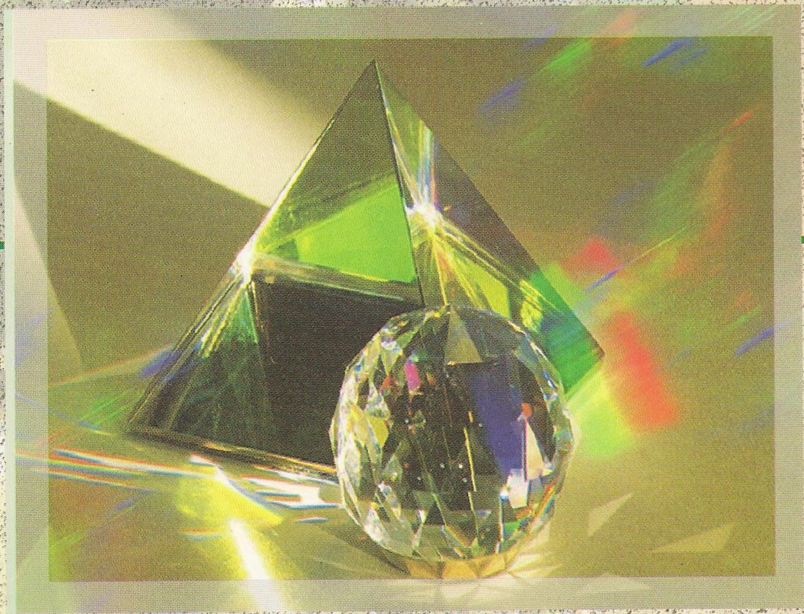
ناشر کتابهای المپیاد

الفبای نور هندسی



علیرضا صادقی راد

الفبای نور هندسی با توجه به کمبود منابع مفید و قابل استفاده برای دانش آموزان مقطع دبیرستان در زمینه نور هندسی ، به این بحث شیرین و دلنشین و نسبتا ساده از فیزیک می‌پردازد ، این کتاب برای افرادی که می‌خواهند مطالعه عمیق تری بر مبحث نور هندسی داشته باشند و همچنین برای دانش آموزانی که خود را برای شرکت در المپیاد فیزیک آماده می‌سازند مفید خواهد بود.

این کتاب در ۸ فصل تنظیم شده است که در هر فصل ابتدا مطالب درس به زبانی ساده و روشن همراه با مثالهای متعدد بیان شده و سپس دانش آموزان در بخش مسائل نمونه حل شده با روشهای حل مسئله آشنا می‌گردند و در نهایت در بخش (تمرین) آموخته های خود را محک می‌زنند.

بسم الله الرحمن الرحیم

الفبای نور هندسی

مولف:

دکتر علیرضا صادقی راد

سر شناسنامه	: صادقی راد، علیرضا
عنوان و نام پدید آورنده	: الفبای نور هندسی / مولف علیرضا صادقی راد
مشخصات نشر	: تهران: دانش پژوهان جوان، ۱۳۸۳
مشخصات ظاهری	: ۲۳۹ ص. : مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۳-۳۱-۷۶۸۵-۹۶۴-۹۷۸
یادداشت	: پشت جلد به انگلیسی: Alphabetic of geometric optics
یادداشت	: چاپ دوم: ۱۳۸۷ (فیپا)
یادداشت	: عنوان روی جلد: الفبای نور هندسی ویژه دانش آموزان برتر دبیرستانی و داوطلبان شرکت در المپیاد فیزیک.
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۲۳۹.
عنوان روی جلد	: الفبای نور هندسی ویژه دانش آموزان برتر دبیرستانی و داوطلبان شرکت در المپیاد فیزیک.
موضوع	: نورشناسی هندسی -- راهنمای آموزشی (متوسطه).
موضوع	: نورشناسی هندسی -- مسائل، تمرینها و غیره (متوسطه).
رده بندی کنگره	: ۱۳۸۳ ۷الف۲ص /QC ۱۸۲
رده بندی دیویی	: ۵۳۵/۳۲
شماره کتابشناسی ملی	: ۸۳/۱۴۲۱ م

الفبای نور هندسی

مؤلف	علیرضا صادقی راد
ناشر	دانش پژوهان جوان
طرح جلد	زهرا عرب
حروف چین	فاطمه لطفی آذر
قطع	وزیری
تیراژ	۲۵۰۰ نسخه
چاپ چهارم	مهر ۱۳۸۸
قیمت	۳۷۰۰ تومان
شابک	۳-۳۱-۷۶۸۵-۹۶۴-۹۷۸

ناشر کتابهای المپیاد

خیابان انقلاب- خیابان وحید نظری – بین فروردین و اردیبهشت – پلاک ۱۰۵ – واحد ۱۱

صندوق پستی: ۱۷۱۳-۱۳۱۴۵ info@dpj.ir

تلفن: ۶۶۴۹۸۹۹۸ – ۶۶۴۹۶۳۶۳

دورنگار: ۶۶۹۵۳۲۵۰

به نام خدا

مقدمه ناشر

بی شک خبر موفقیت جوانان ایرانی در المپیادهای جهانی باعث شادی و غرور تمامی ایرانیان می‌گردد و این شادی زمانی بیشتر می‌شود که احساس کنیم در این موفقیت سهمی داشته‌ایم.

انتشارات دانش‌پژوهان جوان به عنوان ناشر تخصصی کتاب‌های المپیاد با هدف حمایت از کلیه‌ی جوانان مستعد ایرانی و به منظور تقویت بنیه‌ی علمی دانش‌آموزان، خصوصاً آن عزیزانی که به دلیل نداشتن امکانات و منابع مطالعاتی مناسب، امکان رشد و شکوفایی نیافته‌اند و با توجه به عدم انسجام کتاب‌های موجود در زمینه المپیاد، اقدام به انتشار مجموعه کتاب‌های المپیاد به شرح زیر نموده است:

- المپیادهای علمی و ادبی ایران:

این کتاب‌ها شامل سؤالات مرحله‌ی اول و دوم المپیادهای علمی و ادبی ایران به همراه پاسخ تشریحی آن‌ها از ابتدای برگزاری المپیادها تا کنون می‌باشد.

- الفبای المپیاد:

این سری کتاب‌ها مباحث المپیادهای علمی را با نگاه المپیادی آموزش می‌دهد. در این کتاب‌ها از سؤالات دوره‌های قبل المپیادهای کشوری و سایر کشورها برای آموزش مطالب استفاده شده است که این امر باعث درک بهتر مباحث می‌گردد.

- المپیادهای کشورهای مختلف:

این کتاب‌ها شامل سؤالات سایر کشورهای جهان می‌باشد که مطالعه‌ی آن‌ها علاوه بر این‌که ما را با سطح علمی آن کشورها آشنا می‌نماید، یک مجموعه مسأله‌ی مناسب و قوی برای تمرین بیشتر مباحث آموزشی می‌باشد.

- ترجمه منابع مفید المپیاد:

این کتاب‌ها شامل ترجمه منابع مفید در زمینه‌ی المپیادهای علمی می‌باشد که در سایر کشورها تدریس می‌شود.

در خاتمه از کلیه‌ی صاحب‌نظران در زمینه‌ی المپیادهای علمی و ادبی دعوت به همکاری نموده و منتظر دریافت نظرات و پیشنهادهای شما عزیزان می‌باشیم.

«و من ا ... التوفیق»

مقدمه مؤلف

«کبوتر سبکبال که در پرواز خود هوارا می‌شکافد و مقاومت آن را احساس می‌کند، گمان می‌برد که پرواز در خلاء آسانتر است.»

امانوئل کانت

فیزیک که پرکاربردترین علم در زندگی روزمره است، می‌تواند در عین حال هیجان‌انگیز، ظریف و ساده نیز باشد، هیجان فیزیک ناشی از کاربرد آن در مهندسی و علوم و همچنین برخورد آن با پدیده‌های غیر منتظره مانند ابررساناها، سیاهچاله‌ها، آشوب و ... می‌باشد. فیزیک به دقت ویژه در مفاهیم، و نیز کاربرد ماهرانه ریاضیات نیازمند است و از این‌رو دارای ظرافت‌های ویژه‌ای است، در عین حال قوانین فیزیک کم و ساده می‌باشند. درکتاب حاضر با توجه به کمبود مراجع مفید و قابل استفاده برای دانش‌آموزان مقطع دبیرستان در زمینه نور هندسی، به این مبحث خواهیم پرداخت، این کتاب برای دانش‌آموزانی که می‌خواهند مطالعهٔ عمیق‌تری بر مبحث نور هندسی داشته باشند همچنین برای افرادی که خود را برای شرکت در المپیاد فیزیک آماده می‌سازند، مفید خواهد بود.

این کتاب در ۸ فصل تنظیم شده است، که در هر فصل ابتدا مطالب درسی ذکر می‌شود، سپس دانش‌آموز در بخش مسائل حل شده، با روشهای حل مسأله آشنا می‌گردد و در نهایت در بخش تمرین، آموخته‌های خود را محک می‌زند.

نکته قابل ذکر اینکه دانش‌آموزی که صرفاً برای تقویت پایهٔ فیزیک خود، این کتاب را مطالعه می‌کند و قصد شرکت در المپیاد را ندارد، می‌تواند بدون این که به سیر مطالعه کتاب لطمه‌ای وارد شود از مطالعه بخش‌های ۱ـ۱ و ۱ـ۳ فصل اول کتاب، و همچنین از مسائل حل شده و تمرینهای فصل سوم کتاب صرفنظر نماید. همچنین در این کتاب فرض کرده‌ایم که دانش‌آموز با حل معادلهٔ درجه دوم آشنایی دارد، این مبحث از ریاضیات در انتهای کتاب ریاضی سال اول دبیرستان مطرح می‌شود.

در اینجا لازم است از زحمات بی‌دریغ مسئول محترم انتشارات دانش‌پژوهان جوان، جناب آقای سیدمصطفی حیدریان و مشاور علمی انتشارات دانش‌پژوهان جوان، جناب آقای مهندس مرتضی محمدآبادی که سهم بسزایی در چاپ و انتشار این کتاب داشته‌اند، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم.

همچنین از جناب آقای مهندس سعید عیسی‌نیا و جناب آقای جواد فخرایی که در طراحی

و ترسیم شکل‌های کتاب و طرح جلد ظرافتی بی‌اندازه به خرج داده‌اند، قدردانی می‌نمایم.

در پایان امیدوارم، این اثر، گام موثری در راه ارتقای آموزش فیزیک در سطح دبیرستان باشد و خاضعانه از اساتید، دانش‌آموزان و خوانندگان محترم تقاضا دارم، نظرات و پیشنهادات خود و کاستی‌های این مجموعه را به اطلاع اینجانب برسانند.

علیرضا صادقی‌راد،
اردیبهشت ۱۳۸۳
email: ar_srad@yahoo.com

فهرست مطالب

فصل اول

نورشناخت

۱.۱ اصل فرما

این فصل را با نقل قولی از فاینمن[۱] آغاز می‌کنیم:

> «نیوتن فکر می‌کرد که نور از ذره تشکیل شده است، لیکن بعداً کشف شد که رفتاری شبیه موج دارد، اما مدتها بعد و در آغاز قرن بیستم پی بردند که با این حال نور گاهی مانند ذره رفتار می‌کند . . . بنابراین در واقع مانند هیچ‌کدام عمل نمی‌کند»

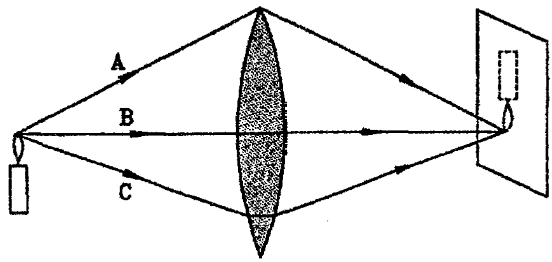
بدون بحث بیشتر در باب معمای بزرگ ماهیت نور در این کتاب ما فرض می‌کنیم، می‌توان به یک دسته بی‌نهایت باریک نور که به آن «پرتو نور» می‌گوییم، دست یافت و با این فرض وارد حوزه‌ای از نورشناسی می‌شویم که «نورشناسی هندسی» نام دارد، و بیان می‌کنیم که مبحث نورشناسی هندسی را می‌توان با بهره‌گیری از اصل فرما که مسیر پرتوها را تعیین می‌کند، مورد بررسی قرار داد. حال با

۱) Feynman، ۱۹۶۵ م.

ذکر یک مثال، اصل فرما را شرح می‌نماییم:

مثال ۱-۱ سه پرتو از یک شعله شمع هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند، با توجه به شکل زیر، کدام‌یک زودتر به تصویر روی پرده می‌رسد؟

الف) A ب) B ج) C د) هر سه هم‌زمان می‌رسند.



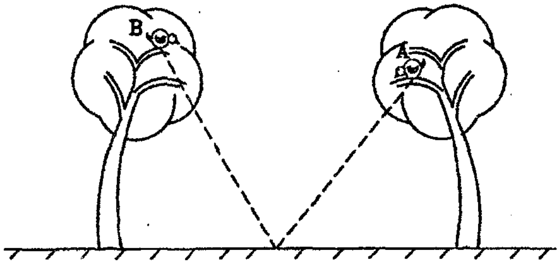
حل. همان‌طور که ملاحظه می‌شود پرتو B کوتاه‌ترین مسیر را طی می‌کند، اما مسافت قابل توجهی را در داخل عدسی که سرعت نور در آن نسبت به هوا کم‌تر است طی می‌نماید. پرتو C مسیر طولانی‌تری را طی می‌کند، اما نسبت به B مسافت کم‌تری را در داخل عدسی طی می‌کند و در نهایت پرتو A بلندترین مسیر را طی می‌کند اما کم‌ترین مسافت را در داخل عدسی طی می‌کند، با توجه به این توضیحات برندهٔ این مسابقه هر کدام از پرتوهای A، B و C می‌توانند باشند، اما اجازه بدهید نظری هم به اصل فرما بیاندازیم.

> **اصل فرما:** *پرتو نور هنگام حرکت از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر، مسیر یا مسیرهایی را دنبال می‌کند که در کم‌ترین زمان پیموده شوند.*

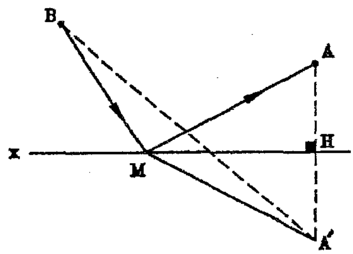
با توجه به اصل فرما، به دلیل این که نور هر سه مسیر A، B و C را انتخاب کرده است، می‌توان گفت تمامی آنها کم‌ترین زمان را خواهد داشت، پس هر سه هم‌زمان می‌رسند و گزینهٔ (د) صحیح می‌باشد، به عبارت دیگر در مسابقهٔ بین پرتوهای نور، هر پرتوی که در مسابقه شرکت کند، برنده خواهد بود و مسابقه بازنده‌ای نخواهد داشت.

اصل به ظاهر سادهٔ فوق به عنوان سرچشمه و منشاء تمام قوانینی است که در نور هندسی از آنها بحث می‌کنیم. سیر نور برخط مستقیم، قوانین بازتابش و قوانین شکست، جملگی از این اصل ناشی می‌شوند و ما در فصل‌های آتی به ترتیب به موضوعات فوق خواهیم پرداخت.

مثال ۱-۲ پرنده‌ای که روی شاخهٔ درختی در نقطهٔ A نشسته است، می‌خواهد دانه‌ای را از روی زمین برداشته، روی شاخهٔ درخت مقابل در نقطهٔ B بنشیند، چه مسیری را به او پیشنهاد می‌کنید؟ (فرض می‌شود در حد فاصل دو درخت روی زمین در تمام نقاط دانه وجود دارد.)

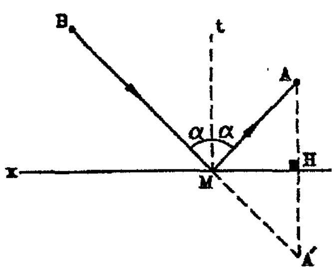


حل. به دلیل این که سرعت حرکت پرنده ثابت فرض می‌گردد، لذا کافیست کوتاه‌ترین مسیر را مشخص کنیم تا پرنده در کم‌ترین زمان بتواند به نقطهٔ B برسد و دانهٔ به دست آورده، را بخورد. فرض کنید پرنده دانه را از نقطهٔ M بردارد، در نتیجه مسیری که پرنده طی می‌نماید برابر $AM + MB$ می‌باشد و خواهیم داشت:



$$\triangle AHM = \triangle A'HM \Rightarrow AM = A'M$$
$$\Rightarrow AM + MB = A'M + MB$$

مسیر $A'M + MB$ وقتی کوتاه‌ترین طول را خواهد داشت که نقاط B, M, A' بر یک راستا باشند، لذا برای یافتن محل دقیق نقطهٔ M کافیست نقطهٔ B را به تقارن یافتهٔ نقطهٔ A یعنی A' وصل نماییم، در این صورت محل تلاقی این خط با خط زمین نقطه‌ای است که پرنده باید دانه را از آن جا بردارد و خواهیم داشت:



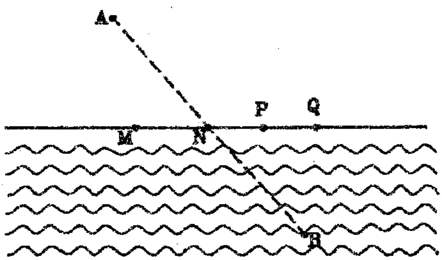
$$\left.\begin{array}{lll} \Delta AHM = \Delta A'HM & \Rightarrow \angle AMH & = \angle A'MH \\ \text{زوایای متقابل به راس} & \Rightarrow \angle BMX & = \angle A'MH \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\angle AMH = \angle BMx \Rightarrow ۹۰^\circ - \angle AMH = ۹۰^\circ - \angle BMx$$
$$\Rightarrow \angle AMt = \angle BMt = \alpha$$

یعنی پرنده باید مثل یک پرتو نور به زمین برسد و منعکس گردد تا در کم‌ترین زمان به B برسد. در واقع در این مثال، پرنده نقش پرتو نور و سطح زمین نقش آینه را داشته‌اند. قابل ذکر است با اثباتی مشابه فوق، می‌توان قوانین انعکاس را از اصل فرما استنتاج نمود.

مثال ۱-۳ فرشاد کوچولو که شنا بلد نیست، در دریا در نقطهٔ B در حال غرق شدن است. دوست او فرهاد که شناگر ماهری است، در ساحل در نقطهٔ A ایستاده است که این منظره را مشاهده می‌کند، به فرهاد توصیه می‌کنید برای کمک به فرشاد کدام مسیر را انتخاب نماید؟

الف) AMB ب) ANB ج) APB د) AQB



حل. با این که مسیر ANB کوتاه‌ترین مسیر است اما اکنون شما به روشنی و به درستی حدس می‌زنید به علت این که سرعت دویدن فرهاد در ساحل از سرعت شنا کردن او در دریا بیشتر است، این مسیر کوتاه‌ترین زمان را نخواهد داشت، لذا فرهاد باید مسیر دیگری را انتخاب نماید که مسافت بیشتری را در خشکی و مسافت کم‌تری را در آب طی کند، یعنی مسیر APB دارای کم‌ترین زمان خواهد بود. این مسئله مشابه پدیدهٔ شکست نور در مرز بین دو محیط است که ما در فصل ششم بدان خواهیم پرداخت. حال تصور کنید به صورت فرضی هیچ شخصی در نزدیکی ساحل برای کمک به فرشاد نباشد، تنها یک لاک‌پشت تعلیم دیده در نقطهٔ A باشد که بخواهد به کمک فرشاد در نقطهٔ B بشتابد، در این حال چون سرعت حرکت لاک‌پشت در خشکی بسیار کم‌تر از سرعت شنا کردن آن در آب است، بهتر است لاک‌پشت مسیر AMB را انتخاب نماید.

۲.۱ سرعت انتشار نور

همان‌طور که می‌دانید سرعت برابر جابجایی تقسیم بر زمان می‌باشد، با توجه به این نکته که سرعت نور خیلی زیاد می‌باشد، برای اندازه‌گیری سرعت نور، لازم است یا حرکت نور را در یک جابجایی خیلی بزرگ (مثلاً در ابعاد نجومی) بررسی کنیم یا این که بتوانیم زمان‌های بسیار کوتاه را اندازه بگیریم. در تاریخ فیزیک هم، همین مسیر طی شده است، در سال ۱۶۷۵ میلادی اولین اندازه‌گیری سرعت نور به کمک نجوم توسط رومر ستاره شناس دانمارکی صورت گرفت، که مقدار ۲۱۵۰۰۰km/sec را به دست آورده است، که برای آن زمان و امکانات موجود موفقیت قابل توجهی است. در سال ۱۸۴۹ میلادی یعنی حدود ۲۰۰ سال بعد، اولین اندازه‌گیری موفق سرعت نور در زمین و در آزمایشگاه، توسط فیزو دانشمند فرانسوی صورت گرفته است. در زمان حاضر با توجه به پیشرفت‌های شگفت علم فیزیک و تکنولوژی، سرعت نور با دقت‌های بسیار بالا اندازه گیری شده است.

$$c = ۲/۹۹۷۹۲۴ \times ۱۰^۸ \text{ m/s} \simeq ۳ \times ۱۰^۸ \text{ m/s}$$ سرعت نور در خلاء
$$= ۳۰۰۰۰۰ \text{ km/s}$$

قابل ذکر است سرعت نور در سایر محیط‌های شفاف با ضریب شکست محیط نسبت معکوس دارد، یعنی هر چه محیط غلیظ‌تر باشد، سرعت نور در آن کم‌تر خواهد بود. در ارتباط با این موضوع در فصل ششم بحث خواهیم کرد.

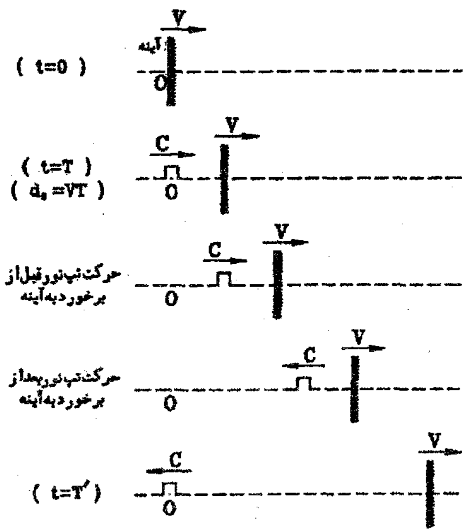
سال نوری: مسافتی که پرتو نور در مدت یک سال می‌پیماید یک سال نوری نام دارد، یک سال نوری در حدود $۹/۵ \times ۱۰^{۱۵}$ متر است.

مثال ۱-۴ در زمان $t = ۰$ یک آینهٔ تخت از نقطهٔ O می‌گذرد و با سرعت ثابت v به طرف راست حرکت می‌کند. یک ساعت در نقطهٔ O است، وقتی این ساعت $t = T$ را نشان می‌دهد، یک تپ نور از نقطهٔ O گسیل می‌شود، این تپ به آینه می‌خورد و از آن باز می‌تابد و به نقطهٔ O برمی‌گردد، وقتی تپ به نقطهٔ O می‌رسد، ساعت $t = T'$ را نشان می‌دهد سرعت نور c است، رابطهٔ T' با T چیست؟ (مرحله اول چهاردهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۹)

الف) $T' = T\dfrac{c+v}{c-v}$ ب) $T' = T\sqrt{\dfrac{c+v}{c-v}}$ ج) $T' = T$

د) $T' = T\sqrt{\dfrac{c-v}{c+v}}$ ه) $T' = T\dfrac{c-v}{c+v}$

حل. گزینهٔ (الف) صحیح است. زمان $(T' - T)$ برابر زمان رفت و برگشت تپ نوری می‌باشد، در نتیجه زمان شروع حرکت تپ از نقطهٔ O و رسیدن آن به آینه برابر $\dfrac{T' - T}{۲}$ می‌باشد، هم‌چنین فاصلهٔ آینه از نقطهٔ O در لحظهٔ گسیل شدن تپ نور برابر $d_\circ = vT$ است، حال با توجه به این که در این مدت زمان، تپ با سرعت نسبی $(c - v)$ به آینه نزدیک می‌شود می‌توان نوشت:



$$۲\frac{T'-T}{۲}=\frac{d_\circ}{c-v}\Rightarrow\frac{T'-T}{۲}=\frac{vT}{c-v}$$
$$\Rightarrow (T'-T)(c-v)=۲vT$$
$$\Rightarrow T'(c-v)=۲vT+T(c-v)$$
$$\Rightarrow T'(c-v)=T(c+v)$$
$$\Rightarrow T'=T\frac{c+v}{c-v}$$

نکته: در حل این مثال، از این نکته استفاده کردیم که «سرعت نور در هوا همواره برابر c می‌باشد» چنانچه در مثال فوق فرض کنید، به جای نور یک گلوله با سرعت c به یک مانع سخت که همواره با سرعت v به سمت راست حرکت می‌کند، برخورد نماید، سرعت در برگشت دیگر c نخواهد بود.

۳.۱ نورسنجی

نور، فضا و اجسام موجود در آن را روشن می‌کند. در این بخش می‌خواهیم به سنجش نور بپردازیم، یعنی ببینیم که یک منبع نور چقدر درخشان است و یک نقطهٔ مشخص از سطح یک جسم را چه مقدار روشن می‌کند. برای رسیدن به رابطهٔ مورد نظر ابتدا چند کمیت را تعریف می‌کنیم:

توان تابشی یک جسم تابنده (Φ):

توان تابشی یک جسم تابنده، عبارتست از مقدار انرژی تابشی که آن جسم در واحد زمان از خود ساطع می‌نماید، واحد توان تابشی، ژول بر ثانیه یا وات (w یا j/s) می‌باشد. این کمیت به کمک رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

Φ: توان تابشی جسم (j/s)

W: کل انرژی تابش شده از جسم (j)

t: مدت زمان تابش (s)

$$\boxed{\Phi = \frac{W}{t}}$$

مثال ۱-۵ می‌دانیم کل انرژی تابش شده از سطح خورشید در یک شبانه‌روز در حدود $۳/۴ \times ۱۰^{۳۱}$ ژول می‌باشد، توان تابش خورشید چه مقدار است؟

حل.
$$\Phi = \frac{W}{t} = \frac{۳/۴ \times ۱۰^{۳۱}}{۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰} = ۳/۹ \times ۱۰^{۲۶}\ \mathrm{j/s}$$

مثال ۱-۶ شدت تابش خورشید (توان بر واحد سطح و عمود بر جهت تابش) در بالای جو زمین $۱/۴\ kw/m^۲$ است (یعنی توان تابشی رسیده به هر مترمربع از بالای جو زمین ۱/۴ kw می‌باشد، به عبارت دیگر به هر مترمربع از بالای جو زمین در هر ثانیه ۱۴۰۰ ژول انرژی می‌رسد). می‌دانیم جرم خورشید ۲×۱۰^{۳۰} kg می‌باشد و نور فاصلهٔ خورشید تا زمین را در ۸ دقیقه و ۲۰ ثانیه می‌پیماید، فرض کنید عمر خورشید $۱۰^{۱۰}$ سال است و شدت تابش خورشید در این مدت را ثابت بگیرید. در طول عمر خورشید چه کسری از جرم خورشید به انرژی تبدیل می‌شود؟ (مرحله اول چهاردهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۹)

الف) $۱۰^{-۱}$ ب) $۱۰^{-۳}$ ج) $۱۰^{-۵}$ د) $۱۰^{-۷}$

حل. گزینهٔ (ب) صحیح است. هرگاه شدت تابش خورشید را با S و سطحی که انرژی خورشید به آن می‌رسد را با A نمایش دهیم با توجه به تعریف، $S = \frac{\Phi}{A}$ خواهد بود.

$$\left.\begin{aligned} \Phi &= \frac{W}{t} \\ S &= \frac{\Phi}{A} \end{aligned}\right\} \Rightarrow W = \Phi t = SAt$$

شدت تابش خورشید در بالای جو زمین $۱/۴\ \mathrm{kw/m^۲}$ می‌باشد، یعنی توان تابشی خورشید در سطح کره‌ای به مرکز خورشید و به شعاع فاصله خورشید تا زمین، پخش شده‌است، بدین ترتیب A در رابطه

فوق سطح این کره خواهد بود.

$$R = ct = (۳ \times ۱۰^{۸})(۸ \times ۶۰ + ۲۰) = ۱۵ \times ۱۰^{۱۰}\,\mathrm{m}$$:فاصله خورشید تا زمین

$$A = ۴\pi R^{۲} = ۴\pi \times (۱۵ \times ۱۰^{۱۰})^{۲} = ۹\pi \times ۱۰^{۲۲}\,\mathrm{m}^{۲}$$

$$W = SAt = (۱/۴ \times ۱۰^{۳}) \times (۹\pi \times ۱۰^{۲۲}) \times (۱۰^{۱۰} \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰)$$

$$= ۱/۲۵ \times ۱۰^{۴۴}\,\mathrm{j}$$

رابطه بین انرژی وجرم به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$E = mc^{۲} \Rightarrow ۱/۲۵ \times ۱۰^{۴۴} = m \times (۳ \times ۱۰^{۸})^{۲} \Rightarrow m = ۱/۴ \times ۱۰^{۲۷}\,\mathrm{kg}$$

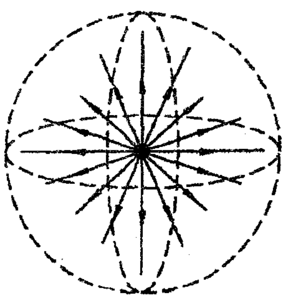
مقدار جرمی که از خورشید به انرژی تبدیل شده است : $m = ۱/۴ \times ۱۰^{۲۷}\,\mathrm{kg}$

کسری از جرم خورشید که به انرژی تبدیل شده است $= \dfrac{۱/۴ \times ۱۰^{۲۷}}{۲ \times ۱۰^{۳۰}} = ۰/۷ \times ۱۰^{-۳}$

شدت درخشانی منبع نور (I):

شدت درخشانی یک منبع نقطه‌ای نور عبارتست از مقدار توان تابشی که آن منبع در واحد زاویهٔ فضایی گسیل می‌کند، واحد شدت درخشانی «شمع یا cd» می‌باشد.

در مورد، منبع نوری که انرژی خود را در فضا در تمامی جهات پخش می‌کند، رابطهٔ بین شدت درخشانی و توان تابشی منبع نور به صورت زیر بیان می‌گردد.



$$\boxed{I = \frac{\Phi}{۴\pi}}$$

مثال ۱-۷ هرگاه توان تابشی خورشید را برابر $۴ \times ۱۰^{۲۶}\ j/s$ در نظر بگیریم، شدت درخشانی خورشید چند شمع خواهد بود؟

حل.

$$I = \frac{\Phi}{۴\pi} = \frac{۴ \times ۱۰^{۲۶}}{۴ \times \pi} = ۳/۱۸ \times ۱۰^{۲۵}$$ شمع

یعنی می‌توان گفت شدت درخشانی خورشید، تقریباً برابر با $3/18 \times 10^{25}$ شعلهٔ شمع معمولی می‌باشد، قابل ذکر است یک شمع تقریباً برابر با شدت درخشانی یک شعلهٔ شمع معمولی می‌باشد، البته این یک تعریف علمی و دقیق نیست، بلکه یک شمع به صورت علمی و دقیق تعریف شده است که ما به علت رعایت اختصار از توضیح پیرامون آن صرفنظر می‌کنیم، بد نیست بدانید شمع جزء یکاهای اصلی در دستگاه بین‌المللی یکاها (SI) می‌باشد.

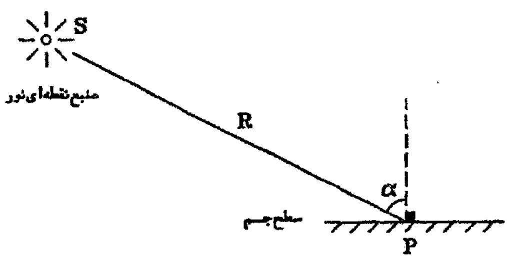
روشنایی سطح (E):

روشنایی یک سطح عبارتست از مقدار توان تابشی که به صورت عمود به یک متر مربع از آن سطح می‌رسد، واحد تابندگی «لوکس یا lx» می‌باشد، یک لوکس معادل یک ژول بر ثانیه بر متر مربع می‌باشد.

معمولاً کمیت روشنایی را برای نقاط مختلف، محاسبه می‌کنند، بدین صورت که هر نقطه را به عنوان سطحی که مساحت آن بسیار کوچک است $(A \to 0)$ در نظر می‌گیرند.

حال رابطه‌ای ارائه می‌کنیم که بر اساس آن بتوان روشنایی ایجاد شده توسط یک منبع نقطه‌ای نور را در نقاط مختلف یک سطح مشخص به دست آورد:

$$\boxed{E = \frac{I \cos \alpha}{R^2}}$$



E: مقدار روشنایی در نقطهٔ P بر حسب لوکس (lx)

I: مقدار شدت درخشانی منبع نور S بر حسب شمع (cd)

R: فاصلهٔ بین منبع نور S و نقطهٔ P

α: زاویهٔ بین SP و خط عمود بر سطحی که نقطهٔ P متعلق به آن می‌باشد.

پرسش: سعی کنید با مفاهیمی که تاکنون یاد گرفته‌اید، رابطهٔ فوق را اثبات نمایید.

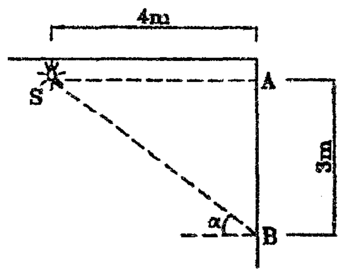
نکته: مطابق رابطهٔ فوق روشنایی با شدت درخشانی منبع متناسب می‌باشد، $\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_1}{I_2}$، یعنی هرگاه مثلاً شدت درخشانی منبع دو برابر شود، روشنایی نیز دو برابر می‌شود. هم‌چنین ملاحظه می‌گردد که روشنایی با عکس مجذور فاصلهٔ نقطه از منبع متناسب است، $\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$، یعنی

هرگاه مثلاً فاصله نقطه P از منبع نور دو برابر شود، روشنایی در آن نقطه $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود. در نهایت روشنایی علاوه بر شدت درخشانی منبع و فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از منبع به زاویه‌ای که پرتوهای نور با سطح جسم می‌سازد نیز وابسته می‌باشد، بدین ترتیب که هرگاه پرتوهای نور به صورت عمود بر سطح بتابد ($\alpha = ۰$) روشنایی ماکزیمم خواهد بود و هرگاه پرتوهای نور به صورت موازی با سطح بتابد ($\alpha = ۹۰$) روشنایی حداقل و برابر صفر خواهد بود.

نکته: کمیت روشنایی را برای نقاط مختلف در فضا هم می‌توان تعریف کرد، بدین‌صورت که نقطهٔ مورد نظر را بر یک سطح فرضی که بر راستای پرتوهای نور عمود است در نظر بگیریم، در این حال به کمیت روشنایی، «روشنایی ظاهری» می‌گویند و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{E = \frac{I}{R^۲}}$$

مثال ۱-۸ در شکل زیر درخشانی لامپ S برابر ۱۰۰ شمع است، روشنایی نقاط B و A از دیوار مقابل این لامپ را به دست آورید.



حل.

$$\text{برای نقطهٔ } A \begin{cases} I = ۱۰۰\,\text{cd} \\ R = ۴\,\text{m} \\ \alpha = ۰ \end{cases} \Rightarrow E_A = \frac{I\cos\alpha}{R^۲}$$

$$= \frac{۱۰۰ \times \cos ۰}{۴^۲} = ۶{,}۲۵\,\text{lx}$$

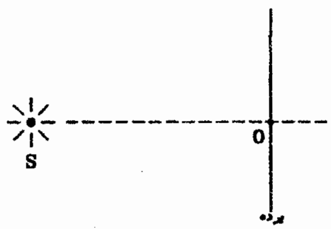
$$\text{برای نقطهٔ } B \begin{cases} I = ۱۰۰\,\text{cd} \\ R = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵\,\text{m} \\ \cos\alpha = \frac{SA}{SB} = \frac{۴}{۵} = ۰{,}۸ \end{cases} \Rightarrow E_B = \frac{I\cos\alpha}{R^۲}$$

$$= \frac{۱۰۰ \times ۰{,}۸}{۵^۲} = \frac{۸۰}{۲۵} = ۳{,}۲\,\text{lx}$$

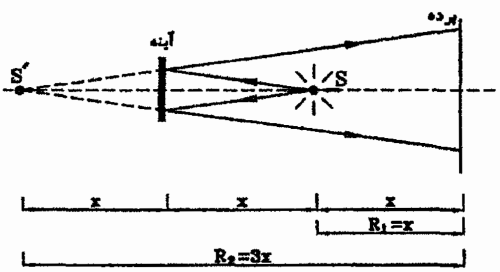
همان گونه که ملاحظه می‌گردد، بر روی دیوار، روشنایی در نقطهٔ A ماکزیمم می‌باشد و هر چه از نقطهٔ A فاصله می‌گیریم روشنایی کم می‌شود.

مثال ۱-۹ شدت یک چشمهٔ نقطه‌ای نور در فاصله x از آن متناسب با $\frac{۱}{x^۲}$ است، مطابق شکل چشمه نقطه‌ای S مقابل پرده‌ای قرار دارد، شدت این چشمه در نقطه O، ۳٫۶ واحد است. یک آینه تخت بزرگ موازی پرده در طرف دیگر چشمه قرار می‌دهیم، بطوریکه فاصله چشمه از پرده و آینه یکسان باشد، شدت نور در نقطه O چند واحد می‌شود؟ (مرحله اول یازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۶)

الف) ۴٫۵ ب) ۴ ج) ۴٫۸ د) ۵٫۴



حل. گزینه (ب) صحیح است. پس از قرار دادن آینه تخت، دو دسته پرتو به پرده می‌رسند، یک دسته پرتو که بطور مستقیم از نقطه S به پرده می‌رسند و یک دسته پرتو دیگر که پس از انعکاس از سطح آینه به پرده می‌رسند. به عبارت دیگر قبل از قرار دادن آینه شدت تابش در نقطهٔ O فقط ناشی از منبع S بوده است وبعد از قرار دادن آینه علاوه بر منبع S از منبع S' نیز پرتو به پرده می‌رسد، لذا خواهیم داشت:



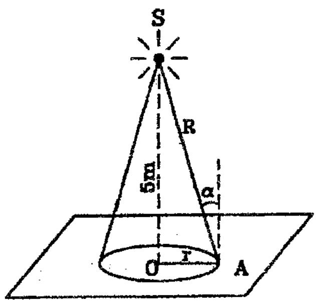
$$E_۱ = \frac{I}{R_۱^۲} = \frac{I}{x^۲} = ۳٫۶ \quad \text{:شدت نور در نقطه‌ی } O \text{ ناشی از منبع } S$$

$$E_۲ = \frac{I}{R_۲^۲} = \frac{I}{(۳x)^۲} = \frac{E_۱}{۹} = ۰٫۴ \quad \text{:شدت نور در نقطه‌ی } O \text{ ناشی از منبع } S'$$

$$E_۱ + E_۲ = ۳٫۶ + ۰٫۴ = ۴$$

مثال ۱-۱۰ مطابق شکل در ارتفاع ۵ متری، لامپی به شدت درخشانی ۲۰۰ شمع آویزان است، واضح است که حداکثر روشنایی ایجاد شده توسط لامپ بر روی سطح زمین درست در نقطه زیر لامپ می‌باشد (به علت این که اولاً فاصله نقطه O از منبع S نسبت به سایر نقاط کم‌تر است و ثانیاً پرتوهای رسیده در نقطهٔ O به صورت عمود بر سطح می‌باشند). هم‌چنین به علت تقارن، روشنایی در سایر نقاط بطور مشابه با فاصله گرفتن از نقطهٔ O کاهش می‌یابد، مطلوبست مساحتی که روشنایی درآن از یک لوکس کم‌تر نباشد؟

با توجه به توضیحات ارائه شده در صورت مسئله، پاسخ سطح دایره‌ای به مرکز O می‌باشد حال می بایست شعاع این دایره (r) را چنان تعیین کنیم که روشنایی در محیط این دایره برابر ۱ لوکس باشد:



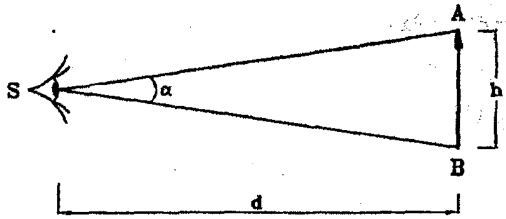
$$\begin{cases} E = ۱\,\text{lx} \\ I = ۲۰۰\,\text{cd} \\ \cos\alpha = \dfrac{SO}{SA} = \dfrac{۵}{R} \end{cases} \Rightarrow E = \frac{I\cos\alpha}{R^۲} = \frac{۲۰۰ \times \dfrac{۵}{R}}{R^۲} = ۱ \Rightarrow R = ۱۰\,\text{m}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲۵ + r^۲} = ۱۰ \Rightarrow ۲۵ + r^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow r^۲ = ۷۵$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دایره} = \pi r^۲ = \pi \times ۷۵ = ۷۵\pi\,\text{m}^۲$$

۴.۱ بزرگی زاویه‌ای (قطر ظاهری)

بزرگی زاویه‌ای یا قطر ظاهری یک جسم، زاویه‌ای است که جسم را تحت آن زاویه مشاهده می‌کنیم. با توجه به شکل تعریف فوق روشن می‌شود، در شکل زیر زاویهٔ α قطر ظاهری جسم AB نسبت به ناظر S خواهد بود.



بدلیل این که در این بحث معمولاً از زوایای کوچک صحبت می‌شود، لذا در به دست آوردن رابطه برای قطر ظاهری از تقریب زوایای کوچک استفاده می‌نماییم، تقریب زوایای کوچک بیان می‌کند که هرگاه مقدار یک زاویه‌ای کوچک باشد، (حد کوچک بودن را معمولاً ۶ درجه در نظر می‌گیرند، یعنی به زوایای کوچکتر از ۶ درجه زوایای کوچک می‌گویند) در این صورت می‌توان زاویه را بر حسب رادیان با مقدار سینوس زاویه و با مقدار تانژانت زاویه برابر در نظر گرفت، یعنی :

$$\boxed{\alpha < ۶^\circ \qquad \Rightarrow \qquad \sin\alpha \simeq \tan\alpha \simeq \alpha^{rad}}$$

با توجه به توضیح فوق خواهیم داشت:

$$\boxed{\text{بزرگی زاویه‌ای} \quad : \quad \alpha^{rad} \simeq \tan\alpha \simeq \frac{h}{d} = \frac{\text{اندازهٔ جسم}}{\text{فاصله جسم از ناظر}}}$$

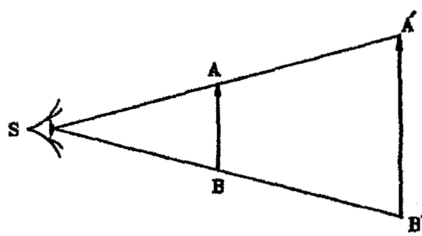
نکته: رادیان همانند درجه یکی از واحدهای اندازه‌گیری زاویه می‌باشد. می‌دانیم هرگاه D اندازه‌ی یک زاویه برحسب درجه و R اندازه‌ی همان زاویه برحسب رادیان باشد، رابطه‌ی زیر بین آنها برقرار می‌باشد:

$$\boxed{\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi}}$$

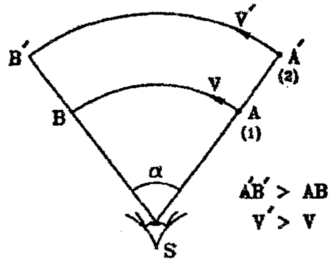
در رابطهٔ فوق π برابر عدد پی یعنی ۳/۱۴ می‌باشد، به‌عنوان مثال ۱۸۰ درجه برابر π رادیان، ۹۰ درجه برابر $\frac{\pi}{۲}$ رادیان و ۳۰ درجه برابر $\frac{\pi}{۶}$ رادیان می‌باشد.

قابل ذکر است که در زندگی روزمره، چه در مورد ابعاد اجسام و چه در مورد سرعت آنها بزرگی زاویه‌ای را احساس می‌کنیم، به اشکال زیر توجه نمایید:

در شکل زیر ناظر S هر دو جسم AB و $A'B'$ را یک اندازه می‌بینید.



هم‌چنین در شکل زیر متحرک (۱) از نقطه A به نقطه B می‌رود و متحرک (۲) دقیقاً در همان مدت زمان از نقطه A' به نقطه B' می‌رود، در اینجا باز ناظر S سرعت هر دو متحرک را یکسان احساس می‌کند در حالیکه سرعت متحرک (۲) بیش از سرعت متحرک (۱) بوده است. حال شما درک می‌کنید که چرا وقتی ناظر زمینی به یک هواپیمای در حال پرواز در آسمان نگاه می‌کند احساس می‌نماید که هواپیما با سرعت خیلی کمی در حال حرکت است.



مثال ۱-۱۱ قطر خورشید تقریباً ۱۳۹۰۰۰۰ km می‌باشد، فاصلهٔ میانگین خورشید از زمین حدود ۱۵۰۰۰۰۰۰۰ km و تغییرات این فاصله جزئی است، بزرگی زاویه‌ای خورشید نسبت به ناظر زمینی حدود چند دقیقه می‌باشد؟

حل. همان‌طور که می‌دانید، دقیقه و ثانیه نیز از واحدهای اندازه‌گیری زاویه می‌باشند، به‌طوری که هر درجه برابر ۶۰ دقیقه و هر دقیقه نیز برابر ۶۰ ثانیه می‌باشد.

$$\text{بزرگی زاویه‌ای} : \alpha = \frac{\text{قطر خورشید}}{\text{فاصله خورشید از زمین}} = \frac{۱۳۹۰۰۰۰}{۱۵۰۰۰۰۰۰۰}$$

$$= ۹{,}۳ \times ۱۰^{-۳} rad$$

$$\alpha = ۹{,}۳ \times ۱۰^{-۳} \times (\frac{۱۸۰}{\pi}) \text{ درجه} = ۰{,}۵۳ \text{ درجه}$$

$$= ۰{,}۵۳ \times ۶۰ \text{ دقیقه} = ۳۲ \text{ دقیقه}$$

مثال ۱-۱۲ قطر ماه برابر ۳۴۸۰ km می‌باشد، فاصله ماه از زمین بین ۳۵۷۰۰۰ km تا ۳۹۹۰۰۰ km متغیر است، بزرگی زاویه حداکثر و حداقل ماه نسبت به ناظر زمینی حدود چند دقیقه می‌باشد؟

حل.

$$\alpha_{\max} = \frac{۳۴۸۰}{۳۵۷۰۰۰} = ۹{,}۷۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ rad} = ۰{,}۵۶ \text{ درجه} = ۳۳{,}۵ \text{ دقیقه}$$

$$\alpha_{\min} = \frac{۳۴۸۰}{۳۹۹۰۰۰} = ۸{,}۷۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ rad} = ۰{,}۵ \text{ درجه} = ۳۰ \text{ دقیقه}$$

مثال ۱-۱۳ با توجه به مثالهای ۱ـ۱۱ و ۱ـ۱۲ تعیین کنید چه موقع خورشید گرفتگی (کسوف) به صورت کامل و چه‌موقع به صورت حلقوی رخ می‌دهد؟

حل. می‌دانیم در هنگام خورشید گرفتگی ماه میان زمین و خورشید قرار گرفته و مانع رسیدن نور خورشید به زمین می‌گردد، حال هرگاه بزرگی زاویه‌ای ماه از خورشید نسبت به ناظر زمینی بزرگتر باشد، خورشید گرفتگی کلی و هرگاه کوچکتر باشد، خورشید گرفتگی حلقوی رخ می‌دهد.

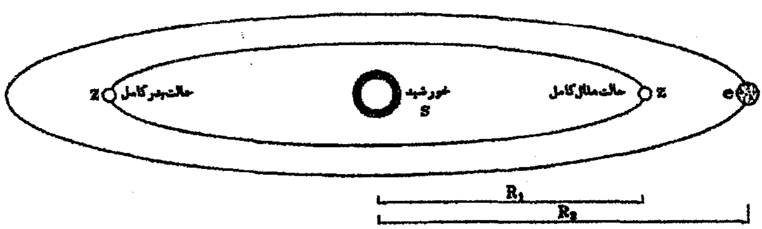
$$\begin{cases} \text{بزرگی زاویه‌ای خورشید} = ۹/۳ \times ۱۰^{-۳}\,\mathrm{rad} \\ \text{بزرگی زاویه‌ای ماه} = \dfrac{۳۴۸۰}{r}\,\mathrm{rad} \quad (r: \text{فاصله ماه از زمین}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{شرط ایجاد کسوف کلی}: \dfrac{۳۴۸۰}{r} \geq ۹/۳ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow r \leq ۳۷۶۰۰۰\,\mathrm{km} \\ \text{شرط ایجاد کسوف حلقوی}: \dfrac{۳۴۸۰}{r} < ۹/۳ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow r > ۳۷۶۰۰۰\,\mathrm{km} \end{cases}$$

مثال ۱-۱۴ اگر با تلسکوپ به کره زهره نگاه کنیم، معلوم می‌شود که زهره هم مثل ماه حالت‌های هلال و بدر دارد. بزرگی زاویه‌ای (قطر ظاهری) زهره در حالت هلال کامل (باریکترین هلال) تقریباً ۶ برابر بزرگی زاویه‌ای آن در حالت بدر کامل است. نسبت شعاع مدار زهره در حرکت به دور خورشید به شعاع مدار زمین در حرکت به دور خورشید چقدر است؟ (مرحله اول دهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۵)

الف) $\frac{۱}{۶}$ ب) $\frac{۵}{۶}$ ج) $\frac{۱}{\sqrt{۶}}$ د) $\frac{۵}{۷}$

حل. گزینه (د) صحیح است.



S: خورشید، z: کره‌ی زهره، e: کره‌ی زمین، d: قطر کره‌ی زهره

$$\frac{\text{بزرگی زاویه‌ای زهره در حالت هلال کامل}}{\text{بزرگی زاویه‌ای زهره در حالت بدر کامل}} = ۶$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{d}{R_۲ - R_۱}}{\frac{d}{R_۲ + R_۱}} = ۶ \Rightarrow \frac{R_۲ + R_۱}{R_۲ - R_۱} = ۶$$

$$\Rightarrow R_۲ + R_۱ = ۶(R_۲ - R_۱) \Rightarrow R_۱ + ۶R_۱ = ۶R_۲ - R_۲$$

$$\Rightarrow ۷R_۱ = ۵R_۲ \Rightarrow \frac{R_۱}{R_۲} = \frac{۵}{۷}$$

حد تفکیک چشم:

چشم انسان هنگامی می‌تواند دو نقطه را جدا از هم تشخیص دهد که بزرگی زاویه‌ای فاصلهٔ آن دو نقطه نسبت به چشم از ۰٫۰۰۰۳ رادیان بزرگتر باشد، این زاویه را حد تفکیک چشم می‌نامند.

مثال ۱-۱۵ حداقل طول جسمی که یک ناظر می‌تواند در فاصله‌ی ۵۰ سانتیمتری از خود ببیند چقدر است؟

حل.

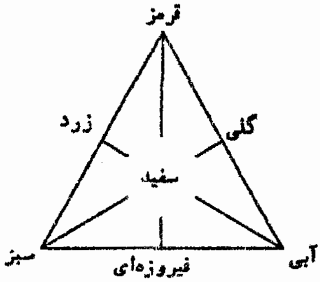
$$\alpha_{\min} = \frac{h_{\min}}{d} \Rightarrow ۰٫۰۰۰۳ = \frac{h_{\min}}{۵۰}$$

$$\Rightarrow h_{\min} = ۰٫۰۱۵\,\mathrm{cm} = ۰٫۱۵\,\mathrm{mm}$$

۵.۱ رنگ نور

هرگاه یک باریکه‌ی نور خورشید را در یک اتاق تاریک به یک وجه منشور شیشه‌ای بتابانیم در طرف دیگر پرتوهای رنگی بوجود می‌آید که اگر پرده سفید رنگی در برابر آنها قرار دهیم، یک مجموعه نوارهای رنگی بر آن دیده می‌شود، این مجموعه نوارهای رنگی را که در اثر تجزیه نور خورشید توسط منشور ایجاد می‌شود، «طیف نور خورشید» می‌نامند، این طیف شامل رنگهای سرخ، نارنجی، زرد،سبز، آبی، نیلی وبنفش است. هرگاه نور سرخ یا هر یک از رنگهای دیگر نور را که در طیف نور خورشید موجود است، بار دیگر از منشور عبور دهیم مشاهده می‌شود که تجزیه نمی‌شوند، چنین نوری را «نور خالص» یا «نور تکرنگ» می‌نامند، نوری که در منشور تجزیه شود «نور مرکب» است.

چنانچه نورهای سرخ، آبی و سبز را هم‌زمان به پرده سفید رنگی بتابانیم، پرده این نورها را بازتابش می‌کند و به رنگ سفید دیده می‌شود، این رنگ‌ها را «رنگ‌های اصلی» گویند، اگر این نورها را دوبدو با هم بیامیزیم رنگهایی بوجود می‌آید که آنها را «رنگ‌های فرعی» گویند.



زرد = سبز + قرمز

فیروزه‌ای = آبی + سبز

گلی = آبی + قرمز

نکته: اجسام غیر شفاف، به رنگ نوری که باز می‌تابانند دیده می‌شوند.

نکته: اجسام شفاف به رنگ نوری که از خود عبور می‌دهند، دیده می‌شوند.

نکته: چناچه با ترکیب دو رنگ، رنگ سفید تولید شود، آن دو را رنگهای مکمل گویند، مثلاً رنگ آبی مکمل رنگ زرد و گلی مکمل رنگ سبز می‌باشد.

مثال ۱-۱۶ بر روی شیشه بی‌رنگی، با رنگ شفاف سبز جمله‌ای نوشته شده است، اگر در پشت این شیشه لامپ با نور قرمز روشن شود: (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) جمله دیده نمی‌شود ب) جمله به رنگ زرد دیده می‌شود

ج) جمله سیاه دیده می‌شود د) جمله به رنگ قرمز دیده می‌شود

حل. گزینه (ج) صحیح است، رنگ شفاف سبز فقط رنگ سبز را عبور می‌دهد و رنگ‌های قرمز و آبی را جذب می‌کند لذا هنگامیکه نور قرمز به شیشه تابیده می‌شود، از جمله سبز رنگ عبور نمی‌کند، ولی از سایر قسمتهای شیشه عبور می‌کند لذا جمله به صورت سیاه در زمینهٔ قرمز رنگ دیده می‌شود.

مثال ۱-۱۷ فتوسنتز در برگ گیاه انجام می‌شود و برگ بیشتر گیاهها سبز است، با توجه به این، کدام گزینه درست است؟ (مرحله اول چهاردهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۹)

الف) برگ گیاه‌ها نسبت به نور سبز شفاف است.

ب) کم‌ترین مقدارفتوسنتز در نور سبز انجام می‌شود.

ج) ضریب شکست برگ برای نور سبز از ضریب شکست برگ برای نورهای مرئی دیگر بیشتر است.

د) اگر به برگ گیاه نور آبی و نور قرمز با هم بتابانیم برگ سفید دیده می‌شود.

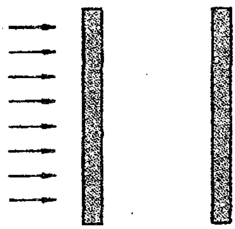
حل. گزینه (ب) صحیح است، چون برگ گیاهان سبز است لذا برگ گیاهان نور سبز را باز می‌تابانند و آن را جذب نمی‌کنند، در حالیکه برای فتوسنتز، برگ گیاهان باید نور را جذب کنند، در نتیجه کم‌ترین فتوسنتز در نور سبز انجام می‌شود.

مسائل حل شده:

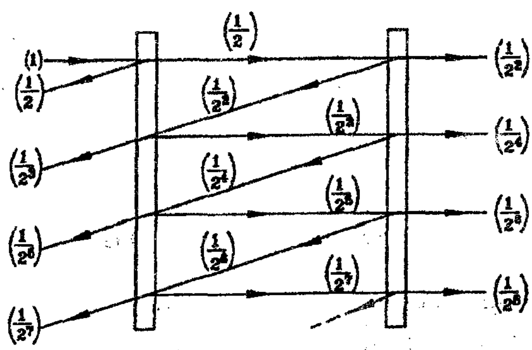
۱. دو سطح نیم آینه‌ای که هر کدام ۵۰ درصد از نور را عبور و بقیه را باز می‌تابانند، مطابق شکل موازی یکدیگر قرار گرفته‌اند، اگر یک دسته پرتو نور بر آنها بتابد، چه کسری از آن، از مجموعه عبور می‌کند؟

(مرحله اول یازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۶)

الف) $\frac{۱}{۲}$ ب) $\frac{۱}{۳}$ ج) $\frac{۱}{۴}$ د) $\frac{۲}{۷}$



حل. گزینه (ب) صحیح است. در اولین برخورد با سطح (۱)، نیمی از پرتوها بازتاب یافته و نیمی دیگر از پرتوها از سطح (۱) عبور می‌کنند و به سطح (۲) برخورد می‌کنند و در نتیجه $\frac{۱}{۴}$ از کل پرتوهای اولیه از سطح (۲) عبور می‌کنند و $\frac{۱}{۴}$ دیگر باز می‌تابند و دوباره به سطح (۱) برخورد می‌کنند و در نتیجه $\frac{۱}{۲^۳}$ از پرتوها از سطح (۱) عبور کرده و $\frac{۱}{۲^۳}$ دیگر باز می‌تابند و دوباره به سطح (۲) برخورد می‌کنند و در نتیجه $\frac{۱}{۲^۴}$ پرتوها از سطح (۲) عبور کرده و $\frac{۱}{۲^۴}$ دیگر باز می‌تابند و دوباره به سطح (۱) برخورد می‌کنند و ...



در نهایت مطابق شکل $\left(\frac{۱}{۲^۲} + \frac{۱}{۲^۴} + \frac{۱}{۲^۶} + \cdots\right)$ از پرتوها از سطح (۲) عبور می‌نمایند و خواهیم داشت:

$$A = \frac{۱}{۲^۲} + \frac{۱}{۲^۴} + \frac{۱}{۲^۶} + \frac{۱}{۲^۸} + \cdots = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴^۲} + \frac{۱}{۴^۳} + \frac{۱}{۴^۴} + \ldots$$

$$A = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴}\left(\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴^۲} + \frac{۱}{۴^۳} + \ldots\right) = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴}A$$

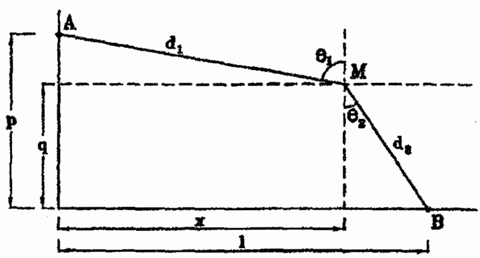
$$۴A = ۱ + A \Rightarrow ۳A = ۱ \Rightarrow A = \frac{۱}{۳}$$

یعنی $\frac{۱}{۳}$ از پرتوها از مجموعهٔ سطوح (۱) و (۲) عبور می‌نمایند.

۲. ماشینی از نقطهٔ A به مختصات $(x_A = ۰, y_A = p)$ به نقطه B به مختصات $(x_B = l, y_B = ۰)$ می‌رود، در ناحیهٔ $y > q$ تندی ماشین برابر مقدار ثابت $v_۱$ و در ناحیه $y < q$ تندی ماشین برابر مقدار ثابت $v_۲$ است که در آن $v_۱ > v_۲$ می‌باشد، نشان دهید که ماشین می‌تواند در کم‌ترین مدت به B برسد اگر مسیری مطابق شکل زیر را طی کند، بطوریکه:

$$\frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲} = \frac{v_۱}{v_۲}$$

(اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)



تذکر: این مسئله نظیر حالت شکست نور به هنگام رفتن از یک محیط به محیط دیگر است و در آن جا رابطهٔ فوق از اصل کم‌ترین زمان فرما به دست می‌آید.

حل. در حل این مسئله از بحث ریاضی «مشتق» استفاده شده است، لذا اگر با این بحث آشنایی ندارید از مطالعهٔ این مسئله صرفنظر نمایید.

برای حل این مساله کافیست که مدت زمان لازم برای رفتن ماشین از نقطه A به نقطهٔ B را با این فرض که مسیر حرکت اتومبیل از نقطه M به مختصات (x, q) می‌گذرد، محاسبه کنیم، سپس مقدار x را چنان تعیین کنیم که زمان لازم می‌نیمم گردد. هرگاه مسافتی که اتومبیل با سرعت $v_۱$ حرکت می‌کند را با $d_۱$ و مسافتی که اتومبیل با سرعت $v_۲$ حرکت می‌کند را با $d_۲$ نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d_۱ = \sqrt{(p-q)^۲ + x^۲} \\ d_۲ = \sqrt{(l-x)^۲ + q^۲} \end{cases} \Rightarrow t = \frac{d_۱}{v_۱} + \frac{d_۲}{v_۲} = \frac{\sqrt{(p-q)^۲ + x^۲}}{v_۱} + \frac{\sqrt{(l-x)^۲ + q^۲}}{v_۲}$$

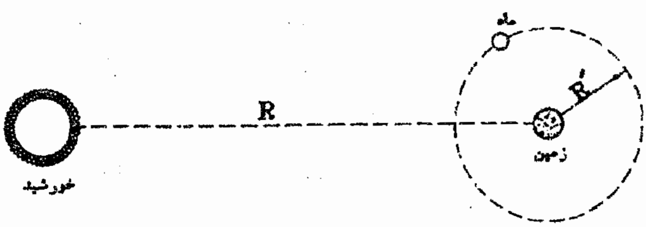
برای می‌نیمم کردن تابع زمان کافیست مشتق آنرا نسبت به x برابر صفر قرار دهیم:

$$t' = \circ \Rightarrow \frac{\text{۱}}{v_\text{۱}} \times \frac{\text{۲}x}{\text{۲}\sqrt{(p-q)^\text{۲}+x^\text{۲}}} - \frac{\text{۱}}{v_\text{۲}} \times \frac{\text{۲}(l-x)}{\sqrt{(l-x)^\text{۲}+q^\text{۲}}} = \circ$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{\sqrt{(p-q)^\text{۲}+x^\text{۲}}}}{\frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^\text{۲}+q^\text{۲}}}} = \frac{v_\text{۱}}{v_\text{۲}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin\theta_\text{۱}}{\sin\theta_\text{۲}} = \frac{v_\text{۱}}{v_\text{۲}}$$

۳. روشنایی ظاهری یک جسم نورانی که نورش را در تمام جهات بطور یکنواخت منتشر می‌کند در فاصلهٔ r از آن جسم، عبارتست از انرژی‌ای که در واحد زمان به واحد سطح می‌رسد، یعنی اگر انرژی تابش شده از جسم نورانی در واحد زمان L باشد، روشنایی ظاهری (f) در فاصله r از جسم نورانی از رابطهٔ روبرو به دست می‌آید: $f = \frac{L}{\text{۴}\pi r^\text{۲}}$
فرض کنید ماه و خورشید هر دو از زمین با بزرگی زاویه‌ای ۰٫۵ درجه مشاهده می‌شوند و روشنایی ظاهری ماه در زمین حدود $\text{۲} \times \text{۱۰}^{-\text{۶}}$ برابر روشنایی ظاهری خورشید در زمین باشد. اگر نوری که از خورشید به ماه می‌رسد. در تمام جهات یک نیمکره بطور یکنواخت بازتاب پیدا کند، ضریب بازتاب ماه را به دست آورید. (فاصله خورشید از زمین و از ماه را برابر بگیرید)
(هفتمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۲)

حل. r_m: شعاع کره‌ی ماه
R: فاصله زمین از خورشید
R': فاصله ماه از زمین
L_s: انرژی تابش شده از خورشید در واحد زمان



$$f_\text{۱} = \frac{L_s}{\text{۴}\pi R^\text{۲}} \quad : \quad \text{روشنایی ظاهری خورشید در زمین یا ماه}$$

یک نیمکره از ماه در معرض تابش $f_\text{۱}$ قرار دارد، اما سطح موثر در برابر این انرژی معادل مساحت دایره عظیمه ماه می‌باشد، لذا انرژی رسیده به ماه در واحد زمان از خورشید (L_m) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$L_m = (\pi r_m^\text{۲}) f_\text{۱} \quad : \quad \text{انرژی رسیده به ماه از خورشید در واحد زمان}$$

هرگاه ضریب بازتاب ماه را برابر α در نظر بگیریم، با توجه به این که انرژی بازتابیده صرفاً در یک نیمکره منتشر می‌شود، روشنایی ظاهری ماه در سطح زمین از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_۲ = \frac{\alpha L_m}{۲\pi R'^۲} = \frac{\alpha(\pi r_m^۲)f_۱}{۲\pi R'^۲} \quad : \text{روشنایی ظاهری ماه در زمین}$$

$$\frac{f_۲}{f_۱} = ۲ \times ۱۰^{-۶} \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha}{۲}(\frac{r_m}{R'})^۲ = ۲ \times ۱۰^{-۶}$$

در رابطه فوق نسبت $\frac{۲r_m}{R'}$ برابر بزرگی زاویه‌ای ماه نسبت به ناظر زمینی می‌باشد، لذا داریم:

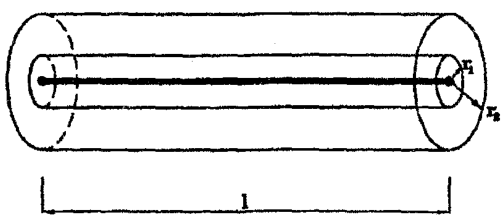
$$\frac{۲r_m}{R'} = ۰/۵ \text{ درجه} = ۰/۵ \times \frac{\pi}{۱۸۰} \text{ رادیان} = ۸/۷ \times ۱۰^{-۳} \text{ رادیان}$$

$$\Rightarrow \frac{r_m}{R'} = ۴/۳۵ \times ۱۰^{-۳}$$

$$\frac{\alpha}{۲}\left(\frac{r_m}{R'}\right)^۲ = ۲ \times ۱۰^{-۶} \Rightarrow \frac{\alpha}{۲} \times (۴/۳۵ \times ۱۰^{-۳})^۲ = ۲ \times ۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow ۹/۵ \times ۱۰^{-۶} \times \alpha = ۲ \times ۱۰^{-۶} \Rightarrow \alpha = ۰/۲۱$$

۴. روشنایی ظاهری حاصل از یک لامپ مهتابی مستقیم و دراز در فاصلهٔ شعاعی $r_۱$ برابر $E_۱$ است، روشنایی ظاهری حاصل از این لامپ $(E_۲)$ را در فاصلهٔ شعاعی $r_۲$ محاسبه نمایید. (فرض کنید که طول لامپ نسبت به $r_۱$ و $r_۲$ آنقدر زیاد که می‌توان از اثرات، دو سر لامپ چشم پوشید)



حل. توان تابشی یک لامپ نقطه‌ای در تمامی جهات گسیل می‌گردد، به عبارت دیگر می‌توان گفت که توان به صورت کروی منتشر می‌شود، اما در مورد یک لامپ مهتابی دراز توان تابشی صرفاً در راستاهای عمود بر محور لامپ گسیل می‌شوند، به عبارت دیگر می‌توان گفت که توان به صورت استوانه‌ای منتشر می‌شود، در این صورت هرگاه دو سطح استوانه‌ای به شعاعهای $r_۱$ و $r_۲$ حول محور لامپ در نظر بگیریم، می‌توان گفت:

$$\phi = E_۱A_۱ = E_۲A_۲ \quad : \text{توان تابشی لامپ}$$

$A_۱$ و $A_۲$ در رابطهٔ فوق به ترتیب مساحت جانبی استوانه‌های به شعاع $r_۱$ و $r_۲$ می‌باشند.

$$E_۱A_۱ = E_۲A_۲ \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{A_۱}{A_۲} = \frac{(۲\pi r_۱) \times l}{(۲\pi r_۲) \times l} = \frac{r_۱}{r_۲}$$
$$\Rightarrow E_۲ = E_۱ \frac{r_۱}{r_۲}$$

قبلاً در مورد لامپهای نقطه‌ای دیدیم که روشنایی با عکس مجذور فاصله متناسب می‌باشد، یعنی: $\frac{E_۲}{E_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲$ ، و در این مسئله دیدیم که در مورد لامپهای خطی دراز روشنایی با عکس فاصله متناسب است، یعنی $\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{r_۱}{r_۲}$.

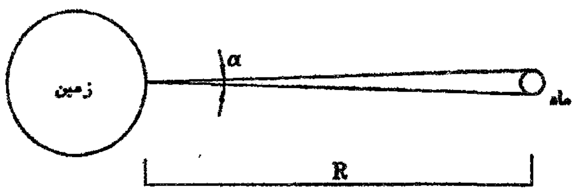
۵. تقریباً ۲٫۵ ثانیه طول می‌کشد تا نور از زمین به ماه برود و برگردد و قطر ظاهری ماه ۰٫۵ درجه است، یعنی زاویه‌ای که دو خطی که دو سر یک قطر ماه را به چشم ناظری در زمین وصل می‌کنند، ۰٫۵ درجه است. جرم ماه برحسب کیلوگرم به کدام‌یک زیر نزدیکتر است؟ هر کمیت دیگری را که لازم است تخمین بزنید.

