یک نیمرخ عرضی (مثلاً، مدهای طولی متناظر با مد TEM_0) است، همچنان دارای همدوسی فضایی کامل است. اگر کلیهٔ فازهای مد به صورت کاتوره‌ای باشد، همدوسی زمانی برابر با عکس پهنای نوار نوسان خواهد شد. اگر در کاواک از عناصر انتخاب بسامد استفاده نشود، پهنای نوار نوسان در حدود پهنای نوار بهره می‌شود؛ بنابراین زمان همدوسی چه بسا بسیار کوتاهتر از پهنای نواری شود که در مثال قبل بررسی شد (زمان همدوسی عموماً در گسترهٔ چند نانوثانیه تا چند پیکوثانیه است). ولی وقتی این مدها از نظر فازی قفل شوند، همان‌طور که در بخش قبل دیدیم، زمان همدوسی ممکن است بسیار طولانی شود. بنابراین لیزر قفل‌شدهٔ مدی اصولاً همدوسی فضایی و زمانی کامل خواهد داشت.

آخرین موردی که لازم است گفته شود، مربوط به لیزری است که روی تعداد زیادی مد عرضی نوسان می‌کند. مثالی که در زیر ارائه شده است نشان می‌دهد که این لیزر تنها دارای همدوسی فضایی پاره‌ای است.

مثال ۳.۱۱ همدوسی فضایی برای لیزری که روی چند مد عرضی نوسان می‌کند. برای لیزری که روی l مد عرضی نوسان کند، میدانهای باریکهٔ خروجی در دو نقطهٔ r_1 و r_2 روی یک جبههٔ موج را می‌توان به صورت [با معادله (۳۲.۳.۱۱)] مقایسه شود [زیر نوشت

$$E(\mathbf{r}_1, t) = \sum_k^l a_k u_k(\mathbf{r}_1) \exp j[\omega_k t - \phi_k(t)] \quad (\text{الف } 34.3.11)$$

$$E(\mathbf{r}_2, t) = \sum_k^l a_k u_k(\mathbf{r}_2) \exp j[\omega_k t - \phi_k(t)] \quad (\text{ب } 34.3.11)$$

حاصلضرب $E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_2, t)$ ، مجموعه‌ای از جملات متناسب با

$$\exp j[(\omega_k - \omega_{k'})t - (\phi_k - \phi_{k'})]$$

با $k' \neq k$ را به دست می‌دهد. از این جملات می‌توان چشم پوشید، چون میانگین‌شان در محاسبهٔ میانگین زمانی صفر می‌شود. بنابراین تنها جملات با $k' = k$ باقی می‌مانند، بنابراین خواهیم داشت

$$\langle E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle = \sum_k^l a_k a_k^* u_k(\mathbf{r}_1) u_k^*(\mathbf{r}_2) \quad (35.3.11)$$

برای $r_2 = r_1$ از معادله (۳۵.۳.۱۱) به دست می‌آید

$$\langle E(r_1, t) E^*(r_1, t) \rangle = \sum_k^l |a_k|^2 |u_k(r_1)|^2 \quad (۳۶.۳.۱۱)$$

به همین ترتیب، از معادله (۳۵.۳.۱۱) به دست می‌آید

$$\langle E(r_2, t) E^*(r_2, t) \rangle = \sum_k^l |a_k|^2 |u_k(r_2)|^2 \quad (۳۷.۳.۱۱)$$

حال، با جایگزینی معادلات (۳۵.۳.۱۱) تا (۳۷.۳.۱۱) در معادله (۶.۳.۱۱) می‌رسیم به

$$\gamma^{(1)} = \frac{\sum_k^l a_k a_k^* u_k(r_1) u_k^*(r_2)}{\left[\sum_k^l |a_k|^2 |u_k(r_1)|^2 \right]^{1/2} \left[\sum_k^l |a_k|^2 |u_k(r_2)|^2 \right]^{1/2}} \quad (۳۸.۳.۱۱)$$

اکنون \mathbf{R}_1 را برداری مختلط می‌گیریم که در فضای l بعدی با مؤلفه‌های $a_k u_k(r_1)$ مشخص می‌شود و \mathbf{R}_2 را نیز به همین صورت در نظر می‌گیریم، حاصلضرب نرده‌ای آنها چنین می‌شود

$$\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2 = \sum_k^l a_k a_k^* u_k(r_1) u_k^*(r_2) \quad (۳۹.۳.۱۱)$$

اندازه دو بردار از روابط زیر به دست می‌آید

$$R_1 = |\mathbf{R}_1| = \left[\sum_k^l |a_k|^2 |u_k(r_1)|^2 \right]^{1/2} \quad (۴۰.۳.۱۱)$$

و

$$R_2 = |\mathbf{R}_2| = \left[\sum_k^l |a_k|^2 |u_k(r_2)|^2 \right]^{1/2} \quad (۴۱.۳.۱۱)$$

با جایگزینی معادلات (۳۹.۳.۱۱) تا (۴۱.۳.۱۱) در معادله (۳۸.۳.۱۱) می‌بینیم که

$$\gamma^{(1)} = \frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2}{R_1 R_2} \quad (۴۲.۳.۱۱)$$

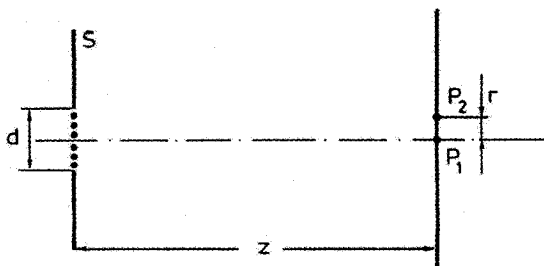
از نابرابری شوارتس، نتیجه می‌گیریم که چون $\mathbf{R}_1 \neq a \mathbf{R}_2$ است، که a ثابت است، همواره خواهیم داشت $|\gamma^{(1)}| < 1$.

۶.۳.۱۱ همدوسی فضایی و زمانی چشمه نوری حرارتی

اکنون به اختصار ویژگیهای همدوسی نورگسیل شده از لامپی عادی را بررسی می‌کنیم، که ممکن است لامپی رشته‌ای یا لامپی پر شده با گازی در فشار مناسب باشد. چون اکنون نورگسیل شده ناشی از گسیل خودبه‌خود آنها تحت شرایط ترازمندی گرمایی است، این چشمه‌ها را به‌طور کلی چشمه‌های حرارتی می‌نامند.

تا جایی که به همدوسی زمانی مربوط می‌شود، می‌توان دید که نورگسیل شده از یک لامپ گازی پیوسته‌موج عموماً شامل خطهای گسیل متعددی است [مثلاً شکل ۶.۶ (ب) را ببینید]، پهنای این خطوط نسبتاً زیاد است ($\Delta\nu = 1-10$ THz) که از فشارهای بالایی ناشی می‌شود که معمولاً به‌کار می‌رود. در مورد لامپ درخش [برای نمونه، شکل ۶.۶ (الف) را ببینید] یا چشمه رشته‌ای، گسیل بسیار پهن‌تر و شبیه به گسیل تابش جسم سیاه است (شکل ۳.۲ را ببینید). بدین ترتیب، زمان همدوسی، $\tau_{co} \cong 1/\Delta\nu$ ، یک چشمه نوری حرارتی عموماً خیلی کوتاه است ($\tau_{co} < 1$ ps).

تا جایی که به همدوسی فضایی مربوط می‌شود، چون موج الکترومغناطیسی در گسیل خودبه‌خود ناشی از گسیلنده‌های مستقل است، در موقعیت مکانی خیلی نزدیک به چشمه کاملاً ناهمدوس است. ولی، اگر موفقیت مکان مورد نظر از چشمه دور شود، درجه همدوسی فضایی موج افزایش پیدا می‌کند. درک این وضعیت به کمک شکل ۵.۱۱ و با این فرض ممکن می‌شود، که گسیلنده‌های ناهمبسته (نقطه‌ها) روی روزنه‌ای به قطر d در صفحه S حضور دارند. گسیل در زاویه فضایی 4π رخ می‌دهد، و درجه همدوسی فضایی بین نقاط P_1 و P_2 در فاصله z از گسیلنده‌ها اندازه‌گیری می‌شود. برای سادگی فرض می‌کنیم که P_1 نقطه‌ای روی محور تقارن دستگاه و P_2 فاصله بین دو نقطه باشد. از شکل بر می‌آید که برای مقادیر خیلی کوچک z ، نقاط



شکل ۵.۱۱ درجه همدوسی فضایی در صفحه‌ای در فاصله z از گسیلنده‌های مستقل که سطحی به قطر d را می‌پوشاند.

P_1 و P_2 (با $r < d/2$) اساساً گسیل از گسیلنده‌ای را می‌بینند که درست مقابل آنهاست، به طوری که میدانها در دو نقطه کاملاً ناهمبسته هستند. ولی با افزایش z ، هر یک از دو نقطه سهم زیادی از تمامی گسیلنده‌های دیگر دریافت می‌کند، به طوری که میدانها در دو نقطه بیشتر و بیشتر همبسته می‌شوند. محاسبهٔ درجهٔ همدوسی فضایی $|\gamma^{(1)}|$ برحسب تابعی از مختصات z و r خارج از بحث این کتاب است و بنابراین خواننده را به مرجع ۳ ارجاع می‌دهیم. فقط یادآور می‌شویم که $|\gamma^{(1)}|$ به صورت تابعی از کمیت بدون بعد $(rd/\lambda z)$ به دست می‌آید؛ برای مثال، برای

$$r \cong 0.16 \left(\frac{\lambda z}{d} \right) \quad (4.3.11)$$

$|\gamma^{(1)}| = 0.88$ به دست می‌آید. در بخش ۸.۱۱ این نتیجه‌گیری را به کار خواهیم برد.

۴.۱۱ جهتمندی

معمولاً دو راه برای اندازه‌گیری جهتمندی، یعنی واگرایی باریکهٔ لیزر یا به صورت کلیتر، هر چشمهٔ نورانی، وجود دارد، یعنی: (۱) با اندازه‌گیری درجهٔ گسترده‌شدگی باریکه در فاصله‌ای خیلی زیاد از چشمهٔ نورانی. در واقع، اگر تعریف مناسبی از شعاع باریکه در فاصلهٔ خیلی طولانی z را با W نشان دهیم، نیم‌زاویهٔ واگرایی باریکه را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد

$$\theta_d = \frac{W}{z} \quad (1.4.11)$$

(۲) با اندازه‌گیری توزیع شدت شعاعی، $I(r)$ ، باریکهٔ کانونی شده در فاصلهٔ کانونی یک عدسی. برای فهم مبنای این اندازه‌گیری، فرض می‌کنیم که r مختصات نقطه‌ای کلی در این صفحهٔ کانونی نسبت به مبدأ در مرکز باریکه باشد. طبق بحث مرتبط با شکل ۸.۱، باریکه را می‌توان شامل مجموعه‌ای از امواج تخت در نظر گرفت که در جهتهای اندکی متفاوت منتشر می‌شوند [۴]. به این ترتیب موجی که تحت زاویهٔ θ نسبت به محور انتشار قرار می‌گیرد در نقطه‌ای با مختصات شعاعی r که در صفحهٔ کانونی متمرکز می‌شود (برای زاویهٔ θ کوچک) داریم

$$r = f\theta \quad (2.4.11)$$

بنابراین، توزیع شدت $I(r)$ در صفحهٔ کانونی یک عدسی، توزیع زاویه‌ای باریکهٔ اولیه را به دست می‌دهد. در بحثی که در پی می‌آید آن روشی را به کار می‌بندیم که راحت‌تر است.

ویژگیهای جهتمندی باریکهٔ لیزر منحصرأ به همدوسی فضایی باریکه مرتبط است. بنابراین ابتدا به موج الکترومغناطیسی با همدوسی کامل فضایی می‌پردازیم، سپس دربارهٔ همدوسی پاره‌ای فضایی بحث خواهیم کرد.

۱.۴.۱۱ باریکه‌های با همدوسی کامل فضایی

ابتدا باریکه‌ای را با همدوسی کامل فضایی در نظر می‌گیریم که شامل جبهه موج تخت با سطح مقطع دایره‌ای به قطر D و دامنه ثابت روی این سطح مقطع باشد. با دنبال کردن بحث گذشته، واگرایی باریکه را می‌توان از توزیع شدت $I(r)$ در صفحه کانونی عدسی محاسبه کرد. این توزیع را $I(r)$ ابتدای قرن نوزدهم با استفاده از نظریه پراش به دست آورد [۵]. رابطه حاصل برای $I(r)$ را رابطه $I(r)$ می‌نامند که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$I = \left[\frac{2J_1(krD/2f)}{krD/2f} \right]^2 I_0 \quad (3.4.11)$$

که: $k = 2\pi/\lambda$; J_1 تابع بسل مرتبه اول است؛ I_0 از

$$I_0 = P_i \left(\frac{\pi D^2}{4\lambda^2 f^2} \right) \quad (4.4.11)$$

به دست می‌آید، که P_i توان باریکه فرودی روی عدسی است. توجه کنید که چون مقدار داخل کروشه در معادله (۳.۴.۱۱) به ازای $r = 0$ برابر با واحد می‌شود، I_0 شدت باریکه در مرکز لکه کانونی را نشان می‌دهد.

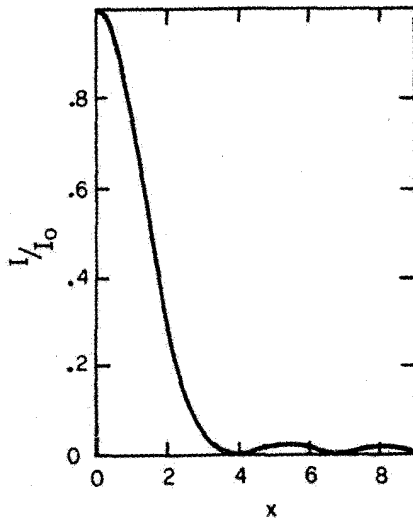
شکل ۶.۱۱ رفتار شدت I را برحسب تابعی از کمیت بدون بعد زیر نشان می‌دهد

$$x = \frac{krD}{2f} \quad (5.4.11)$$

از این شکل می‌شود دید که نقش پراش شامل یک منطقه مرکزی دایره‌ای (دیسک I_0) است که با مجموعه‌ای از حلقه‌هایی احاطه می‌شود که شدت آنها به سرعت کاهش می‌یابد. اکنون زاویه واگرایی θ_d باریکه اصلی را می‌توان متناظر با شعاع اولین کمینه در شکل ۶.۱۱ تعریف کرد. بنابراین، از مقدار x متناظر با این کمینه و از معادلات (۵.۴.۱۱) و (۲.۴.۱۱) به دست می‌آوریم

$$\theta_d = \frac{1.22\lambda}{D} \quad (6.4.11)$$

مثال دومی که از انتشار باریکه همدوس فضایی ارائه می‌کنیم به باریکه گاوسی (TEM_{۰۰}) مربوط می‌شود که می‌توان آن را از کاواک لیزری پایدار شامل دو آینه کروی به دست آورد. اگر w_0 اندازه لکه کم باریکه باشد، اندازه لکه w و شعاع انحنای R سطح همفاز در فاصله z از کمر باریکه را می‌توان به ترتیب از معادلات (۱۷.۷.۴ الف) و (۱۷.۷.۴ ب) به دست آورد. در فاصله طولانی از



شکل ۶.۱۱ توزیع شدت نور در صفحه کانونی یک عدسی به قطر D و فاصله کانونی f برحسب تابعی از متغیر بهنجار شده $x = krD/2f$ ، که r فاصله شعاعی است.

کمر [یعنی، برای $1 \ll (\lambda z/\pi w_0^2)$] می‌بینیم که $w \cong \lambda z/\pi w_0$ و $R \cong z$ خواهد شد. با توجه به اینکه هر دوی w و R به‌طور خطی با فاصله افزایش می‌یابند، موج را می‌توان کروی در نظر گرفت به طوری که مبدأ آن در کمر باشد. با دنبال کردن قرارداد تعیین شعاع باریکه با اندازه لکه w ، واگرایی باریکه چنین به دست می‌آید

$$\theta_d = \frac{w}{z} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (7.4.11)$$

با مقایسه معادلات (۷.۴.۱۱) و (۶.۴.۱۱) در می‌یابیم که اگر $D = 2w_0$ قرار دهیم، باریکه گاوسی واگرایی حدود نصف واگرایی باریکه موج تخت پیدا می‌کند.

در آخرین بخش، می‌بینیم که واگرایی θ_d باریکه همدوس فضایی را به‌طور کلی می‌توان

چنین نوشت

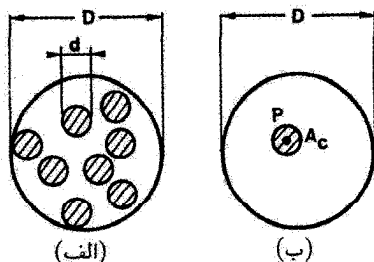
$$\theta_d = \frac{\beta \lambda}{D} \quad (8.4.11)$$

که قطر باریکه است که به‌طور مناسبی تعریف شده باشد و β ضریب عددی از مرتبه واحد است که مقدار دقیق آن به توزیع دامنه میدان و نیز روشی بستگی دارد که هر دوی θ_d و D تعریف می‌شوند. به این باریکه اصطلاحاً محدود شده پراشی می‌گویند.

۲.۴.۱۱ باریکه‌های با همدوسی پاره‌ای فضایی

واگرایی موج الکترومغناطیسی با همدوسی پاره‌ای فضایی، بزرگتر از واگرایی موجی با همدوسی کامل فضایی با شدت یکسان است. برای فهم این مطلب مثلاً می‌توانیم از استدلالی بهره بگیریم که برای واگرایی باریکه‌ای با دامنهٔ یکنواخت شکل ۶.۱ به‌کار بردیم. در واقع، اگر موج بررسی شده در شکل ۱.۶ همدوس فضایی نباشد، موجکهای ثانیه‌ای که روی سطح مقطع‌اش گسیل می‌شود، دیگر هم‌فاز نیستند. در این مورد، واگرایی جبههٔ موجی که ناشی از پراش است، از واگرایی که از معادلهٔ (۶.۴.۱۱) به‌دست می‌آید بیشتر است. بررسی جدی این مسئله (یعنی، انتشار امواج با همدوسی پاره‌ای) فراتر از دیدگاه این کتاب است، بنابراین خواننده را به مرجع ۳ ارجاع می‌دهیم. ابتدا صرفاً به مورد مخصوصاً سادهٔ باریکه‌ای به قطر D [شکل ۷.۱۱ (الف)] می‌پردازیم که شامل باریکه‌های متعدد کوچکتر (خطوط هاشورزده در شکل) به قطر d است. فرض می‌شود که هر یک از این باریکه‌های کوچکتر همدوس فضایی و در نتیجه محدود شدهٔ پراشی باشند. اکنون، اگر باریکه‌های مختلف متقابلاً ناهمبسته باشند، واگرایی باریکه کلاً برابر با $\theta_d = \beta\lambda/d$ می‌شود. از جهتی دیگر، اگر باریکه‌های مختلف همبسته باشند، واگرایی می‌شود $\theta_d = \beta\lambda/D$. مورد اخیر در واقع معادل تعدادی آنتن (باریکه‌های کوچک) است که همگی به‌صورت هم‌فاز یا یکدیگر گسیل می‌کنند. پس از این نمونهٔ ساده، مورد کلی را بررسی می‌کنیم که باریکهٔ همدوس پاره‌ای توزیع شدت مفروض روی قطر D آن و سطح همدوسی A_c در یک نقطهٔ مفروض P دارد [شکل ۷.۱۱ (ب)]. در مقایسه با حالت قبل، در این مورد می‌توانیم بنویسیم:

$$\theta_d = \frac{\beta\lambda}{D_c} \quad (۹.۴.۱۱)$$



شکل ۷.۱۱ مثالهایی که ویژگیهای متفاوت واگرایی امواج همدوس و همدوس پاره‌ای را توضیح می‌دهند: (الف) باریکهٔ به قطر D حاصل از برهم‌نهی باریکه‌های متعدد همدوس به قطر d ، و (ب) باریکهٔ به قطر D و سطح همدوسی A_c در نقطهٔ P .

D_c قطر سطح همدوس و β ضریبی عددی، از مرتبه واحد است که مقدار آن به چگونگی تعریف θ_d و D_c بستگی دارد. بنابراین مفهوم جهت‌مندی با همدوسی فضایی ارتباط نزدیک دارد.

۳.۴.۱۱ عامل M^2 و پارامتر اندازه لکه باریکه لیزر چندمندی

روابط مربوط به واگرایی باریکه در معادلات (۹.۴.۱۱) و (۸.۴.۱۱) چندان دقیق نیست و این از تعریف دلخواه ما برای قطر باریکه ناشی می‌شود. اکنون تعاریفی دقیق از شعاع باریکه و واگرایی باریکه ارائه می‌کنیم تا بتوانیم، به‌طور کلی‌تر، انتشار باریکه را برای هر دو مورد باریکه لیزر محدود شده پراشی با نیمرخ عرضی دلخواه و باریکه لیزری غیرمحدود شده پراشی چندمندی عرضی با همدوسی پاره‌ای توصیف کنیم [۶].

فرض کنید $I(x, y, z)$ میانگین زمانی نیمرخ شدت باریکه لیزر در مختصه طولی z باشد. توجه کنید که برای تعمیم بیشتر موضوع، صرفاً به باریکه‌های با تقارن شعاعی نمی‌پردازیم؛ بر این اساس شدت I برحسب تابعی از هر دو متغیر مجزای عرضی x و y نوشته می‌شود. اکنون انحراف معیار باریکه $\sigma_x(z)$ در طول مثلاً مختصه x را تعریف می‌کنیم، بنابراین داریم

$$\sigma_x^2(z) = \frac{\iint (x - \langle x \rangle)^2 I(x, y, z) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy} \quad (۱۰.۴.۱۱)$$

که $\langle x \rangle = [\iint x I(x, y, z) dx dy] / [\iint I(x, y, z) dx dy]$ است و رابطه‌ای مشابه برای y می‌توان نوشت.

برای ارائه تعریف مشابهی برای واگرایی باریکه، فرض کنید که $\hat{I}(s_x, s_y)$ شدت موج در مختصات زاویه‌ای بهنجار شده $s_x = \theta_x / \lambda$ و $s_y = \theta_y / \lambda$ است. مختصات s_x و s_y معمولاً مختصات فضایی بسامد موج می‌نامند و استفاده از آن کاملاً در اپتیک پراشی متداول است [۷]. اگر برای مثال، واگرایی را با اندازه‌گیری شدت باریکه $I(x', y')$ صفحه (x', y') در فاصله زیاد z از چشمه به‌دست آوریم، شدت $\hat{I}(s_x, s_y)$ از $I(x', y')$ با استفاده از روابط زیر به‌دست می‌آید

$$x' = \theta_x z = s_x \lambda z \quad (الف ۱۱.۴.۱۱)$$

و

$$y' = \theta_y z = s_y \lambda z \quad (ب ۱۱.۴.۱۱)$$

با تعریف شدت $\hat{I}(s_x, s_y)$ ، انحراف معیار فضایی بسامد s_x را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد

$$\sigma_{s_x}^2 = \frac{\iint (s_x - \langle s_x \rangle)^2 \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y}{\iint \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y} \quad (۱۲.۴.۱۱)$$

که $\langle s_x \rangle = [\iint s_x \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y] / [\iint \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y]$ است و رابطه مشابهی را برای مختصه y می‌توان نوشت.

اکنون $u(x, y, z)$ را نیمرخ دامنه عرضی باریکه (به طوری که $I \propto |u|^2$)، و $\hat{u}(s_x, s_y)$ را نیمرخ فضایی بسامد (به طوری که $\hat{I} \propto |\hat{u}|^2$) می‌گیریم. معلوم است که برای هر باریکه دلخواه، دو تابع از طریق تبدیل فوریه به یکدیگر مربوط می‌شوند [۷]. می‌توان نشان داد که برای هر باریکه لیزری دلخواه، از معادله انتشار در فضای آزاد

$$\sigma_x^2(z) = \sigma_{x_0}^2 + \lambda^2 \sigma_{s_x}^2 (z - z_{0x})^2 \quad (۱۳.۴.۱۱)$$

پیروی می‌کند، که σ_{x_0} مقدار کمینه σ_x و z_{0x} مختصه‌ای است که این کمینه به ازای آن حاصل می‌شود. با همین روش می‌توان نشان داد که [با معادله (۲۸.۳.۱۱)] مقایسه شود

$$\sigma_{x_0} \sigma_{s_x} \geq \frac{1}{4\pi} \quad (۱۴.۴.۱۱)$$

که تساوی فقط برای باریکه گاوسی همدوس صادق است. در این مورد، در واقع داریم

$$I(x, y, z) \propto \exp[-2(x^2 + y^2)/w^2(z)]$$

با استفاده از تبدیل مختصات (۱۱.۴.۱۱)، می‌توان نشان داد که

$$\hat{I}(s_x, s_y) \propto \exp[-2\pi^2 w_0^2 (s_x^2 + s_y^2)]$$

حال از معادلات (۱۰.۴.۱۱) و (۱۲.۴.۱۱) به دست می‌آید

$$\sigma_x(z) = \frac{w(z)}{2} \quad (\text{الف } ۱۵.۴.۱۱)$$

$$\sigma_{s_x} = \frac{1}{2\pi w_0} \quad (\text{ب } ۱۵.۴.۱۱)$$

و آشکارا، با قراردادن $z = 0$ در معادله (الف ۱۵.۴.۱۱)، داریم

$$\sigma_{x_0} = \frac{w_0}{2} \quad (\text{ج } ۱۵.۴.۱۱)$$

سپس از معادلات (۱۵.۴.۱۱) بـه دست می‌آید

$$(\sigma_{x^0} \sigma_{s_x})_G = \frac{1}{4\pi} \quad (۱۶.۴.۱۱)$$

در ادامه بحث گذشته، اکنون می‌توانیم عامل M_x^2 را به صورت نسبت حاصلضرب $(\sigma_{x^0} \sigma_{s_x})$ باریکه به حاصلضرب متناظر $(\sigma_{x^0} \sigma_{s_x})_G$ برای باریکه‌ای گاوسی، تعریف کنیم، یعنی

$$M_x^2 = \frac{(\sigma_{x^0} \sigma_{s_x})}{(\sigma_{x^0} \sigma_{s_x})_G} = 4\pi (\sigma_{x^0} \sigma_{s_x}) \quad (۱۷.۴.۱۱)$$

و برای مختصه y نیز به همین شکل تعریف می‌شود. دقت کنید که طبق معادله (۱۴.۴.۱۱)، داریم $M_x^2 \geq 1$. جمله M_x^2 را معمولاً کیفیت باریکه می‌خوانند. چون مقادیر بزرگتر M_x^2 با کیفیت پایینتر باریکه متناظر است، این عامل را عکس عامل کیفیت باریکه (که کمتر مصطلح است) نیز نامیده‌اند. همچنین توجه کنید که در صورت مقایسه با باریکه‌ای گاوسی با همان انحراف معیار یعنی، در صورتی که $(\sigma_{x^0})_G = \sigma_{x^0}$ باشد، آنگاه عامل M_x^2 تعیین می‌کند که واگرایی باریکه چقدر از واگرایی باریکه گاوسی بیشتر می‌شود.

روش دیگری برای توصیف انتشار باریکه لیزر چندمدی، بجز استفاده از معادله (۱۳.۴.۱۱)، با توجه به این مسئله حاصل می‌شود که باریکه گاوسی، طبق معادلات (۱۵.۴.۱۱ الف) و (۱۵.۴.۱۱ ج) $w_x(z) = 2\sigma_x(z)$ و $w_{x^0} = 2\sigma_{x^0}$ است در نتیجه برای باریکه لیزر با نیمرخ کلی عرضی، می‌توانیم پارامترهای اندازه لکه $W_x(z)$ و W_{x^0} را چنین تعریف کنیم

$$W_x(z) = 2\sigma_x(z) \quad (۱۸.۴.۱۱ الف)$$

$$W_{x^0} = 2\sigma_{x^0} \quad (۱۸.۴.۱۱ ب)$$

دقت کنید که از حروف بزرگ $W_x(z)$ و W_{x^0} استفاده کرده‌ایم که پارامترهای اندازه لکه باریکه دلخواه لیزری را نشان دهیم. با جایگزینی $\sigma_x(z)$ و σ_{x^0} از معادله (۱۸.۴.۱۱)، (σ_{s_x}) از معادله (۱۷.۴.۱۱) در معادله (۱۳.۴.۱۱)، به دست می‌آوریم

$$W_x^2(z) = W_{x^0}^2 + M_x^4 \left(\frac{\lambda^2}{\pi^2 W_{x^0}^2} \right) (z - z_{0x})^2 \quad (۱۹.۴.۱۱)$$

برای باریکه گاوسی آشکارا داریم $W_x(z) = w_x(z)$ و $W_{x^0} = w_{x^0}$ ، $M_x^2 = 1$ و معادله (۱۹.۴.۱۱) به معادله (۱۳.۷.۴ الف) تبدیل می‌شود. برای باریکه لیزر چندمدی، معادله (۱۹.۴.۱۱)

مشابه با باریکه گاوسی است بجز جمله دوم سمت راست که گستردگی ناشی از پراش باریکه را بیان می‌کند که در عامل M_x^4 ضرب شده است.

معادله (۱۹.۴.۱۱) انتشار باریکه لیزر چندمدی را برحسب تابعی از پارامتر دقیقاً تعریف شده اندازه لکه $W_x(z)$ بیان می‌کند. توجه کنید که انتشار باریکه با سه پارامتر W_{x^0} ، M_x^2 و z_{0x} تعیین می‌شود. مقادیر آنها را اصولاً می‌توان با اندازه‌گیری اندازه لکه $W_x(z)$ در سه مختصات z متفاوت تعیین کرد. همچنین توجه کنید که در فواصل طولانی از مکان کم، z_{0x} از معادله (۱۹.۴.۱۱) به دست می‌آید $W_x(z) \cong (M_x^2 \lambda / \pi W_{x^0})(z - z_{0x})$. بنابراین، برای باریکه لیزر چندمدی می‌توان واگرایی باریکه را چنین تعریف کرد

$$\theta_{dx} = \frac{W_x(z)}{(z - z_{0x})} = M_x^2 \left(\frac{\lambda}{\pi W_{x^0}} \right) \quad (20.4.11)$$

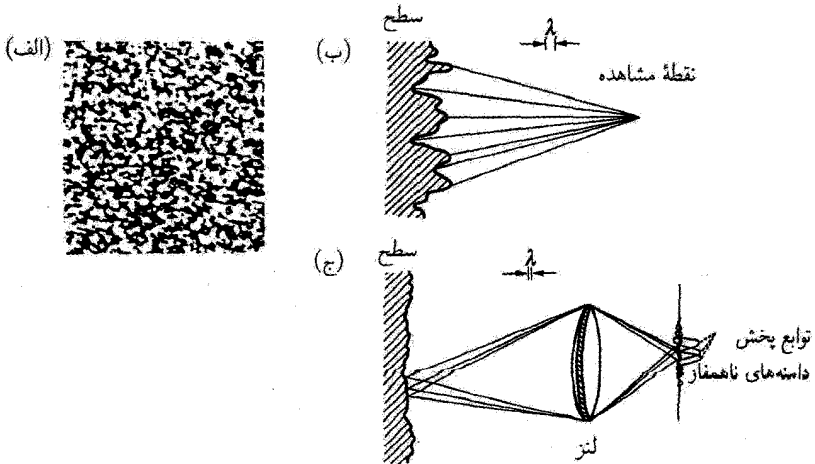
بنابراین، واگرایی باریکه لیزر چندمدی M_x^2 برابر باریکه گاوسی است که دارای همان اندازه لکه باشد (یعنی، به طوری که $w_{x^0} = W_{x^0}$). مقایسه بین معادلات (۲۰.۴.۱۱) و (۹.۴.۱۱) نیز امکان می‌دهد تا رابطه‌ای بین M_x^2 ، W_{x^0} و قطر D_c سطح همدوسی برقرار سازیم.

مثال ۴.۱۱ عامل M^2 و پارامترهای اندازه لکه لیزر نیمرسانایی با سطح وسیع. یک لیزر نیمرسانای AlGaAs/GaAs را با سطحی وسیع با ابعاد باریکه خروجی در رخ خروجی در نظر می‌گیریم، یعنی در میدان نزدیک $d_{\perp} = 8 \mu\text{m}$ و $d_{\parallel} = 100 \mu\text{m}$ و واگراییهای باریکه $\theta_{\perp} = 20^\circ$ و $\theta_{\parallel} = 10^\circ$. علامتهای \perp و \parallel ، به ترتیب، جهتهای عمود و موازی با صفحه پیوندگاه را نشان می‌دهد. قطرهای d بین نقاط نیم‌شدت اندازه‌گیری می‌شوند؛ همین طور واگراییهای G به صورت نیم‌زوایای بین نقاط نیم‌شدت بیشینه اندازه‌گیری می‌شوند (HWHM). چون رخ خروجی نیمرسانا تخت است، مکانهای کمر برای هر دو محور را می‌توان منطبق با این رخ در نظر گرفت. توزیع شدت میدان نزدیک عمود بر پیوندگاه (محور سریع) را می‌توان تقریباً گاوسی گرفت. اندازه لکه متناظر با آن $w_{\perp} = W_{\perp}$ باید به اندازه‌ای باشد که $\exp[-2(d_{\perp}/2w_{\perp})^2] = (1/2)$ پس به دست می‌آوریم $w_{\perp} = W_{\perp} = d_{\perp}/[2 \ln 2]^{1/2} \cong 0.68 \mu\text{m}$. نیمرخ شدت میدان دور در امتداد همان جهت را نیز می‌توان گاوسی در نظر گرفت. طبق معادله (۱۱.۴.۱۱) نیمرخ شدت آن، برحسب مختصه عرضی z θ_{\perp} را می‌توان برای z بزرگ به صورت $\exp[-2(\theta_{\perp} z/W_{\perp})^2] = (1/2)$ به دست می‌آید. چون اکنون واگرایی باریکه به صورت $\theta_{d\perp} = W_{\perp}/z$ تعریف می‌شود، به دست می‌آوریم $\theta_{d\perp} = (2/\ln 2)^{1/2} \theta_{\perp} \cong 0.59 \text{ rad}$ و از معادله (۲۰.۴.۱۱)

شده در نظر گرفته شده که $\lambda \cong 850 \text{ nm}$ ، $M_{\perp}^2 = \pi W_{\perp} \theta_{d\perp} / \lambda = \pi \theta_{\perp} d_{\perp} / (\ln 2) \lambda = 1.5$ است. همان طوری که انتظار می‌رفت عامل M_{\perp}^2 نزدیک به عامل باریکه واقعی گاوسی است. توزیع شدت میدان نزدیک در جهت موازی با پیوندگاه (محور آهسته) را می‌توان تقریباً ثابت در نظر گرفت. حال از معادله (۱۰.۴.۱۱) به دست می‌آوریم که $W_{\parallel} \cong d_{\parallel} / 2 = 50 \mu\text{m}$ توزیع شدت میدان نزدیک تابعی به شکل کاسه زنگ است که می‌توان آن را با تابع گاوسی تقریب زد. مانند قبل، سپس به دست می‌آوریم $\theta_{\parallel} \cong 0.148 \text{ rad}$ با استفاده از معادله (۲۰.۴.۱۱)، می‌رسیم به $M_{\parallel}^2 = \pi W_{\parallel} \theta_{d\parallel} / \lambda = \pi \theta_{\parallel} d_{\parallel} / (2 \ln 2)^{1/2} \lambda = 55$ بنابراین در جهت محور آهسته، واگرایی باریکه خیلی بزرگتر از باریکه گاوسی محدود شده پراشی است، یعنی، باریکه چند برابر حد پراشی است. ■

۵.۱۱ پیسه لیزری

اکنون بحث مربوط به همدوسی مرتبه اول در بخش ۳.۱۱ را با ذکر پدیده مهم مشخصه نور لیزر ادامه می‌دهیم که به پیسه لیزری معروف است [۸ و ۹]. پیسه لیزری با نگاهی دقیق به نور پراکنده شده لیزر از دیوار و یا پخش‌کن شفاف خود را نشان می‌دهد. می‌بینیم که نور پراکنده شده از یک مجموعه کاتوره‌ای نقاط تاریک و روشن یا پیسه تشکیل شده است [شکل ۸.۱۱(الف)]. با وجود کاتوره‌ای بودن، می‌توان اندازه میانگین پیسه (یا دانه) را تشخیص داد. پژوهشگران خیلی

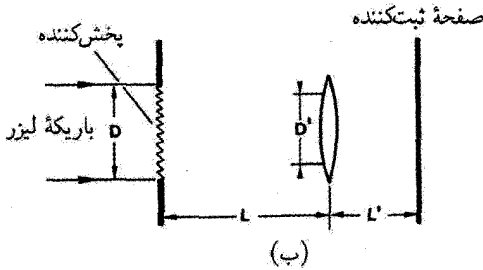
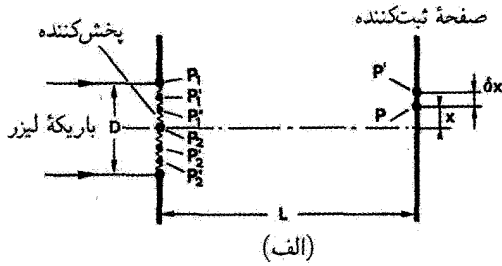


شکل ۸.۱۱ (الف) نقش پیسه و منشأ فیزیکی آن برای (ب) انتشار در فضای آزاد و (ج) برای یک سیستم تصویری.

زود دریافتند که این پدیده ناشی از تداخل سازنده و ویرانگر تابش از مراکز پراکندگی کوچک روی سطحی است که باریکه بر آن فرود می‌آید. چون این پدیده به وجود درجه بالای همدوسی مرتبه اول بستگی دارد، بنابراین از خواص ذاتی نور لیزر است.

مبدأ فیزیکی بافت دانه‌ای را هم برای انتشار نور در فضای آزاد [شکل ۸.۱۱ (ب)] و هم برای سیستم تصویری [شکل ۸.۱۱ (ج)] به سادگی می‌شود دریافت اگر دقت کنیم که سطح اغلب مواد در مقیاس طول موج نوری خیلی ناصاف است. برای انتشار نور در فضای آزاد، موج نوری حاصل در فاصله‌ای نسبتاً زیاد از سطح پراکننده، از تعداد زیادی مؤلفه‌های همدوس یا موجک‌هایی تشکیل شده که هر یک از آنها جزء میکروسکوپی متفاوتی از سطح برخاسته است. با مراجعه به شکل ۸.۱۱ (ب) متوجه می‌شویم که فاصله‌ای که هر یک از این موجکها می‌پیماید ممکن است به اندازه چند طول موج اختلاف داشته باشد. تداخل این موجکهای همدوس که اختلاف فاز دارند باعث روشنایی دانه‌ای (یا نقش پیسه) می‌شود. وقتی آرایش نوری همانند آرایش سیستم تصویری [شکل ۸.۱۱ (ج)] است، در توضیح نقش دانه‌ای باید علاوه بر اثر پراش اثر تداخل را نیز در نظر گرفت. در واقع، به علت توان تفکیک محدود حتی در یک سیستم تصویری کاملاً دقیق، شدت در یک نقطه مفروض در تصویر را می‌توان ناشی از جمع همدوس قسمتهای مستقل از سطح دانست. این وضعیت در عمل هنگامی رخ خواهد داد که تابع پخش نقطه در سیستم تصویری در مقایسه با تغییرات میکروسکوپی سطح پهن باشد.

به آسانی می‌توانیم مرتبه بزرگی اندازه دانه d_g (یعنی، اندازه میانگین لکه‌ها در نقش پیسه) را برای دو حالتی که در نظر گرفتیم به دست آوریم. در حالت اول [شکل ۹.۱۱ (الف)] فرض می‌شود که نور پراکنده شده روی فیلم عکاسی ثبت شود که در فاصله L از پخش‌کننده قرار دارد، در حالی که هیچ عدسی بین فیلم و پخش‌کننده وجود ندارد. اکنون فرض می‌کنیم در نقطه‌ای مانند P در صفحه ثبت‌کننده پیسه روشنی وجود دارد. این بدان مفهوم است که نور پراکنده شده از تمامی نقاط پخش‌کننده در نقطه P به‌طور سازنده تداخل می‌یابند و قله‌ای کلی برای دامنه میدان به دست می‌دهند. می‌توان چنین برداشت کرد که سهمهای پراشی در نقطه P ناشی از موجک‌هایی است که از نقاط P_1, P'_1, P''_1 و نظایر آن (به‌صورت میانگین) به‌طور هم‌فاز با موجکهای ناشی از نقاط P_2, P'_2, P''_2 و نظایر آن جمع می‌شوند. حال این سؤال را مطرح می‌کنیم که نقطه P چقدر در امتداد محور x در صفحه ثبت‌کننده باید حرکت کند تا این تداخل سازنده تبدیل به تداخل ویرانگر شود. این وضعیت هنگامی رخ می‌دهد که مثلاً امواج پراشیده از نقاط P_1 و P_2 در یک نقطه جدید P' به‌صورت ویرانگر و نه سازنده تداخل کنند. در این مورد نشان می‌دهیم که سهمهای ناشی از نقاط P'_1 و P'_2 نیز به‌صورت ویرانگر تداخل می‌کنند، و همین وضعیت نیز برای نقاط P''_1 و P''_2



شکل ۹.۱۱ محاسبه اندازه دانه (الف) برای انتشار در فضای آزاد و (ب) سیستم تشکیل تصویر.

و نظایر آن رخ خواهد داد، و شدت کلی نور مقدار کمیته‌ای خواهد یافت. برای مثال، نقاط P_1 و P_2 را در نظر می‌گیریم، حال لازم است که تغییر δx در مختصه x نقطه P چنان باشد که تغییر متناظر $\delta(P_2P - P_1P)$ در اختلاف مسیر $P_2P - P_1P$ برابر با $\lambda/2$ شود. با توجه به اینکه برای $D \ll L$ ، $P_1P = \{(D/2) - x\}^2 + L^2\}^{1/2}$ و $P_2P = (x^2 + L^2)^{1/2}$ می‌آوریم $\delta(P_2P - P_1P) \cong (D/2L)\delta x$. شرط برابری $\delta(P_2P - P_1P) = \lambda/2$ نتیجه زیر را به دست می‌دهد

$$\delta x = \frac{\lambda L}{D} \quad (۱.۵.۱۱)$$

با محاسبه‌ای مشابه، به آسانی می‌توانیم نشان دهیم که با در نظر گرفتن نقاط P_1' و P_2' (یا نقاط P_1'' و P_2'' و نظایر آن) به جای نقاط P_1 و P_2 همین نتیجه به دست خواهد آمد. اکنون سهمهای مرتبط (به صورت میانگین) به صورت ویرانگر و نه سازنده جمع می‌شوند، بنابراین می‌توانیم رابطه تقریبی زیر را برای اندازه دانه d_g بنویسیم

$$d_g \cong 2\delta x = \frac{2\lambda L}{D} \quad (۲.۵.۱۱)$$

برای به دست آوردن رابطه‌ای تقریبی برای اندازه دانه برای سیستم تصویری در شکل ۸.۱۱ (ب)، ابتدا می‌بینیم که با استدلالی مشابه با آنچه گفته شد می‌توان قطر باریکه لکه آری در صفحه

کانونی عدسی را محاسبه کرد. در واقع، موردی را مطابق شکل ۹.۱۱ (الف) در نظر می‌گیریم که یک عدسی با فاصله کانونی $f = L$ جایگزین پخش‌کننده می‌شود. با دنبال کردن استدلال گذشته در می‌یابیم که بیشینه شدت باید در $x = 0$ واقع شود، یعنی در مرکز صفحه ثبت‌کننده. در حقیقت، در نتیجه جبهه موج کروی حاصل از عدسی، سهمهای ناشی از نقاط P_1, P'_1 و P''_1, \dots با سهمهای حاصل از نقاط P_2, P'_2, P''_2, \dots در آن نقطه به‌طور هم‌فاز با یکدیگر جمع می‌شوند. سپس اندازه تقریبی لکه در صفحه کانونی را می‌توان از معادله (۲.۵.۱۱) به‌دست آورد، که برابر می‌شود با $d_g \cong 2\lambda L/D$. این نتیجه را می‌توان با مقدار $d_g = 2.44\lambda L/D$ که از تابع اری در شکل ۶.۱۱ به‌دست می‌آید مقایسه کرد. با توجه به این مثال، اکنون می‌توان ویژگی کلی زیر را برای موج پراشیده دریافت: هر گاه تمام روزنه به قطر D در یک سیستم اپتیکی، به‌طور همدوس در پراش یک لکه یا بیشتر در صفحه واقع در فاصله L سهم باشند، کمینه اندازه لکه در این صفحه ثبت‌کننده همواره به‌صورت تقریبی از $2\lambda L/D$ به‌دست می‌آید. توجه کنید که در مورد پخش‌کننده این سهم همدوسی از تمام روزنه D حاصل می‌شود به شرطی که: (۱) اندازه d_s هر یک از پراکننده‌سازها بسیار کوچکتر از اندازه روزنه D باشد؛ (۲) در صفحه ثبت‌کننده هم‌پوشانی عمده‌ای بین موجک‌هایی که از مراکز مختلف پراکندگی پراشیده می‌شوند وجود داشته باشد. این بدان مفهوم است که در صفحه ثبت‌کننده بعد هر یک از موجکها $(\sim \lambda L/d_s)$ بزرگتر از فاصله متوسط ($\sim D$) آنهاست. بنابراین، برای مثال، وقتی $d_s = 10 \mu\text{m}$ و $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ است، داریم $L > 20 D$.

اکنون موردی را در نظر می‌گیریم که نور پراکنده روی یک صفحه عکاسی بعد از عبور از عدسی روی صفحه عکاسی تصویر پخش‌کننده را ایجاد کند [شکل ۹.۱۱ (ب)]. فرض می‌کنیم که نور پراشیده از هر یک از پراکننده‌سازها تمام قطر D' دهانه عدسی را روشن کند، یعنی $(2\lambda L/d_s) \geq D'$. با این شرط، در اثر پراش، تمامی روزنه در هر لکه‌ای روی صفحه عکاسی سهم است، و اندازه دانه d_g چنین به‌دست می‌آید

$$d_g = \frac{2\lambda L'}{D'} \quad (3.5.11)$$

باید توجه کنید که آرایش شکل ۹.۱۱ (ب) نیز متناظر با موردی است که مستقیماً به سطح پراکننده‌ساز نظاره می‌شود. در این مورد عدسی و صفحه ثبت‌کننده به ترتیب متناظر با عدسی چشم و شبکیه است. بر این اساس، d_g به‌دست آمده از معادله (۳.۵.۱۱) را می‌توان رابطه‌ای برای اندازه دانه روی شبکیه به حساب آورد. همچنین توجه کنید که اندازه ظاهری دانه روی سطح پراکننده‌ساز، d_{ag} ، برابر

۱. چون برای $L \gg D$ ، توزیع میدان در صفحه ثبت‌کننده تبدیل فوری توزیع میدان در صفحه ورودی است [۷]، این مشخصه به‌عنوان خاصیت کلی تبدیل فوری ظاهر می‌شود.

با $d_g(L/L')$ است، به طوری که

$$d_{ag} = \frac{2\lambda L}{D'} \quad (۴.۵.۱۱)$$

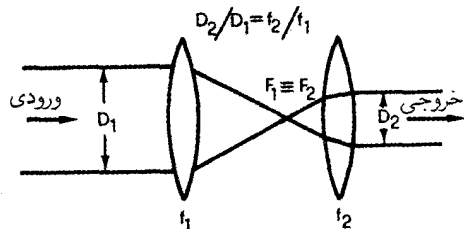
این رابطه که در واقع، توان تفکیک چشم برای اشیاء در فاصله L را به دست می‌دهد (با چشمپوشی از ابیراهیهای عدسی چشم)، نشان می‌دهد که با افزایش L d_{ag} افزایش می‌یابد، یعنی با افزایش فاصله بین مشاهده‌کننده و پخش‌کننده، و با افزایش گشودگی مردمک چشم (یعنی وقتی چشم با تاریکی سازگاری می‌یابد) d_{ag} کاهش می‌یابد. هر دوی این پیش‌بینیها با مشاهدات تجربی به سادگی تأیید می‌شود.

نوفه پسته‌ای اغلب نمودی ناخواسته از نور همدوس است؛ تفکیک فضایی تصویری شیئی که از طریق روشن‌سازی با نور لیزر ایجاد می‌شود غالباً بر اثر نوفه پسته‌ای محدود می‌شود. نوفه پسته‌ای در بازسازی تصویر تمام نگاهت نیز ظاهر می‌شود، که این بار نیز توان فضایی تصویر را محدود می‌سازد. بنابراین شیوه‌هایی برای کاهش پسته ناشی از اشیایی که به صورت همدوس روشن می‌شوند توسعه یافته‌اند [۹]. ولی نوفه پسته‌ای همیشه مشکل‌ساز نیست، در واقع شیوه‌هایی ابداع شده است که به طریقی نسبتاً ساده، با بهره‌گیری از حضور پسته، تغییرات اشیای بزرگ را که مثلاً بر اثر تنشها یا ارتعاشات حاصل می‌شود، نشان می‌دهد (تداخل سنج پسته‌ای).

مثال ۵.۱۱ اندازه دانه نقش پسته از دید ناظر. باریکه قرمز لیزر He-Ne در طول موج $\lambda = 633 \text{ nm}$ را در نظر بگیرید که مثلاً سطحی به قطر $D = 2 \text{ cm}$ را روی یک سطح پراکنده‌ساز روشن می‌کند و فرض می‌شود هر یک از مراکز پراکنده‌ساز دارای بُعد $d_s = 50 \mu\text{m}$ باشد. نور پراکنده شده به چشم فردی در فاصله $L = 50 \text{ cm}$ از پخش‌کننده می‌رسد. $L' = 2 \text{ cm}$ را فاصله بین شبکیه و عدسی چشم در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که قطر مردمک چشم $D' = 2 \text{ mm}$ است. با توجه به اینکه $12.7 \text{ mm} \cong (2\lambda L/d_s)$ خیلی بزرگتر از D' است، تمامی گشودگی مردمک چشم با نور پراکنده شده از همه مراکز پراکنده‌ساز، روشن می‌شود. اندازه ظاهری پسته در ناحیه روشن شده از پخش‌کننده از معادله (۴.۵.۱۱) برابر با $d_{ag} \cong 316 \mu\text{m}$ به دست می‌آید. هر گاه ناظر در فاصله $L = 100 \text{ cm}$ از پخش‌کننده قرار گیرد، اندازه ظاهری دانه روی لکه $D = 2 \text{ cm}$ که پخش‌کننده روشن کرده است، دو برابر خواهد شد، یعنی حدود $632 \mu\text{m}$. ■

۶.۱۱ درخشایی

درخشایی B چشمه نوری یا چشمه لیزری در بخش ۴.۴.۱ معرفی شد [معادلات (۳.۴.۱) و (۴.۴.۱) را ببینید]. بار دیگر توجه می‌کنیم که مهمترین پارامتر باریکه لیزر (و به طور کلی هر چشمه



شکل ۱۰.۱۱ روش افزایش شدت باریکه لیزر.

نوری) توان یا شدت آن نیست، بلکه درخشایی آن است. به این موضوع قبلاً در بخش ۴.۴.۱ اشاره شد و نشان دادیم که شدت قلهٔ بیشینه که با کانونی کردن باریکهٔ مفروضی حاصل می‌شود، با درخشایی باریکه متناسب است [معادله (۶.۴.۱) را ببینید]. باز هم بر این واقعیت تأکید شد که شدت باریکه را می‌توان افزایش داد ولی درخشایی آن را نمی‌توان. در واقع، آرایش هم‌کانونی عدسیها در شکل ۱۰.۱۱ را می‌توان برای کاهش قطر باریکه به‌کار برد. مشروط بر آنکه $f_2 < f_1$ باشد، و بنابراین شدت باریکه افزایش می‌یابد. اما، واگرایی باریکهٔ خروجی ($\sim \lambda/D_2$) نیز نسبت به واگرایی باریکهٔ ورودی ($\sim \lambda/D_1$) افزایش می‌یابد، بنابراین درخشایی بدون تغییر می‌ماند. این ویژگی که در اینجا برای مورد خاصی نشان داده شده، به‌طور کلی معتبر است (همچنین برای چشمه‌های ناهمدوس): برای چشمهٔ نوری مفروض و یک سیستم تصویرسازی اپتیکی، تصویر نمی‌تواند از چشمهٔ اصلی درخشان‌تر باشد (این مطلب در صورتی معتبر است که چشمه و تصویر در محیطهای با یک ضریب شکست باشند).

درخشایی چشمه‌های لیزری نوعاً چند مرتبهٔ بزرگی از درخشایی پرتوان‌ترین چشمه‌های ناهمدوس، به علت جهتمندی بسیار زیاد باریکهٔ لیزری، بزرگتر است. برای مثال، درخشایی لیزر Ar را که روی گذار سبز $\lambda = 514 \text{ nm}$ با توان $P = 1 \text{ W}$ نوسان می‌کند با احتمالاً درخشان‌ترین چشمهٔ عادی—لامپ بخار جیوه فشار بالا (نوع ۱۰۷/۱۰۹ Labs PEK™)—مقایسه می‌کنیم. لامپ با توان الکتریکی حدود 100 W کار می‌کند و توان خروجی اپتیکی $P_{out} \cong 10 \text{ W}$ ، و درخشایی B حدود $95 \text{ W/cm}^2 \times \text{sr}$ را در قوی‌ترین خط سبز در طول موج $\lambda = 546 \text{ nm}$ به‌دست می‌دهد. فرض می‌کنیم که لیزر روی مد TEM_{۰۰} نوسان کند، به‌طوری که بتوانیم $A = (\pi w_0^2/2)$ را سطح باریکه بگیریم، که w_0 اندازهٔ لکه در کمر باریکه است. توجه کنید که ضریب ۲ در مخرج کسر رابطهٔ قبل از این امر ناشی می‌شود که w_0 در واقع معرف $(1/e)$ اندازهٔ لکه میدان لیزر است و نه شدت لیزر. همین طور، چون $(1/e)$ واگرایی میدان از $\theta = (\lambda/\pi w_0)$ به‌دست می‌آید، زاویهٔ فضایی گسیل را می‌توان به‌صورت $\Omega = (\pi\theta^2/2)$ در نظر گرفت. درخشایی

این چشمه لیزری را اکنون می‌توان به صورت $B = (P/A\Omega)$ نوشت، که P توان است. از دو رابطه قبل برای سطح باریکه و زاویه فضایی گسیل، به دست می‌آوریم

$$B = \left(\frac{4P}{\lambda^2} \right) \quad (۱.۶.۱۱)$$

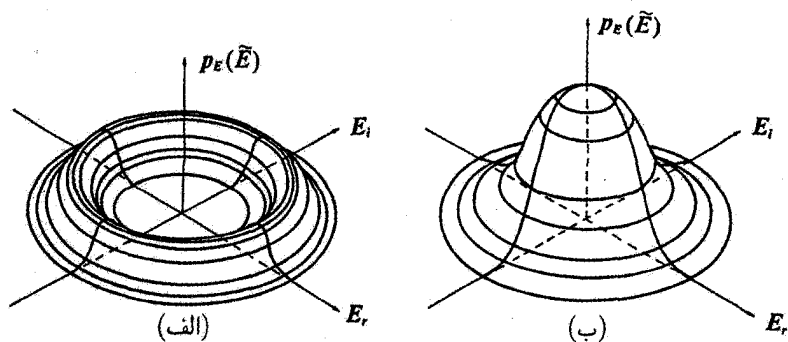
با قراردادن مقادیر مناسب برای P و λ برای این لیزر $10^9 \text{ W/cm}^2 \times \text{sr}$ به دست می‌آید. بنابراین درخشایی لیزر A_T بیش از 7 مرتبه بزرگی از درخشایی لامپ بیشتر است. با توجه به اینکه این نیز نسبت دو شدتی است که با کانونی کردن چشمه‌های مرتبط به دست می‌آید، اکنون درک کمی بیشتری پیدا کرده‌ایم که چرا از باریکه لیزری کانونی شده در کاربردهایی نظیر جوشکاری و برش استفاده می‌شود، ولی از نور لامپ کانونی شده نمی‌توان استفاده کرد.

۷.۱۱ ویژگیهای آماری نور لیزر و نور گرمایی

افت‌وخیزهای زمانی میدان حاصل از چشمه لیزری یا چشمه نور گرمایی به‌طور مؤثری برحسب رفتار آماری متناظر با آنها توصیف می‌شود [۱۰]. فرض کنید $E(t) = A(t) \exp j[\omega t - \phi(t)]$ میدانی باشد که چشمه‌ای در نقطه‌ای مفروض در فضا ایجاد کرده است. با نوشتن $E(t) = \tilde{E}(t) \exp j(\omega t)$ ، که $\tilde{E} = A \exp -j(\phi)$ است، می‌توانیم بررسیهای خود را بر تغییر آهسته (در یک چرخه اپتیکی) دامنه مختلط $\tilde{E}(t)$ متمرکز کنیم. اکنون فرض می‌کنیم که چند اندازه‌گیری در زمانهای مختلف t ، \tilde{E} ، مثلاً روی قسمتهای حقیقی E_r و مجازی E_i آن صورت گرفته باشد. در حدی که تعداد اندازه‌گیریها، بسیار زیاد شود، می‌توان چگالی احتمال دو بعدی $p_E(\tilde{E}) = p_E(E_r, E_i)$ را به دست آورد و آن طوری تعریف می‌شود که $dp = p_E(\tilde{E}) dE_r dE_i$ احتمال جزئی را به دست دهد که اندازه‌گیری میدان مقداری برای قسمت حقیقی بین E_r و $E_r + dE_r$ و قسمت مجازی بین E_i و $E_i + dE_i$ نتیجه دهد. یا به جای آن می‌توان $p_E(\tilde{E})$ را به صورت تابعی از دامنه A و فاز ϕ معرفی کرد، و نیز $dp = p_E(\tilde{E}) A dA d\phi$ را احتمال جزئی نوشت که اندازه‌گیری مقدار دامنه را بین A و $A + dA$ و فاز را بین ϕ و $\phi + d\phi$ به دست دهد. با دانستن $p_E(\tilde{E})$ ، شدت میانگین موج را طبق معادله (۳.۱.۱۱) می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\langle I \rangle = \frac{\iint |E|^2 p_E(\tilde{E}) dE_r dE_i}{\iint p_E(\tilde{E}) dE_r dE_i} = \frac{\iint |A|^2 p_E(\tilde{E}) A dA d\phi}{\iint p_E(\tilde{E}) A dA d\phi} \quad (۱.۷.۱۱)$$

چگالی احتمال را، در فضای سه بعدی، به صورت بسیار مؤثری، برحسب تابعی از E_r و E_i می‌توان نمایش داد.



شکل ۱۱.۱۱ ترسیم چگالی احتمال $p_E(\vec{E})$ میدان \vec{E} برحسب قسمتهای حقیقی E_r و مجازی E_i \vec{E} ; (الف) سیگنال همدوس، نظیر سیگنال یک لیزر تک‌مُدی، (ب) نور گرمایی نظیر نوری که از یک چشمه عادی گسیل می‌شود.

در شکل ۱۱.۱۱ (الف) $p_E(\vec{E})$ برحسب (E_r, E_i) برای چشمه لیزری تک‌مُدی ترسیم شده است. همان‌طور که در بخش ۱۱.۷ اشاره شد، شدت خروجی و در نتیجه دامنه میدان این لیزر، به‌ازای آهنگ مفروض دمش و اتلاف کاواک ثابت است، به این شرط که میان گذارهای رو به بالای ناشی از دمش و گذارهای رو به پایین ناشی از گسیل القایی و هم‌گسیل خودبه‌خود تعادل برقرار شود. افت‌وخیزهای کوچک دامنه ممکن است از افت‌وخیزهای آهنگ دمش و هم از اتلاف کاواک ناشی شود. ولی فاز $\phi(t)$ با چنین فرایند تعادلی کنترل نخواهد شد، بنابراین، هر مقدار اختیاری بین ∞ و 0 را اختیار می‌کند. اکنون، با فرض $A = (E_r^2 + E_i^2)^{1/2}$ و $\phi = -\tan^{-1}(E_i/E_r)$ انتظار می‌رود نمودار آن مطابق شکل ۱۱.۱۱ (الف) رسم شود. توجه کنید که افت‌وخیزهای دامنه $A = A(t)$ در شکل به‌شدت مبالغه شده است، در واقع، در عملکرد آزاد، مثلاً در یک چشمه لیزری حالت جامد دمیده شده دیدی خوب، افت‌وخیزهای نسبی دامنه نوعاً حدود چند درصد و یا کمتر از آن است (شکل ۳۰.۷ را ببینید). سپس تا تقریب مرتبه اول فرض می‌کنیم

$$p_E(\vec{E}) \propto \delta(A - A_0) \quad (2.7.11)$$

که A_0 ثابتی است که با میانگین شدت باریکه تعیین می‌شود. قراردادن معادله (۲.۷.۱۱) در معادله (۱.۷.۱۱)، در واقع $\langle I \rangle = A_0^2$ را به‌دست می‌دهد. در حوزه زمانی، نقطه‌ای که نشان‌دهنده $\vec{E}(t)$ در صفحه (E_r, E_i) است اساساً در امتداد محیطی به شعاع $A_0 = |\vec{E}|$ حرکت می‌کند. در نتیجه آماری افت‌وخیزهای فاز، این حرکت به‌صورت کاتوره‌ای صورت می‌گیرد، و سرعت فاز متناظر با آن، $d\phi/dt$ ، پهنای نوار لیزر را برقرار می‌سازد.

در شکل ۱۱.۱ (ب) $p_E(\bar{E})$ برحسب (E_r, E_i) برای چشمه نوری گرمایی رسم شده است. در این مورد، میدان ناشی از برهم‌نهی نورگسیل شده ناهمبسته گسیل خودبه‌خود ناشی از هر یک از اتمهای چشمه نوری است. با توجه به اینکه تعداد این گسیلنده‌ها خیلی زیاد است از نظریه حد مرکزی آمار نتیجه می‌شود که احتمال توزیع هر دو قسمت حقیقی و مجازی \bar{E} از قانون گاوسی پیروی کند. بنابراین می‌توانیم بنویسیم

$$p_E(\bar{E}) \propto \exp \left[- \left(\frac{E_r^2 + E_i^2}{A_0^2} \right) \right] = \exp \left[- \left(\frac{A^2}{A_0^2} \right) \right] \quad (۳.۷.۱۱)$$

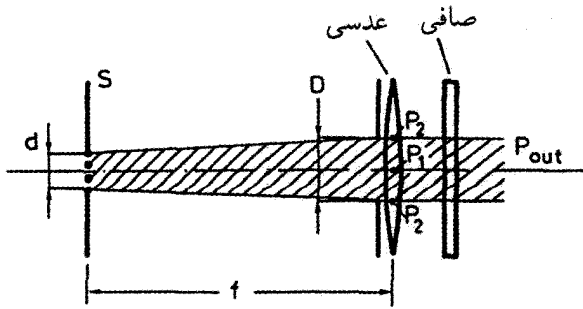
که همچنان A_0 ثابتی است که براساس میانگین شدت باریکه تعیین می‌شود. جایگزینی معادله (۳.۷.۱۱) در معادله (۱.۷.۱۱) بار دیگر در واقع $I = A_0^2$ را به دست می‌دهد. توجه کنید که مقادیر میانگین هر دوی E_r و E_i اکنون برابر با صفر است. بنابراین اکنون حرکت در حوزه زمانی نقطه‌ای که \bar{E} را در صفحه (E_r, E_i) نمایش می‌دهد، شامل حرکتی کاتوره‌ای حول مبدأ است. و سرعت این حرکت اکنون، برحسب هر دوی دامنه و فاز (یعنی، dA/dt و $d\phi/dt$) پهنای نوار این چشمه گرمایی را برقرار می‌سازد.

