



# اپتیک

فرانسیس ای. جنکینز، هاروی ای. وایت

ترجمه حبيب تجلی، نادر رابط



بسم الله الرحمن الرحيم

## فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار ویرایش چهارم
۳	پیشگفتار ویرایش سوم
پاره اول اپتیک هندسی	
۷	۱ خواص نور
۸	۱-۱ انتشار راست خط نور
۹	۲-۱ سرعت نور
۱۳	۳-۱ سرعت نور در ماده ساکن
۱۵	۴-۱ ضریب شکست
۱۶	۵-۱ راه نوری
۱۷	۶-۱ قوانین بازتابش و شکست
۲۰	۷-۱ نمایش ترسیمی شکست پرتو
۲۱	۸-۱ اصل برگشت پذیری
۲۲	۹-۱ اصل فرما
۲۶	۱۰-۱ پاشندگی رنگ
۲۹	مسائل

۳۴	۲ سطوح تخت و منشورها
۳۴	۱-۲ باریکه موازی
۳۵	۲-۲ زاویه حد و بازتابش کلی
۳۹	۳-۲ تیغه متوازی السطوح
۴۱	۴-۲ شکست نور در منشور
۴۲	۵-۲ می نیموم انحراف
۴۴	۶-۲ منشورهای نازک
۴۵	۷-۲ ترکیب منشورهای نازک
۴۶	۸-۲ روش ترسیمی برای ردیابی پرتو
۴۷	۹-۲ منشورهای دید مستقیم
۴۸	۱۰-۲ بازتابش پرتوهای واگرا
۴۹	۱۱-۲ شکست پرتوهای واگرا
۵۰	۱۲-۲ تصاویر ناشی از پرتوهای پیرامحوری
۵۳	۱۳-۲ نورشناسی تارها
۵۵	مسائل
۵۸	۳ سطوح کروی
۵۹	۱-۳ نقاط کانونی و فواصل کانونی
۶۱	۲-۳ تشکیل تصویر
۶۲	۳-۳ تصاویر مجازی
۶۳	۴-۳ نقاط و صفحات مزدوج
۶۵	۵-۳ قرارداد مربوط به علامتها
۶۶	۶-۳ روشهای ترسیمی
۶۸	۷-۳ روشهای پرتو مایل
۷۰	۸-۳ بزرگنمایی
۷۰	۹-۳ همگرایی و واگرایی کاهش یافته
۷۳	۱۰-۳ دستیابی به فرمولهای گاوسی
۷۴	۱۱-۳ نوموگرافی
۷۵	مسائل

۷۸	۴ عدسیهای نازک
۷۸	۱-۴ نقاط کانونی و فواصل کانونی
۸۰	۲-۴ تشکیل تصویر
۸۱	۳-۴ نقاط و صفحات مزدوج
۸۱	۴-۴ روش پرتوهای متوازی
۸۲	۵-۴ روش پرتوهای مایل
۸۳	۶-۴ استفاده از فرمولهای عدسی
۸۳	۷-۴ بزرگنمایی جانبی یا عرضی
۸۴	۸-۴ تصاویر مجازی
۸۷	۹-۴ فرمول عدسی سازان
۸۸	۱۰-۴ ترکیبهای مختلف عدسیهای نازک
۹۰	۱۱-۴ فضای شیء و فضای تصویر
۹۰	۱۲-۴ توان عدسی نازک
۹۱	۱۳-۴ عدسیهای نازک مماس با هم
۹۳	۱۴-۴ به دست آوردن فرمول عدسیها
۹۵	۱۵-۴ استخراج فرمول عدسی سازان
۹۸	مسائل
۱۰۱	۵ عدسیهای ضخیم
۱۰۱	۱-۵ دو سطح کروی
۱۰۲	۲-۵ روش پرتوهای موازی
۱۰۴	۳-۵ نقاط کانونی و نقاط اصلی
۱۰۶	۴-۵ روابط مزدوج
۱۰۷	۵-۵ روش پرتوهای مایل
۱۰۸	۶-۵ فرمولهای کلی عدسیهای ضخیم
۱۱۳	۷-۵ عدسیهای ضخیم خاص
۱۱۳	۸-۵ نقاط گرهی و مرکز اپتیکی
۱۱۶	۹-۵ سایر نقاط بنیادی
۱۱۶	۱۰-۵ ترکیب عدسی نازک به مثابه یک عدسی ضخیم
۱۱۹	۱۱-۵ انواع ترکیب عدسیهای ضخیم

۱۲۰	۱۲-۵	کشوی گرهی
۱۲۱		مسائل
۱۲۶	۶	آینه‌های کروی
۱۲۶	۱-۶	نقاط کانونی و فواصل کانونی
۱۲۸	۲-۶	روشهای ترسیمی
۱۳۱	۳-۶	فرمولهای آینه
۱۳۴	۴-۶	توان آینه‌ها
۱۳۵	۵-۶	آینه‌های ضخیم
۱۳۷	۶-۶	فرمولهای آینه ضخیم
۱۳۹	۷-۶	صورت‌های دیگر آینه‌های ضخیم
۱۴۰	۸-۶	ابراهی کروی
۱۴۲	۹-۶	آستیگماتیسم
۱۴۴		مسائل
۱۴۸	۷	اثر بندها
۱۴۸	۱-۷	میدان بند و روزنه بند
۱۴۹	۲-۷	مردمکهای ورودی و خروجی
۱۵۰	۳-۷	پرتو اصلی
۱۵۰	۴-۷	بند جلویی
۱۵۲	۵-۷	بند مابین دو عدسی (میان‌بند دو عدسی)
۱۵۳	۶-۷	دو عدسی بدون بند
۱۵۵	۷-۷	تعیین روزنه‌بند
۱۵۶	۸-۷	میدان دید
۱۵۷	۹-۷	میدان آینه تخت
۱۵۸	۱۰-۷	میدان آینه کوژ
۱۵۹	۱۱-۷	میدان عدسی مثبت
۱۶۰		مسائل

۱۶۶	۸ ردیابی پرتو
۱۶۶	۱-۸ پرتوهای مایل
۱۶۷	۲-۸ روش نموداری ردیابی پرتو
۱۷۰	۳-۸ فرمولهای ردیابی پرتو
۱۷۳	۴-۸ محاسبات ردیابی پرتو نمونه
۱۸۱	مسائل
۱۸۷	۹ ابیراهی در عدسیها
۱۸۸	۱-۹ بسط سینوس. نظریه مرتبه اول
۱۸۹	۲-۹ نظریه مرتبه سوم ابیراهیها
۱۹۰	۳-۹ ابیراهی کروی یک تک سطح
۱۹۲	۴-۹ ابیراهی کروی در عدسی نازک
۱۹۷	۵-۹ نتایج نظریه مرتبه سوم
۲۰۰	۶-۹ ابیراهی کروی مرتبه پنجم
۲۰۳	۷-۹ کما
۲۰۷	۸-۹ نقاط آپلانیتیک سطح کروی
۲۱۰	۹-۹ آستیگماتیسم
۲۱۳	۱۰-۹ انحنای میدان
۲۱۵	۱۱-۹ واپیش (اعوجاج)
۲۱۷	۱۲-۹ قضیه سینوسها و شرایط سینوسی آبه
۲۲۰	۱۳-۹ ابیراهی رنگی
۲۲۹	۱۴-۹ دوتاییهای جدا از هم
۲۳۱	مسائل
۲۳۶	۱۰ ابزار نوری
۲۳۶	۱-۱۰ چشم آدمی
۲۳۹	۲-۱۰ دوربینها و عدسیهای شیئی عکاسی
۲۴۰	۳-۱۰ سرعت عدسیها
۲۴۲	۴-۱۰ عدسیهای هلالی
۲۴۲	۵-۱۰ عدسیهای متقارن

۲۴۳	۶-۱۰ عدسیهای اناستیگماتیسم سه تایی
۲۴۴	۷-۱۰ عدسیهای تله فوتو
۲۴۵	۸-۱۰ ذره بینها
۲۴۸	۹-۱۰ انواع ذره بین
۲۴۸	۱۰-۱۰ عدسیهای عینک
۲۵۰	۱۱-۱۰ میکروسکوپ
۲۵۲	۱۲-۱۰ انواع شیئی ها در میکروسکوپ
۲۵۲	۱۳-۱۰ دوربینهای نجومی (تلسکوپ)
۲۵۶	۱۴-۱۰ سیستمهای چشمی (اکولار) و عدسیهای چشمی
۲۵۶	۱۵-۱۰ چشمی هویگنس
۲۵۷	۱۶-۱۰ چشمی رامسدن
۲۵۸	۱۷-۱۰ چشمی کلنریا چشمی رامسدن بدون عیب رنگی (آکرومات)
۲۵۸	۱۸-۱۰ چشمیهای خاص
۲۵۹	۱۹-۱۰ دوربینهای دوچشمی منشوری
۲۶۰	۲۰-۱۰ سیستم اپتیکی کلنراشمیت
۲۶۱	۲۱-۱۰ سیستمهای اپتیکی هم مرکز
۲۶۳	مسائل

### پاره دوم اپتیک موجی

۲۶۶	۱۱ ارتعاشات و امواج
۲۶۷	۱-۱۱ حرکت هماهنگ ساده
۲۶۸	۲-۱۱ نظریه حرکت هماهنگ ساده
۲۷۰	۳-۱۱ کشیدن فنر ماریچ
۲۷۳	۴-۱۱ فنر مرتعش
۲۷۶	۵-۱۱ امواج عرضی
۲۷۷	۶-۱۱ امواج سینوسی
۲۷۸	۷-۱۱ زاویه های فاز
۲۸۱	۸-۱۱ سرعت فاز و سرعت موج
۲۸۴	۹-۱۱ دامنه و شدت

۲۸۷	۱۰-۱۱ بسامد و طول موج
۲۹۱	۱۱-۱۱ بسته‌های موج
۲۹۳	مسائل
۲۹۵	۱۲ برهم‌نهی امواج
۲۹۶	۱-۱۲ ترکیب حرکت‌های هماهنگ ساده در امتداد یک خط
۲۹۸	۲-۱۲ جمع برداری دامنه‌ها
۳۰۰	۳-۱۲ برهم‌نهی دو قطار موج هم‌بسامد
۳۰۳	۴-۱۲ برهم‌نهی چندین موج با فازهای کاتوره‌ای
۳۰۵	۵-۱۲ امواج مختلط
۳۰۷	۶-۱۲ آنالیز فوریه
۳۱۰	۷-۱۲ سرعت گروه
۳۱۲	۸-۱۲ رابطه ترسیمی میان سرعت موج و سرعت گروه
۳۱۳	۹-۱۲ جمع حرکت‌های هماهنگ ساده عمود بر هم
۳۱۷	مسائل
۳۲۱	۱۳ تداخل دو باریکه نور
۳۲۲	۱-۱۳ اصل هویگنس
۳۲۳	۲-۱۳ آزمایش یانگ
۳۲۵	۳-۱۳ فریزهای تداخلی حاصل از یک منبع دوگانه
۳۲۸	۴-۱۳ توزیع شدت در سیستم فریزها
۳۲۹	۵-۱۳ دو مشور فرنل*
۳۳۱	۶-۱۳ سایر اسبابها وابسته به تقسیم جبهه موج
۳۳۴	۷-۱۳ منابع همدوس
۳۳۵	۸-۱۳ تقسیم دامنه. تداخل سنج مایکلسون
۳۳۷	۹-۱۳ فریزهای دایره‌ای
۳۳۹	۱۰-۱۳ نوارهای جایگزیده
۳۴۱	۱۱-۱۳ فریزهای نور سفید
۳۴۲	۱۲-۱۳ وضوح فریزها
۳۴۴	۱۳-۱۳ اندازه‌گیری طول از طریق تداخل سنجی



- ۳۴۷ ۱۳-۱۴ تداخل سنجهای تویمان و گرین
- ۳۴۷ ۱۳-۱۵ تعیین ضریب شکست به کمک روشهای تداخل
- ۳۵۱ مسائل
- ۳۵۳ ۱۴ تداخلهای مشتعل بر بازتابشهای چندگانه
- ۳۵۶ ۱-۱۴ بازتابش از یک لایه نازک متوازی السطوح
- ۳۶۰ ۲-۱۴ فریزهای هم شیب
- ۳۶۱ ۳-۱۴ تداخل در نور تراگسیلیده (عبوری)
- ۳۶۲ ۴-۱۴ فریزهای هم ضخامت
- ۳۶۳ ۵-۱۴ حلقه های نیوتون
- ۳۶۶ ۶-۱۴ لایه های نابازتابشی
- ۳۶۷ ۷-۱۴ وضوح فریزها
- ۳۶۹ ۸-۱۴ روش دامنه های مختلط
- ۳۷۱ ۹-۱۴ استخراج تابع شدت
- ۳۷۲ ۱۰-۱۴ تداخل سنج فابری-پرو
- ۳۷۳ ۱۱-۱۴ فریزهای بروستر
- ۳۷۵ ۱۲-۱۴ توان تفکیک رنگ
- ۳۷۷ ۱۳-۱۴ مقایسه طول موجها با تداخل سنج
- ۳۸۱ ۱۴-۱۴ مطالعه ساختار فوق ریز و شکل خط طیفی
- ۳۸۳ ۱۵-۱۴ سایر طیف نماهای تداخلی
- ۳۸۴ ۱۶-۱۴ طیفهای شیاردار. پالایه های تداخل
- ۳۸۶ مسائل
- ۳۸۹ ۱۵ پراش فرانهورفر در یک تک روزنه
- ۳۸۹ ۱-۱۵ پراش فرنل و پراش فرانهورفر
- ۳۹۰ ۲-۱۵ پراش به وسیله یک تک شکاف
- ۳۹۴ ۳-۱۵ بررسی گسترده تری پیرامون نقش پراش تک شکاف
- ۳۹۸ ۴-۱۵ بررسی نموداری دامنه ها. منحنی ارتعاش
- ۴۰۰ ۵-۱۵ دهانه قائم الزاویه
- ۴۰۲ ۶-۱۵ توان تفکیک با یک دهانه قائم الزاویه

۷-۱۵ توان تفکیک رنگی منشور

۴۰۴

۸-۱۵ دهانه دایره‌ای

۴۰۵

۹-۱۵ توان تفکیک تلسکوپ

۴۰۷

۱۰-۱۵ توان تفکیک میکروسکوپ

۴۰۹

۱۱-۱۵ نقشهای پراش ناشی از امواج صوتی و میکروموجها

۴۱۱

مسائل

۴۱۳

۱۶ دو شکاف

۴۱۶

۱-۱۶ جنبه‌های کیفی نقش پراش

۴۱۶

۲-۱۶ استخراج معادله شدت

۴۱۸

۳-۱۶ مقایسه نقشهای ناشی از تک‌شکاف و دو شکاف

۴۲۰

۴-۱۶ تمایز مابین تداخل و پراش

۴۲۰

۵-۱۶ مکان ماکزیمومها و می‌نیمومها. مرتبه‌های مفقود

۴۲۱

۶-۱۶ منحنی ارتعاش

۴۲۵

۷-۱۶ اثر پهنای متناهی شکاف منبع

۴۲۶

۸-۱۶ تداخل سنج ستاره‌ای مایکلسون

۴۲۹

۹-۱۶ تداخل سنج همبستگی

۴۳۱

۱۰-۱۶ تداخل بزرگ زاویه

۴۳۲

مسائل

۴۳۴

۱۷ توری پراش

۴۳۶

۱-۱۷ اثر افزایش تعداد شکافها

۴۳۶

۲-۱۷ توزیع شدت ناشی از یک توری آرمانی

۴۳۸

۳-۱۷ ماکزیمومهای اصلی

۴۳۹

۴-۱۷ می‌نیمومها و ماکزیمومهای ثانوی

۴۳۹

۵-۱۷ تشکیل طیفها به وسیله توری

۴۴۱

۶-۱۷ پاشندگی

۴۴۳

۷-۱۷ برهم‌افتادگی مرتبه‌ها

۴۴۵

۸-۱۷ پهنای ماکزیمومهای اصلی

۴۴۶

۹-۱۷ توان تفکیک

۴۴۷

۴۴۹	۱۰-۱۷ منحنی ارتعاش
۴۵۲	۱۱-۱۷ تولید توریهای خط‌دار
۴۵۴	۱۲-۱۷ اشباح
۴۵۵	۱۳-۱۷ کنترل توزیع شدت در میان مرتبه‌ها
۴۵۸	۱۴-۱۷ اندازه‌گیری طول موج به وسیله توری
۴۵۸	۱۵-۱۷ توری کاو
۴۵۹	۱۶-۱۷ طیف‌نگارهای توری (شبکه‌ای)
۴۶۲	مسائل
۴۶۵	۱۸ پراش فرنل
۴۶۵	۱-۱۸ سایه‌ها
۴۶۷	۲-۱۸ نواحی نیم‌دوره تناوب فرنل
۴۷۱	۳-۱۸ پراش در دهانه دایره‌ای
۴۷۲	۴-۱۸ پراش در یک مانع دایره‌ای
۴۷۴	۵-۱۸ تیغه ناحیه‌ای
۴۷۵	۶-۱۸ منحنی ارتعاش مربوط به تقسیم دایره‌ای جبهه‌موج
۴۷۷	۷-۱۸ دهانه‌ها و موانع با لبه‌های مستقیم
۴۷۸	۸-۱۸ تقسیم نواری جبهه‌موج
۴۷۹	۹-۱۸ منحنی ارتعاش برای تقسیم نواری. ماریچ کورنو
۴۸۰	۱۰-۱۸ انتگرالهای فرنل
۴۸۴	۱۱-۱۸ لبه مستقیم
۴۸۷	۱۲-۱۸ انتشار راست خط نور
۴۸۷	۱۳-۱۸ تک شکاف
۴۹۰	۱۴-۱۸ بهره‌گیری از انتگرالهای فرنل برای حل مسائل پراش
۴۹۱	۱۵-۱۸ پراش به وسیله تیغه باریک کدر
۴۹۱	مسائل
۴۹۵	۱۹ سرعت نور
۴۹۵	۱-۱۹ روش رومر
۴۹۷	۲-۱۹ روش برادلی. ابیراهی نور

۴۹۹	۳-۱۹ آزمایشهای مایکلسون
۵۰۰	۴-۱۹ اندازه‌گیریها در خلاً
۵۰۱	۵-۱۹ روش یاخته‌ کر
۵۰۴	۶-۱۹ سرعت امواج رادیویی
۵۰۵	۷-۱۹ نسبت واحدهای الکتریکی
۵۰۵	۸-۱۹ سرعت نور در ماده ساکن
۵۰۶	۹-۱۹ سرعت نور در ماده متحرک
۵۰۷	۱۰-۱۹ ضریب کشش فرنل
۵۰۸	۱۱-۱۹ آزمایش ایری
۵۰۹	۱۲-۱۹ اثر حرکت ناظر
۵۱۰	۱۳-۱۹ آزمایش مایکلسون-مورلی
۵۱۳	۱۴-۱۹ اصل نسبیت
۵۱۵	۱۵-۱۹ سه اثر نسبیتی مرتبه اول
۵۱۷	مسائل
۵۲۰	۲۰ ماهیت الکترومغناطیسی نور
۵۲۱	۱-۲۰ ماهیت عرضی ارتعاشات نور
۵۲۱	۲-۲۰ معادلات ماکسول در خلاً
۵۲۳	۳-۲۰ جریان جابه‌جایی
۵۲۴	۴-۲۰ معادلات مربوط به امواج الکترومغناطیسی تخت
۵۲۷	۵-۲۰ نمایش تصویری موج الکترومغناطیسی
۵۲۷	۶-۲۰ بردار نور در موج الکترومغناطیس
۵۲۸	۷-۲۰ انرژی و شدت موج الکترومغناطیسی
۵۲۹	۸-۲۰ تابش گسیلی از یک بار الکتریکی شتابدار
۵۳۱	۹-۲۰ گسیل تابش از یک بار در حرکت تناوبی
۵۳۲	۱۰-۲۰ اثبات تجربی وجود امواج الکترومغناطیسی توسط هرتز
۵۳۳	۱۱-۲۰ سرعت امواج الکترومغناطیسی در فضا
۵۳۴	۱۲-۲۰ تابش چرنکف
۵۳۶	مسائل

## ۲۱ منبعهای نور و طیفهای آنها

- ۵۳۹ ۱-۲۱ طبقه‌بندی منابع نور
- ۵۳۹ ۲-۲۱ جامدات در دمای بالا
- ۵۴۰ ۳-۲۱ قوسهای فلزی
- ۵۴۱ ۴-۲۱ شعلة بونزن
- ۵۴۴ ۵-۲۱ جرقه
- ۵۴۵ ۶-۲۱ لامپ خلأ
- ۵۴۷ ۷-۲۱ طبقه‌بندی طیفها
- ۵۴۸ ۸-۲۱ گسیلندگی (توان گسیلی) و ضریب جذب
- ۵۵۰ ۹-۲۱ طیفهای پیوسته
- ۵۵۳ ۱۰-۲۱ طیفهای خطی
- ۵۵۷ ۱۱-۲۱ سری خطوط طیفی
- ۵۵۷ ۱۲-۲۱ طیفهای نواری
- ۵۶۰ مسائل

## ۲۲ جذب و پراکندگی

- ۵۶۲ ۱-۲۲ جذب کلی و گزینشی
- ۵۶۲ ۲-۲۲ تمایز میان جذب و پراکندگی
- ۵۶۳ ۳-۲۲ جذب در جامدات و مایعات
- ۵۶۴ ۴-۲۲ جذب در گازها
- ۵۶۷ ۵-۲۲ تشدید و فلوتورسانس در گازها
- ۵۶۷ ۶-۲۲ فلوتورسانی در جامدات و مایعات
- ۵۶۹ ۷-۲۲ بازتابش گزینشی. پرتوهای بازمانده
- ۵۷۰ ۸-۲۲ نظریه رابطه مابین جذب و بازتابش
- ۵۷۲ ۹-۲۲ پراکندگی در ذرات کوچک
- ۵۷۳ ۱۰-۲۲ پراکندگی مولکولی
- ۵۷۵ ۱۱-۲۲ اثر رامان
- ۵۷۶ ۱۲-۲۲ نظریه پراکندگی
- ۵۷۷ ۱۳-۲۲ پراکندگی و ضریب شکست
- ۵۷۸ مسائل
- ۵۸۰

۵۸۲	۲۳ پاشندگی
۵۸۲	۱-۲۳ پاشندگی منشور
۵۸۴	۲-۲۳ پاشندگی بهنجار
۵۸۷	۳-۲۳ معادله کوشی
۵۸۸	۴-۲۳ پاشندگی نابهنجار
۵۹۲	۵-۲۳ معادله سل میر
۵۹۵	۶-۲۳ اثر جذب روی پاشندگی
۵۹۸	۷-۲۳ سرعت موج و گروه در محیط مادی
۵۹۹	۸-۲۳ منحنی کامل پاشندگی یک ماده
۶۰۱	۹-۲۳ معادلات الکترومغناطیسی برای محیطهای شفاف
۶۰۳	۱۰-۲۳ نظریه پاشندگی
۶۰۶	۱۱-۲۳ ماهیت ذرات ارتعاشی و نیروهای اصطکاکی
۶۰۷	مسائل
۶۱۰	۲۴ قطبش نور
۶۱۱	۱-۲۴ قطبش از طریق بازتابش
۶۱۲	۲-۲۴ نمایش ارتعاشات در نور
۶۱۴	۳-۲۴ زاویه قطبان و قانون بروستر
۶۱۵	۴-۲۴ قطبش به وسیله چند تیغه
۶۱۷	۵-۲۴ قانون مالوس
۶۱۹	۶-۲۴ قطبش در بلورهای دوفام
۶۲۰	۷-۲۴ دوشکستی
۶۲۲	۸-۲۴ محور اپتیکی
۶۲۲	۹-۲۴ مقاطع اصلی و صفحات اصلی
۶۲۳	۱۰-۲۴ قطبش از طریق دوشکستی
۶۲۵	۱۱-۲۴ منشور نیکول
۶۲۷	۱۲-۲۴ قطبشگرهای موازی و متقاطع
۶۲۸	۱۳-۲۴ شکست در منشورهای کلسیت
۶۲۸	۱۴-۲۴ منشورهای روکن و ولاستون
۶۲۹	۱۵-۲۴ پراکندگی نور و آسمان آبی

۶۳۱	۱۶-۲۴ غروب سرخ‌رنگ
۶۳۳	۱۷-۲۴ قطبش به‌وسیله پراکندگی
۶۳۵	۱۸-۲۴ خواص اپتیکی جواهرات
۶۳۸	مسائل

۶۴۰	۲۵ بازتابش
۶۴۰	۱-۲۵ بازتابش از مواد دی‌الکتریک
۶۴۳	۲-۲۵ شدتهای نور تراگسیلیده
۶۴۴	۳-۲۵ بازتابش داخلی
۶۴۵	۴-۲۵ تغییرات فازی در بازتابش
۶۴۷	۵-۲۵ بازتابش نور خطی قطبیده از مواد دی‌الکتریک
۶۴۹	۶-۲۵ نور بیضوی قطبیده در بازتابش داخلی
۶۵۱	۷-۲۵ نفوذ به محیط رقیق
۶۵۲	۸-۲۵ بازتابش فلزی
۶۵۵	۹-۲۵ ثابت اپتیکی فلزات
۶۵۷	۱۰-۲۵ توصیف نور بازتابیده از فلزات
۶۵۹	۱۱-۲۵ اندازه‌گیری زاویه اصلی فرود و زاویه سمتی اصلی
۶۶۰	۱۲-۲۵ آزمایشهای وینر
۶۶۲	مسائل

۶۶۵	۲۶ دوشکستی
۶۶۵	۱-۲۶ سطوح موج برای بلورهای تک‌محوری
۶۶۷	۲-۲۶ انتشار امواج تخت در بلورهای تک‌محوری
۶۷۰	۳-۲۶ امواج تخت در فرود مایل
۶۷۲	۴-۲۶ جهت ارتعاشات
۶۷۲	۵-۲۶ ضرایب شکست برای بلورهای تک‌محوری
۶۷۶	۶-۲۶ سطوح موج در بلورهای دو‌محوری
۶۷۹	۷-۲۶ شکست مخروطی داخلی
۶۸۱	۸-۲۶ شکست مخروطی خارجی
۶۸۳	۹-۲۶ نظریهٔ دوشکستی
۶۸۷	مسائل

۶۸۹	۲۷ تداخل نور قطبیده
۶۸۹	۱-۲۷ نور بیضوی قطبیده و دایره‌ای قطبیده
۶۹۲	۲-۲۷ تیغه‌های ربع‌موج و نیم‌موج
۶۹۳	۳-۲۷ تیغه‌های بلوری مابین قطبشگرهای متقاطع
۶۹۵	۴-۲۷ جبران‌کن باینه
۶۹۷	۵-۲۷ تجزیه نور قطبیده
۶۹۸	۶-۲۷ تداخل با نور سفید
۷۰۲	۷-۲۷ پالایه تکفام قطبان
۷۰۳	۸-۲۷ کاربردهای تداخل در نور موازی
۷۰۴	۹-۲۷ تداخل در نور شدیداً همگرا
۷۰۷	مسائل
۷۰۹	۲۸ فعالیت اپتیکی و اپتیک موجی جدید
۷۰۹	۱-۲۸ چرخش صفحه قطبش
۷۱۰	۲-۲۸ پاشندگی چرخشی
۷۱۳	۳-۲۸ توصیف فرنل در خصوص چرخش
۷۱۵	۴-۲۸ شکست دوگانه در بلورهای فعال اپتیکی
۷۱۷	۵-۲۸ شکل سطوح موج در کوآرتز
۷۱۹	۶-۲۸ چندمنشوری فرنل
۷۲۰	۷-۲۸ منشور کورنو
۷۲۰	۸-۲۸ شکل و شدت ارتعاش در بلورهای فعال
۷۲۳	۹-۲۸ نظریه فعالیت اپتیکی
۷۲۵	۱۰-۲۸ چرخش در مایعات
۷۲۶	۱۱-۲۸ اپتیک موجی جدید
۷۲۸	۱۲-۲۸ پالایه‌گذاری فضایی
۷۳۳	۱۳-۲۸ میکروسکوپ تباين فازی
۷۳۶	۱۴-۲۸ اپتیک شلیرن
۷۳۸	مسائل



## پاره سوم اپتیک کوانتومی

۲۹ ذرات نور و منشأ آنها

۷۴۴

۱-۲۹ اتم بور

۷۴۴

۲-۲۹ ترازهای انرژی

۷۵۰

۳-۲۹ طرح بور-استونر برای ساختمان اتمها

۷۵۲

۴-۲۹ مدارهای بیضوی یا اریبتالهای نفوذی

۷۵۴

۵-۲۹ مکانیک موجی

۷۵۸

۶-۲۹ طیف سدیم

۷۶۰

۷-۲۹ تابش تشدیدی

۷۶۲

۸-۲۹ حالت‌های شبه پایدار

۷۶۴

۹-۲۹ دمش اپتیکی

۷۶۵

مسائل

۷۶۷

۳۰ لیزرها

۷۶۹

۱-۳۰ گسیل القایی

۷۷۰

۲-۳۰ طراحی لیزر

۷۷۱

۳-۳۰ لیزر یاقوت

۷۷۲

۴-۳۰ لیزر گازی هلیم-نئون

۷۷۵

۵-۳۰ آینه‌های کاو و دریچه‌های بروسر

۷۷۹

۶-۳۰ لیزر کربن دیوکسید

۷۸۱

۷-۳۰ کاواکهای تشدیدی

۷۸۵

۸-۳۰ طول همدوسی

۷۸۹

۹-۳۰ دو برابر سازی بسامد

۷۹۲

۱۰-۳۰ سایر لیزرها

۷۹۲

۱۱-۳۰ بی‌خطری لیزرها

۷۹۳

۱۲-۳۰ اثر پیسه

۷۹۳

۱۳-۳۰ کاربرد های لیزر

۷۹۴

مسائل

۷۹۷

۸۰۰	۳۱ تمام‌نگاری
۸۰۱	۱-۳۱ اصول اساسی تمام‌نگاری
۸۰۵	۲-۳۱ دیدن تمام‌نگاشت
۸۰۸	۳-۳۱ تمام‌نگاشت ضخیم یا حجمی
۸۱۳	۴-۳۱ تمام‌نگاشتهای چندتابی
۸۱۴	۵-۳۱ تمام‌نگاشتهای بازتابشی نور سفید
۸۱۶	۶-۳۱ سایر تمام‌نگاشتها
۸۱۷	۷-۳۱ تمام‌نگاری در آزمایشگاه
۸۲۱	مسائل
۸۲۳	۳۲ مغناطوپتیک و الکتروپتیک
۸۲۴	۱-۳۲ اثر زیمان
۸۳۱	۲-۳۲ اثر زیمان وارون
۸۳۲	۳-۳۲ اثر فاراده
۸۳۵	۴-۳۲ اثر فوگت و یا دوشکستی مغناطیسی
۸۳۸	۵-۳۲ اثر کوتون-موتون
۸۳۸	۶-۳۲ اثر مغناطوپتیک کر
۸۳۸	۷-۳۲ اثر اشتارک
۸۴۰	۸-۳۲ اثر اشتارک وارون
۸۴۱	۹-۳۲ دوشکستی الکتریکی
۸۴۱	۱۰-۳۲ اثر الکتروپتیک کر
۸۴۳	۱۱-۳۲ اثر الکتروپتیک پاکلز
۸۴۴	مسائل
۸۴۷	۳۳ ماهیت دوگانه نور
۸۴۷	۱-۳۳ نقاط ضعف نظریه موجی
۸۴۹	۲-۳۳ شواهد وجود کوانتومهای نور
۸۵۲	۳-۳۳ انرژی، تکانه، و سرعت فوتونها
۸۵۴	۴-۳۳ تکوین مکانیک کوانتومی
۸۵۵	۵-۳۳ اصل عدم قطعیت

۸۵۶	۶-۳۳	پراش به وسیله یک شکاف
۸۵۷	۷-۳۳	اصل مکملیت
۸۵۸	۸-۳۳	دو شکاف
۸۶۰	۹-۳۳	تعیین مکان با میکروسکوپ
۸۶۱	۱۰-۳۳	استفاده از بستاور
۸۶۲	۱۱-۳۳	تفسیر خصلت دوگانه نور
۸۶۳	۱۲-۳۳	قلمرو کاربردپذیری امواج و فوتونها
۸۶۴		مسائل

## پیوستها

۸۶۷	پیوست الف
۸۶۸	پیوست ب
۸۶۹	پیوست ج
۸۷۱	پیوست د
۸۷۲	پیوست ه
۸۷۳	پیوست و
۸۷۴	

## پیشگفتار ویرایش چهارم

این ویرایش چهارم در درجهٔ اول به عنوان یک کتاب درسی برای دانشجویانی نوشته شده است که رشتهٔ اصلی آنها فیزیک است. ویرایشهای اول، دوم و سوم را فرانسیس. ا. جنکینز و هاروی. ای. وایت موقعی نوشتند که درس اپتیک را در بخش فیزیک دانشگاه کالیفرنیا در برکلی تدریس می‌کردند. با درگذشت استاد جنکینز در سال ۱۹۶۰ هاروی. ای. وایت در این ویرایش چهارم تجدید نظر کرده است.

از زمان انتشار ویرایش سوم در سال ۱۹۵۷، تعداد قابل توجهی ایده‌های بدیع و مفاهیم جدید در زمینهٔ اپتیک به وجود آمده است که به مقدار قابل ملاحظه‌ای مواد جدید نیاز دارد. سه فصل جدید، تعدادی بخشهای تازه دربارهٔ اپتیک مدرن، مسائل تازه پایان فصل اضافه شده‌اند تا این ویرایش جدید را روزآمد سازند.

آزمایشهای فیزو دربارهٔ سرعت نور در هوا و آزمایشهای فوکو در مورد سرعت نور در مادهٔ ساکن به فصل ۱ منتقل شده‌اند. این موضوع باعث آشنایی بهتری با مفهوم مهم ضریب شکست می‌شود و بقیهٔ فصل ۱۹ را تقریباً بدون تغییر باقی می‌گذارد.

در قسمت اول مربوط به اپتیک هندسی، به جای محاسبه‌های طولانی و خسته‌کنندهٔ مربوط به ردیابی پرتو با استفاده از لگاریتم، محاسبه‌های مستقیم با بهره‌گیری از ماشین حسابهای الکترونیکی جدید به کار گرفته شده‌اند که به مهندسان طراح عدسی امکان می‌دهد برنامه‌هایی را کامپیوترهای بزرگتر بنویسند.

در قسمت دوم، اپتیک موجی، فصل ۱۱ طوری تغییر یافته است که رهیافت بهتری به موضوع حرکت موجی داشته باشد. در فصل ۱۶ بخشی دربارهٔ تداخل سنج همبستگی اضافه شده است. برخی از جنبه‌های اصلی تحولات اخیر افزوده شده به پایان فصل ۲۸ عبارت‌اند از: اپتیک موجی جدید، تصفیهٔ فضایی، میکروسکوپ با تباین فاز، و اپتیک شلیرن.

در قسمت سوم، اپتیک کوانتومی، سه فصل تازه به‌عنوان تحولات جدید اضافه شده است که عبارت‌اند از: فصل ۲۹، کوانتوم‌های نور و منشأ آنها؛ فصل ۳۰، لیزرها؛ فصل ۳۱، تمام‌نگاری. مایلم از این فرصت برای سپاسگزاری از دکتر دونالد. ه. وایت برای کمک به گردآوری بسیاری از مطالب جدید که در این ویرایش به‌کار رفته است استفاده کنم.

هاروی. ای. وایت

## پیشگفتار ویرایش سوم

هدفهای اصلی آماده‌سازی این ویرایش جدید ساده‌سازی و نوسازی بوده است. تجربه مؤلفان و بسیاری از کاربران این کتاب در دو دهه اخیر نشان داده است که بسیاری از قسمتهای کتاب و به‌دست آوردن رابطه‌های ریاضی به‌واسطه پیچیدگی بیش از اندازه، تأکیدی را که باید داشته باشند از دست می‌دهند. به‌عنوان مثالی از گامهایی که برای تصحیح این عیب برداشته شده‌اند، فصل مربوط به بازتاب کاملاً به‌صورت ساده‌تری بازنویسی شد و قبل از جنبه‌های دشوارتر نور قطبیده آمده است. افزون بر آن، بیان بسامد و طول موج به‌صورت معیارهای دایره‌ای، و وارد کردن نمادگذاری مختلط در چند محل، به‌دست آوردن فرمولهای ریاضی در نظریه موجی را بسیار کوتاه کرد تا جا برای مطالب تازه باز شود.

در هر شاخه از فیزیک روالهای رایج تحت تأثیر تحولات کلی آن رشته هستند. بنابراین، در اپتیک به نمادگذاریهای بسته‌موج، پهنای خط، و طول همدوسی به واسطه اهمیت آنها در مکانیک کوانتومی توجه بیشتری شده است. به‌همین دلیل، دانشجویان ما معمولاً در مراحل اولیه یاد می‌گیرند که با کمیت‌های مختلط کار کنند، و ما حس کردیم که آوردن مثالهایی در مورد سودمندی آنها موجه است. به‌علت استفاده فزاینده از اپتیک هم‌مرکز و نیز روشهای نموداری ترسیم پرتو، این موضوع در فصلهای مربوط به اپتیک هندسی آورده شده است. رابطه‌های دقیق میان اپتیک هندسی و مکانیک ذره، مانند مورد میکروسکوپ الکترونی و عدسیهای چارقطبی را توانستیم به‌علت محدودیت فضا گسترش دهیم؛ مر بیان شاید بخواهند در این مورد چیزی به کتاب بیفزایند. همین موضوع دربارهٔ برخورد مختصر با بعضی مطالب، که در آنها اصول قدیمی که به‌تازگی اهمیت یافته‌اند مانند تابش چرنکوف، توری پلکانی، و فیلمهای چندلایه‌ای صادق است.

مشکلی که تمام مؤلفان کتابهای درسی در این سطح با آن روبه‌رو می‌شوند اجتناب از این برداشت است که موضوع مورد نظر مجموعه‌ای قطعی و بسته‌ای از معلومات است. اگر بتوان

دانشجو را متقاعد ساخت که نشریه‌های اصلی را تا هر میزان مطالعه کند، این برداشت به زودی از میان خواهد رفت.

ذکر نام تمام کسانی که با پیشنهادهای سازنده خود ما را یاری کرده‌اند امکان‌پذیر نیست. بدین‌وسیله از تمام کسانی که خطاها را به ما گوشزد کرده‌اند و پیشنهادهایی برای ساده‌سازی فرمولها داده‌اند و پاسخ به مسائل را بررسی کرده‌اند، سپاسگزارم.

فرانسیس. ا. جنکینز

هاروی. ای. وایت

پارہ اول

ایتیک ہندسی





## خواص نور

همه خواص شناخته شده نور، برحسب آزمایشهایی که به کشف آنها انجامیده اند و به کمک روشهای گوناگون بسیاری که آنها را تشریح می کنند، توصیف می شوند. با وجود تعدد این خواص، شیوه نمایشی آنها را می توان گروه بندی، و تحت یکی از عنوانهای: اپتیک هندسی، اپتیک موجی، و اپتیک کوانتومی طبقه بندی کرد؛ هر کدام از اینها به صورت زیر تقسیم بندی می شوند.

اپتیک هندسی

انتشار راست خط

سرعت محدود

بازتابش

شکست

پاشندگی

اپتیک موجی

تداخل

پراش

سرشت الکترومغناطیسی

قطبش

شکست دوگانه

اپتیک کوانتومی

مدارهای اتمی

چگالیهای احتمال

ترازهای انرژی

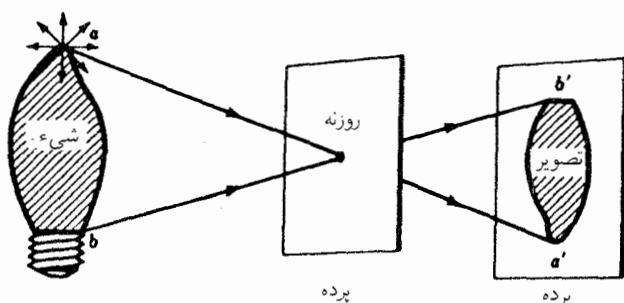
کوانتومها

لیزرها

گروه نخست پدیده‌هایی که تحت عنوان اپتیک هندسی طبقه‌بندی شده‌اند، در ده فصل اولیه این کتاب بررسی خواهند شد و آنها را به آسانترین شیوه به کمک خطوط مستقیم و هندسه مسطحه توصیف می‌کنیم. گروه دوم، اپتیک موجی، به سرشت موجی نور اختصاص دارد و مبحث فصلهای ۱۱ تا ۲۸ را تشکیل می‌دهد. در گروه سوم، اپتیک کوانتومی، نور متشکل از بسته‌های کوچک انرژی به نام کوانتوم، تلقی می‌شود و موضوع بحث فصلهای ۲۹ تا ۳۳ از دیدگاه اپتیکی را تشکیل می‌دهد.

## ۱-۱ انتشار راست خط نور

انتشار راست خط نور اصطلاحی تخصصی است که در مورد این اصل به کار رفته که بر پایه آن "نور به خط راست حرکت می‌کند". این نکته که از اشیاء می‌توان سایه‌های کاملاً واضح تشکیل داد، نمایش مطلوبی از این اصل به شمار می‌رود. یک مورد دیگر، تصویرسازی به وسیله سوراخ در یک جعبه تاریک است در این وسیله ساده و کم‌هزینه، تصویر یک شیء ساکن با عبور نور از یک سوراخ کوچک مطابق شکل ۱-۱، روی یک فیلم یا شیشه عکاسی می‌افتد. در شکل ۱-۱، از یک لامپ تزیینی که نور سفید می‌گسیلد، به عنوان شیء استفاده شده است. برای پی بردن به چگونگی تشکیل تصویر، پرتوهایی را در نظر بگیرید که از یک نقطه  $a$  در نوک لامپ گسیل می‌شوند. از پرتوهای متعددی که در جهات مختلف می‌تابند، پرتویی که درست به سمت سوراخ می‌تابد، از آن عبور می‌کند و در نقطه  $a'$  در پایین پرده تصویر به آن برخورد می‌کند. همین‌طور، پرتویی که از  $b$  در پایین لامپ خارج می‌شود و از سوراخ می‌گذرد، به  $b'$  در بالای پرده تصویر خواهد رسید. بدین سان می‌توان دید که چگونه یک تصویر معکوس از تمام لامپ تشکیل می‌شود.



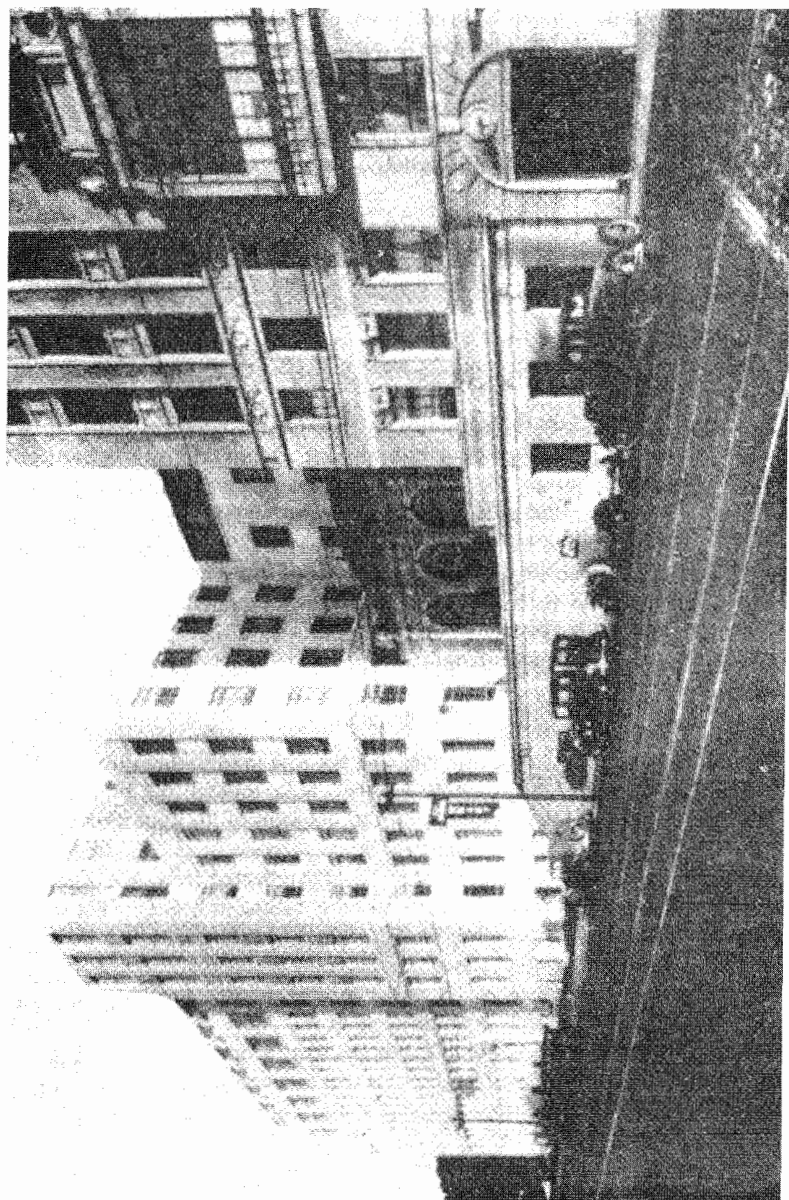
شکل ۱-۱ یک آزمایش نمایشی که حرکت راست خط پرتوهای نور را نمایش می‌دهد. انتشار راست خط نور.

اگر پرده تصویر به پرده سوراخ نزدیکتر شود، تصویر هم به همان نسبت کوچکتر می‌شود، و بدیهی است که هرگاه از آن دورتر شود، تصویر هم به همان نسبت بزرگتر خواهد شد. به این ترتیب، می‌توان عکسهای بسیار واضح و دقیق از اشیاء ساکن تهیه کرد. با سوراخ کردن وسط یکی از وجوه یک جعبه و قرار دادن یک فیلم یا شیشه عکاسی در وجه روبه‌روی آن و با چند بار نور دادن به‌عنوان زمانهای آزمایشی، می‌توان تصاویر خوبی به‌دست آورد. برای عکسهای خوب و واضح، سوراخ باید بسیار کوچک باشد، چون ابعاد آن، میزان تارشدگی در عکس را تعیین می‌کند. سوراخهای مربعی شکل کوچک بسیار مناسب‌اند. یک تکه کاغذ آلومینیمی را دوبار تا کنید و گوشه آن را با تیغ ببرید تا لبه‌های صاف و هموار داشته باشد. پس از بریدن چند نمونه، از یک ذره‌بین برای انتخاب بهترین سوراخ مربعی استفاده کنید. عکس نشان داده شده در شکل ۱-۲، با بهره‌گیری از عکاسی به‌وسیله سوراخ در جعبه تاریک گرفته شده است. خطوط بعدنمایی (پرسپکتیو) عالی و وضوح منظره در این تصویر شایان توجه‌اند.

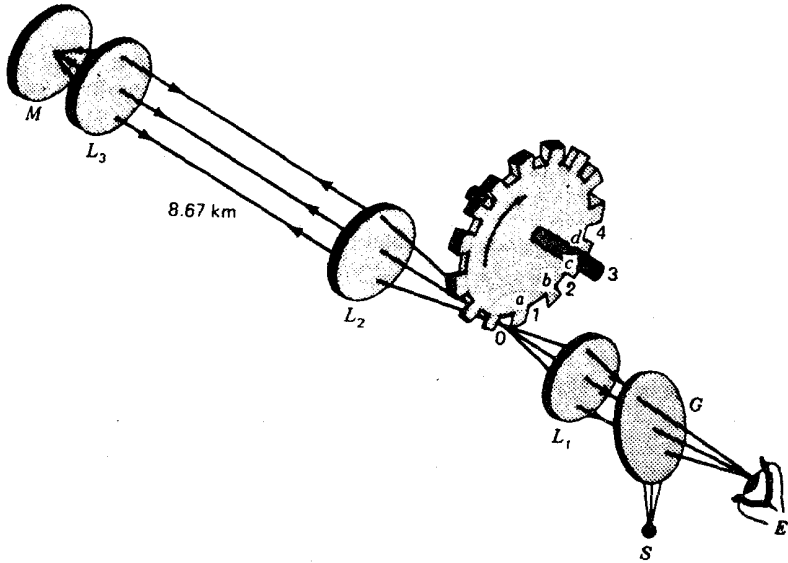
## ۱-۲ سرعت نور

ستاره‌شناسان باستان معتقد بودند که نور با سرعتی نامتناهی حرکت می‌کند، بنا به اعتقاد آنها هر رویداد عمده‌ای که میان ستارگان دوردست اتفاق می‌افتاد، در همه نقاط دیگر عالم، بلافاصله قابل مشاهده بود.

می‌گویند گالیله در حوالی سال ۱۶۰۰ میلادی اقدام به اندازه‌گیری سرعت نور کرده اما به این کار موفق نشده است. گویا فانوس در دست بر قلعه تپه‌ای می‌ایستاده و دستیار او هم با فانوس دیگری در قلعه یک تپه دیگر مستقر می‌شده است. قرار بر این بوده است که گالیله پوشش فانوس خود را بردارد و از این طریق یک درخش نور به‌سوی دستیار خود بفرستد. دستیارش هم با دیدن این درخش پوشش فانوس خود را برمی‌داشته و یک درخش نور به‌سوی گالیله، که مدت زمان



شکل ۲-۱ عکس بیمارستان دانشگاه کالیفرنیا در سان فرانسیسکو که با دوربین روزنه‌ای گرفته شده است. فاصله سوراخ و شیشه عکاسی ۵٫۹ سانتیمتر؛ فیلم پانکروماتیک؛ مدت نوردهی  $3 \cdot \text{min}$ ؛ سوراخ مربعی  $3 \cdot 3 \text{mm}$  .



شکل ۳-۱ آرایش تجربی توصیف شده توسط فیزو، فیزیکدان فرانسوی، که در سال ۱۸۴۹ سرعت نور را با آن اندازه گرفته است.

کل را اندازه می‌گرفت، باز می‌فرستاد. گالیله، با تکرار فراوان این آزمایش، و هر بار در فواصل طولانیتر از دفعه پیش به این اعتقاد رسید که نور باید با سرعتی نامتناهی (نامحدود) حرکت کند.

امروزه می‌دانیم که سرعت نور متناهی (محدود) و مقدار تقریبی آن عبارت است از

$$v = 300000 \text{ km/s} = 186400 \text{ mi/s}$$

در سال ۱۸۴۹، فیزو\* فیزیکدان فرانسوی، به‌عنوان نخستین نفر، سرعت نور را روی زمین اندازه گرفت. گمان می‌رود دستگاه اندازه‌گیری او شبیه شکل ۳-۱ بوده است. گزارش آزمایش وی

\* آرماند. ه. ل. فیزو (۱۸۹۶ - ۱۸۱۹)، فیزیکدان فرانسوی، در خانوادهٔ ثروتمندی به‌دنیا آمد و به همین علت، از لحاظ مالی فارغ از تلاش معاش بود. زندگی خود را وقف آزمایشهای علمی پیگیری کرد. بزرگترین توفیقش، اندازه‌گیری سرعت نور در سال ۱۸۴۹ بود، که در پاریس، مابین مون‌مارتر و سورن، انجام داد. وی در زمینهٔ اصل دوپلر، در مورد نوری که از ستارگان گسیل می‌شود، توضیح درستی ارائه کرد و نشان داد که چگونه می‌توان از این اثر، برای اندازه‌گیری سرعتهای ستاره‌ای سود جست. وی در سال ۱۸۵۱ سرعت نور را در محیط متحرک نیز اندازه گرفت و نشان داد که نور همراه با جریان آب کشیده می‌شود.

کاملاً دقیق و با ذکر جزئیات تدوین شده است، اما در یادداشتهای وی هیچ طرح و تصویری از دستگاهش به دست نیامده است.

یک باریکه نور درخشان از منبع  $S$ ، نخست در یک آینه نیم‌نقره‌اندود  $G$  باز می‌تابد و سپس به وسیله عدسی  $L_1$  در نقطه  $O$  متمرکز می‌شود. باریکه و اگرای خروجی از  $O$  به وسیله عدسی  $L_2$  به یک باریکه موازی تبدیل می‌شود. نور پس از پیمودن مسیر طولانی  $۸۶۷\text{km}$  به سوی عدسی  $L_3$  و آینه  $M$ ، به سوی منبع باز می‌تابد. باریکه بازگشتی از  $L_3$ ،  $O$ ، و  $L_1$  می‌گذرد و یک نیمه‌اش با عبور از  $G$  به چشم ناظر در  $E$  می‌رسد.

کار چرخ دندانه‌دار بریدن باریکه نور و در آوردن آن به صورت تپهای کوتاه و اندازه‌گیری زمان لازم برای رفتن این تپها به سوی آینه دور و بازگشت آنهاست. هنگامی که چرخ از حرکت باز ایستاده است، نور می‌تواند از یکی از فواصل بین دندانه‌های  $O$  بگذرد. در این وضعیت همه عدسیها و آینه دور چنان تنظیم شده‌اند که تصویر منبع  $S$  توسط چشم از ناظر در  $E$  مشاهده شود.

سپس چرخ را به گردش در می‌آورند و به تدریج به سرعت آن می‌افزایند. در نقطه‌ای، نور عبوری از  $O$  درست هنگامی به آن بر می‌گردد که دندانه  $a$  آن را متوقف کرده باشد. در همین سرعت هم نور عبوری از شکاف ۱ هنگامی بر می‌گردد که توسط دندانه بعدی  $b$  متوقف شود. تحت این شرایط، نور منبع  $S$  کاملاً از چشم ناظر پوشیده می‌ماند. در دو برابر این سرعت چرخش، نور دوباره ظاهر می‌شود و به یک شدت حداکثر می‌رسد. این شرط وقتی برقرار می‌شود که از شکافهای ۱، ۲، ۳، ۴، ... زمانی برگردند که به ترتیب از شکافهای ۲، ۳، ۴، ۵، ... بگذرند و به چشم ناظر برسند.

چون چرخ ۷۲۰ دندانه دارد، و فیزو شدت ماکزیموم را در  $۲۵\text{rev/s}$  اندازه گرفته است، می‌توان زمان لازم برای رفت و برگشت هر پالس نور را به صورت  $(\frac{1}{720})(\frac{1}{25}) = 1/18000\text{s}$  محاسبه کرد. فاصله رفت و برگشت  $۱۷۳۴\text{km}$ ، و بنابراین سرعت نور از این قرار است:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{17,34\text{km}}{1/18000\text{s}} = 312000\text{km/s}$$

در سالهای بعد از نخستین آزمایش فیزو در زمینه سرعت نور، تعدادی از آزمایشگران، دستگاه او را تکامل بخشیدند و مقادیر دقیقتری برای این ثابت جهانی به دست آوردند. ولی باید مدتی حدود سه چهارم قرن سپری می‌شد تا اینکه مایکلسن و به دنبال او دیگران، روشهای تازه و پیشرفته‌ای برای اندازه‌گیری سرعت نور مری، امواج رادیویی، و کهموجها به کار گیرند و سرعت نور را تقریباً تا شش رقم با معنی به دست آورند.

اعتقاد بر این است که امواج الکترومغناطیسی با همه طول موجها، از پرتو  $X$  در یک سر طیف

تا بلندترین طول موجها در سر دیگر آن، در خلا با سرعت دقیقاً یکسان حرکت می‌کنند. آزمایشهای مبتنی بر این روشهای تازه در فصل ۱۹ به تفصیل مورد بحث قرار خواهند گرفت، اما اینجا می‌خواهیم برای این ثابت جهانی مقداری را ارائه کنیم که از جانب همگان پذیرفته شده است:

$$\bullet \quad c = 299792458 \text{ km/s} = 2.997925 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (1-1)$$

برای منظوره‌های عملی که در آنها دقت تا چهار رقم بامعنی مطلوب است، سرعت نور در هوا یا در خلا را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (2-1)$$

غالباً از این عدد گرد شده استفاده می‌شود زیرا از مقدار صحیح‌تر معادله (۱-۱) به مقداری کمتر از ۱ درصد فرق می‌کند.

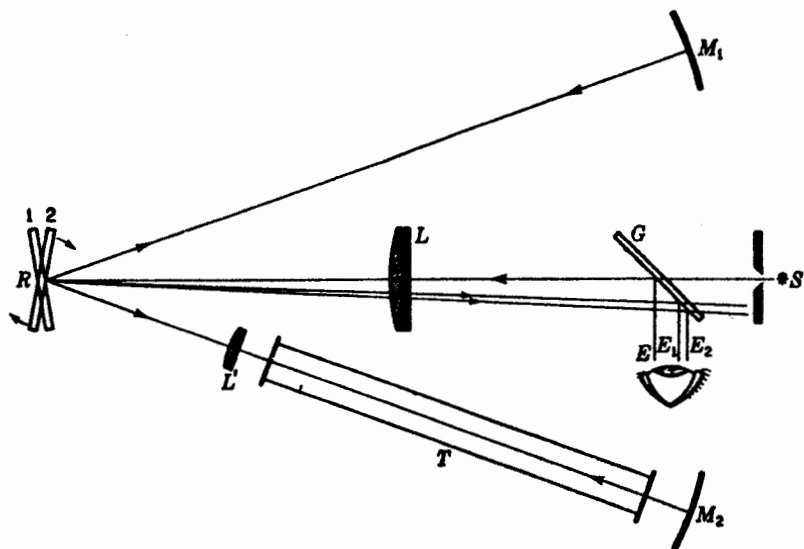
### ۳-۱ سرعت نور در ماده ساکن

در سال ۱۸۵۰، فوکو\*، فیزیکدان فرانسوی، نتایج آزمایشی را تکمیل و منتشر کرد که در آن سرعت نور در آب را اندازه گرفته بود. آزمایش فوکو از اهمیت زیادی برخوردار بود، چرا که به یک مجادله طولانی در باره سرشت نور خاتمه می‌داد. نظر نیوتون و پیروان وی در انگلستان و سایر سرزمینهای اروپایی این بود که نور از ذرات ریزی که از همه منابع نور گسیل می‌شوند، تشکیل شده است. از سوی دیگر، هویگنس، دانشمند هلندی مدعی بود که نور از امواجی شبیه به امواج آب یا صوت تشکیل شده است.

بنابر نظریه ذره‌ای نیوتون، نور باید در محیطی مانند آب که از لحاظ اپتیکی چگال است، سریعتر از محیطی کمتر چگال، مانند هوا، حرکت کند. نظریه موجی هویگنس هم ایجاب می‌کرد

\* ژان برنارد لئون فوکو (۱۸۶۸ - ۱۸۱۹)، فیزیکدان فرانسوی. او پس از تحصیل در رشته پزشکی، به فیزیک تجربی روی آورد و به اتفاق فیزو به انجام آزمایشهایی در زمینه اندازه‌گیری سرعت نور پرداخت. بین این دو دانشمند، پس از مدتی همکاری، بر سر کاربرد بهترین روش برای "برش" باریکه نور، اختلاف پیش آمد و هر یک راه خود را پیش گرفت. فیزو (که چرخ دنداندار به‌کار گرفت) و فوکو (که از آینه دوار بهره گرفت) به آزمایشهای قابل تحسینی دست زدند، و کارهای همدیگر را تکمیل کردند.

در سال ۱۸۵۰، فوکو به کمک آینه دوار سرعت نور را در محیطهای مختلفی اندازه گرفت. در سال ۱۸۵۱ به کمک آونگ مشهور خود، حرکت وضعی زمین را عملاً اثبات کرد. در سال ۱۸۵۵، به دریافت مدال از انجمن سلطنتی انگلیس نائل آمد. وی همچنین جریانهای القایی در قرص مسی را که در میدان مغناطیسی قوی می‌چرخد، کشف کرد و مخترع قطبشگر اپتیکی است که به نام وی نامیده شده است.



شکل ۱-۴ ابزار فوکو برای تعیین سرعت سیر نور در آب.

که نور در محیط اپتیکی چگالتر کندتر حرکت کند. فوکو، با پیش و پس فرستادن یک باریکه نور در یک لوله دراز پر از آب، سرعت نور را در آب کمتر از سرعت آن در هوا به دست آورد. نزد خیلی‌ها، این امر تأییدی قوی بر نظریه موجی به شمار می‌رفت.

دستگاهی که فوکو در این آزمایش به کار گرفت، در شکل ۱-۴ نشان داده شده است، نوری که از شکاف  $S$  می‌آید، در یک آینه تخت چرخان به سوی آینه‌های کاو متساوی‌الفاصله  $M_1$  و  $M_2$  باز می‌تابد. هنگامی که  $R$  در وضعیت ۱ است، نور به  $M_1$  می‌رود، در همان مسیر به  $R$  برمی‌گردد، از عدسی  $L$  می‌گذرد، و پس از بازتاب در  $G$ ، در  $E$  به چشم می‌رسد. وقتی  $R$  در وضعیت ۲ باشد، نور در مسیر پایینتر، از عدسی کمکی  $L'$  و لوله به  $M_2$  می‌رود، به  $R$  برمی‌گردد، و با گذشتن از  $L$  به  $G$  می‌رود و سپس در  $E$  به چشم می‌رسد. حال اگر لوله  $T$  را پر از آب کنیم و آینه را بچرخانیم، تصاویر ناشی از منبع از  $E$  به  $E_1$  و  $E_2$  جابه‌جا خواهند شد. فوکو مشاهده کرد که پرتو نوری که از لوله می‌گذرد، بیش از پرتو دیگر جابه‌جا می‌شود. یعنی، نور برای طی مسیر پایینی در داخل آب به وقت بیشتری نیاز دارد تا طی آن در مسیر بالایی در داخل هوا.

تصویر مشاهده شده ناشی از سیم نازکی بود که، به موازات و در سرتاسر شکاف، کشیده شده بود. چون در  $E_1$  و  $E_2$  تصاویر واضح می‌خواستیم، برای جلوگیری از خم شدن پرتوهای نور در دو سر لوله  $T$ ، بهره‌گیری از عدسی کمکی  $L'$  ضروری بود.



بیش از چهل سال بعد، مایکلسن، فیزیکدان امریکایی (نخستین امریکایی برندهٔ جایزهٔ نوبل) سرعت نور را در آب و هوا اندازه گرفت. مایکلسن سرعت نور را در آب  $225000 \text{ km/s}$  به دست آورد که سه چهارم سرعت نور در خلأ است. سرعت نور در شیشه معمولی اپتیکی، از این هم کمتر، حدود دوسوم سرعت نور در خلأ، به دست آمد.

سرعت نور در هوا در دما و فشار متعارف، تقریباً  $87 \text{ km/s}$  کمتر از این سرعت در خلأ است، یا به سخن دیگر  $v = 299706 \text{ km/s}$ . در بسیاری از موارد عملی، می توان از این اختلاف چشمپوشی کرد و سرعت نور در هوا را با سرعت نور در خلأ یکی گرفت، یعنی  $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

## ۴-۱ ضریب شکست

ضریب شکست هر محیط اپتیکی به صورت نسبت میان سرعت نور در خلأ و سرعت نور در آن محیط تعریف می شود:

$$(3-1) \quad \text{سرعت در خلأ} \\ \text{ضریب شکست} = \frac{\text{سرعت در خلأ}}{\text{سرعت در ملاً}}$$

این تعریف، به کمک نمادهای جبری، از این قرار است:

$$(4-1) \quad n = \frac{c}{v}$$

استفاده از حرف  $n$  برای نمایش این کسر متداول شده است. با استفاده از سرعتهایی که در بخش ۳-۱ ذکر کردیم، مقادیر زیر برای ضریبهای شکست به دست می آیند

$$(5-1) \quad n = 1.520 \quad \text{برای شیشه}$$

$$(6-1) \quad n = 1.333 \quad \text{برای آب}$$

$$(7-1) \quad n = 1.000 \quad \text{برای هوا}$$

تعیین دقیق ضریب شکست هوا در دمای متعارف ( $^{\circ}\text{C}$ ) و فشار متعارف ( $760 \text{ mmHg}$ ) به مقادیر زیر منتهی می شود:

$$(8-1) \quad n = 1.000292 \quad \text{برای هوا}$$

جدول ۱-۱ نشانه‌گذاریهای فرانوفر، منبع عنصری، طول موج و ضرایب شکست برای چهار نوع شیشه اپتیکی \*

نشانه‌گذاری	عنصر شیمیایی	طول موج $\text{\AA}^\dagger$	کراون عینک	فلینت سبک	فلینت چگال	فلینت چگال ویژه
C	H	۶۵۶۳	۱٫۵۲۰۴۲	۱٫۵۷۲۰۸	۱٫۶۶۶۵۰	۱٫۷۱۳۰۳
D	Na	۵۸۹۲	۱٫۵۲۳۰۰	۱٫۵۷۶۰۰	۱٫۶۷۰۵۰	۱٫۷۲۰۰۰
F	H	۴۸۶۱	۱٫۵۲۹۳۳	۱٫۵۸۶۰۶	۱٫۶۸۰۵۹	۱٫۷۳۷۸۰
G'	H	۴۳۴۰	۱٫۵۳۴۳۵	۱٫۵۹۴۴۱	۱٫۶۸۸۸۲	۱٫۷۵۳۲۴

\* برای سایر شیشه‌ها و بلورها پیوسته‌های ۳ و ۴ را بنگرید.

† برای تبدیل طول موج  $\text{\AA}$  به نانومتر (nm)، علامت ممیز را یک رقم به چپ ببرید.

انواع گوناگون شیشه و پلاستیک ضرایب شکست متفاوت دارند. رایجترین شیشه‌های اپتیکی مورد استفاده ضرایب شکست در گستره ۱٫۵۲ تا ۱٫۷۲ دارند (جدول ۱-۱). چگالی اپتیکی هر محیط شفاف معیاری است برای ضریب شکست آن. محیطی را که ضریب شکست بالایی دارد، دارای چگالی اپتیکی بالا می‌گویند، و به آن که ضریب شکستش پایینتر است، گفته می‌شود دارای چگالی اپتیکی پایین است.

## ۱-۵ راه‌نوری

برای استخراج یکی از بنیادترین اصلها در اپتیک هندسی، کمیتی به نام راه‌نوری یا مسیر اپتیکی را تعریف می‌کنیم. راهی که یک پرتو نور در محیطی طی می‌کند، از حاصل ضرب سرعت در زمان به دست می‌آید:

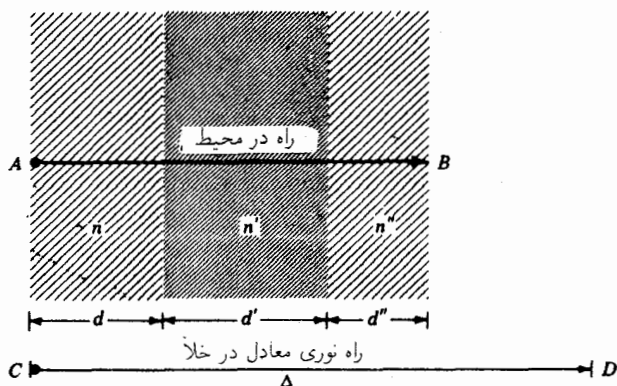
$$d = vt$$

چون، بنابر تعریف  $n = c/v$ ، که از آن در می‌آید  $v = c/n$ ، می‌توان نوشت

$$nd = ct \quad \text{یا} \quad d = \frac{c}{n}t$$

حاصل ضرب  $nd$ ، راه‌نوری،  $\Delta$ ، خوانده می‌شود:

$$\Delta = nd$$



شکل ۵-۱. راه نوری از داخل یک رشته محیطهای اپتیکی.

راه نوری، نمایانگر فاصله پیموده شده به وسیله نور در خلأ، در همان مدت زمانی است که فاصله  $d$  در محیط را می پیماید. هرگاه یک پرتو نور از میان یک رشته محیطهای اپتیکی به ضخامتهای  $d, d', d'', \dots$  و ضرایب شکست، به ترتیب،  $n, n', n'', \dots$  بگذرد، راه نوری کل از مجموع راههای جداگانه به دست می آید:

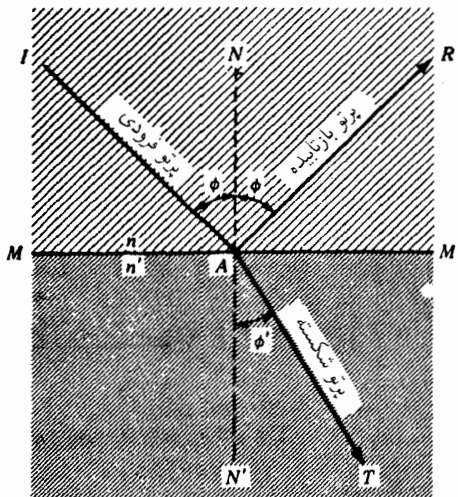
$$\Delta = nd + n'd' + n''d'' + \dots \quad (9-1)$$

نموداری که معنای راه نوری را مجسم می کند، در شکل ۵-۱، مشاهده می شود. سه محیط به طولهای  $d, d', d'', \dots$  به ترتیب، با ضرایب شکست  $n, n', n'', \dots$  باهم در حال تماس نشان داده می شوند. خط  $AB$  طول واقعی راه نور از میان این محیط را نشان می دهد، در حالی که خط  $CD$  فاصله  $\Delta$ ، فاصله ای که نور در خلأ در همان مدت زمان می پیمود، را نشان می دهد.

## ۱-۶ قوانین بازتابش و شکست

هرگاه یک پرتو نور بر مرز جدایی دو محیط مختلف فرود آید، بخشی از آن به درون محیط اول باز می تابد و باقی مانده آن با ورود به محیط دوم (و با خمیده شدن مسیرش) می شکند (شکل ۱-۶). جهت هایی را که این پرتوها می گیرند، می توان به بهترین وجه توسط دو قانون بسیار معروف طبیعت توصیف کرد.

بنابر ساده ترین این قوانین، زاویه ای که پرتو فرودی با فصل مشترک  $MM'$  می سازد، دقیقاً برابر است با زاویه ای که پرتو بازتابیده با همان فصل مشترک می سازد. معمول است که به جای



شکل ۶-۱ بازتابش و شکست در فصل مشترک دو محیط با ضرایب شکست  $n'$  و  $n$ .

اندازه‌گیری زاویه فرود و زاویه تابش از فصل مشترک  $MM'$ ، زاویه هر دو را نسبت به یک خط عمود بر فصل مشترک  $MM'$  اندازه بگیرند. این خط  $NN'$  در نمودار، نرمال یا همان عمود خوانده می‌شود. با افزایش زاویه فرود  $\phi$ ، زاویه بازتابش نیز درست به همان مقدار افزایش می‌یابد، به طوری که به ازای همه زوایای فرود می‌توان گفت

• 
$$\text{زاویه بازتابش} = \text{زاویه فرود} \quad (۱۰-۱)$$

جزء دوم، و به همان اندازه مهم، این قانون برای این نکته تأکید می‌کند که پرتو بازتابیده در صفحه فرود و در سمت مقابل خط عمود قرار دارد و صفحه فرود به صورت صفحه‌ای که حاوی پرتو فرودی و خط عمود است تعیین می‌شود. به عبارت دیگر، پرتو فرودی، خط عمود (نرمال) و پرتو بازتابیده، جملگی بر یک صفحه قرار دارند که بر فصل مشترک دو محیط عمود است.

قانون دوم با پرتوهای فرودی و شکسته نور سروکار دارد و بنابراین، سینوس زاویه فرود و سینوس زاویه شکست با یک نسبت ثابت با همدیگر مرتبط‌اند، و به ازای همه زوایای فرود:

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = \text{مقدار ثابت} \quad (۱۱-۱)$$

علاوه بر اینها، پرتو شکسته نیز در صفحه فرود و در سمت مقابل خط عمود قرار دارد. این رابطه که

به‌طور تجربی توسط اسنل\* تقریر یافته، به قانون اسنل معروف است. علاوه بر این، پی برده‌اند که مقدار ثابت این کسر دقیقاً با نسبت ضرایب شکست دو محیط  $n$  و  $n'$  برابر است. پس می‌توان نوشت

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = \frac{n'}{n} \quad (۱۲-۱)$$

که به‌صورت متقارن هم نوشته می‌شود:

$$n \sin \phi = n' \sin \phi' \quad (۱۳-۱)$$

بنابر معادله‌های (۳-۱) و (۴-۱)، ضرایب شکست محیط‌های اِپتیکِ مختلف تعیین می‌شوند

$$n' = \frac{c}{v'} \quad \text{و} \quad n = \frac{c}{v} \quad (۱۴-۱)$$

که در آن  $c$  سرعت نور در خلأ ( $c = ۲۹۹۷۹۲۵ \times ۱۰^۸ \text{m/s}$ ) و  $v$  و  $v'$  سرعت‌های نور در دو محیط است.

از طریق نشان دادن معادله (۳-۱) در (۱۲-۱)، می‌رسیم به

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = \frac{v}{v'} \quad (۱۵-۱)$$

اگر یکی از ضرایب، یا هر دو، نسبت به واحد فرق داشته باشند، کسر  $n'/n$  غالباً ضریب نسبی  $n'$  نامیده می‌شود و قانون اسنل را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = n' \quad (۱۶-۱)$$

---

\* ویلیورد اسنل (۱۶۲۶ - ۱۵۹۱)، ستاره‌شناس و ریاضیدان هلندی. در لیدن به دنیا آمده است و در سن بیست و یک سالگی به جانشینی پدرش، استاد ریاضی در دانشگاه لیدن شد. در سال ۱۶۱۷، از طریق اندازه‌گیری انحنای زمین مابین ال‌کمر و برگن‌آپ‌زوم، ابعاد آن را تعیین کرد. طی مقاله‌ای منتشر نشده در ۱۶۲۱ آنچه را که امروز قانون شکست می‌شناسیم، توضیح داده است. نمودارهای هندسی وی ایجاب می‌کنند که نسبت  $\text{cosec } \phi$  و  $\text{cosec } \phi'$  مقدار ثابتی باشد. دکارت نخستین کسی بود که نسبت سینوسها را مطرح کرد، و در فرانسه این قانون را به‌نام قانون دکارت می‌شناسند.

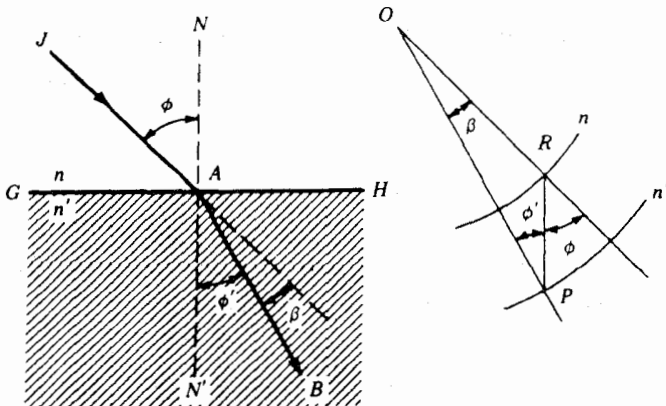
اگر محیط اولی خلاً  $n = ۱$  باشد، ضریب نسبی درست مقدار ضریب دوم را خواهد داشت و معادله (۱۶-۱) دوباره صادق است. اگر ضریب اولی در شرایط متعارفی ( $n = ۱.۰۰۰۲۹۲$ ) هوا، و چنانچه دقت تا سه رقم بامعنا رضایت بخش باشد، مجدداً از معادله (۱۶-۱) استفاده می شود. هر جا که مناسبت داشته باشد، از نمادهای بدون پریم برای محیط اول، یک پریم دار برای محیط دوم و دو پریم دار برای محیط سوم، و الی آخر، استفاده خواهیم کرد. در مواردی که زوایای فرود و شکست بسیار کوچکند، تقریب مطلوب این است که سینوس زوایا را با خود این زوایا برابر بگیریم که در آن صورت داریم

$$\frac{\phi}{\phi'} = \frac{n'}{n} \quad (۱۷-۱)$$

### ۷-۱ نمایش ترسیمی شکست پرتو

در شکل ۷-۱ یک روش ساده برای ردیابی پرتوهای نور در طی گذر خود از فصل مشترک دو محیط شفاف اپتیکی مشاهده می شود. نظر به اینکه اصول دخیل در این ردیابی به سهولت به سیستمهای اپتیکی پیچیده قابل تعمیم اند، این روش در طراحی اولیه بسیاری از انواع گوناگون وسایل اپتیکی سودمند است.

پس از ترسیم خط  $GH$  به عنوان مرز جدایی دو محیط با ضرایب  $n$  و  $n'$ ، زاویه فرود  $\phi$  برای پرتو فرودی  $JA$  را اختیار می کنیم و کار ترسیم را به صورت زیر ادامه می دهیم. در یک طرف



شکل ۷-۱ تعیین ترسیمی پرتو شکسته در یک سطح صاف جدایی دو محیط با ضرایب  $n$  و  $n'$ .

صفحة ترسیم، خط  $OR$  به موازات  $JA$  و حداً امکان نزدیک به آن کشیده می شود. دو قوس دایره به مرکز  $O$  و به شعاعهای متناسب با ضرایب  $n$  و  $n'$  می کشیم. از نقطه تقاطع  $R$  با دایره به شعاع  $n$ ، خطی به موازات عمود بر مرز جدایی،  $NN'$ ، رسم می کنیم که دایره به شعاع  $n'$  را در  $P$  قطع می کند. پس از کشیدن خط  $OP$ ، از نقطه  $A$  به موازات آن خط  $AB$  را که همان پرتو شکسته باشد، می کشیم. زاویه  $\beta$  مابین پرتوهای فرودی و شکسته، که زاویه انحراف خوانده می شود، عبارت است از:

$$\beta = \phi - \phi' \quad (18-1)$$

برای اثبات این نکته که مسیر ترسیم شده دقیقاً از قانون اسنل پیروی می کند، در مثلث  $ORP$  قانون سینوسها را به کار می گیریم:

$$\frac{OR}{\sin \phi'} = \frac{OP}{\sin(\pi - \phi)}$$

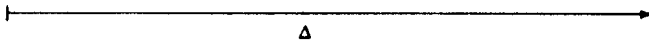
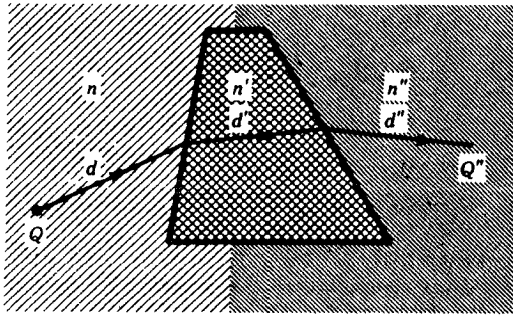
چون  $\sin(\pi - \phi) = \sin \phi$ ،  $OR = n$  و  $OP = n'$ ، با جایگذاری آنها در رابطه بالا، می رسمیم به:

$$\frac{n}{\sin \phi'} = \frac{n'}{\sin \phi} \quad (19-1)$$

که همان قانون اسنل [معادله (۱۲-۱)] است.

## ۸-۱ اصل برگشت پذیری

تقارن معادلات (۱-۱۰) و (۱-۱۳) با توجه به نمادهای به کار رفته، بلافاصله نشان می دهد که چنانچه جهت پرتوهای بازتابیده و یا شکسته معکوس شوند، مسیر اولیه در جهت معکوس طی خواهد شد. در هر دو محیط معین با ضرایب  $n$  و  $n'$ ، هر مقداری از  $\phi$  با یک مقدار متناظر  $\phi'$  همبسته است. این امر هنگامی هم که پرتو وارون شود و  $\phi'$  زاویه فرود در محیط  $n'$  باشد، صادق است؛ که در آن صورت زاویه شکست،  $\phi$  خواهد بود. نظر به اینکه برگشت پذیری در هر سطح بازتابان و سطح شکننده صادق است، حتی در مورد پیچیده ترین پرتو نور نیز صدق می کند. این اصل سودمند، تنها دارای یک شالوده ناب هندسی نیست، بلکه چنانکه بعداً نشان خواهیم داد، از کاربرد حرکت موجی در یکی از اصول مکانیک نیز استخراج می شود.



شکل ۸-۱ شکست نور در یک منشور و معنای راه نوری  $\Delta$ .

## ۹-۱ اصل فرما

با اصطلاح راه‌نوری در بخش ۵-۱ آشنا شدیم؛ این کمیت، بنا بر تعریف عبارت است از فاصله‌ای که یک پرتو نور در خلال در همان مدت زمانی طی می‌کند که از نقطه‌ای به نقطه دیگر، یعنی فاصله مشخصی، را در یک یا چند محیط اپتیکی طی کند. مسیر واقعی یک پرتو نور از درون یک منشور را که وجوه جانبی آن در محیطهایی با ضریب شکست متفاوت قرار دارند، در شکل ۸-۱ مشاهده می‌کنید. راه‌نوری از نقطه  $Q$  در محیط  $n$  و با عبور از محیط  $n'$  به نقطه  $Q''$  در محیط  $n''$  به صورت زیر به دست می‌آید

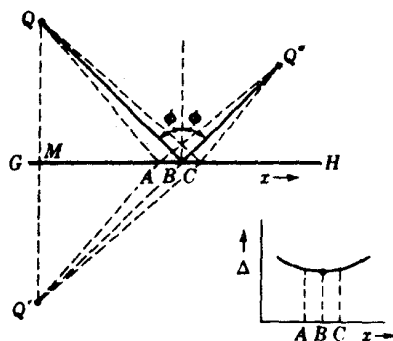
$$\Delta = nd + n'd' + n''d'' \quad (۲۰-۱)$$

همچنین می‌توان راه‌نوری را در محیطی که دارای ضریب شکست متغیر پیوسته است، به کمک انتگرال‌گیری به جای مجموعیابی، تعیین کرد. در آن صورت، مسیر پرتوها انحنا می‌یابند و قانون شکست اسنل معنایش را از دست می‌دهد.

اکنون به اصل فرما\* می‌پردازیم که در مورد هر نوع تغییرات  $n$  کاربرد پیدا می‌کند و به این طریق شامل قوانین بازتابش و شکست نیز می‌شود.

\* پیر دو فرما (۱۶۶۵ - ۱۶۰۱)، ریاضیدان فرانسوی، که در بیمن دلمانز به دنیا آمده است. در دوران جوانی، به معیت پاسکال، کشفیاتی در مورد خواص اعداد انجام داد که وی بعدها، بر مبنای آنها روش محاسبه احتمالات خود را پایه‌گذاری کرد. پژوهشهای درخشان وی در حوزه نظریه اعداد، او را به مقام بنیانگذار نظریه جدید ارتقاء می‌دهد. وی همچنین بازتابش نور را بررسی و اصل کمترین زمان را بیان کرد. استدلال وی برای این اصل، رفتار اقتصادی و صرفه‌جویانه طبیعت است، اما او از این امر آگاه نبود که درست خلاف آن صادق است. فرما، به خاطر معلومات قانونی و برخورداری صلابت و رهبری مشاور مجلس تولوز بود. او همچنین فقهی بزرگ و زبان‌شناس برجسته‌ای به‌شمار می‌رفت.





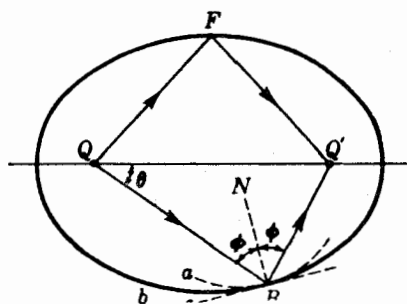
شکل ۹-۱ اصل فرما در خصوص بازتابش روی یک سطح تخت.

پرتو نور در عبور از یک نقطه به نقطهٔ دیگر چنان مسیری را دنبال می‌کند که زمان لازم برای طی آن، در مقایسه با مسیرهای مجاور، یا مینیموم باشد، یا ماکزیموم و یا تغییر نکند (یعنی، مانا باشد).

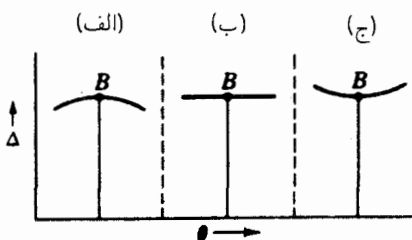
مسیرهای دیگر وقتی امکانپذیر است که نور توسط سطوح بازتابان یا شکنده منحرف شوند. اصل فرما برای پرتویی که راه‌نوری آن نسبت به مسیرهای مجاور فرضی کمینه باشد، صادق است. خود فرما می‌گوید که زمان لازم برای پیمودن مسیر توسط نور، کمینه است و راه‌نوری معیاری برای این مدت زمان است. اما موارد عدیده‌ای پیش می‌آیند که در آنها راه‌نوری بیشینه است، یا اینکه نه بیشینه و نه کمینه، بلکه (در یک نقطه عطف) در موضع پرتو واقعی یک مقدار ماناست.

پرتو نوری را در نظر بگیرید که باید از یک نقطه  $Q$  بگذرد و سپس، به دنبال بازتابش از یک صفحه تخت، از یک نقطهٔ دوم  $Q''$  عبور کند (شکل ۹-۱). برای یافتن مسیر واقعی، ابتدا یک عمود از  $Q$  بر  $GH$  وارد می‌آوریم و آن را به اندازهٔ مساوی تا  $Q'$  امتداد می‌دهیم. خط راست  $Q'Q''$  را ترسیم می‌کنیم و از نقطه تقاطع آن،  $B$ ، خط  $QB$  را می‌کشیم. مسیر واقعی نور،  $QBQ''$  است، و چنان‌که از شرایط تقارن در نمودار برمی‌آید، از قانون بازتابش پیروی می‌کند.

اکنون، مسیرهای مجاور از نقاطی چون  $A$  و  $C$  در نزدیکی  $B$  در سطح آینه را بررسی می‌کنیم. چون خط راست کوتاهترین فاصله بین دو نقطه است، هر دو مسیر  $Q'AQ''$  و  $Q'CQ''$  از  $QBQ''$  بزرگترند. در نمودار بالا و از تساوی مثلثها داریم:  $QA = Q'A$  و  $QC = Q'C$ ، که از آنجا  $QAQ'' > QBQ''$  و  $QCQ'' > QBQ''$ . بنابراین مسیر واقعی کمینه است. نموداری از مسیرهای فرضی نزدیک به مسیر واقعی  $QBQ''$ ، چنان‌که در قسمت راست پایین شکل دیده



شکل ۱-۱۰ اصل فرما در مورد یک بازتابان بیضوی.

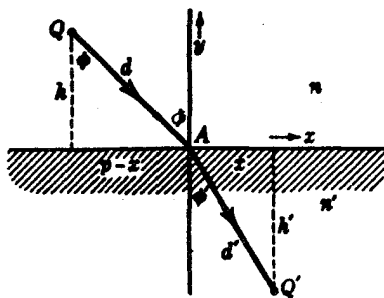


شکل ۱-۱۱ نمودار مسیرهای نوری مربوط به بازتابی که شرایط: (الف) برای بیشینه؛ (ب) برای حالت مانا؛ و (ج) برای کمینه مسیرهای نور را به نمایش می‌گذارد. اصل فرما.

می‌شود، معنای کمینه را نشان می‌دهد، و تختی منحنی میان  $A$  و  $C$  دال بر این است که در تقریب اول، مسیرهای مجاور مساوی راه نوری واقعی هستند.

سرانجام، خواص اپتیکی یک بازتابنده بیضوی را، مطابق شکل ۱-۱۰، بررسی می‌کنیم. همه پرتوهایی که از یک منبع نقطه‌ای  $Q$  در یکی از کانونها گسیل می‌شوند، بر اساس قوانین بازتابش باز می‌تابند و در کانون دیگر،  $Q'$  به همدیگر می‌رسند. علاوه بر این، طول همه مسیرها یکسان است. یادآور می‌شویم که یک بیضی را می‌توان به وسیله یک طناب که از دو سرش در کانونها محکم شده است، ترسیم کرد. نظر به اینکه همه راههای نوری برابرند، این حالت مانا به شمار می‌رود که در بالا از آن یاد کردیم. در نمودار شکل ۱-۱۱ (ب)، مسیرهای متساوی‌الطول به وسیله یک خط راست افقی نمایانده شده‌اند.

در اینجا، نگاهی هم به سطوح بازتابنده دیگر نظیر  $a$  و  $c$  می‌اندازیم که با خط چین در شکل ۱-۱۰ مشخص شده‌اند. هرگاه این سطوح  $B$  در بیضوی در تماس باشند، خط  $NB$  بر این هر سه سطح عمود است و  $QBQ'$  راه واقعی برای آن هر سه سطح است ولی مسیرهای



شکل ۱۲-۱ هندسهٔ یک پرتو شکسته برای نمایاندن اصل فرما.

مجاوری که از کانون  $Q$  به نقاطی روی این آینه‌ها رسم می‌شوند، حائز شرایط کمینه برای مسیر واقعی از بازتابنده  $c$  به کانون و از کانون به بازتابنده  $c$ ، و حائز شرایط بیشینه برای مسیر واقعی از بازتابنده  $a$  به کانون و از کانون به بازتابنده  $a$  خواهند بود (شکل ۱۱-۱).

به کمک محاسبات ریاضی، می‌توان به سهولت نشان داد که هم قانون بازتابش و هم قانون شکست از اصل فرما استنتاج می‌شوند. شکل ۱۲-۱ را که نمایانگر شکست یک پرتو در یک صفحه تخت است، می‌توان برای اثبات قانون شکست [معادله (۱۳-۱)] به کار گرفت. طول راه نوری میان نقطه  $Q$  در محیط بالایی با ضریب  $n$  و نقطه دیگر  $Q'$  در محیط پایینی با ضریب  $n'$  که از هر نقطه  $A$  روی صفحه عبور کند عبارت است از

$$\Delta = nd + n'd' \quad (21-1)$$

که در آن  $d$  و  $d'$ ، به ترتیب، فواصل  $QA$  و  $AQ'$  را بیان می‌کنند. حال اگر  $h$  و  $h'$  فواصل عمودی از صفحه و  $p$  طول کل جدا شده روی محور  $x$  به وسیله این عمودها باشد، می‌توانیم قضیهٔ فیثاغورس را در مورد مثلث قائم‌الزاویه به کار گیریم و بنویسیم

$$d^2 = h^2 + (p-x)^2 \quad d'^2 = h'^2 + x^2$$

اگر این مقادیر  $d$  و  $d'$  را در معادلهٔ ۹-۱ بنشانیم، خواهیم داشت

$$\Delta = n[h^2 + (p-x)^2]^{1/2} + n'(h'^2 + x^2)^{1/2} \quad (22-1)$$

بنابر اصل فرما،  $\Delta$  باید کمینه، یا بیشینه (یا به طور کلی مانا) برای طول مسیر واقعی باشد. یکی از روشهای یافتن کمینه یا بیشینه برای راه نوری، ترسیم نمودار  $\Delta$  روی  $x$  و پیدا کردن مقداری برای  $x$

است که به ازای آن مماس بر منحنی به موازات محور  $x$  باشد (شکل ۱-۱۱). روش ریاضی انجام دادن این کار، به این ترتیب است که نخست از معادله (۱-۲۲) نسبت به متغیر  $x$  مشتق می‌گیریم و معادله‌ای بر حسب شیب نمودار به دست می‌آوریم و سپس این معادله را صفر قرار می‌دهیم و مقدار  $x$  را که به ازای آن شیب منحنی صفر می‌شود، محاسبه می‌کنیم. با دیفرانسیل‌گیری از معادله (۱-۲۲) نسبت به  $x$  و صفر قرار دادن معادله حاصل، خواهیم داشت

$$\frac{d\Delta}{dx} = \frac{\frac{1}{2}n}{[h^2 + (p-x)^2]^{1/2}}(-2p + 2x) + \frac{\frac{1}{2}n'}{(h'^2 + x^2)^{1/2}}2x = 0$$

که از آن

$$n \frac{p-x}{[h^2 + (p-x)^2]^{1/2}} = n' \frac{x}{(h'^2 + x^2)^{1/2}}$$

یا به بیان ساده

$$n \frac{p-x}{d} = n' \frac{x}{d'}$$

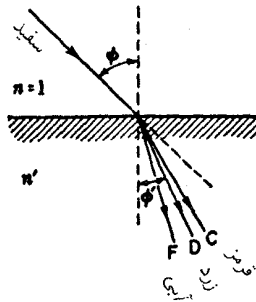
با توجه به شکل ۱-۱۲، ملاحظه می‌شود که ضریبهای  $n$  و  $n'$  همان سینوسهای زوایای متناظرند، از این رو اکنون معادله ۱-۱۳ اثبات شده است، یعنی

$$n \sin \phi = n' \sin \phi' \quad (۱-۲۳)$$

یک نمودار مشابه برای نور بازتابیده، مطابق شکل ۱-۱۲، را می‌توان ترسیم و همان روش ریاضی را برای اثبات قانون بازتابش به کار گرفت.

## ۱-۱۰ پاشندگی رنگ

کسانی که با فیزیک مقدماتی آشنا نیستند، می‌دانند که شکست نور سفید به تجزیه آن به رنگهای تشکیل‌دهنده‌اش می‌انجامد. بنابراین، مطابق شکل ۱-۱۳، پرتو فرودی نور سفید به ایجاد پرتوهای شکسته به رنگهای مختلف (در واقع یک طیف پیوسته) منجر می‌شود که هر کدامشان دارای یک مقدار متفاوت  $\phi'$  برای خود هستند. با توجه به معادله ۱-۱۳، مقدار  $n'$  باید با رنگ تغییر کند.



شکل ۱۳-۱ بر اثر شکست، نور سفید به صورت یک طیف تجزیه شده است. این پدیده را پاشندگی می نامند.

برای مشخص کردن دقیق ضرایب شکست، معمول است که از رنگهای خاص متناظر با خطوط سیاهرنگ در طیف خورشید استفاده شود. این خطوط فرانوفز\* که با حروف A, B, C, ... نشان داده می شوند و از انتها الیه قرمز آغاز می شوند، در جدول ۱-۱ درج شده اند. خطوطی که بیش از همه رایجند، آنهایی اند که در شکل ۱۳-۱ آمده اند.

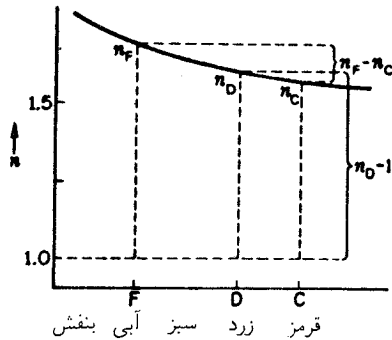
واگرایی زاویه ای پرتوهای F و C معیاری برای پاشندگی ایجاد شده به شمار می آیند، و در مقایسه با میانگین انحراف طیف، که به وسیله زاویه انحراف پرتو D مشخص می شود، به شدت اغراق آمیز نمایش یافته اند. در مورد نوعی شیشه کراون، ضرایب شکست مندرج در جدول ۱-۱ عبارتند از

$$n_F = ۱.۵۲۹۳۳ \quad n_D = ۱.۵۲۳۰۰ \quad n_C = ۱.۵۲۰۴۲$$

حال از معادله (۱-۱۶) به سهولت برمی آید که به ازای یک زاویه کوچک  $\phi$ ، پاشندگی پرتوهای F و C  $(\phi'_F - \phi'_C)$  متناسب است با

$$n_F - n_C = ۰.۰۰۸۹۱$$

\* ژوزف فون فرانوفز (۱۸۲۶ - ۱۷۸۷). فرزند یک شیشه بر باورایی بود. وی شیشه تراشی را نزد پدرش آموخت و فعالیت در حوزه اپتیک را از جنبه عملی آن آغاز کرد. فرانوفز مهارت زیادی در ساختن عدسیهای نافام (اکرومات) و ابزارهای نوری کسب کرد. او ضمن اندازه گیری ضریب شکست انواع شیشه و تغییرات آن با رنگ یا طول موج، به وجود خط زرد D در سدیم پی برد و از آن سود جست. وی از نخستین کسانی بود که توری پراش تولید کرد و مهارت بی نظیرش در تولید این ابزار، او را قادر به تولید طیفهای بهتری نسبت به اسلافش می کرد. با وجود اینکه خطوط تاریک طیف خورشیدی را نخستین بار ولاستون مشاهده کرده بود، مشاهده و اندازه گیری دقیق آنها تحت تکلیک و پاشندگی عالی، توسط فرانوفز صورت گرفت. او ۵۷۶ خط ثبت کرد، که عمده ترین آنها را با حروف A تا K و با نام وی مشخص می کنند.



شکل ۱۴-۱ تغییرات ضریب شکست با رنگ.

حال آنکه انحراف پرتو D، یعنی  $(\phi - \phi'_D)$  به  $n_D - 1$  بستگی دارد که برابر است با  $523^\circ$ . یعنی حدود  $6^\circ$  برابر بزرگتر است. نسبت این دو کمیت برای انواع مختلف شیشه به شدت تغییر می‌کند و یکی از شاخص‌های مهم برای هر ماده اپتیکی به شمار می‌رود. این کسر را توان پاشندگی می‌نامند و بنا بر تعریف، عبارت است از این معادله:

$$V = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \quad (24-1)$$

عکس توان پاشنده را ضریب پاشندگی،  $\nu$  می‌نامند:

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (25-1)$$

در اکثر شیشه‌های اپتیکی،  $\nu$  مابین  $2^\circ$  و  $6^\circ$  قرار دارد (جدول ۱-۲ و پوست ۳) در شکل ۱۴-۱ نوع تغییرات  $n$  با رنگ را که معمولاً در مواد اپتیکی پیش می‌آیند، مشاهده می‌کنید. مخرج معادله (۲۵-۱) که معیاری برای پاشندگی است، به کمک تفاضل دو ضریب در دو نقطه نزدیک به انتهای طیف تعیین می‌شود. صورت کسر که انحراف متوسط را می‌سنجد، بزرگی افزون بر واحد یک ضریب شکست میانی را نشان می‌دهد.

در غالب برداشتها و محاسبات اپتیک هندسی، معمول است که آثار رنگی را نادیده بگیرند، و چنان‌که در هفت فصل آینده عمل خواهیم کرد، کار بر این فرض استوار است که ضریب شکست هر عنصر خاص در یک ابزار اپتیکی، ضریب تعیین شده برای نور زرد D سدیم است.

جدول ۱-۲ ضریب پاشندگی برای چهار شیشه اپتیکی\*

شیشه	کراون	فلینت سبک	فلینت چگال	فلینت بسیار چگال
۱۷	۵۸٫۷	۴۱٫۲	۴۷٫۶	۲۹٫۰۸

\* جدول ۱-۱ را ببینید.

### مسائل\*

۱-۱ پسر بچه‌ای یک جعبه تاریک عکاسی به ابعاد  $10^\circ \text{cm} \times 16^\circ \text{cm} \times 10^\circ \text{cm}$  سانتیمتر از مقوا ساخته است. در یک وجه آن سوراخ و در وجه مقابلش فیلم عکاسی به ابعاد  $8^\circ \text{cm} \times 8^\circ \text{cm}$  قرار داده است. فاصله جعبه از یک درخت به ارتفاع  $25^\circ$  متر چقدر باید باشد، تا اینکه عکس درخت به ارتفاع ۶ سانتیمتر روی فیلم بیفتد؟  
جواب:  $66.7$  متر\*

۲-۱ یک دانشجوی فیزیک می‌خواهد آزمایش فیزو را برای تعیین سرعت نور انجام دهد. هرگاه وی از یک چرخ دندانه‌دار با  $1440$  دندانه استفاده کند، و آینه دور آن روی پنجره آزمایشگاه در آن سوی محوطه دانشگاه به فاصله  $412.6^\circ$  متر واقع باشد، سرعت چرخش چرخ دندانه‌دار چقدر باید باشد تا نور بازگشته نخستین شدت بیشینه را نشان دهد؟

۳-۱ هرگاه آینه  $R$  در آزمایش فوکو با سرعت  $1200^\circ \text{rev/min}$  بچرخد، پیدا کنید: (الف) سرعت چرخش آینه را بر حسب دور در ثانیه؛ و (ب) سرعت چرخش باریکه روبشی  $RM_1$  بر حسب رادیان بر ثانیه؛ (ج) مدت زمانی که لازم است تا نور مسیر  $RM_1R$  را طی کند؛ (د) برای طی  $RM_2R$  چه مدتی لازم است؛ (ه) انحراف مشاهده شده  $EE_1$  از شکاف؛ (و) برای  $EE_2$  چقدر است؟ فرض کنید  $RM_1 = RM_2 = 6^\circ \text{m}$  و  $RS = RE = 6^\circ \text{m}$ ، طول لوله آب  $T = 5^\circ \text{m}$ ، ضریب شکست آب  $1.333^\circ$ ، و سرعت نور در هوا  $10^8 \text{m/s} \times 3$  است.