(مرحله اول یازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۶)

الف) $۱۰^{۱۸}$ ب) $۱۰^{۲۳}$ ج) $۱۰^{۲۸}$ د) $۱۰^{۳۳}$

حل. گزینه (ب) صحیح است

d: قطر ماه R: فاصله ماه از زمین



هنگامی که نور از زمین به ماه می‌رود و بر می‌گردد، مسافت $۲R$ را طی می‌کند لذا خواهیم داشت:

$$c = \frac{۲R}{t} \Rightarrow ۳ \times ۱۰^۸ = \frac{۲R}{۲٫۵} \Rightarrow R = ۳٫۷۵ \times ۱۰^۸\,\mathrm{m}$$

$$\alpha = ۰٫۵ \text{ درجه} = ۰٫۵ \times \frac{\pi}{۱۸۰} \text{ رادیان} = ۰٫۰۰۸۷ \text{ رادیان}$$

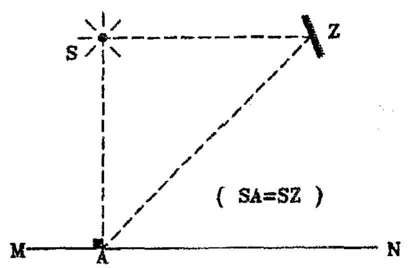
$$\alpha = \frac{d}{R} \Rightarrow d = \alpha R = (۸٫۷ \times ۱۰^{-۳}) \times (۳٫۷۵ \times ۱۰^۸) \simeq ۳۲ \times ۱۰^۵\,\mathrm{m}$$

می‌دانیم چگالی آب برابر $۱۰۰۰\ \mathrm{kg/m^۳}$ می‌باشد، چگالی سنگ را حدود $۵۰۰۰\ \mathrm{kg/m^۳}$ تخمین می‌زنیم و فرض می‌کنیم چگالی ماه بطور یکنواخت برابر $۵۰۰۰\ \mathrm{kg/m^۳}$ باشد:

$$M = \rho V = (۵۰۰۰) \times \left(\frac{۴}{۳} \times \pi \times \left(\frac{۳۲}{۲}\right)^۳ \times ۱۰^{۱۵}\right) \simeq ۸٫۶ \times ۱۰^{۲۲}\,\mathrm{kg}$$

تمرین

*۱. نقطه روشن S، سطح MN را روشن می‌کند، هرگاه در نقطه‌ای هم‌ارتفاع با S، آینه تختی را چنان قرار دهیم که پرتو SZ را دقیقاً به نقطه A منعکس نماید، تعیین کنید پس از قرار دادن آینهٔ تخت، روشنایی نقطه A که دقیقاً زیر منبع S قرار دارد، چند برابر می‌شود؟

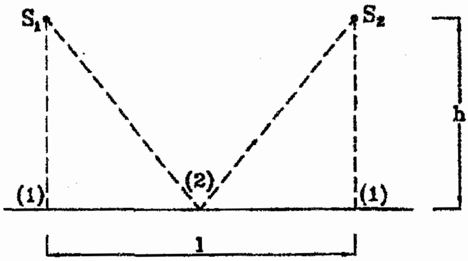


(جواب: ۱٫۱۲ برابر)

۲. نور خورشید تقریباً بدون جذب شدن به لایه‌های بالایی جو زمین می‌رسد، در این نقاط توانی که از واحد سطح عمود بر جهت تابش خورشید می‌گذرد $1/4\ \mathrm{kw/m^2}$ است، سفینه رهیاب که درتابستان ۱۳۷۶ به سیاره مریخ رسید، مریخ نورد کوچکی داشت که انرژی خود را به وسیله باتریهای خورشیدی روی سطحش از خورشید تامین می‌کرد. مساحت مجموعهٔ این باتریهای خورشیدی در حدود $0/20\ \mathrm{m^2}$ است و فاصله‌ی مریخ تا خورشید، ۱٫۵ برابر فاصله زمین تا خورشید است. جو مریخ بسیار رقیق است و می‌توان فرض کرد که نور خورشید تقریباً بدون جذب به سطح آن می‌رسد. سطح باتریهای خورشیدی مریخ نورد همواره بر جهت تابش خورشید عمود نیست، زاویهٔ خط عمود برسطح باتریهای خورشیدی با جهت تابش را θ می‌نامیم. متوسط $\cos\theta$ را ۰٫۳۰ فرض کنید، مقدار متوسط توانی که باتریهای خورشیدی مریخ نورد دریافت می‌کنند، چند وات است؟ **(مرحله اول یازدهمین المپیاد فیزیک ایران ۱۳۷۶)**

(جواب: ۳۷٫۳ وات)

۳. دو لامپ الکتریکی مشابه، در ارتفاع یکسان h و به فاصله l از یکدیگر آویزان شده‌اند. اگر شدت نور لامپ‌ها برابر I باشد:



الف) روشنایی سطح زمین را در زیر هرکدام از لامپ‌ها ($E_۱$) و در وسط فاصله بین دو لامپ ($E_۲$)، محاسبه کنید.

ب) هرگاه μ را به صورت $\mu = \frac{h}{l}$ تعریف کنیم. نسبت $\frac{E_۱}{E_۲}$ را بر حسب μ به دست آورید.

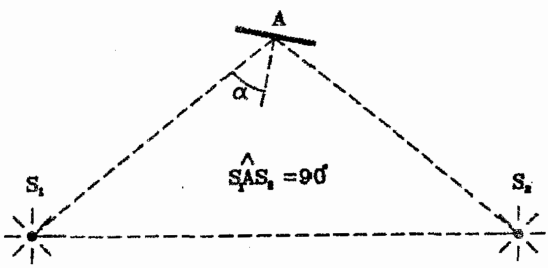
ج) به‌ازای $h = ۴\,\text{m}$، $l = ۶\,\text{m}$ تعیین کنید $E_۱$ بزرگتر می‌باشد یا $E_۲$؟

جواب: الف) $E_۱ = I\left(\frac{۱}{h^۲} + \frac{h}{(h^۲+l^۲)^{\frac{۳}{۲}}}\right)$ و $E_۲ = I\frac{۲h}{(h^۲+(\frac{l}{۲})^۲)^{\frac{۳}{۲}}}$

ب) $$\frac{E_۱}{E_۲} = \frac{(\mu^۲+\frac{۱}{۴})^{\frac{۳}{۲}}((\mu^۲+۱)^{\frac{۳}{۲}}+\mu^۳)}{۲\mu^۳(\mu^۲+۱)^{\frac{۳}{۲}}}$$

ج) $\frac{E_۱}{E_۲} = ۱/۱۴$، یعنی $E_۱$ بزرگتر از $E_۲$ می‌باشد.

۴. چشمه‌های نوری $s_۱$ و $s_۲$ با شدت یکسان روی دو سر وتر یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی الساقین قرار دارند، صفحه کوچک A را چگونه قرار دهیم تا روشنایی آن ماکزیمم گردد؟ $(\alpha = ?)$
(جواب: $\alpha = ۴۵$ درجه)



۵. یک سالن مدور به قطر ۳۰ متر با لامپی که در مرکز سقف قرار دارد، روشن شده است، هرگاه روشنایی حداقل دیوار دو برابر روشنایی حداقل کف سالن باشد، ارتفاع سالن چند متر می‌باشد؟
(جواب: ۷/۵ متر)

*۶. لامپی که با شدت درخشانی ۱۰۰ شمع روشن است، بالای وسط یک میز دایروی به قطر ۳ متر در ارتفاع ۲ متر از آن آویزان است، این لامپ را با لامپ دیگری با شدت درخشانی ۲۵

شمع عوض می‌کنیم و فاصله لامپ تا میز را چنان تغییر می‌دهیم که روشنایی وسط میز نسبت به حالت قبل تغییری نکند، تعیین کنید روشنایی لبه میز چه تغییری می‌کند؟

(جواب: روشنایی لبه میز ۰/۳۳ برابر می‌شود.)

*۷. یک لامپ را باید در چه ارتفاعی بالای مرکز یک میز دایروی شکل به شعاع R آویزان کنیم تا در لبه‌های میز روشنایی حداکثر گردد؟

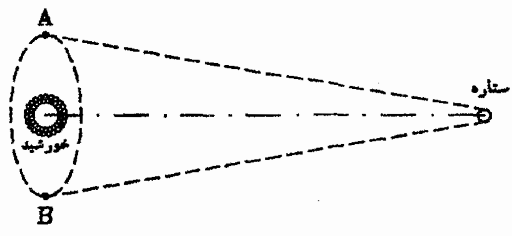
(جواب: $h = \frac{\sqrt{۲}}{۲}R$)

۸. دو لامپ با شدت درخشانی ۵و ۲۰ شمع به فاصله ۱۵۰ سانتیمتر از یکدیگر قرار دارند، در چه نقطه‌ای از پاره‌خط واصل بین آن دو، روشنایی ظاهری حاصل از هر کدام از این دو لامپ با یکدیگر برابر می باشد؟

(جواب: نقطه‌ای به فاصله ۵۰ سانتیمتر از لامپ با شدت ۵ شمع)

۹. اخترشناسان برای اندازه‌گیری فاصله ستاره‌ای تا زمین، با دوربین نجومی دوبار آن را به‌فاصله زمانی ۶ ماه از زمین رصد می‌کنند. در دو رصد یک ستاره، محور دوربین ۰/۰۵ ثانیه قوسی می‌چرخد، زمین در زمان‌های رصد ستاره در نقاط A و B است، فرض کنید خطی که خورشد را به ستاره وصل می کند بر خط AB عمود است، فاصله ستاره تا زمین تقریباً چند برابر فاصله زمین تا خورشید است؟ (هر درجه برابر ۳۶۰۰ ثانیه قوسی است) (مرحله اول چهاردهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۹)

الف) $۱۰^{۵}$ برابر ب) $۱۰^{۷}$ برابر ج) $۱۰^{۹}$ برابر د) $۱۰^{۱۱}$ برابر



جواب: گزینه (ب) صحیح است.

۱۰. دو نفر یکی با قد ۱/۸ متر و دیگری با قد ۱ متر حداکثر در چه فاصله‌ای از یکدیگر می‌توانند بایستند تا هر دو یکدیگر را رویت کنند؟

(جواب: ۳/۳۳ کیلومتر)

فصل دوم

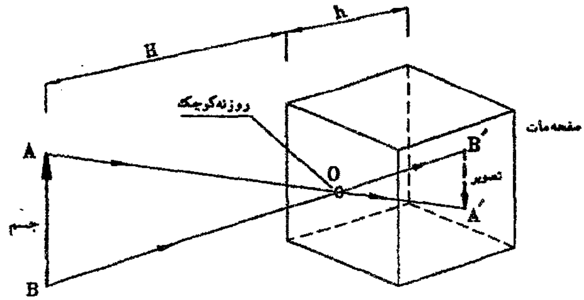
سیر نور بر خط مستقیم

در یک محیط مشخص سرعت نور همواره ثابت می‌باشد، حال فرض کنید در این محیط نور بخواهد بین دو نقطه جابه‌جا شود، با توجه به این که کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه خط مستقیم بین آن دو می‌باشد، به دلیل ثابت بودن سرعت نور می‌توان گفت این مسیر دارای کم‌ترین زمان نیز خواهد بود، در نتیجه مطابق اصل فرما، نور بین دو نقطهٔ مذکور بر خط مستقیم حرکت می‌کند، به این قاعده «سیر نور بر خط مستقیم» گویند. در این فصل چند پدیده که به کمک این قانون قابل توجیه می‌باشند، را بررسی می‌کنیم:

۱.۲ اتاق تاریک

این اسباب که آن را دستگاه عکاسی ساده نیز می‌گویند، یک جعبه‌ساده مکعب مستطیل شکل است که در روی وجه جلوی آن یک روزنه کوچک (به قطر حدود یک میلی‌متر) و در وجه مقابل این روزنه

یک صفحهٔ نیم‌شفاف وجود دارد، هر جسم روشنی که مقابل روزنهٔ اتاق تاریک قرارگیرد از آن تصویری روی صفحهٔ نیم‌شفاف ایجاد خواهد شد.



مشخصات تصویر:

۱. تصویر بر روی پرده تشکیل می‌شود. (یعنی، تصویر حقیقی است)

۲. تصویر نسبت به جسم وارونه است.

۳. اندازه تصویر از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$\triangle ABO \simeq \triangle A'B'O \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{h}{H}$$

$$\boxed{\frac{\text{فاصله تصویر از روزنه}}{\text{فاصله جسم از روزنه}} = \frac{\text{اندازه تصویر}}{\text{اندازه جسم}}}$$

$$\boxed{\frac{\text{مساحت تصویر}}{\text{مساحت جسم}} = \left(\frac{h}{H}\right)^{۲}}$$

مثال ۲-۱ قرص روشنی به قطر ۴ سانتیمتر را در فاصله یک متری از اتاق تاریکی به عمق ۱۲٫۵ سانتیمتر و به موازات وجه جلویی اتاق تاریک قرار می‌دهیم، قطر تصویر و مساحت آن را بدست آورید؟

حل.

$$\frac{D_۲}{D_۱} = \frac{h}{H} \Rightarrow \frac{D_۲}{۴} = \frac{۱۲٫۵}{۱۰۰} \Rightarrow D_۲ = ۰٫۵\,\mathrm{cm}$$

$$A_۲ = \frac{\pi D_۲^۲}{۴} = \frac{\pi \times ۰٫۵^۲}{۴} = ۰٫۱۹۶\,\mathrm{cm}^۲$$

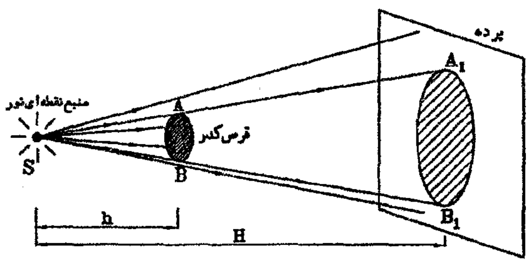
مثال ۲-۲ در آزمایش با اتاق تاریک، هرگاه طول شیء نصف و فاصله آن از روزنه دو برابر شود، طول تصویر چند برابر می‌شود؟

الف) $\frac{۱}{۴}$ ب) $\frac{۱}{۲}$ ج) ۲ د) ۴

حل. گزینه (الف) صحیح است، با توجه به رابطه $(A'B' = \frac{h}{H}AB)$ وقتی AB نصف و H دوبرابر شود، مقدار $A'B'$، $\frac{۱}{۴}$ برابر خواهد شد.

۲.۲ سایه و نیم سایه

I. تشکیل سایه ناشی از چشمه نقطه‌ای نور:



هرگاه جسم کروی میان چشمه نقطه‌ای نور و پرده قرار گیرد، همانطور که در شکل ملاحظه می‌کنید، بر روی پرده دو ناحیه مجزا قابل تشخیص خواهد بود:

۱. سایه (قسمت هاشور خورده بر روی پرده): مجموعهٔ نقاطی که از S پرتوی به آنها نمی‌رسد.

۲. ناحیه روشن (قسمت هاشور نخورده بر روی پرده): مجموعه نقاطی که از S پرتو نور به آنها می‌رسد.

$$\triangle SAB \sim \triangle SA_۱B_۱ \Rightarrow \boxed{\frac{\text{اندازه سایه}}{\text{اندازه جسم}} = \frac{A_۱B_۱}{AB} = \frac{H}{h}}$$

$$\boxed{\frac{\text{مساحت سایه}}{\text{مساحت جسم}} = (\frac{H}{h})^۲}$$

نکته: اگر فاصلهٔ بین نقطه نورانی و پرده (H) را ثابت فرض کنیم، هنگامی که جسم را به پرده بچسبانیم، اندازه سایه برابر اندازه جسم می‌شود و هر چقدر که جسم را از پرده دور کرده و به منبع نقطه‌ای نزدیک نماییم، سایه بزرگ و بزرگتر می‌شود و حد بالایی برای اندازه سایه وجود نخواهد داشت، بعبارت دیگر همواره $A_۱B_۱ \geq AB$ است.

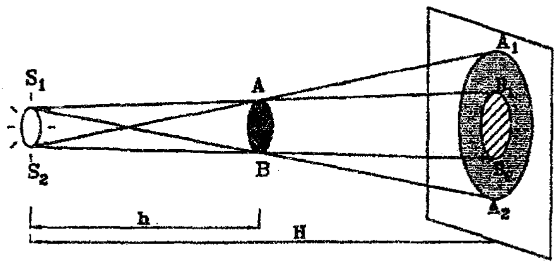
مثال ۲-۳ نقطه نورانی S به فاصله ۱۲۰ سانتیمتر از پرده‌ای قرار دارد، قرص کدری به شعاع ۵ سانتیمتر را در چه فاصله‌ای از پرده قراردهیم، تا شعاع سایه برابر ۲۰ سانتیمتر باشد؟

حل.

$$\frac{A_۱B_۱}{AB} = \frac{H}{h} \Rightarrow \frac{۲۰}{۵} = \frac{۱۲۰}{h} \Rightarrow h = ۳۰\ \text{cm}$$

فاصله قرص کدر از پرده : $H - h = ۱۲۰ - ۳۰ = ۹۰\ \text{cm}$

II. تشکیل سایه ناشی از چشمه گسترده نورانی:



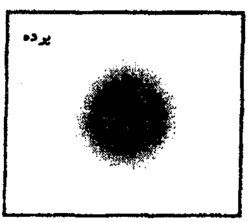
همانطورکه در شکل ملاحظه می‌نمایید بر روی پرده سه ناحیه، قابل تشخیص خواهند بود:

۱. سایه (قسمت هاشور خورده بر روی پرده): مجموعه نقاطی که از هیچکدام از نقاط چشمه گستردهٔ نورانی، پرتوی دریافت نمی‌کنند.

۲. نیم سایه (قسمت نقطه‌چین بر روی پرده): مجموعه نقاطی که از بعضی از نقاط چشمه گستردهٔ نورانی، پرتو دریافت می‌کنند.

۳. ناحیه روشن (قسمت روشن بر روی پرده): مجموعه نقاطی که از تمام نقاط چشمه گسترده نورانی، پرتو دریافت می‌کنند.

قابل ذکر است که مرز کاملاً مشخصی بین سایه و نیم سایه و نیز بین سایه و ناحیه روشن وجود روشن وجود نخواهد داشت، بلکه واقعیت به این صورت است که بر روی پرده از محل مرز تئوری سایه کم‌کم سطح پرده روشن و روشن‌تر می‌شود، تا در نهایت در محل مرز تئوری نیم‌سایه و ناحیه روشن، سطح پرده کاملاً روشن خواهد بود، شکل مقابل این مسئله را نشان می‌دهد.



پرسش: آیا می‌توانید استدلال روشنی بر عدم وجود مرز مشخص بین سایه ونیم سایه و نیز بین نیم سایه وناحیه روشن ارائه دهید؟

در ادامه روابطی را برای محاسبهٔ ابعاد سایه و نیم‌سایه به دست خواهیم آورد:

$$\triangle S_1S_2A \sim \triangle A_1B_1A \Rightarrow A_1B_1 = \frac{H-h}{h}S_1S_2 \qquad (۱-۲)$$

$$\triangle S_2AB \sim \triangle S_2A_1B_2 \Rightarrow A_1B_2 = \frac{H}{h}AB \qquad (۲-۲)$$

$$\Rightarrow B_1B_2 = A_1B_2 - A_1B_1 = \frac{H}{h}AB - \frac{H-h}{h}S_1S_2 \qquad (۳-۲)$$

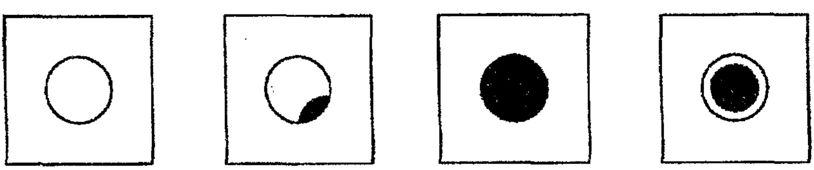
$$\Rightarrow B_1B_2 = \frac{H}{h}(AB - S_1S_2) + S_1S_2 \qquad (۴-۲)$$

درنهایت روابط زیر را برای محاسبه پهنای نیم‌سایه و قطر سایه خواهیم داشت:

پهنای نیم‌سایه :	$A_1B_1 = \frac{H-h}{h}S_1S_2$
قطرسایه :	$B_1B_2 = \frac{H}{h}(AB - S_1S_2) + S_1S_2$

اگر به رابطه (۲) توجه کنید در می‌یابید، که هرگاه $S_1S_2 = \frac{H}{H-h}AB$ باشد، مقدار B_1B_2 صفر می‌شود و اگر S_1S_2 از مقدار مذکور بیشتر شود، مقدار B_1B_2 منفی می‌شود. مفهوم فیزیکی این عدد منفی چه می‌تواند باشد؟

واقعیت این است که در این حالت سایه از بین رفته و به جای آن ناحیه‌ای به نام سایه منفی حاصل خواهد شد، سایه منفی از لحاظ تعریف مشابه نیم سایه است، اما این دو، اختلاف ظریفی با هم دارند. در اشکال زیر از دید ناظری که بر روی نواحی مختلف پرده قرار گرفته است به چشمه گسترده نگاه کرده‌ایم و آنچه را که را که دیده‌ایم، در زیر می‌بینید. سعی کنید با توجه به این اشکال به این اختلاف ظریف پی ببرید.



چشمه‌گسترده از دید ناظر واقع بر سایه منفی — چشمه‌گسترده از دید ناظر واقع بر ناحیه سایه — چشمه‌گسترده از دید ناظر واقع بر نیم‌سایه — چشمه‌گسترده از دید ناظر واقع بر ناحیه روشن

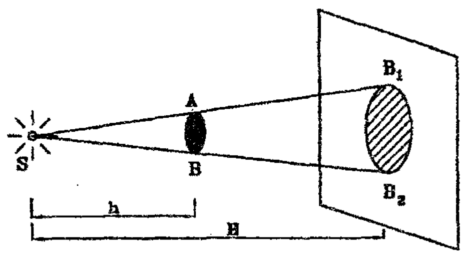
همانطور که در اشکال فوق روشن است، هم نقاط واقع بر ناحیه نیم‌سایه و هم نقاط واقع بر ناحیه سایه منفی، از بعضی نقاط چشمه، پرتو نور دریافت کرده و از بعضی نقاط چشمه پرتو نور دریافت

نمی‌کنند، اما بین این دو ناحیه تفاوتی وجود دارد و آن این که در ناحیه سایه منفی همه سطح قرص کدر در مقابل چشمه نور قرار گرفته است، اما چون قطر ظاهری قرص کدر از قطر ظاهری چشمه نور کمتر بوده است، قرص کدر نتوانسته است تمام سطح چشمه نور را بپوشاند، در حالی که در ناحیهٔ نیم‌سایه بخشی از قرص کدر در مقابل چشمهٔ نور قرار می‌گیرد.

در اشکال زیر حالات مختلف تشکیل سایه، نیم‌سایه و سایه منفی را مشاهده می‌نمایید:

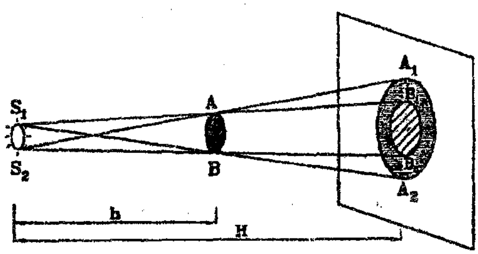
- حالت اول: $S_1S_2 = 0$

در این حالت نیم‌سایه تشکیل نمی‌شود. $B_1B_2 = \frac{H}{h}AB$



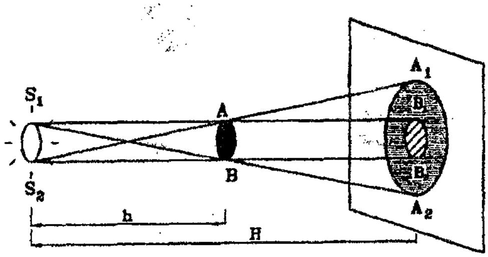
- حالت دوم: $S_1S_2 < AB$

در این حالت سایه از قرص کدر بزرگتر است. $B_1B_2 > AB$



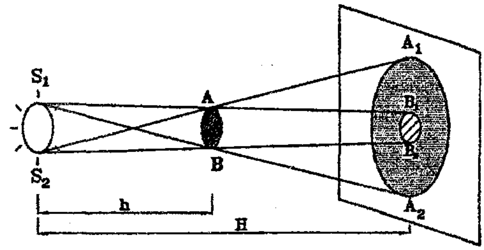
- حالت سوم: $S_1S_2 = AB$

در این حالت سایه برابر با قرص کدر است. $B_1B_2 = AB$



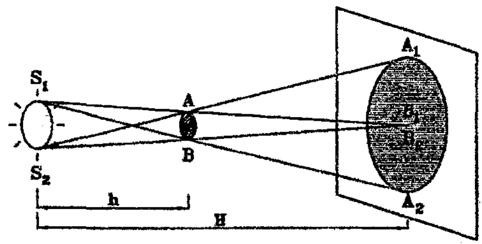
• حالت چهارم: $AB < S_۱S_۲ < \frac{H}{H-h}AB$

در این حالت سایه از قرص کدر کوچکتر است. $۰ < B_۱B_۲ < AB$



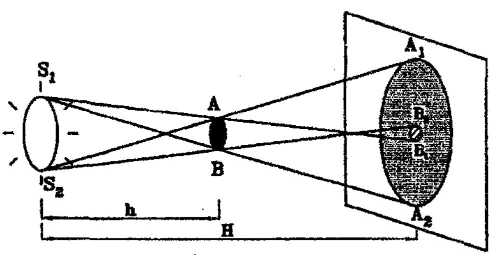
• حالت پنجم: $S_۱S_۲ = \frac{H}{H-h}AB$

در این حالت قطر سایه صفر شده است. $B_۱B_۲ = ۰$



• حالت ششم: $S_۱S_۲ > \frac{H}{H-h}AB$

در این حالت بعد سایه منفی شده و عملاً سایه منفی تشکیل می‌شود. $B_۱B_۲ < ۰$



برای بررسی نحوه تشکیل سایه و نیم سایه، به کمک یک قرص نورانی، یک قرص کدر و یک پرده آزمایشی را ترتیب داده‌ایم و در حین آزمایش، مکانهای آنها را نسبت به هم جابه‌جا کرده‌ایم، نتایج ثبت شده در جدول زیر آمده است. حال از شما می‌خواهیم با ترسیم شکل صحت هرکدام از موارد زیر را بررسی نمایید و در نهایت سعی نمایید یک نتیجه‌گیری کلی برای تعیین نحوه تغییر ابعاد سایه و نیم سایه بدست آورید.

توضیحات	آزمایش	نتیجه
هرگاه چشمه نورانی از قرص کدر بزرگتر باشد وسایهٔ کامل تشکیل شده باشد	چشمه را از قرص کدر دور کرده‌ایم	سایه بزرگتر شده است نیم‌سایه کوچکتر شده است
هرگاه چشمهٔ نورانی از قرص کدر بزرگتر باشد و سایهٔ کامل تشکیل شده باشد	جسم کدر را از پرده دور کرده‌ایم	سایه کوچکتر شده‌است نیم سایه بزرگتر شده است
هرگاه چشمه نورانی از قرص کدر کوچکتر باشد	چشمه را از قرص کدر دور کرده‌ایم	سایه کوچکتر شده است نیم‌سایه کوچکتر شده است
هرگاه چشمه نورانی از قرص کدر کوچکتر باشد	جسم کدر را از پرده دورکرده‌ایم	سایه بزرگتر شده است نیم سایه بزرگتر شده است
هرگاه چشمه نوارنی برابر قرص کدر باشد	چشمه را از قرص کدر دور کرده‌ایم	سایه بدون تغییر مانده است نیم سایه کوچکتر شده است
هرگاه چشمه نورانی برابر قرص کدر باشد	جسم کدر را از پرده دور کرده‌ایم	سایه بدون تغییر مانده است نیم سایه بزرگتر شده است

مثال ۲-۴ پرده‌ای در فاصله ۱۰۰ سانتی‌متری از قرص روشنی به قطر d و به موازات آن قرار گرفته است، هرگاه قرص کدری به قطر ۱۰ سانتی‌متر را میان پرده و قرص کدر و در فاصلهٔ ۲۰ سانتی‌متری از قرص روشن قرار دهیم، در هر کدام از حالات زیر پهنای نیم سایه و قطر سایه را محاسبه نمایید.

اولاً: $d = ۰$ ثانیاً: $d = ۵\,\text{cm}$ ثالثاً: $d = ۱۰\,\text{cm}$

رابعاً: $d = ۱۲{,}۵\,\text{cm}$ خامساً: $d = ۱۵\,\text{cm}$

حل. با توجه به صورت مسئله داریم: $H = ۱۰۰\,\text{cm}$، $h = ۲۰\,\text{cm}$، $AB = ۱۰\,\text{cm}$ و $S_۱S_۲ = d$، لذا خواهیم داشت:

اولاً:

$$A_۱B_۱ = \frac{۱۰۰ - ۲۰}{۲۰} \times ۰ = ۰\,\text{cm} \quad \text{: پهنای نیم سایه}$$

$$B_۱B_۲ = \frac{۱۰۰}{۲۰}(۱۰ - ۰) + ۰ = ۵۰\,\text{cm} \quad \text{: قطر سایه}$$

ثانیاً:

$$A_۱B_۱ = \frac{۱۰۰ - ۲۰}{۲۰} \times ۵ = ۲۰\,\text{cm} \quad \text{: پهنای نیم سایه}$$

$$B_۱B_۲ = \frac{۱۰۰}{۲۰}(۱۰ - ۵) + ۵ = ۳۰\,\text{cm} \quad \text{: قطر سایه}$$

ثالثاً:

$$: A_1B_1 = \frac{100-20}{20} \times 10 = 40\ \text{cm}$$ پهنای نیم سایه

$$: B_1B_2 = \frac{100}{20}(10-10) + 10 = 10\ \text{cm}$$ قطر سایه

رابعاً:

$$: A_1B_1 = \frac{100-20}{20} \times 12/5 = 50\ \text{cm}$$ پهنای نیم سایه

$$: B_1B_2 = \frac{100}{20}(10-12/5) + 12/5 = 0\ \text{cm}$$ قطر سایه

خامساً:

$$: A_1B_1 = \frac{100-20}{20} \times 15 = 60\ \text{cm}$$ پهنای نیم سایه

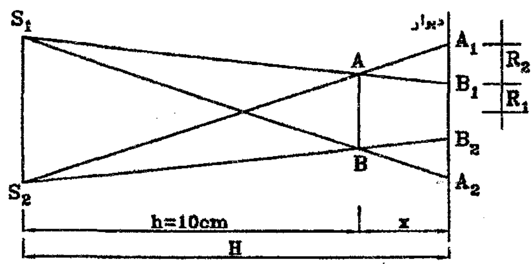
$$: B_1B_2 = \frac{100}{20}(10-15) + 15 = -10\ \text{cm}$$ قطر سایه منفی

مثال ۲-۵ یک منبع نور دایره شکل به قطر ۲ سانتیمتر در فاصلهٔ ۱۰ سانتیمتری یک قرص دایره‌ای به قطر ۱ سانتیمتر قرار دارد.

اولاً: در صورتی که شعاع دایرهٔ سایه نصف ضخامت حلقهٔ نیم‌سایه باشد، فاصله قرص کدر از دیوار را به دست آورید.

ثانیاً: اگر فاصله دیوار از منبع ۲۰ سانتیمتر باشد، مساحت نیم سایه را به دست آورید.

حل. اولاً:



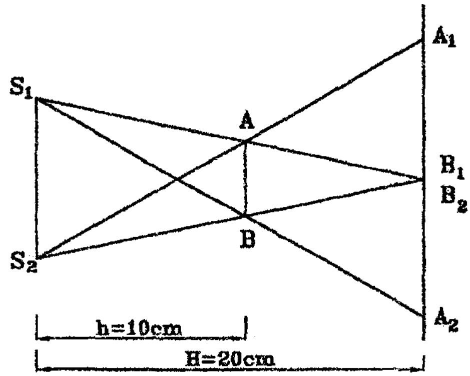
$$A_1B_1 = \frac{H-h}{h}S_1S_2 = \frac{x}{10} \times 2 = \frac{x}{5}$$

$$A_1B_2 = \frac{H}{h}AB = \frac{10+x}{10} \times 1 = \frac{x}{10} + 1$$

$$R_1 = \frac{1}{2}R_2 \Rightarrow 2R_1 = R_2 \Rightarrow 2R_1 + R_2 = 2R_2 \Rightarrow A_1B_2 = 2A_1B_1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{10} + 1 = \frac{2x}{5} \Rightarrow \frac{3x}{10} = 1 \Rightarrow x = 3/33\ \text{cm}$$

ثانیاً:

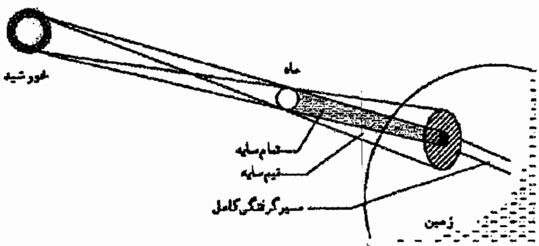


$$A_۱B_۱ = \frac{H-h}{h}S_۱S_۲ = \frac{۲۰-۱۰}{۱۰} \times ۲ = ۲\,\text{cm}$$
$$B_۱B_۲ = \frac{H}{h}(AB - S_۱S_۲) = \frac{۲۰}{۱۰}(۱-۲) + ۱ = ۰\,\text{cm}$$
$$\text{مساحت نیم سایه} = \pi \times ۲^۲ = ۴\pi\,\text{cm}^۲$$

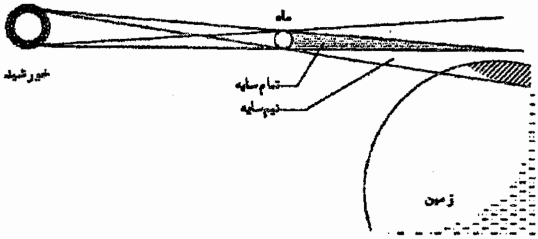
۳.۲ پدیده کسوف(خورشید گرفتگی)

نحوه ایجاد این پدیده دقیقاً همانند نحوهٔ تشکیل سایه و نیم سایه است که در قسمت قبل مورد بررسی قرارگرفت. با این توضیح که خورشید به جای چشمه گسترده نورانی، ماه به جای قرص کدر و سطح زمین به جای پرده قرارگرفته است. اگر بخاطر داشته باشید در بخش ۲.۲ نحوهٔ مشاهده چشمه نورانی از دید ناظری که بر روی پرده قرارگرفته است را بررسی نمودیم، با دقت در آن اشکال به خوبی نحوهٔ ایجاد انواع خورشید گرفتگی یعنی کسوف کامل، کسوف جزیی و کسوف حلقوی را درک خواهید کرد، در اشکال زیر حالات مختلف ایجاد خورشید گرفتگی نمایش داده شده است:

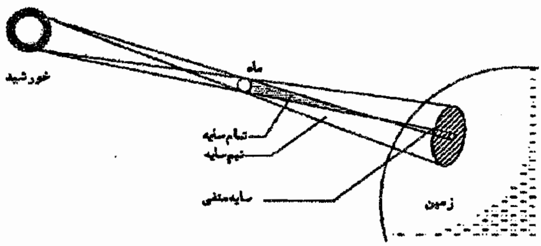
گونه خورشید گرفتگی	درصد فراوانی
جزئی	۳۵
حلقوی	۳۳
کلی	۲۸
حلقوی ـ کلی	۴



الف)خورشیدگرفتگی کلی



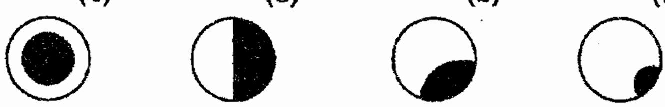
ب)خورشیدگرفتگی جزیی



ج)خورشیدگرفتگی حلقوی

مثال ۲-۶ اگر ناظری در یک کسوف کامل خورشید را بصورت کاملاً تیره مشاهده نماید،کدام یک از حالات زیر، در همان زمان محتملاً توسط ناظر زمینی دیگر رؤیت می‌گردد؟

(4) (3) (2) (1)



حل. گزینه (۲) صحیح است. با توجه به کامل بودن کسوف نتیجه می‌گیریم که در این کسوف قطر ظاهری ماه بزرگتر از قطر ظاهری خورشید می‌باشد و این حالت تنها درگزینه (۲) مشاهده می‌گردد.

برخی داده‌ها درباره خورشید، زمین و ماه:

زمین		خورشید	
جرم	۵٫۹۸ × ۱۰^{۲۴} kg	جرم	۱٫۹۹ × ۱۰^{۳۰} kg
شعاع استوایی	۶٫۳۷۸ × ۱۰^{۶} m	شعاع	۶٫۹۶ × ۱۰^{۸} m
شعاع قطبی	۶٫۳۵۷ × ۱۰^{۶} m	چگالی متوسط	۱٫۴۱۰ kg/m^{۳}
شعاع کره هم حجم کرهٔ زمین	۶٫۳۷ × ۱۰^{۶} m	شتاب ثقل در سطح	۲۴۷ m/s^{۲}
چگالی متوسط	۵۵۲۲ kg/m^{۳}	دما در سطح	۶۰۰۰ k
شتاب ثقل در سطح	۹٫۸۰۶۶۵ m/s^{۲}	میزان کل تشعشع	۳٫۹۲ × ۱۰^{۲۶} W
تندی مداری متوسط	۲۹۷۷۰ m/s	**ماه**	
تندی زاویه‌ای	۷٫۲۹ × ۱۰$^{-۵}$ rad/s		
حداکثر فاصلهٔ زمین از خورشید	۱۵۲٫۱ × ۱۰^{۶} km	جرم	۷٫۳۶ × ۱۰^{۲۲} kg
حداقل فاصله زمین از خورشید	۱۴۷٫۱ × ۱۰^{۶} km	شعاع	۱۷۳۸۰۰۰ m
فاصلهٔ متوسط زمین از خورشید	۱۴۹٫۶ × ۱۰^{۶}	چگالی متوسط	۳۳۴۰ kg/m^{۳}
فاصلهٔ متوسط زمین از ماه	۳٫۸ × ۱۰^{۵} km	شتاب ثقل در سطح	۱٫۶۷ m/s^{۲}

۴.۲ پدیده خسوف (ماه گرفتگی)

هنگامی که زمین میان خورشید و ماه قرار می‌گیرد، سایه زمین بر روی ماه می‌افتد، در این حال تمام یا بخشی از ماه تاریک می‌شود، به این پدیده، ماه گرفتگی (خسوف) می‌گویند.

نکته: ماه گرفتگی، همواره در نیمهٔ ماه قمری، یعنی زمانی که ماه بدر کامل است و به اصطلاح در حالت مقابله هستیم، رخ می‌دهد. در مقابل خورشید گرفتگی همواره در زمان ماه نو یعنی هنگامی که ماه کوچکترین هلال است و به اصطلاح در حالت مقارنهٔ داخلی هستیم رخ می‌دهد. چرا؟

مثال ۲-۷ با توجه به نحوهٔ ایجاد پدیده خسوف و این مطلب که کره ماه در طول هریک ماه قمری یک دور به دور زمین می‌زند، لازم می‌آید در طول هر ماه قمری یکبار پدیده ماه گرفتگی رخ دهد، اما این گونه نیست، چرا؟

حل. به دلیل این که صفحه مداری حرکت ماه به دور زمین باصفحه دایره البروج (صفحه مداری حرکت زمین به دور خورشید) زاویه‌ای حدود ۵٫۲ درجه می‌سازد.

مثال ۲-۸ شعاع‌های زمین و خورشید به ترتیب ۶٫۴ × ۱۰^{۳} km و ۷ × ۱۰^{۵} km بوده و بزرگی زاویه‌ای خورشید $\frac{۱}{۲}$ درجه است. فاصله ماه از زمین از چه مقداری باید بیشتر می‌بود تا هیچگاه ماه

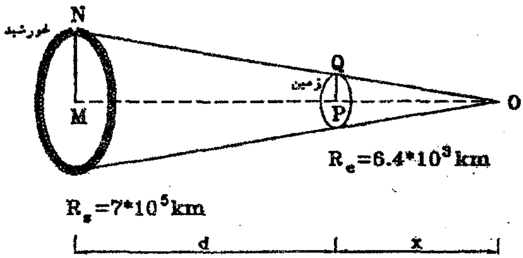
گرفتگی اتفاق نیفتد؟

(دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

الف) $۱/۵ \times ۱۰^{۶}\,\mathrm{km}$ ب) $۷/۳ \times ۱۰^{۵}\,\mathrm{km}$

ج) $۱/۶ \times ۱۰^{۸}\,\mathrm{km}$ د) در هر فاصله‌ای ماه گرفتگی وجود دارد.

حل. گزینه (الف) صحیح است. با توجه به شکل برای این که هیچگاه ماه گرفتگی رخ ندهد، لازمست که ماه خارج از مخروط سایهٔ زمین باشد، یعنی فاصله ماه از زمین از طول PO بیشتر باشد.



$$\text{بزرگی زاویه‌ای خورشید}: \alpha = \frac{۱}{۲}\text{درجه} = \frac{۱}{۲} \times \frac{\pi}{۱۸۰} \simeq \frac{۱}{۱۱۴}\,\mathrm{rad}$$

$$\alpha = \frac{۲R_s}{d} \Rightarrow d = \frac{۲R_s}{\alpha} = \frac{۲ \times ۷ \times ۱۰^{۵}}{\frac{۱}{۱۱۴}} = ۱۵۹۶ \times ۱۰^{۵}\,\mathrm{km}$$

$$\triangle MNO \sim \triangle PQO \Rightarrow \frac{x}{d+x} = \frac{PQ}{MN} = \frac{R_e}{R_s}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۱۵۹۶ \times ۱۰^{۵} + x} = \frac{۶/۴ \times ۱۰^{۳}}{۷ \times ۱۰^{۵}}$$

$$\Rightarrow x = ۱/۴۵۹ \times ۱۰^{۶}\,\mathrm{km}$$

مثال ۲-۹ مثال ۲-۸ را به این ترتیب حل کنید که فاصله ماه از زمین از چه مقداری باید بیشتر می‌بود تا هیچگاه ماه گرفتگی کلی اتفاق نیفتد، یعنی سایه زمین نتواند تمام سطح ماه را بپوشاند؟

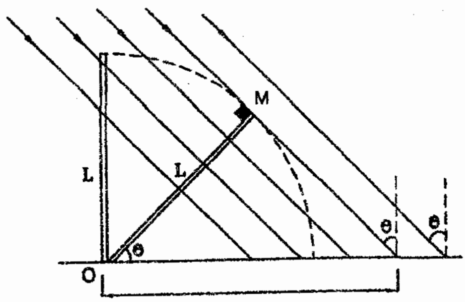
حل. در این حالت باید بتوانید جواب $۱/۱ \times ۱۰^{۶}\,\mathrm{km}$ را به دست آورید.

مسائل حل شده:

۱. یک خط‌کش چوبی به طول L به طور قائم روی زمین قرار گرفته و نور خورشید با زاویهٔ θ نسبت به امتداد قائم بر آن می‌تابد ($\theta \neq 0$)، خط‌کش به آرامی بدون آن که پای آن حرکت کند، روی زمین می‌افتد، در حین افتادن، طول سایه خط‌کش ابتدا بزرگ و سپس کوچک می‌شود، ماکزیمم طول سایه کدام‌یک از مقادیر زیر است؟ (دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

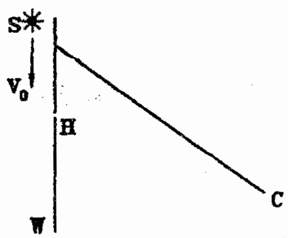
الف) L ب) $\dfrac{L}{\cos\theta}$ ج) $L\tan\theta$ د) $L\cos\theta$

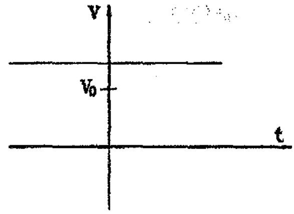
حل. گزینه (ب) صحیح است. طول خط‌کش ثابت است، لذا سر آن حین افتادن خط‌کش بر روی یک ربع دایره حرکت می‌کند. با توجه به شکل، ماکزیمم طول سایه زمانی به وجود می آید که امتداد خط‌کش بر امتداد پرتوهای نور عمود باشد، لذا خواهیم داشت:



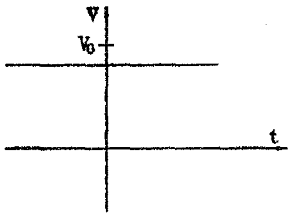
$$\triangle OMN \text{ در مثلث } : \cos\theta = \frac{L}{L'} \Rightarrow L' = \frac{L}{\cos\theta}$$

۲. پرده c، مطابق شکل پشت دیوار w قرار دارد، روزنهٔ کوچک H در دیوار است، چشمهٔ کوچک S با سرعت ثابت v_0 به موازات دیوار به طرف پایین حرکت می‌کند و در لحظه $t = 0$ درست روبروی H است (به طوری که SH بر دیوار عمود است)، نور چشمهٔ S لکه کوچکی روی پرده c درست می‌کند، نمودار سرعت این لکه روی پرده چگونه است؟ (مرحله اول چهاردهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۹)

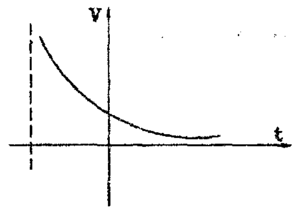




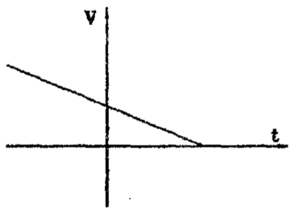
(1)



(2)

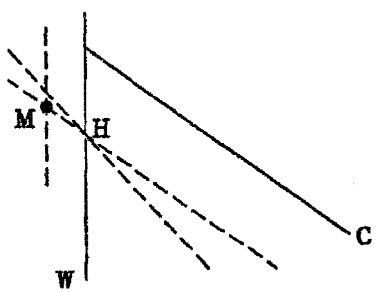


(3)

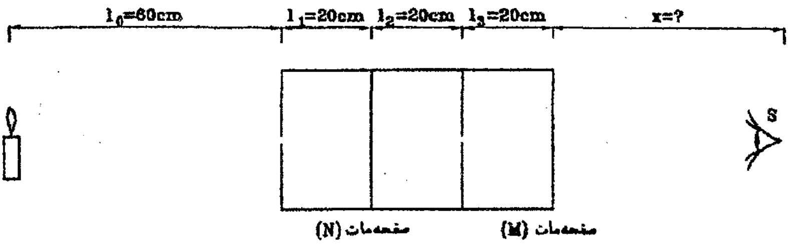


(4)

حل. گزینه (۳) صحیح است. به شکل زیر توجه کنید وقتی چشمه S در نقطه M است، پرتو نور عبوری از روزنهٔ H به موازات پرده خواهد بود، در نتیجه در لحظاتی که چشمه S در بالای نقطهٔ M قرار دارد، هیچ لکهٔ روشنی روی پردهٔ c ایجاد نمی‌شود. از طرف دیگر می‌دانیم چشمه S در لحظهٔ $t = 0$ درست مقابل روزنه H است، لذا در لحظه‌ای مانند $t_1 < 0$، چشمه S در نقطه M خواهد بود و در نتیجه در لحظات ماقبل t_1 ($t < t_1$) لکه روشنی روی پرده نخواهیم داشت و در نتیجه نمودار سرعت ـ زمان لکهٔ روشن نباید در لحظات $t < t_1$ تعریف شده باشد، از طرف دیگر وقتی چشمه S از نقطه M عبور کرد، همواره لکه روشن بر روی پرده تشکیل خواهد شد، که تنها گزینه (۳) این وضعیت را به درستی نشان می‌دهد.



۳. مطابق شکل شمعی به طول ۳۰ سانتیمتر را در فاصله ۶۰ سانتیمتری از روزنه A قرار می‌دهیم. چشمی که در پشت صفحه مات M قرار دارد، حداکثر در چه فاصله‌ای از صفحهٔ کدر باشد تا بتوان تصویری قابل تفکیک از شمع بدست آورد.



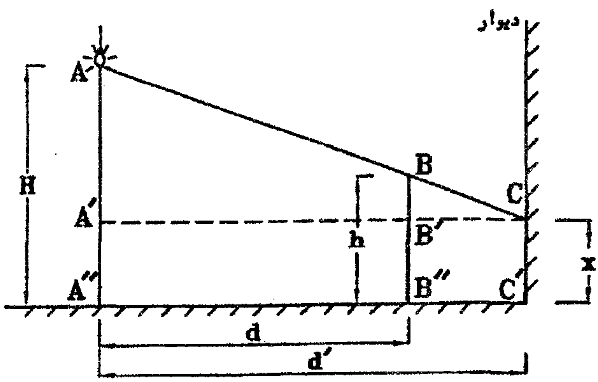
حل. اگر طول تصویر بر صفحه مات N را برابر $h_۱$ و طول تصویر بر صفحهٔ مات M را برابر $h_۲$ در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\frac{h_۱}{h_۰} = \frac{l_۱}{l_۰} \Rightarrow h_۱ = \frac{۲۰}{۶۰} \times ۳۰ = ۱۰\,\text{cm}$$
$$\frac{h_۲}{h_۱} = \frac{l_۳}{l_۲} \Rightarrow h_۲ = \frac{۲۰}{۲۰} \times ۱۰ = ۱۰\,\text{cm}$$
$$\text{حد تفکیک چشم : } ۰/۰۰۰۳ = \frac{h_۲}{x} = \frac{۱۰}{x} \Rightarrow x = \frac{۱۰}{۰/۰۰۰۳} = ۳۳۳۳۳\,\text{cm} = ۳۳۳/۳\,\text{m}$$

۴. لامپی در ارتفاع H از سطح زمین قرار گرفته است، به فاصله d از خط قائمی که این چشمهٔ نور بر آن واقع است، میله‌ای به طول h را به طور قائم بر زمین نصب می‌کنیم، همچنین دیواری به فاصله d' از خط قائمی که چشمه نور بر آن واقع است، قرار دارد. $(d' > d)$

الف) طول قسمتی از سایه چوب که بر روی دیوار تشکیل می‌شود را تعیین کنید.

ب) شرط تشکیل شدن سایه بر دیوار به دست آورید.



حل. الف)

$$\Delta CBB' \sim \Delta CAA' \Rightarrow \frac{H-x}{h-x} = \frac{d'}{d'-d}$$
$$\Rightarrow (H-x)(d'-d) = (h-x)d'$$
$$\Rightarrow H(d'-d) - x(d'-d) = hd' - xd'$$
$$\Rightarrow -xd' + xd + xd' = hd' - H(d'-d)$$
$$\Rightarrow x = \frac{hd' - H(d'-d)}{d}$$

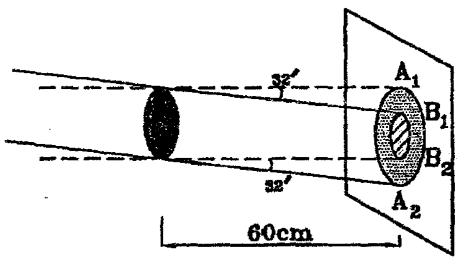
ب) شرط تشکیل سایه بر دیوار : $x \geq ۰ \Rightarrow hd' - H(d'-d) \geq ۰$

$$\Rightarrow \frac{h}{H} \geq \frac{d'-d}{d'}$$

۵. سطح قرص کدری به قطر ۵ سانتیمتر بر اشعه خورشید عمود است. در پشت قرص و به فاصله ۶۰ سانتیمتری از آن، پرده‌ای به موازات سطح قرص آویزان می‌کنیم، به فرض این که قطر ظاهری خورشید ۳۲ دقیقه باشد، مطلوبست:

الف) قطر دایرهٔ سایه

ب) قطر دایره نیم سایه.



حل.

$$\text{۳۲دقیقه} = \frac{۳۲}{۶۰}\text{درجه} = \frac{۳۲}{۶۰} \times \frac{\pi}{۱۸۰} = ۰/۰۰۹۳۱\text{رادیان}$$

$$A_۱B_۱ = ۰/۰۰۹۳۱ \times ۶۰ = ۰/۵۶\,\text{cm}$$

$$A_۱B_۲ = ۵\,\text{cm}$$

قطر دایرهٔ سایه : $B_۱B_۲ = A_۱B_۲ - A_۱B_۱$

$$= ۵ - ۰/۵۶ = ۴/۴۴\,\text{cm}$$

قطر دایره نیم سایه: $A_۱A_۲ = A_۱B_۱ + B_۱A_۲$

$$= ۰/۵۶ + ۵ = ۵/۵۶\,\text{cm}$$

تمرین

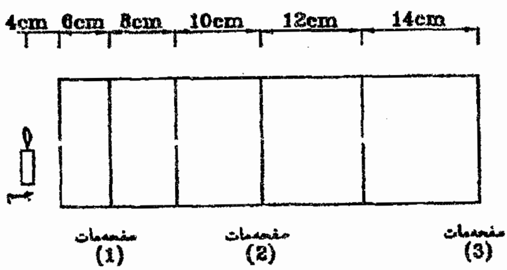
۱. در یک اتاق تاریک فاصله روزنه تا صفحه مات ۱۲ سانتی‌متر می‌باشد، در فاصله ۳ سانتیمتری روزنه شمعی به طول ۳ سانتیمترقرار دارد،

الف) طول تصویر شمع چند سانتی‌متر است؟

ب) شمع را چقدر جابه‌جا کنیم تا طول تصویر آن ۱ سانتی‌متر گردد؟

(جواب: الف) ۱۲ cm ب) ۳۳ cm)

۲. هرگاه در سیستم اتاق تاریک نشان داده شده در شکل زیر، مجموع طول جسم و سه تصویر ایجاد شده از آن در صفحات مات ۱، ۲ و ۳ برابر ۳۱۵ میلی‌متر باشد، طول تصویر ایجاد شده در صفحه مات ۲ چند میلی‌متر است؟



(جواب: ۹۰ میلی‌متر)

*۳ چرا سایهٔ پای انسان روی زمین واضح است ولی سایه سرش غیر واضح می‌باشد؟ در چه شرایطی سایه همه جا به طور یکنواخت واضح خواهد بود؟

۴. یک مداد را چگونه باید بالای میز نگه داریم تا بتوانیم سایهٔ واضحی از آن بدست آوریم، هرگاه چشمهٔ نور، یک لامپ مهتابی باشد که به شکل لولهٔ درازی روی سقف قرار دارد؟

۵. در لحظه‌ای که پرتوهای خورشید با خط عمود بر سطح زمین زاویهٔ ۵۳ درجه می‌سازند، سایه یک مناره ۲۰ متر می‌باشد، ارتفاع مناره چند متر است؟
(جواب: ۱۵ متر)

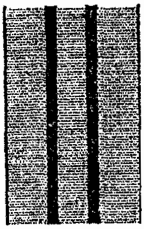
۶. در سالنی به ارتفاع ۴/۵ متر، لامپی به سقف سالن آویزان است، شخصی که قدش ۱/۵ متر است، در ۳ متری پای عمود لامپ ایستاده است،

الف) طول سایهٔ شخص را بدست آورید.

ب) اگر شخص از پای عمود لامپ یک متر دورتر گردد طول سایه وی چقدر تغییر می‌کند؟

(جواب: الف) ۱/۵ متر، ب) ۰/۵ متر)

۷. یک هلی‌کوپتر در امتداد قائم با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر در ساعت از زمین دور می‌شود، پرتو خورشید با زمین زاویه ۶۰ درجه می‌سازد، سرعت حرکت سایه چند کیلومتر بر ساعت است؟
(جواب: ۳۴ کیلومتر بر ساعت)



*۸ در پاییز، وقتی که برگ درختان می‌ریزد، در بسیاری اوقات می‌توان سایه‌هایی از دو شاخهٔ موازی را دید، شاخه پایینی سایهٔ تیره واضحی ایجاد می‌کند و شاخهٔ بالایی سایه‌ای پهن‌تر و روشن‌تر ایجاد می‌کند. اگر چنین دو سایه‌ای بر حسب تصادف روی هم قرار گیرند، می‌توان در وسط سایه تیره‌تر خط روشنی را مشاهده کرد، به طوری که به نظر می‌رسد سایه دوتا است. این پدیده را چگونه می‌توان توضیح داد؟

۹. صفحه کدری وسط فاصله بین یک چشمه نقطه‌ای نور و یک دیوار موازی با آن، قرار دارد و سایه‌ای از آن روی دیوار تشکیل شده است، نسبت مساحت سایه به مساحت صفحه کدر چقدر می‌باشد؟
(جواب: ۴)

۱۰. قرص کدری را بین یک لامپ و یک پرده نگه داشته‌ایم، قطر سایهٔ قرص با قطر قرص برابر است، هرگاه این جسم را از لامپ دور کنیم، قطر سایه و پهنای نیم سایه چگونه تغییر خواهند کرد؟
(جواب: ثابت می‌ماند ـ کوچک می‌شود)

فصل سوم

بازتابش نور

در فصل دوم، رفتار پرتوهای نور در یک محیط ثابت و یکنواخت را بررسی کردیم و دیدیم که نور در یک محیط همواره بر خط مستقیم حرکت می‌کند. حال می‌خواهیم ببینیم پرتوهای نور در برخورد با مرز بین دو محیط چگونه رفتار می‌کنند، در اینجا با دو پدیده مواجه می‌شویم: پدیده باز تابش و پدیده شکست. در فصل حاضر به بررسی پدیدهٔ بازتابش می‌پردازیم و در فصل ششم از پدیده شکست سخن خواهیم گفت.

۱.۳ قوانین بازتابش

تعاریف:

خط عمود بر سطح منعکس کننده: خطی است که در نقطهٔ برخورد پرتوتابش به صفحه منعکس کننده بر سطح منعکس کننده عمود باشد.

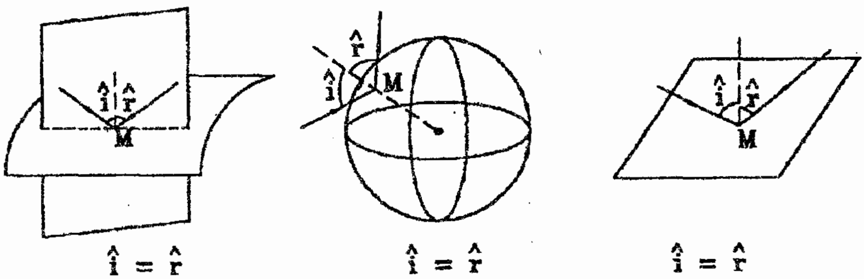
زاویه تابش ($\hat{i}$): زاویه بین پرتو تابش و خط عمود بر سطح منعکس کننده را زاویه تابش می‌نامند.

زاویه بازتابش ($\hat{r}$): زاویه بین پرتو بازتابش و خط عمود بر سطح منعکس کننده را زاویه بازتابش می‌نامند.

قوانین بازتابش:

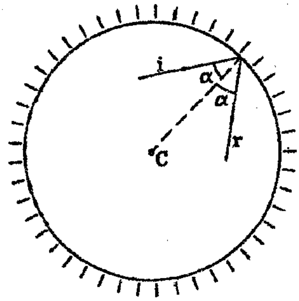
قانون اول: پرتو تابش، پرتو بازتابش و خط عمود بر سطح منعکس کننده در نقطه تابش، هر سه در یک صفحه واقع هستند.

قانون دوم: زاویه تابش برابر زاویه بازتابش می‌باشد($\hat{i} = \hat{r}$)



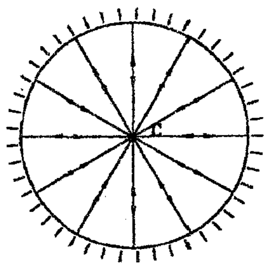
۲.۳ بازتابش از سطح یک کره بازتاباننده

به منظور آشنایی بیشتر با قوانین بازتابش و ایجاد پیش زمینه مناسب برای بحث آینه‌های کروی در اینجا به بررسی بازتابش پرتوهای نور از سطح درونی یک کره بازتاباننده می‌پردازیم، بنابه روال همیشگی مسئله را دو بعدی بررسی می‌کنیم، یعنی مقطعی از کره که یک دایره است را مد نظر قرار می‌دهیم و پرتو دلخواه i را بعنوان پرتوتابش در نظر می‌گیریم، چون مسئله را دو بعدی بررسی می‌کنیم، قانون اول خود به خود ارضاء می‌گردد، و با توجه به اینکه شعاع حامل هر نقطه از دایره بر دایره عمود است، برای ارضاء قانون دوم کافیست پرتوی را با همان زاویه‌ای که پرتو تابش با شعاع حامل نقطه برخورد می‌سازد، در طرف دیگر شعاع حامل، بعنوان پرتو بازتابش در نظر بگیریم. در ادامه ما نقطهٔ روشن S را در نقاط مختلف داخل دایره قرار می‌دهیم و نحوهٔ بازتابش پرتوها را بررسی می‌کنیم:

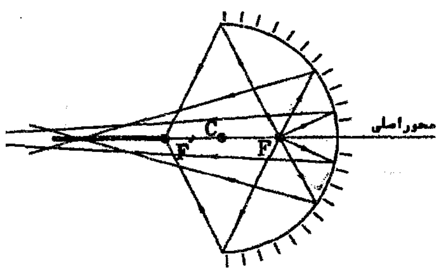


حالت اول: نقطه نورانی S در مرکز دایره (C) قرار دارد:

در این حالت تمامی پرتوها پس از انعکاس از سطح دایره روی خود باز می‌گردند.



حالت دوم: نقطه نورانی S در فاصله $\frac{r}{2}$ از مرکز نیم دایره یعنی در نقطه F قرار دارد:



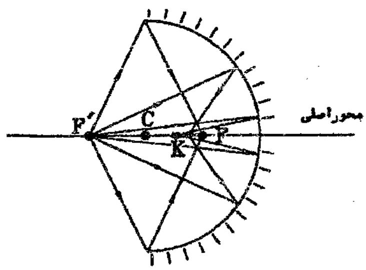
در این حالت پرتوهای بازتابیده در سمت چپ نقطهٔ F' به محور اصلی برخورد خواهند کرد (F' نقطهٔ تقارن یافتهٔ F نسبت به مرکز دایره (C) می‌باشد)، چرا؟

نکته قابل توجه در این حالت، این است که ما در بحث آینه‌های کروی در فصل پنجم نقطه F را بعنوان کانون معرفی کرده و فرض می‌نماییم که کلیه پرتوهایی که از این نقطه به سطح آینه بتابد، در بازتاب به موازات محور اصلی آینه خواهند بود، اما شکل فوق به وضوح خلاف این مطلب را نشان می‌دهد، اما اگر در شکل دقیق تر شویم در می‌یابیم که برای پرتوهای پیرامون محور اصلی و خیلی نزدیک به آن فرض فوق، قابل قبول است و پرتوهای بازتاب یافته تقریباً موازی

محور اصلی خواهند بود و نتیجه می‌گیریم: فرض وجود کانون در آینه‌های کروی برای پرتوهای پیرامون محور برقرار است و این همان بحث تقریب پیرامحوری است که در نور هندسی مطرح می‌گردد و دقیقاً به همین دلیل است که در نور هندسی از آینه‌های کروی کوچک بحث می‌کنیم نه از آینه‌های کروی، یعنی فرض بر آن است که ابعاد آینه نسبت به شعاع آن کوچک می‌باشد.

حالت سوم: نقطه نورانی S در نقطه F' قرار دارد:

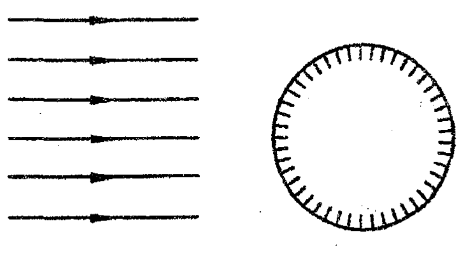
در این حالت پرتوهای بازتابیده در طول FK به محور اصلی برخورد خواهند کرد (K وسط پاره‌خط FC می‌باشد)، چرا؟



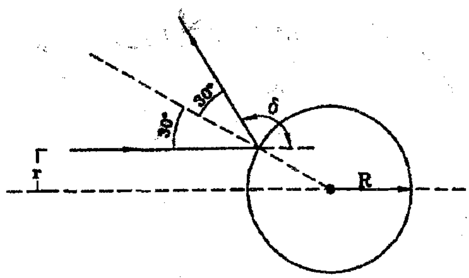
پرسش: بعنوان یک تمرین خوب نقطه نورانی S را در نقاط دیگری از محور اصلی قرار دهید و ببینید پرتوهای بازتاب یافته در چه نقاطی با محور اصلی برخورد خواهند کرد؟ سعی کنید رابطه‌ای برای یافتن ناحیهٔ مورد نظربدست آورید.

مثال ۳-۱ یک دسته پرتو موازی مطابق شکل به یک کره بازتاباننده می‌تابند، چه کسری از نور تابیده به کره با زوایای انحراف بیشتر از 120° از روی آن باز می‌تابد؟ (مرحله اول دهمین المپیاد فیزیک ایران-۱۳۷۵)

الف) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{3}$ ج) $\frac{1}{2}$ د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



حل. گزینه (الف) صحیح است. همانگونه که در شکل نشان داده شده است، پرتو SI که با زاویهٔ تابش 30° به کره می‌تابد، با زاویه انحراف 120° از سطح کره باز می‌تابد.



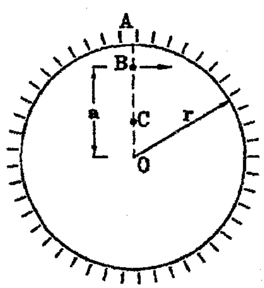
زاویه انحراف :$\delta = ۱۸۰ - ۲i$

همچنین از رابطهٔ فوق مشخص است که با کم شدن زاویهٔ تابش (i)، زاویهٔ انحراف افزایش می‌یابد، یعنی تمامی پرتوهایی که با زاویه تابش کمتر از ۳۰° به کره بتابند، با زاویه انحراف بیشتر از ۱۲۰° از سطح کره بازتاب می‌یابند، این پرتوها در درون استوانه‌ای فرضی به شعاع r قرار دارند، در حالیکه کل پرتوهایی که به کره می‌تابند، در درون استوانه‌ای فرضی به شعاع R قرار دارند، در نتیجه نسبت پرتوهایی که با زاویهٔ انحراف بیشتر از ۱۲۰° انعکاس می‌یابند به کل پرتوها، برابر نسبت سطح مقطع‌های این دو استوانه خواهد بود:

$$r = R\sin ۳۰^\circ = \frac{R}{۲}$$

$$\frac{A_۱}{A_۲} = \frac{\pi r^۲}{\pi R^۲} = (\frac{r}{R})^۲ = \left(\frac{\frac{R}{۲}}{R}\right)^۲ = \frac{۱}{۴}$$

مثال ۳-۲ در شکل زیر کره‌ای به شعاع r که سطح داخلی آن کاملاً بازتابنده است، نشان داده شده است. از نقطهٔ B پرتو نوری عمود بر OA خارج می‌شود:



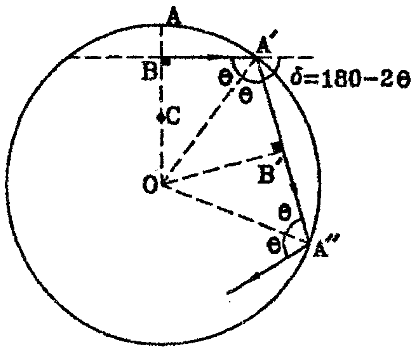
الف) آیا ممکن است این پرتو پس از بازتابهای متوالی از نقطه C بگذرد؟ پاسخ خود را با ذکر دلیل بیان کنید.

ب) چون $a < r$، می‌توان نوشت $\frac{a}{r} = \sin\theta$. اگر $\theta = \frac{۸\pi}{۱۹}$ باشد، پس از چند بازتاب از سطح داخلی کره، برای اولین بار پرتو مجدداً ازنقطه B می‌گذرد؟

(مرحله دوم دهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۶)

حل. در شکل زیر پرتو پس از یکبار بازتاب، نشان داده شده است:

الف) از شکل پیداست که در تمامی انعکاس‌ها، زاویه تابش برابر θ باقی خواهد ماند، زیرا با توجه به مثلث‌های متساوی الساقین مانند $OA'A''$، می‌توان نتیجه گرفت زاویه تابش در انعکاس nام برابر زاویهٔ بازتابش در انعکاس $(n - ۱)$ ام می‌باشد و این بدان معناست که در تمامی انعکاس‌ها زوایای تابش برابر خواهند بود.



$$
\left.\begin{array}{l}
OA' = OA' = r \\
\angle OBA' = \angle OB'A' = ۹۰^{\circ} \\
\angle OA'B = \angle OA'B' = \theta
\end{array}\right\} \Rightarrow \triangle\angle OBA' = \triangle\angle OB'A'
$$

$$\Rightarrow OB' = OB = a$$

این بدان معناست که فاصله عمودی مرکز کره از پرتوهای انعکاس یافته، همواره برابر a می‌باشد، بعبارت دیگر پرتوهای انعکاس یافته، همواره بر سطح کره‌ای به شعاع a و به مرکز کرهٔ بازتابنده مماس خواهند بود، یعنی پرتو نور هیچگاه نمی‌تواند از نقطهٔ C عبور کند، زیرا $OC < a$ می‌باشد.

ب) در حل قسمت الف دیدیم که زاویه تابش در تمامی انعکاس‌ها برابر θ می‌باشد، حال این زاویه را محاسبه می‌کینم:

$$\triangle OBA' : \sin\theta = \frac{OB}{OA'} = \frac{a}{r}$$

یعنی زاویه θ که در قسمت (ب) مسئله برابر $\frac{۸\pi}{۱۹}$ در نظر گرفته شده است، برابر زاویه تابش درتمامی انعکاس‌ها می‌باشد، با توجه به شکل در مورد زاویه انحراف پرتو درهر انعکاس (δ) خواهیم داشت:

$$\delta = \pi - ۲\theta$$

برای اینکه پرتو نور مجداً از نقطه B بگذرد، باید مجموع زوایای انحراف پرتوها در انعکاس‌ها برابر مضرب صحیحی از ۲π باشد، یعنی:

مجموع زوایای انحراف پرتو پس از n بار بازتاب : $n(\pi - ۲\theta) = m(۲\pi), m \in \mathbb{N}$

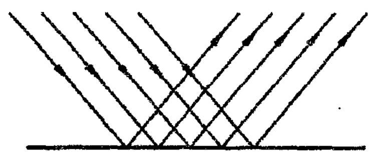
$$\Rightarrow n(\pi - ۲\times\frac{۸\pi}{۱۹}) = m(۲\pi)$$

$$\Rightarrow n(۱ - \frac{۱۶}{۱۹}) = ۲m \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{۳۸}{۳}$$

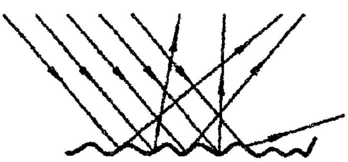
باید اعداد m و n را چنان تعیین کنیم که اولاً هر دو صحیح باشند و ثانیاً در رابطهٔ $\frac{۳۸}{۳} = \frac{n}{m}$ صدق کنند، چون اعداد ۳۸ و ۳ نسبت به هم اول می‌باشند لذا کوچکترین مقادیر برای m و n به ترتیب ۳ و ۳۸ خواهد بود، یعنی پرتو نور پس از $n =$ ۳۸ بازتاب مجدداً از نقطهٔ B عبور می‌کند.

۳.۳ بازتابش منظم و پخش نور

همه ما تفاوت بین بازتابش نور از سطح یک آینه و بازتابش نور از سطح یک کاغذ را احساس کرده‌ایم، بازتابیدن نور از روی یک سطح تخت صیقلی مانند آینه را بازتابش منظم گویند و بازتابیدن نور از روی یک سطح غیرصیقلی مانند صفحهٔ کاغذ را بازتابش نامنظم یا پخش نور نامند. شکلهای زیر تفاوت بین این دو نوع بازتابش را نشان می‌دهند.



