ناشر کتابهای المپیاد

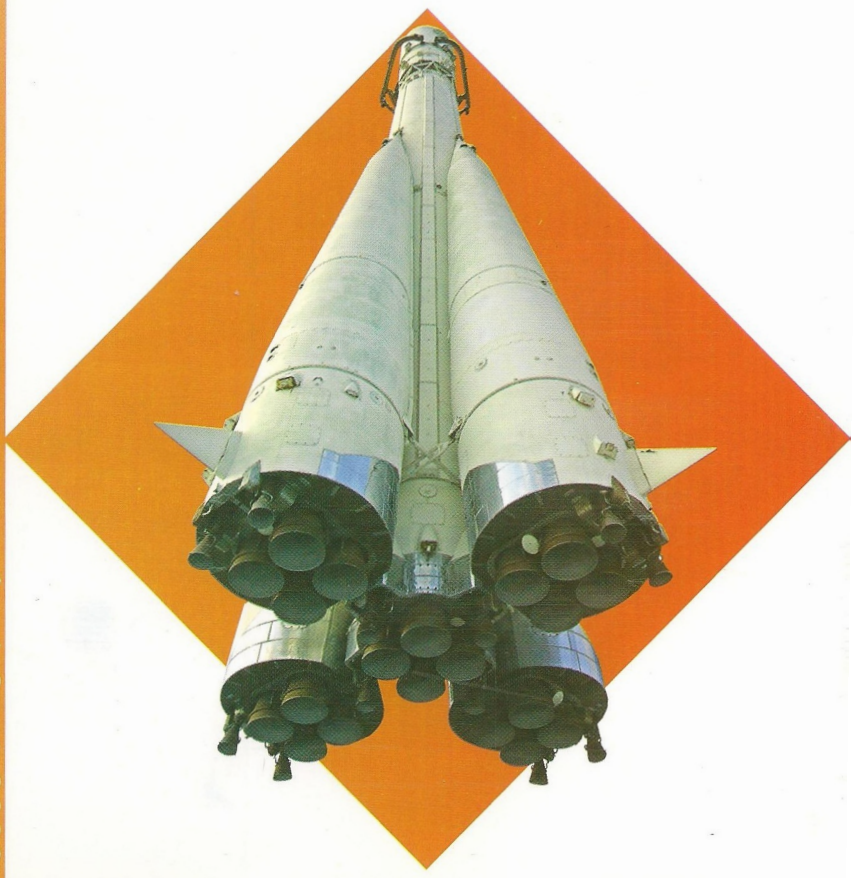
المپیادهای ایران از ابتدا تا کنون

المپیادهای فیزیک ایران

مرحله اول

(دوره‌های پانزدهم تا بیست و سوم)

جلد دوم



دکتر علیرضا صادقی راد

جابر رضایی میانروی
(نقره کشوری المپیاد فیزیک ۱۳۸۳)

جمشید رضایی میانروی
(برنز جهانی المپیاد فیزیک ۲۰۰۸)
(برنز جهانی المپیاد نجوم ۲۰۰۵)
(دو مدال طلای کشوری المپیاد نجوم ۸۴ و ۸۵)
(طلای کشوری المپیاد فیزیک ۱۳۸۶)

بسم الله الرحمن الرحیم

المپیادهای فیزیک ایران

مرحله اول

جلد دوم (دوره‌های ۱۵ تا ۲۲)

مولف:

دکتر علیرضا صادقی‌راد

جمشید رضایی میانرودی

برنده مدال برنز جهانی المپیاد فیزیک ۲۰۰۸

برنده مدال برنز جهانی المپیاد نجوم ۲۰۰۵

برنده مدال طلای کشوری المپیاد فیزیک ۱۳۸۶

برنده دو مدال طلای کشوری المپیاد نجوم ۱۳۸۴ و ۱۳۸۵

جابر رضایی میانرودی

برنده مدال نقره کشوری المپیاد فیزیک ۱۳۸۳

به نام خدا

مقدمهٔ مؤلف

«کبوتر سبک‌بال که در پرواز خود هوا را می‌شکافد و مقاومت آن را احساس می‌کند، گمان می‌برد که پرواز در خلاء آسان‌تر است.»

امانوئل کانت- فیلسوف شهیر آلمانی

سلام؛ مجموعه‌ای که پیش روی شماست، حل کامل و تشریحی سؤالات مطرح شده در مرحلهٔ اول المپیادهای فیزیک ایران می‌باشد. در حال حاضر آزمون مرحلهٔ اول در دو بخش «سؤالات چند گزینه‌ای» و «مسائل پاسخ کوتاه» طرح می‌شوند و در مرحلهٔ دوم دانش‌پژوه با سؤالات تشریحی روبرو می‌گردد. قابل توجه اینکه در دوره‌های سوم تا هفتم المپیاد فیزیک ایران به جای مراحل اول و دوم کنونی صرفاً یک مجموعه سؤالات تشریحی مطرح شده است که مشابه مرحلهٔ دوم المپیادهای کنونی می‌باشد؛ لذا ارائهٔ این سؤالات را به کتاب «المپیادهای فیزیک ایران - مرحلهٔ دوم» واگذار کرده‌ایم که انشاءالله به زودی به چاپ خواهد رسید.

بعد از حدود یک دهه افتخار هم‌نشینی با دانش‌پژوهان در نقاط مختلف ایران عزیز، بر این باور می‌باشم که جدی‌ترین معضل بر سر راه حرکت شورانگیز دانش‌پژوهان مشتاق برای شرکت در المپیاد فیزیک، سردرگمی ایشان در شناخت مسیر صحیح حرکت و منابع و مراجع مفید می‌باشد، لذا در اینجا با همکاری برخی دوستان دانش‌پژوه گروه اینترنتی Physics_Olympiad@yahoo.com را ایجاد نموده‌ایم تا با مشارکت هم، فضایی را برای تبادل نظرات گرانبهای شما با یکدیگر فراهم آوریم. در صورت حضور فعال دانش‌پژوهان، این گروه اینترنتی می‌تواند به مکانی مناسب برای بحث بر روی مسائل المپیادها و مشورت شما عزیزان با یکدیگر و انتقال تجربیات و ... بدل گردد. نیز در صورت عدم امکان تهیهٔ کتاب برای شما، می‌توانید به آدرس فوق Mail بزنید تا هماهنگی لازم برای ارسال کتاب توسط انتشارات برای شما صورت پذیرد.

به خوبی می‌دانم که هیچ چیز دانش‌پژوهان را بیش از این برآشفته نمی‌کند که پس از ساعتها تلاش در یابند که نتایج محاسباتشان با پاسخ داده شده، به این دلیل که پاسخ داده شده درست نیست، نمی‌خوانند. لذا هر گونه تلاش برای حصول اطمینان از درستی

پاسخ‌های ارائه شده صورت گرفته است. باز هم چنان‌که هر مؤلفی می‌داند، اشتباه چاپی و برخی بی‌دقتی‌ها غیرقابل اجتناب است؛ مؤلفین و ناشر بسیار خشنود خواهند شد که هر اشتباهی برای تصحیح در چاپ‌های بعدی به اطلاع ایشان رسانده شود. نیز با کمال مسرّت منتظر راه حل‌های بهتر شما برای سؤالات المپیاد فیزیک برای اضافه نمودن به این مجموعه با نام خودتان هستیم.

در اینجا لازم است از زحمات مسئول محترم انتشارات دانش‌پژوهان جوان، جناب آقای سیدمصطفی حیدریان، که تلاش فراوان برای چاپ و انتشار این کتاب داشته‌اند و همچنین گروه فنی مُحام که در تایپ و صفحه‌آرایی این مجموعه ظرافتی بی‌اندازه به خرج داده‌اند، قدردانی نمایم.

همتم بدرقهٔ راه کن ای طایر قدس که دراز است ره مقصد و من نوسفرم

علیرضا صادقی راد - مهر ۱۳۹۰
Physics.Olyınpiad@gmail.com

فهرست مندرجات

۱ *مرحلهٔ اول پانزدهمین المپیاد فیزیک ایران* ۹

۱.۱ سؤالات ۹

۲.۱ پاسخ تشریحی ۲۲

۲ *مرحلهٔ اول شانزدهمین المپیاد فیزیک ایران* ۴۱

۱.۲ سؤالات ۴۱

۲.۲ پاسخ تشریحی ۵۶

۳ *مرحلهٔ اول هفدهمین المپیاد فیزیک ایران* ۷۷

۱.۳ سؤالات ۷۷

۲.۳ پاسخ تشریحی ۹۴

۴ *مرحلهٔ اول هجدهمین المپیاد فیزیک ایران* ۱۱۷

۱.۴ سؤالات ۱۱۷

۲.۴ پاسخ تشریحی ۱۳۳

۵ مرحلهٔ اول نوزدهمین المپیاد فیزیک ایران ۱۵۷

۱.۵ سؤالات ۱۵۷

۲.۵ پاسخ تشریحی ۱۷۱

۶ مرحلهٔ اول بیستمین المپیاد فیزیک ایران ۱۹۳

۱.۶ سؤالات چندگزینه‌ای ۱۹۳

۲.۶ مسأله‌های کوتاه ۲۰۴

۳.۶ پاسخ تشریحی سؤالات چندگزینه‌ای ۲۰۸

۴.۶ پاسخ تشریحی مسأله‌های کوتاه ۲۲۳

۷ مرحلهٔ اول بیست و یکمین المپیاد فیزیک ایران ۲۲۹

۱.۷ سؤالات چندگزینه‌ای ۲۲۹

۲.۷ مسأله‌های کوتاه ۲۴۲

۳.۷ پاسخ تشریحی سؤالات چندگزینه‌ای ۲۴۵

۴.۷ پاسخ تشریحی مسأله‌های کوتاه ۲۷۰

۸ مرحلهٔ اوّل بیست و دومین المپیاد فیزیک ایران ۲۷۷

۱.۸ سؤالات چند گزینه‌ای ۲۷۷

۲.۸ مسائل پاسخ کوتاه ۲۸۸

۳.۸ پاسخ تشریحی سؤالات چند گزینه‌ای ۲۹۲

۴.۸ پاسخ مسأله‌های کوتاه ۳۱۰

فصل ۱

مرحلهٔ اوّل پانزدهمین المپیاد فیزیک ایران

۱.۱ سؤالات

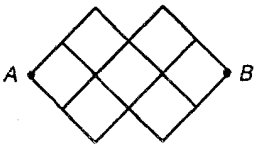
« بخش سؤالات چند گزینه‌ای »

توجه: سؤالات ۱ تا ۳۳ چند گزینه‌ای هستند و به هر گزینه که درست علامت زده شود، نمرهٔ مثبت و به گزینه‌ای که نادرست علامت زده شود، نمرهٔ منفی داده خواهد شد. هر سؤال فقط یک گزینه درست دارد و انتخاب بیش از یک گزینه معادل با پاسخ نادرست است.

۱) برای اندازه‌گیری بار الکتریکی الکترون از آزمایش میلیکان استفاده می‌شود. در آزمایش میلیکان، روی یک قطرهٔ روغن مقداری بار الکتریکی وجود دارد. این قطرهٔ روغن در یک میدان الکتریکی معلق می‌ماند. با اندازه‌گیری جرم قطرهٔ روغن و دانستن میدان الکتریکی می‌توان بار روی قطرهٔ روغن را به دست آورد. بار سه قطرهٔ روغن به ترتیب $۳/۹۰ \times ۱۰^{-۱۹}C$ ، $۶/۵۰ \times ۱۰^{-۱۹}C$ و $۹/۱۰ \times ۱۰^{-۱۹}C$ اندازه‌گیری شده است. بر اساس این اندازه‌گیری‌ها کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند بار یک الکترون باشد؟

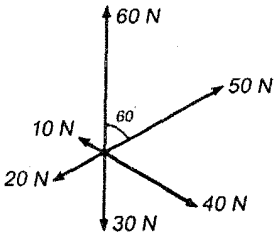
الف) $۱/۳ \times ۱۰^{-۱۹}C$ ب) $۲/۶ \times ۱۰^{-۱۹}C$ ج) $۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}C$ د) $۳/۹ \times ۱۰^{-۱۹}C$

۲) مقاومت هر یک از شاخه‌های مدار زیر R است. مقاومت معادل بین نقاط A و B چیست؟



الف) R ب) $2R$ ج) $4R$ د) $8R$

۳) به جسمی به جرم ۴kg شش نیرو که در یک صفحهٔ افقی قرار دارند وارد می‌شوند. زاویهٔ میان هر نیرو با دو نیروی مجاور ۶۰° است. بزرگی و جهت شتاب جسم چیست؟



الف) $12/5\ m/s^2$ و در جهت نیروی ۵۰ نیوتنی
ب) $15\ m/s^2$ و در جهت نیروی ۵۰ نیوتنی
ج) $15\ m/s^2$ و در جهت نیروی ۶۰ نیوتنی
د) $12/5\ m/s^2$ و در جهت نیروی ۶۰ نیوتنی

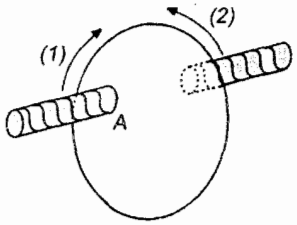
۴) اخترشناسان شعاع جهان قابل رؤیت را 10^{10} سال نوری تخمین زده‌اند. برآورد شده است که در جهان حدود 10^{11} کهکشان و در هر کهکشان حدود 10^{11} ستاره مانند خورشید وجود دارد. چگالی متوسط جهان بر حسب kg/m^3 به کدام یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟
(جرم خورشید را $2 \times 10^{30} kg$ و سرعت نور را $3 \times 10^8 m/s$ بگیرید.)

الف) 10^{-38} ب) 10^{-32} ج) 10^{-26} د) 10^{-20}

۵) فاصلهٔ زمانی طلوع آفتاب تا غروب آن را طول روز می‌نامیم. در کدام یک از مواقع سال تغییرات طول روز کندتر است؟

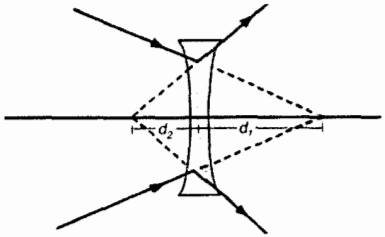
الف) روزهای آخر بهار، روزهای اول تابستان و نیز روزهای آخر تابستان، روزهای اول پاییز
ب) روزهای آخر تابستان، روزهای اول پاییز و نیز روزهای آخر پاییز، روزهای اول زمستان
ج) روزهای آخر زمستان، روزهای اول بهار، و نیز روزهای آخر تابستان، روزهای اول پاییز
د) روزهای آخر بهار، روزهای اول تابستان و نیز روزهای آخر پاییز، روزهای اول زمستان

۶) نوعی ترمز اتوموبیل، مانند شکل، از یک قرص فلزی تشکیل شده است که همراه چرخ می‌چرخد. قرص میان قطب‌های ناهمنام یک آهنربای الکتریکی می‌چرخد. برای ترمز کردن، از سیم‌پیچ‌های آهنرباهای الکتریکی دو طرف قرص، جریان مستقیم می‌گذرانند. جهت گردش قرص ممکن است ۱ یا ۲ باشد. قطب A از آهنربا ممکن است N یا S باشد. چه ترکیبی از جهت گردش قرص و قطب A می‌تواند چرخ را ترمز کند؟



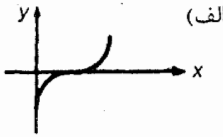
الف) فقط جهت ۱ و قطب N ب) فقط جهت ۱ و قطب S
ج) فقط جهت ۲ و قطب N د) فقط جهت ۲ و قطب S
ه) به هر صورت چرخ ترمز می‌شود.

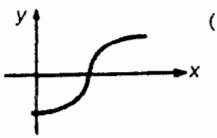
۷) مطابق شکل، پرتوهای همگرا به یک عدسی واگرا به فاصلهٔ کانونی f می‌تابد و به صورت واگرا از آن خارج می‌شود. کدام گزینه درست است؟

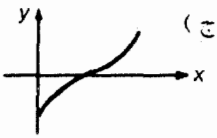


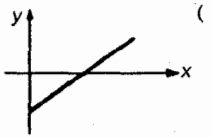
الف) $f > d_1$ ب) $f = d_1$ ج) $d_2 < f < d_1$
د) $f = d_2$ ه) $f < d_2$

۸) فردی می‌خواهد با قایق از رودخانه‌ای عبور کند. سرعت پارو زدن او در آب ساکن را v بگیرید. او همواره در جهت عرض رودخانه پارو می‌زند. سرعت آب رودخانه از ساحل تا وسط آن تقریباً با فاصله از ساحل نزدیک‌تر متناسب است. منحنی مسیر حرکت قایق کدام است؟ محور x در طول رودخانه و محور y در عرض آن است.

الف)


ب)


ج)


د)


ه)

۹) قطاری روی یک ریل مستقیم حرکت می‌کند. مسافری که در قطار روبه شمال ایستاده است، یک توپ را رها می‌کند و مشاهده می‌کند، توپ کمی جلوتر از او به کف قطار می‌رسد. در این صورت:

الف) قطار حتماً به طرف شمال حرکت می‌کند.
ب) قطار حتماً به طرف جنوب حرکت می‌کند
ج) قطار حتماً به طرف شمال شتاب دارد.
د) قطار حتماً به طرف جنوب شتاب دارد.

۱۰) دو جانور چهار پا با تقریباً با هم متشابه‌اند. قد یکی از آن‌ها دو برابر قد دیگری است. نسبت قطر پای این دو جانور چقدر باشد تا فشار بر پاهای آن دو یکی باشد؟
الف) ۱ ب) $\sqrt{۲}$ ج) ۲ د) $\sqrt{۸}$ ه) ۴

۱۱) یک تکه چوب روی سطح آب درون یک ظرف شناور است. در ظرف را می‌بندیم و فشار هوای درون ظرف را زیاد می‌کنیم. کدام گزینه درست است؟
الف) چوب نه به بالا و نه به پایین می‌رود.
ب) چوب بالاتر می‌رود.
ج) چوب پایین‌تر می‌رود.

۱۲) کدام یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ ماه در شب هفتم ماه قمری در ایران درست است؟
الف) نیم‌قرص روشن ماه در آسمان به طرف مشرق و طلوع ماه تقریباً ۶ ساعت پیش از طلوع خورشید است.
ب) نیم‌قرص روشن ماه در آسمان به طرف مشرق و غروب ماه تقریباً ۶ ساعت پس از غروب خورشید است.
ج) نیم‌قرص روشن ماه در آسمان به طرف مغرب و طلوع ماه تقریباً ۶ ساعت پیش از طلوع خورشید است.
د) نیم‌قرص روشن ماه در آسمان به طرف مغرب و غروب ماه تقریباً ۶ ساعت پس از غروب خورشید است.

۱۳) یک باریکهٔ الکترون از محیطی می‌گذرد که شامل یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی است. مشاهده می‌شود اندازه و جهت سرعت الکترون‌ها طی عبور از این محیط ثابت است. کدام یک از گزینه‌ها درست است؟
الف) میدان الکتریکی بر باریکه عمود است. میدان مغناطیسی ممکن است بر باریکه عمود باشد یا نباشد.
ب) میدان الکتریکی و مغناطیسی هر دو حتماً بر باریکه عمودند.
ج) میدان مغناطیسی حتماً با باریکه موازی است. میدان الکتریکی ممکن است با باریکه موازی باشد یا نباشد.
د) میدان الکتریکی و مغناطیسی حتماً با باریکه موازی‌اند.
ه) میدان الکتریکی و مغناطیسی حتماً با هم موازی‌اند؛ اما با باریکه موازی نیستند.

۱۴) یک ماشین فرضی از ترکیب ماشین گرمایی A و یخچال B به وجود آمده است، که هر دو بین دو چشمهٔ ۱ و ۲ (بادماهای T_1 و T_2) کار می‌کنند. T_1 بیش از T_2 است. ماشین A طی هر چرخه ۲۰J گرما از چشمهٔ ۱ می‌گیرد؛ ۱۵J از آن را به کار تبدیل می‌کند و بقیه را به شکل گرما به چشمهٔ ۲ می‌دهد. یخچال B طی هر چرخه از چشمهٔ ۲، $10J$ کار هم می‌گیرد و ۱۵J کار هم می‌گیرد و مجموع را به شکل گرما به چشمهٔ ۱ می‌دهد. کدام گزینه دربارهٔ این ماشین فرضی مرکب درست است؟

الف) ساخت چنین ماشینی ممکن است.

ب) ساخت چنین ماشینی ممکن نیست؛ چون قانون اول ترمودینامیک نقض می‌شود.

ج) ساخت چنین ماشینی ممکن نیست؛ چون قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

۱۵) ظرفیت گرمایی هر جسم برابر با حاصل‌ضرب جرم در گرمای ویژهٔ آن است. ظرفیت گرمایی مایع A برابر C_A و ظرفیت گرمایی جسم B برابر C_B است. برای حل کردن B در A بدون تغییر دما، گرمای Q لازم است. (اگر فرآیند انحلال گرماگیر باشد Q مثبت است و اگر فرآیند انحلال گرمازا باشد Q منفی است.) ظرفیت گرمایی محلول C است. کدام گزینه در مورد C درست است؟

الف) اگر Q مثبت باشد، حتماً $C > C_A + C_B$ است.

ب) اگر Q منفی باشد، حتماً $C > C_A + C_B$ است.

ج) اگر Q نسبت به دما صعودی باشد، حتماً $C > C_A + C_B$ است.

د) اگر Q نسبت به دما نزولی باشد، حتماً $C > C_A + C_B$ است.

۱۶) یک گلوله در هوا سقوط می‌کند. نیروی مقاومت هوا بر این گلوله با مجذور شعاع آن و سرعت آن متناسب است. سرعت حد گلوله سرعتی است که در آن حرکت گلوله یکنواخت (با سرعت ثابت) می‌ماند. برای گلوله‌های همگن از یک جنس، سرعت حد گلوله با چه توانی از شعاع آن متناسب است؟

الف) صفر ب) ۰/۵ ج) ۱ د) ۲

۱۷) شخصی از بالای یک ساختمان دو گلوله را به فاصلهٔ زمانی t رها می‌کند. وقتی گلولهٔ دوم رها می‌شود، گلولهٔ اول به اندازهٔ h سقوط کرده است. دو شخص دیگر (B, A) در طبقه‌های پایین همان ساختمان‌اند. وقتی گلولهٔ اول به B می‌رسد، گلولهٔ دوم به A می‌رسد. فاصلهٔ این دو نفر از هم H است. اختلاف زمانی گذشتن دو گلوله از کنار A برابر T است. کدام گزینه درست است؟

الف) $H = h$ و $T < t$ ب) $H = h$ و $T = t$

ج) $H > h$ و $T < t$ د) $H > h$ و $T = t$

۱۸) طی یک بارش بسیار شدید باران، پس از ۱۰۰ دقیقه $60\ mm$ باران جمع شده است. فرض کنید سرعت سقوط قطره‌های باران $1 m/s$ است.

حجم قطره‌های باران چه کسری از هوا را تشکیل می‌دهد؟

الف) $۱۰^{-۲}$ ب) $۱۰^{-۳}$ ج) $۱۰^{-۴}$ د) $۱۰^{-۵}$ ه) $۱۰^{-۶}$

۱۹) یک ظرف شامل مقداری آب است که روی آن مقداری روغن قرار دارد. آب و روغن را هم می‌زنیم تا یک مخلوط معلق تقریباً یکنواخت آب روغن به دست آید. نقطهٔ A به فاصلهٔ مساوی از سطح بالایی روغن و کف ظرف است. پیش از به هم زدن مخلوط، فشارنقطه‌ای A، برابر P بوده است. پس از تشکیل مخلوط معلق، فشار همین نقطه P' می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً $P' < P$ ب) حتماً $P' > P$ ج) حتماً $P' = P$

د) اگر پیش از هم زدن، نقطهٔ A در روغن بوده باشد، $P' > P$ و اگر پیش از هم زدن، نقطهٔ A در آب بوده باشد، $P' < P$ است.

۲۰) یک تکه یخ در فشار جو و در دمای صفر درجهٔ سلسیوس ذوب می‌شود. در اثر این فرآیند حجم یخ کم می‌شود؛ به طوری که حجم آب تقریباً ۰/۹ حجم یخ اولیه می‌شود. گرمای نهان ذوب یخ در فشار و دمای صفر درجهٔ سیلسیوس ۳۳۰kJ/kg است. گرمایی که از طرف جو به یخ داده می‌شود را با Q و کاری که از طرف جو روی یخ انجام می‌شود را با W نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

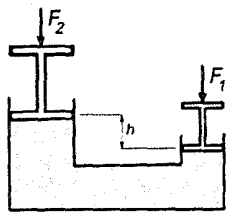
الف) $\frac{W}{Q} = ۳ \times ۱۰^{-۵}$ ب) $W = Q$ ج) $W + Q = ۰$

د) $W = ۰$ ه) $Q = ۰$

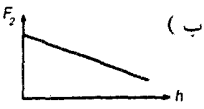
۲۱) جسمی در فاصلهٔ L از چشم قرار دارد. قطر این جسم در جهت عمود بر خط دید D است. نسبت $\frac{D}{L}$ را بزرگی ظاهری جسم می‌نامند. فرض کنید نزدیک‌ترین فاصلهٔ جسم تا چشم برای این که آن را واضح ببینیم r باشد. بزرگی ظاهری جسم در این حالت را γ می‌نامیم. حالا جسم را پشت یک ذره‌بین به فاصلهٔ کانونی f می‌گذاریم تا یک تصویر مجازی از آن تشکیل شود. بزرگی ظاهری تصویر را γ' می‌نامیم. نسبت $\frac{\gamma'}{\gamma}$ را درشت‌نمایی ذره‌بین می‌نامیم. فاصلهٔ ذره‌بین از چشم s است. درشت‌نمایی این ذره‌بین در حالتی که جسم تقریباً در کانون آن است، چقدر است؟

الف) $\frac{r}{f}$ ب) $\frac{r}{f+s}$ ج) $\frac{r+s}{f+s}$ د) $\frac{f}{r}$ ه) $\frac{f+s}{r}$

۲۲) شکل زیر طرح‌واره‌ای از یک جک روغنی است. بر پیستون طرف راست نیروی ثابت $F_۱$ وارد می‌شود. فاصلهٔ پایین دو پیستون h است. نمودار $F_۲$ بر حسب h، برای تعادل جک کدام است؟ وزن پیستون‌ها را در مقایسه با بقیهٔ نیروها ناچیز بگیرید.



الف)

ب)


ج)

د)

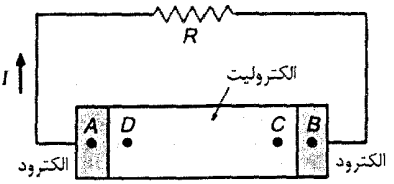
۲۳) دورن سه زودپز یکسان A، B و C مقدار مساوی آب می‌ریزیم. در زودپز A را محکم می‌کنیم. در زودپز B را می‌گذاریم؛ اما آنرا محکم نمی‌کنیم. در زودپز C را نمی‌گذاریم. سه زودپز را روی شعله‌های یکسانی می‌گذاریم. آب کدام یک زودتر جوش می‌آید.

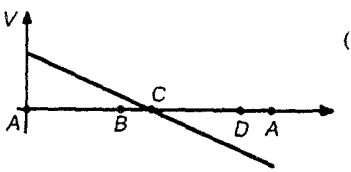
الف) A ب) B

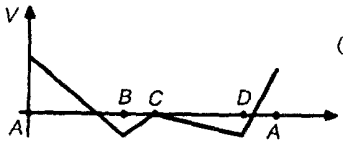
ج) C د) هر سه با هم جوش می‌آیند.

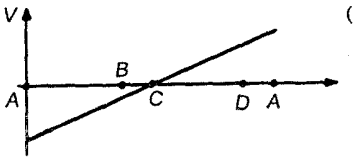
۲۴) شکل زیر یک باطری را نشان می‌دهد که پایانه‌های آن به یک مقاومت وصل شده است. از مدار جریان I می‌گذرد. باتری شامل دو پایانه (الکترود) و یک الکترولیت است. کدام یک از شکل‌های زیر ممکن است نمودار اختلاف پتانسیل نقطه‌های مختلف مدار نسبت به نقطهٔ C را نشان دهد؟

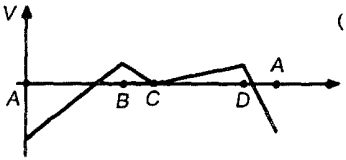
(جهت افزایش x در نمودارها همان جهت جریان روی مدار است.)



الف)


ب)


ج)


د)


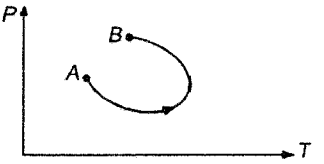
۲۵) وقتی قطار سریع‌السیر تهران - کرج به ایستگاه کرج می‌رسد، مسافران باید از راهرویی به عرض ۴m و طول ۱۰m بگذرند. معمولاً جلوی ورودی این راهرو ازدحام است؛ به طوری که چند دقیقه طول می‌کشد تا همهٔ مسافران وارد راهرو شوند و از آن بگذرند.

فرض کنید در مواقع شلوغ، موقع عبور از راهرو، هر نفر به طور متوسط ۰٫۵ m^2

جا را اشغال کند و سرعت عبور مسافران در عبور از راهرو ۰/۵ m/s باشد. وقتی که جریان عبور مردم تقریباً یکنواخت شده باشد، هر ثانیه تقریباً چند نفر از راهرو خارج می‌شوند؟

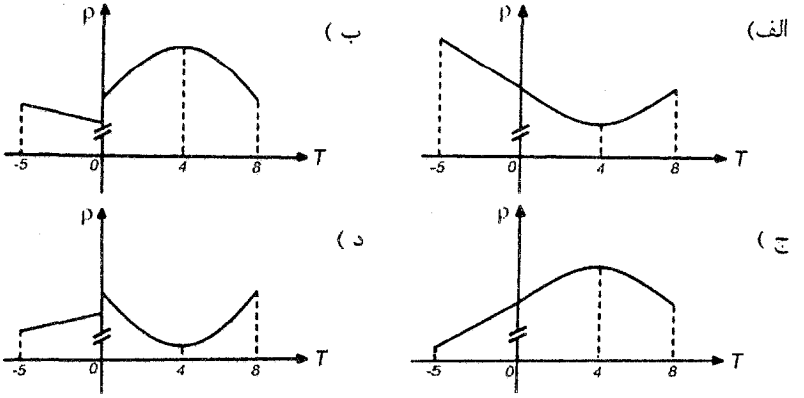
الف) ۱ نفر ب) ۴ نفر ج) ۲۰ نفر د) ۱۰۰ نفر

۲۶) در یک فرآیند، نمودار فشار بر حسب دما برای یک نوع گاز کامل مانند شکل است. در این فرآیند حجم گاز:

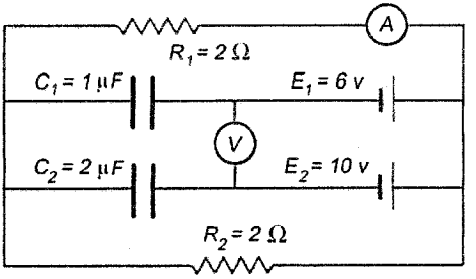


الف) کم می‌شود. ب) اول کم، بعد زیاد می‌شود.
ج) زیاد می‌شود. د) اول زیاد، بعد کم می‌شود

۲۷) یک کیلوگرم آب ۸° C را سرد می‌کنیم تا به یخ ۵°- C تبدیل شود. کدام گزینه برای تغییرات چگالی آن بر حسب دما درست است؟

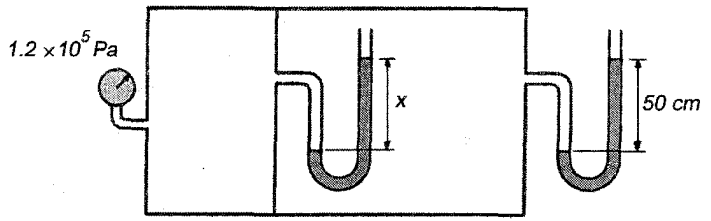


۲۸) پس از گذشت زمان طولانی از بستن مدار، مقدارهایی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند برابر است با



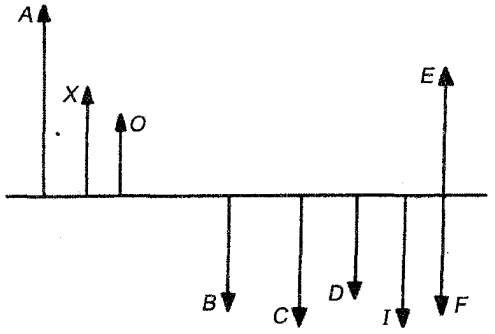
الف) $2A$ و $8V$ ب) $0A$ و $0V$ ج) $0A$ و $16V$ د) $0A$ و $4V$ ه) $1A$ و $4V$

۲۹) فشار هوای جو را $10^5 Pa$ و چگالی آب را $10^3 kg/m^3$ فرض کنید. مقدار x چند سانتی‌متر است؟



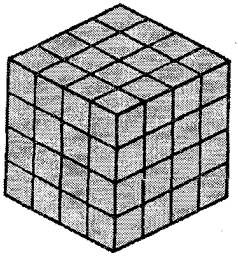
الف) ۱۵۰ ب) ۲۵۰ ج) ۱۰۰ د) ۶۰

۳۰) مطابق شکل، جسم O مقابل یک عدسی قرار گرفته و تصویر آن I است. تصویر جسم X کدام است؟



الف) A ب) B ج) C د) D ه) E و) F

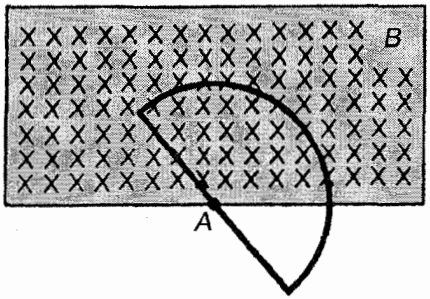
۳۱) مس جامد، ساختار بلوری دارد. این ساختار از مکعب‌های یکسانی تشکیل شده است که به هم چسبیده‌اند. هر دو مکعب مجاور در یک وجه مشترک‌اند. در هر رأس و در مرکز هر وجه یک اتم قرار دارد. در یک قطعه فلز مس نسبت تعداد اتم‌ها به تعداد مکعب‌ها چند است؟

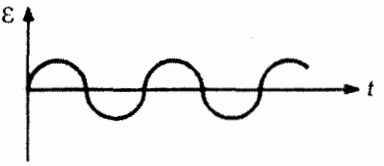


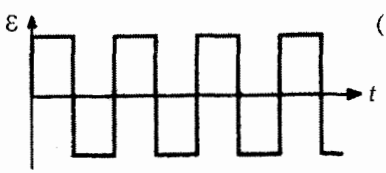
الف) ۶ ب) ۴ ج) ۱۴ د) ۱ ه) ۳ و) ۵

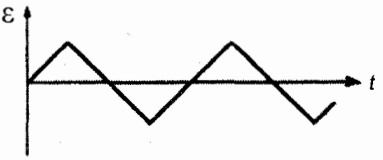
۳۲) مطابق شکل، یک میدان مغناطیسی یکنواخت در محدودهٔ مستطیل وجود دارد. یک مدار

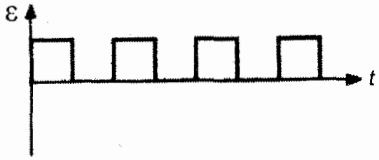
بسته به شکل نیم‌دایره و قطر آن است. مرکز نیم‌دایره، نقطهٔ A، مرکز ناحیهٔ مستطیلی است. میدان مغناطیسی بر صفحهٔ مدار عمود است. این مدار دور محوری موازی با میدان مغناطیسی، به طور یکنواخت می‌چرخد. نمودار نیروی محرکهٔ القایی در مدار بر حسب زمان کدام است؟

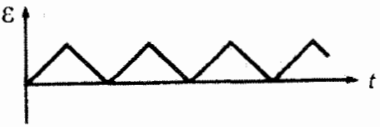


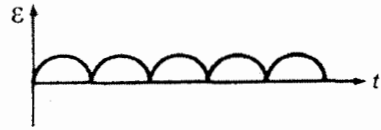
الف)


ب)


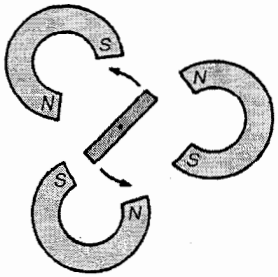
ج)


د)


هـ)


و)


۳۳) یک سیم‌پیچ با بسامد ۱۰Hz (۱۰ دور بر ثانیه) در یک میدان مغناطیسی می‌چرخد. میدان مغناطیسی، مطابق شکل، با سه آهن‌ربا ایجاد شده است. بسامد نیروی محرکهٔ القایی در سیم‌پیچ چقدر است؟



الف) $\frac{۱۰}{۶}$ Hz ب) $\frac{۱۰}{۳}$ Hz ج) ۱۰Hz د) ۳۰Hz هـ) ۶۰Hz

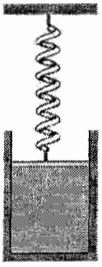
«بخش مسائل پاسخ کوتاه»

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به دقت بخوانید.
در این مسئله‌ها باید پاسخ را بر حسب واحدهای مورد نظر (مثلاً، میلی‌آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید.
مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی بر حسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد $۲۶/۷\mu F$ را به دست آورده باشید. آن را گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به دست آید.
توجه: پاسخ نادرست در این بخش نمرهٔ منفی ندارد.

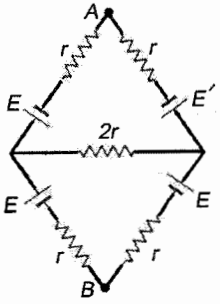
۱) اتوبوسی در یک ایستگاه ایستاده است. شخصی با سرعت ثابت v می‌دود تا به اتوبوس برسد. وقتی فاصلهٔ این شخص تا اتوبوس ۸m است، اتوبوس شتاب $۱\mathrm{m/s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت شخص تغییر نکند، سرعتش حداقل چند متر بر ثانیه باشد تا به اتوبوس برسد؟

۲) عرض جغرافیایی تهران ۳۶° است. زاویهٔ محور قطبی زمین با راستای عمود بر صفحهٔ مدار زمین به دور خورشید ۲۳° است. کمترین زاویهٔ پرتوی خورشید با راستای عمود بر زمین در تهران چند درجه است؟

۳) دهانهٔ یک استوانه را با پیستون بدون جرم و بدون اصطکاکی، که مساحت مقطع، آن $۰/۰۱\ \mathrm{m^2}$ است، می‌بندیم. مانند شکل یک فنر با ثابت $k = ۲ \times ۱۰^۳\mathrm{N/m}$ به پیستون متصل است. درون استوانه ۵ لیتر گاز کامل در فشار $۱۰^۵\mathrm{Pa}$ و دمای $۰^\circ C$ هست. وقتی دمای گاز کامل در فشار $۲۷/۳^\circ C$ برسد، پیستون چند میلی‌متر جابه‌جا می‌شود؟

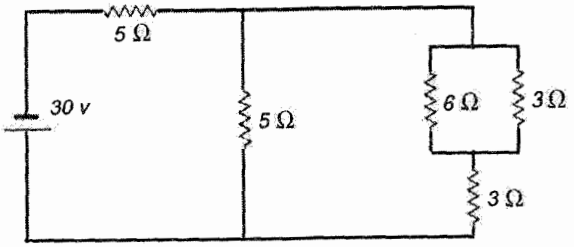


۴) در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل نقطه‌های A و B چند ولت است؟



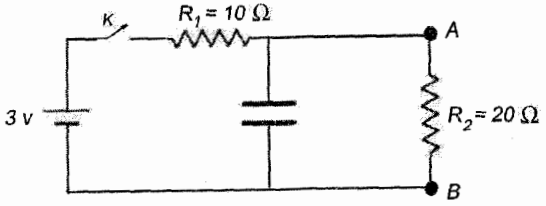
$E = 24\ v$
$E' = 12\ v$
$r = 10\ \Omega$

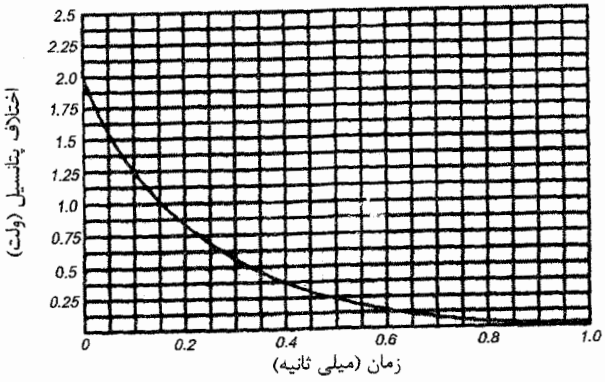
۵) در مدار شکل اختلاف پتانسیل دو سر مقاومتی که کمترین توان در آن تلف می‌شود، چند ولت است؟



۶) کلید K به مدت طولانی بسته بوده است. در لحظهٔ $t = 0$ آن را باز می‌کنیم. اختلاف پتانسیل نقاط A و B بر حسب زمان مطابق نمودار است. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

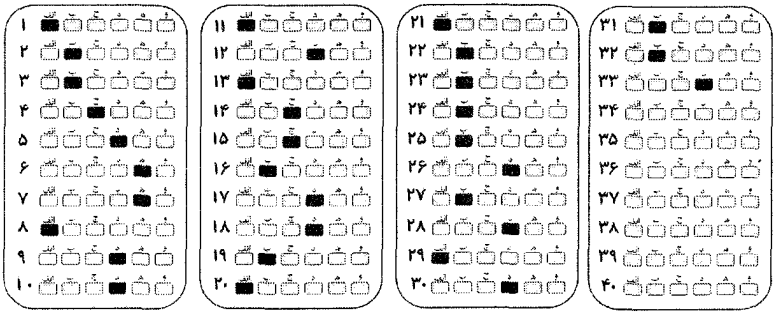
(راهنمایی: مساحت زیر نمودار جریان - زمان هر شاخه از مدار، برابر باری است که از آن شاخه گذشته است.)



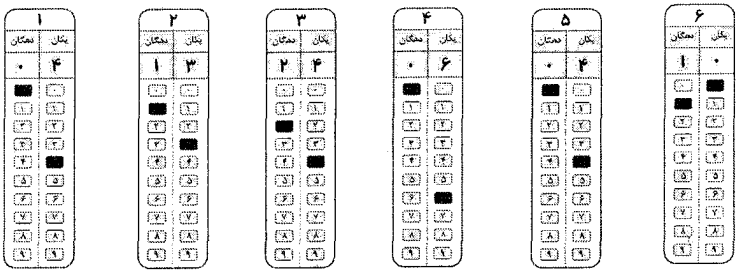


پاسخنامه مرحله اول پانزدهمین المپیاد فیزیک ایران

بخش اول : سؤالات چندگزینه ای



بخش دوم : مسائل پاسخ کوتاه

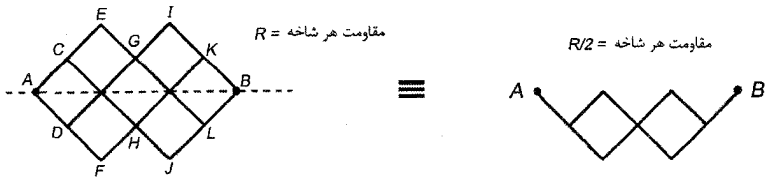


۲.۱ پاسخ تشریحی

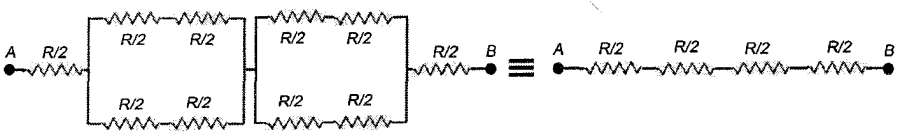
« بخش سؤالات چند گزینه‌ای »

۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.
می‌دانیم کوچکترین واحد بار، بار الکترون می‌باشد و بار هر جسم مضرب صحیحی از بار یک الکترون می‌باشد. از بین گزینه‌های موجود تنها مقدار $۱/۳ \times ۱۰^{-۱۹} C$ می‌باشد که هر سه عدد $۳/۹۰ \times ۱۰^{-۱۹} C$ و $۶/۵۰ \times ۱۰^{-۱۹} C$ و $۹/۱۰ \times ۱۰^{-۱۹} C$ بر آن بخش‌پذیرند. لذا از آزمایش انجام شده گزینهٔ «الف» می‌تواند بار الکترون باشد.

۲) گزینهٔ «ب» صحیح است.
باتوجه به تقارن موجود در مدار می‌توان گفت: $V_C = V_D$، $V_E = V_F$، $V_G = V_H$، $V_I = V_J$ و $V_k = V_L$ می‌باشد.

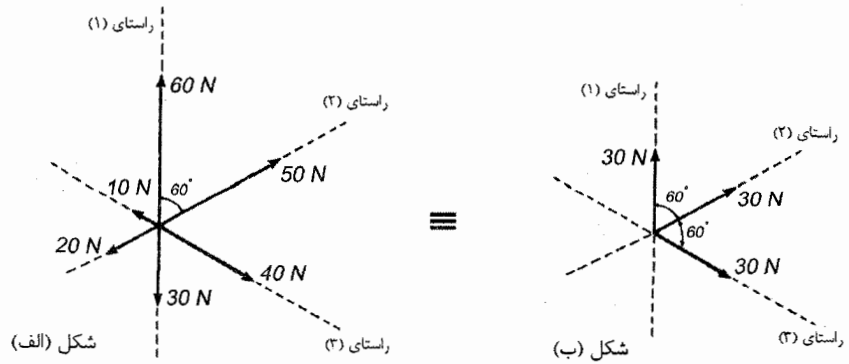


به عبارت دیگر می‌توان گفت، شاخه‌هایی که از مدار که نسبت به محور AB متقارن باشند، با هم موازی خواهند بود. لذا معادل مدار «۱» را به صورت مدار «۲» نشان می‌دهیم، که در آن مقاومت تمامی شاخه برابر $\frac{R}{۲}$ خواهد بود. دقت کنید که مقاومت معادل دو مقاومت R موازی، برابر $\frac{R}{۲}$ می‌باشد.
حال مقاومت معادل مدار «۲» را به دست می‌آوریم:



$$\text{مقاومت معادل مدار} = \frac{R}{۲} + \frac{R}{۲} + \frac{R}{۲} + \frac{R}{۲} = ۲R$$

۳) گزینهٔ «ب» صحیح است.
می‌دانیم نیروهایی که در یک راستا باشند اما در دو جهت مخالف اعمال شوند، از یکدیگر کم می‌شوند، در شکل زیر ۶ نیروی موجود، دوبه‌دو در سه راستای «۱» و «۲» و «۳» قرار دارند، لذا خواهیم داشت:



با توجه به تقارن حول راستای «۲» در شکل «ب»، می‌توان نتیجه گرفت که برآیند نیروها در این راستا خواهد بود. دقت کنید که راستای «۲» همان راستای نیروی ۵۰ نیوتنی در شکل «الف» می‌باشد.

$$\sum F = ۳۰ + ۳۰\cos ۶۰^\circ + ۳۰\cos ۶۰^\circ = ۳۰ + ۲ \times ۳۰ \times \frac{۱}{۲} = ۶۰N$$

$$\sum F = ma \Rightarrow a = \frac{\sum F}{m} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵m/s^۲$$

۴) گزینهٔ «ج» صحیح است.

در جهان $۱۰^{۱۱}$ کهکشان و در هر کهکشان $۱۰^{۱۱}$ ستاره مانند خورشید وجود دارد و جرم خورشید برابر $۲ \times ۱۰^{۳۰}kg$ است، لذا جرم جهان برابر است با:

$$m = (۱۰^{۱۱}) \times (۱۰^{۱۱}) \times (۲ \times ۱۰^{۳۰}) = ۲ \times ۱۰^{۵۲}Kg$$

شعاع جهان برابر $۱۰^{۱۰}$ سال نوری است، لذا حجم آن به کمک روابط زیر به دست می‌آید:

یک سال نوری : $(۶۰ \times ۶۰ \times ۲۴ \times ۳۶۵) \times (۳ \times ۱۰^{۸})$

$$= ۹/۴۶۰۸ \times ۱۰^{۱۵}m \simeq ۱۰^{۱۶}m$$

شعاع جهان : $r = (۱۰^{۱۰}) \times (۱۰^{۱۶}) = ۱۰^{۲۶}m$

حجم جهان : $V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳}\pi \times (۱۰^{۲۶})^۳ = \frac{۴}{۳}\pi \times ۱۰^{۷۸}m^۳$

چگالی برابر نسبت جرم به حجم می‌باشد، لذا خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۲ \times ۱۰^{۵۲}}{\frac{۴}{۳}\pi \times ۱۰^{۷۸}} \simeq \frac{۱۰^{۵۲}}{۱۰^{۷۸}} = ۱۰^{-۲۶}$$

۵) گزینهٔ «د» صحیح است.

طول روز در یک سال بین دو مقدار ماکزیمم و مینیمم نوسان می‌کند، طوری که آخرین

روز بهار، بلندترین روز و آخرین روز پاییز کوتاهترین روز را داریم، یعنی طول روز در آخرین روز بهار به مقدار ماکزیمم خود و در آخرین روز پاییز به مقدار مینیمم خود می‌رسد، حال باید توجه کرد که نرخ تغییرات یک متغیر هنگامی آن متغیر ماکزیمم یا مینیم مقدار خود را دارد برابر صفر است، به بیان ریاضی می‌گوییم در نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی، مشتق برابر صفر می‌شود. حال این مطلب را توضیح می‌دهیم: در روزهای آخر بهار، طول روز بلندتر می‌شود تا در نهایت ۳۱ خرداد به مقدار حداکثر خود برسد، بالعکس در روزهای اول تابستان، طول روز شروع به کاهش می‌کند. یعنی نرخ تغییرات طول روز در پیش از ۳۱ خرداد مثبت و بعد از آن منفی است، پس در روز ۳۱ خرداد، نرخ تغییرات طول روز مقداری نزدیک صفر خواهد داشت، در مورد روز آخر پاییز نیز می‌توان استدلال مشابهی کرد، به هر حال در روزهای آخر بهار و اول تابستان، همچنین در روزهای آخر پاییز و اول زمستان، تغییرات طول روز کندتر می‌باشد.

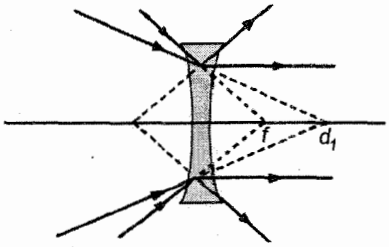
۶) گزینهٔ «ه» صحیح است.

وقتی قرص فلزی میان قطب‌های ناهمنام آهنربا می‌چرخد، شار مغناطیسی عبوری از آن تغییر می‌کند و در نتیجه جریان‌هایی در قرص فلزی القاء خواهد شد که میدان مغناطیسی به آن‌ها نیرو وارد می‌کند. به هر حال بر اساس قانون لنز، جهت جریان القایی بگونه‌ای خواهد بود که با عامل تغییر شار مقابله کند. در اینجا هم عملاً چرخش قرص سبب تغییر شار می‌باشد، لذا در هر صورت چرخ ترمز می‌شود.

۷) گزینهٔ «ه» صحیح است.

راه حل اول: در وضعیت نشان داده شده، هم جسم و هم تصویر مجازی می‌باشند، توجه نمایید که در این حالت عدسی مقعر از جسم مجازی که به فاصلهٔ d_1 از آن قرار دارد تصویری مجازی به فاصلهٔ d_2 از عدسی ایجاد کرده است، همچنین می‌دانیم که عدسی واگرا از جسم مجازی، هرگاه جسم در فاصلهٔ کانونی باشد، تصویری حقیقی ایجاد می‌کند و هرگاه جسم در فاصلهٔ بین f و $2f$ باشد، تصویری مجازی خارج از فاصلهٔ $2f$ ایجاد می‌کند و در نهایت هرگاه جسم خارج از فاصلهٔ $2f$ باشد، تصویری مجازی بین f و $2f$ ایجاد می‌کند. همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید هرگاه در عدسی مقعر جسم و تصویر هر دو مجازی باشند، هر دو خارج از فاصلهٔ کانونی عدسی هستند، یعنی : $d_1 > f$ و $d_2 > f$.

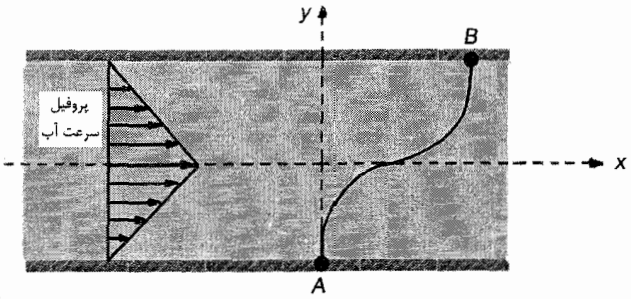
راه حل دوم: می‌دانیم عدسی مقعر، عدسی واگراکننده است یعنی هرگاه یک دسته پرتو همگرا، چنان به عدسی مقعری بتابد که امتداد آن‌ها از کانون عدسی بگذرد پس از عبور از عدسی موازی خواهند، حال که پرتوهای خروجی واگرا شده‌اند، یعنی پرتوهای تابیده از همگرایی کمتری نسبت به حالت قبل برخوردار بوده‌اند، به شکل زیر توجه کنید.



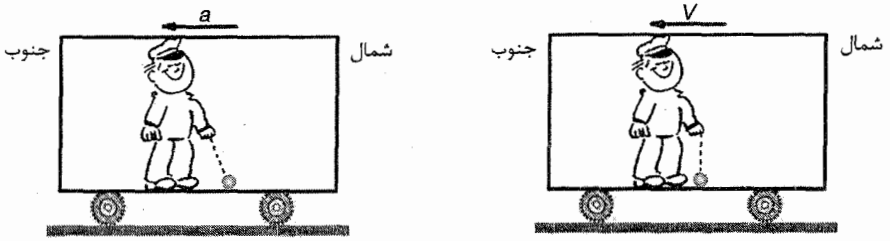
با توجه به شکل درمی‌یابیم که $d_1 > f$ می‌باشد، همچنین بر اساس اصل برگشت‌پذیری پرتوهای نور، می‌توان نتیجه گرفت که $d_2 > f$ می‌باشد.

۸) گزینهٔ «الف» صحیح است.

می‌دانیم سرعت آب رودخانه از ساحل تا وسط آن، تقریباً با فاصله از ساحل نزدیک‌تر متناسب است، لذا سرعت آب در دو کناره (نقاط A و B) صفر است، و چون سرعت حرکت قایق نسبت به آب همواره عرضی (در راستای محور y ها) می‌باشد، در نتیجه در نقاط A و B مسیر حرکت قایق عرضی خواهد بود، یعنی شیب منحنی $(y-x)$ در این نقاط بی‌نهایت می‌شود. و هر چه به سمت وسط رودخانه می‌رویم، به علت افزایش سرعت آب شیب منحنی $y-x$ کاهش می‌یابد. باتوجه به توضیحات فوق گزینهٔ «الف» صحیح می‌باشد.



۹) گزینهٔ «د» صحیح است.



در حالت «۱» که قطار با سرعت ثابت حرکت می‌کند، دستگاه مختصات متصل به قطار یک دستگاه لخت محسوب می‌شود و مطابق حکم گالیله، مسافر مشاهده می‌کند که توپ مانند حالتی که قطار ساکن است، به طور قائم نسبت به وی سقوط می‌کند. حکم گالیله

بیان می‌کند که تمام پدیده‌های فیزیکی، درون متحرکی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، چنان اتفاق می‌افتد، گویا که در حالت سکون هستیم، به عبارت دیگر وقتی درون متحرکی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، قرار داشته باشیم، نمی‌توانیم متوجه این حرکت بشویم. اما در حالتی که حرکت قطار شتاب‌دار باشد، (حالت «۲») پدیده‌های فیزیکی که در دستگاه مختصات متصل به قطار اتفاق می‌افتند، تحت تأثیر این شتاب قرار می‌گیرند. در مسئلهٔ مورد بحث چون توپ به سمت شمال از قطار جلو زده است و قطار از آن جامانده پس قطار می‌بایست شتابی رو به جنوب داشته باشد. توجه کنید که در این حالت لزومی ندارد که جهت حرکت قطار هم به سمت جنوب باشد، بلکه قطار می‌تواند به سمت شمال حرکت کند اما شتاب کند کننده‌ای به سمت جنوب داشته باشد.

۱۰) گزینهٔ «د» صحیح است.

وقتی دو جانور با هم متشابه هستند، هرگاه قد اولی دو برابر قد دومی باشد، حجم اولی $۲^۳ = ۸$ برابر حجم دومی خواهد بود.

$$\frac{V_۱}{V_۲} = ۸$$

$$M = \rho g V \Rightarrow \text{نسبت جرم‌ها} : \frac{M_۱}{M_۲} = \frac{V_۱}{V_۲} = ۸$$

هرگاه سطح پای اولی را $A_۱$ و سطح پای دومی را $A_۲$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$P = \frac{Mg}{A} \Rightarrow \text{نسبت فشارها} : \frac{P_۱}{P_۲} = \frac{M_۱}{M_۲} \times \frac{A_۲}{A_۱} = ۸ \times \frac{A_۲}{A_۱}$$

$$P_۱ = P_۲ \Rightarrow ۸ \times \frac{A_۲}{A_۱} = ۱ \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} = ۸ \Rightarrow (\frac{d_۱}{d_۲})^۲ = ۸ \Rightarrow \frac{d_۱}{d_۲} = \sqrt{۸}$$

۱۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.

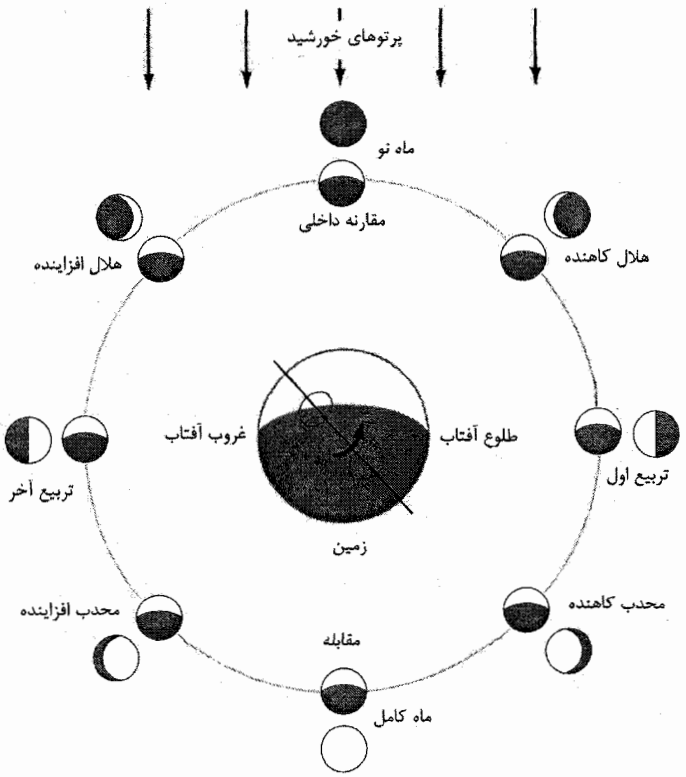
مطابق قانون ارشمیدس نیرویی که از طرف آب، چوب را به سمت بالا می‌راند، برابر وزن آب جابه‌جا شده می‌باشد. هنگامی که تکه چوب بر سطح چوب شناور است، در واقع نیروی ارشمیدس برابر وزن تکه چوب خواهد بود.

به هر حال نیروی ارشمیدس همواره برابر وزن آب جابه‌جا شده است و به فشار هوا وابسته نیست، در واقع با تغییر فشار هوا، نیرویی که هوا به سطح فوقانی جسم وارد می‌کند، تغییر می‌کند، اما دقیقاً همین تغییر، به واسطهٔ تغییر فشار هوای اعمالی بر سطح آب، در نیرویی که به سطح پایینی جسم وارد می‌شود، نیز پدید می‌آید، که با هم خنثی خواهند شد.

۱۲) گزینهٔ «د» صحیح است.

نیم قرص روشن ماه در حالت تربیع اول به طرف مشرق و در حالت تربیع آخر به طرف مغرب است. (توجه کنید وقتی از نیمکرهٔ شمالی به ماه نگاه می‌کنیم، سمت راست مغرب و سمت چپ مشرق می‌باشد.) وقتی یک چهارم ماه قمری سپری شود، یعنی در شب هفتم، ماه در حالت تربیع آخر می‌باشد، این ماه تقریباً ۶ ساعت پس از غروب خورشید،

غروب می‌کند، به شکل زیر توجه کنید، مطالب فوق به خوبی در این شکل نشان داده شده است، به هر حال برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد اهله‌های ماه (*Phases of Moon*) می‌توانید به کتب نجوم مراجعه کنید.



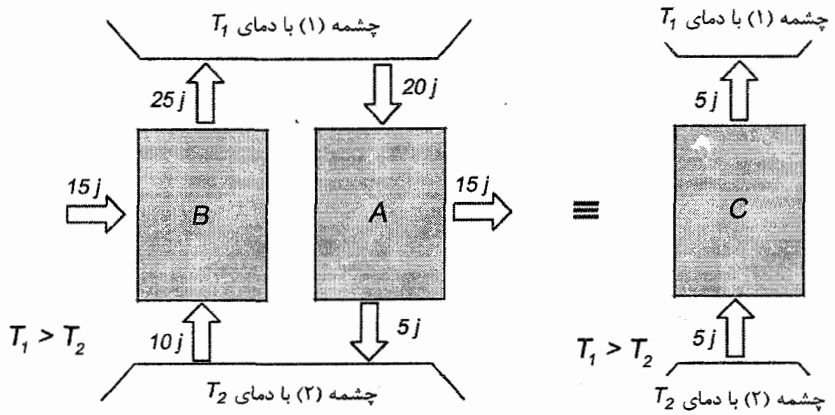
۱۳) گزینهٔ «الف» صحیح است.

میدان الکتریکی در هر صورت به باریکه نیرو وارد می‌کند. لذا برای ثابت ماندن اندازه و جهت سرعت الکترون‌ها، لازم می‌باشد که نیروهای الکترومغناطیسی و الکتریکی یکدیگر را خنثی کنند.

می‌دانیم نیروی الکتریکی همواره در راستای میدان الکتریکی وارد می‌شود و نیروی الکترومغناطیسی همواره بر جهت حرکت بار عمود است. اگر این دو نیرو بخواهند یکدیگر را خنثی کنند، باید لزوماً همراستا باشند. لذا می‌توان نتیجه گرفت که میدان الکتریکی باید بر جهت حرکت بارها که همان راستای باریکه است، عمود باشد. باتوجه به رابطهٔ $\vec{F}= q\,\vec{V}\times\vec{B}$ در محاسبهٔ نیروی الکترومغناطیسی می‌دانیم نیروی الکترومغناطیسی بر میدان مغناطیسی عمود است، لذا باید میدان مغناطیسی بر میدان الکتریکی عمود باشد، اما در عمود بودن یا نبودن میدان مغناطیسی بر باریکهٔ محدودیت خاصی وجود ندارد.

۱۴) گزینهٔ «ج» صحیح است.

نمودار ماشین گرمایی (A) و یخچال (B) را در اشکال زیر ملاحظه می‌کنید.



همان‌گونه که در اشکال فوق ملاحظه می‌شود، ماشین C که معادل مجموع ماشین‌های A و B می‌باشد، گرما را بدون انجام کار از محیط سردتر به محیط گرمتر می‌رساند، که خلاف قانون دوم ترمودینامیک است، لذا ساخت این ماشین ممکن نیست.

۱۵) گزینهٔ «ج» صحیح است.

فرض کنید می‌خواهیم دمای محلول را به اندازهٔ ΔT افزایش دهیم، گرمای مورد نیاز برای این کار را از دو روش حساب می‌کنیم، در روش اول ظرفیت گرمایی عناصر تشکیل دهنده محلول و در روش دوم ظرفیت گرمایی محلول را مد نظر قرار می‌دهیم:

$$Q_1 = C_A\Delta T + C_B\Delta T + \Delta Q$$

$$Q_2 = C\Delta T$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow C = C_A + C_B + \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

با توجه به رابطهٔ فوق هرگاه Q نسبت به دما صعودی باشد، مقدار $\frac{\Delta Q}{\Delta T}$ مثبت بوده و $C > C_A + C_B$ می‌باشد.

۱۶) گزینهٔ «ب» صحیح است.

می‌دانیم نیروی مقاومت هوا بر گلوله با مجذور شعاع آن و مجذور سرعت آن متناسب است، لذا نیروی مقاومت هوا را به صورت $P = kR^2V^2$ در نظر می‌گیریم، در این رابطه k یک ضریب ثابت می‌باشد . از طرف دیگر می‌دانیم زمانی گلوله به سرعت حد می‌رسد که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، هرگاه سرعت حد گلوله را با V_L و چگالی آن را با ρ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow P - W = ۰ \Rightarrow P = W$$
$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho V = \frac{۴}{۳}\pi\rho R^۳$$
$$P = W \Rightarrow kR^۲V_L^۲ = (\frac{۴}{۳}\pi\rho R^۳)g$$
$$\Rightarrow V_L = \sqrt{\frac{۴\pi\rho g}{۳K}}R \Rightarrow V_L \sim \sqrt{R}$$

۱۷) گزینهٔ «د» صحیح است.

فاصلهٔ زمانی بین رها شدن دو گلوله t می‌باشد، لذا اختلاف زمانی بین گذشتن گلوله‌ها از هر نقطهٔ مشخص همواره برابر t است، زیرا حرکت هر دو گلوله کاملاً یکسان و مشابه هم می‌باشد، در نتیجه می‌توان گفت که $T = t$ است.

از طرف دیگر می‌دانیم در هر لحظه، سرعت گلولهٔ اول همواره از سرعت گلولهٔ دوم بیشتر است، لذا می‌توان نتیجه گرفت که گلولهٔ اول همواره در حال دور شدن از گلولهٔ دوم است. یعنی فاصلهٔ دو گلوله همواره در حال افزایش است، در نتیجه می‌توان گفت که $H > h$ است.

۱۸) گزینهٔ «د» صحیح است.

حجم قطره‌های باران در واحد حجم هوا را برابر P فرض می‌کنیم، در این‌صورت هرگاه سرعت سقوط قطرات باران برابر V باشد، در واحد زمان، حجم آب رسیده به واحد سطح زمین برابر PV خواهد بود، یعنی به ارتفاع PV آب بر روی زمین جمع می‌شود. حال اگر بارش به مدت زمان t ادامه داشته باشد، ارتفاع آب جمع شده بر روی زمین برابر PVt خواهد بود.

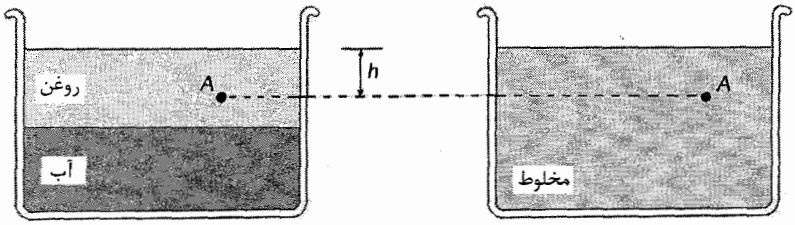
$$h = PVt \Rightarrow ۹۰ \times ۱۰^{-۳} = P \times ۱ \times (۱۰۰ \times ۶۰) \Rightarrow P = ۱۰^{-۵}$$

۱۹) گزینهٔ «ب» صحیح است.

با توجه به این‌که چگالی روغن کمتر از چگالی آب می‌باشد، می‌توان گفت:

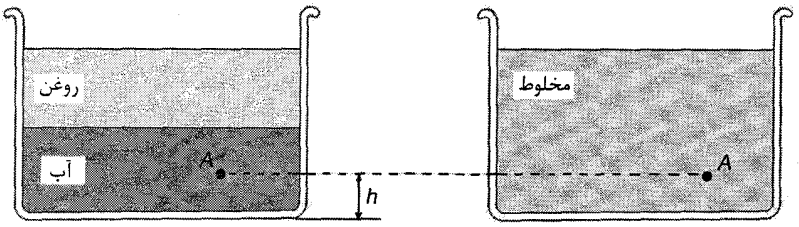
$\rho_{\text{آب}} > \rho_{\text{مخلوط}} > \rho_{\text{روغن}}$

حالت اول: نقطهٔ A در ناحیهٔ روغن قرار دارد. در این حالت فشار در سطح مخلوط را $P_۰$ می‌نامیم.



$$\begin{cases} P = P_۰ + \rho_{\text{روغن}}\, gh \\ P' = P_۰ + \rho_{\text{مخلوط}}\, gh \end{cases} \Rightarrow P < P'$$

حالت دوم: نقطهٔ A در ناحیهٔ آب قرار دارد، در این حالت فشار وارد بر کف ظرف را P_1 می‌نامیم.



$$\begin{cases} P = P_1 - \rho_{\text{آب}}\, gh \\ P' = P_1 - \rho_{\text{مخلوط}}\, gh \end{cases} \Rightarrow P < P'$$

۲۰) گزینهٔ «الف» صحیح است.

توجه کنید کاری که بر روی یخ انجام می‌شود، ناشی از کاهش حجم آن می‌باشد، در اینجا قطعه یخی به حجم اولیهٔ V را در نظر می‌گیریم، در اثر ذوب شدن حجم آن $۰/۹V$ می‌شود یعنی $۰/۱V$ کاهش حجم خواهیم داشت. هرگاه فشار جو را برابر $P_۰ = ۱۰^۵\ \text{Pa}$ و چگالی آب را برابر $\rho = ۱۰۰۰\text{kg/m}^۳$ در نظر بگیریم می‌توان نوشت:

$$W = P_۰ \times |\Delta V| = ۱۰^۵ \times ۰/۱V = ۱۰^۴V$$

$$Q = mL_f = \rho \times ۰/۹V \times L_f = ۱۰۰۰ \times ۰/۹V \times ۳۳۰ \times ۱۰^۳$$

$$= ۲/۹۷ \times ۱۰^۸V$$

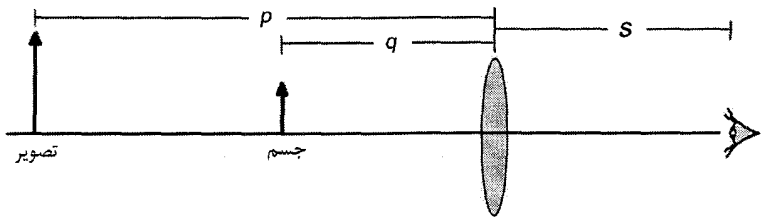
$$\Rightarrow \frac{W}{Q} = \frac{۱۰^۴V}{۲/۹۷ \times ۱۰^۸V} = \frac{۱۰^{-۴}}{۲/۹۷} \simeq ۳ \times ۱۰^{-۵}$$

۲۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.

قطر جسم برابر D و فاصلهٔ آن از چشم برابر r می‌باشد. در این حالت بزرگی ظاهری جسم برابر γ است، لذا داریم:

$$\gamma = \frac{D}{r}$$

هرگاه جسم را در فاصلهٔ p از ذره‌بینی به فاصلهٔ کانونی f قرار دهیم، تصویری مجازی از آن به قطر D' و در فاصلهٔ q از عدسی تشکیل می‌شود، (توجه کنید که q عددی منفی می‌باشد)، حال اگر فاصلهٔ چشم از ذره‌بین برابر s و بزرگی ظاهری تصویر برابر γ' باشد، خواهیم داشت:



رابطهٔ «۱» $\gamma' = \dfrac{D'}{s-q}$

رابطهٔ «۲» $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} \Rightarrow q = \dfrac{pf}{p-f}$

رابطهٔ «۳» $m = \dfrac{D'}{D} = |\dfrac{q}{p}| = \dfrac{-q}{p} = \dfrac{\frac{-pf}{p-f}}{p} = \dfrac{-fD}{p-f} \Rightarrow D' = \dfrac{-fD}{p-f}$

هرگاه روابط «۲» و «۳» را در رابطهٔ «۱» جاگذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\gamma' = \frac{D'}{s-q} = \frac{\frac{-fD}{p-f}}{s - \frac{pf}{p-f}} = \frac{-fD}{s(p-f)-pf}$$

$$\text{درشت نمایی ذره‌بین } \frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{\frac{-fD}{s(p-f)-pf}}{\frac{D}{r}} = \frac{-fr}{s(p-f)-pf}$$

هرگاه جسم تقریباً در کانون عدسی واقع باشد ($p \simeq f$) خواهیم داشت:

$$\text{درشت نمایی ذره‌بین} = \frac{-fr}{s(f-f)-ff} = \frac{-fr}{-f^2} = \frac{r}{f}$$

۲۲) گزینهٔ «ب» صحیح است.

سطح مقطع پیستون‌ها، را به ترتیب A_1 و A_2 در نظر می‌گیریم، برای حصول تعادل، نیروی F_1 می‌بایست فشاری، به اندازهٔ فشار ناشی از نیروی F_2 بعلاوهٔ فشار ناشی از h متر روغن، ایجاد کند.

$$P_2 = P_1 \Rightarrow \frac{F_2}{A_2} + \rho g h = \frac{F_1}{A_1}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 - (\rho g A_2) h$$

یعنی نمودار F_2 بر حسب h، خطی با شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت می‌باشد.

۲۳) گزینهٔ «ب» صحیح است.

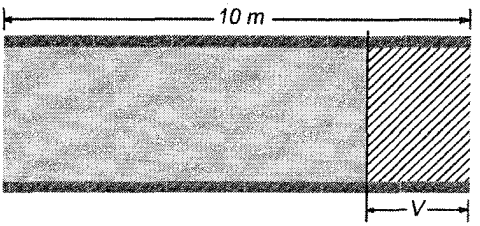
خصوصیات هر کدام از زودپزها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

زودپز A: در این حالت تلفات انرژی حداقل می‌باشد. اما فشار درون آن به مراتب بیشتر از زودپزهای B و C می‌باشد، در نتیجه آب در دمای بالاتری جوش می‌آید، و آب این

زودپز نسبتاً دیر جوش خواهد آمد.
زودپز B: در این حالت تلفات انرژی به مراتب کمتر از زودپز C می‌باشد، همچنین فشار درون آن تنها اندکی بیش از فشار هوا خواهد بود. لذا آب درون این زودپز سریع‌تر از بقیه به جوش می‌آید.
زودپز C: در این حالت تلفات انرژی بسیار زیاد می‌باشد، و آب درون آن بعد از زودپز B جوش می‌آید.

۲۴) گزینهٔ «ب» صحیح است.
می‌دانیم که از A تا B به علت وجود مقاومت پتانسیل می‌بایست کاهش یابد، بدین ترتیب نمودارهای «ج» و «د» نمی‌توانند پاسخ صحیح این تست باشند. از طرف دیگر پتانسیل تابعی پیوسته می‌باشد، یعنی در یک مدار بسته، حرکت از نقطهٔ A و بعد از یک دور کامل پتانسیل A همان مقدار قبلی را خواهد داشت.
اما همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در گزینهٔ «الف» نقطهٔ A پیوسته نیست، چون مقدار پتانسیل A در سمت چپ و راست نمودار برابر نمی‌باشد، در نتیجه گزینهٔ «ب» صحیح خواهد بود.

۲۵) گزینهٔ «ب» صحیح است.

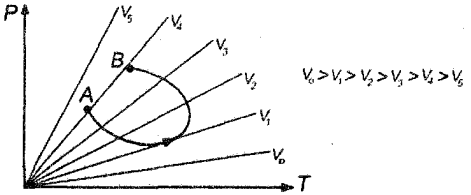


اگر سرعت حرکت مسافران را برابر V فرض کنیم، در هر ثانیه تمام افرادی که در فاصلهٔ کمتر از V از خروجی راهرو قرار دارند، می‌توان از راهرو خارج شوند، یعنی تمامی افرادی که در محدودهٔ هاشور خورده قرار دارند، از راهرو خارج می‌شوند، با توجه به این‌که هر فرد $0/5m^2$ فضا اشغال می‌کند، اگر مساحت ناحیهٔ هاشور خورده را به $0/5m^2$ تقسیم کنیم، تعداد افراد مورد نظر، به نظر، به دست می‌آید.

$$n = \frac{4 \times 0/5}{0/5} = 4$$

۲۶) گزینهٔ «د» صحیح است.

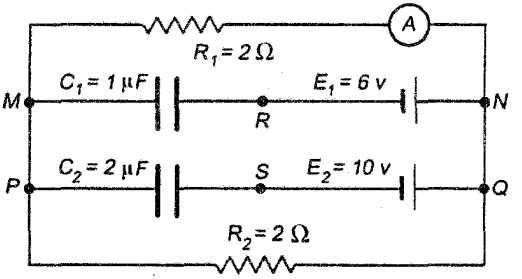
معادلهٔ حالت برای گازهای کامل : $\frac{PV}{T} = \text{ثابت} = \alpha$



هرگاه V ثابت باشد، از رابطهٔ فوق $P = (\frac{\alpha}{V}) \times T$ خواهد بود، یعنی در نمودار $P - T$ فرآیندهای هم‌حجم به صورت خطوط راستی می‌باشند، که از مبدأ مختصات می‌گذرند.
هرچه شیب این خطوط بیشتر باشد، گاز دارای حجم کمتری خواهد بود.
با توجه به شکل واضح است که در فرآیند AB، ابتدا حجم گاز افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.

۲۷) گزینهٔ «ب» صحیح است.
اولاً می‌دانیم، حجم آب در $4°C$ حداقل می‌باشد، در نتیجه چگالی آب در این دما ماکزیمم است. ثانیاً، هنگامی که آب یخ می‌زند، یعنی در دمای $0°C$، حجم آب به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد و بالتبع در این دما چگالی آب، کاهش ناگهانی خواهد داشت.
بدین ترتیب گزینه «ب» جواب صحیح این تست می‌باشد.

۲۸) گزینهٔ «د» صحیح است.
پس از گذشت زمان کافی خازن‌های C_1 و C_2 شارژ شده‌اند و دیگر امکان عبور جریان از آن‌ها نخواهد بود، در نتیجه در این حالت مدار قطع می‌شود و آمپرسنج A مقدار صفر را نشان خواهد داد.



می‌دانیم نقاط N و Q هم پتانسیل می‌باشند، لذا خواهیم داشت:

$$V_N = V_Q \Rightarrow \Delta V_{RS} = E_2 - E_1 = ۱۰ - ۶ = ۴ \quad \text{ولت}$$

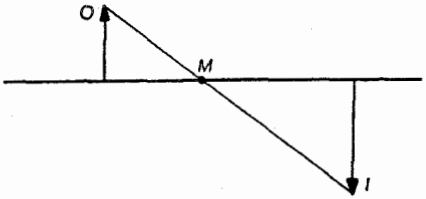
۲۹) گزینهٔ گزینهٔ «الف» صحیح است.
فشار هوای درون محفظهٔ سمت راست را P_1 و فشار هوای درون محفظهٔ سمت چپ را P_2 می‌نامیم.

$$P_1 = P_0 + \rho gh = ۱۰^5 + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ = ۱۰^5 + ۵۰۰۰ = ۱/۰۵ \times ۱۰^5 Pa$$
$$P_2 = P_1 + \rho gx \Rightarrow ۱/۲ \times ۱۰^5 = ۱/۰۵ \times ۱۰^5 + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times x$$

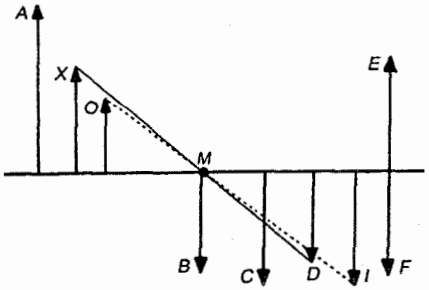
$$\Rightarrow 10^{4}x = (1/2 - 1/05) \times 10^{5} = 0/15 \times 10^{5}$$
$$\Rightarrow x = 1/5m = 150cm$$

۳۰) گزینهٔ «د» صحیح است.

می‌دانیم هرگاه پرتوی به مرکز نوری عدسی بتابد، بدون انحراف از آن عبور می‌کند. لذا خطی که سر جسم را به سر تصویر وصل کند از مرکز نوری می‌گذرد، بدین ترتیب می‌توان مرکز نوری عدسی (M) را تعیین کرد، به شکل زیر توجه کنید:

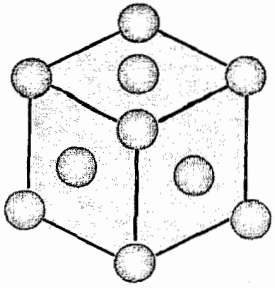


حال برای یافتن تصویر جسم X کافی است از سر جسم به نقطهٔ M وصل کرده و امتداد دهیم و بررسی کنیم که این خط از ابتدای کدام تصویر می‌گذرد، مطابق شکل زیر مشاهده می‌گردد که عدسی از جسم X، تصویر D را ایجاد می‌نماید.



۳۱) گزینهٔ «ب» صحیح است.

مطابق شکل زیر در هر مکعب مستقل ۱۴ اتم وجود دارد، (۸ اتم بر روی رئوس و ۶ اتم بر مرکز وجوه) اما وقتی یک سری از این مکعب‌ها کنار هم قرار بگیرند، این اتم‌ها بین مکعب‌های مجاور مشترک خواهند بود، در اینجا می‌خواهیم بررسی کنیم که به ازای هرچند اتم یک مکعب وجود دارد؟

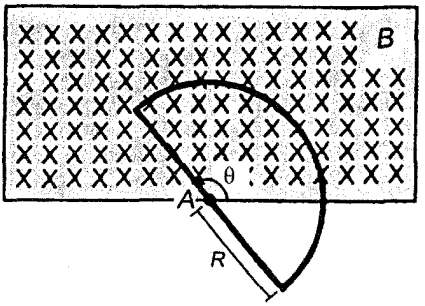


اتم‌هایی که در رأس قرار دارند با ۸ مکعب در تماس‌اند پس به طور متوسط هر مکعب مالکیت $\frac{۱}{۸}$ آن اتم را دارا می‌شود، همچنین می‌دانیم هر مکعب ۸ رأس دارد. از طرف دیگر اتم‌هایی که در مرکز وجه قرار دارند با دو مکعب در تماس‌اند پس به طور متوسط هر مکعب مالکیت $\frac{۱}{۲}$ آن اتم را دارا می‌شود، همچنین می‌دانیم هر مکعب ۶ وجه دارد. در نهایت هر مکعب مالکیت ۴ اتم را دارا خواهد بود:

$$۸ \times \frac{۱}{۸} + ۶ \times \frac{۱}{۲} = ۱ + ۳ = ۴$$

یعنی به ازای هر ۴ اتم یک مکعب در ساختار بلوری مس جامد وجود دارد.

۳۲) گزینهٔ «ب» صحیح است.



مطابق شکل فوق، مساحت قطاع واقع در میدان مغناطیسی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$A = \frac{\theta}{۲\pi} \times \pi R^۲ = \frac{\theta}{۲} R^۲$$

شار مغناطیسی عبوری : $\Phi_B = BA = B\frac{\theta}{۲}R^۲ = \frac{BR^۲}{۲}\theta$

نیروی محرکهٔ القایی : $E = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(\frac{BR^۲}{۲}\theta) = -\frac{BR^۲}{۲}\omega$

با توجه به این که نیم دایره باسرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد، در نتیجه نیروی محرکه القایی ثابت می‌باشد. البته این مربوط به نیم دورچرخش می‌باشد. در نیم دور بعدی به جای کاهش مساحت با افزایش مساحت سروکار داریم، لذا علامت E عوض خواهد شد. با این توضیحات گزینه «ب» صحیح می‌باشد.

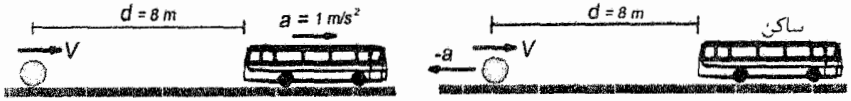
۳۳) گزینهٔ «د» صحیح است.

اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در سیم‌پیچ، وابسته به وضعیت نسبی سیم‌پیچ و آهن‌ربا می‌باشد. با توجه به شکل مسأله در هر $\frac{۱}{۳}$ دور، وضعیت نسبی سیم‌پیچ و آهن‌رباها عیناً تکرار می‌شود، لذا یعنی نمودار نیروی محرکهٔ القایی بعد از هر $\frac{۱}{۳}$ تکرار خواهد شد، لذا فرکانس نیروی محرکهٔ القایی سه برابر فرکانس دوران سیم‌پیچ خواهد بود.

فرکانس نیروی محرکهٔ القایی $= ۳ \times ۱۰ = ۳۰Hz$

«بخش مسائل پاسخ کوتاه»

۱) **راه حل اول (حرکت نسبی):** معادلهٔ حرکت شخص را نسبت به اتوبوس می‌نویسیم:



$V' = V - ۰ = V$: سرعت شخص نسبت به اتوبوس

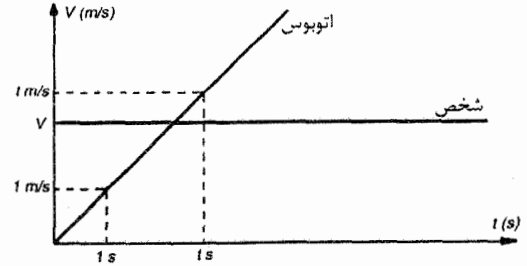
$a' = ۰ - a = -a = -۱ m/s^۲$: شتاب شخص نسبت به اتوبوس

$$d = \frac{۱}{۲}(-a)t^۲ + Vt \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲}(-۱)t^۲ + Vt \Rightarrow t^۲ - ۲Vt + ۱۶ = ۰$$

می‌خواهیم این معادله جواب داشته باشد، یعنی باید مقدار V به صورتی باشد که Δ معادله درجهٔ دوم نامنفی شود:

$$\Delta = (۲V)^۲ - ۴ \times ۱۶ \geq ۰ \Rightarrow V^۲ - ۱۶ \geq ۰ \Rightarrow V^۲ \geq ۴ m/s$$

راه حل دوم (نمودار سرعت - زمان): چون در ابتدای حرکت، شخص ۸ متر از اتوبوس عقب‌تر است، لذا وقتی شخص به اتوبوس می‌رسد، که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان شخص ۸ واحد بیش از مساحت زیر نمودار سرعت - زمان اتوبوس باشد.



$$S_{\text{شخص}} - S_{\text{اتوبوس}} = ۸$$

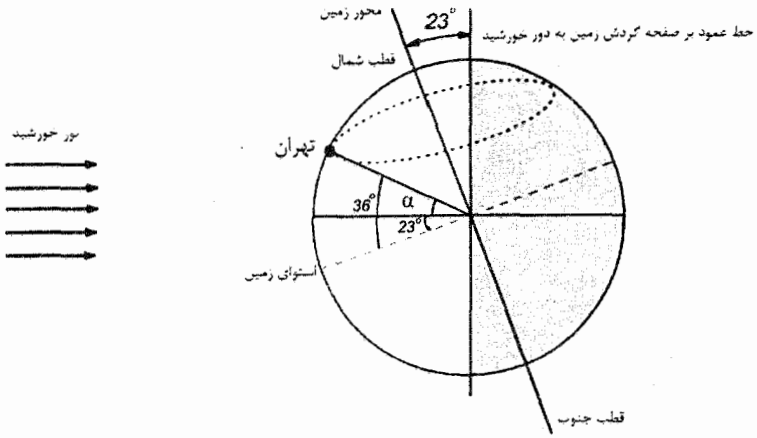
$$\Rightarrow Vt - \frac{۱}{۲}t^۲ = ۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲ - Vt + ۸ = ۰$$

$\Delta \geq ۰$ معادلهٔ درجهٔ دوم

$$\Rightarrow V^۲ - ۴ \times \frac{۱}{۲} \times ۸ \geq ۰ \Rightarrow V^۲ \geq ۱۶ \Rightarrow V \geq ۴ m/s$$

۲) کمترین زاویه پرتو خورشید با راستای عمود بر زمین هنگام تابستان اتفاق می‌افتد، حالت نشان داده شده در شکل این ضعیت را نشان می‌دهد، زاویهٔ مورد نظر (α) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$\alpha = ۳۶ - ۲۳ = ۱۳^\circ$



۳) فشار،حجم و دمای اولیهٔ گاز را به ترتیب با $T_۰, V_۰, P_۰$، و فشار، حجم و دمای نهایی گاز را به ترتیب با T, V, P نشان می‌دهیم. همچنین فرض می‌کنیم ارتفاع اولیهٔ گاز در استوانه برابر $h_۰$ و ارتفاع نهایی آن برابر h باشد و نیروی ایجاد شده در فنر را نیز برابر F در نظر می‌گیریم. در این صورت خواهیم داشت:

دمای اولیهٔ گاز : $T_۰ = ۲۷۳ + ۰ = ۲۷۳$ درجهٔ کلوین

دمای نهایی گاز : $T = ۲۷۳ + ۲۷/۳ = ۳۰۰/۳$ درجهٔ کلوین

ارتفاع اولیهٔ گاز در استوانه : $h_۰ = \frac{V_۰}{A} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۳}}{۰/۰۱} = ۰/۵m$

حجم نهایی گاز : $V = Ah = ۰/۰۱h$

معادلهٔ حالت گاز کامل : $\frac{P_۰V_۰}{T_۰} = \frac{PV}{T}$

$$\Rightarrow \frac{۱۰^۵ \times (۵ \times ۱۰^{-۳})}{۲۷۳} = \frac{P \times (۰/۰۱h)}{۳۰۰/۳} \Rightarrow Ph = ۵/۵ \times ۱۰^۴$$

$$\Rightarrow F = (P - P_۰)A = (P - ۱۰^۵) \times ۰/۰۱ = ۰/۰۱P - ۱۰۰۰$$

$$= ۰/۰۱ \times \frac{۵/۵ \times ۱۰^۴}{h} - ۱۰۰۰ = \frac{۵۵۰}{h} - ۱۰۰۰$$

قانون هوک برای فنر : $F = K(h - h_۰)$

$= ۲ \times ۱۰^{۳}(h - ۰/۵) = ۲۰۰۰h - ۱۰۰۰$

با مقایسهٔ دو رابطهٔ فوق، خواهیم داشت:

$$\frac{۵۵۰}{h} - ۱۰۰۰ = ۲۰۰۰h - ۱۰۰۰$$
$$\Rightarrow \frac{۵۵۰}{h} = ۲۰۰۰h \Rightarrow h^{۲} = \frac{۵۵۰}{۲۰۰۰} = ۰/۲۷۵$$

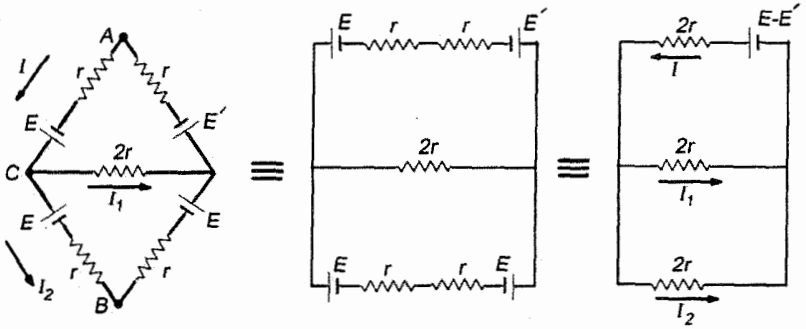
$$\Rightarrow h = \sqrt{۰/۲۷۵} = ۰/۵۲۴m$$

$$\Delta h = h - h_{۰} = ۰/۵۲۴ - ۰/۵ = ۰/۰۲۴m = ۲۴mm$$

۴) مقاومت معادل مدار $= ۲r + \frac{۲r}{۲} = ۳r$

جریان کلی مدار : $I = \frac{E - E'}{۳r} = \frac{۲۴ - ۱۲}{۳ \times ۱۰} = \frac{۱۲}{۳۰} = ۰/۴A$

$$\Rightarrow I_{۱} = I_{۲} = \frac{I}{۲} = \frac{۰/۴}{۲} = ۰/۲A$$

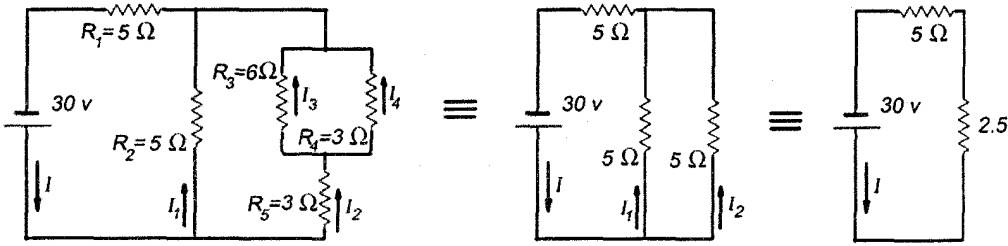


$V_{AC} = -Ir + E = -۰/۴ \times ۱۰ + ۲۴ = ۲۰$ ولت

$V_{BC} = I_{۲}r + E = ۰/۲ \times ۱۰ + ۲۴ = ۲۶$ ولت

$V_{AB} = V_{AC} - V_{BC} = ۲۰ - ۲۶ = -۶$ ولت

۵) ابتدا جریان را در شاخه‌های مختلف مدار محاسبه می‌کنیم:



$$I = \frac{۳۰}{۵ + ۲/۵} = \frac{۳۰}{۷/۵} = ۴A$$

$$I_۱ = I_۲ = \frac{I}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲A$$

$$I_۳ = \frac{R_۴}{R_۳ + R_۴} I_۲ = \frac{۳}{۶ + ۳} \times ۲ = \frac{۲}{۳}A$$

$$I_۴ = I_۲ - I_۳ = ۲ - \frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۳}A$$

دنبال مقاومتی می‌گردیم که در آن کمترین توان تلف شود. مشخص است که توان $R_۲$ کمتر از توان $R_۱$ می‌باشد، چون $I > I_۱$ است. همچنین توان $R_۴$ کمتر از توان $R_۵$ می‌باشد، چون $I_۲ > I_۴$ است. همچنین توان $R_۵$ کمتر از توان $R_۲$ می‌باشد، چون $R_۲ > R_۵$ می‌باشد. تمامی مطالب فوق بر اساس رابطهٔ $P = RI^۲$ بیان شده‌اند.

$$\begin{cases} P_۲ < P_۱ \\ P_۴ < P_۵ \\ P_۵ < P_۲ \end{cases} \Rightarrow$$

بین $P_۱, P_۲, P_۴, P_۵$، مقدار $P_۴$ از همه کمتر می‌باشد.

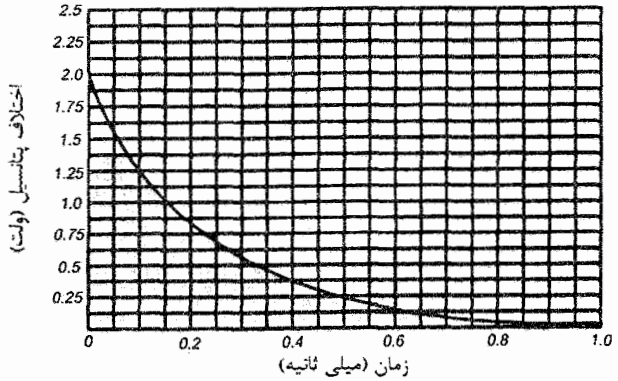
برای مقایسهٔ توان مقاومت‌های $R_۳, R_۴$ نیز براساس رابطهٔ $P = \frac{V^۲}{R}$ می‌گوییم، با توجه به این‌که $R_۴ < R_۳$ می‌باشد در نتیجه $P_۴ > P_۳$ خواهد بود. دقت کنید که مقاومت‌های $R_۳, R_۴$ موازیند. یعنی $V_۳ = V_۴$ می‌باشد. در نهایت توان مصرفی در مقاومت $R_۳$ حداقل می‌باشد.

$$V_۳ = R_۳ I_۳ = ۶ \times \frac{۲}{۳} = ۴ \text{ ولت}$$

۶) **راه‌حل اول:** هنگامی که کلید بسته بوده است، خازن به طور کامل شارژ شده است. اختلاف پتانسیل دو سر خازن را در این حالت محاسبه می‌کنیم:

$$\text{ولتاژ دو سر خازن} : V_c = V_{AB} = \frac{ER_۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{۳ \times ۲۰}{۱۰ + ۲۰} = ۲ \text{ ولت}$$

زمانی که کلید را باز می‌کنیم مدار قطع می‌شود، و خازن از طریق شاخهٔ $R_۲$ تخلیه می‌شود، پس کل بار ذخیره شده بر روی خازن (Q_C) برابر کل باری است که از مقاومت $R_۲$ در زمان تخلیه می‌گذرد که برابر مساحت زیرمنحنی جریان - زمان مقاومت $R_۲$ خواهد بود. البته در این مسأله نمودار ولتاژ - زمان مقاومت $R_۲$ ارائه شده است، لذا ابتدار مساحت زیر منحنی ولتاژ - زمان را حساب کرده سپس آن را به $R_۲$ تقسیم می‌کنیم. $(I = \frac{V}{R_۲})$.



تعداد خانه‌های زیرمنحنی ولتاژ - زمان = ۶۴

$\Rightarrow$ مساحت زیرمنحنی $= ۶۴ \times ۰/۱۲۵ \times ۰/۰۵ \times ۱۰^{-۳} = ۴ \times ۱۰^{-۴}$

کل بار عبوری از مقاومت $R_۲$: $Q_C = \frac{۴ \times ۱۰^{-۴}}{۲۰} = ۲۰ \times ۱۰^{-۵} C$

ظرفیت خازن : $C = \frac{Q_C}{V_C} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۵}}{۲} = ۱۰^{-۵} F = ۱۰ \mu F$

راه حل دوم: اگر با مفهوم ثابت زمانی خازن $(T = RC)$ آشنا هستید، به کمک این مفهوم نیز می‌توان این مسأله را حل کرد. می‌دانیم نمودار ولتاژ - زمان خازن، در مدت یک ثابت زمانی (T)، مقدار ولتاژ به $\frac{۱}{e} = ۰/۳۷$ مقدار اولیهٔ خود می‌رسد.

ولت ۲ : مقدار اولیهٔ ولتاژ

ولتاژ در $(t = T)$: $۰/۳۷ \times ۲ = ۰/۷۴$ ولت $\xrightarrow{\text{نمودار}} T = ۰/۲ ms$

$$T = RC = ۰/۲ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow ۲۰ \times C = ۰/۲ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow C = ۱۰^{-۵} F = ۱۰ \mu F$$

فصل ۲

مرحلهٔ اوّل شانزدهین المپیاد فیزیک ایران

۱.۲ سؤالات

« بخش سؤالات چند گزینه‌ای »

توجه: سؤالات ۱ تا ۳۶ چند گزینه‌ای هستند و به هر گزینه که درست علامت زده شود، نمرهٔ مثبت و به گزینه‌ای که نادرست علامت زده شود، نمرهٔ منفی داده خواهد شد. هر سؤال فقط یک گزینهٔ درست دارد و انتخاب بیش از یک گزینه معادل با پاسخ نادرست است.

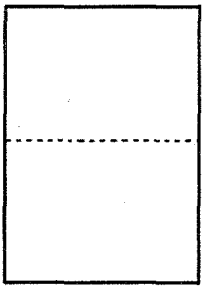
۱) یک روز شهریور، نزدیک غروب شخصی کنار استخر است و تصویر خورشید را در آب استخر می‌بیند. کدام گزینه درست است؟

الف) این شخص الزاماً در شرق استخر است.
ب) این شخص الزاماً در غرب استخر است.
ج) این شخص الزاماً در غرب استخر است.
د) این شخص ممکن است در هر طرف استخر باشد.

۲) ابعاد دو سد مشابه است و ارتفاع آب پشت آن‌ها هم یکی است. حجم آب دریاچهٔ پشت یکی از این سدها V و دیگری $2V$ است. چگالی آب هر دو دریاچه $1000 Kg/m^3$ است. کدام گزاره در مورد نیرویی که آب پشت هر سد برآن وارد می‌کند درست است؟

الف) بر سدی که دریاچهٔ بزرگتری دارد نیروی دو برابر وارد می‌شود.
ب) بر سدی که دریاچهٔ کوچکتری دارد نیروی بزرگتری وارد می‌شود.
ج) بر سدی که دریاچهٔ بزرگتری دارد اندکی بیشتر نیرو وارد می‌شود.
د) نیروی وارد بر هر دو سد یکسان است.

۳) ابعاد کاغذ $A_۴$، ۲۱۰mm×۲۹۷mm است. یک کاغذ $A_۴$ را، مانند شکل از خط وسطش (خط چین) تا می‌کنیم. کاغذ تاشده‌ای متشابه کاغذ $A_۴$ خواهیم داشت با ابعاد کوچکتر. دوباره این کاغذ تاشده را روی خط وسطش تا می‌کنیم و همین طور این کار را ادامه می‌دهیم. تا چند بار می‌توانیم این کار را ادامه دهیم؟



الف) سه بار
ب) هفت بار
ج) دوازده بار
د) تا وقتی به ابعاد مولکولی برسیم.
ه) بی‌نهایت بار

۴) یک اتوموبیل روی یک جادهٔ افقی مستقیم حرکت می‌کند. در هر یک از زمان‌های $t = ۳\text{s}, t = ۲\text{s}, t = ۱\text{s}$، یک کیسه از اتوموبیل روی جاده می‌افتد. فاصلهٔ کیسهٔ اول تا کیسهٔ دوم ۲۰m، و فاصلهٔ کیسهٔ دوم تا کیسهٔ سوم ۳۰m است. جهت مثبت را جهت حرکت اتوموبیل بگیرید. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً سرعت متوسط اتوموبیل بین $t = ۳\text{s}, t = ۲\text{s}$ از سرعت متوسط اتوموبیل بین $t = ۲\text{s}, t = ۱\text{s}$ بیشتر است.
ب) حتماً سرعت اتوموبیل در $t = ۲\text{s}$ از سرعت اتوموبیل در $t = ۳\text{s}$ بیشتر است.
ج) حتماً شتاب اتوموبیل در $t = ۲\text{s}$ مثبت است.
د) حتماً شتاب متوسط اتوموبیل بین $t = ۳\text{s}, t = ۱\text{s}$ مثبت است.

۵) هم زمین و هم خورشید، به بدن ما نیروی گرانشی وارد می‌کنند. اندازهٔ نیروی گرانشی ناشی از زمین را W، و اندازهٔ نیروی گرانشی ناشی از خورشید را F می‌نامیم. نسبت $\frac{F}{W}$ به کدام عدد نزدیک‌تر است؟
(جرم زمین $۶ \times ۱۰^{۲۴}\text{kg}$، جرم خورشید $۲ \times ۱۰^{۳۰}\text{kg}$، فاصلهٔ زمین تا خورشید $۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\text{m}$ و شعاع زمین $۶/۴ \times ۱۰^{۶}\text{m}$ است.)

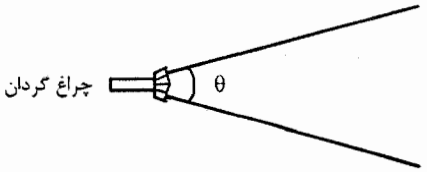
الف) $۱۰^{۳}$ ب) $۱۰^{۱}$ ج) $۱۰^{-۱}$ د) $۱۰^{-۳}$ ه) $۱۰^{-۵}$

۶) فرض کنید حجمی برابر با حجم همهٔ انسان‌های زمین را به شکل لایه‌ای یک‌نواخت روی سطح زمین بگذاریم. کلفتی این لایه به کدام یک از این مقدارها نزدیک‌تر است؟

الف) 1m ب) 1cm ج) ۰/۱ mm د) $۱۰^{-۳}\text{mm}$ ه) $۱۰^{-۵}\text{mm}$

۷) مقدار معینی گاز کامل، یک بار به صورت $PV^۲ = \alpha$ و بار دیگر به صورت $P^۲V = \beta$ منبسط می‌شود. α و β ثابت‌اند. این گاز:
الف) در حالت اول سرد و در حالت دوم گرم می‌شود.
ب) در حالت اول گرم و در حالت دوم سرد می‌شود.
ج) در هر حالت سرد می‌شود.
د) در هر حالت گرم می‌شود.

۸) یک چراغ‌گردان مثل میلهٔ کوتاهی است که در یک صفحهٔ افقی است. این میله با سرعت زاویه‌ای ثابت ω در این صفحه می‌چرخد. (سرعت زاویه‌ای یعنی زاویهٔ پیموده شده بر زمان.) نور این چراغ ناحیه‌ای بین دو نیم‌خط در این صفحه را روشن می‌کند. زاویهٔ این دو نیم‌خط با هم θ است. ناظری که به فاصلهٔ r از چراغ، در صفحه ساکن است، به مدت t نور این چراغ را می‌بیند و به مدت $T - t$ نوری نمی‌بیند، و این روند برایش تکرار می‌شود. کدام گزینه درست است؟



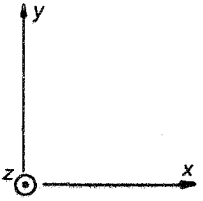
الف) اگر r زیاد شود، t کم می‌شود و T ثابت می‌ماند.
ب) اگر r زیاد شود، t و T هردو کم می‌شوند.
ج) اگر ω زیاد شود، t ثابت می‌ماند و T کم می‌شود.
د) اگر ω زیاد شود، t و T هر دو کم می‌شوند.
هـ) اگر θ زیاد شود، t و T هر دو زیاد می‌شوند.

۹) فرض کنید در عصر یک روز فروردین در صحرا هستید. پس از باران رنگین‌کمانی در آسمان دیده می‌شود. رنگین‌کمان کامل تقریباً یک نیم‌دایره است که از جایی در افق شروع می‌شود و به جایی در افق ختم می‌شود. برای بهتر دیدن رنگین‌کمان بهتر است رو به کدام سمت بایستید؟
الف) رو به شمال ب) رو به جنوب ج) رو به غرب د) رو به شرق

۱۰) توان متوسط مفید یک کارگر، که حداکثر می‌تواند ۸ ساعت در روز کار کند، $۱۵۰W$ است. اگر قرار باشد توربین‌های نیروگاه دو هزار مگاواتی شهیدرجایی در تمام مدت شبانه‌روز با نیروی انسانی بگردند، کلاً چند نفر کارگر لازم است؟
الف) ۴۰۰۰ نفر ب) ۴۰۰۰۰۰ نفر ج) ۴۰۰۰۰۰۰ نفر
د) ۴۰۰۰۰۰۰۰ نفر هـ) ۴۰۰۰۰۰۰۰۰ نفر

۱۱) به ذره‌ای با بار مثبت که در جهت $x+$ حرکت می‌کند، نیروی مغناطیسی در جهت $z+$ وارد

می‌شود.



الف) میدان مغناطیسی الزاماً در جهت $y+$ است.
ب) میدان مغناطیسی الزاماً در جهت $y-$ است.
ج) میدان مغناطیسی الزاماً در جهت $z+$ است.
د) جهت میدان مغناطیسی را نمی‌توان یافت.

۱۲) در یک ظرف در بسته مقداری مایع و جامد آن، در تعادل گرمایی باهم‌اند. فشار درون ظرف را زیاد می‌کنیم و دمای آن را ثابت نگه می‌داریم. در این صورت،
الف) حتماً مقدار مایع زیاد می‌شود.
ب) حتماً مقدار جامد زیاد می‌شود.
ج) اگر چگالی مایع بیش از چگالی جامد باشد، مقدار مایع زیاد می‌شود.
د) اگر چگالی مایع کمتر از چگالی جامد باشد، مقدار مایع زیاد می‌شود.

۱۳) مقدار انرژی‌ای که خورشید طی یک روز بر نقطه‌ای روی خط استوا می‌تاباند، در کدام روز سال بیشینه است؟ (آسمان را بی‌ابر بگیرید.)
الف) اول دی و اول تیر
ب) اول فروردین و اول مهر
ج) اول فروردین،اول تیر، اول مهر، و اول دی
د) پانزده مرداد و پانزده بهمن
ه) پانزده اردیبهشت، پانزده مرداد، پانزده آبان، و پانزده بهمن
و) فرق نمی‌کند.

۱۴) سه ظرف استوانه‌ای A، B و C پر از آب‌اند. مساحت مقطع این سه ظرف $S_A > S_B = S_C$، ارتفاع این سه ظرف $h_A = h_B < h_C$، و حجم ظرف C کمتر از حجم ظرف A است. این سه ظرف در هوای آزاداند و آب آن‌ها به تدریج تبخیر می‌شود. زمان‌های لازم برای تبخیر، t_B, t_A و t_C اند. کدام گزینه درست است؟
الف) $t_A > t_C > t_B$ ب) $t_C > t_B > t_A$ ج) $t_C > t_A = t_B$ د) $t_C = t_B > t_A$

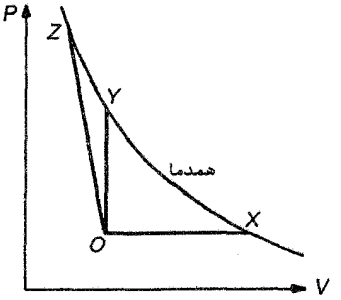
۱۵) چگالی بار الکتریکی روی یک نیم‌دایره یک‌نواخت است. اندازهٔ میدان الکتریکی در مرکز این نیم‌دایره (یعنی مرکز دایره‌ای که این نیم‌دایره کمانی از آن است) E است. اندازهٔ میدان الکتریکی در مرکز یک ربع‌دایره با همان شعاع و همان چگالی بار چه‌قدر است؟
الف) E ب) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}E$
ج) $\frac{۱}{۲}E$ د) اطاعات مسأله ناقص است.

۱۶) دو ظرف کروی به شعاع‌های R و $۲R$ را از آب با دمای معین پر می‌کنیم و آن‌ها را در یک دستگاه یخ‌زن (یخچال) قرار می‌دهیم. آب درون ظرف کوچک‌تر پس از مدت T کاملاً

یخ می‌زند. پس از چه مدت آب درون ظرف بزرگ‌تر کاملاً یخ می‌زند؟ از ظرفیت گرمایی ظرف‌ها در برابر ظرفیت گرمایی آب درون آن‌ها چشم بپوشید.

الف) T ب) $2T$ ج) $4T$ د) $8T$

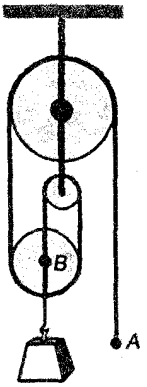
۱۷) سه ظرف محتوی گازهای یکسان‌اند که فشار، حجم و دمای یکسانی دارند. هریک از گازهای درون این سه ظرف مطابق فرایندهای شکل از حالت اولیهٔ O به یکی از حالت‌های نهایی X، Y، و Z برده می‌شوند. گرمای داده شده به گازها به ترتیب Q_X، Q_Y و Q_Z است. اگر دمای نهایی گازها مساوی باشد، چه رابطه‌ای بین این گرماها وجود دارد؟



الف) $Q_X > Q_Y > Q_Z$ ب) $Q_X > Q_Z > Q_Y$ ج) $Q_Z > Q_X > Q_Y$

د) $Q_X = Q_Y > Q_Z$ ه) $Q_X = Q_Y = Q_Z$

۱۸) انتهای طناب (نقطهٔ A) درشکل به اندازهٔ ℓ پایین کشیده می‌شود. مرکز قرقرهٔ متحرک (نقطهٔ B) چقدر جابه‌جا خواهد شد؟



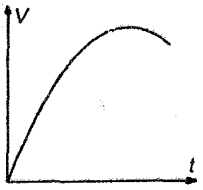
الف) ℓ

ب) $\ell/2$

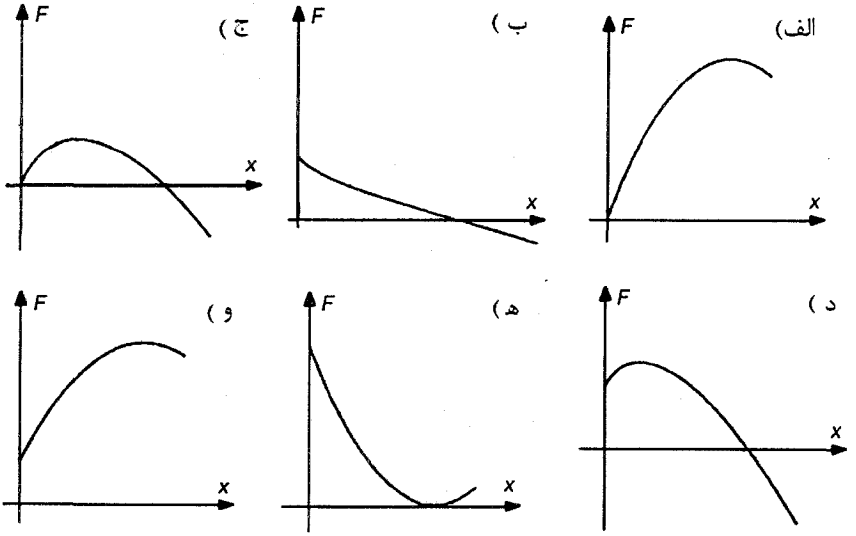
ج) $\ell/3$

د) $\ell/4$

۱۹) نمودار سرعت - زمان یک متحرک مطابق شکل است.



نمودار نیروی وارد بر متحرک بر حسب مکان کدام است؟



۲۰) عملکرد مجموعهٔ چشم انسان را می‌توان مانند عملکرد یک عدسی در نظر گرفت. توان این عدسی تقریباً چند دیوپتر است؟

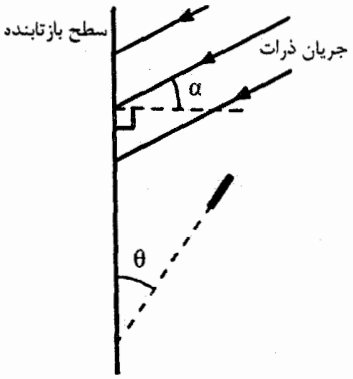
الف) ۵۰ ب) ۵ ج) ۰/۵

۲۱) یوزپلنگی آهویی را در فاصله‌ای می‌بیند و به سوی آن می‌دود. سرعت یوزپلنگ ۹۵km/h است و یوزپلنگ حداکثر می‌تواند یک دقیقه با این سرعت بدود. سرعت آهو ۶۵km/h است و آهو می‌تواند چند دقیقه با این سرعت بدود. فرض کنید یوزپلنگ می‌تواند آهویی را که حداکثر در فاصلهٔ D قرار بگیرد.

اگر یوزپلنگ و آهو برای رسیدن به سرعت نهایی ۴ ثانیه زمان لازم داشته باشند، همچنین آهو پس از دیدن یوزپلنگ آناً فرار نکند، بلکه حدود ۲ ثانیه تأخیر داشته باشد، D حداکثر چند درصد تغییر می‌کند؟

الف) ۱% ب) ۱۰% ج) ۵۰% د) ۱۰۰%

۲۲) جریانی از ذرات، به یک سطح بازتابنده می‌تابد. تعداد ذره‌های گذرنده از واحد سطح عمود بر مسیر جریان، J بر واحد زمان است. هر ذره‌ای که به سطح بازتابنده می‌خورد، از آن باز می‌تابد، چنان که اندازهٔ سرعت آن تغییر نمی‌کند و جهت بازتابش آن هم مثل بازتابش نور است. یک سطح کوچک جاذب به مساحت A در مسیر ذره‌های بازتابیده است. این سطح همهٔ ذره‌هایی که به آن می‌رسند را جذب می‌کند. سرعت ذرات فرودی، روی صفحهٔ شکل قرار دارد وسطح جاذب و سطح جاذب و سطح بازتاباننده بر صفحهٔ شکل عموداند. مطابق شکل، زاویهٔ باریکهٔ ذرات فرودی با عمود بر سطح بازتابنده α، و زاویهٔ سطح جاذب باسطح بازتابنده θ است. تعداد ذره‌های جذب شده بر واحد زمان چقدر است؟

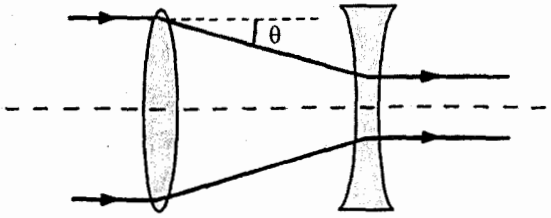


الف) JA
ب) $JA\cos\alpha$
ج) $JA\cos(\alpha-\theta)$
د) $JA\cos\theta$
ه) $JA\cos\alpha\cos\theta$
و) $JA\cos(\alpha+\theta)$

۲۳) یک حلقهٔ رسانا آزادانه سقوط می‌کند. آزمایش نشان می‌دهد اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، شتاب سقوط مرکز حلقه همان شتاب سقوط آزاد است، و این شتاب به چرخیدن یا نچرخیدن حلقه هم بستگی ندارد. حالا فرض کنید این حلقه در یک میدان مغناطیسی یک‌نواخت سقوط می‌کند. حین سقوط، شکل حلقه تغییر نمی‌کند، و مقاومت هوا هم ناچیز است. کدام گزینه درست است؟

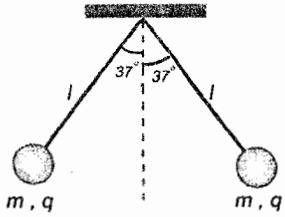
الف) حتماً شتاب مرکز حلقه با شتاب سقوط آزاد برابر است.
ب) حتماً شتاب مرکز حلقه با شتاب سقوط آزاد فرق می‌کند.
ج) اگر حلقه در حال چرخیدن باشد، حتماً شتاب مرکز حلقه با شتاب سقوط آزاد فرق می‌کند.
د) اگر شتاب مرکز حلقه با شتاب سقوط آزاد فرق کند، حتماً حلقه در حال چرخیدن است.

۲۴) مطابق شکل، یک باریکهٔ نور موازی، ابتدا به یک عدسی هم‌گرا و بعد به یک عدسی واگرا می‌خورد و موازی خارج می‌شود. انرژی باریکهٔ فرودی بر واحد زمان بر واحد سطح عمود بر باریکه I_i، و انرژی باریکهٔ خروجی بر واحد زمان بر واحد سطح عمود بر باریکه $I_\circ$، است. فاصلهٔ کانونی عدسی همگرا F، فاصلهٔ کانونی عدسی واگرا f، و فاصلهٔ دو عدسی از هم D است. $\frac{I_\circ}{I_i}$ چه‌قدر است؟



الف) $\frac{D}{F+f}$
ب) $(\frac{D}{F+f})^2$
ج) $\frac{D}{F+f}\tan\theta$
د) $\tan^2\theta$
ه) $\frac{F}{f}$
و) $(\frac{F}{f})^2$

۲۵) دو گلولهٔ کوچک هر یک به جرم m را به انتهای نخ‌هایی به طول ℓ می‌بندیم و از نقطه‌ای از سقف می‌آویزیم. روی هر یک از گلوله‌ها مقداری بار الکتریکی، هم اندازه و هم‌نام، قرار داده‌ایم؛ طوری که به علت نیروی دافعهٔ الکتریکی، در حالت تعادل گلوله‌ها مطابق شکل از هم فاصله گرفته‌اند. یک عامل خارجی گلوله‌ها را به آرامی بالا می‌برد تا گلوله‌ها به زیر سقف برسند، طوری که نخ‌ها همواره کشیده باقی می‌مانند. این عامل خارجی چه‌قدر کار انجام داده است؟ انرژی پتانسیل دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که به فاصلهٔ d از هم قرار دارند $K\frac{q_1 q_2}{d}$ است و $\sin 37^\circ = 0/6$ می‌باشد.



الف) $1/24 mg\ell$ ب) $2/14 mg\ell$ ج) $0/7 mg\ell$ د) $3/04 mg\ell$

۲۶) استوانه‌ای شامل یک مول گاز کامل است. این استوانه با یک پیستون بسته شده، و پیستون به یک فنر با ثابت k متصل است، چنان که جابه‌جایی پیستون برابر است با تغییر طول فنر. گرمای ویژهٔ این گاز کامل در حجم ثابت C_V است. در وضعیت اول، حجم گاز V، فشار آن P (برابر با فشار بیرون پیستون)، و دمای آن T است، و فنر در حالت کشیده نشده و فشرده نشده است. گاز را گرم می‌کنیم تا دمای آن به $T + \Delta T$ برسد. تغییر انرژی درونی گاز طی این فرآیند چه‌قدر است؟

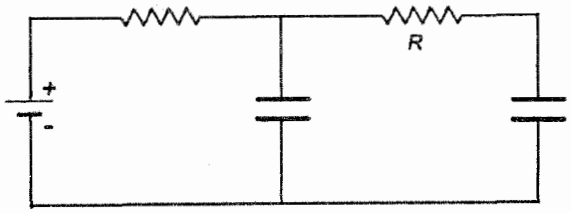
الف) $\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 \frac{P^2 A^2}{k}$

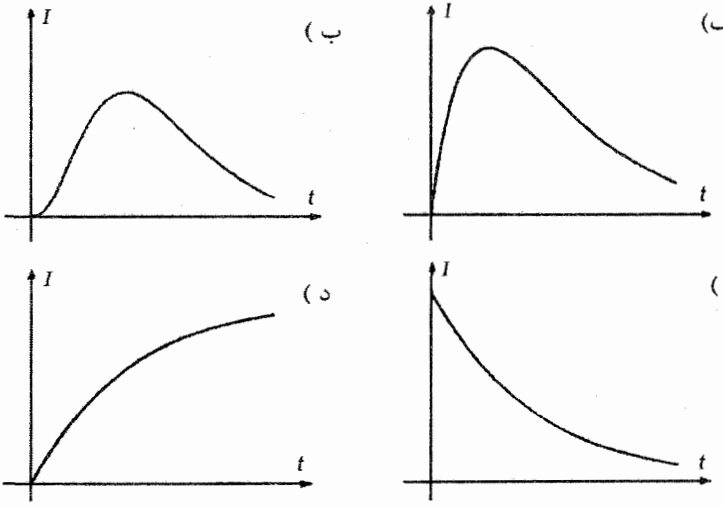
ب) $\frac{k}{2}\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 \left(\frac{V}{A}\right)^2$

ج) $\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 \frac{P^2 A^2}{k} + \frac{k}{2}\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 \left(\frac{V}{A}\right)^2 + C_V \Delta T$

د) $C_V \Delta T$

۲۷) در مدار شکل، خازن‌ها در $t = 0$ بی‌بارانند. نمودار درست جریان مقاومت R بر حسب زمان کدام است؟

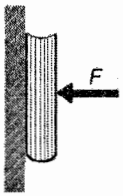




۲۸) دو گلولهٔ یکسان با بار الکتریکی همنام، با دو نخ هم طول از یک نقطهٔ آویزان‌اند و در این حالت فاصلهٔ آن‌ها L است. اگر بار هر دو گلوله ۲ برابر شود، فاصلهٔ آن‌ها L' می‌شود. کدام گزینه درست است؟

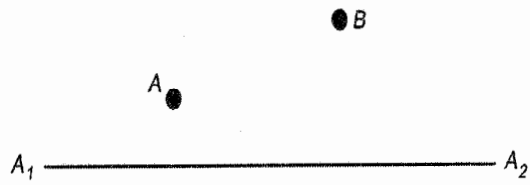
الف) $L' < ۲L$ ب) $L' = ۲L$ ج) $L' > ۲L$

۲۹) در شکل، کتاب با نیروی افقی $F_۱$ ساکن می‌ماند، با نیروی افقی $F_۲$ در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد، و با نیروی افقی $F_۳$ با سرعت ثابت به طرف پایین می‌آید. نیروی اصطکاک در این سه حالت به ترتیب $f_۱, f_۲, f_۳$ است. کدام گزینه درست است؟



الف) $f_۱ = f_۲ = f_۳, F_۱ = F_۲ = F_۳$
ب) $f_۲ > f_۱ > f_۳, F_۱ < F_۲ < F_۳$
ج) $f_۱ = f_۳ < f_۲, F_۱ < F_۲ < F_۳$
د) $f_۳ < f_۱ = f_۲, F_۳ < F_۱ < F_۲$
ه) $f_۳ = f_۲ = f_۱, F_۳ > F_۲, F_۱ > F_۲$

۳۰) محور اصلی یک عدسی $A_۱A_۲$ است. در شکل، جای یک لامپ و جای تصویر ایجاد شده به وسیلهٔ این عدسی نشان داده شده است. کدام گزینه درست است؟

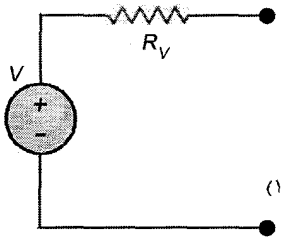


الف) اگر A لامپ باشد و B تصویر آن، عدسی همگرا است و اگر B لامپ باشد و A تصویر آن، عدسی واگرا است.
ب) اگر A لامپ باشد و B تصویر آن، عدسی واگرا است و اگر B لامپ باشد و A تصویر آن، عدسی همگرا است.
ج) در هر صورت عدسی واگرا است.
د) در هر صورت عدسی همگرا است.