۴-۱ هرگاه ضریب شکست یک تکه شیشه اپتیکی  $1.525^\circ$  باشد، سرعت نور در آن شیشه را محاسبه کنید.  
جواب:  $1.9659 \times 10^8 \text{m/s}$ .

۵-۱ اختلاف سرعت نور در خلأ و در هوا را به ضریب شکست  $1.000234^\circ$ ، بر حسب کیلومتر بر ثانیه محاسبه کنید. مقادیر سرعت را با هفت رقم بامعنی نشان دهید.

۶-۱ اگر فاصله ماه از زمین  $10^5 \text{ km} \times 384000$  باشد، چقدر طول می‌کشد که امواج میکروموج از زمین تا ماه و برعکس را طی کنند؟

۷-۱ چقدر طول می‌کشد که نور خورشید به زمین برسد. فاصله زمین از خورشید را  $10^8 \text{ km} \times 150$  بگیرد. جواب:  $500$  یا  $8$  دقیقه و  $20$  ثانیه.

۸-۱ یک پرتو نور نخست از یک قطعه شیشه‌ای به ضخامت  $10 \text{ cm}$  گذشته و پس از طی مسافت  $305 \text{ cm}$  در آب، در نهایت از قطب شیشه‌ای دیگری به ضخامت  $5 \text{ cm}$  عبور می‌کند. اگر ضریب شکست هر دو تکه شیشه  $15250$  و ضریب شکست آب  $13330$  باشد راه نوری کل را محاسبه کنید.

۹-۱ یک مخزن آب از داخل  $62 \text{ cm}$  طول دارد و دارای دو سر شیشه‌ای به ضخامت  $25 \text{ cm}$  است. اگر ضریب شکست آب  $13330$  و شیشه  $16240$  باشد، طول راه نوری سرتاسری چقدر است؟

۱۰-۱ یک باریکه نور نخست از  $28560 \text{ cm}$  آب به ضریب شکست  $13330$  سپس از  $1540 \text{ cm}$  شیشه به ضریب شکست  $16360$ ، و سرانجام از  $17420 \text{ cm}$  روغن به ضریب شکست  $13870$  می‌گذرد: (الف) با سه رقم بامعنی طول هر یک از راه‌های نوری جداگانه؛ و (ب) طول راه نوری کل را محاسبه کنید.

جواب: (الف)  $3807$ ،  $2519$ ، و  $2416$  سانتی‌متر؛ (ب)  $647 \text{ cm}$

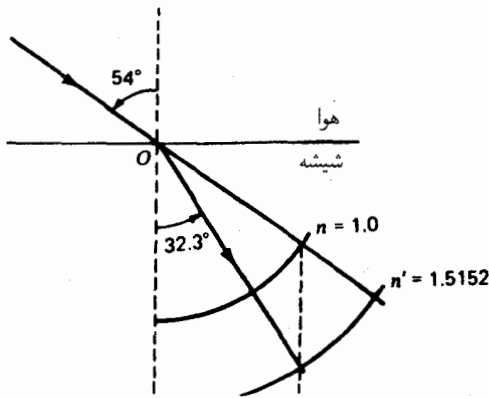
۱۱-۱ یک پرتو نور در هوا روی سطح صیقل یافته یک مکعب شیشه‌ای و تحت زاویه فرود  $10^\circ$  می‌افتد. (الف) اگر ضریب شکست شیشه  $15258$  باشد، زاویه شکست را با چهار رقم بامعنی پیدا کنید؛ (ب) با فرض اینکه سینوس زوایا در قانون اسنل را می‌توان با خود زاویه‌ها جایگزین کرد، زاویه شکست چقدر می‌شود؟ (ج) درصد خطا چقدر است؟

۱۲-۱ جواب مسئله ۱۱-۱ را به‌ازای زاویه فرود  $45^\circ$  و ضریب شکست  $14265$  پیدا کنید.

۱۳-۱ یک پرتو نور در هوا تحت زاویه  $54^\circ$  روی سطح صاف یک تکه شیشه می‌افتد: (الف) اگر ضریب شکست  $15152$  باشد، مطلوب است زاویه شکست با چهار رقم بامعنی. (ب) زاویه شکست را به روش ترسیمی پیدا کنید. (شکل م ۱۳-۱)

جواب: (الف)  $32272^\circ$ ؛ (ب)  $323^\circ$





شکل م ۱۳-۱

۱۴-۱ دو سربیک لوله راست توخالی به طول دقیقاً  $۱۲۵\text{ m}$  با صفحات شیشه‌ای به ضخامت  $۸۵^\circ\text{ mm}$  مسدود، و سپس از هوا تخلیه شده‌است. (الف) اگر ضریب شکست شیشه  $۱٫۵۲۵$  باشد، طول راه‌نوری سرتاسری بین دو سر خارجی لوله را پیدا کنید. (ب) اگر این لوله را از آب به ضریب شکست  $۱٫۳۳۳$  پر کنیم، طول راه‌نوری چقدر افزایش می‌یابد؟ جواب را با پنج عدد با معنی اعلام کنید.

۱۵-۱ در شکل ۱۲-۱، فاصله  $x = ۶\text{ cm}$ ،  $h = ۱۲\text{ cm}$ ،  $h' = ۱۵\text{ cm}$ ،  $n = ۱٫۳۳۳$ ،  $\phi' = ۲۱٫۸^\circ$  و  $n' = ۱٫۵۲۵$  مطلوب است  $\phi$ ،  $\phi'$ ،  $d$ ،  $d'$  و  $p$  با سه رقم بامعنی. جواب:  $\phi = ۲۵٫۱۴^\circ$ ،  $d = ۱۳٫۲۶\text{ cm}$ ،  $d' = ۱۶٫۱۶\text{ cm}$ ،  $p = ۱۱٫۶۳\text{ cm}$ ،  $\Delta = ۴۲٫۳\text{ cm}$ .

۱۶-۱ مسئله ۱۵-۱ را به روش ترسیمی حل کنید

۱۷-۱ کپلر، در حین تحقیق در مورد شکست نور، به یک فرمول شکست دست یافت که به صورت

$$k = \frac{n' - 1}{n'} \quad \text{که در آن} \quad \phi = \frac{\phi'}{1 - k \sec \phi'}$$

$n'$  ضریب نسبی شکست است. زاویه فرود  $\phi$  را برای یک تکه شیشه که در آن  $n' = ۱٫۷۳۲$  و زاویه شکست  $\phi' = ۳۲^\circ$ : (الف) براساس فرمول کپلر؛ و (ب) براساس قانون اسنل پیدا کنید. توجه داشته باشید که  $\sec \phi' = 1 / \cos \phi'$ .

۱۸-۱ نور سفید تحت زاویه  $55^\circ$  روی سطح صیقل یافته یک تکه شیشه فرود می آید اگر ضریب شکست برای قرمز C و برای آبی F، به ترتیب  $n_C = 1.53828$  و  $n_F = 1.54735$  باشد، پاشندگی زاویه ای میان این دو رنگ چقدر است؟ (الف) هر دو زاویه را با پنج رقم بامعنی پیدا کنید؛ و (ب) پاشندگی را با سه رقم بامعنی پیدا کنید.

جواب: (الف)  $\phi'_C = 32.1753^\circ$ ،  $\phi'_F = 31.9643^\circ$ ؛ (ب)  $211^\circ$ .

۱۹-۱ می خواهیم از جنس شیشه فلینت چگال منشور بسازیم. اگر ضرایب شکست برای قرمز، زرد و آبی، به ترتیب، به صورت  $n_C = 1.64357$ ،  $n_D = 1.64900$  و  $n_F = 1.66270$  مشخص شده باشند، مطلوب است تعیین مقدار: (الف) ثابت پاشندگی؛ و (ب) توان پاشنده.

۲۰-۱ می خواهیم از یک قطعه شیشه کراون عینک یک عدسی بسازیم. ضرایب شکست تعیین شده از طرف سازندگان شیشه به صورت  $n_C = 1.52042$ ،  $n_D = 1.52300$  و  $n_F = 1.52933$  اعلام شده اند. مطلوب است محاسبه مقادیر: (الف) ثابت پاشندگی؛ و (ب) توان پاشنده.

۲۱-۱ می خواهیم از یک تکه شیشه فلینت بسیار چگال یک منشور بسازیم. ضرایب شکست تولید شده از طرف شیشه سازان، با جدول ۱-۱ مطابقت دارند. مطلوب است مقدار: (الف) توان پاشنده، و (ب) ثابت پاشندگی.

جواب: (الف)  $344.03^\circ$ ؛ (ب)  $29.067$ .

۲۲-۱ دو آینه تخت با هم زاویه  $\alpha$  می سازند. با به کارگیری قانون بازتابش نشان دهید که هر پرتوی که صفحه فرود آن عمود بر فصل مشترک دو آینه باشد، طی دو بازتابش به اندازه زاویه  $\delta$  انحراف پیدا می کنند که از زاویه فرود مستقل است. این انحراف را بر حسب  $\alpha$  نشان دهید.

۲۳-۱ یک آینه بیضوی شکل دارای قطر بزرگ  $10^\circ \text{cm}$ ، قطر کوچک  $8^\circ \text{cm}$ ، و دو کانون به فاصله  $6^\circ \text{cm}$  است. اگر یک منبع نقطه ای نور در یکی از کانونها Q قرار بگیرد، فقط دو پرتو نور یافت می شود که از نقطه C، در وسط B و Q'، می گذرند. این بیضی را ترسیم کنید و به طور ترسیمی پیدا کنید که آیا این دو مسیر QBC و QDC بیشینه، کمینه، و یا مانا باشد؟

۲۴-۱ یک پرتو نور از هوا وارد مرکز یک وجه منشور تحت زاویه  $55^\circ$  با عمود بر آن می شود این پرتو، پس از بیمودن شیشه دوباره می شکند و از سوی دیگر وارد هوا می شود. زاویه بین دو وجه منشور را  $60^\circ$  بگیرید و ضریب شکست شیشه را  $1.650$  فرض کنید. انحراف این پرتو: (الف) در سطح اول چقدر است؛ (ب) در سطح دوم چقدر؛ (ج) انحراف کل از روی محاسبه چقدر است؛ (د) به روش ترسیمی چقدر؟

۲۵-۱ یک سر میله شیشه ای به صورت یک نیمکره به قطر  $10^\circ \text{cm}$  تراشیده و صیقل یافته است

پنج پرتو متوازی به فاصله  $2 \text{ cm}$  و  $2^\circ$  واقع در یک صفحه به این سر منحنی شکل فرود می‌آیند، به طوری که یکی از پرتوها از مرکز نیمکره و به موازات محور میله می‌گذرد. اگر ضریب شکست  $1.536$  باشد، فاصله سطح جلویی میله از نقطه‌ای که پرتوهای شکسته محور میله را قطع می‌کنند، چقدر است؟

۱-۲۶ از بلورهای استرانسیم تیتانات صاف، جواهرات مصنوعی می‌سازند. ضرایب شکست برای رنگهای مختلف نور به شرح زیرند:

بنفش	آبی	زرد	قرمز	
۴۳۴۰	۴۸۶۱	۵۸۹۲	۶۵۶۳	$\lambda, \text{\AA}$
۲,۵۷۱۶۸	۲,۴۹۲۴۲	۲,۴۱۲۰۸	۲,۳۷۲۸۷	$n$

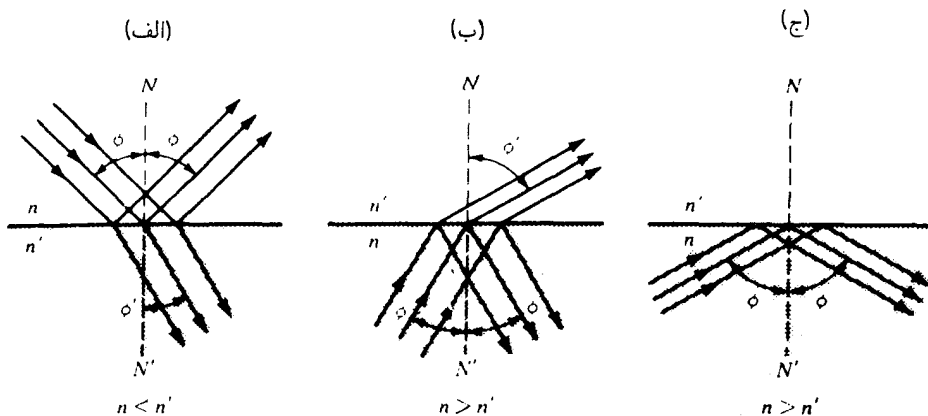
مطلوب است محاسبه مقدار: (الف) ثابت پاشندگی؛ و (ب) توان پاشنده. نمودار طول موج  $\lambda$  روی ضریب شکست  $n$  را رسم کنید. از ضرایب آبی، زرد، و قرمز استفاده کنید.

## سطوح تخت و منشورها

رفتار یک پرتو نور بر اثر بازتابش و شکست در یک سطح تخت در اپتیک هندسی حائز اهمیت اساسی است. مطالعه این رفتار بسیاری از جنبه‌هایی را که بعدها در حالت دشوارتر سطح منحنی باید منظور شوند، روشن خواهد کرد. سطوح تخت در طبیعت، مثلاً به صورت سطوح شکست بلورها یا سطح مایعات ساکن، غالباً یافت می‌شوند. سطوح تخت مصنوعی در آلات اپتیکی برای ایجاد انحراف یا جابه‌جاییهای عرضی پرتوها و همچنین برای شکستن و تجزیه نور سفید به اجزای تشکیل دهنده‌اش، مورد استفاده قرار می‌گیرند. مهمترین وسیله از این نوع را می‌توان منشور دانست؛ اما پیش از پرداختن به حالت این دو سطح زاویه‌دار، باید نخست ببینیم که در یک تک سطح تخت چه اتفاقی می‌افتد.

### ۱-۲ باریکه موازی

در یک باریکه یا دسته پرتو موازی نور، همه پرتوها در یک جهت به سطح واقع در مسیر می‌تابند، و به این سبب، هر تک پرتو را می‌توان به عنوان نماینده همه پرتوهای دیگر تلقی کرد. پرتو موازی پس از بازتابش و شکست در یک سطح تخت نیز موازی می‌ماند، که در شکل ۱-۲ (الف) آن را نشان



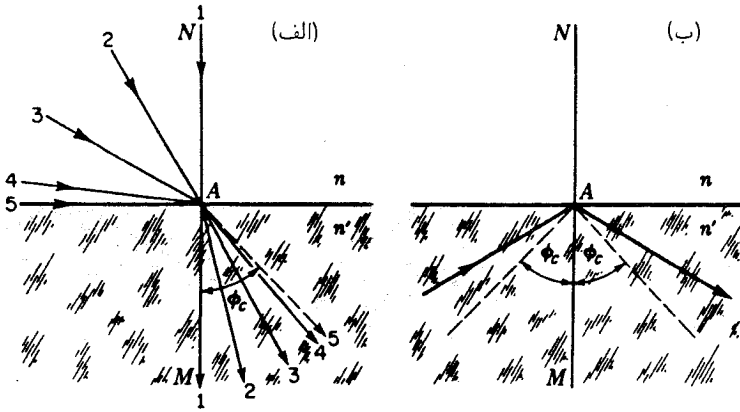
شکل ۱-۲ بازتابش و شکست یک باریکه موازی: (الف) بازتابش خارجی؛ (ب) بازتابش داخلی تحت زاویه ای کوچکتر از زاویه حد؛ (ج) بازتابش کلی در زاویه حد یا در بزرگتر از آن.

داده ایم. شکست باریکه به تغییر در پهنای آن می انجامد که چنانکه به آسانی ملاحظه می شود، نسبت  $(\cos \phi')/(\cos \phi)$  در مورد آن برقرار است، حال آنکه باریکه بازتابیده به همان پهنای می ماند. در باریکه شکسته، همچنین پاشندگی رنگ وجود دارد، اما در باریکه بازتابیده چنین نیست.

بازتابش در سطحی که در آن  $n$  بیشتر می شود، مانند بازتابش در شکل ۱-۲ (الف)، بازتابش خارجی نام دارد که غالباً به آن بازتابش محیط رقیق به چگال می گویند، زیرا بزرگی نسبی  $n$  تقریباً (و نه تحقیقاً) با بزرگی نسبی چگالیهای جرمی مواد متناظر است. در شکل ۱-۲ (ب) یک حالت بازتابش داخلی یا بازتابش محیط چگال به رقیق را مشاهده می کنید. در این حالت خاص، باریکه شکسته باریک است چون  $\phi'$  به  $90^\circ$  نزدیک می شود.

## ۲-۲ زاویه حد و بازتابش کلی

قبلاً در شکل ۱-۲ (الف) دیدیم که در هنگام عبور نور از محیطی چون هوا به محیط دیگری چون شیشه یا آب، زاویه شکست همواره از زاویه فرود کوچکتر است. در حالی که کاهش زاویه برای همه زوایای فرود روی می دهد، گستره ای از زوایای شکست وجود دارد که به ازای آنها هیچ نور شکسته ای ممکن نیست. در شکل ۲-۲ نموداری را مشاهده می کنید که این اصل را نمایش می دهد، و در آن به ازای چند زاویه فرود از  $0^\circ$  تا  $90^\circ$ ، زاویه های شکست متناظر، به ترتیب از صفر تا  $\phi_c$  نشان داده می شوند.



شکل ۲-۲ شکست و بازتابش کلی: (الف) زاویه حد عبارت است از زاویه حدی شکست؛ (ب) بازتابش کلی در ورای زاویه حد صورت می‌گیرد.

ملاحظه می‌شود که در حالت حدی، که در آن پرتوهای فرودی به یک زاویه  $90^\circ$  نسبت به خط عمود میل می‌کنند، پرتوهای شکسته به زاویه ثابت  $\phi_c$  میل می‌کنند که فراتر از آن هیچ پرتو نوری شکسته نمی‌شود. این زاویه خاص  $\phi_c$ ، که به‌ازای آن  $\phi = 90^\circ$ ، زاویه حد نام دارد. فرمول مربوط به محاسبه زاویه حد، از جایگذاری  $\phi = 90^\circ$  یا  $\sin \phi = 1$  در قانون اسنل [معادله (۱-۱)] به‌دست می‌آید،

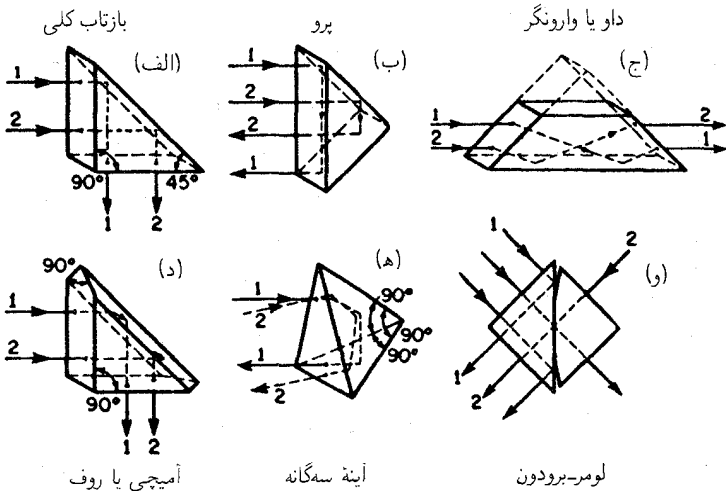
$$n \times 1 = n' \sin \phi_c$$

به طوری که

$$\sin \phi_c = \frac{n}{n'} \quad (۱-۲)$$

این کمیت همواره از واحد کوچکتر است. در مورد شیشه کراون معمولی به ضریب  $1.52$ ، که در محیط هوا قرار گرفته باشد،  $\sin \phi_c = 0.6579$  و  $\phi_c = 41^\circ 8'$ .

هرگاه اصل برگشت‌پذیری پرتوهای نور را در مورد شکل ۲-۲ (الف) اعمال کنیم، همه پرتوهای فرودی درون مخروطی به زاویه رأس  $2\phi_c$  قرار می‌گیرند، در حالی که پرتوهای شکسته متناظر درون مخروطی به زاویه رأس  $180^\circ$  واقع می‌شوند. برای زوایای فرودی بزرگتر از  $\phi_c$ ، پرتو شکسته‌ای نمی‌تواند وجود داشته باشد، و مطابق شکل ۲-۲ (ب)، همه پرتوها دستخوش بازتابش کلی خواهند شد.



شکل ۳-۲ منشورهای بازتابشی از بازتابش کلی بهره می‌گیرند.

زاویه حد در مرز جداکننده دو محیط اپتیکی، بنا بر تعریف، عبارت است از کوچکترین زاویه فرود در محیط با ضریب شکست بزرگتر، که به‌ازای آن نور به تمامی بازتاب می‌کند.

بازتابش کلی واقعاً کلی است، به این معنا که در حین بازتابش هیچ انرژی اتلاف نمی‌شود، با این وصف، در هر اسبابی که به قصد بهره‌گیری از این خاصیت ساخته شده است، اتلافهای اندکی ناشی از جذب در محیط و بازتابشها در سطوحی که نور در آنها وارد محیط و از آن خارج می‌شود، وجود خواهد داشت. از جمله متداولترین این دستگاهها، منشورهای بازتابش کلی را می‌توان نام برد که منشورهای شیشه‌ای با دو زاویه  $45^\circ$  و یک زاویه  $90^\circ$  هستند. مطابق شکل ۳-۲ (الف)، معمولاً نور به‌طور عمودی وارد یکی از وجوه کوتاه می‌شود. در قاعده منشور بازتابش کلی می‌باید و تحت زاویه قائم به‌سوی وجه کوتاه دیگر می‌رود. این مسیر موجب انحراف  $90^\circ$  درجه‌ای پرتوها می‌شود. چنین منشوری رامی‌توان به دو طریق دیگر نیز به‌کار گرفت که در بخشهای (ب) و (ج) شکل مشاهده می‌کنید. منشور داو (ج) دو پرتو را مبادله می‌کند و اگر منشور حول امتداد نور بچرخد، آن دو پرتو (ورودی و خروجی) حول یکدیگر و با دو برابر سرعت زاویه‌ای منشور، خواهند چرخید.

منشورها با اشکال بسیار دیگری که در آنها از بازتابش کلی بهره می‌گیرند، برای مقاصد ویژه

ساخته شده‌اند. از جمله دو منشور بسیار متداول را در شکل‌های ۲-۳(د) و ۲-۳(ه) مشاهده می‌کنید. منشور روف<sup>۱</sup> همان مقصود را برآورده می‌کند که منشور بازتابش کلی (الف) با این تفاوت که یک وارونی اضافی هم ایجاد می‌کند. آینهٔ سه‌گانه (ه) از برش گوشه‌های یک مکعب به موازات صفحه‌ای که با سه وجه متقاطع در آن گوشه زوایای متساوی می‌سازد، ساخته می‌شود\* و دارای این خاصیت مفید است که هر پرتو برخوردکننده را پس از بازتابشهای داخلی در هر یک از این وجوه، به موازات جهت اولیه آن به عقب برخواهد گردانید.

”مکعب“ لومر-برودون، شکل (و) در نورسنجی برای مقایسه تابندگی دو سطح به‌کار می‌رود، که یکی از آنها توسط پرتوهای (۲) دیده می‌شود که مستقیماً از درون منطقه دایره‌ای گسیل می‌شوند که در آن منشورها با هم در تماسند، و دیگری توسط پرتوهای (۱) مشاهده می‌شود که در سطوح پیرامون این منطقه بازتابش کلی یافته‌اند.

در نمونه‌های نشان داده شده، چون زوایای فرود می‌توانند تا  $45^\circ$  کوچک شوند، لازم است که این زوایا از زاویه حد فراتر روند، تا اینکه بازتابش کلی مقدور شود. با فرض اینکه محیط دوم هواست ( $n' = 1$ )، این الزام، حد پایتتری بر مقدار ضریب  $n$  منشور می‌نهد. در معادله (۲-۱) باید داشته باشیم:

$$\frac{n'}{n} = \frac{1}{n} \geq \sin 45^\circ$$

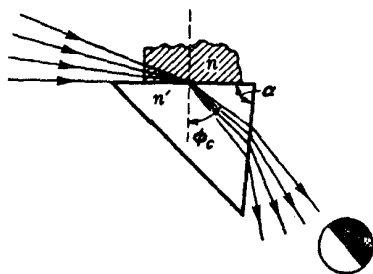
به طوری که  $n \geq \sqrt{2} = 1.414$ . برای شیشه، این شرط همیشه صادق است، و حتی برای مواد اپتیکی با ضرایب شکست کمتر، چون لوسیت ( $n = 1.49$ ) و کوارتز همجوئیده ( $n = 1.46$ ) نیز چنین است.

اساس بیشتر شکست‌سنج‌های دقیق (ابزار تعیین ضرایب شکست)، بر پایهٔ اندازه‌گیری زاویه حد  $\phi_c$  استوار است. در هر دو نوع پولفریش و آبه، یک باریکهٔ همگرا به سطح میان نمونهٔ نامعلوم با ضریب  $n$  و یک منشور با ضرایب معلوم  $n'$  می‌تابد. حال، چنانچه  $n'$  بزرگتر از  $n$  باشد، آنگاه جای این دو باید در معادله (۲-۱) عوض شود. باریکه چنان جهت داده می‌شود که برخی از پرتوهای آن درست بر سطح مماس شود (شکل ۲-۴)، به طوری که می‌توان در نور عبوری یک مرز دقیق میان روشنایی و تاریکی مشاهده کرد. اندازه‌گیری زاویه‌ای که در آن این مرز تشکیل می‌شود،

#### 1. roof prism

\* آرایه‌ای ۴۶ سانتیمتری از صد منشور از این نوع را روی ماه، به فاصله  $10^8 \times 3.84$  متر از زمین، قرار داده‌اند. این جهت برگردان که طی مسافت آپولو ۱۱ به ماه، در آنجا قرار داده شده است، برای برگرداندن نور یک باریکه لیزری از زمین به نقطه‌ای در نزدیکی آن، مورد استفاده قرار می‌گیرد. چنین نشانگری را می‌توان برای تعیین دقیق فاصله تا ماه در زمانهای مختلف به‌کار برد.



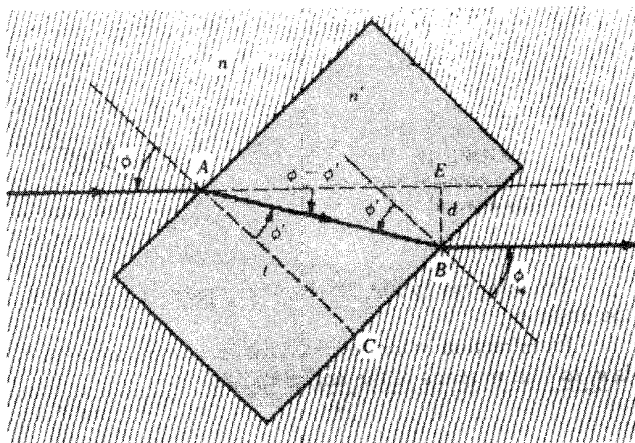


شکل ۲-۴ شکست در منشور در یک شکست سنج پولفریش.

محاسبه  $\phi_c$  را امکانپذیر می‌سازد و از روی آن  $n$  به دست می‌آید. اقدامات احتیاطی قابل توجهی باید به عمل آید تا نتایج کاملاً دقیق باشند.

### ۳-۲ تیغه متوازی السطوح

وقتی یک تک پرتو از یک تیغه شیشه‌ای با سطوح تخت متوازی می‌گذرد، به موازات جهت اولی خود، اما با یک جابه‌جایی جانبی  $d$  که متناسب با زاویهٔ فرود افزایش می‌یابد، خارج می‌شود. با استفاده از علامتگذاریه‌های شکل ۲-۵ می‌توانیم قانون شکست و چند رابطه ساده مثلثاتی را به کار



شکل ۲-۵ شکست نور در یک تیغه متوازی السطوح.

گیریم و جابه‌جایی  $d$  را به‌دست آوریم. در مثلث راست‌گوشه  $ABE$  می‌نویسیم:

$$d = l \sin(\phi - \phi') \quad (۲-۲)$$

که با استفاده از رابطه سینوس تقاضل دو زاویه می‌رسیم به:

$$d = l(\sin \phi \cos \phi' - \sin \phi' \cos \phi) \quad (۳-۲)$$

از مثلث راست‌گوشه  $ABC$  می‌رسیم به:

$$l = \frac{t}{\cos \phi'}$$

که با جایگذاری در معادله (۳-۲)، خواهیم داشت:

$$d = t \left( \frac{\sin \phi \cos \phi'}{\cos \phi'} - \frac{\sin \phi' \cos \phi}{\cos \phi'} \right) \quad (۴-۲)$$

از قانون اسنل [معادله (۱۳-۱)] داریم

$$\sin \phi' = \frac{n}{n'} \sin \phi$$

که با جایگذاری در معادله (۴-۲)، داریم

$$d = t \left( \sin \phi - \frac{\cos \phi}{\cos \phi'} \frac{n}{n'} \sin \phi \right)$$

$$d = t \sin \phi \left( 1 - \frac{n}{n'} \frac{\cos \phi}{\cos \phi'} \right) \quad (۵-۲)$$

از  $0^\circ$  تا زوایای به‌طور محسوس بزرگ،  $d$  تقریباً با  $\phi$  متناسب است، زیرا با کاهش چشمگیر کسر کسینوسها به کمتر از واحد که موجب افزایش ضریب سمت راست معادله می‌شود، سینوس زاویه هم از خود زاویه کمتر می‌شود و تقریباً با همان نسبت ضریب سمت راست، افت می‌کند\*.

\* این اصل را در وسیله‌ها تدوین فیلم در دستگاههای فیلمبرداری غیرحرفه‌ای به‌کار می‌برند. به‌جای اینکه، مانند پروژکتورهای معمولی فیلم را به‌طور متناوب به‌حرکت درآورد و متوقف کند، فیلم به‌آرامی و بدون توقف به‌حرکت خود ادامه می‌دهد و یک منشور هشت‌وجهی کوچک که بلافاصله بعد از فیلم قرار داده می‌شود، تصویر ساکنی از هر عکس را روی پرده می‌اندازد. مسئله ۲-۲ در پایان همین بخش را بنگرید.

## ۴-۲ شکست نور در منشور

در منشور، سطوح دو وجه متقاطع با همدیگر زاویه  $\alpha$  می‌سازند، به طوری که انحراف حاصل از شکست در سطح اول، با شکست در سطح دوم حذف نمی‌شود، بلکه افزایش هم می‌یابد. همچنین پاشندگی رنگی (بخش ۱-۱۰) افزایش می‌یابد و معمولاً این اثر، کار عمده منشور به‌شمار می‌رود. با این وصف، نخست اپتیک هندسی منشور را برای یک پرتو تک‌رنگ، یعنی نور یک‌رنگ، مانند نوری که از قوس‌الکتریکی در سدیم می‌تابد، بررسی می‌کنیم.

مسیر پرتو فرودی روی سطح اول تحت زاویه  $\phi_1$  را در شکل ۶-۲ با خط‌پر نشان داده‌ایم. شکست این پرتو در هر دو سطح از قانون اسنل پیروی می‌کند، به طوری که برحسب زاویه‌های نشان داده شده، داریم:

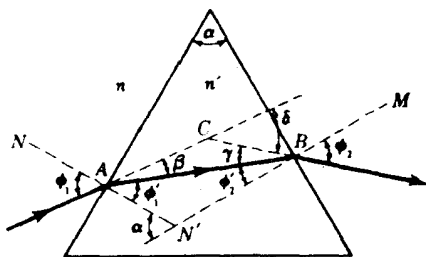
$$\frac{\sin \phi_1}{\sin \phi'_1} = \frac{n'}{n} = \frac{\sin \phi_2}{\sin \phi'_2} \quad (۶-۲)$$

زاویه انحراف ایجاد شده ناشی از سطح اول عبارت است از  $\phi_1 - \phi'_1 = \beta$ ، و زاویه‌ای که در سطح دوم پدید می‌آید عبارت است از  $\phi_2 - \phi'_2 = \gamma$ . زاویه انحراف کل،  $\delta$ ، مابین پرتوهای فرودی و خروجی عبارت است از

$$\delta = \beta + \gamma \quad (۷-۲)$$

چون  $NN'$  و  $MN'$  هر دو بر سطوح منشور عمودند، لذا  $\alpha$  زاویه تشکیل شده در  $N'$  نیز هست. با توجه به مثلث  $ABN'$  و زاویه خارجی آن،  $\alpha$ ، داریم

$$\alpha = \phi'_1 + \phi'_2 \quad (۸-۲)$$



شکل ۶-۲ هندسه مربوط به شکست نور در یک منشور.

از ترکیب معادلات بالا، داریم

$$\delta = \beta + \gamma = \phi_1 - \phi'_1 + \phi_2 - \phi'_2 = \phi_1 + \phi_2 - (\phi'_1 + \phi'_2)$$

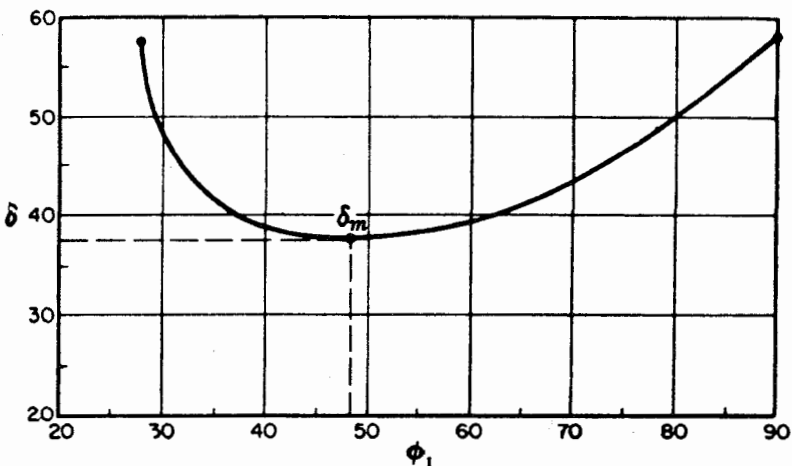
و یا

$$\delta = \phi_1 + \phi_2 - \alpha \quad (9-2)$$

## ۵-۲ می نیموم انحراف

در هنگام محاسبه  $\delta$ ، زاویه انحراف کل در منشور، با استفاده از معادلات بالا، ملاحظه می‌کنیم که این زاویه به تناسب زاویه فرودی بسیار تغییر می‌کند. زاویه‌هایی که به این ترتیب محاسبه می‌شوند، با اندازه‌گیریهای تجربی در همسازی کامل‌اند. هرگاه ضمن تابیدن یک پرتو به منشور، این منشور را حول محوری (مانند  $A$  در شکل ۶-۲) به موازات وجه شکننده بچرخانیم، مشاهده خواهیم کرد که، مطابق شکل ۷-۲، زاویه انحراف  $\delta$  کاهش می‌یابد، به یک می‌نیموم می‌رسد، و سپس دوباره افزایش می‌یابد.

کوچکترین زاویه انحراف، به نام زاویه می‌نیموم انحراف،  $\delta_m$ ، به ازای آن زاویه فرودی خاص، تشکیل می‌شود، که در آن، پرتو شکسته درون منشور با دو وجه آن زوایای مساوی می‌سازد (شکل ۸-۲). در این حالت خاص داریم،



شکل ۷-۲ نمودار زاویه انحراف کل،  $\delta$ ، برحسب زاویه فرود  $\phi_1$  در یک منشور  $60^\circ$  درجه‌ای شیشه‌ای با ضریب شکست  $n' = 1.5$  در می‌نیموم انحراف،  $\delta_m = 37.2^\circ$ ، و  $\phi_1 = 48.6^\circ$ ، و  $\phi'_1 = 3.0^\circ$ .

$$\phi_1 = \phi_2 \quad \phi'_1 = \phi'_2 \quad \beta = \gamma \quad (۱۰-۲)$$

برای اثبات تساوی این زاویه‌ها، فرض می‌کنیم وقتی انحراف می‌نیموم است،  $\phi_1$  مساوی  $\phi_2$  نباشد. براساس اصل برگشت پذیری پرتوهای نور (بخش ۱-۸) باید به ازای دو زاویه متفاوت فرودی، انحراف می‌نیموم باشد. نظر به اینکه عملاً فقط یک زاویه به دست می‌آید، پس باید تقارن برقرار باشد و تساویهای بالا صادق باشند.

در مثلث  $ABC$  در شکل ۲-۸، زاویهٔ خارجی  $\delta_m$  عبارت است از مجموع زوایای داخلی:  $\beta + \gamma$ . به همین ترتیب، در مثلث  $ABN'$  زاویه خارجی  $\alpha$  برابر است با مجموع زوایای داخلی:  $\phi'_1 + \phi'_2$ . در نتیجه،

$$\alpha = 2\phi'_1 \quad \delta_m = 2\beta \quad \phi_1 = \phi'_1 + \beta$$

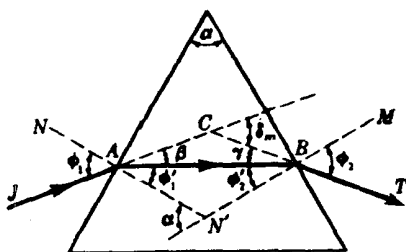
جوابهای حل این معادلات برحسب  $\phi_1$  و  $\phi'_1$  عبارت‌اند از

$$\phi'_1 = \frac{1}{2}\alpha \quad \phi_1 = \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)$$

چون در قانون اسنل:  $n'/n = (\sin \phi_1)/(\sin \phi'_1)$  پس خواهیم داشت

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)}{\sin \frac{1}{2}\alpha} \quad (۱۱-۲)$$

دقیقت‌ترین اندازه‌گیری ضریب شکست با قرار دادن نمونه به صورت منشور بر روی میز یک طیف‌سنج و اندازه‌گیری زوایای  $\delta_m$  و  $\alpha$  صورت می‌گیرد. زاویه  $\delta_m$  برای هر رنگ به‌طور جداگانه



شکل ۲-۸ نمودار هندسی مسیر پرتو نور که منشور را در زاویه می‌نیموم انحراف می‌پیماید.

اندازه‌گیری می‌شود. هنگام کاربرد منشورها در یک طیف‌سنج یا طیف‌نگار، آنها را حداکثر تحت شرایط می‌نیموم انحراف قرار می‌دهند، زیرا در غیر این صورت هر واگرایی و همگرایی جزئی پرتو فرودی موجب آستیگماتیسم در تصویر خواهد شد.

## ۲-۶ منشورهای نازک

معادلات منشور در صورتی که زاویه رأس،  $\alpha$ ، به اندازه کافی کوچک باشد، بسیار ساده‌تر می‌شوند، زیرا در این صورت می‌توان سینوس آن و سینوس زاویه انحراف،  $\delta$ ، را با خود این زاویه‌ها مساوی گرفت. حتی در یک زاویه  $1 \text{ rad}$ ، یعنی  $57.3^\circ$  هم اختلاف میان زاویه و سینوس آن کمتر از  $2\%$  درصد است. در منشورهایی که زاویه رأس آنها فقط چند درجه است، می‌توانیم معادله (۲-۱۱) را به صورت ساده‌تری بنویسیم

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin \frac{1}{4}(\delta_m + \alpha)}{\sin \frac{1}{4}\alpha} = \frac{\delta_m + \alpha}{\alpha}$$

و

$$\bullet \quad \delta = (n' - 1)\alpha \quad \text{منشور نازک در هوا} \quad (2-12)$$

اندیس  $\delta$  را به این سبب حذف کرده‌ایم که این‌گونه منشورها همیشه تحت شرایط می‌نیموم انحراف و یا بسیار نزدیک به این شرایط مورد استفاده قرار می‌گیرند، و  $n$  را هم بر پایه این فرض حذف کرده‌ایم که محیط پیرامون هواست، یعنی  $n = 1$  است.

معمولاً توان منشور را برحسب انحراف پرتو، برحسب سانتیمتر در فاصله‌ای یک متری اندازه می‌گیرند که در آن صورت واحد توان را دیوپتر منشور (D) می‌نامند. بنابراین، منشوری به توان یک دیوپتر منشور، پرتوی را روی پرده‌ای به فاصله  $1 \text{ m}$ ، به اندازه یک سانتیمتر جابه‌جا می‌کند. در شکل ۲-۹ (الف)، انحراف روی پرده  $x \text{ cm}$  و از لحاظ عددی برابر است با توان منشور. ملاحظه می‌شود که به ازای مقادیر کوچک  $\delta$ ، توان برحسب دیوپتر منشور، از لحاظ عددی برابر است با انحراف  $\delta$  برحسب یک صدم رادیان و یا  $57.3^\circ$  درجه.

برای شیشه فلینت چگال در جدول ۱-۱، ضریب شکست عبارت است از  $n_D = 1.6705^\circ$  و بنابر معادله ۲-۱۲، زاویه رأس به ازای دیوپتر منشور باید از این قرار باشد:

$$\alpha = \frac{0.573^\circ}{1.6705^\circ} = 0.3429^\circ$$

## ۷-۲ ترکیب منشورهای نازک

چشم‌پزشکان برای معاینه تطابق دو چشم از دو منشور نازک هم‌توان که می‌توانند نسبت به هم در جهت مخالف بچرخند، استفاده می‌کنند [شکل ۹-۲(ب)]. این ابزار که به منشور ریزلی یا هرشل معروف است، معادل است با منشوری به توان متغیر. وقتی دو منشور موازی باشند، توان معادل، دو برابر توان هر یک از آنهاست. وقتی منشورها در خلاف جهت همدیگر قرار گیرند، توان معادل صفر می‌شود. برای تعیین چگونگی تغییرات توان و جهت انحراف در وابستگی به زاویهٔ میان منشورها، از این موضوع که انحرافها به‌طور برداری جمع می‌شوند، استفاده می‌کنیم. در شکل ۹-۲(ج) می‌بینیم که برآیند انحراف  $\delta$ ، براساس قانون کسینوسها، عبارت است از:

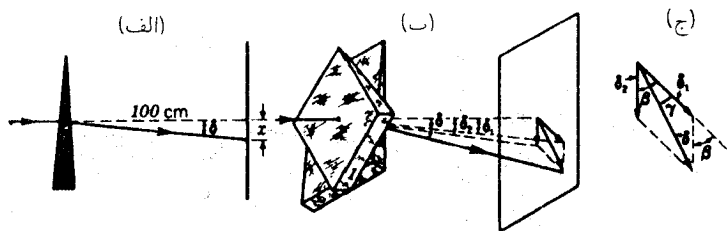
$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\delta_1\delta_2 \cos \beta} \quad (۱۳-۲)$$

که در آن  $\beta$  زاویه میان دو منشور است. برای دستیابی به زاویه  $\gamma$  بین برآیند انحراف و انحراف ناشی از منشور ۱ به‌تنهایی (یا می‌توان گفت میان منشور معادل و منشور ۱)، با توجه به شکل ۹-۲(ج) داریم:

$$\tan \gamma = \frac{\delta_2 \sin \beta}{\delta_1 + \delta_2 \cos \beta} \quad (۱۴-۲)$$

نظر به اینکه تقریباً همیشه  $\delta_1 = \delta_2$ ، می‌توانیم انحراف را با هر دو مؤلفه  $\delta_i$  بیان و معادلات را به‌صورت زیر ساده کنیم:

$$\delta = \sqrt{2\delta_i^2(1 + \cos \beta)} = \sqrt{4\delta_i^2 \cos^2 \frac{\beta}{2}} = 2\delta_i \cos \frac{\beta}{2} \quad (۱۵-۲)$$



شکل ۹-۲ منشورهای نازک: (الف) جابه‌جایی برحسب سانتیمتر در فاصله یک‌متری، توان منشور را برحسب دیوپتر منشور به‌دست می‌دهد؛ (ب) منشور ریزلی با توان متغیر؛ (ج) جمع برداری انحرافها در منشور.

$$\tan \gamma = \frac{\sin \beta}{1 + \cos \beta} = \tan \frac{\beta}{2}$$

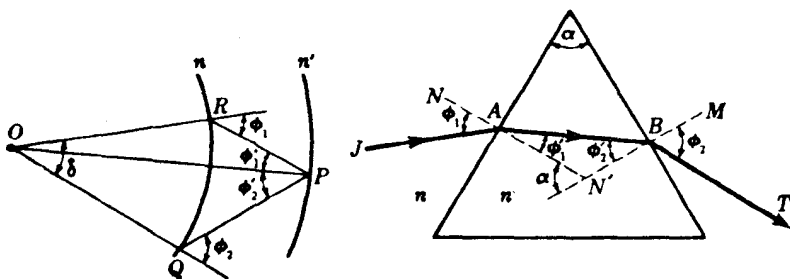
بنابراین:

$$\gamma = \frac{\beta}{2} \quad (۱۶-۲)$$

## ۸-۲ روش ترسیمی برای ردیابی پرتو

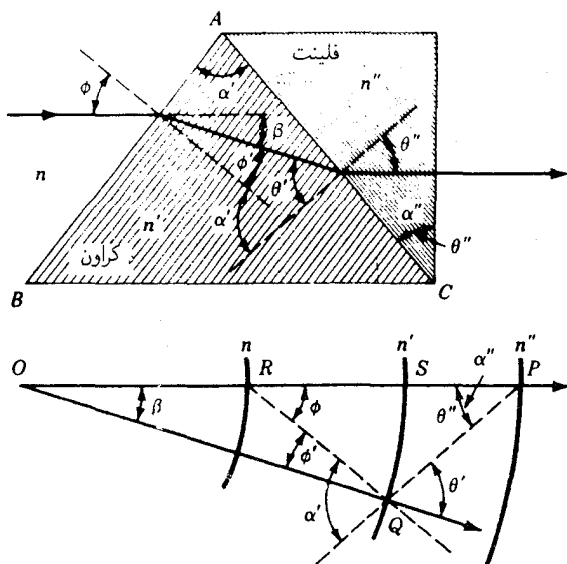
در طراحی وسایل و ابزار اپتیکی، غالباً کار مطلوبتر آن است که بتوان رد پرتوهای نور در دستگاه را به سرعت پیدا کرد. در ابزارهای منشوری، اصولی که در زیر ارائه می‌شوند، بسیار سودمندند. نخست، یک منشور  $60^\circ$  درجه‌ای با ضریب شکست  $n' = 1.50$  واقع در محیط هوا را در نظر می‌گیریم. پس از اینکه منشور را مطابق مقیاس ترسیم کردیم (شکل ۲-۱)، و زاویه فرود  $\phi_1$  را اختیار کردیم، کار را چنان‌که در شکل ۱-۷ مشاهده کردیم، شروع می‌کنیم.

خط  $OR$  را به موازات  $JA$  می‌کشیم، و به مرکز  $O$  دو کمان دایره به شعاعهای متناسب با  $n$  و  $n'$  ترسیم می‌کنیم. خط  $RP$  به موازات  $NN'$  رسم می‌شود، و  $OP$  را که جهت پرتو شکسته را نشان می‌دهد، می‌کشیم. با شروع از نقطه  $P$ ، خطی به موازات  $MN'$  رسم می‌شود تا قوس  $n$  را در  $Q$  قطع کند. در این صورت، خط  $OQ$  جهت صحیح پرتو شکسته نهایی  $BT$  را نشان می‌دهد. در سمت چپ این نمودار، زاویه  $RPQ$  برابر است با زاویه رأس منشور،  $\alpha$ ، و زاویه  $ROQ$  برابر است با زاویه انحراف  $\delta$ .



شکل ۲-۱۰ روش ترسیمی برای ردیابی پرتو در یک منشور.





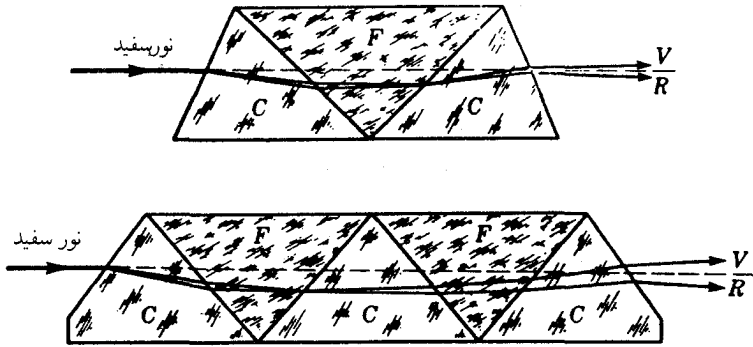
شکل ۱۱-۲ نمودار مسیر پرتو وارد بر طرح یک منشور دید مستقیم.

## ۹-۲ منشورهای دید مستقیم

برای تجسم مسیر پرتو در چندین منشور، طراحی یکی از اجزای ابتدایی مهم را به نام منشور دید مستقیم، در نظر می‌گیریم. کار اصلی چنین ابزاری تولید یک طیف مرئی است که رنگ مرکزی آن از منشور، موازی با پرتو نور فرودی، خارج می‌شود. معمولاً، ساده‌ترین نوع چنین ترکیبی از یک منشور شیشه کرآون به ضریب شکست  $n'$  و زاویه رأس  $\alpha'$  و روبه‌روی آن یک منشور شیشه فلینت به ضریب  $n''$  و زاویه رأس  $\alpha''$ ، مطابق شکل ۱۱-۲، تشکیل می‌شود.

ضرایب  $n'$  و  $n''$  انتخابی برای منشورها برای رنگ مرکزی طیف، یعنی برای خط D زرد سدیم، در نظر گرفته شده‌اند. فرض می‌کنیم زاویه  $\alpha''$  از منشور فلینت معلوم است، و ساختمان دستگاه، در حالی که نور عمود بر آخرین سطح از آن خارج می‌شود در نظر گرفته شده است، و زاویه  $\alpha'$  از منشور کرآون باید تعیین شود.

نخست منشور فلینت را در حالی که سطح دوم آن در امتداد قائم قرار می‌گیرد، ترسیم می‌کنیم، سپس خط افقی  $OP$  را می‌کشیم، و به مرکز  $O$  سه کمان به شعاعهای متناسب با  $n'$ ،  $n''$  و  $n$  ترسیم می‌کنیم. از محل تقاطع، یعنی  $P$ ، خطی عمود بر  $AC$  می‌کشیم که  $n'$  را در  $Q$  قطع کند. سپس خط  $RQ$  و عمود بر آن وجه  $AB$  منشور کرآون، ترسیم می‌شود. اکنون همه جهتها و زاویه‌ها معلوم‌اند.  $OR$  جهت پرتو فرودی،  $OQ$  جهت پرتو شکسته درون منشور کرآون  $OP$  جهت پرتو شکسته



شکل ۱۲-۲ منشورهای دید مستقیم برای ایجاد طیفی با رنگ مرکزی آن در امتداد نور سفید فرودی.

درون منشور فلینت، و سرانجام  $OP$  جهت پرتو خروجی در سمت راست را به دست می‌دهد. زاویه رأس منشور کراون،  $\alpha'$ ، متمم زاویه  $RQP$  است.

هرگاه بخواهیم زاویه‌ها را دقیقتر تعیین کنیم، می‌توانیم از نمودار بالا برای محاسبات مثلثاتی بهره‌گیریم. اگر پاشندگی نور سفید توسط ترکیب منشورها مورد نظر باشد، می‌توان ضرایب  $n'$  و  $n''$  برای نور قرمز و بنفش را به نمودار افزود و نمودارهای جدید را از چپ به راست در شکل ۱۱-۲ (ب) کشید. ولی این پرتوها به صورت عمود بر آخرین وجه منشور خارج نمی‌شوند.

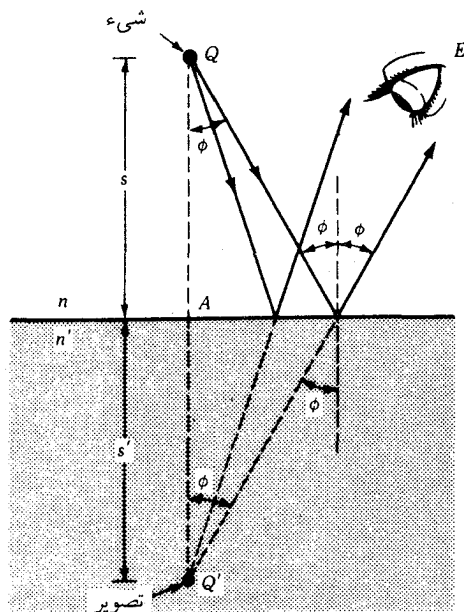
اصولی که هم اکنون شرح دادیم، به سهولت به ترکیبهای چندتایی منشور، مطابق شکل ۱۲-۲، قابل تعمیم‌اند. توجه کنید که منشور دید مستقیم بالایی در شکل ۱۲-۲ اساساً عبارت است از دو منشور از نوع شکل ۱۱-۲ که به صورت پشت‌به‌پشت قرار داده شده‌اند.

## ۱۰-۲ بازتابش پرتوهای واگرا

وقتی یک باریکه واگرای نور در یک سطح تخت بازتابش کند، کماکان واگرا می‌ماند. همه پرتوهایی که از یک نقطه  $Q$  (شکل ۱۳-۲) می‌آیند، پس از بازتابش چنان به نظر می‌رسند که از یک نقطه  $Q'$  دیگر که به طور متقارن در پشت آینه قرار دارد، خارج می‌شوند. اثبات این ادعا بلاواسطه از به‌کارگیری قانون بازتابش [معادله (۱-۱۰)] حاصل می‌شود، که بنابر آن همه زوایای نشان داده شده با  $\phi$  در شکل باید مساوی باشند. تحت این شرایط، فواصل  $QA$  و  $AQ'$  در امتداد  $QAQ'$ ، که عمود بر سطح ترسیم می‌شوند، با هم مساویند، یعنی

$$s = s'$$

فاصله تا تصویر = فاصله تا شیء

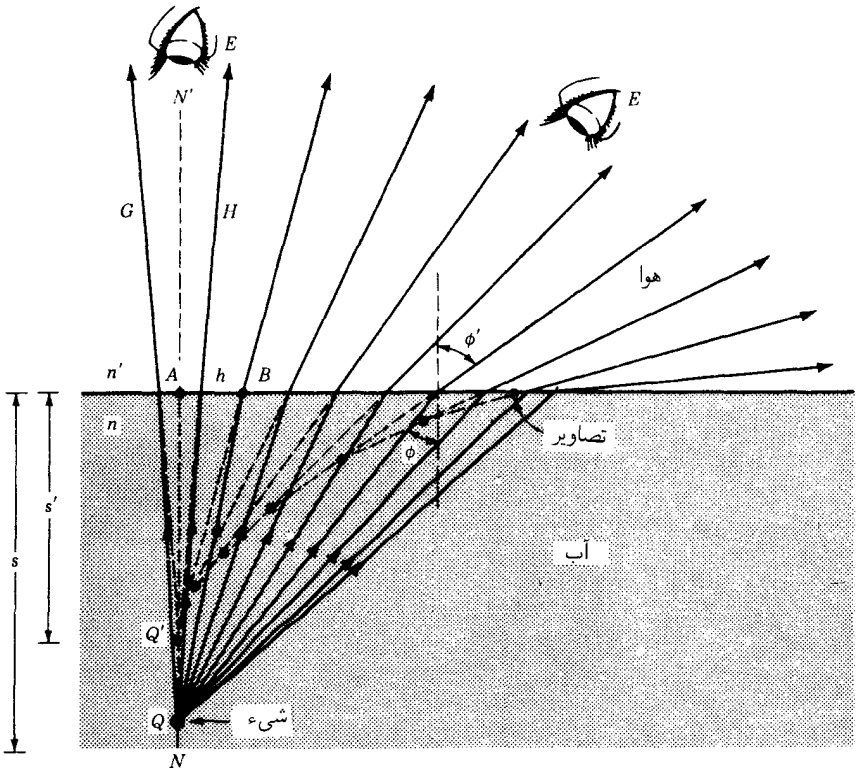


شکل ۲-۱۳ بازتابش پرتوهای واگرای نور از یک سطح تخت.

به نقطه  $Q'$  تصویر مجازی نقطه  $Q$  می‌گویند، زیرا وقتی چشم پرتوهای بازتابیده را دریافت می‌کند، به نظر می‌رسد از منبعی در  $Q'$  گسیل می‌شوند، اما عملاً از  $Q$ ، مانند وقتی تصویر واقعی بود، عبور نمی‌کنند. برای ایجاد یک تصویر حقیقی، سطحی غیر از سطح تخت لازم است.

## ۲-۱۱ شکست پرتوهای واگرا

اگر یک شیء درون شیشه صاف یا پلاستیک قرار گیرد. یا داخل مایع شفافى مانند آب غوطه‌ور شود، تصویر آن نزدیکتر به سطح به نظر می‌آید. در شکل ۲-۱۴، با رعایت مقیاس واقعی و به دقت برای شیء  $Q$  غوطه‌ور درون آب با ضریب شکست  $1.33$  و در عمق  $s$  زیر سطح آن، ترسیم شده است. پرتوهای واگرای نور گسیلی از این جسم، تحت زاویه‌های  $\phi$  به سطح می‌رسند. در آنجا تحت زوایای بزرگتر  $\phi'$  می‌شکنند، تا اینکه واگرایی آنها، چنان‌که دیده می‌شود، بیشتر شود. با امتداد دادن این پرتوها به سوی عقب، محل تقاطع هر زوج مجاور آنها را مشخص می‌کنیم. اینها نقاط تصویری، یا تصاویر مجازی‌اند. با تغییر دادن موضع ناظر، تصویر مجازی در امتداد منحنی که از مکان هندسی تصاویر متوالی تشکیل یافته، به سطح نزدیکتر می‌شود.

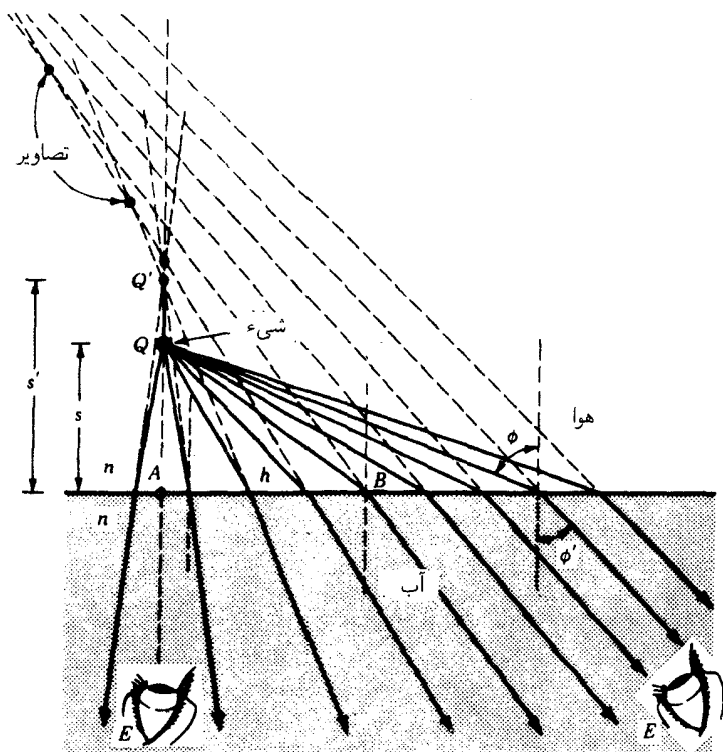


شکل ۲-۱۴ مواضع تصویر یک شیء در زیر آب، به گونه‌ای که توسط یک ناظر در بالای آن دیده می‌شود؛  $n > n'$ .

اگر شیء در محیط کم چگال قرار گیرد، و از محیطی با ضریب شکست بزرگتر مشاهده شود، منظره به کلی متفاوتی حاصل می‌شود (شکل ۲-۱۵). یک شیء چون  $Q$  در هوا را شناگری یا یک ماهی در زیر آب مشاهده می‌کند. پرتوهای نور واگرا از هر نقطه این شیء، مطابق قانون اسنل، می‌شکنند. با امتداد دادن مسیر پرتوها به عقب، تا محل تقاطعشان، تصاویر مجازیشان مشخص می‌شود. توجه کنید که به ازای زوایای بزرگ  $\phi$  و  $\phi'$ ، این تصاویر چقدر از هم دورند.

## ۲-۱۲ تصاویر ناشی از پرتوهای پیرامحوری

فواصل شیئی و تصویر،  $s$  و  $s'$ ، برای پرتوهایی که زاویه‌های کوچک  $\phi$  و  $\phi'$  را تشکیل می‌دهند، برای بسیاری از ناظران، از اهمیت خاصی برخوردارند.



شکل ۱۵-۲ مواضع تصویر یک شیء در هوا به طوری که ناظر زیر آبی آن را می بیند.

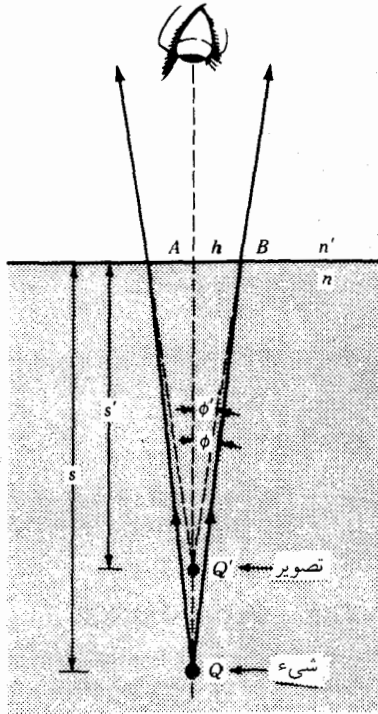
پرتوهایی که زاویه آنها چندان کوچک است که می توان کسینوس آنها را یک و سینوسشان را برابر خود زاویه گرفت. پرتوهای پیرامحوری نامیده می شوند.

مثلهای قائم الزاویه  $Q'AB$  و  $QAB$  در شکل ۱۴-۲ را در نظر بگیرید که به طور جداگانه در شکل ۱۶-۲ مجدداً ترسیم شده اند. چون این دو مثلث در یک ضلع،  $AB = h$ ، مشترکند، می توان نوشت

$$h = s \tan \phi = s' \tan \phi'$$

که از اینجا داریم،

$$s' = s \frac{\tan \phi}{\tan \phi'} = s \frac{\sin \phi \cos \phi'}{\cos \phi \sin \phi'} \quad (۱۷-۲)$$



شکل ۱۶-۲ پرتوهای پیرامحوری برای یک شیء واقع در آب که از داخل هوای بالای آن مشاهده می‌شود.

بنابر قانون اسنل:

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = \frac{n'}{n}$$

و با نشان دادن آن در معادله ۱۷-۲، می‌رسیم به:

$$s' = s \frac{n'}{n} \frac{\cos \phi'}{\cos \phi} \quad (۱۸-۲)$$

برای پرتوهای پیرامحوری، چون پرتوهایی که در نمودار نشان داده‌ایم، زاویه‌های  $\phi$  و  $\phi'$  بسیار کوچکند؛ در این صورت معادله (۱۷-۲) را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{s'}{s} = \frac{\phi}{\phi'} \quad \text{یا} \quad s' = s \frac{\phi}{\phi'} \quad (۱۹-۲)$$

و معادله (۱۸-۲) به این صورت در می آید:

$$\frac{\phi}{\phi'} = \frac{n'}{n} \quad (20-2)$$

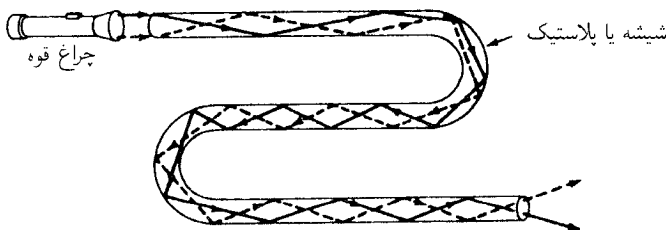
ادغام دو معادله (۱۹-۲) و (۲۰-۲) رابطه ساده زیر را به دست می دهد:

$$\frac{s'}{s} = \frac{n'}{n} \quad (21-2)$$

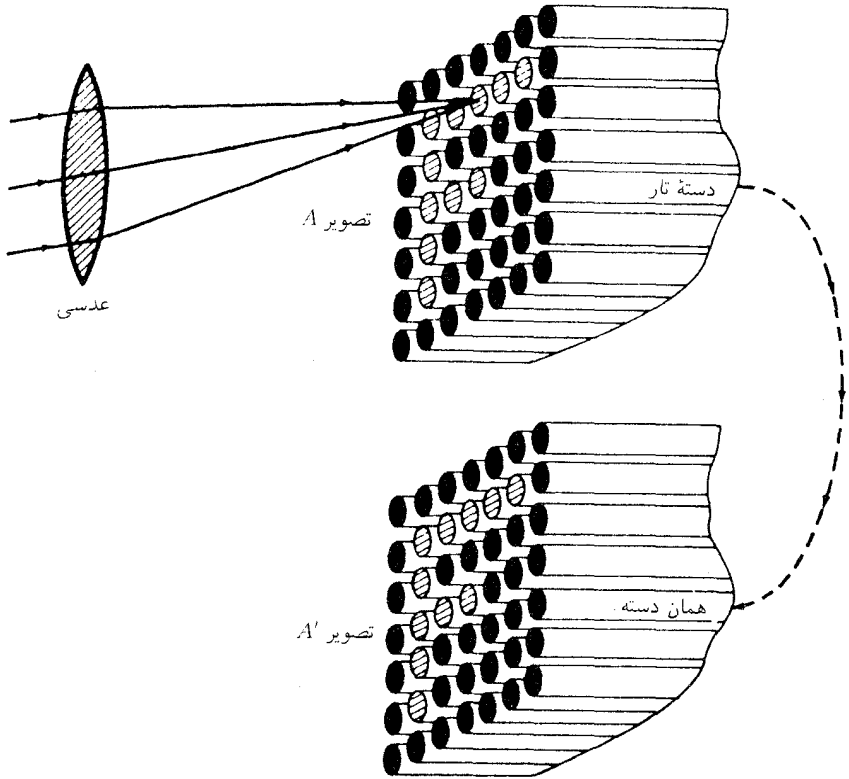
در پرتوهای پیرامحوری نسبت فاصله شیء به فاصله تصویر، درست برابر است با نسبت ضرایب شکست به یکدیگر

## ۱۳-۲ نورشناسی تارها

هرگاه نور در یک محیط چگال اپتیکی تحت زاویه ای،  $\phi$ ، بزرگتر از زاویه حد،  $\phi_c$ ، به مرز محیط کم چگال (از لحاظ اپتیکی) برسد، بازتابش کلی می یابد [شکل ۲-۲ (ب)]. جان تیندال، فیزیکدان بریتانیایی، با بهره گیری از این دانسته ها، نشان داد که پرتوهای نور در یک مخزن آب که از سوراخی در وجه مخزن به درون آن تابانده می شوند، مسیر جریان آب را تعقیب می کنند و از محل خروج آب هم خارج می شوند. این اثر را امروزه معمولاً همگان در فواره هایی که در زیر آب به آنها نور تابانده می شود مشاهده می کنند. تراگسیل نور چراغ قوه از درون یک میله شیشه ای یا پلاستیکی را در شکل ۱۷-۲ مشاهده می کنید. دسته های انبوه میله های باریک یا تارهای شیشه ای یا پلاستیکی شفاف، امروزه اساس صنایع مهم نورشناسی تارها را تشکیل می دهند. آزمایشهایی که روی تک تک تارهای درازتر از  $5^\circ$  متری انجام شده نشان می دهند که اتلافهای ناشی از بازتابش در کناره ها اصولاً وجود ندارند. هر نوع تضعیف باریکه فرودی مربوط به بازتابش در دو سر و جذب توسط ماده تار است.



شکل ۱۷-۲ نورگسیلی از یک چراغ قوه از داخل یک میله خمیده شفاف از طریق بازتابش کلی انتقال می یابد.



شکل ۱۸-۲ یک آرایه منظم از تارهای نازک شیشه‌ای را می‌توان برای انتقال تصاویر از یک سر،  $A$ ، به انتهای دیگری،  $A'$ ، در امتداد یک مسیر منحنی به‌کار گرفت.

آرایه‌ای مرتب یا دسته‌ای از تارهای نازک و شفاف را می‌توان برای تراگسیل تصاویر نوری در مسیرهای گوشه‌دار و در مسافت‌های طولانی به‌کار گرفت. یک دسته صدتایی یا حتی هزارتایی از این تارها را توانسته‌اند به دفعات به صورت مسیری پر پیچ‌وخم درآورند و سر آن‌را به نقطه‌ای دور و نزدیک وصل کنند (شکل ۱۸-۲). چنانچه تک‌تک تارهای یک دسته به صورت یک آرایه مرتب، مطابق شکل، آراسته نشود و به صورت کاتوره‌ای و نامرتب در هم پیچیده باشند، تصویر خروجی درهم و برهم و بی‌معنا خواهد بود.

تارها را معمولاً با یک لایه شفاف نازک از جنس شیشه یا ماده دیگری با ضریب شکست کمتر، می‌پوشانند. بازتابش کلی میان این دو، هنوز هم صورت خواهد گرفت ولی پوشش موجب خواهد شد که تارهای یک دسته از همدیگر جدا شوند و به این وسیله از نشت نور مابین تارهای مماس



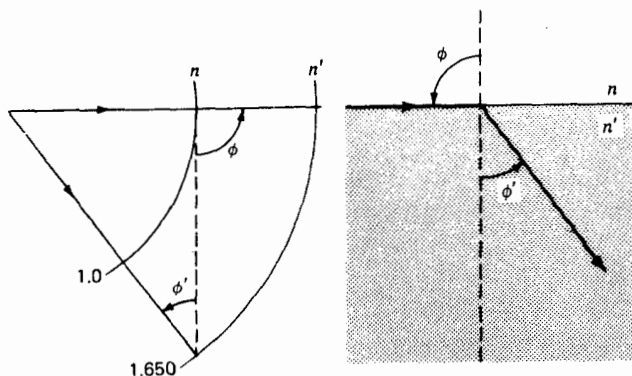
جلوگیری و در عین حال از سطوح بازتابنده که به کمک حرارت صیقل یافته‌اند، حفاظت خواهد شد. یکی از روشهای تولید تارهای روکش‌دار عبارت است از فروکردن میله شیشه‌ای ضخیم با ضریب شکست بالا، در داخل لوله‌هایی از شیشه با ضریب شکست پایین سپس در یک کوره خاص این دورا با هم می‌کشند تا به قطر  $1/1000$  اینچ برسند. در این فرایند، ضخامت تارها به دقت و بارها کنترل می‌شود. سپس یک دسته از این تارها را با هم جوش می‌دهند تا توده جامد و یکپارچه‌ای حاصل شود و آن را دوباره می‌کشند، به طوری که قطر تک‌تک تارها به  $2 \mu\text{m}$  برسد. این قطر در حدود دو برابر طول موج نور مرئی است. قدرت تفکیک این دسته تارها می‌تواند به  $25^\circ$  خط بر میلیمتر را برسد؛ یعنی، اشیایی به بزرگی  $1/25^\circ$  میلیمتر را از هم تشخیص دهند.

اگر تارها را چندان بکشند که قطرشان به نزدیکی طول موج نور برسد، آنگاه دیگر مثل لوله عمل نمی‌کنند، بلکه بیشتر به عنوان موجبر در هدایت میکروموجها به کار می‌روند. دو برابر طول موج نور برای قطر تار، حد تقریبی برای انتقال تصویر است. از کاربردهای عملی متعدد نورشناسی تارها، مهمتر از همه، می‌توان حوزه‌های متعدد پزشکی را یاد کرد. جراحان به کمک دستگاههایی خاص می‌توانند مواضع بسیار کوچکی در عمق بدن را مشاهده و از طریق کنترل از دور آن مواضع را جراحی کنند.

## مسائل

۱-۲ یک پرتو نور تحت زاویه  $45^\circ$  بر سطحی شیشه‌ای فرود می‌آید. اگر زاویه شکست  $25^\circ 37'$  باشد. مطلوب است: (الف) ضریب شکست؛ و (ب) زاویه حد؛ (ج) قسمت ب را به روش ترسیمی حل کنید (شکل م ۱-۲).

جواب: (الف)  $1.650$ ؛ (ب)  $37^\circ 30'$ ؛ (ج)  $1.650$  و  $37^\circ 30'$



شکل م ۱-۲ نمودار مسئله ۱-۲

۲-۲ مطلوب است محاسبهٔ جابه‌جاییهای جانبی پرتوهای نور فرودی بر یک مکعب شیشه‌ای متوازی‌السطوح تحت زاویه‌های (الف)  $۵۰^\circ$  درجه؛ (ب)  $۱۰^\circ$  درجه؛ (ج)  $۱۵^\circ$  درجه؛ (د)  $۲۰^\circ$  درجه؛ (ه)  $۳۰^\circ$  درجه؛ (و)  $۴۰^\circ$  درجه؛ (ز) نمودار  $d$  را برحسب  $\phi$  ترسیم کنید. فرض کنید ضخامت شیشه  $۵^\circ$  سانتیمتر است.

۳-۲ می‌خواهیم یک آکوارיום راست‌گوشه را از آب پرکنیم. دیواره‌های جانبی آن از شیشه‌ای به ضخامت  $۸^\circ$  میلیمتر است. فاصلهٔ داخلی دیواره‌های آکوارיום  $۳۵^\circ$  سانتیمتر است و ضریب شکست شیشه  $۱۵۲۵^\circ$  است. اگر یک پرتو نور تحت زاویه  $۵۰^\circ$  درجه بر یکی از دیواره‌ها فرود آید، جابه‌جایی جانبی ایجاد شده: (الف) وقتی مخزن خالی است؛ و (ب) وقتی از آب پر شده باشد، چقدر است؟

۴-۲ یک شکست‌سنج پولفریش برای اندازه‌گیری ضریب شکست روغن صاف و شفاف به‌کار می‌رود. ضریب شکست منشور شیشه‌ای  $۱۵۲۵۱۸^\circ$  و زاویه رأس آن عبارت است از  $\alpha = ۸^\circ$ . اگر مرز مابین ناحیهٔ روشن و تاریک با عمود بر سطح دوم زاویهٔ  $۲۹٫۳۶^\circ$  بسازد، ضریب شکست روغن چقدر است؟  
جواب:  $۱٫۳۳۷۱$

۵-۲ یک منشور  $۵۵^\circ$  درجه از جنس شیشه فلینت چگال، تحت زاویه فرود  $\phi_1 = ۶۰^\circ$  به‌کار گرفته می‌شود. با استفاده از ضریب شکست نور  $D$  در جدول ۱-۱، مطلوب است: (الف) زاویه انحراف  $\beta$  در سطح اول؛ (ب) زاویهٔ انحراف  $\gamma$  در سطح دوم؛ و (ج) انحراف کل در منشور.

۶-۲ یک منشور  $۵۰^\circ$  درجه از جنس شیشهٔ کراون به ضریب شکست  $n_D = ۱٫۵۲۳۰^\circ$  برای نور زرد سدیم مفروض است. اگر یک پرتو از همین نور زرد تحت زاویه  $۴۵^\circ$  درجه بر یکی از وجوه آن فرود آید، مطلوب است: (الف) زاویهٔ انحراف  $\beta$  در نخستین وجه؛ (ب) زاویهٔ انحراف  $\gamma$  در دومین وجه؛ و (ج) انحراف کل در منشور.

۷-۲ یک منشور  $۴۵^\circ$  درجه‌ای از جنس شیشهٔ فلینت به ضریب شکست  $n_D = ۱٫۶۷۰۵$  برای نور زرد سدیم مفروض و در شرایط می‌نیموم انحراف تنظیم شده است. مطلوب است: (الف) زاویه می‌نیموم انحراف، و (ب) زاویهٔ فرود؛ (ج) راه‌حل ترسیمی ارائه دهید.

۸-۲ یک منشور  $۶۰^\circ$  درجه‌ای با زاویه انحراف می‌نیموم  $۴۳٫۶^\circ$  درجه برای نور آبی مفروض است. مطلوب است: (الف) ضریب شکست؛ (ب) زاویه شکست؛ و (ج) زاویه فرود.

جواب: (الف)  $۱٫۵۷۲$ ؛ (ب)  $۳۰^\circ$ ؛ (ج)  $۵۱٫۸۱^\circ$

۹-۲ یک منشور  $۵۵^\circ$  درجه‌ای به ضریب شکست  $۱٫۶۸۰۵۹$  برای نور آبی است. مطلوب

است: (الف) تعیین ترسیمی زاویه انحراف به ازای هر یک از زوایای فرود:  $۴۰^{\circ}$ ،  $۴۵^{\circ}$ ،  $۵۰^{\circ}$ ،  $۵۵^{\circ}$ ،  $۶۰^{\circ}$ ،  $۶۵^{\circ}$  درجه؛ (ب) نمودار  $\delta$  برحسب  $\phi$  را ترسیم کنید (شکل ۲-۷).

۱۰-۲ دو منشور نازک هر یک به توان  $۶^{\circ}$  دیوپتر منشور مفروض اند. محورهای این دو تحت چه زوایایی باید بر هم نهاده شوند تا توانهای  $۲^{\circ}$ ،  $۴^{\circ}$ ،  $۶^{\circ}$ ،  $۸^{\circ}$ ،  $۱۰^{\circ}$  و  $۱۲^{\circ}$  دیوپتر را پدید آورند. جواب:  $۸^{\circ}$ ،  $۱۶^{\circ}$ ؛  $۱۰^{\circ}$ ،  $۱۴^{\circ}$ ؛  $۱۲^{\circ}$ ،  $۹۶^{\circ}$ ؛  $۱۰^{\circ}$ ،  $۶۷^{\circ}$  و  $۰^{\circ}$ .

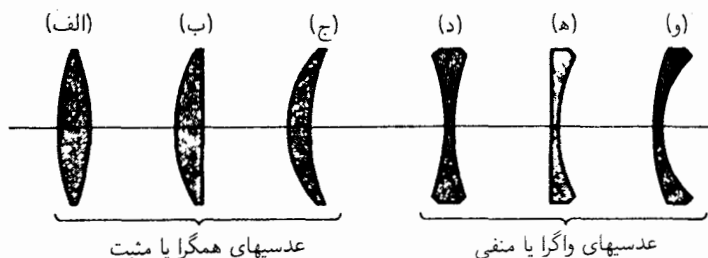
۱۱-۲ دو منشور نازک به توانهای  $۵^{\circ}$  و  $۷^{\circ}$  دیوپتر چنان روی هم نهاده شده اند که محورهایشان زاویه  $۷۵^{\circ}$  درجه با یکدیگر می سازند. پیدا کنید: (الف) برآیند انحرافی را که تولید می کنند، برحسب درجه؛ (ب) توان انحراف برآیند برحسب دیوپتر؛ و (ج) زاویه ای را که برآیند با منشور قویتر می سازد.

۱۲-۲ یک منشور دید مستقیم از اجزایی تشکیل یافته است که در شکل ۲-۱۱ مشاهده می کنید. زاویه منشور شیشه فلینت با ضریب شکست  $۱.۷۲$  عبارت است از  $۵۵^{\circ} = \alpha''$ . مطلوب است زاویه  $\alpha'$  برای منشوری از شیشه کراون به ضریب شکست  $۱.۵۲$  راههای حل: (الف) روشهای ترسیمی؛ و (ب) محاسباتی را به کار گیرید.

۱۳-۲ یک سکه در ته ظرف پر از آبی قرار دارد. اگر عمق آب  $۳۶^{\circ}\text{cm}$  و ضریب شکست آب  $۱.۳۳۳$  باشد، عمق تصویر سکه را از دید مستقیم بالا تعیین کنید. فرض کنید به جای سینوس زاویه ها می توان خود آنها را قرار داد.

## سطوح کروی

بسیاری از وسیله‌های اپتیکی رایج، نه تنها حاوی آینه و منشور با سطوح تخت و صیقل‌یافته‌اند، بلکه دارای عدسیهایی با سطوح کروی در گستره وسیعی از انحنا نیز هستند. این سطوح کروی، برخلاف سطوح تخت که در فصل قبل آنها را بررسی کردیم، می‌توانند تصاویری حقیقی تشکیل دهند. نمودارهایی از سطح مقطع چند نوع عدسی را در شکل ۱-۳ مشاهده می‌کنید. سه نوع عدسی همگرا، یا مثبت را که وسطشان کلفت‌تر از لبه‌های آنهاست، به صورت: (الف) همگرا،



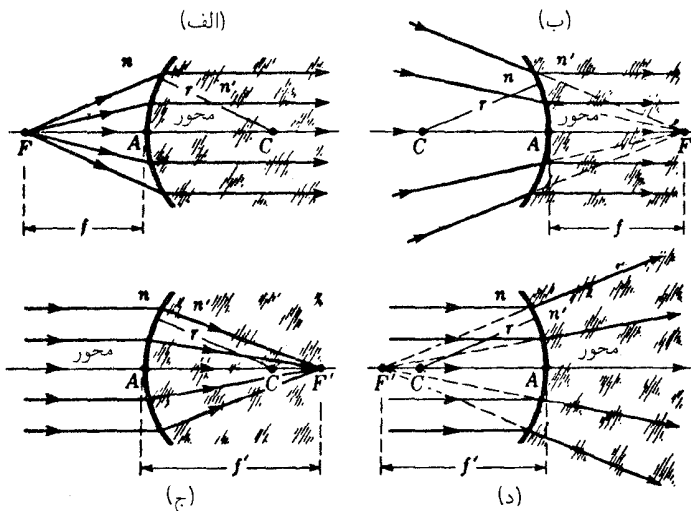
شکل ۱-۳ سطح مقطع انواع متداول عدسیهای نازک.

(ب) تخت-کوژ، و (ج) هلالی مثبت مشاهده می‌کنید. سه نوع عدسی واکرا یا منفی که وسطشان نازکتر و لبه آنها کلفت‌تر است، عبارت‌اند از: (د) هم‌کاو، (ه) تخت-کاو، و (و) هلالی منفی. این‌گونه عدسیها را معمولاً از شیشه‌های اپتیکی حتی‌الامکان همگن می‌سازند، ولی گاهی هم امکان دارد از مواد شفاف‌ی چون کوارتز، فلوریت، نمک‌سنگی، و پلاستیک استفاده شود. هر چند، چنان‌که خواهیم دید، شکل کروی سطوح ممکن است در موارد خاص مطابق دلخواه و بدون نقص نباشد، ولی تصاویر معقول و مناسبی تولید می‌کند و تراش و صیقل آن از همه آسانتر است.

در این فصل به چگونگی شکست در یک تک سطح کروی که دو محیط با ضرایب شکست مختلف را از هم جدا می‌کند می‌پردازیم، و در فصلهای بعدی نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان یافته‌های این فصل را به دو یا چند سطح متوالی گسترش و تعمیم داد. این ترکیبها شالوده بررسی عدسیهای نازک را در فصل ۴، عدسیهای کلفت را در فصل ۵ و آینه‌های کروی را در فصل ۶ تشکیل می‌دهند.

### ۱-۳ نقاط کانونی و فواصل کانونی

نمودارهای مشخصه‌ای که شکست نور در سطوح کروی کوژ و کاو را نشان می‌دهند، در شکل ۲-۳ مشاهده می‌کنید. هر پرتو وقتی شکسته می‌شود از قانون اسنل پیروی می‌کند که معادله (۱۳-۱)



شکل ۲-۳. نقاط کروی  $F$  و  $F'$ ، و فواصل کانونی  $f$  و  $f'$  مربوط به یک تک سطح شکننده کروی به شعاع  $r$ ، که دو محیط با ضرایب  $n$  و  $n'$  را از هم جدا می‌کند.



شکل ۳-۳ چگونگی گرد آمدن پرتوهای موازی فرودی در نقطه  $Q'$  واقع در صفحه کانونی ثانویه  $F'$  متعلق به یک تک سطح کروی.

بیانگر آن است. محور اصلی در هر نمودار، خط راستی است که از مرکز انحنای  $C$ ، می‌گذرد. نقطه  $A$ ، محل تقاطع محور اصلی با سطح را، رأس می‌گویند. در نمودار (الف) پرتوهایی را می‌بینیم که از یک چشمه نقطه‌ای روی محور در محیط اول واگرا می‌شوند و پس از شکست، به صورت یک باریکه همه جا موازی با محور در محیط دوم در می‌آیند. در نمودار (ب) باریکه‌ای را مشاهده می‌کنیم که در محیط اول به سوی نقطه  $F$  در محیط دوم همگرا می‌شود و سپس به صورت یک باریکه موازی در محیط دوم می‌شکند. در این هر دو نمودار،  $F'$  نقطه کانونی اولیه و فاصله  $f$ ، فاصله کانونی اولیه نام دارد.

در نمودار (ج) یک باریکه موازی فرودی پس از شکست در کانون  $F'$  متمرکز می‌شود، و در نمودار (د) یک باریکه موازی فرودی، پس از شکست واگرا شده است، چنان‌که گویی از نقطه  $F'$  می‌آید. در هر حالت  $F'$  نقطه کانونی ثانویه نام دارد و فاصله  $f'$  را فاصله کانونی ثانویه می‌گویند. اینک با توجه به نمودارهای (الف) و (ب)، می‌گوییم که نقطه کانونی اولیه،  $F$ ، یک نقطه محوری است با این خواص که هر پرتو که از آن می‌آید. یا به سوی آن می‌رود، پس از شکست به موازات محور انتشار می‌یابد. با توجه به نمودارهای (ج) و (د)، به همین ترتیب می‌گوییم که نقطه کانونی ثانویه،  $F'$ ، یک نقطه محوری است با این خاصیت که هر پرتو فرودی به موازات محور، پس از شکست به سوی  $F'$  خواهد رفت، که گویی از خود آن خواهد آمد.

صفحه عمود بر محور در هر دو نقطه کانونی، صفحه کانونی نامیده می‌شود. اهمیت صفحه کانونی را در یک سطح کوژ در شکل ۳-۳ مشاهده می‌کنید. پرتوهای موازی فرودی تحت زاویه  $\theta$  با محور در نقطه‌ای مانند  $Q'$  روی صفحه کانونی متمرکز می‌شوند. توجه کنید که  $Q'$  روی پرتو بدون انحرافی قرار دارد که از مرکز انحنای  $C$ ، می‌گذرد، و این تنها پرتوی است که از مرز دو محیط در فرود قائم می‌گذرد.

توجه کنید که در شکل ۲-۳، فاصله کانونی اولیه  $f$  برای سطح کوژ [نمودار (الف)] با فاصله

کانونی ثانویه  $f'$  برای همان سطح [نمودار (ج)] برابر نیست. این نکته‌ای مهم است و در بخش ۳-۴ نشان خواهیم داد که نسبت فواصل کانونی،  $f'/f$ ، با نسبت ضریب شکستهای، متناظر آن  $n'/n$  برابر است [معادله (۳-۵)].

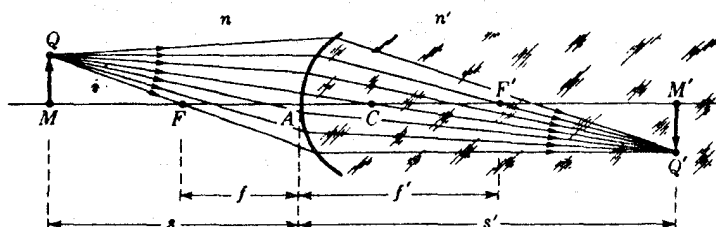
$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n} \quad (۱-۳)$$

در نمودارهای اپتیکی متداول است که پرتوهای نور فرودی را در حین عبور از چپ به راست نشان می‌دهند. بنابراین، سطح کوژ عبارت است از سطحی که در آن مرکز انحنا،  $C$ ، در سمت راست رأس قرار می‌گیرد، در حالی که سطح کاو عبارت است از سطحی که در آن  $C$  در سمت چپ رأس واقع شود.

هرگاه اصل برگشت‌پذیری پرتوهای نور را روی نمودارهای شکل ۳-۲ به کار ببریم، باید هر نمودار را به اصطلاح سروته کنیم. در آن صورت، مثلاً، نمودار (الف) یک سطح کاو با خواص همگراینده می‌شود، حال آن‌که نمودار (ب) سطح کوژی با خواص واگراینده خواهد شد. نیز توجه کنید که پرتوهای فرودی در محیط چگالتر، یعنی در محیط با ضریب شکست بزرگتر قرار خواهند گرفت.

### ۳-۲ تشکیل تصویر

در شکل ۳-۴ نموداری ترسیم شده است که طرز تشکیل تصویر را به وسیله یک تک پرتو نشان می‌دهد. این نمودار برای حالتی ترسیم شده است که محیط اول هواست با ضریب شکست  $n = 1$  و محیط دوم شیشه با ضریب شکست  $n' = 1.6$ . بنابراین، نسبت دو فاصله کانونی  $f$  و  $f'$  کسر  $1.6 : 1$  است [معادله (۳-۱)]. مشاهدات تجربی نشان می‌دهد که هر قدر شیء به صفحه کانونی اولیه نزدیکتر شود، تصویر آن در سمت راست از  $F'$  دورتر و اندازه آن بزرگتر



شکل ۳-۴ همه پرتوهایی که نقطه شیء  $Q$  را ترک و از سطح شکست عبور می‌کنند، در نقطه تصویر  $Q'$  متمرکز خواهند شد.

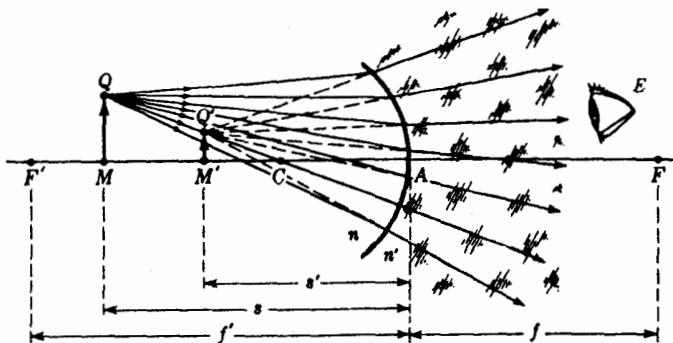
می شود یعنی بزرگنمایی انجام می گیرد. اگر شیء به سمت چپ از  $F$  دورتر شود، تصویر آن به  $F'$  نزدیکتر و اندازه آن کوچکتر خواهد شد.

همه پرتوهای که از نقطه  $Q$  در شیء می آیند، در نقطه  $Q'$  متمرکز می شوند. همچنین پرتوهایی که از یک نقطه دیگر شیء مانند نقطه  $M$  می آیند، در یک متناظر دیگری چون  $M'$  متمرکز خواهند شد. این شرط ایده آل هرگز به طور دقیق در یک حالت واقعی تحقق پیدا نمی کند. دور شدن از این شرایط ایده آل موجب وارد آمدن آسیب جزئی به تصویر می شود که به آن ابیراهی می گویند. حذف ابیراهی یکی از مسائل عمده اپتیک هندسی به شمار می آید و در فصل ۹ به تفصیل در خصوص آن بحث خواهیم کرد.

اگر پرتوهای مورد نظر به پرتوهای پیرامحوری محدود باشند، با نور تک رنگ تصویر خوبی تشکیل می شود. پرتوهای پیرامحوری عبارتند از پرتوهای که با محور اصلی زاویه های کوچکی می سازند و در طول فاصله شیء تا تصویر در نزدیکی محور قرار می گیرند (بخش ۲-۱۲). فرمولهایی که در این فصل با آنها سروکار پیدا خواهیم کرد، باید چنان تلقی شوند که فقط در مورد تصویرهایی صادق اند که به وسیله پرتوهای پیرامحوری تشکیل شده باشند.

### ۳-۳ تصاویر مجازی

تصویر  $M'Q'$  در شکل ۳-۴ تصویری حقیقی به این معناست که هرگاه یک پرده صاف در آنجا آویخته باشد، تصویر واضحی از شیء  $MQ$  روی آن پرده تشکیل می شود. ولی همه تصاویر را، مطابق شکل ۳-۵، نمی توان روی پرده انداخت. پرتوهای نور از یک نقطه شیء  $Q$ ، توسط سطح



شکل ۳-۵ به نظر می رسد همه پرتوهای که نقطه شیء  $Q$  را ترک و از سطح شکست عبور می کنند، از نقطه تصویر مجازی  $Q'$  آمده اند.



کروی کاوی که دو محیط با ضرایب  $n = ۱^\circ$  و  $n' = ۱۵^\circ$  را از هم جدا می‌کند، شکسته می‌شوند. نسبت فواصل کانونی عبارت است از  $۱۵ : ۱$ .

نظر به اینکه پرتوهای شکسته و اگرآینده‌اند، در هیچ نقطه‌ای متمرکز نمی‌شوند؛ با همه آنها، به چشم ناظر واقع در سمت راست، این پرتوهای واگرا چنان به نظر خواهند رسید که گویی از یک نقطه مشترک  $Q'$  می‌آیند. به بیان دیگر،  $Q'$  عبارت است از نقطه تصویر متناظر با نقطه شیء  $Q$ . به همین ترتیب،  $M'$  نیز نقطه تصویر متناظر با نقطه شیء  $M$  است. از آنجا که پرتوهای شکسته از  $Q'$  نمی‌آیند، بلکه فقط به نظر می‌رسد که چنین می‌کنند، روی پرده‌ای که در  $M'$  قرار دهیم هیچ تصویری نخواهد افتاد به این دلیل است که چنین تصویری را مجازی می‌نامند.

### ۳-۴ نقاط و صفحات مزدوج

بنابر اصل برگشت‌پذیری پرتوهای نور، هرگاه  $Q'M'$  در شکل ۳-۴ شیء باشد، تصویری از آن در  $QM$  تشکیل می‌شود. بنابراین، هرگاه شیء را در موضعی قرار دهیم که تصویر آن افتاده بود، تصویر جدید در موضع قبلی شیء خواهد افتاد. به این قرار، شیء و تصویر آن قابل تعویض یا به اصطلاح مزدوج همدیگرند. هر زوج نقطه شیء و تصویر چون  $M$  و  $M'$  در شکل ۳-۴ را نقاط مزدوج می‌خوانند و صفحات مار بر این نقاط و متعامد با محور نیز صفحات مزدوج گفته می‌شوند. هرگاه شعاع انحنای سطح کروی جداکننده دو محیط،  $r$ ، با ضرابی، به ترتیب،  $n$  و  $n'$ ، و نیز موضع شیء معلوم باشند، برای تعیین موضع و اندازه تصویر، روش کلی را می‌توان در پیش گرفت: (۱) روشهای ترسیمی؛ (۲) تجربه و آزمایش؛ و (۳) محاسبه با استفاده از فرمول

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} \quad (۲-۳)$$

در این معادله،  $s$  فاصله شیء و  $s'$  فاصله تصویر از سطح است. این معادله، به نام فرمول گاوسی یک تک‌سطح کروی را در بخش ۳-۱ استخراج خواهیم کرد.

مثال ۱. سر یک میله توپر شیشه‌ای به ضریب شکست  $۱.۵^\circ$ ، به صورت یک سطح نیمکره به شعاع ۱ cm تراش داده شده و صیقل یافته است. یک شیء کوچک را روی محور و در فاصله چهار سانتیمتری سمت چپ رأس آن در هوا قرار داده‌ایم. موضع تصویر را پیدا کنید. فرض کنید برای هوا  $n = ۱.۰^\circ$ .

جواب: کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از  $n = ۱^\circ$ ،  $n' = ۱.۵^\circ$ ،  $m' = ۱.۵^\circ$  cm و  $r = +۱.۰^\circ$  cm و

$s = +۴\text{ cm}$  کمیت مجهول،  $s'$  است. کمیت‌های معلوم را مستقیماً در معادله (۲-۳) می‌نشانیم.

$$\frac{1}{۴} + \frac{۱٫۵^\circ}{s'} = \frac{۱٫۵^\circ - ۱^\circ}{۱} \quad \frac{۱٫۵^\circ}{s'} = \frac{۰٫۵^\circ}{۱} - \frac{۱}{۴}$$

که از آن،  $s' = ۶\text{ cm}$  پس تصویری حقیقی در میله شیشه‌ای در ۶ سانتیمتری سمت راست رأس آن تشکیل شده است.

با نزدیکتر شدن شیء  $M$  به نقطه کانونی اولیه  $F$ ، از معادله (۲-۳) نتیجه می‌گیریم که  $AM'$  فاصله تصویر از رأس دائماً بزرگتر می‌شود، و با رسیدن به حد در  $F$ ، پرتوهای شکسته متوازی و تصویر در بینهایت تشکیل می‌شود. در این صورت  $s' = \infty$  و معادله (۲-۳) به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{\infty} = \frac{n' - n}{r}$$

چون این فاصله شیء خاص، فاصله کانونی اولیه،  $f$  خوانده می‌شود، می‌توان نوشت:

$$\bullet \quad \frac{n}{f} = \frac{n' - n}{r} \quad (۳-۳)$$

به همین ترتیب، اگر فاصله شیء را بیشتر کنیم و به بینهایت برسانیم، فاصله تصویر کاهش می‌یابد و در حد،  $s = \infty$ ، با  $f'$  برابر می‌شود. پس

$$\frac{n}{\infty} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r}$$

یا، چون این مقدار  $s'$  نمایانگر فاصله کانونی ثانویه،  $f'$  است

$$\bullet \quad \frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r} \quad (۴-۳)$$

با مساوی قرار دادن عبارتهای سمت چپ معادله‌های (۳-۳) و (۴-۳)، می‌رسیم به

$$\frac{n'}{n} = \frac{f'}{f} \quad \text{یا} \quad \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \quad (۵-۳)$$

هرگاه به جای  $(n' - n)/r$  در معادله (۲-۳) کمیت  $n/f$  یا  $n'/f'$  را بنشانیم، بنابر معادله‌های (۳-۳) و (۴-۳)، می‌رسیم به

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'}{f'} \quad \text{یا} \quad \frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n}{f} \quad (۶-۳)$$

این هر دو معادله، فواصل مزدوج برای یک تک‌سطح کروی را به دست می‌دهند.

### ۳-۵ قرارداد مربوط به علامتها

مجموعه قراردادهای مربوط به علامت در زیر در تمام مطالب آتی این کتاب در حوزه اپتیک هندسی صادق‌اند، و توصیه می‌شود که آنها را خوب به خاطر بسپارید:

۱. همه شکلها با پرتوهایی که از چپ به راست حرکت می‌کنند، ترسیم می‌شوند.
۲. تمامی فواصل شیء،  $s$ ، هرگاه در سمت چپ رأس قرار گیرند با علامت مثبت، و هرگاه در سمت راست آن قرار گیرند، با علامت منفی منظور خواهند شد.
۳. همه فواصل تصویری،  $s'$ ، هرگاه در سمت راست رأس اندازه‌گیری شوند، با علامت مثبت و هرگاه در سمت چپ آن سنجیده شوند، با علامت منفی منظور خواهند شد.
۴. هر دو فاصله کانونی برای سیستمهای واگرا مثبت، و برای سیستمهای همگرا منفی تلقی می‌شوند.
۵. ابعاد شیء و تصویر به‌سوی بالای محور مثبت و به‌سوی پایین آن منفی منظور می‌شوند.
۶. شعاع همه سطوح کوژ را مثبت و شعاع کلیه سطوح کاوا را منفی می‌گیریم.

مثال ۲. سطح کاوی با شعاع  $4\text{ cm}$ ، دو محیط با ضرایب شکست  $n = 1.5^\circ$  و  $n' = 1.0^\circ$  را از یکدیگر جدا می‌کند. یک شیء در محیط اول در فاصله  $1^\circ$  سانتیمتری از رأس قرار دارد. پیدا کنید (الف) فاصله کانونی اولیه؛ (ب) فاصله کانونی ثانویه؛ و (ج) فاصله تصویر را.  
 جواب: کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از  $n = 1.0^\circ$ ،  $n' = 1.5^\circ$ ،  $r = -4.0\text{ cm}$ ، و  $s = +1.0^\circ\text{ cm}$ . کمیت‌های مجهول عبارت‌اند از  $f$ ،  $f'$ ، و  $s'$ . (الف) از معادله (۳-۳) بلاواسطه می‌رسیم به

$$f = \frac{-4.0^\circ}{0.5} = -8.0\text{ cm} \quad \text{یا} \quad \frac{1.0^\circ}{f} = \frac{1.5 - 1.0}{-4}$$

(ب) با استفاده از معادله (۴-۳)،  $f'$  را مستقیماً به دست می آوریم:

$$f' = \frac{-6r^\circ}{r^\circ} = -12r^\circ \text{cm} \quad \text{یا} \quad \frac{1r^\circ}{f'} = \frac{1r^\circ - 1r^\circ}{-4}$$

توجه کنید که در این مسئله هر دو فاصله کانونی منفی و  $f/f'$  برابر است با  $1/1r^\circ$ ؛ معادله (۱-۳) نیز این موضوع را ایجاب می کند. علامتهای منفی بر وجود سیستمی واگرا، مطابق شکل ۵-۳، دلالت می کنند.