۸.۱۱ مقایسه بین نور لیزر و نور گرمایی

اکنون نور قرمز لیزر He-Ne در طول موج $\lambda = 633 \text{ nm}$ را که نوسان آن در تک‌مد، با توان خروجی متوسط 1 mW است با احتمالاً درخشان‌ترین چشمه عادی مقایسه می‌کنیم که در بخش ۶.۱۱ به آن پرداختیم (نوع PEKTM ۱۰۷/۱۰۹ Labs) و توان خروجی $P_{out} \cong 10 \text{ W}$ و درخشایی B حدود $95 \text{ W/cm}^2 \times \text{sr}$ را در پرشدت‌ترین خط سبز در طول موج $\lambda = 546 \text{ nm}$ به دست می‌دهد. برای اینکه باریکه‌ای با همدوسی خوب فضایی از این چشمه به دست آید، از آرایشی مطابق با شکل ۱۲.۱۱ بهره می‌گیریم که یک عدسی با فاصله کانونی f و گشودگی مناسب D ، بخشی از نورگسیل شده را جمع‌آوری می‌کند. لامپ به وسیله گسیلنده‌های منفردی شبیه‌سازی می‌شود که در روزنه‌ای به قطر d روی صفحه S قرار می‌گیرند. با دنبال کردن بحث در بخش ۶.۳.۱۱، برای دستیابی به باریکه‌ای با همدوسی فضایی که به حالت آرمانی نزدیک باشد، گشودگی D را باید طوری انتخاب کرد که [معادله (۴۳.۳.۱۱)] را ببینید]

$$D \cong \frac{0.32 \lambda f}{d} \quad (۱.۸.۱۱)$$

هر چند این باریکه درجه همدوسی فضایی قدری کوچکتر از واحد دارد [برای مورد در دست بررسی $\gamma^{(1)}(P_1, P_2) \cong 0.88$] می‌توان درجه همدوسی فضایی آن را برابر با درجه همدوسی



شکل ۱۲.۱۱ صافیهای فضایی و بسامدی برای دستیابی به باریکه خروجی همدوسی مرتبه اول لامپی ناهمدوس.

فضایی لیزر He-Ne فرض کرد (که مقدار $\gamma^{(1)}$ آن را اساساً می‌توان برابر با واحد گرفت). حال توان خروجی باریکه که پس از عدسی به دست می‌آید از $P_{out} = BA\Omega$ محاسبه می‌شود، که B درخشانی لامپ، A سطح گسیلنده $(A = \pi d^2/4)$ ، و Ω زاویه فضایی پذیرش عدسی است $(\Omega = \pi D^2/4f^2)$. با کمک معادله (۱.۸.۱۱)، می‌رسم به [با معادله (۱.۶.۱۱) مقایسه شود]

$$P_{out} \cong \left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 B \quad (2.8.11)$$

با استفاده از مقدار $B = 95 \text{ W/cm}^2 \times \text{sr}$ برای درخشایی لامپ، به دست می‌آوریم $P_{out} \cong 1.8 \times 10^{-8} \text{ W}$. توجه کنید که این توان حدود ۵ مرتبه بزرگی از توانی که توسط لیزر He-Ne گسیل می‌شود و ۹ مرتبه بزرگی از توانی که از لامپ گسیل می‌شود کوچکتر است. همچنین توجه کنید که، بنابر معادله (۲.۸.۱۱) توانی که در باریکه همدوس فضایی می‌توان به آن دست یافت به درخشایی لامپ بستگی دارد؛ که این خود اهمیت درخشایی را نشان می‌دهد.

با چنین بهایی که برای توان خروجی پرداختیم می‌توانیم بگوییم که باریکه‌ای با حدود همان درجه همدوسی فضایی لیزر He-Ne داریم. درجه همدوسی زمانی همچنان بسیار بدتر است، چون پهنای نوار گسیل لامپ قطعاً بسیار بزرگتر از پهنای نوار لیزر He-Ne است. در واقع، پهنای نوار لامپ در اثر فشار بالای گاز داخلی آن تا حدود $\Delta\nu \cong 10^{13} \text{ Hz}$ پهن می‌شود. حتی با استفاده از طرح پایدارسازی بسامد معمولی پهنای نوار لیزر He-Ne تا حدود $\Delta\nu_L \cong 1 \text{ kHz}$ به دست می‌آید. برای دستیابی به همان درجه همدوسی زمانی، باید پهنای نوار دو چشمه را یکسان کرد. اصولاً این کار را می‌توان با قراردادن یک صافی بسامدی با پهنای نوار (استثنایی) 1 kHz در باریکه خروجی که از لامپ به دست می‌آید (شکل ۱۲.۱۱ را ببینید) انجام داد. ولی، این

صافی موجب کاهش بیشتر توان خروجی این چشمه تا حدود 10^6 مرتبه بزرگی می‌شود [متناظر با $10^{-10} (\Delta\nu_L/\Delta\nu) \cong 10^{-10}$ ، به طوری که توان خروجی نهایی لامپی که پالاییده فضایی و بسامدی است، می‌شود $P_{out} \cong 10^{-18} W$].

بنابراین با از دست دادن حدود 10^9 مرتبه بزرگی در توان خروجی سبز اصلی که از لامپ گسیل می‌شود، اکنون می‌توان گفت که باریکه لیزر He-Ne و باریکه خروجی پالاییده شده در شکل ۱۲.۱۱ تقریباً درجه یکسانی از همدوسی فضایی و زمانی را نشان می‌دهند. برای مقایسه دو باریکه به ازای یک توان خروجی، اکنون می‌توانیم تضعیف‌کننده‌ای با ضریب تضعیف 10^{15} را جلوی لیزر He-Ne قرار دهیم. در این مرحله توان و درجه همدوسی برای دو باریکه یکسان است، بنابراین این پرسش پیش می‌آید که آیا دو چشمه اکنون به طور مؤثری یکسان‌اند، یعنی، تمایزناپذیرند. البته جواب منفی است، در واقع مقایسه مفصل بین دو چشمه نشان می‌دهد که این دو چشمه در اساس متفاوت باقی می‌مانند، و اینکه باریکه لیزر He-Ne همچنان به طور قابل ملاحظه‌ای همدوسی بیشتری دارد.

اولین مقایسه را می‌توان به سادگی برحسب ویژگیهای آماری دو چشمه نوری انجام داد. در واقع توجه می‌کنیم که عمل پالایندگی که در خروجی لامپ اعمال می‌شود و تضعیف‌کننده‌ای که در جلوی باریکه لیزر He-Ne قرار داده می‌شود، ویژگیهای آماری نور متناظر با آنها را تغییر نمی‌دهد. بنابراین همچنان شکل‌های ۱۱.۱۱ (الف) و (ب) را می‌توان برای توصیف ویژگیهای آماری دو چشمه به کار برد و از این شکل‌ها می‌توانیم اختلاف اساسی بین دو باریکه را ببینیم. توجه کنید که چون توانهای خروجی دو باریکه یکسان شده است، کمیت A در معادلات (۲.۷.۱۱) و (۳.۷.۱۱) برای دو چشمه یکی می‌شود. همچنان توجه کنید که، اگر درجه همدوسی زمانی دو باریکه را با یکدیگر برابر سازیم، یعنی اینکه سرعت حرکت نقطه نشان‌دهنده \vec{E} در صفحه (E_r, E_i) برای دو مورد یکی می‌شود. اگر درجه همدوسی فضایی دو باریکه یکسان شود، به این معناست که برای هر باریکه، حرکت در صفحه (E_r, E_i) در هر نقطه جبهه موج یکسان است. با وجود این، ویژگیهای آماری دو باریکه، همان طور که در شکل ۱۱.۱۱ نشان داده شده است، همچنان با یکدیگر تفاوت بنیادی دارد.

مقایسه دوم بین دو چشمه را می‌توان برحسب ویژگیهای همدوسی مرتبه بالاتر انجام داد (پیوست ح را ببینید). به این منظور، یادآور می‌شویم که تابع همدوسی $\Gamma^{(1)}$ در بخش ۳.۱۱، برحسب حاصلضرب $E(x_1)E^*(x_2)$ بین میدانهای تعریف شده در دو نقطه متفاوت فضا-زمان $x_i = (r_i, t_i)$ در نظر گرفته شده بودند. به این منظور، از شاخص بالای (۱) برای Γ استفاده کرده‌ایم تا یادآور این باشد که در حقیقت همبستگی مرتبه اول بین دو میدان را اجرا می‌کنیم. در

مرتبه بالاتر، می‌توانیم رده کاملی از توابع همبستگی، مثلاً $\langle E(x_1)E(x_2)E^*(x_3)E^*(x_4) \rangle$ را معرفی کنیم که چهار نقطه متمایز فضا زمان x_1, x_2, x_3, x_4 و نظایر آن را، تا مراتب بالاتر در برگیرد.^۱ حال می‌توانیم از همدوسی مرتبه بالاتر $\Gamma^{(1)}$ برحسب این توابع همبستگی مرتبه بالاتر تعریف مناسبی، ارائه دهیم. پس از انجام این کار همدوسی مرتبه بالاتر چشمه لیزری تک‌مدی همچنان از همدوسی مرتبه بالاتر باریکه پالاییده شده از لامپ بزرگتر است (پیوست ح را ببینید). در واقع بهترین کاری که می‌توان برای دو چشمه انجام داد تا همدوسی مرتبه اول یکسانی را ارائه کنند، یعنی درجه یکسانی از همدوسی فضایی و زمانی داشته باشند، استفاده از سیستم پالایش شکل ۱۲.۱۱ است.

بنابراین، با وجود هزینه سنگینی که از نظر توان خروجی پرداخت کرده‌ایم، چشمه گرمایی پالاییده شده اساساً با چشمه لیزری متفاوت خواهد ماند.

مسائل

۱.۱۱ مطلوب است محاسبه $\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$ برای موج سینوسی.

۲.۱۱ معادله (۹.۳.۱۱) را ثابت کنید.

۳.۱۱ برای تداخل سنج مایکلسون در شکل ۴.۱۱ (الف)، رابطه‌ای تحلیلی بین شدت در امتداد جهت C, I_c و $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \tau)$ پیدا کنید، که $\tau = 2(L_2 - L_1)/c$.

۴.۱۱ فرض کنید که میدان در نقطه P تداخل سنج مایکلسون در شکل ۴.۱۱ (الف) موجی سینوسی است با دامنه ثابت و پرشهای کاتوره‌ای فاز (شکل ۹.۲ را ببینید). با استفاده از رابطه $\Gamma^{(1)}(\tau)$ که در پیوست (ب) برای این میدان محاسبه شده است، و رابطه بین I_c و $\Gamma^{(1)}(\tau)$ که در مسئله ۳.۱۱ محاسبه شد رابطه‌ای تحلیلی برای $V_P = V_P(\tau)$ پیدا کنید.

۵.۱۱ شکل طیف خروجی باریکه لیزر CO_2 که در طول موج $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ کار می‌کند تقریباً به صورت گاوسی با پهنای نوار 10 kHz است $[\Delta \nu_L \text{ طبق معادله (۲۷.۳.۱۱)}]$ تعریف شده است. طول همدوسی، L_c ، و فاصله ΔL بین دو بیشینه متوالی منحنی شدت در شکل ۴.۱۱ (ب) را محاسبه کنید.

۶.۱۱ موجی تخت با سطح مقطع دایره‌ای با شدت یکنواخت و همدوسی کامل فضایی به وسیله یک عدسی کانونی می‌شود. افزایش شدت در نقطه کانونی در مقایسه با شدت موج فرودی چقدر است؟

۷.۱۱ باریکه‌ای گاوسی به وسیله یک عدسی با فاصله کانونی f کانونی می‌شود. فرض کنید که

۱. در واقع، می‌توان نشان داد که میدان مفروض $E(x)$ را اصولاً می‌توان کاملاً یا با مجموعه نامتناهی از مقادیر E مشخص کرد که با تغییر x به دست می‌آیند، یا با مجموعه نامتناهی از توابع همبستگی آن.

کمر باریکه موج فرودی در موقعیت مکانی عدسی قرار می‌گیرد و اندازه لکه w متناظر با آن خیلی کوچکتر از قطر عدسی باشد، شدت قله در نقطه کانونی را به توان فرودی P_i ارتباط دهید. رابطه حاصل را با معادله (۴.۴.۱۱) مقایسه کنید.

۸.۱۱ نیمرخ شدت عرضی میدان نزدیک باریکه لیزر Nd:YAG در طول موج $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ با تقریب خوبی به صورت گاوسی با قطر (FWHM) $D \cong 4 \text{ mm}$ است. نیم‌مخروط واگرایی باریکه که در نقطه نیم‌بیشینه توزیع شدت میدان دور اندازه‌گیری شده برابر با $\theta_d \cong 2 \text{ mrad}$ است. ضریب M^2 متناظر با آن را محاسبه کنید.

۹.۱۱ نیمرخ شدت عرضی میدان نزدیک باریکه لیزر CO_2 نوع TEA در طول موج $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ با تقریب خوبی در بعد $4 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ثابت است. در تبلیغ کاتالوگ فروش لیزر آمده است که ضریب M^2 در طول هر دو محور برابر با ۱۶ است. فرض کنید که کمر باریکه در موقعیت مکانی آینه خروجی واقع شده باشد، مطلوب است محاسبه پارامترهای اندازه لکه در فاصله $z = 3 \text{ m}$ از این آینه.

مراجع

1. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon, Oxford, 1980), pp. 491-544.
2. W. H. Louisell, *Radiation and Noise in Quantum Electronics* (McGraw-Hill, New York, 1964), pp. 47-53.
3. Ref. 1, pp. 508-518.
4. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, New York, 1968).
5. Ref. 1, pp. 395-398.
6. A. E. Siegman, Defining and Measuring Laser Beam Quality, in *Solid-State Lasers—New Developments and Applications* (M. Inguscio and R. Wallenstein, eds.) (Plenum, New York, 1993), pp. 13-28.
7. Ref. 4, Chap. 5.
8. *Laser Speckle and Related Phenomena* (J. C. Dainty, ed.) (Springer-Verlag, Berlin, 1975).
9. M. Françon, *Laser Speckle and Applications in Optics* (Academic, New York, 1979).
10. R. J. Glauber, Optical Coherence and Photon Statistics, in *Quantum Optics and Electronics* (C. De Witt, A. Blandin, and C. Cohen-Tannoudji, eds.) (Gordon and Breach, New York, 1965), pp. 71, 94-98, 103, 151-155.
11. A. Jeffrey, *Handbook of Mathematical Formulas and Integrals* (Academic, San Diego, 1995), p. 244.

تبدیل باریکه لیزر: انتشار، تقویت، تبدیل بسامد، تراکم تپ، و انبساط تپ

۱.۱۲ مقدمه

معمولاً باریکه لیزر قبل از آنکه به کار برده شود، به طریقی تبدیل می‌شود. متداولترین تبدیل وقتی رخ می‌دهد که باریکه در فضای آزاد یا در یک سیستم اپتیکی مناسب انتشار یابد. چون این انتشار تغییری در توزیع فضایی باریکه ایجاد می‌کند (مثلاً، ممکن است باریکه را کانونی یا باز کند)، به این حالت تبدیل فضایی باریکه لیزر می‌گوییم. نوع دومی که اغلب با آن مواجه هستیم، تبدیلی است که وقتی باریکه از یک تقویت‌کننده یا زنجیره‌ای از تقویت‌کننده‌ها عبور می‌کند، رخ می‌دهد. چون در اینجا اثر اصلی تغییر دامنه باریکه است، به این مورد تبدیل دامنه‌ای گفته می‌شود. حالت سوم، قدری متفاوت است و آن تبدیلی است که وقتی طول موج باریکه از طریق انتشار از یک ماده اپتیکی غیرخطی مناسب دچار تغییر می‌شود، رخ می‌دهد (تبدیل طول موجی یا تبدیل بسامدی). رفتار زمانی باریکه لیزر نیز می‌تواند توسط عنصر اپتیکی مناسبی دستخوش تغییرات شود. به عنوان مثال، دامنه باریکه لیزر پیوسته موج (CW) می‌تواند توسط یک مدوله‌ساز الکترواپتیکی

یا آکوستوپتیکی مدوله زمانی شود، یا آنکه با استفاده از سیستمهای اپتیکی پاشنده مناسب یا عناصر اپتیکی غیرخطی، مدت زمان تپ لیزر افزایش (انبساط تپ) یا کاهش داده شود (تراکم تپ). این نوع تبدیل را در اینجا تبدیل زمانی می‌نامیم. توجه کنید که این چهار نوع تبدیل باریکه، اغلب با یکدیگر مرتبط‌اند. مثلاً، تبدیل دامنه‌ای و تبدیل بسامدی اغلب به‌وقوع تبدیلهای فضایی و زمانی هم منجر می‌شوند.

در این فصل به‌طور خلاصه این چهار نوع تبدیل باریکه نور را مورد بحث قرار می‌دهیم. در اینجا از میان اثرات مختلف اپتیکی غیرخطی [۱] که برای دستیابی به تبدیل بسامدی به‌کار برده می‌شوند، اثرات پارامتری مورد بررسی قرار می‌گیرند. در واقع، این آثار بعضی از مفیدترین تکنیکها را که تاکنون برای تولید چشمه جدید نور هم‌دوس به‌وجود آمده‌اند، ارائه می‌کنند. تبدیل زمانی را فقط برای انبساط تپ یا تراکم تپ مورد بررسی قرار می‌دهیم، در حالی که برای مدوله‌سازی دامنه‌ای به‌جای دیگری مراجعه می‌کنیم [۲]. همچنین برخی از نموده‌های تبدیل دامنه‌ای و زمانی را که ناشی از پدیده غیرخطی خودکانونی و پدیده مرتبط با مدوله‌سازی خودفازی است [۳] حذف خواهیم کرد، با اینکه نقش بسیار مهمی در محدودسازی، مثلاً، عملکرد تقویت‌کننده‌های لیزر، به‌عهده دارند.

۲.۱۲ تبدیل فضایی: انتشار باریکه لیزری چندمدی

انتشار در فضای آزاد باریکه گاوسی و باریکه چند مد عرضی را به‌ترتیب در بخشهای ۲.۷.۴ و ۳.۴.۱۱ مورد بررسی قرار دادیم. در بخش ۲.۷.۴ دیدیم که، باریکه گاوسی با، مثلاً، سطح مقطع دایره‌ای، با دو پارامتر مشخص می‌شود (مختصات z کمر باریکه و اندازه لکه w متناظر با آن). برعکس در، بخش ۳.۴.۱۱، دیدیم که باریکه چندمدی با، مثلاً سطح مقطع دایره‌ای، با سه پارامتر مشخص می‌شود (مختصه z کمر باریکه، پارامتر اندازه لکه w و ضریب کیفیت باریکه M^2). از طرف دیگر، انتشار باریکه گاوسی از یک سیستم کلی اپتیکی با یک ماتریس مفروض $ABCD$ مشخص می‌شود، که در بخش ۳.۷.۴ بررسی شد، و نشان داده شد که پارامتر مختلط q باریکه را پس از عبور از یک سیستم اپتیکی، می‌توان به‌سادگی از پارامتر q باریکه ورودی به‌دست آورد، به شرط آنکه عناصر ماتریس A, B, C, D مشخص باشند. برای اینکه این مبحث را کامل کنیم، در این بخش انتشار باریکه لیزر چندمدی از یک سیستم کلی اپتیکی که با ماتریس $ABCD$ مفروضی مشخص می‌شود، را مورد بررسی قرار می‌دهیم [۴، ۵].

ابتدا، انتشار در فضای آزاد باریکه لیزر چندمدی را بررسی می‌کنیم. پارامتر اندازه لکه در امتداد، مثلاً، جهت عرضی x و مختصه طولی z با معادله (۱۹.۴.۱۱) توصیف می‌شود، که در

اینجا آن را یادآور می‌شویم

$$W_x^2(z) = W_{\circ x}^2 + M_x^2 \left(\frac{\lambda^2}{\pi^2 W_{\circ x}^2} \right) (z - z_{\circ x})^2 \quad (۱.۲.۱۲)$$

تا آنجا که به انتشار در فضای آزاد مرتبط می‌شود، باریکه لیزر چندمدی چنان رفتار می‌کند که گویی شامل یک باریکه گاوسی محاط‌شده با همان موقعیت کمر $z_{\circ x}$ به‌عنوان باریکه چندمدی است و اندازه لکه، در هر مختصه z ، از رابطه

$$w_x(z) = \frac{W_x(z)}{M_x} \quad (۲.۲.۱۲)$$

به‌دست می‌آید، که $M_x = \sqrt{M_x^2}$ یک ثابت است. در واقع با قراردادن معادله (۲.۲.۱۲) در معادله (۱.۲.۱۲)، رابطه (۱۳.۷.۴) (الف) به‌آسانی به‌دست می‌آید. همچنین می‌توان نشان داد که شعاع انحنای $R(z)$ این باریکه گاوسی محاط‌شده، در هر موقعیت z ، برابر است با شعاع انحنای باریکه چندمدی.

این تصوّر باریکه گاوسی محاط‌شده برای انتشار از یک سیستم کلی اپتیکی که مثلاً توسط ماتریس $ABCD$ توصیف می‌شود، نیز دارای اعتبار است.

بر این اساس، انتشار باریکه چندمدی را می‌توان با دستورالعمل زیر به‌دست آورد:

۱. با شروع از باریکه لیزر چندمدی که با مقادیر مفروض $W_{\circ x}$ ، M_x^2 ، و $z_{\circ x}$ مشخص می‌شود، می‌توان باریکه گاوسی محاط‌شده را چنان تعریف کرد که کمر باریکه در موقعیت کمر باریکه چندمدی باشد، و $w_{\circ x} = W_{\circ x}/M_x$.

۲. سپس، به محاسبه انتشار باریکه گاوسی از یک سیستم اپتیکی، مثلاً با استفاده از قانون $ABCD$ انتشار باریکه گاوسی، می‌پردازیم.

۳. در هر وضعیتی در داخل سیستم اپتیکی، شعاع انحنای جبهه موج باریکه چندمدی با شعاع انحنای جبهه موج باریکه گاوسی محاط‌شده منطبق است. این بدان مفهوم است که، مخصوصاً، هر کمر برای هر دو باریکه دارای یک وضعیت مکانی است.

۴. پارامتر اندازه لکه W_x باریکه چندمدی در هر موقعیت از $W_x(z) = M_x w_x(z)$ به‌دست می‌آید.

مثال ۱.۱۲. کانونی کردن باریکه لیزر $Nd:YAG$ چندمدی به‌کمک یک عدسی نازک. باریکه‌ای چندمدی حاصل از یک لیزر $Nd:YAG$ تکرارشونده تپی در طول موج $\lambda \cong 1.06 \mu\text{m}$ را از نوعی که برای جوشکاری یا برش مواد فلزی به‌کار برده می‌شود، در نظر می‌گیریم. نیمرخ شدت

عرضی میدان نزدیک را به طور تقریب گاوسی با قطر $D = 4 \text{ mm (FWHM)}$ ، و ضریب M^2 را برابر با ~ 40 در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم ببینیم که وقتی باریکه به وسیله یک عدسی کروی با فاصله کانونی $f = 10 \text{ cm}$ کانونی می‌شود، چه اتفاقی می‌افتد.

فرض می‌کنیم که کمر این باریکه چندمندی با آینه خروجی منطبق است، چون این آینه آینه‌ای تخت است. باز هم فرض می‌کنیم که عدسی خیلی نزدیک به این آینه قرار دارد، به طوری که باریکه چندمندی و از آنرو باریکه گاوسی محاط شده را بتوان منطبق با مکان عدسی گرفت. برای نیمرخ شدت گاوسی، پارامتر اندازه لکه باریکه ورودی، $W = W_0$ به قطر باریکه، D ، با شرط $(1/2) = \exp[-2(D/2W_0)^2]$ مرتبط است. خواهیم داشت $W_0 = D/(2 \ln 2)^{1/2} \cong 3.4 \text{ mm}$ ، به طوری که $w_0 = W_0/\sqrt{M^2} \cong 0.54 \text{ mm}$. طبق معادله (۲۶.۷.۴)، از آنجایی که برد ریلی متناظر با این اندازه لکه، $z_R = \pi w_0^2/\lambda \cong 85 \text{ cm}$ ، بسیار بزرگتر از فاصله کانونی عدسی است، کمری که در خارج از عدسی شکل می‌گیرد تقریباً در کانون عدسی واقع می‌شود. پس، از معادله (۲۸.۷.۴) اندازه لکه باریکه گاوسی محاط شده در این کانون، w_{0f} ، از $w_{0f} \cong \lambda f/\pi w_0 \cong 63 \mu\text{m}$ ، و پارامتر اندازه لکه باریکه چندمندی از $W_{0f} = \sqrt{M^2} w_{0f} \cong 400 \mu\text{m}$ به دست می‌آیند. ■

۳.۱۲ تبدیل دامنه‌ای: تقویت لیزری

در این بخش، رفتار معادله آهنگ یک تقویت‌کننده لیزر را مورد بررسی قرار می‌دهیم [۶ تا ۸]. فرض می‌کنیم که موجی تخت با شدت یکنواخت I به یک تقویت‌کننده لیزری (در $z = 0$) که در جهت z در طول l گسترده است، وارد می‌شود. بررسی خود را به موردی که باریکه فرودی لیزر به صورت تپی است، محدود می‌کنیم (تقویت تپی)؛ برای تقویت باریکه بیوسسته‌موج، باید به مرجع ۸ مراجعه کرد (تقویت حالت پایا).

ابتدا حالتی را بررسی می‌کنیم که محیط تقویت‌کننده براساس طرح چهارترازی کار می‌کند، و باز هم فرض می‌کنیم که مدت زمان تپ T_p چنان است که شرط $T_p \ll \tau \ll T_1$ برقرار باشد، که T_1 و τ به ترتیب طول عمرهای ترازهای پایین‌تر و بالاتر محیط تقویت‌کننده هستند. در این مورد، جمعیت تراز پایین‌تر تقویت‌کننده را می‌توان برابر صفر گرفت. شاید این بهترین حالت برای بررسی باشد، چون به عنوان مثال، برای لیزر سوئیچ شده Q ی تپ، از یک لیزر Nd:YAG تقویت شده استفاده می‌شود. همچنین فرض می‌کنیم که دمش به تراز بالاتر تقویت‌کننده و فروافت خودبه‌خود بعدی را در مدت عبور تپ می‌توان نادیده گرفت و گذار نیز پهن شده همگن است. تحت این شرایط و به کمک معادله (۱۷.۴.۲)، (که در آن $F = I/h\nu$ قرار داده می‌شود)، آهنگ تغییر وارونی

جمعیت $N(t, z)$ در نقطه z داخل تقویت‌کننده را می‌توان به صورت

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -WN = -\frac{NI}{\Gamma_s} \quad (۱.۳.۱۲)$$

نوشت، که

$$\Gamma_s = \left(\frac{h\nu}{\sigma} \right) \quad (۲.۳.۱۲)$$

شاریدگی انرژی اشباع تقویت‌کننده است [معادله (۲۹.۸.۲) را ببینید]. توجه کنید که معادله (۱.۳.۱۲) نیازمند به مشتق جزئی است، چون انتظار داریم N تابعی از z و t باشد، یعنی $N = N(t, z)$ ، زیرا، $I = I(t, z)$ است.

معادله (۱.۳.۱۲) را می‌توان برای $N(t)$ حل کرد تا

$$N(\infty) = N_0 \exp[-(\Gamma/\Gamma_s)] \quad (۳.۳.۱۲)$$

را به دست دهد، که $N_0 = N(-\infty)$ جمعیت تراز بالایی تقویت‌کننده قبل از رسیدن تپ است که با ترکیب دمش و فروافت خودبه‌خود برقرار می‌شود و نیز

$$\Gamma(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(z, t) dt \quad (۴.۳.۱۲)$$

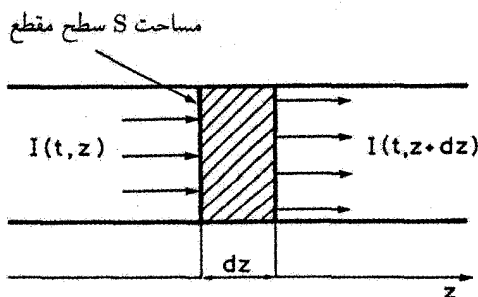
شاریدگی کل تپ لیزر است.

در مرحله بعد، معادله دیفرانسیلی را می‌نویسیم که تغییر زمانی و فضایی شدت I را توصیف کند. برای این منظور، ابتدا برای آهنگ تغییر موج الکترومغناطیسی در داخل واحد حجم تقویت‌کننده رابطه‌ای خواهیم نوشت. برای این منظور به شکل ۱.۱۲ مراجعه می‌کنیم، که سطح هاشورخورده حجم جزئی محیط فعال به طول dz و سطح مقطع s را نشان می‌دهد. سپس، می‌توانیم بنویسیم

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_3 \quad (۵.۳.۱۲)$$

که $(\partial \rho / \partial t)_1$ گسیل القایی و جذب را در تقویت‌کننده به حساب می‌آورد، $(\partial \rho / \partial t)_2$ برای اتلاف تقویت‌کننده (مثلاً تلفات پراکندگی)، و $(\partial \rho / \partial t)_3$ برای شار خالص فوتونی است که به داخل حجم شارش می‌یابد. باز هم به کمک معادله (۱۷.۴.۲) $(F = I/h\nu)$ ، به دست می‌آوریم

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_1 = WNh\nu = \sigma NI \quad (۶.۳.۱۲)$$



شکل ۱.۱۲ آهنگ تغییر انرژی فوتون موجود در حجمی جزئی به طول dz و مساحت سطح مقطعی S در یک تقویت‌کننده لیزری.

و از معادلات (۱۷.۴.۲) و (۳۲.۴.۲)، خواهیم داشت

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_\nu = -W_a N_a h\nu = -\alpha I \quad (۷.۳.۱۲)$$

که N_a چگالی مرکز اتلاف، W_a آهنگ جذب، و α ضریب جذب مرتبط با مراکز اتلاف است. برای محاسبه $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_\nu$ مجدداً به شکل ۱.۱۲ مراجعه کرده و می‌بینیم که $(\partial \rho / \partial t)_\nu S dz$ آهنگ تغییر انرژی الکترومغناطیسی در این حجم ناشی از اختلاف بین توان ورودی و خروجی لیزر است. سپس، می‌توان نوشت $(\partial \rho / \partial t)_\nu S dz = S[I(t, z) - I(t, z + dz)]$ ، که به سادگی

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)_\nu dz = -\frac{\partial I}{\partial z} dz \quad (۸.۳.۱۲)$$

را به دست می‌دهد. معادله (۵.۳.۱۲)، با کمک معادلات (۶.۳.۱۲) - (۷.۳.۱۲) و با مشاهده اینکه $(\partial \rho / \partial t) = (\partial I / c \partial t)$ است، به دست می‌دهد

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = \sigma N I - \alpha I \quad (۹.۳.۱۲)$$

این معادله، همراه با معادله (۱.۳.۱۲) فرایند تقویت را به طور کامل توصیف می‌کند. توجه کنید که معادله (۹.۳.۱۲) شکل معمولی معادله وابسته به زمان ترابرد را دارد.

معادله (۱.۳.۱۲) و (۹.۳.۱۲) را با شرایط مرزی و اولیه مناسب باید حل کرد. برای شرط اولیه، $N(0, z) = N_0$ را در نظر می‌گیریم، که N_0 جمعیت تراز بالایی تقویت‌کننده قبل از رسیدن تپ لیزری است. واضح است که شرط مرزی با شدت $I_0(t)$ تپ نوری که به داخل تقویت‌کننده

تزریق می‌شود، یعنی $I(t, 0) = I_0(t)$ برقرار می‌شود. برای تلفات ناچیز تقویت‌کننده (یعنی، با نادیده گرفتن جمله $-\alpha l$)، حل معادلات (۱.۳.۱۲) و (۹.۳.۱۲) را می‌توان به صورت

$$I(z, \tau) = I_0(\tau) \left\{ 1 - [1 - \exp(-gz)] \exp \left[-\int_{-\infty}^{\tau} I_0(\tau') d\tau' / \Gamma_s \right] \right\}^{-1} \quad (۱۰.۳.۱۲)$$

نوشت، که $z = t - (z/c)$ و $g = \sigma N_0$ ضریب بهره اشباع نشده تقویت‌کننده است. با کمک معادلات (۱.۳.۱۲) و (۹.۳.۱۲)، می‌توانیم معادله دیفرانسیلی را برای شاریدگی کل تپ، $\Gamma(z)$ ، که از معادله (۴.۳.۱۲) به دست می‌آید، نیز بنویسیم. بنابراین ابتدا از دو طرف معادله (۱.۳.۱۲) نسبت به زمان، از $t = -\infty$ تا $t = +\infty$ انتگرال می‌گیریم تا معادله (۳.۳.۱۲) استفاده کرده‌ایم. سپس از دو طرف معادله (۹.۳.۱۲) نسبت به زمان، در همان فاصله از زمان انتگرال گرفته، آنگاه از معادله قبلی برای $(\int_{-\infty}^{+\infty} N I dt / \Gamma_s)$ و اینکه $I(+\infty, z) = I(-\infty, z) = 0$ استفاده می‌کنیم. در این صورت به دست می‌آوریم

$$\frac{d\Gamma}{dz} = g\Gamma_s [1 - \exp(-\Gamma/\Gamma_s)] - \alpha\Gamma \quad (۱۱.۳.۱۲)$$

مجدداً با نادیده گرفتن تلفات تقویت‌کننده، معادله (۱۱.۳.۱۲) به دست می‌دهد

$$\Gamma(l) = \Gamma_s \ln \{ 1 + [\exp(\Gamma_{in}/\Gamma_s) - 1] G_0 \} \quad (۱۲.۳.۱۲)$$

که $G_0 = \exp(gl)$ بهره اشباع نشده تقویت‌کننده و Γ_{in} شاریدگی انرژی باریکه ورودی است. به عنوان مثالی نمایشی، نسبت Γ/Γ_s در شکل ۲.۱۲ برحسب Γ_{in}/Γ_s برای $G_0 = 3$

رسم شده است، دقت کنید که برای $\Gamma_{in} \ll \Gamma_s$ ، معادله (۱۲.۳.۱۲) را می‌توان به صورت

$$\Gamma(l) = G_0 \Gamma_{in} \quad (۱۳.۳.۱۲)$$

تقریب زد، و شاریدگی خروجی با شاریدگی ورودی به صورت خطی افزایش می‌یابد (نظام تقویت خطی). معادله (۱۳.۳.۱۲) نیز در شکل ۲.۱۲ به صورت خط مستقیم خط چین با شروع از مبدأ رسم شده است. ولی، در شاریدگیهای بالاتر، Γ با Γ_{in} در آهنگ پایینتری که از معادله (۱۳.۳.۱۲) پیش‌بینی می‌شود افزایش می‌یابد؛ یعنی اشباع تقویت شروع می‌شود. برای $\Gamma_{in} \gg \Gamma_s$ (نظام اشباع عمیق) معادله (۱۲.۳.۱۲) را می‌توان به صورت

$$\Gamma(l) = \Gamma_{in} + gl\Gamma_s \quad (۱۴.۳.۱۲)$$

به دست آیند. بررسیهای مشابهی برای تقویت‌کننده‌ای که براساس طرح چهارترازی عمل می‌کند به کار می‌رود، وقتی که مدت زمان تپ ضلع کوتاهتر از طول عمر تراز پایینی گذار باشد. در این حالت، جمعیتی که با گسیل برانگیخته به تراز پایین‌تر می‌رود در مدت تپ در این تراز باقی می‌ماند، و می‌توانیم نشان دهیم که معادله (۱۲.۳.۱۲) هنوز دارای اعتبار است، به شرط آنکه σ_e به جای σ قرار داده شود، و Γ_s از معادله (۱۵.۳.۱۲) به دست آید، که σ_a سطح مقطع مؤثر جذب تراز پایین‌تر گذار است.

اگر از تلفات تقویت‌کننده نتوان صرف‌نظر کرد، تصویر گذشته باید به طریقی اصلاح شود. مخصوصاً، شاریدگی خروجی $\Gamma(l)$ با شاریدگی ورودی مطابق با شکل ۲.۱۲ افزایش نخواهد یافت، بلکه به بیشینه‌ای خواهد رسید و سپس رو به کاهش می‌رود. این را با توجه به موضوع می‌توان درک کرد که، در این حالت، خروجی برحسب تابعی از طول تقویت‌کننده به علت تقویت [حداقل برای شاریدگیهای ورودی بالا، معادله (۱۴.۳.۱۲) را ببینید] تمایل دارد که به صورت خطی رشد کند، و به علت اتلاف [ناشی از جمله $-\alpha\Gamma$ در معادله (۱۱.۳.۱۲)] به صورت نمایی کاهش یابد. آن‌گاه رقابت این دو اثر برای شاریدگی خروجی Γ بیشینه‌ای را به دست می‌دهد. برای $\alpha \ll g$ این مقدار بیشینه شاریدگی خروجی، Γ_m خواهد شد

$$\Gamma_m \cong \frac{g\Gamma_s}{\alpha} \quad (۱۶.۳.۱۲)$$

ولی باید ذکر کرد که، چون تلفات تقویت‌کننده نوعاً کاملاً کوچک هستند، معمولاً پدیده‌های دیگری، شاریدگی انرژی بیشینه را که می‌تواند از یک تقویت‌کننده به دست آید، محدود می‌کند. در واقع، این حد اغلب با شاریدگی خسارت تقویت‌کننده، Γ_d (10 J/cm^2) مقدار نمونه‌ای برای تعدادی از محیطهای حالت جامد است) تعیین می‌شود. سپس از معادله (۱۴.۳.۱۲)، شرط زیر را به دست می‌آوریم

$$\Gamma \cong g\Gamma_s < \Gamma_d \quad (۱۷.۳.۱۲)$$

محدودیت دیگری در عملکرد تقویت‌کننده به خاطر بهره اشباع‌نشده $G_0 = \exp(gl)$ وجود دارد که خیلی زیاد نیست، در غیر این صورت دوائر ناخواسته در تقویت‌کننده رخ می‌دهد: نوسانهای پارازیتی یا ASE. نوسان پارازیتی وقتی رخ می‌دهد که تقویت‌کننده به علت چند بار بازخورد داخلی، که همواره تا درجه‌ای حضور دارد، شروع به عمل لیزر کند (مثلاً، به علت رخنهای انتهایی تقویت‌کننده). پدیده ASE را در بخش ۲.۹.۲ مورد بحث قرار دادیم. هر دو پدیده می‌خواهند وارونی موجود را تهی کنند و لذا بهره را کاهش دهند. برای کمینه کردن نوسانهای پارازیتی، باید از

تقویت‌کننده‌هایی که طول بلند دارند اجتناب شود، و به‌طور ایده‌آل، باید از تقویت‌کننده‌هایی استفاده کرد که در تمام جهات تقریباً ابعاد یکسانی دارند. لیکن، حتی در این مورد، نوسانهای پارازیتی حد بالای $(gl)_{\max}$ را برای حاصل ضرب ضریب بهره g در طول تقویت‌کننده l برقرار می‌کند، یعنی

$$gl < (gl)_{\max} \quad (۱۸.۳.۱۲)$$

که نوعاً $(gl)_{\max}$ در گستره‌ای از ۳ تا ۵ است. آستانه ASE در بخش ۲.۹.۲ داده شده است. [برای خط لورتسی، معادله (۴.۹.۲ الف) را ببینید]. برای تقویت‌کننده‌ای به شکل مکعب (یعنی، $\Omega \cong ۱$) و برای تسلیم کوانتومی فلوئورسانی برابر با واحد، خواهیم داشت $G \cong ۸$ [یعنی، $۲۱ \cong gl$] که مقداری است قابل مقایسه با مقدار برقرارشده توسط نوسانهای پارازیتی. برای مقادیر کوچکتر زاویه فضایی Ω ، که بیشتر مطرح است، انتظار داریم مقدار G برای شروع ASE افزایش یابد [معادله (۴.۹.۲ الف)]. از این رو نوسانهای پارازیتی معمولاً بهره بیشتری را که می‌توان به‌دست آورد تعیین می‌کند، و نه ASE را.

وقتی هر دو حد ناشی از خسارت، معادله (۱۷.۳.۱۲)، و نوسانهای پارازیتی، معادله (۱۸.۳.۱۲)، در نظر گرفته شوند، می‌توانیم رابطه‌ای برای انرژی بیشینه E_m که از یک تقویت‌کننده گرفته می‌شود، به‌صورت زیر به‌دست آوریم

$$E_m = \Gamma_d l_m^2 = \frac{\Gamma_d (gl)_m^2}{g^2} \quad (۱۹.۳.۱۲)$$

که l_m بعد بیشینه تقویت‌کننده (برای یک تقویت‌کننده مکعبی) است که از معادله (۱۸.۳.۱۲) قابل درک است. معادله (۱۹.۳.۱۲) نشان می‌دهد که با کاهش ضریب بهره تقویت‌کننده، E_m ، g ، افزایش می‌یابد. در نهایت، حدی برای این کاهش در ضریب بهره توسط تلفات α تقویت‌کننده برقرار می‌شود.

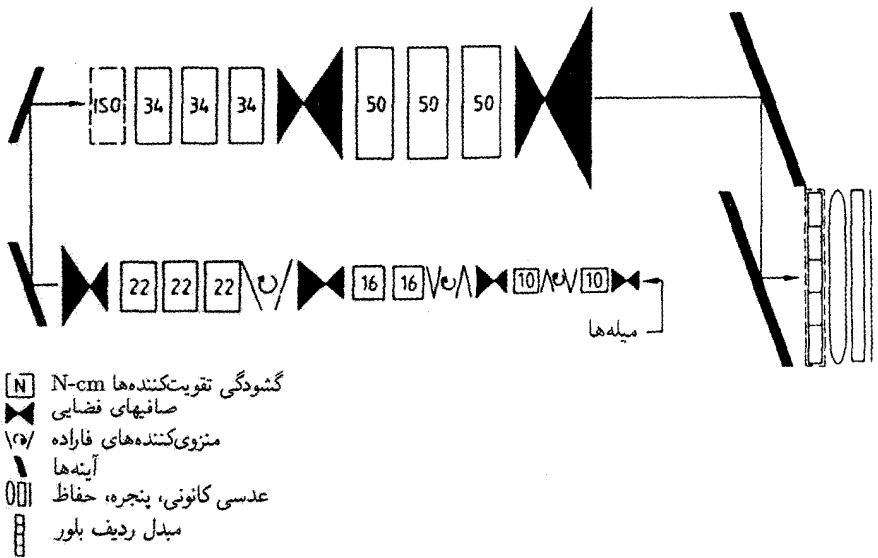
تاکنون، به تغییر انرژی تب لیزری وقتی تب از یک تقویت‌کننده عبور می‌کند، توجه کردیم. ولی، در نظام اشباع تغییرات بسیار مهمی در شکل‌های زمانی و فضایی باریکه ورودی نیز رخ خواهد داد. اعوجاج فضایی را می‌توان به کمک شکل ۲.۱۲ به‌سادگی درک کرد. برای باریکه ورودی با نیمرخ شدت عرضی کاسه‌زنگی (مثلاً، باریکه‌ای گاوسی)، مرکز باریکه، به‌علت اشباع، بهره کمتری نسبت به محیط آن، دارد. بنابراین، پهنای نیمرخ فضایی باریکه با عبور باریکه از تقویت‌کننده بزرگ خواهد شد. دلیل اعوجاج‌های زمانی را نیز به‌راحتی می‌توان درک کرد: گسیل القایی، که با لبه "پیش‌رو"ی تب ایجاد می‌شود بر این دلالت دارد که مقداری از انرژی ذخیره‌شده، زمانی‌که لبه "پس‌رو"ی تب تقویت می‌شود، قبلاً از تقویت‌کننده به‌دست آمده است. لذا این لبه پس‌رو

وارونی جمعیت کمتری را می‌بیند و بنابراین با بهره‌ای کاهش یافته مواجه می‌شود. نتیجه امر آنکه، انرژی کمتری به لبة پس‌رو نسبت به لبة پیش‌روی تپ اضافه می‌شود و این امر به تغییر شکل قابل ملاحظه تپ منجر خواهد شد. شکل تپ خروجی را می‌توان از معادله (۱۰.۳.۱۲) محاسبه کرد و خواهیم یافت که تپ تقویت شده یا پهن می‌شود و یا باریک (یا حتی بدون تغییر خواهد ماند)، خروجی تقویت‌کننده بستگی به شکل تپ ورودی خواهد داشت [۷].

مثال ۲.۱۲ بیشینه انرژی که می‌توان از یک تقویت‌کننده به دست آورد. فرض می‌کنیم که مقدار بیشینه gl توسط نوسانهای پارازیتی محدود می‌شود، به طوری که $10 \cong (gl)_{\max}^2$ ، و ضریب بهره نیز نسبتاً پایین $g = 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ فرض می‌شود. برای شاریدگی—انرژی خسارت محیط تقویت‌کننده $\Gamma_d = 10 \text{ J/cm}^2$ ، از معادله (۱۹.۳.۱۲) به دست می‌آوریم که $E_m \cong 1 \text{ MJ}$. دقت کنید که این مقدار حد بالایی در انرژی را نشان می‌دهد، چون نیاز به بعد تقویت‌کننده قدری غیرعملی، از مرتبه $l_m \cong (gl)_m/g \cong 3 \text{ m}$ دارد. ■

۱.۳.۱۲ مثالهایی از تقویت‌کننده‌های لیزری: تقویت تپ جیرجیرشده

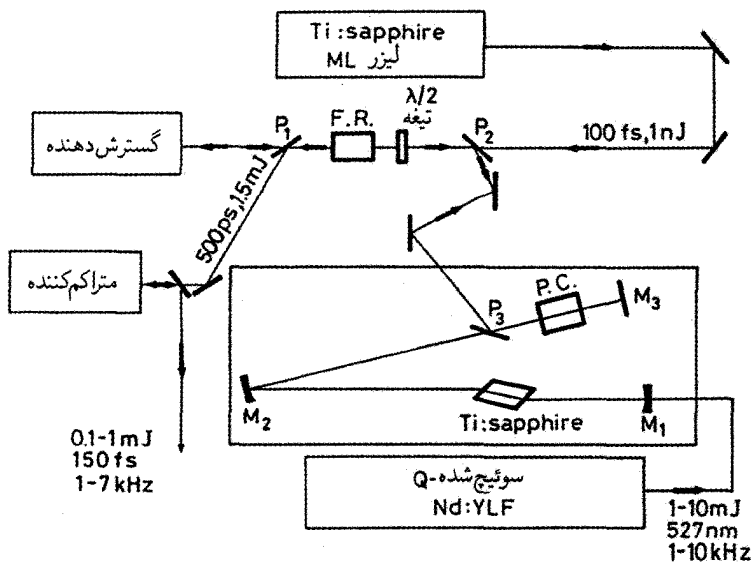
یکی از مهمترین و قطعاً بارزترین مثال از تقویت تپ لیزری، تقویت‌کننده‌های Nd:glass است که برای ایجاد تپهای انرژی بالا ($10^0 - 10^1 \text{ kJ}$) در تحقیقات گداخت لیزر به کار برده می‌شوند [۸]. در واقع، سیستمهای لیزر بزرگ Nd:glass در تعدادی از آزمایشگاههای سراسر جهان ساخته شده و به کار افتاده‌اند؛ یکی از آنها با بالاترین انرژی خروجی در آزمایشگاه ملی لارنس لیورمور^۱ در ایالات متحده به کار افتاده است (لیزر NOVA). در اکثر این سیستمهای لیزر Nd:glass، از طرح نوسانگر اصلی تقویت‌کننده قدرت (MOPA) بهره گرفته می‌شود، که شامل یک نوسانگر اصلی است که مولد تپی کاملاً کنترل شده با انرژی پایین است، و به دنبال آن یک سری از تقویت‌کننده‌های قدرتی است که تپ را به انرژی بالا تقویت می‌کند. گشودگی بدون مانع تقویت‌کننده‌های قدرت در طول زنجیره افزایش داده می‌شود تا با افزایش انرژی باریکه از خسارت اپتیکی اجتناب شود. نمودار طرح‌حوار یکی از 10^0 بازوی سیستم NOVA در شکل ۳.۱۲ نشان داده شده است. تقویت‌کننده‌های اولیه در زنجیره شامل میله‌های شیشه فسفات شده (به طول 380 mm و به قطر 25 mm برای اولین تقویت‌کننده‌ها، و 50 mm برای تقویت‌کننده‌های آخر) است. مرحله نهایی تقویت، به وسیله تقویت‌کننده‌های صفحه‌ای (دیسکی) دمیده-زخی به دست می‌آید [شکل ۳.۶ (ب) را ببینید]، که دارای قطر گشودگی بدون مانع بزرگی هستند (قطر تقویت‌کننده‌های اول 10 cm و برای تقویت‌کننده‌های آخر، 50 cm است). در شکل ۳.۱۲ به حضور منزوی‌کننده فاراده (شکل ۲۳.۷) توجه کنید، که از نور بازتابیده در



شکل ۳.۱۲ طرح ترسیم سیستم تقویت که در تقویت‌کننده‌های Nd: glass به کار می‌رود، برای یک بازو از سیستم NOVA [۸].

جهت عکس انتشار در زنجیره تقویت‌کننده اجتناب می‌شود، چون موجب خسارت دیدگی مراحل نخست سیستم خواهد شد. همچنین به صافیهای فضایی شامل دو عدسی در یک آرایه هم‌کانونی (شکل ۱۰.۱۱) با روزنه‌ای تنگ در کانون مشترک این دو عدسی، توجه کنید. این صافیهای دومانظوره در جهت حذف نابسامانیهای فضایی مقیاس کوچک از باریکه و نیز جورشدهگی نیمرخ باریکه بین دو تقویت‌کننده متوالی با گشودگیهای متفاوت، به خدمت گرفته می‌شوند. سیستم لیزری شکل ۳.۱۲ انرژی خروجی 10^5 kJ را در مدت زمان تپ زیر 1 ns ارائه می‌کند، که کل انرژی سیستم NOVA با 10^6 kJ بازو 10^5 kJ را به دست می‌دهد. هم‌اکنون سیستمهای لیزری مبتنی بر این طرح که انرژی خروجی کلی 1 mJ را ارائه می‌کند، در ایالات متحد (تسهیلات افروزش ملی، NIF، لیورمور^۱) و در فرانسه (پروژه مگاژول، لیمی^۲) در دست ساخت است (به زیر بخش ۲.۲.۲.۹ نیز مراجعه شود).

رده دوم تقویت‌کننده‌های لیزری، که لیزر را در جهت قابلیت کانونی شدن شدت باریکه متحول کرده است، متکی به مفهوم تقویت تپ جیرجیر شده (CPA) است [۹]، و به منظور تقویت تپهای پیکوثانیه‌ای یا فمتوثانیه‌ای لیزری به کار برده می‌شود. در واقع، در چنین مدت‌های کوتاه تپ، انرژی



شکل ۴.۱۲ تقویت تپهای لیزری فمتوثانیه‌ای توسط تقویت‌کننده بازاینده و تکنیک تقویت تپ جیرجیر شده.

بیشینه‌ای که می‌توان از یک تقویت‌کننده به دست آورد به ایجاد خودکانونی، که به قدرت قله باریکه مربوط است، یا یونش چندفوتونی، که به شدت قله باریکه مربوط است، بستگی دارد. برای آنکه بر این محدودیتها غلبه کنیم، می‌توانیم روشی را انتخاب کنیم که قبلاً در فناوری رادار، هنگام انبساط تپ (یا گسترش تپ) قبل از تقویت، و به دنبال آن تراکم تپ تا اخذ شکل اولیه تپ پس از فرایند تقویت، استفاده می‌شده است. به این ترتیب، توان قله و در نتیجه شدت قله تپ در زنجیره تقویت‌کننده را می‌توان چندین مرتبه بزرگی ($10^3 - 10^4$) کاهش داد. این امر موجب می‌شود تا بتوان استخراج انرژی بیشینه مرتبط با تقویت‌کننده‌ای مفروض را به طریقی مطمئن افزایش داد. انبساط تپ از طریق سیستم اپتیکی‌ای به دست می‌آید که مثلاً، پاشندگی تأخیر-گروه مثبت (GDD) را ایجاد می‌کند. از این طریق، تپ می‌تواند به مقدار قابل ملاحظه‌ای از نظر زمانی منبسط شود، در حالی‌که جاروب بسامدی مثبتی را به دست می‌آورد (به بخش ۲.۵.۱۲ و پیوست مراجعه شود). سپس تپ تقویت‌شده از یک سیستم اپتیکی که دارای GDD منفی است عبور می‌کند (بخش ۱.۵.۱۲ را ببینید). این عنصر دوم پاشنده، جاروب بسامدی را که در مرحله نخست به وجود آمد، جبران می‌کند و لذا شکل اولیه تپی را که وارد زنجیره تقویت‌کننده شده است، بازمی‌گرداند.

شکل ۴.۱۲ طرحی را نشان می‌دهد که برای Ti:sapphire CPA به‌طور متداول استفاده

می‌شود. در این شکل، P_1 ، P_2 ، و P_3 سه قطبی‌کننده هستند و نوری را که میدان آن در صفحه شکل قطبیده است از خود عبور می‌دهند (نور با قطبش افقی)، در حالی که نوری را که میدان آن در جهت عمود بر شکل قطبیده است (نور با قطبش عمودی) بازتاب می‌دهد. ترکیب تیغه $\lambda/2$ و چرخاننده فاراده (FR) چنان است که نوری را که از راست به چپ حرکت می‌کند، بدون چرخش، عبور می‌دهد، و قطبش نوری را که از چپ به راست حرکت می‌کند 90° می‌چرخاند (شکل ۲۴.۷). تپهای انرژی پایین ($\sim 1 \text{ nJ}$) با آهنگ تکرار بالا ($f \cong 80 \text{ MHz}$) و قطبیده افقی فمتوثانیه‌ای که به وسیله یک نوسانگر قفل‌شده مدی Ti:sapphire گسیل می‌شود، به تقویت تپ جیرجیر شده (CPA) فرستاده می‌شود. چون آنها به وسیله قطبی‌کننده P_2 عبور داده می‌شوند، در عبور از ترکیب تیغه $\lambda/2$ و چرخاننده فاراده (FR) دچار چرخش قطبشی نخواهند شد. سپس، توسط قطبی‌کننده P_1 عبور داده می‌شوند و بنابراین به سمت گسترش‌دهنده تپ (که طرح آنها در بخش ۲.۵.۱۲ مورد بحث قرار گرفته است) فرستاده می‌شوند. انبساط نوعی تپ رو به عقب بازتابیده از گسترش‌دهنده می‌تواند با یک ضریب ~ 5000 ، مثلاً از 100 fs تا 500 ps باشد. سپس تپهای انبساط‌یافته توسط قطبی‌کننده P_1 ، محتمل چرخش قطبشی 90° در ترکیب تیغه $\lambda/2$ می‌شوند، و سپس توسط قطبی‌کننده P_2 بازتابیده می‌شوند. با کمک قطبی‌کننده P_3 ، تپهای منبسط‌شده سپس به تقویت‌کننده بازتابنده، که شامل یک تقویت‌کننده Ti:sapphire و یک سلول پاکلز (PC) است که در یک تشدیدگر تاشده سه‌آینه‌ای (M_1 ، M_2 ، و M_3) قرار می‌گیرند، وارد می‌شوند. PC چنان چرخیده است که تأخیر $\lambda/4$ را ایجاد می‌کند. به این ترتیب، تپ‌های کاواک قبل از رسیدن تپ پایین است، و تقویت‌کننده بازتابنده در زیر آستانه نوسان قرار دارد. در این وضعیت، هر تپ وارد شده پس از دو عبور از PC به صورت افقی قطبیده می‌شود، و لذا از قطبی‌کننده P_3 (به سمت تقویت‌کننده Ti:sapphire) عبور می‌کند. پس از بازگشت از تقویت‌کننده، تپ از قطبی‌کننده P_3 عبور می‌کند، پس از آنکه باز هم دو بار از PC عبور کرد، قطبیده عمودی می‌شود و لذا توسط قطبی‌کننده از کاواک بازتابیده می‌شود. به این ترتیب، با این دو بار گذر از تقویت‌کننده بازتابنده، برای تپ خروجی تقویت بسیار اندکی به دست می‌آید. لیکن اگر هنگامی که تپ بین قطبی‌کننده و آینه M_1 است، یک ولتاژ $\lambda/4$ به PC اعمال شود، سلول معادل یک تیغه $\lambda/2$ می‌شود و قطبش تپ پس از هر دو عبور از سلول تغییر نخواهد کرد. بنابراین، تپ در تقویت‌کننده بازتابنده به دام می‌افتد، و در هر عبور از محیط تقویت، تقویت خواهد شد. پس از تعداد مناسبی رفت و بازگشت در کاواک (نوعاً $20-15$ بار)، انرژی تپ به مقدار بیشینه‌اش خواهد رسید و سپس با اعمال ولتاژ $\lambda/4$ اضافی به PC، از کاواک دریافت می‌شود. در واقع، در این حالت، پس از دو عبور از سلول، تپ، قطبیده عمودی شده، و به وسیله قطبی‌کننده P_3 در

جهت تپهای ورودی بازتابیده می‌شود. این تپ پراثری با قطبش عمودی توسط قطبی‌کننده P_۲ بازتاب یافته، در عبور از ترکیب تیغه FR-λ/۲ متحمل چرخش قطبشی نخواهد شد، و توسط قطبی‌کننده P_۱ به سمت متراکم‌کننده تپ (که طرح آن در بخش ۱.۵.۱۲ بحث خواهد شد) بازتاب می‌یابد. سپس، باریکه رو به عقب بازتابیده از متراکم‌کننده شامل قطاری از تپهای پراثری است، که مدت زمان هر یک تقریباً برابر با مدت زمان تپهای اولیه‌ای است که توسط نوسانگر گسیل می‌شود و آهنگ تکرار هر کدام برابر با آهنگ تکراری است که تقویت‌کننده Ti:sapphire (۱-۱۰ kHz)، معمولاً با باریکه سبز هماهنگ دوم لیزر Nd:YLF سوئیچ‌شده Q تکرارشونده).

سیستمهایی از این نوع که تکنیک CPA را به خدمت می‌گیرند، باعث توسعه لیزرهای با قله توان فوق بالا شده‌اند [۱۰]. به عنوان مثال، با استفاده از محیطهای فعال Ti:sapphire، سیستمهای CPA مخصوص روی میز با توان قله ۲۰ TW ~ قبلاً نشان داده شده‌اند، و سیستمهای با توانهای قله‌ای که به ۱۰۰ TW می‌رسد (مثلاً ۲ J در یک تپ ۲۰ fs) در دست ساخت است. بالاترین توان قله‌ای که تاکنون با به‌کار گرفتن تکنیک CPA به دست آمده است، در واقع ۱۲۵ PW ~ است [۱۱] (۱ PW = ۱۰^{۱۵} W)، که با استفاده از زنجیره‌ای از تقویت‌کننده‌ها که از یک بازوی لیزر NOVA گرفته می‌شود، به دست می‌آیند (برای دستیابی به یک تپ تقویت‌شده با انرژی ۵۸۰ J ~ و مدت زمان ۴۶۰ fs ~). شدت قله‌ای که با کانونی‌کردن این تپهای با توانهای فوق‌العاده زیاد به دست می‌آید بی‌نهایت بالاست (۱۰^{۲۰} W/cm^۲ - ۱۰^{۱۹} W/cm^۲)، که در مقایسه با شدت قله‌ای که قبل از معرفی تکنیک CPA به دست آمد، افزایشی برابر با ۴ تا ۵ مرتبه بزرگی دارد. هنگامی که این باریکه‌های با شدت فوق بالا با هدفی جامد یا گازی وارد برهم‌کنش می‌شوند، پلاسما یونیده بسیار بالایی به دست می‌آید و رده‌ای کاملاً جدید از پدیده‌های اپتیک غیرخطی را به وجود می‌آورند. کاربردهای این شدتهای بالا، زمینه وسیعی از علوم و فناوری را دربر می‌گیرد، که شامل پرتو x فوق سریع و چشمه‌های الکترونی پراثری و همچنین مفاهیم جدید گداخت و پلاسما اخترازی یک می‌شود.

رده سوم تقویت‌کننده، که در مخابرات تار نوری به‌طور گسترده‌ای کاربرد دارد، با تقویت‌کننده تار نوری آلاییده-اربیوم (EDFA) معرفی می‌شود [۱۳]. این تقویت‌کننده عموماً در نوار دم‌ش ۹۸۰ نانومتری یون Er⁺ به‌وسیله دیود دمیده می‌شود (شکل ۴.۹)، و برای تقویت تپهای متناظر با طول موجهای معروف به پنجره سوم تراگسیل تارهای اپتیکی سیلیکا (λ ≅ ۱۵۵۰ nm) به‌کار برده می‌شوند. از آنجایی که آهنگ تکرار تپ یک سیستم مخابراتی معمولاً خیلی بالا (GHz ~) است و طول عمر حالت بالایی Er⁺ خیلی بلند است (۱۰ ms ~)، جدول ۴.۹ را ببینید، رفتار

اشباع جمعیت Er^+ ، نتیجهٔ تجمع تپهای زیاد لیزری است، یعنی، با شدت متوسط باریکه تعیین می‌شود. روش معادلهٔ آهنگ این نوع تقویت را می‌توان برحسب شدت متوسط باریکه، به‌کار برد و، اصولاً بسیار ساده است. ولی، پیچیدگیها از عوامل متعدد زیر ناشی می‌شوند: (۱) سیستمهای Er^+ تقریباً براساس طرح سه‌ترازی خالص عمل می‌کنند (بخش ۲.۲.۹ را ببینید)، به طوری که سطح مقطعهای مؤثرگسیل القایی و جذب (هر دو پهنای نوار طیف وسیعی را شامل می‌شوند) باید در نظر گرفته شوند. (۲) تغییر عرضی در داخل تار را باید برای هر دو نیمرخ جمعیت Er^+ و نیمرخ شدت مد در حال انتشار به حساب آورد. (۳) همچنین، حضور همزمان نوبهٔ دوجتهٔ ناشی از ASE باید به حساب آورده شود. بنابراین، برای بررسی مفصل این موضوع اقدامی نخواهیم کرد، ولی به‌جای آن اشاره می‌کنیم که مقالات متعددی در این باره وجود دارند [۱۴]، و نیز بهرهٔ سیگنال کوچک خیلی بالا (تا ۵۰ dB)، توانهای خروجی متوسط اشباع‌شده (۱۰۰ mW)، و نوبهٔ پایینی، با این تقویت‌کننده‌ها به‌دست آمده است. بنابراین، تقویت‌کننده‌های تار آلییدهٔ Er را باید موفقیت مهمی در زمینهٔ مخابرات تار نوری، با کاربردهایی در هر دو سیستم مسافتهای طولانی و نیز شبکه‌های توزیع دانست.