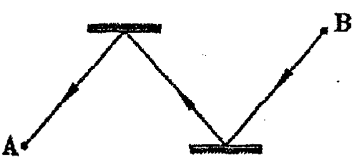
سطح‌تخت صیقلی-بازتابش‌منظم‌نور

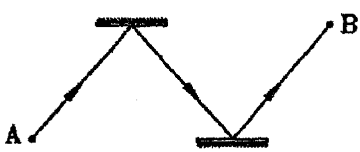


سطح‌صیقلی‌نشده-بازتابش‌نامنظم‌نور

۴.۳ اصل برگشت پذیری نور

اگر پرتو نوری روی مسیری از نقطهٔ A به نقطه B برود، همواره می‌توان پرتو نوری داشت که روی همین مسیر از B به A برگردد، این خاصیت را «برگشت پذیری نور» می‌نامند.



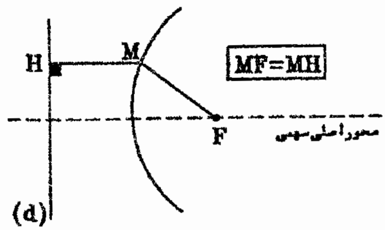


مسائل حل شده

۱. ثابت کنید آینه سهمی شکل کانون دارد، یعنی اگر یک دسته پرتو موازی محور اصلی آینه به آن برخورد نمایند، در نقطه‌ای به نام کانون جمع می‌شوند و بالعکس اگر یک نقطه نورانی را روی کانون آینه بگذاریم، پرتوها پس از انعکاس از سطح آینه به موازات محور اصلی آن خواهند بود.

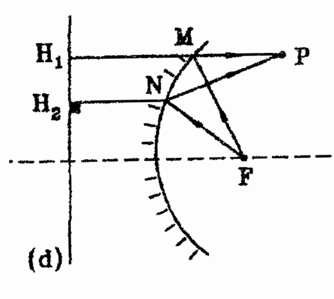
(راهنمایی: برای اثبات گزاره فوق با توجه به تعریف سهمی از اصل فرما استفاده کنید.

تعریف سهمی: سهمی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از یک نقطه ثابت (F) و یک خط ثابت (d) واقع بر آن صفحه به یک فاصله باشند، به نقطه F، کانون سهمی می‌گویند.



حل. در اینجا ثابت می‌کنیم هرگاه نقطه روشنی بر کانون آینه سهمی شکل واقع گردد، تمام پرتوهای انعکاس یافته به موازات محور اصلی آینه خواهند بود، بدین ترتیب مطابق اصل برگشت پذیری پرتوهای نور، قسمت دیگر صورت مسئله که بیان می‌کند دسته پرتو موازی محور اصلی آینه سهمی شکل پس از انعکاس در کانون جمع می‌شوند، نیز خود بخود اثبات خواهد شد.

مطابق شکل مقابل فرض کنید نقطه روشنی بر روی کانون آینه (F) قرار دارد، حال پرتو نوری را در نظر بگیرید که می‌خواهد از نقطهٔ F به نقطه دلخواه P برود، باید ببینیم نور چه مسیری را انتخاب می‌کند؟ بدین منظور دو مسیر را در نظر می‌گیریم: یکی مسیر FMP که‌در آن نقطهٔ M چنان انتخاب شده است که پرتو انعکاس یافتهٔ MP به موازات محور اصلی آینه باشد و دیگری مسیر FNP که در آن نقطه N یک نقطهٔ دلخواه واقع بر سطح آینه می‌باشد، در اینصورت با توجه به تعریف سهمی خواهیم داشت:



$$\text{نقطه } M \text{ متعلق به سهمی است} \Rightarrow FM = H_1M$$

$$\text{نقطه } N \text{ متعلق به سهمی است} \Rightarrow FN = H_2N$$

$$\text{طول مسیر } FMP \;:\; L_{FMP} = FM + MP = H_1M + MP$$

$$\text{طول مسیر } FMP \;:\; L_{FNP} = FN + NP = H_2N + NP$$

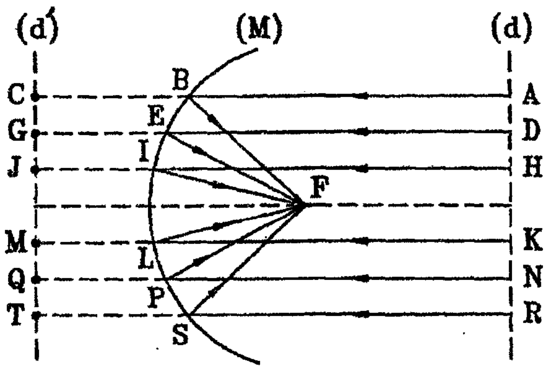
می‌دانیم کوتاهترین فاصله بین نقطه P و خط d، پاره‌خطی است که از نقطه P بر خط d عمود گردد، لذا خواهیم داشت:

$$H_1M + MP < H_2N + NP \quad \Rightarrow \quad L_{FMP} < L_{FNP}$$

با توجه به اینکه طول مسیر FMP کوتاهتر از مسیر دلخواه FNP می‌باشد ، بر اساس اصل فرما می‌توان نتیجه گرفت که نور مسیر FMP را انتخاب خواهد کرد، یعنی پرتوهای بازتاب یافته از آینه به موازات محور اصلی آن خواهند بود.

۲. احتمالاً برایتان جالب خواهد بود که بدانید کدام دسته از آینه‌ها کانون دارند، در این مسئله ثابت خواهید کرد که تنها آینه‌های سهمی شکل دارای نقطه‌ای به نام کانون هستند. بعبارت دیگر تنها در آینه‌های سهمی شکل هرگاه یک دسته پرتو نور به موازات محور اصلی آینه بتابد، پرتوهای انعکاس یافته همگی محور اصلی آینه را در یک نقطه به نام کانون قطع می‌کنند.

حل. در شکل مقابل فرض می‌کنیم آینهٔ M چنان باشد که تمامی پرتوهایی که بموازات محور اصلی به آن برخورد می‌کند را در نقطه F متمرکز کند، چون نور تمام مسیرهای $RSF, NPF, KLF, HIF, DEF, ABF$ را انتخاب نموده است. بر اساس اصل فرما باید تمامی این مسیرها دارای طول یکسان باشند، یعنی می‌توان نوشت:



$$AB + BF = DE + EF = HI + IF = \cdots = RS + SF \qquad (۱)$$

بر امتداد AB، نقطه C را چنان انتخاب می‌کنیم که $BC = BF$ باشد، همچنین بر امتداد DE نقطه G را چنان انتخاب می‌کنیم که $EG = GF$ باشد و $\cdots$ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$BC = BF, EG = GF, IJ = IF, LM = MF, PQ = PF, ST = SF \qquad (۲)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\begin{array}{ccccccccc} & AB + BC & = & DE + EG & = & HI + IJ & = \ldots = & RS + ST \\ \Rightarrow & AC & = & DG & = & HJ & = \ldots = & RT \end{array}$$

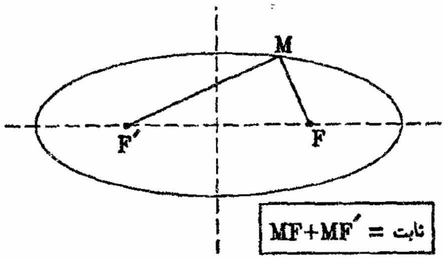
یعنی نقاط T, Q, M, J, G, C همگی از خط d به یک فاصله می‌باشند، در نتیجه می‌توان از این نقاط خطی مانند d' به موازات خط d عبور داد. حال دوباره به رابطهٔ (۲) مراجعه می‌کنیم، این رابطه بیان می‌کند که نقاط S, P, L, I, E, B از نقطه F و خط (d') به یک فاصله می‌باشند، یعنی این نقاط برروی یک سهمی که کانون آن F می‌باشد، قرار دارند، بدین ترتیب ثابت می‌شود که آینهٔ M، یک آینه سهمی شکل است.

تمرین

۱. ثابت کنید پرتوهایی که از یکی از کانونهای بیضی منتشر شوند،پس از انعکاس از سطح داخلی بیضی در کانون دیگر آن جمع خواهند شد.

راهنمایی- برای اثبات گزاره فوق با توجه به تعریف بیضی از اصل فرما استفاده کنید.

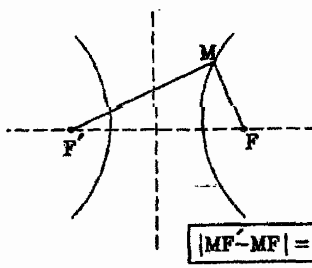
تعریف بیضی: بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل هرکدام از آنها از دو نقطه مشخص آن صفحه مقداری ثابت باشد، به این دو نقطهٔ مشخص کانونهای بیضی می‌گویند.



۲. ثابت کنید پرتوهایی که از یکی ازکانونهای هذلولی منتشر شوند، پس از برخورد با سطح هذلولی چنان منعکس می‌گردند که امتدادهای پرتوهای انعکاس یافته از کانون دیگر هذولولی بگذرند.

راهنمایی- برای اثبات گزاره فوق با توجه به تعریف هذلولی از اصل فرما استفاده کنید.

تعریف هذلولی: هذلولی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که تفاضل فواصل هر کدام از آنها از دو نقطه مشخص، آن صفحه مقداری ثابت باشد، به این دو نقطهٔ مشخص کانونهای هذلولی می‌گویند.

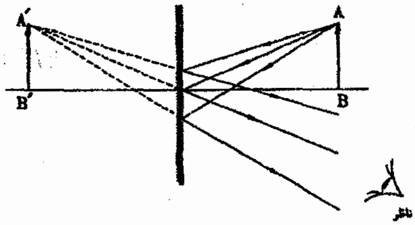


فصل چهارم

آینه‌های تخت

هر سطح کاملاً صاف و صیقلی که بتواند بخش عمده‌ای از پرتوهای نوری تابیده به خود را بازتابش کند، آینه نامیده می‌شود. اگر این سطح، مسطح باشد، آینه را تخت و اگر سطح خمیده باشد، آینه را خمیده می‌گویند. در این فصل نحوه تشکیل تصویر در آینه تخت را شرح داده و در مورد خصوصیات تصویر در این آینه‌ها بحث می‌کنیم.

۱.۴ تصویر در آینه‌های تخت



شکل صفحهٔ قبل نحوهٔ تشکیل تصویر را بر اساس قوانین بازتابش نشان می‌دهد.

پرسش: ثابت کنیددر آینه‌های تخت تصویر هر نقطه فقط یک نقطه است. بعبارت دیگر امتدادهای پرتوهای بازتابش یافته از آینه تخت همگی همرس بوده و از یک نقطه می‌گذرند.

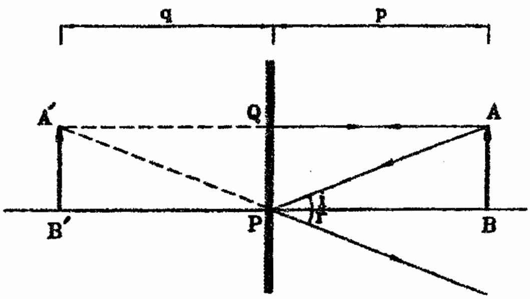
خصوصیات تصویر در آینه‌های تخت:

۱. تصویر و جسم از آینه به یک فاصله می‌باشند.$(p = q)$

۲. تصویر و جسم هم اندازه‌اند $(A'B' = AB)$

۳. تصویر نسبت به جسم برگردان جانبی است.

۴. تصویر از برخورد امتدادهای پرتوهای واگرا حاصل می‌شود، در اصطلاح به این تصویر «تصویر مجازی» می‌گویند.



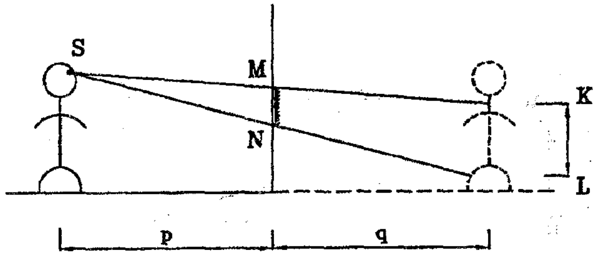
$$\left.\begin{array}{rl} \angle AQP = \angle A'QP & = ۹۰^\circ \\ \angle i = \angle r \Rightarrow \angle QPA = \angle QPA' & = ۹۰ - i \\ PQ & = PQ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta AQP = \Delta A'QP$$

$$\Delta AQP = \Delta A'QP \Rightarrow AQ = A'Q \Rightarrow \boxed{p = q}$$

$$\left.\begin{array}{r} AA' \perp PQ \\ BB' \perp PQ \end{array}\right\} \Rightarrow AA' \| BB' \Rightarrow \boxed{A'B' = AB}$$

مثال ۴-۱ فرض کنید روبروی آینه تختی که به دیوار آویزان است، ایستاده‌اید و به تصویر خود در آینه نگاه می‌کنید، شاید تصور کنید هر چه از آینه دورتر شوید، قسمت بیشتری از خود را خواهید دید، اما واقعیت این است که شما به هر فاصله از آینه تخت بایستید به شرطی‌که به موازات آینه ایستاده باشید، به یک اندازه از بدن خود را در آینه مشاهده می‌کنید. این پدیده را اثبات کنید.

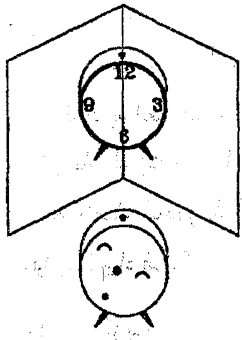
حل. در شکل زیر شخص S، قسمت KL از بدن خود را در آینه مشاهده می‌کند برای محاسبهٔ طول KL خواهیم داشت:



$$\left.\begin{array}{l}\Delta SMN \sim \Delta SKL \Rightarrow \dfrac{KL}{MN} = \dfrac{p+q}{p} \\ \text{جسم و تصویر از آینه تخت به یک فاصله‌اند} \Rightarrow p = q\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{KL}{MN} = ۲ \Rightarrow KL = ۲MN$$

همانطورکه ملاحظه می‌شود مقدار KL به فاصله شخص از آینه وابسته نیست و همواره مساوی دو برابر ارتفاع آینه می‌باشد، یعنی شخص در هر فاصله از آینه بایستد صرفاً به اندازهٔ دو برابر ارتفاع آینه از بدن خود را مشاهده می‌کند.

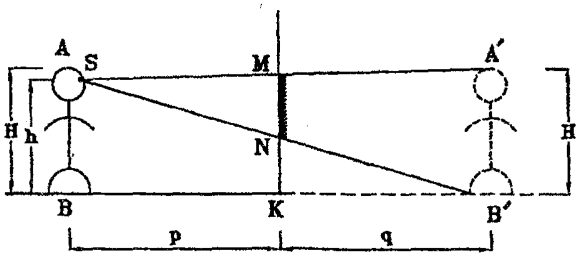
مثال ۴-۲ با قرار دادن مناسب دو آینه تخت در وضعیت مشخص می‌توان کاری کرد که تصویر خود را در آنها برگردان جانبی نبینیم، بنظر شما چگونه می‌توان این کار را انجام داد؟ شاید در ابتدا حدس بزنید که با دو آینه تخت متوازی بتوان این کار را انجام داد، بدین ترتیب که ما تصویر تصویر خود را در آینه اول، که در آینه دوم تشکیل می‌شود را برگردان جانبی نخواهیم دید، اما اینگونه نیست شما هرگز نمی‌توانید تصویر خود را در دو آینهٔ متوازی بدون برگردان جانبی ببینید، اگر باور ندارید این موضوع را آزمایش کنید.



حل. توصیه می‌شود با تهیه دو آینه تخت کوچک این سوال را بصورت تجربی هم بررسی کنید، به هر حال برای یافتن پاسخ این سؤال به شکل روبرو دقت کنید. می‌توان زاویه بین دو آینه تخت متقاطع را چنان تنظیم کرد که تصویر خود را در آنها برگردان جانبی نبینیم، یافتن این زاویه و توجیه نحوه تشکیل تصویر در این حالت بر عهده شما خواهد بود.

مثال ۴-۳ فرناز در فاصله دلخواهی از آینه تختی ایستاده است، قد او H و ارتفاع چشمان او از کف اتاق برابر h می‌باشد.

الف) حداقل ارتفاع آینه چقدر باشد تا فرناز بتواند تصویر تمام قد خود را در آینه ببیند؟
ب) در صورت استفاده از آینهٔ حداقل، فرناز می‌بایست آینه را در چه ارتفاعی از کف اتاق قرار دهد؟



حل. فرض کنید نقطه S، بیانگر چشم فرناز باشد، بدین ترتیب $SB = h$ می‌باشد و خواهیم داشت:

الف)
$$\left.\begin{array}{l} \triangle SMN \sim \triangle SA'B' \Rightarrow \dfrac{MN}{A'B'} = \dfrac{p}{p+q} \\ \text{جسم و تصویر از آینه تخت به یک فاصله‌اند} \Rightarrow p = q \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{MN}{A'B'} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{۱}{۲}A'B' \Rightarrow MN = \frac{H}{۲}$$

ب)
$$\left.\begin{array}{l} \triangle B'NK = \triangle B'SB \Rightarrow \dfrac{NK}{SP} = \dfrac{q}{p+q} \\ \text{جسم و تصویر از آینه تخت به یک فاصله‌اند} \Rightarrow p = q \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{NK}{SB} = \frac{۱}{۲}$$

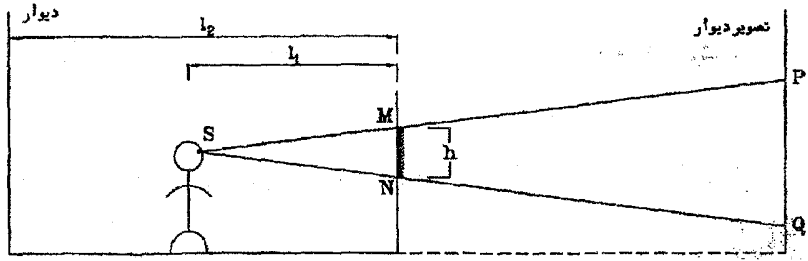
$$\Rightarrow NK = \frac{۱}{۲}SB \Rightarrow NK = \frac{h}{۲}$$

مثال ۴-۴ شخصی مقابل آینه مسطحی که بر روی دیواری نصب شده، ایستاده است، و سطح قسمتی از دیوار پشت سرخود را در آینه می‌بیند، سطحی از دیوار که در آینه دیده می‌شود:

الف) به فاصله شخص از آینه بستگی ندارد.
ب) فقط به ابعاد آینه بستگی دارد.
ج) به‌فاصله آینه از دیوار بستگی ندارد.
د) به فاصله شخص از آینه و ابعاد آینه وفاصله دیوار از آینه بستگی دارد.
(اولین المپیاد فیزیک ایران ـ ۱۳۶۶)

حل. گزینه (د) صحیح است.

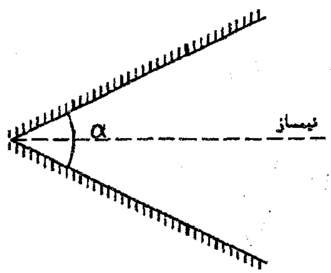
$$\triangle SPQ \sim \triangle SMN \Rightarrow \frac{PQ}{MN} = \frac{l_۲}{l_۱} \Rightarrow PQ = \frac{l_۲}{l_۱}MN$$



همان گونه که ملاحظه می‌گردد، سطحی از دیوار که در آینه دیده می‌شود (PQ) به فاصله شخص از آینه (l_1) و ابعاد آینه (MN) و فاصله دیوار از آینه (l_2) بستگی دارد.

۲.۴ آینه‌های تخت متقاطع

هرگاه جسم روشنی در فضای بین دو آینه متقاطع قرار گیرد، پرتوهایی از جسم به هر یک از دو آینه می‌تابند و دو تصویر مجازی بوجود می‌آورند، چنانچه پرتوها پس از بازتابش‌های متوالی به آینه‌ها برخورد کنند، تصویرهای دیگری نیز نمایان می‌شوند، در این قسمت می‌خواهیم بررسی کنیم که اگر جسمی بین دو آینه که با هم زاویه α می‌سازند قرار گیرد، چند تصویر ایجاد می‌شود؟ بدین منظور عدد n را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:



$$n = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

برای به دست آوردن تعداد تصاویر در حالت مختلف، می‌توان از جدول زیر بهره جست:

توضیحات			تعداد تصاویر
n صحیح	جسم واقع بر نیمساز دو آینه	n زوج و فرد	$n-1$
	جسم غیر واقع بر نیمساز دو آینه	n زوج	$n-1$
	جسم‌غیرواقع بر نیمساز دو آینه	n فرد	n
n غیر صحیح	جسم واقع بر نیمساز دو آینه	-	$2i$*

* توضیح: هرگاه n، عددی غیر صحیح باشد، همواره می‌توان آن را بصورت زیر نوشت:

$$n = ۲i \pm \epsilon \;\; (i \in N, ۰ < \epsilon < ۱)$$

به عنوان مثال عدد ۴٫۵ را می‌توان بصورت $۴٫۵ = ۲ \times ۲ + ۰٫۵$ و عدد ۵٫۵ را می‌توان به صورت $۵٫۵ = ۲ \times ۳ - ۰٫۵$ نوشت.

به منظور آشنایی با استفاده از جدول فوق چند مثال را بررسی می کنیم:

- زاویه بین دو آینه تخت ۶۰° می‌باشد،از جسمی که بر نیمساز دو آینه واقع است چند تصویر ایجاد می‌گردد؟

$$n = \frac{۳۶۰}{\alpha} = \frac{۳۶۰}{۶۰} = ۶ \Rightarrow \text{تعداد تصاویر} = n - ۱ = ۶ - ۱ = ۵$$

- زاویه بین دو آینه تخت ۶۰° می‌باشد، از جسمی که بر نیمساز دو آینه واقع نیست، چند تصویر ایجاد می‌گردد؟

$$n = \frac{۳۶۰}{\alpha} = \frac{۳۶۰}{۶۰} = ۶ \Rightarrow \text{تعداد تصاویر} = n - ۱ = ۶ - ۱ = ۵$$

- زاویه بین دو آینه تخت ۴۰° می‌باشد،ازجسمی که بر نیمساز دو آینه واقع است، چند تصویر ایجاد می‌گردد؟

$$n = \frac{۳۶۰}{\alpha} = \frac{۳۶۰}{۴۰} = ۹ \Rightarrow \text{تعداد تصاویر} = n - ۱ = ۹ - ۱ = ۸$$

- زاویه بین دو آینه تخت ۴۰° می‌باشد، از جسمی که بر نمیساز دو آینه واقع نیست، چند تصویر ایجاد می‌گردد؟

$$n = \frac{۳۶۰}{\alpha} = \frac{۳۶۰}{۴۰} = ۹ \Rightarrow \text{تعداد تصاویر} = n = ۹$$

- زاویه بین دو آینه تخت ۸۰° می‌باشد، از جسمی که بر نیمساز دو آینه واقع است، چند تصویر ایجاد می‌گردد؟

$$n = \frac{۳۶۰}{\alpha} = \frac{۳۶۰}{۸۰} = ۴٫۵ \Rightarrow ۴٫۵ = ۲ \times ۲ + ۰٫۵ \Rightarrow i = ۲$$

$$\text{تعداد تصاویر} = ۲i = ۲ \times ۲ = ۴$$

- زاویه بین دو آینه تخت ۶۵° می‌باشد از جسمی که بر نیمساز دو آینه واقع است، چند تصویر ایجاد می‌گردد؟

$$n = \frac{۳۶۰}{\alpha} = \frac{۳۶۰}{۶۵} = ۵٫۵ \Rightarrow ۵٫۵ = ۲ \times ۳ - ۰٫۵ \Rightarrow i = ۳$$

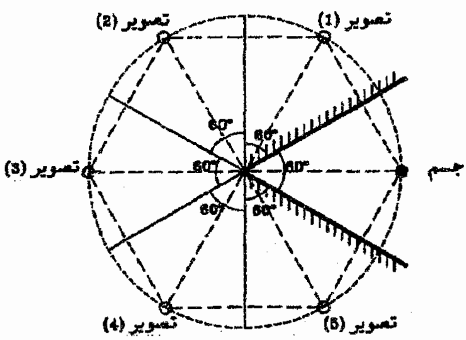
$$\text{تعداد تصاویر} = ۲i = ۲ \times ۳ = ۶$$

اثبات:

بمنظور رعایت اختصار و اینکه احتمالاً توضیحات مفصل لازمه برای اثبات روابط ارائه شده برای تعداد تصاویر در آینه‌های متقاطع، از حوصله خوانندگان خارج می‌باشد، در اینجا صرفاً برای رابطهٔ ارائه شده در حالت n صحیح و جسم واقع بر نیمساز دو آینه، توضیح مختصری ارائه می‌شود:

اولاً: تصاویر همگی روی دایره‌ای به مرکز محل تقاطع دو آینه که از محل جسم می‌گذرد، قرار دارند.

ثانیاً: می‌توان دایره مزبور را به n ناحیه ($n = \frac{۳۶۰}{\alpha}$) تقسیم نمود که در هرکدام ازاین ناحیه‌ها، به جز ناحیه بین دو آینه، که خود جسم قرار دارد، یک تصویر وجود دارد، لذا تعداد تصاویر برابر $(n - ۱)$ خواهد بود.



نکته: به دانش پژوهان علاقمند توصیه می‌گردد که بعنوان یک کار تحقیقی، هم بصورت ترسیمی با رسم پرتوها و تعین محل تصاویر، و هم بصورت تجربی با تهیه دو آینه تخت و با انجام یک سری آزمایش روابط ارائه شده برای تعداد تصاویر در آینه‌های متقاطع را مورد بررسی قرار دهند.

نکته‌ای که احتمالاً جالب توجه می‌باشد این است که با کاهش زاویه بین دو آینه تخت، تعداد تصاویر کاهش می‌یابد یا افزایش؟ برای پاسخ به این سؤال به ازای تعدادی از زوایای (α) مختلف، تعداد تصاویر را برای جسمی که بر نیمساز دوآینه واقع می‌باشد، را محاسبه کرده‌ایم، که نتایج در جدول زیر ارائه شده است:

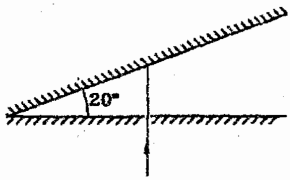
زاویه (α)	۹۰°	۸۰°	۷۲°	۶۵°	۶۰°	۵۵٫۴°	۵۱٫۴°	۴۸°	۴۵°	۴۲٫۴°
n	۴	۴٫۵	۵	۵٫۵	۶	۶٫۵	۷	۷٫۵	۸	۸٫۵
تعداد تصاویر	۳	۴	۴	۶	۵	۶	۶	۸	۷	۸

همان گونه که در جدول فوق ملاحظه می‌گردد با کاهش زاویه بین دو آینه (α)، تعداد تصاویر در بعضی مراحل افزایش و در بعضی مراحل کاهش می‌یابد.

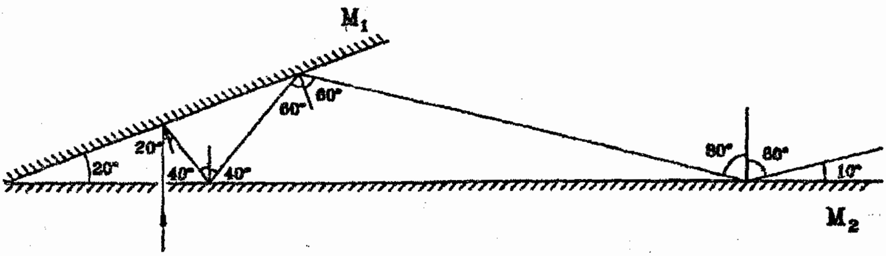
در حالت کلی می‌توان گفت، هرگاه زاویهٔ بین دو آینه α درجه باشد، هرگاه پرتو نور در برخورد با آینه‌ها n بار منعکس شود، n کوچک‌ترین عدد صحیحی می‌باشد، که در رابطهٔ $n \geq \frac{۹۰^\circ}{\alpha} - ۱$ صدق می‌کند.

مثال ۴-۵ دو آینه تخت بسیار طویل مطابق شکل با یکدیگر زاویه ۲۰ درجه می‌سازند. در آینه افقی سوراخ کوچکی ایجاد شده و نور از آن بطور قائم می‌تابد،این نور چند دفعه در برخورد با آینه‌ها منعکس خواهد شد؟(مرحله اول نهمین المپیاد فیزیک ایران-۱۳۷۴)

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۱۷ و) بی‌نهایت



حل. گزینه (ب) صحیح است.



در شکل فوق چهار بار انعکاس پرتو نور را از آینه مشاهده می‌کنید، اگر زاویه بین دو آینه را با α و زاویه پرتو نور با خط عمود بر آینه را با i نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$i_۱ = \alpha = ۲۰^\circ$$

$$i_۲ = i_۱ + ۲۰ = ۴۰^\circ$$

$$i_۳ = i_۲ + ۲۰ = ۶۰^\circ$$

$$i_۴ = i_۳ + ۲۰ = ۸۰^\circ$$

چون زاویه $i_۴$ برابر ۸۰ درجه می‌باشد ($i_۴ > ۷۰^\circ$) لذا این پرتو دیگر به آینه $M_۱$ برخورد نخواهد نمود.

نکته: در حالت کلی می‌توان گفت، هرگاه زاویهٔ بین دو آینه α درجه باشد، هرگاه پرتو نور در برخورد با آینه‌ها n بار منعکس شود، n کوچک‌ترین عدد صحیحی می‌باشد، که در رابطهٔ $n \geq \frac{۹۰^\circ}{\alpha} - ۱$ صدق می‌کند.

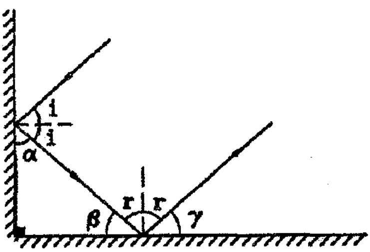
مثال ۴-۶ دو آینه تخت عمود بر هم را در نظر بگیرید،ثابت کنید پرتو نور پس از دو بار انعکاس (یک انعکاس از سطح هر آینه) بموازات امتداد اولیه خود خواهد بود.

حل.

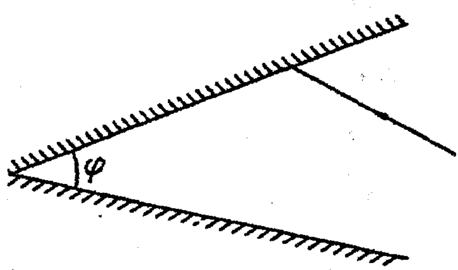
$$\left.\begin{aligned} i+\alpha &= ۹۰^\circ \\ r+\beta &= ۹۰^\circ \\ \alpha+\beta &= ۹۰^\circ \end{aligned}\right\} \Rightarrow i+r = ۹۰^\circ \Rightarrow r-۹۰^\circ = i$$

$$r+\gamma = ۹۰^\circ \Rightarrow \gamma = r-۹۰ = i$$

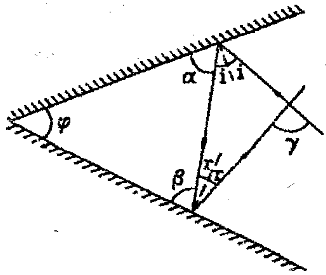
$\gamma = i \Rightarrow$ امتداد پرتو انعکاس یافته به‌موازات پرتو تابیده شده می‌باشد.



مثال ۴-۷ دو آینه تخت متقاطع با زاویه رأس ϕ را در نظر بگیرید، ثابت کنید یک پرتو پس ازدوبار انعکاس (یک انعکاس از سطح هر آینه) به اندازه ۲ϕ منحرف خواهد شد.



حل.



$$\left.\begin{array}{c} i+\alpha=۹۰^\circ \Rightarrow \alpha=۹۰-i \\ r+\beta=۹۰^\circ \Rightarrow \beta=۹۰-r \\ \alpha+\beta=۱۸۰-\phi \end{array}\right\} \Rightarrow (۹۰-i)+(۹۰-r)=۱۸۰-\phi$$

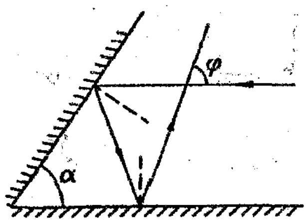
$$\Rightarrow ۱۸۰-(i+r)=۱۸۰-\phi \Rightarrow i+r=\phi$$

زاویه خارجی مثلث می‌باشد $\gamma \Rightarrow \gamma = ۲i + ۲r = ۲(i+r) = ۲\phi$

مثال ۴-۶ حالت خاصی از مثال ۴-۷ می‌باشد که در آن $\phi = ۹۰^\circ$ می‌باشد در نتیجه پرتو به اندازهٔ $\gamma = ۲\phi = ۱۸۰^\circ$ منحرف می‌شود، یعنی پرتو انعکاس یافته بموازات پرتو تابیده شده می‌باشد.

مثال ۴-۸ دو آینه تخت ON, OM مطابق شکل با یکدیگر زاویه α می‌سازند، باریکه نور S بعد از بازتابش از آینه‌های ON, OM باراستای اولیه خود زاویه ϕ می‌سازد، اگر دستگاه دو آینه به اندازهٔ ۱۰° حول فصل مشترک دو آینه بچرخد، زاویه ϕ چقدر تغییر می‌کند؟(مرحله اول دهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۵)

الف) ۲۰° ب) ۱۰° ج) $|\alpha - ۲۰^\circ|$ د) صفر درجه ه) ۴۰°



حل. گزینه (د) صحیح است، همانگونه که در مثال ۴ـ۷ اثبات نمودیم پرتو نور در برخورد با دو آینه متقاطع به اندازه دو برابر زاویه بین دو آینه منحرف می‌شود، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\gamma = ۲\alpha \Rightarrow \phi = ۱۸۰ - \gamma = ۱۸۰ - ۲\alpha$$

یعنی زاویه ϕ صرفاً به α وابسته می‌باشد لذا با چرخاندن همزمان دو آینه تغییری نخواهد کرد.

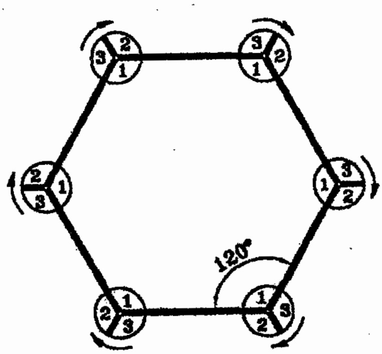
۳.۴ آینه‌های تخت جعبه‌ای

بازدیدکنندگان از نمایشگاه جهانی پاریس در سال ۱۹۰۰ میلادی امکان یک آزمایش کم نظیر را بدست آوردند، در این نمایشگاه اتاقی به نام «کاخ اوهام» مورد استقبال وسیعی قرار گرفت. کاخ اوهام چه بود؟ تالار شش گوشه‌ای را در نظرتان مجسم کنید که هر دیوار آن یک آینه عظیم کاملاً صیقلی باشد، در گوشه‌های این تالار آرایش‌های معماری از قبیل ستون و ... ساخته شده و به گچ‌کاری‌های سقف متصل شده بود، بازدید کننده در داخل چنین تالاری گویی خود را در میان گروه بی‌شماری آدم‌های عین خودش و درون یک سلسله تالار و ستون بی‌پایان می‌یافت. آنها از همه سو او را احاطه کرده و تا چشم کار می‌کرد گسترش یافته بودند.

ابتکار تشکیل‌دهندگان این کاخ از این هم فزون‌تر بود، آنها علاوه بر تعداد بیشمار انعکاسات، تغییر آنی تمام منظره را نیز امکان پذیر ساخته بودند، چگونه؟ در کاخ اوهام تغییر مناظر به این ترتیب صورت می‌گرفت: دیوارهای آئینه‌ای در فاصلهٔ کمی از کنار آئینه بریده شده بودند و زاویه‌ای که بوجود آمده بود، می‌توانست حول محوری بچرخد و به زاویه دیگری تبدیل شود (به شکل زیر دقت کنید).

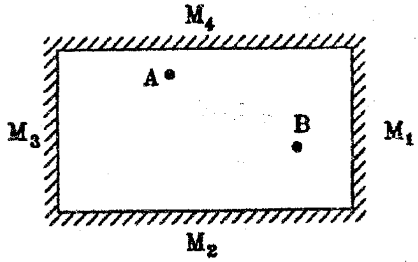
حال در نظرتان مجسم کنید که در گوشه‌های شمارهٔ (۱) منظره جنگل مناطق حارّه و در گوشه‌های شماره (۲) منظره و اثاثیه یک تالار قصرهای عربی و در گوشه‌های شماره (۳) منظره یک معبد هندی قرار دارد، با حرکت مکانیسمی که پنهان بود و گوشه‌ها را می‌چرخاند، جنگل مناطق حاره به تالار قصر عربی یا معبد هندی تبدیل می‌شد.

مسلماً این مناظر برای بازدیدکنندگان آن در سال ۱۹۰۰ م. تجربه شگرفی بوده است، نکته قابل توجه این است که تمام اسرار این «کاخ جادویی» براساس یک پدیده بسیار ساده فیزیکی، یعنی انعکاس نور استوار است.

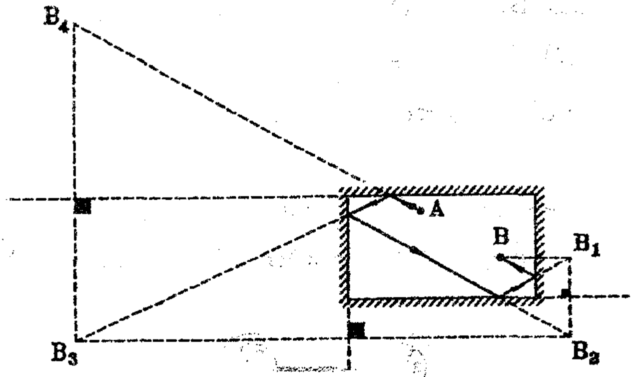


در کاخ اوهام پس از ۱۲ بار انعکاس نور، ۴۶۸ تالار، مشابه تالار موجود پدید می‌آید و با افزایش تعداد انعکاس‌ها تعداد تصاویر همچنان افزایش می‌یابد، می‌دانید که در چنین وضعی سرانجام بینهایت تصویر پدید خواهد آمد. می‌توان ثابت کرد در یک آینه جعبه‌ای بصورت شش ضلعی منتظم پس از n بار انعکاس نور، $3n(n+1)$ تصویر ایجاد می‌گردد، در این جا بمنظور رعایت اختصار از اثبات این رابطه صرفنظر می‌کنیم و این کار را به شما می‌سپاریم.

مثال ۴-۹ مطابق شکل، یک آینهٔ جعبه‌ای به شکل مستطیل را در نظر بگیرید، در چه جهتی باید پرتو نور از نقطهٔ A تابانده شود تا پس از ۴ بار انعکاس (یک انعکاس از سطح هر کدام از آینه‌ها) از نقطه B عبور نماید؟



حل. تصویر B را به ترتیب در آینه‌های M_1, M_2, M_3, M_4 بدست می‌آوریم، به شکل زیر دقت کنید:



اگر از نقطه A پرتوی چنان بتابانیم که امتداد ان از نقطه B_4 عبور نماید، امتداد پرتو پس از انعکاس اول از نقطه B_3 و پس از انعکاس دوم از نقطهٔ B_2 و پس از انعکاس سوم از نقطه B_1 و در نهایت پس از انعکاس چهارم از نقطه B خواهد گذشت.

ـ مسئله فوق چند جواب دارد؟

ـ آیا می‌توان برای مسئله فوق با این شرط که اولین انعکاس از سطح آینه M_2 باشد جوابی پیدا نمود؟ اگر می‌توان جوابی یافت مسئله در این حالت حداکثر چند جواب دارد؟

ـ فرض کنید محل نقطه A یا نقطه B در مسئله فوق تغییر کند، آیا مسئله همچنان همان تعداد جواب را خواهد داشت، یا اینکه با توجه به جای نقاط A و B تعداد جوابها تغییر می‌کند؟

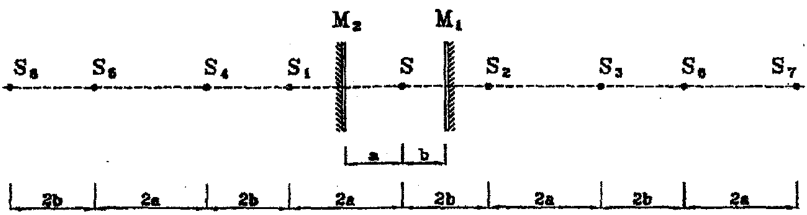
ـ آیا برای هر دو نقطهٔ دلخواه A و B در فضای درون آینه جعبه‌ای می‌توان برای مسئله جوابی یافت؟

اینها سوالاتی هستند که می‌توانند در رابطه با مسئله فوق مورد بررسی قرار گیرند،در اینجا بمنظور اختصار این کار را بر عهده شما می‌گذاریم.

۴.۴ آینه‌های تخت متوازی

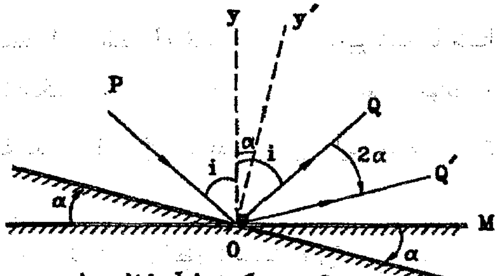
دو آینه تخت را بصورت موازی مقابل هم قرار می‌دهیم،حال اگر جسمی را در فضای بین دو آینه قرار دهیم، در دو آینه بازتابهای متوالی ایجاد می‌شود که تا بینهایت ادامه می‌یابد، و در نتیجه بینهایت تصویر پدید خواهد آمد، بعنوان مثال در شکل زیر نقطه $S_۱$ تصویر S در آینه $M_۱$ و $S_۲$ تصویر S درآینه $M_۲$ می‌باشد. به همین ترتیب $S_۳$ تصویر $S_۱$ در آینه $M_۲$، $S_۴$ تصویر $S_۲$ در آینه $M_۱$ می‌باشد و . . .

همانگونه که در شکل زیر ملاحظه می‌کنید فاصله تصویرها از یکدیگر بطور متناوب $۲b, ۲a$ می‌باشد (چرا؟)



۵.۴ دوران آینه تخت

در شکل زیر فرض کنید با ثابت بودن پرتو تابش، آینه M را به مقدار α دوران دهیم، دراینصورت خواهیم داشت:



Q: پرتومنعکس‌شده‌ازآینه‌قبل‌ازدوران

Q': پرتومنعکس‌شده‌ازآینه‌بعدازدوران

قانون بازتابش برای آینه قبل از دوران $\Rightarrow \angle POy = \angle QOy = i$

قانون بازتابش برای آینه بعد از دوران $\Rightarrow \angle POy' = \angle Q'Oy' = i + \alpha$

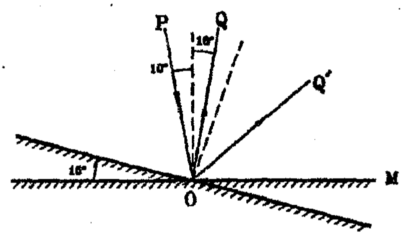
$$\angle Q'OQ = \angle Q'Oy' - \angle QOy'$$
$$= \angle Q'Oy' - (\angle QOy - \angle y'Oy)$$
$$= (i+\alpha) - (i-\alpha) = ۲\alpha$$

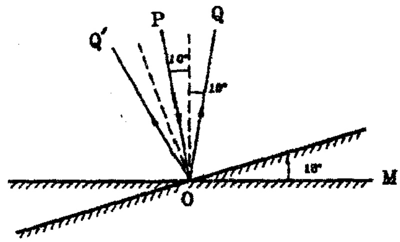
یعنی هرگاه آینه به اندازه α درجه دوران نماید، زوایای تابش و بازتابش هرکدام به اندازهٔ α درجه تغییر خواهند کرد و در نتیجه با توجه به ثابت بودن پرتو تابش، پرتو بازتابش ۲α درجه دوران می‌کند.

مثال ۴-۱۰ پرتوی با زاویه تابش $i = ۱۰^\circ$ به آینه تختی می‌تابد ،هرگاه آینه را ۱۵° بچرخانیم، زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتابش چند درجه خواهد شد؟

حل. با توجه به جهت دوران آینه مسئله دو جواب خواهد داشت:

$$\angle QOQ' = ۲\alpha = ۲ \times ۱۵^\circ = ۳۰^\circ$$
$$\angle POQ' = \angle POQ + \angle QOQ' = ۲۰ + ۳۰ = ۵۰^\circ$$
$$\angle QOQ' = ۲\alpha = ۲ \times (-۱۵) = -۳۰^\circ$$
$$\angle POQ' = \angle POQ + \angle QOQ' = ۲۰ - ۳۰ = -۱۰^\circ$$



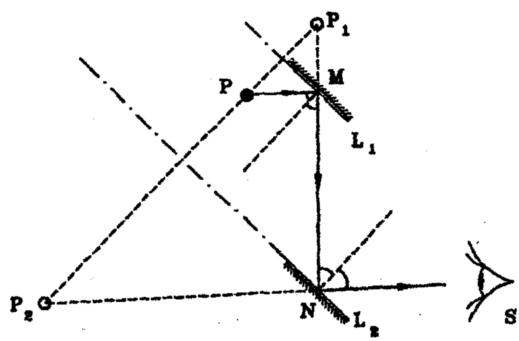


۶.۴ پریسکوپ

این دستگاه از لوله‌ای تشکیل شده که در دو طرف آن، دو آینه تخت متوازی نصب شده است که هر یک از این بنه‌ها با محور لوله زاویهٔ ۴۵ درجه می‌سازند، هر تصویری که در یکی از این آینه‌ها دیده می‌شود، در دیگری نیز مشاهده می‌شود، از این دستگاه در زیر دریاییها، تانکها و ... استفاده می‌شود، احتمالاً همه شما با اصول کار پریسکوپ آشنا هستید، لذا بمنظور رعایت اختصار از توضیح بیشتر صرفنظر می کنیم.

مثال ۴-۱۱ ثابت کنید در پریسکوپ فاصله تصویر از چشم برابر طول مسیری است که نور از جسم تا چشم می یماید.

حل. در شکل زیر P_1 تصویر جسم P در آینه L_1و P_2 تصویر P_1 در آینه L_2 می‌باشد و ناظر S در نهایت تصویر P_2 را مشاهده می‌کند:



$$P_2N + NS = \text{فاصله تصویر از چشم}$$

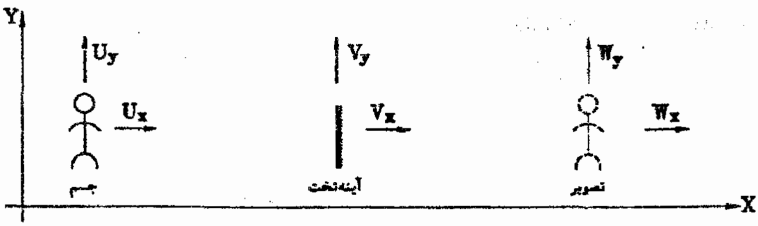
$$PM + MN + NS = \text{طول مسیرنور از جسم تا چشم}$$

$$\left.\begin{array}{lr} \triangle MPP_1 \text{ متساوی الساقین است(چرا؟)} \Rightarrow & PM = P_1M \\ \triangle NP_1P_2 \text{ متساوی الساقین است (چرا؟)} \Rightarrow & P_1N = P_2N \\ \Rightarrow & P_1M + MN = P_2N \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow PM + MN = P_2N \Rightarrow PM + MN + NS = P_2N + NS$$

۷.۴ حرکت آینه تخت و جسم مقابل آن

هرگاه آینه و جسم مقابل آن نسبت به هم حرکت کنند تصویر هم حرکت خواهد نمود، در اینجا به دنبال رابطه‌ای بین سرعت تصویر، جسم و آینه هستیم با توجه به شکل، نکات زیر را خواهیم داشت:



نکته ۱: هرگاه جسمی مقابل آینهٔ ساکنی با سرعت U_x در راستای محور x ها حرکت نماید، تصویر با سرعت U_x در خلاف جهت حرکت جسم، حرکت خواهد کرد.

نکته ۲: هرگاه جسمی مقابل آینه ساکنی با سرعت U_y در راستای محور yها حرکت نماید، تصویر با سرعت U_y در همان جهت حرکت جسم، حرکت خواهد کرد.

نکته ۳: هرگاه جسم ساکن باشد و آینه با سرعت V_x در راستای محور xها، حرکت نماید، تصویربا سرعت $2V_x$ در همان جهت حرکت آینه، حرکت خواهد کرد.

نکته ۴: هرگاه جسم ساکن باشد و آینه با سرعت V_y در راستای محور yها، حرکت نماید، تصویر ساکن خواهد بود.

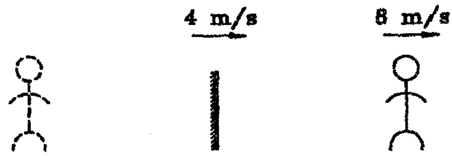
با ترکیب نکات فوق روابط کلّی زیررا به‌دست می‌آوریم:

در روابط زیر هرگاه سرعت‌ها با محورهای مختصات هم جهت بوده‌با علامت مثبت، و هرگاه در خلاف جهت محورهای مختصات باشند با علامت منفی در نظر گرفته می‌شوند.

$$\boxed{\begin{array}{c} W_x = ۲V_x - U_x \\ W_y = U_y \end{array}}$$

مثال ۴-۱۲ فرهاد با سرعت $۸\ m/s$ به سمت راست حرکت می‌کند و آینهٔ تخت مقابل وی نیز با سرعت $۴\ m/s$ به سمت راست حرکت می‌کند، سرعت حرکت تصویر فرهاد چه مقدار می‌باشد؟

حل.

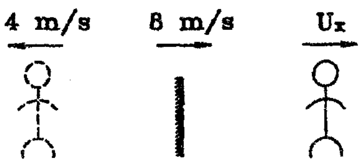


$$\begin{aligned} W_x &= ۲V_x - U_x \\ &= ۲ \times ۴ - ۸ = ۰ \quad \mathrm{m/s} \end{aligned}$$

یعنی تصویر ساکن خواهد بود.

مثال ۴-۱۳ تصویر فرناز در آینهٔ تختی که با سرعت $۸\ m/s$ به سمت راست حرکت می‌کند، با سرعت $۴\ m/s$ به سمت چپ حرکت می‌کند، سرعت حرکت خود فرناز چه مقدار می‌باشد؟

حل.



$$\begin{aligned} W_x &= ۲V_x - U_x \\ -۴ &= ۲ \times ۸ - U_x \Rightarrow U_x = +۲۰ \quad \mathrm{m/s} \end{aligned}$$

مثال ۴-۱۴ فرهاد و فرشاد و فرناز سوار بر اتومبیل در اتوبان با سرعت $۷۰\ km/h$ حرکت می‌کنند،فرهاد به آینه تخت جلوی اتومبیل نگاه می‌کند و در آینه می‌بیند که کامیونی با سرعت $۳۰\ km/h$ به آنها نزدیک می‌شود،کامیون واقعاً با چه سرعتی به اتومبیل آنها نزدیک می‌شود؟

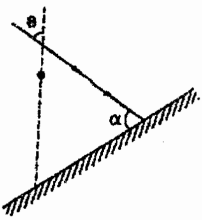
حل.

(سرعت تصویر نسبت به اتومبیل) = ۲ × (سرعت آینه نسبت به اتومبیل) − (سرعت کامیون نسبت به اتومبیل)

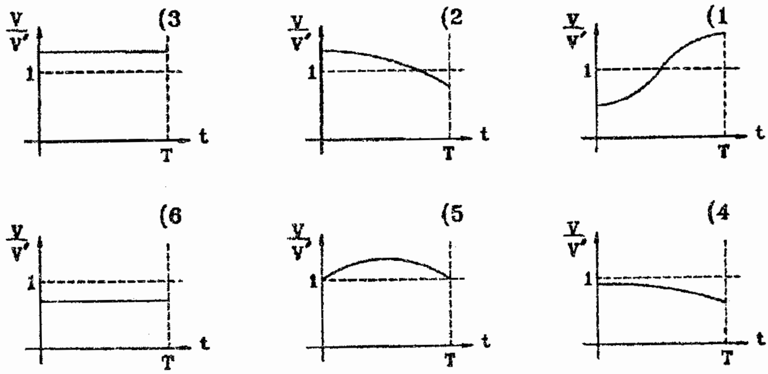
= −(سرعت کامیون نسبت به اتومبیل)

⇒ سرعت کامیون نسبت به اتومبیل = −۳۰ km/h

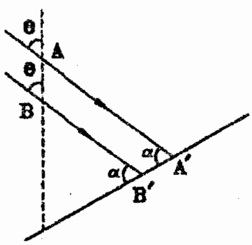
یعنی کامیون با سرعت ۳۰ km/h به اتومبیل نزدیک می‌شود



مثال ۴-۱۵ مطابق شکل، نور خورشید با زاویهٔ α به یک سطح شیبدارمی‌تابد. زاویه‌ی تابش پرتوهای آفتاب با خط قائم θ است($\theta < \alpha$) . گلوله‌ای را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم تا در راستای قائم سقوط کند. سایهٔ گلوله روی سطح شیب‌دار می‌افتد. کدام یک از نمودارهای زیر ممکن است نشان دهندهٔ نسبت سرعت گلوله (V) به سرعت سایه‌ی آن روی سطح شیب‌دار(V') بر حسب زمان باشد؟(مرحله اول دوازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۷)



حل. گزینه (ج) صحیح است. مطابق شکل روبرو، وقتی گلوله از نقطه A به نقطه B می‌رسد،سایهٔ آن از نقطه‌ی A' به B' می‌رسد، یعنی نسبت $\frac{V}{V'}$ مثل نسبت $\frac{AB}{A'B'}$ است.



$$\frac{V}{V'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{\sin\alpha}{\sin\theta} > ۱$$

مسائل حل شده

۱. فرفره‌ای را روی یک میز افقی به‌چرخش در می‌آوریم. اگر هنگامیکه از بالا نگاه می‌کنیم، چرخش فرفره در جهت عقربه‌های ساعت باشد، آن را چپ‌گرد و درغیراین صورت آن را راستگرد می‌نامیم. کدامیک از جملات زیر در مورد تصویر یک فرفره در یک آینه تخت درست است؟(اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

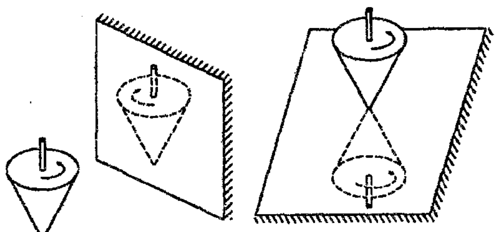
الف) تصویر فرفره راستگرد در آینه عمود بر محورآن، راستگرد و در آینه موازی با محور آن چپگرد است.

ب) تصویر فرفره راستگرد درآینه عمود بر محورآن چپگرد و درآینه موازی با محورآن راستگرد است.

ج) تصویر فرفره راستگرد، همواره فرفرهٔ راستگرد است.

د) تصویر فرفره راستگرد، همواره فرفره چپگرد است.

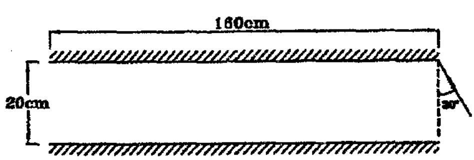
حل. گزینه (الف) صحیح است، در شکل (الف) فرفره وتصویر آن درآینه‌ای عمود بر محور آن و در شکل (ب) در آینه‌ای به موازات محور فرفره نشان داده شده است.



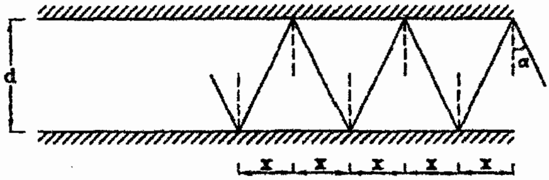
(ب) (الف)

روی هر کدام از فرفره‌ها علامتی برای نشان دادن جهت چرخش آن رسم شده است، تصویر این علامت نیز روی تصویر فرفره مشخص شده است،از شکل (الف) پیداست که جهت چرخش فرفره و تصویرش در آینه‌ای عمود بر محور فرفره یکسان است و از شکل (ب) پیداست که جهت چرخش فرفره و تصویرش در آینه‌ای به موازات محور فرفره، خلاف جهت یکدیگر است.

۲. دو آینه تخت هر یک بطول ۱/۶ متر روبروی هم قرار دارند، فاصلهٔ میان آینه‌ها ۲۰ سانتیمتر است. یک پرتو نورانی تحت زاویه °۳۰ به انتهای یکی می‌تابد. این پرتو پیش از خارج شدن از فضای بین دو آینه چند بار باز می‌تابد؟



حل.



$$x = d\tan\alpha = ۲۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}\,\text{cm}$$

$$\frac{d}{x} = \frac{۱۶۰}{\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}} = ۸۰\sqrt{۳} = ۱۳{,}۹$$

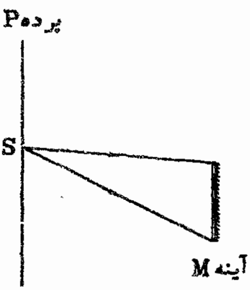
پرتو نور دقیقاً ۱۴ بار انعکاس خواهد یافت. $n = ۱۳ + ۱ = ۱۴$

۳. در شکل مقابل، از شکاف باریک S واقع بر روی پرده P، نور به سطح آینه تخت M می‌تابد و بر اثر بازتاب،ناحیه روشنی بر روی پرده تشکیل می‌شود، آینه M و پردهٔ P موازی یکدیگرند، هرگاه فاصله آینه را از پرده ۲ برابر کنیم، پهنای ناحیه روشن ...

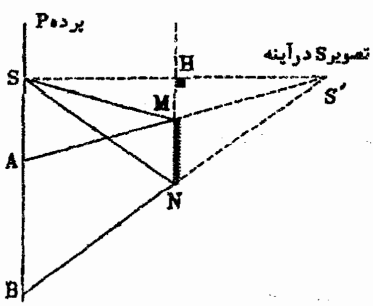
(مرحله اول دهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۵)

الف) نصف می‌شود　　ب) دو برابر می‌شود

ج) چهار برابر می‌شود　　د) تغییر نمی‌کند



حل. گزینه (د) صحیح است، ناحیه روشن بر روی پرده ناحیه AB خواهد بود.



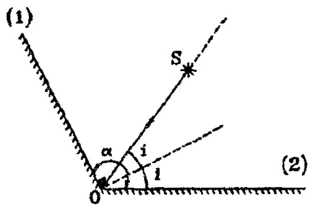
$$\Delta S'AB \sim \Delta S'MN \Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{SS'}{HS'} = ۲$$

$$\Rightarrow AB = ۲MN$$

یعنی پهنای ناحیه روشن بر روی پرده همواره برابر دو برابر پهنای آینه می‌باشد و به‌فاصله آینه از پرده وابسته نیست لذا با تغییر فاصله آینه از پرده، پهنای ناحیه روشن تغییری نمی‌کند.

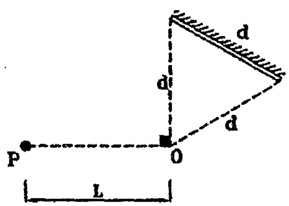
۴. نقطه روشنی روی محور یک آینه مخروطی که سطح درونی آن آینه می‌باشد،واقع است. زاویه رأس آینه را چنان بیابید که پرتو نور ساطع از نقطه روشن پس از یک بار بازتابش از سطح آینه،دیگر به آینه برخورد ننماید.

حل. در شکل مقطعی از آینه را مشاهده می‌نمایید که دو خط متقاطع با زاویه بین α می‌باشد که نقطه روشن، روی نیمساز آن واقع است، بحرانی‌ترین حالت موقعی است که پرتو نور تابیده از S در نقطه O به آینه (۱) برخورد نماید،در حالت حدی انتظار داریم که پرتو بازتابش موازی آینه (۲) باشد، بدین ترتیب $\alpha_{\min}$ محاسبه خواهد شد،با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$۲i = \frac{\alpha}{۲} \Rightarrow i = \frac{\alpha}{۴}$$
$$\frac{\alpha}{۲} + i = ۹۰^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{۲} + \frac{\alpha}{۴} = ۹۰^\circ \Rightarrow \frac{۳}{۴}\alpha = ۹۰^\circ$$
$$\Rightarrow \alpha = \frac{۴}{۳} \times ۹۰^\circ \Rightarrow \alpha_{\min} = ۱۲۰^\circ$$

۵. مطابق شکل روبرو نقطه نورانی O از دوسر آینه تختی به عرض d، به فاصلهٔ d است. ناظری که در نقطهٔ P است، می‌تواند تصویر O را در آینه ببیند، فاصله نقطه P از نقطه O برابر با L است. آینه را حول نقطه O به اندازهٔ زاویه α می‌چرخانیم، اگر α از ۳۰° بیشتر شود، ناظر واقع در نقطه P دیگر نمی‌تواند تصویر O در آینه را ببیند، کدام گزینه در مورد مقدار L و جهت چرخش آینه درست است؟



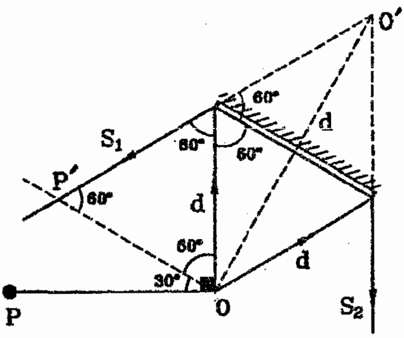
(مرحله اول دهمین المپیاد فیزیک ایران-۱۳۷۵)

الف) $\frac{d}{۲}$، ساعتگرد ب) d، پادساعتگرد

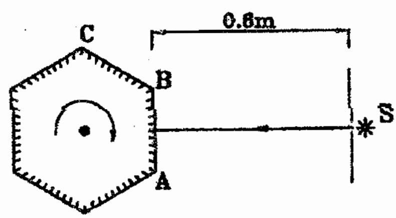
ج) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}d$، پادساعتگرد د) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}d$، ساعتگرد

حل. گزینه (ب) صحیح است. در شکل زیر آینه و ناظر نشان داده شده است. از نقطه O پرتوهایی به کنار آینه تابیده وتصویر O' تشکیل شده است. برای دیدن تصویر O، باید ناظر درون زاویه $S_۱O'S_۲$ باشد. اگر آینه را حول محوری که از نقطه O می‌گذرد و بر صفحه کاغذ عمود است در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانیم، ناظر P به لبه‌های زاویه نزدیک نمی‌شود تا تصویر O'از مقابل چشمان او محو شد، اما اگر آینه را در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت بگردانیم، ناظر

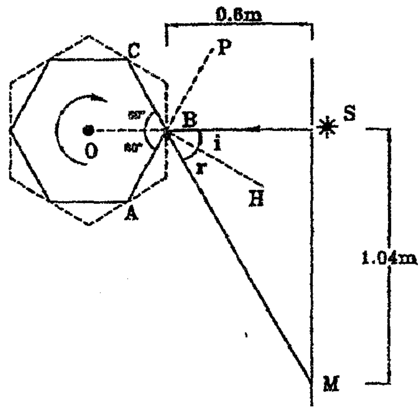
P به پرتو S_1 نزدیک می‌شود و با کمی چرخاندن آینه، ناظر P بیرون زاویهٔ $S_1O'S_2$ قرار خواهد گرفت و دیگر O' را نخواهد دید. اگر آینه را در خلاف جهت عقربه‌های ساعت ۳۰° بچرخانیم، معادل آن است که خط OP را در جهت عقربه‌های ساعت ۳۰° بچرخانیم. برای آنکه در چنین حالتی نقطه O دیده نشود، باید ناظر در محل P' قرارگیرد. زاویه‌های مشخص شده روی شکل نشان می‌دهد که OP' و نیز OP باید برابر با d باشد. به این ترتیب گزینه (ب) درست است.



۶. یک باریکه نورپس از عبور از شکاف پرده‌ای مطابق شکل بر سطح جانبی یک شش وجهی منتظم که سطحهای آن آینه تخت است می‌تابد، باریکه نور بر پرده و محور شش وجهی که به طور قائم قرار دارد، عمود است. اگر شش وجهی دور محور یاد شده بگردد، طول خط روشن حاصل از بازتاب نور بر پرده را با رسم شکل و توضیح کافی، محاسبه کنید. (هفتمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۲)



حل. هنگامی که شش‌وجهی شروع به چرخش می‌کند،محل برخورد نور به وجه AB، از وسط AB به نقطه B نزدیک می‌گردد و وقتی که شش‌وجهی به اندازه ۳۰ درجه بچرخد، محل برخورد نور به نقطه B می رسد.



$$\left.\begin{array}{r} \text{شش ضلعی متنظم می‌باشد} \Rightarrow \angle OBA = ۶۰^\circ \\ \angle SBP + \angle PBO = ۱۸۰^\circ \\ \angle OBA + \angle PBO = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \angle SBP = \angle OBA = ۶۰^\circ$$

$$\angle SBP + \angle SBH = ۹۰^\circ \Rightarrow \angle i = ۹۰^\circ - \angle SBP = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$$

$$\angle r = \angle i = ۳۰^\circ \Rightarrow \angle i + \angle r = ۶۰^\circ$$

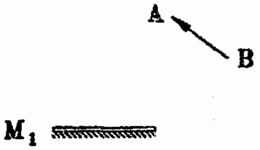
$$\tan(i+r) = \frac{SM}{SB} \Rightarrow \tan ۶۰ = \frac{SM}{۰/۶}$$

$$\Rightarrow SM = ۰/۶ \times \tan ۶۰ = ۰/۶ \times \sqrt{۳} = ۱/۰۴\,\mathrm{m}$$

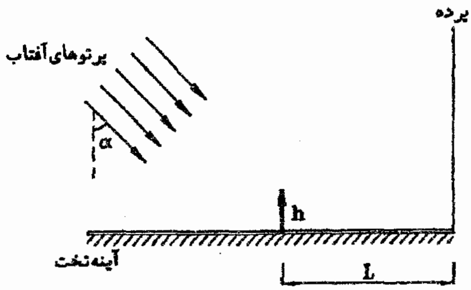
حال اگر آینه مقدار کمی بچرخد، بطوریکه باریکه نور به کناره B از وجه BC برخورد کند خط عمود بر آینه، نسبت به شروع چرخش، به اندازه ۳۰° ولی در خلاف جهت حالت قبل چرخیده است، یعنی نور بازتابیده به سمت دیگر پرده خواهد بود وحداکثر به اندازه $۱/۰۴\,\mathrm{m}$ روی پرده جابجا می‌شود، در نهایت طول خط روشن روی پرده دو برابر ۱/۰۴ متر خواهد بود. یعنی: $L = ۲ \times ۱/۰۴ = ۲/۰۸\,\mathrm{m}$

تمرین‌ها

۱. در شکل مقابل ناحیه‌ای را بیابید که اگر ناظر درآن باشد بتواند تصویرِ جسم AB را بصورت کامل در آینه تخت M_1 مشاهده کند.

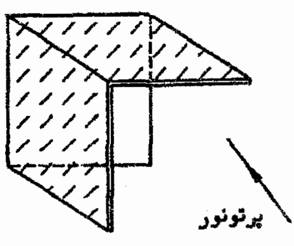


۲. پرتوهای آفتاب از روی یک آینه افقی بازتابیده می‌شوند و به روی پرده قائمی می‌افتند، جسمی به ارتفاع h را بصورت قائم روی آینه قرار می‌دهیم، طول سایه روی پرده چه مقدار می‌باشد؟ (جواب: اگر $l \geq h\tan\alpha$ باشد، طول سایه برابر $2h$ خواهد بود.)



۳. آینه تختی به طور موازی با دیوار و در فاصله L از آن قرار گرفته است، نور ایجاد شده بوسیله یک چشمهٔ نقطه‌ای که بر دیوار نصب شده است، روی آینه می‌افتد و بازتاب پیدا می‌کند و لکه روشنی روی دیوار بوجود می‌آورد، اگر آینه با سرعت V به سمت دیوار حرکت کند،لکه روشن با چه سرعتی روی دیوار حرکت می‌کند؟ ابعاد لکه روشن چگونه تغییر خواهد کرد؟
(جواب: لکه روشن با ابعاد ثابت بدون تغییر می‌ماند.)

۴. سه آینه تخت دوبدو عمود بر هم را در نظر بگیرید، ثابت کنید پرتو نور پس از سه بار انعکاس (یک بار انعکاس از سطح هر آینه) به موازات امتداد اولیه خود خواهد بود.

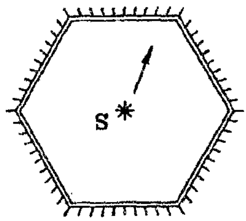


۵. یک منبع نور نقطه‌ای و دو تصویر حاصل از آن در دو آینه تخت، سه راس یک مثلث متساوی‌الاضلاع را تشکیل می‌دهند، محل آینه را نسبت به منبع تعیین کرده و زاویه بین آنها را

بدست آورید.

(جواب: ۱۲۰ درجه)

*۶ نقطه نورانی S در مرکز یک شش ضلعی منتظم که اضلاع آن آینه می‌باشند، قرار دارد. آیا می‌توان پرتوی یافت که از نقطهٔS تابیده شود و دقیقاً پس از یکبار انعکاس از سطح هر کدام از آینه‌ها (در مجموع بعد از ۶ بار انعکاس از سطح آینه‌ها) دوباره از نقطه S عبور نماید؟ در صورت مثبت بودن جواب یکی از مسیرها را مشخص نمایید. در مورد تعداد مسیرهای ممکن بحث نمایید.