(ج) با بهره گیری از معادله (۶-۳) و با قرار دادن مستقیم کمیتها، می رسمیم به:

$$s' = -6r^\circ \text{cm} \quad \text{که می شود} \quad \frac{1r^\circ}{1^\circ} + \frac{1r^\circ}{s'} = \frac{1r^\circ}{-8r^\circ}$$

یعنی، تصویر در فاصله  $6r^\circ$  سانتیمتری رأس  $A$  قرار دارد و علامت منفی بر این امر دلالت می کند که در سمت چپ  $A$  واقع و از این رو مجازی است؛ چنان که در شکل ۵-۳ هم می توانیم این موضوع را مشاهده کنیم.

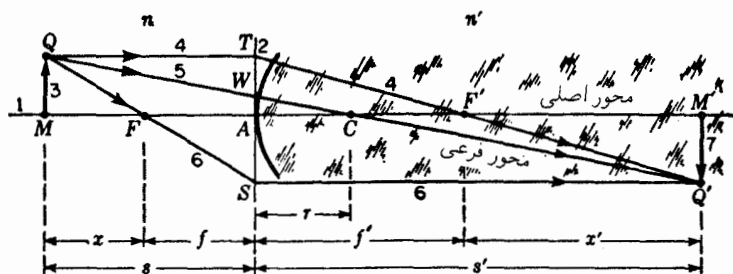
### ۶-۳ روشهای ترسیمی

#### روش پرتوهای متوازی

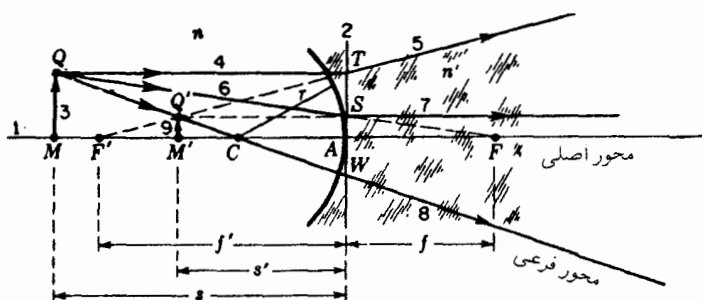
خوب است یادآوری کنیم که هر چند فرمولهای یاد شده در بالا در مورد هرگونه فاصله شیء و تصویر ممکن صادق اند، اما فقط در مورد تصاویر ناشی از پرتوهای پیرامحوری به کار می آیند. در چنین پرتوهایی، شکست در رأس یا در فاصله خیلی نزدیک به رأس سطح کروی روی می دهد؛ به طوری که روابط دقیق هندسی در راه حل های ترسیمی، با ترسیم همه پرتوها چنان به دست می آیند که گویی در سطح تختی مار بر رأس  $A$  و عمود بر محور اصلی شکسته می شوند.

در شکل های ۶-۳ و ۷-۳ روش پرتوهای متوازی را، به ترتیب، برای سطوح کاو و کوژ مشاهده می کنید. نوری را در نظر بگیرید که از بالاترین نقطه،  $Q$ ، در شیء شکل ۶-۳ گسیل می شود. از پرتوهایی که از این نقطه در جهات مختلف می تابند، پرتوی که به موازات محور منتشر می شود (پرتو  $QT$ )، بنابر تعریف نقطه کانونی، چنان می شکند که از نقطه  $F'$  بگذرد. پرتو  $QC$  با عبور از مرکز انحنای منحرف نمی شود زیرا بر سطح عمود است.

این دو پرتو برای تعیین مکان نوک تصویر در  $Q'$  کفایت می کنند، و باقی تصویر، روی صفحه مزدوج مار بر این نقطه واقع می شود. سایر پرتوهای پیرامحوری تابیده از  $Q$  نیز، پس از شکست در



شکل ۶-۳. روش پرتوهای متوازی برای تعیین مکان تصویر ناشی از یک تک‌سطح کروی، به طریق ترسیمی.



شکل ۷-۳. روش پرتوهای متوازی به‌کار گرفته شده در یک سطح کروی کاو با خواص واگرا.

سطح، در نقطه  $Q'$  متمرکز خواهند شد. برای اینکه موضوع را وارسی کنیم، می‌بینیم پرتو  $QS$ ، که از نقطه  $F$  می‌گذرد، پس از شکست (بنابر تعریف نقطه کانونی اولیه) به موازات محور، سایر پرتوها را مطابق شکل، در  $Q'$  قطع می‌کند.

این روش را روش پرتوهای متوازی می‌گویند. اعداد ۱، ۲، ۳، ... ترتیبی را نشان می‌دهند که معمولاً در ترسیم این خطوط رعایت می‌شود.

هرگاه روشی را که هم اکنون توصیف کردیم، در یک سیستم واگرا اعمال کنیم، مطابق شکل ۷-۳، باید به روش مشابهی متوسل شد. پرتو  $QT$  که به موازات محور رسم می‌شود، چنان می‌شکند که گویی از  $F'$  سرچشمه گرفته است. پرتو  $QS$  که امتدادش از  $F$  می‌گذرد، به موازات محور می‌شکند. بالاخره، پرتو  $QW$ ، با عبور از  $C$ ، بدون انحراف به راه خود ادامه می‌دهد. با امتداد دادن این پرتوهای شکسته به سمت چپ، می‌بینیم که همگی در نقطه مشترک  $Q'$  همدیگر را قطع می‌کنند. بنابراین، تصویر شیء  $QM$  است. توجه کنید که  $Q'M'$  تصویری حقیقی نیست، زیرا نمی‌توان آن را روی پرده انداخت.

در این هر دو شکل، ضریب شکست فضای سمت راست سطح کروی بزرگتر است. یعنی، گرفته‌ایم  $n' > n$ . اگر در شکل ۶-۳ ضریب شکست فضای سمت چپ بزرگتر می‌بود، یعنی  $n' < n$ ، سطح کروی اثری واگرا می‌داشت، و هر یک از نقاط کانونی  $F'$  و  $F$  در سمت مخالف با آنکه نشان داده شده است، درست مطابق در شکل ۷-۳، قرار می‌گرفت. به همین ترتیب، هرگاه در شکل ۷-۳،  $n' < n$ ، سطح کروی اثری همگرا می‌داشت و نقاط کانونی به همان ترتیب شکل ۶-۳ قرار می‌گرفتند.

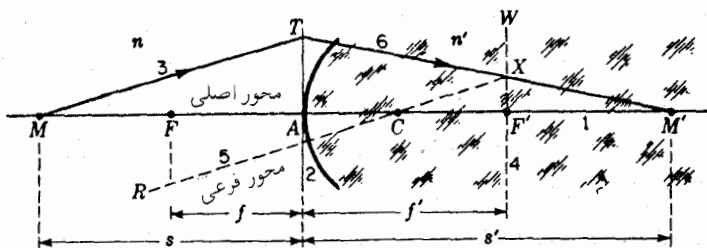
چون هر پرتو مار بر مرکز انحنا بدون انحراف باقی می‌ماند و دارای همه خواص محور اصلی است، می‌توان آن را محور فرعی نامید.

### ۷-۳ روشهای پرتو مایل

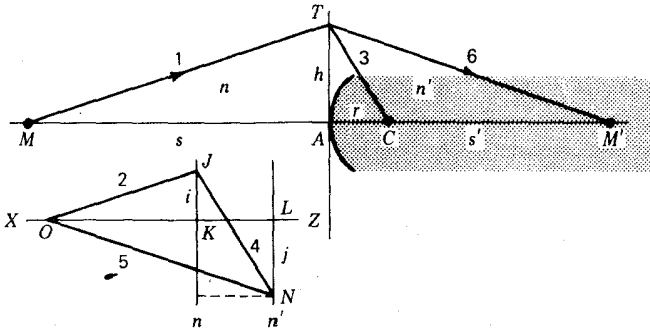
روش ۱ در سیستمهای اپتیکی پیچیده‌تری که در فصلهای بعد به آنها خواهیم پرداخت، استفاده از ردیابی ترسیمی پرتوهای عبوری از مرزهای کروی، تحت هر زاویه فرود دلخواه، ضرورت پیدا می‌کند. به کمک روشهای پرتو مایل به آسانی به این منظور نایل خواهیم شد. در این روشها، از این آزادی عمل برخورداریم که به دلخواه دو پرتو از یک نقطه شیء را برگزینیم و پس از ردیابی آنها در داخل سیستم، محل تقاطع نهایی شان را بیابیم. این محل تقاطع، نقطه تصویر متناظر است.

در شکل ۸-۳، فرض کنید  $MT$  یک پرتو فرودی روی سطح از سمت چپ باشد. از مرکز انحنا  $C$  خط چین  $RC$  را به موازات  $MT$  ترسیم می‌کنیم، و آن را امتداد می‌دهیم تا صفحه کانونی ثانویه را در  $X$  قطع کند. سپس خط  $TX$  را در حکم پرتو شکسته ترسیم می‌کنیم و آن را امتداد می‌دهیم تا محور را در  $M'$  قطع کند. چون می‌توان همواره خود محور را یک پرتو ثانویه تلقی کرد،  $M'$  نماینده یک نقطه شیء محوری و  $M$  نقطه تصویر مزدوج آن است.

می‌توان اصلی را که این روش بر آن استوار است به قرار زیر تشریح کرد. هرگاه  $MT$  و  $RA$  پرتوهای موازی محور می‌بودند، پس از شکست، و بنابه تعریف صفحه کانونی، صفحه کانونی ثانویه



شکل ۸-۳ روش پرتوهای مایل برای تعیین مکان تصویر از طریق ترسیمی در یک تک‌سطح کروی.



شکل ۹-۳ روش نمودار فرعی برای تعیین ترسیمی مکان تصاویر در پرتوهای پیرامحوری.

$WF'$  را در  $X$  قطع می‌کردند. حال چون  $RA$  از  $C$  می‌گذرد، پرتو شکسته  $ACX$  نسبت به جهت اصلی‌اش منحرف نمی‌شود.

روش ۲ این روش را در شکل ۹-۳ مشاهده می‌کنید. پس از کشیدن محور  $MM'$  و کماتی که نماینده سطح کروی به مرکز  $C$  است، خطی چون ۱ را می‌کشیم که نمایانگر پرتو مایل باشد. در کناره شکل، کشیدن یک نمودار فرعی را با ترسیم  $XZ$  به موازات محور شروع می‌کنیم. با مبدأ  $O$ ، پاره‌خطهای  $OK$  و  $OL$  را، به ترتیب، متناسب با  $n'$  و  $n$  روی  $XZ$  جدا و عمود بر آنها را در  $K$  و  $L$  روی محور اصلی ترسیم می‌کنیم. از اینجا به بعد، کار ترسیم با ترتیب ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، و ۶ صورت می‌گیرد. خط ۲ را از  $O$  و به موازات خط ۱ رسم می‌کنیم؛ خط ۴ از  $J$  به موازات خط ۳ رسم می‌شود، و خط ۶ را از  $T$  و به موازات خط ۵ می‌کشیم.

اثبات این روش ترسیم به کمک تناسب میان سه زوج مثلث در دو نمودار به آسانی صورت می‌گیرد. این تناسبها عبارت‌اند از

$$\frac{h}{s} = \frac{i}{n} \quad \frac{h}{s'} = \frac{j}{n'} \quad \frac{h}{r} = \frac{i+j}{n'-n}$$

حال  $n$  و  $n'$  را به سمت راست روابط می‌بریم

$$\frac{hn}{s} = i \quad \frac{hn'}{s'} = j \quad \frac{h(n'-n)}{r} = i+j$$

سرانجام، هر دو معادله اول را با هم جمع می‌کنیم و در مورد سمت راست، تساوی سوم را می‌نشانیم

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'-n}{r} \quad \text{و} \quad \frac{hn}{s} + \frac{hn'}{s'} = i+j$$

یادآوری می‌کنیم که برای بهره‌گیری از روش ۱، باید فاصله کانونی ثانویه،  $f'$ ، معلوم باشد، یا اینکه در ابتدا از روی شعاع انحنای ضریب شکست  $n$  و  $n'$  محاسبه شود. روش ۲ را می‌توان بدون معلوم بودن هر دو فاصله کانونی به‌کار برد.

### ۳-۸ بزرگنمایی

در هر سیستم اپتیکی، نسبت مابین ابعاد طولی تصویر نهایی و ابعاد متناظر آن در شیء اصلی، بزرگنمایی جانبی نامیده می‌شود. برای تعیین اندازه تصویر حاصل از یک تک‌سطح کروی، به آرایش هندسی شکل ۳-۶ توجه می‌کنیم. در اینجا، پرتو بدون انحراف ۵، دو مثلث متشابه قائم‌الزاویه  $QMC$  و  $Q'M'C'$  می‌سازد.

قضیه تناسب اضلاع متناظر ایجاب می‌کند:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{s' - r}{s + r} \quad \text{یا} \quad \frac{M'Q'}{MQ} = \frac{CM'}{CM}$$

اکنون  $y'/y$  را در حکم بزرگنمایی جانبی،  $m$ ، تعریف می‌کنیم و می‌رسیم به

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s' - r}{s + r} \quad (۷-۳)$$

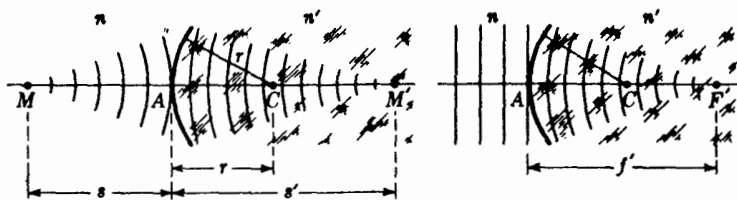
اگر  $m$  مثبت باشد، تصویر مجازی و مستقیم، و هرگاه منفی باشد، تصویر حقیقی و معکوس است.

### ۳-۹ همگرایی و واگرایی کاهش یافته

در فرمولهای مربوط به تک‌سطح شکست کروی، معادلات (۳-۲) تا (۳-۶)، فواصل  $f$ ،  $r$ ،  $s'$ ،  $s$ ،  $f'$  و  $f$  در مخرج کسرها ظاهر می‌شوند. معکوس این کمیتهای،  $1/s$ ،  $1/s'$ ،  $1/r$ ،  $1/f$ ،  $1/f'$ ، نیز در واقع بیانگر انحنای آنهاست که  $s$ ،  $s'$ ،  $r$ ،  $f$ ، و  $f'$  شعاعهای آنها به‌شمار می‌آیند.

با توجه به شکل ۳-۱۰، مشاهده می‌کنیم که اگر در نمودار سمت چپ،  $M$  را به‌عنوان یک منبع نقطه‌ای امواج تلقی کنیم، شکست این امواج در مرکز کروی باعث می‌شود که به‌سمت نقطه تصویر  $M'$  همگرا شوند. در نمودار سمت راست، امواج تخت چنان می‌شکنند که گویی به‌سمت نقطه کانونی ثانویه  $F'$  همگرا می‌شوند. دقت کنید که این خطوط منحنی که نمایانگر قله امواج نورند، همه‌جا بر پرتوهای نور متناظر که از شیء به‌سوی تصویر ترسیم می‌شوند عمودند.





شکل ۳-۱۰ شکست امواج نور در یک تک سطح کروی.

امواجی که از رأس  $M$  به رأس  $A$  می‌رسند، دارای شعاع  $s$  و انحنای  $1/s$ ، و هنگامی که آن را ترک می‌کنند و به سوی  $M'$  همگرا می‌شوند دارای شعاع  $s'$  و انحنای  $1/s'$  هستند، به همین ترتیب، امواج فرودی که به  $A$  می‌رسند، در نمودار دوم دارای شعاع نامتناهی  $\infty$  و انحنای  $1/\infty$  یا صفرند. در رأس، که از آنجا سطح را ترک می‌کنند، شعاع امواج شکسته  $f'$  و انحنای آنها  $1/f'$  است. بنابراین، فرمولهای گاوسی را می‌توان شامل جمع و تفریق کمیت‌های متناسب با انحنای سطح کروی تلقی کرد. حال اگر به جای شعاعهای انحنای خود انحنای بهره‌گیریم، فرمولها به صورت ساده‌تری درمی‌آیند و کاربردشان در موارد متعدد راحت‌تر و آسانتر است. بنابراین، در این جا کمیت‌های جدیدی را وارد روابط می‌کنیم:

$$\bullet \quad V = \frac{n}{s} \quad V' = \frac{n'}{s'} \quad K = \frac{1}{r} \quad P = \frac{n}{f} \quad P' = \frac{n'}{f'} \quad (۸-۳)$$

دو کمیت اولی،  $V$ ،  $V'$ ، را همگرایی و واگرایی کاهش یافته می‌نامیم، زیرا این دو کمیت معیاری مستقیم از همگرایی و واگرایی جبهه‌های موج، به ترتیب، شیء و تصویر هستند. در موج واگرایی ناشی از شیء،  $s$  مثبت و همگرایی و واگرایی  $V$  نیز به همین ترتیب است. از سوی دیگر، برای یک موج همگرا،  $s$  منفی و همگرایی و واگرایی آن نیز منفی است. برای یک جبهه موج همگرا به سوی تصویر،  $V'$  مثبت، و برای یک جبهه موج واگرا،  $V'$  منفی است. توجه کنید که در هر مورد ضریب شکست مربوطه، ضریب شکست آن محیطی است که جبهه موج در آن قرار دارد.

سومین کمیت،  $K$ ، انحنای سطح شکست (معکوس شعاع آن) است، و کمیت‌های چهارم و پنجم، بنابر معادله (۵-۳) با هم برابر و توان شکست را تعیین می‌کنند. هرگاه همه فواصل برحسب متر سنجیده شوند، همگرایی و واگرایی کاهش یافته  $V$  و  $V'$ ، انحنای  $K$ ، و توان  $P$  برحسب واحد دیوپتر خواهند بود. می‌توان  $V$  را به عنوان توان جبهه موج شیء، درست در لحظه‌ای که به سطح شکست می‌رسد، و  $V'$  را به عنوان توان جبهه موج تصویر متناظر، مماس بر سطح شکست، تلقی

کرد. در این معنای جدید، معادله (۲-۳) به صورت زیر در می آید

$$V + V' = P \quad (۹-۳)$$

که در آن

$$P = (n' - n)K \quad \text{یا} \quad P = \frac{n' - n}{r} \quad (۱۰-۳)$$

مثال ۳. یک سر میله‌ای شیشه‌ای با ضریب شکست  $۱۵^\circ$  را به صورت سطح کروی کوژ به شعاع  $۱\text{ cm}$  تراش و صیقل داده‌ایم. یک شیء در هوا و روی محور سطح در فاصله  $۴^\circ$  سانتیمتری سمت چپ رأس آن قرار دارد. پیدا کنید: (الف) توان سطح، و (ب) موضع تصویر را.  
 جواب: کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از:  $n = ۱^\circ$ ،  $n' = ۱۵^\circ$ ،  $r = +۱^\circ\text{ cm}$  و  $s = +۴^\circ\text{ cm}$ . کمیت‌های مجهول عبارت‌اند از:  $P$  و  $s'$ . برای پیدا کردن جواب (الف) از معادله (۱۰-۳) استفاده می‌کنیم؛ فاصله داده شده برحسب متر را می‌نشانیم و به دست می‌آوریم

$$P = \frac{۱۵^\circ - ۱^\circ}{۰٫۱^\circ} = +۵^\circ\text{ D}$$

برای جواب دادن به قسمت (ب)، نخست از معادله (۸-۳) بهره می‌گیریم و همگرایی و واگرایی  $V$  را می‌یابیم:

$$V = \frac{۱^\circ}{۰٫۴^\circ} = +۲٫۵\text{ D}$$

پس از نشان دادن کمیت‌ها، به طور مستقیم، در معادله (۹-۳) خواهیم داشت:

$$V' = +۲٫۵\text{ D} \quad \text{که از آن} \quad ۲٫۵ + V' = ۵$$

برای یافتن فاصله تصویر داریم،  $V' = n'/s'$ ، به طوری که

$$s' = \frac{n'}{V'} = \frac{۱۵^\circ}{۲٫۵} = +۰٫۶^\circ\text{ m} = +۶^\circ\text{ cm}$$

دانشجو باید با استفاده از یکی از روشهای ترسیمی، صحت این جواب را تحقیق کند.

### ۳-۱۰ دستیابی به فرمولهای گاوسی

معادله اساسی (۲-۳) اهمیت بسیار دارد و شرح به دست آمدن آن را به تفصیل باز می‌گوییم در حالی که راههای زیادی برای به دست آوردن این معادله وجود دارد، در اینجا روشی را تشریح می‌کنیم که طی آن از پرتوهای مایل استفاده می‌شود. در شکل ۳-۱۱، پرتو مایلی را مشاهده می‌کنیم که تحت زاویه  $\phi$  روی سطح فرود می‌آید و تحت زاویه  $\phi'$  می‌شکند. پرتو شکسته محور را در نقطه تصویر  $M'$  قطع می‌کند. هرگاه پرتوهای فرودی و شکسته  $MT$  و  $TM'$  پیرامحوری باشند، زوایای  $\phi$  و  $\phi'$  چندان کوچک خواهند بود که بتوان سینوس آنها را با خود زوایا برابر گرفت؛ به اعتبار قانون اسنل، داریم

$$\frac{\phi}{\phi'} = \frac{n'}{n} \quad (۱۱-۳)$$

چون  $\phi$  یک زاویه خارجی در مثلث  $MTC$  است، پس برابر است با مجموع زوایای ناهمجاور

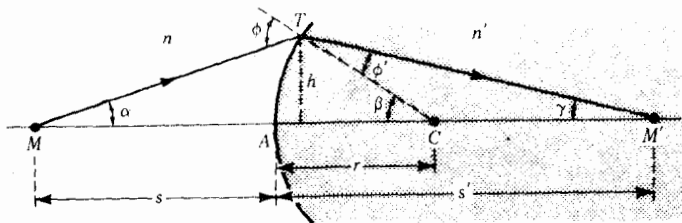
$$\phi = \alpha + \beta \quad (۱۲-۳)$$

به همین ترتیب،  $\beta$  هم یک زاویه خارجی در مثلث  $TCM'$  است، به طوری که  $\beta = \phi' + \gamma$  و

$$\phi' = \beta - \gamma \quad (۱۳-۳)$$

با نشان دادن این مقادیر  $\phi$  و  $\phi'$  در معادله (۱۱-۳) و انجام عمل ضرب، می‌رسیم به:

$$n\alpha + n'\gamma = (n' - n)\beta \quad \text{یا} \quad n'\beta - n'\gamma = n\alpha + n\beta$$



شکل ۳-۱۱ هندسه طرز استخراج فرمول پیرامحوری مورد استفاده در یافتن مکان تصویرها.

در پرتوهای پیرامحوری،  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  زوایای بسیار کوچکی اند، و می توان نوشت  $\alpha = h/s$ ،  $\beta = h/r$  و  $\gamma = h/s'$ . با جایگذاری این مقادیر در معادله آخری، داریم

$$n \frac{h}{s} + n' \frac{h}{s'} = (n' - n) \frac{h}{r}$$

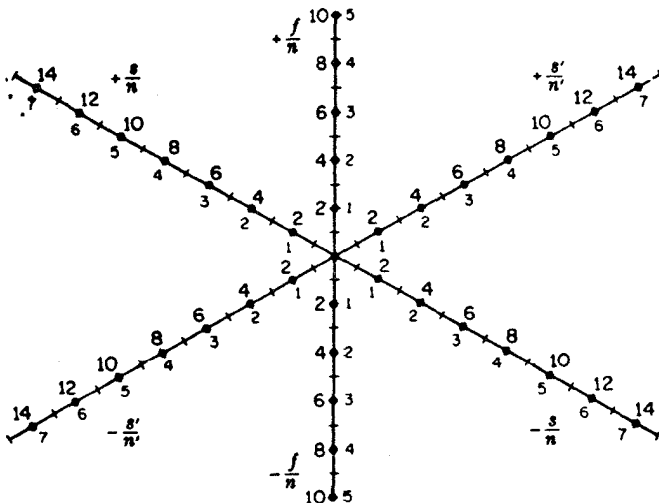
با حذف  $h$  از طرفین، معادله مورد نظر به این قرار به دست می آید:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} \quad (۱۴-۳)$$

### ۱۱-۳ نوموگرافی

واژه نوموگراف از کلمات یونانی نوموس به معنای قانون و گرافین به معنای نوشتن ترکیب شده است. در علم فیزیک این واژه را در نمایشهای مشخصی از قوانین فیزیک که جنبه ترسیمی دارند و به منظور تسهیل و تسریع محاسبات ابداع شده اند، به کار می برند. در شکل ۱۲-۳ یک نوموگراف را در برقراری ارتباط مابین فواصل شیء و تصویر مطابق معادله ۳-۶، مشاهده می کنید، یعنی،

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n}{f} \quad (۱۵-۳)$$



شکل ۱۲-۳ نوموگراف برای تعیین فواصل شیء یا تصویر برای یک تک سطح کروی یا یک عدسی نازک.

سادگی و سودمندی این نوموگراف موقعی بروز پیدا می‌کند که می‌بینیم هر خط مستقیم که در شکل کشیده شود، سه خط را در نقاطی قطع خواهد کرد که رابطهٔ بالا بین آنها رابطه برقرار کرده است.

مثال ۴. یک سر میله پلاستیکی به ضریب شکست ۱٫۵ به نیمکره‌ای به شعاع  $20\text{ cm} +$  وصل شده و تراش و صیقل یافته است. اگر یک شیء در هوا روی محور و در  $120^\circ$  سانتیمتری رأس آن واقع باشد، فاصلهٔ تصویر چقدر است؟

جواب: کمیت‌های معلوم عبارتند از  $n = 1.5$ ،  $n' = 1.5$ ،  $r = 20\text{ cm} +$  و  $s = 120\text{ cm} +$ ، کمیت مجهول  $s'$  است. با جایگذاری مستقیم و استفاده از معادله (۳-۱۵) می‌رسیم به:

$$\frac{f}{n} = \frac{r}{n' - n} = \frac{20}{1.5 - 1} = 40^\circ \quad \text{و} \quad \frac{s}{n} = \frac{120}{1} = 120^\circ$$

حال اگر لُبّهٔ صاف یک خط‌کش را روی  $s/n = 120^\circ$  و  $f/n = 40^\circ$  قرار دهیم، خط سوم را در  $s'/n' = 60^\circ$  قطع می‌کند. حال چون  $n' = 1.5$ ، پس  $s'$  هم عبارت خواهد بود  $1.5 \times 60$  یا  $90^\circ$  سانتیمتر.

با نگاهی اجمالی به این نوموگراف، پی می‌بریم که شامل همه فواصل شیء و تصویر، حقیقی و مجازی، و همه سطوح با شعاعهای انحنای مثبت و منفی است. به علاوه، در فصل چهارم نشان خواهیم داد که این نوموگراف را می‌توان در مورد عدسیهای نازک با برابر واحد گرفتن  $n$  و  $n'$  به‌کار برد. برای عدسیهای نازک  $s$ ،  $s'$  و  $f$  مستقیماً به‌وسیله سه محور نشان داده می‌شوند و هیچ محاسباتی ضرورت ندارد.

## مسائل

۳-۱ سر چپ یک میلهٔ شیشه‌ای به ضریب شکست  $1.635$  را به‌صورت یک سطح کروی کوژ به شعاع  $250^\circ$  سانتیمتر تراش و صیقل داده‌ایم. پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان سطح؛ (ج) فاصلهٔ تصویر؛ و (د) بزرگنمایی جانبی را.  
جواب: (الف)  $37.937 +$  و  $43.6 +$  سانتیمتر؛ (ب)  $D 25.40 +$ ؛ (ج)  $11.440$  سانتیمتر؛ (د)  $-0.777$ .

۳-۲ مسئلهٔ ۳-۱ را: (الف) با استفاده از روش پرتوهای مایل برای یافتن فاصلهٔ تصویر؛ و (ب) با استفاده از روش پرتوهای موازی برای یافتن اندازه تصویر به‌طور ترسیمی حل کنید.

۳-۳ سر چپ یک میله پلاستیکی دراز به ضریب شکست  $1.53^\circ$  تراش و به شکل یک سطح کوژ کروی به شعاع  $2.65\text{ cm}$  صیقل یافته است. یک شیء به ارتفاع  $2.5\text{ cm}$  در هوا و روی محور میله به فاصله  $16\text{ cm}$  از رأس آن قرار دارد. پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان سطح؛ (ج) فاصله تصویر؛ و (د) بزرگی تصویر را.

۴-۳ مسئله ۳-۳ را به طور ترسیمی حل کنید. (الف) فاصله تصویر را به روش پرتوهای مایل ۱ به دست آورید؛ (ب) بزرگی تصویر را به روش پرتوهای متوازی پیدا کنید.

۵-۳ انتهای چپ یک ظرف آب دارای سطح شفافی به شعاع  $2\text{ cm}$  - است. شیء کوچکی به ارتفاع  $2.5\text{ cm}$  را در هوا و روی محور و به فاصله  $1\text{ cm}$  از رأس آن قرار داده ایم. پیدا کنید (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان سطح؛ (ج) فاصله تصویر؛ و (د) بزرگی تصویر. ضریب شکست آب را  $1.333$  بگیرید.

جواب: (الف)  $1.6^\circ$  و  $8.1^\circ$  - سانتیمتر؛ (ب)  $16.65\text{ D}$  -؛ (ج)  $5\text{ cm}$  - سانتیمتر؛ (د)  $938^\circ +$  سانتیمتر.

۶-۳ مسئله ۳-۵ را به طور ترسیمی حل کنید. (الف) فاصله تصویر را به روش پرتوهای مایل ۱ به دست آورید؛ (ب) بزرگی تصویر را به روش پرتوهای متوازی پیدا کنید.

۷-۳ سر چپ یک میله پلاستیکی دراز به ضریب  $1.48^\circ$  تراش داده شده و به صورت یک سطح کروی به شعاع  $2.6\text{ cm}$  - صیقل یافته است. یک شیء به ارتفاع  $2.5^\circ$  سانتیمتر در هوا و روی محور سطح به فاصله  $12\text{ cm}$  از رأس آن قرار گرفته است. پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان سطح؛ (ج) فاصله تصویر؛ و (د) بزرگی تصویر را.

۸-۳ مسئله ۳-۷ را به طور ترسیمی حل کنید. (الف) فاصله تصویر را به روش پرتوهای مایل ۱؛ و (ب) بزرگی تصویر را به روش پرتوهای متوازی به دست آورید.

۹-۳ سر چپ یک میله شیشه‌ای به ضریب  $1.62^\circ$  تراش داده و به صورت یک سطح کوژ به شعاع  $1.2\text{ cm} +$  صیقل داده و سپس در آب به ضریب  $1.333^\circ$  فرو برده‌اند یک شیء کوچک به ارتفاع  $2.5^\circ$  سانتیمتر در آب و در  $1^\circ$  سانتیمتری مقابل رأس آن قرار دارد. محاسبه کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان سطح؛ (ج) فاصله تصویر؛ و (د) بزرگی تصویر.

جواب: (الف)  $5.57^\circ +$  و  $6.77^\circ +$  سانتیمتر؛ (ب)  $23.91\text{ D}$ ؛ (ج)  $15.31^\circ$  سانتیمتر؛ و (د)  $3.15^\circ -$  سانتیمتر.

۳-۱۰ مسئله ۳-۹ را به طور ترسیمی حل کنید. (الف) فاصله تصویر را به روش پرتوهای مایل ۲ پیدا کنید؛ (ب) بزرگی تصویر را به روش پرتوهای متوازی به دست آورید.

۳-۱۱ دو سر یک میله شیشه‌ای به طول  $2r_1 = 2.8 \text{ cm}$  و ضریب  $n_2 = 1.7$  تراش داده شده و به صورت سطوح کروی به شعاعهای  $r_1 = 2.8 \text{ cm}$  و  $r_2 = -2.8 \text{ cm}$  صیقل یافته است. یک شیء به ارتفاع  $2r_2$  روی محور و به فاصله  $8r_2$  از رأس اول قرار دارد. پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه برای هر دو سطح؛ (ب) فاصله تصویر برای سطح اول؛ (ج) فاصله شیء برای سطح دوم را؛ و (د) فاصله تصویر نهایی از رأس دوم.

۳-۱۲ مسئله ۳-۱۱ را پس از محاسبه جواب بند (الف) به طور ترسیمی حل کنید

۳-۱۳ یک باریکه متوازی نور وارد یک گوی صاف پلاستیکی به قطر  $2r_2 = 2.5$  سانتیمتر و ضریب شکست  $n_2 = 1.444$  می شود. در چه فاصله‌ای از پشت گوی این پرتوها تمرکز خواهند یافت. جواب:  $7.95r_2$  سانتیمتر

۳-۱۴ مسئله ۳-۱۳ را به طور ترسیمی و به روش نموده شده در شکل ۳-۹ حل کنید.

۳-۱۵ یک گوی بلورین به ضریب شکست  $n_2 = 1.72$  و شعاع  $2r_2 = 1.5$  سانتیمتر را به درون یک مایع شفاف به ضریب  $n_1 = 1.36$  فرو برده ایم. هرگاه یک باریکه متوازی نور درون مایع را وارد گوی کنیم، در چه فاصله‌ای از پشت طرف دیگر آن نور متمرکز خواهد شد.

۳-۱۶ مسئله ۳-۱۵ را به طور ترسیمی و به روش نموده شده در شکل ۳-۹ حل کنید.

۳-۱۷ یک محفظه خالی شیشه‌ای نازک به شکل یک عدسی همکاو ساخته شده است. شعاع سطوح  $2r_2 = 1.65$  سانتیمتر است و فاصله دو رأس آن  $2r_1 = 1.85$  سانتیمتر است. محفظه آب بندی شده را به داخل آب با ضریب  $n_2 = 1.333$  فرو می بریم. محاسبه کنید: (الف) فواصل کانونی هر دو سطح؛ و (ب) توان هر دو سطح را.

جواب: (الف)  $f_1 = +6.6^\circ$ ،  $f_2 = +4.95$ ،  $f'_1 = +4.95$ ،  $f'_2 = +6.6^\circ$  سانتیمتر؛ (ب)  $P_1 = +2.18D$  و  $P_2 = +2.18D$ .

۳-۱۸ یک سطح کروی به شعاع  $2r_2 = 2.65$  سانتیمتر در سر یک میله شیشه‌ای به ضریب شکست  $n_2 = 1.56$  تراش و صیقل یافته است. توان آن را: (الف) هنگام قرار گرفتن در هوا؛ (ب) در آب به ضریب شکست  $n_2 = 1.333$ ؛ (ج) در روغن به ضریب شکست  $n_2 = 1.48$ ؛ و (د) در یک مایع آلی به ضریب شکست  $n_2 = 1.78$  پیدا کنید.

## عدسیهای نازک

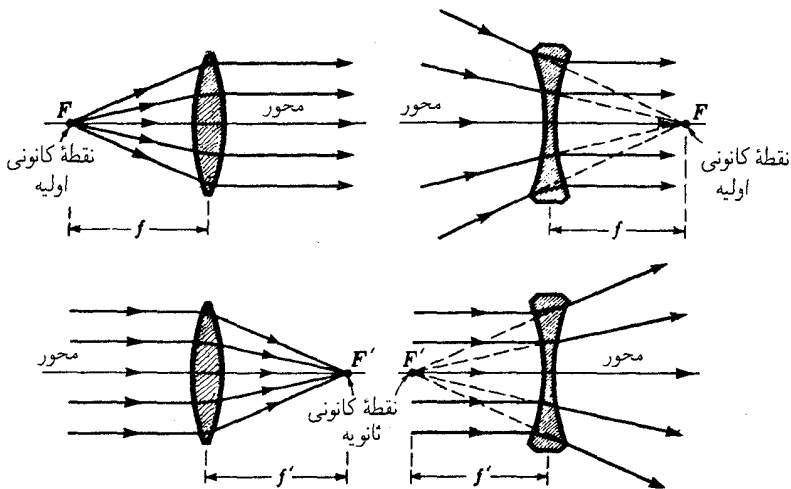
نمودارهای چند نوع عدسیهای نازک استاندارد را در شکل ۱-۴ مشاهده می‌کنید که نشانگر این واقعیت‌اند که سطح عدسیها کروی شکل است. برخی از این سطوح کوژ و برخی دیگر کاو، و پاره‌ای هم تخت‌اند. در هنگام عبور نور از هر عدسی، شکست در هر یک از سطوح آن بر خواص تصویراندازی آن، مطابق اصول مشروح در فصل ۳، اثر می‌گذارد. نه تنها هر تک سطح دارای نقاط و صفحات کانونی اولیه و ثانویه مخصوص به خود است، بلکه عدسی خود به عنوان یک کل دارای زوج نقاط کانونی و صفحات کانونی نیز هست.

عدسی وقتی نازک تلقی می‌شود که ضخامت آن در مقایسه با فواصل عموماً وابسته به خواص اپتیکی آن، کوچک باشد. این فواصل عبارت‌اند از، مثلاً، شعاع انحنای دو سطح کروی، فواصل کانونی اولیه و ثانویه، فواصل شیء و تصویر

### ۱-۴ نقاط کانونی و فواصل کانونی

نمودارهایی را که شکست نور در یک عدسی همکوژ و همکاو را نشان می‌دهند، در شکل ۱-۴ مشاهده می‌کنید. در هر حالتی، محور اپتیکی خط راستی است که از مرکز هندسی عدسی و



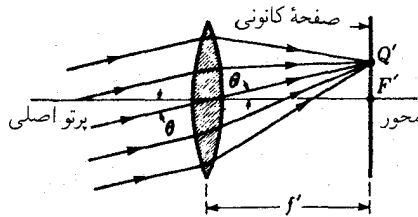


شکل ۱-۴ نمودارهای پرتوی، کانونهای اولیه و ثانویه  $F$  و  $F'$  و فواصل کانونی متناظر  $f$  و  $f'$  در عدسیهای نازک را نشان می‌دهند.

عمود بر دو سطح عدسی در نقاط تقاطعشان با این خط می‌گذرد. در عدسیهای کروی، این خط مراکز انحنای دو سطح را به همدیگر وصل می‌کند. نقطه کانونی اولیه  $F$  نقطه‌ای واقع بر محوری است که پرتوهایی که از آن گسیل می‌شوند و یا به سوی آن می‌روند، پس از شکست به موازات محور انتشار می‌یابند.

هر عدسی نازک در هوا، دارای دو نقطه کانونی (یا کانون) است، یکی برای هرطرف و متساوی‌الفاصله از مرکز آن. این نکته را می‌توان از تقارن در مورد عدسیهای همکوز و همکاو ملاحظه کرد، اما در مورد سایر شکلهای هم به شرط اینکه بتوان عدسیها را نازک تلقی کرد، صادق است. نقطه کانونی ثانویه،  $F'$ ، نقطه‌ای واقع بر محور با این خواص است که هر پرتو فرودی به موازات محور، پس از شکست به سوی این نقطه انتشار خواهد یافت و یا به نظر خواهد رسید که از آن نقطه می‌آید. دو نمودار پایینی در شکل ۱-۴، به منظور تجسم هندسی این تعریف ترسیم شده‌اند. مانند حالت یک تک‌سطح کروی (فصل ۳)، صفحه تخت عمود بر محور و مار بر نقطه کانونی، صفحه کانونی نام دارد. اهمیت صفحه کانونی برای یک عدسی همگرا را در شکل ۲-۴ مشاهده می‌کنید. پرتوهای متوازی فرودی که با محور زاویه  $\theta$  می‌سازند، در نقطه  $Q$  روی پرتو اصلی متمرکز می‌شوند. در این مورد پرتو اصلی به پرتوی گفته می‌شود که از مرکز عدسی می‌گذرد.

فاصله مابین مرکز یک عدسی و هر یک از کانونهای آن، فاصله کانونی آن عدسی خوانده



شکل ۲-۴ چگونگی تمرکز پرتوهای فرودی متوازی، بر صفحه کانونی یک عدسی نازک.

می‌شود. این فواصل، با نمادهای  $f$  و  $f'$ ، که معمولاً برحسب سانتیمتر یا اینچ اندازه‌گیری می‌شوند در عدسیهای همگرا علامت مثبت و در عدسیهای واگرا علامت منفی دارند. باید توجه کرد که در شکل ۱-۴ کانون اولیه،  $F$ ، برای یک عدسی همگرا در سمت چپ عدسی قرار دارد، در حالی که برای عدسی واگرا، در سمت راست قرار می‌گیرد. در عدسی که هر دو سمت آن یک محیط است، بنابر اصل برگشت‌پذیری پرتوهای نور، خواهیم داشت

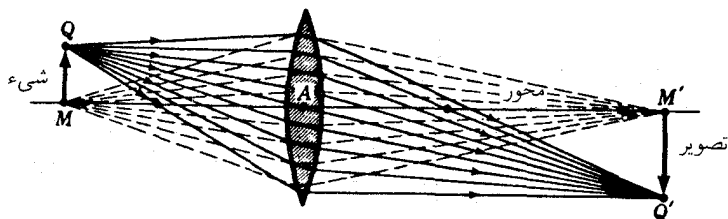
$$f = f'$$

باید به تفاوت میان یک عدسی نازک در هوا که فواصل کانونی آن متساویند و یک تک‌سطح کروی، که در آن دو فاصله کانونی با نسبت دو ضریب شکست نسبت به همدیگر قرار می‌گیرند، توجه کافی مبذول داشت [ن-ک معادله (۱-۳)].

## ۲-۴ تشکیل تصویر

اگر یک شیء در این یا آن طرف یک عدسی همگرا و دورتر از کانون قرار گیرد، در سمت دیگر یک تصویر تشکیل می‌شود (شکل ۳-۴). اگر شیء به طرف کانون اولیه حرکت داده شود، تصویر آن در سمت دیگر از کانون ثانویه دورتر خواهد رفت و بزرگتر خواهد شد. اگر شیء از کانون  $F$  دورتر شود، تصویر به کانون  $F'$  نزدیکتر و ابعاد آن کوچکتر خواهد شد.

در شکل ۳-۴ پرتوهایی را مشاهده می‌کنید که از نقطه شیء  $Q$  می‌آیند و در  $Q'$  متمرکز می‌شوند، و نیز پرتوهایی که از نقطه دیگر  $M$  می‌آیند و در نقطه  $M'$  متمرکز می‌شوند. چنین شرایط ایده‌آل و فرمولهایی که در این فصل می‌آیند، فقط در مورد پرتوهای پیرامحوری، یعنی پرتوهای نزدیک به محور عدسی و با زاویه کوچک نسبت به آن، صادق‌اند.



شکل ۳-۴ تشکیل تصویر در یک عدسی نازک ایده‌آل. همه پرتوها از یک نقطه شیء  $Q$  از عدسی می‌گذرند، پس از شکستن در نقطه تصویر  $Q'$  متمرکز می‌شوند.

### ۳-۴ نقاط و صفحات مزدوج

اگر اصل برگشت‌پذیری پرتوهای نور را در شکل ۳-۴ به‌کار ببریم، مشاهده خواهیم کرد که اگر  $Q'M'$  شیء باشد،  $QM$  تصویر آن خواهد شد. بنابراین، شیء و تصویر مزدوج همدیگرند. درست نظیر آنچه در یک تک‌سطح کروی بودند (بخش ۳-۴). هر زوج نقاط شیء و تصویر، چون  $M'$  و  $M$  در شکل ۳-۴ را نقاط مزدوج و صفحات مار بر این نقاط و عمود بر محور را صفحات مزدوج می‌نامند.

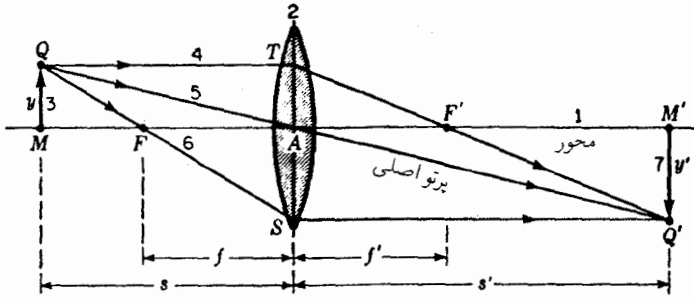
هرگاه فاصله کانونی یک عدسی نازک و مکان شیء در آن معلوم باشد، سه روش برای تعیین مکان تصویر وجود دارد: (۱) روش ترسیمی؛ (ب) روش تجربی؛ و (۳) استفاده از فرمول عدسیها

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (۱-۴)$$

که در آن  $s$  فاصله شیء،  $s'$  فاصله تصویر، و  $f$  فاصله کانونی است که همگی از مرکز عدسی اندازه‌گیری می‌شوند. این معادله عدسی را در بخش ۴-۱۴ به‌دست خواهیم آورد.

### ۴-۴ روش پرتوهای متوازی

روش پرتوهای متوازی را در شکل ۴-۴ مشاهده می‌کنید. نوری را که از نوک شیء از نقطه  $Q$  می‌آید در نظر می‌گیریم. از جمله پرتوهایی که از این نقطه در جهات مختلف خارج می‌شوند، پرتو ( $QT$ ) که موازی محور است، مطابق تعریف کانون، پس از شکست از  $F'$  خواهد گذشت، پرتو  $QA$  از مرکز عدسی که در آن دو سطح متوازیند، می‌گذرد و منحرف نمی‌شود و پرتو دیگر را در  $Q'$  قطع می‌کند. این دو پرتو، برای تعیین مکان نوک تصویر در  $Q'$  کفایت می‌کنند، و باقی تصویر روی صفحه مزدوج مار بر این نقطه قرار دارد. همه پرتوهای دیگر گسیلی از  $Q$  نیز در  $Q'$  متمرکز

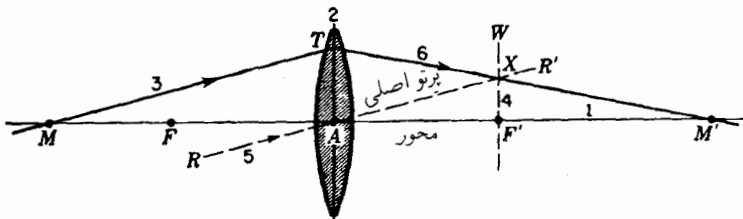


شکل ۴-۴ روش پرتوهای متوازی برای یافتن مکان تصویر به طریق ترسیمی، در یک عدسی نازک.

خواهند یافت. برای وارسی موضوع، یادآور می‌شویم که پرتو  $OF$  که از کانون اولیه می‌گذرد، بنابه تعریف  $F$ ، به موازات محور شکست می‌یابد و سایر پرتوها را، مطابق شکل، در  $Q'$  قطع خواهد کرد. شماره‌های ۱، ۲، ۳، و ... در شکل ۴-۴ ترتیبی را نشان می‌دهند که مطابق آن خطوط ترسیم می‌شوند.

### ۴-۵ روش پرتوهای مایل

در شکل ۴-۵، پرتو  $MT$  نمایانگر پرتوی است که از سمت چپ بر عدسی فرود می‌آید. این پرتو در جهت  $TX$  می‌شکند و محور را در  $M'$  قطع می‌کند. نقطه  $X$  در محل تقاطع صفحه کانونی ثانویه  $F'W$  و خط چین  $RR'$  واقع است که از مرکز عدسی به موازات  $MT$  رسم می‌شود. در اینجا هم ترتیب مراحل ترسیم با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ... مشخص شده است. اصل دخیل در این روش را می‌توان با توجه به شکل ۴-۲ درک کرد. پرتوهای متوازی فرودی بر عدسی، همیشه روی صفحه کانونی متمرکز می‌شوند، و تنها پرتوی که منحرف نمی‌شود، آن است که از مرکز



شکل ۴-۵ روش پرتوهای مایل برای یافتن مکان تصویر به طریق ترسیمی، در عدسی نازک.

می‌گذرد. بنابراین، اگر عملاً پرتوهایی داشته باشیم که از  $M$  به صورت واگرا بیرون می‌آیند، مطابق شکل ۵-۴، می‌توانیم جهت هر کدام از آنها را پس از عبورشان از عدسی، از طریق ترسیم خط  $RR'$  به موازات آن پرتو از  $A$  و تعیین محل تقاطع آن با صفحه کانونی در  $R$ ، پیدا کنیم. در این ترسیم، مکان  $X$  و مکان تصویر،  $M'$ ، پیدا می‌شود. توجه کنید که  $RR'$  در این حالت یک پرتو واقعی نیست و فقط به عنوان پرتو برای پیدا کردن مکان نقطه  $X$  ترسیم می‌شود.

#### ۶-۴ استفاده از فرمولهای عدسی

برای نشان دادن کاربرد معادله (۱-۴) به منظور یافتن مکان تصویر، مثالی را در نظر می‌گیریم که در آن همه کمیت‌های معادله علامت مثبت داشته باشند. فرض کنید یک شیء در  $۶$  سانتیمتری جلوی یک عدسی مثبت به فاصله کانونی  $۴$  سانتیمتر قرار دارد. کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از  $s = +۶$  cm،  $f = +۴$  cm، و کمیت  $s'$  مجهول است. در نخستین گام، معادله (۱-۴) را نسبت به  $s'$  حل می‌کنیم:

$$s' = \frac{s \times f}{s - f} \quad (۲-۴)$$

با نشان دادن مستقیم کمیت‌های معلوم در این معادله، می‌رسیم به:

$$s' = \frac{(+۶) \times (+۴)}{(+۶) - (+۴)} = +۱۲$$
 cm

تصویر در  $۱۲$  سانتیمتری عدسی و واقعی است که در حالت‌های مثبت بودن  $s'$  نیز چنین است در اینجا، تصویر، مطابق نمودار شکل ۳-۴ معکوس است. این نتایج را می‌توان با هر دو روش ترسیمی مشروح در بالا بررسی کرد.

قراردادهای علامتی که باید در فرمولهای عدسی نازک به کار برد، شبیه همانهایی‌اند که برای یک تک‌سطح کروی در بخش ۵-۳ ارائه شدند.

#### ۷-۴ بزرگنمایی جانبی یا عرضی

با استفاده از خواص هندسی شکل ۴-۴ می‌توان رابطه ساده‌ای برای بزرگنمایی تصویر در یک عدسی به دست آورد. مطابق شکل، مثلث‌های راست‌گوشه  $QMA$  و  $Q'M'A$  متشابهند و میان

اضلاع آنها رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{M'Q'}{MQ} = \frac{AM'}{AM}$$

که در آن  $AM'$  برابر با  $s'$ ، فاصله تصویر، و  $AM$  برابر با  $s$ ، فاصله شیء تا عدسی، است. چنانچه از محور به بالا را مثبت بگیریم، آنگاه  $y = MQ$  و  $y' = -M'Q'$  با جایگذاری مستقیم این مقادیر، داریم:  $y'/y = -s'/s$ ؛ بنابراین، بزرگنمایی جانبی به این صورت در می آید:

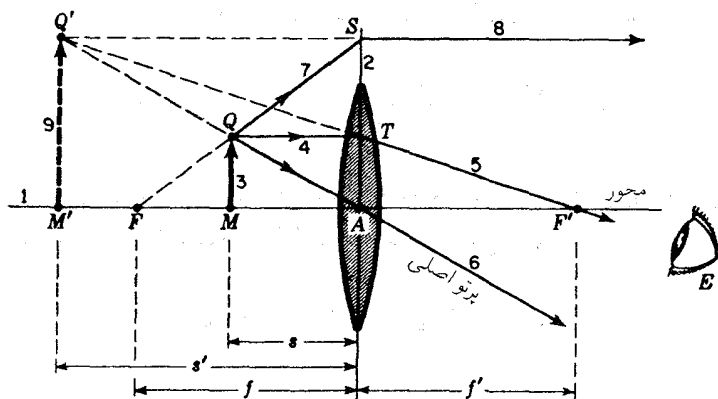
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad (۳-۴)$$

هرگاه  $s$  و  $s'$ ، هر دو مثبت باشند، مانند شکل ۴-۵، علامت منفی بزرگنمایی ناشی از معکوس بودن تصویر است.

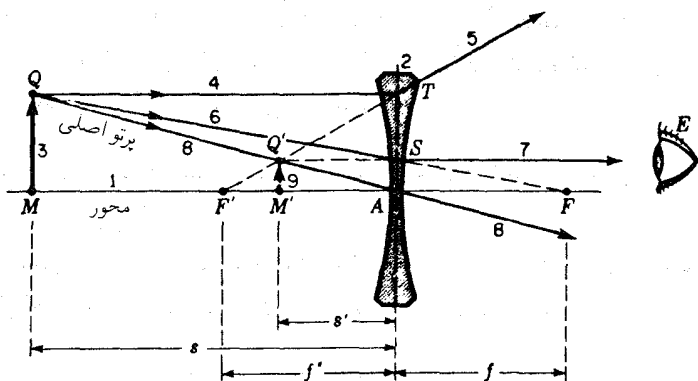
#### ۴-۸ تصاویر مجازی

تصاویری که توسط عدسیهای همگرا در شکلهای ۴-۳ و ۴-۴ تشکیل می شوند، به این معنا که می توان آنها را روی یک پرده مرئی انداخت، حقیقی اند. از مشخصه های این تصاویر آن است که پرتوهای نور در صفحه تصویر متمرکز می شوند. تصویر مجازی را نمی توان روی پرده انداخت (بخش ۳-۳). پرتوهای گسیلیده از یک نقطه در شیء، عملاً روی نقطه متناظرش در تصویر یکدیگر را قطع نمی کنند، بلکه در عوض باید آنها را امتداد داد تا این نقطه به دست آید. تصاویر مجازی در عدسیهای همگرا وقتی ایجاد می شوند که شیء میان کانون و عدسی قرار گیرد، و در عدسیهای واگرا شیء می تواند همه جا باشد و تصویر همیشه مجازی است. در شکلهای ۴-۶ و ۴-۷ نمونه هایی از این مورد را مشاهده می کنید.

در شکل ۴-۶ ترسیم پرتو متوازی را برای یک عدسی مثبت به عنوان یک ذره بین یا بزرگنما مشاهده می کنید. پرتوهای تابیده از  $Q$  توسط عدسی می شکنند، اما برای اینکه به یک تقاطع حقیقی برسند، انحرافشان کافی نیست. به چشم ناظر در  $E$  چنین می رسد که این پرتوها از  $Q'$ ، دورتر از  $Q$ ، می آیند. این نقطه نمایانگر یک تصویر مجازی است، زیرا پرتوها واقعاً از  $Q'$  نمی گذرند، فقط به نظر می رسد که از آنجا می آیند. در این جا، تصویر مستقیم و بزرگ است. در ترسیم این شکل، پرتو  $QT$  موازی محور و پس از شکست از  $F'$  عبور می کند، در حالی که پرتو  $QA$  مارپیر مرکز عدسی،  $C$ ، بدون انحراف می ماند. هرگاه این دو پرتو را به عقب امتداد دهیم، در  $Q'$  همدیگر را قطع می کنند.



شکل ۴-۶ روش پرتوهای متوازی برای تعیین مکان تصویر مجازی، به طریق ترسیمی، در یک عدسی مثبت موقعی که شیء میان کانون اولیه و عدسی قرار می‌گیرد.



شکل ۴-۷ روش پرتوهای موازی برای تعیین مکان تصویر مجازی، به طریق ترسیمی، در یک عدسی منفی.

پرتو سوم،  $QS$ ، که از بالاتر می‌گذرد، به‌گونه‌ای که گویی از  $F$  می‌آید، در واقع به‌عدسی برخورد نمی‌کند، اما اگر عدسی بزرگتر می‌بود، مطابق شکل، این پرتو به موازات محور شکسته می‌شد. هرگاه این پرتو را به عقب نیز امتداد دهیم، با سایر پرتوها در  $Q'$  متمرکز می‌شود.

مثال ۱. اگر یک شیء در ۶ سانتیمتری جلوی یک عدسی به‌فاصله کانونی  $10^\circ +$  سانتیمتر قرار داده شود، تصویر آن در کجا تشکیل می‌شود؟

جواب: کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از  $s = 6^\circ + \text{cm}$  و  $f = 10^\circ + \text{cm}$ ، و کمیت‌های مجهول

هم عبارت‌اند از  $s'$  و  $m$ . با جایگذاری مستقیم در معادله (۲-۴) خواهیم داشت:

$$s' = \frac{(+6) \times (+10)}{(+6) - (+10)} = \frac{+60}{-4} = -15 \text{ cm}$$

علامت منها نشان می‌دهد که تصویر در سمت چپ عدسی قرار دارد. چنین تصویری همواره مجازی است. بزرگنمایی را به کمک معادله (۳-۴) به دست می‌آوریم

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-15}{+6} = +2.5 \times$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که تصویر مستقیم است.

در عدسی منفی شکل ۴-۷، تصویر برای همه مکانهای شیء مجازی، همیشه کوچکتر از شیء، و به عدسی نزدیکتر از شیء است. مطابق نمودار، واگرایی پرتوهایی که از نقطه شیء  $Q$  واگرا می‌شوند، به وسیله عدسی افزایش پیدا می‌کند. به چشم ناظر در  $E$ ، گویی این پرتوها از نقطه  $Q'$  در آن طرف عدسی، اما نزدیکتر به آن، می‌آیند. در هنگام به‌کارگیری فرمولهای عدسی در عدسیهای واگرا باید به‌خاطر داشت که فاصله کانونی،  $f$ ، منفی است.

مثال ۲. یک شیء در مقابل یک عدسی واگرا به طول کانونی  $6^\circ$  سانتیمتر و در  $12^\circ$  سانتیمتری آن قرار دارد. تصویر را پیدا کنید.

جواب: کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از  $s = +12^\circ \text{ cm}$  و  $f = -6^\circ \text{ cm}$ ؛ و کمیت‌های مجهول عبارت‌اند از  $s'$  و  $m$ . با جایگذاری مستقیم در معادله (۲-۴) می‌رسیم به:

$$s' = \frac{(+12) \times (-6)}{(+12) - (-6)} = \frac{-72}{+18}$$

$$s' = -4^\circ \text{ cm}$$

برای یافتن بزرگی تصویر، بنابر معادله (۳-۴) خواهیم داشت:

$$m = \frac{-s'}{s} = -\frac{-4}{12} = +\frac{1}{3} \times$$

بنابراین، تصویر به دست آمده در سمت چپ عدسی، مجازی، مستقیم، و اندازه آن یک سوم اندازه شیء است.



### ۹-۴ فرمول عدسی سازان

اگر بخواهیم یک عدسی با فاصله کانونی مشخص بترسیم، ضریب شکست شیشه آن باید معلوم باشد. تولیدکنندگان شیشه‌های اپتیکی، معمولاً برای تعیین ضریب شکست شیشه‌ها از نور زرد سدیم، خط D، استفاده می‌کنند. با فرض معلوم بودن ضریب شکست، شعاعهای انحنای باید چنان گزیده شوند که در معادله زیر صدق کنند

$$\bullet \quad \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۴-۴)$$

وقتی پرتوها از چپ به راست عدسی انتشار یابند، همه سطوح کوژ با شعاع مثبت و همه سطوح کاو با شعاع منفی منظور می‌شوند. در عدسی همکوژ، مطابق شکل ۱-۳ (الف)، برای سطح اول مثبت و  $r_2$  برای سطح دوم منفی است. با نشان دادن مقدار  $1/f$  از معادله (۴-۴)، می‌رسیم به:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۵-۴)$$

مثال ۳. می‌خواهیم یک عدسی تخت-کوژ به فاصله کانونی  $25 \text{ cm}$  (شکل ۱-۳ (ب)) از شیشه‌ای با ضریب شکست  $n = 1.52$  بسازیم. شعاع انحنای ابزار تراش و صیقل مورد استفاده را محاسبه کنید.

جواب: عدسی تخت-کوژ دارای یک سطح مستوی به شعاع بینهایت است، و به جای  $r_1$  در معادله (۴-۴) مقدار  $\infty$  را می‌نشانیم. شعاع سطح دوم،  $r_2$ ، مجهول است. با نشان دادن کمیت‌های معلوم در معادله (۴-۴)، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{25} = (1.52 - 1) \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_2} \right)$$

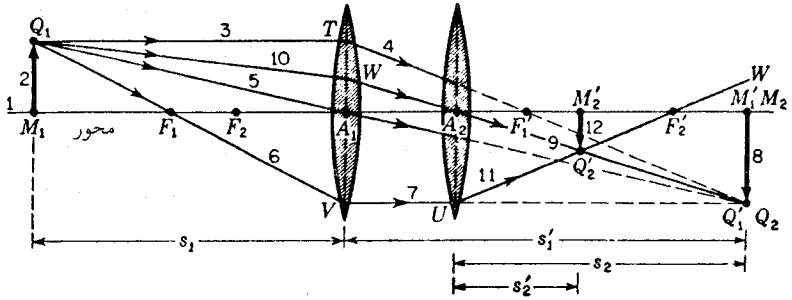
این عبارت را برحسب  $r_2$  می‌آراییم و نسبت به آن حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{25} = 0.52 \left( 0 - \frac{1}{r_2} \right) = -\frac{0.52}{r_2}$$

می‌رسیم به:

$$r_2 = -(25 \times 0.52) = -13 \text{ cm}$$

اگر این عدسی را برگردانیم، مطابق شکل، خواهیم داشت  $r_1 = +13 \text{ cm}$  و  $r_2 = \infty$ .

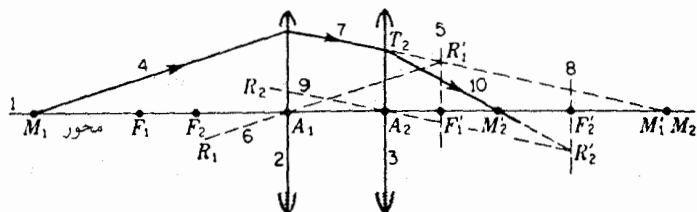


شکل ۴-۸. روش پرتوهای متوازی برای تعیین مکان تصویر نهایی ناشی از دو عدسی نازک، به طریق ترسیمی.

### ۴-۱۰ ترکیبهای مختلف عدسیهای نازک

می‌توان اصول تشکیل تصویر را که در بخش قبلی همین فصل ارائه کردیم، به سهولت در مورد دستگاههای اپتیکی مشتمل بر دو یا چند عدسی نازک گسترش دهیم. مثلاً دو عدسی همگرا را که مطابق شکل ۴-۸ با کمی فاصله از یکدیگر قرار گرفته‌اند، در نظر می‌گیریم. یک شیء  $Q_1M_1$  به فاصله معلوم  $s_1$  در مقابل عدسی اول قرار می‌گیرد، و تصویر  $Q'_1M'_1$  به فاصله مجهول  $s'_1$  از عدسی دوم تشکیل می‌شود. نخست روشهای ترسیمی را برای یافتن این فاصله تصویر به کار می‌بندیم و سپس نشان می‌دهیم که چگونه آن را با استفاده از فرمولهای عدسی نازک محاسبه کنیم. نخستین گام در به‌کارگیری روش ترسیمی، نادیده گرفتن حضور عدسی دوم و پیدا کردن تصویر ایجاد شده به وسیله عدسی اول به تنهایی است. در نمودار، بهره‌گیری از روش پرتوهای متوازی در مورد نقطه شیء  $Q_1$ ، مکان تصویر حقیقی و معکوس در  $Q'_1$  را تعیین می‌کند. حضور دو پرتو از سه پرتو فرودی ۳، ۵، ۶ و برای این منظور کفایت می‌کند. همین‌که مکان  $Q'_1$  پیدا شد، آنگاه می‌دانیم که همه پرتوهایی که  $Q_1$  را ترک می‌کنند، پس از شکست در عدسی اول، به سوی  $Q'_1$  خواهند رفت. با استفاده از این نکته، یک پرتو چهارم با ترسیم شماره ۹ از  $Q'_1$  به عقب، از مسیر  $A_2$  به  $W$ ، به دست می‌آوریم، سپس خط شماره ۱۰،  $Q_1$  را به  $W$  وصل می‌کند.

گام دوم عبارت است از تجسم کردن عدسی دوم در مکان خودش و اجرای تغییراتی به شرح زیر. چون پرتو ۹، چنان‌که مشاهده می‌شود، از مرکز عدسی ۲ می‌گذرد، بدون انحراف از جهت اولیه‌اش از آن خارج خواهد شد. چون پرتو ۷ میان دو عدسی به موازات محور است، پس از شکست در عدسی ۲ از کانون دوم آن،  $F'_1$  عبور می‌کند. تقاطع پرتوهای ۹ و ۱۱، مکان نهایی نقطه تصویر  $Q'_2$  را تعیین می‌کند.  $Q_1$  و  $Q'_1$  نقاط مزدوج عدسی اول و  $Q_2$  و  $Q'_2$  نقاط مزدوج عدسی دوم هستند و نهایتاً  $Q_1$  و  $Q'_2$  نقاط مزدوج برای ترکیب این عدسیها به شمار می‌روند. وقتی تصویر،  $Q'_2M'_2$  رسم



شکل ۹-۴ روش پرتوهای مایل برای تعیین ترسیمی مکان تصویر نهایی ناشی از دو عدسی نازک.

می‌شود، زوج نقاط مزدوج متناظر روی محور عبارت‌اند از  $M_1$  و  $M_1'$ ،  $M_2$  و  $M_2'$ ،  $M_1$  و  $M_1'$ ،  $M_2$  و  $M_2'$  را روی همین دو عدسی در شکل ۹-۴ به‌کار می‌بندیم. یک تک‌پرتو از نقطه شیء  $M$  به نقطه تصویر نهایی  $M'$  ردیابی می‌شود. خطوط با رعایت ترتیب نشان داده شده، رسم می‌شوند. خط چین‌ها از  $A_1$  به موازات پرتو ۴ و برای یافتن نقطه  $R_1'$  ترسیم می‌شود. خط چین ۹ از  $A_2$  به موازات پرتو ۷ برای یافتن نقطه  $R_1'$  ترسیم می‌شود. به‌کمک این ترسیم نیز همان نقاط مزدوج روی محور را به‌دست می‌آوریم. توجه کنید که خود محور هم به‌عنوان یک پرتو نور دوم در تعیین نقطه تصویر  $M_1'$  تلقی می‌شود.

از طریق مقایسه و به‌منظور واری جابجایی ترسیمی، می‌توانیم مقادیر خاصی به‌فواصل کانونی عدسیها نسبت دهیم و از فرمول عدسیها برای یافتن تصویر استفاده کنیم. فرض کنید فواصل کانونی دو عدسی، به‌ترتیب، عبارت باشند از  $+3$  و  $+4$  سانتیمتر، و به‌فاصله  $2$  سانتیمتر از همدیگر قرار دارند، و شیء نیز در  $4$  سانتیمتری جلوی عدسی اول واقع است.

ابتدا معادله  $(2-4)$  را برای عدسی اول به‌تنهایی به‌کار می‌بریم. کمیت‌های معلوم که جایگذاری می‌شوند، عبارت‌اند از  $s_1 = +4\text{cm}$ ،  $f_1 = +3\text{cm}$ :

$$s_1' = \frac{s_1 \times f_1}{s_1 - f_1} = \frac{(+4) \times (+3)}{(+4) - (+3)} = +12\text{cm}$$

بنابراین، تصویر حاصل فقط از عدسی اول، حقیقی و به‌فاصله  $12\text{cm}$  در سمت راست  $A_1$  واقع است. این تصویر، برای عدسی دوم حکم شیء را پیدا می‌کند و چون فقط  $10\text{cm}$  از  $A_2$  فاصله دارد، فاصله شیء،  $s_2$ ، خواهد شد  $10\text{cm}$ -. علامت منها الزامی و ناشی از این واقعیت است که فاصله شیء به‌سمت راست عدسی اندازه‌گیری می‌شود. گفتیم که تصویر انداخته شده به‌وسیله عدسی اول، تبدیل به شیء برای عدسی دوم می‌شود. چون پرتوها به‌سوی تصویر حاصل از عدسی اول واگرايند، شیء عدسی دوم مجازی است و لذا فاصله آن یک مقدار منفی دارد. با بهره‌گیری از فرمول عدسیها [معادله  $(2-4)$ ] در عدسی دوم، داریم  $s_2 = -10\text{cm}$  و

$$:f_2 = +4 \text{ cm}$$

$$s'_4 = \frac{(-10) \times (+4)}{(-10) - (+4)} = +2.86 \text{ cm}$$

تصویر نهایی در ۲٫۸۶ سانتیمتری سمت راست عدسی ۲ قرار دارد و حقیقی است.

#### ۴-۱۱ فضای شیء و فضای تصویر

برای هر موضع شیء یک موضع متناظر تصویر وجود دارد. چون تصویر می‌تواند هم حقیقی و هم مجازی باشد و در هر دو سمت عدسی قرار گیرد، فضای تصویر از بینهایت یک جهت تا بینهایت جهت دیگر گسترده شود. ولی نقاط شیء و نقاط تصویر مزدوج یکدیگرند، و از این رو در مورد فضای شیء نیز همین استدلال صادق است. نظر به همپوشی کامل این دو فضا، این پرسش پیش می‌آید که چگونه می‌توان میان فضای شیء و فضای تصویر تمایز قائل شد. پاسخ این پرسش به این قرار است که هر چیزی مربوط به پرتوها پیش از عبور آنها از سیستم شکننده به فضای شیء متعلق است و هر چیز مربوط به پرتوها پس از عبورشان از سیستم شکننده، به فضای تصویر تعلق دارد. با توجه به شکل ۴-۸، شیء  $Q_1$ ، و پرتوهای  $Q_1T$ ،  $Q_1A$ ، و  $Q_1V$  جملگی در فضای شیء عدسی اول واقع‌اند. این پرتوها، به محض ترک عدسی، در فضای تصویر عدسی اول واقع می‌شوند، چنان که تصویر  $Q'_1$  نیز چنین می‌کند. این فضا، در عین حال فضای شیء عدسی دوم نیز هست، و به محض اینکه پرتوهای نامبرده عدسی دوم را ترک می‌کنند و نیز تصویر  $Q'_2$ ، در فضای تصویر عدسی دوم قرار می‌گیرند.

#### ۴-۱۲ توان عدسی نازک

مفهوم توان عدسی و اندازه‌گیری آن، با مفهوم توان و اندازه‌گیری آن که در مبحث مربوط به همگرایی و واگرایی کاهش یافته و توان یک تک‌سطح در بخش ۳-۹ ارائه شدند، متناظر است. توان عدسی نازک برحسب دیوپتر، از عکس فاصله کانونی برحسب متر به دست می‌آید:

$$\bullet \quad P = \frac{1}{f} \quad \text{دیوپتر} = \frac{1}{\text{فاصله کانونی، متر}} \quad (4-6)$$

مثلاً، توان عدسی با فاصله کانونی  $5 \text{ cm}$  یا  $5 \text{ m}$  عبارت است از  $1/0.05 \text{ D}$  که می‌شود  $20 \text{ D}$ ، یعنی ۲۰ دیوپتر؛ به همین ترتیب، توان عدسی با فاصله کانونی  $20 \text{ cm}$  یا  $20 \text{ m}$  عبارت است از  $1/0.20 \text{ D}$ ،

که می‌شود  $5D$  - یعنی منفی ۵ دیوپتر. توان عدسیهای همگرا مثبت و توان عدسیهای واگرا منفی است.

با استفاده از فرمول عدسی‌سازان [معادله (۴-۴)] می‌توان نوشت:

$$P = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۷-۴)$$

که در آن  $r_1$  و  $r_2$  دو شعاع انحنای برحسب متر هستند، و  $n$  ضریب شکست شیشه است.

مثال ۴. شعاعهای دو سطح یک عدسی همکوز با ضریب  $۱.۶۰$  برابر است با  $۸.۰ \text{ cm}$ ؛ توان آن چقدر است؟

جواب: کمیت‌های داده شده برای استفاده در معادله ۷-۴ عبارت‌اند از  $n = ۱.۶۰$ ،  $r_1 = ۰.۰۸۰ \text{ m}$ ،  $r_2 = -۰.۰۸۰ \text{ m}$  (ن.ک شکل (۳-۱) در مورد شکل یک عدسی همکوز)

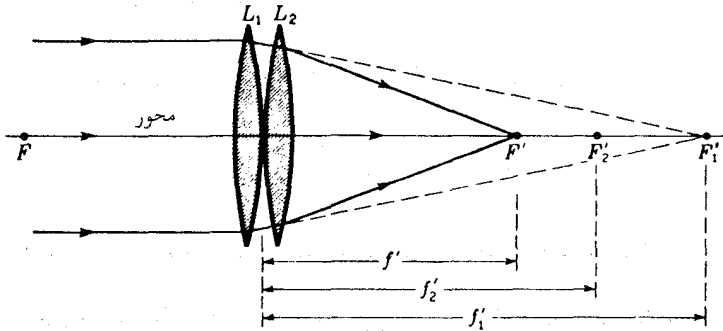
$$\begin{aligned} P &= (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (۱.۶۰ - ۱) \left( \frac{1}{۰.۰۸۰} - \frac{1}{-۰.۰۸۰} \right) \\ &= ۰.۶۰ \frac{۲}{۰.۰۸۰} = +۱۵.۰D \end{aligned}$$

عدسی عینکها را چنان می‌سازند که توان آنها مضرب صحیحی از ربع دیوپتر باشد و به این وسیله تعداد ابزار تراش و صیقل مورد استفاده در کارگاههای عینک‌سازی را کاهش می‌دهند. به علاوه، سطح نزدیک به چشم همیشه کاواست تا پلکها و مزه‌ها به آزادی حرکت کنند و در ضمن حتی الامکان نزدیک به چشم و عمود بر محور آن واقع باشند.

یادآوری: منظور کردن علامت مثبت یا منفی در مقابل عددی که توان عدسی را مشخص می‌کند حائز اهمیت است: مثلاً  $P = +۳.۰D$ ،  $P = -۴.۵D$  و الی آخر.

### ۱۳-۴ عدسیهای نازک مماس با هم

هرگاه دو عدسی نازک، مطابق شکل ۴-۱۰، با یکدیگر در حالت تماس قرار داده شوند، ترکیب حاصل به صورت یک تک عدسی با دو کانون متقارن  $F'$  و  $F$  در طرفین آن عمل خواهد کرد. پرتوهای موازی که در عدسی اول می‌شکنند، به سوی کانون ثانویه آن،  $F'_1$  می‌روند ولی شکست بعدی در عدسی دوم، مطابق شکل، آنها را به سوی  $F''$  هدایت می‌کند.  $F'$  به عنوان کانون ثانویه ترکیب عدسیها تعیین می‌شود و فاصله‌اش از مرکز به عنوان فاصله کانونی ثانویه ترکیب،  $f'$  تعریف می‌شود.



شکل ۴-۱۵ توان یک ترکیب از عدسیهای نازک مماس برابر است با مجموع توان هر یک از عدسیها.

حال، چنانچه فرمول عدسی ساده (۴-۱) را در مورد پرتوهایی به کار ببریم که به عدسی دوم،  $L_2$ ، وارد و سپس از آن خارج می‌شوند، ملاحظه می‌کنیم که برای عدسی دوم به‌تنهایی،  $f'_1$  فاصله شیء است (که با علامت منفی منظور می‌شود)،  $f'$  فاصله تصویر، و  $f'_2$  فاصله کانونی است. با استفاده از معادله (۴-۱) و نشان دادن این مقادیر به‌ترتیب، به جای  $s$ ،  $s'$ ، و  $f$ ، داریم

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f'_2} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{-f_1} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_2}$$

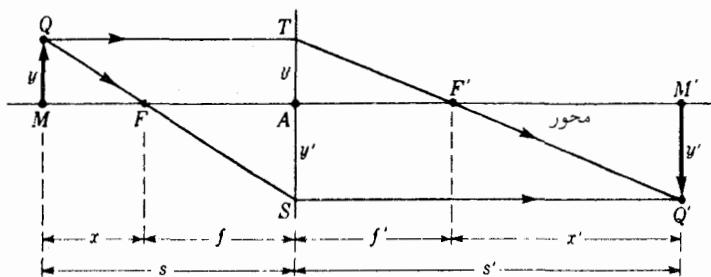
چون فرض بر این است که عدسیها در هوا واقعند، فواصل کانونی اولیه آنها با فاصله کانونی ثانویه آنها برابر است، و می‌توانیم همه علامتهای پریم را حذف کنیم و بنویسیم:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (۸-۴)$$

به‌زبان کلمات، عکس فاصله کانونی ترکیبی از عدسیها برابر است با مجموع عکس فواصل کانونی تک‌تک عدسیها. نظر به اینکه بنابر معادله (۴-۶) می‌توانیم بنویسیم  $P_2 = 1/f_2$ ،  $P_1 = 1/f_1$  و  $P = 1/f$ ، برای توان ترکیب عدسیها خواهیم داشت

$$P = P_1 + P_2 \quad (۹-۴)$$

به‌طور کلی، هرگاه عدسیهای نازک را با هم به حالت مماس درآوریم، توان ترکیب عدسیها، از مجموع توان هر یک از عدسیها به‌دست می‌آید.



شکل ۱۱-۴ شکل هندسی به کار رفته برای به دست آوردن فرمولهای عدسیهای نازک.

### ۱۴-۴ به دست آوردن فرمول عدسیها

معادله (۱-۴)، به نام فرمول عدسیها، به کمک داده های هندسی شکل ۴-۴، به آسانی به دست می آید. جنبه های ضروری نمودار را در شکل ۱۱-۴ تکرار کرده ایم؛ این شکل فقط دو پرتو را نشان می دهد که از ارتفاع شیء  $y$ ، به ارتفاع تصویر،  $y'$ ، وصل می شود.  $s$  و  $s'$ ، به ترتیب، فواصل شیء و تصویر را از مرکز عدسی و  $x$  و  $x'$  فواصل کانونهای  $F$  و  $F'$  را نشان می دهند. می توان با توجه به تشابه دو مثلث  $F'TA$  و  $Q'TS$  نوشت:

$$\frac{y - y'}{s'} = \frac{y}{f}$$

توجه کنید که  $y - y'$  به جای  $y + y'$  نوشته شده است، زیرا  $y'$ ، بنابر قرارداد علامتها، کمیتی منفی است. از دو مثلث متشابه  $FAS$  و  $QTS$  هم داریم

$$\frac{y - y'}{s} = \frac{-y'}{f}$$

مجموع دو رابطه بالا چنین می شود

$$\frac{y - y'}{s} + \frac{y - y'}{s'} = \frac{y}{f'} - \frac{y'}{f}$$

چون  $f = f'$ ، می توان دو جمله سمت راست را به یک جمله ساده  $y - y'$  را از طرفین حذف کرد و معادله مطلوب را به دست آورد:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

این فرمول راشکل گاؤسی\* فرمول عدسیها می‌گویند.

صورت دیگر فرمول عدسیها، شکل نیوتونی آن است، و به‌طریق شباهت‌سازی، با استفاده از تشابه دو زوج مثلث دیگر  $QMF$  و  $FAS$  از یک طرف و  $TAF'$  و  $F'M'Q'$  از سوی دیگر، حاصل می‌شود. با توجه به علامتهای یاد شده، ملاحظه می‌کنیم که

$$\frac{-y'}{x'} = \frac{y}{f} \quad \text{و} \quad \frac{y}{x} = \frac{-y'}{f} \quad (۱۰-۴)$$

از ضرب کردن این دو معادله بر یکدیگر، می‌رسیم به

$$xx' = f^2$$

در فرمول گاؤسی، فواصل شیء از عدسی اندازه‌گیری می‌شوند، در حالی که در فرمول نیوتونی این فواصل را از کانونها اندازه می‌گیرند. هرگاه شیء در سمت چپ نقطه مرجع (به‌ترتیب،  $A$  یا  $F$ ) واقع شود، فاصله شیء ( $s$  یا  $x$ ) مثبت است، و هرگاه تصویر در سمت راست نقطه مرجع خود ( $A$  یا  $F'$ ) به‌ترتیب) قرار گیرد، فاصله تصویر ( $s'$  یا  $x'$ ) مثبت است. بزرگنمایی جانبی که به‌کمک معادله (۳-۴) به‌دست می‌آید، ناظر بر شکل گاؤسی فرمول است. چنانچه فواصل از کانونها سنجیده شوند، باید بزرگنمایی شکل نیوتونی مورد‌استفاده قرار گیرد که از معادله (۱۰-۴) مستقیماً به‌دست می‌آید:

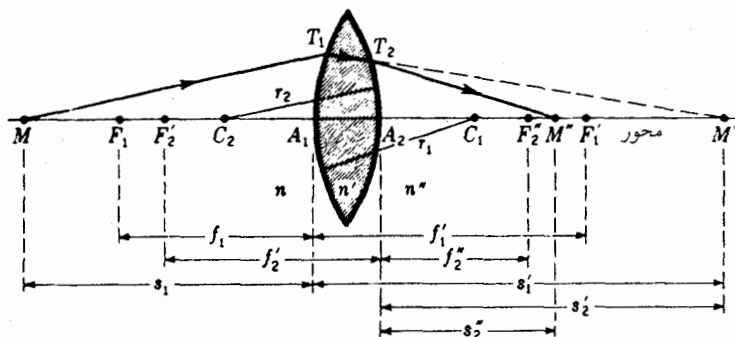
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f} \quad (۱۱-۴)$$

در حالت کلیتر، وقتی محیط در دو سمت عدسی فرق می‌کند، در بخش دیگری نشان خواهیم داد که فواصل کانونی اولیه و ثانویه،  $f$  و  $f'$ ، متفاوت، و نسبت آنها با نسبت دو ضریب شکست یکی است. در آن‌صورت، شکل نیوتونی فرمول عدسیها به‌صورت متقارن در می‌آید، یعنی

$$xx' = ff'$$

\* کارل فردریش گاؤس (۱۷۷۷-۱۸۵۵)، ستاره‌شناس و فیزیکدان آلمانی، عمدتاً به‌اعتبار کارهایش در زمینه نظریه ریاضی مغناطیس شناخته شده است. وی که از خانواده‌ای فقیر برخاسته بود، وقتی توانایی خود را در ریاضیات آشکار کرد، موفق شد برای ادامه تحصیلات خود حمایت افراد متنفذ را جلب کند. وی در ۱۸۴۱ نخستین رساله عمومی در زمینه نظریه مرتبه اول عدسیها را، در میان مقاله‌هایش که اکنون به "Dioptrische Untersuchungen" مشهور است، منتشر کرد.





شکل ۱۲-۴ هر سطح یک عدسی نازک کانونهای خود و فواصل کانونی خود و همچنین فواصل شیء و تصویر جداگانه خود را دارد.

#### ۱۵-۴ استخراج فرمول عدسی سازان

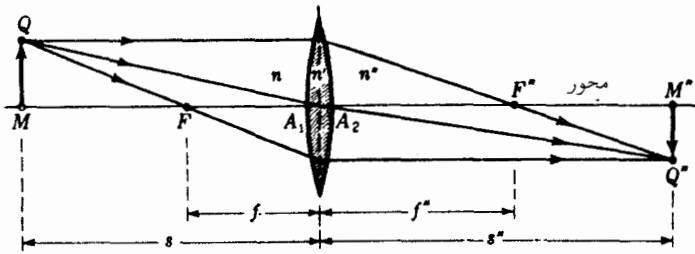
شکل هندسی لازم برای دستیابی به این فرمول را در شکل ۱۲-۴ مشاهده می‌کنید.  $n$ ،  $n'$  و  $n''$  ضرایب شکست سه محیط،  $f_1$  و  $f_1'$  فواصل کانونی فقط برای سطح اول، و  $f_2'$  و  $f_2''$  فواصل کانونی فقط برای سطح دوم را نشان می‌دهند. پرتو مایل  $MT_1$  بر سطح اول فرود می‌آید، چنان‌که گویی از نقطه شیء محوری  $M$  در فاصله  $s_1$  از رأس  $A_1$  گسیل شده است. این پرتو، بر اساس معادله (۲-۳)، در  $T_2$  می‌شکند و به سوی نقطه مزدوج  $M'$  می‌رود:

$$\frac{n}{s_1} + \frac{n'}{s_1'} = \frac{n' - n}{r_1} \quad (12-4)$$

همین پرتو با رسیدن به  $T_2$ ، در جهت جدید  $T_2M''$  می‌شکند: فاصله شیء پرتو شیء  $T_1T_2$  برای این سطح دوم، عبارت است از  $s_2'$  و پرتو شکسته، فاصله تصویر  $s_2''$  را به دست می‌دهد. هرگاه معادله (۲-۳) را روی این سطح شکننده دوم به کار بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{n'}{s_2'} + \frac{n''}{s_2''} = \frac{n'' - n'}{r_2} \quad (13-4)$$

حال، چنانچه ضخامت عدسی را در مقایسه با فواصل شیء و تصویر، کوچک و چشم‌پوشیدنی بگیریم، ملاحظه می‌کنیم که فاصله تصویر،  $s_2'$ ، برای سطح اول از نظر اندازه با فاصله شیء  $s_1'$  برای سطح دوم برابر می‌شود. چون  $M'$  یک تصویر مجازی برای سطح دوم است، علامت فاصله



شکل ۴-۱۳ وقتی ضریب شکست محیطهای دو سمت عدسی نازک متفاوت باشند، فواصل کانونی اولیه و ثانویه هم برابر نیستند و پرتو مار بر مرکز عدسی انحراف پیدا می‌کند.

شیء برای این سطح منفی می‌شود. در نتیجه، می‌توانیم قرار دهیم  $s'_1 = -s'_2$  و بنویسیم

$$\frac{n'}{s'_1} = -\frac{n'}{s'_2}$$

حال اگر معادله‌های (۴-۱۲) و (۴-۱۳) را با هم جمع و تساوی بالا را در آن جایگذاری کنیم، می‌رسیم به

$$\frac{n}{s_1} + \frac{n''}{s''_2} = \frac{n' - n}{r_1} + \frac{n'' - n'}{r_2} \quad (۴-۱۴)$$

اکنون اگر  $s_1$  را فاصله شیء بنامیم و آن را مانند شکل ۴-۱۳، با  $s$  نشان دهیم و  $s''_2$  را فاصله تصویر بنامیم و با  $s''$  نشان دهیم، می‌توانیم معادله (۴-۱۴) را به صورت زیر بنویسیم:

$$\frac{n}{s} + \frac{n''}{s''} = \frac{n' - n}{r_1} + \frac{n'' - n'}{r_2} \quad (۴-۱۵)$$

این عبارت، فرمول کلی برای عدسیهای نازکی است که محیط دو سمتشان متفاوت است. در چنین حالتی می‌توانیم به‌شيوه مشروح در بخش ۳-۴ عمل و کانونهای اولیه و ثانویه،  $F''$  و  $F$  و فواصل کانونی متناظرشان،  $f$  و  $f''$ ، را تعیین کنیم و  $s$  یا  $s''$  را بینهایت بگیریم. در آن صورت می‌رسیم به:

$$\frac{n}{f} = \frac{n' - n}{r_1} + \frac{n'' - n'}{r_2} = \frac{n''}{f''} \quad (۴-۱۶)$$

به بیان صریح، نسبت فواصل کانونی با نسبت ضرایب شکست دو محیط،  $n$  و  $n''$ ، برابر است (شکل ۴-۱۳)

$$\frac{f}{f''} = \frac{n}{n''} \quad (۱۷-۴)$$

در صورتی که محیط در دو سمت عدسی یکی باشد، یعنی  $n = n''$ ، معادله (۴-۱۵) به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{n}{s} + \frac{n''}{s''} = (n' - n) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۱۸-۴)$$

یادآوری: علامت منها در پراکنش آخر ناشی از این واقعیت است که  $n'$  و  $n''$  در کسر آخر معادله ۴-۱۵ در فاکتورگیری جایشان عوض می شود. بالاخره، اگر محیط پیرامون هوا باشد ( $n = 1$ )، فرمول عدسی سازان به دست می آید.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s''} = (n' - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۱۹-۴)$$

برحسب علامتهای توان معادله (۳-۹)، فرمول کلی [معادله (۴-۱۵)] به صورت زیر نوشته می شود:

$$V + V'' = P_1 + P_2 \quad (۲۰-۴)$$

که در آن

$$V = \frac{n}{s} \quad V'' = \frac{n''}{s''} \quad P_1 = \frac{n' - n}{r_1} \quad P_2 = \frac{n'' - n'}{r_2} \quad (۲۱-۴)$$

معادله (۴-۲۰) هم چنین نوشته می شود:

$$V + V'' = P \quad (۲۲-۴)$$

که در آن  $P$  توان عدسی، و برابر است با مجموع توانهای دو سطح:

$$P = P_1 + P_2 \quad (۲۳-۴)$$

## مسائل

۱-۴ تصویر یک شیء که در  $۱۲^\circ$  سانتیمتری جلوی یک عدسی نازک قرار دارد، در طرف دیگر آن و به فاصله  $۴۲^\circ$  سانتیمتری از آن تشکیل می‌شود، محاسبه کنید: (الف) فاصله کانونی عدسی؛ و (ب) توان آن را. جواب: (الف)  $۹٫۳۳+$  سانتیمتر؛ (ب)  $۱۰٫۷۲+$  دیوپتر

۲-۴ شیء به ارتفاع  $۲٫۵\text{cm}$  در  $۱۲^\circ$  سانتیمتری جلوی یک عدسی نازک، به فاصله کانونی  $۳^\circ\text{cm}$  قرار دارد. محاسبه کنید: (الف) فاصله تصویر؛ (ب) بزرگنمایی؛ و (ج) نوع تصویر را. (د) جوابها را به کمک نمودار بیازمایید.

۳-۴ شعاعهای دو سطح یک عدسی نازک، به ترتیب، عبارت‌اند از  $r_1 = +۱۰^\circ$  و  $r_2 = -۲۵^\circ$  سانتیمتر. این عدسی از شیشه‌ای با ضریب شکست  $۱٫۷۴^\circ$  ساخته شده است. محاسبه کنید: (الف) فاصله کانونی؛ و (ب) توان عدسی را.

۴-۴ شیء به ارتفاع  $۳٫۵\text{cm}$  در فاصله  $۱۰^\circ$  سانتیمتری جلوی یک عدسی با فاصله کانونی  $۶^\circ\text{cm}$  قرار دارد. محاسبه کنید: (الف) توان عدسی؛ (ب) فاصله تصویر؛ و (ج) بزرگنمایی جانبی را. موضع تصویر را به طریقه ترسیمی: (د) با روش پرتوهای موازی؛ و (ه) با روش پرتوهای مایل پیدا کنید.

۵-۴ می‌خواهیم یک عدسی همکاو از شیشه فلینت به ضریب شکست  $۱٫۷۵^\circ$  بسازیم. اگر توان آن  $D = -۳$  باشد، شعاعهای انحنای آن را محاسبه کنید. جواب: هر دو شعاع  $۵^\circ\text{cm}$ .

۶-۴ می‌خواهیم یک عدسی تخت-کوژ از شیشه فلینت سبک به ضریب شکست  $۱٫۶۸^\circ$  بسازیم. اگر توان عدسی  $D = ۴٫۵$  باشد، شعاع انحنای آن را حساب کنید.

۷-۴ دو عدسی به فواصل کانونی  $f_1 = +۵^\circ\text{cm}$  و  $f_2 = +۱۰^\circ\text{cm}$  در  $۵^\circ$  سانتیمتری یکدیگر قرار گرفته‌اند. هرگاه یک شیء به ارتفاع  $۲٫۵\text{cm}$  در  $۱۵^\circ$  سانتیمتری جلوی عدسی اول قرار گیرد، مطلوب است: (الف) مکان؛ و (ب) بزرگی تصویر نهایی.

جواب: (الف)  $۲٫۰^\circ\text{cm}$  از عدسی دوم؛ (ب)  $۱^\circ-$ .

۸-۴ یک عدسی همگرا برای انداختن تصویر شعله یک شمع روی پرده به کار رفته است. بدون اینکه شعله شمع را حرکت دهیم، یک عدسی دیگر با شعاعهای  $r_1 = +۱۰^\circ\text{cm}$  و  $r_2 = -۲^\circ\text{cm}$  و ضریب شکست  $۱٫۶۵^\circ$  را در مسیر باریکه همگرا و در  $۳۰^\circ$  سانتیمتری پرده قرار می‌دهیم.

(الف) توان عدسی دوم را محاسبه کنید؛ (ب) حال، برای به دست آوردن یک تصویر واضح، پرده را در چه فاصله‌ای از عدسی دوم باید قرار دهیم؟ (ج) نمودار این آزمایش را ترسیم کنید.

۹-۴ یک عدسی کوژ دوگانه از شیشه‌ای به ضریب شکست  $n = ۱.۵۸$  ساخته شده است. اگر شعاع یکی از سطوح دو برابر شعاع دیگری، و فاصله کانونی آن  $۶\text{ cm}$  باشد، مطلوب است شعاعهای انحنای این عدسی.

۱۰-۴ دو عدسی به فواصل کانونی  $f_1 = +۹\text{ cm}$ ،  $f_2 = -۱۸\text{ cm}$  به فاصله  $۳\text{ cm}$  از یکدیگر قرار گرفته‌اند. هرگاه یک شیء به ارتفاع  $۲.۵\text{ cm}$  در  $۲۰^\circ$  سانتیمتری جلوی عدسی اول قرار گیرد؛ (الف) مکان؛ و (ب) بزرگی تصویر نهایی را محاسبه کنید؛ (ج) جواب به دست آمده را با روش ترسیمی بیازمایید.

۱۱-۴ یک اسلاید به ارتفاع  $۸\text{ cm}$  را در  $۳.۵\text{ متری}$  پرده تصویر قرار داده‌ایم. فاصله کانونی عدسی چقدر باشد تا تصویر آن را به ارتفاع  $۱\text{ متر}$  روی پرده اندازه‌اندازد.

۱۲-۴ شیئی در فاصله  $۱.۶\text{ متری}$  یک پرده سفید قرار دارد. فاصله کانونی عدسی که یک تصویر حقیقی معکوس و با بزرگنمایی  $۶-$  روی پرده تشکیل دهد، چقدر خواهد بود؟  
جواب:  $۱۹.۵۹\text{ cm}$ .

۱۳-۴ توانهای سه عدسی نازک، به ترتیب، عبارت‌اند از  $+۱.۵^\circ$ ،  $-۲.۸^\circ$ ، و  $۳.۴^\circ$  دیوپتر. توانهای ممکن حاصل از ترکیب تماسی این سه عدسی در هنگام کاربرد آنها به صورت کلی، دو به دو و هر سه با هم، کدامند؟

۱۴-۴ دو عدسی نازک با شعاعهای انحنای و ضرایب شکست زیر در تماسند. برای عدسی اول:  $r_1 = +۱۲\text{ cm}$ ،  $r_2 = -۱۸\text{ cm}$  و  $n = ۱.۵۶$ ؛ برای عدسی دوم:  $r_1 = -۳\text{ cm}$ ،  $r_2 = +۲\text{ cm}$  و  $n = ۱.۶۵$ . پیدا کنید (الف) توانهای هر یک از آنها؛ (ب) توان ترکیبی آنها؛ (ج) فواصل کانونی هر یک از آنها؛ و (د) فاصله کانونی ترکیبی آنها را.

۱۵-۴ یک شیء به ارتفاع  $۲.۵\text{ cm}$  در فاصله  $۱.۵\text{ سانتیمتری}$  جلوی یک عدسی به فاصله کانونی  $۵\text{ cm}$  قرار گرفته است. یک عدسی دیگر با فاصله کانونی  $۱۲\text{ cm}$  را در  $۲.۵\text{ سانتیمتری}$  پشت این عدسی همگرا قرار می‌دهیم. پیدا کنید؛ (الف) مکان؛ و (ب) بزرگی تصویر نهایی را.  
جواب: (الف)  $+۸.۵۷\text{ cm}$ ؛ (ب)  $-۲.۱۴۳\text{ cm}$ .

۱۶-۴ یک شیء به ارتفاع  $۲.۵\text{ cm}$  را در  $۸\text{ سانتیمتری}$  جلوی یک عدسی با فاصله کانونی

$24^\circ \text{cm}$  - قرار می‌دهیم. یک عدسی دیگر با فاصله کانونی  $5^\circ \text{cm}$  را در  $15^\circ$  سانتیمتری پشت عدسی اول قرار می‌دهیم. پیدا کنید: (الف) مکان؛ و (ب) بزرگی تصویر نهایی. (ج) نمودار دستگاه را رسم کنید.

$17-4$  سه عدسی به فواصل کانونی، به ترتیب،  $4^\circ$ ،  $6^\circ$ ، و  $2^\circ$  سانتیمتر را به همین ترتیب یکی بعد از دیگری و به فاصله  $2^\circ$  سانتیمتری از هم قرار می‌دهیم. (الف) اگر نور موازی بر عدسی اول فرود آید، در چه فاصله‌ای از پشت عدسی سوم نور متمرکز خواهد شد؟ (ب) نمودار این سیستم را با مقیاس ترسیم کنید.

$18-4$  یک شیء به ارتفاع  $35^\circ \text{cm}$  در  $8^\circ$  سانتیمتری جلوی یک عدسی به فاصله کانونی  $7^\circ \text{cm}$  - قرار دارد. یک عدسی دیگر با فاصله کانونی  $45^\circ \text{cm}$  را در  $35^\circ$  سانتیمتری پشت عدسی اول قرار می‌دهیم پیدا کنید: (الف) مکان؛ و (ب) بزرگی تصویر را. (ج) نمودار سیستم را با مقیاس ترسیم کنید.

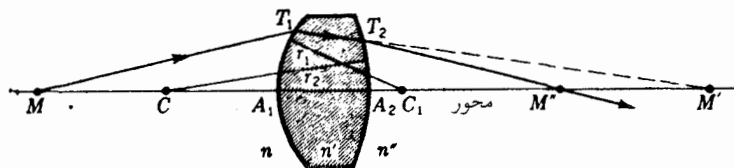


## عدسیهای ضخیم

در مواردی که نتوان از ضخامت عدسی در مقایسه با فاصله کانونی آن چشم پوشید برخی از فرمولهای عدسی نازک که در فصل ۴ عنوان شدند، در اینجا دیگر قابل استفاده نیستند. در این صورت باید عدسی به عنوان یک عدسی ضخیم مورد بررسی قرار گیرد. این اصطلاح نه تنها برای یک تک عدسی همگن با دو سطح کروی فاصله دار به کار می رود، بلکه همچنین برای هر سیستم سطوح هم محوری که به عنوان یک سیستم واحد تلقی شود، نیز به کار می رود. بنابراین، عدسی ضخیم می تواند متضمن چندین عدسی جزء باشد که ممکن است با هم تماس باشند یا نباشند. یک مورد را که شامل این مقوله می شود قبلاً تحقیق کرده ایم؛ یعنی، ترکیب یک زوج عدسی نازک و جدا از هم است که آن را در شکل ۴-۸ مشاهده کردیم.

### ۱-۵ دو سطح کروی

یک شکل ساده عدسی ضخیم شامل دو سطح کروی است که در شکل ۱-۵ مشاهده می کنید. مطالعه تواناییهای تصویرسازی چنین سیستمی با پیروی از شیوه‌هایی صورت می گیرد که در فصلهای ۳ و ۴ شرح داده ایم. هر سطح، به عنوان یک جزء تصویرساز، در تشکیل تصویر نهایی به وسیله سیستم به صورت یک کل، سهیم است.



شکل ۱-۵ جزئیات شکست یک پرتو در هر دو سطح یک عدسی.

$n'$  و  $n''$  به ترتیب، ضرایب شکست سه محیط جدا شده به وسیله دو سطح کروی به شعاعهای  $r_1$  و  $r_2$  هستند. یک پرتو نور از یک نقطه شیء محوری  $M$  را نشان می‌دهیم که توسط سطح اول در جهت  $T_1 M'$  و سپس به وسیله سطح دوم در جهت  $T_2 M''$  می‌شکند. چون محور عدسی را می‌توانیم یک پرتو دوم نورگسلی از  $M$  تلقی کنیم،  $M''$  تصویر نهایی نقطه شیء  $M$  است. بنابراین،  $M$  و  $M''$  نقاط مزدوج عدسی ضخیم در حکم یک کل هستند، و همه پرتوهای تابیده از  $M$  باید در  $M''$  متمرکز شوند.