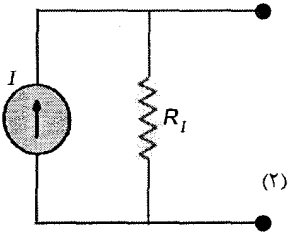
۳۱) دستگاهی از لایه‌ای از هوا به ضخامت ۲mm میان دو جدارهٔ بسیار نازک شیشه‌ای تشکیل شده است. اگر رسانش گرمایی شیشه و هوا به ترتیب $0/8 W/m°C$ و $0/025 W/m°C$ باشد، نسبت جریان گرما از شیشه‌ای به ضخامت ۴mm به جریان گرما از دستگاه یاد شده چقدر است؟ مساحت شیشه و دستگاه، نیز اختلاف دمای میان دو طرف آن‌ها برابر است؟

الف) $\frac{1}{16}$ ب) ۱۶ ج) $\frac{1}{32}$ د) ۳۲ هـ) $\frac{32}{5}$

۳۲) نماد (V) معرف عنصری است که اختلاف پتانسیل دو سر آن همواره V است.
نماد (I) معرف عنصری است که همواره جریان I در جهت تعیین شده از آن می‌گذرد.
می‌خواهیم مدار شکل «۱» را با مدار شکل «۲» جایگزین کنیم. به طوری که دو مدار معادل یکدیگر باشند. کدام گزینه مشخصات مدار شکل «۲» را به دست می‌دهد؟



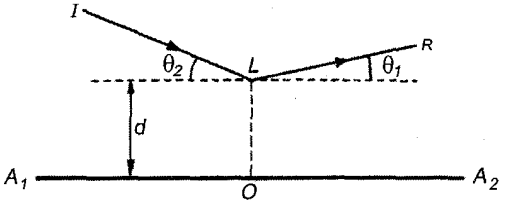
شکل (۱)



شکل (۲)

الف) $R_I = R_V, I = \frac{V}{R_V}$ ب) $R_I = \frac{R_V}{2}, I = \frac{2V}{R_V}$ ج) $R_I = 2R_V, I = \frac{V}{2R_V}$

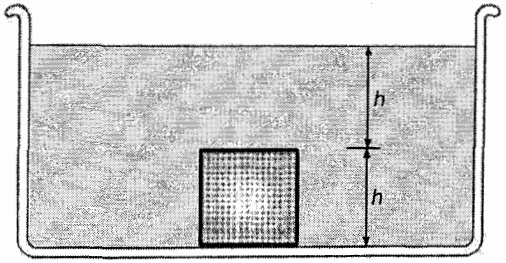
۳۳) A_1A_2 محور اصلی یک عدسی و L نقطه‌ای روی عدسی است. فاصلهٔ نقطهٔ L از محور عدسی d است. جسمی در فاصلهٔ زیادی از عدسی است. پرتوی IL از جسم به وسیلهٔ عدسی شکسته می‌شود و پرتوی LR از عدسی خارج می‌شود. فاصلهٔ کانونی عدسی برابر است با:



الف) $\dfrac{d}{\cos\theta_1+\cos\theta_2}$ ب) $\dfrac{d}{\tan\theta_1+\tan\theta_2}$ ج) $\dfrac{d}{\cot\theta_1+\cot\theta_2}$

د) $d(\tan\theta_1+\tan\theta_2)$ ه) $d(\sin\theta_1+\sin\theta_2)$

۳۴) در شکل زیر، نخست جعبه به کف ظرف چسبیده و آب زیر آن نفوذ نکرده است. در این حالت برآیند نیروهایی که آب نیروهایی که آب به جعبه وارد می‌کند $\vec{F}_1$ است. جعبه را به آرامی تکان می‌دهیم تا آب زیر آن نفوذ کند و بماند. جعبه همچنان در کف ظرف آب می‌ماند. در این حالت برآیند نیروهایی که آب به جعبه وارد می‌کند $\vec{F}_2$ است. کدام گزینه دربارهٔ جهت $\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ و مقدار آن‌ها (F_2, F_1) درست است؟



الف) $\vec{F}_1$ به طرف پایین و $\vec{F}_2$ به طرف بالا است و $F_2 < F_1$.

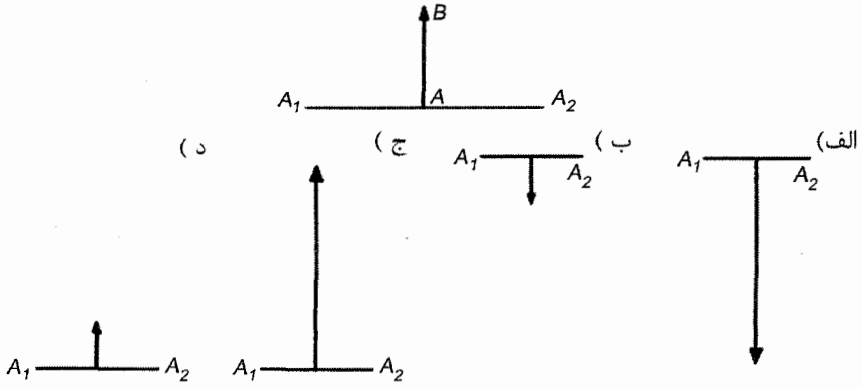
ب) $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ هر دو به طرف بالاند و $F_1 = F_2$.

ج) $\vec{F}_1$ به طرف پایین و $\vec{F}_2$ به طرف بالا است و $F_2 = 2F_1$.

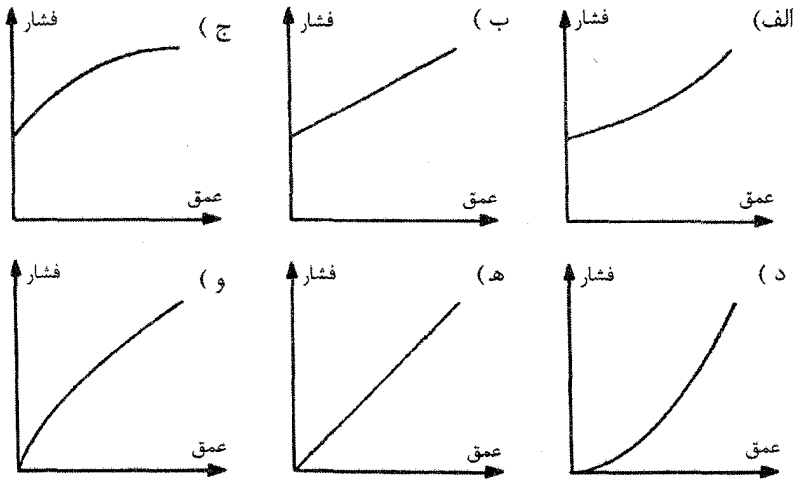
د) $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هر دو به طرف پایین‌اند و $F_2 = F_1$.

ه) $\vec{F}_1$ به طرف پایین است و $F_2 = 0$.

۳۵) محور اصلی یک آینهٔ مقعر A_1A_2 است. کدام یک از گزینه‌ها نمی‌تواند تصویر جسم AB در آینه باشد؟



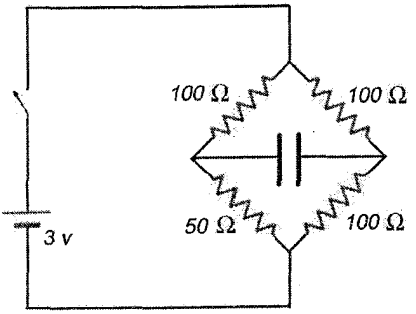
۳۶) چگالی مایع درون ظرفی با عمق تغییر می‌کند. بالای سطح مایع هوای آزاد قرار دارد. نمودار فشار بر حسب عمق، به کدام یک از این شکل‌ها شبیه است؟



« بخش مسائل پاسخ کوتاه »

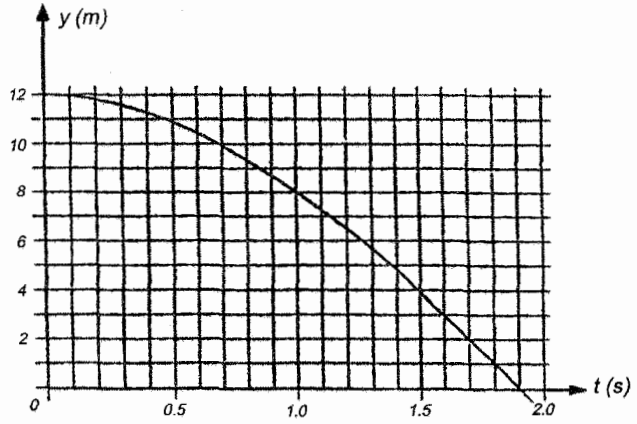
پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به دقت بخوانید.
در این مسأله‌ها باید پاسخ را بر حسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی‌آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید.
مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی بر حسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد $۲۶/۷\mu F$ را به دست آورده باشید. آن را گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به دست آید.
توجه: پاسخ نادرست در این بخش نمرهٔ منفی ندارد.

۱) در مدار شکل، پیش از بستن کلید خازن بی‌بار است. کلید را می‌بندیم. وقتی بار خازن نصف بار حالت نهایی آن است، جریان گذرنده از مقاومت ۵۰Ω چند میلی‌آمپر است؟



۲) جسمی به جرم $۰/۹kg$ از حالت سکون رها می‌شود و در هوا سقوط می‌کند. نمودار ارتفاع جسم از سطح زمین بر حسب زمان مانند شکل است. میانگین زمانی توان اتلافی

نیروی مقاومت هوا از لحظهٔ رها شدن جسم تا رسیدن آن به زمین چند وات است؟
$g = ۱۰\text{m/s}^۲$

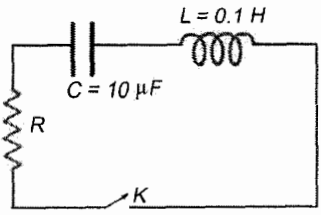


۳) شعاع چرخ لوکوموتیوی در دمای $۰\,^\circ\text{C}$ برابر ۵۰cm است. تفاوت تعداد دورهای چرخ در سفری به طول ۱۰۰km، وقتی دمای چرخ $۲۵\,^\circ\text{C}$ است، با دورهای همین چرخ در سفری به همین طول ۱۰۰km وقتی دمای چرخ $-۲۵\,^\circ\text{C}$ است، تقریباً چند دور است؟ ضریب انبساط طولی چرخ را $\alpha = ۱/۵۷ \times ۱۰^{-۵}/^\circ C$ بگیرید.

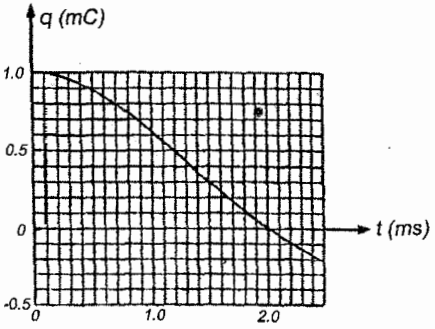
۴) یک آینهٔ کوژ، که قطر دهانه‌اش ۶۰cm است، قطعه‌ای از کره‌ای به قطر ۱۶m است. شخصی به فاصلهٔ $۴/۰\text{m}$ از آینه ایستاده است و به ساختمانی پشت سرش نگاه می‌کند. فاصلهٔ ساختمان از آینه ۵۸m است. چه پهنایی از ساختمان، بر حسب متر را می‌بیند؟

۵) دیموس یکی از دو قمر بهرام (مریخ) است. شعاع مدار آن به دور بهرام $۲/۳ \times ۱۰^۴\text{km}$، دورهٔ گردش آن دور بهرام $۱/۳$ روز (روز زمین)، شعاع بهرام $۳/۴ \times ۱۰^۳\text{km}$، فاصلهٔ بهرام تا خورشید $۲/۳ \times ۱۰^۸\text{km}$ و شعاع خورشید $۷/۰ \times ۱۰^۵\text{km}$ است. قطر دیموس از قطر بهرام بسیار کوچک‌تر است. فرض کنید صفحهٔ مدار دیموس دور بهرام، همان صفحهٔ مدار بهرام دور خورشید است. طی یک دورهٔ گردش دیموس دور بهرام، چند دقیقه خسوف می‌شود؟ (یعنی بهرام جلوی رسیدن نور خورشید به دیموس را می‌گیرد)

۶) مداری مطابق شکل «۱» در نظر بگیرید. پیش از بستن کلید K، خازن بار $q_۰ = ۱۰^{-۳}\text{C}$ دارد. پس از بستن کلید بار خازن مطابق شکل «۲» تغییر می‌کند. توان متوسط تلف شده مقاومت R در مدت $\Delta t = ۲\text{ms}$ چند وات است؟



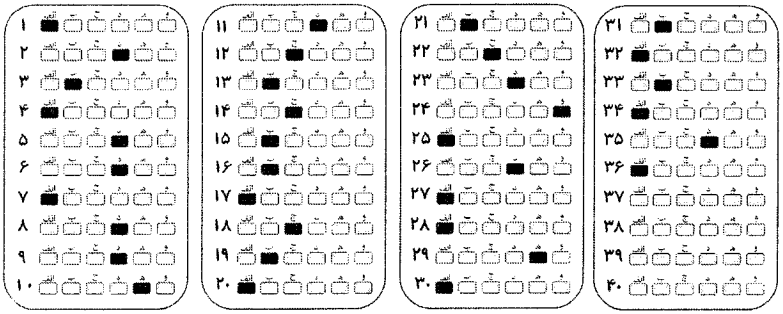
شکل (۱)



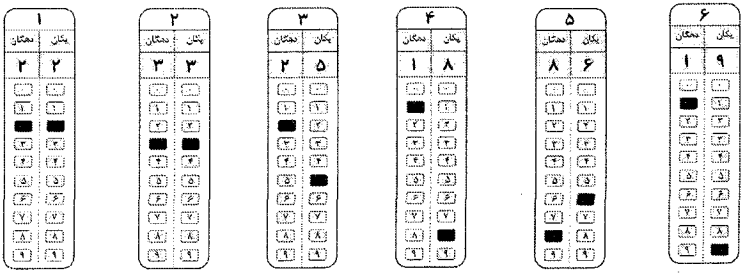
شکل (۲)

پاسخنامه مرحله اول شانزدهمین المپیاد فیزیک ایران

بخش اول : سؤالات چندگزینه ای



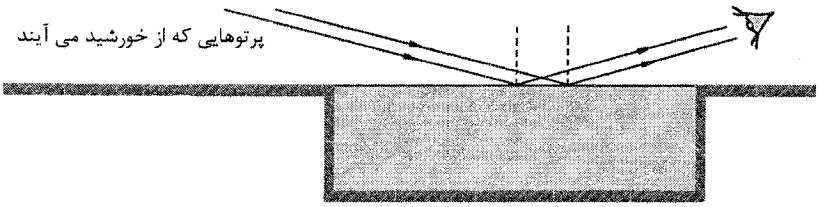
بخش دوم : مسائل پاسخ کوتاه



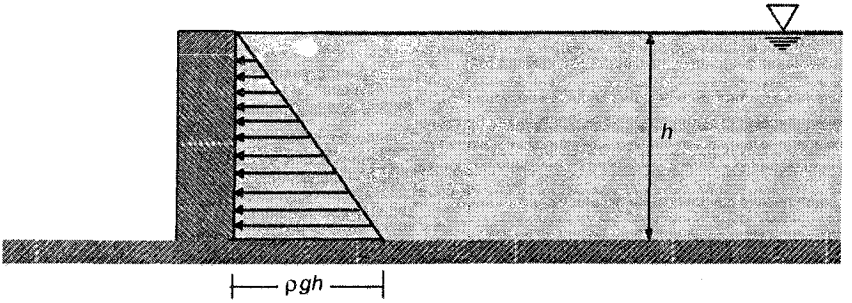
۲.۲ پاسخ تشریحی

« بخش سؤالات چند گزینه‌ای »

۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.
می‌دانیم خورشید در غرب، غروب می‌کند، با توجه به شکل زیر واضح است هرگاه شخص بخواهد تصویر خورشید را در آب استخر ببیند، لازم است در شرق استخر بایستد.



۲) گزینهٔ «د» صحیح است.
می‌دانیم فشار هیدرواستاتیک وارد برسد، با افزایش عمق به صورت خطی افزایش می‌یابد لذا عملاً یک پروفیل فشار در پشت سد ایجاد می‌شود، نیز می‌دانیم فشار هیدروستاتیک صرفاً به چگالی و عمق آب وابسته است، حال با توجه به اینکه ابعاد هر دو سد مشابه و ارتفاع آب پشت آن‌ها یکسان است، همچنین چگالی آب هردو دریاچه باهم برابر است، لذا نیروهای وارد بر هر دو سد نیز یکسان خواهد بود.



توجه کنید اینکه حجم آب دریاچهٔ پشت یکی از سدها دو برابر دیگری است، صرفاً سبب می‌شود که وزن آب دریاچهٔ اول دو برابر دیگری باشد یعنی نیرویی که به کف دریاچه وارد می‌شود در حالت اول دو برابر حالت دوم خواهد بود، اما حجم آب دریاچه به طور مستقیم بر نیروی وارد برسد مؤثر نیست، بلکه پارامتر مهم در نیروی وارد برسد ارتفاع آب پشت سد و ابعاد سد می‌باشند، که همان‌طور که در صورت سؤال ذکر شده است درهر دو حالت برابر می‌باشند.

۳) گزینهٔ «ب» صحیح است.

این سؤال نکتهٔ بسیار جالبی را در رفتار توابع نمایی (مانند $y = ۲^x$) مطرح می‌کند و این نکته افزایش بسیار سریع مقادیر این توابع در ازای افزایش متغیر مستقل آن‌ها (x) می‌باشد. در مورد این مسأله، در مورد این مسأله در ابتدا مساحت کاغذ $A_۴$ برابر $۲۹۷ \times ۲۱۰ = ۶۲۳۷۰ \text{mm}^۲$ است، حال بررسی می‌کنیم پس از ۷،۳ و ۱۲ بار تا کردن کاغذ مساحت آن چه مقدار خواهد بود؟ می‌دانیم هر بار که کاغذ را تا می‌کنیم مساحت آن نصف می‌شود، یعنی هرگاه کاغذ را یک‌بار تا کنیم مساحت آن $\frac{۱}{۲}$ برابر و هرگاه آن را دوبار تا کنیم مساحت آن $(\frac{۱}{۲})^۲$ برابر و هرگاه آن را سه بار تا کنیم مساحت آن $(\frac{۱}{۲})^۳$ برابر و ... خواهد شد، در نتیجه می‌توان گفت: « پس از n بار تا کردن کاغذ، مساحت آن $(\frac{۱}{۲})^n$ برابر خواهد شد.»

مساحت اولیهٔ کاغذ : $۲۹۷ \times ۲۱۰ = ۶۲۳۷۰ mm^۲$

مساحت کاغذ پس از ۳ بار تا کردن : $(\frac{۱}{۲})^۳ \times ۶۲۳۷۰ = ۷۷۹۶ mm^۲$

مساحت کاغذ پس از ۷ بار تا کردن : $(\frac{۱}{۲})^۷ \times ۶۲۳۷۰ = ۴۸۷ mm^۲$

مساحت کاغذ پس از ۱۲ بار تا کردن : $(\frac{۱}{۲})^{۱۲} \times ۶۲۳۷۰ = ۱۵ mm^۲$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مساحت کاغذ پس از ۷ بار تا کردن برابر $۴۸۷\text{mm}^۲$ خواهد شد، یعنی مثلاً مربعی به ضلع تقریبی $۲۲\text{mm} = ۲،۲\ \text{cm}$ و مساحت کاغذ پس از ۱۲ بار تا کردن $۱۵\ \text{mm}^۲$ خواهد شد یعنی مثلاً مربعی به ضلع تقریبی $۴\text{mm} = ۰/۴\ \text{cm}$. حال به طور واضح تا کردن کاغذ تا حدی که مساحت آن $۱۵\text{mm}^۲$ شود، امکان‌پذیر نیست، لذا یک کاغذ $A_۴$ را حداکثر ۷ بار می‌توان تا کرد.

خوب است در اینجا بحثی هم پیرامون ضخامت کاغذ $A_۴$ تا شده داشته باشیم، به عنوان یک مسأله فرضی در نظر بگیرید بتوانیم یک کاغذ $A_۴$ را ۵۰ بار تا کنیم، همچنین فرض کنید ضخامت کاغذ $A_۴$ مذکور حدود $۰/۱۵\text{mm}$ باشد، می‌خواهیم محاسبه کنیم ضخامت کاغذ مزبور پس از ۵۰ بار تا کردن چه مقدار می‌شود؟ می‌دانیم ضخامت کاغذ پس از هر بار تاکردن ۲ برابر می‌شود یعنی ضخامت کاغذ پس از n بار تا کردن ۲^n برابر می‌شود.

ضخامت کاغذ پس از ۵۰ بار تا کردن $= ۰/۱۵ \times ۲^{۵۰} = ۱/۷ \times ۱۰^{۱۴} mm$

برای اینکه درکی از عدد به دست آمده باشید، بد نیست به یاد بیاورید که فاصلهٔ زمین تا خورشید برابر صدوپنجاه میلیون کیلومتر می‌باشد و عدد به دست آمده از فاصلهٔ زمین تا خورشید بیشتر است، احتمالاً هم‌اکنون به خوبی رفتار تابع $y = ۲^x$ را متوجه شده‌اید.

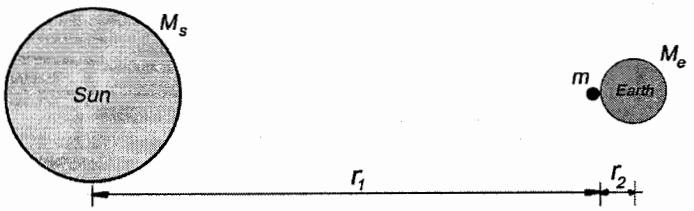
۴) گزینهٔ «الف» صحیح است.

با توجه به اینکه فاصلهٔ کیسهٔ دوم تا کیسهٔ سوم ۳۰ متر و فاصلهٔ کیسهٔ اول تا کیسهٔ دوم ۲۰ متر است، در نتیجه مسافت پیموده شده توسط اتوموبیل، بین زمان‌های $t = ۲s$ تا

$t = ۳$ بیشتر از مسافت پیموده شده توسط اتوموبیل بین زمان‌های $t = ۱s$ تا $t = ۲s$ بوده است، در نتیجه چون $\Delta t_۱ = \Delta t_۲ = ۱s$ می‌توان گفت: حتماً سرعت متوسط اتوموبیل بین $t = ۲s$ و $t = ۳s$، از سرعت متوسط اتوموبیل بین $t = ۱s$ و $t = ۲s$ بیشتر است.$(\overline{V} = \frac{d}{\Delta t})$

۵) گزینهٔ «د» صحیح است.

مطابق قانون گرانش نیوتن، نیرویی که سیاره‌ای به جرم M، به جسمی به جرم m که در فاصلهٔ r از مرکز سیاره قرار دارد، وارد می‌نماید، برابر $F = G\frac{Mm}{r^۲}$ است، لذا خواهیم داشت:



$$\begin{cases} F = G\frac{M_s m}{r_۲^۲} \\ W = G\frac{M_e m}{r_۲^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{Ms}{M_e} \times (\frac{r_۲}{r_۱})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{۲ \times ۱۰^{۳۰}}{۶ \times ۱۰^{۲۴}} \times (\frac{۶/۴ \times ۱۰^۶}{۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}})^۲ = \frac{۱۰^۶}{۳} \times (\frac{۴/۲۷}{۱۰^۵})^۲ \simeq ۱۰^{-۳}$$

۶) گزینهٔ «د» صحیح است.

جمعیت کرهٔ زمین در حدود ۶ میلیارد نفر می‌باشد، حجم هر انسان را نیز حدود ۰/۲ متر مکعب فرض می‌کنیم. نیز می‌دانیم شعاع کرهٔ زمین برابر $۶۴۰۰km$ می باشد.

حجم تمام انسان‌ها : $V = (۰/۲) \times (۶ \times ۱۰^۹) = ۱/۲ \times ۱۰^۹ m^۳$

سطح زمین : $A = ۴\pi R^۲ = ۴\pi \times (۶۴۰۰ \times ۱۰^۳)^۲ = ۵/۱۵ \times ۱۰^{۱۴} m^۲$

ضخامت لایهٔ مورد نظر : $t = \frac{V}{A} = \frac{۱/۲ \times ۱۰^۹}{۵/۱۵ \times ۱۰^{۱۴}} = ۲/۳ \times ۱۰^{-۶} m$

$= ۲/۳ \times ۱۰^{-۳} mm$

۷) گزینهٔ «الف» صحیح است.

فرض کنید فشار اولیهٔ گاز P و حجم اولیهٔ آن V بوده و در طی انبساط، حجم گاز n برابر شود. $(n > ۱)$.

فشار گاز پس از انبساط در حالت اول : $PV^۲ = P_۱(nV)^۲ \Rightarrow P_۱ = \frac{P}{n^۲}$

فشار گاز پس از انبساط در حالت دوم : $P^{۲}V = P_{۲}^{۲}(nV) \Rightarrow P_{۲} = \frac{P}{\sqrt{n}}$

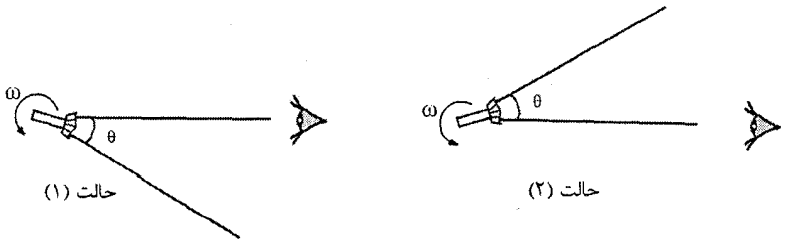
معادلهٔ حالت گاز در حالت اول : $\frac{PV}{T} = \frac{P_{۱}V_{۱}}{T_{۱}} = \frac{\frac{P}{n^{۲}} \times (nV)}{T_{۱}} \Rightarrow T_{۱} = \frac{T}{n}$

معادلهٔ حالت در حالت دوم : $\frac{PV}{T} = \frac{P_{۲}V_{۲}}{T_{۲}} = \frac{\frac{P}{\sqrt{n}}(nV)}{T_{۲}} \Rightarrow T_{۲} = \sqrt{n}T$

یعنی گاز در حالت اول سرد و در حالت دوم گرم می‌شود.

۸) گزینهٔ «د» صحیح است.

t برابر مدت زمانی است که ناظر نور چراغ را می‌بیند، یعنی t فاصلهٔ زمانی بین دو حالت نشان داده شده در شکل زیر است.



با توجه به اشکال فوق، مشخص است که t برابر مدت زمانی است که چراغ به میزان θ دوران می‌کند و $T - t$ برابر مدت زمانی است که چراغ به میزان $۲\pi - \theta$ دوران کند، لذا T برابر مدت زمانی خواهد بود که چراغ یک دور کامل می‌زند یعنی به اندازهٔ ۲π دوران می‌کند. با توجه به این توضیح روابط زیر را خواهیم داشت:

$$t = \frac{\theta}{\omega} \quad , \quad T = \frac{۲\pi}{\omega}$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد. t و T، هر دو مستقل از r می‌باشند، لذا گزینه‌های «الف» و «ب» نمی‌توانند صحیح باشند. همچنین T مستقل از θ نیز می‌باشد، لذا گزینهٔ «ه» هم صحیح نیست، در نهایت با زیاد شدن ω هم t و هم T کاهش می‌یابند، در نتیجه گزینهٔ «د» صحیح می‌باشد.

۹) گزینهٔ «د» صحیح است.

نحوهٔ تشکیل رنگین‌کمان به این‌صورت می‌باشد که قطره‌های ریز آب معلق در هوا، پس از بارندگی نور خورشید را تجزیه و بازتابش می‌کند و این پرتوها در نهایت به چشم ناظر می‌رسند. در واقع شخصی که پشت به خورشید ایستاده است نورهای بازتابش شده را به صورت رنگین‌کمان می‌بیند. در فروردین ماه در هنگام عصر، خورشید در مغرب آسمان می‌باشد. حال، برای مشاهده رنگین‌کمان می‌بایست پشت به خورشید بایستیم یعنی باید رو به شرق بایستیم.

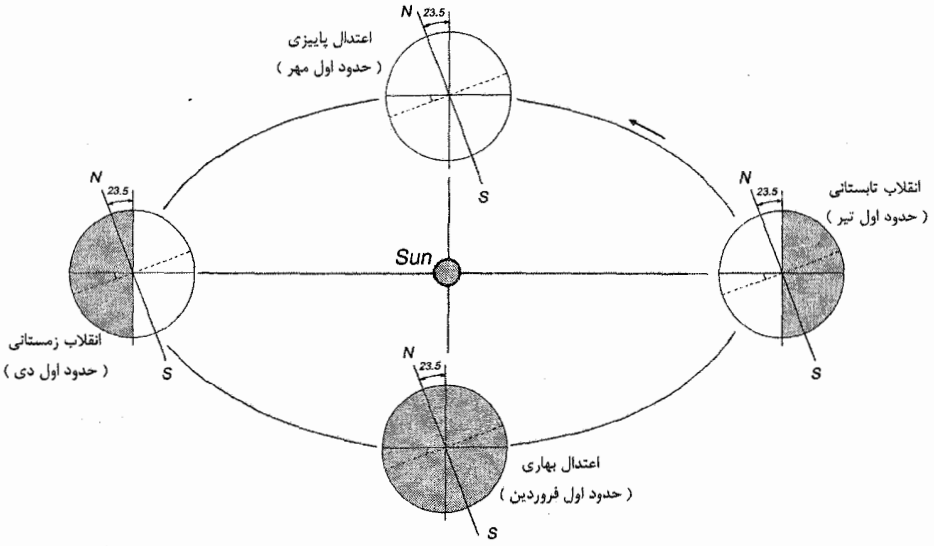
۱۰) گزینهٔ «ه» صحیح است.
توان متوسط مفید یک کارگر، در ۸ ساعت برابر $۱۵۰W$ است، لذا توان متوسط وی در طول یک شبانه‌روز برابر $\frac{۸}{۲۴} \times ۱۵۰ = ۵۰W$ خواهد بود. یعنی هر کارگر در هر روز $۵۰W$ توان تولید می‌کند از طرف دیگر کل توان نیروگاه برابر $۲۰۰۰MW$ می‌باشد، در نتیجه تعداد کارگرهای مورد نیاز از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{۲۰۰۰ \times ۱۰^۶}{۵۰} = ۴۰ \times ۱۰^۶ = ۴ \times ۱۰^۷ \text{ نفر}$$

۱۱) گزینهٔ «د» صحیح است.
می‌دانیم جهت نیروی الکترومغناطیسی، همواره بر میدان مغناطیسی عمود می‌باشد. یعنی در این مسأله لزوماً میدان مغناطیسی در صفحهٔ xy قرار دارد، اما نمی‌توان به طور دقیق جهت آن را تعیین کرد.

۱۲) گزینهٔ «ج» صحیح است.
معمولاً با افزایش فشار، دمای ذوب نیز افزایش می‌یابد. یعنی هنگامی که در دمای ثابت، فشار درون ظرف را زیاد کنیم، مقدار جامد زیاد می‌شود. اما هرگاه چگالی مایع از چگالی جامد بیشتر باشد، بر عکس می‌شود یعنی با افزایش فشار، دمای ذوب کم می‌شود، هنگامی که در دمای ثابت، فشار درون ظرف را زیاد می‌کنیم، مقدار مایع زیاد خواهد شد.

۱۳) گزینهٔ «ب» صحیح است.
در ابتدا لازم است به دو نکته توجه کنیم:
نکتهٔ اول: حدود اول فروردین و حدود اول مهر تنها دو روزی در سال می‌باشند که در آن‌ها خط واصل بین مراکز خورشید و زمین بر محور زمین (خط واصل بین قطب شمال و قطب جنوب) عمود است، یعنی تنها در روزهای اول فروردین و اول مهر، نور خورشید به صورت عمود بر استوا می‌تابد، برای درک این مطلب به شکل زیر توجه کنید، می‌دانیم محور زمین به صفحهٔ دایرةالبروج (صفحهٔ گردش زمین به دور خورشید) عمود نیست بلکه زاویهٔ $۶۶/۵^\circ$ با آن می‌سازد که این مطلب در شکل نشان داده شده است. همچنین خط استوا بر روی شکل به صورت خط‌چین مشخص است.

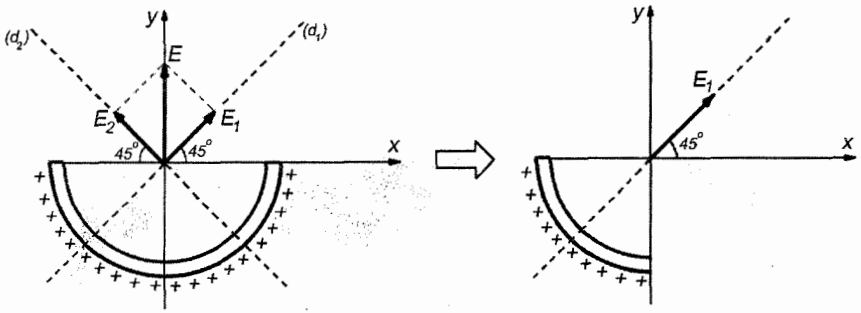


نکتهٔ دوم: طول روز و شب در استوا در تمام ایام سال یکسان و برابر ۱۲ ساعت است. می‌دانیم عوامل مهم مؤثر در مقدار انرژی رسیده به هر نقطه از زمین یکی طول روز و دیگر عمود بودن یا نبودن پرتوهای خورشید بر آن سطح می‌باشد، طوری که هرگاه پرتوها به صورت عمودی بتابند انرژی بیشتری دریافت می‌گردد، حال باتوجه به دو نکتهٔ مذکور چون طول روز در خط استوا در تمامی ایام سال ثابت و برابر ۱۲ ساعت است، لذا در روزهای اول فروردین و اول مهر که پرتوها به صورت عمودی می‌تابند، انرژی ماکزیمم خواهد بود.

۱۴) گزینهٔ «ج» صحیح است.

می‌دانیم تبخیر از سطح آزاد مایع صورت می‌گیرد و هر چه سطح آزاد مایع بیشتر باشد، حجم کلی تبخیر بیشتر خواهد بود. اما دقت کنید که سرعت تبخیر از واحد سطح آزاد مایع، به بزرگی یا کوچکی سطح آزاد مایع، وابسته نیست، به عبارت دیگر آهنگ کاهش ارتفاع مایع در اثر تبخیر مستقل از بزرگی یا کوچکی سطح آزاد مایع است. در نتیجه زمان لازم برای تبخیر آب با ارتفاع آب در ظرف‌ها متناسب می‌باشد. می‌دانیم $h_A = h_B < h_C$ می‌باشد، لذا $t_A = t_B < t_C$ خواهد بود.

۱۵) گزینهٔ «ب» صحیح است.



مطابق شکل فوق، میدان ناشی از نیم‌دایرهٔ باردار، به علت تقارن، دو راستای محور y ها خواهد بود. این میدان را با بردار $\vec{E}$ نشان داده‌ایم. همچنین می‌توان نیم‌دایره را به صورت حاصل جمع دو ربع دایره در نظر گرفت. میدان ناشی از ربع دایرهٔ سمت چپ در راستای خط (d_1) می‌باشد، چون این خط محور تقارن ربع دایرهٔ مذکور می‌باشد. نیز از شکل مشخص است که خط (d_2) محور تقارن ربع دایرهٔ سمت راست می‌باشد، لذا میدان ناشی از این ربع دایره، در راستای خط d_2 خواهد بود. می‌دانیم میدان حاصل از نیم‌دایره برابر حاصل جمع برداری میدان‌های ناشی از دو ربع دایرهٔ مذکور می‌باشد. توجه کنید با توجه به شکل، اندازهٔ بردار $\vec{E_1}$ برابر اندازهٔ بردار $\vec{E_2}$ می‌باشد، چون دو نیم‌دایره مورد بحث مشابه می‌باشند.

$$\vec{E}=\vec{E_2}+\vec{E_1}$$
$$\Rightarrow E = E_1 \sin ۴۵^\circ + E_1 \sin ۴۵^\circ = ۲E_1 \sin ۴۵^\circ$$
$$\Rightarrow E = ۲E_1 \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow E_1 = \frac{\sqrt{۲}}{۲}E$$

حال اگر مطابق شکل سمت راست، صرفاً یک ربع دایره وجود داشته باشد، میدان $\vec{E_1}$ ایجاد خواهد شد.

۱۶) گزینهٔ «ب» صحیح است.

مقدار حرارتی که در واحد زمان به فضای درون یخچال منتقل می‌شود، متناسب با سطح جانبی کره‌ها و مقدار حرارتی که برای یخ زدن آب درون ظرف‌ها می‌بایست از ظرف‌ها به فضای دورن یخچال منتقل شود متناسب با حجم کره‌ها می‌باشد.

$$\frac{\text{آهنگ انتقال حرارت از ظرف «۱»}}{\text{آهنگ انتقال حرارت از ظرف «۲»}} = \frac{۴\pi R_1^۲}{۴\pi R^۲_۲} = (\frac{R_1}{R_۲})^۲ = (\frac{R}{۲R})^۲ = \frac{۱}{۴}$$

$$\frac{\text{مقدار کل حرارت انتقال یافته برای انجماد ظرف «۱»}}{\text{مقدار کل حرارت انتقال یافته برای انجماد از ظرف «۲»}} = \frac{m_1 C\Delta T + m_1 L_f}{m_۲ C\Delta T + m_۲ L_f}$$

$$= \frac{m_1}{m_۲} = \frac{V_1}{V_۲} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi R_1^۳}{\frac{۴}{۳}\pi R_۲^۳} = (\frac{R_1}{R_۲})^۳ = (\frac{R}{۲R})^۳ = \frac{۱}{۸}$$

$$\text{زمان لازم برای انجماد} = \frac{\text{مقدار کل حرارت انتقال یافته برای انجماد}}{\text{آهنگ انتقال حرارت}}$$

هرگاه مدت زمان لازم برای انجماد ظرف «۲» را با T' نشان دهیم، خواهیم داشت:

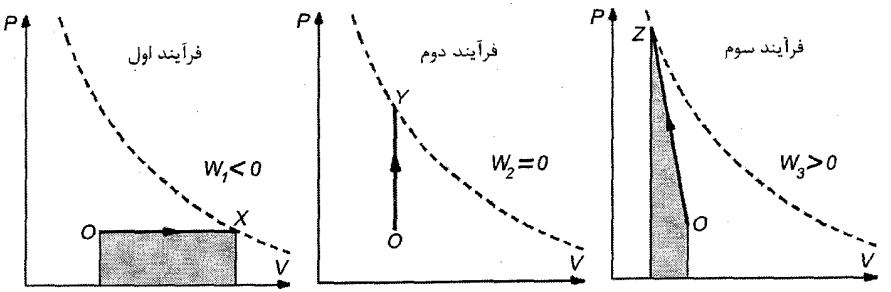
$$\frac{T}{T'} = \frac{\text{آهنگ انتقال حرارت از ظرف «۲»}}{\text{آهنگ انتقال حرارت از ظرف «۱»}} \times \frac{\text{مقدار کل حرارت انتقال یافته برای انجماد ظرف «۱»}}{\text{مقدار کل حرارت انتقال یافته برای انجماد ظرف «۲»}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \frac{۱}{۸} \times ۴ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow T' = ۲T$$

۱۷) گزینهٔ «الف» صحیح است.

در هر سه فرآیند از یک دمای اولیه به دمای نهایی یکسانی می‌رسند، لذا تغییرات انرژی درونی گاز در هر سه فرآیند برابر خواهد بود.

می‌دانیم کار انجام شده در هر فرآیند برابر سطح زیر منحنی $P-V$ می‌باشد. و هرگاه طی فرآیند حجم گاز افزایش یابد، علامت کار منفی و هرگاه حجم گاز کاهش یابد، علامت کار مثبت خواهد بود.



قانون اول ترمودینامیک : $\Delta U = Q + W$

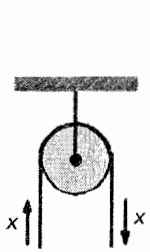
$$\Delta U_۱ = \Delta U_۲ = \Delta U_۳ \Rightarrow Q_۱ + W_۱ = Q_۲ + W_۲ = Q_۳ + W_۳$$

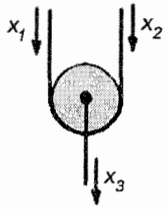
با توجه به تساوی فوق، خواهیم داشت:

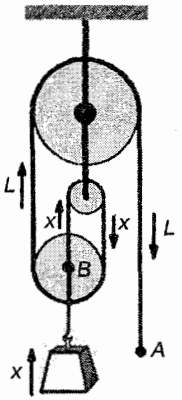
$$W_۱ < W_۲ < W_۳ \Rightarrow Q_۱ > Q_۲ > Q_۳$$

۱۸) گزینهٔ «ج» صحیح است.

- نکتهٔ «۱» در قرقره ثابت هرگاه طناب در یک طرف قرقره به اندازهٔ x پایین برود، طناب در طرف دیگر به همان میزان x بالا می‌رود.
- نکتهٔ «۲» هرگاه خود قرقره هم جابه‌جا شود، جابه‌جایی قرقره برابر میانگین جابه‌جایی‌های دو طناب متصل به آن می‌باشد. $(x_۳ = \frac{x_۱ + x_۲}{۲})$





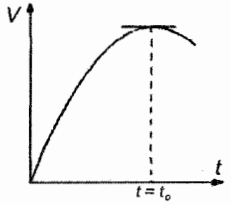


باتوجه به نکات فوق جابه‌جایی‌های طناب و قرقره را در شکل ملاحظه می‌نمایید، حال بیان می‌کنیم که جابه‌جایی قرقرهٔ B برابر میانگین جابه‌جایی دو طناب متصل به آن می‌باشد:

$$x = \frac{-x + L}{۲} \Rightarrow ۲x = -x + L \Rightarrow ۳x = L \Rightarrow x = \frac{L}{۳}$$

۱۹) گزینهٔ «ب» صحیح است.

می‌دانیم شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان یک متحرک برابر شتاب متحرک می‌باشد، حال با توجه به شکل شتاب متحرک در $t = ۰$ مخالف صفر و در $t = t_۰$ برابر صفر می‌باشد. حال با توجه به قانون دوم نیوتن $(F = ma)$ می‌توان گفت در شروع حرکت نیروی وارده مخالف صفر و در مکان متناظر با زمان $t = t_۰$ نیروی وارده برابر صفر خواهد بود، با توجه به این توضیحات گزینه‌های «الف» و «ج» و «و» نمی‌توانند صحیح باشند.



از طرف دیگر پس از شروع حرکت، با گذشت زمان، شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان کاهش می‌یابد. در نتیجه شتاب متحرک و نیروی وارده بر آن نیز کاهش می‌یابند، در حالی‌که در گزینهٔ «د» پس از شروع حرکت، نیروی وارده بر متحرک افزایش می‌یابد، لذا این گزینه هم نمی‌تواند، پاسخ صحیح باشد.

در نهایت پس از زمان $t = t_۰$ شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان منفی می‌شود، در نتیجه شتاب متحرک و نیروی وارده برآن نیز منفی خواهند شد. در حالی‌که در گزینهٔ «ه» نیروی F هیچ‌گاه منفی نمی‌شود، لذا پاسخ صحیح گزینهٔ «ب» خواهد بود.

۲۰) گزینهٔ «الف» صحیح است.

می‌دانیم قسمت عمدهٔ همگرایی چشم مربوط به قرنیه می‌باشد، نیز می‌دانیم تصویر بر روی

شبکیه تشکیل می‌گردد، فاصلهٔ بین قرنیه و شبکیه را به طور تقریبی برابر ۱۵ میلی‌متر فرض می‌کنیم، یعنی می‌توان چشم را مشابه عدسی محدبی فرض کرد که تصویر اجسام را بر روی پرده‌ای به فاصلهٔ ۱۵ میلی‌متر ایجاد می‌کند. معمولاً فاصلهٔ اجسام از چشم از ۱۵ میلی‌متر خیلی بزرگتر است، لذا با تقریب خوبی می‌توان $p = \infty$ در نظر گرفت.

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{۱}{f} = \frac{۱}{\infty} + \frac{۱}{۱۵} \Rightarrow f = ۱۵mm = ۰/۰۱۵m$$

$$\text{توان عدسی} : C = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۰/۰۱۵} \simeq ۶۷ \text{ دیوپتر}$$

۲۱) گزینهٔ «ب» صحیح است.

به دلیل این‌که آهو پس از دیدن یوز پلنگ برای فرار کردن ۲ ثانیه تأخیر دارد، در نتیجه یوزپلنگ به مدت ۲ ثانیه زودتر به سرعت حداکثر خود می‌رسد و با آن سرعت می‌دود.

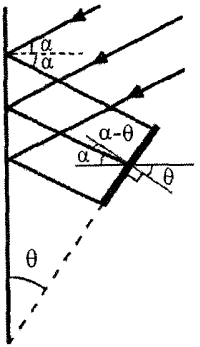
$$\Delta D = Vt = ۹۵ \times \frac{۲}{۶۰ \times ۶۰} = ۰/۰۵۳km = ۵۳m$$

اگر فرض کنیم که یوزپلنگ پس از یک دقیقه به آهو برسد، با توجه به این‌که سرعت یوزپلنگ ۹۵km/h و سرعت آهو ۶۵ km/h است، خواهیم داشت:

$$D = (۹۵ - ۶۵) \times \frac{۱}{۶۰} = ۰/۵km = ۵۰۰m$$

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{۵۳}{۵۰۰} = ۰/۱۰۵ = ۱۰/۵\%$$

۲۲) گزینهٔ «ج» صحیح است.



همان‌گونه که از شکل مشخص است، زاویهٔ بین خط عمود بر سطح و پرتوهای رسیده به سطح برابر $\alpha - \theta$ می‌باشد، همچنین مساحت صفحه جاذب برابر A می‌باشد، لذا خواهیم داشت:

$$\text{مساحت تصویر صفحهٔ جاذب عمود بر راستای ذرات} = A\cos(\alpha - \theta)$$

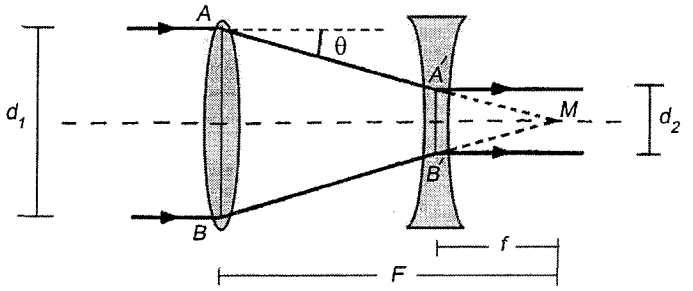
$$\text{تعداد ذرات جذب شده در واحد زمان} = JA\cos(\alpha - \theta)$$

۲۳) گزینهٔ «د» صحیح است.

اگر در حین سقوط شار مغناطیسی عبوری از حلقه تغییر کند، مطابق قانون لنز با این تغییر شار مخالف می‌شود و شتاب مرکز حلقه از شتاب سقوط آزاد کمتر خواهد بود. اما توجه کنید که چرخیدن حلقه لزوماً هم‌ارز با تغییر شار نمی‌باشد، چون ممکن است حلقه در صفحه‌ای عمود بر میدان بچرخد، به هر حال می‌توان گفت، هرگاه شتاب مرکز حلقه با شتاب سقوط آزاد فرق کند، حتماً شار عبوری از حلقه متغیر بوده و لزوماً در این حالت حلقه در حال چرخیدن بوده است.

۲۴) گزینهٔ «و» صحیح است.

با توجه به شکل زیر خواهیم داشت:



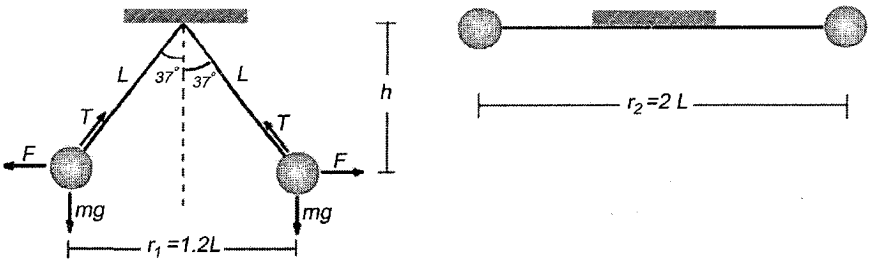
$$\Delta MA'B' \sim \Delta MAB \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{F}{f}$$

فرض کنید انرژی باریکه بر واحد زمان برابر W باشد، در این صورت داریم:

$$\frac{I_\circ}{I_i} = \frac{\frac{W}{A_2}}{\frac{W}{A_1}} = \frac{A_1}{A_2} = (\frac{d_1}{d_2})^2 = (\frac{F}{f})^2$$

۲۵) گزینهٔ «الف» صحیح است.

با بالا بردن گلوله تا زیر سقف، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله‌ها افزایش و انرژی پتانسیل الکتریکی گلوله‌ها کاهش می‌یابد. لذا تفاضل این دو مقدار برابر کار انجام شده توسط عامل خارجی می‌باشد.



افزایش انرژی گرانشی : $\Delta U_g = 2mgh = 2mgL\cos 37^\circ = 1/6mgL$

انرژی پتانسیل الکتریکی در حالت اولیه : $U_1 = K\frac{q^2}{r_1} = K\frac{q^2}{2L\sin 37^\circ} = K\frac{q^2}{1/2L}$

انرژی پتانسیل الکتریکی در حالت نهایی : $U_۲ = K\frac{q^۲}{r^۲} = K\frac{q^۲}{۲L}$

مقدار کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی : $\Delta U = k\frac{q^۲}{L}(\frac{۱}{۱/۲} - \frac{۱}{۲}) = K\frac{q^۲}{۳L}$

حال وضعیت تعادل گلوله‌ها در حالت اولیه را بررسی می‌کنیم. در این حالت به هر کدام از گلوله‌ها نیروهای وزن، دافعهٔ الکتریکی و کشش طناب وارد می‌شوند و برای تعادل لازم است برآیند نیروهای وزن و دافعهٔ الکتریکی در راستای نیروی کشش طناب و در خلاف جهت آن باشد، لذا خواهیم داشت:

$$\tan ۳۷^\circ = \frac{F}{mg} = \frac{K\frac{q^۲}{r^۲}}{mg} = \frac{Kq^۲}{mg(۱/۲L)^۲}$$

$$\Rightarrow ۰/۷۵ = \frac{Kq^۲}{۱/۴۴mgL^۲} \Rightarrow K\frac{q^۲}{L} = ۱/۰۸mgL$$

باتوجه به رابطهٔ فوق خواهیم داشت:

کار انجام شده : $W = \Delta U_g - \Delta U_e = \frac{۱}{۳}K\frac{q^۲}{L} = \frac{۱}{۳} \times ۱/۰۸mgL = ۰/۳۶mgL$

$$\Delta U_e = ۱/۶mgL - ۰/۳۶mgL = ۱/۲۴mgL$$

۲۶) گزینهٔ «د» صحیح است.

می‌دانیم در تمامی فرآیندها، تغییر انرژی داخلی صرفاً به تغییر دما بستگی دارد و چه فرآیند هم حجم باشد و چه فرآیند هم حجم نباشد، تغییر انرژی داخلی گاز کامل از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

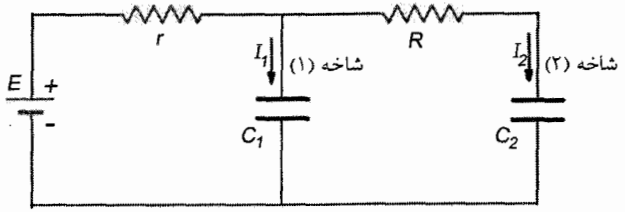
$$\Delta U = nC_V\Delta T = ۱ \times C_V\Delta T = C_V\Delta T$$

۲۷) گزینهٔ «الف» صحیح است.

در لحظهٔ $t = ۰$ تمامی جریان مدار از شاخهٔ «۱» می‌گذرد و از شاخهٔ «۲» جریانی نمی‌گذرد، چون خازن‌ها بدون بار می‌باشند و می‌توان آنها را سیم بدون مقاومت در نظر گرفت و در $t = ۰$ شاخهٔ «۱» بدون مقاومت می‌باشد، در حالی‌که شاخهٔ «۲» مقاومت R را دارد.

لذا هرگاه در $t = ۰$ جریان در شاخهٔ «۱» را با $I_۱$ و جریان در شاخهٔ «۲» را با $I_۲$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$I_۱ = \frac{E}{r}, I_۲ = ۰$$



همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، جریان عبوری از مقاومت R، در $t = 0$ برابر صفر می‌باشد. همچنین پس از گذشت زمان کافی، هر دو خازن شارژ شده، و جریان در مدار قطع می‌شود، لذا در این حالت هم جریان عبوری از مقاومت R صفر خواهد بود. لذا گزینه‌های «ج» و «د» نادرست می‌باشند.

بار ذخیره شده بر روی خازن C_1 در یک بازهٔ زمانی بسیار کوچک (dt)، پس از $t = 0$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

بار ذخیره شده بر روی خازن C_1 : $dq_1 = I_1 dt = \frac{E}{r} dt$

ولتاژ دو سر خازن C_1 : $dV_1 = \frac{dq_1}{C_1} = \frac{E}{rC_1} dt$

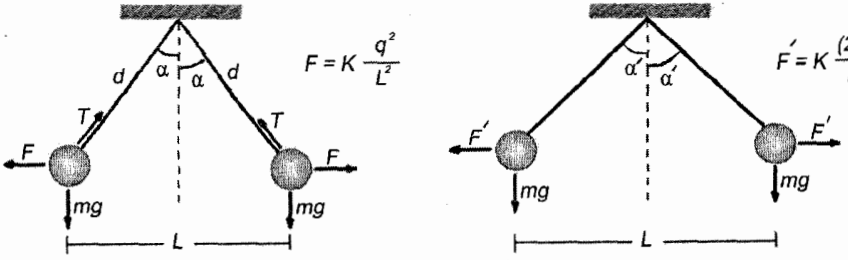
در این بازه خازن C_2 کاملاً خالی می‌باشد، لذا اختلاف پتانسیل dI_2 برابر ولتاژ دو سر مقاومت R نیز خواهد بود؛ لذا هرگاه تغییر جریان عبوری از مقاومت R، پس از مدت زمان بسیار کوتاه (dt) بعد از $t = 0$ را با dI_2 نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$dV_1 = R \times dI_2 \Rightarrow \frac{E}{rC_1} dt = R \times dI_2 \Rightarrow \frac{dI_2}{dt} = \frac{E}{RrC_1}$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، شیب خطّ مماس بر نمودار I_2 (جریان عبوری از مقاومت R) در مقابل t در زمان $t = 0$ مخالف صفر می‌باشد، لذا گزینهٔ «الف» صحیح می‌باشد.

۲۸) گزینهٔ «الف» صحیح است.

برای هر کدام از حالت‌ها تعادل را بررسی می‌کنیم، توجه کنید به هر کدام از بارها نیروهای وزن، دافعهٔ الکتریکی و کشش نخ وارد می‌شود، که برای تعادل لازم است برآیندهای نیروهای وزن و دافعهٔ الکتریکی، در راستای نیروی کشش نخ و مختلف‌الجهت باآن باشد.



بررسی تعادل در حالت اول $\Rightarrow \tan\alpha = \frac{F}{mg} = \frac{k\frac{q^2}{L^2}}{mg} = \frac{kq^2}{mgL^2}$

بررسی تعادل در حالت دوم : $\tan\alpha' = \frac{F'}{mg} = \frac{k\frac{(۲q)^۲}{L'^۲}}{mg} = ۴\frac{kq^۲}{mgL'^۲}$

$$\Rightarrow \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha'} = \frac{\frac{kq^۲}{mgL^۲}}{۴\frac{kq^۲}{mgL'^۲}} = (\frac{L'}{۲L})^۲$$

می‌دانیم زاویهٔ α' در حالت دوم بزرگتر از زاویهٔ α در حالت اول می‌باشد:

$$\alpha < \alpha' \Rightarrow \tan\alpha < \tan\alpha' \Rightarrow \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha'} < ۱$$

$$\frac{\tan\alpha}{\tan\alpha'} = (\frac{L'}{۲L})^۲ \Rightarrow (\frac{L'}{۲L})^۲ < ۱ \Rightarrow \frac{L'}{۲L} < ۱ \Rightarrow L' < ۲L$$

۲۹) گزینهٔ «ه» صحیح است.

در هر سه حالت، تعادل نیرویی وجود دارد، چون شتاب در هر سه حالت صفر است.

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow f_i = W \Rightarrow f_۱ = f_۲ = f_۳ = W$$

باتوجه به رابطهٔ فوق، پاسخ صحیح یکی از گزینه‌های «الف» یا «ه» خواهد بود، از طرف دیگر گزینهٔ «الف» بیان می‌کند که $F_۱ = F_۲ = F_۳$ می‌باشد، در حالی‌که اگر چنین بود اصلاً سه حالت متفاوت پدید نمی‌آمد، در نتیجه این گزینه صحیح نبوده و پاسخ صحیح گزینهٔ «ه» می‌باشد.

در اینجا برای کامل شدن حل مسأله، مقادیر $F_۳, F_۲, F_۱$ را نیز با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد؛ دقت کنید نیروی اصطکاک در حالات اول و دوم از نوع سکون (استاتیک) و در حالت سوم از نوع اصطکاک جنبشی می‌باشد:

حالت اول : $f_۱ < (f_s)_{max} = \mu_s F_۱ \Rightarrow F_۱ > \frac{f_۱}{\mu_s}$ رابطهٔ «۱»

حالت دوم : $f_۲ = (f_s)_{max} = \mu_s F_۲ \Rightarrow F_۲ = \frac{f_۲}{\mu_s}$ رابطهٔ «۲»

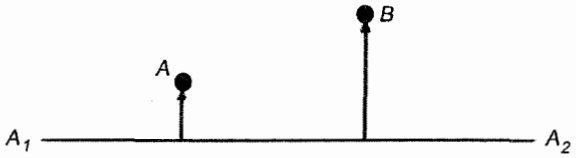
حالت سوم : $f_۳ = f_k = \mu_k F_۳ \Rightarrow F_۳ = \frac{f_۳}{\mu_k}$ رابطهٔ «۳»

توجه کنید که $f_۱ = f_۲ = f_۳$ می‌باشد و همچنین می‌دانیم که ضریب اصطکاک جنبشی کوچکتر از ضریب اصطکاک استاتیک می‌باشد ($\mu_k < \mu_s$).

روابط «۱» و «۲» $\Rightarrow F_۱ > F_۲$

روابط «۲» و «۳» $\Rightarrow F_۳ > F_۲$

۳۰) گزینهٔ «الف» صحیح است.



چه A لامپ باشد و B تصویر آن، و چه B لامپ باشد و A تصویرآن، در هر دو حالت تصویر نسبت به جسم مستقیم است، یعنی نوع تصویر مجازی است و می‌دانیم تصویر مجازی می‌تواند هم در عدسی همگرا و هم در عدسی واگرا ایجاد شود، با این تفاوت که در عدسی همگراتصویر مجازی همواره بزرگتر از جسم و در عدسی واگرا تصویر مجازی همواره کوچکتر از جسم می‌باشد. حال با توجه به این نکات، هرگاه A لامپ و B تصویر آن باشد یعنی تصویر مجازی و از جسم بزرگتر است در نتیجه عدسی همگرا خواهد بود و هرگاه B لامپ و A تصویر آن باشد یعنی تصویر مجازی و از جسم کوچکتر است در نتیجه عدسی واگرا خواهد بود.

۳۱) گزینهٔ «ب» صحیح است.

هرگاه رسانش گرمایی، ضخامت و اختلاف دمای دو طرف هوا را به ترتیب با k_1، h_1 و ΔT_1 و رسانش گرمایی، ضخامت و اختلاف دمای دو طرف شیشه را با k_2، h_2 و ΔT_2 نشان دهیم، می‌توان نوشت:

جریان حرارت عبوری از واحد سطح هوا : $q_1 = k_1 \frac{\Delta T_1}{h_1}$

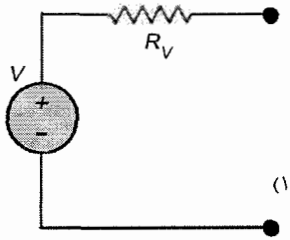
جریان حرارت عبوری از واحد سطح شیشه : $q_2 = k_2 \frac{\Delta T_2}{h_2}$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{0/8}{0/025} \times 1 \times \frac{2}{4} = 16$$

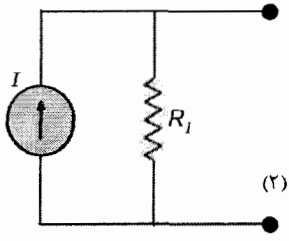
۳۲) گزینهٔ «الف» صحیح است.

مدارهای مورد بحث به مدارهای معادل تونن و نرتن مشهور می‌باشند. برای پیدا کردن شرایطی که این دو مدار معادل هم باشند، دو حالت را در نظر می‌گیریم.

حالت اول: مدارها باز می‌باشند.



مدار (۱)



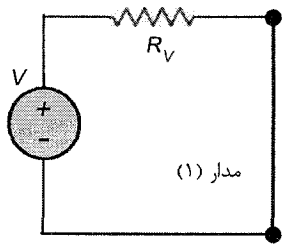
مدار (۲)

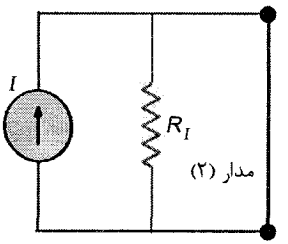
مدار «۱» : $V_{AB} = V$

مدار «۲» : $V_{AB} = IR_I$

$$\Rightarrow IR_I = V \Rightarrow I = \frac{V}{R_I} \qquad (1)$$

حالت دوم: دو سر A و B را با سیم به هم می‌بندیم.





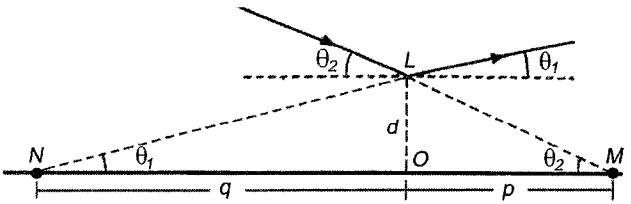
I' : جریان عبوری از مدار «۱» $I' = \frac{V}{R_V}$

I : جریان عبوری از مدار «۲» $\Rightarrow I = \frac{V}{R_V}$ (۲)

از مقایسهٔ روابط «۱» و «۲» می‌توان نتیجه گرفت که:

$$I = \frac{V}{R_V} \quad , \quad R_I = R_V$$

۳۳) گزینهٔ «ب» صحیح است.



پرتوی را منطبق بر محور اصلی عدسی در نظر بگیرید که بدون شکست از عدسی عبور می‌کند. با توجه به شکل می‌توان گفت: نقطهٔ M در حکم جسم مجازی و نقطهٔ N در حکم تصویر مجازی برای عدسی هستند.

$$P = \frac{d}{\tan\theta_2}, q = \frac{d}{\tan\theta_1}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-p} + \frac{1}{-q} = -\left(\frac{1}{\frac{d}{\tan\theta_2}} + \frac{1}{\frac{d}{\tan\theta_1}}\right) = -\frac{\tan\theta_1 + \tan\theta_2}{d}$$

$$\Rightarrow f = -\frac{d}{\tan\theta_1 + \tan\theta_2}$$

یعنی اولاً نوع عدسی واگرا می‌باشد و ثانیاً فاصلهٔ کانونی آن برابر $\frac{d}{\tan\theta_1 + \tan\theta_2}$ خواهد بود.

۳۴) گزینهٔ «الف» صحیح است.

نیروهایی که به سطوح جانبی جعبه وارد می‌شوند، با هم برابر بوده و در نهایت نیروهای وارده از آب به جعبه در راستای افق همدیگر را خنثی می‌کنند.

در حالت اول که آب به زیر جعبه نفوذ نکرده است، از طرف آب به سطح پایینی جعبه

هیچ نیرویی وارد نمی‌شود و صرفاً به سطح بالایی جعبه از طرف آب نیروی F_1 به سمت پایین وارد می‌شود، و هرگاه سطح جعبه را با A نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$P_1 = P_0 + Pgh \Rightarrow F_1 = P_1 A = (P_0 + \rho gh)A$$

در حالت دوم که آب به زیر جعبه نفوذ کرده است، از طرف آب هم به سطح پایینی و هم به سطح بالایی جعبه نیرو وارد می‌شود، نیروی وارده به سطح پایینی ظرف که به سمت بالا می‌باشد، بزرگتر از نیروی وارده به سطح بالایی ظرف که به سمت پایین می‌باشد، خواهد بود. چون فشار آب در تراز سطح پایینی جعبه به علت عمق بیشتر، بزرگتر می‌باشد. در مجموع برآیند نیروهای وارد به جعبه در این حالت (F_2) به سمت بالا وارد می‌شود. نیروی F_2 در واقع همان نیروی ارشمیدس می‌باشد، که هرگاه حجم جعبه را با V نشان دهیم از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_2 = \rho g v = \rho g h A$$

با مقایسهٔ مقادیر F_1 و F_2، ملاحظه می‌گردد که $F_2 < F_1$ می‌باشد.

۳۵) گزینهٔ «د» صحیح است.

می‌دانیم آینهٔ مقعر، می‌تواند در سه حالت از جسم حقیقی تصویر تشکیل دهد:

۱) تصویر مجازی، مستقیم، بزرگتر: این تصویر در حالتی تشکیل می‌شود که جسم در فاصلهٔ کانونی آینه باشد.

۲) تصویر حقیقی، وارونه، بزرگتر: این تصویر در حالتی تشکیل می‌شود که جسم بین F و $2F$ آینه باشد.

۳) تصویر حقیقی، وارونه، کوچکتر: این تصویر در حالتی تشکیل می‌شود که جسم خارج از فاصلهٔ $2F$ آینه باشد.

همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد، آینه مقعر نمی‌تواند تصویر مستقیمی از جسم ایجاد کند که کوچکتر از جسم باشد، یعنی گزینهٔ «د» نمی‌تواند تصویر جسم AB در آینه مقعر باشد.

۳۶) گزینهٔ «الف» صحیح است.

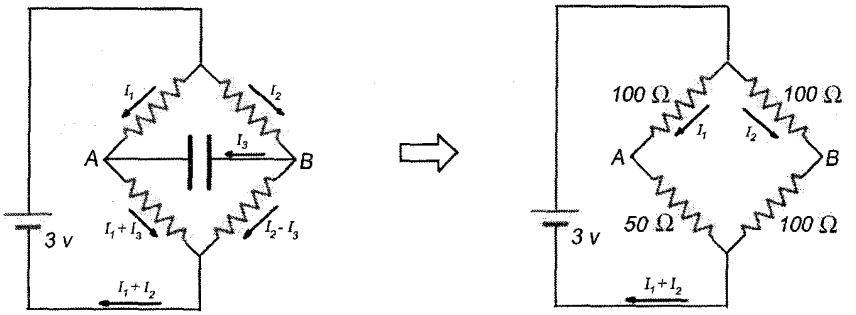
چون در بالای سطح مایع، هوای آزاد وجود دارد، در نتیجه در عمق صفر، فشار مخالف صفر می‌باشد. دقت کنید فشار در سطح مایع برابر فشار هوا خواهد بود. لذا گزینه‌های «د» و «ه» و «و» نادرست می‌باشند.

در صورت سؤال ذکر شده است که چگالی مایع با عمق تغییر می‌کند، قاعدتاً با افزایش عمق به علت افزایش فشار، مایع متراکم شده و چگالی آن افزایش می‌یابد. می‌دانیم هرگاه از نقطه‌ای واقع در مایع به اندازهٔ بسیار کوچک Δh، پایین برویم، اگر چگالی در آن تراز برابر ρ باشد، افزایش فشار برابر $\Delta P = \rho g \Delta h$ خواهد بود. لذا با افزایش چگالی مایع، آهنگ افزایش فشار، افزایش می‌یابد. در نتیجه با افزایش عمق و بالتبع افزایش چگالی مایع، شیب نمودار فشار – عمق نیز افزایش خواهد یافت. بدین ترتیب نمودار نشان داده

شده در گزینهٔ «الف» صحیح می‌باشد.

«بخش مسائل پاسخ کوتاه»

۱) پس از گذشت زمان کافی، خازن به طور کامل شارژ شده و جریان در شاخهٔ آن قطع می‌گردد. در این حالت، بار نهایی خازن را محاسبه می‌کنیم.



جریان عبوری ازشاخهٔ «۱» : $I_1 = \frac{۳}{۱۰۰+۵۰} = \frac{۳}{۱۵۰} = ۰/۰۲A$

جریان عبوری از شاخهٔ «۲» : $I_2 = \frac{۳}{۱۰۰+۱۰۰} = \frac{۳}{۲۰۰} = ۰/۰۱۵A$

ولتاژ نهایی خازن : $(V_{AB})_f = ۱۰۰ \times I_1 - ۱۰۰ \times I_2 = ۰/۵$ ولت

زمانی که بار خازن نصف بار حالت نهایی آن باشد، قاعدتاً ولتاژ آن نیز نصف ولتاژ نهایی می‌باشد. لذا ولتاژ خازن در این حالت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$V_{AB} = \frac{(V_{BA})_f}{۲} = \frac{۰/۵}{۲} = ۰/۲۵ \text{ ولت}$$

حال به کمک قوانین کیرشهف، مقادیر جریان‌های عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۱۰۰I_2 - ۱۰۰I_1 - V_{AB} = ۰ \\ ۱۰۰(I_2 - I_3) + V_{AB} - ۵۰(I_1 + I_3) = ۰ \\ ۵۰(I_1 + I_3) + ۱۰۰I_1 - ۳ = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 - I_2 = ۰/۰۰۲۵ \\ -۰/۵I_1 + I_2 - ۱/۵I_3 = ۰/۰۰۲۵ \\ ۱/۵I_1 + ۰/۵I_3 = ۰/۰۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = ۰/۰۱۹A, I_2 = ۰/۰۱۶۵A, I_3 = ۰/۰۰۳A$$

جریان عبوری از مقاومت ۵۰Ω : $I = I_۱ + I_۲ = ۰/۰۲۲A = ۲۲mA$

۲) می‌دانیم شیب خط مماس بر منحنی مکان - زمان برابر سرعت جسم می‌باشد، از طرف دیگر شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ای که جسم به سطح زمین می‌رسد ($t = ۱/۹s$)، از روی شکل ارائه شده در صورت مسأله قابل تعیین می‌باشد، لذا خواهیم داشت:

$$V = \frac{dy}{dt} = \frac{-۱}{۰/۱} = -۱۰m/s$$

مطابق نمودار مکان - زمان، جسم از ارتفاع ۱۲ متری رها شده است، وقتی جسم در این ارتفاع قرار دارد، دارای انرژی پتانسیل گرانشی نسبت به سطح زمین می‌باشد، حال هنگامی که این جسم به سطح زمین سقوط می‌کند، مقداری از این انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و مابقی آن به علت وجود نیروی مقاومت هوا تلف می‌شود.

انرژی پتانسیل گرانشی جسم در $h = ۱۲m$: $U = mgh = ۰/۹ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۱۰۸j$

انرژی جنبشی جسم در $h = ۰m$: $K = \frac{۱}{۲}mV^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۰/۹ \times ۱۰^۲ = ۴۵j$

انرژی تلف شده به دلیل مقاومت هوا : $W = U - K = ۱۰۸ - ۴۵ = ۶۳j$

میانگین زمانی توان اتلافی : $P = \frac{W}{t} = \frac{۶۳}{۱/۹} \simeq ۳۳watt$

۳) می‌دانیم طول مسیر تقسیم بر محیط چرخ برابر تعداد دورهای می‌باشد، که چرخ برای طی مسیر می‌زند.

محیط چرخ در دمای صفر درجه : $L_۰ = ۲\pi r = ۲\pi \times ۵۰ = ۳۱۴/۱۶cm$

محیط چرخ در دمای $+۲۵°C$: $L_۱ = ۳۱۴/۱۶(۱+۱/۵۷\times۱۰^{-۵}\times۲۵) = ۳۱۴/۲۸۳cm$

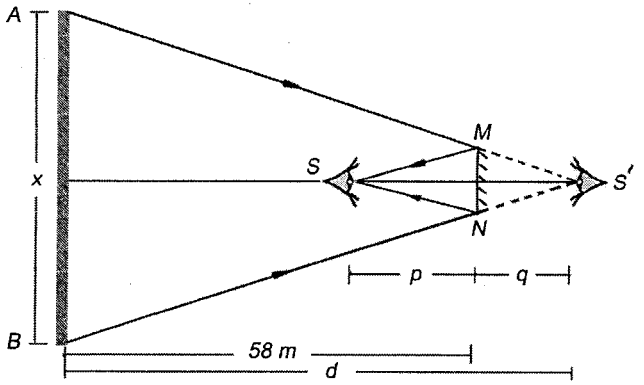
محیط چرخ در دمای $-۲۵°C$: $L_۲ = ۳۱۴/۱۶(۱-۱/۵۷\times۱۰^{-۵}\times۲۵) = ۳۱۴/۰۳۶cm$

تعداد دورهای چرخ در دمای $+۲۵°C$: $n_۱ = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^۵}{۳۱۴/۲۸۳} = ۳۱۸۱۸/۵$

تعداد دورهای چرخ در دمای $-۲۵°C$: $n_۲ = \frac{۱۰۰ \times ۱۰^۵}{۳۱۴/۰۳۶} = ۳۱۸۴۳/۵$

$\Rightarrow n = n_۲ - n_۱ = ۲۵$ دور

۴)

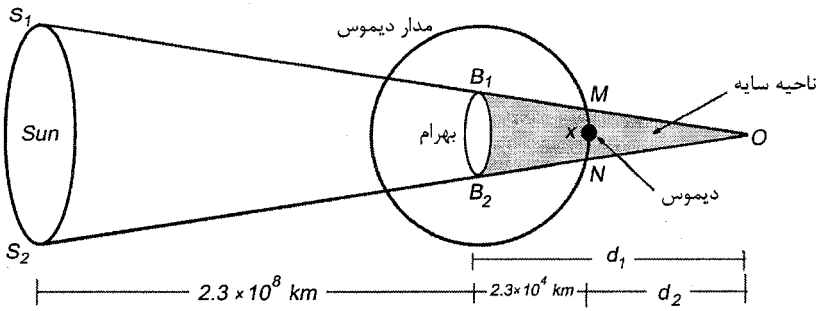


$$f = -\frac{R}{۲} = -\frac{R}{۲} = -\frac{۸}{۲} = -۴m$$

$$\frac{۱}{f} = \frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} \Rightarrow \frac{-۱}{۴} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{q} \Rightarrow q = -۲m$$

$$\Delta S'MN \sim \Delta S'AB \Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{d}{q} \Rightarrow \frac{AB}{۰/۶} = \frac{۶۰}{۲} \Rightarrow AB = ۱۸m$$

۵) در شکل زیر موقعیت خورشید، بهرام و دیموس نسبت به هم نمایش داده شده‌اند:



مطابق شکل فوق، در مدت زمانی‌که دیموس ناحیهٔ سایهٔ ایجاد شده در پشت بهرام را می‌پیماید، بهرام جلوی رسیدن نور خورشید به دیموس را می‌گیرد، و دراین مدت زمان خسوف رخ می‌دهد. با توجه به شکل دیموس مسافت x را در ناحیهٔ سایه طی می‌کند، که در اینجا این مسافت را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta OB_۱B_۲ \sim \Delta OS_۱S_۲ \Rightarrow \frac{d_۱}{d_۱ + ۲/۳ \times ۱۰^۸} = \frac{r_b}{r_s} = \frac{۳/۴ \times ۱۰^۳}{۷ \times ۱۰^۵}$$

$$\Rightarrow ۷۰۰d_۱ = ۳/۴d_۱ + ۳/۴ \times ۲/۳ \times ۱۰^۸ \Rightarrow d_۱ = ۱۱/۲۲۶ \times ۱۰^۵ km$$

$$\Delta OMN \sim \Delta OB_۱B_۲ \Rightarrow \frac{x}{۲r_b} = \frac{d_۲}{d_۱} = \frac{d_۱ - ۲/۳ \times ۱۰^۴}{d_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۲ \times ۳/۴ \times ۱۰^۳} = \frac{۱۱/۲۲۶ \times ۱۰^۵ - ۲/۳ \times ۱۰^۴}{۱۱/۲۲۶ \times ۱۰^۵} \Rightarrow x = ۶۶۶۱km$$

می‌دانیم دورهٔ گردش دیموس دور بهرام ۱/۳ روز می‌باشد، یعنی دیموس در این مدت زمان یک دور کامل به دور بهرام می‌زند.

دقیقه $۱۸۷۲ = ۱/۳ \times ۲۴ \times ۶۰$ = روز ۱/۳ = دورهٔ گردش دیموس دور بهرام

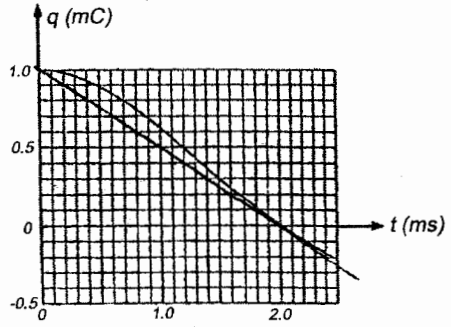
$۱۴۴۵۱۳/۳km = ۲\pi \times ۲/۳ \times ۱۰^۴$ = مسافت طی شده توسط دیموس در یک گردش کامل

دقیقه $۸۶ = \frac{۶۶۶۱}{۱۴۴۵۱۳/۳} \times ۱۸۷۲$ = مدت زمان خسوف

۶) در زمان $t = ۲\text{ms}$، مطابق نمودار، بار خازن صفرمی‌شود، لذا در این لحظه دیگر هیچ انرژی‌ای در خازن ذخیره نمی‌باشد. لذا می‌توان گفت: در لحظهٔ $t = ۲\text{ms}$ مقداری از انرژی اولیهٔ ذخیره شده در خازن، به صورت ذخیره شده در سلف می‌باشد و مابقی آن در مقاومت تلف شده است.

$t = ۰$ انرژی اولیه خازن در : $U_۱ = \frac{Q^۲}{۲C} = \frac{(۱۰^{-۳})^۲}{۲ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۰/۰۵j$

شدت جریان عبوری از مدار برابر شیب نمودار q بر حسب t می‌باشد. $(I = \frac{dq}{dt})$ لذا باتوجه به نمودار زیر، جریان عبوری از مدار در لحظهٔ $t = ۲\text{ms}$ برابر $I = \frac{۱}{۲} = ۰/۵A$ می‌باشد.



$t = ۲ms$ انرژی سلف در : $U_۲ = \frac{۱}{۲}LI^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۰/۱ \times (۰/۵)^۲ = ۰/۰۱۲۵j$

انرژی تلف شده در مقاومت : $W = U_۱ - U_۲ = ۰/۰۵ - ۰/۰۱۲۵ = ۰/۰۳۷۵j$

توان تلف شده در مقاومت : $P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{۰/۰۳۷۵}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۱۸/۷۵watt \simeq ۱۹watt$

فصل ۳

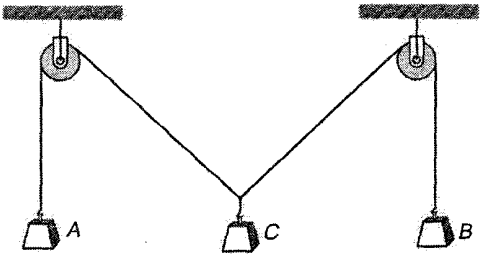
مرحلهٔ اوّل هفدهمین المپیاد فیزیک کشور

۱.۳ سؤالات

«بخش سؤالات چند گزینه‌ای»

توجه: سؤالات ۱ تا ۳۶ چند گزینه‌ای هستند و به هر گزینه که درست علامت زده شود، نمرهٔ مثبت و به گزینه‌ای که نادرست علامت زده شود، نمرهٔ منفی داده خواهد شد. هر سؤال فقط یک گزینهٔ درست دارد و انتخاب بیش از یک گزینه معادل با پاسخ نادرست است.

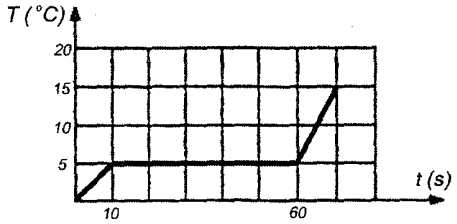
۱) مطابق شکل، یک سیستم با دو قرقرهٔ ثابت و سه وزنهٔ آویزان در حال تعادل است.



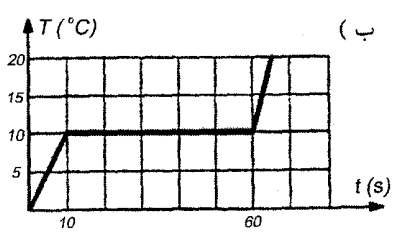
جرم دو وزنهٔ A و B یکسان است. نخ‌ها سبک‌اند و اصطکاک قرقره‌ها با محورشان قابل چشم‌پوشی است. اگر وزنهٔ C را به طرف پایین بکشیم و سپس رها کنیم، چه رخ می‌دهد؟

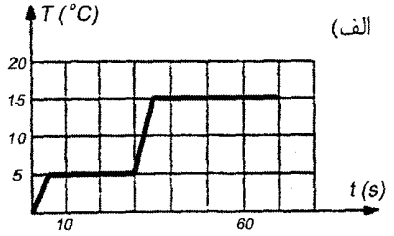
الف) وزنهٔ C در همان وضعیت می‌ماند.
ب) وزنهٔ C شروع به حرکت به سمت بالا می‌کند.
ج) وزنهٔ C شروع به حرکت به سمت پایین می‌کند.

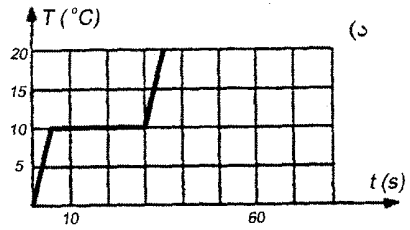
۲) به مقداری از یک ماده به جرم m با آهنگ ثابت، گرما می‌دهیم. نمودار تغییرات دمای آن، T، بر حسب زمان، t، مطابق شکل است.

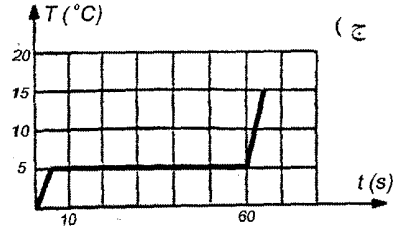


به جرم $\frac{m}{۲}$ از همان ماده دمای اولیه، با همان آهنگ قبلی گرما می‌دهیم. کدام نمودار تغییرات دمای آن را بر حسب زمان نشان می‌دهد؟

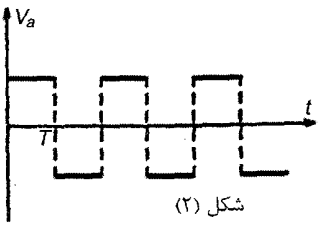




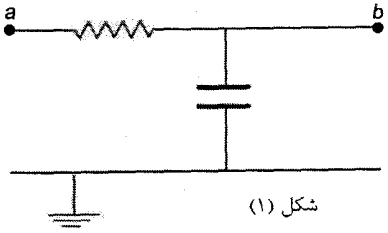




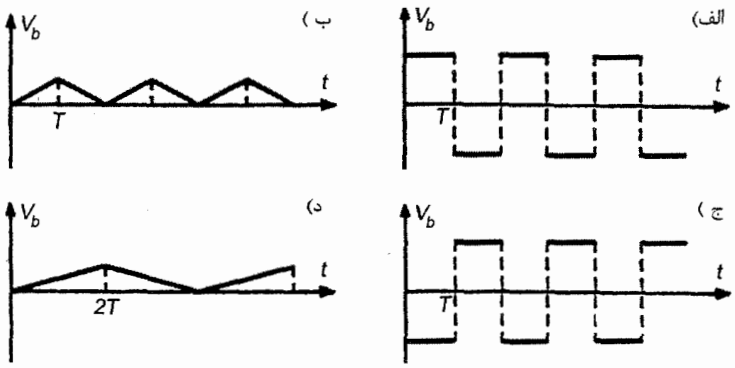
۳) مدار شکل ۱ را در نظر بگیرید. فرض کنید $|V_a| \gg |V_b|$، یعنی بتوان از V_b در برابر V_a چشم پوشید. اگر V_a بر حسب زمان مطابق شکل ۲ باشد، V_b بر حسب زمان کدام گزینه می‌تواند باشد؟



شکل (۲)



شکل (۱)



۴) آهنگ جریان آب در یک لوله، برابر است با حجم آب گذرنده از لوله بر واحد زمان. آهنگ جریان آب در یک لوله با اختلاف فشار در دو سر لوله، ΔP، متناسب است و با طول لوله نسبت عکس دارد. هم‌چنین آهنگ جریان آب، تابع قطر لوله، D، و گران‌روی، η، است ($\eta = ۸ \times ۱۰^{-۴} \mathrm{Ns/m^۲}$). کدام یک از کمیت‌های زیر می‌تواند نشان‌دهندهٔ آهنگ جریان آب از لوله باشد؟
(واحدهای طرفین هر تساوی باید با هم مساوی باشد.)

الف) $\frac{\Delta P D^۲}{\eta L}$ ب) $\frac{\Delta P \eta}{L D^۲}$ ج) $\frac{\Delta P \eta D^۳}{L^۲}$ د) $\frac{\Delta P D^۳}{\eta L}$ ه) $\frac{\Delta P D^۴}{\eta L^۲}$

۵) خودروی شمارهٔ ۱ در $t = ۰$ از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند و تا زمان $t = t_۱$ شتابش مقدار ثابت $a_۱$ است. پس از $t = t_۱$ شتابش مقدار ثابت $a_۲$ می‌شود. خودروی شمارهٔ ۲ در $t = ۰$ از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند و شتابش مقدار ثابت a است، طوری که $۰ < a_۱ < a < a_۲$. در $t = T$ سرعت لحظه‌ای دو خودرو برابر است. سرعت متوسط خودروی ۱ از $t = ۰$ تا $t = T$ را $\overline{v}_۱$ و سرعت متوسط خودروی ۲ از $t = ۰$ تا $t = T$ را $\overline{v}_۲$ می‌نامیم. کدام یک از گزینه‌ها درست است؟

الف) $\overline{v}_۱ > \overline{v}_۲$ ب) $\overline{v}_۱ = \overline{v}_۲$ ج) $\overline{v}_۱ < \overline{v}_۲$

۶) یک گاز کامل به حجم $V_۰$ و فشار $P_۰$ منبسط می‌شود، طوری که فشار آن (P) بر حسب حجم آن (V) به شکل $P = P_۰ - \alpha(V - V_۰)$ است، که α یک ثابت مثبت است. برای آن که دمای این گاز در این فرایند همواره کم شود، لازم است:

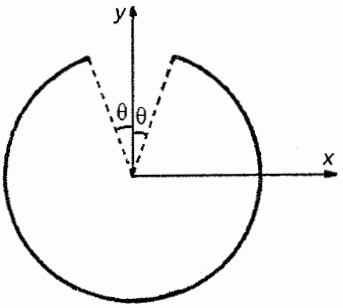
الف) $\alpha > \frac{P_۰}{V_۰}$ ب) $\alpha > \frac{۲P_۰}{V_۰}$ ج) $\alpha < \frac{P_۰}{V_۰}$ د) $\alpha < \frac{۲P_۰}{V_۰}$

۷) جسمی از انتهای یک فنر قائم آویزان است. سر دیگر فنر ثابت است. جسم را طوری نگه می‌داریم که فنر نه کشیده شده باشد نه فشرده شده. از این حالت جسم را رها می‌کنیم. معادلهٔ حرکت جسم به شکل $y = b + c\cos wt$ است. در این‌جا y ارتفاع جسم از سطح زمین است و w, b, c ثابت‌اند. می‌دانیم شتاب لحظه‌ای هر جسمی برابر است با مشتق دوم مکان آن نسبت به زمان. اندازهٔ شتاب گرانش زمین را g و جهت مثبت را رو به بالا بگیرید. (یعنی شتاب جسمی که سقوط آزاد می‌کند $-g$ است.) شتاب این جسم در پایین‌ترین نقطهٔ

مسیرش چه‌قدر است؟

الف) $-۲g$ ب) $-g$ ج) ۰ د) g ه) $۲g$

۸) روی میلهٔ نازکی به شکل بخشی از دایره، بار الکتریکی مثبت، به طور یک‌نواخت توزیع شده است. مرکز این دایره مبدأ مختصات، و دایره در صفحهٔ xy است. میدان الکتریکی در نقطهٔ $(x = ۰, y = ۰, z > ۰)$ می‌شود $\vec{E} = E_z \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$. کدام گزینه درست است؟



الف) $E_z < ۰, E_y < ۰$ ب) $E_z < ۰, E_y < ۰$ ج) $E_z > ۰, E_y < ۰$ د) $E_z < ۰, E_y > ۰$ ه) $E_z > ۰, E_y > ۰$

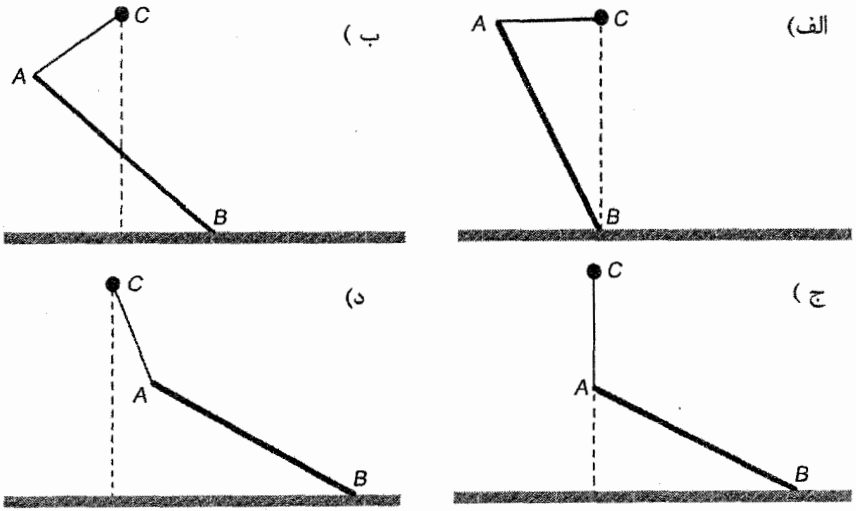
۹) مادهٔ A را می‌شود در حلال‌های B و C حل کرد. محلول‌های A در B و A در C در هم حل نمی‌شوند. دیده می‌شود که اگر محلول A در B، و محلول A در C را با هم مخلوط کنیم، نسبت غلظت A در B، به غلظت A در C همیشه مقدار ثابت a خواهد شد.غلظت برابر است با جرم مادهٔ حل شده تقسیم بر حجم محلول. فرض کنید حل کردن A در هر یک از حلال‌های B و C حجم محلول را تغییر نمی‌دهد.

محلولی از A در B به حجم v و غلظت X در نظر بگیرید. مقداری حلال C به حجم V به محلول اضافه می‌کنیم و مخلوط حاصل را به هم می‌زنیم. غلظت نهایی A در B مقدار $X_۱$ می‌شود.

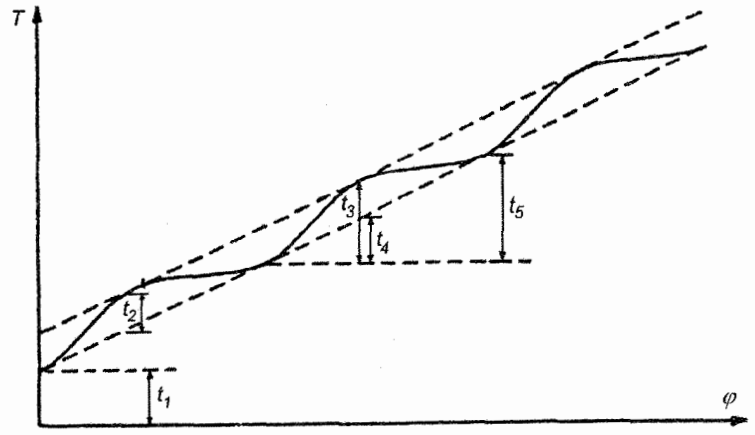
بار دیگر محلولی از A در B به حجم v و غلظت X را در نظر می‌گیریم. مقداری حلال C به حجم $\frac{V}{۲}$ را به محلول اضافه می‌کنیم و مخلوط حاصل را به هم می‌زنیم. بعد صبر می‌کنیم تا محلول A در C جدا شود. این محلول A در C را برمی‌داریم. دوباره مقداری حلال C به حجم $\frac{V}{۲}$ را به محلول باقی‌ماندهٔ A در B اضافه می‌کنیم و مخلوط حاصل را به هم می‌زنیم. غلظت نهایی A در B در این حالت مقدار $X_۲$ می‌شود. نسبت $\frac{X_۲}{X_۱}$ چقدر است؟

الف) ۱ ب) $\frac{۱ + \frac{V}{av}}{(۱ + \frac{V}{۲av})}$ ج) $\frac{۱}{۲}$ د) $\frac{۱}{۱ + \frac{V}{۲av}}$ ه) ۲

۱۰) میلهٔ AB از سر A توسط نخی با جرم ناچیز به نقطهٔ C وصل شده است. سر B ی میله روی سطحی با اصطکاک ناچیز قرار دارد و سیستم در حال تعادل است. با توجه به این که شرط لازم برای تعادل یک جسم صفر بودن برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن است، کدام یک از گزینه‌های زیر شکل صحیح حالت تعادل را نشان می‌دهد؟



۱۱) یو (Io) یکی از قمرهای برجیس (مشتری) است که روی مداری دایره‌ای دور برجیس می‌گردد. زاویهٔ میان خط واصل این قمر به مرکز برجیس با خط واصل برجیس به خورشید را φ می‌نامیم. رابطهٔ φ با زمان به شکل $\varphi = \omega t$ است، که ω مقداری ثابت است. نوری که در زمان $t = \frac{\varphi}{\omega}$ از این قمر گسیل می‌شود، در زمان T به زمین می‌رسد. چون فاصلهٔ زمین از یو ثابت نیست، بستگی T به φ پیچیده‌تر از بستگی t به φ است. نمودار بستگی T به φ به شکل زیر است. مدار زمین به دور خورشید را دایره‌ای به قطر D بگیرید. از فاصلهٔ یو تا برجیس، در مقایسه با فاصلهٔ برجیس تا زمین و نیز قطر مدار زمین به دور خورشید چشم بپوشید، و فرض کنید حرکت مداری برجیس آن‌قدر کند است که طی یک سال زمینی، برجیس تقریباً جابه‌جا نمی‌شود. برجیس روی صفحهٔ شامل مدار زمین به دور خورشید است. سرعت نور، بر حسب D و پارامترهای مشخص شده در شکل کدام است؟



الف) $\frac{D}{t_1}$ ب) $\frac{D}{t_2}$ ج) $\frac{D}{t_3}$ د) $\frac{D}{t_4}$ ه) $\frac{D}{t_5}$

۱۲) مقدار گرمای لازم برای تبخیر یک مول آب در ظرف در باز (در فشارثابت) L است. تغییر انرژی درونی یک مول آب در این فرایند ΔU است. در این صورت،

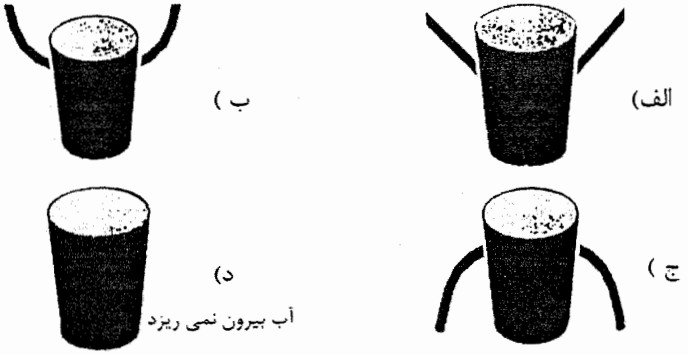
الف) $\Delta U < L$ ب) $\Delta U = L$ ج) $\Delta U > L$

۱۳) در یک مخلوط آب و الکل، نسبت جرم الکل به جرم مخلوط، کسر جرمی الکل نامیده می‌شود. نقطهٔ جوش مخلوط آب و الکل به کسر جرمی الکل بستگی دارد. اگر کسر جرمی الکل در مخلوط از مقدار معین x کمتر باشد، با افزایش کسر جرمی الکل، نقطهٔ جوش مخلوط کم می‌شود. ضمناً کسر جرمی الکل در بخار حاصل از مخلوط آب و الکل بیش‌تر از کسر جرمی الکل در مخلوط است.

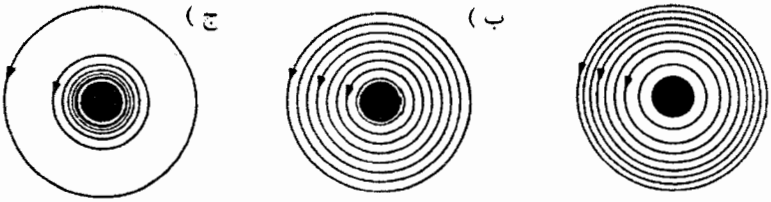
یک مخلوط آب و الکل در نظر بگیرید که کسر جرمی الکل آن کمتر از x باشد. این مخلوط را می‌جوشانیم. با گذشت زمان نقطهٔ جوش مخلوط :

الف) کم می‌شود. ب) ثابت می‌ماند. ج) زیاد می‌شود.

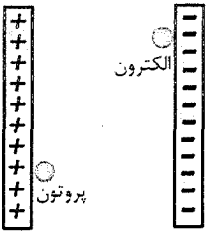
۱۴) روی دیوارهٔ لیوانی دو سوراخ در ارتفاع یکسان از کف لیوان ایجاد کرده‌ایم. در حالی که روی سوراخ‌ها را با انگشت گرفته‌ایم، لیوان را پر از آب می‌کنیم. لیوان را رها می‌کنیم تا مجموعه با شتاب g سقوط آزاد کند. کدام گزینه در مورد شکل خارج شدن آب از سوراخ‌ها صحیح است؟



۱۵) از یک سیم راست بلند جریان ثابت I می‌گذرد. سیم عمود بر صفحهٔ کاغذ و جریان به طرف بیرون صفحهٔ کاغذ است. خطوط میدان مغناطیسی B در کدام شکل درست نمایش داده شده است؟



۱۶) توسط بارهای نشان داده شده در شکل یک میدان الکتریکی یک‌نواخت درست کرده‌ایم. یک الکترون و یک پروتون در این میدان الکتریکی از حالت سکون شروع به حرکت می‌کنند. کدام گزینه دربارهٔ انرژی‌های جنبشی این دو ذره وقتی که به صفحهٔ روبه‌رو می‌رسند، درست است؟



الف) انرژی جنبشی پروتون بیش‌تر خواهد بود.
ب) انرژی جنبشی الکترون بیش‌تر خواهد بود.
ج) انرژی جنبشی هر دو مساوی است.
د) انرژی جنبشی این دو از نظر مقدار مساوی و از نظر علامت مخالف است.

۱۷) شخصی ساعت ۶ صبح با خودرو از تهران عازم اصفهان می‌شود و ساعت ۱۰:۴۰ صبح همان روز به اصفهان می‌رسد. این شخص ساعت ۸ صبح روز بعد با خودرو از اصفهان به تهران برمی‌گردد و ساعت ۲ بعدازظهر همان روز به تهران می‌رسد. یک نقطه دلخواه از مسیر را در نظر بگیرید. این نقطه را A می‌نامیم. هنگامی که این شخص در مسیر رفت به نقطهٔ A می‌رسد ساعت او عدد T_1 را نشان می‌دهد. در برگشت از اصفهان، هنگام رسیدن به نقطهٔ A ساعت وی عدد T_2 را نشان می‌دهد. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً نقطه‌ای از مسیر وجود دارد طوری که $T_1 = T_2$.
ب) هیچ نقطه‌ای از مسیر وجود ندارد طوری که $T_1 = T_2$.
ج) ممکن است نقطه‌ای از مسیر وجود داشته باشد و ممکن است وجود نداشته باشد طوری که $T_1 = T_2$.

۱۸) بیشینهٔ توان نیروگاه شهیدرجایی ۲۰۰۰MW است. فرض کنید بخواهیم همین توان را با شکافت هسته‌ای اورانیم تهیه کنیم. اورانیم طبیعی دو ایزوتوپ ^{235}U با عدد جرمی ۲۳۵، و ^{238}U با عدد جرمی ۲۳۸ دارد. ^{235}U شکافت‌پذیر است و در اثر شکافت هر اتم ^{235}U مقدار 3×10^{-11} j انرژی تولید می‌شود. این ایزوتوپ ۰/۷ درصد اورانیوم طبیعی را تشکیل می‌دهد. جرم اورانیوم طبیعی لازم برای تولید ۲۰۰۰MW توان طی یک سال، به کدام مقدار زیر نزدیک‌تر است؟

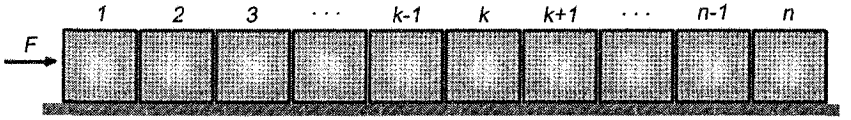
الف) 10^5kg ب) 10^3kg ج) 10kg د) 10^{-1}kg ه) 10^{-3}kg

۱۹) در تهران حدود ۲ میلیون خودرو هست. هنگام تاریکی هوا خودروها چراغ‌های خود را با توان متوسط ۱۰۰W روشن می‌کنند. در موتور این خودروها با سوزاندن هر لیتر مواد سوختنی مقدار 4×10^7 j انرژی تولید می‌شود. بازدهٔ موتور خودروها حدود ۲۰ درصد

است. اگر هر خودرو روزانه ۱ ساعت چراغ خود را روشن کند، افزایش مصرف روزانهٔ مواد سوختی خودروهای تهران به علت روشن کردن چراغ‌ها، حدوداً چند لیتر است؟

الف) $۱۰^۵$ ب) $۱۰^۴$ ج) $۱۰^۳$ د) $۱۰^۲$

۲۰) مطابق شکل، n جسم با جرم‌های یکسان m روی سطحی افقی قرار دارند. به جسم ۱ نیروی افقی ثابت F وارد می‌شود و سیستم با شتاب شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جسم iام با سطح μ_i است. نیروی وارد از طرف جسم k ام به جسم $k+۱$ ام چه‌قدر است؟



الف) $F_k = \frac{۱}{n}[(n-k)F - mg(\sum_{i=۱}^{k} n\mu_i - \sum_{i=۱}^{n} k\mu_i)]$

ب) $F_k = \frac{۱}{n}[(n-k)F - mg(\sum_{i=۱}^{n} n\mu_i - \sum_{i=۱}^{k} k\mu_i)]$

ج) $F_k = \frac{۱}{n}[(n-k)F - mg\sum_{i=۱}^{n} \mu_i]$

د) $F_k = \frac{۱}{n}[(n-k)F - mg\sum_{i=۱}^{k} \mu_i]$

۲۱) یک مکعب مسی را درون مقداری آب، که از آن گرم‌تر است می‌اندازیم. جرم مکعب و آب مساوی و انرژی هدر رفته ناچیز است. کدام گزینه درست است؟

الف) قدر مطلق تغییر انرژی درونی مس و آب برابر، و قدر مطلق تغییر دمای آن‌ها هم برابر است.

ب) قدر مطلق تغییر انرژی درونی مس و آب نابرابر، و قدر مطلق تغییر دمای آن‌ها برابر است.

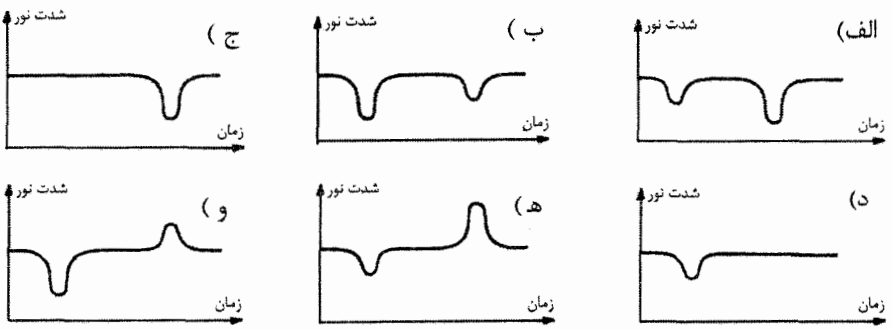
ج) قدر مطلق تغییر انرژی درونی مس و آب برابر، و قدر مطلق تغییر دمای آن‌ها نابرابر است.

د) قدر مطلق تغییر انرژی درونی مس و آب نابرابر، و قدر مطلق تغییر دمای آن‌ها هم نابرابر است.

۲۲) مطابق شکل ستارهٔ کوچکی به دور ستارهٔ بزرگی می‌گردد. فرض کنید ستارهٔ بزرگ سردتر، و ستارهٔ کوچک گرم‌تر است. انرژی نورانی بر واحد زمان بر واحد سطح شدت نور نامیده می‌شود. اجسام گرم‌تر شدت نور بیشتری دارند. ضمناً فرض کنید زمین در صفحهٔ مداری این دو ستاره باشد. شدت نوری را که از این مجموعه به زمین می‌رسد در یک دورهٔ تناوب اندازه می‌گیریم و نمودار آن را می‌کشیم. شروع دورهٔ تناوب را حالتی بگیرید که در شکل نشان داده شده است.

(فاصلهٔ این دو ستاره از هم را خیلی کوچک‌تر از فاصلهٔ آن‌ها از زمین بگیرید.)

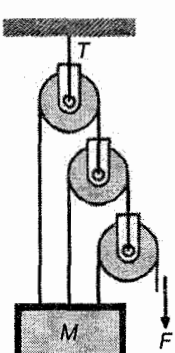
کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند شدت نور مجموعه در این دورهٔ تناوب باشد؟



۲۳) یک قالب یخ صفر درجه را به مقداری آب ۲۵ درجه اضافه می‌کنیم. دمای آب ۵ درجه کاهش می‌یابد. اگر یک قالب یخ دیگر درست مشابه قبلی، به همان ظرف آب اضافه کنیم، دما چند درجهٔ دیگر کاهش می‌یابد؟(از تبادل گرمای یخ و آب با محیط چشم بپوشید.)

الف) ۵ درجه دیگر کاهش می‌یابد. ب) دیگر کاهش نمی‌یابد.
ج) بیش‌تر از ۵ درجه کاهش می‌یابد. د) کمتر از ۵ درجه کاهش می‌یابد.

۲۴) جرم M در شکل در حالت تعادل آویزان است. کشش نخ بالایی، T، چقدر است؟ از جرم قرقره‌ها، نخ‌ها، و نیز اصطکاک چشم‌پوشی کنید.

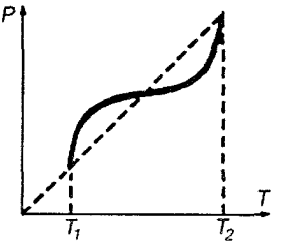


الف) F ب) $\frac{۸}{۷}F$

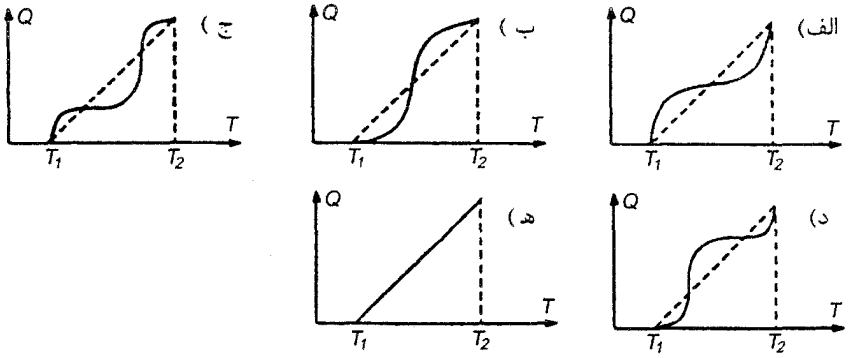
ج) $\frac{۴}{۳}F$ د) $۴F$

ه) $۷F$ و) $۸F$

۲۵) دمای گاز کاملی طی فرایندی از $T_۱$ تا $T_۲$ افزایش می‌یابد. نمودار فشار، P، بر حسب دما، T، در این فرآیند مطابق شکل زیر است.



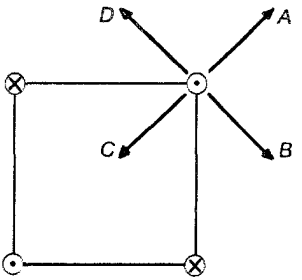
نمودار گرمای داده شده به گاز، Q، بر حسب T شبیه کدام یک از نمودارهای زیر است؟



۲۶) چگالی سیاره‌های X و Y یکی است و شعاع سیارهٔ X نصف شعاع سیارهٔ Y است. نسبت بزرگی شتاب گرانشی در سطح سیارهٔ X به بزرگی شتاب گرانشی در سطح سیارهٔ Y برابر است با:

الف) ۴ ب) ۱ ج) $\sqrt{۲}$ د) $\frac{۱}{۲}$

۲۷) مطابق شکل، ۴ سیم راست، و بلند و موازی از چهار رأس یک مربع عبور می‌کنند. سیم‌ها بر صفحهٔ مربع عموداند. از هر سیم جریان I، در جهت نشان داده شده در شکل می‌گذرد. نیروی وارد بر سیم بالا و سمت راست در جهت کدام بردار است؟



الف) A ب) B ج) C د) D

۲۸) دو جسم یکسان با جرم ۱kg به فنری بسته شده و روی میز بدون اصطکاکی قرار داده شده‌اند. معادلهٔ سرعت – زمان این جسم به صورت زیر است.

$$v_۱ = ۱ + ۲\cos(\frac{t}{۲}) \quad , \quad v_۲ = ۱ - ۲\cos(\frac{t}{۲})$$

در این رابطه‌ها سرعت بر حسب m/s، و زمان بر حسب s است. اگر در $t = ۰$ انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر صفر باشد، حداکثر انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر چه‌قدر است؟

الف) ۵J ب) ۴J ج) صفر د) ۴J− ه) ۵J−

۲۹) ظرفی استوانه‌ای با ارتفاع h از مایعی به چگالی ρ پر شده است. محور این استوانه قائم است. درون این ظرف هیچ هوایی وجود ندارد و ظرف کاملاً دربسته است. فشار محیط $P_۰$ و شتاب گرانشی g است. فشار در کف این ظرف چقدر است؟ (فشار در همه جای مایع مثبت است.)

الف) حتماً ρgh است. ب) حتماً $P_۰$ است.

ج) حتماً $P_۰ + \rho gh$ است. د) حتماً از ρgh بیشتر است.

۳۰) در تقویم جلالی در صورتی که لحظهٔ تحویل سال بعد از ساعت ۱۲ ظهر به افق مرجع باشد، آن روز را آخر اسفند و در صورتی که پیش از ۱۲ ظهر باشد آن روز را اول فروردین به حساب می‌آورند. لحظهٔ تحویل سال در سال ۱۴۰۲ هجری شمسی اندکی پس از نیمه‌شب است. از آغاز سال ۱۴۰۲ هجری شمسی تا پایان سال ۱۸۰۱ هجری شمسی، مجموعاً چند سال کبیسه خواهیم داشت؟ در سال‌های کبیسه، ماه اسفند ۳۰ روز به حساب می‌آید.

(یک سال حدوداً ۳۶۵ روز و ۵ ساعت و ۴۸ دقیقه است.)

الف) ۹۵ ب) ۹۷ ج) ۱۰۰ د) ۱۰۳ ه) ۱۰۵

۳۱) هنگامی که باریکهٔ نوری با زاویهٔ تابش i از هوا به سطح مایعی به ضریب شکست n می‌خورد، با زاویهٔ شکست r وراد مایع می‌شود به طوری که $n \sin r = \sin i$. مقطع یک باریکهٔ نور، در جهت عمود بر انتشار، مستطیلی با ابعاد $a \times b$ است. این باریکه از هوا به سطح مایعی به ضریب شکست n می‌تابد، به طوری که یکی از اضلاع مقطع با سطح مایع موازی است. این باریکه با زاویهٔ تابش i به سطح مایع می‌تابد. مساحت مقطع باریکه در مایع کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

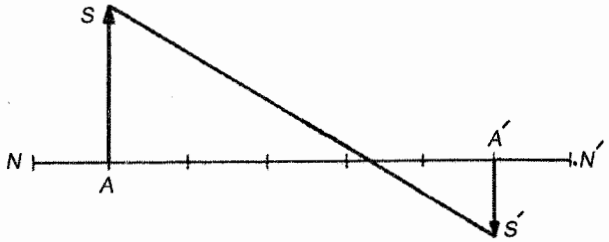
الف) $\frac{ab}{n}\sqrt{\frac{n^۲ - \sin^۲ i}{۱ - \sin^۲ i}}$ ب) $ab\sqrt{\frac{۱ - n^۲\sin^۲ i}{۱ - \sin^۲ i}}$ ج) $ab\sqrt{\frac{۱ - \sin^۲ i}{n^۲ - \sin^۲ i}}$

د) $\frac{ab}{n^۲} \times \frac{n^۲ - \sin^۲ i}{۱ - \sin^۲ i}$ ه) $\frac{ab}{n}$ و) abn

۳۲) تعداد موهای سر یک جوان معمولی به کدام عدد نزدیک است؟

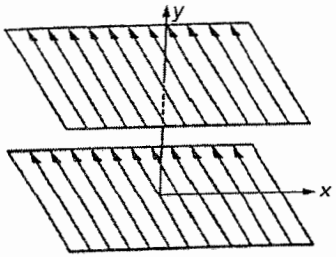
الف) $۱۰^۳$ ب) $۱۰^۶$ ج) $۱۰^۹$ د) $۱۰^{۱۲}$

۳۳) نقطهٔ S' تصویر S است. NN' محور اپتیکی یک آینه است. فاصلهٔ A و A'، $۵cm$، فاصلهٔ S' از محور اپتیکی $۱cm$، و فاصلهٔ S تا محور اپتیکی $۲cm$ است. فاصلهٔ کانون تا A' چند سانتی متر است؟

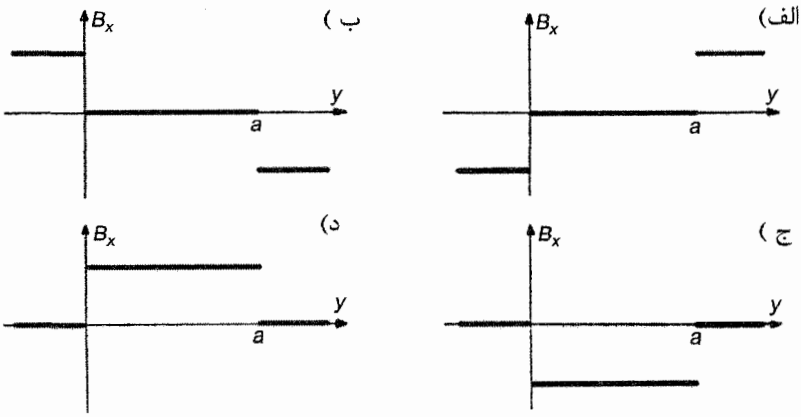


الف) $\frac{۵}{۳}$ ب) $\frac{۳}{۵}$ ج) $\frac{۲}{۵}$ د) $\frac{۵}{۲}$

۳۴) از دو صفحهٔ بسیار بزرگ رسانا جریان الکتریکی یکسان و ثابتی می‌گذرد. چگالی جریان در هر دو صفحه یک‌نواخت است، یعنی هر صفحه را می‌توان به صورت تعداد زیادی سیم راست بلند که در کنار هم قرار گرفته‌اند در نظر گرفت که از همهٔ آن‌ها جریان یکسانی می‌گذرد.



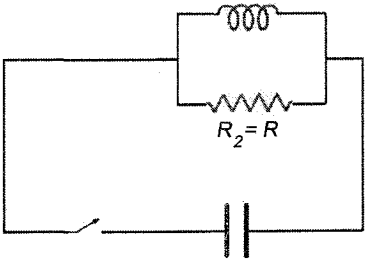
دو صفحه، با یکدیگر موازی هستند و فاصله‌شان a است. مؤلفهٔ میدان مغناطیسی در راستای x (B_x) بر حسب y شبیه کدام یک از شکل‌های زیر است؟

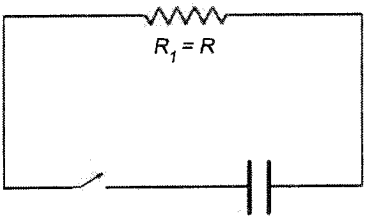


۳۵) یک آینهٔ تخت گرد به موازات دیوار است. نور تولید شده از یک چشمهٔ نقطه‌ای که روی دیوار است، روی آینه می‌افتد و یک لکهٔ نورانی روی دیوار ایجاد می‌کند. اگر آینه با سرعت v به سمت دیوار حرکت کند، کدام گزینه درست است؟

الف) سرعت مرکز لکه روی دیوار v است و مساحت لکه افزایش می‌یابد.
ب) سرعت مرکز لکه روی دیوار v است و مساحت لکه هم تغییر نمی‌کند.
ج) مرکز لکه روی دیوار ثابت است و مساحت لکه هم تغییر نمی‌کند.
د) مرکز لکه روی دیوار ثابت است و مساحت لکه افزایش می‌یابد.

۳۶) در دو مدار زیر خازن‌ها و مقاومت‌ها یکسان‌اند، بار اولیهٔ دو خازن برابر است، سیم‌لوله بدون مقاومت است، و پیش از بستن کلیدها، جریان گذرنده از هر مقاومت صفر است. کلیدها را می‌بندیم. بعد از گذشت زمان طولانی نسبت انرژی تلف شده در مقاومت R_1 به انرژی تلف شده در مقاومت R_2 چقدر است؟





الف) $\frac{1}{1+\frac{L^2}{R^2C^2}}$
ب) $\sqrt{1+\frac{L^2}{R^2C^2}}$
ج) $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{L^2}{R^2C^2}}}$
د) $1+\frac{L^2}{R^2C^2}$
ه) ۱

« بخش مسائل پاسخ کوتاه »

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به دقت بخوانید.
در این مسئله‌ها باید پاسخ را بر حسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی‌آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده؛ با دو رقم به دست آورید.
مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی بر حسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد $۲۶/۷\mu F$ را به دست آورده باشید. آن را گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به دست آید.
توجه: پاسخ نادرست در این بخش نمرهٔ منفی ندارد.

۱) مقداری از یک مایع در یک استوانهٔ مدرج است. در دمای T، سطح بالایی مایع کنار علامت ۱۰۰cm^3 است. دمای مجموعه را ۱۰۰°K زیاد می‌کنیم. سطح بالایی مایع در کنار علامت ۱۰۱cm^3 قرار می‌گیرد. ضریب انبساط طولی مادهٔ سازندهٔ استوانهٔ مدرج $۱۰^{-۵}\text{K}^{-۱}$ است. ضریب انبساط حجمی مایع $\beta \times ۱۰^{-۵}\text{K}^{-۱}$ است. β چقدر است؟

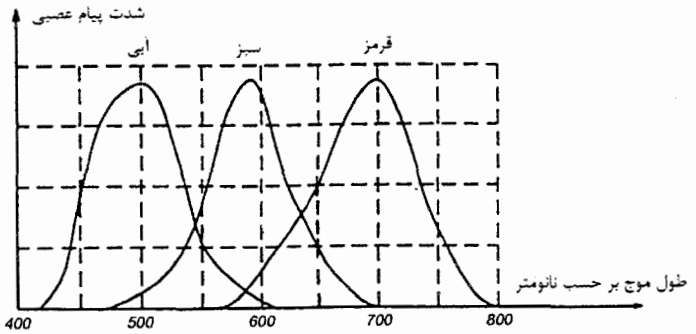
۲) یک هواپیما ساعت ۸ صبح به وقت محلی تورنتو عازم بلگراد، که در شرق آن واقع است، می‌شود. این هواپیما در همان روز، ساعت ۲۲ و ۳۵ دقیقه به وقت محلی بلگراد وارد آن شهر می‌شود. عرض جغرافیایی هر دو شهر ۴۵ درجهٔ شمالی است. هواپیما مسیر میان دو شهر را روی مداری که از این دو شهر می‌گذرد با سرعت متوسط ۹۰۰km/h نسبت به زمین می‌پیماید. طول جغرافیایی تورنتو ۷۵ درجهٔ غربی است. طول جغرافیایی شهر بلگراد چند درجهٔ شرقی است؟ شعاع کرهٔ زمین را ۶۴۰۰km بگیرید.

۳) جدول زیر حد چاقی مفرط برای چند قد مختلف را نشان می‌دهد.

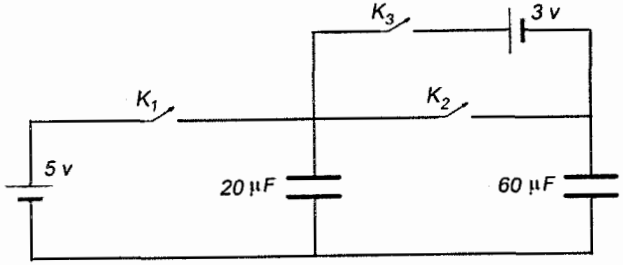
قد بر حسب cm	۱۶۰	۱۶۵	۱۹۰
حد چاقی مفرط بر حسب kg	۹۶	۱۰۴	۱۴۴

حد چاقی مفرط کسی که قدش ۱۷۸cm است، چند کیلوگرم از ۱۰۰ kg بیشتر است؟

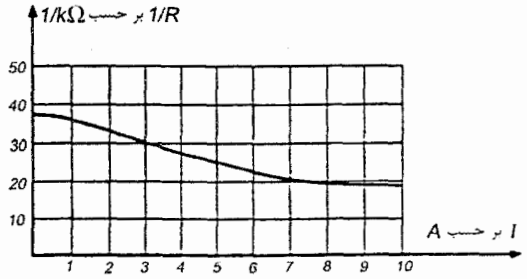
۴) رنگهای مختلف نور سفید را می‌توان با مشخصه‌ای به نام طول موج مشخص کرد. چشم انسان سه نوع سلول حساس به رنگ‌های قرمز، سبز، و آبی دارد. شکل زیر شدت پیام عصبی هر یک از سلول‌ها به مغز را بر حسب طول موج نشان می‌دهد. در صورتی که شدت پیام عصبی سلول قرمز دو برابر سلول سبز باشد، رنگی که می‌بینیم نوعی زرد مایل به نارنجی است. نوری با طول موج x به چشم می‌تابانیم و چشم همان رنگ زرد مایل به نارنجی را مشاهده می‌کند. x چند ده نانومتر است؟



۵) در مدار شکل، ابتدا هر دو خازن بی‌بار اند و همهٔ کلیدها قطع‌اند. کلید K_1 و K_2 را وصل می‌کنیم تا خازن‌ها پر شوند. پس از پر شدن خازن‌ها، K_1 و K_2 را قطع و سپس K_3 را وصل می‌کنیم. مقدار باری که پس از این در مدار جاری می‌شود چند میکروکولن است؟

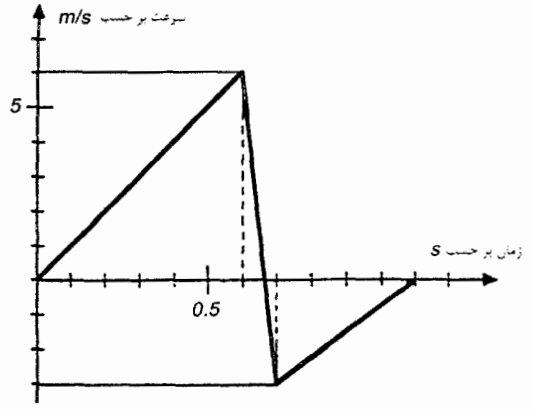


۶) مقاومت بیش‌تر رساناها بر اثر گرم شدن رسانا زیاد می‌شود. اگر دمای محیط ثابت باشد، دمای رسانا تابع جریان گذرنده از آن است. به این ترتیب، مقاومت رسانا تابع جریان گذرنده از آن است. عنصر گرم‌کنندهٔ یک اتو چنان است که توان مصرفی آن به ازای ولتاژ ۲۰۰V برابر ۱۰۰۰W است. مقاومت این عنصر گرم‌کننده را با R و جریان گذرنده از آن را با I نشان می‌دهیم. نمودار $\frac{1}{R}$ بر حسب I مطابق شکل است. اگر این اتو به ولتاژ ۱۰۰V وصل شود، توان گرمایی آن چند درصد مقدار ۱۰۰۰W می‌شود؟



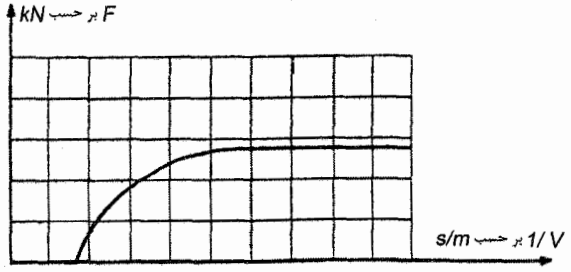
۷) در محاسبهٔ انرژی پتانسیل گرانشی یک تودهٔ همگن به شکل استوانه، می‌توان همهٔ جرم آن را در مرکز هندسی استوانه در نظر گرفت. در یک ظرف استوانه‌ای به سطح مقطع $۲۵۰\text{cm}^۲$ تا ارتفاع ۵۰cm آب ریخته‌ایم. یک استوانهٔ فلزی به سطح مقطع $۵۰\text{cm}^۲$ و ارتفاع ۱۰cm بالای آب قرار داد؛ طوری که سطح قاعدهٔ زیرین آن بر سطح آب مماس است. استوانه را در آب رها می‌کنیم. هنگامی که استوانهٔ به طور قائم به ته ظرف می‌نشیند، کاهش انرژی پتانسیل مجموعهٔ آب و استوانه چند ژول است؟ چگالی فلز را $۸۰۰۰\text{kg/m}^۳$ و چگالی آب را $۱۰۰۰\text{kg/m}^۳$، و g را $۱۰\text{m/s}^۲$ بگیرید.