۷. فاصله شخصی از آینه مسطحی ۶۰ سانتیمتر است،اگر ضمن اینکه شخص ۲ متر عقبی می‌رود، آینه نیز ۱/۵ متر از شخص دور شود، فاصله شخص تا تصویرش چه مقدار تغییر می‌کند؟

(جواب: ۵ متر)

۸. در فاصله یک متری از یک آینه تخت کوچک، صفحه کدری را بموازات سطح آینه نصب می‌کنیم،این صفحه سوراخی دارد که از آن دسته نوری به آینه می‌تابد،پرتو بازتاب یافته از سطح آینه بر پرتو تابیده شده،منطبق می‌باشد. حال آینه را کمی می‌چرخانیم، مشاهده می‌شود که لکه روشنی برصفحه کدر در فاصله ۴ سانتیمتری از سوراخ می‌افتد تعیین کنید آینه را چند درجه چرخانده‌ایم؟ (این روش برای اندازه‌گیری زوایای چرخش کوچک به روش پوکندرف معروف است)

(جواب: ۱/۱۵ درجه)

۹. فرناز در مقابل آینه تختی ایستاده است و خود را در آینه می‌بیند، ناگهان آینه از محل خود رها شده با سرعت ثابت ۴ m/s سقوط می‌نماید، در طی سقوط، سرعت حرکت تصویر فرناز چه مقدار خواهد بود؟

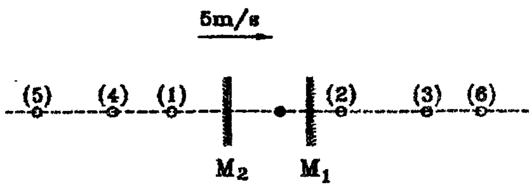
(جواب: تصویر فرناز ساکن است)

۱۰. فرشاد با سرعت ۴ m/s به آینه تخت ساکن مقابل خود نزدیک می‌شود،سرعت نزدیک شدن تصویر فرشاد به او چقدر خواهد بود؟

(جواب: ۸ m/s)

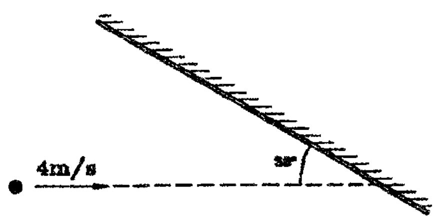
۱۱. فرهاد با سرعت ۸ m/s به سمت چپ و آینه تخت مقابل وی با سرعت ۴ m/s به سمت راست حرکت می‌کند، سرعت تصویر فرهاد چه مقدار خواهد بود؟
(جواب: ۱۶ m/s)

۱۲. در سیستم مقابل هرگاه آینه $M_۲$ را با سرعت ۵ m/s به سمت راست حرکت دهیم سرعت حرکت تصویر شماره(۵) چقدر می‌باشد؟
(جواب: ۲۰ m/s)



*۱۳ فرض کنید بین دو آینهٔ تخت متوازی جسمی را قرار داده‌ایم، حال اگر یکی از آینه‌ها با سرعت ثابت V به سمت آینهٔ دیگر حرکت کند، سرعت حرکت هر کدام از تصاویر را به‌دست آورید.

۱۴. مطابق شکل جسمی با سرعت ۴ m/s در امتدادی که با سطح آینه زاویه °۳۰ می‌سازد، به آینه نزدیک می‌شود او با چه سرعتی به تصویرش نزدیک می‌شود؟



(جواب: ۴ m/s)

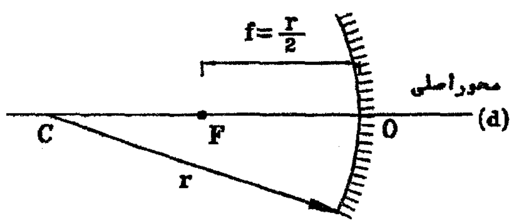
۱۵. گلوله‌ای کوچک وصیقلی بر سطح افقی میزی بر خط راست حرکت می‌کند، یک آینه تخت با سطح میز چه زاویه‌ای بسازد تا تصویر گلوله در امتداد قائم حرکت کند؟
(جواب: ۴۵ درجه)

فصل پنجم

آینه‌های کروی

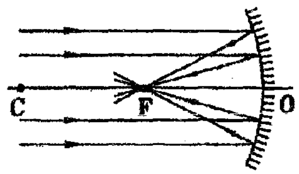
۱.۵ تعاریف

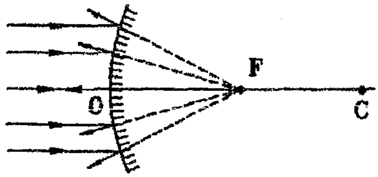
آینه‌های کروی معمولاً از یک قطعه شیشه‌ای نقره‌اندود، ساخته می‌شوند که قسمت کوچکی از سطح یک کره توخالی را تشکیل می دهند. اگر سطح داخلی آن بازتابنده باشد، آن را آینه مقعر (کاو) و اگر سطح خارجی آن بازتاباننده باشد، آن را آینه محدب (کوژ) نامند.



ـ مرکز انحنای آینه (C): مرکز کره‌ای می‌باشد که آینه از آن جدا شده است.

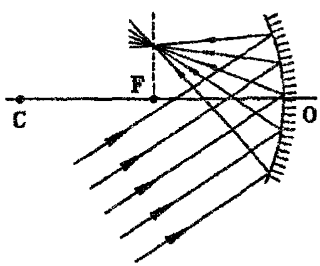
- شعاع انحنای آینه (r): شعاع کره‌ای می‌باشد که آینه از آن کره جدا شده است.
- رأس آینه (O): گودترین یا برآمده‌ترین نقطه آینه را راس آینه نامند.
- محور اصلی آینه (d): خطی است که مرکز انحنای آینه را به راس آینه وصل نماید.
- کانون اصلی آینه (F): بازتابش یافته یک دسته پرتو موازی با محور اصلی آینه، یا امتداد آنها، در نقطه‌ای بر روی محور اصلی آینه همگرا می‌شوند که آن را کانون اصلی آینه نامند.





- فاصله کانونی آینه (f): فاصله بین راس آینه و کانون اصلی آینه را فاصلهٔ کانونی نامند و داریم:

$$f = \frac{r}{۲}$$



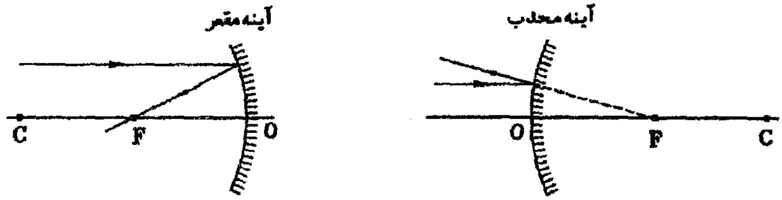
نکته: هرگاه یک دسته پرتو موازی با هم وغیر موازی با محور اصلی آینه به آینه کروی بتابند،پرتوهای بازتابیده یا امتداد آنها در نقطه‌ای همگرا می‌شوند که آن را کانون مجازی آینه نامند. مکان هندسی کانون اصلی وکانونهای فرعی را سطح کانونی آینه نامند که صفحه‌ای است که در نقطهٔ F بر محور اصلی آینه عمود است.

اگر ابعاد آینه نسبت به شعاع آن کوچک باشد رفتار آینه در مقابل نور ساده است و ما این گونه آینه‌ها را بررسی خواهیم کرد، بعنوان مثال در فصل سوم دیدیم که تنها آینه سهمی شکل کانون دارد و این بدان معناست که آینه کروی کانون ندارد، اما ما برای آینه‌های کروی کانون تعریف کردیم، توجیه مطلب به اینصورت است که هرگاه ابعاد آینه کروی نسبت به شعاع دهانهٔ آن کوچک باشد می‌توان با تقریب مناسب فرض کرد که آینه کروی کانون دارد و ما در ادامه این فصل هر چه بیان می‌کنیم مربوط به این دسته از آینه‌های کروی است.

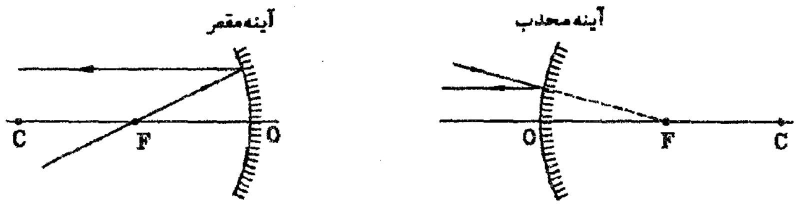
۲.۵ تعیین مکان تصویر به کمک ترسیم پرتوها

پرتوهای راهنما: در اینجا چهار پرتو خاص که بازتاب آنها به راحتی به دست می‌آید، را معرفی می‌نماییم:

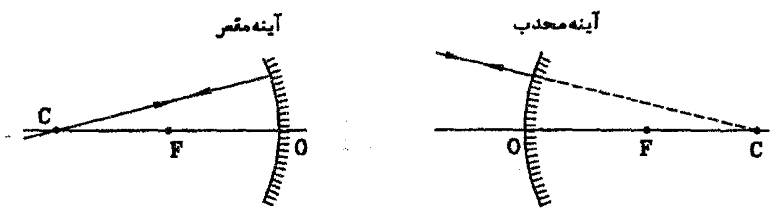
۱. هرگاه پرتوی به موازات محور اصلی آینه کروی بتابد، بازتاب آن یا امتداد بازتاب آن از کانون می‌گذرد.



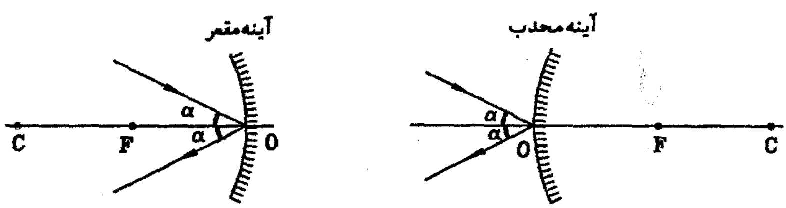
۲. هرگاه پرتوی، خودش یا امتدادش از کانون آینه کروی عبور نماید، بازتاب آن به موازات محور اصلی خواهد بود.



۳. هرگاه پرتوی، خودش یا امتدادش از مرکز آینه کروی عبور نماید، بر روی خودش منعکس خواهد شد.

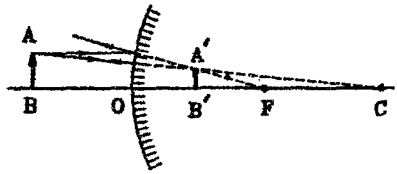


۴. هرگاه پرتوی به راس آینه کروی بتابد و با محور اصلی آینه زاویه α بسازد، پرتو بازتابش آن در طرف دیگر محور اصلی با محور اصلی زاویه α خواهد ساخت.



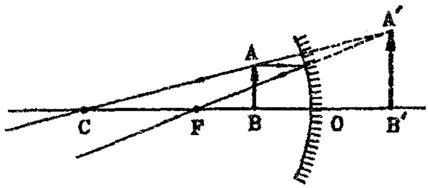
I. تصویر در آینه‌های محدب (کوژ)

جسم AB را در محل دلخواهی در مقابل آینه محدب در نظر می‌گیریم، با توجه به شکل مقابل مشخص می‌شود که تصویر همواره در فاصله کانونی آینه خواهد بود.

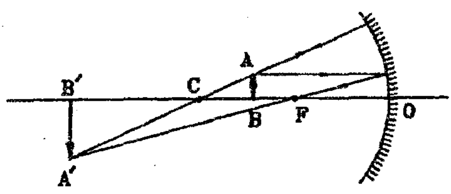


II. تصویر در آینه‌های مقعر (کاو)

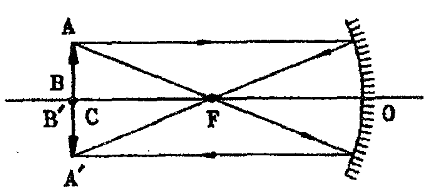
الف) شی در فاصله کانونی واقع است:
تصویر در ناحیه پشت آینه خواهد بود.



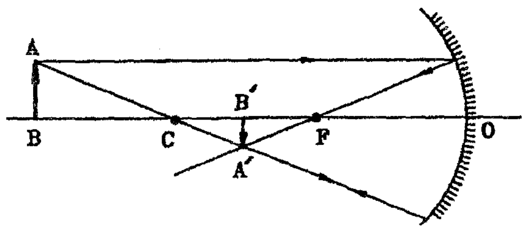
ب) شی بین کانون و مرکز آینه واقع است:
تصویر مقابل آینه و در خارج مرکز آینه خواهد بود.



ج) شی در مرکز آینه واقع است:
تصویر هم در مرکز آینه خواهد بود.



د) شی در خارج فاصله OC واقع است:
تصویر بین کانون و مرکز آینه خواهد بود.

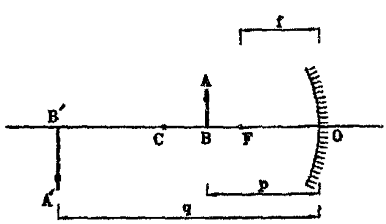


نکته: آینه محدب،آینه واگراکننده است و دقیقاً به همین خاطر است که برای تشکیل تصویر در آینه محدب یک حالت بیشتر نخواهیم داشت، چون پرتوهایی که از هر نقطه جسم ساطع می‌شوند همواره واگرا هستند و در برخورد با آینه واگرا کننده (محدب) واگراتر خواهند شد، لذا تصویر همواره در پشت آینه تشکیل خواهد شد اما در برخورد با آینه همگرا کننده (مقعر) پرتوهای منعکس شده می‌توانند واگرا یا همگرا باشند، لذا حالات متعدد پیش خواهد آمد.

۳.۵ رابطه اساسی آینه‌های کروی

- تصویر حقیقی: تصویری که در جلوی آینه قرار دارد و برروی پرده تشکیل می‌شود.
- تصویر مجازی: تصویری که در پشت آینه قرار دارد و بطور مستقیم توسط چشم قابل رؤیت است.

رابطهٔ زیر ارتباط بین فاصله جسم از آینه، فاصله تصویر از آینه و فاصله کانونی آینه را بیان می‌دارد:



$$\boxed{\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}$$

f: فاصله کانونی آینه کروی (برای آینه محدب با علامت منفی و برای آینه مقعر با علامت مثبت وارد رابطه می‌شود)

p: فاصله جسم از آینه

q: فاصله تصویر از آینه (برای تصویر حقیقی مثبت وبرای تصویرمجازی با علامت منفی وارد رابطه می‌شود)

مثال ۵-۱ جسمی را به فاصله ۵۰ cm در مقابل آینه محدبی با فاصله کانونی ۵۰ cm قرار می‌دهیم مطلوبست تعیین محل تصویر.

حل.

$$\left.\begin{aligned} f &= -۵۰\ \text{cm} \\ p &= ۵۰\ \text{cm} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{-۵۰} = \frac{۱}{۵۰} + \frac{۱}{q}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{q} = -\frac{۱}{۲۵} \Rightarrow q = -۲۵\,\text{cm}$$

بزرگنمایی خطی: همانگونه که دیدیم در آینه‌های کروی در حالت عمومی، اندازهٔ تصویر با اندازهٔ جسم برابر نخواهد بود، نسبت اندازهٔ تصویر به اندازهٔ جسم بعنوان بزرگنمایی خطی آینه کروی تعریف می‌شود:

$$\boxed{m = \frac{\text{اندازه تصویر}}{\text{اندازه جسم}} = \frac{A'B'}{AB} = |\frac{q}{p}|}$$

همانطورکه ملاحظه می‌نمایید، بزرگنمایی بصورت قدر مطلق نسبت $\frac{q}{p}$ مطرح می‌شود، یعنی بزرگنمایی همواره عددی مثبت است.

مثال ۵-۲ آینه مقعری با فاصله کانونی ۵۰ cm د راختیار می‌باشد. این آینه از جسم مقابل خود، تصویر با بزرگنمایی ۲ ایجاد می‌نماید، محل جسم و تصویر را تعیین نمایید.

حل.

$$m = |\frac{q}{p}| = ۲ \Rightarrow q = \pm ۲p$$

$$q = ۲p \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۵۰} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{۲p} \Rightarrow \frac{۱}{۵۰} = \frac{۳}{۲p}$$

$$\Rightarrow p = ۷۵\,\text{cm}, q = ۱۵۰\ \text{cm}$$

$$q = -۲p \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۵۰} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{-۲p} \Rightarrow \frac{۱}{۵۰} = \frac{۱}{۲p}$$

$$\Rightarrow p = ۲۵\,\text{cm}, q = -۵۰\ \text{cm}$$

مثال ۵-۳ آینه محدبی با فاصله کانونی $-f$ در اختیار می‌باشد،درفاصله f از این آینه جسمی را قرار می‌دهیم مطلوبست مکان تصویر و بزرگنمایی آینه.

حل. شاید در ابتدا تصور شود که چون جسم را به فاصله f از آینه قرار داده‌ایم، باید پرتوهای بازتاب یافته، بصورت موازی بوده و تصویر در بینهایت تشکیل شود،اما باید دقت شود که در آینه محدب، کانون در پشت آینه قرار دارد، در حالیکه ما جسم را در فاصله f در مقابل آینه قرار داده‌ایم.

$$\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}\Rightarrow\frac{۱}{-f}=\frac{۱}{f}+\frac{۱}{q}\Rightarrow q=-\frac{f}{۲}$$

$$m=\left|\frac{q}{p}\right|=\left|\frac{-\frac{f}{۲}}{f}\right|=\frac{۱}{۲}$$ تصویر مجازی، مستقیم، کوچکتر

مثال ۵-۴ جسمی بطول ۲ سانتیمتر در فاصلهٔ ۳۰ سانتیمتری از آینه مقعری به شعاع انحنای ۲۰ سانتیمتر قرار دارد، معین کنید فاصله تصویر تا آینه و تا جسم چه مقدار می‌باشد؟ بزرگنمایی آینه در این حالت چقدر است؟

حل.

$$f=\frac{R}{۲}=۱۰\ \text{cm}$$

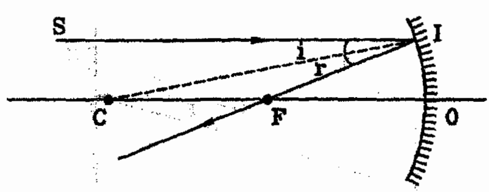
$$\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}\Rightarrow\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{q}\Rightarrow q=\frac{۳۰\times ۱۰}{۳۰-۱۰}=۱۵\,\text{cm}$$

فاصله تصویر تا جسم $: p-q=۳۰-۱۵=۱۵\,\text{cm}$

$$m=\frac{A'B'}{AB}=|\frac{q}{p}|=|\frac{۱۵}{۳۰}|=\frac{۱}{۲}$$

مثال ۵-۵ ثابت کنید در آینه‌های کروی در تقریب پیرامحوری، فاصله کانونی نصف شعاع انحنای آینه است.

حل. مطابق شکل فرض می‌کنیم پرتو SI بموازات محور اصلی به آینه مقعری بتابد و پرتو بازتاب یافته محور اصلی را در نقطه F قطع نماید.



$$\text{مطابق قوانین بازتابش} \Rightarrow \angle i = \angle r$$

$$SI \| CF \Rightarrow \angle FCI = \angle i$$

$\angle FCI = \angle FIC = \angle i \Rightarrow$ $\triangle FCI$ متساوی الساقین می‌باشد $\Rightarrow FC = FI$

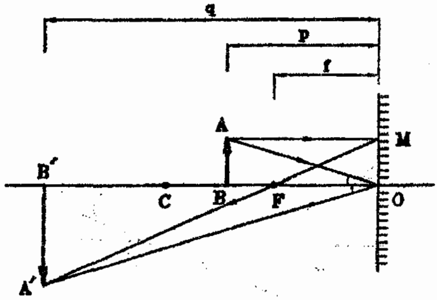
در تقریب پیرامحوری، هرگاه پرتو SI بسیار نزدیک به محور اصلی آینه باشد، می‌توان فرض کرد که $FI = FO$ می‌باشد، یعنی:

$$\left.\begin{array}{l} FO = FI \\ FC = FI \end{array}\right\} \Rightarrow FO = FC$$

$$FO + FC = R \Rightarrow ۲FO = R \Rightarrow FO = \frac{R}{۲} \Rightarrow f = \frac{R}{۲}$$

در ادامه ما رابطه اساسی آینه‌های کروی $(\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{p})$ را به ۴ روش مختلف اثبات خواهیم کرد:

۱. **اثبات به کمک تشابه مثلث‌ها:** در اینجا ما حالتی را که آینه مقعر از جسمی که در مقابل آن و در فاصلهٔ بین کانون و مرکز واقع است، تصویر ایجاد می‌نماید، را بررسی می‌کنیم، و با توجه به فرض آینه‌های کروی کوچک با دقت مناسب می‌توانیم هندسه آینه را بصورت خط راست فرض کنیم، در عین حالیکه عملکرد آینه کروی را داشته باشد. قابل ذکر است برای اثبات رابطه در سایر حالات می‌توان بصورت مشابه عمل نمود.



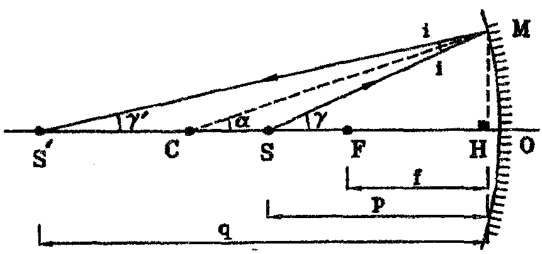
$$\left.\begin{aligned}\triangle MOF \sim \triangle A'B'F \quad &\Rightarrow \frac{A'B'}{MO} = \frac{B'F}{OF} \quad \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{q-f}{f}\\ \triangle ABO \sim \triangle A'B'O \quad &\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} \quad \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p}\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{q-f}{f} = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{q}{f} - ۱ \frac{q}{p}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{f} - \frac{۱}{q} = \frac{۱}{p} \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q}$$

همانطورکه ملاحظه می‌نمایید در خط دوم اثبات فوق $(\frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p})$، عملاً رابطهٔ مربوط به بزرگنمایی خطی در آینه‌های کروی را نیز ثابت کرده‌ایم.

۲. **اثبات به کمک روابط مثلثاتی:** در شکل زیر فرض نمایید S' تصویر نقطهٔ S در آینه مقعر باشد، با توجه به فرض آینه‌های کروی کوچک زوایای α، γ و γ' را کوچک در نظر می‌گیریم، یعنی تانژانت این زوایا را با مقدار این زوایا بر حسب رادیان برابر در نظر می‌گیریم:



$$\left.\begin{aligned}&\triangle CS'M \text{ زاویه خارجی در مثلث} \quad : \quad \alpha = i + \gamma'\\ &\triangle SCM \text{ زاویه خارجی در مثلث} \quad : \quad \gamma = i + \alpha\end{aligned}\right\}$$

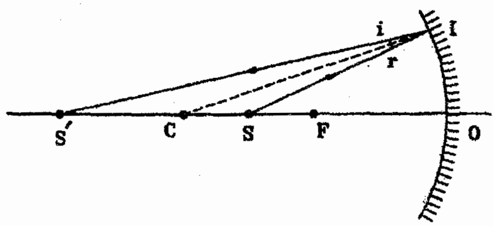
$$\Rightarrow \alpha - \gamma = \gamma' - \alpha \Rightarrow \gamma + \gamma' = ۲\alpha \qquad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$\left.\begin{aligned}\gamma \simeq \tan\gamma \simeq \frac{h}{p}\\ \gamma' \simeq \tan\gamma' \simeq \frac{h}{q}\\ \alpha \simeq \tan\alpha \simeq \frac{h}{R}\end{aligned}\right\} \overset{(۱)}{\Rightarrow} \frac{h}{p} + \frac{h}{q} = \frac{۲h}{R} \Rightarrow \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۲}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f}$$

۳. **اثبات به کمک تقسیم توافقی** (اگر با بحث تقسیم توافقی در ریاضیات و با قانون دکارت در این مبحث آشنایی دارید، این اثبات را مطالعه نمایید.)

فرض کنید در شکل زیر نقطه S' تصویر نقطه S در آینه مقعر باشد.



در تقریب پیرامحوری هرگاه نقطه I بسیار نزدیک به نقطه O باشد مقدار زاویهٔ $\angle CIO$ به سمت 90° میل می‌کند.

$\angle CIO = 90^\circ \Rightarrow IO \perp IC$

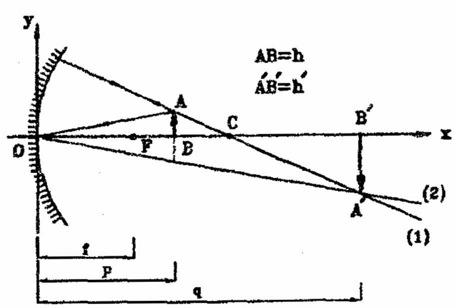
$\angle i = \angle r \Rightarrow \angle SIS'$ نیمساز داخلی IC

$\Rightarrow$ IO نیمساز خارجی زاویه SIS' می‌باشد

می‌دانیم اضلاع یک زاویه و نیمسازهای داخلی و خارجی آن تشکیل یک دستگاه توافقی می‌دهند، یعنی S', S پاره‌خط OC را نسبت توافقی تقسیم می‌کنند، لذا مطابق رابطه دکارت در بحث تقسیم توافقی خواهیم داشت:

$$\frac{2}{OC} = \frac{1}{OS} + \frac{1}{OS'} \Rightarrow \frac{2}{R} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

۴. **اثبات به کمک روشهای هندسه تحلیلی:** برای استفاده از این روش آینه مقعری را در مرکز مختصات چنان قرار می‌دهیم که محور اصلی آن بر محور x ها منطبق باشد، سپس معادله خطوط پرتوها را تعیین می‌نماییم:



$y_1 = \dfrac{h}{p-2f}(x-2f)$:معادله خط (۱) $\Leftarrow$ نقاط $(2f, 0), (p, h)$ بر خط (۱) واقع می‌باشند

$y_2 = \dfrac{-h}{p}x$:معادله خط (۲) $\Leftarrow$ نقاط $(0, 0), (p, -h)$ بر خط (۲) واقع می‌باشند

حال معادلات دو خط (۱) و (۲) را تلاقی می‌دهیم:

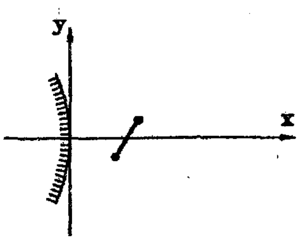
$$y_۱ = y_۲ \Rightarrow \frac{h}{p-۲f}(x-۲f) = \frac{-h}{p}x$$
$$\Rightarrow px - ۲pf = -px + ۲fx$$
$$\Rightarrow ۲px = ۲pf + ۲fx \Rightarrow px = pf + fx$$

از طرفی می‌دانیم نقطه تلاقی دو خط (۱) و (۲) محل تصویر خواهد بود لذا داریم:

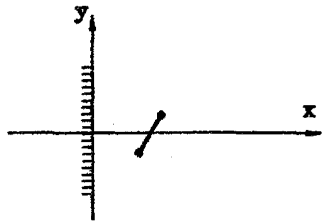
$$x = q \Rightarrow pq = pf + fq \overset{\text{تقسیم طرفین بر } fpq}{\Rightarrow} \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q}$$

پرسش: در اثبات چهارم پرتوهای راهنمای بکار رفته کاملاً دقیق بوده و در تمامی آینه‌های کروی اعم از اینکه کوچک یا بزرگ باشد صادق هستند و همچنین در طی اثبات هیچگونه تقریبی وارد اثبات نشده است. در حالیکه در سه روش دیگر ما رابطه را بصورت تقریبی به دست آوردیم، لذا می‌توان اینگونه نتیجه گرفت که رابطه $\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q}$ کاملاً دقیق بوده و در تمامی آینه‌های کروی اعم از کوچک و بزرگ صادق است.اما می‌دانیم که رابطه $\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q}$ رابطه‌ای تقریبی است و تنها درآینه‌های کروی کوچک قابل استفاده است،این تناقض را چگونه توجیه می‌نمایید؟

مثال ۵-۶ مطابق شکل،میله نازکی که قسمتی از خط $y = mx + b$ است را جلوی یک آینه کروی محدب با فاصله کانونی f می‌گذاریم. فرض کنید همهٔ نقاط این میله به‌اندازه کافی به محور اصلی آینه نزدیک‌اند. معادله تصویر میله در آینه را به دست آورید. (مرحله دوم سیزدهمین المپیاد فیزیک ایران- ۱۳۷۹)



حل. ما مسئله را در حالت کلی‌تری حل می‌نماییم، بدین ترتیب که فرض می‌کنیم آینه‌ای کروی (چه محدب چه مقعر) در مبدأ مختصات واقع است.



نقطه دلخواه (x,y) واقع بر خط $y = mx + b$ را در نظر گرفته، تصویر آن یعنی (x', y') را پیدا می‌نماییم، رابطه موجود بین x', y' معادله تصویر میله در آینه خواهد بود.

$$y = mx + b \Rightarrow x = \frac{1}{m}(y - b)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{m}{y-b} + \frac{1}{x'} \qquad (1)$$

$$m = \frac{\text{طول تصویر}}{\text{طول جسم}} = |\frac{q}{p}| \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{-x'}{x} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{-x'}{y-b} \qquad (2)$$

حال کافیست y را بین دو معادله (۱) و (۲) حذف نماییم تا رابطه بین x', y' به‌دست آید، بدین منظور y را از معادلهٔ اول بدست آورده، در معادله دوم قرار می‌دهیم:

$$(1) \Rightarrow \frac{m}{y-b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x'} \Rightarrow \frac{y-b}{m} = \frac{fx'}{x'-f} \Rightarrow y = \frac{mx'f}{x'-f} + b$$

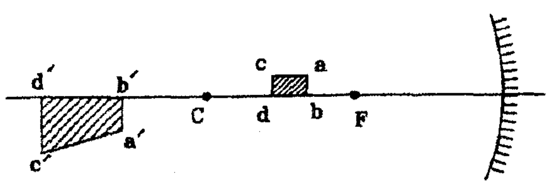
$$(2) \Rightarrow \frac{y'}{\frac{mx'f}{x'-f} + b} = -\frac{x'm}{\frac{mx'f}{x'-f}} \Rightarrow y'(\frac{f}{x'-f}) = -(\frac{mx'f}{x'-f} + b)$$

$$\Rightarrow y' = -(\frac{x'-f}{f})(\frac{mx'f}{x'-f} + b) \Rightarrow y' = -mx' - (\frac{x'-f}{f})b$$

$$\Rightarrow y' = (-m - \frac{b}{f})x' + b$$

همانطور که ملاحظه می‌نمایید، معادله تصویر، نیز معادله یک خط است و این بدان معنی است که درآینه‌های کروی تصویر خط راست، یک خط راست می‌شود.

نکته: با توجه به مثال فوق در شکل زیر، برای یافتن تصویر جسم $abcd$ در آینه مقعر می‌توان ابتدا تصویر cd, ab را یافت، سپس نقاط c', a' را با خط مستقیم به هم وصل نمود.



۴.۵ رابطه نیوتن

نیوتن رابطه بین محل جسم و محل تصویر و فاصله کانونی آینه را طور دیگری مطرح می‌نماید که عملاً با رابطه اساسی آینه‌های کروی هم ارز می‌باشد، در اینجا ما رابطه نیوتن را از رابطه اساسی آینه‌های کروی نتیجه خواهیم گرفت، در ابتدا کمیت‌های بکار رفته در رابطه نیوتن را تعریف می‌نماییم.

$$a = p - f \quad : \text{فاصله جسم از کانون}$$

$$a' = q - f \quad : \text{فاصله تصویر از کانون}$$

اثبات رابطه نیوتن:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{q}{f} = \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{q}{p} = \frac{q}{f} - 1 = \frac{q-f}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{p} = \frac{q-f}{f} = \frac{a'}{f} \qquad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{p}{f} = 1 + \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{p-f}{f} \Rightarrow \frac{q}{p} = \frac{f}{p-f}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{p} = \frac{f}{p-f} = \frac{f}{a} \qquad \text{رابطهٔ (۲)}$$

$$\text{از (۱) و (۲) داریم} \quad : \frac{q}{p} = \frac{f}{a} = \frac{a'}{f}$$

از طرفین وسطین کردن تساوی آخر رابطه نیوتن به دست می‌آید:

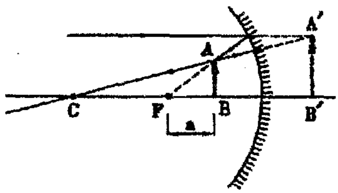
$$\boxed{aa' = f^2}$$

نیز با توجه به تعریف بزرگنمایی خطی خواهیم داشت:

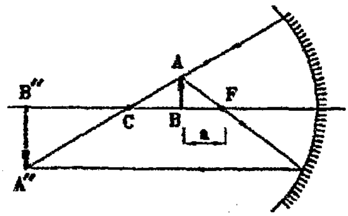
$$\boxed{m = |\frac{q}{p}| = |\frac{f}{a}| = |\frac{a'}{f}|}$$

نکته: با توجه به رابطه نیوتن و این نکته که f^2 همواره مثبت می‌باشد، نتیجه می‌گیریم که a, a' همواره هم علامتند.

نکته: با توجه به رابطهٔ $m = |\frac{f}{a}| = |\frac{f}{p-f}|$ می‌توان گفت که آینه مقعر در دو حالتی که جسم AB به یک فاصله از کانون آینه قرار گرفته باشد، بزرگنمایی‌های برابر ایجاد می‌کند. به اشکال زیر دقت کنید:



$A'B' = A''B''$



حال شما توضیح دهید که در مورد آینه محدب مطلب فوق چگونه بیان می‌شود؟

مثال ۵-۷ آینه مقعری با فاصله کانونی ۴۰ سانتیمتر در اختیار می‌باشد، هرگاه فاصلهٔ جسم از کانون ۲۰ سانتیمتر باشد، محل تصویر را تعیین نمایید.

حل. روش اول: در رابطه نیوتن کمیت a به صورت $a = p - f$ تعریف می‌گردد، در اینجا، وقتی صورت سؤال مطرح می‌کند که فاصله جسم از کانون ۲۰ سانتیمتر می‌باشد بسته به اینکه جسم در کدام سمت کانون واقع باشد a می‌تواند برابر $+۲۰ \text{ cm}$ یا -۲۰ cm باشد.

$$a = ۲۰ \text{ cm} \quad \Rightarrow aa' = f^۲ \quad \Rightarrow a' = \frac{۴۰^۲}{۲۰} = ۸۰ \text{ cm}$$
$$\Rightarrow q - f = ۸۰ \text{ cm} \quad \Rightarrow q = ۱۲۰ \text{ cm}$$
$$a = -۲۰ \text{ cm} \quad \Rightarrow aa' = f^۲ \quad \Rightarrow a' = \frac{۴۰^۲}{-۲۰} = -۸۰ \text{ cm}$$
$$\Rightarrow q - f = -۸۰ \text{ cm} \quad \Rightarrow q = -۴۰ \text{ cm}$$

روش دوم: می‌توان مسئله را به کمک رابطه اساسی آینه‌های کروی بررسی نمود.

$$a = ۲۰ \text{ cm} \quad \Rightarrow p - f = ۲۰ \quad \Rightarrow p = ۶۰$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۴۰} = \frac{۱}{۶۰} + \frac{۱}{q} \quad \Rightarrow q = ۱۲۰ \text{ cm}$$
$$a = -۲۰ \text{ cm} \quad \Rightarrow p - f = -۲۰ \quad \Rightarrow p = ۲۰$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۴۰} = \frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{q} \quad \Rightarrow q = -۴۰ \text{ cm}$$

مثال ۵-۸ آینه محدبی به فاصله کانونی ۱۵ سانتیمتر از جسمی تصویری در ۷/۵ سانتیمتری آینه ایجاد نموده است، بزرگنمایی خطی آینه در این حالت چه مقدار می‌باشد؟

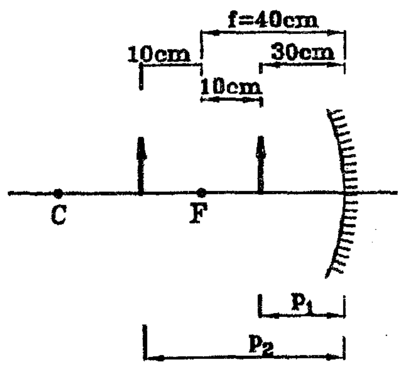
حل. می‌دانیم کانون آینه محدب مجازی و نوع تصویر نیز حتماً مجازی است، لذا داریم:

$$m = |\frac{a'}{f}| = |\frac{q - f}{f}| = |\frac{-۷/۵ - (-۱۵)}{-۱۵}| = \frac{۱}{۲}$$

مثال ۵-۹ آینه مقعری به فاصله کانونی ۴۰ سانتیمتر از جسمی که در فاصله ۳۰ سانتیمتری از آن قرار دارد تصویری ایجاد نموده است، جسم را چه مقدار از آینه دور کینم تا بزرگنمایی آینه تغییر نکند؟

حل. با توجه به این نکته که آینه مقعر از اجسامی که به یک فاصله از کانون قرار دارند بزرگنمایی‌های برابر ایجاد می‌کند، می‌توان گفت:

$$p_1 - p_2 = 2 \times (40 - 30) = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}$$

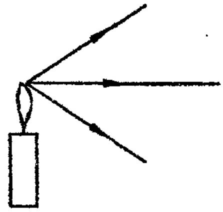


۵.۵ سایر نکات مربوط به تشکیل تصویر در آینه‌های کروی

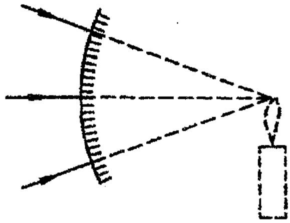
تا به اینجای بحث شما با نحوه تشکیل تصویر و خصوصیات تصویر در آینه‌های کروی به اجمال آشنا شده‌اید،در این قسمت سعی خواهیم کرد مفهوم جسم مجازی و سایر نکات باقیمانده را مطرح نموده ودر نهایت با یک جمع بندی جامع ومناسب بحث آینه‌های کروی را کامل نماییم. ابتدا بیان می‌کنیم که جسم، تصویر و کانون هر کدام به دو صورت حقیقی و مجازی وجود دارند که در اینجا به تعریف آنها خواهیم پرداخت:

جسم حقیقی: جسمی است که از هر نقطه آن پرتوهای واگرا ساطع شود. می‌توان گفت تمام اجسامی که در اطراف ما وجود دارند که از این به بعد به آنها اجسام خارجی می‌گوییم جسم حقیقی هستند.

جسم مجازی: جسمی است که می توان فرض کرد از هر نقطه آن پرتوهای همگرا ساطع شده است، برای درک مفهوم جسم مجازی فرض نمایید یک دسته پرتو همگرا داریم که در نقطه‌ای به هم می‌رسند و تصویری را پدید می‌آورند حال اگر سر راه این پرتوهای همگرا، شیء اپتیکی قرار دهیم، تصویر مزبور درحکم جسم مجازی برای شیء اپتیکی ما خواهد بود، به تعبیری می‌توان گفت: جسم مجازی همان تصویر حقیقی ناکام است.



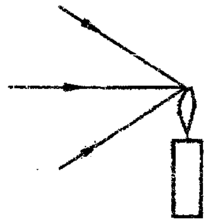
جسم حقیقی



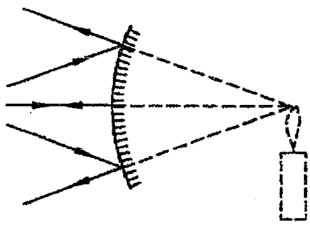
جسم مجازی

تصویر حقیقی: تصویری است که از برخورد پرتوهای همگرا حاصل گردد.

تصویر مجازی: تصویری است که از برخورد امتدادهای پرتوهای واگرا حاصل گردد.



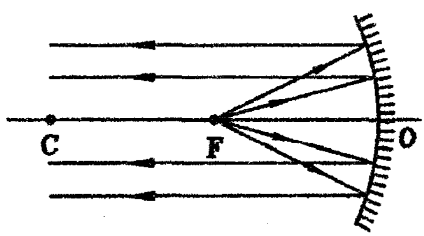
تصویر حقیقی



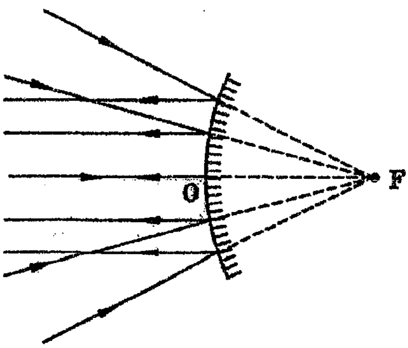
تصویر مجازی

کانون حقیقی: نقطه‌ای از محور اصلی آینه است که هرگاه جسم حقیقی‌ای را در آن نقطه قرار دهیم پرتوهای بازتابش یافته موازی محور اصلی باشند، در بحث آینه‌های کروی، کانون آینه مقعر، کانون حقیقی می‌باشد.

کانون مجازی: نقطه‌ای از محور اصلی آینه است که هرگاه جسم مجازی‌ای را در آن نقطه قرار دهیم پرتوهای بازتابش یافته موازی محور اصلی باشند، در بحث آینه‌های کروی، کانون آینه محدب، کانون مجازی می‌باشد.



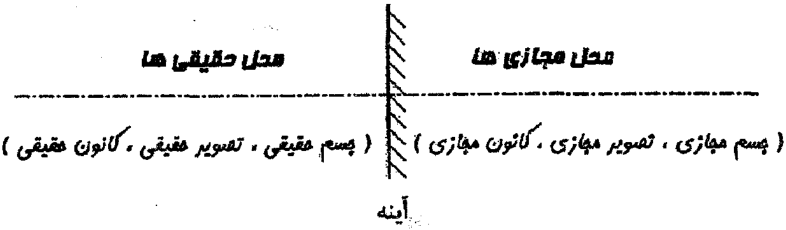
کانون حقیقی



کانون مجازی

نکته: در بحث آینه‌ها محل حقیقی‌ها جلوی آینه و محل مجازی‌ها در پشت آینه می‌باشد، یعنی هرگاه جسم یا تصویر یا کانون مورد بحث در جلوی آینه باشد، حقیقی و اگر در پشت آینه باشد، مجازی

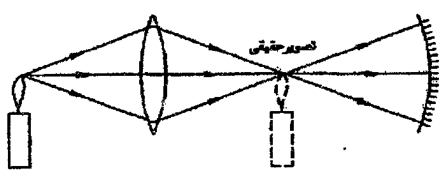
خواهد بود.



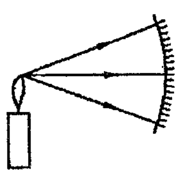
نکته: در روابط بحث حاضر، برای مقادیر f, q, p برای حقیقی‌ها علامت مثبت و برای مجازی‌ها علامت منفی بکار می‌بریم، دقت بفرمایید با همین تدبیر ساده شما می‌توانید به راحتی مسائل مربوط به جسم مجازی را نیز حل نمایید.

نکته: سه مورد می‌باشد که می‌تواند در حکم جسم برای یک شیء اپتیکی باشند: جسم خارجی، تصویر حقیقی، تصویر مجازی. توضیح آنکه تصویر حقیقی یا تصویر مجازی که در یک شی اپتیکی ایجاد شده، می‌تواند برای شیء اپتیکی دیگر بعنوان جسم عمل نماید. جدول زیر نشان می دهد که هر کدام از سه مورد فوق درکدام نقش یعنی جسم حقیقی یا جسم مجازی ظاهر خواهد شد و در اشکال موجود این مطلب نشان داده شده است.

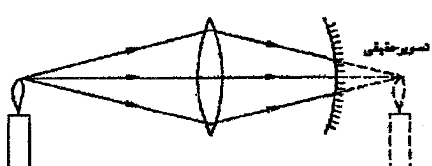
جسم خارجی	جسم حقیقی
تصویر حقیقی	جسم حقیقی یا جسم مجازی
تصویر مجازی	جسم حقیقی



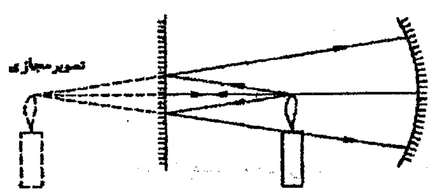
تصویرحقیقی تشکیل شده درعدسی محدب
در حکم جسم حقیقی برای آینه مقعر است



جسم خارجی در حکم جسم حقیقی
برای آینه مقعر است

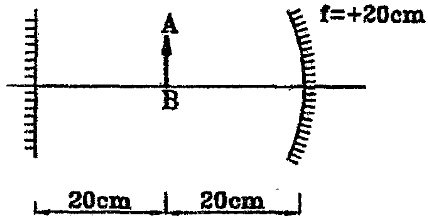


تصویرحقیقی تشکیل شده درعدسی محدب
در حکم جسم مجازی برای آینه مقعر است

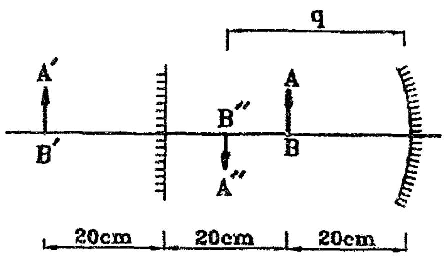


تصویرمجازی تشکیل شده در آینه تخت در حکم
جسم حقیقی برای آینه مقعر است

مثال ۵-۱۰ در شکل مقابل ابتدا از جسم AB تصویری در آینه تخت ایجاد شده، سپس از این تصویر،تصویر دومی در آینهٔ مقعر تشکیل خواهد شد مطلوبست تعیین محل این تصویر؟

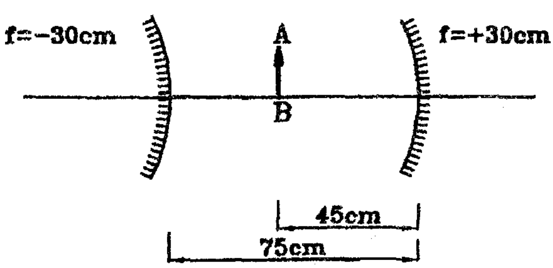


حل. جسم حقیقی AB در آینه تخت، تصویر مجازی $A'B'$ را ایجاد خواهد نمود و این تصویر مجازی در حکم جسم حقیقی برای آینه مقعر خواهد بود و تصویر حقیقی $A''B''$ را ایجاد خواهد نمود.

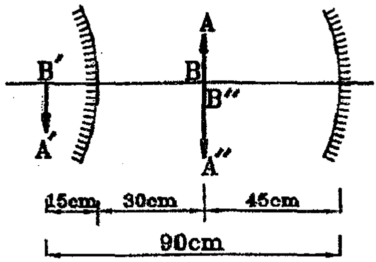


$$\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}\Rightarrow\frac{۱}{۲۰}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{q}\Rightarrow q=۳۰\ \text{cm}$$

مثال ۵-۱۱ در شکل زیر، ابتدا از جسم AB تصویری در آینه مقعر ایجاد شده، سپس از این تصویر، تصویری در آینه محدب تشکیل خواهد شد. مطلوبست تعیین محل این تصویر؟



حل. جسم حقیقی AB، در آینه مقعر، تصویر حقیقی $A'B'$ را ایجاد خواهد نمود و این تصویر حقیقی، در حکم جسم مجازی برای آینه محدب می‌باشد و تصویر حقیقی $A''B''$ را ایجاد خواهد نمود.



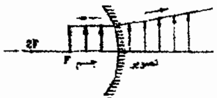
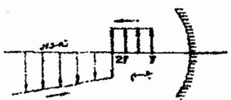
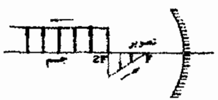
$$\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}\Rightarrow\frac{۱}{۳۰}=\frac{۱}{۴۵}+\frac{۱}{q}\Rightarrow q=+۹۰\ \mathrm{cm}$$ (آینه مقعر)

$$\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}\Rightarrow\frac{۱}{-۳۰}=\frac{۱}{-۱۵}+\frac{۱}{q}\Rightarrow q=+۳۰$$ (آینه محدب)

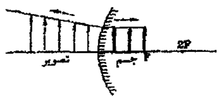
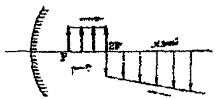
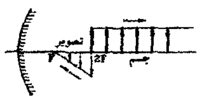
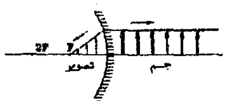
۶.۵ جمع بندی

در دو جدولی که از نظرشما می‌گذرد سعی کرده‌ایم به اختصار مشخصات تصاویر و نکات مربوط در آینه‌های کروی را بیان کنیم بدین منظور جسمی را یکبار در مقابل آینه محدب وباردیگر در مقابل آینه مقعر حرکت داده و وضعیت تصویر بررسی می‌شود،جدول اول با فرض جسم حقیقی و جدول دوم با فرض جسم مجازی تنظیم شده‌اند.

جدول ۱ - مشخصات تصویر در آینه‌های کروی با فرض جسم حقیقی

نوع آینه	محل جسم	محل تصویر	نوع تصویر حقیقی/مجازی	تصویر مستقیم / وارونه	اندازه تصویر	سرعت تصویر نسبت به سرعت جسم	جهت حرکت تصویر نسبت به حرکت‌جسم	با دور کردن جسم از آینه بزرگنمایی تصویر...	توضیحات
محدب	ازآینه‌تابی‌نهایت	از آینه تا کانون	مجازی	مستقیم	کوچکتر	کمتر	خلاف جهت	کم می‌شود	
مقعر	ازآینه‌تاکانون	ازآینه‌تابی‌نهایت	مجازی	مستقیم	بزرگتر	بیشتر	خلاف جهت	زیاد می‌شود	
	ازکانون‌تامرکز	ازبی‌نهایت‌تامرکز	حقیقی	وارونه	بزرگتر	بیشتر	خلاف جهت	کم می‌شود	
	ازمرکزتابی‌نهایت	ازمرکزتاکانون	حقیقی	وارونه	کوچکتر	کمتر	خلاف جهت	کم می‌شود	

جدول ۲ - مشخصات تصویر در آینه‌های کروی با فرض جسم مجازی

نوع آینه	محل جسم	محل تصویر	نوع تصویر حقیقی/مجازی	تصویر مستقیم / وارونه	اندازه تصویر	سرعت تصویر نسبت‌به سرعت جسم	جهت حرکت تصویر نسبت به حرکت جسم	با دور کردن جسم از آینه بزرگنمایی تصویر..	توضیحات
محدب	ازآینه تاکانون	ازآینه تابی‌نهایت	حقیقی	مستقیم	بزرگتر	بیشتر	خلاف‌جهت	زیاد می‌شود	
	ازکانون تامرکز	ازبی‌نهایت تامرکز	مجازی	وارونه	بزرگتر	بیشتر	خلاف‌جهت	کم می‌شود	
	ازمرکز تابی‌نهایت	ازمرکز تاکانون	مجازی	وارونه	کوچکتر	کمتر	خلاف‌جهت	کم می‌شود	
مقعر	ازآینه تابی‌نهایت	ازآینه تاکانون	حقیقی	مستقیم	کوچکتر	کمتر	خلاف‌جهت	کم می‌شود	

نکته ۱: هرگاه نوع جسم و نوع تصویر از لحاظ حقیقی یا مجازی بودن یکسان باشد، تصویر وارونه خواهد بود، و بالعکس.

جسم حقیقی و تصویرحقیقی	تصویر وارونه است
جسم مجازی و تصویر مجازی	
جسم حقیقی و تصویر مجازی	تصویر مستقیم است
جسم مجازی و تصویر حقیقی	

نکته۲: جهت حرکت جسم و تصویر همواره در خلاف جهت یکدیگر می‌باشد.

نکته ۳: هرگاه اندازه تصویر از جسم کوچکتر باشد، سرعت حرکت تصویر از جسم کمتر و هرگاه اندازهٔ تصویر از جسم بزرگتر باشد،سرعت حرکت تصویر از جسم بیشتر می‌باشد.

نکته ۴: هرگاه جسم حقیقی باشد، نوع تصویر در آینه محدب همواره مجازی و هرگاه جسم مجازی باشد، نوع تصویر در آینه مقعر همواره حقیقی خواهد بود.

نکته ۵: هرگاه جسم حقیقی باشد، نوع تصویر در آینه مقعر می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد نیز هرگاه جسم مجازی باشد، نوع تصویر در آینه محدب می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد.

با توجه به اینکه اکثر مسائل در مورد اجسام حقیقی مطرح می‌شود لذا توجه خود را به جدول اول متمرکز می‌نماییم. سه نکته‌ای که در ذیل می‌آید در حالتی صادق هستند که جسم حقیقی باشد:

نکته ۱: تصویرِ مجازی، همواره مستقیم و تصویرِ حقیقی، همواره وارونه می‌باشند.

نکته۲: در آینه محدب هر چه تصویر از آینه دورتر باشد، کوچکتر است و در آینه مقعر هرچه تصویر از آینه دورتر باشد، بزرگتر است.

نکته۳: در مورد تصویر چهار حالت متصور می‌باشد:

۱. تصویرحقیقی بزرگتر
۲. تصویر حقیقی کوچکتر
۳. تصویر مجازی بزرگتر
۴. تصویر مجازی کوچکتر

از چهارحالت فوق، سه حالت اول در آینه مقعر و حالت چهارم در آینه محدب پدید می‌آیند، لذا در حالتی که تصویر از جسم کوچکتر باشد آینه می‌تواند هم محدب باشد و هم مقعر، بدین ترتیب که اگر تصویر مجازی باشد آینه محدب و اگر حقیقی باشد آینه مقعر خواهد بود و در

حالتی که تصویر از جسم بزرگتر باشد نوع آینه حتماً مقعر می‌باشد، که در اینصورت تصویر می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد.

مثال ۵-۱۲ آینه مقعری با فاصله کانونی ۱۰ سانتیمتر از جسمی، تصویری دو برابر اندازهٔ جسم ایجاد کرده است، مطلوبست تعیین فاصله جسم و تصویر از آینه.

حل. مطابق نکتهٔ ۳ برای حل مسئله دو حالت قابل تصور می‌باشد، یکی اینکه تصویر حقیقی باشد و دیگری اینکه تصویر مجازی باشد، لذا داریم:

$$m = |\frac{f}{p-f}|$$

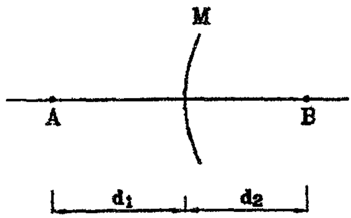
$$\frac{f}{p-f} = ۲ \Rightarrow \quad \frac{۱۰}{p-۱۰} = ۲ \quad \Rightarrow p = ۱۵\,\text{cm}, q = ۳۰\,\text{cm}$$

$$\frac{f}{p-f} = -۲ \Rightarrow \quad \frac{۱۰}{p-۱۰} = -۲ \quad \Rightarrow p = ۵\,\text{cm}, q = -۱۰\,\text{cm}$$

مثال ۵-۱۳ مطابق شکل زیر، آینه M قسمتی از سطح یک پوستهٔ کروی نازک است که هر دو طرف آن بازتاباننده است،از نقطه نورانی A تصویر مجازی B تشکیل می‌شود،اگر یک نقطه نورانی در B قرار دهیم،کدام گزینه دربارهٔ نوع و فاصلهٔتصویر آن از آینه (d) درست است؟ (مرحله اول یازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۶)

الف) حقیقی، $d = ۲d_۱$ ب) مجازی، $d = d_۲$ ج) مجازی، $d = d_۱$

د) حقیقی، $d = ۲d_۲$ ه) حقیقی، در شرایط معینی $d = d_۲$



حل. گزینه (ج) صحیح است، توجه کنید که رابطهٔ $\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q}$ نسبت به p و q متقارن است، یعنی اگر ما جای p و q را عوض کنیم رابطه همچنان برقرار خواهد بود، یعنی اگر ما در نقطه A جسمی را قرار دهیم و تصویر آن درنقطه B ایجاد شود، آنگاه اگر در نقطه B جسمی قرار داده شود تصویر آن حتماً در نقطه A خواهد بود. با توجه به این نکته، نقطه B تصویر مجازی A در آینه محدب است، لذا باید یک جسم مجازی در نقطه B قرار دهیم تا تصویر حقیقی آن در آینه محدب در نقطه

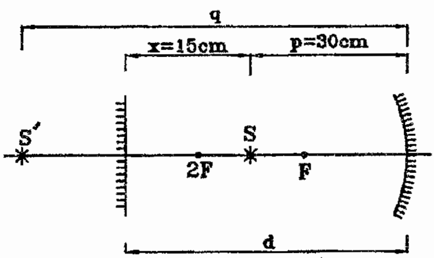
A تشکیل شود، نیز می‌توان به جای این کار یک جسم حقیقی در نقطهٔ B قرار دارد تا تصویر مجازی آن در آینه مقعر در نقطه A ایجاد گردد. به روابط زیر توجه کنید:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{آینه محدب}: & \dfrac{۱}{-f} = \dfrac{۱}{d_۱} + \dfrac{۱}{-d_۲} \\ \text{آینه مقعر}: & \dfrac{۱}{f} = \dfrac{۱}{d_۲} + \dfrac{۱}{d}\end{array}\right\} \Rightarrow d = -d_۱$$

یعنی تصویر مجازی در فاصله $d_۱$ از آینه ایجاد می‌شود.

مثال ۵-۱۴ نقطه روشن S به فاصله ۳۰ سانتیمتر از آینه مقعری به شعاع انحنای ۴۰ سانتیمتر، بر روی محور اصلی آینه واقع است. آینه تختی در مقابل آینه مقعر قرار دارد، فاصلهٔ آینه تخت را از آینه مقعر چنان تعیین نمایید تا تصویر S در دو آینه بر خودش منطبق گردد.

حل. فرض کنید تصویر S درآینه تخت S' باشد، در اینصورت S' بعنوان یک جسم برای آینه مقعر خواهد بود:



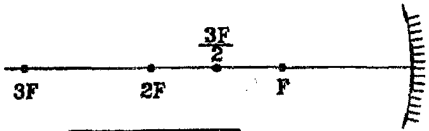
$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۲۰} = \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{q} \Rightarrow q = \frac{۲۰ \times ۳۰}{۳۰ - ۲۰} = ۶۰\ \text{cm}$$

$$x = \frac{۶۰ - ۳۰}{۲} = ۱۵\ \text{cm} \Rightarrow d = ۳۰ + ۱۵ = ۴۵\ \text{cm}$$

اگر فرض کنیم تصویر اول در آینه مقعر تشکیل شود و سپس تصویر در آینه تحت ایجاد شود، باز هم برای d مقدار ۴۵ سانتیمتر بدست خواهد آمد. (چرا؟)

۷.۵ نقاط مزدوج در آینه‌های کروی

هرگاه دو نقطه از محور اصلی آینه را چنان انتخاب نماییم که هرگاه جسم در یکی باشد تصویر در دیگری باشد، دو نقطه مزبوررا «نقاط مزدوج» نامند. بعنوان مثال نقاط $۳f, \frac{۳f}{۲}$ در آینه مقعر نقاط مزدوج هستند.



$$\boxed{\frac{1}{f}=\frac{1}{3f}+\frac{2}{3f}}$$

با توجه به تقارن رابطه $\frac{1}{q}+\frac{1}{p}=\frac{1}{f}$ نسبت به q, p، برای هر نقطه از محور اصلی می‌توان نقطه مزدوجی متناظر با آن یافت، اما اگر خود را به اجسام حقیقی محدود نماییم، یعنی تعریف نقاط مزدوج را اینگونه مطرح کنیم که هرگاه جسم حقیقی در یکی باشد، تصویر در دیگری باشد، آنگاه دیگر در آینه محدب نقاط مزدوج وجود نخواهد داشت و تنها برای نقاط خارج فاصله کانونی در آینه مقعر می‌توان نقطه مزدوج یافت. (چرا؟)

مثال ۵-۱۵ در آینه مقعری با فاصله کانونی ۳۰ سانتیمتر هرگاه فاصله بین نقاط مزدوج ۸۰ سانتیمتر باشد، مطلوبست تعیین محل نقاط مذکور.

حل.

$$p_۲ - p_۱ = ۸۰\ \mathrm{cm}$$

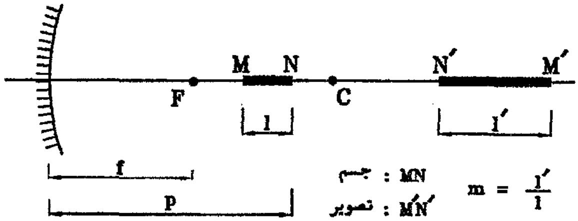
$$\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}\Rightarrow\frac{۱}{۳۰}=\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{p_۲}=\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{p_۱+۸۰}=\frac{۲p_۱+۸۰}{p_۱(p_۱+۸۰)}$$

$$\Rightarrow ۶۰p_۱+۲۴۰۰=p_۱^۲+۸۰p_۱$$

$$\Rightarrow p_۱^۲+۲۰p_۱-۲۴۰۰=۰\Rightarrow\begin{cases}p_۱=+۴۰\ \mathrm{cm}\Rightarrow p_۲=+۱۲۰\ \mathrm{cm}\\ p_۱=-۶۰\ \mathrm{cm}\ \text{غیر قابل قبول}\end{cases}$$

۸.۵ بزرگنمایی طولی

در بخش ۳.۵ بزرگنمایی را در آینه‌های کروی تعریف کردیم و آن را با حرف m نمایش دادیم این بزرگنمایی در واقع بزرگنمایی عرضی است که بیان می‌دارد، اندازه تصویر در راستای عمود بر محور اصلی، نسبت به اندازه جسم در راستای عمود بر محور اصلی، چند برابر شده است. حال در این قسمت با کمیت بزرگنمایی طولی که آن را با حرف m_l نمایش می‌دهیم، آشنا خواهید شد. بزرگنمایی طولی بیان می‌دارد، اندازه تصویر در راستای محور اصلی نسبت به اندازهٔ جسم در راستای محور اصلی چند برابر شده است، در ادامه برای محاسبه m_l رابطه‌ای به دست خواهیم آورد:



$$\text{برای نقطه } M \quad : \quad \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \quad \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p-l} + \frac{۱}{q_۱} \quad \Rightarrow q_۱ = \frac{(p-l)f}{(p-l)-f}$$

$$\text{برای نقطه } N \quad : \quad \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \quad \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q_۲} \quad \Rightarrow q_۲ = \frac{pf}{p-f}$$

$$l' = q_۱ - q_۲ = \frac{(p-l)f}{(p-l)-f} - \frac{pf}{p-f}$$

$$= \frac{(p-l)pf - (p-l)f^۲ - (p-l)pf + pf^۲}{(p-f-l)(p-f)} = \frac{lf^۲}{(p-f-l)(p-f)}$$

$$\boxed{m_l = \frac{l'}{l} = \frac{f^۲}{(p-f-l)(p-f)}}$$

در رابطه فوق هرگاه $l \ll p-f$ باشد در اینصورت می‌توان از l در مقابل $p-f$ صرفنظر نمود و خواهیم داشت:

$$m_l = \frac{f^۲}{(p-f)} = (\frac{f}{p-f})^۲ = m^۲ \Rightarrow \boxed{m_l = m^۲}$$

یعنی دراین حالت بزرگنمایی طولی با مجذور بزرگنمایی عرضی برابر خواهد بود.

مثال ۵-۱۶ ثابت کنید تصویر یک مکعب کوچک واقع در مرکز انحنای آینه مقعر، یک مکعب خواهد بود.

حل. می‌دانیم بزرگنمایی عرضی، وقتی جسم در مرکز انحنای آینه باشد، برابر واحد است لذا خواهیم داشت:

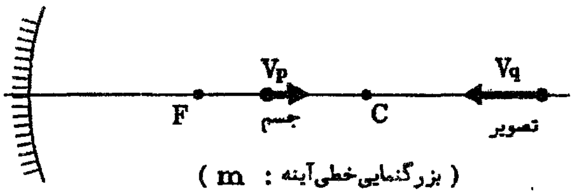
$$\left.\begin{array}{l} m = \frac{q}{p} = \frac{۲f}{۲f} = ۱ \\ m_l = m^۲ = ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow m_l = m$$

هنگامی که بزرگنمایی طولی وعرضی برابر واحد باشند، تصویر مکعب دقیقاً با خود مکعب برابر است.

۹.۵ بررسی سرعت حرکت جسم و تصویر در آینه‌های کروی:

در این قسمت با فرض ساکن بودن آینه کروی و حرکت جسم و تصویر در راستای محور اصلی، رابطه‌ای بین سرعت جسم و تصویر ارائه می‌گردد:

$$\boxed{V_q = -m^۲ V_p}$$



(بزرگنمایی‌خطی‌آینه : m)

پرسش: آیا می‌توانید به‌کمک رابطهٔ بزرگنمایی طولی که در بخش ۵ـ۷ بدست آوردیم ($m_l = m^۲$)، رابطهٔ بین سرعت حرکت جسم و تصویر در آینه‌های کروی را اثبات نمایید.

نکته۱: مطابق رابطه $V_q = -m^۲ V_p$، جسم و تصویر همواره در خلاف جهت یکدیگر حرکت خواهند کرد.

نکته ۲: مطابق رابطه $V_q = -m^۲ V_p$ هرگاه تصویر از جسم بزرگتر باشد ($m > ۱$) سرعت تصویر از سرعت جسم بیشتر خواهد بود ($V_q > V_p$) و هرگاه تصویر از جسم کوچکتر باشد($m < ۱$) سرعت تصویر از سرعت جسم کمتر خواهد بود ($V_q < V_p$).

مثال ۵-۱۷ فرض کنید جسمی با سرعت ثابت v برروی محور اصلی آینه محدبی به آینه نزدیک می‌شود در لحظه‌ای که جسم در فاصله f از آینه قرار دارد سرعت تصویر چه مقدار می‌باشد؟

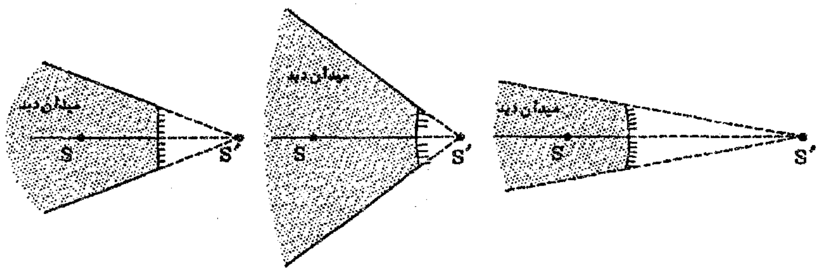
حل.

$$m = |\frac{f}{a}| = |\frac{-f}{p-(-f)}| = |\frac{-f}{f+f}| = \frac{۱}{۲}$$
$$V_q = -m^۲ V_p = -(\frac{۱}{۲})^۲ \times v = \frac{-v}{۴}$$

۱۰.۵ میدان دید در آینه‌های کروی

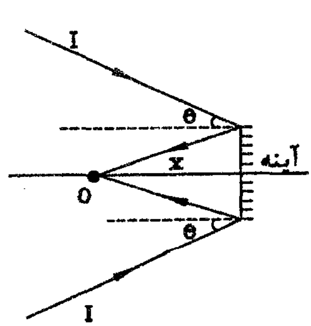
میدان دید برای ناظر S دریک آینهٔ مشخص، ناحیه‌ای از فضای اطراف است که وی می‌تواند آن را در آینه مشاهده نماید. در شکل زیر به منظور مقایسه، میدان دید را برای ناظر S که با فاصله مشخص

p یکبار در مقابل آینه تخت و بار دیگر در مقابل آینه محدب و در نهایت درمقابل آینه مقعر ایستاده است، بررسی کرده‌ایم. روش عمل به‌این صورت است که ابتدا تصویر S را در آینه یعنی نقطهٔ S' را به دست آورده، سپس از S' به دو سر آینه خطی ترسیم می‌نماییم:

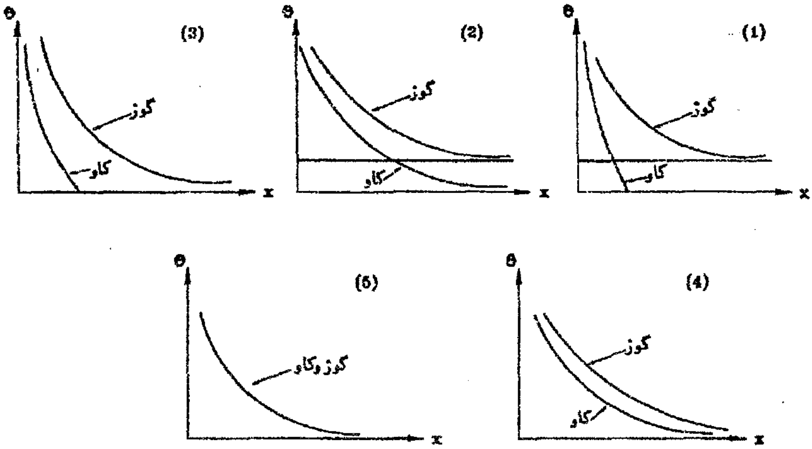


نکته: همانگونه که در اشکال فوق مشخص است میدان دید در آینه‌های محدب نسبت به سایر آینه‌ها وسیعتر می‌باشد، به همین دلیل آینه‌های محدب را در اتومبیل‌ها و نیز در سرپیچ جاده‌ها بکار می‌برند، در مقابل آینه‌های مقعر که دارای بزرگنمایی بزرگتر از واحد می‌باشند، در دندانپزشکی و همچنین در کوره‌های آفتابی بکار می‌روند.

مثال ۵-۱۸ ناظر O مطابق شکل روی محور یک آینه کروی و به فاصلهٔ x از آن قرار دارد. فرض کنید آخرین پرتوی که پس از باز تاب از لبهٔ آینه به چشم ناظر می‌رسد I باشد. زاویهٔ این پرتو با محور اصلی θ است. میدان دید برای این ناظر با زاویه‌ی θ مشخص می‌شود. نمودار تغییرات θ بر حسب x، برای آینهٔ گوژ (محدب) و کاو(مقعر) را در نظر بگیرید. کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمودار درست را در تقریب پیرامحوری را نشان می‌دهد؟



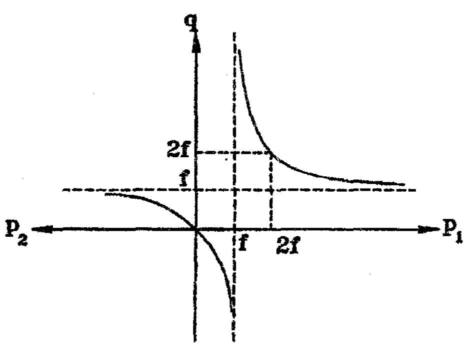
(منظور از تقریب پیرامحوری، در نظر گرفتن پرتوهایی است که نزدیک محور اصلی قرار دارند و زاویه‌ی آنها با محور اصلی کوچک است.) (مرحله اول سیزدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۸)



حل. گزینه (الف) صحیح است. چه در مورد آینه محدب و چه در مورد آینه مقعر هرگاه ناظر به آینه بسیار نزدیک شود ($x \to 0$) زاویه θ حداکثر مقدار خود را خواهد داشت که این نکته در هر ۵ نمودار رعایت شده است. حال در مورد آینه مقعر با بزرگ شدن x وقتی $x = f$ شود، θ برابر صفر می‌شود ($\theta = 0$)، و در مورد آینه محدب وقتی x بسیار بزرگ شود ($x \to \infty$)، θ به یک حد مشخصی خواهد رسید. با این توضیحات گزینه (الف) صحیح خواهد بود.