۴.۱۲ تبدیل بسامدی: تولید هماهنگ دوم و نوسان پارامتری

در اپتیک خطی کلاسیک، فرض می‌شود که قطبش القاشدهٔ دی‌الکتریکی یک محیط به‌صورت خطی به میدان الکتریکی اعمال‌شده مرتبط است، یعنی

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (۱.۴.۱۲)$$

که χ پذیرفتاری دی‌الکتریکی است [۱۵، ۱] با میدانهای الکتریکی قوی که باریکه‌های لیزر را دربر دارند، رابطهٔ خطی بالا، دیگر یک تقریب خوب به حساب نمی‌آید، و لذا باید جملات بیشتری که P را به توانهای مرتبهٔ بالاتر E مرتبط می‌کند، در نظر گرفته شود. این پاسخ غیرخطی می‌تواند به تبادل انرژی بین امواج الکترومغناطیسی در بسامدهای مختلف منجر شود.

در این بخش اثرات حاصل از جملهٔ قطبش غیرخطی متناسب با مربع میدان الکتریکی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. دو اثری که بررسی می‌شوند عبارت‌اند از: (۱) تولید هماهنگ دوم (SHG)، که باریکهٔ لیزری با بسامد ω در ماده‌ای غیرخطی به باریکه‌ای همدوس با بسامد 2ω به‌صورت جزئی تبدیل می‌شود [که آن را ابتدا فرانکن^۱ و همکارش نشان دادند [۱۶]]. (۲) نوسان پارامتری اپتیکی (OPO)، که باریکهٔ لیزری با بسامد ω_3 موجب تولید همزمان دو باریکهٔ همدوس در بسامدهای ω_1 و ω_2 در یک مادهٔ غیرخطی می‌شود، به طوری که $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ [که ابتدا

آن را گیوردمین و میلر^۱ نشان دادند [۱۷]]. با میدانهای الکتریکی قوی که در باریکه‌های لیزری موجود است، بازدهی تبدیل هر دو فرایند می‌تواند خیلی زیاد باشد (در SHG می‌تواند نزدیک به ۱۰۰٪ برسد). بنابراین، این روشها برای تولید امواج همدوس در بسامدهایی که با بسامدهای موج فرودی تفاوت دارند، به صورت گسترده‌ای استفاده می‌شوند.

۱.۴.۱۲ پیکره فیزیکی

ابتدا بعضی مفاهیم فیزیکی را با استفاده از فرض ساده‌شده‌ای که قطبش غیرخطی القایی، P^{NL} ، به میدان الکتریکی E موج الکترومغناطیسی با معادله نرده‌ای زیر

$$P^{NL} = \chi \epsilon_0 d E^2 \quad (2.4.12)$$

مرتبط است معرفی می‌کنیم که d ضریبی است که بعد آن عکس میدان الکتریکی است.^۲ منشأ فیزیکی معادله (۲.۴.۱۲) تغییر شکل الکترونهای لایه خارجی، با قید ضعیف، یک اتم یا سیستم اتمی، است که در معرض میدانهای الکتریکی قوی قرار می‌گیرد. این امر شبیه به شکست قانون هوک در فنر کشیده شده است، به طوری که نیروی بازدارنده دیگر به صورت خطی به جابه‌جایی از حالت ترازمندی بستگی ندارد. مقایسه بین معادلات (۲.۴.۱۲) و (۱.۴.۱۲) نشان می‌دهد که جمله قطبش غیرخطی برای میدان الکتریکی $E \cong \chi/d$ با جمله خطی قابل مقایسه می‌شود. چون $\chi \cong 1$ است، می‌بینیم که $(1/d)$ شدت میدانی را نشان می‌دهد که جملات خطی و غیرخطی قابل مقایسه می‌شوند. در این شدت میدان، تغییر شکل غیرخطی نسبتاً بزرگ الکترونهای لایه خارجی باید رخ دهد؛ بنابراین، انتظار می‌رود که $1/d$ در مرتبه میدان الکتریکی باشد که یک بار الکتریکی در فاصله متناظر با بعد اتمی نوعی، a ، ایجاد می‌کند، یعنی $(1/d) \cong e/4\pi\epsilon_0 a^2$. [بنابراین، $(1/d) \sim 10^{11} \text{V/m}$ ، برای $1 \text{ nm} \cong a$ ، توجه کنید که d برای ماده‌ای با مرکز تقارن، نظیر یک بلور مرکز تقارنی، یا مایعات و گازهای عادی، باید برابر با صفر باشد. در واقع، بنابر دلایل تقارن، هرگاه علامت E عوض شود، علامت قطبش کل $P_t = P + P^{NL}$ نیز باید عوض شود. ولی، چون $P^{NL} \propto dE^2$ است، این امر وقتی صادق است که $d = 0$ باشد. بنابراین، از اینجا به بعد به بررسی مواد بدون مرکز تقارنی محدود می‌شویم. خواهیم دید که معادله ساده (۲.۴.۱۲) برای هر دوی SHG و OPO به حساب آورده می‌شود.

1. Giordmaine and Miller

۲. از $\chi \epsilon_0 d E^2$ به جای dE^2 (که اغلب در کتابهای درسی به کار برده می‌شود) استفاده کردیم تا d با آزمایشهای متعدد پذیرفته شده، تطبیق کند.

۱.۱.۴.۱۲ تولید هماهنگ دوم

موج تخت تکفامی را در نظر می‌گیریم با بسامد ω که در امتداد جهتی، که آن را جهت z می‌نامیم، در یک بلور غیرخطی انتشار می‌یابد. مبدأ محور z را روی رخ ورودی بلور می‌گیریم. برای موج تخت با شدت یکنواخت، می‌توانیم رابطه زیر را برای میدان الکتریکی $E_\omega(z, t)$ موج بنویسیم:

$$E_\omega(z, t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \{E(z, \omega) \exp[j(\omega t - k_\omega z)] + c \cdot c\} \quad (۳.۴.۱۲)$$

که $c \cdot c$ نشان‌دهنده مختلط همیوگ جمله اول است که در جمله دوم در داخل کروشه ظاهر می‌شود و

$$k_\omega = \frac{\omega}{c_\omega} = \frac{n_\omega \omega}{c} \quad (۴.۴.۱۲)$$

که c_ω سرعت فاز در بلور یک موج با بسامد ω است. n_ω ضریب شکست در این بسامد، و c سرعت نور در خلا است. قراردادن معادله (۳.۴.۱۲) در معادله (۲.۴.۱۲) نشان می‌دهد که P^{NL} شامل جمله‌ای است^۱ که با بسامد 2ω نوسان می‌کند، یعنی

$$P_{2\omega}^{NL} = \left(\frac{\varepsilon_0 d}{2}\right) \{E^2(z, \omega) \exp[j(2\omega t - 2k_\omega z)] + c \cdot c\} \quad (۵.۴.۱۲)$$

معادله (۵.۴.۱۲) موجی قطبشی را توصیف می‌کند که با بسامد 2ω با ثابت انتشار $2k_\omega$ ، برای ایجاد موجی الکترومغناطیسی در هماهنگ دوم (SH) بسامد 2ω ، نوسان می‌کند. روش تحلیلی که بعداً ارائه می‌شود متضمن جایگزینی این قطبش در معادله موج برای میدان الکترومغناطیسی است. میدان تابش شده هماهنگ دوم (SH) را می‌توان به صورت

$$E_{2\omega}(z, t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \{E(z, 2\omega) \exp[j(2\omega t - k_{2\omega} z)] + c \cdot c\} \quad (۶.۴.۱۲)$$

نوشت، که

$$k_{2\omega} = \frac{2\omega}{c_{2\omega}} = \frac{2n_{2\omega}\omega}{c} \quad (۷.۴.۱۲)$$

ثابت انتشار موج با بسامد 2ω است. بنابراین مبنای فیزیکی SHG را می‌توان از این امر که، در نتیجه رابطه غیرخطی (۲.۴.۱۲)، موج الکترومغناطیسی در بسامد بنیادی ω با خودش زنش می‌کند تا قطبش را در بسامد 2ω به وجود آورد، دنبال کرد. مقایسه بین معادلات (۵.۴.۱۲) و

۱. کمیت P^{NL} نیز شامل جمله‌ای با بسامد $\omega = 0$ است که به ایجاد ولتاژ dc در بلور منجر می‌شود (یکسوسازی ایتیکی).

(۶.۴.۱۲) شرط بسیار مهمی را آشکار می‌کند که باید برآورده شود تا این فرایند به صورت کارآمد به وقوع بپیوندد، یعنی، سرعت فاز موج قطبشی $(v_P = 2\omega/2k_\omega)$ باید برابر با سرعت فاز موج الکترومغناطیسی ایجادشده $(v_E = 2\omega/k_{2\omega})$ باشد. بنابراین، این شرط را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$k_{2\omega} = 2k_\omega \quad (۸.۴.۱۲)$$

اگر این شرط برآورده نشود، فاز موج قطبشی در مختصات $z = l$ در داخل بلور، $2k_\omega l$ ، با فاز $k_{2\omega} l$ موج ایجادشده در $z = 0$ ، که بعداً به $z = l$ انتشار می‌یابد، متفاوت خواهد بود. لذا، اختلاف در فاز، $(2k_\omega - k_{2\omega})l$ با l افزایش می‌یابد، به طوری که موج ایجادشده توسط قطبشی که دارای فاز مناسبی نیست، حاصل می‌شود، که با فاصله l به صورت فزاینده رشد نخواهد کرد. بنابراین معادله (۸.۴.۱۲) شرط جورشدگی فاز را بیان می‌کند. توجه کنید که، طبق معادله (۴.۴.۱۲) و (۷.۴.۱۲)، معادله (۸.۴.۱۲) نشان می‌دهد که

$$n_{2\omega} = n_\omega \quad (۹.۴.۱۲)$$

اگر جهت‌های قطبش E_ω و P^{NL} (و از آن رو $F_{2\omega}$) یکی باشند [همان طوری که از معادله (۲.۴.۱۲) می‌توان فهمید] شرط (۹.۴.۱۲) به علت پاشندگی $(\Delta n = n_{2\omega} - n_\omega)$ بلور، نمی‌تواند صادق باشد. این امر طول بلور l_c را که در این طول P^{NL} می‌تواند به صورت فزاینده افزوده شود تا موج هماهنگ دوم را تشکیل دهد، به صورت جدی محدود می‌کند. طول l_c (طول همدوسی) در واقع متناظر با طولی است که در این طول، موج قطبشی و موج SH با یکدیگر به مقدار π اختلاف فاز دارند. این بدان مفهوم است که $k_{2\omega}l_c - 2k_\omega l_c = \pi$ ، که از این رابطه، و به کمک معادلات (۴.۴.۱۲) و (۷.۴.۱۲)، به دست می‌آید

$$l_c = \frac{\lambda}{4\Delta n} \quad (۱۰.۴.۱۲)$$

که طول موج در خلأ موج بنیادی (اصلی) است. مثلاً اگر $\lambda \cong 1\mu\text{m}$ و $\Delta n = 10^{-2}$ باشد، خواهیم داشت $l_c = 25\mu\text{m}$. دقت کنید که در این فاصله به داخل بلور، موج قطبشی در مقایسه با موج SH، 180° اختلاف فاز دارد، و موج SH با افزایش فاصله به جای آنکه به رشد خود ادامه دهد، دچار کاهش می‌شود. چون، همان طوری که از مثال قبل دیدیم، l_c معمولاً خیلی کوچک است، و تنها بخش کوچکی از توان فرودی می‌تواند به موج هماهنگ دوم تبدیل شود.

راه مفید دیگر نگرش به فرایند SHG برحسب فوتونهاست تا برحسب میدانها. ابتدا رابطه بین بسامد موج اصلی (ω) و موج هماهنگ دوم (ω_{SH}) را می‌نویسیم، یعنی

$$\omega_{SH} = 2\omega \quad (۱۱.۴.۱۲)$$

اکنون اگر دو طرف معادله (۱۱.۴.۱۲) و (۸.۴.۱۲) را در \hbar ضرب کنیم، به ترتیب به دست می‌آوریم

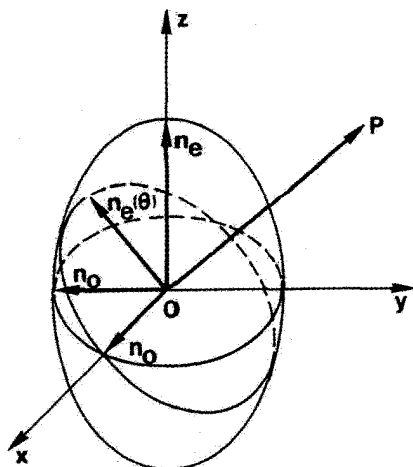
$$\hbar\omega_{SH} = 2\hbar\omega \quad (\text{الف } ۱۲.۴.۱۲)$$

$$\hbar\omega_{2\omega} = 2\hbar k_{\omega} \quad (\text{ب } ۱۲.۴.۱۲)$$

برای آنکه انرژی در فرایند SH، پایسته باشد، باید داشته باشیم $dI_{2\omega}/dz = -dI_{\omega}/dz$ برای آنکه شدت‌های موج در دو بسامد هستند. با کمک معادله (الف ۱۲.۴.۱۲)، داریم $dF_{2\omega}/dz = -(1/2)dF_{\omega}/dz$ که F_{ω} و $F_{2\omega}$ شار فوتون دو موج هستند. سپس با توجه به این معادله، می‌توانیم بگوییم که هرگاه در فرایند SHG، فوتونی در بسامد 2ω ایجاد شود، دو فوتون در بسامد ω حذف خواهد شد. بنابراین معادله (الف ۱۲.۴.۱۲) را می‌توان بیانی از پایستگی انرژی فوتون در نظر گرفت. به خاطر می‌آوریم که $\hbar k$ تکانه فوتون است. سپس، می‌بینیم که معادله (ب ۱۲.۴.۱۲) متناظر با شرط تکانه فوتون است که باز هم در فرایند، پایسته می‌ماند.

اکنون شرط جورشدگی فاز (۹.۴.۱۲) را مورد بررسی قرار می‌دهیم تا ببینیم چگونه در یک بلور مناسب ناهمسانگرد اپتیکی برآورده می‌شود [۱۸ و ۱۹]. برای درک این موضوع، ابتدا باید رفتار انتشار امواج را در یک بلور ناهمسانگرد توضیح دهیم و نشان دهیم که چگونه رابطه غیرخطی ساده (۲.۴.۱۲) را برای محیط‌های غیرهمسانگرد تعمیم دهیم.

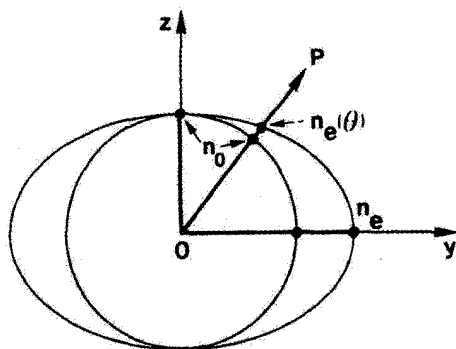
برای یک جهت مفروض انتشار، دو موج تخت قطبیده خطی در یک بلور ناهمسانگرد وجود دارند که با سرعت‌های فاز متفاوت می‌توانند منتشر شوند. بنابراین، متناظر با این دو قطبش متفاوت، دو ضریب شکست متفاوت را می‌توانیم مرتبط کنیم؛ اختلاف دو ضریب شکست را دوشکستی بلور می‌نامند. معمولاً، این رفتار را برحسب بیضوی ضریب شکست بیان می‌کنند، که برای بلور تک‌محوری، یک بیضوی دورانی حول محوری اپتیکی (محور z در شکل ۵.۱۲) است. با در دست داشتن این بیضوی دو جهت مجاز برای قطبش‌های خطی و ضرایب شکست متناظر با آنها به صورت زیر به دست می‌آیند: از مرکز بیضوی خطی در جهت انتشار باریکه (خط OP در شکل ۵.۱۲) و صفحه‌ای عمود بر این خط ترسیم می‌کنیم. تقاطع این صفحه با بیضوی یک



شکل ۵.۱۲ بیضوی ضریب شکست برای یک بلور تک‌محوری مثبت.

بیضی است. آنگاه، جهت دو محور بیضی دو جهت قطبش را به دست می‌دهد، و نیز نیم طول هر یک از دو محور بیضی، ضریب شکست متناظر با آن قطبش را خواهد داد. یکی از این دو جهت الزاماً عمود بر محور اپتیکی است؛ موجی که این قطبش را داراست، موج عادی می‌گویند. از شکل می‌بینیم که ضریب شکست n_o آن از جهت انتشار مستقل است. موج با دیگر جهت قطبش را موج غیرعادی می‌گویند، ضریب شکست $n_e(\theta)$ متناظر با آن به زاویه θ بستگی دارد و گستره مقادیر آن از ضریب شکست عادی موج n_o (وقتی OP با محور z موازی است) تا مقدار n_e ، که ضریب شکست غیرعادی گفته می‌شود و وقتی رخ می‌دهد که OP بر z عمود باشد، تغییر می‌کند. اکنون دقت کنید که بلور تک‌محوری مثبت را متناظر با حالت $n_e > n_o$ تعریف می‌کنیم، در حالی که بلور تک‌محوری منفی با حالت $n_e < n_o$ متناظر است. روش معادل توصیف انتشار موج با استفاده از رویهٔ نرمال (ضریب شکست) برای امواج عادی و غیرعادی است (شکل ۶.۱۲). در این حالت، برای هر جهت مفروض انتشار OP و برای هر موج عادی یا غیرعادی، طول قطعهٔ بین مبدأ O و نقطهٔ تقاطع با این رویه، ضریب شکست آن موج را به دست می‌دهد. بنابراین رویهٔ نرمال برای موج عادی یک کره است، رویهٔ نرمال برای موج غیرعادی یک بیضوی دورانی حول محور z است. در شکل ۶.۱۲، تقاطع این دو رویهٔ نرمال با صفحهٔ xy برای بلور تک‌محوری مثبت، نشان داده شده است.

اکنون به مسئلهٔ قطبش غیرخطی القایی بازمی‌گردیم. به طور کلی در یک محیط ناهمسانگرد، رابطهٔ اسکالر (۲.۴.۱۲) صادق نیست، بنابراین یک رابطهٔ تانسوری باید معرفی شود. ابتدا، میدان



شکل ۶.۱۲ رویهٔ نرمال (ضریب شکست) برای هر دو موج عادی و غیرعادی برای یک بلور تک‌محوری مثبت.

الکتریکی $\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, t)$ موج الکترومغناطیسی را در بسامد ω و در یک نقطهٔ مفروض \mathbf{r} و بردار قطبش غیرخطی در بسامد 2ω ، $\mathbf{P}_{NL}^{2\omega}(\mathbf{r}, t)$ ، را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) [\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, \omega) \exp(j\omega t) + c \cdot c] \quad (الف) \quad (۱۳.۴.۱۲)$$

$$\mathbf{P}_{NL}^{2\omega}(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) [\mathbf{P}^{2\omega}(\mathbf{r}, 2\omega) \exp(2j\omega t) + c \cdot c] \quad (ب) \quad (۱۳.۴.۱۲)$$

سیس رابطهٔ تانسوری بین $\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, \omega)$ و $\mathbf{P}^{2\omega}(\mathbf{r}, 2\omega)$ می‌تواند برقرار شود. در واقع، مؤلفهٔ قطبش هماهنگ در امتداد، مثلاً جهت i بلور را می‌توان به صورت

$$P_i^{2\omega} = \sum_{j,k=1,2,3} \varepsilon_0 d_{ijk}^{2\omega} E_j^\omega E_k^\omega \quad (۱۴.۴.۱۲)$$

نوشت. دقت کنید که معادلهٔ (۱۴.۴.۱۲) اغلب به صورت نماد فشرده شده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P_i^{2\omega} = \sum_1^6 m \varepsilon_0 d_{im}^{2\omega} (EE)_m \quad (۱۵.۴.۱۲)$$

که m از ۱ تا ۶ تغییر می‌کند. نماد میدان به صورت: $(EE)_1 \equiv E_x^2 \equiv E_x^2$ ، $(EE)_2 \equiv E_y^2 \equiv E_y^2$ ، $(EE)_3 \equiv E_z^2 \equiv E_z^2$ ، $(EE)_4 \equiv E_x E_y \equiv E_x E_y$ ، $(EE)_5 \equiv E_x E_z \equiv E_x E_z$ ، $(EE)_6 \equiv E_y E_z \equiv E_y E_z$ خلاصه‌نویسی شده

است، که هر دو نمادهای ۱، ۲، ۳ و x ، y ، z برای محورها نشان داده شده‌اند. توجه کنید که اگر برحسب ماتریس نوشته شود، d_{im} یک ماتریس 3×6 است که روی بردار ستونی $(EE)_m$ عمل می‌کند. بسته به تقارن بلور، بعضی مقادیر ماتریس d_{im} می‌توانند برابر با یکدیگر باشند، و بعضی هم ممکن است صفر باشند. برای تقارن گروه نقطه‌ای $\bar{4}2m$ ، که شامل بلورهای غیرخطی مهمی از نوع KDP و نیمرساناهای پریت مسی (CuFeS_2) است، تنها d_{14} ، d_{25} و d_{36} غیرصفرند و هر سه‌تای این ضرایب d همه با هم برابرند. بنابراین، تنها یک ضریب، مثلاً d_{36} را باید مشخص کرد و می‌توان نوشت

$$P_x = 2\varepsilon_0 d_{36} E_y E_z \quad (\text{الف } 16.4.12)$$

$$P_y = 2\varepsilon_0 d_{36} E_z E_x \quad (\text{ب } 16.4.12)$$

$$P_z = 2\varepsilon_0 d_{36} E_x E_y \quad (\text{ج } 16.4.12)$$

که باز هم محور z در امتداد محور اپتیکی بلور تک‌محوری در نظر گرفته شده است. ضرایب اپتیکی غیرخطی، ردهٔ تقارن، دامنهٔ شفافیت، و آستانهٔ تخریب بعضی از مواد غیرخطی انتخاب شده در جدول ۱.۱۲ نشان داده شده‌اند. بجز برای کادمیم-ژرمانیم آرسناید و AgGaSe_2 ، که در نواحی دامنهٔ $10 \mu\text{m}$ به‌طور متداول مورد استفاده قرار می‌گیرند، تمامی بلورهایی که فهرست شده‌اند در گسترهٔ فرابنفش نزدیک و فروسرخ نزدیک به‌کار برده می‌شوند. جدول شامل بلور خیلی جدید KTP (پتاسیم تیتانیل فسفات) ^۱، BBO (بتا-باریم-بورات) ^۲ است، بلور دوم برای تولید هماهنگ دوم در، مثلاً طول موج Nd:YAG، به‌طور متداول به‌کار برده می‌شود. ضرایب d غیرخطی به KDP بهنجار شده است، که مقدار واقعی اش 10^{-12}m/V $\times 0.5$ $\cong d_{36}$ است.

با کنار گذاشتن خواص محیطهای ناهمسانگرد، اکنون می‌توانیم نشان دهیم که برای حالتی خاص از یک بلور با تقارن گروه نقطه‌ای $\bar{4}2m$ ، چگونه می‌توان جورشنگی فاز را به‌دست آورد. از معادلهٔ (۱۶.۴.۱۲) می‌بینیم که، اگر $E_z = 0$ باشد، تنها P_z غیر صفر است، به طوری که می‌تواند موج هماهنگ دوم با مؤلفهٔ z غیرصفر را تولید کند. یادآور می‌شویم (شکل ۵.۱۲ را ببینید) که موجی با $E_z = 0$ یک موج عادی است، در حالی که موجی با $E_z \neq 0$ یک موج غیرعادی خواهد بود. بنابراین موج عادی در بسامد اصلی ω ، تمایل دارد که یک موج غیرعادی را در بسامد 2ω تولید کند. سپس برای برآورده شدن شرط جورشنگی فاز می‌توانیم موج اصلی را در جهت زاویهٔ θ_m نسبت به محور اپتیکی منتشر کنیم، به طوری که

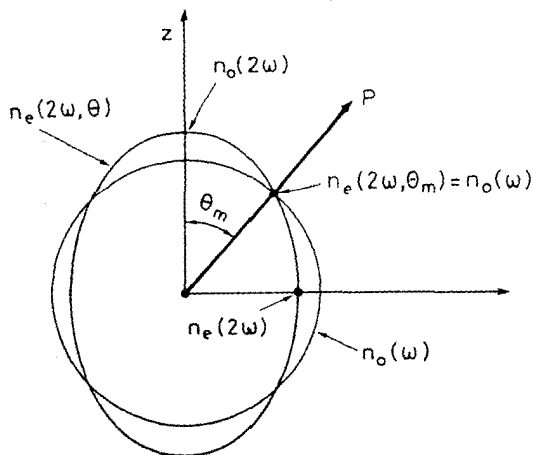
$$n_e(2\omega, \theta_m) = n_o(\omega) \quad (17.4.12)$$

جدول ۱.۱۲ ضرایب اپتیک غیرخطی برای مواد انتخابی

ماده	فرمول	ضریب d غیرخطی (نسبت به KDP)	رده تقارن	دامنه شفافیت μm	آستانه تخریب (GW/cm ²)
KDP	KH ₂ PO ₄	$d_{36} = d_{14} = 1$	$\bar{4}2m$	۰٫۲۲ - ۱٫۵	۰٫۲
KD*P	KD ₂ PO ₄	$d_{36} = d_{14} = ۰٫۹۲$	$\bar{4}2m$	۰٫۲۲ - ۱٫۵	۰٫۲
ADP	NH ₄ H ₂ PO ₄	$d_{36} = d_{14} = ۱٫۲$	$\bar{4}2m$	۰٫۲۲ - ۱٫۵	۰٫۵
CDA	CsH ₂ AsO ₄	$d_{36} = d_{14} = ۰٫۹۲$	$\bar{4}2m$	۰٫۲۶ - ۱٫۴	۰٫۵
لیتیم آیودات	LiIO ₃	$d_{31} = d_{32} = d_{24}$ $d_{15} = ۱۲٫۷$	۶	۰٫۳ - ۵٫۵	۰٫۵
لیتیم نیوبایت	LiNbO ₃	$d_{31} = ۱۲٫۵$ $d_{22} = ۶٫۳۵$	۳m	۰٫۴ - ۵	۰٫۵
KTP	KTiOPO ₄	$d_{31} = ۱۳$ $d_{22} = ۱۰$ $d_{23} = ۲۷٫۴$ $d_{24} = ۱۵٫۲$ $d_{15} = ۱۲٫۲$	mm ²	۰٫۳۵ - ۴٫۵	۱
BBO	β -BaB ₂ O ₄	$d_{22} = ۴٫۱$	۳m	۰٫۱۹ - ۳	۵
کادمیم-ژرمانیم-آرسناید	CdGeAs ₂	$d_{36} = d_{14} = ۵۳۸$	$\bar{4}2m$	۲٫۴ - ۲۰	۰٫۰۴
نقره-گالیم-سلناید	AgGaSe ₂	$d_{36} = d_{14} = ۶۶$	$\bar{4}2m$	۰٫۷۳ - ۱۷	۰٫۰۵

برقرار شود. این موضوع را با استفاده از شکل ۷.۱۲، که تقاطع رویه‌های نرمال $n_e(\omega, \theta)$ و $n_o(\omega)$ با صفحه‌ای شامل محور z و امتداد انتشار را نشان می‌دهد، بهتر می‌توان درک کرد. توجه کنید که چون بلور معمولاً پاشندگی عادی را نشان می‌دهد، پس داریم، $n_o(\omega) < n_e(\omega)$ ولی برای یک بلور تک‌محوری منفی، $n_e(\omega) < n_o(\omega)$ ، که برای کوتاه‌نویسی نماد (شکل ۷.۱۲)، $n_e(\omega) \equiv n_e(\omega, 90^\circ)$ و $n_o(\omega) \equiv n_e(\omega, 0^\circ)$ را قرار داده‌ایم. بنابراین، دایره عادی متناظر با موج در بسامد ω ، بیضی غیرعادی متناظر با موج در بسامد 2ω را در زاویه θ_m قطع می‌کند.^۱

۱. برای اینکه تقاطع رخ دهد، $n_e(2\omega, 90^\circ)$ باید کوچکتر از $n_o(\omega)$ شود، در غیراین صورت، بیضی برای $n_e(2\omega)$ (شکل ۷.۱۲ را ببینید) کلاً در خارج از دایره $n_o(\omega)$ قرار می‌گیرد. لذا، $n_o(\omega) < n_e(2\omega) < n_o(\omega) < n_e(2\omega, 90^\circ) = n_e(2\omega)$ که نشان می‌دهد دوشکستی بلور، $n_o(2\omega) - n_e(2\omega)$ باید بزرگتر از پاشندگی بلور $n_o(2\omega) - n_e(2\omega)$ باشد.



شکل ۷.۱۲ زاویهٔ جورشدگی فاز θ_m برای مولد هماهنگ دوم نوع I در یک بلور تک‌محوری منفی.

نوری که در این زاویهٔ θ_m نسبت به محور اپتیکی منتشر می‌شود (یعنی، برای تمامی جهت‌های پرتو که در مخروطی حول محور z با زاویهٔ مخروط θ_m قرار می‌گیرند)، شرط (۱۷.۴.۱۲) برآورده می‌شود؛ لذا شرط جورشدگی فاز صدق می‌کند.

اگر $\theta_m \neq 90^\circ$ شود، پدیدهٔ شکست دوتایی در بلور رخ می‌دهد، یعنی جهت شارش انرژی برای باریکهٔ هماهنگ دوم (SH) غیرعادی در زاویه‌ای کمی متفاوت با θ_m است. بنابراین، باریکه‌های هماهنگ دوم و اصلی در جهت‌های قدری متفاوت حرکت می‌کنند (گرچه شرط جورشدگی فاز را برآورده می‌کنند). برای باریکهٔ اصلی با ابعاد عرضی محدود، این امر یک حد بالایی در طول برهم‌کنش در بلور برقرار می‌کند. بر این محدودیت می‌توان فایز آمد، مشروط بر آنکه عملکرد با $\theta_m = 90^\circ$ ممکن شود، یعنی، اگر شرط $n_e(2\omega, 90^\circ) = n_o(\omega)$ را داشته باشیم. به این حالت شرط جورشدگی فاز 90° ای می‌گویند. چون n_o و n_e معمولاً با دما تغییرات متفاوتی دارند. در بعضی حالتها، با تغییر دمای بلور می‌توان به شرط جورشدگی فاز 90° ای رسید. به‌طور خلاصه، در یک بلور تک‌محوری منفی (با دو شکستی به‌اندازهٔ کافی) هنگامی که یک پرتو عادی در بسامد ω [باریکهٔ E_x از معادلهٔ (۱۶.۴.۱۲) ج] با یک پرتو عادی در بسامد ω [باریکهٔ E_y از معادلهٔ (۱۶.۴.۱۲) ج] ترکیب می‌شود تا یک پرتو غیرعادی در بسامد 2ω را به‌دست دهد، به‌صورت نمایشی $e_{2\omega} \rightarrow o_\omega + o_\omega$ ، جورشدگی فاز ممکن خواهد شد. به این حالت، تولید هماهنگ دوم نوع I گفته می‌شود. در یک بلور تک‌محوری منفی، طراح دیگر تولید هماهنگ دوم (SHG) جورشدهٔ فاز، که به آن نوع II می‌گویند، نیز ممکن است. در این حالت یک موج عادی در بسامد

با یک موج غیرعادی در بسامد ω ترکیب می‌شود تا یک موج غیرعادی در بسامد 2ω را، به صورت نمایشی $e_{2\omega} \rightarrow e_{\omega} + o_{\omega}$ به دست دهد.

مثال ۳.۱۲ محاسبه زاویه جورشنگی فاز برای یک بلور تک‌محوری منفی. با توجه به شکل ۷.۱۲، محور افقی را محور y می‌نامیم. سپس اگر z و y که معرف مختصات دکارتی یک نقطه‌اند بیضی باشد که ضریب شکست غیرعادی $n_e(2\omega, \theta)$ را توصیف می‌کند، می‌توانیم بنویسیم

$$\frac{z^2}{(n_p^o)^2} + \frac{y^2}{(n_p^e)^2} = 1$$

که، برای کوتاه‌نویسی نماد، $n_p^o = n_o(2\omega)$ و $n_p^e = n_e(2\omega)$ را قرار داده‌ایم. اگر اکنون مختصات z و y برحسب تابعی از $n_e(2\omega, \theta)$ و زاویه θ نوشته شود، معادله قبل به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{[n_e(2\omega, \theta)]^2}{(n_p^o)^2} \cos^2 \theta + \frac{[n_e(2\omega, \theta)]^2}{(n_p^e)^2} \sin^2 \theta = 1$$

به‌ازای $\theta = \theta_m$ ، معادله (۱۷.۴.۱۲) باید صادق باشد. با جایگزینی این معادله در معادله قبلی، به دست می‌آید:

$$\left(\frac{n_1^o}{n_p^o}\right)^2 (1 - \sin^2 \theta_m) + \left(\frac{n_1^o}{n_p^e}\right)^2 \sin^2 \theta_m = 1$$

که دوباره، برای کوتاه‌نویسی نماد، $n_1^o = n_o(\omega)$ را قرار داده‌ایم. این معادله آخر را می‌توان برای $\sin^2 \theta_m$ حل کرد، تا رابطه زیر به دست آید

$$\sin^2 \theta_m = \frac{1 - (n_1^o/n_p^o)^2}{(n_1^o/n_p^e)^2 - (n_1^o/n_p^o)^2} = \frac{(n_p^o/n_1^o)^2 - 1}{(n_p^e/n_1^o)^2 - 1}$$

در حال حاضر، از تولید هماهنگ دوم برای فراهم ساختن چشمه‌های هم‌دوس در طول موجهای جدید، استفاده می‌شود. بلور غیرخطی را می‌توان یا در خارج یا در داخل کاواک لیزری که باریکه اصلی را تولید می‌کند قرار دارد. در حالت دوم، از شدت میدان موج الکترومغناطیسی قویتر در داخل تسدیدگر استفاده می‌شود تا بازدهی تبدیل افزایش یابد. برای هر دو آرایش، بازدهیهای تبدیل خیلی بالایی (نزدیک ۱۰۰٪) به دست آمده است. در میان کاربردهای مختلف تولید هماهنگ دوم، دوبرسازي بسامدی لیزر Nd:YAG (که باریکه سبز، $\lambda = 532 \text{ nm}$ ، را از

۱. عموماً، برهم‌کنشهایی را که در آنها قطبشهای دو موج اصلی یکی هستند، نوع I می‌نامند (مثلاً همچنین $e_{\omega} + e_{\omega} \rightarrow o_{2\omega}$)، و برهم‌کنشهایی که قطبشهای موجهای اصلی برهم عمودند را نوع II می‌گویند.

یک باریکهٔ فروسرخ $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ حاصل می‌کند) و تولید تابش uv با تنظیم طول موج (تا $\lambda \cong 205 \text{ nm}$) با دوبرابری بسامدی لیزر رزینه‌ای تنظیم‌پذیر (با تنظیم طول موج) را می‌توان نام برد. بلورهای غیرخطی که اغلب به‌عنوان دوبرابرساز بسامدی در لیزرهای Nd:YAG مورد استفاده قرار می‌گیرند، KTP و $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ (BBO) هستند؛ به‌خاطر آنکه شفافیت BBO به ناحیهٔ uv بیشتر کشیده می‌شود، این بلور مخصوصاً هنگامی که باید باریکهٔ هماهنگ دوم را در طول موجهای uv تا حد پایین 200 nm حاصل کرد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. تبدیل بسامدی کارآمد تابش فروسرخ ناشی از لیزرهای CO_2 یا CO اغلب در نیمرساناهای پريت مسی حاصل می‌شود (مثلاً CdGeAs₂).

۲.۱.۴.۱۲ نوسان پارامتری

برای تشریح نوسان پارامتری، ابتدا توجه کنید که مطالب گذشته در خصوص تولید هماهنگ دوم (SHG) را می‌توان به‌سادگی به حالت دو موج فرودی در بسامدهای ω_1 و ω_2 که با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا موجی در بسامد $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ را به‌دست دهند (ایجاد بسامد مجموع)، گسترش داد. در واقع، ایجاد هماهنگ را می‌توان حالت خاصی از ایجاد بسامد مجموع با $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ و $\omega_3 = 3\omega$ دانست. تصویر فیزیکی باز هم خیلی شبیه به حالت SHG است: به‌علت رابطهٔ غیرخطی (۲.۴.۱۲) بین P^{NL} و میدان کل $E = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t)$ ، موج در بسامد ω_1 با موج در بسامد ω_2 زنش می‌کند تا مؤلفهٔ قطبش در $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ را به‌دست دهد. سپس این قطبش، موج الکترومغناطیسی در بسامد ω_3 را تابش خواهد کرد. بنابراین، برای ایجاد بسامد مجموع، می‌توانیم بنویسیم

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3 \quad (\text{الف } 18.4.12)$$

که، طبق توصیف برحسب فوتونها و نه میدانها، بدان مفهوم است که فوتونی با بسامد ω_1 و فوتونی با بسامد ω_2 از بین رفته و فوتونی با بسامد ω_3 به‌وجود می‌آید. بنابراین انتظار می‌رود که تکانهٔ فوتون نیز در این فرایند پایسته باشد، یعنی

$$\hbar k_1 + \hbar k_2 = \hbar k_3 \quad (\text{ب } 18.4.12)$$

که این رابطه با نشان دادن k به شکل بردار به‌صورت کلی درآمده است. مشاهده می‌کنیم که معادلهٔ (۱۸.۴.۱۲) که شرط جورشدگی فاز را برای ایجاد بسامد مجموع بیان می‌کند، جایگزین تعمیم مستقیم شرط در حالت SHG است [با معادلهٔ (۱۲.۴.۱۲) مقایسه کنید].

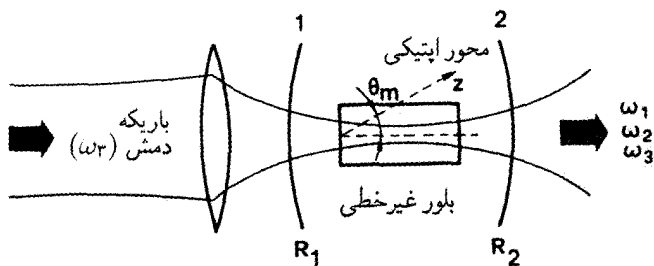
ایجاد پارامتری اپتیکی، درست حالت معکوس ایجاد بسامد مجموع است: موجی با بسامد ω_3 (بسامد دمش) دو موج (که موج هرز و موج سیگنال نامیده می شود) با بسامد ω_1 و ω_2 تولید می کند، به طوری که کل انرژی و تکانه آن ثابت می ماند، به عبارت دیگر

$$\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 \quad (الف) \quad (۱۹.۴.۱۲)$$

$$\hbar k_3 = \hbar k_1 + \hbar k_2 \quad (ب) \quad (۱۹.۴.۱۲)$$

فرایند فیزیکی را که در این حالت اتفاق می افتد می توان به طریق زیر تجسم کرد. ابتدا فرض می کنیم که موجی قوی با بسامد ω_3 و موجی ضعیف، هر دو، در بلور غیرخطی وجود داشته باشند. مطابق رابطه غیرخطی (۲.۴.۱۲)، موج با بسامد ω_3 با موج با بسامد ω_1 زنش خواهد کرد تا مؤلفه قطبش در بسامد $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ را تولید کند. اگر شرط جورشدگی فاز (۱۹.۴.۱۲) برآورده شود، موجی با بسامد ω_2 ، هنگام عبور از بلور، شروع به رشد می کند. به این ترتیب، میدان کل E در واقع جمع سه میدان خواهد بود $[E = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t) + E_{\omega_3}(z, t)]$ و موج با بسامد ω_2 به نوبه خود با موج با بسامد ω_3 زنش خواهد کرد تا مؤلفه قطبش در بسامد $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ را به دست دهد. این قطبش باعث رشد موجی با بسامد ω_1 نیز می شود. بنابراین توان از باریکه در بسامد ω_3 به باریکه های در بسامدهای ω_1 و ω_2 انتقال پیدا خواهد کرد، و موج ضعیفی که در ابتدا فرض کردیم در بسامد ω_1 حضور دارد، تقویت می شود.

از این تصویر می توان یک اختلاف اساسی بین ایجاد پارامتری و ایجاد هماهنگ دوم را مشاهده کرد. در حالت اخیر فقط یک باریکه قوی در بسامد اصلی برای رخداد ایجاد هماهنگ دوم لازم است. اما برای حالت اول یک باریکه ضعیف در ω_1 نیز لازم است و سیستم مانند یک تقویت کننده در بسامد ω_1 (و ω_2) رفتار می کند. ولی در عمل لازم نیست که باریکه ضعیف از یک مرجع خارجی (مثلاً لیزر دیگر) تأمین شود، زیرا این باریکه به شکل نوبه (که نوبه پارامتری نامیده می شود) در داخل بلور به وجود می آید. بنابراین می توان از این نوبه باریکه همدموس ایجاد کرد، درست شبیه به نوبه ای که در نوسانگر لیزری به کار می رود. بنابراین، بلور غیرخطی با باریکه ای که به صورت مناسبی کانونی شده، دمیده می شود و در داخل یک تشدیدگر اپتیکی قرار داده می شود (شکل ۸.۱۲). دو آینه ۱ و ۲ این نوسانگر پارامتری یا فقط در بسامد ω_1 (نوسانگر تک تشدید) یا در هر دو بسامدهای ω_1 و ω_2 (نوسانگر دو تشدید) بازتاب خیلی قوی (مثلاً $R_1 = 1$ و $R_2 \cong 1$) دارند. آینه ها برای باریکه دمش به اندازه کافی شفاف هستند. نوسان درست هنگامی شروع می شود که بهره ای که از اثر پارامتری به وجود می آید از تلفات تشدیدگر اپتیکی بیشتر باشد. بنابراین قبل از شروع نوسان یک توان آستانه برای باریکه دمش لازم است. وقتی این توان آستانه



شکل ۸.۱۲ طرح یک نوسانگر پارامتری اپتیکی.

حاصل شد، نوسان روی هر دو بسامد ω_1 و ω_2 روی می‌دهد و مقادیر خاص دو کمیت ω_1 و ω_2 از معادله (۱۹.۴.۱۲) تعیین می‌شوند. برای مثال، با جورشدگی فاز نوع I که شامل موج غیرعادی در بسامد ω_3 و موجهای عادی در بسامدهای ω_1 و ω_2 است (یعنی، $e_{\omega_3} \rightarrow o_{\omega_1} + o_{\omega_2}$)، معادله ۱۹.۴.۱۲ (ب) به دست می‌دهد

$$\omega_3 n_e(\omega_3, \theta) = \omega_1 n_o(\omega_1) + \omega_2 n_o(\omega_2) \quad (20.4.12)$$

برای هر مفروض، یعنی برای یک شیب مفروض بلور غیرخطی نسبت به محور کاواک، معادله (۲۰.۴.۱۲) رابطه‌ای بین ω_1 و ω_2 را فراهم می‌کند که به اتفاق رابطه ۱۹.۴.۱۲ (الف) مقادیر ω_1 و ω_2 مشخص می‌شوند. هر دو جورشدگی فاز I و II (مثلاً، $e_{\omega_3} \rightarrow o_{\omega_1} + e_{\omega_2}$ برای یک بلور تک‌محوری منفی) امکان‌پذیر است و تنظیم را می‌توان با تغییر شیب بلور (تنظیم زاویه‌ای) یا حرارت (تنظیم حرارتی) انجام داد. به‌عنوان آخرین مطلب توجه می‌کنیم که اگر بهره اثر پارامتری به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توان اصلاً از آینه استفاده نکرد و از نوبه پارامتری در یک عبور یا چند عبور از بلور، گسیلی قوی در ω_1 و ω_2 به دست آورد. این رفتار را اغلب گسیل پارامتری اَبَرفلوئورسانی می‌گویند، و چنین دستگاهی را مولد پارامتری اپتیکی (OPG) می‌نامند.

در عمل هر دو نوسانگر پارامتری تک‌تشدید و دوتشیددی به‌کار برده می‌شوند. نوسانگر پارامتری دوتشیددی هم برای لیزرهای دمش CW و هم برای لیزرهای تپی به دست آمده است. برای دمش CW، توانهای آستانه تا پایتترین مقدار چند میلی‌وات نشان داده شده‌اند. لزوم تشدید همزمان هر دو موج پارامتری در یک کاواک عموماً به دامنه و پایداری بسامدی ضعیف باریکه‌های خروجی می‌انجامد. تا این اواخر، نوسان پارامتری تک‌تشدید تنها در لیزرهای با دمش تپی میسر بود، چون نوسانگر تک‌تشیددی آستانه توان دمش به مراتب بالاتر از نوسانگر دوتشیددی است (تقریباً به اندازه دو مرتبه بزرگی). ولی، با بلورهای غیرخطی بهبودیافته، امروزه نوسان CW به سهولت به دست

می‌آید. تشدیدگرهای تک‌تشدیدی خروجی پایدار خیلی بهتری را ایجاد می‌کنند، و به همین دلیل، آرایشی است که بسیار به‌کار می‌رود.

نوسانگرهای پارامتری اپتیکی که از ناحیه مرئی تا فرورسرخ نزدیک ($5\mu\text{m} - 5\mu\text{m}$) تابش همدوس ایجاد می‌کنند، امروزه بسیار توسعه یافته‌اند؛ موفقترین این دستگاهها براساس BBO، LBO و لیتیم نایوبات (LiNbO_3) است. همچنین نوسانگرهای پارامتری اپتیکی می‌توانند تابش همدوس در طول موجهای بلندتر از مادون قرمز (تا $14\mu\text{m}$) را با استفاده از بلورهای نظیر نقره گالیم سلوناید (AgGaSe_2) و کادمیم سلوناید (CdSe) به‌وجود آورند. دمش همزمان نوسانگرهای پارامتری اپتیکی (OPO) با استفاده از یک دمنده قفل‌شده مد نیز به‌عنوان وسیله‌ای برای تولید تپهای کوتاه با تنظیم‌پذیری وسیع بسیار جالب توجه است. خصوصیت قابل توجه این ابزارها آن است که بهره آنها با توان قله تپ دمش تعیین می‌شود، به طوری که می‌توان به آستانه‌های متناظر با توانهای متوسط خیلی پایین (چند میلی‌وات)، حتی برای نوسانگر تک‌تشدیدی، دست یافت. نکته آخر آنکه بازدهی OPO می‌تواند خیلی بالا باشد و به بازدهی فوتونی 100% نظری نزدیک شود.

۲.۴.۱۲ روش تحلیلی

برای رسیدن به توصیفی تحلیلی از هر دو فرایند SHG و پارامتری، لازم است که ببینیم چگونه قطبش غیرخطی [مثلاً معادله (۲.۴.۱۲)] که به‌صورت چشمه ایجاد موج عمل می‌کند وارد معادله موج می‌شود. میدانها در ماده از معادلات ماکسول پیروی می‌کنند:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{الف } 21.4.12)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{ب } 21.4.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{ج } 21.4.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{د } 21.4.12)$$

که ρ چگالی بار آزاد است. برای محیط موردنظر، در اینجا، می‌توانیم فرض کنیم مغناطش \mathbf{M} برابر صفر است، بنابراین

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (22.4.12)$$

تلفات داخل ماده (مثلاً تلفات ناشی از پراکندگی) را می‌توان با معرفی یک رسانندگی فرضی σ_s ظاهر ساخت، به طوری که

$$\mathbf{J} = \sigma_s \mathbf{E} \quad (23.4.12)$$

و بالاخره می‌توانیم بنویسیم

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^L + \mathbf{P}^{NL} = \varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{P}^{NL} \quad (24.4.12)$$

که \mathbf{P}^L قطبش خطی محیط است و به‌طور معمول با معرفی ثابت دی‌الکتریک ε به حساب آورده شده است. با به‌کارگیری عملگر $\nabla \times$ در طرفین معادله (۲۴.۴.۱۲) و با عوض کردن ترتیب عملگرهای $\nabla \times$ و $\partial/\partial t$ در طرف راست معادله حاصل، سپس با استفاده از معادلات (۲۲.۴.۱۲)، (۲۱.۴.۱۲ ب)، (۲۳.۴.۱۲)، و (۲۴.۴.۱۲)، به‌دست می‌آوریم

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \left(\sigma_s \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} \right) \quad (25.4.12)$$

با استفاده از تساوی $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ و با فرض اینکه $\nabla \cdot \mathbf{E} \cong 0$ است، از معادله (۲۵.۴.۱۲) خواهیم داشت

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\sigma_s}{\varepsilon c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (26.4.12 \text{ الف})$$

که $c = (\varepsilon \mu_0)^{-1/2}$ سرعت فاز موج در ماده است. معادله (۲۶.۴.۱۲ الف) معادله موجی است که شامل قطبش غیرخطی است. توجه کنید که قسمت خطی قطبش ماده به‌سمت چپ معادله (۲۶.۴.۱۲ الف) انتقال پیدا کرده است و اثر آن در داخل ثابت دی‌الکتریک ε قرار دارد. قسمت غیرخطی، \mathbf{P}^{NL} ، در سمت راست نگه داشته شده است و نشان داده خواهد شد که این جمله منشأ موجهای تولیدشده در بسامدهای جدید و همچنین جمله اتلاف برای موج فرودی است. با محدودکردن بحث خود به حالت ساده اسکالر امواج تختی که در جهت z منتشر می‌شوند، می‌بینیم که معادله (۲۶.۴.۱۲ الف) به‌صورت

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\sigma_s}{\varepsilon c^2} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon c^2} \frac{\partial^2 P^{NL}}{\partial t^2} \quad (26.4.12 \text{ ب})$$

خلاصه می‌شود.

اکنون میدان موج در بسامد ω_i را به‌صورت زیر می‌نویسیم

$$E_{\omega_i}(z, t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \{ E_i(z) \exp[j(\omega_i t - k_i z)] + c.c. \} \quad (27.4.12 \text{ الف})$$

که E_i را در حالت کلی مختلط در نظر می‌گیریم. به همین طریق، دامنه قطبش غیرخطی در بسامد ω_i را می‌توان به صورت

$$P_{\omega_i}^{NL} = \left(\frac{1}{2}\right) \{P_i^{NL}(z) \exp[j(\omega_i t - k_i z)] + c.c.\} \quad (27.4.12) \text{ ب}$$

نوشت. چون معادله (۲۶.۴.۱۲) برای هر مؤلفه بسامدی امواج حاضر در محیط باید به صورت مجزا برقرار باشد، معادله (۲۷.۴.۱۲) الف) و (۲۷.۴.۱۲) ب) را می‌توان به ترتیب در طرف چپ و راست معادله (۲۶.۴.۱۲) قرار داد. در تقریب دامنه کنگذر، می‌توانیم از مشتق دوم $E_i(z)$ صرف‌نظر کنیم، یعنی فرض کنیم که $k_i(dE_i/dz) \ll d^2 E_i/dz^2$. در نتیجه معادله (۲۶.۴.۱۲) به دست می‌دهد

$$2 \frac{dE_i}{dz} + \frac{\sigma_i}{n_i \varepsilon_0 c} E_i = -j \left(\frac{\omega_i}{n_i \varepsilon_0 c} \right) P_i^{NL} \quad (28.4.12)$$

که σ_i ، n_i و ε_i به ترتیب اتلاف، ضریب شکست، و ثابت دی‌الکتریک محیط در بسامد ω_i است و روابط $k_i = n_i \omega_i / c$ و $\varepsilon_i = n_i^2 \varepsilon_0$ نیز به کار رفته است.

معادله (۲۸.۴.۱۲) معادله اساسی‌ای است که در بخشهای بعد از آن استفاده خواهد شد. توجه کنید که در این معادله فرض می‌شود رابطه‌ای اسکالر بین \mathbf{E} و \mathbf{P}^{NL} برقرار است [معادله (۲.۴.۱۲)] را ببینید. این فرض صحیح نیست و در حقیقت باید از رابطه‌ای تانسوری استفاده کرد [معادله (۱۵.۴.۱۲)] را ببینید. لیکن، می‌توان نشان داد که هنوز هم می‌توان این معادله اسکالر را به کار برد مشروط بر آنکه E_i اکنون مؤلفه میدان در امتداد محوری مناسب را نشان دهد و در معادله (۲.۴.۱۲) ضریب مؤثر d_{eff} به جای d قرار داده شود. در حالت کلی، d_{eff} ترکیبی از یک یا چند ضریب d_{im} است که در معادله (۱۵.۴.۱۲) ظاهر می‌شود و در توابع مناسبی از زوایای θ و ϕ که جهت انتشار موج در بلور را نشان می‌دهد، ضرب می‌شود [۲۰] (θ زاویه بین بردار انتشار و محور z ، ϕ زاویه تصویر بردار انتشار در صفحه xy است که با محور x بلور ساخته می‌شود). به عنوان مثال، در بلوری با تقارن گروه نقطه‌ای $\bar{4}2m$ و جورشنگی فاز نوع I، به دست می‌آید که $d_{eff} = d_{36} \sin 2\phi \sin \theta$. ولی به صورت نماد کوتاه‌نوشت، نماد d در معادله (۲.۴.۱۲) را نگه می‌داریم، ولی در نظر خواهیم داشت که معنای آن مقدار مؤثر ضریب d ، یعنی d_{eff} است.

۱.۲.۴.۱۲ نوسان پارامتری

اکنون سه موج با بسامدهای ω_1 ، ω_2 ، و ω_3 (که $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ است) را در نظر می‌گیریم که در بلور برهم‌کنش می‌کنند. بنابراین میدان کلی $E(z, t)$ را به صورت

$$E(z, t) = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t) + E_{\omega_3}(z, t) \quad (29.4.12)$$

می نویسیم، که هر یک از میدانها را می توان به صورت معادله (۲۷.۴.۱۲) نوشت. با جایگزینی معادله (۲۹.۴.۱۲) در معادله (۲۷.۴.۱۲) و با استفاده از معادله (۲۷.۴.۱۲)ب، رابطه ای برای مؤلفه های $P_i^{NL}(z)$ [همان طوری که با معادله (۲۷.۴.۱۲)ب) تعریف شد] قطبش غیرخطی در بسامد ω_i به دست می آوریم. پس از قدری محاسبه جبری طولانی ولی سرراست، درمی یابیم که مؤلفه P_i^{NL} در بسامدی مانند ω_1 از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_i^{NL} = 2\varepsilon_0 dE_{\Psi}(z)E_{\Psi}^*(z) \exp[j(k_{\Psi} - k_{\Psi})z] \quad (۳۰.۴.۱۲)$$

مؤلفه های P^{NL} در بسامدهای ω_2 و ω_3 به همین طریق به دست می آیند. در هر یک از بسامدها، با جایگزینی رابطه ای برای P^{NL} متناظر با بسامد مناسبی در معادله (۲۸.۴.۱۲)، معادله میدان را به دست می آوریم. بنابراین به سه معادله زیر خواهیم رسید

$$\frac{dE_1}{dz} = - \left(\frac{\sigma_1}{2n_1\varepsilon_0 c} \right) E_1 - j \left(\frac{\omega_1}{n_1 c} \right) dE_{\Psi}E_{\Psi}^* \exp[-j(k_{\Psi} - k_2 - k_1)z] \quad (الف ۳۱.۴.۱۲)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = - \left(\frac{\sigma_2}{2n_2\varepsilon_0 c} \right) E_2 - j \left(\frac{\omega_2}{n_2 c} \right) dE_{\Psi}E_1 \exp[-j(k_{\Psi} - k_1 - k_2)z] \quad (ب ۳۱.۴.۱۲)$$

$$\frac{dE_{\Psi}}{dz} = - \left(\frac{\sigma_{\Psi}}{2n_{\Psi}\varepsilon_0 c} \right) E_{\Psi} - j \left(\frac{\omega_{\Psi}}{n_{\Psi} c} \right) dE_1E_2 \exp[-j(k_1 - k_2 - k_{\Psi})z] \quad (ج ۳۱.۴.۱۲)$$

اینها معادلات اساسی هستند که برهم کنش غیرخطی پارامتری را توصیف می کنند. مشاهده می شود که معادلات با ضریب غیرخطی d به یکدیگر جفت شده اند.

در حال حاضر برای راحتی متغیرهای جدید میدان، A_i ، را به صورت

$$A_i = \left(\frac{n_i}{\omega_i} \right)^{1/2} E_i \quad (۳۲.۴.۱۲)$$

تعریف می کنیم. چون شدت موج $I_i = n_i\varepsilon_0 c |E_i|^2 / 2$ است، شار فوتون F_i متناظر با آن از $F_i = I_i / \hbar\omega_i = (\varepsilon_0 c / 2\hbar) |A_i|^2$ با ضریب F_i ، به دست می آید. بنابراین $|A_i|^2$ با شار فوتون، F_i ، با ضریب تناسب مستقل از n_i و ω_i ، متناسب است. وقتی برحسب این متغیرهای جدید میدان بیان شود،

معادله (۳۱.۴.۱۲) به صورت زیر تبدیل می شود

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1 A_1}{\gamma} - j\delta A_{\gamma} A_{\gamma}^* \exp[-j(\Delta k z)] \quad (\text{الف } ۳۳.۴.۱۲)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha_2 A_2}{\gamma} - j\delta A_{\gamma} A_{\gamma}^* \exp[-j(\Delta k z)] \quad (\text{ب } ۳۳.۴.۱۲)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -\frac{\alpha_3 A_3}{\gamma} - j\delta A_1 A_2 \exp[j(\Delta k z)] \quad (\text{ج } ۳۳.۴.۱۲)$$

که $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$ ، $\alpha_i = \sigma_i / n_i \epsilon_0 c$ و

$$\delta = \frac{d}{c} \left(\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3} \right)^{1/2} \quad (۳۴.۴.۱۲)$$

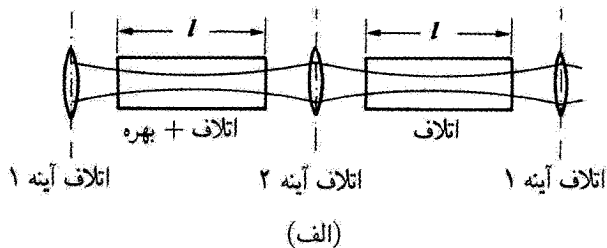
قرار داده ایم. اکنون مزیت استفاده از A_i به جای E_i روشن می شود، چون برخلاف معادله (۳۱.۴.۱۲)، اکنون روابط (۳۳.۴.۱۲) فقط شامل یک پارامتر جفت شدگی δ است.

اگر تلفات نادیده گرفته شوند (یعنی، هنگامی که $\alpha_i = 0$ است)، از معادلات (۳۳.۴.۱۲) بعضی قوانین پایستگی را به دست می آوریم. به عنوان مثال، با ضرب دو طرف معادله (الف) در A_1^* و دو طرف معادله (ب) در A_2^* ، و سپس با مقایسه نتایج به رابطه $d|A_1|^2/dz = d|A_2|^2/dz$ می رسیم. به همین ترتیب، از معادلات (ج) به دست می آید که $d|A_2|^2/dz = -d|A_3|^2/dz$. بنابراین می توان نوشت

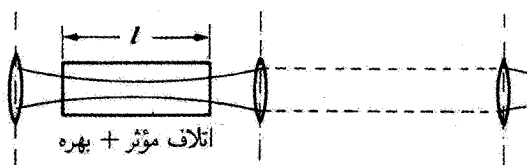
$$\frac{d|A_1|^2}{dz} = \frac{d|A_2|^2}{dz} = -\frac{d|A_3|^2}{dz} \quad (۳۵.۴.۱۲)$$

که به روابط منلی-روا شهرت دارند. دقت کنید که، چون $|A_i|^2$ متناسب با شار فوتون متناظر است، معادله (۳۵.۴.۱۲) ایجاب می کند که هرگاه فوتونی در بسامد ω_3 ناپود شود، یک فوتون در بسامد ω_1 و یک فوتون در بسامد ω_2 به وجود می آید. این امر با مدل فوتونی فرایند پارامتری که در بخش ۱۲.۴.۱۲ بحث شد، سازگار است. باز هم توجه کنید که معادله (۳۵.۴.۱۲) به این معناست که مثلاً $(dP_3/dz) = -(\omega_1/\omega_3)(dP_1/dz)$ ، که P_1 و P_3 توانهای دو موج هستند. بنابراین، کسر (ω_1/ω_3) توان در بسامد ω_3 می تواند به توان در بسامد ω_1 تبدیل شود.

به بیان دقیقتر، معادلات (۳۳.۴.۱۲) برای موج رونده به کار برده می شود که در آن سه موج با بسامدهای ω_1 ، ω_2 و ω_3 از بلوری به طول دلخواه بلند عبور می کند. حال می خواهیم بدانیم که این معادلات چگونه در مورد یک نوسانگر پارامتری اپتیکی مطابق با شکل ۸.۱۲ به کار برده



(الف)



(ب)

شکل ۹.۱۲ (الف) مسیر بازشده یک نوسانگر پارامتری اپتیکی و (ب) کاهش به طرح تک عبوری با تلفات آینه‌ای که در توزیع تلفات بلور در نظر گرفته می‌شود.