۸) یک توپ کوچک نرم به جرم ۰٫۲kg از ارتفاع h رها می‌شود و پس از برخورد با یک سطح افقی، به طرف بالا بر می‌گردد. قسمتی از نمودار سرعت - زمان آن در شکل نشان داده شده است. نیروی متوسطی که هنگام برخورد با سطح افقی از طرف سطح به توپ وارد می‌شود، چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰\text{m/s}^۲)$



۹) خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. در $t = ۰$ چراغ سبز می‌شود و خودرو با شتاب ثابت $۱\mathrm{m/s^۲}$ راه می‌افتد. خودرو به مدت T با همین شتاب حرکت می‌کند، و پس از آن با سرعت ثابت به راه خودش ادامه می‌دهد. فاصلهٔ چهارراه بعدی تا این چراغ $۴۵۰\mathrm{m}$ است. چراغ چهارراه بعدی در $t = ۵۰\mathrm{s}$ سبز می‌شود. بیشینهٔ T برای این که وقتی خودرو به چهارراه بعدی می‌رسد چراغ سبز باشد چند ثانیه است؟

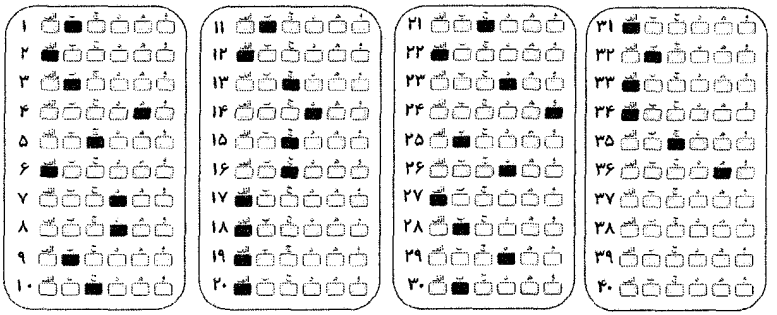
۱۰) یک نوار نقاله باری را جابه‌جا می‌کند. نیرویی که نوار به بار وارد می‌کند (در راستای خود نوار) F است. سرعت بار v است. نمودار F بر حسب $\frac{۱}{v}$ به شکل زیر است.



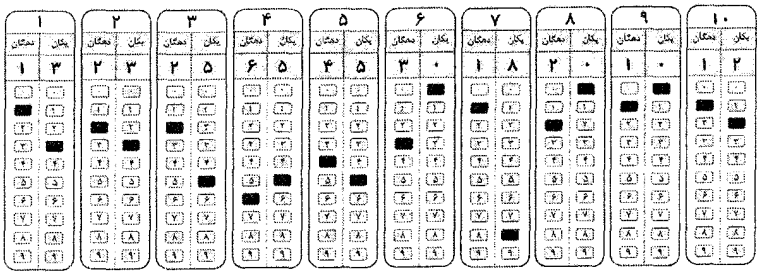
بیشینهٔ توانی که این نوار نقاله می‌تواند به بار تحویل دهد چند کیلووات است؟

پاسخنامه مرحله اول هفدهمین المپیاد فیزیک ایران

بخش اول : سؤالات چندگزینه ای



بخش دوم : مسائل پاسخ کوتاه

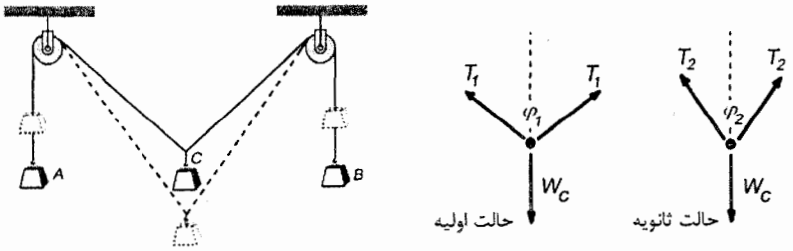


۲.۳ پاسخ تشریحی

« بخش مسائل چند گزینه‌ای »

۱) گزینهٔ «ب» صحیح است.

راه‌حل اول: هرگاه سیستم ساکن باشد، نیروی کشش نخ‌های متصل به وزنه‌های A و B به ترتیب برابر وزن وزنهٔ A و B خواهد بود. در حالت اولیه که سیستم دارای تعادل می‌باشد، برآیند نیروهای کشش نخ در نقطهٔ C با وزن وزنهٔ C برابر می‌باشد، در واقع یکدیگر را خنثی خواهند کرد. در این حالت زاویهٔ بین دو نخ در نقطهٔ C را مطابق شکل زیر برابر Φ_1 در نظر می‌گیریم. در حالت ثانویه که وزنهٔ C را به طرف پایین کشیده‌ایم، با توجه به هندسهٔ مسئله زاویهٔ بین دو نخ در نقطهٔ C کاهش می‌یابد، به شکل زیر توجه کنید. زاویهٔ بین دو نخ در نقطهٔ C در حالت ثانویه را با Φ_2 نشان می‌دهیم. $(\Phi_2 < \Phi_1)$.



توجه کنید که نیروی نخ‌ها در حالت ثانویه (T_2)، برابر نیروی نخ‌ها در حالت اولیه (T_1) نمی‌باشد، چون در حالت ثانویه سیستم از حالت تعادل خارج شده است و وزنه‌های A و B نیز تعادل نخواهند داشت. اما ما صرفاً برای تعیین جهت حرکت جسم C، مجاز خواهیم بود که وزنه‌های A و B را در حال تعادل فرض کنیم، آنگاه وضع تعادلی C را بررسی کنیم، بدین صورت که اگر برآیند نیروهای وارد بر C به سمت بالا بود نتیجه می‌گیریم که جسم C به سمت بالا حرکت خواهد کرد و اگر برآیند نیروهای وارد بر C به سمت پایین بود، نتیجه می‌گیریم که جسم C به سمت پایین حرکت می‌کند. با توجه به این توضیحات در ادامهٔ محاسبات فرض می‌کنیم که $T_1 = T_2 = T$ باشد.

تعادل جسم C در حالت اولیه : $W_c = 2T\cos\frac{\Phi_1}{2}$

حال برآیند نیروهای وارد بر جسم C در حالت ثانویه به سمت بالا را به دست می‌آوریم:

$$F = 2T\cos\frac{\Phi_2}{2} - W_c$$

$$= ۲T\cos\frac{\Phi_۲}{۲} - ۲T\cos\frac{\Phi_۱}{۲}$$

$$= ۲T(\cos\frac{\Phi_۲}{۲} - \cos\frac{\Phi_۱}{۲}) > ۰$$

با توجه به این‌که $\Phi_۲ < \Phi_۱$ می‌باشد می‌توان نتیجه گرفت که $\cos\frac{\Phi_۲}{۲} > \cos\frac{\Phi_۱}{۲}$ خواهد بود و بالتبع F مثبت بوده و جسم C به سمت بالا حرکت خواهد کرد.

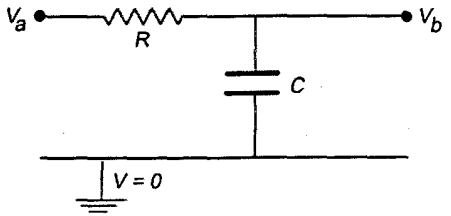
راه حل دوم: در حالت اولیه جسم در حال تعادل است، و می‌دانیم اگر تعادل آن پایدار نباشد، نمی‌تواند تعادل خود را حفظ نماید، در حالیکه به روشنی جسم در وضعیت ذکر شده در تعادل باقی می‌ماند، لذا تعادل آن پایدار می‌باشد. هنگامی که جسمی که در تعادل پایدار است، از حالت خارج شود، تمایل دارد به وضعیت اولیه خود باز گردد، در نتیجه وقتی وزنهٔ C را به طرف پایین می‌کشیم و آن را رها می‌کنیم، جسم به سمت وضعیت پایدار خود، یعنی به سمت بالا حرکت می‌نماید.

۲) گزینهٔ «الف» صحیح است.

همان‌گونه که از شکل صورت مسئله مشخص می‌باشد، ماده در دمای $۵°C$ دچار تغییر حالت می‌شود. چون در این دما، ماده بدون این‌که تغییر دما بدهد، حرارت دریافت کرده است، یعنی حرارت دریافتی در این دما سبب تغییر حالت ماده می‌شود. از طرف دیگر با توجه به رابطهٔ $Q = mL$، می‌توان گفت که مقدار گرمای دریافتی برای تغییر حالت ماده با جرم ماده متناسب می‌باشد، (توجه نمایید در رابطهٔ مذکور، Q مقدار گرمای لازم برای تغییر حالت ماده، m جرم ماده و L گرمای نهان ماده می‌باشد که صرفاً به نوع ماده وابسته است). با توجه به توضیحات فوق در حالت دوم، اولاً ماده در دمای $۵°C$ دچار تغییر حالت می‌شود، ثانیاً گرمای مورد نیاز برای تغییر حالت جرم $\frac{m}{۲}$ از یک ماده، نصف گرمای لازم برای تغییر حالت جرم m از همان ماده خواهد بود، یعنی در حالت دوم مدت زمان دریافت گرما توسط ماده برای تغییر حالت نصف حالت اول خواهد بود. این دو نکته فقط در گزینهٔ «الف» صحیح نشان داده شده است، لذا این گزینه صحیح می‌باشد.

۳) گزینهٔ «ب» صحیح است.

پتانسیل زمین را صفر فرض می‌کنیم، لذا اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر V_b می‌باشد. همچنین با توجه به این‌که $|V_a| >> |V_b|$ می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر V_a خواهد بود.



ولتاژ دو سر مقاومت : $V_a = RI = R\frac{dq}{dt}$. (۱)

ولتاژ دو سر خازن : $V_b = \frac{q}{C} \Rightarrow q = CV_b$ (۲)

مقدار q را از رابطهٔ «۲» در رابطهٔ «۱» جایگزین می‌کنیم، در نتیجه خواهیم داشت:

$V_a = R\frac{dq}{dt} = R\frac{d}{dt}(CV_b) = RC\frac{dV_b}{dt}$ می‌دانیم RC یک مقدار مشخص و مثبت می‌باشد، یعنی V_a برابر ضریب مثبتی از مشتق V_b خواهد بود، با توجه به این نکته گزینهٔ «ب» صحیح خواهد بود.

راه حل دیگر: دقت نمایید که گزینهٔ صحیح را می‌توان به کمک توجیه جریان در مدار هم به دست آورد. V_b برابر اختلاف پتانسیل دو سر خازن است. با توجه به این‌که $|V_a| >> |V_b|$ می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که جریان ثابتی از مقاومت و خازن می‌گذرد، یعنی در هر بازهٔ زمانی T بار خازن به صورت خطی افزایش یا کاهش می‌یابد، به وضوح مشخص است در بازه‌های زمانی که V_a مثبت است بار خازن به صورت خطی افزایش و در بازه‌های که V_a منفی است، بار خازن به صورت خطی کاهش می‌یابد. با توجه به رابطهٔ $V = \frac{q}{C}$ در خازن‌ها، ولتاژ خازن که برابر V_b می‌باشد نیز در بازه‌های زمانی T متناوباً، به صورت خطی افزایش و کاهش می‌یابد، یعنی گزینهٔ «ب» صحیح خواهد بود.

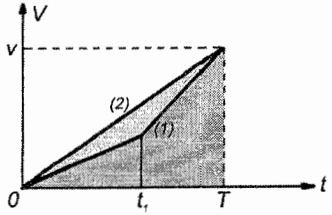
۴) گزینهٔ «هـ» صحیح است.

در این مسأله باید بررسی کنیم واحد کدام گزینه، معادل واحد آهنگ جریان آب است؟ به منظور سادگی تمامی واحدها را در سیستم SI قرار می‌دهیم. می‌دانیم واحد آهنگ جریان آب (m^3/s) می‌باشد، با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌کنیم که واحد گزینهٔ «هـ»، معادل m^3/s می‌باشد.

$$[\frac{\Delta P D^4}{\eta L}] = \frac{\frac{N}{m^2} \times m^4}{\frac{N.s}{m^2} \times m} = \frac{m^4}{s \times m} = \frac{m^3}{s}$$

۵) گزینهٔ «ج» صحیح است.

با توجه به این‌که $0 < a_1 < a < a_2$ می‌باشد، نمودار سرعت - زمان هر دو خودرو را در یک شکل ترسیم می‌نماییم. می‌دانیم هر دو خودرو در $t = 0$ از حالت سکون شروع به حرکت نموده و در $t = T$ نیز هر دو خودرو دارای سرعت‌های لحظه‌ای برابر می‌باشند.



می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت - زمان به صورت خط راست می‌باشد، که شیب این خط برابر شتاب متحرک می‌باشد. در نتیجه نمودار سرعت - زمان خودروی

«۲» یک خط راست با شیب a می‌باشد و نمودار سرعت - زمان خودروی «۱» دو خط راست به ترتیب با شیب‌های a_1 و a_2 خواهد بود. $(0 < a_1 < a < a_2)$.
می‌دانیم، سرعت متوسط یک متحرک در مدت زمان T، برابر سطح زیر نمودار سرعت - زمان آن متحرک تقسیم بر مدت زمان T خواهد بود. در این مسئله نیز هرگاه سطح زیر نمودار سرعت - زمان خودروی «۱» و «۲» را به ترتیب با S_1 و S_2 نشان دهیم، با توجه به شکل به وضوح $S_1 < S_2$ خواهد بود و می‌توان گفت:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{v}_1 = \dfrac{S_1}{T} \\ \overline{v}_2 = \dfrac{S_2}{T} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{v}_1 < \overline{v}_2$$

۶) گزینهٔ «الف» صحیح است.
در فرآیند مذکور گاز منبسط می‌شود، یعنی حجم آن همواره افزایش می‌یابد. حال برای این‌که دمای گاز در طی این فرآیند، همواره کاهش یابد، لازم است که مشتق دمای گاز نسبت به حجم آن یعنی $\frac{dT}{dV}$ همواره منفی باشد.

قانون گازهای کامل : $\frac{PV}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0} \Rightarrow T = \frac{T_0}{P_0V_0} \times PV$

$$\Rightarrow T = \frac{T_0}{P_0V_0} \times [P_0 - \alpha(V - V_0)]V$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_0}{V_0} \times V - \frac{\alpha T_0}{P_0V_0} \times V^2 + \frac{\alpha T_0}{P_0} \times V$$

مشتق گیری نسبت به V : $\frac{dT}{dV} = \frac{T_0}{V_0} - \frac{2\alpha T_0}{P_0V_0} \times V + \frac{\alpha T_0}{P_0} = \frac{T_0}{V_0} - \frac{T_0}{P_0}(\frac{2V}{V_0} - 1)\alpha$

$$\frac{dT}{dV} < 0 \Rightarrow \frac{T_0}{V_0} - \frac{T_0}{P_0}(\frac{2V}{V_0} - 1)\alpha < 0$$

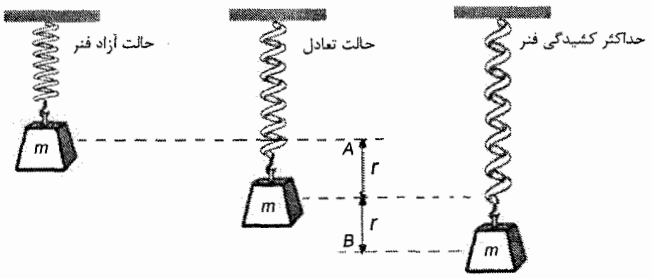
$$\Rightarrow \alpha \frac{T_0}{P_0V_0}(2V - V_0) > \frac{T_0}{V_0}$$

$$\Rightarrow \alpha > \frac{P_0}{2V - V_0}$$

می‌دانیم فرآیند مذکور منبسط شونده می‌باشد، یعنی $V \geq V_0$ است، لذا مقدار $\frac{P_0}{2V - V_0}$ زمانی حداکثر می‌شود که $V = V_0$ باشد.

$$\alpha > Max(\frac{P_0}{2V - V_0}) = \frac{P_0}{2V_0 - V_0} = \frac{P_0}{V_0}$$

۷) گزینهٔ «د» صحیح است.
می‌دانیم نوسان سیستم جرم و فنر حول وضعیت تعادل می‌باشد، لذا نوسان مطابق شکل زیر صورت می‌پذیرد.



همان‌گونه که در شکل فوق مشاهده می‌شود، هنگامی که جسم در نقطهٔ A قرار دارد، نیروی فنر صفر می‌باشد، لذا در این لحظه جسم صرفاً تحت وزن خود شتاب می‌گیرد، یعنی شتاب جسم دراین نقطه برابر $g-$ می‌باشد. در نتیجه می‌توان گفت جسم در نقطهٔ B متناظراً دارای شتاب g به سمت بالا خواهد بود.

راه حل دیگر: نتیجهٔ فوق را به کمک محاسبه نیز می‌توان به دست آورد. رابطهٔ مکان - زمان جسم به صورت $y = b + c\cos wt$ می‌باشد، در این رابطهٔ C دامنهٔ نوسان می‌باشد که ما آن با r نشان داده‌ایم.

قانون هوک : $mg = Kr \Rightarrow r = \dfrac{mg}{K}$

معادلهٔ مکان - زمان جسم : $y = b + r\cos\omega t = b + \dfrac{mg}{K}\cos\omega t$

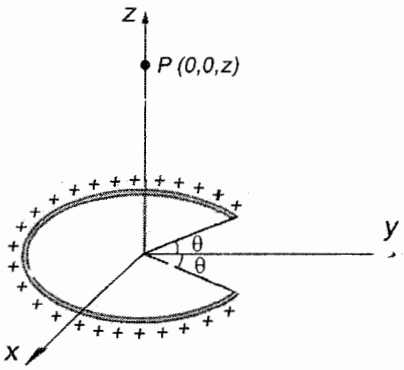
معادلهٔ شتاب - زمان جسم : $a = \dfrac{d^2y}{dt^2} = -\dfrac{mg\omega^2}{K}\cos\omega t$

می‌دانیم در نوسان سیستم جرم - فنر، فرکانس زاویه‌ای نوسان برابر $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$ می‌باشد، همچنین در پایین‌ترین نقطهٔ نوسان، فاز برابر $\omega t = \dfrac{3\pi}{2}$ می‌باشد، در نتیجه شتاب جسم در پایین‌ترین نقطهٔ نوسان برابر است با:

$$a = -\frac{mg(\sqrt{\frac{K}{m}})^2}{K}\cos\frac{3\pi}{2} = -g \times (-1) = g$$

۸) گزینهٔ «د» صحیح است.

با توجه به تقارن توزیع توزیع بار الکتریکی نسبت به محور y ها، در نقطهٔ $(0, 0, +z)Ex$ برابر صفر خواهد بود. همچنین چون نوع بار الکتریکی مثبت است لذا بار واحد مثبت مفروض در نقطهٔ P را دفع خواهند کرد، در نتیجه E_z مثبت می‌شود. در نهایت چون میزان بارهای مثبت در قسمتی از حلقه که در ناحیهٔ منفی محور y هاست. بیشتر می‌باشد، در نتیجه E_y به سمت مثبت محور y ها خواهد بود ($Ey > 0$).



۹) گزینهٔ «ب» صحیح است.

کمیت غلظت را با حرف X نمایش می‌دهیم. و دو فرآیند مطرح شده در صورت سؤال را بررسی می‌کنیم:

فرآیند اول: محلولی از A در B به حجم v و غلظت X داریم.

$$X = \frac{m}{v} \Rightarrow m = Xv$$

حال مقداری حلال C به حجم V به محلول اضافه کرده و آن را هم می‌زنیم، غلظت نهایی A در B را $X_۱$ می‌نامیم.

$$\text{کل جرم } A = B \text{ جرم حل شده در } + C \text{ جرم حل شده در } \Rightarrow m = m_۱ + m_۲ \qquad (۱)$$

مطابق صورت سؤال نسبت غلظت A در B به غلظت A در C مقدار ثابت α است.

$$\frac{\frac{m_۱}{v}}{\frac{m_۲}{V}} = \alpha \Rightarrow \frac{m_۱}{v} = \alpha \frac{m_۲}{V} \qquad (۲)$$

حال دو معادله دو مجهول «۱» و «۲» را حل کرده و مقادیر $m_۱$ و $m_۲$ به دست می‌آیند.

$$m_۲ = \frac{m}{(\frac{av}{V} + ۱)} \quad \text{و} \quad m_۱ = \frac{m}{(\frac{V}{av} + ۱)}$$

$$X_۱ = \frac{m_۱}{v} = \frac{m}{v(\frac{V}{av} + ۱)} : \text{غلظت نهایی } A \text{ در } B \qquad (*)$$

فرآیند دوم: محلولی از A در B به حجم v و غلظت X داریم. حال مقداری حلال C به حجم $\frac{V}{۲}$ به محلول اضافه کرده و آن را هم می‌زنیم.

$$\text{کل جرم } A = B \text{ جرم حل شده در } + C \text{ جرم حل شده در } \Rightarrow m = m_{۱۱} + m_{۱۲} \qquad (۳)$$

$$\frac{m_{۱۱}}{v} = \alpha \frac{m_{۱۲}}{\frac{V}{۲}} \qquad (۴)$$

$$(۴),(۳) \Rightarrow m_{۱۱} = \frac{m}{(\frac{V}{۲\alpha v} + ۱)}$$

حال دوباره مقداری حلال C به حجم $\frac{V}{۲}$ به محلول اضافه کرده و آن را هم می‌زنیم، غلظت نهایی A در B را $X_۲$ می‌نامیم.

جرم حل شده در C + جرم حل شده در B = کل جرم مانده از A

$$\Rightarrow m_{۱۱} = m_{۲۱} + m_{۲۲} \qquad (۵)$$

$$\frac{m_{۲۱}}{v} = \alpha \frac{m_{۲۲}}{\frac{V}{۲}} \qquad (۶)$$

$$(۶),(۵) \Rightarrow m_{۲۱} = \frac{m_{۱۱}}{(\frac{V}{۲\alpha v} + ۱)} \Rightarrow m_{۲۱} = \frac{m}{(\frac{V}{۲\alpha v} + ۱)^۲}$$

$$X_۲ = \frac{m_{۲۱}}{v} = \frac{m}{v(\frac{v}{۲\alpha v} + ۱)^۲} \qquad (**)$$: غلظت نهای A در B

حال به سادگی به کمک روابط (*) و (**) نسبت $\frac{X_۲}{X_۱}$ قابل محاسبه می‌باشد:

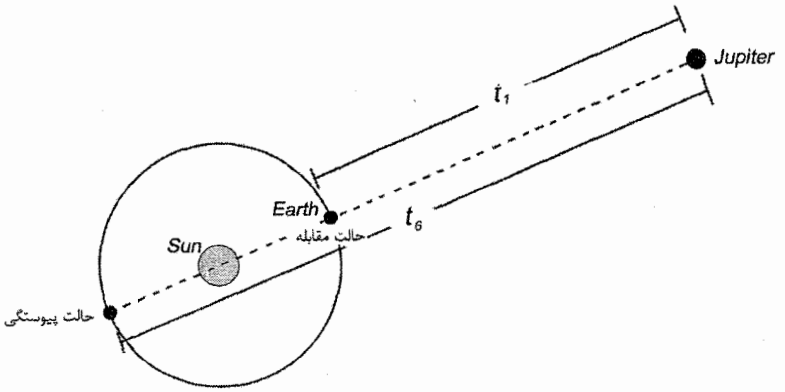
$$\frac{X_۲}{X_۱} = \frac{۱ + \frac{V}{\alpha v}}{(۱ + \frac{V}{۲\alpha v})^۲}$$

۱۰) گزینهٔ «ج» صحیح است.

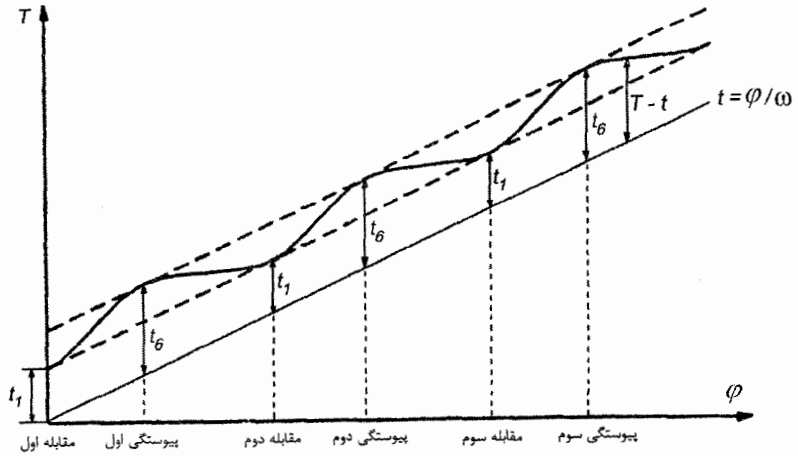
با توجه به این‌که سطح بدون اصطکاک می‌باشد، در نقطهٔ B صرفاً نیروی عکس‌العمل عمود سطح به میله وارد می‌شود و هیچ نیروی افقی در این نقطه به میله اعمال نمی‌شود. وزن میله هم که در راستای قائم می‌باشد. در نتیجه برای حفظ تعادل در راستای افقی ($\sum F_x = ۰$) لازم است که در نقطهٔ A هیچ نیروی افقی به میله اعمال نشود، در نقطهٔ A نیروی کشش طناب به میله وارد می‌شود، لذا می‌بایست طناب به صورت قائم قرار گیرد. که این مطلب در گزینهٔ «ج» به درستی نشان داده شده است.

۱۱) گزینهٔ «ب» صحیح است.

مطابق صورت مسأله نوری که در زمان t از قمر یو گسیل می‌شود، در زمان T به زمین می‌رسد. یعنی مدت زمانی که طول می‌کشد تا نور از این قمر به زمین برسد برابر $T - t$ خواهد بود. همچنین عنوان شده است که از فاصلهٔ یو تا برجیس در مقایسه با فاصلهٔ برجیس تا زمین و قطر مدار زمین به دور خورشید، صرف‌نظر شود، لذا زمان $T - t$ در واقع مدت زمانی است که نور فاصلهٔ بین برجیس تا زمین را طی می‌کند. وقتی زمین در نقطهٔ A قرار دارد، در اصطلاح می‌گویند، برجیس در موقعیت مقابله قرار دارد و وقتی زمین در نقطهٔ B قرار داشته باشد، در اصطلاح می‌گویند، برجیس در موقعیت پیوستگی قرار دارد.



با توجه به شکل فوق و توضیحات ارائه شده، توجهٔ خود را به نمودار ارائه شده در صورت سؤال معطوف می‌نماییم، به این نمودار خط $t = \frac{\phi}{\omega}$ را نیز اضافه می‌کنیم، همان‌گونه که ذکر شد t زمانی است که نور از قمر یو گسیل می‌شود و T زمانی است که نور به زمین می‌رسد. با توجه به این نکته مدت زمانی که طول می‌کشد تا نور از قمر یو به زمین برسد $(T - t)$، برابر طول خط‌های قائم فیمابین نمودار ارائه شده در صورت سؤال و خط $t = \frac{\phi}{\omega}$ خواهد بود.



با دقت در نمودار ارائه شده و شکل ترسیم شده در بالا، به راحتی درمی‌یابیم که t_1 مدت زمانی است که نور در حالت مقابله از برجیس به زمین می‌رسد و t_6 مدت زمانی است که نور در حالت پیوستگی از برجیس به زمین می‌رسد. در نتیجه $t_6 - t_1$ برابر مدت زمانی است که نور، قطر مدار زمین به دور خورشید را طی می‌کند، حال اگر به شکل صورت سؤال نگاه کنید، در می‌یابید که $t_6 - t_1 = t_2$ می‌باشد.

سرعت نور : $C = \frac{D}{t_6 - t_1} = \frac{D}{t_2}$

۱۲) گزینهٔ «الف» صحیح است.
وقتی در فشار ثابت یک مول آب را تبخیر می‌کنیم، حجم آن افزایش می‌یابد، یعنی کار انجام شده منفی می‌باشد. حال مطابق قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:
$\Delta U = Q + W = L + W < L$

۱۳) گزینهٔ «ج» صحیح است.
باجوشاندن مخلوط آب و الکل، این مخلوط تبخیر می‌گردد. همچنین می‌دانیم کسر جرمی الکل در بخار حاصل بیشتر از کسر جرمی الکل در مخلوط است، یعنی با گذشت زمان و تبخیر بیشتر مخلوط، کسر جرمی الکل در مخلوط مانده، کاهش می‌یابد. از طرف دیگرمی‌دانیم با کاهش کسر جرمی الکل در مخلوط، نقطهٔ جوش مخلوط زیاد می‌شود. در نتیجه با گذشت زمان نقطهٔ جوش مخلوط زیاد خواهد شد.

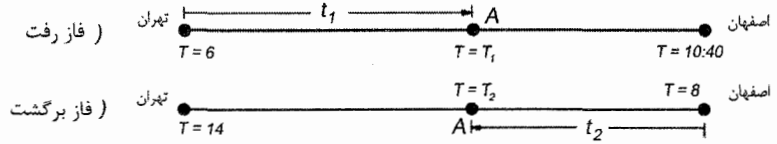
۱۴) گزینهٔ «د» صحیح است.
می‌دانیم اجسامی در حین سقوط آزاد، در حالت بی‌وزنی می‌باشند. به عبارت دیگر وزن هر ذره از جسم، به تمامی، سبب ایجاد شتاب سقوط (g) می‌شود، یعنی ذرات جسم هیچ نیرویی به یکدیگر اعمال نمی‌کنند. در نتیجه فشار در تمامی نقاط آب درون لیوانی که سقوط آزاد می‌کند، برابر صفرخواهد بود. همچنین می‌دانیم که عاملی که سبب خارج شدن آب از سوراخ‌ها می‌شود، فشارآب می‌باشد. حال که فشار آب صفر است، هیچ آبی از سوراخ‌ها خارج نخواهد شد.

۱۵) گزینهٔ «ج» صحیح است.
برای یافتن پاسخ صحیح به دو نکته توجه کنید:
اولاً با توجه به رابطهٔ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$، با افزایش فاصله از سیم، شدت میدان مغناطیسی (B) کاهش می‌یابد.
ثانیاً در ترسیم خطوط میدان، تراکم خطوط بیانگر شدت میدان می‌باشد. در نتیجه با دور شدن از سیم چون میدان (B) کاهش می‌یابد، فاصلهٔ خطوط میدان از یکدیگر افزایش خواهد یافت.

۱۶) گزینهٔ «ج» صحیح است.
وقتی الکترون از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت می‌رود، در واقع انرژی پتانسیلی که در آن ذخیره شده است. به انرژی جنبشی تبدیل می‌گردد. همچنین وقتی پروتون از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی می‌رود، در واقع انرژی پتانسیل ذخیره شده در آن به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. می‌دانیم اندازهٔ بار الکتریکی الکترون و پروتون مساوی می‌باشد، حال اگر اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را V در نظر بگیریم، در وضعیت اولیه انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در الکترون و پروتون باهم مساوی و برابر $V.e$ خواهد بود. در نتیجه در وضعیت نهایی نیز انرژی جنبشی هردو مساوی می‌باشد.

۱۷) گزینهٔ «الف» صحیح است.
مدت زمانی که طول می‌کشد که اتوموبیل در رفت از تهران به نقطهٔ A برسد را با t_1 و

مدت زمانی که طول می‌کشد که اتومبیل در برگشت از اصفهان به نقطهٔ A برسد را با $t_۲$ نشان می‌دهیم.



$$\begin{cases} T_۱ = t_۱ + ۶ \\ T_۲ = t_۲ + ۸ \end{cases} , \quad T_۱ = T_۲ \Rightarrow t_۱ + ۶ = t_۲ + ۸ \Rightarrow t_۱ - t_۲ = ۲$$

حال فرض کنید نقطهٔ A را به صورت پیوسته از تهران تا اصفهان جابه‌جا کنیم، در این‌صورت $t_۱$ به صورت پیوسته از مقدار صفر تا ۴۰′ : ۴ و مقدار $t_۲$ به صورت پیوسته از ۶ تا صفر تغییر می‌کند. در نتیجه مقدار $t_۱ - t_۲$ نیز به صورت پیوسته از $۶ - = ۶ -$ تا $۴+ : ۴۰′ = ۰ - ۴۰′ : ۴$ تغییر خواهد کرد، و این بدان معناست که حتماً نقطه‌ای از مسیر وجود دارد، طوری که $t_۱ - t_۲ = ۲$ باشد.

۱۸) گزینهٔ «الف» صحیح است.

$W = P.t$: انرژی تولید شده توسط نیروگاه طی یک سال

$$\Rightarrow W = (۲۰۰۰ \times ۱۰^۶) \times (۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰) = ۶/۳ \times ۱۰^{۱۶} j$$

$N = \frac{W}{۳ \times ۱۰^{-۱۱}} = ۲/۱ \times ۱۰^{۲۷}$: تعداد اتم‌های ^{۲۳۵}U لازم

$m =$ عدد جرمی $\times \frac{N}{\text{عدد آووگادرو}}$: جرم مورد نیاز از ^{۲۳۵}U

$$= ۲۳۵ \times \frac{۲/۱ \times ۱۰^{۲۷}}{۶/۰۲۲ \times ۱۰^{۲۳}} \simeq ۸۲ \times ۱۰^۴ gr$$

$$= ۸/۲ \times ۱۰^۲ kg$$

$M = \frac{m}{۰/۰۰۷} = ۱/۲ \times ۱۰^۵ kg$: جرم مورد نیاز اورانیوم طبیعی

۱۹) گزینهٔ «الف» صحیح است.

انرژی لازم برای روشنایی چراغ‌ها در یک روز:

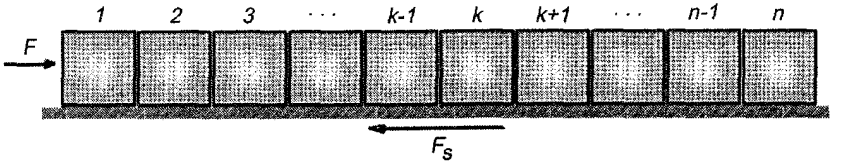
$$W = (۲ \times ۱۰^۶)(۱۰۰)(۶۰ \times ۶۰) = ۷/۲ \times ۱۰^{۱۱} j$$

افزایش مصرف روزانه:

$$Q = \frac{W}{\text{بازده} \times (۴ \times ۱۰^۷)} = \frac{۷/۲ \times ۱۰^{۱۱}}{(۰/۲)(۴ \times ۱۰^۷)} = ۹ \times ۱۰^۴ \text{ لیتر}$$

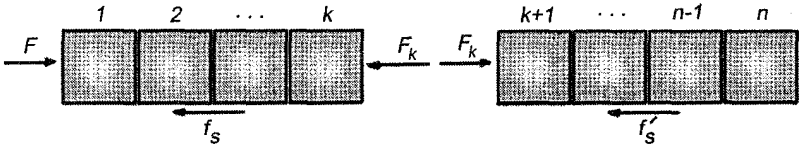
۲۰) گزینهٔ «الف» صحیح است.

فرض کنید مجموعه با شتاب ثابت a حرکت می‌کند.



قانون دوم نیوتن : $F - F_s = n \times m \times a$

$$\Rightarrow F - \sum_{i=1}^{n}(mg\mu_i) = nma \Rightarrow ma = \frac{1}{n}[F - mg\sum_{i=1}^{n}\mu_i] \qquad (1)$$



قانون دوم نیوتن : $F - F_k - f_s = k \times m \times a$

$$\Rightarrow F - F_k - \sum_{i=1}^{k}(mg\mu_i) = kma \Rightarrow F_k = F - mg\sum_{i=1}^{k}\mu_i - kma$$

$$(1) \quad \Rightarrow F_k = F - mg\sum_{i=1}^{k}\mu_i - \frac{k}{n}[F - mg\sum_{i=1}^{n}\mu_i]$$

$$= (F - \frac{k}{n}F) - mg[\sum_{i=1}^{k}\mu_i - \frac{k}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_i] = \frac{1}{n}[(n-k)F - mg(n\sum_{i=1}^{k}\mu_i - k\sum_{i=1}^{n}\mu_i)]$$

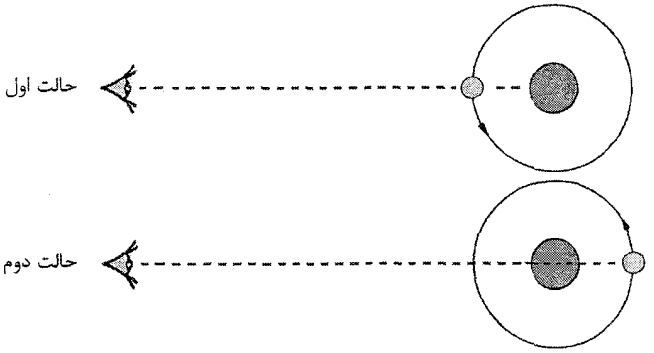
۲۱) گزینهٔ «ج» صحیح است.

وقتی یک مکعب مسی را درون مقداری آب، که از آن گرم‌تر است، می‌اندازیم، تبادل انرژی بین آن‌ها صورت می‌گیرد. بدین‌صورت که مقداری انرژی آب کاهش یافته، در عوض مقداری انرژی درونی مکعب مسی افزایش می‌یابد. این فرآیند تا آنجا ادامه پیدامی‌کند که مکعب مسی و آب همدما شوند. حال چون از تلفات انرژی صرف‌نظر کرده‌ایم، در نتیجه دقیقاً به همان میزان که انرژی درونی آب کاهش می‌یابد، انرژی درونی مکعب مسی افزایش می‌یابد. اما چون ظرفیت گرمایی ویژهٔ آب و مس متفاوت می‌باشد، در نتیجه کاهش دمای آب با افزایش دمای مکعب مسی یکسان نخواهد بود. به رابطهٔ $Q = mC\Delta T$ توجه کنید.

۲۲) گزینهٔ «الف» صحیح است.

به جز در دو حالت نشان داده شده در اشکال زیر، شدت نوری که از مجموعهٔ دو ستاره به زمین می‌رسد، مقداری ثابت خواهد بود. در حالت اول ستاره کوچکتر مانع رسیدن بخشی

از نور ستارهٔ بزرگتر به زمین می‌شود و در حالت دوم ستارهٔ بزرگتر مانع از رسیدن نور ستارهٔ کوچکتر به زمین می‌شود، لذا در هر دو حالت شدت نور رسیده به زمین کاهش خواهد یافت.

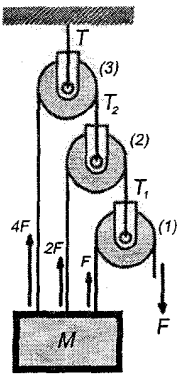


با توجه به این‌که ستارهٔ بزرگتر سردتر از ستارهٔ کوچکتر می‌باشد، همچنین در حالت اول ستارهٔ کوچکتر فقط مانع از رسیدن بخشی از نور ستارهٔ بزرگتر به زمین می‌شود، در نتیجه کاهش شدت نور در حالت اول کمتر از حالت دوم خواهد بود.

۲۳) گزینهٔ «د» صحیح است.

مقدار گرمایی که هر کدام از دو قالب یخ از آب درون ظرف می‌گیرند تا ذوب شوند، یکسان می‌باشد. اما توجه کنید که جرم آب در حالت دوم بیشتر از حالت اول است، چون قالب یخ اول ذوب شده و به صورت آب وجود دارد. همچنین در حالت اول، دمای نهایی قالب یخ ذوب شده به ۲۰ درجه رسیده است، در حالیکه در حالت دوم، دمای نهایی قالب یخ ذوب شده به مقداری کمتر از ۲۰ درجه می‌رسد، یعنی برای افزایش دمای قالب یخ ذوب شده، در حالت دوم مقدار کمتری گرما نیاز خواهد بود. حال با توجه به رابطهٔ $Q = mc\Delta T$، در حالت دوم دما کمتر از ۵ درجه کاهش خواهد یافت.

۲۴) گزینهٔ «و» صحیح است.



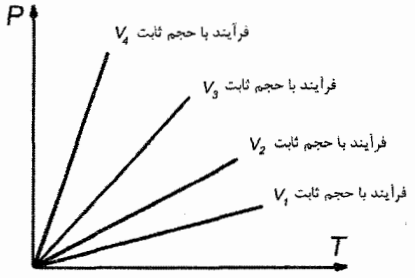
تعادل در قرقرهٔ «۱» : $T_1 = F + F = 2F$

تعادل در قرقرهٔ «۲» : $T_2 = T_1 + T_1 = 2F + 2F = 4F$

تعادل در قرقرهٔ «۳» : $T = T_2 + T_2 = 4F + 4F = 8F$

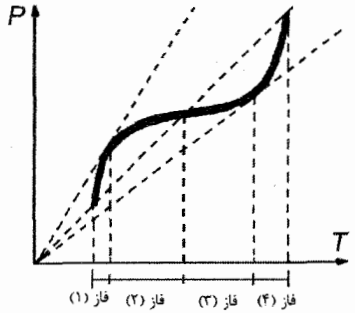
۲۵) گزینهٔ «ب» صحیح است.

در شکل زیر نمودار $P - T$، چند فرآیند با حجم ثابت را ترسیم کرده‌ایم.



$V_1 > V_2 > V_3 > V_4$

با توجه به شکل فوق می‌توانیم، فرآیند معرفی شده در مسأله حاضر را به ۴ فاز تقسیم کنیم؛ هرگاه کار انجام شده در حین هر کدام از این فازها را با W_i نشان دهیم، خواهیم داشت:



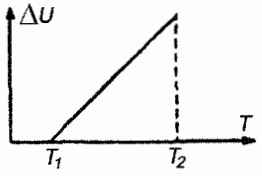
فاز «۱» : فرآیند منقبض شونده $\Leftarrow W_1 > 0$

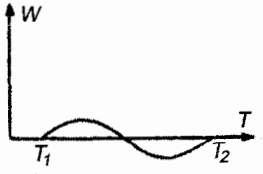
فاز «۲» : فرآیند منبسط شونده $\Leftarrow W_2 < 0$

فاز «۳» : فرآیند منبسط شونده $\Leftarrow W_3 < 0$

فاز «۴» : فرآیند منقبض شونده $\Leftarrow W_4 > 0$

می‌دانیم انرژی درونی گاز صرفاً به صورت خطی با دمای گاز متناسب است. در نتیجه ΔU نیز با ΔT متناسب است. در ادامه نمودارهای ΔU و W را در مقابل T برای فرآیند مورد بحث ترسیم می‌کنیم:





با توجه به نمودارهای فوق و قانون اول ترمودینامیک، به روشنی نمودار تغییرات Q بر حسب T به صورت گزینهٔ «ب» می‌باشد. به رابطهٔ زیر توجه نمایید:

قانون اول ترمودینامیک : $\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W$

۲۶) گزینهٔ «د» صحیح است.

قانون گرانش نیوتن : $F = G\frac{M_1 M_2}{R^2} \Rightarrow g = G\frac{M}{R^2}$

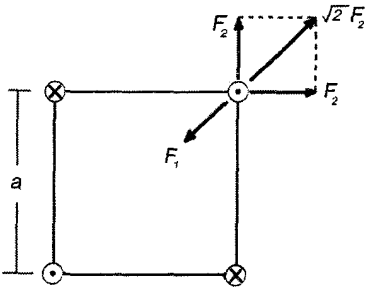
جرم سیاره : $M = \rho V = \rho(\frac{4}{3}\pi R^3) = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$

$$\Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi G\rho\frac{R^3}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho R$$

$$\rho_x = \rho_y \Rightarrow \frac{g_x}{g_y} = \frac{R_x}{R_y} = \frac{1}{2}$$

۲۷) گزینهٔ «الف» صحیح است.

مطابق رابطهٔ $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I_1 I_2}{r}$، جریان‌های هم‌جهت یکدیگر را جذب و جریان‌های مختلف‌الجهت یکدیگر را دفع می‌کنند.



$$\begin{cases} F_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I^2}{\sqrt{2}a} \\ F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I^2}{a} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2}F_2 - F_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (\frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I^2}{a})$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، برآیند نیروهای وارد به سیم مورد نظر، در جهت A می‌باشد.

۲۸) گزینهٔ «ب» صحیح است.

سرعت نسبی دو گلوله نسبت به هم : $v_{1/2} = v_1 - v_2 = 4\cos(\frac{t}{2})$

در زمان $t = 0$ مقدار $v_{1/2}$ ماکزیمم می‌شود، در نتیجه انرژی جنبشی سیستم حداکثر است. لذا هنگامی که این موقعیت را مبنای انرژی پتانسیل در نظر می‌گیریم، در سایر حالات انرژی پتانسیل مثبت می‌باشد. و حداکثر انرژی پتانسیل برابر ماکزیمم انرژی جنبشی سیستم به نسبت مرکز جرم می‌باشد. در مسأله حاضر مرکز جرم دو جسم همواره با سرعت ثابت $1m/s$ حرکت می‌کند، لذا برای محاسبهٔ U_{max} انرژی جنبشی حداکثر جسم نسبت به مرکز جرم آن را محاسبه می‌کنیم:

$$U_{max} = \frac{۱}{۲}m_A v_{A/G}^{۲} + \frac{۱}{۲}m_B v_{B/G}^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۲^{۲} + \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۲^{۲} = ۴j$$

۲۹) گزینهٔ «د» صحیح است.

چون هیچ هوایی در ظرف وجود ندارد و ظرف کاملاً دربسته است، در نتیجه فشار محیط هیچ تأثیری در فشار مایع نخواهد داشت. از طرف دیگر فشار مطلق در سطح مایع نمی‌تواند صفر باشد، چون در فشار صفر مایع تبخیر خواهد شد، در نتیجه فشار در سطح مایع مقداری مثبت می‌باشد و بالتبع فشار در کف ظرف حتماً از ρgh بیشتر خواهد بود.

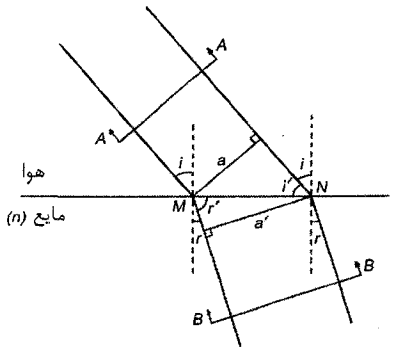
۳۰) گزینهٔ «ب» صحیح است.

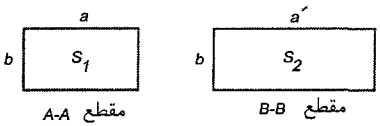
از آغاز سال ۱۴۰۲ تا پایان سال ۱۸۰۱، در مجموع ۴۰۰ سال خواهیم داشت. در اینجا محاسبه می‌کنیم، اگر هر سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیریم، در پایان سال ۱۸۰۱، چند روز را در نظر نگرفته‌ایم. در این مدت به تعداد این روزها سال کبیسه خواهیم داشت:

$$N = ۴۰۰ \times ۳۶۵^{day} + ۴۰۰ \times ۵^{hour} + ۴۰۰ \times ۴۸^{min} \quad : \text{تعداد واقعی روزها}$$
$$= ۴۰۰ \times ۳۶۵^{day} + ۲۰۰۰^{hour} + ۱۹۲۰۰^{min}$$
$$= ۴۰۰ \times ۳۶۵^{day} + ۲۳۲۰^{hour}$$
$$= ۴۰۰ \times ۳۶۵^{day} + ۹۶^{day} + ۱۶^{hour}$$
$$N - ۴۰۰ \times ۳۶۵^{day} = ۹۶^{day} + ۱۶^{hour} \quad : \text{تعداد روزهای در نظر گرفته شده}$$

چون لحظهٔ تحویل سال ۱۴۰۲، اندکی پس از نیمه‌شت است، لذا ۱۶ ساعت اضافی فوق هم یکسال کبیسه اضافه خواهد کرد. یعنی در نهایت ۹۷ = ۱ + ۹۶ سال کبیسه خواهیم داشت.

۳۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.





$$\begin{cases} i' = ۹۰^\circ - i \\ r' = ۹۰^\circ - r \end{cases} , \quad \begin{cases} \sin i' = \dfrac{a}{MN} \\ \sin r' = \dfrac{a'}{MN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin(۹۰ - i) = \cos i = \dfrac{a}{MN} \\ \sin(۹۰ - r) = \cos r = \dfrac{a'}{MN} \end{cases} \Rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{\cos r}{\cos i} = \frac{\sqrt{۱ - \sin^۲ r}}{\sqrt{۱ - \sin^۲ i}}$$

به کمک رابطهٔ اسنل - دکارت ($\sin r = \frac{۱}{n}\sin i$) می‌توان نوشت:

$$\frac{a'}{a} = \frac{\sqrt{۱ - \frac{۱}{n^۲}\sin^۲ i}}{\sqrt{۱ - \sin^۲ i}} = \frac{\sqrt{n^۲ - \sin^۲ i}}{n\sqrt{۱ - \sin^۲ i}} \Longrightarrow S_۲ = a'b = \frac{ab}{n}\sqrt{\frac{n^۲ - \sin^۲ i}{۱ - \sin^۲}}$$

۳۲) گزینهٔ «ب» صحیح است.

سر انسان را به صورت یک کره در نظر می‌گیریم و فرض کنیم بر روی $\frac{۱}{۲}$ از مساحت آن مو روئید باشد.

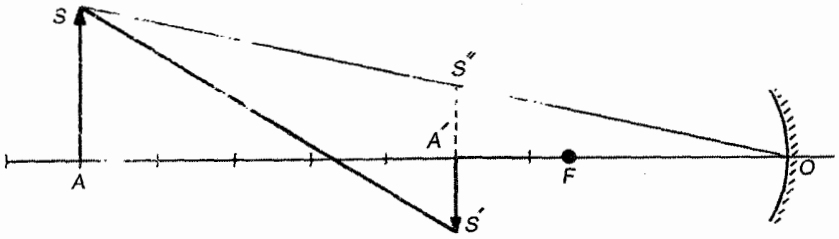
$$r = ۱۰۰mm \Rightarrow S = \frac{۱}{۲} \times ۴\,\pi r^۲ = ۲ \times ۳/۱۴ \times ۱۰۰^۲ \simeq ۶ \times ۱۰^۴ mm^۲$$

فرض می‌کنیم در هر میلی‌متر مربع از سر انسان، ۵ تار مو روئیده باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$N = ۶ \times ۱۰^۴ \times ۵ = ۳ \times ۱۰^۵$$

۳۳) گزینهٔ «الف» صحیح است.

می‌دانیم پرتوی که از مرکز آینه می‌گذرد، بر روی خودش منعکس می‌گردد، لذا هرگاه از S به S' خطی ترسیم کنیم، محور اصلی آینه را در مرکز انحنای آینه قطع می‌کند. همچنین پرتوی که به رأس آینه می‌تابد، با همان زاویه در طرف دیگر محور اصلی بازتاب می‌یابد، لذا هرگاه از S به قرینهٔ S' نسبت به محور اصلی آینه خطی ترسیم کنیم، محور اصلی آینه را در رأس آینه قطع خواهد کرد.



$$\Delta ASC \sim \Delta A'S'C \Rightarrow \frac{AC}{AA'} = \frac{SA}{SA + S'A'}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{۲}{۲+۱} \times ۵ = \frac{۱۰}{۳} cm \qquad (۱)$$

$$\Delta OA'S'' \sim \Delta OAS \Rightarrow \frac{OA}{AA'} = \frac{SA}{SA - S''A'}$$

$$\Rightarrow OA = \frac{۲}{۲-۱} \times ۵ = ۱۰cm \qquad (۲)$$

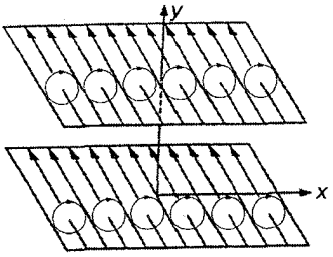
$$(۲) \ , \ (۱) \Rightarrow ۲f = OC = OA - AC = ۱۰ - \frac{۱۰}{۳} = \frac{۲۰}{۳}cm$$

$$\Rightarrow FA' = FC - A'C = f - (AA' - AC)$$

$$= \frac{۱}{۲} \times \frac{۲۰}{۳} - (۵ - \frac{۱۰}{۳}) = \frac{۱۰}{۳} - \frac{۵}{۳} = \frac{۵}{۳}cm$$

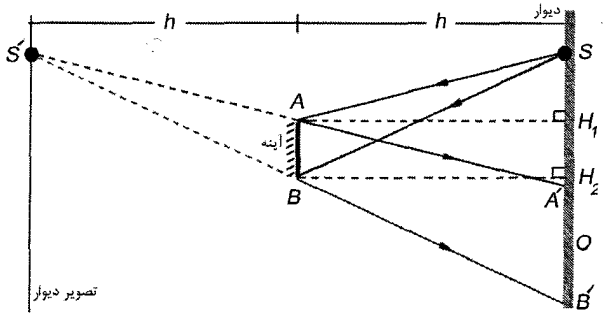
۳۴) گزینهٔ «الف» صحیح است.

هر کدام از خطوط جریان، میدان مغناطیسی مطابق شکل ایجاد می‌کنند.



در فضای بین دو صفحه $(o < y < a)$، میدان‌های مغناطیسی یکدیگر را خنثی می‌کنند. در ناحیهٔ $(y > a)$، میدان مغناطیسی در جهت محور x ها خواهد بود و در نتیجه B_x مثبت می‌باشد. در ناحیهٔ $(y < ۰)$، میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور x ها خواهد بود و در نتیجه B_x منفی می‌باشد.

۳۵) گزینهٔ «ج» صحیح است.



$$\Delta S'AB \sim \Delta S'A'B' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{h}{h+h} \Rightarrow A'B' = ۲AB$$

یعنی اندازهٔ تصویر همواره دو برابر اندازهٔ جسم می‌باشد، در نتیجه مساحت تصویر همواره چهار برابر اندازهٔ جسم است.

$\Delta SAA' \Rightarrow SA' = ۲SH_۱ =$ ثابت متساوی الساقین
$\Delta SBB' \Rightarrow SB' = ۲SH_۲ =$ ثابت متساوی الساقین

یعنی مکان نقطهٔ A' و B' بر روی دیوار ثابت می‌باشد در نتیجه مرکز لکه (O) که وسط $A'B'$ است نیز ثابت خواهد بود.

۳۶) گزینهٔ «ه» صحیح است.
انرژی ذخیره شده در هر خازنی از مدارها پس از وصل کردن کلید تماماً در مقاومت‌ها به صورت گرما در خواهد آمد. چون انرژی ذخیره شده در خودالقاء $\frac{۱}{۲}LI^۲$ است و پس از زمان طولانی در مدار جریانی وجود نخواهد داشت. بنابراین انرژی تلف شده در مقاومت‌ها برابر انرژی ذخیره شده در خازن‌ها خواهد بود که باهم برابر است. جالب است بدانیم که اگر $R_۲, R_۱$ باهم برابر نباشند باز هم انرژی تلف شده در آن‌ها بر اساس این استدلال باهم برابر خواهد بود. پس گزینهٔ «ه» درست است.

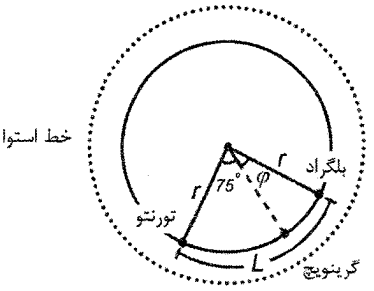
« بخش مسائل پاسخ کوتاه »

۱) اگر ظرفی با حجم $V_۰$ را به اندازهٔ ΔT گرم کنیم، و ضریب انبساط حرارتی طولی آن λ باشد حجم آن $V_۰ \times (۱ + ۳\lambda\Delta T)$ خواهد شد. حال حجم نهایی مایع را از دو روش بدست می‌آوریم:
۱) به کمک بررسی انبساط ظرف
۲) به کمک ضریب انبساط حجمی مایع

$$\left.\begin{array}{l} V = ۱۰۱ \times [۱ \times (۱ + ۳\lambda\Delta T)] \\ V = ۱۰۰ \times (۱ + \alpha\Delta T) \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۰۱ \times (۱ + ۳\lambda\Delta T) = ۱۰۰ \times (۱ + \alpha\Delta T)$$

$$\Rightarrow ۱۰۱ + ۳۰۳\lambda\Delta T = ۱۰۰ + ۱۰۰\alpha\Delta T \Rightarrow ۱۰۰\alpha\Delta T = ۱ + ۳۰۳\lambda\Delta T$$

$$\alpha = \frac{۱ + ۳۰۳\lambda\Delta T}{۱۰۰\Delta T} = \frac{۱ + ۳۰۳ \times ۱۰^{-۵} \times ۱۰۰}{۱۰۰ \times ۱۰۰} = ۱۳/۰۳ \times ۱۰^{-۵} K^{-۱}$$
$$\Rightarrow \beta = ۱۳$$



$$r = R\cos ۴۵^\circ = ۶۴۰۰ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۳۲۰۰\sqrt{۲}km$$

$$\text{فاصلهٔ بین دو شهر} : L = \frac{(۷۵ + \Phi)\,\pi}{۱۸۰} \times ۳۲۰۰\sqrt{۲} \qquad (۱)$$

$$\text{فاصلهٔ بین دو شهر} : L = V \times t = ۹۰۰t \qquad (۲)$$

می‌دانیم هر ۱۵° در طول جغرافیایی، معادل یک ساعت در زمان می‌باشد. بدین ترتیب زمان در گرینویچ $\frac{۷۵}{۱۵} = ۵$ ساعت، از زمان در تورنتو جلوتر است. همچنین به عنوان یک حدس اولیه فرض می‌کنیم، مقدار زاویهٔ Φ در محدوده‌ای باشد که زمان در بلگراد تنها یک ساعت از زمان گرینویچ جلوتر باشد. لذا می‌توان گفت زمان در بلگراد ۶ ساعت از زمان در تورنتو جلوتر است. یعنی ساعت $۳۵'$: ۲۲ به وقت محلی بلگراد معادل $۳۵'$: ۱۶ به وقت محلی تورنتو می‌باشد. یعنی هواپیما مدت زمان $t = ۱۶ : ۳۵' - ۸ = ۸ : ۳۵'$ در پرواز بوده است.

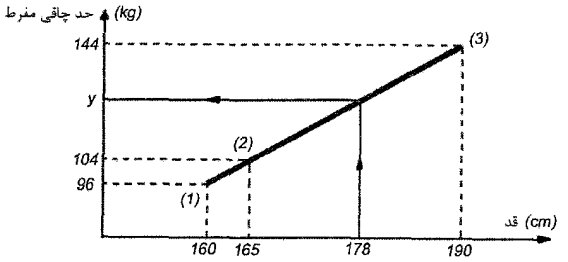
$$(۲) \Rightarrow L = ۹۰۰t = ۹۰۰ \times (۸ + \frac{۳۵}{۶۰}) = ۷۷۲۵km$$

$$(۱) \Rightarrow L = ۷۸/۹۸۴۶ \times (۷۵ + \Phi)$$

$$(۲),(۱) \Rightarrow ۷۵ + \Phi = \frac{۷۷۲۵}{۷۸/۹۸۴۶} = ۹۷/۸ \Rightarrow \Phi = ۲۳^\circ$$

توجه کنید که طول جغرافیایی بلگراد ۲۳ درجهٔ شرقی بدست آمد، یعنی فرض ما مبنی بر اینکه زمان در بلگراد، یک ساعت از زمان گرینویچ جلوتر است، صحیح می‌باشد.

۳) ابتدا بررسی می‌کنیم که سه نقطهٔ معرفی شده در صورت سؤال بر روی یک خط راست قرار دارند:



$$\frac{۱۴۴-۱۰۴}{۱۹۰-۱۶۵} \overset{?}{=} \frac{۱۰۴-۹۶}{۱۶۵-۱۶۰} \Rightarrow \frac{۴۰}{۲۵} \overset{?}{=} \frac{۸}{۵} \Rightarrow \frac{۸}{۵} = \frac{۸}{۵}$$

لذا به کمک همین خط راست، حد چاقی مفرط را برای شخص با قد ۱۷۸ سانتی‌متر به دست می‌آوریم:

$$\frac{y-۱۰۴}{۱۷۸-۱۶۵} = \frac{۱۰۴-۹۶}{۱۶۵-۱۶۰} \Rightarrow \frac{y-۱۰۴}{۱۳} = \frac{۸}{۵}$$

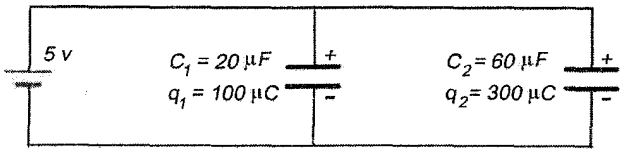
$$\Rightarrow y = ۱۳ \times \frac{۸}{۵} + ۱۰۴$$

$$\Rightarrow y = \frac{۱۰۴}{۵} + ۱۰۴ = ۱۲۴/۸kg$$

$$\Rightarrow y - ۱۰۰ = ۲۴/۸kg \simeq ۲۵kg$$

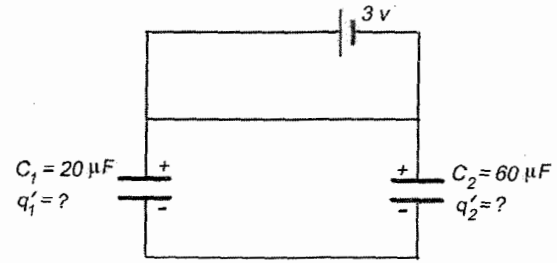
۴) مطابق شکل در طول موج ۶۵۰ نانومتر، شدت پیام عصبی سلول قرمز دقیقاً دو برابر سلول سبز است، لذا در این طول موج چشم رنگ زرد مایع به نارنجی را مشاهده می‌کند.

۵) هنگامی که کلیدهای $K_۱$ و $K_۲$ بسته و کلید $K_۳$ باز است، دو خازن موازی می‌باشند.



$$q_۱ = C_۱E = ۲۰ \times ۵ = ۱۰۰\mu C$$
$$q_۲ = C_۲E = ۶۰ \times ۵ = ۳۰۰\mu C$$

هنگامی که کلیدهای $K_۱$ و $K_۲$ قطع و کلید $K_۳$ وصل است، دو خازن سری خواهند بود، در این حالت با دو خازن سری که دارای بارهای اولیهٔ $q_۱ = ۱۰۰\mu C, q_۲ = ۳۰۰\mu C$ هستند، سر و کار خواهیم داشت.



در این حالت می‌دانیم: اولاً حاصل جمع ولتاژ دو خازن برابر ولتاژ پیل می‌باشد و ثانیاً، حاصل جمع بارهای نهایی دو خازن برابر حاصل جمع بارهای اولیه آن‌ها می‌باشد.

حاصل جمع ولتاژ دو خازن : $V_1' - V_2' = ۳ \Rightarrow \frac{q_1'}{۲۰} - \frac{q_2'}{۶۰} = ۳$ (۱)

اصل بقای بار : $q_1' + q_2' = q_1 + q_2 \Rightarrow q_1' + q_2' = ۴۰۰\mu C$ (۲)

$(۲), (۱) \Rightarrow q_1' = ۱۴۵\mu C \ , \ q_2' = ۲۵۵\mu C$

مقدار بار جابه‌جا شده : $q_1' - q_1 = q_2 - q_2' = ۴۵\mu C$

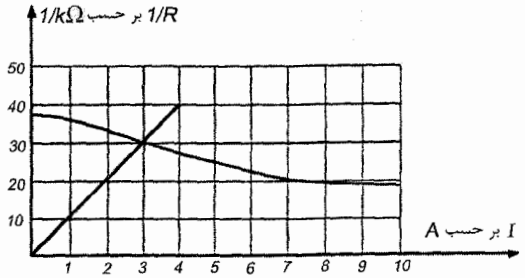
۶) هرگاه اتو را به ولتاژ ۱۰۰^V وصل کنیم، مطابق قانون اهم داریم:

$$V = RI \Rightarrow ۲۰۰ = RI \Rightarrow \frac{۱}{R} = \frac{I}{۱۰۰}$$

در رابطهٔ فوق R بر حسب اهم و I بر حسب آمپر می‌باشند، هرگاه R را بر حسب کیلواهم بیان کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{R} = ۱۰I$$

رابطهٔ فوق را در نمودار صورت سؤال ترسیم کرده، محل تلاقی آن با نمودار صورت سؤال مقاومت اتو را به ما می‌دهد.

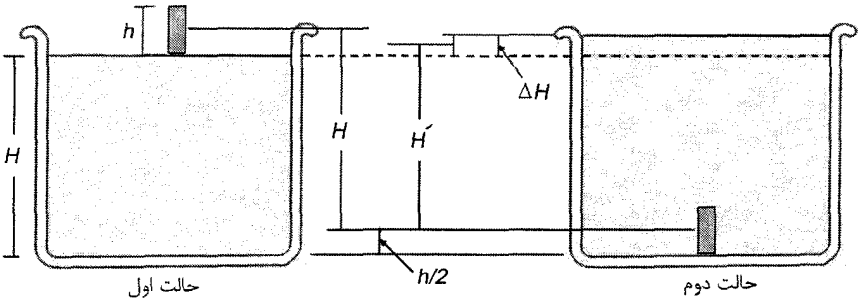


تلاقی دو نمودار $\Rightarrow \frac{۱}{R} = ۳۰\frac{۱}{k\Omega}, I = ۳A$

حال به راحتی توان گرمایی در ولتاژ ۱۰۰ ولت بدست می‌آید:

$$P = VI = ۱۰۰ \times ۳ = ۳۰۰ \text{ وات} \Rightarrow \frac{۳۰۰}{۱۰۰۰} = ۳۰\%$$

۷) هنگامی که استوانهٔ فلزی به کف ظرف می‌رود، مقداری سطح آب بالا می‌آید. در اثر این فرآیند به خاطر این‌که استوانهٔ فلزی به میزان H پایین می‌آید انرژی سیستم کاهش می‌یابد و چون هم حجم استوانهٔ فلزی، آب که در شکل اول با خط‌چین نشان داده شده است به میزان H' بالا می‌رود، انرژی سیستم افزایش می‌یابد. هرگاه سطح مقطع ظرف را با A و سطح مقطع استوانهٔ فلزی را با a نشان دهیم، خواهیم داشت:



$$a.h = A.\Delta H \Rightarrow \Delta H = \frac{ah}{A} = \frac{۵۰ \times ۱۰}{۲۵۰} = ۲cm$$

$$H' = H - \frac{h}{۲} + \frac{\Delta H}{۲} = ۵۰ - \frac{۱۰}{۲} + \frac{۲}{۲} = ۴۶cm$$

هرگاه چگالی آب را با ρ_w و چگالی فلز را با ρ_s نشان دهیم، می‌توان نوشت:

افزایش انرژی پتانسیل : $(\Delta U)_۱ = m_w g H' = \rho_w a h g H'$

کاهش انرژی پتانسیل : $(\Delta U)_۲ = -m_s g H = -\rho_s a h g H$

تغییر نهایی انرژی پتانسیل : $(\Delta U) = (\Delta U)_۱ + (\Delta U)_۲$

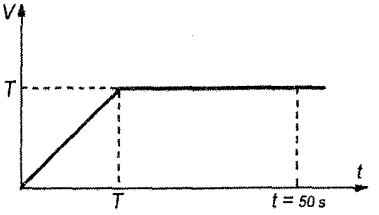
$$= -(\rho_s H - \rho_w H')ahg$$
$$= -(۸۰۰۰ \times ۰/۵ - ۱۰۰۰ \times ۰/۴۶) \times ۰/۰۰۵ \times ۰/۱ \times ۱۰$$
$$= -۱۷/۷j \simeq -۱۸j$$

۸) مطابق نمودار سرعت – زمان ارائه شده در صورت سؤال، برخورد در بازهٔ زمانی (۰/۶ ~ ۰/۷) ثانیه رخ داده است. لذا در این بازهٔ زمانی قانون ضربه – اندازهٔ حرکت را به کار می‌بندیم.

$$F.\Delta t = m.\Delta V$$
$$\Rightarrow F \times (۰/۷ - ۰/۶) = ۰/۲ \times (۶ - (-۳))$$
$$\Rightarrow F \times ۰/۱ = ۰/۲ \times ۹ \Rightarrow F = \frac{۱/۸}{۰/۱} = ۱۸N$$
$$F = N - mg \Rightarrow N = F + mg = ۱۸ + ۲ = ۲۰N$$

۹) نمودار سرعت – زمان متحرک به صورت مقابل می‌باشد. برای این‌که وقتی خودرو به

چهارراه بعدی می‌رسد، چراغ سبز باشد، مساحت هاشور خورده می‌بایست حداقل برابر ۴۵۰m باشد. که به ازای آن حداکثر مقدار T به دست آید.



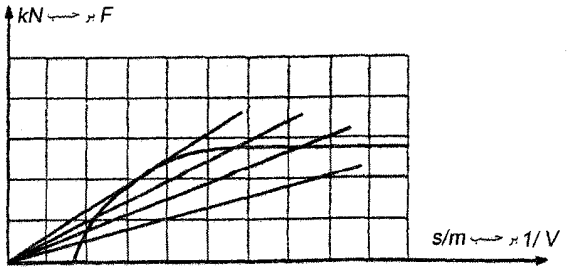
$$S = ۴۵۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}T^۲ + T(۵۰ - T) = ۴۵۰$$

$$\Rightarrow ۵۰T - \frac{۱}{۲}T^۲ = ۴۵۰ \Rightarrow T^۲ - ۱۰۰T + ۹۰۰ = ۰$$

$$\Rightarrow T = ۵۰ \pm \sqrt{۵۰^۲ - ۹۰۰} = ۵۰ \pm ۴۰ \Rightarrow T = ۱۰s$$

توجه کنید که جواب $T = ۹۰s$ به علت این‌که از ۵۰s بزرگتر می‌باشد، غیرقابل قبول است.

۱۰) می‌دانیم توان از رابطهٔ $P = FV$ به دست می‌آید، یعنی $F = \frac{P}{V}$ خواهد بود، در نتیجه نمودار $F - \frac{۱}{V}$ برای توان ثابت یک خط راست است که از مبدأ می‌گذرد. و هر چه شیب بیشتر باشد توان بالاتر است. در این نمودار می‌توان خطوط گذرنده از مبدأ با شیب‌های مختلف رسم کرد که خط با شیب ماکزیمم نمایندهٔ ماکزیمم توان است، البته لازم است که این خط با نمودار مسئله تلاقی داشته باشد، یعنی با توجه به شکل خطی که بر نمودار مسئله مماس باشد دارای بیشترین شیب و در نتیجه نشان دهندهٔ ماکزییم توان است به راحتی می‌توان دید که شیب این خط تقریباً $\frac{۴۸}{۴} = ۱۲kW$ است.



فصل ۴

مرحلهٔ اول هجدهمین المپیاد فیزیک ایران

۱.۴ سؤالات

« بخش سؤالات چند گزینه‌ای »

توجه: سؤال‌های ۱ تا ۳۹ چند گزینه‌ای هستند و به هر گزینه که درست علامت زده شود نمرهٔ مثبت و به گزینه‌ای که نادرست علامت زده شود، نمرهٔ منفی داده خواهد شد. هر سؤال فقط یک گزینهٔ درست دارد و انتخاب بیش از یک گزینه معادل با پاسخ نادرست است.

۱) دستگاه نشان داده شده در شکل پل‌تار است و برای اندازه‌گیری مقاومت مجهول، R_x به کار می‌رود. سر لغزندهٔ N را آن‌قدر روی سیم بدون روکش AB جابه‌جا می‌کنیم تا میکرو آمپرسنج دقیق جریان صفر را نشان دهد. در این حالت طول دو قطعه سیم AN و NB، یعنی L_1 و L_2، را اندازه می‌گیریم و مقاومت مجهول R_x را از رابطهٔ $R_x = \frac{L_1}{L_2} R$ حساب می‌کنیم.

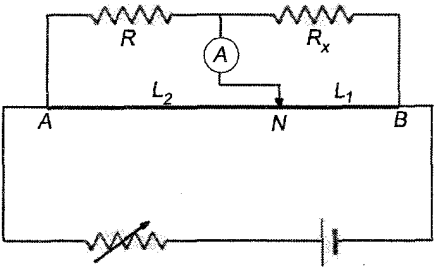
در یک مورد اندازه‌گیری R_x به وسیلهٔ پل‌تار، نتایج اندازه‌گیری‌های R، L_1 و L_2 در زیر آمده است:

خطا در اندازه‌گیری R حداکثر 1Ω بوده است، و $R = 100\Omega$.

خطا در اندازه‌گیری L_1 حداکثر 1cm بوده است، و $L_1 = 40\text{cm}$.

خطا در اندازه‌گیری L_2 حداکثر 1cm بوده است، و $L_2 = 20\text{cm}$.

حداکثر خطای ممکن در اندازه‌گیری R_x به کدام عدد نزدیک‌تر است؟



الف) ۱ Ω ب) ۲ Ω ج) ۲۰ Ω د) ۵۰ Ω

۲) پوستهٔ استوانه‌ای شکلی از ماده‌ای یکنواخت به شعاع داخلی a و شعاع بیرونی b در اختیار داریم. دمای سطح داخلی استوانه T_a و دمای سطح بیرونی استوانه T_b است ($T_a > T_b$، و دماها ثابت‌اند). دمای پوسته در شعاع $r = \frac{a+b}{2}$ را T_r می‌نامیم. در این صورت:

الف) $T_r > \frac{T_a+T_b}{2}$ ب) $T_r < \frac{T_a+T_b}{2}$ ج) $T_r = \frac{T_a+T_b}{2}$

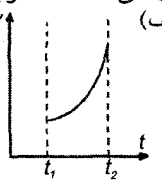
۳) در چند سال آینده کوچک‌ترین زاویهٔ قابل تشخیص با تلسکوپ به یک میلی‌ثانیه خواهد رسید. هر یک درجه ۳۶۰۰ ثانیه است. فرض کنید چنین تلسکوپی در اختیار داریم و می‌خواهیم میله‌ای را که در دویست هزار کیلومتری ما قرار دارد و بر خط دید عمود است ببینیم. حداقل طول میله حدوداً چه‌قدر باشد تا بتوانیم دو سر آن را از هم تشخیص دهیم؟

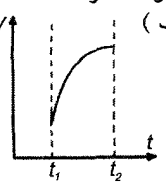
الف) ده کیلومتر ب) صد متر ج) یک متر د) ده میلی‌متر

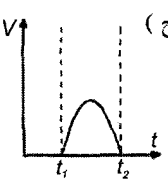
۴) متحرکی بدون توقف و بدون تغییر جهت روی محور x حرکت می‌کند. حاصل‌ضرب جرم متحرک در سرعت آن‌را تکانه می‌نامیم و آن را با P نشان می‌دهیم. مکان، تکانه، و انرژی جنبشی متحرک در لحظهٔ t_1 را به ترتیب x_1، P_1 و K_1 می‌نامیم. مکان، تکانه، و انرژی جنبشی متحرک در لحظهٔ t_2 را به ترتیب x_2، P_2، و K_2 می‌نامیم.

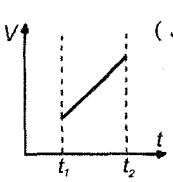
متوسط زمانی برآیند نیروهای وارد به متحرک در فاصلهٔ زمانی t_1 تا t_2 را به صورت $\frac{P_2-P_1}{t_2-t_1}$ تعریف می‌کنیم و آن را با $\overline{F_t}$ نشان می‌دهیم. متوسط مکانی برآیند نیروهای وارد به متحرک در فاصلهٔ مکانی x_1 تا x_2 را به صورت $\frac{K_2-K_1}{x_2-x_1}$ تعریف می‌کنیم و آن را با $\overline{F_x}$ نشان می‌دهیم.

نمودار سرعت – زمان برای چند متحرک رسم شده است. می‌دانیم که مساحت سطح زیر نمودار سرعت – زمان مساوی با جابه‌جایی متحرک است. در کدام مورد $\overline{F_t}$ در فاصلهٔ زمانی t_1 تا t_2 کوچکتر از $\overline{F_x}$ در فاصلهٔ مکانی x_1 تا x_2 است؟

الف)


ب)


ج)


د)


۵) در یک روز تابستان ساعت طلوع و غروب خورشید در تهران به ترتیب ۳۰ : ۶ و ۰۰ : ۲۰ است. در همین روز ساعت طلوع و غروب در ۴ شهر متفاوت به ترتیب زیر است:

- شهر ۱: ۱۵ : ۶ و ۵۵ : ۱۹
- شهر ۲: ۲۵ : ۶ و ۵۰ : ۱۹
- شهر ۳: ۲۵ : ۶ و ۱۰ : ۲۰
- شهر ۴: ۴۰ : ۶ و ۰۵ : ۲۰

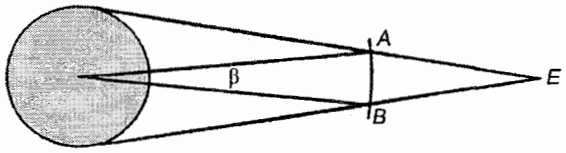
کدام یک از این شهرها ممکن است در جنوب و شرق تهران باشد؟

الف) شهر ۱ ب) شهر ۲ ج) شهر ۳ د) شهر ۴

۶) یک ظرف درباز آب در هوای آزاد است. ابتدا دمای آب و ظرف و هوا یکسان است. آب به تدریج تبخیر می‌شود. از تغییر دمای هوا چشم بپوشید. زمانی که آب دارد تبخیر می‌شود، دمای آب،

الف) از دمای هوا کمتر است. ب) با دمای هوا برابر است.
ج) از دمای هوا بیش‌تر است.

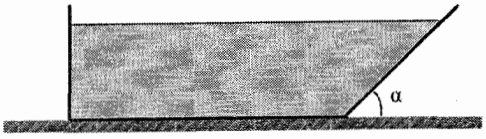
۷) اگر خطی که از زمین و سیارهٔ ناهید می‌گذرد، خورشید را قطع کند و ناهید بین زمین و خورشید باشد، ناهید روی خورشید لکه می‌اندازد. به این پدیده نادر گذر ناهید از روی خورشید می‌گویند. مدار زمین و ناهید دور خورشید را دایره‌هایی هم‌مرکز و هم‌صفحه بگیرید. از قطر زمین و ناهید در برابر قطر خورشید و شعاع‌های مدارها چشم بپوشید. وقتی زمین در نقطهٔ E است، برای اینکه ناهید روی خورشید لکه انداخته باشد باید ناهید در ناحیهٔ AB از مدارش باشد. قطر خورشید را D، شعاع مدار زمین را R_E، و شعاع مدار ناهید را R_V بگیرید. با توجه به این که D خیلی کوچک‌تر از R_E و R_V است، زاویهٔ β چند رادیان است؟



الف) $\frac{D}{R_E}$ ب) $\frac{D\,(R_E - R_V)}{R_E\,R_V}$ ج) $\frac{D}{R_V}$

د) $\frac{D\,R_E}{R_V\,(R_E + R_V)}$ هـ) $\frac{D}{R_E - R_V}$ و) $\frac{D\,(R_E - R_V)}{(R_E + R_V)^2}$

۸) یک ظرف آب مطابق شکل را در نظر بگیرید. این ظرف را در حالت سکون روی یک میز افقی بدون اصطکاک می‌گذاریم. فرض کنید α به گونه‌ای است که این ظرف کج نمی‌شود. کدام گزینه دربارهٔ حرکت این ظرف درست است؟



الف) ظرف حتماً به طرف راست حرکت می‌کند.
ب) ظرف حتماً به طرف چپ حرکت می‌کند.
ج) اگر α از حد معینی کم‌تر باشد، ظرف به طرف راست حرکت می کند. در غیر این صورت ظرف ساکن می‌ماند.
د) ظرف حرکت نمی‌کند.

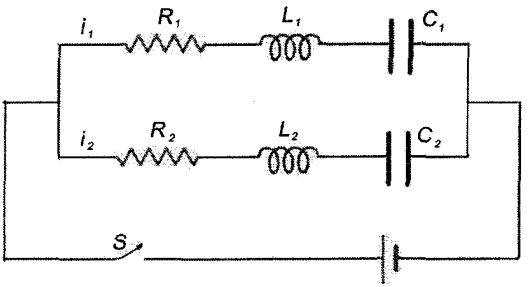
۹) صفحهٔ مداری زمین و مریخ به دور خورشید، بر هم منطبق است. مدار زمین و مریخ دایره‌ای است. زمین و مریخ در یک جهت دور خورشید می‌گردند و دورهٔ گردش مریخ بیش از دورهٔ گردش زمین است. فرض کنید در یک زمان، زمین روی خط واصل خورشید و مریخ، و میان آن‌ها است. پس از ۷۸۰ روز، برای اولین بار این وضعیت تکرار می‌شود. دورهٔ گردش مریخ چند روز است؟

الف) ۷۶۸ ب) ۶۸۶ ج) ۷۸۰ د) ۲۴۹ هـ) ۷۳۰ و) ۸۳۰

۱۰) اطلاعات مربوط به وضعیت زمین، مریخ، و خورشید در مسألهٔ قبل داده شده. زمین ۱ واحد نجومی و مریخ ۱/۵ واحد نجومی از خورشید فاصله دارند. ۱۹۵ روز پس از آنکه زمین (E) و مریخ (M) و خورشید (S) در یک امتداد بودند، زاویهٔ $M\hat{E}S$ چند درجه است؟

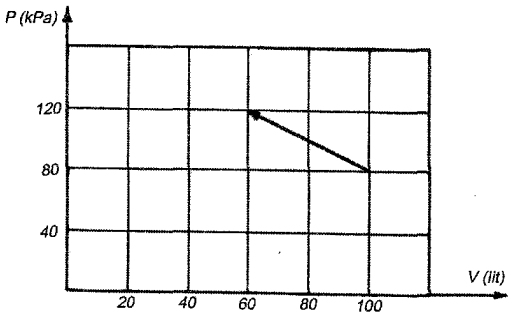
الف) ۹۰ ب) ۵۶
ج) ۳۴ د) اطلاعات کافی نیست.

۱۱) در مدار نشان داده شده در شکل، قبل از لحظهٔ $t = 0$ خازن‌ها خالی و جریان‌های i_1 و i_2 صفر هستند. کلید S را در لحظهٔ $t = 0$ می‌بندیم. بلافاصله پس از بستن کلید، $\frac{i_1}{i_2}$ برابر است با:



الف) $\frac{R_2}{R_1}$ ب) $\frac{C_2}{C_1}$ ج) $\frac{L_2}{L_1}$ د) $\frac{R_2 + \sqrt{L_2/C_2}}{R_1 + \sqrt{L_1/C_1}}$

۱۲) در نمودار زیر مسیر فرایندی که برای یک گاز کامل رخ داده، رسم شده است. در چه حجمی دمای گاز بیشینه شده است؟



الف) ۶۰ *lit* ب) ۷۰ *lit* ج) ۸۰ *lit* د) ۹۰ *lit* ه) ۱۰۰ *lit*

۱۳) جسمی از یک فنر عمودی آویزان است و حول نقطهٔ تعادلش نوسان می‌کند. هنگامی که جسم به بالاترین نقطهٔ حرکتش می‌رسد، تکه‌ای از آن بدون تأثیر گذاشتن بر بقیهٔ جسم، از آن جدا می‌شود. اندازهٔ شتاب کل جسم درست پیش از لحظهٔ جدا شدن را a_1 و اندازهٔ شتاب باقیماندهٔ جسم درست بعد از لحظهٔ جدا شدن را a_2 می‌نامیم. در این صورت:

الف) حتماً $a_1 > a_2$

ب) حتماً $a_1 < a_2$

ج) حتماً $a_1 = a_2$

د) حالت‌هایی است که $a_1 > a_2$، حالت‌هایی است که $a_1 < a_2$، و حالت‌هایی هست که $a_1 = a_2$

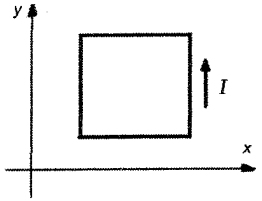
۱۴) در ته سطلی به مساحت مقطع A سوراخی به مساحت a است. آب با آهنگ حجمی ثابت c وارد سطل می‌شود. سرعت خروج آب از این سوراخ از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$ به‌دست می‌آید که در آن ΔP فشار کف ظرف منهای فشار هوای بیرون (P_0)، ρ چگالی آب، g شتاب گرانش است. بعد از مدتی ارتفاع آب در سطل ثابت می‌ماند. این ارتفاع ثابت چه‌قدر است؟

الف) $\frac{c^2}{2gA^2}$ ب) $\frac{c^2}{2ga^2}$ ج) $\frac{\frac{c^2\rho}{2} - P_0}{g\rho A^2}$ د) $\frac{\frac{c^2\rho}{2} - P_0}{g\rho a^2}$

۱۵) بازده یک نیروگاه تولید برق ۳۰ درصد است. اگر بازده خطوط انتقال ۶۰ درصد باشد بازدهٔ کل سیستم برق‌رسانی چند درصد است؟

الف) ۹۰ ب) ۳۵ ج) ۴۵ د) ۱۸

۱۶) مطابق شکل، از یک قاب مربع شکل در صفحهٔ xy جریان I می‌گذرد. طول ضلع مربع L است. قاب در یک میدان مغناطیسی است که فقط مؤلفهٔ z آن غیرصفر است. این مؤلفه برابر است با $B_0(1 + ax)$، که B_0 و a ثابت‌اند. مؤلفهٔ x نیروی مغناطیسی وارد بر این قاب را با F_x و مؤلفهٔ y این نیرو را با F_y نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

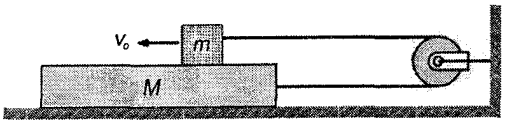


الف) $F_x = F_y = 0$ ب) $F_x = B_0 a L^2 I \quad , \quad F_y = 0$

ج) $F_x = 2B_0 LI \quad , \quad F_y = 0$ د) $F_x = 0 \quad , \quad F_y = 2B_0 LI$

ه) $F_x = 0 \quad , \quad F_y = B_0 a L^2 I$ و) $F_x = F_y = B_0 a L^2 I$

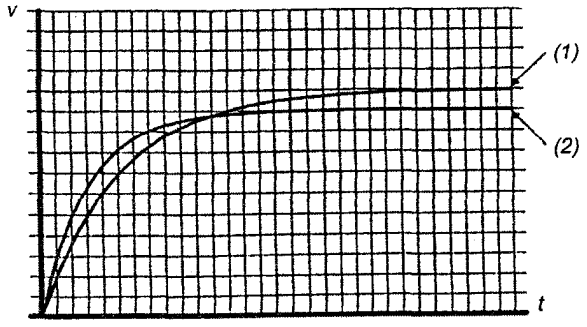
۱۷) مطابق شکل جسمی به جرم m را روی جسم دیگری به جرم M $(M > m)$ می‌کشیم. هنگامی که سرعت m برابر v_0 شد، آن را رها می‌کنیم. اندازهٔ شتاب m درست پس از رها شدن، چه‌قدر خواهد شد؟ ضریب اصطکاک بین جسم‌ها μ است.
(اصطکاک بین M و زمین، جرم نخ، جرم قرقره، و اصطکاک نخ و قرقره ناچیز است.)



الف) $\frac{2\mu mg}{M+m}$ ب) μg ج) ۰ د) $\frac{\mu mg}{M+m}$

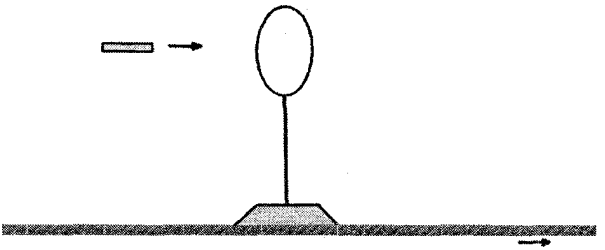
۱۸) به جسمی که با سرعت کوچک v درون مایعی حرکت می‌کند، نیروی مقاومی برابر با kv و در جهت عکس حرکت آن وارد می‌شود. ضریب k به اندازه و شکل جسم و نوع مایع بستگی دارد.

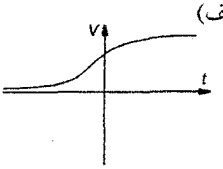
دو جسم ۱ و ۲ با جرم‌های m_1 و m_2 را درون مایعی می‌گذاریم و با نیروهای ثابت F_1 و F_2 می‌کشیم. (از نیروی وزن صرف نظر کنید.) ضریب k برای این دو جسم به ترتیب k_1 و k_2 است. این دو جسم از حالت سکون شروع به حرکت می کنند و نمودار سرعت - زمان آنها به شکل زیر است. اگر $\frac{m_2}{m_1} = 2$ باشد، $\frac{k_2}{k_1}$ چقدر است؟

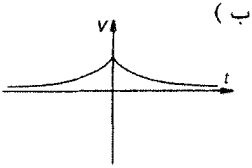


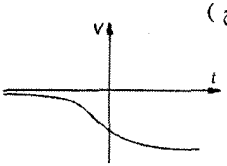
الف) ۱ ب) ۳ ج) ۵ د) ۷

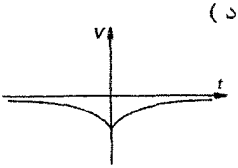
۱۹) حلقه رسانایی مطابق شکل روی پایه‌ای قرار دارد. این پایه روی ریل بدون اصطکاکی قرار دارد. آهن‌ربای کوچکی با سرعت ثابت از سمت چپ به راست حرکت می‌کند و از وسط حلقه عبور می‌کند. نمودار سرعت - زمان حلقه شبیه کدام یک از نمودارهای زیر است؟ جهت مثبت سرعت حلقه را از چپ به راست بگیرید.

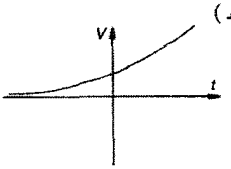


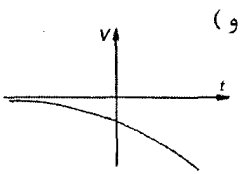
الف)


ب)


ج)


د)


ه)


و)


۲۰) یک مدل قدیمی برای منبع انرژی ستاره‌ها این بود که ستاره‌ها به‌تدریج منقبض می شوند و انرژی گرانشی آنها کم می‌شود. این انرژی کم شده، به شکل تابش منتشر می‌شود. انرژی گرانشی یک کرهٔ همگن به جرم M و شعاع R برابر است با $\frac{-۳GM^۲}{۵R}$، که $G = ۶/۷ \times ۱۰^{-۱۱}\mathrm{Nm^۲/kg^۲}$ ثابت گرانش است. فرض کنید قرار بود خورشید انرژیش را به این طریق تأمین کند، و فرض کنید شعاع خورشید در ابتدای پیدایش آن بسیار بزرگ بوده ($R \to \infty$)، و توان خورشید از ابتدای پیدایش آن تاکنون را ثابت بگیرید. فعلاً توان خورشید $۴ \times ۱۰^{۲۶}\mathrm{W}$ است. براساس این مدل، سن خورشید به کدام یک از این عددها نزدیک‌تر است؟

جرم خورشید $۲ \times ۱۰^{۳۰}\mathrm{kg}$، و شعاع فعلی خورشید $۷ \times ۱۰^{۵}\mathrm{km}$ است.

الف) $۱۰^{۹}\ \mathrm{s}$ ب) $۱۰^{۱۲}\ \mathrm{s}$ ج) $۱۰^{۱۵}\ \mathrm{s}$ د) $۱۰^{۱۸}\ \mathrm{s}$

۲۱) به مقداری گاز کامل در فشار ثابت P گرمای Q می‌دهیم. گرمای ویژهٔ مولی این گاز در فشار ثابت C_{MP}، گرمای ویژهٔ مولی این گاز در حجم ثابت C_{MV}، و ثابت عمومی گازها R است. تغییر حجم این گاز طی این فرآیند چه‌قدر است؟

الف) $\frac{RQ}{PC_{MP}}$ ب) $\frac{RQ}{PC_{MV}}$ ج) $\frac{Q}{P}$ د) $\frac{RQ}{P\,(R+C_{MP})}$

۲۲) یک قرص یکنواخت باردار شده را در نظر بگیرید که در صفحهٔ xy است. مرکز قرص مبداء مختصات، و بار قرص مثبت است. نقطه‌ای با مختصات (x, y, z) را در نظر بگیرید، که $z > 0$، $x > 0$ و $y = 0$ است. کدام گزینه دربارهٔ E_x (مؤلفهٔ x میدان الکتریکی حاصل از این قرص در این نقطه) درست است؟

الف) حتماً E_x منفی است.

ب) حتماً E_x صفر است.

ج) حتماً E_x مثبت است.

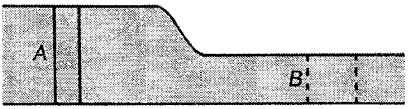
د) xهایی هست که E_x مثبت است، و x هایی هم هست که E_x منفی است.

۲۳) یک قرص به قطر D در فاصلهٔ L از یک عدسی هم‌گرا است. محور عدسی بر این قرص عمود است و از مرکز آن می‌گذرد. فاصلهٔ کانونی عدسی f است. D و f بسیار کوچک‌تر از L اند. نسبت $\alpha = \frac{D}{L}$ را اندازهٔ زاویه‌ای این قرص می‌نامیم. اندازهٔ تصویر این قرص در عدسی تقریباً چه‌قدر است؟

الف) $\frac{D^2\,\alpha}{f}$ ب) $D\,\alpha$ ج) $f\,\alpha$ د) $\frac{f^2\alpha}{D}$

۲۴) در لوله‌ای افقی مطابق شکل، آب از چپ به راست حرکت می‌کند. در جاهای دور از تنگ‌شدگی لوله، سرعت آب را یکنواخت و مستقل از زمان بگیرید. کدام گزینه دربارهٔ P_A و P_B (فشار آب در نقطه‌های A و B) درست است؟

(راهنمایی: خط‌های عمودی مرز بخشی از آب در یک زمان را نشان می‌دهند. خط‌چین‌های عمودی مرزهای همان بخش آب در یک زمان بعدتر را نشان می‌دهند.)



الف) حتماً $P_A > P_B$

ب) حتماً $P_A < P_B$

ج) اگر از اصطکاک لوله با آب چشم بپوشیم، $P_A = P_B$؛
در غیر این‌صورت $P_A > P_B$

د) حتماً $P_A = P_B$

۲۵) یک جسم روی محور x حرکت می‌کند. این جدول مکان این جسم (x) در چند زمان (t) را نشان می‌دهد.

x	۰	۲ m	۵ m
t	$t_0 = 0$	$t_1 = 1\ s$	$t_2 = 3\ s$

کدام گزینه درست است؟

الف) شتاب جسم در هر زمان بین t_0 و t_2 حتماً مثبت است.

ب) شتاب جسم در هر زمان بین t_0 و t_2، حتماً منفی است.

ج) شتاب جسم در هر زمان بین t_0 و t_1، حتماً از شتاب جسم در هر زمان بین t_1 و t_2 بیش‌تر است.

د) شتاب جسم در هر زمان بین t_0 و t_1، حتماً از شتاب جسم در هر زمان بین t_1 و t_2 کم‌تر است.

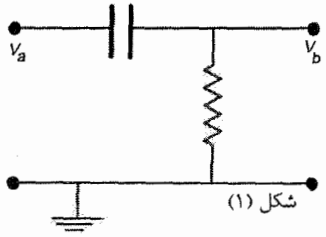
ه) بین t_0 و t_2، شتاب جسم اگر ثابت باشد مثبت است. اما ممکن است شتاب جسم ثابت نباشد.

و) بین t_0 و t_2، شتاب جسم اگر ثابت باشد منفی است. اما ممکن است شتاب جسم ثابت نباشد.

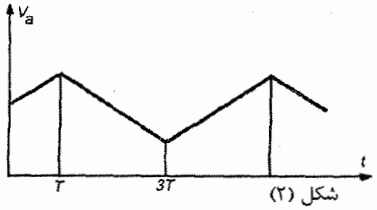
۲۶) دیده می‌شود با افزودن یک مادهٔ جامد در دمای $0^\circ C$ به مقداری یخ در همان دما، یخ ذوب می‌شود و دمای مجموعه کمتر می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) حل شدن آن مادهٔ جامد در آب، حتماً گرمازا است.
ب) حل شدن آن مادهٔ جامد در آب، حتماً گرماگیر است.
ج) حل شدن آن مادهٔ جامد در آب، در دمای $0^\circ C$ حتماً گرمازا است، اما ممکن است در دماهای دیگر گرماگیر باشد.
د) حل شدن آن مادهٔ جامد در آب، در دمای $0^\circ C$ حتماً گرماگیر است، اما ممکن است در دماهای دیگر گرمازا باشد.
ه) از این اطلاعات معلوم نمی‌شود که حل شدن آن مادهٔ جامد در آب گرماگیر یا گرمازا است. ممکن است که حل شدن آن مادهٔ جامد در آب گرمازا باشد، و یا حل شدن آن مادهٔ جامد در آب گرماگیر باشد.

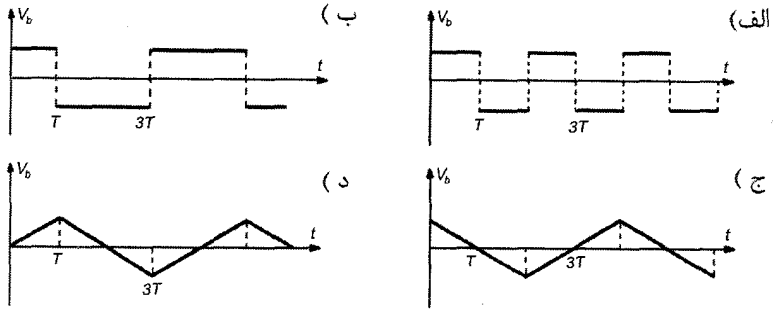
۲۷) مدار شکل ۱ را در نظر بگیرید. فرض کنید $|V_b| << |V_a|$، یعنی بتوان از V_b در برابر V_a چشم پوشید. اگر V_a بر حسب زمان مطابق شکل ۲ باشد، V_b بر حسب زمان کدام گزینه می‌تواند باشد؟



شکل (۱)



شکل (۲)



۲۸) سطح یک استخر کم عمق یخ بسته است. فرض کنید عمق آب و کلفتی یخ چنان کم است، که انتقال گرما عمدتاً از سطح بالایی یخ و کف استخر انجام می‌شود. کلفتی لایهٔ یخ δ، و کلفتی لایهٔ آب زیر یخ Δ است. دمای هوای بالای استخر $-\theta^\circ C$، و دمای کف استخر $4^\circ C$ است. رسانندگی گرمایی یخ و آب را به ترتیب k و K بگیرید. $\frac{\delta}{\Delta}$ چه‌قدر باشد تا δ و Δ ثابت بمانند؟

الف) $\frac{4K}{\theta k}$ ب) $\frac{\theta K}{4k}$ ج) $\frac{4k}{\theta K}$ د) $\frac{\theta k}{4K}$

۲۹) یک مکعب به جرم M روی یک سطح افقی است. یک جسم به جرم m روی این مکعب است. ضریب اصطکاک بین مکعب و سطح افقی μ_1، و ضریب اصطکاک بین دو جسم μ_2 است. مکعب و جسم ساکن‌اند. با اعمال یک نیروی افقی به جسم بالایی، این جسم شروع به حرکت می‌کند. کدام گزینه درست است؟

الف) مکعب در هیچ حالتی حرکت نمی‌کند.

ب) اگر $\mu_2 > \mu_1$ باشد، مکعب حتماً حرکت می‌کند.

ج) اگر $\mu_2 > \mu_1$ باشد، و m از حد معینی بیش‌تر باشد، مکعب حرکت می‌کند. اگر m از آن حد بیش‌تر نباشد، مکعب حرکت نمی‌کند.

د) اگر $\mu_2 > \mu_1$ باشد، و m از حد معینی کم‌تر باشد، مکعب حرکت می‌کند. اگر m از آن حد کم‌تر نباشد، مکعب حرکت نمی‌کند.

۳۰) در یک نیروگاه آبی، انرژی الکتریکی از سقوط آب تأمین می‌شود. فرض کنید آب به اندازهٔ ۱۰۰m سقوط می‌کند و ٪۵۰ انرژی آن به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود. توان الکتریکی تولید شده هم $5 \times 10^8 W$ است. حجم آب سقوط کرده بر واحد زمان چقدر است؟

الف) $1^3\ m^3/s$ ب) $10^3 m^3/s$ ج) $10^6 m^3/s$ د) $10^9 m^3/s$

۳۱) یک باریکهٔ نور که از محیط ۱ وارد محیط ۲ می‌شود، می‌شکند. پرتوی تابیده، پرتوی شکست، و خط عمود بر مرز مشترک دو محیط در محل برخورد، روی یک صفحه قرار دارند. اگر زاویهٔ تابش، α، و زاویهٔ شکست، β، خیلی کوچک باشد، $n = \frac{\alpha}{\beta}$. در این‌جا n ضریب شکست محیط ۲ نسبت به محیط ۱ است. ضریب شکست محیط ۱ نسبت به محیط ۲ هم $\frac{1}{n}$ است.

یک باریکهٔ نور از هوا به یک تیغهٔ شیشه‌ای (با سطوح موازی) می‌خورد، و از طرف دیگر

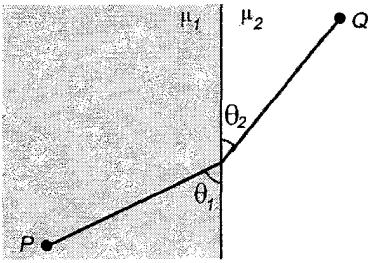
تیغه بیرون می‌رود. کلفتی تیغه δ، و ضریب شکست شیشه نسبت به هوا n است. زاویه باریکه در هوا با عمود بر تیغه α است، که α بسیار کوچک است. باریکه‌ای که از تیغه بیرون می‌رود، با باریکهٔ اول موازی است اما نسبت به آن جابه‌جا شده است، یعنی فاصلهٔ خط‌های متناظر با این باریکه‌ها از هم D است. D چه‌قدر است؟

الف) $\frac{(n-1)\,\alpha\,\delta}{n}$ ب) $(n-1)\,\alpha\,\delta$ ج) $(n-1)^2\,\alpha\,\delta$ د) $\sqrt{\frac{n-1}{n}}\,\alpha\,\delta$

۳۲) فرض کنید سرعت حرکت قطارهای مترو، جز در زمان شتاب گرفتن، به طور معمول 10m/s است. در صورت نیاز به جبران تأخیر، قطار می‌تواند با سرعت حداکثر 12m/s حرکت کند. شتاب سرعت گرفتن و ترمز کردن قطار همواره 1m/s^2 است. فاصلهٔ همهٔ ایستگاه‌ها با هم برابر است و در شرایط عادی خروج از ایستگاه اول تا ورود به ایستگاه دوم ۱۰۰ ثانیه طول می‌کشد. اگر قطار در یک ایستگاه ۳۰ ثانیه بیشتر توقف کند، حداقل چند ایستگاه بعد می‌تواند به برنامهٔ زمان‌بندی شده باز گردد؟

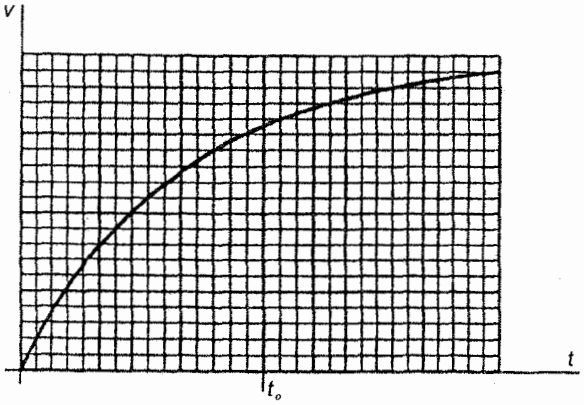
الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴

۳۳) در یک سطح افقی دو ناحیه با مرز مستقیمی از هم جدا شده‌اند. می‌خواهیم جسمی را روی این سطح با سرعت ناچیز از نقطهٔ P در ناحیهٔ اول به نقطهٔ Q در ناحیهٔ دوم بکشیم. ضریب اصطکاک دو ناحیه به ترتیب μ_1 و μ_2 است. مسیری را پیدا کنید که کمترین انرژی صرف شود. در این حالت چه رابطه‌ای بین θ_1 و θ_2 برقرار است؟



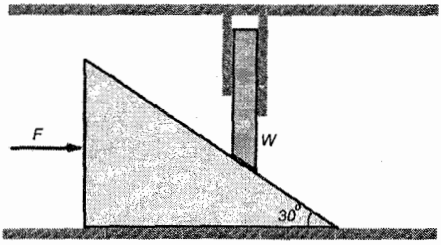
الف) $\mu_1 \cos\theta_1 = \mu_2 \cos\theta_2$ ب) $\mu_1 \sin\theta_2 = \mu_2 \sin\theta_1$
ج) $\mu_1 \sin\theta_1 = \mu_2 \sin\theta_2$ د) $\mu_1 \cos\theta_2 = \mu_2 \cos\theta_1$

۳۴) یک توپ فلزی به جرم $0/4\text{kg}$ در جو سقوط می‌کند. منحنی سرعت آن بر حسب زمان به صورت شکل است. در $t = t_0$ نیروی اصطکاک هوا وارد بر توپ چه‌قدر است؟



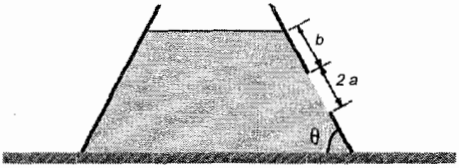
الف) ۱N ب) ۲N ج) ۳N د) ۴N

۳۵) مطابق شکل وزنه‌ای به وزن W داخل غلافی قرار دارد و امکان جابه‌جایی افقی ندارد. انتهای این وزنه روی سطح شیب‌داری قرار دارد. زاویهٔ این سطح شیب‌دار ۳۰ درجه است. اصطکاک سطح شیب‌دار با سطح زیرینش و نیز اصطکاک وزنه با غلاف و سطح شیب‌دار قابل چشم‌پوشی است. نیروی F به صورت افقی به سطح شیب‌دار وارد می‌شود. $\frac{F}{W}$ چه‌قدر باشد تا سطح شیب‌دار ثابت بماند؟



الف) ۲ ب) $\sqrt{۳}$ ج) ۱ د) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ه) $\frac{۱}{۲}$

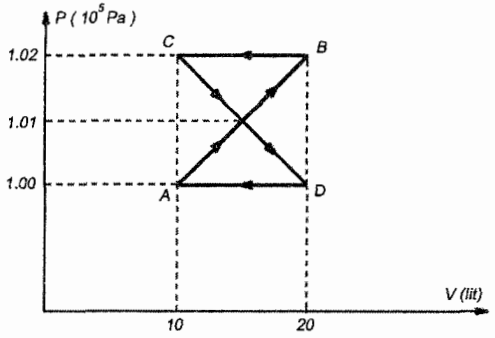
۳۶) روی دیوارهٔ ظرفی مطابق شکل سوراخی دایره‌ای شکل به شعاع a ایجاد می‌کنیم. این دیواره تخت و عمود بر صفحهٔ کاغذ است. ظرف را از آب پر می‌کنیم. برای آنکه آب از سوراخ بیرون نریزد جسمی را روی آن قرار می‌دهیم. آب چه نیرویی به جسم وارد می‌کند؟ شتاب گرانش را g، چگالی آب را ρ، و فشار هوا را $P_\circ$ بگیرید.



الف) $\pi a^۲ [P_\circ + \rho g (a+b) \sin\theta]$ ب) $\pi a^۲ [P_\circ + \rho g (a+b) \sin\theta\cos\theta]$

ج) $\pi a^۲ [P_\circ + \rho g b \sin\theta]$ د) $\pi a^۲ [P_\circ + \rho g a \sin\theta\cos\theta]$

۳۷) گاز کاملی فرآیندی به شکل زیر و در مسیر $A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow A$ طی می‌کند. کل گرمایی که در این فرآیند به این گاز داده می‌شود چه‌قدر است؟



الف) ۲۰J− ب) ۱۰J− ج) صفر د) ۱۰J ه) ۲۰J

۳۸) تعداد کل خودروهای ایران حدوداً ۴ میلیون است. تنظیم موتورها و تبدیل خودروها به خودروهای جدیدتر باعث صرفه‌جویی حدوداً ۵ لیتر بنزین در هر ۱۰۰ کیلومتر می‌شود. فرض کنید هر خودرو به طور متوسط هر ماه ۱۵۰۰ کیلومتر حرکت کند. بعضی از تحلیل‌گران معتقداند که قیمت واقعی بنزین ۲۳۰ تومان است و تفاوت آن با قیمت فروش (۸۰ تومان) به صورت یارانه توسط دولت پرداخت می‌شود. تنظیم موتورها و تبدیل خودروها باعث چه مقدار صرفه‌جویی سالانه برای دولت می‌شود؟

الف) ۵ میلیارد تومان ب) ۵۰ میلیارد تومان
ج) ۵۰۰ میلیارد تومان د) ۵۰۰۰ میلیارد تومان

۳۹) حجم هوایی که یک انسان در طول عمر خود تنفس می‌کند، به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

الف) 10^3 لیتر ب) 10^6 لیتر ج) 10^9 لیتر د) 10^{12} لیتر

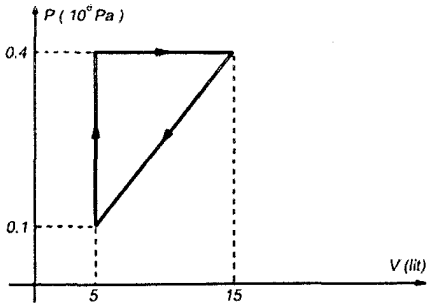
«بخش مسائل پاسخ کوتاه»

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه، توضیح زیر را به دقت بخوانید:
در مسئله‌های شمارهٔ ۱ تا ۶ باید پاسخ را بر حسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی‌متر، متر، کیلوگرم، میکروفاراد، و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید.
مثال: فرض کنید بار الکتریکی خازنی بر حسب میکروکولن خواسته باشند و شما عدد ۲۶/۷ میکروکولن را به‌دست آورید. آن را گرد کرده و عدد ۲۷ میکروکولن بگیرید.
توجه: پاسخ نادرست در این بخش نمرهٔ منفی ندارد.

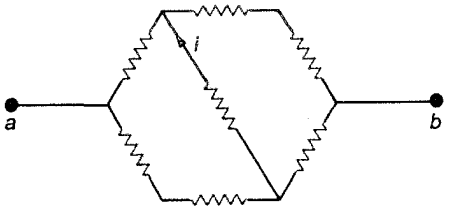
۱) یک ارتفاع سنج براساس سنجش فشار هوا کار می‌کند. به این معنی که این وسیله در واقع فشار هوا را می‌سنجد، اما درجه‌بندی آن چنان است که به جای فشار (P)، ارتفاع (h)

نوشته شده، که h ارتفاعی از سطح دریا است که فشار در آن ارتفاع P است. این ارتفاع سنج با این فرض که دمای جو زمین $0^\circ C$ است مدرج شده است. این ارتفاع‌سنج، ارتفاع یک برج در کنار دریا را ۵۰ متر نشان می‌دهد. دمای هوا در محل برج $30^\circ C$ است. ارتفاع واقعی برج چند متر است؟

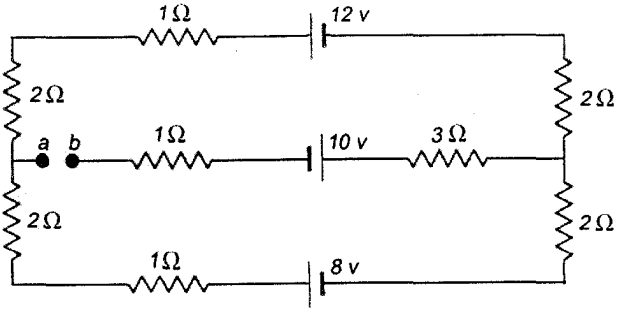
۲) در یک ماشین گرمایی مبادلهٔ کار و گرما فقط از طریق مقداری گاز کامل تک اتمی انجام می‌شود. شکل زیر چرخهٔ این ماشین است. بازدهٔ این ماشین چند درصد است؟



۳) در شکل زیر تمام مقاومت‌ها مشابه و هر کدام برابر با $1\ k\Omega$ هستند. اختلاف پتانسیل $220\ V$ را به دو سر a و b اعمال می‌کنیم. جریان i چند میلی‌آمپر است؟

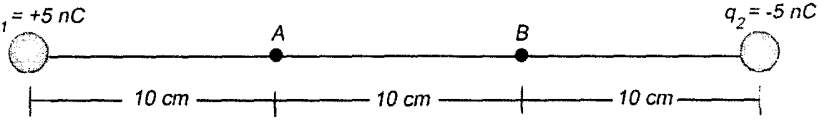


۴) اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ a و b در مدار شکل زیر چند ولت است؟



۵) پتانسیل الکتریکی در یک نقطه به فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q برابر است با $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ در شکل زیر دو بار الکتریکی $q_1 = +5\ \text{nC}$ و $q_2 = -5\text{nC}$ در فاصلهٔ 30cm از هم ثابت شده‌اند. یک ذره با جرم 90mg و بار الکتریکی $+1\text{nC}$ از حالت سکون روی خط راست

از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B شروع به حرکت می‌کند. سرعت این ذره در نقطهٔ B چند سانتی متر بر ثانیه است؟

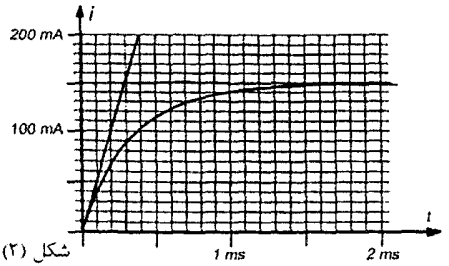


۶) اگر در یک ظرف دربسته مقداری مایع بریزیم، بخشی از مایع تبخیر می‌شود. وقتی فشار بخار این مایع به حد معینی برسد، مقدار مایع و بخار ثابت می‌ماند. به این فشار، فشار بخار اشباع آن مایع می‌گویند. فشار بخار اشباع به جنس مایع و دما بستگی دارد. جوشیدن هر مایع در دمایی انجام می‌شود که فشار بخار اشباع مایع در آن دما با فشار محیط بالای آن برابر شود.

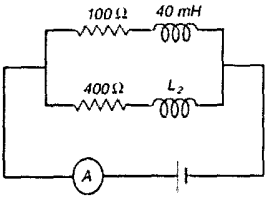
با حل شدن یک مادهٔ غیر فرار (مثلاً نمک) در آب، فشار بخار اشباع آب کم می‌شود. اگر محلول رقیق باشد، رابطهٔ فشار بخار اشباع آب برای محلول (P) با فشار بخار اشباع آب خالص ($P_\circ$) به شکل $P = \alpha P_\circ$ است، که α ثابتی است که به جنس مادهٔ حل شده و غلظت آن بستگی دارد. برای دماهای نزدیک به ۱۰۰ درجهٔ سلسیوس، رابطهٔ $P_\circ$ با دما به شکل $P_\circ = A[1 + \beta(T - T_\circ)]$ است، که A یک جو (اتمسفر)، $T_\circ$ نقطهٔ جوش آب خالص در فشار یک جو و $\beta = ۰/۰۳۷\ \mathrm{K}^{-1}$ است.

برای یک محلول نمک در آب، $\alpha = ۰/۹۸۰۰$ است. در فشار یک جو، نقطهٔ جوش این محلول چند سانتی کلوین از $T_\circ$ بیش‌تر است؟

۷) در مدار شکل «۱» در زمان $t = ۰$ جریان گذرنده از هر دو القاگر صفر است. نمودار جریان گذرنده از آمپرمتر، و نیز مماس بر نمودار در زمان $t = ۰$، در شکل «۲» کشیده شده است. $L_۲$ چند میلی‌هانری است؟



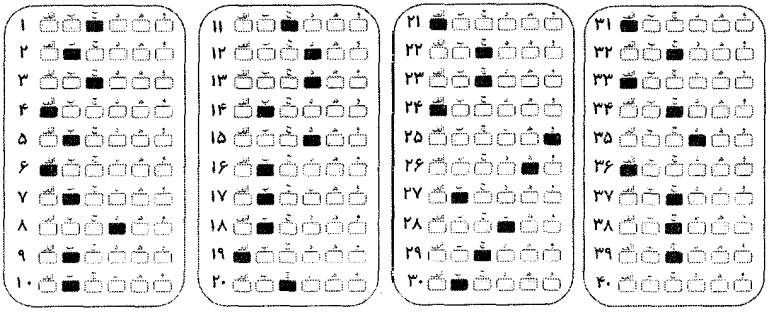
شکل (۲)



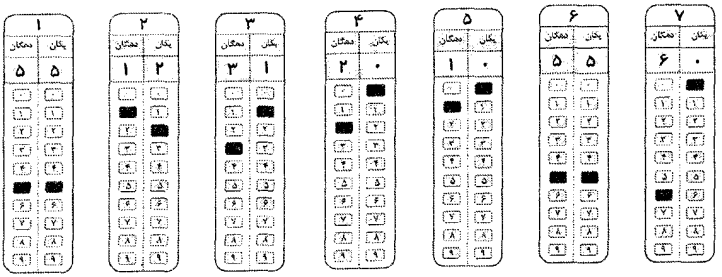
شکل (۱)

پاسخنامه مرحله اول هجدهمین المپیاد فیزیک ایران

بخش اول : سؤالات چندگزینه ای



بخش دوم : مسائل پاسخ کوتاه



۲.۴ پاسخ تشریحی

« بخش مسائل چند گزینه‌ای »

۱) گزینهٔ «ج» صحیح است.

می‌دانیم $R_x = \frac{L_۱}{L_۲} R$ می‌باشد و مقادیر $L_۱$ و $L_۲$ و R به صورت دقیق در اختیار نمی‌باشند، بلکه مقادیر اندازه‌گیری شدهٔ آنها ارائه شده است، اما می‌توان حداکثر و حداقل این کمیت‌ها را محاسبه نمود:

$$R = ۱۰۰\Omega, \text{خطا} = ۱\Omega \Rightarrow R_{min} = ۹۹\Omega, R_{max} = ۱۰۱\Omega$$
$$L_۱ = ۴۰cm, \text{خطا} = ۱cm \Rightarrow (L_۱)_{min} = ۳۹cm, (L_۱)_{max} = ۴۱cm$$
$$L_۲ = ۲۰cm, \text{خطا} = ۱cm \Rightarrow (L_۲)_{min} = ۱۹cm, (L_۲)_{max} = ۲۱cm$$

حال می‌توان حداکثر و حداقل R_x را بدست آورد و خطا در محاسبهٔ R_x را تخمین زد:

$$R_x = \frac{L_۱}{L_۲} R = \frac{۴۰}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۲۰۰\omega$$

$$(R_x)_{min} = \frac{(L_۱)_{min}}{(L_۲)_{max}} R_{min} = \frac{۳۹}{۲۱} \times ۹۹ = ۱۸۳/۹\Omega$$

$$\Rightarrow \text{خطا} = |۱۸۳/۹ - ۲۰۰| = ۱۶/۱\Omega$$

$$(R_x)_{max} = \frac{(L_۱)_{max}}{(L_۲)_{min}} R_{max} = \frac{۴۱}{۱۹} \times ۱۰۱ = ۲۱۷/۹\Omega$$

$$\Rightarrow \text{خطا} = |۲۱۷/۹ - ۲۰۰| = ۱۷/۹\Omega$$

پس حداکثر خطای ممکن در محاسبهٔ R_x برابر $۱۷/۹\Omega$ می‌باشد، لذا گزینهٔ «ج» صحیح است.

۲) گزینهٔ «ب» صحیح است.

راه حل اول: استوانه‌ای به شعاع $r = \frac{a+b}{۲}$ را در نظر بگیرید. مساحت جانبی استوانه به شعاع a را با $A_۱$ و مساحت جانبی استوانه به شعاع r را با $A_۲$ و مساحت جانبی استوانه به شعاع b را با $A_۳$ نشان می‌دهیم.

$$A_۱ = ۲\pi aL, A_۲ = \pi(a+b)L, A_۳, ۲\pi bL$$

$$\Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{a+b}{2a}, \frac{A_3}{A_2} = \frac{2b}{a+b}$$

حال بیان می‌کنیم $\frac{A_2}{A_1} > \frac{A_3}{A_2}$ می‌باشد زیرا:

$$\frac{A_2}{A_1} > \frac{A_3}{A_2} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2a} > \frac{2b}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)^2 > 4ab$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 > 4ab \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 > 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 > 0$$

می‌دانیم شار حرارتی عبوری از هر سهٔ این سطح‌ها با یکدیگر برابر هستند. اگر دمای سطح A_3, A_2, A_1 را به ترتیب با T_a، T_r و T_b نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{A_2}{A_1} > \frac{A_3}{A_2} \Rightarrow T_a - T_r > T_r - T_b \Rightarrow T_a + T_b > 2T_r \Rightarrow \frac{T_a + T_b}{2} > T_r$$

راه حل دوم: هرگاه T تابع دما بر حسب شعاع (r) باشد، معادلهٔ حاکم بر پدیدهٔ انتقال حرارت در حالت تقارن استوانه‌ای به صورت $\frac{d}{dr}(r\frac{dT}{dr}) = 0$ بیان می‌شود.

$$\frac{d}{dr}(r\frac{dT}{dr}) = 0 \Rightarrow r\frac{dT}{dr} = C_1 \Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r} \Rightarrow T = C_1 Lnr + C_2$$

با اعمال شرایط مرزی $T(b) = T_b, T(a) = T_a$ خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} T(a) = C_1 Lna + C_2 = T_a \\ T(b) = C_1 Lnb + C_2 = T_b \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} C_1 = \dfrac{T_b - T_a}{Lnb - Lna} \\ C_2 = \dfrac{T_a Lnb - T_b Lna}{Lnb - Lna} \end{array}\right.$$

$$T(r) = \frac{T_b - T_a}{Lnb - Lna} Lnr + \frac{T_a Lnb - T_b Lna}{Lnb - Lna} = T_a - \frac{T_a - T_b}{Ln(\frac{b}{a})} Ln(\frac{r}{a})$$

حال محاسبه می‌کنیم به ازای چه مقداری از r، دما برابر $\frac{T_a + T_b}{2}$ می‌شود:

$$T_a - \frac{T_a - T_b}{Ln(\frac{b}{a})}\ Ln(\frac{r}{a}) = \frac{T_a + T_b}{2} \Rightarrow -\frac{T_a - T_b}{Ln(\frac{b}{a})}\ Ln(\frac{r}{a}) = \frac{T_b - T_a}{2}$$

$$\Rightarrow 2Ln(\frac{r}{a}) = Ln(\frac{b}{a}) \Rightarrow Ln(\frac{r}{a})^2 = Ln(\frac{b}{a}) \Rightarrow \frac{r^2}{a^2} = \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{b}{a}\ a^2 = ab \Rightarrow r = \sqrt{ab}$$

یعنی در شعاع $\sqrt{ab}$، دما دارای مقدار $\frac{T_a + T_b}{2}$ خواهد بود، از طرف دیگر می‌دانیم $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$ می‌باشد، با توجه به اینکه $T_a > T_b$ می‌باشد، یعنی با افزایش شعاع دما کاهش می‌یابد. در نتیجه می‌توان گفت: که در شعاع $\frac{a+b}{2}$، دما از $\frac{T_a + T_b}{2}$ کمتر خواهد بود.

۳) گزینهٔ «ج» صحیح است.

$$\alpha^{rad} = (\frac{۱}{۱۰۰۰} \times \frac{۱}{۳۶۰۰}) \times \frac{\pi}{۱۸۰} = \frac{\pi}{۶۴۸ \times ۱۰^۶} \ rad$$

از تقریب زوایای کوچک می‌دانیم مقدار تانژانت یک زاویهٔ کوچک با اندازهٔ آن زاویه بر حسب رادیان برابر است:

$$\alpha^{rad} \simeq \tan\alpha = \frac{h}{L} \Rightarrow \frac{\pi}{۶۴۸ \times ۱۰^۶} = \frac{h}{۲۰۰۰۰۰}$$

$$\Rightarrow h = \frac{۲\pi \times ۱۰^۵}{۶۴۸ \times ۱۰^۶} = ۰/۰۰۰۹۷km = ۰/۹۷m \simeq ۱m$$

۴) گزینهٔ «الف» صحیح است.

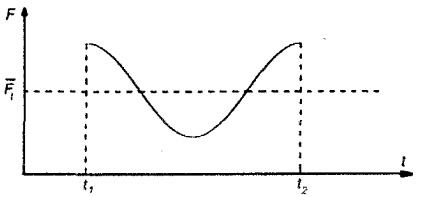
دربارهٔ زمانی کوچک dt، قضیهٔ ضربه - اندازهٔ حرکت را به کار می‌بریم:

$$dP = F_t \ dt \Rightarrow F_t = \frac{dP}{dt} \Rightarrow \overline{F}_t = \frac{P_۲ - P_۱}{t_۲ - t_۱}$$

و هرگاه در بازهٔ مکانی کوچک dx، قضیهٔ کار - انرژی را به کار بریم، خواهیم داشت:

$$dK = F_x \ dx \Rightarrow F_x = \frac{dK}{dx} \Rightarrow \overline{F}_x = \frac{K_۲ - K_۱}{t_۲ - t_۱}$$

نمودار F بر حسب t را به صورت دلخواه مثلاً مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم.



$\overline{F_t}$ متوسط زمانی F در بازهٔ زمانی $(t_۱, t_۲)$ می‌باشد، یعنی بعضی لحظات $F < F_t$ و بعضی لحظات $F > F_t$ می‌باشد. حال بیان می‌کنیم هرگاه در لحظاتی که $F > F_t$ می‌باشد، متحرک مسافت بیشتری را در مقایسه با لحظاتی که $F < F_t$ است، طی کند، آنگاه $\overline{F_x} > \overline{F_t}$ خواهد بود. توجه کنید $\overline{F_x}$ متوسط مکانی و $\overline{F_t}$ متوسط زمانی نیرو می‌باشند.

از طرف دیگر می‌دانیم، هرگاه سرعت زیادتر باشد، متحرک در واحد زمان مسافت بیشتری را طی می‌کند. لذا می‌توان گفت: «هرگاه با افزایش سرعت، نیرو هم افزایش یابد $\overline{F_x} > \overline{F_t}$ و هرگاه با افزایش سرعت، نیرو کاهش یابد $\overline{F_t} < \overline{F_x}$ می‌باشد.»

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

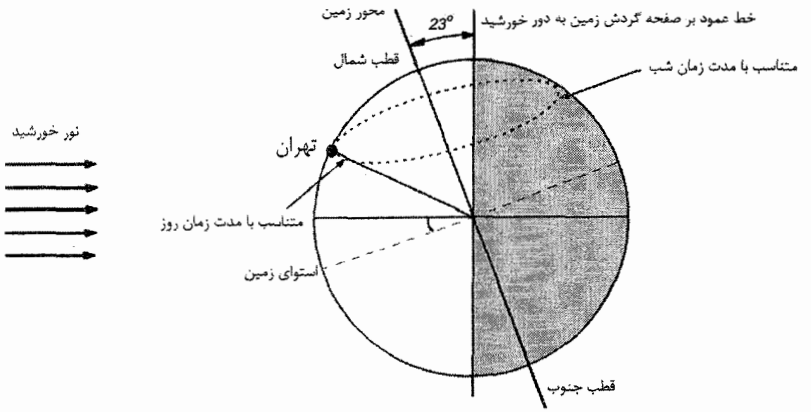
گزینهٔ «الف»: در این گزینه با گذشت زمان سرعت افزایش می‌یابد، همچنین با گذشت زمان شیب خط مماس بر منحنی که بیانگر شتاب می‌باشد نیز افزایش می‌یابد، لذا با گذشت زمان نیرو نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه می‌توان گفت: «با افزایش سرعت نیرو افزایش می‌یابد و $\overline{F_x} > \overline{F_t}$ می‌باشد.»