۱۱.۵ نمودار $p - q$ برای آینه‌های کروی

در نمودار نشان داده شده در شکل زیر هرگاه q را در برابر p_1 در نظر بگیریم، نمودار فاصله تصویر در برابر فاصله جسم را برای آینه‌های مقعر خواهیم داشت و هرگاه q را در برابر p_2 در نظر بگیریم، نمودار فاصله تصویر در برابر فاصله جسم را برای آینه‌های محدب خواهیم داشت. این نمودار جسم مجازی را نیز در بر دارد.



نکته ۱: در مورد آینه مقعر نقاط $(2f, 2f)$، $(0, 0)$ تنها نقاط متعلق به نمودار هستند، که در آنها q, p

با هم برابر می‌باشند. و در مورد آینه محدب نقاط $(\circ, \circ), (-\text{۲}f, -\text{۲}f)$ تنها نقاطی هستند که در آنها q, p با هم برابر می‌باشند.

نکته ۲: هم در مورد آینه مقعر و هم در مورد آینه محدب وقتی p به سمت $\pm\infty$ میل کند، q به سمت f میل خواهد کرد.

نکته ۳: در مورد آینه مقعر وقتی p برابر $+f$ شود، q به سمت بی‌نهایت می‌رود.

نکته ۴: در مورد آینه محدب وقتی p برابر $-f$ شود، q به سمت بی‌نهایت می‌رود.

مسائل حل شده

۱. جسمی را مقابل آینه مقعری به شعاع ۳۰ سانتیمتر قرار می‌دهیم، هرگاه طول تصویر حقیقی ایجاد شده در آینه سه برابر طول جسم باشد، فاصلهٔ جسم از آینه را محاسبه کنید.

حل. چون تصویر ایجاد شده، حقیقی و بزرگتر می‌باشد، لذا جسم حتماً در فاصلهٔ بین کانون تا مرکز آینه واقع است.

$$f = \frac{r}{۲} = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵\,\mathrm{cm}$$

$$m = \left|\frac{f}{p-f}\right| = ۳ \;\Rightarrow \frac{۱۵}{p-۱۵} = ۳ \;\Rightarrow ۳p - ۴۵ = ۱۵$$

$$\Rightarrow ۳p = ۶۰ \qquad \Rightarrow p = ۲۰\,\mathrm{cm}$$

۲. جسمی مقابل آینه مقعری به فاصلهٔ کانونی ۱۰ سانتیمتر قرار دارد، هرگاه فاصلهٔ این جسم از تصویر مجازی خود در آینه برابر ۱۵ سانتیمتر باشد، فاصلهٔ جسم از آینه را بدست آورید.

حل. در این حالت جسم لزوماً در فاصلهٔ کانونی آینه قرار دارد، همچنین p مثبت و q منفی می‌باشد و تصویر در پشت آینه تشکیل می‌گردد، لذا خواهیم داشت:

$$p - q = ۱۵\,\mathrm{cm} \Rightarrow q = p - ۱۵$$

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{p-۱۵} \Rightarrow \frac{۲p-۱۵}{p(p-۱۵)} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۲۰p - ۱۵۰ = p^۲ - ۱۵p \Rightarrow p^۲ - ۳۵p + ۱۵۰ = ۰$$

$$\Rightarrow p = \frac{۳۵ \pm \sqrt{۳۵^۲ - ۴\times۱۵۰}}{۲} = \frac{۳۵\pm۲۵}{۲} = \begin{cases} ۵\,\mathrm{cm} \\ ۳۰\,\mathrm{cm} \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

همانطورکه بیان شد، چون از جسم تصویر مجازی ایجاد شده است، لذا جسم لزوماً در فاصله کانونی آینه قرار دارد و جواب $p = ۳۰\,\mathrm{cm}$ غیرقابل قبول خواهد بود. زیرا این جواب مربوط به حالتی است که از جسم تصویر حقیقی ایجاد گردد.

۳. جسمی به فاصله $p_۱$ از آینه مقعری با فاصله کانونی $f = ۴۰\,\mathrm{cm}$ قرار دارد. هرگاه جسم را ۲۰ cm به آینه نزدیک نمائیم، تصویر ۴۰ cm از آینه دور می‌شود. مقدار $p_۱$ را محاسبه نمایید.

حل. فاصله جسم و تصویر از آینه را در حالت اول $q_۱, p_۱$ و در حالت دوم $q_۲, p_۲$ در نظر می‌گیریم. در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} p_1 - p_2 = 20 \text{ cm} \\ q_2 - q_1 = 40 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \Rightarrow q_2 = \frac{40p_2}{p_2 - 40} = \frac{40(p_1 - 20)}{p_1 - 60}$$

$$q_1 = q_2 - 40 = \frac{40(p_1 - 20)}{p_1 - 60} - 40$$

$$= \frac{40p_1 - 800 - 40p_1 + 2400}{p_1 - 60} = \frac{1600}{p_1 - 60}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{p_1} + \frac{p_1 - 60}{1600} \Rightarrow 40 = \frac{1600}{p_1} + p_1 - 60$$

$$\Rightarrow 40p_1 = 1600 + p_1^2 - 60p_1 \Rightarrow p_1^2 - 100p_1 + 1600 = 0$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{100 \pm \sqrt{3600}}{2} = \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 80 \text{ cm} \end{cases}$$

۴. طول تصویر تشکیل شده در یک آینه مقعر $\frac{1}{4}$ طول جسم است، اگر جسم را به اندازه ۵ سانتیمتر به آینه نزدیک کنیم، طول تصویر نصف طول جسم می‌شود، فاصله کانونی آینه را بدست آورید.

حل.

$$m_1 = \frac{f}{a_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow a_1 = 4f, \qquad m_2 = \frac{f}{a_2} = \frac{f}{a_1 - 5} = \frac{1}{2}$$

در نتیجه : $\frac{f}{4f - 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4f - 5 = 2f$

$$\Rightarrow 2f = 5 \Rightarrow f = 2{,}5 \text{ cm}$$

۵. هرگاه فاصله جسمی را از آینه‌ای سه برابر کنیم، بزرگنمایی در حالت دوم سه برابر حالت اول می‌شود. بزرگنمایی در حالت دوم چقدر می‌باشد؟

حل. فاصله جسم از آینه را در حالت اول p و در حالت دوم $3p$ در نظر می‌گیریم، هرگاه فاصله کانونی آینه برابر f باشد، خواهیم داشت:

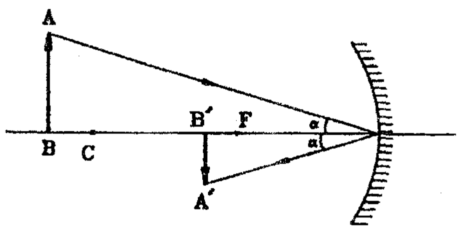
$$m_1 = |\frac{f}{p-f}|, m_2 = |\frac{f}{3p-f}|$$
$$m_2 = 3m_1 \Rightarrow |\frac{f}{3p-f}| = 3 \times |\frac{f}{p-f}|$$
(حالت اول) $$\frac{f}{3p-f} = \frac{3f}{p-f} \Rightarrow p-f = 3\times(3p-f)$$
$$\Rightarrow p-f = 9p-3f \Rightarrow p = \frac{f}{4} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = |\frac{f}{\frac{f}{4}-f}| = \frac{4}{3} \\ m_2 = |\frac{f}{\frac{3f}{4}-f}| = 4 \end{cases}$$
(حالت دوم) $$\frac{f}{3p-f} = \frac{-3f}{p-f} \Rightarrow p-f = -3(3p-f)$$
$$\Rightarrow p-f = -9p+3f \Rightarrow p = \frac{2f}{5} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = |\frac{f}{\frac{2f}{5}-f}| = \frac{5}{3} \\ m_2 = |\frac{f}{\frac{6f}{5}-f}| = 5 \end{cases}$$

۶. بزرگی زاویه‌ای خورشید در حدود ۰٫۰۱ رادیان است، قطر ومساحت تصویر خورشید در آینه مقعری به شعاع ۲ متر چه مقدار خواهد بود؟

حل. می‌دانیم بزرگی زاویه‌ای جسم و تصویر آن در آینه‌های کروی از دید ناظری که بر راس آینه واقع است یکسان می‌باشد.

$$f = \frac{R}{2} = \frac{200}{2} = 100\ \text{cm}$$

می‌دانیم تصویر خورشید بر روی کانون تشکیل می‌شود، لذا خواهیم داشت:



$$\alpha \simeq \frac{A'B'}{q} \Rightarrow 0{,}01 = \frac{A'B'}{f} \Rightarrow A'B' = 0{,}01 \times 100 = 1\ \text{cm}$$
$$A = \pi r^2 = \pi \times (\frac{1}{2}^2) = \frac{\pi}{4} = 0{,}785\ \text{cm}^2$$

۷. جسمی را به فاصله p در دو حالت مقابل آینه‌های مقعری به فواصل کانونی $f_۲, f_۱$ قرار می‌دهیم، بزرگنمایی‌های $m_۲, m_۱$ حاصل می‌گردد، نسبت $\frac{f_۱}{f_۲}$ را محاسبه نمایید.

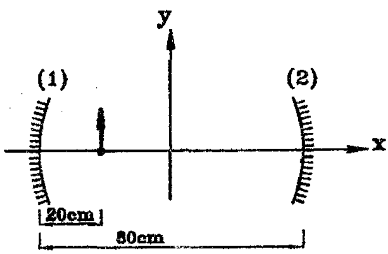
حل.

$$\left.\begin{aligned} m_۱ &= \left|\frac{f_۱}{p-f_۱}\right| \Rightarrow \frac{f_۱}{p-f_۱} = \pm m_۱ \Rightarrow p = \pm\frac{f_۱}{m_۱} + f_۱ \\ m_۲ &= \left|\frac{f_۲}{p-f_۲}\right| \Rightarrow \frac{f_۲}{p-f_۲} = \pm m_۲ \Rightarrow p = \pm\frac{f_۲}{m_۲} + f_۲ \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \pm\frac{f_۱}{m_۱} + f_۱ = \pm\frac{f_۲}{m_۲} + f_۲ \Rightarrow f_۱\left(\frac{\pm ۱ + m_۱}{m_۱}\right) = f_۲\left(\frac{\pm ۱ + m_۲}{m_۲}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{f_۱}{f_۲} = \frac{m_۱}{m_۲} \times \frac{m_۲ \pm ۱}{m_۱ \pm ۱}$$

۸. دو آینه مقعر با فواصل کانونی ۴۰ سانتیمتر به فاصله ۸۰ سانتیمتر مقابل هم قرار گرفته‌اند. هرگاه جسمی را در فاصله ۲۰ سانتیمتری یکی از آینه‌ها قرار دهیم، مکان تمامی تصاویر را به دست آورید.



حل. مکان تصاویر را با بدست آوردن مختصه x آنها تعیین می‌نماییم:

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۴۰} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow q = \frac{۴۰p}{p-۴۰}$$

I. هرگاه تصویر اول را در آینه (۱) در نظر بگیریم:

تصویر اول در آینه (۱) : $p_۱ = ۲۰\ \text{cm} \Rightarrow q_۱ = \frac{۴۰ \times ۲۰}{۲۰ - ۴۰} = -۴۰$

$$\Rightarrow x_۱ = -۸۰\ \text{cm}$$

تصویر دوم در آینه (۲) : $p_۲ = ۸۰ + ۴۰ = ۱۲۰\ \text{cm}$

$$\Rightarrow q_۲ = \frac{۴۰ \times ۱۲۰}{۱۲۰ - ۴۰} = ۶۰\ \text{cm} \Rightarrow x_۲ = -۲۰\ \text{cm}$$

تصویرسوم در آینه (۱) : $p_۳ = ۲۰\ \text{cm} \Rightarrow q_۳ = \frac{۴۰ \times ۲۰}{۲۰ - ۴۰} = -۴۰\ \text{cm}$

$$\Rightarrow x_۳ = -۸۰\ \text{cm}$$

همانطور که ملاحظه می‌گردد، تصویر دوم بر خود جسم منطبق شد و این بدان معناست که در یک دور بسته قرار گرفته‌ایم و همانطور که می‌بینیم تصویر سوم بر تصویر اول منطبق می‌شود و تصویر چهارم بر تصویر دوم منطبق خواهد شد و الی آخر. نتیجه می‌گیریم تمامی تصاویر در دو نقطهٔ $x = -۸۰ \text{ cm}, x = -۲۰ \text{ cm}$ واقع خواهند بود.

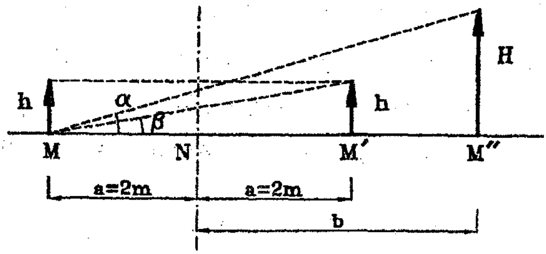
II. هرگاه تصویر اول را در آینه (۲) در نظر بگیریم:

$$\text{تصویر اول در آینه(۲)} : p_۱ = ۶۰ \text{ cm} \Rightarrow q_۱ = \frac{۴۰ \times ۶۰}{۶۰ - ۴۰} = ۱۲۰ \text{ cm}$$
$$\Rightarrow x_۱ = -۸۰ \text{ cm}$$
$$\text{تصویر دوم در آینه (۱)} : p_۲ = -۴۰ \text{ cm} \Rightarrow q_۲ = \frac{۴۰ \times (-۴۰)}{-۴۰ - ۴۰} = ۲۰ \text{ cm}$$
$$\Rightarrow x_۲ = -۲۰ \text{ cm}$$
$$\text{تصویر سوم در آینه(۲)} : p_۳ = ۶۰ \text{ cm} \Rightarrow q_۳ = \frac{۴۰ \times ۶۰}{۶۰ - ۴۰} = ۱۲۰ \text{ cm}$$
$$\Rightarrow x_۳ = -۸۰ \text{ cm}$$

همانطور که ملاحظه می‌گردد تصویر دوم بر خود جسم منطبق شد و این بدان معناست که در یک دور بسته قرار گرفته‌ایم و همانطور که می‌بینیم تصویر سوم بر تصویر اول منطبق می‌شود و تصویر چهارم بر تصویر دوم منطبق خواهد شد و الی آخر. نتیجه می‌گیریم تمامی تصاویر در دو نقطه $x = -۸۰^{cm}, x = -۲۰^{cm}$ واقع خواهد بود.

۹. شعاع یک آینه کروی کاو که در فاصله ۲ متری از صورت شخص می‌باشد، چقدر است در صورتیکه او تصویرش را ۱/۵ برابر بزرگتر از تصویر خود در آینه تختی که در همان فاصله از او قرار گرفته است ببیند؟

حل. چون در صورت سوال بیان شده است شخص تصویرش را در آینه مقعر ۱/۵ برابر بزرگتر از تصویر خود در آینه تخت می‌بیند، یعنی قطر ظاهری تصویر در آینه مقعر ۱/۵ برابر قطر ظاهری تصویر درآینه تخت می‌باشد. فرض نمایید شخص در نقطه M و آینه در نقطه N واقع باشد، اگر آینه تخت باشد، تصویر در نقطه M' واگر آینه مقعر باشد تصویر در نقطه M'' خواهد بود،در اینصورت خواهیم داشت:



$$\alpha = ۱/۵\beta \quad \overset{\text{با فرض زوایای کوچک}}{\Longrightarrow} \quad \tan\alpha = ۱/۵\tan\beta$$

$$\left.\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{H}{a+b} \\ \tan\beta &= \frac{h}{۲a} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{H}{a+b} = ۱/۵ \times \frac{h}{۲a} \qquad \text{رابطه (۱)}$$

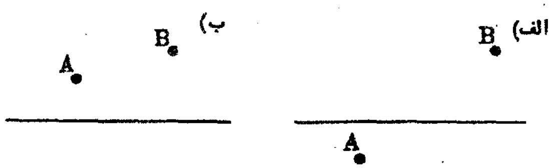
$$\text{بزرگنمایی خطی} : m = \frac{H}{h} = \frac{b}{a} \qquad \text{رابطهٔ (۲)}$$

$$(۱),(۲): \quad \frac{b}{a+b} = \frac{۳}{۴} \quad \Rightarrow b = ۳a \quad \Rightarrow m = \frac{b}{a} = ۳$$

$$\text{از طرف دیگر داریم} : \quad m = \frac{f}{f-a} \quad \Rightarrow ۳ = \frac{f}{f-a} \quad \Rightarrow ۳f - ۳a = f$$

$$\Rightarrow \quad f = \frac{۳}{۲}a \quad \Rightarrow r = ۳a \quad \Rightarrow r = ۳ \times ۲ = ۶\,\mathrm{m}$$

۱۰. در هرکدام از دو حالت نشان داده شده در شکل از A و B، یکی جسم و دیگری تصویر است، و خط رسم شده محور اصلی آینه کروی می‌باشد. مکان رأس آینه و مرکز انحنای آن را در هر حالت به کمک ترسیم به دست آورید.



حل. برای یافتن رأس آینه و مرکز انحنای آن به نکات زیر توجه نمایید:

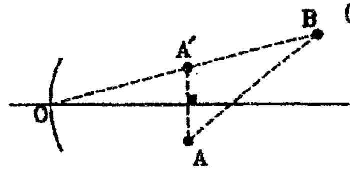
ـ می‌دانیم هرگاه پرتوی از مرکز انحنای آینه عبور کند، بر روی خود منعکس خواهد شد، لذا خط واصل بین نقاط B, A محور اصلی آینه را در مرکز انحنای آینه قطع خواهد کرد.

ـ می‌دانیم هرگاه پرتوی به رأس آینه بتابد و زاویه α با محور اصلی آینه بسازد، پرتو بازتابش یافته آن، در طرف دیگر محور اصلی با محور اصلی آینه زاویه α خواهد ساخت، لذا خط واصل بین نقطه B و قرینه A نسبت به محور اصلی، محور اصلی آینه را در راس آینه قطع خواهد

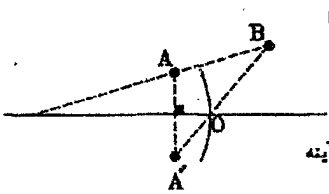
کرد (می‌توان به جای خط فوق‌الذکر خط واصل بین نقطه A و قرینه B نسبت به محور اصلی را مد نظر قرار داد)

به کمک نکات فوق در اشکال زیر به روش ترسیمی مکان راس آینه و مرکز انحنای آینه را بدست آورده‌ایم:

الف)



ب)



قابل ذکر می‌باشد در هر کدام از حالات فوق، ۴ وضعیت بدین شرح، مقابل تصور است:

الف) آینه مقعر، A جسم و B تصویر

ب) آینه مقعر، B جسم، A تصویر

ج) آینه محدب ، A، جسم B تصویر

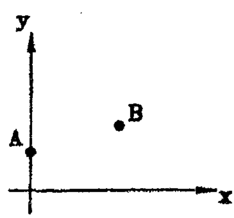
د) آینه محدب، B جسم، A تصویر.

حال سعی نمایید برای هر کدام از وضعیت‌های فوق‌الذکر و برای هر کدام از حالات الف و ب، نوع جسم ونوع تصویر را از لحاظ حقیقی یا مجازی بودن تعیین نمایید.

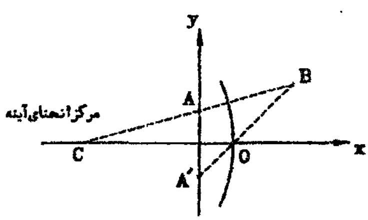
۱۱. محور اصلی یک آینه کروی محور x است و نقاط A و B که در شکل الف نشان داده شده است، به ترتیب در مختصات (۰ , ۲) و (۳ ,۵)قرار گرفته‌اند (طولها بر حسب سانتیمتر است)

الف) اگر A یک جسم حقیقی و B تصویر آن باشد، مختصات محل مرکز و راس آینه و نیز نوع آینه را مشخص کنید.

ب) اگر B یک جسم حقیقی و A تصویر آن باشد،مختصات محل مرکز و راس آینه و نیز نوع آینه را مشخص کنید. (مرحله دوم یازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۷)



شکل الف



شکل ب

حل.

الف) می‌دانیم هرگاه پرتوی از مرکز انحنای آینه عبور کند، برروی خودش منعکس خواهد شد، لذا مطابق شکل ب، خط واصل بین نقاط A و B محور اصلی آینه را در مرکز انحنای آینه قطع خواهد نمود.

$$\left.\begin{array}{l} A(\circ,\text{۲}) \\ B(\text{۵},\text{۳}) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{معادله خط} \quad : y = \frac{\text{۳}-\text{۲}}{\text{۵}-\circ}(x-\circ)+\text{۲} \quad \Rightarrow y = \frac{x}{\text{۵}}+\text{۲}$$

$$\text{تلاقی امتداد خط } AB \text{ با محور اصلی آینه} \quad : \quad \left.\begin{array}{l} y = \circ \\ y = \frac{x}{\text{۵}}+\text{۲} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \frac{x}{\text{۵}}+\text{۲} = \circ \quad \Rightarrow x = -\text{۱}\circ \text{ m}$$

ب) می‌دانیم هرگاه پرتوی به راس آینه بتابد و با محور اصلی آینه زاویه α بسازد، پرتو بازتابش یافته در طرف دیگر با محور اصلی آینه زاویهٔ α خواهد ساخت، لذا خط واصل بین نقطه B و قرینه نقطه A نسبت به محور اصلی آینه (A') محور اصلی را در راس آینه قطع خواهد نمود.

$$\left.\begin{array}{l} A'(\circ,-\text{۲}) \\ B(\text{۵},\text{۳}) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{معادله خط}: y = \frac{\text{۳}-(-\text{۲})}{\text{۵}-\circ}(x-\circ)-\text{۲} \quad \Rightarrow y = x-\text{۲}$$

$$\text{تلاقی خط } A'B \text{ با محور اصلی آینه} \quad : \quad \left.\begin{array}{l} y = \circ \\ y = x-\text{۲} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow x-\text{۲} = \circ \quad \Rightarrow x = \text{۲}^{m}$$

یعنی مرکز انحنای آینه در نقطه $C(-\text{۱}\circ,\circ)$ و راس آینه در نقطه $O(\text{۲},\circ)$ قرار دارد، حال در حالت (الف) که A جسم حقیقی و B تصویر می‌باشد، نوع آینه، مقعر و در حالت (ب) که B جسم حقیقی و A تصویر می‌باشد. نوع آینه، محدب است.

تمرین

۱. جسمی در ۳۰ سانتیمتری از یک آینه مقعر قرار دارد و تصویری که تشکیل می‌شود، حقیقی و سه برابر جسم است، شعاع انحنای آینه چند سانتیمتر می‌باشد؟
(جواب: ۵۰سانتیمتر)

۲. جسمی در چه فاصله از آینه محدبی قرار گیرد، تا طول تصویر تشکیل شده، $\frac{۱}{۳}$ طول جسم باشد؟ فاصله کانونی آینه ۱۵ سانتیمتر است.
(جواب: ۳۰ سانتیمتر)

۳. فاصلهٔ کانونی آینه مقعری را بیابید که از جسمی که در ۱۵ سانتیمتری آینه قرار گرفته، تصویری مجازی ۶ مرتبه بزرگتر تشکیل دهد.
(جواب: ۱۸ سانتیمتر)

۴. آینه مقعری تصویر جسمی را روی پرده تشکیل می‌دهد، هرگاه فاصله جسم از تصویر ۳۰ سانتیمتر و بزرگنمایی آینه ۴ باشد، فاصله کانونی آینه را محاسبه کنید.
(جواب: ۸ سانتیمتر)

۵. فاصله جسمی از تصویر مجازی آن ۶۰ سانتیمتر است، اگر بزرگنمایی خطی آینه در این حالت ۳ باشد، نوع آینه و شعاع انحنای آن را تعیین کنید.
(جواب: آینه مقعر، ۴۵ سانتیمتر)

۶. شعاع انحنای دو آینه مقعر و محدب با هم برابر می‌باشد، اگر دو شمع با طولهای یکسان را مقابل این دو آینه و به فاصلهٔ $\frac{f}{۲}$ از آنها قرار دهیم، طول تصویر در آینه مقعر چند برابر طول تصویر در آینه محدب خواهد بود؟
(جواب: ۳ برابر)

۷. جسمی به فاصله ۹ سانتیمتر از آینه محدبی به شعاع ۳۶ سانتیمتر قرار دارد، فاصله تصویر تا جسم را تعیین نمایید.
(جواب: ۱۵ سانتیمتر)

۸. جسمی که در فاصلهٔ ۱۲ سانتیمتری از آینه مقعری قرار دارد را به اندازهٔ ۴ سانتیمتر از آینه دور می‌کنیم، تصویر مجازی آن ۵۰ سانتیمتر تغییر مکان می‌دهد، فاصله کانونی آینه را تعیین کنید.
(جواب: ۲۰ سانتیمتر)

*۹ فاصله جسمی از تصویر حقیقی آن در آینه مقعری ۳۰ سانتیمتر است، اگر جسم را در محل

تصویر قرار دهیم، طول تصویر $\frac{۱}{۴}$ حالت قبل می‌گردد، فاصله کانونی آینه را تعیین کنید.
(جواب: ۲۰ سانتیمتر)

۱۰. دندانپزشکی برای دیدن تصویر بزرگ شدهٔ یک حفره، آینه کوچکی با فاصله کانونی ۱۲ میلیمتر را در فاصلهٔ ۹ میلیمتر از دندان نگه می‌دارد، بزرگنمایی خطی ایجاد شده چقدر است؟
(جواب: ۴)

۱۱* جسمی مقابل آینه مقعری به فاصله کانونی ۸ سانتیمتر قرار دارد، هرگاه فاصلهٔ این جسم از تصویر حقیقی خود در آینه برابر ۱۲ سانتیمتر باشد، فاصله جسم از آینه را بدست آورید.
(جواب: ۱۲ cm و ۲۴ cm)

۱۲. شعاع انحنای یک آینه همگرا ۴۰ سانتیمتر است، هرگاه جسمی به ارتفاع ۱۰ سانتیمتر را در فاصله ۵۰ سانتیمتری از آینه قرار دهیم، مکان تصویر و ارتفاع آن را بدست آورید.
(جواب: ۳۳٫۳ سانتیمتر و ۶٫۶۷ سانتیمتر)

۱۳. جسمی را در چه فاصله از آینه کروی به شعاع ۳۰ سانتیمتر قرار دهیم تا طول تصویر، ۳ برابر طول جسم باشد؟
(جواب: ۱۰ cm, ۲۰ cm)

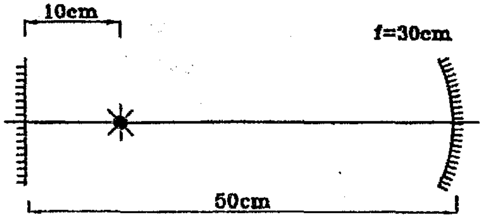
۱۴. یک آینه محدب و یک آینه مقعر روبروی هم و به فاصله ۰٫۸ متر از هم قرار دارند و محور اصلی آنها بر هم منطبق است، قدر مطلق شعاع انحنای هر یک از آینه‌ها ۴۰ سانتیمتر است، هرگاه چشمه نوری در فاصلهٔ x از آینه مقعر قرار داشته باشد:

الف) x چقدر باشد تا پرتوها پس از آنکه ابتدا از روی آینه محدب و پس از روی آینه مقعر بازتاب یافتند، روی چشمه جمع شوند؟

ب) اگر پرتوها ابتدا از روی آینه مقعر و سپس از روی آینه محدب بازتاب یابند و بر روی چشمه جمع شوند، x چقدر است؟

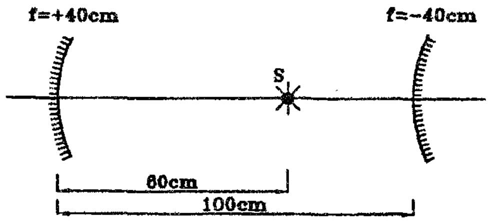
(جواب: ۹۴٫۶۴ سانتیمتر و ۲۵٫۳۶ سانتیمتر)

۱۵* یک آینه تخت به فاصله ۵۰ سانتیمتر در مقابل یک آینه مقعر با فاصله کانونی ۳۰ سانتیمتر قرار گرفته است. مکان جمیع تصاویری را که این سیستم از یک لامپ روشن کوچک که در فاصله ۱۰ سانتیمتری آینه تخت قرار دارد، تشکیل می‌دهد را بیابید.



*۱۶ دو آینه مقعر مشابه با فاصله کانونی f در مقابل هم و به فاصله $4f$ از یکدیگر قرار دارند، جسم روشنی را در کانون یکی قرار می‌دهیم، مکان تصاویر حاصله را به دست آورید.

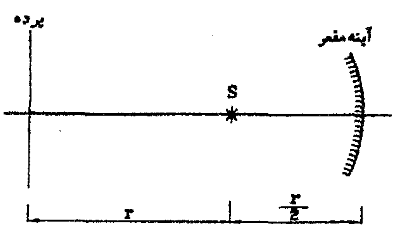
*۱۷ دو آینه کروی مقعر و محدب را مطابق شکل به فاصله ۱۰۰ سانتیمتر مقابل یکدیگر قرار می‌دهیم. مکان تمامی تصاویری را که از جسم S در دو آینه ایجاد می‌شوند را به دست آورید.



*۱۸ سه آینه کروی با فواصل کانونی f_1, f_2, f_3 در اختیار است. جلوی هر کدام جسمی قرار می‌دهیم، اگر بزرگنمایی تصویر در هر سه آینه برابر باشد و تصویر در آینه اول و سوم حقیقی ولی تصویر در آینه دوم مجازی باشد، نیز مجموع فواصل سه جسم از آینه‌ها برابر مجوع فواصل سه تصویر از آینه‌ها باشد. (یعنی: $p_1 + p_2 + p_3 = q_1 + q_2 + q_3$) ثابت نمایید:

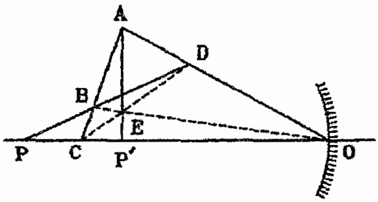
$$f_1 - f_2 + f_3 = 0$$

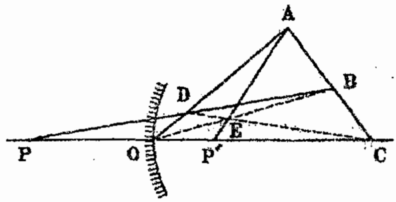
۱۹. نقطه روشنی در فاصله r از پرده‌ای قرار گرفته است و در مرکز پرده روشنایی E را ایجاد کرده است، اگر در طرف دیگر منبع نور و در فاصله $\frac{r}{2}$ از آن، آینه مقعری به شعاع r قرار دهیم، روشنایی در مرکز پرده چند برابر می‌شود؟



(جواب: ۵ برابر)

*۲۰ ثابت کنید که می‌توان بطریق زیر، تصویر یک نقطه را در آینه کروی بدست آورد: از نقطه دلخواه A به راس آینه (O) و به مرکز انحنای آینه (C) خطوطی رسم می‌کنیم،از محل جسم (P) نیز خط دلخواهی رسم می‌کنیم، فرض کنید این خط، پاره‌خطهای AO, AC را به ترتیب در نقاط D, B قطع کند، حال نقطه A را به محل تلاقی اقطار چهارضلعی $(BCOD)$ یعنی نقطه E وصل کرده، خط حاصل را امتداد می‌دهیم تا محور اصلی آینه را در نقطه P' قطع کند، P' تصویر نقطه P است.





*۲۱ در یک تلسکوپ، آینه‌ای کروی با شعاع انحنای ۲ متر بکار رفته است، در کانون اصلی آینه یک گیرنده تابشی به شکل قرص مدور قرار دارد،این قرص بر محور اپتیکی تلسکوپ عمود است،اگر قطر آینه ۵۰cm باشد، گیرنده باید چه اندازه‌ای داشته باشد تا تمام پرتوی که آینه منعکس می‌کند را دریافت کند؟ اگر اندازه گیرنده را $\frac{۱}{۸}$ برابر کنیم، چند بار کمتر پرتو دریافت می‌شود؟ تذکر: به هنگام محاسبه، برای x کوچک می‌توان ازتقریب $\sqrt{۱-x^۲} \approx ۱-\frac{x^۲}{۲}$ استفاده نمود.(چهارمین المپیاد بین المللی فیزیک، محل برگزاری: شوروی سابق)

فصل ششم

شکست نور

۱.۶ قوانین شکست نور

هرگاه یک پرتو نور که در محیط شفافی منتشر می‌شود، به محیط شفاف دیگری برسد که در آن سرعت نور متفاوت از محیط اول باشد، در سطح جداکننده دو محیط امتداد مسیر نور تغییر می‌کند. (بغیر از حالتی که پرتو نور عمود بر سطح جداکننده فرود آید)، این تغییر ناگهانی مسیر نور در مرز دو محیط را شکست نور نامند، اصطلاحات مربوط به‌این پدیده را در شکل زیر ملاحظه می‌نمایید.

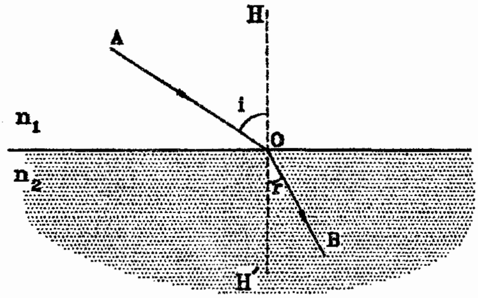
AO: پرتو تابش

OB: پرتو شکست

HH': خط عمود بر سطح شکست در نقطه تابش

$\angle i$: زاویه تابش

$\angle r$: زاویه شکست



قانون اول: پرتو تابش و پرتو شکست و خط عمود بر سطح شکست، هر سه در یک صفحه واقع هستند.

قانون دوم: برای دو محیط شفاف مشخص، نسبت سینوس زاویه تابش به سینوس زاویه شکست مقداری ثابت است، این قانون با رابطه اسنل-دکارت بیان می‌گرد:

$$\boxed{\frac{\sin \angle i}{\sin \angle r} = \frac{n_۲}{n_۱}}$$

در رابطه فوق $n_۲, n_۱$ به ترتیب ضریب شکست، محیط‌های اول و دوم می‌باشند، معمولاً ضریب شکست محیط‌های شفاف را نسبت به هوا می‌سنجند، در جدول زیر ضریب شکست چند محیط شفاف را ملاحظه می‌نمایید.

نوع ماده	ضریب شکست (n)
هوا	۱
آب	۱٫۳۳
شیشه کراون	۱٫۵۲
الماس	۲٫۴۲

نکته: از رابطه اسنل ـ دکارت مشخص است که هرگاه نور از محیط رقیق تر به محیط غلیظ‌تر برود پرتوها به خط عمود نزدیکتر می‌شوند و هرگاه نور از محیط غلیظ‌تر به محیط رقیق‌تر برود پرتوها از خط عمود دورتر می‌شوند.

مفهوم فیزیکی ضریب شکست: علت شکست نور به هنگام عبور از یک محیط به محیط دیگر، در واقع این است که سرعت نور در دو محیط مجاور هم متفاوت است. هویگنس ضمن بررسی نظریه موجی بودن نور نشان داد هرگاه $V_۲, V_۱$ به ترتیب سرعت نور در محیطهای اول ودوم باشند خواهیم داشت:

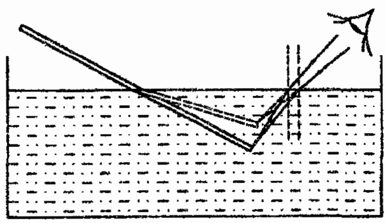
$$\boxed{\frac{\sin \angle i}{\sin \angle r} = \frac{V_۱}{V_۲}}$$

با مقایسه این رابطه با رابطه اسنل- دکارت مفهوم فیزیکی ضریب شکست روشن خواهد شد:

$$\text{ضریب شکست محیط شفاف} = \frac{\text{سرعت نور در خلأ}}{\text{سرعت نور در محیط شفاف}}$$

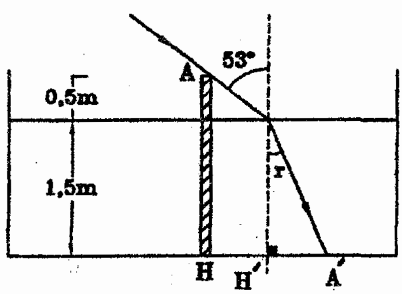
نکته: اثبات رابطه اسنل-دکارت در فصل اول کتاب در مسئله شماره ۲ بخش مسائل حل شده، تشریح شده است.

مثال ۶-۱ در شکل ترسیم شده نشان داده‌ایم که پرتوهای نور چگونه در سطح آب می‌شکنند و سبب می‌شوند که قطعه چوب در آب شکسته به نظر برسد.



مثال ۶-۲ تیری بطول ۲ متر بطور قائم برکف استخر آبی نصب شده است، ۰/۵ متر از این تیر بیرون آب است. آفتاب با زاویه ۵۳ درجه نسبت به خط قائم بر سطح آب می‌تابد. طول سایه‌ای که از تیر برکف استخر می‌افتد، چند دسی‌متر است؟ $(\sin 53^\circ = \frac{4}{5}, n = \frac{4}{3})$ (مرحله اول دوازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۷)

حل. مطابق شکل پرتوی که پس از شکست در سطح آب به نقطه A' می‌رسد، طول سایه‌تیر در کف استخر برابر HA' می‌باشد:

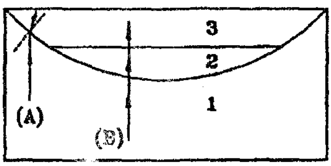


$$HA' = HH' + H'A'$$
$$HH' = ۰/۵ \times \tan ۵۳^\circ = ۰/۵ \times \frac{۴}{۳} = \frac{۲}{۳}\,\mathrm{m}$$
$$\frac{\sin r}{\sin ۵۳} = \frac{۱}{n} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \sin r = \frac{۳}{۴}\sin ۵۳ = \frac{۳}{۴} \times \frac{۴}{۵} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow r = ۳۷^\circ$$
$$H'A' = ۱/۵ \times \tan r = ۱/۵ \times \frac{۳}{۴} = \frac{۴/۵}{۴}\,\mathrm{m}$$
$$\Rightarrow HA' = \frac{۲}{۳} + \frac{۴/۵}{۴} = \frac{۸ + ۱۳/۵}{۱۲} = \frac{۲۱/۵}{۱۲} \simeq ۱/۸\,\mathrm{m} = ۱۸ \text{ دسی‌متر}$$

مثال ۶-۳ دو پرتو تک‌رنگ مشابه مطابق شکل از محیط (۱) می‌تابند، با توجه به نحوه عبور نور از هر سه محیط، کدامیک از روابط زیر دربارهٔ ضریب شکست‌ها درست است؟ (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) $n_۱ = n_۲ = n_۳$ ب) $n_۱ = n_۲, n_۲ > n_۳$

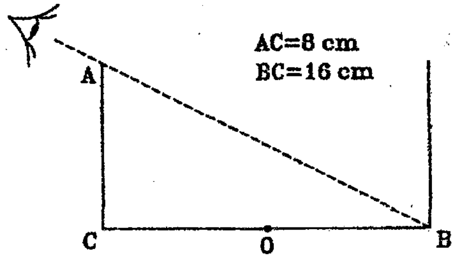
ج) $n_۱ = n_۲, n_۲ < n_۳$ د) $n_۲ = n_۳, n_۱ > n_۲$



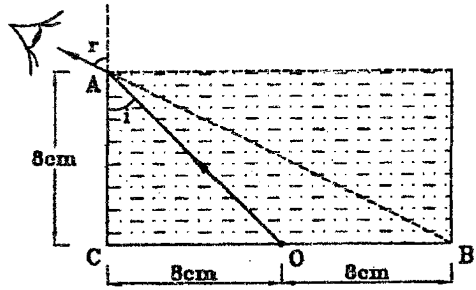
حل. گزینه (ج) صحیح است، پرتو (B) در گذر از محیط (۱) به (۲) تغییر مسیر نداده است، یعنی ضریب شکست محیط‌های (۱) و (۲) برابر می‌باشند ($n_۱ = n_۲$)، همچنین پرتو (B) در گذر از محیط (۲) و (۳) نیز تغییر مسیر نداده است، اما چون پرتو بر مرز دو محیط عمود می‌باشد، نتیجه خاصی نمی‌توان گرفت. پرتو (A) در گذر از محیط (۱) به (۳) به خط عمود نزدیکتر شده است، لذا ضریب شکست محیط (۳) از محیط (۱) بیشتر می‌باشد ($n_۳ > n_۱ = n_۲$)

مثال ۶-۴ مطابق شکل، چشم ناظر در وضعیتی قرار دارد که فقط می‌تواند پایین دیواره مقابل ظرف (نقطه B) را ببیند. ظرف را پر از مایعی می‌کنیم چنانکه ناظر در همان وضعیت قبل قادر به دیدن نقطه O وسط BC می‌شود، ضریب شکست نسبی مایع نسبت به هوا برابر است با: (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ب) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ج) $\sqrt{\frac{۸}{۵}}$ د) $\sqrt{\frac{۶}{۲}}$



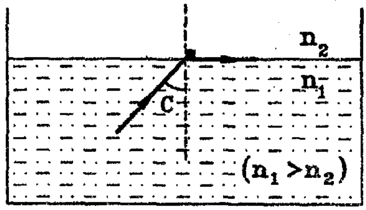
حل. گزینه (ج) صحیح است. در شکل زیر مسیری که پرتو از نقطه O تا چشم ناظر در حالی که ظرف پراز مایع می‌باشد، نشان داده شده است.



$$\sin i = \frac{۸}{\sqrt{۸^۲ + ۸^۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$
$$\sin r = \frac{۱۶}{\sqrt{۱۶^۲ + ۸^۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$
$$n = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{۴}{\sqrt{۱۰}} = \sqrt{\frac{۸}{۵}}$$

۲.۶ زاویه حد و بازتابش کلی

همانگونه که دیدیم، هنگامیکه پرتو نور از محیط غلیظ‌تر به محیط رقیق‌تر وارد می‌شود، زاویه آن با خط عمود بر سطح شکست، افزایش می‌یابد، لذا می توان زاویه تابشی را تصور نمود که به ازای آن زاویه شکست °۹۰ گردد، این زاویه را «زاویه حد» نامند، و اگر زاویه تابش از این مقدار فزونی یابد، سطح شکست همانند آینه تخت عمل نموده، این پرتوها را باز می‌تاباند، به این پدیده «بازتابش کلی» گویند.



$$n_۱ \sin c = n_۲ \sin ۹۰^\circ$$

$$\boxed{\sin c = \frac{n_۲}{n_۱}}$$

نکته: پدیده بازتابش کلی تنها درگذر نور از محیط غلیظ به محیط رقیق امکان وقوع می‌یابد.

نکته: بدون آنکه به کلیت بحث خللی وارد شود، می‌توان نسبت ضریب شکست محیط غلیظ به ضریب شکست محیط رقیق را بعنوان ضریب شکست نسبی محیط غلیظ نسبت به محیط رقیق تعریف نمود$(n = \frac{n_۱}{n_۲})$ و رابطه فوق را بصورت زیر نوشت:

$$\boxed{\sin c = \frac{۱}{n}}$$

مثال ۶-۵ زاویه حد را برای ورود نور از محیطی به ضریب شکست الف) ۲، ب) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$، ج) $\sqrt{۲}$ به هوا محاسبه نمایید.

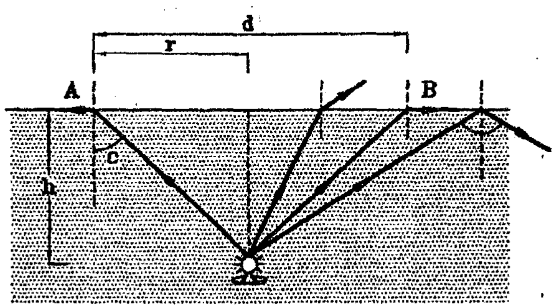
حل. الف) $\sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow c = ۳۰^\circ$

ب) $\sin c = \frac{۱}{n} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow c = ۶۰^\circ$

ج) $\sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow c = ۴۵^\circ$

مثال ۶-۶ لامپی را درعمق h در زیر سطح آب استخری قرار داده‌ایم، قرص دایره‌ای روشنی بر سطح آب ظاهر می‌گردد، هرگاه ضریب شکست آب n باشد، قطر این ناحیه روشن را محاسبه نمایید.

حل. فرض کنید B, A نقاطی باشند که نور با زاویه حد به آنها می‌تابد، لذا هرگاه نور در خارج ناحیه AB به سطح آب بتابد، بازتابش کلی می‌یابد.



$$r = h \times \tan c$$

$$\sin c = \frac{1}{n} \Rightarrow \tan c = \frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{1-(\frac{1}{n})^2}} = \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$$

$$r = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}} \Rightarrow d = 2r = \frac{2h}{\sqrt{n^2-1}}$$

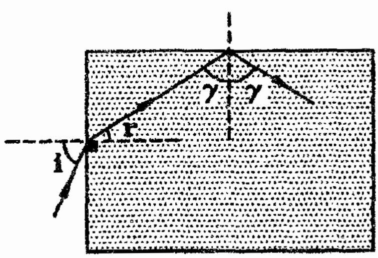
مثال ۶-۷ مطابق شکل یک پرتو نور به سطح قائم سمت چپ یک مکعب شیشه‌ای با ضریب شکست $n_2 = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ می‌تابد، فرض کنید مکعب بوسیله آب $(n_1 = \frac{4}{3})$ احاطه شده باشد، حداکثر زاویه تابش i چقدر می‌تواندباشد تا در سطح بالایی مکعب بازتابش کلی رخ دهد؟

حل.

اسنل- دکارت : $\sin i = \frac{n_2}{n_1} \sin r$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - r \Rightarrow \cos\gamma = \sin r$$

در نتیجه : $\sin i = \frac{n_2}{n_1} \cos\gamma$ رابطه (۱)



برای این که در سطح بالایی مکعب بازتابش کلی رخ دهد، باید زاویه γ از زاویه حد بزرگتر باشد:

$$\gamma \geq c \Rightarrow \cos\gamma \leq \cos c$$

$$\sin c = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \cos c = \sqrt{1-(\frac{n_1}{n_2})^2} = \frac{1}{n_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2}$$

در نتیجه : $\cos\gamma \leq \frac{1}{n_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2}$ رابطه (۲)

از مقایسه روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\sin i \le \frac{n_۲}{n_۱} \times \frac{۱}{n_۲}\sqrt{n_۲^۲ - n_۱^۲} = \frac{۱}{n_۱}\sqrt{n_۲^۲ - n_۱^۲}$$

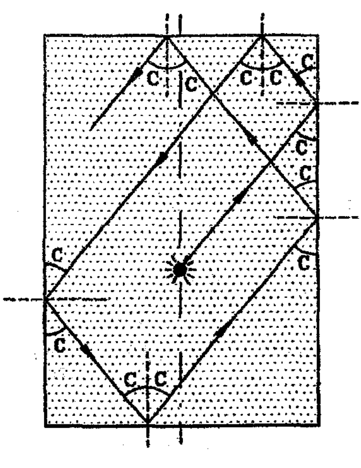
در نتیجه: $\sin i \le \frac{۳}{۴}\sqrt{\frac{۴\times ۵}{۹} - \frac{۱۶}{۹}} = \frac{۳}{۴}\times\frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow i_{\max} = ۳۰^\circ$

مثال ۶-۸ یک ظرف استوانه شکل که تمام سطح‌های درونی آن کاملاً بازتابنده است ، در اختیار داریم و آن را از مایعی به ضریب شکست n پرکرده‌ایم، یک منبع نورانی نقطه‌ای شکل درون مایع و روی محور استوانه قرار دارد.(هفتمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۲)

الف) نشان دهید که کسری از انرژی منبع نورانی که از سطح مایع خارج می‌شود، به فاصله منبع نورانی از سطح مایع بستگی ندارد.

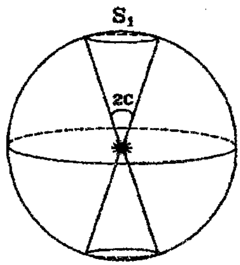
ب) کسر مزبور را حساب کنید.

حل. الف) در شکل مقابل یک پرتو نور که با زاویه حد c نسبت به محور استوانه تابانده می‌شود، ترسیم شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود این پرتو، همواره با زاویه حد c به سطح مایع برخورد می‌نماید، لذا تمام پرتوهایی که با زاویه‌ای بزرگتر از زاویه حد (c) نسبت به محور استوانه تابانده شوند، هرگز نمی‌توانند از سطح مایع خارج شوند، یعنی تنها پرتوهایی که درون یک مخروط به زاویه رأس $۲c$ قرار دارند می‌توانند از سطح مایع خارج شوند، لذا کسری از انرژی منبع نورانی که از سطح مایع خارج می‌شود به فاصله منبع نور از سطح مایع بستگی ندارد.



ب) $\eta = \dfrac{\text{انرژی خارج شده از سطح مایع}}{\text{کل انرژی}} = \dfrac{\text{مساحت دو عرقچین کروی}}{\text{مساحت کره}}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{s_1 + s_2}{s} = \frac{2s_1}{s}$$



می‌دانیم مساحت عرقچین کروی از رابطه $s_1 = 2\pi R^2(1 - \cos c)$ به‌دست می‌آید:

$$\left.\begin{array}{l} \eta = \dfrac{2 \times 2\pi R^2(1-\cos c)}{4\pi R^2} = 1 - \cos c \\ \sin c = \dfrac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \cos c = \sqrt{1 - \dfrac{1}{n^2}} \end{array}\right\} \Rightarrow \eta = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$$

۳.۶ تعمیم رابطه اسنل- دکارت

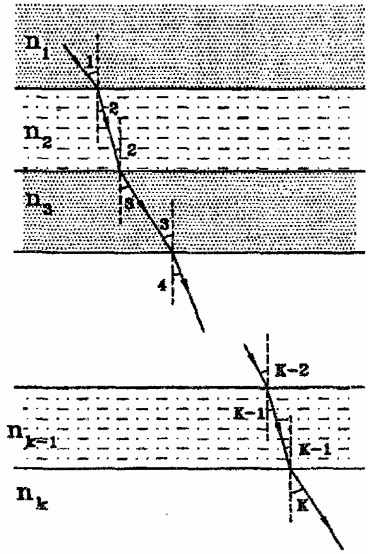
در بخش ۱.۶ پدیده شکست را در مرز مشترک دو محیط بررسی کردیم، حال فرض نمائید k محیط داریم که مرزهای مشترک آنها به موازات هم باشند، پرتو نوری که به محیط اول می‌تابد، اگر در ادامه مسیرش بازتابش کلی نیابد، در نهایت وارد محیط k ام می‌گردد و داریم:

$$\frac{\sin\angle a_1}{\sin\angle a_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \sin\angle a_1 = n_2 \sin\angle a_2$$
$$\frac{\sin\angle a_2}{\sin\angle a_3} = \frac{n_3}{n_2} \Rightarrow n_2 \sin\angle a_2 = n_3 \sin\angle a_3$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$\frac{\sin\angle a_{k-1}}{\sin\angle a_k} = \frac{n_k}{n_{k-1}} \Rightarrow n_{k-1} \sin\angle a_{k-1} = n_k \sin\angle a_k$$

در نتیجه: $n_1 \sin\angle a_1 = n_2 \sin\angle a_2 = n_3 \sin\angle a_3 = \cdots = n_k \sin\angle a_k$

در حالت کلی می‌توان نوشت:

$$\boxed{n_i \sin \angle i = n_j \sin \angle j}$$



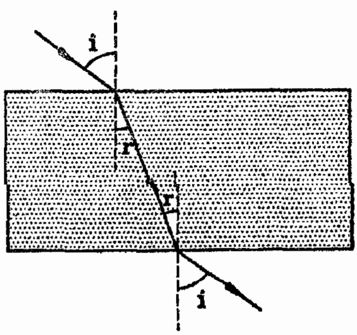
در رابطه فوق $\angle i$ اویه پرتو نور در محیط i ام و $\angle j$ زاویه پرتو نور در محیط $j\angle$ ام می‌باشد.

نکته: اگر نور در عبور از محیط‌های متوازی، از دو محیط با ضریب شکست‌های یکسان عبور نماید، زاویه پرتو نور با خط عمود در دو محیط مذکور با هم برابر خواهند بود.

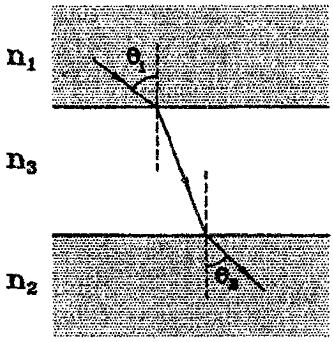
$$\left.\begin{array}{l} n_i \sin \angle i = n_j \sin \angle j \\ n_i = n_j \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \sin \angle i = \sin \angle j \Rightarrow \angle i = \angle j$$

بعنوان مثال در بخش ۶ـ۶ خواهیم دید، پرتو نور پس از خروج از تیغه متوازی‌السطوح به موازات امتداد اولیه خود خواهد بود.



نکته: همانگونه که از رابطه فوق مشخص است هرگاه زاویه نور در محیط اول مشخص باشد، زاویه نور در محیط k ام مستقل از جنس محیط‌های میانی می‌باشد، به‌شرط اینکه نور به محیط k ام رسیده باشد و در بین راه بازتابش کلی نیافته باشد.



مثال ۶-۹ محیط‌هایی با ضریب شکستهای n_1, n_2 مطابق شکل توسط لایه‌ای به ضریب شکست n_3 از هم جدا شده‌اند. باریکه نور تک رنگی با زاویه θ_1 از محیط n_1 به محیط n_3 می‌تابد و با زاویه θ_2 از سطح مشترک n_3 و n_2 وارد محیط n_2 می‌شود. لایه میانی به ضریب شکست n_3 را برداشته و لایه‌ای به همان ضخامت و ضریب شکست n'_3 به جای آن قرار می‌دهیم به طوری که $n'_3 > n_3$ باشد. در این صورت زاویه خروج برابر θ'_2 می‌شود. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟ (مرحله‌اول هشتمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۶)

الف) $\theta_2 > \theta'_2$ ب) $\theta_2 = \theta'_2$ ج) $\theta_2 < \theta'_2$

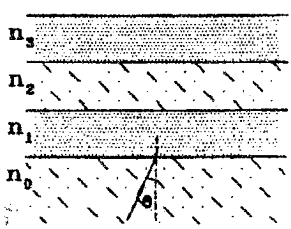
حل. گزینه (ب) صحیح است.

$$\left.\begin{array}{ll} n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 & \text{: تعمیم اسنل- دکارت در حالت اول} \\ n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta'_2 & \text{: تعمیم اسنل-دکارت در حالت دوم} \end{array}\right\} \Rightarrow \theta_2 = \theta'_2$$

مثال ۶-۱۰ پرتوی مطابق شکل با زاویه θ از محیطی به ضریب شکست n_0 به رشته‌ای از لایه‌ها با ضریب شکست‌های $n_1, n_2, \cdots, n_k$ می‌تابد، فرض کنید $n_0 > n_1 > n_2 > \cdots > n_k$ باشد، شرط آنکه پرتو بتواند وارد محیط k ام شود چیست؟ (مرحله اول سیزدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۸)

الف) $\sin\theta < \dfrac{n_k}{n_{k-1}}$ ب) $\sin\theta < \dfrac{n_k}{n_0}$

ج) $\sin\theta < \dfrac{n_k}{n_{k-1}} \cdot \dfrac{n_{k-2}}{n_{k-3}} \cdots \dfrac{n_1}{n_0}$ د) در هر صورت وارد می‌شود.



حل. گزینه (ب) صحیح است، با توجه به روابط مقابل و اینکه n_k از سایر ضریب شکست‌ها

کوچکتر می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که: $\theta_k > \theta_{k-1} > \cdots > \theta_2 > \theta_1 > \theta$

$$\begin{cases} n_0 \sin\theta = n_1 \sin\theta_1 \\ n_0 \sin\theta = n_2 \sin\theta_2 \\ \vdots \\ n_0 \sin\theta = n_k \sin\theta_k \end{cases}$$

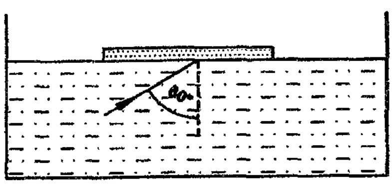
یعنی هرگاه $\theta_k < 90°$ باشد، نور حتماً می‌تواند به محیط k ام برسد:

$$\left.\begin{array}{l} n_0 \sin\theta = n_k \sin\theta_k \\ \theta_k < 90° \Rightarrow \sin\theta_k < 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad n_0 \sin\theta < n_k \Rightarrow \sin\theta < \frac{n_k}{n_0}$$

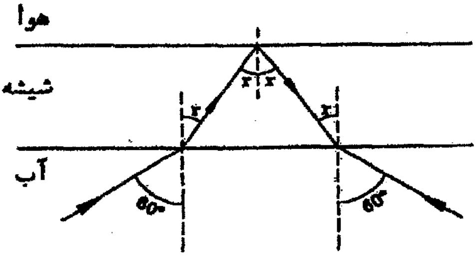
مثال ۶-۱۱ یک تیغه شیشه‌ای به ضریب شکست ۱/۵ را مماس بر سطح آب نگه می‌داریم، پرتو تکرنگی مطابق شکل از آب به سطح تیغه می‌تابد، کدام بیان در مورد این پرتو درست است؟ (اولین المپیاد فیزیک ایران- ۱۳۶۶)

الف) با زاویه ۶۰ درجه وارد هوا می‌شود ب) با زاویه ۶۰ درجه مجدداً از شیشه وارد آب می‌شود.
ج) با زاویه بزرگتر از ۶۰ وارد هوا می‌شود د) با زاویه کوچکتر از ۶۰ وارد هوا می‌شود.

$n_1 = \frac{4}{3}$:آب
$n_2 = \frac{3}{2}$:شیشه
$n_3 = 1$:هوا



حل. گزینه (ب) صحیح است.



$$\sin c = \frac{n_۳}{n_۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow c = ۴۲^\circ$$: زاویه حد در عبور نور از شیشه به هوا

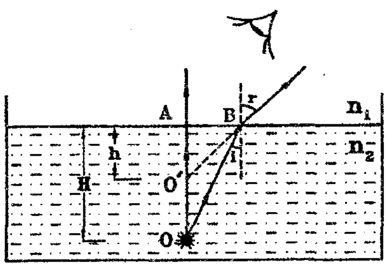
$$n_۱ \sin ۶۰^{c}irc = n_۲ \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{n_۱}{n_۲} \sin ۶۰$$

$$\Rightarrow \sin r = \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۳}{۲}} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۹} \Rightarrow r = ۵۰^\circ$$

همانگونه که مشاهده می‌شود $r > c$ می‌باشد لذا در مرز شیشه و هوا بازتابش کلی رخ داده و پرتو نور با همان زاویه ۶۰° مجدداً از شیشه وارد آب می‌شود.

۴.۶ عمق ظاهری

هنگامی که که در راستای قائم به کف یک استخر پراز آب نگاه می‌کنیم، عمق ظاهری استخر فقط $\frac{۳}{۴}$ عمق واقعی به نظر می‌رسد، در اینجا سعی داریم رابطه‌ای برای عمق ظاهری به دست آوریم؛ فرض می‌نماییم راستای دید تقریباً قائم است:



$$\begin{cases} \dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{n_۱}{n_۲} \\ \dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{\frac{AB}{OB}}{\frac{AB}{O'B}} = \dfrac{O'B}{OB} \simeq \dfrac{h}{H} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{h}{H} = \frac{n_۱}{n_۲}}$$

نکته: بدون اینکه درکلیت مسئله خللی وارد شود می‌توان n را بصورت نسبت ضریب شکست محیط جسم به محیط ناظر تعریف کرد و رابطه را بصورت ساده شدهٔ زیر نوشت:

$$\boxed{h = \frac{H}{n}}$$

h: عمق ظاهری

H: عمق واقعی

مثال ۶-۱۲ یک مرغ ماهیخوار $۹m$ بالای دریاچه‌ای در حال پرواز است و قصد شکار ماهی‌ای را دارد که در عمق $۹m$ در زیر آب شنا می‌کند. هر یک دیگری را در چه فاصله‌ای می‌بیند؟(ضریب شکست آب را $\frac{۴}{۳}$ در نظر بگیرید)

حل. $h = \frac{H}{n} = \frac{۹}{\frac{۴}{۳}} = \frac{۲۷}{۴} = ۶/۷۵\,\mathrm{m}$: عمق ظاهری ماهی از دید مرغ

$۹ + ۶/۷۵ = ۱۵/۷۵\,\mathrm{m}$: فاصلهٔ ظاهری ماهی از مرغ از دید مرغ

$h = \frac{H}{n} = \frac{۹}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲\,\mathrm{m}$: عمق ظاهری مرغ از دید ماهی

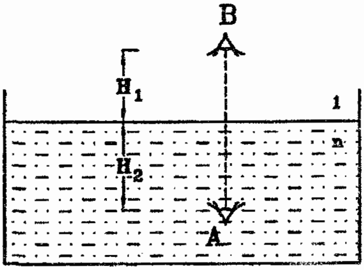
$۹ + ۱۲ = ۲۱\,\mathrm{m}$:فاصله ظاهری مرغ از ماهی از دید ماهی

همانگونه که ملاحظه می‌گردد، صیاد، شکار را نزدیکتر به خود و شکار، صیاد را دورتر احساس می‌کند.

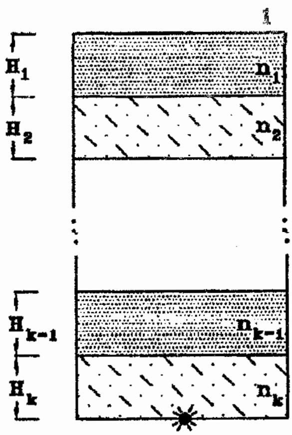
مثال ۶-۱۳ ناظر A، ناظر B را در فاصله $h_۱$ از خود و ناظر B، ناظر A را در فاصله $h_۲$ از خود می‌بیند، اگر AB تقریباً بر سطح آب عمود و ضریب شکست آب نسبت به هوا $\frac{۴}{۳}$ باشد، نسبت $\frac{h_۱}{h_۲}$ برابر است با: (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) $\frac{۴}{۳}$ ب) $\frac{۳}{۴}$ ج) $\frac{۱}{۴}$ د) $\frac{۱}{۳}$

حل. گزینه (الف) صحیح است.



$$\left.\begin{aligned} h_۱ &= H_۲ + nH_۱ \\ h_۲ &= H_۱ + \frac{H_۲}{n} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{h_۱}{h_۲} = \frac{H_۲ + nH_۱}{\frac{nH_۱ + H_۲}{n}} = n = \frac{۴}{۳}$$



تعمیم رابطه عمق ظاهری: هرگاه k محیط داشته باشیم و $n_۱$ الی n_k به ترتیب ضریب شکست محیط‌ها نسبت به محیط ناظر باشند، خواهیم داشت:

$$\boxed{h = \sum_{i=۱}^{k} \frac{H_i}{n_i} \quad \text{:عمق ظاهری}}$$

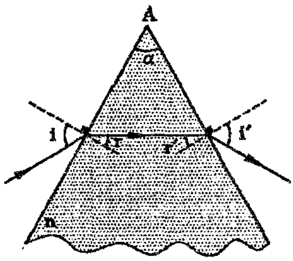
مثال ۶-۱۴ در ظرفی که ضخامت شیشه کف آن ۹ میلیمتر است $(n_1=\frac{۳}{۲})$ به ارتفاع ۱۰ سانتیمتر آب $(n_2=\frac{۴}{۳})$ و ۱۴ سانتیمتر بنزن $(n_3=۱/۴۸)$ می‌ریزیم، و آن را روی سکه‌ای می‌گذاریم و از بالا بطور عمودی به سکه نگاه می‌کنیم، سکه چند سانتیمتر بالاتر دیده می‌شود؟

حل.

$$\begin{aligned}
\text{عمق واقعی}:\ H &= H_1+H_2+H_3 = ۰/۹+۱۰+۱۴ = ۲۴/۹\,\mathrm{cm}\\
\text{عمق ظاهری}:\ h &= \frac{H_1}{n_1}+\frac{H_2}{n_2}+\frac{H_3}{n_3} = \frac{۰/۹}{\frac{۳}{۲}}+\frac{۱۰}{\frac{۴}{۳}}+\frac{۱۴}{۱/۴۸}\\
&= ۰/۶+۷/۵+۹/۵ = ۱۷/۶\,\mathrm{cm}\\
\Delta h &= H-h = ۲۴/۹-۱۷/۶ = ۷/۳\,\mathrm{cm}
\end{aligned}$$

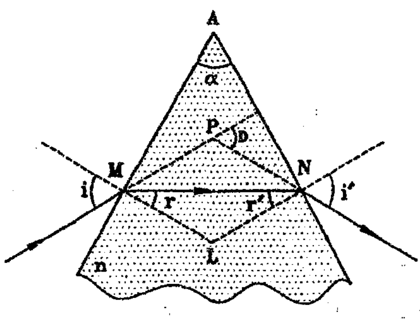
۵.۶ منشورها

مسیر نور در منشور: منشور محیط شفافی است که به دو سطح تخت که باهم زاویه می‌سازند محدود می‌شود، هر یک از این دو سطح را «وجه منشور» و زاویه بین دو وجه را «زاویه رأس منشور» می‌نامند. هرگاه ضریب شکست منشور n باشد، براساس قانون اسنل- دکارت روابط زیر را خواهیم داشت:



$$\begin{cases}\sin i = n\sin r\\ \sin i' = n\sin r'\end{cases}$$

زاویه انحراف نور در منشورها: پرتو نور در هنگام عبور از منشور منحرف می‌گردد، مقدار زاویه‌ای که پرتو خروجی از منشور نسبت به پرتو ورودی به منشور، جابجا شده است را «زاویه انحراف نور» نامند و آن را با D نشان می‌دهند. هرگاه α زاویه رأس منشور باشد، خواهیم داشت:



$$\left.\begin{array}{ll} AMLN \text{ در چهارضلعی} & : \alpha + \angle MLN = ۱۸۰^\circ \\ MLN \text{ در مثلث} & : (r+r') + \angle MLN = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\alpha = r + r'}$$

$$PMN \text{ زاویه خارجی در مثلث} \quad : D = (i-r) + (i'-r') \Rightarrow \boxed{D = (i+i') - \alpha}$$

نکته: شرط لازم و نه کافی برای اینکه پرتو نور ورودی در منشور بازتاب کلی نیابد، این است که زاویه رأس منشور از دو برابر زاویه حد آن، کمتر باشد.

اثبات:
$$\left.\begin{array}{l} r \le c \\ r' \le c \end{array}\right\} \Rightarrow r + r' \le ۲c \Rightarrow \boxed{\alpha \le ۲c}$$

نکته: با افزایش زاویه رأس منشور، زاویه انحراف نور افزایش می‌یابد.

نکته: هرگاه یک پرتو نور، بصورت عمود بر یک وجه منشور بتابد ($i = ۰$)، پس از عبور از منشور منحرف می‌شود، چنانچه زاویه تابش افزایش یابد، زاویه انحراف کاهش می‌یابد تا جائیکه در یک زاویه تابش مشخص، زاویه انحراف می‌نیمم می‌شود، از آن پس با افزایش زاویه تابش، زاویه انحراف هم افزایش می‌یابد.

نکته: زاویه انحراف می‌نیمم منشور، در حالتی است که زوایای ورودی و خروجی پرتو نور در عبور از منشور برابر باشند، یعنی $i = i'$ و هم چنین $r = r'$، در این حالت خواهیم داشت:

$$\alpha = r + r' \quad \Rightarrow \quad \alpha = ۲r \quad \Rightarrow \quad r = \frac{\alpha}{۲}$$

$$D_{\min} = i + i' - \alpha = ۲i - \alpha \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\alpha + D_{\min}}{۲}$$

$$\text{اسنل ـ دکارت} \quad : \sin i = n \sin r \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin(\frac{\alpha + D_{min}}{۲}) = n \sin \frac{\alpha}{۲}}$$

هرگاه زاویه رأس منشور معلوم باشد، به کمک رابطه فوق می‌توان زاویه انحراف می‌نیمم ($D_{\min}$) را بدست آورد.

نکته: هرگاه زاویه رأس منشور به اندازه کافی کوچک باشد، با توجه به تقریب زوایای کوچک خواهیم داشت:

$$\sin(\frac{\alpha + D_{\min}}{۲}) = n \sin \frac{\alpha}{۲} \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha + D_{\min}}{۲} = n \frac{\alpha}{۲}$$
$$\Rightarrow \quad D_{\min} = (n - ۱)\alpha$$

همچنین در این حالت می‌توان با تقریب خوبی در زوایای تابش مختلف، زاویه انحراف را با زاویه انحراف می‌نیمم برابر گرفت در اینصورت رابطه تقریبی زیر را می‌توان برای محاسبه زاویه انحراف در

منشور با زاویه رأس کوچک بکار برد:

$$\boxed{D = (n - ۱)\alpha}$$

مثال ۶-۱۵ زاویه رأس منشوری ۷۵ درجه و ضریب شکست آن برای نور آبی $\sqrt{۲}$ است، حداقل زاویه تابش برای پرتوهای آبی که به این منشور می‌تابند، چقدر باشد تا نور از وجه مقابل خارج شود؟ (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) ۳۰° ب) صفر درجه ج) ۹۰° د) ۴۵°

حل. گزینه (د) صحیح است.