نخست روش پرتوهای موازی برای تعیین موضع ترسیمی تصویری تشکیل یافته به وسیله یک عدسی ضخیم را مورد بررسی قرار می‌دهیم و سپس فرمولهای کلی را که قبلاً در مورد محاسبه فواصل تصویر به دست آورده‌ایم، به کار می‌بندیم. فرمولهایی که قرار است مورد استفاده واقع شوند عبارت‌اند از (بخش ۳-۴):

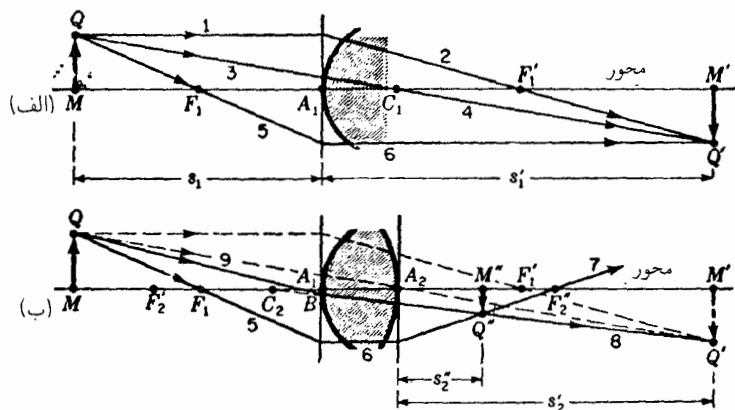
$$\bullet \quad \frac{n}{s_1} + \frac{n'}{s'_1} = \frac{n' - n}{r_1} \quad \frac{n'}{s'_2} + \frac{n''}{s''_2} = \frac{n'' - n'}{r_2} \quad (1-5)$$

برای سطح اول برای سطح دوم

## ۲-۵ روش پرتوهای موازی

روش پرتوهای موازی در تعیین موضع ترسیمی را به صورتی که در مورد یک عدسی ضخیم با دو سطح به کار می‌بریم، در شکل ۲-۵ مشاهده می‌کنید. با وجود اینکه نمودار به صورت یک کل ترسیم می‌شود، در اینجا آن را به دو قسمت تقسیم کرده‌ایم تا شرح آن را ساده کنیم. نقاط  $F'_1$  و  $F_1$  نشان دهنده کانونهای اولیه و ثانویه سطح اول، و  $F'_2$  و  $F_2$  کانونهای اولیه و ثانویه سطح دوم هستند. نمودار (الف) با اعمال روش شکل ۳-۶ برای سطح اول به تنهایی، رسم می‌شود و پرتوهای شکسته را تا آنجا که ضروری است برای تعیین مکان تصویر  $M'Q'$  امتداد می‌دهیم. این تصویر حقیقی،  $M'Q'$ ، مطابق نمودار (ب)، به شیء برای سطح دوم تبدیل می‌شود. این شیوه مشابه همان روشی است که برای دو عدسی نازک در شکل ۴-۸ به کار گرفته بودیم. پرتو شماره ۵ در





شکل ۲-۵ روش پرتوهای موازی در تعیین مکان تصویر تشکیل شده در عدسی ضخیم، به طریق ترسیمی.

نمودار (ب)، که به موازات محور در سطح اول شکسته شده است، به صورت پرتو شماره ۷ پس از شکست در سطح دوم از کانون ثانویه آن،  $F_2''$  می‌گذرد.

پرتوهای ۸ و ۹ را با ترسیم یک خط از  $Q'$  به عقب با گذر از  $C_2$  و سپس از تقاطع  $B$  که خط  $BQ$  را ترسیم می‌کند، به دست می‌آوریم. تقاطع پرتوهای ۷ و ۸، نقطه تصویر نهایی  $Q''$  و مکان تصویر نهایی  $M''Q''$  را تعیین می‌کند.

مثال ۱. یک عدسی همکوره به ضخامت ۲ cm و به شعاعهای انحنای ۲ cm را در ته یک مخزن آب نصب کرده‌ایم. یک شیء در هوا روی محور عدسی و به فاصله ۵ cm از رأس آن قرار دارد. موضع تصویر نهایی را پیدا کنید. ضرایب شکست، به ترتیب، برای هوا و شیشه و آب عبارت‌اند از  $1.00$ ،  $1.50$ ، و  $1.33$ .

جواب: ابعاد مربوطه در این مسئله تقریباً همانندینند که در شکل ۲-۵ (ب) مشاهده می‌کنید. اگر معادله (۱-۵) را فقط در مورد سطح اول اعمال کنیم، فاصله تصویر را به دست می‌آوریم.

$$s' = +3.0 \text{ cm} \quad \text{یا} \quad \frac{1.00}{5} + \frac{1.50}{s'_1} = \frac{1.50 - 1.00}{2}$$

اگر همین معادله را در سطح دوم به کار ببریم، ملاحظه می‌کنیم که فاصله شیء برابر می‌شود با  $s'_1$  منهای ضخامت عدسی، یا ۲.۸ cm، و چون به یک شیء مجازی مربوط است، دارای علامت منفی است. بنابراین، جایگذاریهایی که باید صورت گیرند، عبارت‌اند از:  $s_2 = -2.8 \text{ cm}$

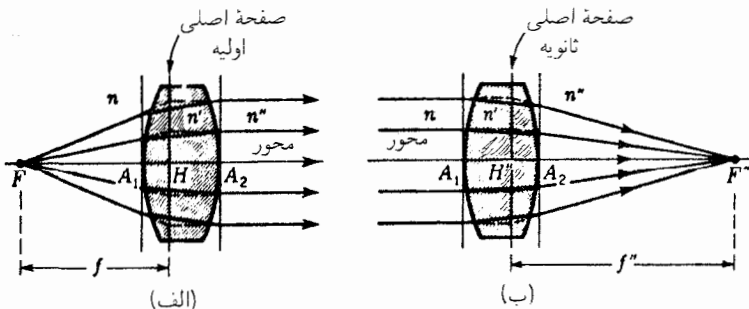
$$r_2 = -2r \text{ cm و } n'' = 1.33, n' = 1.50$$

$$s'' = +9.6 \text{ cm یا } \frac{1.50}{-28} + \frac{1.33}{s''} = \frac{1.33 - 1.50}{-2}$$

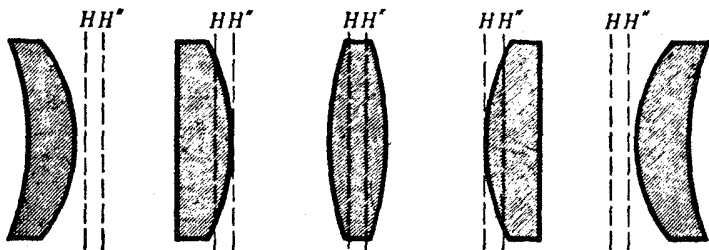
در این مرحله باید توجه خاصی به علامت کمیتهای مختلف مبذول شود. چون سطح دوم نسبت به فرود نور کاو است، علامت  $r_2$  باید منفی باشد. پرتوهای فرودی در شیشه متعلق به یک نقطه شیئی  $M'$  هستند که مجازی است و از این رو  $s'_p$  که در سمت راست رأس  $A_2$  قرار دارد، نیز باید منفی باشد. تصویر نهایی در آب تشکیل می‌شود ( $n'' = 1.33$ ) و فاصله‌اش از رأس دوم عبارت است از:  $+9.6 \text{ cm}$ . علامت مثبت نشان می‌دهد که تصویر حقیقی است. یادآور می‌شویم که معادله‌های (۱-۵) فقط در مورد پرتوهای پیرامحوری صادق‌اند. نمودارهای شکل ۲-۵، که نشان می‌دهند همه شکستها در خطوط قائم مار بر رئوس  $A_1$  و  $A_2$  اتفاق افتاده نیز منحصر به پرتوهای پیرامحوری‌اند.

### ۳-۵ نقاط کانونی و نقاط اصلی

نمودارهایی را که مشخصه‌های دو نقطه کانونی عدسی ضخیم را نشان می‌دهند، در شکل ۳-۵ مشاهده می‌کنید. در نمودار اول پرتوهای واگرای خروجی از کانون اولیه،  $F$ ، از عدسی به موازات محور خارج می‌شوند، ولی در نمودار دوم پرتوهای موازی فرودی در کانون ثانویه  $F''$  متمرکز می‌شوند. در هر دو حالت، پرتوهای فرودی و شکسته را امتداد داده‌ایم که همدیگر را مابین دو سطح عدسی قطع کنند (خط چینها). صفحات عرضی مار بر این تقاطعها، صفحات اصلی اولیه و ثانویه



شکل ۳-۵ نمودارهای پرتوی که صفحات اصلی اولیه و ثانویه را در یک عدسی ضخیم نشان می‌دهند.



شکل ۴-۵ تغییرات نقاط اصلی اولیه و ثانویه یک عدسی ضخیم با فاصله کانونی ثابت که تحت تأثیر "خمیدگی" قرار گرفته است.

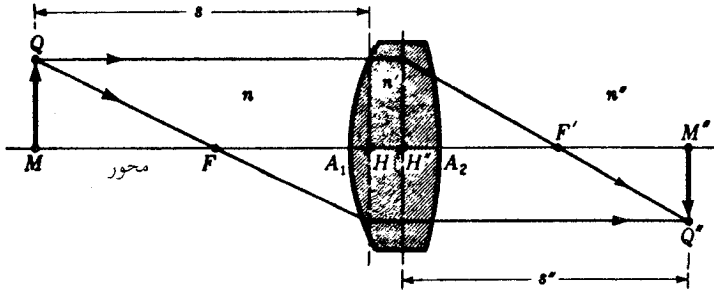
را تشکیل می‌دهند. این صفحات در نقاط  $H$  و  $H''$  که نقاط اصلی نامیده می‌شوند، محورها را قطع می‌کنند. توجه کنید که مابین دو صفحه اصلی یک تناظر نقطه به نقطه برقرار است، به طوری که هر کدام تصویر مستقیم دیگری و ابعاد هر دو یکی است. به این دلیل گاهی آنها را صفحات واحد نامیده‌اند. بهترین تعریفشان از این قرار است: صفحات اصلی عبارت‌اند از دو صفحه‌ای که دارای بزرگنمایی جانبی مثبت واحدند.

فواصل کانونی، چنان‌که در شکل مشاهده می‌شود، از کانونهای  $F$  و  $F''$  تا نقاط اصلی مربوط به آنها،  $H$  و  $H''$ ، اندازه‌گیری می‌شوند و نه تا رأسهای مربوطه  $A_1$  و  $A_2$ . هرگاه محیط دو سمت عدسی یکی باشد،  $n'' = n$ ، فاصله کانونی اولیه،  $f$ ، دقیقاً برابر است با فاصله کانونی ثانویه، یعنی  $f''$ .

اگر محیط دو سمت عدسی متفاوت باشند، به طوری که  $n''$  با  $n$  مساوی نباشد، فواصل کانونی هم متفاوت خواهند بود و نسبتشان با کسر ضرایب شکست برابر است:

$$\frac{n''}{n} = \frac{f''}{f} \quad (۲-۵)$$

به طور کلی، نقاط کانونی نسبت به عدسی متقارن نیستند، بلکه در فواصل مختلف از رأسها قرار می‌گیرند. این امر حتی در صورتی نیز صادق است که محیط دو سمت عدسی یکی باشد و دو فاصله کانونی با هم برابر باشند. هرگاه یک عدسی از جنس معین و فاصله کانونی معین "خمیده" شود (شکل ۴-۵)، یعنی از شکل متقارن یک عدسی همکوز در هر دو سمت انحراف یابد، نقاط اصلی هم جابه‌جا می‌شوند. در عدسیهای هلالی یا ماهک با ضخامت و انحنای زیاد، حتی ممکن است  $H$  و  $H''$  کاملاً خارج از عدسی واقع شوند.



شکل ۵-۵ روش پرتوهای موازی برای تعیین ترسیمی مکان تصویر در یک عدسی ضخیم.

## ۴-۵ روابط مزدوج

به منظور ردیابی هر پرتو در یک عدسی ضخیم، نخست باید مکان کانونها و نقاط اصلی آن تعیین شوند. همین که این کار صورت گرفت، چه به طور ترسیمی و چه از طریق محاسبه، روش پرتو موازی را می توان برای تعیین مکان تصویر به کار برد (شکل ۵-۵). شیوه ترسیم مطابق شیوه ارائه شده در شکل ۴-۱۳ برای یک عدسی نازک است، با این تفاوت که در اینجا همه پرتوها در منطقه میان دو صفحه اصلی به موازات محور ترسیم می شوند.

با مقایسه دو شکل، و به اعتبار استخراج معادله های (۴-۱۴) و (۴-۱۵)، بی می بریم که به شرط اندازه گیری فواصل شیء و تصویر از نقاط اصلی، می توانیم از فرمول عدسی گاوسی بهره گیریم

$$\frac{n}{s} + \frac{n''}{s''} = \frac{n}{f} = \frac{n''}{f''} \quad (۳-۵)$$

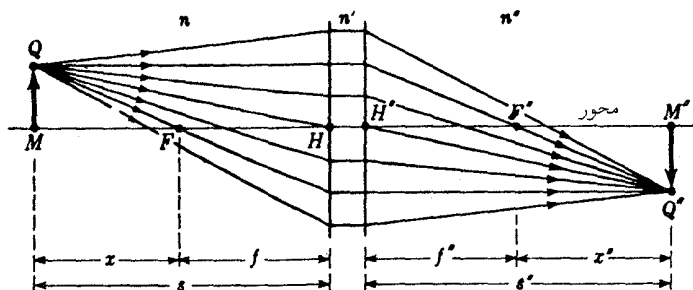
و یا از معادله (۳-۸)، داریم:

$$V + V'' = P$$

در حالت خاصی که محیط دو طرف عدسی یکی است، به طوری که  $n'' = n$ ، بی بینیم که  $f'' = f$  و معادله (۳-۵) می شود:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s''} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f''} \quad (۴-۵)$$

در شکل ۵-۶ مشاهده می کنید که برای راهیابی به روش ترسیمی، باید به جای عدسی دو



شکل ۵-۶ صفحات اصلی و صفحات پاداصلی، صفحاتی با بزرگنمایی واحدند.

صفحه اصلی آن را بنشانیم. غالباً فاصله تصویر مجهول است و می‌توان معادله (۳-۵) را به صورت مفیدتر و ساده‌تر زیر نوشت:

$$s'' = \frac{n''}{n} \frac{s \times f}{s - f} \quad (5-5)$$

## ۵-۵ روش پرتوهای مایل

به کمک روش ترسیمی پرتوهای مایل می‌توان برای یافتن کانونهای عدسی ضخیم بهره گرفت. مثلاً عدسی شیشه‌ای را به ضریب  $1.5^\circ$ ، ضخامت  $2^\circ \text{cm}$ ، و شعاعهای  $r_1 = +3^\circ \text{cm}$  و  $r_2 = -5^\circ \text{cm}$  در نظر می‌گیریم. این عدسی در هوا با  $n = 1.0^\circ$  قرار گرفته است. نخستین گام، عبارت است از محاسبه فواصل کانونی اولیه و ثانویه هر یک از سطوح به طور جداگانه و با استفاده از فرمولهای تک سطح کروی [معادله‌های (۳-۳) و (۴-۳)]. با استفاده از علامتهای فعلی، این روابط عبارت‌اند از:

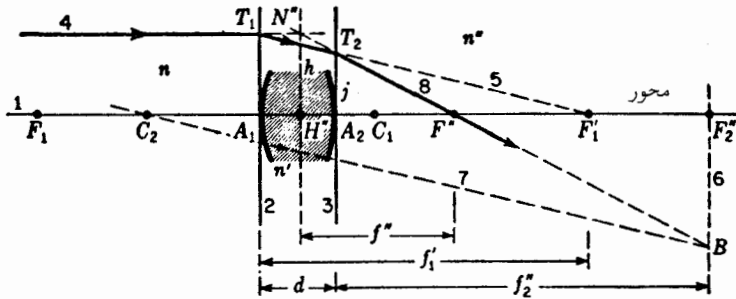
$$\frac{n'}{f_1'} = \frac{n''}{f_2''} = \frac{n'' - n'}{r_2} \quad \text{و} \quad \frac{n}{f_1} = \frac{n'}{f_1} = \frac{n' - n}{r_1} \quad (6-5)$$

کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از:

$$r_1 = +3^\circ \text{cm} \quad r_2 = -5^\circ \text{cm} \quad d = 2^\circ \text{cm} \quad n' = 1.5^\circ \text{cm} \quad n'' = n = 1.0^\circ$$

با نشاندن این مقادیر در معادلات (۶-۵)، داریم

$$f_1 = +6^\circ \text{cm} \quad f_1' = +9^\circ \text{cm} \quad f_2' = +15^\circ \text{cm} \quad f_2'' = +1^\circ \text{cm}$$



شکل ۷-۵ روش پرتوهای مایل برای ردیابی ترسیمی پرتوهای بیرامحوری در یک عدسی ضخیم.

با معلوم بودن این فواصل کانونی، می‌توانیم محور عدسی در شکل ۷-۵ را ترسیم و نقاط و فواصل یاد شده در بالا را با مقیاس مناسبی جدا کنیم. پس از ترسیم خطوط ۲ و ۳ از رئوس عدسی، یک پرتو موازی فرودی به شماره ۴ انتخاب می‌کنیم. بر اثر شکست در سطح اول، این پرتو جهت جدید ۵ را می‌گیرد و به کانون ثانویه این سطح،  $F_1'$  می‌رسد. پس از اینکه خط ۶ از  $F_1'$  و خط ۷ از  $C_2$  و به موازات پرتو ۵ رسم شدند، نقطه  $B$  خط ۶ خط ۷ را در آنجا قطع می‌کند، جهت پرتو شکسته نهایی ۸ را تعیین می‌کند. محل تقاطع پرتو ۸ با محور، مکان کانون ثانویه،  $F_2''$  عدسی را مشخص می‌کند، و محل تقاطع آن،  $N''$ ، با پرتو فرودی، مکان نقطه اصلی ثانویه متناظر  $H''$  را نشان می‌دهد.

با برگرداندن عدسی و تکرار این شیوه، مکان کانون اولیه،  $F_1$ ، و مکان نقطه اصلی اولیه،  $H$ ، را می‌توان تعیین کرد. به دانشجویان توصیه می‌شود که این روش را پیاده کنند و نتایج را با اندازه‌گیری فواصل کانونی بیازمایند و از مساوی بودن آنها اطمینان حاصل کنند. باید یادآور شد که همساز با فرض پرتوهای بیرامحوری، همه شکستها در صفحه مماس بر سطح، در رأس آن اتفاق می‌افتند.

## ۵-۶ فرمولهای کلی عدسیهای ضخیم

مجموعه فرمولهایی را که می‌توان برای محاسبه مقادیر ثابت مربوط به عدسی ضخیم به‌کار گرفت، در زیر به صورت دو مجموعه جداگانه هم‌ارز، ارائه می‌کنیم

فرمولهای توانی

$$P = P_1 + P_2 - \frac{d}{n'} P_1 P_2$$

فرمولهای گاوسی

$$\frac{n}{f} = \frac{n'}{f_1'} + \frac{n''}{f_2''} - \frac{dn''}{f_1' f_2''} = \frac{n''}{f''} \quad (7-5)$$

$$A_1 F = -\frac{n}{P} \left( 1 - \frac{d}{n'} P_1 \right) \quad A_1 F = -f \left( 1 - \frac{d}{f_1'} \right) \quad (8-5)$$

$$A_1 H = +\frac{n}{P} \frac{d}{n'} P_1 \quad A_1 H = +f \frac{d}{f_1'} \quad (9-5)$$

$$A_2 F'' = +\frac{n''}{P} \left( 1 - \frac{d}{n'} P_1 \right) \quad A_2 F'' = +f'' \left( 1 - \frac{d}{f_1'} \right) \quad (10-5)$$

$$A_2 H'' = -\frac{n''}{P} \frac{d}{n'} P_1 \quad A_2 H'' = -f'' \frac{d}{f_1'} \quad (11-5)$$

این معادلات از روابطی هندسی حاصل می‌شوند که از نموداری چون شکل ۷-۵ به دست می‌آیند. مثلاً معادله گاوسی (۱۱-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود. می‌توان از دو مثلث متشابه راست‌گوشه  $T_2 A_2 F_1'$  و  $T_1 A_1 F_1'$  تناسب اضلاع متناظر را نوشت:

$$\frac{f_1'}{h} = \frac{f_1' - d}{j} \quad \text{یا} \quad \frac{A_1 F_1'}{A_1 T_1} = \frac{A_2 F_1'}{A_2 T_2}$$

و از دو مثلث متشابه  $T_2 A_2 F''$  و  $N'' H'' F''$  می‌رسیم به:

$$\frac{f''}{h} = \frac{f'' - H'' A_2}{j} \quad \text{یا} \quad \frac{H'' F''}{H'' N''} = \frac{A_2 F''}{A_2 T_2}$$

هرگاه هر یک از معادلات را برحسب  $j/h$  حل کنیم، و آنها را مساوی هم قرار دهیم می‌رسیم به:

$$H'' A_2 = f'' \frac{d}{f_1'} \quad \text{یا} \quad \frac{f_1' - d}{f_1'} = \frac{f'' - H'' A_2}{f''}$$

حال اگر پاره‌خط،  $H'' A_2$  را با تعویض علامت از مثبت به منفی بنویسیم، داریم

$$A_2 H'' = -f'' \frac{d}{f_1'}$$

برحسب توان سطح و توان عدسی

$$P_1 = \frac{n}{f_1} = \frac{n'}{f_1'} \quad P_2 = \frac{n'}{f_2'} = \frac{n''}{f_2''} \quad P = \frac{n}{f} = \frac{n''}{f''} \quad (12-5)$$

همین معادله را می‌توان چنین نوشت

$$A_2 H'' = -\frac{n''}{P} \frac{d}{n'} P_1$$

در طراحی برخی دستگاه‌های اپتیکی، معلوم بودن توان رأس عدسی مطلوب است. این توان که گاهی هم توان موثر نامیده می‌شود، بنابر تعریف، عبارت است از

$$P_v = \frac{P}{1 - dP_1/n'} \quad (13-5)$$

و به عنوان عکس فاصله سطح پشتی عدسی از کانون ثانویه تعریف می‌شود. این فاصله معمولاً فاصله کانونی پشتی خوانده می‌شود. چون  $P_v = 1/A_2 F''$ ، معادله بالا برای توان از معکوس کردن معادله ۵-۱۰ به دست می‌آید. در این حالت فرض بر این بوده است که عدسی در داخل هواست، یعنی می‌گیریم  $n'' = 1$ .

به همین ترتیب، فاصله کانون اولیه از سطح جلویی فاصله کانونی جلویی خوانده می‌شود و از معکوس کردن این فاصله توان خشتی به دست می‌آید:  $P_n = 1/A_1 F'$ . با معکوس کردن معادله (۵-۸) خواهیم داشت:

$$P_n = \frac{P}{1 - dP_2/n'} \quad (14-5)$$

وجه تسمیه این کمیت از این قرار است که عدسی نازک با این توان و علامت مخالف، چنانچه با سطح جلویی مماس شود، برای این ترکیب توان صفر را به دست می‌دهد. مثال زیر، نمونه‌ای از کاربرد فرمولهای عدسی ضخیم روی دو سطح است.

مثال ۲. یک عدسی با خواص زیر مفروض است:  $r_1 = +15\text{cm}$ ،  $r_2 = +15\text{cm}$ ،  $d = 2\text{cm}$ ،  $n = 1.6$ ،  $n' = 1.3$ ،  $n'' = 1.3$ . مطلوب است (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه سطوح جداگانه؛ (ب) فواصل کانونی اولیه و ثانویه سیستم؛ و (ج) نقاط اصلی اولیه و ثانویه.

جواب: (الف) برای کاربرد فرمول گاوس، نخست فواصل کانونی هر یک از سطوح را به کمک معادله (۵-۶) محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{aligned} \frac{n}{f_1} &= \frac{n' - n}{r_1} = \frac{1.60 - 1.00}{1.5} & f_1 &= \frac{1.00}{0.40} = +2.50 \text{ cm} \\ &= 0.400 & f_1' &= \frac{1.60}{0.40} = +4.00 \text{ cm} \\ \frac{n'}{f_2'} &= \frac{n'' - n'}{r_2} = \frac{1.30 - 1.60}{1.5} & f_2' &= \frac{1.60}{-0.20} = -8.00 \text{ cm} \\ &= -0.200 & f_2'' &= \frac{1.30}{-0.20} = -6.50 \text{ cm} \end{aligned}$$

(ب) فواصل کانونی سیستم را از معادله (۷-۵) محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{n}{f} &= \frac{n'}{f_1'} + \frac{n''}{f_2''} - \frac{d}{f_1' f_2''} = \frac{1.60}{4.00} + \frac{1.30}{-6.50} - \frac{2.00}{4.00 \cdot -6.50} \\ \frac{n}{f} &= 0.40 - 0.20 + 0.10 = 0.30 \end{aligned}$$

یا

$$f'' = \frac{n''}{0.30} = \frac{1.30}{0.30} = +4.333 \text{ cm} \quad \text{و} \quad f = \frac{1.00}{0.30} = +3.333 \text{ cm}$$

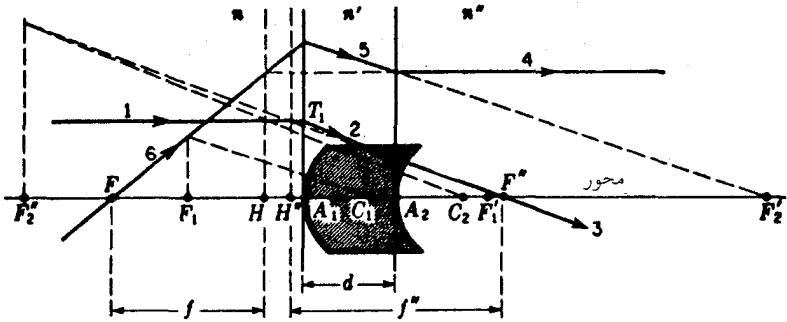
کانونهای سیستم از معادلات (۸-۵) و (۱۰-۵) به دست می‌آیند

$$\begin{aligned} A_1 F &= -f \left( 1 - \frac{d}{f_2''} \right) = -3.333 \left( 1 - \frac{2.00}{-6.50} \right) = -4.166 \text{ cm} \\ A_2 F'' &= +f'' \left( 1 - \frac{d}{f_1'} \right) = +4.333 \left( 1 - \frac{2.00}{4.00} \right) = +2.167 \text{ cm} \end{aligned}$$

(ج) نقاط اصلی از معادلات (۹-۵) و (۱۱-۵) به دست می‌آیند

$$\begin{aligned} A_1 H &= +f \frac{d}{f_1'} = +3.333 \frac{2.00}{-1.5} = -0.833 \text{ cm} \\ A_2 H'' &= -f'' \frac{d}{f_2''} = -4.333 \frac{2.00}{-6.50} = -2.167 \text{ cm} \end{aligned}$$

علامتهای مثبت نمایانگر فواصل اندازه‌گیری شده به سمت راست رأس مرجع و علامتهای منفی نمایانگر خواص اندازه‌گیری شده به سمت چپ رأس مرجع هستند.

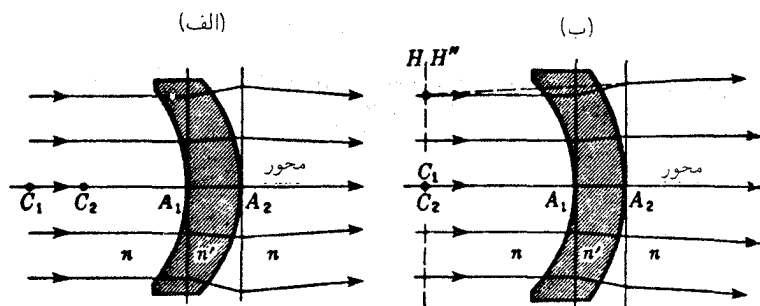


شکل ۸-۵ تعیین مکان کانونها و نقاط اصلی یک عدسی ضخیم، به طریق ترسیمی.

با تفریق بزرگی دو پاره‌خط  $A_1F$  و  $A_1H$ ، فاصله کانونی اولیه  $FH = ۴۱۶۶۶ - ۰۸۳۳ = ۳۱۳۳۳\text{cm}$  به دست می‌آید و به منزله امتحان محاسبات قسمت (ب) به کار می‌رود. همین‌طور، با جمع کردن دو پاره‌خط  $A_2F''$  و  $A_2H''$ ، فاصله کانونی ثانویه به دست می‌آید:

$$H''F'' = ۲۱۶۷ + ۲۱۶۷ = ۴۳۳۴\text{cm}$$

راه حل ترسیمی همین مسئله را در شکل ۸-۵ مشاهده می‌کنید. پس از ترسیم محور و تعیین مکان رئوس عدسی  $A_1$  و  $A_2$  و مراکز  $C_1$  و  $C_2$ ، هر یک از کانونهای  $F_1$  و  $F_1'$  و  $F_2$  و  $F_2'$  مطابق با نتایج قسمت (الف)، کنار گذارده می‌شوند، پرتو موازی ۱ در سطح اولیه به سوی  $F_1'$  شکسته می‌شود. روش پرتوهای مایل در مورد این پرتو ۲ در سطح ثانویه به کار گرفته می‌شود، و پرتو نهایی ۳ به دست می‌آید. نقطه تقاطع پرتو ۳ با محور مکان کانون ثانویه،  $F''$ ، را تعیین می‌کند، و این نقطه در جایی که امتداد به عقب پرتو ۱ را قطع می‌کند، صفحه اصلی ثانویه،  $H''$ ، را تعیین می‌کند. پرتو ۴ به عقب از طریق ترسیم آن موازی با محور و از راست به چپ ساخته می‌شود. نخستین شکست پرتو ۵ به چپ را به دست می‌دهد که گویی از  $F_2'$  گسیل شده است. کاربرد روش پرتوهای مایل در مورد پرتو ۵ در سطح سمت چپ پرتو ۶ را به دست می‌دهد. نقطه تقاطع پرتو ۶ با محور مکان  $F$  را تعیین می‌کند، و نقطه تقاطع امتداد پرتو ۴ با این پرتو مکان  $H$  را تعیین می‌کند. به این ترتیب قسمتهای (ب) و (ج) مسئله از طریق ترسیمی حل می‌شوند، و می‌توانیم درستی آن را به کمک مقادیر محاسبه شده تحقیق کنیم.



شکل ۹-۵ عدسیهای ضخیم خاص: (الف) یک عدسی مثبت با شعاعهای انحنای مساوی؛ (ب) یک عدسی منفی با سطوح هم‌مرکز.

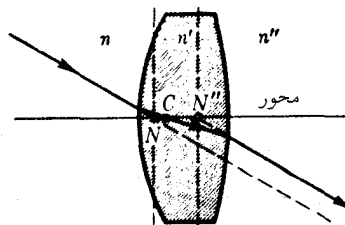
### ۷-۵ عدسیهای ضخیم خاص

دو عدسی خاص با فوایدی و نیز با اهمیت عملی در اینجا نموده می‌شوند. اولی، مطابق شکل ۹-۵، عبارت است از یک عدسی با سطوح کروی به شعاعهای مساوی،  $r_1 = r_2$ . یک عدسی با این توصیفات، که پیرامون آن را محیطی با ضریب شکست کوچکتر،  $m' > n$ ، فراگرفته دارای توان کمتر اما مثبت است. صفحات اصلی آن در فاصله‌ای از آن و در سمت راست عدسی واقع می‌شوند، و فاصله آنها از هم،  $HH''$ ، با ضخامت عدسی،  $d$ ، مساوی است. اگر محیط پیرامونی ضریب شکست بزرگتری داشته باشد، مانند حالتی که هوا در فضای مابین سطوح دو عدسی با ضریب شکست مساوی،  $m' < n$ ، قرار گرفته باشد، در اینجا نیز توان مثبت است اما صفحات اصلی در فاصله‌ای از سمت چپ عدسی قرار گرفته و فاصله آنها از یکدیگر  $d$  است.

حالت خاص دوم عبارت است از حالت عدسی هم‌مرکز، که در هر دو سطح آن مرکز انحنای یکی است. در جایی که چنین عدسی را محیطی با ضریب شکست کوچکتر،  $m' > n$ ، فراگرفته، سیستم توان منفی دارد با فاصله کانونی زیاد و نقاط اصلی منطبق بر مرکز انحنای مشترک دو سطح. به بیان دیگر، این عدسی مانند یک عدسی نازک واقع در  $C_1C_2$  عمل می‌کند.

### ۸-۵ نقاط گرهی و مرکز اپتیکی

از میان تمام پرتوهایی که از یک عدسی از نقطه شیء خارج از محوری به نقطه تصویر متناظر آن می‌رود، همواره یک پرتو آن پرتو خواهد بود که جهت پرتو در فضای تصویر در همان جهت فضای شیء است، یعنی، پاره‌های پرتو پیش از رسیدن به عدسی، و پس از ترک کردن آن، موازیند. در نقاطی که در آنها این پاره‌ها، در صورتی که تصویر شوند، محور را قطع می‌کنند، نقاط گرهی نام دارند،



شکل ۵-۱۰. اهمیت نقاط گرهی و صفحات گرهی عدسی ضخیم.

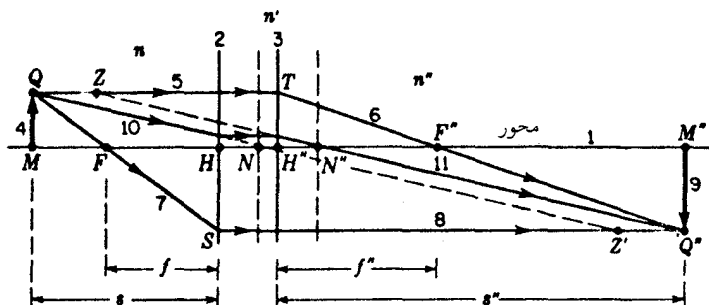
و صفحات گذرا از آنها را صفحات گرهی می‌گویند. این سومین زوج نقطه‌ها و صفحات مربوط به آنها را در شکل ۵-۱۰ مشاهده می‌کنید، که مرکز اپتیکی عدسی در  $C$  را نیز نشان می‌دهد. به خوبی نشان داده شده است که اگر محیط در هر دو طرف یکسان باشد، نقاط گرهی  $N$  و  $N''$  با نقاط اصلی  $H$  و  $H''$  منطبق‌اند، اما اگر این دو محیط ضریب شکست متفاوتی داشته باشند، نقاط اصلی و نقاط گرهی از هم جدا خواهند بود، از آنجا که پرتوهای فرودی و خروجی با محور زاویه‌های مساوی می‌سازند، نقاط گرهی را نقاط مزدوج پیکربندی زاویه مثبت واحد می‌گویند.

اگر قرار باشد که پرتو موازی با جهت اولیه اش خارج شود، دو عنصر سطح عدسی، در جایی که پرتو وارد و خارج می‌شود، باید با هم موازی باشند به طوری که اثر آن مثل اثر یک تیغه با صفحات موازی است. خط وصل‌کننده این دو نقطه محور را در مرکز اپتیکی،  $C$  قطع می‌کند. بنابراین از طریق مرکز اپتیکی (نوری) است که پرتو بدون انحراف باید در تمام حالتها ترسیم شود. این مرکز از این خاصیت جالب برخوردار است که مکانش، که فقط به اشعه انحناء و ضخامت عدسی بستگی دارد با تغییر رنگ جابجا نمی‌شود. به طور کلی محل همه نقاط کاردینال ششگانه (بخش ۵-۹) مختصراً برحسب رنگ تغییر می‌کند.

به کمک شکل ۵-۱۱ اهمیت متفاوت نقاط گرهی و نقاط اصلی روشن می‌شود. این شکل به ازای  $n \neq n''$  ترسیم شده، به طوری که این دو مجموعه نقاط از یکدیگر جدا هستند. پرتو ۱۱ که از نقطه گرهی ثانویه می‌گذرد با پرتو ۱۰ موازی است، و این پرتو اخیر در جهت نقطه گرهی اولیه،  $N$ ، باید فرود آید. از سوی دیگر، این هر دو پاره خط صفحات اصلی را در فاصله یکسانی بالاتر از نقاط اصلی  $H$  و  $H''$  قطع می‌کنند. از متوازی‌الاضلاع کوچک در مرکز نمودار می‌توان مشاهده کرد که فاصله میان صفحات گرهی دقیقاً با فاصله میان صفحات اصلی برابر است. بنابراین، به طور کلی

$$NN'' = HH'' \quad (۵-۱۵)$$

به علاوه، در این حالت، که مقادیر اولیه و نهایی ضریب شکست با هم فرق دارند، فواصل کانونی،



شکل ۱۱-۵ روش پرتوهای موازی برای تعیین ترسیمی مکان نقاط گرهی و صفحات گرهی در یک عدسی ضخیم.

که از صفحات اصلی اندازه‌گیری می‌شوند، دیگر یکی نیستند. فاصله کانونی اولیه  $FH$  برابر است با فاصله  $N''F''$ ، ولی فاصله کانونی ثانویه  $H''F''$  با  $FN$  برابر است:

$$\bullet \quad f'' = H''F'' = FN \quad \text{و} \quad f = FH = N''F'' \quad (۱۶-۵)$$

نقاط گرهی را می‌توان به طریق زیر، به کمک روش ترسیمی که در شکل ۱۱-۵ مشاهده می‌کنید، به دست آورد: فاصله  $ZQ = HH'' = Z'Q''$  را اندازه می‌گیریم و دو خط مستقیم از  $Q$  به  $Z'$  و از  $Q''$  به  $Z$  ترسیم می‌کنیم. به کمک روابط هندسی حاکم بر اجزای این نمودار، بزرگنمایی جانبی،  $y''/y$ ، به دست می‌آید:

$$m = \frac{y''}{y} = -\frac{s'' - HN}{s + HN} \quad (۱۷-۵)$$

که در آن

$$\bullet \quad HN = f'' \frac{n'' - n}{n''} \quad (۱۸-۵)$$

هرگاه فواصل شیء و تصویر،  $s$  و  $s''$ ، مطابق معمول، از نقاط اصلی متناظرشان،  $H$  و  $H''$  اندازه گرفته شوند، معادله (۱۷-۵) در مورد پرتوهای پیرامحوری صدق می‌کند. فاصله رأس اول تا نقطه گرهی اولیه عبارت است از

$$A_1N = f \left( \frac{d}{f'_1} + \frac{n'' - n}{n} \right) \quad (۱۹-۵)$$

مثال ۳. نقاط گرهی عدسی مثال ۲ را پیدا کنید.

جواب: برای تعیین مکان نقطه گرهی اولیه،  $N$ ، می‌توانیم از معادله (۵-۱۸) استفاده و مقادیر معلوم  $n = ۱.۰۰$ ،  $n'' = ۱.۳۰$  و مقدار قبلاً محاسبه شده  $f'' = +۴.۳۳۳\text{cm}$  را جایگذاری کنیم:

$$HN = ۴.۳۳۳ \frac{۱.۳۰ - ۱.۰۰}{۱.۳۰} = +۱.۰۰\text{cm}$$

بنابراین، نقاط گرهی  $N$  و  $N''$  در یک سانتیمتری سمت راست نقاط اصلی مربوطه آنها،  $H$  و  $H''$ ، قرار دارند.

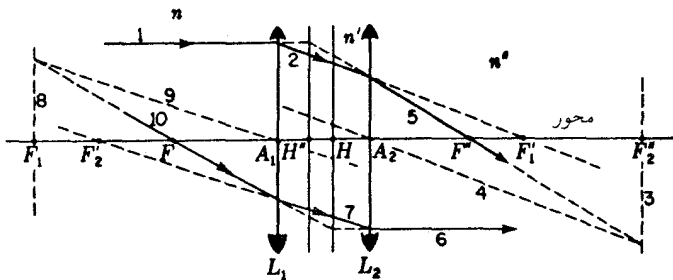
## ۵-۹ سایر نقاط بنیادی

در مسائل مربوط به عدسیهای ضخیم، معلوم بودن شش نقطه بنیادی مشتمل بر کانونها، نقاط اصلی، و نقاط گرهی، همواره برای یافتن جواب کافی است. سایر نقاط که اهمیت کمتری دارند ولی باز هم به درد می‌خورند، عبارت‌اند از: (۱) نقاط اصلی منفی، و (۲) نقاط گرهی منفی. نقاط اصلی منفی، نقاط مزدوجی هستند که به‌ازای آنها بزرگنمایی جانبی، واحد و منفی است. در مورد عدسی واقع در هوا، این نقاط در دو برابر فاصله کانونی و در طرفین مخالف عدسی قرار دارند. نقاط گرهی منفی به‌همان فاصله‌ای از کانونها قرار دارند که نقاط گرهی بنیادی معمولی قرار می‌گیرند؛ اما در طرفین مخالف مکان آنها چنان است که بزرگنمایی زاویه‌ای آنها واحد و منفی است. با وجود اینکه معلوم بودن این دو زوج نقاط بنیادی، در حل مسائل اپتیکی نقش اساسی ندارد، در مواردی، تسهیلات قابل‌توجهی در استفاده از آنها حاصل می‌شود.

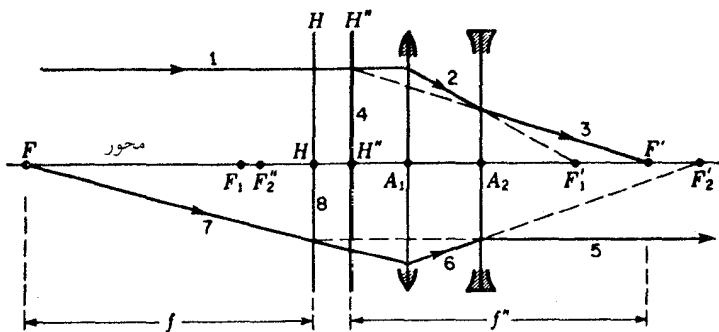
## ۵-۱۰ ترکیب عدسی نازک به‌مثابه یک عدسی ضخیم

ترکیب حاصل از دو یا چند عدسی نازک را می‌توان در حکم یک عدسی ضخیم هم تلقی کرد، زیرا خواص اپتیکی مجموعه‌ای از عدسیهای هم‌محور را می‌توان به‌سهولت برحسب فقط دو کانون و دو نقطه اصلی برآورد کرد. هرگاه فضای شیء و فضای تصویر دارای ضریب شکست مساوی باشند (و این حالت تقریباً همیشه پیش می‌آید)، نقاط گرهی و صفحات گرهی بر نقاط اصلی و صفحات اصلی منطبقند.

در شکل ۵-۱۲، ترکیب دو عدسی نازک به فواصل کانونی  $۸^\circ$  و  $۹^\circ$  سانتیمتر را مشاهده می‌کنید. با استفاده از روش پرتوهای مایل، کانونهای  $F$  و  $F''$  و نقاط اصلی  $H$  و  $H''$  را



شکل ۱۲-۵ نقاط کانونی و نقاط اصلی یک سیستم متشکل از دو عدسی نازک.



شکل ۱۳-۵ نمودار حاصل از کاربرد روش پرتوهای مایل در مورد ترکیب عدسیهای نازک مثبت و منفی.

به طور ترسیمی به دست می آوریم، به آن طریق که شکست در هر عدسی را مانند شکست در سطوح انفرادی عدسی ضخیم شکل ۷-۵ تلقی می کنیم. شباهت زیادی میان این دو نمودار وجود دارد، یعنی برای یک عدسی نازک فرض می کنیم که همه انحرافها در یک صفحه روی می دهند؛ درست مانند حالت یک تک سطح. این فرض تنها موقعی درست است که فاصله صفحات اصلی عدسی ناچیز باشد. تعریف یک عدسی نازک دقیقاً گزاره ای به این قرار است: عدسی نازک عبارت است از عدسی ای که دو صفحه اصلی آن و مرکز اپتیکی اش بر مرکز هندسی اش منطبق باشند. مکان مرکز دو عدسی در این مثال با حروف  $A_1$  و  $A_2$  در شکل ۱۲-۵ نشان داده می شوند.

در شکل ۱۳-۵ نمودار ترکیب یک عدسی مثبت و یک عدسی منفی را مشاهده می کنید. خطوط سازا نشان داده نشده اند، ولی شیوه ترسیمی دستیابی به مسیر پرتوها با روشی که در شکل ۱۲-۵ نشان داده ایم، یکسان است. توجه کنید که نقاط اصلی نهایی  $H$  و  $H''$  بیرون از

فضای بین دو عدسی قرار دارند، اما فواصل کانونی  $f$  و  $f''$  که از این نقاط اندازه‌گیری می‌شوند، طبق معمول، مساویند. پرتو پایینی اگرچه از چپ به راست حرکت می‌کند، در حین ترسیم از راست به چپ به دست می‌آید.

مکان نقاط بنیادی ترکیبی از دو عدسی نازک در هوا را می‌توان به وسیله فرمولهای عدسی ضخیم در بخش ۵-۶، محاسبه کرد. همانگونه که  $A_1$  و  $A_2$  در عدسیهای نازک به جای تک تک سطوح شکستی به کار رفتند، به مراکز این دو عدسی تبدیل می‌شوند، در حالی که  $f_1$ ،  $f_2$  و  $P_1$ ،  $P_2$ ، به ترتیب، به فواصل کانونی و توان جداگانه آنها بدل خواهند شد. توانها را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$P_1 = \frac{n_1 - n}{r_1} + \frac{n' - n_1}{r'_1} = \frac{n}{f_1} \quad (۲۰-۵)$$

$$P_2 = \frac{n_2 - n'}{r_2} + \frac{n'' - n_2}{r'_2} = \frac{n'}{f'_2}$$

که در آن  $r_1$  و  $r'_1$  شعاعهای عدسی اول با ضریب شکست  $n_1$  و  $r_2$  و  $r'_2$  شعاعهای عدسی دوم با ضریب  $n_2$  است. ضریب شکست محیطهای پیرامون عبارت‌اند از  $n$ ،  $n'$  و  $n''$  (شکل ۵-۱۲). در فرمولهای دیگر، معادلات (۵-۷) و (۵-۱۱) تغییری ایجاد نمی‌شود.

برای نشان دادن کاربرد این فرمولها، مسئله زیر را در نظر می‌گیریم که شبیه مسئله مطرح شده در شکل ۵-۱۳ است و به ترکیب عدسیها مربوط می‌شود.

مثال ۴. یک عدسی همکوژ با شعاعهای ۴cm و ضریب شکست  $n_1 = ۱.۵$  را در  $۲^\circ$  سانتیمتری جلوی یک عدسی همکاو با شعاعهای ۶cm و ضریب شکست  $n_2 = ۱.۶$  قرار داده‌ایم. این عدسیها نازک تلقی می‌شوند. ضریب شکست محیطهای پیرامون عبارت‌اند از  $n = ۱.۰$ ،  $n' = ۱.۳۳$  و  $n'' = ۱.۰$ . پیدا کنید (الف) توان؛ (ب) فواصل کانونی؛ (ج) کانونها؛ و (د) نقاط اصلی این سیستم را.

جواب: (الف) در این مرحله، باید مسئله را با استفاده از فرمول توان حل کرد. مطابق معادله‌های (۲۰-۵) توانهای دو عدسی، در محیط پیرامونشان عبارت‌اند از

$$P_1 = \frac{۱.۵ - ۱.۰}{۰.۰۴} + \frac{۱.۳۳ - ۱.۵}{-۰.۰۴} = ۱۲.۵ + ۴.۱۷ = ۱۶.۶۷D$$

$$P_2 = \frac{۱.۶ - ۱.۳۳}{-۰.۰۶} + \frac{۱.۰ - ۱.۶}{۰.۰۶} = -۴.۴۵ - ۱.۰ = -۱۴.۴۵D$$



به کمک معادله (۷-۵) خواهیم داشت:

$$P = ۱۶,۶۷ - ۱۴,۴۵ + ۰,۱۵ \times ۱۶,۶۷ \times ۱۴,۴۵$$

$$P = +۵,۸۴D$$

(ب) با استفاده از معادله (۱۲-۵)، داریم

$$f = \frac{n}{P} = \frac{۱,۰۰}{۵,۸۴} = ۰,۱۷۱m = ۱۷,۱cm$$

$$f'' = \frac{n''}{P} = \frac{۱,۰۰}{۵,۸۴} = ۰,۱۷۱m = ۱۷,۱cm$$

(ج) از معادلات (۸-۵) تا (۱۱-۵) می‌رسیم به:

$$A_1F = -\frac{۱,۰۰}{۵,۸۴}(1 + ۰,۱۵ \times ۱۴,۴۵) = -۰,۲۰۸m = -۲۰,۸cm$$

$$A_1H = +\frac{۱,۰۰}{۵,۸۴} \cdot ۰,۱۵(-۱۴,۴۵) = -۰,۰۳۷m = -۳,۷cm$$

$$A_2F'' = +\frac{۱,۰۰}{۵,۸۴}(1 - ۰,۱۵ \times ۱۶,۶۷) = +۰,۱۲۸m = +۱۲,۸cm$$

(د) نقاط اصلی در فاصله زیر واقعند

$$A_2H'' = -\frac{۱,۰۰}{۵,۸۴} \cdot ۰,۱۵ \times ۱۶,۶۷ = -۰,۰۴۳m = -۴,۳cm$$

برای تحقیق در درستی این نتایج، می‌بینیم که تفاضل دو فاصله  $A_1H$  و  $A_1F$  برابر است با فاصله کانونی اولیه  $FH = ۱۷,۱cm$ . به همین ترتیب، مجموع دو فاصله دوم  $A_2H''$  و  $A_2F''$  برابر فاصله کانونی ثانویه  $H''F'' = ۱۷,۱cm$  است.

## ۱۱-۵ انواع ترکیب عدسیهای ضخیم

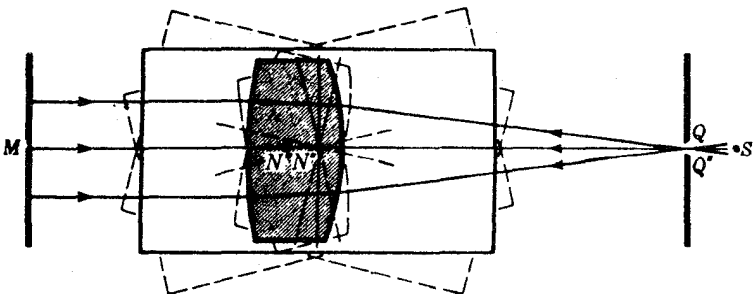
مسئله محاسبه مکان نقاط بنیادی یک عدسی ضخیم، متشکل از ترکیب چندین عدسی جزء با ضخامت چشمگیر، بسیار دشوار، اما با استفاده از اصولی که تا اینجا شناخته‌ایم، امکانپذیر است.

در ترکیب دو عدسی، نظیر ترکیب در شکل ۵-۱۲، چنانچه هر یک از عدسیها را نتوان به عنوان عدسی نازک تلقی کرد، باید هر کدام از آنها را به کمک یک زوج صفحات اصلی نمایش داد. بنابراین، دو زوج نقاط اصلی داریم:  $H_1$  و  $H'_1$  برای عدسی اول، و  $H_2$  و  $H'_2$  برای عدسی دوم، و موضوع این است که از ترکیب اینها، یک تک زوج  $H$  و  $H'$  به دست آوریم و فواصل کانونی را تعیین کنیم. با پیاده کردن روش ترسیمی مشابه با شکل ۵-۷ برای هر عدسی به طور مجزا، می توان نقاط اصلی و کانونی هر کدام را معلوم کرد. آنگاه ساختمان شکل ۵-۱۲ را با منظور کردن بزرگنمایی واحد میان صفحات اصلی، بنا می کنیم.

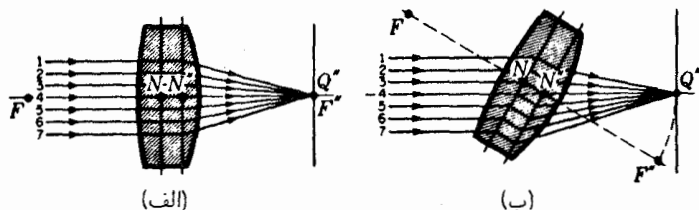
برای راه حلهای تحلیلی حل این مسئله، می توان فرمولهایی ارائه کرد؛ اما به سبب پیچیدگی آنها، از این کار چشم می پوشیم. در عوض، یک روش برای تعیین تجربی و بلاواسطه نقاط بنیادی همه عدسیهای ضخیم، توصیف خواهیم کرد

## ۵-۱۲ کشوی گرهی

نقاط گرهی یک عدسی و یا ترکیبی از عدسیها را می توان با سوار کردن سیستم روی یک کشوی گرهی به طور تجربی پیدا کرد. این کشو صرفاً یک تکیه گاه یا قاب افقی است که چرخاندن عدسی حول هر نقطه روی محور آن را میسر می کند، مطابق شکل ۵-۱۴، نور تابیده از منبع  $S$  با عبور از شکاف  $Q$  چنان تنظیم می شود که روی کانون ثانویه عدسی قرار گیرد. این نور پس از خروج، به صورت یک باریکه موازی توسط آینه تخت و ثابت  $M$  روی خودش بازتابانده، و با عبور مجدد از سیستم عدسی در  $Q'$  متمرکز می شود. این تصویر شکاف، اندکی نسبت به خود شکاف جابه جاست و در یک طرف آن روی دهانه سفید تشکیل می شود. اکنون کشوی گرهی که حامل سیستم عدسی است آن قدر به پس و پیش چرخانده و عدسی بارها جابه جا می شود که دیگر ادامه چرخش موجب



شکل ۵-۱۴ استفاده از کشوی گرهی برای تعیین نقاط گرهی.



شکل ۱۵-۵ چرخش عدسی حول نقطه گرهی ثانویه اش، پرتوهای شکسته را جابه‌جا می‌کند اما تصویر را جابه‌جا نمی‌کند.

حرکت تصویر  $Q''$  نشود. هنگامی که این شرایط احراز شد، محور چرخش،  $N''$ ، یکی از مواضع نقاط گرهی است. با سروته کردن کشوی گرهی و تکرار فرایند، مکان نقطه گرهی دیگر،  $N$ ، تعیین می‌شود. چنانچه این کار در هوا صورت گیرد، واضح است که آزمایش نقاط اصلی را نیز تعیین می‌کند، و فاصله  $N''Q''$  اندازه دقیق فاصله کانونی است.

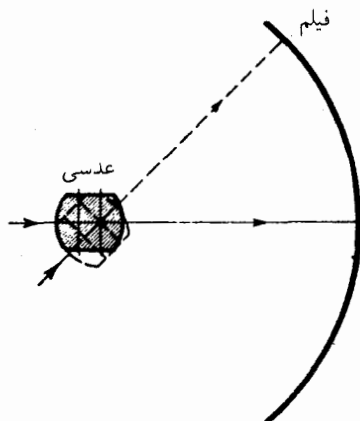
اصول این روش چرخاندن حول یک نقطه گرهی را در شکل ۱۵-۵ مشاهده می‌کنید. در نمودار اول، پرتو ۴ در امتداد محور از  $N$  و  $N''$  می‌گذرد و به نقطه تمرکز  $Q''$  می‌رسد. در نمودار دوم عدسی حول  $N''$  دوران یافته و همان پرتو در خروج از عدسی دوباره در  $Q''$  به‌کانون آورده شده است. حال پرتو ۳ روبه  $N$  و پرتو ۴ روبه  $N''$  است. پرتوها، با وجود تصویرشدنشان از صفحه  $N$  روی صفحه  $N''$ ، هنوز هم به‌سوی  $Q''$  همگرا نیستند، هر چند هم که اکنون  $F''$  به یک سمت جابه‌جا شده است. توجه کنید که پرتو ۳ به  $N$  درست در همان جهت می‌رسد که  $N''$  را ترک می‌کند، و این امر مطابق با شرایط تعیین نقاط گرهی است.

هرگاه یک عدسی دوربین فیلمبرداری حول نقطه گرهی ثانویه اش بگردد و یک قطعه دراز فیلم به‌صورت دایره‌ای به‌شعاع  $f''$  خمیده شود، می‌توان یک عکس پیوسته که زاویه دید بزرگی را پوشش می‌دهد، برداشت. چنین دستگاهی که طرح آن را در شکل ۱۶-۵ مشاهده می‌کنید به دوربین تصویر کلی (یا جامع) معروف است. بستار این دستگاه، معمولاً یک شکاف قائم است که درست جلوی فیلم قرار دارد و چنان می‌چرخد که همیشه در مرکز محور عدسی واقع باشد.

## مسائل

در مسائل ۱ الی ۲۳ هرگاه فواصل کانونی اولیه و ثانویه هر یک از دو قطعه سیستم اپتیکی داده شده باشند، باید نخست آنها را محاسبه کرد.

۱-۵ یک عدسی همکوز واقع در هوا دارای شعاعهای  $۵۰$  سانتیمتری، ضریب شکست



شکل ۱۶-۵ در دوربین تصویر کلی (پانوراما)، عدسی حول یک نقطه گرهی می‌چرخد.

۱،۶۸۰، و ضخامت ۳٫۵ سانتیمتری است. مطلوب است: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) توان عدسی؛ (ج) فواصل رئوس تا کانونها؛ و (د) نقاط اصلی عدسی.  
 جواب: (الف)  $4.43 \text{ cm} +$ ؛ (ب)  $22.59 \text{ D} +$ ؛ (ج)  $A_1F = -3.222 \text{ cm}$  و  $A_2H'' = -1.206 \text{ cm}$ ،  $A_1H = +1.206 \text{ cm}$  (د)  $A_2F''' = +3.222 \text{ cm}$

۲-۵ مسئله ۱-۵ را از طریق ترسیمی حل و مواضع کانونها و نقاط اصلی را پیدا کنید.

۳-۵ یک عدسی تخت-کوژ به ضخامت  $2.8 \text{ cm}$  را از شیشه‌ای به ضریب شکست  $1.53$  ساخته‌اند. اگر شعاع سطح دوم  $3.5 \text{ cm}$  باشد، پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی عدسی؛ (ب) توان عدسی را؛ (ج) فاصله رئوس تا کانونها؛ و (د) تا نقاط اصلی را هم پیدا کنید.

۴-۵ مسئله ۳-۵ را از طریق ترسیمی حل و مواضع کانونها و نقاط اصلی را مشخص کنید.

۵-۵ شعاعهای یک عدسی شیشه‌ای  $r_1 = +2.5 \text{ cm}$  و  $r_2 = +4.5 \text{ cm}$ ، و ضخامت آن  $2.9 \text{ cm}$  است. ضریب شکست شیشه را  $1.63$  می‌گیریم. مطلوب است: (الف) فواصل کانونی؛ (ب) توان عدسی؛ (ج) فاصله‌های رئوس از کانونها؛ و (د) از نقاط اصلی.  
 جواب: (الف)  $5.73 \text{ cm} +$ ؛ (ب)  $17.46 \text{ D} +$ ؛ (ج)  $A_1F = -7.163 \text{ cm}$  و  $A_2H'' = -2.568 \text{ cm}$ ،  $A_1H = -1.433 \text{ cm}$  (د)  $A_2F''' = +3.162 \text{ cm}$

۶-۵ مسئله ۵-۵ را از طریق ترسیمی حل و مواضع نقاط اصلی و کانونها را تعیین کنید.

۷-۵ یک عدسی شیشه‌ای به شعاعهای  $r_1 = +6.5 \text{ cm}$  و  $r_2 = +3.2 \text{ cm}$  دارای ضخامت  $2.8 \text{ cm}$  و ضریب شکست  $1.56$  است. مطلوب است: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) توان این عدسی در هوا؛ (ج) فواصل رئوس از کانونها؛ و (د) فاصله رئوس از نقاط اصلی.

۸-۵ مسئله ۷-۵ را به‌طور ترسیمی حل کنید، و مواضع کانونها و نقاط اصلی را بیابید. از روشی که در شکل ۸-۵ نموده شده است، استفاده کنید.

۹-۵ یک عدسی ضخیم به شعاعهای  $r_1 = -4.5 \text{ cm}$  و  $r_2 = -3.6 \text{ cm}$  دارای ضخامت  $3 \text{ cm}$  و ضریب شکست  $1.56$  است. محاسبه کنید: (الف) فواصل کانونی؛ (ب) توان عدسی؛ (ج) فواصل رئوس آن از کانونهای مربوطه؛ و (د) از نقاط اصلی مربوطه. جواب: (الف)  $+14.64 \text{ cm}$ ؛ (ب)  $+6.83 \text{ D}$ ؛ (ج)  $-10.26 \text{ cm}$ ؛  $A_1F = +18.14 \text{ cm}$ ؛  $A_2H'' = +3.52 \text{ cm}$ ؛  $A_1H = +4.38 \text{ cm}$  (د)

۱۰-۵ مسئله ۹-۵ را از طریق ترسیمی حل کنید و مواضع کانونها و نقاط اصلی را بیابید از روش نموده شده در شکل ۸-۵ استفاده کنید.

۱۱-۵ یک عدسی ضخیم در ته مخزنی حاوی یک مایع شفاف با ضریب شکست  $1.42$ ، نصب شده است. شعاعهای عدسی  $r_1 = 3.8 \text{ cm}$  و  $r_2 = -1.9 \text{ cm}$  و ضخامت آن  $4.6 \text{ cm}$  و ضریب شکست آن  $1.62$  است. اگر  $r_2$  با مایع در تماس باشد، پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان عدسی؛ (ج) فاصله رئوس آن از کانونها؛ و (د) از نقاط اصلی را.

۱۲-۵ مسئله ۱۱-۵ را به‌طریق ترسیمی حل کنید و مواضع کانونها، نقاط اصلی، و نقاط گرهی را بیابید.

۱۳-۵ یک عدسی شیشه‌ای دارای شعاعهای  $r_1 = +4.5 \text{ cm}$ ،  $r_2 = -2.2 \text{ cm}$  و ضخامت  $3.2 \text{ cm}$  با ضریب شکست  $1.63$  است. اگر  $r_1$  در تماس با هوا و  $r_2$  در تماس با روغن شفاف با ضریب شکست  $1.35$  باشد، پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان سیستم؛ (ج) فواصل رئوس تا کانونها؛ (د) تا نقاط اصلی؛ (ه) تا نقاط گرهی.

۱۴-۵ مسئله ۱۳-۵ را از طریق ترسیمی حل کنید، و مواضع شش نقطه بنیادی سیستم اپتیکی را با استفاده از روش شکل ۸-۵ بیابید.

۱۵-۵ یک عدسی شیشه‌ای با شعاعهای  $r_1 = +3 \text{ cm}$  و  $r_2 = +3 \text{ cm}$  دارای ضخامت  $3 \text{ cm}$  و ضریب شکست  $1.6$  است. این عدسی در ته مخزنی حاوی روغن شفاف با

ضریب شکست  $۱.۳۰$  قرار داده شده است، به طوری که سطح  $r_1$  با هوا، و سطح  $r_2$  با روغن در تماسند. پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان سیستم به عنوان یک عدسی؛ (ج) مواضع کانونها؛ (د) نقاط اصلی؛ و (ه) نقاط گرهی را.

جواب: (الف)  $۷.۲۷$  و  $۹.۴۶$  سانتیمتر؛ (ب)  $P = +۱۳.۷۵D$ ؛ (ج)  $A_1F = -۸.۶۴\text{cm}$ ؛ (د)  $A_2H = -۱.۳۶۴\text{cm}$  و  $A_2H'' = +۵.۹۱\text{cm}$ ؛ و (ه)  $HN = +۲.۱۸۲ = H''N''$ .

۱۶-۵ مسئله ۵-۱۵ را از طریق ترسیمی حل کنید و مواضع شش نقطه بنیادی سیستم اپتیکی را بیابید.

۱۷-۵ یک عدسی شیشه‌ای به ضخامت  $۴.۵\text{cm}$  و ضریب شکست  $۱.۷۰$  دارای شعاعهای  $r_1 = +۳.۰\text{cm}$  و  $r_2 = +۳.۵\text{cm}$  است. اگر مایعی با ضریب شکست  $۱.۳۲۰$  در تماس با سطح  $r_1$  و یک روغن بسیار چگال شفاف به ضریب  $۲.۲۰$  در تماس با سطح  $r_2$  باشد، پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی اولیه و ثانویه؛ (ب) توان این سیستم اپتیکی؛ (ج) نقاط اصلی آن؛ (د) کانونهای آن؛ و (ه) نقاط گرهی اش را. اگر یک شیء، در مایع  $۱.۳۲۰$  و به فاصله  $۱۳.۵\text{cm}$  از  $r_1$  قرار گیرد، مطلوب است: (و) مکان تصویر.

۱۸-۵ مسئله ۵-۱۷ را از طریق ترسیمی حل کنید و مواضع شش نقطه بنیادی سیستم عدسی و تصویر را بیابید.

۱۹-۵ دو عدسی نازک با فواصل کانونی، به ترتیب،  $+۰.۸^\circ$  و  $+۱.۰^\circ$  سانتیمتر در هوا و به فاصله  $۳.۰^\circ$  سانتیمتر از یکدیگر قرار دارند. برای این ترکیب اپتیکی پیدا کنید: (الف) فواصل کانونی؛ (ب) توان؛ (ج) فاصله مرکز عدسیها از کانونها؛ و (د) فاصله مرکز عدسیها از نقاط اصلی. جواب: (الف)  $f_1 = f_2 = +۵.۳۳\text{cm}$ ؛ (ب)  $f_1 = f_2 = +۱۸.۷۵D$ ؛ (ج)  $A_1F = -۳.۷۳۳$ ؛ (د)  $A_2H = +۱.۶^\circ\text{cm}$  و  $A_2H'' = -۲.۰^\circ\text{cm}$ .

۲۰-۵ مسئله ۵-۱۹ را از طریق ترسیمی حل کنید، و مکان کانونها و نقاط اصلی را بیابید از روش شکل ۵-۱۲ استفاده کنید.

۲۱-۵ دو عدسی نازک با فواصل کانونی  $f_1 = +۲.۴^\circ$  و  $f_2 = -۶.۰^\circ$  سانتیمتر روی پایه‌ای که آنها را  $۴.۰^\circ$  سانتیمتر از هم دور نگه می‌دارد، نصب شده‌اند. اگر هر دو در هوا باشند پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) توان؛ (ج) فواصل مراکز عدسیها از کانونها و نقاط اصلی.

۲۲-۵ مسئله ۵-۲۱ را از طریق ترسیمی حل و مواضع نقاط کانونی، و نقاط اصلی را پیدا کنید. از روش شکل ۵-۱۳ سود جوید.

۲۳-۵ یک عدسی با شعاعهای مساوی  $r_1 = r_2 = +40\text{ cm}$ ، دارای ضخامت  $3.5\text{ cm}$  و ضریب شکست  $1.65$  است. اگر این عدسی در هوا قرار گیرد پیدا کنید: (الف) توان؛ (ب) فاصله کانونی این عدسی ضخیم؛ (ج) مکان کانونها؛ و (د) مکان نقاط اصلی را محاسبه کنید.  
 جواب: (الف)  $D = +6.3$ ؛ (ب)  $f = f'' = +16.6\text{ cm}$ ؛ (ج)  $A_1F = -22.48\text{ cm}$ ، و  $A_2F''' = +10.72\text{ cm}$ ؛ (د)  $A_1H = -5.88\text{ cm}$ ، و  $A_2H'' = -5.88\text{ cm}$ .

۲۴-۵ مسئله ۲۳-۵ را از طریق ترسیمی حل و مکان نقاط کانونی و نقاط اصلی را پیدا کنید. از روش شکل ۸-۵ استفاده کنید.

۲۵-۵ با استفاده از شکل ۷-۵ به عنوان راهنما، نموداری ترسیم کنید که کانون ثانویه را مشخص کند. از مثلثهای متشابه در نمودار، معادله (۱۰-۵) را به دست آورید.

۲۶-۵ با استفاده از شکل ۱۰-۵ به عنوان راهنما، نموداری ترسیم کنید که کانون اولیه را مشخص کند. از تشابه مثلثهای نمودار معادله (۸-۵) را به دست آورید.

## آینه‌های کروی

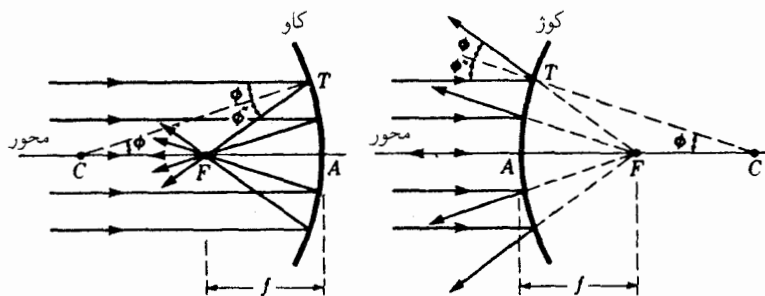
سطح کروی بازتابان از خواص تصویرسازی، شبیه به خواص عدسی نازک و یا سطح شکننده برخوردار است. تصویر حاصل از آینه کروی از جهاتی به تصویر حاصل از عدسی، به خصوص از بابت فقدان آثار رنگی ناشی از پاشندگی که همیشه در شکست نور سفید مشاهده می‌شود، ربحان دارد. به این سبب، در وسایل اپتیکی غالباً از آینه‌ها به جای عدسیها استفاده می‌شود، ولی کاربردشان نظیر کاربرد عدسیها چندان گسترده و دامنه‌دار نیست، زیرا در آنها اصلاح سایر ایرادهای تصویر، چنان‌که در عدسیها، امکانپذیر است، میسر نیست (فصل ۹).

به جهت سادگی قانون بازتابش در مقایسه با قانون شکست، مطالعه کمی خواص تشکیل تصویر در آینه‌ها، آسانتر از عدسیهاست. بسیاری جنبه‌ها یکی‌اند، و اینها را به سرعت مرور خواهیم کرد، و بیشتر روی آن مشخصه‌ها انگشت خواهیم نهاد که با مشخصه‌های عدسیها فرق می‌کنند. در آغاز، بحث را به تصاویر حاصل از پرتوهای پیرامحوری محدود می‌کنیم.

### ۶-۱ نقاط کانونی و فواصل کانونی

در شکل ۶-۱ نمودارهای بازتابش یک باریکه موازی نور توسط یک آینه کاو و یک آینه کوژ را





شکل ۱-۶. نقاط کانونی اولیه و ثانویه آینه‌های کروی بر هم منطبق‌اند.

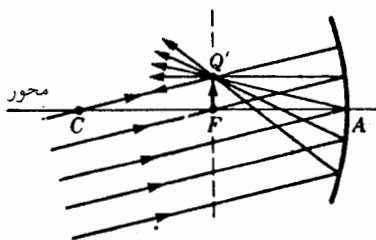
مشاهده می‌کنیم. پرتوی که در نقطه‌ای مانند  $T$  به آینه می‌خورد، از قانون بازتابش  $\phi'' = \phi$ ، پیروی می‌کند. همه پرتوها، مطابق شکل، پس از بازتابش در یک نقطه مشترک  $F$ ، گرد می‌آیند، گرچه این امر فقط در مورد پرتوهای پیرامحوری دقیقاً صادق است نقطه  $F$  را نقطه کانونی یا کانون و فاصله  $FA$  را فاصله کانونی می‌نامند. در نمودار دوم، پرتوهای بازتابیده چنان واگرايند که گویی از یک نقطه مشترک  $F$  می‌آیند. چون زاویه  $TCA$  هم برابر  $\phi$  است، مثلث  $TCF$  متساوی‌الساقین است و به‌طور کلی  $CF = FT$ . اما برای زوایای بسیار کوچک  $\phi$  (پرتوهای پیرامحوری)،  $FA$  به‌سوی تساوی با  $FA$  میل می‌کند. بنابراین

$$FA = \frac{1}{4}(CA)$$

$$f = -\frac{1}{4}r \quad (1-6)$$

و فاصله کانونی نصف شعاع انحناست [نیز ن ک معادله (۱-۶)]. علامت منفی در معادله (۱-۶) را وارد کرده‌ایم تا فاصله کانونی آینه کار، که نظیر عدسی مثبت یا واگرا عمل می‌کند، نیز علامت مثبت بگیرد. بنابر قرارداد علامتها که در بخش ۳-۵ دیدیم، در این مورد شعاع انحنای منفی است. فاصله کانونی آینه کوز، با شعاع مثبت، منفی خواهد شد و این قرارداد علامتها برای سازگاری با قرارداد علامتهای عدسیها انتخاب شده‌است؛ و بنابراین،  $f$  مثبت به معنای خواص همگرای آینه و  $f$  منفی به معنای خواص واگرای آینه است. به‌اعتبار اصل برگشت‌پذیری، می‌توان نشان داد که در شکل ۱-۶ کانونهای اولیه و ثانویه آینه بر هم منطبق‌اند. به‌بیان دیگر، آینه بیش از یک کانون ندارد.

مانند قبل، صفحه عرضی مار بر کانون، صفحه کانونی نامیده می‌شود. خواص آن، مطابق شکل ۲-۶، شبیه صفحات کانونی یک عدسی است؛ یعنی پرتوهای موازی فرودی، تحت هر زاویه‌ای

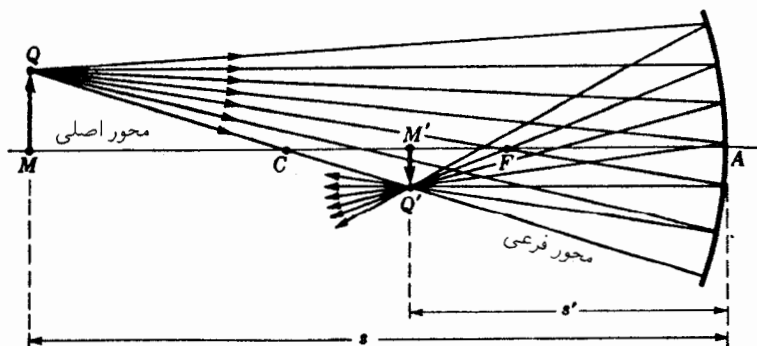


شکل ۲-۶ پرتوهای موازی فرودی بر آینه کاو و مابیل بر محور آن روی یک صفحه کانونی متمرکز می‌شوند.

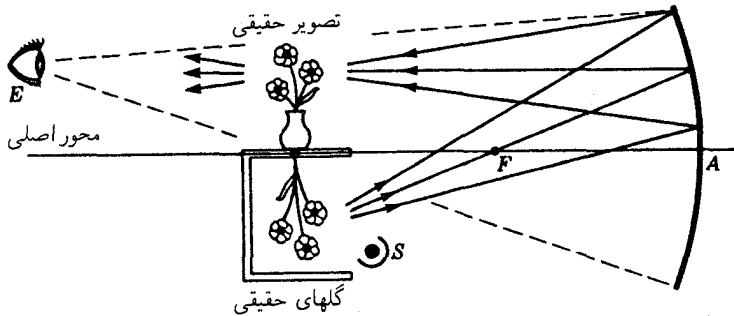
نسبت به محور، روی یک نقطه در صفحه کانونی گرد می‌آیند. تصویر  $Q'$  هر نقطه شیء واقع در خارج از محور، در نقطه تقاطع پرتوی که از این نقطه به مرکز انحنا  $C$  می‌تابد و بدون انحراف از آن عبور می‌کند و به صفحه کانونی می‌رسد، قرار دارد.

## ۲-۶ روشهای ترسیمی

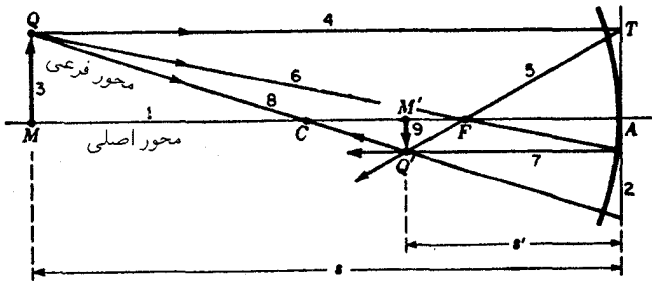
شکل ۳-۶ که نمایانگر تشکیل تصویر حقیقی در یک آینه کاو است، نیازی به شرح ندارد. موقعی که شیء  $MQ$  به سوی مرکز انحنا  $C$  حرکت می‌کند، تصویر آن نیز به  $C$  نزدیک می‌شود و ابعادش بزرگ می‌شود تا وقتی که به  $C$  برسد و در آنجا همان اندازه شیء را داشته باشد. شرایط حاکم، وقتی شیء مابین  $C$  و  $F$  واقع است، از تعویض پذیری شیء و تصویر که در این شکل برقرار است، استنتاج می‌شود. وقتی شیء درون فاصله کانونی واقع است، تصویرش مجازی می‌شود، چنانکه در عدسیهای همگرا نیز چنین بود. روشهای ترسیمی تشکیل تصویر در اینجا نیز از همان اصولی



شکل ۳-۶ تصویر حقیقی ناشی از آینه کاو.



شکل ۴-۶ آرایش تجربی نمایش خطای دید که به وسیله تصویری حقیقی با بزرگنمایی واحد ایجاد می‌شود. تصویر چندان حقیقی است که چشم قادر به تشخیص تفاوت میان تصویر حقیقی و شیء حقیقی نیست.

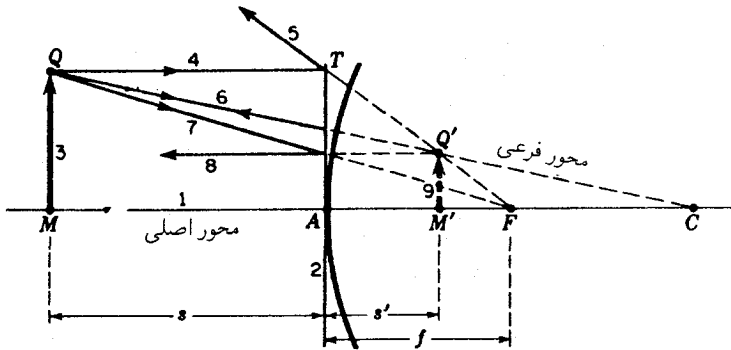


شکل ۵-۶ روش پرتوهای مایل برای تعیین موضع ترسیمی تصویر تشکیل شده توسط یک آینه کاو.

پیروی می‌کنند که در عدسیها دیدیم، به اضافه این که پرتوهای پیرامحوری باید چنان نموده شوند که در صفحه مماس بر سطح کروی تغییر جهت دهند، و نه در خود سطح.

با آینه کاو بزرگی که تحت شرایط بزرگنمایی واحد قرار داده شود، می‌توان آزمایش جالبی انجام داد (شکل ۴-۶). یک دسته گل را درون یک جعبه به طور وارونه می‌آویزیم و با لامپ حباب دار  $S$  به آن نور می‌تابانیم. آینه بزرگ را طوری قرار می‌دهیم که مرکز انحنای آن در بالای جعبه، که در آن گلدانی قرار دارد، واقع شود. چشم ناظر در  $E$  دسته گل کاملی می‌بیند، نه به صورت وارونه، بلکه به صورت نسخه بدل سه بعدی، که این توهم را قویاً ایجاد می‌کند که شیء واقعی است. چنان که در نمودار نشان داده‌ایم، پرتوها از نقاط تصویر به همان گونه خارج می‌شوند که هرگاه به شیء واقعی برخورد می‌کردند، خارج می‌شدند.

در شکل ۵-۶ روش ترسیمی تشکیل تصویر در آینه کاو را مشاهده می‌کنید. سه پرتوی که  $Q$  را ترک می‌کنند، پس از بازتابش به نقطه مزدوجشان،  $Q'$  می‌رسند. تصویر، حقیقی، معکوس و

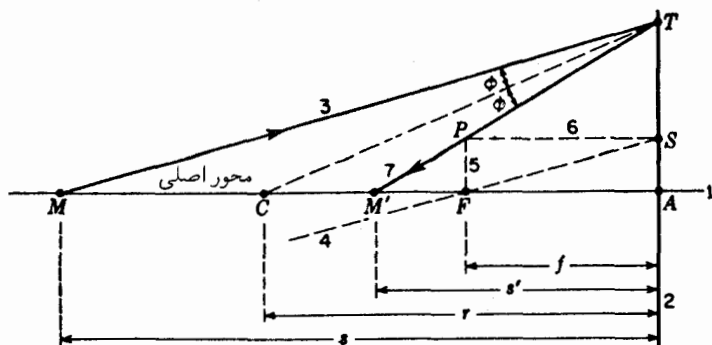


شکل ۶-۶ روش پرتوهای موازی برای تعیین موضع تصویر تشکیل شده توسط یک آینه کوز، به طریق ترسیمی.

کوچکتر از شیء است. پرتو ۴ که به موازات محور رسم می‌شود، بنابر تعریف نقطه کانونی، پس از بازتابش از  $F$  عبور می‌کند. پرتو ۶ که از  $F$  می‌گذرد، به موازات محور بازمی‌تابد، و پرتو ۸ مار بر مرکز انحناء، تحت زاویه قائم به آینه خورد و روی خود برمی‌گردد. نقاط تقاطع هر دوتایی از این پرتوها برای تعیین موضع تصویر کفایت می‌کند.

در شکل ۶-۶ همان رویه در یک آینه کوز به‌کار رفته است. پرتوهای خروجی از نقطه شیء  $Q$ ، پس از بازتابش، از نقطه مزدوج  $Q'$  و اگر می‌شوند. پرتو ۴ که به موازات محور حرکت می‌کند، چنان باز می‌تابد که گویی از  $F$  می‌آید. پرتو ۶ که به سوی مرکز  $C$  می‌رود روی خودش باز می‌تابد، و پرتو ۷ که به سوی  $F$  می‌رود، به موازات محور باز می‌تابد. چون پرتوها هرگز از  $Q'$  نمی‌گذرند، تصویر  $Q'M'$  در این حالت مجازی است.

روش پرتوهای مایل را در مورد آینه‌ها نیز می‌توان به‌کار گرفت، چنان‌که در شکل ۶-۷ برای یک آینه کاهمین‌کار را کردیم. پس از ترسیم محور ۱ و آینه ۲، نقاط  $C$  و  $F$  را علامت می‌گذاریم و یک پرتو ۳ را به‌دلیلخواه ترسیم می‌کنیم. خط چین ۴ مار بر  $F$  به موازات پرتو ۳ رسم می‌شود. از نقطه‌ای،  $S$ ، که این خط در آنجا آینه را قطع می‌کند، پرتو موازی  $S$ ، در راستای عقب رسم می‌شود تا صفحه کانونی را در  $P$  قطع کند. سپس پرتو ۷ را با عبور از مسیر  $TP$  ترسیم می‌کنیم که محور را در  $M'$  قطع کند. به‌اعتبار این ترسیمها،  $M$  و  $M'$  نقاط مزدوج، و ۳ و ۷ پاره‌های پرتو در فضای شیء و فضای تصویراند. اصول دخیل در این ترسیم از این واقعیت آشکار است که اگر ۳ و ۴ پرتوهای فرودی موازی بودند، در  $P$  روی صفحه کانونی متمرکز می‌شدند. اگر به‌جای پرتو ۴، پرتو دیگری از  $C$  به موازات پرتو ۳ رسم می‌شد، آن هم صفحه کانونی را در  $P$  قطع می‌کرد. پرتو مار بر مرکز انحناء روی خودش و به‌عقب باز می‌تابد.



شکل ۶-۷ روش پرتوهای مایل برای تعیین موضع تصویر تشکیل شده در یک آینه کاو.

### ۳-۶ فرمولهای آینه

برای اینکه بتوانیم فرمولهای استاندارد فصول گذشته برای عدسیها را با حداقل تغییرات ممکن، در مورد آینهها به کار ببندیم. باید به قراردادهای علامتی زیر پایبند باشیم:

۱. فواصل اندازه‌گیری شده از چپ به راست مثبت و از راست به چپ منفی اند.
۲. پرتوهای فرودی از چپ به راست و پرتوهای بازتابیده از راست به چپ حرکت می‌کنند.
۳. فواصل کانونی، از کانون به رأس اندازه‌گیری می‌شوند. این کار موجب می‌شود که  $f$  در آینه‌های کاو علامت مثبت و در آینه‌های کوژ علامت منفی بگیرد.
۴. شعاع انحنای رأس به مرکز انحنای سنجدیه می‌شود. با این حساب،  $r$  در آینه‌های کاو منفی و در آینه‌های کوژ مثبت می‌شود.

۵. فواصل شیء،  $s$ ، و فواصل تصویر،  $s'$ ، به ترتیب، از شیء و از تصویر به رأس سنجدیه می‌شوند. با این کار هر دو کمیت  $s$  و  $s'$  مثبت می‌شوند و شیء و تصویر را هرگاه در سمت چپ رأس قرار گیرند حقیقی و اگر در سمت راست آن قرار گیرند منفی و مجازی می‌کند.

آخرین بند این قراردادها بر این واقعیت دلالت می‌کند که در آینه‌ها، فضای شیء و فضای تصویر کاملاً برهم منطبق‌اند، و پرتوهای حقیقی نور همیشه در فضای سمت چپ آینه قرار دارند. چون ضریب شکست فضای تصویر با ضریب شکست فضای شیء یکی است،  $n'$  مربوط به معادله‌های قبلی به طور عددی با  $n$  یکی می‌شود.

اکنون، به نحو ساده‌ای فرمولی را به دست می‌آوریم که روابط مزدوجی برای یک آینه ارائه می‌دهد. در شکل ۶-۷ مشاهده می‌کنیم که بنابر قانون بازتابش، شعاع  $CTM'$

است. بنابر قضیه‌های شناخته شده هندسی می‌نویسیم:

$$\frac{MC}{MT} = \frac{CM'}{M'T}$$

حال، برای پرتوهای پیرامحوری،  $MT \approx MA = s$  و  $M'T \approx M'A = s'$  که در آن  $\approx$  دلالت می‌کند بر "تقریباً مساوی است". همچنین، از نمودار مشاهده می‌کنیم که

$$MC = MA - CA = s + r$$

و

$$CM' = CA - M'A = -r - s' = -(s' + r)$$

با جایگذاری مقادیر معادل در تناسب بالا، داریم:

$$\frac{s+r}{s} = -\frac{s'+r}{s'}$$

که به آسانی می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{r} \quad (2-6)$$

فرمول آینه

کانون اولیه، بنابر تعریف، عبارت است از نقطه شیء محوری که تصویرش در بینهایت واقع باشد. از این رو، با نشانیدن  $s = f$  و  $s' = \infty$  در معادله (۲-۶) خواهیم داشت

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{\infty} = -\frac{2}{r}$$

که از اینجا

$$f = -\frac{r}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{f} = -\frac{2}{r} \quad (3-6)$$

کانون ثانویه، بنابر تعریف، عبارت است از نقطهٔ تصویری از یک نقطه شیء بینهایت دور یعنی  $s' = f'$  و  $s = \infty$ . به این ترتیب:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f'} = -\frac{2}{r}$$

که از آن می‌رسیم به:

$$f' = -\frac{r}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{f'} = -\frac{2}{r} \quad (4-6)$$

بنابراین، کانوهای اولیه و ثانویه بر هم می‌افتند، و بزرگی فاصله کانونی برابر نصف شعاع انحناست. اگر  $r/2 -$  را در معادله (۲-۶) بنشانیم، می‌رسیم به

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (5-6)$$

که درست مانند حالت عدسیه‌است.

بزرگنمایی جانبی تصویر در آینه را می‌توان به کمک روابط هندسی شکل ۳-۶ محاسبه کرد. از تناسب دو ضلع در مثلثهای متشابه  $Q'AM'$  و  $QAM$  مشاهده می‌کنیم که  $-y'/y = s'/s$ ؛ و داریم

$$m = y'/y = -s'/s \quad (6-6)$$

مثال ۱. یک شیء به ارتفاع  $2\text{ cm}$ ، در  $10^\circ$  سانتیمتری جلوی یک آینه کاو به شعاع  $16\text{ cm}$  قرار دارد. پیدا کنید (الف) فاصله کانونی آینه؛ (ب) مکان تصویر؛ و (ج) بزرگنمایی جانبی.

جواب: کمیت‌های معلوم عبارت‌اند از  $y = +2\text{ cm}$ ،  $s = +10\text{ cm}$  و  $r = -16\text{ cm}$ . کمیت‌های مجهول عبارت‌اند از  $f'$  و  $s'$ ، و  $m$ .  
(الف) از معادله (۳-۶):

$$f' = -\frac{-16}{2} = +8\text{ cm}$$

(ب) از معادله (۵-۶):

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{8} - \frac{1}{10} = \quad \text{یا} \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{8}$$

که می‌شود

$$s' = +۴۰ \text{ cm}$$

(ج) از معادله (۶-۶) می‌رسیم به:

$$m = -\frac{۴۰}{۱۰} = -۴$$

یعنی، تصویر در  $۴۰$  سانتیمتری سمت چپ آینه قرار دارد، ابعاد آن  $۴$  برابر ابعاد شیء و حقیقی و معکوس است.

### ۶-۴ توان آینه‌ها

توضیحی که در بخش ۴-۱۲ برای توصیف خواص تصویرسازی عدسیها به‌کار بردیم، می‌تواند به‌آسانی در مورد آینه‌های کروی نیز تعمیم یابد. بنابر تعریف، می‌نویسیم

$$P = \frac{1}{f} \quad V = \frac{1}{s} \quad V' = \frac{1}{s'} \quad K = \frac{1}{r} \quad (۷-۶)$$

در این صورت، معادلات (۲-۶)، (۵-۶)، (۳-۶) و (۶-۶) به‌صورت زیر در می‌آیند:

$$V + V' = -۲K \quad (۸-۶)$$

$$V + V' = P \quad (۹-۶)$$

$$P = -۲K \quad (۱۰-۶)$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{V}{V'} \quad (۱۱-۶)$$

مثال ۲. یک شیء در  $۲۰^\circ$  سانتیمتری مقابل یک آینه کوژ به‌شعاع  $۵۰^\circ$  سانتیمتری قرار دارد.

مطلوب است محاسبه: (الف) توان آینه؛ (ب) مکان تصویر؛ و (ج) بزرگنمایی آن.

جواب: با بیان همه فواصل برحسب متر، داریم

$$V = \frac{1}{۰.۲۰} = +۵D \quad \text{و} \quad K = \frac{1}{۰.۵۰} = +۲D$$



(الف) از معادله (۶-۱۰)

$$P = -2K = -4D$$

(ب) از معادله (۶-۹)

$$V' = -9D \quad \text{یا} \quad 5 + V' = -4$$

یا

$$s' = \frac{1}{V'} = -\frac{1}{9} = -0.111\text{m} = -11.1\text{cm}$$

(ج) از معادله (۶-۱۱)

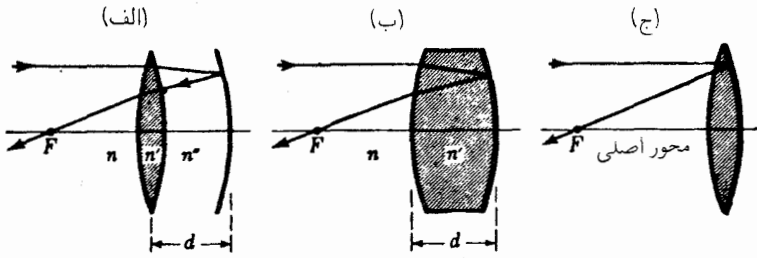
$$m = -\frac{5}{-9} = +0.555$$

توان عبارت است از  $P = -4D$ ، و تصویر مجازی و مستقیم است و در  $11.1$  سانتیمتری سمت راست آینه قرار دارد و بزرگنمایی آن  $0.555 \times$  است.

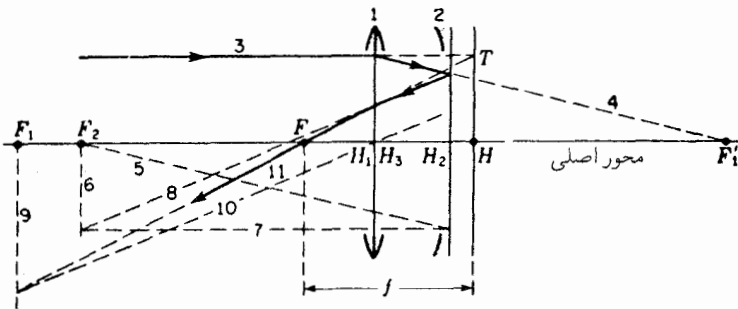
## ۶-۵ آینه‌های ضخیم

اصطلاح آینه ضخیم در مورد سیستمی از عدسیها اطلاق می‌شود که در آن یکی از سطوح کروی بازتابگر باشد. تحت این شرایط، نوری که از این سیستم عبور می‌کند، توسط آینه به عقب بازتابانده می‌شود، و سرانجام از سیستم عدسی خارج می‌شود و به فضایی می‌رود که از آن وارد عدسی شده بود در شکل ۶-۸، سه نوع سیستم متداول را مشاهده می‌کنید که می‌توان آنها را تحت عنوان آینه‌های ضخیم طبقه‌بندی کرد. در هر حالت، سطح سمت راستی، که آن را با خط پررنگ ترسیم کرده‌ایم، نمایانگر سطح بازتابگر است. یک پرتو موازی فرودی نیز در هر سیستم برای نشان دادن کانون ترسیم شده است.

علاوه بر نقطه کانونی و صفحه کانونی، هر آینه ضخیم دارای یک نقطه اصلی و یک صفحه اصلی است. در زیر دو روش ترسیمی برای تعیین مکان نقاط اصلی و صفحات اصلی ارائه می‌شود. روش پرتوهای مایل در مورد (الف) که یک سیستم ترکیبی عدسی نازک و آینه، به کاررفته



شکل ۸-۶ نمودارهای چند نوع آینه ضخیم و کانون آنها.



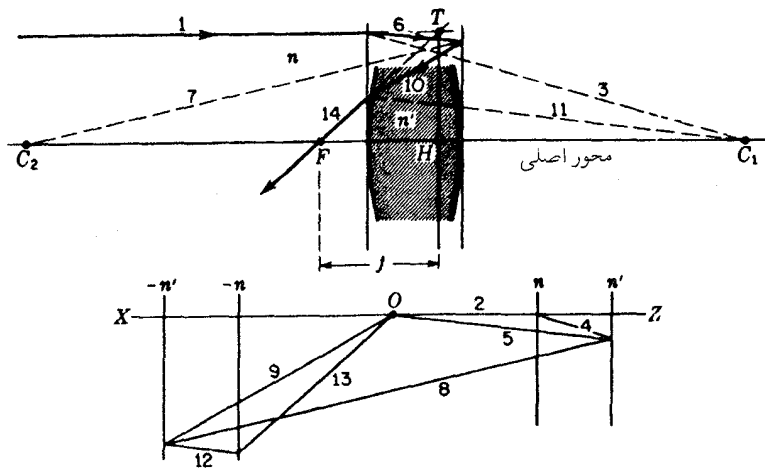
شکل ۹-۶ ترسیم پرتو مایل برای یافتن مکان کانون اصلی و نقطه اصلی یک آینه ضخیم.

است (شکل ۹-۶)، روش نمودار فرعی را در مورد (ب)، ترکیب عدسی ضخیم و آینه، به کار برده‌ایم (شکل ۱۰-۶)

در نمایش اول عدسی را نازک گرفته‌ایم، به طوری که می‌توان نقاط اصلی خود آن را در  $H_1$  با مرکز منطبق فرض کرد. یک پرتو فرودی موازی با محور اصلی در عدسی می‌شکند، در آینه باز می‌تابد و دوباره در عدسی می‌شکند تا محور را در  $F$  قطع کند. نقطه  $T$  که در آن پرتوهای فرودی و نهایی در صورت امتداد دادن همدیگر را قطع می‌کنند، مکان صفحه اصلی را تعیین می‌کند، و  $H$  نماینده نقطه اصلی است. اگر از قرارداد علامتها برای یک تک آینه پیروی کنیم (بخش ۳-۶)، فاصله کانونی این ترکیب خاص مثبت است و به کمک طول  $FH$  به دست می‌آید.

در نمونه دوم (شکل ۱۰-۶)، پرتو فرودی، در سطح اول می‌شکند و در سطح دوم باز می‌تابد و بالاخره در سطح اول دوباره می‌شکند و در نقطه  $F$  محور اصلی را قطع می‌کند. نقطه  $T$  که در آن پرتوهای فرودی و نهایی همدیگر را قطع می‌کنند، مکان صفحه اصلی و نقطه اصلی،  $H$ ، را تعیین می‌کند.

رسم مسیر برای این حالت، که در نمودار فرعی شکل ۱۰-۶ مشاهده می‌کنید، با ترسیم  $XZ$



شکل ۶-۱۰ روش نمودار فرعی برای تعیین مکان کانون، و نقطه اصلی یک آینه ضخیم به طریق ترسیمی.

به موازات محور اصلی شروع می‌شود. فواصل متناسب با  $n$  و  $n'$  به مبدأ  $O$  در نزدیکی مرکز، در هر دو جهت در راستای  $XZ$  اندازه‌گیری می‌شوند. بعد از این که خطوط قائم نمایانگر  $n$  و  $n'$  رسم شدند، بقیه خطوط به ترتیب ۱، ۲، ۳، ... ترسیم می‌شوند. هر شماره زوج به موازات خط شماره فرد ماقبلش ترسیم می‌شود. اثبات اینکه این ترسیم برای پرتوهای پیرامحوری درست است، شبیه به استدلالی است که در شکل ۳-۹ ارائه شده است.

## ۶-۶ فرمولهای آینه ضخیم

این فرمولها را به کمک نماد توان در حالت (الف)، مطابق شکل ۶-۸، ارائه خواهیم کرد. هرگاه  $r_1$  و  $r_2$  شعاع سطوح سه‌گانه از چپ به راست باشند، می‌توان نشان داد که توان این ترکیب عبارت است از

$$P = (1 - cP_1)(2P_1 + P_2 - cP_1P_2) \quad (12-6)$$

که در آن و فقط در مورد نمودار (الف)،  $n'' = n$

$$P_1 = (n' - n)(K_1 - K_2) \quad (13-6)$$

$$P_2 = -2nK_2 \quad (14-6)$$

$$K_1 = \frac{1}{r_1} \quad K_2 = \frac{1}{r_2} \quad K_3 = \frac{1}{r_3}$$

[معادلات (۱۶-۴) و (۴-۶) را بنگرید]. از میان ضرایب شکست،  $n'$  مربوط به عدسی و  $n$  مربوط به محیط پیرامون است. فاصله عدسی تا نقطه اصلی ترکیب عبارت است از

$$H_1 H = \frac{c}{1 - cP_1} \quad (15-6)$$

که  $H_1$  در مرکز عدسی واقع است

$$c = \frac{d}{n} \quad (16-6)$$

توجه به این امر مهم است که در معادله (۱۵-۶) مکان  $H$  از توان آینه،  $P_1$ ، و لذا از انحنای آن،  $K_1$ ، مستقل است.

مثال ۳. یک آینه ضخیم، مطابق شکل ۸-۶ (الف)، دارای یک عدسی نازک به ضریب شکست  $n' = ۱.۵۰$  و شعاعهای  $r_1 = +۵.۰ \text{ cm}$  و  $r_2 = -۵.۰ \text{ cm}$  است. این عدسی در فاصله  $۱۰.۰$  سانتیمتری جلوی یک آینه به شعاع  $۵.۰$  سانتیمتر قرار دارد. با فرض اینکه هر دو عدسی در هوا قرار دارند، پیدا کنید: (الف) توان ترکیب این دو عدسی؛ (ب) فاصله کانونی؛ و (ج) نقطه اصلی را.

جواب: (الف) از معادله (۱۳-۶) توان عدسی از قرار زیر به دست می‌آید

$$P_1 = (1.50 - 1) \left( \frac{1}{+5.0} - \frac{1}{-5.0} \right) = +2D$$

معادله (۱۴-۶) برای توان آینه عبارت است از:

$$P_2 = -2 \frac{1}{-5.0} = +4D$$

از معادله (۱۶-۶) داریم:

$$c = \frac{d}{n} = \frac{10.0}{1.50} = 6.67 \text{ cm}$$

و بالاخره توان ترکیب عدسیها از معادله (۱۲-۶) محاسبه می‌شود:

$$P = (1 - 0.10 \times 2)(2 \times 2 + 4 - 0.10 \times 2 \times 4) \\ = 0.8(4 + 4 - 0.8) = +5.76D$$

(ب) توان  $+5.76D$  متناظر است با فاصله کانونی:

$$f = \frac{1}{P} = \frac{1}{5.76} = 0.173m = +17.3cm$$

(ج) مکان نقطه اصلی،  $H$ ، از معادله (۱۵-۶) و در این فاصله تعیین می‌شود:

$$H_1H = \frac{0.10}{1 - 0.10 \times 2} = \frac{0.10}{0.8} = 0.125m = +12.5cm$$

بنابراین، نقطه اصلی در  $12.5$  سانتیمتری سمت راست عدسی، و یا  $2.5$  سانتیمتری پشت آینه واقع است.

## ۷-۶ صورت‌های دیگر آینه‌های ضخیم

به‌عنوان نمود دومی از یک آینه ضخیم، عدسی ضخیمی را در نظر بگیرید که پشتش نقره‌کاری شده است [شکل ۸-۶(ب)]. مقایسه این سیستم با سیستم نمودار (الف) نشان می‌دهد که معادله‌های (۱۲-۶) تا (۱۶-۶)، چنانچه توانهای  $P_1$  و  $P_2$  به‌نحو صحیحی تعریف شوند، در آن صدق خواهند کرد. برای نمودار (ب)، توان  $P_1$  فقط توان سطح اول است و توان  $P_2$  توان سطح دوم، به‌منزله آینه‌ای به‌شعاع  $r_2$  در محیطی با ضریب  $n'$  است. به‌بیان دیگر،

$$c = \frac{d}{n'} \quad \text{و} \quad P_1 = \frac{n' - n}{r_1} \quad P_2 = -\frac{2n'}{r_2} \quad (17-6)$$

با این تعریفها، توان آینه ضخیم (ب) از معادله (۱۲-۶) و نقطه اصلی از معادله (۱۵-۶) به‌دست می‌آید.