گزینهٔ «ب» : در این گزینه با گذشت زمان سرعت افزایش می‌یابد، اما با گذشت زمان شیب خط مماس بر منحنی که بیانگر شتاب است کاهش می‌یابد، لذا با گذشت زمان نیرو کاهش می‌یابد. در نتیجه می‌توان گفت: «با افزایش سرعت نیرو کاهش می‌یابد و $\overline{F_x} < \overline{F_t}$ می‌باشد.»

گزینهٔ «ج»: در این گزینه سرعت در ابتدا و انتهای بازه برابر می‌باشند $(V_1 = V_2 = V)$، در نتیجه $P_1 = P_2 = mV$ و $K_1 = K_2 = \frac{1}{2}mV^2$ می‌باشند و $\overline{F_x} = \overline{F_t} = 0$ است.

گزینهٔ «د»: در این گزینه سرعت بر حسب زمان به صورت خط راست می‌باشد، در نتیجه شتاب حرکت ثابت می‌باشد یعنی نیروی وارد بر متحرک ثابت است، لذا $\overline{F_x} = \overline{F_t} = F$ می‌باشد.

۵) گزینهٔ «ب» صحیح است.



می‌دانیم هرگاه از قطب شمال به زمین نگاه کنیم، زمین در جهت خلاف عقربه‌های ساعت می‌چرخد، لذا هرگاه شهری در شرق تهران باشد، باید زمان طلوع و غروب خورشید در آن زودتر از تهران باشد. از طرف دیگر می‌دانیم تهران در نیمکرهٔ شمالی است و در تابستان این نیمکره مطابق شکل به سمت خورشید مایل می‌باشد لذا هرگاه شهری در جنوب تهران باشد، طول روز در آن کوتاه‌تر از تهران است (توجه کنید در این شرایط طول روز در قطب شمال ۲۴ ساعت است.) و در نتیجه زمان طلوع در آن دیرتر و زمان غروب در آن زودتر از تهران است. با توجه به نکات فوق می‌توان گفت غروب خورشید در شهری که در جنوب و شرق تهران است، لزوماً زودتر از غروب خورشید در تهران است، لذا شهرهای «۳» و «۴» جواب صحیح نخواهند بود. حال در مورد شهر «۱» زمان طلوع ۱۵′ و زمان غروب ۵′ زودتر از تهران و در مورد شهر «۲» زمان طلوع ۵′ و زمان غروب ۱۰′ زودتر از تهران است. توجه کنید زمان طلوع در شهر مورد نظر به دلیل واقع شدن در شرق تهران می‌بایست زودتر از زمان طلوع در تهران و به دلیل واقع شدن در جنوب تهران می‌بایست دیرتر از زمان طلوع در تهران باشد. اما زمان غروب شهر مورد نظر به هر دو دلیل فوق می‌بایست زودتر از زمان غروب در تهران باشد. یعنی می‌توان گفت: «زمان

غروب در شهر مورد نظر بیشتر از زمان طلوع در شهر مورد نظر، از زمان تهران زودتر است.» لذا شهر «۲» جواب صحیح این سؤال است.

۶) گزینهٔ «الف» صحیح است.
بخشی از آب که تبخیر می‌شود، برای تبدیل از حالت مایع به گاز نیاز به دریافت گرما دارد و این گرما را از آب باقیمانده در ظرف می‌گیرد، لذا دمای آب باقیمانده در ظرف کاهش می‌یابد و چون از تغییر دمای هوا صرف‌نظر کرده‌ایم، لذا در هنگام تبخیر دمای آب درون ظرف از دمای هوا کمتر می‌باشد.

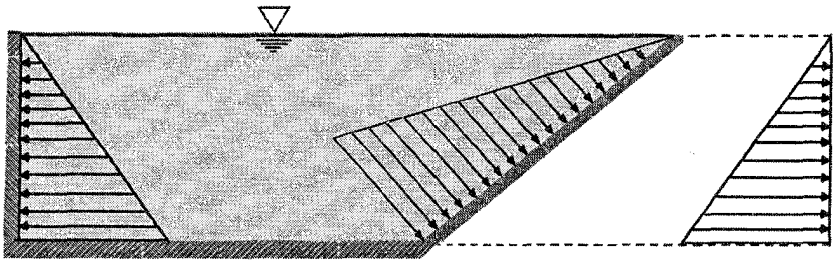
۷) گزینهٔ «ب» صحیح است.
از تقریب زوایای کوچک می‌دانیم اندازهٔ زاویه بر حسب رادیان با مقدار تانژانت زاویه برابر است.

$$\tan\alpha = \frac{D}{R_E}$$

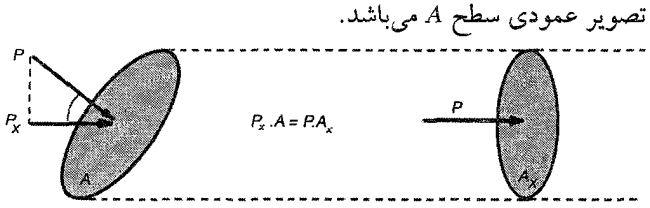
$$\tan\alpha = \frac{AB}{R_E - R_V} \Rightarrow AB = \tan\alpha(R_E - R_V) = \frac{D}{R_E}(R_E - R_V)$$

$$\beta \simeq \tan\beta = \frac{AB}{R_V} = \frac{D}{R_E\ R_V}(R_E - R_V)$$

۸) گزینهٔ «د» صحیح است.
در شکل توزیع فشار آب بر روی دیواره‌های ظرف نشان داده شده است.



همانگونه که مشاهده می‌گردد، نیروی وارد بر دیوارهٔ راست بیش از نیروی وارد بر دیوارهٔ چپ می‌باشد، اما آنچه سبب حرکت ظرف به سمت راست یا چپ می‌شود مؤلفهٔ افقی این نیروها می‌باشد که می‌بایست با هم مقایسه گردند. به شکل زیر توجه کنید؛ در این شکل سطح A_x، تصویر عمودی سطح A می‌باشد.



$$F_x = P_x A = (P\cos\alpha)A = P(A\cos\alpha) = PA_x$$

یعنی برای محاسبهٔ مؤلفهٔ افقی نیرو، می‌توان توزیع فشار بر تصویر عمودی دیوارهٔ راست را مد نظر قرار داد، حال با توجه به اینکه تصویر عمودی دیوارهٔ راست کاملاً مشابه دیوارهٔ چپ می‌باشد، نتیجه می‌گیریم مؤلفهٔ افقی نیروی وارد بر هر کدام از دیواره‌های راست و چپ برابر می‌باشد، لذا ظرف حرکت نمی‌کند.

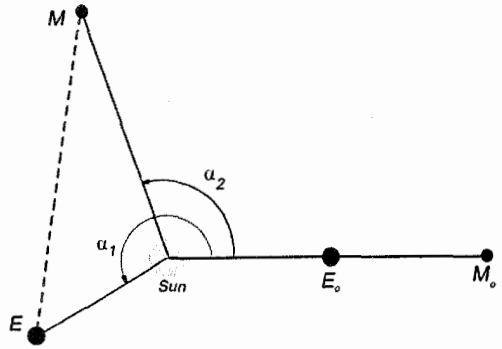
۹) گزینهٔ «ب» صحیح است.

می‌دانیم دورهٔ گردش زمین به دور خورشید ۳۶۵ روز می‌باشد، یعنی پس از ۷۸۰ روز، زمین $\frac{۷۸۰}{۳۶۵}$ دور حول خورشید چرخیده است. می‌دانیم دورهٔ گردش مریخ بیشتر از زمین می‌باشد. یعنی مریخ در طی این ۷۸۰ روز، دقیقاً یک دور کمتر از زمین حول خورشید چرخیده است، هرگاه دورهٔ گردش مریخ را با T نشان دهیم، داریم:

$$\frac{۷۸۰}{T} = \frac{۷۸۰}{۳۶۵} - ۱ \Rightarrow \frac{۷۸۰}{T} = \frac{۴۱۵}{۳۶۵}$$

$$\Rightarrow T = \frac{۷۸۰ \times ۳۶۵}{۴۱۵} = ۶۸۶/۰۲$$

۱۰) گزینهٔ «ب» صحیح است.



فرض کنید هنگامی که زمین، مریخ و خورشید در یک امتدادند، زمین در $E_\circ$ و مریخ در $M_\circ$ باشد؛ هرگاه ۱۹۵ روز بعد، زمین در E و مریخ در M باشد، با توجه به اینکه دورهٔ گردش زمین ۳۶۵ روز و دورهٔ گردش مریخ ۶۸۶ روز است، داریم:

$$\alpha_۱ = \frac{۱۹۵}{۳۶۵} \times ۳۶۰ \quad \text{و} \quad \alpha_۲ = \frac{۱۹۵}{۶۸۶} \times ۳۶۰$$

$$\Rightarrow \angle MSE = \alpha_۱ - \alpha_۲ = \frac{۱۹۵}{۳۶۵} \times ۳۶۰ - \frac{۱۹۵}{۶۸۶} \times ۳۶۰$$

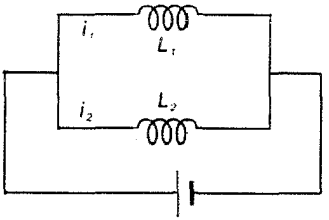
$$\Rightarrow \angle MSE = ۱۹۵ \times ۳۶۰ \times \frac{۶۸۶ - ۳۶۵}{۳۶۵ \times ۶۸۶} = ۹۰ \text{ درجه}$$

می‌دانیم زمین ۱ واحد نجومی و مریخ ۱/۵ واحد نجومی از خورشید فاصله دارند، یعنی $\frac{MS}{ES} = ۱/۵$ می‌باشد.

$$\Delta SME \quad : \quad \tan\beta = \frac{MS}{ES} = ۱/۵ \Rightarrow \beta = ۵۶ \text{ درجه}$$

۱۱) گزینهٔ «ج» صحیح است.

در $t = ۰$ خازن‌ها خالی می‌باشند، لذا هیچ مقاومتی از خود نشان نمی‌دهند. اما از طرف دیگر می‌دانیم در لحظهٔ وصل مدار ($t = ۰$)، سلف‌ها مقاومت‌های بسیار زیادی از خود نشان خواهند داد، زیرا در این لحظه جریان تمایل به افزایش ناگهانی دارد و می‌دانیم مقاومت ظاهری سلف متناسب با آهنگ تغییر جریان است. لذا مقاومت معادل سلف‌ها (X_L) در این لحظه بسیار بزرگ است، لذا می‌توان از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ در مقابل آن چشم پوشید: لذا در لحظهٔ $t = ۰$ مدار معادل با شکل زیر است:



$$\left.\begin{array}{l} E = (X_L)_۱ \quad i_۱ \\ E = (X_L)_۲ \quad i_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{i_۱}{i_۲} = \frac{(X_L)_۲}{(X_L)_۱} = \frac{L_۲}{L_۱}$$

۱۲) گزینهٔ «د» صحیح است.

در گازهای کامل، مقدار $\frac{PV}{T}$ ثابت می‌باشد، یعنی T متناسب با PV است. در صورت سؤال نمودار $P - V$ ارائه شده است، لذا کافی است مقادیر PV را برای ۵ گزینهٔ ارائه شده در سؤال محاسبه کنیم؛ بیشترین مقدار PV بیانگر بیشترین مقدار T می‌باشد.

الف) : $V = ۶۰\ lit\ ,\ P = ۱۲۰\ kPa \Rightarrow PV = ۷۲۰۰\ (lit)(kPa)$

ب) : $V = ۷۰\ lit\ ,\ P = ۱۱۰\ kPa \Rightarrow PV = ۷۷۰۰\ (lit)(kPa)$

ج) : $V = ۸۰\ lit\ ,\ P = ۱۰۰\ kPa \Rightarrow PV = ۸۰۰۰\ (lit)(kPa)$

د) : $V = ۹۰\ lit\ ,\ P = ۹۰\ kPa \Rightarrow PV = ۸۱۰۰\ (lit)(kPa)$

هـ) : $V = ۱۰۰\ lit\ ,\ P = ۸۰\ kPa \Rightarrow PV = ۸۰۰۰\ (lit)(kPa)$

یعنی گزینهٔ «د» صحیح است.

البته راحت تر هم می‌توانستیم $(PV)_{max}$ را بدست آوریم، توجه کنید که نمودار $P - V$ به صورت خط $P + V = ۱۸۰$ می‌باشد، یعنی $P + V$ ثابت است، لذا حاصلضرب آنها (PV) وقتی ماکزیمم می‌باشد که با هم برابر باشند:

$$P = V = \frac{۱۸۰}{۲} = ۹۰ \Rightarrow (PV)_{max} = ۸۱۰۰(lit)(kPa)$$

۱۳) گزینهٔ «د» صحیح است.

جرم تکهٔ جدا شده را با m و جرم بقیهٔ جسم را با M نشان می‌دهیم: هرگاه در بالاترین نقطهٔ حرکت جسم، نیروی فنر را با F نشان دهیم، با کاربرد قانون دوم نیوتن داریم:

$$a_۱ = \frac{F + (M+m)g}{M+m} = \frac{F}{M+m} + g$$

$$a_۲ = \frac{F + Mg}{M} = \frac{F}{M} + g$$

جهت پایین را مثبت در نظر می‌گیریم، در این صورت g مثبت می‌باشد، حال اگر F نیز مثبت باشد، $\frac{F}{M} > \frac{F}{M+m}$ می‌باشد و $a_۲ > a_۱$ است. اما آیا F همیشه مثبت است؟ لازمست به یک نکتهٔ ظریف توجه کنیم: «در بالاترین نقطهٔ حرکت جسم، ممکن است فنر، طولی بزرگتر، مساوی یا کوچکتر از طول آزاد خود را داشته باشد.» هرگاه طول فنر در بالاترین نقطهٔ حرکت جسم از طول آزادش کمتر باشد، یعنی فنر فشرده است و نیروی اعمالی از فنر به جسم (F) به سمت پایین و مثبت می‌باشد و $a_۲ > a_۱$ است. و هرگاه طول فنر در بالاترین نقطهٔ حرکت جسم از طول آزادش بیشتر باشد. یعنی فنر کشیده شده است و نیروی اعمالی از فنر به جسم (F) به سمت بالا و منفی می‌باشد و $a_۲ < a_۱$ است. و هرگاه فنر در بالاترین نقطهٔ حرکت جسم طول آزاد خود را داشته باشد، $F = ۰$ بوده و $a_۲ = a_۱$ است.

۱۴) گزینهٔ«ب» صحیح است.
هنگامی که آهنگ حجمی خروج آب از سوراخ برابر آهنگ حجمی آب ورودی به سطل شود، ارتفاع آب در سطح ثابت می‌شود.

$$\text{آهنگ حجمی ورود آب} = \text{آهنگ حجمی خروج آب} \Rightarrow va = c$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{۲\Delta P}{\rho}} \times a = c \Rightarrow \frac{۲\Delta P}{\rho} = \frac{c^۲}{a^۲}$$

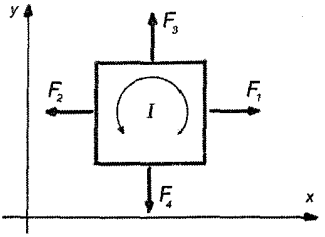
می‌دانیم در سیالات $P = \rho gh + P_۰$ می‌باشد یعنی $\Delta P = P - P_۰ = \rho gh$ است.

$$\frac{۲\Delta P}{\rho} = \frac{c^۲}{a^۲} \Rightarrow \frac{۲\rho gh}{\rho} = \frac{c^۲}{a^۲} \Rightarrow h = \frac{c^۲}{۲ga^۲}$$

۱۵) گزینهٔ «د» صحیح است.

$$\text{بازدهٔ کل سیستم} = \text{بازدهٔ نیروگاه} \times \text{بازدهٔ خطوط انتقال} = ۰/۶ \times ۰/۳ = ۰/۱۸$$

۱۶) گزینهٔ «ب» صحیح است.
با توجه به رابطهٔ $\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$ جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر کدام از سیم‌ها مطابق شکل زیر است.

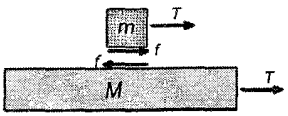


میدان $\overline{B}$ تنها تابع x می‌باشد، لذا وضعیت سیم‌های بالا و پایین کاملاً مشابه می‌باشد، لذا اندازهٔ نیروهای وارد بر آنها برابر است ($F_2 = F_4$) و با توجه به اینکه جهت نیروهای F_3 و F_4 مخالف هم می‌باشند، در نتیجه همدیگر را خنثی می‌کنند ($F_y = 0$)

$$F_1 = iLB_1 = iLB_0[1 + a(L + x)]$$
$$F_2 = iLB_2 = iLB_0[1 + ax]$$
$$F_x = F_1 - F_2 = iLB_0[1 + aL + ax - 1 - ax] = iL^2B_0a$$

۱۷) گزینهٔ «ب» صحیح است.

نیروی ریسمان را T و نیروی اصطکاک بین m و M را f فرض می‌کنیم، دیاگرام نیروهای وارد بر جسم‌های m و M را در شکل زیر مشاهده می‌کنید، با توجه به اینکه جسم m به سمت چپ حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک به این جسم به سمت راست اعمال می‌شود.



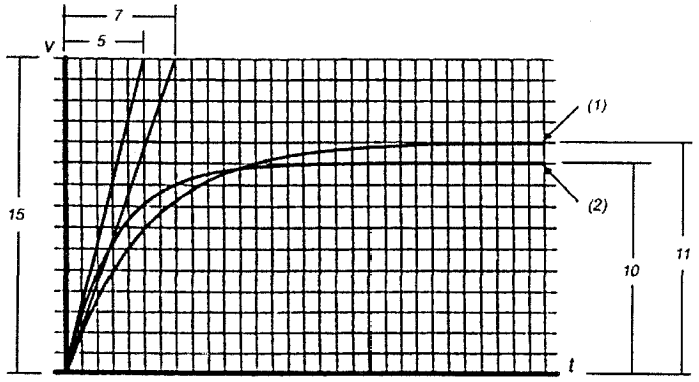
می‌دانیم شتاب جسم m به سمت چپ برابر شتاب جسم M به سمت راست می‌باشد:

$$a_m = a_M \Rightarrow \frac{T + f}{m} = \frac{f - T}{M} \Rightarrow MT + Mf = mf - mT$$
$$\Rightarrow (m + M)T = (m - M)f \Rightarrow T = \frac{m - M}{m + M}f$$

مطابق صورت مسئله ($m < M$) می‌باشد، یعنی رابطهٔ فوق برای T عددی منفی بدست می‌دهد، اما می‌دانیم کشش ریسمان همواره مثبت می‌باشد. (زیرا نیروی منفی به معنای این‌است که ریسمان تحت فشار قرار گرفته که امکان پذیر نیست)، لذا T برابر صفر خواهد بود.

$$a_m = \frac{T + f}{m} = \frac{f}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g$$

۱۸) گزینهٔ «ب» صحیح است.



مطابق نمودار $v-t$، دو جسم پس از گذشت زمان کافی به سرعت ثابت رسیده‌اند، یعنی در این هنگام نیروی اعمالی به آنها $(F_۲, F_۱)$ برابر نیروی مقاوم مایع می‌باشند.

$$\left.\begin{array}{l} F_۱ = k_۱ v_۱ \\ F_۲ = k_۲ v_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{k_۱}{k_۲} \times \frac{v_۱}{v_۲}$$

پس از گذشت زمان کافی و ثابت شدن سرعت‌ها نسبت $\frac{v_۱}{v_۲}$ به راحتی از روی نمودار بدست می‌آید، $v_۱$ برابر ۱۱ واحد و $v_۲$ برابر ۱۰ واحد است، لذا $\frac{v_۱}{v_۲} = \frac{۱۱}{۱۰}$ می‌باشد.

$$\frac{F_۱}{F_۲} = \frac{k_۱}{k_۲} \times \frac{v_۱}{v_۲} = \frac{۱۱ k_۱}{۱۰ k_۲} \quad (۱)$$

از طرف دیگر می‌دانیم شیب خط مماس بر منحنی $v-t$ برابر شتاب جسم می‌باشد. در لحظهٔ $(t=۰)$ نسبت $\frac{a_۱}{a_۲}$ را به کمک نمودار بدست می‌آوریم:

$$\frac{a_۱}{a_۲} = \frac{\frac{۱۵}{۳}}{\frac{۱۵}{۵}} = \frac{۵}{۷}$$

می‌دانیم در $t=۰$ سرعت اجسام صفر می‌باشند، لذا هیچ نیروی مقاومی از طرف مایع به آنها وارد نمی‌شود.

$$\frac{a_۱}{a_۲} = \frac{۵}{۷} \Rightarrow \frac{\frac{F_۱}{m_۱}}{\frac{F_۲}{m_۲}} = \frac{۵}{۷} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} \times \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{۵}{۷}$$

$$\Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} \times ۲ = \frac{۵}{۷} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{۵}{۱۴}$$

$$(۲),(۱) \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{۱۱}{۱۰} \frac{k_۱}{k_۲} = \frac{۵}{۱۴} \Rightarrow \frac{k_۱}{k_۲} = \frac{۱۰ \times ۵}{۱۱ \times ۱۴}$$

$$\Rightarrow \frac{k_۲}{k_۱} = \frac{۱۵۴}{۵۰} = ۳/۰۸$$

۱۹) گزینهٔ «الف» صحیح است.

بر اثر حرکت آهنربا شار عبوری از حلقه تغییر می‌کند و مطابق قانون لنز نیروی محرکه‌ای در حلقه چنان القا می‌شود که با تغییر شار مخالفت نماید. به تعبیر دیگر جهت نیروی محرکهٔ القایی در حلقه به صورتی است که با عامل تغییر شار که در اینجا حرکت آهنربا

می‌باشد، مخالفت نماید. لذا هنگام نزدیک شدن آهنربا به حلقه، حلقه نیرویی به سمت چپ به آهنربا وارد می‌نماید و عکس‌العمل این نیرو به سمت راست به حلقه وارد می‌شود، لذا حلقه به سمت راست سرعت می‌گیرد. پس از اینکه آهنربا از میان حلقه عبور کرد نیز مطابق قانون لنز حلقه با عامل تغییر شار یعنی حرکت آهنربا به سمت راست مخالفت می‌کند یعنی حلقه نیرویی به سمت چپ به آهنربا وارد می‌کند، در نتیجه در این حالت نیز عکس‌العمل این نیرو به سمت راست به حلقه وارد می‌شود، یعنی همچنان سرعت حلقه به سمت راست افزایش می‌یابد. توجه کنید که سمت راست به عنوان جهت مثبت در نظر گرفته شده است، لذا جواب صحیح یکی از گزینه‌های «الف» یا «ه» می‌باشد. در اینجا کافیست توجه کنیم هرگاه فاصلهٔ آهنربا از حلقه زیاد باشد، دیگر بر روی هم تأثیر نمی‌گذارند، لذا نمودار $v-t$ می‌بایست در $t \to \pm\infty$ به خطوط افقی مجانب شود، لذا گزینهٔ «الف» صحیح است.

۲۰) گزینهٔ «ج» صحیح است.

شعاع خورشید در ابتدای پیدایش آن خیلی بزرگ بوده است $(R_\circ = \infty)$، یعنی انرژی گرانشی آن صفر بوده است. و در حال حاضر که شعاع خورشید R می‌باشد، انرژی گرانشی آن $-\frac{3GM^2}{5R}$ می‌باشد. یعنی در این مدت به مقدار $\frac{3GM^2}{5R}$ انرژی گرانشی آن کم شده است.

$$W = \frac{3GM}{5R} = \frac{3}{5} \times \frac{6/7 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^{60}}{7 \times 10^{5} \times 10^{3}} = \frac{80/4}{35} \times 10^{41} j$$

$$\text{توان خورشید} : P = \frac{W}{t} \Rightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{\frac{80/4}{35} \times 10^{41}}{4 \times 10^{26}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{80/4}{35 \times 4} \times 10^{15} = \frac{20/1}{35} \times 10^{15} = 0/57 \times 10^{15} \text{ ثانیه}$$

۲۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.

$$Q = nC_{MP}(T_2 - T_1) \Rightarrow n(T_2 - T_1) = \frac{Q}{C_{MP}}$$

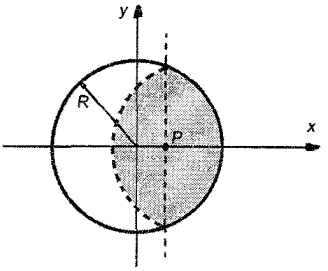
$$W = P(V_2 - V_1) = nR(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{R}{P} n(T_2 - T_1) = \frac{R}{P} \cdot \frac{Q}{C_{MP}}$$

۲۲) گزینهٔ «ج» صحیح است.

فرض کنید می‌خواهیم E_x را در نقطهٔ P با مختصات $(x, 0, z)$ بدست آوریم. هرگاه $x \geq R$ باشد، با توجه به اینکه بار قرص مثبت می‌باشد، E_x نیز مثبت است. و در حالتی که $0 < x < R$ باشد، مطابق شکل مقابل میدان ناشی از بخش هاشور خورده صفر می‌باشد و مابقی قرص باردار نیز باتوجه به مثبت بودن بار قرص، E_x مثبت در نقطهٔ P به

وجود می‌آورد.

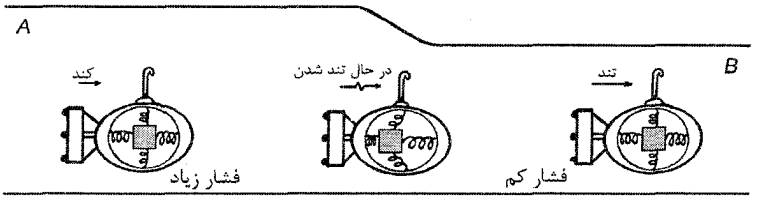


۲۳) گزینهٔ «ج» صحیح است.

f بسیار کوچکتر از L می‌باشد، یعنی جسم در فاصلهٔ بسیار دور از عدسی قرار دارد، لذا تصویر در کانون عدسی محدب تشکیل می‌شود ($q = f$). هرگاه قطر قرص تصویر را D' بنامیم، داریم:

$$\text{بزرگنمایی خطی} : m = \frac{D'}{D} = \frac{q}{L} \Rightarrow \frac{D'}{D} = \frac{f}{L}$$
$$\Rightarrow D' = f(\frac{D}{L}) = f\alpha$$

۲۴) گزینهٔ «الف» صحیح است.



راه‌حل اول: هنگامی که ذرات از ناحیهٔ پهن A به ناحیهٔ تنگ B می‌روند، سرعت آب افزایش می‌یابد و ذرات به عقب فشرده می‌شوند، به شکل بالا توجه کنید، (این مانند حالتی است که شما سوار ماشینی که آرام حرکت می‌کند، می‌باشید و ناگهان ماشین سرعت خود را افزایش می‌دهد، در این حال شما از عقب به صندلی فشرده می‌شوید.) در این حالت ذرات به عقب فشرده شده و آن را متراکم می‌کنند و در نتیجه فشار قسمت A بالاتر از فشار در قسمت B می‌باشد.

راه‌حل دوم: بر اساس معادلهٔ برنولی می‌توان گفت:

$$P_A + \rho g y_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \rho g y_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

در این معادله P_A و P_B به ترتیب فشار در A و B و y_A و y_B به ترتیب ارتفاع لوله از سطح مبنا در A و B و v_A و v_B به ترتیب سرعت آب در A و B می‌باشند.

$$y_A = y_B \Rightarrow P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

از طرف دیگر هرگاه سطح مقطع لوله را در A و B به ترتیب با A_1 و A_2 نشان دهیم، خواهیم داشت:

$v_A A_۱ = v_B A_۲, A_۱ > A_۲ \Rightarrow v_B > v_A$

حال بر اساس معادله برنولی می‌توان گفت هرگاه $v_B > v_A$ باشد، $P_A > P_B$ است.

۲۵) گزینهٔ «و» صحیح است.

در مورد این حرکت سرعت اولیه نامشخص است و برای شتاب نیز هر فرضی می‌توان کرد: مثلاً ممکن است متحرک در طول حرکت خود بارها تغییر جهت داده باشد، لذا به صورت عمومی در مورد شتاب این حرکت نمی‌توان اظهار نظر کرد. اما هرگاه فرض کنیم شتاب جسم در طی حرکت ثابت است، حال می‌دانیم معادلهٔ مکان (x) بر حسب زمان t یک تابع درجهٔ ۲ (سهمی) می‌باشد، با توجه به اینکه در سه لحظهٔ مختلف، مکان جسم مشخص است، این تابع درجهٔ ۲ بدست می‌آید.

$x(t) = Ax^۲ + Bx + C$

$x(۰) = ۰ \Rightarrow C = ۰$

$$\left.\begin{array}{l} x(۱) = ۲m \Rightarrow A + B = ۲ \\ x(۳) = ۵m \Rightarrow ۹A + ۳B = ۵ \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A = -\frac{۱}{۶} \\ B = \frac{۱۳}{۶} \end{array}\right.$$

معادلهٔ مکان - زمان متحرک به صورت $x = -\frac{۱}{۶}x^۲ + \frac{۱۳}{۶}x$ می‌باشد، در نتیجه معادلهٔ شتاب - زمان آن با ۲ بار مشتق‌گیری از آن بدست می‌آید:

$$a = \frac{d^۲x}{dt^۲} = \frac{-۱}{۶} \times ۲ = \frac{-۱}{۳} m/s^۲$$

یعنی هرگاه فرض کنیم شتاب جسم ثابت است. مقدار شتاب آن منفی خواهد بود.

۲۶) گزینهٔ «ه» صحیح است.

وقتی با افزودن یک مادهٔ جامد در دمای صفر درجه به یخ صفر درجه، یخ ذوب می‌شود، یعنی دمای ذوب محلول کمتر از صفر درجه است، این دما را $t_۰$ می‌نامیم. در واقع چون دمای ذوب مجموعه کمتر از صفر درجه می‌شود، یخ شروع به ذوب شدن می‌کند. برای بررسی مسأله حاضر دو حالت را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: افزودن مادهٔ جامد سبب ذوب شدن تمام یخ می‌شود. در این حالت اگر فرض کنیم حل شدن مادهٔ جامد در آب نه گرمازا و نه گرماگیر باشد، پس از افزودن ماده جامد تمام یخ ذوب می‌شود و دمای مجموعه کمتر از صفر درجه و بیشتر از $t_۰$ خواهد بود، این دما را $t_۱$ می‌نامیم. حال اگر فرایند حل شدن مادهٔ جامد گرمازا باشد دمای نهایی مجموعه بیشتر از $t_۱$ و اگر حل شدن مادهٔ جامد گرماگیر باشد، دمای نهایی مجموعه کمتر از $t_۱$ خواهد بود و در هر دو حالت دمای مجموعه می‌تواند کمتر از صفر درجه باشد.

حالت دوم: افزودن ماده جامد سبب ذوب شدن بخشی از یخ می‌شود. در این حالت اگر فرض کنیم حل شدن مادهٔ جامد نه گرمازا و نه گرماگیر باشد، پس از افزودن مادهٔ جامد A درصد یخ ذوب شده و دمای مجموعه $t_۰$ می‌باشد. حال اگر فرایند حل شدن ماده جامد گرمازا باشد، بیش از A درصد یخ و اگر حل شدن مادهٔ جامد گرماگیر باشد کمتر از A درصد یخ ذوب خواهد شد و دمای مجموعه همچنان $t_۰$ یعنی کمتر از صفر درجه

می‌باشد. یعنی به هر حال از اینکه دمای نهایی مجموعه از صفر درجه کمتر است، نمی‌توان به گرمازا یا گرماگیر بودن حل شدن مادهٔ جامد پی برد.

۲۷) گزینهٔ «ب» صحیح است.

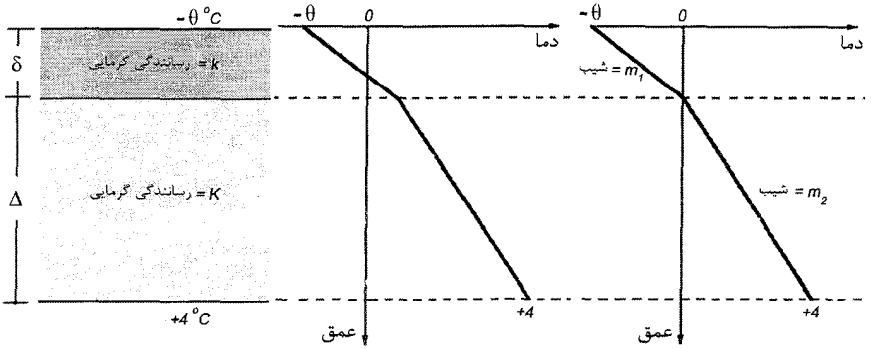
هرگاه ظرفیت و بار خازن را به ترتیب با C و q و مقدار مقاومت را R و جریان در آن را i از بالا به پایین فرض کنیم، با توجه به اینکه از V_b در مقابل V_a می‌توان چشم پوشید ($|V_a| >> |V_b|$)، داریم:

$$V_a = V_b + \frac{q}{C} \simeq \frac{q}{C} \Rightarrow q = CV_a$$

$$V_b = Ri = R(\frac{dq}{dt}) = R\frac{d(CV_a)}{dt} = RC\frac{dV_a}{dt}$$

یعنی نمودار V_b ضریبی از $\frac{dV_a}{dt}$ می‌باشد، یعنی هرگاه V_a به صورت خطی افزایش می‌یابد، V_b مقدار ثابت مثبت و هرگاه V_a به صورت خطی کاهش می‌یابد، V_b مقدار ثابت منفی خواهد بود. لذا نمودار V_b بر حسب زمان به صورت گزینهٔ «ب» می‌باشد.

۲۸) گزینهٔ «د» صحیح است.



در شکل فوق نمودار میانی تغییرات دما بر حسب عمق را نشان می‌دهد، اگر بخواهیم ضخامت یخ نابت بماند، آنگاه دست دما در پایین‌ترین نقطهٔ آن صفر باشد، نمودار سمت راست حالتی را نشان می‌دهد که در آن عمق یخ ثابت می‌ماند.

$$\left.\begin{array}{l}\theta = m_1\delta \\ ۴ = m_۲\Delta\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\theta}{۴} = \frac{m_1}{m_۲} \times \frac{\delta}{\Delta} \Rightarrow \frac{\delta}{\Delta} = \frac{\theta}{۴} \times \frac{m_۲}{m_1}$$

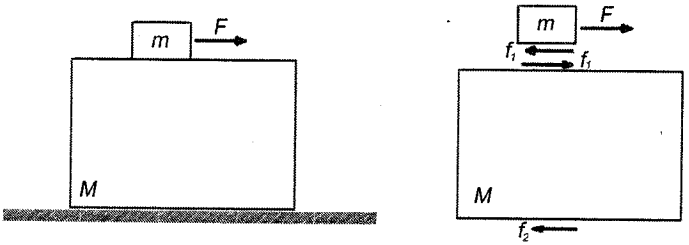
از طرف دیگر می‌دانیم، شیب نمودار تغییرات دما بر حسب عمق با عکس رسانندگی متناسب می‌باشد، یعنی $\frac{m_۲}{m_1} = \frac{k}{K}$ است.

$$\frac{\delta}{\Delta} = \frac{\theta}{۴} \times \frac{m_۲}{m_1} = \frac{\theta}{۴} \times \frac{k}{K} = \frac{\theta k}{۴K}$$

۲۹) گزینهٔ «ج» صحیح است.

نیروی اصطکاک بین دو جسم را با f_1 و نیروی اصطکاک بین مکعب و سطح افقی را با $f_۲$

نشان می‌دهیم، در شکل زیر نمودار نیروهای وارد بر اجسام را مشاهده می‌کنید:



حال بررسی می‌کنیم اگر جسم m حرکت کند، با چه شرطی جسم M نیز حرکت خواهد کرد.

شرط حرکت جسم M : $f_1 \geq (f_2)_{max} \Rightarrow \mu_2 m \geq \mu_1(m+M)$

$$\Rightarrow (\mu_2 - \mu_1)m \geq \mu_1 M$$

هرگاه $\mu_2 > \mu_1$ باشد، مقدار $(\mu_2 - \mu_1)$ مثبت بوده و رابطهٔ فوق به صورت $m \geq \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} M$ در می‌آید، یعنی هرگاه m از حد معینی بیشتر باشد، مکعب حرکت می‌کند.

۳۰) گزینهٔ «ب» صحیح است.

هرگاه جرم و حجم آب سقوط کره بر واحد زمان را به ترتیب با m و V نشان دهیم، داریم:

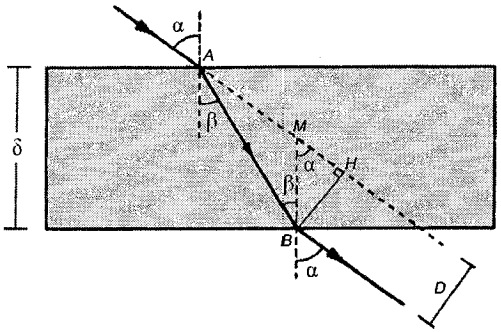
انرژی آب سقوط کرده در واحد زمان : $W = mgh = (\rho V)gh$

$$\Rightarrow W = (۱۰۰۰V)(۱۰)(۱۰۰) = ۱۰^۶ V$$

توان الکتریکی تولید شده : $\frac{۱}{۲}W = ۵ \times ۱۰^۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۶ V = ۵ \times ۱۰^۸$

$$\Rightarrow ۵ \times ۱۰^۵ V = ۵ \times ۱۰^۸ \Rightarrow V = ۱۰^۳ m^۳/s$$

۳۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.



می‌دانیم زوایای α و β کوچک می‌باشند، یعنی می‌توان سینوس آنها را با مقادیر زوایا

جایگزین نمود (تقریب زوایای کوچک). همچنین به صورت تقریبی با توجه به اینکه β کوچک می‌باشد $AB \simeq \delta$ در نظر می‌گیریم. حال در شکل فوق قانون سینوسها را در مثلث ABM به کار می‌بریم:

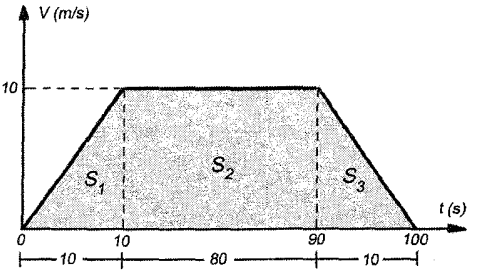
$$\frac{AB}{\sin(۱۸۰-\alpha)} = \frac{MB}{\sin(\alpha-\beta)} \Rightarrow \frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{MB}{\sin(\alpha-\beta)} \Rightarrow \frac{\delta}{\alpha} = \frac{MB}{\alpha-\beta}$$

$$\Rightarrow MB = \frac{\alpha-\beta}{\alpha}\delta = \frac{\frac{\alpha}{\beta}-۱}{\frac{\alpha}{\beta}}\delta = \frac{n-۱}{n}\delta$$

$$\Delta HBM : D = MB\sin\alpha = (\frac{n-۱}{n}\delta)\alpha$$

۳۲) گزینهٔ «ج» صحیح است.

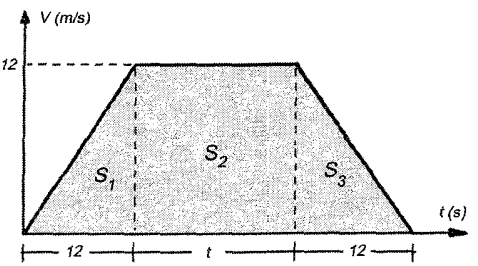
ابتدا فاصلهٔ بین دو ایستگاه را بدست می‌آوریم. می‌دانیم در شرایطی عادی سرعت قطار ۱۰m/s است با توجه به اینکه شتاب قطار ۱m/s^۲ می‌باشد مدت زمان لازم برای سرعت گرفتن و ترمز کردن قطار هر کدام ۱۰ ثانیه است و می‌دانیم کل مدت زمان حرکت قطار بین دو ایستگاه متوالی ۱۰۰ ثانیه است. بدین ترتیب نمودار سرعت - زمان قطار در شرایط عادی به صورت زیر می‌باشد:



فاصلهٔ بین دو ایستگاه متوالی : $S = S_۱ + S_۲ + S_۳$

$$\Rightarrow S = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰ + ۸۰ \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰ = ۹۰۰m$$

حال محاسبه می‌کنیم، قطار در شرایط اضطراری فاصلهٔ بین دو ایستگاه را حداقل در چند ثانیه طی می‌کند، می‌دانیم حداکثر سرعت قطار در این حالت ۱۲m/s می‌باشد، لذا نمودار سرعت - زمان قطار به صورت زیر خواهد بود.



فاصلهٔ بین دو ایستگاه متوالی : $S = S_۱ + S_۲ + S_۳ = ۹۰۰$

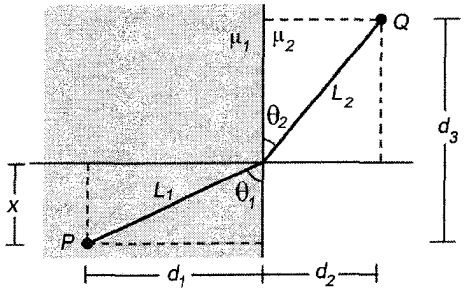
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times ۱۲ + t \times ۱۲ + \frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times ۱۲ = ۹۰۰$$

$$\Rightarrow t \times ۱۲ = ۹۰۰ - ۱۴۴ \Rightarrow t = \frac{۷۵۶}{۱۲} = ۶۳ \text{ ثانیه}$$

حداقل زمان بین دو ایستگاه : $T = ۱۲ + t + ۱۲ = ۸۷$ ثانیه

قطار فاصلهٔ بین دو ایستگاه را در شرایط عادی در ۱۰۰ ثانیه و در شرایط اضطرار در ۸۷ ثانیه طی می‌کند. یعنی در شرایط اضطرار قطار بین هر دو ایستگاه متوالی می‌تواند $۱۳ = ۸۷ - ۱۰۰$ ثانیه صرفه‌جویی کند. حال می‌توان گفت اگر قطار در یک ایستگاه ۳۰ ثانیه بیشتر توقف کند، حداقل در ۳ ایستگاه بعدی می‌تواند آن را جبران کند.

۳۳) گزینهٔ «الف» صحیح است.



تلفات انرژی : $W = \mu_۱ L_۱ + \mu_۲ L_۲$

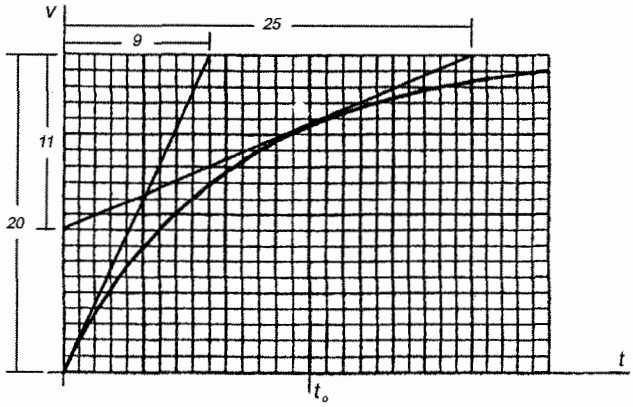
$$\Rightarrow W = \mu_۱ \sqrt{d_۱^۲ + x^۲} + \mu_۲ \sqrt{d_۲^۲ + (d_۳ - x)^۲}$$

حال می‌بایست در رابطهٔ فوق x را چنان بیابیم که W حداقل شود:

$$\frac{dW}{dx} = ۰ \Rightarrow \mu_۱ \frac{x}{\sqrt{d_۱^۲ + x^۲}} + \mu_۲ \frac{-(d_۳ - x)}{\sqrt{d_۲^۲ + (d_۳ - x)}} = ۰$$

$$\Rightarrow \mu_۱ \cos\theta_۱ = \mu_۲ \cos\theta_۲$$

۳۴) گزینهٔ «ج» صحیح است.



شیب خط مماس بر منحنی سرعت – زمان برابر شتاب متحرک است. می‌دانیم در $t = ۰$ متحرک ساکن است لذا نیروی اصطکاک هوا در این لحظه صفر است و شتاب جسم برابر g می‌باشد. با ترسیم خط مماس در $t = ۰$، شیب این خط از روی نمودار $g = \frac{۲۰}{۹}$ بدست می‌آید. همچنین شتاب در لحظهٔ $t = t_۰$ با ترسیم خط مماس در این لحظه و یافتن شیب آن برابر $a = \frac{۱۱}{۲۵}$ بدست می‌آید. البته مقادیر a و g برحسب واحدهای نشان داده شده در نمودار بدست آمده است و لازم است آنها را به واحد متر بر مجذور ثانیه تبدیل کنیم. می‌دانیم g برابر $۱۰\ \mathrm{m/s^۲}$ می‌باشد.

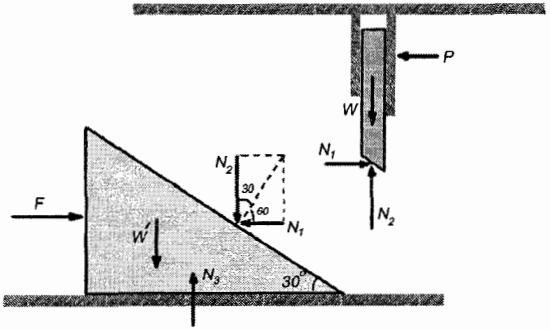
$$\frac{a}{g} = \frac{\frac{۱۱}{۲۵}}{\frac{۲۰}{۹}} = \frac{۹۹}{۵۰۰} \Rightarrow a = \frac{۹۹}{۵۰۰} \times ۱۰ \simeq ۲ m/s^۲$$

$$a = g - \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{F}{m} = g - a = ۱۰ - ۲ = ۸ m/s^۲$$

$$\Rightarrow F = ۸m = ۸ \times ۰/۴ = ۳/۲ N$$

۳۵) گزینهٔ «د» صحیح است.

نمودار نیروی وارد بر اجسام در شکل زیر نشان داده شده است.



$N_۲ = W$: تعادل وزنه در راستای y

می‌دانیم برآیند نیروهای $\vec{N}_۲, \vec{N}_۱$ می‌بایست عمود بر سطح شیب‌دار باشد:

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{N_۱}{N_۲} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{N_۱}{N_۲} \Rightarrow N_۱ = \frac{\sqrt{۳}}{۳} N_۲$$

تعادل سطح شیب‌دار در راستای x : $F = N_۱ = \frac{\sqrt{۳}}{۳} N_۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۳} W$

۳۶) گزینهٔ «الف» صحیح است.

می‌دانیم برای محاسبهٔ نیرویی که از طرف سیال به سطح یک جسم درون سیال وارد می‌گردد، کافی است فشار سیال در مرکز سطح جسم را در مساحت آن سطح ضرب کنیم.

عمق مرکز سطح : $h = (a+b)\sin\theta$

فشار در مرکز سطح : $\overline{P} = P_۰ + \rho g h$

نیروی وارد به جسم : $F = \overline{P}A = (P_۰ + \rho g h)(\pi a^۲)$

$$\Rightarrow F = \pi a^۲ [P_۰ + \rho g (a+b)\sin\theta]$$

۳۷) گزینهٔ «ج» صحیح است.

می‌دانیم در فرآیندهای چرخه‌ای، گرمایی که به گاز داده می‌شود برابر مساحت آن چرخه در نمودار $P-V$ می‌باشد. البته باید توجه نمود که اگر چرخه ساعتگرد باشد علامت گرما مثبت و هرگاه چرخه پادساعتگرد باشد، علامت گرما منفی خواهد بود. در این مسئله نمودار $P-V$ دو فرآیند چرخه‌ای دیده می‌شود که دارای مساحت‌های برابر می‌باشند اما یکی از چرخه‌ها ساعتگرد و دیگری پادساعتگرد است در نتیجه در مجموع هیچ گرمایی به گاز داده نمی‌شود.

۳۸) گزینهٔ «ج» صحیح است.

مقدار صرفه‌جویی هر خودرو در هر ماه بر حسب لیتر $= \frac{۱۵۰۰}{۱۰۰} \times ۵ = ۷۵$ لیتر

مقدار صرفه‌جویی هر خودرو در هر سال بر حسب لیتر $= ۷۵ \times ۱۲ = ۹۰۰$ لیتر

مقدار صرفه‌جویی تمام خودروها در هر سال بر حسب لیتر $= ۴ \times ۱۰^۶ \times ۹۰۰$
$= ۳۶ \times ۱۰^۸$ لیتر

صرفه‌جویی سالانه $= (۳۶ \times ۱۰^۸)(۲۳۰ - ۸۰) = ۵۴۰ \times ۱۰^۹$ تومان

۳۹) گزینهٔ «ج» صحیح است.

یک انسان معمولی ۶۰ سال عمر می‌کند، ابتدا حساب می‌کنیم این فرد چند دقیقه نفس کشیده است:

عمر یک انسان معمولی $= ۶۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \simeq ۳/۲ \times ۱۰^۷$ دقیقه

فرض می‌کنیم به طور متوسط هر انسان دقیقه‌ای ۵ لیتر هوا تنفس کند.

حجم هوای تنفس شده $= ۳/۲ \times ۱۰^۷ \times ۵ = ۱/۶ \times ۱۰^۸$ لیتر

«بخش مسائل پاسخ کوتاه»

۱) فشار هوا در سطح دریا را $P_\circ$ در نظر می‌گیریم، مقدار $P_\circ$ مستقل از درجهٔ دما می‌باشد، چون ناشی از جرم اتمسفر می‌باشد. می‌دانیم هرگاه دمای مطلق هوا T باشد، فشار در ارتفاع h از رابطهٔ $P = P_\circ e^{-\frac{gh}{RT}}$ بدست می‌آید، هرگاه ارتفاع واقعی برج را h بنامیم، فشار در دمای ۳۰ درجه سانتیگراد در بالای برج از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$P = P_\circ e^{-\frac{gh}{R(۲۷۳+۳۰)}} = P_\circ e^{-\frac{gh}{R(۳۰۳)}} \qquad (۱)$$

اما می‌دانیم ارتفاع‌سنج بر اساس دمای صفر درجهٔ سانتیگراد مدرج شده است، لذا متناظر با فشار فوق، ارتفاع h' را بدست می‌دهد:

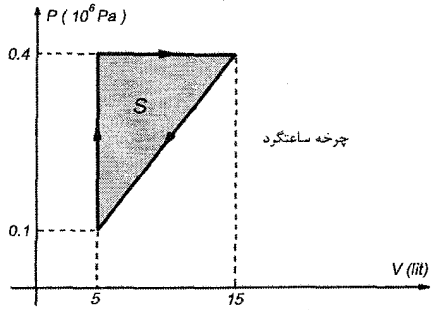
$$P = P_\circ e^{-\frac{gh'}{R(۲۷۳)}} \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow P_\circ e^{-\frac{gh}{R(۳۰۳)}} = P_\circ e^{-\frac{gh'}{R(۲۷۳)}} \Rightarrow \frac{h}{۳۰۳} = \frac{h'}{۲۷۳}$$

یعنی ارتفاعی که ارتفاع سنج نشان می‌دهد، با درجه دمای مطلق هوا رابطهٔ معکوس دارد:

$$\frac{h}{۳۰۳} = \frac{۵۰}{۲۷۳} \Rightarrow h = \frac{۳۰۳ \times ۵۰}{۲۷۳} = ۵۵/۴۹m$$

۲) در ماشین‌های گرمایی بازده از رابطهٔ $\eta = \frac{W}{Q_H}$ بدست می‌آید، در این رابطه W برابر مساحت محصور در چرخهٔ گرمایی و Q_H برابر با مجموع گرماهای گرفته شده توسط سیستم گازی است.



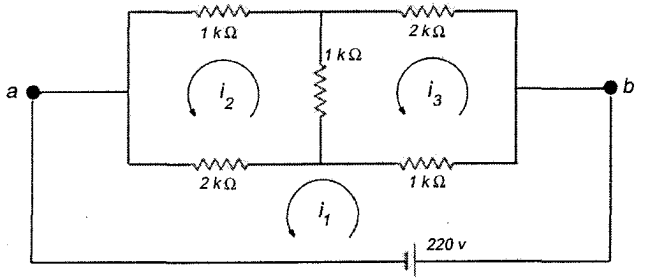
$$W = -S = -\frac{(۰/۴ - ۰/۱) \times ۱۰^۶ \times (۱۵ - ۱۵) \times ۱۰^{-۳}}{۲} = -۱۵۰۰j$$

$$Q_H = Q_P + Q_V = \frac{۵}{۲}P\Delta V + \frac{۳}{۲}V\Delta P$$

$$= \frac{۵}{۲} \times ۰/۴ \times ۱۰^{۶} \times (۱۵-۵) \times ۱۰^{-۳} + \frac{۳}{۲} \times ۵ \times ۱۰^{-۳} \times (۰/۴ - ۰/۱) \times ۱۰^{۶}$$

$$= ۱۰۰۰۰ + ۲۲۵۰ = ۱۲۲۵۰j \Rightarrow \eta = |\frac{W}{Q_H}| = \frac{۱۵۰۰}{۱۲۲۵۰} \simeq ۰/۱۲ = ۱۲\%$$

۳) مدار نشان داده شده در صورت سؤال معادل با مدار شکل زیر می‌باشد. جریان‌های i_1 و i_2 و i_3 را برای هر کدام از حلقه‌ها فرض می‌کنیم و قانون حلقه‌ها را در مورد هر کدام بکار می‌بندیم.

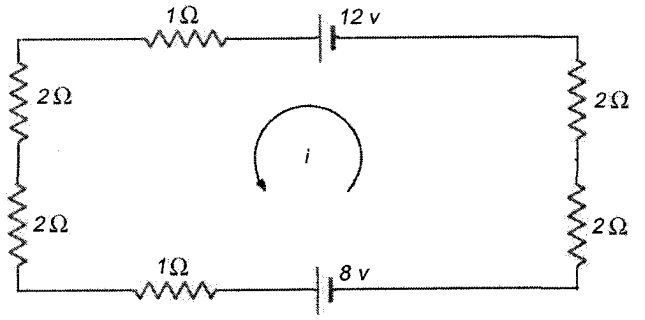


$$\begin{cases} ۲۲۰ - (i_۱ - i_۳) - ۲(i_۱ - i_۲) = ۰ \\ -۲(i_۲ - i_۱) - (i_۲ - i_۳) - i_۲ = ۰ \\ -(i_۳ - i_۱) - ۲i_۳ - (i_۳ - i_۲) = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_۱ = \frac{۱۱۰۰}{۷}\ mA \\ i_۲ = \frac{۶۶۰}{۷}\ mA \\ i_۳ = \frac{۴۴۰}{۷}\ mA \end{cases}$$

جریان i خواسته شده در صورت مسئله برابر $i_۲ - i_۳$ می‌باشد.

$$i = i_۲ - i_۳ = \frac{۶۶۰}{۷} - \frac{۴۴۰}{۷} = \frac{۲۲۰}{۷} = ۳۱/۴\ mA \simeq ۳۱mA$$

۴) شاخهٔ میان مدار قطع می‌باشد، لذا جریانی از آن عبور نمی‌کند، لذا می‌توان آن را از مدار حذف کرد. در این صورت مدار به صورت شکل زیر بدست می‌آید که در آن دو باتری به صورت سری با هم و شش مقاومت نیز با هم سری می‌باشند.



نیروی محرکهٔ معادل : $E = ۱۲ - ۸ =$ ولت ۴

مقاومت معادل : $R = ۱ + ۲ + ۲ + ۱ + ۲ + ۲ =$ اهم ۱۰

$$\Rightarrow i = \frac{E}{R} = \frac{۴}{۱۰} = ۰/۴ \text{ آمپر}$$

حال برای بدست آوردن اختلاف پتانسیل نقاط a و b در مدار صورت سؤال از نقطهٔ a از طریق شاخهٔ پایینی تا نقطهٔ b حرکت می‌کنیم و افزایش یا کاهش پتانسیل‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$V_{ba} = -۲ \times i - ۱ \times i - ۸ - ۲ \times i - ۳ \times ۰ - ۱۰ - ۱ \times ۰$$
$$V_{ba} = -۵i - ۱۸ = -۵ \times ۰/۴ - ۱۸ = -۲۰ \text{ ولت}$$

یعنی پتانسیل نقطهٔ b به اندازهٔ ۲۰ ولت کمتر از پتانسیل نقطهٔ a می‌باشد و اختلاف پتانسیل این دو نقطه برابر ۲۰ ولت است.

۵) ابتدا پتانسیل الکتریکی در نقاط A و B را ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ محاسبه می‌کنیم:

$$V_A = K(\frac{q_۱}{r_۱} + \frac{q_۲}{r_۲}) = ۹ \times ۱۰^۹(\frac{۵}{۰/۱} - \frac{۵}{۰/۲}) \times ۱۰^{-۹} = ۲۲۵V$$

$$V_B = K(\frac{q}{r_۳} + \frac{q_۲}{r_۴}) = ۹ \times ۱۰^۹(\frac{۵}{۰/۲} - \frac{۵}{۰/۱}) \times ۱۰^{-۹} = -۲۲۵$$

$$V_{BA} = V_B - V_A = -۲۲۵ - ۲۲۵ = -۴۵۰V$$

$$U_{BA} = V_{BA} \quad q_۳ = -۴۵۰ \times (۱ \times ۱۰^{-۹}) = -۴/۵ \times ۱۰^{-۷}j$$

یعنی در حرکت از A تا B، انرژی پتانسیل بار $q_۳$ به میزان $۴/۵ \times ۱۰^{-۷}$ کاهش می‌یابد. در نتیجه با توجه به پایستاری انرژی کل، انرژی جنبشی بار $q_۳$، می‌بایست به همین مقدار افزایش یابد.

$$\Delta K = ۴/۵ \times ۱۰^{-۷}j \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV^۲ - ۰ = ۴/۵ \times ۱۰^{-۷}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times (۹۰ \times ۱۰^{-۶})V^۲ = ۴/۵ \times ۱۰^{-۷}$$

$$\Rightarrow V^۲ = ۰/۰۱ \Rightarrow V = ۰/۱m/s = ۱۰cm/s$$

۶)

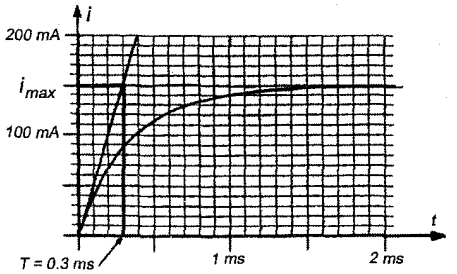
$$P = \alpha P_۰ = ۱ \ atm \Rightarrow \alpha A[۱ + \beta \ (T - T_۰)] = ۱$$

$$\Rightarrow ۰/۹۸ \times ۱ \times [۱ + ۰/۰۳۷ \ (T - T_۰)] = ۱$$

$$\Rightarrow ۱ +/ ۰۳۷ \ (T - T'_۰) = \frac{۱۰۰}{۹۸} \Rightarrow ۰/۰۳۷ \ (T - T_۰) = \frac{۱۰۰}{۹۸} - ۱ = \frac{۱}{۴۹}$$

$$\Rightarrow (T - T_۰) = ۰/۵۵۲ \text{ درجهٔ کلوین } = ۵۵ \text{ سانتی کلوین}$$

۷) ابتدا به کمک نمودار $i - t$ ثابت زمانی مدار RL را بدست می‌آوریم. بدین ترتیب که اثبات خواهیم کرد مقدار t نقطهٔ تلاقی خط مماس بر منحنی در لحظهٔ $t = ۰$ و خط $i = i_{max}$ برابر ثابت زمانی مدار RL است.



می‌دانیم وقتی جریان در یک مدار RL وصل می‌گردد، شدت جریان عبوری از مدار بر حسب زمان از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$i = i_{max}(۱ - e^{-\frac{t}{T}}) \ , T = \frac{L}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = i_{max} \times \frac{۱}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$

$$(t = ۰) \text{ شیب خط مماس بر منحنی در } : (\frac{di}{dt})_{t=۰} = \frac{i_{max}}{T} e^{-\frac{۰}{T}} = \frac{i_{max}}{T}$$

رابطهٔ بالا بیان می‌کند که T برابر مختصهٔ t نقطهٔ تلاقی خط مماس بر منحنی در لحظهٔ $t = ۰$ و خط $i = i_{max}$ می‌باشد، حال با توجه به شکل فوق $T = ۰/۳ms$ است.

$$\frac{۱}{R_{\text{معادل}}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{۱۰۰} + \frac{۱}{۴۰۰} \Rightarrow R_{\text{معادل}} = ۸۰\Omega$$

$$\frac{۱}{L_{\text{معادل}}} = \frac{۱}{L_۱} + \frac{۱}{L_۲} = \frac{۱}{۴۰} + \frac{۱}{L_۲} \Rightarrow L_{\text{معادل}} = \frac{۴۰L_۲}{۴۰ + L_۲} \text{ میلی هانری}$$

$$T = ۰/۳ms \rightarrow \frac{L_{\text{معادل}}}{R_{\text{معادل}}} = \frac{\frac{۴۰L_۲}{۴۰ + L_۲}}{۸۰} = ۰/۳$$

$$\Rightarrow \frac{L_۲}{۲(۴۰ + L_۲)} = ۰/۳ \Rightarrow L_۲ = ۲۴ + ۰/۶L_۲ \Rightarrow ۰/۴L_۲ = ۲۴$$

$$\Rightarrow L_۲ = \frac{۲۴}{۰/۴} = ۶۰ \text{ میلی هانری}$$

فصل ۵

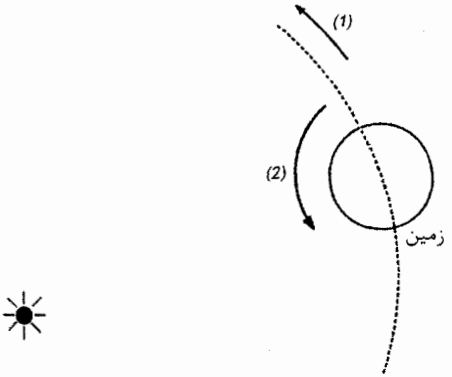
مرحلهٔ اوّل نوزدهمین المپیاد فیزیک ایران

۱.۵ سؤالات

« بخش سؤالات چند گزینه‌ای »

توجه: سؤال‌های ۱ تا ۳۵ چند گزینه‌ای هستند و به هر گزینه که درست علامت زده شود نمرهٔ مثبت و به گزینه‌ای که نادرست علامت زده شود، نمرهٔ منفی داده خواهد شد. هر سؤال فقط یک گزینهٔ درست دارد و انتخاب بیش از یک گزینه معادل با پاسخ نادرست است.

۱) مطابق شکل پیکان شمارهٔ ۱ جهت سرعت حرکت زمین به دور خورشید را نشان می‌دهد، و پیکان شمارهٔ ۲ جهت سرعت چرخش زمین به دور محور خود را نشان می‌دهد. فرض کنید صفحهٔ استوای زمین و صفحهٔ مدار زمین به دور خورشید بر هم منطبق‌اند. شخصی روی استوا ایستاده است. در چه موقع جهت قائم آن شخص (رو به بالا) جهت حرکت زمین به دور خورشید را نشان می‌دهد؟



الف) طلوع خورشید
ب) ظهر
ج) غروب خورشید
د) نیمه شب

۲) اگر اندازهٔ بردار میدان الکتریکی در هوا از ۳MV/m بیش‌تر شود، هوا فروشکسته می‌شود، یعنی موقتاً رسانا می‌شود. اگر بار q به صورت یکنواخت روی پوسته‌ای کروی پخش شود، برای محاسبهٔ اندازهٔ بردار میدان الکتریکی در نقاط بیرون از پوسته می‌توان کل بار پخش شده روی پوسته را به صورت یک بار نقطه‌ای در مرکز پوسته در نظر گرفت.

کلاهک فلزی یک مولد وان‌دوگراف، با تقریب خوبی کره‌ای با شعاع ۱۰cm است. بیش‌ترین باری که می‌توان روی کلاهک قرار داد تا هنوز هوای پیرامونش فروشکسته نشود به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟

الف) ۳ pC ب) ۳nC ج) ۳μC د) ۳ mC

۳) انرژی پتانسیل الکتریکی یک کرهٔ رسانا به شعاع R و بار Q، دور از بارهای دیگر، برابر با $\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$ است. اگر ۱۰۰۰ قطرهٔ جیوه کروی مشابه و با بار یکسان به هم بچسبند و یک قطرهٔ کروی بزرگ تشکیل دهند، نسبت انرژی الکتریکی قطرهٔ بزرگ به مجموع انرژی الکتریکی قطره‌های اولیه چقدر خواهد بود؟ در محاسبهٔ مجموع انرژی قطره‌های کوچک، فرض کنید این قطره‌ها از هم دورند.

الف) ۱ ب) ۱۰ ج) ۱۰۰ د) ۱۰۰۰

۴) توان الکتریکی یک لامپ کم‌مصرف، یک پنجم توان الکتریکی یک لامپ معمولی است، به شرطی که توان نوری که این دو لامپ تولید می‌کنند یکسان باشد. فرض کنید در ایران همهٔ لامپ‌ها را از نوع معمولی به نوع کم‌مصرف تغییر دهند. توانی که به این خاطر صرفه‌جویی می‌شود به کدام یک از این مقدارها نزدیک‌تر است؟

الف) 10^6 W ب) 10^{10}W ج) 10^{14}W د) 10^{18} W

۵) جرم نمک موجود در اقیانوس‌های زمین به کدام یک از این مقدارها نزدیک‌تر است؟

الف) 10^{11} kg ب) 10^{15} kg ج) 10^{19} kg د) 10^{23}kg

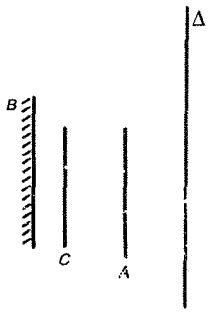
۶) سه جسم روی یک خط راست‌اند و می‌توانند فقط روی همین خط حرکت کنند. اگر یکی از این جسم‌ها با سرعت v به یک جسم دیگر برخورد کند، و سرعت جسم دوم پیش از

برخورد صفر باشد، پس از برخورد سرعت جسم اول αv و سرعت جسم دوم $(1-\alpha)v$ می‌شود. داریم $0 < \alpha < 0/5$ و فرض کنید مقدار α به سرعت بستگی ندارد.

جسم اول در طرف چپ جسم دوم، و جسم دوم در طرف چپ جسم سوم است. جسم دوم و جسم سوم ساکن‌اند و جسم اول با سرعت v به طرف راست حرکت می‌کند. چند برخورد رخ می‌دهد؟

الف) حتماً یکی.
ب) حتماً دوتا.
ج) به‌ازای بعضی از مقدارهای α دوتا، و به‌ازای بعضی از مقدارهای α بیش از دوتا.
د) حتماً بیش از دوتا.

۷) جسم شفاف A، آینهٔ تخت B، و مانع کدر C را در نظر بگیرید. ناظری در یکی از نقطه‌های خط Δ است. کدام گزینه درست است؟



الف) ناظر هرجای خط Δ که باشد تصویر همهٔ A را می‌بیند.
ب) ناظرهرجای خط Δ که باشد تصویر هیچ نقطه‌ای از A را نمی‌بیند
ج) بخشی از A هست، که ناظر هرجای خط Δ باشد تصویر آن‌را نمی‌بیند و بخشی از A هست که ناظر هر جای خط Δ باشد تصویر آن‌را می‌بیند.
د) بخشی از A هست، که ناظر هرجای خط Δ باشد تصویر آن‌را نمی‌بیند و جاهایی از Δ هست که ناظر اگر آن‌جا باشد، تصویر بخشی از A را می‌بیند.

۸) ماه از زمین مثل یک قرص دیده می‌شود که یک هلال از آن روشن است. مرز این هلال از یک نیم‌دایره و یک نیم بیضی تشکیل شده است. مساحت یک بیضی برابر است با πab، که a و b نیم قطرهای بزرگ و کوچک بیضی‌اند. اگر زاویهٔ خورشید – زمین – ماه (که رأس آن زمین است) θ باشد، مساحت هلال روشن چه کسری از مساحت قرص ماه است؟

الف) $\frac{\theta}{\pi}$ ب) $\frac{1-\cos\theta}{2}$ ج) $\sin\theta$ د) $\sin\frac{\theta}{2}$

۹) یک دریاچه را در نظر بگیرید که سطح آن یخ زده است. فرض کنید دما در نقاط مختلف این دریاچه مستقل از زمان، و آب دریاچه هم ساکن است. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً همهٔ دریاچه یخ زده است.
ب) دمای سطح بالایی یخ دریاچه حتماً صفر درجه سلیسیوس است.
ج) کلفتی یخ دریاچه حتماً ناچیز است.
د) در هیچ جا ممکن نیست دمای آب دریاچه از چهار درجهٔ سلیسیوس بیش‌تر شود.

۱۰) برای باد کردن لاستیک دوچرخه‌ای از یک تلمبه استفاده می‌کنیم. حجم سیلندر این تلمبه $۴۰\text{cm}^۲$ است. می‌خواهیم با این تلمبه لاستکی را باد بزنیم. پیش از باد زدن، حجم هوای درون لاستیک ۷۵ درصد حجم نهایی درون لاستیک، و فشار این هوا همان فشار هوای بیرون و برابر با یک جو است. پس از باد زدن، حجم هوای درون لاستیک $۲۰۰۰\text{cm}^۳$ است و در این حالت مساحت محل تماس لاستیک با زمین، در اثر نیروی ۳۵۰N برابر با $۶۰\ \text{cm}^۲$ است. از گرم شدن هوا در اثر تلمبه زدن چشم بپوشید. چند بار باید تلمبه بزنیم؟

الف) ۳۰ ب) ۴۰ ج) ۵۰ د) ۶۰

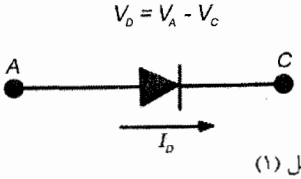
۱۱) از بالای سطح زمین توپی با سرعت اولیهٔ $v_۰$ به بالا پرتاب می‌شود. بعد از زمان T از همان نقطه توپ دیگری بدون سرعت اولیه رها می‌شود. شرط لازم و کافی برای آن‌که دو توپ پس از رها شدن توپ دوم، در نقطه‌ای از مسیر به هم برسند چیست؟ فرض کنید ارتفاع نقطهٔ پرتاب توپ از سطح زمین بسیار زیاد است. g شتاب گرانش زمین است.

الف) $v_۰ < gT$ ب) $v_۰ > \frac{gT}{۲}$
ج) $\frac{gT}{۲} < v_۰ < gT$ د) $gT < v_۰ < \sqrt{۲}gT$

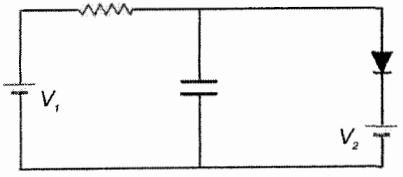
۱۲) چگالی آب را ρ_w و چگالی برف را ρ_s بگیرید. نسبت $\frac{\rho_s}{\rho_w}$ به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

الف) ۰/۹ ب) ۰/۱ ج) ۰/۰۱ د) ۱/۱

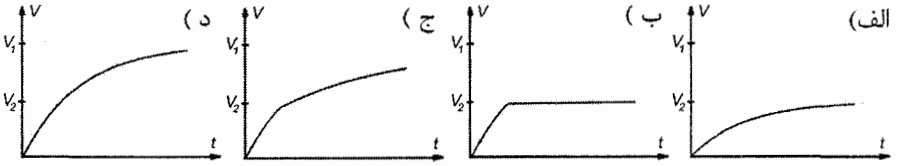
۱۳) شکل «۱» عنصری به اسم دیود را نشان می‌دهد. ویژگی این عنصر آن است که یا $V_D = ۰$ و $I_D \geq ۰$، یا $I_D = ۰$ و $V_D \leq ۰$ است. در مدار شکل «۲»، در زمان صفر اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V) صفر است. هم‌چنین، $V_۱ > V_۲$ است. کدام گزینه ممکن است نمودار اختلاف پتانسیل دو سر خازن بر حسب زمان باشد؟



شکل (۱)



شکل (۲)

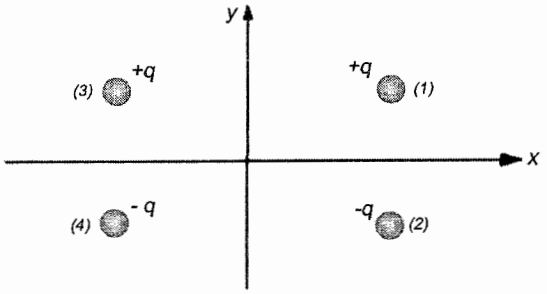


۱۴) مقداری گاز کامل در یک ظرف است. جرم گاز ثابت است. در فشار ثابت، دمای این گاز کم می‌شود. گرمای داده شده به این گاز را با Q، و تغییر انرژی درونی این گاز را با ΔU نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $Q < \Delta U < 0$ ب) $Q < 0 < \Delta U$ ج) $0 < Q < \Delta U$

د) $0 < \Delta U < Q$ ه) $\Delta U < 0 < Q$ و) $\Delta U < Q < 0$

۱۵) چهار بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل در نظر بگیرید. مجموع نیروهای وارد بر دو بار ۱ و ۲ را با $\overrightarrow{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j}$ نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟



الف) $F_x > 0$ و $F_y = 0$ ب) $F_x < 0$ و $F_y = 0$

ج) $F_x > 0$ و $F_y \neq 0$ د) $F_x < 0$ و $F_y \neq 0$

۱۶) یک جسم روی یک سطح افقی است (و به آن نچسبیده است). سطح افقی در راستای قائم حرکت می کند و معادلهٔ حرکت آن $y = A\cos wt$ است، که y ارتفاع و t زمان است. و A و w ثابت‌اند. نیروی مقاومت هوا وارد بر این جسم $-mb\,\frac{dy}{dt}$ است، که m جرم جسم و b مقداری ثابت است. شتاب گرانش g است. A حداکثر چه‌قدر باشد تا جسم از سطح جدا نشود؟

الف) $\frac{g}{\omega\sqrt{b^2+\omega^2}}$ ب) $\frac{g}{\omega^2}$ ج) $\frac{g}{\omega(b+\omega)}$ د) $\frac{g}{\omega b}$

۱۷) یک قطره در زمان صفراز نقطهٔ A شروع به سقوط آزاد می‌کند. یک قطرهٔ دیگر در زمان Δt از همان نقطهٔ A شروع به سقوط آزاد می‌کند. مشتق زمانی فاصلهٔ این دو قطره از هم در زمان t چیست؟ (g شتاب گرانش زمین است.)

الف) gt ب) $g\,\frac{t+\Delta t}{2}$ ج) $g\Delta t$ د) $g\,\frac{\Delta t^2}{t}$

۱۸) بنابر قانون اول کپلر، مدار زمین به دور خورشید بیضی است، و خورشید در یکی از دو کانون این بیضی است. بنابر قانون دوم کپلر، سرعت حرکت زمین در مدارش طوری است

که پاره‌خط خورشید - زمین در زمان‌های مساوی مساحت‌های مساوی جارو می‌کند. در مدار زمین به دور خورشید، چهار نقطهٔ خاص هست: اعتدال بهاری، انقلاب تابستانی، اعتدال پاییزی، انقلاب زمستانی (همهٔ این فصول، فصول نیم‌کرهٔ شمالی است). اعتدال بهاری، مرکز خورشید، و اعتدال پاییزی بر یک خط‌اند. انقلاب تابستانی، مرکز خورشید، و انقلاب زمستانی هم بر یک خط‌اند؛ و این دو خط بر هم عمودند. در مدار زمین، نقطه‌ای هست موسوم به حضیض که در آنجا فاصلهٔ زمین از خورشید کم‌ترین مقدار ممکن است. زمین در یک لحظهٔ خاص، یعنی در یک روز خاص از سال در این حضیض است. این روز

الف) روزی بین ۱۶ اردیبهشت و ۱۵ مرداد است.
ب) روزی بین ۱۶ مرداد و ۱۵ آبان است.
ج) روزی بین ۱۶ آبان و ۱۵ بهمن است.
د) روزی بین ۱۶ بهمن تا ۱۵ اردیبهشت سال بعد است.

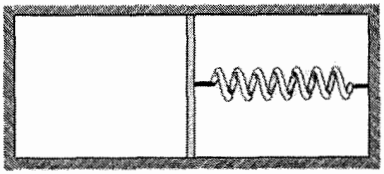
۱۹) زمین و مریخ هر دو به دور خورشید می‌گردند. فرض کنید مدار هر دو دایره باشد. فاصلهٔ زمین تا خورشید را یک واحد نجومی (AU ۱) می‌نامند. فاصلهٔ مریخ از خورشید تقریباً ۱٫۵ AU است. نور خورشید به مریخ می‌تابد و از آن باز می‌تابد. این بازتاب است که ما از روی زمین می‌بینیم. انرژی گذرنده از واحد سطح دهانهٔ یک تلسکوپ (عمود بر جهت نور حاصل از مریخ) بر واحد زمان را درخشانی می‌نامیم. نسبت درخشانی مریخ در حداقل فاصله با زمین، به درخشانی آن در حداکثر فاصله با زمین چه‌قدر است؟

الف) ۱ ب) ۲/۵ ج) ۵/۰ د) ۲۵

۲۰) در یک بزرگ‌راه شرقی - غربی، خودرویی با سرعت ۱۲۰km/h به طرف شرق در حرکت است. رانندهٔ این خودرو، کامیون‌هایی را که در طرف دیگر بزرگ‌راه، به سوی غرب می‌روند می‌شمارد، و می‌بیند که هر ۱۰ دقیقه ۷۰ کامیون از کنار او می‌گذرند. کسی کنار جاده ایستاده است و همین کامیون‌ها را نگاه می‌کند و می‌شمرد. این شخص می‌بیند که سرعت کامیون‌ها ۹۰km/h است و می‌بینید که در هر ساعت N کامیون از کنارش می گذرند. N برابر است با:

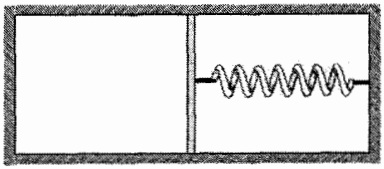
الف) ۱۴۰ ب) ۱۸۰ ج) ۳۶۰ د) ۴۲۰

۲۱) یک ظرف مطابق شکل با یک پیستون نفوذناپذیر به دو قسمت تقسیم شده است. در طرف چپ مقداری گاز است. بین دیوارهٔ راست ظرف و پیستون هم یک فنر است. دیواره‌های بیرونی طرف صلب و نارسانای گرمایند. پیستون با دیواره ظرف اصطکاک دارد. فنر از حالت فشرده رها می‌شود تا مجموعه به تعادل برسد. طی این فرایند، انرژی پتانسیل فنر از U_1 به U_2 می‌رسد و روی گاز کار W انجام می‌شود. کدام گزینه درست است؟



الف) $W < U_1 - U_2$
ب) $W = U_1 - U_2$
ج) $W > U_1 - U_2$

۲۲) یک ظرف مطابق شکل با یک پیستون نفوذناپذیر به دو قسمت تقسیم شده است. در طرف چپ مقداری گاز کامل است. بین دیوارهٔ راست ظرف و پیستون هم یک فنر هست. دیواره‌های بیرونی ظرف صلب و رسانای گرمایند. دو فرایند در نظر می‌گیریم. در فرایند اول پیستون و فنر را از یک وضعیت اولیه رها می‌کنیم تا مجموعه به حالت تعادل برسد. طی این فرایند، تغییر دمای گاز (دمای نهایی منهای دمای اولیه) ΔT_1 است. در فرایند دوم، پیستون و فنر را از همان وضعیت اولیه رها می‌کنیم، اما طی فرایند فنر در می‌رود (آزاد می‌شود). تغییر دمای گاز طی این فرایند ΔT_2 است. کدام گزینه درست است؟

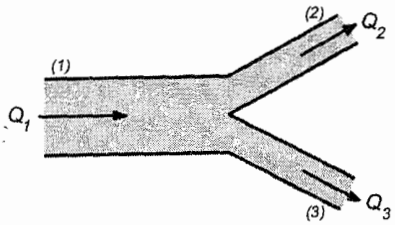


الف) $\Delta T_2 > \Delta T_1$
ب) $\Delta T_2 = \Delta T_1$
ج) $\Delta T_2 < \Delta T_1$

۲۳) یک گاری و یک جعبه روی آن، روی یک سطح افقی ساکن‌اند. در زمان صفر گاری به حرکت درمی‌آید و از زمان صفر تا زمان T با سرعت ثابت حرکت می‌کند. در زمان T گاری ساکن می‌شود و از آن پس ساکن می‌ماند. جعبهٔ روی گاری در زمان t متوقف می‌شود. فرض کنید فقط گاری و زمین به جعبه نیرو وارد می‌کنند و جعبه از گاری بیرون نمی‌افتد. کدام گزینه درست است؟

الف) $t > 2T$
ب) $t = 2T$
ج) $t < 2T$
د) مواردی هست که $t = 2T$، و مواردی هست که $t < 2T$

۲۴) جریان گذرنده از یک لولهٔ افقی آب (حجم آب گذرنده بر واحد زمان) متناسب با اختلاف فشار دو سر لوله است. ضریب تناسب به طول و مقطع لوله بستگی دارد. یک سه راهی افقی را در نظر بگیرید. فشار در سرهای ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب با P_1، P_2 و P_3 نشان می‌دهیم. آب از سر ۱ وارد و از سرهای ۲ و ۳ خارج می‌شود. جریان سرهای ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب با Q_1، Q_2 و Q_3 نشان می‌دهیم. فرض کنید P_3 کم شود و P_1 و P_2 تغییر نکنند. کدام گزینه درست است؟



الف) Q_1 و Q_2 و Q_3 زیاد می‌شوند.
ب) Q_1 و Q_2 زیاد می‌شوند و Q_3 کم می‌شود.
ج) Q_1 و Q_3 زیاد می‌شوند و Q_2 کم می‌شود.
د) Q_1 و Q_2 و Q_3 کم می‌شوند.
ه) Q_1 و Q_2 کم می‌شوند و Q_3 زیاد می‌شود.
و) Q_1 و Q_3 کم می‌شوند و Q_2 زیاد می‌شود.

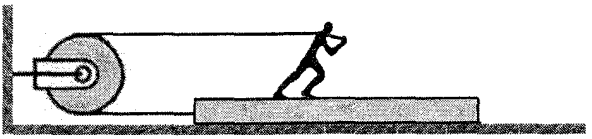
۲۵) یک رانندهٔ تاکسی مسافرها را در نقطهٔ A سوار و در نقطهٔ B پیاده می‌کند. راننده در نقطهٔ A صبر می‌کند تا n مسافر برای تاکسی پیدا شود و آنها را به نقطهٔ B ببرد. زمان لازم برای پیدا شدن هر مسافر t است. پس از اینکه n مسافر سوار تاکسی شدند، تاکسی حرکت می‌کند و به نقطهٔ B می‌رود. زمان لازم برای رفتن از A به B برابر با T است. کرایه‌ای که از هر مسافر دریافت میشود d و هزینهٔ هر سفر (سوخت، استهلاک، ...) C است. درآمد خالص برابر است با مجموع کرایه‌ها منهای هزینه. درآمد خالص بر زمان برابر است با درآمد خالص تقسیم بر زمان لازم برای کسب آن. درآمد خالص بر زمان را با b نشان می‌دهیم. کدام گزینه دربارهٔ رابطهٔ b با n درست است؟

الف) b برحسب n صعودی است اگر $n \leq n_0$ و نزولی است اگر $n \geq n_0$.
ب) b برحسب n نزولی است اگر $n \leq n_0$ و صعودی است اگر $n \geq n_0$.
ج) b برحسب n همواره نزولی است.
د) b برحسب n همواره صعودی است.

۲۶) فرض کنید تمام سطح زمین را با لامپ‌های ۱۰۰ واتی بپوشانیم. توان تولیدی خورشید چند برابر توان تولیدی ناشی از لامپ‌های چیده شده روی سطح زمین است؟ فرض کنید شعاع زمین $۶ \times ۱۰^۶ \mathrm{m}$، زمان رسیدن نور خورشید به زمین $۵۰۰\mathrm{s}$، و توان دریافت شده از خورشید بر واحد سطح روی زمین $۱۰^۳ \mathrm{W/m^۲}$ باشد.

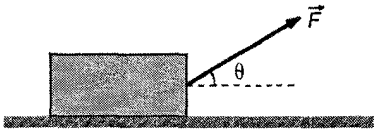
الف) $۱۰^۴$ ب) $۱۰^۷$ ج) $۱۰^{۱۰}$ د) $۱۰^{۱۳}$

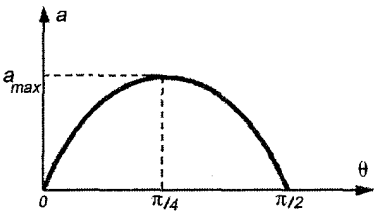
۲۷) فردی به جرم m روی جسمی به جرم m ایستاده است. اصطکاک بین جسم و زمین را ناچیز بگیرید. ضریب اصطکاک بین پای این فرد و جسم μ است. فرض کنید همواره حداقل یکی از پاهای او روی جسم است. او حداکثر با چه شتابی نسبت به زمین می‌تواند حرکت کند؟ (g شتاب گرانش زمین است.)



الف) μg ب) μg ۲ ج) μg ۳ د) μg ۴

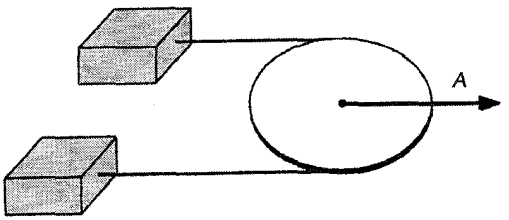
۲۸) شکل، جعبه‌ای را نشان می‌دهد که با نیروی $\vec{F}$ روی سطح افقی اصطکاک داری کشیده می‌شود. اندازهٔ $\vec{F}$ را ثابت نگه می داریم ولی جهت آن را تغییر می‌دهیم. شتاب جعبه تغییر می‌کند. نمودار شتاب جعبه بر حسب θ رسم شده است. a_{max} چه‌قدر است؟ (g شتاب گرانش زمین است.)





الف) g ب) $\sqrt{۲}\, g$ ج) $(\sqrt{۲}-۱)\, g$ د) $(\sqrt{۲}+۱)\, g$

۲۹) دو جرم $m_۱$ و $m_۲$ ($m_۲ > m_۱$) مطابق شکل توسط نخی که از روی قرقره‌ای گذشته است به هم وصل شده‌اند. مطابق شکل قرقره و جرم‌ها روی یک سطح افقی هستند و مرکز قرقره با شتاب A کشیده می‌شود. شتاب $m_۱$ نسبت به زمین $a_۱$ و شتاب $m_۲$ نسبت به زمین $a_۲$ می‌شود. از اصطکاک بین جرم‌ها و زمین، بین نخ و قرقره و همچنین جرم نخ چشم‌پوشی کنید. کدام گزینه راجع به شتاب جرم‌ها درست است؟



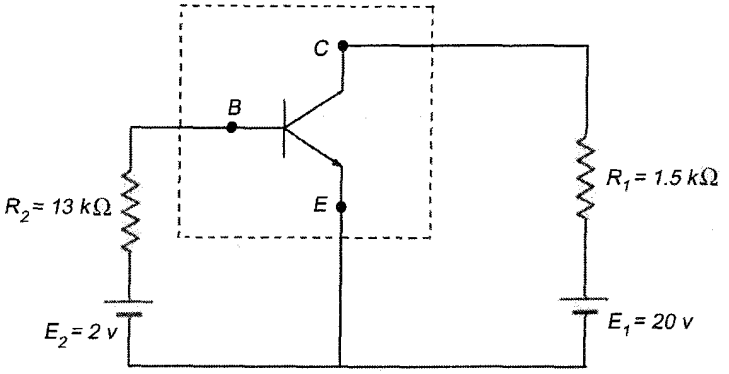
الف) $a_۱ > A > a_۲$ ب) $a_۱ < A < a_۲$

ج) $a_۱ = A = a_۲$ د) $a_۱ > a_۲ > A$

۳۰) مقدار انرژی‌ای که بر واحد زمان سرظهر از طرف خورشید به واحد سطح در تهران می‌رسد در تابستان و زمستان فرق دارد. نسبت این دو مقدار تقریباً چه‌قدر است؟

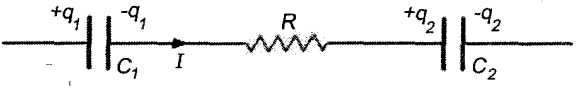
الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵

۳۱) در مدار نشان داده شده در شکل، عنصری که داخل خط‌چین قرار دارد یک ترانزیستور است. توان الکتریکی مصرفی این تراتزیستور چه‌قدر است؟



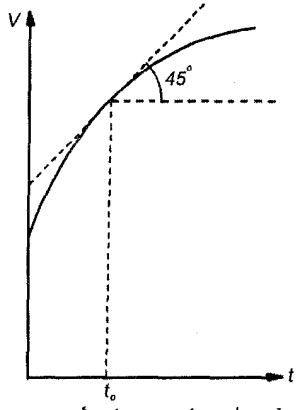
الف) ۴۰mW ب) ۵۰ mW ج) ۶۰ mW د) ۷۰ mW

۳۲) بخشی از یک مدار در شکل دیده می‌شود. مقدار متوسط I در یک فاصلهٔ زمانی Δt برابر است با:



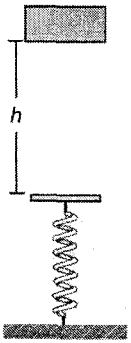
الف) $\frac{\Delta q_1}{\Delta t}$ ب) $\frac{-\Delta q_2}{\Delta t}$ ج) $\frac{\Delta q_1 - \Delta q_2}{\Delta t}$ د) $\frac{\Delta q_1 + \Delta q_2}{\Delta t}$

۳۳) نمودار سرعت - زمان برای متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند رسم شده است. هر ۱cm روی محور v را معادل ۱۰m/s، و هر ۱cm روی محور t را معادل $1s$ گرفته‌ایم. شتاب متحرک در لحظهٔ $t = t_0$ چه‌قدر است؟



الف) ۰/۱ m/s^2
ب) ۱m/s^2
ج) ۱۰m/s^2
د) ۱۰۰m/s^2

۳۴) جسمی به جرم m از ارتفاع h بر روی فنر سبکی با ثابت k رها می‌شود. بیشینهٔ سرعت جسم در طول مسیر هنگامی است که:
(g شتاب گرانش زمین است.)



الف) جسم به فنر برخورد می‌کند.
ب) فنر به اندازهٔ $\frac{mg}{k}$ فشرده شده است.
ج) فنر به اندازهٔ $\frac{۲\ mg}{k}$ فشرده شده است.
د) فنر به اندازهٔ $\sqrt{\frac{۲mgh}{k}}$ فشرده شده است.

۳۵) چگالی سطحی بار روی صفحهٔ مثبت خازن مسطحی $۱۰^{-۷}\mathrm{C/m^۲}$ است، و ثابت دی الکتریک بین دو صفحهٔ خازن ۵ است. اندازهٔ بردار میدان الکتریکی ناشی از منظم شدن مولکول‌های قطبی دی‌الکتریک در فضای بین دو صفحه به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟

الف) ۱۰ V / m ب) ۱۰۰ V / m ج) ۱ kV / m د) ۱۰ kV / m

« بخش مسائل پاسخ کوتاه »

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه، توضیح زیر را به دقت بخوانید:
در این مسأله‌ها باید پاسخ را بر حسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی‌آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه، و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید.
مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی بر حسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد $۲۶/۷\ \mu F$ را به‌دست آورده باشید. آن را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به‌دست آید.
توجه: پاسخ نادرست در این بخش نمرهٔ منفی ندارد.

۱) عرض جغرافیایی دابلین، پایتخت ایرلند جنوبی، °۵۳ شمالی است. یک خیابان شرقی – غربی به عرض ۲۱m در این شهر در نظر بگیرید. در ضلع شمالی این خیابان ساختمان A قرار دارد که پنجره‌ای در ارتفاع ۲۵m از سطح زمین دارد. در ضلع جنوبی این خیابان، و مقابل ساختمان A، ساختمان B به ارتفاع h در حال ساخت است. حداقل h چند متر باشد تا در ظهر هیچ روزی از سال آفتاب به پنجرهٔ ساختمان A نتابد؟

۲) چگالی بتون $\rho = ۲۵۰۰\mathrm{kg/m^۳}$ است و بیش‌ترین فشاری که می‌تواند تحمل کند تا خرد نشود $۵ \times ۱۰^۷\mathrm{N/m^۲}$ است. بلندترین استوانهٔ قائمی که از بتون می‌توان ساخت چند کیلومتر است؟

۳) دو فنر جرم‌دار یکسان داریم. طول کشیده نشدهٔ هر یک از آنها ۱۲cm است. وقتی یکی از فنرها را از نقطهٔ ثابت می‌آویزیم، طولش ۱۵ cm می‌شود. اگر دو فنر را به هم وصل کنیم

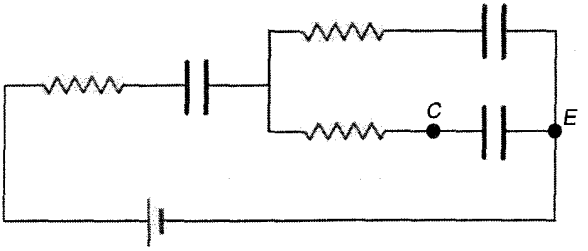
و سپس از نقطهٔ ثابتی بیاویزیم، طول فنر مرکب حاصل چند سانتی‌متر است؟
(راهنمایی: کشیدگی یک فنر جرم‌دار آویزان به جرم m، برابر است با کشیدگی یک فنر بی‌جرم آویزان که به انتهای آن جسمی به جرم $m/۲$ بسته باشند.)

۴) یک گیرنده روی محور x و به فاصلهٔ x از مبدأ است. دو فرستنده، یکی در مبدأ و دیگری روی محور y و به فاصلهٔ ۵۰km از مبدأ، هم‌زمان دو علامت رادیویی می‌فرستند وگیرنده این دو علامت را به فاصله زمانی $۱۰^{-۴}s$ از هم دریافت می‌کند. سرعت انتشار امواج رادیویی را ۳×۱۰^{۵} km/s بگیرید. x چند کیلومتر است؟

۵) یک شکارچی و شکارش ساکن‌اند. شکارچی از زمان صفر با شتاب ثابت $۱۰\ m/s^{۲}$ دنبال شکار حرکت می‌کند. شکار ۲ ثانیه بعد شروع به فرار می‌کند و با شتاب ثابت $۱۵\ m/s^{۲}$ حرکت می‌کند. شکار و شکارچی هر دو روی یک خط راست حرکت می‌کنند. فاصلهٔ اولیهٔ شکار و شکارچی از هم دست بالا چند متر باشد تا شکارچی به شکار برسد؟

۶) هرچه قطر عدسی شیئی تلسکوپی بزرگ‌تر باشد، آن تلسکوپ بهتر می‌تواند اجسام دور را از هم تفکیک کند. اگر قطر عدسی شیئی یک تلسکوپ D باشد، حد تفکیک آن، یعنی کوچک‌ترین زاویه‌ای که با آن می‌توان تشخیص داد برابر است با $\theta = ۵ \times ۱۰^{-۷} / D$، که در این‌جا زاویهٔ θ بر حسب رادیان و D برحسب متر است. فاصلهٔ دو جسم آسمانی از هم $۱۰^{-۶}$ برابر فاصلهٔ آن‌ها از زمین است. قطر عدسی شیئی تلسکوپ حداقل چند سانتی‌متر باشد تا بتوان این دو جسم را از هم تشخیص داد؟

۷) در مدار شکل، اختلاف پتانسیل دو سر باتری $۲۴\ V$، ظرفیت هر خازن $۴۷\ \mu F$، و مقدار هر مقاومت $۲۲\ \Omega$ است. در زمان صفر $V_C - V_E = ۱۸\ V$ است و دو خازن دیگر بی‌بارند. پس از گذشتن زمان زیاد، $V_C - V_E$ چند ولت می شود؟



۸) یکی از دو سطح خارجی یک عدسی کوژ بخشی از یک صفحه، و سطح دیگر بخشی از یک کره به شعاع R است. ضریب شکست این عدسی n است. فاصلهٔ کانونی این عدسی (f) از این رابطه به‌دست می‌آید.

$$\frac{۱}{f} = \frac{n-۱}{R}$$

R و n تابع دما هستند:

$$R(T) = R(T_۰)\,[۱ + \lambda\,(T - T_۰)]$$

$$n(T) = n(T_۰) - ۳\lambda\,(T - T_۰)\,[n(T_۰) - ۱]$$

که T دما و λ ضریب انبساط طولی عدسی است. در دمای $T_۰ = ۰^\circ C$ و $n = ۱/۱$ و $R = ۱۰\text{cm}$ است. ضمناً $\lambda = ۲ \times ۱۰^{-۶}/^\circ C$ است. فاصلهٔ کانونی این عدسی از دمای $T_۰ = ۰^\circ C$ تا دمای $T = ۱۱^\circ C$ به اندازهٔ Δf تغییر می‌کند. Δf چند میکرومتر است؟

راهنمایی: اگر α و β کوچک باشند، آن‌گاه: $(۱+\alpha)^r\ (۱+\beta)^s \simeq ۱ + r\alpha + s\beta$

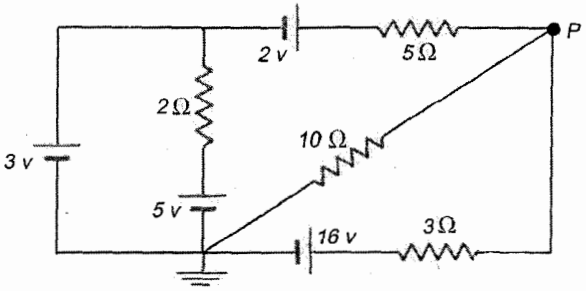
۹) یک خنک کننده با یک ترموستات روشن و خاموش می‌شود. اگر ترموستات مدار را وصل کرده باشد، وقتی دما از $T_۱$ کم‌تر شود مدار قطع می‌شود. اگر ترموستات مدار را قطع کرده باشد، وقتی دما از $T_۲$ بیش‌تر شود مدار وصل می‌شود. $T_۲$ از $T_۱$ بزرگ‌تر است. تغییرات دمای محیطی که این ترموستات در آن است $T = T_۱ + a\cos wt$ است، که T دما و t زمان است. داریم:

$T_۱ = ۷/۰۰^\circ C$ $\qquad$ $T_۲ = ۸/۰۰^\circ C$

$a = ۲/۰۰^\circ C$ $\qquad$ $w = ۲/۰۰ \times ۱۰^{-۳}\ s^{-۱}$

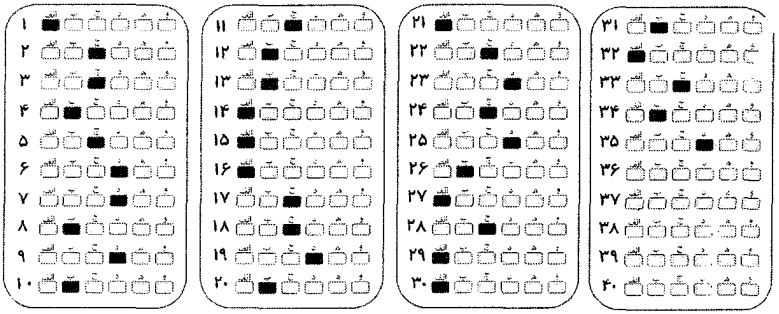
چند درصد از زمان، مدار خنک کننده وصل است؟

۱۰) در مدار نشان داده شده در شکل، پتانسیل نقطهٔ P چند ولت است؟

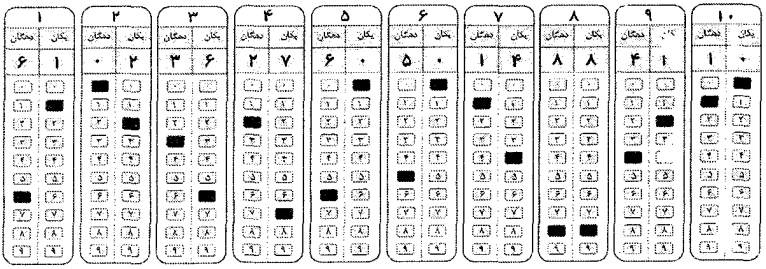


پاسخنامه مرحله اول نوزدهمین المپیاد فیزیک ایران

بخش اول : سؤالات چندگزینه ای



بخش دوم : مسائل پاسخ کوتاه

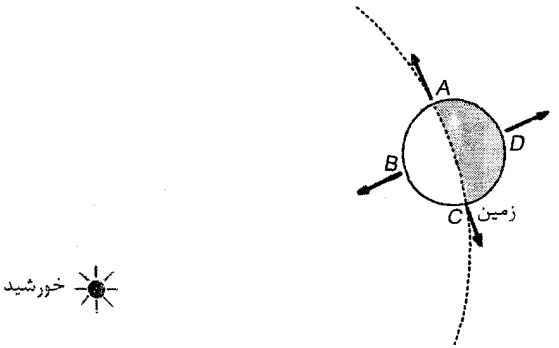


۲.۵ پاسخ تشریحی

« بخش سؤالات چند گزینه‌ای »

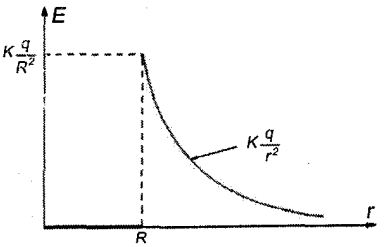
۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.

در شکل زیر نقاط A، B، C و D به ترتیب بیانگر طلوع خورشید، ظهر، غروب خورشید و نیمه شب می‌باشند. جهت قائم مشخص رو به بالا در هر کدام نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌گردد، در نقطهٔ A جهت قائم شخص رو به بالا جهت حرکت زمین به دور خورسید را نشان می‌دهد.



۲) گزینهٔ «ج» صحیح است.

می‌دانیم هرگاه بار q بصورت یکنواخت روی پوسته‌ای کروی توزیع شود، حداکثر میدان الکتریکی بر روی سطح پوسته می‌باشد، به شکل زیر توجه نمایید:



$$E_{max} = K\frac{q}{R^2} = ۳\times ۰^{۶}\frac{N}{C}$$
$$\Rightarrow ۹\times ۱۰^{۹}\frac{q}{۰/۱۲} = ۳\times ۱۰^{۶}$$
$$\Rightarrow q = \frac{۳}{۹}\times ۱۰^{-۵}\,C = ۳/۳۳\times ۱۰^{-۶}C = ۳\,\mu C$$

۳) گزینهٔ «ج» صحیح است.

بار هر قطرهٔ کروی کوچک را q و بار قطرهٔ کروی بزرگ را $Q = ۱۰۰۰\ q$ در نظر می‌گیریم. می‌دانیم حجم قطره بزرگ نیز ۱۰۰۰ برابر حجم هر قطره کوچک است، حال اگر شعاع قطرهٔ بزرگ را با R و شعاع هر قطرهٔ کوچک را با r نشان دهیم، می‌توان گفت:

$$\frac{۴}{۳}\pi R^۳ = ۱۰۰۰ \times (\frac{۴}{۳}\pi r^۳) \Rightarrow R = ۱۰r$$

$U_۱ = \frac{۱}{۸\pi\varepsilon_۰} \times \frac{Q^۲}{r}$: انرژی قطرهٔ بزرگ

$U_۲ = ۱۰۰۰ \times \frac{۱}{۸\pi\varepsilon_۰} \times \frac{q^۲}{r}$: مجموع انرژی قطره‌های کوچک

$$\Rightarrow \frac{U_۱}{U_۲} = \frac{\frac{Q^۲}{R}}{۱۰۰۰\ \frac{q^۲}{r}} = \frac{۱}{۱۰۰۰} \times (\frac{Q}{q})^۲ \times (\frac{r}{R})$$

$$= \frac{۱}{۱۰۰۰} \times (۱۰۰۰)^۲ \times \frac{۱}{۱۰} = ۱۰۰$$

۴) گزینهٔ «ب» صحیح است.

تعداد لامپ‌های مورد استفاده در ایران را ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ عدد و توان متوسطی که هر لامپ معمولی مصرف می‌کند را ۱۰۰ وات در نظر می‌گیریم.

توان هر لامپ کم‌مصرف $= \frac{۱}{۵} \times ۱۰۰ = ۲۰$ وات

صرفه‌جویی به‌ازای هر لامپ کم‌مصرف $= ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰$ وات

کل توان صرفه‌جویی شده $= ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ \times ۸۰ = ۰/۸ \times ۱۰^{۱۰}$ وات

۵) گزینهٔ «ج» صحیح است.

می‌دانیم شعاع کره زمین ۶۴۰۰km است و اقیانوس‌ها تقریباً ٪۷۰ سطح کره زمین را می‌پوشانند و عمق متوسط اقیانوس‌ها ۴ کیلومتر می‌باشد.

سطح جانبی کره زمین $= ۴\pi R^۲ = ۴ \times ۳/۱۴ \times ۶۴۰۰^۲ = ۵/۱۵ \times ۱۰^۸\ km^۲$

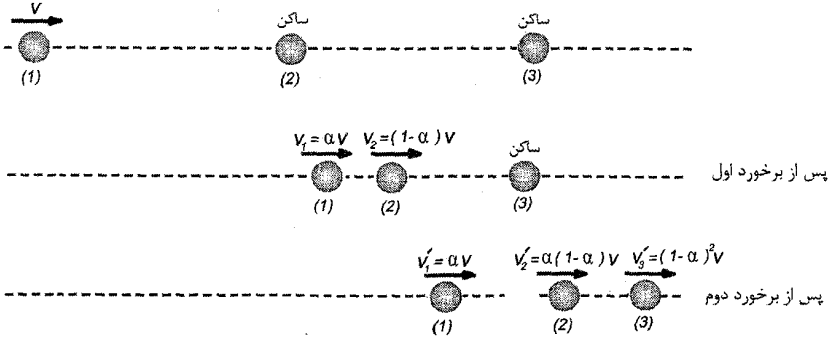
کل حجم آب اقیانوس‌ها $= \frac{۷۰}{۱۰۰} \times ۵/۱۵ \times ۱۰^۸ \times ۴ = ۱/۴ \times ۱۰^۹\ km^۳$

کل وزن آب اقیانوس‌ها $= ۱/۴ \times ۱۰^۹ \times ۱۰^۹ \times ۱۰^۳ = ۱/۴ \times ۱۰^{۲۱}\ kg$

حدود ٪۳ از وزن آب اقیانوس‌ها را نمک تشکیل می‌دهد، لذا داریم:

جرم نمک موجود در اقیانوس‌ها $= \frac{۳}{۱۰۰} \times ۱/۴ \times ۱۰^{۲۱} = ۴/۲ \times ۱۰^{۱۹}\ kg$

۶) گزینهٔ «د» صحیح است.



* پس از برخورد اول:

$$V_1 = \alpha v \quad , \quad V_2 = (1-\alpha)\, v$$

$$0 < \alpha < 0/5 \;\rightarrow\; \alpha < 1-\alpha \;\Rightarrow\; V_1 < V_2$$

یعنی در این حالت جسم (۲) از جسم (۱) فاصله گرفته و به جسم (۳) برخورد می‌نماید.

* پس از برخورد دوم:

$$V_1' = \alpha v$$

$$V_2' = \alpha V_2 = \alpha\,(1-\alpha)v$$

$$V_3' = (1-\alpha)V_2 = (1-\alpha)^2 v$$

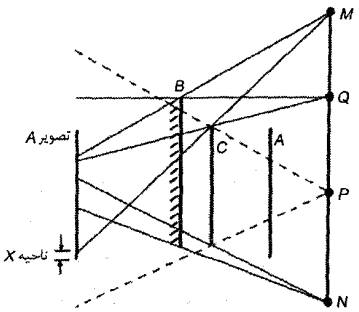
$$0 < \alpha < 0/5 \;\Rightarrow\; \alpha < 1-\alpha \;\Rightarrow\; V_2 < V_3$$

یعنی جسم (۳) از جسم (۲) فاصله می‌گیرد.

$$1-\alpha < 1 \;\Rightarrow\; \alpha\,(1-\alpha) < \alpha \;\Rightarrow\; V_2 < V_1$$

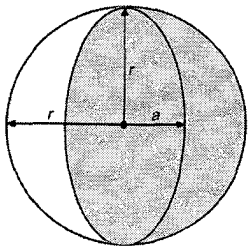
یعنی فاصلهٔ بین اجسام (۱) و (۲) کاهش یافته و این دو جسم مجدداً با هم برخورد می‌کنند. یعنی حتماً بیش از دو برخورد داریم.

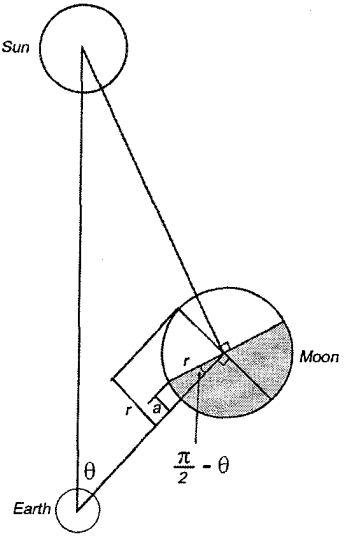
۷) گزینهٔ «د» صحیح است.



مطابق شکل فوق ناظر در هر جای خط Δ باشد، قادر به دیدن ناحیهٔ x از تصویر A نمی‌باشد. همچنین اگر ناظر در نقطهٔ P از خط Δ باشد تصویر هیچ نقطه‌ای از جسم A را نمی‌بیند. با این توضیحات تنها گزینهٔ «د» پاسخ صحیح این سؤال می‌باشد.

۸) گزینهٔ «ب» صحیح است.





مطابق شکل فوق نیم قطر کوچک بیضی با توجه به مثلث قائم‌الزاویه محاسبه می‌شود.

$$a = r \sin(\frac{\pi}{۲} - \theta) \Rightarrow a = r\cos\theta$$

$$S_۱ = \frac{\text{مساحت بیضی} - \text{مساحت دایره}}{۲} = \frac{\pi r^۲ - \pi r^۲\cos\theta}{۲} \quad : \text{مساحت هلال روشن}$$

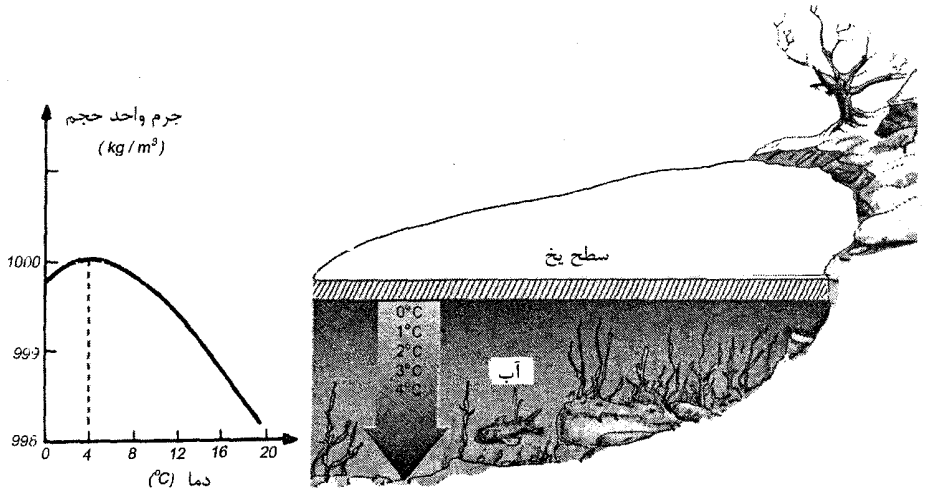
$$S_۲ = \pi r^۲ \quad : \text{مساحت قرص ماه}$$

$$\Rightarrow \frac{S_۱}{S_۲} = \frac{\frac{\pi r^۲ - \pi r^۲\cos\theta}{۲}}{\pi r^۲} = \frac{۱ - \cos\theta}{۲}$$

۹) گزینهٔ «د» صحیح است.

می‌دانیم آب در فشار جو، بیش‌ترین چگالی خود را نه در نقطهٔ انجماد، بلکه در $۴^\circ C$ دارد، یعنی در بازهٔ دمایی $۰ < T < ۴^\circ C$ ضریب انبساط حجمی آب منفی است. حال در مورد یخ زدن دریاچه می‌توان گفت: با سرد شدن هوای واقع بر فراز یک دریاچه، آب در نزدیکی سطح نیز سرد می‌شود. سپس آب سرد پایین می‌رود و به جای آن آب گرم از عمق بیش‌تر بالا می‌آید. این جریان‌های همرفتی تا زمانی که تمام دریاچه به دمای $۴^\circ C$ برسد، به همین صورت می‌باشند. از این پس سرد شدن بیش‌تر لایه سطحی، چگالی این لایه را کمتر می‌کند و این لایه روی آب سنگین‌تر با دمای $۴^\circ C$ شناور می‌ماند. با ادامه عمل سرد شدن یخ تشکیل می‌شود که چون از آب در هر دمایی سبک‌تر است، به صورت شناور بر سطح آب قرار می‌گیرد. این لایه یخی، خود یک نارسانای گرمایی بسیار خوب

است. قابل توجه اینکه همین پدیده است که امکان حیات را برای آبزیان در نواحی سردسیر کرهٔ زمین فراهم می‌سازد. به اشکال زیر توجه نمایید:



۱۰) گزینهٔ «ب» صحیح است.

فشار اولیه لاستیک : $P_۱ = ۱\ atm$

فشر ثانویه لاستیک : $P_۲ = \frac{۳۵۰}{۶۰ \times ۱۰^{-۴}} + P_۱ = ۵/۸۳ \times ۱۰^۴ + ۱۰^۵\ pa$

$$\Rightarrow P_۲ = ۰/۵۸۳ + ۱ = ۱/۵۸۳\ atm$$

حجم نهایی هوای درون لاستیک در فشار ثانویه : $V_۲ = ۲۰۰۰\ cm^۳$

حجم نهایی هوای درون لاستیک در فشار اولیه : $V_۱$

$$P_۱V_۱ = P_۲V_۲ \Rightarrow V_۱ = \frac{۱/۵۸۳ \times ۲۰۰۰}{۱} = ۳۱۶۶\ cm^۳$$

$$\text{تعداد دفعات تلمبه زدن} = \frac{۳۱۶۶ - ۰/۷۵ \times ۲۰۰۰}{۴۰} = ۴۱/۶$$

۱۱) گزینهٔ «ج» صحیح است.

معادلهٔ مکان - زمان هر کدام از گلوله‌ها را نوشته و با هم تلاقی می‌دهیم:

$$y_۱ = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۰t \quad , \quad y_۲ = -\frac{۱}{۲}g(t-T)^۲$$

$$y_۱ = y_۲ \Rightarrow v_۰t = -\frac{۱}{۲}gT^۲ + gtT \Rightarrow t(gT - v_۰) = \frac{۱}{۲}gT^۲$$

$$\Rightarrow t = \frac{\frac{1}{2}gT^2}{gT - v_0} = \frac{gT^2}{2(gT - v_0)}$$

می‌دانیم که زمان تلاقی بدست آمده می‌بایست دارای دو شرط باشد:

$$1)\ t > 0 \Rightarrow \frac{gT^2}{2(gt - v_0)} > 0 \Rightarrow gT > v_0$$

$$2)\ t > T \Rightarrow \frac{gT^2}{2(gt - v_0)} > T \Rightarrow gT > 2(gT - v_0)$$
$$\Rightarrow 2v_0 > 2gT - gT \Rightarrow v_0 > \frac{gT}{2}$$

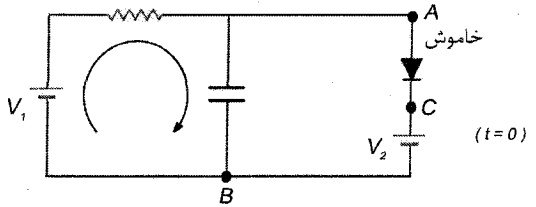
۱۲) گزینهٔ «ب» صحیح است.

در اندازه‌گیری‌های ساده هر ۱۰ سانتی‌متر برف را معادل ۱۰ میلی‌متر باران در نظر می‌گیرند، یعنی چگالی برف ۰/۱ چگالی آب می‌باشد. برای پاسخ به این سؤال باید توجه کرد که می‌دانیم چگالی برف از چگالی آب و یخ کمتر می‌باشد. نیز می‌دانیم چگالی یخ ۰/۹ چگالی آب است، لذا نسبت چگالی برف به چگالی آب حتماً از ۰/۹ کمتر است، یعنی گزینه‌های «الف» و «د» جواب صحیح نمی‌باشند. هچنین ۰/۰۱ چگالی آب نیز مقدار بسیار کمی است، لذا گزینه «ج» نیز جواب صحیح نیست.

توجه کنید که اگر یک لیوان را پر از برف کنیم و سپس آن را ذوب کنیم، آب حاصل تقریباً یک دهم حجم لیوان را پر خواهد کرد. یعنی نسبت چگالی برف به چگالی آب ۰/۱ می‌باشد.

۱۳) گزینهٔ «ب» صحیح است.

بدون اینکه به عمومیت بحث خللی وارد شود، فرض می‌کنیم $V_B = 0$ باشد. در اینصورت پتانسیل نقطه C همواره برابر V_2 خواهد بود ($V_C = V_2$).

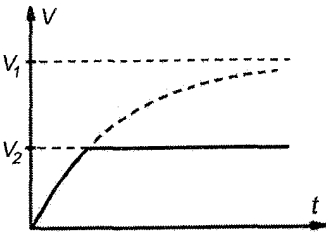


مطابق شکل فوق در لحظهٔ $t = 0$ خازن کاملاً خالی می‌باشد، لذا $V_A = V_B = 0$ است. اما می‌دانیم $V_C = V_2$ می‌باشد، لذا $V_C > C_A$ و دیود قطع است، یعنی جریان تنها در حلقهٔ سمت چپ برقرار است و مولد V_1 در حال شارژ کردن خازن می‌باشد. با گذشت زمان به بار ذخیره شده در خازن افزوده می‌گردد تا زمانی که اختلاف پتانسیل دو سر خازن به مقدار V_2 برسد (توجه کنید که $V_2 < V_1$ است)، این زمان را t می‌نامیم. در این حالت داریم:

$$V_A = V_B + V_2 = V_2 = V_C$$

یعنی از این لحظه به بعد دیود وصل می‌باشد. با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل دو سر دیود همواره صفر می‌باشد، در نتیجه از زمان t_1 به بعد، همواره $V_A = V_C = V_2$ است و اختلاف پتانسیل دو سر خازن، مقدار ثابت V_2 را خواهد داشت:

ولتاژ خازن $= V_A - V_B = V_2 - 0 = V_2$



۱۴) گزینهٔ «الف» صحیح است.

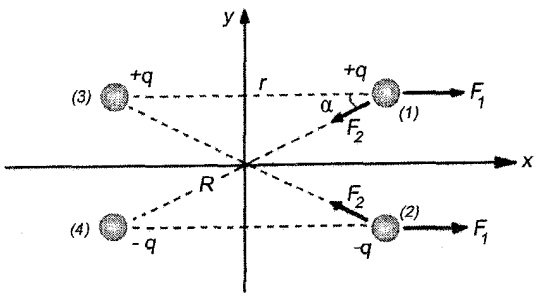
اولاً می‌دانیم انرژی درونی جرم مشخصی از یک گاز کامل، تنها تابع دمای آن است. در این فرآیند چون دمای گاز کم می‌شود، در نتیجه انرژی درونی آن نیز کاهش یافته و $\Delta U < 0$ می‌باشد.

ثانیاً براساس معادله حالت گازهای کامل $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$، هرگاه فشار ثابت باشد $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ است. یعنی با کاهش دما، حجم نیز کاهش می‌یابد. در نتیجه کار انجام شده بر روی گاز مثبت است ($W > 0$).

ثالثاً بر اساس قانون اول ترمودینامیک $\Delta U = W + Q$، و با توجه به اینکه $\Delta U < 0$ و $W > 0$ می‌باشند می‌توان نتیجه گرفت که: $Q < 0$ و $Q < \Delta U$ است.

۱۵) گزینهٔ «الف» صحیح است.

نیروهای وارده از طرف بارهای (۳) و (۴) به بارهای (۱) و (۲) در شکل زیر نشان داده شده‌اند.



$$F_1 = K\frac{q^2}{r^2} \quad , \quad F_2 = K\frac{q^2}{R^2}$$

$$r < R \Rightarrow K\frac{q^2}{r^2} > K\frac{q^2}{R^2} \Rightarrow F_1 > F_2$$

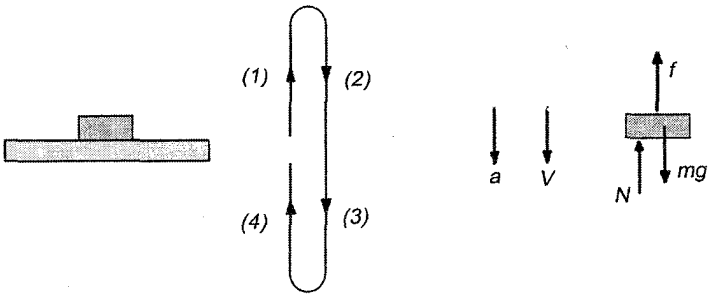
مطابق شکل فوق، مولفه‌های قائم نیروهای F_2 وارده بر بارهای (۱) و (۲) یکدیگر را خنثی می‌کنند ($F_y = 0$) و تنها مؤلفه افقی وجود دارد:

$$F_x = F_1 + F_1 - F_2\cos\alpha - F_2\cos\alpha = 2\,(F_1 - F_2\cos\alpha)$$
$$F_1 > F_2 \;\Rightarrow\; F_1 > F_2\cos\alpha \;\Rightarrow\; F_x > 0$$

۱۶) گزینهٔ «الف» صحیح است.

در شکل سمت چپ، یک نوسان کامل سطح نشان داده شده است. در مرحلهٔ (۳) سطح دارای حرکت کند شونده به طرف پایین و در مرحلهٔ (۴) سطح دارای حرکت تند شونده به طرف بالا می‌باشد. لذا در این دو مرحله شتاب سطح به طرف بالا است، لذا جدا شدن جسم از سطح در این دو مرحله امکان‌پذیر نیست.

اما در مراحل (۱) و (۲) شتاب سطح به طرف پایین است. در مرحله (۱) سطح دارای حرکت کند شونده به سمت بالا و در مرحلهٔ (۲) سطح دارای حرکت تند شونده به طرف پایین است. لذا در این دو مرحله جدا شدن جسم از سطح امکان‌پذیر است. البته باید توجه نمود که در مرحله (۱) سرعت جسم به طرف بالا و در نتیجه نیروی مقاومت هوا به طرف پایین و در مرحلهٔ (۲) سرعت جسم به طرف پایین و در نتیجه نیروی مقاومت هوا به طرف بالا می‌باشد، لذا مرحلهٔ (۲) بحرانی‌ترین مرحله است.



در شکل سمت راست، نیروهای وارد بر جسم در مرحلهٔ (۲) نشان داده شده است. نیروی مقاومت هوا را با f مشخص کرده‌ایم. برآیند این نیروها می‌بایست شتاب سطح (a) را ایجاد نماید تا جسم از سطح جدا نشود.

$$y = A\cos\omega t$$
$$v = \frac{dy}{dt} = -A\omega\sin\omega t$$
$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos\omega t$$

نیروی مقاومت هوا : $f = -mb\,\dfrac{dy}{dt} = mbA\omega\sin\omega t$

شتاب جسم : $a' = \dfrac{f + N - mg}{m} = \dfrac{mbA\omega\sin\omega t + N - mg}{m}$

$$a = a' \;\Rightarrow\; -A\omega^2\cos\omega t = \frac{mbA\omega\sin\omega t + N - mg}{m}$$
$$\Rightarrow\; -mA\omega^2\cos\omega t - mbA\omega\sin\omega t = N - mg$$
$$\Rightarrow\; A = \frac{mg - N}{m\omega^2\cos\omega t + mb\omega\sin\omega t}$$

می‌دانیم در لحظه جدا شدن جسم از سطح، نیروی عکس‌العمل عمود سطح وارد بر جسم

صفر می‌شود ($N = ۰$).

$$A = \frac{g}{\omega^۲ \cos \omega t + b\omega \sin \omega t}$$

حال برای یافتن وضعیت بحرانی، می‌بایست به‌ازای مقادیر مختلف t حداقل مقدار عبارت فوق به دست آید، یعنی کافیست تعیین کنیم ماکزیمم مخرج کسر چه مقدار می‌باشد،بدین منظور مشتق آن را برابر صفر قرار می‌دهیم:

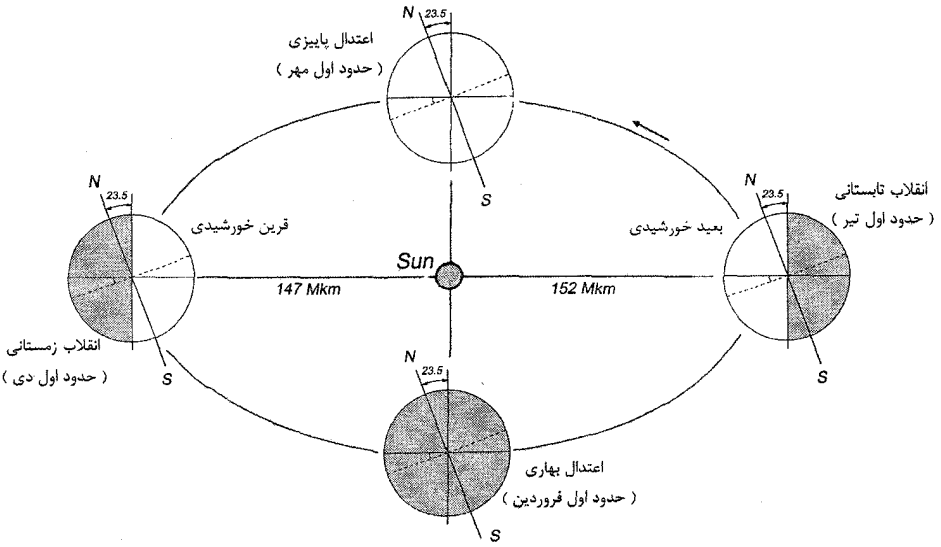
$$\frac{d}{dt}(\omega^۲ \cos \omega t + b\omega \sin \omega t) = ۰$$
$$\Rightarrow -\omega^۳ \sin \omega t + b\omega^۲ \cos \omega t = ۰ \Rightarrow \tan \omega t = \frac{b}{\omega}$$
$$\Rightarrow \cos^۲ \omega t = \frac{۱}{۱ + \tan^۲ \omega t} = \frac{۱}{۱ + \frac{b^۲}{\omega^۲}} = \frac{\omega^۲}{\omega^۲ + b^۲}$$
$$\sin^۲ \omega t = ۱ - \cos^۲ \omega t = ۱ - \frac{\omega^۲}{\omega^۲ + b^۲} = \frac{b^۲}{\omega^۲ + b^۲}$$
$$\Rightarrow Max\,(\omega^۲ \cos \omega t + b\omega \sin \omega t) = \omega^۲ \sqrt{\frac{\omega^۲}{\omega^۲ + b^۲}} + b\omega \sqrt{\frac{b^۲}{\omega^۲ + b^۲}}$$
$$= \frac{\omega^۳ + b^۲\omega}{\sqrt{\omega^۲ + b^۲}}$$
$$\Rightarrow A_{\text{بحرانی}} = \frac{g}{\frac{\omega^۳ + b^۲\omega}{\sqrt{\omega^۲ + b^۲}}} = \frac{g\sqrt{\omega^۲ + b^۲}}{\omega(\omega^۲ + b^۲)} = \frac{g}{\omega\sqrt{\omega^۲ + b^۲}}$$

۱۷) گزینهٔ «ج» صحیح است.