زاویه حد منشور $: \sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow c = ۴۵^\circ$

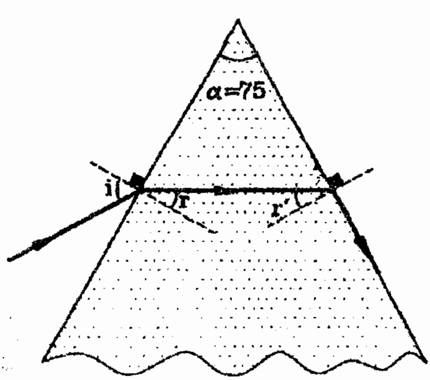
$$r'_{\max} = c = ۴۵^\circ$$

$$\alpha = r + r' \Rightarrow r_{\min} = \alpha - r'_{\max} = ۷۵ - ۴۵ = ۳۰^\circ$$

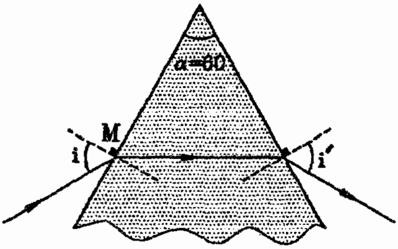
اسنل- دکارت $: \quad \sin i = n \sin r$

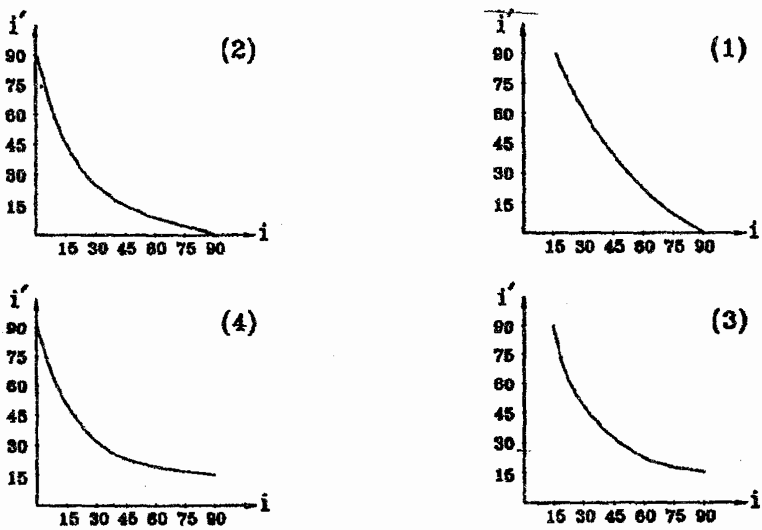
$$\Rightarrow \sin i_{\min} = \sqrt{۲} \times \sin ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow i_{\min} = ۴۵^\circ$$



مثال ۶-۱۶ ضریب شکست منشور مقابل ۱٫۴ است، مطابق شکل باریکه نوری را با زاویه تابش i به منشور می‌تابانیم. زاویه خروج نور از منشور i' است. زاویه i را از صفر تا 90° تغییر می‌دهیم. کدام نمودار تغییرات زاویه i' بر حسب i را نشان می‌دهد؟ (مرحله اول چهاردهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۹)





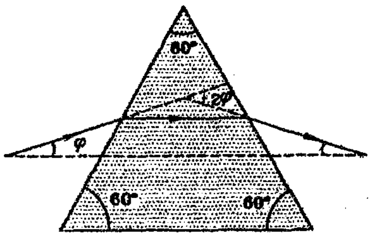
حل. گزینه (ج) صحیح است، هرگاه $i = 90^\circ$ باشد، آنگاه پرتو با زاویه حد وارد منشور می‌شود یعنی خواهیم داشت:

$$\sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{۱٫۴} \simeq \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad\Rightarrow\quad c \simeq ۴۵^\circ$$

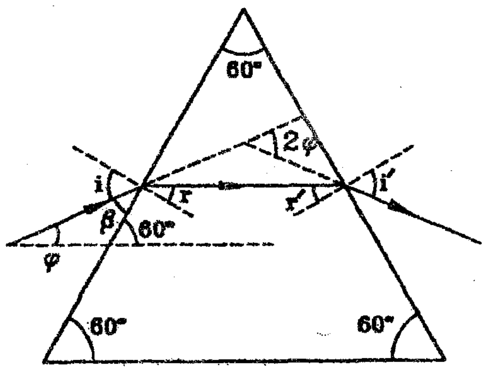
$$\alpha = r + r' \quad\Rightarrow\quad r' = \alpha - r = ۶۰ - ۴۵ = ۱۵^\circ$$

هرگاه $r' = ۱۵^\circ$ باشد، آنگاه $i' \neq ۰$ است. لذا گزینه‌های (الف) و (ب) نمی‌توانند صحیح باشند مطابق اصل بازگشت نور هرگاه $i' = ۹۰^\circ$ باشد آنگاه $i \neq ۰$ خواهد بود و لذا گزینه (د) هم نمی‌تواند صحیح باشد، در نتیجه گزینه (ج) صحیح می‌باشد.

مثال ۶-۱۷ ضریب شکست یک منشور شیشه‌ای متساوی‌الاضلاع $\sqrt{۳}$ است، هرگاه پرتو نوری مطابق شکل با زاویه ϕ نسبت به قاعده منشور به آن بتابد و زاویه انحراف آن برابر ۲ϕ شود، مقدار ϕ را محاسبه کنید. (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)



حل.



$$\phi+\beta=۶۰^\circ \Rightarrow \beta=۶۰-\phi$$

رابطه (۱)
$$i=۹۰-\beta=۹۰-(۶۰-\phi)=\phi+۳۰^\circ$$

رابطه (۲)
$$D=(i+i')-\alpha \Rightarrow ۲\phi=(\phi+۳۰)+i'-۶۰$$
$$\Rightarrow i'=\phi+۳۰^\circ$$

از مقایسه روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم که:

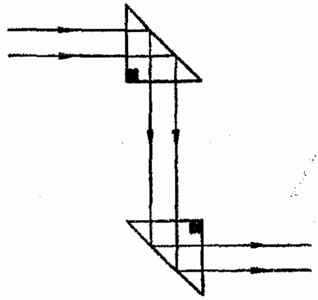
$$i=i'=\phi+۳۰^\circ$$
$$i=i' \Rightarrow r=r'=\frac{\alpha}{۲}=۳۰^\circ$$

اسنل- دکارت: $\sin i=n\sin r \Rightarrow \sin(\phi+۳۰)=\sqrt{۳}\sin ۳۰=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

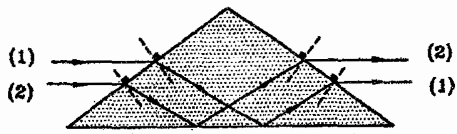
$$\Rightarrow \phi+۳۰=۶۰ \Rightarrow \phi=۳۰$$

بازتابش کلی در منشور: در پریسکوپ‌های ویژه زیر دریاییها به جای آینه تخت از دو منشور که قاعده آنها مثلث متساوی‌الساقین است، استفاده می‌شود و اساس کار آنها بر بازتابش کلی نور در منشورها استوار است.

پرسش: با توجه به شکل در مورد ضریب شکست منشورها چه می‌توان گفت؟



هرگاه بخواهیم دسته پرتوی را چنان وارونه نماییم که موازی با امتداد تابش اولیه‌اش نیز باقی بماند می‌توانیم مطابق شکل از منشوری که قاعده آن مثلث متساوی‌الساقین است بهره بجوییم.



پرسش: با توجه به شکل ثابت نمایید برای رسیدن به هدف فوق می‌بایست منشور متساوی الساقین باشد.

تجزیه نور در منشور: آزمایش نشان داده است که ضریب شکست مواد شفاف برای رنگهای مختلف نور، متفاوت است و همین موضوع سبب تجزیه نور مرکب در منشور می‌شود، برای درک نحوهٔ تجزیه نور در منشور به نکات زیر توجه کنید:

بنفش	نیلی	آبی	سبز	زرد	نارنجی	قرمز

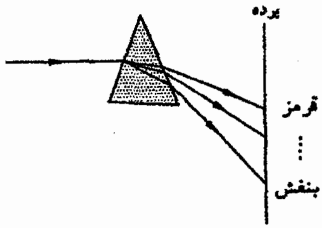
: طیف نور سفید

۱. در طیف نور سفید، از رنگ بنفش تا رنگ قرمز طول موج نور افزایش می‌یابد.

۲. با افزایش طول موج نور، ضریب شکست محیط برای نور مربوطه کاهش می‌یابد.

۳. با کاهش ضریب شکست محیط، زاویه انحراف در منشور هم کاهش می‌یابد.

پس می‌توان گفت هرگاه یک پرتو نور سفید به منشوری می‌تابد، نور قرمز کمترین انحراف و نور بنفش بیشترین انحراف را خواهد داشت و بدین ترتیب نور سفید در عبور از منشور تجزیه می‌گردد.



مثال ۶-۱۸ علت تجزیه نور سفید در منشور این است که: (دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

الف) سرعت نور در هوا و منشور متفاوت است.

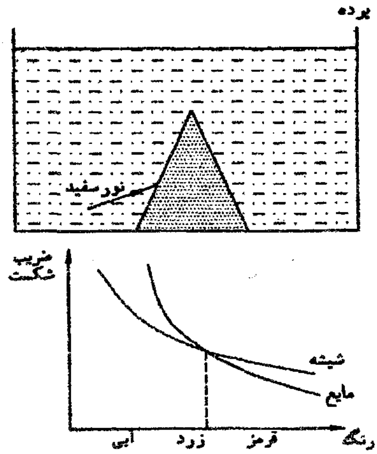
ب) نور سفید از رنگهای مختلف تشکیل شده است.

ج) ضریب شکست منشور برای رنگهای مختلف، متفاوت است.

د) نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ می‌شود.

حل. گزینه (ج) صحیح است، همانطور که بیان شد، علت تجزیه نور در منشور این است که ضریب شکست منشور برای رنگهای مختلف متفاوت است.

مثال ۶-۱۹ به یک منشور شیشه‌ای که تماماً در یک مایع قرار گرفته است، مانند شکل باریکه نور سفیدی می‌تابانیم و رنگهای طیف را روی پرده می‌اندازیم، ضریب شکست شیشه و مایع برای رنگهای مختلف نور سفید، در نمودار شکل زیر مشخص شده است، در گزینه‌های زیر، رنگهای مشاهده شده روی پرده از بالا به پایین مرتب شده است، کدام گزینه درست است؟ (مرحله اول یازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۶)



الف) قرمز، زرد، آبی ب) آبی، زرد، قرمز

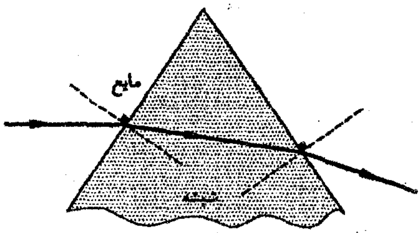
ج) زرد، آبی، قرمز د) زرد، قرمز، آبی

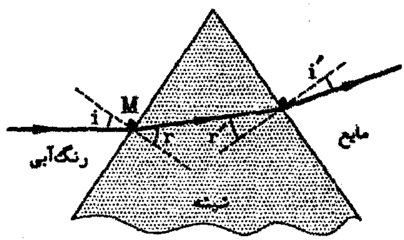
ه) قرمز، آبی، زرد و) آبی، قرمز، زرد

حل. گزینه (ب) صحیح است، نور سفیدی که به منشور تابانده‌ایم، ترکیبی از رنگهای مختلف است که به علت تفاوت ضریب شکست منشور و مایع برای رنگهای مختلف، هر کدام به نحو خاصی از منشور عبور می‌کنند. در شکل زیر سمت راست، مسیر رنگ آبی در مایع و منشور نشان داده شده است. چون ضریب شکست منشور برای نور آبی از ضریب شکست مایع کمتر است، نور هنگام ورود به منشور، از خط عمود دور می‌شود. در رخ دیگر منشور هنگام خروج نور آبی پرتو به خط عمود نزدیک می‌شود. بنابراین نور آبی موجود در نور سفید، بطرف رأس منشور منحرف می‌شود.

در شکل زیر سمت چپ، مسیر نور قرمز در منشور و مایع اطراف آن نشان داده شده است. چون برای نور قرمز ضریب شکست شیشه از ضریب شکست مایع بیشتر است، نور قرمز در ورود به منشور به خط عمود نزدیک و هنگام خروج از رخ دیگر از خط عمود دور می‌شود، بنابراین نور قرمز موجود در نور سفید به طرف قاعده منشور منحرف می‌شود. چون ضریب شکست نور زرد موجود در نور سفید برای شیشه و مایع یکسان است، نور زرد از مسیر اصلی منحرف نمی‌شود. با توضیحات بالا

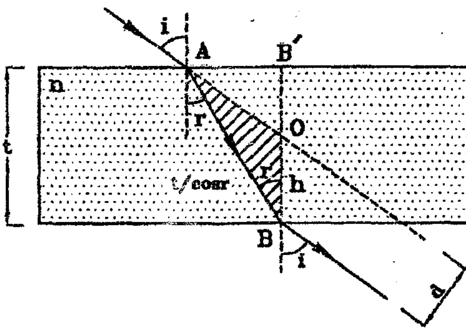
مشاهده می‌شود که روی پرده، نور آبی در بالا، نور قرمز در پایین و نور زرد میان آن دو خواهد بود. این ترتیب در گزینه‌ی (ب) آمده است.





۶.۶ انحراف نور در عبور از تیغهٔ شفاف

همانگونه که دیدیم نور در عبور ازمنشور دچار انحراف می‌شود و مقداری دوران می‌نماید اما پرتو نور در عبور از تیغه شفاف مطابق تعمیم یافتهٔ رابطه اسنل- دکارت $(n_i \sin i = n_j \sin j)$، به موازات راستای اولیه خود باقی خواهد ماند، اما نوع دیگری از انحراف در آن ایجاد می‌شود بدین ترتیب که پرتو به صورت عرضی جابجا می‌شود به شکل زیر دقت نمایید.



قانون سینوس‌ها بیان می‌دارد که در هر مثلث دلخواه نسبت طول هر ضلع به سینوس زاویه مقابل ثابت است، با بکار بردن این قانون در مثلث (OAB) خواهیم داشت:

$$\frac{AB}{\sin(۱۸۰-i)} = \frac{OB}{\sin(i-r)} \Rightarrow \frac{t/\cos r}{\sin i} = \frac{h}{\sin(i-r)}$$

$$\Rightarrow h = t\frac{\sin(i-r)}{\sin i \cos r} \Rightarrow \boxed{d = h\sin i = t\frac{\sin(i-r)}{\cos r}}$$

نکته: همانگونه که ملاحظه می‌گردد رابطه فوق به ازای $i = ۰$ برای d مقدار صفر را به دست می‌دهد، نیز از رابطه مذکور به ازای $i = ۹۰^\circ$ برای d مقدار t به دست می‌آید که کاملاً با درک فیزیکی ما از مسئله سازگار است.

بررسی انحراف نور در تیغه شفاف در حالتیکه پرتو تابش در راستای تقریباً قائم به تیغه تابانده شود: در این حالت زوایا کوچکند و از تقریب زوایای کوچک استفاده می‌نماییم، یعنی تانژانت زوایا را با مقدار سینوس آنها برابر در نظر می‌گیریم، نیز از بسط سینوس زوایای مرکب استفاده می‌نماییم یعنی: $\sin(P-Q)=\sin P\cos Q-\cos P\sin Q$ بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$h=t\frac{\sin(i-r)}{\sin i\cos r}=t\frac{\sin i\cos r-\cos i\sin r}{\sin i\cos r}=t(۱-\frac{\cos i}{\sin i}.\frac{\sin r}{\cos r})$$
$$=t(۱-\frac{\tan r}{\tan i})\simeq t(۱-\frac{\sin r}{\sin i})=t(۱-\frac{۱}{n})\Rightarrow \boxed{h=t(۱-\frac{۱}{n})}$$

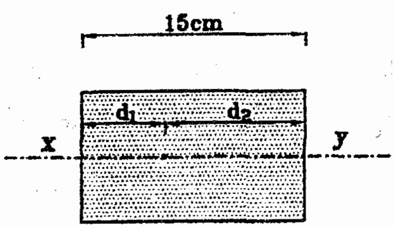
نکته: اگر اندکی به رابطه بدست آمده دقت نمایید، در می‌یابید که همان رابطه عمق ظاهری است، به شکل ابتدایی این قسمت توجه نمایید، می‌توان گفت که OB' عمق ظاهری B می‌باشد و در نتیجه $OB'=\frac{t}{n}$ اما از طرف دیگر داریم $h=BO=t-OB'$ در نتیجه خواهیم داشت $h=t(۱-\frac{۱}{n})$.

مثال ۶-۲۰ پرتو نوری با زاویه تابش ۶۰ درجه به یک تیغه شیشه‌ای به ضخامت ۶ میلیمتر می‌تابد و با زاویه ۳۰ درجه وارد تیغه می‌شود، این پرتو در عبور از تیغه چند میلیمتر جابجا می‌گردد؟

حل.

$$d=t\frac{\sin(i-r)}{\cos r}=۶\times\frac{\sin(۶۰-۳۰)}{\cos(۳۰)}$$
$$=۶\times\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۶}{\sqrt{۳}}=۲\sqrt{۳}\,\mathrm{mm}$$

مثال ۶-۲۱ مطابق شکل نقطه O روی خط xy و داخل تیغه شیشه‌ای به ضریب شکست $\frac{۳}{۲}$ واقع است، اگر از سمت x به‌آن نگاه کنیم، نقطه O را در فاصله ۶ سانتیمتری این سطح می‌بینیم، اگر از سطح y به آن نگاه کنیم، O در چه فاصله از y دیده می‌شود؟ (هشتمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۳)



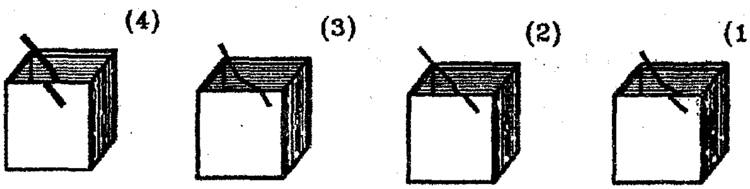
حل. برای حل مساله از روابط مربوط به عمق ظاهری استفاده می‌نماییم.

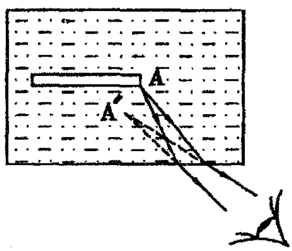
$$d'_۱ = \frac{d_۱}{n} \Rightarrow ۶ = \frac{d_۱}{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow d_۱ = ۹\,\mathrm{cm}$$

$$d_۲ = ۱۵ - d_۱ = ۱۵ - ۹ = ۶\,\mathrm{cm}$$

$$d'_۲ = \frac{d_۲}{n} = \frac{۶}{\frac{۳}{۲}} = ۴\,\mathrm{cm}$$

مثال ۶-۲۲ یک میله مستقیم را وارد یک ظرف مستطیل پر از آب بایک دیواره شفاف می‌کنیم، کدامیک ازتصاویر زیر را مشاهده می‌کنیم؟ (مرحله اول نهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۴)





حل. گزینه (الف) صحیح است، همانگونه که در مثال ۶ـ۱ دیدیم هنگامیکه قسمتی از یک میله را در آب فروکنیم، قسمت فرو رفته در آب به سمت بالا شکسته بنظر می‌آید، پس جواب صحیح بین گزینه‌های (الف) و (ج) خواهد بود، در مورد قسمتی از میله که از پشت دیواره شفاف ظرف دیده می‌شود، به شکل زیر دقت کنید، در این شکل ناظری از روبرو به ظرف آب نگاه می‌کند، همانگونه که ملاحظه می‌شود این ناظر نقطه A را در محل A' که مقداری بطرف چپ مایل شده است، می‌بینید یعنی پاسخ صحیح گزینه (الف) می‌باشد.

۷.۶ پدیده سراب

اغلب در جاده‌های آسفالته مستقیم یا در بیابانها، منظره آب و دریاچه‌ای را دیده‌اید که وقتی به‌سوی آن حرکت می‌کنید، آن هم با همان سرعت و در همان جهت حرکت می‌کند. این منظره را سراب گویند. علت تشکیل سراب را در چند نکته توضیح می‌دهیم:

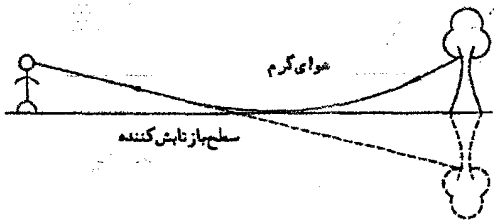
۱. پرتوهای خورشید به سطح زمین می‌رسند و زمین را گرم می‌کنند.

۲. لایه‌های هوا که در نزدیک سطح زمین قرار دارند نسبت به لایه‌های بالایی گرمتر و رقیقتر می‌شوند.

۳. پرتوهای نورکه از خورشید به سوی سطح زمین منتشر می‌شوند از لایه‌های غلیظ‌ترکه به لایه‌های رقیقتر می‌رسند، شکست می‌یابند و از خط عمود دورتر می‌شوند و زاویه تابش آنها به زاویه حد نزدیک می‌شود.

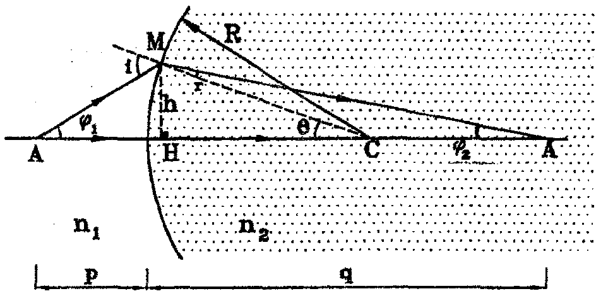
۴. هنگامی که زاویه تابش به زاویه حد برسد پرتو نور نمی‌تواند از محیط غلیظ به محیط رقیق‌تر پایین برسد و در نتیجه بازتابش کلی می‌یابد و به سوی بالا باز می‌گردد.

۵. این پرتوها ضمن برخورد با ذرات هوا، رنگ آبی را بیش از سایر رنگها پراکنده می‌کنند و این باعث می‌شود که ناظر رنگ آبی را بر سطح زمین ببیند و تصورکند که دریاچه‌ای برابر او قرار دارد.



مسائل حل شده

۱. **شکست در سطح کروی:** فرض نمایید دو محیط با ضریب شکست‌های $n_۱, n_۲$ وجود دارد، بطوری‌که مرز بین این دو محیط قسمتی از دایره به شعاع R باشد، معادله مربوط به فاصله جسم و تصویر از سطح شکست را به دست آورید.



حل. : با فرض پرتوهای پیرا محوری خواهیم داشت:

رابطه (۱) $\frac{n_۱}{n_۲} = \frac{\sin r}{\sin i} \simeq \frac{r}{i} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{n_۱}{n_۲} i$:قانون اسنل- دکارت

رابطه (۲) $\triangle AMC : i = \phi_۱ + \theta$

رابطه (۳) $\triangle A'MC : \theta = r + \phi_۲$

$$\left.\begin{array}{lll} (۱) \text{ و } (۲) & \Rightarrow & r = \frac{n_۱}{n_۲}(\phi_۱ + \theta) \\ (۳) & \Rightarrow & r = \theta - \phi_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲}(\phi_۱ + \theta) = \theta - \phi_۲$$

$$\Rightarrow \quad n_۱\phi_۱ + n_۱\theta = n_۲\theta - n_۲\phi_۲$$

رابطه (۴) $\Rightarrow \quad n_۱\phi_۱ + n_۲\phi_۲ = (n_۲ - n_۱)\theta$

$$\triangle AMH : \ \tan\phi_۱ = \frac{h}{p} \ \Rightarrow \ \phi_۱ \simeq \frac{h}{p}$$

$$\triangle A'MH : \ \tan\phi_۲ = \frac{h}{q} \ \Rightarrow \ \phi_۲ \simeq \frac{h}{q}$$

$$\triangle CMH : \ \tan\theta = \frac{h}{R} \ \Rightarrow \ \theta \simeq \frac{h}{R}$$

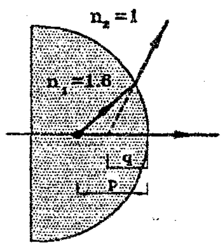
با جایگذاری مقادیر فوق در رابطه (۴) خواهیم داشت:

$$n_۱\frac{h}{p} + n_۲\frac{h}{q} = (n_۲ - n_۱)\frac{h}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{n_۱}{p} + \frac{n_۲}{q} = \frac{n_۲ - n_۱}{R}}$$

نکته:در رابطه فوق شعاع انحنای R برای سطحی که نسبت به نور تابیده شده محدب است، مثبت و برای سطحی که نسبت به نور تابیده شده مقعر است، منفی خواهد بود. علامت q, p هم با توجه به حقیقی یا مجازی بودن جسم و تصویر مشخص خواهند شد.

نکته:هرگاه سطح شکست تخت باشد $(R = \infty)$، آنگاه رابطهٔ فوق بصورت $\frac{q}{p} = -\frac{n_۲}{n_۱}$ تبدیل می‌شود که همان فرمول ارائه شده برای عمق ظاهری می‌باشد.

۲. شعاع انحنای یک نیم کره پلاستیکی ۸ سانتیمتر و ضریب شکست آن ۱/۶ است، بر روی محور و در وسط فاصله سطوح تخت و کروی یک ترک کوچک وجود دارد، اگر در راستای محور سطح کروی، به آن نگاه کنیم این ترک را در چه فاصله‌ای از آن سطح خواهیم دید؟



حل.

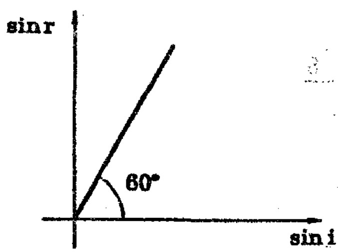
$$\frac{n_۱}{p} + \frac{n_۲}{q} = \frac{n_۲ - n_۱}{R}$$

$$\frac{۱/۶}{۴} + \frac{۱}{q} = \frac{۱ - ۱/۶}{-۸} \Rightarrow \frac{۱/۶}{۴} + \frac{۱}{q} = \frac{۰/۶}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{q} = \frac{۰/۶ - ۳/۲}{۸} = \frac{-۲/۶}{۸}$$

$$\Rightarrow q = -۳/۰۸\,\mathrm{cm}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که تصویر مجازی است یعنی در همان طرف سطح مشترک قرار دارد که نور به آن می‌تابد.



۳. پرتو نور تکرنگی تحت زاویه i، از محیط A وارد محیط B می‌شود، اگر شکل مقابل، نمودار تغییرات $\sin r$ بر حسب $\sin i$ را بدست دهد، کدامیک از احکام زیر درست است؟(اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) سرعت نور در محیط A بیشتر از سرعت نور در محیط B است.

ب) سرعت نور در محیط A، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ برابر سرعت نور در محیط B است.

ج) ضریب شکست محیط A نسبت به محیط B برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ است.

د) ضریب شکست مطلق محیط A بیشتر از ضریب شکست مطلق محیط B است.

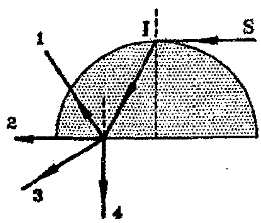
حل. گزینه (د) صحیح است. شیب نمودار ترسیم شده برابر $\frac{\sin r}{\sin i}$ می‌باشد، لذا داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\sin r}{\sin i} = \text{شیب خط} = \tan ۶۰^{\circ} = \sqrt{۳} \\ \dfrac{\sin r}{\sin i} = \dfrac{n_A}{n_B} = \dfrac{v_B}{v_A} \quad \text{(اسنل- دکارت)}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{۳}$$

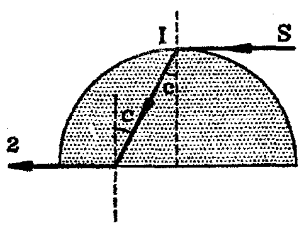
$$\Rightarrow \begin{cases} n_A > n_B \\ v_B > v_A \end{cases}$$

۴. پرتو SI مماس بر نیمکره شیشه‌ای به شعاع R تابیده است، کدامیک از چهار پرتو نشان داده شده در شکل، پرتو خروجی نور از این نیمکره را درست نشان می‌دهد؟ (دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

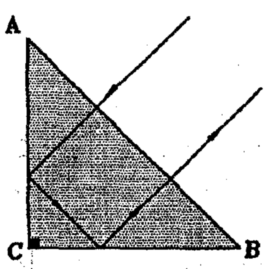
الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴

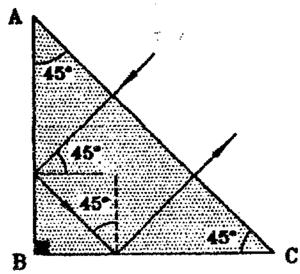


حل. گزینه (ب) صحیح است، می‌دانیم خط عمود بر سطح نیمکره از مرکز کره می‌گذرد، یعنی پرتو SI با زاویه تابش ۹۰ درجه به سطح نیمکره تابیده است، در نتیجه با زاویه حد c وارد نیمکره خواهد شد. در محلی که شعاع نور به سطح تخت نیمکره برخورد می‌کند خط عمود برسطح، رسم شده است، همانگونه که در شکل مشخص است زاویه تابش در این نقطه نیز برابر زاویه حد c خواهد شد، در نتیجه نور به‌صورت مماس بر سطح تخت نیمکره خارج می‌شود.



۵. در چه مقادیری از ضریب شکست، برای یک منشور قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، پرتوی که بطور عمود بر AB فرود می‌آید، مطابق شکل طی مسیر خواهد کرد؟





حل. برای اینکه پرتو مطابق شکل طی مسیر نماید، کافیست در وجوه BC, AC بازتابش کلی رخ دهد، لذا خواهیم داشت:

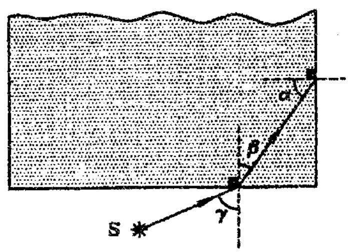
$$\sin i_{cr} = \frac{۱}{n}$$

$$i_{cr} < ۴۵^\circ \Rightarrow \sin i_{cr} < \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{n} < \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow n > \sqrt{۲}$$

۶. نقطه نورانی s در فاصله بسیار کمی از انتهای یک استوانه شیشه‌ای به ضریب شکست n واقع می‌باشد. حداقل n را قسمی بیابید که پرتوهای نور پس از ورود به استوانه از سطح جانبی آن خارج نشوند.

حل. با توجه به اینکه s در فاصله بسیار کمی از انتهای استوانه واقع است می‌توان $\gamma \simeq ۹۰^\circ$ در نظر گرفت، لذا خواهیم داشت:



رابطه اسنل- دکارت: $\sin\gamma = n \sin\beta \;\Rightarrow\; \sin\beta = \frac{۱}{n}$

$$\alpha + \beta = ۹۰^\circ \;\Rightarrow\; \sin\alpha = \sqrt{۱ - \sin^۲\beta} = \sqrt{۱ - \frac{۱}{n^۲}}$$

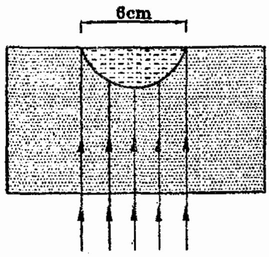
شرط اینکه پرتوها از سطح جانبی استوانه خارج نشوند: $\alpha > i_{cr} \Rightarrow \sin\alpha > \sin i_{cr}$

$$\Rightarrow \sqrt{۱ - \frac{۱}{n^۲}} > \frac{۱}{n}$$

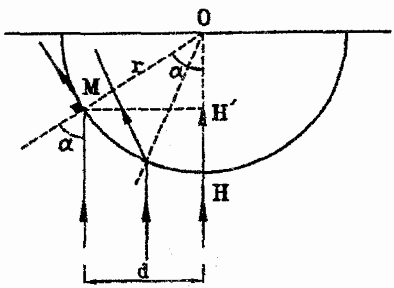
$$\Rightarrow ۱ - \frac{۱}{n^۲} > \frac{۱}{n^۲} \;\Rightarrow\; ۱ > \frac{۲}{n^۲} \Rightarrow n^۲ > ۲ \Rightarrow n > \sqrt{۲}$$

۷. شکل مقابل، یک مکعب مستطیل شیشه‌ای را نشان می‌دهد که در وجه بالایی آن گودی به شکل نیم‌کره به قطر ۶ cm تعبیه شده است. این گودی را از آب پرکرده و از زیر، یک دسته پرتو نور موازی را عمود بر وجه مکعب به آن می‌تابانیم، قطر دسته پرتوهایی که می‌توانند وارد

نمیکره شوند، بر حسب میلیمتر چقدر است؟ ضریب شکست شیشه ۱٫۵ و ضریب شکست آب ۱٫۳ است. (مرحله اول نهمین المپیاد فیزیک ایران ـ ۱۳۷۴)



حل. همان گونه که در شکل مقابل دیده می‌شود، هر چه فاصله پرتو از محور گودی بیشتر شود، زاویه شکست نیز افزایش می‌یابد، تا در نهایت در نقطه M زاویه شکست برابر 90° می‌شود، از این به بعد پرتوها دیگر نمی‌توانند از شیشه وارد آب شوند، هرگاه فاصله افقی نقطه M از نقطه H را برابر d فرض کنیم، قطر دسته پرتوی که از شیشه وارد آب می‌شود، برابر $2d$ خواهد بود.

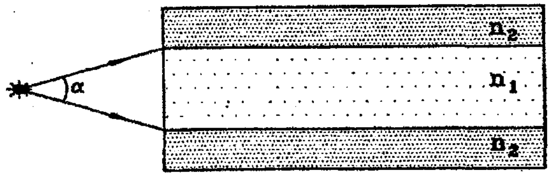


محاسبه زاویه حد : $\sin\alpha = \dfrac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{شیشه}}} = \dfrac{1/3}{1/5}$

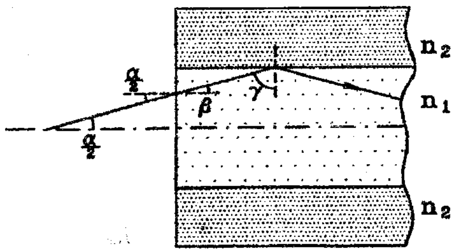
$$\triangle OMH': \quad d = MH' = r\sin\alpha = (\frac{6}{2}) \times \frac{1/3}{1/5} = 2/6\,\text{cm}$$

$$\Rightarrow 2d = 2 \times 2/6 = 5/2\,\text{cm} = 52\,\text{mm}$$

۸. یک رشته نوری (Fiber optics) مطابق شکل زیر، از یک استوانه شیشه‌ای بضریب شکست n_1 و یک غلاف شیشه‌ای به ضریب شکست n_2، روی آن تشکیل شده است و داریم $n_1 > n_2$. یک منبع نور نقطه‌ای روی محور استوانه مرکزی قرار دارد بطوریکه زاویه میان دو پرتو که به کناره‌های استوانه مرکزی (دو نقطه روی قطر استوانه) می‌تابد، α است. ثابت کنید برای آنکه نوری که وارد استوانه مرکزی می‌شود از آن خارج نشده و درطول آن پیش برود، باید $\sin\frac{\alpha}{2} \leq \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ باشد. (چهارمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۹)



حل. در شکل زیر استوانه شیشه‌ای و غلاف آن نشان داده شده است،برای آنکه بتوان مسیر پرتو نور را روی شکل نشان داد باریکه نور را به نقطه‌ای که با غلاف فاصله دارد، تابانده‌ایم ولی در عمل پرتو نور به مرز تماس استوانه با غلاف می‌تابد.



اسنل- دکارت $: \sin\frac{\alpha}{۲} = n_۱ \sin\beta$

$$\gamma = \frac{\pi}{۲} - \beta \Rightarrow \sin\beta = \cos\gamma$$

در نتیجه $: \sin\frac{\alpha}{۲} = n_۱ \cos\gamma$ رابطه (۱)

اگر بخواهیم نور در استوانه محصور بماند و وارد غلاف نشود، باید زاویه γ از زاویه حد، ورود نور از محیط $n_۱$ به محیط $n_۲$ کم‌تر باشد:

$$\gamma \geq c \quad \Rightarrow \quad \cos\gamma \leq \cos c$$

$$\sin c = \frac{n_۲}{n_۱} \quad \Rightarrow \quad \cos c = \sqrt{۱ - (\frac{n_۲}{n_۱})^۲} = \frac{۱}{n_۱}\sqrt{n_۱^۲ - n_۲^۲}$$

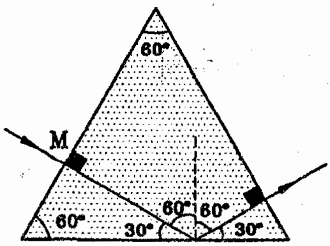
در نتیجه : $\cos\gamma \leq \frac{۱}{n_۱}\sqrt{disn_۱^۲ - n_۲^۲}$ رابطه (۲)

از مقایسه روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\sin\frac{\alpha}{۲} = n_۱\cos\gamma \leq n_۱ \times \frac{۱}{n_۱}\sqrt{n_۱^۲ - n_۲^۲} \leq \sqrt{n_۱^۲ - n_۲^۲}$$

۹. پرتو نوری به صورت عمود بر یک وجه منشور متساوی‌الاضلاعی به ضریب شکست $\sqrt{۲}$ می‌تابد، مسیر پرتو را تعیین نمایید.

حل.



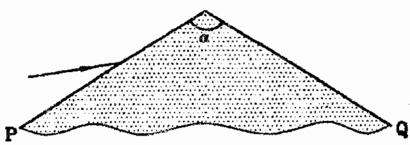
$$\sin c = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$$: زاویه حد منشور

$$\Rightarrow c = ۴۵^\circ$$

پرتو نور پس از ورود از یکی از وجوه منشور بر روی وجه دیگرمنشور بازتاب کلی می‌یابد، $(i > c)$، و در نهایت به صورت عمود بر وجه سوم، تابیده و از آن خارج می‌شود.

۱۰. دو نیم صفحه Q, P مطابق شکل با یکدیگر زاویه α می‌سازند ناحیه میان این دو نیم صفحه با ماده شفافی به ضریب شکست $n > ۱$ پرشده است، یک باریکهٔ نور از بیرون ماده شفاف به نیم‌صفحه P می‌تابد، صفحهٔ تابش بر نیم صفحه‌های Q, P عمود است، زاویهٔ α در چه رابطه‌ای صدق کند تا به ازای هیچ مقداری از زاویه تابش، باریکه از نیم صفحه Q خارج نشود؟ بیرون ماده شفاف، هوا است. (مرحله اول چهاردهمین المپیاد فیزیک ایران- ۱۳۷۹)

الف) $\sin \alpha \geq \frac{۱}{n}$ ب) $\sin \frac{\alpha}{۲} \geq \frac{۱}{n}$ ج) $\cos \frac{\alpha}{۲} \geq \frac{۱}{n}$ د) $-\cos \alpha \geq \frac{۱}{n}$



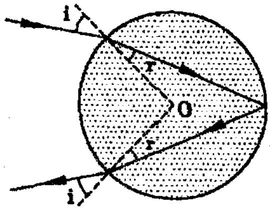
حل. گزینه (ب) صحیح است. همانطورکه بیان شد، شرط لازم برای اینکه پرتو نور در منشور بازتابش کلی نیابد این است که $\alpha \leq ۲c$ باشد، در نتیجه شرط کافی برای اینکه پرتو نور در منشور بازتابش کلی بیابد و از نیم صفحه Q خارج نشود این است که $\alpha \geq ۲c$ باشد.

$$\sin c = \frac{۱}{n}$$: زاویه حد در منشور

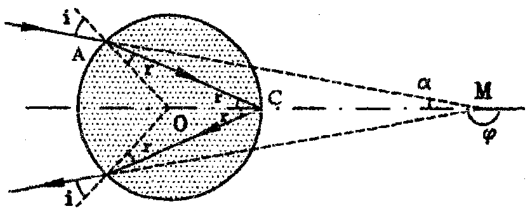
$$\alpha \geq ۲c \Rightarrow \frac{\alpha}{۲} \geq c \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{۲} \geq \sin c = \frac{۱}{n}$$

۱۱. پرتو نور تکرنگی به یک قطره باران می‌تابد و پس از یک بار بازتابش مطابق شکل از آن خارج می‌شود، قطره را کروی فرض می‌کنیم، زاویه تابش پرتو ورودی i و زاویه شکست r است، زاویه انحراف نور از جهت اولیه چقدر است؟ (مرحله اول یازدهمین المپیاد فیزیک ایران-۱۳۷۶)

الف) $\pi - ۲r$ ب) $\pi + ۲i - ۲r$ ج) $\pi + ۲i - ۴r$ د) $\pi - ۲i + ۲r$



حل. گزینه (ج) صحیح است



زاویه انحراف (ϕ) در شکل نشان داده شده است، زاویه $\angle ACO = r$، زاویه خارجی مثلث $\triangle ACM$ می‌باشد، لذا خواهیم داشت:

$$r = (i - r) + \alpha \Rightarrow \alpha = ۲r - i$$

$$\phi = \pi - ۲\alpha = \pi - ۲(۲r - i) = \pi + ۲i - ۴r$$

تمرین

۱. اگر ضریب شکست شیشه نسبت به آب $\frac{۹}{۸}$ و ضریب شکست الماس نسبت به شیشه $\frac{۸}{۵}$ باشد، نسبت سرعت نور در آب به سرعت نور در الماس کدام است؟

(جواب: $\frac{۴۵}{۶۵}$)

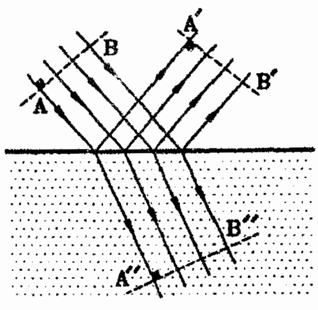
۲. بر روی سطح آب استخری به عمق ۱۵۰ سانتیمتر مقوایی به شکل دایره‌ای و به شعاع ۱۰ سانتیمتر قرار دارد، یک چشمه نور نقطه‌ای را بر روی عمودی که از مرکز مقوا می‌گذرد، به فاصلهٔ ۱۰ سانتیمتر از بالای آن قرار می‌دهیم، معین کنید قطر سایه برکف استخر چند سانتیمتر است؟

(ضریب شکست آب $\frac{۴}{۳}$ می‌باشد)

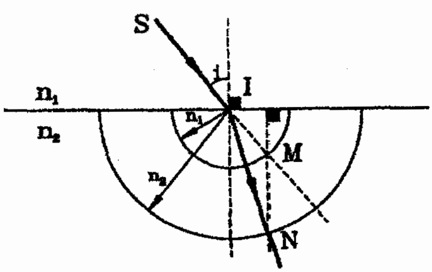
(جواب: ۲۰۷٫۵ سانتیمتر)

۳. هرگاه در سطح یک شیشه، پرتوهای شکست یافته و پرتوهای بازتاب یافته بر هم عمود باشند زاویه تابش چه مقدار می‌باشد؟ (ضریب شکست شیشه را n فرض نمایید)

*۴. یک دستهٔ موازی پرتوهای نور را در نظر بگیرید. ثابت کنید پرتوهای این دسته پس از بازتاب یا شکست همه با هم حرکت می‌کنند و جلو و عقب نمی‌افتند، به عبارت دیگر ثابت کنید در شکل مقابل تمام پرتوهایی که همزمان در سطح AB بوده‌اند همزمان به سطح $A'B'$ یا سطح $A''B''$ خواهند رسید.



۵. روش ترسیمی زیر را برای یافتن پرتو شکست اثبات کنید:

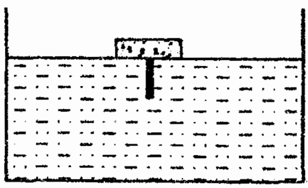


«در نقطه I دو دایره به شعاعهای n_2, n_1 رسم می‌کنیم، آنگاه خط SI را امتداد می‌دهیم تا در نقطه M دایره به شعاع n_1 را قطع کند، سپس عمود MH را از این نقطه بر سطح مشترک دو محیط رسم می‌کنیم، این عمود دایره به شعاع n_2 را در نقطه N قطع می‌کند، خط IN، همان پرتو شکست است.»

۶. روی آب دریاچه‌ای کلکی قرار دارد که طول آن $a = 8m$ و عرضش $b = 6m$ است. معلوم کنید اندازه‌های سایه کامل کلک را که در ته دریاچه ایجاد می‌شود. عمق دریاچه $h = 2m$ است.

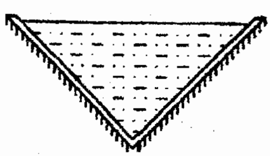
(جواب: $3/4 \times 1/4$ متر مربع)

۷. سوزنی را بطور قائم در مرکز یک چوب پنبه استوانه‌ای شکل به شعاع قاعده ۱/۷ سانتیمتر فرو کرده و مطابق شکل روی آب قرار می‌دهیم، حداکثر طول سوزن که خارج از چوب پنبه است، چه مقدار باشد تا از بیرون آب دیده نشود، فرض کنید سطح تحتانی چوب پنبه منطبق بر سطح آب باشد. (ضریب شکست آب $\frac{4}{3}$ می‌باشد)

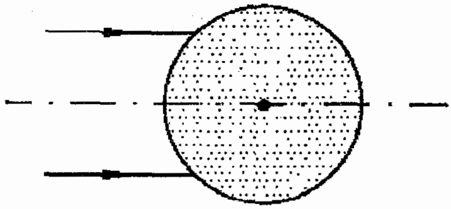


(جواب: ۲/۶ سانتیمتر)

۸. دو آینه عمود بر هم مطابق شکل دیواره‌های یک ظرف پر از آب را تشکیل داده‌اند، ثابت کنید هرگاه پرتوی بطور مایل به سطح آب بتابد، پرتو خروجی از ظرف به موازات پرتو تابیده شده خواهد بود.

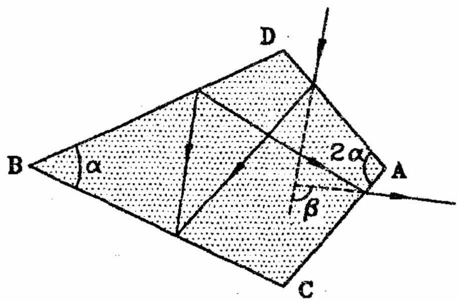


۹. باریکهٔ نور تکرنگی مطابق شکل روی یک کرهٔ شفاف به شعاع R و ضریب شکست n تابانده می‌شود، مقدار n چقدر باشد تا پرتوها درست روی سطح جمع شوند؟ پهنای باریکه نور ناچیز فرض کنید.

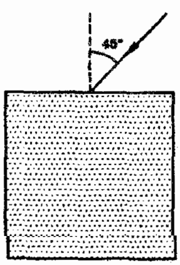


(جواب: $n = ۲$)

*۱۰ یک پرتو نور مسیری را مطابق شکل در یک منشور طی می‌کند، هرگاه زوایای $C\angle$ و $D\angle$ برابر باشند، نشان دهید که زاویه انحراف یعنی β مستقل از زاویه تابش است.



۱۱. یک پرتو نور مطابق شکل، تحت زاویه ۴۵° روی یک قطعه شیشه مکعب شکل فرود می‌آید، ضریب شکست شیشه چقدر باشد تا روی سطح قائم مجاور، بازتاب کلی رخ دهد؟



۱۲. درمرکز یک مکعب شیشه‌ای یک لکه‌ای کوچک وجود دارد،

الف) چه قسمتهایی از سطح مکعب را باید بپوشانیم، تا از هر طرف که بدرون آن نگاه کنیم، لکه دیده نشود؟

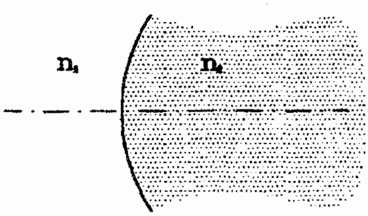
ب) این قسمت‌ها چه کسری از سطح کل مکعب را تشکیل می‌دهند؟

ج) جوابهای الف و ب را با فرض اینکه طول هر ضلع مکعب ۱۰ میلیمتر و ضریب شکست

آن ۱٫۵ باشد بدست آورید. (در حل مسئله، رفتار بعدی پرتو بازتابیده داخلی را نادیده بگیرید)

۱۳. ارتفاع یک قوطی حلبی استوانه‌ای سرباز ۰٫۴ m است. در ته قوطی و در وسط آن یک لکه بسیار ریز سیاه وجود دارد و قوطی پراز آب است ($n = ۱٫۳۳$). شعاع کوچکترین قرص دایره‌ای کدر را که مانع از دیدن لکه شود، محاسبه کنید وقتی که قرص در سطح آب و در مرکز آن شناور باشد.
(جواب: ۰٫۴۶ متر)

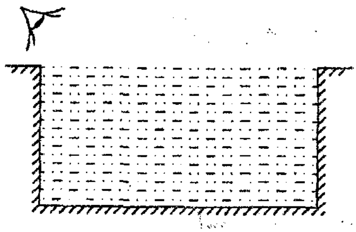
۱۴. در سطح شکست کروی مقابل یکبار فرض کنید یک دسته پرتو موازی محور از سمت راست و سمت راست و بار دیگر یک دسته پرتو موازی محور اصلی از سمت چپ به آن بتابند، در اینصورت دو نقطه کانونی و متناظراً دو فاصله کانونی بدست می‌آید، نسبت این دو فاصله کانونی را محاسبه نمایید.



۱۵. نقطه روشنی در محیط شفافی قرار دارد. فاصله حقیقی آن تا سطح محیط ۱۰ سانتیمتر است، هرگاه از هوا، نزدیک به خط عمود، به آن نگاه کنیم، ۲ سانتیمتر بالاتر دیده می‌شود، ضریب شکست محیط چقدر است؟
(جواب: $n = \frac{۵}{۴}$)

۱۶. میله‌ای به طول ۱۰ متر داریم، هرگاه نیمی از این میله را بطور عمودی داخل استخر آبی قرار داده باشیم، ارتفاع کل میله را از دید ناظری که درون آب و ناظر دیگری که بیرون آب قرار دارد، بدست آورید. (ضریب شکست آب $\frac{۴}{۳}$ می‌باشد)

۱۷. شخصی درکنار یک استخر که عمق آن ثابت می‌باشد، ایستاده است، از دید وی کدام قسمت استخر گودتر بنظر می‌رسد؟

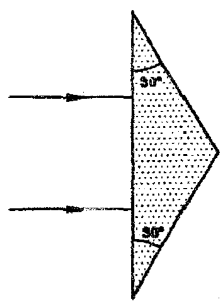


(جواب: سمتی از استخر که نزدیک به شخص است.)

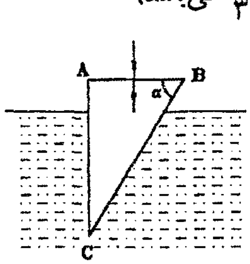
۱۸. شخصی در کنار یک حوض ایستاده است و به سنگی که در ته آن قرار دارد، نگاه می‌کند. عمق حوض برابر $h =$ ۱ m است. اگر زاویه دید نسبت به خط عمود بر سطح آب، برابر $\phi =$ °۶۰ باشد، فاصله تصویر سنگ از سطح آب، h'، چقدر است؟ ضریب شکست آب برابر $n =$ ۱٫۳۳ می‌باشد.

(جواب: ۰٫۲۱۵ متر)

۱۹. دو پرتو مطابق شکل وارد منشور می‌شوند، هرگاه ضریب شکست منشور برابر $\sqrt{۲}$ باشد پس از خروج از منشور زاویه بین آنها چقدر خواهد بود؟

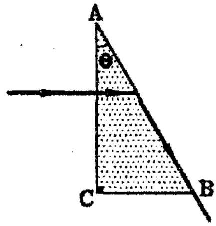


۲۰. یک گوه شیشه‌ای قائم الزاویه، در آب فرو برده شده است، ضریب شکست شیشه $n =$ ۱٫۵ است، در چه زاویه‌ای از α، باریکه نوری که بطور عمود بر وجه AB فرو می‌آید، به وجه AC می‌رسد؟ (ضریب شکست آب $\frac{۴}{۳}$ می‌باشد)



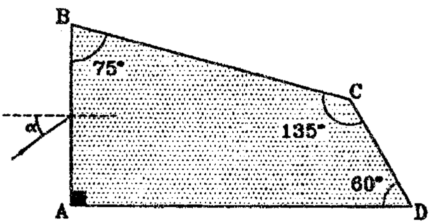
(جواب: تقریباً ۶۳ درجه)

۲۱. در شکل مقابل مسیر نور در منشور، نشان داده شده است، ضریب شکست منشور را بدست آورید.



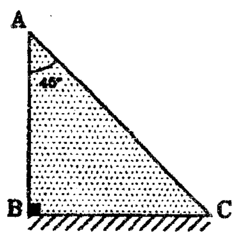
(جواب: $n = \frac{۱}{\sin\theta}$)

۲۲. منشوری که در شکل مقابل نشان داده شده است، به منشور آبه ($Abbe$) معروف است، پرتو نوری بر وجه AB فرود آمده و وارد منشور می‌شود، این پرتو پس از بازتاب کلی از وجه BC از وجه AD خارج می‌شود، زاویه α را چنان بیابید که پرتو خروجی از منشور بر پرتو تابیده شده بر منشور عمود باشد.



(جواب: $\alpha = Arc\sin(\frac{n}{۲})$ و $۴۵° \le \alpha \le ۹۰°$)

۲۳. در شکل مقابل ضریب شکست منشور برابر ۱/۵ است و در وجه BC نقره اندود شده است، پرتو نور SI عمود بر وجه AB می‌تابد، مسیر این پرتو را تعیین کنید.



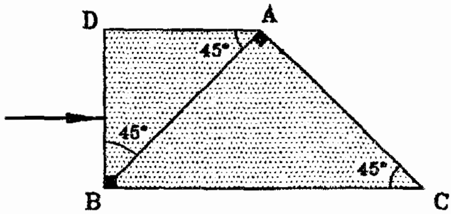
(جواب: پرتو بر روی خودش باز می‌گردد)

۲۴. منشور متساوی‌الساقین ABC با زاویه رأس ۹۰ درجه و ضریب شکست $\sqrt{۲}$ مطابق شکل در اختیار است، منشور دیگر ABD را مطابق شکل روی وجه AB تکیه می‌دهیم و پرتو را بطور عمود بر وجه BD بر آن می‌تابانیم،

الف) ضریب شکست این منشور چقدر باشد تا نور به موازات پرتو ورودی از وجه AC خارج شود؟

ب) حداقل ضریب شکست منشور چقدر باشد تا پرتو ورودی وارد منشور ABC نشود؟

(جواب:الف) $\sqrt{۳}$ و ب) ۲)



۲۵. نشان دهید که هرگاه ضریب شکست منشور (n) بزرگتر از واحد باشد و زاویه تابش (i) ثابت باقی بماند، زاویه انحراف پرتو، با افزایش زاویه رأس منشور، افزایش می‌یابد، همچنان نشان دهید که تحت همان شرایط، حداکثر زاویه رأس منشور برای آنکه پرتو بتواند از منشور خارج شود، برابر است با:

$$\alpha_{\max} = \arcsin(\frac{\sin i}{n}) + \arcsin \frac{۱}{n}$$

۲۶. هرگاه ضریب شکست یک منشور نازک با زاویه رأس کوچک α برای نورهای قرمز، بنفش و زرد به ترتیب $n_۱, n_۲, n_۳$ و زاویه انحراف منشور برای این سه نور به ترتیب $\delta_۱, \delta_۲, \delta_۳$ باشد، ثابت کنید:

الف) هرگاه به منشور فوق، یک شعاع نور سفید بتابد، زاویهٔ جدایی بین دو رنگ قرمز و بنفش برابر $(n_۲ - n_۱)\alpha$ می‌باشد.

ب) $\dfrac{\delta_۲ - \delta_۱}{\delta_۳} = \dfrac{n_۲ - n_۱}{n_۳ - ۱}$

۲۷. می‌دانیم امتداد پرتو نور در عبور از تیغه متوازی‌السطوح جابجا می‌شود، آیا پرتو نور می‌تواند بیشتر از ضخامت تیغه جابجا شود؟

۲۸. یک پرتو نوری را با زاویه تابش ۶۰° به یکی از سطوح یک تیغه شیشه‌ای به ضخامت ۴۰ mm و ضریب شکست ۱٫۵ می‌تابانیم. محیط هر دو طرف این تیغه هواست. جابجایی عرضی بین پرتوهای فرودی و خروجی را معین کنید.

(جواب: ۲۰٫۵ میلیمتر)

۲۹. از پشت یک تیغه شیشه‌ای به ضخامت ۹ میلیمتر و ضریب شکست $\frac{۳}{۲}$، بطور عمودی به جسمی نگاه می‌کنیم، جسم را در چه فاصله از محل واقعی خود می‌بینیم؟
(جواب: ۳ میلیمتر)

*۳۰. یک تیغه کلفت از ماده شفافی تشکیل شده است و ضریب شکست آن از $n_۱$ در لبه بالایی تا $n_۲$ در لبه پایینی تغییر می‌کند، باریکه نوری با زاویه تابش α وارد تیغه می‌شود، باریکه با چه زاویه‌ای از تیغه خارج می‌شود؟

۳۱. تعیین کنید تصویر جسمی که از پشت یک تیغه شیشه‌ای دیده می‌شود،

الف) حقیقی یا مجازی است؟

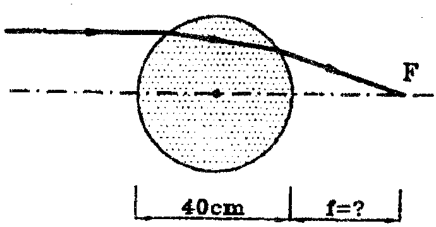
ب) نزدیکتر دیده می‌شود یا دورتر؟

(جواب:الف)مجازی و ب)نزدیکتر)

۳۲. یک شی در فاصله‌ای بسیار دور از کانون یک آینه مقعر روی محور آینه قرار گرفته است، تیغه شیشه‌ای به ضخامت d و ضریب شکست n، بین کانون و آینه طوری قرار می‌گیرد که محور آینه بر آن عمود باشد، نشان دهید که با قرار دادن تیغه، جابجایی تصویر با جابجایی آن در صورت انتقال دادن آینه به اندازهٔ $d(۱-\frac{۱}{n})$ در جهت شیء برابر است.

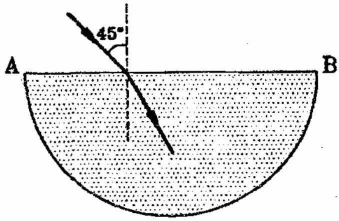
۳۳. یک کره شیشه‌ای با دیواره نازک از آب پر شده است $(n=\frac{۴}{۳})$ ، یک ناظر در طول قطری از کره به دانه‌ای که در امتداد همان قطر در حال حرکت است، نگاه می‌کند. هرگاه دانه از انتهای دور قطر نسبت به ناظر به انتهای نزدیک آن جابجا شود، تغییر مکان تصویر چگونه است؟ (قطر کره ۱۰ سانتیمتر است)

*۳۴. کره‌ای شیشه‌ای به شعاع ۲۰ سانتیمتر در اختیار می‌باشد، هرگاه ضریب شکست آن ۱٫۶ باشد، نقطه کانونی پیرامحوری را بیابید.



(جواب: ۰٫۶۷ سانتیمتر)

*۳۵. نیم‌استوانه‌ای از جنس شیشه با ضریب شکست $n = \sqrt{۲}$ در اختیار می‌باشد، نور با زاویه ۴۵ درجه بر روی سطح آن تابانده می‌شود، پرتو نور در صفحه‌ای قرار دارد که بر محور استوانه عمود است، پرتوهای نور از کدام قسمت رویه خارجی استوانه خارج می‌شوند؟ (دومین المپیاد بین المللی فیزیک، محل برگزاری: مجارستان)

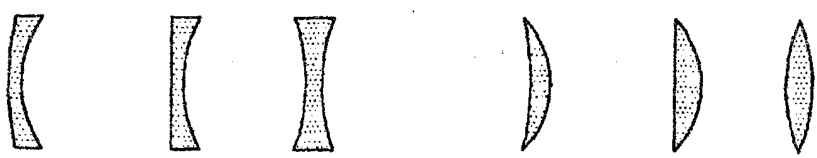


فصل هفتم

عدسی‌های نازک

۱.۷ تعاریف

عدسی ساده یک قطعه شیشه یا ماده شفاف دیگری است که به دو سطح کروی محدود شده باشد. عدسی‌های مقعر (کاو)، لبه کلفت ومیان نازکی دارند در حالیکه لبه عدسی‌های محدب (کوژ) نازکتر از میان آنها می‌باشد.

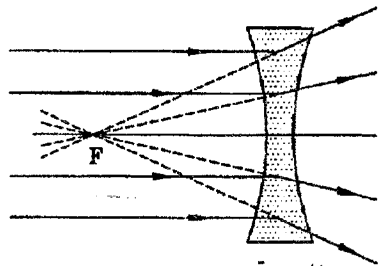


عدسی دوکوژ — عدسی کوژ-تخت — عدسی هلالی همگرا — عدسی دوکاو — عدسی کاو-تخت — عدسی هلالی واگرا

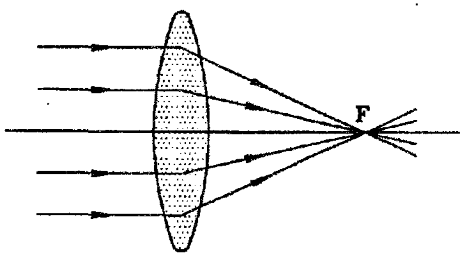
ـ محور اصلی عدسی: خطی است که مراکز انحنای دو سطح کروی دو طرف عدسی را به هم وصل می‌نماید.

ـ مرکز نوری عدسی (O): نقطهٔ میانی عدسی که بر روی محور اصلی عدسی قرار دارد را مرکز ضوء عدسی نامند.

ـ کانون اصلی عدسی (F): شکست یافته یک دسته پرتو موازی با محور اصلی عدسی، یا امتداد آنها، در نقطه‌ای بر روی محور اصلی همگرا می‌شوند که آن را کانون اصلی عدسی نامند.



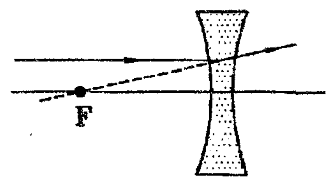
عدسی مقعر



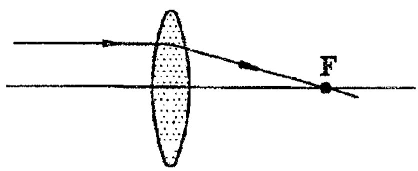
عدسی محدب

پرتوهای راهنما: در اینجا چهار پرتو خاص که شکست‌یافتهٔ آنها به راحتی به دست می‌آید را معرفی می‌نماییم:

۱ و ۲. هرگاه پرتوی به موازات محور اصلی به عدسی بتابد، شکست یافته آن یا امتداد شکست یافته آن از کانون عدسی می‌گذرد و بالعکس.

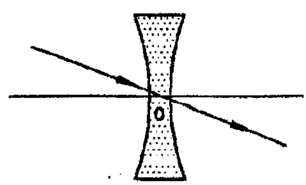


عدسی مقعر

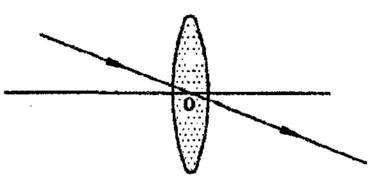


عدسی محدب

۳. هرگاه پرتوی به مرکز ضوء عدسی بتابد، بدون انحراف از عدسی عبور خواهند نمود.



عدسی مقعر

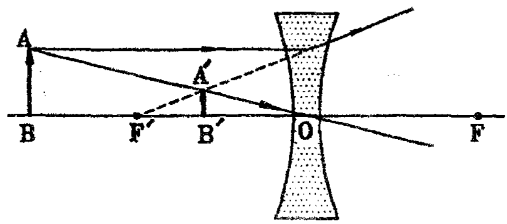


عدسی محدب

۲.۷ تعیین محل تصویر به کمک ترسیم پرتوها

تصویر در عدسی‌های مقعر

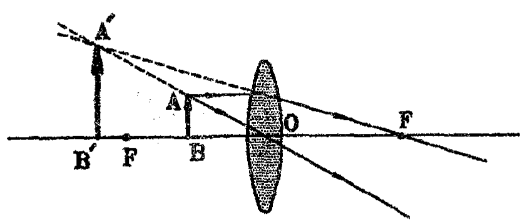
جسم AB را در محل دلخواهی مقابل عدسی مقعر در نظر می‌گیریم با توجه به شکل زیر مشخص می‌شود که تصویر همواره در فاصله کانونی عدسی و مجازی است و نسبت به جسم مستقیم و از آن کوچکتر خواهد بود.



تصویر در عدسی‌های محدب

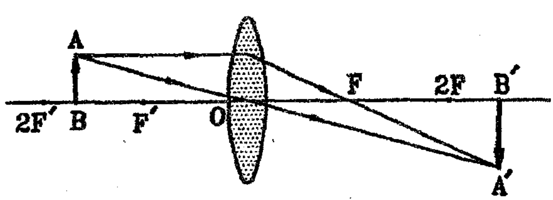
الف) شیء در فاصله کانونی واقع است:

تصویر در طرف شیء قرار دارد، یعنی مجازی است و نسبت به جسم مستقیم و از آن بزرگتر خواهد بود.



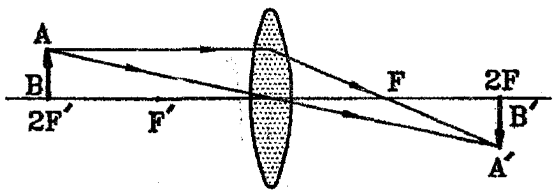
ب) شیء بین کانون و $2F$ عدسی واقع است:

تصویر در طرف دیگر عدسی و خارج از فاصله $2F$ خواهد بود، در این حالت، تصویر حقیقی است و نسبت به جسم وارونه و از آن بزرگتر خواهد بود.



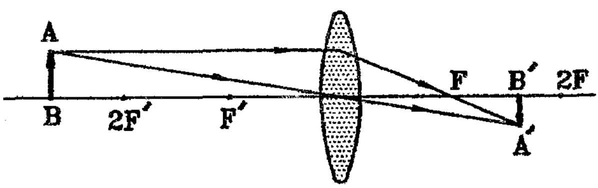
ج) شیء در فاصله $2F$ از عدسی واقع است:

تصویر در طرف دیگر عدسی و بفاصله $2F$ از عدسی خواهد بود، دراین حالت، تصویر حقیقی است و نسبت به جسم وارونه و با آن برابر خواهد بود.



د) شیء در خارج از فاصله $2F$ از عدسی واقع است:

تصویر در طرف دیگر عدسی و در فاصله بین $2F, F$ از عدسی واقع خواهد بود، در این حالت، تصویر حقیقی است و نسبت به جسم وارونه و از آن کوچکتر خواهد بود.



نکته: عدسی مقعر، عدسی واگرا کننده و عدسی محدب ، عدسی همگرا کننده است و دقیقاً به همین خاطر است که برای تشکیل تصویر در عدسی مقعر یک حالت بیشتر نخواهیم داشت چون پرتوهایی که از هر نقطه جسم ساطع می‌شوند همواره واگرا هستند، و در برخورد با عدسی واگرا کننده (مقعر)، واگراتر خواهند شد، لذا تصویر همواره در طرف جسم تشکیل می‌شود، اما در برخورد با عدسی همگرا کننده (محدب)، پرتوهای شکست یافته می‌توانند واگرا یا همگرا باشند، لذا حالات متعدد پیش خواهد آمد.

نکته: در مورد آینه‌ها، آینه محدب ، واگرا کننده و آینه مقعر، همگرا کننده است، در حالی که در مورد عدسی‌ها عدسی محدب، همگرا کننده و عدسی مقعر، واگرا کننده است، لذا رفتار عدسی محدب مشابه آینه مقعر و رفتار عدسی مقعر مشابه آینه محدب است.

۳.۷ رابطه اساسی عدسی‌های نازک

رابطه زیر ارتباط بین فاصله جسم از عدسی (p)، فاصله تصویر از عدسی (q) و فاصله کانونی عدسی (f) را بیان می‌دارد:

$$\boxed{\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}}$$

$$\boxed{m=|\frac{q}{p}|=|\frac{f}{p-f}|=|\frac{q-f}{f}|}$$

در روابط فوق در مورد q, p, f مقادیر حقیقی با علامت مثبت و مقادیر مجازی با علامت منفی، در نظر گرفته می‌شوند، دقت نمایید که کانون عدسی محدب، حقیقی و کانون عدسی مقعر، مجازی می‌باشد.

نکته: مشابه آینه‌های کروی رابطه $\frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}$ را در عدسی‌ها می‌توان به روش‌های مختلفی ثابت کرد (به فصل پنجم مراجعه نمایید). سعی کنید تا این رابطه را در مورد عدسی‌ها، به همان روشهای بکار رفته در مورد آینه‌ها اثبات نمایید.

مثال ۷-۱ جسمی را به فاصله ۴۰ cm در مقابل عدسی مقعری با فاصله کانونی ۴۰ cm قرار می‌دهیم، مطلوبست تعیین محل تصویر.

حل.

$$\left.\begin{array}{l} f=-۴۰\text{ cm}\\ p=۴۰\text{ cm}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{۱}{f}=\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}\Rightarrow \frac{۱}{-۴۰}=\frac{۱}{۴۰}+\frac{۱}{q}\Rightarrow \frac{۱}{q}=\frac{-۱}{۲۰}$$

$$\Rightarrow q=-۲۰\text{ cm}\qquad \text{تصویر مجازی}$$

نکته: هرگاه جسمی را در فاصلهٔ f از عدسی مقعری قرار دهیم، تصویر بصورت مجازی در فاصلهٔ $\frac{f}{۲}$ از عدسی تشکیل می‌شود، به عبارت دیگر، می‌دانیم کانون عدسی مقعر، کانون مجازی می‌باشد، لذا هرگاه جسمی مجازی را در فاصلهٔ f از عدسی مقعر قرار دهیم پرتوهای خروجی از عدسی موازی شده و تصویر در بی‌نهایت تشکیل می‌گردد.

مثال ۷-۲ جسمی در فاصله ۱۰ cm از عدسی نازکی قرار دارد، جسم را ۱۰ cm از عدسی دور می‌نماییم، اندازهٔ تصویر در دو حالت برابر می‌شود. نوع عدسی، فاصله کانونی و بزرگنمایی تصویر را به دست آورید.