نمایش سوم آینه ضخیم از یک عدسی نازک که سطح پشتی آن، مطابق شکل ۸-۶(ج)، نقره‌اندود شده، تشکیل یافته است. این سیستم را می‌توان: (۱) در حکم حالت خاصی از نمودار (الف)، که در آن آینه دارای همان شعاع انحنايي است که سطح پشتی عدسی نازک دارد و فاصله  $d$  به‌صفر

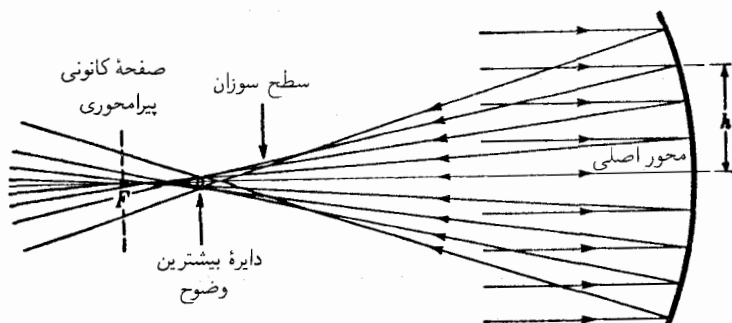
کاهش یافته است؛ و یا (۲) به‌عنوان حالت خاصی از نمودار (ب) که در آن، ضخامت عملاً به‌صفر تقلیل یافته است، تلقی کرد. در این هر دو حالت، معادله (۶-۱۲) به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$P = 2P_1 + P_2 \quad (۶-۱۸)$$

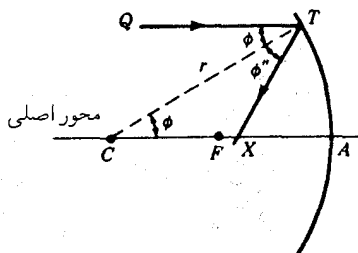
نقطه اصلی،  $H$ ، در مرکز مشترک عدسی و آینه بر  $H_1$  منطبق می‌شود.  $P_1$  نماینده توان عدسی نازک در هواست و  $P_2$  نماینده توان سطح دوم به‌منزله آینه‌ای به‌شعاع  $r_2$  در محیطی با ضریب  $n'$  است [معادله (۶-۱۷) را بنگرید].

## ۶-۸ ابیراهی کروی

بحث دربارهٔ یک تک آینهٔ کروی در بخش قبل، به پرتوهای پیرامحوری منحصر بود. در این محدودهٔ باریک، تصاویر واضحی از هر شیء در هر فاصله‌ای را می‌توان روی یک پرده تشکیل داد، زیرا دسته پرتوهای موازی نزدیک به محور که فقط زوایای کوچکی را با آن بسازند، به‌صورت تصویر واضح و متمرکزی روی صفحه کانونی می‌افتند. اما، چنانچه پرتوهای نور منحصر به منطقه پیرامحوری نباشند، همه پرتوهای یک نقطه شیء، در یک نقطه مشترک متمرکز نمی‌شوند و با اثر ناخواسته‌ای به‌نام ابیراهی کروی روبه‌رو می‌شویم. این پدیده را در شکل ۶-۱۱، که در آن پرتوهای موازی فرودی در فواصل افزاینده  $h$ ، محور را در نزدیکیهای آینه قطع می‌کنند، مشاهده می‌کنید. پوش همه پرتوها سطحی را به‌نام سطح سوزان یا سطح آکال تشکیل می‌دهند. اگر پرده کوچکی در صفحه کانونی پیرامحوری  $F$  قرار دهیم و آن را به‌سوی آینه پیش ببریم، به نقطه‌ای می‌رسیم که در آن ابعاد لکهٔ تصویر دایره‌ای حداقل است. این خال یا لکه قرص مانند در نمودار مشخص شده



شکل ۶-۱۱ ابیراهی کروی یک آینه کروی کاو.



شکل ۱۲-۶ هندسی نمایشگر پرتوهای حاشیه‌ای موازی با محور اصلی یک آینه کروی، محور را در داخل فاصله کانونی قطع می‌کنند.

است و دایره کمترین تاری (دایره بیشترین وضوح) نام دارد.

اثبات این نکته که پرتوهای یک ناحیه بیرونی آینه کاو محور آن را درون کانون پیرامحوری قطع می‌کنند، به کمک شکل ۱۲-۶ به آسانی صورت می‌گیرد و بنابر قانون بازتابش در مورد پرتو فرودی در  $T$ ، زاویه بازتابش  $\phi''$  برابر است با زاویه فرود  $\phi$ . این زاویه هم به نوبه خود برابر است با زاویه  $TCA$ . بنابراین، مثلث  $CTX$  متساوی الساقین است و از این رو  $CX = XT$ . خط راست کوتاهترین فاصله میان دو نقطه است، پس

$$CT < CX + XT$$

حال،  $CT$  شعاع آینه و برابر است با  $CA$ ، بنابراین

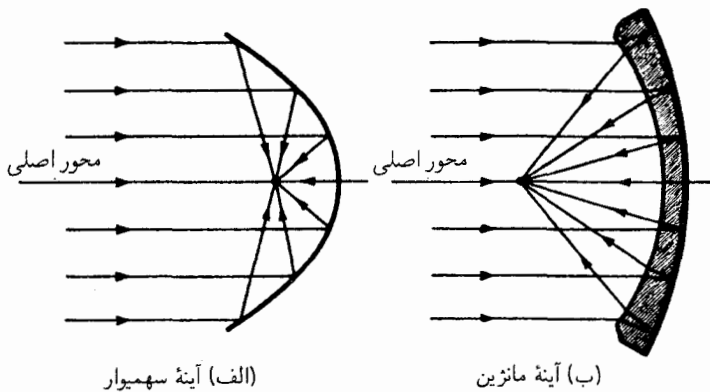
$$CA < 2CX$$

بنابراین:

$$\frac{1}{2}CA < CX$$

هندسه شکل نشان می‌دهد که هرگاه  $T$  به سوی  $A$  برود، نقطه  $X$  به  $F$  میل می‌کند و در حد،  $CX = XA = FA = \frac{1}{2}CA$

طی سالیان گذشته، روشهای متعددی برای کاهش ابیراهی کروی ابداع شده است. اگر شکل سطح آینه به جای کروی، سهمیوار دوار باشد، پرتوهای موازی با محور آن در یک نقطه جمع می‌شوند که در شکل ۱۳-۶ (الف) مشاهده می‌کنید. یک روش دیگر را بعداً در شکل ۱۷-۱۰ مشاهده



الف) آینه سهمیوار

ب) آینه مانزین

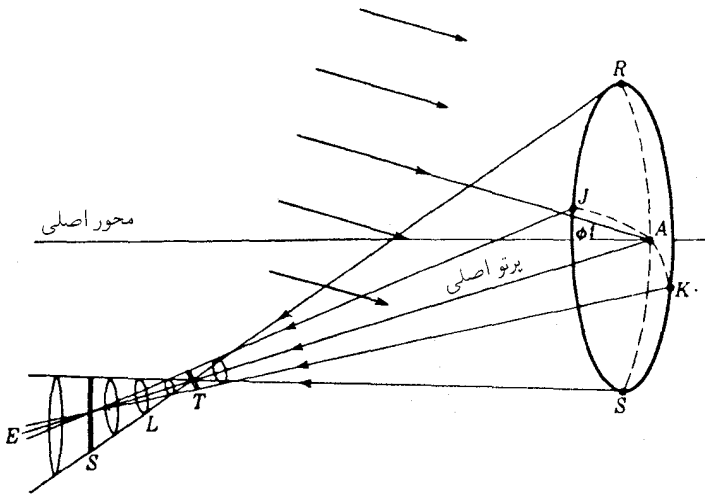
شکل ۶-۱۳ الف) آینه کاو سهمیوار؛ و ب) آینه کاو کروی که برای حذف ابیراهی کروی تصحیح شده است.

خواهید کرد که با نصب تیغه تصحیح‌کننده در جلوی آینه کروی، پرتوها را پیش از بازتابش و به مقداری صحیح منحرف می‌کند. اگر این صفحه را در مرکز انحناى آینه قرار دهیم، یک آرایش مفید اپتیکی به نام سیستم اشمیت، حاصل می‌شود. سیستم سوم هم، به نام آینه مانزین، در شکل ۶-۱۳ ب) مشاهده می‌کنید. در این سیستم یک عدسی هلالی که هر دو سطح آن کروی است، به‌کار گرفته می‌شود. اگر سطح پشتی آن نقره‌اندود شود تا آینه کاوی بسازد، همه پرتوهای موازی به‌صورت مطلوبی در یک کانون جمع می‌شوند.

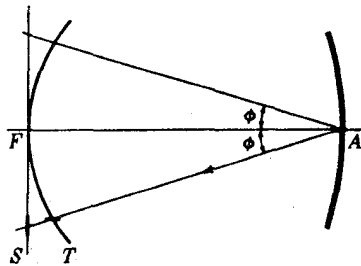
## ۶-۹ استیگماتیسم

این عیب تصویر وقتی پیش می‌آید که یک نقطه شیء از محور اصلی آینه کاو و یا کوژ نسبتاً دور باشد. پرتوهای فرودی، چه موازی و یا غیرموازی، زاویه بزرگی،  $\phi$ ، با محور آینه می‌سازند. در این صورت، به‌جای یک تصویر نقطه‌ای، تصویر دو خط متعامد تشکیل می‌شود. این اثر را استیگماتیسم می‌نامند و نمونه آن را در نمودار پرسپکتیو شکل ۶-۱۴ مشاهده می‌کنید. در این شکل پرتوهای فرودی موازی اند و پرتوهای بازتابیده به‌سوی دو خط  $S$  و  $T$  همگرا می‌شوند. پرتوهای بازتابیده روی صفحه قائم یا مماس  $RASE$  را می‌بینیم که در  $T$  متقاطع یا متمرکز می‌شوند، در حالی که دسته بادبزنی شکل پرتوها روی صفحه افقی یا تیر  $JAKE$  در  $S$  همدیگر را قطع و یا در آنجا جمع می‌شوند. اگر یک پرده را در  $E$  قرار دهیم و به‌سوی آینه ببریم، تصویر در  $S$  به‌شکل یک خط قائم در خواهد آمد که در  $L$  یک قرص دایره‌های شکل است، و در  $T$  به یک خط افقی تبدیل می‌شود.





شکل ۱۴-۶ تصاویر آستیگماتیکی یک نقطه شیء دور از بینهایت، که در یک آینه کروی کاو تشکیل شده است. خطوط  $S$  و  $T$  برهم عمودند.



شکل ۱۵-۶ سطوح آستیگماتیکی یک آینه کروی کاو.

اگر مواضع تصاویر  $S$  و  $T$  نقاط شیء دور را برای زوایای گوناگون تعیین کنیم، مکان هندسی آنها، به ترتیب، مطابق شکل ۱۵-۶ به صورت سهمیوار و تخت تشکیل خواهد شد. با کاهش زاویه میل پرتوها و رسیدن آنها به محور، تصاویر خطی نه تنها با نزدیک شدن به صفحه کانونی پیرامحوری، به هم نزدیکتر می‌شوند، بلکه طولشان نیز کوتاهتر می‌شود. مقدار آستیگماتیسم برای هر باریکه پرتوها از فاصله میان سطوح  $S$  و  $T$  که در امتداد پرتو اصلی اندازه‌گیری می‌شود، به دست می‌آید.

معادلاتی که مواضع دو تصویر آستیگماتیکی را به دست می‌دهند، عبارت‌اند از

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'_T} = -\frac{2}{r \cos \phi} \qquad \frac{1}{s} + \frac{1}{s'_S} = -\frac{2 \cos \phi}{r}$$

در هر دو معادله،  $s$  و  $s'$  در امتداد پرتو اصلی اندازه‌گیری می‌شوند. زاویه  $\phi$  زاویه میل پرتو اصلی، و  $r$  شعاع انحنای آینه است.

سیستم اپتیکی اشمیت، که بعداً درباره آن بحث خواهد شد (شکل ۱۰-۱۷)، و آینه مانژین شکل ۱۳-۶ (ب) ایزاری‌اند که در آنها آستیگماتیسم یک آینه کروی به حداقل رسانیده می‌شود. با آن‌که دو سطح کانونی  $S$  و  $T$  در این ابزار وجود دارد، ولی آنها خیلی به هم نزدیکند و مکان هندسی موضع میانی آنها (نظیر  $L$  در شکل ۱۴-۶) تقریباً یک سطح کروی تشکیل می‌دهد. مرکز این سطح کروی در مرکز انحنای آینه قرار دارد، که در شکل ۱۰-۱۷ دیده می‌شود.

آینه سهمیوار، حتی در روزه با درجه‌های بزرگ، بدون ابیراهی کروی است، اما معمولاً در پرتوهای دور از محور، اختلاف آستیگماتیکی  $S - T$  بزرگی بروز می‌دهد. به همین دلیل، کاربرد بازتابگرهای سهمیوار در وسیله‌هایی که مستلزم پخش زاویه‌ای کوچکی‌اند محدود می‌شود، از جمله این وسیله‌ها می‌توان انواع تلسکوپ اخترشناسی و نورافکن را برشمرد.

## مسائل

۱-۶ شعاع یک آینه کروی  $24^\circ -$  سانتیمتر است. یک شیء به ارتفاع  $3\text{ cm}$  در فاصله (الف)  $48\text{ cm}$ ؛ (ب)  $36\text{ cm}$ ؛ (ج)  $24\text{ cm}$ ؛ (د)  $12\text{ cm}$ ؛ و (ه)  $6\text{ cm}$  جلوی آینه قرار می‌گیرد. فاصله تصویر را برای هر یک از این فواصل شیء بیابید.  
جواب: (الف)  $16\text{ cm} +$ ؛ (ب)  $18\text{ cm} +$ ؛ (ج)  $24\text{ cm} +$ ؛ (د)  $12\text{ cm} +$ ؛ و (ه)  $12\text{ cm} -$ .

۲-۶ مسئله ۱-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید.

۳-۶ شعاع یک آینه کروی  $15\text{ cm} -$  است. یک شیء به ارتفاع  $2.5\text{ cm}$  به ترتیب در فواصل: (الف)  $45\text{ cm}$ ؛ (ب)  $30\text{ cm}$ ؛ (ج)  $15\text{ cm}$ ؛ (د)  $10\text{ cm}$ ؛ و (ه)  $5\text{ cm}$  جلوی آن قرار می‌دهیم. برای هر یک از این فواصل شیء، فاصله تصویر را پیدا کنید.

۴-۶ مسئله ۳-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید.

۵-۶ یک شیء به ارتفاع  $4\text{ cm}$  را جلوی آینه‌ای به شعاع  $18\text{ cm}$  + و در فواصل: (الف)  $36\text{ cm}$ ؛ (ب)  $24\text{ cm}$ ؛ و (ج)  $12\text{ cm}$ ، آن قرار می‌دهیم. برای هر یک از این فواصل شیء، فاصله و بزرگی تصویر را پیدا کنید.

جواب: (الف)  $72\text{ cm}$  - از رأس و  $8\text{ cm}$  ارتفاع؛ (ب)  $65\text{ cm}$  - از رأس و  $92\text{ cm}$  ارتفاع؛ (ج)  $54\text{ cm}$  - از رأس و  $1712\text{ cm}$  ارتفاع.

۶-۶ مسئله ۵-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید.

۷-۶ یک شیء به ارتفاع  $35\text{ cm}$  را به ترتیب به فواصل: (الف)  $16\text{ cm}$ ؛ (ب)  $8\text{ cm}$ ؛ (ج)  $4\text{ cm}$  و (د)  $2\text{ cm}$ ، جلوی آینه کروی به شعاع  $8\text{ cm}$  قرار می‌دهیم. مطلوب است فاصله و بزرگی تصویر برای هر یک از حالت‌های بالا.

۸-۶ مسئله ۷-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید.

۹-۶ یک آینه کاو برای انداختن تصویر یک درخت روی صفحه عکاسی به فاصله  $85\text{ m}$  به کار می‌رود. اگر بزرگنمایی جانبی  $1/2$  - مورد نظر باشد، شعاع انحنای آینه چقدر است.  
جواب:  $852\text{ cm}$  -

۱۰-۶ یک عدسی نازک همکوز به ضریب شکست  $1.53$  و شعاعهای  $16\text{ cm}$  با یک طرف نقره‌اندود شده مفروض است. پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی؛ و (ب) توان این سیستم را. نور از سمت سطح شفاف وارد می‌شود.

۱۱-۶ سطح دوم یک عدسی نازک به ضریب  $1.65$  و شعاعهای  $5\text{ cm}$  +  $r_1$  و  $15\text{ cm}$  -  $r_2$  نقره‌اندود شده است. پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی؛ و (ب) توان این سیستم چقدر است.

۱۲-۶ یک عدسی نازک به ضریب شکست  $1.72$  و شعاعهای  $6\text{ cm}$  -  $r_1$  و  $12\text{ cm}$  -  $r_2$  در هوا قرار دارد. اگر سطح دومش نقره‌اندود باشد، توان آن چقدر است. از فرمولهای ویژه (۶-۱۷) و (۶-۱۸) استفاده کنید.

۱۳-۶ یک عدسی نازک به فاصله کانونی  $10\text{ cm}$  + را در  $20^\circ$  سانتیمتری جلوی یک آینه کروی به شعاع  $18\text{ cm}$  - قرار می‌دهیم. مطلوب است: (الف) توان؛ (ب) فاصله کانونی؛ (ج) نقطه اصلی؛ و (د) کانون این سیستم اپتیکی آینه ضخیم.

جواب: (الف)  $11D$  +؛ (ب)  $433\text{ cm}$  +؛ (ج)  $25\text{ cm}$   $H_1H =$ ؛ (د)  $183\text{ cm}$  -.

۱۴-۶ مسئله ۱۳-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید. از روش نموده شده در شکل ۹-۶ بهره بگیرید.

۱۵-۶ یک عدسی نازک به فاصله کانونی  $12.3\text{ cm}$  - را در  $25^\circ$  سانتیمتری جلوی یک آینه کروی به شعاع  $9.2\text{ cm}$  - قرار داده‌ایم. مطلوب است: (الف) توان عدسی؛ (ب) آینه (ج) توان سیستم و (د) فاصله کانونی آن را نیز محاسبه کنید.

۱۶-۶ مسئله ۱۵-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید. از روش شکل ۹-۶ استفاده کنید.

۱۷-۶ روی سطح دوم یک عدسی ضخیم به ضریب  $1.56$ ، به ضخامت  $5\text{ cm}$ ، و با شعاعهای انحنای  $r_1 = +15\text{ cm}$  و  $r_2 = -3\text{ cm}$  را نقره‌اندود کرده‌اند. مطلوب است: (الف) توان؛ (ب) فاصله کانونی؛ (ج) نقطه اصلی؛ و (د) کانون این سیستم.

۱۸-۶ مسئله ۱۷-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید.

۱۹-۶ روی سطح دوم یک عدسی به ضخامت  $4.5\text{ cm}$ ، ضریب شکست  $1.72$ ، و شعاعهای  $r_1 = -6\text{ cm}$  و  $r_2 = -12\text{ cm}$  را نقره‌اندود کرده‌اند. مطلوب است: (الف) توان؛ (ب) فاصله کانونی؛ (ج) موضع نقطه اصلی؛ و (د) موضع کانون این سیستم.

۲۰-۶ مسئله ۱۹-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید.

۲۱-۶ شعاع انحنای سطح منحنی یک عدسی تخت-کوژ  $2\text{ cm}$  است. ضریب شکست شیشه آن  $1.65$  و ضخامتش  $2.75\text{ cm}$  است. اگر سطح منحنی نقره‌اندود باشد، مطلوب است: (الف) توان؛ (ب) فاصله کانونی؛ (ج) نقطه اصلی؛ و (د) موضع کانون آن.

جواب: (الف)  $16.5\text{ D}$ ؛ (ب)  $6\text{ cm}$ ؛ (ج)  $16.67\text{ cm}$ ؛ (د)  $4.394\text{ cm}$ .

۲۲-۶ مسئله ۲۱-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید.

۲۳-۶ اگر در مسئله ۲۱-۶ به جای سطح منحنی، سطح تخت نقره‌اندود شده باشد، جواب بندهای (الف) تا (د) چیست؟

۲۴-۶ مسئله ۲۳-۶ را از طریق ترسیمی حل کنید. از روش شکل ۹-۶ سود جوید.

۲۵-۶ شیء را در فاصله  $20^\circ$  سانتیمتری جلوی آینه‌ای به شعاع  $16\text{ cm}$  - قرار داده‌ایم. به ازای زوایای: (الف)  $0^\circ$ ؛ (ب)  $10^\circ$ ؛ (ج)  $20^\circ$ ؛ و (د)  $30^\circ$ ،  $\phi$ ، نمودار در سطح آستیگماتیک را ترسیم کنید.

## آستیگماتیسم ۱۴۷

۶-۲۶ برای آینه‌ای کروی به شعاع  $20\text{ cm}$  نمودار دو سطح آستیگماتیک را ترسیم کنید. فرض کنید نور فرودی موازی است و منحنیهای: (الف)  $\phi = 0^\circ$ ; (ب)  $\phi = 10^\circ$ ; (ج)  $\phi = 20^\circ$ ; و (د)  $\phi = 30^\circ$  را رسم کنید.

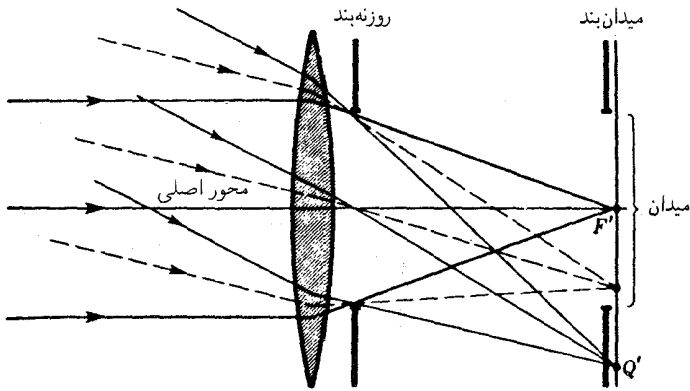


## اثر بندها

مبحثی در اپتیک هندسی هست که با وجود اهمیت بسیاری که در حوزه عمل دارد، غالباً از نظر دور می ماند؛ زیرا به ابعاد، مکان، و وضوح تصویر ارتباط مستقیمی ندارد. این مبحث، مسئله میدان دید است، که تعیین می کند چه مقدار از سطح یک شیء بزرگ را می توان به کمک یک سیستم اپتیکی رؤیت کرد. در هنگام بررسی موضوع میدان دید، پی بردن به این نکته که انتشار دسته پرتوها درون سیستم چگونه و کجا دستخوش محدودیت می شود، از اهمیت درجه اول برخوردار است. اثر بندها، یا میان بندها و یا عدسی بندها، که همیشه وجود دارد (حتی اگر به صورت کناره های عدسیها و آینه ها باشند)، باید مورد تحقیق قرار گیرد.

### ۷-۱ میدان بند و روزنه بند

در شکل ۷-۱، یک تک عدسی با دو بند را مشاهده می کنید که از یک شیء دور تصویر تشکیل داده است. سه دسته پرتوهای موازی، از سه نقطه مختلف شیء نشان داده می شوند که در یک صفحه کانونی متمرکز شده اند. از این دسته پرتوها می توان ملاحظه کرد که بند نزدیک به عدسی، بزرگی هر دسته پرتو را محدود می کند؛ در حالی که بند جلوی صفحه کانونی، زاویه ای را که تحت



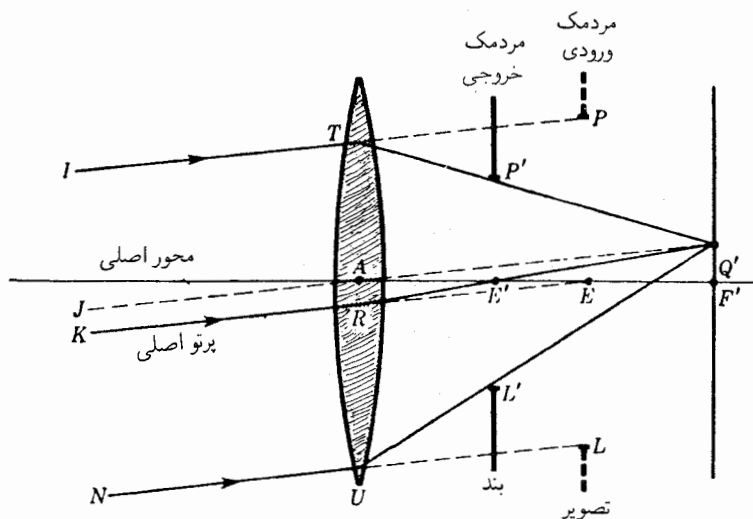
شکل ۷-۱ تفاوت میان میدان بند و روزنه بند.

آن دسته پرتوهای فرودی می‌توانند عبور کنند، محدود کرده است. بند اولی را روزنه بند می‌نامند. این بند، مقدار نوری را که به هر نقطه تصویر می‌رسد، به وضوح تعیین، و بنابراین روشنی تصویر را کنترل می‌کند، بند دوم، یا میدان بند گسترده‌گی شیء یا میدانی را که در تصویر نموده خواهد شد تعیین می‌کند.

## ۷-۲ مردمکهای ورودی و خروجی

بند  $P'E'L'$  که در شکل ۷-۲ پشت عدسی قرار داده شده است، در فضای تصویر واقع است و پرتوهای تصویری را محدود می‌کند. از طریق نمودار ترسیمی و یا فرمول عدسیها، تصویر این بند حقیقی، که به وسیله عدسی تشکیل می‌شود، در مکان  $PEL$  که با خط چین نشان داده می‌شود، به دست می‌آید. چون  $P'E'L'$  میان صفحه کانونی (و عدسی) واقع است، تصویرش،  $PEL$ ، در فضای شیء قرار می‌گیرد و مجازی و مستقیم است. این تصویر را مردمک ورودی می‌نامند، در حالی که دهانه حقیقی  $P'E'L'$  را، چنان‌که می‌دانیم، روزنه بند نامیدیم. هرگاه این بند، مطابق شکل، در فضای تصویر واقع شود، به آن مردمک خروجی می‌گویند. (در مورد بحث فضای شیء و فضای تصویر، ن.ک بخش ۴-۱۱).

لازم به تأکید است که  $P$  و  $P'$ ،  $E$  و  $E'$ ، و  $L$  و  $L'$  زوجهای نقاط مزدوج هستند. هر پرتو در فضای شیء که از این نقاط بگذرد، پس از شکست، از نقاط مزدوج آنها در فضای تصویر عبور خواهد کرد. پرتو  $IT$  که به سوی  $P$  می‌رود، پس از شکست از  $P'$  عبور می‌کند؛ پرتو  $KR$  که به سوی  $E$  می‌رود، پس از شکست از  $E'$  می‌گذرد، و پرتو  $NU$  که به سوی  $L$  می‌رود، پس



شکل ۷-۲ چگونگی تبدیل روزنه بند و تصویر آن به مردمک، به ترتیب، خروجی و ورودی سیستم.

از شکست از  $L'$  می‌گذرد. نقطه تصویر  $Q'$  به طریق ترسیمی توسط خط چین  $JQ'$  به موازات سایر پرتوها و بدون انحراف، با عبور از مرکز نوری  $A$ ، به دست می‌آید. روزنه بند  $P'E'L'$  در مکانی که نشان داده‌ایم، تا حدودی هم به منزله یک میدان بند عمل می‌کند، اما کناره‌های میدان به وضوح محدود نمی‌شوند. میان بندی که به صورت میدان بند عمل می‌کند، معمولاً با تصویر حقیقی یا مجازی انطباق پیدا می‌کند، تا اینکه لبه‌ها واضح مشاهده شوند.

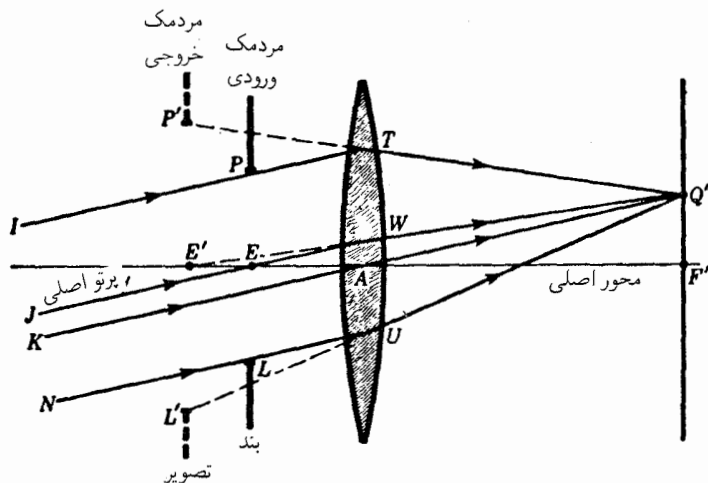
### ۷-۳ پرتو اصلی

هر پرتوی که در فضای شیء از مرکز مردمک ورودی بگذرد، پرتو اصلی خوانده می‌شود. چنین پرتوی پس از شکسته شدن نیز از مرکز مردمک خروجی می‌گذرد. در هر وسیله اپتیکی عملی، پرتو اصلی به ندرت از مرکز خود عدسیها می‌گذرد. نقاط  $E$  و  $E'$  که در آنها پرتو اصلی محور را قطع می‌کند، نقطه مردمک ورودی، و نقطه مردمک خروجی گفته می‌شوند. چنان که خواهیم دید، نقطه مردمک ورودی در تعیین میدان دید از اهمیت خاصی برخوردار است.

### ۷-۴ بند جلویی

در برخی انواع عدسیهای عکاسی، یک بند در نزدیکی عدسی، یا جلوی آن (بند جلویی) و یا در پشت آن (بند عقبی) قرار می‌دهند. یکی از کارهای این بندها، چنانکه در فصل ۹ خواهیم دید،

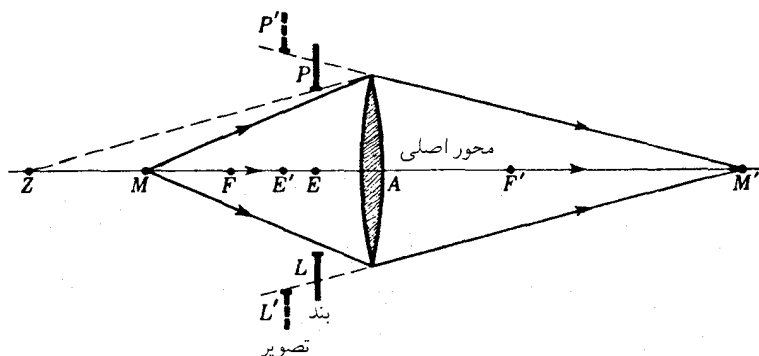




شکل ۳-۷ یک دریچه جلویی و تصویر آن می‌توانند، به ترتیب، به مردمک ورودی و خروجی یک دستگاه شوند.

بهسازی کیفیت تصویر تشکیل یافته روی فیلم عکاسی است. ابعاد کوچک و مکان بند جلویی در فضای شیء، مطابق شکل ۳-۷، از آن مردمک ورودی می‌سازد. تصویرش،  $P'E'L'$ ، که توسط عدسی در فضای تصویر تشکیل می‌شود، نیز تبدیل به مردمک خروجی خواهد شد. پرتوهای موازی  $IT$ ،  $JW$ ، و  $NU$  از لبه‌های مردمک ورودی و مرکز آن می‌گذرند. عدسی موجب می‌شود که این پرتوها به سوی پرده همگرا شوند، چنان‌که گویی از نقاط مزدوج  $P'$  و  $E'$  و  $L'$  در مردمک خروجی آمده‌اند. تقاطع آنها در نقطه تصویر،  $Q'$ ، جایی است که پرتو بدون انحراف  $KA$  از صفحه کانونی می‌گذرد. توجه کنید که پرتو اصلی به سوی مرکز مردمک ورودی در فضای شیء می‌رود و چنان از عدسی خارج می‌شود که گویی از مرکز مردمک خروجی در فضای تصویر آمده است.

با وجود اینکه یک بند مشخص در یک دستگاه اپتیکی ممکن است بتواند پرتوهایی را که از یک نقطه شیء آمده و از دستگاه عبور می‌کند، محدود کند؛ لازم نیست که برای نقاط دیگر شیء در فواصل مختلف روی محور، روزه‌بند محسوب شود. مثلاً، در شکل ۴-۷ (الف) یک عدسی را با بند جلویی و یک نقطه شیء  $M$  را نشان داده‌ایم. برای این نقطه پیرامون خود عدسی روزه‌بند به شمار می‌رود و چون پرتوهای شیء را محدود می‌کند، مردمک ورودی به حساب می‌آید. تصویر آن، که باز هم پیرامون عدسی است، مردمک خروجی نیز هست. بنابراین، حاشیه عدسی، برای نقطه  $M$ ، روزه‌بند، مردمک ورودی و مردمک خروجی به شمار می‌رود؛ اگر این نقطه شیء در سمت چپ  $Z$  قرار می‌گرفت،  $PEL$  تبدیل به مردمک ورودی و روزه‌بند می‌شد و تصویر آن،  $P'E'L'$ ، مردمک خروجی محسوب می‌شد.

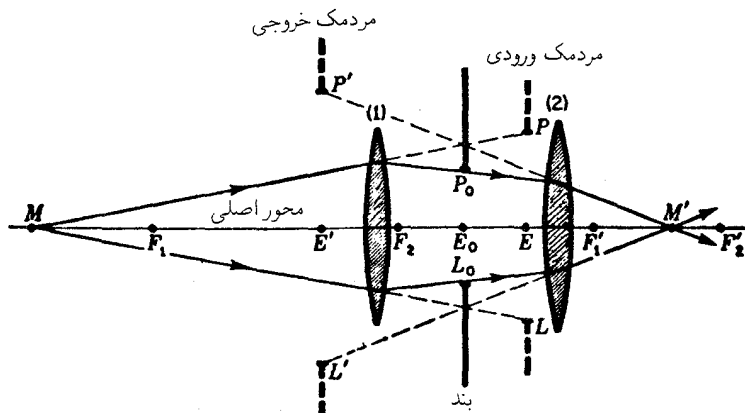


شکل ۷-۴ مردمکهای ورودی و خروجی برای همه نقاط شیء و تصویر یکی نیستند.

در مراحل اولیه طراحی دستگاه اپتیکی، شاید معلوم نباشد که کدام قطعه دستگاه، روزنه بند را تشکیل خواهد داد. در نتیجه، پرتوهای حاشیه‌ای باید برای هر قطعه یکی پس از دیگری مورد بررسی قرار گیرند تا معلوم شود که کدام یک کار محدود کردن را انجام می‌دهد. مستقل از تعداد قطعات دستگاه، معمولاً فقط یک روزنه بند محدودکننده خواهد داشت. به محض اینکه مکان این بند تعیین شد، مردمک ورودی کل دستگاه تصویر، روزنه بند است که توسط همه عدسیهای ماقبل آن تشکیل می‌شود، و مردمک خروجی آن تصویری است که توسط عدسیهای بعد از آن تشکیل می‌شود. شکلهای ۷-۲ و ۷-۳، که در آنها فقط یک عدسی یا قبل و یا بعد از روزنه وجود دارد، باید در ارتباط با این گزاره مورد مطالعه قرار بگیرند.

## ۷-۵ بند مابین دو عدسی (میان بند دو عدسی)

یکی از آرایشهای رایج در عدسیهای دوربینهای عکاسی ترکیب دو عنصر عدسی جداگانه با یک بند متغیر، یا میان بند عنبیه، میان آنهاست. در شکل ۷-۵ نموداری مشاهده می‌کنید که این ترکیب را نشان می‌دهد، و در آن اجزای ۱ و ۲ عدسیهای نازک‌اند و  $P_0 E_0 L_0$  بند است. بنابر تعریف، مردمک ورودی این دستگاه عبارت است از تصویر بند که در عدسی ۱ تشکیل می‌شود. این تصویر، مجازی، مستقیم، و در  $PEL$  واقع است. همچنین، بنابر تعریف، مردمک خروجی کل دستگاه، عبارت است از تصویر بند که توسط عدسی ۲ تشکیل می‌شود. این تصویر، که در  $P' E' L'$  قرار دارد، نیز مجازی و مستقیم است. مردمک ورودی  $PEL$  در فضای شیء عدسی ۱ قرار دارد؛ بند  $P_0 E_0 L_0$  هم در فضای تصویر عدسی ۱ و هم در فضای شیء عدسی ۲ قرار دارد، و مردمک خروجی  $P' E' L'$  در فضای تصویر عدسی ۲ واقع است. نقاط  $P_0$  و  $P'$ ،  $E_0$  و  $E'$ ،



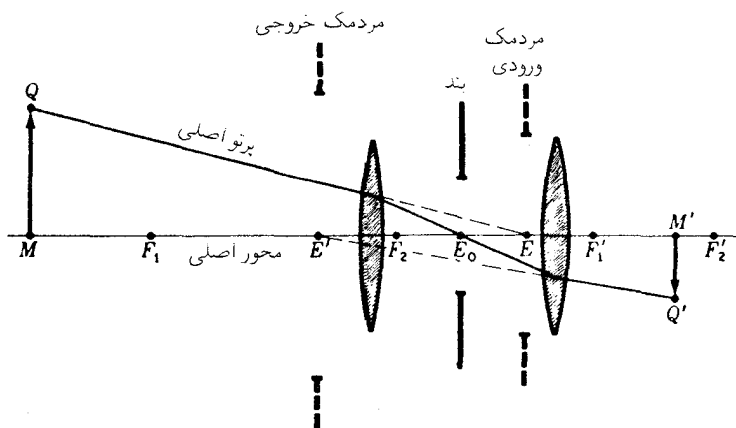
شکل ۵-۷ میان بند دو عدسی. مردمک ورودی دستگاه در فضای شیء آن واقع است، در حالی که مردمک خروجی در فضای تصویر قرار دارد.

و  $L_0$  و  $L$  نقاط مزدوج عدسی اول اند؛ در حالی که  $P_0$  و  $P$ ،  $E_0$  و  $E$ ، و  $L'$  و  $L_0$  نقاط مزدوج عدسی دوم هستند. این وضعیت، نقاطی چون  $P$  و  $P'$  را به نقاط مزدوج کل دستگاه تبدیل می‌کند. اگر یک شیء نقطه‌ای روی محور اصلی در  $M$  قرار گیرد، پرتوهای  $MP$  و  $ML$  دسته پرتویی را محدود می‌کنند که از داخل دستگاه عبور خواهد کرد. در عدسی اول، این پرتوها پس از شکست از  $P_0$  و  $L_0$  می‌گذرند، و در عدسی دوم چنان می‌شکنند که همان‌گونه که در شکل به نظر می‌آید، از  $L'$  و  $P'$  می‌آیند. اکنون منظور از کاربرد نمادهای پریم‌دار و بدون پریم برای نشان دادن، به ترتیب، مردمکهای ورودی و خروجی باید روشن شود؛ آن یکی در فضای تصویر و این دیگری در فضای شیء واقع است و تصاویر مزدوج یکدیگرند.

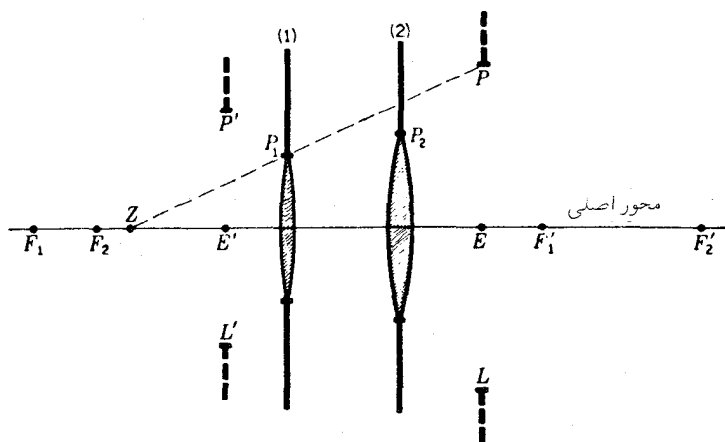
دستگاه اپتیکی مشابهی را دوباره در شکل ۶-۷ به منظور نمایش مسیر یک پرتو اصلی مشاهده می‌کنید. از چندین پرتوی که می‌توانند از یک نقطه شیء مشخص  $Q$  شروع شوند و کل دستگاه را طی کنند، پرتو اصلی آن پرتوی است که به عدسی در جهت  $E$ ، نقطه مردمک ورودی، می‌رسد، پس از شکست از  $E_0$  می‌گذرد و در نهایت در امتداد حرکت به  $Q'$ ، چنان‌که گویی از  $E'$  یعنی نقطه مردمک خروجی آمده است، از آن بیرون می‌رود.

## ۶-۷ دو عدسی بدون بند

نظریه توصیفی بندها نه تنها در مورد میان‌بندهای دایره‌ای تعبیه شده در دستگاه اپتیکی کاربرد دارد، بلکه در هر دستگاه دیگری هم مورد استفاده قرار می‌گیرد. زیرا در عمل پیرامون هر عدسی در داخل دستگاه به‌طور بالقوه یک بند به‌شمار می‌رود. در شکل ۷-۷ دو عدسی ۱ و ۲ را، همراه



شکل ۶-۷ جهتی که یک پرتو اصلی می‌گیرد، چنان است که آنرا از مراکز مردمکهای ورودی و بند عبور دهد.



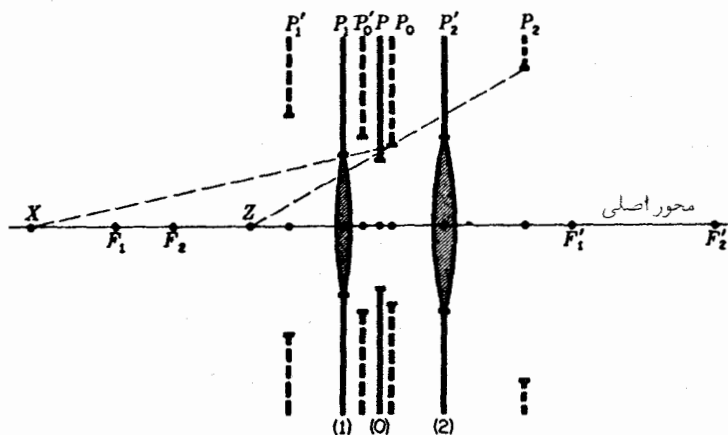
شکل ۷-۷ حاشیه هر عدسی می‌تواند روزنه‌بند دستگاه باشد.

با تصاویری که از یکدیگر تشکیل می‌دهند و به‌عنوان بند تلقی می‌شوند، مشاهده می‌کنید. با این فرض که  $P_1$  یک بند در فضای شیء است، تصویرش،  $P'_1$ ، که توسط عدسی ۲ تشکیل می‌شود، در فضای تصویر نهایی قرار دارد. هرگاه  $P_2$  را در حکم بندی در فضای تصویر بنگریم، تصویر آن،  $P$ ، که توسط عدسی ۱ تشکیل می‌شود، در فضای شیء اولیه قرار دارد. بنابراین، دو مردمک

ورودی  $P_1$  و  $P$  در فضای شیء ترکیب عدسیها و دو مردمک خروجی،  $P_2$  و  $P'$ ، در فضای تصویر ترکیب عدسیها امکانپذیرند. برای هر نقطه  $M$  روی محور اصلی که در سمت چپ  $Z$  قرار گیرد،  $P_1$  به بند محدودکننده تبدیل می‌شود و از این رو به مردمک ورودی دستگاه تبدیل می‌شود. تصویر آن،  $P'$ ، هم به مردمک خروجی تبدیل خواهد شد. از سوی دیگر، هرگاه  $M$  در سمت راست  $Z$  واقع باشد،  $P$  به مردمک ورودی و  $P_2$  به مردمک خروجی تبدیل می‌شود.

### ۷-۷ تعیین روزنه‌بند

در دستگاهی مرکب از دو عدسی با یک میان‌بندی مابین آنها، که در شکلهای ۷-۵ و ۷-۶ مشاهده می‌کنید، عدسیها را چندان بزرگ اختیار کرده‌ایم که آنها را توان در حکم بند تلقی کرد اما، چنانچه عدسیهای یک دستگاه در مقایسه با بند بزرگ نباشند، و این حالتی است که در عدسیهای دوربین عکاسی پیش می‌آید، وقتی میان‌بند عنبیه کاملاً باز باشد؛ در این صورت دستگاه متشکل از بندها و مردمکها مطابق شکل ۷-۸ خواهند شد. این دستگاه از دو عدسی و یک بند تشکیل یافته که هر کدام به انضمام تصاویر گوناگونشان یک روزنه‌بند بالقوه به‌شمار می‌روند.  $P'_1$  تصویر مجازی عدسی اول تشکیل یافته توسط عدسی دوم،  $P'_0$  تصویر مجازی بند  $P$  تشکیل یافته توسط عدسی ۲،  $P_0$  تصویر مجازی  $P$  تشکیل یافته توسط عدسی ۱، و  $P_2$  تصویر مجازی عدسی دوم است که عدسی اولی از آن تشکیل داده است. به بیان دیگر، وقتی دستگاه را از سمت چپ بنگریم، عدسی اول، بند و عدسی دوم را در مکانهای ظاهریشان،  $P_1$ ،  $P_0$ ،  $P_2$  مشاهده خواهیم کرد. اگر از سمت راست



شکل ۷-۸ دستگاهی مرکب از چندین قطعه حتی الامکان تعدادی بند و مردمک دارد.

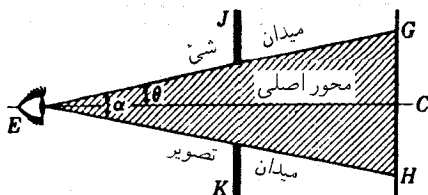
به آن نگاه کنیم آنها را به ترتیب در  $P'_1$ ،  $P'_0$ ،  $P'_2$  مشاهده خواهیم کرد. از میان همه این دریچه‌ها،  $P_0$ ،  $P_1$  و  $P_2$  مردمکهای ورودی بالقوه در فضای شیء دستگاه به شمار می‌روند.

برای همه نقاط شیء محوری واقع در سمت چپ  $P_1$ ،  $X$  دسته پرتوهای ورودی را به کوچکترین زاویه ممکن محدود می‌کند و از این رو  $P_1$  به مردمک ورودی دستگاه تبدیل می‌شود. به طور کلی، یک شیء که مردمک ورودی تصویر آن است در حکم روزنه‌بند خواهد بود، که در این حالت همان روزنه  $P_1$  عدسی است. تصویری که از مردمک ورودی توسط کل دستگاه عدسی تشکیل می‌شود، یعنی  $P'_1$ ، مردمک خروجی به شمار می‌رود. برای نقاط شیء واقع مابین  $X$  و  $Z$ ، مردمک ورودی  $P_0$  می‌شود،  $P$  روزنه‌بند آنها، و  $P'_0$  مردمک خروجی‌شان است. سرانجام، برای نقاط واقع در سمت راست  $Z$ ، مردمک ورودی  $P_2$  و  $P'_2$  هم روزنه‌بند و هم مردمک خروجی آنهاست. از این بحث پی می‌بریم که روزنه‌بند هر دستگاهی ممکن است با تغییر دادن موضع شیء تغییر کند. قاعدتاً، روزنه‌بند هر دستگاه با بند یا تصویر بند یا میان‌بندی تعیین می‌شود که از دید نقطه‌شیء روبه‌روی کوچکترین زاویه باشد. هرگاه این بند تصویر باشد، روزنه‌بند خودش در حکم شیء آن است. در غالب ابزارهای اپتیکی، بند مؤثر، در گستره مکانهای شیء که در استفاده از آن دستگاه معمولاً رعایت می‌شود، تغییر نمی‌کند.

حالا، با جا افتادن روشهای تعیین مکان روزنه‌بندها و مردمکهای ورودی و خروجی یک دستگاه، به دو مورد از مهمترین خواص دستگاههای اپتیکی، یعنی میدان دید و روشنایی آن می‌پردازیم، این بررسی را ابتدا با میدان دید آغاز می‌کنیم.

## ۷-۸ میدان دید

وقتی منظره بیرون را از پنجره نگاه می‌کنیم، میدان دیدمان را ابعاد این پنجره و مکان چشم یا خط دید محدود می‌کند. در شکل ۷-۹، چشم ناظر در  $E$ ، مرزگشودگی پنجره در  $JK$ ، و میدان مشاهده‌شده در  $GH$  را می‌بینید. در این نمایش ساده، پنجره، میدان بند است (بخش ۷-۱). اگر

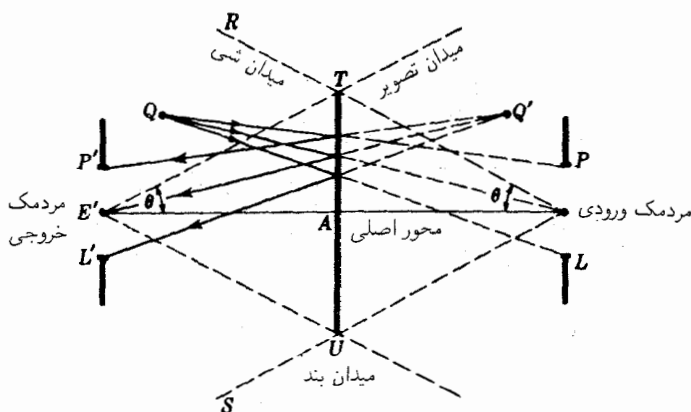


شکل ۷-۹ میدان دید از طریق یک پنجره.

چشم به پنجره نزدیکتر شود، میدان زاویه‌ای،  $\alpha$ ، وسیعتر می‌شود، و هنگامی که از آن دور شود، میدان هم باریکتر خواهد شد. در ابزار اپتیکی متداول است که میدان دید را با بزرگی زاویه  $\alpha$  برحسب درجه مشخص کنند. زاویه  $\theta$  که بیرونترین پرتوهای ورودی به دستگاه با محور اصلی آن تشکیل می‌دهند، نیم‌زاویه میدان نام دارد و پهنای قابل رؤیت شیء را محدود می‌کند. این میدان شیء زاویه  $2\theta$  را در بر می‌گیرد، و در این وضع با میدان تصویری به‌وسعت زاویه‌ای  $\alpha$ ، یکسان است.

## ۹-۷ میدان آینه تخت

میدان دیدی که آینه تخت تأمین می‌کند، بسیار شبیه به میدان یک پنجره ساده است. چنان که در شکل ۷-۱۰ مشاهده می‌کنید،  $TU$  یک آینه را می‌نمایاند و  $P'E'L'$  مردمک چشم ناظر، در اینجا به‌منزله مردمک خروجی، است. مردمک ورودی  $PEL$ ، تصویر مجازی مردمک چشم است که آینه آن را تشکیل می‌دهد و درست به همان فاصله در پشت آینه قرار دارد که مردمک چشم در جلوی آن است. پرتوهای اصلی  $E'U$  و  $E'T$  محدودکننده میدان دید در فضای تصویرند، و پرتوهای متناظر فرودی  $ER$  و  $ES$ ، میدان دیدی در فضای شیء را تعیین می‌کنند. این پرتوها محدوده میدانی را نشان می‌دهند که شیء واقع در آن هنوز قابل رؤیت است. در این حالت نیز، گرچه نه به‌طور کلی، شیء در برابر همان زاویه‌ای قرار می‌گیرد که میدان تصویر قرار خواهد گرفت. در این شکل، تشکیل تصویر یک نقطه شیء  $Q$  در داخل این میدان نیز نموده شده است.



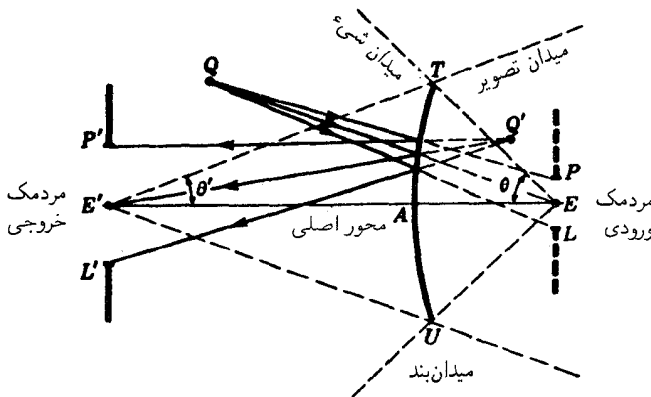
شکل ۷-۱۰ میدان دید از طریق یک آینه تخت.

این نقطه، سه پرتو به سوی نقاط  $P, E, L$  و در مردمک ورودی ترسیم شده‌اند. هر جا که این پرتوها به آینه برخورد می‌کنند، پرتوهای بازتابیده به سوی نقاط مزدوج  $P', E', L'$  و در مردمک خروجی ترسیم شده‌اند. شیء  $Q$  و مردمک ورودی  $PEL$ ، در فضای شیء واقع‌اند، ولی تصویر  $Q'$  و مردمک خروجی  $P'E'L'$  در فضای تصویر قرار دارند. اگر، اتفاقاً  $Q$  نزدیک به  $RT$  باشد، فقط بخشی از دسته‌پرتوهای مشخص شده به وسیله مردمک ورودی، را آینه قطع خواهد کرد و به سوی مردمک خروجی بازتابیده خواهد شد. در روند تعیین میدان دید، معمولاً پرتو اصلی  $RTE'$  را به کار می‌گیرند، گرچه در این حالت، این تمایز اهمیتی ندارد، زیرا مردمک چشم نسبتاً کوچک است. البته در نمودار، در بزرگی آن خیلی اغراق شده است.

نظر به اینکه پرتو ویژه محدودکننده به سوی نقطه مردمک ورودی  $E$  سیر می‌کند، نیم‌زاویه میدان،  $\theta$ ، کوچکترین زاویه‌ای خواهد بود که از  $E$  تحت آن بند یا تصویری از یک بند، در فضای جسم دیده شود. بندی که به این طریق تعیین می‌شود، میدان بند دستگاه نام دارد. برای یک تک آینه، دریچه میدان، مرز خود آینه است.

## ۷-۱۰ میدان آینه کوژ

هرگاه آینه دارای انحنا باشد، جز اینکه زاویه روبه‌روی میدان شیء و میدان تصویر دیگر با هم برابر نیستند ( $\theta' \neq \theta$ ، در شکل ۷-۱۱)، وضعیت چندان تفاوتی نمی‌کند. در این شکل  $P'E'L'$  نمایانگر مردمک واقعی یک چشم روی محور اصلی آینه کوژ،  $TU$ ، است. آینه از این مردمک خروجی تصویر  $PEL$  را تشکیل می‌دهد، و این تصویر، همان مردمک ورودی است که حالا



شکل ۷-۱۱ میدان دید از طریق یک آینه کوژ.

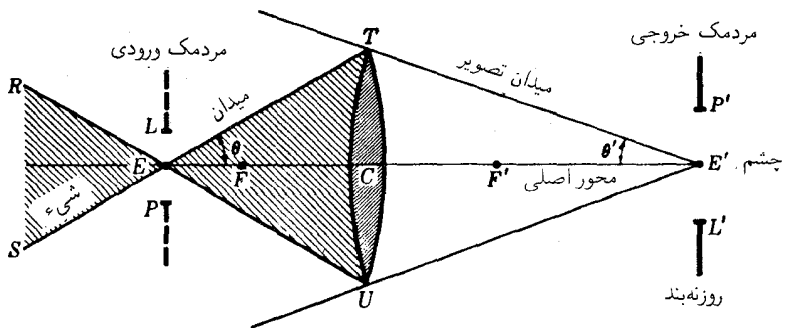


اندکی کوچکتر شده است. با تعقیب روشی که در آینه تخت به کار گرفتیم، خطوط محدودکننده میدان تصویر و میدان شیء را ترسیم کرده ایم. پرتوهایی که از یک نقطه شیء  $Q$  خارج می شوند و به سوی  $P, E, L$  در مردمک ورودی می روند، مطابق شکل ۷-۱۱ به سوی  $P', E', L'$  و در مردمک خروجی باز می تابند. با امتداد دادن این پرتوها به عقب، مکان  $Q'$  تصویر مجازی را مشخص می کنند. نیم زاویه میدان،  $\theta$ ، در این جا از  $\theta'$  که میدان دید چشم را تعیین می کند، بزرگتر است. یک نمودار مشابه ولی اندکی پیچیده تر را هم می توان برای میدان دید یک آینه کاو ترسیم کرد. بررسی و تغییر این حالت را به عنوان تمرین به دانشجویان واگذار می کنیم، زیرا بسیار شبیه به نمودار یک عدسی همگراست که اینک به توصیفش می پردازیم (ن. ک مسئله ۷-۱۲).

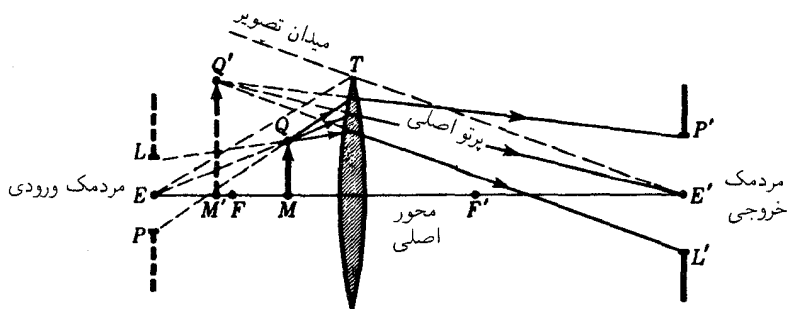
### ۷-۱۱ میدان عدسی مثبت

روش تعیین نیم زاویه های میدان  $\theta$  و  $\theta'$  برای یک تک عدسی همگرا را در شکل ۷-۱۲ مشاهده می کنید. مردمک چشم به منزله مردمک خروجی در سمت راست، و تصویر حقیقی و معکوس آن در سمت چپ قرار دارد. پرتوهای اصلی که از مردمک ورودی در نقطه  $E$  می گذرند و بر پیرامون عدسی فرود می آیند، پس از شکست، از نقطه مزدوج  $E'$  می گذرند.

سطوح سایه خورده، یا به بیان دقیقتر مخروطهای سایه خورده  $ETU$  و  $ERS$ ، مرزهایی را باز می نمایند که هر شیء باید برای مشاهده شدن در میدان تصویر، درون آنها قرار گیرد. در این مثال، میدان بند خود عدسی  $TU$  است، زیرا نیم زاویه میدان مقابل به مردمک ورودی را تعیین می کند. چنانچه چشم و از این رو مردمک خروجی، به عدسی نزدیکتر شود، و با این حرکت زاویه میدان



شکل ۷-۱۲ میدان دید از طریق یک عدسی همگرا.



شکل ۷-۱۳ تشکیل تصویر در میدان یک سیستم عدسی همگرا بنده.

تصویر،  $\theta'$ ، را بزرگتر کند، مردمک ورودی معکوس، به سمت چپ حرکت می‌کند و به‌دراز شدن مخروط میدان شیء  $ETU$  می‌انجامد.

نمودار همین عدسی را در شکل ۷-۱۳ مشاهده می‌کنید، که در آن شیء  $QM$  در مکانی واقع در داخل کانون اولیه نشان داده می‌شود. از هر یک از سه نقطه  $E$ ،  $P$ ،  $L$  پرتوهایی از  $Q$  به عدسی عبور می‌کنند. از آنجا هم پرتوهای شکسته شده به سوی نقاط متناظر  $E'$ ،  $P'$ ،  $L'$  در مردمک خروجی متمایل و گسیل می‌شوند. با امتداد دادن این پرتوها به عقب، به سوی نقطه تقاطع مشترکشان، تصویر مجازی نقطه  $Q'$  به‌دست می‌آید. روش پرتوهای مایل یا پرتو موازی برای تعیین مکان تصویر را (که ترسیم نشده‌اند) می‌توان برای تأیید صحت این مکان به‌کار گرفت. ملاحظه خواهد شد که اگر قرار باشد اشیاء در نزدیکی نقطه مردمک ورودی  $E$  واقع شوند، باید خیلی کوچک باشند؛ در غیر این صورت، تنها بخشی از آنها در چشم واقع در  $E'$  قابل رؤیت خواهند بود. توصیه می‌شود که دانشجویان نقاطی شیئی اختیار کنند که در بیرون از میدان شیء قرار داشته باشند و پرتوهای آنها را به‌طور ترسیمی ردیابی کنند تا در عمل هم به این نتیجه برسند که این‌گونه پرتوها هرگز از مردمک خروجی عبور نخواهند کرد.

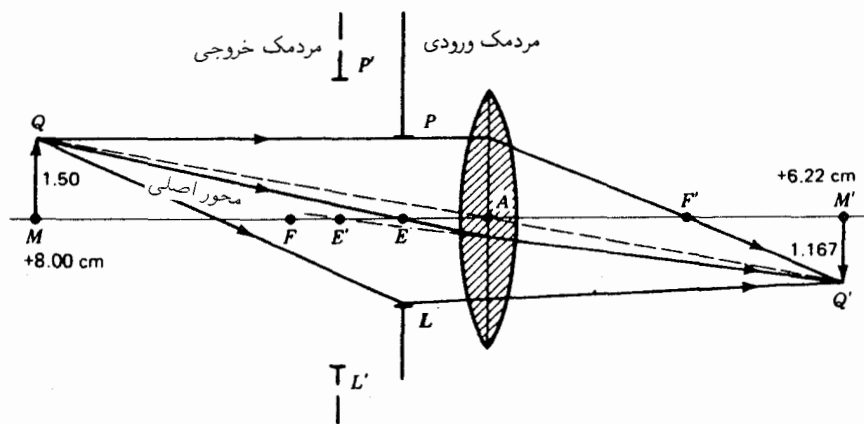
وقتی از یک عدسی همگرا به‌عنوان یک ذره‌بین استفاده می‌کنیم، چشم باید به عدسی نزدیک باشد، زیرا این کار زاویه میدان تصویر را بزرگتر و میدان شیء را وسیعتر می‌کند، به طوری که موضع شیء چندان حساس و مهم نباشد.

## مسائل

۷-۱ در فاصله  $۱۵^\circ$  سانتیمتری جلو یک عدسی نازک با قطر روزنه  $۴.۸\text{ cm}$  و فاصله کانونی  $۳۵\text{ cm} +$  یک بند  $۳^\circ$  سانتیمتری قرار گرفته است. یک شیء به ارتفاع  $۱.۵\text{ cm}$ ، که پایین

آن روی محور قرار دارد، به فاصله  $8\text{ cm}$  از عدسی قرار می‌دهیم. از طریق ترسیم و به کمک فرمولها: (الف) مکان؛ و (ب) بزرگی مردمک خروجی عدسی را پیدا کنید. همچنین، (ج) موضع تصویرشیء را از طریق ترسیم و با کشیدن دو پرتو حاشیه‌ای و پرتو اصلی از نوک شیء به دست آورید.

جواب: (الف) مکان؛  $s' = -26.25\text{ cm}$ ؛ (ب)  $5.25\text{ cm}$ ؛ (ج) ن. ک شکل م ۱-۷،  $s' = +6.22\text{ cm}$ ،  $y' = -1.167\text{ cm}$ .



شکل م ۱-۷ جواب مسئله ۱-۷ به طریق ترسیم.

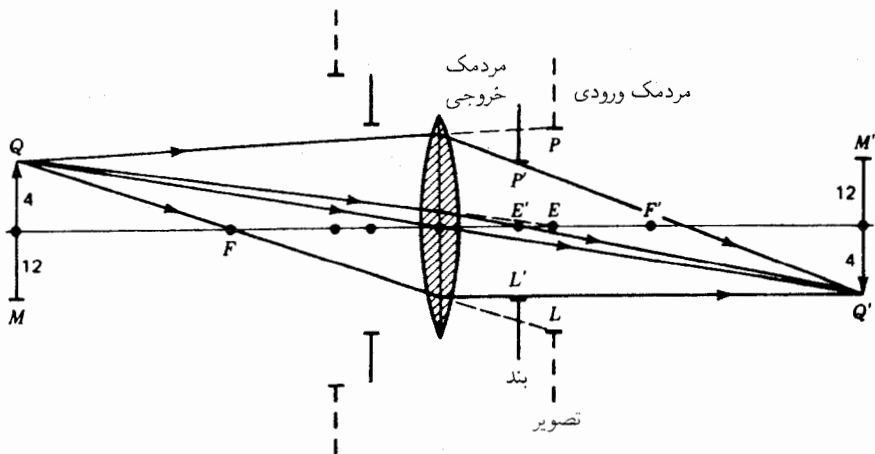
۲-۷ بندی به قطر  $3.8^\circ$  سانتیمتر در فاصله  $1.6^\circ$  سانتیمتری پشت یک عدسی نازک به فاصله کانونی  $5^\circ\text{ cm}$  و قطر دهانه  $6^\circ\text{ cm}$  قرار گرفته است. یک شیء به ارتفاع  $2.2^\circ\text{ cm}$  را روی انتهای پایینی آن به فاصله  $8^\circ$  سانتیمتری جلوی عدسی و روی محور اصلی قرار داده‌ایم. از طریق ترسیمی و نیز به کمک فرمولها: (الف) مکان؛ و (ب) ابعاد مردمک ورودی آن را پیدا کنید؛ (ج) با ترسیم دو پرتو فرعی و پرتو اصلی از نوک شیء، مکان تصویر را بیابید.

۳-۷ در جلوی یک عدسی نازک به فاصله کانونی  $6^\circ\text{ cm}$  - و روزنه‌ای به قطر  $7^\circ\text{ cm}$  یک بند به قطر  $3^\circ$  سانتیمتری قرار گرفته است. یک شیء به ارتفاع  $2^\circ\text{ cm}$  روی انتهای پایینی اش در  $1^\circ$  سانتیمتری جلوی عدسی روی محور آن قرار دارد. از طریق ترسیم و به کمک فرمولهای داده شده: (الف) مکان؛ و (ب) ابعاد مردمک خروجی را بیابید؛ (ج) با ترسیم دو پرتو حاشیه‌ای و پرتو اصلی از نوک شیء، مکان تصویر را پیدا کنید.

۴-۷ یک عدسی نازک به فاصله کانونی  $6^\circ\text{ cm}$  +، دهانه‌ای به قطر  $6^\circ\text{ cm}$  دارد. یک بند  $6^\circ\text{ cm}$

را در فاصله  $۲۰\text{ cm}$  جلوی عدسی و یک بند  $۴۰\text{ cm}$  را در  $۲۰\text{ cm}$  پشت آن قرار داده‌ایم. یک شیء به ارتفاع  $۴۰\text{ cm}$  را از وسط روی محور اصلی عدسی و به فاصله  $۱۲۰\text{ cm}$  جلوی آن قرار می‌دهیم. تصاویر دو بند را پیدا کنید. و: (الف) بند دستگاه؛ (ب) ابعاد آن؛ و (ج) مکان آن را نسبت به عدسی تعیین کنید؛ (د) از طریق ترسیم دو پرتو حاشیه‌ای (فرعی) و پرتو اصلی از نوک شیء، مکان تصویر و ابعاد آن را بیابید. مسئله را از طریق ترسیم حل کنید (شکل م ۴-۷).

جواب: (الف) بند واقع در  $۴۰$  سانتیمتری، بند دستگاه است، و تصویر آن که در فضای شیء تشکیل شده، مردمک ورودی است؛ (ب)  $۶۰\text{ cm}$ ؛ (ج)  $۳۰\text{ cm}$  در پشت عدسی؛ (د)  $s' = -۴۰\text{ cm}$ ،  $y' = +۱۲۰\text{ cm}$  حقیقی و معکوس.



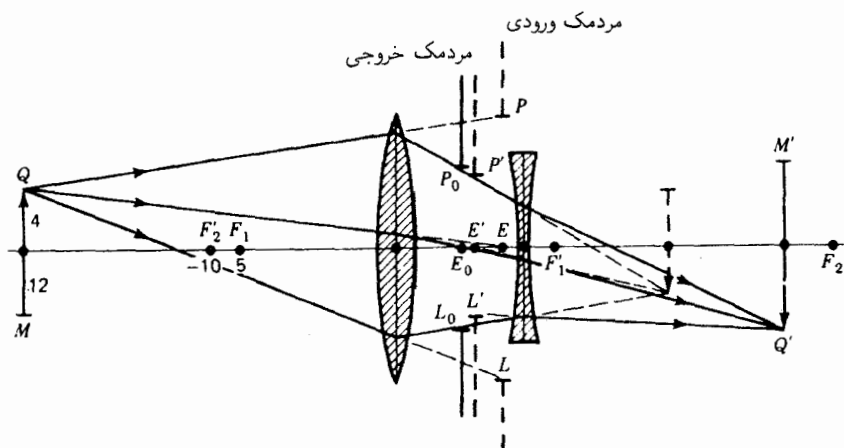
شکل م ۴-۷ راه‌حل ترسیمی مسئله ۴-۷.

۵-۷ دو عدسی نازک به فواصل کانونی  $۵۰\text{ cm} +$  و  $۷۰\text{ cm} +$  و با روزنه‌های، به ترتیب،  $۸۰$  و  $۹۰$  سانتیمتر، در فاصله  $۳۵$  سانتیمتری یکدیگر قرار داده شده‌اند. بندی به قطر  $۵۰\text{ cm}$  را میان این دو عدسی و به فاصله  $۲۰\text{ cm}$  از عدسی اول روی محور اصلی آن می‌گذاریم. از طریق ترسیمی و به کمک فرمولها پیدا کنید: (الف) مکان؛ و (ب) ابعاد مردمک ورودی را. همچنین: (ج) مکان؛ و (د) ابعاد مردمک خروجی؛ (ه) مکان؛ و (و) ابعاد تصویر نهایی را بیابید. دو پرتو فرعی و پرتو اصلی را از نوک شیء به تصویر، ترسیم کنید.

۶-۷ دو عدسی نازک به فواصل کانونی  $۷۰\text{ cm} +$  و  $۶۰\text{ cm} +$ ، به ترتیب، با روزنه‌های  $۹۰\text{ cm}$  و  $۸۰\text{ cm}$ ، در فاصله  $۵۰$  سانتیمتری یکدیگر قرار دارند. بندی به قطر  $۶۰\text{ cm}$  را میان این دو

عدسی و به فاصله  $2\text{ cm}$  از  $A_1$  قرار می‌دهیم. یک شیء به ارتفاع  $6\text{ cm}$  را از وسط به فاصله  $9\text{ cm}$  جلوی عدسی اول می‌گذاریم. از طریق ترسیم و به کمک فرمول پیدا کنید: (الف) مکان؛ و (ب) ابعاد مردمک ورودی؛ (ج) مکان؛ و (د) ابعاد مردمک خروجی؛ (ه) مکان؛ و (و) ابعاد تصویر نهایی این دستگاه را. دو پرتو فرعی و پرتو اصلی را از نوک شیء به تصویر، ترسیم کنید.

۷-۷ یک عدسی نازک با روزنه‌ای به قطر  $6\text{ cm}$  و فاصله کانونی  $10\text{ cm}$  را در  $4\text{ cm}$  سانتیمتری پشت یک عدسی نازک دیگر با روزنه‌ای به قطر  $8\text{ cm}$  و فاصله کانونی  $5\text{ cm}$  قرار داده‌ایم. یک شیء به ارتفاع  $4\text{ cm}$  را از وسط بر روی محور اصلی و در  $12\text{ cm}$  جلوی عدسی اول و یک بند به قطر  $5\text{ cm}$  را در وسط دو عدسی قرار می‌دهیم. به کمک محاسبه و از طریق ترسیم پیدا کنید: (الف) بزرگی و مکان مردمک ورودی؛ (ب) بزرگی و مکان مردمک خروجی؛ و (ج) بزرگی و مکان تصویر نهایی این دستگاه را. (شکل م ۷-۷ را بنگرید).  
 جواب: (الف)  $+8.33\text{ cm}$  و  $-3.33\text{ cm}$ ؛ (ب)  $+4.17\text{ cm}$  و  $-1.66\text{ cm}$ ؛ (ج)  $+5.26\text{ cm}$ ؛ و  $8.42\text{ cm}$ .



شکل م ۷-۷ راه حل ترسیمی مسئله ۷-۷.

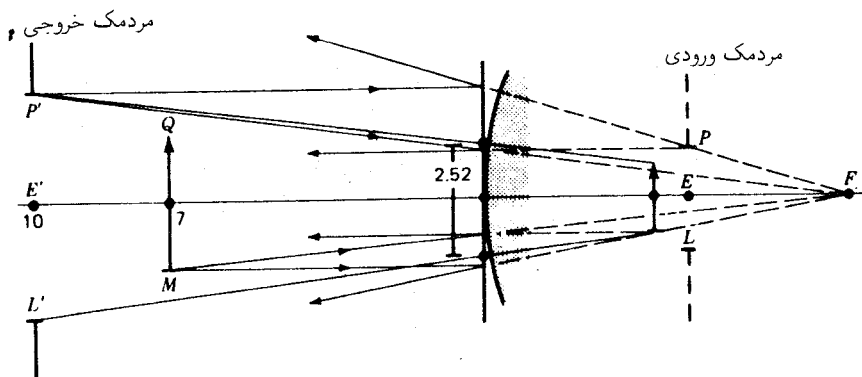
۸-۷ یک عدسی نازک به فاصله کانونی  $9\text{ cm}$  و روزنه‌ای به قطر  $6\text{ cm}$  را در فاصله  $4.5\text{ cm}$  سانتیمتری جلوی یک عدسی واگرا با فاصله کانونی  $8\text{ cm}$  و روزنه قطر  $6\text{ cm}$  قرار داده‌ایم. برای نوری که به موازات محور اصلی بر عدسی اول فرود می‌آید: (الف) مکان و ابعاد مردمک

ورودی؛ (ب) مردمک خروجی را محاسبه کنید. (ج) به طریق ترسیمی نیز مسئله را حل کنید. (د) کانون دستگاه؛ (ه) نقطه اصلی؛ و (و) فاصله کانونی دستگاه را بیابید.

۹-۷ یک سنگ مرمر شیشه گران شفاف را به صورت ذره بین کادینگتون (شکل ۱۰-۱) تراش داده‌اند. قطر کره به دست آمده  $2.4\text{ cm}$ ، ضریب شکست آن  $1.52$  و قطر استوانه  $1.8\text{ cm}$  است. عمق شیار مرکزی  $3\text{ cm}$  است. پیدا کنید: (الف) مکان؛ و (ب) بزرگی مردمک ورودی؛ (ج) مکان؛ و (د) بزرگی مردمک خروجی. (ه) فاصله کانونی ذره بین؛ و (و) مکان کانون آن؛ و (ز) مکان نقطه اصلی آن را.

۱۰-۷ یک مردمک خروجی با روزنه  $5\text{ cm}$  را در  $10^\circ$  سانتیمتری جلوی آینه کروی به شعاع انحنا  $16\text{ cm}$  قرار می‌دهیم. یک شیء به ارتفاع  $3\text{ cm}$  را از وسط و به فاصله  $7\text{ cm}$  جلوی آینه می‌گذاریم. از طریق ترسیمی پیدا کنید: (الف) مردمک ورودی؛ (ب) تصویر شیء؛ (ج) حداقل قطر روزنه‌ای را که برای دیدن کامل شیء از کلیه نقاط مردمک ورودی لازم است (ن. ک شکل م ۱۰-۷).

جواب: (الف)  $AE = -4.4\text{ cm}$ ،  $PL = 2.22\text{ cm}$ ؛ (ب)  $QM = +1.6\text{ cm}$ ،  $-3.73\text{ cm}$ ؛ (ج)  $2.52\text{ cm}$ .



شکل م ۱۰-۷ راه حل ترسیمی مسئله ۱۰-۷.

۱۱-۷ یک مردمک خروجی به قطر  $4\text{ cm}$  را در  $8^\circ$  سانتیمتری جلوی آینه کروی به شعاع  $14\text{ cm}$  قرار داده‌ایم. یک شیء به ارتفاع  $3\text{ cm}$  را از وسط و به فاصله  $5\text{ cm}$  جلوی آینه و روی محور آن می‌گذاریم. از طریق ترسیمی؛ (الف) بزرگی؛ و (ب) مکان مردمک ورودی را پیدا

کنید؛ (ج) همچنین مکان، و (د) بزرگی تصویر را با ترسیم دو پرتو حاشیه‌ای (فرعی) و پرتو اصلی از پایین شیء بیابید.

۱۲-۷ یک مردمک خروجی با روزنه‌ای به قطر  $1\text{ cm}$  در  $10^\circ$  را در  $48^\circ$  سانتیمتری جلوی یک آینه کروی کاو به شعاع  $30\text{ cm}$  قرار داده‌ایم. یک شیء به ارتفاع  $5\text{ cm}$  را از وسط به فاصله  $36\text{ cm}$  از آینه روی محور آن در جلو قرار می‌دهیم. از طریق ترسیمی پیدا کنید: (الف) مکان؛ (ب) بزرگی مردمک ورودی؛ (ج) مکان؛ و (د) با ترسیم دو پرتو حاشیه‌ای (فرعی) و پرتو اصلی از نوک شیء، بزرگی تصویر را.

۱۳-۷ یک عدسی با روزنه‌ای به قطر  $2\text{ cm}$  و فاصله کانونی  $3\text{ cm}$  را به عنوان یک ذره بین به کار می‌گیریم. یک شیء به ارتفاع  $16\text{ cm}$  را از وسط روی محور اصلی و به فاصله  $2\text{ cm}$  از سمت چپ عدسی قرار می‌دهیم. از طریق ترسیم: (الف) مکان؛ (ب) بزرگی مردمک ورودی؛ (ج) مکان تصویر؛ و (د) بزرگی تصویر را به دست آورید؛ (ه) بزرگنمایی ذره بین را محاسبه کنید.



## ردیابی پرتو

تا اینجا، بحث تشکیل تصویر در سیستمی مرکب از یک یا چند سطح کروی، منحصر به استفاده از پرتوهای پیرامحوری بوده است. به سبب این محدودیت، حصول به روشهای محاسبه و ترسیم ساده مکان و اندازه تصویر امکان پذیر بود. اما، در عمل، دهانه اکثر عدسیها چندان بزرگ است که پرتوهای پیرامحوری تنها بخش بسیار اندکی از همه پرتوهای مؤثر را تشکیل می دهند. به این سبب، بررسی آنچه که بر سر پرتوهایی می آید که پیرامحوری نیستند، اهمیت پیدا می کند. روش مقابله مستقیم با این مسئله همانا ردیابی مسیر پرتوها از داخل سیستم با اعمال دقیق قانون اسنل در مورد شکست در هر یک از سطوح سیستم است.

### ۸-۱ پرتوهای مایل

همه پرتوهایی که در صفحه مار بر محور اصلی قرار دارند ولی پیرامحوری نیستند، پرتوهای مایل نامیده می شوند. هرگاه قانون شکست نور را به دقت روی تعدادی از پرتوهای عبوری از یک یا چند سطح هم محور اعمال کنیم، پی می بریم که موضع نقطه تصویر با زاویه میل پرتو تغییر می کند. این پدیده موجب نوعی عدم وضوح تصویر می شود که به ابیراهی عدسی معروف است، و مطالعه



این ابزراهی موضوع فصل بعد خواهد بود. تجربه نشان داده است که با انتخاب مناسب شعاع و مکان سطوح شکنندهٔ کروی، می‌توان ابزراهیها را به‌نحو مؤثری کاهش داد. فقط به‌این طریق است که طراحی و ساخت ابزراهی (روزنه)های بزرگ و قابل استفاده، در عین حال با تصویرسازی مرغوب، میسر بوده است.

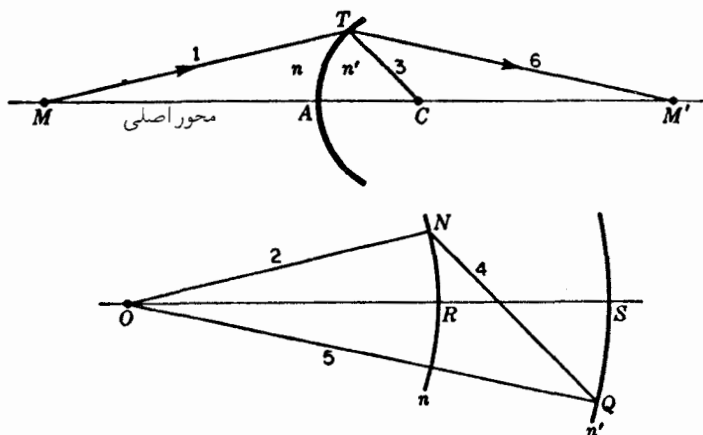
طراحان عدسی از سه خط‌مشی کلی در رهیافت خود به مسئلهٔ نیل به شرایط بهینه پیروی می‌کنند. نخست از روشهای ترسیمی برای یافتن شعاعها و مواضع تقریبی سطوحی سود می‌برند که باید برای یک مسئله خاص در دست طراحی مورد استفاده قرار گیرند. دوم اینکه، از فرمولهای شناخته شده ابزراهی برای محاسبه شکل سطوح و فواصل آنها استفاده می‌کنند. در صورتی که نتایج این رهیافتها، سیستمی با تصویرسازی مرغوب و مطابق دلخواه پدید نیآورد و ظرافت بیشتری مطلوب باشد، روش سوم را به‌نام ردیابی پرتو، به‌کار می‌گیرند. این روش، متشکل است از یافتن مسیرهای دقیق چندین پرتو که نمایانگر پرتوهای برگزیده در سیستم‌اند. برخی از این پرتوها پیرامحوری و برخی دیگر پرتوهای مایل خواهند بود. و از شیء تا تصویر، ردیابی خواهند شد.

هرگاه نتایج این ردیابی رضایتبخش نباشد، سطوح را جابه‌جا می‌کنند و شعاعشان را تغییر می‌دهند، و فرایند ردیابی دوباره تکرار می‌شود تا اینکه حداقل ابزراهی ظاهری به‌دست آید. تا سالهای اخیر، انجام این کار فرایندی بسیار طولانی و پرهزمت را تشکیل می‌داد، که در مواردی مستلزم صدها ساعت کار دشوار بود. گرفتن لگاریتمهای پنج، شش و هفت رقمی لازم می‌شد و جدولهای استاندارد از سوی طراحان مختلف به‌چاپ رسیده بود، تا برای ثبت محاسبات و نتایج ردیابی به‌کار گرفته شوند. تا اینکه تحقیقات اخیر در الکترونیک به توسعه و تکوین رایانه‌های سریع و توانا به ردیابی پرتو در سیستمهای بسیار پیچیده در مدت زمان بسیار کوتاه شد. بی‌گمان چنین رایانه‌هایی امروزه طراحی و تولید سیستمهای اپتیکی جدید بسیار مرغوب را ممکن ساخته‌اند.

در این فصل، نخست به روش ردیابی نموداری پرتو خواهیم پرداخت و سپس روش ردیابی محاسباتی پرتو را توصیف خواهیم کرد. ابزراهیهای عدسی و روشهای تقریبی با استفاده از فرمولهای ابزراهی را در فصل نهم بررسی خواهیم کرد.

## ۲-۸ روش نموداری ردیابی پرتو

روش نموداری ردیابی پرتو که در اینجا ارائه می‌شود، ادامهٔ همان شیوه‌ای است که در بخش ۱-۱۰ توصیف و در شکلهای ۱-۷ و ۲-۱۰ برای سطوح تخت نشان داده شد. یادآوری مهمی که در اینجا می‌کنیم، این است که هر چند اصول به‌کار رفته دقیقاً از قانون اسنل پیروی می‌کنند، صحت نتایج



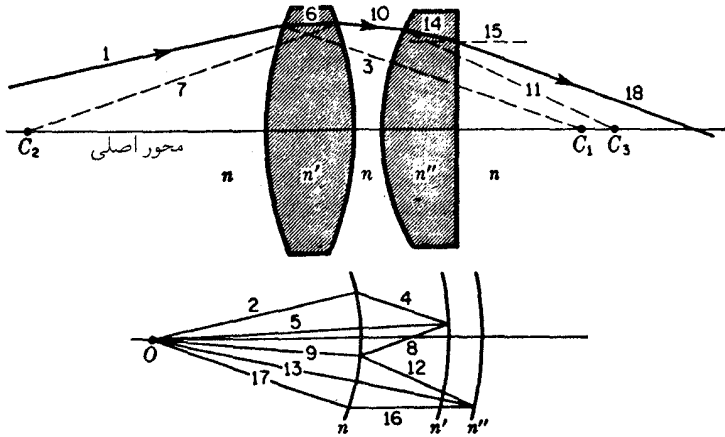
شکل ۸-۱ روش ترسیمی یا نموداری برای ردیابی پرتو در یک تک‌سطح کروی. این روش دقیق است و از قانون اسنل پیروی می‌کند.

به‌دست آمده به دقتی بستگی دارند که در ترسیم پرتوها و خطوط مبذول می‌شود. بنابراین، وجود یک تخته رسم خوب، با خط‌کش  $T$  و گونیا و یا یک ماشین نقشه‌کشی خوب حائز اهمیت‌اند و نقش اساسی بازی می‌کنند؛ هر قدر تخته رسم بزرگتر باشد بهتر و استفاده از مداد نوک تیز ضروری است.

نمودارهای شکل ۸-۱، شکل شکست در یک تک‌سطح کروی را که دو محیط با ضرایب شکست  $n$  و  $n'$  را از هم جدا می‌کند، نشان می‌دهند. پس از اینکه محور و سطح با مرکز در  $C$  ترسیم شدند، پرتوی چون ۱ برای ردیابی اختیار می‌شود. حال یک نمودار کمکی در زیر نمودار اصلی رسم می‌شود که باید هم‌اندازه شکل اصلی و محورش هم موازی محور آن رسم شود. دو کمان دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاعهای متناسب با ضرایب شکست رسم می‌کنیم. مراحل بعدی ترسیم، به‌ترتیب زیر انجام می‌شوند: خط ۲ به موازات پرتو ۱ از  $O$  رسم می‌شود. خط ۳ از نقاط  $T$  و  $C$  ترسیم می‌شوند. خط ۴ را از  $N$  به موازات خط ۳ می‌کشیم و امتداد می‌دهیم تا کمان  $n'$  را در  $Q$  قطع کند. خط ۵ نقاط  $O$  و  $Q$  را به هم وصل می‌کند، و خط ۶ را از  $T$  به موازات خط ۵ ترسیم می‌کنیم.

در این نمودار، خط شعاعی  $TC$ ، در نقطه  $T$  بر سطح کروی عمود است و متناظر است با عمود  $NN'$  در شکل ۱-۷. اثبات این نکته که شکل بالا دقیقاً از قانون اسنل پیروی می‌کند، در بخش ۱-۱۰ آمده است.

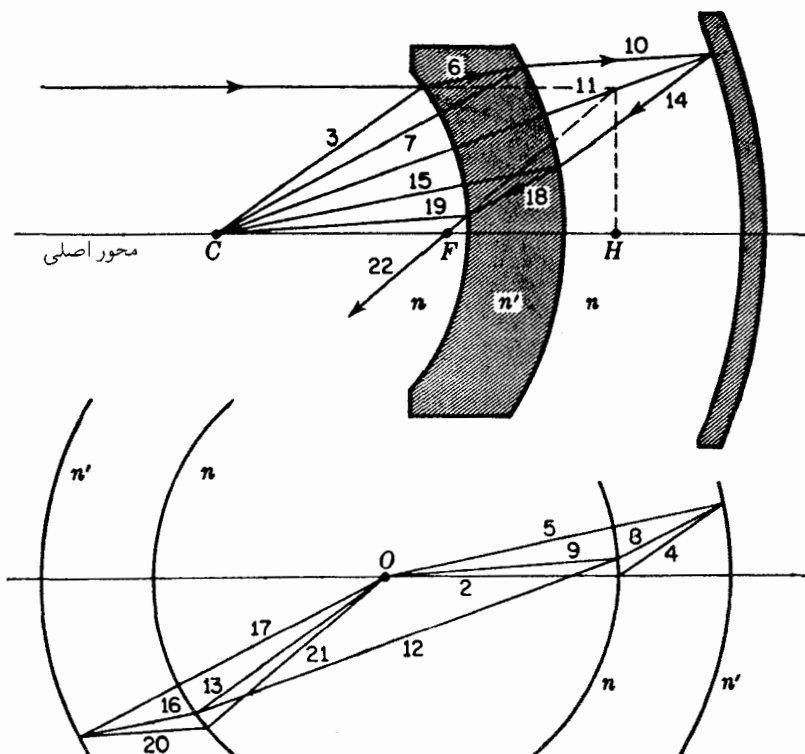
روش ترسیمی به‌کار رفته در دستگاهی مشتمل بر یک رشته سطوح کروی هم‌محور را در



شکل ۸-۲ روش ترسیم یا نموداری دقیق برای ردیابی پرتو در سیستمی از سطوح شکننده کروی با مراکز واقع بر محور اصلی مشترک.

شکل ۸-۲ مشاهده می‌کنید. دو عدسی ضخیم به ضرایب شکست  $n'$  و  $n''$  در هوا به ضریب شکست  $n = 1.0$  قرار گرفته‌اند. در نمودار کمکی زیر، کمانهای متناظر با ضرایب شکست  $n$ ،  $n'$  و  $n''$  ترسیم شده‌اند. همه خطوط به صورت زوجهای موازی، مانند پیش و به ترتیب متوالی، که با پرتو نور فرودی ۱ شروع می‌شوند، ترسیم شده‌اند. هر خط با شماره زوج به موازات خط شماره فرد قبلی‌اش ترسیم می‌شود که به پرتو شماره ۱۸ ختم خواهد شد. توجه شود که شعاع سطح چهارم نامتناهی است و خط شماره ۱۵ که به سوی مرکز آن در بینهایت رسم می‌شود، با محور اپتیکی موازی است. محور اپتیکی مطابق روش به‌کار رفته در شکل‌های ۱-۷، ۲-۱۰، و ۲-۱۱ تعیین می‌شود.

چنانچه روش ترسیم یا نموداری ردیابی پرتو در مورد آینه ضخیم به‌کار گرفته شود، کمانهای نماینده ضرایب شکست مختلف و معلوم مطابق شکل ۸-۳، در هر دو طرف مبدأ رسم می‌شوند. در اینجا نیز خطوط را به صورت زوجهای موازی با هر شماره زوج به موازات خط شماره فرد قبلی‌اش، رسم می‌کنیم. پرتوهای شماره ۱۰ و ۱۴ باید آنجا که پرتو از آینه کاو بازتابانده می‌شود، زوایای مساوی با خط عمود بسازند. توجه کنید که در نمودار کمکی، خطوط متناظر شماره ۹، ۱۲، و ۱۳ یک مثلث متساوی‌الساقین تشکیل می‌دهند. آرایش اپتیکی خاصی که در اینجا نمایش داده‌ایم، به دستگاه اپتیکی هم‌مرکز معروف است. این امر که همه سطوح دارای مرکز انحناى مشترک‌اند، به چند خاصیت اپتیکی جالب و سودمند می‌انجامد (بخش ۱۰-۲۱).

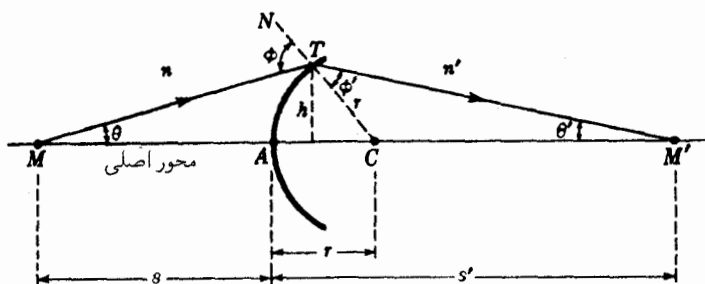


شکل ۳-۸ ردیابی پرتو در یک آینه ضخیم.

### ۳-۸ فرمولهای ردیابی پرتو

در شکل ۳-۸ نموداری را مشاهده می‌کنید که از روی آن فرمولهای ردیابی پرتو را به دست می‌آوریم. پرتو مایل  $MT$  که با محور زاویه  $\theta$  می‌سازد، در تک سطح کروی در نقطه  $T$  می‌شکند، به طوری که دوباره محور را در  $M'$  قطع می‌کند. خط  $TC$ ، شعاع انحنای سطح شکننده است و خط عمودی را تشکیل می‌دهد که نسبت به آن زوایای فرودی و شکست در  $T$  سنجیده می‌شوند. در ارتباط با علامت زوایای دخیل، باید توجه کنیم که:

۱. زوایای شیب هنگامی مثبت‌اند که باید محور را به اندازه زاویه‌ای کمتر از  $\pi/2$  و در جهت پادساعتگرد بچرخانیم تا بر پرتو منطبق شود.
۲. زوایای فرود و شکست هنگامی مثبت‌اند که باید شعاع انحنای را به اندازه زاویه‌ای کمتر از



شکل ۴-۸. هندسه به کار رفته برای به دست آوردن فرمولهای ردیابی پرتو.

$\pi/2$  و در جهت پادساعتگرد بچرخانیم تا بر پرتو منطبق شود. بنابراین زاویه‌های  $\theta$ ،  $\phi$ ، و  $\phi'$  در شکل ۴-۸ مثبت‌اند، و زاویه  $\theta'$  منفی است. با کاربرد قاعده سینوسها در مثلث  $MTC$ ، می‌رسیم به:

$$\frac{\sin(\pi - \phi)}{r + s} = \frac{\sin \theta}{r}$$

چون سینوس مکمل هر زاویه با سینوس خود آن زاویه برابر است، از این رو:

$$\frac{\sin \phi}{r + s} = \frac{\sin \theta}{r}$$

اگر این عبارت را نسبت به  $\sin \phi$  بیاریم، می‌رسیم به:

$$\sin \phi = \frac{r + s}{r} \sin \theta \quad (1-8)$$

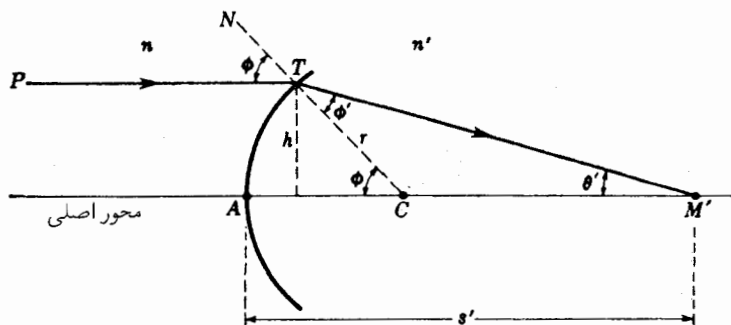
حال، بنابر قانون اسنل، مابین زاویه شکست  $\phi'$  و زاویه فرود  $\phi$  رابطه زیر برقرار است:

$$\sin \phi' = \frac{n}{n'} \sin \phi \quad (2-8)$$

در مثلث  $MTM'$ ، مجموع زوایای داخلی برابر است با  $\pi$ ، لذا

$$\theta + (\pi - \phi) + \phi' + (-\theta') = \pi$$

که پس از حل آن برحسب  $\theta'$ ، خواهیم داشت:



شکل ۵-۸ هندسه به کار رفته در ردیابی پرتو با نور فرودی موازی.

$$\theta' = \phi' + \theta - \phi \quad (۳-۸)$$

به کمک این معادله می توانیم شیب پرتو شکسته را محاسبه کنیم. برای پیدا کردن محل تقاطع پرتو و محور، و فاصله تصویر  $s'$ ، می توان با بهره گیری از قانون سینوسها در مثلث  $TCM'$  نوشت:

$$\frac{-\sin \theta'}{r} = \frac{\sin \phi'}{s' - r}$$

بنابراین، فاصله تصویر چنین می شود

$$s' = r - r \frac{\sin \phi'}{\sin \theta'} \quad (۴-۸)$$

یکی از حالت های خاص و مهم از این قرار است که پرتو فرودی با محور موازی باشد. تحت این شرایط ساده تر، می توان از شکل ۵-۸ ملاحظه کرد که

$$\sin \phi = \frac{h}{r} \quad (۵-۸)$$

که در آن ارتفاع پرتو فرودی  $PT$  روی محور است. در مثلث  $TCM'$  مجموع زوایای داخلی  $\phi'$  و  $\theta'$  برابر است با زاویه خارجی در نقطه  $C$ . اگر علامت زوایا را منظور کنیم، خواهیم داشت:

$$\theta' = \phi' - \phi \quad (۶-۸)$$

شش معادله شماره‌گذاری شده بالا، مجموعه مهمی را تشکیل می‌دهند که با آن می‌توان هر پرتو مایلی را که در یک صفحه نصف‌النهار قرار داشته باشد، در مسیر تعدادی از سطوح کروی هم‌محور ردیابی کرد. صفحه نصف‌النهار به هر صفحه‌ای گفته می‌شود که حاوی محور سیستم باشد. هر چند که بیشتر پرتوهای تابیده شده از یک نقطه شیء دور از محور، در یک صفحه نصف‌النهار قرار نمی‌گیرند، خواص تصویرسازی یک سیستم اپتیکی را می‌توان معمولاً با انتخاب مناسب پرتوهای نصف‌النهار تعیین کرد. پرتوهای متناظر با پرتوهایی که در یک صفحه نصف‌النهار قرار ندارند، محور را قطع نمی‌کنند و ردیابی آنها دشوار است.

### ۴-۸ محاسبات ردیابی پرتو نمونه

برای یک تک‌سطح شکننده کروی، چه کاو چه کوژ، یافتن فاصله تصویر  $s'$  به ترتیب، به کمک معادلات (۱-۸)، (۲-۸)، (۳-۸)، و (۴-۸) صورت می‌گیرد. اگر پرتو نور فرودی با محور موازی باشد، معادلات (۵-۸)، (۲-۸)، (۶-۸) و (۴-۸)، با همین ترتیب، به کار می‌روند. این مجموعه دوم معادلات را برای محاسبات نمونه در مثال زیر به کار خواهیم برد.

یک ماشین حساب رومیزی بهترین راه برای صرفه‌جویی در زمان در حل مسائل ردیابی پرتو است، و هرگاه یک کامپیوتر برنامه‌ریزی شده در اختیارمان باشد می‌توان مدت محاسبه را حتی کوتاهتر هم کرد. البته می‌توان از جدولهای لگاریتم هفت‌رقمی هم استفاده کرد، اما فرایند محاسبه طولانی و کسل‌کننده است و امکان پیش آمدن خطاهای مکرر هم وجود خواهد داشت. در صورت استفاده از جدولهای لگاریتم، از تفریق لگاریتمی از لگاریتم دیگر، به منظور یافتن جواب یک کسر می‌توان با تشکیل کلگاریتم کمیتهای مخرج، اجتناب کرد. به این ترتیب، عملیات فقط به جمع کردن منحصر خواهند شد.

مثال ۱. سر یک میله شیشه‌ای استوانه‌ای دراز به ضریب شکست  $1.6720$  به صورت یک سطح کروی کوژ به شعاع  $r = +5^\circ \text{cm}$  تراش داده شده و صیقل یافته است. پرتوهای نور فرودی به موازات محور و به ارتفاع: (الف)  $3^\circ \text{cm}$ ؛ (ب)  $2^\circ \text{cm}$ ؛ (ج)  $1^\circ \text{cm}$ ؛ و (د) صفر سانتیمتر را ردیابی کنید.

جواب: بهتر است که این داده‌ها را به صورت جدولی مانند جدول ۱-۸ تدوین کنیم شماره‌های معادله در ستون اول و کمیتهای مجهول و کمیتهای معلوم در دو ستون دیگر، به‌وضوح نشان می‌دهند که چه چیز محاسبه می‌شود و چگونه در خطوط زیر آنها به کار می‌رود. جواب نموداری این مثال را در شکل ۶-۸ مشاهده می‌کنید.