معادله مکان - زمان سقوط هر کدام از دو قطره را می‌نویسیم.

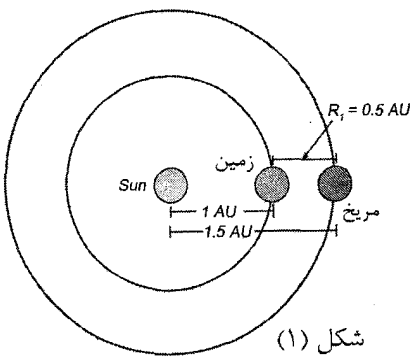
$$y_۱ = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \quad , \quad y_۲ = -\frac{۱}{۲}g(t - \Delta t)^۲$$
$$\Delta y = y_۲ - y_۱ = -\frac{۱}{۲}g(t - \Delta t)^۲ + \frac{۱}{۲}gt^۲ = -\frac{۱}{۲}g(\Delta t)^۲ + gt(\Delta t)$$
$$\Rightarrow \frac{d(\Delta y)}{dt} = ۰ + g\Delta t = g\Delta t$$

۱۸) گزینهٔ «ج» صحیح است.

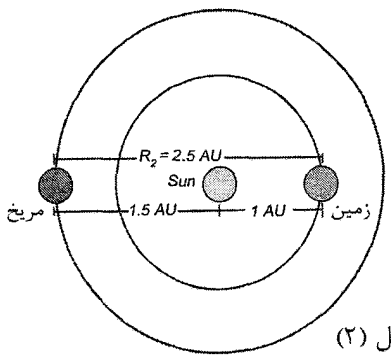


مطابق شکل فوق کرهٔ زمین در انقلاب زمستانی که اوایل فصل زمستان در نیمکرهٔ شمالی می‌باشد در نقطهٔ قرین خورشیدی قرار دارد، یعنی زمین روزی بین ۱۶ آبان و ۱۵ بهمن ماه در کمترین فاصله از خورشید قرار دارد.

۱۹) گزینهٔ «د» صحیح است.



شکل (۱)



شکل (۲)

شکل (۱) زمانی را نشان می‌دهد که درخشانی مریخ بر روی زمین حداکثر است و شکل (۲) بیانگر زمانی است که درخشانی مریخ بر روی زمین حداقل می باشد. می‌دانیم درخشانی با عکس مجذور فاصله متناسب است. هرگاه درخشانی مریخ بر روی زمین را در دو حالت فوق به ترتیب با E_1 و E_2 نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{R_1^2}}{\frac{1}{R_2^2}} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{1/5+1}{1/5-1}\right)^2 = \left(\frac{2/5}{0/5}\right)^2 = 25$$

۲۰) گزینهٔ «ب» صحیح است.

سرعت کامیون‌ها نسبت به شخص ساکن برابر $V_۱ = ۹۰\text{km/h}$ است، لذا سرعت کامیون‌ها نسبت به راننده خودرو برابر $V_۲ = ۹۰ + ۱۲۰ = ۲۱۰\text{km/h}$ می‌باشد. می‌دانیم هر ۱۰ دقیقه ۷۰ کامیون از کنار خودرو می گذرند، یعنی رانندهٔ خودرو در هر یک ساعت $N_۲ = ۷۰ \times \frac{۶۰}{۱۰} = ۴۲۰$ کامیون را مشاهده می کند.

می‌دانیم تعداد کامیون‌های مشاهده شده توسط هر ناظر متناسب با سرعت کامیون‌ها نسبت به آن ناظر است. اگر تعداد کامیون‌های مشاهده شده توسط شخص ساکن در مدت یک ساعت را $N_۱$ در نظر بگیریم، می توان نوشت:

$$\frac{N_۱}{N_۲} = \frac{V_۱}{V_۲} \Rightarrow \frac{N_۱}{۴۲۰} = \frac{۹۰}{۲۱۰} \Rightarrow N_۱ = \frac{۴۲۰ \times ۹۰}{۲۱۰} = ۱۸۰$$

۲۱) گزینهٔ «الف» صحیح است.

با توجه به اینکه فرآیند بی‌دررو می‌باشد، لذا $Q = ۰$ و $\Delta U = W$ است. و چون فنر از حالت فشرده رها شده است، در نتیجه حجم نهایی گاز از حجم اولیه آن کمتر بوده و $W > ۰$ است. از طرف دیگر در طی این فرآیند به مقدار $U_۱ - U_۲$ از انرژی پتانسیل فنر کاسته می‌شود. بخشی از این انرژی به علت اصطکاک موجود بین پیستون و دیوارهٔ ظرف تلف می‌شود و مابقی آن صرف انجام کار بر روی گاز و در نتیجه افزایش انرژی درونی گاز می‌گردد. یعنی:

$$\Delta U = W < U_۱ - U_۲$$

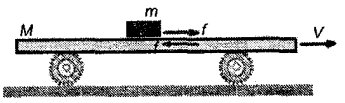
۲۲) گزینهٔ «ج» صحیح است.

جم نهایی گاز در فرآیند اول را با $V_۱$ و حجم نهایی گاز در فرآیند دوم را با $V_۲$ نشان می‌دهیم. در فرآیند اول، پس از اینکه مجموعه به حالت تعادل رسید، حتماً فنر در حالت فشرده قرار دارد و به گاز نیرو اعمال می‌کند. در حالی که در فرآیند دوم فنر آزاد شده است. لذا حجم نهایی گاز در فرآید اول کمتر از فرآیند دوم می‌باشد ($V_۱ < V_۲$).

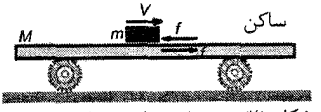
هرگاه کار انجام شده بر روی گاز را با W و تغییرات انرژی درونی گاز را با ΔU نشان دهیم، می‌توان گفت:

$$V_۱ < V_۲ \Rightarrow W_۱ > W_۲ \Rightarrow \Delta U_۱ > \Delta U_۲ \Rightarrow \Delta T_۱ > \Delta T_۲$$

۲۳) گزینهٔ «د» صحیح است.



شکل (۱) بازه زمانی 0 تا T



شکل (۲) بازه زمانی T تا $2T$

گاری در بازه زمانی ۰ تا T با سرعت ثابت V حرکت می‌کند. می دانیم جعبه که در زمان صفر ساکن بوده است، مطابق شکل (۱)، در این لحظه بر اثر حرکت گاری، شتاب افزاینده‌ای برابر $\frac{f}{m}$ پیدا می کند، در این رابطه f نیروی اصطکاک بین جعبه و گاری می‌باشد. در مورد سرعت جعبه در زمان T دو حالت محتمل می‌باشد:

حالت اول: جعبه قبل از زمان T به سرعت V رسیده است، این زمان را با T' نشان می‌دهیم، در نتیجه جعبه نسبت به گاری ساکن می‌شود و نیروی اصطکاک میان جعبه و سطح از بین می‌رود و جعبه از زمان T' تا T با سرعت ثابت V به حرکت خود ادامه می‌دهد $(T' < T)$.

حالت دوم: جعبه تا زمان T به سرعت V نرسیده است. در اینصورت جعبه در زمان T به حداکثر سرعت خود که کمتر از V می‌باشد می‌رسد، این سرعت را با V' نشان می‌دهیم $(V' < V)$.

از زمان T به بعد گاری ساکن است، اما در لحظهٔ T، جعبه دارای سرعت می‌باشد، لذا مطابق شکل (۲) جعبه شتاب کاهنده‌ای برابر $\frac{f}{m}$ خواهد داشت. توجه کنید که مقدار شتاب کاهنده در این مرحله با مقدار شتاب افزاینده در مرحله قبل برابر است. به هر حال در این مرحله، شتاب کاهندهٔ مذکور سبب کاهش سرعت جسم و در نهایت توقف آن می‌شود. حال اگر در مرحله قبل حالت اول رخ داده باشد، جعبه در مدت زمان T' متوقف می‌شود و اگر حالت دوم رخ داده باشد، جعبه در مدت زمان T متوقف می‌شود و برای محاسبه کل مدت زمان توقف جعبه (t) خواهیم داشت:

در حالت اول : $t = T + T' < ۲T$

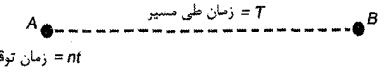
در حالت دوم : $t = T + T = ۲T$

۲۴) گزینهٔ «ج» صحیح است.

با کم شدن $P_۳$ در شاخهٔ (۳) نسبت به حالت قبل، مکش ایجاد می‌گردد. در نتیجه جریان ورودی از شاخه (۱) یعنی $Q_۱$ افزایش می‌یابد.

همچنین این مکش بخشی از سهم آب خروجی از شاخه (۲) یعنی $Q_۲$ را نیز به سمت شاخهٔ (۳) جذب می‌کند، یعنی $Q_۲$ کاهش می‌یابد و در نهایت آب خروجی از شاخهٔ (۳) یعنی $Q_۳$ نیز افزایش خواهد یافت.

۲۵) گزینهٔ «د» صحیح است.



$$\text{درآمد خالص در هر سفر} = nI - C$$

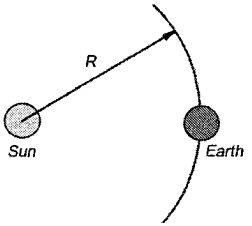
$$\text{زمان کل هر سفر} = nt + T$$

$$\Rightarrow b = \frac{\text{درآمد خالص}}{\text{زمان لازم}} = \frac{nI - C}{nt + T}$$

$$\Rightarrow \frac{db}{dn} = \frac{I(nt+T) - t(nI - C)}{(nt+T)^۲} = \frac{It + tC}{(nt+T)^۲} > ۰$$

یعنی b بر حسب n همواره صعودی است.

۲۶) گزینهٔ «ب» صحیح است.



فاصله زمین از خورشید : $R = Ct = ۳ \times ۱۰^۸ \times ۵۰۰ = ۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\ m$

توان خورشید برای اینکه به زمین برسد در سطح کره‌ای به مرکز خورشید و شعاع R توزیع می‌گردد، از طرف دیگر می دانیم به هر متر مربع از سطح زمین $۱۰^۳$ وات توان می‌رسد، لذا برای محاسبه کل توان خورشید می‌توان نوشت:

$$P_۱ = ۱۰^۳(۴\pi R^۲) = ۲/۸ \times ۱۰^{۲۶}\ watt$$

می‌دانیم شعاع کرهٔ زمین $۶ \times ۱۰^۶ \text{m}$ است، نیز فرض می‌کنیم هر لامپ ۱۰۰ واتی مساحتی برابر ۰/۰۰۵ متر مربع را اشغال نماید.

سطح جانبی کره زمین : $S = ۴\pi R^۲ = ۴ \times ۳/۱۴ \times (۶ \times ۱۰^۶)^۲ = ۴/۵ \times ۱۰^{۱۴}\ m^۲$

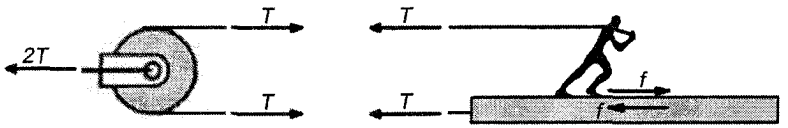
تعداد لامپ‌ها : $N = \dfrac{S}{۰/۰۰۵} = \dfrac{۴/۵ \times ۱۰^{۱۴}}{۰/۰۰۵} = ۹ \times ۱۰^{۱۶}$

کل توان حاصل از لامپ‌ها : $P_۲ = ۱۰۰N = ۱۰۰ \times ۹ \times ۱۰^{۱۶} = ۹ \times ۱۰^{۱۸}\ watt$

$$\Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲} = \frac{۲/۸ \times ۱۰^{۲۶}}{۹ \times ۱۰^{۱۸}} = ۳ \times ۱۰^۷$$

۲۷) گزینهٔ «الف» صحیح است.

فرد و جسم به دو سر طنابی که دور یک قرقره ثابت پیچیده شده، متصل می‌باشند. لذا فرد به هر مقداری که به سمت راست برود جسم دقیقاً به همان مقدار به سمت چپ می رود. از طرف دیگر می دانیم جرم فرد و جسم مساوی و برابر m است، در نتیجه می‌توان گفت مرکز جرم مجموعهٔ فرد و جسم ثابت می‌باشد، در نتیجه می‌بایست مجموع نیروهای خارجی وارد به سیستم فرد و جسم برابر صفر باشد.

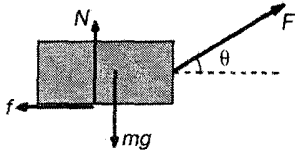


مطابق شکل فوق تنها نیروی خارجی وارد بر سیستم فرد و جسم، نیروی کشش طناب می‌باشد. توجه کنید که نیروی اصطکاک بین فرد و جسم، برای سیستم مذکور نیروی داخلی محسوب می‌شود.

$$\sum F_{ext} = ۰ \Rightarrow T + T = ۰ \Rightarrow T = ۰$$

شتاب حداکثر فرد : $a_{max} = \frac{f_{max}}{m} = \frac{\mu mg}{m} = \mu g$

۲۸) گزینهٔ «ج» صحیح است.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = mg - F\sin\theta$$

نیروی اصطکاک : $f = \mu N = \mu(mg - F\sin\theta)$

$$\sum F_x = F\cos\theta - f = F\cos\theta - \mu(mg - F\sin\theta)$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{F\cos\theta - \mu(mg - F\sin\theta)}{m}$$

مطابق نمودار صورت سؤال، به‌ازای $\theta = 0$ ، $\frac{\pi}{2}$، مقدار شتاب صفر می‌باشد، لذا داریم:

$$\theta = 0 \Rightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m} = 0 \Rightarrow F = \mu mg \qquad (1)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = \frac{-\mu(mg - F)}{m} = 0 \Rightarrow F = mg \qquad (2)$$

$$(2),(1) \Rightarrow F = \mu mg = mg \Rightarrow \mu = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg\cos\theta - (mg - mg\sin\theta)}{m} = g\cos\theta - g + g\sin\theta$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow a_{max} = \frac{\sqrt{2}}{2}g - g + \frac{\sqrt{2}}{2}g = (\sqrt{2} - 1)\,g$$

۲۹) گزینهٔ «الف» صحیح است.

می‌دانیم در یک قرقرهٔ متحرک، شتاب قرقره برابر میانگین حسابی شتاب‌های دو طناب متصل به آن می‌باشد. یعنی: $A = \frac{a_1 + a_2}{2}$. حال اگر نیروی طناب را T بنامیم، داریم:

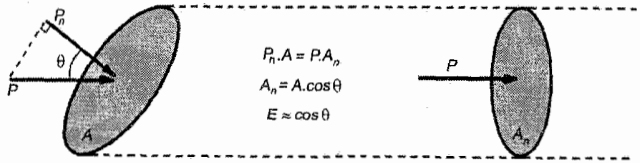
$$m_2 > m_1 \Rightarrow \frac{T}{m_2} < \frac{T}{m_1} \Rightarrow a_2 < a_1$$

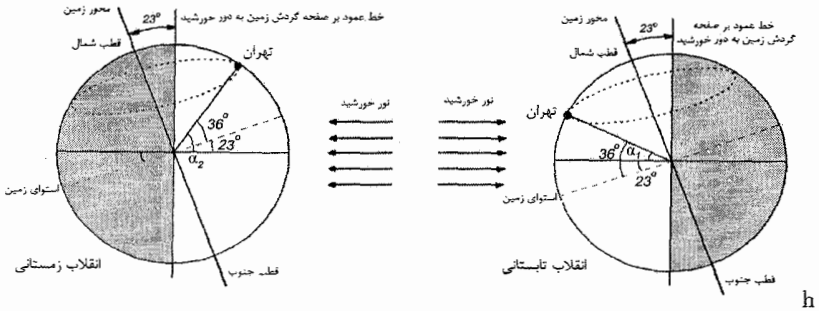
$$\Rightarrow a_2 < \frac{a_1 + a_2}{2} < a_1 \Rightarrow a_2 < A < a_1$$

۳۰) گزینهٔ «الف» صحیح است.

عرض جغرافیایی تهران برابر ۳۶ درجه است. می‌دانیم مقدار انرژی که در واحد زمان به واحد سطح می رسد با کسینوس زاویه بین پرتوهای تابیده شده و خط عمود بر سطح،

متناسب می‌باشد. به شکل زیر توجه کنید:





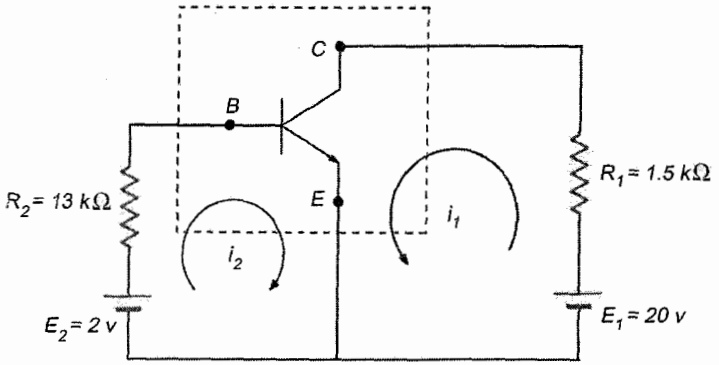
h

انقلاب تابستانی : $\alpha_1 = ۳۶ - ۲۳ = ۱۳^\circ$

انقلاب زمستانی : $\alpha_2 = ۳۶ + ۲۳ = ۵۹^\circ$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} = \frac{\cos ۱۳^\circ}{\cos ۵۹^\circ} = ۱/۹$$

۳۱) گزینهٔ «ب» صحیح است.



در شکل فوق، شدت جریان عبوری از هر حلقه را به دست می‌آوریم:

$$i_1 = \frac{E_1 - (V_C - V_E)}{R_1} = \frac{۲۰ - ۵}{۱/۵} = ۱۰\ mA$$

$$i_2 = \frac{E_2 - (V_B - V_E)}{R_2} = \frac{۲ - ۰/۷}{۱۳} = ۰/۱\ mA$$

توان مصرفی ترانزیستور $= (V_C - V_E)\, i_1 + (V_B - V_E)\, i_2$

$$= ۵ \times ۱۰ + ۰/۷ \times ۰/۱ = ۵۰/۰۷\ mw$$

۳۲) گزینهٔ «الف» صحیح است.

فرض می‌کنیم در مدت زمان Δt، بار مثبت از صفحهٔ چپ خازن $C_۲$ به صفحه راست خازن $C_۱$ شارش می‌کند و سبب ایجاد جریان در مقاومت می‌شود و بار هر دو خازن به یک اندازه کاهش می‌یابد، یعنی:

اولاً $\Delta q_۱ = \Delta q_۲$ می‌باشد.

ثانیاً $\Delta q_۲$ و $\Delta q_۱$ هر دو مقادیری منفی دارند.

ثالثاً به همان مقدار $\Delta q_۲ = \Delta q_۱$ بار از مقاومت عبور می‌کند.

حال باید توجه کنیم که جهت جریان فرضی ما، از صفحهٔ چپ خازن $C_۲$ به صفحهٔ راست خازن $C_۱$ می‌باشد، یعنی جریان در خلاف جهت نشان داده شده در شکل، از مقاومت عبور می‌کند، در نتیجه I مقداری منفی می‌باشد. حال با توجه اینکه «شدت جریان عبوری برابر آهنگ زمانی عبور بار است» می‌توان گفت:

$$I = \frac{\Delta q_۱}{\Delta t} = \frac{\Delta q_۲}{\Delta t}$$

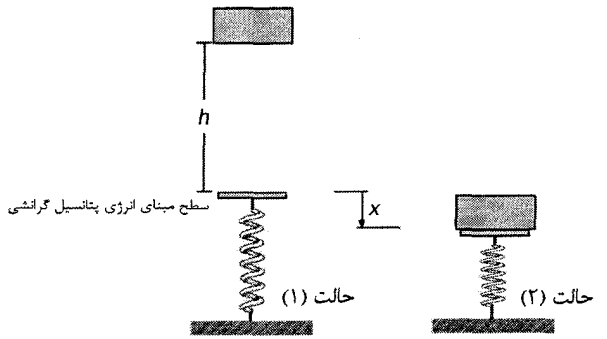
۳۳) گزینهٔ «ج» صحیح است.

می‌دانیم شتاب متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر منحنی سرعت - زمان است. در نمودار صورت سؤال شیب خط مماس در لحظهٔ $t_۰$ برابر $\tan ۴۵^\circ = ۱$ می‌باشد. اما می‌باید توجه نمود که هر ۱cm بر محور سرعت‌ها معادل ۱۰m/s و هر ۱cm بر محور زمان معادل ۱s می‌باشد، در نتیجه:

$$a = ۱ \times \frac{۱۰ \ \frac{m}{s}}{۱ \ s} = ۱۰ \ \frac{m}{s^۲}$$

۳۴) گزینهٔ «ب» صحیح است.

قانون پایستاری انرژی مکانیکی را بین وضعیتی که جسم رها می‌گردد و موقعیتی که فنر به اندازهٔ x فشرده شده است، بکار می‌بریم:



$$K_۱ + (U_g)_۱ + (U_e)_۱ = K_۲ + (U_g)_۲ + (U_e)_۲$$
$$\Rightarrow \quad ۰ + mgh + ۰ = \frac{۱}{۲}mV^۲ - mgx + \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$\Rightarrow \quad V^2 = \frac{1}{m}\left[2mg(h+x) - kx^2\right]$$

برای اینکه سرعت جسم را بدست بیاوریم، کافیست حداکثر عبارت فوق را بیابیم، بدین منظور مشتق عبارت بالا را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{dV^2}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2mg - 2kx = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{mg}{k}$$

یعنی در حالتی که فنر به اندازهٔ $x = \frac{mg}{k}$ فشرده شده است، سرعت جسم ماکزیمم می‌باشد.

۳۵) گزینهٔ «د» صحیح است.

می‌دانیم بین دو صفحهٔ خازن میدان یکنواختی ایجاد می‌گردد که مقدار آن برابر $E = \frac{\sigma}{k\varepsilon_0}$ می‌باشد، در این رابطه σ چگالی سطحی بار بر روی هر کدام از صفحات خازن است. هرگاه میدان بین صفحات خازن در حالتی که دی‌الکتریک بین صفحات خازن نباشد را با E_1 و در حالت موجود بودن دی‌الکتریک با E_2 نشان دهیم، داریم:

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{10^{-7}}{8/85 \times 10^{-12}} = 11/3 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

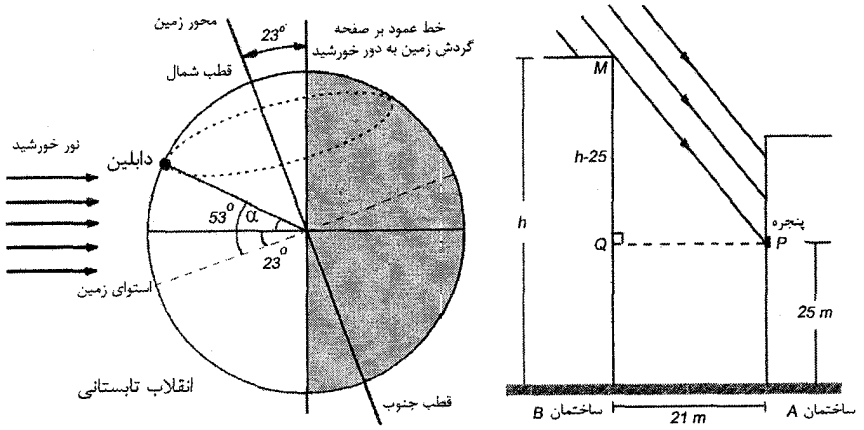
$$E_1 = \frac{\sigma}{k\,\varepsilon_0} = \frac{10^{-7}}{5 \times 8/85 \times 10^{-12}} = 2/26 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

اندازه بردار میدان الکتریکی ناشی از منظم شدن مولکول‌های قطبی دی‌الکتریک برابر $E_1 - E_2$ می‌باشد:

$$E_1 - E_2 = (11/3 - 2/26) \times 10^3 = 9/04 \times 10^3 \frac{V}{m} = 9/04 \frac{kV}{m}$$

« بخش مسائل پاسخ کوتاه »

۱) اگر در انقلاب تابستانی آفتاب به پنجره ساختمان A نتابد، در هیچ روز دیگری از سال نیز آفتاب به آن نخواهد تابید. می‌دانیم در انقلاب تابستانی، پرتوهای خورشید بر مدار رأس السرطان (۲۳ درجه شمالی) عمود می‌باشد.



مطابق شکل فوق زاویهٔ پرتوهای خورشید با خط عمود بر زمین در دابلین از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\alpha = ۵۳ - ۲۳ = ۳۰ \quad \text{درجه}$$

$$\Delta PQM : \tan\alpha = \frac{PQ}{QM} = \frac{۲۱}{h-۲۵} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۲۱}{h-۲۵}$$

$$\Rightarrow h - ۲۵ = ۲۱\sqrt{۳} \Rightarrow h = ۶۱/۳۷\ m$$

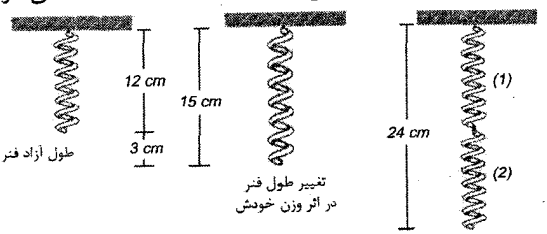
۲) سطح مقطع استوانه را A فرض کرده و فشار را در پایین‌ترین مقطع آن به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh$$

$$P_{max} = ۵ \times ۱۰^۷ \frac{N}{m^۲} \Rightarrow ۲۵۰۰ \times ۱۰ \times h_{max} = ۵ \times ۱۰^۷$$

$$\Rightarrow h_{max} = ۲۰۰۰\ m = ۲\ km$$

۳) هر فنر تحت اثر وزن خودش تغییر طولی معادل ۳ = ۱۲ − ۱۵ سانتی‌متر می‌دهد.

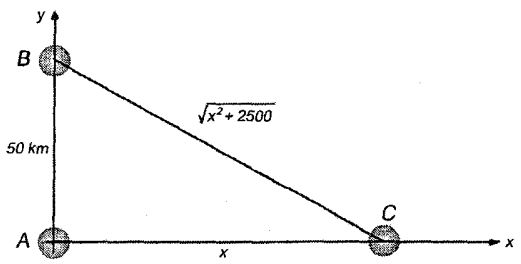


در حالتی که دو فنر را به صورت سری به هم بسته‌ایم، اولاً هر کدام از فنرهای (۱) و (۲) به سبب وزن خودشان ۳ سانتی‌متر تغییر طول می‌دهند. یعنی طول دو فنر به اندازهٔ ۶cm افزایش می‌یابد. ثانیاً فنر (۱) ناشی از وزن فنر (۲) نیز تغییر طول می‌دهد. توجه کنید در این حالت تمام جرم فنر (۲) سبب تغییر طول فنر (۱) می‌شود. یعنی مانند اینکه جسمی به جرم m را به انتهای فنر (۱) بسته باشیم. مطابق صورت سؤال، می‌دانیم فنر (۱) ناشی از

وزن خود که معادل با بستن جسمی به جرم $\frac{m}{۲}$ به انتهای آن است، ۳cm افزایش طول می‌دهد، پس ناشی از جرم فنر (۲) به اندازهٔ $۳ \times ۲ = ۶\text{cm}$ تغییرطول خواهد داد.
یعنی در نهایت دو فنر به اندازهٔ $۶ + ۶ = ۱۲\text{cm}$ افزایش طول می‌دهند. نیز مطابق صورت سؤال، طول اولیه هر فنر برابر ۱۲cm است، در نتیجه طول نهایی فنر مرکب برابر ۳۶cm می‌شود.

$$L = ۲ \times ۱۲ + ۱۲ = ۳۶\ cm$$

(۴



امواج فرستاده شده توسط فرستندهٔ A بعد از طی مسیر AC و امواج فرستاده شده توسط فرستندهٔ B بعد از طی مسیر BC به گیرندهٔ C می‌رسند.

$$t_{AC} = \frac{AC}{V} = \frac{x}{۳ \times ۱۰^۵}$$

$$BC = \sqrt{AC^۲ + AB^۲} = \sqrt{x^۲ + ۲۵۰۰} \Rightarrow t_{BC} = \frac{BC}{V} = \frac{\sqrt{x^۲ + ۲۵۰۰}}{V}$$

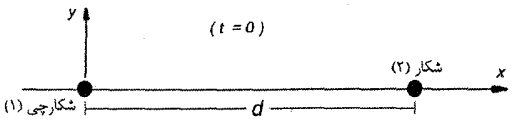
$$t_{BC} - t_{AC} = ۱۰^{-۴} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^۲ + ۲۵۰۰} - x}{۳ \times ۱۰^۵} = ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^۲ + ۲۵۰۰} - x = ۳۰ \Rightarrow \sqrt{x^۲ + ۲۵۰۰} = x + ۳۰$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۲۵۰۰ = (x+۳۰)^۲ = x^۲ + ۶۰x + ۹۰۰$$

$$\Rightarrow ۶۰x = ۲۵۰۰ - ۹۰۰ \Rightarrow x = \frac{۱۶۰۰}{۶۰} = ۲۶/۷\ km$$

(۵



$$x_۱ = \frac{۱}{۲} a_۱ t^۲ = ۵t^۲$$

$$x_۲ = \frac{۱}{۲} a_۲ (t-۲)^۲ + d = \frac{۱۵}{۲} (t-۲)^۲ + d$$

$$x_۱ = x_۲ \Rightarrow ۵t^۲ = \frac{۱۵}{۲}(t^۲ - ۴t + ۴) + d \Rightarrow ۵t^۲ - ۶۰t + ۶۰ + ۲d = ۰$$

$$\Rightarrow t = \frac{۳۰ \pm \sqrt{۳۰^۲ - ۵(۲d + ۶۰)}}{۵} = \frac{۳۰ \pm \sqrt{۶۰۰ - ۱۰d}}{۵}$$

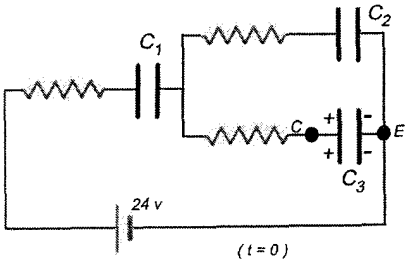
در رابطهٔ فوق شرط اینکه برای t مقداری مثبت و بزرگتر از ۲ بدست آوریم، این است که:

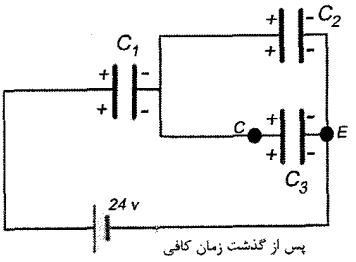
$$۶۰۰ - ۱۰d \geq ۰ \Rightarrow d \leq \frac{۶۰۰}{۱۰} = ۶۰\ m$$

۶) $\theta = \dfrac{\text{فاصله دو جسم آسمانی از هم}}{\text{فاصله دو جسم آسمانی از زمین}} = ۱۰^{-۶}$

$$\theta = \frac{۵ \times ۱۰^{-۷}}{D} \Rightarrow ۱۰^{-۶} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۷}}{D} \Rightarrow D = ۰/۵\ m = ۵۰\ cm$$

۷)





ولتاژ اولیه خازن $C_۳$ برابر ۱۸ ولت می‌باشد، در نتیجه بار اولیه آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$q_۰ = C_۳V = ۴۷ \times ۱۸ = ۸۴۶\ \mu C$$

یعنی بر صفحهٔ چپ این خازن ۸۴۶ میکروکولن بار مثبت قرار دارد، توجه کنید که پتانسیل صفحهٔ چپ این خازن بیش‌تر از صفحهٔ راست آن است ($V_C - V_E = ۱۸\ v$). پس از گذشت زمان کافی جریان در مدار قطع شده و مدار معادل با شکل سمت راست می‌شود.

$$\begin{cases} V_۲ = V_۳ \\ q_۲ + q_۳ - q_۱ = ۸۴۶ \\ V_۱ + V_۲ = ۲۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_۲ = V_۳ \\ C_۲V_۲ + C_۳V_۳ - C_۱V_۱ = ۸۴۶ \\ V_۱ + V_۲ = ۲۴ \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_۲ = V_۳ \\ V_۲ + V_۳ - V_۱ = ۱۸ \\ V_۱ + V_۲ = ۲۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲V_۳ - V_۱ = ۱۸ \\ V_۳ + V_۱ = ۲۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۳V_۳ = ۱۸ + ۲۴ \Rightarrow V_C - V_E = V_۳ = \frac{۴۲}{۳} = ۱۴ \quad \text{ولت}$$

(۸

$$R(T) = R(T_\circ)\,[1 + \lambda\,(T - T_\circ)]$$
$$= 10\,[1 + 2 \times 10^{-6} \times 11] = 10\,(1 + 22 \times 10^{-6})$$

$$n(T) = n(T_\circ) - 3\lambda\,(T - T_\circ)\,[n(T_\circ) - 1]$$
$$= 1/1 - 3 \times 2 \times 10^{-6} \times 11 \times (1/1 - 1) = 1/1 - 66 \times 10^{-7}$$

$$\frac{1}{f(T_\circ)} = \frac{n\,(T_\circ) - 1}{R\,(T_\circ)} = \frac{1/1 - 1}{10} \Rightarrow f(T_\circ) = 100\ cm$$

$$\frac{1}{f(T)} = \frac{n\,(T) - 1}{R\,(T)} \Rightarrow f(T) = \frac{R(T)}{n(T) - 1}$$

$$\Rightarrow f(T) = \frac{10(1 + 22 \times 10^{-6})}{1/1 - 66 \times 10^{-7} - 1} = \frac{100\,(1 + 22 \times 10^{-6})}{1 - 66 \times 10^{-6}}$$

$$= 100\,(1 + 22 \times 10^{-6})\,(1 - 66 \times 10^{-6})^{-1}$$

$$\simeq 100\,[1 + 22 \times 10^{-6} + (-1)\,(-66 \times 10^{-6})]$$

$$= 100\,[1 + 88 \times 10^{-6}] = 100 + 88 \times 10^{-4}\ cm$$

$$\Delta f = f(T) - f(T_\circ) = 88 \times 10^{-4}\ cm = 88\ \mu m$$

(۹

$$T = T_1 + a\cos\omega t = 7 + 2\cos(\omega t)$$

یک دورهٔ تناوب ($0 \le \omega t \le 2\pi$) را در نظر می‌گیریم و بازه‌هایی را که در آنها $T < T_1$ و $T > T_2$ می‌باشد را بدست می‌آوریم:

$$T < T_1 \Rightarrow 7 + 2\cos\omega t < 7 \Rightarrow \cos\omega t < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \omega t < \frac{3\pi}{2}$$

$$T > T_2 \Rightarrow 7 + 2\cos\omega t > 8 \Rightarrow \cos\omega t > \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 0 < \omega t < \dfrac{\pi}{3} \\ \dfrac{5\pi}{3} < \omega t < 2\pi \end{cases}$$

در زمان صفر، $T = 7 + 2 = 9^\circ C > T_2$ می‌باشد، لذا مدار وصل است. حال وضعیت را در یک دورهٔ تناوب بررسی می‌کنیم:

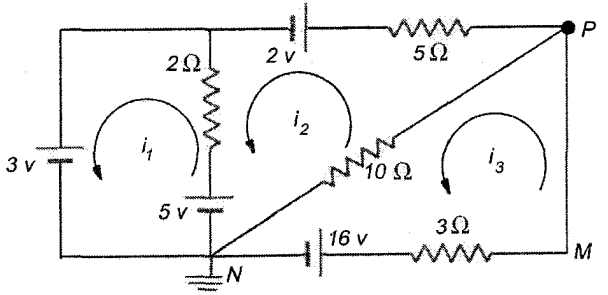
$0 < \omega t < \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ مدار وصل است

$\frac{\pi}{2} < \omega t < \frac{5\pi}{3} \Rightarrow$ مدار قطع است

$\frac{5\pi}{3} < \omega t < 2\pi \Rightarrow$ مدار وصل است

$$\frac{\text{زمان وصل مدار}}{\text{زمان کل}} = \frac{(\frac{\pi}{2} - 0) + (2\pi - \frac{5\pi}{3})}{2\pi} = \frac{\frac{5}{6}}{2} = \frac{5}{12} = 42\,\%$$

۱۰) ابتدا مدار را تحلیل می‌کنیم. بدین منظور برای هر حلقه یک شدت جریان فرض کرده و معادلات حلقه را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} +3 + 2(i_1 - i_2) - 5 = 0 \\ +5 + 2(i_2 - i_1) + 2 + 5(i_2) + 10(i_2 - i_3) = 0 \\ +10(i_3 - i_2) + 3(i_3) - 16 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} +2i_1 - 2i_2 = 2 \\ -2i_1 + 17i_2 - 10i_3 = -7 \\ -10i_2 + 13i_3 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 2\,A \\ i_2 = 1\,A \\ i_3 = 2\,A \end{cases}$$

حال پتانسیل نقطهٔ P را از طریق مسیر NMP به‌دست می‌آوریم:

$V_P = V_N + 16 - 3i_3 = 0 + 16 - 3 \times 2 = 10$ ولت

فصل ۶

مرحله‌ی اوّل بیستمین المپیاد فیزیک ایران

۱.۶ سؤالات چند گزینه‌ای

توجه: سؤالات ۱ تا ۳۶ چند گزینه‌ای هستند و به هر گزینه که درست علامت زده شود، نمرهٔ مثبت و به گزینه‌ای که نادرست علامت زده شود، نمرهٔ منفی داده خواهد شد. هر سؤال فقط یک گزینه درست دارد و انتخاب بیش از یک گزینه معادل با پاسخ نادرست است.

۱. یک مدل برای تشکیل سیاره‌های منظومه‌ی شمسی این است که این سیاره‌ها از یک قرص پیش سیاره‌ای تشکیل شده‌اند که دور خورشید می‌گشته است. شعاع این قرص را ۴۰ واحد نجومی (۴۰ برابر فاصله‌ی زمین تا خورشید) و جرم آن را ۵۰۰ برابر جرم زمین بگیرید. زمین کره‌ای به شعاع ۶۴۰۰km و چگالی میانگین $۵۵۰۰\text{kg/m}^۳$ است، و ۵۰۰s طول می‌کشد تا نور از خورشید به زمین برسد. چگالی سطحی (جرم بر مساحت) این قرص به کدام‌یک از این مقدارها نزدیک‌تر است؟

الف) $۰/۳\text{kg/m}^۲$ ب) $۳۰\text{kg/m}^۲$ ج) $۳۰۰۰\text{kg/m}^۲$ د) $۳\times ۱۰^۵\text{kg/m}^۲$

۲. یک هواپیما با سرعت ثابت روی یک خط راست به طرف بالا حرکت می‌کند. این خط از نقطه‌ی O روی زمین می‌گذرد و با سطح افقی زاویه‌ی θ می‌سازد. از این هواپیما در زمان‌های ۰، T، و $۲T$ بسته‌هایی رها می‌شود. این بسته‌ها در فاصله‌های به ترتیب $x_۰$، $x_۱$ و $x_۲$ از نقطه‌ی O به زمین می‌رسند. کدام گزینه درست است؟

الف) $x_۲ - x_۱ < x_۱ - x_۰$
ب) $x_۲ - x_۱ = x_۱ - x_۰$
ج) $x_۲ - x_۱ > x_۱ - x_۰$

۳. یک حباب صابون باردار را در نظر بگیرید. این حباب یک انرژی سطحی دارد متناسب با مساحت حباب، و یک انرژی الکتروستاتیک متناسب با مجذور بار و عکس شعاع حباب. وضعیت تعادل وضعیتی است که انرژی پتانسیل کل (مجموع این دو انرژی) کمینه است. شعاع حباب در حالت تعادل متناسب با Q^α است، که Q بار حباب و α یک ثابت است. α چه قدر است؟

الف) ۳ ب) $\frac{۴}{۳}$ ج) ۱ د) $\frac{۲}{۳}$

۴. یک حباب صابون باردار را در نظر بگیرید. این حباب یک انرژی سطحی دارد متناسب با مساحت حباب، و یک انرژی الکتروستاتیک متناسب با مجذور بار و عکس شعاع حباب. وضعیت تعادل وضعیتی است که انرژی پتانسیل کل (مجموع این دو انرژی) کمینه است. این حباب به دو حباب یک‌سان تفکیک می‌شود. انرژی پتانسیل کل حباب اولیه (در حالت تعادل) را با U و مجموع انرژی پتانسیل کل دو حباب حاصل (در حالت تعادل) را با U' نشان می‌دهیم. رابطه‌ی U' با U کدام است؟

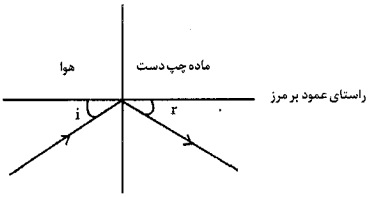
الف) $U' = \frac{۱}{۲}U$ ب) $U' = ۲^{-۱/۳}U$
ج) $U' = U$ د) $U' = ۲^{۱/۳}U$

۵. یک ماده را در فشار ثابت گرم می‌کنیم. گرمایی که این ماده می‌گیرد را با Q و تغییر انرژی درونی آن را با ΔU نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً $Q < \Delta U$
ب) حتماً $Q = \Delta U$
ج) حتماً $Q > \Delta U$
د) اگر ضریب انبساط حجمی این ماده مثبت باشد $Q < \Delta U$
ه) اگر ضریب انبساط حجمی این ماده مثبت باشد $Q > \Delta U$

۶. موادی ساخته‌اند که به آن‌ها چپ‌دست می‌گویند. ویژگی این مواد این است که نور

را در خلاف جهت مواد معمولی می‌شکنند.



یک ماده‌ی چپ‌دست در نظر بگیرید با این ویژگی که برای باریکه‌ای که از هوا وارد آن می‌شود $i = r$. یک لایه از این ماده با کلفتی D در نظر بگیرید. یک نقطه‌ی نورانی به فاصله‌ی L از این لایه‌است. دو طرف این لایه هواست. این لایه از این نقطه یک تصویر می‌سازد، یعنی باریکه‌هایی که از طرف دیگر این لایه (نسبت به نقطه‌ی نورانی) بیرون می‌روند، یا خودشان یا امتدادشان از یک نقطه می‌گذرند. کدام گزینه درست است؟

الف) این تصویر همیشه حقیقی است و فاصله‌اش از نقطه‌ی نورانی $2D$ است.
ب) این تصویر همیشه حقیقی است و فاصله‌اش از نقطه‌ی نورانی $2L$ است.
ج) این تصویر همیشه مجازی است و فاصله‌اش از نقطه‌ی نورانی $2D$ است.
د) این تصویر همیشه مجازی است و فاصله‌اش از نقطه‌ی نورانی $2L$ است.
ه) این تصویر مجازی است اگر $D < L$، و حقیقی است اگر $D > L$، و به هر حال فاصله‌اش از نقطه‌ی نورانی $2D$ است.
و) این تصویر مجازی است اگر $D < L$، و حقیقی است اگر $D > L$، و به هر حال فاصله‌اش از نقطه‌ی نورانی $2L$ است.

۷. نیروی اصطکاک وارد بر یک خورو Av^α است، که A یک ثابت است که به اندازه و شکل خودرو بستگی دارد، v سرعت خودرو است، و α هم یک ثابت دیگر است. بیشینه‌ی توان این خودرو P است. خودروهایی را در نظر بگیرید که α و P برایشان یکسان است، اما A برایشان متفات است. بیشینه‌ی سرعت ثابت این خودروها با A^β متناسب است. β چه قدر است؟

الف) $-(\alpha+1)$ ب) $-\alpha$ ج) $-\frac{1}{\alpha}$ د) $-\frac{1}{\alpha+1}$

۸. یک جسم به جرم m روی یک خط راست حرکت می‌کند. نیروی اصطکاک وارد بر این جسم $(-m\alpha v)$ است، که v سرعت جسم و α یک ثابت است. سرعت جسم در زمان صفر را با v_i و سرعت جسم در زمان t را با v_f نمایش می‌دهیم. برای t های کوچک، یک تقریب خوب برای بررسی حرکت این جسم آن است که شتاب آن را ثابت و برابر میانگین شتاب در زمان صفر و در زمان t بگیریم. با این تقریب، کدام گزینه درست است؟

الف) $v_f = v_i(1 - \alpha t)$
ب) $v_f = v_i \frac{1}{1 + \alpha t}$
ج) $v_f = v_i \frac{1 - (\alpha t/2)}{1 + (\alpha t/2)}$
د) $v_f = v_i\sqrt{1 - 2\alpha t}$
ه) $v_f = v_i \frac{1}{\sqrt{1 + 2\alpha t}}$

۹. یک چشمه‌ی صوت که نسبت به هوا ساکن است، صوتی با بسامد f_s می‌گسیلد. یک جسم با سرعت ثابت به طرف این چشمه حرکت می‌کند و صوت حاصل از چشمه را باز می‌تاباند. در محل چشمه هم یک بازتابنده‌ی دیگر هست که صوت بازتابیده را دوباره به جسم بازمی‌تاباند. این صوت پس از n بار رفتن و n بار برگشتن، در محل چشمه با آشکارگری که نسبت به هوا ساکن است آشکار می‌شود. بسامد دریافت‌شده در آشکارگر f_o است. نسبت سرعت جسم به سرعت صوت α است. نسبت (f_o/f_s) کدام است؟

الف) $(1 + \alpha)^n$
ب) $(1 - \alpha)^{-n}$
ج) $1 + n\alpha$
د) $(1 - n\alpha)^{-1}$
ه) $(1 + \alpha)^n(1 - \alpha)^{-n}$
و) $(1 + n\alpha)(1 - n\alpha)^{-1}$

۱۰. در حرکت اجسام درون شاره‌ها، در وضعیت‌های خاصی $\overrightarrow{v}$ (بردار سرعت) برابراست با $\alpha\overrightarrow{F}$، که $\overrightarrow{F}$ بردار نیرو و α یک ثابت است. فرض کنید این وضعیت برقرار است و $\overrightarrow{F}$ در هر نقطه در راستای بردار مکان آن نقطه (نسبت به یک مبدأ ثابت) است. کدام گزینه درست است؟

الف) حرکت این جسم حتماً روی یک خط راست است. این خط ممکن است از مبدأ بگذرد یا نگذرد.
ب) حرکت این جسم حتماً روی یک خط راست است که از مبدأ می‌گذرد.
ج) حرکت این جسم حتماً روی یک دایره به مرکز مبدأ است.
د) هم حرکت دایره‌ای و هم حرکت روی خط راست برای این جسم ممکن‌اند.

۱۱. یک پرتابه از روی دامنه‌ی یک تپه پرتاب می‌شود. تپه را مثل یک مخروط بگیرید و فرض کنید صفحه‌ی شامل بردار سرعت اولیه‌ی پرتاب و آن مولد مخروط که از نقطه‌ی پرتاب می‌گذرد، قائم است. فاصله‌ی نقطه‌ی پرتاب تا پای تپه را بسیار بزرگ‌تر از $\frac{v^2}{g\cos^2\alpha}$ بگیرید، که v سرعت اولیه‌ی پرتاب، g شتاب گرانش، و α زاویه‌ی یال تپه (مولد مخروط) با افق است. کدام گزینه درست است؟

الف) این پرتابه با تپه برخورد نخواهد کرد.
ب) شرایط اولیه‌ای هست که این پرتابه با تپه برخورد خواهد کرد، و شرایط اولیه‌ای

هست که این پرتابه با تپه برخورد نخواهد کرد.
ج) این پرتابه حتماً با تپه برخورد خواهد کرد.

۱۲. دو پرتابه‌ی ۱ و ۲ با سرعت‌های اولیه‌ی v_1 و v_2 از یک نقطه از سطح زمین پرتاب می‌شوند. سرعت‌های اولیه‌ی این دو پرتابه با هم موازی‌اند. نقطه‌ی اوج این دو پرتابه را H_1 و H_2 می‌نامیم. محل تقاطع خطی که از نقطه‌ی پرتاب می‌گذرد و با سرعت اولیه موازی است با خط‌های قائمی که از H_1 و H_2 می‌گذرند را H'_1 و H'_2 می‌نامیم. طول خط‌های $H_1H'_1$ و $H_2H'_2$ را با L_1 و L_2 نمایش می‌دهیم. نسبت $\frac{L_1}{L_2}$ کدام است؟

الف) $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$ ب) $\frac{v_2}{v_1}$ ج) ۱ د) $\frac{v_1}{v_2}$ ه) $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$

۱۳. یک جسم به یکر فنر بسته شده و یک نیروی اصطکاک متناسب با سرعت هم به آن وارد می‌شود. علاوه براین یک نیروی F سینوسی با بسامد f هم به آن وارد می‌شود. تحت اثر این نیروها این جسم یک حرکت نوسانی با بسامد f دارد. توان میانگینی که نیروی F به این جسم می‌دهد با a^α متناسب است: که a دامنه‌ی نوسان و α یک ثابت است. α چه‌قدر است؟

الف) ۲ ب) ۱ ج) صفر د) ۱− ه) ۲−

۱۴. یک جسم به جرم m روی یک سطح افقی است. این جسم از طریق یک ریسمان به یک دیوار متصل است. به این ریسمان در نقطه‌ی A یک نیروی قائم F رو به بالا وارد می‌شود. بخشی از ریسمان که بین A و دیوار است افقی است، و بخشی دیگر که بین A و جسم است با راستای قائم زاویه‌ی θ می‌سازد. از سطح افقی به جسم یک نیروی عمود بر سطح وارد می‌شود، که آن را با N نشان می‌دهیم. فرض کنید جسم روی سطح می‌ماند. شتاب گرانش g است. N چه قدر است؟

الف) $mg - F\cos^2\theta$ ب) $mg - F\cos\theta$ ج) $mg - F$
د) $mg - \frac{F}{\cos\theta}$ ه) $mg - \frac{F}{\cos^2\theta}$

۱۵. روی لبه‌های یک چرخ N لکه‌ی مشابه با فاصله‌ی برابر با هم هست. این چرخ با بسامد ثابت f می‌چرخد. یک چراغ این چرخ را روشن می‌کند و فقط وقتی چراغ روشن است می‌شود این چرخ و لکه‌های آن را دید. این چراغ روشن و خاموش می‌شود و هر بارمدت بسیار کوتاهی روشن می‌ماند. بسامد این روشن و خاموش شدن F است. کسی که به این چرخ نگاه می‌کند به نظرش می‌رسد چرخ با بسامد f'

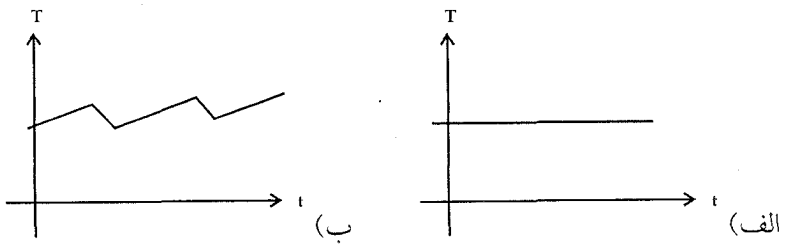
می‌چرخد. f' بر اساس زاویه‌ی ظاهری چرخش چرخ بین دو بار روشن شدن متوالی چرخ ($\Delta\theta$) محاسبه می‌شود. $\Delta\theta$ چنان است که اگر چرخ را از حالت اولیه به‌اندازه‌ی $\Delta\theta$ بچرخانیم، لکه‌ها بر لکه‌های چرخ در حالت بعدی منطبق می‌شوند. البته این کار با زاویه‌های چرخش مختلفی ممکن است. منظور آن زاویه‌ای است که قدر مطلق آن از همه کوچک‌تر است. $\Delta\theta$ منفی هم می‌تواند باشد. با فرض $\frac{۲}{۳}Nf < F < ۲Nf$، مقدارهای $f'_۱$ (کمینه‌ی f') و $f'_۲$ (بیشینه‌ی f') کدام است؟

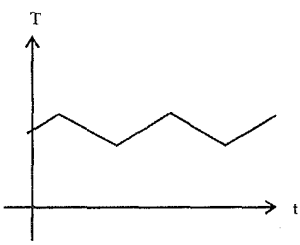
الف) $f'_۱ = f,\ f'_۲ = f$
ب) $f'_۱ = ۰,\ f'_۲ = f$
ج) $f'_۱ = -f,\ f'_۲ = f$
د) $f'_۱ = -f,\ f'_۲ = \frac{f}{۳}$
ه) $f'_۱ = -\frac{f}{۳},\ f'_۲ = \frac{f}{۳}$
و) $f'_۱ = -\frac{f}{۲},\ f'_۲ = \frac{f}{۲}$

۱۶. یک آدم به جرم M به یک طناب وصل است. طناب از روی قرقره‌ی ثابتی گذشته و به یک وزنه به جرم m وصل است. این آدم نقطه‌ای از طناب بین قرقره و وزنه را با نیروی T به‌طور قائم به طرف پایین می‌کشد. شتاب گرانش g است. T چه‌قدر باشد تا آدم با شتاب a بالا برود؟

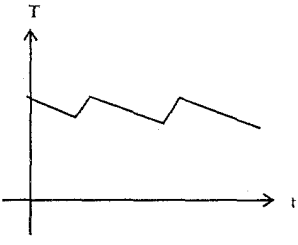
الف) $\frac{M(a+g)+m(a-g)}{۲}$
ب) $M(a+g)+m(a-g)$
ج) $M(a+g)$
د) $(M+m)(a+g)$
ه) $\frac{(M+m)(a+g)}{۲}$

۱۷. در یک ظرف تمیز با دیوارهای صاف، آب به‌طور یکنواخت نمی‌جوشد. پدیده‌ای که دیده می‌شود این است که اگر ظرف را به‌طور یکنواخت گرم کنیم، به مدت کوتاهی حباب‌های بزرگی از بخار تولید می‌شوند، بعد ظرف مدتی از جوشش می‌افتد. سپس دوباره حباب‌های بزرگی تولید می‌شوند و این روند ادامه می‌یابد. نمودار T (دمای آب چنین ظرفی) برحسب t (زمان) کدام است؟





د)



ج)

۱۸. با بررسی دقیق دو تراز انرژی یک اتم، معلوم می‌شود یکی از این ترازها از m تراز نزدیک به هم و دیگری از n تراز نزدیک به هم تشکیل شده. تعداد گذارهای ممکن بین همه‌ی این ترازها که طی آن‌ها نور گسیل می‌شود کدام است؟

الف) mn ب) $m+n$
ج) $m+n-۱$ د) $\frac{(m+n)(m+n-۱)}{۲}$

۱۹. یک متحرک با سرعت ثابت روی یک خط راست حرکت می‌کند. این متحرک با فاصله‌های زمانی ثابت T علامت‌های صوتی می‌فرستد. یک ناظر ساکن این علامت‌ها را می‌گیرد. علامت $n+۱$ به اندازه‌ی τ_n بعد از علامت n دریافت می‌شود. فاصله‌ی متحرک با ناظر ابتدا کم و بعد زیاد می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) τ_n ثابت است.
ب) τ_n برحسب n صعودی است.
ج) τ_n برحسب n نزولی است.
د) τ_n برحسب n ابتدا صعودی و بعد نزولی است.
ه) τ_n برحسب n ابتدا نزولی و بعد صعودی است.

۲۰. یک باریکه‌ی نور عمود بر یک تیغه‌ی نازک می‌تابد. وقتی باریکه به سطح جلویی تیغه می‌رسد، بخشی از آن باز می‌تابد و بخشی از آن وارد تیغه می‌شود. باریکه‌ای که وارد تیغه شده هم به سطح پشتی تیغه می‌رسد، بخشی از آن بازمی‌تابد و بخشی وارد هوا می‌شود. توان موج‌های بازتابیده ازاین دو وجه را یک‌سان بگیرید و از بازتابش‌های بعدی چشم بپوشید. مشاهده می‌شود وقتی کلفتی این تیغه به صفر می‌گراید، نسبت توان بازتابیده از تیغه به توان فرودی بر آن به صفر می‌گراید. اختلاف فاز باریکه‌ی بازتابیده نسبت به باریکه‌ی فرودی در سطح‌های بازتابنده را به ترتیب با $\phi_۱$ و $\phi_۲$ و تفاضل آن‌ها را با ϕ نمایش می‌دهیم. فرض کنید باریکه‌ای که وارد تیغه می‌شود، نسبت به باریکه‌ی فرودی در سطح بازتابنده اختلاف فاز ندارد. مقدار ϕ کدام است؟

الف) صفر ب) $\frac{\pi}{۴}$ ج) $\frac{\pi}{۲}$ د) $\frac{۳\pi}{۴}$ ه) π

۲۱. زمین در گذشته‌ی دور داغ‌تر از حالا بوده است. یک جسم به دمای T با توان $\sigma T^۴ S$ انرژی از دست می‌دهد، که S مساحت سطح بیرونی جسم و σ یک ثابت است. در یک تقریب، می‌شود σ را $۶ \times ۱۰^{-۸} \mathrm{W/m^۲K^۴}$ گرفت. فرض کنید زمین از بیرون انرژی نمی‌گرفته، دمای آن یکنواخت بوده و فقط از طریق سطح بیرونی‌اش انرژی از دست می‌داده. آهنگ از دست دادن انرژی متغیر است. اما می‌شود نشان داد اگر دمای اولیه (T_i) بسیار بزرگ‌تر از دمای نهایی (T_f) باشد، میانگین توان $۳\sigma T_i T_f^۳ S$ است. شعاع زمین $۶۴۰۰\mathrm{km}$ و چگالی میانگین زمین $۵۵۰۰\mathrm{kg/m^۳}$ است. گرمای ویژه‌ی زمین را $۱۰۰۰\mathrm{J/kg\,K}$ بگیرید. با این فرض‌ها، چه مدتی لازم است تا یک زمین بسیار داغ به دمای $۴۰۰\mathrm{K}$ برسد؟

الف) $۱۰^۹\mathrm{s}$ ب) $۱۰^{۱۲}\mathrm{s}$ ج) $۱۰^{۱۵}\mathrm{s}$ د) $۱۰^{۱۸}\mathrm{s}$

۲۲. حرکت یک نوار نقاله به این شکل است که نوار به مدت $T_۱$ ساکن است، به مدت $T_۲$ با سرعت v حرکت می‌کند، و این روند تکرار می‌شود. نوار افقی است. روی این نوار یک جسم هست که تنها نیروی افقی‌ای که به آن وارد می‌شود نیروی اصطکاک با نوار است. جسم و نقاله از حالت سکون شروع به حرکت می‌کنند. دیده می‌شود پس از زمانی طولانی، سرعت این جسم نسبت به زمین یک تابع دوره‌ای از زمان می‌شود، و در این وضعیت این سرعت هرگز صفر نمی‌شود. بیشینه‌ی این سرعت را V می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $V < v$ و $T_۲ \le T_۱$ ب) $V < v$ و $T_۲ \ge T_۱$
ج) $V = v$ و $T_۲ \le T_۱$ د) $V = v$ و $T_۲ \ge T_۱$

۲۳. رابطه‌ی فاصله کانونی یک عدسی (f) با ضریب شکست ماده‌ی سازنده‌ی آن (n) به شکل $f\frac{A}{n-۱}$ است، که A یک ثابت است که به شکل عدسی بستگی دارد. یک جسم در فاصله‌ی D از این عدسی است و با سرعت v حرکت می‌کند (به عدسی نزدیک یا از آن دور می‌شود). می‌توان با تغییر دادن ضریب شکست، جای تصویر را ثابت نگه داشت. قدرمطلق مشتق زمانی ضریب شکست، نمی‌تواند از مقدار N بیش‌تر شود. بیشینه‌ی سرعت جسم برای این که بشود تصویر آن را ثابت نگه داشت چه قدر است؟

الف) DN ب) AN ج) $\frac{D^۲}{A}N$ د) $\frac{A^۲}{D}N$

۲۴. یک جسم به یک فنر بسته شده و یک حرکت سینوسی با بسامد زاویه‌ای ω دارد. در یک لحظه جابه‌جایی این جسم از نقطه‌ی تعادل x و سرعت آن v است. دامنه‌ی حرکت این جسم کدام است؟

الف) $x+(v/\omega)$ ب) $|x|+|v/\omega|$ ج) $|x+(v/\omega)|$
د) $\sqrt{x^۲+(v/\omega)^۲}$ ه) $\sqrt{|xv/\omega|}$

۲۵. در یک پیوندگاه pn دو ناحیه درست می‌شود که در یکی چگالی بار منفی و در دیگری چگالی بار مثبت است. مجموع بار کل این دو ناحیه صفر است. فرض کنید کلفتی هر یک از این دو ناحیه Δ، و قدرمطلق چگالی بار در هر یک با این دو ناحیه هم ثابت و برابر ρ است. به خاطر این بارها، دو سر این دو ناحیه اختلاف پتانسیل V درست می‌شود. با فرض این که V ثابت است، Δ با ρ^α متناسب است، که α ثابت است. a چه قدر است؟

الف) -۲ ب) -۱ ج) $-\frac{۱}{۲}$ د) $\frac{۱}{۲}$ ه) ۱ و) ۲

۲۶. وقتی می‌خواهیم سیمی را با قیچی ببریم، می‌بینیم سیم اول روی تیغه‌های قیچی سر می‌خورد و وقتی زاویه‌ی بین تیغه‌های قیچی θ می‌شود متوقف می‌شود. از گرانش صرف‌نظر کنید. ضریب اصطکاک ایستایی بین تیغه و سیم چه‌قدر است؟

الف) $\tan\theta$ ب) $\cot\theta$ ج) $\tan\frac{\theta}{۲}$ د) $\cot\frac{\theta}{۲}$

۲۷. یک ذره‌ی باردار در یک میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. میدن مغناطیسی تقریباً در راستای محور z است و B_z (مؤلفه‌ی z میدان مغناطیسی) به کندی با z تغییر می‌کند. سرعت ذره در راستای z کوچک است و مسیر حرکت ذره تقریباً یک دایره در صفحه‌ای عمود بر محور z است. مرکز و شعاع دایره به کندی تغییر می‌کند، چنان که شار مغناطیسی گذرنده از دایره ثابت می‌ماند. اندازه‌ی تصویر سرعت این ذره بر صفحه‌ی عمود بر محور z، با $|B_z|^\alpha$ متناسب است، که α ثابت است. α چه قدر است؟

الف) -۱ ب) $-\frac{۱}{۲}$ ج) صفر د) $\frac{۱}{۲}$ ه) ۱

۲۸. یک ذره‌ی باردار در یک میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. میدن مغناطیسی تقریباً در راستای محور z است و B_z (مؤلفه‌ی z میدان مغناطیسی) به کندی با z تغییر می‌کند. سرعت ذره در راستای z کوچک است و مسیر حرکت ذره تقریباً یک دایره در صفحه‌ای عمود بر محور z است. مرکز و شعاع دایره به کندی تغییر می‌کند، چنان که شار مغناطیسی گذرنده از دایره ثابت می‌ماند. اندازه‌ی تصویر سرعت این ذره بر محور z را با $|v_z|$ نشان می‌دهیم. وقتی ذره به جاهایی می‌رود که اندازه‌ی B_z بزرگ می‌شود،

الف) $|v_z|$ کم می‌شود.
ب) $|v_z|$ تغییر نمی‌کند.
ج) $|v_z|$ زیاد می‌شود.
د) مواردی هست که $|v_z|$ کم می‌شود، و مواردی هست که $|v_z|$ زیاد می‌شود.

۲۹. می‌دانیم برای همه‌ی مواد گرمای ویژه در فشار ثابت از گرمای ویژه در حجم ثابت بزرگ‌تر است. یک ماده را در نظر بگیرید که ضریب انبساط حجمی آن در فشار ثابت منفی است. دمای این ماده را در فشار ثابت از T_1 به T_2 افزایش می‌دهیم. بعد دمای همین ماده را در حجم ثابت از T_2 به T_1 بر می‌گردانیم. تغییر کل انرژی درونی این ماده را با ΔU نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $\Delta U < 0$
ب) $\Delta U = 0$
ج) $\Delta U > 0$
د) مواردی هست که $\Delta U < 0$ و مواردی هست که $\Delta U > 0$.

۳۰. از مبدأ مختصات گلوله‌هایی با سرعت اولیه‌ی یکسان v_0، با زاویه‌های مختلف α، و همگی در صفحه‌ی xy به بالا پرتاب می‌کنیم. گرانش در جهت $-y$، و اندازه‌ی شتاب گرانش g است. تعریف می‌کنیم $a = \frac{v_0^2}{4g}$. مختصات نقاط اوج این گلوله‌ها در کدام‌یک از این معادله‌ها صدق می‌کند؟

الف) $\frac{x^2}{4a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$
ب) $\frac{x^2}{4a^2} + \frac{(y-a)^2}{a^2} = 1$
ج) $\frac{x^2}{2a^2} + \frac{(y-a)^2}{a^2} = 1$
د) $\frac{(x-a)^2}{4a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

۳۱. استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع R از یک ماده‌ی جامد در نظر بگیرید. اگر دو قاعده‌ی این استوانه را بکشیم یا فشار دهیم، هم ارتفاع استوانه و هم شعاع آن تغییر می‌کند. تغییر ارتفاع را Δh و تغییر شعاع قاعده را ΔR می‌نامیم. هر کدام از این‌ها، بسته به این که جسم کش بیاید یا کوچک بشود مثبت یا منفی‌اند. برای تغییرهای کوچک نسبت پواسُن (ν) را این‌طور تعریف می‌کنیم.

$$\nu = \frac{-h\Delta R}{R\Delta h}$$

برای نوعی شیشه نسبت پواسُن ۰/۲۳ است. اگر یک استوانه‌ی شیشه‌ای از این نوع را آن‌قدر بکشیم که ارتفاعش $\lambda + 1$ برابر شود. حجمش $\kappa + 1$ برابر می‌شود. اگر λ عدد بسیار کوچکی باشد کدام گزینه درست است؟

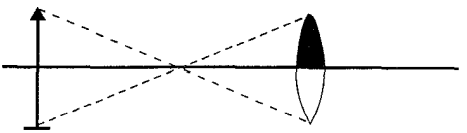
راهنمایی: اگر x و y کوچک باشند، به تقریب داریم:
$(۱+x)^n(۱+y)^m \simeq ۱+nx+my$

الف) $\kappa = ۲\lambda$ ب) $\kappa = ۳\lambda$ ج) $\kappa = ۰/۵۴\lambda$ د) $\kappa = ۱/۴۶\lambda$

۳۲. یک جسم روی یک دایره حرکت می‌کند. اندازه‌ی نیروی وارد بر جسم را با F، و جهت آن را با n نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) همیشه F ثابت و n به طرف مرکز دایره است.
ب) همیشه F ثابت است، اما مواردی هست که n به طرف مرکز دایره نیست.
ج) همیشه n به طرف مرکز دایره است، اما مواردی هست که F ثابت نیست.
د) مواردی هست که F ثابت نیست و مواردی هست که n به طرف مرکز دایره نیست.

۳۳. نیمه‌ی بالایی یک عدسی را سیاه می‌کنیم. تصویر چگونه می‌شود؟



الف) تنها تصویر بخش بالایی جسم تشکیل می‌شود.
ب) تنها تصویر بخش پایینی جسم تشکیل می‌شود.
ج) تصویر عوض نمی‌شود.
د) شکل تصویر عوض نمی‌شود، ولی تصویر کم‌نور می‌شود.

۳۴. نسبت مقدار بارش سالانه‌ی باران در زمین به آب اقیانوس‌ها به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟

الف) $۱۰^{-۱۲}$ ب) $۱۰^{-۸}$ ج) $۱۰^{-۴}$ د) ۱

۳۵. یک صفحه عمود بر محور x است و از $x=d$ می‌گذرد. تعدادی آینه‌ی کوچک تخت این صفحه را قطع می‌کنند. این آینه‌ها چنان‌اند که اگر یک باریکه‌ی موازی با محور x به آن‌ها بخورد بازتابش باریکه از مبدأ می‌گذرد. آینه‌ای را در نظر بگیرید که فاصله‌اش از محور x برابر r است. زاویه‌ی راستای عمود بر این آینه با محور x را θ می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $\tan\theta = \frac{r}{d}$ ب) $\tan ۲\theta = \frac{r}{d}$ ج) $\sin\theta = \frac{r}{d}$ د) $\sin ۲\theta = \frac{r}{d}$

۳۶. یک جسم روی یک سطح افقی ساکن است. محورهای x، y، و z را عمود بر هم می‌گیریم، چنان که محور z قائم است. این جسم با سطح اصطکاک دارد. یک نیروی غیرصفر به اندازه‌ی F_1 در راستای محور x به جسم وارد می‌شود و دیده می‌شود جسم روی سطح ساکن می‌ماند. وقتی علاوه بر این نیرو یک نیرو با اندازه‌ی F_2 در راستای محور y هم به جسم وارد می‌شود، جسم به حرکت در می‌آید. در این صورت:

الف) حرکت جسم در راستای محور y است.
ب) حرکت جسم در راستای محور x است.
ج) حرکت جسم نه در راستای محور x است و نه در راستای محور y.
د) مواردی هست که حرکت جسم در راستای محور x است، مواردی هست که حرکت جسم در راستای محور y است، و مواردی هست که حرکت جسم نه در راستای محور x است و نه در راستای محور y.

۲.۶ مسأله‌های کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به دقت بخوانید.

در این مسئله‌ها باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به‌دست آورید. سپس خانه‌های مربوط به رقم‌های این عدد را در پاسخ‌نامه سیاه کنید. توجه کنید که رقم یکان عدد در ستون یکان، و رقم دهگان در ستون دهگان علامت زده شود.

مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی برحسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد ۲۶/۷ μF را به‌دست آورده باشید. ابتدا آن را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به‌دست آید. سپس مطابق شکل پاسخ خود را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

پاسخ نادرست در این بخش نمره‌ی منفی ندارد.

۱. یک بطری پلاستیکی خالی را گرم می‌کنیم تا دمای هوای درون آن ۹۰°C شود. در این حالت در بطری را می‌بندیم. بیشینه‌ی اختلاف فشار دو سوی دیواره‌ی این بطری برای این که به آن صدمه نخورد ۰/۲ فشار آن محیط است. بطری را سرد می‌کنیم. کمینه‌ی دمای بطری برای این که به آن صدمه نخورد چند درجه سلسیوس است؟

۲. رابطه‌ی مقاومت یک رسانا با دما $R = R_0[1 + \beta(T - T_0)]$ است، که R مقاومت و T دما است، و β و T_0 و R_0 ثابت‌اند. این رابطه به شرطی درست است که $|\beta(T - T_0)|$ بسیار کوچک‌تر از یک باشد. رابطه‌ی دمای این رسانا با توان

الکتریکی‌ای که در آن تلف می‌شود هم $(T-T_0)=\alpha P$ است، که P توان و α یک ثابت است. این هم به‌شرطی درست است که αP بسیار کوچک‌تر از T_0 باشد. با فرض این که هر دوی این رابطه‌ها برقرار باشند، مقدار $10^6\left(\frac{R}{R_0}-1\right)$ به‌ازای $\alpha=100\,\mathrm{K/W}$، $\beta=10^{-4}/\mathrm{K}$، $R_0=22\Omega$ و $I=0/02\,\mathrm{A}$ چه‌قدر است؟ I جریان گذرنده از مقاومت است.

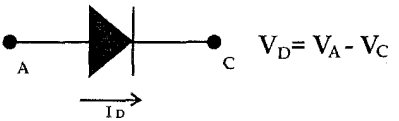
راهنمایی: اگر x و y بسیار کوچک‌تر از یک باشند، $(1+x)^a(1+y)^b\simeq 1+ax+by$

۳. یک وزنه درون یک شاره سقوط می‌کند. چگالی شاره بسیار کم‌تر از چگالی وزنه است، چنان که نیروی وارد بر وزنه ناشی از فقط وزن آن و اصطکاک با شاره است. در اثر اصطکاک شاره، سرعت این وزنه به یک مقدار ثابت (سرعت حد) می‌رسد. فرض کنید به خاطر این اصطکاک فقط وزنه گرم می‌شود. گرمای ویژه‌ی وزنه را $200\,\mathrm{J/kg\,K}$، جرم آن را $2\mathrm{kg}$، شتاب گرانش را $10\,\mathrm{m/s^2}$، و سرعت حد را $0/7\,\mathrm{m/s}$ بگیرید. مشتق دمای این وزنه نسبت به زمان چند میلی کلوین بر ثانیه است؟

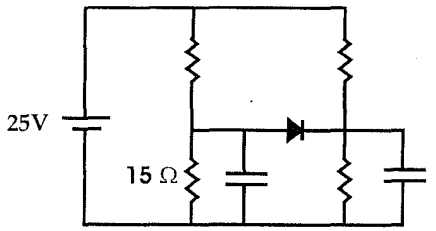
۴. یک عنصر الکترونیکی این ویژگی را دارد که یا در حالت قطع است یا در حالت وصل. اگر این عنصر در حالت قطع باشد، جریانی از آن نمی‌گذرد. اگر این عنصر در حالت قطع باشد و اختلاف پتانسیل دو سرش بخواهد از مقدار V_2 بیش‌تر شود، عنصر به حالت وصل می‌رود. در حالت وصل، اختلاف پتانسیل دو سر این عنصر V_1 است و جریانی که از آن می‌گذرد از سر با پتانسیل بیش‌تر به سر با پتانسیل کم‌تر است (مثل مقاومت‌ها). اگر این عنصر در حالت وصل باشد و جریان آن بخواهد تغییر علامت بدهد، عنصر به حالت قطع می‌رود. دو سر این عنصر هیچ فرقی با هم ندارند. یک منبع ولتاژ سینوسی با دامنه‌ی V_0 را با این عنصر و یک مقاومت سری می‌کنیم. به‌ازای $V_0=308\mathrm{V}$، $V_1=154\mathrm{V}$ و $V_2=220\mathrm{V}$، در چند درصد زمان این عنصر وصل است؟

۵. در نقطه‌ی A در سطح زمین انفجاری رخ می‌دهد و موج این انفجار در نقطه‌ی B در سطح زمین آشکار می‌شود. این موج از دو راه به نقطه‌ی B می‌رسد. راه اول مسیر مستقیم از A تا B است، که در آن سرعت موج v_1 است. زمان رسیدن موج از این طریق T_1 است. راه دوم مسیر $ACDB$ است، که سرعت موج در پاره‌خط‌های AC و DB برابر v_1 و در پاره‌خط CD برابر v_2 است. زمان رسیدن موج از این طریق T_2 است. ABCD یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین است که $AB\|CD$، و زاویه‌های $\angle BAC$ و $\angle DBA$ برابر α اند. بین v_1 و v_2 و α این رابطه هست که $v_1=v_2\cos\alpha$. طول قاعده‌ی AB برابر l و ارتفاع ذوزنقه d است. به‌ازای $T_1=60\mathrm{s}$، $T_2=48\mathrm{s}$، $\sin\alpha=0/8$ و $l=120\mathrm{km}$، مقدار d چند کیلومتر است؟

۶. شکل ۱ عنصری به اسم دیود را نشان می‌دهد. ویژگی این عنصر آن است که یا V_D صفر است و I_D نامنفی، یا I_D صفر است و V_D نامثبت.

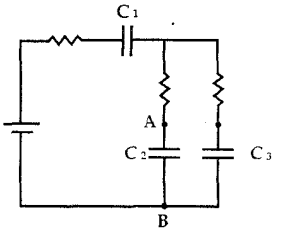


در مدار شکل ۲، مقدار هر یک از مقاومت‌ها جز مقاومتی که مقدارش در شکل آمده ۱۰Ω، و ظرفیت هر یک از خازن‌ها $۳۳\mu F$ است. پس از گذشتن زمانی طولانی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۵Ω چند ولت است؟



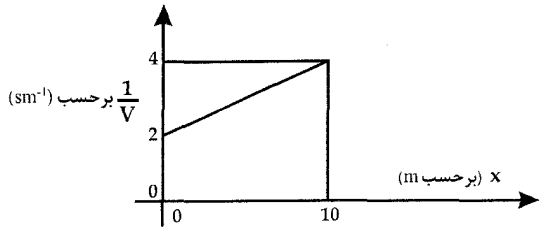
۷. خورشید کره‌ای به قطر $۱/۴ \times ۱۰^{۶}\text{km}$ است. فاصله‌ی زمین تا خورشید $۱/۵ \times ۱۰^{۸}\text{km}$ است. یک عدسی همگرا با فاصله‌ی کانونی ۴۰cm تصویری از خورشید ساخته است. با یک فیلم عکاسی به ابعاد (۲۴mm) × (۲۴mm) در محل کانون این عدسی، از خورشید عکس می‌گیریم. عکس را روی یک کاغذ چاپ می‌کنیم. چنان که تصویر کل فیلم روی این کاغذ (۱۵cm) × (۱۵cm) می‌شود. قطر تصویر خورشید روی این کاغذ چند میلی‌متر است؟

۸. در مدار شکل مقدار همه‌ی مقاومت‌ها ۳۳Ω، ظرفیت $C_۱$ برابر $۱۰\mu F$، ظرفیت $C_۲$ و $C_۳$ برابر $۲۰\mu F$، و ولتاژ باتری 5V است. در زمان صفر $C_۱$ و $C_۳$ بی‌بارند و بار $C_۲$ برابر $۱۰\mu C$ است، چنان که ولتاژ A بیش از ولتاژ B است. پس از گذشتن زمانی طولانی، بار $C_۳$ چند میکروکولن است؟



۹. اگر ستاره‌ای درست در بالای سر (امتداد قائم) باشد، به علت حرکت زمین به دور خورشید این ستاره درست در راستای قائم دیده نمی‌شود، بلکه در جهتی دیده می‌شود که با راستای قائم زاویه‌ی θ می‌سازد. هر درجه ۳۶۰۰ ثانیه‌ی قوس است. θ چند ثانیه‌ی قوس است؟

۱۰. برای جسمی، نمودار عکس سرعت $(\frac{۱}{v})$ برحسب مکان مطابق شکل است. در زمان صفر، جسم در $x = ۰$ است. پس از چند ثانیه جسم به $x = ۱۰\text{m}$ می‌رسد؟



۳.۶ پاسخ تشریحی سؤالات چند گزینه‌ای

۱. گزینه‌ی «ب» درست است.

ابتدا جرم کل و مساحت قرص پیش سیاره‌ای را محاسبه می‌کنیم. چگالی سطحی این قرص، حاصل تقسیم جرم کل بر مساحت آن می‌باشد.

$$\text{جرم کره‌ی زمین} = ۵۵۰۰ \times \left(\frac{۴}{۳}\pi \times (۶۴۰۰ \times ۱۰^۳)^۳\right) \cong ۶ \times ۱۰^{۲۴}\text{kg}$$

$$\text{جرم قرص} = ۵۰۰ \times (۶ \times ۱۰^{۲۴}) = ۳ \times ۱۰^{۲۷}\text{kg}$$

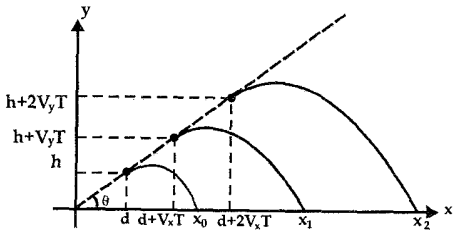
$$\text{فاصله‌ی زمین تا خورشید} = (۳ \times ۱۰^۸) \times (۵۰۰) = ۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\text{m}$$

$$\text{شعاع قرص} = ۴۰ \times ۱/۵ \times ۱۰^{۱۱} = ۶ \times ۱۰^{۱۲}\text{m}$$

$$\text{مساحت قرص} = \pi \times (۶ \times ۱۰^{۱۲})^۲ = ۱/۱۳ \times ۱۰^{۲۶}\text{m}^۲$$

$$\text{چگالی سطحی قرص} = \frac{۳ \times ۱۰^{۲۷}}{۱/۱۳ \times ۱۰^{۲۶}} = ۲۶/۶\text{kg/m}^۲$$

۲. گزینه‌ی «الف» درست است.



سرعت هواپیما را مقدار ثابت v در نظر می‌گیریم. مؤلفه‌های این سرعت در راستاهای x و y به ترتیب $v_x = v\cos\theta$ و $v_y = v\sin\theta$ می‌باشند.

بر اساس روابط حرکت با شتاب ثابت برای حرکت بسته‌ها در راستای y، مدت زمان حرکت هر بسته را محاسبه کنیم:

$$\text{مدت زمان حرکت بسته اول} : \quad t_۰ = \frac{v_y}{g} + \sqrt{\alpha}, \quad \alpha = \frac{۲\left(\frac{v_y^۲}{۲g} + h\right)}{g}$$

$$\text{مدت زمان حرکت بسته دوم} : t_۱ = \frac{v_y}{g} + \sqrt{\alpha + \beta}, \ \beta = \frac{۲v_yT}{g}$$

$$\text{مدت زمان حرکت بسته سوم} : t_۲ = \frac{v_y}{g} + \sqrt{\alpha + ۲\beta}$$

حال مقادیر $x_۰$ و $x_۱$ و $x_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_۰ = d + v_xt_۰ \\ x_۱ = d + v_xT + v_xt_۱ \\ x_۲ = d + ۲v_xT + v_xt_۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ - x_۰ = v_xT + v_x(t_۱ - t_۰) \\ x_۲ - x_۱ = v_xT + v_x(t_۲ - t_۱) \end{cases}$$

با توجه به روابط فوق، کافیست مقادیر $t_۰$ ، $t_۱ - t_۰$ و $t_۲ - t_۱$ را با هم مقایسه کنیم:

$$\begin{aligned}
t_۱ - t_۰ \stackrel{?}{=} t_۲ - t_۱ \quad &\Rightarrow \quad \sqrt{\alpha+\beta} - \sqrt{\alpha} \stackrel{?}{=} \sqrt{\alpha+۲\beta} - \sqrt{\alpha+\beta} \\
&\Rightarrow \quad ۲\sqrt{\alpha+\beta} \stackrel{?}{=} \sqrt{\alpha} + \sqrt{\alpha+۲\beta} \\
&\Rightarrow \quad (۲\sqrt{\alpha+\beta})^۲ \stackrel{?}{=} (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\alpha+۲\beta})^۲ \\
&\Rightarrow \quad ۴(\alpha+\beta) \stackrel{?}{=} \alpha + \alpha + ۲\beta + ۲\sqrt{\alpha^۲ + ۲\alpha\beta} \\
&\Rightarrow \quad \alpha+\beta \stackrel{?}{=} \sqrt{\alpha^۲ + ۲\alpha\beta} \\
&\Rightarrow \quad (\alpha+\beta)^۲ \stackrel{?}{=} \alpha^۲ + ۲\alpha\beta \\
&\Rightarrow \quad \beta^۲ \stackrel{?}{=} ۰
\end{aligned}$$

یعنی سمت چپ عبارت فوق از سمت راست آن بزرگ‌تر می‌باشد، در نتیجه:

$$t_۱ - t_۰ > t_۲ - t_۱ \;\Rightarrow\; x_۱ - x_۰ > x_۲ - x_۱$$

۳. گزینه‌ی «د» درست است.

انرژی سطحی حباب متناسب با مساحت حباب، یعنی مجذور شعاع آن می‌باشد. این ضریب تناسب را α می‌نامیم. همچنین انرژی الکتروستاتیک متناسب با مجذور بار و عکس شعاع حباب می‌باشد، این ضریب تناسب را نیز β می‌نامیم.

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} U_۱ = \alpha R^۲ \\ U_۲ = \beta \dfrac{Q^۲}{R} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad U = U_۱ + U_۲ = \alpha R^۲ + \beta \frac{Q^۲}{R} \\
&\frac{\partial U}{\partial R} = ۰ \quad \Rightarrow \quad ۲\alpha R - \beta \frac{Q^۲}{R^۲} = ۰ \\
&\qquad\qquad \Rightarrow \quad R^۳ = \frac{\beta}{۲\alpha} Q^۲ \\
&\qquad\qquad \Rightarrow \quad R = \left(\frac{\beta}{۲\alpha}\right)^{\frac{۱}{۳}} Q^{\frac{۲}{۳}}
\end{aligned}$$

۴. گزینه‌ی «ب» درست است.

بار و شعاع هر کدام از دو حباب در حالت ثانویه را به ترتیب بار Q' و R' نشان می‌دهیم. می‌دانیم بار حباب اولیه بین دو حباب ثانویه تقسیم شده است، در نتیجه $Q' = \frac{Q}{۲}$ است. حال R' را با توجه به رابطه به‌دست آمده درسؤال قبل محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{R'^۳}{R^۳} = \frac{\frac{\beta}{۲\alpha} Q'^۲}{\frac{\beta}{۲\alpha} Q^۲} = \left(\frac{Q'}{Q}\right)^۲ = \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ \;\Rightarrow\; \frac{R'}{R} = \frac{۱}{۲^{\frac{۲}{۳}}}$$

$$\begin{cases} U = \alpha R^2 + \beta \dfrac{Q^2}{R} = \alpha R^2 + \beta \dfrac{\frac{2\alpha}{\beta} R^3}{R} = 3\alpha R^2 \\ U' = 2\left(\alpha R'^2 + \beta \dfrac{Q'^2}{R'}\right) = 2\left(\alpha R'^2 + \beta \dfrac{\frac{2\alpha}{\beta} R'^3}{R'}\right) = 6\alpha R'^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{6\alpha R'^2}{3\alpha R^2} = 2\left(\frac{R'}{R}\right)^2 = 2\frac{1}{2^{\frac{4}{3}}} = 2^{-\frac{1}{3}}$$

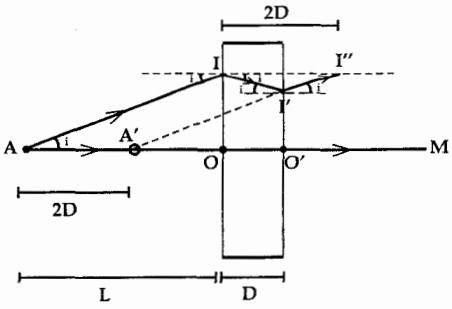
۵. گزینه‌ی «ه» درست است.

هر گاه ضریب انبساط حجمی ماده مثبت باشد، با افزایش دما، حجم آن افزایش می‌یابد. در نتیجه کار انجام شده روی ماده منفی می‌باشد. حال با توجه به قانون دوم ترمودینامیک می‌توان گفت:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{W<0} \Delta U < Q$$

۶. گزینه‌ی «ه» درست است.

با توجه به شکل روبرو، هرگاه $D < L$ باشد، نقطه‌ی I' بالای نقطه‌ی O' واقع می‌گردد و تصویر از برخورد امتداد پرتو $I'I''$ و $O'M$ تشکیل می‌گردد، یعنی تصویر مجازی می‌باشد. حال اگر $D > L$ باشد، نقطه‌ی I' پایین نقطه‌ی O' واقع می‌گردد و تصویر از برخورد پرتو $I'I''$ و $O'M$ تشکیل می‌گردد، یعنی تصویر حقیقی خواهد بود.



از طرف دیگر مثلث $II'I''$ متساوی‌الساقین می‌باشد ($II' = I'I''$)، در نتیجه $II'' = 2D$ است. همچنین می‌دانیم خط AI با خط $A'I''$ و نیز خط AA' با خط II'' موازی می‌باشند. در نتیجه می‌توان گفت:

$$AA' = II'' = 2D$$

۷. گزینه‌ی «د» درست است.

$$P_{\max} = Fv_{\max} = (Av_{\max}^{\alpha})v_{\max} = Av_{\max}^{\alpha+1}$$
$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt[\alpha+1]{P_{\max}} A^{\frac{-1}{\alpha+1}}$$

۸. گزینه‌ی «ج» درست است.

شتاب جسم در زمان صفر را با a_i و شتاب جسم در زمان t را با a_f نمایش می‌دهیم.

$$\begin{aligned}
a_i &= \frac{m\alpha v_i}{m} = \alpha v_i \\
a_f &= \frac{m\alpha v_f}{m} = \alpha v_f \\
\text{شتاب متوسط} \quad : \bar{a} &= \frac{a_i + a_f}{۲} = \frac{\alpha}{۲}(v_i + v_f) \\
v_f &= -\bar{a}t + v_i = -\frac{\alpha}{۲}(v_i + v_f)t + v_i \\
&\Rightarrow \left(۱ + \frac{\alpha t}{۲}\right) v_f = \left(۱ - \frac{\alpha t}{۲}\right) v_i \\
&\Rightarrow v_f = \frac{۱ - \frac{\alpha t}{۲}}{۱ + \frac{\alpha t}{۲}} v_i
\end{aligned}$$

۹. گزینه‌ی «ه» درست است.

در پدیده‌ی مطرح شده عامل تغییر فرکانس اثر دوپلر می‌باشد. فرض کنید چشمه‌ی صوت، موج‌های صوتی با بسامد f_s گسیل نماید، و ناظری در امتداد همان خط مستقیم حرکت کند. در آن صورت ناظر، صوتی با بسامد $f_o = f_s \frac{c + v_o}{c - v_s}$ را می‌شنود. در این رابطه v_o و v_s سرعت ناظر و سرعت چشمه نسبت به محیط و c سرعت صوت در این محیط است. هر گاه ناظر به سمت چشمه حرکت کند v_o مثبت و در غیر این‌صورت منفی است و هر گاه چشمه به سمت ناظر حرکت کند v_s مثبت و در غیر این‌صورت منفی است. در مسأله‌ی حاضر فرض می‌کنیم جسم با سرعت v به طرف چشمه حرکت کند. هرگاه فرکانس صوت برخوردی به جسم f_i باشد فرکانس بازتابیده از آن $f_{i+۱} = f_i \frac{c + v}{c - v}$ می‌باشد.

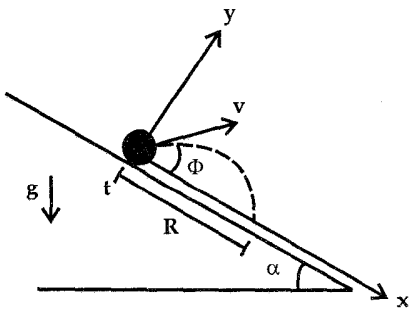
$$\begin{cases} f_۱ = f_s \\ f_{i+۱} = f_i \frac{c+v}{c-v} \end{cases} \Rightarrow f_o = f_n = f_s \left(\frac{c+v}{c-v}\right)^n$$

$$\Rightarrow \frac{f_o}{f_s} = \left(\frac{c+v}{c-v}\right)^n = \left(\frac{۱ + \frac{v}{c}}{۱ - \frac{v}{c}}\right)^n = \frac{(۱+\alpha)^n}{(۱-\alpha)^n}$$

۱۰. گزینه‌ی «ب» درست است.

سرعت و شتاب این جسم همواره در راستای بردار مکان یعنی به صورت شعاعی هستند، در نتیجه جسم روی همان شعاع حرکت می‌کند. یعنی جسم روی خط راستی که از مبدأ می‌گذرد، حرکت خواهد کرد.

۱۱. گزینه‌ی «ج» درست است.



معادلات حرکت را در دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل بیان می‌کنیم:

$$x = \frac{-۱}{۲} g\cos\alpha t^۲ + v\sin\phi t \qquad (۱)$$
$$y = \frac{۱}{۲} g\sin\alpha t^۲ + v\cos\phi t$$

برای محاسبه برد پرتابه (R) می‌بایست زمانی که $y = ۰$ می‌شود را به‌دست آوریم:

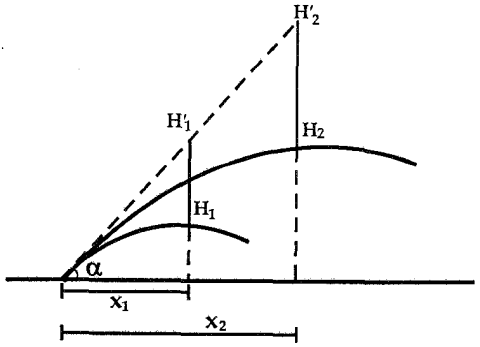
$$y = ۰ \Rightarrow \frac{-۱}{۲} g\cos\alpha t^۲ + v\sin\phi t = ۰ \Rightarrow t = ۰, t = \frac{۲v\sin\phi}{g\cos\alpha}$$

با قرار دادن $t = \frac{۲v\sin\phi}{g\cos\alpha}$ در معادله‌ی (۱) داریم:

$$\begin{aligned} R = x &= \frac{۱}{۲} g\sin\alpha \left(\frac{۲v\sin\phi}{g\cos\alpha}\right)^۲ + v\cos\phi\left(\frac{۲v\sin\phi}{g\cos\alpha}\right) \\ &= \frac{۲v^۲\sin\phi}{g\cos\alpha}\left(\frac{\sin\alpha\cdot\sin\phi}{\cos\alpha} + \cos\phi\right) \\ &= \frac{۲v^۲\sin\phi}{g\cos^۲\alpha}(\sin\alpha\sin\phi + \cos\phi\cos\alpha) \\ &= \frac{۲v^۲\sin\phi}{g\cos^۲\alpha}\cos(\phi-\alpha) \\ &= \frac{۲v^۲}{g\cos^۲\alpha}(\sin\phi\cos(\phi-\alpha)) \end{aligned}$$

با توجه به رابطه‌ی فوق $R_{\max} = \frac{۲v^۲}{g\cos^۲\alpha}$ می‌باشد، از طرف دیگر مطابق صورت سؤال دامنه‌ی تپه بسیار بزرگ‌تر از $\frac{v^۲}{g\cos^۲\alpha}$ می‌باشد. یعنی حتماً پرتابه به تپه برخورد خواهد کرد.

۱۲. گزینه «ه» درست است.



$$\text{زمان اوج گلوله اول} : t_1 = \frac{v_1 \sin\alpha}{g}$$

$$\text{زمان اوج گوله‌ی دوم} : t_2 = \frac{v_2 \sin\alpha}{g}$$

$$x_1 = (v_1 \cos\alpha)t_1 = \frac{v_1^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

$$x_2 = (v_2 \cos\alpha)t_2 = \frac{v_2^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

$$H_1H_1' = x_1 \tan\alpha - \frac{(v_1 \sin\alpha)^2}{2g} = \frac{v_1^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{v_1^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

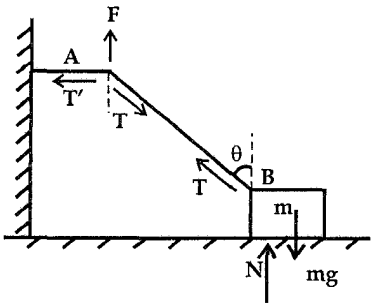
$$H_2H_2' = x_2 \tan\alpha - \frac{(V_2 \sin\alpha)^2}{2g} = \frac{V_2^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{V_2^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{H_1H_1'}{H_2H_2'} = \frac{\frac{v_1^2 \sin^2\alpha}{2g}}{\frac{v_2^2 \sin^2\alpha}{2g}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

۱۳. گزینه‌ی «الف» درست است.

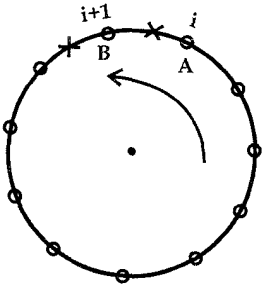
معادله‌ی حرکت یک نوسان سینوسی به‌صورت $x = a\sin(2\pi ft)$ می‌باشد. حال هرگاه a افزایش یابد، سرعت هم بر اساس رابطه‌ی $v = \frac{dx}{dt} = 2\pi fa\cos(2\pi ft)$ افزایش می‌یابد. یعنی v با a نسبت مستقیم دارد. از طرف دیگر نیروی F وارده بر جسم نیز با دامنه a نسبت مستقیم دارد. می‌دانیم توان برابر حاصل‌ضرب نیرو در سرعت می‌باشد، نیز بیان کردیم نیرو و سرعت هر کدام با توان اول a رابطه مستقیم دارند لذا توان با $a \times a = a^2$ نسبت مستقیم دارد.

۱۴. گزینه‌ی «ج» درست است.



$$T\cos\theta = F \quad : \text{تعادل در نقطه‌ی } A \text{ در راستای قائم}$$
$$T\cos\theta + N = mg \quad : \text{تعادل در نقطه‌ی } B \text{ در راستای قائم}$$
$$\Rightarrow\ N = mg - T\cos\theta = mg - F$$

۱۵. گزینه‌ی «د» درست است.



هرگاه $F = Nf$ باشد، چرخ ساکن به نظر می‌رسد، زیرا پس از یک بار خاموش و روشن شدن چراغ، لکه‌ی i دقیقاً به محل لکه‌ی $i+1$ منتقل می‌گردد. در نتیجه ناظر چرخ را ساکن می‌بیند. حال اگر $F = 2Nf$ باشد، پس از یک بار خاموش و روشن شدن چراغ لکه‌ی i در نقطه‌ی A مشاهده می‌گردد و اگر $F = \frac{2}{3}Nf$ باشد، پس از یک بار خاموش و روشن شدن چراغ، لکه‌ی i در نقطه‌ی B مشاهده می‌گردد.

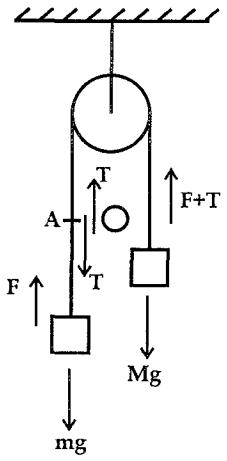
حال دو حالت را در نظر می‌گیریم:

- حالت اول: $\frac{2}{3}Nf < F < Nf$. در این صورت پس از یک بار خاموش و روشن شدن چراغ، لکه‌ی i در ناحیه‌ی بین مکان اولیه لکه‌ی $i+1$ و نقطه‌ی B مشاهده می‌گردد. اما ناظر احساس می‌کند که لکه‌ی $i+1$ به این محل منتقل شده است و در نتیجه $0 < f' < \frac{f}{3}$ می‌باشد.

- حالت دوم: $Nf < F < 2Nf$. در این صورت پس از یک بار خاموش و روشن شدن چراغ لکه‌ی i در ناحیه‌ی بین نقطه‌ی A و مکان اولیه لکه‌ی $i+1$ مشاهده می‌گردد. اما ناظر احساس می‌کند که لکه‌ی $i+1$ به این محل منتقل شده است و در نتیجه $-f < f' < 0$ می‌باشد. با توجه به توضیحات فوق $f'_{\max} = \frac{f}{3}$ و $f'_{\min} = -f$ می‌باشد.

۱۶. گزینه‌ی «الف» درست است.

هر گاه شخص نقطه‌ی A از طناب را با نیروی T به سمت پایین بکشد، عکس‌العمل این نیرو به خود شخص اعمال می‌شود. از طرف دیگر هرگاه نیروی طناب در محل اتصال به وزنه F باشد، این نیرو در محل اتصال به شخص $F+T$ خواهد بود.



طبق قانون دوم نیوتن برای وزنه

$$mg - F = ma \Rightarrow F = m(g-a)$$

طبق قانون دوم نیوتن برای شخص

$$\begin{aligned}(F+T) + T - Mg &= Ma \\ \Rightarrow F + ۲T - Mg &= Ma \\ \Rightarrow F + ۲T &= M(a+g) \\ \Rightarrow m(g-a) + ۲T &= M(a+g) \\ \Rightarrow T &= \frac{M(a+g)+m(a-g)}{۲}\end{aligned}$$

۱۷. گزینه‌ی «ب» درست است.

تولید شدن حباب دمای بزرگی از بخار، فرآیندی گرماگیر است. لذا هنگامی که این حباب‌ها تولید می‌شوند، دمای آب پائین می‌آید و ظرف از جوشش می‌افتد. سپس مجدداً دمای ظرف افزایش می‌یابد و این فرآیند تکرار می‌گردد. از طرف دیگر صورت سؤال ذکر کرده است که در مدت کوتاهی حباب‌ها تولید می‌گردند، و سپس در مدت زمانی (غیرکوتاه) دمای ظرف افزایش می‌یابد تا مجدداً حباب تولید شود. با این توضیحات گزینه‌ی «ب» پاسخ صحیح می‌باشد.

۱۸. گزینه‌ی «د» درست است.

بدون این که به کلیت راه‌حل خدشه‌ای وارد شود، فرض می‌کنیم مجموعه‌ی m ترازی بالاتر از مجموعه‌ی n ترازی قرار دارد.

در گذار از هر کدام از m تراز اول به n تراز دوم، نور گسیل می‌گردد. همچنین در گذار نور از هر کدام از ترازهای m تراز اول به تراز پایین‌تری از همین مجموعه، و در گذار نور از هر کدام از n تراز دوم به تراز پایین‌تری از همین مجموعه، نور گسیل می‌گردد. لذا می‌توان گفت:

$n+m-۱$: تعداد گذارهای ممکن برای تراز اول از m تراز اول

$n+m-۲$: تعداد گذارهای ممکن برای تراز دوم از m تراز اول

$n+m-۳$: تعداد گذارهای ممکن برای تراز سوم از m تراز اول

⋮

n : تعداد گذارهای ممکن برای تراز m ام از m تراز اول

$n-۱$: تعداد گذارهای ممکن برای تراز اول از n تراز دوم

$n-۲$: تعداد گذارهای ممکن برای تراز دوم از n تراز دوم

$\vdots$

۱ : تعداد گذارهای ممکن برای تراز $(n-۱)$ ام از n تراز دوم

۰ : تعداد گذارهای ممکن برای تراز n ام از n تراز دوم

$$\Rightarrow \text{تعداد کل گذارها} = \sum_{i=۱}^{n+m}(n+m-i)$$
$$= (n+m)(n+m) - \sum_{i=۱}^{n+m} i$$
$$= (n+m)^{۲} - \frac{(n+m+۱)(n+m)}{۲}$$
$$= \frac{(n+m)}{۲}[۲(n+m) - (n+m+۱)]$$
$$= \frac{(n+m)}{۲}(n+m-۱)$$

۱۹. گزینه‌ی «ب» درست است.

مطابق شکل، فرض می‌کنیم متحرک از سمت چپ به سمت راست حرکت می‌کند.

- حالت اول ـ هرگاه متحرک در سمت چپ نقطه‌ی O باشد: علامت $n+۱$، به مدت T ثانیه بعد از علامت n فرستاده می‌شود، اما فاصله‌ی محل ارسال علامت $n+۱$ از ناظر ساکن کمتر از فاصله محل ارسال علامت n از ناظر ساکن است. در نتیجه $\tau_n < T$ می‌باشد. از طرف دیگر میزان کاهش فاصله‌ی فوق با نزدیک شدن متحرک به نقطه‌ی O کاهش می‌یابد، یعنی τ_n افزایش می‌یابد.
- حالت دوم ـ هر گاه متحرک در سمت راست نقطه‌ی O باشد: علامت $n+۱$ به مدت T ثانیه بعد از علامت n فرستاده می‌شود. همچنین فاصله‌ی محل ارسال علامت $n+۱$ از ناظر ساکن بیشتر از فاصله‌ی محل ارسال علامت n از ناظر ساکن است، در نتیجه $\tau_n > T$ می‌باشد. از طرف دیگر، میزان افزایش فاصله‌ی فوق با دور شدن متحرک از نقطه‌ی O افزایش می‌یابد، یعنی τ_n باز هم افزایش می‌یابد.

۲۰. گزینه‌ی «ه» درست است.

می‌دانیم نسبت توان بازتابیده از تیغه به توان فرودی بر آن به صفر می‌گراید، یعنی با توجه به کم بودن ضخامت تیغه و یکسان بودن توان‌های امواج بازتابیده، می‌توان گفت که دو باریکه‌ی بازتابیده در فاز مقابل قرار دارند. به بیان دیگر $\phi = |\phi_۱ - \phi_۲| = \pi$ می‌باشد.

۲۱. گزینه‌ی «ب» درست است.

میانگین توان : $\overline{P} = ۳\sigma T_i T_f^۳ S$

$$= ۳ \times (۶ \times ۱۰^{-۸}) \times T_i \times ۴۰۰^۳ \times ۴\pi \times (۶۴۰۰ \times ۱۰^۳)^۲$$
$$= ۶ \times ۱۰^{۱۵} T_i$$

کل انرژی از دست‌رفته : $Q = mc \cdot \Delta T$

$$= [(\frac{۴}{۳} \times \pi \times (۶۴۰۰ \times ۱۰^۳)^۳) \times ۵۵۰۰]$$
$$\times ۱۰۰۰ \times (T_i - ۴۰۰) = ۶ \times ۱۰^{۲۷}(T_i - ۴۰۰)$$

$$\overline{P}t = Q \Rightarrow (۶ \times ۱۰^{۱۵} T_i) \times t = ۶ \times ۱۰^{۲۷}(T_i - ۴۰۰)$$
$$\Rightarrow t = \frac{۶ \times ۱۰^{۲۷} \times (T_i - ۴۰۰)}{۶ \times ۱۰^{۱۵} \times T_i} \simeq ۱۰^{۱۲}$$

توجه نمایید که دمای اولیه کره زمین بسیار بزرگ بوده است، لذا: $T_i - ۴۰۰ \simeq T_i$.

۲۲. گزینه‌ی «د» درست است.

وقتی نوار نقاله ناگهان شروع به حرکت می‌کند، جسم ابتدا ساکن است، اما اصطکاک بین جسم و نوار نقاله آن را به حرکت در می‌آورد. فرض کنید نیروی اصطکاک به جسم شتاب افزاینده‌ی a را می‌دهد. می‌دانیم نوار نقاله $T_۲$ ثانیه حرکت می‌کند پس سرعت جسم $aT_۲$ افزایش می‌یابد. وقتی پس از $T_۲$ ثانیه نوار نقاله ساکن می‌شود، نیروی اصطکاک تمایل به ساکن کردن جسم دارد. حال نیروی اصطکاک به جسم شتاب کاهنده‌ی $-a$ را می‌دهد. می‌دانیم نوار نقاله در این حالت $T_۱$ ثانیه حرکت می‌کند، لذا سرعت جسم $-aT_۱$ کاهش می‌یابد.

اگر $T_۲ > T_۱$ باشد: می‌توان گفت سرعت جسم پس از $T_۲$ ثانیه حرکت و $T_۱$ ثانیه سکون نوار نقاله $aT_۲ - aT_۱ = a(T_۲ - T_۱)$ افزایش یافته است. یعنی در این وضعیت سرعت جسم هرگز صفر نمی‌شود و در هر مرحله افزایش می‌یابد؛ تا جایی که در انتهای فاز حرکت نوار نقاله، سرعت جسم به سرعت نوار نقاله (v) برسد. در این‌صورت در انتهای فاز سکون بعدی نوار نقاله سرعت جسم $v - aT_۱$

می‌شود. حال در فاز حرکت بعدی نوار نقاله، سرعت جسم می‌خواهد به مقدار $v - aT_1 + aT_2 > v$ برسد، که این امکان‌پذیر نمی‌باشد، چون حد بالای سرعت جسم v می‌باشد. توجه کنید که هرگاه جسم به سرعت نوار نقاله (v) برسد، دیگر نیروی اصطکاک از بین می‌رود. یعنی در انتهای این فاز حرکت، مجدداً سرعت جسم v می‌باشد و این روند تکرار می‌شود.

۲۳. گزینه‌ی «ج» درست است.

مطابق صورت سؤال $\frac{dD}{dt} = v$ و $\frac{dn}{dt} = N$ می‌باشد.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \Rightarrow \frac{n-1}{A} = \frac{1}{D} + \frac{1}{q} \Rightarrow q = \frac{AD}{nD - D - A}$$

برای ثابت نگه‌داشتن تصویر می‌بایست $\frac{dq}{dt} = 0$ باشد.

$$\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{AD}{nD - D - A}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{A\frac{dD}{dt}(nD - D - A) - (\frac{dn}{dt}D + n\frac{dD}{dt} - \frac{dD}{dt})AD}{(nD - D - A)^2} = 0$$

$$\Rightarrow A\frac{dD}{dt}(nD - D - A) = \left(\frac{dn}{dt}D + n\frac{dD}{dt} - \frac{dD}{dt}\right)AD$$

$$\Rightarrow v(nD - D - A) = (ND + nv - v)D$$

$$\Rightarrow -vA = ND^2$$

$$\Rightarrow v = \frac{D^2}{A}N$$

۲۴. گزینه‌ی «د» درست است.

هر گاه r دامنه‌ی نوسان باشد، معادلات مکان - زمان و سرعت - زمان یک نوسان سینوسی به این‌صورت می‌باشند:

$$\begin{cases} x = r\sin\omega t \\ v = r\omega\cos\omega t \end{cases} \Rightarrow x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 = r^2\sin^2\omega t + r^2\cos^2\omega t = r^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$$

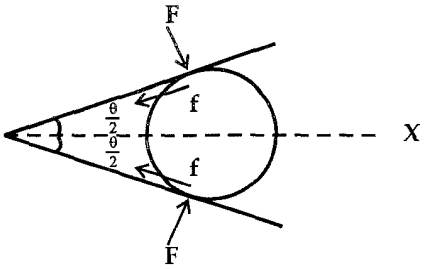
۲۵. گزینه‌ی «ج» درست است.

هر کدام از این دو ناحیه در ناحیه‌ی دیگر، میدان الکتریکی‌ای متناسب با $\rho\Delta$ ایجاد می‌نمایند. لذا اختلاف پتانسیل دو سر این نواحی متناسب با $\Delta \times \rho\Delta$ خواهد بود.

$$V = \alpha\rho\Delta^2 \Rightarrow \Delta = \sqrt{\frac{V}{\alpha}}\rho^{-\frac{1}{2}}$$

۲۶. گزینه‌ی «ج» درست است.

در شکل زیر مقطع سیم بین دو تیغه قیچی نشان داده شده‌است.



تعادل در راستای x: $۲f\cos\frac{\theta}{۲} = ۲F\sin\frac{\theta}{۲} \Rightarrow f = F\tan\frac{\theta}{۲}$

$$\Rightarrow \mu F = F\tan\frac{\theta}{۲}$$

$$\Rightarrow \mu = \tan\frac{\theta}{۲}$$

۲۷. گزینه‌ی «د» درست است.

قانون دوم نیوتن را برای این ذره باردار به کار می‌بندیم:

$$\vec{F_B} = m\,\vec{a} \Rightarrow q\,\vec{V}\times\vec{B} = m\,\vec{a}$$

حال مؤلفه های نیرو و شتاب در صفحه‌ی عمود بر محور z ها را مورد توجه قرار می‌دهیم، توجه کنید که حرکت ذره بر مسیر دایره‌ای واقع بر صفحه‌ی مزبور قرار دارد، لذا ذره صرفاً دارای شتاب مرکزگرا در این صفحه می‌باشد. از طرف دیگر می‌دانیم میدان مغناطیسی در راستای محور z هامی‌باشد، لذا برای محاسبه‌ی مؤلفه‌ای از نیروی الکترومغناطیس که در صفحه‌ی عمود بر محور z ها واقع باشد، می‌بایست مؤلفه‌ای از سرعت که در این صفحه قرار دارد مدنظر قرار گیرد. این مؤلفه را v' می‌نامیم شعاع دایره‌ی مسیر حرکت را R و جرم ذره را m فرض می‌کنیم.

$$qv'B_z = m\frac{v'^{۲}}{R} \Rightarrow R = \frac{mv'}{qB_z} \qquad (۱)$$

از طرف دیگر شار گذرنده از مسیر دایروی ثابت است، لذا داریم:

$$B_z\pi R^{۲} = \phi = \text{ ثابت } \Rightarrow R = \sqrt{\frac{\phi}{\pi B_z}} \qquad (۲)$$

با مقایسه‌ی روابط (۱) و(۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{mv'}{qB_z} = \sqrt{\frac{\phi}{\pi B_z}} \Rightarrow v' = \frac{q}{m}\sqrt{\frac{\phi}{\pi}}B_z^{\frac{۱}{۲}}$$

۲۸. گزینه‌ی «الف» درست است.

کار انجام شده توسط نیروی الکترومغناطیس صفر می‌باشد. زیرا نیروی الکترومغناطیس همواره بر بردار سرعت (و مسیر حرکت) متعامد است.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} = q\vec{B}(d\vec{r} \times \vec{v}) = q\vec{B}(d\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt}) = ۰$$

حال می‌توان گفت کار انجام‌شده بر ذره همواره صفر می‌باشد. چرا که تنها نیروی الکترومغناطیس به آن وارد می‌گردد که آن هم کاری روی ذره انجام نمی‌دهد. بر اساس قضیه کار و انرژی، و با توجه به صفر بودن کار انجام شده بر روی ذره، می‌توان نتیجه گرفت که انرژی جنبشی ذره ثابت می‌ماند. هرگاه مؤلفه سرعت در راستای محور z ها را با v_z و مؤلفه سرعت صفحه عمود بر محور z ها را با v' نشان دهیم، داریم:

$$\text{انرژی جنبشی ذره: } K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}mv'^۲ + \frac{۱}{۲}mv_z^۲$$

بر اساس سؤال قبل می‌دانیم v' با $B_z^{\frac{۱}{۲}}$ متناسب می‌باشد، حال اگر به جاهایی برویم که اندازه‌ی B_z بزرگ می‌شود، v' افزایش می‌یابد. لذا برای ثابت ماندن انرژی جنبشی، لازمست که v_z کاهش یابد.

۲۹. گزینه‌ی «ج» درست است.

$$P_۱, V_۱, T_۱ \xrightarrow{\text{فرآیند اول}} P_۲, V_۲, T_۲ \xrightarrow{\text{فرآیند دوم}} P_۳, V_۲, T_۱$$

. می‌دانیم ضریب انبساط حجمی ماده منفی می‌باشد، لذا با افزایش دما ($T_۲ > T_۱$)، حجم آن کاهش می‌یابد ($V_۲ < V_۱$).

$$\text{کار در فرآیند اول} \quad : \quad V_۲ < V_۱ \quad \Rightarrow \quad W_۱ > ۰$$
$$\text{گرما در فرآیند اول} \quad : \quad Q_۱ = mC_p(T_۲ - T_۱) > ۰$$
$$\text{کار در فرآیند دوم} \quad : \quad \text{حجم ثابت است} \quad \Rightarrow W_۲ = ۰$$
$$\text{گرما در فرآیند دوم} \quad : \quad Q_۲ = mC_V(T_۱ - T_۲) < ۰$$
$$C_P > C_V \Rightarrow |Q_۱| > |Q_۲| \Rightarrow Q_۱ + Q_۲ > ۰$$
$$\Delta V = W_۱ + W_۲ + Q_۱ + Q_۲ = W_۱ + Q_۱ + Q_۲ > ۰$$

۳۰. گزینه‌ی «ب» درست است.

$$\text{زمان اوج} \quad : t = \frac{v_۰ \sin\alpha}{g}$$

$$\text{مختصه‌ی } x \text{ نقطه‌ی اوج} \quad : x = v_x t = v_\circ \cos\alpha \left(\frac{V_\circ \sin\alpha}{g}\right)$$

$$\text{مختصه‌ی } y \text{ نقطه‌ی اوج} \quad : y = \frac{vy^2}{2g} = \frac{v_\circ^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

پارامتر a به‌صورت $a = \frac{{v_\circ}^2}{4g}$ تعریف شده است، لذا می‌توان نوشت:

$$x = 4a\sin\alpha\cos\alpha = 2a\sin 2\alpha$$

$$y = 2a\sin^2\alpha \;\Rightarrow\; a - y = a(1 - 2\sin^2\alpha) = a\cos 2\alpha$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2a}\right)^2 + \left(\frac{y-a}{a}\right)^2 = \sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$$

۳۱. گزینه‌ی «ج» درست است.

هر گاه ارتفاع و شعاع ثانویه استوانه را به‌ترتیب با h' و R' نشان دهیم، می‌توان گفت:

$$h' = (1+\lambda)h \;\Rightarrow\; \Delta h = h' - h = \lambda h$$

$$\Delta R = -\nu\frac{R}{h}\Delta h = -\nu\frac{R}{h}\lambda h = -\nu\lambda R \;\Rightarrow\; R' = (1-\nu\lambda)R$$

$$V' = \pi {R'}^2 h' = \pi(1-\nu\lambda)^2 R^2 (1+\lambda)h = (1-\nu\lambda)^2(1+\lambda)\nu$$

$$\Rightarrow (1+k)\nu = (1-\nu\lambda)^2(1+\lambda)\nu$$

$$\Rightarrow (1+k) = (1-\nu\lambda)^2(1+\lambda)$$

$$\Rightarrow (1+k) = (1 - 2\nu\lambda + \nu^2\lambda^2)(1+\lambda)$$

$$= 1 - 2\nu\lambda + \nu^2\lambda^2 + \lambda - 2\nu\lambda^2 + \nu^2\lambda^3$$

باتوجه به کوچک بودن λ می‌توان از عبارات شامل λ^2 ، λ^3 صرف‌نظر شود:

$$1 + k = 1 + (1 - 2\nu)\lambda \;\Rightarrow\; k = (1-2\nu)\lambda$$

$$\Rightarrow\; k = (1 - 2\times 0/23)\lambda = 0/54\lambda$$

۳۲. گزینه‌ی «د» درست است.

حرکت جسم بر مسیر دایروی می‌باشد. اما صورت سؤال در مورد اندازه‌ی سرعت جسم چیزی ذکر نکرده‌است. هر گاه اندازه‌ی سرعت تغییر نماید، اندازه و راستای نیروی F نیز تغییر خواهد کرد.

۳۳. گزینه‌ی «د» درست است.

می‌دانیم هر بخش هرچند کوچک از یک عدسی، تصویر کاملی از جسم ایجاد می‌نماید، چرا که پرتوهایی که از هر نقطه از جسم می‌آید، در برخورد با آن بخش عدسی در محل تصویر همگرا می‌شوند. حال در حالتی که یک نیمه‌ی عدسی پوشانده شده باشد، صرفاً پرتوها از نیمه‌ی پایین عدسی به تصویر می‌رسند، یعنی نور رسیده به تصویر نصف می‌گردد.

۳۴. گزینه‌ی «ج» درست است.

$$\text{سطح اقیانوس‌ها} = \frac{۳}{۴} \times \text{مساحت کره‌ی زمین}$$
$$= \frac{۳}{۴} \times ۴\pi(۶۴۰۰ \times ۱۰^{۳})^{۲} = ۳/۸۶ \times ۱۰^{۱۴}\,\text{m}^{۲}$$

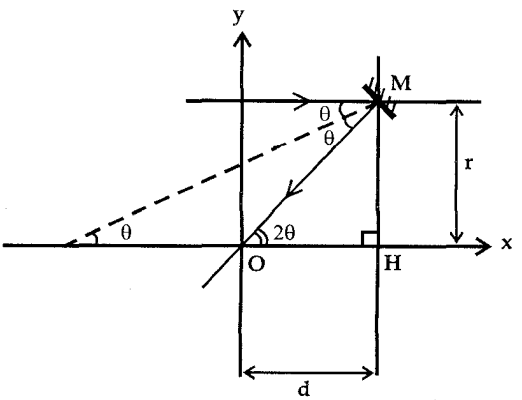
هر گاه عمق متوسط اقیانوس‌ها را 4km در نظر بگیریم، حجم کل آن اقیانوس‌ها قابل محاسبه است. (توجه کنید که عمیق‌ترین نقطه اقیانوس‌ها ۱۱ کیلومتر عمق دارد که در اقیانوس آرام واقع است.)

$$\text{حجم کل اقیانوس‌ها} = ۴۰۰۰ \times ۳/۸۶ \times ۱۰^{۱۴} = ۱/۵ \times ۱۰^{۱۸}\,\text{m}^{۳}$$

هرگاه مقدار بارش متوسط در سطح کره زمین را 1m در نظر بگیریم، میزان کل بارش قابل محاسبه است. (توجه کنید که مقدار بارش در سطح اقیانوس‌ها بسیار بیشتر از سطح خشکی‌ها می‌باشد)

$$\text{حجم کل بارش} = ۱ \times \text{مساحت کره‌زمین}$$
$$= ۴\pi(۶۴۰۰ \times ۱۰^{۳})^{۲} = ۵/۱ \times ۱۰^{۱۴}\,\text{m}^{۳}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{\text{حجم کل بارش}}{\text{حجم کل اقیانوس‌ها}} = \frac{۵/۱ \times ۱۰^{۱۴}}{۱/۵ \times ۱۰^{۱۸}} = ۳/۴ \times ۱۰^{-۴}$$

۳۵. گزینه «ب» درست است.



مطابق شکل فوق، در مثلث OMH می‌توان نوشت:

$$\tan ۲\theta = \frac{MH}{OH} = \frac{r}{d}$$

۳۶. گزینه «ج» درست است.

نیروی اصطکاک همواره در خلاف جهت حرکت وارد می‌گردد، لذا در حالتی که هر دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ به جسم وارد می‌گردند، دیگر اصطکاک در راستای خلاف نیروی $F_۱$ یعنی محور x ها نمی‌باشد، بلکه در راستای خلاف برآیند نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ است. در این حالت جسم در راستای برآیند نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ که نه راستای محور x ها و نه راستای محور y ها می‌باشد، حرکت می‌نماید.

۴.۶ پاسخ تشریحی مسأله‌های پاسخ کوتاه

۱. هر گاه فشار و دمای اولیه‌ی هوای درون بطری را با $P_۱$ و $T_۱$، و فشار و دمای ثانویه را با $P_۲$ و $T_۲$ نشان دهیم، می‌توان گفت حداقل فشار ثانویه هوای درون بطری برای صدمه نرسیدن به‌آن $۰/۸P_۱$ می‌باشد.

$$\begin{aligned}
\frac{P_۱}{T_۱} = \frac{P_۲}{T_۲} \quad &\Rightarrow \quad \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۰/۸P_۱}{P_۱} = ۰/۸ \\
&\Rightarrow \quad T_۲ = ۰/۸T_۱ = ۰/۸(۹۰ + ۲۷۳) = ۲۹۰/۴\text{°K} \\
&\Rightarrow \quad T_۲ = ۲۹۰/۴ - ۲۷۳ = ۱۷/۴\text{°C} \simeq ۱۷\text{°C}
\end{aligned}$$

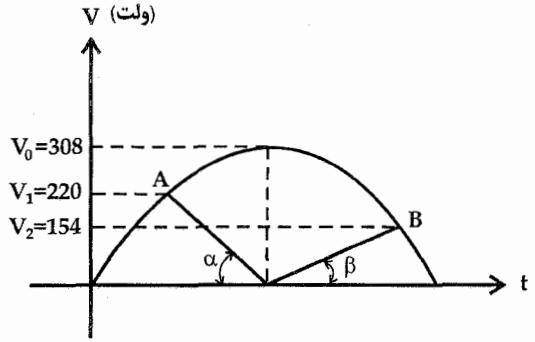
۲.

$$\begin{aligned}
۱۰^۶\left(\frac{R}{R_۰} - ۱\right) &= ۱۰^۶\left[۱ + \beta(T - T_۰) - ۱\right] = ۱۰^۶\beta(T - T_۰) \\
&= ۱۰^۶\alpha\beta P = ۱۰^۶\alpha\beta R_۰ I^۲ \\
&= ۱۰^۶ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۲۲ \times (۰/۰۲)^۲ = ۸۸
\end{aligned}$$

۳. کار نیروی اصطکاک را با W_f نشان می‌دهیم. می‌دانیم در حین سقوط گلوله انرژی پتانسیل گرانشی وزنه آزاد شده و به کار نیروی اصطکاک تبدیل می‌شود. از طرف دیگر می‌دانیم وزنه در اثر این اصطکاک فقط گرم می‌شود.

$$\begin{aligned}
&W_f = mgh \Rightarrow mc\Delta T = mgh \Rightarrow \Delta T = \frac{g}{c}h \\
&\frac{dT}{dt} = \frac{d}{dt}(\Delta T) = \frac{g}{c}\frac{dh}{dt} = \frac{g}{c}v \\
\Rightarrow \quad &\frac{dT}{dt} = \frac{۱۰}{۲۰۰} \times ۰/۷ = ۰/۰۳۵\text{°K/s} = ۳۵\ \text{m°K/s}
\end{aligned}$$

۴. یک نیم دامنه از ولتاژ سینوسی را بررسی می‌کنیم، می‌دانیم هرگاه اختلاف پتانسیل دو سر عنصر از $V_2 = ۲۲۰\text{V}$ بیشتر شود، عنصر وصل و هرگاه از $V_1 = ۱۵۴\text{V}$ کمتر گردد، عنصر قطع می‌شود. لذا بین نقاط A و B عنصر وصل خواهد بود.