می‌شوند. ابتدا طرح نوسانگر دوتشددی (DRO) را در نظر می‌گیریم. بنابراین امواج با بسامدهای ω_1 و ω_2 در داخل کاواک رفت و بازگشت می‌کنند و فرایند پارامتری تنها موقعی رخ می‌دهد که جهت انتشار آنها با جهت موج دمش یکی باشد (چون تنها تحت این شرایط است که جورشدهگی فاز برآورده می‌شود). اگر مسیر اپتیکی را بازکنیم چیزی شبیه به شکل ۹.۱۲ (الف) خواهیم داشت و می‌توان دید که اتلاف در هر عبور اتفاق می‌افتد، در حالی که بهره پارامتری در هر دو عبور تنها یک بار رخ می‌دهد. این وضعیت را می‌توان با تعریف مناسبی برای ضریب اتلاف مؤثر α_i ($i = 1, 2$) به صورت شکل ۹.۱۲ (ب) خلاصه کرد. در واقع اتلاف در بلوری به طول l در شکل ۹.۱۲ (ب) باید برابر با تلفات ناشی از دو عبور در شکل ۹.۱۲ (الف) باشد. در تلفات اخیر باید علاوه بر تلفات واقعی در بلور تلفات آینه‌ای و پراشی را به حساب آورد. بنابراین ضرایب α_1 و α_2 در معادله (۳۳.۴.۱۲) را باید طوری تعریف کرد که شامل این تلفات نیز باشند. با صرف نظر کردن از برهم‌کنش پارامتری (یعنی، با قرار دادن $\delta = 0$) از رابطه (۱۳.۴.۱۲) درمی‌یابیم که پس از آنکه باریکه در بسامد ω_i ($i = 1, 2$) طول l از بلور را پیمود، توان آن به اندازه کسر $\exp(-\alpha_i l)$ دچار کاهش می‌شود. این کاهش را باید به حساب تلفات رفت و برگشتی کاواک گذاشت که ملزم می‌دارد

$$\exp(-\alpha_i l) = R_{1i} R_{2i} (1 - L_i)^2 \quad (۳۵.۴.۱۲)$$

که R_{1i} و R_{2i} توان بازتابندگی دو آینه در بسامد ω_i ، و L_i اتلاف بلور (و اتلاف پراشی) در هر عبور است. حال اگر [در مقایسه با معادله (۴.۲.۱)] $\gamma_{1i} = -\ln R_{1i}$ ، $\gamma_{2i} = -\ln R_{2i}$

$\gamma'_i = -\ln(1 - L_i)$ و $\gamma_i = [(\gamma_{1i} + \gamma_{2i})/2] + \gamma'_i$ را تعریف کنیم، می‌توانیم معادله (۳۵.۴.۱۲) را به صورت

$$\alpha_i l = 2\gamma_i \quad (36.4.12)$$

بازنویسی کنیم، که γ_i اتلاف کلی کاواک در هر عبور در بسامد ω_i است. توجه کنید که تلفات توزیع شده در بلور بر پایه تلفات آینه‌ای شبیه‌سازی شده و سپس برای تعیین ضریب جذب مؤثر بلور $\alpha_i (i = 1, 2)$ منظور شده است. از طرف دیگر، اتلاف α_3 فقط شامل تلفات بلور است، و معمولاً می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین می‌توانیم بگوییم که در صورتی که α_1 و α_2 از معادله (۳۶.۴.۱۲) به دست آید و نیز $\alpha_3 \cong 0$ قرار داده شود، معادله (۳۳.۴.۱۲) را می‌توان برای نوسانگر دوتشدید (DRO) به کار برد.

برای به دست آوردن شرط آستانه دوتشیدی (DRO) با چشم‌پوشی از تهی شدن موج دمش توسط فرایند پارامتری، معادلات (۳۳.۴.۱۲) باز هم ساده‌تر می‌شوند. این فرض همراه با فرض $\alpha_3 = 0$ بدان معناست که می‌توانیم $A_3(z) \cong A_3(0)$ را قرار دهیم، که $A_3(0)$ دامنه میدان موج دمش ورودی را نشان می‌دهد و مقداری حقیقی در نظر گرفته می‌شود. با اضافه کردن فرض $\Delta k = 0$ (جورشدهی کامل فاز)، معادلات (۳۳.۴.۲۱) خیلی ساده می‌شوند و خواهند شد

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1 A_1}{2} - j\frac{g}{2} A_1^* \quad (37.4.12 \text{ الف})$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha_2 A_2}{2} - j\frac{g}{2} A_2^* \quad (37.4.12 \text{ ب})$$

که

$$g = 2\delta A_3(0) = 2d \frac{E_3(0)}{c} \left(\frac{\omega_1 \omega_2}{n_1 n_2} \right)^{1/2} \quad (38.4.12)$$

شرط آستانه برای نوسانگر دوتشیدی را سپس از معادله (۳۷.۴.۱۲) با اعمال شرط $dA_1/dz = dA_2/dz = 0$ می‌توان به سادگی به دست آورد، که به روابط

$$\alpha_1 A_1 + jg A_1^* = 0 \quad (39.4.12 \text{ الف})$$

$$jg A_1 - \alpha_2 A_1^* = 0 \quad (39.4.12 \text{ ب})$$

منجر می‌شود، که مزدوج مختلط معادله (۳۷.۴.۱۲) گرفته شده است. این دستگاه معادلات همگن در صورتی دارای جوابهای غیرصفر برای A_1 و A_2 هستند که رابطه

$$g^2 = \alpha_1 \alpha_2 = 4 \left(\frac{\gamma_1 \gamma_2}{l^2} \right) \quad (40.4.12)$$

برقرار باشد، که در آن از معادله (۳۶.۴.۱۲) استفاده شده است. توجه کنید که طبق معادله (۳۸.۴.۱۲)، g^2 با $E_{\text{th}}^2(\omega)$ متناسب است، یعنی با شدت موج دمش. بنابراین، معادله (۴۰.۴.۱۲) بدین معنی است که برای شروع نوسان پارامتری به یک مقدار معین آستانه شدت موج دمش نیاز است. همان طوری که مثال ۴.۱۲ نشان می‌دهد، شدت آستانه با حاصلضرب تلفات تک‌عبوری (توان) γ_1 و γ_2 دو موج با بسامدهای ω_1 و ω_2 متناسب است و با d^2 و l^2 نسبت عکس دارد.

اما، حالت نوسانگر تک‌تشدید (SRO) کمی پیچیده‌تر است. اگر کاواک لیزر فقط در ω_1 تشدید شود، باز هم α_1 را می‌توان به صورت معادله (۳۶.۴.۱۲) نوشت. چون موج در ω_2 دیگر به داخل کاواک بازتاب نخواهد داشت، بنابراین α_2 فقط شامل تلفات بلور است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. دوباره با چشمپوشی از تهی شدن موج دمش و شرط جورشدگی کامل فاز، می‌بایم که معادله (۳۷.۴.۱۲) هنوز هم قابل استفاده است. به شرط آنکه $\alpha_2 = 0$ قرار داده شود. برای تبدیل مثال ۴.۱۲ محاسبه شدت آستانه باریکه دمش در یک نوسانگر پارامتری اپتیکی دوتشدید. از معادلات (۳۸.۴.۱۲) و (۴۰.۴.۱۲) رابطه زیر را برای $E_{\text{th}}^2(\omega)$ به دست می‌آوریم (مربع دامنه باریکه دمش در آستانه):

$$E_{\text{th}}^2(\omega) = \frac{c^2 n_1 n_2 \gamma_1 \gamma_2}{d^2 \omega_1 \omega_2 l^2}$$

چون شدت باریکه دمش از $I_3 = n_3 \varepsilon_0 c |E_3|^2 / 2$ به دست می‌آید، آنگاه رابطه زیر را برای شدت دمش آستانه به دست می‌آوریم

$$I_{th} = \left(\frac{n_3}{2Zd^2} \right) \left[\frac{n_1 n_2 \lambda_1 \lambda_2}{(2\pi l)^2} \right] (\gamma_1 \gamma_2)$$

که $Z = 1/\varepsilon_0 c = 377 \text{ ohm}$ امپدانس در فضای آزاد (خلأ) و λ_1 و λ_2 طول موجهای متناظر با امواج سیگنال و هِرز است. توجه کنید که در معادله اخیر، پراپرتی اول در طرف راست معادله دارای بعد شدت است، در حالی که دو عامل دیگر داخل کروشه و پراپرتی بدون بعد هستند. ■

پارامتری کوچک می‌توانیم $A_1^*(z) \cong A_1^*(\omega)$ را در دو طرف راست معادله (۳۷.۴.۱۲) قرار دهیم تا رابطه زیر را به دست آوریم

$$A_2(z) = -j \frac{g A_1^*(\omega) z}{\mu} \quad (41.4.12)$$

که فرض شده است شرط $A_2(\omega) = 0$ برقرار است (یعنی، هیچ میدانی در ω_1 به وسیله تشدیدکننده به بلور بازخورد نشده است). اگر معادله (۴۱.۴.۱۲) را در معادله (۳۷.۴.۱۲) قرار داده و

$A_1(z) \cong A_1(0)$ را در طرف راست معادله قرار دهیم، خواهیم داشت

$$\frac{dA_1}{dz} = \left(-\frac{\alpha_1}{2} + \frac{g^2 z}{4} \right) A_1(0) \quad (۴۲.۴.۱۲)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۴۲.۴.۱۲) در طول l بلور رابطه زیر را برای میدان در بسامد ω_1 به دست می‌آوریم

$$A_1(l) = A_1(0) \left(1 - \frac{\alpha_1 l}{2} + \frac{g^2 l^2}{8} \right) \quad (۴۳.۴.۱۲)$$

به شرط آستانه وقتی می‌رسیم که $A_1(l) = A_1(0)$ برقرار شود، یعنی موقعی که

$$g^2 = \frac{4\alpha_1}{l} = \frac{8\gamma_1}{l^2} \quad (۴۴.۴.۱۲)$$

چون g^2 متناسب با شدت موج دمش، I ، است، مقایسه بین معادلات (۴۴.۲.۱۲) و (۴۵.۴.۱۲) نسبت شدتهای آستانه را به صورت

$$\frac{I_{\text{SRO}}}{I_{\text{DRO}}} = \frac{2}{\gamma_2} \quad (۴۵.۴.۱۲)$$

به دست می‌دهد. به عنوان مثال، اگر اتلاف در هر عبور $2^\circ = \gamma_2$ در نظر گرفته شود (یعنی، اتلاف ۲ درصدی)، از معادله (۴۵.۴.۱۲) درمی‌یابیم که آستانه توان برای SRO (تک‌تشدید) یکصد بار بزرگتر از آستانه توان برای حالت DRO (دوتشدید) است.

۲.۲.۴.۱۲ تولید هماهنگ دوم

در مورد تولید هماهنگ دوم (SHG)، می‌نویسیم

$$E(z, t) = \left(\frac{1}{2} \right) \{ E_\omega \exp[j(\omega t - k_\omega z)] + E_{2\omega} \exp[i(2\omega t - k_{2\omega} z)] + c \cdot c \cdot \} \quad (۴۶.۴.۱۲)$$

$$P^{\text{NL}}(z, t) = \left(\frac{1}{2} \right) \{ P_\omega^{\text{NL}} \exp[j(\omega t - k_\omega z)] + P_{2\omega}^{\text{NL}} \exp[i(2\omega t - k_{2\omega} z)] + c \cdot c \cdot \} \quad (۴۷.۴.۱۲)$$

با قراردادن معادلات (۴۶.۴.۱۲) و (۴۷.۴.۱۲) در معادله (۲.۴.۱۲) به دست می‌آید

$$P_{2\omega}^{\text{NL}} = \varepsilon_0 d E_\omega^2 \exp[-j(2k_\omega - k_{2\omega})z] \quad (الف) \quad (۴۸.۴.۱۲)$$

$$P_\omega^{\text{NL}} = 2\varepsilon_0 d E_{2\omega} E_\omega^* \exp[-j(k_{2\omega} - 2k_\omega)z] \quad (ب) \quad (۴۸.۴.۱۲)$$

با قراردادن معادلات (۴۸.۴.۱۲) در معادله (۲۸.۴.۱۲) و با صرفنظر کردن تلفات بلور (یعنی، $\sigma_i = 0$ در نظر گرفته شود)، به دست می‌آید

$$\frac{dE_{\nu\omega}}{dz} = -j \frac{\omega}{n_{\nu\omega} c} dE_{\omega}^{\nu} \exp(j\Delta k z) \quad (\text{الف } 49.4.12)$$

$$\frac{dE_{\omega}}{dz} = -j \frac{\omega}{n_{\omega} c} dE_{\nu\omega} E_{\omega}^{*} \exp(-j\Delta k z) \quad (\text{ب } 49.4.12)$$

اینها معادلات اساسی هستند که تولید هماهنگ دوم را توصیف می‌کنند. $\Delta k = k_{\nu\omega} - 2k_{\omega}$ است.

برای حل این معادلات، ساده‌تر است که متغیرهای جدید میدان، $E'_{\nu\omega}$ و E'_{ω} را به صورت

$$E'_{\omega} = (n_{\omega})^{1/2} E_{\omega} \quad (\text{الف } 50.4.12)$$

$$E'_{\nu\omega} = (n_{\nu\omega})^{1/2} E_{\nu\omega} \quad (\text{ب } 50.4.12)$$

تعریف کنیم. از آنجایی که شدت I_{ω} موج با بسامد ω با $|E'_{\omega}|^2$ متناسب است، کمیت $|E'_{\omega}|^2$ با I_{ω} متناسب است که ثابت تناسب آن مستقل از ضریب شکست است. جایگزینی معادلات (۵۰.۴.۱۲) در معادلات (۴۹.۴.۱۲) به دست می‌دهد

$$\frac{dE'_{\nu\omega}}{dz} = -\frac{j}{l_{SH}} \frac{E'_{\nu\omega}}{E'_{\omega}(\circ)} \exp[j(\Delta k z)] \quad (\text{الف } 51.4.12)$$

$$\frac{dE'_{\omega}}{dz} = -\frac{j}{l_{SH}} \frac{E'_{\nu\omega} E'_{\omega}}{E'_{\omega}(\circ)} \exp[-j(\Delta k z)] \quad (\text{ب } 51.4.12)$$

که: $E'_{\omega}(\circ)$ مقدار E'_{ω} در $z = 0$ است، که فرض می‌شود کمیتی حقیقی است؛ l_{SH} یک مشخصه طولی است و برای برهم‌کنش هماهنگ دوم از رابطه

$$l_{SH} = \frac{\lambda(n_{\omega} n_{\nu\omega})^{1/2}}{2\pi d E_{\omega}(\circ)} \quad (52.4.12)$$

به دست می‌آید، که λ طول موج و $E_{\omega}(\circ)$ دامنه میدان موج فرودی با بسامد ω است که باز هم فرض می‌شود کمیتی حقیقی است. توجه کنید که مزیت استفاده از متغیرهای میدان جدید $E'_{\nu\omega}$ و E'_{ω} اکنون از معادلات (۵۱.۴.۱۲) روشن می‌شود، چون آنها متضمن یک پارامتر جفت‌شدگی l_{SH} هستند. از معادلات (۵۱.۴.۱۲) می‌بایم که

$$\frac{d|E'_{\nu\omega}|^2}{dz} = -\frac{d|E'_{\omega}|^2}{dz} \quad (53.4.12)$$

که رابطه منلی-رو را برای تولید هماهنگ دوم (SHG) نشان می‌دهد. معادله (۵۳.۴.۱۲) نشان می‌دهد که، مثلاً کاهشی در توان یا شدت باریکه در بسامد ω باید با افزایشی با همان مقدار از توان یا شدت در بسامد 2ω متناظر باشد. بنابراین در این حالت تبدیل 10% از توان باریکه اصلی به توان هماهنگ دوم امکانپذیر است.

به‌عنوان اولین مثال از جواب معادله (۵۱.۴.۱۲)، حالتی را در نظر می‌گیریم که عدم جورشدگی قابل ملاحظه‌ای وجود دارد (یعنی، $l_{SH}\Delta k \gg 1$)، بنابراین انتظار می‌رود که اندکی تبدیل از توان باریکه اصلی به هماهنگ دوم رخ دهد. بنابراین در طرف راست معادله (۵۱.۴.۱۲ الف)، قرار می‌دهیم $E'_\omega(z) \cong E'_\omega(0)$. سپس می‌توان از معادله حاصل انتگرال گرفت و با استفاده از شرط مرزی $E'_{2\omega}(0) = 0$ ، به‌دست می‌آوریم

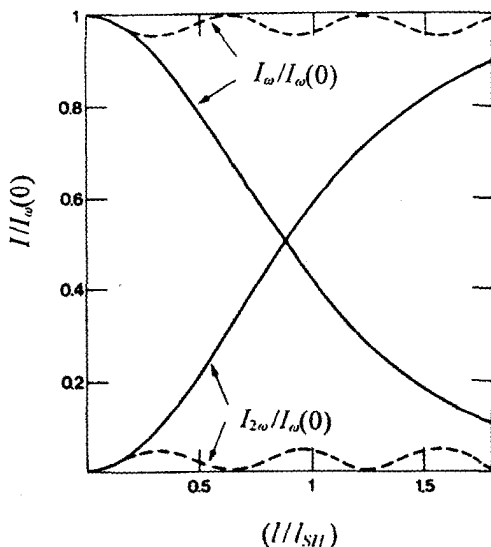
$$E'_{2\omega}(l) = -\frac{E'_\omega(0)}{l_{SH}} \left[\frac{\exp(-j\Delta kl) - 1}{\Delta k} \right] \quad (54.4.12)$$

به‌سادگی می‌توان نشان داد که

$$\left| \frac{E'_{2\omega}(l)}{E'_\omega(0)} \right|^2 = \frac{\sin^2(\Delta kl/2)}{(\Delta kl_{SH}/2)^2} \quad (55.4.12)$$

چون $|E'_{2\omega}|^2$ با شدت هماهنگ دوم، $I_{2\omega}$ ، متناسب است، تغییر این شدت نسبت به طول بلور فوراً از معادله (۵۵.۴.۱۲) به‌دست می‌آید. رفتار متناظر با I_ω برحسب l را نیز می‌توان از شرط $I_\omega + I_{2\omega} = I_\omega(0)$ به‌دست آورد. این شرط نتیجه‌گیری مستقیم از معادله (۵۳.۴.۱۲) است. ترسیمهای $[I_\omega/I_\omega(0)]$ و $[I_{2\omega}/I_\omega(0)]$ برحسب (l/l_{SH}) ، برای $l_{SH}\Delta k = 10$ نشان داده از این طریق حاصل شده است به‌صورت منحنیهای خط‌چین در شکل ۱۰.۱۲ نشان داده شده‌اند. توجه کنید که به‌علت جورشدگی بزرگ فاز، تنها تبدیل کوچکی به هماهنگ دوم رخ می‌دهد. همچنین توجه کنید، همان طوری که می‌توان از شکل (۵۵.۴.۱۲) نشان داد، اولین بیشینه $[I_{2\omega}/I_\omega(0)]$ در $l = l_c$ رخ می‌دهد، که l_c طول همدوسی است که از معادله (۱۰.۴.۱۲) به‌دست می‌آید.

به‌عنوان مثال دوم از جواب معادله (۵۱.۴.۱۲)، مورد جورشدگی کامل فاز ($\Delta k = 0$) را در نظر می‌گیریم. در این حالت تبدیل قابل ملاحظه‌ای به هماهنگ دوم ممکن است اتفاق افتد، بنابراین باید تهی‌شدگی باریکه اصلی را در نظر گرفت. این بدان معناست که معادله (۵۱.۴.۱۲) را اکنون می‌توان بدون تقریب $E'_\omega(z) \cong E'_\omega(0)$ حل کرد. ولی اگر $\Delta k = 0$ باشد، از معادله (۵۱.۴.۱۲) می‌توان نشان داد که چنانچه $E'_\omega(0)$ را حقیقی بگیریم، $E'_\omega(z)$ و $E'_{2\omega}(z)$



شکل ۱۰.۱۲ نمودارهای بهنجارشده شدت هماهنگ دوم $I_{2\omega}$ و شدت اصلی I_ω برحسب طول بلور l برای جورشدهگی کامل فاز (منحنیهای پیوسته) و جورشدهگی فاز متناهی (منحنیهای خطچین).

بهترتیب حقیقی و مجازی هستند. بنابراین می توان نوشت

$$E'_\omega = |E'_\omega| \quad (الف) \quad (۵۶.۴.۱۲)$$

$$E'_{2\omega} = -j|E'_{2\omega}| \quad (ب) \quad (۵۶.۴.۱۲)$$

و از معادله (۵۱.۴.۱۲) خواهیم داشت

$$\frac{d|E'_\omega|}{dz} = -\frac{1}{l_{SH}} \frac{|E'_{2\omega}| |E'_\omega|}{E'_\omega(\circ)} \quad (الف) \quad (۵۷.۴.۱۲)$$

$$\frac{d|E'_{2\omega}|}{dz} = \frac{1}{l_{SH}} \frac{|E'_\omega|^2}{E'_\omega(\circ)} \quad (ب) \quad (۵۷.۴.۱۲)$$

جواب معادلات (۵۷.۱۴.۲) با شرایط مرزی $E'_\omega(z = \circ) = E'_\omega(\circ)$ و $E'_{2\omega}(\circ) = 0$ عبارت انداز

$$|E'_{2\omega}| = E'_\omega(\circ) \tanh(z/l_{SH}) \quad (الف) \quad (۵۸.۴.۱۲)$$

$$|E'_\omega| = E'_\omega(\circ) \operatorname{sech}(z/l_{SH}) \quad (ب) \quad (۵۸.۴.۱۲)$$

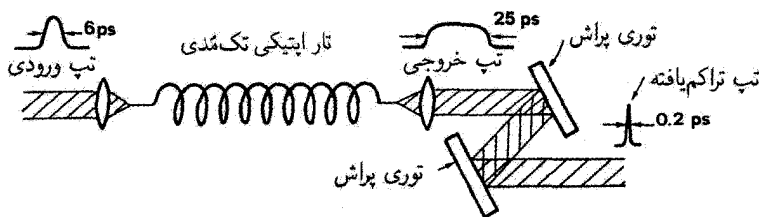
چون شدت موج در یک بسامد مفروض با $|E'|^2$ متناسب است، خواهیم داشت $I_{2\omega}/I_{\omega}(\circ) = |E'_{2\omega}|^2/E'_{\omega}{}^2(\circ)$ و $I_{2\omega}/I_{\omega}(\circ) = |E'_{2\omega}|^2/E'_{\omega}{}^2(\circ)$. بستگی $I_{\omega}/I_{\omega}(\circ)$ به طول بلور، مطابق با پیش‌بینی معادلات (۵۸.۴.۱۲)، با منحنیهای پیوسته در شکل ۹.۱۲ نشان داده شده‌اند. توجه کنید که برای $l = l_{SH}$ ، کسر قابل ملاحظه‌ای ($\sim 59\%$) از موج فرودی به موج هماهنگ دوم تبدیل می‌شود. این موضوع نقش l_{SH} را به‌عنوان طول مشخصه‌ای برای برهم‌کنش هماهنگ دوم، نشان می‌دهد؛ طبق معادله (۵۲.۴.۱۲) مقدار l_{SH} با عکس جذر شدت باریکه در بسامد اصلی ω متناسب است. باز هم توجه کنید که، برای $l_{SH} \gg l$ ، تابش در بسامد اصلی می‌تواند به‌طور کامل به تابش هماهنگ دوم تبدیل شود که با رابطه من‌لی-رو (۵۳.۴.۱۲) سازگار است.

۵.۱۲ تبدیل در زمان

در این بخش پدیده‌های تراکم تپ و انبساط تپ را که امروزه در زمینه تپهای فوق کوتاه لیزری به‌کار برده می‌شوند، مورد بررسی قرار می‌دهیم. قبل از آنکه این پدیده‌ها را مورد بحث قرار دهیم یادآور می‌شویم که در یک محیط همگن مفروض، نظیر قطعه‌ای از شیشه یا تار نوری که با رابطه پاشندگی $\beta = \beta(\omega)$ مشخص می‌شود، می‌توان سرعت گروه، v_g ، و پاشندگی سرعت گروه (GVD) را به صورت $v_g = (d\omega/d\beta)_{\omega_L}$ [معادله (۲۶.۶.۸)] یا $GVD = (d^2\beta/d\omega^2)_{\omega_L}$ [معادله (۳۳.۶.۸)] را ببینید. برای یک محیط ناهمگن نظیر جفت منشوری که در بخش ۴.۴.۶.۸ توصیف شد یا جفت توری اپتیکی که در بخش ۱.۵.۱۲ تشریح شد، با قراردادن $E_{in} \propto \exp j(\omega t)$ به‌عنوان میدان تکفام باریکه ورودی در بسامد ω و $E_{out} \propto \exp j[\omega t - \phi(\omega)]$ به‌عنوان میدان متناظر با باریکه خروجی، روش مفیدتری به‌دست می‌آوریم. برای باریکه ورودی تپی، می‌توان تأخیر گروه، τ_g ، و پاشندگی تأخیر گروه (GDD) محیط را به‌ترتیب به صورت $\tau_g = (d\phi/d\omega)_{\omega_L}$ [معادله (۲۷.۶.۸)] یا ببینید، و $GDD = (d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$ تعریف کرد.

۱.۵.۱۲ تراکم تپ

آرایش متداولی که برای تراکم تپهای فوق کوتاه مورد استفاده قرار می‌گیرد در شکل ۱۱.۱۲ نشان داده شده است. تپ یک لیزر قفل‌شده مدی با توان کافی (عملاً قله توان نسبتاً مناسب مثلاً $P_p = 2 \text{ kW}$ است) و مدت زمان طولانی (مثلاً $\tau_p = 6 \text{ ps}$) از یک تار اپتیکی سیلیس تک‌مدی با طول مناسب (مثلاً $L = 3 \text{ m}$) عبور داده می‌شود. طول موج تپ (مثلاً $\lambda \cong 590 \text{ nm}$) در ناحیه مثبت GVD تار اپتیکی قرار می‌گیرد ($\lambda < 1.32 \mu\text{m}$)، برای تارهای بدون جابه‌جاشدگی



شکل ۱۱.۱۲ چیدمان تجربی تراکم تپ.

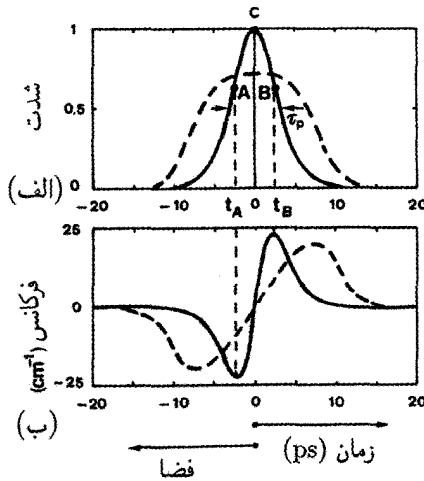
پاشندگی). باریکه خروجی پس از آنکه تار را ترک کرد موازی می‌شود و سپس از یک سیستم اپتیکی شامل دو توری اپتیکی مشابه که به موازات یکدیگر قرار دارند و با کج‌شدگی و فاصله مناسب انتخاب شده‌اند، به طریقی که در زیر تشریح می‌شود، عبور می‌کند. به این ترتیب، تحت شرایط مناسب باریکه خروجی شامل یک تپ نوری با مدت زمان بسیار کوتاهتر (مثلاً، $\tau_p = 200 \text{ fs}$) از تپ ورودی خواهد بود و لذا قله توان بسیار بالاتر (مثلاً، $P_p = 200 \text{ kW}$) خواهد شد. بنابراین آرایش شکل ۱۱.۱۲ ضریب تراکم بزرگی (مثلاً، ~ 30 در حالتی که نشان داده شده است) را از تپ ورودی ایجاد می‌کند. بدیده نسبتاً ظریفی که در این طرح تراکم تپ درگیر است را اکنون مورد بحث قرار می‌دهیم [۲۱ و ۲۲].

با در نظر گرفتن انتشار تپ در تار اپتیکی مطلب را آغاز می‌کنیم. به علت مدوله‌سازی خودفازی، تپ نوری با نیمرخ شدت یکنواخت که فاصله z در ماده را می‌پیماید اثر کر اپتیکی را به نمایش می‌گذارد و جمله فاز غیرخطی را که از معادله (۳۸.۶.۸) به دست می‌آید کسب می‌کند. ولی در یک تار اپتیکی، به علت نیمرخ شدت عرضی غیر یکنواخت مد اصلی (EH_{11})، وضعیت قدری پیچیده‌تر است. در این حالت، می‌توان نشان داد که تمامی نیمرخ مد یک جمله فازی را به دست می‌آورد که از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۲]

$$\phi(t, z) = \omega_L t - \frac{\omega_L n_0}{c} z - \frac{\omega_L n_2 P}{c A_{eff}} z \quad (۱.۵.۱۲)$$

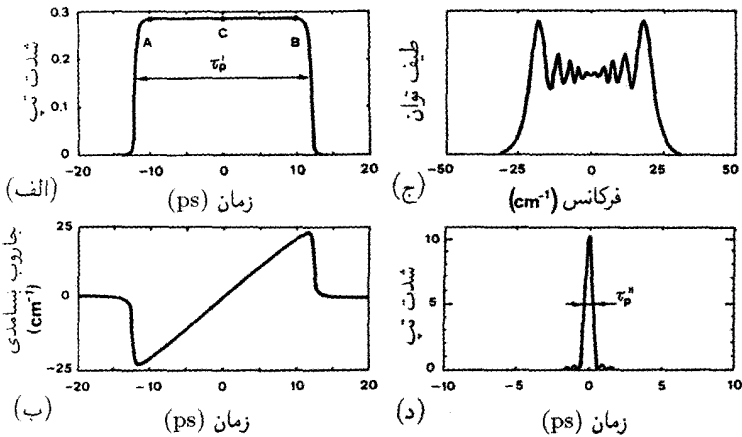
که n_0 ضریب شکست شدت پایین، n_2 ضریب شکست غیرخطی محیط [معادله (۲۳.۶.۸)] را ببینید، $P = P(t, z)$ توان باریکه‌ای است که در تار حرکت می‌کند، و A_{eff} سطح مؤثر باریکه در تار اپتیکی است که به طریق مناسبی تعریف می‌شود. بسامد حامل لحظه‌ای تپ نوری را سپس می‌توان از معادله (۱.۵.۱۲) به صورت:

$$\omega(t, z) = \frac{\partial \phi}{\partial t} = \omega_L - \frac{\omega_L}{c A_{eff}} z n_2 \frac{\partial P}{\partial t} \quad (۲.۵.۱۲)$$



شکل ۱۲.۱۲ رفتار زمانی (الف) شدت تپ و (ب) بسامد تپ، وقتی در تار نوری تک‌مُدی با طول مناسب منتشر می‌شود. منحنیهای پیوسته و خطچین به ترتیب موارد بدون پاشندگی سرعت گروه و پاشندگی مثبت سرعت گروه را نشان می‌دهند.

به دست آورد، که به صورت خطی با منهای مشتق زمانی توان متناظر P وابسته است. بنابراین برای تپی به شکل کاسه زنگ مطابق شکل ۱۲.۱۲ (الف)، بسامد حامل مطابق منحنی پیوسته نشان داده در شکل ۱۲.۱۲ (ب) با زمان تغییر می‌کند. توجه کنید که در اطراف قله تپ، رفتار زمانی توان را می‌توان با قانون سهموی توصیف کرد. به این ترتیب بسامد لحظه‌ای به صورت خطی با زمان افزایش می‌یابد (یعنی، گفته می‌شود که تپ یک جیرجیر بسامدی مثبت را نشان می‌دهد). لیکن، جیرجیر بسامدی پس از نقاط تغییر شکل تپ منفی می‌شود، یعنی برای $t < t_A$ یا $t > t_B$ در شکل ۱۲.۱۲ (ب). باید توجه داشت که در وضعیت فیزیکی که تاکنون توصیف شد از حضور GVD در تار نوری چشم‌پوشی کردیم. در واقع در غیاب GVD، شکل تپ با انتشار تغییر نمی‌کند، یعنی، دامنه میدان تابعی از متغیر $(z - v_g t)$ باقی می‌ماند، که v_g سرعت گروه است (به پیوست ز مراجعه کنید). سپس، بستگی z تپ در هر لحظه مفروض از بستگی زمانی متناظر با معکوس کردن جهت مثبت محور و ضرب کردن مقیاس زمانی در v_g به دست می‌آید (شکل ۱۲.۱۲ را ببینید). این بدان مفهوم است که نقطه‌ای نظیر A در شکل ۱۲.۱۲ (الف) در واقع لبه "پیشروی" تپ و نقطه‌ای نظیر B لبه "پس‌روی" تپ است. طبق شکل ۱۲.۱۲ (ب)، بسامد حامل ω تپ در اطراف نقطه A کوچکتر از اطراف نقطه C است، که تقریباً برابر است با ω_L . از طرف دیگر بسامد حامل تپ در اطراف نقطه B بالاتر از اطراف C خواهد بود.



شکل ۱۳.۱۲ نمودارهای مقادیر محاسبه شده (الف) خود پهن‌شدگی و (ب) مدوله‌سازی خودفازی، در یک تب اولیه ۶ ps پس از انتشار از یک تار نوری تک‌مدی به طول ۳۰ m با پاشندگی سرعت گروه مثبت؛ (ج) طیف تب خروجی؛ (د) تب متراکم شده حاصل از سیستم اپتیکی با پاشندگی سرعت گروه منفی با پاشندگی خطی [۲۱].

اکنون فرض می‌کنیم که تار دارای GVD مثبت است. قسمتی از تب در نزدیکی نقطه A سریعتر از قسمتی که متناظر با نقطه C است حرکت می‌کند. این بدان معناست که در حین عبور تب از تار، قسمت مرکزی تب انبساط می‌یابد. با همین استدلال می‌بینیم که قسمتهای خارجی تب متراکم می‌شود تا منبسط، زیرا در آنجا جیرجیر بسامدی منفی است. بنابراین، وقتی GVD مثبت در نظر گرفته شود، شکل واقعی شدت تب برحسب تابعی از زمان در وضعیت مکانی z مفروض شبیه به منحنی خط‌چینی است که در شکل ۱۲.۱۲ (ب) نشان داده شده است. توجه کنید که در شکل ۱۲.۱۲ (الف)، به‌علت پهن‌شدگی تب حاصل از GVD، شدت قله منحنی خط‌چین پایینتر از شدت قله منحنی خط پیوسته است. باز هم توجه کنید که چون قسمت سهموی تب اکنون در ناحیه‌ای وسیعتر در اطراف قله گسترده می‌شود، قسمت خطی جیرجیر بسامدی مثبت در بخش بزرگتری از تب، گسترش می‌یابد.

با برقراری این نمودهای متقابل بین مدوله‌سازی خودفازی (SPM) و GVD، اکنون می‌توانیم بفهمیم که چگونه برای یک تار نوری به اندازه کافی بلند رفتار زمانی دامنه تب و بسامد تب در خروجی تار می‌تواند در واقع به‌آنجایی که در شکلهای ۱۳.۱۲ (الف-ب) نشان داده شده‌اند توسعه یابند. می‌توان دید که تب، مربعی و در مدت $\tau' \cong 23$ ps منبسط می‌شود، در حالی که جیرجیر بسامدی مثبت در بیشترین مدت زمان تب نوری نسبت به زمان خطی است. در طیف تب متناظر

در شکل ۱۳.۱۲ (ج) می‌توان دید که به علت SPM شدید برای چنین باریکه کوچکی در تار نوری (قطر هسته مرکزی برای شرطی که در شکل ۱۳.۱۲ رسم شده است $d \cong 4 \mu\text{m}$ است)، پهنای نوار تب خروجی، $\Delta\nu'_L = 5^\circ \text{ cm}^{-1}$ ، به مقدار قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از پهنای نوار تب ورودی به تار نوری است. در واقع، حالت دوم با عکس مدت زمان تب برقرار می‌شود، و برای حالت بررسی شده $\tau_p \cong 6 \text{ ps}$ ، متناظر با $\Delta\nu_L \cong 0.45 / \tau_p \cong 2.5 \text{ cm}^{-1}$ است. این بدان معناست که پهنای نوار تب خروجی به‌طور غالب با مدوله‌سازی فاز تب تعیین می‌شود تا با مدت زمان پوش آن.

اکنون فرض می‌کنیم که تب در شکل ۱۳.۱۲ (الف-ب) از محیطی با GDD منفی عبور می‌کند. با کمک استدلالی مشابه با استدلالی که در رابطه با شکل ۱۲.۱۲ به‌کار برده شد، می‌بینیم که ناحیه تب در اطراف نقطه A آهسته‌تر از ناحیه اطراف C حرکت می‌کند، که به نوبه خود آهسته‌تر از ناحیه اطراف نقطه B حرکت خواهد کرد. این بدان مفهوم است که تب اکنون متراکم می‌شود. در مرحله بعد فرض می‌کنیم که محیط GDD علاوه بر اینکه منفی است، از بسامد نیز مستقل است. طبق معادله (۲۷.۶.۸)، پاشندگی در تأخیر گروه، $d\tau_g/d\omega$ ، نیز منفی است و نیز مستقل از بسامد است. بنابراین τ_g به‌صورت خطی با بسامد افزایش می‌یابد و، چون جیرجیر بسامدی تب با زمان افزایش می‌یابد [شکل ۱۳.۱۲ (ب) را ببینید]، اگر GDD مقدار مناسبی داشته باشد، تمامی نقاط تب در شکل ۱۳.۱۲ (الف) تمایل دارند که در یک لحظه با یکدیگر متراکم شوند. طبق معادله (۳۱.۶.۸) این مقدار بهینه GDD باید چنان باشد که

$$\left(\frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} \Delta\omega'_L = \tau'_p \quad (3.5.12)$$

برقرار شود، که $\Delta\omega'_L = 2\pi\Delta\nu'_p$ کل بسامد جاروبی تب در شکل ۱۳.۱۲ (ب) و τ'_p مدت زمان تب منبسط‌شده در شکل ۱۳.۱۲ (الف) است. دقت کنید که این سازوکار تراکمی، یک تب تا بی‌نهایت تیز را، که در نگاه اول چنین به‌نظر می‌رسد، ایجاد نخواهد کرد. در واقع، سیستم، در یک محیط خطی GDD منفی ایجاد می‌کند که بدان مفهوم است که طیف تب در عبور از چنین سیستمی بدون تغییر می‌ماند، به‌طوری که طیف تب متراکم شده هنوز مطابق شکل ۱۳.۱۲ (ج) باقی می‌ماند. بنابراین تحت شرایط تراکم بهینه، مدت زمان تب متراکم شده، τ''_p ، نمی‌تواند کوتاهتر از تقریباً عکس پهنای نوار طیفی باشد؛ یعنی، $\tau''_p \cong 1/\Delta\nu'_L \cong 0.75 \text{ ps}$ ، از آنجایی که مدت زمان τ_p تبی که در ابتدا وارد تار نوری شد تقریباً ۶ ps بود (شکل ۱۱.۱۲ را ببینید)، نتیجه قبل نشان می‌دهد که تراکمی به‌اندازه تب نوری فرودی حاصل شده است.^۱

۱. تکنیکهای از این نوع برای ایجاد تبهای کوتاهتر، با اعمال یک جیرجیر بسامدی خطی در ابتدا و به دنبال آن تراکم تب در زمینه رادار از جنگ جهانی دوم به‌طور فزاینده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است (رادارهای جیرجیرشده).

بحث گذشته مبتنی بر این فرض است که یک تپ جیرجیر شده را می‌توان به نواحی مختلف زمانی با بسامدهای حامل متفاوت تقسیم‌بندی کرد. با وجودی که این نحوه نگرش اساساً صحیح به نظر می‌رسد تا که بتوانیم پدیده را با مناسبات فیزیکی ساده بیان کنیم، ولی بررسی انتقادیتر و مفصلتر این روش بعضی مشکلات مفهومی را آشکار می‌کند. ولی برای اینکه این تحلیل معتبر باشد، روش تحلیلی مسئله را می‌توان به طریق سرراست به اجرا گذاشت، با وجودی که تصویر درک مستقیم پدیده از این طریق قدری مبهم خواهد شد. در واقع، برای این روش تحلیلی، تبدیل فوریه، $E_{\omega}(\omega)$ ، تپ در شکلهای ۱۳.۱۲ (الف-ب) را به دست می‌آوریم، سپس $E_{\omega}(\omega)$ را در تراگسیل $t(\omega)$ محیطی که GDD منفی دارد ضرب می‌کنیم. سپس با گرفتن تبدیل فوریه معکوس از $E(\omega)t(\omega)$ ، تپ حاصل در حوزه زمانی را به دست می‌آوریم. توجه کنید که در یک محیط بدون اتلاف، $t(\omega)$ باید با یک جمله خالص فازى نمایش داده شود، یعنی، به صورت

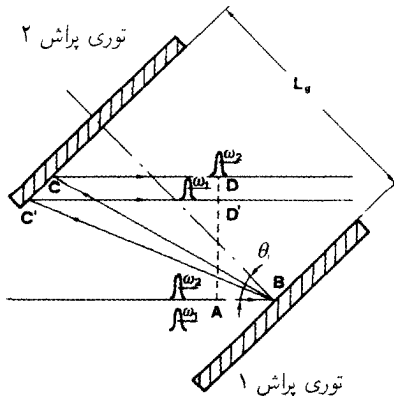
$$t(\omega) = \exp(-j\phi) \quad (۴.۵.۱۲)$$

که $\phi = \phi(\omega)$ است. اگر محیط GDD ثابت داشته باشد، بسط سری تیلور $\phi(\omega)$ در اطراف بسامد حامل مرکزی ω_L به دست می‌دهد

$$\phi(\omega) = \phi(\omega_L) + \left(\frac{d\phi}{d\omega}\right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\phi}{d\omega^2}\right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L)^2 \quad (۵.۵.۱۲)$$

که $(d\phi/d\omega)_{\omega_L}$ تأخیر گروه و $(d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$ پاشندگی تأخیر گروه است. با قراردادن معادله (۵.۵.۱۲) در معادله (۴.۵.۱۲) و با گرفتن تبدیل فوریه معکوس $E(\omega)t(\omega)$ ، درمی‌یابیم که اگر $(d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$ منفی باشد و در معادله (۳.۵.۱۲) صدق کند، تراکم بهینه تپ رخ خواهد داد. تپ متراکم شده بهینه‌ای که از این طریق محاسبه می‌شود را در شکل ۱۳.۱۲ (د) نشان داده‌ایم. مدت زمان تپی که از این طریق حاصل می‌شود ۶ ps $\cong \tau_p''$ است، در حالی که قبلاً مقدار تقریبی (۷۵ ps) برآورده شده بود.

اکنون با مسئله یافتن یک سیستم اپتیکی مناسب مواجه‌ایم تا GDD منفی مورد نیاز را به وجود آورد. توجه کنید که چون می‌توانیم $GDD = d\tau_g/d\omega$ را بنویسیم، GDD منفی به آن مفهوم است که تأخیر گروه باید با افزایش ω رو به کاهش رود. همان طوری که در بخش ۴.۴.۶.۸ بحث شد، یک چنین سیستمی شامل دو جفت منشور اپتیکی است که در شکل ۲۶.۸ آن را نشان دادیم، سیستم دیگر جفت توری اپتیکی مشابه و موازی با یکدیگر است که قبلاً در شکل ۱۱.۱۲ آن را نشان دادیم [۲۳]. برای آنکه خواص اصلی سیستم اخیر را درک کنیم، به شکل ۱۴.۱۲ مراجعه کنید که نشان می‌دهد یک موج تخت، که با پرتو AB نشان داده شده است، روی توری ۱



شکل ۱۴.۱۲ جفت توری پراش برای تراکم تپ.

با جهت انتشار تحت زاویه θ_i نسبت به خط عمود بر سطح توری، فرود می‌آید. اکنون فرض می‌کنیم که موج فرودی شامل دو تپ همزمان در بسامدهای ω_1 و ω_2 با $\omega_2 > \omega_1$ است. در نتیجه پاشندگی توری، دو تپ سپس به ترتیب مسیرهای $ABCD$ و $A'B'C'D'$ را دنبال می‌کنند. می‌بینیم که تأخیر در تپ با بسامد ω_2 ، یعنی $\tau d_2 = ABCD/\nu_g$ ، کوچکتر از تأخیر در تپ در بسامد ω_1 ، یعنی $\tau d_1 = A'B'C'D'/\nu_g$ است. از آنجایی که $\omega_2 > \omega_1$ است، پاشندگی تأخیر تپ منفی خواهد بود. سپس، محاسبات مفصل نشان می‌دهد که GDD را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۲۳]

$$\text{GDD} = \frac{d^2 \phi}{d\omega^2} = -\frac{4\pi^2 c}{\omega^3 d^2} \frac{1}{\{1 - [\sin \theta_i - (\lambda/d)]^2\}^{3/2}} L_g \quad (۶.۵.۱۲)$$

که ω بسامد موج، λ طول موج آن، d تناوب توری پراش، و L_g فاصله بین دو توری است. به علامت منفی در طرف راست معادله (۶.۵.۱۲) توجه کنید که GDD منفی را نشان می‌دهد. باز هم توجه کنید که مقدار پاشندگی می‌تواند با تغییر L_g و/یا زاویه فرودی θ_i ، تغییر کند.

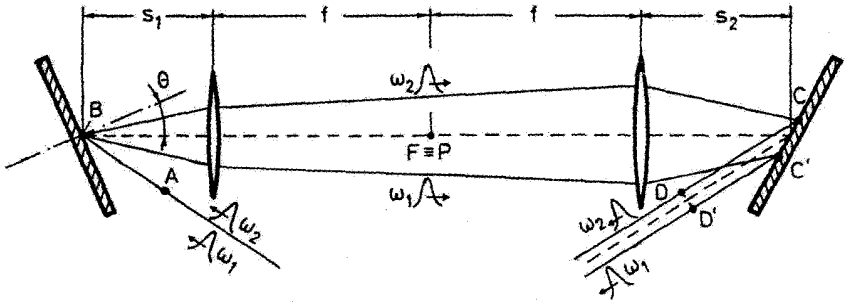
سیستم دو توری شکل ۱۴.۱۲ این نقص را دارد که فراری جانبی در باریکه خروجی حضور دارد (که، مثلاً بین پرتوهای CD و $C'D'$ رخ می‌دهد)؛ مقدار این فرار به اختلاف در بسامد بین مؤلفه‌های باریکه بستگی دارد. برای باریکه‌های متناهی این فرار می‌تواند مسئله‌ساز باشد؛ ولی بر این مسئله، با بازتاب مجدد باریکه خروجی به روی خودش با استفاده از یک آینه تخت، می‌توان فائق آمد. در این حالت پاشندگی کلی ناشی از دو بار عبور از جفت توری پراش مسلماً دو برابر مقداری است که از معادله (۶.۵.۱۲) به دست می‌آید.

سیستم نشان داده شده در شکل ۱۱.۱۲ به منظور متراکم ساختن هر دو تپ لیزری پیکوثانیهای و فمتوثانیهای در گستره وسیعی از شرایط به کار می‌رود [۲۴]. مثلاً، تپهای به مدت 6 ps (و قله توان 2 kW) ناشی از لیزر رزینهای قفل شده مدی با دمش همزمانی با استفاده از یک تار 3 متری تا حدود 200 fs ($P_p = 20 \text{ kW}$) متراکم شده است. این تپها مجدداً به وسیله سیستم دومی مطابق شکل ۱۱.۱۲ با استفاده از تاری به بلندی 55 cm متراکم شده است تا تپهای نوری با مدت زمانی 90 fs به دست آید. یکی از جالبترین نتایج متراکم سازی تپهای 50 fs از یک لیزر رزینهای قفل شده مدی با تپ برخوردی تا مدت زمانی 6 fs به با استفاده از تاری به بلندی 10 mm است [۲۵]. برای دستیابی به ثبت این کمترین مقدار مدت زمان تپ برای چنین آرایش، پاشندگی تأخیر گروه مرتبه دوم $[GDD = (d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}]$ و پاشندگی تأخیر گروه مرتبه سوم $[TOD = (d^3\phi/d\omega^3)_{\omega_L}]$ از طریق دو جفت توری متوالی (که هر جفت مطابق شکل ۱۴.۱۲ است) و یک ردیف چهار منشوری مطابق شکل ۲۶.۸ جبران شده است. در واقع، TOD دو سیستم تراکم ساز را می‌توان چنان برپا کرد تا علامتهای مختلفی داشته باشند، به طوری که یکدیگر را حذف کنند.

محدودیت طرح تراکم تار نوری در شکل ۱۱.۱۲ از قطر کوچک ($d \cong 5 \mu\text{m}$) هسته مرکزی تار ناشی می‌شود. بر این اساس، انرژی تپی که می‌تواند از تار نوری منتقل شود الزاماً به یک مقدار پایین ($\sim 10 \text{ nJ}$) محدود می‌شود. در آرایش هدایت کننده‌ای که اخیراً به منظور ایجاد طیفهای SPM با پهنای وسیع معرفی شده است، از تار سیلیکای توخالی که با گازهای نادر (Ar, Kr) در فشارهای بالا ($1 - 3 \text{ atm}$) پر می‌شود استفاده شده است [۲۶]. اگر قطر داخلی تار توخالی $150 - 300 \mu\text{m}$ باشد، انرژی ورودی بسیار بالاتری ($\sim 2 \text{ mJ}$) را می‌توان به داخل تار نوری ارسال کرد. با استفاده از تاری به طول 1 m و تپهای ورودی با مدت زمانی فمتوثانیه ($20 - 150 \text{ fs}$) طیفهای SPM وسیعی ($\sim 200 \text{ nm}$)، به دست می‌آید. با کمک یک ردیف دوم منشوری با طراحی خاص در یک آرایش دوعبوری و نیز با استفاده از دو بازتاب از یک آینه جیرجیر شده با طراحی خاص [۲۷]، تپهایی از باریکه تقویت شده لیزر Ti:sapphire قفل شده مدی به مدت زمان 45 fs فشرده شده است [۲۸]. این تپها، شامل 15 چرخه از بسامد حامل، کوتاهترین تپهایی هستند که تا به امروز به دست آمده‌اند و دارای انرژی نسبتاً زیادی هستند.

۲.۵.۱۲ انبساط تپ

همان طوری که در بخش ۳.۱۲ برای دستیابی به تقویت تپ جیرجیر شده اشاره شد، ابتدا باید تپ را به مقدار بزرگی نسبت به زمان گسترده کنیم. اصولاً این انبساط را می‌توان به وسیله یک تار تک مدی با طول مناسب به دست آورد [شکلهای ۱۱.۱۲ و ۲.۱۲(الف) را ببینید]. اما، جیرجیر خطی که به



شکل ۱۵.۱۲ انبساط‌دهندهٔ تپ شامل دو توری پراش در یک آرایش غیرموازی با یک تلسکوپ معکوس‌کنندهٔ یک‌به‌یک بین آنها.

این طریق حاصل می‌شود [شکل ۱۳.۱۲ (ب) را ببینید]، دقیقاً نمی‌تواند توسط یک تراکم‌ساز جفت توری جبران شود (شکل ۱۴.۱۲) و آن به‌علت پاشندگی مرتبه بالاتری است که توسط این تراکم‌ساز نشان داده می‌شود. بنابراین برای تپهای با مدت زمان کوتاه (پیکوثانیهای)، این سیستم می‌تواند تپ انبساط‌یافته را نسبت به شکل اصلی آن تنها به‌صورت جزئی متراکم کند. برای به‌دست آوردن پاسخ خیلی بهتر [۲۹]، باید از یک انبساط‌دهنده استفاده کرد که شامل یک جفت توری پراش با آرایش غیرموازی است، همراه با یک تلسکوپ معکوس‌کنندهٔ یک‌به‌یک که مطابق شکل ۱۵.۱۲ بین دو توری واقع می‌شود [۳۰]. برای دستیابی به GDD مثبت موردنظر، دو توری باید در خارج از تلسکوپ ولی در داخل فاصلهٔ کانونی واقع شوند، یعنی باید داشته باشیم $(s_1, s_2) < f$ ، که f فاصلهٔ کانونی هر عدسی است. در این مورد، تحت شرایط انتشار موج پیرامحوری و با چشمپوشی از پاشندگی مادهٔ عدسی، GDD از [۳۰]

$$\text{GDD} = \frac{d^2 \phi}{d\omega^2} = \frac{4\pi^2 c}{\omega^3 d^2 \cos^2 \theta} (2f - s_1 - s_2) \quad (7.5.12)$$

به‌دست می‌آید، که ω بسامد موج، d تناوب توری، و θ زاویه‌ای است که در شکل ۱۵.۱۲ نشان داده شده است. معادله (۷.۵.۱۲) نشان می‌دهد که در این مورد GDD با مقداری مثبت داریم. برای آنکه این نتیجه‌گیری را درک کنیم، مجدداً به شکل ۱۵.۱۲ مراجعه می‌کنیم، که در آن فرض می‌کنیم موج تخت فرودی روی توری اول که با پرتو AB نشان داده شده است شامل دو تپ هم‌زمانی در بسامدهای ω_1 و ω_2 با $\omega_2 > \omega_1$ است. به‌علت پاشندگی توری، دو تپ به‌ترتیب مسیرهای ABCD و $ABC'D'$ را دنبال می‌کنند. اکنون تأخیری که توسط تپ در بسامد ω_2 یعنی $\tau_{d2} = ABCD/v_g$ و حاصل می‌شود بزرگتر از تأخیر در بسامد ω_1 یعنی $\tau_{d1} = ABC'D'/v_g$ است. چون $\omega_2 > \omega_1$

است، اکنون پاشندگی تأخیر تب مثبت است. توجه کنید که سیستم دو توری تلسکوپی در شکل ۱۵.۱۲ دارای این نقص است که یک فرار جانبی در باریکه خروجی وجود دارد؛ مقدار فرار به اختلاف بسامد بین مؤلفه‌های باریکه (مثلاً بین پرتوهای CD و $C'D'$) بستگی دارد. برای باریکه‌های با اندازه متناهی، این فرار می‌تواند مسئله‌ساز باشد؛ ولی می‌توان با بازتاب باریکه خروجی به روی خودش توسط یک آینه تخت بر این مسئله فائق آمد. در این مورد، پاشندگی کلی حاصل از دو عبور از سیستم شکل ۱۵.۱۲ دوبرابر مقداری است که از معادله (۷.۵.۱۲) به دست می‌آید. برای مقایسه GDD مثبت این انبساط‌دهنده تب با GDD منفی جفت توری پراش شکل ۱۴.۱۲، یادآور می‌شویم که طبق معادله توری، داریم $\sin \theta_i - (\lambda/d) = \sin \theta'$ که θ_i زاویه فرودی به توری و θ' زاویه پراش متناظر با آن است. می‌توانیم این معادله توری را در معادله (۶.۵.۱۲) قرار داده و رابطه حاصل را با معادله (۷.۵.۱۲) مقایسه کنیم. می‌بینیم که اگر $\theta' = \theta$ باشد، دو رابطه، صرفنظر از اینکه علامت مخالف دارند، یکی می‌شوند، مشروط بر آنکه

$$\left(\frac{Lg}{\cos \theta} \right) = 2f - s_1 - s_2 \quad (۸.۵.۱۲)$$

برقرار باشد. باید اشاره کرد که این برابری تنها تحت شرایط ایده‌آل که قبلاً بررسی کردیم برقرار است. در این مورد، و وقتی معادله (۸.۵.۱۲) به کار برده می‌شود می‌گویند انبساط‌دهنده شکل ۱۵.۱۲ با متراکم‌ساز شکل ۱۴.۱۲ همیوخ هستند. از نظر فیزیکی، طبیعت همیوخی این انبساط‌دهنده از اینجا ناشی می‌شود که تلسکوپ، از توری اول تصویری به وجود می‌آورد که خارج از توری دوم قرار می‌گیرد و با آن موازی است. بنابراین انبساط‌دهنده شکل ۱۵.۱۲ معادل یک سیستم دو توری موازی با فاصله منفی است و، تحت شرط (۸.۵.۱۲)، این سیستم، برای تمامی مراتب، نسبت به متراکم‌ساز شکل ۱۴.۱۲ دارای پاشندگی مخالف است.

در عمل، به علت ابیراهیه‌ها و پاشندگی، انبساط‌دهنده شکل ۱۵.۱۲ برای تپهای با مدت زمان بلندتر از 100 fs و نسبت‌های انبساط کمتر از چند هزار، به خوبی عمل می‌کند. برای تپهای کوتاه‌تر و نسبت‌های انبساط بزرگتر، تلسکوپ یک‌به‌یک انبساط‌دهنده معمولاً با آرایش آینه استوانه‌ای [۳۱] یا کروی [۳۲] با طراحی مناسب عملی می‌شود. بخصوص آرایش آینه استوانه‌ای به یک انبساط‌دهنده با نسبت گسترش بزرگتر از 10^4 ، و جورشده پاشندگی مرتبه دوم، سوم، و چهارم، با انتخاب مناسب ماده پاشنده در زنجیره تقویت، نسبت به متراکم‌ساز، منجر شده است [۳۱].

مسائل

۱.۱۲ باریکه لیزر Nd:YAG مثال ۱.۱۲ ابتدا از فضای آزاد به فاصله 1 m از کمر باریکه،

انتشار می‌یابد. سپس توسط یک عدسی مثبت با فاصله کانونی $f = 10 \text{ cm}$ کانونی می‌شود. وضعیت مکانی کمر باریکه پس از عدسی و پارامتر اندازه لکه در کمر را محاسبه کنید [راهنمایی: برای محاسبه این وضعیت مکانی کمر باریکه، فرض کنید که عدسی از دو عدسی مثبت f_1 و f_2 تشکیل شده است $(f_1^{-1} + f_2^{-1} = f^{-1})$ ؛ عدسی اول انحنای جبهه موج فرودی را جبران می‌کند، بنابراین یک جبهه موج تخت را به وجود می‌آورد، در حالی که عدسی دوم باریکه را کانونی می‌کند.]

۲.۱۲ خروجی یک لیزر Nd:YAG سوئیچ شده Q ($E = 100 \text{ mJ}$, $\tau_p = 20 \text{ ns}$) توسط یک تقویت‌کننده Nd:YAG به قطر 6.3 mm با بهره سیگنال کوچک $G_0 = 100$ تقویت می‌شود. فرض کنید که: (الف) طول عمر تراز زیرین گذار خیلی کوچکتر از τ_p است؛ (ب) نیمرخ شدت عرضی باریکه یکتواخت است؛ (ج) قله سطح مقطع مؤثر برای گسیل القایی $\sigma \cong 2.8 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$ است. انرژی تپ تقویت‌شده را محاسبه کنید، و نیز تقویت متناظر با آن و کسری از انرژی ذخیره‌شده در تقویت‌کننده را که توسط تپ فرودی استخراج می‌شود محاسبه کنید.

۳.۱۲ یک تقویت‌کننده Nd:glass که برای تقویت تپهای لیزری 1 ns برای آزمایشهای گداخت به کار برده می‌شود شامل یک تقویت‌کننده دیسکی با قطر شفاف دیسک (قطر بدون مانع) $D = 9 \text{ cm}$ و طول کلی دیسک 15 cm است. فرض کنید که: (الف) بهره سیگنال کوچک اندازه‌گیری شده G_0 برای این تقویت‌کننده $4 \sim$ است؛ (ب) قله سطح مقطع مؤثر گسیل القایی برای Nd:glass برابر با $4 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ است (به جدول ۳.۹ مراجعه کنید)؛ (ج) طول عمر تراز زیرین گذار خیلی کوتاهتر از تپ لیزری است. مطابقت محاسبه کل انرژی قابل دریافت در تقویت‌کننده و انرژی موردنیاز تپ ورودی به منظور ایجاد انرژی خروجی J $E_{out} = 450$.

۴.۱۲ با پیروی از تحلیل به کار رفته در محاسبه معادلات (۱.۳.۱۲) و (۹.۳.۱۲) (با فرض $\alpha = 0$) و نیز محاسبه معادله آهنگ لیزر شبه سه‌ترازی [معادلات (۲۱.۲.۷) و (۲۴.۲.۷) را ببینید]، معادله (۱۵.۳.۱۲) را ثابت کنید.

۵.۱۲ با مراجعه به مسئله ۲.۱۲، اکنون فرض کنید که مدت زمان تپ ورودی بسیار کوتاهتر از طول عمر τ_1 تراز زیرین لیزر است ($\tau_1 \cong 100 \text{ ps}$). با استفاده از داده‌هایی که در مثال ۱۰.۲ به دست آمده است و با معلوم بودن اینکه کسر جمعیت زیر تراز پایینتر از حالت $I_{11/2}$ برابر با $187 \cong f_{13}$ است، انرژی تپ تقویت‌شده و تقویت متناظر با آن را محاسبه کنید. نتایج را با نتایج به دست آمده در مسئله ۲.۱۲ مقایسه کنید.

۶.۱۲ یک تقویت‌کننده بزرگ CO_2 با تحریک عرضی فشار اتمسفری (TEA) (با مخلوط گاز

He: N₂: CO₂ متناسب با ۱: ۱٫۲: ۳) دارای ابعاد ۱۰ × ۱۰ × ۱۰ سانتیمتر مکعب است. ضریب بهره سیگنال کوچک برای گذار P(۲۲) اندازه‌گیری شده برابر با $g = 4 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ است، مدت زمان تب نوری ورودی ۲۰۰ ns است که بنابراین فرض می‌شود بسیار طولانیتر از زمان گرمایی شدن ترازهای چرخشی هر دو حالت ارتعاشی بالایی و پایینی است. قله واقعی سطح مقطع برای گذار P(۲۲) برابر با $1.8 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$ در دمای $T = 300 \text{ K}$ است، کسر جمعیت هر دو حالت‌های چرخشی اولیه و نهایی محاسبه شده $f = 0.7$ است. مطلوب است محاسبه انرژی خروجی و بهره قابل دسترس از این تقویت‌کننده برای انرژی ورودی ۱۷ J. همچنین انرژی در واحد حجم قابل دسترس از این تقویت‌کننده را محاسبه کنید.

۷.۱۲ معادله (۱۲.۳.۱۲) را ثابت کنید.

۸.۱۲ بسامد باریکه لیزر Nd: YAG ($\lambda = 1.06 \mu\text{m}$) در یک بلور KDP دو برابر شده است. در بلور KDP، داریم $n_o(\lambda = 1.06 \mu\text{m}) = 1.507$ ، $n_o(\lambda = 532 \text{ nm}) = 1.5283$ ، و $n_e(\lambda = 532 \text{ nm}) = 1.48222$ ؛ زاویه جورشدگی فاز، θ_m ، را محاسبه کنید.

۹.۱۲ معادله (۳۰.۴.۱۲) را ثابت کنید.

۱۰.۱۲ مطلوب است محاسبه شدت دمش آستانه برای نوسانگر پارامتری در طول موج $\lambda_1 \cong \lambda_2 = 1 \mu\text{m}$ در بلور LiNbO₃ به طول ۵ cm که در طول موج $\lambda_3 \cong 0.5 \mu\text{m}$ دمیده می‌شود ($n_1 = n_2 = 2.16$ ، $n_3 = 2.24$ ، $d \cong 6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ، $y_1 = y_2 = 2 \times 10^{-2}$). اگر باریکه دمش در بلور به اندازه لکه‌ای به قطر $100 \mu\text{m}$ ~ کانونی شود، توان دمش آستانه حاصل را محاسبه کنید.

۱۱.۱۲ مطلوب است محاسبه تبدیل هماهنگ دوم به وسیله مولد هماهنگ دوم از نوع I در یک بلور KDP به طول ۲٫۵ cm با جورشدگی فاز کامل، برای یک باریکه فرودی در طول موج $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ با شدت 100 MW/cm^2 (برای بلور KDP، داریم $n \cong 1.5$ ، و $d_{eff} = d_{36} \sin \theta_m = 0.28 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ، که $\theta_m \cong 50^\circ$ زاویه جورشدگی فاز است).

مراجع

1. R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic, New York, 1992).
2. A. Yariv, *Optical Electronics*, 4th ed. (Holt Rinehart and Winston, New York, 1991). Chaps. 9, 12.
3. O. Svelto, Self-Focusing, Self-Steepening, and Self-Phase Modulation of Laser Beams, in *Progress in Optics*, vol. 12, (E. Wolf ed.) (North-Holland, Amsterdam, 1974), pp. 3-50.
4. A. E. Siegman, New Developments in Laser Resonators, in *Laser Resonators* (D. A. Holmes, ed.) *Proc. SPIE* 1224, 2 (1990).
5. A. E. Siegman, Defining and Measuring Laser Beam Quality, in *Solid State Lasers—New Developments and Applications* (M. Inguscio and R. Wallenstein, eds.) (Plenum, New York, 1993), pp. 13-28.