حل. عدسی محدب می‌باشد و تصویر یکبار مجازی و بار دیگر حقیقی می‌باشد، لذا خواهیم داشت:

$$m = |\frac{f}{p-f}| \Rightarrow m_۱ = |\frac{f}{۱۰ - f}| \ , \ m_۲ = |\frac{f}{۲۰ - f}|$$

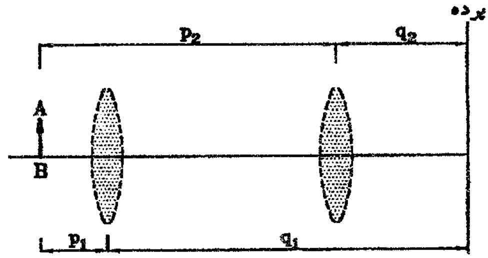
$$m_۲ = m_۱ \Rightarrow \frac{f}{۲۰ - f} = -\frac{f}{۱۰ - f} \Rightarrow ۲۰ - f = f - ۱۰ \Rightarrow f = ۱۵\,\text{cm}$$

$$m_۲ = m_۱ = |\frac{۱۵}{۲۰ - ۱۵}| = ۳$$

مثال ۷-۳ جسمی به فاصله L از پرده‌ای قرار دارد. عدسی محدبی را در فاصله بین جسم و پرده چنان قرار می‌دهیم که تصویر واضحی از جسم بر پرده ظاهر گردد، در اینصورت برای عدسی دو محل قابل تعیین است.

الف) فاصله بین دو موقعیت عدسی (Δ) را محاسبه نمایید.

ب) هرگاه طول تصویر در دو حالت $h_۱$ و $h_۲$ باشد طول جسم را به‌دست آورید.



حل. الف)

$$\begin{cases} \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \\ p + q = L \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{L-p} \Rightarrow p^۲ - Lp + fL = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta = \text{تفاضل دو ریشه معادله} = \frac{\sqrt{L^۲ - ۴fL}}{۱} = L\sqrt{۱ - ۴\frac{f}{L}}$$

همانگونه که ملاحظه می‌گردد در صورتی که $L < ۴f$ باشد، نمی‌توان برای عدسی موقعیتی یافت و در صورتیکه $L = ۴f$ باشد، تنها یک موقعیت قابل تعیین است.

ب) فرض کنید h طول جسم باشد، همچنین می‌دانیم $p_۱ + p_۲ = L$ می‌باشد (به معادله درجهٔ ۲ در بالا دقت کنید) در نتیجه می‌توان گفت: $q_۲ = p_۱$ و $p_۲ = q_۱$.

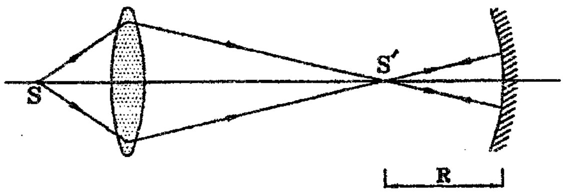
$$\begin{cases} m_۱ = \frac{h_۱}{h} = \frac{q_۱}{p_۱} \\ m_۲ = \frac{h_۲}{h} = \frac{q_۲}{p_۲} = \frac{p_۱}{q_۱} \end{cases} \Rightarrow \frac{h_۱}{h} = \frac{h}{h_۲} \Rightarrow h = \sqrt{h_۱ h_۲}$$

نکته: همانگونه که در مثال ۷ـ۳ دیدیم، در عدسی‌های محدب کم‌ترین فاصله میان جسم و تصویر حقیقی آن، برابر $4f$ می‌باشد و این حالت در صورتی اتفاق می‌افتد که جسم در فاصله $2f$ از عدسی باشد که در این صورت تصویر حقیقی آن در فاصله $2f$ از عدسی در طرف دیگر عدسی واقع خواهد بود.

مثال ۷-۴ عدسی همگرایی از چشمه نورانی S که بر روی محور اصلی آن قرار دارد، تصویری حقیقی تشکیل می‌دهد، آینه مقعری به شعاع R را در چه فواصلی از تصویر باید قرار داد تا تصویر نهایی بر S منطبق شود؟ (دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

الف) R و صفر ب) $2R, R$ ج) $2R, \frac{R}{2}$ د) $\frac{R}{2}$ و صفر

حل. گزینه (الف) صحیح است.

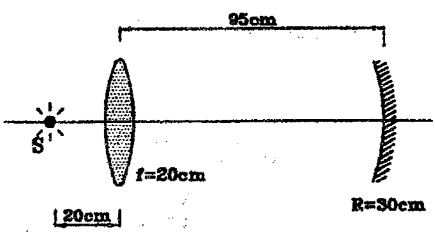


اولاًـ مطابق شکل هرگاه آینه مقعر به فاصله R از S' واقع باشد، تصویر S' در آینه بر روی خودش می‌افتد و در نهایت تصویر نهایی در عدسی بر S منطبق خواهد شد.

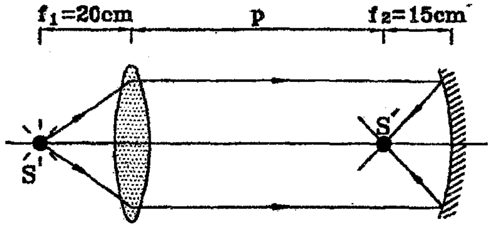
ثانیاًـ همچنین هرگاه آینه دقیقاً بر روی S' واقع باشد، در این حالت نیز تصویر S' بر روی خودش می‌افتد و در نهایت تصویر نهایی در عدسی بر S منطبق خواهد شد.

مثال ۷-۵ مطابق شکل یک نقطه نورانی، در کانون عدسی محدبی با فاصله کانونی ۲۰ سانتیمتر قرار گرفته است، آینه مقعری با شعاع ۳۰ سانتیمتر، به فاصله ۹۵ سانتیمتر در طرف دیگر عدسی قرار گرفته است، فاصله آخرین تصویر نقطه نورانی، از عدسی کدام است؟ (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) ۲۶٫۷ cm ب) ۱۶٫۰ cm ج) ۸۰٫۰ cm د) ۱۴٫۴ cm



حل. گزینه (الف) صحیح است، نقطه نورانی بر روی کانون عدسی واقع است، در نتیجه پرتوهای خروجی از عدسی به موازات محور اصلی خواهند بود و پس از برخورد با آینه مقعر بر روی کانون آینه جمع خواهند شد.



$$p = ۹۵ - ۱۵ = ۸۰ \text{ cm}$$

$$\frac{۱}{f_۱} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۲۰} = \frac{۱}{۸۰} + \frac{۱}{q}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۲۰} - \frac{۱}{۸۰} = \frac{۳}{۸۰} \Rightarrow q = \frac{۸۰}{۳} \simeq ۲۶{,}۷ \text{ cm}$$

۴.۷ رابطه نیوتن

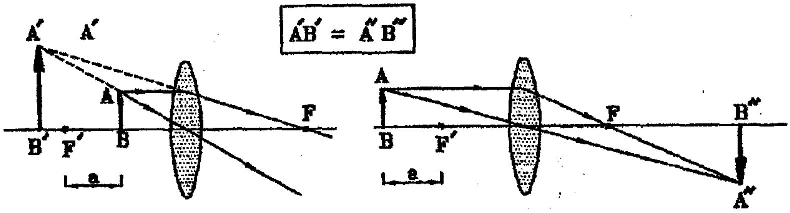
می‌توان رابطهٔ بین محل جسم و محل تصویر و فاصله کانونی عدسی (f) را بصورت زیر نیز مطرح کرد:

$$\boxed{aa' = f^۲}$$

$$\boxed{m = |\frac{q}{p}| = |\frac{f}{a}| = |\frac{a'}{f}|}$$

نکته: در رابطهٔ نیوتن، a فاصلهٔ جسم از کانون و a' فاصلهٔ تصویر از کانون می‌باشد، مطابق این رابطه ($aa' = f^۲$) با توجه به اینکه $f^۲$ همواره مثبت می‌باشد نتیجه می‌گیریم که a و a' همواره هم علامتند.

نکته: با توجه به رابطهٔ $m = |\frac{f}{a}| = |\frac{f}{p-f}|$ می‌توان گفت که عدسی محدب در دو حالتی که جسم AB، به یک فاصله از کانون قرار گرفته باشد، بزرگنمایی‌های برابر ایجاد می‌کند. به اشکال زیر دقت کنید:



حال شما توضیح دهید در مورد عدسی مقعر مطلب فوق چگونه بیان می‌شود؟

مثال ۷-۶ فاصله کانونی یک عدسی واگرا ۳۰ سانتیمتر می‌باشد، این عدسی از جسم، تصویری در فاصله ۱۰ سانتیمتری از کانون عدسی تشکیل می‌دهد، فاصله جسم از عدسی را تعیین کنید.

حل.

$$aa' = f^{۲} \Rightarrow \quad a \times ۱۰ = (-۳۰)^{۲} \quad \Rightarrow a = ۹۰\ \mathrm{cm}$$
$$a = p - f \Rightarrow \quad ۹۰ = p - (-۳۰) \quad \Rightarrow p = ۶۰\ \mathrm{cm}$$

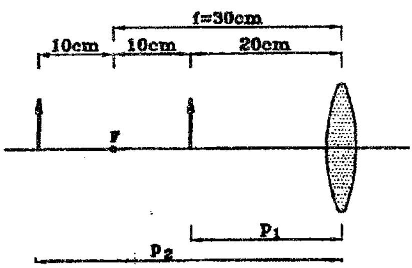
مثال ۷-۷ عدسی واگرایی به فاصله کانونی ۲۰ سانتیمتر از جسمی، تصویری در ۱۰ سانتیمتری عدسی ایجاد نموده است، بزرگ‌نمایی خطی عدسی در این حالت چه مقدار می‌باشد؟

حل. می‌دانیم کانون عدسی مقعر، مجازی و نوع تصویر، نیز حتماً مجازی است، لذا خواهیم داشت:

$$m = |\frac{a'}{f}| = |\frac{q-f}{f}| = |\frac{-۱۰-(-۲۰)}{-۲۰}| = \frac{۱}{۲}$$

مثال ۷-۸ عدسی محدبی به فاصله کانونی ۳۰ سانتیمتر از جسمی که در فاصلهٔ ۲۰ سانتیمتری از آن قرار دارد، تصویری ایجاد نموده است، جسم را چه مقدار از عدسی دور کنیم تا بزرگنمایی عدسی تغییر نکند؟

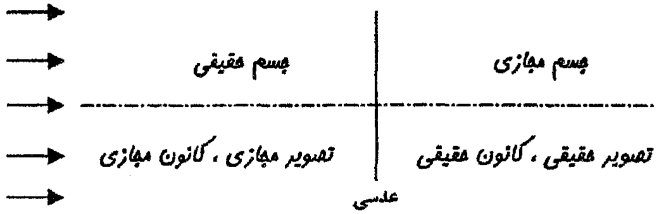
حل. با توجه به این نکته که عدسی محدب از اجسامی که به یک فاصله از کانون قرار دارند، بزرگ‌نمایی‌های برابر ایجاد می‌کند می‌توان گفت:



$$p_{۱} - p_{۲} = ۲ \times (۳۰ - ۲۰) = ۲ \times ۱۰ = ۲۰\ \mathrm{cm}$$

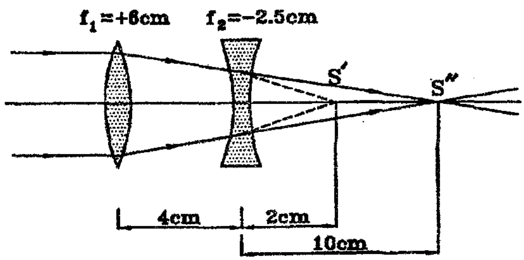
۵.۷ سایر نکات مربوط به تشکیل تصویر در عدسی‌های نازک

در عدسی‌ها، محل حقیقی‌ها و مجازی‌ها مطابق شکل زیر می‌باشد، در این شکل فرض بر آن است که پرتوهای نور از سمت چپ بر عدسی می‌تابند، قابل ذکر است که کانون عدسی محدب، حقیقی و کانون عدسی مقعر، مجازی می‌باشد.



مشابه آینه‌های کروی در تمامی روابط، مقادیر حقیقی با علامت مثبت و مقادیر مجازی با علامت منفی در نظر گرفته می‌شوند، در مورد اجسام مجازی در فصل ۵ به تفضیل بحث شده است، در صورت نیاز به این فصل مراجعه نمایید.

مثال ۷-۹ در شکل زیر هرگاه پرتوها از جسم بی‌نهایت دور، به‌صورت موازی به عدسی محدب برسند، تصویر نهایی در چه فاصله از عدسی مقعر تشکیل می‌شود.



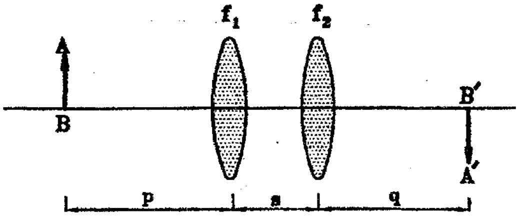
حل. پرتوهایی که به صورت موازی به عدسی محدب رسیده‌اند، می‌خواهند در کانون عدسی محدب همگرا شوند، اما ما قبل این که به این کانون برسند، به عدسی مقعر برخورد می‌کنند، لذا نقطه S' در حکم جسم مجازی برای عدسی مقعر خواهد بود:

$$p = -(۶ - ۴) = -۲\,\mathrm{cm}$$
$$\frac{۱}{f_۲} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \;\Rightarrow\; \frac{۱}{-۲/۵} = \frac{۱}{-۲} + \frac{۱}{q} \;\Rightarrow\; q = ۱۰\,\mathrm{cm}$$

تصویر نهایی حقیقی و در فاصله ۱۰ سانتیمتری در سمت راست عدسی مقعر واقع خواهد بود.

مثال ۷-۱۰ دو عدسی نازک به فواصل کانونی $f_۱$ و $f_۲$ را به فاصله s از یکدیگر قرار می‌دهیم، مقابل عدسی اول یک جسم به فاصله p از عدسی قرار گرفته است:

الف) فاصله تصویر نهایی (q) را از عدسی دوم به دست آورید.



ب۱ نشان دهید که هرگاه s به سمت صفر میل نماید، مجموعه دو عدسی فوق‌الذکر معادل با یک عدسی به فاصله کانونی f می‌باشد که f از رابطه $\frac{۱}{f} = \frac{۱}{f_۱} + \frac{۱}{f_۲}$ بدست می‌آید.

حل. الف) x را فاصله تصویر تشکیل شده از جسم در عدسی اول در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \frac{۱}{f_۱} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{x} \\ \frac{۱}{f_۲} = \frac{۱}{s-x} + \frac{۱}{q} \end{cases}$$

با حذف x بین دو رابطه فوق مقدار q بدست می‌آید:

$$q = f_۲ \times \frac{s - \frac{f_۱ p}{p-f_۱}}{s - \frac{f_۱ p}{p-f_۱} - f_۲}$$

ب) در رابطه بدست آمده برای q مقدار s را برابر صفر قرار می‌دهیم، در اینصورت خواهیم داشت:

$$q = f_۲ \times \frac{\frac{f_۱ p}{p-f_۱}}{-\frac{f_۱ p}{p-f_۱} - f_۲} = f_۲ \times \frac{-f_۱ p}{-f_۱ p - f_۲(p-f_۱)}$$

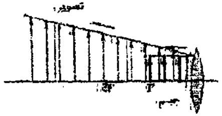
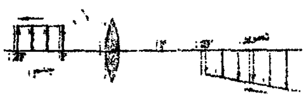
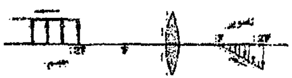
$$\Rightarrow \frac{۱}{q} = \frac{f_۱ p + f_۲ p - f_۱ f_۲}{f_۱ f_۲ p} \Rightarrow \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f_۲} + \frac{۱}{f_۱} - \frac{۱}{p}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f_۱} + \frac{۱}{f_۲} \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{f_۱} + \frac{۱}{f_۲}$$

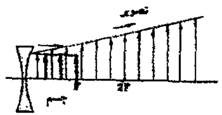
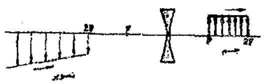
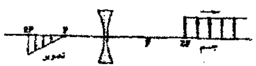
جمع‌بندی

در دو جدولی که از نظر شما می‌گذرد، سعی کرده‌ایم به اختصار مشخصات تصاویر و نکات مربوطه در مورد عدسی‌های نازک را بیان کنیم، بدین منظور جسمی را یکبار در مقابل عدسی مقعر و بار دیگر در مقابل عدسی محدب حرکت داده و وضعیت تصویر بررسی می‌شود، جدول اول با فرض جسم حقیقی و جدول دوم با فرض جسم مجازی تنظیم شده‌اند.

جدول ۱ - مشخصات تصویر در عدسیهای نازک با فرض جسم حقیقی

نوع عدسی	محل جسم	محل تصویر	نوع تصویر حقیقی/مجازی	تصویر مستقیم / وارونه	اندازه تصویر	سرعت تصویر نسبت به سرعت جسم	جهت حرکت تصویر نسبت به حرکت جسم	با دور کردن جسم از عدسی بزرگنمایی تصویر...	توضیحات
مقعر	ازعدسی تابی‌نهایت	ازعدسی تاکانون	مجازی	مستقیم	کوچکتر	کمتر	هم‌جهت	کم‌می‌شود	
	ازعدسی تاکانون	ازعدسی تابی‌نهایت	مجازی	مستقیم	بزرگتر	بیشتر	هم‌جهت	زیادمی‌شود	
محدب	ازکانون تا 2F	ازبی‌نهایت تا 2F	حقیقی	وارونه	بزرگتر	بیشتر	هم‌جهت	کم‌می‌شود	
	از 2F تابی‌نهایت	از 2F تاکانون	حقیقی	وارونه	کوچکتر	کمتر	هم‌جهت	کم‌می‌شود	

جدول ۲ - مشخصات تصویر در عدسیهای نازک با فرض جسم مجازی

نوع عدسی	محل جسم	محل تصویر	نوع تصویر حقیقی /مجازی	تصویر مستقیم / وارونه	اندازه تصویر	سرعت تصویر نسبت به سرعت جسم	جهت حرکت تصویر نسبت به حرکت جسم	با دورکردن جسم از عدسی بزرگنمایی تصویر...	توضیحات
	ازعدسی تاکانون	ازعدسی تابی‌نهایت	حقیقی	مستقیم	بزرگتر	بیشتر	هم‌جهت	زیاد می‌شود	
مقعر	ازکانون تا ۲F	ازبی‌نهایت تا ۲F	مجازی	وارونه	بزرگتر	بیشتر	هم‌جهت	کم می‌شود	
	از ۲F تابی‌نهایت	از ۲F تاکانون	مجازی	وارونه	کوچکتر	کمتر	هم‌جهت	کم می‌شود	
محدب	ازعدسی تابی‌نهایت	ازعدسی تاکانون	حقیقی	مستقیم	کوچکتر	کمتر	هم‌جهت	کم می‌شود	

نکته ۱. هرگاه نوع جسم و تصویر از لحاظ حقیقی یا مجازی بودن یکسان باشد، تصویر نسبت به جسم وارونه و هرگاه متفاوت باشد، تصویر مستقیم است.

نکته ۲. جهت حرکت جسم و تصویر همواره در یک جهت می‌باشد.

نکته ۳. هرگاه اندازه تصویر از جسم کوچکتر باشد، سرعت حرکت تصویر از جسم کمتر و هرگاه اندازه تصویر از جسم بزرگتر باشد، سرعت حرکت تصویر از جسم بیشتر می‌باشد.

نکته ۴. هرگاه جسم حقیقی باشد، نوع تصویر در عدسی مقعر همواره مجازی و هرگاه جسم مجازی باشد نوع تصویر در عدسی محدب همواره حقیقی خواهد بود.

نکته ۵. هرگاه جسم حقیقی باشد، نوع تصویر در عدسی محدب می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد، نیز هرگاه جسم مجازی باشد نوع تصویر در عدسی مقعر می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد.

با توجه به اینکه اکثر مسائل در مورد اجسام حقیقی مطرح می‌شوند، لذا توجه خود را به جدول اول متمرکز می‌نماییم، سه نکته‌ای که در ذیل می‌آیند، در حالتی صادق هستند که جسم حقیقی باشد:

نکته ۱. تصویر مجازی، همواره مستقیم و تصویر حقیقی، همواره وارونه می‌باشد.

نکته ۲. در عدسی مقعر هر چه تصویر از عدسی دورتر باشد، کوچکتر است و در عدسی محدب هر چه تصویر عدسی دورتر باشد، بزرگتر است.

نکته ۳. در مورد تصویر چهار حالت متصور می‌باشد:

۱. تصویر حقیقی بزرگتر
۲. تصویر حقیقی کوچکتر
۳. تصویر مجازی بزرگتر
۴. تصویر مجازی کوچکتر

از چهار حالت فوق سه حالت اول در عدسی محدب و حالت چهارم در عدسی مقعر پدید می‌آیند، لذا در حالتی که تصویر از جسم کوچکتر باشد، عدسی می‌تواند هم محدب باشد و هم مقعر، بدین ترتیب که اگر تصویر حقیقی باشد عدسی محدب و اگر تصویر مجازی باشد مقعر خواهد بود و در حالتیکه تصویر از جسم بزرگتر باشد، نوع عدسی حتماً محدب می‌باشد، که دراین‌صورت تصویر می‌تواند حقیقی یا مجازی باشد.

مثال ۷-۱۱ عدس محدبی به فاصله کانونی ۲۰ سانتیمتر از جسمی، تصویری چهار برابر اندازهٔ جسم ایجاد کرده است، مطلوبست تعیین فاصله جسم و تصویر از عدسی.

حل. مطابق نکته (۳) برای حل مسئله دو حالت قابل تصور می‌باشد، یکی اینکه تصویر حقیقی باشد و دیگری اینکه تصویر مجازی باشد، لذا داریم:

$$m = |\frac{f}{p-f}|$$

$$\frac{f}{p-f} = +۴ \Rightarrow \quad \frac{۲۰}{p-۲۰} = +۴ \quad \Rightarrow p = ۲۵\,\text{cm},\ q = ۱۰۰\,\text{cm}$$

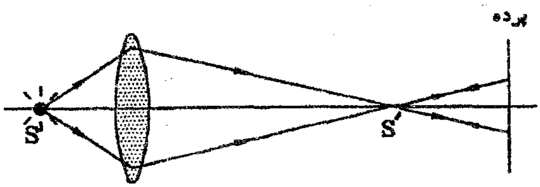
$$\frac{f}{p-f} = -۴ \Rightarrow \quad \frac{۲۰}{p-۲۰} = -۴ \quad \Rightarrow p = ۱۵\,\text{cm},\ q = -۶۰\,\text{cm}$$

مثال ۷-۱۲ نقطه‌ای نورانی روی محور اصلی عدسی همگرایی قرار دارد، در طرف دیگر عدسی، پرده‌ای عمود بر محور اصلی نصب شده است و روی آن قرص روشنی مشاهده می‌شود، اگر پرده را عمود بر محور عدسی در یک جهت جابجا کنیم، قطر قرص روشن چه تغییری می‌کند؟ (مرحله اول نهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۴)

الف) حتماً زیاد می‌شود   ب) حتماً کم می‌شود

ج) امکان دارد زیاد شود   د) امکان دارد زیاد شود

ه) امکان دارد ابتدا کم و سپس زیاد شود



حل. گزینه‌های (ج) و (ه) صحیح است.

چهار حالت قابل تصور می‌باشد:

۱. پرده در سمت راست S' واقع بوده و به سمت راست حرکت نماید: در این حالت قطر قرص روشن زیاد می‌شود.

۲. پرده در سمت راست S' واقع بوده و به سمت چپ حرکت نماید: در این حالت قطر قرص روشن ابتدا کم شده و سپس زیاد می‌شود.

۳. پرده در سمت چپ S' واقع بوده و به سمت راست حرکت نماید: در این حالت قطر قرص روشن ابتدا کم شده و سپس زیاد می‌شود.

۴. پرده در سمت چپ S' واقع بوده و به سمت چپ حرکت نماید: در این حالت قطر قرص روشن زیاد می‌شود.

۶.۷ نقاط مزدوج در عدسی‌ها

هرگاه دو نقطه از محور اصلی عدسی را چنان انتخاب نماییم که هرگاه جسم در یکی باشد، تصویر در دیگری باشد، دو نقطه مزبور را«نقاط مزدوج» نامند، بعنوان مثال $\frac{3f}{2}$, $3f$ در عدسی محدب نقاط مزدوج هستند.

مثال ۷-۱۳ عدسی محدبی از یک جسم که بفاصله ۱۸ سانتیمتر از آن قرار دارد تصویری دو برابر جسم روی پرده‌ای تشکیل می‌دهد، عدسی را بین جسم و پرده چقدر جابجا کنیم، تا جای تصویر تغییر نکند؟ (دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

الف) ۳۶ cm   ب) ۹ cm   ج) ۱۸ cm   د) ۲۷ cm

حل. گزینه (ج) صحیح است.

$$q_1 = 2p_1 = 2 \times 18 = 36\,\text{cm}$$

نقاط ۱۸ cm, ۳۶ cm، نقاط مزدوج یکدیگر می‌باشند، لذا حالت دیگر که تصویر بر روی پرده تشکیل می‌شود، حالتی است که جسم در ۳۶ سانتیمتری و تصویر در ۱۸ سانتیمتری عدسی باشد.

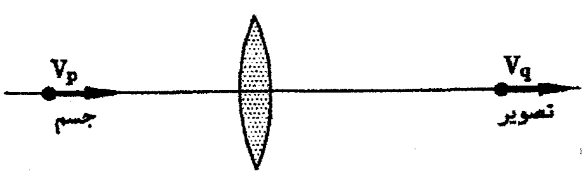
$$\begin{cases} p_2 = 36\,\text{cm} \\ q_2 = 18\,\text{cm} \end{cases} \qquad \begin{cases} p_1 = 18\,\text{cm} \\ q_1 = 36\,\text{cm} \end{cases}$$

$$\Delta = p_2 - P_1 = 36 - 18 = 18\,\text{cm}$$

۷.۷ بررسی سرعت حرکت جسم و تصویر در عدسی‌های نازک

در این قسمت با فرض ساکن بودن عدسی، و حرکت جسم و تصویر در راستای محور اصلی رابطه‌ای بین سرعت جسم و تصویر ارائه می‌گردد:

$$\boxed{V_q = m^2 V_p}$$



(بزرگنمایی‌خطی‌عدسی : m)

نکته: مطابق رابطه $V_q = m^۲ V_p$، جسم و تصویر همواره هم جهت حرکت می‌کنند.

نکته: مطابق رابطه $V_q = m^۲ V_p$، هرگاه تصویر از جسم بزرگتر باشد $(m > ۱)$ سرعت تصویر از سرعت جسم بیشتر خواهد بود، $(V_q > V_p)$ و هرگاه تصویر از جسم کوچکتر باشد $(m < ۱)$، سرعت تصویر از سرعت جسم کمتر خواهد بود، $(V_q < V_p)$.

مثال ۷-۱۴ فرض کنید جسمی با سرعت ثابت v برروی محور اصلی عدسی محدبی، به عدسی نزدیک می‌شود، در لحظه‌ای که جسم در فاصله $۲f$ از عدسی قرار دارد، سرعت تصویر چه مقدار می‌باشد؟

حل.

$$m = |\frac{f}{a}| = |\frac{f}{p-f}| = \frac{f}{۲f - f} = ۱$$
$$V_q = m^۲ V_p = v$$

۸.۷ توان عدسی‌ها

عکس فاصله کانونی هر عدسی ساده، را بنا به تعریف «توان عدسی» نامند، توان عدسی را معمولاً با حرف D نمایش می‌دهند. واحد توان عدسی «دیوپتر» است، به شرط آنکه فاصله کانونی عدسی بر حسب متر باشد.

$$\boxed{D = \frac{۱}{f}}$$

توان عدسی‌های محدب مثبت و توان عدسی‌های مقعر منفی می‌باشد.

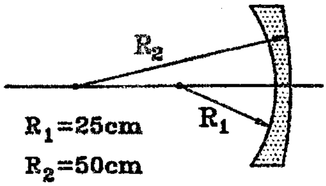
رابطه توان عدسی با مشخصات عدسی: توان عدسی از یک طرف به شعاعهای انحنای دو وجه عدسی و از طرف دیگر به ضریب شکست ماده‌ای که عدسی از آن ساخته شده ،است بستگی دارد و از رابطه زیر که به «رابطه عدسی سازان» معروف است، به دست می‌آید.

$$\boxed{D = \frac{۱}{f} = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲})}$$

در این رابطه، n ضریب شکست عدسی و $R_۱, R_۲$ شعاعهای انحنای دو وجه عدسی است. شعاع وجه محدب عدسی را با علامت مثبت و شعاع وجه مقعر عدسی را با علامت منفی در نظر می‌گیریم، بدیهی است که اگر یکی از سطوح عدسی تخت باشد، R آن بینهایت و در نتیجه $\frac{۱}{R}$ برابر صفر است.

نکته: هرگاه عدسی در محیطی غیر از هوا قرارگرفته باشد، n بصورت ضریب شکست نسبی عدسی نسبت به مخیط در رابطه بکار خواهد رفت. $\left(n = \frac{n_{\text{عدسی}}}{n_{\text{محیط}}}\right)$

مثال ۷-۱۵ توان یک عدسی هلالی شکل واگرا مطابق شکل، که ضریب ش کست آن ۱/۵ می‌باشد را محاسبه نمایید.



حل.

$$R_1 = 0 - 25\,\text{cm} = -0/25\,\text{m}$$

$$R_2 = +50\,\text{cm} = +0/5\,\text{m}$$

$$D = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (1/5 - 1)\left(\frac{1}{-0/25} + \frac{1}{0/5}\right) = -1\,\text{dp}$$

$$f = \frac{1}{D} = -\frac{1}{1} = -1\,\text{m}$$

مثال ۷-۱۶ هرگاه یک عدسی شیشه‌ای به فاصله کانونی f را در آب فرو بریم، فاصله کانونی آن افزایش می‌یابد یا کاهش؟

حل. ضریب شکست شیشه نسبت به هوا را n_1 در نظر بگیرید، هرگاه عدسی را در آب فرو ببریم،در رابطه عدسی سازان می‌بایست ضریب شکست عدسی نسبت به آب (n_2) را مد نظر قرار داد:

$$\text{توان عدسی در هوا} \; : \; \frac{1}{f_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

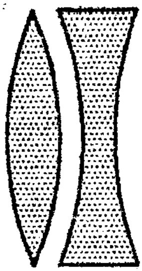
$$\text{توان عدسی در آب} \; : \; \frac{1}{f_2} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$n_2 < n_1 \Rightarrow \frac{1}{f_1} < \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_1 > f_2$$

یعنی فاصله کانونی عدسی افزایش می‌یابد.

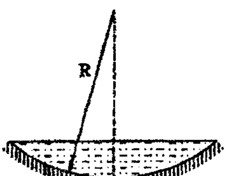
نکته: با توجه به رابطهٔ عدسی‌سازان، هرگاه ضریب شکست عدسی نسبت به محیط از واحد کمتر باشد $(n < 1)$، عدسی‌ای که از نظر شکل محدب است ، بصورت عدسی مقعر و عدسی‌ای که از نظر شکل مقعر می‌باشد، بصورت محدب عمل می‌کند. به عنوان مثال یک حباب هوا داخل آب، عملکرد عدسی مقعر را خواهد داشت و پرتوهای نور را واگرا می‌کند.

توان عدسی‌های مرکب: عدسی‌های مرکب، از ترکیب دو یا چند عدسی سادهٔ به هم چسبیده ساخته می‌شوند، شکل مقابل عدسی مرکبی را نشان می‌دهد که از دو عدسی همگرا و واگرا تشکیل یافته است. هر عدسی مرکب را می‌توان معادل یک عدسی ساده دانست که توان آن برابر مجموع جبری توان عدسی‌های تشکیل دهنده آن است.



$$\boxed{D = D_1 + D_2 + \cdots = \sum_{i=1}^{k} D_i}$$

مثال ۷-۱۷ گودی یک آینه مقعر را با آب پر می‌نماییم هرگاه ضریب شکست آب را n فرض نماییم، توان مجموعه حاصل را بدست آورید.



$$\text{عدسی محدب}: D = (n-1)\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R}\right) = \frac{n-1}{R}$$

$$\text{آینه مقعر} D = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

$$D = 2D_{\text{عدسی محدب}} + D_{\text{آینه مقعر}} = \frac{2(n-1)}{R} + \frac{2}{R} = \frac{2n}{R}$$

مثال ۷-۱۸ وقتی در گودی یک عدسی هلالی شکل همگرا، مایع شفافی ریخته شود، (دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

الف) فاصله کانونی آن زیاد می‌شود.

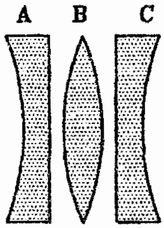
ب) فاصله کانونی آن کم می‌شود.

ج) فاصله کانونی آن تغییر نمی‌کند.

د) تغییر فاصله کانونی به ضریب شکست عدسی و مایع بستگی دارد.

حل. گزینه(ب) صحیح است، عدسی هلالی شکل همگرا، یک عدسی محدب با توان مثبت $(D_1 > 0)$ می‌باشد، همچنین مایع شفافی که درگودی عدسی ریخته شده است، معادل یک عدسی محدب با توان مثبت $(D_2 > 0)$ می‌باشد، در نتیجه توان مجموع این دو عدسی از توان عدسی هلالی شکل به تنهایی بزرگتر می‌باشد، یعنی فاصله کانونی مجموع این دو عدسی نسبت به عدسی هلالی شکل به تنهایی، کمتر است.

مثال ۷-۱۹ سه عدسی شیشه‌ای C, B, A با ضریب شکست $n = 1/5$ و با مشخصات زیر مطابق شکل در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند:



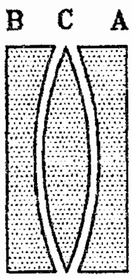
عدسی A: کاو- تخت، با شعاع انحنای ۱۰۰ سانتیمتر

عدسی B: دوکوژ با شعاعهای انحناء cm ۲۰۰ (طرف چپ) و cm ۱۰۰ (طرف راست)

عدسی C: تخت- کاو، با شعاع انحنای ۲۰۰ سانتیمتر

همگرایی این مجموعه کدام است؟ (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) ۱+ ب) ۲− ج) صفر د) ۱−



حل. گزینه (ج) صحیح است.

روش اول: اگر جای عدسی‌های A,C را عوض کنیم، مجموعه سه عدسی یک تیغه را ایجاد می‌نمایند، یعنی همگرایی مجموعه صفر می‌باشد.

روش دوم:

$$D_A = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}) = (۱/۵-۱)\times\frac{۱}{-۱} = -۰/۵\,\mathrm{dp}$$

$$D_B = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}) = (۱/۵-۱)\times(\frac{۱}{۱}+\frac{۱}{۲} + ۰/۷۵\,\mathrm{dp}$$

$$D_C = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}) = (۱/۵-۱)\times\frac{۱}{-۲} = -۰/۲۵\,\mathrm{dp}$$

$$D_A + D_B + D_C = -۰/۵ + ۰/۷۵ - ۰/۲۵ = ۰$$

مسائل حل شده

۱. جسمی به فاصله ۱۵ سانتیمتر از عدسی محدبی به فاصله کانونی ۲۵ سانتیمتر قرار دارد، فاصلهٔ جسم از تصویر را محاسبه نمایید. حل.

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۲۵} = \frac{۱}{۱۵}\frac{۱}{q} \Rightarrow q = \frac{۱۵ \times ۲۵}{۱۵ - ۲۵} = -۳۷/۵\,\mathrm{cm}$$

تصور مجازی می‌باشد، یعنی در همان سمت عدسی که جسم است، قرار دارد.

$$\text{فاصله جسم از تصویر} = ۳۷/۵ - ۲۵ = ۱۲/۵\,\mathrm{cm}$$

۲. فاصله جسمی از تصویر حقیقی آن در عدسی محدبی برابر ۹۰ سانتیمتر است، اگر جسم را در محل تصویر قرار دهیم، طول تصویر $\frac{۱}{۴}$ حالت قبل می‌گردد، فاصله کانونی عدسی را محاسبه کنید.

حل. فاصله جسم و تصویر از عدسی را در حالت اول $p_۱$ و $q_۱$ و در حالت دوم $p_۲$ و $q_۲$ فرض کنید، در اینصورت خواهیم داشت:

$$p_۱ + q_۱ = ۹۰, \quad q_۲ = p_۱, \quad p_۲ = q_۱$$

$$m_۱ = \frac{q_۱}{p_۱}, \quad m_۲ = \frac{q_۲}{p_۲}$$

$$\frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۱}{۴} \quad \Rightarrow \frac{\frac{q_۲}{p_۲}}{\frac{q_۱}{p_۱}} = \frac{۱}{۴} \quad \Rightarrow \frac{q_۲}{p_۲} \times \frac{p_۱}{q_۱} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{p_۱}{q_۱}\right)^۲ = \frac{۱}{۴} \quad \Rightarrow \frac{p_۱}{q_۱} = \frac{۱}{۲} \quad \Rightarrow q_۱ = ۲p_۱$$

$$p_۱ + q_۱ = ۹۰ \quad \Rightarrow p_۱ + ۲p_۱ = ۹۰ \quad \Rightarrow ۳p_۱ = ۹۰ \quad \Rightarrow p_۱ = ۳۰\,\mathrm{cm}$$

$$q_۱ = ۲p_۱ = ۲ \times ۳۰ = ۶۰\,\mathrm{cm}$$

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p_۱} + \frac{۱}{q_۱} = \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۶۰} \Rightarrow f = \frac{۳۰ \times ۶۰}{۳۰ + ۶۰} = ۲۰\,\mathrm{cm}$$

۳. جسمی را مقابل عدسی محدبی به فاصله کانونی ۹ سانتیمتر قرار می‌دهیم، هرگاه طول تصویر مجازی ایجاد شده در عدسی سه برابر طول جسم باشد، فاصله جسم از عدسی را محاسبه کنید.

حل. چون تصویر ایجاد شده مجازی می‌باشد، لذا جسم در فاصلهٔ کانونی عدسی محدب واقع است.

$$m = \left|\frac{f}{p - f}\right| = ۳ \Rightarrow \frac{۹}{p - ۹} = -۳ \Rightarrow -۳p + ۲۷ = ۹ \Rightarrow p = ۶\,\mathrm{cm}$$

۴. جسمی مقابل عدسی محدبی به فاصله کانونی ۱۰ سانتیمتر واقع است، هرگاه فاصله این جسم از تصویر مجازی خود در عدسی برابر ۵ سانتیمتر باشد، فاصلهٔ جسم از عدسی را بدست آورید.

حل. چون تصویر ایجاد شده مجازی می‌باشد، لذا جسم در فاصله کانونی عدسی محدب واقع است، همچنین تصویر در همان سمتی از عدسی که جسم واقع است، قرار دارد. توجه کنید در این حالت p مثبت و q منفی می‌باشد و $|q| > |p|$ می‌باشد.

$$p + q = -۵ \Rightarrow q = -۵ - p$$

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{p} - \frac{۱}{۵ + p} \Rightarrow \frac{۵}{p(۵ + p)} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۵p + p^۲ = ۵۰ \qquad \Rightarrow p^۲ + ۵p - ۵۰ = ۰$$

$$\Rightarrow p = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۴ \times ۵۰}}{۲} = \frac{۵ \pm ۱۵}{۲} = \begin{cases} ۱۰\ \text{cm} \\ -۵\ \text{cm} \quad \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

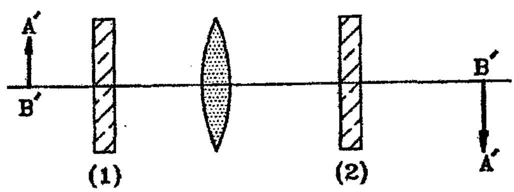
۵. یک عدسی همگرا از جسمی تصویری حقیقی تشکیل می‌دهد، تیغه متوازی السطوحی را یکبار عمود بر محور اصلی بین جسم و عدسی و بار دیگر بین تصویر و عدسی قرار می‌دهیم، در اینصورت محل تصویر نسبت به عدسی: (دومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۷)

الف) در حالت اول نزدیک و در حالت دوم دور می‌شود

ب) در حالت اول دور و در حالت دوم نزدیک می‌شود

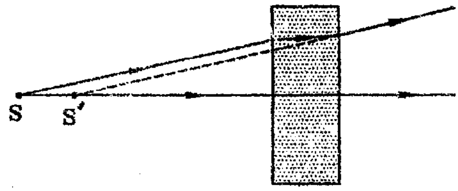
ج) در هر دو حالت دور می‌شود

د) تغییر نمی‌کند، زیرا تیغه نور را منحرف نمی‌کند.



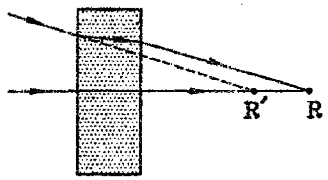
حل. گزینه (ج) صحیح است.

هرگاه تیغه شفاف را در محل (۱) قرار دهیم مطابق شکل تیغه شفاف سبب می‌گردد که جسم S جلوتر به نظر برسد، نیز می‌دانیم در این حالت وقتی جسم به عدسی نزدیک شود تصویر از عدسی دور خواهد شد.



(1)

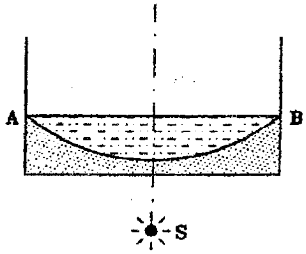
هرگاه تیغه شفاف را در محل (۲) قرار دهیم مطابق شکل تیغه شفاف سبب می‌گردد که تصویر R عقب تر به نظر برسد، یعنی در این حالت بازهم تصویر از عدسی دور خواهد شد.



(2)

نکته: هرگاه ضخامت تیغه شفاف e و ضریب شکست آن n باشد، فاصله Δ که در شکل نشان داده شده است برابر $\Delta = e(1 - \frac{1}{n})$ خواهد بود که این رابطه، همان رابطه عمق ظاهری می‌باشد.

۶. ظرف استوانه‌ای شکل شیشه‌ای با ضریب شکست ۱/۶ که ته آن مطابق شکل گود و شعاع انحنای آن ۱۰ سانتیمتر است، در اختیار داریم. در زیر این ظرف و روی محور استوانه و به فاصله ۲۵ سانتیمتر از کف ظرف، منبع نورانی نقطه‌ای S قرار دارد، مایعی به ضریب شکست مجهول داخل ظرف می‌ریزیم تا داخل گودی را تا سطح AB پرکند، در اثر این عمل تصویری حقیقی از نقطه نورانی بفاصله ۶۰ سانتیمتر از تصویر اولیه آن به‌دست می‌آید، ضریب شکست مایع را به‌دست آورید. (سومین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۸)



حل. ته ظرف شیشه همانند یک عدسی مقعر با فاصله کانونی f_1 و آب درون گودی همانند یک عدسی محدب با فاصله کانونی f_2 عمل می‌کنند.

$$\frac{۱}{f_۱} = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}) = (۱/۶ - ۱) \times (\frac{۱}{-۱۰}) = -\frac{۶}{۱۰۰} \Rightarrow f_۱ = -\frac{۵۰}{۳}\,\text{cm}$$
$$\frac{۱}{f_۱} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q_۱} \Rightarrow -\frac{۳}{۵۰} = \frac{۱}{۲۵} + \frac{۱}{q_۱} \Rightarrow q_۱ = -۱۰\,\text{cm}$$

یعنی تصویر تشکیل شده در عدسی مقعر، مجازی و به فاصلهٔ ۱۰ cm از عدسی واقع می‌باشد، این تصویر بعنوان یک جسم حقیقی برای عدسی محدب خواهد بود.

$$\frac{۱}{f_۲} = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}) = (n-۱)(\frac{۱}{۱۰}) = \frac{n-۱}{۱۰} \Rightarrow f_۲ = \frac{۱۰}{n-۱}$$
$$q_۲ = ۶۰ - ۱۰ = ۵۰\,\text{cm}$$
$$\frac{۱}{f_۲} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q_۲} \Rightarrow \frac{n-۱}{۱۰} = \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۵۰} = \frac{۶}{۵۰} \Rightarrow n-۱ = \frac{۶}{۵} \Rightarrow n = ۲/۲$$

۷. ضریب شکست مطلق یک عدسی محدب الطرفین شیشه‌ای ۱/۵ و شعاع انحنای طرفین آن ۳۰ سانتیمتر است،

الف) فاصله کانونی این عدسی را در هوا حساب کنید، ضریب شکست مطلق هوا تقریباً برابر یک است.

ب) عدسی را در مایعی به ضریب شکست مطلق ۱/۶ و به فاصلهٔ ۶۰ cm از یک جسم به طول ۱۰ cm قرار می‌دهیم، نوع، محل و طول تصویر جسم را در عدسی مشخص کنید.

ج) عدسی را روی سطح آزاد یک تشت جیوه قرار می‌دهیم، همگرایی عدسی را در این حالت حساب کنید.

(اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

حل. الف)

$$\frac{۱}{f} = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}) = (۱/۵ - ۱)(\frac{۱}{۳۰}\frac{۱}{۳۰}) = \frac{۱}{۳۰} \Rightarrow f = ۳۰\,\text{cm}$$
$$\frac{۱}{f} = (n-۱)(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}) = (\frac{۱/۵}{۱/۶} - ۱)(\frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۳۰}) = \frac{-۱}{۲۴۰} \Rightarrow f = -۲۴۰\,\text{cm}$$

ب)

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{-۲۴۰} = \frac{۱}{۶۰} + \frac{۱}{q} \Rightarrow q = -۴۸cm \quad \text{(مجازی و مستقیم)}$$
$$m = |\frac{q}{p}| = |\frac{۴۸}{۶۰}| = ۰/۸ \Rightarrow A'B' = mAB = ۰/۸ \times ۱۰ = ۸\,\text{cm}$$

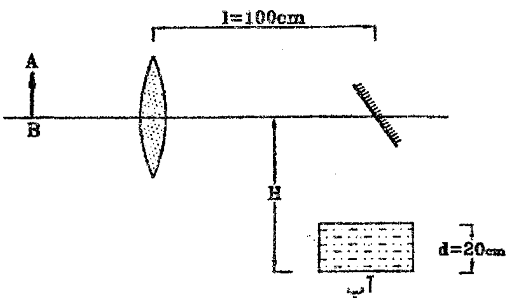
ج) سطح جیوه‌ای که با عدسی در تماس می‌باشد، همانند یک آینه مقعر به شعاع ۳۰ سانتیمتر عمل می‌نماید.

$$\text{توان عدسی} \quad : D_۱ = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۰/۳} = \frac{۱۰}{۳}\,\mathrm{dp}$$

$$\text{توان آینه} \quad : D_۲ = \frac{۱}{f} = \frac{۲}{R} = \frac{۲}{۰/۳} = \frac{۲۰}{۳}\,\mathrm{dp}$$

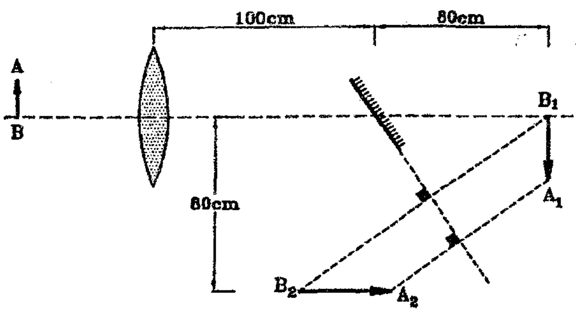
$$\text{توان مجموع} \quad : D = ۲D_۱ + D_۲ = ۲ \times \frac{۱۰}{۳} + \frac{۲۰}{۳} = \frac{۴۰}{۳} = ۱۳/۳\,\mathrm{dp}$$

۸. شیء AB به فاصله $۳۶\,\mathrm{cm}$ از یک عدسی به فاصله کانونی $۳۰\,\mathrm{cm}$ قرار دارد، آینه تختی در فاصله $l = ۱\,\mathrm{m}$ از عدسی و در پشت آن و تحت زاویه ۴۵° نسبت به محور اپتیکی عدسی قرار دارد، در چه فاصله H از محور اپتیکی ظرف آبی را قرار دهیم، تا تصویر نهایی در ته ظرف تشکیل شود، ارتفاع آب داخل ظرف $d = ۲۰\,\mathrm{cm}$ و ضریب شکست آن $\frac{۴}{۳}$ است. (ششمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۱)



حل.

$$\text{تصویر در عدسی محدب} \quad : \frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{۳۰} = \frac{۱}{۳۶} + \frac{۱}{q} \Rightarrow q = ۱۸۰\,\mathrm{cm}$$

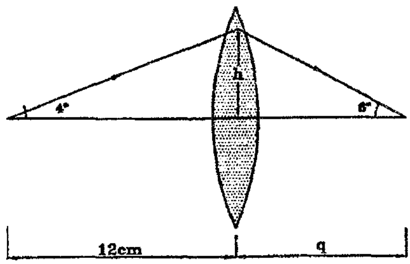


تصویر حقیقی ایجاد شده توسط عدسی محدب، در حکم جسم مجازی برای آینه تخت خواهد بود، در نتیجه آینه تخت تصویر حقیقی $A_۲B_۲$ را ایجاد خواهد کرد. تأثیر آب داخل ظرف

بدین صورت می‌باشدکه سبب می‌شود تصویر $A_۲B_۲$ به اندازه $d(۱-\frac{۱}{n})$ پایین‌تر بنظر برسد در نتیجه خواهیم داشت:

$$H = ۸۰ + ۲۰(۱ - \frac{۱}{\frac{۴}{۳}}) = ۸۰ + ۵ = ۸۵\,\text{cm}$$

۹. مطابق شکل، پرتو نوری، محور اصلی یک عدسی را در نقطه‌ای بفاصله ۱۲ سانتیمتر از عدسی و با زاویه ۴ درجه قطع کرده و به عدسی می‌تابد، این پرتو پس از خروج از عدسی محور اصلی را با زاویه ۶ درجه قطع می‌کند فاصله کانونی عدسی را بر حسب سانتیمتر حساب کنید. (هشتمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۳)



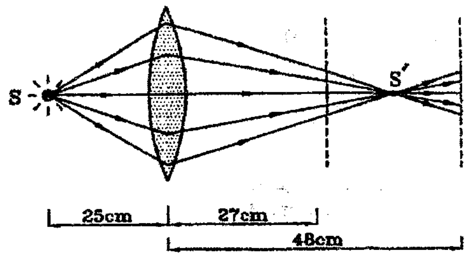
حل. براساس تقریب زوایای کوچک می‌دانیم سینوس زوایای کوچک با مقدار زاویه برحسب رادیان برابر است.

$$\begin{cases} \sin ۴^\circ = \dfrac{h}{۱۲} \\ \sin ۶^\circ = \dfrac{h}{q} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin ۴^\circ}{\sin ۶^\circ} = \frac{q}{۱۲} \Rightarrow \frac{۴}{۶} = \frac{q}{۱۲} \Rightarrow q = ۸\,\text{cm}$$

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۸} \Rightarrow f = ۴{,}۸\,\text{cm}$$

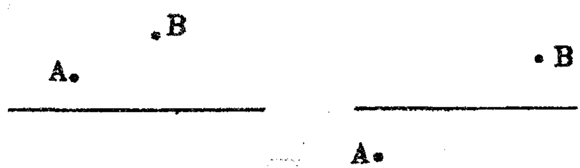
۱۰. چشمه نورانی نقطه‌ای، بر روی محور اصلی عدسی همگرایی به فاصله ۲۵ سانتیمتر از عدسی قرار گرفته است. در طرف دیگر عدسی یکبار به فاصله ۲۷ سانتیمتر وباردیگر به فاصله ۴۸ سانتیمتر پرده‌ای قرار می‌دهیم. هرگاه روشنایی بر روی پرده در دو حالت برابر باشد، فاصله کانونی عدسی را محاسبه نمایید.

حل. با توجه به شکل واضح است که برای اینکه روشنایی بر روی پرده در دو حالت برابر باشد، لازم است که تصویر چشمه دقیقاً در وسط موقعیت پرده‌ها در دو حالت باشد، لذا خواهیم داشت:



$$q = ۲۷ + \frac{۴۸ - ۲۷}{۲} = ۲۷ + \frac{۲۱}{۲} = \frac{۷۵}{۲}\,\text{cm}$$
$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۲۵} + \frac{۲}{۷۵} = \frac{۳}{۷۵} + \frac{۲}{۷۵} = \frac{۵}{۷۵} = \frac{۱}{۱۵} \Rightarrow f = ۱۵\,\text{cm}$$

۱۱. در هرکدام از دو حالت نشان داده شده در شکل، از A و B یکی جسم و دیگری تصویر است و خط رسم شده محور اصلی عدسی می‌باشد، مکان مرکز ضوء عدسی و کانون اصلی آن را در هر حالت به کمک ترسیم به دست آورید.

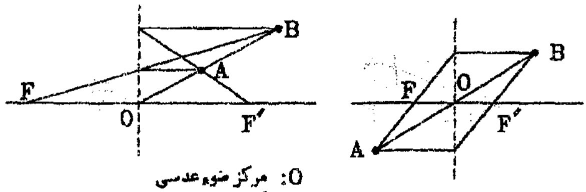


حل. برای یافتن مرکز ضوء و کانون اصلی، به نکات زیر توجه نمایید:

ـ می‌دانیم هرگاه پرتوی به مرکز ضوء عدسی بتابد، بدون شکست از عدسی عبور خواهد کرد، لذا خط واصل بین نقاط A و B محور اصلی را در مرکز ضوء عدسی قطع خواهد کرد.

ـ می‌دانیم هرگاه پرتوی به موازات محور اصلی به عدسی بتابد، چنان شکست می‌یابد که از کانون اصلی عدسی خواهد گذشت، لذا از B به موازات محور اصلی، خطی رسم می‌نماییم تا خط عمود بر محور اصلی مرکز ضوء، را قطع نماید، سپس از نقطه حاصله به نقطهٔ A وصل می‌نماییم، خط مزبور محور اصلی را در کانون قطع خواهد کرد، نیز می‌توان از A به موازات محور اصلی خطی رسم کرد تا خط عمود بر محور اصلی در مرکز ضوء، را قطع نماید و سپس از نقطه حاصله به نقطهٔ B وصل نمود، در اینصورت خط مزبور محور اصلی را در کانون قطع خواهد کرد.

به کمک نکات فوق در اشکال زیر به روش ترسیمی مکان مرکز ضوء و کانون عدسی را به دست آورده‌ایم:



O: مرکز نوری عدسی
F: کانون عدسی

قابل ذکر می‌باشد. در هر کدام از حالات فوق، ۴ وضعیت بدین شرح قابل تصور است:

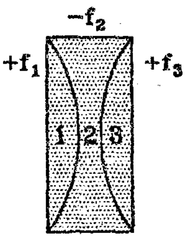
۱) عدسی محدب، A جسم، B تصویر

۲) عدسی محدب، B جسم، A تصویر

۳) عدسی مقعر، A جسم، B تصویر

۴) عدسی مقعر، B جسم، A تصویر

حال سعی نمایید برای هر کدام از وضعیت‌های فوق الذکر و برای هر کدام از حالات الف و ب، نوع جسم و نوع تصویر را از لحاظ حقیقی یا مجازی بودن تعیین نمایید.



۱۲. از شیشه متوازی‌السطوحی، سه عدسی ساخته شده است. فاصله کانونی عدسی‌های اول و دوم اگر به هم چسبیده شوند F- می‌باشد و اگر عدسی‌های دوم و سوم را به هم بچسبانیم، فاصله کانونی آنها f- می‌شود، هرگاه عدسی‌ها نازک فرض شوند، فاصله کانونی هر یک از عدسی‌ها را تعیین نمایید.

حل. با توجه به رابطهٔ $D = D_1 + D_2$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f_1} - \dfrac{1}{f_2} & (I) \\ -\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{f_3} - \dfrac{1}{f_2} & (II) \\ 0 = \dfrac{1}{f_1} - \dfrac{1}{f_2} + \dfrac{1}{f_3} & (III) \end{cases}$$

اگر معادلات III, II را از هم کسر نماییم خواهیم داشت:

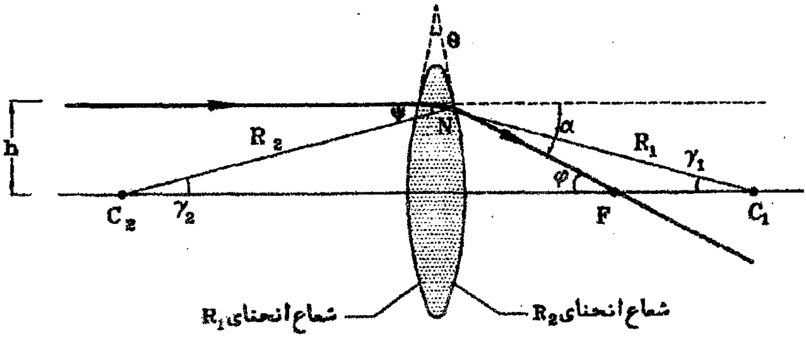
$$-\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{f_3} - \frac{1}{f_2}\right) - \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}\right) = \frac{-1}{f_1} \Rightarrow f_1 = f$$

$$I \rightarrow \frac{-1}{F} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{-1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{fF}{f+F}$$

$$II \rightarrow \frac{-1}{f} = \frac{1}{f_3} - \frac{f+F}{fF} \Rightarrow \frac{1}{f_3} = \frac{f+F}{fF} - \frac{1}{f} \Rightarrow f_3 = F$$

۱۳. رابطه $\frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$ که به رابطه عدسی سازان معروف می‌باشد، را اثبات نمایید.

حل. یک پرتو موازی محور اصلی، به فاصله h از محور اصلی در نظر می‌گیریم، در نقاط برخورد پرتو با وجوه عدسی دو خط بر عدسی مماس می‌نماییم.



$$\left.\begin{array}{l} \alpha = (n-1)\theta : \text{رابطه انحراف نور در منشورها} \\ \alpha = \phi \quad (\text{چرا؟}) \end{array}\right\} \Rightarrow \phi = (n-1)\theta \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$\left.\begin{array}{l} \psi = \theta \quad (\text{چرا؟}) \\ \psi = \gamma_1 + \gamma_2 : \text{زاویه خارجی در } \Delta NC_1C_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \theta = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$(2),(1) \Rightarrow \phi = (n-1)(\gamma_1 + \gamma_2)$$

از طرف دیگر خواهیم داشت:

$$\gamma_1 \simeq \tan\gamma_1 = \frac{h}{R_1} \;,\; \gamma_2 \simeq \tan\gamma_2 = \frac{h}{R_2} \;,\; \phi \simeq \tan\phi = \frac{h}{f}$$

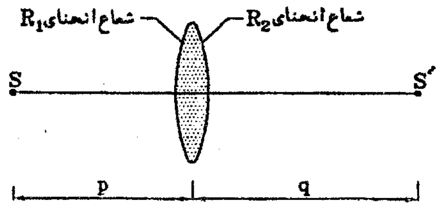
با جایگذاری مقادیر فوق در رابطه بدست آمده، خواهیم داشت:

$$\phi = (n-1)(\gamma_1 + \gamma_2) \Rightarrow \frac{h}{f} = (n-1)(\frac{h}{R_1} + \frac{h}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$

۱۴. رابطه اساسی عدسی‌های نازک $(\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q})$ را به کمک رابطه شکست در سطح کروی، که در فصل قبل به دست آورده‌ایم، ثابت نمایید. (به مسئله حل شدهٔ(۱) در فصل ششم مراجعه نمایید)

حل. در عدسی‌ها، نور دو بار در سطح کروی شکست می‌یابد، لذا لازمست دو بار رابطه شکست در سطح کروی را مورد استفاده قرار دهیم. ضریب شکست عدسی را n و شعاع‌های انحنای دو وجه را R_2, R_1 در نظر می‌گیریم.

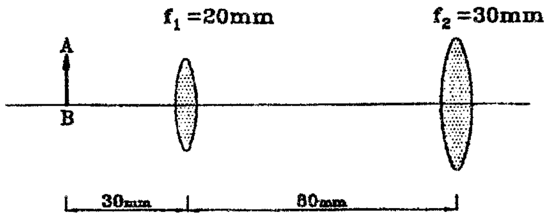


در اثر شکست در سطح کروی اول، تصویری به فاصله d از آن ایجاد می‌گردد، که این تصویر در حکم جسم برای سطح کروی دوم عمل می‌نماید و پس از شکست از سطح کروی دوم تصویر نهایی تشکیل خواهد شد.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{(۱) شکست در سطح کروی} & : & \dfrac{۱}{p}+\dfrac{n}{d}=\dfrac{n-۱}{R_۱} \\ \text{(۲) شکست در سطح کروی} & : & \dfrac{n}{-d}+\dfrac{۱}{q}=\dfrac{۱-n}{-R_۲} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=(n-۱)(\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲})=\frac{۱}{f}$$

۱۵. جسمی به ارتفاع ۵ میلیمتر را مطابق شکل مقابل دو عدسی محدب قرار می‌دهیم، محل و اندازه تصویر نهایی را بدست آورید.



حل.

$$\text{تصویر در عدسی اول} \quad : \frac{۱}{f_۱}=\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱} \quad \Rightarrow \quad \frac{۱}{۲۰}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{q_۱}$$

$$q_۱=۶۰mm \ , \ m_۱=|\frac{q_۱}{p_۱}|=\frac{۶۰}{۳۰}=۲$$

$$\text{تصویر در عدسی دوم} \quad : p_۲=۸۰-q_۱=۸۰-۶۰=۲۰ \text{ mm}$$

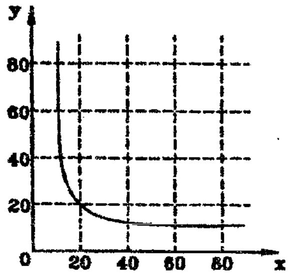
$$\frac{۱}{f_۲}=\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲} \quad \Rightarrow \quad \frac{۱}{۳۰}=\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{q_۲}$$

$$q_۲=-۶۰ \text{ mm} \ , \ m_۲=|\frac{q_۲}{p_۲}|=\frac{۶۰}{۲۰}=۳$$

مشخصات تصویر نهایی: مجازی، وارونه، در فاصله ۶۰ سانتیمتری سمت چپ عدسی دوم

$$m = m_۱ \times m_۲ = ۲ \times ۳ = ۶ \Rightarrow A'B' = ۶ \times ۵ = ۳۰ \text{ mm}$$

۱۶. فاصله جسمی از یک عدسی x سانتیمتر و فاصله تصویر حقیقی آن از عدسی y سانتیمتر است، نمودار تغییرات y بر حسب x مطابق شکل است در اینصورت: (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)



الف) عدسی همگرا و به فاصله کانونی ۱۰ cm است.
ب) عدسی همگرا و به فاصله کانونی ۲۰ cm است.
ج) عدسی همگرا و به فاصله کانونی ۲۰ cm است.
د) عدسی واگرا و به فاصله کانونی ۲۰ cm است.

حل. گزینه (الف) صحیح است. چون از جسم، تصویر حقیقی تشکیل شده است، در نتیجه عدسی همگرا می‌باشد، نیز می‌دانیم هرگاه جسم در فاصله $۲f$ از عدسی واقع باشد، تصویر آن نیز در فاصله $۲f$ از عدسی می‌باشد، در نتیجه نقطه $(۲f, ۲f)$ متعلق به نمودار فوق می‌باشد، یعنی تلاقی نمودار مزبور، با خط $y = x$ نقطهٔ $(۲f, ۲f)$ خواهد بود:

$$۲f = ۲۰ \text{ cm} \Rightarrow f = ۱۰ \text{ cm}$$

تمرین

۱. یک عدسی از جسمی که در فاصلهٔ ۱۵ سانتیمتری آن قرار دارد، تصویری مجازی و ۳ برابر تشکیل می‌دهد، فاصله کانونی و نوع عدسی را تعیین کنید.
(جواب: محدب، ۲۲٫۵ cm)

۲. فاصله یک جسم روشن از یک پرده ۵۰ سانتیمتر و طول تصویر ۴ برابر طول جسم می‌باشد، فاصله کانونی و نوع عدسی را تعیین کنید.
(جواب: محدب، ۸ cm)

۳. فاصله عدسی محدبی تا پرده ۵۰ سانتیمتر می‌باشد، این عدسی تصویر جسم را روی پرده تشکیل می‌دهد، محل جسم را بیابید، فاصله کانونی عدسی ۱۰ سانتیمتر می‌باشد.
(جواب: ۱۲٫۵ cm)

۴. یک پروژکتور از عکسی بطول ۱ سانتیمتر که بر روی یک اسلاید قرار گرفته، تصویری بر روی پرده می‌اندازد، در صورتیکه فاصله کانونی عدسی پروژکتور ۲۰ cm و اسلاید در ۲۵ cm این عدسی قرار گرفته باشد، محل و اندازه تصویر را تعیین کنید.
(جواب: $q = ۱۰۰$ cm و $A'B' = ۴$ cm)

۵. فاصله کانونی یک عدسی ۱۰ cm است، آن را در چه فاصله‌ای از یک اسلاید روشن شده قرار دهیم تا تصویر روی پرده، ۵ برابر شیء باشد؟
(جواب: $p = ۱۲$ cm)

*۶. جسمی مقابل عدسی محدبی به فاصله کانونی ۱۸ سانتیمتر قرار دارد، هرگاه فاصله این جسم از تصویر حقیقی خود در عدسی برابر ۸۱ سانتیمتر باشد، فاصله جسم از عدسی را بدست آورید.
(جواب: ۲۷ cm و ۵۴ cm)

۷. فاصله بین دو چشمه نور نقطه‌ای ۲۴ سانتیمتر است، یک عدسی همگرا با فاصله کانونی ۹ سانتیمتر را بین این دو چشمه کجا قرار دهیم تا تصاویر هر دو چشمه در یک نقطه به‌دست آید؟

۸. دو عدسی همگرا، هرکدام به فاصله کانونی $f = ۱۰$ cm موجود است، این دو عدسی طوری قرار دارند که یکی در کانون دیگری قرار دارد، نیز محور اصلی آنها بر هم منطبق است، جسم روشنی بر روی محور اصلی به فاصله ۲۰ سانتیمتر از یکی قرار دارد، محل تصویر را در این دو عدسی تعیین کنید.
(جواب: $q = ۵$ cm)

۹. یک دسته پرتو به موازات محور اصلی به عدسی مقعری می‌تابد، در فاصله a از عدسی عمود بر محور اصلی آن، آینه مسطحی قرار دارد، اشعه‌ها پس از عبور از عدسی توسط آینه منعکس شده، دوباره از عدسی می‌گذرند و تصویری مجازی بین آینه وعدسی ایجاد می‌کنند که به فاصلهٔ $\frac{۳a}{۴}$ از عدسی قرار دارد، فاصلهٔ کانونی عدسی را بیابید.
(جواب: $f = a$)

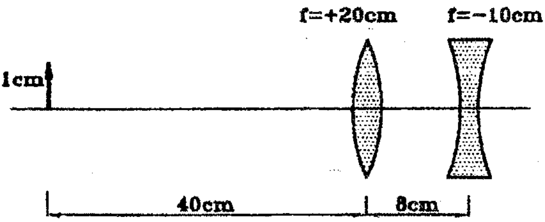
۱۰. پرتوهایی موازی با محور اصلی عدسی همگرایی به آن می‌تابند، در فاصله ۳۲ سانتیمتری طرف دیگر عدسی، آینه مقعری هم محور با عدسی، قرار دارد. فاصله کانونی عدسی چقدر باشد تا شعاعهای بازتابیده از آینه در ۶ سانتیمتری عدسی یکدیگر را قطع کنند؟ شعاع آینه مقعر ۱۸ cm است، تذکر: مسئله را برای دو حالت حل کرده و مسیر پرتوها را در دو حالت رسم کنید. (چهارمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۹)
(جواب: ۱۸٫۸ سانتیمتر ، ۲۰٫۴ سانتیمتر)

۱۱. الف) آینه مقعری به شعاع یک متر را در چه فاصله‌ای از یک عدسی همگرا به فاصله کانونی یک متر باید قرار داد تا اگر یک دسته پرتو نور به موازات محور اصلی مشترک آنها بتابد بموازات محور اصلی از عدسی خارج شود؟

ب) تصویر نهایی جسمی که در فاصله ۶۰ سانتیمتری عدسی و در خارج فاصله آن دو واقع است را در این دستگاه رسم کرده و فاصله این تصویر از عدسی و بزرگنمایی دستگاه را حساب کنید.(پنجمین المپیاد فیزیک ایران ـ ۱۳۷۰)

جواب: الف) ۲۰۰ cm, ۱۰۰ cm ب) $q_۱ = ۱, m_۱ = ۳۴۰$ cm, $q_۲ = ۱, m_۲ =$
۶۰ cm

۱۲. با توجه به شکل، مکان تشکیل تصویر نهایی و نوع تصویر و اندازه آن را به دست آورید.

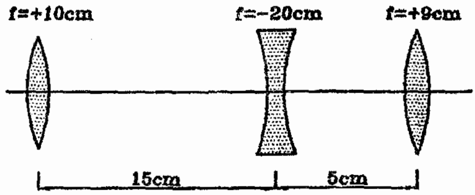


(جواب: در ۱۴٫۵ سانتیمتری از عدسی مقعر، مجازی، ۰٫۴۵ سانتیمتر)

۱۳. یک دستگاه نوری شامل دو عدسی محدب با فاصله‌های کانونی $f_۱ = ۲۰$ cm, $f_۲ = ۱۰$ cm است. فاصله بین عدسی‌ها ۳۰ سانتیمتر می‌باشد. جسمی در فاصله ۳۰ cm از عدسی

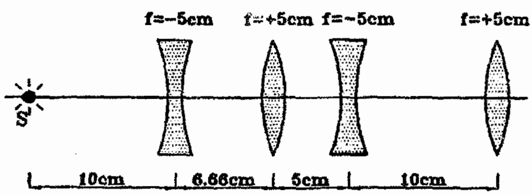
اول قرار گرفته است. در چه فاصله‌ای از عدسی دوم تصویر تشکیل خواهد شد؟
(جواب: $۷٫۵\,\text{cm}$)

*۱۴. یک دسته پرتو نور موازی از سمت چپ بر سیستم عدسی‌های نشان داده شده، می‌تابد محل بهم رسیدن دسته نور را پس از عبور از تمامی عدسی‌ها بدست آورید.



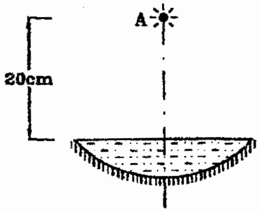
۱۵. از ماده‌ای با ضریب شکست ۱٫۵، عدسی دوکوژی می‌سازیم که شعاع انحناء یک وجه آن سه برابر وجه دیگر است، در صورتیکه فاصله کانونی عدسی ۱۵ سانتیمتر باشد، شعاعهای انحناء عدسی چقدر است؟

۱۶. در سیستم زیر، تصویر نقطه‌ای را که در فاصله ۱۰ سانتیمتر از آخرین عدسی سمت چپ قرار دارد بدست آورید.