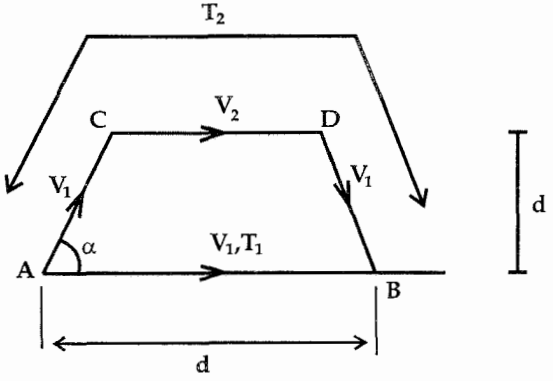


$$\alpha = \arcsin\frac{۲۲۰}{۳۰۸} = ۴۵^\circ$$

$$\beta = \arcsin\frac{۱۵۴}{۳۰۸} = ۳۰^\circ$$

درصد وصل بودن عنصر $= \dfrac{۱۸۰ - \alpha - \beta}{۱۸۰} \times ۱۰۰ = \dfrac{۱۰۵}{۱۸۰} \times ۱۰۰ = ۵۸$

۵.



$$T_1 = \frac{l}{V_1} \Rightarrow ۶۰ = \frac{۱۲۰}{V_1} \Rightarrow V_1 = ۲\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$T_2 = ۲\frac{\frac{d}{\sin\alpha}}{V_1} + \frac{l - ۲d\cot\alpha}{V_2}$$

$$= \frac{۲d}{V_1\sin\alpha} + \frac{l}{V_2} - \frac{۲d\cos\alpha}{V_2\sin\alpha}$$

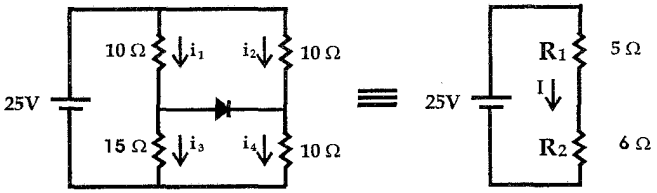
همچنین می‌دانیم $V_۲ = V_۱ / \cos\alpha$ می‌باشد، لذا می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} T_۲ &= \frac{۲d}{V_۱ \sin\alpha} + \frac{l\cos\alpha}{V_۱} - \frac{۲d\cos^۲\alpha}{V_۱\sin\alpha} \\ &= \frac{l\cos\alpha}{V_۱} + \frac{۲d}{V_۱\sin\alpha}(۱ - \cos^۲\alpha) = \frac{l\cos\alpha}{V_۱} + \frac{۲d}{V_۱\sin\alpha}\sin^۲\alpha \\ &= \frac{l\cos\alpha}{V_۱} + \frac{۲d\sin\alpha}{V_۱} \end{aligned}$$

$$T_۲ = ۴۸s \quad \Rightarrow \quad \frac{۱۲۰ \times ۰/۶}{۲} + \frac{۲d \times ۰/۸}{۲} = ۴۸$$

$$\Rightarrow \quad ۳۶ + ۰/۸d = ۴۸ \quad \Rightarrow \quad ۰/۸d = ۱۲ \quad \Rightarrow \quad d = ۱۵\text{km}$$

۶. پس از گذشت زمان طولانی خازن‌ها شارژ شده و جریانی از آنها نمی‌گذرد. لذا مدار به‌صورت زیر ساده می‌گردد،



فرض می‌کنیم جریان از دیود عبور نماید.

$$\frac{۱}{R_۱} = \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{۵} \quad \Rightarrow \quad R_۱ = ۵\Omega$$

$$\frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۵} = \frac{۳+۲}{۳۰} = \frac{۱}{۶} \quad \Rightarrow \quad R_۲ = ۶\Omega$$

$$I = \frac{۲۵}{R_۱ + R_۲} = \frac{۲۵}{۱۱} A$$

اختلاف پتانسیل مقاومت ۱۵Ω $= R_۲$ اختلاف پتانسیل $= R_۲ I$

$$= \frac{۲۵}{۱۱} \times ۶ = ۱۳/۶۴\ \text{V} \simeq ۱۴\ \text{V}$$

حال بررسی می‌کنیم فرض عبور جریان از دیود صحیح بوده باشد.

$$R_۱ \text{ اختلاف پتانسیل} = \frac{۲۵}{۱۱} \times ۵ = ۱۱/۳۶\ \text{V}$$

$$i_۱ = \frac{۱۱/۳۶}{۱۰} = ۱/۱۳۶A\ ,\ i_۲ = \frac{۱۱/۳۶}{۱۰} = ۱/۱۳۶\ \text{A}$$

$$i_۳ = \frac{۱۳/۶۴}{۱۵} = ۰/۹۱A\ ,\ i_۴ = \frac{۱۳/۶۴}{۱۰} = ۱/۳۶۴\ \text{A}$$

یعنی در شاخه‌ای که دیود حضور دارد می‌بایست $i_۴ - i_۲ = ۰/۲۲۸\ \mathrm{A}$ جریان از سمت چپ به سمت راست جاری گردد. در این‌صورت فرض عبور جریان از دیود صحیح می‌باشد.

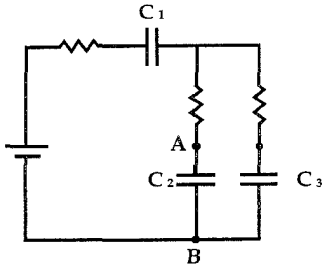
۷. فاصله خورشید از عدسی بسیار زیاد می‌باشد: لذا تصویر خورشید تقریباً در کانون عدسی تشکیل می‌گردد.

$$\text{بزرگنمایی عدسی} \quad : \quad m = \frac{q}{p} \cong \frac{f}{p} = \frac{۰/۴}{۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}}$$

$$\begin{aligned}
\text{اندازه تصویر خورشید درعدسی} &= m \times \text{قطر خورشید} \\
&= \frac{۰/۴}{۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}} \times (۱/۴ \times ۱۰^{۶} \times ۱۰^{۶}) \\
&= ۳/۷۳\mathrm{mm}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{اندازه عکس خورشید بر کاغذ} &= \frac{۱۵}{۲/۴} \times \text{اندازه تصویر خورشید بر فیلم عکاسی} \\
&= \frac{۱۵}{۲/۴} \times ۳/۷۳ = ۲۳/۳\mathrm{mm} \simeq ۲۳\mathrm{mm}
\end{aligned}$$

۸. پس از گذشت زمان کافی، خازن‌ها شارژ شده و مدار قطع می‌گردد.



$$\begin{cases}
\dfrac{q_۲}{c_۲} = \dfrac{q_۳}{c_۳} & \Rightarrow \quad q_۲ = q_۳ \\
q_۲ + q_۳ - q_۱ = ۱۰ & \Rightarrow \quad ۲q_۲ - q_۱ = ۱۰ \\
\dfrac{q_۱}{c_۱} + \dfrac{q_۲}{c_۲} = ۵ & \Rightarrow \quad ۲q_۱ + q_۲ = ۱۰۰
\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲(۲q_۲ - q_۱) + (۲q_۱ + q_۲) = ۲ \times ۱۰ + ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۵q_۲ = ۱۲۰ \quad \Rightarrow \quad q_۲ = \frac{۱۲۰}{۵} = ۲۴\mu C$$

۹. بر اساس اثرات ابیراهی و به خاطر سرعت دستگاه V، پرتوهای نور به میزان $\frac{V}{C}$ رادیان منحرف می‌گردند. (در این رابطه C سرعت نور می‌باشد و فرض شده است $V << C$).

در مورد ستاره‌ی مزبور نیز پدیده‌ی فوق به خاطر حرکت زمین به دور خورشید رخ می‌دهد، لذا می‌توان نوشت:

دوره تناوب زمین به دور خورشید : $T = ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰ = ۳۱۵۳۶۰۰۰ \text{s}$

می دانیم ۵۰۰ ثانیه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد، لذا فاصله زمین از خورشید $R = ۵۰۰C$ است.

سرعت چرخش زمین : $V = R\omega = R \times \frac{۲\pi}{T} = ۵۰۰C \times \frac{۲\pi}{۳۱۵۳۶۰۰۰}$

$$= \frac{\pi C}{۳۱۵۳۶} \text{m/s}$$

$$\theta = \frac{V}{C} = \frac{\frac{\pi C}{۳۱۵۳۶}}{C} \text{rad}$$

$$\theta = \frac{\pi}{۳۱۵۳۶} \times \frac{۱۸۰}{\pi} \times ۳۶۰۰$$

$$= ۲۰/۵۵ \text{ ثانیه قوسی} \simeq ۲۱ \text{ ثانیه قوسی}$$

۱۰. می‌دانیم سرعت برابر آهنگ تغییرات لحظه‌ای مکان می‌باشد، یعنی:

$$V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{۱}{V}dx \Rightarrow \int_{۰}^{t} dt = \int_{x_۱}^{x_۲} \frac{۱}{V}dx$$

$$\Rightarrow t = \int_{x_۱}^{x_۲} \frac{۱}{V}dx = x \text{ مساحت زیر منحنی } \frac{۱}{V} \text{ بر حسب}$$

$$\Rightarrow t = \frac{۱}{۲}(۲ + ۴) \times ۱۰ = ۳۰\text{s}$$

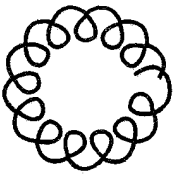
فصل ۷

مرحله‌ی اوّل بیست و یکمین المپیاد فیزیک ایران

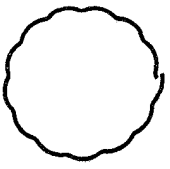
۷.۱ سؤالات چند گزینه‌ای

۱) فاصله‌ی زمین از خورشید $۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}\text{m}$ و فاصله‌ی ماه از زمین $۳/۸ \times ۱۰^{۸}\text{m}$ است. زمین هر ۳۶۵ روز یک بار روی دایره‌ای به دور خورشید، و ماه هر ۲۷ روز یک بار روی دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. فرض کنید این دو دایره هم‌صفحه باشند. مدار ماه به دور خورشید شبیه کدام شکل زیر است؟

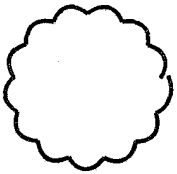
الف)



ب)



ج)



۲) نقطه‌ی A روی نیم‌خط Ox و نقطه‌ی B روی نیم‌خط Oy است. زاویه‌ی Ox با Oy برابر α است. در لحظه‌ی $t = ۰$ فاصله‌ی A از O برابر a و فاصله‌ی B از O برابر b است. در این لحظه نقطه‌ی A با سرعت v_A روی محور x، و نقطه‌ی B با سرعت v_B روی محور y حرکت می‌کند. قرارداد این است که سرعت‌ها مثبت‌اند اگر حرکت در جهت مثبت محور باشد. v_B چه‌قدر باشد تا در $t = ۰$ مشتق فاصله‌ی A از B صفر باشد؟

الف) $v_B = v_A \dfrac{b\cos\alpha + a}{a\cos\alpha + b}$ ب) $v_B = v_A \tan\alpha$

ج) $v_B = v_A \cos\alpha$ د) $v_B = v_A \dfrac{b\cos\alpha - a}{b - a\cos\alpha}$

۳) سه ذرّه‌ی باردار با بارهای مثبت q_1، q_2 و q_3، و بردار مکان‌های $\overrightarrow{r_1}$، $\overrightarrow{r_2}$ و $\overrightarrow{r_3}$، در صفحه‌ی xy اند. برآیند نیروهای کولنی وارد به ذرّه‌ی ۳ صفر است. $\overrightarrow{r_3}$ کدام است؟

الف) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{q_1\overrightarrow{r_1} + q_2\overrightarrow{r_2}}{q_1 + q_2}$ ب) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{q_1\overrightarrow{r_2} + q_2\overrightarrow{r_1}}{q_1 + q_2}$

ج) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{\sqrt{q_1}\overrightarrow{r_1} + \sqrt{q_2}\overrightarrow{r_2}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$ د) $\overrightarrow{r_3} = \dfrac{\sqrt{q_1}\overrightarrow{r_2} + \sqrt{q_2}\overrightarrow{r_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$

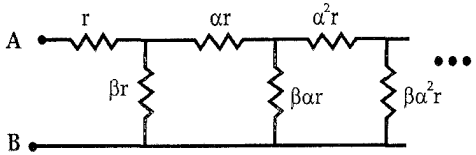
۴) برای تولید ۱kg گندم، به یک تُن (یعنی ۱۰۰۰kg) آب نیاز است. بارش سالانه‌ی منطقه‌ای ۱۰۰mm است، به این معنی که اگر تمام برف و باران سالانه‌ی آن منطقه را در منطقه‌ای به همان مساحت بریزیم ارتفاع آن ۱۰۰mm می‌شود. در این ناحیه حداکثر محصول کشت دیم گندم چند تن بر هکتار است؟ (هکتار یعنی $10^4 m^2$).

الف) ۰/۱ ب) ۱ ج) ۱۰ د) ۱۰۰

۵) یک آهن‌ربای میله‌ای که میدان مغناطیسی آن از میدان مغناطیسی زمین بسیار قوی‌تر است روی یک میز افقی قرار دارد. خطی که قطب‌های N و S آهن‌ربا را به هم وصل می‌کند افقی است. یک عقربه‌ی مغناطیسی هم که می‌تواند آزادانه به دور محور قائم خود بگردد روی این میز و در فاصله‌ی کمی از آهن‌ربا است. عقربه‌ی مغناطیسی را یک بار روی یک دایره‌ی افقی، به آهستگی دور آهن‌ربا می‌گردانیم، و در نتیجه عقربه به اندازه‌ی زاویه‌ی α به دور محور خود می‌گردد. α چه‌قدر است؟

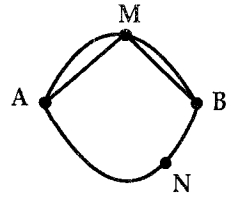
الف) ۹۰° ب) ۱۸۰° ج) ۳۶۰° د) ۷۲۰° ه) ۱۴۴۰°

۶) در شکل، زنجیره‌ی مقاومت‌ها به‌طور نامحدود ادامه دارد. مقدار مقاومت‌ها روی شکل مشخص است. به‌ازای $\alpha = 2$ و $\beta = 3$، مقاومت بین نقطه‌ی A و نقطه‌ی B برابر xr است. x چه‌قدر است؟



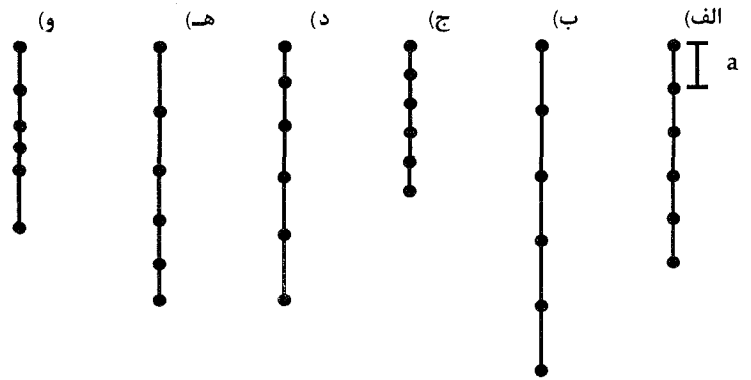
الف) $\frac{3}{2}$ ب) ۲ ج) $\frac{5}{2}$ د) ۳ ه) $\frac{7}{2}$ و) ۴

۷) متحرکی مسیر A تا B را در مدت زمان ۱۰ دقیقه از یکی از راه‌های نشان داده شده طی می‌کند. در کدام مسیر اندازه‌ی بردار سرعت متوسط متحرک کم‌تر است؟



الف) مسیر منحنی AMB
ب) مسیر راست AM و MB
ج) مسیر منحنی ANB
د) تفاوتی نمی‌کند.

۸) مهره‌های یکسانی به جرم m در فواصل مساوی a روی یک کش بسیار سبک دوخته شده‌اند. در ابتدا و انتهای کش نیز دو مهره قرار گرفته است. اگر کش را از یکی از مهره‌های انتهایی آویزان کنیم، شکل حالت تعادل آن کدام است؟



۹) یک جسم از ارتفاع h به‌طور افقی و با سرعت v پرتاب می‌شود. وقتی ارتفاع این جسم نصف می‌شود، چیزی به آن برخورد می‌کند که باعث می‌شود مؤلفه‌ی عمودی سرعت آن صفر شود ولی مؤلفه‌ی افقی سرعت تغییری نکند. وقتی ارتفاع این جسم دوباره نصف می‌شود (یعنی یک چهارم ارتفاع اولیه می‌شود) دوباره همین پدیده تکرار می‌شود، و این فرآیند ادامه می‌یابد. شتاب گرانش g است. فاصله‌ی افقی محل برخورد جسم با زمین و محل پرتاب چه‌قدر است؟

الف) $\frac{v\sqrt{\frac{۲h}{g}}}{\sqrt{۲}-۱}$ ب) $۲v\sqrt{\frac{h}{g}}$ ج) $v\sqrt{\frac{۲h}{g}}$ د) $\frac{v\sqrt{\frac{h}{g}}}{\sqrt{۲}-۱}$

۱۰) دو کره‌ی رسانا به شعاع‌های $R_۱$ و $R_۲$ را در نظر بگیرید که بار آن‌ها به‌ترتیب $Q_۱$ و $Q_۲$ است. بارها هم‌علامت‌اند و مقدارشان با هم فرق می‌کند. این دو کره را به فاصله‌ی R از هم می‌گذاریم، که R خیلی بزرگ‌تر از $R_۱$ و $R_۲$ است. اندازه‌ی نیروی

بین این دو F می‌شود. این دو کره را به هم تماس می‌دهیم و بعد دوباره آن‌ها را به فاصله‌ی R از هم می گذاریم. اندازه‌ی نیرو F' می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً $F' < F$

ب) حتماً $F' > F$

ج) حتماً $F' = F$

د) مواردی هست که $F' = F$ و مواردی هست که $F' \neq F$

۱۱) یک استوانه که با یک پیستون متحرک مسدود شده شامل مقداری از یک گاز و مقداری از یک مایع است. حجم گاز V_1 و حجم مایع V_2 است. دمای این سیستم T_1 و فشار آن P است. گاز در مایع حل می‌شود و در نتیجه حجم مجموعه V_2 می‌شود. طی این فرآیند فشار تغییر نمی‌کند، دما T_2 می‌شود، و این سیستم با بیرون گرما یا ماده مبادله نمی‌کند. انرژی درونی مجموعه‌ی گاز و مایع پیش از حل‌شدن را با U_1 و انرژی درونی محلول را با U_2 نشان می‌دهیم. این انرژی‌ها به حجم و دما بستگی دارند. ظرفیت گرمایی (یعنی گرمای ویژه ضرب در جرم) برای محلول را با C نمایش می‌دهیم و آن را ثابت می‌گیریم. مقدار U_2 در دمای T_1 (همان دمای اولیه) و حجم V_2 منهای مقدار U_1 در دمای T_1 و حجم $(V_1 + V_2)$ چه‌قدر است؟

الف) $C(T_2 - T_1)$ ب) $C(T_1 - T_2)$

ج) صفر د) PV_1

ه) $PV_1 + C(T_2 - T_1)$ و) $PV_1 - C(T_2 - T_1)$

۱۲) یک جسم از ارتفاع h سقوط می‌کند. نیروی مقاومت هوا وارد بر این جسم متناسب با سرعت آن است. اگر اثر مقاومت هوا کم باشد، برای محاسبه‌ی کار مقاومت هوا می‌شود معادله‌ی حرکت ذره در حالت سقوط آزاد را به کار برد و نیروی مقاومت را با استفاده از همان سرعت در حالت سقوط آزاد (یعنی بدون مقاومت هوا) حساب کرد. فرض کنید چنین است. کار مقاومت هوا با h^α متناسب است. α کدام است؟

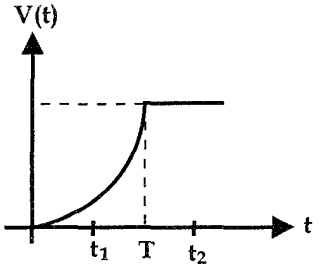
الف) ۲ ب) $\frac{۳}{۲}$ ج) ۱ د) $\frac{۱}{۲}$

۱۳) از یک شیر آب قطره‌هایی به حجم V سقوط می‌کنند. جریان شیر (حجم آب بر زمان) Q است. هر قطره به ارتفاع h سقوط می‌کند. شتاب گرانش g است. شرط لازم و کافی برای این که در هر لحظه حداکثر یک قطره در حال سقوط باشد کدام است؟

الف) $Q \leq V\sqrt{\frac{۲g}{h}}$ ب) $Q \leq V\sqrt{\frac{g}{h}}$

ج) $Q \leq V\sqrt{\frac{g}{۲h}}$ د) $Q \leq V\sqrt{\frac{g}{۴h}}$

۱۴) خودرویی در لحظه‌ی $t = ۰$ از حالت سکون روی مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. اندازه‌ی سرعت خودرو به‌صورتی که در نمودار مشخص شده تغییر می‌کند. در بازه‌ی $۰ \le t \le T$ سرعت به شکل $v(t) = bt^۲$ است که در آن b ثابت است. در کف خودرو جعبه‌ای قرار دارد که تا لحظه‌ی $t_۱$ نسبت به خودرو ساکن است. جعبه در لحظه‌ی $t_۱$ شروع به سر خوردن می‌کند، و در لحظه‌ی $t_۲$ در خودرو ساکن می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی جعبه با کف خودرو چه‌قدر است؟



الف) $\frac{b}{g}(t_۲ + t_۱)$ ب) $\frac{b\left(T^۲ - t_۱^۲\right)}{g(t_۲ - t_۱)}$

ج) $\frac{b}{g}(t_۲ - t_۱)$ د) $\frac{b}{g}(T + t_۱)$

ه) $\frac{b}{g}(T - t_۱)$ و) $\frac{b\left(t_۲^۲ - t_۱^۲\right)}{g(t_۲ - T)}$

۱۵) یک بار الکتریکی از دور به یک توزیع بار الکتریکی ساکن نزدیک می‌شود و از کنار آن می‌گذرد و از آن دور می‌شود. برآیند همه‌ی نیروهای وارد بر بار (الکتریکی و غیرالکتریکی) طوری است که جهت حرکت بار عوض نمی‌شود. بار کل توزیع بار غیرصفر است و میدان الکتریکی حاصل از آن، در نقاط دور غیرصفر است، و با مسیر موازی نیست. نیروی الکتریکی وارد بر بار از طرف توزیع بار را با $\overrightarrow{F}$ نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً در نقطه‌ای از مسیر $\overrightarrow{F}$ صفر می‌شود.

ب) حتماً در نقطه‌ای از مسیر $\overrightarrow{F}$ بر مسیر عمود می‌شود، اما ممکن است $\overrightarrow{F}$ هرگز صفر نشود.

ج) حتماً در نقطه‌ای از مسیر $\overrightarrow{F}$ با مسیر موازی می‌شود، اما ممکن است $\overrightarrow{F}$ هرگز صفر نشود.

د) $\overrightarrow{F}$ همواره نه بر مسیر عمود است و نه با مسیر موازی است.

۱۶) یک کره‌ی رسانا را در نظر بگیرید که به زمین وصل شده است. بار نقطه‌ای Q به فاصله‌ی R از آن است. اندازه‌ی نیروی وارد بر بار را با $F(R)$ نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) = \infty$

ب) $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) = ۰$

ج) $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) \neq ۰$ و $\lim_{R\to\infty} R^۲F(R) \neq \infty$

۱۷) دو ماده را در ظرفی دربسته با دیواره‌های نارسانای گرما می‌ریزیم. این دو ماده با هم مخلوط می‌شوند. مشاهده می‌شود در اثر مخلوط‌شدن دمای مجموعه زیاد می‌شود و از T (پیش از مخلوط‌شدن) به T' (پس از مخلوط شدن) می‌رسد. کدام گزینه درست است؟

الف) طی این فرآیند انرژی درونی سیستم زیاد شده است.
ب) طی این فرآیند انرژی درونی سیستم کم شده است.
ج) انرژی درونی مخلوط در دمای T، از انرژی درونی مواد اولیه در دمای T کم‌تر است.
د) انرژی درونی مخلوط در دمای T، از انرژی درونی مواد اولیه در دمای T بیش‌تر است.

۱۸) یک خازن غیرخطی ابزاری است که اختلاف پتانسیل دو سر آن (V) به بار آن (Q) بستگی دارد ($V = f(Q)$) اما نسبت V به Q ثابت نیست. جریان گذرنده از این خازن را با I، توان واردشده به آن را با P، و انرژی ذخیره‌شده در آن را با U نمایش می‌دهیم. انرژی ذخیره‌شده در یک خازن با بار Q_0 مساحت ناحیه‌ی بین منحنی‌های $Q = 0$، $Q = Q_0$، $V = 0$، و $V = f(Q_0)$ است. کدام گزینه درست است؟

الف) $U = \frac{1}{2}QV$ ب) $P = VI$
ج) $U \propto V^2$ د) $U \propto Q^2$

۱۹) یک گاری روی یک جاده‌ی افقی است و روی آن یک صندوق هست. در زمان صفر گاری و صندوق ساکن‌اند. گاری را هل می‌دهیم. در نتیجه گاری به حرکت درمی‌آید. صندوق هم مدتی روی گاری سر می‌خورد و سرانجام نسبت به گاری ساکن می‌شود. از کار نیروی اصطکاک بین گاری و زمین چشم می‌پوشیم. در زمان T گاری و صندوق دارند با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند. کار نیروی خارجی (هل دادن) بین زمان صفر و T را با W، انرژی جنبشی گاری در لحظه‌ی T را با K_1، و انرژی جنبشی صندوق در لحظه‌ی T را با K_2 نمایش می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟

الف) $K_1 + K_2 < W$ ب) $K_1 + K_2 = W$
ج) $K_1 < W < K_1 + K_2$ د) $K_1 = W$
ه) $W < K_1$

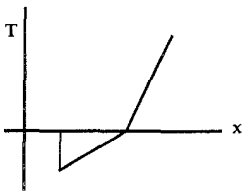
۲۰) یک جسم از مبدأ مختصات با سرعت v در راستای محور x (افقی) پرتاب می‌شود. محور y را قائم و رو به بالا می‌گیریم. این جسم در میدان گرانشی زمین حرکت می‌کند و پس از زمان T به نقطه‌ی (x, y) می‌رسد. در آزمایش‌های مختلف T را ثابت می‌گیریم و v را عوض می‌کنیم. با افزایش v،

الف) x ثابت می‌ماند و y کم می‌شود.
ب) x ثابت می‌ماند و y ثابت می‌ماند.
ج) x ثابت می‌ماند و y زیاد می‌شود.
د) x زیاد می‌شود و y کم می‌شود.
ه) x زیاد می‌شود و y ثابت می‌ماند.
و) x زیاد می‌شود و y زیاد می‌شود.

۲۱) یک متحرک روی سطح زمین حرکت می‌کند، چنان که اندازه‌ی سرعت آن ثابت است و جهت حرکت آن با شمال همواره زاویه‌ی ثابت α به سمت شرق می‌سازد. α بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از ۹۰° است. کدام گزینه درست است؟

الف) پس از مدت محدودی، این متحرک به شمال می‌رسد.
ب) اگر نقطه‌ی شروع حرکت در نیم‌کره‌ی جنوبی باشد، این متحرک از نیم‌کره‌ی جنوبی خارج نخواهد شد.
ج) این متحرک هرگز به قطب شمال نمی‌رسد.
د) این متحرک حتماً استوا را قطع خواهد کرد.

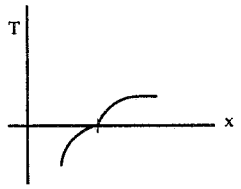
۲۲) سطح یک دریاچه یخ زده است. عمق دریاچه را یک‌نواخت می‌گیریم و فرض می‌کنیم انتقال گرما بین دریاچه و محیط فقط از سطح و کف دریاچه انجام می‌شود. رسانندگی گرمایی یخ و آب را هم ثابت می‌گیریم. در یک وضعیت نمودار دما (T) برحسب فاصله از سطح دریاچه (x) طبق شکل است. رسانندگی گرمایی یخ را با K_I و رسانندگی گرمایی آب را با K_W نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟



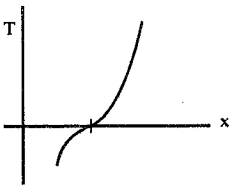
الف) $K_I < K_W$
ب) $K_I = K_W$
ج) $K_I > K_W$

۲۳) سطح یک دریاچه یخ زده است. عمق دریاچه را یک‌نواخت می‌گیریم و فرض می‌کنیم انتقال گرما بین دریاچه و محیط فقط از سطح و کف دریاچه انجام می‌شود. رسانندگی گرمایی یخ و آب را هم ثابت می‌گیریم. در وضعیتی که کلفتی یخ دریاچه دارد زیاد می‌شود، کدام‌یک از این گزینه‌ها ممکن است نمودار دما (T) برحسب فاصله از سطح دریاچه (x) باشد؟

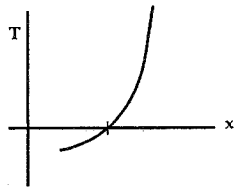
الف)



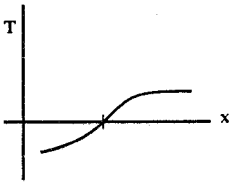
ب)



ج)



د)



۲۴) یک نفر که روی یک پله‌برقی ایستاده است، طی زمان T_1 از پایین پله‌برقی به بالای آن می‌رسد. اگر پله‌برقی خاموش باشد و این شخص با سرعت v از روی پله‌برقی بالا برود، مدت T_2 طول می‌کشد تا این شخص از پایین پله به بالای پله برسد. انرژی‌ای که این شخص در این حالت برای بالارفتن صرف می‌کند را با E_2 نمایش می‌دهیم. در حالتی که پله‌برقی روشن است و شخص با سرعت v نسبت به پله‌برقی از آن بالا می‌رود، انرژی‌ای که شخص صرف می‌کند تا از پایین پله‌برقی به بالای آن برسد E_3 است. $\frac{E_3}{E_2}$ چه‌قدر است؟

الف) $\frac{T_1}{T_2}$ ب) $\frac{T_2}{T_1}$ ج) $\frac{T_1}{T_1+T_2}$ د) $\frac{T_2}{T_1+T_2}$

۲۵) سیاره‌ی ۱ روی دایره‌ای به شعاع R_1 و سیاره‌ی ۲ روی دایره‌ای به شعاع R_2 حرکت می‌کنند. صفحه‌ی دایره‌هایکسان و مرکز دایره‌ها هم یکسان است. سرعت حرکت سیاره‌ها به‌ترتیب $R_1\omega_1$ و $R_2\omega_2$ است، که ω_1 و ω_2 ثابت‌اند. زاویه‌ی بین خط واصل سیاره‌ی ۱ با مرکز و خط واصل سیاره‌ی ۲ با مرکز را با θ نمایش می‌دهیم. مدتی که اندازه‌ی این زاویه کم‌تر از α است تقسیم بر مدت کل حرکت را با x نمایش می‌دهیم. α بین صفر و $\frac{\pi}{2}$ است و ω_1 و ω_2 با هم برابر نیستند. اگر مدت کل حرکت بسیار زیاد باشد، مقدار x چه‌قدر است؟

الف) $\frac{\omega_2}{\omega_1}\frac{\alpha}{\pi}$ ب) $\frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{\alpha}{\pi}$ ج) $\frac{\omega_1-\omega_2}{\omega_1+\omega_2}\frac{\alpha}{\pi}$

د) $\frac{\omega_1+\omega_2}{\omega_1-\omega_2}\frac{\alpha}{\pi}$ ه) $\frac{\alpha}{\pi}$

۲۶) یک جسم در هوا سقوط می‌کند. به خاطر مقاومت هوا، پس از مدتی سرعت این جسم ثابت می‌شود. به این سرعت ثابت سرعت حد می‌گویند. فرض کنید سرعت حد برای دو قرص نازک به شعاع‌های R_1 و R_2، به ترتیب v_1 و v_2 است. سقوط این قرص‌ها چنان است که همیشه صفحه‌ی قرص افقی می‌ماند. دو قرص را به هم می‌چسبانیم، چنان که مرکز و صفحه‌ی دو قرص یکسان شود. دیده می‌شود برای سقوط این قرص چنان که صفحه‌ی آن همیشه افقی بماند، سرعت حد v است. با فرض $R_2 < R_1$، کدام گزینه درست است؟

الف) حتماً $v > v_2$، و حالت‌هایی هست که $v < v_1$

ب) حتماً $v_2 < v$ و $v > v_1$

ج) حتماً v بین v_1 و v_2 است.

د) حتماً $v < v_2$، و حالت‌هایی هست که $v > v_1$

ه) حتماً $v_2 > v$ و $v < v_1$

۲۷) یک پرتابه از نقطه‌ی A در سطح زمین، با زاویه‌ی θ نسبت به افق چنان پرتاب می‌شود که به نقطه‌ی B در سطح زمین برسد. فرض کنید در اندازه‌ی سرعت پرتابه محدودیتی نداریم. فاصله‌ی A و B از هم R است. در نقطه‌ای روی پاره‌خط AB و به فاصله‌ی X از A یک دیوار به ارتفاع h هست، که پرتابه باید از روی آن بگذرد. محدوده‌ی θ برای اینکه پرتابه بتواند از روی دیوار بگذرد و به نقطه‌ی B برسد کدام است؟

الف) $\tan\theta < \dfrac{Rh}{X(R+X)}$

ب) $\dfrac{Rh}{X(R+X)} < \tan\theta < \dfrac{Rh}{XR}$

ج) $\dfrac{Rh}{XR} < \tan\theta < \dfrac{Rh}{X(R-X)}$

د) $\dfrac{Rh}{X(R-X)} < \tan\theta$

۲۸) براساس مشاهده، این واقعیت‌های تقریبی در مورد پستانداران دیده شده. تعداد ضربان قلب همه‌ی پستانداران طی عمرشان یکسان است. تعداد ضربان بر زمان با توان مصرف‌شده بر جرم متناسب است. توانی که یک پستاندار مصرف می‌کند با جرم آن به توان $\frac{۳}{۴}$ متناسب است. جرم وال آبی ۲۰۰ تن و جرم یک پستاندار بسیار کوچک ۲ گرم است. نسبت عمر وال آبی به عمر آن پستاندار کوچک کدام است؟

الف) ۰/۰۱ ب) ۰/۱ ج) ۱ د) ۱۰ ه) ۱۰۰ و) ۱۰۰۰

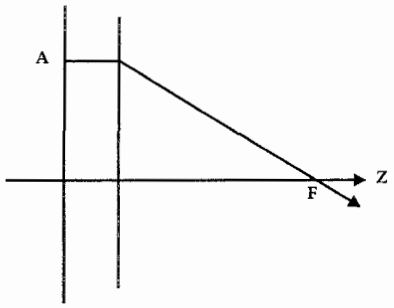
۲۹) چگالی یک مایع تابع فشار آن است، به این شکل که $\dfrac{\rho-\rho_0}{\rho_0} = \dfrac{P-P_0}{B}$. در این‌جا ρ چگالی در فشار P، ρ_0 چگالی در فشار P_0، و B پارامتری به اسم مدول کپه‌ای است. برای آب مدول کپه‌ای $۲ \times ۱۰^۹\text{Pa}$ است. چگالی آب در سطح اقیانوس را با ρ_0، و چگالی آب در عمق ۱۰km را با ρ نشان می‌دهیم. $\dfrac{\rho-\rho_0}{\rho_0}$ چه‌قدر است؟

الف) ۰/۰۰۰۵ ب) ۰/۰۰۲ ج) ۰/۰۱
د) ۰/۰۵ ه) ۰/۲ و) ۱

۳۰) ترازهای انرژی یک سیستم به شکل $n(n+1)E$ است، که E یک مقدار ثابت مثبت است و n باید صحیح و نامنفی باشد. گذارهایی بین این ترازها را در نظر بگیرید که در آن‌ها انرژی آزاد شده کوچک‌تر از $11E$ است. تعداد این گذارها چندتا است؟ (دو گذار متمایز که انرژی آزاد شده در آن‌ها یکسان است را دو گذار بگیرید نه یکی.)

الف) ۱ ب) ۳ ج) ۵ د) ۷ ه) ۹ و) ۱۱

۳۱) یک باریکه‌ی نور عمود بر یک تیغه از یک ماده‌ی شفاف می‌خورد. بیرون این تیغه ضریب شکست یک است. این تیغه به شکل قرصی نازک به کلفتی Δ است. محور عمود بر این تیغه و گذرنده از مرکز آن را محور z می‌گیریم. ضریب شکست در تیغه تابع r (فاصله از محور z) است. باریکه‌ی نور وقتی از تیغه می‌گذرد هم‌گرا می‌شود. نقطه‌ای پشت تیغه روی محور z و در فاصله‌ی f از سطح پشتی تیغه هست که شدت باریکه در آن بیشینه است. این نقطه (F) چنان است که اگر پرتوی نوری از این باریکه در نقطه‌ی A به فاصله‌ی r از محور z وارد تیغه شود، درون تیغه موازی با محور z حرکت کند، و بیرون تیغه به خط مستقیم حرکت کند تا به نقطه‌ی F برسد، زمان لازم برای این که نور از A به F برسد مستقل از r است. با فرض این که ضریب شکست در تیغه روی محور z برابر n_0 است، $n(r)$ (ضریب شکست درون تیغه در فاصله‌ی r از محور z) کدام است؟

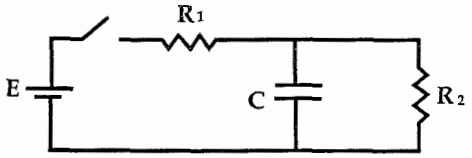


الف) $n_0 \dfrac{f}{\sqrt{f^2+r^2}}$ ب) $n_0 - 1 + \dfrac{f}{\sqrt{f^2+r^2}}$

ج) $n_0 + \dfrac{f-\sqrt{f^2+r^2}}{\Delta}$ د) $n_0\left(1+\dfrac{f-\sqrt{f^2+r^2}}{\Delta}\right)$

ه) $n_0 - \dfrac{r^2}{f\Delta}$ و) $n_0\left(1-\dfrac{r^2}{f\Delta}\right)$

۳۲) در مدار شکل، کلید به طور دوره‌ای قطع و وصل می‌شود، چنان که طی هر دوره زمان قطع‌بودن آن T_1 و زمان وصل‌بودن آن T_2 است. ظرفیت خازن آن‌قدر بزرگ است که ولتاژ خازن تقریباً مقدار ثابت V است. T_1 و T_2 چنان تنظیم می‌شوند که بار خازن در آغاز و پایان هر دوره‌ی قطع و وصل‌شدن کلید یکسان باشد. $\frac{T_1}{T_2}$ کدام است؟

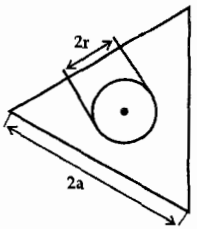


الف) $\frac{E}{V}$
ب) $\frac{E}{V} - \frac{R_2}{R_1} - 1$
ج) $\frac{E}{V}\frac{R_2}{R_1} - 1$
د) $\frac{E}{V}\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} - 1$
ه) $\frac{E}{V}\left(\frac{R_2}{R_1} - 1\right)\frac{R_2}{R_1}$
و) $\left(\frac{E}{V} - 1\right)\left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)$

۳۳) فاصله‌ی پلوتن تا خورشید $۶ \times 10^9 \text{km}$، فاصله‌ی زمین تا خورشید $۱/۵ \times 10^8 \text{km}$، و شعاع پلوتن ۱۰۰۰km است. فرض کنید همه‌ی نور خورشیدی که به پلوتن می‌رسد از آن باز می‌تابد و به‌طور یکنواخت در فضا پخش می‌شود. شدت نور خورشید در سطح زمین را با I_1 و شدت نور خورشید بازتابیده از پلوتن در سطح زمین را با I_2 نشان دهیم. شدت نور یعنی توان نور تقسیم بر سطح عمود بر جهت تابش نور. $\frac{I_2}{I_1}$ به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟

الف) 10^{-8} ب) 10^{-11} ج) 10^{-14} د) 10^{-17} ه) 10^{-20}

۳۴) شکل زیر مقطع منشوری از یک ماده‌ی شفاف به ضریب شکست n را نشان می‌دهد که در وسط آن یک سوراخ استوانه‌ای به شعاع r ایجاد شده است. روی محور این سوراخ رشته‌ای نورانی قرار گرفته است. منشور حول محور خود با سرعت ثابت می‌چرخد. ناظری که در نقطه‌ی M برای مدتی طولانی به دستگاه نگاه می‌کند، در چه کسری از زمان می‌تواند رشته‌ی نورانی را ببیند؟



الف) $\frac{1}{3}$
ب) $\frac{a\sqrt{3}}{6r}$
ج) $\frac{6r}{a\sqrt{3}}$
د) $\frac{3 \arcsin \frac{1}{n}}{2\pi}$
ه) در تمام زمان‌ها

۳۵) یک گوی توپر به شعاع R از ارتفاع h روی یک سطح سخت می‌افتد و از صفحه‌ای که از مرکز گوی می‌گذرد می‌شکند. برای شکستن گوی لازم است پیوند بین مولکول‌هایی که از هم دور می‌شوند بشکند و شکستن هر پیوند مقدار معینی انرژی لازم دارد که به جنس ماده مربوط است. برای گوی‌های از جنس یکسان، کم‌ترین مقدار h برای شکستن گوی با R^α متناسب است. α چند است؟

الف) ۲− ب) ۱− ج) ۰ د) ۱ ه) ۲

۳۶) کش سبک ۱ به یک قلاب ثابت وصل است. از سر دیگر آن جرم m آویزان است. از سر دیگر جرم m هم کش سبک ۲ آویزان است. شتاب گرانش g است. کش ۲ را با نیروی T_2 به سوی پایین می‌کشیم، چنان که جرم m با شتاب a به سوی پایین حرکت کند. در این حالت کشش کش ۱ برابر T_1 می‌شود. کدام گزینه درست است؟

الف) $T_1 < T_2$

ب) $T_1 = T_2$

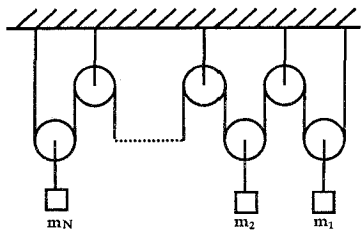
ج) $T_1 > T_2$

د) مواردی هست که $T_1 < T_2$ و مواردی هست که $T_1 > T_2$

۳۷) مطابق شکل $(N - 1)$ قرقره‌ی ثابت به سقف بسته شده است. N قرقره‌ی متحرک هم داریم که به آن‌ها جرم‌های m_1 و m_2 و ... و m_N بسته شده است. M با رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \cdots + \frac{1}{m_N}$$

از جرم قرقره‌ها و نخ‌ها چشم بپوشید.



کشش نخی که از همه‌ی قرقره‌ها می‌گذرد چه قدر است؟

الف) NMg ب) $\frac{1}{2}NMg$ ج) $2NMg$ د) Mg

۳۸) گلوله‌ای مستقیماً به سمت بالا پرتاب می‌شود و به ارتفاع h می‌رسد. سپس پایین می‌آید و به سطح زمین می‌خورد، و دوباره بالا می‌رود و این عمل تکرار می‌شود.

فرض کنید به علت برخورد با زمین، در هر بار بالا و پایین رفتن، ارتفاع گلوله f برابر شود ($f < ۱$). مسافت کل پیموده شده تقسیم بر زمان کل حرکت چه‌قدر است؟

الف) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱+f}$ ب) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱+\sqrt{f}}$ ج) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱-f}$ د) $\frac{\sqrt{gh/۲}}{۱-\sqrt{f}}$

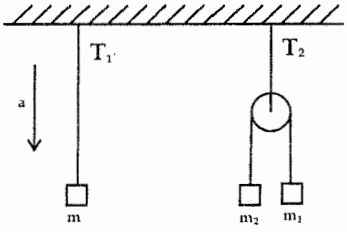
۳۹) جسمی روی یک سطح شیب‌دار بدون اصطکاک از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، چنان که جابجایی افقی آن مقدار ثابت d است. زمان این حرکت به زاویه‌ی سطح شیب‌دار با افق بستگی دارد. کم‌ترین مقدار این زمان چه‌قدر است؟

الف) $۲\sqrt{\frac{d}{g}}$ ب) $\sqrt{\frac{d}{g}}$ ج) $\sqrt{\frac{۲d}{g}}$ د) $\sqrt{\frac{d}{۲g}}$

۴۰) پرتابه‌هایی با سرعت یکسان v ولی با زاویه‌های متفاوت نسبت به افق، و همگی از سطح زمین پرتاب می‌شوند تا دوباره به سطح زمین برسند. یکی از این پرتابه‌ها بیش‌ترین طول مسیر را طی می کند. در مورد زاویه‌ی این پرتابه کدام گزاره درست است؟

الف) کم‌تر از ۴۵ درجه است.
ب) ۴۵ درجه است.
ج) بیش‌تر از ۴۵ درجه است.

۴۱) در دستگاهی که در شکل کشیده شده است از جرم قرقره‌ها و نخ‌ها چشم بپوشید. سقف با شتاب a پایین می‌آید. m چه‌قدر باشد تا $T_۱ = T_۲$ باشد؟



الف) $m_۱ + m_۲$ ب) $(m_۱ + m_۲)\left(\frac{g-a}{g}\right)$
ج) $\frac{۴m_۱m_۲}{m_۱+m_۲}$ د) $\frac{۴m_۱m_۲}{m_۱+m_۲}\left(\frac{g-a}{g}\right)$

۴۲) برد یک توپ که از نقطه‌ای بر روی سطح زمین با سرعت اولیه‌ی $v_۰$ و زاویه‌ی ۴۵° نسبه به افق پرتاب می‌شود R است. مولفه‌ی قائم سرعت این توپ، پس از هر بار برخورد به زمین نصف می‌شود. اگر بخواهیم این توپ از همان نقطه‌ی قبلی و با همان سرعت اولیه‌ی $v_۰$ پرتاب شود و پس از n بار برخورد به زمین مسافت افقی R را طی کند، زاویه‌ی پرتاب آن نسبت به افق چه‌قدر باید باشد؟

الف) $\frac{۱}{۲}\arcsin\frac{۲^{n-۱}}{۲^n-۱}$ ب) $\frac{۱}{۲}\arcsin\frac{n}{۲^n-۱}$

ج) $\arcsin\frac{۱}{\sqrt{۲n}}$ د) $\arcsin\frac{۲^{n-\frac{۱}{۲}}}{۲(۲^n-۱)}$

۷.۲ مسئله‌های کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به دقت بخوانید.

در این مسئله‌ها باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی‌آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید. سپس خانه‌های مربوط به رقم‌های این عدد را در پاسخ‌نامه سیاه کنید. توجه کنید که رقم یکان عدد در ستون یکان، و رقم دهگان در ستون دهگان علامت زده شود.

مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی برحسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد ۲۶/۷μF را به‌دست آورده باشید. ابتدا آن را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به‌دست آید. سپس مطابق شکل پاسخ خود را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

هر مسئله ۱۰ نمره دارد. پاسخ نادرست در این بخش نمره‌ی منفی ندارد.

۱) در صفحه‌ی xy یک میدان الکتریکی یکنواخت هست. مختصه‌های نقطه‌های A، B و C و پتانسیل الکتریکی در هر کدام از این نقطه‌ها در زیر داده شده است.

$$A=\begin{vmatrix} x=۳\text{m} \\ y=۵\text{m}\end{vmatrix}\ V_A=۸\text{kV}, B=\begin{vmatrix} x=۳\text{m} \\ y=۷\text{m}\end{vmatrix}\ V_B=۱۲\text{kV},$$

$$C=\begin{vmatrix} x=۱\text{m} \\ y=۱\text{m}\end{vmatrix}\ V_C=۴\text{kV}$$

پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی $\begin{vmatrix} x=-۱\text{m} \\ y=۱\text{m}\end{vmatrix}$ چند کیلوولت است؟

۲) یک جسم در هوا سقوط می‌کند. به خاطر مقاومت هوا، پس از مدتی سرعت این جسم ثابت می‌شود. به این سرعت ثابت سرعت حد می‌گویند. فرض کنید انرژی تلف شده در اثر مقاومت هوا صرف گرم‌شدن جسم می‌شود. در نتیجه جسم گرم‌تر از هوای اطراف می‌شود. جسمی که از هوای اطراف گرم‌تر باشد، انرژی از دست می‌دهد. توانی که این جسم از دست می‌دهد $k(T-T_۰)$ است، که T دمای جسم، $T_۰$ دمای هوا، و k یک ثابت است. در یک آزمایش جرم جسم ۰/۱۰۰kg، سرعت حد آن ۱۲/۰m/s، و مقدار k برابر ۰/۲۱۰W/K است. شتاب گرانش هم ۹/۸۰m/s^۲ است. در حالتی که T و $T_۰$ ثابت‌اند و جسم به سرعت حد رسیده $(T-T_۰)$ چند کلوین است؟

۳) دو مایع A و B را با هم مخلوط می‌کنیم. دیده می‌شود دو محلول ۱ و ۲ ساخته می‌شود که در محلول ۱ نسبت جرم مایع A به جرم کل محلول ۱ برابر x_1 است، و در محلول ۲ نسبت جرم مایع A به جرم کل محلول ۲ برابر x_2 است. در یک آزمایش جرم مایع A برابر m_A و جرم مایع B برابر m_B است و داریم

$$\frac{m_B}{m_A} = ۱/۲۵, \qquad x_1 = ۰/۴۰, \qquad x_2 = ۰/۸۰$$

جرم بخشی از مایع A که در محلول ۱ است چند درصد m_A است؟

۴) دایره‌ی یک به شعاع r و دایره‌ی دو به شعاع R در یک صفحه‌اند و مرکزشان هم یکسان است. این دایره‌ها پادساعت‌گرد حرکت می‌کنند، چنان که سرعت زاویه‌ای دایره‌ی یک ω و سرعت زاویه‌ای دایره‌ی دو Ω است. جسم A به دایره‌ی یک و جسم B به دایره‌ی دو چسبیده است، چنان که در زمان صفر A و B و مرکز دایره‌ها روی یک خط اند و مرکز بیرون پاره‌خط AB است. در زمان t جسم A از دایره‌ی یک جدا می‌شود و از آن پس نیرویی به آن وارد نمی‌شود. t چنان تنظیم شده که جسم A به جسم B برخورد کند. به‌ازای

$$r = ۱۰\text{cm}, \qquad R = ۲۰\text{cm}, \qquad \omega = ۰/۲\text{rad/s}, \qquad \Omega = ۰/۱\text{rad/s}$$

کوچک‌ترین مقدار مثبت t چند ثانیه است؟

۵) یک خازن غیرخطی عنصری است که بار ذخیره‌شده در آن تابع ولتاژ است، اما نسبت بار به ولتاژ ثابت نیست. یک خازن غیرخطی داریم که در آن رابطه‌ی بار (Q) با ولتاژ (V) به شکل $Q = \alpha V^۳$ است. ولتاژ این خازن $V = \beta t$ است، که t زمان است. به‌ازای

$$\alpha = ۲۵\frac{\mu\text{F}}{\text{V}^۳}, \qquad \beta = ۱\frac{\text{V}}{\text{s}}$$

در $t = ۱\text{s}$ توان واردشونده به خازن چند میکروواوات است؟

۶) در یک ظرف خالی (که در آن هوا هم نیست) مقداری آب به جرم m می‌ریزیم و در ظرف را می‌بندیم. حجم ظرف ثابت است، دیواره‌های ظرف نارسانای گرمایند، و دمای اولیه‌ی آب T_0 است. بخشی از آب بخار می‌شود تا فشار درون ظرف به P برسد. در این حالت دمای آب و بخار T است. گرمای ویژه‌ی آب c، گرمای نهان ویژه‌ی تبخیر آب L_V، و جرم مولی آب M است. حجم ظرف V است، از حجم آب در برابر حجم ظرف چشم می‌پوشیم، و بخار آب را گاز کامل می‌گیریم. ثابت جهانی گازها R است. به‌ازای

$$m = ۱/۰۰ \times ۱۰^{-۳}\text{kg}, \quad P = ۳/۳۰ \times ۱۰^۳\text{Pa}, \quad T = ۳/۰۰ \times ۱۰^۲\text{K},$$

$$c = ۴/۲ \times ۱۰^{۳} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}, \quad L_V = ۲/۴ \times ۱۰^{۶} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}, \quad M = ۱/۸ \times ۱۰^{-۲} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$$
$$V = ۱/۰۰ \times ۱۰^{-۳} \mathrm{m}^{۳}, \qquad R = ۸/۳۱ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{molK}}$$

مقدار $(T_۰ - T)$ چند کلوین است؟

۷) یک میله را در نظر بگیرید، که طول آن (l) به دما (T) و فشار وارد بر دو سر آن (P) بستگی دارد:

$$l = l_۰ \left[۱ + \lambda(T - T_۰) - \frac{P - P_۰}{Y} \right]$$

این میله بین دو دیوار عمودی است که فاصله‌یشان از هم $l_۰$ است. میله بر دیوارها عمود است و ضریب اصطکاک ایستایی بین هر یک از دو سر آن با دیوار μ است. دیده می‌شود در دمای $T_۱$ میله در آستانه‌ی لغزش قرار می‌گیرد. شتاب گرانش g، و چگالی میله در دمای $T_۰$ و فشار $P_۰$ برابر $۱/۱۱ \times ۱۰^{۴} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^{۳}}$ است. به‌ازای

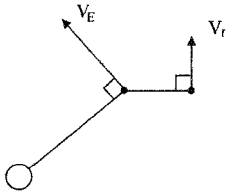
$$T_۱ - T_۰ = ۱۰\mathrm{K}, \quad P_۰ = ۱/۰۱ \times ۱۰^{۵}\mathrm{Pa}, \qquad l_۰ = ۲/۷۰ \times ۱۰^{-۱}\mathrm{m}$$
$$\lambda = ۱۰^{-۶}\mathrm{K}^{-۱}, \qquad Y = ۱۰^{۹}\mathrm{Pa}, \qquad g = ۹/۸۰ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{۲}}$$

مقدار (۱۰۰μ) چه‌قدر است؟

۷.۳ پاسخ تشریحی سؤالات چند گزینه‌ای

۱) گزینه‌ی «ب» درست است.

برای تعیین شکل مدار ماه باید سرعت ماه نسبت به خورشید را داشته باشیم. سرعت ماه نسبت به خورشید نیز برابر با مجموع سرعت ماه نسبت به زمین و سرعت زمین نسبت به خورشید است:



$$\overrightarrow{v_M} = \overrightarrow{v_E} + \overrightarrow{v_r}$$

با توجه به اعداد داده شده در مسئله داریم:

$$v_E = \frac{۲\pi \times ۱/۵ \times ۱۰^{۱۱}}{۳۶۵} \simeq ۲ \times ۱۰^{۹}\text{m/day}$$
$$v_r = \frac{۲\pi \times ۳/۸ \times ۱۰^{۸}}{۲۷} \simeq ۱۰^{۸}\text{m/day}$$

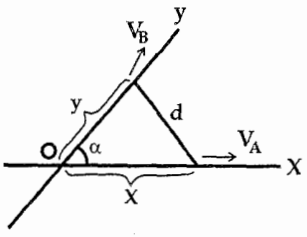
همان‌طور که ملاحظه می‌شود سرعت دوران زمین به دور خورشید حدود ۲۰ برابر سرعت دوران ماه نسبت به زمین است. در نتیجه مجموع v_E و v_r هیچ‌گاه صفر نمی‌شود و v_M همواره به یک سمت است. پس گزینه‌ی «الف» قابل قبول نیست.

زیرا در این گزینه در قسمتی از مدار سرعت ماه در جهت ساعت‌گرد است و در قسمت دیگر پادساعت‌گرد. این حالت هنگامی می‌تواند رخ دهد که v_r به قدری بزرگ باشد که بتواند جهت v_E را وارونه کند، که در مورد زمین و ماه این شرط برقرار نیست.

گزینه‌ی «ج» نیز حالتی است که در آن سرعت ماه برای لحظه‌ای صفر می‌شود و این شکل مدار وقتی می‌تواند رخ دهد که سرعت v_E و v_r دقیقاً با هم برابر باشند، که باز هم در مورد ماه و زمین چنین نیست. پس گزینه‌ی «ب» گزینه‌ی درست است.

البته با توجه به این‌که سرعت ماه نسبت به زمین فقط ۵٪ سرعت زمین نسبت به خورشید است، بدیهی است که گردش ماه به دور زمین نباید تأثیر زیادی روی مدار ماه به خورشید داشته باشد. به بیان دیگر حرکت ماه به دور خورشید، بیشتر تحت تأثیر گردش زمین به دور خورشید است، تا گردش ماه به دور زمین و این یعنی مدار آن باید تا حدودی شبیه مدار زمین به دور خورشید باشد.

۲) گزینه‌ی «د» درست است.



معادله‌ی مکان A و B که حرکت سرعت ثابت دارند عبارت است از:

$$\begin{cases} x = a + v_A t \\ y = b + v_B t \end{cases}$$

حال با استفاده از قانون کسینوس‌ها می‌توان d را برحسب x، y و α نوشت:

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی بالا نسبت به زمان داریم:

$$2d\dot{d} = 2x\dot{x} + 2y\dot{y} - 2\dot{x}y\cos\alpha - 2x\dot{y}\cos\alpha$$

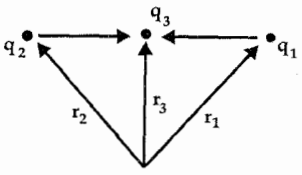
می‌خواهیم در زمان $t = 0$، $\dot{d}$ صفر شود پس:

$$0 = 2a\dot{x} + 2b\dot{y} - 2\dot{x}b\cos\alpha - 2a\dot{y}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \quad 2av_A + 2bv_B - 2v_A b\cos\alpha - 2av_B\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \quad v_B = \frac{-(2a - 2b\cos\alpha)v_A}{2b - 2a\cos\alpha} = \frac{b\cos\alpha - a}{b - a\cos\alpha}v_A$$

۳) گزینه‌ی «د» درست است.



نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 ناشی از q_1 و q_2 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{kq_2q_3}{|r_3 - r_2|^3}\left(\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_2}\right) = \frac{kq_1q_3}{|r_3 - r_1|^3}\left(\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_1}\right)$$

اما تساوی برداری بالا تنها در صورتی می‌تواند برقرار باشد که $\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_1}$ و $\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_2}$ در یک راستا باشند که این به این معناست که q_1، q_2 و q_3 روی یک خط باشند. در این صورت به جای رابطه‌ی برداری بالا تنها می‌توانیم تساوی اندازه‌ی نیرو را بررسی کنیم:

$$\frac{kq_2q_3}{\left|\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_2}\right|^2} = \frac{kq_1q_3}{\left|\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_1}\right|^2} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{q_2}\left|\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_1}\right| = \sqrt{q_1}\left|\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_2}\right|$$

با توجه به شکل صفحه قبل $\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_1}$ و $\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_2}$ در یک راستا اما در خلاف جهت هم هستند، در نتیجه تساوی بالا را که بین اندازه‌های بردارهای $\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_1}$ و $\overrightarrow{r_3} - \overrightarrow{r_2}$

است را با توجه به هم راستا بودن این دو بردار می‌توان به تساوی برداری زیر تبدیل نمود:

$$\begin{aligned}
&\sqrt{q_۲}\left(\overrightarrow{r_۳}-\overrightarrow{r_۱}\right)=-\sqrt{q_۱}\left(\overrightarrow{r_۳}-\overrightarrow{r_۲}\right)\\
\Rightarrow\quad &\sqrt{q_۲}\overrightarrow{r_۳}-\sqrt{q_۲}\overrightarrow{r_۱}=\sqrt{q_۱}\overrightarrow{r_۲}-\sqrt{q_۱}\overrightarrow{r_۳}\\
\Rightarrow\quad &(\sqrt{q_۱}+\sqrt{q_۲})\,\overrightarrow{r_۳}=\sqrt{q_۱}\overrightarrow{r_۲}+\sqrt{q_۲}\overrightarrow{r_۱}\\
\Rightarrow\quad &\overrightarrow{r_۳}=\frac{\sqrt{q_۱}\overrightarrow{r_۲}+\sqrt{q_۲}\overrightarrow{r_۱}}{\sqrt{q_۱}+\sqrt{q_۲}}
\end{aligned}$$

۴) گزینه‌ی «ب» درست است.

کل باران باریده شده بر یک هکتار برابر است با:

$$V=۱۰^۴\times ۱۰۰\times ۱۰^{-۳}=۱۰۰۰\ \mathrm{m}^۳$$

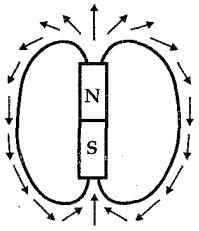
جرم این مقدار آب برابر است با:

$$m=\rho V=۱۰۰۰\times ۱۰۰۰=۱۰^۶\ \mathrm{kg}$$

پس گندمی که می‌توان با این مقدار آب کشت کرد عبارت است از:

$$m_W=\frac{۱۰^۶}{۱۰۰۰}=۱۰۰۰\ \mathrm{kg}=۱\ \mathrm{ton}$$

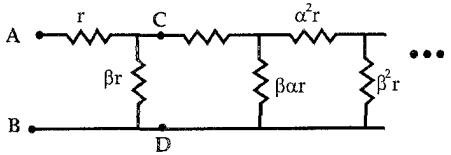
۵) گزینه‌ی «د» درست است.



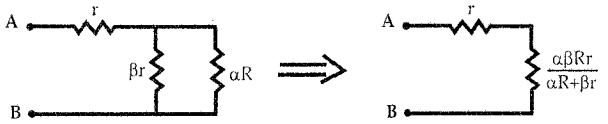
عقربه‌ی مغناطیسی همواره در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد. میدان مغناطیسی در اطراف یک آهنربای میله‌ای به شکل روبرو است. با حرکت دادن عقربه روی یک دایره در اطراف آهنربا مطابق شکل روبرو، عقربه دو دور کامل می‌زند، یعنی ۷۲۰°.

۶) گزینه‌ی «د» درست است.

مقاومت بین دو سر A و B را R فرض کنید. در این صورت مقاومت بین دو سر C و D، αR خواهد شد، زیرا تنها تفاوت آن با مدار بین دو سر A و B این است که تمام مقاومت‌ها α برابر شده‌اند.



پس می‌توان مدار بالا را به صورت زیر ساده نمود:



پس مقاومت بین A و B عبارت است از:

$$R_{AB} = R = r + \frac{\alpha\beta Rr}{\alpha R + \beta r} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\alpha Rr + \beta r^2 + \alpha\beta Rr}{\alpha R + \beta r}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha R^2 + \beta rR = \alpha Rr + \beta r^2 + \alpha\beta Rr$$

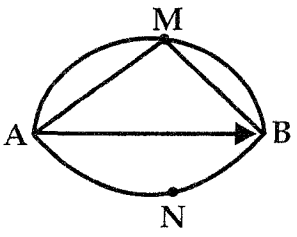
$$\Rightarrow \quad 2R^2 + 3rR = 2rR + 3r^2 + 6rR$$

$$\xRightarrow{R=xr} \quad 2r^2x^2 - 5r^2x - 3r^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \begin{cases} 3 \\ -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{غ‌ق‌ق}$$

۷) گزینه‌ی «د» درست است.

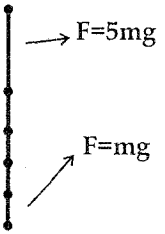
اندازه‌ی سرعت متوسط، اندازه‌ی جابجایی جسم تقسیم بر زمان انجام جابجایی است. جابجایی یک جسم نیز تنها به مکان نهایی و اولیه‌ی آن وابسته است و ربطی به مسیر ندارد. پس در شکل داده شده، جابجایی متحرک از تمام مسیرها برابر با بردار $\overrightarrow{AB}$ است.



از آن‌جایی که زمان انجام این جابجایی برای تمام مسیرها ۱۰ min است، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط متحرک در تمام مسیرها برابر است.

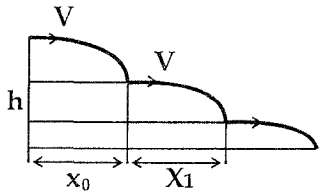
$$|\overrightarrow{v}| = \frac{|\Delta \overrightarrow{x}|}{t}$$

۸) گزینه‌ی «ه» درست است.



برای این که بفهمیم میزان کشیدگی در کدام قسمت بیشتر و کدام قسمت کمتر است، باید نیروی کش را بررسی کنیم. برای قسمت پایینی کش، نیروی کش تنها برابر با وزن یک مهره است. در حالی که برای بالاترین قسمت کش، نیروی کش برابر با وزن n مهره است. در نتیجه قسمت بالایی باید کشیده‌تر از قسمت پایینی باشد. که این شکل تنها در گزینه‌ی «ه» دیده می‌شود.

۹) گزینه‌ی «الف» درست است.



جسم یک حرکت پرتابی با سرعت اولیه‌ی افقی v را تا پیش از برخورد انجام می‌دهد. میزان جلورفتن جسم پیش از برخورد اول ($x_\circ$) را می‌توان به سادگی محاسبه نمود:

$$\left.\begin{array}{rcl} & & x_\circ = vt_\circ \\ \frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt_\circ^2 & \Rightarrow & t_\circ = \sqrt{\frac{h}{g}} \end{array}\right\} \Rightarrow x_\circ = v\sqrt{\frac{h}{g}}$$

پس از برخورد اول باز هم جسمی داریم که با سرعت اولیه‌ی افقی v شروع به حرکت می‌کند. اما این‌بار به جای ارتفاع h، از ارتفاع $\frac{h}{2}$ سقوط می‌کند. پس x_1 برابر می‌شود با:

$$x_1 = v\sqrt{\frac{\frac{h}{2}}{g}} = v\sqrt{\frac{h}{g}} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

و به همین ترتیب

$$x_2 = v\sqrt{\frac{\frac{h}{4}}{g}} = v\sqrt{\frac{h}{g}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\vdots$$

$$x_n = v\sqrt{\frac{h}{g}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$$

جابه‌جایی کل جسم مجموع x_i هاست:

$$x = \sum_{i=\circ}^{\infty} x_i = v\sqrt{\frac{h}{g}}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \cdots\right) \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{2}x = v\sqrt{\frac{h}{g}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 + \cdots\right) \qquad (2)$$

با کم کردن تساوی (۲) از تساوی (۱) داریم:

$$x\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = v\sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow x = \frac{v\sqrt{\frac{h}{g}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{v\sqrt{\frac{2h}{g}}}{\sqrt{2} - 1}$$

۱۰) گزینه‌ی «د» درست است.

با توجه به این که فاصله‌ی بین دو کره (R) خیلی بیش‌تر از شعاع کره‌هاست، می‌توان نیروی بین آن دو را به صورت زیر نوشت:

$$F = K\frac{Q_1 Q_2}{R^2}$$

هنگامی که دو کره را به هم متصل می‌کنیم، بسته به این که پتانسیل کدام کره بیشتر است، بار از کره با پتانسیل بیشتر به کره با پتانسیل کمتر جریان می‌یابد. اما مواردی هست که پتانسیل دو کره برابر باشد. در این حالت باری منتقل نمی‌شود. در نتیجه $F = F'$ برابر می‌شود. (پتانسیل یک کره با بار Q و شعاع R، $\frac{KQ}{R}$ است.)

اما مواردی نیز هست که پتانسیل برابر نیست و بار دو کره پس از تماس تغییر می‌کند و $F \neq F'$ می‌شود.

۱۱) گزینه‌ی «و» صحیح است.

سیستم با بیرون مبادله‌ی گرما نمی‌کند. پس کار انجام شده روی مجموعه‌ی مایع و گاز باید صرف گرم کردن مایع یا تغییر انرژی درونی آن شود. از آنجا که فشار ثابت می‌ماند و حجم سیستم به اندازه‌ی V_1 کم می‌شود، پس کار انجام شده بر روی سیستم برابر $W = PV_1$ می‌شود.

اما بخشی از این کار صرف گرم کردن سیستم می‌شود. گرمایی که صرف گرم کردن سیستم می‌شود، برابر $Q = C(T_2 - T_1)$ است.

بنابراین مقدار باقی‌مانده از کار، یعنی $PV_1 - C(T_2 - T_1)$ صرف تغییر انرژی درونی می‌شود. پس اختلاف انرژی‌های درونی مایع و گاز در دمای T_1، حجم $V_1 + V_2$ و محلول در دمای T_2 و حجم V_2 برابر $\Delta U = PV_1 - C(T_2 - T_1)$ است.

۱۲) گزینه‌ی «ب» درست است.

نیروی مقاوم متناسب با سرعت است؛ یعنی $F \propto v$.

طبق بقای انرژی، سرعت به‌صورت زیر با h رابطه دارد:

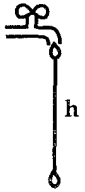
$$\frac{۱}{۲}mv^۲ = mgh \Rightarrow v = \sqrt{۲gh} \Rightarrow v \propto \sqrt{h}$$

پس $F \propto \sqrt{h}$.

کار نیروی F برابر است با نیرو در جابجایی محل اثر آن. جابجایی جسم همان Δh است که با h متناسب است. یعنی:

$$\left.\begin{array}{l} d \propto h \\ F \propto \sqrt{h} \end{array}\right\} \Rightarrow Fd \propto h^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow W_F \propto h^{\frac{۳}{۲}}$$

۱۳) گزینه‌ی «ج» درست است.



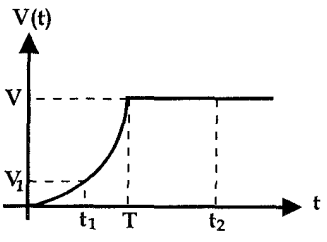
برای این که در هر لحظه فقط یک قطره در حال سقوط باشد، باید مدت زمان سقوط یک قطره کمتر از مدتی باشد که قطره‌ی دیگر از شیر جدا شود. مدت زمان سقوط را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow t^۲ = \frac{۲h}{g} = t = \sqrt{\frac{۲h}{g}}$$

در مدت فوق نباید قطره‌ای از شیر جدا شود. پس دبی این شیر باید در رابطه‌ی زیر صدق کند:

$$Q \leq \frac{v}{t} \Rightarrow Q \leq v\sqrt{\frac{g}{۲h}}$$

۱۴) گزینه‌ی «ب» درست است.



در لحظه‌ی $t_۱$ هنگامی که جسم شروع به سُر خوردن می‌کند، تنها نیروی وارد بر آن نیروی اصطکاک جنبشی است. این نیرو اندازه‌ی ثابتی دارد. در نتیجه جعبه با شتاب ثابت a_k حرکت می‌کند. در حالی که خودرو همچنان با شتاب متغیر تا لحظه‌ی T به حرکت خود ادامه می دهد. سرعت خودرو و جعبه در لحظه‌ی T عبارت است از:

(۱) سرعت خودرو $V_T = bt^۲\Big|_{t=T} = bT^۲$

(۲) سرعت جعبه $v_T = v_۱ + a_k(T - t_۱) = bt_۱^۲ + a_k(T - t_۱)$

از لحظه‌ی T به بعد، سرعت خودرو ثابت می‌شود و برابر bT^2 باقی می‌ماند، در حالی که جعبه همچنان می‌لغزد و با شتاب a_k سرعت می‌گیرد تا در نهایت در لحظه‌ی $t = t_2$ با خودرو هم سرعت شود:

$$vT = vT + a_k(t_2 - T)$$

با جای‌گذاری V_T و v_T از روابط (۱) و (۲) در عبارت بالا داریم:

$$bT^2 = bt_1^2 + a_k(T - t_1) + a_k(t_2 - T) \quad \Rightarrow \quad b(T^2 - t_1^2) = a_k(t_2 - t_1) \quad (3)$$

$$\Rightarrow \quad a_k = b\frac{(T^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1} \quad (4)$$

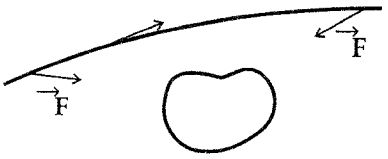
شتاب حرکت جعبه هنگام لغزیدن (a_k) برابر است با:

$$a_k = \frac{F_k}{m} = \frac{mg\mu}{m} = g\mu$$

با قرار دادن a_k در رابطه‌ی (۴) داریم:

$$\mu = \frac{b(T^2 - t_1^2)}{g(t_2 - t_1)}$$

۱۵) گزینه‌ی «ب» درست است.



توزیع بار دلخواهی به شکل روبرو و مسیری که از کنار آن می‌گذرد را در نظر بگیرید. با توجه به اینکه بار توزیع شده غیر صفر است و نیز در نقاط دور هم میدان داریم، می‌توان نتیجه گرفت در نقاط دور هم نیرو داریم و $\overrightarrow{F}$ غیر صفر است. پس گزینه‌ی «الف» درست نیست.

چون می‌توان مسیر را به نحوی انتخاب کرد که همه جا $\overrightarrow{F}$ داشته باشیم. با توجه به این که در نقاط دور هم $\overrightarrow{F}$ داریم، که با مسیر نیز موازی نیست، با توجه به شکل جهت $\overrightarrow{F}$ در نقاط خیلی دور سمت چپ، قرینه‌ی جهت $\overrightarrow{F}$ در نقاط خیلی دور سمت راست است. از آن جایی که $\overrightarrow{F}$ به صورت پیوسته تغییر می‌کند، حتماً در جایی $\overrightarrow{F}$ بر مسیر عمود شده است.

۱۶) گزینه‌ی «ب» درست است.

حضور بار نقطه‌ای Q در فاصله‌ی کره، باعث می‌شود تا مقداری بار الکتریکی بر روی کره القا شود. این بار القا شده ناشی از میدان الکتریکی بار Q است. این بار

القا شده موجب ایجاد نیروی جاذبه‌ای با بار Q می‌شود. بار القا شده را q می‌نامیم. چون q ناشی از میدان الکتریکی Q است، داریم:

$$q \propto \frac{KQ}{R^2} \Rightarrow F = \frac{KqQ}{R^2} \propto \frac{K^2Q^2}{R^4} \Rightarrow R^2F(R) \propto \frac{K^2Q^2}{R^2}$$
$$\Rightarrow \lim_{R\to\infty} R^2F(R) = \lim_{R\to\infty} \frac{1}{R^2} = 0$$

۱۷) گزینه‌ی «ج» درست است.

با توجه به این که دیواره‌های ظرف نارسانای گرما هستند، سیستم گرمایی از محیط جذب نمی‌کند؛ یعنی $Q = 0$ است. همچنین چون دیواره‌های ظرف ثابت‌اند و ظرف تغییر حجم ندارد، کاری از محیط به سیستم منتقل نمی‌شود و این یعنی $W = 0$ است. طبق تعریف، انرژی درونی مجموع کار انجام شده روی سیستم و گرمای جذب شده توسط سیستم است:

$$\Delta U = Q + W = 0 + 0 = 0$$

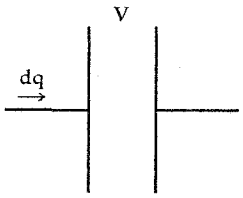
پس تغییر انرژی درونی سیستم صفر است که این بدان معنی است که گزینه‌های «الف» و «ب» نادرست هستند. چون تغییر انرژی درونی سیستم صفر است، می‌توان نوشت:

$$\text{مواد اولیه در دمای } T \; U_T = \text{مخلوط در دمای } T' \; U_{T'}$$

حال چون $T' > T$ است (و انرژی درونی تابع صعودی از دما است):

$$\text{مواد اولیه در دمای } T \; U_T < \text{مخلوط در دمای } T' \; U_{T'}$$

۱۸) گزینه‌ی «ج» درست است.



خازنی به شکل روبرو در نظر بگیرید که دو سر آن اختلاف پتانسیل V دارد. انتقال بار dq به خازن، انرژی آن را به اندازه‌ی du تغییر می‌دهد:

$$du = V\,dq \Rightarrow u = \int V\,dq$$

همان طور که ملاحظه می‌کنید u، مساحت زیر منحنی V برحسب q است. این مساحت تنها در حالتی که V برحسب q خطی باشد $\frac{1}{2}qV$ خواهد شد. در اینجا چون خازن خطی نیست $u \neq \frac{1}{2}qV$ است یعنی گزینه‌ی «الف» نادرست است.

متناسب بودن u با $V^۲$ یا $Q^۲$ نیز به شکل $f(Q)$ بستگی دارد و در حالت کلی درست نیست. اما گزینه‌ی «ج» پاسخ درست است، زیرا با تقسیم طرفین تساوی $du = V dq$ بر dt داریم:

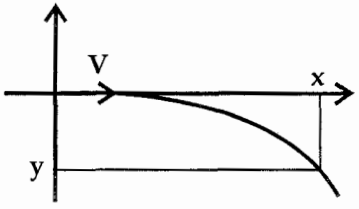
$$\frac{du}{dt} = V\frac{dq}{dt} \Rightarrow P = VI$$

۱۹) گزینه‌ی «الف» درست است.

کار نیروی خارجی (W)، کل انرژی است که به سیستم گاری و صندوق وارد می‌شود. در نهایت بخشی از این انرژی به انرژی جنبشی گاری ($K_۱$) و بخشی به انرژی جنبشی صندوق ($K_۲$) تبدیل می‌شود. اگر اصطکاک نبود طبق اصل بقای انرژی باید W با مجموع $K_۱$ و $K_۲$ برابر باشد. اما وجود اصطکاک، بخشی از انرژی داده شده به سیستم را به گرما تبدیل می‌کند (Q). پس بدیهی است که:

$$W = K_۱ + K_۲ + Q \Rightarrow K_۱ + K_۲ < W$$

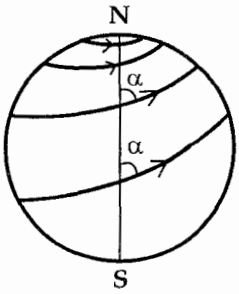
۲۰) گزینه‌ی «ه» درست است.



جسم مورد نظر، حرکتی پرتابی به شکل بالا انجام می‌دهد. در راستای y همواره جسم با سرعت اولیه‌ی صفر سقوط آزاد می‌کند. پس در مدت زمان ثابت T همواره جابجایی y ثابتی انجام می‌دهد.

در راستای x با افزایش v، جابجایی vT افزایش می‌یابد. در نتیجه افزایش v، x را افزایش می‌دهد. در حالی که y ثابت می‌ماند.

۲۱) گزینه‌ی «الف» درست است.



مسیری که متحرک می‌پیماید شبیه شکل روبرو است. همانطور که ملاحظه می‌کنید، متحرک در صورت حرکت از نیم‌کره‌ی جنوبی بازهم به قطب می‌رسد. در صورت شروع حرکت از قطب شمال، استوا را قطع نمی‌کند و در نهایت به قطب شمال می‌رسد. چون سرعت متحرک ثابت است و طول مسیر محدود است، زمان رسیدن متحرک به قطب شمال نیز محدود است.

۲۲) گزینه‌ی «ج» درست است.

معادله‌ی هدایت گرما به صورت زیر است:

$$Q = KA\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{Q}{A}\cdot\frac{1}{K}$$

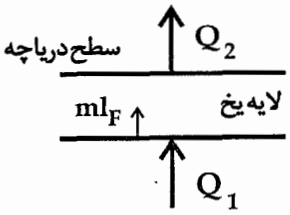
از آن‌جایی که در حالت تعادل هستیم و گرمایی در لایه‌های مختلف ذخیره نمی‌شود، Q در نواحی مختلف ثابت است. پس با توجه به رابطه‌ی بالا هر جا $\frac{dT}{dx}$ بیشتر باشد K کمتر است و بالعکس. در واقع جسمی که رسانندگی بالایی دارد، نقاط مختلف آن هم‌دماتر از جسمی است که رسانندگی کمی دارد. با توجه به نمودار داده شده در نقاط دور از سطح دریاچه (یعنی در عمق دریاچه) $\frac{dT}{dx}$ بیشتر از نواحی نزدیک به سطح دریاچه است. پس:

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{\text{عمق}} > \left.\frac{dT}{dx}\right|_{\text{نزدیک سطح}} \Rightarrow K_{\text{نزدیک سطح}} < K_{\text{عمق}}$$

چگالی یخ کمتر از آب است پس در عمق دریاچه آب و در سطح آن یخ داریم:

$$K_{\text{آب}} < K_{\text{یخ}}$$

۲۳) گزینه‌ی «الف» درست است.

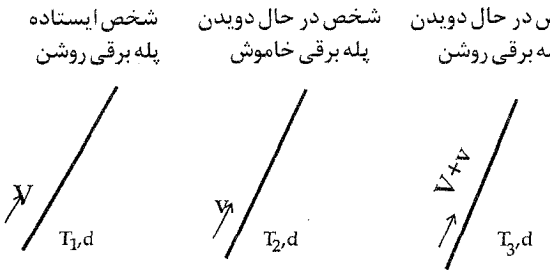


دما در عمق دریاچه‌ی یخ‌زده، هرگز بیش از ۴° نمی‌شود. زیرا آب بیشترین چگالی را در ۴° دارد. بنابراین گزینه‌های «ب» و «ج» که در آن با افزایش عمق، دما نیز افزایش می‌یابد درست نیست و تنها گزینه‌های «الف» و «د» که در x های زیاد، دما به مقدار معینی میل می‌کند می‌توانند درست باشند.

همچنین گرمایی که از عمق دریاچه به لایه‌ی یخ می‌رسد به اضافه‌ی گرمایی که لایه‌های آب جدیدی که منجمد می‌شوند آزاد می‌کنند، از سطح دریاچه خارج می‌شود.

پس $Q_2 > Q_1$ است. در نتیجه $\frac{dT}{dx}$ در سطح دریاچه باید بیش از نواحی نزدیک به لایه‌ی یخ باشد. که این حالت تنها در گزینه‌ی «الف» وجود دارد که در آن در x های نزدیک صفر، شیب نمودار بیش از x های نزدیک لایه‌ی یخ زدن ($T = 0$) است.

۲۴) گزینه‌ی «ج» درست است.



سرعت بالارفتن پله برقی را V و سرعت بالارفتن شخص در حالت خاموش بودن پله برقی را v می‌گیریم. انرژی‌ای که شخص در واحد زمان صرف می‌کند، ربطی به روشن یا خاموش بودن پله برقی ندارد. پس:

$$\frac{E_۳}{T_۳} = \frac{E_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{E_۳}{E_۲} = \frac{T_۳}{T_۲} \qquad (۱)$$

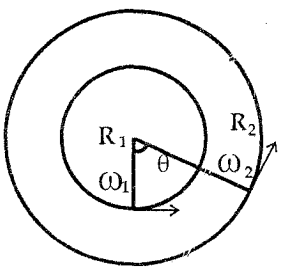
حال اگر طول پله برقی را d بگیریم:

$$\left.\begin{array}{rcl} T_۳ &=& \dfrac{d}{v+V} \\ v &=& \dfrac{d}{T_۲} \\ V &=& \dfrac{d}{T_۱} \end{array}\right\} \Rightarrow T_۳ = \frac{d}{\frac{d}{T_۲}+\frac{d}{T_۱}} = \frac{T_۱T_۲}{T_۱+T_۲}$$

با جای‌گذاری $T_۳$ از رابطه‌ی بالا در عبارت (۱) داریم:

$$\frac{E_۳}{E_۲} = \frac{\frac{T_۱T_۲}{T_۱+T_۲}}{T_۲} = \frac{T_۱}{T_۱+T_۲}$$

۲۵) گزینه‌ی «ه» درست است.



اندازه‌ی زاویه‌ی خط واصل از ستاره‌ی اول به مرکز و خط واصل از ستاره‌ی دوم به مرکز (θ) عبارت است از:

$$\theta = |\omega_۲ - \omega_۱|t$$

می‌خواهیم $\theta < \alpha$ باشد یعنی:

$$|\omega_۲ - \omega_۱|t < \alpha \overset{\omega_۱ > \omega_۲}{\Longrightarrow} \frac{\alpha}{\omega_۲ - \omega_۱} < t < \frac{\alpha}{\omega_۱ - \omega_۲}$$

طول بازه‌ای که t می‌تواند اختیار کند برابر است با:

$$T' = \frac{۲\alpha}{\omega_۱ - \omega_۲}$$

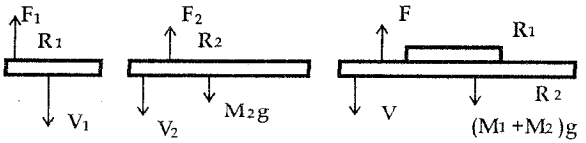
زمان کل حرکت (T) نیز برابر با $\frac{۲\pi}{\omega_۱ - \omega_۲}$ است. پس:

$$\frac{T'}{T} = \frac{\frac{۲\alpha}{\omega_۱ - \omega_۲}}{\frac{۲\pi}{\omega_۱ - \omega_۲}} = \frac{۲\alpha}{۲\pi} = \frac{\alpha}{\pi}$$

$\frac{\alpha}{\pi}$ نسبت $\frac{T'}{T}$ در یک دور بود. پس در n دور نیز نسبت $\frac{T'}{T}$ همین مقدار است.

۲۶) گزینه‌ی «الف» درست است.

نیروی مقاومت هوا با سطح مقطع جسم در مقابل جریان هوا متناسب است. هر چه سطح مقطع عمود بر جریان بیشتر شود، نیروی مقاوم بیشتر است.



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، چسباندن دو قرص به هم به صورتی که هم مرکز باشند، مساحت عمود بر جریان را نسبت به حالت قرص $R_۲$ تنها تغییری نمی‌دهد. اما هنگامی که قرص‌ها به سرعت حد برسند، باید نیروهای وارد بر آنها یکدیگر را خنثی کنند تا حرکت بدون شتاب داشته باشند، یعنی:

$$\begin{aligned} F_۱ &= M_۱ g \\ F_۲ &= M_۲ g \qquad \Rightarrow F > F_۲ \\ F &= (M_۱ + M_۲) g \end{aligned}$$

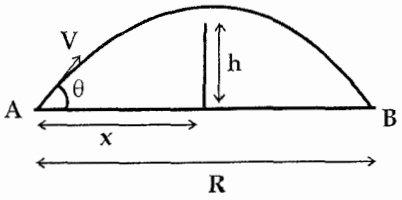
نیروی مقاوم هوا در سرعت‌های پایین با Av متناسب است؛ یعنی $Av > A_۲ v_۲$.

همان‌طور که گفته شده $A = A_۲$ است؛ پس $v > v_۲$.

اما در مورد رابطه‌ی v و $v_۱$ چیزی نمی‌توان گفت. چون در این حالت هم مساحت‌ها مختلف است و هم نیروها. اما بدیهی است اگر $R_۲$ خیلی بیش از $R_۱$ باشد، آنگاه سرعت سقوط v می تواند کمتر از $v_۱$ باشد. و همچنین اگر اختلاف $R_۲$ و $R_۱$ زیاد نباشد، آنگاه سرعت سقوط v مسلماً بیش از $v_۱$ است.

۲۷) گزینه‌ی «د» درست است.

شرط این که پرتابه از دیوار عبور کند این است که در لحظه‌ای که جسم به فاصله‌ی x از محل پرتاب می‌رسد، ارتفاع آن بیش از h باشد:



$$x = v\cos\theta \cdot t \qquad (۱)$$

$$v\sin\theta \cdot t - \frac{۱}{۲}gt^۲ > h \qquad (۲)$$

علاوه بر شرط بالا، جسم باید در نقطه‌ی B به زمین برسد:

$$R = v\cos\theta \cdot T \;\Rightarrow\; T = \frac{R}{v\cos\theta} \qquad (۳)$$

$$۰ = -\frac{۱}{۲}gT^۲ + v\sin\theta \cdot T \qquad (۴)$$

با قرار دادن T از رابطه‌ی (۳) در عبارت (۴) داریم:

$$۰ = -\frac{R^۲g}{۲v^۲\cos^۲\theta} + \frac{v\sin\theta R}{v\cos\theta} \;\Rightarrow\; \frac{Rg}{۲v^۲\cos^۲\theta} = \tan\theta \;\Rightarrow\; v^۲ = \frac{Rg}{۲\tan\theta\cos^۲\theta} \qquad (۵)$$

حال با قرار دادن $t = \dfrac{x}{v\cos\theta}$ از رابطه‌ی (۱) در عبارت (۲) داریم:

$$v\sin\theta\frac{x}{v\cos\theta} - \frac{۱}{۲}g\frac{x^۲}{v^۲\cos^۲\theta} > h \;\Rightarrow\; x\tan\theta - \frac{gx^۲}{۲v^۲\cos^۲\theta} > h$$

$v^۲$ را طبق رابطه‌ی (۵) در نامساوی بالا قرار می‌دهیم:

$$x\tan\theta - \frac{gx^۲}{\frac{۲Rg}{۲\tan\theta\cos^۲\theta}\times\cos^۲\theta} \;\Rightarrow\; x\tan\theta - \frac{x^۲}{R}\tan\theta > h$$

$$\Rightarrow\; \tan\theta\left(x - \frac{x^۲}{R}\right) > h$$

$$\Rightarrow\; \tan\theta\frac{x(R-x)}{R} > h$$

با توجه به این که x، R و $R-x$ مثبت هستند، نامساوی بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\tan\theta > \frac{hR}{x(R-x)}$$

۲۸) گزینه‌ی «ه» درست است.

تعداد ضربان‌ها بر واحد زمان، متناسب با توان مصرفی بر جرم پستاندار است، یعنی:

$$\frac{N}{T} \propto \frac{P}{m} \qquad (۱)$$ (Tعمر پستاندار و N تعداد ضربان‌ها در طول عمر آن است)

همچنین توان مصرفی نیز با توان $\frac{۳}{۴}$ جرم متناسب است. یعنی $P \propto m^{\frac{۳}{۴}}$.

به کمک عبارت بالا و رابطه‌ی (۱) داریم:

$$\frac{N}{T} \propto \frac{m^{\frac{۳}{۴}}}{m} \Rightarrow \frac{N}{T} \propto m^{-\frac{۱}{۴}} \Rightarrow \frac{T}{N} \propto m^{\frac{۱}{۴}}$$

عمر وال را T و عمر پستاندار کوچک را T' می‌گیریم:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{T}{N} \propto (۲۰۰ \times ۱۰^۳ \times ۱۰^۳ \text{ gr})^{\frac{۱}{۴}} \\ \frac{T'}{N} \propto ۲^{\frac{۱}{۴}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\frac{T}{N}}{\frac{T'}{N}} = (۱۰^۸)^{\frac{۱}{۴}} \Rightarrow \frac{T}{T'} = ۱۰۰$$

۲۹) گزینه‌ی «د» درست است.

مدول کپه‌ای آب در صورت سوال داده شده. بنابراین تنها کافی است $P - P_۰$ را بیابیم تا با توجه به تساوی زیر $\frac{\rho - \rho_۰}{\rho_۰}$ مشخص شود:

$$\frac{\rho - \rho_۰}{\rho_۰} = \frac{P - P_۰}{B}$$

چون تغییرات چگالی آب بسیار کم می‌باشد، می‌توانیم برای محاسبه‌ی فشار از رابطه‌ی ρgh استفاده نماییم:

$$P = P_۰ + \rho gh \Rightarrow P - P_۰ = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰^۳ = ۱۰^۸ \text{ Pa}$$

با قرار دادن $P - P_۰$ از تساوی بالا در عبارت اول و نیز با توجه به این که $B = ۲ \times ۱۰^۹$ Pa است داریم:

$$\frac{\rho - \rho_۰}{\rho_۰} = \frac{۱۰^۸}{۲ \times ۱۰^۹} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۱} = ۰/۰۵$$

۳۰) گزینه‌ی «د» درست است.

فرض می‌کنیم گذاری از تراز انرژی $n(n+۱)E$ به تراز $m(m+۱)E$ رخ دهد. در این صورت انرژی آزاد شده برابر است با:

$$[n(n+۱) - m(m+۱)]\,E; \qquad n, m \in \{۰, ۱, ۲, \ldots\}$$

می‌خواهیم این انرژی کمتر از $۱۱E$ باشد و در ضمن انرژی آزاد شود، یعنی مثبت باشد:

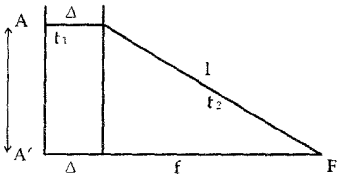
$$۰ < n(n+۱) - m(m+۱) < ۱۱$$

m و n هایی را باید بیابیم که در رابطه‌ی بالا صدق کنند. کمترین n ممکن، $n = ۱$ است:

$$\begin{aligned} n = ۱ &\Rightarrow m = ۰ \\ n = ۲ &\Rightarrow \begin{cases} m = ۰ \\ m = ۱ \end{cases} \\ n = ۳ &\Rightarrow \begin{cases} m = ۱ \\ m = ۲ \end{cases} \\ n = ۴ &\Rightarrow m = ۳ \\ n = ۵ &\Rightarrow m = ۴ \end{aligned}$$

برای $n > ۵$، حداقل انرژی آزادشده که در اثر گذار به یک تراز پایین‌تر رخ می‌دهد بیش از $۱۱E$ خواهد شد. پس تنها حالات ذکرشده شرط مسئله را ارضا می‌کنند. در نتیجه ۷ حالت گذار وجود دارد.

۳۱) گزینه‌ی «ج» درست است.



می‌دانیم طبق اصل فرما، نور مسیری را طی می‌کند که زمان آن کمترین مقدار باشد، پس زمان رسیدن نور از A به F با زمان رسیدن نور از A' به F برابر باشد. (به شکل نگاه کنید.)

$$T_{A'F} = \frac{\Delta}{\frac{c}{n_۰}} + \frac{f}{c}$$

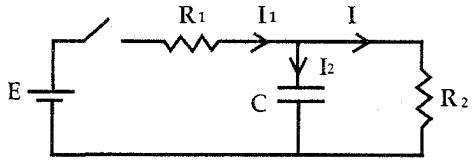
$$T_{AF} = t_۱ + t_۲ = \frac{\Delta}{\frac{c}{n_{(r)}}} + \frac{\sqrt{f^۲ + r^۲}}{c}$$

$$T_{AF} = T_{A'F} \Rightarrow \frac{\Delta n_۰}{c} + \frac{f}{c} = \frac{\Delta n_{(r)}}{c} + \frac{\sqrt{f^۲ + r^۲}}{c}$$

$$\Rightarrow n_{(r)} = n_۰ + \frac{f - \sqrt{f^۲ + r^۲}}{\Delta}$$

۳۲) هنگام قطع بودن کلید، بار خازن با عبور از مقاومت $R_۲$ کاهش می‌یابد و هنگام وصل شدن کلید، خازن دوباره شارژ می‌شود. در صورتی در پایان هر دوره بار خازن

یکسان خواهد بود که میزان تخلیه شدن خازن در هنگام قطع بودن کلید، با میزان شارژ شدن آن برابر باشد.



$$\left.\begin{array}{l} \text{هنگام قطع کلید} : I_۲ = I = \dfrac{V_c}{R_۲} \\ \text{ولتاژ خازن را ثابت برابر } V \text{ فرض می‌کنیم.} \end{array}\right\} \Rightarrow I = \frac{V}{R_۲}$$

زمان قطع بودن کلید $T_۱$ است. پس بار منتقل شده در این مدت با توجه به ثابت بودن I برابر است با:

$$Q_۱ = IT_۱ = \frac{T_۱ V}{R_۲} \qquad (۱)$$

$$\left.\begin{array}{rcl} \text{هنگام وصل بودن کلید} : I_۱ & = & \dfrac{E-V}{R_۱} \\ I & = & \dfrac{V}{R_۲} \\ I_۲ & = & I_۱ - I \end{array}\right\} \Rightarrow I_۲ = \frac{E-V}{R_۱} - \frac{V}{R_۲}$$

با توجه به داشتن جریان عبوری از خازن ($I_۲$) و زمان عبور این جریان ($T_۲$)، بار شارژ شده به خازن عبارت است از:

$$Q_۲ = I_۲ T_۲ = \left(\frac{E-V}{R_۱} - \frac{V}{R_۲}\right) T_۲ \qquad (۲)$$

همانطور که گفته شد شرط یکسان بودن بار خازن در هر دوره، برابر بودن $Q_۱$ و $Q_۲$ است. پس با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\left(\frac{E-V}{R_۱} - \frac{V}{R_۲}\right) \cdot T_۲ = \frac{V}{R_۲} T_۱$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{R_۲}{V} \cdot \left(\frac{E-V}{R_۱} - \frac{V}{R_۲}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{R_۲}{R_۱} \cdot \frac{E}{V} - \frac{R_۲}{R_۱} - ۱$$

۳۳) گزینه‌ی «د» درست است.

فرض کنید توان تابش شده از خورشید P باشد. در فاصله‌ی r از خورشید این توان در یک کره‌ی فرضی به شعاع r پخش شده است. پس توان تابشی بر واحد سطح این

کره‌ی فرضی عبارت است از:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{۴\pi r^۲}$$

همانطور که ملاحظه می‌کنید شدت تابش با $\frac{۱}{r^۲}$ متناسب است. نوری که از خورشید به زمین می‌رسد فاصله‌ی $۱/۵ \times ۱۰^۸$ km را طی کرده است. پس شدت نور خورشید در زمین برابر است با:

$$I_۱ = \frac{P}{۴\pi(۱/۵ \times ۱۰^۸)^۲} \qquad (۱)$$

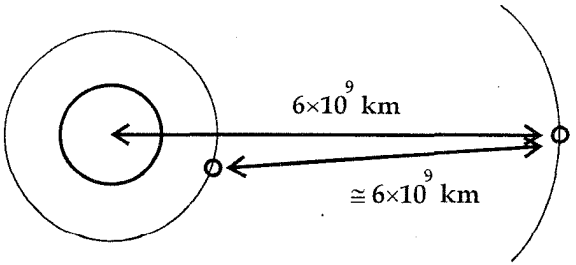
در مورد پلوتون ابتدا نور خورشید فاصله‌ی ۶×۱۰^۹ km را تا پلوتون طی می‌کند، پس شدت نور خورشید عبارت است از:

$$I'_۲ = \frac{P}{۴\pi r^۲} = \frac{P}{۴\pi(۶ \times ۱۰^۹ \text{ km})^۲}$$

حال سطح عمود بر تابش پلوتون که به صورت دایره‌ای به شعاع ۱۰۰۰ km است، این نور رسیده را بازتاب می‌کند. توان بازتاب شده برابر است با:

$$P' = I'_۲ A = I'_۲ \pi(۱۰۰۰)^۲ = \frac{P\pi(۱۰۰۰)^۲}{۴\pi(۶ \times ۱۰^۹)^۲}$$

پس پلوتون مانند منبع نوری با توان P' نور خورشید را بازتاب می‌کند. این توان فاصله‌ای به اندازه‌ی فاصله‌ی پلوتون تا زمین را می‌پیماید تا به زمین برسد. این فاصله بستگی به موقعیت زمین دارد. اما چون فاصله‌ی زمین تا خورشید بسیار کمتر از فاصله‌ی پلوتون تا خورشید است، تغییرات فاصله‌ی پلوتون تا زمین زیاد نیست و می‌توان آن را برابر فاصله‌ی پلوتون تا خورشید در نظر گرفت:



پس توان P' که از پلوتون بازتاب شده، فاصله‌ی $۶ \times ۱۰^۹ km$ را می‌پیماید تا به زمین برسد. در نتیجه شدت نور پلوتون در زمین برابر است با:

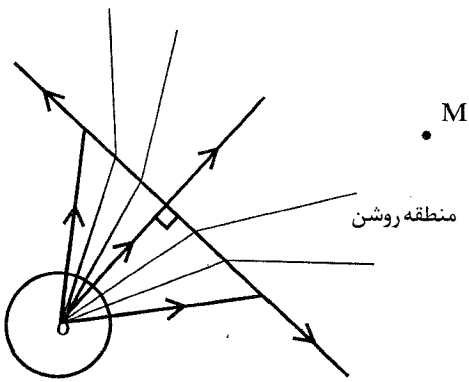
$$I_۲ = \frac{P'}{۴\pi(۶ \times ۱۰^۹)^۲} = \frac{P(۱۰۰۰)^۲}{۱۶(۶ \times ۱۰^۹)^۴} \qquad (۲)$$

حال به کمک روابط (۱) و (۲) نسبت $\frac{I_۲}{I_۱}$ برابر می‌شود با:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{(۱۰۰۰)^۲ \times (۱/۵ \times ۱۰^۸)^۲}{۴ \times (۶ \times ۱۰^۹)^۴} \simeq \frac{۱۰^۶ \times ۱۰^{۱۶}}{۴ \times ۱۰^۳ \times ۱۰^{۳۶}} = \frac{۱۰^{۱۹}}{۱۰^{۳۶}}$$
$$\Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} \simeq ۱۰^{-۱۷}$$

۳۴) گزینه‌ی «ه» درست است.

با توجه به شکل زیر ملاحظه می‌کنید که همواره تمام فضای روبروی منشور روشن است. زیرا پرتو عمود بر سطح به صورت عمودی خارج می‌شود و دو پرتو نیز که با زاویه‌ی حد به سطح می‌خورند، دقیقاً موازی با خود سطح شکسته می‌شوند. تمام پرتوهای بین زاویه‌ی حد و عمود، بین این دو پرتو خروجی شکسته می‌شوند. توجه کنید که وجود سوراخ دایره‌ای تأثیری بر پرتوهای تابیده شده از رشته‌ی نورانی O ندارد. زیرا این پرتوها که از مرکز دایره می‌آیند، همواره بر سطح دایره عمودند و بدون شکسته شدن وارد شیشه می‌شوند.



با توجه به توضیحات داده شده درمی‌یابیم ناظر در نقطه‌ی M همواره می‌تواند رشته‌ی نورانی O را ببیند.

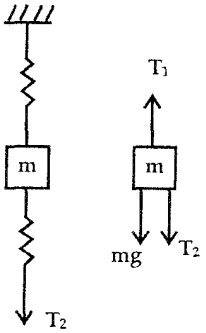
۳۵) گزینه‌ی «ه» درست است.

مساحت صفحه‌ی شکست برابر با $\pi R^۲$ است. با توجه به اینکه جنس ماده یکسان است، می‌توان نتیجه گرفت تعداد پیوندها در واحد سطح یکسان است. در نتیجه تعداد پیوندها متناسب با $R^۲$ است. چون هر پیوند، انرژی معینی برای شکستن می‌خواهد. پس انرژی کل شکست نیز متناسب با $R^۲$ است: $E \propto R^۲$.

این انرژی از طریق تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی جنبشی تأمین می‌شود. با این فرض که تمام انرژی مکانیکی گوی به انرژی شکست پیوندها تبدیل شود، داریم:

$$\begin{cases} E = mgh \\ E \propto R^{۲} \end{cases} \Rightarrow h \propto R^{۲} \Rightarrow \alpha = ۲$$

۳۶) گزینه‌ی «د» درست است.

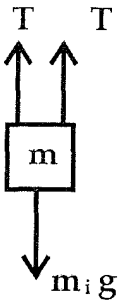


شکل مسئله به‌صورت روبرو است. نیروهای وارد بر جرم m در دیاگرام آزاد مربوطه نشان داده شده است. طبق قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر m باید با حاصل‌ضرب جرم در شتاب آن باشد. یعنی:

$$\sum F = ma \Rightarrow T_{۲} + mg - T_{۱} = ma$$
$$\Rightarrow T_{۲} = T_{۱} + m(a - g)$$

با توجه به رابطه‌ی بالا اگر $a > g$ باشد، آنگاه $T_{۲} > T_{۱}$ است. اما اگر $a < g$ باشد، آنگاه $T_{۲} < T_{۱}$ است. پس گزینه‌ی «د» درست است.

۳۷) گزینه‌ی «ب» درست است.



چون طول نخ ثابت است، باید مجموع سرعت‌های جرم‌ها صفر باشد:

$$\sum_{i=۱}^{N} v_i = ۰$$

اگر از رابطه‌ی بالا نسبت به زمان مشتق بگیریم داریم:

$$\sum_{i=۱}^{N} a_i = ۰ \qquad (۱)$$

شتاب جسم i ام را می‌توانیم با توجه به نیروهای وارد بر آن به‌صورت زیر بنویسیم:

$$m_i g - ۲T = m_i a_i \Rightarrow g - \frac{۲T}{m_i} = a_i$$

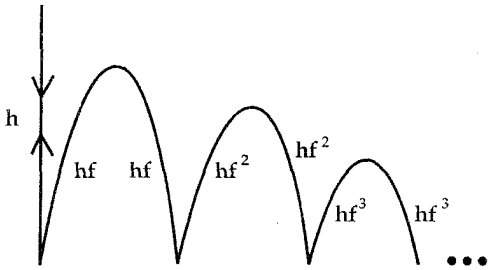
با توجه به رابطه‌ی (۱) می‌توان نوشت:

$$\sum_{i=۱}^{N} a_i = ۰ \Rightarrow \sum_{i=۱}^{N} \left(g - \frac{۲T}{m_i} \right) = ۰ \Rightarrow Ng - ۲T \sum_{i=۱}^{N} \frac{۱}{m_i} = ۰$$

$\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{m_i}$ طبق تعریف $\frac{1}{M}$ است. پس

$$Ng - \frac{2T}{M} = 0 \Rightarrow T = \frac{MNg}{2}$$

۳۸) گزینه‌ی «ب» درست است.



مسافت کل پیموده شده را با توجه به شکل بالا می‌توان به‌صورت مجموع زیر نوشت:

$$S = 2h + 2hf + 2hf^2 + 2hf^3 + \cdots$$

برای محاسبه‌ی S طرفین تساوی بالا را در f ضرب می‌کنیم:

$$fS = 2hf + 2hf^2 + 2hf^3 + 2hf^4 + \cdots$$

حال $S - fS$ برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} S - fS &= \left(2h + 2hf + 2hf^2 + \cdots\right) - \left(2hf + 2hf^2 + \cdots\right) \\ &\Rightarrow (1-f)S = 2h \\ &\Rightarrow S = \frac{2h}{1-f} \end{aligned}$$

مجموع زمان‌های کل را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{2}gt_0^2 = h \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\frac{1}{2}gt_1^2 = hf \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2hf}{g}}$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{2}gt_i^2 = hf^i \Rightarrow t_i = \sqrt{\frac{2hf^i}{g}}$$

حال زمان کل حرکت برابر است با:

$$\begin{aligned} T &= ۲t_۰ + ۲t_۱ + ۲t_۲ + \cdots \\ &= ۲\sqrt{\frac{۲h}{g}} + ۲\sqrt{\frac{۲h}{g}}\sqrt{f} + ۲\sqrt{\frac{۲h}{g}}\left(\sqrt{f}\right)^۲ + \cdots \end{aligned}$$

بنابراین

$$\sqrt{f}T = ۲\sqrt{f}\sqrt{\frac{۲h}{g}} + ۲\sqrt{\frac{۲h}{g}}\left(\sqrt{f}\right)^۲ + \cdots$$

$$\Rightarrow \quad T - \sqrt{f}T = ۲\sqrt{\frac{۲h}{g}}$$

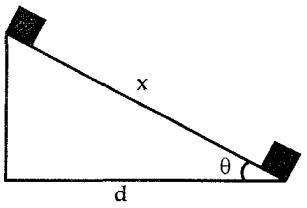
$$\Rightarrow \quad \left(۱ - \sqrt{f}\right)T = ۲\sqrt{\frac{۲h}{g}}$$

$$\Rightarrow \quad T = ۲\sqrt{\frac{۲h}{g}} \cdot \frac{۱}{۱ - \sqrt{f}}$$

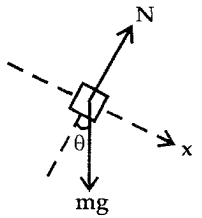
حال با تقسیم S بر T داریم:

$$\frac{S}{T} = \frac{\frac{۲h}{۱-f}}{۲\sqrt{\frac{۲h}{g}}\frac{۱}{۱-\sqrt{f}}} = \frac{\sqrt{\frac{hg}{۲}}}{۱ + \sqrt{f}}$$

۳۹) گزینه‌ی «الف» درست است.



اگر دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر جسم را رسم کنیم، متوجه می‌شویم شتاب حرکت جسم در راستای x برابر $g\sin\theta$ است.



$$\begin{cases} mg\cos\theta = N \\ mg\sin\theta = ma_x \Rightarrow \ a_x = g\sin\theta \end{cases}$$

طول x را نیز می‌توانیم به صورت زیر برحسب d بیان کنیم:

$$\frac{d}{x} = \cos\theta \Rightarrow x = \frac{d}{\cos\theta}$$

حال جسمی داریم که با شتاب ثابت a_x باید مسافت x را با سرعت اولیه‌ی صفر طی کند. زمان این حرکت عبارت است از:

$$x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{\cos\theta} = \frac{۱}{۲}g\sin\theta t^۲$$

$$\Rightarrow \quad t^2 = \frac{2d}{g\sin\theta\cos\theta} = \frac{2d}{\frac{g\sin 2\theta}{2}} = \frac{4d}{g\sin 2\theta}$$

با توجه به ثابت بودن d و g مقدار t^2 زمانی کم‌ترین مقدار است که مخرج کسر بالا بیش‌ترین مقدار را داشته باشد. یعنی $\sin 2\theta = 1$. پس:

$$t^2_{\min} = \frac{4d}{g} \Rightarrow t_{\min} = 2\sqrt{\frac{d}{g}}$$

۴۰) گزینه‌ی «ج» درست است. فرض می‌کنیم پرتابه با زاویه‌ی θ نسبت به افق پرتاب شود. در این صورت داریم:

$$x = v_0 \cos\theta t$$

اما زمانی که پرتابه در حرکت خواهد بود، برابر است با:

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt$$
$$t = 2\frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

و برد پرتابه برابر است با:

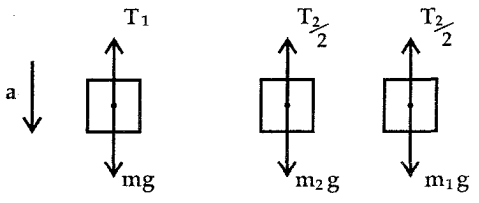
$$R = v_0 \cos\theta \frac{2v_0 \sin\theta}{g} = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\theta)$$

اما با توجه به رابطه برد، ملاحظه می‌شود که دو پرتابه که به اندازه زاویه دلخواه α از $45°$ بالاتر و پایین‌تر باشند، برد یکسانی دارند:

$$\theta = 45° + \alpha \quad \Rightarrow \quad R = \frac{v_0^2}{g}\sin(90° + 2\alpha) = \frac{v_0^2}{g}\cos 2\alpha$$
$$\theta = 45° - \alpha \quad \Rightarrow \quad R = \frac{v_0^2}{g}\sin(90° - 2\alpha) = \frac{v_0^2}{g}\cos 2\alpha$$

حال پرتابه‌ای با زاویه α بیش از $45°$ و دیگری با زاویه α زیر $45°$ را در نظر بگیرید. طبق روابط بالا این دو پرتابه برد یکسانی دارند. پس بدیهی است پرتابه‌ای که بالاتر می‌رود مسیر بیشتری را طی می‌کند. یعنی پرتابه‌ای با زاویه α بیش از $45°$ طول مسیر بیشتری دارد.

۴۱) گزینه‌ی «ج» درست است.

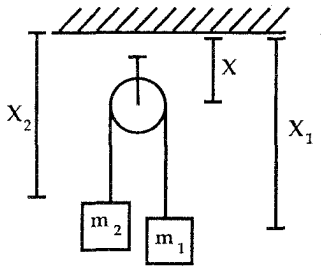


دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر جسم m، m_1 و m_2 به‌صورت بالا است. بنابراین

$$mg - T_1 = ma \qquad (1)$$

$$g - \frac{T_2}{2m_1} = a_1 \qquad (2)$$

$$g - \frac{T_2}{2m_2} = a_2 \qquad (3)$$



چون طول نخ بین جرم‌های m_1 و m_2 ثابت است، داریم:

$$x_1 - x + x_2 - x = L = \text{ثابت}$$

با دوبار مشتق گرفتن از تساوی فوق داریم:

$$a_1 - a + a_2 - a = 0 \quad \Rightarrow \quad a_1 + a_2 = 2a$$
$$\Rightarrow \quad a_2 = 2a - a_1$$

با قرار دادن a_2 از رابطه‌ی فوق در عبارت (۳) داریم:

$$g - \frac{T_2}{2m_2} = 2a - a_1$$

حال اگر طرفین تساوی بالا را با طرفین عبارت (۲) جمع کنیم داریم:

$$2g - \frac{T_2}{2m_1} - \frac{T_2}{2m_2} = 2a \qquad (4)$$

از رابطه‌ی (۱) هم داریم:

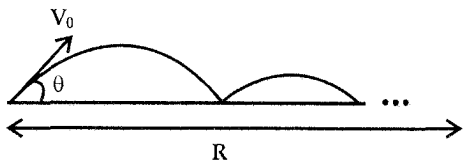
$$g - \frac{T_1}{m} = a$$

با قرار دادن a از تساوی بالا در رابطه‌ی (۴) و با توجه به این که $T_1 = T_2$ داریم:

$$2g - \frac{T_2}{2m_1} - \frac{T_2}{2m_2} = 2g - \frac{2T_2}{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2} = \frac{2}{m}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{m_2 + m_1}{2m_1 m_2} = \frac{2}{m}$$
$$\Rightarrow \quad m = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

۴۲) گزینه‌ی «الف» درست است.

مولفه‌ی افقی سرعت ثابت می‌ماند. پس باید مدت زمان کل حرکت برابر باشد با:



$$T = \frac{R}{v_\circ \cos\theta} \qquad (۱)$$

اما زمان کل حرکت از n قسمت با زمان‌های حرکت زیر تشکیل شده‌است:

$$t_\circ v_\circ \sin\theta - \frac{۱}{۲} g t_\circ^۲ = \circ \quad \overset{t_\circ \neq \circ}{\Longrightarrow} \quad t_\circ = \frac{۲ v_\circ}{g} \sin\theta$$

$$t_۱ \frac{v_\circ \sin\theta}{۲} - \frac{۱}{۲} g t_۱^۲ = \circ \quad \overset{t_۱ \neq \circ}{\Longrightarrow} \quad t_۱ = \left(\frac{۲ v_\circ}{g} \sin\theta\right) \times \frac{۱}{۲}$$

$$\vdots$$

$$t_{n-۱} \frac{v_\circ \sin\theta}{۲^{n-۱}} - \frac{۱}{۲} g t_{n-۱}^۲ = \circ \quad \overset{t_{n-۱} \neq \circ}{\Longrightarrow} \quad t_{n-۱} = \left(\frac{۲ v_\circ}{g} \sin\theta\right) \times \left(\frac{۱}{۲}\right)^{n-۱}$$

زمان کل حرکت مجموع t_i هاست:

$$T = \sum_{i=\circ}^{n-۱} t_i = \frac{۲ v_\circ}{g} \sin\theta \left(۱ + \frac{۱}{۲} + \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ + \cdots + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{n-۱}\right)$$

تصاعد فوق یک تصاعد هندسی با قدر نسبت $\frac{۱}{۲}$ است. پس:

$$T = \frac{۲ v_\circ}{g} \sin\theta \left(\frac{۱ - \left(\frac{۱}{۲}\right)^n}{۱ - \frac{۱}{۲}}\right) = \frac{۴ v_\circ}{g} \sin\theta \left(۱ - \frac{۱}{۲^n}\right)$$

با قرار دادن T از رابطه‌ی بالا در عبارت (۱) داریم:

$$\frac{R}{v_\circ \cos\theta} = \frac{۴ v_\circ}{g} \sin\theta \left(۱ - \frac{۱}{۲^n}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Rg}{۲ v_\circ^۲} = \sin ۲\theta \left(۱ - \frac{۱}{۲^n}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \sin ۲\theta = \frac{Rg}{۲ v_\circ^۲} \frac{۱}{۱ - \frac{۱}{۲^n}} = \frac{Rg}{۲ v_\circ^۲} \times \frac{۲^n}{۲^n - ۱} \qquad (۲)$$

برد پرتابه‌ای با سرعت اولیه‌ی v_0 و زاویه‌ی 45°، R است. پس:

$$\begin{cases} tv_0 \cos 45^\circ = R \\ v_0 \sin 45^\circ = g\frac{t}{2} \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}\sin 45^\circ \end{cases} \Rightarrow R = \frac{2v_0^2 \sin 45 \cdot \cos 45^\circ}{g}$$

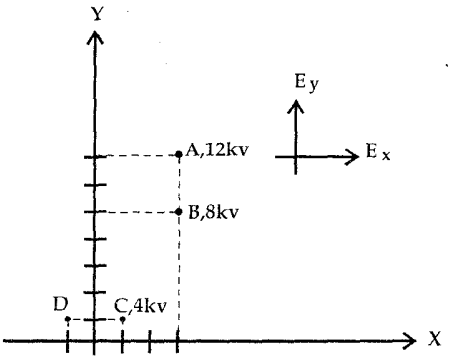
$$\Rightarrow R = \frac{v_0^2}{g}$$

با قرار دادن R از رابطه‌ی بالا در عبارت (۲) داریم:

$$\sin 2\theta = \frac{2^{n-1}}{2^n - 1} \Rightarrow \theta = \frac{1}{2}\arcsin\frac{2^{n-1}}{2^n - 1}$$

۷.۴ پاسخ تشریحی مسأله‌های پاسخ کوتاه

۱) نقاط داده شده و پتانسیل‌های متناظر در شکل روبرو مشخص شده‌اند. میدان الکتریکی یکنواخت $\overrightarrow{E}$ را به دو مولفه‌ی E_x و E_y تقسیم می‌کنیم. چون میدان $\overrightarrow{E}$ ثابت است، E_x و E_y نیز ثابت‌اند. در نتیجه می‌توان اختلاف پتانسیل نقاط A و B را به صورت زیر نوشت:



$$V_B - V_A = E_y d \Rightarrow (12-8)\times 10^3 = E_y \times (7-5)$$

$$\Rightarrow E_y = 2 \times 10^3 \text{ N/C}$$

در عبارت بالا جابجایی (d) در راستای y است. پس تنها E_y را در آن ضرب کردیم، چون E_x بر d عمود است و کاری در این جابجایی انجام نمی‌دهد.

حال اختلاف پتانسیل A و C را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$V_A - V_C = \overrightarrow{E}\cdot\overrightarrow{d} = E_x d_x + E_y d_y \Rightarrow 4\times 10^3 = E_x(3-1) + E_y(5-1)$$

$$\Rightarrow 4\times 10^3 = 2E_x + 4E_y$$

E_y را در عبارت بالا قرار می‌دهیم:

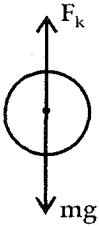
$$4\times 10^3 = 2E_x + 4\times 2\times 10^3 \Rightarrow E_x = -2\times 10^3 \text{ N/C}$$

حال با توجه به اینکه مولفه‌های E_x و E_y را پیدا کردیم، می‌توانیم پتانسیل نقطه‌ی موردنظر (D) به مختصات $\begin{vmatrix} x = -۱ \text{ m} \\ y = ۱ \text{ m} \end{vmatrix}$ را پیدا کنیم:

$$V_D - V_C = E_x \cdot d_x \Rightarrow V_D - ۴ \times ۱۰^۳ = -۲ \times ۱۰^۳ \times (-۱ - ۱)$$
$$\Rightarrow V_D = ۴ \times ۱۰^۳ + ۴ \times ۱۰^۳ = ۸ \times ۱۰^۳$$
$$\Rightarrow V_D = ۸ \text{ kV}$$

۲) هنگامی که جسم به سرعت حد برسد و سرعتش ثابت بماند، یعنی شتاب حرکت آن صفر شده است. طبق قانون دوم نیوتون، اگر شتاب حرکت جسم صفر شود، یعنی مجموع نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود:

$$\sum f = ma = ۰ \Rightarrow \sum f = ۰$$



حال نیروهای وارد بر جسم عبارتند از: نیروی وزن و نیروی اصطکاک. نمودار جسم آزاد به‌صورت روبرو است.
توان اتلافی که از جسم گرفته می‌شود همان توانی است که نیروی f_k(اصطکاک) در طی حرکت جسم از آن می‌گیرد. این توان اتلافی را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$dW = f dx \Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = f \frac{dx}{dt} = fv$$

پس:

$$P_k = f_k v \qquad (۱)$$

از آن‌جایی که $\sum f = ۰$ است، f_k برابر می‌شود با:

$$f_k = mg = ۰/۱۰۰ \times ۹/۸۰ = ۰/۹۸۰ \text{ N}$$

با قرار دادن f_k از رابطه‌ی بالا و نیز $v = ۱۲ \text{ m/s}$ در عبارت (۱) داریم:

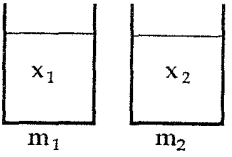
$$P_k = ۰/۹۸۰ \times ۱۲ = ۱۱/۷۶ \text{ W}$$

این توان اتلاف شده توسط اصطکاک، باعث گرم شدن جسم می‌شود و این گرما نیز به دلیل بیشتر بودن دمای جسم به محیط داده می‌شود. از آنجایی که دمای جسم به

تعادل رسیده است، می‌توان دریافت که توان انرژی داده شده به محیط با توان انرژی گرمایی ایجاد شده توسط اصطکاک (P_k) برابر است:

$$P_k = k(T - T_\circ) \Rightarrow ۱۱/۷۶ = ۰/۲۱۰(T - T_\circ) \Rightarrow T - T_\circ = ۵۶^\circ\mathrm{K}$$

۳) جرم کل محلول ۱ را $m_۱$ و جرم کل محلول ۲ را $m_۲$ می‌گیریم. در این‌صورت مجموع جرم بخشی از A که در محلول ۱ است و بخشی از A که در محلول ۲ است، عبارت است از:



$$m_۱x_۱ + m_۲x_۲ = m_A \Rightarrow ۰/۴m_۱ + ۰/۸m_۲ = m_A \qquad (۱)$$

به همین ترتیب جرم کل مایع B عبارت است از:

$$m_۱(۱ - x_۱) + m_۲(۱ - x_۲) = m_B \Rightarrow ۰/۶m_۱ + ۰/۲m_۲ = m_B \qquad (۲)$$

حال با قرار دادن m_A و m_B از روابط (۱) و (۲) در عبارت $\frac{m_B}{m_A} = ۱/۲۵$ داریم:

$$\frac{۰/۶m_۱ + ۰/۲m_۲}{۰/۴m_۱ + ۰/۸m_۲} = ۱/۲۵ \Rightarrow ۰/۶m_۱ + ۰/۲m_۲ = ۰/۵m_۱ + m_۲$$
$$\Rightarrow ۰/۱m_۱ = ۰/۸m_۲$$
$$\Rightarrow m_۱ = ۸m_۲$$

خواسته‌ی مسئله نسبت جرم A در محلول ۱ ($x_۱m_۱$) به جرم کل مایع A (m_A) است:

$$x = \frac{x_۱m_۱}{m_A} \overset{(۱)}{=} \frac{۰/۴m_۱}{۰/۴m_۱ + ۰/۸m_۲}$$

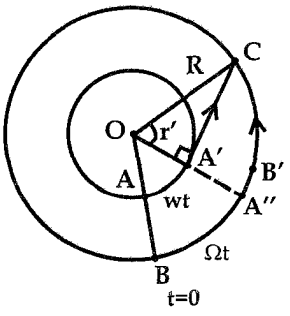
به کمک رابطه‌ی (۳) $m_۱ = ۸m_۲$ را در عبارت بالا قرار می‌دهیم:

$$x = \frac{۰/۴ \times ۸m_۲}{(۰/۴ \times ۸ + ۰/۸)m_۲} \Rightarrow x = ۰/۸۰$$

پس:

$$x(۱۰۰\%) \simeq ۸۰$$

۴) همان‌طور که در شکل روبرو ملاحظه می‌کنید، در مدت زمان t جسم A به اندازه‌ی wt و جسم B به اندازه‌ی Ωt دوران نموده‌اند. از این لحظه به بعد جسم A از دایره‌ی یک جدا شده و مسیری مستقیم را با سرعت rw می‌پیماید تا به دایره‌ی دو برخورد نماید. شرط برخورد این است که مدت زمان طی شدن مسیر $A'C$ توسط جسم A (t') با زمان طی شدن کمان $\overset{\frown}{B'C}$ توسط جسم B برابر باشد:



$$\left.\begin{array}{c} A'C = \sqrt{R^2 - r^2} \\ T' = \dfrac{A'C}{v_A} \end{array}\right\} \Rightarrow t' = \frac{\sqrt{R^2 = r^2}}{rw} \simeq ۸/۶۶\ \text{s} \qquad (۱)$$

حال تنها کافی است زاویه‌ی کمان $\overset{\frown}{B'C}$ را بیابیم تا زمان طی شدن این مسیر توسط جسم B را نیز به‌دست آوریم. برای این کار ابتدا زاویه‌ی کمان $\overset{\frown}{A''C}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\overset{\frown}{A''C} = \angle O_1 = \cos^{-1}\frac{r}{R} = \cos^{-1}\frac{1}{2} = ۶۰^\circ \qquad (۲)$$

همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌کنید $\overset{\frown}{B'C}$ برابر است با:

$$\overset{\frown}{B'C} = \overset{\frown}{A''C} - \overset{\frown}{A''B'}$$

$\overset{\frown}{A''B'}$ نیز اختلاف زاویه‌ی طی شده توسط دو جسم در مدت زمان t است، پس:

$$\overset{\frown}{B'C} = \overset{\frown}{A''C} - (\Omega - \omega)t$$

$\overset{\frown}{A''C}$ را طبق رابطه‌ی (۲) ۶۰° محاسبه کردیم، پس:

$$\overset{\frown}{B'C} = \frac{\pi}{3} - (۰/۱ - ۰/۲)t = \frac{\pi}{3} + ۰/۱t$$

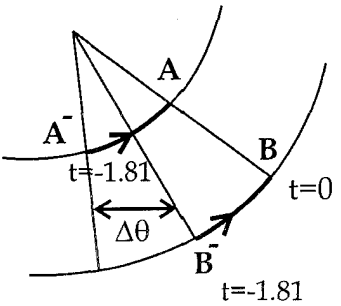
زمانی که جسم B باید مسیر $\overset{\frown}{B'C}$ را بپیماید، عبارت است از:

$$t' = \frac{B'C}{\Omega} = \frac{\frac{\pi}{3} + ۰/۱t}{۰/۱} = \frac{۱۰\pi}{3} + t$$

شرط برخورد، برابری این زمان با زمان طی شدن مسیر $\overset{\frown}{A'C}$ توسط جسم A است(برابری رابطه‌ی (۱) با عبارت بالا):

$$\frac{۱۰\pi}{3} + t = ۸/۶۶ \Rightarrow t = ۸/۶۶ - \frac{۱۰\pi}{3} = -۱/۸۱\ \text{s}$$

این زمان منفی قابل قبول نیست. اما به این معناست که A باید لحظه‌ای از دایره‌ی یک جدا شود که جسم A و B به اندازه‌ی ۱٫۸۱ s برای رسیدن به هم زمان لازم دارند. یعنی در موقعیت A^- و B^-. این وضعیت دو جسم در زمان مثبت هم رخ می‌دهد. چون سرعت دوران A (ω) بیش از دوران B (Ω) است. این حالت پس از اینکه جسم A یک دور کامل زد می‌تواند رخ دهد. اختلاف زاویه‌ی جسم B و A باید برابر $\Delta\theta = ۱٫۸۱(\omega - \Omega)$ شود. پس:



$$\begin{aligned}
\Omega t - (\omega t - ۲\pi) = ۱٫۸۱(\omega - \Omega) \quad &\Rightarrow \quad (\Omega - \omega)t + ۲\pi = ۱٫۸۱(\omega - \Omega) \\
&\Rightarrow \quad -۰٫۱t = ۰٫۱۸۱ - ۲\pi \\
&\Rightarrow \quad t = \frac{۲\pi}{۰٫۱} - ۱٫۸۱ \\
&\Rightarrow \quad t = ۶۴٫۶\ \text{s} \\
&\Rightarrow \quad t \simeq ۶۵\text{s}
\end{aligned}$$

۵) با انتقال بار dQ به خازن، انرژی آن به‌صورت زیر تغییر می‌کند:

$$dU = dQV \ \Rightarrow \ \frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt}V = IV \qquad (۱)$$

با توجه به این‌که $Q = \alpha V^۳$ و $V = \beta t$ داریم:

$$Q = \alpha(\beta t)^۳ = \alpha\beta^۳ t^۳$$

پس $\frac{dQ}{dt}$ برابر است با:

$$\frac{dQ}{dt} = ۳\alpha\beta^۳ t^۲$$

با قرار دادن $\frac{dQ}{dt}$ و $V = \beta t$ در رابطه‌ی (۱) داریم:

$$P = \frac{du}{dt} = ۳\alpha\beta^۳ t^۲ \times \beta t = ۳\alpha\beta^۴ t^۲$$

با قرار دادن $\alpha = ۲۵\ \mu\text{F/V}^۲$ و $\beta = ۱\ \text{V/s}$ و $t = ۱\ \text{s}$ در رابطه‌ی بالا به‌دست می‌آید:

$$P = ۳ \times ۲۵ \times ۱ \times ۱\ \mu\text{W} = ۷۵\ \mu\text{W}$$

۶) با تبخیر شدن آب بخشی از انرژی گرمایی آن صرف تغییر حالت آب شده و در نتیجه دمای آب پایین می‌آید. برای محاسبه‌ی این کاهش دما باید میزان تبخیر آب را بدانیم. برای این منظور با فرض ایده‌آل بودن بخار آب داریم:

$$PV = n_V RT \Rightarrow ۳/۳ \times ۱۰^۳ \times ۱ \times ۱۰^{-۳} = n_V \times ۸/۳۱ \times ۳۰۰$$
$$\Rightarrow n_V = \frac{۳/۳}{۸/۳۱ \times ۳۰۰} \qquad (۱)$$

حال که می‌دانیم چه مقدار آب تبخیر می‌شود، معادله‌ی تبادل گرما را می‌نویسیم. در اینجا باید انرژی گرمایی گرفته شده توسط آب بخار شده ($m_V L_V$) با انرژی که آب با کاهش دما از دست می‌دهد برابر شود:

$$mc(T_۰ - T) = m_V L_V \qquad (۲)$$

جرم بخار (m_V) را می‌توان به کمک جرم مولی و n_V به‌دست آورد:

$$m_V = M n_V \overset{(۱)}{=} ۱/۸ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{۳/۳}{۸/۳۱ \times ۳۰۰} \simeq ۲/۴ \times ۱۰^{-۵}$$

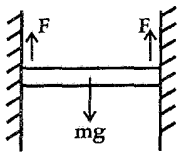
حال با قرار دادن m_V از رابطه‌ی بالا در عبارت (۲) داریم:

$$mc(T_۰ - T) = ۲/۴ \times ۱۰^{-۵} \times L_V$$
$$\Rightarrow ۱ \times ۱۰^{-۳} \times ۴/۲ \times ۱۰^۳ (T_۰ - T) = ۲/۴ \times ۱۰^{-۵} \times ۲/۴ \times ۱۰^۶$$
$$\Rightarrow T_۰ - T = \frac{۵۷/۶}{۴/۲} = ۱۳/۷$$
$$\Rightarrow T_۰ - T \simeq ۱۴^\circ\text{K}$$

۷) همان‌طور که از رابطه‌ی L مشخص است، بالا رفتن دما موجب افزایش طول و زیاد شدن فشار موجب کاهش طول میله می‌شود. با توجه به این که در مورد انبساط و انقباض دیوارها در مسئله توضیحی داده نشده، فرض می‌کنیم فاصله‌ی بین دو دیوار همواره $L_۰$ باقی می‌ماند. پس طول میله نیز باید $L_۰$ باقی بماند:

$$L_۰ = L_۰ \left[۱ + \lambda(T_۱ - T_۰) - \frac{P_۱ - P_۰}{Y} \right] \Rightarrow \lambda(T_۱ - T_۰) - \frac{P_۱ - P_۰}{Y} = ۰$$
$$\Rightarrow ۱۰^{-۶} \times ۱۰ = \frac{P_۱ - P_۰}{۱۰^۹}$$
$$\Rightarrow P_۱ - P_۰ = ۱۰^۴\ \text{Pa}$$

در واقع افزایش طول ناشی از افزایش دما با کاهش طول ناشی از افزایش فشار برابر می‌شود تا طول میله ثابت بماند. حال که فشار دو سر میله در دمای T_1 را پیدا کردیم، می‌توانیم به بررسی نیروهای وارد بر میله بپردازیم. برای این منظور مساحت مقطع میله را A فرض می کنیم. طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$\sum F = ma = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = 2F$$
$$\Rightarrow \quad \rho_0 L_0 Ag = 2\mu N$$

N را به کمک فشار بین میله و دیوار می‌توان یافت:

$$P - P_0 = 10^4 \text{ Pa} \quad \Rightarrow \quad P = 1/11 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$\Rightarrow \quad N = PA = 1/11 \times 10^5 A$$

N را از رابطه‌ی بالا در تساوی (۱) قرار می‌دهیم:

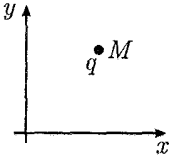
$$\rho_0 L_0 Ag = 2\mu \times 1/11 \times 10^5 A$$
$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{\rho_0 L_0 g}{2 \times 1/11 \times 10^5}$$
$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{1/11 \times 10^4 \times 2/7 \times 10^{-1} \times 9/8}{2 \times 1/11 \times 10^5} = 0/132$$
$$\Rightarrow \quad 100\mu \simeq 13$$

فصل ۸

مرحلهٔ اوّل بیست و دومین المپیاد فیزیک ایران

۱۸ سؤالات چند گزینه‌ای

۱. بار نقطه‌ای مثبت q در نقطهٔ M قرار دارد. تا زمانی که بار q ساکن است نیرویی به آن وارد نمی‌شود و هر گاه آن را در صفحهٔ xy حرکت دهیم به سمت چپ خود منحرف می‌شود. کدام گزینه در مورد میدان‌ها در نقطهٔ M درست است؟ $(+۵, -۱)$



الف) میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ شکل و به سمت داخل است.