6. L. M. Franz and J. S. Nodvick, Theory of Pulse Propagation in a Laser Amplifier, *J. Appl. Phys.* **34**, 2346 (1963).
7. P. G. Kriukov and V. S. Letokhov, Techniques of High-Power Light Pulse Amplification, in *Laser Handbook*, vol. 1 (F. T. Arecchi and E. O. Schultz-Dubois, eds.) (North-Holland, Amsterdam, 1972), pp. 561-595.
8. Walter Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 4th ed. (Springer, Berlin, 1996), Chap. 4.
9. D. Strickland and G. Mourou, Compression of Amplified Chirped Optical Pulses, *Opt. Commun.* **56**, 219 (1985).
10. G. Mourou, Ultra High Peak Power Laser: Present and Future, *Appl. Phys. B* **65**, 205 (1997).
11. M. D. Perry et al., Petawatt Laser and Its Application to Inertial Confinement Fusion, *CLEO '96 Conference Digest* (Optical Society of America, Washington, DC., 1996), Paper CW14.
12. *Superstrong Fields in Plasmas, First International Conference* (M. Lontano, G. Mourou, F. Pegoraro, and E. Sindoni, eds.) (American Institute of Physics Series, New York, 1998).
13. R. J. Mears, L. Reekie, I. M. Jauncey, and D. N. Payne, Low-Noise Erbium-Doped Fiber Amplifier at 1.54 μm , *Electron. Lett.* **23**, 1026 (1987).
14. Emmanuel Desurvire, *Erbium-Doped Fiber Amplifiers* (Wiley, New York, 1994).
15. R. L. Byer, Optical Parametric Oscillators, in *Quantum Electronics*, vol. 1 (H. Rabin and C. L. Tang eds.) (Academic, New York, 1975), Part B, pp. 588-694.
16. P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, Generation of Optical Harmonics, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 118 (1961).
17. J. A. Giordmaine and R. C. Miller, Tunable Optical Parametric Oscillation in LiNbO_3 at Optical Frequencies, *Phys. Rev. Lett.* **14**, 973 (1965).
18. J. A. Giordmaine, Mixing of Light Beams in Crystals, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 19 (1962).
19. P. D. Maker, R. W. Terhune, N. Nisenhoff, and C. M. Savage, Effects of Dispersion and Focusing on the Production of Optical Harmonics, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 21 (1962).
20. F. Zernike and J. E. Midwinter, *Applied Nonlinear Optics* (Wiley, New York, 1973), Sect. 3.7.
21. D. Grischkowsky and A. C. Balant, Optical Pulse Compression Based on Enhanced Frequency Chirping, *Appl. Phys. Lett.* **41**, 1 (1982).
22. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 2nd ed. (Academic, San Diego, CA, 1995), Chap. 2.
23. E. B. Treacy, Optical Pulse Compression with Diffraction Gratings, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-5**, 454 (1969).
24. Ref. 22, Chap. 6.
25. R. L. Fork et al., Compression of Optical Pulses to 6 Femtosecond by Using Cubic Phase Compensation, *Opt. Lett.* **12**, 483 (1987).
26. M. Nisoli, S. De Silvestri, and O. Svelto, Generation of High-Energy 10-fs Pulses by a New Compressor Technique, *Appl. Phys. Letters* **68**, 2793 (1996).
27. R. Szipöcs, K. Ferencz, C. Spielmann and F. Krausz, Chirped Multilayer Coatings for Broadband Dispersion Control in Femtosecond Lasers, *Opt. Letters* **19**, 201 (1994).
28. M. Nisoli et al., Compression of High-Energy Laser Pulses below 5 fs, *Opt. Letters* **22**, 522 (1997).
29. M. Pessot, P. Maine, and G. Mourou, 1000 Times Expansion-Compression of Optical Pulses for Chirped Pulse Amplification, *Opt. Comm.* **62**, 419 (1987).
30. O. E. Martinez, 3000 Times Grating Compressor with Positive Group Velocity Dispersion: Application to Fiber Compensation in 1.3-1.6 μm Region, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-23**, 59 (1987).
31. B. E. Lemoff and C. P. J. Barty, Quintic Phase-Limited, Spatially Uniform Expansion, and Recompression of Ultrashort Optical Pulse, *Opt. Letters* **18**, 1651 (1993).
32. Detan Du et al., Terawatt Ti:Sapphire Laser with a Spherical Reflective Optic Pulse Expander, *Opt. Letters* **20**, 2114 (1995).

پیوست الف

رهیافت نیمه‌کلاسیک برهم‌کنش تابش و ماده

در محاسبه‌ای که در پی می‌آید، از رهیافت معروف به رهیافت نیمه‌کلاسیک برهم‌کنش تابش و ماده استفاده می‌کنیم. در این رهیافت، سیستم اتمی کوانتیده فرض می‌شود و بنابراین به زبان مکانیک کوانتومی توصیف می‌شود، در حالی که میدان الکترومغناطیسی موج فرودی به‌طور کلاسیک، یعنی با استفاده از معادلات ماکسول بررسی می‌شود.

ابتدا به پدیده جذب می‌پردازیم. سیستم دوترازی معمول را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم در لحظه $t = 0$ ، اتم در حالت پایه λ است و موج تکفام الکترومغناطیسی با بسامد ω با آن برهم‌کنش می‌کند. از دیدگاه کلاسیک، اتم در برهم‌کنش با موج الکترومغناطیسی انرژی H' را کسب خواهد کرد. مثلاً این انرژی اضافی ممکن است ناشی از برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی μ_e اتم با میدان الکتریکی \mathbf{E} موج الکترومغناطیسی باشد ($H' = \mu_e \cdot \mathbf{E}$)، که به آن برهم‌کنش دوقطبی الکتریکی می‌گویند. اما تنها این نوع از برهم‌کنش نیست که باعث گذار می‌شود. گذار ممکن است نتیجه برهم‌کنش گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ_m اتم با میدان مغناطیسی \mathbf{B} موج الکترومغناطیسی نیز باشد ($\mu_m \cdot \mathbf{B}$ ، برهم‌کنش دوقطبی مغناطیسی).

حال برای توصیف تحول زمانی این سیستم دوترازی، باید از مکانیک کوانتومی استفاده کنیم. همان طور که رهیافت کلاسیک متضمن انرژی برهم کنش H' است، رهیافت مکانیک کوانتومی، هامیلتونی \mathcal{H}' برهم کنش را ارائه می کند. این هامیلتونی را مطابق قوانین آشنای مکانیک کوانتومی، می توان از رابطه کلاسیک H' به دست آورد. فعلاً لزومی ندارد رابطه دقیق \mathcal{H}' را در نظر بگیریم. تنها باید توجه کنیم که \mathcal{H}' تابعی سینوسی نسبت به زمان است با بسامد ω ، که با بسامد موج فرودی برابر است، بنابراین قرار می دهیم

$$\mathcal{H}' = \mathcal{H}'_0 \sin \omega t \quad (\text{الف. ۱})$$

به این ترتیب هامیلتونی کل \mathcal{H}' برای اتم را می توان به صورت زیر نوشت

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}' \quad (\text{الف. ۲})$$

که در آن \mathcal{H}_0 هامیلتونی اتمی در غیاب موج الکترومغناطیسی است. با معلوم بودن هامیلتونی \mathcal{H} برای $t > 0$ ، تحول زمانی تابع موج ψ اتم از معادله وابسته به زمان شرودینگر به دست می آید:

$$\mathcal{H}\psi = j\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (\text{الف. ۳})$$

برای حل معادله (الف. ۳) برای تابع موج $\psi(t)$ ، ابتدا $\psi_1 = u_1 \exp[-(jE_1 t/\hbar)]$ و $\psi_2 = u_2 \exp[-(jE_2 t/\hbar)]$ را به ترتیب به عنوان ویژه توابع ترازهای ۱ و ۲، طبق معادله (۱.۳.۲)، معرفی می کنیم. بنابراین u_1 و u_2 معادله موج مستقل از زمان شرودینگر را برآورده می سازند

$$\mathcal{H}_0 u_i = E_i u_i \quad (i = 1, 2) \quad (\text{الف. ۴})$$

تحت تأثیر موج الکترومغناطیسی، تابع موج اتم را می توان به صورت زیر نوشت

$$\psi = a_1(t)\psi_1 + a_2(t)\psi_2 \quad (\text{الف. ۵})$$

که a_1 و a_2 اعداد مختلط وابسته به زمان اند که طبق مکانیک کوانتومی از رابطه

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1 \quad (\text{الف. ۶})$$

پیروی می کنند. طبق معادله (۶.۱.۱)، داریم $W_{12} = -d|a_1(t)|^2/dt = d|a_2(t)|^2/dt$ ، برای محاسبه W_{12} باید تابع $|a_2(t)|^2$ را محاسبه کنیم. برای این کار ابتدا معادله (الف. ۵) را

به صورت کلی زیر می نویسیم

$$\psi = \sum_k^m a_k \psi_k = \sum_k^m a_k u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] \quad (\text{الف. ۷})$$

که k حالت کلی اتم، و m تعداد این حالتها را نشان می دهد. با قراردادن معادله (الف. ۷) در معادله (الف. ۳)، می رسمیم به

$$\sum_k (\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}') a_k u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] = \sum_k \{j\hbar(da_k/dt)u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] + a_k u_k E_k \exp[-j(E_k/\hbar)t]\} \quad (\text{الف. ۸})$$

با کمک معادله (الف. ۴)، این معادله تبدیل می شود به

$$\sum_k j\hbar(da_k/dt)u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] = \sum_k a_k \mathcal{H}' u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] \quad (\text{الف. ۹})$$

با ضرب دو طرف این معادله در ویژه تابع دلخواه u_n^* و سپس با انتگرال گیری روی کل فضا، می رسمیم به

$$\begin{aligned} \sum_k j\hbar(da_k/dt) \exp[-j(E_k/\hbar)t] \int u_k u_n^* dV &= \\ = \sum_k a_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] \int u_n^* \mathcal{H}' u_k dV &\quad (\text{الف. ۱۰}) \end{aligned}$$

چون توابع موج u_k متعامدند (یعنی، $\int u_n^* u_k dV = \delta_{kn}$)، معادله (الف. ۱۰) به دست می دهد

$$\left(\frac{da_n}{dt}\right) = \frac{1}{(j\hbar)} \sum_k^m H'_{nk} a_k \exp\left[-j\frac{(E_k - E_n)t}{\hbar}\right] \quad (\text{الف. ۱۱})$$

که $H'_{nk} = H'_{nk}(t)$ از رابطه زیر به دست می آید.

$$H'_{nk}(t) = \int u_n^* \mathcal{H}' u_k dV \quad (\text{الف. ۱۲})$$

معادله (الف. ۱۱) مجموعه m معادله دیفرانسیل را برای m متغیر $a_k(t)$ دربر می گیرد و با دانستن شرایط اولیه این معادلات را می توان حل کرد. برای مورد ساده تر یک سیستم دوترازی، تابع موج ψ با معادله (الف. ۵) داده می شود، و معادله (الف. ۱۱) به معادلات زیر تبدیل می شود

$$\left(\frac{da_1}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) \left\{ H'_{11} a_1 + H'_{12} a_2 \exp\left[-j\frac{(E_2 - E_1)t}{\hbar}\right] \right\} \quad (\text{الف. ۱۳ الف})$$

$$\left(\frac{da_2}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) \left\{ H'_{21} a_1 \exp\left[-j\frac{(E_1 - E_2)t}{\hbar}\right] + H'_{22} a_2 \right\} \quad (\text{الف. ۱۳ ب})$$

که باید با شرایط اولیه $a_1(0) = 1$ و $a_2(0) = 0$ حل شود.

تاکنون هیچ تقریبی را به کار نبردیم. برای ساده سازی حل معادله (الف.۱۳)، اکنون روش پریشیدگی را به کار می بریم. فرض کنیم که، در طرف راست معادله (الف.۱۳)، بتوانیم تقریبهای $a_1(t) \cong 1$ و $a_2(t) \cong 0$ را به کار ببریم. با حل معادله (الف.۱۳) و با در نظر گرفتن این تقریب، جوابهای مرتبه اول برای $a_1(t)$ و $a_2(t)$ را به دست می آوریم. به این دلیل، نظریه ای که در پی می آید به نظریه پریشیدگی مرتبه اول مشهور است. جوابهای $a_1(t)$ و $a_2(t)$ بی را که به این طریق به دست می آید، می توان در طرف راست معادله (الف.۱۳) قرار داد و به جوابی رسید که تقریب مرتبه دوم است، به همین ترتیب تا مراتب بالاتر. بنابراین در تقریب مرتبه اول، معادله (الف.۱۳) می دهد

$$\left(\frac{da_1}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) H'_{11} \quad (\text{الف.۱۴})$$

$$\left(\frac{da_2}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) H'_{21} \exp(j\omega_0 t) \quad (\text{الف.۱۴})$$

که برای بسامد گذار اتمی نوشته ایم $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$. برای محاسبه احتمال گذار، تنها لازم است که معادله (الف.۱۴) را حل کنیم. با استفاده از معادلات (الف.۱) و (الف.۲)، می نویسیم

$$H'_{21} = H'_{21}^0 \sin \omega t = \frac{H'_{21}^0 [\exp(j\omega t) - \exp(-j\omega t)]}{2j} \quad (\text{الف.۱۵})$$

که H'_{21}^0 از

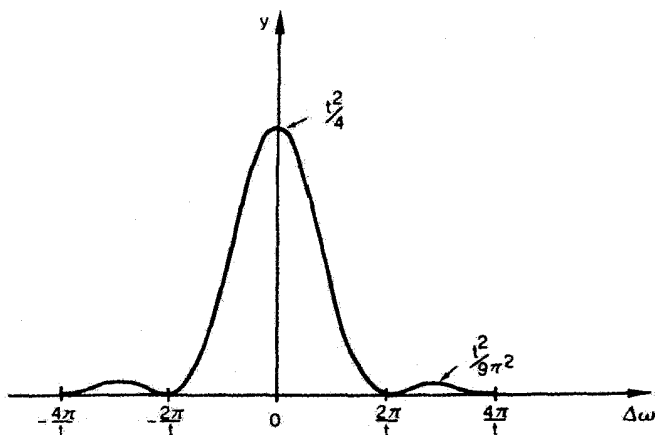
$$H'_{21}^0 = \int u_2^* \mathcal{H}'_0 u_1 dV \quad (\text{الف.۱۶})$$

به دست می آید و به طور کلی یک ثابت مختلط است. با جایگزینی معادله (الف.۱۵) در معادله (الف.۱۴) و با انتگرال گیری با شرط اولیه $a_2(0) = 0$ ، به دست می آوریم

$$a_2(t) = \frac{H'_{21}^0}{2j\hbar} \left[\frac{\exp[j(\omega_0 - \omega)t] - 1}{\omega_0 - \omega} - \frac{\exp[j(\omega_0 + \omega)t] - 1}{\omega_0 + \omega} \right] \quad (\text{الف.۱۷})$$

اکنون اگر فرض کنیم که $\omega \cong \omega_0$ است، می بینیم که جمله اول در داخل کروشه خیلی بزرگتر از جمله دوم است. حال، می توانیم بنویسیم

$$a_2(t) \cong -\frac{H'_{21}^0}{2j\hbar} \left[\frac{\exp(-j\Delta\omega t) - 1}{\Delta\omega} \right] \quad (\text{الف.۱۸})$$



شکل ۱ ترسیم تابع $y = [\sin(\Delta\omega t/2)/\Delta\omega]^2$ بر حسب $\Delta\omega$.

که $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ ، بنابراین

$$|a_2(t)|^2 = \frac{|H'_{21}|^2}{\hbar^2} \left[\frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2 \quad (\text{الف. ۱۹})$$

تابع $y = [\sin(\Delta\omega t/2)/\Delta\omega]^2$ در شکل الف. ۱ بر حسب $\Delta\omega$ رسم شده است، می‌بینیم که با افزایش t مقدار قله تابع بزرگتر و پهنای آن باریکتر می‌شود. علاوه بر آن، می‌توان نشان داد که

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2 d\Delta\omega = \frac{\pi t}{2} \quad (\text{الف. ۲۰})$$

برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ t ، می‌توانیم قرار دهیم

$$\left[\frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2 \cong \frac{\pi t}{2} \delta(\Delta\omega) \quad (\text{الف. ۲۱})$$

که δ تابع دلتای دیراک است. در محدوده این تقریب، معادله (الف. ۱۹) بدست می‌دهد

$$|a_2(t)|^2 = \frac{|H'_{21}|^2}{\hbar^2} \frac{\pi}{2} t \delta(\Delta\omega) \quad (\text{الف. ۲۲})$$

که نشان می‌دهد برای مدت زمانهای طولانی احتمال $|a_2(t)|^2$ ی یافتن اتم در تراز ۲ با زمان t

متناسب است. در نتیجه، احتمال گذار $W_{۱۲}$ به صورت زیر به دست می آید

$$W_{۱۲} = \frac{d|a_{۲}(t)|^2}{dt} = \frac{\pi |H'_{۲۱}|^2}{2 \hbar^2} \delta(\Delta\omega) \quad (\text{الف. ۲۳})$$

برای محاسبه صریح $W_{۱۲}$ ، باید $|H'_{۲۱}|$ را محاسبه کنیم. فرض می کنیم که عامل برهم کنش برای گذار، بین میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی و گشتاور دوقطبی الکتریکی رخ می دهد (برهم کنش دوقطبی الکتریکی). از دیدگاه کلاسیکی، اگر \mathbf{r} را برداری بگیریم که وضعیت الکترون را نسبت به هسته اتم مشخص می کند و e مقدار بار الکترون باشد، گشتاور دوقطبی متناظر با اتم می شود $\boldsymbol{\mu}_e = -e\mathbf{r}$. سپس انرژی برهم کنش کلاسیکی H' از $H' = \boldsymbol{\mu}_e \cdot \mathbf{E} = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}$ به دست می آید، که \mathbf{E} میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی فرودی در وضعیت الکترون است. با دنبال کردن رهیافتهای شناخته شده مکانیک کوانتومی، هامیلتونی برهم کنش به سادگی چنین به دست می آید

$$\mathcal{H}' = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r} \quad (\text{الف. ۲۴})$$

با جایگزینی معادله (الف. ۲۴) در معادله (الف. ۱۲) با $n = ۲$ و $k = ۱$ می رسیم به

$$H'_{۲۱} = -e \int u_{\uparrow}^* \mathbf{E} \cdot \mathbf{r} u_{\downarrow} dV \quad (\text{الف. ۲۵})$$

اکنون فرض می کنیم که طول موج مرتبط با موج الکترومغناطیسی بسیار بزرگتر از بُعد اتمی باشد. این شرط برای امواج الکترومغناطیسی در ناحیه مرئی کاملاً صادق است. در واقع، برای نور سبز داریم $\lambda = ۵۰۰ \text{ nm}$ ، در حالی که ابعاد نوعی اتمی حدود ۱ nm است. در این مورد، فرض می کنیم که $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ در بُعد اتمی تغییر چشمگیری نکند و در نتیجه برابر با مقدار $\mathbf{E}(0, t)$ در $\mathbf{r} = 0$ ، یعنی در مرکز هسته باقی بماند (تقریب دوقطبی الکتریکی). بنابراین می توانیم بنویسیم

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cong \mathbf{E}(0, t) = \mathbf{E}_0 \sin \omega t \quad (\text{الف. ۲۶})$$

که \mathbf{E}_0 مقداری ثابت است. اکنون چنانچه معادله (الف. ۲۶) را در معادله (الف. ۲۵) قرار دهیم و رابطه حاصل برای $H'_{۲۱}$ را با رابطه ای مقایسه کنیم، که در معادله (الف. ۱۵) ارائه شده، می بینیم که $H'_{۲۱}$ را می توان به صورت

$$H'_{۲۱} = \mathbf{E}_0 \cdot \boldsymbol{\mu}_{۲۱} \quad (\text{الف. ۲۷})$$

بیان کرد، که μ_{21} از رابطه زیر به دست می آید

$$\mu_{21} = - \int u_{\dot{p}}^* e r u_1 dV \quad (\text{الف. ۲۸})$$

و جزء ماتریسی گشتاور دوقطبی نام دارد. اکنون اگر θ را زاویه بین μ_{21} و E_0 بگیریم، از معادله (الف. ۲۷) به دست می آوریم

$$|H'_{21}|^2 = E_0^2 |\mu_{21}|^2 \cos^2 \theta \quad (\text{الف. ۲۹})$$

که $|\mu_{21}|$ قدر مطلق (اندازه) بردار مختلط μ_{21} است. اکنون اگر فرض کنیم که موج الکترومغناطیسی با اتمهای متعددی برهم کنش می کند که بردارهای μ_{21} می آنها نسبت به E_0 به طور کاتوره ای جهت یافته اند، مقدار میانگین $|H'_{21}|^2$ با میانگین گیری معادله (الف. ۲۹) روی کلیه زوایای ممکن θ و ϕ (در دو بُعد) به دست می آید. برای اجرای آن، فرض می شود که $p(\theta)$ چگالی احتمال برای جهت گیری دوقطبی اتمی باشد، بنابراین $p(\theta)d\Omega$ احتمال جزئی را می دهد که بردار μ_{21} در محدوده زاویه فضایی $d\Omega$ باشد که زاویه θ با جهت E_0 می سازد. برای دوقطبیهایی که به طور کاتوره ای جهت یافته اند، می بینیم، ثابت $p(\theta) = \frac{1}{4}$ بر این اساس می رسمیم به $\langle \cos^2 \theta \rangle$ که براکت $\langle \rangle$ مقدار میانگین روی تمامی جهت گیریهای دوقطبی را نشان می دهد. حال از معادله (الف. ۲۹)، به دست می آید

$$\langle |H'_{21}|^2 \rangle = \frac{E_0^2 |\mu_{21}|^2}{3} \quad (\text{الف. ۳۰})$$

با قراردادن معادله اخیر در معادله (الف. ۲۳) به دست می آوریم

$$W_{12} = \frac{\pi (2\pi)^2 E_0^2 |\mu_{21}|^2}{6 h^2} \delta(\omega - \omega_0) \quad (\text{الف. ۳۱})$$

اگر از تابع $\delta(\nu - \nu_0)$ ، به جای $\delta(\omega - \omega_0)$ ، در معادله (الف. ۳۱) استفاده کنیم، با توجه به اینکه $\delta(\nu - \nu_0) = 2\pi \delta(\omega - \omega_0)$ است، معادله (الف. ۳۱) به معادله (۵.۴.۲) تبدیل می شود.

با محاسبه آهنگ جذب، می توانیم آهنگ گسیل القایی را محاسبه کنیم. این بار نیز با معادله (الف. ۱۳) شروع می کنیم، ولی از شرایط اولیه $a_1(0) = 1$ و $a_2(0) = 0$ بهره می بریم. بی درنگ درمی یابیم که معادلات مورد نیاز در این مورد از معادلات (الف. ۱۳) - (الف. ۳۱) برای مورد جذب به دست می آید، مشروط بر اینکه نمادهای ۱ و ۲ را جابه جا کنیم. چون از معادله (الف. ۲۸) می بینیم $|\mu_{12}| = |\mu_{21}|$ است، از معادله (الف. ۳۱) نتیجه می گیریم $W_{12} = W_{21}$ که نشان می دهد احتمال جذب با احتمال گسیل القایی برابر است.

پیوست ب

محاسبه شکل خط برای پهن شدگی برخوردی

همان طور که در بخش ۱.۵.۲ توضیح داده شد، می‌توانیم شکل خط را برای پهن شدگی برخوردی از چگالی طیفی بهنجار $g(\nu' - \nu)$ مربوط به شکل موج سینوسی با پرشهای فاز کاتوره‌ای مطابق شکل ۹.۲، محاسبه کنیم. موج سیگنال در شکل ۹.۲ به صورت زیر نوشته می‌شود

$$E(t) = E_0 \exp j[\omega t - \phi(t)] \quad (۱.ب)$$

که E_0 را ثابت حقیقی می‌گیریم، $\omega = 2\pi\nu$ بسامد زاویه‌ای تابش، و فرض می‌کنیم که فاز $\phi(t)$ در هر برخورد اتم متحمل پرشهای کاتوره‌ای شود. همچنین فرض می‌کنیم که چگالی احتمال $p_T(\tau)$ زمان بین دو برخورد متوالی را بتوان با معادله (۴.۵.۲) توصیف کرد. به منظور محاسبه $g(\nu' - \nu)$ بهترین کار این است که محاسبات را برحسب بسامد زاویه‌ای ω ، یعنی برحسب تابع توزیع $g(\omega' - \omega)$ به دست آوریم. آشکارا داریم $g(\omega' - \omega)d\omega' = g(\nu' - \nu)d\nu'$ و به دنبال آن $g(\nu' - \nu) = 2\pi g(\omega' - \omega)$ به دست می‌آید. با چشمپوشی از ثابت تناسب، تابع $g(\omega' - \omega)$ با طیف توان $W(\omega' - \omega)$ شکل موج در شکل ۹.۲ ارائه می‌شود. برای اینکه این ثابت متناسب برابر با واحد شود، طبق رابطه (۴.۵.۲)، $W(\omega' - \omega)$ باید چنان باشد که

۱ = $\int W(\omega' - \omega) d\omega'$ شود. از نظریهٔ پارسوال^۱، داریم

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega' - \omega) d\omega' = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\pi}{T} \int_{-T}^{+T} |E(t)|^2 dt = 2\pi E_0^2 \quad (۲.ب)$$

حال، شرط ۱ = $\int W(\omega' - \omega) d\omega'$ به نتیجهٔ ۱ = $2\pi E_0^2$ منتهی می‌شود. این بدان معناست که $g(\omega' - \omega)$ را می‌توان به منزلهٔ طیف توان سیگنال $E(t)$ به دست آورد که در معادلهٔ (ب.۱) ارائه شده، و دارای دامنهٔ

$$E_0 = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \quad (۳.ب)$$

است.

برای محاسبهٔ طیف توان $W(\omega' - \omega)$ سیگنالی که از معادلهٔ (ب.۱) به دست می‌آید، نظریهٔ وینر-کینتچین^۲ را به کار می‌بریم، بنابراین $W(\omega' - \omega)$ به صورت تبدیل فوریهٔ تابع خود همبستگی سیگنال $\Gamma(\tau)$ به دست می‌آید. پس می‌توانیم بنویسیم

$$W(\omega' - \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\tau) \exp[-j\omega'\tau] d\tau \quad (۴.ب)$$

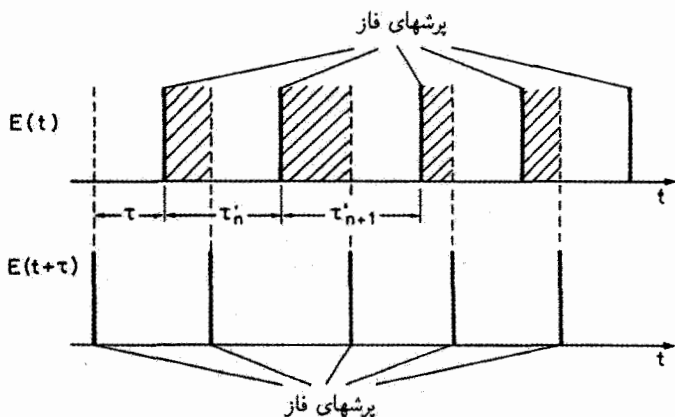
که تابع خود همبستگی $\Gamma(\tau)$ چنین به دست می‌آید

$$\Gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E^*(t) E(t + \tau) dt \quad (۵.ب)$$

حال برای شکل موج در شکل ۹.۲ می‌توان نوشت

$$\Gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E_0^2 \exp(j\omega\tau) \left\{ \int_{\text{corr.}} dt + \int_{\text{uncorr.}} \exp[-j(\Delta\phi)] dt \right\} \quad (۶.ب)$$

اولین انتگرال در طرف راست معادلهٔ (ب.۶) در بازهٔ زمانی بین $-T$ و $+T$ محاسبه می‌شود که برخورد پرش فاز رخ نمی‌دهد و در نتیجه سیگنالهای $E(t)$ و $E(t + \tau)$ دارای یک فازند (بازهٔ همبسته). انتگرال دوم در طرف راست معادلهٔ (ب.۶) در بازه‌های زمانی محاسبه می‌شود که در آن برخورد صورت می‌گیرد و بنابراین دو سیگنال $E(t)$ و $E(t + \tau)$ دارای اختلاف فاز کاتوره‌ای $\Delta\phi$ هستند (بازهٔ ناهمبسته). این وضعیت در شکل ب.۱ ترسیم شده است، که خطوط عمودی (خطوط پیوسته) پرشهای فاز برای $E(t)$ و $E(t + \tau)$ را نشان می‌دهد. با تصویر کردن خطوط



شکل ۱ نمودار پرشهای فاز دو تابع $E(t)$ و $E(t + \tau)$ برحسب زمان. سطوح هاشورخورده بازه‌های زمانی همبسته بودن دو تابع را نشان می‌دهد.

عمودی مثلاً $E(t + \tau)$ روی ترسیم $E(t)$ (خطوط عمودی خط‌چین)، بازه‌های زمانی همبسته به صورت سطوح هاشورخورده به دست می‌آید.

برای محاسبه $\Gamma(\tau)$ از معادله (۶.ب)، ابتدا دقت می‌کنیم که انتگرال دوم در طرف راست معادله (۶.ب) وقتی T به بی‌نهایت میل می‌کند صفر می‌شود، چون تابع زیرانتگرال $\exp[-j(\Delta\phi)]$ عددی کاتوره‌ای با میانگین صفر است. در این صورت معادله (۶.ب) به معادله زیر تبدیل می‌شود

$$\Gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E_0^2}{2T} \exp(j\omega\tau) \left(\int_{corr.} dt \right) \quad (۷.ب)$$

انتگرال در معادله (۷.ب) برابر است با کل زمان همبستگی فاز، یعنی مجموع بازه‌های زمانی متناظر با سطوح هاشورخورده در شکل ۱. اگر نشان‌دهنده بازه زمانی بین پرش فازی n ام و پرش بعدی باشد (شکل ۱.ب را ببینید)، این جمع را می‌توان به صورت $\sum_n (\tau'_n - \tau)$ بیان کرد، که مجموع‌یابی روی مقادیر τ'_n صورت می‌گیرد که برای آن $\tau'_n > \tau$ است. حال معادله (۷.ب) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\Gamma(\tau) = E_0^2 \exp(j\omega\tau) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_n (\tau'_n - \tau)}{2T} \quad (۸.ب)$$

اکنون اگر N تعداد پرشهای فاز بین $-T$ و $+T$ باشد، می‌توان نوشت

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_n (\tau'_n - \tau)}{2T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{[\sum_n (\tau'_n - \tau)]/N}{2T/N} = \frac{\langle (\tau' - \tau) \rangle}{\tau_c} \quad (۹.ب)$$

که $\tau_c = 2T/N$ زمان میانگین بین پرشهای فاز متوالی و $\langle (\tau' - \tau) \rangle$ مقدار میانگین $(\tau' - \tau)$ (با محدودیت $\tau' > \tau$) است. با استفاده از چگالی احتمال بازه‌های زمانی بین پرشهای متوالی که از معادله (۷.۵.۲) به دست می‌آید، مقدار $\langle (\tau' - \tau) \rangle$ را می‌توان به صورت زیر به دست آورد

$$\langle \tau' - \tau \rangle = (1/\tau_c) \int_{\tau}^{+\infty} (\tau' - \tau) \exp[-(\tau'/\tau_c)] d\tau' = \tau_c \exp[-(\tau/\tau_c)] \quad (\text{ب. } 10)$$

سیس از معادلات (ب.۸) تا (ب.۱۰) می‌توانیم رابطه‌ی مربوط به تابع همبستگی را به صورت $\Gamma(\tau) = E_0^2 \exp[j\omega\tau - (\tau/\tau_c)]$ به دست آوریم. اگر $\Gamma(\tau)$ نیز به مورد $\tau < 0$ تعمیم یابد، چون $\Gamma(-\tau) = \Gamma(\tau)$ است، نتیجه‌ی نهایی را به صورت

$$\Gamma(\tau) = E_0^2 \exp[j\omega\tau - (|\tau|/\tau_c)] \quad (\text{ب. } 11)$$

می‌توانیم بنویسیم.

با استفاده از نظریه‌ی وینرکیستچاین [معادله (ب.۴) را ببینید]، اکنون می‌توانیم $W(\omega' - \omega)$ را محاسبه کنیم و بنابراین با استفاده از معادله (ب.۳) برای E_0 ، می‌توانیم $g(\omega' - \omega)$ را نیز محاسبه کنیم. خواهیم داشت

$$g(\omega' - \omega) = \frac{\tau_c}{\pi} \frac{1}{[1 + (\omega' - \omega)^2 \tau_c^2]} \quad (\text{ب. } 12)$$

با توجه به اینکه $g(\nu' - \nu) = 2\pi g(\omega' - \omega)$ است، بار دیگر می‌توانیم بنویسیم [معادله (۹.۵.۲) را ببینید]

$$g(\nu' - \nu) = 2\tau_c \frac{1}{[1 + (\nu' - \nu)^2 4\pi^2 \tau_c^2]} \quad (\text{ب. } 13)$$

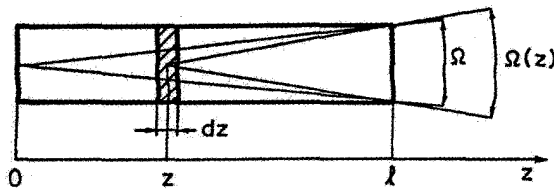
که از آن به تابع شکل خطی می‌رسیم که از معادله (۱۰.۵.۲) به دست می‌آید.

پیوست ج

روش ساده‌شده گسیل خودبه‌خود تقویت‌شده (ASE)

فرض می‌کنیم که گسیل ASE در دو جهت در محیط فعال رخ می‌دهد و بنابراین به هندسه نشان داده‌شده در شکل ج. ۱۰ ارجاع می‌دهیم. همچنان فرض می‌کنیم که تقویت‌کننده به صورت یک سیستم چهارترازی آرمانی عمل می‌کند، به طوری که می‌توان از جمعیت تراز پایینی چشم پوشید. هم‌گذارهای پهن‌شده همگن و هم‌ناهمگن را در نظر می‌گیریم. نظریه مفصلی که برای این شرایط برقرار است در مرجع ۱ بیان شده است. ولی نظریه نسبتاً پیچیده است و در نتیجه به سادگی نمی‌توان از این رهیافت به نمودهای اصلی رفتار فیزیکی ASE دست یافت. با دنبال کردن بعضی کارهای اخیر [۲]، در اینجا روش ساده‌شده ASE را معرفی خواهیم کرد که به منظور دستیابی به عبارات جانبی برای رفتار ASE در نظام اشباع پایین طراحی شده است.

در نظام اشباع پایین، فرض می‌کنیم که جمعیت حالت بالایی، N_2 ، و در نتیجه وارونی جمعیت $N \cong N_2$ به مقدار چشمگیری بر اثر شدت ASE اشباع نشده باشد. با مراجعه به شکل ج. ۱، اگر $I_{\nu}(z, \nu)$ شدت ASE طیفی در مختصه z برای باریکه‌ای باشد که در جهت z مثبت منتشر می‌شود، تغییر جزئی dI_{ν} در طول مختصه z نه تنها باید گسیل القایی به حساب آورده شود، بلکه



شکل ۱ محاسبه گسیل طیفی ASE در امتداد جهت z.

سهم گسیل خودبه خود از جزء dz را نیز باید منظور کرد. بنابراین می توانیم بنویسیم

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial z} = \sigma N I_\nu + N A_\nu \frac{\Omega(z)}{4\pi} \quad (۱.ج)$$

که σ سطح مقطع گذار در بسامد ν ، A_ν آهنگ گسیل خودبه خود در بسامد ν ، و $\Omega(z)$ زاویه فضایی است که رخ خروجی از جزء dz دیده می شود. دقت کنید که ضریب $\Omega(z)/4\pi$ در طرف راست معادله (۱.ج) ناشی از این است که تابش خودبه خود از جزء dz به طور یکنواخت در کل زاویه فضایی 4π گسیل می شود، اما تنها آن بخش گسیل شده که در زاویه فضایی $\Omega(z)$ قرار می گیرد مورد نظر ماست.

برای محاسبه شدت طیفی ASE، $I_\nu(l, \nu)$ ، در رخ خروجی $z = l$ محیط، باید از معادله (۱.ج) روی مختصه z انتگرال بگیریم. چون عمده گسیل ASE از اجزای گسیلنده نزدیک به $z = 0$ ناشی می شود، که دارای بهره بزرگی است، می توانیم فرض کنیم $\Omega(z) \cong \Omega$ ، که Ω زاویه فضایی است که یک رخ محیط فعال از رخ دیگر دیده می شود (شکل ج.۱ را ببینید). از معادله (۱.ج) به سادگی می توان انتگرال گرفت و با به کار بردن شرط مرزی $I_\nu(0, \nu) = 0$ به دست می آوریم

$$I_\nu(l, \nu) = \frac{\Omega}{4\pi} A_\nu \frac{h\nu [\exp(\sigma N l) - 1]}{\sigma} \quad (۲.ج)$$

معادله (۲.ج) را می توان با مشاهده $A_\nu = A g(\nu - \nu_0)$ و $\sigma = \sigma_p g(\nu - \nu_0)/g_p$ بازآرایی کرد که A آهنگ گسیل خودبه خود، $g(\nu - \nu_0)$ تابع شکل خط گذار، g_p مقدار قله آن، σ_p قله سطح مقطع و ν_0 بسامد قله گذار است. به این ترتیب معادله (۲.ج) را می توان به صورت زیر نوشت

$$I_\nu(l, \nu) = \phi I_s \frac{\Omega}{4\pi} g_p [\exp(\sigma N l) - 1] \quad (۳.ج)$$

که $I_s = h\nu/\sigma_p\tau$ و $\phi = \tau/\tau_T = \tau A$ تسلیم کوانتومی فلئورسانتی [معادله (۲۲.۶.۲)] را ببینید] و $I_s = h\nu/\sigma_p\tau$ قله شدت اشباع تقویت‌کننده است [معادله ۲۴.۸.۲ را ببینید].

گسیل ASE در بسامد کلی ν که به قله‌اش بهنجار شده است به آسانی از معادله (ج.۳) به صورت $[I_\nu(l, \nu)/I_\nu(l, \nu_0)] = [\exp(\sigma Nl) - 1]/[\exp(\sigma_p Nl) - 1]$ به دست می‌آید. برای هر دو خط لورنتسی و گاوسی، این گسیل طیفی را به سادگی می‌توان برای مقدار مفروض قله بهره $G = \exp(\sigma_p Nl)$ محاسبه کرد. برای مثال، شکل ۲۴.۲ نیمرخهای طیفی محاسبه شده را (به صورت منحنیهای پیوسته) برحسب جابه‌جایی بسامدی بهنجار شده $2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0$ برای خط لورنتسی با قله‌های بهره به ترتیب 10^3 و 10^6 نشان می‌دهد. رابطه تقریبی برای پهنای خط ASE یعنی $\Delta\nu_{ASE}$ ، را می‌توان از معادله (ج.۳) به دست آورد به شرط آنکه فرض کنیم که طیف ASE را بتوان با تابع گاوسی تقریب زد. بر این اساس می‌نویسیم

$$[\exp(\sigma Nl) - 1] \cong [\exp(\sigma_p Nl) - 1] \times \exp(-kx^2) \quad (\text{ج.۴})$$

که k ثابت است؛ x جابه‌جایی بسامدی بهنجار شده را بیان می‌کند، یعنی،

$$x = \frac{2(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu_0} \quad (\text{ج.۵})$$

که $\Delta\nu_0$ پهنای خط گذار (برای هر گذار پهن‌شده همگن یا ناهمگن) است. از معادله (ج.۴) به سادگی رابطه برای kx^2 چنین به دست می‌آید

$$kx^2 \cong \ln[\exp(\sigma_p Nl) - 1] - \ln[\exp(\sigma Nl) - 1] \quad (\text{ج.۶})$$

اکنون اگر $f(x)$ نشان‌دهنده تابع در طرف راست معادله (ج.۶) باشد، ثابت k را به سادگی می‌توان از رابطه زیر به دست آورد

$$k = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 f}{dx^2} \right)_{x=0} \quad (\text{ج.۷})$$

برای خط لورنتسی، اکنون در معادله (ج.۶) می‌نویسیم $\sigma = \sigma_p/(1 + x^2)$. پس از محاسباتی طولانی ولی سراسر، از معادله (ج.۷) به دست می‌آوریم

$$k = \frac{G \ln G}{(G - 1)} \quad (\text{ج.۸})$$

به همین ترتیب برای خط گاوسی، در معادله (ج.۶) می‌نویسیم $\sigma = \sigma_p \exp(-x^2 \ln 2)$ تا از

معادله (ج.۷) به دست آوریم

$$k = (\ln 2) \frac{G \ln G}{(G - 1)} \quad (\text{ج.۹})$$

با تقریب گاوسی قبلی، اکنون پهنای خط ASE بهنجار برحسب جابه‌جایی بسامدی بهنجار شده، x ، به‌سادگی به صورت $\Delta x_{ASE} = 2(\ln 2/k)^{1/2}$ به دست می‌آید. چون از معادله (ج.۵)، داریم $\Delta \nu_{ASE} = \Delta x_{ASE} \times (\Delta \nu_0/2)$ ، پهنای خط ASE را می‌توان از دو رابطه قبلی یافت، هرگاه مقدار k حاصل از معادلات (ج.۸) یا (ج.۹) به کار رود. به این ترتیب، برای خط لورنتسی به دست می‌آوریم

$$\Delta \nu_{ASE} = (\ln 2)^{1/2} \left(\frac{G - 1}{G \ln G} \right)^{1/2} \Delta \nu_0 \quad (\text{ج.۱۰})$$

و برای خط گاوسی، خواهیم داشت

$$\Delta \nu_{ASE} = \left(\frac{G - 1}{G \ln G} \right)^{1/2} \Delta \nu_0 \quad (\text{ج.۱۱})$$

مثلاً، از معادله (ج.۱۰) برای به دست آوردن پهنای خط ASE بهنجار $\Delta \nu_{ASE}/\Delta \nu_0$ برحسب قله بهره G ، که در شکل ۲۵.۲ به صورت منحنی خط چین ترسیم شده استفاده شده است.

با بهره‌گیری از این ملاحظات در رفتار طیفی ASE، اکنون نیز می‌توانیم رابطه‌ای تقریبی برای شدت ASE کل، $I = \int I_\nu d\nu$ ، در رخ خروجی محیط فعال به دست آوریم. به این منظور، ابتدا از دو طرف معادله (ج.۳) نسبت به بسامد ν انتگرال می‌گیریم تا

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) g_p \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\sigma N l) - 1] d\nu \quad (\text{ج.۱۲})$$

به دست آید. چنانچه از تقریب گاوسی برای طیف ASE حاصل از معادله (ج.۴) بهره بگیریم، به‌سادگی می‌توانیم انتگرال معادله (ج.۱۲) را با استفاده از معادلات (ج.۸) و (ج.۹) محاسبه کنیم و روابط زیر را به دست آوریم [معادله (۳.۹.۲) را ببینید]

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi^{3/2}} \right) \frac{(G - 1)^{3/2}}{(G \ln G)^{1/2}} \quad (\text{ج.۱۳})$$

برای خط لورنتسی، و

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \frac{(G-1)^{3/2}}{(G \ln G)^{1/2}} \quad (\text{ج. ۱۴})$$

برای خط گاوسی.

مراجع

1. L. W. Casperson, Threshold Characteristics of Mirrorless Lasers, *J. Appl. Phys.* **48**, 256 (1977).
2. O. Svelto, S. Taccheo, and C. Svelto, Analysis of Amplified Spontaneous Emission: Some Corrections to the Lyndford Formula, *Optic. Comm.* **149** 277-282 (1998).

پیوست د

محاسبه آهنگهای گذار تابشی در گذارهای مولکولی

در اینجا روش ساده‌شده‌ای را بررسی می‌کنیم تا فقط نشان دهیم چگونه قوانین گزینش برای گذار مولکولی حاصل می‌شود.

احتمال گذار را می‌توان با معادله (۹.۴.۲) بیان کرد، چنانچه مقدار مناسبی برای دامنه گشتاور دوقطبی نوسانی $|\mu|$ به‌کار رود. مطلب را با ذکر این نکته آغاز می‌کنیم که برای مجموعه‌ای از بارهای منفی (الکترونهاى مولکول)، هر یک به مقدار e (که شامل علامت هم می‌شود) و بارهای مثبت به مقدار e_h (هسته‌های مولکول) گشتاور دوقطبی الکتریکی کلاسیک تشکیل می‌دهد که از $\mu = \sum_i e r_i + \sum_j e_h \mathbf{R}_j$ به‌دست می‌آید. در اینجا \mathbf{r}_i و \mathbf{R}_j به ترتیب مکان الکترونها و هسته‌ها را در مولکول مشخص می‌سازد. در اینجا \mathbf{r}_i و \mathbf{R}_j به ترتیب مکان الکترونها و هسته‌ها را در مولکول مشخص می‌سازد. اگر نقطه مبدأ را در مرکز بارهای مثبت در نظر بگیریم، $\sum_j e_h \mathbf{R}_j = 0$ می‌شود و μ تبدیل می‌شود به

$$\mu = \sum_i e r_i \quad (۱.د)$$

برای اینکه موضوع را ساده کنیم، اکنون مولکولی دو اتمی را در نظر می‌گیریم. در این مورد، مختصات هسته، به اندازه R فاصله بین هسته‌های \mathbf{R} و مختصات زاویه‌ای θ و ϕ از \mathbf{R} نسبت به یک سیستم مفروض مرجع ساده می‌شود. طبق رهیافت مکانیک کوانتومی، گشتاور دوقطبی نوسانی مولکول از رابطه زیر به دست می‌آید [معادله (۶.۳.۲)] را نیز ببینید

$$\mu_{osc} = 2\text{Re} \int \psi_2^*(\mathbf{r}_i, R, \mathbf{r}_r) \mu \psi_1(\mathbf{r}_i, R, \mathbf{r}_r) d\mathbf{r}_i dR d\mathbf{r}_r \quad (۲.۵)$$

که ψ_1 و ψ_2 به ترتیب توابع موج حالت‌های نهایی و اولیه گذارند. توجه کنید که هر دوی ψ_1 و ψ_2 به صورت توابعی از مکان تمام الکترونها، فاصله بین هسته‌های R ، و مختصات چرخشی \mathbf{r}_r (نماد اختصاری برای θ و ϕ) در نظر گرفته می‌شوند؛ و انتگرال روی کل این مختصه‌ها گرفته می‌شود.

با پیروی از تقریب بورن-اوپنهایمر^۱، توابع موج مولکولی را اکنون می‌توان چنین نوشت

$$\psi(\mathbf{r}_i, R, \mathbf{r}_r) = u_e(\mathbf{r}_i, R) u_\nu(R) u_r(\mathbf{r}_r) \exp[-j(E/\hbar)t] \quad (۳.۵)$$

که u_e ، u_ν و u_r به ترتیب توابع موج الکترونی، ارتعاشی، و چرخشی، و $E = E_e + E_\nu + E_r$ کل انرژی حالت مفروض است. با قراردادن معادله (۳.۵) در (۲.۵)، می‌بینیم که μ_{osc} در بسامد $\nu_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$ با دامنه مختلط μ_{21} زیر نوسان می‌کند [با معادله (۷.۳.۲) مقایسه کنید]

$$\mu_{21} = \left(\int u_{\nu 2}^* \mu_e u_{\nu 1} dR \right) \left(\int u_{r 2}^* u_{r 1} d\mathbf{r}_r \right) \quad (۴.۵)$$

در معادله (۴.۵) قرار داده‌ایم

$$\mu_e = \mu_e(R) = \int u_{e 2}^*(\mathbf{r}_i, R) \mu u_{e 1}(\mathbf{r}_i, R) d\mathbf{r}_i \quad (۵.۵)$$

که μ گشتاور دوقطبی است که از معادله (۱.۵) به دست می‌آید. چون توابع موج الکترونی توابعی با تغییرات آهسته نسبت به R هستند، $\mu_e(R)$ را می‌توان به صورت سریهای توان حول فاصله بین هسته‌های ترازمند R_0 به صورت زیر بسط داد

$$\mu_e(R) = \mu_e(R_0) + \frac{d\mu_e}{dR}(R - R_0) + \dots \quad (۶.۵)$$

ابتدا گذارهای چرخشی خالص را بررسی می‌کنیم؛ در این مورد داریم $u_{e2} = u_{e1}$ و $u_{v2} = u_{v1}$. می‌بینیم که از معادله (۵.د) گشتاور دوقطبی $\mu_e(R_0)$ را می‌توان چنین به‌دست آورد

$$\mu_e(R_0) = \int \mu |u_{e1}(r_i, R_0)|^2 dr_i \quad (7.د)$$

که گشتاور دوقطبی الکتریکی دائم، μ_{ep} ، مولکول است. اگر فرض کنیم که در انتگرال اول در طرف راست معادله (۴.د) $\mu_e \cong \mu_e(R_0)$ است و یادآور شویم

$$\int u_{v2}^* u_{v1} dR = \int |u_{v1}|^2 dR = 1$$

رابطه زیر را برای $|\mu_{21}|^2 = |\mu_{21}|^2$ به‌دست می‌آوریم که در معادله (۹.۴.۲) به‌کار خواهد رفت

$$|\mu_{21}|^2 = |\mu_{ep}|^2 \left| \int u_{r2}^* u_{r1} dr_r \right|^2 \quad (8.د)$$

اولین عامل طرف راست معادله (۸.د) نشان می‌دهد که گذارهای چرخشی خالص فقط در مولکولهایی ممکن می‌شود که گشتاور دوقطبی دائم μ_{ep} داشته باشند. این به‌سادگی قابل درک است، چون فرایند گسیل القایی را می‌توان ناشی از برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی فرودی با این گشتاور دوقطبی چرخشی دانست. بنابراین برای مولکولهای با گشتاور دوقطبی دائم، $|\mu_{21}|^2$ با عامل دوم در طرف راست معادله (۸.د) متناسب است. حال با توجه به خواص تقارنی توابع موج چرخشی، این عامل تنها در صورتی غیرصفر می‌شود که پرش کوانتومی بین اعداد چرخشی دو حالت از قانون گزینش $\Delta J = \pm 1$ پیروی کند.

مرحله بعد گذارهای چرخشی ارتعاشی را در نظر می‌گیریم. بار دیگر داریم $u_{e2} = u_{e1}$ و تا مرتبه اول، بار دیگر $\mu_e(R) \cong \mu_e(R_0) = \mu_{ep}$ را در معادله (۴.د) قرار می‌دهیم. بی‌درنگ می‌بینیم که μ_{21} به $(\mu_{ep} \int u_{v2}^* u_{v1} dR) (\int u_{r2}^* u_{r1} dr_r)$ تبدیل می‌شود که به‌علت متعام بودن توابع موج ارتعاشی متعلق به یک حالت الکترونی صفر است. به‌منظور محاسبه آهنگ گذار، بنابراین باید جمله دوم در معادله (۶.د) را در نظر بگیریم. با قراردادن این جمله در معادله (۴.د) رابطه زیر برای $|\mu_{21}|^2$ به‌دست می‌آید

$$|\mu_{21}|^2 = \left| \frac{d\mu_e}{dR} \right|^2 \left| \int u_{v2}^*(R - R_0) u_{v1} dR \right|^2 \left| \int u_{r2}^* u_{r1} dr_r \right|^2 \quad (9.د)$$

همچنان عامل سوم در طرف راست معادله (۹.د) قانون گزینش $\Delta J = \pm 1$ را برای پرش کوانتومی چرخشی به‌دست می‌دهد. برای عامل دوم، به یاد می‌آوریم که اگر منحنی انرژی پتانسیل

$u(R - R_0)$ مولکول با یک سهمی تقریب زده شود، یعنی، برای یک نیروی بازدارنده هماهنگ، توابع موج u_ν با توابع شناخته شده نوسانگر هماهنگ ارائه می شوند، که منظور حاصلضرب چند جمله ایهای هرمیت در تابع گاوسی است. به علت خواص تقارنی این توابع، $|\mu_{21}|^2$ تنها در صورتی غیرصفر است که $\Delta \nu = \pm 1$ باشد. اگر این فرض سهمی بودن کنار گذاشته شود (یعنی، برای انرژی پتانسیل ناهماهنگ) یا اگر جملات مرتبه بالاتر در معادله (۶.د) به حساب آورده شوند (ناهماهنگی الکتریکی) تند طنینها (اورتنها) حاصل می شوند. توجه کنید که در برخی شرایط تقارن برای تابع موج الکترونی حالت پایه، عامل اول در معادله (۹.د) صفر می شود، و می گویند که گذار در فروسرخ غیرفعال است. نمونه ای آشکار زمانی رخ می دهد که دو اتم مولکول مشابه باشند، که وقتی مثلاً در یک مولکول N_2 دو اتم آن از یک نمونه ایزوتوپی باشند. بنابر دلایل تقارن، مولکول نمی تواند گشتاور دوقطبی $\mu_e(R)$ خالص برای هر مقدار فاصله بین هسته ای R داشته باشد، و بنابراین $|\mu_{21}|^2$ در معادله (۹.د) همواره صفر است.

در نهایت گذارهای ارتعاشی-الکترونی را بررسی می کنیم. اگر همچنان جمله اول در معادله (۶.د) را در نظر بگیریم، $|\mu_{21}|^2$ در معادله (۴.د) از رابطه زیر به دست می آید

$$|\mu_{21}|^2 = |\mu_e(R_0)|^2 \left| \int u_{\nu_2}^* u_{\nu_1} dR \right|^2 \left| \int u_{r_2}^* u_{r_1} d\mathbf{r}_r \right|^2 \quad (10.د)$$

در نتیجه خواص تقارنی توابع موج الکترونی دو حالت، عامل اول در طرف راست معادله (۱۰.د) صفر می شود. در این مورد می گویند که گذار ارتعاشی-الکترونی از نظر دوقطبی الکتریکی ممنوع است. برای گذار دوقطبی مجاز، مجدداً عامل سوم در طرف راست معادله (۱۰.د) به قانون گزینش $\Delta J = \pm 1$ می انجامد. با این قانون گزینش و همچنان برای گذار دوقطبی مجاز، از معادله (۱۰.د) برمی آید که $|\mu_{21}|^2$ با عامل دوم در طرف راست معادله متناسب باشد که به عامل فرانک-کوندون^۱ معروف است. توجه کنید که این عامل در این مورد غیرصفر است، چون u_{ν_1} و u_{ν_2} به حالت های متفاوت الکترونی تعلق دارند. بنابراین احتمال گذار W براساس درجه هم پوشانی بین توابع موج هسته ای تعیین می شود، که در بخش ۳.۱.۳ نیز بررسی شد.

پیوست ۵

معادلات آهنگ وابسته به فضا

منظور از این پیوست بسط روش معادله آهنگ و حل این معادلات برای مورد پیوسته موج (CW) است، وقتی که تغییر مکانی هم آهنگ دمش و هم میدان کاواک به حساب آورده شوند. از این تغییرات فضایی نتیجه می‌گیریم که تغییرات جمعیت نیز وابسته به مکان است. در همه این موارد فرض کرده‌ایم نوسانهای لیزر به صورت تک‌مدی باشد.

۱.۵ لیزرهای چهارترازی

برای یک لیزر چهارترازی آرمانی، می‌توانیم از جمعیت N_1 تراز پایینتر لیزر چشم ببوشیم و بنابراین $N \cong N_2$ را وارونی جمعیت قرار دهیم، سپس می‌توانیم بنویسیم

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p - WN - \frac{N}{\tau} \quad (الف) \quad (۱.۱.۵)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_a W N dV - \frac{\phi}{\tau_c} \quad (ب) \quad (۱.۱.۵)$$

که انتگرال در معادله (۱.۱.۵ ب) روی حجم محیط فعال گرفته شده است و معنای سایر نمادها در

فصل ۷ داده شده است. معادله (۱.۱.۵ الف) تعادل موضعی بین فرایندهای دمش، گسیل القایی، و فروافت خودبه‌خودی را بیان می‌کند. توجه کنید که در طرف چپ معادله از مشتق جزئی استفاده شده است، زیرا انتظار می‌رود که N از نظر فضایی تغییر کند. جمله انتگرال در طرف راست معادله (۱.۱.۵ ب) سهم فرایندهای القایی را در تعداد کل فوتونهای کاواک ϕ به حساب می‌آورد. این جمله براساس تعادلی ساده، و اینکه هر فرایند منفرد القایی فوتونی به وجود می‌آورد، نوشته شده است. برای موج تخت اکنون می‌توانیم بنویسیم $W = \sigma F = \sigma I/h\nu$ و $I = c\rho/n$ ، که σ سطح مقطع گسیل القایی، F شار فوتون، I شدت موج، ρ چگالی انرژی در محیط کاواک و n ضریب شکست است. از روابط گذشته، می‌توانیم W را به چگالی انرژی موج به صورت زیر مرتبط سازیم

$$W = \frac{c\sigma}{nh\nu}\rho \quad (2.1.5)$$

هرچند این معادله برای سادگی کار برای موج تخت نوشته شده است، ولی می‌بینیم که صرفاً رابطه‌ای موضعی بین آهنگ گذار و چگالی انرژی موج الکترومغناطیسی را برقرار می‌کند. به این ترتیب این معادله اعتباری کلی دارد و بنابراین رابطه بین W و ρ را برای، مثلاً میدان الکترومغناطیسی کاواک، بیان می‌کند. در این مورد انتظار می‌رود که ρ به مکان r ، و در مورد گذار، به زمان t نیز بستگی داشته باشد، که بستگی فضایی، تغییر فضایی مد کاواک را به حساب می‌آورد. معادلات (۱.۱.۵) به کمک (۲.۱.۵) به دست می‌دهد

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p - \frac{c\sigma}{nh\nu}\rho N - \frac{N}{\tau} \quad (3.1.5 \text{ الف})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{c\sigma}{nh\nu} \int_a \rho N dV - \frac{\phi}{\tau_c} \quad (3.1.5 \text{ ب})$$

توجه کنید که چون فرض شده است که R_p و ρ به مکان (برای مورد گذار، به زمان) بستگی دارند، این امر برای N هم صادق است بنابراین از داخل انتگرال در معادله (۳.۱.۵ ب) خارج نمی‌شود.

اکنون تعداد کل فوتونهای کاواک ϕ را می‌توان به چگالی انرژی موج الکترومغناطیسی با رابطه زیر مرتبط ساخت

$$\phi = \frac{1}{h\nu} \int_c \rho dV \quad (4.1.5)$$

که انتگرال روی کل حجم کاواک گرفته می‌شود. کاواک لیزری را به طول L در نظر می‌گیریم که در آن محیط فعال به طول l و به ضریب شکست n قرار گیرد؛ فرض می‌کنیم که کمر باریکه در جایی

در محیط فعال قرار دارد. با این شرایط، چگالی انرژی مد خروجی، ρ_{out} ، و مد ورودی، ρ_{in} ، محیط فعال را می‌توان به ترتیب چنین نوشت

$$\rho_{out} = \rho_0 |u(\mathbf{r})|^2 \quad (۵.۱.۵ \text{ الف})$$

$$\rho_{in} = n\rho_0 |u(\mathbf{r})|^2 \quad (۵.۱.۵ \text{ ب})$$

که $u(\mathbf{r})$ دامنه میدان در مختصه کلی \mathbf{r} است که به مقدار قله‌اش (که در کمرخ می‌دهد) بهنجار شده است، و $n\rho_0$ چگالی انرژی در کمر است. از معادلات (۴.۱.۵) و (۵.۱.۵) به دست می‌آید

$$\phi = \frac{\rho_0}{h\nu} \left(n \int_a |u|^2 dV + \int_r |u|^2 dV \right) \quad (۶.۱.۵)$$

که دو انتگرال به ترتیب روی محیط فعال و حجم باقی مانده از کاواک گرفته می‌شود. از شکل معادله (۶.۱.۵) برمی‌آید که می‌توانیم حجم مؤثر V مد کاواک را به صورت زیر

$$V = \left(n \int_a |u|^2 dV + \int_r |u|^2 dV \right) \quad (۷.۱.۵)$$

و حجم، V_a مد در محیط فعال را به صورت

$$V_a = \int_a |u|^2 dV \quad (۸.۱.۵)$$

تعریف کنیم.

با کمک معادلات (۵.۱.۵ ب)، (۶.۱.۵) و (۷.۱.۵)، معادلات (۳.۱.۵) را می‌توان به معادلات

زیر تبدیل کرد

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p - \frac{c\sigma}{V} \phi N |u|^2 - \frac{N}{\tau} \quad (۹.۱.۵ \text{ الف})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(\frac{c\sigma}{V} \int_a N |u|^2 dV - \frac{1}{\tau_c} \right) \phi \quad (۹.۱.۵ \text{ ب})$$

که نتیجه نهایی معادلات آهنگ وابسته به فضا را برای یک لیزر چهارترازی ارائه می‌کند.