۱۷. با استفاده از یک عدسی محدب به ضریب شکست $n = \frac{۳}{۲}$، تصویری حقیقی از یک شی که با عدسی $۱۰\,\text{cm}$ فاصله دارد، بدست آمده است. سپس، شیء وعدسی، بدون آنکه فاصله بین آنها تغییر کند، در داخل آب قرار داده می‌شوند. این بار تصویر در فاصله $۶۰\,\text{cm}$ از عدسی تشکیل می‌شود. اگر ضریب شکست آب $n' = \frac{۴}{۳}$ باشد، فاصله کانونی عدسی، f، را بدست آورید.
(جواب: $f = ۹\,\text{cm}$)

۱۸. برای اندازه‌گیری ضریب شکست یک مایع، آینه مقعری به شعاع ۲۸ cm را مطابق شکل روی سطح افقی می‌گذاریم و گودی آنرا از مایع پر می‌کنیم، بطوریکه ضخامت مایع در وسط ۱ cm شود، مشاهده می‌شود که تصویر نقطه نورانی A واقع برمحور اصلی آینه، بر خودش منطبق می‌شود، اگر فاصله نقطه A از سطح آزاد مایع ۲۰ cm باشد، ضریب شکست مایع چقدر است؟ (مرحله اول دوازدهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۷)



الف) ۱/۳۵ ب) ۱/۴ ج) ۱/۴۵ د) ۱/۵۰

(جواب: گزینه (الف))

۱۹. سطح مسطح عدسی تخت ـ محدبی که فاصله کانونی آن f است. با یک قشر نازک ماده منعکس کننده، خیلی خوب پوشانده شده است. به فاصله d از طرف محدب عدسی جسم روشنی قرار دارد، اولاً ـ فاصله تصویر از عدسی را محاسبه کنید. ثانیاً ـ به ازای چه مقادیری از d تصویر حقیقی و یا مجازی خواهد شد؟

(جواب: $q = \frac{df}{۲d - f}$)

۲۰. دو عدسی محدب ـ مسطح نازک و یکسان با ضریب شکست n، یکی از طرف محدب و دیگری از طرف تخت، نقره‌اندود شده‌اند. نسبت فواصل کانونی $f_۱, f_۲$ آینه‌های مرکب حاصل را در صورتی که نور در هر دو آینه از طرف شفاف بتابد، پیدا کنید.

(جواب: $\frac{f_۱}{f_۲} = \frac{n}{n-۱}$)

۲۱. یکی از دو سطح یک عدسی محدب الطرفین نازک، نقره‌اندود شده است. فاصله کانونی آینه به دست آمده را پیدا کنید. شعاع انحناء سطح شفاف و سطح نقره‌اندود به ترتیب برابر $r_۱, r_۲$ است. (ضریب شکست عدسی را n فرض نمایید)

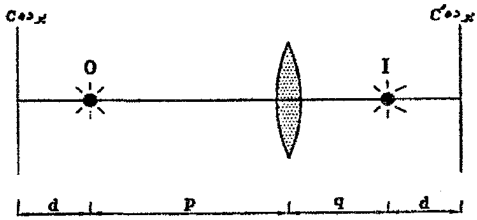
(جواب: $f = \frac{r_۱ r_۲}{۲(n-۱)r_۲ + ۲nr_۱}$)

۲۲*. جسم روشنی بر روی محور اصلی عدسی محدبی قرار دارد، پرتوهای تابیده شده از این جسم پس از عبور از عدسی بوسیله آینه مقعری به شعاع R منعکس می‌شوند، نورهای منعکس شده در نهایت پس از عبور از عدسی در یک نقطه از محور اصلی، تصویر نهایی را می‌سازند، در دو وضعیت می‌توان آینه مقعر را چنان قرار داد که تصویر جسم بر خودش منطبق شود،

الف) این دو وضعیت را تعیین کنید

ب) اگر آینه میان این دو وضعیت جابجا شود، تصویر نهایی چگونه تغییر خواهد کرد؟

۲۳. یک عدسی همگرا مطابق شکل از نقطهٔ نورانی O به فاصله p از عدسی، تصویر نقطه‌ای I را به فاصله q از آن ایجاد کرده است، پرده‌های C و C' به فاصلهٔ d در دو سوی O و I قرار دارند، بنا به تعریف، روشنایی O و یا I متناسب است با انرژی نورانی که هرکدام در واحد زمان به مساحت معینی از ناحیه وسط پرده مقابل خود می‌تاباند، نسبت روشنایی I به روشنایی O چه مقدار می‌باشد؟

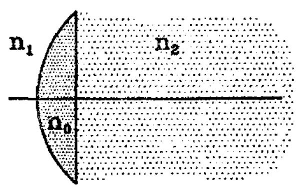


(جواب: $\frac{q^2}{p^2}$)

*۲۴. یک عدسی تخت ـ کوژ با ضریب شکست n_0، دو محیط شفاف با ضریب شکست n_1 و n_2 را از هم جدا کرده است، یک نقطه نورانی روی محور اصلی عدسی بفاصله p از عدسی در محیط n_1 قرار دارد، ثابت نمایید:

$$\frac{f_1}{p}+\frac{f_2}{q}=1$$

q فاصله تصویر از عدسی و f_2, f_1، به ترتیب فاصله کانونی عدسی در محیط‌های n_2, n_1 می‌باشند.(ششمین المپیاد بین‌المللی فیزیک ـ محل برگزاری: رومانی)



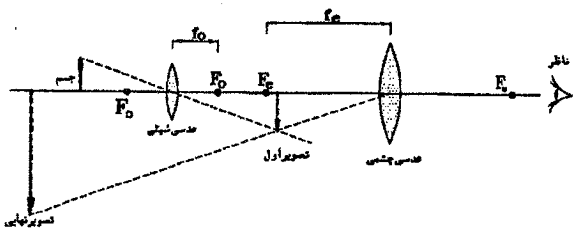
*۲۵. در جلوی یک آینه تخت، یک آکواریوم کروی از شیشهٔ نازک پر از آب قرار دارد، شعاع آکواریوم r و فاصله مرکز آن تا آینه $3r$ است، ناظری بر روی خط عمود بر آینه که از مرکز آکواریوم می‌گذرد، در فاصله زیادی قرارگرفته است،یک ماهی در دورترین نقطه آکواریوم نسبت به ناظر قرار دارد، این ماهی با سرعتی v بطور عمود در امتداد دیوار آکواریوم حرکت می‌کند، تصاویری که ناظر می‌بیند با چه سرعت نسبی از یکدیگر دور می‌شوند؟ ($n=\frac{4}{3}$ آب) (پنجمین المپیاد بین‌المللی فیزیک، محل برگزاری: بلغارستان)

فصل هشتم

ابزار آلات نوری

۱.۸ میکروسکوپ (ریزبین)

چنانکه می‌دانید میکروسکوپ برای دیدن اشیاء خیلی ریزی که با چشم دیده نمی‌شوند بکار می‌رود، ساختمان اصلی آن، دو عدسی همگرا است که محورهای اصلی دو عدسی بر یکدیگر منطبق می‌باشند، اصول کار میکروسکوپ را در شکل زیر مشاهده می‌نمایید. توضیح آنکه عدسی شیئی از جسم تصویری حقیقی، بزرگتر و وارونه به دست می‌دهد، تصویر اول برای عدسی چشمی در حکم یک جسم حقیقی خواهد بود، که در فاصله کانونی عدسی چشمی قرار دارد، در نتیجه عدسی چشمی از آن تصویری مجازی، بزرگتر و مستقیم ایجاد خواهد کرد لذا در مجموع تصویر نهایی مجازی، خیلی بزرگتر و وارونه خواهد بود.



فاصله کانونی عدسی شیئی حدود چند میلیمتر و فاصله کانونی عدسی چشمی حدود چند سانتیمتر می‌باشد، هرگاه $m_۱$ بزرگنمایی عدسی شیئی و $m_۲$ بزرگنمایی عدسی چشمی باشد، برای بزرگنمایی میکروسکوپ (m) رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$\boxed{m = m_۱ \times m_۲}$$

مثال ۸-۱ فاصله کانونی عدسی شیئی میکروسکوپی ۵ میلیمتر است و جسم کوچکی در فاصله ۵٫۱ میلمتری آن قرار دارد، اگر بزرگنمایی عدسی چشمی ۲۰باشد، بزرگنمایی میکروسکوپ چقدر است؟

حل.

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \;\Rightarrow\; \frac{۱}{۵٫۱} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۵} \;\Rightarrow\; q = ۲۵۵\,\text{mm}$$
$$m_۱ = |\frac{q}{p}| = \frac{۲۵۵}{۵٫۱} = ۵۰$$
$$m = m_۱ \times m_۲ = ۵۰ \times ۲۰ = ۱۰۰۰$$

مثال ۸-۲ فاصله کانونی عدسی شیئی میکروسکوپی $f_o = ۵٫۴\,\text{mm}$ و فاصله کانونی عدسی چشمی آن $f_e = ۲\,\text{cm}$ است، جسمی به فاصله $۵٫۶\,\text{mm}$ از عدسی شیئی قرار دارد، هرگاه تصویر نهایی در فاصله ۲۵ سانتیمتری از عدسی چشمی تشکیل شود، بزرگنمایی میکروسکوپ را محاسبه کنید. در این حالت فاصله بین دو عدسی را بیابید.

حل.

$$\frac{۱}{f_o}=\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱} \Rightarrow \frac{۱}{۵/۴}=\frac{۱}{۵/۶}+\frac{۱}{q} \Rightarrow q_۱=۱۵۱/۲\,\mathrm{mm}$$

$$m_۱=|\frac{q_۱}{p_۱}|=\frac{۱۵۱/۲}{۵/۶}=۲۷$$

$$\frac{۱}{f_e}=\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{q_۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲۰}=\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{-۲۵۰} \Rightarrow p_۲=۱۸/۵۲\,\mathrm{mm}$$

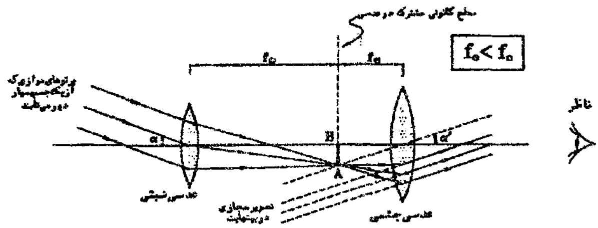
$$m_۲=|\frac{q_۲}{p_۲}|=|\frac{-۲۵۰}{۱۸/۵۲}|=۱۳/۵$$

$$m=m_۱\times m_۲=۲۷\times ۱۳/۵=۳۶۴/۵$$

فاصله بین دو عدسی $:L=q_۱+p_۲=۱۵۱/۲+۱۸/۵۲=۱۶/۷۲\,\mathrm{mm}$

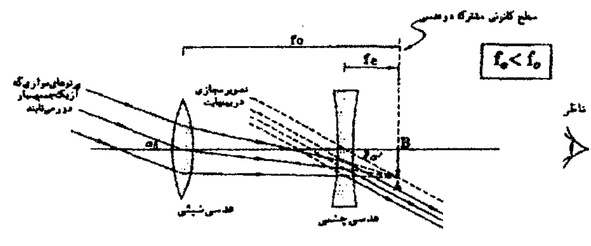
۲.۸ تلسکوپ (دوربین نجومی)

عملکرد تلسکوپ در واقع این است که بزرگی ظاهری اجسام خیلی دور مانند ماه و سیارات را افزایش می‌دهد، لذا وقتی با تلسکوپ به جسم دوری نگاه می‌کنیم، مانند این است که جسم بزرگتر و به چشم ما نزدیکتر می‌شود، اصول کار تلسکوپ را در شکل زیر ملاحظه می‌نمایید.



$$\text{بزرگنمایی زاویه‌ای تلسکوپ} = \frac{\text{بزرگی زاویه‌ای تصویر}}{\text{بزرگی زاویه‌ای جسم}} \simeq \frac{\tan\alpha'}{tan\alpha}=\frac{\frac{AB}{f_e}}{\frac{AB}{f_o}}=\frac{f_o}{f_e} \quad (\gamma)$$

هرگاه عدسی چشمی، عدسی محدب (همگرا) باشد به تلسکوپ، تلسکوپ کپلری گویند، که در بالا بررسی شد و هرگاه عدسی چشمی، عدسی مقعر (واگرا) باشد به آن تلسکوپ گالیله‌ای گویند، اصول کار تلسکوپ گالیله‌ای را در شکل زیر ملاحظه می‌نمایید.



نکته: فاصله بین دو عدسی در تلسکوپ کپلری برابر $f_o + f_e$ و در تلسکوپ گالیله‌ای برابر $f_o - f_e$ می‌باشد.

نکته: همانگونه که مشاهده می‌کنید در تلسکوپ کپلری تصویر نهایی وارونه و در تلسکوپ گالیله‌ای تصویر نهایی مستقیم است، نکته دیگر اینکه تلسکوپ کپلری تصویر میانی حقیقی دارد که برای عکاسی قابل استفاده است و این مورد از مزایای تلسکوپ کپلری محسوب می‌گردد.

مثال ۸-۳ فاصله کانونی عدسی چشمی یک دوربین نجومی ۲۰ cm می‌باشد، وقتی شخصی که چشم او سالم است بدون تطابق آخرین تصویر را می‌بیند، فاصله دو عدسی آن از هم ۵۰۰ cm است. درشتنمایی دوربین در این حالت چقدر است؟ (اولین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۶۶)

الف) ۲۲ ب) ۲۳ ج) ۲۴ د) ۲۵

حل. گزینه (ج) صحیح است. وقتی از تلسکوپ صحبت می‌کنیم منظورمان تلسکوپ کپلری است مگر اینکه در جایی به صراحت ذکر شود که تلسکوپ مورد استفاده تلسکوپ گالیله‌ای می‌باشد، می‌دانیم در تلسکوپ کپلری فاصله دو عدسی برابر مجموع فواصل کانونی دو عدسی می‌باشد، لذا خواهیم داشت:

$$f_o + f_e = ۵۰۰\ \mathrm{cm} \Rightarrow f_o = ۵۰۰ - ۲۰ = ۴۸۰\ \mathrm{cm}$$
$$\gamma = \frac{f_o}{f_e} = \frac{۴۸۰}{۲۰} = ۲۴$$

۳.۸ مسائل حل شده

۱. در یک میکروسکوپ، فاصله کانونی چشمی ۵ سانتی‌متر و فاصله دو عدسی ۱۰/۴ سانتیمتر و فاصله آخرین تصویر از عدسی چشمی ۴۰ سانتیمتر است، اگر فاصله جسم از عدسی شیئی ۳ سانتیمتر باشد، فاصله کانونی شیئی و بزرگنمایی دستگاه چقدر است؟

حل.

تشکیل تصویر در عدسی چشمی: $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{-40}$

$$\Rightarrow p_2 = 4{,}45\,\text{cm}$$

طول لوله میکروسکوپ: $L = q_1 + p_2 \Rightarrow q_1 = 10{,}4 - 4{,}45 = 5{,}95\,\text{cm}$

تشکیل تصویر در عدسی شیئی: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5{,}95}$

$$\Rightarrow f_1 = 2\,\text{cm}$$

۲. در یک تلسکوپ فاصله کانونی عدسی شیئی برابر ۱۵۰ سانتیمتر و فاصله کانونی عدسی چشمی ۱۰ سانتیمتر می‌باشد، هرگاه با این تلسکوپ ماه را نگاه کنیم، قطر ظاهری تصویر ماه چقدر خواهد بود؟ (قطر ظاهری ماه نسبت به ناظر زمینی ۳۱ دقیقه است)

حل.

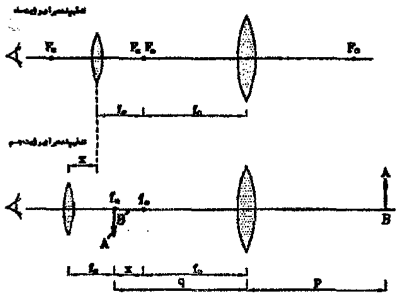
$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_o}{f_e} \Rightarrow \alpha' = \frac{150}{10} \times 31 = 465 \text{ دقیقه} = 7^\circ, 45'$$

۳. یک دوربین نجومی برای دیدن تصویر ماه میزان شده است، معلوم کنید عدسی چشمی را چقدر جابجا کنیم تا بتوان تصویر جسمی را که در فاصله ۱۰۰ متری از عدسی شیئی قرار دارد، مشاهده کنیم؟ (فاصله کانونی عدسی شیئی ۶۰ سانتیمتر است)

حل.

$$\frac{1}{f_o} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{1}{60} = \frac{1}{10000} + \frac{1}{q} \Rightarrow q = 60{,}36\,\text{cm}$$

$$x = q - f_o = 60{,}36 - 60 = 0{,}36\,\text{cm}$$



۴. گلوله کوچکی با سرعت افقی $720\ \mathrm{km/h}$ از مقابل دوربینی رد می‌شود، اگر فاصله گلوله از دوربین هنگام عبور از مقابل دوربین $26\ \mathrm{m}$ و فاصله کانونی عدسی آن $1{,}3\ \mathrm{cm}$ باشد، دریچه دوربین چه زمانی بر حسب میلی ثانیه باز بماند، تا طول تصویر گلوله بر فیلم $2\ \mathrm{mm}$ باشد؟
(مرحله اول نهمین المپیاد فیزیک ایران، ۱۳۷۴)

حل.

$$\left.\begin{array}{l} f = 1{,}3\,\mathrm{cm} \\ p = 26\,\mathrm{m} \end{array}\right\} \Rightarrow p \gg f \Rightarrow q = f = 1{,}3\,\mathrm{cm}$$

$$m = \left|\frac{q}{p}\right| = \left|\frac{1{,}3}{2600}\right| = \frac{1}{2000}$$

$$v' = mv \Rightarrow v' = \frac{1}{2000} \times 720 \times \frac{5}{18} = 0{,}1\ \mathrm{m/s}$$

$$s = v't \Rightarrow t = \frac{s}{v'} = \frac{2 \times 10^{-3}}{0{,}1} = 0{,}02\ \text{ثانیه} = 20\ \text{میلی ثانیه}$$

۵. از جسمی که با سرعت $v = 10\ \mathrm{m/s}$ حرکت می‌کند، با دوربین، عکس بر می‌دارند، معلوم کنید چه مدت دریچه دوربین عکاسی باز بماند تا طول تصویر در اثر حرکت جسم بیش از $s = 0{,}2\,\mathrm{mm}$ افزایش نیابد؟ فاصله کانونی عدسی دستگاه $f = 10\ \mathrm{cm}$ و فاصله جسم تا دستگاه $p = 5\,\mathrm{m}$ است.

حل.

$$\left.\begin{array}{l} f = 10\,\mathrm{cm} \\ p = 5\,\mathrm{m} \end{array}\right\} \Rightarrow p \gg f \Rightarrow q \simeq f = 10\,\mathrm{cm}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{q}{p} \Rightarrow v' = \frac{10}{500} \times 10 = 0{,}2\ \mathrm{m/s}$$

$$s = v't \Rightarrow t = \frac{0{,}2 \times 10^{-3}}{0{,}2} = 0{,}001\ \text{ثانیه}$$

۶. مدت عکسبرداری لازم برای جسمی که به فاصله یک متر از منبع نور به شدت ۴۰ شمع قرار دارد، ۲ ثانیه است، معلوم کنید اگر منبع نور به شدت ۳۰ شمع به فاصله ۷۵ سانتیمتری قرار داده شود، مدت عکسبرداری چقدر خواهد شد؟

حل. زمان عکسبرداری با عکس روشنایی ظاهری جسم یعنی با عکس شدت درخشانی جسم و با مجذور فاصله جسم از دوربین متناسب می‌باشد.

$$\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{I_۱}{I_۲} \times (\frac{d_۲}{d_۱})^۲ \Rightarrow t_۲ = (\frac{۴۰}{۳۰}) \times (\frac{۷۵}{۱۰۰})^۲ \times ۲ = ۱/۵\,\mathrm{s}$$

تمرین

۱. در یک میکروسکوپ فاصله کانونی شیئی ۰/۵ سانتیمتر و فاصله کانونی چشمی ۲ سانتیمتر است، اگر جسمی به فاصله ۰/۵۲ سانتیمتر از عدسی شیئی قرار گیرد، فاصله دو عدسی چقدر باشد تا تصویر مجازی آن در ۲۵ سانتیمتری ناظر دیده شود؟ در این صورت بزرگنمایی دستگاه چقدر است؟

۲. فاصله بین عدسی شیئی و عدسی چشمی یک میکروسکوپ $l = ۱۶\,\mathrm{cm}$ می‌باشد، بزرگنمایی میکروسکوپ در این حالت ۸۰۰ می‌باشد، اگر فاصله عدسی شیئی $f_o = ۰/۵\,\mathrm{cm}$ باشد، فاصله کانونی عدسی چشمی را بدست آورید.

(جواب: $f_e = ۱/۱\,\mathrm{cm}$)

۳. میکروسکوپی دارای یک عدسی شیئی به فاصله کانونی ۱سانتیمتر ویک عدسی چشمی به‌فاصله کانونی ۳ سانتیمتر می‌باشد، فاصله بین این دو عدسی برابر ۲۰ سانتیمتر است، یک شیء را در چه فاصله از عدسی باید قرار داد تا تصویر نهایی آن در فاصله ۲۰ سانتیمتری از چشم (کمترین فاصله برای دید واضح) تشکیل گردد؟ در این حالت بزرگنمایی تصویر چقدر است؟

(جواب: $m = ۱۲۶, ۱/۰۶\,\mathrm{cm}$)

۴. ناظری بوسیله دوربین نجومی، تصویر ماه را نگاه می‌کند، فاصله کانونی عدسی شیئی $f_o = ۲\,\mathrm{m}$ و فاصله کانونی عدسی چشمی $f_e = ۵\,\mathrm{cm}$ است و تصویر نهایی مجازی در فاصله ۲۵ سانتیمتری از عدسی چشمی قرار دارد،

الف) محاسبه کنید عدسی چشمی را چقدر جابجا کنیم تا تصویر بر روی پرده‌ای بفاصله ۲۵ سانتیمتر از عدسی چشمی بیفتد.

ب) طول تصویر نهایی در این حالت چقدر است؟

(قطر ظاهری ماه از دید ناظر زمینی ۳۰ دقیقه است)

(جواب: الف) $۲/۱\,\mathrm{cm}$ ب) $۷\,\mathrm{cm}$)

۵. همگرایی عدسی چشمی و شیئی یک تلسکوپ، به ترتیب ۵۰ دیوپتری و ۰/۱ دیوپتری است، بزرگنمایی و طول لوله تلسکوپ را محاسبه نمایید.

(جواب: ۰۰ ۲,۵ ۱۰/۰ متر)

۶. فاصله کانونی عدسی شیئی یک تلسکوپ برابر $f_o = ۶۰\,\mathrm{cm}$ و فاصله کانونی عدسی چشمی آن $f_e = ۴\,\mathrm{cm}$ است، ضریب شکست هر دو عدسی برابر $\frac{۳}{۲}$ است، تلسکوپ در آب که در

داخل آن را نیز پر می‌کند فرو برده می‌شود، چه عدسی شیئی جدیدی از همان جنس قبلی باید به جای عدسی شیئی موجود قرار داد تا اشیاء دور در داخل آب قابل رؤیت باشند؟ در اینحالت بزرگنمایی زاویه‌ای تلسکوپ چقدر خواهد بود؟ (ضریب شکست آب $\frac{۴}{۳}$ است.)
(جواب: فاصله کانونی در آب ۴۸ سانتیمتر است، $m = ۳$)

۷. یک تلسکوپ گالیله‌ای با بزرگنمایی ۹، دارای ۴۰ سانتیمتر طول می‌باشد، پس از تعویض عدسیهای شیئی و چشمی آن با دو عدسی محدب دیگر، دوربین با همان طول همچنان دارای همان بزرگنمایی است، فواصل کانونی این عدسیها $(f'_۱, f'_۲)$ و همچنین فواصل کانونی عدسیهای شیئی و چشمی اصلی $(f_۱, f_۲)$ را بدست آورید.
(جواب: $f_۲ = ۵\,\mathrm{cm}, f_۱ = ۴۵\,\mathrm{cm}, f'_۲ = ۴\,\mathrm{cm}, f'_۱ = ۳۶\,\mathrm{cm}$)

۸. فواصل کانونی شیئی و چشمی یک دوربین گالیله‌ای به ترتیب ۴۰ سانتیمتر و ۵۰ سانتیمتر است، بزرگنمایی آن چقدر است؟ اگر این دوربین متوجه ساختمانی باشد که در ۵ کیلومتری است، پنجره‌های به‌عرض ۱ متر تحت چه زاویه‌ای با آن دیده می‌شود؟ (تصویر در بینهایت می‌باشد)، هرگاه عدسی چشمی را بقدر یک سانتیمتر عقب ببریم آخرین تصویر کجا تشکیل خواهد شد؟
(جواب: ۰٫۰۰۱۶ رادیان، $q = -۲۰\,\mathrm{cm}$)

۹. فاصله کانونی عدسی یک دوربین عکاسی ۸۰ میلیمتر است و برای عکسبرداری از فاصله دور تنظیم شده است، اگر بخواهیم از جسمی واقع در ۲ کیلومتری عکس بگیریم، عدسی را چند میلیمتر باید جابجا کنیم؟
(جواب: ۰٫۰۴ میلیمتر)

تاریخچهٔ نورشناسی

«دنیا چگونه است؟» به‌قدری از «دنیا چگونه باید باشد؟» فاصله دارد، که هرکس استدلالش را به‌جای اولی با دومی آغاز کند، ره به جایی نمی‌برد.

لوئیز ایپشتین

پیشگفتار

علم به کجا می‌رود؟ فیزیکدانان چه می‌کنند؟ با پیشرفت علم واقعیتهایی رخ می‌نمایند که سبب شگفتی و دلهره می‌شوند. در تاریخچه‌ای که در پیش رو دارید سعی کرده‌ام با زبانی ساده و قصه‌وار بخشی از این واقعیت‌ها را بیان کنم. در واقع این تاریخچه، داستان جستجویی بی‌سامان و پرتلاطم در پی دانش است، جستجویی که آن را دانشمندان بسیار از سرزمینهای گوناگون هدایت کرده‌اند، و این جایی است که بشر فارغ از مرزهای ظاهری دست در دست هم برای شناخت آنچه در پیرامونش می‌گذرد، تلاش می‌کند، و چه دلنشین است لحظه‌ای که پرده از چهرهٔ بخشی هر چند کوچک از راز بزرگ جهان کنار می‌رود، و بشر خود را برای برداشتن گام بعدی آماده می‌یابد.

در ادامه ابتدا با ذکر ماجراهایی که بر حکم گالیله گذشته است و نظراتی که اینشتین مطرح نموده است، سعی کرده‌ام خواننده را با حال و هوای فیزیک جدید آشنا کنم، سپس شرح خواهم داد که

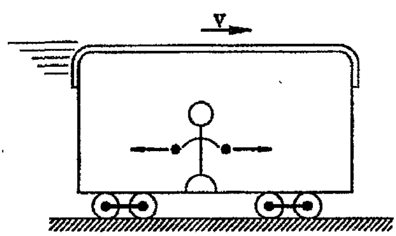
این معماران جسور برای ساخت بنای عظیم علم فیزیک، چگونه در طی قرون متمادی آجر به آجر اطلاعات را جمع‌آوری کرده و کنار هم چیده‌اند.

آیا اینشتین و گالیله با هم دوست بوده‌اند؟

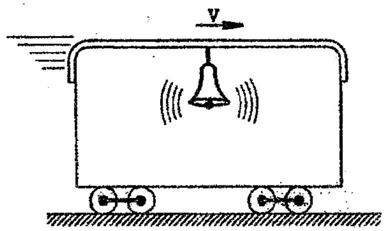
فرض کنید در حیاط خانه‌تان ایستاده‌اید و سکه‌ای را از بالا مستقیماً روی پایتان رها می‌کنید، در این‌صورت شما مطمئن هستید که سکه مستقیماً روی پای شما می‌افتد. حال فرض کنید سوار بر یک کشتی هستید که با سرعت ثابت بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند، در این‌صورت اگر سکه‌ای را از بالا مستقیماً روی پایتان رها کنید، باز هم می‌توانید مطمئن باشید که سکه مستقیماً روی پایتان می‌افتد، حال این موضوع را بصورت قضیه‌ای کلی بیان می‌کنیم:

«اگر شما داخل جعبهٔ مسدودی باشید که با سرعت ثابت روی خط مستقیم حرکت می‌کند، نمی‌توانید تشخیص بدهید که در حال حرکت هستید یا نه. بعبارت دیگر همه‌چیز در داخل جعبه چنان اتفاق می‌افتد که گویی جعبه در حال سکون است.»

این مطلب را جناب گالیله در قرن شانزدهم مطرح کرده است و به «حکم گالیله» معروف است. بعنوان مثال فرض کنید فردی در وسط اتاقی که با سرعت ثابت V به سمت راست حرکت می‌کند، ایستاده است. اگر این فرد دو گلوله را همزمان با سرعت‌های برابر نسبت به خودش به دو طرف پرتاب کند، این دو گلوله همزمان به دیوارهای سمت راست و سمت چپ اتاق خواهند رسید، چون هر دو گلوله، علاوه بر سرعت خود، سرعت اتاق را نیز به خود خواهند گرفت. یعنی این فرد نمی‌تواند از این طریق به حرکت اتاق پی ببرد.

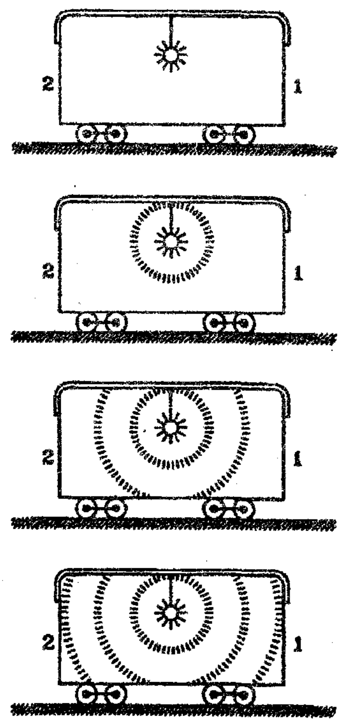


بعنوان مثال دیگر فرض کنید زنگی در وسط اتاق فوق‌الذکر به صدا در آید، چون صوت موجی است که بر روی محیط مادی منتشر می‌شود لذا سرعت محیط را به خود می‌گیرد و در نتیجه صوت هم همزمان به دیوارهای سمت راست و سمت چپ اتاق خواهد رسید یعنی از این طریق هم نمی‌توان متوجه حرکت اتاق شد.

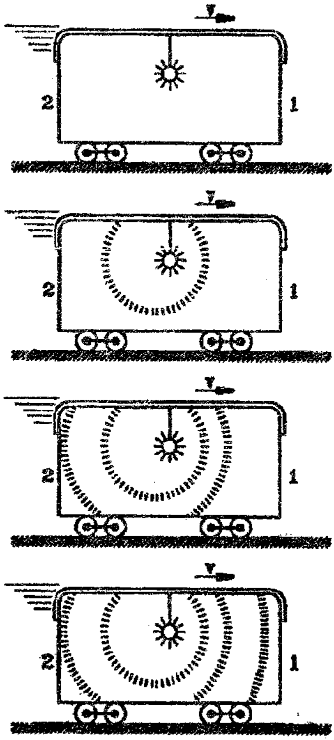


حکم گالیله در معرض خطر قرار می‌گیرد.

چندین قرن این حکم، تمامی مخالفان خود را مقهورکرد تا اینکه برخی دانشمندان برای غلبه به این حکم دست به دامن «نور» شدند. آنها به خوبی می‌دانستند که نور در خلاء هم حرکت می‌کند لذا مستقل از محیط منتشر می‌شود، برخلاف صوت که برای انتشار نیاز به محیط مادی دارد و بر روی محیط حرکت می‌کند. آنها با زیرکی تمام، آزمایش‌های زیر را طرح کردند.



شکل (الف)ـ اتاق ساکن می‌باشد



شکل (ب)ـ اتاق دارای سرعت V می‌باشد

آزمایش اول: فرض کنید که یک لامپ خاموش در وسط یک اتاق ساکن قرار دارد، در این‌صورت

هرگاه لامپ را روشن کنیم، نور در تمامی جهات منتشر می‌شود و مطابق شکل (الف) همزمان به دیوارهای (۱) و (۲) می‌رسد.

آزمایش دوم: حال فرض کنید که اتاق با سرعت ثابت V به سمت راست حرکت کند، در این صورت هرگاه لامپ را روشن کنیم، در مدت زمانی که نور منتشر می‌شود و به سمت دیوارهای (۱) و (۲) حرکت می‌کند، اتاق هم به سمت راست حرکت می‌کند و چون سرعت نور مستقل از محیط است و با سرعت ثابت بدون توجه به حرکت اتاق، منتشر می‌شود، لذا مطابق شکل (ب) نور ابتدا به دیوار (۲) برخورد می‌کند و این بدان معناست که روشی پیدا شده است که به کمک آن ناظر درون اتاق می‌تواند متوجهٔ حرکت اتاق شود.

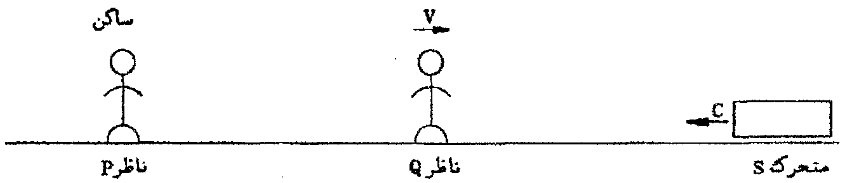
حکم گالیله پیروز می‌شود

آزمایش فوق حکم گالیله را در معرض خطر بزرگی قرار می‌دهد، شاید گالیله در زمان حیات خود، هرگز فکر نمی‌کرد چند قرن بعد فیزیکدانان برای براندازی حکم او دست به دست هم بدهند، اما درست و غلط بودن یک حکم باید در دیوان عدالت تعیین گردد و چه دادگاهی برای فیزیک، عادل‌تر از آزمایشگاه است؟ سرانجام در قرن ۱۹ م. و در سالهای آخر عصر ملکه ویکتوریا امکان انجام چنین آزمایش فوق‌العاده مهمی از لحاظ تکنولوژیکی فراهم شد، اما در غین ناباوری آزمایشگران داخل اتاق مشاهده کردند، نور لامپ بدون توجه به حرکت اتاق همزمان به دیوارهای (۱) و (۲) می‌رسد، در آن زمان هیچ نظریه‌ای برای توجیه این پدیده وجود نداشت، در عین حال در آزمایشگاه هیچ آزمایشی نتوانست علیه حکم گالیله رأیی صادر کند.

لازم بود کسی به کمک حکم گالیله بیاید و این شخص، کسی نبود جز آلبرت اینشتین که پس از گذشت چند صد سال از مرگ گالیله در قرن بیستم به یاری او آمد و حکم وی را پیروز اعلام کرد. اینشتین نظریهٔ عجیبی داشت، وی در مورد آزمایش دوم که در آن اتاق با سرعت ثابت حرکت می‌کند، می‌گفت: آزمایشگری که داخل اتاق متحرک قرار دارد، پدیده را مطابق شکل (الف) مشاهده می‌کند، یعنی از دید این آزمایشگر نور همزمان به دو دیوار می‌رسد، اما شما که خارج از اتاق قرار دارید پدیده را مطابق شکل (ب) مشاهده می‌کنید یعنی می‌بینید که نور ابتدا به دیوار (۲) می‌رسد. اگر کمی دقت کنید، در می‌یابید که واقعاً اینشتین چیز عجیبی گفته است، مطابق نظر او، در یک آزمایش واحد، آزمایشگر درون اتاق متحرک می‌بیند که نور همزمان به دیوارهای (۱) و (۲) می‌رسد، در همان حال آزمایشگری که خارج از اتاق ایستاده است مشاهده می‌کند که نور اول به دیوار (۲) می‌رسد، احتمالاً شما هم از خواندن این نظریه شگفت‌زده شده‌اید، لذا یک نفس عمیق بکشید و مطلب را با ما دنبال کنید. در هر حال با این نظریه آزمایشگر درون اتاق، نمی‌تواند متوجه حرکت اتاق شود و بدین ترتیب حکم گالیله همچنان پابرجا باقی خواهد ماند.

واقعاً اینشتین چه می‌گوید؟

نظریهٔ فوق، کلام بسیار پرهزینه‌ای است، در واقع در بیان این مطلب، اینشتین فرض کرده است که سرعت نور نسبت به تمامی ناظرها ثابت است و همانگونه که می‌دانید این مقدار ثابت تقریباً برابر، ۳۰۰۰۰۰ کیلومتر بر ثانیه یا $c = ۳ \times ۱۰^{۸}\ \mathrm{m/s}$ می‌باشد، به شکل زیر توجه کنید:



مطابق مکانیک نیوتنی در شکل فوق متحرک S با سرعت c به ناظر P نزدیک می‌شود و همین متحرک S با سرعت $c+V$ به ناظر Q نزدیک می‌شود به عبارت دیگر ناظر P سرعت S را برابر c و ناظر Q سرعت S را برابر $c+V$ اندازه می‌گیرند. اما اینشتین می‌گویند اگر متحرک S نور باشد، ناظر P و ناظر Q هر دو سرعت آن را برابر c اندازه می‌گیرند.

در آزمایش اتاق متحرک هم چون آزمایشگر درون اتاق سرعت پرتوهای نوری را که به سمت دیوار (۱) و (۲) می‌روند را یکسان و برابر $۳ \times ۱۰^{۸}\ \mathrm{m/s}$ اندازه می‌گیرد و مشاهده می‌کند که نور همزمان به دیوارها می‌رسد، اما آزمایشگری که خارج از اتاق قرار دارد، نیز دقیقاً به خاطر این که سرعت پرتوهای نور را که به سمت دیوارهای (۱) و (۲) می‌روند را نسبت به خود یکسان و برابر $۳ \times ۱۰^{۸}\ \mathrm{m/s}$ اندازه می‌گیرد، مشاهده می‌کند که نور ابتدا به دیوار (۲) می‌رسد چون در مدت زمان حرکت نور، اتاق به سمت راست حرکت کرده است. اگر متوجهٔ این استدلال نشده‌اید چند دقیقه به ذهن خود استراحت بدهید و دوباره متن را بخواهید و سعی کنید با ترسیم شکل مناسب، استدلال فوق را توجیه کنید.

با این کار، اینشتین عملاً مفاهیم فضا و مکان که شالودهٔ عمارت تمامی شاخه‌های فیزیک (مکانیک، ترمودینامیک، الکتریسیته، مغناطیس و اپتیک) می‌باشند را برهم می‌زند، آن هم فقط به خاطر اینکه در یکی از شاخه‌های فیزیک به نام اپتیک، آن هم نه در تمام اپتیک بلکه فقط در سرعت نور مشکل وجود دارد، می‌دانید کار اینشتین مانند چیست؟ فرض کنید ساختمان عظیم ۲۰ طبقه‌ای ساخته‌اید و جای درب ورودی آن را خالی گذاشته‌اید، در نهایت پس از اتمام کار، درب ورودی ساختمان که از پیش ساخته شده است را برای نصب می‌آورید، اما ناگهان متوجه می‌شوید که درب برای فضایی که برای آن در نظر گرفته‌اید، بزرگ است. حال چه باید کرد؟ اگر این سؤال را از اینشتین بپرسید، خواهد گفت: مشکلی نیست! درب را همین‌جا بگذارید و کل ساختمان را خراب کنید و در اطراف این درب دوباره آن را بنا نمایید.

آری، اینشتین با بیان این مطلب که سرعت نور نسبت به تمامی ناظرها یکسان است، هزینهٔ سنگینی را بر دوش فیزیکدانان نهاد، اما در نهایت افکار اینشتین پیروز بود و ما می‌بایست به خاطر این همه جسارت و شجاعت وی را بستائیم، شاید همین جسارت بی‌نظیر وی سبب شده است که ما هم اکنون او را به عنوان بزرگترین فیزیکدان قرن بسیتم بشناسیم.

تا اینجا به دنبال این بوده‌ایم که شما به عظمت این معمای بزرگ تاریخ فیزیک یعنی «نور» پی ببرید، حتماً شما هم علاقمند شده‌اید که بدانید این موجود خارق‌العاده چیست و از چه تشکیل شده است؟ و چرا تا این حد مرموز عمل می‌نماید؟ پس بیایید با هم تاریخ فیزیک را ورق بزنیم:

یونانیان باستان از نور چه می‌دانستند؟

یونانیان باستان درک کرده بودند که باید چیزی وجود داشته باشد که در فاصله میان چشمان ما، چیزهایی که می‌بینیم، و چراغهایی که آنها را روشن می‌کنند، پلی ارتباطی برقرار کند، لذا به نور واقعیتی عینی بخشیدند و به مطالعه آن برخاستند و نظریه‌هایی پیرامون آن پرداختند. یکی از این نظریه‌ها می‌گفت نور چیزی است که مانند آبی که از مجرایی تنگ بیرون می‌آید، از چشمها جریان پیدا می‌کند. بر پایه این ایده، وقتی یک شیء را می‌بینیم که جریان نور را به سویش متوجه کنیم تا با آن برخورد کند، همانطور که مثلاً یک نابینا با پیش بردن دستها و لمس کردن اشیاء آنها را احساس کرده و به تعبیری می‌بیند. این نظریه این نکته را توضیح می‌دهد که هرچیز را تنها هنگامی می‌بینیم که روبرویمان باشد و نیز اینکه با چشمان بسته نمی‌توانیم ببینیم، اما نمی‌تواند توضیح دهد که مثلاً چرا در تاریکی نمی‌توانیم ببینیم.

نظریهٔ بهتری از جانب فیثاغورث ارائه شد، بنابراین نظریه، نور چیزی است که از هر جسم درخشانی در تمام جهات جریان پیدا می‌کند و پخش می‌شود، فقط در برابر موانع فوراً به عقب برمی‌گردد. اگر نور سرانجام وارد چشمان ما شود در ما احساس دیدن چیزی را به‌وجود می‌آورد که نور در واپسین مرحله از روی آن جهیده است.

البته مسئله نور با چنین نظریه‌ای به هیچ‌وجه حل نمی‌شود، تازه اول دردسر است. مثلاً در اینجا به محض آنکه می‌فهمیم باید چیزی وجود داشته باشد که بین چشمان ما و آنچه می‌بینیم پل بزند، یعنی چیزی که آن را «نور» می‌نامیم، سیلی از پرسشها سرازیر می‌شود، پرسشهایی که پیش از این دانش به ذهنمان خطور نمی‌کرد، مثلاً نور چه شکلی است و اندازهٔ آن چقدر است؟ اصلاً آیا شکل و اندازه‌ای دارد؟ آیا وزن دارد؟ آیا اگر به چیزی برخورد کند، آن را مرتعش می‌کند؟ داغ است یا سرد؟ با چه سرعتی حرکت می‌کند؟ اصلاً حرکت می‌کند؟ اگر نمی‌تواند به درون مقوای نازکی نفوذ کند، چگونه از شیشه عبور می‌کند؟ و ...

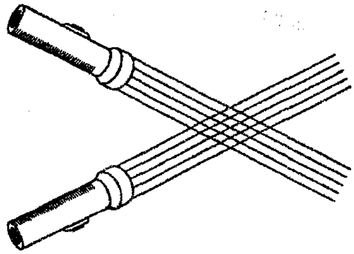
دو رقیب دیرینه: تئوری ذره‌ای نور و تئوری موجی نور

پس از این‌که دریافتیم برای اینکه چیزی را ببنیم لازمست نور از آن، به‌چشم ما برسد این سئوال مطرح می‌شود که نور چیست و چگونه حرکت می‌کند؟ برای توضیح اینکه نور چگونه فضا را در می‌نوردد تا پیامش را به چشمان ما برساند، دو نظریهٔ متفاوت مطرح شده است. نظریه نخست، «تئوری ذره‌ای» می‌باشد، مطابق این نظریه نور از تعداد زیادی ذره کوچک تشکیل می‌شود که از اجسام درخشان به همه طرف پرتاب می‌شوند.

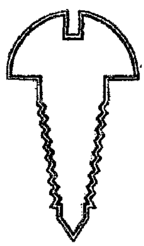
نظریهٔ دیگر، «تئوری موجی» است، مطابق این نظریه نور یک موج است که در فضا حرکت کرده و به چشم می‌رسد، اما می‌دانیم که موج باید در یک محیط منتشر شود در حالیکه نور از خلاء هم می‌گذرد، لذا شاید بتوان فرض کرد محیطی همه‌جا، حتی در خلاء وجود دارد که نور در آن بصورت موج منتشر می‌گردد، این محیط مرموز «اتر نوررسان» نامیده شد، تنها دلیل وجود این محیط، تئوری موجی نور بود.

دوران پیروزی تئوری ذره‌ای نور

همانطور که بیان شد، دو نظریهٔ نوری رقیب وجود دارد: تئوری ذره‌ای و تئوری موجی. کدامیک از این دو نظریه درست است؟ جناب نیوتن، نابغهٔ بزرگ قرن هفدهم که تمامی کشفیات بنیادی خود را در دینامیک، گرانش، حساب دیفرانسیل و انتگرال و بسیاری دیگر از شاخه‌های علم تنها در دوازده سال فعالیت علمی انجام داد، در خلال آن دوران فرصتی یافت تا در نور شناخت هم به پیشرفتهای مهمی نایل آید. او ترجیح داد نظریه ذره‌ای را بکار گیرد، زیرا فکر می‌کرد انتشار موج در همه راستاها، حرکت راست خط نور را توجیه نمی‌کند. در واقع در آن زمان به بسیاری از حقایق دقیق در پیرامون نور که ظاهراً با تصویر ذره‌ای جور نبود، پی برده بودند، اما نبوغ نیوتن با اندک زحمتی بر چنین مشکلاتی چیره شد. و تمامی آن حقایق را با تئوری ذره‌ای خود توجیه کرد، آخر کار، او فقط با کمی پیچیده‌تر کردن مطلب، موفق شده بود هر چه تا آن روز در مورد نور دانسته بودند، عملاً توضیح دهد. هرچند هواداران نظریه موجی در زمان نیوتن کم نبودند، اما در رویارویی با این نبوغ غول‌آسا که در برابرشان قد برافراشته بود، شانس پیروزی اندکی داشتند. طراحان نظریه موجی، به رهبری هویگنس، فیزیکدان هلندی، پایه‌های اصلی امیدهای خود را بر این واقعیت نهاده بودند که ذرات باید یکدیگر را واجهانند، می‌دانیم که هرگاه دو ذره با هم تلاقی کنند، در اثر برخورد سرعت و مسیر حرکت آنها تغییر می‌کند، در حالی که تجربه در مورد نور واقعیتی عکس این مطلب را نشان می‌داد، یعنی نشان می‌داد که دو باریکهٔ نور بدون تحمل هیچگونه خسارتی همدیگر را قطع می‌کنند. اما این مطلب به تنهایی برای نظریه‌ای که می‌خواست با ذرات تپندهٔ نیوتن رقابت کند، شالوده‌ای سست بود.



تئوری موجی نور تقویت می‌شود



پس از مرگ نیوتن، در حوزهٔ نورشناسی کشفیات تجربی زیادی از جمله پدیدهٔ پراش نور بعمل آمد. پراش نور چیست؟ نور هنگام برخورد به لبه‌های اجسام از مسیر راست خود منحرف می‌شود، یعنی رفتار نور در برخورد با لبه‌های اجسام مانند امواج آب است که از گرداگرد لبه‌های مانع واقع در مسیر خود می‌گذرند، این پدیده را «پراش نور» می‌نامند، برای مشاهدهٔ این پدیده کافیست که در یک اتاق تاریک، در مسیر پرتوهای نوری گسیل شده از یک نقطه نورانی، جسم کدری را قرار دهیم و سایه آنرا روی یک پرده سفید بررسی کنیم، آثار پراش معمولاً بصورت آشفتگی در مرز سایه ظاهر می‌گردند.

بدین ترتیب، نظریه ذره‌ای نور کم‌کم تضعیف شد و تقریباً صد سال پس از مرگ نیوتن، نظریه موجی به‌دست فرنل، فیزیکدان معروف فرانسوی به چنان درجه‌ای از دقت رسید که به‌جای آن که رقیبی شکست خورده باشد به فرمانروایی بی‌منازع تبدیل شد.

ضربهٔ نهایی بر تئوری ذره‌ای نور توسط آزمایش تعیین کنندهٔ فوکو، دیگر دانشمند فرانسوی وارد آمد، بدین‌ترتیب که نیوتن پیش‌بینی کرده بود که سرعت نور در آب بیش از سرعت آن در هوا است در حالیکه نظریه موجی تصریح داشت که سرعت نور در آب کمتر از سرعت نور در هوا می‌باشد. علم سالها چشم انتظار کسی مانند فوکو باقی ماند تا روشی برای اندازه‌گیری سرعتهای بسیار زیاد طراحی کند. بالاخره با انجام این آزمایش دریافتند، که سرعت نور در آب، دقیقاً به همان مقدار کمتر از سرعت نور در هوا می‌باشد که نظریه موجی ابراز داشته بود. دیگر ستارهٔ تئوری ذره‌ای افول کرده بود و از آن پس نور جدیدی در آسمانها درخشیدن گرفت.

ماکسول و هرتز با کشف امواج الکترومغناطیس به کمک تئوری موجی نور می‌آیند

دلایل نظریه موجی از مدتها پیش تردیدناپذیر بودند، اما این نظریه هم‌خواهان دریافت حمایت قطعیتری بود، کوته زمانی پس از فرنل، در علوم کهن الکتریسیته و مغناطیس، کشف جدیدی روی داد. مایکل فاراده فیزیکدان انگلیسی در سال ۱۸۳۱ م. «القای الکترومغناطیس» را کشف کرد، اندکی بعد ماکسول فیزیکدان شهیر انگلیسی ایده‌های فاراده را به زبان ریاضی برگرداند و در راه تکامل پیامدهای این نظریه و گسترش قلمرو آن تلاش نمود، او خیلی زود به تناقض رسید، ظاهراً همه چیز با نظریه نمی‌خواند، اما یافتن چارهٔ کار هم آسان نبود، دانشمندان گوناگون و از آن میان خود ماکسول به جستجوی چاره برخاستند، درنهایت ماکسول به کمک نبوغ خارق‌العادهٔ خود توانست مجموعه معادلاتی را پیشنهاد کند که نه تنها تناقض را از میان برداشت، بلکه توانست مفهوم مهم و جدیدی نیز ارائه کند.بنا بر معادلات ماکسول، باید چیزهایی مانند امواج الکترومغناطیسی وجود داشته باشند که با سرعت نور حرکت کنند و تمام خواص فیزیکی عمدهٔ شناخته شده دیگر نور را داشته باشند. بدین ترتیب ایدهٔ مانندی امواج الکترومغناطیسی با امواج نور مطرح شد.

پیش از آن که این نظریه پذیرفته شود، لازم بود که امواج الکترومغناطیسی فرضی ماکسول در آزمایشگاه تولید شوند، پس از اندکی معلوم شد که این کار مشکل است. با گذشت سالها، عدم موفقیت در آشکارسازی این امواج، ابراز تردید نسبت به اعتبار ایده‌های ماکسول از سوی فیزیکدانان آغاز شد. به هر حال ماکسول زنده نماند تا شاهد تأیید تجربی نظریه خود باشد، بیش از هفت سال از مرگ او نگذشته بود که هرتز فیزیکدان آلمانی در سال ۱۸۸۷ م. امواج الکترومغناطیسی را که ماکسول پیشنهاد کرده بود، آشکارسازی کرد و صحت نظریه ماکسول به اثبات رسید. مدتها پیش از ماکسول تئوری ذره‌ای دیگر علت وجودی خود را از دست داده بود و حال با تولد دوبارهٔ نظریهٔ موجی نور که بار دیگر بطور مستقل از سرچشمهٔ نامنتظره‌ای چون الکترومغناطیس سربرآورده بود، تئوری ذره‌ای دیگر بی‌گمان مرده بود.

آیا معمای بزرگ «نور» حل شده است؟

با آشکارسازی امواج الکترومغناطیس، فیزیکدانان به احساس آرامش دست یافتند، در آن زمان آنان تصور می‌کردند که مسائل علم فیزیک بطور اساسی حل شده است، بی‌خبر از این که طوفان عظیمی در راه است، چنانکه ماکس پلانک فیزیکدان معروف آلمانی و همکارانش، رفته رفته مزه تلخ اما زندگی بخش درخت دانش را می‌چشیدند.

هرتز در سال ۱۸۸۷ م. در همان آزمایشهایی که وجود امواج ماکسول را تأیید کرد، از رویداد شگفتی نیز خبر داده بود، این رویداد چنان کم اهمیت بود که به زحمت به تفسیرش می‌ارزید، اما

همین پدیده نقطه عطفی در فیزیک محسوب می‌شود، این رویداد چه بود؟ وقتی نور فرابنفش به دستگاههای هرتز می‌تابید، جرقه‌ها با سهولت بیشتری پدید می‌آمدند، به‌همین سادگی.

کوانتوم با تمام عظمت خود پای به عرصه فیزیک می‌گذارد

گفتیم هرتز دریافت که وقتی نور به دستگاههای او می‌تابند، ایجاد جرقه‌ها آسانتر است. اما او نمی‌دانست که یکی از روشن‌ترین شواهدی که بر وجود کوانتوم دلالت می‌کند، در همان یافتهٔ او نهفته است. در واقع جهان هنوز آمادگی نداشت که چنین موهبت گرانقدری را دریابد و پاس بدارد. لذا جهان برای کشف کوانتوم تا پایان قرن نوزدهم انتظار کشید و با آغاز قرن بیستم این شناخت از سویی کاملاً متفاوت میسر شد.

ما اکنون می‌دانیم که چگونه کوانتوم کل هستنی را تحت تأثیر قرار می‌دهد، کوانتوم به وسوسهٔ ذهنی هر فیزیک پیشه‌ای، تبدیل شده است. کوانتوم هر معادلهٔ او را تسخیر می‌کند، الهام بخش هر تجربهٔ اوست و او را به مناقشه‌ای طولانی و نه همیشه پر ثمر با فیلسوف و روحانی می‌کشاند.

ماکس پلانک استاد فیزیک نظری دانشگاه برلین در سال ۱۹۰۰ م. نظریه مشهور خود را تحت عنوان «تابش جسم سیاه» مطرح کرد، این نظریه پیشهاد می‌کرد انرژی در یک نوسانگر منفرد، فقط می‌تواند بصورت پیمانه‌ها یا کوانتوم‌هایی جذب یا گسیل شود.

با مثالی نظریه پلانک را توضیح می‌دهیم. فرض کنید کسی به شما بگوید، تاب موجود در پارک نزدیک منزل شما، تنها می‌تواند با دامنهٔ یک متر یا دو متر یا سه متر یا چهار متر یا ... نوسان کند اما نمی‌تواند با دامنهٔ مثلاً نیم متری یا یک و نیم‌متری نوسان کند، شما که سهل است حتی کودکان هم می‌توانند به خیالی بودن این ایده پی ببرند. اما پلانک موضوعی شبیه به این را مطرح کرد و در نهایت پیروز هم شد، پلانک گفت: انرژی تنها می‌تواند بصورت یک پیمانهٔ مشخص یا دو پیمانه مشخص یا سه پیمانه مشخص یا ... وجود داشته باشد، یعنی هیچگاه نمی‌توان انرژی‌ای به اندازهٔ نیم پیمانه یا یک‌ونیم پیمانه داشت، او این پیمانه‌ها را کوانتوم نامید و فرمول مشهور و انفجارآمیز خود را بیان کرد:

$$\boxed{\text{بسامد نوسانگر} \times \text{ثابت پلانک} = \text{کوانتوم انرژی}}$$

ثابت پلانک یک عدد بسیار کوچک برابر $6{,}6 \times 10^{-34}$ ژول ـ ثانیه می‌باشد، لذا ما نمی‌توانیم در مسائل عادی کوانتوم انرژی را درک کنیم و تصور می‌کنیم که انرژی کمیتی پیوسته است.

اما این پیمانه‌ها بوی آتش و دود می‌داد و برای روح جاویدان سنتهای کهن فیزیک منادی خبرهای شوم بود، این نوع پیمانه‌های انرژی بدعت گذاری‌هایی نابخشودنی بود که حتی این گستاخترین فیزیکدان از آن هراس داشت، عجیب نیست که او سالها برای اصلاح نظریه خود تلاش کرده باشد، اما به هرحال انرژی کمیتی کوانتومی است و کوانتومهای انرژی یکی از حقایق بنیادین طبیعی بودند و افتخار جاویدان کشف آنها نصیب ماکس پلانک شده است.

و اینشتین ظهور می‌کند

چهار سال از زندگی لرزان و مردد ایدهٔ پلانک می‌گذشت تا اینکه در سال ۱۹۰۵ م. منشی ادارهٔ اختراعات سویس، مطالبی خطیر و گستاخانه ابراز داشت که باعث شد ابداع پلانک زندگی را از سر گیرد.

چندی پیش از آن، همین منشی ادارهٔ ثبت، تبیین نظری کاملی از حرکت معروف براونی ارائه داده بود و تقریباً چهارماه پس از کار تابناکش که احیاء کشف پلانک بود، نظریهٔ نوینی در ارتباط با الکترودینامیک اجسام متحرک، که اکنون آن را «نظریهٔ نسبیت خاص» می‌نامیم مطرح کرد. نام این شخص آلبرت اینشتین بود، ایده‌های او چنان نومایه و شگفت‌انگیز بودند که چهار سال طول کشید تا عظمت آنها درک شوند و اینشتین برای پیوستن به هیئت علیمی دانشگاه زوریخ از پناهگاه موقتش در ادارهٔ ثبت اختراعات فراخوانده شود.

از نظر انیشتین ایدهٔ پلانک حتی از آنچه خود پلانک جسارت ورزیده و به تصور آورده بود، انقلابی‌تر بود. بنابرنظر پلانک، انرژی تنها به شکل بسته‌هایی وارد ماده می‌شود و بیرون از ماده، آنجا که به شکل تابش در می‌آید، باید از قوانینی که ماکسول بنیاد نهاد پیروی کند. اما اینشتین نشان داد که این دو ایده معادل یکدیگر نیستند و در نهایت بیان کرد که اگر تابش نیز از بسته‌هایی تشکیل شده باشد، این توازن وجود خواهد داشت.

در جایی که پلانک ادعا کرد ماده، انرژی را فقط بصورت بسته، جذب یا گسیل می‌کند، اکنون اینشتین اصرار می‌کرد که کوانتوم انرژی به‌جای آنکه صرفاً رفتاری شبیه یک موج داشته باشد تا در معادلات ماکسول صدق کند، باید به نحوی شبیه یک ذره، یک ذرهٔ نور، که ما آن را فوتون می‌نامیم، رفتار کند. این طرحی انقلابی بود، اما اینشتین برگهای برنده‌ای در دست داشت که قاطع‌تر از همهٔ آنها پدیده‌ای بود که هرتز در حدود بیست سال پیش متوجهش شده بود.

خیال نکنید که اینشتین دشمن قسم خوردهٔ نظریه ماکسول بود، ابداً، نظریهٔ نسبیت نه تنها مظهر کمال مفهوم ماکسولی میدان است، بلکه به همان زیبایی و ظرافت از نظریه ماکسول دفاع و آن را اثبات می‌کرد که خود نظریهٔ ماکسول از نظریهٔ موجی هویگنس و فرنل به دفاع برخاسته بود.

رویارویی دوبارهٔ تئوری ذره‌ای و تئوری موجی

تصور اینشتین بسیار شگرف بود، این تصور از هر لحاظ به معنی بازگشت به نظریهٔ ذره‌ای قدیمی نیوتن بود، اما چه کسی بود که بتواند نظریه‌ای چنان خیالپردازانه را باور کند؟ آیا نظریهٔ ذره‌ای را، یکصد سال پیش و با دلایلی بسیار قاطع از میدان نرانده بودند؟ و آیا نظریهٔ موجی از طریق دو خط پژوهشی مستقل وارد صحنه نشده بود؟ نظریهٔ ذره‌ای چگونه می‌توانست این امید را در دل بارور کند که از پیروزیهای بی‌چون و چرای نظریهٔ موجی برای خود نسخهٔ بدلی بسازد؟

این منازعهٔ جدید را اول بار پلانک به راه انداخته بود و اینشتین در مدت کوتاهی چیزهایی بسیار پر دردسری برای تئوری موجی بوجود آورد. او در حالیکه از مقوله‌هایی چون نظریه نسبیت فارغ شده بود، در حالیکه خود را یک سرباز جنگی توانا نشان می‌داد و در حالیکه خیل پژوهشگران طرفدار او رو به افزایش بودند، فرصت می‌یافت که دوباره و دوباره به حمله بپردازد. او و شاگردانش در تأیید دیدگاه جدید نور بارها به پیشرفتهای مهم و جدیدی نایل آمدند، اما آنچه که برتر از همهٔ اینها بود، توضیحی است که اینشتین برای اثر فوتو الکتریک ارائه داد.

اینشتین همچنان به جلو می‌تازد

وقتی اینشتین توضیح خود را دربارهٔ اثر فوتوالکتریک ارائه کرد، در واقع هیچ اندازه‌گیری دقیقی از اندازهٔ تغییر سرعت الکترونها به‌ازای تغییر بسامد نور، انجام نگرفته بود، او در سال ۱۹۰۶ م. بر مبنای نظریهٔ فوتون، پیش‌بینی کرد که هرچه بسامد بیشتر باشد سرعت الکترون زیادتر خواهد بود. آزمایشاتی که در سال ۱۹۱۵ م. در آمریکا به پژوهشهای کلاسیک میلیکان منجر شدند، فرمول اینشتین را با چنان دقت و کمالی به اثبات رساندند که در زمینهٔ تأیید یک نظریهٔ علمی، فقط تأیید نظریهٔ موجی ماکسول به‌وسیلهٔ هرتز با آن قابل مقایسه است!

ماجرای جالب این است که همین اینشتین بود که نظریه گرانش نیوتن را به اعتبار نظریهٔ نسبیت عام خود ویران کرد و هم او بود که با نظریهٔ فوتونهای خود، تئوری نور نیوتن را احیاء نمود.

نظریهٔ ماکسول در برابر اثر فوتو الکتریک قدرت عرض اندام نداشت و همچنین مقابل بقیهٔ ایده‌های کوانتومی اینشتین‌نیز بی‌اعتبار به نظر می‌رسید. به محض آنکه مفهوم فوتون تأیید شد، با کمال شگفتی دریافتند که بسیاری از پدیده‌های خیلی مشهور اما کم اهمیت‌تر، که از دیدگاه ماکسولی قابل درک نبودند، بر طبق ایدهٔ جدید کامل و دقیق می‌باشند. اینشتین و شاگردانش برای تدارک حملات خود، از حوزه‌های گوناگونی همچون فوتو لومینسان، گرمای ویژه و حتی فوتوشیمی، مهمات فراهم آوردند. با هر گام پیشروی، ثابت می‌شد که فوتون برای مسائلی که از طریق تئوری موجی حل نشده باقی‌مانده، رهگشای بسیار ساده‌ای است. سرانجام در سال ۱۹۲۱ م. اینشتین جایزهٔ نوبل را دریافت کرد، این جایزه نه فقط به خاطر نظریه نسبیت، بلکه بطورکلی به پاس خدمات او به فیزیک نظری و بویژه به خاطر نظریهٔ فوتوالکتریک وی، به او اهدا شد. دو سال پس از آن جایزهٔ نوبل به میلیکان که اندازه‌گیریهای دقیقش، ایده‌های اینشتین را در حدی بسیار عالی تأیید کرد، تعلق گرفت.

قبلاً گفته بودیم که برای توجیه حرکت نور به عنوان موج فرض کرده بودند که محیطی به نام اتر در همه‌جا حتی درخلاء حضور دارد، حال اتر قربانی اصلی کارهای هراس‌آور اینشتین بود، او به هر طریقی که استدلال می‌کرد، اتر برای نظریاتش، نغمهٔ ناسازگاری بود. زیرا در نظریهٔ نسبیت که امواج الکترومغناطیسی ماکسول را هم به‌راحتی در برمی‌گرفت، این امواج دیگر نیازمند به اتر نبودند، در واقع

خود فضا و زمان که اکنون توان خم کردن و انتقال امواج را در خود سراغ داشتند، جانشین اتر شده بودند.

بالاخره نور، ذره است یا موج؟

در قرن هفدهم تئوری ذره‌ای نور، قدرت برتر بود. یکصد سال بعد بود که نظریهٔ موجی با آن به جدال برخاست و در قرن نوزدهم وصلت موج و نظریهٔ الکترومغناطیس ماکسول چنان باشکوه بود که ذره احساس کرد باید برای همیشه از بازگشت به عظمت گذشتهٔ خود قطع امید کند. اما طلوع قرن بیستم شاهد تحول دیگری بود، با این همه موج در موضع دفاعی خوبی بود و توان تسلیحاتی بالایی داشت که از آن میان می‌توان به سرعت نور در آب و به پدیدهٔ تداخل اشاره کرد. از طرف دیگر ذره که در ابتدای این قرن، قدرتش در مقابل قدرت موج همچون قطره‌ای در برابر اقیانوس بود چنان پرتوان و سرعت تجدید حیات نمود که به‌زودی همچون قاره‌ای غول‌آسا در هفت دریای علم فیزیک سر برون آورد و در دفاع از سرزمینش سلاحهای نوینی را بکار گرفت که از آن میان می‌توان به اثر فوتوالکتریک و تأیید تجربی آن توسط میلیکان و همچنین آزمایشات کامپتون و ویلسون اشاره کرد.

اما ذره تجدید حیات یافته، درعوض پیروزی قطعی، تنها موفق شد فیزیک را درگیر جنگی داخلی کند، جنگی که بیش از ربع قرن به درازا کشید و چنان به‌سرعت گسترش یافت که وقتی در سال ۱۹۲۷ م. آتش بس اعلام شد، تمامی دانش فیزیک بطور گریزناپذیری درگیر آن شده بود.

جنگ میان ذره و موج بسیار درهم و برهم به نظر می‌رسید، فوتون (نظریه ذره‌ای) نمی‌توانست سرزمین موج را تسخیر کند و از طرف دیگر موج هم نمی‌توانست به قلمرو فوتون تهاجم کند. وقفه‌ای در هر دو اردوگاه جاخوش کرده بود.

پایانی صلح‌آمیز

به دلیل این که احتمالاً حوصلهٔ شما به سر آمده است و در عین حال بخش‌های بسیار زیادی از تاریخچهٔ نور باقی مانده است، در اینجا صرفاً به ذکر نام دانشمندان بزرگی چون نیلس بور، رادرفورد، ماکس بورن، لویی دوبروی، داویسون، گرمر، هایزنبرگ، جوردان، دیراک، شرودینگر و . . . که ادامهٔ این تاریخچهٔ به نام آنها زینت شده است، اکتفا می‌کنم و مطالعه و کنکاش در این باب را به ذهن جستجوگر و پشتکار خستگی‌ناپذیر شما فیزیکدانان جوان می‌سپارم. اما حتماً می‌خواهید بدانید داستان جنگ ذره و موج به کجا رسیده است؟ آیا این دو هنوز هم در حال جنگ هستند؟ شاید وحدتی پنهانی در ورای ظواهر سرگذشت آنها پنهان باشد. در واقع موج و ذره در اصل جدا از هم نیستند، آنها تصویرهای بدیل‌اند و این جنبهٔ مکمل بودن ذره و موج یکی از چهره‌های محوری فیزیک جدید است. تئوری کوانتوم به ما می‌گوید که باید از مفهوم سنتی ماده چشم پوشید زیرا درنهایت موج و ذره در

یک کل خودسازگار، یکی می‌شوند، موجودی که ادینگتون بطور مناسبی نام «موج ـ ذره» را برای آن پیشنهاد می‌کند. به این مثال توجه کنید: اگر نور قرمز بر صفحات این کتاب بتابد، کاغذ رنگ قرمز را نشان می‌دهد، اما اگر این نور تابنده آبی باشد، رنگ قرمز کاغذ نیز به آبی تغییر رنگ می‌دهد، در اینجا اینکه کاغذ یکبار قرمز و بار دیگر آبی دیده می‌شود بیانگر هیچ تناقضی نیست، ارتباط بین تئوری ذره‌ای و موجی نیز این چنین است. این که بپرسیم «نور، موج است یا ذره؟» مانند این می‌باشد که پرسیده باشیم: «حوری دریایی، زن است یا ماهی؟»

پسگفتار

در هرحال فرصت ما به انتها رسید و امیدوارم که این تاریخچه توانسته باشد شما را به مطالعهٔ بیشتر در زمینه علم جذاب و پرشگفتی فیزیک تشویق کرده باشد، اما بدانید که سرگذشت فیزیک داستان زنده‌ای است که تن به سکوت نمی‌دهد، و چه خوبست که همهٔ ما سعی کنیم تا نویسندهٔ چند سطری از آن باشیم.

مراجع

[.۱] نور شناخت، تألیف: یوجین هشت، آلفرد راپاک، ترجمه: پروین بیان مختاری، جبیب مجیدی ذوالبنین، مرکز نشر دانشگاهی

[.۲] نورشناسی، تألیف: آجوی گاتاک، ترجمه: ناصر مقبلی، مهرانگیز طالب‌زاده، انتشارات فاطمی

[.۳] دوره درسی فیزیک، تألیف: زیر نظرگ. س. لندسبرگ، ترجمه: لطیف کاشیگر، ناصر مقبلی، مهرانگیز طالب‌زاده، انتشارات فاطمی

[.۴] فیزیک برای رشته‌های مهندسی و علوم، تألیف: دیرا ولز، هرولد س. اسلوشر، ترجمه: جلال‌الدین پاشایی راد، انتشارات خوارزمی

[.۵] المپیادهای فیزیک ایران، تألیف: محمد سپهری راد، انتشارات آینده‌سازان

[.۶] المپیادهای فیزیک، مجموعه سؤالات المپیادهای بین‌المللی فیزیک، ترجمه: رضا منصوری، احمد شیرزاد، انتشارات فاطمی

[.۷] ۳۰۰۰ مسئله حل شده فیزیک، تألیف: آلوین هالپرن، ترجمه: محمود بهار، سوسن جاویدی، انتشارات مبتکران

[.۸] مسائل مسابقات فیزیک، ترجمه: غضنفر بازرگان، انتشارات خوارزمی

[.۹] چگونه مفاهیم فیزیک را درک کنیم؟ تألیف: لوئیز ایپشتین، ترجمه: جهانشاه میرزابیگی

[.۱۰] سرگذشت شگفت‌انگیز کوانتوم، تألیف هوفمان، ترجمه: بهرام معلمی، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی

[11.] Douglas C.Giancoli,"PHYSECS, Principles with Applications", third Edition, prentice - Hall International Inc.

[12.] S.S. Krotov, "Aptitude Test Problems in Physics", Mir Publishers Moscow.