ب) میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ شکل و به سمت خارج است.

ج) میدان الکتریکی در جهت $+y$ است.

د) میدان الکتریکی در جهت $-x$ است.

ه) میدان مغناطیسی در جهت $-x$ است.

و) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود بر هم وجود دارند.

۲. اگر A و B به ترتیب اندازه‌های بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ باشند و $|\vec{A}+\vec{B}|=|\vec{A}-۲\vec{B}|$، زاویهٔ بین $\vec{A}$ و $\vec{B}$ کدام گزینه است؟ $(+۴,-۱)$

الف) $\arccos\left(\frac{-۲B}{۲A}\right)$ ب) $\arccos\left(\frac{-B}{۲A}\right)$

ج) $\arccos\left(\frac{B}{۲A}\right)$ د) $\arccos\left(\frac{۱}{۲}\right)$

ه) $\arccos\left(\frac{-A}{۲B}\right)$

۳. ذره‌ای در مسیری با معادلهٔ زیر حرکت می‌کند. طول قوسی که ذره از زمان $t=۰$ تا $t=\frac{۳\pi}{۲\omega}$ طی می‌کند، چقدر است؟ $(+۳,-۱)$

$$\begin{cases} x = R\cos\omega t - R \\ y = R\sin\omega t \end{cases}$$

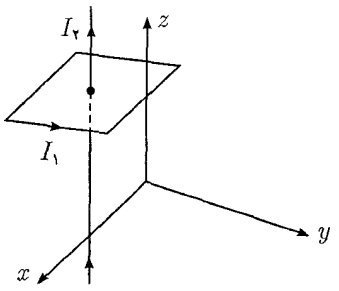
الف) $R\sqrt{۲}$ ب) $۲\pi R$ ج) $\frac{۳\pi R}{۴}$ د) $\frac{۳\pi R}{۲}$

۴. دو ساعت در نظر بگیرید که در آغاز عدد یکسانی را نشان می‌دهند و آهنگ کار آن‌ها هم یکی است. آهنگ کار یکی از ساعت‌ها نسبت به دیگری به‌طور یکنواخت کند می‌شود، به‌طوری که طول یک شبانه‌روز را در پایان هر سال ۲ میلی‌ثانیه از طول شبانه‌روز در ابتدای آن سال کمتر نشان می‌دهد. اختلاف بین اعدادی که این دو ساعت پس از یک قرن نشان می‌دهند، به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

$(+۳,-۱)$

الف) ۱ ثانیه ب) ۱ دقیقه ج) ۱ ساعت د) ۱ روز

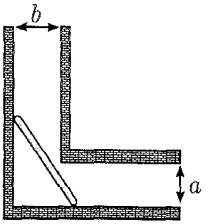
۵. مطابق شکل از حلقه‌ای به شکل مربع که صفحهٔ آن موازی صفحهٔ xy است، جریان $I_۱$ می‌گذرد. از سیمی بسیار بلند عمود بر صفحهٔ مربع، که از مرکز آن می‌گذرد در جهت مثبت محور z جریان $I_۲$ عبور می‌کند. نیروی مغناطیسی کل وارد بر حلقه کدام است؟ $(+۳,-۱)$



الف) صفر ب) $\frac{\mu_۰ I_۱ I_۲}{۲\pi}$ در صفحهٔ حلقه

ج) $\frac{\mu_۰ I_۱ I_۲}{۲\pi}$ و در جهت مثبت محور z د) $\frac{\mu_۰ I_۱ I_۲}{۲\pi}$ و در جهت منفی محور z

۶. طول بلندترین میله‌ای که می‌توان آن را از مجرایی مانند شکل رد کرد چقدر است؟ مسئله را دوبعدی در نظر بگیرید و از ضخامت میله چشم‌پوشی کنید. (+۳, −۱)



الف) $\sqrt{a^2+b^2}$ ب) $\frac{1}{4}(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})^3$

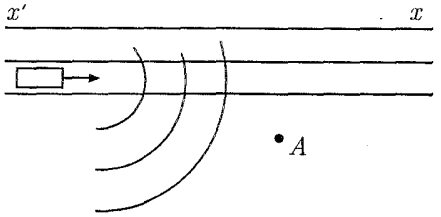
ج) $(a^{\frac{2}{4}}+b^{\frac{2}{4}})^{\frac{2}{4}}$ د) $a+b$

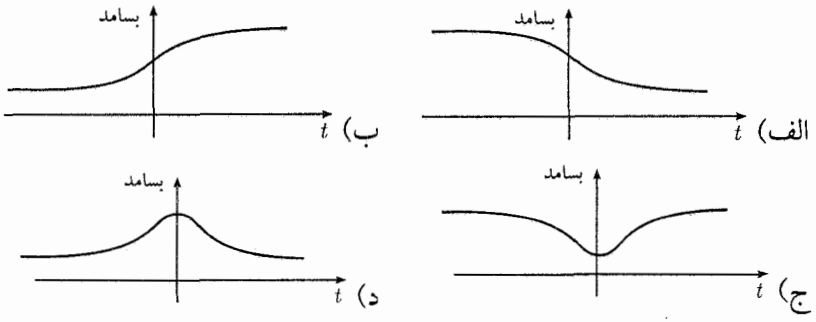
۷. دو خودروی A و B به ترتیب با سرعت‌های ۱۶ m/s و ۸ m/s روی یک خط راست به سمت یک‌دیگر در حرکت‌اند. هنگامی که فاصلهٔ دو خودرو از هم ۴۵ m است خودروی A با شتاب $2\ m/s^2$ و خودروی B با شتاب $4\ m/s^2$ ترمز می‌کنند. چند ثانیه پس از ترمز دو خودرو به هم می‌خورند و سرعت خودروی B در لحظهٔ برخورد چقدر است؟ (+۳, −۱)

الف) ۲٫۸ s و صفر ب) ۱۳٫۲ s و صفر

ج) ۳ s و ۴ m/s د) ۵ s و ۱۲ m/s

۸. آمبولانسی روی جادهٔ $x'x$ با سرعت v (به سمت مثبت x یعنی از x' به سمت x) حرکت می‌کند. شخصی در نقطهٔ A کنار جاده ایستاده است. آژیر آمبولانس روشن است و صدایی با بسامد ثابت تولید می‌کند. شخصی که در A ایستاده، صدای آژیر را می‌شنود. اگر این شخص بسامد صدایی را که می‌شنود برحسب زمان رسم کند نموداری که به‌دست می‌آورد به کدام شکل نزدیک‌تر است؟ (+۳, −۱)





۹. جسم m_2 به کمک فنری از جسم m_1 آویزان است و جسم m_1 را نگه داشته‌ایم. جسم m_1 را رها می‌کنیم. بلافاصله پس از رها شدن اندازهٔ شتاب جسم‌های m_1 و m_2 را به ترتیب a_1 و a_2 می‌گیریم. کدام گزینه در مورد a_1 و a_2 درست است؟ g شتاب گرانش است. (+۳, −۱)

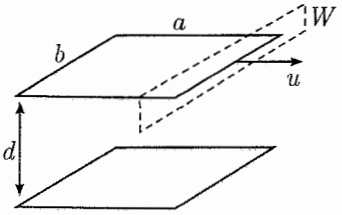
الف) $a_2 = a_1 = g$

ب) $a_2 = a_1 < g$

ج) $a_2 = 0$ و $a_1 > g$

د) $a_2 = 0$ و $a_1 < g$

۱۰. خازنی از دو صفحهٔ تخت، هر یک به طول a و عرض b تشکیل شده است. فاصلهٔ بین صفحه‌ها d است. این خازن را با اختلاف پتانسیل V پر می‌کنیم. سپس این خازن را در امتداد طول a با سرعت u حرکت می‌دهیم.



مطابق شکل پنجرهٔ W در مسیر یکی از صفحه‌ها قرار دارد. هنگام عبور صفحه از سطح پنجره، چه جریانی از سطح پنجره می‌گذرد؟ (+۳, −۱)

الف) $\frac{\epsilon_0 aVu}{d}$

ب) $\frac{\epsilon_0 bVu}{d}$

ج) $\frac{\epsilon_0 dVu}{a}$

د) $\frac{\epsilon_0 dVu}{b}$

۱۱. هواپیمایی روی خط افقی در ارتفاع h با شتاب ثابت a پرواز می‌کند. این هواپیما شروع به رها کردن بسته‌هایی می‌کند. فرض کنید اولین بسته از نقطهٔ $(x=0, y=h)$ در زمان $t=0$ رها شده و در آن زمان سرعت هواپیما v_0 است. در زمان T از بسته‌ها یک منحنی می‌گذرانیم. معادلهٔ این منحنی کدام است؟ در زمان T هنوز هیچ‌کدام از بسته‌ها به زمین نرسیده است. از مقاومت هوا چشم بپوشید. (+۳, −۱)

الف) $x+\frac{a(h-y)}{g}=v_0 t$

ب) $x-\frac{a(h-y)}{g}-v_0\sqrt{\frac{2(h-y)}{g}}=0$

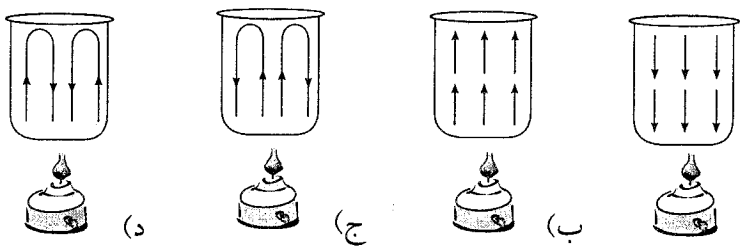
ج) $x-\frac{a(h-y)}{g}=\frac{aT^2}{2}+v_0 T$

د) $x+\frac{a(h-y)}{g}=\frac{aT^2}{2}+v_0 T$

۱۲. دو بار یکسان q در فاصلهٔ 2ℓ از هم هستند. بار Q درست در وسط خط واصل دو بار قرار دارد. اگر بار Q را روی خط واصل دو بار q به اندازهٔ $\epsilon\ell$ جابه‌جا کنیم، نیرویی به اندازهٔ F_1 به آن وارد می‌شود. اگر بار Q به اندازهٔ $\epsilon\ell$ در صفحهٔ عمودمنصف دو بار q منحرف شود، نیرویی به اندازهٔ F_2 به آن وارد می‌شود. در هر دو حالت ϵ خیلی کوچک‌تر از ۱ است. اگر اندازهٔ x خیلی کوچک‌تر از ۱ باشد، برای n دلخواه داریم $(1+x)^n \simeq 1+nx$. نسبت $\frac{F_1}{F_2}$ کدام است؟ (+۳, −۱)

الف) ۱ ب) ۲ ج) $\frac{1}{2}$ د) $\frac{1}{3}$

۱۳. مایع داخل یک بشر استوانه‌ای را مطابق شکل با چراغ الکلی به آرامی گرم می‌کنیم. کدام شکل می‌تواند نشان‌دهندهٔ طرح جریان همرفتی در داخل مایع باشد؟ (+۳, −۱)



۱۴. وجوه داخلی یک اتاقک مکعب را با رنگ‌های سفید، خاکستری و سیاه رنگ کرده‌ایم. وجوه یاد شده طی مدت زمانی طولانی با یکدیگر انرژی گرمایی مبادله می‌کنند. پس از این زمان دمای وجوه سفید را T_1، دمای وجوه خاکستری را T_2 و دمای وجوه سیاه را T_3 می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟ (+۳, −۱)

الف) $T_1=T_2=T_3$

ب) $T_3<T_2<T_1$

ج) $T_1<T_2<T_3$

د) $T_1<T_3<T_2$

۱۵. در مبداء زمان آسانسوری با سرعت ۴ m/s رو به پایین در حرکت است و با شتاب ۲ m/s^2 سرعتش کند می‌شود. ۱ s بعد شخصی که درون آسانسور ایستاده است، گلولهٔ کوچکی را از ارتفاع ۱ m از کف آسانسور آزادانه رها می‌کند. در لحظهٔ برخورد گلوله به کف آسانسور، سرعت آن نسبت به کف آسانسور چند m/s است؟ (+۳, −۱)

الف) ۲ ب) ۴ ج) $۲\sqrt{۵}$ د) $۲\sqrt{۶}$

۱۶. جاندارانی هستند که مواد غذایی را از سطح پوست‌شان جذب می‌کنند. این موجودات را تقریباً به شکل کره بگیرید. فرض کنید بیشترین مقدار غذایی که چنین موجوداتی می‌توانند در واحد زمان از واحد سطح پوست‌شان جذب کنند α باشد و کمترین مقدار غذای لازم در واحد زمان برای واحد حجم این موجودات که زنده بمانند β باشد. بزرگ‌ترین موجود از این نوع شعاعش چقدر است؟ (+۳, −۱)

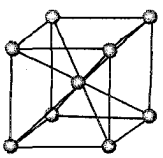
الف) $\frac{۳\alpha}{\beta}$ ب) $\frac{۳\alpha}{۴\beta}$ ج) $\frac{۴\alpha}{۳\beta}$ د) $\frac{\alpha}{۳\beta}$

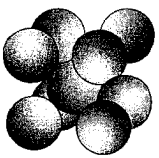
۱۷. هوای داخل لولهٔ باریکی که یک طرف آن بسته است، به وسیلهٔ ستونی از جیوه از هوای بیرون جدا شده است. وقتی لوله افقی است، طول هوای محبوس $\ell_۱$ است و هنگامی که لوله را قائم نگه می‌داریم، طول هوای محبوس در زیر ستون جیوه $\ell_۲$ است. اگر لوله را از وضعیت قائم به اندازهٔ ۶۰° کج کنیم، طول هوای محبوس در زیر جیوه چقدر خواهد شد؟ از چسبندگی جیوه با لوله صرف‌نظر کنید. (+۳, −۱)

الف) $\frac{\ell_۱\ell_۲}{\ell_۱+\ell_۲}$ ب) $\frac{۱}{۲}(\ell_۱+\ell_۲)$

ج) $\frac{۲\ell_۱\ell_۲}{\ell_۱+\ell_۲}$ د) $\frac{۲\ell_۱\ell_۲}{\ell_۱-\ell_۲}$

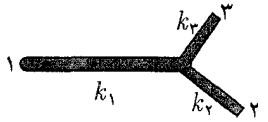
۱۸. بسیاری از جامدها ساختار منظم دارند. یکی از این ساختارها شبکهٔ «مکعبی مرکز پُر» است. در این ساختار در هر رأس مکعب و در مرکز مکعب یک اتم است. اتم‌ها را با کره‌های توپر هم‌اندازه جایگزین می کنیم. بیشترین کسر حجم داخل مکعب را که می‌توان با کره‌ها یا بخش‌هایی از کره پُر کرد چقدر است؟ (+۳, −۱)





الف) $\frac{\pi}{۶}$ ب) $\frac{\pi\sqrt{۲}}{۶}$ ج) $\frac{\pi\sqrt{۳}}{۸}$ د) $\frac{\pi}{۴}$

۱۹. سه میله به طول‌های ℓ_1، ℓ_2 و ℓ_3 و همگی با سطح مقطع یکسان، مطابق شکل به هم وصل شده‌اند.



طول و ضریب رسانندگی گرمایی میله‌ها به ترتیب زیر است:

$$\ell_1 = ۲۳\ \text{cm}, \quad \ell_2 = ۶/۵\ \text{cm}, \quad \ell_3 = ۶\ \text{cm},$$
$$K_1 = ۹۲\ \text{W/mK}, \quad K_2 = ۲۶\ \text{W/mK}, \quad K_3 = ۱۲\ \text{W/mK}$$

اگر انتهای میلهٔ ۱ در دمای ۱۰۰°C و انتهای میله‌های ۲ و ۳ در دمای ۰°C ثابت نگه داشته شود، در حالت پایا، یعنی هنگامی که دمای هر نقطه ثابت شده، دمای نقطهٔ اتصال سه میله چقدر است؟ میله‌ها پوشش عایق دارند و گرما فقط در طول میله‌ها منتقل می‌شود. $(+۳, -۱)$

الف) ۳۳°C

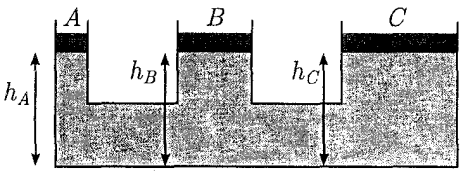
ب) ۴۰°C

ج) ۵۰°C

د) ۶۵°C

۲۰. در ظرفی مانند شکل زیر مایع تراکم‌ناپذیری قرار دارد. پیستون‌های A، B و C می‌توانند بدون اصطکاک در لوله‌های مربوط حرکت کنند. در ابتدا ارتفاع مایع از کف ظرف در هر سه لوله برابر است؛ $h_A = h_B = h_C = h_0$. حال وزنه‌های یکسان m را روی هر یک از پیستون‌ها می‌گذاریم. بعد از برقراری تعادل کدام گزینه درست است؟

$(+۳, -۱)$



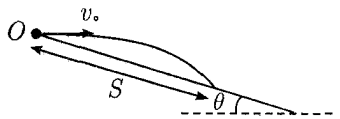
الف) $h_A = h_B = h_C = h_0$

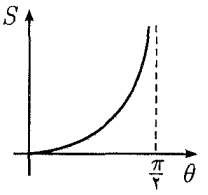
ب) $h_A = h_B = h_C < h_0$

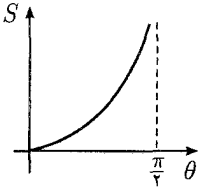
ج) $h_A < h_B < h_C$

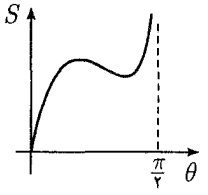
د) $h_A > h_B > h_C$

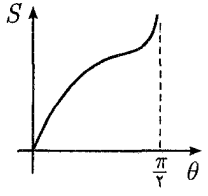
۲۱. سطح شیب‌دار طویلی در نقطهٔ O لولایی دارد که توسط آن می‌توان شیب سطح را تغییر داد. از نقطهٔ O گلوله‌ای را با سرعت اولیهٔ افقی v_0 پرتاب می‌کنیم. گلوله در فاصلهٔ S از نقطهٔ O به سطح برخورد می‌کند. S با تغییر شیب سطح، تغییر می‌کند. کدام گزینه می‌تواند نمودار S برحسب θ باشد؟ (+۳, −۱)



الف)


ب)


ج)


د)


۲۲. سطح آینه‌ای با افق زاویهٔ θ می‌سازد. در زمان $t = 0$ گلوله‌ای با سرعت اولیهٔ v_0 و با زاویهٔ φ نسبت به سطح آینه پرتاب می‌شود. مسیر حرکت در صفحهٔ عمود بر نقاط آینه و سطح افق است. در چه زمانی، فاصلهٔ گلوله از تصویرش در آینه، بیشترین مقدار است؟ (+۳, −۱)

الف) $\frac{v_0 \sin(\varphi+\theta)}{g\cos\theta}$

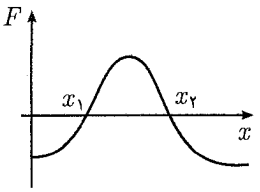
ب) $\frac{v_0 \sin\varphi}{g\cos\theta}$

ج) $\frac{v_0 \sin\varphi}{g\cos(2\theta)}$

د) $\frac{v_0 \sin(2\varphi)}{g\cos(\varphi+\theta)}$

۲۳. اگر نیروی وارد بر ذره صفر باشد، می‌گوییم ذره در حال تعادل است. فرض کنید ذرهٔ ساکنی در حال تعادل است. در این حالت ذره را کمی از نقطهٔ تعادل جابه‌جا می‌کنیم. اگر جسم به نقطهٔ تعادل برگردد این نقطه را نقطهٔ تعادل پایدار می‌گوییم؛ و اگر جسم پس از جابه‌جایی کوچک از نقطهٔ تعادل دور شود، به آن نقطهٔ تعادل ناپایدار می‌گوییم. نیروی وارد به ذره‌ای برحسب x به‌صورت شکل روبرو است. کدام گزینه

در مورد دو نقطهٔ x_1 و x_2 می‌تواند درست باشد؟ $(+۳,-۱)$



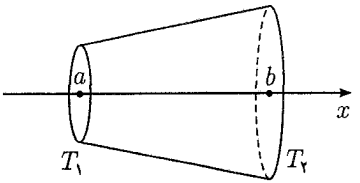
الف) در هر دو نقطه تعادل پایدار است.

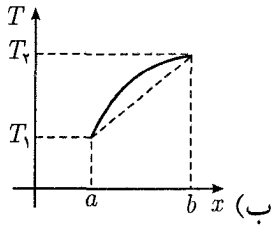
ب) در هر دو نقطه تعادل ناپایدار است.

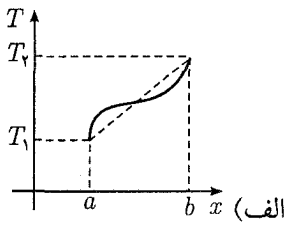
ج) تعادل در x_1 پایدار، و در x_2 ناپایدار است.

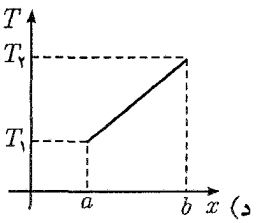
د) تعادل در x_1 ناپایدار، و در x_2 پایدار است.

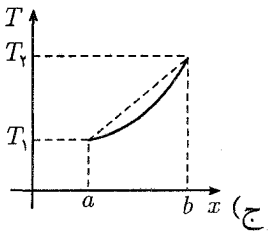
۲۴. یک مخروط ناقص، که زاویهٔ رأس آن کوچک است، رسانای گرما است. مطابق شکل قاعدهٔ این جسم را در دماهای ثابت T_1 و T_2 که $T_2 > T_1$ است، قرار می‌دهیم تا گرما در طول آن شارش یابد، طوری که $T(b) = T_2$ و $T(a) = T_1$ است. سطح جانبی مخروط عایق‌پوش شده، طوری که از آن گرما هدر نمی‌رود. در حالت پایا دمای نقطهٔ x روی محور جسم را $T(x)$ می‌نامیم. کدام منحنی نشان‌دهندهٔ رفتار $T(x)$ برحسب x است؟ $(+۳,-۱)$



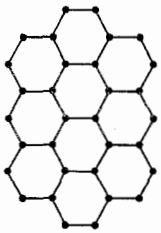








۲۵. گرافیت، شکلی از کربن است که اتم‌های آن روی لایه‌هایی قرار دارند. هر لایه روی یک صفحهٔ تخت است و لایه‌ها با هم موازی‌اند. هر لایه مطابق شکل از سلول‌هایی تشکیل شده که هر سلول یک شش‌ضلعی منتظم است. روی رأس‌های هر سلول یک اتم قرار دارد. اگر اتم‌های یک سلول روی یک لایه را به اتم‌های سلولی که در لایهٔ مجاور درست زیر یا بالای آن است به هم وصل کنیم، یک منشور مایل به‌دست می‌آید. فرض کنید یک حجم مشخص از گرافیت n اتم داشته باشد. این n اتم در k منشور قرار دارند. نسبت $\frac{n}{k}$ چیست؟ (+۳, −۱)

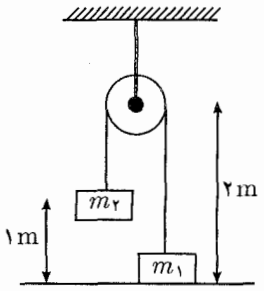


الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴

۲۶. در مسئلهٔ قبل، فرض کنید طول ضلع قاعدهٔ منشورها (شش‌ضلعی‌های منتظم) برابر d و فاصلهٔ بین هر دو لایهٔ مجاور تقریباً $2d$ باشد. اگر چگالی گرافیت $3\ \mathrm{g/cm^3}$ باشد، مقدار d تقریباً چند نانومتر است؟ (+۳, −۱)

الف) ۰٫۱۴ nm ب) ۰٫۹ nm ج) ۰٫۷ nm د) ۰٫۲۲ nm

۲۷. دو وزنهٔ کوچک به جرم‌های $m_1 = 2\ \mathrm{kg}$ و $m_2 = 3\ \mathrm{kg}$ به دو سر نخی بسته شده‌اند و نخ از بالای قرقرهٔ بدون اصطکاکی (مطابق شکل) عبور داده شده است. هنگامی که وزنهٔ m_1 روی زمین است نخ کاملاً کشیده و وزنهٔ m_2 را در ارتفاع ۱ m نگه می‌داریم. وزنهٔ m_2 را رها می‌کنیم. وزنهٔ m_1 تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ (+۳, −۱)



الف) ۱٫۰ m ب) ۱٫۲ m ج) ۱٫۵ m د) ۱٫۷ m

۲۸. بار و جرم الکترون، ضریب K در قانون کولن و ضریب G در قانون گرانش در واحدهای SI به‌صورت زیر است:

$$e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ \mathrm{C}, \qquad m = ۹/۱ \times ۱۰^{-۳۱}\ \mathrm{kg},$$
$$K = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} = ۹/۰ \times ۱۰^{۹}\ \frac{\mathrm{Nm}^۲}{\mathrm{C}}, \qquad G = ۶/۷ \times ۱۰^{-۱۱}\ \frac{\mathrm{Nm}^۲}{\mathrm{kg}^۲}$$

نسبت نیروی الکتریکی به نیروی گرانشی دو الکترون به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟
$(+۳, -۱)$

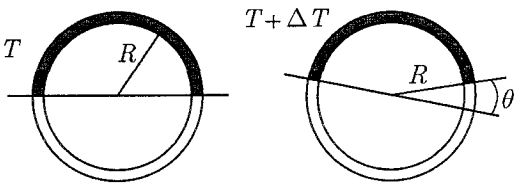
الف) $۱۰^{۴۵}$ ب) $۱۰^{۴۲}$ ج) $۱۰^{۳۹}$ د) $۱۰^{۳۶}$

۲۹. وقتی میله‌ای به طول L و سطح مقطع A تحت فشار $\frac{F}{A}$ قرار می‌گیرد، طولش به اندازهٔ ΔL تغییر می‌کند، به‌طوری که $\frac{F}{A} = E\frac{\Delta L}{L}$. در اینجا E ضریب ثابتی است که به جنس میله بستگی دارد و مدول یانگ نامیده می‌شود. دو میله از دو جنس مختلف ولی با طول یکسان و سطح مقطع یکسان مطابق شکل به‌صورت دو نیم‌دایره به شعاع R به هم متصل شده‌اند و داخل یک تکیه‌گاه سخت در محیطی با دمای T قرار دارند. در این دما فشار بر میله‌ها صفر است. دمای محیط را به اندازهٔ ΔT بالا می‌بریم. فرض کنید تکیه‌گاه همچنان میله‌ها را به‌صورت دایره‌ای به شعاع R نگه می‌دارد. اگر مدول یانگ و ضریب انبساط طولی میله‌ها $(E, ۳\alpha)$ و $(۲E, \alpha)$ باشد، زاویهٔ θ چقدر ست؟ ΔT را کوچک بگیرید.

راهنمایی: اگر $|x|$ و $|y|$ خیلی کوچک‌تر از ۱ باشد و α و β دو عدد دلخواه باشند:

$$(۱ + x)^{\alpha}(۱ + y)^{\beta} \simeq ۱ + \alpha x + \beta y$$

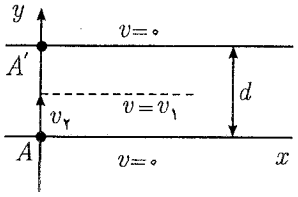
$(+۳, -۱)$



الف) $\frac{\pi}{۳}\alpha\Delta T$ ب) $\pi\alpha\Delta T$ ج) $\frac{۵\pi}{۳}\alpha\Delta T$ د) $۲\pi\alpha\Delta T$

۳۰. در رودخانه‌ای به عرض d آب در امتداد محور x جریان دارد. سرعت آب در عرض رودخانه ثابت نیست. در وسط رودخانه سرعت $v_۱$ است و به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد و در کناره‌ها به صفر می‌رسد. قایقرانی از نقطهٔ A با سرعت ثابت $v_۲$ (نسبت به آب) در امتداد محور y حرکت می‌کند، طوری که اگر ساکن بود به نقطهٔ A'

می‌رسید. معین کنید به دلیل حرکت آب، قایقران در چه فاصله‌ای از نقطهٔ A' به ساحل مقابل می‌رسد؟ (+۵, −۱)



الف) $\frac{v_۲}{v_۱}d$ ب) $\frac{v_۲}{۲v_۱}d$

ج) $\frac{v_۱}{v_۲}d$ د) $\frac{v_۱}{۲v_۲}d$

ه) $\frac{v_۲}{\sqrt{v_۱^۲+v_۲^۲}}d$ و) $\frac{v_۱}{\sqrt{v_۱^۲+v_۲^۲}}d$

۳۱. جسمی به جرم m روی یک سطح افقی ساکن است و با نیروی F آن را می‌کشیم. ضریب اصطکاک بین سطح افقی و جسم $\mu_۰$ است. کمترین اندازهٔ نیرویی که جسم را در آستانهٔ حرکت قرار می‌دهد چقدر است؟ شتاب گرانش را g بگیرید. (+۳, −۱)

الف) $\frac{\mu_s mg}{۱+\mu_s}$ ب) $\mu_s mg$ ج) $\frac{\mu_s mg}{\sqrt{۱+\mu_s^۲}}$ د) $\frac{mg}{\sqrt{۱+\mu_s^۲}}$

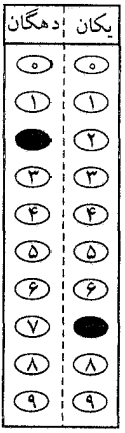
۲.۸ مسائل پاسخ کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه، توضیح زیر را به دقت بخوانید:

در مسئله‌های شمارهٔ ۱ تا ۷ باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی آمپر، متر، کیلوگرم، میکروفاراد و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به‌دست آورید.

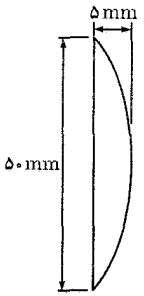
مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی برحسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد ۲۶٫۷ μF را به‌دست آورده باشید. آن را گرد کنید و به ۲۷ میکروفاراد تبدیل کنید.

توجه: هر مسئله ۱۰ نمره دارد. پاسخ نادرست در این بخش نمرهٔ منفی ندارد.



۱. در فیلم حرکت یک اتومبیل می‌بینیم در حالی که اتومبیل به سرعت به جلو می‌رود، به نظر می‌رسد که چرخ‌های آن در هر ثانیه یک دور به عقب می‌رود! این فیلم با دوربینی گرفته شده که هر ثانیه n عکس می‌گیرد. فرض کنید سرعت اتومبیل ۳۶ m/s و محیط چرخ آن ۱٫۸ m باشد. بیشترین مقدار n چیست؟

۲. یک عدسی مانند شکل در نظر بگیرید که یک سطح آن تخت و به شکل دایره، و سطح دیگر آن کروی باشد. قطر سطح دایره‌ای بخش تخت ۵۰ mm و ضخامت عدسی در وسط آن ۵ mm است. ضریب شکست عدسی $n = ۱٫۶$ است. موج تختی عمود بر وجه تخت عدسی به آن می‌تابد. زمان عبور جبههٔ موج از وسط عدسی چند پیکوثانیه بیشتر از زمان عبور از لبهٔ عدسی در طولی به اندازهٔ ۵ mm است؟
(۱ ps = $۱۰^{-۱۲}$ s و سرعت نور در خلاء ۳×۱۰^{۸} m/s است.)

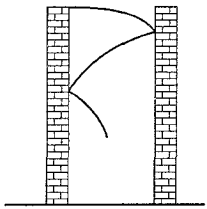


۳. در مسئلهٔ قبل جبههٔ موج تخت پس از عدسی به شکل قسمتی از سطح یک کره در می‌آید. با توجه به اطلاعات مسئلهٔ قبل شعاع جبههٔ موج بلافاصله پس از عدسی تقریباً چند سانتی‌متر است؟

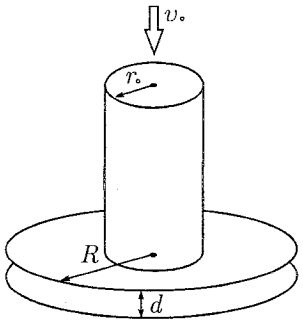
۴. چشم انسان می‌تواند دو جسم را از هم تفکیک کند به شرطی که زاویهٔ بین پرتوهایی که از آن دو جسم به چشم می‌رسند از یک حدی بزرگ‌تر باشد. این حد به طول

موج نور و قطر مردمک چشم ما بستگی دارد. اگر طول موج λ و قطر مردمک چشم ما D باشد این حد برحسب رادیان تقریباً $\frac{\lambda}{D}$ است. طول موج نور چراغ‌های جلوی اتومبیلی ۵۵۰ nm و فاصلهٔ بین چراغ‌ها ۲ m است. حداکثر فاصله‌ای که یک شخص می‌تواند از اتومبیل داشته باشد تا دو چراغ را از هم تشخیص بدهد تقریباً چند کیلومتر است؟ قطر مردمک چشم را ۳ mm بگیرید.

۵. دو ساختمان به ارتفاع ۲۰ m در فاصلهٔ ۲ m از هم هستند. توپی از بالای یکی از ساختمان‌ها با سرعت اولیهٔ افقی ۲ m/s پرتاب می‌شود. مطابق شکل این توپ حین پایین آمدن به‌طور مکرر به دیوار ساختمان برخورد می‌کند. فرض کنید برخورد توپ با دیواره‌ها کشسان باشد. در برخورد کشسان توپ با دیوار مؤلفهٔ سرعت در راستای دیوار ثابت می‌ماند و مؤلفهٔ سرعت عمود بر دیوار برعکس می‌شود. توپ قبل از برخورد با زمین چند برخورد با دیوارها دارد؟ ($g = ۹٫۸ \text{ m/s}^۲$ است.)



۶. دو قرص دایره شکل هم‌محور به شعاع $R = ۳۰ \text{ cm}$ به فاصلهٔ $d = ۲ \text{ cm}$ در نظر بگیرید که افقی هستند. از وسط قرص بالایی یک دایره به شعاع $r_۰ = ۲ \text{ cm}$ و هم‌مرکز با قرص بریده‌ایم. یک لوله به شعاع $r_۰$ به‌طور قائم به قرص بالایی و روی دایرهٔ خالی شده جوش داده‌ایم. آب با سرعت $v_۰ = ۵ \text{ m/s}$ از بالای لوله وارد آن شده و میان دو قرص می‌رود. فرض کنید سرعت آب ورودی چنان است که فضای میان دو قرص را پر کرده و آب از اطراف آن بیرون می‌ریزد. سرعت آب میان دو قرص و در شعاع $r = ۱۰ \text{ cm}$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



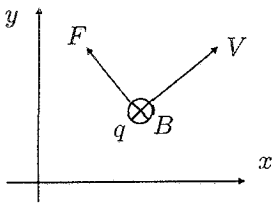
۷. اجسام گرم با توان $P = \sigma A T^{۴}$ تابش می‌کنند که در اینجا A مساحت سطح جسم، σ یک ثابت و T دمای جسم است. در لامپ‌های التهابی، سیمی از جنس تنگستن بر اثر عبور جریان الکتریکی گرم می‌شود و از سطح جانبی آن تابش می‌کند. این سیم را می‌توان استوانه‌ای به طول L و قطر قاعدهٔ d در نظر گرفت. L و d باید چنان باشند که وقتی به دو سر سیم تنگستن اختلاف پتانسیل E اعمال شود، با توان P تابش کند. به‌علاوه، سعی بر آن است که دمای این سیم تنگستن برای همهٔ لامپ‌ها، در هنگام کار، مقدار مشخص $T_{۰}$ باشد. در این دمای $T_{۰}$ مقاومت ویژهٔ تنگستن $\rho_{۰}$ است.

دو لامپ با توان‌های $P_{۱} = ۱۰\ \mathrm{W}$ و $P_{۲} = ۸۰\ \mathrm{W}$ که هر دو برای کار در اختلاف پتانسیل $E = ۱۲\ \mathrm{V}$ طراحی شده‌اند در نظر بگیرید. جرم سیم لامپ ۱ را با $m_{۱}$ و جرم سیم ۲ را با $m_{۲}$ نشان می‌دهیم. نسبت $\dfrac{m_{۲}}{m_{۱}}$ چند است؟

۳.۸ پاسخ تشریحی سؤالات چند گزینه‌ای

۱. گزینهٔ «الف» صحیح است.

نیروی وارد بر بار نقطه‌ای ناشی از میدان الکتریکی $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}$ و میدان مغناطیسی $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{V} \times \overrightarrow{B}$ است. بنابراین نیروی الکتریکی به سرعت حرکت ذره ربطی ندارد. در این مسأله بار هنگامی که ساکن است، نیرویی به آن وارد نمی‌شود. پس میدان الکتریکی وجود ندارد. باید به دنبال میدان مغناطیسی‌ای باشیم که در صورت حرکت ذره در صفحهٔ $x-y$ نیرویی مغناطیسی به سمت چپ ذره وارد شود که جهت میدان با توجه به قانون دست راست، مشخص می‌شود. جهت میدان مغناطیسی باید به سمت داخل صفحه باشد تا در صورت حرکت ذره در یک جهت دلخواه، نیروی وارده به آن، به سمت چپ باشد.

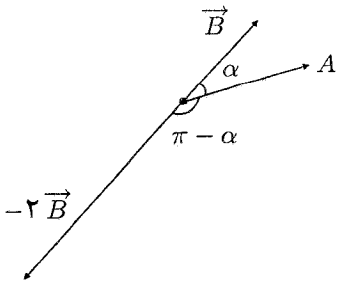


۲. گزینهٔ «ج» صحیح است.

طبق قانون کسینوس‌ها برای $|\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B}|$ می‌توان نوشت:

$$|\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B}|^2 = |\overrightarrow{A}|^2 + |\overrightarrow{B}|^2 + 2|\overrightarrow{A}|\cdot|\overrightarrow{B}|\cos\alpha \qquad (1)$$

که α زاویهٔ بین دو بردار $\overrightarrow{A}$ و $\overrightarrow{B}$ است. حال با توجه به شکل زیر در می‌یابیم که زاویهٔ بین دو بردار $\overrightarrow{A}$ و $-2\overrightarrow{B}$ برابر است با $\pi-\alpha$:



درنتیجه $|\vec{A} - ۲\vec{B}|$ طبق قانون کسینوس‌ها برابر است با:

$$|\vec{A} + (-۲\vec{B})|^۲ = |\vec{A}|^۲ + |-۲\vec{B}|^۲ + ۲|\vec{A}| \cdot |-۲\vec{B}| \cos(\pi - \alpha) \qquad (۲)$$

با برابر قرار دادن روابط (۱) و (۲) داریم:

$$A^۲ + B^۲ + ۲AB\cos\alpha = A^۲ + ۴B^۲ + ۴AB\cos(\pi - \alpha)$$

از آنجایی که $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$، داریم:

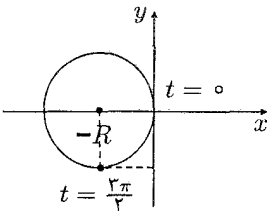
$$۶AB\cos\alpha = ۳B^۲ \Rightarrow \cos\alpha = \frac{B}{۲A} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{B}{۲A}\right)$$

۳. گزینهٔ «د» صحیح است.

با توجه به مسیر داده شده داریم:

$$\begin{cases} (x+R)^۲ = R^۲\cos^۲ wt, \\ y^۲ = R^۲\sin^۲ wt \end{cases} \Rightarrow (x+R)^۲ + y^۲ = R^۲$$

درنتیجه معادله داده شده در واقع یک دایره به مرکز $(-R, ۰)$ و به شعاع R است.



$$t = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ y = ۰ \end{cases}$$

$$t = \frac{۳\pi}{۲w} \Rightarrow \begin{cases} x = R\cos\frac{۳\pi}{۲} - R = -R \\ y = R\sin\frac{۳\pi}{۲} = -R \end{cases}$$

طول مسیر طی شده در واقع طول قوس دایره از ۰ تا $\frac{۳\pi}{۲}$ درجه است:

$$\Delta S = R\left(\frac{۳\pi}{۲} - ۰\right) = \frac{۳}{۲}\pi R$$

۴. گزینهٔ «ج» صحیح است.

آهنگ تغییرات یک کمیت در واقع سرعت تغییر آن کمیت است. درنتیجه تغییر یکنواخت آهنگ به معنی تغییر یکنواخت سرعت، یعنی همان شتاب یکنواخت است. درنتیجه در این مسأله شتاب تغییرات زمان ثابت است که آن را با a نمایش می‌دهیم. در طول یک سال اختلاف بین دو شبانه‌روز ۲ ms است. پس:

$$\text{اختلاف زمان دو ساعت}: x = \frac{۱}{۲}at^۲ \quad \Rightarrow \quad \Delta x \simeq at\Delta t$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{\Delta x}{t\Delta t} = \frac{۰/۰۰۲}{۳۶۵ \times ۱} \text{ s/day}^۲$$

$$= ۵/۴۸ \times ۱۰^{-۶}$$

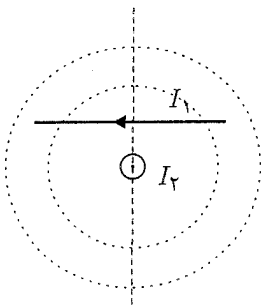
پس از یک قرن نیز داریم:

$$\Delta t = \frac{۱}{۲}at^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۵/۴۸ \times ۱۰^{-۶} \text{ s} \times (۱۰۰ \text{ year})^۲$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۲} \times \frac{۰/۰۰۲}{۳۶۵} \times (۱۰۰ \times ۳۶۵)^۲ = ۳۶۵۰ \text{ s} \simeq ۱ \text{ h}$$

۵. گزینهٔ «الف» صحیح است.

ابتدا نیروی وارد بر یک ضلع مربع را محاسبه می‌کنیم:

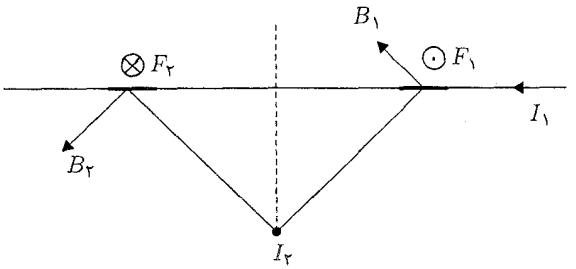


خط تقارن

با توجه به شکل، نیروی وارد بر نقاط مختلف قطعهٔ سیم، متفاوت است؛ زیرا هم فاصلهٔ نقاط با سیم عمودی متفاوت است و هم زاویهٔ میدان با جریان $I_۱$. اما با استفاده از تقارن مسأله مشخص می‌شود که نیروی وارد بر این ضلع صفر است.

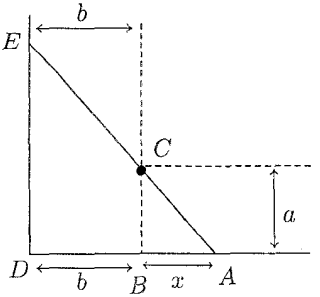
دو جزء مشابه در دو سمت خط تقارن را در نظر بگیرید. فاصلهٔ این دو جزء از سیم دوم برابر بوده و درنتیجه اندازهٔ میدان مغناطیسی در این دو قسمت با هم برابر است.

تنها تفاوت این دو جزء جهت میدان مغناطیسی است. پس نیروی وارد بر این دو جزء با هم خنثی می‌شوند. به همین ترتیب نتیجه می‌شود که نیروی کل وارد بر ضلع مربع صفر است.



۶. گزینهٔ «ج» صحیح است.

بلندترین میله، هنگامی از مجرا عبور می‌کند که در طول حرکت با لبهٔ مجرا، مطابق شکل در تماس باشد. با توجه به شکل، مثلث ABC با مثلث ADE متشابه است؛ پس:



$$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}\Rightarrow\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{b+x}{L}\Rightarrow L=\frac{(b+x)\sqrt{a^2+x^2}}{x}\qquad(1)$$

با توجه به اینکه طول میله ثابت است و با تغییر x و حرکت میله تغییر نمی‌کند، داریم:

$$(b+x)\sqrt{a^2+x^2}=Lx\Rightarrow\sqrt{a^2+x^2}+\frac{(b+x)x}{\sqrt{a^2+x^2}}=L+x\frac{\mathrm{d}\,L}{\mathrm{d}\,x}$$

$$\frac{\mathrm{d}\,L}{\mathrm{d}\,x}=0\Rightarrow\left(\sqrt{a^2+x^2}+\frac{(b+x)x}{\sqrt{a^2+x^2}}\right)x=(b+x)\sqrt{a^2+x^2}$$

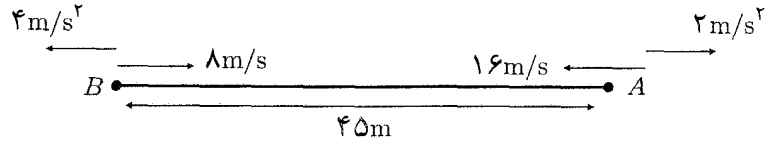
$$\Rightarrow x+\frac{(b+x)x^2}{a^2+x^2}=b+x$$

$$\Rightarrow \quad (b+x)x^{۲} = b(a^{۲}+x^{۲})$$
$$\Rightarrow \quad bx^{۲}+x^{۳} = ba^{۲}+bx^{۲}$$
$$\Rightarrow \quad x = \sqrt[۳]{ba^{۲}}$$

با قرار دادن x از عبارت بالا در رابطه (۱) طول میله به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} L &= \frac{(b+\sqrt[۳]{ba^{۲}})\sqrt{a^{۲}+(ba^{۲})^{\frac{۲}{۳}}}}{(ba^{۲})^{\frac{۱}{۳}}} \\ &= \frac{(b)^{\frac{۱}{۳}}(b^{\frac{۲}{۳}}+a^{\frac{۲}{۳}})}{b^{\frac{۱}{۳}}} \cdot \frac{(a^{۲}+b^{\frac{۲}{۳}}a^{\frac{۴}{۳}})^{\frac{۱}{۲}}}{a^{\frac{۲}{۳}}} \\ &= (a^{\frac{۲}{۳}}+b^{\frac{۲}{۳}})(a^{\frac{۲}{۳}}+b^{\frac{۲}{۳}})^{\frac{۱}{۲}} \\ &= (a^{\frac{۲}{۳}}+b^{\frac{۲}{۳}})^{\frac{۳}{۲}} \end{aligned}$$

۷. گزینهٔ «الف» صحیح است.



با توجه به سرعت و شتاب خودروی B، این خودرو پس از ۲ s ثابت می‌شود. در این مدت

$$\Delta x_A = ۱۶ \times ۲ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲^{۲} = ۲۸ \text{ m}$$
$$\Delta x_B = ۸ \times ۲ - \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۲^{۲} = ۸ \text{ m}$$
$$\Rightarrow \quad \Delta x_A + \Delta x_B = ۳۶ \text{ m} < ۴۵ \text{ m}$$

حال باید ببینیم خودروی A بعد از این ۲ ثانیه چقدر طول می‌کشد به خودروی B که حالا ساکن است برسد. سرعت A الان ۱۲ m/s است.

$$\Delta x'_A = ۴۵ - ۳۶ = ۹ \text{ m}$$
$$\Delta x'_A = ۱۲t' - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t'^{۲} = ۹ \text{ m} \quad \Rightarrow \quad t' = ۶ \pm \sqrt{۳۶-۹} = ۶ \pm \sqrt{۲۷}$$

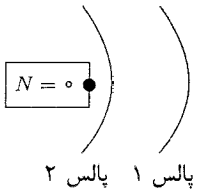
اولین باری که A به B می‌رسد جواب مطلوب است. پس داریم:

$$t' = ۶\sqrt{۲۷} \simeq ۶ - ۶/۲ = ۰/۸ \text{ s}$$

بنابراین در هنگام برخورد سرعت B صفر و زمان ۲٫۸ s است.

۸. گزینهٔ «الف» صحیح است.

طبق اثر داپلر هنگامی که منبع موج به ناظر نزدیک می‌شود، فرکانس که ناظر می‌شنود، از فرکانس منبع بیشتر بوده و هنگامی که منبع از ناظر دور می‌شود، فرکانس اندازه‌گیری شده توسط ناظر از فرکانس منبع کمتر خواهد بود. برای توضیح این اثر به شکل زیر توجه کنید:

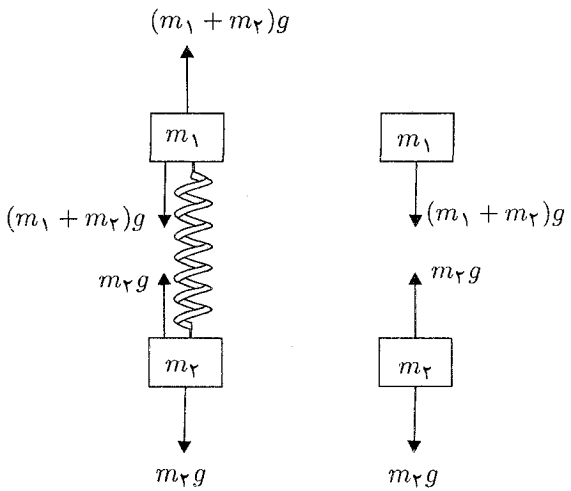


در واقع هنگامی که منبع در حال حرکت باشد، در بین انتشار، پالس‌ها کمی جابه‌جا شده و درنتیجه فاصلهٔ پالس‌ها تغییر می‌کند.

۹. گزینهٔ «ج» صحیح است.

دقیقاً بعد از رها شدن، هنوز هیچ‌کدام از اجسام جابجا نشده‌اند. بنابراین طول فنر همان است که لحظاتی قبل بوده است. چون فنر با کشیدگی آن رابطه دارد، بنابراین نیروی فنر همان نیروی قبل است.

با توجه به دیاگرام‌های رسم شده، مشخص است که پس از رها شدن داریم:



$$a_۱ = \frac{m_۱ + m_۲}{m_۱} g, \quad a_۲ = ۰$$

۱۰. گزینهٔ «ب» صحیح است.

بار صفحات خازن را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$q = CV = \left(\frac{\varepsilon_۰ A}{d}\right) V = \varepsilon_۰ \frac{b(a-ut)}{d} V$$

جریانی که از پنجره عبور می‌کند. همان بار عبوری از مقطع پنجره در واحد زمان است. این بار عبوری همان تغییرات بار صفحات خازن است:

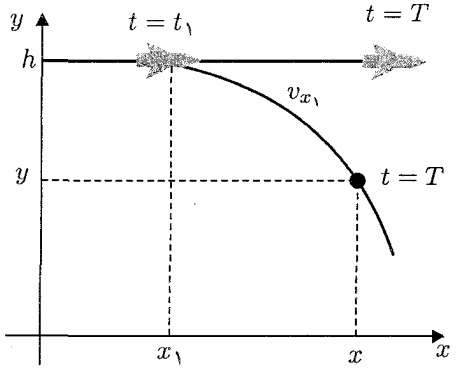
$$I = \frac{-\mathrm{d}\, q}{\mathrm{d}\, t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\, t}\left(\frac{\varepsilon_۰}{d} b(a-ut)V\right) = \frac{\varepsilon_۰ bV}{d}(-u)$$

۱۱. گزینهٔ «د» صحیح است.

مکان بسته‌ای که در زمان $t = t_۱$ از هواپیما رها شده است، در لحظهٔ $t = T$ عبارت است از:

$$y = h - \frac{۱}{۲} g(T - t_۱)^۲ \Rightarrow (T - t_۱)^۲ = \frac{۲(h-y)}{g} \qquad (۱)$$

$$x = v_{x_۱}(T - t_۱) + x_۱$$



$$\begin{cases} x_۱ = \frac{۱}{۲} a t_۱^۲ + v_۰ t_۱ \\ v_{x_۱} = v_۰ + a t_۱ \end{cases} \Rightarrow x = (v_۰ + a t_۱)(T - t_۱) + v_۰ t_۱ + \frac{۱}{۲} a t_۱^۲$$

$$= v_۰ T + a t_۱ T - a t_۱^۲ + \frac{۱}{۲} a t_۱^۲$$

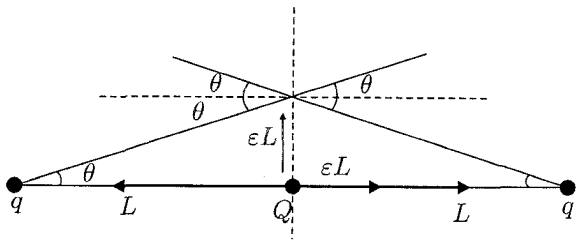
$$= v_۰ T + a t_۱ T - \frac{۱}{۲} a t_۱^۲$$

$$= v_0 T + \frac{aT^2}{2} - \frac{a}{2}(T - t_1)^2$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \quad x = v_0 T + \frac{aT^2}{2} - \frac{a(h-y)}{g}$$

$$\Rightarrow \quad x + \frac{a(h-y)}{g} = v_0 T + \frac{aT^2}{2}$$

۱۲. گزینهٔ «ب» صحیح است.



$$F_1 = \frac{kqQ}{(L-\varepsilon L)^2} - \frac{kqQ}{(L+\varepsilon L)^2}$$
$$= kQq\left[(L-\varepsilon L)^{-2} - (L+\varepsilon L)^{-2}\right]$$
$$= \frac{kqQ}{L^2}\left[(1-\varepsilon)^{-2} - (1+\varepsilon)^{-2}\right]$$

با توجه به تقریب $(1+x)^n \simeq 1 + nx$ داریم:

$$F_1 = \frac{kqQ}{L^2}[(1+2\varepsilon) - (1-2\varepsilon)] = \frac{kqQ}{L^2}(4\varepsilon) \qquad (1)$$

$$F_2 = 2 \times \frac{kqQ}{L^2 + \varepsilon^2 L^2} \times \sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{\varepsilon L}{\sqrt{L^2 + \varepsilon^2 L^2}} = \frac{\varepsilon L}{L}(1+\varepsilon^2)^{-\frac{1}{2}} \simeq \varepsilon\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{2}\right) \simeq \varepsilon$$

بنابراین

$$F_2 = \frac{2kqQ}{L^2}(1+\varepsilon^2)^{-1}\varepsilon = \frac{2kqQ}{L^2}(1-\varepsilon^2)\varepsilon = \frac{2kqQ}{L^2}\varepsilon \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{F_1}{F_2} = \frac{4}{2} = 2$$

۱۳. گزینهٔ «ج» صحیح است.

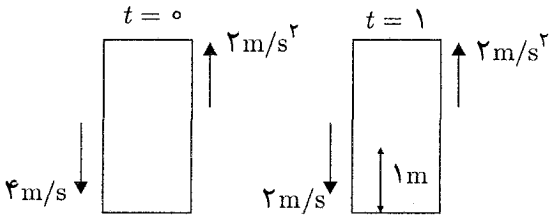
جریان هم‌رفتی به دلیل اختلاف چگالی سیال گرم‌تر نسبت به سیال سردتر، رخ می‌دهد. این جریان به‌صورت چرخشی است. سیال گرم‌تر رو به بالا حرکت می‌کند

و پس از سرد شدن دوباره به سمت پایین بر می‌گردد. دمای نقاط نزدیک شعله بیشتر است و سیال از این نقطه رو به بالا حرکت می‌کند. با توجه به توضیحات داده شده گزینهٔ «ج» پاسخ صحیح است.

۱۴. گزینهٔ «الف» صحیح است.

پس از گذشت مدت زمان طولانی، وجه‌های مکعب با هم، هم‌دما خواهند شد؛ در غیر این‌صورت بین آن‌ها تبادل حرارت رخ داده و وجه گرم‌تر، سرد می‌شود. سطوح تیره جذب گرمای بیشتری دارند، اما تابش بیشتری نیز داشته و درنهایت با سطوح روشن هم‌دما خواهند شد.

۱۵. گزینهٔ «د» صحیح است.



مسأله را از دید ناظری که درون آسانسور قرار گرفته است، حل می‌کنیم. در این‌صورت، سرعت اولیهٔ گلوله صفر است. شتاب حرکت آن نیز $g+2$ رو به پایین خواهد بود.

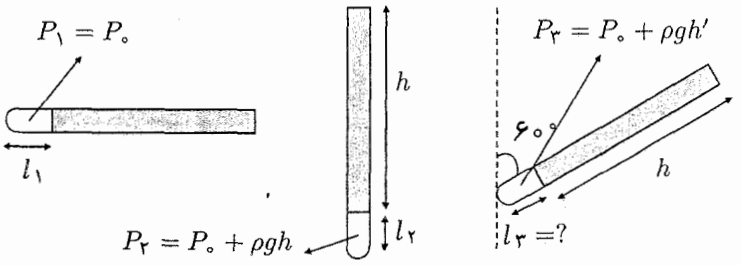
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \;\Rightarrow\; v_2^2 = 2\times(2+g)\times 1 = 24$$
$$\Rightarrow\; v_2 = 2\sqrt{6}\ \mathrm{m/s}$$

۱۶. گزینهٔ «الف» صحیح است.

باید میزان جذب غذا از میزان مصرف آن بیشتر باشد. پس:

$$\alpha \times 4\pi R^2 > \beta\frac{4}{3}\pi R^3 \;\Rightarrow\; R < \frac{3\alpha}{\beta}$$

۱۷. گزینهٔ «ج» صحیح است.



$$h' = h\cos ۶۰^\circ = \frac{h}{۲} \Rightarrow P_۳ = P_۰ + \frac{۱}{۲}\rho gh$$

حال با فرض گاز کامل بودن هوا داریم:

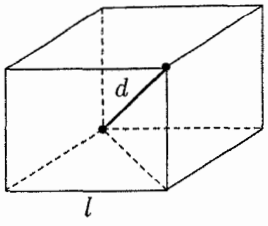
$$P_۱V_۱ = P_۲V_۲ \Rightarrow \ell_۱ AP_۰ = (P_۰ + \rho gh)\ell_۲ A$$
$$\Rightarrow P_۰\left(\frac{\ell_۱}{\ell_۲} - ۱\right) = \rho gh \qquad (۱)$$

$$P_۱V_۱ = P_۳V_۳ \Rightarrow P_۰\ell_۱ A = (P_۰ + \frac{۱}{۲}\rho gh)\ell_۳ A$$
$$\Rightarrow \ell_۳ = \frac{P_۰\ell_۱}{P_۰ + \frac{۱}{۲}\rho gh}$$
$$\overset{(۱)}{\Rightarrow} \ell_۳ = \frac{P_۰\ell_۱}{P_۰ + \frac{۱}{۲}P_۰\left(\frac{\ell_۱}{\ell_۲} - ۱\right)}$$
$$\Rightarrow \ell_۳ = \frac{۲\ell_۱\ell_۲}{\ell_۱ + \ell_۲}$$

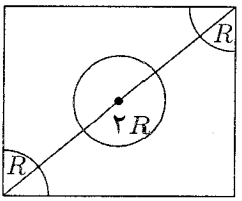
۱۸. گزینهٔ «ج» صحیح است.

در رأس‌ها $\frac{۱}{۸}$ کره و در مرکز یک کرهٔ کامل داریم، پس:

$$V_{\text{اتم}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ + ۸ \times \frac{۱}{۸} \times \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۸}{۳}\pi R^۳, \quad V_{\text{مکعب}} = \ell^۳$$
$$\Rightarrow \frac{V_{\text{اتم}}}{V_{\text{مکعب}}} = \frac{۸\pi R^۳}{۳\ell^۳} \qquad (۱)$$



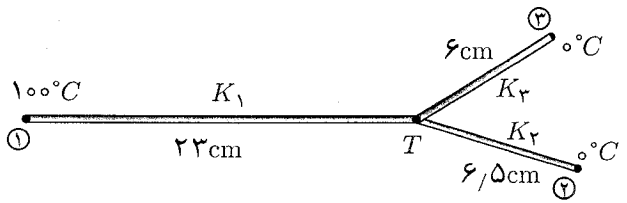
طول قطر مکعبی به ضلع ℓ برابر است با: $d=\sqrt{۳}\ell$. در طول این قطر باید سه اتم به شکل زیر قرار گیرد.



بزرگ‌ترین اتم‌های قابل قرارگیری، دارای شعاع زیر هستند:

$$d=۲R+۲R \Rightarrow \sqrt{۳}\ell=۴R$$
$$\Rightarrow R=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\ell$$
$$\overset{(۱)}{\Rightarrow} \frac{V_{\text{اتم}}}{V_{\text{مکعب}}}=\frac{۸\pi}{۳\ell^{۳}}\times\left(\frac{\sqrt{۳}}{۴}\right)^{۳}\ell^{۳}=\frac{\sqrt{۳}\pi}{۸}$$

۱۹. گزینهٔ «ب» صحیح است.



$$k_۱=۹۲\ \text{W/mK},\quad k_۲=۲۶\ \text{W/mK},\quad k_۳=۱۲\ \text{W/mK}$$

گرمای عبوری از میلهٔ ۱، با مجموع گرماهای عبوری از میله‌های ۲ و ۳ برابر است.

$$Q_۱=\frac{K_۱A(T_۱-T)}{L_۱},\quad Q_۲=\frac{K_۲A(T-T_۲)}{L_۲},\quad Q_۳=\frac{K_۳A(T-T_۳)}{L_۳}$$
$$Q_۱=Q_۲+Q_۳ \Rightarrow \frac{K_۱(T_۱-T)}{\ell_۱}=\frac{K_۲(T-T_۲)}{\ell_۲}+\frac{K_۳(T-T_۳)}{\ell_۳}$$
$$\Rightarrow ۴(۱۰۰-T)=۴(T-۰)+۲(T-۰)$$
$$\Rightarrow ۴۰۰=۱۰T$$
$$\Rightarrow T=۴۰°\text{C}$$

۲۰. گزینهٔ «ج» صحیح است.

پس از برقراری دوباره تعادل فشار تمام نقاط کف ظرف یکسان می‌شود، پس فشار زیر سه پیستون در کف ظرف نیز یکسان است.

$$P_A = P_B = P_C$$

داریم:

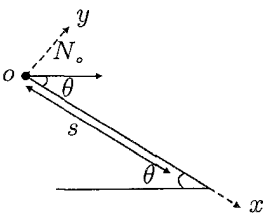
$$P_A = \rho g h_A + \frac{mg}{A_A} + P_\circ$$
$$P_B = \rho g h_B + \frac{mg}{A_B} + P_\circ$$
$$P_C = \rho g h_C + \frac{mg}{A_C} + P_\circ$$

می‌دانیم:

$$A_A < A_B < A_C \Rightarrow \frac{mg}{A_A} > \frac{mg}{A_B}$$
$$\Rightarrow \rho g h_A < \rho g h_B < \rho g h_C$$
$$\Rightarrow h_A < h_B < h_C$$

۲۱. گزینهٔ «ب» صحیح است.

ابتدا برد پرتابه را به‌دست می‌آوریم.



$$x = v_\circ t \cos\theta + \frac{1}{2} g \sin\theta t^2 \qquad (1)$$
$$y = -\frac{1}{2} g \cos\theta t^2 + v_\circ t \sin\theta$$

در نقطهٔ برخورد با سطح شیب‌دار، $y = \circ$ است. بنابراین

$$v_\circ \sin\theta = \frac{1}{2} g \cos\theta t \Rightarrow t = \frac{2 v_\circ}{g} \tan\theta$$

با قرار دادن t در رابطه (۱)، مقدار S به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} S &= \frac{۱}{۲}g\sin\theta\cdot\frac{۴v_۰^۲}{g^۲}\cdot\tan^۲\theta + v_۰\cdot\frac{۲v_۰}{g}\cdot\tan\theta\cos\theta \\ &= \frac{۲v_۰^۲}{g}\sin\theta\tan^۲\theta + \frac{۲v_۰^۲}{g}\sin\theta \\ &= \frac{۲v_۰^۲}{g}\sin\theta(\tan^۲\theta + ۱) \\ \Rightarrow\ S(\theta) &= \frac{۲v_۰^۲}{g}\cdot\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\frac{۱}{\cos\theta} \end{aligned}$$

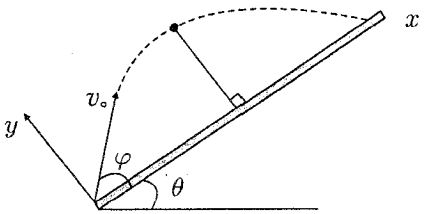
برای تشخیص شکل نمودار، از عبارت فوق مشتق می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\theta} &= \frac{۲v_۰^۲}{g}\left[(۱+\tan^۲\theta)\frac{۱}{\cos\theta} + \tan\theta\frac{\sin\theta}{\cos^۲\theta}\right] \\ &= \frac{۲v_۰^۲}{g}\left[\frac{۱}{\cos^۳\theta} + \frac{\sin^۲\theta}{\cos^۳\theta}\right] \\ &= \frac{۲v_۰^۲}{g}\left(۱ + \frac{\sin^۲\theta}{\cos^۳\theta}\right) \end{aligned}$$

با توجه به عبارت بالا، $\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\theta}$ هیچ وقت صفر نمی‌شود. همچنین در مجاورت $\theta = \frac{\pi}{۲}$، شیب بی‌نهایت است. با این توضیحات گزینه «ب»، تنها جواب قابل قبول است.

۲۲. گزینهٔ «ب» صحیح است.

مطابق شکل، زمانی فاصلهٔ تصویر و گلوله بیشترین مقدار است که گلوله در بیشترین y ممکن قرار گیرد.



برای این منظور، سرعت در راستای y را، صفر می‌گذاریم:

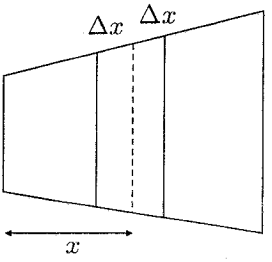
$$v_y = v_۰\sin\varphi - gt\cos\theta = ۰ \ \Rightarrow\ t = \frac{v_۰\sin\varphi}{g\cos\theta}$$

۲۳. گزینهٔ «د» صحیح است.

در صورت جابه‌جایی مثبت در نقطهٔ x_1 همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقدار نیرو نیز مثبت خواهد بود. در این‌صورت، ذره باز هم در جهت مثبت حرکت خواهد کرد. درنتیجه تعادل در x_1 ناپایدار است. در نقطهٔ x_2 جابه‌جایی مثبت، نیروی منفی ایجاد می‌کند و بالعکس. درنتیجه در این نقطه تعادل پایدار است.

۲۴. گزینهٔ «ب» صحیح است.

المانی از مخروط به شکل زیر را در نظر می‌گیریم.



گرمای ورودی به این المان، با گرمای خروجی از آن برابر است. پس:

$$\frac{kA(x)\big(T(x+\Delta x)-T(x)\big)}{\Delta x}=\frac{kA(x-\Delta x)\big(T(x)-T(x-\Delta x)\big)}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow\quad A(x)\big(T(x+\Delta x)-T(x)\big)=A(x-\Delta x)\big(T(x)-T(x-\Delta x)\big)$$

$$\Rightarrow\quad \frac{T(x)-T(x-\Delta x)}{\Delta x}=\frac{A(x)}{A(x-\Delta x)}\cdot\frac{\big(T(x+\Delta x)-T(x)\big)}{\Delta x}$$

$A(x-\Delta x)<A(x)$، پس:

$$\frac{T(x)-T(x-\Delta x)}{\Delta x}>\frac{T(x+\Delta x)-T(x)}{\Delta x}$$

$$\frac{T(x)-T(x-\Delta x)}{\Delta x}=\left.\frac{\mathrm{d}\,T}{\mathrm{d}\,x}\right|_{x-\Delta x}$$

$$\frac{T(x+\Delta x)-T(x)}{\Delta x}=\left.\frac{\mathrm{d}\,T}{\mathrm{d}\,x}\right|_{x}$$

$$\Rightarrow\quad \left.\frac{\mathrm{d}\,T}{\mathrm{d}\,x}\right|_{x}-\left.\frac{\mathrm{d}\,T}{\mathrm{d}\,x}\right|_{x-\Delta x}<0$$

$$\Rightarrow\quad \frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}\,x^2}<0$$

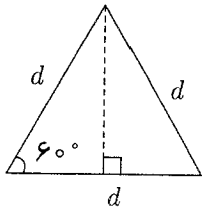
تنها نموداری که تقعر آن رو به پایین است، گزینه «ب» می‌باشد.

۲۵. گزینهٔ «ب» صحیح است.

هر اتم در هر لایه بین ۳ شش‌ضلعی مشترک است و هر شش‌ضلعی به دو منشور مایل، یکی در لایهٔ بالایی و دیگری در لایهٔ پائینی تعلق دارد. بنابراین هر اتم بین ۶ منشور مشترک است. هر منشور دارای ۶ اتم در هر شش‌ضلعی است که جمعاً ۱۲ اتم می‌شود. بنابراین هر منشور ۱۲ اتم دارد که $\frac{۱}{۱۲}$ هر کدام از آن‌ها به این منشور تعلق دارد. پس تعداد اتم‌هایی که منحصراً به یک منشور تعلق دارند $۲ = ۶ \times \frac{۱}{۱۲}$ خواهد بود. پست نسبت تعداد اتم‌ها به منشورها $\frac{n}{k} = ۲$ خواهد بود.

۲۶. گزینهٔ «الف» صحیح است.

با توجه به مسألهٔ قبل، هر منشور معادل با دو اتم است، پس چگالی یک منشور برابر است با



$$m = ۲ \times \frac{۱۲\ \text{g/mol}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{mol}^{-۱}}$$

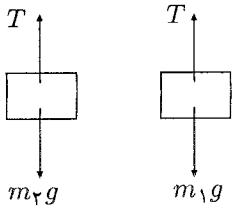
$$V = ۲d \times A = ۲d \times \left(۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} d \times \frac{d}{۲} \right)$$

$$P = \frac{m}{V} = \frac{۲۴}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}} \times \frac{۱}{۳\sqrt{۳} d^{۳}} = ۳\ \text{g/cm}^{۳}$$

$$\Rightarrow \quad d^{۳} \simeq \frac{۸ \times ۱۰^{-۲۳}}{۱۸ \times \sqrt{۳}} \simeq \frac{۴ \times ۱۰^{-۲۳}}{۱۵/۶}\ \text{cm}^{۳}$$

$$\Rightarrow \quad d \simeq ۰/۱۴\ \text{nm}$$

۲۷. گزینهٔ «ب» صحیح است.



$$a_1 = \frac{T - m_1 g}{m_1}, \quad a_2 = \frac{m_2 g - T}{m_2}$$

$$a_1 = a_2 \Rightarrow m_1 m_2 g - m_1 T = m_2 T - m_1 m_2 g$$

$$\Rightarrow T = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 6 \times 10}{5} = 24 \text{ N}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{24 - 20}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

حال مدت زمان لازم، برای رسیدن m_2 به زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$1 = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

در طی این مدت، جرم m_1 از سرعت صفر به سرعت $v = 2 \times 1 = 2$ m/s می‌رسد. پس از رسیدن m_2 به زمین، طناب جمع شده و نیروی آن، صفر می‌شود. از این پس، حرکت m_1 با شتاب g رو به پایین خواهد بود.

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{2}{10} = 0/2 \text{ m}$$

وزنهٔ m_1 در ابتدا یک متر نیز به دلیل پایین رفتن m_2 بالا رفته بود. پس:

$$h = h_1 + 1 = 0/2 + 1 = 1/2 \text{ m}$$

۲۸. گزینهٔ «ب» صحیح است.

$$F_e = \frac{K q^2}{r^2}, \quad F_g = \frac{G m^2}{r^2}$$

بنابراین

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K q^2}{G m^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 1/6^2 \times 10^{-38}}{6/7 \times 10^{-11} \times (9/1)^2 \times 10^{-62}}$$

$$\simeq \frac{10^{10} \times 2 \times 10^{-38}}{7 \times 10^{-11} \times 81 \times 10^{-62}} \simeq 10^{42}$$

۲۹. گزینهٔ «الف» صحیح است.

بخشی از ΔL میله‌ها، به دلیل تغییر دما بوده و بخشی دیگر به دلیل به‌وجود آمدن نیروهای کششی و فشاری:

$$\begin{cases} \Delta L_1 = \Delta L_{T_1} + \Delta L_{M_1} \\ \Delta L_2 = \Delta L_{T_2} + \Delta L_{M_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta L_{T_1} = \alpha L_{01} \Delta T \\ \Delta L_{T_2} = 3\alpha L_{02} \Delta T \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta L_{M_1} = -\dfrac{F_1 L_{01}}{A_1 E_1} \\ \Delta L_{M_2} = -\dfrac{F_2 L_{02}}{A_2 E_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta L_1 = \alpha L_{01}\Delta T - \dfrac{F_1 L_{01}}{2A_1 E_1} \\ \Delta L_2 = 3\alpha L_{02}\Delta T - \dfrac{F_2 L_{02}}{A_2 E_2} \end{cases} \quad (1)$$

با توجه به قانون سوم نیوتن، F_1 و F_2 با هم برابرند. به‌علاوه میله‌ها به هم متصل باقی می‌مانند. پس $\Delta L_1 = -\Delta L_2$.

$$\Rightarrow \quad \alpha L_0 \Delta T - \frac{FL_0}{2AE} = -\left(3\alpha L_0 \Delta T - \frac{FL_0}{AE}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{F}{2AE} = \frac{4}{3}\alpha \Delta T$$

با جایگذاری نیروی $\frac{F}{2AE}$ در رابطه (۱)، ΔL به‌دست می‌آید.

$$\Delta L_1 = \alpha L_0 \Delta T - \frac{FL_0}{2AE} = \alpha L_0 \Delta T - \frac{4}{3}\alpha L_0 \Delta T = -\frac{\alpha L_0}{3}\Delta T$$

درنتیجه داریم:

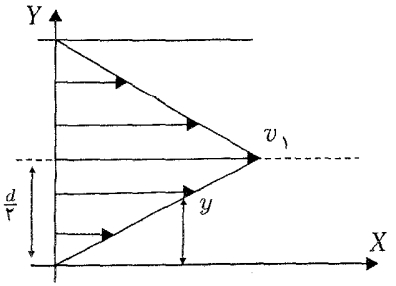
$$\theta \simeq \frac{\Delta L}{R} = \frac{\alpha L_0 \Delta T}{3R} = \frac{\alpha \pi R \Delta T}{3R} = \frac{\pi}{3}\alpha \Delta T$$

۳۰. گزینهٔ «د» صحیح است.

زمان لازم برای رسیدن قایق به سمت دیگر رودخانه عبارت است از:

$$t = \frac{d}{v_2}$$

سرعت آب از ۰ به‌صورت خطی به مقدار v_1 می‌رسد و دوباره صفر می‌شود.



$$v_1(x) = \frac{2v_1}{d}y, \quad y = v_2 t \quad \Rightarrow \quad v_1(x) = \frac{2v_1 v_2}{d}t$$
$$\Rightarrow \quad a_1(x) = \frac{2v_1 v_2}{d}$$

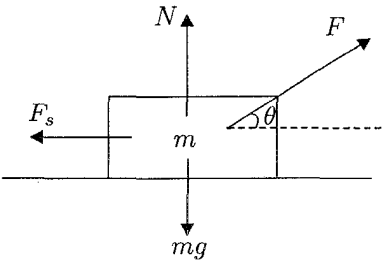
قایق در راستای x حرکت شتاب‌دار با شتاب محاسبه شده در بالا را دارد؛ پس:

$$\frac{\Delta x}{2} = \frac{1}{2}a\left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2v_1 v_2}{d} \times \frac{t^2}{4} = \frac{v_1 v_2 d}{4v_2^2} = \frac{v_1}{4v_2}d$$

بنابر تقارن جابه‌جایی پس از گذشتن از وسط رودخانه با جابه‌جایی قبل از آن برابر است؛ پس:

$$\Delta x = \frac{v_1}{2v_2}d$$

۳۱. گزینهٔ «ج» صحیح است.



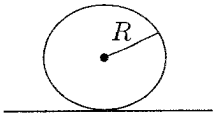
$$\begin{cases} F\cos\theta = F_s, \\ mg - F\sin\theta - N = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad N = -F\sin\theta + mg$$
$$f_s = \mu_s N \quad \Rightarrow \quad F_s = \mu_s(mg - F\sin\theta)$$
$$F\cos\theta = F_s \quad \Rightarrow \quad F\cos\theta = \mu_s(mg - F\sin\theta)$$
$$\Rightarrow \quad F(\cos\theta + \mu_s\sin\theta) = \mu_s mg$$
$$\Rightarrow \quad F = \frac{\mu_s mg}{\cos\theta + \mu_s\sin\theta}$$

بیشترین مقدار مخرج $\sqrt{1+\mu_s^2}$ است، پس:

$$F_{\min} = \frac{\mu_s mg}{\sqrt{1+\mu_s^2}}$$

۴.۸ پاسخ مسأله‌های کوتاه

۱. ۲۱



$$۲\pi R \times n_w = ۳۶ \text{ m/s} \Rightarrow n_w = \frac{۳۶}{۱/۸} = ۲۰ \text{ s}^{-۱}$$

پس چرخ خودرو، ۲۰ دور بر ثانیه می‌زند. حال می‌خواهیم فاصلهٔ زمانی عکس گرفتن‌ها به نحوی باشد که به نظر برسد چرخ خودرو در هر ثانیه یک دور به عقب می‌زند.

فرض کنید دوربین در هر ثانیه n_c تصویر بگیرد، در این‌صورت هر تصویر با فاصلهٔ زمانی $\frac{۱}{n_c}$ ثانیه برداشته می‌شود. چرخ باید در این مدت $\frac{۱}{n_c}$ دور به عقب برگردد. تا درنهایت در تصویرهای برداشته شده در هر ثانیه یک دور به عقب بزند. $\frac{۱}{n_c}$ دور به عقب معادل است با $\frac{۱}{n_c} - ۱$ دور به جلو چرخیدن. زمان متناظر با $\frac{۱}{n_c} - ۱$ دور چرخیدن عبارت است از:

$$t_۱ = \left(۱ - \frac{۱}{n_c}\right) \times \frac{۱}{۲۰}$$

این زمان باید برابر با $\frac{۱}{n_c}$ باشد؛ پس:

$$\frac{n_c - ۱}{۲۰ \times n_c} = \frac{۱}{n_c} \Rightarrow n_c = ۲۱$$

۲. ۱۰ ps

$$n = ۱/۶ = \frac{C}{V} \Rightarrow V = \frac{C}{۱/۶}$$

$$t_۱ = \frac{۵ \text{ mm}}{V} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۳}}{\frac{۳ \times ۱۰^{-۸}}{۱/۶}} = \frac{۱/۶ \times ۵}{۳} \times ۱۰^{-۱۱}$$

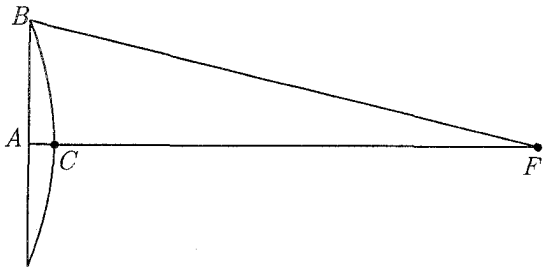
$$t_۲ = \frac{۵ \text{ mm}}{C} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۳}}{۳ \times ۱۰^{-۸}} = \frac{۵}{۳} \times ۱۰^{-۱۱}$$

$$t_۱ - t_۲ = (۱/۶ - ۱) \times \frac{۵}{۳} \times ۱۰^{-۱۱} = ۶ \times \frac{۵}{۳} \times ۱۰^{-۱۲} \text{ s} = ۱۰ \text{ ps}$$

۳. ۱۰ cm

اگر پرتوهای خروجی از عدسی یک جبههٔ موج کروی می‌سازند، بنابراین باید همزمان به کانون که محل هم‌رسی آن‌هاست، برسند. با این فرض فاصلهٔ BF باید در همان مدت زمانی طی شود که فاصلهٔ AF طی می‌شود.

$$AB = ۲۵ \text{ mm}, \quad AC = ۵ \text{ mm}, \quad CF = f$$



$$\frac{(۲۵^۲ + (f+۵)^۲)^{\frac{۱}{۲}}}{c} = \frac{۵ \times ۱/۶}{c} + \frac{f}{c}$$

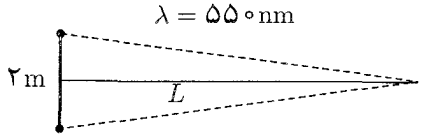
$$\Rightarrow \quad ۶۲۵ + f^۲ + ۱۰f + ۲۵ = (۸ + f)^۲$$

$$\Rightarrow \quad ۶۵۰ + ۱۰f + f^۲ = f^۲ + ۱۶f + ۶۴$$

$$\Rightarrow \quad ۶f = ۵۸۶$$

$$\Rightarrow \quad f = ۹۷/۷ \text{ mm} \simeq ۱۰ \text{ cm}$$

۴. ۱۱ km



$$\theta_{cr} = \frac{\lambda}{D} = \frac{۵۵۰ \times ۱۰^{-۹}}{۳ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۵۵}{۳} \times ۱۰^{-۵} \text{ rad}$$

چون زاویهٔ θ خیلی کوچک است، داریم:

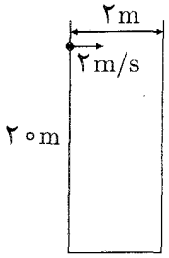
$$\tan\theta \simeq \theta \quad \Rightarrow \quad \frac{۲ \text{ m}}{L} \simeq \theta$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{۶}{۵۵} \times ۱۰^۵ \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{۶۰۰}{۵۵} \text{ km} = ۱۰/۹ \simeq ۱۱ \text{ km}$$

۵. ۲ بار

فرض کنیم $g = ۱۰\ \mathrm{m/s^۲}$. برخورد به دیوارها سرعت عمودی توپ را عوض نمی‌کند؛ پس زمان سقوط عبارت است از:



$$۲۰ = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow t^۲ = ۴ \Rightarrow t = ۲^۲$$

سرعت افقی توپ نیز تنها تغییر جهت می‌دهد، پس مسافت طی شده توسط توپ عبارت است از:

$$S = vt = ۲ \times ۲ = ۴\ \mathrm{m}$$

از آنجایی که فاصلهٔ بین دو دیوار ۲ متر بوده و مسافت طی شده در راستای x ۴ متر است، نتیجه می‌گیریم توپ دوبار به دیوارها برخورد کرده است. (با فرض $g = ۹/۸\ \mathrm{m/s^۲}$، t به تست آمده کمی بیش از ۲ s و درنتیجه مسافت در راستای x کمی بیش از ۴ متر گشته و درنتیجه می‌توانیم مطمئن باشیم که توپ حداقل دو برخورد کامل خواهد داشت.)

۶. ۵۰ cm/s

حجم آب ورودی در واحد زمان باید با حجم آب خروجی در واحد زمان برابر باشد.

$$V_{in} = A_۰V_۰ = \pi r_۰^۲V_۰, \quad V_{out} = A_۱V_۱ = ۲\pi r \times d \times V_۱$$

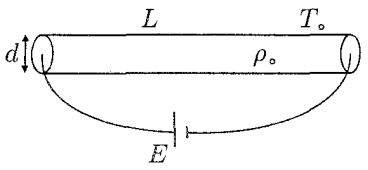
$$V_{in} = V_{out} \Rightarrow r_۰^۲V_۰ = ۲rdV_۱$$

$$\Rightarrow V_۱ = \frac{r_۰^۲V_۰}{۲rd}$$

$$\Rightarrow V_۱ = \frac{۲^۲ \times ۵۰۰\ \mathrm{cm/s}}{۲ \times ۱۰ \times ۲} = ۵۰\ \mathrm{cm/s}$$

۷. ۳۲

$$P_۱ = \frac{V^۲}{R} = \frac{E^۲}{\frac{\rho L_۱}{\frac{\pi d_۱^۲}{۴}}} = \frac{E^۲\pi d_۱^۲}{۴\rho L_۱}$$



به همین ترتیب داریم:

$$P_2 = \frac{E^2 \pi d_2^2}{4 P L_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 8 \Rightarrow \frac{\frac{E^2 \pi d_2^2}{4\ell_0 L_2}}{\frac{E^2 \pi d_1^2}{4\ell_0 L_1}} = \frac{d_2^2}{d_1^2}\frac{L_1}{L_2} = 8 \qquad (1)$$

دمای کار هر دو لامپ باید ثابت T_0 باشد. پس:

$$8P_1 = 8\sigma A_1 T_0^4 = P_2 = \sigma A_2 T_0^4 \Rightarrow 8A_1 = A_2$$

که در آن A_1 و A_2 مساحت جانبی استوانه‌ها هستند:

$$8A_1 = A_2 \Rightarrow 8\pi d_1 L_1 = \pi d_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{d_2}{8d_1} \qquad (2)$$

$$(1)\text{ و }(2) \Rightarrow \frac{d_2^3}{d_1^3} = 64 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 4 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2}$$

درنتیجه

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{PV_2}{PV_1} = \frac{\pi d_2^2 L_2}{\pi d_1^2 L_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \cdot \frac{L_2}{L_1} = 16 \times 2 = 32$$

باسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

باشگاه دانش پژوهان جوان

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

کد (دو)

دفترچه سوالات

بیست‌و سومین المپیاد فیزیک کشور

مرحله‌ی اول

۳۰ دی ماه ۱۳۸۸ (۹:۰۰ تا ۱۳:۰۰)

مدت آزمون: ۴ ساعت — کد دفترچه‌ی سوالات: ۲

تذکرات :

ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به موارد زیر دقیقاً توجه کنید.

۱)کد برگه‌ی سوالات شما **۲** است. این کد را در محل مربوط روی پاسخ‌نامه بنویسید. در غیر این صورت پاسخ‌نامه‌ی شما **تصحیح نخواهد شد**. توجه داشته باشید کد برگه‌ی سوالات شما که دربالای هر یک از صفحه‌های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است یکی باشد.

۲)این آزمون ۳۲ سوال چند گزینه‌ای و ۷ مسئله‌ی کوتاه دارد و وقت آن ۴ ساعت است.

۳)در سوال‌های چند گزینه‌ای به هر پاسخ درست امتیاز مثبت و به هر پاسخ غلط امتیاز منفی تعلق می‌گیرد. نمره‌ی مثبت و منفی هر سوال در پرانتزی مقابل همان سوال نوشته شده است. هر سوال چند گزینه‌ای فقط یک گزینه‌ی درست دارد و انتخاب بیش از یک گزینه معادل با پاسخ نادرست است.

۴) مشخصات خواسته شده را **«به طور کامل»** روی برگه‌ی پاسخ‌نامه بنویسید. در صورت کامل نبودن اطلاعات خواسته شده، یا غلط بودن آن‌ها پاسخ‌نامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد.

۵) **همراه داشتن** ماشین حساب و تلفن همراه مجاز نیست. اگر دارید در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید تا آن را تحویل بگیرد. در غیر این صورت **حتی اگر از آن‌ها استفاده نکنید** تقلب محسوب خواهد شد.

۶) برگه‌ی پاسخ‌نامه را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید.

۷) نتیجه‌ی این آزمون اواخر اسفند ماه اعلام خواهد شد.

۸)پس از پایان آزمون می‌توانید دفترچه‌ی سوالات را همراه خود ببرید.

کلیه‌ی حقوق این سوالات برای باشگاه دانش پژوهان جوان محفوظ است.

۱) دو ظرف استوانه‌ای رسانای گرما در نظر بگیرید که دهانه‌ی هر کدام با یک پیستون بدون اصطکاک بسته شده، و در هر کدام مقدار یکسانی گاز کامل در شرایط مشابه قرار دارد. روی پیستون ظرف اول یک کیسه‌ی شن می‌گذاریم، به طوری که پیستون پایین می‌رود و حجم گاز به کمترین مقدار V می‌رسد. پس از مدت کوتاهی، پیش از آن که حجم تغییر کند، فشار گاز P_a و دمای آن T_a می‌شود. روی پیستون ظرف دوم آن قدر شن را دانه دانه و به آرامی می‌گذاریم تا حجم گاز در این ظرف همان V شود. در این حالت فشار گاز P_b و دمای آن T_b است. فرض کنید طی این دو فرآیند، سیستم همواره نزدیک به تعادل ترمودینامیکی بوده است. کدام گزینه درست است؟ (+۴, −۱)

الف) $P_a > P_b$ و $T_a = T_b$

ب) $P_a > P_b$ و $T_a > T_b$

ج) $P_a = P_b$ و $T_a > T_b$

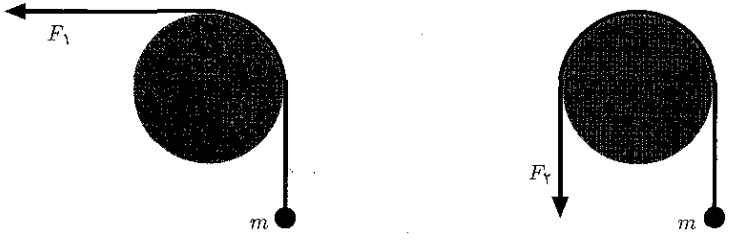
د) $P_a < P_b$ و $T_a < T_b$

ه) $P_a = P_b$ و $T_a = T_b$

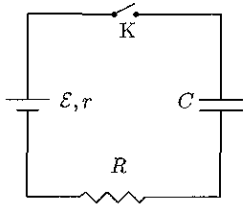
---

۲) مطابق شکل به یک سر نخی که از روی قطعه چوبی به شکل یک استوانه رد شده وزنه‌ی m آویخته و به سر دیگر نخ نیروی $F_۱$ وارد شده است به طوری که وزنه در حال تعادل و در آستانه‌ی بالا آمدن است. نخ با چوب اصطکاک دارد به طوری که $F_۱ - mg = f_۱$. فرض کنید نخ را ۹۰° دیگر روی چوب می‌اندازیم، به طوری که نیروی $F_۲$ در راستای قائم و رو به پایین قرار گیرد. در این حالت $F_۲ - mg = f_۲$ و جسم در آستانه‌ی بالا آمدن است. نسبت $\frac{f_۲}{f_۱}$ کدام است؟ (+۲, −۱)

الف) ۱ ب) ۲ ج) بیش از ۲



۳) در مدار نشان داده شده در شکل خازن در ابتدا خالی است. در فاصله‌ی زمانی بسته شدن کلید تا پر شدن خازن چه مقدار انرژی در مقاومت R تلف شده است؟ ظرفیت خازن C، مقاومت داخلی مولد r، و نیروی محرکه‌ی مولد $\mathcal{E}$ است. (+۳, −۱)



الف) $\frac{C\mathcal{E}^2 R}{r+R}$

ب) $\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$

ج) $\frac{C\mathcal{E}^2 R}{2(r+R)}$

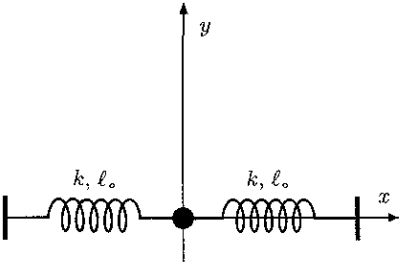
د) $\frac{C\mathcal{E}^2 R^2}{2(r+R)^2}$

---

۴) مطابق شکل، جسمی به دو فنر مشابه با ثابت k و طول آزاد $\ell_\circ$ متصل است. طرف دوّم هر یک از فنرها به دیوارهای ثابت متصل است. فاصله‌ی دو دیواره $2\ell_\circ$ است. این مجموعه در صفحه‌ی افقی xy است. جسم را در امتداد محور y به اندازه‌ی a جابه‌جا می‌کنیم، طوری که a بسیار کوچکتر از $\ell_\circ$ است ($a \ll \ell_\circ$). اندازه‌ی برآیند نیروی وارد بر جسم کدام است؟ (+۳, −۱)

راهنمایی: اگر $|\epsilon|$ خیلی کوچکتر از ۱ باشد، داریم

$$(1+\epsilon)^\alpha \simeq 1+\alpha\epsilon$$



الف) ka

ب) $\frac{k}{\ell_\circ}a^2$

ج) $\frac{k}{\ell_\circ^2}a^3$

د) $\frac{k}{\ell_\circ^3}a^4$

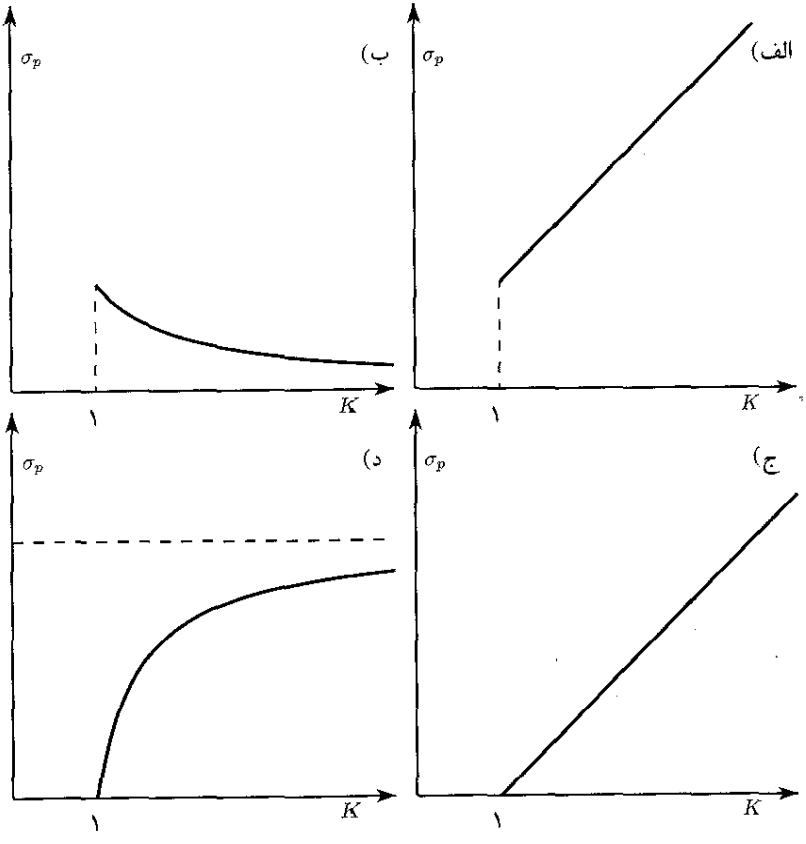
---

۵) جسمی از حال سکون روی یک سطح شیب‌دار به طرف پایین حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک بین جسم و سطح شیب‌دار μ است. زاویه‌ی شیب سطح θ است. $\tan 2\theta$ چه قدر باشد تا جسم فاصله‌ی افقی d را در کوتاه‌ترین زمان طی کند؟ (+۳, −۱)

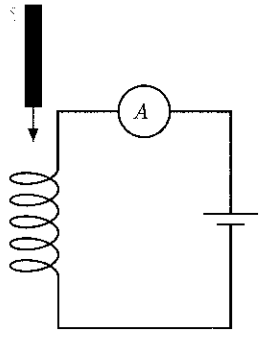
الف) $\frac{-1}{\mu}$ ب) $\frac{-1}{2\mu}$ ج) μ د) -2μ

---

۶) خازن تختی را که عایق بین صفحه‌های آن هوا است، به یک باطری وصل کرده و سپس جدا می‌کنیم. روی صفحه‌های خازن بارهای $+q$ و $-q$ قرار می‌گیرد. در این حال یک تیغه‌ی عایق با ثابت دی‌الکتریک K بین دو صفحه قرار می‌دهیم، طوری که همه‌ی فضای خالی بین دو صفحه را پر می‌کند و بارهای صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند. تیغه‌ی عایق در میدان الکتریکی بین دو صفحه قطبیده (پلاریزه) می‌شود. می‌توان قطبیده شدن تیغه‌ی عایق را به این شکل مدل‌سازی کرد که گویا دو بار $+q_p$ و $-q_p$ روی دو طرف تیغه‌ی عایق، کنار صفحه‌های خازن ایجاد شده است (بار $+q_p$ کنار صفحه‌ی منفی خازن، و بار $-q_p$ کنار صفحه‌ی مثبت خازن). چگالی سطحی بار فرضی $+q_p$ روی سطح تیغه‌ی عایق را با σ_p نشان می‌دهیم. نمودار σ_p بر حسب K کدام است؟ (+۳, −۱)

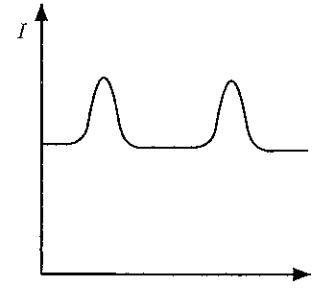


۷)

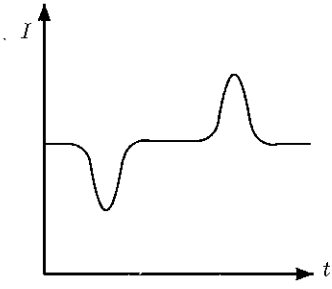


یک میله‌ی **آهنی** با سرعت ثابت از وسط یک سیم‌پیچ متصل به باطری عبور می‌کند. آمپرمتر جریان I را نشان می‌دهد. نمودار $I(t)$ (جریان بر حسب زمان) کدام است؟

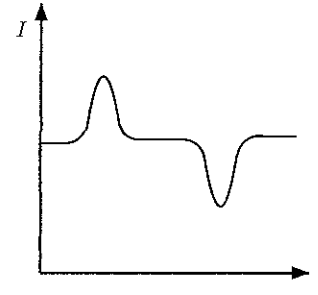
الف)



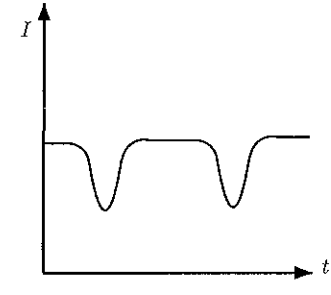
ب)



ج)



د)



(+۳, −۱)

---

۸) یک انسان بالغ در یک شبانه‌روز تقریباً به چه قدر اکسیژن نیاز دارد؟ (+۲, −۱)

الف) ۱۰ g ب) ۱ kg ج) ۱۰۰ kg

---

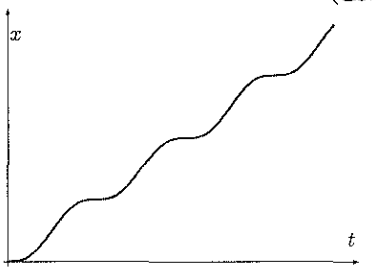
۹) فاصله‌ی یک جسم از یک عدسی واگرا N برابر فاصله‌ی کانونی عدسی است. نسبت طول جسم به طول تصویر کدام گزینه است؟ (+۳, −۱)

الف) $N-1$ ب) N ج) $N+1$ د) $\frac{N+1}{2}$

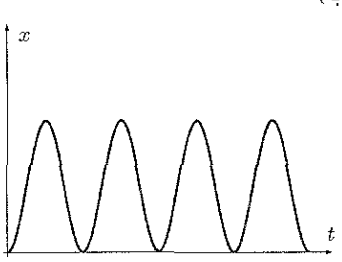
---

۱۰) ذره‌ای در لحظه‌ی $t = 0$ از نقطه‌ی $x = 0$ و با سرعت $v = 0$ در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند و شتاب آن $a = A\sin(\omega t)$ است، که در آن A و ω دو ثابت مثبت اند. منحنی مکان ـ زمان متحرک کدام یک از شکل‌های زیر است؟ (+۳, −۱)

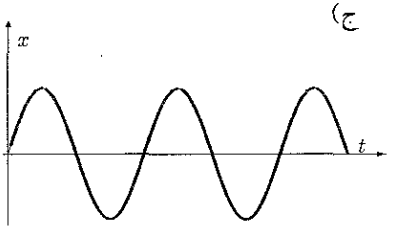
الف)



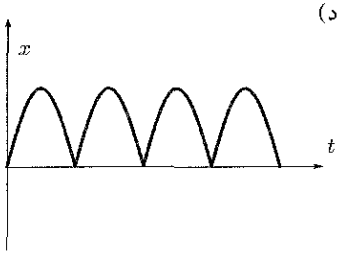
ب)



ج)

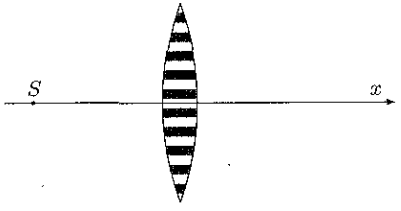


د)



---

۱۱) مطابق شکل یک عدسی از دو نوع شیشه با ضریب شکست مختلف ساخته شده است. لایه‌هایی که در شکل خاکستری اند از یک نوع شیشه، و لایه‌هایی که در شکل سفید اند از نوع دیگر اند. منبع نقطه‌ای تکرنگ S روی محور نوری این عدسی و در سمت چپ آن است. از شکست نور در مرز بین دو نوع شیشه صرف نظر کنید. پرده‌ای عمود بر محور نوری این عدسی در سمت راست عدسی است. این پرده از نزدیک عدسی در جهت محور x حرکت می‌کند. (+۳, −۱)



الف) طی حرکت پرده فقط یک مکان وجود دارد که روی پرده یک نقطه‌ی روشن دیده می‌شود.

ب) طی حرکت پرده فقط یک مکان وجود دارد که روی پرده یک لکه‌ی روشن دیده می‌شود.

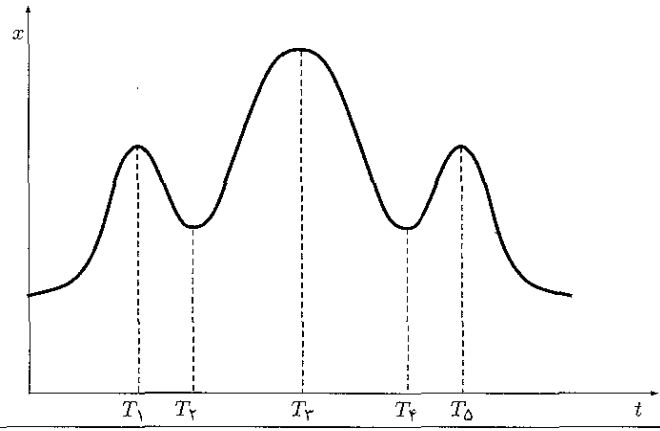
ج) طی حرکت پرده دو مکان وجود دارد که روی پرده فقط یک نقطه‌ی روشن دیده می‌شود.

د) طی حرکت پرده دو مکان وجود دارد که روی پرده لکه‌ی روشنی داریم که در این دو جا شدت روشنایی در مرکز لکه بیشینه است.

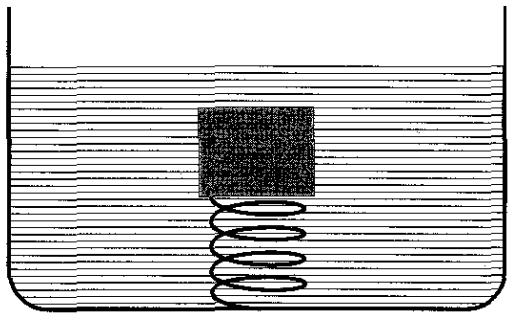
---

۱۲) سرعت متوسط متحرکی بین زمان $t = ۰$ و $t = T$ را با $\bar{v}(۰, T)$ نمایش می‌دهیم. منحنی مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راستی حرکت می‌کند به صورت زیر است. اندازه‌ی $\bar{v}(۰, T)$ به ازای $T = T_۰$ بیشترین مقدار است. $T_۰$ در نزدیکی کدام زمان است؟ (+۴, −۱)

الف) $T_۱$ ب) $T_۲$ و $T_۴$ ج) $T_۱$ و $T_۵$ د) $T_۳$ ه) $T_۵$



۱۳) درون ظرفی مقداری آب ریخته‌ایم. چگالی آب $\rho_۰$ است. جسمی به جرم M و چگالی $\rho_۱$ ($\rho_۱ < \rho_۰$) به وسیله فنری که به کف ظرف متصل شده، نگه داشته شده است. فنر کشیده می‌شود ولی جسم از آب بیرون نمی‌آید. نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند $W_۱$ است. اگر به جای جسم قبلی جسم دیگری با همان جرم ولی چگالی بیشتر $\rho_۲$ ($\rho_۲ > \rho_۰$) را به فنر ببندیم، فنر فشرده می‌شود ولی نه آن قدر که به کف ظرف بچسبد. در این حالت نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند $W_۲$ است. کدام گزینه درست است؟ در دو حالت مقدار آب یکسان است. (+۲, −۱)

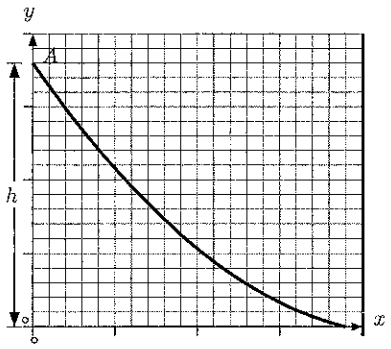


الف) $W_۲ > W_۱$

ب) $W_۲ = W_۱$

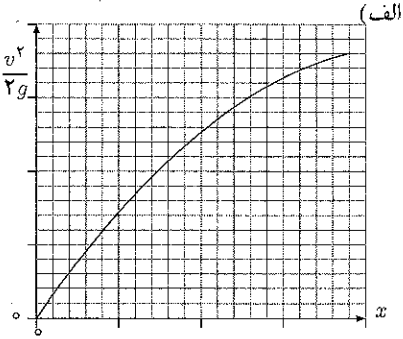
ج) $W_۲ < W_۱$

۱۴) (+۳, −۱)

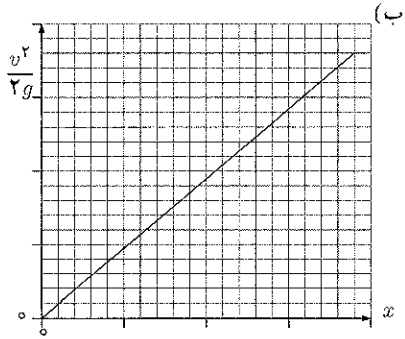


شکل روبرو میله‌ی باریکی را نشان می‌دهد. شتاب گرانش در امتداد $y-$ است. مهره‌ی تسبیحی روی میله از نقطه‌ی $A = (0, h)$، با سرعت اولیه‌ی صفر رها می‌شود. اصطکاک ناچیز است. نمودار تغییرات $\frac{v^2}{2g}$ بر حسب x کدام یک از شکل‌های زیر است؟ (v سرعت لحظه‌ای ذره است.)

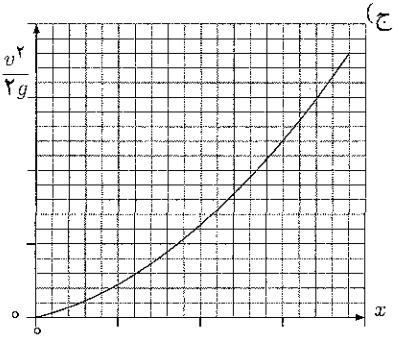
الف)



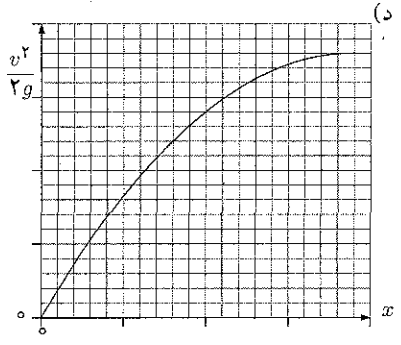
ب)



ج)



د)



۱۵) برای یک تخم‌مرغ معمولی متوسط، جرم تخم‌مرغ را با M و جرم پوسته‌ی آن را با m نشان می‌دهیم. کدام گزینه درست است؟ راه‌نمایی: چگالی پوسته را تقریباً ۳ برابر چگالی آب بگیرید. تخم‌مرغ را به شکل کره، و ضخامت پوسته را ۰٫۳ mm بگیرید. (+۳, −۱)

الف) $M \simeq 60\,\mathrm{g}$ و $m \simeq 20\,\mathrm{g}$

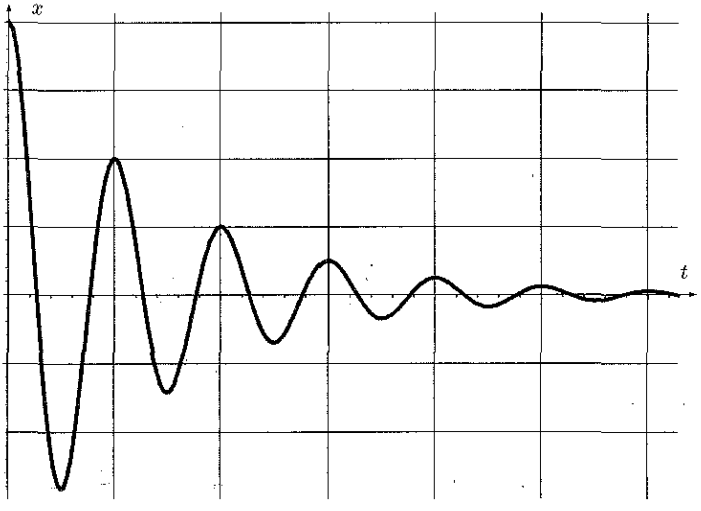
ب) $M \simeq 60\,\mathrm{g}$ و $m \simeq 6\,\mathrm{g}$

ج) $M \simeq 200\,\mathrm{g}$ و $m \simeq 6\,\mathrm{g}$

د) $M \simeq 200\,\mathrm{g}$ و $m \simeq 20\,\mathrm{g}$

۱۶) جسمی به جرم m را به فنری به ثابت K وصل کرده‌ایم و از حالت تعادل ($x=0$) خارج و سپس رها می‌کنیم. جسم شروع به نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که جسم در مکان x است و سرعت آن v است، انرژی آن $\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}Kx^2$ است. منحنی مکان ـ زمان جسم را در شکل می‌بینید. به علت وجود اصطکاک این حرکت میرا است و دامنه‌ی حرکت با گذشت زمان کوچک می‌شود. در یک سیکل جسم از بیشینه فاصله از نقطه‌ی تعادل شروع می‌کند و پس ازدو بار گذشتن از حالت تعادل به دورترین نقطه‌ی ممکن از آن می‌رود. در هر نوسان بخشی از انرژی تلف می‌شود. نسبت انرژی تلف‌شده در سیکل دوم به انرژی تلف‌شده در سیکل اول چه قدر است؟ (+۳, −۱)

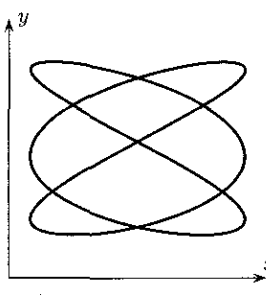
الف) ۱ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{3}{4}$ د) $\frac{1}{4}$



۱۷) ذره‌ای در صفحه‌ی xy بر روی مسیری که در شکل نشان داده شده حرکت می‌کند. معادله‌ی حرکت این ذره به شکل زیر است.

$$x = A_1 + B_1\cos(2\pi f_1 t + \alpha_1)\,, \qquad y = A_2 + B_2\cos(2\pi f_2 t + \alpha_2)$$

به بیان دیگر، تصویر این ذره روی هر یک از محورهای x و y مثل یک نوسانگر ساده با بسامدهای f_1 و f_2 است. نسبت $\frac{f_1}{f_2}$ چیست؟ (+۳, −۱)



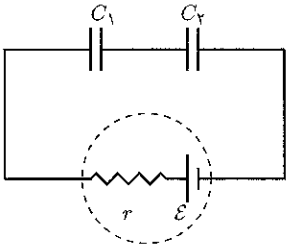
الف) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{2}{3}$

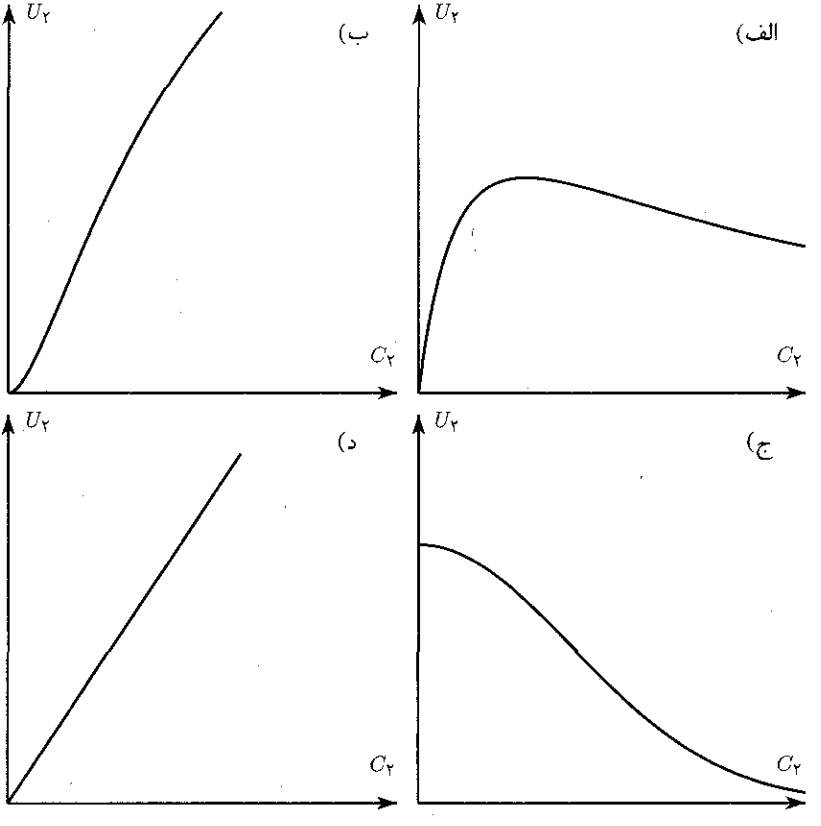
ج) $\frac{3}{2}$

د) $\frac{2}{1}$

۱۸) (+۳, −۱)



در مدار نشان داده شده در شکل $\mathcal{E}$، r، و C_1 مقادیر ثابتی هستند. با تغییر C_2 انرژی ذخیره شده در خازن ۲، که آن را با U_2 نشان می‌دهیم، تغییر می‌کند. نمودار U_2 بر حسب C_2 کدام است؟

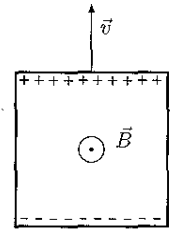


۱۹) $60\ cm^3$ آب را روی کف زمین اتاقی به ابعاد $5\ m \times 4\ m \times 3\ m$ می‌ریزیم. پس از مدتی همه‌ی آب تبخیر می‌شود. فاصله‌ی متوسط بین دو ملکول مجاور آب پس از گذشتن زمان طولانی از تبخیر تقریباً چند برابر می‌شود؟ (+۳, −۱)

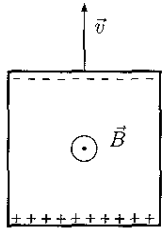
الف) ۱۰ برابر ب) ۱۰۰ برابر ج) ۱۰۰۰ برابر د) ۱۰۰۰۰ برابر

۲۰) یک رسانای مسطح مربع‌شکل با سرعت v در یک میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند. کدام یک از شکل‌های زیر توزیع بار الکتریکی روی رسانا را به درستی نشان می‌دهد؟ جهت میدان مغناطیسی بر صفحه‌ی کاغذ عمود و رو به شما است. (+۳, −۱)

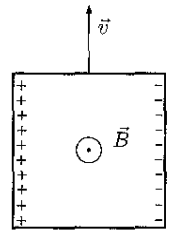
الف)



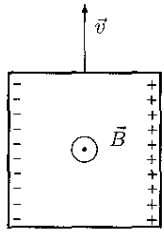
ب)



ج)

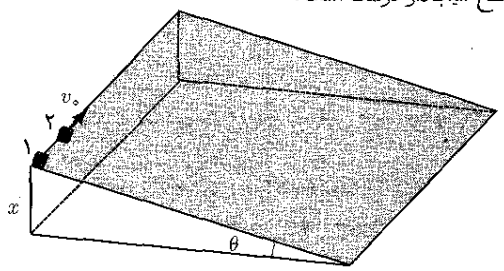


د)



---

۲۱) دو ذره‌ی مشابه را کنار هم روی سطح شیب‌داری با شیب θ و ارتفاع h قرار داده‌ایم. ذره‌ی ۱ را رها می‌کنیم و هم‌زمان ذره‌ی ۲ را با سرعت اولیه‌ی افقی v_0، مطابق شکل پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک بین این ذرات و سطح شیب‌دار را μ ($\mu < \tan\theta$) بگیرید. کدام گزینه در مورد زمان رسیدن این دو ذره به پایین سطح شیب‌دار درست است؟ (+۳, −۱)



الف) ذره‌ی ۱ حتماً زودتر می‌رسد.

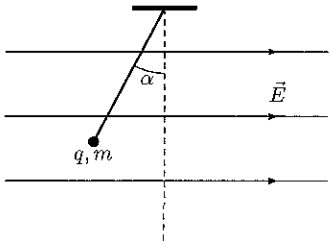
ب) ذره‌ی ۲ حتماً زودتر می‌رسد.

ج) دو ذره حتماً هم‌زمان می‌رسند.

د) در صورتی که $v_0 < \sqrt{2gh}$ باشد (g شتاب گرانش است) ذره‌ی ۱، و در غیر این صورت ذره ۲ حتماً زودتر می‌رسد.

---

۲۲) شکل زیر آونگی با بار الکتریکی مثبت q و وزن mg را نشان می‌دهد که در یک میدان الکتریکی یکنواخت و افقی $\vec{E}$ قرار دارد. آونگ را مقداری از امتداد قائم (امتداد خط‌چین) خارج می‌کنیم و در حالت نشان داده شده در شکل ساکن نگه می‌داریم، طوری که نخ آونگ کشیده شده است. آونگ را رها می‌کنیم. گلوله‌ی آونگ روی خط راست حرکت می‌کند و نخ آونگ شل می‌شود. کدام گزینه در مورد زاویه‌ی α که در شکل نشان داده شده صحیح است؟ (+۳, −۱)



الف) $\alpha > \text{Arctan}\left(\frac{qE}{mg}\right)$

ب) $\alpha > \text{Arctan}\left(\frac{mg}{qE}\right)$

ج) $\alpha < \text{Arctan}\left(\frac{qE}{mg}\right)$

د) $\alpha < \text{Arctan}\left(\frac{mg}{qE}\right)$

---

۲۳) جسم کوچکی روی محور اصلی یک آینه‌ی مقعر، در فاصله‌ی p از آینه، و در حال نزدیک شدن به آینه است. سرعت جسم نسبت به آینه v_0 است. تصویر حقیقی این جسم روی محور اصلی آینه، در فاصله‌ی q از آینه، و در حال دور شدن از آینه است. سرعت تصویر نسبت به آینه v_1 است. p، q، v_0، و v_1، همگی مثبت اند. کدام گزینه درست است؟ (+۳, −۱)

الف) $v_1 = \left(\frac{p}{q}\right)^2 v_0$

ب) $v_1 = \left(\frac{q}{p}\right)^2 v_0$

ج) $v_1 = \left(\frac{p}{q}\right) v_0$

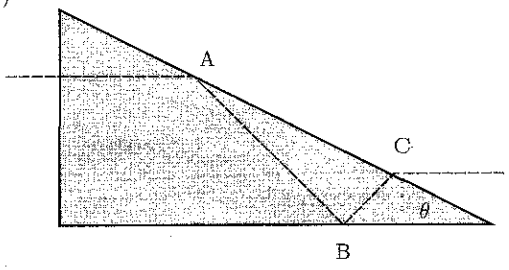
د) $v_1 = \left(\frac{q}{p}\right) v_0$

---

۲۴) مقطع یک منشور مثلث قائم‌الزاویه، و ضریب شکست آن n است. مطابق شکل پرتویی عمود بر وجه به منشور می‌تابد. این پرتو پس از بازتابش کلی از نقاط A و B به نقطه‌ی C می‌رسد و از آن نقطه موازی پرتوی تابیده از آن خارج می‌شود. زاویه‌ی θ چه قدر است؟
فرمول‌های زیر ممکن است به درد بخورند.