اکنون برای نوسان لیزر پیوسته موج تک‌مندی TEM_{۰۰}، معادله (۹.۱.۵) را حل می‌کنیم. برای سادگی باز هم فرض می‌کنیم میدان $u(\mathbf{r})$ کاواک موج الکترومغناطیسی مستقل از مختصه z طولی است. این بدان معناست که هم از تغییر اندازه لکه و هم از تغییر نقش مد ایستاده در طول کاواک لیزر چشم پوشیده‌ایم. همچنین، از مدل میله غلاف‌دار که در بخش ۳.۳.۶ بررسی شد

استفاده می‌کنیم، به طوری که نسبت به اثر گشودگی ناشی از قطر متناهی میله نگران نباشیم. با این فرضها برای $u(\mathbf{r})$ رابطه ساده زیر را می‌نویسیم که به ازای هر مقدار مختصه z در محیط فعال و هر مقدار مختصه شعاعی r ، از صفر تا بی‌نهایت، معتبر است.

$$|u| = \exp[-(r/w_0)^2] \quad (10.1.5)$$

که w_0 اندازه لکه در کمر باریکه است. سپس معادله (۷.۱.۵)، رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$V = \frac{\pi w_0^2}{4} L_e \quad (11.1.5)$$

که طول معادل L_e کاواک را می‌توان به صورت زیر نوشت [معادله (۱۱.۲.۷) را ببینید]

$$L_e = L + (n - 1)l \quad (12.1.5)$$

همین طور، از معادله (۸.۱.۵)، داریم

$$V_a = \frac{\pi w_0^2}{4} l \quad (13.1.5)$$

اکنون با قراردادن $(d\phi/dt) = 0$ در معادله (۹.۱.۵) (ب) شرط آستانه را برای وارونی جمعیت به دست می‌آوریم [معادله (۲۰.۳.۷) را ببینید].

$$\langle N \rangle = \frac{\int_a N |u|^2 dV}{\int_a |u|^2 dV} = \frac{\int_a N |u|^2 dV}{V_a} \quad (14.1.5)$$

سپس، معادله (۹.۱.۵) (ب) معادله زیر را به دست می‌دهد [معادله (۱۹.۳.۷) را ببینید]

$$\langle N \rangle_c = \frac{1}{c\sigma\tau_c} \frac{V}{V_a} = \frac{\gamma}{\sigma l} \quad (15.1.5)$$

که از معادلات (۱۱.۱.۵)، (۱۳.۱.۵)، و (۱۴.۲.۷) استفاده شده است. از معادله (۹.۱.۵) (الف) با قراردادن $(\partial N/\partial t) = 0$ و $\phi = 0$ ، رابطه آستانه آهنگ دمش به دست می‌آید.

$$R_p(r, z) = \frac{N(r, z)}{\tau} \quad (16.1.5)$$

اکنون آهنگ دمش میان‌گیری شده فضایی $\langle R_p \rangle$ را می‌توانیم به صورت زیر تعریف کنیم.

$$\langle R_p \rangle = \frac{\int_a R_p |u|^2 dV}{\int_a |u|^2 dV} = \frac{\int_a R_p |u|^2 dV}{V_a} \quad (17.1.5)$$

با قراردادن معادله (۱۶.۱.۵) در طرف راست معادله (۱۷.۱.۵) و با استفاده از معادله (۱۵.۱.۵)، به دست می‌آوریم

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{\langle N \rangle_c}{\tau} = \frac{\gamma}{\sigma l \tau} \quad (18.1.5)$$

در بالای آستانه، با قراردادن $(d\phi/dt) = 0$ در معادله (۹.۱.۵ ب)، جمعیت میانگین حالت ایستاده $\langle N \rangle_0$ به دست می‌آید.

$$\langle N \rangle_0 = \langle N \rangle_c = \frac{\gamma}{\sigma l} \quad (19.1.5)$$

با قراردادن $(\partial N/\partial t) = 0$ در معادله (۹.۱.۵ الف)، تعداد فوتون حالت ایستاده، ϕ_0 ، به دست می‌آید.

$$N \left(1 + \frac{c\sigma\tau}{V} \phi_0 |u|^2 \right) = R_p \tau \quad (20.1.5)$$

اکنون ϕ_0 در معادله (۲۰.۱.۵) را به کمک معادله (۱۸.۲.۷) به توان خروجی P_{out} ارتباط می‌دهیم. سپس معادله (۲۰.۱.۵) را می‌توان به معادله زیر تبدیل کرد

$$N = \frac{R_p \tau}{\left[1 + (P_{out}/P_s) |u|^2 \right]} \quad (21.1.5)$$

که برای حجم کاواک از معادله (۱۱.۱.۵) و برای زمان فروافت فوتون از معادله (۱۴.۲.۷) استفاده کرده‌ایم و توان اشباع، P_s ، را نیز به صورت زیر تعریف کرده‌ایم [معادله (۲۸.۳.۷) را ببینید]

$$P_s = \frac{\gamma_2}{2} \frac{\pi w_0^2}{2} \frac{h\nu}{\sigma\tau} \quad (22.1.5)$$

اکنون با ضرب $|u|^2$ در دو طرف معادله (۲۱.۱.۵) و با انتگرال‌گیری روی کل حجم محیط فعال، به رابطه زیر می‌رسیم

$$\langle N \rangle_0 = \frac{1}{V_a} \int \frac{R_p |u|^2 \tau}{\left[1 + (P_{out}/P_s) |u|^2 \right]} dV \quad (23.1.5)$$

که از معادله (۱۴.۱.۵) استفاده شده و چون لیزر در عملکرد پیوسته موج است، میانگین فضایی وارونی را با $\langle N \rangle_0$ نشان داده‌ایم. با استفاده از معادلات (۱۹.۱.۵) و (۱۳.۱.۵)، رابطه اخیر، رابطه زیر را به دست خواهد داد

$$\frac{\gamma}{\sigma} = \frac{2}{\pi w_0^2} \int \frac{R_p |u|^2 \tau}{\left[1 + (P_{out}/P_s) |u|^2 \right]} dV \quad (24.1.5)$$

برای ادامه کار باید تغییر فضایی R_p را مشخص کرد و مقدار آن را به مقدار توان دمش P_p مربوط کرد. این کار برای نیمرخ دمش اجرا می‌شود، که نیمرخ یا به صورت یکنواخت است و یا توزیع عرضی گاوسی دارد.

در مورد دمش یکنواخت، R_p ثابت است و برای دمش لامپی و نیز دمش الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید [معادلات (۶.۲.۶) و (۲۶.۴.۶) را ببینید].

$$R_p = \eta_p \frac{P_p}{\pi a^2 h \nu_{mp}} \quad (۲۵.۱.۵)$$

دقت کنید که معادله (۲۵.۱.۵) تنها برای $a \leq r \leq a$ صادق است، که شعاع محیط است، و برای $r > a$ داریم $R_p(r) = 0$. و نیز توجه کنید که طبق بخش ۳.۳.۶ دمش دیودی با تابش دهی یکنواخت را به سادگی می‌توان از معادله (۲۵.۱.۵) به دست آورد، مشروط بر آنکه به جای بسامد کمینه دمش در شکل (۱۷.۶)، یعنی ν_{mp} ، بسامد دمش دیود، ν_p ، را قرار دهیم. سپس با جایگزینی معادله (۲۵.۱.۵) در انتگرال ارائه شده در معادله (۲۴.۱.۵) خواهیم داشت

$$\frac{\gamma}{\sigma} = \eta_p \left[\frac{P_p \tau}{\pi a^2 h \nu_{mp}} \right] \left[\frac{2}{\pi w_0^2} \right] \int_0^a \frac{|u|^2}{[1 + (P_{out}/P_s)|u|^2]} 2\pi r dr \quad (۲۶.۱.۵)$$

که قبلاً انتگرال‌گیری در طول مختصه z محیط فعال انجام گرفته است. اکنون کمینه آستانه دمش P_{mth} و متغیرهای بدون بُعد x و y را به ترتیب با معادلات (۲۶.۳.۷)، (۲۵.۳.۷)، و (۲۷.۳.۷) تعریف می‌کنیم. به این ترتیب، معادله (۲۶.۱.۵) به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{1}{x} = \left(\frac{2}{\pi w_0^2} \right) \int_0^a \frac{\exp[-2(r/w_0)^2]}{\{1 + y \exp[-2(r/w_0)^2]\}} 2\pi r dr \quad (۲۷.۱.۵)$$

که برای $|u|^2$ از معادله (۱۰.۱.۵) استفاده کرده‌ایم. با قراردادن

$$t = \exp[-2(r/w_0)^2] \quad (۲۸.۱.۵)$$

در معادله (۲۷.۱.۵) به راحتی می‌توان انتگرال را محاسبه کرد، و معادله زیر را به دست آورد [با معادله (۳۰.۳.۷) مقایسه شود]

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &= \int_{\beta}^1 \frac{dt}{1 + yt} \\ &= \frac{1}{y} \ln \left(\frac{1 + y}{1 + \beta y} \right) \end{aligned} \quad (۲۹.۱.۵)$$

$$\beta = \exp[-2(a/w_0)^2] \quad (30.1.5)$$

در مورد توزیع گاوسی برای نیمرخ دمش عرضی، که مثلاً با دمش طولی دیودی حاصل می‌شود، طبق معادله (۷.۳.۶)، R_p به توان دمش P_p مرتبط است. با استفاده از رابطه $|w|$ که از معادله (۱۰.۱.۵) به دست می‌آید و قراردادن آن در معادله (۲۴.۱.۵)، رابطه زیر به دست خواهد آمد

$$\frac{\gamma}{\sigma} = \eta_r \eta_t \left(\frac{2}{\pi w_p^2} \right) \left(\frac{P_p \tau}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2}{\pi w_0^2} \right) \left\{ \int_0^\infty \frac{\exp[-2r^2](w_0^2 + w_p^2)/w_0^2 w_p^2}{1 + (P_{out}/P_s) \exp[-2r^2/w_0^2]} 2\pi r dr \right\} \times \int_0^l \alpha \exp[-(\alpha z)] dz \quad (31.1.5)$$

طبق معادله (۱۱.۳.۶) انتگرال دوم در طرف راست معادله (۳۱.۱.۵) بازدهی جذب دمش، η_a را به دست می‌دهد. اکنون کمیته آستانه دمش را تعریف می‌کنیم [معادله (۳۲.۳.۷) را ببینید]

$$P_{mth} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left(\frac{\pi w_p^2}{2\sigma_e} \right) \quad (32.1.5)$$

که $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a$ بازدهی دمش است. همچنین می‌توانیم به ترتیب با معادلات (۲۵.۳.۷) و (۲۷.۳.۷) متغیرهای بدون بُعد x و y را تعریف کنیم. سپس، معادله (۳۱.۱.۵) به دست می‌دهد

$$\frac{1}{x} = \left(\frac{2}{\pi w_0^2} \right) \left\{ \int_0^\infty \frac{\exp[-2r^2](w_0^2 + w_p^2)/w_0^2 w_p^2}{1 + y \exp[-2r^2/w_0^2]} 2\pi r dr \right\} \quad (33.1.5)$$

اکنون اگر t را مطابق با معادله (۲۸.۱.۵) و δ را به صورت $\delta = (w_0/w_p)^2$ تعریف کنیم، معادله اخیر به شکل زیر ساده می‌شود

$$\frac{1}{x} = \int_0^1 \frac{t^\delta}{1 + yt} dt \quad (34.1.5)$$

انتگرال در معادله (۳۴.۱.۵) برای مقادیر صحیح δ به صورت تحلیلی محاسبه می‌شود. مخصوصاً برای $\delta = 1$ داریم

$$\frac{1}{x} = \left[\frac{t}{y} - \frac{1}{y^2} \ln(1 + yt) \right]_0^1 \quad (۳۵.۱.۵)$$

که بلافاصله معادله (۳۴.۳.۷) را به دست می‌دهد.

۲.۵ لیزرهای شبه سه‌ترازی

روش به‌کارگیری معادلات آهنگ وابسته به مکان برای لیزر شبه‌ترازی و حل آنها برای مورد پیوسته‌موج از همان روند لیزر چهارترازی پیروی می‌کند. حال طبق معادله (۱۹.۲.۷) می‌توانیم بنویسیم

$$(N_1 + N_2) = N_t \quad (الف ۱.۲.۵)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = R_p - (W_e N_2 - W_a N_1) - \frac{N_2}{\tau} \quad (ب ۱.۲.۵)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_a (W_e N_2 - W_a N_1) dV - \frac{\phi}{\tau_c} \quad (ج ۱.۲.۵)$$

طبق معادله (۲.۱.۵)، می‌توانیم آهنگهای گسیل القایی W_e و جذب W_a را که در معادلات (ب ۱.۲.۵) و (ج ۱.۲.۵) آمده است به صورت زیر بنویسیم

$$W_e = \frac{c\sigma_e}{nh\nu} \rho \quad (الف ۲.۲.۵)$$

$$W_a = \frac{c\sigma_a}{nh\nu} \rho \quad (ب ۲.۲.۵)$$

که σ_e و σ_a به ترتیب سطح مقطعیهای گسیل و جذب‌اند. اکنون معادله‌های (۴.۱.۵) تا (۸.۱.۵) را برای سیستم چهارترازی دنبال می‌کنیم [با معادله (۲۴.۲.۷) مقایسه کنید] تا به روابط زیر برسیم

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p(1 + f) - \frac{c(\sigma_e + \sigma_a)}{V} \phi N |u|^2 - \frac{f N_t + N}{\tau} \quad (الف ۳.۲.۵)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(\frac{c\sigma_e}{V} \int_a N |u|^2 dV - \frac{1}{\tau_c} \right) \phi \quad (ب ۳.۲.۵)$$

که $N = N_2 - f N_1$ [معادله (۲۳.۲.۷) را ببینید] و $f = \sigma_a / \sigma_e$ [معادله (۲۲.۲.۷) را ببینید] است. این معادلات، آخرین نتیجه‌گیرها را در توصیف معادلات آهنگ وابسته به مکان لیزر شبه‌ترازی ارائه می‌کند.

حال برای مورد لیزر پیوسته موجی که در تک‌مد TEM_{۰۰} نوسان می‌کند معادلات (۳.۲.۵) را حل می‌کنیم. با فرض آنکه برای $0 < r < \infty$ ، $|u(r)|$ با معادله (۱۰.۱.۵) بیان می‌شود، مجدداً معادلات (۱۱.۱.۵)، (۱۲.۱.۵)، و (۱۳.۱.۵) را به ترتیب برای V ، I_e و V_a به دست می‌آوریم. همچنین، مقادیر میان‌گیری شده فزایی $\langle N \rangle$ و $\langle R_p \rangle$ را به ترتیب طبق معادلات (۱۴.۱.۵) و (۱۷.۱.۵) تعریف می‌کنیم.

از معادله (۳.۲.۵ب)، با قراردادن $(d\phi/dt) = 0$ ، مقدار آستانه $\langle N \rangle$ به دست می‌آید، که نتیجه می‌شود،

$$\langle N \rangle_c = \frac{\gamma}{\sigma_{el}} \quad (۴.۲.۵)$$

از معادله (۳.۲.۵الف)، با قراردادن $(\partial N/\partial t) = 0$ و $\phi = 0$ ، مقدار آستانه $\langle R_p \rangle$ به دست می‌آید، یعنی

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{f\langle N_t \rangle + \langle N \rangle_c}{(1+f)\tau} = \frac{\sigma_a \langle N_t \rangle + \gamma}{(\sigma_e + \sigma_a)l\tau} \quad (۵.۲.۵)$$

در بالای آستانه، از معادله (۳.۲.۵ب) با قراردادن $(d\phi/dt) = 0$ مقدار حالت ایستاده $\langle N \rangle$ به دست می‌آید. خواهیم داشت

$$\langle N \rangle_0 = \langle N \rangle_c = \frac{\gamma}{\sigma_{el}} \quad (۶.۲.۵)$$

از معادله (۳.۲.۵الف) با شرط $(\partial N/\partial t) = 0$ ، داریم

$$N = \frac{R_p(1+f)\tau - fN_t}{1 + [c(\sigma_e + \sigma_a)\tau/V]\phi_0 |u|^2} \quad (۷.۲.۵)$$

مجدداً، شمار فوتونهای حالت ایستاده ϕ_0 ، طبق معادله (۱۸.۲.۷) به توان خروجی P_{out} مرتبط است. پس معادله (۷.۲.۵) به معادله زیر تبدیل می‌شود.

$$N = \frac{R_p(1+f)\tau - fN_t}{1 + y|u|^2} \quad (۸.۲.۵)$$

که در معادله (۸.۲.۵) مجدداً $y = P_{out}/P_s$ را تعریف کرده‌ایم، و حالا توان اشباع P_s از رابطه زیر به دست می‌آید

$$P_s = \frac{\gamma_2}{2} \frac{\pi w_0^2}{2} \left[\frac{h\nu}{(\sigma_e + \sigma_a)\tau} \right] \quad (۹.۲.۵)$$

اکنون دو طرف معادله (۸.۲.۵) را در $|u|^2$ ضرب می‌کنیم و روی کل حجم محیط فعال انتگرال می‌گیریم. با کمک معادلات (۱۳.۱.۵)، (۱۴.۱.۵)، و (۶.۲.۵) به معادله زیر می‌رسیم [با معادله (۲۴.۱.۵) مقایسه کنید]

$$\frac{\gamma}{\sigma} = \frac{2}{\pi w_0^2} \int \frac{[R_p(1+f)\tau - fN_t]|u|^2}{[1+y|u|^2]} dV \quad (۱۰.۲.۵)$$

برای ادامه کار، باید بستگی فضایی R_p را مشخص کنیم. در مورد دمش طولی، توسط باریکه دمش با نیمرخ شعاعی گاوسی، از معادله (۷.۳.۶) استفاده می‌کنیم. با بهره‌گیری از معادله (۱۰.۱.۵) برای $|u|$ ، معادله (۱۰.۲.۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{\gamma}{\sigma_{el}} = \eta_r \eta_t (1+f) \left(\frac{P_p \tau}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2}{\pi w_p^2 l} \right) \int_0^1 \frac{t^\delta}{1+yt} dt \int_0^1 \alpha \exp[-(\alpha z)] dz - f N_t \int_\beta^1 \frac{dt}{1+yt} \quad (۱۱.۲.۵)$$

که t و β به ترتیب با معادلات (۲۸.۱.۵) و (۳۰.۱.۵) بیان شده‌اند، و

$$\delta = \left(\frac{w_0}{w_p} \right)^2 \quad (۱۲.۲.۵)$$

انتگرال روی مختصه طولی z را بازدهی جذب η_a در نظر می‌گیریم و با فرض ساده‌کننده $a \ll w_0$ (یعنی، $\beta \cong 0$)، معادله (۱۱.۲.۵) رابطه زیر را به دست می‌دهد

$$\gamma = \eta_p (\sigma_e + \sigma_a) \left(\frac{P_p \tau}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2}{\pi w_p^2} \right) \int_0^1 \frac{t^\beta}{1+yt} dt - \sigma_a N_t l \frac{\ln(1+y)}{y} \quad (۱۳.۲.۵)$$

معادله اخیر را می‌توان برای P_p حل کرد تا

$$P_p = \gamma \left(\frac{h\nu_p}{\eta_p \tau} \right) \left[\frac{\pi w_p^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \frac{1}{\int_0^1 [t^\beta / (1+yt)] dt} \left[1 + B \frac{\ln(1+y)}{y} \right] \quad (۱۴.۲.۵)$$

به دست بیاید، که $B = \sigma_a N_t l / \gamma$. از معادله (۲۵.۳.۶) وقتی $w_0 \ll w_p$ و $\sigma_a N_t l \ll \gamma$

است، کمینه آستانه دمش به دست می‌آید. خواهیم داشت [معادله (۱۶.۴.۷)] را ببینید:

$$P_{mth} = \gamma \left(\frac{h\nu_p}{\eta_p \tau} \right) \left[\frac{\pi w_p^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \quad (15.2.5)$$

نتیجه نهایی را از تقسیم رابطه (۱۴.۲.۵) بر (۱۵.۲.۵) به دست می‌آوریم. [معادله (۱۸.۴.۷)] را ببینید

$$x = \frac{1 + B \frac{\ln(1+y)}{y}}{\int_0^1 \frac{t^\delta}{1+yt} dt} \quad (16.2.5)$$

پیوست و

نظریه قفل‌شدگی مُد: خط همگن

مطابق بخش ۳.۶.۸، نظریه قفل‌شدگی مُد را می‌توان در حوزه زمانی با این الزام توسعه داد که تب خود را پس از هر رفت و بازگشت باز تولید کند. در اینجا بحث خود را به مورد خط همگن محدود می‌کنیم، و همچنان فرض می‌کنیم که طول عمر تراز بالایی لیزر خیلی بیشتر از زمان رفت و بازگشت کاواک باشد. با این شرایط، بهره توانی تک‌گذر اشباع‌شده تقویت‌کننده، در قله گذار از $g_0 = \sigma_p N_0 l$ به دست می‌آید، که σ_p سطح مقطع قله، l طول محیط فعال، و N_0 وارونی حالت پایاست که با اثر تجمعی عبور تپهای متعدد برقرار می‌شود. یعنی این بهره اشباع‌شده با میانگیری شدت باریکه داخل کاواکی (I) تعیین می‌شود و به بهره اشباع‌نشده g با رابطه زیر مرتبط است

$$g_0 = \frac{g}{1 + (\langle I \rangle / I_s)} \quad (۱.۰)$$

که $I_s = h\nu_0 / \sigma_p \tau$ شدت اشباع تقویت‌کننده در قله گذار است.

۱. و قفل‌شدگی مُد فعال

این نظریه را کوئیزنگا و سیگمن^۱ [۱] توسعه دادند و سپس هاوس^۲ آن را در چارچوبی کلی‌تر بیان کرد [۲ و ۳]. در اینجا روش هاوس را دنبال می‌کنیم و، برای اختصار صرفاً به بررسی قفل‌شدگی مُد به وسیلهٔ مدوله‌ساز دامنه‌ای می‌پردازیم. بنابراین آرایش لیزر در شکل ۱. و را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که مدوله‌ساز خیلی نازک است و در نزدیکترین حد ممکن به آینهٔ ۲ قرار داده شده است. با این شرایط، انتظار می‌رود که یک تک‌تپ نوری در داخل کاواک به جلو و عقب حرکت کند (شکل ۱۹.۸ را ببینید). در هر مکان مفروض در داخل کاواک، میدان الکتریکی تپ را می‌توان چنین نوشت

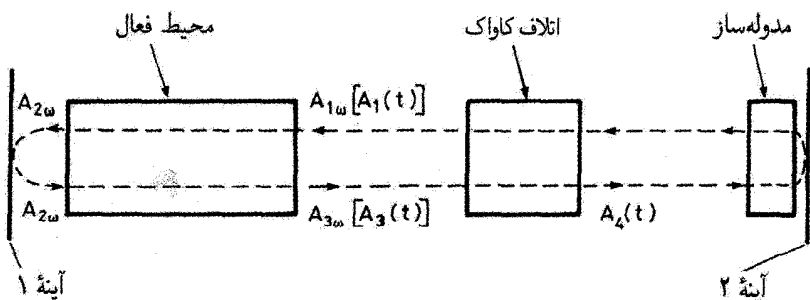
$$E(t) = A(t) \exp j(\omega_0 t - \phi) \quad (۱.۱.و)$$

که t زمان موضعی مناسبی برای انتشار تپ را نشان می‌دهد. دامنهٔ طیفی $A_\omega(\omega - \omega_0)$ تپ را می‌توان با تبدیل فوریهٔ $E(t)$ به‌دست آورد، یعنی

$$A_\omega(\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \exp(-j\omega t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A(t) \exp[-j(\omega - \omega_0)t] dt \quad (۲.۱.و)$$

پس دامنهٔ میدان $A(t)$ با تبدیل عکس فوریه به $A_\omega(\omega - \omega_0)$ مرتبط است

$$A(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_\omega(\omega - \omega_0) \exp[j(\omega - \omega_0)t] d(\omega - \omega_0) \quad (۳.۱.و)$$



شکل ۱ نمودار طرح‌وار کاواک لیزری که برای تحلیل نظری قفل‌شدگی مُد در نظر گرفته می‌شود.

ابتدا به عبور تپ نوری از تقویت‌کننده می‌پردازیم. اگر $A_{1\omega}$ و $A_{2\omega}$ را دامنهٔ طیفی تپ نوری قبل و بعد از یک عبور بگیریم (شکل و. ۱ را ببینید)، می‌توانیم بنویسیم $A_{2\omega} = t_g A_{1\omega}$ ، که تراکسیل تک‌گذر میدان الکتریکی، t_g ، از تقویت‌کننده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید [۴]،

$$t_g = \frac{A_{2\omega}}{A_{1\omega}} = \{\exp[-j(\omega nl/c)]\} \times \exp\left\{\frac{(g_0/2)}{1 + [2j(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]}\right\} \quad (۴.۱.۰)$$

که n ضریب شکست محیط فعال و $\Delta\omega_0$ پهنای (FWHM) خط لیزری است. توجه کنید که طبق معادلهٔ (۴.۱.۰)، بهرهٔ توان می‌شود،

$$G(\omega) = |t_g|^2 = \exp[g_0(\omega)] \quad (۵.۱.۰)$$

که بستگی بسامدی بهره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$g_0(\omega) = \frac{g_0}{\{1 + [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2\}} \quad (۶.۱.۰)$$

یعنی، شکل لورنتسی مورد انتظار، خطی همگن را نشان می‌دهد. اگر فرض کنیم که پهنای طیفی تپ خیلی باریکتر از $\Delta\omega_0$ باشد، شناسهٔ تابع نمایی دوم در معادلهٔ (۴.۱.۰) را برحسب سری توان $(\omega - \omega_0)$ می‌توان بسط داد. تقریب مرتبهٔ اول این بسط به دست می‌دهد

$$t_g = \exp(-j\{(\omega nl/c) + [g_0(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]\}) \times \exp(g_0/2)\{1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]\} \quad (۷.۱.۰)$$

جملات مجازی در اولین تابع نمایی با تأخیر فاز $\phi = (\omega nl/c) + [g_0(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]$ متناظر است، که از آن طبق معادلهٔ (۲۷.۶.۸)، تأخیر زمانی τ_d ای که تپ پس از حرکت در محیط فعال تجربه می‌کند به دست می‌آید،

$$\tau_d = \frac{d\phi}{d\omega} = \frac{nl}{c} + \frac{g_0}{\Delta\omega_0} \quad (۸.۱.۰)$$

توجه کنید که این تأخیر به سادگی برابر با nl/c نیست، چون خط بهره سهم محدود اضافی را نیز فراهم می‌سازد. با در نظر گرفتن این شرط که زمان انتشار رفت و بازگشتی تپ برابر با زمان تناوب مدوله‌ساز دامنه‌ای است، این تأخیر را باید به حساب آورد. برای سادگی، بیش از این اثر این تأخیر یا اثر ناشی از سایر عناصر کاواک را بررسی نمی‌کنیم؛ دامنهٔ تپ، در هر مورد، به زمان موضعی

مربوط می‌شود که این تأخیرها به حساب آورده شوند. بنابراین جمله فازی را در معادله (۷.۱.۰) نادیده می‌گیریم و می‌نویسیم

$$t_g = \exp\left\{(g_0/2) \left\{1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2\right\}\right\} \quad (9.1.0)$$

همچنین اتلاف ناشی از آینه ۱ را صرف‌نظر می‌کنیم، چون این اتلاف در تلفات کلی کاواک منظور شده است. پس از یک‌بار دیگر گذر از محیط فعال، دامنه طیفی تپ نوری ضریب تراگیسیل دیگر t_g را تجربه می‌کند که از معادله (۹.۱.۰) به دست می‌آید. بنابراین تراگیسیل رفت و بازگشتی از تقویت‌کننده از $t_g^2 = (A_{3\omega}/A_{1\omega}) = \exp\left\{(g_0)\left\{1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2\right\}\right\}$ به دست می‌آید، که $A_{3\omega}$ دامنه طیفی تپ نوری پس از یک رفت و بازگشت از تقویت‌کننده است. با فرض $g_0 \ll 1$ معادله اخیر به دست می‌دهد

$$A_{3\omega} = t_g^2 A_{1\omega} = A_{1\omega} \left\{1 + (g_0)\left\{1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2\right\}\right\} \quad (10.1.0)$$

برای اینکه جلوتر رویم باید اثر این تراگیسیل را، به جای حوزه بسامدی، در حوزه زمانی محاسبه کنیم. به این منظور، می‌دانیم که ویژگی تبدیل فوریه FT ی زیر برقرار است:

$$FT \left[\frac{d^n A(t)}{dt^n} \right] = [j(\omega - \omega_0)]^n A_\omega(\omega - \omega_0) \quad (11.1.0)$$

این رابطه را ابتدا با n بار مشتق‌گیری و سپس با به دست آوردن تبدیل فوریه از دو طرف معادله (۳.۱.۰) می‌توان ثابت کرد. معادله (۱۱.۱.۰) حاصلضرب دامنه طیفی A_ω در $k(\omega - \omega_0)^n$ نشان می‌دهد، که k ثابت است. این در حوزه زمانی معادل (k/j^n) بار مشتق n ام دامنه $A(t)$ است. این قانون را برای هر یک از جملات در طرف راست معادله (۱۰.۱.۰) اعمال می‌کنیم تا رابطه زیر به دست آید

$$A_3(t) = \left\{1 + g_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0}\right)^2 \frac{d^2}{dt^2}\right]\right\} A_1(t) \quad (12.1.0)$$

که $A_1(t)$ و $A_3(t)$ به ترتیب دامنه تپ نوری در ورود به تقویت‌کننده و پس از یک رفت و بازگشت است (شکل ۱.۰ را ببینید). معادله (۱۲.۱.۰) نشان می‌دهد که این اثر، در دامنه تپ نوری، با عبور یک رفت و بازگشت از محیط بهره را می‌توان با یک عملگر رفت و بازگشتی توصیف کرد:

$$\hat{T}_g = \left\{1 + g_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0}\right) \frac{d^2}{dt^2}\right]\right\} \quad (13.1.0)$$

در مرحلهٔ بعدی اثر تلفات کاواک ناشی از بازتابندگیهای محدود آینه‌ای، و تلفات داخلی را بررسی می‌کنیم. این تلفات را با جعبهٔ مرکزی شکل و. ۱ نمایش می‌دهیم. حال اگر γ را اتلاف توان لگاریتمی در هر گذر بگیریم، برای یک تک‌عبور در کاواک می‌توانیم بنویسیم

$$A_4(t) = [\exp(-\gamma/2)]A_3(t) \quad (۱۴.۱.۰)$$

در واقع، طبق معادلهٔ (و. ۱۴.۱)، نسبت شدتهای متناظر با $(I_4/I_3) = (A_4/A_3)^2$ نشان می‌دهد که مقدار مورد انتظار $\exp(-\gamma)$ است. سپس از معادلهٔ (و. ۱۴.۱) می‌یابیم که تراگسیلی که تلفات رفت و بازگشتی را به حساب می‌آورد از $\exp(-\gamma)$ به دست می‌آید و برای $\gamma \ll 1$ ، این رابطه را می‌توان با $1 - \gamma$ تقریب زد. این بدان مفهوم است که عملگر متناظر با اتلاف رفت و بازگشتی در کاواک به سادگی برابر می‌شود با

$$\hat{T}_l = 1 - \gamma \quad (۱۵.۱.۰)$$

در نهایت، اثر مدوله‌ساز دامنه‌ای را بررسی می‌کنیم. فرض می‌کنیم $\gamma_m [1 - \cos \omega_m t]$ نشان‌دهندهٔ اتلاف توان لگاریتمی تک‌گذری باشد که با مدوله‌ساز معرفی می‌شود. در این رابطه ω_m بسامد مدوله‌ساز است؛ و چنان در نظر گرفته می‌شود که این بسامد با زمان رفت و بازگشت تپ نوری در کاواک لیزری برابر باشد. حال، تراگسیل تک‌گذر دامنهٔ میدان از مدوله‌ساز از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$t_m = \exp[-(\gamma_m/2)(1 - \cos \omega_m t)] \quad (۱۶.۱.۰)$$

در این صورت گسیل برای دو گذر از مدوله‌ساز خواهد شد $t_m^2 = \exp[-(\gamma_m)(1 - \cos \omega_m t)]$. برای $\gamma_m \ll 1$ ، این عبارت را می‌توان با $t_m^2 \cong 1 - (\gamma_m)(1 - \cos \omega_m t)$ تقریب زد. اکنون فرض می‌کنیم زمانی که اتلاف مدوله‌ساز صفر است، یعنی، در لحظهٔ $t = 0$ در شکل و. ۸. ۲، تپ از مدوله‌ساز می‌گذرد، و باز هم فرض می‌کنیم پهنای تپ خیلی کوچکتر از دورهٔ متناوب $2\pi/\omega_m$ مدوله‌ساز است. با این شرایط، تراگسیل رفت و بازگشتی را همچنان می‌توان با $t_m^2 = 1 - (\gamma_m/2)(\omega_m t)^2$ تقریب زد. بنابراین عملگر متناظر با دو عبور تپ از مدوله‌ساز را می‌توان به سادگی از رابطهٔ زیر به دست آورد.

$$\hat{T}_m = 1 - \frac{\gamma_m}{2}(\omega_m t)^2 \quad (۱۷.۱.۰)$$

با معلوم شدن عملگرهایی که تحول در حوزهٔ زمانی تپ را در دو عبور از سه مؤلفهٔ منظور شده توصیف می‌کنند، اکنون لازم می‌دانیم که دامنهٔ تپ، $A(t)$ ، در نظام پایا خودش را پس از یک

رفت و بازگشت باز تولید کند. بنابراین می‌نویسیم

$$\hat{T}_m \hat{T}_i \hat{T}_g A(t) = A(t) \quad (۱۸.۱.۰)$$

با استفاده از عبارات قبلی برای \hat{T}_g و \hat{T}_i ، \hat{T}_m و شرط $(g_0, \gamma, \gamma_m) \ll 1$ به معادله دیفرانسیل زیر می‌رسیم.

$$\left\{ g_0 \left[1 + \left(\frac{\gamma}{\Delta\omega_0} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] - \gamma - \frac{\gamma_m}{2} \omega_m^2 t^2 \right\} A(t) = 0 \quad (۱۹.۱.۰)$$

که نتیجه نهایی محاسباتمان است. معادله اخیر هم‌ارز معادله شرودینگر برای ذره‌ای در پتانسیل سهموی است (نوسانگر هماهنگ). از جواب شناخته‌شده این مسئله، می‌توانیم برای مورد خودمان بنویسیم

$$A(t) = H_n(\omega_p t) \exp \left[- \left(\frac{\omega_p^2 t^2}{2} \right) \right] \quad (۲۰.۱.۰)$$

که H_n چندجمله‌ای هرمیت از مرتبه n ام است، که

$$\omega_p = \left(\frac{\gamma_m}{2g_0} \right)^{1/2} \left(\frac{\omega_m \Delta\omega_0}{2} \right)^{1/2} \quad (۲۱.۱.۰)$$

و g_0 چنان است که رابطه زیر برقرار باشد

$$1 - \frac{\gamma}{g_0} = \frac{4\omega_p^2}{\Delta\omega_0^2} (2n + 1) \quad (۲۲.۱.۰)$$

با وجود این می‌توان نشان داد که از تمام این جوابها تنها جواب گاوسی مرتبه اول ($n = 0$) پایدار است.

معادلات (۲۱.۱.۰) و (۲۲.۱.۰) دو رابطه برای پارامترهای نامعلوم ω_p و g_0 ارائه می‌دهند. در این صورت با معلوم بودن ω_p پهنای تپ قفل‌شده مدی به دست می‌آید. تمام پهنای نیم بیشینه شدت تپ، $\Delta\tau_p$ ، در واقع از $\Delta\tau_p = 2(\ln 2)^{1/2} / \omega_p$ به دست می‌آید؛ حال از معادله (۲۱.۱.۰) می‌رسیم به

$$\Delta\tau_p = \left(\frac{2\sqrt{2} \ln 2}{\pi^2} \right)^{1/2} \left(\frac{g_0}{\gamma_m} \right)^{1/4} \left(\frac{1}{\nu_m \Delta\nu_0} \right)^{1/2} \quad (۲۳.۱.۰)$$

که $\nu_m = \omega_m / 2\pi$ و $\Delta\nu_o = \Delta\omega_o / 2\pi$ است. می‌بینیم که ضریب اول در طرف راست معادله (۲۳.۱.۰) تقریباً با 0.45° برابر است؛ ضریب دوم به علت توان $\frac{1}{2}$ ، تقریباً برابر با واحد است. بنابراین مقادیر ΔT_p و در نتیجه ω_p تنها به g_o بستگی اندکی پیدا می‌کند و از معادله (۲۳.۱.۰) رابطهٔ تقریبی زیر را برای ΔT_p به دست می‌آوریم [معادله (۱۹.۶.۸) را ببینید]: $\Delta T_p \cong 0.45 / (\nu_m \Delta\nu_o)^{1/2}$. سپس از معادله (۲۲.۱.۰) با $n = 0$ می‌توانیم مقدار g_o را به دست بیاوریم. توجه کنید که طبق معادله (۲۲.۱.۰)، به علت اتلاف مدوله‌ساز، g_o از γ بزرگتر است. با محاسبهٔ مقدار g_o میانگین شدت درون کاواکی لیزر، $\langle I \rangle$ ، از معادله (۱.۰) به دست می‌آید، چون داریم $g = \sigma_p N l = x\gamma$ ، که $x = N/N_c = R_p/R_{pc}$ مقداری است که فراتر از آستانه را نشان می‌دهد. حال، با دانستن شدت درون کاواکی لیزر، مدت زمان تپ لیزر، و آهنگ تکرار تپ، قله شدت لیزر به دست می‌آید.

۲.۰ قفل‌شدگی مد انفعالی

اکنون نظریهٔ قفل‌شدگی مد انفعالی از طریق جذب‌کنندهٔ اشباع‌پذیر با طول عمر بسیار کوتاه‌تر از مدت زمان تپ (جذب‌کنندهٔ اشباع‌پذیر سریع) را بررسی می‌کنیم [۵]. این بار نیز به شکل ۱.۰ مراجعه می‌کنیم، که اکنون این جذب‌کننده سریع به جای مدوله‌ساز قرار داده شده است. طبق معادله (۱۳.۱.۰)، تأثیر روی دامنهٔ تپ عبور رفت و بازگشتی از محیط بهره را می‌توان با عملگر زیر توصیف کرد

$$\hat{T}_g = \left\{ 1 + g'_o \left[1 + \left(\frac{\nu}{\Delta\omega_o} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] \right\} \quad (۱.۲.۰)$$

که مطابق با بحث بخش ۲.۳.۶.۸، بهرهٔ اشباع‌شده را اکنون با g'_o نشان داده‌ایم. طبق معادله (۱۵.۱.۰)، اثر تلفات کاواک اشباع‌نشده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$\hat{T}_l = 1 - \gamma_c \quad (۲.۲.۰)$$

که γ_c اتلاف کاواک بدون جذب‌کننده اشباع‌پذیر است. سپس طبق معادله (۱۴.۱.۰)، تراگسیل دامنه‌ای تک‌گذر از جذب‌کنندهٔ اشباع‌پذیر را می‌توان چنین نوشت

$$t_{sa} = \exp[-(\gamma_{sa}/2)] \quad (۳.۲.۰)$$

در معادلهٔ اخیر، γ_{sa} اتلاف توان تک‌گذر اشباع‌شده را نشان می‌دهد، و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\gamma_{sa} = \frac{\gamma'}{1 + (I/I_o)} \quad (۴.۲.۰)$$

که γ' اتلاف اشباع نشده، $I = I(t)$ شدت تپ، و I_s شدت اشباع جذب کننده است. حال تراگسیل دامنه‌ای برای دو عبور از جذب کننده اشباع پذیر را می توان از $t_{sa}^2 = \exp[-(\gamma_{sa})]$ به دست آورد؛ با فرضهای $\gamma' \ll 1$ و $(I/I_s) \ll 1$ ، معادله اخیر به کمک معادله (۴.۲.و)، نتیجه می دهد $A(t)$ اکنون دامنه $t_{sa}^2 \cong 1 - \gamma_{sa} \cong 1 - \gamma' [1 - (I/I_s)] = 1 - \gamma' [1 - (|A|^2/I_s)]$ بهنجار شده است به طوری که $|A|^2$ شدت باریکه است. از عبارت گذشته برای t_{sa}^2 ، عملگر متناظر با دو گذر از جذب کننده اشباع پذیر را چنین به دست می آوریم

$$\hat{T}_{sa} = 1 - \gamma' + \gamma' \frac{|A|^2}{I_s} \quad (5.2.و)$$

اکنون شرط خودسازگاری ایجاب می کند که رابطه زیر برقرار باشد، یعنی

$$\hat{T}_m \hat{T}_i \hat{T}_{sa} A(t) = A(t) \quad (6.2.و)$$

با فرض اینکه $(g'_0, \gamma, \gamma') \ll 1$ باشد، از معادلات (۱.۲.و)، (۲.۲.و) و (۵.۲.و) می رسم به

$$\left\{ g'_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] - \gamma_c - \gamma' + \gamma' \frac{|A|^2}{I_s} \right\} A(t) = 0 \quad (7.2.و)$$

جواب معادله (۷.۲.و) را می توان به صورت زیر نوشت

$$A(t) = \frac{A_0}{\cosh(t/\tau_p)} \quad (8.2.و)$$

که

$$\tau_p = \left(\frac{2g'_0}{\gamma'} \right)^{1/2} \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right) \left(\frac{I_s}{|A_0|^2} \right)^{1/2} \quad (9.2.و)$$

و g'_0 چنان انتخاب می شود تا رابطه زیر برقرار باشد

$$\gamma_c + \gamma' - g'_0 = \frac{4g'_0}{\Delta\omega_0^2 \tau_p^2} \quad (10.2.و)$$

چون پهنای شدت تپ $\Delta\tau_p$ (FWHM) از $1.76\tau_p$ $\Delta\tau_p = 1.76\tau_p$ به دست می آید و $\Delta\omega_0 = 2\pi\Delta\nu_0$ است، از معادله (۹.۲.و) می توانیم معادله (۲۲.۶.۸) را به دست آوریم، با دریافتن اینکه $|A_0|^2$ قله شدت است. در این صورت، معادله (۱۰.۲.و) نشان می دهد که $\gamma_c + \gamma' = \gamma < g'_0$ ، که γ اتلاف کلی اشباع نشده کاواک است. این بدان مفهوم است که در غیاب تپ، لیزر دارای اتلافی خالص است، در حالی که پنجره زمانی بهره خالص تنها طی عبور تپ قفل شده مدی حضور دارد (شکل ۲۲.۸ را ببینید).

مراجع

1. D. J. Kuizenga and A. E. Siegman, FM and AM Mode Locking of the Homogeneous Laser—Part I: Theory, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-6**, 694 (1970).
2. H. A. Haus, A Theory of Forced Mode Locking, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-11**, 323 (1975).
3. H. A. Haus, *Waves and Fields in Optoelectronics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984), Sect. 9.3.
4. A. E. Siegman, *Lasers* (Oxford University Press, Oxford, UK, 1986), Sect. 7.4.
5. H. A. Haus, Theory of Mode Locking with a Fast Saturable Absorber, *J. Appl. Phys.* **46**, 3049 (1975); see also Ref. 3, Sect. 10.3.

پیوست ز

انتشار تپ لیزر از محیط پاشنده یا محیط بهره

ابتدا تپ نوری را در نظر می‌گیریم که در محیطی پاشنده حرکت می‌کند، و فرض می‌کنیم ω_L و $\Delta\omega_L$ به ترتیب بسامد مرکزی و پهنای طیف متناظر با آن باشد [شکل ۲۵.۸ (الف)]. میدان الکتریکی $E(t, z)$ جبهه موج متناظر در مختصه z در امتداد جهت انتشار را به طور کلی می‌توان برحسب بسط فوریه به صورت زیر بیان کرد

$$E(t, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{\omega}(\omega - \omega_L) \exp[j(\omega t - \beta z)] d\omega \quad (۱.ز)$$

که $A_{\omega} = A_{\omega}(\omega - \omega_L)$ دامنه مختلط هر مؤلفه میدان است و $\beta = \beta(\omega - \omega_L)$ رابطه پاشندگی محیط را توصیف می‌کند.

اکنون فرض می‌کنیم که این رابطه پاشندگی در بازه پهنای نوار $\Delta\omega_L$ را بتوان با رابطه‌ای خطی

تقریب زد، یعنی

$$\beta = \beta_L + \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L) \quad (۲.ز)$$

که β_L ثابت انتشار متناظر با بسامد ω_L است. با قراردادن معادله (۲.ز) در معادله (۱.ز)، می‌بینیم که معادله (۱.ز) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E(t, z) = \exp[j(\omega_L t - \beta_L z)] \times \int_{-\infty}^{+\infty} A_{\omega}(\Delta\omega) \exp \left\{ j\Delta\omega \left[t - \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} z \right] \right\} d\Delta\omega \quad (۳.ز)$$

که $\Delta\omega = \omega - \omega_L$ است. از معادله (۳.ز) می‌بینیم که انتگرال‌گیری روی $\Delta\omega$ به تابعی با تک‌متغیر $[t - (d\beta/d\omega)_{\omega_L} z]$ می‌انجامد. بنابراین معادله (۳.ز) را می‌توان به صورت زیر در آورد

$$E(t, z) = A \left[t - \left(\frac{z}{v_g} \right) \right] \exp[j(\omega_L t - \beta_L z)] \quad (۴.ز)$$

که A دامنه تپ، $\exp[j(\omega_L t - \beta_L z)]$ موج حامل، و v_g از رابطه زیر به دست می‌آید

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{d\beta} \right)_{\beta=\beta_L} \quad (۵.ز)$$

چون دامنه تپ تابعی از متغیر $t - (z/v_g)$ است، تپ بدون آنکه شکلش تغییر کند با سرعت v_g منتشر می‌شود. این سرعت را سرعت گروه تپ می‌نامند؛ و طبق معادله (۵.ز) از شیب رابطه $\omega = \omega_L$ در β بر حسب β در $\omega = \omega_L$ به دست می‌آید [یعنی، $v_g = \tan\theta'$ ؛ شکل ۲۵.۸ (الف) را ببینید].

سپس این مورد را در نظر بگیرید: تپ نوری با پهنای نوار $\Delta\omega_L$ چنان بزرگ است که برای توصیف رابطه پاشندگی با قانون خطی دیگر تقریب خوبی به حساب نمی‌آید [شکل ۲۵.۸ (ج)]. در این مورد، نواحی مختلف طیفی تپ با سرعت‌های گروه متفاوت حرکت می‌کنند؛ در نتیجه وقتی تپ انتشار می‌یابد پهن می‌شود. پس از آنکه تپ طول l را در محیط طی کرد، پهن‌شدگی $\Delta\tau_d$ تپ تقریباً از اختلاف تأخیر گروه بین آهسته‌ترین و سریع‌ترین مؤلفه‌های طیفی به دست می‌آید. حال می‌توانیم بنویسیم

$$\Delta\tau_d = \left(\frac{1}{v'_g} - \frac{1}{v''_g} \right) = l \left[\left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega'} - \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega''} \right] \quad (۶.ز)$$

که v'_g و v''_g به ترتیب دو سرعت گروه این مؤلفه‌ها، و ω' و ω'' بسامدهای متناظر با آنها هستند. اکنون فرض می‌کنیم که رابطه پاشندگی در پهنای نوار $\Delta\omega_L$ را بتوان با قانون سهموی (یا درجه دوم) تقریب زد، یعنی

$$\beta = \beta_L + \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L)^2 \quad (۷.ز)$$

در این صورت از معادلات (۶.ز) و (۷.ز) داریم،

$$\Delta\tau_d \cong l \left| \left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} \right| \Delta\omega_L = |\phi''(\omega_L)| \Delta\omega_L \quad (۸.ز)$$

که $\phi = \beta l$ ، $\phi' = d\phi/d\omega$ را تعریف کرده‌ایم و ϕ'' در بسامد ω_L مرکزی لیزر در نظر گرفته می‌شود. با در دست داشتن شکل معادله (۸.ز)، کمیت $\phi''(\omega_L)$ پاشندگی تأخیر-گروه (GDD) نامیده می‌شود، در حالی که کمیت زیر را

$$\left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} = \text{GVD} = \left[\frac{d(1/v_g)}{d\omega} \right]_{\omega_L} \quad (۹.ز)$$

را پاشندگی سرعت-گروه (GVD) در بسامد ω_L می‌نامند.

محاسبه‌ای که به معادله (۸.ز) انجامید می‌تواند نقدپذیر باشد، زیرا برای به دست آوردن معادله (۸.ز)، انتشار مؤلفه‌های محدودشده طیفی تپ را در نظر گرفته‌ایم، که هر یک با تپی متفاوت و در واقع بلندتر از تپ اصلی متناظر است. با فرض اینکه تپ در ورود به محیط در مختصه $z = 0$ دارای نیمرخ گاوسی باشد، می‌توان رابطه دقیقتر و آموزنده‌تری را محاسبه کرد:

$$E(t) = A_0 \exp[-(t^2/2\tau_p^2)] \exp(j\omega_L t) \quad (۱۰.ز)$$

که τ_p برابر با $1/e$ نیم پهنای شدت تپ است. چون دامنه طیفی $A_\omega(\omega - \omega_L)$ تابعی گاوسی از $(\omega - \omega_L)$ است، میدان الکتریکی پس از مسافت z در محیط به سادگی از معادله (۱۰.ز) محاسبه می‌شود، به شرط آنکه فرض کنیم رابطه پاشندگی را بتوان با بسط تیلور تا مرتبه دوم از $(\omega - \omega_L)$ ، مطابق با معادله (۷.ز) به کار برد. در این مورد، داخل انتگرال (۱۰.ز) را می‌توان برحسب تبدیل معکوس فوریه تابع کلی گاوسی با شناسه مختلط که انتگرال آن معلوم است، بیان کرد. برای آنکه نتیجه نهایی برای دامنه تپ $A(t, z)$ را نشان دهیم، دستگاه مختصات جدید به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$t' = t - \left(\frac{z}{v_g} \right) \quad (۱۱.الف)$$

$$z' = z \quad (۱۱.ب)$$

که v_g سرعت گروه است. این بدان مفهوم است که دامنه تپ به زمان موضعی مربوط است که تأخیر گروه تپ را به حساب می‌آورد. با استفاده از این دستگاه مختصات جدید، می‌بینیم که دامنه

تپ از رابطه زیر به دست می‌آید [۱]

$$A(t', z) = \frac{A_0 \tau_p}{(\tau_p^2 + j b_2 z)^{1/2}} \exp \left[-\frac{(t')^2}{2(\tau_p^2 + j b_2 z)} \right] \quad (۱۲.ز)$$

که برای سادگی $b_2 = (d^2 \beta / d\omega^2)_{\omega_L} = \text{GVD}$ نوشته شده است، و با در نظر گرفتن معادله (۱۱.ب)، همچنان برای سادگی نوشته‌ایم $z' = z$. طبق معادله (۱۲.ز)، $A(t', z)$ با تابع گاوسی از t' با شناسه مختلط به دست می‌آید، به طوری که می‌توانیم بنویسیم

$$A(t', z) = |A(t', z)| \exp[-j\varphi(t', z)] \quad (۱۳.ز)$$

از معادله (۱۲.ز) دامنه تپ $|A(t', z)|$ به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$|A(t', z)| = \frac{A_0 \tau_p}{(\tau_p^2 + b_2^2 z^2)^{1/2}} \exp \left\{ -\left[\frac{t'^2 \tau_p^2}{2(\tau_p^2 + b_2^2 z^2)} \right] \right\} \quad (۱۴.ز)$$

معادله (۱۴.ز) نشان می‌دهد که تپ گاوسی شکل خود را حین انتشار حفظ می‌کند؛ مقایسه با معادله (۱۰.ز) نشان می‌دهد که پهنای $\tau_p(z)$ تپ در مختصه z ، چنان است که $\tau_p^2(z) = (\tau_p^2 + b_2^2 z^2) / \tau_p^2$ برقرار می‌شود. این رابطه را می‌توان به صورت زیر تبدیل کرد

$$\tau_p(z) = \tau_p \left[1 + \left(\frac{z}{L_D} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (۱۵.ز)$$

که $L_D = \tau_p^2 / |b_2|$ را طول پاشندگی تپ در محیط می‌گویند. در معادله (۱۵.ز) به شباهت پهن‌شدگی زمانی تپ گاوسی در محیط پاشنده و افزایش اندازه لکه باریکه گاوسی ناشی از پراش [با معادله (۱۷.۷.۴) الف) مقایسه شود]، توجه کنید. در مورد اول، طول پاشندگی هم‌ارز برد ریلی در مورد دوم است. منشأ این شباهت را می‌توان در شباهت بین معادله پراش در تقریب پیرامحوری و معادله دیفرانسیلی یافت که انتشار تپ در محیط پاشنده مربعی را توصیف می‌کند [۱].

از معادله (۱۲.ز) فاز $\varphi(t', z)$ را نیز می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد

$$\varphi(t', z) = -\frac{\text{sgn}(b_2)(z/L_D) t'^2}{1 + (z/L_D)^2} \frac{1}{\tau_p^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{z}{L_D} \right) \quad (۱۶.ز)$$

که منظور از $\text{sgn}(b_2)$ علامت b_2 است، یعنی علامت GVD. معادله (۱۶.ز) نشان می‌دهد که علاوه بر جمله ثابت $(1/2) \tan^{-1}(z/L_D)$ ، شامل جمله دیگری است که مربع t'

است. این بدان معناست که بسامد لحظه‌ای تپ، $\omega(t') = \partial[(\omega_L t') - \varphi(t', z)]/\partial t'$ چنین می‌شود

$$\omega = \omega_L + \text{sgn}(b_2) \frac{(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \frac{2t'}{\tau_p^2} \quad (۱۷.ز)$$

که دارای جمله‌ای است که به صورت خطی نسبت به زمان تغییر می‌کند. بنابراین تپ جیرجیره بسامدی خطی کسب کرده است که علامت آن به علامت b_2 بستگی دارد. مخصوصاً برای GVD منفی، بسامد لحظه‌ای نسبت به زمان کاهش می‌یابد.

اگر طول l محیط خیلی کوچکتر از طول پاشنده L_D باشد، پهن‌شدگی نسبی تپ، $(\delta\tau_p/\tau_p)_D = [\tau_p(l) - \tau_p]/\tau_p$ ، از معادله (۱۵.ز) به صورت زیر به دست می‌آید

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_D \cong \frac{1}{2} \left(\frac{l}{L_D}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\phi''}{\tau_p^2}\right)^2 \quad (۱۸.ز)$$

که $\phi'' = \phi''(\omega_L) = (d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$ است. حال پهنای نیم‌رخ شدت تپ-گاوسی (FWHM) به کمیت τ_p در معادله (۱۰.ز) با رابطه $\Delta\tau_p = 2(\ln 2)^{1/2} \tau_p$ مربوط می‌شود. سپس از معادله (۱۸.ز) می‌رسیم به

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_D = (\lambda \ln^2 2) \frac{\phi''^2}{\Delta\tau_p^4} \quad (۱۹.ز)$$

اکنون تپی گاوسی را مطابق با معادله (۱۰.ز) در نظر می‌گیریم که به یک محیط بهره که به طور همگن پهن شده است وارد می‌شود. دامنه طیفی تپ، $A_\omega(\omega - \omega_0)$ ، را در حالی که وارد محیط می‌شود با تبدیل معکوس فوریه از معادله (۱۰.ز) می‌توان به دست آورد، یعنی

$$A_\omega(\omega - \omega_L) \propto \exp \left\{ - \left[\frac{(\omega - \omega_L)^2 \tau_p^2}{2} \right] \right\} \quad (۲۰.ز)$$

که ω_L بسامد مرکزی لیزر است. اگر پهنای طیفی تپ خیلی کوچکتر از پهنای خط بهره باشد، بهره برای دامنه میدان الکتریکی را می‌توان به صورت زیر تقریب زد (پیوست و را ببینید)

$$G_e(\omega - \omega_0) = \exp \left\{ \left(\frac{g_0}{2} \right) \left\{ 1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2 \right\} \right\} \quad (۲۱.ز)$$

که $g_0 = N_0 \sigma l$ بهره توان اشباع شده در تک‌گذر از تقویت‌کننده، و $\Delta\omega_0$ پهنای خط گذار است. حال دامنه طیفی تپ پس از گذر از محیط بهره از رابطه زیر به دست می‌آید

$$A_{g\omega}(\omega - \omega_0) = G_e(\omega - \omega_0) \times A_\omega(\omega - \omega_L) \quad (۲۲.ز)$$

از معادله (۲۲.ز) و با کمک معادلات (۲۰.ز) و (۲۱.ز) با فرض $\omega_L = \omega_0$ داریم

$$A_{g\omega}(\omega - \omega_0) \propto \exp \left\{ -(\omega - \omega_0)^2 \left[\frac{\tau_p^2}{2} + \frac{g_0}{2} \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \right] \right\} \quad (23.z)$$

معادله (۲۳.ز) نشان می‌دهد که در محدوده تقریب به‌کاررفته، پس از عبور تپ از محیط بهره، طیف به‌صورت گاوسی باقی می‌ماند. حال مقایسه بین معادلات (۲۳.ز) و (۲۰.ز) نشان می‌دهد که مدت زمان تپ به مقدار τ_p' پهن می‌شود، که $\tau_p'/2$ با جمله‌ای متناظر است که در کرشه معادله (۲۳.ز) ظاهر شده است. به این ترتیب می‌رسیم به

$$\tau_p' = \tau_p \left[1 + g_0 \left(\frac{2}{\tau_p \Delta\omega_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (24.z)$$

برای تغییرات کوچک در مدت زمان تپ، پهن‌شدگی نسبی تپ، $(\delta\tau_p/\tau_p)_g = (\tau_p' - \tau_p)/\tau_p$ ، پس از محیط بهره از معادله (۲۴.ز) چنین به‌دست می‌آید

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p} \right)_g = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\tau_p \Delta\omega_0} \right)^2 g_0 \quad (25.z)$$

معادله (۲۵.ز) را می‌توان برحسب پهنای خط بهره، $\Delta\nu_0 = \Delta\omega_0/2\pi$ ، و پهنای تپ لیزر $\Delta\tau_p = 2(\ln 2)^{1/2} \tau_p$ بازنویسی کرد، در نتیجه داریم

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p} \right)_g = \left(\frac{2 \ln 2}{\pi^2} \right) \left(\frac{1}{\Delta\tau_p^2 \Delta\nu_0^2} \right) g_0 \quad (26.z)$$

مراجع

پیوست ح

همدوسی مرتبه بالاتر

درجه همدوسی $\Gamma^{(1)}$ که در بخش ۳.۱۱ معرفی شد، شامل تابع همبستگی مرتبه اول $\langle E(x_1)E^*(x_2) \rangle$ است [معادله (۷.۳.۱۱) را ببینید]، که $x_i = (r_i, t_i)$ هر دو مختصه فضا و زمان میدان را نشان می دهد. همین طور می توانیم تعریف کنیم

$$\Gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \langle E(x_1) \dots E(x_n) E^*(x_{n+1}) \dots E^*(x_{2n}) \rangle \quad (۱.ح)$$

که در بردارنده $2n$ جمله است، که اینها توابع E هستند که در $2n$ نقطه فضا-زمان x_1, x_2, \dots, x_{2n} برآورد می شوند. کمیت بهنجار متناظر $\gamma^{(n)}$ را می توان به صورت زیر تعریف کرد

$$\gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \frac{\langle E(x_1) \dots E(x_n) E^*(x_{n+1}) \dots E^*(x_{2n}) \rangle}{\prod_r \langle E(x_r) E^*(x_r) \rangle^{1/2}} \quad (۲.ح)$$

که Π نماد ضرب است. این روابط به معادلات (۷.۳.۱۱) برای حالت $n = 1$ منجر می شود.

اکنون لازم است که برحسب توابع همبستگی مرتبه بالاتر منظورمان از باریکه کامل همدوسی را تعریف کنیم. با توجه به اینکه اگر موجی در مرتبه اول همدوس است (یعنی، اگر $|\gamma^{(1)}(x_1, x_2)| = 1$)، باید داشته باشیم

$$\Gamma^{(1)}(x_1, x_2) = E(x_1)E^*(x_2) \quad (3.ح)$$

یعنی، $\Gamma^{(1)}$ به صورت ضرب میدانها در x_1 و x_2 باید نوشته شود. در واقع، اگر افت و خیزهای میدان اصلاً وجود نداشته باشد. میانگینهای مجموعه، مثلاً معادله (۷.۳.۱۱) یا (۸.۳.۱۱) به سادگی به حاصلضرب سیگنالهای متناظر کاهش می یابد. همین طور، می توانیم موج الکترومغناطیسی کاملاً همدوس را به صورتی که $\Gamma^{(n)}$ حاصلضرب تمامی مراتب n باشد تعریف کنیم؛ این بدان مفهوم است که

$$\Gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \prod_{r=1}^n E(x_r) \prod_{k=n+1}^{2n} E^*(x_k) \quad (4.ح)$$

در واقع، زمانی که افت و خیزهای میدان اصلاً حضور ندارند، میانگین مجموعه معادله (ح.۱) به سادگی برابر با حاصلضرب میدانهای متناظر خواهد شد. اکنون اگر معادله (ح.۴) را در صورت طرف راست معادله (ح.۲) قرار دهیم، به سادگی برای همه n ها پیدا می کنیم

$$|\gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})| = 1 \quad (5.ح)$$

باید توجه کرد که می توان میدان لیزر پیوسته موجی را که در یک مد با پهنای خط باریک نوسان می کند در نظر گرفت که برای همه مقاصد عملی، معادله (ح.۴) را برای همه مرتبه ها برآورده سازد. در واقع، همان طور که در بخش ۷.۱۱ بحث شد، این میدان را می توان برای نشان دادن صرفاً افت و خیزهای فاز در نظر گرفت. پس، برای لیزری با پهنای خط باریک، آهنگ تغییر این فاز نسبتاً آهسته است. برای مثال، در مورد لیزر هلیوم-نئونی که در بخش ۸.۱۱ بررسی شد، دارای پهنای خط $\Delta\nu_L \cong 1 \text{ kHz}$ است و تغییر فاز در زمان $\tau_{co} \cong 1/\Delta\nu_L = 1 \text{ ms}$ رخ می دهد. این بدان معناست که برای بازه های زمانی بسیار کوتاهتر از τ_{co} ، یعنی برای فاصله بین سطوح هم فاز با $2n$ نقطه فضا زمانی بسیار کوچکتر از 300 km ، $c\tau_{co} = 300 \text{ km}$ ، افت و خیزهای فاز برای همه $2n$ نقطه فضا زمانی یکی است. در این صورت به سادگی می توانیم معادلات (ح.۴) و (ح.۵) را به دست آوریم.

اختلاف، تا مرتبه n ام، بین باریکه کاملاً همدوس، مثلاً لیزر هلیوم نئون تک مدی که در بالا بررسی شد، و چشمه نوری گرمایی در موردی که $x_1 = x_2 = \dots = x_{2n} = x$ است،

یعنی با در نظر گرفتن همبستگیهای میدان در یک نقطه و در یک لحظه، بهسادگی نشان داده می‌شود. سپس، تابع خود همبستگی $\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x)$ را می‌توان از معادله (ح.۱) به صورت زیر یافت

$$\Gamma^{(n)} = \langle |E|^2n \rangle = \frac{\iint A^2n p_E(\tilde{E}) A dA d\phi}{\iint p_E(\tilde{E}) A dA d\phi} \quad (\text{ح.۶})$$

که معادله (۱.۱.۱۱) دامنه میدان، $A = A(x)$ ، را به دست می‌دهد و $p_E(\tilde{E})$ چگالی احتمالی است که در بخش ۷.۱۱ معرفی شد. در حالت خاص، به ازای $n = ۱$ ، داریم

$$\Gamma^{(1)}(x, x) = \langle |E^2| \rangle = \langle I \rangle = \frac{\iint A^2 p_E(\tilde{E}) A dA d\phi}{\iint p_E(\tilde{E}) A dA d\phi} \quad (\text{ح.۷})$$

برای میدان همدوس، معادله (۲.۷.۱۱) را برای $p_E(\tilde{E})$ به کار می‌بریم. سپس از معادله (ح.۶) به دست می‌آوریم $\Gamma^{(n)} = A_0^2n$ ، در حالی که از معادله (ح.۷)، داریم $\Gamma^{(1)} = A_0^2$. در این صورت می‌توانیم بنویسیم

$$\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = [\Gamma^{(1)}(x, x)]^n \quad (\text{ح.۸})$$

برای چشمه نوری حرارتی، معادلات (ح.۶) و (ح.۷)، به کمک معادله (۳.۷.۱۱) برای $p_E(\tilde{E})$ می‌دهد

$$\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = n! [\Gamma^{(1)}(x, x)]^n \quad (\text{ح.۹})$$

برای دستیابی به تابع همدوسی بهنجار مرتبه n ام، یعنی $\gamma^{(n)}$ ، با استفاده از معادله (ح.۲)، می‌بینیم که مخرج کسر طرف راست این معادله در هر موردی برابر است با $[\Gamma^{(1)}(x, x)]^n$. حال از معادلات (ح.۸) و (ح.۹) برای چشمه لیزری تک‌مدی و چشمه حرارتی به ترتیب به روابط زیر می‌رسیم

$$\gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = ۱ \quad (\text{ح.۱۰})$$

و

$$\gamma^{(n)} = n! \quad (\text{ح.۱۱})$$

معادله (ح.۱۰) نشان می‌دهد که همان طوری که قبلاً اشاره کردیم، باریکه لیزری شرط همدوسی

کلی (ح. ۵) را برقرار می‌سازد. از جهتی دیگر، معادله (ح. ۱۱) نشان می‌دهد که چشمه حرارتی شرط همدوسی را فقط به‌ازای $n = 1$ ، یعنی تا مرتبه اول برقرار می‌سازد. در نتیجه در بهترین وضعیت، همان‌طوری که در بخش ۸.۱۱ نشان داده شد، می‌توان چشمه‌ای نوری حرارتی را فراهم کرد که دارای همدوسی کامل مرتبه اول باشد، یعنی همدوسی کامل فضایی و زمانی.