به‌ازای  $h = 0$  و یا کمیتهای نزدیک به آن، با پرتوهای پیرامحوری سروکار داریم که در آنها همه

جدول ۸-۱ محاسبات ردیابی پرتو برای یک تک‌سطح کروی کوز\*

$$r = +5.0^\circ \text{ cm} \quad n = 1.0^\circ \text{ cm} \quad n' = 1.67200$$

$h = 0$	$h = 1.0$	$h = 2.0$	$h = 3.0$	رابطه	مجهول	معادله
۰.۶۰۰۰۰۰۰۰	۰.۲۰۰۰۰۰۰۰	۰.۴۰۰۰۰۰۰۰	+۰.۶۰۰۰۰۰۰۰	$\frac{h}{r}$	$\sin \phi$	(۵-۸)
۰.۳۵۸۸۵۱۷	۰.۱۱۹۶۱۷۲	۰.۲۳۹۲۳۴۴	+۰.۳۵۸۸۵۱۷	$\frac{n}{n'}$	$\sin \phi'$	(۲-۸)
	۱۱.۵۳۶۹۵۹°	۲۳.۵۷۸۱۷۸°	+۳۶.۸۶۹۸۹۸°	$\phi$		
	۶.۸۷۰۰۱۱۰°	۱۳.۸۴۱۳۵۶°	+۲۱.۰۲۹۶۹۲°	$\phi'$		
	۴.۶۶۶۹۴۸۰°	۹.۷۳۶۸۲۲۰°	-۱۵.۸۴۰۲۰۶°	$\phi' - \phi$	$\theta'$	(۶-۸)
۰.۲۴۱۱۴۸۳	۰.۰۸۱۳۶۳۶	۰.۱۶۹۱۲۲۸	-۰.۲۷۲۹۵۵۴	$\sin \theta'$		
۷.۴۴۰۴۷۷۵	۷.۳۵۰۷۸۰۹	۷.۰۷۲۸۰۱۵	-۶.۵۷۳۴۴۹۶	$r \frac{\sin \phi'}{\sin \theta'}$	$r - s'$	(۴-۸)
۱۲.۴۴۰۴۷۸	۱۲.۳۵۰۷۸۱	۱۲.۰۷۲۸۰۲	+۱۱.۵۷۳۴۴۹	$s'$		

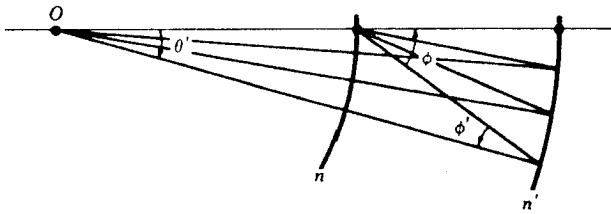
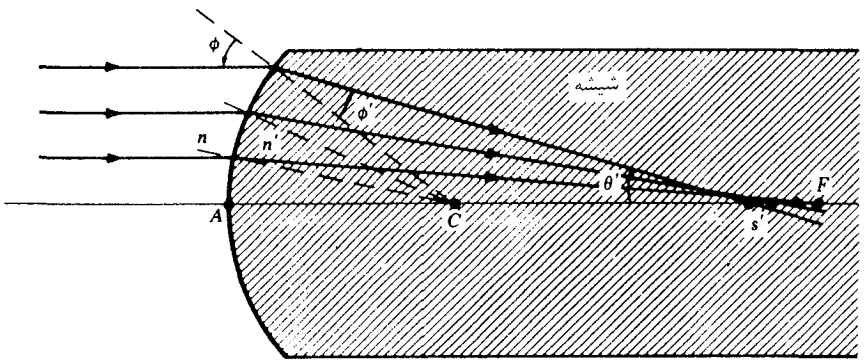
\* با آن‌که ضریب شکست هوا در شرایط متعارفی ۱.۰۰۰۲۹۲ است، معمولاً آن را ۱.۰۰۰۰۰۰ می‌گیرند.

زوایا بسیار کوچک‌اند. به‌ازای این مقادیر زاویه، می‌توان به‌جای سینوس زوایا، خود آن زوایا را نشانند. از این‌رو معادله (۶-۸) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

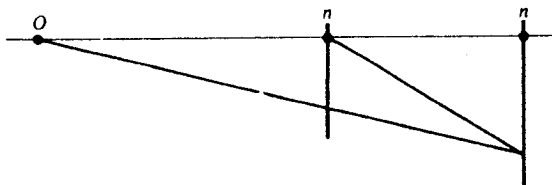
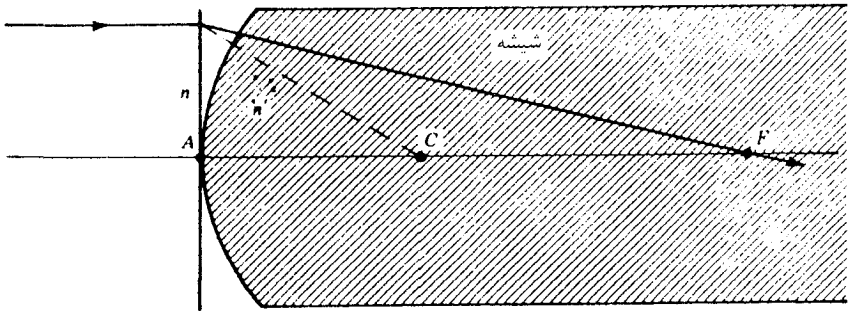
$$\sin \theta' = \sin \phi' - \sin \phi \quad (۷-۸)$$

بنابراین، به‌ازای  $h = 0$ ، باید شیوهٔ زیر را به‌کار گرفت. ابتدا عددی را اختیار می‌کنیم که با یکی از مقادیر  $\sin \phi$  در ستون دیگر متناظر است. مثلاً در ستون زیر  $h = 3.0^\circ \text{ cm}$ ، می‌بینیم که  $\sin \phi = 0.60000000$ ، و در زیر آن  $0.3588517 = \sin \phi'$ . تفاضل میان این دو مقدار را از روی معادله (۷-۸)، به‌جای  $\sin \theta'$  وارد کرده‌ایم که شده است  $0.2411483$ . برای به‌دست آوردن مقدار  $7.4404775$  در ردیف (۴-۸)، عدد  $0.3588517$  را در  $5.0^\circ$  ضرب و به  $0.2411483$  تقسیم می‌کنیم. با افزودن  $5.0^\circ$   $r = 5.0$  سانتیمتر، مقدار پیرامحوری  $s'$  را  $12.440478$  به‌دست می‌آوریم و در ردیف آخر قرار می‌دهیم. سه رقم نخست  $s'$  را در شکل ۸-۱ از نمودار به‌دست می‌آوریم. حال می‌خواهیم ببینیم چگونه می‌توان از معادلات و شیوه‌های یاد شده در بالا برای محاسبه فواصل تصویر در یک عدسی ضخیم با دو سطح بهره‌گرفت (شکل ۸-۸).

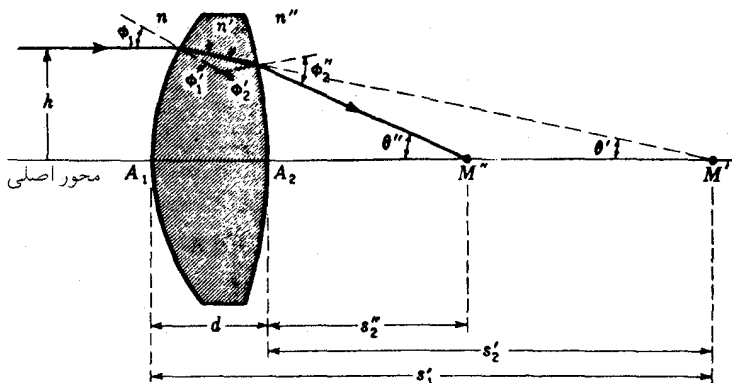




شکل ۶-۸ ترسیم نموداری برای پرتوهای موازی شکسته در یک تک‌سطح کروی.



شکل ۷-۸ ترسیم نموداری پرتوهای پیرامحوری در حین شکست از یک تک‌سطح کروی.



شکل ۸-۸ هندسه مربوط به کاربرد فرمولهای ردیابی پرتو برای عدسیهای ضخیم.

مثال ۲. یک عدسی کوز دوگانه به ضخامت  $3\text{ cm}$  و شعاعهای انحنای  $r_1 = +15\text{ cm}$  و  $r_2 = -15\text{ cm}$  دارای ضریب شکست  $1.623$  است. هرگاه پرتوهای نور به موازات محور بر سطح اولیه در ارتفاعهای  $6^\circ$ ،  $4^\circ$ ،  $2^\circ$ ، و صفر سانتیمتر فرود آیند، پیدا کنید فواصل تصویر  $s_2'$  را: (الف) از طریق محاسبه؛ و (ب) از طریق ترسیم نمودار. جواب: (الف) برای سطح اول و پرتوهای فرودی موازی محور، همان چهار معادله مثال قبلی را به کار می‌بریم. با اندیسه‌های  $r$ ،  $\phi$ ،  $\phi'$  و  $s_1'$  داریم:

$$\sin \phi_1 = \frac{h}{r_1} \quad (8-8)$$

$$\sin \phi_1' = \frac{n}{n'} \sin \phi_1 \quad (9-8)$$

$$\theta' = \phi_1' - \phi_1 \quad (10-8)$$

$$r_1 - s_1' = r_1 \frac{\sin \phi_1}{\sin \theta'} \quad (11-8)$$

چون تصاویر سطح اول به اشیای سطح دوم تبدیل می‌شوند، ضخامت عدسیها از هم کم می‌شوند، علامتها تغییر می‌کنند، و می‌رسیم به

$$s_2' = d - s_1' \quad (12-8)$$

برای شکست در سطح دوم، از معادله‌های (۱-۸)، (۲-۸)، (۳-۸) و (۴-۸) با اندیس ۲،

استفاده می‌کنیم و می‌رسیم به:

$$\sin \phi'_r = \frac{r_2 + s'_r}{r_2} \sin \theta' \quad (13-8)$$

$$\sin \phi''_r = \frac{n'}{n''} \sin \phi'_r \quad (14-8)$$

$$\theta'' = \phi''_r + \theta' - \phi'_r \quad (15-8)$$

$$r_2 - s''_r = r_2 \frac{\sin \phi''_r}{\sin \theta''} \quad (16-8)$$

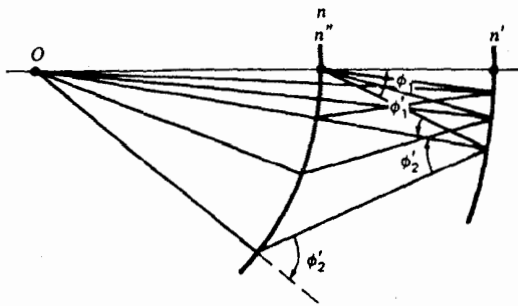
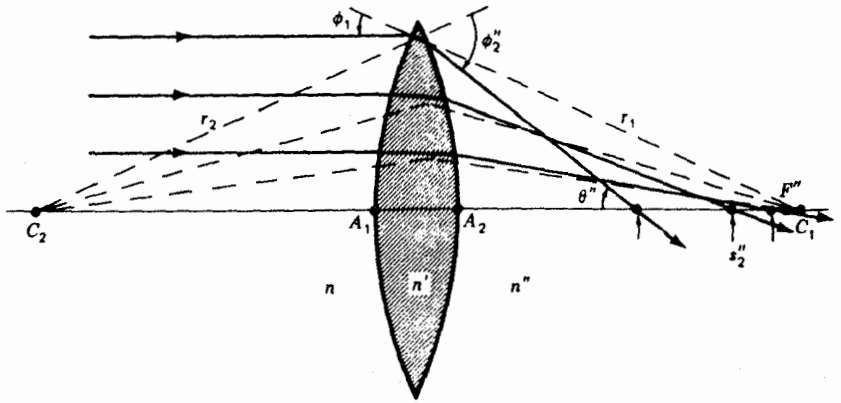
به‌ازای  $h = 0$  یا در نزدیکی آن، باز هم با پرتوهای پیرامحوری سروکار داریم، و همه زاویه‌ها بسیار کوچکند. چون زاویه‌های کوچک و سینوسهایشان معاوضه‌پذیرند، معادلات (۸-۱) و (۱۵-۸) را می‌توان به‌صورت معادلات زیر نوشت

$$\sin \theta' = \sin \phi_1 - \sin \phi'_1 \quad (17-8)$$

$$\sin \theta'' = \sin \phi''_1 + \sin \theta' - \sin \phi'_1 \quad (18-8)$$

برای پرتوهای پیرامحوری از معادلات (۸-۸) تا (۱۶-۸) استفاده می‌کنیم و تنها به‌جای معادلات (۱۰-۸) و (۱۵-۸)، به‌ترتیب، معادلات (۱۷-۸) و (۱۸-۸) را قرار می‌دهیم و از همان شیوه مثال ۱ پیروی می‌کنیم. ابتدا عدد متناظر با یکی از مقادیر  $\phi_1$  در ستون دیگر را اختیار می‌کنیم. مثلاً در ستون زیر  $h = 6 \text{ cm}$ ، می‌بینیم که  $\sin \phi_1 = +0.4000000$  و زیر آن  $\sin \phi'_1 = +0.24615385$ . تفاضل این دو عدد را مطابق معادله (۱۷-۸) به‌عنوان  $0.15384615$  - به‌ازای  $\sin \theta'$  وارد کرده‌ایم. برای پیدا کردن مقدار  $0.15384615$  در ردیف معادله (۱۱-۸)، عدد  $0.24615385$  را در  $0.15$  ضرب و به  $0.15384615$  تقسیم می‌کنیم. با افزودن  $15 \text{ cm}$ ،  $\theta_1 = 15^\circ$ ، به‌دست می‌آوریم:  $0.3900000$  cm. از اینجا به‌بعد با شروع از معادله (۱۴-۸)، فقط از مقادیر ستون آخر بهره می‌گیریم و برای  $\sin \phi''_1$  مقدار  $0.2850000$  را به‌کار می‌بریم و با مقادیر  $0.2850000$ ،  $\sin \phi''_1 = -0.15384615$ ،  $\sin \theta' = -0.15384615$  و  $\sin \phi'_1 = -0.5230770$ ، برای  $\sin \theta''$  مقدار  $0.4807694$  - را به‌دست می‌آوریم.

ارقام نهایی نشان می‌دهند که وقتی پرتوهای موازی از ارتفاعهای  $6 \text{ cm}$ ،  $4 \text{ cm}$  و  $2 \text{ cm}$  سانتیمتر بر عدسی فرود می‌آیند، تقاطعهای محوری با هفت رقم با معنی، به‌ترتیب، عبارت‌اند از:



شکل ۹-۸ راه حل ترسیمی برای ردیابی پرتو در یک عدسی ضخیم؛ مثال ۲ را ببینید.

۶۴۲۸۱۵۷cm، +۹۷۲۷۸۶۰cm، +۱۱۱۵۵۵۱cm، و +۱۱۵۱۹۹۹۷cm برای  $s_2''$ .

(ب) راه‌حلهای ترسیمی برای این مسئله را در شکل‌های ۹-۸ و ۸-۱۰ مشاهده می‌کنید. ملاحظه خواهیم کرد که فاصله رأس عدسی تا کانون مقدار ثابتی نیست، بلکه برای نواحی مختلف عدسی اندکی با هم متفاوتند (شکل ۸-۱۱). این نقص خواص تشکیل تصویر در همه عدسیهای سطح کروی را ابراهی کروی می‌نامند و در فصل بعد به تفصیل پیرامون آن بحث خواهیم کرد. فواصل کانونی  $s_1'$  و  $s_2''$  به‌ازای  $h = 0$  و  $\theta = 0$  در جدول ۸-۲، با مقادیر به‌دست آمده برای پرتوهای پیرامحوری از روی فرمولهای بخش ۵-۱ یکسانند.

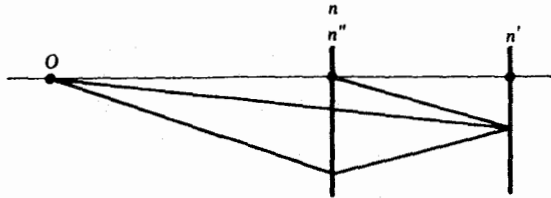
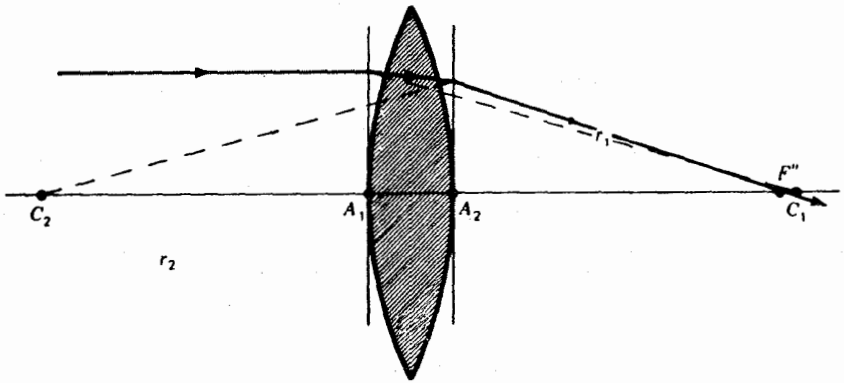
هرگاه حالت یک سطح تخت پیش بیاید، می‌توان شکست پرتوها را به‌کمک معادله (۱۲-۱) به‌دقت ردیابی کرد. هرگاه، مثلاً، سطح دوم یک عدسی تخت باشد، قانون اسنل

جدول ۲-۸ محاسبات ردیابی پرتو برای یک عدسی کوژ دوگانه ضخیم\*

$$r_1 = +15,0 \text{ cm} \quad r_2 = -15,0 \text{ cm} \quad d = 3,0 \text{ cm} \quad n = n'' = 1,00000 \quad n' = 1,62500$$

$h = 0$	$h = 2,0 \text{ cm}$	$h = 4,0 \text{ cm}$	$h = 6,0 \text{ cm}$	رابطه	معادله مجهول
0,40000000	0,12222222	0,26666667	+0,40000000	$\frac{h}{r_1}$	$\sin \phi_1$ (۸-۸)
0,24615385	0,08205128	0,16410257	+0,24615385	$\frac{n}{n'} \sin \phi$	$\sin \phi'_1$ (۹-۸)
	۷,۶۶۲۲۵۵۵°	۱۵,۴۶۶۰۱۱۹°	+۲۳,۵۷۸۱۷۸۵°	$\phi_1$	
	۴,۷۰۶۴۸۴۳°	۹,۴۴۵۱۰۵۸°	+۱۴,۲۵۰۰۳۲۷°	$\phi'_1$	
	۲,۹۵۵۷۷۱۲°	۶,۰۲۰۹۰۶۱°	-۹,۳۲۸۱۴۵۸°	$\phi'_1 - \phi_1$	$\theta'$ (۱۰-۸)
0,15384615	0,05156506	0,10489134	-0,16208858	$\sin \theta'$	
24,0000010	23,8682656	23,4675230	-22,7795601	$r_1 \frac{\sin \phi'_1}{\sin \theta'}$	$r_1 - s'_1$ (۱۱-۸)
39,0000010	38,8682656	38,4675230	+37,7795601	$s'_1$	
36,0000010	35,8682656	35,4675230	-34,7795601	$d - s'_1$	$s'_2$ (۱۲-۸)
51,0000010	50,8682656	50,4675230	-49,7795601	$r_2 + s'_2$	
34,0000007	33,912177	33,265015	+33,3186373	$\frac{r_2 + s'_2}{r_2}$	
0,5230770	0,17486834	0,35290707	-0,5379132	$\frac{r_2 + s'_2}{r_2} \sin \theta'$	$\sin \phi'_2$ (۱۳-۸)
0,8500002	0,28416105	0,5737371	-0,8741091	$\frac{n'}{n''} \sin \phi'_2$	$\sin \phi''_2$ (۱۴-۸)
	۱۶,۵۰۸۷۰۷۰°	۳۵,۰۱۱۲۳۸۴°	-۶۰,۹۳۹۷۱۲۶°	$\phi''$	
	۲,۹۵۵۷۷۱۲°	۶,۰۲۰۹۰۶۱°	-۹,۳۲۸۱۴۵۸°	$\theta'$	
	۱۰,۰۷۰۹۹۶۴°	۲۰,۶۶۵۲۲۷۹°	+۳۲,۵۴۱۶۹۴۰°	$\phi'_2$	
	۹,۳۹۳۴۸۱۸°	۲۰,۳۶۶۹۱۶۶°	-۳۷,۷۲۶۱۶۴۴°	$\phi''_2 + \theta' - \phi'_2$	$\theta''$ (۱۵-۸)
0,4807694	0,16221370	0,34803079	-0,9118882	$\sin \theta''$	
26,519997	26,1155513	24,7278596	-21,4281571	$r_2 \frac{\sin \phi''_2}{\sin \theta''}$	$r_2 - s''_2$ (۱۶-۸)
11,519997	11,1155513	9,7278596	+6,4281571	$s''_2$	
0	0,4044457	1,7921374	5,0918399	$\delta s''_2$	

\* هر چند که ضریب شکست در هوا ۱,۰۰۰۲۹۲ است، در اینجا ضریب شکست در خلأ را به کار برده ایم.



شکل ۸-۱۰ راه حل ترسیمی برای پرتوهای پیرامحوری در عبور از یک عدسی ضخیم؛ مثال ۲ را ببینید.

عبارت است از:

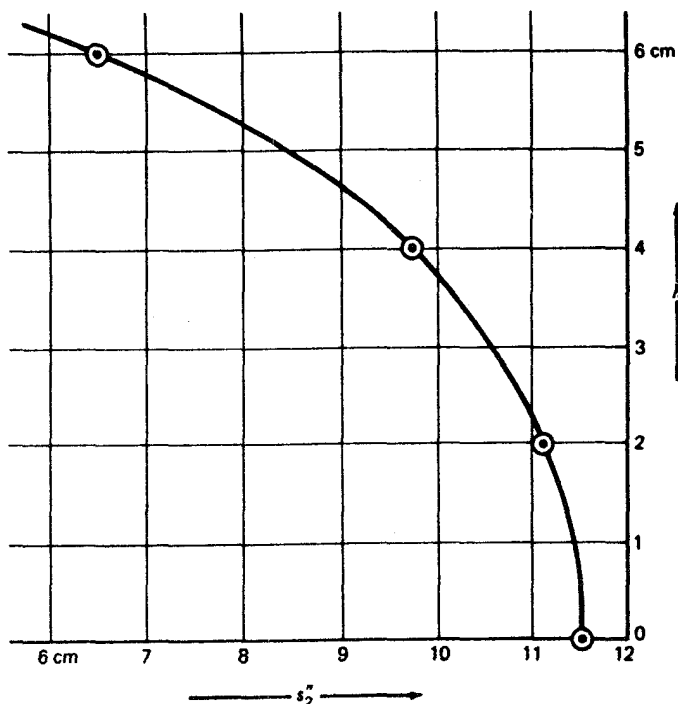
$$\sin \theta'' = \frac{n'}{n''} \sin \theta'$$

و معادله (۲-۱۷) عبارت خواهد بود از:

$$s''_v = s'_v \frac{\tan \theta'}{\tan \theta''}$$

که در آن  $\theta'' = \phi''_v$  و  $\theta' = \phi'_v$ . محاسبات لازم، با تدوین جدولی نظیر جدول ۸-۲ برای ارقام مربوطه، صورت می‌گیرد.

در اوایل دهه ۱۹۳۰، ت. اسمیت<sup>۱</sup> مجموعه معادلاتی تدوین کرد که ردیابی پرتو در سیستمهای عدسی ضخیم پیچیده به کمک آنها انجام می‌شد. شکل ساده معادلات ردیابی پرتو (۸-۱) و (۸-۶) و طریقه اعمال آنها بر سطحی بعد از سطح دیگر کاربرد ماتریسها را ایجاب می‌کرد. در این صورت، شکستها و انتقالهای متوالی را می‌شد از لحاظ ریاضی و به کمک عملگرهای ماتریسی انجام داد.

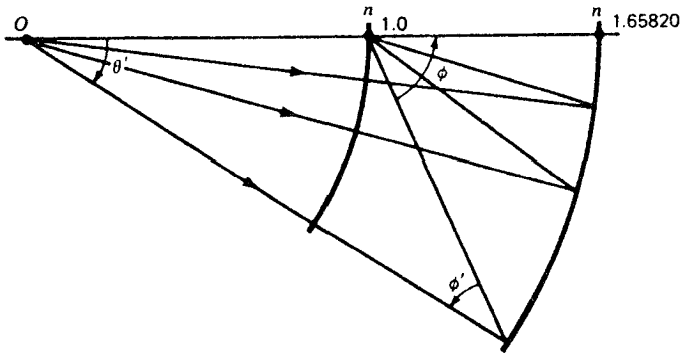
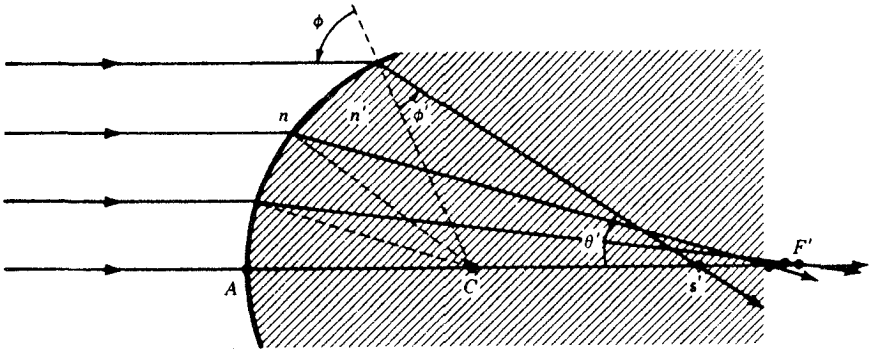


شکل ۱۱-۸ تغییرات فاصله کانونی در پرتوهایی که وارد یک عدسی شیشه‌ای کوز دوگانه در هوا می‌شوند؛ مثال ۲ را ببینید.

هر چند که این پیشرفتهای اولیه به مدت سی سال از حوزه توجه طراحان عدسی خارج بود، اما بهره‌گیری از رهیافت ماتریسی از دهه ۱۹۶۰ معمول شد. با وجود اینکه پرداختن به مبحث ماتریس از چارچوب موضوعی این کتاب خارج است، برخی دانشجویان مطالعه این مبحث را سودمند خواهند یافت.

## مسائل

۱-۸ یک میله شیشه‌ای استوانه‌ای بزرگ به ضریب شکست  $1.6582$  سانتیمتر را به صورت یک سطح کروی به شعاع  $6.5 \text{ cm}$  تراش داده‌اند. برای پرتو موازی فرودی در ارتفاع  $6^\circ \text{ cm}$ ، فاصله محوری  $s'$  را: (الف) از طریق ترسیم تا سه رقم؛ و (ب) از طریق محاسبات ردیابی پرتو تا شش رقم با معنی، پیدا کنید. جواب: (الف)  $13.05 \text{ cm}$ ؛ (ب)  $13.04646 \text{ cm}$  (شکل م ۱-۸)



شکل م ۱-۸ راه حل ترسیمی مسئله های ۱-۸ تا ۳-۸.

۲-۸ مسئله ۱-۸ را برای پرتوی در ارتفاع  $4\text{ cm}$  حل کنید.

جواب: (الف)  $+15,15\text{ cm}$ ; (ب)  $+15,14873\text{ cm}$ ; (ن. ک شکل م ۱-۸)

۳-۸ مسئله ۱-۸ را برای پرتوی در ارتفاع  $2\text{ cm}$  حل کنید.

جواب: (الف)  $+16,09\text{ cm}$ ; (ب)  $+16,08820\text{ cm}$ ; (ن. ک شکل م ۱-۸)

۴-۸ مسئله ۱-۸ را برای دسته ای از پرتوهای پیرامحوری (ارتفاع صفر) حل کنید.

۵-۸ یک سطح کروی کاو به شعاع  $7\text{ cm}$  را در سر میله شیشه ای استوانه ای درازی به ضریب



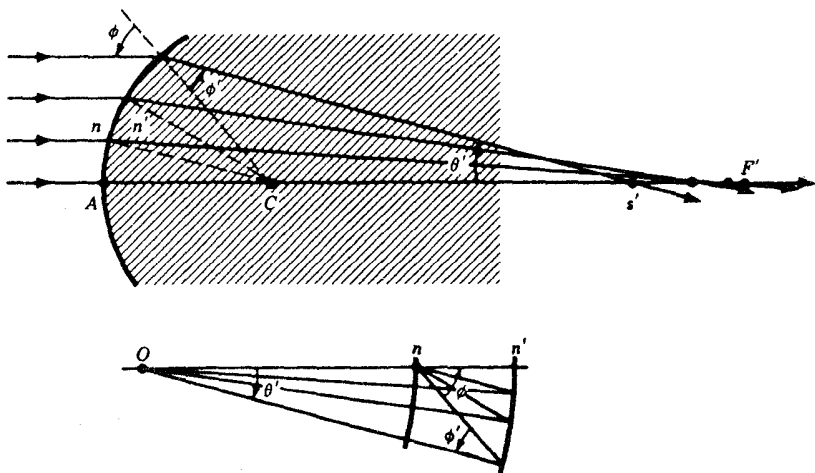
شکست  $۱۶۸۵^\circ$  تراش داده‌ایم. برای پرتو موازی فرودی در ارتفاع  $۶\text{ cm}$  سانتیمتر، فاصله محوری  $s'$  را: (الف) از طریق ترسیمی تا سه رقم؛ و (ب) از طریق محاسبات ردیابی پرتو تا شش رقم بامعنی به دست بیاورید.

۶-۸ مسئله ۵-۸ را برای پرتوی در ارتفاع  $۴\text{ cm}$  حل کنید.

۷-۸ مسئله ۵-۸ را برای پرتوی در ارتفاع  $۲\text{ cm}$  حل کنید.

۸-۸ مسئله ۵-۸ را برای پرتوی پیرامحوری در ارتفاع صفر حل کنید.

۹-۸ سطح سریک میله شیشه‌ای دراز به ضریب شکست  $۱.۸۲۵^\circ$  را به صورت کروی و به شعاع  $r = +۸\text{ cm}$  تراش و صیقل داده‌ایم. میله را در روغن مایع رقیقی به ضریب شکست  $۱.۳۵۶^\circ$  فرو می‌بریم. برای پرتوهای فرودی موازی در: (الف) ارتفاع  $۶\text{ cm}$ ؛ (ب)  $۴\text{ cm}$ ؛ (ج)  $۲\text{ cm}$ ؛ و (د) صفر، فاصله محوری  $s'$  را از طریق ترسیمی و از طریق محاسبه پیدا کنید. جواب: (الف)  $+۲۵.۵۴۰۴۳\text{ cm}$ ؛ (ب)  $+۲۸.۸۵۹۳۵\text{ cm}$ ؛ (ج)  $+۳۰.۵۸۶۰۳\text{ cm}$ ؛ (د)  $+۳۱.۱۳۰۰۷\text{ cm}$  (شکل م ۹-۸)



شکل م ۹-۸ جواب حل ترسیمی مسئله ۹-۸.

۱۰-۸ ضریب شکست یک عدسی کوژ دوگانه به ضخامت  $۶\text{ cm}$  و به شعاعهای  $r_1 = +۱۶\text{ cm}$  و  $r_2 = -۲\text{ cm}$ . عبارت است از  $۱.۷۵^\circ$ . هرگاه پرتوها موازی محور

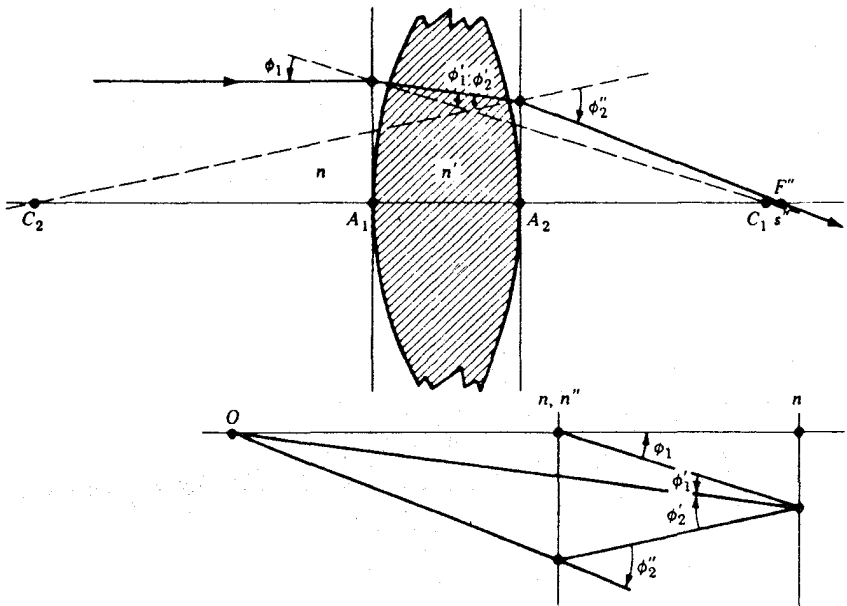
نوری در ارتفاع  $6\text{ cm}$  به سطح اول فرود آیند، فاصله  $s''$  را تا شش رقم بامعنی: (الف) از طریق محاسبه؛ و (ب) از طریق ترسیمی به دست آورید.

۱۱-۸ مسئله ۱۰-۸ را به ازای ارتفاع  $4\text{ cm}$  حل کنید.

۱۲-۸ مسئله ۱۰-۸ را به ازای ارتفاع  $2\text{ cm}$  حل کنید.

۱۳-۸ مسئله ۱۰-۸ را به ازای ارتفاع صفر حل کنید.

جواب: (الف)  $1\text{ cm}$ ؛ (ب)  $1.71225\text{ cm}$  (شکل م ۱۳-۸)



شکل م ۱۳-۸ طرح نموداری برای پرتوهای پیرامحوری  $h = 0$  در مسئله ۱۳-۸.

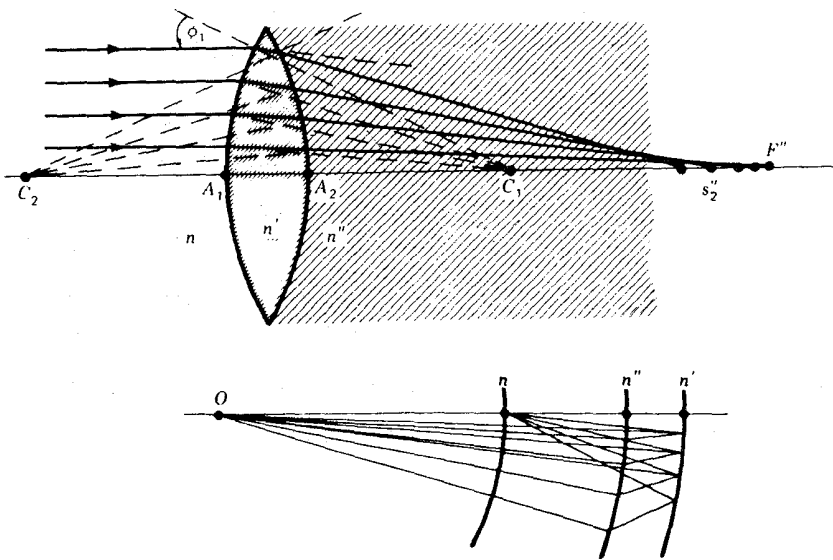
۱۴-۸ ضریب شکست یک عدسی کاودوگانه به ضخامت  $1\text{ cm}$  و به شعاعهای  $r_1 = -15\text{ cm}$  و  $r_2 = +15\text{ cm}$  عبارت است از  $1.732$ . اگر یک پرتو نور به موازات محور عدسی در ارتفاع  $5\text{ cm}$  بر سطح اول فرود آید، فاصله  $s''$ : (الف) به روش ترسیمی؛ و (ب) از طریق محاسبه تا شش رقم بامعنی، به دست آورید.

۱۵-۸ مسئله ۱۴-۸ را به ازای ارتفاع  $4\text{ cm}$  حل کنید.

۱۶-۸ مسئله ۱۴-۸ را به ازای ارتفاع  $2r$  cm حل کنید.

۱۷-۸ مسئله ۱۴-۸ را برای پرتوهای فرودی پیرامحوری موازی با محور حل کنید.

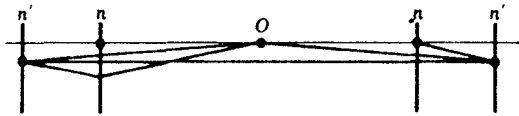
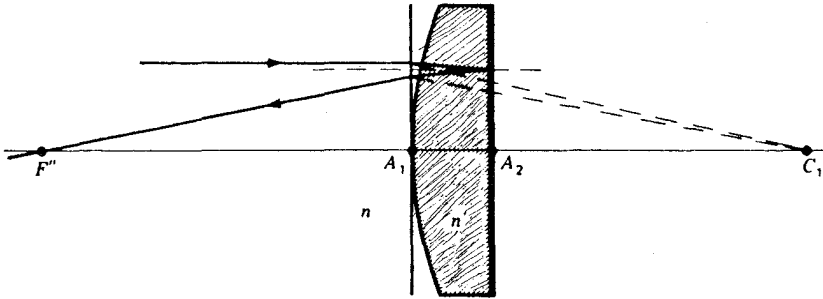
۱۸-۸ یک عدسی کوژ دوگانه به ضریب شکست  $n_1 = +1.375$  دارای شعاعهای  $r_1 = +13.5$  cm و  $r_2 = -13.5$  cm است و انتهای یک مخزن حاوی روغن به ضریب شکست  $n_2 = +1.425$  را تشکیل می‌دهد. هرگاه سطح  $r_2$  با روغن و سطح  $r_1$  با هوا در تماس باشد، فاصله محوری  $s_1''$  را برای پرتوهای نور فرودی در ارتفاع: (الف)  $6$  cm؛ (ب)  $4.5$  cm؛ (ج)  $3$  cm؛ (د)  $1.5$  cm؛ و (ه) صفر پیدا کنید. مسئله را از طریق ترسیمی و از طریق محاسبه با استفاده از روش ردیابی پرتو حل کنید.  
 جواب: (الف)  $+17.4514$  cm؛ (ب)  $+19.6432$  cm؛ (ج)  $+19.9898$  cm؛ (د)  $+2.4842$  cm؛ (ه)  $20.6408$  cm (شکل م ۱۸-۸)



شکل م ۱۸-۸ جواب راه حل ترسیمی برای مسئله ۱۸-۸.

۱۹-۸ سمت تخت یک عدسی تخت-کوژ به ضخامت  $3$  cm را نقره‌اندود کرده‌ایم تا آینه‌ای ضخیم به دست آید. اگر  $r_1 = +15$  cm و  $r_2 = \infty$  و ضریب شکست  $1.5$  باشد، پیدا کنید: (الف) به روش ترسیمی؛ و (ب) از طریق محاسبه، ردیابی پرتو، فاصله  $s_1''$  برای پرتو موازی محور و در ارتفاع  $6$  cm را.

۲۰-۸ مسئله ۱۹-۸ را برای دسته پرتوهای پیرامحوری نزدیک به محور، به ازای  $h = 0$  حل کنید.  
 جواب: (الف)  $+۱۳٫۹۳\text{cm}$ ؛ (ب)  $۱۳٫۹۲۸۵۷\text{cm}$  (شکل م ۲۰-۸)



شکل م ۲۰-۸ ردیابی پرتوهای پیرامحوری برای پیدا کردن کانون  $F''$ .

۲۱-۸ یک عدسی کوژ دوگانه دارای شعاعهای  $r_1 = +۱۰\text{cm}$  و  $r_2 = -۱۰\text{cm}$  ضخامت  $۲\text{cm}$  و ضریب شکست  $۱٫۵۲۳۰۰$  مفروض است. اگر عدسی در هوا باشد، می توان گرفت: و  $n = n'' = ۱٫۰۰۰۰۰$  از طریق محاسبه ردیابی پرتو مقادیر  $s''$  را برای پرتوهای فرودی موازی با محور و در ارتفاعهای: (الف)  $۶\text{cm}$ ؛ (ب)  $۴\text{cm}$ ؛ (ج)  $۲\text{cm}$ ؛ و (د) صفر سانتیمتر به دست بیاورید. (ه) نمودار سطح کانونی این عدسی را ترسیم کنید؛ مقادیر  $s''$  را افقی و ارتفاعهای  $h$  را عمودی نشان دهید.

## ابیراهی در عدسیها

فرایند ردیابی پرتو که در فصل قبل ارائه شد بر این واقعیت تأکید می‌کند که فرمولهای پرتوهای پیرامحوری مبتنی بر نظریهٔ گاوس در ارائه دقیق جزئیات تصویر ناتوان‌اند. مثلاً، باریکهٔ پهنی از پرتوهای فرودی بر یک عدسی و به موازات محور آن‌را، نمی‌توان در یک نقطهٔ واحد متمرکز کرد. عیبی که از این طریق در تصویر به‌وجود می‌آید ابیراهی کروی نامیده می‌شود. از این‌رو، فرمولهای گاوسی به‌دست آمده و به‌کار رفته در فصلهای قبلی، بررسی ایده‌آلی در مورد تصویرهای تولید شده با عدسیهای دهانه‌گشاد به‌شمار می‌روند.

هرگاه ردیابی پرتو را برای نقاط شیئی انجام دهیم که موضعشان هر چه دورتر از محور قرار دارند، نقصهای تصویر، نیز بیشتر و بیشتر نمایان خواهند شد. روشهای کاستن این ابیراهیها به‌حداقل و تحقق تشکیل تصاویر رضایتبخش و معقول، یکی از مسائل اساسی در نورشناخت هندسی به‌شمار می‌رود. ارائهٔ تفصیلی نظریه گسترده ریاضی دخیل در این مسئله، در چارچوب این کتاب ناممکن است. از این‌رو، به‌این اکتفا خواهیم کرد که نشان دهیم، چگونه اکثر ابیراهیها بروز می‌کنند و در عین حال برخی از فرمولهای معروف را مورد بحث قرار می‌دهیم و امکانات بهره‌گیری از آنها را در طراحی سیستمهای اپتیکی با کیفیت عالی توضیح خواهیم

## ۹-۱ بسط سینوس. نظریه مرتبه اول

به منظور، فرمولبندی یک نظریه رضایتبخش برای ابیراهیهای عدسیها، بسیاری از نظریه پردازان به این نتیجه رسیده اند که از فرمولهای دقیق و درست ردیابی پرتو به صورتی که در معادلات (۸-۱) تا (۸-۶) ارائه شده اند، شروع کنند و سینوسهای هر زاویه را برحسب سریهای توانی آنها بسط دهند. بسط سینوسی یک زاویه براساس قضیه مک لورن به صورت زیر است:

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \frac{\theta^9}{9!} \dots \quad (۹-۱)$$

به ازای زوایای کوچک، این سری به سرعت همگرا می شود. هر عضو این سری از عضو قبلی اش کوچکتر است و نشان می دهد که برای پرتوهای پیرامحوری که در آنها شیب زوایا بسیار کوچکند، در تقریب اول می توانیم همه جملات بعد از جمله اول را نادیده بگیریم، و بنویسیم

$$\sin \theta = \theta$$

هرگاه  $\theta$  کوچک باشد، زوایای دیگر  $\phi$ ،  $\phi'$  و  $\theta'$  نیز، چنانچه پرتو نزدیک به محور باشد، کوچکند. با نشان دادن  $\theta$  به جای  $\sin \theta$ ،  $\phi$  به جای  $\sin \phi$ ، و  $\theta'$  به جای  $\sin \theta'$  در معادله های (۸-۱)، (۸-۲)، و (۸-۴)، داریم

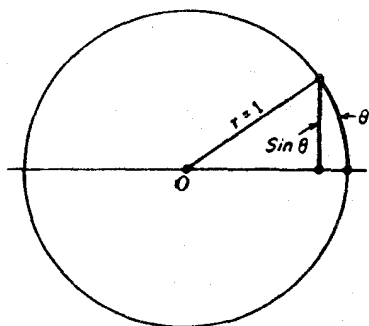
$$\begin{aligned} \phi &= \frac{r+s}{r} \theta & \phi' &= \frac{n}{n'} \phi \\ \theta' &= \phi' + \theta - \phi & s' &= r - r \frac{\phi'}{\theta'} \end{aligned}$$

با جایگذاری از معادله اول در معادله دوم و حاصل معادله دوم در معادله سوم و حاصل معادله سوم در معادله چهارم می توان همه زاویه ها را حذف کرد. معادله نهایی به دست آمده از این جایگذاریها چیزی جز فرمول گاوس نیست:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r}$$

این معادله و سایر معادله های به دست آمده از آن، مبنای چیزی را تشکیل می دهد که معمولاً نظریه مرتبه اول خوانده می شود.

تحقیق در درستی نوشتن  $\sin \theta = \theta$  و ... به ازای زوایای کوچک را در شکل ۹-۱ و



شکل ۱-۹. رابطه میان کمان روبرو به زاویه  $\theta$  و سینوس زاویه  $\theta$ .

جدول ۱-۹. مقادیر  $\sin \theta$  و سه جمله اول بسط آن

$\frac{\theta^5}{5!}$	$\frac{\theta^3}{3!}$	کمان $\theta$	$\sin \theta$	زاویه برحسب درجه
۰٫۰۰۰۰۱۳۵	۰٫۰۰۰۰۸۸۶۱	۰٫۱۷۴۵۳۲۹	۰٫۱۷۳۶۴۸۲	۱۰°
۰٫۰۰۰۰۰۴۳۲	۰٫۰۰۰۷۰۸۸۸	۰٫۳۴۹۰۶۵۸	۰٫۳۴۲۰۲۰۱	۲۰°
۰٫۰۰۰۰۰۳۲۸۰	۰٫۰۰۲۳۹۲۴۶	۰٫۵۲۳۵۹۸۸	۰٫۵۰۰۰۰۰۰	۳۰°
۰٫۰۰۰۱۳۸۲۹	۰٫۰۰۵۶۷۰۸۸	۰٫۶۹۸۱۳۱۶	۰٫۶۴۲۷۸۷۶	۴۰°

جدول ۱-۹ مشاهده می‌کنید. مثلاً به‌ازای زاویه  $۱۰^\circ$ ، طول کمان  $\theta$  تنها ۵ درصد از  $\sin ۱۰^\circ$  بزرگتر است، حال آن‌که به‌ازای  $۴۰^\circ$  این افزونی به  $۱۰$  درصد می‌رسد. این اختلافها، معیاری برای ابیراهی کروی و بنابراین، برای عیبهای تصویر به‌شمار می‌آیند.

## ۲-۹ نظریه مرتبه سوم ابیراهیها

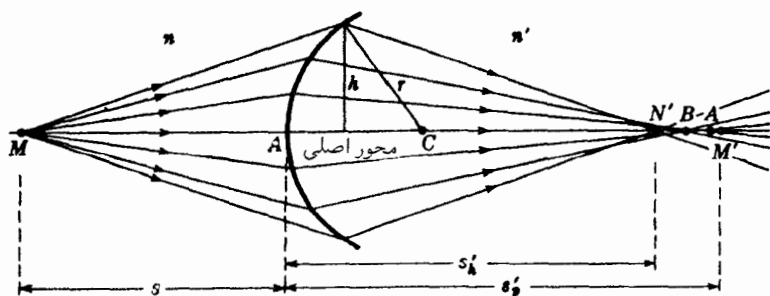
هرگاه به‌جای همه سینوسهای زوایا در فرمولهای ردیابی پرتو [معادلات (۱-۸) تا (۶-۸)] دو جمله اول سری در معادله (۱-۹) نشانده شوند، معادلات به‌دست آمده، به‌هر صورتی که داده شده باشند، نماینده نتایج نظریه مرتبه سوم خواهند بود. به‌این ترتیب، به‌جای  $\theta$  مقدار  $\theta^3/3!$ ، به‌جای  $\sin \phi$  مقدار  $\phi^3/3! - \phi$  و ... را قرار می‌دهیم. معادلات حاصل، توضیح درست و معقولی از ابیراهیهای اصلی به‌شمار می‌روند.

در این نظریه، ابیراهی هر پرتو، یعنی انحراف آن از مسیر تعیین شده به‌وسیله فرمول گاوس،

برحسب پنج مجموع، از  $S_1$  تا  $S_5$ ، بیان می‌شوند و این مجموعها را مجموعهای زیدل می‌نامند. اگر قرار باشد یک عدسی هیچ عیب و نقصی در تشکیل تصویر نداشته باشد، همه این پنج مجموع باید برابر صفر شوند. هیچ سیستم اپتیکی وجود ندارد و نمی‌تواند چنان ساخته شود که یکجا و به‌تمامی، حائز همه این شرایط باشد. به‌این جهت، معمول است که هر مجموع را به‌طور جداگانه بررسی کنند، و هر کدام که صفر شد به‌معنای حذف ابیراهی مشخصی است. به‌این ترتیب، اگر برای یک نقطه شیء محوری معلوم، مجموع زیدل عبارت شد از  $S_1 = 0$ ، در نقطه تصویر متناظر، ابیراهی کروی وجود ندارد. هرگاه، هم  $S_1 = 0$  و هم  $S_2 = 0$ ، این سیستم بدون کما هم خواهد بود. اگر علاوه بر  $S_1 = 0$  و  $S_2 = 0$ ، مجموع  $S_3 = 0$  و نیز  $S_4 = 0$ ، تصویر حاصل بدون آستیگماتیسم و انحنای میدان می‌شود. سرانجام هرگاه بتوان  $S_5$  را صفر کرد، هیچگونه واپیچش در تصویر وجود نخواهد داشت. این ابیراهیها را پنج ابیراهی تکرنگی نیز می‌گویند، زیرا به‌ازای هر رنگ و ضریب شکست مشخص وجود دارند. عیبهای تصویری دیگر وقتی پیش می‌آیند که پرتو نور حاوی رنگهای مختلف باشد. نخست هر یک از ابیراهیهای تکرنگ را مورد بحث قرار خواهیم داد و سپس به اثرهای رنگین پرداخت.

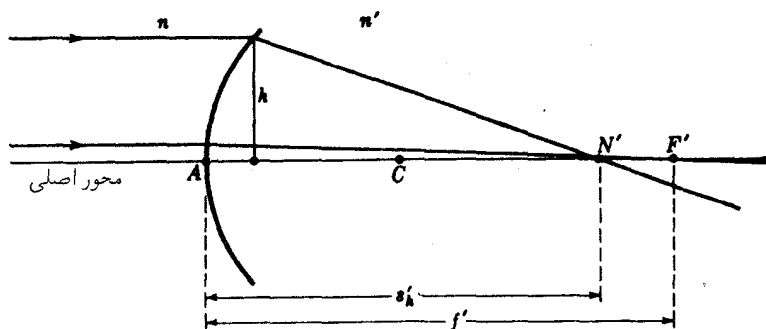
### ۹-۳ ابیراهی کروی یک تک‌سطح

در بخش ۶-۸ برای توصیف پخشیدگی تصویر تشکیل‌یافته در مواقعی که پرتوهای نور موازی بر یک آینه کروی فرود می‌آیند، با این اصطلاح آشنا شدیم و آنرا در شکل ۶-۱۱ نشان دادیم. اکنون پخشیدگی یا کدری تصویر مشابهی را که هنگام شکست نور در سطوح کروی روی می‌دهد، مورد بحث قرار خواهیم داد. در شکل ۹-۲، نقطه شیئی  $M$  روی محور یک تک‌سطح کروی شکستی (شکنده) قرار دارد، و  $M'$  نقطه تصویر پیرامحوری آن است. پرتوهای مایل فرودی در منطقه‌ای به شعاع  $h$  بر روی سطح، در یک نقطه  $N'$  نزدیکتر به رأس  $A$  و به‌فاصله  $s'_h$  از آن متمرکز می‌شوند.



شکل ۹-۲ ابیراهی کروی در تصویر یک نقطه شیء محوری که یک تک‌سطح شکستی کروی آنرا تشکیل داده است.





شکل ۳-۹ ابیراهی کروی طولی برای نور موازی فرودی بر یک تک‌سطح کروی شکنده.

فاصله  $N'M'$ ، مطابق شکل معیاری است از ابیراهی کروی طولی، و بزرگی آن از فرمول مرتبه سوم به دست می‌آید:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'_h} = \frac{n' - n}{r} + \left[ \frac{h^2 n^2 r}{2 f' n'} \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{r} \right)^2 \left( \frac{1}{r} + \frac{n' - n}{n s} \right) \right] \quad (2-9)$$

چون از فرمول پیرامحوری، معادله (۲-۳)، داریم

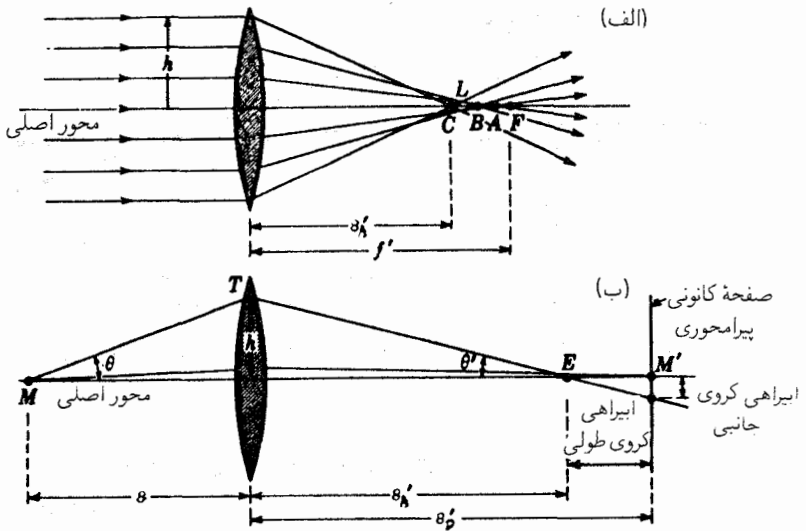
$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'_p} = \frac{n' - n}{r}$$

کروشه سمت راست در معادله (۲-۹) معیار انحرافهای آن از نظریه مرتبه سوم است. بزرگی این انحراف با مکان نقطه شیء تغییر می‌کند و به‌ازای هر نقطه ثابت، تقریباً متناسب با  $h^2$ ، مربع شعاع منطقه روی سطح شکنده‌ای است که پرتوها از آن می‌گذرند.

اگر نقطه شیئی در بینهایت واقع باشد، به‌طوری که پرتوهای فرودی، مطابق شکل ۳-۹، موازی محور شوند، این معادله به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{n'}{s'_h} = \frac{n'}{f'} + \frac{h^2 n^2}{2 f' r^2 n'} \quad (3-9)$$

در اینجا، بزرگی ابیراهی با  $h^2$ ، مجذور ارتفاع پرتو نسبت به محور، متناسب است.



شکل ۴-۹- نمایش ابیراهی کروی جانبی و طولی در عدسی.

## ۴-۹ ابیراهی کروی در عدسی نازک

وجود ابیراهی کروی در یک تک‌سطح کروی حاکی از آن است که این ابیراهی در ترکیبی از چنین سطوحی، مثلاً عدسیهای نازک، نیز روی می‌دهد. نظر به اینکه بسیاری از عدسیهای به‌کار رفته در ابزار اپتیکی برای متمرکز کردن پرتوهای موازی فرودی یا خروجی به‌کار می‌روند، برای اهداف مقایسه‌ای معمول است که ابیراهی پرتوهای موازی فرودی را تعیین کنند. در شکل ۴-۹(الف) این حالت را مشاهده می‌کنید که مکان کانون پیرامحوری  $F'$  و نیز کانونهای  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و برای مناطقی با قطر افزاینده را نیز نشان می‌دهد. نمودار (ب) در شکل ۴-۹ نمایانگر اختلاف مابین ابیراهی کروی طولی و ابیراهی کروی عرضی یا جانبی است.\*

به‌عنوان معیاری برای بزرگی واقعی ابیراهی کروی طولی، می‌توانیم از ارقام محاسبه شده به‌وسیله روشهای ردیابی پرتو برای برخی از عدسیها در فصل قبل، بهره‌گیریم. مثلاً می‌توانیم فواصل کانونی سه منطقه یک عدسی کوژ مضاعف را از جدول ۲-۸ اخذ کنیم. نتایج حاصل عبارت‌اند از  $111555\text{cm} + 111555\text{cm}$  برای پرتوهای پیرامحوری؛ از منطقه  $h = 2^\circ\text{cm}$ ؛  $972786\text{cm}$  از منطقه  $h = 3^\circ\text{cm}$ ؛ و  $642816\text{cm} + 642816\text{cm}$  از منطقه  $h = 6^\circ\text{cm}$ . با توجه به این ارقام، ابیراهی کروی طولی عبارت است از  $179214\text{cm} + 179214\text{cm}$  برای منطقه  $3^\circ$  سانتیمتری، یا

\* در متن انگلیسی این عبارتها را با اختصار با Long. SA و Lat. SA نشان می‌دهند.

در حدود ۱۵٫۶ درصد فاصله کانونی پیرامحوری. نموداری را که تغییرات فاصله کانونی با شعاع منطقه را نشان می‌دهد، در شکل ۹-۵ (الف) مشاهده می‌کنید. به ازای مقادیر کوچک  $h$ ، این منحنی تقریباً یک سهمی است، و چون پرتوهای حاشیه‌ای محور را در سمت چپ کانون پیرامحوری قطع می‌کنند، گفته می‌شود این ابیراهی کروی مثبت است. نمودار مشابهی که برای یک عدسی کاو مضاعف نوعی ترسیم شده است، در شکل ۹-۵ (ب) مشاهده می‌شود. چون منحنی به راست خمیده شده است، می‌گویند این عدسی دارای ابیراهی کروی منفی است.

در شکل ۹-۶ (الف) تعدادی از عدسیهای مثبت با قطر و فاصله کانونی پیرامحوری یکسان اما شکلهای مختلف نشان داده می‌شوند. تغییرات در شکل را که در این عدسیها مشاهده می‌کنید، خمیدگی عدسی می‌گویند. هر عدسی دارای برچسب عددی  $q$  است که به آن ضریب شکل می‌گویند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \quad (۴-۹)$$

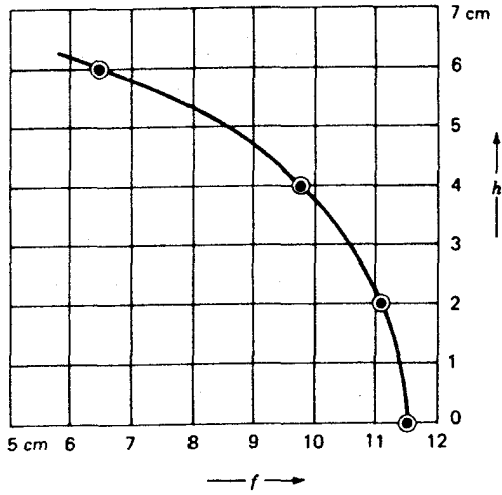
مثلاً اگر شعاعهای یک عدسی همگرایی هلالی عبارت باشند از  $r_1 = -۱۵ \text{ cm}$  و  $r_2 = -۵ \text{ cm}$ ، ضریب شکل آن از این قرار خواهد بود:

$$q = \frac{-۵ - ۱۵}{-۵ + ۱۵} = -۲$$

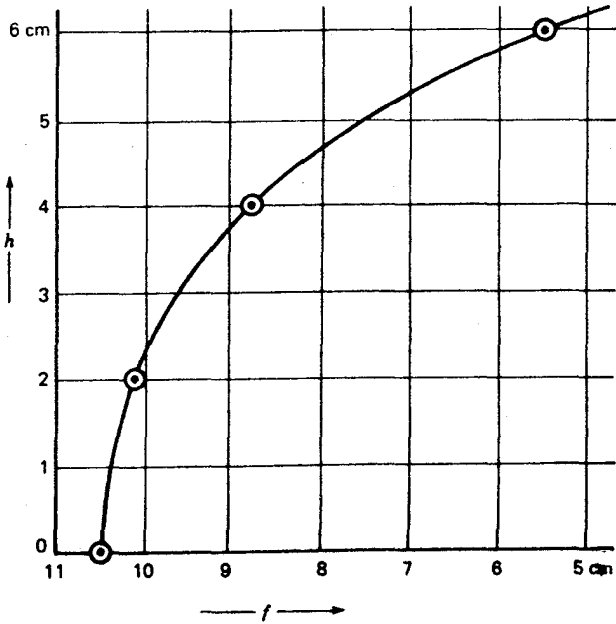
علت متداول توجه به خمیدگی عدسی عبارت است از یافتن شکلی که در آن ابیراهی کروی می‌نیموم باشد. با توجه به نمودارهای شکل ۹-۶ (ب) مشاهده می‌کنیم که چنین می‌نیمومی وجود دارد. این منحنیها برای همان عدسیهایی ترسیم شده‌اند که در شکل ۹-۶ (الف) نشان داده شده‌اند، و مقادیر مربوط به آنها از جدول ۹-۲ اخذ شده‌اند. محاسبه این مقادیر به کمک روش ردیابی پرتو، جدول ۸-۲، صورت گرفته است. ملاحظه می‌شود عدسی ۵ که ضریب شکل آن،  $q$  عبارت است از  $۵^{\circ}$ ، کمترین ابیراهی کروی را دارد. مقدار این ابیراهی را برای پرتویی که در آن  $h = ۱ \text{ cm}$ ، در شکل ۹-۷، یعنی منحنیهای مربوط به همان عدسیها مشاهده می‌کنید. در گستره ضرایب شکل از  $۴^{\circ}$  تا  $۱^{\circ}$ ،  $q = +۱$ ، ابیراهی کروی اندکی تغییر می‌کند، زیرا نزدیک به می‌نیموم است؛ ولی در هیچ نقطه‌ای صفر نمی‌شود. بنابراین، چنان‌که ملاحظه می‌شود با انتخاب شعاعهای مناسب برای دو سطح یک عدسی، می‌توان ابیراهی کروی را کاهش داد و به می‌نیموم رسانید، ولی نمی‌توان آن را کاملاً حذف کرد.

با مراجعه به نمودارهای شکل ۹-۴ مشاهده می‌کنیم که در سطوح کروی، پرتوهای حاشیه‌ای تحت زوایای بسیار بزرگی منحرف می‌شوند. از این رو، هرگونه کاهش این انحراف به افزایش وضوح

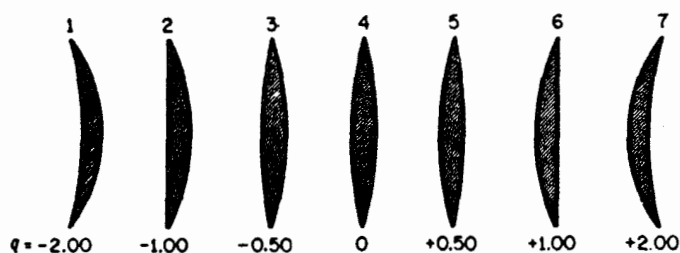
(الف)



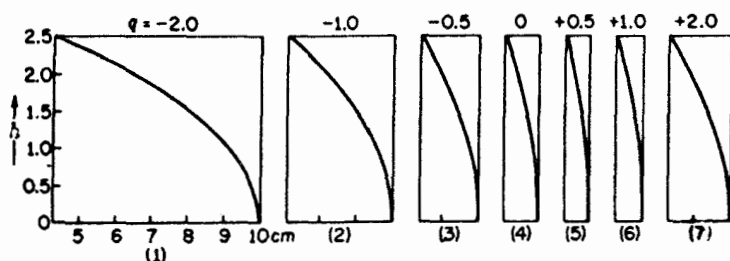
(ب)



شکل ۵-۹ تغییرات فاصله کانونی دو عدسی شیشه‌ای در هوا: (الف) کوز دوگانه (دوکوز)؛ (ب) کاو دوگانه (دوکاو).



(الف)



(ب)

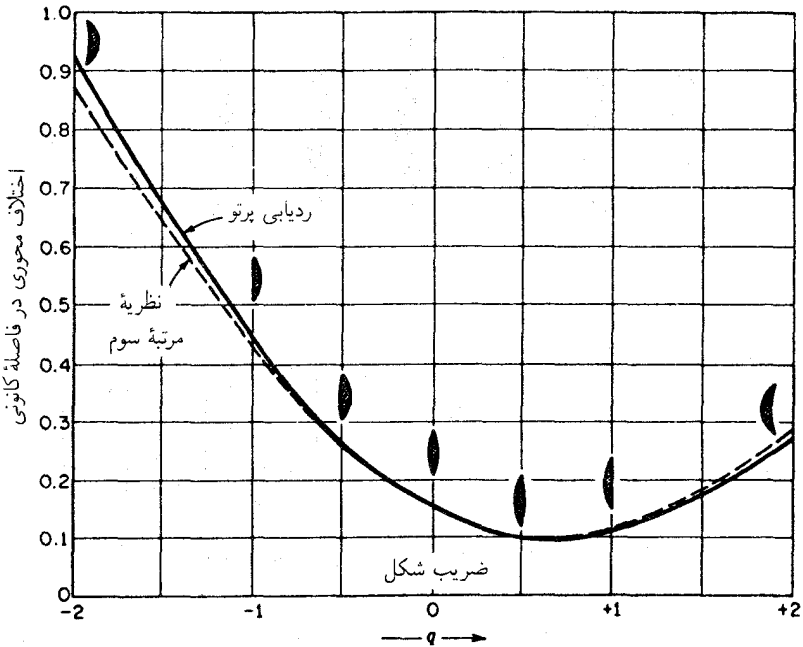
شکل ۹-۶ (الف) عدسیهای مختلف‌الشکل اما با توان و فاصله‌کانونی یکسان. اختلاف آنها در خمیدگی است؛ (ب) منحنی تغییرات فاصله کانونی برحسب  $h$  ارتفاع پرتو برای همین عدسیها.

جدول ۹-۲ ابیراهی کروی عدسیهایی با فواصل کانونی مساوی ولی شکلهای مختلف

$$h = 1 \text{ cm}, \quad n = 1.5000, \quad f = 10 \text{ cm}, \quad 1 \text{ cm} = \text{ضخامت عدسی}$$

شکل عدسی	$r_1$	$r_2$	$q$	ردیابی پرتو	نظریه مرتبه سوم
کارکوز	-۱۰۰۰۰	-۳۳۳۳	-۲۰۰	۰٫۹۲	۰٫۸۸
تخت‌کوز	$\infty$	-۵۰۰۰	-۱۰۰	۰٫۴۵	۰٫۴۳
دوکوز	۲۰۰۰۰	-۶۶۶۶	-۰٫۵۰	۰٫۲۶	۰٫۲۶
همکوز	۱۰۰۰۰	-۱۰۰۰۰	۰	۰٫۱۵	۰٫۱۵
دوکاو	۶۶۶۶	-۲۰۰۰۰	+۰٫۵۰	۰٫۱۰	۰٫۱۰
تخت‌کوز	۵۰۰۰	$\infty$	+۱۰۰	۰٫۱۱	۰٫۱۱
کارکوز	۳۳۳۳	۱۰۰۰۰	+۲۰۰	۰٫۲۷	۰٫۲۹

تصویر منجر خواهد شد. وجود شرط انحراف می‌نیموم در یک منشور (بخش ۲-۸) آشکارا حاکی از آن است که هرگاه شکل یک عدسی را تغییر دهیم، انحراف پرتوهای حاشیه در صورتی حداقل



شکل ۷-۹ نمودار ابیراهی کروی برای عدسیهای مختلف‌الشکل اما با فاصله کانونی مساوی. در عدسیهایی که نشان داده‌ایم:  $n' = ۱٫۵۱۷۰۰$  و  $d = ۲\text{ cm}$ ،  $f = +۱۰\text{ cm}$ ،  $h = ۱\text{ cm}$ .

خواهد شد که ورود آنها به عدسی اول و خروجشان از عدسی دوم کم‌وبیش با تشکیل زاویه‌های متساوی انجام گیرد. این تقسیم مساوی شکست نور به پدید آمدن کمترین ابیراهی کروی خواهد انجامید. برای نور موازی فرودی بر یک عدسی از جنس شیشه کراون، مطابق شکل ۷-۹، این شرط در مقدار ضرب شکل تقریباً  $q = +۰٫۷$  تحقق پیدا می‌کند که چندان با عدسی تخت-کوژ که برای آن  $q = +۱$ ، فرقی نمی‌کند.

در یک تک عدسی، می‌توان ابیراهی کروی را از طریق از بین بردن کروییت به‌طور کامل حذف کرد. این کار فرایند صیقل‌دهی دستی پرزحمتی است که طی آن نواحی گوناگون یکی یا هر دو سطح عدسی انحناهای متفاوتی پیدا می‌کنند. تنها در چند دستگاه خاص می‌توان از این عدسیها چنان بهره گرفت که به هزینه و زحمت اضافی کاردستی بیارزد. علاوه بر این، چون این شکل‌دهی فقط برای یک تک فاصله شیئی صورت می‌گیرد، برای فواصل دیگر، این عدسی عاری از ابیراهی کروی نخواهد بود. رایجترین شیوه در طراحی عدسی از این قرار است که به‌سطوح کروی ساده رضایت دهیم و ابیراهی کروی آن را با انتخاب شعاعهای مناسب به حداقل برسانیم.

## ۵-۹ نتایج نظریه مرتبه سوم

با آن که استخراج معادله برای ابیراهی کروی از طریق نظریه مرتبه سوم بسیار مفصل و از حوصله کتاب خارج است، ذکر برخی معادلات به دست آمده ضروری می نماید. برای یک عدسی نازک، فرمول ساده و معقول زیر به دست می آید:

$$L_s = \frac{h^2}{\lambda f^2} \frac{1}{n(n-1)} \left[ \frac{n+2}{n-1} q^2 + 4(n+1)pq + (3n+2)(n-1)p^2 + \frac{n^2}{n-1} \right] \quad (5-9)$$

که در آن

$$L_s = \frac{1}{s'_h} - \frac{1}{s'_p}$$

چنان که در شکل ۹-۴ (ب) مشاهده شد،  $s'_h$  فاصله تصویر برای پرتو مایل است که در فاصله  $h$  تا محور از عدسی عبور می کند،  $s'_p$  فاصله تصویر برای پرتوهای مایل، و  $f$  فاصله کانونی پیرامحوری است. مقدار ثابت  $p$  را ضریب مکانی می نامند، و  $q$  ضریب شکل است که به کمک معادله (۹-۴) تعیین می شود. ضریب مکانی، بنابر تعریف، عبارت است از:

$$p = \frac{s' - s}{s' + s} \quad (6-9)$$

با استفاده از معادله مرتبه اول،  $1/f = 1/s + 1/s'$ ، ضریب مکانی را می توان بر حسب  $f$  نیز بیان کرد

$$p = \frac{2f}{s} - 1 = 1 - \frac{2f}{s'} \quad (7-9)$$

تفاضل مابین دو فاصله تصویر،  $s'_p - s'_h$ ، را ابیراهی کروی طولی می نامند:

$$\text{Long. SA} = s'_p - s'_h$$

فاصله نقطه تقاطع هر پرتو مایل با صفحه کانونی تا محور را ابیراهی کروی جانبی یا عرضی می نامند و از شکل ۹-۴ (ب) مشاهده می شود که این ابیراهی عبارت است از

$$\text{Lat. SA} = (s'_p - s'_h) \tan \theta'$$

هرگاه معادله (۵-۹) را برحسب تفاضل  $s'_p - s'_h$  حل کنیم، می‌رسیم به:

$$\bullet \quad \text{Lat. SA} = s'_p h L_s \quad \text{و} \quad \text{Long. SA} = s'_p s'_h L_s \quad (۸-۹)$$

فاصله تصویر،  $s'_h$ ، برای هر پرتو عبوری از هر ناحیه به صورت زیر است:

$$s'_h = \frac{s'_p}{1 + s'_p L_s}$$

مقایسه نظریه مرتبه سوم با نتایج دقیق ردیابی پرتو از شکل ۷-۹ به دست می‌آید. هرگاه ضریب شکل از ضریب شکل متناظر با می‌نیموم چندان اختلافی نداشته باشد، آنگاه انطباق این دو نتیجه به نحو چشمگیری مطلوب است. نتایج عددی نظریه مرتبه سوم برای هفت عدسی در شکل ۶-۹، در آخرین ستون جدول ۲-۹ درج شده‌اند.

معادلات مفید در طراحی عدسیها، از طریق تعیین ضریب شکل‌هایی که معادله (۵-۹) را می‌نیموم کنند، به دست می‌آیند. این کار را می‌توان به کمک دیفرانسیل‌گیری نسبت به ضریب شکل و صفر قرار دادن آن، به دست آورد:

$$\frac{dL_s}{dq} = \frac{h^2}{8f^2} \frac{2(n+2)q + 4(n-1)(n+1)p}{n(n-1)^2}$$

این عبارت را مساوی صفر قرار می‌دهیم و نسبت به  $q$  حل می‌کنیم، می‌رسیم به:

$$\bullet \quad q = -\frac{2(n^2 - 1)p}{n + 2} \quad (۹-۹)$$

این عبارت، رابطه مورد نظر مابین ضرایب شکل و مکان در ایجاد می‌نیموم ابیراهی کروی است. قاعدتاً، یک عدسی را برای زوج خاصی از فواصل شیء و تصویر طراحی و سپس  $p$  را از روی معادله (۶-۹) محاسبه می‌کنند. در عدسی‌ای با  $n$  معلوم، ضریب شکلی که ابیراهی جانبی می‌نیموم تولید می‌کند، بی‌درنگ از معادله (۹-۹) به دست می‌آید. برای تعیین شعاعهای متناظر با این ضریب شکل در عین حال تعیین فاصله کانونی مطلوب، می‌توان از معادله عدسی‌سازان بهره گرفت:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f}$$



با نشان دادن مقادیر  $s$ ,  $s'$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  از معادله‌های (۷-۹) و (۴-۹)، مجموعه معادلات بسیار کارآمد زیر، ناشی از کارهای کادینگتن، به دست می‌آید

$$\begin{aligned} s &= \frac{2f}{1+p} & s' &= \frac{2f}{1-p} \\ r_1 &= \frac{2f(n-1)}{q+1} & r_2 &= \frac{2f(n-1)}{q-1} \end{aligned} \quad (۱۰-۹)$$

در رابطه اخیر شعاعها را برحسب  $q$  و  $f$  به دست می‌دهند. از تقسیم یکی از این رابطه‌ها به دیگری خواهیم داشت:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{q-1}{q+1} \quad (۱۱-۹)$$

به عنوان یک مسئله، فرض می‌کنیم می‌خواهیم یک تک عدسی با فاصله کانونی  $10^\circ \text{cm}$  بسازیم و می‌خواهیم شعاع سطوح این عدسی چنان باشد که برای نور فرودی موازی، می‌نیموم ابیراهی کروی ایجاد شود. برای سادگی امر فرض خواهیم کرد که ضریب شکست شیشه  $1.5^\circ$  است. ابتدا باید ضریب مکان  $p$  و ضریب شکل  $q$  را با استفاده از معادله (۹-۹) تعیین کنیم. با جایگذاری  $s = \infty$  و  $s' = 10^\circ \text{cm}$  در معادله (۶-۹)، داریم

$$p = \frac{10 - \infty}{10 + \infty} = -1$$

مشاهده می‌شود که هرگاه  $s$  نامتناهی (نامحدود) نباشد بلکه به بینهایت میل کند، نسبت  $(s' + s)/(s' - s)$  به سوی مقدار  $-1$  میل می‌کند و در حد با آن برابر خواهد شد. با جایگذاری این ضریب مکانی در معادله (۹-۹)، می‌رسیم به:

$$q = -\frac{2(2.25 - 1)(-1)}{1.5 + 2} = \frac{2.5}{3.5} = 0.714$$

این مقدار در می‌نیموم منحنی شکل ۷-۹ قرار می‌گیرد. نسبت دو شعاع از معادله (۱۱-۹) به دست می‌آید:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{0.714 - 1}{0.714 + 1} = \frac{-0.286}{1.714} = -0.167$$

علامت منفی نشان می‌دهد که انحنای سطوح در جهت مخالف یکدیگرند و مقدار عددی معادل آن یک نسبت ۶ به ۱ میان شعاعها خواهد بود. مقادیر هر یک از آنها را از معادله (۹-۹) به دست می‌آوریم:

$$r_2 = \frac{10}{0.286} = -35.0 \text{ cm} \quad \text{و} \quad r_1 = \frac{10}{1.714} = 5.83 \text{ cm}$$

این نوع عدسی در شکل ۹-۶ مابین عدسیهای ۵ و ۶ قرار می‌گیرد و اساساً دارای ابیراهی کروی هر یک از آنهاست. به این سبب، عدسیهای تخت-کوژ در ابزار اپتیکی با سطح کوژ آن به سوی نور فرودی موازی قرار داده می‌شود. هرگاه این عدسی برگردانده شود، به طوری که سمت تخت آن به سوی نور فرودی قرار گیرد، ضریب شکل آن عبارت خواهد بود از  $q = -1$  و ابیراهی کروی چهار برابر می‌شود.

هر چند که ابیراهی کروی را نمی‌توان برای یک تک عدسی کروی کاملاً حذف کرد، این امکان پیش می‌آید که با ترکیب دو یا چند عدسی با علامتهای مخالف، به این منظور دست یافت. مقدار ابیراهی که از طریق هر یک از این عدسیهای ترکیبی وارد می‌شود، باید مساوی و مخالف آن ابیراهی‌ای باشد که عدسی دیگر پیش می‌آورد. مثلاً، چنانچه در یک ترکیب دوتایی قرار بر این باشد که به توان مثبت و بدون ابیراهی دست یابیم، عدسی مثبت باید توان بیشتری داشته باشد و شکل آن هم منطبق بر می‌نیموم ابیراهی و یا نزدیک به آن قرار گیرد، در حالی که عدسی منفی باید توان کمتری داشته باشد و شکلس هم نباید نزدیک به شکل می‌نیموم ابیراهی قرار گیرد. خنثی‌سازی به کمک این آرایش از آنجا میسر است که ابیراهی کروی متناسب با مکعب فاصله کانونی بوده، و از این رو علامت آن با علامت  $f$  تغییر می‌کند [معادله (۹-۵)]. در یک مجموعه دوعضوی چسبیده به هم دو سطح در حال تماس سطوح مشترک باید دارای شعاعهای برابر باشند. شعاع دو سطح خارجی دیگر را می‌توان برای تصحیح ابیراهی کروی تغییر داد. با امکان دستکاری چهار شعاع، سایر ابیراهیها، مانند ابیراهی رنگی را نیز می‌توان همزمان کاهش داد. به این موضوع در بخش ۹-۱۳ خواهیم پرداخت.

## ۹-۶ ابیراهی کروی مرتبه پنجم

دو منحنی‌ای که در شکل ۹-۷ مشاهده می‌کنید، نشان می‌دهند که برای عدسی‌ای دارای ضریب شکل نزدیک به بهینه، توافق میان نتایج دقیق ردیابی پرتو و نتایج تقریبی نظریه مرتبه سوم به نحو شایان توجهی خوب است. ولی به ازای مقادیر بزرگتر  $h$  و شکلهایی که نسبت به شکل بهینه تفاوت بیشتری دارند، اختلافهای عمده‌ای پیش می‌آید این امر، لزوم دخالت دادن جملات مرتبه پنجم در

جدول ۹-۳ تصحیح مرتبه پنجم در ابیراهی کروی

$$d = 1.0 \text{ cm}, n = 1.500, r_2 = \infty, r_1 = +5.0 \text{ cm}, f = 1.0 \text{ cm}$$

ردیف	$h, \text{ cm}$	۰.۵	۱	۱.۵	۲.۰	۲.۵	۳.۰
۱	$ah^2$	۰.۲۸۳۹	۰.۱۱۳۵۶	۰.۲۵۵۵۱	۰.۴۵۲۴۴	۰.۷۰۹۷۵	۱.۰۲۲۰۴
۲	$bh^4$	۰.۰۰۰۱۱	۰.۰۰۱۷۴	۰.۰۰۸۸۱	۰.۰۲۷۸۴	۰.۰۶۷۹۷	۰.۱۴۰۹۴
۳	$ah^2 + bh^4$	۰.۲۸۵۰	۰.۱۱۵۳۰	۰.۲۶۴۳۲	۰.۴۸۲۰۸	۰.۷۷۷۷۲	۱.۱۶۹۲۸
۴	ردیابی پرتو	۰.۲۸۹۷	۰.۱۱۵۳۰	۰.۲۶۵۱۵	۰.۴۸۲۰۸	۰.۷۷۷۱۳	۱.۱۶۷۸۱
۵	سهمی	۰.۲۸۸۲	۰.۱۱۵۳۰	۰.۲۵۹۴۲	۰.۴۶۱۲۰	۰.۷۱۸۱۲	۱.۰۳۷۷۰

نظریه را ثابت می‌کند؛ معادله مرتبه سوم (۵-۹) نشان می‌دهد که ابیراهی کروی باید با  $h^2$  متناسب باشد، به طوری که منحنیهای شکل ۹-۵ (ب) سهمی شوند. با این وصف، اندازه‌گیریهای دقیق نشان می‌دهند که به‌ازای مقادیر بزرگتر  $h$ ، انحرافهایی از تناسب با  $h^2$  پیش می‌آیند و می‌توان ابیراهی کروی را با معادله‌ای به‌صورت زیر، بهتر نشان داد:

$$\text{Long. SA} = ah^2 + bh^4 \quad (12-9)$$

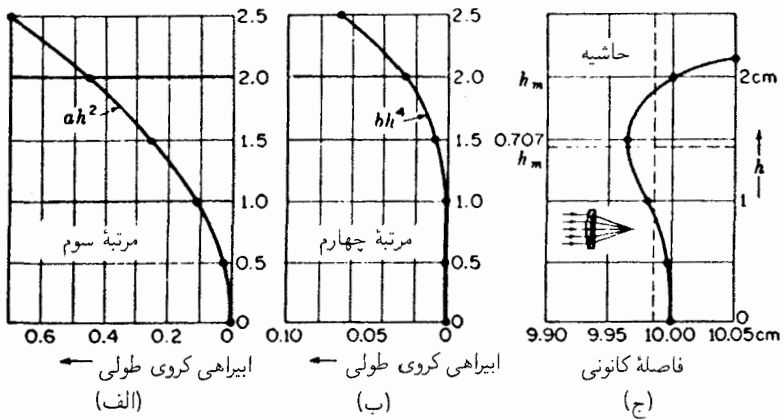
که در آن  $a$  و  $b$  مقادیری ثابت‌اند. جمله  $ah^2$  نمایانگر اثر مرتبه دوم و جمله  $bh^4$  نشانه اثر مرتبه پنجم است. برخی نتایج عددی برای یک تک عدسی، که نشانگر لزوم دخالت دادن جمله اخیراند، در جدول ۹-۳ آمده‌اند. مقادیر چاپ شده با حروف سیاه در ستون چهارم مقادیر واقعی برای ابیراهی کروی طولی‌اند که به روش ردیابی پرتو به‌دست آمده‌اند؛ حال آن‌که مقادیر آخرین ستون با یک سهمی متناظرند که به‌ازای  $h = 1.0 \text{ cm}$  با معادله زیر مطابقت می‌کنند:

$$\text{Long. SA} = a'h^2$$

که در آن  $a' = 0.1153 \text{ cm}^{-1}$ .

از ستون اول تصحیحات مرتبه سوم  $ah^2$  به‌دست می‌آید و ستون دوم تصحیحات مرتبه پنجم  $bh^4$  را به‌دست می‌دهد. ستون سوم حاوی مقادیر محاسبه‌شده از معادله (۱۲-۹) است که با منحنی در دو نقطه  $h = 1.0 \text{ cm}$  و  $h = 2.0 \text{ cm}$  وفق می‌کنند؛ با قرار دادن مقادیر  $0.1153$  و  $0.48208$  در این نقاط، مقادیر ثابت  $a$  و  $b$  به‌دست می‌آیند:

$$a = 0.11356 \quad \text{و} \quad b = 0.00174$$



شکل ۹-۸ (الف) سهم مرتبه سوم؛ (ب) مرتبه پنجم در ابیراهی کروی طولی؛ (ج) ابیراهی کروی طولی یک دوتایی تصحیح شده که از آن معمولاً در دوربین استفاده می‌کنند.

مقایسه مقادیر کل در ستون سوم و مقادیر دقیق در ستون چهارم، توافق عالی مقادیر اخیر را با معادله (۹-۱۲) بروز می‌دهند؛ نمودارهای متناظر با مقادیر ستونهای ۲ و ۳ در شکل ۹-۸ مشاهده می‌شوند و نشان می‌دهند که سهم تصحیحات مرتبه پنجم در مقادیر کوچک  $h$  چشم پوشیدنی‌اند. تنها وقتی ابیراهی مرتبه سوم در یک عدسی وجود داشته باشد، امکان ترکیب عدسیهای مثبت و منفی با ابیراهیهای مساوی برای حصول به یک ترکیب تصحیحی برای همه نواحی وجود خواهد داشت. ولی، به سبب اینکه عملاً مقادیر متفاوتی از ابیراهی مرتبه پنجم خواهند داشت، چنین ترکیبی را فقط می‌توان برای یک ناحیه تصحیح کرد.

نمودار نمایشگر ابیراهی کروی در یک دوتایی چسبیده به هم، که برای ناحیه حاشیه‌ای تصحیح شده است، در شکل ۹-۸ (ج) مشاهده می‌شود. ملاحظه می‌شود که این منحنی تنها در مبدأ و در حاشیه صفر می‌شود. چنانچه دهانه گشادتر شود، این ترکیب کیفیت تصحیح خود را از دست می‌دهد. صفحه بهترین کانون، اندکی در سمت چپ نقاط کانونی پیرامحوری و حاشیه‌ای قرار دارد، و مکان آن (خط‌چین عمودی) متناظر با مکان دایره بیشترین وضوح است.

در معادله (۹-۱۲)،  $a$  و  $b$  را مقادیر ثابت برای عدسی دوتایی نازک در نظر می‌گیریم. هرگاه این ترکیب برای حاشیه یعنی برای پرتوی در ارتفاع  $h_m$  تصحیح شود، باید داشته باشیم:

$$\text{Long. SA} = ah_m^2 + bh_m^4 = 0$$

$$a = -bh_m^2$$

با جایگذاری در معادله (۹-۱۲) داریم:

$$\text{Long. SA} = -bh_m^2 h^2 + bh^4$$

که در آن  $h_m$  ثابت می ماند و  $h$  می تواند هر مقداری مابین صفر و  $h_m$  بگیرد. برای پی بردن به این نکته که عبارت بالا در کجا دارای مقدار ماکزیموم است، باید نسبت به  $h$  مشتق بگیریم و آن را صفر قرار دهیم

$$\frac{d(\text{Long. SA})}{dh} = -2bh_m^2 h + 4bh^3 = 0$$

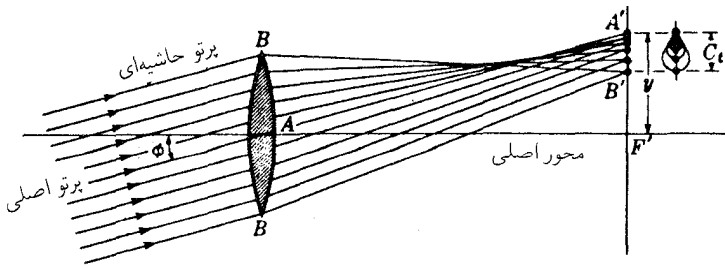
با تقسیم طرفین بر  $2bh$ ، می رسیم:

$$h = h_m \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.707 h_m$$

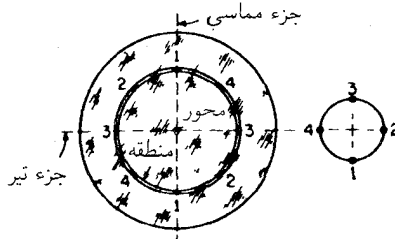
که شعاع ناحیه ای است که در آن ابیراهی به یک بیشینه می رسد [شکل ۹-۸ (ج)]. در طراحی عدسیها، ابیراهی کروی را همیشه از طریق ردیابی پرتوی گذرنده از ترکیب، برای ناحیه ای به شعاع  $0.707 h_m$  بررسی می کنند.

## ۹-۷ کما

دومین ابیراهیهای تکرنگ نظریه مرتبه سوم را کما می گویند. این اصطلاح از ترکیب حروف اول عبارتی انگلیسی به معنای "صورت ظاهر ستاره دنباله دار مانند" یک نقطه شیئی خارج از محور عدسی استخراج شده است. هر چند که می توان عدسی را برای ابیراهی کروی تصحیح کرد و همه پرتوها را در روی محور به نحو مطلوبی کانونی کرد، ولی کیفیت تصاویر نقاط خارج از محور دارای وضوح مطلوبی نخواهند بود، مگر اینکه عدسی را برای کما نیز تصحیح کرده باشند. در شکل ۹-۹ این عیب عدسی را برای یک تک نقطه شیء بینهایت دور و خارج از محور مشاهده می کنید. از انبوه بادبزنی شکل پرتوها در صفحه نصف النهاری که نشان داده می شود، فقط آنها که از مرکز



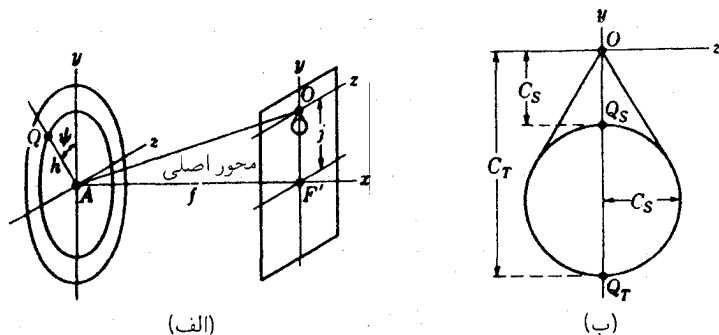
شکل ۹-۹، کما، دومین ابیراهی از پنج ابیراهی نکرنگ عدسی است. فقط پرتوهای بادبزنی شکل مماس نشان داده شده‌اند.



شکل ۹-۱۰ هر ناحیه عدسی، یک تصویر حلقوی شکل به نام دایره کما تشکیل می‌دهد.

عدسی می‌گذرند، در  $A'$  تشکیل یک تصویر می‌دهند. دو پرتو حاشیه‌ای در  $B'$  به هم برمی‌خورند. به این ترتیب، به نظر می‌رسد که بزرگنمایی برای اجزای مختلف عدسی فرق می‌کند. هرگاه بزرگنمایی برای پرتوهای خارجی عبوری از عدسی بزرگتر از بزرگنمایی پرتوهای عبوری از مرکز آن باشند، می‌گویند کما مثبت است، و در حالت برعکس، چنان‌که در نمودار مشاهده می‌شود، کما منفی خواهد بود.

قالب و حالت تصویر یک نقطه شیء خارج محور در بالای سمت راست شکل ۹-۹ نشان داده شده است. هر یک از دایره‌ها تصویری از یک ناحیه متفاوت عدسی را نشان می‌دهد. جزئیات تشکیل دایره کما به وسیله نور از یک ناحیه عدسی را در شکل ۹-۱۰ مشاهده می‌کنید. پرتوهای شماره ۱، که متناظر با پرتوهای مماسی  $B$  در شکل ۹-۹ هستند، در ۱ دایره کما را قطع می‌کنند، و پرتوهای ۳، به نام پرتوهای تیر در بالا آن دایره را قطع می‌کنند. به طور کلی، همه نقاط روی دایره کما از تقاطع جفت پرتوهای عبوری از دو نقطه متقابل قطری یک ناحیه تشکیل می‌شوند. بنابراین



شکل ۹-۱۱ ترسیم هندسی کما که بزرگی نسبی بزرگنماییهای تیر و مماسی را نشان می‌دهد.

نظریه مرتبه سوم، شعاع دایره کما از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C_s = \frac{j h^2}{f^2} (Gp + Wq) \quad (9-13)$$

که در آن  $j$ ،  $h$ ، و  $f$  بر فواصل نشان داده شده در شکل ۹-۱۱ (الف) دلالت می‌کنند و  $p$  و  $q$  ضرایب مکانی و شکل کادینگتون به دست آمده از معادله‌های (۹-۶) و (۹-۴) را بیان می‌کنند. دو مقدار ثابت دیگر به صورت زیر تعیین می‌شوند

$$W = \frac{3(n+1)}{4n(n-1)} \quad \text{و} \quad G = \frac{3(2n+1)}{4n}$$

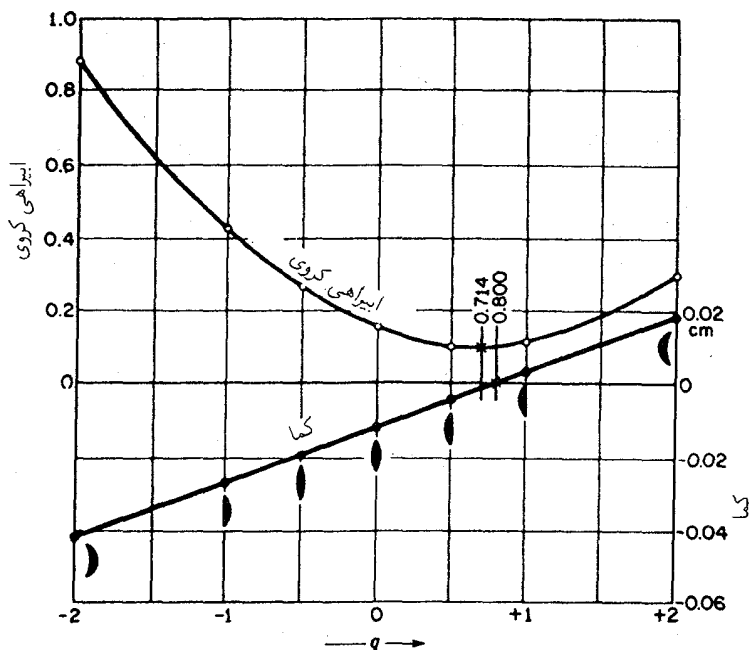
حالت شکل کما از این رابطه به دست می‌آید:

$$y = C_s(2 + \cos 2\psi) \quad z = C_s \sin 2\psi$$

که نشان می‌دهد کمای مماسی،  $C_T$ ، سه برابر کمای تیر،  $C_S$ ، است [شکل ۹-۱۱ (ب)]. بنابراین

$$C_T = 3C_S$$

برای پی بردن به این امر که تأثیر تغییر شکل عدسی بر کما چگونه است، نمودار ارتفاع شکل کما را برحسب ضریب شکل،  $q$ ، در شکل ۹-۱۲ ترسیم کرده‌ایم. مقادیر عددی این نمودار از معادله (۹-۱۳) محاسبه و در جدول ۹-۴ درج شده‌اند.



شکل ۹-۱۲ مقایسه نموداری کما با ابیراهی کروی طولی در چند عدسی با شکلهای مختلف.

جدول ۹-۴ مقایسه ابیراهیهای کما و کروی در عدسیهای با فاصله کانونی مساوی با ضرایب شکل متفاوت

$$n = 1.5000, y = 2.0 \text{ cm}, f = +1.0 \text{ cm}, h = 1.0 \text{ cm}$$

ابیراهی کروی، cm	کما، cm	ضریب شکل	شکل عدسی
+0.88	-0.420	-2.0	کاوکوژ
+0.43	-0.270	-1.0	تخت-کوژ
+0.26	-0.195	-0.5	دوکوژ
+0.15	-0.120	0	همکوژ
+0.10	-0.045	+0.5	دوکوژ
+0.11	+0.030	+1.0	تخت-کوژ
+0.29	+0.180	+2.0	کاوکوژ



در این نمودار فرض شده است که یک باریکه پرتو موازی تحت زاویه  $11^\circ$  نسبت به محور، بر عدسی فرود می‌آید. مقادیر ابیراهی کروی طولی، که به منظور مقایسه ارائه می‌شوند، نیز به کمک نظریه مرتبه سوم، معادله (۵-۹) محاسبه شده‌اند، و فرض بر این بوده است که پرتوهای موازی فرودی بر عدسی، با محور موازی‌اند و از همان منطقه پرتوهای زاویه‌دار می‌گذرند.

این نکته که خط نمایانگر کما محور صفر را قطع می‌کند، حاکی از آن است که می‌توان یک تک عدسی ساخت که کاملاً فاقد این ابیراهی باشد. توجه به این امر مهم است که در عدسیهای نشان داده شده، ضریب شکل  $q = 0.8^\circ$ ، که در آن هیچ کمایی وجود ندارد؛ بسیار نزدیک به ضریب شکل  $q = 0.714^\circ$  در ابیراهی کروی می‌نیموم است، یعنی یک تک عدسی که برای  $C_T = 0$  طراحی می‌شود، عملاً دارای کمترین ابیراهی کروی نیز خواهد بود.

برای محاسبه مقدار  $q$ ، به طوری که معادله ۹-۱۳ را صفر کنند،  $C_S$  را صفر قرار می‌دهیم، نتیجه عبارت خواهد بود از:

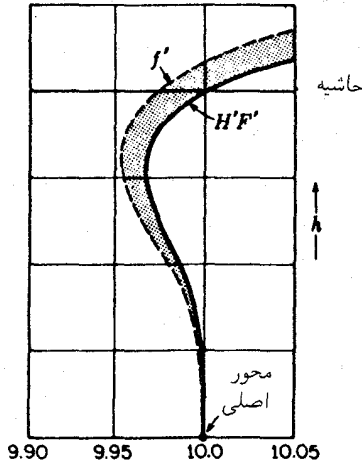
$$q = -\frac{G}{W}p \quad (9-14)$$

هرگاه ضرایب شکل و مکان یک تک عدسی از این رابطه پیروی کنند، آن عدسی، فاقد کما خواهد بود. عدسی‌ای دوتایی را که برای تصحیح ابیراهی کروی طراحی شود، می‌توان همزمان برای کما هم تصحیح کرد. در شکل ۹-۱۳ نموداری را مشاهده می‌کنید که ابیراهی کروی و کمای باقی‌مانده را برای عدسی شیئی یک دوربین نشان می‌دهد.

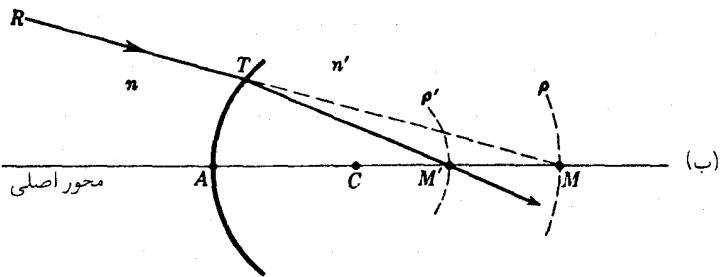
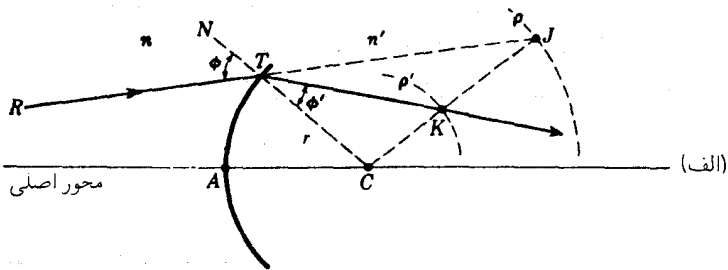
## ۹-۸ نقاط آپلانیتیک سطح کروی

هر سیستم اپتیکی که هم فاقد ابیراهی کروی و هم کما باشد، آپلانیتیک نامیده می‌شود. هر عدسی آپلانیتیک را می‌توان برای هر جفت نقاط مزدوج نیز یافت، ولی به طور کلی لازمه آپلانیتیک بودن، ناکروی بودن عدسی است. به استثنای چند حالت خاص، هیچ ترکیبی از عدسیهای کروی، کاملاً فاقد این دو ابیراهی نیست.

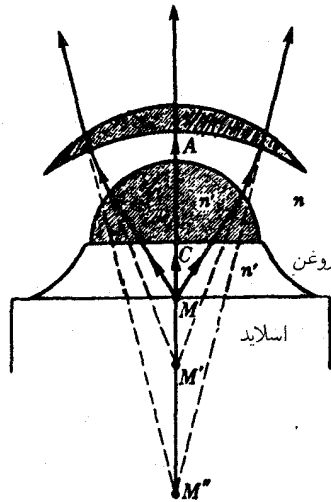
یکی از حالت‌های خاص، با اهمیت زیاد در میکروسکوپ، تک‌سطح بازتابنده کروی است. برای نشان دادن وجود نقاط آپلانیتیک در یک تک‌سطح، نخست ترسیمی مفید را که ابتدا توسط هویگنس یافته شده است، توصیف می‌کنیم. در شکل ۹-۱۴ (الف)، پرتو  $RT$  هر پرتویی را در محیط اول با ضریب شکست  $n$  نشان می‌دهد که بر سطح کروی در  $T$  فرود می‌آید و با خط قائم  $NC$  زاویه  $\phi$  می‌سازد. کمانهای دایره‌ای خط‌چین را به مرکز  $C$  ترسیم می‌کنیم که شعاع آنها از



شکل ۹-۱۳ منحنیهای یک عدسی دوتایی چسبیده، موضع متغیر کانون  $F'$  (ابراهی کروی طولی) و موضع متغیر کانون  $f'$  (کما  $H'F' - f' =$  را نشان می‌دهد).



شکل ۹-۱۴ (الف) طرح نموداری برای شکست در یک تک‌سطح کروی؛  $\rho = rn'/n$  و  $\rho' = rn/n'$  (ب) تعیین مکان نقاط آپلاتیک در یک تک‌سطح کروی.



شکل ۹-۱۵ سطح آپلاتنیک نخستین اجزای یک عدسی مرکب شیئی میکروسکوپ شناور در روغن.