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$
$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

(+۴, −۱)



الف) $\text{Arccos}\ \frac{۱}{n}$

ب) $\text{Arcsin}\ \frac{۱}{n}$

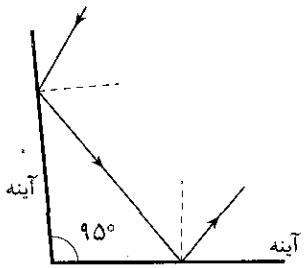
ج) $\text{Arccos}\ \frac{۱}{۲}\sqrt{۳+\frac{۱}{n}}$

د) $\text{Arcsin}\ \frac{۱}{۲}\sqrt{۳+\frac{۱}{n}}$

ه) $\text{Arccos}\ \sqrt{۳+\frac{۱}{n}}$

---

۲۵) در شکل مقابل همه‌ی پرتوها در یک صفحه اند. با ثابت نگه داشتن آینه‌ها پرتوی تابیده را در همین صفحه ۳° می‌چرخانیم. زاویه‌ی میان پرتوی تابیده بر آینه‌ی اول و پرتوی بازتابیده از آینه‌ی دوم را زاویه‌ی انحراف می‌نامیم. این زاویه چند درجه تغییر می‌کند؟ (+۳, −۱)



الف) ۰°

ب) ۳°

ج) ۶°

د) ۹°

---

۲۶) مقداری گاز کامل به حجم اولیه‌ی V و فشار اولیه‌ی P فرآیندی را می‌پیماید. این فرآیند در صفحه‌ی PV یک خط راست با شیب m ($m < ۰$) است. در طول این فرآیند انرژی درونی: (+۳, −۱)

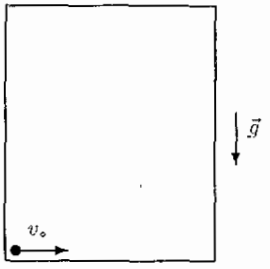
الف) به ازای هر مقدار m دائماً کم می‌شود.

ب) به ازای هر مقدار m ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

ج) به ازای هر مقدار m دائماً زیاد می‌شود.

د) به ازای بعضی مقادیر m، دائماً کم می‌شود؛ به ازای بعضی مقادیر m، دائماً زیاد می‌شود؛ و به ازای بعضی مقادیر m ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

۲۷) آسانسوری با شتاب ثابت a حرکت می‌کند. جسم کوچکی با سرعت اولیه‌ی v_0 روی کف آسانسور به حرکت در می‌آید. به علت اصطکاک این جسم پس از پیمودن مسافتی می‌ایستد. اگر شتاب آسانسور رو به پایین باشد جسم پس از پیمودن مسافت S_1 می‌ایستد، و اگر شتاب آسانسور رو به بالا باشد و همین آزمایش را تکرار کنیم، جسم پس از پیمودن مسافت S_2 می‌ایستد. کدام گزینه مقدار a را نشان می‌دهد؟ g شتاب گرانش و μ ضریب اصطکاک است. (+۳, −۱)



الف) $a = g\left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}\right)$

ب) $a = \mu g\left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}\right)$

ج) $a = g\left(\frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2}\right)$

د) $a = \mu g\left(\frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2}\right)$

---

۲۸) ذره‌ای از روی سطح زمین با سرعت اولیه‌ی v_0 با زاویه‌ی θ نسبت به افق پرتاب می‌شود و روی زمین فرود می‌آید. نقطه‌ی پرتاب و فرود هم‌ترازند. مساحت سطح قائم بین منحنی مسیر و زمین را S می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟ (g شتاب گرانش زمین است.) (+۳, −۱)

الف) $S = \frac{2}{3}\frac{v_0^2}{\sqrt{g}}\cos\theta\sin^3\theta$

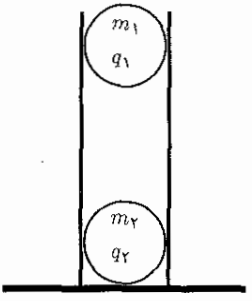
ب) $S = \frac{1}{3}\frac{v_0^2}{g}\cos^3\theta\sin\theta$

ج) $S = \frac{2}{3}\frac{v_0^4}{g^2}\cos\theta\sin^3\theta$

د) $S = \frac{1}{3}\frac{v_0^5}{g^2}\cos^3\theta\sin\theta$

---

۲۹) دو گلوله به جرم m_1 و m_2 و بار الکتریکی q_1 و q_2، مطابق شکل در لوله‌ی قائمی قرار دارند. گلوله‌ای که پایین است روی سطح میز است و گلوله‌ی بالایی با آن تماس ندارد. اصطکاک بین گلوله‌ها و لوله ناچیز است. نیرویی که گلوله‌ی پایینی به میز وارد می‌کند چه قدر است؟ (+۳, −۱)



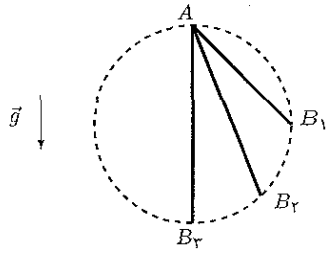
الف) $m_2 g$

ب) $(m_1 + m_2)g$

ج) $\frac{m_1 q_1 + m_2 q_2}{q_1 + q_2} g$

د) $\frac{m_1 q_2 + m_2 q_1}{q_1 + q_2} g$

۳۰) سه میله‌ی باریک AB_1، AB_2، و AB_3 را مطابق شکل در نظر بگیرید. نقاط A، B_1، B_2، و B_3 روی یک دایره‌ی قائم هستند و A بالاترین نقطه‌ی دایره است. سه مهره، مثل مهره‌های تسبیح، هم‌زمان از نقطه‌ی A روی این سه میله شروع به سُر خوردن می‌کنند. اصطکاکی در کار نیست. این سه مهره در زمان‌های T_1 و T_2 و T_3 به نقاط B_1 و B_2 و B_3 می‌رسند. کدام گزینه درست است؟ (+۲, −۱)



الف) $T_3 < T_2 < T_1$

ب) $T_1 = T_2 = T_3$

ج) $T_1 < T_2 < T_3$

---

۳۱) طول و عرض یک مستطیل با خط‌کشی با دقّت ۱ mm اندازه‌گیری شده و این مقادیر گزارش شده است:

$$a = ۲۰ \text{ mm} \pm ۱ \text{ mm}, \qquad b = ۱۰ \text{ mm} \pm ۱ \text{ mm}.$$

کدام گزینه مساحت مستطیل را به درستی نشان می‌دهد؟ (+۳, −۱)

الف) $۲۰۰ \text{ mm}^2 \pm ۱ \text{ mm}^2$

ب) $۲۰۰ \text{ mm}^2 \pm ۱۰ \text{ mm}^2$

ج) $۲۰۰ \text{ mm}^2 \pm ۲۰ \text{ mm}^2$

د) $۲۰۰ \text{ mm}^2 \pm ۳۰ \text{ mm}^2$

---

۳۲) وقتی گلوله‌ی ساکنی منفجر می‌شود، به تعداد بسیار زیادی تکه تقسیم می‌شود. فرض کنید همه‌ی این تکه‌ها با سرعت U در جهت‌های مختلف فضا از نقطه‌ی انفجار دور می‌شوند. فرض کنید گلوله‌ای در لحظه‌ی رها شدن از ارتفاع h منفجر می‌شود. بیشترین اختلاف زمان ممکن بین رسیدن اولین و آخرین تکه به زمین چه‌قدر است؟ g شتاب گرانش است. (+۳, −۱)

الف) $\dfrac{۲U}{g}$

ب) $\dfrac{۲\sqrt{U^2 + ۲gh}}{g}$

ج) $\dfrac{U + \sqrt{U^2 + ۲gh}}{g}$

د) $\dfrac{-U + \sqrt{U^2 + ۲gh}}{g}$

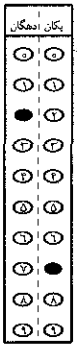
مسئله‌های کوتاه

پیش از شروع به حل مسئله‌های کوتاه توضیح زیر را به **دقت** بخوانید.

در این مسئله‌ها باید پاسخ را برحسب واحدهای مورد نظر (مثلاً میلی‌آمپر، متر، کیلوگرم، دقیقه و غیره) که در صورت مسئله خواسته شده، با دو رقم به دست آورید. سپس خانه‌های مربوط به رقم‌های این عدد را در پاسخ‌نامه سیاه کنید. توجه کنید که رقم یکان عدد در ستون یکان، و رقم دهگان در ستون دهگان علامت زده شود.

مثال: فرض کنید ظرفیت خازنی برحسب میکروفاراد خواسته شده باشد و شما عدد ۲۶٫۷ μF را به دست آورده باشید. ابتدا آن را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید تا عدد ۲۷ میکروفاراد به دست آید. سپس مطابق شکل پاسخ خود را در پاسخ‌نامه وارد کنید.

هر مسئله ۱۰ نمره دارد. پاسخ نادرست در این بخش نمره‌ی منفی ندارد.



۱) شخصی در فاصله‌ی x از یک دوربین عکاسی است و عکسی از او گرفته می‌شود. فاصله‌ی کانونی عدسی دوربین از x خیلی کوچک‌تر است. سپس این شخص به اندازه‌ی یک متر از دوربین دور می‌شود و عکس دیگری از او گرفته می‌شود. دو عکس را با ابعاد مساوی چاپ می‌کنیم. دیده می‌شود که قد این شخص در عکس اول ۱۰ cm و در عکس دوم ۸ cm است. فاصله‌ی x چند متر است؟

---

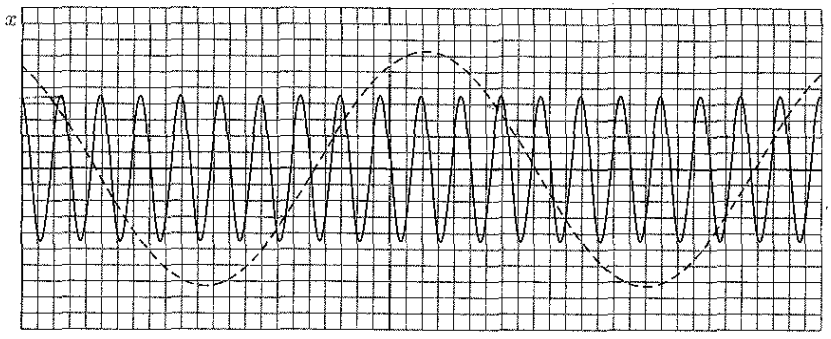
۲) در ارتفاع $h = ۵۰\ \text{cm}$ از سطح حوض، لوله‌ی آبی افقی است و مقطع آن دایره‌ای به قطر $D = ۱\ \text{cm}$ است. آب از لوله بیرون می‌آید و در فاصله‌ی افقی $R = ۸۰\ \text{cm}$ به حوض می‌رسد. شتاب گرانش $g = ۱۰\ \text{m/s}^۲$ است. آهنگ خروج آب از دهانه‌ی لوله، بر حسب ml/s چه قدر است؟ (ml یعنی میلی‌لیتر).

---

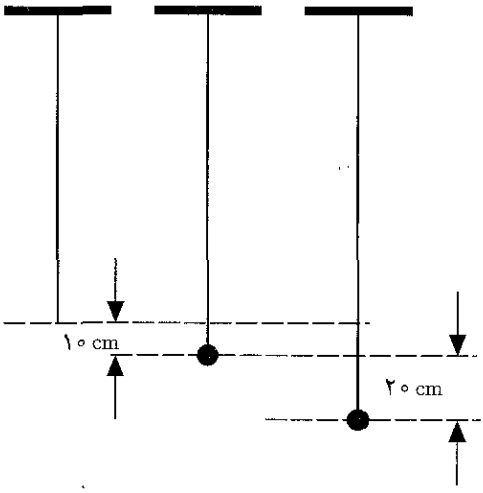
۳) هواپیمایی از نقطه‌ای روی خط استوا شروع به حرکت می‌کند. روی نصف‌النهار به اندازه‌ی ۵۰۰۰ km به سمت شمال می‌رود. بعد به سمت شرق می‌پیچد و ۵۰۰۰ km به شرق می‌رود (یعنی دقیقا در امتداد یک مدار ثابت). بعد به جنوب می‌پیچد و ۵۰۰۰ km در امتداد نصف‌النهار به جنوب می‌رود تا دوباره به استوا برسد. بعد به غرب می‌پیچد و ۵۰۰۰ km در امتداد استوا حرکت می‌کند. در این جا فرود می‌آید. فاصله‌ی نقطه‌ی شروع پرواز با نقطه‌ی فرود روی خط استوا بر حسب ۱۰۰ km چه قدر است؟ (محیط زمین ۴۰۰۰۰ km است.)

---

۴) در شکل زیر نمودار مکان ـ زمان برای دو نوسان‌گر داده شده است. نوسان‌گر ۱ با خط پُر، و نوسان‌گر ۲ با خط‌چین کشیده شده است. محور افقی زمان است. بسامد نوسان‌گر اول $f_۱$ و بسامد نوسان‌گر دوم $f_۲$ است. نسبت $\frac{f_۱}{f_۲}$ چند است؟



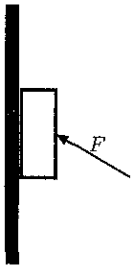
۵)



یک انتهای کش لاستیکی بلند و سبکی به سقف متصل است و کش در امتداد قائم آویزان است. وزنه‌ای به جرم ۵۰۰ گرم را به انتهای آن می‌بندیم و وزنه را به آرامی پایین می‌آوریم تا کاملاً آویخته شود. در این حالت طول کش نسبت به حالت نخست ۱۰ cm افزوده شده است. اکنون وزنه را ۲۰ cm دیگر پایین می‌کشیم و در این حالت آن را رها می‌کنیم. بیش‌ترین ارتفاعی که وزنه از این جا بالا می‌رود چند سانتی‌متر است؟ کش در حالت کشیدگی مانند فنر عمل می‌کند.

---

۶)



کتابی به جرم ۲ kg را با نیروی F به دیوار قائمی فشار می‌دهیم به طوری که کتاب نه به پایین و نه به بالا می‌لغزد. ضریب اصطکاک ایستایی بین کتاب و دیوار ۰٫۷۵ و شتاب گرانش ۱۰ m/s^2 است. کم‌ترین مقدار نیروی F چند نیوتن است؟

---

۷) حلقه‌ای به جرم ۰٫۲ kg دور یک استوانه به جرم ۱٫۰ kg است. اصطکاک جنبشی بین این حلقه و استوانه ۱ N است. استوانه چنان قرار گرفته که محور آن قائم است و فاصله‌ی قاعده‌ی پایینی آن تا سطح زمین ۱٫۸ m است. در حالی که حلقه و استوانه نسبت به هم ساکن اند، مجموعه را رها می‌کنیم. استوانه با همان سرعتی که به زمین می‌رسد به سمت بالا برمی‌گردد. بعد از برخورد استوانه با زمین، حلقه شروع به سُر خوردن روی استوانه می‌کند. بعد از چند ثانیه حلقه نسبت به استوانه ساکن می‌شود؟ $g = 10\ m/s^2$

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
باشگاه دانش پژوهان جوان

باسمه تعالی

مرحله اول المپیاد فیزیک کشور

ویژه دانش آموزان سال سوم رشته ریاضی فیزیک

۱- نام:	۲- نام خانوادگی:
۳- نام پدر:	۴- نام آموزشگاه:
۵- منطقه:	۶- پایه تحصیلی:
۷- رشته تحصیلی:	۸- نام حوزه امتحانی:
۹- شماره:	

۸۲/۱۱/۲۱

۱ (یک)

بخش اول: سئوالات چند گزینه ای

مهم: این قسمت را مطابق دستور ارائه شده در برگه سئوالات، حتماً تکمیل نمایید. کد برگه سئوالات: ۱

نحوه علامتگذاری: صحیح ● غلط ⊖ ◐ ◑ ⊗

۱	●	۱۶		●		۳۱	●		
۲		۱۷	●			۳۲	●		
۳	●	۱۸			●	۳۳			
۴		۱۹		●		۳۴			
۵		۲۰			●	۳۵			
۶		۲۱	●			۳۶			
۷		۲۲			●	۳۷			
۸	●	۲۳	●			۳۸			
۹		۲۴			●	۳۹			
۱۰		۲۵		●		۴۰			
۱۱		۲۶		●		۴۱			
۱۲	●	۲۷		●		۴۲			
۱۳		۲۸		●		۴۳			
۱۴		۲۹			●	۴۴			
۱۵		۳۰	●			۴۵			

رنگ آبی ها یا مردود را زدم بقیه صحیح است

بخش دوم: مسئله های کوتاه

توجه : قبل از پاسخ دادن به این سئوالات، دستورالعمل نوشته شده در برگه سئوالات را مطالعه کنید.

۱۰ را ۱۲ هم صحیح است ۲۰ و ۲۱ و ۲۲ صحیح است

مسئله اول		مسئله دوم		مسئله سوم		مسئله چهارم		مسئله پنجم		مسئله ششم		مسئله هفتم		مسئله هشتم		مسئله نهم		مسئله دهم	
یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان
	●	●									●	●							
										●									
			●									●							
●								●											
									●										
										●									

H.S.C 544

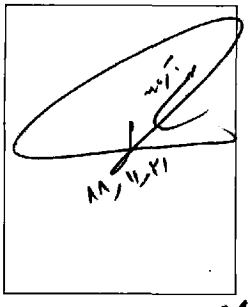
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
باشگاه دانش پژوهان جوان

باسمه تعالی

مرحله اول المپیاد فیزیک کشور

ویژه دانش آموزان سال سوم رشته ریاضی فیزیک

۱- نام:	۲- نام خانوادگی:
۳- نام پدر:	۴- نام آموزشگاه:
۵- منطقه:	۶- پایه تحصیلی:
۷- رشته تحصیلی:	۸- نام حوزه امتحانی:
۹- شماره:	



کد ۲ (د)

بخش اول: سئوالات چند گزینه ای مهم: این قسمت را مطابق دستور ارائه شده در برگه سئوالات، حتماً تکمیل نمایید. کد برگه سوالات ۲

نحوه علامتگذاری: صحیح ● غلط ⊖ ◐ ⊗ ◑

۱	●			۱۶			●	۳۱	●
۲			●	۱۷		●		۳۲	●
۳			●	۱۸	●			۳۳	
۴			●	۱۹		●		۳۴	
۵	●			۲۰			●	۳۵	
۶			●	۲۱		●		۳۶	
۷		●		۲۲		●		۳۷	
۸		●		۲۳		●		۳۸	
۹			●	۲۴			●	۳۹	
۱۰	●			۲۵	●			۴۰	
۱۱			●	۲۶			●	۴۱	
۱۲	●			۲۷	●			۴۲	
۱۳			●	۲۸			●	۴۳	
۱۴	●			۲۹		●		۴۴	
۱۵		●		۳۰		●		۴۵	

بخش دوم: مسئله های کوتاه توجه : قبل از پاسخ دادن به این سئوالات، دستورالعمل نوشته شده در برگه سئوالات را مطالعه کنید.

مسئله اول		مسئله دوم		مسئله سوم		مسئله چهارم		مسئله پنجم		مسئله ششم		مسئله هفتم		مسئله هشتم		مسئله نهم		مسئله دهم	
یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان	یکان	دهگان
	●												●						
										●									
		●										●							
●																			
								●											
									●										
											●								

۱۰ و ۱۱ درست است

۲۰ و ۲۱ و ۲۲ صحیح است

۱. قطره‌های باران تحت اثر بادی که با سرعت افقی v_w می‌وزد قرار دارند و شتاب گرانش g است. فرض کنید نیروی مقاومت هوا از دید ناظری که نسبت به هوا ساکن است $-b\vec{v}$ است، که $\vec{v}$ سرعت قطره ی باران نسبت به این ناظر و b یک ضریب ثابت و مثبت است. پس از مدتی، قطرات باران از دید ناظر زمین با سرعت حدی ثابتی که نسبت به امتداد قائم زاویه‌ی α می‌سازد، سقوط می‌کنند. کدام گزینه درست است؟ (3. −1)

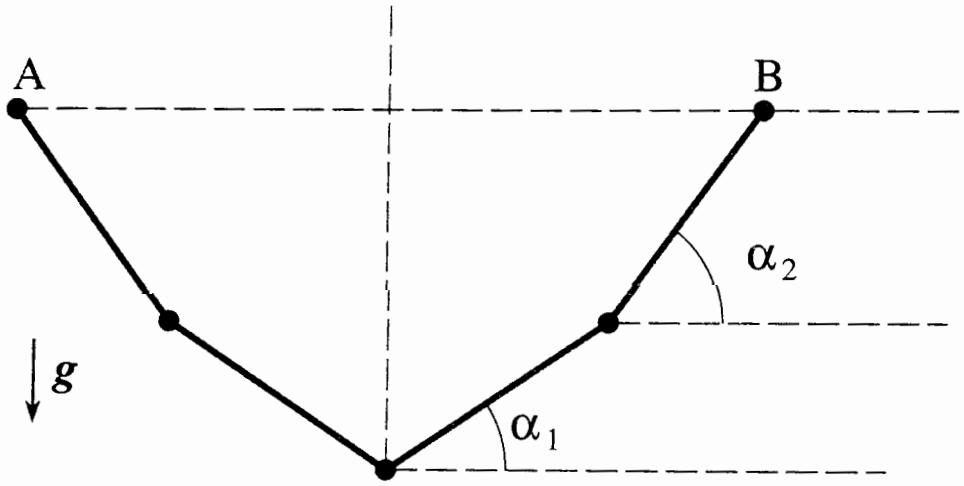
(الف) $\sin\alpha = \frac{bv_w}{mg}$

(ب) $\cos\alpha = \frac{bv_w}{mg}$

(ج) $\tan\alpha = \frac{bv_w}{mg}$

(د) $\cot\alpha = \frac{bv_w}{mg}$

۲. مطابق شکل سه گلوله ی متشابه با چهار ریسمان سبک به طولهای مساوی، بین نقاط هم‌ارتفاع A و B آویخته شده اند. امتداد نخها با افق زاویه‌های α_1 و α_2 می‌سازند. نسبت $\frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2}$ چیست؟ (3. −1)



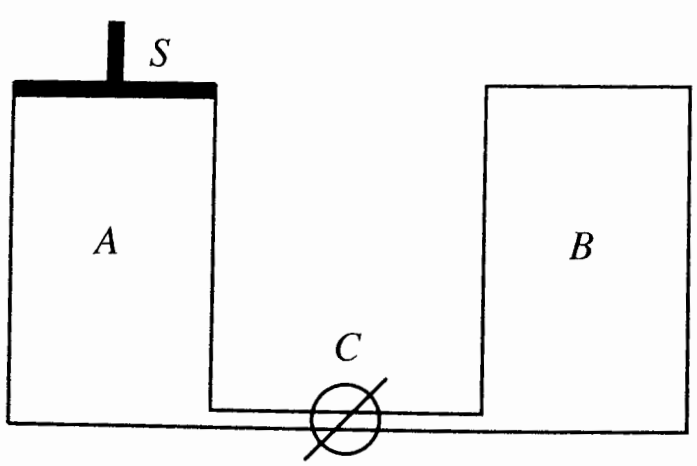
(الف) $\frac{2}{3}$

(ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(ج) $\frac{1}{3}$

(د) $\frac{1}{2}$

۳. دو محفظه‌ی عایق استوانه‌ای یکسان A و B به حجم V و ظرفیت گرمایی ناچیز، مطابق شکل، توسط شیر C به هم متصل اند. ابتدا استوانه‌ی A حاوی n مول گاز کامل تک‌اتمی در دمای T و ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت $\frac{3}{2}R$ است. انتهای بالایی محفظه‌ی A توسط پیستون S، که می‌تواند آزادانه درون استوانه حرکت کند، کاملاً بسته شده است. استوانه‌ی B دربسته و درون آن کاملاً خلاء است. شیر C به گونه‌ای باز می‌شود که بر اثر ورود گاز به استوانه‌ی B پیستون به طریقی به پایین بلغزد که فشار در A ثابت بماند. پس از آن که گاز تمامی حجم ظرف B و بخشی از حجم ظرف A را پر کرد، پیستون ساکن می‌شود. اگر T' دمای مطلق گاز در پایان این فرایند باشد، نسبت $\frac{T'}{T}$ چقدر است؟ −1)



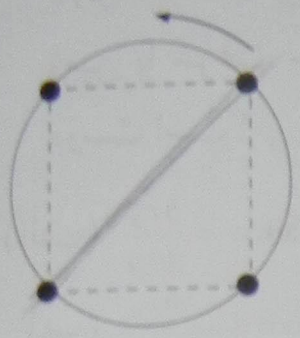
(الف) $\frac{8}{6}$

(ب) $\frac{6}{5}$

(ج) $\frac{7}{5}$

(د) $\frac{9}{7}$

۴. چهار جرم مشابه m که مطابق شکل روی رأس‌های مربعی به ضلع a قرار دارند، بر اثر نیروی گرانش بین خودشان روی دایره‌ای با سرعت زاویه‌ای ω می‌گردند. کدام گزینه درست است؟ (3, -1)



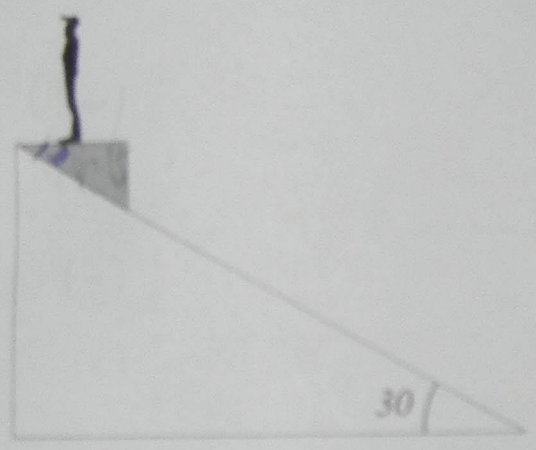
(الف) $\omega = \sqrt{\frac{Gm}{a^3}\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)}$

(ب) $\omega = \sqrt{\frac{Gm}{a^3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+2\right)}$

(ج) $\omega = \sqrt{\frac{Gm}{a^3}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)}$

(د) $\omega = \sqrt{\frac{Gm}{a^3}\left(\frac{-1}{2}+\sqrt{2}\right)}$

۵. شخصی روی سکوی متحرکی مطابق شکل ایستاده است. این سکو روی سطح شیبداری است که با افق زاویه ی $30°$ می‌سازد. در حالی که سکو به پایین می‌لغزد، نیروی قائمی که سکو به شخص وارد می‌کند $\frac{15}{16}$ وزن شخص است. ضریب اصطکاک بین سکو و سطح شیبدار چه قدر است؟ (3, -1)



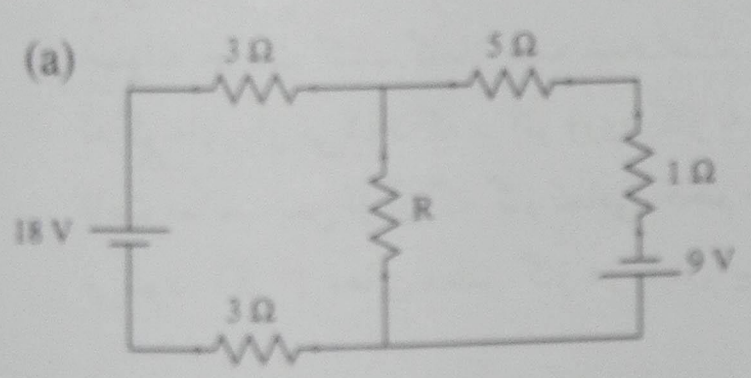
(الف) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

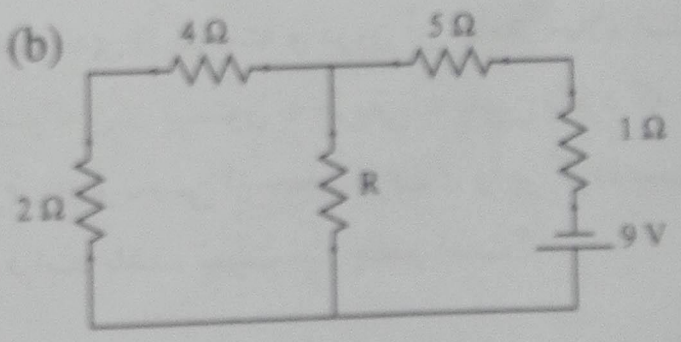
(ب) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(ج) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(د) $\frac{2}{3}$

۶. در مدارهای (a) و (b) شکل زیر، مقاومت R یکسان است. نسبت توان مصرفی در مقاومت R در مدار (a) به توان مصرفی در این مقاومت در مدار (b) چقدر است؟ (3, -1)





(الف) 4

(ب) $\frac{1}{4}$

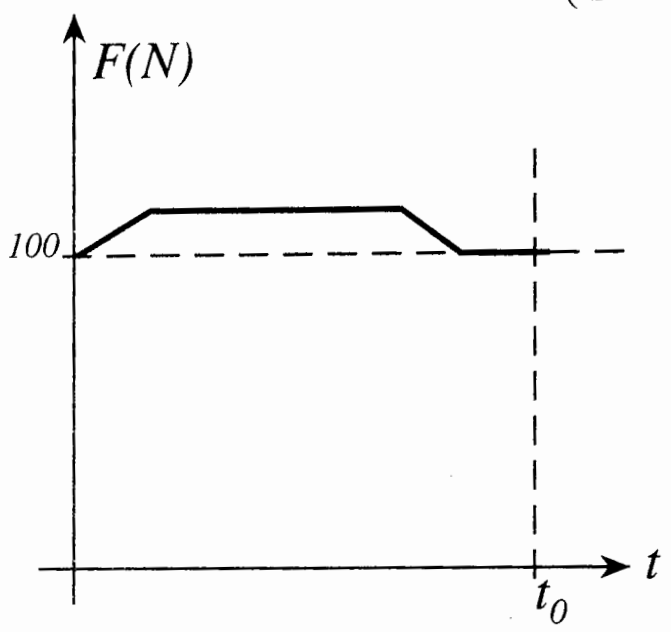
(ج) 1

(د) $\frac{9}{4}$

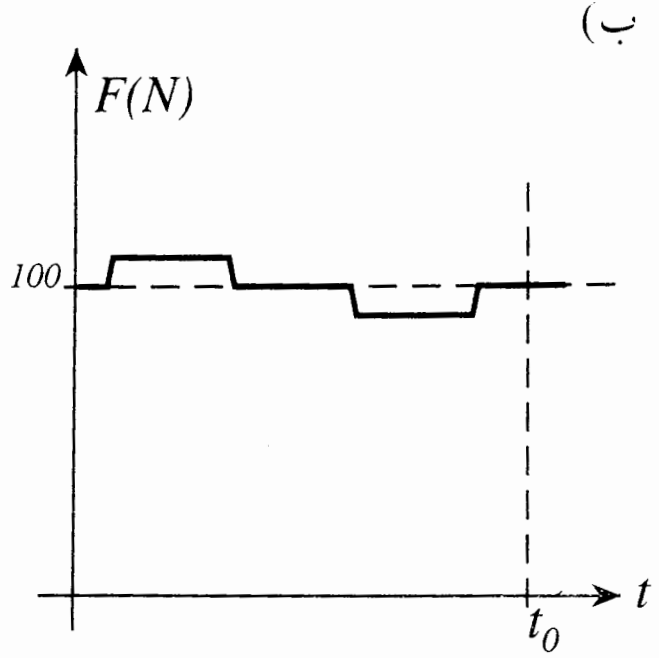
۷. جسمی به جرم $10\,kg$ کف یک آسانسور قرار دارد. آسانسور از حال سکون به طرف بالا به راه می‌افتد و پس از مدت t_0 در ارتفاع معینی می‌ایستد. کدام نمودار می‌تواند نشان‌دهنده‌ی بستگی زمانی نیرویی باشد که کف آسانسور به جسم وارد می‌کند؟

(3. −1)

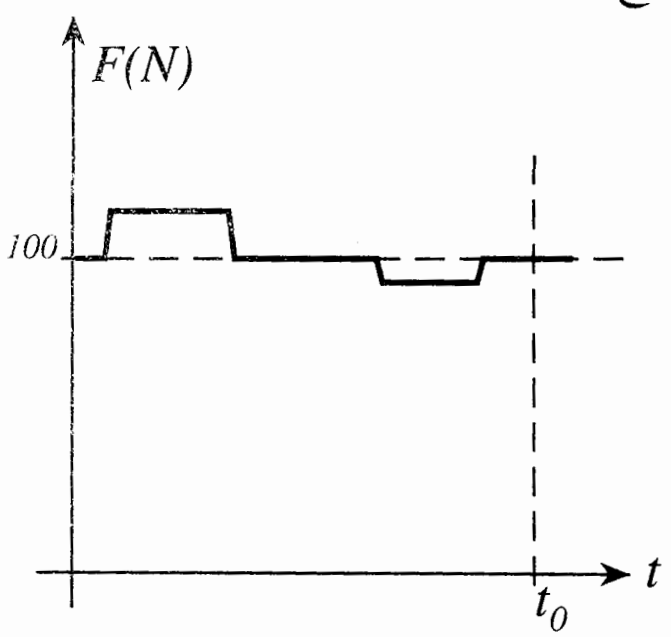
الف)



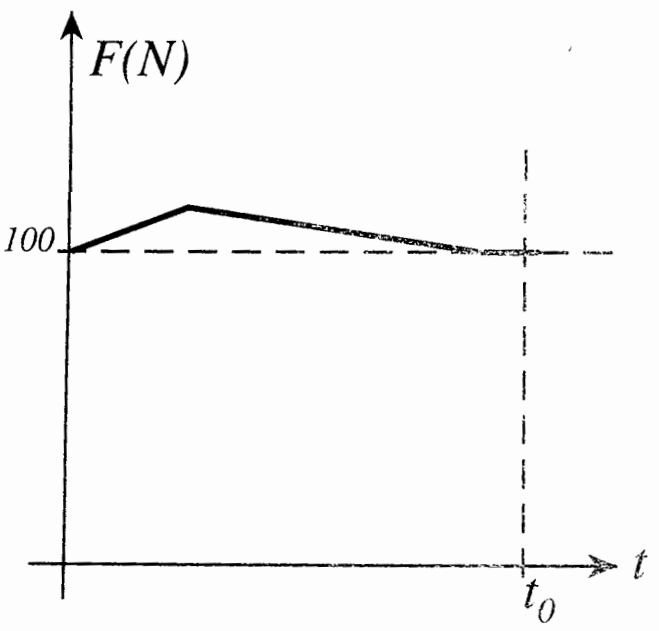
ب)



ج)

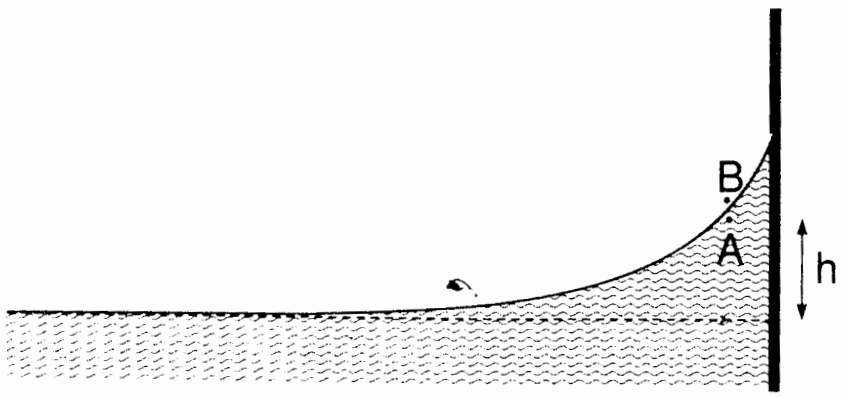


د)



۸. مایعی به چگالی ρ کنار یک دیوار، به علت چسبندگی، کمی از آن بالا می‌رود. مطابق شکل نقطه‌ی A نقطه‌ای درون مایع درست زیر سطح مایع است، طوری که ارتفاع آن از سطح مایع در فاصله‌ی دور از دیوار، h است. نقطه‌ی B در نزدیکی A و درست بالای سطح مایع است. شتاب گرانش g است. اختلاف فشار این دو نقطه، $P_A - P_B$ تقریباً برابر است با:

-1)

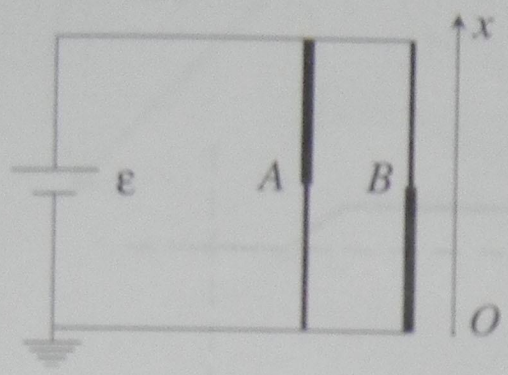


(الف) 0

(ب) $\rho g h$

(ج) $-\rho g h$

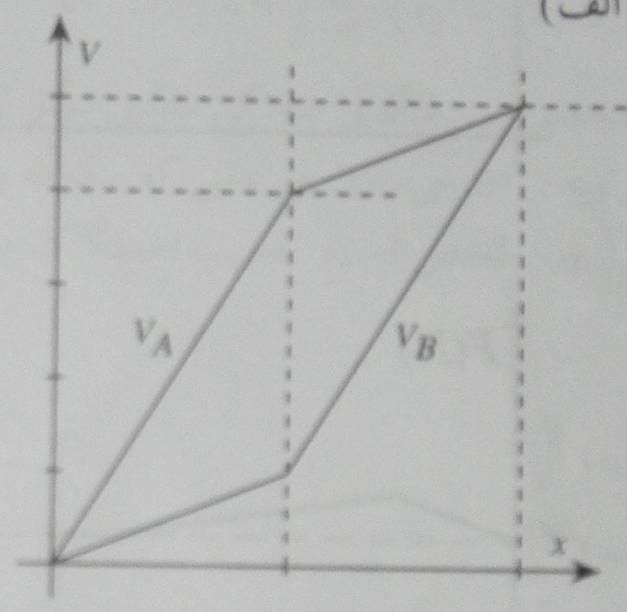
۹. در مداری که در شکل نشان داده شده شاخه‌های A و B از دو سیم با جنس یکسان و طولهای یکسان ساخته شده است. قطر سیم در قسمت کلفت‌تر در هر شاخه دو برابر قسمت نازکتر است. محور x به موازات سیمها است و مبداء آن نقطه‌ی O است. پتانسیل نقطه‌ای به مختصه‌ی x در شاخه‌ی A ، $V_A(x)$ و در شاخه‌ی B ، $V_B(x)$ است.



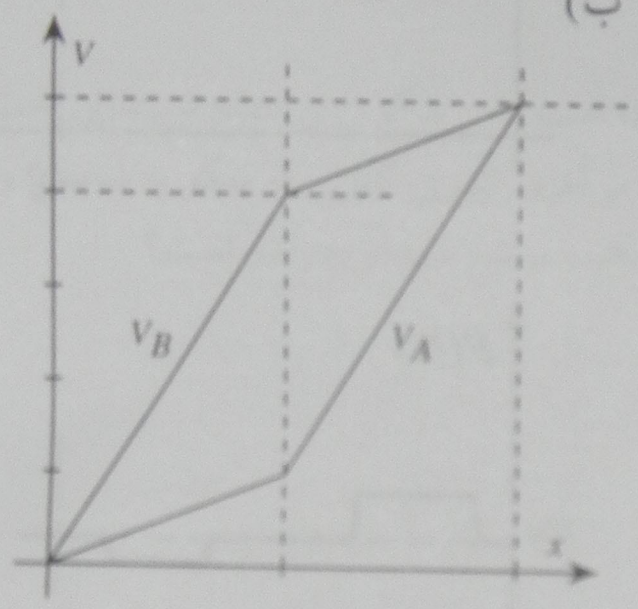
(3, −1)

کدام نمودار درست است؟

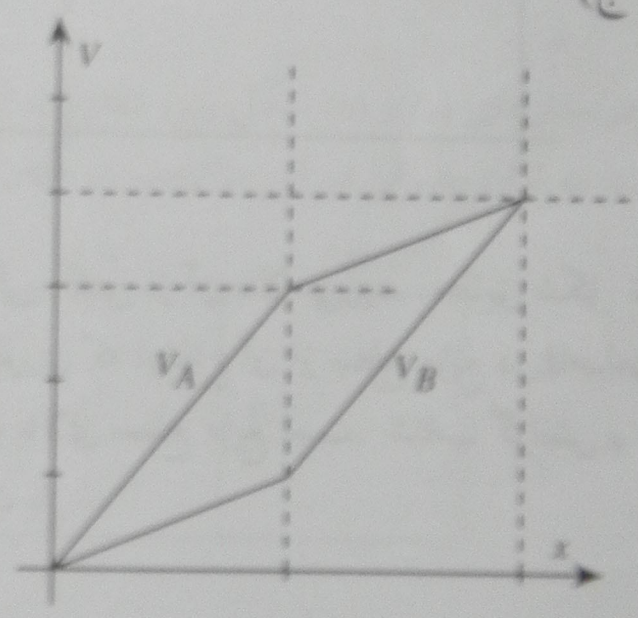
الف)



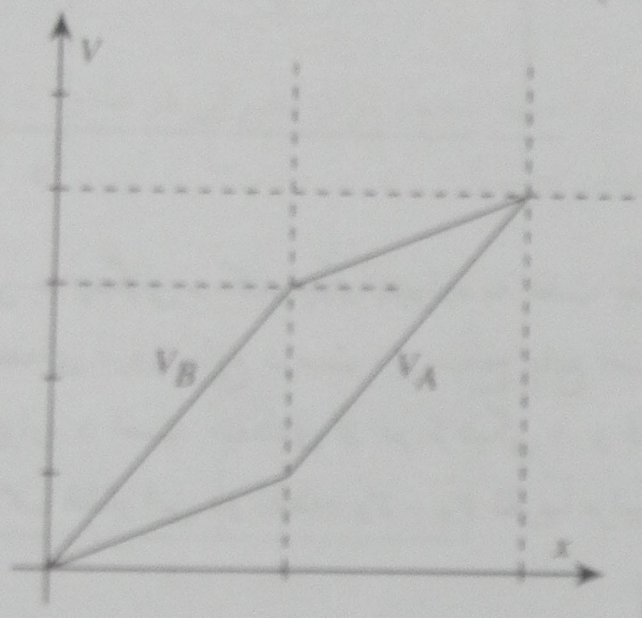
ب)



ج)



د)



۱۰. کابل مقاومت‌دار یکنواختی به طول ℓ با غلاف نارسانا از زیر زمین عبور کرده و در نقاط A و B در دسترس است. در زیر زمین و در فاصله ی نامعلوم x از سر A، غلاف نارسانا ساییده شده و جریان الکتریکی از این نقطه وارد زمین می‌شود. زمین را رسانایی با پتانسیل صفر می‌گیریم. فرض می‌کنیم در محل ساییدگی، کابل با مقاومت الکتریکی R به زمین وصل است. می‌خواهیم x را بیابیم. برای این کار ابتدا سر A را به پتانسیل V_A نسبت به زمین وصل می‌کنیم و پتانسیل سر آزاد B را نسبت به زمین می‌سنجیم. فرض کنید این پتانسیل V باشد. بار دیگر، سر B را به پتانسیل قابل‌تنظیمی وصل می‌کنیم و پتانسیل آن نسبت به زمین، V_B را چنان تنظیم می‌کنیم که پتانسیل سر آزاد A نسبت به زمین V شود. فاصله ی مجهول x از کدام رابطه به دست می‌آید؟

(الف) $\frac{\ell}{x} = 1 - \frac{V_B - V}{V_A - V}$

(ب) $\frac{x}{\ell} = 1 - \frac{V_A - V}{V_B + V_A}$

(ج) $\frac{\ell}{x} = 1 + \frac{V_A - V}{V_B - V}$

(د) $\frac{x}{\ell} = 1 - \frac{V_B - V}{V_B + V_A}$

۱۱. سیم ∩ شکل فلزی که مقاومت الکتریکی آن ناچیز است، در صفحه ای قائم نگه داشته شده است. میله ی افقی AD به طول ℓ و جرم m و مقاومت الکتریکی R می‌تواند آزادانه بر روی بازوها ی قائم سیم ⌐ شکل بلغزد. میدان مغناطیسی یکنواخت B بر صفحه ی سیم ∩ شکل عمود است. میله ی افقی را رها می‌کنیم تا به اندازه ی h سقوط کند. شتاب گرانش g است. اگر میله در این فاصله تقریباً به سرعت ثابتی، که به آن سرعت حد می‌گویند، رسیده باشد، کل گرما ی تولید شده در این فاصله ی زمانی چه قدر است؟

(الف) $\frac{m^3 g^2 R^2}{2 \ell^4 B^4}$

(ب) $m g h$

(ج) $m g h + \frac{m^3 g^2 R^2}{2 \ell^4 B^4}$

(د) $m g h - \frac{m^3 g^2 R^2}{2 \ell^4 B^4}$

۱۲. گلوله ی کوچکی به جرم m به انتها ی نخی به طول ℓ در نقطه ی O بسته شده و مجموعه مانند آونگ ساده ای در صفحه‌ای عمودی نوسان می‌کند. دوره ی نوسان این آونگ در این حالت T است. اگر در نقطه ی O' که به فاصله‌ی $\frac{\ell}{n}$ از نقطه‌ی O و درست در زیر آن است میخی قرار دهیم به طوری که نخ آونگ در هنگام حرکت به آن برخورد کند، دوره‌ی نوسان آونگ در این حالت T' می‌شود. در هر حال دامنه‌ی نوسان کوچک است. نسبت $\frac{T'}{T}$ کدام است؟

(الف) 1

(ب) $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{n-1}{4n}}$

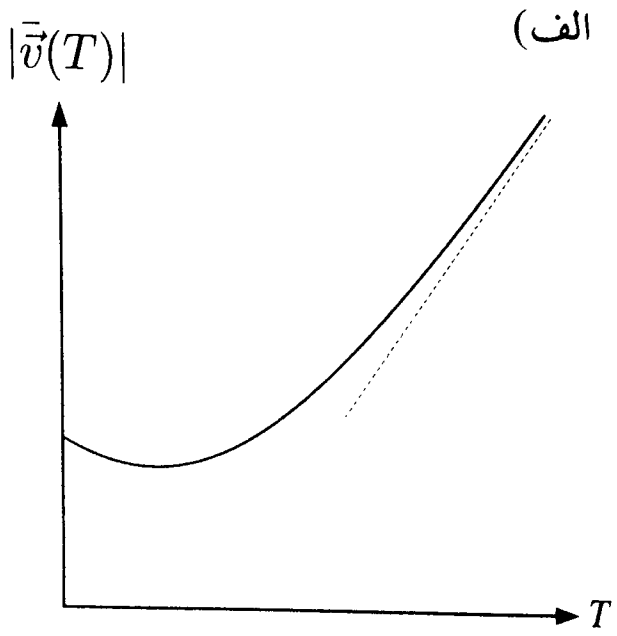
(ج) $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{n-1}{4(n+1)}}$

(د) $\sqrt{\frac{n-1}{n}}$

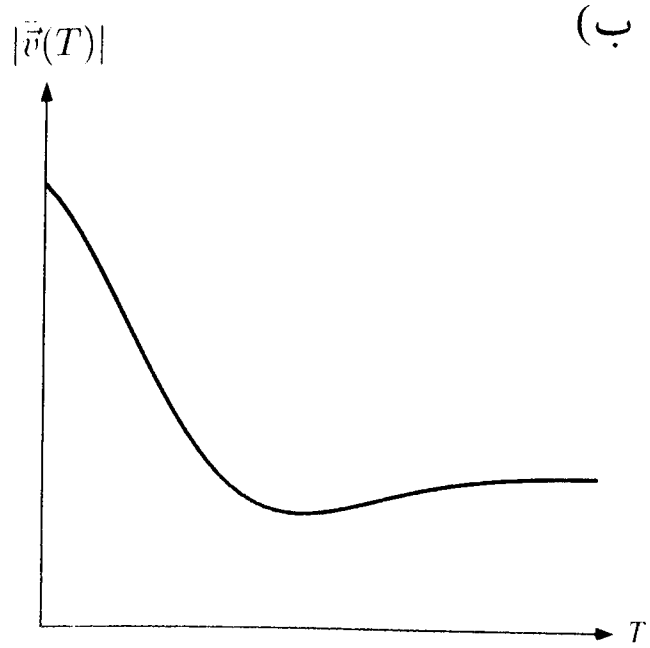
۱۳. پرتابه‌ای در زمان $t=0$ با سرعت اولیه‌ی v_0 تحت زاویه‌ی θ نسبت به افق و بالای افق پرتاب می‌شود و پس از رسیدن به سطح افق نقطه‌ی پرتاب به حرکت خود ادامه می‌دهد. بردار سرعت متوسط پرتابه بین زمان $t=0$ تا $t=T$ را با $\vec{v}(T)$ نشان می‌دهیم. $|\vec{v}(T)|$ اندازه‌ی این بردار است. کدام گزینه نمودار $|\vec{v}(T)|$ بر حسب T را درست نشان می‌دهد؟

(3, -1)

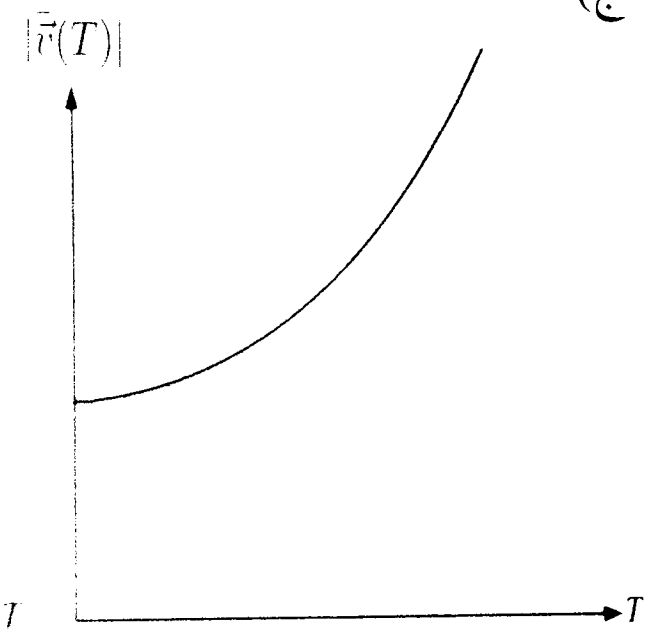
الف)



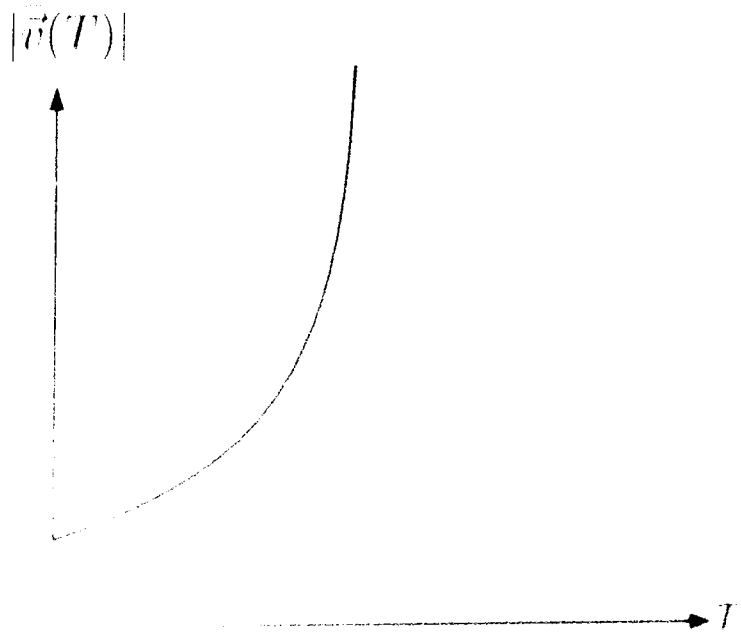
ب)



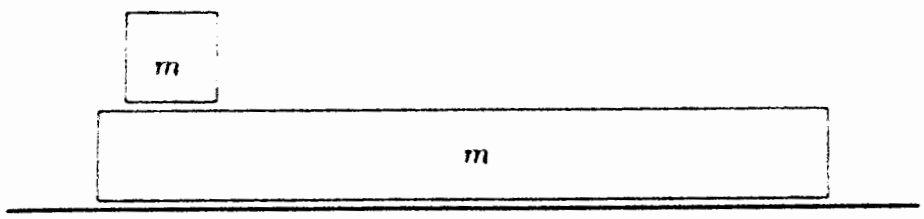
ج)



د)



۱۴. جعبه‌ای به جرم m روی جعبه‌ی دراز دیگری به جرم m قرار دارد. اصطکاک جعبه ی زیر با زمین ناچیز است، اما دو جعبه با هم اصطکاک دارند. در لحظه‌ی $t = 0$ جعبه‌ی زیری ساکن است و جعبه‌ی رویی با سرعت v_0 نسبت به زمین حرکت می‌کند. کل کار نیروی اصطکاک روی جعبه‌ی بالایی از دید ناظر زمینی چقدر است؟ فرض کنید جعبه‌ی پایینی آن قدر دراز است که جعبه‌ی بالایی از روی آن نمی‌افتد. (3, −1)



(الف) $-\frac{3}{8} m v_0^2$

(ب) $-\frac{1}{2} m v_0^2$

(ج) $-\frac{1}{4} m v_0^2$

(د) $-\frac{3}{4} m v_0^2$

۱۵. در فاصله‌ی d از یک دیوار، یک عدسی همگرا با فاصله‌ی کانونی $f > d$ به موازات دیوار قرار دارد. از سمت مقابل دیوار یک باریکه‌ی لیزر با سطح مقطع دایره‌ای، که محور آن همان محور عدسی است، به عدسی می‌تابد. شدت باریکه I_0 است. پس از عبور این باریکه از عدسی یک قرص روشن روی دیوار تشکیل می‌شود. شدت این قرص روشن، I، چیست؟ (3, −1)

(الف) $I = I_0$

(ب) $I = I_0 \frac{f}{f - d}$

(ج) $I = I_0 \left(\frac{f}{f - d}\right)^2$

(د) $I = I_0 \frac{f^2}{(f - d)\, d}$

۱۶. گلوله‌ی کوچکی به جرم m دارای بار الکتریکی مثبت Q از نخی با جرم ناچیز به طول ℓ آویخته شده است. گلوله‌ی مشابه دیگری با همان بار الکتریکی را به آرامی به گلوله‌ی آویخته نزدیک می‌کنیم و در جای قبلی گلوله‌ی اول نگه می‌داریم. راستای نخ به اندازه‌ی θ از راستای قائم منحرف می‌شود. کشش نخ در این وضعیت چقدر است؟ شتاب گرانش g و ثابت قانون کولن k است. (4, −1)

(الف) $m g$

(ب) $m g \cos\theta$

(ج) $\frac{m g}{\cos\theta}$

(د) $\frac{k Q^2}{4 \ell^2 \sin^3\theta}$

(هـ) $\frac{k Q^2}{\ell^2 \sin^3\theta}$

۱۷. پرتابه‌ای را با سرعت اولیه‌ی v_0 و زاویه‌ی α نسبت به افق پرتاب می‌کنیم. v_0 چقدر باشد تا پس از زمان T پرتابه در حین پایین آمدن در نصف ارتفاع نقطه‌ی اوج خود باشد؟ (3, −1)

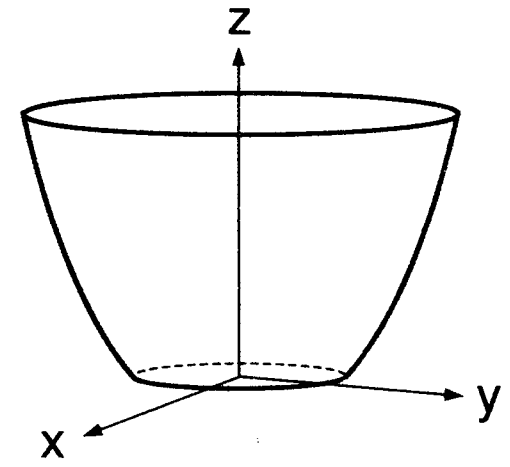
(الف) $\frac{2gT}{(2-\sqrt{2})\sin\alpha}$

(ب) $\frac{gT(\sqrt{2}-1)}{\sin\alpha}$

(ج) $\frac{gT\cos\alpha}{2+\sqrt{2}}$

(د) $\frac{gT(2-\sqrt{2})}{\sin\alpha}$

۱۸. فنجانی مطابق شکل در نظر بگیرید. فرض کنید این فنجان از چرخاندن سهمی $z=\alpha x^2-h$ در صفحه‌ی xz حول محور z ایجاد شده است، به طوری که بخش $z<0$ سهمی بریده شده و صفحه‌ی تختی کف آن چسبانده شده است. α و h مقادیر ثابت و مثبت هستند. ارتفاع فنجان H است. فنجان را با مایعی به چگالی ρ پر می‌کنیم. جرم مایع M و فشار هوای بیرون P_0 است. اندازه‌ی نیرویی که مایع به دیواره‌ی جانبی فنجان وارد می‌کند چه قدر است؟ (3, −1)



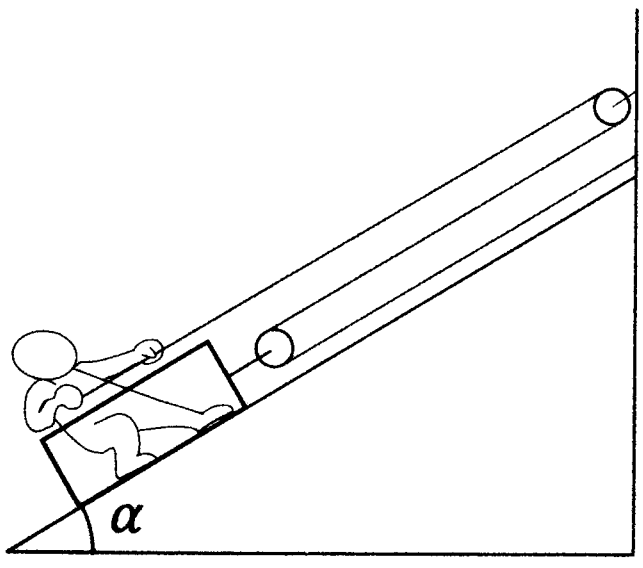
(الف) $Mg-\frac{\pi hH\rho g-P_0\pi(H+h)}{\alpha}$

(ب) $Mg-\frac{\pi h(H+h)\rho g-P_0\pi(H+h)}{\alpha}$

(ج) $Mg-\frac{\pi hH\rho g-P_0\pi H}{\alpha}$

(د) $Mg-\frac{\pi h(H+h)\rho g+P_0\pi h}{\alpha}$

۱۹. شخصی به جرم m درون جعبه ای به جرم m' ایستاده است. جعبه روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی است که با افق زاویه ی α می‌سازد. شخص طنابی را که در شکل مشخص شده با نیروی ثابت F به موازات سطح شیبدار می‌کشد، و به این ترتیب شخص و جعبه روی سطح شیبدار بالا می‌روند. جرم قرقره‌ها و نخ ناچیز است. اگر مجموعه از حالت سکون شروع به حرکت کند، پس از زمان t چه طولی از طناب از داخل دستان شخص رد می‌شود؟ (3, −1)



(الف) $\left(\frac{3F}{m'}-g\sin\alpha\right)t^2$

(ب) $\left(\frac{3F}{m+m'}-g\sin\alpha\right)t^2$

(ج) $\frac{3}{2}\left(\frac{3F}{m'}-g\sin\alpha\right)t^2$

(د) $\frac{3}{2}\left(\frac{3F}{m+m'}-g\sin\alpha\right)t^2$

۲۰. آب از آبشاری به ارتفاع 100 m به زمین فرو می‌ریزد. فرض کنید ضمن فرو ریختن آب 1% آن تبخیر می‌شود، که همه‌ی گرمای لازم برای تبخیر آب از آب گرفته می‌شود. گرمای نهان تبخیر آب را $2 \times 10^6\ \mathrm{J/kg}$، گرمای ویژه ی آب را $4 \times 10^3\ \mathrm{J/(kg\,°C)}$، و شتاب گرانش را $1 \times 10^1\ \mathrm{m/s^2}$ بگیرید. تغییر دمای آب به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (3, −1)

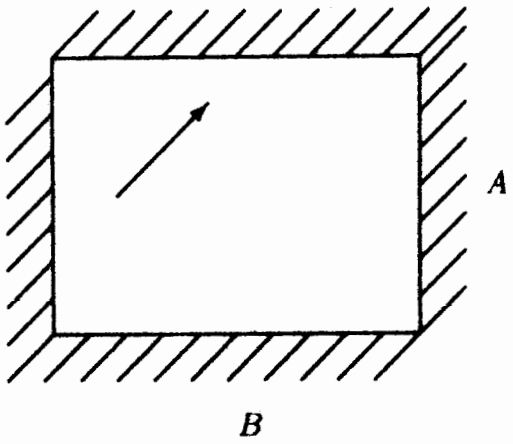
(الف) 5°C

(ب) −5°C

(ج) 10°C

(د) −10°C

۲۱. شکل زیر مقطع چهار آینه ی تخت را نشان می‌دهد که مستطیلی به ابعاد A و B است. مسیر یک پرتوی نور بین آینه‌ها مستطیلی به ابعاد a و b است. نسبت $\frac{A}{B}$ چیست؟ (3, −1)



(الف) $\frac{a}{b}$

(ب) $\frac{ab}{a^2+b^2}$

(ج) 1

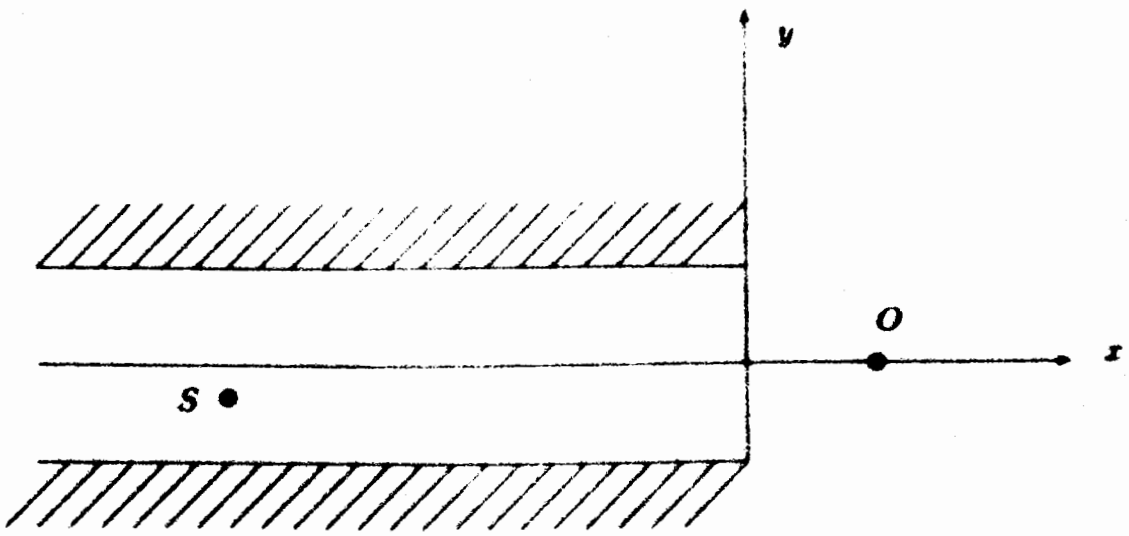
(د) $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

۲۲. دو آینه‌ی تخت موازی به فاصله‌ی 3.0 cm از یکدیگر قرار دارند. مطابق شکل محور x موازی آینه‌ها و به یک فاصله از هر دو است، و محور y عمود بر آینه‌ها است و از لبه‌ی آنها می‌گذرد. چشمه‌ی نقطه‌ای S و ناظر O هر دو در صفحه‌ی xy هستند و مختصه‌های آنها چنین است:

$x_S = -8.0\,\mathrm{cm}$ $\qquad$ $x_O = 2.0\,\mathrm{cm}$

$y_S = -0.5\,\mathrm{cm}$ $\qquad$ $y_O = 0.0$

ناظر O چند تصویر از چشمه‌ی S در آینه‌ها می‌بیند؟ (4, −1)



(الف) 2

(ب) 3

(ج) 4

(د) 5

(ه) ∞

۲۳. برای رنگ‌آمیزی یک مجسمه ی برنجی توپر بزرگ، 100 قوطی رنگ لازم است. این مجسمه را ذوب می‌کنیم و با آن 1000 مجسمه ی برنزی توپر کوچک هم‌اندازه، که همگی متشابه مجسمه ی اصلی اند، می‌سازیم. برای رنگ‌آمیزی این 1000 مجسمه چند قوطی رنگ لازم است؟ ضخامت لایه‌ی رنگ در هر دو حالت یکسان است.

(3, −1)

(الف) 10

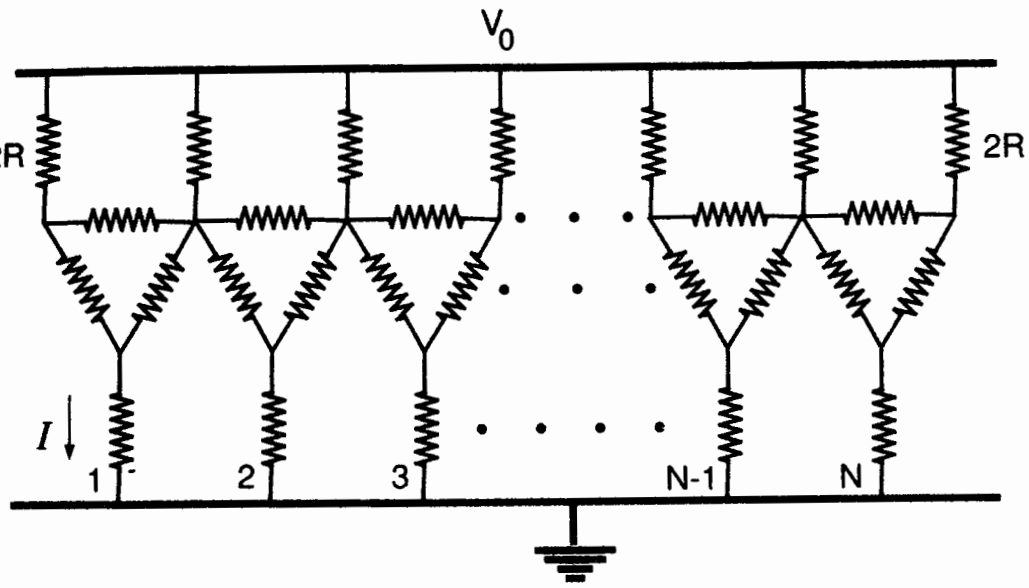
(ب) 100

(ج) 1000

(د) 10000

۲۴. در مدار شکل، در ردیف پایین N مقاومت مشابه R قرار دارد. مقاومتهای انتهایی ردیف بالا $2R$ و بقیه‌ی مقاومتها، همگی R هستند. اگر انتهای مقاومتهای ردیف بالا به پتانسیل V_0 وصل شده باشد، جریان I در شکل چقدر است؟

(3, −1)



(الف) $\frac{2V_0(N+1)}{R(5N+3)}$

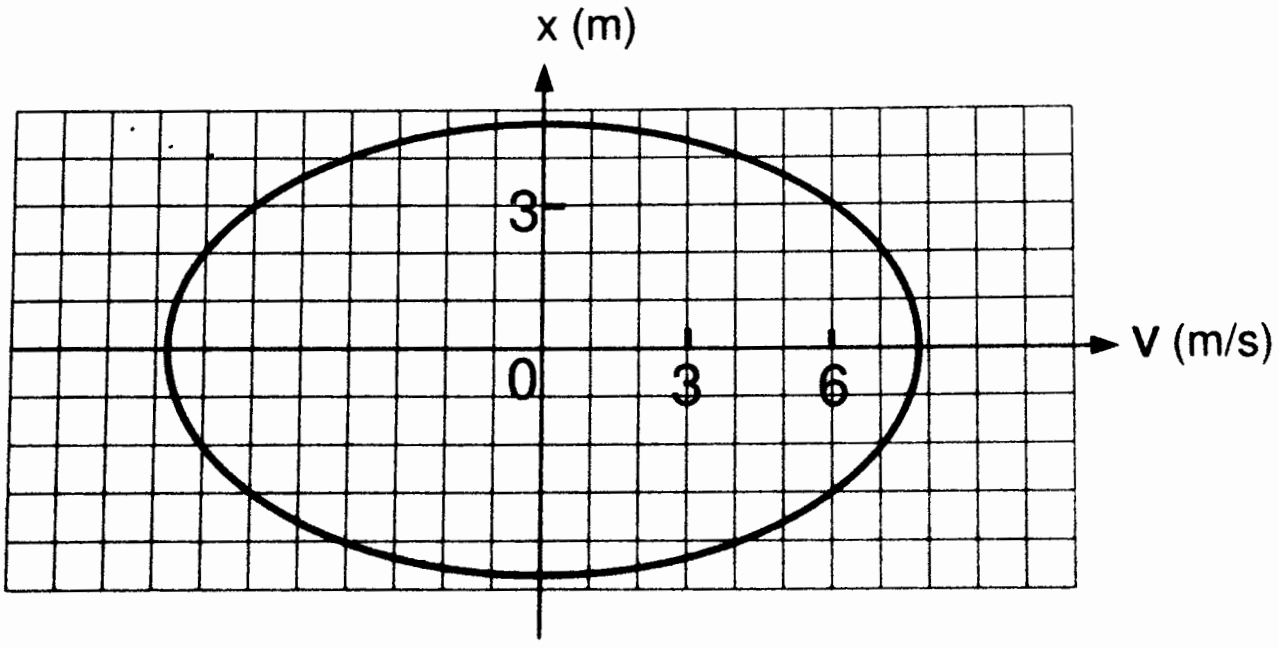
(ب) $\frac{2V_0(N+1)}{R(5N+2)}$

(ج) $\frac{V_0}{2R}$

(د) $\frac{2V_0}{5R}$

۲۵. منحنی سرعت ـ مکان ذره ای مطابق شکل است. هنگامی که سرعت ذره 6 m/s و مکان آن 3 m است، اندازه ی شتاب ذره به کدام مقدار نزدیکتر است؟

(3, −1)



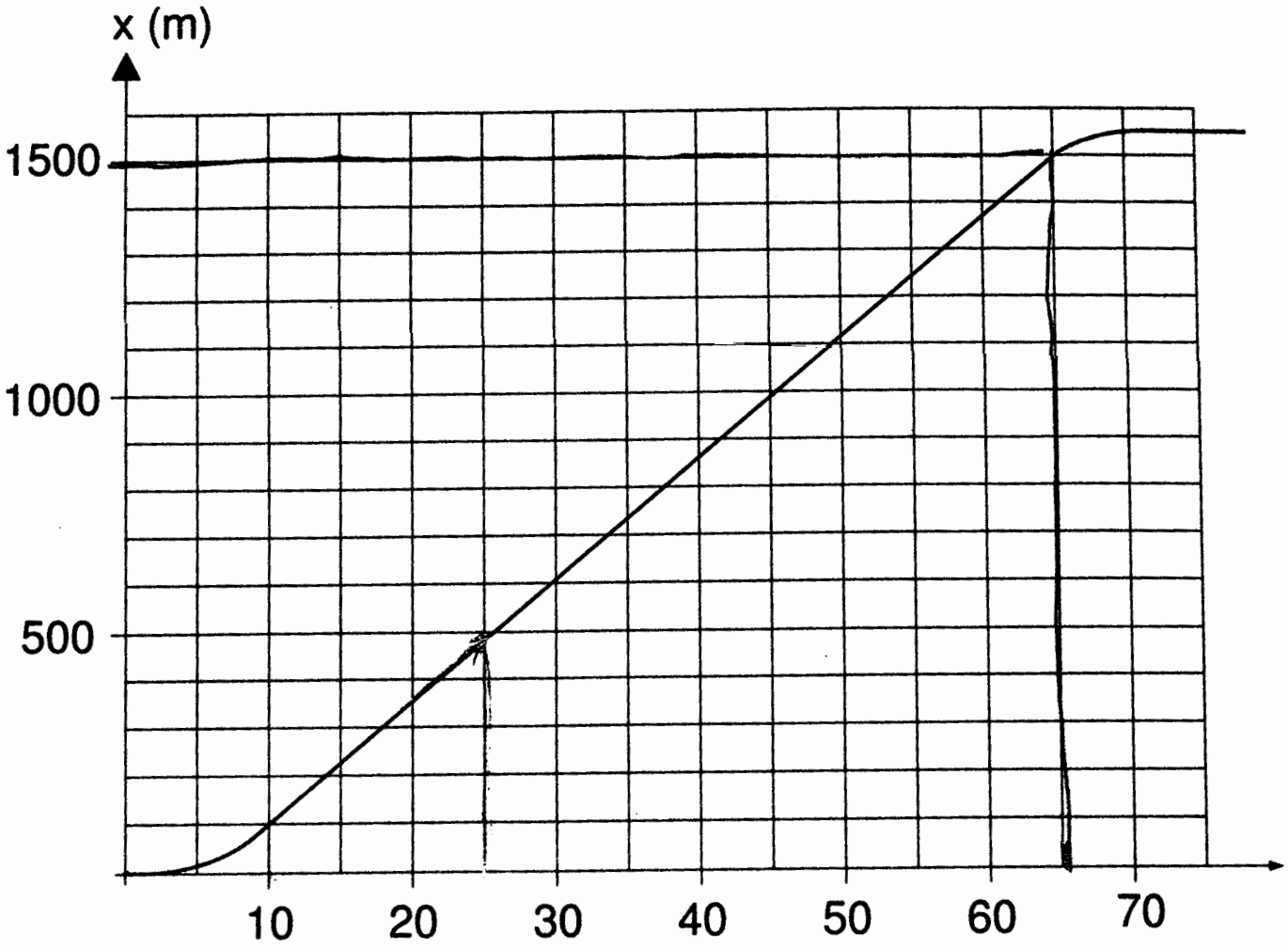
(الف) $a = 2\,\mathrm{m/s^2}$

(ب) $a = 4\,\mathrm{m/s^2}$

(ج) $a = 8\,\mathrm{m/s^2}$

(د) $a = 16\,\mathrm{m/s^2}$

۲۶. یوزپلنگی آهویی را در فاصله‌ی 500 متری خود می‌بیند و به سمت آن می‌دود. حرکت یوزپلنگ و آهو را در یک خط راست بگیرید. منحنی مکان ـ زمان یوزپلنگ را در شکل می‌بینید. به اندازه‌ی زمان τ طول می‌کشد تا آهو متوجه یوزپلنگ شود و شروع به فرار کند. آهو در مدت بسیار کوتاهی سرعت خود را به $60\,km/h$ می‌رساند و با این سرعت ثابت فرار می‌کند. از زمان شتاب گرفتن آهو چشم‌پوشی کنید. برای آن که آهو بتواند از دست یوزپلنگ فرار کند، حد اکثر مقدار τ به کدام گزینه نزدیکتر است؟ (3, −1)



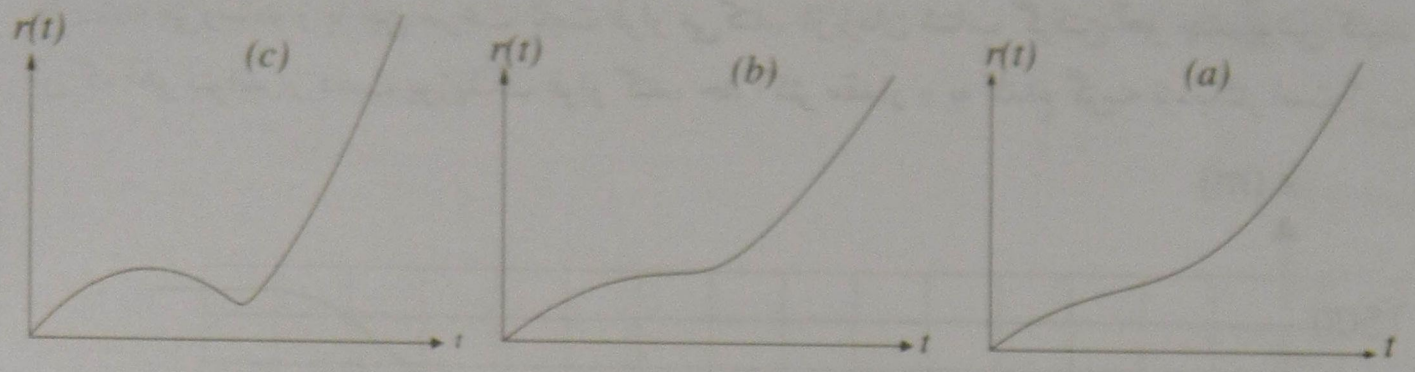
(الف) 5 s

(ب) 10 s

(ج) 15 s

(د) 20 s

۲۷. پرتابه‌ای با سرعت اولیه‌ی v_0 و با زاویه ی اولیه ی $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ نسبت به افق، و بالای آن، از مبداء مختصات پرتاب می‌شود، و پس از رسیدن به سطح افق نقطه‌ی پرتاب به حرکت خود ادامه می‌دهد. فاصله‌ی پرتابه تا مبداء بر حسب زمان $r(t)$ است. سه حالت a و b و c را در نظر بگیرید.



کدام گزینه درست است؟ (3, −1)

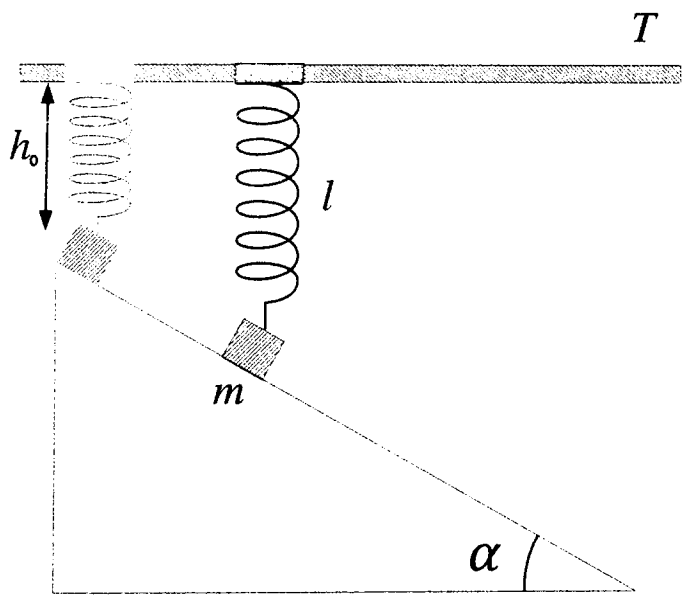
(الف) به ازای مقادیری از v_0 که کوچکتر از یک مقدار بحرانی v_c است حالت a رخ می‌دهد. به ازای $v_0 = v_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن v_0 بالاخره حالت c رخ می‌دهد.

(ب) به ازای مقادیری از v_0 که کوچکتر از یک مقدار بحرانی v_c است حالت c رخ می‌دهد. به ازای $v_0 = v_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن v_0 بالاخره حالت a رخ می‌دهد.

(ج) به ازای مقادیری از θ_0 که کوچکتر از یک مقدار بحرانی θ_c است حالت a رخ می‌دهد. به ازای $\theta_0 = \theta_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن θ_0 بالاخره حالت c رخ می‌دهد.

(د) به ازای مقادیری از θ_0 که کوچکتر از یک مقدار بحرانی θ_c است حالت c رخ می‌دهد. به ازای $\theta_0 = \theta_c$ حالت b رخ می‌دهد، و با بزرگ شدن θ_0 بالاخره حالت a رخ می‌دهد.

۲۸. مطابق شکل جسم m با فنری به ضریب k و طول عادی ℓ_0 به میله‌ی افقی ثابت T وصل است. این جسم روی سطح شیبداری به زاویه‌ی شیب α و ضریب اصطکاک μ ساکن است و در این حالت طول فنر ℓ است. حلقه‌ی اتصال فنر به میله‌ی T بدون اصطکاک است. اگر جسم m در بالاترین نقطه‌ی سطح شیبدار باشد طول فنر h_0 است و $h_0 < \ell_0$. کلی‌ترین بازه‌ی مقادیر ممکن ℓ که جسم روی سطح شیبدار ساکن بماند کدام است؟ (3. −1)



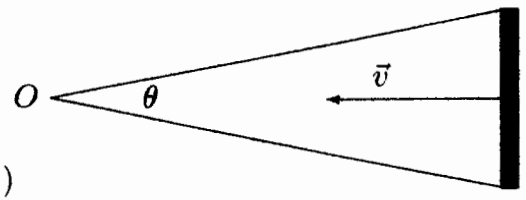
(الف) $\ell_0 \le \ell \le \ell_0 + \frac{mg}{k}$

(ب) $h_0 \le \ell \le \ell_0 + \frac{mg}{k}$

(ج) $\ell = \frac{mg \sin\alpha}{k}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

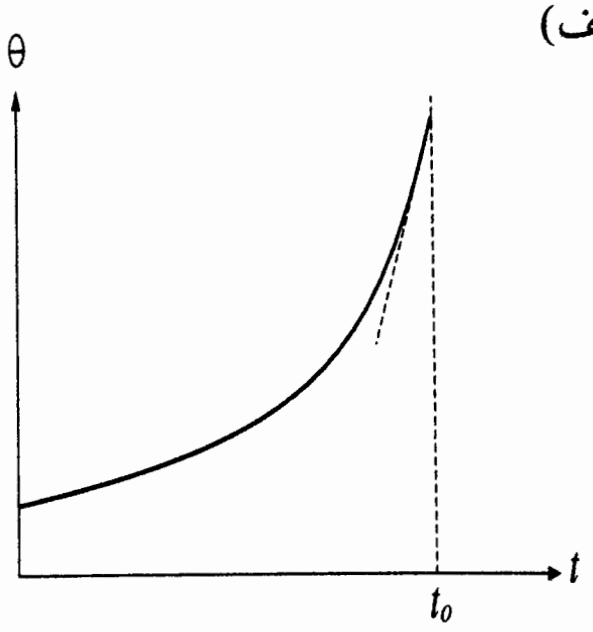
(د) $\ell = \ell_0 + \frac{mg}{k}$

۲۹. میله‌ای مطابق شکل با سرعت ثابت $\vec{v}$ عمود بر امتداد خود حرکت می‌کند. ناظر O میله را با زاویه‌ی θ می‌بیند. خط واصل از ناظر O به مرکز میله در امتداد $\vec{v}$ است. اگر در لحظه‌ی t_0 میله به ناظر برسد، کدام گزینه بستگی θ به زمان را نشان می‌دهد؟

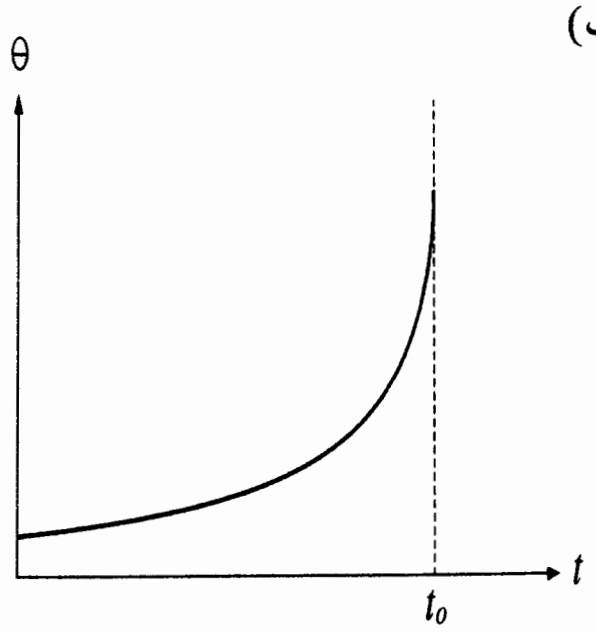


(3, −1)

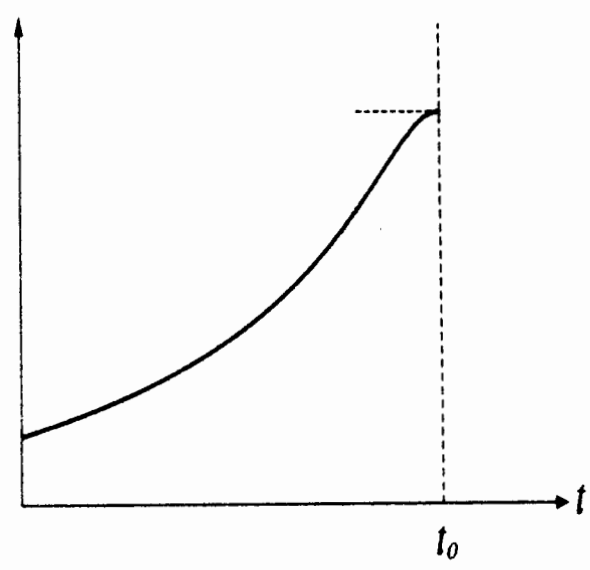
الف)



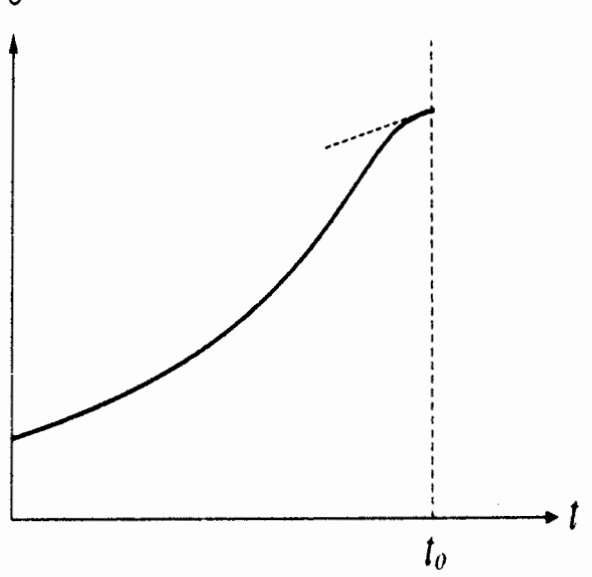
ب)



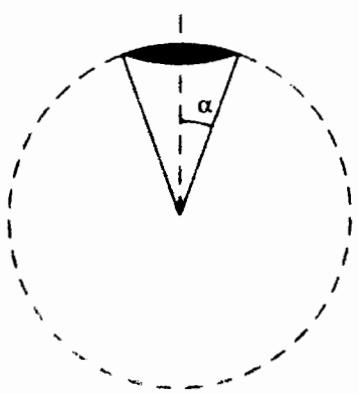
ج)



د)



۳۰. یک چشمه‌ی نقطه‌ای نور که در تمام جهات به طور یکسان تابش می‌کند زیر سطح افقی مایعی قرار دارد. ضریب شکست مایع 1.25 است. بالای مایع هوا است. چند درصد از نور چشمه از سطح مایع خارج می‌شود؟ مساحت یک عرقچین کروی به شعاع R با نیم‌زاویه‌ی رأس α برابر $4\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ است. (3, −1)



(الف) کمتر از 20%

(ب) بین 20% تا 30%

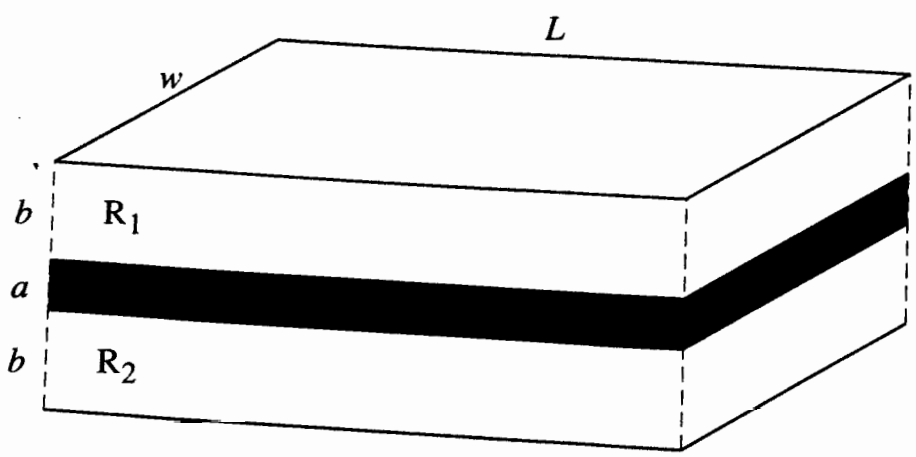
(ج) بین 30% تا 40%

(د) بیشتر از 40%

۱. نوار مسی نازکی به ضخامت a، عرض w، و طول بسیار بلند L (حدود متر) بین دو نوار لاستیکی با همین عرض و طول، و ضخامت b قرار گرفته است. این دو نوار در شکل زیر با نامهای R_1 و R_2 مشخص شده اند. a و b بسیار کوچکتر از w اند. از نوار مسی جریان I در امتداد طول آن می‌گذرد و مجموعه در محیطی به دمای ثابت θ_0 قرار گرفته است. نوار مسی بر اثر عبور جریان گرم می‌شود و گرما فقط از نوار مسی به دو نوار لاستیکی و فقط از سطوح بالایی و پایینی دو نوار لاستیکی به محیط منتقل می‌شود. فرض کنید دمای سطوح بالایی و پایینی این دو نوار لاستیکی همواره همان دمای محیط است. ضریب هدایت گرمایی لاستیک K و مقاومت ویژه‌ی مس ρ است. در حالت پایدار دمای نوار مسی چند **درجه‌ی سلسیوس** است؟ همه‌ی مقادیر عددی لازم در زیر داده شده است.

$$a = 0.1\,\mathrm{mm}, \quad b = 2.0\,\mathrm{mm}, \quad w = 1.0\,\mathrm{cm}, \quad I = 20\,\mathrm{A},$$

$$\rho = 1.7 \times 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}, \quad K = 0.16\,\frac{\mathrm{W}}{^\circ\mathrm{C\,m}}, \quad \theta_0 = 23^\circ\mathrm{C}.$$



۲. نوار مسی نازکی به عرض w، ضخامت a، و طول L (در حدود متر) در اتاقی به دمای $T = 300\,\mathrm{K}$ قرار گرفته. از این نوار یک جریان الکتریکی به شدت I در جهت طول نوار می‌گذرد. نوار فقط می‌تواند با تابش با محیط اطرافش تبادل گرما بکند. وقتی جسمی به مساحت A و دمای مطلق T_2 در اتاقی به دمای مطلق T_1 قرار می‌گیرد، با توان $A\sigma T_2^4$ انرژی از دست می‌دهد، و با توان $A\sigma T_1^4$ از محیط انرژی می‌گیرد، که در این جا σ ثابت است.

دمای این نوار مسی در حالت پایدار چند **درجه ی سلسیوس** است؟ همه‌ی عددهای لازم در زیر آمده است. برای محاسبه می‌توانید از تقریب

$$(1+x)^{1/4} \simeq 1 + \frac{x}{4} - \frac{3\,x^2}{32}$$

که برای x های بسیار کوچکتر از 1 معتبر است، استفاده کنید.

$$w = 1.0\,\mathrm{cm}, \quad a = 0.1\,\mathrm{mm}, \quad \sigma = 5.7 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}, \quad \rho = 1.7 \times 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}, \quad I = 20\,\mathrm{A}.$$

۳. یکی از واکنشهای شکافت هسته‌ای اتم $^{235}_{92}U$ به صورت زیر است.

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3\,^{1}_{0}n$$

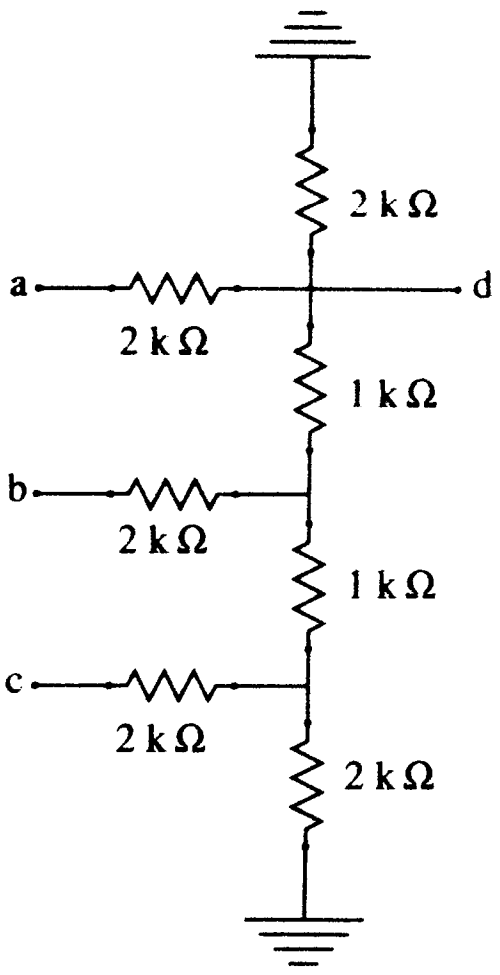
جرم ذرات این واکنش بر حسب واحد جرم اتمی (u) در جدول زیر آمده است.

ذره	$^{235}_{92}U$	$^{141}_{56}Ba$	$^{92}_{36}Kr$	$^{1}_{0}n$
جرم	235.04 u	140.91 u	91.91 u	1.01 u

5% از اتمهای اورانیوم غنی‌شده که در نیروگاه هسته‌ای به عنوان سوخت استفاده می‌شود $^{235}_{92}U$ و بقیه $^{238}_{92}U$ اند. هسته‌های $^{238}_{92}U$ واکنش شکافت ندارند. در واکنش فوق فرض کنید انرژی جنبشی نوترون اولیه ناچیز است. انرژی آزاد شده از شکافت کامل 10g سوخت نیروگاه هسته‌ای چند **گیگا ژول** است؟ (گیگا یعنی 10^9) فرض کنید فقط واکنشی که در بالا آمد روی می‌دهد.

$$1\,u = 1.7 \times 10^{-27}\,kg.$$

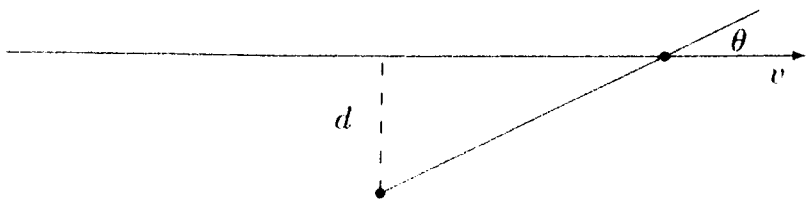
۴. **در مدار شکل، نقاط a و b و c را به پتانسیل 24V وصل می‌کنیم. پتانسیل نقطه ی d چند ولت است؟**

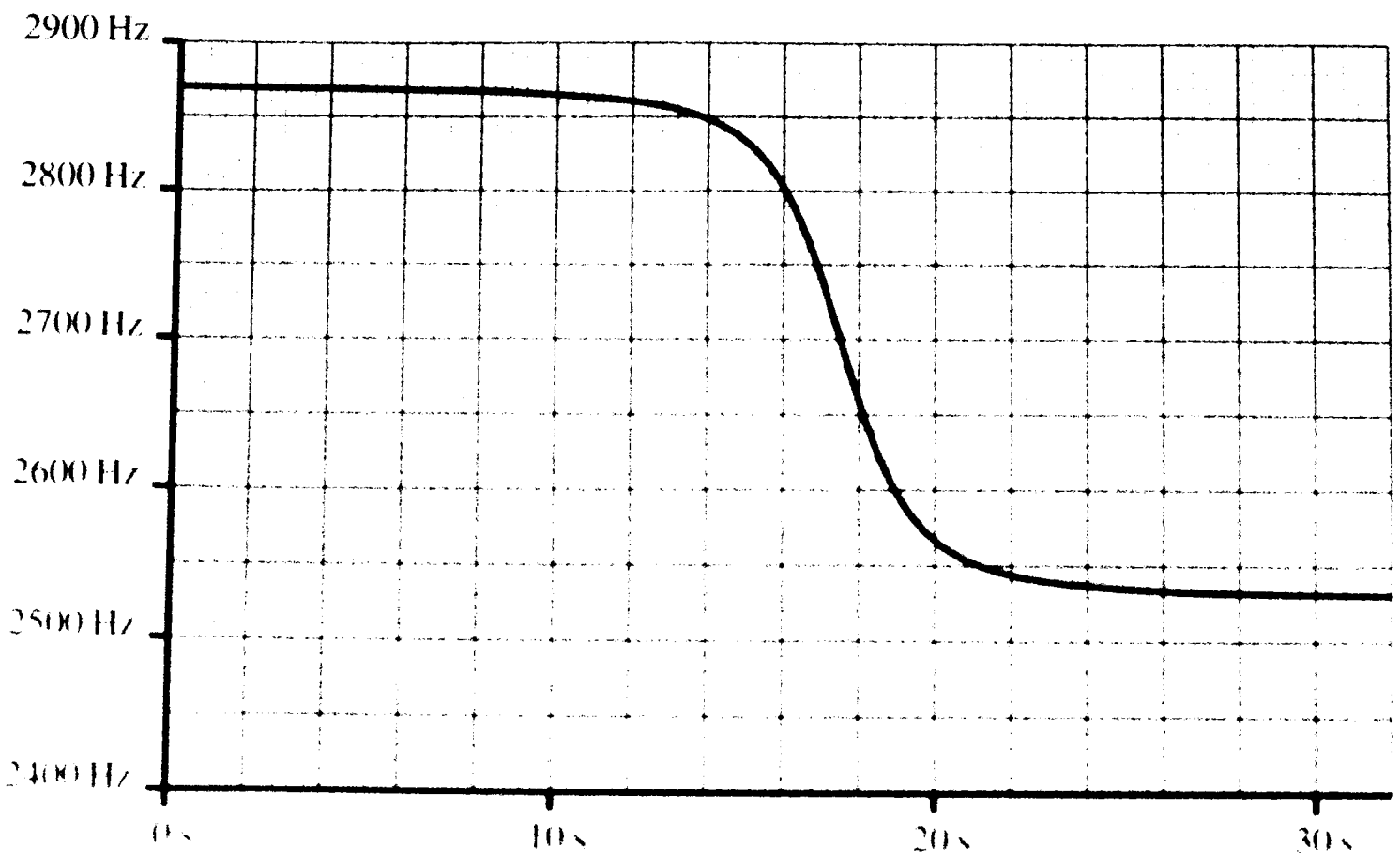


۵. شخصی در کنار جاده‌ای، به فاصله‌ی d از جادّه ایستاده است. آمبولانسی، آژیرکشان، در جادّه حرکت می‌کند، به نحوی که ابتدا به شخص نزدیک می‌شود و سپس دور می‌شود. اگر بسامد آژیر آمبولانس f_0 باشد، بسامدی که شخص می‌شنود f است که با فرمول زیر داده می‌شود.

$$f = f_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cos\theta\right)$$

در این فرمول $c = 320\,\mathrm{m/s}$ سرعت صوت در هوا است، و θ زاویه‌ای است که خط واصل شخص به آمبولانس با امتداد بردار سرعت آمبولانس می‌سازد. (شکل را ببینید.) این شخص با یک ابزار دقیق بسامد آژیر بر حسب زمان را ثبت کرده است. نمودار حاصل در زیر آمده است. سرعت آمبولانس چند **متر بر ثانیه** است؟





باسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان

معاونت دانش پژوهان جوان

مبارزهٔ علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچه سؤالات

بیست و پنجمین المپیاد فیزیک کشور

کددفترچه سوال ۱

مرحلهٔ اول

۹۰/۱۲/۳

تعداد سوال	زمان آزمون
۳۵	**۱۸۰ دقیقه**

تذکرات:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به موارد زیر دقیقاً توجه کنید.

۱) **پاسخ درست به هر سوال ۳ نمره‌ی مثبت و پاسخ غلط ۱ نمره‌ی منفی دارد.**

۲) **همراه داشتن ماشین حساب و تلفن همراه مجاز نیست.** درصورت داشتن تلفن همراه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید تا آن را تحویل بگیرد. در غیر این صورت **حتی اگر از آن‌ها استفاده نکنید** تقلب محسوب خواهد شد.

۳) برگهٔ پاسخ‌نامه را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید.

۴) آزمون مرحلهٔ دوم برای دانش‌آموزان سال اول دبیرستان تنها جنبهٔ تشویقی و آمادگی برای سال آینده دارد و شرکت‌کنندگان در دورهٔ تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه دوم و سوم دبیرستان انتخاب می‌شوند.

۵) پس از پایان آزمون می‌توانید دفترچهٔ سؤالات را همراه خود ببرید.

آدرس سایت اینترنتی: WWW.YSC.AC.IR

کلیهٔ حقوق این سؤالات برای معاونت دانش پژوهان جوان محفوظ است.

۱ - یک لامپ با توان P داخل یخچال کارنو که موتورش با توان P کار میکند روشن مانده است. اگر دمای هوای بیرون یخچال T باشد دمای داخل آن حداقل به چه مقداری می تواند برسد.

۱) T ۲) $\frac{T}{۲}$ ۳) $\frac{۳T}{۴}$ ۴) $\frac{T}{۴}$

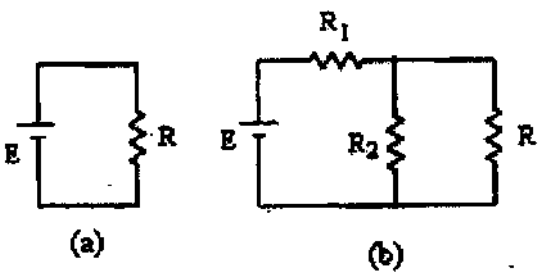
۲ - بنابر یکی از نظریه های موجود در مورد مبدا عالم، جهان اولیه دارای چگالی $۱۰^{۱۵}\ \frac{g}{cm^۳}$ و شعاع آن برابر فاصله کنونی زمین تا خورشید بوده است. اگر ماده موجود در عالم را متشکل از پروتون، نوترون و الکترون با تعداد مساوی در نظر بگیریم، مرتبه بزرگی تعداد ذرات تشکیل دهنده جهان کدامیک از گزینه های زیر می باشد؟

۱) $۱۰^{۷۳}$ ۲) $۱۰^{۷۶}$ ۳) $۱۰^{۷۹}$ ۴) $۱۰^{۸۲}$

۳ - در مقیاس دمای بنزن ($^\circ B$)، دمای یخ زدن $C_۶H_۶$ برابر $۰^\circ B$ (معادل ۵/۵ °C) و دمای جوش آن $۱۰۰^\circ B$ (معادل ۸۰/۱ °C) است. در این مقیاس دمایی، دمای جوش آب چقدر است؟

۱) $۱۱۴^\circ B$ ۲) $۱۲۱^\circ B$ ۳) $۱۲۷^\circ B$ ۴) $۱۳۳^\circ B$

۴ - دو مدار مقابل را درنظر بگیرید.



$R_۱R_۲$ چقدر باشد تا جریان گذرنده از باتری در هر دو مدار یکسان ولی جریان گذرنده از R در مدار (b) برابر ۰/۱ جریان گذرنده از R در مدار (a) باشد.

۱) $R^۲$ ۲) $۰/۹\ R^۲$

۳) $۰/۷\ R^۲$ ۴) $۰/۱\ R^۲$

۵ - قطعه چوبی به جرم m از ارتفاع H بالای سطح آب یک دریاچه رها میشود. بر این قطعه در داخل آب نیروی شناوری رو به بالای F $(F > mg)$ وارد می شود. با صرفنظر کردن از نیروی مقاومت هوا، از لحظه رها شدن چه مدت طول میکشد تا قطعه پس از فرو رفتن در آب دوباره به سطح آب برگردد.

۱) $\frac{F+mg}{F-mg}\sqrt{\frac{۲H}{g}}$ ۲) $\frac{F+mg}{mg}\sqrt{\frac{۲H}{g}}$

۳) $\frac{۲F+mg}{F-mg}\sqrt{\frac{۲H}{g}}$ ۴) $۲\frac{F+mg}{F-mg}\sqrt{\frac{۲H}{g}}$

۶ - یک مخزن نفت استوانه‌ای شکل به قطر $۶\ m$ ارتفاع $۱۰\ m$ و ضریب انبساط طولی $۱ \times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}$ در نظر بگیرید. در دمای $-۱۰\ ^\circ C$ فاصله ی سطح نفت داخل مخزن تا لبه مخزن $۵۰\ Cm$ است. ضریب انبساط حجمی نفت $۱ \times ۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}$ است. در چه دمایی نفت از مخزن لبریز می شود؟

۱) $۴۰/۹^\circ C$ ۲) $۴۲/۶^\circ C$ ۳) $۴۴/۳^\circ C$ ۴) $۴۶/۰^\circ C$

۷ - یک ستاره نوترونی کروی شکل که چگالی آن یکنواخت و برابر $۱۰^{۱۸}\frac{kg}{m^۳}$ است حول قطرش می چرخد. سریع ترین بسامدی که این ستاره میتواند با آن بچرخد بدون این که از هم بپاشد برحسب هرتز از چه مرتبه بزرگی است؟

۱) $۱۰^۳$ ۲) ۱۰ ۳) $۱۰^۲$ ۴) $۱۰^۴$

۸ - یک جعبه مکعب مستطیل شکل به ابعاد $۲۰cm \times ۴۰cm \times ۸۰cm$ در نظر بگیرید. مورچه ای می خواهد با راه رفتن روی سطوح جعبه خود را از یک گوشه به گوشه ی مقابل برساند (دو گوشه در امتداد بزرگترین قطر جعبه واقع اند). کوتاه ترین مسافتی که می تواند طی کند چقدر است؟

۱) $۹۲\ cm$ ۲) $۱۰۰\ cm$ ۳) $۱۲۵\ cm$ ۴) $۱۴۰\ cm$

۹ - شخصی که طول قدش $۱۸۰\ cm$ است در مقابل آئینه تختی که روی دیوار قائمی نصب شده است ایستاده است. چشم این شخص $۱۰cm$ پایین تر از بالای سر او است. اگر این شخص فقط تمام قد خود را تحت زاویه ۴۵° در آئینه ببیند، فاصله اش از آئینه چقدر است؟

۱) $۷۵\ cm$ ۲) $۸۶\ cm$ ۳) $۹۴\ cm$ ۴) $۱۱۵\ cm$

۱۰ - یک آئینه مقعر به شعاع $۱m$ ته مخزن آبی که ارتفاع آب در آن $۴۰cm$ است قرار دارد. نور خورشید از بالا عمود به سطح آب و سپس به آئینه می تابد. ضریب شکست آب $\frac{۴}{۳}$ است. تصویر در چه فاصله ای از آئینه تشکیل می شود؟

۱) $۳۷/۵\ cm$ ۲) $۴۷/۵\ cm$ ۳) $۵۰\ cm$ ۴) $۵۲/۵\ cm$

۱۱ - در دستگاه نشان داده شده در شکل مقابل،

دو قطعه به جرم m با نخ به هم وصل شده اند. ضریب اصطکاک ایستایی بین m و $۲m$ (در هر دو قسمت) μ_s است. از اصطکاک بین قطعه های به جرم $۲m$ با سطحی که روی آن قرار دارند صرفنظر کنید. بیشینه‌ی F چقدر باشد تا چهار قطعه با هم حرکت کنند.

۱) $۲\,\mu_s mg$ ۲) $\mu_s mg$ ۳) $\frac{۳}{۲}\,\mu_s mg$ ۴) $\frac{۳}{۴}\,\mu_s mg$

۱۲ - یک اتاق خواب معمولی گنجایش حدوداً چند ذرت بو داده (پف فیل) را دارد؟

۱) $۱۰^{۱۱}$ ۲) $۱۰^{۹}$ ۳) $۱۰^{۷}$ ۴) $۱۰^{۵}$

۱۳ -آونگی از سقف آسانسوری آویزان و در حرکت نوسانی است. اگر آسانسور ناگهان سقوط آزاد کند حرکت آونگ چگونه خواهد بود؟

۱) تغییری ایجاد نمی شود و آونگ به نوسان خود ادامه می دهد.

۲) ساکن می ماند.

۳) حول نقطه آویز حرکت دایره ای یکنواخت انجام می دهد.

۴) هر یک از دو گزینه ۲ و ۳ ممکن است رخ دهد.

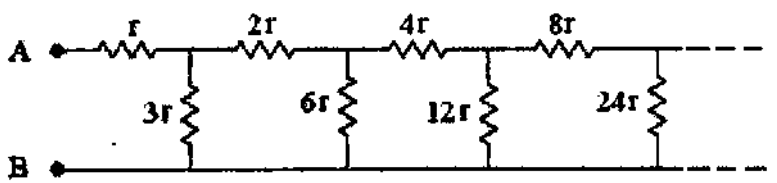
۱۴ -هزار قطره آب هم شکل و یکسان هر یک با پتانسیل یک ولت و به فاصله خیلی دور از یکدیگر قرار دارند. پتانسیل الکتریکی قطره ی بزرگی که از بهم پیوستن این قطرات کوچک بوجود می آید چند ولت است؟ (آب را رسانا و قطره ها را کروی فرض کنید)

۱) ۱ ولت ۲) ۱۰ ولت ۳) ۱۰۰ ولت ۴) ۱۰۰۰ ولت

۱۵ -فرض کنید در حال عبور از اقیانوس با قایق هستید و امیدوار هستید که در جزیره ای به خشکی برسید. بلندترین قله جزیره ۲۳۰۰ متر ارتفاع دارد. از چه فاصله ای می توانید این قله را در حالیکه تازه از افق سر برآورده ببینید؟

۱) ۸۵ کیلومتر ۲) ۱۲۷ کیلومتر ۳) ۱۷۰ کیلومتر ۴) ۲۱۲ کیلومتر

۱۶ -مدار شکل زیر از زنجیره نامحدودی از مقاومت ها تشکیل شده است که مقدار آنها در شکل داده شده است. مقاومت معادل بین نقطه A و B چقدر است؟

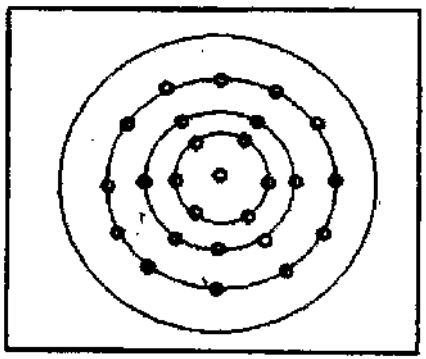


۱) ۳r ۲) ۲r ۳) ۲/۵ r ۴) ۳/۵ r

۱۷ -از نظر موتور سواری که با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه به شرق می رود باد از جنوب شرقی با زاویه ۴۵ درجه می وزد. اگر موتور سوار با سرعت ۸ متر بر ثانیه در جهت شرق حرکت کند به نظر وی باد از جنوب می وزد. اندازه سرعت باد از نظر شخصی که روی زمین ساکن است چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۷

۱۸ -مطابق شکل سوراخ هایی روی محیط دوایر هم مرکزی روی یک قرص ایجاد شده است. فاصله هر دو سوراخ مجاور روی هر یک از دایره ها ۱ cm است. چراغی پشت قرص روشن است و قرص با سرعت ۳۰ دور در دقیقه حول محورش می چرخد. حداقل شعاع دایره ای که نور عبور کرده از سوراخ‌های آن به صورت یکنواخت دیده می شود چقدر است؟ چشم انسان نوری که با بسامدی بیش از ۱۶ بار در ثانیه روشن و خاموش شود، پیوسته روشن می بیند.



۱) ۲/۵۵ cm
۲) ۵/۱ cm
۳) ۷/۵ cm
۴) ۱۰/۲ cm

۱۹ -یک منبع نور نقطه ای روی کانون یک عدسی واگرای نازک به قطر ۱۰ سانتی متر قرار دارد. قطر قرص روشنی که بر روی پرده ای که موازی عدسی است و فاصله آن از عدسی برابر فاصله کانونی عدسی است ایجاد می شود، چند سانتی متراست؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

۲۰ -نصف یک ظرفی را از مایع A با چگالی ρ_A و نصف دیگر را از مایع B با چگالی ρ_B پر می کنیم. دو مایع بایکدیگر مخلوط می شوند و چگالی مخلوط $8\frac{g}{cm^3}$ است. اگر یک سوم ظرف را از مایع A و مابقی را از مایع B پر کنیم چگالی مخلوط $6\frac{g}{cm^3}$ می شود. چگالی هر یک از مایعات چند $\frac{g}{cm^3}$ است؟

۱) ۶ و ۹ ۲) ۶ و ۱۰ ۳) ۵ و ۱۱ ۴) ۴ و ۱۲

۲۱ دو باتری یکسان هریک با نیروی محرکه E و مقاومت داخلی r درنظر بگیرید. این دو باتری را می‌توان بصورت سری یا موازی بهم وصل کرد. مجموعه دو باتری را هر بار به دو سر مقاومت R می‌بندیم. برای اینکه اتلاف انرژی گرمایی در مقاومت R بیشینه باشد، چه رابطه ای بین R و r باید برقرار باشد؟

۱) در حالت موازی $R = \frac{r}{2}$ و در حالت سری $R = 2r$

۲) در حالت موازی $R = 2r$ و در حالت سری $R = \frac{r}{2}$

۳) در هر دو حالت $R = \frac{r}{2}$

۴) در هر دو حالت $R = 2r$

۲۲ شخصی که طول قدش h است با سرعت یکنواخت v روی یک مسیر افقی و مستقیم در جهت عمود بر دیواری که مقابلش است به سمت دیوار راه می رود. یک چشمه نور نقطه ای روی زمین و پشت سر او قرار دارد. فاصله چشمه نور نقطه ای از دیوار D است. وقتی فاصله شخص از دیوار $(d < D)$ d است، اندازه سرعت حرکت سایه اش روی دیوار چقدر است؟

۱) $\frac{hDv}{2d^2}$ ۲) $\frac{2hDv}{d^2}$ ۳) $\frac{hDv}{2d^2}$ ۴) $\frac{hDv}{d^2}$

۲۳ دو آینه واگرای یکسان که فاصله کانونی هر یک ۳۰ سانتیمتر است مقابل هم قرار دارند. کانون‌ها و محورهای اصلی دو آینه بر هم منطبق است. شیء کوچکی روی محور اصلی مشترک دو آینه و به فاصله ۱۰ سانتی‌متر از یکی از آینه‌ها قرار دارد. فاصله تصویر ایجاد شده پس از انعکاس در دو آینه، از آینه‌ای که به فاصله دورتری از شیء قرار دارد، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۲۴ یک میز گرد به شعاع r در نظر بگیرید که لامپی درست بالای مرکز آن روشن است. فاصله قائم بین مرکز میز و لامپ چقدر باشد تا روشنایی لبه میز بیشینه باشد؟

۱) $\frac{r}{\sqrt{2}}$ ۲) $\frac{r}{2}$ ۳) $\sqrt{2}r$ ۴) r

۲۵- یک ظرف محتوی یخ صفر درجه و ظرف دیگری محتوی آب جوش صد درجه موجود است. با یک میله رسانای استوانه‌ای شکل مسی دو ظرف را بهم وصل می‌کنیم. سطح جانبی میله عایق بندی شده است بطوریکه گرما از سطح جانبی آن به محیط منتقل نمی‌شود. مشاهده می‌کنیم که یخ بعد از ۳۰ دقیقه ذوب می‌شود. اگر با میله آهنی همین تجربه را تکرار کنیم مشاهده می‌کنیم که یخ بعد از ۷۵ دقیقه ذوب می‌شود. اگر میله‌ها را بصورت سری برای انتقال گرما بکار بریم، یخ پس از چه مدتی ذوب می‌شود؟ سطح مقطع میله‌ها یکسان است.

۱) ۹۰ دقیقه ۲) ۱۰۵ دقیقه ۳) ۱۲۰ دقیقه ۴) ۱۳۵ دقیقه

۲۶- دو تیغه متوازی السطوح شفاف یکی به ضخامت $d_1 = 4cm$ و ضریب شکست $n_1 = 2$ و دیگری به ضخامت $d_2 = 6cm$ و ضریب شکست $n_2 = 1/5$ را بهم می چسبانیم. یک پرتو نور با زاویه 37° نسبت به خط عمود، به تیغه متوازی السطوح اول می‌تابد. جابجایی عرضی پرتو نور پس از خروج از تیغه دوم نسبت به امتداد پرتو فرودی چند سانتی‌متر است؟ $(\sin 37^\circ \approx 0/6)$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۲۷- دو بار نقطه‌ای $+q_1$ و $+q_2$ در مکان $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ از فضا در نظر بگیرید. می‌توان یک بار نقطه‌ای مانند Q در مکان مناسبی از فضا مانند $\vec{R}$ قرار داد بطوریکه هر سه بار در حال تعادل باشند. Q و $\vec{R}$ چقدر هستند؟

۱) $\vec{R} = \frac{\vec{r}_1\sqrt{q_2}+\vec{r}_2\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}}$ و $Q = -\frac{q_1 q_2}{(\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2})^2}$

۲) $\vec{R} = \frac{\vec{r}_1\sqrt{q_1}+\vec{r}_2\sqrt{q_2}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}}$ و $Q = -\frac{q_1 q_2}{(\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2})^2}$

۳) $\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 q_2+\vec{r}_2 q_1}{q_1+q_2}$ و $Q = -\frac{q_1 q_2}{q_1+q_2}$

۴) $\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 q_1+\vec{r}_2 q_2}{q_1+q_2}$ و $Q = -\frac{q_1 q_2}{q_1+q_2}$

۲۸ -سطح آب یک حوض یخ بسته است. ضخامت لایه یخ d و عمق آب زیر یخ D است. دمای هوای بالای استخر بر حسب سانتیگراد θ_1 و دمای کف استخر θ_2 می‌باشد. اگر رسانندگی گرمایی یخ و آب به ترتیب k_1 و k_2 باشند. نسبت $\frac{d}{D}$ چقدر باشد تا مقادیر d و D ثابت بمانند؟ انتقال گرما از سطح بالایی یخ و کف استخر صورت می‌گیرد.

۱) $\frac{\theta_1 k_2}{\theta_2 k_1}$ ۲) $\frac{\theta_1 k_1}{\theta_2 k_2}$ ۳) $\frac{\theta_2 k_2}{\theta_1 k_1}$ ۴) $\frac{\theta_2 k_1}{\theta_1 k_2}$

۲۹ -شیئی به فاصله یک متر از پرده‌ای قرار دارد. یک عدسی همگرا تصویری از شیئی روی پرده تشکیل داده است. عدسی را ۲۰cm به طرف شیئی حرکت می‌دهیم، مجددا تصویر آن روی پرده تشکیل می‌شود. نسبت طول تصویر در حالت اول به طول تصویر در حالت دوم چقدر است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{9}{4}$ ۴) $\frac{4}{9}$

۳۰ -دو ذره باردار یکی به جرم M و بار الکتریکی $+Q$ و دیگری به جرم $\frac{M}{2}$ و بار الکتریکی $-2Q$ در میدان الکتریکی یکنواخت E در نظر بگیرید. فاصله دو بار از یکدیگر چقدر باشد تا پس از اینکه رها می‌شوند در همان فاصله نسبی اولیه نسبت به هم باقی بمانند. میدان الکتریکی در امتداد خط واصل دو بار می‌باشد.

۱) $\sqrt{\frac{2Q}{10\pi\epsilon_0 E}}$ ۲) $\sqrt{\frac{7Q}{10\pi\epsilon_0 E}}$

۳) $\sqrt{\frac{2Q}{5\pi\epsilon_0 E}}$ ۴) $\sqrt{\frac{7Q}{5\pi\epsilon_0 E}}$

۳۱ -دمای هوای اتاقی که حجم آن $50m^3$ است $27^\circ C$ و فشار هوای داخل آن $1atm$ می‌باشد. اگر این امکان وجود داشت که انرژی جنبشی کل مولکول‌های هوای داخل این اتاق را برای پرتاب یک گلوله نیم تنی در راستای قائم به سمت بالا صرف کنیم، گلوله تا چه ارتفاعی بالا می‌رفت. هوا را گاز کامل با ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت، $\frac{5}{2}R$ در نظر بگیرید.

۱) ۲۰ کیلومتر ۲) ۲ کیلومتر ۳) ۲متر ۴) ۲ سانتیمتر

۳۲- کمینه فاصله ممکن بین یک شیء و تصویر حقیقی‌اش در یک عدسی همگرا که فاصله کانونی آن f است، چقدر می‌تواند باشد؟ شیء روی محور عدسی واقع است.

۱) f ۲) $2f$ ۳) $3f$ ۴) $4f$

۳۳- از بالای سطح زمین سنگی با سرعت اولیه v_0 بسمت بالا پرتاب می‌شود. بعد از گذشت ۱۰ ثانیه از همان نقطه سنگ دیگری بدون سرعت اولیه رها می‌شود، با فرض اینکه ارتفاع نقطه پرتاب از سطح زمین زیاد است، شرط لازم و کافی برای آنکه دو سنگ در نقطه‌ای از مسیر بهم برسند چیست؟ $\left(g = 10\frac{m}{s^2}\right)$

۱) $v_0 > 50\frac{m}{s}$ ۲) $v_0 < 100\frac{m}{s}$

۳) $100\frac{m}{s} < v_0 < 170\frac{m}{s}$ ۴) $50\frac{m}{s} < v_0 < 100\frac{m}{s}$

۳۴- قطاری روی یک ریل مستقیم حرکت می‌کند. شخصی که در داخل قطار رو به جنوب ایستاده است سکه‌ای را که در دست دارد رها می‌کند. سکه جلو شخص بر کف قطار می‌افتد. کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱) شتاب قطار حتما به طرف شمال است.

۲) شتاب قطار حتما به طرف جنوب است.

۳) قطار حتما به طرف شمال حرکت می‌کند.

۴) قطار حتما به طرف جنوب حرکت می‌کند.

۳۵- مسافتی که یک انسان بطور متوسط در طول عمر خود می پیماید به کدام عدد نزدیکتر است؟

۱) 10^9 کیلومتر ۲) 10^7 کیلومتر ۳) 10^5 کیلومتر ۴) 10^3 کیلومتر

ترتیب شماره سوالات در کد۱و ۲ دفترچه سوالات آزمون:

ردیف	شماره سوال دفترچه با شماره کد ۱	شماره سوال دفترچه با شماره کد ۲
۱	۱	۲۸
۲	۲	۲۹
۳	۳	۳۰
۴	۴	۳۱
۵	۵	۳۲
۶	۶	۳۳
۷	۷	۳۴
۸	۸	۳۵
۹	۹	۱
۱۰	۱۰	۲
۱۱	۱۱	۳
۱۲	۱۲	۴
۱۳	۱۳	۵
۱۴	۱۴	۶
۱۵	۱۵	۷
۱۶	۱۶	۸
۱۷	۱۷	۹
۱۸	۱۸	۱۰
۱۹	۱۹	۱۱
۲۰	۲۰	۱۲
۲۱	۲۱	۱۳
۲۲	۲۲	۱۴
۲۳	۲۳	۱۵
۲۴	۲۴	۱۶
۲۵	۲۵	۱۷
۲۶	۲۶	۱۸
۲۷	۲۷	۱۹
۲۸	۲۸	۲۰
۲۹	۲۹	۲۱
۳۰	۳۰	۲۲
۳۱	۳۱	۲۳
۳۲	۳۲	۲۴
۳۳	۳۳	۲۵
۳۴	۳۴	۲۶
۳۵	۳۵	۲۷

کلید سوالات مرحله اول بیست و پنجمین المپیاد فیزیک کشور

انتشارات خوش خوان

ردیف	شماره سوال دفترچه با شماره کد ۱	شماره سوال دفترچه با شماره کد ۲	پاسخ سوال
۱	۱	۲۸	۲
۲	۲	۲۹	۱
۳	۳	۳۰	۳
۴	۴	۳۱	۴
۵	۵	۳۲	۱
۶	۶	۳۳	۳
۷	۷	۳۴	۱
۸	۸	۳۵	۲
۹	۹	۱	سئوال نامفهوم(با اغماض۲)
۱۰	۱۰	۲	۲
۱۱	۱۱	۳	۴
۱۲	۱۲	۴	۳
۱۳	۱۳	۵	۳
۱۴	۱۴	۶	۳
۱۵	۱۵	۷	۳
۱۶	۱۶	۸	۱
۱۷	۱۷	۹	۲
۱۸	۱۸	۱۰	۲
۱۹	۱۹	۱۱	۳
۲۰	۲۰	۱۲	غ
۲۱	۲۱	۱۳	۱
۲۲	۲۲	۱۴	غلط(با اغماض ۴)
۲۳	۲۳	۱۵	غلط(با اغماض ۴)
۲۴	۲۴	۱۶	۱
۲۵	۲۵	۱۷	۲
۲۶	۲۶	۱۸	۳
۲۷	۲۷	۱۹	۱
۲۸	۲۸	۲۰	۲
۲۹	۲۹	۲۱	۴
۳۰	۳۰	۲۲	۱
۳۱	۳۱	۲۳	۲
۳۲	۳۲	۲۴	۴
۳۳	۳۳	۲۵	۴
۳۴	۳۴	۲۶	۱
۳۵	۳۵	۲۷	۳

تهیه و تنظیم: میرهادی رهگشا – پیمان اکبری