پیوست ط

ثابتهای فیزیکی و ضرایب مفید تبدیل

$6,6260755(40) \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	ثابت پلانک (h)
$1,05457266(63) \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	$(\hbar = h/2\pi)$
$1,60211733(49) \times 10^{-19} \text{ C}$	بار الکترون (e)
$9,1093897 \times 10^{-31} \text{ kg}$	جرم الکترون در حال سکون (m_e)
$1,6726231(10) \times 10^{-27} \text{ kg}$	جرم پروتون در حال سکون (m_p)
$1,6749286(10) \times 10^{-27} \text{ kg}$	جرم نوترون در حال سکون (m_n)
$2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$	سرعت نور در خلأ (c)
$1,380658(12) \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$	ثابت بولتزمن (k)
$9,2740154(30) \times 10^{-24} \text{ A}\cdot\text{m}^2$	مگنتون بور (β)
$8,854187817\dots \times 10^{-12} \text{ F/m}$	گذردهی خلأ (ϵ_0)
$4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$	تراوایی مغناطیسی خلأ (μ_0)

$$۶,۰۲۲۱۳۶۷(۳۶) \times ۱۰^{۲۳} \text{mol}^{-۱}$$

عدد آووگادرو (N_A)

$$۸,۳۱۴۵۱\text{J} \cdot \text{K}^{-۱} \cdot \text{mol}^{-۱}$$

ثابت گاز ایده‌آل ($R = N_A \cdot k$)

$$۰,۵۲۹۱۷۷۲۴۹(۲۴) \times ۱۰^{-۱۰} \text{m}$$

شعاع اولین مدار بور [$a_0 = (4\pi^2 \epsilon_0 / m_e^2)$]

$$۵,۶۷۰۵۱(۱۹) \times ۱۰^{-۸} \text{W} \cdot \text{m}^{-۲} \cdot \text{K}^{-۴}$$

ثابت استفان-بولتزمن (σ_{SB})

$$۳۷۶,۷۳\Omega$$

امپدانس فضای آزاد (خلاء) ($Z = 1/\epsilon_0 c$)

$$۱,۸۳۶,۱۵۲$$

نسبت جرم پروتون به جرم الکترون (m_p/m_e)

$$۱,۶۰۲... \times ۱۰^{-۱۹} \text{J}$$

انرژی متناظر با ۱ eV

$$۱,۹۸۶... \times ۱۰^{-۱۹} \text{J}$$

انرژی فوتون با طول موج $\lambda = 1 \mu\text{m}$

$$۲,۰۸۵۱۲... \text{cm}^{-۱}$$

عدد موج متناظر با فاصله انرژی kT :

$$(T = ۳۰۰ \text{K})(\tilde{\nu} = kT/hc)$$

فشار جو

$$۱,۰۱۳ \times ۱۰^۵ \text{Pa}$$

$$(1 \text{ atm} = ۷۶۰ \text{ torr} \cong ۱۰۱۳... \text{ mbar})$$

پاسخ به مسائل انتخابی

فصل ۱

۱.۱ فرسوخ دور: $50\ \mu\text{m} - 1\ \text{mm}$ ، فرسوخ میانی: $2.5\ \mu\text{m} - 5^\circ$ ، فرسوخ نزدیک: $2.5\ \mu\text{m} - 180^\circ$ ، مرئی: $380\ \text{nm} - 75^\circ$ ، فرابنفش: $180\ \text{nm} - 38^\circ$ ، فرابنفش خلاً $40\ \text{nm} - 180^\circ$ ، پرتو x نرم: $1\ \text{nm} - 4^\circ$ ، پرتو x: $1\ \text{nm} - 0^\circ$.

۴.۱ به ازای $g_1 = g_2$ ، از معادله (۲.۲.۱) داریم $20895\ \text{cm}^{-1} = kT = E_2 - E_1$ ، به طوری که $48\ \mu\text{m} \cong (\lambda / 20895)\ \text{cm} \cong \lambda$ ، در ناحیه فرسوخ میانی قرار می‌گیرد.

$15.1 = \gamma_1$ ، $0.693 = \gamma_2 = -\ln R_2$ ، $0.1 = \gamma_3$ ، $357 = \gamma_4$ ، $\gamma = \gamma_i + (\gamma_1 + \gamma_2) / 2 \cong 0.357$ ، $N_c = \gamma / \sigma l \cong 1.7 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-3}$.

۶.۱ $D_m = (2\lambda / D)L \cong 533\ \text{m}$ ، که D_m قطر باریکه روی ماه است، D گشودگی تلسکوپ، L فاصله بین زمین و ماه است. اولین آزمایش فاصله‌یابی زمین تا ماه تحت این شرایط با استفاده از لیزر یا قوت سوئیچ شده Q حاصل شد. به علت قطر بزرگ باریکه روی ماه و به علت تغییرات سطحی در این قطر، دقت این آزمایش فاصله‌یابی نسبتاً محدود ($\sim 1\ \text{m}$) بود. با استفاده از آینه‌های خاص به منزله بازتابنده‌های باریکه، که به دست فضانوردان روی ماه قرار داده شده است، اکنون فاصله زمین تا ماه را با دقت چند میلیمتر می‌توان اندازه‌گیری کرد.

فصل ۲

$$1.1 \quad N(\Delta\lambda) = \lambda\pi V \Delta\lambda / \lambda^4 \cong 1.9 \times 10^{12} \text{ مد}$$

۲.۲ $\rho_\lambda = \rho_\nu |d\nu/d\lambda| = (c_n/\lambda^2)\rho_\nu$ که از رابطه $\lambda\nu = c_n$ استفاده شده است c_n سرعت نور در محیطی است که کاواک جسم سیاه را پر کرده است. از معادله (۲.۲.۲) با جایگزینی $\nu = c_n/\lambda$ به دست می آوریم

$$\rho_\lambda = \frac{\lambda\pi c_n}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc_n/\lambda kT) - 1}$$

۳.۲ با اعمال شرط $(d\rho_\lambda/d\lambda) = 0$ ، استفاده از رابطه ρ_λ که در پاسخ مسئله ۲.۲ آمده است، به دست می آید $0 = \exp(hc_n/\lambda kT) - 1 - (hc_n/\lambda kT) \exp(hc_n/\lambda kT) = 0$. اگر در رابطه قبل بنویسیم $y = (hc_n/\lambda kT)$ ، می بینیم که مقدار y متناظر با قله ρ_λ باید در معادله $y_M = [1 - \exp(-y_M)] \times 5$ صدق کند. جواب این معادله را می توان با روند تکراری همگرایی سریع به صورت $y_M \cong 4.965$ به دست آورد. به ازای $c_n = c$ (سرعت نور در خلأ است) طول موج λ_M که مقدار بیشینه ρ_λ رخ می دهد، باید رابطه (قانون وین $\lambda_M T = hc_n/y_M k \cong 2.3 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$) صادق باشد.

۶.۲ چگالی یونهای Nd^{3+} برحسب یون بر سانتیمتر مکعب (ions/cm^3) بیان می شود، و در نتیجه غلظت Nd^{3+} در چند تایی ${}^4\text{I}_{9/2}$ می شود: $N = 1 \times 10^{-2} \times 3(\rho/M \cdot W) N_A$ که ρ چگالی برحسب g/cm^3 است، $M.W.$ وزن مولکولی YAG، و N_A عدد آووگادرو است. ضریب ۳ در رابطه قبل، حضور سه اتم ایتیم در هر مولکول را به حساب می آورد. چون وزن مولکولی YAG برابر با 594 g/mol است، داریم $\text{ions/cm}^3 \times 10^{20} \cong 1.38 \times N$. طبق معادله (۲.۲.۱)، کسر f این جمعیت که به پایینترین زیرتراز حالت ${}^4\text{I}_{9/2}$ تعلق دارد، از رابطه زیر به دست می آید

$$f = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^4 \exp[-(E_i/kT)]}$$

که E_i ($i = 1-4$)، فاصله انرژی بین زیرترازهای بالاتر و زیرتراز پایه است. با معلوم بودن مقادیر E_i این زیرترازها، داریم $f = 0.64$.

۷.۲ از معادلات (۲۵.۴.۲) و (۱۵.۳.۲)، داریم $\sigma_{in} = (\lambda_n^2/8\pi) [g_t(\nu - \nu_0)/\tau_{sp}]$ که $\lambda_n = c/n\nu_0$ طول موج در محیطی به ضریب شکست n موج الکترومغناطیسی با بسامد ν_0 است. به ازای $\nu = \nu_0$ و برای پهن شدگی ناهمگن خالص، با استفاده از معادله (۲۸.۴.۲)، رابطه زیر را برای قله سطح مقطع به دست می آوریم: $\sigma_p = 0.939(\lambda_n^2/8\pi)(1/\Delta\nu_0^* \tau_{sp})$. به ازای

داشت $\sigma_p \cong 5.5 \times 10^{-12} \text{ cm}^2$ و $\Delta\nu_o^* = 9 \times 10^8 \text{ Hz}$ ، $\lambda_n = 1.15 \mu\text{m}$ ($n \cong 1$) و $\tau_{sp} \cong 10^{-9} \text{ s}$ در این صورت خواهیم

۸.۲ موج تختی با شدت یکنواخت I در نظر می‌گیریم که از سطحی به مساحت S از محیطی با ضریب شکست n می‌گذرد. شار انرژی الکترومغناطیسی از سطح S در مدت زمان Δt می‌شود $E = IS\Delta t$ ؛ این انرژی به‌طور یکنواخت در حجم $V = S(c/n)\Delta t$ توزیع شده است. چگالی انرژی در محیط می‌شود $\rho_n = (E/V) = (n/c)I$

۱۱.۲ جواب به‌سادگی از مثال ۱۳.۲ به‌دست می‌آید: پیدا می‌کنیم

$$(\Omega/4\pi) = (D/4l)^2 \cong 4.4 \times 10^{-4}$$

و از معادله (۴.۹.۲ الف)، با استفاده از شیوه تکراری سریع می‌رسیم به $G = 1.24 \times 10^4$. وارونی آستانه سپس خواهد شد $N_{th} = \ln G / \sigma_{pl} = 4.49 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ و انرژی ذخیره‌شده $E_M = N_{th}(\pi D^2 l / 4) h\nu = 1.96 \text{ J}$ می‌شود

۱۳.۲ تحت ترازمندی گرمایی، دو فرایند (۹.۶.۲) و (۱۰.۶.۲) باید با یکدیگر ترازمند شوند. بنابراین رابطه $\kappa_{BA}^* N_B N_A = \kappa_{AB}^* N_A N_B$ صادق است. در تشدید کامل و مجدداً در ترازمندی گرمایی داریم $(N_{A^*}/N_A) = (N_{B^*}/N_B) = \exp[(E/kT)]$ ، که E فاصله تراز انرژی بین هر یک از ترازهای سیستم دو تراز است. در این صورت به‌دست می‌آوریم $\kappa_{B^*A} = \kappa_{BA}^*$

۱۴.۲ برای خط لورنتسی داریم

$$I_s = I_{s0} \left\{ 1 + \left[\frac{2(\nu - \nu_o)}{\Delta\nu_o} \right]^2 \right\}$$

حال می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \alpha(\nu - \nu_o) &= \frac{\alpha_o(\circ)}{1 + [2(\nu - \nu_o)/\Delta\nu_o]^2} \cdot \frac{1}{1 + (I/I_s)} \\ &= \frac{\alpha_o(\circ)}{1 + [2(\nu - \nu_o)/\Delta\nu_o]^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{s0} [1 + [2(\nu - \nu_o)/\Delta\nu_o]^2]}} \\ &= \frac{\alpha_o(\circ)}{1 + [2(\nu - \nu_o)/\Delta\nu_o]^2 + (I/I_{s0})} \end{aligned}$$

۱۵.۲ با قرار دادن $\nu = \nu_o$ در رابطه‌ای که در مسئله ۱۴.۲ به‌دست آوردیم، می‌رسیم به

$$\alpha_s(\circ) = \frac{\alpha_o(\circ)}{1 + (I/I_{s0})}$$

طبق این معادله، شدت اشباع I_{s_0} شدت تشدید ($\nu \cong \nu_0$) موج الکترومغناطیسی است، که قله ضریب جذب اشباع شده، $\alpha_s(\nu)$ ، نصف مقدار متناظر با ضریب جذب اشباع نشده $\alpha_0(\nu)$ است. نقاط $(1/2)$ توان $\alpha = \alpha(\nu - \nu_0)$ در رابطه‌ای که در مسئله ۱۴.۲ به دست آمد در بسامد ν' رخ می‌دهد، به طوری که: $[2(\nu' - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2 = 1 + (I/I_{s_0})$ (FWHM) اشباع شده حال به صورت $\Delta\nu_s = \Delta\nu_0 [1 + (I/I_{s_0})]^{1/2}$ به دست می‌آید.

فصل ۳

۱.۳ مرکز جرم در وسط فاصله بین دو اتم است. فرض می‌کنیم که محور x در جهت ارتعاش، و مبدأ در مرکز جرم باشد، نیروی بازگرداننده بر هر اتم از $F = -2k_0(x - x_0)$ به دست می‌آید، که x_0 مختصات ترازمندی هر اتم است. حال می‌توان معادله حرکت را به صورت $[Md^2(x - x_0)/dt^2] = -2k_0(x - x_0)$ نوشت، بنابراین بسامد تشدید چنین می‌شود $\omega = (2k_0/M)^{1/2}$.

۲.۳ با استفاده از نتیجه حاصل از مسئله ۱.۳، به دست می‌آوریم

$$k_0 = (2\pi\tilde{\nu}c)^2(M/2) = 2314 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$$

که وزن اتمی N اتم را برابر $14 \cong$ در نظر گرفتیم. حال انرژی پتانسیل سیستم از $U = k_0(R - R_0)^2/2$ به دست می‌آید، که R فاصله بین هسته‌ای، و R_0 مقدار ترازمندی است. به ازای $R - R_0 = 0.3 \text{ nm}$ داریم $U \cong 6.5 \text{ eV}$.

۳.۳ $B = \hbar^2/2I$ در این رابطه، $I = 2M_0R_0^2$ ، که M_0 جرم اکسیژن و R_0 فاصله ترازمندی بین اکسیژن و کربن است. به ازای $B = 0.37 \text{ cm}^{-1}$ و $M_0 = 16 \text{ g/mol}$ (وزن اتمی) به دست می‌آید $R_0 = \hbar/2(M_0B)^{1/2} = 0.515 \text{ nm}$.

۸.۳ از شکل ۱۵.۳ (ب)، به ازای $N = 1.6 \times 10^{-18} \text{ cm}^{-3}$ داریم $E_{F_c} = 2.35kT$ و $E_{F_v} = -1.45kT$ به نای نوار کلی بهره در این صورت می‌شود

$$\Delta\tilde{\nu} = (E_{F_c} + E_{F_v})/hc = 0.9(kT/hc) = 187.65 \text{ cm}^{-1}$$

[یادآوری می‌کنیم $(kT/hc) = 208.5 \text{ cm}^{-1}$ در $T = 300 \text{ K}$ است].

۹.۳ $E_2 + E_1 = 0.45kT$ از معادله (۲.۲.۳) می‌رسیم به $(E_2/E_1) = m_\nu/m_c = 6.865$ که m_ν جرم حفره و m_c جرم الکترون در نوار رسانش است. از دو معادله قبل به دست می‌آوریم $E_1 = 0.392kT$ و $E_2 = 0.0572kT$.

۱۰.۳ از شکل ۱۶.۳، برای $12 \text{ meV} \cong 0.45 kT \cong E - E_g$ ، به دست می آوریم $\alpha = \alpha_0 = 1.8 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$. با توجه به اینکه احتمالهای اشغال تراز بالایی و پایینی لیزر از روابط زیر به دست می آیند

$$f_c(E_2) = \frac{1}{1 + \exp[(E_2 - E_{F_c})/kT]}$$

$$f_v(E_1) = \frac{1}{1 + \exp[(E_{F_v} - E_1)/kT]}$$

[معادله (۱۰.۲.۳) را ببینید]، از نتایج حاصل از مسائل ۸.۳ و ۹.۳ داریم $f_c(E_2) = 0.877$ و $f_v(E_1) = 0.8186$. حال از معادله (۳۷.۲.۳) به دست می آوریم

$$g = \alpha_0 [f_c(E_2) - f_v(E_1)] \cong 10^4 \text{ cm}^{-1}$$

$g = 10^4 \text{ cm}^{-1}$ ، که $\sigma = (dg/dN) = [g/(N - N_{tr})] = 2.6 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ 11.3 و $N = 1.6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ و $N_{tr} = 1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (مثال ۷.۳ را ببینید).

۱۳.۳ از شکل ۲۶.۳، به ازای $N = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ، داریم، $E_{F_c} - E_{1c} \cong 2.8 kT \cong 72 \text{ meV}$ ، و $E_{F_v} - E_{1v} \cong -1.1 kT \cong -286 \text{ meV}$ و برای E_{1c} و E_{1v} ، می یابیم $E_{F_c} = 1282 \text{ meV}$ و $E_{F_v} = -206 \text{ meV}$. طبق معادله (۲۶.۳.۳) $\Delta E_1 = E_{1c} + E_{1v} = 642 \text{ meV}$ به این نوار بهره برای $E - Eg$ رخ می دهد که از $\Delta E = E_{F_c} + E_{F_v} = 1076 \text{ meV}$ تغییر می کند.

فصل ۴

۳.۴ $T = 1 - R - A = 5 \times 10^{-3}$ ، از معادله (۶.۴.۵) قله تراگیسل به صورت $(TFP)_p = [T/(1 - R)]^2 = 25\%$ به دست می آید. به کاهش شدید قله تراگیسل حتی برای این اتلاف کوچک آینه ای توجه کنید. مقایسه معادلات (۶.۵.۴) و (۶.۵.۴) ($R_1 = R_2 = R$) نشان می دهد که رابطه برای باریکی که از معادله (۱۴.۵.۴) به دست می آید همچنان صادق است؛ بنابراین $F = \pi R^{1/2}/(1 - R) \cong 312.4$

۴.۴ از معادلات (۸.۵.۴) و (۳.۵.۴)، با فرض فرود عمودی ($\theta = 0$) و ضریب شکست واحد ($n_r = 1$)، داریم $L = c/2\Delta\nu_{fsr} = 5 \text{ cm}$. از معادله (۱۳.۵.۴)، سپس باریکی به صورت $F = \Delta\nu_{fsr}/\Delta\nu_c = 50$ محاسبه می شود. از معادله (۱۴.۵.۴) با $R_1 = R_2 = R$ بازتابندگی آینه را به صورت $R \cong 94\%$ به دست می آوریم. از معادله (۶.۵.۴) (الف)، برای قله تراگیسل 50% ، می یابیم که $T = 4.24 \times 10^{-2}$ و بنابراین $A = 1 - R - T = 1.76 \times 10^{-2}$

۷.۴ شعاع انحنای جبهه موج در مکان عدسی از $R = d[1 + (z_R/d)^2]$ به دست می‌آید [معادله (۱۷.۷.۴) ب] را ببینید، که $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ طول ریلی است. برای جبران این انحنای فاصله کانونی عدسی باید درست برابر با R باشد.

۹.۴ از معادله (۱۹.۷.۴)، داریم $w_0 = \lambda/\pi\theta_d \cong 20 \mu\text{m}$ ، اگر باریکه خروجی کمر تشکیل دهد، قله شدت در این کمر رخ می‌دهد، شدت قله از $I_p = P/(\pi w_0^2) \cong 7.85 \text{ W/cm}^2$ به دست می‌آید. از معادلات (۱۰.۴.۲) و (۶.۴.۲) می‌بینیم که شدت موج الکترومغناطیسی به دامنه میدان E_0 با رابطه $I = nE_0^2/2Z$ مرتبط است، که $Z = 1/\epsilon_0 c \cong 377 \Omega$ امپدانس فضای آزاد است. به ازای $n = 1$ ، به دست می‌آید $E_0 = (2IZ)^{1/2} \cong 77 \text{ V/cm}$.

۱۱.۴ از معادله (۲۷.۷.۴) به سادگی داریم $w_0 = \lambda f/D$ ، گشودگی عددی یک عدسی به صورت $N \cdot A = \sin(\theta)$ است (بخش ۴.۴.۱ را ببینید)، که θ نصف زاویه مخروطی است که توسط روزنه D از نقطه مرکزی در صفحه کانونی دیده می‌شود، تشکیل می‌شود. چون $\tan(\theta) = D/2f$ است، داریم $w_0 = \lambda/2 \tan(\sin^{-1} N \cdot A)$ برای گشودگی عددی کوچک، $w_0 \cong \lambda/2N \cdot A$ است.

۱۳.۴ طبق معادله (۴.۷.۴)، پارامتر باریکه q ، پس از تیغه به پارامتر باریکه ورودی q_0 ، با رابطه زیر

$$\frac{1}{q} = \frac{C + (D/q_0)}{A + (B/q_0)}$$

مرتبط است. در این مورد، $q_0 = jz_R$ ، که $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ طول ریلی است. با استفاده از اجزای ماتریس $ABCD$ تیغه‌ای به طول L و ضریب شکست n (جدول ۱.۴) داریم

$$\frac{1}{q} = \frac{-j/z_R}{1 - j(L/nz_R)}$$

از قسمتهای حقیقی و موهومی معادله قبل و با کمک معادله (۸.۷.۴)، داریم

$$w^2 = w_0^2 [1 + (L'/z_R)^2]$$

$$R = L' [1 + (z_R/L')^2]$$

که $L' = L/n$. این گفته مسئله ۱۳.۴ را ثابت می‌کند. پس از تیغه، اندازه لکه در فاصله z از کمر برابر است با اندازه لکه‌ای که بدون تیغه در فاصله $z' = (z-L) + (L/n) = z - [(n-1)/n]L$ ظاهر می‌شود. در فواصل طولانی از کمر، یعنی برای $z \gg z_R$ ، داریم

$$w(z) = (\lambda/\pi w_0) \{z - [(n-1)/n]L\}$$

حال واگرایی باریکه $\theta_d = w(z)/z$ و اگر $L \leq z_R$ باشد، داریم $L \gg z$ و واگرایی باریکه برابر با $\lambda/\pi w_0$ می‌ماند، یعنی با حضور تیغه بدون تأثیر باقی می‌ماند. ۱۴.۴ معادله (۲۶.۷.۴) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$z_m = \frac{1}{(1/f) + (f/z_{R1}^2)}$$

برای مقدار مفروض z_{R1} ، مخرج کسر در طرف راست این معادله، به‌ازای $f = z_{R1}$ دارای یک کمینه است. در این مقدار از فاصله کانونی، z_m سپس به مقدار بیشینه خود می‌رسد که از $z_m = z_{R1}/2$ به دست می‌آید.

فصل ۵

$$w_s = (2)^{1/2} w_0 \cong 0.4 \text{ mm}, w_0 = (L\lambda/2\pi)^{1/2} = 0.29 \text{ mm} \quad 2.5$$

$\Delta\nu_c = c/2L = 150 \text{ MHz}$ ، تعداد مد می‌شود $N = \Delta\nu_c^*/(c/4L) = 47$ ، که $(c/4L)$ فاصله بسامدی بین دو مد ناواکن متوالی در یک تشدیدگر هم‌کانونی است [شکل ۱۰.۵ (الف) را ببینید].

۴.۵ انحنای جبهه موج باید منطبق با آینه در موقعیت مکانی آینه باشد. از معادله (۱۳.۷.۴) با قراردادن $z = L/2$ ، که L طول کاواک است، به دست می‌آوریم

$$\frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \frac{L}{2} \left(\frac{2R}{L} - 1 \right)^{1/2}$$

از رابطه قبل می‌رسیم به $z_R = \pi w_0^2/\lambda \cong 1.32 \text{ m}$ ، و $w_0 \cong 0.466 \text{ mm}$ ، سپس، اندازه لکه روی آینه از معادله (۱۳.۷.۴) به صورت $w = w_0 [1 + (L/2z_R)^2]^{1/2} = 0.498 \text{ mm}$ به دست می‌آید.

۶.۵ با توجه به اینکه سطوح هم‌فاز در دو وضعیت مکانی آینه باید با سطوح آینه منطبق شود، از معادله (۱۷.۷.۴) می‌نویسیم

$$-R_1 = z_1 + \left(\frac{z_R^2}{z_1} \right)$$

$$R_2 = z_2 + \left(\frac{z_R^2}{z_2} \right)$$

$$L = z_2 - z_1$$

که z_1 و z_2 مختصات آینه‌هاست که از کمر اندازه‌گیری می‌شود. به علامت منفی جمله R_1 در اولین معادله توجه کنید. علامت منفی به سبب آن است که مثلاً، آینه ۱ آینه‌ای کاو (مقعّر) است و R_1 مثبت است، در حالی که علامت جبهه موج منفی است، زیرا مرکز انحنا در طرف راست جبهه موج قرار می‌گیرد. از سه معادله قبل، می‌توان z_2 را حذف کرد و به روابط زیر رسید

$$-R_1 z_1 = z_1^2 + z_R^2$$

$$R_2(L + z_1) = (L + z_1)^2 + z_R^2$$

از این دو معادله می‌توانیم z_R^2 را حذف کنیم تا رابطه $z_1(2L - R_1 - R_2) = L(R_2 - L)$ به دست آید. توجه کنید که به ازای $R_1 = R_2 = R$ ، این معادله نتیجه می‌دهد $z_1 = -L/2$ که نشان می‌دهد در این مورد، کمر در مرکز کاواک واقع می‌شود. از معادله $(10.4.5)$ اکنون می‌توانیم $R_1 = L/(1 - g_1)$ و $R_2 = L/(1 - g_2)$ با قراردادن این دو رابطه برای R_1 و R_2 در رابطه قبل، به دست می‌آوریم $z_1(g_1 + g_2 - 2g_1g_2) = g_2(1 - g_1)L$.

به دست می‌آوریم $g_1 = 0.3337$ ، $g_2 = 0.75$. از رابطه z_1 که در مسئله ۶.۵ به دست آمد، می‌رسیم به $z_1 = -0.857$ mm. از معادلات $(8.5.5)$ و $(9.5.5)$ نیز می‌توانیم $w_1 = 0.533$ mm و $w_2 = 0.355$ mm و $w_0 = 0.349$ mm.

۹.۵ بنابر دلایل تقارن، کمر باید در فاصله $L_p/2$ از عدسی واقع شود. حال از معادله $(17.4.7)$ قدر مطلق شعاع انحناى جبهه موج در هر دو طرف عدسی را از $R = (L_p/2)[1 + (2z_R/L_p)^2]$ پیدا می‌کنیم. بنابراین عدسی باید یک جبهه موج را به جبهه موج دیگری تبدیل کند. بنابراین باید داشته باشیم $f = R/2$. با توجه به اینکه $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ از رابطه قبل به دست می‌آید $w_0^2(\lambda/2\pi)[L(4f - L_p)]^{1/2}$ دقت کنید که رابطه اخیر تنها وقتی $L_p \leq 4f$ است. مقدار حقیقی w_0^2 را به دست می‌دهد، که شرط پایداری مورد نظرمان را نشان می‌دهد.

داریم $g_1 = 1/11.5$ ، $g_2 = 1 - L/(L + \Delta) \cong \Delta/L$. حال از معادله $(8.5.5)$ داریم $w_m = 0.5$ mm. به ازای $w_2 = w_m = (L\lambda/\pi)^{1/2}\{1/(\Delta/L)[1 - (\Delta/L)]\}^{1/4}$ و $L = 30$ cm، $\lambda = 633$ nm، رابطه قبل به دست می‌دهد $\Delta = 1.85$ cm. سپس $R_2 = L + \Delta = 31.85$ cm، $g_2 = 0.058$ ، و از معادله $(8.5.5)$ ، اندازه لکه روی آینه تخت چنین می‌شود $w_1 \cong 0.122$ mm.

۱۳.۵ در این مورد، از معادلات $(5.5.5)$ و $(6.4.5)$ شرط پایداری از $2 < 2(A_1D_1 - 1) < 2$ به دست می‌آید، یعنی $1 < A_1D_1 < 2$. چون $A_1D_1 - B_1C_1 = 1$ است، $1 < B_1C_1 < 2$ خواهد شد.

۱۷.۵ الف) $g_1 = 1$, $g_2 = 1.25$; (ب) از معادله (۱.۶.۵)، $r_1 = 2.24$, $r_2 = 1.24$ (ج) $\gamma = (M^2 - 1)/M^2 = 0.85$ ، بنابراین $M = M_{r_2} M_{r_1} = 2.62$ (د) $a_1 > M_{r_1} a_2 = 1.8 a_2$ ، $N_{eq} = 7.5$ و $\gamma = 0.2$ ، به ازای 22.5 ، از شکل مثبت. از شکل 22.5 ، به ازای 0.2 و $N_{eq} = 7.5$ ، می‌یابیم $M = 1.35$. سپس می‌رسیم به 4.26 cm $= [2[2L\lambda N_{eq}/(M-1)]]^{1/2}$ $= 2a_2$ برای دستیابی به یک تشدیدگر یک انتها بسته، باید داشته باشیم $a_1 > 2Ma_2 = 5.75 \text{ cm}$ و $L = (R_1 + R_2)/2$ و $M = -R_1/R_2$ (توجه کنید: $R_2 < 0$ است). $R_1 = 7.7 \text{ m}$ و $R_2 = -5.7 \text{ m}$ را به دست می‌آوریم.

۲۰.۵ الف) از معادله (۲۰.۶.۵)، $\exp[-2(a/w)^6] = 2 \times 10^{-2}$ ، یعنی $w = 2.94 \text{ mm}$ (ب) از معادله (۲۱.۶.۵) $w_m = w/(M^6 - 1)^{1/6} = 2.32 \text{ mm}$ (ج) $w_m = w/(M^6 - 1)^{1/6} = 2.32 \text{ mm}$ (د) چون $g_2 = 1$ است، از معادلات (۳.۶.۵) و (۱.۶.۵) به دست می‌آوریم

$$M = g_1 \{ 1 + [1 + (1/g_1)]^{1/2} \}^2$$

که از آن $g_1 = 1.0285$ به دست می‌آید. سپس شعاع انحنای آینهٔ کوژ (محدب) خواهد شد $R_1 = L/(1 - g_1) \cong -17.5 \text{ m}$.

فصل ۶

۱.۶ برای انتشار شعاعی، توان جذب‌شده در میلهٔ لیزر را می‌توان به صورت $P_a = \int S \{ 1 - \exp[-(2\alpha R)] \} I_{e\lambda} d\lambda$ نوشت، که S مساحت سطح جانبی میله است. چون توان ورودی به میله برابر است با $P_e = \int S I_{e\lambda} d\lambda$ ، به دست می‌آوریم $\eta_a = P_a/P_e = \int \{ 1 - \exp[-(2\alpha R)] \} I_{e\lambda} d\lambda / \int I_{e\lambda} d\lambda$ 4.6 از معادله (۶.۲.۶) با $(\lambda_{mp} = 940 \text{ nm})$ $h\nu_{mp} \cong 2.11 \times 10^{-19} \text{ J}$ ، به سادگی می‌رسیم به $R_{cp} \cong 2.01 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$.

۶.۶ در این مورد بازدهی دمش برابر است با $\eta_p = \eta_t \eta_a \eta_{pq} = 5.3\%$. لیزر در مسئله ۴.۶، که بازدهی دمش $\eta'_p = 4.5\%$ و آستانه $P'_{th} = 2 \text{ kW}$ دارد. به این ترتیب با این آرایش دمش، توان دمش آستانه $P_{th} = (\eta_p/\eta'_p) P'_{th} = 2.36 \text{ kW}$ می‌شود. برای اینکه لیزر دوبار بالای آستانه دمیده شود، توان دمش $P_p \cong 4.72 \text{ kW}$ لازم است. مساحت دستگاه اپتیکی جمع‌کننده از $A = P_p/I \cong 4.72 \text{ m}^2$ به دست می‌آید، که I شدت تابش خورشید است. اگر D و l به ترتیب قطر و طول میله باشد، فواصل کانونی دو عدسی باید چنان باشد که $f_2 \alpha = l$ و $f_1 \alpha = D$. زاویه‌ای است که قرص خورشید از زمین دیده می‌شود. به دست می‌آوریم $f_1 \cong 6.4 \text{ m}$ ، و

$f_2 = 8.05 \text{ m}$. طرح ارزانتر کانونی کردن را می‌توان با استفاده از یک آینه کروی با فاصله کانونی $f_2 = 8.05 \text{ m}$ و قطر $D = (4A/\pi)^{1/2} = 2.45 \text{ m}$ و به دنبال آن یک عدسی استوانه‌ای اجرا کرد.

۷.۶ $R_{cp} = \eta_p E_{th} / V h \nu_{mp} \Delta t$ که مدت زمان دمش است. چون $h \nu_{mp} = 2.11 \times 10^{-19} \text{ J}$ است، به دست می‌آوریم $R_{cp} = 5.75 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$. معادله $(dN_2/dt) = R_p - (N_2/\tau)$ که برای R_p ثابت ($R_p = \text{const}$)، و $t \geq 0$ می‌شود: $N_2(t) = R_p \tau \{1 - \exp[-(t/\tau)]\}$. با فرض $t = \Delta t = 100 \mu\text{s}$ ، $\tau = 230 \mu\text{s}$ ، و به کمک مقدار محاسبه شده قبل R_{cp} ، وارونی بحرانی را به صورت $N_{2c} = R_{cp} \tau \{1 - \exp[-(\Delta t/\tau)]\} = 4.66 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ می‌آوریم. اگر مدت زمان تپ به اندازه $\Delta t' = 300 \mu\text{s}$ افزایش یابد، برای دستیابی به همان وارونی، آهنگ دمش R'_{cp} باید چنان باشد که $R'_{cp} \{1 - \exp[-(\Delta t'/\tau)]\} = R_{cp} \{1 - \exp[-(\Delta t/\tau)]\}$ برقرار شود. حال، $R'_{cp} \cong 0.48 R_{cp} \cong 2.78 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ به دست می‌آید. بنابراین انرژی دمش آستانه جدید خواهد شد $E'_p = (R'_{cp} \Delta t' / R_{cp} \Delta t) E_p \cong 1.44 E_p \cong 4.9 \text{ J}$.
۱۰.۶ از جدول ۲.۶، $N_t = 9 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ به دست می‌آید، به طوری که $\sigma_a N_t t + \gamma = 0.169$ با فرض اینکه بازدهی برای انتقال اپتیکی حدود ۸٪ باشد، بازدهی دمش را می‌توان به صورت $\eta_p = \eta_t \eta_a = \eta_t [1 - \exp(-\alpha l)] = 0.424$ در نظر گرفت، که $\alpha = 5 \text{ cm}^{-1}$ ضریب جذب در طول موج دمش است (جدول ۲.۶ را ببینید). از معادله (۲۵.۳.۶)، با $w_p = w_0$ به سادگی می‌رسیم به $P_{th} \cong 177 \text{ mW}$.

۱۲.۶ از توزیع ماکسول-بولتزمن، داریم $kT_e = (2/3)(m v_{th}^2/2)$ چون $kT_e = 10 \text{ eV}$ است، داریم $kT_e = 6.67 \text{ eV}$.

۱۵.۶ با استفاده از نظریه گاوس، میدان الکتریکی در جهت شعاعی در مختصه شعاعی r در محیط را می‌توان به صورت $E(r) = N_i e r / 2 \epsilon_0$ بیان کرد. با انتگرال‌گیری، سقوط پتانسیل بین دیواره و مرکز به صورت $V = N_i e R^2 / 4 \epsilon_0 \cong 4.56 \times 10^6 \text{ V}$ به دست می‌آید، که شعاع R لوله است. مقدار خیلی بالایی ولتاژ به دست آمده نشان می‌دهد که احتمال اندکی وجود دارد که الکترون در آهنگی متفاوت با آهنگ یونها ناپدید شود.

۱۸.۶ سرعت گرمایی از $v_{th} = (2E/m)^{1/2} = 1.87 \times 10^8 \text{ cm/s}$ به دست می‌آید، که m جرم الکترون است. برای گازی ایده‌آل، حجم مولی از $V = RT/p$ به دست می‌آید، که $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ثابت گاز است. برای $p = 1.3 \text{ torr} \cong 1.73 \times 10^2 \text{ Pa}$ و

$T = 400 \text{ K}$ ، داریم $V = 192 \times 10^6 \text{ cm}^3$. حال چگالی اتمی گاز از

$$N = N_A/V = 3.14 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

به دست می آید، که N_A عدد آووگادرو است (بیوست ط). سپس مسیر میانگین آزاد الکترون را به صورت $l = 1/N\sigma = 638 \mu\text{m}$ (۱۴.۴.۶) و (۱۵.۴.۶) از معادلات می آوریم. از معادلات $l = 1/N\sigma = 638 \mu\text{m}$ و (۱۴.۴.۶) و (۱۵.۴.۶) سرعت سوق را می توان به صورت $v_{\text{سوق}} = eEl/mv_{th} \cong 1.8 \times 10^7 \text{ cm/s}$ به دست آورد $(v_{\text{سوق}}/v_{th} \cong 9.6 \times 10^{-2})$.

فصل ۷

$$3.7. \tau_c = 15.6 \text{ ns}, \gamma = 0.12, L_e = L + (n - 1)l = 56.15 \text{ cm}$$

۴.۷ طول عمر کلی تراز بالایی لیزر چنان است که $(1/\tau) = (1/\tau_{21}) + (1/\tau')$ ، که $(1/\tau_{21})$ آهنگ گذار $2 \rightarrow 1$ و $(1/\tau')$ آهنگ کل سایر گذارهایی است که از تراز ۲ ناشی می شود. چون نسبت انشعاب β از $\beta = (1/\tau_{21})/(1/\tau) = \tau/\tau_{21}$ خواهیم داشت $\tau_{21} = \tau/\beta = 451 \mu\text{s}$ ، در زیر آستانه، در حالت پایا، داریم $(N_1/\tau_1) = (N_2/\tau_{21})$ ، که τ_1 طول عمر تراز پایینی لیزر است. بنابراین، برای 1% ، باید داشته باشیم $\tau_1 < 10^{-2} \tau_{21} \cong 4.5 \mu\text{s}$ ، برای توان خروجی $P_{out} = 200 \text{ W}$ ، آهنگ گسیل فوتونها از محیط فعال می شود: $(d\phi/dt) = P_{out}(2\gamma/\gamma_2)/h\nu = 1.58 \times 10^{21} \text{ فوتون/s}$ ، سپس جمعیتی که به تراز پایینی لیزر در واحد زمان منتهی می شود، خواهد شد: $dN'/dt = (d\phi/dt)/A_b l = 9.16 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ طول میله است. جمعیت حالت پایای N_1 از $N_1 = \tau_1(dN'/dt)$ به دست می آید؛ اکنون جمعیت حالت بالایی لیزر برابر می شود با جمعیت آستانه، یعنی، $N_2 = N_c \cong 5.7 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ، حال، به ازای 1% ، داریم $(N_1/N_2) < 10^{-2} N_c/(dN'/dt) \cong 0.6 \mu\text{s}$ ، $\tau_1 < 10^{-2} N_c/(dN'/dt)$ (طول عمر واقعی τ_1 برای Nd:YAG حدود 10^0 ps است).

۷.۷ توان کمیته آستانه از $P_{mth} = P_{th}\gamma_i/\gamma = 2.75 \text{ kW}$ ، که γ_i اتلاف داخلی ($\gamma_i = 0.02$) و γ اتلاف کل است ($\gamma = 0.32$). در توان دمش $P_p = 140 \text{ kW}$ ، داریم $x_m = P_p/P_{mth} = 50.9$ ، توان خروجی بهینه متناظر از معادله (۵.۵.۷) می یابیم $S_{op} = 6.135$ ، به طوری که $\gamma_{2op} = 2S_{op}\gamma_i = 20.5$ ، خواهیم داشت 22.2 ، $P_{op} = 16.78 \text{ kW}$ ، چون شدت قله در صفحه کانونی یک عدسی با $(M^2 - 1)/M^2$ متناسب است (بخش ۳.۶.۵)

را ببینید)، نسبت بین دو شدت خواهد شد

$$(I_{op}/I) = P_{op}/T_{op}/PT_2 = (16,78 \times 0,22)/(12 \times 0,45) = 0,68$$

۸.۷ عدسی، به فاصله کانونی f را می‌توان به دو عدسی نزدیک به هم تقسیم کرد، که فاصله کانونی هر یک $2f$ است. شعاع انحنای جبهه موج در وضعیت مکانی عدسی از $R = (L/2)\{1 + [z_R(L/2)]^2\}$ به دست می‌آید، که $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ و w_0 اندازه لکه در هر یک از دو آینه است. بنابر دلایل تقارنی، جبهه موج بین دو عدسی باید تخت باشد. بنابراین، داریم $R = 2f = 50 \text{ cm}$. با استفاده از این مقدار R در رابطه قبل، می‌بایم $z_R = 25 \text{ cm}$ ، یعنی $w_0 = 290 \mu\text{m}$. حال اندازه لکه در وضعیت مکانی عدسی خواهد شد $w = \sqrt{2}w_0 = 410 \mu\text{m}$.

۱۰.۷ کمینه توان دمش آستانه برای جفت‌شدگی از خروجی صفر برابر است با $P'_{mth} = P_{th}\gamma_i/\gamma = 12,5 \text{ mW}$. دقت کنید که P'_{mth} را نباید با P_{mth} اشتباه کرد که از معادله (۳۲.۳.۷) به دست می‌آید. در $P_p = 1,14 \text{ W}$ ، داریم $x_m = 91,2$. از معادله (۵.۵.۷) به دست می‌آوریم $S_{op} = 8,54$ ، یعنی، $S_{op} = 2S_{op}\gamma_i = 2,875$ ، برای محاسبه توان خروجی توجه کنید که اکنون اتلاف کل از $4,775$ است. به دست می‌آید و $x' = x\gamma/\gamma'$ مقدار x' است که از آستانه فراتر می‌شود، x و γ مقادیر متناظری هستند که از مثال ۴.۷ به دست می‌آیند ($x = 30$ و $\gamma = 3\%$). به دست می‌آوریم $x' = 19$ ، بنابراین از معادله (۳۴.۳.۷) می‌بایم که $y' = 15,6$. حال توان مورد نظر می‌شود: $P'_{out} = P_{out}(y'/y)(\gamma'_{op}/\gamma_2) = 510 \text{ mW}$ که از مثال ۴.۷ به دست می‌آیند ($P_{out} = 500 \text{ mW}$ ، $y = 26$ ، $\gamma_2 = 5\%$). توجه کنید که دستور بهینه‌سازی به مقدار P'_{out} می‌انجامد که (قدری) بزرگتر از P_{out} است.

۱۲.۷ عدسی به فاصله کانونی f را می‌توان به دو عدسی خیلی نزدیک به یکدیگر تقسیم کرد که هر عدسی دارای فاصله کانونی $f' = 2f$ است. اندازه لکه بین دو عدسی w_a است و، بنابر دلایل تقارنی، جبهه موج تخت است. وضعیت دو آینه تخت نیز باید متناظر با کمر باریکه باشد. از معادله (۲۶.۷.۴) می‌بایم که فاصله بین هر آینه تخت و عدسی متناظر f' از $z_R = \pi w_a^2/\lambda \cong 581 \text{ cm}$ به دست می‌آید، که در این مورد، $z_m = f'/[1 + (f'/z_R)^2]$ است. به ازای $f' = 2f = 42 \text{ cm}$ ، می‌بایم $z_m \cong 41,8 \text{ cm}$. حال، اندازه لکه روی هر آینه از معادله (۲۸.۷.۴) به صورت $w_0 = (\lambda/\pi w_a)f' \cong 100 \mu\text{m}$ به دست می‌آید.

۱۵.۷ $\gamma_2 = -\ln((1 - T_2)) \cong 5,1\%$. برای جلوگیری از نوسان روی مد TEM_{۰۱}، کل اتلاف در

هر عبور برای این مد باید $\gamma \geq 7.45\%$ شود. از شکل ۱۳.۵ (ب)، با $g = 1 - (L/R) = 0.8$ ،
 داریم $a \leq (2\lambda L)^{1/2} \cong 1 \text{ mm}$ یعنی $N = a^2/\lambda L \leq 2$

$R_{cp} = N_c/\tau \cong 8 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ، $N_c = \gamma/\sigma_{el} \cong 4 \times 10^9 \text{ یون/cm}^3$ ۱۷.۷
 $(R_p/R_{cp}) = \exp[(2\Delta\nu/\Delta\nu_0^*)^2 \ln 2] = 1.05$ ، $\Delta\nu = c/2L \cong 1.5 \times 10^8 \text{ Hz}$

۱۹.۷ داریم $L = n(\lambda/2)$ ، که n عددی درست است. طبق این معادله، اگر L به مقدار
 $\lambda/2$ افزایش یابد، طول موج نوسان به اندازه $\Delta\lambda = \lambda/n$ افزایش خواهد یافت. چون $\lambda\nu = c$
 است، داریم $\Delta\nu \cong -(\Delta\lambda/\lambda)\nu = -\nu/n$ از رابطه $\nu = n(c/2L)$ ، سپس می‌رسیم به
 $\Delta\nu \cong -(c/2L)$

۲۱.۷ فرض می‌کنیم که قله تراگیسیل سنجه فابری پرو (FP) منطبق با مد مرکزی است. دو
 مد طولی مجاور هم با فاصله بسامدی $\Delta\nu = c/2L$ از یکدیگر قرار دارند، اگر تراگیسیل FP
 در این بسامد $T(\Delta\nu)$ ، چنان باشد که $T(\Delta\nu) \exp(\sigma_p Nl - \gamma) \leq 1$ برقرار شود، نوسان
 صورت نمی‌گیرد. به دست می‌آوریم $T(\Delta\nu) \leq 0.8$ از معادلات (۶.۵.۴) و (۱۴.۵.۴)، با
 $R_1 = R_2 = R$ ، به دست می‌آوریم $T(\Delta\nu) = 1/[1 + (2F/\pi)^2 \sin^2 \phi]$ ، که
 $L' \cong n_r L_{et} = 2.9 \text{ cm}$ و $\phi = 2\pi L' \Delta\nu/c$ است L_{et} ضخامت و n_r ضریب
 شکست سنجه است) که به دست خواهیم آورد $\phi = \pi L'/L = 9.1 \times 10^{-1} \text{ rad}$ ؛
 چون $T(\Delta\nu) \leq 0.8$ است، می‌یابیم $(2F/\pi)^2 \sin^2 \phi \cong (2F/\pi)^2 \phi^2 \geq 0.25$ ، یعنی،
 $F \geq (0.5\pi/2\phi) = 8.63$ ، به ازای $R_1 = R_2 = R$ ، معادله (۱۴.۵.۴) را می‌توان به صورت
 $(1 - R) = \pi R^{1/2}/F$ نوشت، که از آن با دستور رفت و بازگشتی خواهیم داشت $R \cong 0.7$.
 همچنین باید مطمئن شد که مد نزدیک به قله بعدی سنجه FP در زیر آستانه قرار
 می‌گیرد. اگر $\exp[-(2\Delta\nu_{fsr}/\Delta\nu_0^*)^2 \ln 2] \times \exp(\sigma_p Nl - \gamma) \leq 1$ شود، این امر رخ
 می‌دهد، یعنی برای $0.223 \geq (2\Delta\nu_{fsr}/\Delta\nu_0^*)^2 \ln 2 \geq 0.223$ ، که $\Delta\nu_{fsr} \cong (c/2n_r L_{et})$
 گستره طیفی آزاد (FSR) سنجه فابری پرو است. به دست خواهیم آورد
 $L_{et} \leq (\ln 2/0.223)^{1/2} c/n_r \Delta\nu_0^* \cong 1.04 \text{ cm}$
 شرط قبلی صادق است.

فصل ۸

۲.۸ چون $k\Delta n L' = (\pi/2)$ است، می‌یابیم $V = \lambda/4n_r^2 r_{63}$

۴.۸ از شکل ۱۴.۸، به ازای $f^* = f\tau = 2.3$ و $x = 10 \text{ kW}/2.2 \text{ kW} = 4.55$
 به دست می‌آوریم $N_i/N_p \cong 1.89$ به طوری که از شکل ۱۱.۸ می‌یابیم $\eta_E \cong 0.76$ چون

$0.162 = \gamma_2$ و $A_b = 23 \text{ cm}^2$ (مثال ۲.۷ را ببینید)، از معادله (۲۰.۴.۸) می‌یابیم $E \cong 18 \text{ mJ}$ که میانگین توان خروجی $\langle P \rangle = Ef = 180 \text{ W}$ را به دست می‌دهد، یعنی، خیلی نزدیک به مقدار موج پیوسته (202 W ، شکل ۵.۷ را ببینید). چون $\gamma = 0.12$ است (مثال ۲.۷ را ببینید) و $L_e = L + (n - 1)l \cong 56 \text{ cm}$ (که $n = 1.8$ ضریب شکست بلور Nd:YAG است)، به دست می‌آوریم $\tau_c = L/c\gamma = 156 \text{ ns}$ و از معادله (۲۱.۴.۸)، $\Delta\tau_p \cong 90 \text{ ns}$ به دست می‌آید.

۷.۸ (الف) چون t_p بسیار کوتاهتر از طول عمر حالت بالاتر است، داریم $(dN/dt) = R_p$ ، یعنی $N = R_p t$. چون $R_p t_p = 4N_{th}$ است، که N_{th} وارونی آستانه است، لحظه رسیدن به آستانه می‌شود $t_{th} = t_p/4$. (ب) حال، رفتار زمانی بهره خالص از $t_{th} = t_p/4$ که به دست می‌آید، $g_{net} = \sigma(N - N_{th})l = (4\sigma N_{th}l)(t - t_{th})/t_p$ است. (ج) با نادیده گرفتن اشباع، داریم $(d\phi/dt) = g_{net}\phi/t_T$ ، که t_T زمان گذراست. با استفاده از رابطه برای بهره خالصی که در بالا به دست آوردیم، با انتگرال‌گیری می‌یابیم که $\phi(t') = \phi_i \exp[(4\sigma N_{th}l)(t'^2/2t_p t_T)]$ ، که $t' = t - t_{th}$ و $\phi_i \cong 1$ است. (د) در انتهای تپ دمش، داریم $t' = 3t_p/4$ ؛ از رابطه قبل برای $\phi(t')$ به دست می‌آوریم $(9\sigma N_{th}l/8)(t_p/t_T) = \ln(\phi_p/20)$ ، که ϕ_p از معادله (۱۴.۴.۸) به دست می‌آید. با استفاده از رابطه اخیر، می‌یابیم $t_p = t_T(8/9\gamma) \ln(\phi_p/20)$ ، که $t_p = 35$ ns، $\gamma = (-\ln T_T)/2$ به منظور محاسبه ϕ_p از معادله (۱۴.۴.۸) باید توجه کرد که $N_i/N_p = 4$ و $V_a N_p = \gamma A/\sigma$ که A مساحت سطح باریکه است. بنابراین $\phi_p = 5.54 \times 10^{10}$ و چون $t_T = 227 \text{ ps}$ است، به دنبال آن $t_p = 1.25 \text{ ns}$ به دست می‌آید.

۱۲.۸ معادله (۱۴.۶.۸) را می‌توان به شکل ساده‌تر $E(t) \propto \exp(-\Gamma t^2) \exp(j\omega_0 t)$ بیان کرد، که $\gamma = \alpha - j\beta$ است، یعنی به تپ گاوسی با پارامتر مختلط گاوسی Γ تبدیل می‌شود. سپس، تبدیل فوری آن را می‌توان چنین نوشت

$$E(\omega - \omega_0) \propto \exp[-(\omega - \omega_0)^2]/4\Gamma = \exp(-\{[(\omega - \omega_0)^2/4(\alpha^2 + \beta^2)](\alpha + j\beta)\})$$

حال طیف توان می‌شود $|E(\omega - \omega_0)|^2 \propto \exp\{-[(\omega - \omega_0)^2 \alpha/2(\alpha^2 + \beta^2)]\}$. اکنون اگر بنویسیم $|E(\omega - \omega_0)|^2 \propto \exp\{-[4(\omega - \omega_0)^2 \ln 2/\Delta\omega_L^2]\}$ ، که $\Delta\omega_L$ پهنای خط است، از مقایسه بین دو رابطه قبلی می‌رسیم به $\Delta\omega_L^2 = (8 \ln 2)\alpha[1 + (\beta^2/\alpha^2)]$. این معادله به کمک رابطه (۱۵.۱۶.۸) برای α و با استفاده از رابطه $\Delta\nu_L = \Delta\omega_L/2\pi$ ، به معادله (۱۶.۶.۸) منتهی می‌شود.

۱۴.۸ شدت میانگین می‌شود $\langle I \rangle = \int_0^\infty I p_I dI = I_0$. احتمال لازم از $p = \int_0^\infty p_I dI / \int_0^\infty p_I dI = \exp(-2) = 0.135$ به دست می‌آید.

۱۶.۸ $2\gamma_t = 2\gamma - kP$ ، در واقع در مورد جذب‌کننده اشباع‌شدنی سریع، می‌توان نوشت [معادله (۲۰.۶.۸) را ببینید]: $2\gamma_t = 2\gamma - 2\gamma'(P/P_s)$. مقایسه این دو رابطه نشان می‌دهد که k برابر با $2\gamma'/P_s$ است. طبق معادله (۲۲.۶.۸)، مدت زمان تپ را می‌توان به صورت $\Delta\tau_p \cong (\gamma_0/P_s)(2g'_0/kP_p)^{1/2}$ نوشت، که P_p قله تپ است. برای تابع سکانت هذلولی وار، قله تپ به انرژی تپ با رابطه $E = 1.13P_p\Delta\tau_p$ مربوط می‌شود. از دو رابطه قبل به دست می‌آوریم $\Delta\tau_p \cong (\gamma_0/P_s)^2(2g'_0/k)(1.13/E) \cong 35 \text{ fs}$ با $\phi'' = \beta''l$ از معادله (۳۵.۶.۸) به دست می‌آید

$$l = (\delta\tau_p/\tau_p)^{1/2} \times (\Delta\tau_p^2/\beta'')/2\sqrt{2} \ln 2 \cong 0.46 \text{ mm}$$

که β'' ، GVD است.

فصل ۹

۵.۹ زاویه فضایی گسیل برابر است با $\Omega = \pi D^2/4l^2 \cong 2.83 \times 10^{-3} \text{ sr}$ با فرض خط گاوسی، از معادله (۴.۹.۲)، $\phi \cong 1$ ، $G \cong 1.37 \times 10^4$ به دست می‌آید، یعنی،

$$N_{th} = \ln G/\sigma_p l \cong 2.38 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

که برای Nd: glass، داریم $\sigma_p \cong 4 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ (جدول ۳.۹ را ببینید). سپس به دست می‌آوریم $E = N_{th} V h\nu \cong 12.7 \text{ J}$ ، که برای آن $V = 2.83 \text{ cm}^3$ است. برای Nd: YAG، به‌ازای همان مقدار زاویه فضایی و با فرض خط لورنتسی، از معادله (۴.۹.۲)، $\phi = 1$ ، $G \cong 2.5 \times 10^4$ ، یعنی $N_{th} = 3.61 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ، داریم $E \cong 1.91 \text{ J}$.

۷.۹ با نادیده‌گرفتن جذب حالت پایه و برانگیخته و تحت شرایط جوهرشدگی مد ($w_0 \cong w_p$)، از معادله (۲۰.۳.۶) توان دمش آستانه از رابطه $P_{th} = (\gamma/\eta_p)(h\nu_p/\tau)(\pi w_0^2/\sigma_e)$ می‌آید. داریم $\gamma = (\gamma_2/2) + \gamma_i = 1.5 \times 10^{-2}$ ، $\eta_p \cong 1 - \exp[-(\alpha_p l)] \cong 0.86$ ، $\alpha_p = 5 \text{ cm}^{-1}$ ضریب جذب دمش، $h\nu_p \cong 3.1 \times 10^{-19} \text{ J}$ ، $\tau = 67 \mu\text{s}$ ، $w_0 = 60 \mu\text{m}$ و $P_{th} = 190 \text{ mW}$ می‌آوریم به دست بنابراین به دست است. $\sigma_e = 4.8 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$

$$P_{th} = [(\gamma + \gamma_a)/\eta_p](h\nu_p/\tau)[\pi(w_0^2 + w_p^2)/2(\sigma_e - \sigma_{ESA})] \quad ۸.۹$$

$$P_{th} = (\gamma/\eta_p)(h\nu_p/\tau)[\pi(w_0^2 + w_p^2)/2(\sigma_e - k_{ST} \tau_T \tau_{ST})] \quad ۹.۹$$

۱۲.۹ $\eta_s = dP/V dI = (h\nu/eV)[- \ln R/(\alpha L - \ln R)]$ به ازای $\lambda = ۸۵۰ \text{ nm}$

$\eta_s \cong ۶۴\%$ به دست می‌آوریم $V = ۱۸ \text{ V}$ ، $h\nu/e = ۱۴۶ \text{ eV}$

۱۳.۹ باید داشته باشیم $w_{\perp}^2 [1 + (z\lambda/\pi w_{\perp}^2)^2] = w_{\parallel}^2 [1 + (z\lambda/\pi w_{\parallel}^2)^2]$ که به دست

می‌دهد $z = \pi w_{\parallel} w_{\perp} / \lambda$ برای مقادیر معلوم w_{\perp} ، w_{\parallel} و λ ، می‌رسیم به $z = ۴۶۶ \mu\text{m}$ (به فاصله خیلی کوتاه توجه کنید).

$n_1 = \lambda/\pi L \cong ۸۲۲ \times ۱۰^{-۴}$ یعنی $(2\pi n_1 L/\lambda) = ۲۱۵.۹$

فصل ۱۰

۴.۱۰ اگر $\sigma(\nu - \nu_0)$ سطح مقطع اشباع‌نشده Ar^+ باشد، نوسان تا مد n ام از مد مرکزی

وقتی $\sigma(n\Delta\nu)Nl \geq \gamma$ رخ خواهد داد، که $\Delta\nu$ فاصله بسامدی بین مدهای متوالی

است، N وارونی اشباع‌نشده، l طول محیط فعال، و γ اتلاف کاواک است. حال سطح مقطع

اشباع‌نشده از $\sigma(n\Delta\nu) = \sigma_p \exp\{-[(2n\Delta\nu/\Delta\nu_0^*)^2 \ln 2]\}$ به دست می‌آید. در این

رابطه، σ_p سطح مقطع قله است و، با لیزری که سه بار در بالای آستانه دمیده می‌شود، داریم

$\sigma_p Nl = 3\gamma$ از آن $n \leq (\ln 3/\ln 2)^{1/2} (\Delta\nu_0^*/2\Delta\nu)$ می‌یابیم قبل، می‌یابیم $1 \geq \exp\{-[(2n\Delta\nu/\Delta\nu_0^*)^2 \ln 2]\}$ که

چون $\Delta\nu_0^* = 3.5 \text{ GHz}$ به دست می‌آید. $n \leq (\ln 3/\ln 2)^{1/2} (\Delta\nu_0^*/2\Delta\nu)$ و

$\Delta\nu = c/2L = ۱۵۰ \text{ MHz}$ است $(L$ طول کاواک است)، می‌یابیم $n < ۱۴۷$. بنابراین تعداد

مدهای نوسانی برابر می‌شود با $N_{osc} = 2n + 1 \cong 30$

۶.۱۰ برای مولکولی با هسته‌های هم‌شکل شامل دو اتم با جرم M ، بسامد ارتعاش طبق

معادله (۳.۱.۳) از $\nu_0 = (1/2\pi)(2k_0/M)^{1/2}$ به دست می‌آید، که k_0 ثابت کشسانی

است. برای $M \cong ۱۴ \text{ a.u.} \cong ۲.۳۲ \times ۱۰^{-۲۶} \text{ kg}$ و $\nu_0 = ۲۳۰۰ \text{ cm}^{-1}$ ، می‌یابیم

$k_0 = ۲۱۸۰ \text{ Nm}^{-1}$

۸.۱۰ برای مد کشیدگی متقارن، وضعیت کربن ثابت است، و نیرویی که روی هر اتم اکسیژن

عمل می‌کند، برابر می‌شود با $F = -k(x - x_0)$ که k ثابت کشسانی و x_0 فاصله تعادلی

بین کربن و اکسیژن است. بسامد تشدید این مد $\omega_1 = (k/M_0)^{1/2}$ است، که M_0 جرم اتم

اکسیژن است. به ازای $\nu_1 = ۱۳۳۷ \text{ cm}^{-1}$ و $M_0 = ۱۶ \text{ a.u.} \cong ۲.۶۵ \times ۱۰^{-۲۶} \text{ kg}$ ، به دست

می‌آوریم $k = ۱۶۸۳ \text{ Nm}^{-1}$

۱۰.۱۰ اگر x_0 فاصله تعادلی بین یکی از اتمهای اکسیژن و اتم کربن باشدز جابه‌جایی عرض

اتم کربن به مقدار Δy متناظر با افزایش Δd فنر از $x_0 = (x_0^2 + \Delta y^2)^{1/2} - x_0$ به دست

می‌آید. برای $\Delta y \ll x_0$ ، به دست می‌آوریم $\Delta d \cong \Delta y^2/2x_0$. بنابراین نیروی ناشی از فنر با

Δy^2 متناسب می‌شود. این بدان مفهوم است که مدل نوسانگر هماهنگ برای نوسان در جهت y از مدل ساده‌شدهٔ فنر که در این مسئله بررسی می‌شود، به‌دست نمی‌آید.

۱۳.۱۰ وقتی پهنای خط پهن‌شدگی برخورد، $\Delta\nu_c$ ، در حدود فاصلهٔ بسامدی بین خطوط چرخشی باشد، تمامی خطوط چرخشی ارتعاشی در هم فرومی‌روند. فرض کنید، $\Delta\nu_c = \Delta\nu_r = 6^\circ \text{ GHz}$ است، برای مقدار مفروض $\Delta\nu_c$ فشار کل $18.4 \text{ atm} = 13997 \text{ Torr} \cong p$ به‌دست می‌آید. از شکل ۱۱.۱۰، می‌بینیم که پهنای منحنی بهره $\Delta\nu_0$ ، متناظر با مقادیر J' است که از $J' \cong 41$ تا $J' \cong 3$ گسترده می‌شود، یعنی، $\Delta J' \cong 38$. از جواب مسئله ۱۱.۱۰، می‌یابیم که ثابت چرخشی B مولکول CO_2 برابر است با $B \cong 3 \text{ cm}^{-1}$. بنابراین، پهنای $\Delta\nu_0$ منحنی بهره از $18 \text{ cm}^{-1} \cong B \cong 6^\circ \Delta J' \cong 2B \Delta\nu_0$ به‌دست می‌آید.