این قرارند:

$$\rho' = r \frac{n}{n'} \quad \text{و} \quad \rho = r \frac{n'}{n} \quad (۱۵-۹)$$

در تقاطع امتداد  $RT$  با دایره بزرگتر در  $J$ ، خط  $JC$  را ترسیم می‌کنیم، که این نیز به نوبه خود دایره کوچکتر را در  $K$  قطع می‌کند. در این صورت، مطابق قانون شکست،  $TK$  جهت پرتو شکسته را نشان خواهد داد. به علاوه، هر پرتوی که جهت آن به سوی  $J$  باشد، پس از شکست از  $K$  خواهد گذشت.

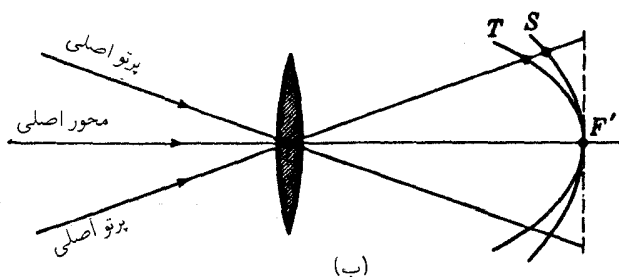
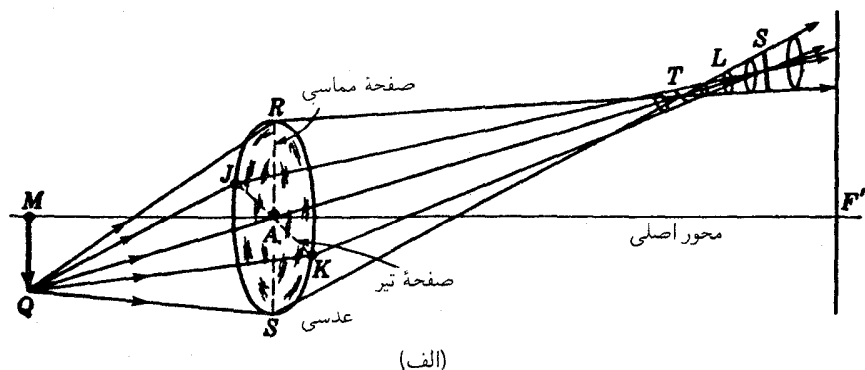
نقاط آپلاتنیک هر تک سطح، در تقاطع دایره‌های طراحی شده با محور قرار می‌گیرند [شکل ۹-۱۴ (ب)]. همه پرتوهایی که در ابتدا به سوی  $M$  می‌روند، پس از شکست از  $M'$  خواهند گذشت، و برعکس، همه پرتوهایی که از  $M'$  و اگر می‌شوند، پس از شکست به نظر خواهند رسید که از  $M$  سرچشمه می‌گیرند. در شکل ۹-۱۵ مشاهده می‌کنید که چگونه از این اصل در میکروسکوپ استفاده شده است. یک قطره روغن که ضرب شکست آن با ضریب شکست عدسی نیمگروی یکسان باشد، روی لام میکروسکوپ قرار می‌گیرد و عدسی را برای تماس با آن پایین می‌آورند. همه پرتوهای گسیلی از شیء در  $M$ ، پس از شکست در نیمکره چنان از آن خارج می‌شوند که گویی از  $M'$  می‌آیند و این امر یک بزرگنمایی جانبی،  $M'A/MA$ ، به وجود می‌آورد. هرگاه یک عدسی دیگر که مرکز انحنای سطح کاو آن در  $M'$  قرار گیرد (و به این ترتیب بر همه پرتوها عمود باشد) به

سیستم اضافه شود، شکست در سطح بالایی آن، به شعاع  $m' \times CM'$ ، موجب بزرگنمایی افزوده بدون ایجاد ایبراهی کروی خواهد شد. این خاصیت عدسی بالایی، فقط برای پرتوهایی که از تک نقطه  $M$  می‌آیند صادق است و نه برای نقاط مجاور آن. محدودیتی در این فرایند وجود دارد که از ایبراهی رنگی ناشی می‌شود (بخش ۹-۱۳).

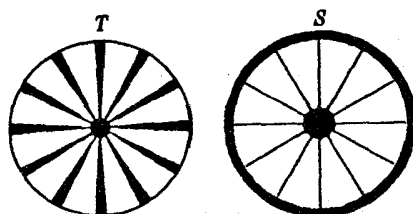
## ۹-۹ آستیگماتیسم

هرگاه دو مجموع نخست از پنج مجموع زیدل صفر شوند، همه پرتوهایی که از نقاط واقع بر محور یا خیلی نزدیک به آن در عدسی می‌آیند، تصاویری نقطه‌ای تشکیل خواهند داد و ایبراهی کروی یا کما ایجاد نمی‌شود. ولی، چنانچه نقطه شیء از محور فاصله داشته باشد، تصویر نقطه‌ای فقط به شرطی که سومین مجموع زیدل،  $S_3$ ، صفر شود، به دست خواهد آمد. هرگاه یک عدسی قادر به تأمین این شرط نباشد، می‌گویند دستخوش آستیگماتیسم است و تصاویر مبهم حاصل را تصاویر آستیگماتیکی می‌نامند. تشکیل یک تصویر حقیقی آستیگماتیکی به وسیله یک آینه کاو کروی در بخش ۹-۶ مورد بحث قرار گرفت. برای توجیه تشکیل تصاویر آستیگماتیک به وسیله یک عدسی، یک نمودار پرسپکتیوی در شکل را به صورت شکل ۹-۱۶ (الف) مشاهده می‌کنید. با توجه به پرتوهای یک شیء نقطه‌ای  $Q$ ، همه پرتوهایی که درون دسته پرتو بادبزی صفحه عمودی یا مماسی واقع‌اند، یکدیگر را در  $T$  قطع می‌کنند، در حالی که دسته پرتوهای واقع در صفحه افقی یا تیر، در  $S$  به هم برخورد می‌کنند. صفحات مماسی و تیر، عدسی را، به ترتیب، در  $RS$  و  $JK$  قطع می‌کنند. پرتوهای این صفحات به این اعتبار اختیار شده‌اند که مکان خطوط کانونی  $T$  و  $S$  را نشان می‌دهند که توسط همه پرتوهای عبوری از عدسی تشکیل می‌شوند. این دو خط به صفحات مربوطه مماسی و تیر خود عمودند. در  $L$ ، تصویر تقریباً قرصی شکل است و دایره کمترین ابهام (بیشترین وضوح) را در این حالت تشکیل می‌دهد. هرگاه مکان تصاویر  $T$  و  $S$  برای میدان وسیعی از نقاط شیء دور تعیین شده باشد، مکان هندسی این نقاط سطوحی سهموی تشکیل خواهد داد که مقاطع آنها را در شکل ۹-۱۶ (ب) مشاهده می‌کنید. مقدار آستیگماتیسم یا تفاضل آستیگماتیک برای هر باریکه پرتوی، از فاصله میان این دو سطح در امتداد پرتو اصلی به دست می‌آید. روی محور، که در آن این دو سطح مماسند، تفاضل آستیگماتیک صفر است؛ با دور شدن از محور، این فاصله به تدریج با مجذور ارتفاع تصویر افزایش می‌یابد. هرگاه، مطابق شکل، سطح  $T$  در سمت چپ  $S$  قرار گیرد، آستیگماتیسم را مثبت می‌گیرند. باید توجه کرد که در یک آینه کاو (شکل ۹-۱۵)، سطح تیر، عبارت است از صفحه‌ای منطبق با صفحه کانونی پیراموری.

هرگاه شیء (مطابق شکل ۹-۱۷) چرخ پره‌دار واقع در صفحه‌ای عمود بر محور و به مرکز  $M$  باشد، پیرامون چرخ روی سطح  $T$  و پره‌ها روی سطح  $S$  متمرکز خواهند بود. به این سبب است



شکل ۹-۱۶ (الف) نمودار پرسپکتیوی که دو خط کانونی تشکیل دهنده تصویر یک نقطه خارج از محور  $Q$  را نشان می‌دهد. (ب) مکان هندسی تصاویر مماسی و تیر. سطوح حاصل تقریباً سهمی دوارند.



شکل ۹-۱۷ تصاویر آستیگماتیک یک چرخ پره‌دار.

که اصطلاحات مماسی و تیر به این صفحات و تصاویر داده شده است. روی سطح  $T$  همه تصاویر، خطوطی به موازات پیرامون چرخ (که در سمت چپ شکل ۹-۱۶ دیده می‌شود) خواهند بود، و روی سطح  $S$ ، همه تصاویر خطوطی به موازات پره‌های چرخ، در سمت راست شکل، هستند.

معادلاتی که فواصل تصویر آستیگماتی را برای یک تک سطح شکننده (یا شکستی) به دست می دهند، عبارتاند از:

$$\frac{n \cos^2 \phi}{s} + \frac{n' \cos^2 \phi'}{s'_T} = \frac{n' \cos \phi' - n \cos \phi}{r}$$

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'_S} = \frac{n' \cos \phi' - n \cos \phi}{r} \quad (۱۶-۹)$$

که در آن  $\phi$  و  $\phi'$  زوایای فرود و شکست پرتو اصلی،  $r$  شعاع انحنای  $s$  فاصله شیء، و  $s'_T$  و  $s'_S$  فواصل تصویری  $T$  و  $S$  هستند. اندازه گیری فاصله  $S$  روی محور اصلی صورت می گیرد. برای آینه کروی این معادله ها به صورت زیر ساده تر می شوند

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'_S} = \frac{\cos \phi}{f} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{s'_T} = \frac{1}{f \cos \phi}$$

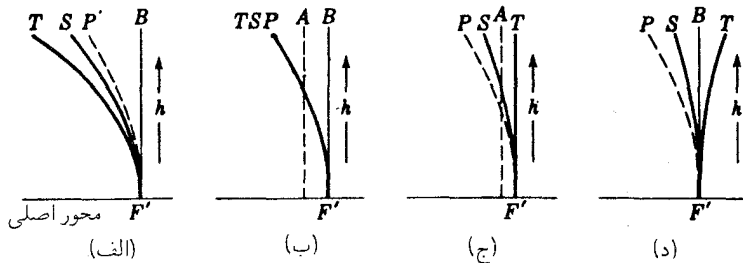
کادینگتون نشان داده است که برای یک عدسی نازک در هوا با بند دهانه در روی عدسی، مکان تصاویر مماسی و تیر به صورت زیرند:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'_T} = \frac{1}{\cos \phi} \left( \frac{n \cos \phi'}{\cos \phi} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'_S} = \cos \phi \left( \frac{n \cos \phi'}{\cos \phi} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۱۷-۹)$$

زاویه  $\phi$  زاویه میل پرتوهای اصلی، و  $\phi'$  زاویه این پرتو درون عدسی است. بنابراین،  $n = \sin \phi / \sin \phi'$  کاربرد این فرمولها در عدسیهای نازک نشان می دهد که آستیگماتیسم تقریباً با فاصله کانونی متناسب است و با تغییر شکل بهبود بسیار اندکی می یابد.

با آنکه یک عدسی دوتایی مماس، مرکب از یک عدسی مثبت و یک عدسی منفی دارای آستیگماتیسم چشمگیری است، ورود یک قطعه دیگر متشکل از یک بند یا یک عدسی می تواند آن را بسیار کاهش دهد. با فاصله گذاری مناسب مابین هر یک از عدسیهای هر سیستم اپتیکی و یا با مکان یابی مناسب برای روزنه (دیفراگم)، اگر به کار آید، می توان انحنای سطوح تصویری آستیگماتیک را به طور محسوسی تغییر داد. چهار مرحله مهم در تخت کردن سطوح آستیگماتیک ناشی از این تغییرات را در شکل ۹-۱۸ مشاهده می کنید. نمودار (الف) شکل عادی سطوح  $T$  و  $S$  را برای یک عدسی دوتایی مماس یا یک تک عدسی نشان می دهد. در نمودار (ب) فاصله هر یک از عدسیها چنان است که این دو سطح در  $P$  روی هم می افتند. تغییر دادن بیشتر شکل



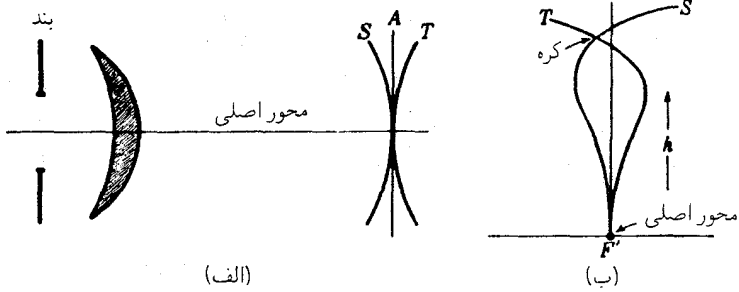
شکل ۹-۱۸ نمودارهایی که سطوح آستیگماتیسم  $T$  و  $S$  را در ارتباط با سطح ثابت پتزوآل،  $P$ ، با تغییر دادن فاصله مابین عدسیها (یا بین عدسیها و روزنه)، نشان می‌دهند.

و فاصله عدسیها می‌تواند به مستقیم شدن دو سطح بیانجامد که در نمودار (ج) دیده می‌شود و یا به جدایی بیشتر آنها، به طوری که صفحه عمود در کانون  $F'$  منصف آنها باشد، منجر شود چنانکه در نمودار (د) دیده می‌شود. از این آرایشهای چهارگانه، فقط دومی فاقد آستیگماتیسم است. تک‌سطح سهموی  $P$ ، که تصاویر نقطه‌ای روی آن تشکیل می‌شوند، سطح پتزوآل نامیده می‌شود.

## ۹-۱۰ انحنای میدان

در هر سیستم اپتیکی، چنانچه سه مجموع اول زیدل صفر باشند، این سیستم از اشیای نقطه‌ای، چه روی محور و چه خارج آن، تصاویر نقطه‌ای تشکیل خواهد داد. تحت این شرایط، تصاویر روی سطح خمیده پتزوآل می‌افتند که در آنجا، مطابق شکل ۹-۱۸ (ب)، سطوح مماسی و تیر روی هم قرار می‌گیرند. در چنین سیستمی، با وجودی که آستیگماتیسم تصحیح شده است، ولی سطح کانونی منحنی است. هرگاه یک پرده صاف در مکان  $B$  قرار داده شود، مرکز میدان دید به صورت واضحی کانونی خواهد شد، اما لبه‌ها کاملاً مبهم و تار خواهند بود. اگر پرده در  $A$  واقع باشد، مرکز میدان و حاشیه‌های میدان تار خواهند بود، و مابین آنها به صورتی واضح کانونی خواهد شد.

از نظر ریاضی، برای هر سیستم اپتیکی، یک سطح پتزوآل وجود دارد، و اگر توان و ضریب شکست عدسیها ثابت بمانند، شکل سطح پتزوآل را با تغییر دادن ضریب شکل عدسیها و یا فواصل آنها، نمی‌توان تغییر داد. ولی چنین تغییراتی، شکل سطوح  $T$  و  $S$  را تغییر می‌دهد، اما به گونه‌ای که نسبت فواصل  $PT$  و  $PS$  همیشه سه به یک بماند. ملاحظه خواهد شد که این نسبت در سرتاسر شکل ۹-۱۸ برقرار است. اگر سیستمی را، مطابق



شکل ۹-۱۹ (الف) یک بند تعبیه شده در جای مناسب می‌تواند انحنای میدان را کاهش دهد؛ (ب) سطوح آستیگماتیک برای یک عدسی دوربین آناستیگمات.

شکل ۹-۱۸ (ج)، چنان طراحی کنند که سطح  $T$  صاف باشد، نسبت ۱ : ۳ فواصل ایجاب می‌کند که سطح  $S$  منحنی شود، ولی نه چندان زیاد. اگر در موضع مقایسه  $A$  یک پرده قرار دهیم، تصاویر سرتاسر میدان دارای تمرکز معقول و خوبی خواهند بود. این وضعیت تصحیح، در انواع معین از عدسیهای عکاسی بسیار کاربرد دارد. هرگاه آستیگماتیسم منفی بیشتری اعمال شود، وضعیت نموده شده در شکل ۹-۱۸ (د) پیش می‌آید، و در این صورت پرده‌ای که در تمرکز پیراموری قرار داده شود، تاری قابل توجهی در لبه‌های میدان نشان خواهد داد.

انحنای میدان را می‌توان برای یک تک‌عدسی به کمک روزنه تصحیح کرد. روزنه به عنوان جزء دوم سیستم، پرتوهای خروجی از هر نقطه شیء را به گونه‌ای که مسیرهای پرتوهای اصلی از نقاط مختلف از بخشهای مختلف عدسی عبور کنند، محدود می‌کند [شکل ۹-۱۹ (الف)]. بعضی سازندگان دوربینهای عکاسی جعبه‌ای ارزانقیمت، از یک تک‌عدسی هلالی و یک روزنه بند استفاده می‌کنند و با آنها به نحو معقولی تصاویر خوبی می‌گیرند. بند را در جلوی عدسی قرار می‌دهند و نور بر سطح کاو آن فرود می‌آید. با وجودی که میدان میانی تخت و وضوح کانونی در مرکز حاصل می‌شود، در حاشیه‌ها، به سبب آستیگماتیسم، تصاویر مبهم‌اند.

در سیستمهای عدسی‌دار پیچیده، به سبب اختلاف موجود در تصحیحات مرتبه سوم و پنجم، امکان کنترل کردن آستیگماتیسم وجود دارد و می‌توان سطوح مماسی و تیر را، هم در مرکز میدان و هم در نواحی خارجی آن برهم انداخت. منحنیهای معمول برای عدسیهای شیء را که به آنها آناستیگمات می‌گویند، در شکل ۹-۱۹ (ب) مشاهده می‌کنید. تجربه نشان داده است که بهترین حالت تصحیح وقتی احراز می‌شود که نقطه تقاطع موسوم به گره را در فاصله نسبتاً کوتاهی در جلوی سطح کانونی بیندازیم.

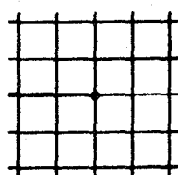
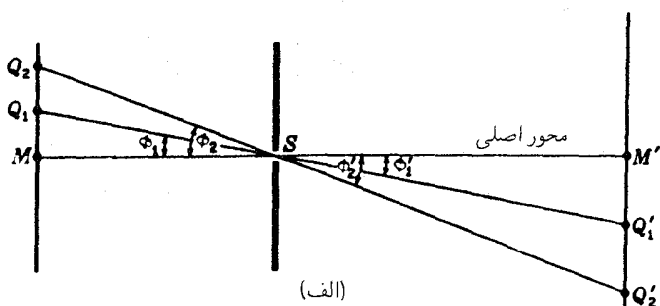


### ۹-۱۱ واپیش (اعوجاج)

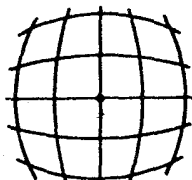
سیستم اپتیکی حتی اگر چنان طراحی شود که در آن چهار مجموع زیدل حذف شوند، باز هم می‌تواند تحت تأثیر پنجمین ابیراهی، به نام واپیش، قرار گیرد. برای اینکه سیستمی فاقد واپیش باشد، باید در سرتاسر میدان خود از بزرگنمایی جانبی یکنواختی برخوردار باشد. در این خصوص، وسیله عکاسی دوربین عکاسی روزنه‌دار ایده‌آل است، زیرا هیچ واپیشی ندارد؛ همه خطوط راست وصل‌کننده هر جفت نقطه مزدوج در صفحات شیء و تصویر از روزنه عبور می‌کنند. بزرگنمایی ثابت برای این دوربین عکاسی، و نیز برای یک عدسی، مطابق شکل ۹-۲۰ (الف)، حاکی از آن است که

$$\frac{\tan \phi'}{\tan \phi} = \text{const.}$$

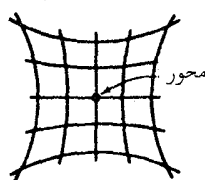
شکل‌های رایج واپیش تصویری را که در عدسی ایجاد می‌شود، در قسمت پایین شکل ۹-۲۰ مشاهده می‌کنید. نمودار (ب) نماینده تصویر بدون واپیش شیء متشکل از توری سیمی مستطیلی است. نمودار دوم اعوجاج بشک‌های را نشان می‌دهد، که از کاهش بزرگنمایی از مرکز به سوی لبه‌های



(ب)

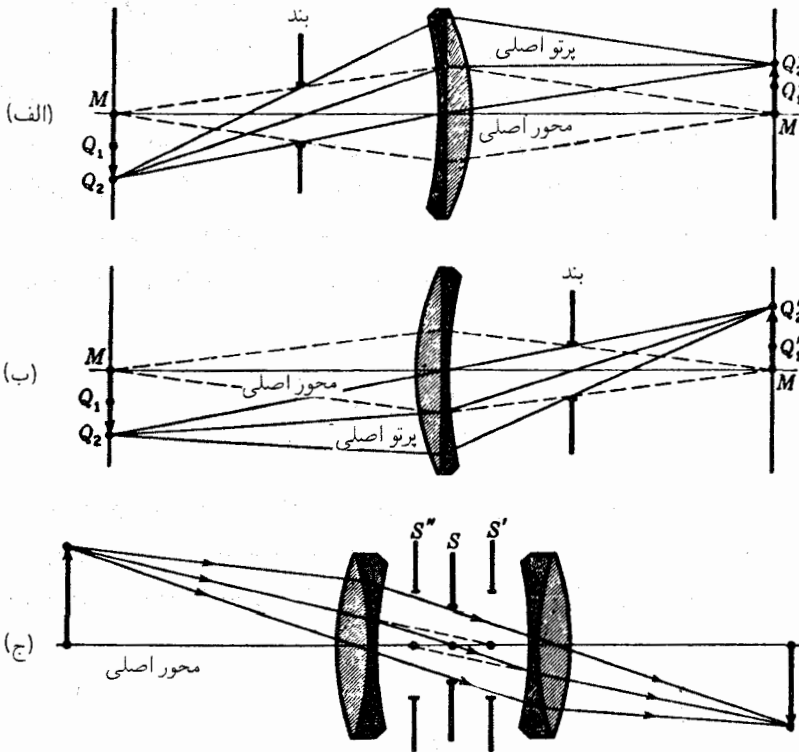


(ج)



(د)

شکل ۹-۲۰ (الف) در دوربین عکاسی روزنه‌ای واپیش پیش نمی‌آید. تصاویر یک پرده شیء مستطیلی که در (ب) دیده می‌شود، واپیش ندارند؛ (ج) واپیش بشک‌های؛ (د) واپیش بالشی.



شکل ۹-۲۱ الف) یک بند در جلوی عدسی واپیچش بشکله‌ای ایجاد می‌کند؛ ب) یک بند در پشت عدسی به واپیچش بالشی می‌انجامد؛ ج) یک عدسی دوتایی متقارن با بندی در میانشان نسبتاً فاقد واپیچش است.

میدان حاصل می‌شود. نمودار سوم اعوجاج بالشی متناظر با بزرگنمایی بیشتر در کناره‌هاست. تک‌عدسی نازک، برای همه فواصل شیء عملاً فاقد واپیچش است. اما، این عدسی درعین حال نمی‌تواند بدون سایر ابیراهیها باشد، هرگاه یک بند در جلو یا پشت عدسی نازک قرار دهیم، واپیچشی تغییرناپذیر ایجاد می‌شود؛ اما چنانچه روی عدسی قرار گیرد، واپیچشی وجود نخواهد داشت. در طراحی عدسیهای مرغوب عکاسی، از آرایش نزدیک به متقارن دو عدسی جزء با بندی میان آنها برای تصحیح آستیگماتیسم و واپیچش بارها استفاده می‌شود.

برای نشان دادن اصول دخیل در این موارد عدسی شکل ۹-۲۱ الف) را در نظر می‌گیریم که دارای بندی در جلو است. پرتوهای خروجی از نقاط شیء روی یا نزدیک به محور، مانند  $M$ ، از بخش مرکزی عدسی می‌گذرند، حال آن‌که نقاط دور از محور مانند  $Q_2$  تنها در نیمه بالایی عدسی

می‌شکنند. در حالت اخیر، بند نسبت فواصل تصویر به شیء را که در امتداد پرتو اصلی اندازه‌گیری می‌شوند، کاهش می‌دهد و با این کار بزرگنمایی جانبی را به کمتر از بزرگنمایی به دست آمده برای نقاط شیء نزدیک محور، تقلیل می‌دهد. بنابراین، سیستم دستخوش واپیچش بشکله‌ای می‌شود. هرگاه مانند شکل ۹-۲۱ (ب) عدسی و بند را برگردانیم، ملاحظه می‌شود که نسبت فواصل تصویر به شیء با دور شدن نقاط شیء از محور، افزایش می‌یابد. در نتیجه، بزرگنمایی افزایش و واپیچش بالشی ایجاد می‌شود.

با ترکیب دو عدسی مشابه و یک بند در وسط آنها، مانند شکل ۹-۲۱ (ج)، سیستمی به دست می‌آید که به سبب تقارنش به‌ازای بزرگنمایی واحد، فاقد واپیچش است. اما، با بزرگنماییهای دیگر، عدسیها باید برای ابیراهی کروی نسبت به مردمکهای ورودی و خروجی، تصحیح شوند. این دو مردمک  $S'$  و  $S''$  بر صفحات اصلی ترکیب عدسیها منطبق‌اند. چنین سیستم عدسی تصحیح شده را عدسی دوتایی اورتوسکوپیک، یا عدسی راست خط سریع می‌نامند. چون این ترکیب را نمی‌توان در ابیراهی کروی برای صفحات شیء و تصویر همزمان برای مردمکهای ورودی و خروجی تصحیح کرد، لذا هم دستخوش ابیراهی کروی و هم آستیگماتیسم است. عدسیهای عکاسی از این نوع را در بخش ۵-۱۰ مورد بحث قرار داده‌ایم.

به بیان خیلی مختصر، در روشهای گوناگون تصحیح ابیراهیها، ابیراهی کروی و کما را می‌توان با استفاده از عدسی دوتایی مماس با شکل مناسب تصحیح کرد؛ برای تصحیح و اصلاح آستیگماتیسم و انحنای میدان نیاز به استفاده از چندین جزء جداگانه پیدا می‌شود؛ و واپیچش را می‌توان با نصب یک بند در جای مناسب، به حداقل رسانید.

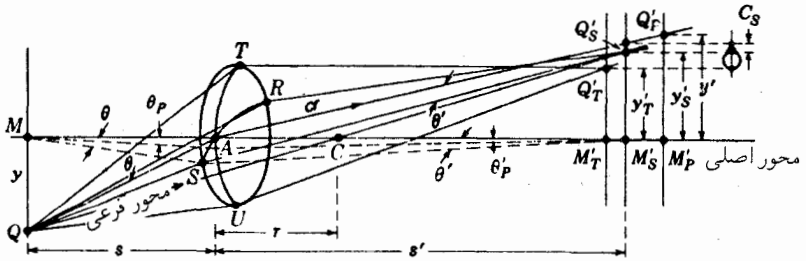
## ۹-۱۲ قضیه سینوسها و شرایط سینوسی آبه

در فصل ۳ دیدیم که بزرگنمایی جانبی ایجاد شده به‌وسیله یک سطح کروی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s' - r}{s + r}$$

این رابطه از تشابه مثلثهای  $MQC$  و  $M'Q'C$  در شکل ۳-۶ به دست می‌آید. از معادله (۸-۱) رابطه دقیق زیر را به دست می‌آوریم

$$s + r = r \frac{\sin \phi}{\sin \theta}$$



شکل ۹-۲۲ شکست پرتوها در یک سطح کروی نمایانگر قضیه سینوسها در ارتباط با کماست.

و از معادله (۸-۴) رابطه زیر به دست می آید:

$$s' - r = -r \frac{\sin \phi'}{\sin \theta'}$$

هرگاه دو معادله اخیر را در معادله اولی بنشانیم، می رسمیم به

$$\frac{y'}{y} = \frac{\sin \phi' \sin \theta}{\sin \theta' \sin \phi}$$

بنابر قانون اسنل:

$$\frac{\sin \phi'}{\sin \phi} = \frac{n}{n'}$$

که پس از جایگذاری به دست می آوریم:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n \sin \theta}{n' \sin \theta'}$$

$$ny \sin \theta = n'y' \sin \theta' \quad \text{قضیه سینوسها}$$

در این رابطه  $y$  و  $y'$  عبارتند از ارتفاعهای شیء و تصویر،  $n$  و  $n'$  ضرایب شکست محیطهای شیء و تصویر، و  $\theta$  و  $\theta'$  زوایای میل پرتو در این دو محیط هستند (شکل ۹-۲۲). این قضیه کاملاً کلی، درباره همه پرتوها صادق است، و بزرگی زوایای  $\theta$  و  $\theta'$  تأثیری در آن ندارد.

در پرتوهای پیرامحوری که  $\theta$  و  $\theta'$  هر دو کوچکند،  $\sin \theta$  و  $\sin \theta'$  را می توان، به ترتیب، با  $\theta_P$  و  $\theta'_P$  جایگزین کرد و نوشت:

$$ny\theta_P = n'y'\theta'_P \quad \text{قضیه لاگرانژ}$$

که قضیه لاگرانژ نام دارد. در این هر دو قضیه، کمیتهای سمت چپ معادله‌ها مربوط به محیط شیء و کمیتهای سمت راست مربوط به محیط تصویرند.

در شکل ۹-۲۲ یک زوج پرتو تیر  $QR$  و  $QS$  را از نقطه شیء  $Q$  مشاهده می‌کنید که از یک ناحیه تک‌سطح کروی می‌گذرند. این دو پرتو خاص، پس از شکست در نقطه  $Q'S$  روی محور کمی برخوردار می‌کنند. از سوی دیگر، یک جفت پرتو مماسی  $QT$  و  $QU$  از همان ناحیه در نقطه  $Q'T$  همدیگر را قطع می‌کنند، در حالی که پرتوهای پیرامحوری در  $Q'P$  بهم برخورد می‌کنند. به علت وجود ابیراهی کروی و آستیگماتیسم یک تک‌سطح، صفحات کانونی پیرامحوری، تیر و مماسی بر همدیگر منطبق نیستند. شکل کمایی قراردادی نشان داده شده در سمت راست شکل ۹-۲۲ تنها در صورت فقدان ابیراهی کروی و آستیگماتیسم پدیدار می‌شود. نظر به اینکه کما منحصر به جابه‌جایی‌های جانبی در تصویری است که در آن  $y$  و  $y'$  نسبتاً کوچکند، می‌توانیم آستیگماتیسم را نادیده بگیریم و قضیه بالا را در مورد یک تک‌سطح به این صورت به‌کارگیریم: توجه می‌کنیم که  $\theta$  و  $\theta'$  برای نقطه شیء  $Q$ ، که زوایای میل پرتوهای ناحیه‌ای  $QS$  و  $Q'S$  نسبت به پرتو اصلی (CF) هستند، عملاً با زوایای میل پرتوهای خروجی از نقطه شیء محوری  $M$  در همان ناحیه سطح برابرند. بنابراین، می‌توانیم قضیه سینوسها را برای پیدا کردن بزرگنمایی تصویر تیر برای هر ناحیه به‌کارگیریم و برسیم به:

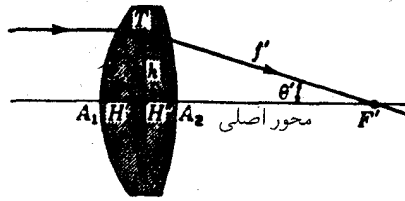
$$m_s = \frac{y'_S}{y} = \frac{n \sin \theta}{n' \sin \theta'}$$

که در آن، در شکل ۹-۲۲، داریم:  $y'_S = Q'SM'_S$ .

برای نشان دادن این نکته که قضیه سینوسها و لاگرانژ را می‌توان برای یک سیستم کامل اپتیکی، حاوی دو و یا چند سطح عدسی تعمیم داد، یادآور می‌شویم که در محیط تصویر سطح عدسی نخست، دو جمله حاصلضرب، به ترتیب، عبارت‌اند از  $n'_1 y'_1 \sin \theta'_1$  و  $n'_1 y'_1 \theta'_1$ . این حاصلضربها برای محیط شیء سطح دوم با دو جمله بالا یکی‌اند، زیرا  $n'_1 = n_2$  و  $y'_1 = y_2$  و  $\theta'_1 = \theta_2$ . بنابراین، حاصلضربها برای همه محیطها به‌انضمام فضای شیء اولی و فضای تصویر نهایی ناوردایند. این خاصیت بسیار مهم است.

حال، برای اینکه یک سیستم کامل فاقد کما و ابیراهی کروی باشد، لازم است که در رابطه موسوم به شرط سینوسها صدق کند. این شرط را آبه کشف کرده است، و بنا بر آن، بزرگنمایی ناحیه سیستم با بزرگنمایی پرتوهای پیرامحوری یکی است. به بیان دیگر، اگر در فضای تصویر نهایی  $y'_s = y'$  و  $m_s = m$ ، می‌توانیم دو معادله قبلی را با هم ترکیب کنیم و برسیم به:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{\theta_P}{\theta'_P} = \text{cont.} \quad \text{شرط سینوسها} \quad (18-9)$$



شکل ۹-۲۳ برای اینکه یک عدسی فاقد ابیراهی کروی و کما شود، باید سطح اصلی آن کروی و به شعاع  $f'$  باشد.

بنابراین، هر سیستم اپتیکی به شرط اینکه در آن، به ازای همه مقادیر  $\theta$ ، داشته باشیم

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \text{cont.}$$

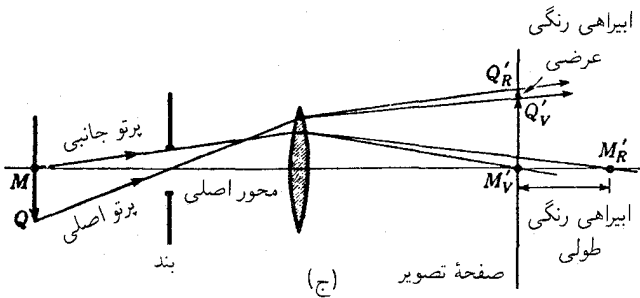
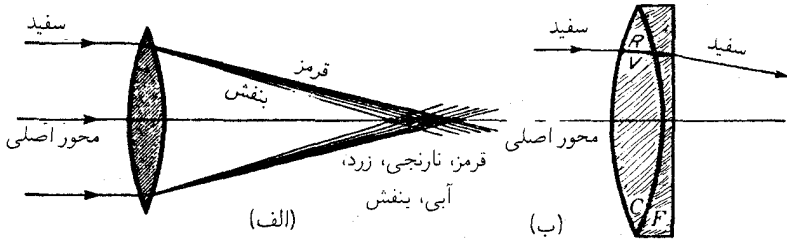
فاقد کماست. گاهی در طراحی عدسیها، برای آزمودن کما، نمودار نسبت  $\sin \theta / \sin \theta'$  را برحسب ارتفاع پرتو ورودی رسم می‌کنند. چون اکثر عدسیها با نور موازی فرودی یا خروجی کار می‌کنند، معمول بر این است که به جای  $\sin \theta$ ، ارتفاع پرتو روی محور،  $h$ ، را قرار دهند و شرط سینوسها را به صورت خاص زیر بنویسند:

$$\frac{h}{\sin \theta'} = \text{cont.} \quad (۹-۱۹)$$

نمودار پرتو در شکل ۹-۲۳ نشان می‌دهد که این مقدار ثابت در معادله بالا، عبارت است از فاصله کانونی اندازه‌گیری شده روی پرتو تصویر، که آن را در اینجا با  $f'$  نشان می‌دهیم. برای جلوگیری از کما،  $f'$  باید به ازای همه مقادیر  $h$ ، یکی باشد. نظر به اینکه رهایی از ابیراهی کروی، مستلزم تقاطع همه پرتوها با محور در  $F'$  است؛ همراه با آن، فقدان کما ایجاب می‌کند که «صفحه» اصلی، به یک سطح کروی به شعاع  $f'$  تبدیل شود (که در شکل با نقطه چین نمایش داده شده است). به این قرار، می‌بینیم در حالی که ابیراهی کروی با عبور پرتوها از کانون رابطه دارد، کما با شکل سطح اصلی مرتبط است. باید توجه کرد که نقاط آپلاتیک یک تک‌سطح کروی (بخش ۹-۸) در این نکته که کاملاً عاری از ابیراهی کروی و کما هستند و شرط سینوسها را کاملاً برآورده می‌کنند، منحصر به فردند.

## ۹-۱۳ ابیراهی رنگی

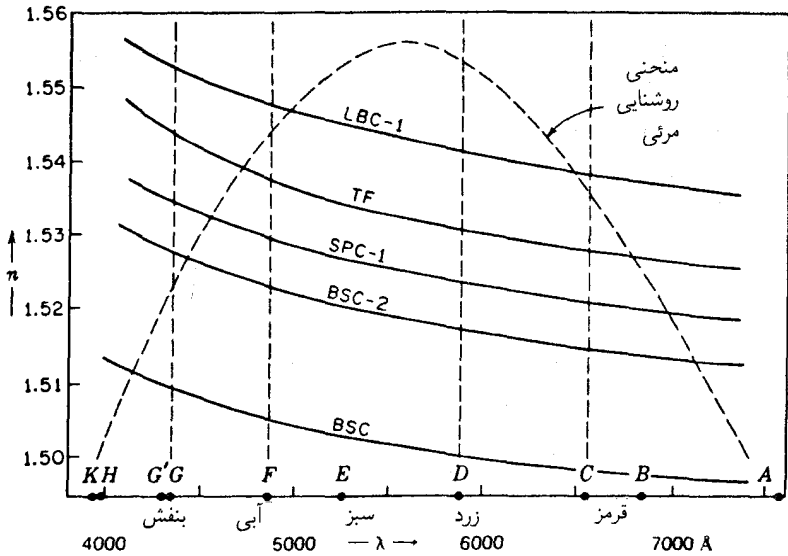
در بحث پیرامون نظریه مرتبه سوم که در بخشهای قبلی ارائه شد، تغییر ضریب شکست ناشی از رنگ منظور نشده بود. فرض اینکه  $n$  مقدار ثابت است، معادل مطالعه رفتار عدسی در نور تک‌رنگ



شکل ۹-۲۴ (الف) ابیراهی رنگی برای یک تک عدسی؛ (ب) یک عدسی دوتایی چسبیده و اصلاح شده برای ابیراهی رنگی؛ (ج) نمایش تفاوت میان ابیراهی رنگی طولی و ابیراهی رنگی عرضی.

است. چون ضریب شکست همه محیطها با رنگ تغییر می‌کند، یک تک عدسی از یک شیء نه یک تصویر، بلکه یک رشته تصویر ارائه می‌کند که هر کدام برای یک رنگ موجود در باریکه نور است. در شکل ۹-۲۴ (الف)، این رشته تصویرهای رنگی یک شیء که در فاصله‌ای نامتناهی از عدسی و روی محور آن واقع است به صورت نمودار نمایش داده شده‌اند. اثر منشورگونه عدسی، که با نزدیک شدن به لبه‌ها افزایش می‌یابد، چنان است که باعث پاشیدگی می‌شود و تمرکز نور بنفش را در نزدیکترین فاصله از عدسی قرار می‌دهد.

در نتیجه تغییرات فاصله کانونی یک عدسی با رنگ، بزرگنمایی جانبی نیز باید تغییر کند. این نکته را می‌توان در نمودار شکل ۹-۲۴ (ج) مشاهده کرد، که فقط ارتفاع تصویر قرمز و بنفش یک نقطه شیء دور از محور  $Q$  را نشان می‌دهد. فواصل افقی تصاویر محوری را ابیراهی محوری و یا ابیراهی طولی رنگی می‌نامند، و اختلاف ارتفاع عمودی به ابیراهی رنگی عرضی موسوم است. چون این ابیراهیاها از نظر مقداری با ابیراهیهای زیدل قابل مقایسه‌اند، اصلاح هر دو ابیراهی عرضی و طولی رنگی از اهمیت شایانی برخوردار است. برای نشان دادن مقادیر نسبی، می‌توان یادآور شد که ابیراهی رنگی طولی در عدسی همکوژ عینکی از جنس شیشه کراون با فاصله کانونی  $10\text{ cm}$  و  $1^\circ$  و قطر  $3\text{ cm}$ ، دقیقاً با ابیراهی کروی پرتوهای حاشیه‌ای همان عدسی ( $2.5\text{ mm}$ ) یکی است.



شکل ۹-۲۵ نمودارهای ضرایب شکست انواع مختلف شیشه. این نمودارها را منحنیهای پاشندگی می‌نامند.

در حالی که چندین روش کلی برای اصلاح ایبراهی رنگی وجود دارد، رایجترین روش به‌کارگیری دو عدسی مماس، یکی از جنس شیشه کراون و دیگری از جنس شیشه فلینت است؛ ابتدا آن‌را ملاحظه خواهیم کرد. شکل متداول این دوتایی نافام را در شکل ۹-۲۴ (ب) مشاهده می‌کنید. پاشندگی عدسی شیشه کراون که دارای توان مثبت بزرگ است، با پاشندگی عدسی شیشه فلینت یکی است که این عدسی دارای توان کوچکتر و منفی است. از این‌رو، توان ترکیبی مثبت است، و پاشندگی خنثی می‌شود و در نتیجه همه رنگها تقریباً در یک نقطه متمرکز می‌شوند. امکان نافام‌سازی (رنگ‌زدایی) این ترکیب بر این اساس استوار است که پاشندگیهای ایجاد شده به‌وسیله انواع مختلف شیشه، با شکستهایی که همین شیشه‌ها تولید می‌کنند، متناسب نیست (بخش ۱-۴). به‌بیان دیگر، توان پاشندگی،  $1/v$ ، در مواد مختلف فرق می‌کند.

منحنیهای پاشندگی معمولی، که تغییرات  $n$  را با رنگ نشان می‌دهند در شکل ۹-۲۵ برای تعدادی از شیشه‌های اپتیکی معمولی ترسیم شده‌اند، و مقادیر واقعی ضریب  $n$  برای خطوط فرانیهوفر مختلف را در جدول ۹-۵ درج کرده‌ایم. قله منحنی روشنایی\* در شکل ۹-۲۵ در نزدیکی

\* روشنایی یا درخشانی، درست مانند بلندی صدا، کمیتی حسی است. این هر دو کمیت در گستره وسیعی تقریباً به‌صورت لگاریتمی انرژی تغییر می‌کنند. منحنی نمایشیافته، نمایانگر لگاریتمهای منحنی (یا تابع) درخشندگی استاندارد است.



جدول ۹-۵ ضریب شکست محیطهای اپتیکی معمولی، برای چهار رنگ

محیط	نامگذاری	نوع ICT	$\nu$	$n_C$	$n_D$	$n_F$	$n_G$
بوروسیلیکات کراون	BSC	۵۰۰/۶۶۴	۶۶٫۴	۱٫۴۹۷۷۶	۱٫۵۰۰۰۰	۱٫۵۰۵۲۹	۱٫۵۰۹۳۷
بوروسیلیکات کراون	BSC-۲	۵۱۷/۶۴۵	۶۴٫۵	۱٫۵۱۴۶۲	۱٫۵۱۷۰۰	۱٫۵۲۲۶۴	۱٫۵۲۷۰۸
کراون شیشه عینک	SPC-۱	۵۲۳/۵۸۷	۵۸٫۷	۱٫۵۲۰۴۲	۱٫۵۲۳۰۰	۱٫۵۲۹۳۳	۱٫۵۳۴۳۵
کراون باریم سبک	LBC-۱	۵۴۱/۵۹۹	۵۹٫۷	۱٫۵۳۸۲۸	۱٫۵۴۱۰۰	۱٫۵۴۷۳۵	۱٫۵۵۲۴۹
فلینت تلسکوپی	TF	۵۳۰/۵۱۶	۵۱٫۶	۱٫۵۲۷۶۲	۱٫۵۳۰۵۰	۱٫۵۳۷۹۰	۱٫۵۴۳۷۹
فلینت باریم چگال	DBF	۶۷۰/۴۷۵	۴۷٫۵	۱٫۶۶۶۵۰	۱٫۶۷۰۵۰	۱٫۶۸۰۵۹	۱٫۶۸۸۸۲
فلینت سبک	LF	۵۷۶/۴۱۲	۴۱٫۲	۱٫۵۷۲۰۸	۱٫۵۷۶۰۰	۱٫۵۸۶۰۶	۱٫۵۹۴۴۱
فلینت چگال	DF-۲	۶۱۷/۳۶۶	۳۶٫۶	۱٫۶۱۲۱۶	۱٫۶۱۷۰۰	۱٫۶۲۹۰۱	۱٫۶۳۹۲۳
فلینت چگال	DF-۴	۶۴۹/۳۳۸	۳۳٫۹	۱٫۶۴۳۵۷	۱٫۶۴۹۰۰	۱٫۶۶۲۷۰	۱٫۶۷۴۵۶
فلینت بسیار چگال	EDF-۳	۷۲۰/۲۹۱	۲۹٫۱	۱٫۷۱۳۰۳	۱٫۷۲۰۰۰	۱٫۷۳۷۸۰	۱٫۷۵۳۲۴
کوارتز گداخته	SiO <sub>۲</sub>		۶۷٫۹	۱٫۴۵۸۵			
کوارتز بلور (پرتو O)	SiO <sub>۲</sub>		۷۰٫۰	۱٫۵۴۴۳			
فلوریت	CaF <sub>۲</sub>		۹۵٫۴	۱٫۴۳۳۸			

خط زرد D واقع است. به این سبب است که طراحان اپتیکی ضریب  $n_D$  را در حکم ضریب پایه برای ردیابی پرتو و تعیین فواصل کانونی برگزیده‌اند. دو ضریب دیگر، هر کدام در یک طرف  $n_D$ ، نیز به منظور نافام‌سازی اختیار شده‌اند. چنان‌که در جدول نشان داده‌ایم، ضرایبی که غالباً به‌کار می‌روند، عبارت‌اند از  $n_C$  برای انتهای سرخ و  $n_F$  یا  $n_G$  برای انتهای آبی در طیف مرئی.

برای دو عدسی نازک مماس، فاصله کانونی برابند  $f_D$  یا توان  $P_D$  مربوط به این ترکیب برای خط D، از معادلات (۸-۴) و (۹-۴) به‌دست می‌آید:

$$P_D = P'_D + P''_D \quad \text{یا} \quad \frac{1}{f_D} = \frac{1}{f'_D} + \frac{1}{f''_D} \quad (۹-۲۰)$$

اندیس D در این فرمولها نشان می‌دهد که کمیت مورد نظر به  $n_D$  بستگی دارد و  $f'_D$  و  $P'_D$  فاصله کانونی و توان جزء شیشه کراون را نشان می‌دهند. برحسب ضرایب شکست و شعاعهای انحنا، شکل معادله توان به‌صورت زیر در می‌آید

$$P_D = (n'_D - 1) \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right) + (n''_D - 1) \left( \frac{1}{r''_1} - \frac{1}{r''_2} \right) \quad (۹-۲۱)$$

برای راحتی، می‌نویسیم:

$$K'' = \left( \frac{1}{r_1''} - \frac{1}{r_2''} \right) \quad \text{و} \quad K' = \left( \frac{1}{r_1'} - \frac{1}{r_2'} \right) \quad (21-9)'$$

در این صورت، معادله (۲۱-۹) به‌قرار زیر ساده‌تر می‌شود:

$$P_D = (n_D' - 1)K' + (n_D'' - 1)K'' \quad (22-9)$$

به‌همین ترتیب، برای هر رنگ یا طول‌موج دیگری نظیر خطوط F و C در طیف، می‌توان نوشت:

$$P_F = (n_F' - 1)K' + (n_F'' - 1)K'' \quad (22-9)'$$

$$P_C = (n_C' - 1)K' + (n_C'' - 1)K''$$

برای نافام کردن ترکیب، فاصله کانونی برابند را برای نور F و C یکی می‌گیریم. یعنی، قرار می‌دهیم:

$$P_F = P_C$$

$$(n_F' - 1)K' + (n_F'' - 1)K'' = (n_C' - 1)K' + (n_C'' - 1)K''$$

با انجام عملیات ضرب و ساده‌سازی، می‌رسیم به:

$$\frac{K'}{K''} = - \frac{n_F'' - n_C''}{n_F' - n_C'} \quad (22-9)''$$

از آنجا که هم صورت و هم مخرج در سمت راست دارای مقادیر مکانی‌اند، علامت منفی نشان می‌دهد که یکی از مقادیر  $K$  باید منفی و دیگری مثبت باشد. یعنی، یکی از عدسیها مثبت و دیگری منفی است.

حال، برای خط D در طیف، توانهای جداگانه دو عدسی نازک عبارت‌اند از

$$P_D'' = (n_D'' - 1)K'' \quad \text{و} \quad P_D' = (n_D' - 1)K' \quad (23-9)$$

از تقسیم یکی از این رابطه‌ها به دیگری، می‌رسیم به:

$$\frac{K'}{K''} = \frac{(n_D'' - 1)P_D'}{(n_D' - 1)P_D''} \quad (23-9)'$$

با مساوی قرار دادن معادله‌های  $(۲۲-۹)''$  و  $(۲۳-۹)'$  و حل عبارت حاصل برحسب  $P_D''/P_D'$  می‌رسیم به:

$$\frac{P_D''}{P_D'} = -\frac{(n_D'' - 1)(n_F'' - n_C'')}{(n_D' - 1)(n_F' - n_C')} = -\frac{\nu''}{\nu'} \quad (۲۳-۹)''$$

که در آن  $\nu'$  و  $\nu''$  ثابتهای پاشندگی دو شیشه هستند.

این مقادیر ثابت که سازندگان معمولاً آنها را برای شیشه‌های آماده فروش اعلام می‌کنند، عبارت‌اند از:

$$\nu'' = \frac{n_D'' - 1}{n_F'' - n_C''} \quad \text{و} \quad \nu' = \frac{n_D' - 1}{n_F' - n_C'} \quad (۲۴-۹)$$

در جدول ۵-۹ مقادیر  $\nu$  برای انواع معمولی شیشه را درج کرده‌ایم. چون توانهای پاشندگی جمله‌ی مثبت‌اند، علامت منفی در معادله  $(۲۳-۹)''$  نشان می‌دهد که توانهای دو عدسی باید مخالف یکدیگر باشند. به بیان دیگر، هرگاه یکی از عدسیها همگرا باشد، دیگری باید واگرا باشد. صورت ساده‌تر معادله  $(۲۳-۹)''$  از این قرار است:

$$\nu' f' + \nu'' f'' = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{P_D'}{\nu'} + \frac{P_D''}{\nu''} = 0 \quad (۲۴-۹)'$$

با نشان دادن مقدار  $P_D'$  یا  $P_D''$  از معادله  $(۲۰-۹)$  در معادله  $(۲۴-۹)'$  داریم

$$P_D'' = -P_D \frac{\nu''}{\nu' - \nu''} \quad \text{و} \quad P_D' = P_D \frac{\nu'}{\nu' - \nu''} \quad (۲۴-۹)''$$

استفاده از فرمولهای بالا برای محاسبه شعاعهای یک عدسی ناقص مطلوب شامل مراحل زیر است:

۱. تعیین کردن فاصله کانونی،  $f_D$ ، و توان،  $P_D$ .
  ۲. انتخاب انواع شیشه کراون و فلینت مورد استفاده.
  ۳. هرگاه ثابتهای پاشندگی  $\nu'$  و  $\nu''$  از پیش معلوم نباشند، از معادله  $(۲۴-۹)$  محاسبه شوند.
  ۴.  $P_D''$  و  $P_D'$  از معادله  $(۲۴-۹)''$  محاسبه شوند.
  ۵. مقادیر  $K'$  و  $K''$  به کمک معادله  $(۲۳-۹)$  تعیین شوند.
  ۶. آنگاه شعاعهای عدسی از معادله  $(۲۱-۹)$  به دست آیند.
- محاسبه مربوط به بند ۶، معمولاً با در نظر گرفتن سایر ابراهیهها صورت می‌گیرد.

مثال ۱. می‌خواهیم یک عدسی نافام با فاصله کانونی  $۱۰\text{r}^\circ\text{cm}$  به صورت یک دوتایی چسبیده، با استفاده از شیشه‌های کراون و فلینت بسازیم. ضرایب شکست عبارت‌اند از:

شیشه	$n_C$	$n_D$	$n_F$	$n_G$
کراون	۱٫۵۰۸۶۸	۱٫۵۱۱۰۰	۱٫۵۱۶۷۳	۱٫۵۲۱۲۱
فلینت	۱٫۶۱۶۱۱	۱٫۶۲۱۰۰	۱٫۶۳۳۲۷	۱٫۶۴۳۶۹

اگر عدسی کراون همکوژ و قرار باشد ترکیب حاصل برای خطوط C و F اصلاح شوند، شعاعهای انحنای هر دو عدسی را بیابید.

جواب: فاصله کانونی  $۱۰\text{r}^\circ\text{cm}$  معادل توان  $+۱۰\text{D}$  است. ثابتهای پاشندگی  $\nu'$  و  $\nu''$  از معادله (۲۴-۹) عبارت‌اند از:

$$\nu' = \frac{۱٫۵۱۱۰۰ - ۱٫۰۰۰۰۰}{۱٫۵۱۶۷۳ - ۱٫۵۰۸۶۸} = ۶۳٫۴۷۸۳$$

$$\nu'' = \frac{۱٫۶۲۱۰۰ - ۱٫۰۰۰۰۰}{۱٫۶۳۳۲۷ - ۱٫۶۱۶۱۱} = ۳۶٫۱۸۸۸$$

با بهره‌گیری از معادله (۲۴-۹)، توانهای دو عدسی باید برابر باشند با:

$$P'_D = ۱۰ \frac{۶۳٫۴۷۸۳}{۶۳٫۴۷۸۳ - ۳۶٫۱۸۸۸} = +۲۳٫۲۶۱۱ \text{ D}$$

$$P''_D = -۱۰ \frac{۳۶٫۱۸۸۸}{۶۳٫۴۷۸۳ - ۳۶٫۱۸۸۸} = -۱۳٫۲۶۱۱ \text{ D}$$

این نکته که مجموع این دو توان عبارت است از  $P_D = ۱۰\text{r}^\circ\text{D}$ ، به‌عنوان آزمون و واریسی محاسبه تا این مرحله تلقی می‌شود. اکنون با معلوم شدن توان لازم در هر عدسی، در انتخاب هر جفت شعاعی که این توان را به‌دست می‌دهند، آزادی عمل داریم. اگر بتوانیم دو یا چند سطح را با شعاع مساوی بسازیم، شمار ابزار لازم برای تراش و صیقل کاهش خواهد یافت. به همین دلیل، جزء مثبت را غالباً همکوژ می‌گیرند؛ در اینجا هم چنین است. با قرار دادن  $r'_1 = -r'_2$  و با استفاده از معادله (۲۱-۹) و سپس معادله (۲۳-۹)، می‌رسیم به:

$$K' = \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} = \frac{2}{r'_1} = \frac{P'_D}{n_D - 1} = \frac{۲۳٫۲۶۱۱}{۰٫۵۱۱۰۰} = ۴۵٫۵۲۰۷$$

که با توجه به آن:

$$r'_1 = 0.0439361 \text{ m} = 4.39361 \text{ cm}$$

چون عدسی باید چسبیده شود، یکی از سطوح عدسی منفی باید به یکی از سطوح عدسی مثبت جفت و جور شود. به این ترتیب، شعاع سطح اخیر باید چنان تنظیم شود که توان لازم  $D = 13.2611$  را پدید آورد. بنابراین، می‌گیریم:  $r''_1 = -r'_1$  و معادله‌های (۹-۲۱) و (۹-۲۳) را به‌کار می‌گیریم و داریم:

$$\begin{aligned} K'' &= \frac{1}{r''_1} - \frac{1}{r''_2} = -\frac{1}{0.0439361} - \frac{1}{r''_2} = \frac{P''_D}{n''_D - 1} \\ &= \frac{-13.2611}{0.62100} = -21.3544 \end{aligned}$$

از  $K''$  داریم:

$$\frac{1}{r''_2} = 21.3544 - \frac{1}{0.0439361} = 21.3544 - 22.7603$$

و

$$\frac{1}{r''_2} = -1.4059 \quad r''_2 = -0.71129 \text{ m} = -71.13 \text{ cm}$$

بنابراین، شعاعهای مطلوب عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} r'_1 &= 4.39 \text{ cm} & r''_1 &= -4.39 \text{ cm} \\ r'_2 &= -4.39 \text{ cm} & r''_2 &= -71.13 \text{ cm} \end{aligned}$$

توجه خواهیم کرد که با قرار دادن جزء شیشه کراون این عدسی نافام به‌سوی نور موازی فرودی، دو سطح آزاد آن خیلی نزدیک به چیزی عمل می‌کنند که باید برای ابیراهی کروی و می‌نیموم کما باشد. از این لحاظ، اهمیت انتخاب شیشه‌هایی که دارای توانهای پاشندگی مناسب‌اند، بار دیگر تأیید می‌شود. حال برای پی بردن به این نکته که این عدسی تا چه حد مطلوبی نافام شده است، فواصل

کانونی آن را برای سه رنگ متناظر با خطوط F و C، و G' محاسبه می‌کنیم. از معادله (۹-۲۲)، داریم:

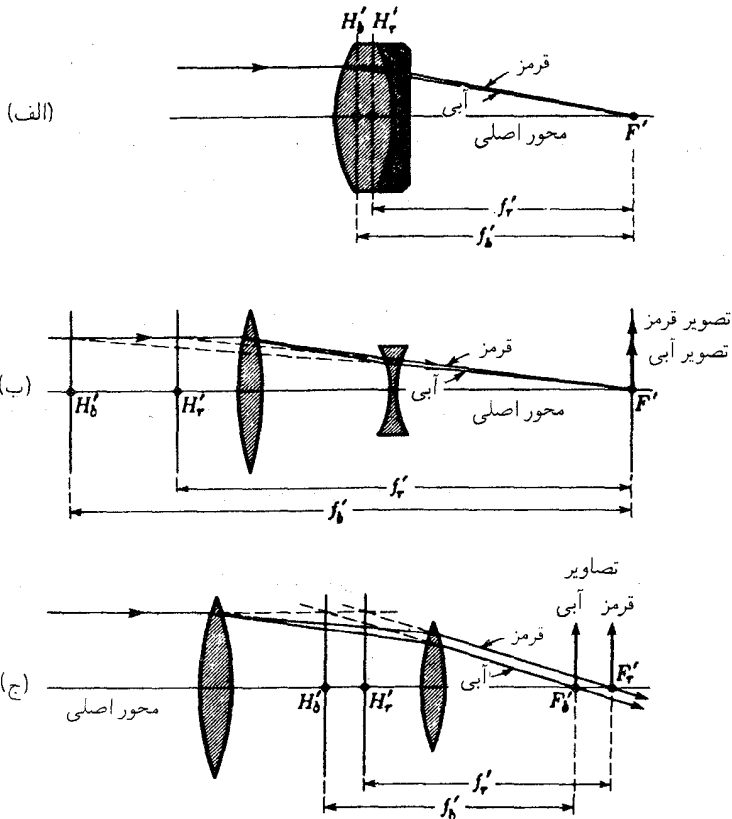
$$\begin{aligned} P_C &= (n'_C - 1)K' + (n''_C - 1)K'' \\ &= 0.50868 \times 458207 + 0.61611(-213544) \\ &= 231555 - 131567 \\ f_C &= 10.0012 \text{ cm} \end{aligned}$$

به همین ترتیب، برای رنگهای متناظر با خطوط F و G' خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} f_F &= 10.0012 \text{ cm} \quad \text{یا} \quad P_F = +99988 \text{ D} \\ f_{G'} &= 10.0196 \text{ cm} \quad \text{یا} \quad P_{G'} = +99804 \text{ D} \end{aligned}$$

تفاوتهای میان  $f_C$ ،  $f_D$ ، و  $f_F$  قابل چشمپوشی‌اند، ولی  $f_{G'}$  در حدود  $\frac{1}{8} \text{ mm}$  بزرگتر از سایر کمیتهاست. این اختلاف برای نور خارج از ناحیه خطوط C و F، ناحیه دایره‌ای کوچکی از رنگ حول هر نقطه تصویر ایجاد می‌کند که به آن طیف ثانویه می‌گویند.

با وجودی که عدسی مثال ما ظاهراً برای ابیراهی رنگی طولی تصحیح شده است، عملاً برای ابیراهی رنگی عرضی تصحیح نشده است. فواصل کانونی متساوی برای رنگهای متفاوت، بزرگنمایی مساوی ایجاد خواهند کرد، ولی تصاویر رنگی مختلف روی محور، تنها موقعی روی هم می‌افتند که نقاط اصلی هم روی یکدیگر بیفتند. عملاً می‌توان گفت که نقاط اصلی در یک عدسی نازک چندان به هم نزدیکند که هر دو نوع ابیراهی رنگی را می‌توان در آرایش گفته شده در بالا، اصلاح شده تلقی کرد. ولی در یک عدسی ضخیم، ابیراهی رنگی طولی هنگامی حذف شده تلقی می‌شود که رنگهایی که تصحیح برای آنها انجام یافته، در یک نقطه تصویر محوری روی هم بیفتند (چنان‌که در شکل ۹-۲۶ الف) دیده می‌شود). چون نقاط اصلی برای آبی،  $H'_b$ ، و برای قرمز،  $H'_r$ ، برهم منطبق نیستند، فواصل کانونی نیز متساوی نیستند و بزرگنمایی برای رنگهای مختلف، فرق می‌کند. در نتیجه، بزرگی تصاویر تشکیل یافته به رنگهای مختلف، با هم فرق خواهند کرد. این همان ابیراهی رنگی عرضی، یا به اختصار، رنگ جانبی یاد شده در آغاز این بخش است.



شکل ۹-۲۶ (الف) دوتایی چسبیده تصحیح شده برای ابیراهی رنگی طولی؛ (ب) دوتایی جدا از هم تصحیح شده برای ابیراهی رنگی طولی؛ (ج) دوتایی جدا از هم تصحیح شده برای ابیراهی رنگی عرضی.

## ۹-۱۴ دوتاییهای جدا از هم

روش دیگر به دست آوردن یک سیستم نافام، بهره‌گیری از دو عدسی نازک از شیشه‌ای هم جنس و ایجاد فاصله میان آن دو به اندازه نصف مجموع فواصل کانونیشان است. برای پی بردن به صحت این ترکیب، ابتدا از فرمول عدسی ضخیم، معادله (۵-۷)، که در مورد دو عدسی نازک به فاصله  $d$  از یکدیگر به کار می‌رود، آغاز می‌کنیم:

$$P = P_1 + P_2 - dP_1P_2 \quad \text{یا} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1f_2} \quad (۹-۲۵)$$

که مانند معادله (۹-۲۲) به صورت زیر در می‌آید:

$$P = (n_1 - 1)K_1 + (n_2 - 1)K_2 - d(n_1 - 1)(n_2 - 1)K_1K_2$$

اندیسهای ۱ و ۲ را در اینجا به جای نشانه‌های پریم برای مشخص کردن دو عدسی به کار برده‌ایم و مقادیر  $K$ ، از معادله (۹-۲۱) به دست می‌آیند. چون هر دو عدسی از یک نوع شیشه هستند، پس  $n_1 = n_2$ ، از این رو،

$$P = (n - 1)(K_1 + K_2) - d(n - 1)^2 K_1K_2$$

اگر قرار باشد که این توان از تغییرات  $n$  با رنگ مستقل باشد، باید  $dP/dn = 0$ ، یعنی:

$$\frac{dP}{dn} = K_1 + K_2 - 2d(n - 1)K_1K_2 = 0$$

با ضرب کردن بر  $n - 1$  و نشانیدن  $P$  متناظر به جای هر  $K(n - 1)$ ، می‌رسیم به:

$$P_1 + P_2 - 2dP_1P_2 = 0$$

و یا

$$d = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad \text{و} \quad d = \frac{P_1 + P_2}{2P_1P_2} \quad (۹-۲۶)$$

این رابطه، حکم بالا را مبنی بر این مطلب تأیید می‌کند که دو عدسی ساخته شده از شیشه هم جنس و به فاصله نصف مجموع فواصل کانونیشان، برای همه رنگهای نزدیک به آنها که برایشان  $f_1$  و  $f_2$  محاسبه شده‌اند، دارای فاصله کانونی یکسان هستند. در ابزارهای بصری، این رنگ را در قله منحنی روشنایی بصری (شکل ۹-۲۵) اختیار می‌کنند. دوتاییهایی که فاصله آنها به این طریق تعیین می‌شود، در بسیاری از وسایل اپتیکی به عنوان عدسی چشمی نصب می‌شوند، زیرا ابیراهی رنگی عرضی، به سبب مقدار ثابت فاصله کانونی، از تصحیح مطلوبی برخوردار است. ولی رنگ طولی نسبتاً بزرگ است، زیرا اختلاف فواصل نقاط ثابت برای رنگهای مختلف وسیع است. سیستمی را که هیچ ابیراهی رنگی طولی ندارد، در شکل ۹-۲۶ (ب) مشاهده می‌کنید. بد نیست که این نمودار را با نمودار سیستم ۹-۲۶ (ج) که در آن ابیراهی رنگی عرضی وجود ندارد، مقایسه کنیم.



در این فصل دیدیم که عدسی می‌تواند تا هفت ابیراهی اساسی داشته باشد. پنج ابیراهی تک‌رنگی از مرتبه‌های سوم و بالاتر، و دو ابیراهی رنگی. بنابراین می‌توان از خود پرسید که اصلاً چگونه می‌شود عدسی مطلوبی ساخت، در حالی که حتی یک تک‌ابیراهی به ندرت به‌طور کامل از بین می‌رود؛ چه برسد به اینکه همه آنها را یکجا از بین ببریم. با این وصف، می‌توان عدسیهای قابل استفاده خوبی را با توازن مناسب ابیراهیهای مختلف تولید کرد. طراحی عدسی، از هدفی که به‌خاطر آن ساخته می‌شود متأثر می‌شود. مثلاً در عدسی شیئی دوربینهای نجومی، اصلاح ابیراهیهای رنگی، کروی، و کما دارای اهمیت بنیادی است. از سوی دیگر، آستیگماتیسم، انحنای میدان، و واپیچش چندان اهمیتی ندارند، زیرا میدان دیدی که در معرض نظاره عدسی شیئی قرار دارد. نسبتاً کوچک است. باری در عدسی دوربین عکاسی با دهانه و میدان دید وسیع، وضعیت به‌طور تقریبی کاملاً برعکس است.

## مسائل

۱-۹ سر یک میله شیشه‌ای به‌صورت یک سطح کروی کوژ و به شعاع  $8\text{ cm}$  و تراش و صیقل یافته است. میله در هوا قرار دارد و ضریب شکست آن  $1.62$  است. مطلوب است: (الف) محاسبه ابیراهی کروی طولی؛ و (ب) ابیراهی کروی عرضی این سیستم. ارتفاع پرتو فرودی را  $6\text{ cm}$  بگیرد. جواب: (الف)  $233\text{ cm}$ ؛  $20^{\circ}$ ؛ (ب)  $643\text{ cm}$ ؛  $0^{\circ}$ .

۲-۹ سر یک میله شیشه‌ای به‌صورت یک سطح کروی با شعاع  $2\text{ cm}$  و تراش و صیقل یافته است. میله در هوا قرار دارد و ضریب شکستش  $1.75$  است. پیدا کنید: (الف) ابیراهی کروی طولی؛ و (ب) ابیراهی کروی عرضی این سطح را. ارتفاع پرتو فرودی  $6\text{ cm}$  است.

۳-۹ یک عدسی نازک به ضریب شکست  $1.6$  و شعاعهای  $45\text{ cm}$  و  $r_1 = +45\text{ cm}$  و  $r_2 = -15\text{ cm}$  مفروض است. اگر نور به موازات محور اصلی بر این عدسی فرود آید، پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی برای پرتوهای پیرامحوری؛ (ب) ابیراهی کروی طولی؛ و (ج) ابیراهی کروی عرضی برای پرتوهایی که در ارتفاع  $2.5\text{ cm}$  فرود می‌آیند.

۴-۹ یک عدسی نازک به شعاعهای  $12\text{ cm}$  و  $r_1 = -12\text{ cm}$  و  $r_2 = +12\text{ cm}$  و به ضریب شکست  $1.85$  مفروض است. اگر پرتوهای موازی فرودی به‌سطح اول در ارتفاع  $2.5\text{ cm}$  بتابند، پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی پیرامحوری؛ (ب) ضریب مکانی؛ (ج) ضریب شکل؛ (د) ابیراهی کروی طولی؛ (ه) ابیراهی کروی عرضی این عدسی را.

جواب: (الف)  $588\text{ cm}$ ؛  $70^{\circ}$ ؛ (ب)  $10^{\circ}$ ؛ (ج) صفر؛ (د)  $85741\text{ cm}$ ؛ (ه)  $345652\text{ cm}$ ؛  $0^{\circ}$ .

۵-۹ یک عدسی نازک به ضریب شکست  $۱٫۶۲۵^\circ$  و به شعاعهای انحنای  $r_1 = +۸٫۰\text{cm}$  و  $r_2 = -۸٫۰\text{cm}$  مفروض است. پیدا کنید: (الف) ضریب مکانی؛ (ب) ضریب شکل؛ (ج) فاصله کانونی پیرامحوری؛ (د) ابیراهی کروی طولی؛ و (ه) ابیراهی کروی عرضی آن را برای نقطه شیء که روی محور در فاصله  $۳۲٫۰\text{cm}$  جلوی عدسی قرار دارد و برای پرتوهای عبوری از ناحیه‌ای به شعاع  $h = ۲٫۰\text{cm}$ .

۶-۹ یک عدسی نازک با ضریب  $۱٫۷۶۲^\circ$  دارای شعاعهای انحنای  $r_1 = +۴٫۰\text{cm}$  و  $r_2 = -۱٫۰\text{cm}$  مفروض است. اگر این عدسی برای نور فرودی موازی به‌کار گرفته شود، پیدا کنید: (الف) ضریب مکانی؛ (ب) ضریب شکل؛ (ج) فاصله کانونی پیرامحوری؛ (د) ابیراهی کروی طولی؛ و (ه) ابیراهی کروی عرضی برای پرتوی در ارتفاع  $۲٫۰\text{cm}$ .

۷-۹ یک عدسی نازک تخت-کوژ دارای ضریب شکست  $۱٫۵۲۳^\circ$  مفروض است. شعاع سطح دوم آن عبارت است از  $۱٫۰\text{cm}$ . هرگاه نور از ارتفاع  $۲٫۰\text{cm}$  و به موازات محور بر سطح صاف آن فرود آید، پیدا کنید: (الف) ضریب مکانی؛ (ب) ضریب شکل؛ (ج) فاصله کانونی پیرامحوری؛ (د) ابیراهی کروی طولی؛ و (ه) ابیراهی کروی عرضی این سیستم را.  
جواب: (الف)  $-۱٫۰$ ؛ (ب)  $-۱٫۰$ ؛ (ج)  $۱۹٫۱۲۰۴۶\text{cm}$ ؛ (د)  $+۰٫۸۴۷۶۶\text{cm}$ ؛ (ه)  $-۰٫۹۲۷۷۸\text{cm}$ .

۸-۹ جوابهای مسئله ۷-۹ را برای وضعیت عکس، یعنی وقتی عدسی را برگردانده‌ایم و نور بر سطح کوژ آن می‌تابد، پیدا کنید.

۹-۹ می‌خواهیم از شیشه‌ای به ضریب شکست  $۱٫۵۲۳^\circ$  یک عدسی به فاصله کانونی  $۲۴٫۰\text{cm}$  بسازیم. اگر این عدسی برای نور فرودی موازی به‌کار رود، و ابیراهی کروی آن می‌نیموم باشد: (الف) ضریب مکانی؛ (ب) ضریب شکل؛ (ج) شعاع سطح اول؛ (د) شعاع سطح دوم آن چقدر باید باشد؟

۱۰-۹ می‌خواهیم از شیشه فلینت چگالی با ضریب  $۱٫۷۹۳^\circ$  عدسی واگرایی به فاصله کانونی  $۲۰٫۰\text{cm}$  بسازیم. اگر این عدسی برای نور فرودی موازی به‌کار گرفته شود، و ابیراهی کروی آن می‌نیموم باشد: (الف) ضریب مکانی؛ (ب) ضریب شکل؛ (ج) شعاع سطح اول؛ و (د) شعاع سطح دوم آن چقدر باید باشند.

۱۱-۹ قطر یک عدسی نازک  $۵٫۰\text{cm}$ ، ضریب شکست آن  $۱٫۶۵۲^\circ$ ، و شعاعهایش  $r_1 = +۱۵٫۰\text{cm}$  و  $r_2 = -۳٫۰\text{cm}$  است. مطلوب است: (الف) ضریب مکانی؛ (ب) ضریب شکل؛ (ج) ضریب  $G$ ؛ (د) ضریب  $W$ ؛ و (ه) ارتفاع شکل کمایی آن، در صورتی که نقطه تصویر

پیرامحوریش برای نور فرودی موازی  $5^\circ \text{cm}$  تا محور اصلی است. جوابها را با چهار رقم معنی دار به دست آورید.

جواب: (الف)  $p = -1^\circ$ ; (ب)  $q = +0.33333^\circ$ ; (ج)  $G = +1.954^\circ$ ; (د)  $W = +1.8466^\circ$ ; (ه)  $C_T = -0.13911 \text{cm}$ .

۹-۱۲ قطر یک عدسی نازک  $6.5^\circ \text{cm}$ ، ضریب شکست آن  $1.523^\circ$  و شعاعهایش  $r_1 = -15^\circ \text{cm}$  و  $r_2 = +3^\circ \text{cm}$  است. مطلوب است: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) ضریب شکل؛ (ج) ضریب  $G$ ؛ (د) ضریب  $W$ ؛ و (ه) ارتفاع شکل کمای این عدسی در صورتی که نقطه تصویر پیرامحوری برای نور فرودی موازی  $3^\circ \text{cm}$  تا محور اصلی باشد.

۹-۱۳ می‌خواهیم یک عدسی نازک از شیشه کراون با ضریب  $1.675^\circ$  و فاصله کانونی  $5^\circ \text{cm}$  بسازیم. قرار است یک شیء در فاصله  $25^\circ \text{cm}$  جلوی آن قرار گیرد و تصویری حقیقی روی پرده سفید تشکیل شود. مطلوب است محاسبه: (الف) فاصله تصویر؛ (ب) ضریب شکل. اگر بخواهیم ابیراهی کروی این عدسی با این نسبت فاصله شیء به فاصله تصویر می‌نیموم شود، (ج) ضریب شکل؛ و (د) شعاع  $r_1$ ؛ و (ه) شعاع  $r_2$  آن را به دست آورید.

۹-۱۴ برای اینکه یک عدسی نازک به ضریب شکست  $1.525^\circ$  برای شیئی که در فاصله  $15^\circ \text{cm}$  جلوی آن قرار گیرد و تصویرش در فاصله  $75^\circ \text{cm}$  پشت آن تشکیل شود کما نداشته باشد، پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) ضریب مکان؛ (ج) ضریب شکل؛ (د) شعاع سطح اول؛ و (ه) شعاع سطح دوم این عدسی را.  
جواب: (الف)  $12.5^\circ \text{cm}$ ؛ (ب)  $0.6667^\circ$ ؛ (ج)  $0.5614^\circ$ ؛ (د)  $29.924 \text{cm}$ ؛ (ه)  $8.406 \text{cm}$ .

۹-۱۵ یک عدسی نازک از شیشه فلینت به ضریب شکست  $1.652^\circ$  و فاصله کانونی  $12.5^\circ \text{cm}$  مفروض است. یک شیء به فاصله  $5^\circ \text{cm}$  جلوی آن قرار داده می‌شود. پیدا کنید: (الف) فاصله تصویر؛ (ب) ضریب مکان؛ (ج) ضریب شکل؛ (د) شعاع سطح اول؛ و (ه) شعاع سطح دوم این عدسی را. تصویر باید بدون کما باشد.

۹-۱۶ یک عدسی واگرای نازک از شیشه کراون به ضریب شکست  $1.523^\circ$  و فاصله کانونی  $12^\circ \text{cm}$  مفروض است که شیء را در فاصله  $2^\circ \text{cm}$  جلوی آن قرار می‌دهیم و می‌خواهیم تصویرش بدون کما باشد. پیدا کنید: (الف) فاصله تصویر؛ (ب) ضریب مکان؛ (ج) ضریب شکل؛ (د) شعاع سطح اول؛ و (ه) شعاع سطح دوم این عدسی را.

۹-۱۷ قرار است یک عدسی هلالی به ضخامت  $75^\circ \text{cm}$  و ضریب شکست  $1.52$  برای دو نقطه در سمت کاوش آپلاتیک باشد. اگر نزدیکترین فاصله این دو نقطه از نزدیکترین رأس  $5^\circ \text{cm}$  باشد. پیدا کنید: (الف) شعاعهای دو سطح عدسی؛ و (ب) فاصله دورترین نقطه از نزدیکترین رأس را.

جواب: (الف)  $r_1 = -34682 \text{cm}$  و  $r_2 = -5^\circ \text{cm}$ ؛ (ب)  $7990 \text{cm}$ .

۹-۱۸ یک عدسی هلالی به ضخامت  $65^\circ \text{cm}$  و ضریب شکست  $1.585$  باید چنان ساخته شود که شکل آن برای دو نقطه به فاصله  $5^\circ \text{cm}$  آپلاتیک شود (شکل ۹-۱۵). پیدا کنید: (الف) دو شعاع انحنای عدسی؛ و (ب) فواصل سطح کاو از این دو نقطه.

۹-۱۹ شرط سینوسهای آبه را در خصوص پرتوهای ردیابی شده از سطح اول عدسی در جدول ۸-۲ به کار ببرید و مقادیر  $h/(\sin \theta')$  را به ازای  $h = 1^\circ$ ،  $h = 1.5^\circ$ ،  $h = 1^\circ$ ،  $h = 0.5^\circ$  و  $h = 0^\circ$  پیدا کنید.

۹-۲۰ شرط سینوسهای آبه را برای پرتوهای ردیابی شده از سطح دوم عدسی در جدول ۸-۲ به کار ببرید و مقادیر  $(\sin \theta')/(\sin \theta'')$  را برای هر چهار پرتو به دست آورید.  
جواب:  $0.2649$ ؛  $0.30139$ ؛  $0.31594$ ؛ و  $0.32000$ .

۹-۲۱ می خواهیم یک عدسی نافام (اکروماتیک) به فاصله کانونی  $25^\circ \text{cm}$  از شیشه های کراون و فلینت نوع ۲-BSC و ۲-DF بسازیم (برای دسترسی به ضرایب، جدول ۹-۵ را بنگرید). هرگاه قرار باشد عدسی کراون همکوز، و ترکیب از نوع چسبیده باشد، پیدا کنید: (الف) مقادیر  $v$ ؛ (ب) توانهای دو عدسی برای نور سدیم؛ و (ج) شعاعهای چهار سطح عدسی برای اصلاح خطوط C و F را.

۹-۲۲ می خواهیم یک عدسی نافام (اکروماتیک) با فاصله کانونی  $16^\circ \text{cm}$  از شیشه های کراون و فلینت نوع ۴-BSC و ۴-DF بسازیم (جدول ۹-۵). اگر سطح خارجی عدسی فلینت صاف، و ترکیب از نوع چسبیده باشد، پیدا کنید: (الف) توان عدسی؛ (ب) مقادیر  $v$  در شیشه؛ (ج) توانهای هر یک از دو عدسی برای نور زرد سدیم؛ و (د) سه شعاع بقیه سطوح را. عدسی برای خطوط C و F تصحیح خواهد شد.

۹-۲۳ می خواهیم یک عدسی نافام (اکروماتیک) از شیشه های ۱-SPC و ۴-DF با فاصله کانونی  $12.5^\circ \text{cm}$  بسازیم (جدول ۹-۵). هرگاه سطح خارجی عدسی فلینت صاف باشد، و دو عدسی به همدیگر بچسبند، پیدا کنید: (الف) توان عدسی؛ (ب) مقادیر  $v$  شیشه ها؛ (ج) توانهای دو عدسی؛ و (د) شعاع انحنای سه سطح باقیمانده را. قرار است این عدسی برای نور C و G' تصحیح شود.

جواب: (الف)  $D + ۸$ ؛ (ب)  $۳۷,۵۴۴۹$  و  $۲۰,۹۴۲۲$ ؛ (ج)  $D + ۱۸,۰۹۱۰۴$  و  $D - ۱۰,۰۹۱۰۴$ ؛  
 (د)  $r'_1 = +۵,۲۵۱۴۷$  و  $r'_2 = -۶,۴۳۱۴۵$  cm و  $r'' = -۶,۴۳۱۴۵$  cm.

۲۴-۹ قرار است یک عدسی نافام (آکروماتیک) از شیشه‌های اپتیکی LBC-۱ و EDF-۳ ساخته شود که ضرایب شکست آنها در جدول ۵-۹ درج شده‌اند. اگر عدسی همکوز و از جنس کراون-شیشه باشد دو عدسی باید به همدیگر بچسبند، پیدا کنید: (الف) توان عدسی نهایی را که فاصله کانونیش  $۸$  cm باشد؛ (ب) ثابتهای پاشندگی شیشه‌ها؛ (ج) توانهای مجزای هر یک از عدسیها؛ (د) شعاع تمامی چهار سطح عدسیها؛ و (ه) فاصله کانونی عدسی نهایی برای نورهای C، D، F، و G'. عدسی باید برای خطوط C و G' تصحیح شود. نمودار طول موج  $\lambda$  روی فاصله کانونی  $f$  را ترسیم کنید. فرض کنید:  $\lambda_C = ۶۵۶۳ \text{ \AA}$ ،  $\lambda_D = ۵۸۹۲ \text{ \AA}$ ،  $\lambda_F = ۴۸۶۱ \text{ \AA}$ ، و  $\lambda_G = ۴۳۰۷ \text{ \AA}$ .

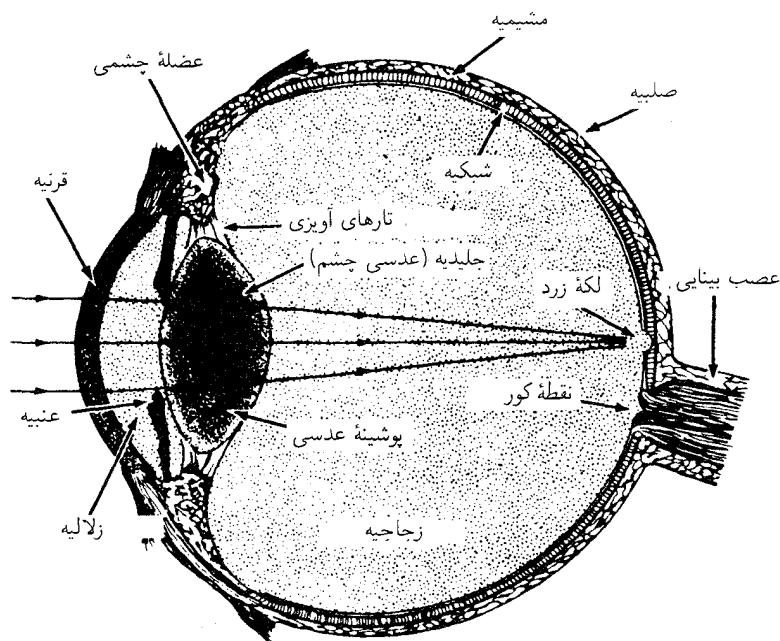
۲۵-۹ می‌خواهیم یک عدسی نافام (آکروماتیک) از شیشه‌های اپتیکی BSC-۲ و DF-۴ با ضرایب شکست مندرج در جدول ۵-۹ بسازیم. هرگاه فاصله کانونی عدسی  $۲۰$  cm، سطح دوم عدسی فلیتتی صاف و عدسیها به هم چسبیده باشند، پیدا کنید: (الف) توان عدسی کامل؛ (ب) ثابتهای پاشندگی شیشه‌ها. (ج) توانهای مجزای هر یک از عدسیها؛ (د) شعاعهای انحنای هر چهار سطح؛ و (ه) فواصل کانونی عدسی کامل برای نورهای C، D، F، و G'. این عدسی باید برای نورهای C و F تصحیح شود. (و) نمودار طول موج  $\lambda$  روی فاصله کانونی  $f$  را ترسیم کنید. طول موجها را  $\lambda_C = ۶۵۶۳ \text{ \AA}$ ،  $\lambda_D = ۵۸۹۲ \text{ \AA}$ ،  $\lambda_F = ۴۸۶۱ \text{ \AA}$ ، و  $\lambda_G = ۴۳۰۷ \text{ \AA}$  بگیرد.

## ابزار نوری

هدف نهایی اپتیک هندسی، طراحی ابزار نوری کارآمد است. اصول حاکم بر تشکیل تصاویر به وسیله یک تک عدسی، و گاهی، به وسیله ترکیبهای ساده عدسیها را در فصلهای گذشته مورد بحث قرار دادیم. این اصول تنوع گسترده‌ای از کاربردها را در بسیاری از ترکیبات عملی عدسیها، و غالباً نیز با گنجانیدن آینه‌ها و یا منشورها که از رده ابزار نوری به شمار می‌روند، می‌یابند. دامنه این مبحث چندان فراخ است و به شاخه‌های چندان زیادی گسترش یافته است که در کتابی که به منظور بحث در مبنای اپتیک تدوین شده است، فقط توصیف اصول دخیل در چند نوع استاندارد این ابزار میسر است. در این فصل، جنبه‌های مهمتر عدسیهای دوربینهای عکاسی و فیلمبرداری، ذره‌بینها، میکروسکوپها، تلسکوپها و قطعات چشمی را توصیف خواهیم کرد. تشریح این ابزار به منظور نشان دادن کاربردهای برخی از نظریه‌های اساسی صورت می‌گیرد که مورد بحث قرار گرفته‌اند، و امید می‌رود برای دانشجویی که برخی از این ابزار را به کار می‌برد یا خواهد برد، سودمند باشد.

### ۱-۱۰ چشم آدمی

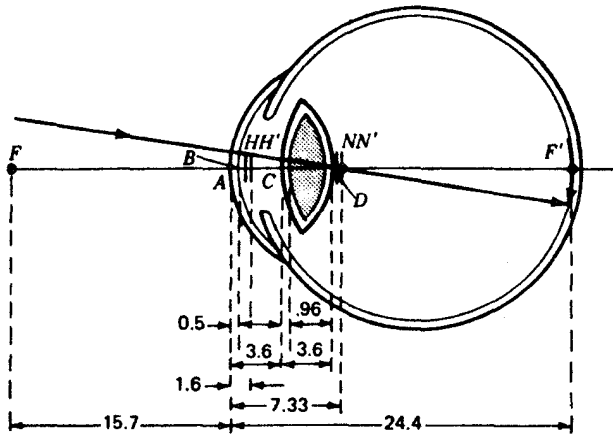
در مقام یک موجود انسانی، حس بینایی ما به عنوان یکی از ارزشمندترین داراییهایمان به شمار می‌آید. برای آن گروه از ماکه از دید متعارف برخوردارند، این هدیه شگفت طبیعت، سودمندترین ابزار تشخیص



شکل ۱۰-۱ نمودار مقطعی از چشم آدمی که اجزای نوری اصلی و شبکیه را نشان می‌دهد.

و شناخت به حساب می‌آید. با همه اینها، در چند مورد انگشت‌شمار، نباید به آن چندان اعتماد کرد که حقیقت را به ما بازگوید. به عنوان نمونه‌ای از این نکته که چگونه نمی‌توان صرفاً به دیدن اعتماد کرد، به گروهی از پدیده‌ها اشاره خواهیم کرد که آنها را تحت عنوان خطاهای بصری یا چشمی می‌شناسیم. علیرغم این نقصها در دیدمان، بسیاری از ما قادریم از زیباییهای رنگ، شکل، و حرکت لذت ببریم که جملگی از طریق روشن شدن با نور سفید مرئی میسر می‌شود. چشم مانند یک دوربین عکاسی، با بستآوری به نام عنبیه و یک دستگاه عدسی در یک طرف، و فیلمی حساس به نام شبکیه در طرف مقابل آن، است (شکل ۱۰-۱). کار دستگاه عدسی انداختن تصویر شیئی که می‌خواهیم ببینیم روی شبکیه است. نظیر دوربین عکاسی، میان‌بند عنبیه در نور ضعیف گشوده‌تر و در نور روشن خورشید، تنگتر می‌شود. رنگدانه تعیین‌کننده رنگ چشم در عنبیه واقع است.

شبکیه چشم حاوی صدها یاخته مخروطی و استوانه‌ای است، که کارشان دریافت پالسهای نور و تبدیل آنها به جریانهای الکتریکی است. اینکه این جریانهای الکتریکی چگونه توسط این یاخته‌های مخروطی و استوانه‌ای تولید می‌شوند، و چگونه مغز آنها را به چیزی تبدیل می‌کند که ما



شکل ۱۰-۲ طرحواره چشم از گال استوانه تصویر حقیقی و معکوس روی شبکیه را نشان می‌دهد. (فواصل جملگی برحسب میلیمتر).

آنرا دیدن می‌نامیم، برای دانشمندی که در این زمینه تحقیق می‌کنند، به‌طور کلی روشن نشده است. پی برده‌اند که یاخته‌های مخروطی فقط در مقابل نور درخشان حساسند و وظیفه تشخیص رنگها بر عهده آنهاست. یاخته‌های استوانه‌ای هم نسبت به نور ضعیف حساسند و حرکت و تغییرات شدت نور را تشخیص می‌دهند.

درست در مرکز شبکیه فرورفتگی اندکی زرد رنگ وجود دارد که آنرا لکه زرد می‌گویند. این فرورفتگی دارای تعداد زیادی یاخته مخروطی است، اما یاخته استوانه‌ای ندارد. تصویر اشیایی که می‌خواهیم ببینیم در هر چشم روی این لکه متمرکز می‌شود. مثلاً، هنگامی که به یک کلمه روی این صفحه نگاه می‌کنیم، کلمات مجاور آن کاملاً مبهم به نظر می‌آیند.

فرایند دریافت نور را به دو بخش تقسیم می‌کنیم: (۱) مؤلفه اپتیکی که منجر به تشکیل تصاویر واضح روی شبکیه می‌شود؛ و (۲) خواص مجرای عصبی و مغز که ضربه‌های الکتریکی را تعبیر می‌کنند. هنگامی که نور یک شیء به چشم وارد می‌شود، سیستم عدسی یک تصویر حقیقی اما معکوس روی شبکیه می‌اندازد. در حالی که همه تصاویر، مطابق شکل ۱۰-۲، معکوسند، جالب است که ما همه آنها را توسط مغز به‌صورت مستقیم دریافت می‌کنیم.

در شکل ۱۰-۲، برخی نکات مربوط به چشم عادی نیز ارائه شده‌اند. ابعاد نشان داده شده همگی برحسب میلیمترند، و نمودار چشم از روی طرحواره چشم گال استوانه<sup>۱</sup> ترسیم شده است. در جدول ۱۰-۱، ابعاد چشم و فواصلی که ممکن است برای استفاده دانشجویان لازم باشند، درج شده‌اند.



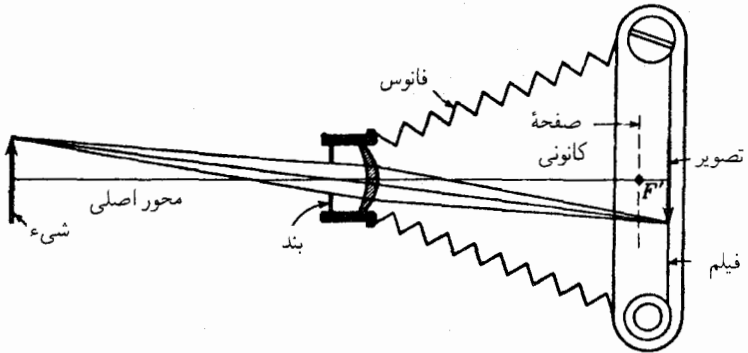
جدول ۱-۱۰ ابعاد اصلی در طرحواره چشم گال استوانه توان کل چشم ۵۸٫۶۴ دیوپتر است.

ضرب شکست	مکان محور، mm	شعاع انحناء، mm	
۱٫۳۷۶	۰	۷٫۷	قرنیه، قدامی
	۰٫۵	۶٫۸	و خلفی
۱٫۳۳۶			زلالیه
۱٫۳۳۶			زجاجیه
عدسی:			
۱٫۳۸۶	۳٫۶	۱۰٫۰	یوسته قدامی
	۷٫۲	-۶٫۰	خلفی
۱٫۴۰۶	۴٫۱۵	۷٫۹	درونی قدامی
	۶٫۵۷	۵٫۸	و خلفی
نقاط بنیادی			
	۱٫۳۴۸		AH
	۱٫۶۰۲		AH'
	۷٫۰۸		AN
	۷٫۳۳		AN'
	-۱۵٫۷۰		AF
	۲۴٫۳۸		AF'

## ۱-۲ دوربینها و عدسیهای شیئی عکاسی

اصل بنیادی کار دوربین عکاسی بر پایه عدسی مثبت استوار است که، مطابق شکل ۱-۳، تصویری حقیقی تشکیل می‌دهد. تصاویر واضح اشیای دور یا نزدیک روی یک فیلم یا شیشه عکاسی می‌افتند که بعداً ظاهر و نهایتاً چاپ می‌شوند. چنانچه صحنه‌ای که باید از آن عکس گرفته شود از اشیای ساکنی تشکیل شده باشد، ارزان‌قیمت‌ترین عدسی عکاسی (با دریچه بسیار باریک و زمان نوردهی مناسب) می‌تواند عکسهای عالی و واضح بگیرد. اما چنانچه اشیایی که باید عکسشان گرفته شود، نسبت به دوربین حرکت کنند (و این عمل شامل گرفتن دوربین با دست است) زمان نوردهی بسیار کوتاه ضروری و عدسیهای با دهانه بزرگ الزامی‌اند.

بنابراین، مهمترین جنبه دوربین خوب، مجهز بودن آن به عدسی با دهانه نسبتاً وسیع است که



شکل ۱۰-۳ اساس کار دوربین.

تواند میدان زاویه‌ای حتی‌الامکان بزرگی را بپوشاند. از آنجا که عدسیهای بزرگ دهانه دستخوش ابیراهیهای زیادی قرار می‌گیرند، طراحان عدسیهای شیئی عکاسی در ارتباط با تصحیحات مطلوبی که نیازهای خاص آنها را برآورده کند، به مصالحه و سازش میان این دو راه حل متوسل می‌شوند. بنابراین، در نظر داریم در اینجا برخی از این اهداف و سازشهای حاصل در ارتباط با چند عدسی شیئی از میان صدها نوع آنرا اجمالاً مورد بحث قرار دهیم.

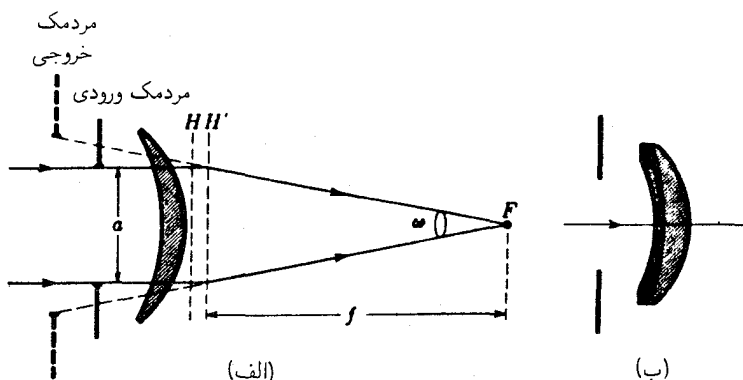
### ۱۰-۳ سرعت عدسیها

مقدار نور بازتابیده یا گسیلیده از واحد مساحت هر شیئی را که می‌خواهند از آن عکس بگیرند، روشنایی یا درخشانی آن،  $B$ ، می‌نامند. مقدار نور فرودی بر واحد مساحت فیلم عکاسی یا شیشه عکاسی را درخشانی یا چگالی شار درخشانی آن،  $E$ ، می‌نامند، درخشانی،  $E$ ، به سه عامل بستگی دارد: روشنایی،  $B$ ، شیء، مساحت مردمک ورودی عدسی،  $\pi a^2/4$ ، و فاصله کانونی عدسی،  $f$  (شکل ۱۰-۴).

نوری که به دوربین وارد می‌شود، با روشنایی شیئی و مساحت مردمک ورودی متناسب مستقیم و با مجذور فاصله کانونی متناسب معکوس دارد. به صورت معادله، می‌توان نوشت:

$$E = kB \frac{\pi a^2/4}{f^2}$$

که در آن  $k$  ضریب تناسب و  $a$  قطر مردمک ورودی است. برای سه شیئی که باید عکس آن



شکل ۱۰-۴ (الف) هندسه تعیین سرعت عدسی؛ (ب) یک عدسی هلالی بدون عیب رنگی.

برداشته شود، می توان نوشت:

$$E \propto \frac{a^2}{f^2} \quad (۱-۱۰)$$

از شکل ۱۰-۳ ملاحظه می شود که اگر  $f$  دو برابر شود، نور در مساحتی چهار برابر پخش خواهد شد، و از این رو درخشانی روی فیلم را به یک چهارم کاهش می دهد. اگر قطر عدسی دو برابر شود، مساحت عدسی چهار برابر، و نور تابیده بر فیلم هم چهار برابر می شود؛ در حالی که مساحت فیلم و ابعاد عکس بدون تغییر می مانند.

به بیان دیگر، کسر  $(a/f)^2$  معیار مستقیمی برای سرعت عدسی یک دوربین به شمار می آید. با همه اینها، در دنیای عکاسی رسم بر این است که به جای این نسبت، از نسبت کانونی یا عدد  $f$  استفاده شود:

$$f \text{ عدد} = \frac{f}{a} \quad (۲-۱۰)$$

به این قرار، مقدار  $f$  در عدسی ای به فاصله کانونی  $۱۰ \text{ cm}$  و قطر دهانه  $۲ \text{ cm}$ ،  $۵$  است، یا آن طور که معمولاً بیان می شود، این عدسی یک عدسی  $f/۵$  است.

برای عکس گرفتن از اشیای کم نور، یا اشیایی که به سرعت در حال حرکت اند و نیاز به زمان نوردهی بسیار کوتاه دارند، عدسی با عدد  $f$  کوچک لازم است. بنابراین، عدسی  $f/۲$  از عدسی  $f/۴$ ، ”سریعتر“ است (یا سریعتر از عدسی ای  $f/۲$  است که به  $f/۴$  کاهش یافته است) و نسبت این ”سرعتها“ از  $۵ \times ۶ = (۴/۲)^2$  به دست می آید. به طوری که خواهیم دید، طراحی چنین عدسی ای با دهانه ای چنان بزرگ بسیار دشوار است.

## ۱۰-۴ عدسیهای هلالی

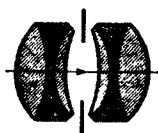
در بسیاری دوربینهای ارزان فقط یک عدسی هلالی مثبت با دریچه (یا بند) ثابت، مطابق شکل ۱۰-۴(الف)، نصب می‌کنند. این قطعه اپتیکی ساده که در سال ۱۸۱۲ ساخته شد و نامش عدسی دورنماست، ابیراهی کروی چشمگیری دارد که دهانه مفید آن را به حدود  $f/11$  محدود می‌کند. برای نقاط دور از محور، عیب آستیگماتیسم، میدان دید را به  $40^\circ$  محدود می‌کند. با نصب دریچه در مکان مناسب، میدان تختی به دست می‌آید، اما با تک عدسی، همیشه مشکل ابیراهی رنگی قابل ملاحظه‌ای وجود دارد. عیب رنگی عرضی را می‌توان با استفاده از دو عدسی چسبیده به هم اصلاح کرد [شکل ۱۰-۴(ب)]. ولی، به جای اصلاح برای خطوط  $C$  و  $F$  طیف، معمولاً این ترکیب را برای خط  $D$  زرد، در نزدیکی حداکثر حساسیت چشم و خط  $G'$  آبی، در نزدیکی حداکثر حساسیت بسیاری از مواد لایه حساس فیلمهای عکاسی، اصلاح می‌کنند. این نوع اصلاح که نافامی  $DG$  نام دارد، بهترین تصاویر عکاسی با وضوح کامل جزئیات را تولید می‌کند. در برخی طرحها، مکان عدسی و دریچه را مانند آرایش شکل ۹-۲۱(ب) اختیار می‌کنند.