۱۶.۱۰ انرژی که پس از واکنش به‌صورت انرژی ارتعاشی باقی می‌ماند برابر است با $E_v = \sum_v v N(v) \Delta E$ ، که $N(v)$ جمعیت تراز ارتعاشی با عددکوانتومی v ، و ΔE فاصلهٔ انرژی بین ترازهای ارتعاشی است (که فرض می‌شود برای تمامی ترازها یکسان است). از جهتی دیگر، کل انرژی واکنش، E_t ، از $E_t = \Delta H \sum_v v N(v)$ به‌دست می‌آید، که $\Delta H \cong 3 \Delta E$ انرژی واکنش است. از معادلات قبل به‌دست می‌آید

$$\eta = (E_v/E_t) = \sum_v v N(v) / \sum_v 3N(v) = 68.5\%$$

فصل ۱۱

۳.۱۱ میدان باریکه در طول جهت C ، ناشی از برهم‌نهی دوباریکهٔ تداخل سنج را می‌توان چنین نوشت $E_c = K_A E(t) + K_B E(t + \tau)$. اگر بازتابندگی آینهٔ S_1 را برابر با 50% بگیریم، و برای سادگی از هر جابه‌جایی فازی ناشی از بازتاب از آینه‌های S_1 ، S_2 ، و S_3 چشم‌پوشیم، می‌توانیم فرض کنیم $K_A = K_B = K$. حال، $\langle I_c(t) \rangle = \langle E_c(t) E_c^*(t) \rangle = 2|K|^2 \{ \langle I \rangle + \text{Re}[\Gamma^{(1)}(\tau)] \}$ ، که $\langle I \rangle = \langle E(t) E^*(t) \rangle = \langle E(t + \tau) E^*(t + \tau) \rangle$ است، و منظور از Re ، قسمت حقیقی است. از معادلات (۴.۳.۱۱) و (۹.۳.۱۱) می‌رسیم به:

$$\langle I_c(t) \rangle = 2|K|^2 \langle I \rangle \{ 1 + |\gamma^{(1)}| \cos[\omega\tau - \psi(\tau)] \}$$

حول تأخیر زمانی مفروض τ ، چون هم $|\gamma^{(1)}|$ و هم ψ توابعی با تغییرات آهسته نسبت به τ هستند، داریم

$$I_{\max} = \langle I_c(\tau) \rangle_{\max} = 2|K|^2 \langle I \rangle [1 + |\gamma^{(1)}(\tau)|]$$

$$I_{\min} = \langle I_c(\tau) \rangle_{\min} = 2|K|^2 \langle I \rangle [1 - |\gamma^{(1)}(\tau)|]$$

$$V_P = |\gamma^{(1)}(\tau)| \quad \text{بنابراین}$$

۵.۱۱ برای خروجی با طیف گاوسی، $\gamma^{(1)}(\tau)$ نیز تابعی گاوسی است، یعنی می‌توان آن را به صورت $\gamma^{(1)} = \exp\{-\frac{1}{2}(\tau/\tau_{co})^2 \ln 2\}$ نوشت، که τ_{co} زمان همدوسی است که مطابق با شکل

۱.۱۱ تعریف شده است. طبق معادله (۲۸.۳.۱۱)، می‌یابیم $\sigma_\tau = 1/4\pi\sigma_\nu$ در این مورد، داریم

$\sigma_\nu = \Delta\nu_L$ در حالی که انحراف معیار σ_τ تابع $\{\exp\{-\frac{1}{2}(\tau/\tau_{co})^2 \ln 2\}\}^2 = \exp\{-\frac{1}{2}(\tau/\tau_{co})^2 \ln 2\}$ برابر است با

$\sigma_\tau = \tau_{co}/2(\ln 2)^{1/2}$ از روابط قبلی می‌توان به دست آورد $\tau_{co} = \sqrt{\ln 2}/2\pi\sigma_\nu \cong 13.25 \mu\text{s}$

$$L_{co} = c\tau_{co} \cong 3.98 \text{ km}$$

۷.۱۱ $I_o = 2P_i/[\pi(\lambda f/\pi w_o)^2]$ برای جلوگیری از تلفات پراشی و اجتناب از ایجاد حلقه‌های

پراشی ناشی از بریده‌شدگی باریکه توسط گشودگی محدود عدسی، D_L مقدار D_L را به اندازه

کافی بزرگ می‌گیریم، نوعاً $D_L = \pi w_o$ [معادله (۳۱.۵.۵) را ببینید]. حال از روابط قبل می‌یابیم

$I_o = (2/\pi)P_i D_L^2/(\gamma f)^2$ در حالی که از معادله (۴.۴.۱۱) با $D = D_L$ پیدا می‌کنیم

$$I_o = (\pi/4)P_i D_L^2/(\lambda f)^2$$

۹.۱۱ اگر x و y را به ترتیب مختصات در طول بدهای کوچکتر و بزرگتر نقش میدان نزدیک در

نظر بگیریم، داریم $W_{x^o} = 5 \text{ cm}$ و $W_{y^o} = 2 \text{ cm}$. حال از معادله (۱۹.۴.۱۱) می‌رسیم

به $W_x(z = 3 \text{ m}) \cong 3.28 \text{ cm}$ در حالی که از معادله هم‌ارز در جهت y ، به دست می‌آوریم

$$W_y(z = 3 \text{ m}) \cong 2.16 \text{ cm}$$

فصل ۱۲

۱.۱۲ با توجه به اینکه $w_o = 54 \text{ mm}$ است، داریم

$$w(z = 1 \text{ m}) = w_o [1 + (z/z_R)^2]^{1/2} = 83 \text{ mm}$$

و $R(z = 1 \text{ m}) = z[1 + (z_R/z)^2] \cong 174 \text{ m}$ که $z_R = \pi w_o^2/\lambda \cong 86.1 \text{ cm}$ است.

عدسی با فاصله کانونی f را می‌توان به عدسی اول با فاصله کانونی $R = 174 \text{ m}$ ، $f_1 = R$ ، به منظور

جبران انحنای جبهه موج، و عدسی دوم با فاصله کانونی $f_2 = f_1 f / (f_1 - f) \cong 106.1 \text{ cm}$

به منظور کانونی کردن باریکه، تقسیم کرد. حال با تقریب خوبی وضعیت مکانی کمر در فاصله

$z_m \cong f_2 \cong 106.1 \text{ cm}$ از عدسی اصلی رخ خواهد داد. اندازه لکه باریکه گاوسی در برگرفته

شده می‌شود $w'_o \cong (\lambda/\pi w) f_2 \cong 43 \text{ mm}$ و پارامتر اندازه لکه مرتبط با آن، می‌شود

$$W'_o = (M^2)^{1/2} w'_o \cong 0.274 \text{ mm}$$

۳.۱۲ داریم $\Gamma_s = h\nu/\sigma \cong 471 \text{ J/cm}^2$ و $S = \pi D^2/4 \cong 636 \text{ cm}^2$ به طوری که $\Gamma_{out} = E_{out}/S \cong 707 \text{ J/cm}^2$ کل انرژی موجود در تقویت‌کننده می‌شود که $E_{av} = h\nu NV = S\Gamma_s \ln G_o = 415 \text{ J}$ واری واری اولیه و V حجم تقویت‌کننده است. برای محاسبه انرژی ورودی لازم، معادله (۱۲.۳.۱۲) را می‌توان برای Γ_{in} حل کرد تا $\Gamma_{in} = \{[\exp(\Gamma_{out}/\Gamma_s) - 1]/G_o\} + 1 \cong 295 \text{ J/cm}^2$ را به دست دهد، که به $E_{in} = \Gamma_{in} S = 1878 \text{ J}$ منجر می‌شود. بنابراین، از انرژی دسترس‌پذیر 415 J ، مقدار انرژی حاصل از تقویت‌کننده برابر می‌شود با 2622 J $E_{ex} = E_{out} - E_{in} \cong 2622 \text{ J}$. توجه کنید که طول تقویت‌کننده در این محاسبه وارد نمی‌شود.

۹.۱۲ با کمک معادله (الف) (۲۷.۴.۱۲) با جایگزینی معادله (۲۹.۴.۱۲) در معادله (۲.۴.۱۲)، به دست می‌آوریم $P^{NL} = (\epsilon_o d/2) \{ \sum_i E_i(z) \exp[j(\omega_i t - k_i z)] + c. c. \}^2$ پس از انجام محاسبات در طرف راست معادله اخیر، با توجه به اینکه $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ است، تنها جمله در بسامد ω_1 چنین به دست می‌آید

$$P_{\omega_1}^{NL} = (\epsilon_o d/2) \{ E_{\omega_3}^*(z) E_{\omega_2}(z) \exp[j(\omega_3 - \omega_2)t - j(k_3 - k_2)z] + c. c. \}$$

سپس با استفاده از رابطه $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ و معادله (۲۷.۴.۱۲) (ب)، می‌توانیم معادله (۳۰.۴.۱۲) را به دست بیاوریم.

۱۱.۱۲ از معادله (الف) (۵۸.۴.۱۲) بازدهی تبدیل هماهنگ دوم به صورت

$$\eta = I_{\omega} / I_{\omega}(\circ) = |E'_{\omega}|^2 / |E'_{\omega}(\circ)|^2 = [\tanh(z/l_{SH})]^2$$

به دست می‌آید. چون $E_{\omega}(\circ)$ به شدت فرودی $I = I_{\omega}(\circ)$ با $(2ZI)^{1/2}$ مربوط می‌شود، که $Z = 1/\epsilon_o c \cong 377 \Omega$ ، امپدانس فضای آزاد است، از معادله (۵۲.۴.۱۲) به دست می‌آوریم که $l_{SH} \cong \lambda n_o / [2\pi d_{eff} (2ZI)^{1/2}] = 275 \text{ cm}$ که n_o ضریب شکست عادی KDP در بسامد ω است. با قراردادن این مقدار l_{SH} در رابطه قبل برای η و با فرض $z = 25 \text{ cm}$ ، به دست می‌آوریم $\eta = 51.9\%$.

واژه‌نامه

flash-lamp-pumped configuration	آرایش دمیده لامپ درخشی
doped	آلاییده
single-pass power loss	اتلاف توان تک‌عبوری
cataphoresis	الکتروفورز
pulse expansion	انبساط تپ
beam expander	باریکه گستر
regenerative	باززاینده
frequency stabilized	پایدارشده بسامد
ambipolar diffusion	پخش دوطرفه
inhomogeneous broadening	پهن‌شدگی ناهمگن
homogeneous broadening	پهن‌شدگی همگن
corona preionization	پیش‌یونش هاله‌ای
recombination radiation	تابش بازترکیب
correlation function	تابع همبستگی
pulsation	تپ‌زنی
glow discharge	تخلیه تابان

arc discharge	تخلیه قوسی
cavity-dumping	تخلیه‌سازی کاواک
transducer	تراگذار
unidirectional ring resonator	تشدیدگر حلقه‌ای یک‌سویه
hard-edge unstable resonators	تشدیدگرهای ناپایدار لبه-سخت
cooperative up conversion	تعاون در تبدیل بالا
chirped pulse amplification (CPA)	تقویت پمپ جیرجیرشده
iterative	تکرارکننده
spatial-frequency chirp	جیرجیر بسامد فضایی
frequency chirp	جیرجیر بسامدی
strained QW	چاه کوانتومی کرنش‌یافته
high packing density	چگالی انباشتگی بالا
joint density of states	چگالی توأم حالتها
self-consistency	خودسازگاری
self-focusing	خودکانونی
cladding-pumping	دمش غلاف‌گذاری
diode laser pumping	دمش لیزر دیودی
anharmonic pumping	دمش ناهماهنگ
dimer	دوپار
light-emitting diode	دیود گسیلنده نور
lens guide	راهنمای عدسی
figure of merit	رقم شایستگی
frequency hole-burning	سوزکنی بسامدی
spatial hole burning	سوزکنی فضایی
hole burning	سوزکنی
wavelength-division-multiplexing systems (WDM)	سیستمهای ارتباط همزمان تقسیم طول موج
saturation fluence	شاریدگی اشباع
argument	شناسه

longitudinal utilization factor	ضریب بهره‌وری طولی
beam of confinement factor	ضریب تجدید باریکه
prelasing	عمل پیش لیزری
over voltage	فزون ولتاژ
pulse compression	فشرده‌گی تب
finesse	فینس (باریکی)
Kerr-lens mode locking	قفل‌شدگی مد عدسی-کر
mode-locked	قفل‌شدگی مد
asymmetric stretching	کشیدگی نامتقارن
limiting aperture	گشودگی محدودکننده
trailing edge	لبه پس‌رو
leading edge	لبه پیش‌رو
quantum cascade laser	لیزر آبشار کوانتومی
Q-switched laser	لیزر با سوئیچ Q
up conversion laser	لیزر تبدیل رو به بالا
dye laser	لیزر رزینهای
synchronously pumped dye laser	لیزر رزینهای دمیده همزمان
vertical-cavity surface-emitting laser	لیزر گسیلنده سطحی کاواک قائم
fiber lasers	لیزرهای تار
self-terminating lasers	لیزرهای خود پایان‌دهنده
edge-emitting lasers	لیزرهای گسیلنده لبه‌ای
microchip lasers	لیزرهای میکروتراشه‌ای
ultra broad band gain media	محیطهای بهره با نوار فوق‌العاده پهن
self-phase modulation	مدوله‌سازی خود-فازی
transport equation	معادله ترابرد
ballast resistant	مقاومت متعادل‌کننده
laser spikes	میخه‌های لیزری
affinity	میل ترکیبی

metallo-organic chemical vapor deposition (MOCVD)	نشست بخار شیمیایی فلز-آلی
heavy-hole band	نوار حفرة سنگین
mode-partition noise	نوفه پارش مد
quantum-confined semiconductors	نیمرساناهای محدودشده کوانتومی
dissociative reactions	واکنشهای تجزیه‌پذیر
cross-relaxation	واهلش عبوری
vibronic	ویبرونیک (ارتعاشی-الکترونی)
codoping	هم‌آلایندگی
convolution	همگردش
dopant ions	یونهای آلاینده

نمایه

برای تشدیدگرهای پایدار ۲۴۰	آبشاری ۵۹۴، ۶۰۴
برای تشدیدگرهای ناپایدار ۲۴۷، ۲۵۲	آستانه
پراشی ۲۱۱، ۲۱۸-۲۱۷، ۲۳۶-۲۴۰	آهنگ دمش ۱۵، ۳۴۱، ۳۶۱، ۳۶۲
داخلی ۱۱، ۳۳۳	توان دمش ۲۹۶-۲۹۷
لگاریتمی ۱۲، ۳۳۲	وارونی ۱۲، ۳۴۱، ۳۵۰، ۳۶۰، ۳۶۳
اثر اپتیکی کر ۴۵۸	آهنگ جذب ۴۵-۵۰
اشباع ۱۳، ۸۵-۹۳	آهنگ دمش ۱۵، ۲۷۷، ۲۹۴-۲۹۲، ۳۲۱-۳۱۹
اثرات ایجاد حفره ۹۳	بحرانی ۳۴۱، ۳۵۰، ۳۶۱، ۳۶۳
بهره ۹۲-۹۰	مقدار آستانه ۱۵، ۳۴۲، ۳۵۱، ۳۶۰، ۳۶۳
جذب ۸۵	مقدار مؤثر ۲۹۴-۲۹۲
خط ناهمگن ۹۳-۹۲	آینه‌های با بازتابندگی متغیر شعاعی ۲۵۹-۲۵۴
خط همگن ۹۲-۸۵	آینه‌های جیرجیرشده چندلایه‌ای ۴۶۸، ۷۰۵
شاریدگی انزوی ۸۹، ۹۲	آینه‌های لیزر ۱۸۰
شدت ۸۷	آبرگاوسی
اشباع بهره	باریکه ۲۵۶
گذار ناهمگن ۳۷۳-۳۷۴	نیمرخ بازتابندگی ۲۵۹-۲۵۶
گذار همگن ۹۰، ۳۷۳	اتلافها(ی)
اصل تعادل جزءبه‌جزء ۶۹	آینه‌ای ۱۲، ۳۳۲

- اصل فرانک-کاندون ۱۱۴
 افت وخیزهای بسامدی لیزر ۳۸۸-۳۹۰
 افت وخیزهای نقطه صفر ۴۲
 و پهنای خط لیزر ۳۸۶-۳۸۸
 و گسیل خودبه خود ۴۱-۴۲
 انبساط دهنده با دو توری پراش ۷۰۵-۷۰۷
 انتقال انرژی
 برای دمش لیزری ۵۰۲، ۵۸۱
 برگشت ۷۱
 تشدید ۷۰، ۷۳، ۵۶۴، ۵۸۱
 نزدیک تشدید ۷۰، ۷۲، ۷۳، ۵۶۴، ۵۸۱
 نوع فارستر ۷۳
 انتگرال فوکت ۶۶
 اندازه لکه ۱۹۶
 برای تشدیدگرهای متقارن ۲۳۱
 برای یک کاواک دوآینه‌ای ۲۳۰
 پارامتر ۱۹۵-۱۹۶
 در کمر باریکه ۲۰۰
 انرژی یک مولکول
 ارتعاشی ۱۰۷-۱۰۹
 الکترونی ۱۰۶-۱۰۷
 چرخشی ۱۰۷-۱۰۸
 باریکه گاوسی محاط شده ۶۵۹-۶۶۰
 باریکه محدود شده پراشی ۱۸، ۶۳۸
 باریکه‌های گاوسی ۲۰۶-۱۹۴
 انتشار در فضای آزاد ۲۰۱-۱۹۹
 اندازه لکه در کمر ۲۰۱
 برد ریلی ۱۹۹
 پارامتر q ~ ۱۹۵
 شعاع انحنای ۱۹۷، ۲۰۱-۲۰۰
 کانونی ۲۰۳
 مد پایبندترین مرتبه ۱۹۷-۱۹۵
- مدهای مراتب بالاتر ۲۰۶-۲۰۴
 واگرایی ۲۰۰، ۶۳۸
 و قانون ABCD ۱۹۵، ۲۰۲-۲۰۱
 باز ترکیب
 الکترون-یون ۳۱۷، ۵۷۴
 اوزه ۱۴۵
 تابش ۲۷۳
 بازدهی شیب ۳۴۶-۳۴۳، ۳۵۳، ۳۵۶، ۳۶۲، ۳۶۴
 لیزر CO₂ ۳۴۷-۳۵۰
 لیزر Nd:YAG ۳۴۵، ۳۵۷
 لیزر Yb:YAG ۳۶۵
 لیزر نیمرسانا ۵۴۴
 بازدهی لیزر
 جفت شدگی خروجی ۳۴۴
 شیب ۳۴۳، ۳۴۵، ۳۵۳، ۳۶۴
 دمش ۲۷۵، ۳۲۱-۳۲۰
 طولی ۳۵۷
 عرضی ۳۴۴، ۳۵۳
 کوانتومی ۳۴۴
 برخورد
 ابرکشسان ۶۸، ۵۶۷، ۵۷۰
 پهن شدگی ~ ۶۳-۵۹
 زمان بین ۶۱
 غیرفعال سازی ~ ۶۷
 ناکشسان ۳۰۴
 نوع اول ۶۸، ۷۰، ۳۰۳
 نوع دوم ۶۸، ۷۰، ۳۰۴
 برخورد الکترونی
 برانگیختگی ۳۰۴
 سطح مقطع ۳۰۹-۳۰۵
 برد ریلی ۱۹۹

پایندگی تکانه	بسامد باریکه لیزر
در یک نیمرسانای QW ۱۵۷-۱۵۴	افت وخیزهای ۳۹۰-۳۸۸
فوتونهای برهمکنش کننده ۶۷۶، ۶۸۳	پایدارسازی ۳۹۳-۳۹۱
پخش دوطرفه ۳۱۷	جیرجیر ۴۴۵، ۷۵۵
پوشش پاد بازتاب ۱۸۴-۱۸۳	کشیدگی ۳۸۵
پوششهای چندلایه‌ای دی الکتریکی ۱۸۴-۱۸۰	بولتزمن
پهنای تپ	معادلهٔ ترابرد ۳۱۵، ۶۶۲
در لیزرهای سوئیچ شده Q ۳۰	معادلهٔ ترمودینامیکی ۱۰، ۷۸
در لیزرهای قفل شدهٔ مدی ۴۵۲-۴۵۰، ۴۵۵	به‌دام‌افتادگی تابش ۹۴
۴۷۱	بهره
پهنای خط ۶۲	دیفرانسیلی ۱۴۰
در اثر برخورد ۶۲	ضریب ۵۶، ۹۱، ۱۳۷، ۱۴۲-۱۴۰، ۱۵۹
در مد کاواک ۲۲۱-۲۱۹	ماده ۱۴۶
دوپلری ۶۵	مدی ۱۴۶
ذاتی (طبیعی) ۶۲	بهرهٔ دیفرانسیلی ۱۴۰، ۱۶۱
کاواک ۲۲۱-۲۲۰	لیزرهای نیمرسانای انتخابی ۱۴۱-۱۴۰
گاوسی ۶۴-۶۵	بیضوی ضریب شکست ۶۷۶-۶۷۸
نور لیزر ۳۸۶	پارامتر مختلط باریکه ۱۹۵
همگن ۶۲-۶۳	تبدیل با قانون ABCD ۱۹۵، ۲۰۴-۲۰۱
یک مد لیزر ۳۸۸-۳۸۶	تعریف ۱۹۶-۱۹۵
پهنای خط لیزر	پارامترهای γ تشدیدگر ۲۲۵
حد کوانتومی ۳۸۷-۳۸۶	پارامترهای γ -یک کاواک ۲۲۴
پهن‌شدگی	پاشندگی
برخوردی ۶۳-۵۹	تأخیری تپ ۴۶۴
دوپلری ۶۶-۶۴	جبران ۴۶۸-۴۶۷، ۷۰۵
ذاتی (طبیعی) ۶۲	رابطه ۴۶۲
ناهمگن ۵۹-۵۸	سرعت گروه ۴۶۵
همگن ۵۹-۵۸	پاشندگی تأخیر گروه ۴۶۴، ۷۵۳
پهن‌شدگی دوپلری ۶۵-۶۴	پاشندگی سرعت گروه ۴۶۵، ۷۵۳
در لیزر Ar^+ ۵۷۴	پاشندگی مرتبه-سوم ۴۶۶، ۴۶۸
در لیزر CO_2 ۱۱۸	پایداری پرتو ۲۲۵-۲۲۲
در لیزر He-Ne ۶۶	پایداری تشدیدگرهای اپتیکی ۲۲۷-۲۲۲

مدت زمان تب، سوئیچ زنی Q ۴۳۰	پهن شدگی ناهمگن ۵۲، ۵۸
مدت زمان تب، قفل شدگی-مد ۴۵۲-۴۵۰،	اثرات پهن شدگی ناهمگن روی عملکرد لیزر
۴۷۱، ۴۵۶	۳۷۲-۳۷۴
تحلیل فازور قفل شدگی-مد ۴۴۲-۴۴۴	علت ۶۶-۶۴
تداخل سنج	و قفل شدگی مد لیزر ۴۵۱
رویش ۱۸۸-۱۸۹	پهن شدگی همگن ۵۱، ۶۳-۵۸
فابری-پرو ۱۸۷-۱۸۴	اثرات پهن شدگی همگن روی عملکرد لیزر
فینس ۱۸۷	۳۷۶-۳۷۷
گستره طیفی آزاد ۱۸۶، ۱۹۰	علت ۶۳-۵۹
مایکلسون ۶۲۷-۶۲۸	و قفل شدگی مد لیزر ۴۵۱، ۴۵۸-۴۵۴،
یانگ ۶۲۴-۶۲۸	۷۴۲-۷۴۹
تداخل سنج فابری-پرو ۱۸۴-۱۹۰	پیسسه، لیزر ۶۴۸-۶۴۴
به عنوان یک طیف سنج ۱۸۸	پیسسه لیزری ۶۴۸-۶۴۴
فینس ۱۸۷	پیش یونش تخلیه ۵۹۳-۵۹۱
گستره طیفی آزاد ۱۸۶	تابش برمشترلانگ ۲۷۳
تراز فرمی ۱۲۷	تابش جسم سیاه ۲۷-۲۵، ۳۳
ترازمندی گرمایی	معادله ریلی جینز ۳۱
برای ترازهای واگن ۷۹، ۱۱۳-۱۱۱	نظریه پلانک ۳۴-۳۲
برای یک مولکول ۱۱۲	تابع توزیع الکترون
برای یک نیم رسانای چاه کوانتومی (QW)	تعریف ۳۱۰
۱۵۴-۱۵۵	در اختلاط لیزر CO ₂ ۳۱۴
برای یک نیم رسانای کپه ای ۱۲۷	در لیزرهای He-Ne ۳۱۵
و تابش جسم سیاه ۲۷-۲۵	ماکسولی ۳۱۳
و ضریب بولتزمن ۱۰، ۷۸	تابعهای موج بلاک ۱۲۱
ترازهای انرژی	تاخیر گروه ۴۶۳
~ CO ₂ ۵۸۰	تبدیل داخلی ۱۲۰
~ KrF ۵۹۸	تبدیل رو به بالا ۷۵
~ Nd:YAG ۸۳، ۴۹۲	تب (پالس)
~ Ti:sapphire ۵۱۳	انبساط ۷۰۵-۷۰۷
~ Tm:Ho:YAG ۳، ۵۰۳	تراکم ۷۰۵-۶۹۸
~ Yb:Er:glass ۵۰۰	جیرجیر بسامدی ۴۴۵، ۷۵۵
~ Yb:YAG ۴۹۸	محدود شده تبدیل ۴۴۶-۴۴۴

- الکساندریت ۸۴، ۵۱۰
 بخار مس ۵۶۹
 لیزر رنگینه‌ای ۵۱۹
 نیتروژن ۵۹۴
 هلیوم-کادمیم (He-Cd) ۵۷۸
 هلیوم-نون (He-Ne) ۵۶۳
 یاقوت ۴۸۹
 یون آرگون ۵۷۴
 ترازهای شبه-فرمی ۱۳۱-۱۲۸، ۵۲۷
 ترازهای واگن
 جمعیت ترازمندی ۱۰، ۷۸، ۱۱۱
 زمان فروافت مؤثر ۷۹
 سطح مقطع مؤثر ۷۹
 تسلیم (بهره) کوآتومی فلئوئورسانی ۷۷
 تشدیدگر حلقه‌ای ۲۱۴
 برای لیزر Nd:YAG تک‌مدی ۳۸۴-۳۸۳
 برای لیزر رزینه‌ای تک‌مدی ۳۸۴-۳۸۳
 عملکرد یک‌سویه ۳۸۱
 فاصلهٔ بسامدی بین مدهای طولی ۲۱۴
 تشدیدگر صفحه موازی (فابری-پرو) ۲۱۱
 تشدیدگر ناپایدار شاخه مثبت ۲۴۵
 تشدیدگر ناپایدار شاخهٔ منفی ۲۴۵
 تشدیدگر ناپایدار هم‌کانونی ۲۴۸
 تشدیدگر نزدیک تخت
 اندازه‌های لکه ۲۳۱
 طیف بسامدی ۲۳۵-۲۳۴
 تشدیدگرهای اپتیکی
 امواج ساکن و پیشرونده ۲۳۶-۲۳۵
 با آینه‌های بازتابندگی متغیر ۲۵۹-۲۵۴
 با پایداری دینامیکی ۲۴۵-۲۴۱
 بسامدهای تشدیدی ۲۱۸، ۲۳۵-۲۳۴
 پایدار ۲۴۵-۲۲۶
- پهنای خط ۲۲۱-۲۲۰
 تلفات پراشی ۲۱۱، ۲۱۷، ۲۴۰-۲۳۶
 شرط پایداری ۲۲۵-۲۲۲
 صفحه موازی ۲۱۱
 مدها در ۲۳۲-۲۲۷
 ناپایدار ۲۵۹-۲۴۵
 ناپایدار شاخه مثبت ۲۴۵
 ناپایدار شاخه منفی ۲۴۵
 نزدیک صفحه-موازی ۲۳۱، ۲۳۵-۲۳۴
 نزدیک هم‌مرکزی ۲۱۲، ۲۳۱
 نوع حلقه‌ای ۲۱۴
 ویژه‌مدهای ۲۱۸-۲۱۵، ۲۳۲-۲۲۷
 ویژه‌مقدارهای ۲۱۸-۲۱۵، ۲۳۴-۲۳۲
 هم‌کانونی ۲۱۲
 تشدیدگرهای پایدار دینامیکی ۲۴۵-۲۴۱
 تشدیدگرهای ناپایدار ۲۵۹-۲۴۵
 با بازتابندگی متغیر شعاعی ۲۵۹-۲۵۴
 توصیف اپتیک موجی ۲۵۳-۲۴۹
 توصیف اپتیک هندسی ۲۴۹-۲۴۶
 شاخهٔ مثبت ۲۴۵
 شاخهٔ منفی ۲۴۵
 ضریب بزرگنمایی ۲۴۷
 عدد فرنل معادل ۲۵۰
 مزایا و معایب ۲۴۵، ۲۵۴-۲۵۳
 نقوش مد ۲۵۲-۲۵۱
 هم‌کانونی ۲۴۸
 تشدیدگرهای ناپایدار با بازتابندگی متغیر
 ۲۵۹-۲۵۴
 تشدیدگر هم‌کانونی ۲۱۲
 اتلاف پراشی ۲۳۸
 بسامدهای تشدیدی ۲۳۴
 مدهای ۲۳۴

متغیر شعاعی توسط آینه‌های با توان بازتابندگی	تشدیدگر هم‌مرکزی ۲۱۲
۳۷۶-۳۷۷	تعادل یونش ۳۱۸-۳۱۷
تکنیک پاوند-درور ۳۹۱-۳۹۳	تقریب
تنظیم طول موج (تنظیم‌شدگی) لیزر	اسکالر ۱۹۱
توسط توری پراشی ۳۶۹	دوقطبی الکتریکی ۴۵
توسط صافی دوشکستی ۳۷۰-۳۷۱	معادله آهنگ ۳۲۸، ۳۹۸
توسط منشور پاشنده ۳۶۹	نیمه‌کلاسیکی ۴۴
توان خروجی لیزر ۳۴۳، ۳۶۲	تقریب بورن-اوپنهایمر ۱۰۸
برحسب دمش ۳۵۰-۳۴۴، ۳۵۳، ۳۵۵	تقریب پیرامحوری (نزدیک محوری)
۳۶۵، ۳۶۲، ۳۶۰	پرتو ۱۶۹
جفت‌شدگی خروجی ۳۶۸-۳۶۶	موج ۱۹۴-۱۹۱
رابطه برای شمار فوتون ۳۳۷	تقریب دوقطبی الکتریکی ۴۵، ۷۱۶
توان دمش	تقریب معادله آهنگ ۳۲۸، ۳۹۸
مقدار آستانه ۲۹۹-۲۹۶	تقریب نوار سهموی ۱۲۱، ۱۴۹، ۱۶۳
توزیع سرعت ماکسولی ۳۱۳	تقریب ویگنر ویسکف ۴۱
توزیع گرمایی	تقویت تپ جیرجیرشده (CPA) ۶۷۱-۶۶۸
ترازهای واگن ۱۱-۹، ۷۸	تقویت لیزر ۶۶۴-۶۶۰
میان حالت‌های چرخشی ۱۱۳-۱۱۰	تغییر عرضی در ۶۶۶
تولید (مولد) هماهنگ ۶۸۱-۶۷۴	رابطه ورودی-خروجی ۶۶۴
تولید هماهنگ دوم ۶۸۴-۶۷۴، ۶۹۸-۶۹۴	تکفامی ۱۶، ۶۲۰-۶۱۸
زاویه جورشدگی فاز ۶۸۲	و همدوسی زمانی ۶۳۰-۶۲۹
قطبش غیرخطی ۶۷۴	تک‌مد طولی
نوع I و نوع II ۶۸۲	برای سنج‌های فابری-پرو ۳۸۰-۳۷۷
ثابت پلانک ۳۳، ۷۶۱	توسط لیزرهای حلقه‌ای یک‌سویه‌ای
جابه‌جایی لمب ۴۱	۳۸۴-۳۸۱
جذب‌کننده اشباع‌پذیر	در لیزر با طول کواک کوتاه ۳۷۶، ۳۸۰
آهسته ۴۶۱-۴۵۹، ۴۷۳	در لیزرهای سوئیچ‌شده Q انفعالی ۴۲۴
سریع ۴۵۷-۴۵۴، ۴۷۳	تک‌مد عرضی
سوئیچ Q ۴۲۴-۴۲۱، ۴۳۵-۴۳۲	با استفاده از تشدیدگرهای ناپایدار ۲۵۳-۲۵۲،
قفل‌شدگی-مد ۴۶۱-۴۵۴	۳۷۶-۳۷۷
جفت-دو-منشور	توسط دمش طولی لیزر ۳۸۳
برای جبران پاشندگی ۴۶۹-۴۶۷	توسط روزنه مقابل باریکه ۳۷۶

قوانین گزینش برای گذارهای تابشی	جفت‌شدگی خروجی بهینه ۳۶۶-۳۶۸
۱۱۶-۱۱۸	جفت منشور آنامورفی (کزی‌ساز) ۲۸۵-۲۸۷
حالت‌های سه‌تایه در رنگها ۵۲۰	جمعیت در یک تراز ۸
خواص آماری	جواب حالت پایای معادلات آهنگ ۳۴۱، ۳۵۲
نور گرمایی ۶۵۲	۳۶۱-۳۶۲
نور لیزر ۶۵۰-۶۵۲	جهت‌مندی ۱۷
خود-کانونی ۴۵۹	باریکه‌های با همدوسی پاره‌ای فضایی ۶۳۹
درخشایی ۱۹، ۶۴۸-۶۴۹	باریکه‌های با همدوسی کامل فضایی
دمای الکترون ۳۱۳	۶۳۶-۶۳۸
و حاصلضرب pR ۳۱۸	چاه کوانتومی ۱۶۳-۱۴۶
و نسبت \mathcal{E}/p ۳۱۳	کرنش‌یافته ۱۶۴-۱۶۲
دمای یون ۵۷۴	لیزرهای ۵۳۸-۵۴۱
دمش ۱۵	چاه‌های کوانتومی کرنش‌یافته ۱۶۳-۱۶۲
آهنگ ۱۵، ۲۷۶-۲۷۴، ۲۹۴-۲۹۲، ۳۲۱-۳۲۰	چشمه لامبرت ۱۹
اپتیکی ۲۶۴	چشمه نور ناهمدوس ۶۳۵، ۶۵۲
اتاقک (محفظه) ۲۶۸	چگالی انرژی تابش ۲۶
الکتريکی ۲۶۴، ۳۰۲-۳۰۰	چگالی توأم حالتها ۱۳۵
بازدهی ۲۷۶-۲۷۴، ۳۲۱-۳۲۰	چگالی حالتها
بازدهی کوانتومی ۲۷۵	در یک کاواک الکترومغناطیسی ۳۱
با لیزر ۲۸۲-۲۷۷	در یک نیرسانای چاه کوانتومی ۱۵۴-۱۵۱
بسامد رادیویی ۳۰۳	در یک نیرسانای کپه‌ای ۱۲۶
توسط باریکه الکترونی ۲۶۶	چگالی شفافیت ۱۳۹
توسط پرتوهای x ۲۶۶	حاصلضرب pD بهینه ۳۱۹، ۵۸۶
توسط لیزرهای دیودی ۲۶۵، ۳۰۰-۲۸۰	برای لیزر CO_2 ۵۸۶
سیستم‌های انتقال ۲۷۱-۲۶۸، ۲۹۰-۲۸۲	برای لیزر He-Ne ۵۶۸
شیمیایی ۲۶۷-۲۶۶	حالت‌های الکترونی
طولی ۲۸۹-۲۸۳	برای یک چاه کوانتومی ۱۵۰-۱۴۶
عرضی ۲۹۱-۲۸۹	برای یک مولکول ۱۱۱-۱۰۸
گاز دینامیکی ۲۶۷	برای یک نیرسانای کپه‌ای ۱۲۵-۱۲۱
مقدار آستانه ۲۹۷-۲۹۶	حالت‌های چرخشی
ناهماهنگ ۵۹۳	اشغال تراز ۱۱۲
دمش اپتیکی	ترازهای انرژی ۱۰۹

زاویه بروستر ۱۷۹	بازدهی ۲۷۴-۲۷۶
زاویه جورشدگی فاز ۶۸۲-۶۷۹	بازدهی انتقال ۲۷۵
سازوکار پهن‌شدگی خط	بازدهی تابشی ۲۷۵
برخوردی ۶۲-۵۹، ۷۲۱-۷۱۸	بازدهی کواتومی توان ۲۷۵
دوپلری ۶۵	سیستمها برای ۲۶۸
ذاتی (طبیعی) ۶۲	دمش الکتریکی ۳۲۱-۳۰۰
فونونی ۶۳-۶۲	آهنگ ۳۲۱-۳۲۰
همگن ۵۸، ۶۳-۵۹	با برخورد الکترون ۳۰۳، ۳۱۰-۳۰۴
سالیتون ۴۷۰	برخوردهای با تغییر اسپین ۳۰۸
سرعت سوقی الکترونها ۳۱۰	قوانین مقیاس ۳۱۹-۳۱۸
سرعت فاز ۴۶۲	دمش با لیزر دیودی ۲۹۱-۲۸۰
سرعت گرمایی	آهنگ دمش ۲۹۴-۲۹۱
اتنها ۶۱	تک نواری ۲۸۲-۲۸۰
الکترونها ۳۰۹	ردیفی ۲۸۱
سرعت گروه ۴۶۳، ۷۵۲	طولی ۲۸۶-۲۸۳
سطح مقطع	عرضی ۲۹۱-۲۸۹
۸۳ Nd:YAG	میله‌ای ۲۸۳
برای پهن‌شدگی ناهمگن ۵۳	میله‌های چیدمان‌یافته ۲۸۲
برای پهن‌شدگی همگن ۵۱	دمش لیزری ۲۷۹-۲۷۷
توسط برخورد الکترونی ۳۰۹-۳۰۴	آهنگ دمش و بازدهی دمش ۲۹۴-۲۹۱
جذب ۹، ۵۱، ۵۳	توان دمش آستانه ۲۹۹-۲۹۶
مؤثر ۸۲	توسط لیزرهای دیودی ۲۸۴-۲۸۰
مواد لیزر حالت جامد ۴۹۶، ۵۱۱	طولی ۲۸۹-۲۸۳
سلول پاکلز	عرضی ۲۹۱-۲۸۹
برای تخلیه کاواک ۴۴۷	دمش ناهم‌آهنگ ۵۹۳
برای سوئیچ‌زنی-Q ۴۱۷-۴۱۶	دیسک اری ۶۳۷
برای قفل‌شدگی مد AM ۴۵۴-۴۵۳	دیود نوری (دیود اپتیکی) ۲۱۵، ۲۸۴-۳۸۱
برای قفل‌شدگی مد FM ۴۵۴-۴۵۲	رابطه اری ۶۳۷
سنجه (اتالون) برای انتخاب تک مد ۳۷۷-۳۷۹	رابطه (فرمول) ریلی جینز ۳۱
سنجه فابری-پرو ۳۷۷	رابطه (فرمول) شالو و تاونز ۳۸۶
سوزکنی حفره	روابط منلی-رو ۶۹۰، ۶۹۶
طیفی ۳۷۵-۳۷۳	رهیافت نیمه‌کلاسیک ۳۶، ۴۴، ۷۱۱

- فضایی ۳۷۴-۳۷۵
 برای گذارهای اتمی ۵۶
 سوئیچ Q ۴۱۵-۴۱۲
 برای نیمرساناهای کپه‌ای ۱۳۸، ۱۴۱-۱۴۰
 اکوستوپتیکی ۴۱۹-۴۲۰
 برای یک نیمرسانای QW ۱۵۸
 الکترواپتیکی ۴۱۷-۴۱۶
 ضریب جذب ۵۵
 با جذب‌کننده اشباع‌پذیر ۴۲۴-۴۲۱
 اشباع‌شده ۸۸-۸۷
 با سوئیچ زنی آهسته ۴۱۵
 اشباع‌نشده ۸۸
 با سوئیچ زنی سریع ۴۱۴
 چاه کوانتومی ۱۶۱-۱۵۷
 با منشور چرخان ۴۱۸
 گذارهای اتمی ۵۶
 نیمرسانای کپه‌ای ۱۳۸-۱۳۴
 پهنای تپ ۴۳۰
 ضریب فرانک-کاندون ۱۱۶
 تپهای چندتایی از ۴۱۵
 تکرارپذیر ۴۳۵
 ضریب کیفیت Q
 روشهای ۴۲۳-۴۱۶
 تعریف ۲۲۱-۲۲۰
 گزینش طبیعی مد در ۴۲۳
 رابطه ضریب کیفیت با پهنای نوار کاواک
 نظامهای عملکرد ۴۲۶-۴۲۴
 نظریه ۴۳۶-۴۲۶
 ۲۲۱-۲۲۰
 سوئیچ زنی بهره ۴۳۸-۴۳۷
 طول پراشی در یک نیمرسانا ۵۳۱-۵۳۰
 یک لیزر TEA CO₂ ۴۳۸
 طول عمر
 یک لیزر نیمرسانا ۴۳۸
 تابشی ۳۹، ۴۲
 سیم کوانتومی ۱۶۵-۱۶۴
 فوتون ۲۱۹
 شرط شفافیت ۱۳۹
 فوتون کاواک ۲۱۸
 شکل خط g/v
 عامل M^2 ۶۴۳
 گاوسی ۵۴، ۶۵
 عامل بهره‌برداری انرژی ۴۲۹
 لورنتسی ۴۸، ۶۱
 عبور بین سیستمی ۵۲۱
 شکل خط لورنتسی ۴۸
 عبور بین سیستمی ۵۲۱
 صافی دوشکستی ۳۷۱-۳۷۰
 عدد فرنل ۲۳۸
 A، ضریب اینشتین ۸، ۴۲، ۵۹
 عدد فرنل معادل ۲۵۰
 در ارتباط با ضریب B ۵۷
 عدد کوانتومی J ۱۰۸
 ضریب B اینشتین ۵۷
 عدد موج ۶۲
 ضریب بزرگمایی رفت و بازگشتی ۲۴۸
 عنصر ماتریس گشتاور دوقطبی الکتریکی ۳۸
 ضریب بهره
 ۷۲۸
 اشباع‌شده ۹۰
 غیرفعال‌سازی چندفونونی ۷۱
 اشباع‌شده ۹۱

- فاصله یاب لیزری ۴۹۱، ۴۹۶، ۵۰۲
- فرایند برگشت-انتقال ۷۱-۷۰
- فرضیه پلانک ۳۳
- فرمولبندی ماتریسی اپتیک هندسی ۱۷۷-۱۶۹
- فروافت
- غیرتابشی ۷، ۱۰، ۶۷-۷۷
- کاواک ۲۱۰، ۲۲۱-۲۱۸
- فروافت غیرتابشی ۷، ۶۷-۷۵
- توسط برهم‌کنش دو قطبی-دو قطبی ۷۳
- توسط تبدیل داخلی ۱۲۰
- در اثر غیرفعال‌سازی برخوردی ۶۷
- در تعاون تبدیل روبه بالا ۷۴
- در نیمرساناهای کپه‌ای ۱۴۶-۱۴۵
- مولکولها ۱۱۹
- نوع فورستر ۷۳
- واهلش عبوری ۷۴
- فریزهای، تداخل ۶۲۴
- فعالسازی گرمایی ۶۸
- فلوئورسان ۱۱۹، ۵۲۰
- تسلیم کوانتومی ۷۷
- فوتون اضافی ۳۳۱
- قانون استوکس ۱۱۹، ۵۲۰
- قانون ABCD انتشار باریکه گاوسی ۱۹۵، ۲۰۴-۲۰۱
- قفل‌شدگی مد ۴۴۸-۴۳۸
- اساسی ۴۴۸
- انفعالی ۴۴۸، ۴۵۴-۴۶۱
- با جذب‌کننده اشباع‌پذیر سریع ۴۵۸-۴۵۴
- تپ اضافی ۴۵۴
- توسط جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته
- ۴۶۱-۴۵۹
- توسط دم‌ش همزمانی ۴۴۸
- توصیف در حوزه بسامدی ۴۴۷-۴۳۹
- توصیف در حوزه زمانی ۴۴۸-۴۴۶
- سیستمهای ۴۷۷-۴۷۲
- عدسی کر ۴۵۹-۴۵۸، ۴۷۷-۴۷۶
- فعال ۴۵۴-۴۴۸
- نظامهای ۴۷۳-۴۷۲
- نوع AM ۴۴۸-۴۵۳
- نوع FM ۴۵۴-۴۵۲
- نوع سالیوتونی ۴۷۲-۴۶۹
- هماهنگ ۴۴۸
- قفل‌شدگی مد انفعالی ۴۴۸، ۴۶۱-۴۵۴
- تپ برخوردی ۴۷۶-۴۷۵
- توسط جذب‌کننده اشباع‌پذیر آهسته
- ۴۶۱-۴۵۹
- توسط جذب‌کننده اشباع‌پذیر سریع ۴۵۷-۴۵۴
- عدسی کر ۴۵۸، ۴۷۷-۴۷۶
- قفل‌شدگی مد عدسی کر ۴۵۸-۴۵۷
- قفل‌شدگی مد فعال
- AM ۴۴۸-۴۵۱
- FM ۴۵۴-۴۵۲
- با دم‌ش همزمان ۴۴۸
- قوانین انتخاب
- برای چاههای کوانتومی نیمرسانا ۱۵۷-۱۵۶
- برای گذارهای اتمی ۴۴-۲۲
- برای گذارهای ارتعاشی-چرخشی (ویبرونیک) ۱۱۶-۱۱۳، ۷۳۰
- برای گذارهای چرخشی ۱۱۸، ۷۳۰-۷۲۹
- برای گذارهای چرخشی-ارتعاشی ۱۱۶، ۷۲۹
- برای نیمرساناهای کپه‌ای ۱۳۴-۱۳۱
- قوانین مقیاس‌بندی برای لیزرهای با تخلیه الکتریکی ۳۱۹-۳۱۸
- کاواک

گذارهای چرخشی-ارتعاشی شاخه Q	۳۹۱-۳۹۲	پایداری بسامد
۱۱۶-۱۱۸		جسم سیاه ۲۵
گذارهای دوقطبی الکتريکی ۴۴	۴۷۷-۴۷۹	دامپینگ
گذارهای دوقطبی مغناطیسی ۴۳	۲۲۰-۲۲۱	ضریب Q
گذارهای فزانوا ۱۱۶	۲۱۸-۲۲۰	طول عمر فوتون
گذارهای ویبرونیکی ۱۱۳	۲۱۰، ۲۸	مد
گستره طیفی آزاد ۱۸۶، ۱۹۰	۲۷	مکعب مستطیل
گسیل القایی ۶	۱۹۹	کمر باریکه
آهنگ ۸، ۹، ۴۸	۱۹۹	کمر باریکه گاوسی
سطح مقطع ۸-۹		گاز الکترونی
سطح مقطع مؤثر ۸۳	۳۱۲-۳۱۳	تابع توزیع
گسیل خودبه خود ۶، ۴۴-۳۶	۳۰۹-۳۱۲	سرعت سوقی
آهنگ ۸، ۴۲، ۵۶	۳۰۹-۳۱۲	سرعت گرمایی
برای یک نیمرسانا ۱۴۵-۱۴۱		گاوسی
روش اینشتین ۵۶		شکل ۶۵۱
روش نیمه کلاسیک ۴۱-۳۶		شکل خط ۵۴-۵۳
رهیافت الکترو دینامیک کوانتومی ۴۲-۴۱		گذار
و معادلات آهنگ لیزر ۳۳۰	۴۹-۵۰، ۴۲-۴۴	دوقطبی الکتريکی مجاز
گسیل خودبه خود تقویت شده ۱۰۰-۹۴	۴۹-۵۰، ۴۲-۴۴	دوقطبی الکتريکی ممنوع
آستانه ۱۰۰-۹۷	۸۳، ۵۰	سطح مقطع ۹
گشتاور دوقطبی ۳۷، ۲۲۷	۱۱۶-۱۱۷	شاخه P
گشتاور دوقطبی الکتريکی ۳۸، ۲۲۹		شاخه Q
لامپ	۱۱۶-۱۱۷	شاخه R
بازدهی انتقالی ۲۷۵		فعال فروسرخ ۱۱۵
بازدهی تابش ۲۷۶-۲۷۵	۱۱۶-۱۱۸	گذار چرخشی-ارتعاشی شاخه R
لامپ درخش ۲۷۳-۲۷۰	۴۹-۵۰، ۴۲-۴۴	گذار مجاز
لیزر Cr:LiSAF ۵۱۶-۵۱۴	۵۰، ۴۲	توسط دوقطبی الکتريکی
سطح مقطع گذار ۵۱۰	۵۰، ۴۳	توسط دوقطبی مغناطیسی
نوارهای جذبی ۵۱۵	۴۹-۵۰، ۴۲	گذار ممنوع
لیزر Nd:glass ۴۹۶	۱۱۳	گذارهای ارتعاشی-چرخشی
لیزر Nd:YAG ۴۹۶-۴۹۲	۱۱۳	گذارهای چرخشی
بازدهی دمش ۲۷۶-۲۷۵	۱۱۳	گذارهای چرخشی-ارتعاشی

۵۹۸-۶۰۰ Krf	پهنای خط ۶۲-۶۴
ارتعاشی-الکترونی ۵۷۸، ۵۱۰	ترازهای انرژی ۸۳، ۴۹۲
ارتعاشی-چرخشی ۵۷۸	سطح مقطع گذار ۸۲
اکسایمر ۵۹۷-۶۰۰	مثال، سوئیچ شده یی ۴۳۶-۴۳۰
اکسیژن-ید ۶۰۱	مثال عملکرد cw ۳۴۴-۳۴۸، ۳۵۷-۳۶۰
الکترون آزاد ۶۰۶-۶۱۱	مثال، نوسانهای واهلشی ۴۱۰-۴۰۹
الکساندریت ۵۰۸-۵۱۱	لیزر، انواع لیزر
بازخورد توزیع شده ۵۴۶-۵۵۰	$Al_{1-x}Ga_xAs/Al_yGa_{1-y}As$
بخار مس ۵۶۹-۵۷۲	۵۵۴-۵۵۵
بدون آینه ۹۹	۵۷۲-۵۷۶ Ar ⁺
براگ توزیع شده ۵۴۹، ۵۵۰	۵۹۲-۵۹۴ CO
پرتو x ۶۱۲-۶۱۴	۵۸۳-۵۹۴ CO _۲
تاری ۵۰۴-۵۰۸	۵۷۶-۵۷۸ He-Cd
تبدیل رو به بالا ۵۰۸-۵۰۷	۵۱۴-۵۱۶ Cr : LiCAF
چهارترازی ۱۳	۵۱۴-۵۱۶ Cr : LiSAF
حالت جامد تنظیم پذیر (با قابلیت تنظیم طول موج) ۵۰۸	۶۰۵ DF
خودپایان دهنده ۳۴۰، ۵۷۰، ۵۹۴	۵۵۴ InGaAsP/InP
رزینه ای ۵۲۲-۵۲۶	۵۵۴ InGaAs/GaAs
ساختار ناهم پیوندی ۵۳۳-۵۳۱	۵۲۶-۵۵۶ InGaN
سه ترازوی ۱۳	۵۴۱ InGaP/InGaAlP
شبه-سه ترازوی ۱۵	۴۹۲-۴۹۶ Nd:YAG
شیمیایی ۲۶۷-۲۶۸، ۶۰۱-۶۰۲	۴۹۷-۴۹۸ Nd:YLF
عمل-آزاد ۲۲	۴۹۸ Nd:YVO _۴
فروسرخ دور ۵۷۸-۵۷۹	۴۹۶ Nd:glass
فقل شده مدی دمیده شده همزمانی ۲۴۸	۵۶۳-۵۶۹ He-Ne
کربن مونوکسید (CO) ۵۹۲-۵۹۴	۵۹۴-۵۹۶ N _۲
گاز دینامیکی ۲۶۷، ۲۶۸	۵۱۱-۵۱۴ Ti:sapphire
گسیلنده سطحی کاواک عمودی ۵۵۰-۵۵۳	۵۰۳-۵۰۴ Tm:Ho:YAG
ناهم پیوندی دوگانه ۵۳۱-۵۳۴	۵۰۰-۵۰۲ Yb:Er:glass
نیمرسانا ۵۴۲-۵۴۵	۴۹۸ Yb:YAG
هالید-گاز-نادر ۵۹۸	۵۰۰-۵۰۲ Er-glass
	۵۴۱-۵۴۵ GaAs

- ۴۸۹-۴۹۲ یاقوت
- ۶۰۱ یدى
- ۵۷۲ يونى
- ۵۷۲-۵۷۶ يونى آرگون
- ۶۰۱-۶۰۶ HF
- لیزر حلقه‌ای تک‌سویه‌ای
- ۳۸۳-۳۸۴ Nd:YAG تک‌مُدی
- ۳۸۳-۳۸۴ برای لیزر رزینه‌ای تک‌مُدی
- ۵۱۶-۵۲۶ لیزر رزینه‌ای
- ۵۱۶-۵۲۱ خواص فوتوفیزیکی
- ۵۱۷ ۶G رودامین
- ۵۱۶ نوارهای جذبی و فلوروسانی
- ۵۷۸-۵۸۵ لیزر کربن دی‌اکسید (CO₂)
- ۵۹۱-۵۹۲ TEA
- ۵۸۹ سردشونده پخشی
- ۵۸۸ شارش سریع محوری
- ۵۹۰ شارش عرضی
- ۵۸۴-۵۸۵ شارش محوری آهسته
- ۲۶۷ گاز دینامیکی
- ۵۸۶-۵۸۷ محفظه بسته
- ۵۸۷ موجبر موئین
- ۵۴۲-۵۴۶، ۵۲۶-۵۲۹ لیزر نیم‌رسانا
- ۲۸۰ آرایه
- ۵۴۶-۵۵۰ با بازخورد توزیع شده
- ۵۴۲-۵۴۳ با بهره هدایت شده
- ۵۴۶-۵۵۰ بازتابنده براگ توزیع شده
- ۵۴۴ بازدهی شیب
- ۵۴۴ بازدهی کوانتومی خارجی
- ۵۳۴ بازدهی کوانتومی داخلی
- ۵۳۱-۵۳۷ با ساختار ناهم‌پیوندی دوگانه
- ۵۴۲ با ضریب شکست هدایت شده
- ۲۸۰ تک‌نواره
- ۵۴۴ توان خروجی
- ۵۳۸-۵۴۱ چاه کوانتومی
- ۵۴۰-۵۴۱ چاه کوانتومی چندتایی
- ۵۳۶-۵۳۷ ضریب محصورسازی باریکه
- ۵۴۵ طیف گسیل
- ۵۵۱ گسیلنده سطحی
- ۵۵۱-۵۵۲ گسیلنده سطحی کاواک عمودی
- ۵۳۹-۵۴۰ محصورسازی جداشده
- ۲۸۱ میله‌ای
- ۴۰۹-۴۱۰ نوسانهای واهلشی
- ۳۹۷ نوفه پارش مدی
- ۳۸۷-۳۸۸ نوفه کوانتومی
- ۵۲۹-۵۳۱ هم‌پیوندی
- ۵۴۱ هندسه نواری
- ۵۳۱-۵۳۴ GaAs DH لیزرهای
- ۳۸۷-۳۸۸ حد در پهنای خط لیزری
- ۴۰۹ نوسانهای واهلشی
- ۵۳۸-۵۳۹ GaAs QW لیزرهای
- ۵۶۳-۵۶۹ لیزر هلیوم-نئون
- ۳۷۶ تک مد طولی
- ۳۸۷-۳۸۸ حد در پهنای خط لیزر
- ۴۱۰ رفتار گذرا
- ۴۸۹-۴۹۲ لیزر یاقوت
- ۴۱۱ نوسانهای واهلشی در
- ماتریس ABCD، به ماتریس پرتو مراجعه شود
- ماتریس پرتو
- ۱۷۴-۱۷۶ برای انتشار معکوس
- ۱۷۲ برای عناصر اپتیکی انتخابی
- ۱۷۰ تعریف
- ۱۷۶-۱۷۷ و امواج کروی
- ۲۰۱-۲۰۳، ۱۹۵ و انتشار باریکه گاوسی
- ۷۰۳-۷۰۵ متراکم‌ساز با دوتوری پراش

- متعادل‌کننده برای تخلیه گاز ۳۰۱-۳۰۲
 محیط فعال ۱۱
 محیطهای لیزر شیشه‌ای ۴۸۶
 مد طولی ۲۳۵
 اختلاف بسامد بین ۲۳۵، ۲۱۲
 تک ۲۳۵
 مد عرضی ۲۳۵
 اتلافهای پراشی ۲۳۶-۲۴۰
 اختلاف بسامدی ۲۳۵
 تشدیدگرهای ناپایدار ۲۵۰-۲۵۳
 مدولاتور اکوستوآپتیکی
 برای سوئیچ Q ۴۱۹-۴۲۱
 برای قفل‌شدگی مد ۴۵۲-۴۵۴
 نظام براگ ۴۲۰-۴۲۱
 نظام رامان-نات ۴۲۰
 مدولاسیون بسامدی لیزر ۳۹۲
 برای قفل‌شدگی مد فعال ۴۵۱-۴۵۴
 مدولاسیون دامنه لیزر ۴۴۹
 در لیزرهای قفل‌شده مدی فعال ۴۵۰-۴۵۲
 مدوله‌سازی خودفازی ۴۶۹، ۴۹۹
 مدهای تشدیدگر گاوسی ۲۳۷-۲۳۵
 مدهای مرتبه بالاتر ۲۵۰-۲۵۳
 مدهای هرمیت-گاوسی ۲۳۷-۲۳۵
 معادلات آهنگ
 رفتار پیوسته‌موج ۳۴۴-۳۴۰
 سوئیچ‌زنی Q ۴۲۷
 لیزر چهار-ترازی ۳۳۷-۳۲۹
 لیزر شبه-سه‌ترازی ۳۳۹-۳۳۷
 مستقل از مکان ۳۴۴-۳۴۰، ۳۶۲-۳۶۰
 وابسته به مکان ۳۶۰-۳۵۰، ۳۶۶-۳۶۲،
 ۷۳۱-۷۴۱
 معادلات آهنگ لیزر
- برای سوئیچ‌زنی Q ۴۲۷
 برای لیزر شبه سه‌ترازی ۳۳۹
 برای لیزرهای چهارترازی ۳۳۴
 وابسته به فضا ۷۴۱-۷۳۱
 معادله شرودینگر ۷۱۲
 معادله موج ۶۸۸-۶۸۶، ۲۷
 پیرامحوری ۱۹۲
 شرودینگر ۷۱۲
 معادله هلمهولتز ۲۹
 موج شبه-تکفام ۶۱۸
 مولکولهای دواتمی
 ترازهای انرژی نوعی ۵۹۵
 گذارهای چرخشی ۱۱۳
 گذارهای چرخشی-ارتعاشی ۱۱۳
 گذارهای ویبرونیکی ۱۱۳
 میخه‌زنی
 تحلیل معادله آهنگ ۴۰۵
 لیزرهای چندمدی ۴۱۲
 میزر ۱۱
 ناپایداری دینامیکی در لیزرها ۴۱۱
 دینامیک پاد-فاز ۴۱۲
 میخه‌زنی نامنظم ۴۱۱
 نظریه پربشیدگی وابسته به زمان ۴۶
 نظریه کوانتومی
 پهنای خط لیزری ۳۸۶
 "فوتون اضافی" ۳۳۱
 گسیل خودبه‌خود ۴۲-۴۱
 نقطه‌های کوانتومی ۱۶۵-۱۶۴
 نمایانی فریزها ۶۲۸-۶۲۵
 نوارهای داغ ۱۱۴
 نورگرمایی (نوری حرارتی) ۶۳۵
 خواص آماری ۶۵۲-۶۵۱

- همدوسی
- اندازه ۶۲۸-۶۲۴
- چشمه نوری حرارتی ۶۳۵
- زمان ۶۲۱
- زمانی ۱۶، ۶۲۰
- سطح ۱۶، ۶۲۳
- طول ۶۲۳
- فضایی ۱۶، ۶۲۲
- لیزرهای چندمدی ۶۳۴-۶۳۳
- مراتب بالاتر ۷۶۰-۷۵۷
- مرتبه اول ۶۲۰، ۶۵۴، ۷۵۷
- همدوسی زمانی ۱۶
- اندازه‌گیری ۶۲۸-۶۲۷
- باریکه‌های نایبستا ۶۳۱
- درجه ۶۲۰
- لیزرهای چندمدی ۶۳۳-۶۳۲
- و تکفامی ۶۳۰-۶۲۹
- همدوسی فضایی ۱۶
- اندازه‌گیری ۶۲۸-۶۲۴
- درجه ۶۲۲
- لیزرهای چند مد عرضی ۶۳۴-۶۳۲
- و واگرایی باریکه ۶۴۰-۶۳۸
- همدوسی مرتبه بالاتر ۶۵۴، ۷۶۰-۷۵۷
- هویگنس
- اصل ۱۸، ۱۹۱
- موجکهای ۱۹۱، ۶۲۶
- یاقوت
- پهنای خط ۶۳-۶۲
- ترازهای انرژی ۴۸۹
- همدوسی مرتبه اول ۶۳۵
- همدوسی مرتبه بالاتر ۷۶۰-۷۵۹
- نوسانگر پارامتری ۶۸۳
- تک‌تشدید ۶۸۴، ۶۹۴-۶۹۳
- دو‌تشدید ۶۸۴، ۶۹۳-۶۹۲
- نوسان لیزری
- توان دمش آستانه ۳۴۲، ۳۵۱، ۳۶۱، ۳۶۳
- چگالی جریان آستانه ۵۳۷، ۵۴۰
- شرط حالت پایا برای ۳۴۰
- وارونی آستانه برای ۱۲، ۳۴۰، ۳۵۰، ۳۶۰، ۳۶۳
- نوسانهای واهلشی
- تحلیل خطی شده ۴۱۰-۴۰۵
- میرا ۴۰۷-۴۰۶
- نوفه شدت ۳۹۷-۳۹۴
- نیتروژن
- لیزر مولکولی ۵۹۷-۵۹۴
- نقش نیتروژن در لیزر CO₂ ۵۸۱
- نیمسانا
- چاه کوانتومی ۱۲۱، ۱۴۶
- سیم کوانتومی ۱۲۱، ۱۶۴
- کپهای ۱۲۱
- نقطه کوانتومی ۱۲۱، ۱۶۴
- وارونی
- بحرانی ۱۲، ۳۴۰، ۳۵۰، ۳۶۰، ۳۶۳
- جزئی ۵۹۳
- جمعیت ۱۰، ۳۳۴، ۳۳۸
- واگرایی باریکه ۶۳۷-۶۳۶
- و درجه همدوسی فضایی ۶۳۸
- واهلش عبوری ۷۴