## ۱۰-۵ عدسیهای متقارن

عدسیهای متقارن از دو مجموعه عدسی ضخیم یکسان با دریچه‌ای مابین فاصله آنها تشکیل یافته‌اند؛ تعدادی از این ترکیبها را در شکل ۱۰-۵ مشاهده می‌کنید. به طور کلی، هر نیمه عدسی، برای ابیراهی رنگی عرضی اصلاح شده است و هنگامی که برهم نهاده می‌شوند، انحنای میدان و واپیچش آن، مطابق بخش ۹-۱۱، برطرف می‌شود. در عدسی سریع راستخط، تخت‌سازی

راستخط سریع  $f/8$ تایلو، نایلو و هابسن  
پانکرو سریع  $f/2$ 

"سه‌تایی کوک" اصلی



"داگور" گوتز



"توپوگن" زایس



"تسور" زایس

شکل ۱۰-۵ عدسیهای متقارن و نامتقارن دوربینهای عکاسی.

میدان فقط با ایجاد آستیگماتیسم چشمگیری امکانپذیر بود، و ابیراهی کروی، دهانه را به  $f/8$  محدود می‌کرد. با استفاده از سه نوع شیشه مختلف، نظیر گوئرزداگور<sup>۱</sup>، هر نیمه عدسی را می‌توان برای رنگ عرضی آستیگماتیسم، و ابیراهی کروی اصلاح کرد. وقتی نیمه‌ها با هم ترکیب شوند، عیبهای کما، رنگ عرضی، انحنا و وایپچس برطرف می‌شوند. زایس این عدسی را تریبل پروتار<sup>۲</sup> (پروتار سه‌تایی) می‌نامد، ولی گوئرز به آن DAGOR می‌گوید که از حروف اول عبارت Double Anastigmat Goerz تشکیل شده است. عدسی سریع پانکرو<sup>۳</sup> که تایلور، و هابسن آن را در سال ۱۹۲۰ ابداع کرده‌اند، به سبب وضوح مرکزی دقیق، و سرعت بالای  $f/2$  یا حتی  $f/1.5$ ، شایان ذکر است. اما عدسی توپوگن زایس یکی از عدسیهای "بزرگ زاویه" خاصی است که خصوصاً برای عکسبرداریهای هوایی بسیار مناسب‌اند. سایر مشخصه‌های عدسیهای متقارن عبارت‌اند از: (۱) تعداد زیاد عدسیهای به‌کار رفته؛ و (۲) انحنای نسبتاً عمیق که تولید آنها را پرهزینه می‌سازد.

هر چه تعداد سطوح آزاد شیشه‌ای در یک سیستم عدسی بیشتر باشد، همانقدر هم نور اتلاف شده از طریق بازتابش بیشتر می‌شود. بنابراین، عدد  $f$  به‌تنهایی تعیین‌کننده سرعت‌های نسی عدسیهای شیئی نیست. پیشرفتهای سالهای اخیر در زمینه پوشش‌دهی عدسیها که به‌خصوص از بازتابش نور فرودی عمودی جلوگیری می‌کند، آزادی بیشتری در بهره‌گیری از اجزای متعدد در طراحی دوربینها فراهم آورده است (بخش ۱۴-۶).

## ۱۰-۶ عدسیهای اناستیگماتیسم سه‌تایی

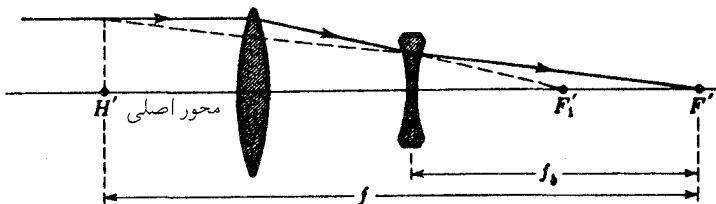
در سال ۱۸۹۳ ه. د. تایلور از کارشناسان شرکت کوک‌اندسانز در پیشرفت طراحی عدسیهای عکاسی گام مهم دیگری برداشت و عدسی سه‌تایی کوک را ابداع کرد (شکل ۱۰-۵). اصول اساسی دخیل در این سیستم بر این امر استوار است که: (۱) سهم توانی که یک عدسی در سیستمی از عدسیهای مرکب ایفا می‌کند، متناسب است با ارتفاعی که پرتوهای حاشیه‌ای با آن ارتفاع از عدسی عبور می‌کنند، در حالی که (۲) سهم هر عدسی در انحنای میدان سیستم، متناسب است با توان عدسی، مستقل از اینکه فاصله پرتوها از محور اصلی، چقدر باشد. بنابراین، آستیگماتیسم و انحنای میدان را می‌توان به این طریق حذف کرد که توان قطعه فلینت مرکزی را با مجموع توانهای قطعات کراون مساوی و مختلف‌العلامت قرار داد. با قرار دادن عدسی منفی مابین دو عدسی مثبت، می‌توان پرتوهای حاشیه‌ای را از عدسی منفی چنان از نزدیکی محور اصلی عبور داد که سیستم توان مثبت چشمگیری داشته باشد. با انتخاب صحیح پاشندگیها و شعاعهای مناسب می‌توان اصلاحات بیشتری در امر ابیراهیهای رنگی و کروی صورت داد. در سال ۱۹۰۲، عدسی

شیئی عکاسی جدیدی به نام تسار توسط زایس ساخته شد. با آن که برای برآوردن شرایط مختلف به شکلهای متفاوتی عرضه می‌شد، ساختار کلی این سیستم عدسی مشابه سه‌تایی کوک است که در آن به جای عدسی پشتی کرّون یک دوتایی قرار داده‌اند. سیستم عدسی لیتزه‌تورکه با  $f/2$  عمل می‌کند، نیز از نوع سه‌تایی کوک است.

## ۷-۱۰ عدسیهای تله فوتو

نظر به اینکه بزرگی تصویر یک شیء دور با فاصله کانونی عدسی نسبت مستقیم دارد. عدسی تله فوتو که برای تشکیل تصویر بزرگ طراحی می‌شود، نوعی عدسی شیئی ویژه با فاصله کانونی مؤثری است، درازتر از فاصله‌ای که معمولاً در دوربین عکاسی به کار می‌رود. از آنجا که این امر مستلزم طول فانوسی مورد نیاز بیشتر از آن چیزی است که در اغلب دوربینها مجاز شمرده می‌شود، اساس تک عدسی ضخیم کاملاً اصلاح شده به صورت زیر جرح و تعدیل می‌شود. مطابق شکل ۶-۱۰، در هنگام شکست پرتو فرودی موازی در دو عدسی از این نوع که به فاصله زیادی از هم واقع باشند، می‌توان نقطه اصلی  $H'$  را به خوبی در جلوی عدسی اول انداخت و به این وسیله یک فاصله کانونی طولانی  $H'F'$  و یک فاصله کوتاه "عدسی تا صفحه کانونی" ( $f_b$ ) در شکل ۶-۱۰) به دست آورد. این فاصله یا فاصله کانونی پشتی که معمولاً به آن گفته می‌شود، از عدسی حقیقی تا صفحه کانونی، مطابق شکل، اندازه گرفته می‌شود.

با وجودی که فاصله کانونی انواع قدیمی عدسیهای تله فوتو را می‌شد با تغییر فاصله مابین اجزای جلویی و عقبی تغییر داد، این عدسیها تقریباً همیشه با فاصله کانونی ثابتی ساخته می‌شوند. برای وصول به فاصله کانونی تغییرپذیر، باید مجموعه‌ای از این عدسیها را به کار گرفت. این ضرورت ناشی از تمایل به استفاده از عدسیهای سریعتر و عدسیهایی است که عیبهای آبراهی آنها بهتر اصلاح شده است. در شکل ۷-۱۰ یک تله فوتوی کوک، ساخته تایلور-تایلور هابسن، را مشاهده می‌کنید.



شکل ۶-۱۰ اصول حاکم بر سیستم عدسی تله فوتو (با فاصله کانونی بلند).

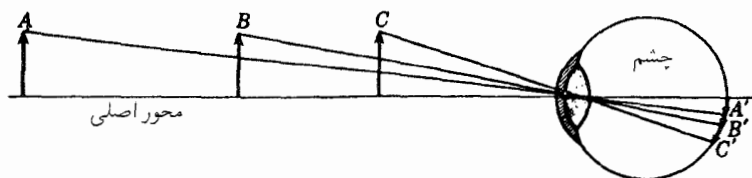


شکل ۷-۱۰ یک عدسی تله فوتوی به خوبی اصلاح شده.

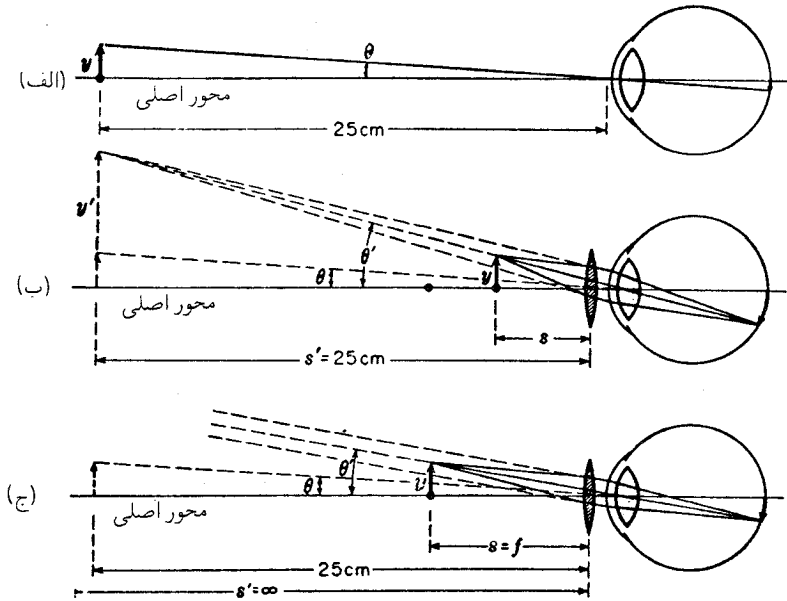
### ۸-۱۰ ذره‌بینها

ذره‌بین عدسی مثبتی است که ابعاد تصویر شبکیه‌ای را به بزرگتر از آنچه با چشم غیرمسلح تشکیل می‌شود، افزایش می‌دهد. ابعاد ظاهری شیئی که با چشم غیرمسلح دیده می‌شود، به زاویه‌ای بستگی دارد که شیء تحت آن مشاهده می‌شود (شکل ۸-۱۰). با نزدیکتر شدن شیء به چشم از  $A$  به  $B$  و به  $C$  در این نمودار، کار تطابق به چشم امکان می‌دهد که توانش را تغییر و تصویر شبکیه‌ای بزرگتر و بزرگتری تشکیل دهد. اما برای نزدیک شدن چشم به شیئی، اگر قرار باشد چشم به تطابق ادامه دهد و تصویر واضح تولید کند، حدی وجود دارد. با وجودی که نزدیکترین نقطه در افراد مختلف بسیار فرق می‌کند، فاصله  $25\text{ cm}$  را به عنوان نقطه نزدیک استاندارد تعیین کرده‌اند که به آن فاصله واضحترین دید هم می‌گویند. در این فاصله، که در شکل ۸-۱۰ (الف) مشاهده می‌کنید، زاویه‌ای که شیئی یا تصویری تحت آن دیده می‌شوند،  $\theta$  خواهیم خواند.

حال، اگر یک عدسی مثبت را جلوی چشم، مطابق نمودار (ب)، قرار دهیم، شیء  $\gamma$  را می‌توان بسیار به چشم نزدیکتر کرد، و تصویری که در شبکیه تشکیل می‌شود تحت زاویه بزرگتر  $\theta'$  خواهد بود. کاری که عدسی مثبت انجام می‌دهد، تشکیل یک تصویر مجازی  $\gamma'$  از شیء  $\gamma$  است و چشم می‌تواند دید را روی این تصویر متمرکز کند. هر عدسی که به این صورت به کار رود، ذره‌بین یا میکروسکوپ ساده نامیده می‌شود. اگر شیئی را در



شکل ۸-۱۰ زاویه دید شیء، ابعاد تصویر شبکیه‌ای را تعیین می‌کند.



شکل ۱۰-۹ زاویه دید: (الف) یک شیء در نقطه نزدیک به چشم؛ (ب) تصویر مجازی یک شیء درون فاصله کانونی؛ (ج) تصویر مجازی یک شیء در کانون.

کانون ذره بین،  $F$ ، قرار دهیم، تصویر مجازی  $y'$  در بینهایت قرار خواهد گرفت و چشم، مطابق شکل ۱۰-۹ (ج)، روی دید دور تطابق خواهد کرد. اگر شیء در فاصله کوتاه مناسبی کوتاهتر از فاصله کانونی قرار گیرد، مطابق نمودار (ب)، این امکان به وجود می آید که تصویر مجازی در فاصله واضحترین دید تشکیل و بزرگنمایی اندک بیشتری حاصل شود.

بزرگنمایی زاویه‌ای  $M$ ، بنابر تعریف، عبارت است از نسبت زاویه  $\theta'$  که تصویر تحت آن دیده می شود به زاویه  $\theta$  که شیء تحت آن دیده می شود

$$M = \frac{\theta'}{\theta} \quad (۳-۱۰)$$

از نمودار (ب)، فاصله شیء،  $s$ ، به کمک فرمول عدسی نازک به دست می آید:

$$\frac{1}{s} = \frac{25 + f}{25f} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{-25} = \frac{1}{f}$$



به‌کمک مثلثهای قائم‌الزاویه، زاویه‌های  $\theta$  و  $\theta'$  به‌دست می‌آیند:

$$\tan \theta' = \frac{y}{s} = y \frac{25 + f}{25f} \quad \text{و} \quad \tan \theta = \frac{y}{25}$$

برای زوایای کوچک می‌توان به‌جای تانژانت زاویه خود زاویه را نشان داد و به روابط تقریبی زیر دست یافت:

$$\theta' = y \frac{25 + f}{25f} \quad \text{و} \quad \theta = \frac{y}{25}$$

که به‌کمک معادلهٔ  $(3-10)$  بزرگنمایی را به‌صورت  $(4-10)$  به‌دست می‌دهد:

$$\bullet \quad M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{25}{f} + 1 \quad (4-10)$$

در نمودار (ج) فاصلهٔ شیء،  $s$ ، برابر است با فاصلهٔ کانونی، و زاویه‌های کوچک  $\theta$  و  $\theta'$  عبارت‌اند از:

$$\theta' = \frac{y}{f} \quad \text{و} \quad \theta = \frac{y}{25}$$

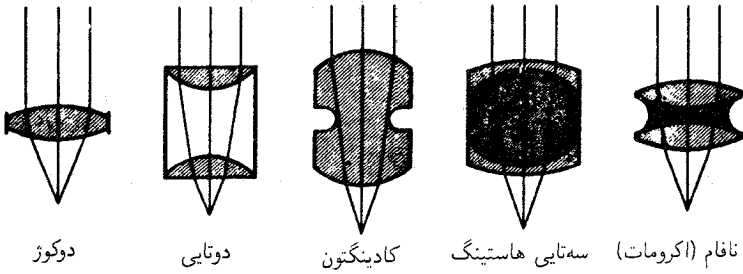
که بزرگنمایی را به‌صورت معادلهٔ  $(5-10)$  می‌دهند:

$$\bullet \quad M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{25}{f} \quad (5-10)$$

بنابراین، اگر تصویر دورتر از فاصلهٔ واضح‌ترین دید تشکیل شود، بزرگنمایی زاویه‌ای بیشتر خواهد شد. مثلاً، فرض می‌کنیم فاصلهٔ کانونی یک ذره‌بین  $25\text{cm}$  باشد. در دو حالت اخیر مربوط به معادلات  $(4-10)$  و  $(5-10)$  خواهیم داشت:

$$M = \frac{25}{2.5} = 10 \times \quad \text{و} \quad M = \frac{25}{2.5} + 1 = 11 \times$$

چون فاصلهٔ کانونی ذره‌بینها معمولاً کوتاه است، و توان بزرگنماییشان برای فواصل شیئی مابین  $25^\circ\text{cm}$  و بینهایت تقریباً یکسان است، از این رو معمولاً عبارت ساده‌تر  $25/f$  را برای نمایش توان ذره‌بین به‌کار گرفته‌اند. به‌این ترتیب، ذره‌بینی به‌فاصلهٔ کانونی  $2.5\text{cm}$ ، با علامت  $10 \times$  (ده برابر)، و ذره‌بینی به‌فاصلهٔ کانونی  $5^\circ\text{cm}$ ، با علامت  $5 \times$  (پنج برابر یا بزرگنمایی ۵ برابر) منظور می‌شود.



شکل ۱۰-۱۰ انواع رایج ذره‌بینها.

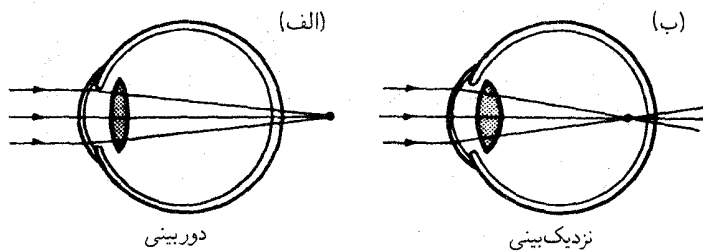
## ۹-۱۰ انواع ذره‌بین

چند شکل رایج ذره‌بین را در شکل ۱۰-۱۰ مشاهده می‌کنید. ذره‌بین اول، یک عدسی دوکوز معمولی است که ساده‌ترین نوع ذره‌بین به‌شمار می‌آید و معمولاً برای خواندن به‌کار می‌رود. دومی، از دو عدسی کوژ تخت یکسان ترکیب شده که هر کدام در کانون دیگری نصب شده است. چنان که از معادله (۹-۲۶) برمی‌آید، این فاصله، ابیراهی رنگی عرضی را اصلاح می‌کند، ولی موجب می‌شود که شیئی در یکی از دو سطح خارجی سیستم قرار داده شود. برای رفع این اشکال، از تصحیح رنگی چشم می‌پوشند و دو عدسی را اندکی نزدیکتر به هم قرار می‌دهند، ولی حتی در این صورت هم فاصله کاری یا فاصله کانونی پشتی [ معادله (۵-۱۳) ] بسیار کوتاه است.

ذره‌بین سوم، که از یک کره شیشه‌ای بریده می‌شود، معمولاً به کادینگتون منسوب است، ولی در اصل توسط سر دیوید بروستر ساخته شده است. این ذره‌بین هم فاصله کانونی پشتی نسبتاً کوتاهی دارد، که می‌توان از پرتوهای حاشیه‌ای مشاهده کرد، ولی کیفیت تصویر آن بسیار خوب است که قسمتی به‌سبب شیار مرکزیش به‌عنوان دریچه است. برخی از ذره‌بینهای مرغوب امروزی، سه‌تاییهای به‌هم چسبیده‌اند، که نظایرشان در دو نمودار آخر نشان داده شده‌اند. این عدسیها، به‌منظور استفاده دوجانبه، متقارن‌اند. فاصله کاری آنها نسبتاً بزرگ است و تا  $20 \times$  (بیست برابر بزرگنمایی) ساخته می‌شوند.

## ۱۰-۱۰ عدسیهای عینک

توانایی چشم انسان در تمرکز روی اشیای نزدیک و دور، ناشی از عدسی چشم (جلیدیه)، در کودکان بسیار مشهود است. تغییر دادن شکل عدسی از طریق سیستم نسبتاً پیچیده‌ای از رباطها و عضلات صورت می‌گیرد. به‌سبب تنش در پوشینه عدسی، جلیدیه یا عدسی چشم، چنانچه کاملاً آزاد می‌بود، شکل کروی به‌خود می‌گرفت. کناره‌های عدسی به‌وسیله حلقه‌ای به‌نام ماهیچه‌های



شکل ۱۰-۱۱ تقایص معمولی چشم، که عمدتاً در نزد افراد بالغ مشاهده می شود.

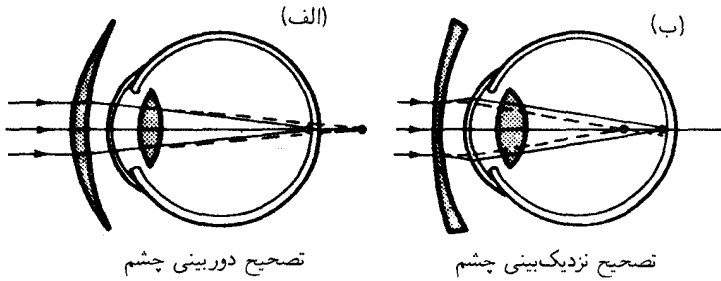
مرگانی احاطه شده است که با عمل انقباض عدسی را می فشارد و باعث برآمدگی آن می شود. تأثیر این برآمدگی، کاستن از فاصله کانونی عدسی، و تمرکز تصویر اشیای نزدیک روی شبکیه است.

هرگاه ماهیچه های مرگانی در حالت رهایی قرار گیرند و از هر فشاری فارغ باشند، تارهای آویزی، پیرامون عدسی را به بیرون می کشند و آن را تخت می کنند. این عمل فاصله کانونی را می افزاید و اشیای دور را روی شبکیه متمرکز می کند. این توانایی، قسمتی از فرایند رؤیت است که تطابق نام دارد.

با بالا رفتن سن، عدسی چشم بیشتر تصلب پیدا می کند و عضلاتی که شکل آن را کنترل می کنند ضعیفتر می شوند، و به این ترتیب کار تطابق دشوارتر می شود. این وضعیت را پیرچشمی می گویند. هرگاه طول کره چشم چنان باشد که پرتوهای نور موازی فرودی، در نقطه ای پشت شبکیه تلاقی کنند، چشم به دوربینی مبتلا شده است [شکل ۱۰-۱۱ (الف)]. هرگاه پرتوهای موازی در نقطه ای جلوی شبکیه به هم برخورد کنند، که آن را در نمودار (ب) مشاهده می کنید، چشم به نزدیک بینی دچار شده است.

برای اصلاح این عیبهای دید، جلوی چشم دوربین یک عدسی مثبت همگرا با فاصله کانونی مناسب، و جلوی چشم نزدیک بین یک عدسی واگرا با فاصله کانونی مناسب قرار می دهند. عدسی مثبت پیش از رسیدن پرتوها به قرنیه، به همگرایی آنها می افزاید، و چشم را قادر به دیدن واضح اشیای دور می کند [شکل ۱۰-۱۲ (الف)] و عدسی واگرا در جلوی چشم نزدیک بین می تواند تصویر واضح اشیای دور را روی شبکیه متمرکز کند.

در چشم پزشکی و دیدسنجی معمول است که فاصله کانونی عدسیهای عینک را برحسب دیوپتر مشخص کنند. توان هر عدسی برحسب دیوپتر، بنابر تعریف، عبارت است از عکس فاصله کانونی آن برحسب متر. نماد توان عدسی،  $P$  است، و واحد دیوپتر را به اختصار با  $D$  نشان می دهند



شکل ۱۰-۱۲ عیبهای معمول چشم را می‌توان با عینک تصحیح کرد.

[بخش ۴-۱۲ و معادله (۴-۶) را بنگرید].

$$\text{دیوپتر} = \frac{1\text{m}}{\text{فاصله کانونی برحسب متر}}$$

$$P = \frac{1}{f} \quad (۱۰-۶)$$

عدسی‌ای که بیشترین توان را در چشم دارد، قرنیه با  $D = 43^\circ$  است. توان کل سیستم اپتیکی چشم  $D = 58.6$  است (بنگرید به جدول ۱۰-۱ و شکل ۱۰-۲).

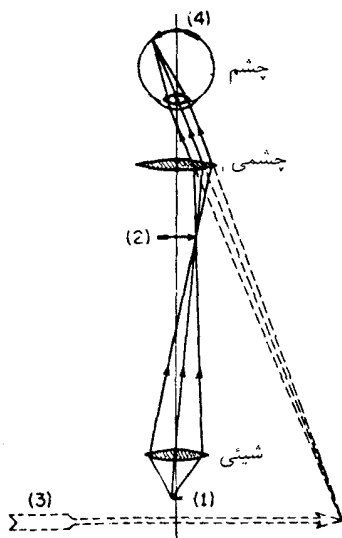
مثال ۱. فاصله کانونی یک عدسی همگرا  $27\text{cm}$  است. توان آن برحسب دیوپتر چقدر است؟  
جواب: با نشان دادن کمیت معلوم  $f = 0.27\text{m}$  به‌طور مستقیم در معادله (۱۰-۶)، داریم

$$P = \frac{1}{0.27\text{m}} = +3.70\text{D}$$

این جواب را باید از این قرار خواند: به‌اضافه سه ممیز هفت صفر دیوپتر.

## ۱۰-۱۱ میکروسکوپ

میکروسکوپ را، که به‌طور کلی توانش به‌مراتب فراتر از توان ذره‌بین است، در سال ۱۶۱۰ گالیله اختراع کرد. میکروسکوپ نوری مدرن، در ساده‌ترین صورت، از دو عدسی تشکیل شده است؛ عدسی شیئی که فاصله کانونی بسیار کوتاهی دارد، و عدسی چشمی که فاصله کانونی اندکی بیشتر است. در حالی که این هر دو عدسی در واقع برای کاهش ابیراهی از اجزای متعددی برخوردارند، اصول عملکرد آنها را در شکل ۱۰-۱۳ به‌وسیله دو تک‌عدسی مشاهده می‌کنید. شیئی را درست در



شکل ۱۰-۱۳ اصول کار میکروسکوپ، در حالی نشان داده می شود که عدسی چشمی برای انداختن تصویر در فاصله واضحترین دید تنظیم شده است.

خارج از فاصله کانونی عدسی شیئی قرار می دهند (۱) و به این ترتیب، یک تصویر حقیقی بزرگنمایی شده در (۲) تشکیل می شود. این تصویر برای عدسی دوم چشمی، شیء محسوب می شود. کار عدسی چشمی مثل کار ذره بین است و یک تصویر بزرگ مجازی در (۳) می اندازد. این تصویر، در نهایت برای چشم شیء محسوب، و تصویر نهایی و حقیقی آن روی شبکیه تشکیل می شود (۴). چون عملکرد عدسی شیئی (ابزکتیوا)، تشکیل تصویر بزرگ شده برای مشاهده توسط عدسی چشمی (اکولر) است، بزرگنمایی کل دستگاه از حاصلضرب بزرگنمایی خطی عدسی شیئی،  $m_1$  و بزرگنمایی زاویه ای عدسی چشمی،  $M_2$ ، به دست می آید. بزرگنماییهای  $m_1$  و  $M_2$  از معادلات (۴-۱۱) و (۱۰-۵) به طور جداگانه به دست می آیند:

$$M_2 = \frac{25}{f_2} \quad \text{و} \quad m_1 = -\frac{x'}{f_1}$$

بنابراین، بزرگنمایی کل عبارت است از:

$$M = -\frac{x'}{f_1} \frac{25}{f_2} \quad (7-10)$$

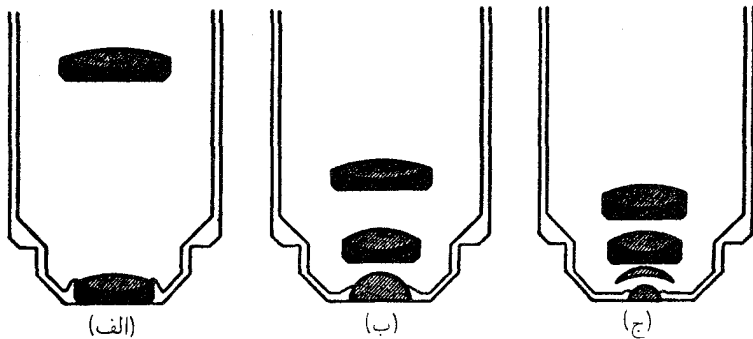
در میان سازندگان ابزارآلات نوری رسم است که روی شیئی و چشمی، برطبق بزرگنمایی جداگانه آنها  $m_1$  و  $M_2$  برچسب می‌زنند.

### ۱۰-۱۲ انواع شیئی‌ها در میکروسکوپ

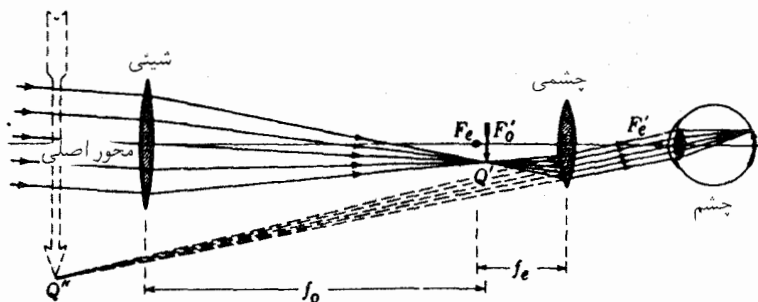
هر میکروسکوپ مرغوب معمولاً مجهز به یک دماغه برجک هر می حامل سه شیئی با توان بزرگنمایی متفاوت است. با گرداندن دماغه می‌توان هر یک از سه شیئی را نسبت به چشمی همخط کرد. در شکل ۱۰-۱۴ نمودار سه شیئی معمولی را مشاهده می‌کنید. شیئی اول از دو عدسی بدون عیب رنگی جسیده به هم ترکیب یافته و نسبت به عیبهای ابیراهی کروی، و کما اصلاح شده، و دارای فاصله کانونی ۱٫۶cm، بزرگنمایی  $10 \times$  (ده برابر)، و فاصله کاری ۷cm<sup>o</sup> است. دومی هم بدون عیب رنگی، به فاصله کانونی ۴cm<sup>o</sup>، بزرگنمایی  $40 \times$  و فاصله کاری ۶cm<sup>o</sup> است. شیئی سوم از نوع غوطه‌ور در روغن به فاصله کانونی ۱۶cm<sup>o</sup>، بزرگنمایی  $100 \times$  و فاصله کاری فقط ۳۵cm<sup>o</sup> است. در هنگام استفاده از این شیء باید خیلی مراقبت به عمل آورد تا از خراش عدسی نیمکره پایینی جلوگیری شود. با آنکه شناوری در روغن، دو عدسی پایینی را آپلاتیک می‌کند (شکل ۹-۱۵)، ابیراهی عرضی رنگی وجود دارد. این عیب را با استفاده از یک چشمی جبران‌کننده اصلاح می‌کنند. که شرح آن در بخش ۱۰-۱۸ خواهد آمد.

### ۱۰-۱۳ دوربینهای نجومی (تلسکوپ)

از لحاظ تاریخی، شاید نخستین تلسکوپ در سال ۱۶۰۸ در هلند و به دست عینک‌سازی گمنام، به اسم هانس لیپرسی، ساخته شده‌است. چند ماه بعد از آن، گالیله به محض اطلاع از اینکه اشیای



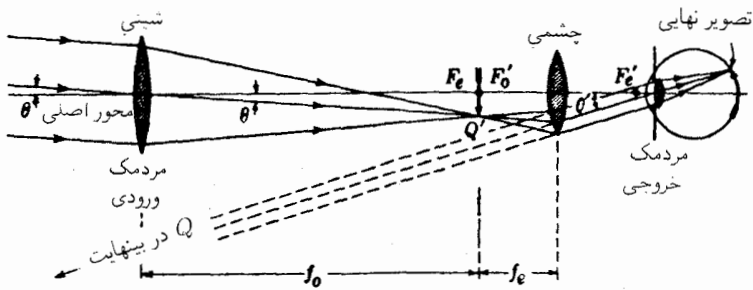
شکل ۱۰-۱۴ شیئی‌های میکروسکوپ: (الف) کم‌توان؛ (ب) با توان متوسط؛ و (ج) یرتوان غوطه‌ور در روغن.



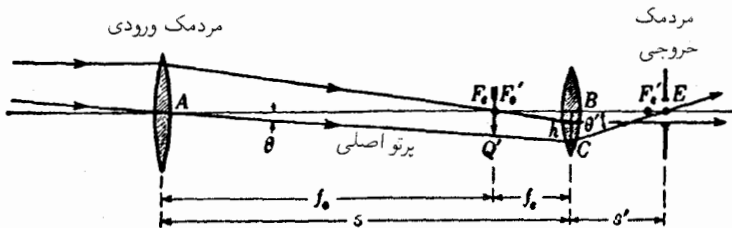
شکل ۱۵-۱۰ اساس کار دوربین نجومی، که در وضعیتی نشان داده شده که عدسی چشمی برای تولید تصویر در فاصله واضحترین دید تنظیم شده است.

دور را می‌توان به کمک دو عدسی به دیدرس آورد، نخستین تلسکوپ صحیح و قابل اتکا را طراحی کرد و به دست خود ساخت. اجزای این دوربین هنوز هم وجود دارند و در نمایشگاهی در فلورانس در معرض دید همگان‌اند. اساس کار دوربینهای نجومی امروزی با این دوربینهای اولیه یکی است. نمودار تلسکوپی ابتدایی را در شکل ۱۵-۱۰ مشاهده می‌کنید. پرتوهای گسیلی از یک نقطه شیئی دور دست، به صورت باریکه‌ای موازی به یک عدسی شیئی با فاصله کانونی بزرگ وارد می‌شوند. این پرتوها پس از کانونی شدن، یک تصویر نقطه‌ای در  $Q'$  تشکیل می‌دهند. تصویر شیئی دور که به صورت یک پیکان مستقیم فرض شده است، چنان‌که مشاهده می‌شود، تصویری حقیقی و معکوس است. عدسی چشمی در تلسکوپ همان کار را می‌کند که در میکروسکوپ می‌کرد؛ یعنی کار یک ذره‌بین یا بزرگنما را انجام می‌دهد. هرگاه عدسی چشمی را در مکانی قرار دهیم که در آن، این تصویر حقیقی درست بلافاصله بعد از صفحه کانونی اولیه آن،  $F_2$ ، قرار گیرد، یک تصویر بزرگ‌شده مجازی در  $Q''$  را می‌توان به وسیله چشم در نقطه نزدیک،  $25\text{ cm}$ ، مشاهده کرد. با این وصف، در عمل، تصویر حقیقی را چنان تشکیل می‌دهند که منطبق بر نقاط کانونی هر دو عدسی باشد، و در نتیجه، پرتوهای تصویری از عدسی چشمی به صورت یک دسته موازی خارج شوند، و تصویر مجازی در بینهایت واقع شود. تصویر نهایی همیشه تصویری است که در شبکه و به وسیله پرتوهایی که ظاهراً از  $Q''$  می‌آیند، تشکیل می‌شود. در شکل ۱۶-۱۰ نمودار تلسکوپی را مشاهده می‌کنید که به این ترتیب تنظیم شده است.

در همه دوربینهای نجومی، عدسی شیئی در عین حال روزنه‌بند هم محسوب می‌شود؛ بنابراین مردمک ورودی هم به‌شمار می‌رود و تصویر آن‌که همانگونه که در همه عدسیها مقرر است، در سمت راست آن (در اینجا تنها در عدسی چشمی) تشکیل شده، مردمک خروجی است. این اجزا



شکل ۱۰-۱۶ اساس کار دوربین نجومی در وضعیتی که عدسی چشمی برای تشکیل تصویر در بینهایت تنظیم شده است.



شکل ۱۰-۱۷ مردمکهای ورودی و خروجی در دوربین نجومی.

و عناصر را در شکل ۱۰-۱۷ مشاهده می‌کنید و رد مسیر یک پرتو فرودی موازی با محور و یک پرتو اصلی از یک نقطه شیئی خارج از محور در آن دیده می‌شوند. فاصله آخرین عدسی سیستم چشمی از مردمک خروجی را فاصله آسودگی چشم می‌نامند و معمولاً باید در حدود ۸ میلی‌متر باشد.

توان بزرگنمایی دوربین نجومی، بنا بر تعریف، عبارت است از نسبت زاویه‌ای که در چشم روبه‌روی تصویر نهایی  $Q''$  قرار گرفته به زاویه‌ای که در چشم روبه‌روی خود شیء قرار می‌گیرد. این شیء که در شکل ۱۰-۱۷ دیده نمی‌شود، روبه‌روی زاویه  $\theta$  در شیء یا ابرکتیو قرار می‌گیرد و تقریباً روبه‌روی همان زاویه‌ای که چشم غیرمسلح با آن زاویه آن را می‌بیند. زاویه مقابل به تصویر نهایی در چشم عبارت است از  $\theta'$ . بنا بر تعریف [معادله (۱۰-۵)]:

$$M = \frac{\theta'}{\theta}$$

زاویه  $\theta$ ، زاویه میدان-شیء و  $\theta'$  زاویه میدان-تصویر است. به عبارت دیگر،  $\theta$  میدان زاویه‌ای کل است



که تلسکوپ می‌گیرد در حالی که  $\theta'$  زاویه‌ای است که میدان را ظاهراً در برمی‌گیرد (بخش ۷-۱۱) از مثلثهای قائم‌الزاویه  $ABC$  و  $EBC$ ، در شکل ۱۷-۱۰ داریم:

$$\tan \theta' = -\frac{h}{s'} \quad \text{و} \quad \tan \theta = \frac{h}{s} \quad (۸-۱۰)$$

با استفاده از فرمول کلی عدسی،  $1/s + 1/s' = 1/f$ ، داریم:

$$\frac{1}{s'} = \frac{f_o}{f_E(f_o + f_E)} \quad (۹-۱۰)$$

که، پس از جایگذاری در معادله (۸-۱۰)، از این قرار خواهد بود:

$$\tan \theta' = -\frac{hf_o}{f_E(f_o + f_E)} \quad \text{و} \quad \tan \theta = \frac{h}{f_o + f_E}$$

در زاویه‌های کوچک،  $\tan \theta \approx \theta$  و  $\tan \theta' \approx \theta'$ . با جایگذاری در ۷-۱۰ داریم:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_o}{f_E} \quad (۱۰-۱۰)$$

به این ترتیب، توان بزرگنمایی تلسکوپ درست از نسبت فاصله کانونی عدسی شیئی به فاصله کانونی عدسی چشمی به دست می‌آید و علامت منفی حاکی از یک تصویر معکوس است. هرگاه  $D$  و  $d$ ، به ترتیب، قطر عدسی شیئی و مردمک خروجی باشند، پرتو حاشیه‌ای عبوری از  $F'_o$  و  $F_E$  در شکل ۱۷-۱۰، دو مثلث قائم‌الزاویه متشابه می‌سازد، که از آنها رابطه زیر به دست می‌آید:

$$-\frac{f_o}{f_E} = \frac{D}{d}$$

از این رو، معادله دیگری برای بزرگنمایی زاویه‌ای به دست می‌آید:

$$M = \frac{D}{d} \quad (۱۱-۱۰)$$

بنابراین، روشی مفید برای تعیین بزرگنمایی تلسکوپ، عبارت است از اندازه‌گیری و محاسبه نسبت قطرهای عدسی شیئی و مردمک خروجی. قطر مردمک را می‌توان به آسانی و با کانونی کردن

تلسکوپ روی بینهایت، و سپس گرفتن آن به سوی آسمان، به این ترتیب پیدا کرد که یک تکه کاغذ سفید نازک را پشت چشمی قرار دهیم و آن را به پس و پیش حرکت دهیم تا یک لکه واضح و دایره‌ای نور سفید روی کاغذ بیفتد. این مردمک خروجی را معمولاً دایره رامسدن می‌نامند. ابعاد آن، نسبت به ابعاد مردمک چشم، در تعیین روشنایی تصویر و توان تفکیک دستگاه بسیار اهمیت دارد (بخش ۱۵-۹).

روش دیگر اندازه‌گیری بزرگنمایی تلسکوپ عبارت است از مشاهده (یا رصد) شیئی دور با یک چشم توسط تلسکوپ و با چشم دیگر به‌طور مستقیم و بدون تلسکوپ. با اندکی تمرین می‌توان تصویری را که از طریق تلسکوپ دیده می‌شود، روی تصویر حاصل از دید مستقیم، که کوچکتر است، انداخت، به این ترتیب، به مقایسهٔ بلاواسطه‌ای از ارتفاع نسبی تصویر و شیء دست یافت. میدان شیئی تلسکوپ توسط زاویهٔ روبه‌رو دهانهٔ چشمی در مرکز عدسی شیئی (یعنی زاویه‌ای که تحت آن، دهانه چشمی از مرکز عدسی شیئی دیده می‌شود) تعیین می‌شود. به بیان دیگر، عدسی چشمی میدان‌بند سیستم است. در شکل ۱۰-۱۷، زاویهٔ  $\theta$ ، نیم‌زاویهٔ میدان است (بخش ۷-۸)

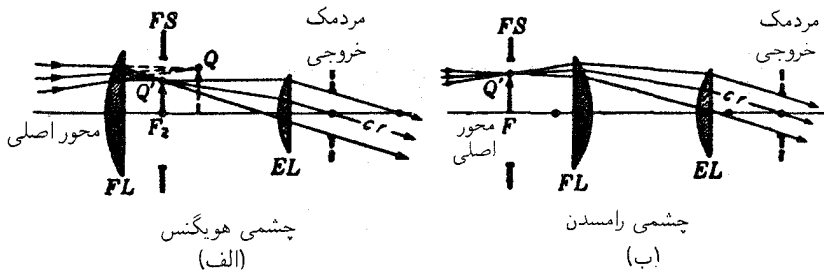
## ۱۰-۱۴ سیستمهای چشمی (اکولار) و عدسیهای چشمی

هر چند که می‌توان ذره‌بین ساده را از انواعی که در شکل ۱۰-۱۰ نشان داده‌ایم، در حکم عدسی چشمی در میکروسکوپ و تلسکوپ به‌کار گرفت، روش رایج از این قرار است که برای هر آلت خاص، ترکیب عدسی خاصی هم طراحی شود. این چشمیها را معمولاً اکولار می‌گویند. یکی از مهمترین نکات در طراحی اکولارها تصحیح ابیراهی رنگی عرضی است. به همین دلیل است که ساختار اساسی اکثر اکولارها مشتمل بر دو عدسی از شیشه‌ای هم‌جنس و به فاصله‌ای برابر با نصف مجموع فواصل کانونی آنهاست [معادلهٔ (۹-۲۶)].

چشمی هویگنس و چشمی رامسدن دو اکولار شناخته شده‌ای‌اند که بر این اساس ساخته می‌شوند (شکل ۱۰-۱۸). در این هر دو سیستم، آن عدسی‌ای که به چشم نزدیک است، عدسی چشم نام دارد، و عدسی نزدیک به عدسی شیئی را عدسی میدان می‌گویند.

## ۱۰-۱۵ چشمی هویگنس

معمولاً دو عدسی چشمیهای این طرح را از شیشه کرارون عینک می‌سازند و نسبت فاصلهٔ کانونی آنها به یکدیگر،  $f_e/f_o$ ، بین ۱٫۵ و ۳ تغییر می‌کند. مطابق شکل ۱۰-۱۸ (الف)، پرتوهای خروجی از یک شیئی (اَبژکتیو) در سمت چپ (که نشان نداده‌ایم) در یک نقطه تصویر حقیقی  $Q$  همدیگر را قطع می‌کنند. عدسی میدان این پرتوها را به‌صورت یک تصویر حقیقی در  $Q'$  در می‌آورد، و از این



چشمی هویگنس  
(الف)

چشمی رامسدن  
(ب)

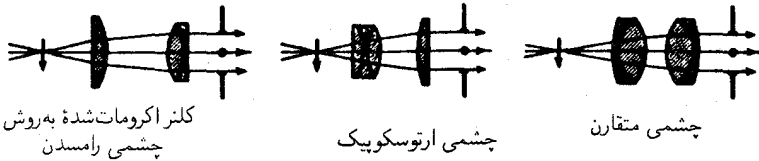
شکل ۱۰-۱۸ چشمیهای معمولی که در ابزارهای اپتیکی به کار می‌روند.

نقطه دوباره پرتوها واگرا می‌شوند و در عدسی چشم به صورت یک باریکه موازی می‌شکنند. در اکثر تلسکوپها، شیئی دستگاه، مردمک ورودی کل سیستم به شمار می‌آید. بنابراین، مردمک خروجی یا نقطه چشم، تصویر شیئی است که توسط چشمی تشکیل می‌شود و در مکانی قرار می‌گیرد که در شکل با "مردمک خروجی" نشان داده می‌شود. در همین جاست که پرتو اصلی، محور اصلی اکولار را قطع می‌کند. میدان بند  $FS$  غالباً در  $Q'$ ، کانون اولیه عدسی چشم، واقع است و اگر از تار یا رتیکول (شبکه) استفاده شود، باید آن را در همین صفحه تعبیه کرد. هر چند که چشمی به عنوان یک کل برای ابیراهی رنگی عرضی تصحیح می‌شود، تک تک عدسیها تصحیح نمی‌شوند، از این رو تصویر رتیکول که توسط عدسی چشم به تنهایی تشکیل می‌شود، دارای عیبهای کجی و رنگی خواهد بود. اکولارهای هویگنس با تار یا رتیکول در برخی میکروسکوپها کار گذاشته می‌شوند، اما در این موارد رتیکول کوچک است و به مرکز میدان منحصر می‌شود. چشمی هویگنس دارای اندکی ابیراهی کروی، آستیگماتیسم، و عیبهای نسبتاً بزرگ رنگی طولی و واپیچش بالشی است. به طور کلی، آسودگی چشم، یعنی فاصله میان عدسی چشم اکولار و مردمک خروجی بسیار کوتاه و موجب ناراحتی است.

## ۱۰-۱۶ چشمی رامسدن

در این گونه چشمیها نیز معمولاً دو عدسی را از شیشه هم جنسی می‌سازند، اما فاصله کانونی آنها با هم یکی است. چون اولین صفحه کانونی سیستم منطبق بر عدسی میدان است تار رتیکول و یا صلیب موین را باید در همان جا تعبیه کرد. در بعضی شرایط، این کار بسیار ضروری و مطلوب است، اما اینکه هر ذره غبار در روی عدسی به وضوح دیده خواهد شد، جنبه نامطلوبی است. برای غلبه بر این مشکل، عدسیها را اندکی نزدیکتر به هم نصب می‌کنند و به این ترتیب، به بهای فدا کردن بی‌رنگی عرضی صفحه کانونی را اندکی به جلو می‌برند.

مسیر پرتوها در چشمی رامسدن را در شکل ۱۰-۱۸ (ب) مشاهده می‌کنید. تصویر حاصل از



شکل ۱۰-۱۹ سه نوع چشمی آکرومات (بدون عیب رنگی).

شیشی (که نشان نداده‌ایم) در اولین کانون  $F$  قرار دارد، و همین جاست که غالباً یک دریچه میدان  $FS$  و یک تار رتیکول یا صلیب موئین قرار داده می‌شوند. پس از شکست در هر دو عدسی، پرتوهای موازی خارج می‌شوند و در نزدیکی مردمک خروجی یا در خود آن به چشم می‌رسند. در ارتباط با ابیراهی، چشمی رامسدن بیش از چشمی هویگنس دارای رنگ عرضی است، اما رنگ طولی در حدود نصف رنگ طولی آن است. ابیراهی کروی آن یک‌پنجم، و واپیچش آن نصف است، و کما ندارد. یکی از مزیت‌های آن نسبت به چشمی هویگنس، آسودگی چشم بزرگتر در حدود پنجاه درصد است.

### ۱۰-۱۷ چشمی کلنر یا چشمی رامسدن بدون عیب رنگی (آکرومات)

به‌علت وجود بسیاری از جنبه‌های مطلوب در چشمی رامسدن، برای بهبود بخشیدن به عیب‌های رنگی‌اش تلاش‌های فراوانی صورت گرفته است. این ابیراهی را می‌توان با استفاده از عدسی چشم دوتایی چسبیده تقریباً به‌طور کامل برطرف کرد (شکل ۱۰-۱۹)، این نوع چشمی غالباً در دوربین‌های دوچشمی منشوری مورد استفاده قرار می‌گیرد، زیرا اندک عیب رنگی عرضی را برطرف و ابیراهی کروی را از طریق مشخصات ابیراهی منشورهای پورو کاهش می‌دهد [شکل ۲-۳(ب)].

### ۱۰-۱۸ چشمیهای خاص

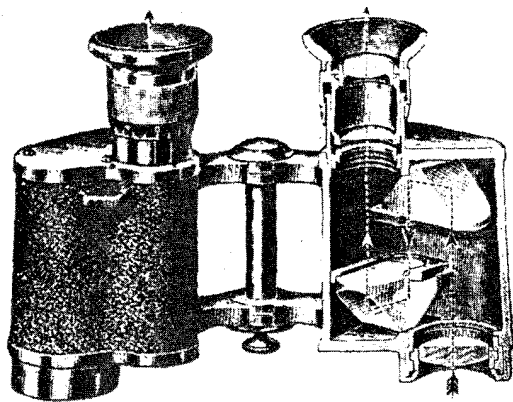
چشمی ارتوسکوپیکی در نمودار وسطی شکل ۱۰-۱۹، با میدان وسیع و بزرگنمایی بالا مشخص می‌شود. این چشمی را معمولاً در تلسکوپیهای پرتوان و مسافت‌یابها به‌کار می‌برند. چشمی متقارن که در سمت راست شکل ۱۰-۱۹ مشاهده می‌کنید، دارای دهانه بزرگتری نسبت به چشمی کلنر با فاصله کانونی یکسان است. در نتیجه، یک میدان وسیعتر و آسودگی چشم طولانیتر حاصل می‌شود و به‌همین دلیل است که در تفنگهای دوربین‌دار از آن به فراوانی بهره می‌گیرند. زیرا روشن است که آسودگی چشم کوتاه در تفنگهای لگدزن خطرناک است.

نظر به اینکه ابیراهی رنگی عرضی و نیز سایر ابیراهیهای یک چشمی به فاصله متغیر دو جزء تشکیل دهنده آن بستگی دارند. در بعضی اکولارها این فاصله را تنظیم پذیر می سازند. برخی میکروسکوپها به چنین سیستم چشمیهای جبرانی مجهزند، و اصلاح ناکامل عیب رنگی عرضی هر شیئی را با اصلاح بیش از حد چشمی خنثی می کنند.

### ۱۰-۱۹ دوربینهای دوچشمی منشوری

دوچشمیهای منشوری در واقع از یک زوج دوربین یکسان کنار هم تشکیل می شوند که هر کدام برای یک چشم نصب شده اند. در شکل ۱۰-۲۰ چنین دستگاهی را مشاهده می کنید. عدسیهای شیئی (ابزکتیوها) زوجهای اکرومات (بدون عیب رنگی) چسبیده به هم هستند، و اکولارها هم یا چشمی کلنر و یا چشمی اکرومات شده رامسدن هستند. نقطه چینها مسیر پرتو محوری را در یک جفت منشور پورو نشان می دهند. منشور اول تصویر را مجدداً معکوس و منشور دوم آن را چپ و راست می کند و به این ترتیب تصویری در وضعیت مناسب حاصل می شود. برگشت مجدد پرتوهای نور این امتیاز را هم دارد که شیئیها با فاصله کانونی زیاد در لوله های کوتاه مورد استفاده قرار گیرند و در نتیجه بزرگنمایی بالایی حاصل شود.

دوربینهای دوچشمی به اعتبار وجود چهار جنبه کلی حالت مطلوبی پیدا می کنند: (۱) بزرگنمایی؛ (۲) میدان دید؛ (۳) توان جمع آوری نور؛ و (۴) ابعاد و وزن. برای حمل با دست، دوربینهای دوچشمی با توان بزرگنمایی پنج، شش، هفت و هشت برابر بالاترین کاربرد را دارند. دوربینهای دوچشمی با بزرگنمایی بالاتر از ۸، هر چند که مطلوبند ولی برای ساکن ماندن نیاز به نصب روی پایه دارند.



شکل ۱۰-۲۰ نمودار دوچشمی منشوری که دو عدسی و منشورهای بازتابش کلی پورو را نشان می دهد.

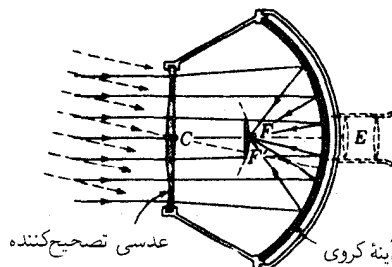
برای توانهای کمتر از ۴ عیبهای عدسی معمولاً بر بزرگنمایی می‌چربند، و شخصی متوسط می‌تواند با چشم غیرمسلح بهتر ببیند. میدان دید را دهانه چشمی تعیین می‌کند و باید حتی‌الامکان بزرگ باشد برای یک دوربین دوچشمی با توان هفت، میدان شیئی  $6^\circ$ ، بزرگ تلقی می‌شود، زیرا در عدسی چشم همان میدان پخش می‌شود و زاویه  $42^\circ = 6^\circ \times 7$  ایجاد می‌کند.

قطر عدسیهای شیئی، توان جمع‌آوری نور را تعیین می‌کند. قطرهای بزرگ فقط در شب اهمیت می‌یابند، چون نور کم است. دوچشمیهای مشخص شده با  $6 \times 30$  دارای بزرگنمایی ۶ و قطر مؤثر عدسی شیئی  $30 \text{ mm}$  هستند. علامت مشخصه  $50 \times 7$  به این معناست که بزرگنمایی ۷ و قطر شیئی  $50 \text{ mm}$  است. هر چند که دوربینهای اخیر برای استفاده در روز و شب بسیار مطلوبند، ابعادشان بزرگ و استفاده از آنها دشوارتر از دوربینهای مشخص شده با  $6 \times 30$  یا  $8 \times 30$  است. برای کاربردهای شخصی همگانی، دو دوربین اخیر مناسبترین دوربینها محسوب می‌شوند.

قطر عدسیهای میدان و چشم اکولارها (در شکل ۱۰-۱۸ با  $EL$  و  $FL$ ) بزرگی میدان دید را تعیین می‌کنند.

## ۱۰-۲۰ سیستم اپتیکی کلنر-اشمیت

در سیستم اپتیکی کلنر-اشمیت، مطابق ۱۰-۲۱، یک آینه کروی با یک عدسی غیرکروی ترکیب می‌شود. کلنر، این سیستم اپتیکی را در سال ۱۹۱۰ به عنوان یک منبع ممتاز نور موازی ساخت و امتیاز آن را به ثبت رسانید. سالها بعد، اشمیت این سیستم را به یک دستگاه عکاسی بسیار سریع تبدیل کرد، و از آن تاریخ به دوربین عکاسی اشمیت معروف شده است. در حالی که اشمیت نخستین کسی بود که اهمیت قرار دادن صفحه تصحیح‌کننده در مرکز انحنای آینه را مورد تأکید قرار داد، کلنر این مطلب را در نقشه ثبتی خود با ترسیم در آن مکان نشان داده است.



شکل ۱۰-۲۱ سیستم اپتیکی کلنر-اشمیت.

وظیفه عدسی، شکست پرتوهای موازی ورودی در جهاتی است که بعد از بازتابش از آینه کروی، جملگی در یک نقطه محوری  $F'$  متمرکز شوند. بنابراین، صفحه تصحیح کننده، ابیراهی کروی آینه را حذف می کند. با قرار دادن عدسی در مرکز انحنای آینه، پرتوهایی که تحت زاویه های بزرگ با محور وارد سیستم می شوند، در نقطه دیگری نظیر  $F''$  به صورت نسبتاً خوبی متمرکز می شوند. صفحه کانونی چنین سیستمی، کروی، و با مرکز انحنای واقع در  $C$ ، است.

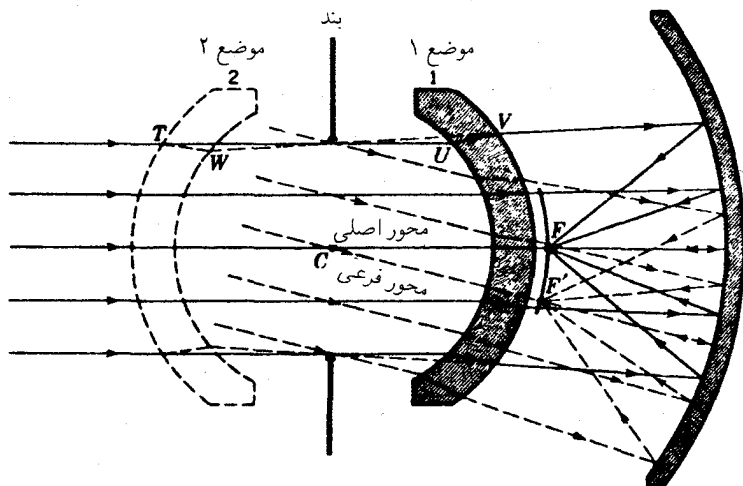
این سیستم اپتیکی دارای خواص شایان توجه و سودمند فراوانی است. اولاً، به عنوان دوربین عکاسی، با یک فیلم کوچک در مرکز و یا با فیلم بزرگتر که برای انطباق با سطح کانونی خمیده می شود، دارای سرعت بسیار زیاد  $f/5$  است. به علت این سرعت خارق العاده، سیستم اشमित در اخترشناسی برای عکسبرداری از ستاره های کم نور و دنباله دار به کار می رود. در گیرنده های تلویزیون هم به دلایلی مشابه برای انداختن تصاویر کوچک از یک اسیلوسکوپ بر روی پرده نسبتاً بزرگ، از سیستم اشमित استفاده می شود. در این مورد، پرده کوژ اسیلوسکوپ را با کوژی سطح کانونی یکی می کنند تا اینکه نور پرده تصویر توسط آینه باز بتابد و از عدسی تصحیح کننده بگذرد و بر پرده نمایش بیفتد.

اگر یک آینه نقره اندود و کوژ در  $F'F'$  قرار داده شود، پرتوهای خروجی از هر منبع دور که وارد سیستم بشوند، تصویری نقطه ای روی سطح کانونی تشکیل خواهند داد و بعد از بازتابش، دوباره به صورت پرتوهای موازی درست در جهت منبع خارج خواهند شد. وسیله ای که به این روال به کار گرفته می شود، خود موازی ساز نامیده می شود. هرگاه سطح کانونی با یک ماده فلوتورسانی پوشانده شود، نور فرابنفش از یک منبع دور مرئی، لکه ای روشن در نقطه ای روی  $F'F'$  تشکیل خواهد داد و نور مرئی خروجی از این لکه فقط در جهت منبع خارج خواهد شد. اگر در مرکز آینه بزرگ سوراخی تعبیه شود، می توان یک عدسی چشمی در پشت آن برای دیدن پرده فلوتورسانی تعبیه کرد و هر منبع فرابنفش را به صورت یک منبع مرئی مشاهده کرد. به اعتبار کاربرد این وسیله به این طریق است که به آن نام تلسکوپ فرابنفش زاویه باز را می دهد.

## ۱۰-۲۱ سیستمهای اپتیکی هم مرکز

تکوین سیستمهای اپتیکی هم مرکز و کاربرد آنها در سالهای اخیر دست کم اشاره به خواص اپتیکی جالب توجه آنها را جایز می دارد. این سیستمها دارای شکل کلی یک آینه کاو و یک عدسی هم مرکز از نوع شکل ۵-۹ هستند. چنان که از عنوان مطلب برمی آید، و در شکل ۱۰-۲۲ هم مشاهده می کنید، همه سطوح دارای یک مرکز انحنای مشترک،  $C$ ، هستند.

منظور از عدسی هم مرکز، کاستن ابیراهی کروی به حداقل است. پرتوهای دور از مرکز که از



شکل ۱۰-۲۲ سیستم اپتیکی هم مرکز.

عدسی می‌گذرند، از محور دور می‌شوند و (با انتخاب مناسب شعاعها، ضرایب شکست، و ضخامت عدسیها) می‌توان آنها را در کانون پیراموری  $F$  با محور تقاطع داد. نظر به اینکه هر پرتو مار بر  $C$  را می‌توان به عنوان محور تلقی کرد، سطح کانونی هم کروی شکل و با مرکز انحنا در  $C$  است. در برخی سیستمها، سطح کانونی را روی سطح پشتی عدسی می‌اندازند.

چون هر دو صفحه اصلی عدسی هم مرکز بر صفحه‌ای انطباق دارد که از  $C$  بر پرتو محوری هر دسته پرتو عمود است، گویی عدسی تصحیح‌کننده، عدسی نازکی است که در  $C$  قرار دارد، و برای همهٔ باریکه‌های موازی فرودی، تحت زاویهٔ مناسبی سمتگیری کرده است.

در این سیستم، چون پرتوهای مایل و تیر وجود ندارد، عیبهای کما و آستیگماتیسم پیش نمی‌آیند. طرز عمل کامل دستگاه، به محض معلوم شدن خصوصیات تصویری یک نقطه شیئی محوری آشکار می‌شود. امتیاز اساسی سیستم نسبت به سیستم کلنراشمیت هم در همین نکته نهفته است. اپیراهیهای رنگی ناشی از عدسی، تا وقتی که فاصلهٔ کانونی آن در مقایسه با فاصلهٔ کانونی آینه بزرگ باشد، ناچیزند و معمولاً هم تقریباً همیشه چنین است.

سایر جنبه‌های مهم سیستمهای هم مرکز را می‌توان از روی نمودار آن دریافت. با افزایش زاویه فرود، کاهش اندکی در روشنی تصویر پیش می‌آید. عدسی تصحیح‌کننده را می‌توان جلوی  $C$ ، در موضع ۲، قرار داد. در این موضع عملکرد اپتیکی مشابهی انجام می‌گیرد. سرانجام، می‌توان



یک آینه کوژ هم‌مرکز را در نیمه فاصله میان عدسی و آینه قرار داد. در این صورت نور بازتابیده از سوراخی واقع در مرکز آینه بزرگ می‌گذرد و در کانون به هم می‌رسند. آرایش اخیر، علاوه بر سایر خواص، یک سیستم شیئی عالی برای میکروسکوپ بازتابی محسوب می‌شود.

امروزه، بسیاری از آلات و قطعات اپتیکی بسیار دقیق، از سیستمهای کلنراشمیت و هم‌مرکز بهره می‌گیرند. آزمایشگاههای پژوهشی نیروهای مسلح سیستمهایی برای ردیابی و هدایت موشکها ساخته‌اند که در آنها از این سیستمها و نورهای فرابنفش، مرئی و فروسرخ استفاده شده است. شیئی‌های تله‌فوتوی ظریف و دوربینهای نجومی جمع‌وجور تجارتنی نیز در بازار یافت می‌شوند.

## مسائل

۱-۱۰ یک گوی شیشه‌ای شفاف به قطر  $2\text{ cm}$  و  $2^\circ$  و ضریب شکست  $1.525$  مفروض است پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) توان بزرگنمایی؛ (ج) فاصله کانونی پشتی؛ و (د) مکان نقطه اصلی ثانوی آن را از طریق محاسبه؛ (ه) مسئله را از طریق ترسیمی نیز حل کنید.

۲-۱۰ یک ذره بین از دو عدسی تخت-کوژ، هر کدام به فاصله کانونی  $25\text{ cm}$  و به فاصله  $15\text{ cm}$  دو سطح کوژ روبه‌روی هم ساخته شده است [شکل ۱-۸ (ب)]. با استفاده از فرمولهای گاوس بیابید: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) توان بزرگنمایی؛ (ج) فاصله کانونی پشتی؛ و (د) مکان نقطه اصلی ثانویه آن را؛ (ه) مسئله را از طریق ترسیمی نیز حل کنید.

۳-۱۰ یک عدسی چشمی رامسدن از دو عدسی تخت-کوژ، هر کدام به فاصله کانونی  $35^\circ$  و به فاصله  $25\text{ cm}$  از یکدیگر تشکیل می‌شود. با استفاده از فرمولهای عدسی نازک پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی؛ (ب) توان بزرگنمایی؛ (ج) فاصله کانونی پشتی آن را.

۴-۱۰ یک عدسی چشمی رامسدن از دو عدسی نازک، هر کدام به فاصله کانونی  $36^\circ$  میلیمتر و به فاصله  $28^\circ$  میلیمتر از یکدیگر تشکیل می‌شود. با استفاده از فرمولهای عدسی نازک پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی چشمی؛ (ب) توان بزرگنمایی؛ و (ج) فاصله کانونی پشتی آن.

جواب: (الف)  $29.46\text{ mm}+$ ؛ (ب)  $8.49\times+$ ؛ و (ج)  $55\text{ mm}$ .

۵-۱۰ یک عدسی چشمی هویگنس از دو عدسی نازک با شیشه‌هایی از جنس واحد، و به ترتیب، با فاصله‌های کانونی  $25\text{ cm}+$  و  $15\text{ cm}$  تشکیل یافته است. هرگاه فاصله عدسیها به منظور تصحیح ایراهمی رنگی تعیین شده باشد، پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی چشمی؛ (ب) توان بزرگنمایی؛ و (ج) فاصله کانونی پشتی آن را. (د) یک نمودار مقیاسی ترسیم کنید.

۱۰-۶ یک میکروسکوپ حاوی عدسی چشمی با علامت  $\times 15$  و عدسی شیئی به فاصله کانونی  $45\text{mm} +$  مفروض است. اگر این عدسی تصویرش را در فاصله  $16\text{cm}$  پشت سطح کانونی ثانویه اش تشکیل دهد، بزرگنمایی کل میکروسکوپ چقدر است؟

۱۰-۷ فاصله کانونی عدسی چشمی یک میکروسکوپ  $12\text{mm}$  و فاصله کانونی عدسی شیئی آن  $32\text{mm}$  است. هرگاه این عدسی تصویرش را در فاصله  $16\text{cm}$  پشت صفحه کانونی ثانویه اش تشکیل دهد، بزرگنمایی کل سیستم چقدر است؟  
جواب:  $\times 1042$  -

۱۰-۸ فاصله عدسیهای شیئی و چشمی یک میکروسکوپ از یکدیگر  $20\text{cm}$  است. فاصله کانونی شیئی  $7\text{mm}$  و فاصله کانونی چشمی  $5\text{mm}$  است. با تلقی عدسیها به عنوان عدسی نازک، پیدا کنید: (الف) فاصله شیئی از شیئی مورد مشاهده؛ (ب) بزرگنمایی خطی عدسی شیئی؛ و (ج) بزرگنمایی کل را. تصویر نهایی در بینهایت تشکیل می شود.

۱۰-۹ فواصل کانونی چشمی و شیئی یک میکروسکوپ، به ترتیب،  $52\text{mm} +$  و  $82\text{mm}$  و فاصله آنها از یکدیگر  $18\text{cm}$  است. با این فرض که این عدسیها نازک اند، پیدا کنید: (الف) فاصله عدسی شیئی از شیئی مورد مشاهده؛ (ب) بزرگنمایی خطی تولید شده در عدسی شیئی؛ و (ج) بزرگنمایی کل را. تصویر نهایی در بینهایت است.

۱۰-۱۰ قطر چشمی یک دوربین نجومی  $12.5\text{cm}$  و فاصله کانونی آن  $85\text{cm}$  است. هرگاه فاصله کانونی عدسی چشمی اش  $2.5\text{cm}$  و قطر آن  $1.5\text{cm}$  باشد: (الف) بزرگنمایی زاویه ای؛ و (ب) قطر مردمک خروجی؛ (ج) زاویه میدان شیئی؛ (د) زاویه میدان تصویر؛ و (ه) فاصله آسودگی چشم چقدر خواهند بود.

جواب: (الف)  $34^\circ$ ؛ (ب)  $3676\text{cm}$ ؛ (ج)  $491^\circ$ ؛ (د)  $167^\circ$ ؛ و (ه)  $2574\text{cm}$ .

۱۰-۱۱ فاصله کانونی عدسی شیئی یک دوربین نجومی کوچک  $40\text{cm} +$  و قطر آن  $4\text{cm}$  است. هرگاه فاصله کانونی عدسی چشمی آن به فاصله کانونی  $12.5\text{mm} +$  و قطرش  $10\text{mm}$  باشد، پیدا کنید: (الف) بزرگنمایی زاویه ای؛ (ب) قطر مردمک خروجی؛ (ج) زاویه میدان شیئی؛ (د) زاویه میدان تصویر؛ و (ه) فاصله آسودگی چشم را.

۱۰-۱۲ فواصل کانونی عدسیهای شیئی یک دوربین دوچشمی  $26.5\text{cm}$  و قطر دهانه آنها  $65\text{mm}$  است. فاصله کانونی چشمیهای این دوربین  $25\text{mm}$  و قطر دهانه آنها  $12.5\text{mm}$  است. پیدا کنید: (الف) بزرگنمایی زاویه ای؛ (ب) قطر مردمک های خروجی؛ (ج) زاویه میدان شیئی؛ (د) زاویه میدان تصویر؛ و (ه) فاصله آسودگی چشم؛ و (و) بزرگی میدان در فاصله  $1000$  متری را.

پارہ دوم

اپتیک موجی

## ارتعاشات و امواج

دنیای پیرامون ما پر از امواج است. می‌توان برخی از آنها را دید و یا شنید، اما بیشترشان را حواس بینایی یا شنوایی ما نمی‌توانند دریابند. در دنیای زیرمیکروسکوپیکی، اتمها و مولکولها از الکترونها، پروتونها، نوترونها، و مزونهای تشکیل یافته‌اند که به صورت موج به این سو و آن سوی محدوده مرزیشان حرکت می‌کنند. همین اتمها و مولکولها، هرگاه به درستی تحریک شوند، امواجی به نام پرتوهای  $\gamma$ ، پرتوهای X، امواج نوری، امواج گرمایی و امواج رادیویی گسیل می‌کنند.

در دنیای مادی بزرگ مقیاس ما، امواج آب و صوت با حرکت دادن جرمهایی با ابعاد چشمگیر تولید می‌شوند. زمین‌لرزه‌ها امواجی را که نتیجه جابجایی‌های ناگهانی در جرم زمین است ایجاد می‌کنند. امواج آب از حرکت کشتی‌ها یا باد تولید می‌شود. امواج صوت، محصول حرکات سریع اشیاء در هوا هستند.

هر حرکتی که در فواصل زمانی مساوی تکرار شود، حرکت تناوبی نام دارد نوسان آونگ ساعت، ارتعاشات دیابازون، و رقص جرمی متصل به سرفنری مارپیچ، تنها سه نمونه از این حرکت به‌شمار می‌آیند. این حرکات خاص و بسیاری دیگر مانند آنها که در طبیعت روی می‌دهند، حرکت هماهنگ ساده (SHM) نامیده می‌شوند.



بسامد ارتعاش، بنابر تعریف، عبارت است از تعداد ارتعاشات انجام شده در یک ثانیه. اگر جسم مرتعش خاصی یک ارتعاش را در  $\frac{1}{3}$  ثانیه انجام دهد، دوره تناوب آن  $\frac{1}{3}$  ثانیه است و در عرض یک ثانیه سه ارتعاش کامل انجام خواهد داد. اگر جسمی  $10^\circ$  ارتعاش در یک ثانیه انجام دهد، دوره تناوب آن  $\frac{1}{10}$  ثانیه است. به بیان دیگر، بسامد ارتعاش،  $\nu$ ، و دوره تناوب،  $T$ ، معکوس همدیگرند:

$$\text{بسامد} = \frac{1}{\text{دوره تناوب}} \quad \text{دوره تناوب} = \frac{1}{\text{بسامد}}$$

عبارت بالا، به کمک نمادهای جبری به صورت زیر خواهند بود:

$$\nu = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{\nu} \quad (1-11)$$

هرگاه ارتعاش یک جسم بر حسب نقطه هندسی  $p$ ، که روی یک دایره حرکت می کند، توصیف شود. بسامد آن از روی تعداد گردشها در ثانیه یا سیکل بر ثانیه به دست می آید.

$$\text{ثانیه}/1 \text{ ارتعاش} = \text{ثانیه}/1 \text{ سیکل} \quad (2-11)$$

هر ارتعاش بر ثانیه را یک هرتز (Hz) می نامند\*

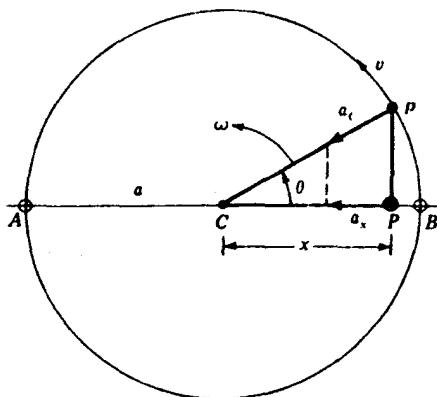
$$1 \text{ Hz} = \text{ثانیه}/1 \text{ ارتعاش} \quad (3-11)$$

## ۱۱-۲ نظریه حرکت هماهنگ ساده

در این جا، به نظریه حرکت هماهنگ ساده می پردازیم و معادله دوره تناوب اجسام مرتعش را به دست می آوریم. در شکل ۱۱-۲، می بینیم که جابه جایی  $x$  عبارت است از

$$x = a \cos \theta$$

\* هاینریش رودلف هرتز (۱۸۵۷-۱۸۹۴)، فیزیکدان آلمانی، در شهر هامبورگ به دنیا آمد. در برلین زیر نظر هلمهولتز فیزیک فرا گرفت و به تشویق و راهنمایی وی در باب نظریه الکترومغناطیس ماکسول به مطالعه پرداخت. تحقیقات وی در زمینه امواج الکترومغناطیسی که موجب اشتهارش شد، در پلی تکنیک شهر کارلسروهه و در سالهای ۱۸۸۵ تا ۱۸۸۹ صورت گرفته اند. بعد از ۱۸۸۹، در مقام استاد فیزیک دانشگاه بن، به تحقیق در زمینه تخلیه الکتریکی گازها پرداخت و از کشف پرتوهای X که بسیار به آن نزدیک بود و چند سالی بعد نصیب رونتگن شد، غافل ماند. با مرگ زودرس وی، جهان علم یکی از امیدبخشترین اصحاب خود را از دست داد.



شکل ۲-۱۱ شتاب  $a_{\omega}$  ذره‌ای با حرکت هماهنگ ساده، همواره به‌سوی مرکز تعادل آن،  $C$ ، متوجه است.

با حرکت یکنواخت نقطه هندسی  $p$  با سرعت  $v$ ، بردار شعاعی  $a$  با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  می‌چرخد؛ از این‌رو زاویه  $\theta$  با آهنگ ثابت تغییر می‌کند،

$$x = a \cos \omega t \quad (۴-۱۱)$$

نقطهٔ هندسی  $p$  که با سرعت  $v$  حرکت می‌کند، با یک دور زدن روی دایره مرجع، فاصله‌ای برابر با  $2\pi a$  را در مدت زمان تناوب  $T$  طی می‌کند. اکنون از رابطه سینماتیکی: ”زمان مساوی است با فاصله تقسیم بر سرعت“ استفاده می‌کنیم و می‌رسیم به:

$$T = \frac{2\pi a}{v} \quad (۵-۱۱)$$

برای به‌دست آوردن سرعت زاویه‌ای،  $\omega$ ، برحسب دوره تناوب، داریم

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{یا} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (۶-۱۱)$$

جسمی که روی محیط دایره با سرعت یکنواخت  $v$  حرکت می‌کند، دارای یک شتاب مرکزگراست، که بزرگی آن عبارت است از:

$$a_c = \frac{v^2}{a} \quad (۷-۱۱)$$

با توجه به اینکه شتاب  $a_c$  پیوسته جهت حرکت را تغییر می‌دهد، بزرگی مؤلفه  $a_x$  آن در امتداد قطر یا محور  $x$  نیز تغییر می‌کند و از رابطه  $a_x = a_c \cos \theta$  به دست می‌آید. با نشان دادن در معادله (۷-۱۱)، می‌رسیم به:

$$a_x = \frac{v^2}{a} \cos \theta$$

از مثلث قائم‌الزاویه  $CPp$ ، ملاحظه می‌شود که  $\cos \theta = x/a$ ، با نشان دادن مستقیم آن در رابطه شتاب، داریم:

$$a_x = \frac{v^2}{a^2} x \quad \text{یا} \quad a_x = \frac{v^2}{a} \frac{x}{a}$$

حال هر دو طرف معادله را در  $a^2/a_x v^2$  ضرب می‌کنیم و سپس ریشه دوم هر دو را به دست می‌آوریم، می‌رسیم به:

$$\frac{a}{v} = \sqrt{\frac{x}{a_x}} \quad \text{و} \quad \frac{a^2}{v^2} = \frac{x}{a_x}$$

حال در معادله (۵-۱۱) به جای  $a/v$  مقدار  $\frac{x}{a_x}$  قرار می‌دهیم و دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{a_x}} \quad (۸-۱۱)$$

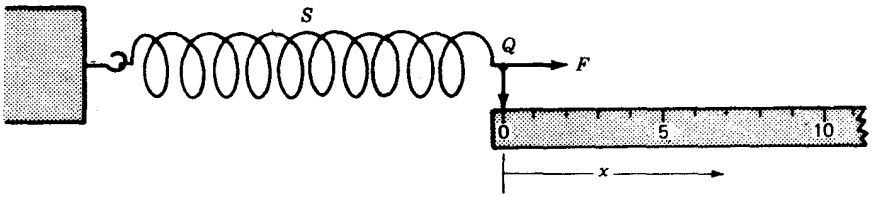
هرگاه جابه‌جایی به سمت راست  $C$  باشد، مقدار آن  $+x$ ، و هرگاه شتاب به سوی چپ  $C$  باشد، مقدارش  $-a_x$  است. در نتیجه، هرگاه جابه‌جایی به سمت چپ  $C$  باشد، داریم:  $-x$ ، و هرگاه شتاب به سمت راست  $C$  باشد، داریم:  $+a_x$ ، به همین دلیل رابطهٔ دوره تناوب به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$T = 2\pi \sqrt{-\frac{x}{a_x}} \quad (۹-۱۱)$$

### ۱۱-۳ کشیدن فنر مارپیچ

برای نمایش روابط کلی ناظر بر منابع ارتعاش، کشیدگی فنر مارپیچی را با تفصیل بیشتری بررسی می‌کنیم و حرکت هماهنگ سادهٔ ارتعاش آن را، ناشی از رها کردن یکباره از حالت کشیدگی، مورد بحث قرار می‌دهیم (شکل ۳-۱۱).





شکل ۱۱-۳ آزمایش اندازه‌گیری کشیدگی فنر مارپیچ،  $x$ ، به‌ازای نیروهای مختلف وارد آمده بر آن.

جدول ۱۱-۱ داده‌های ثبت شده برای کشیدگی فنر مارپیچی

$\frac{F}{N}$	$\frac{x}{m}$
۰	۰
۲	۰°۱۲۵
۴	۰°۲۵۰
۶	۰°۳۷۵
۸	۰°۵۰۰
۱۰	۰°۶۲۵

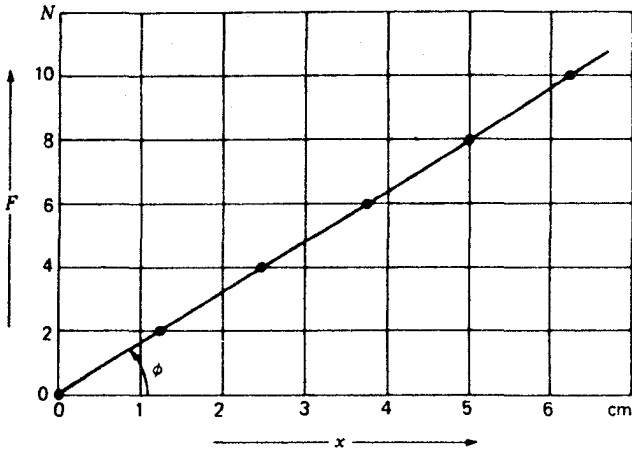
در قالب یک آزمایش، سر صفر خط‌کش را در نقطه  $Q$  قرار می‌دهیم. نیروی  $۲\text{ r}^\circ\text{N}$  را به فنر وارد می‌آوریم و آن را به اندازه  $۱\text{ r}^\circ۲۵\text{cm}$  می‌کشیم. هرگاه نیروی  $۴\text{ r}^\circ\text{N}$  وارد آید، کشیدگی  $۲\text{ r}^\circ۵\text{cm}$  می‌شود. با وارد آوردن نیروهای  $۶\text{ r}^\circ\text{N}$ ،  $۸\text{ r}^\circ\text{N}$  و  $۱۰\text{ r}^\circ\text{N}$  کشیدگیهای به‌دست آمده را یادداشت می‌کنیم و جدول ۱۱-۱ را تکمیل می‌کنیم.

ترسیم نمودار داده‌های جدول، مطابق شکل ۱۱-۴، یک خط راست به‌دست می‌دهد. توجه مناسب این نمودار عبارت است از اینکه نیروی وارد آمده،  $F$ ، و جابه‌جایی،  $x$ ، با هم تناسب مستقیم دارند و می‌توان نوشت:

$$F = kx \quad \text{یا} \quad F \propto x$$

ثابت تناسب،  $k$ ، شیب خط راست است و معیار مستقیمی برای سختی فنر به‌شمار می‌رود. مقدار تجربی  $k$  در این آزمایش به‌قرار زیر محاسبه می‌شود:

$$h = \frac{F}{x} = \frac{۱۰\text{N}}{۰\text{ r}^\circ۶۲۵\text{ m}} = ۱۶۰\text{ N/m} \quad (۱۰-۱۱)$$



شکل ۱۱-۴ نتایج تجربی کشیدگی فنر مارپیچ (شکل ۱۱-۳). این شکل، نمایش قانون هوک است.

هر قدر فنر سخت‌تر باشد، ثابت  $k$  فنر هم بزرگتر است.

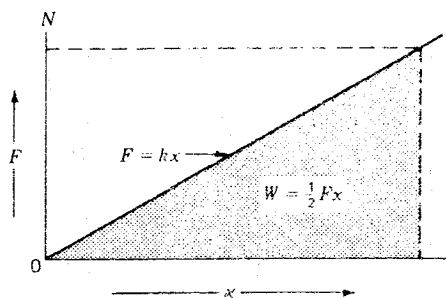
در محدوده‌های این آزمایش، فنر هم نیروی مساوی و مختلف‌الجهت  $-F$  را وارد می‌آورد که واکنش نیروی وارد آمده  $+F$  است. برای فنر داریم:  $-F = kx$ ، و می‌توان نوشت:

$$F = -kx \quad (۱۱-۱۱)$$

این نکته که نمودار حاصل یک خط راست است، نشان می‌دهد کشیدگی فنر از قانون هوک\* پیروی می‌کند. در همه اجسام کشسان، تا وقتی که تغییر شکل حاصل در جسم دائمی نباشد، یعنی نیروهای وارد از محدوده کشسانی فراتر نروند، قانون هوک تقریباً صادق است. با توجه به اینکه کار انجام شده برای کشیدن فنر از حاصلضرب نیرو در جابه‌جایی به دست می‌آید، و نیرو هم به‌طور خطی با فاصله تغییر می‌کند،

$$\text{کار} = \int F dx \quad (۱۲-۱۱)$$

\* روبرت هوک (۱۶۳۵-۱۷۰۳)، فیزیکدان تجربی انگلیسی، و علی‌الاصول نامبردار به‌خاطر سهمش در نظریه موجی نور، گرانش عمومی، و فشار جوی. وی ایده‌های فیزیکی بسیاری را ابراز داشت اما تعداد کمی از آنها را تکمیل کرد. بی‌گمان اگر تلاشهای وی به‌چند میحت محدود محدود می‌شد، دستاوردهای علمی‌اش تحسین بسیار بیشتری را برمی‌انگیخت و نتایج برابرتی می‌داشت. خلق‌و‌خوی تندی داشت و حمله‌های خصمانه بسیاری به نیوتون و سایر دانشمندان کرد، و ادعا می‌کرد که آثار انتشار یافته آنها ناشی و مدیون وی است.



شکل ۵-۱۱ کار انجام شده و انرژی ذخیره شده در روند کشیدن فنر، از مساحت زیر منحنی نمایش تغییرات  $F = kx$  به دست می‌آید.

به طوری که از شکل ۵-۱۱ ملاحظه می‌شود، نیروی متوسط به صورت  $1/2 F$  به دست می‌آید. این نیرو ضرب در فاصله،  $x$ ، که نیرو در طول آن اثر می‌گذارد، برابری با مساحت زیر منحنی، که همان کار انجام شده است\*:

$$W = \frac{1}{2} Fx \quad (۱۳-۱۱)$$

حال، اگر به جای  $F$  مقدار مساوی آن،  $kx$ ، را از معادله (۱۱-۱۰) قرار دهیم، خواهیم داشت

$$W = \frac{1}{2} kx^2 \quad (۱۴-۱۱)$$

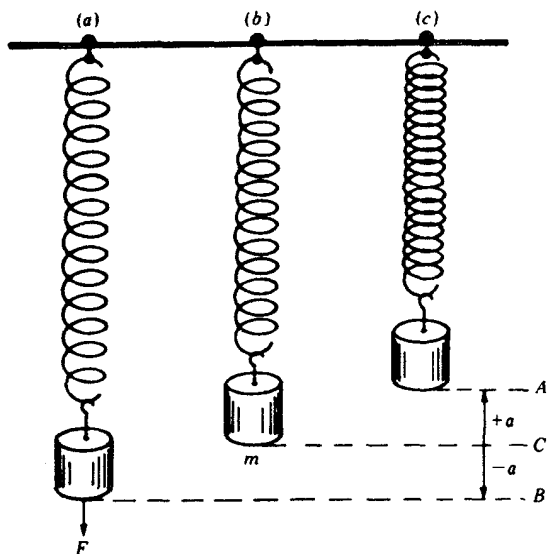
این رابطه نشان می‌دهد که اگر کشیدگی فنر دو برابر شود، انرژی لازم یا ذخیره شده چهار برابر و هرگاه کشیدگی سه برابر شود، انرژی نه برابر می‌شود.

### ۴-۱۱ فنر مرتعش

همه اجسام در طبیعت کشسانند و بعضی از آنها بیشتر این خاصیت را دارند. هرگاه به اجسام نیرویی تغییر شکل دهنده وارد آوریم تا شکل آن جسم را تغییر دهد و این تغییر شکل هم دائمی نباشد، با حذف کردن نیرو، جسم به ارتفاعش در می‌آید.

این خاصیت را در شکل ۶-۱۱ با آویخته شدن جرم  $m$  به سر یک فنر مشاهده می‌کنید.

\* در بیشتر متون فیزیک مقدماتی نشان داده شده است که هرگاه  $F$  برحسب  $x$  رسم شود مساحت زیر منحنی در نمودار برابر با کل کار انجام شده است.



شکل ۶-۱۱ جرم  $m$ ، آویخته به فنر ماریچ، در سه وضعیت ارتعاشی حرکت هماهنگ ساده بالایی و پایینی نشان داده می‌شود.

در نمودار (الف)، نیروی  $F$  برای کشیدن فنر به اندازه  $a$  وارد می‌آید با رها کردن آن، جرم  $m$  با حرکت هماهنگ ساده بالا و پایین می‌رود. در نمودار (ج)،  $m$  در بالاترین نقطه مسیرش واقع شده و فنر فشرده شده است. دامنه ارتعاش از فاصله کشیدگی فنر نسبت به وضعیت تعادل آن تعیین می‌شود، و دوره تناوب ارتعاش،  $T$ ، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (۱۵-۱۱)$$

که در آن  $k$  سختی فنر و  $m$  جرم جسم مرتعش است. این معادله نشان می‌دهد که اگر فنر سختتری به کار گرفته شود، بیشتر شدن  $k$  که در مخرج است، موجب کاهش دوره تناوب و افزایش بسامد می‌شود. اگر  $m$  بیشتر شود، دوره تناوب هم افزایش و بسامد کاهش می‌یابد.

چون کشیدگی فنر از قانون هوک پیروی می‌کند، می‌توانیم معادله ۱۱-۱۱ را به کار گیریم. با استفاده از معادله نیرو در مکانیک،

$$F = ma$$

و نشانند مقدار معادل  $F$  در معادله ۱۱-۱۱، یعنی کمیت  $ma$ ، می‌رسیم به:

$$\frac{-x}{a} = \frac{m}{k} \quad \text{یا} \quad ma = -kx \quad (۱۶-۱۱)$$

در اینجا نیز با نشانند  $m/k$  به جای  $-x/a$  در معادله (۹-۱۱)، معادله (۱۵-۱۱) را به دست می‌آوریم:

مثال ۱. هرگاه جرمی  $۴ر^۰$  کیلوگرمی را، مطابق شکل ۱۱-۶، از انتهای یک فنر مارپیچ بیاویزیم، فنر به اندازه  $۱۸ر^۰$  سانتیمتر باز می‌شود (افزایش طول پیدا می‌کند). حال اگر فنر را بیشتر بکشیم و رها کنیم، شروع به ارتعاش به بالا و پایین با حرکت هماهنگ ساده می‌کند. پیدا کنید: (الف) ثابت سختی فنر،  $k$ ؛ (ب) دوره تناوب،  $T$ ؛ (ج) بسامد،  $\nu$ ؛ و (د) انرژی کل ذخیره شده در سیستم ارتعاشی. جواب: کمیت‌های معلوم در دستگاه mks عبارت‌اند از:  $m = ۴ر^۰ \text{ kg}$ ،  $x = ۰ر^۱۸ \text{ m}$ . شتاب گرانش عبارت است از  $g = ۹ر^۸۰ \text{ m/s}^2$ .

(الف) با استفاده از معادله (۷-۱۱)، و حل آن برحسب  $k$ ، و نشانند مقادیر مناسب در آن،

$$k = \frac{-F}{x} = \frac{۴ر^۰ \times ۹ر^۸۰}{۰ر^۱۸} = ۲۱۷ر^۸ \text{ N/m}$$

(ب) با استفاده از معادله (۱۵-۱۱) و جایگذاری مقادیر،  $T$  را به دست می‌آوریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad T = ۲\pi\sqrt{\frac{۴ر^۰ \text{ kg}}{۲۱۷ر^۸ \text{ N/m}}}$$

$$T = ۰ر^۸۵۲ \text{ s}$$

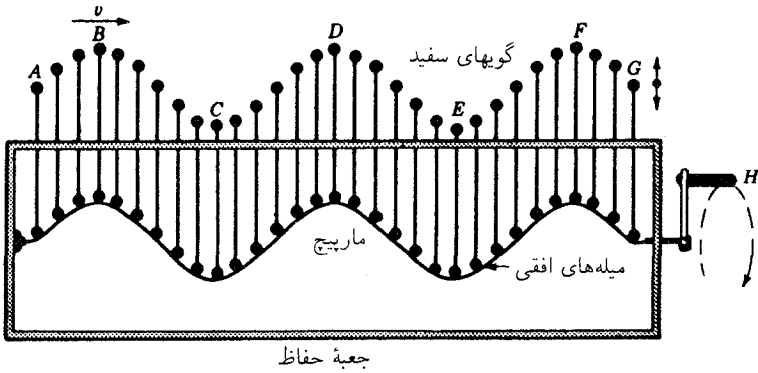
(ج) چون بسامد عکس دوره تناوب است، پس:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{۰ر^۸۵۲} = ۱ر^۱۷۴ \text{ Hz}$$

(د) انرژی کل ذخیره شده در سیستم از معادله (۱۴-۱۱) به دست می‌آید. هرگاه مقادیر معلوم را بنشانیم، می‌رسیم به:

$$W = \frac{1}{۲}kx^2 = \frac{1}{۲}[(۲۱۷ر^۸)(۰ر^۱۸)^2] = ۳ر^۵۲۸ \text{ Nm} = ۳ر^۵۲۸ \text{ J}$$

یعنی، سه ممیز پنج دو هشت ژول.



شکل ۱۱-۷ دستگاه نمایش امواج عرضی.

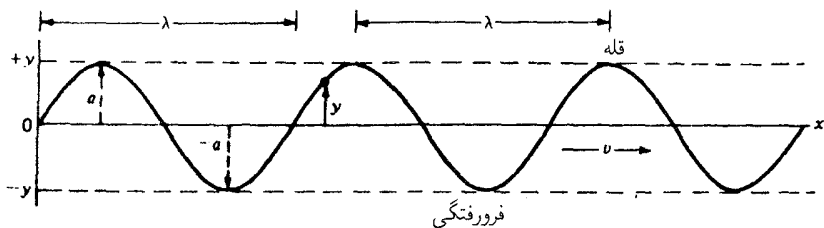
## ۱۱-۵ امواج عرضی

همه امواج نور را در رده امواج عرضی طبقه‌بندی کرده‌اند. امواج عرضی عبارت‌اند از امواجی که در آنها هر جزء کوچک موج در امتداد خط عمود بر جهت انتشار ارتعاش می‌کند و ارتعاش همه این اجزاء در صفحه واحدی صورت می‌گیرد. یک ماشین موج‌ساز برای نمایش امواج عرضی را در شکل ۱۱-۷ مشاهده می‌کنید. هرگاه دستگیره  $H$  را در جهت ساعتگرد بچرخانیم، گوییهای کوچک روی میله‌های عمودی با حرکت هماهنگ ساده بالا و پایین می‌روند. در حالی که هر گوی در امتداد یک خط قائم بالا و پایین می‌رود، شکل موجی  $ABCDEF$  به سمت راست حرکت می‌کند. هرگاه دستگیره را پاد ساعتگرد بچرخانیم، شکل موجی به چپ می‌رود. در این دو حالت، همه گوییها حرکت یکسانی در امتداد خط ارتعاش اجرا می‌کنند و تفاوت فقط در این است که هر گوی اندکی از گوی مجاورش عقبتر یا جلوتر است.

هرگاه یک منبع ارتعاش با حرکت هماهنگ یکنواخت حرکت و امواجی عرضی در محیط همگن گسیل کند، نمود کلی حرکت آن نظیر امواجی خواهد بود که در شکل ۱۱-۸ مشاهده می‌کنید. فاصله میان دو نقطه مشابه در هر دو شکل موجی متوالی طول موج،  $\lambda$ ، نام دارد. مثلاً، فاصله میان دو قله یا دو فرورفتگی شکل موج، برابر است با طول موج.

جابه‌جایی،  $y$ ، هر نقطه در امتداد یک موج، در هر لحظه از زمان، از فاصله عمودی آن نقطه نسبت به وضعیت تعادلش تعیین می‌شود. مقدار  $y$  پیوسته از + به - و از - به + تغییر می‌کند. دامنه هر موج را در شکل ۱۱-۸ با  $a$  نشان داده‌ایم که، بنابر تعریف، عبارت است از بیشینه مقدار  $y$ .

بسامد قطاری از امواج را تعداد امواجی که از یک نقطه در هر ثانیه می‌گذرند و یا به آن نقطه



شکل ۱۱-۸ نمودار یک موج عرضی که در صفحه کتاب ارتعاش می‌کند. طول موج،  $\lambda$ ، دامنه،  $a$ ، جابه‌جایی،  $y$ ، و سرعت،  $v$ ، نشان داده می‌شود.

می‌رسند، تعیین می‌کند و برحسب هرترز اندازه‌گیری می‌شود که همان ارتعاش در ثانیه است. از تعریف بسامد،  $\nu$  و طول موج،  $\lambda$ ، سرعت موج،  $v$ ، از معادله موجی زیر به دست می‌آید:

$$v = \nu \lambda \quad (11-17)$$

مسافتی که موج در هر ثانیه می‌پیماید، از حاصلضرب طول موج در بسامد آن به دست می‌آید.

## ۱۱-۶ امواج سینوسی

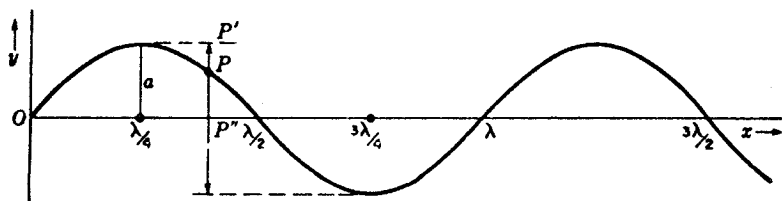
ساده‌ترین نوع قطار موج عبارت است از نوعی که حرکت همه نقاطش در امتداد موجی با جابه‌جایی  $y$  قرار داشته باشند که از یک تابع فزاینده یکنواخت سینوسی و یا کسینوسی به دست بیاید. در واقع این توصیفی است از حرکت هماهنگ ساده.

موجی عرضی را در نظر می‌گیریم که در آن حرکت همه ذراتش بر جهت انتشار عمود است. جابه‌جایی،  $y$ ، هر نقطه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$y = a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad (11-18)$$

منحنی نمایش تغییرات این معادله را در شکل ۱۱-۹ مشاهده می‌کنید که اهمیت  $a$  و  $\lambda$  در آن نیک پیداست. برای حرکت موجی که با سرعت  $v$  به راست می‌رود، زمان،  $t$ ، را به صورت زیر وارد معادله می‌کنیم:

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) \quad (11-19)$$



شکل ۹-۱۱ پربند، یا رد مسیر، یک موج سینوسی در لحظه  $t = 0$ .

هر ذره بر روی موج، مانند  $P$  در نمودار، یک حرکت هماهنگ ساده اجرا می‌کند و مواضع متوالی  $P, P', P'', P'''$  و ... را در حالی که موج در حال حرکت است، اشغال خواهد کرد. مدت زمان اجرای یک ارتعاش کامل هر نقطه برابر است با مدت زمان اجرای ارتعاش نقاط دیگر. به علاوه، دوره تناوب،  $T$ ، و عکس آن، یعنی بسامد،  $\nu$ ، از معادله موج به دست می‌آیند:

$$v = \nu \lambda = \frac{\lambda}{T} \quad (۲۰-۱۱)$$

هرگاه این متغیرها را در معادله (۱۱-۱۹) بنشانیم، می‌توانیم معادلات لازم برای حرکت موجی را به طور کلی به دست آوریم:

$$y = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

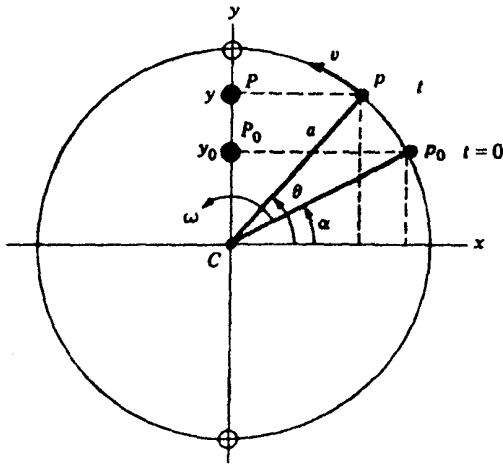
$$y = a \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) \quad (۲۱-۱۱)$$

$$y = a \sin 2\pi \nu \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

## ۱۱-۷ زاویه‌های فاز

در حرکت موجی، جابه‌جایی لحظه‌ای و جهت انتشار موج از طریق مشخص کردن موضع نقطه هندسی روی دایره مرجع (شکل ۱۱-۱۰) توصیف می‌شود. زاویه  $\theta$  در جهت پادساعتگرد و نسبت به محور  $+x$  تعیین می‌شود؛ این زاویه موضع نقطه را نشان می‌دهد و به آن زاویه فاز می‌گویند. مثلاً نقطه‌ای را در نظر می‌گیریم که روی محور  $y$  بالا و پایین می‌رود (شکل ۱۱-۱۰). موضع ذره  $P$  از تصویر نقطه هندسی  $p_1$  روی محور  $y$  به دست می‌آید. بنابر مثلث قائم‌الزاویه  $Pp_1C$  روی





شکل ۱۱-۱۰ حرکت هماهنگ ساده در امتداد محور  $y$  و دایره مرجع، با زاویه فاز اولیه،  $\alpha$  سرعت زاویه‌ای  $\omega$ ، و در حالی که نقطه  $P$  در لحظه  $t = 0$  در نظر گرفته می‌شود.

نمودار، ملاحظه می‌کنیم که:

$$y = a \sin \theta \quad (۲۲-۱۱)$$

با حرکت نقطه هندسی با سرعت ثابت  $v$ ، سرعت زاویه‌ای،  $\omega$ ، هم ثابت است و به‌ازای هر زاویه  $\theta$ ، می‌توان نوشت:

$$\theta = \omega t$$

در معادله ۲۲-۱۱ می‌نشانیم:

$$y = a \sin \omega t \quad (۲۳-۱۱)$$

در لحظه  $t = 0$ ، نقطه هندسی در  $+p_0$  و نقطه مادی در  $P_0$  واقع است. در یک لحظه دیرتر  $t$ ، وقتی ذره در  $P$  واقع است، نقطه هندسی در  $p$  واقع می‌شود و باید معادله (۲۳-۱۱) را با افزودن زاویه  $\alpha$  به‌صورت زیر تکمیل کنیم:

$$y = a \sin(\omega t + \alpha) \quad (۲۴-۱۱)$$

زاویه  $\alpha$  مقدار ثابتی است و زاویه فاز اولیه نام دارد. با حرکت نقطه هندسی  $p$  روی دایره، زاویه  $\omega t$  با آهنگ یکنواخت افزایش می‌یابد و همواره نسبت به زاویه اولیه  $\alpha$  سنجیده می‌شود. مقدار کل درون پراوتز زاویه کل است و نسبت به محور  $+x$  سنجیده می‌شود. معمولاً همه زوایا به جای درجه با مقیاس رادیان اندازه‌گیری می‌شوند.

مثال ۲. نقطه‌ای با حرکت هماهنگ ساده و با دوره تناوب  $5r^{\circ}s$  و دامنه  $3r^{\circ}cm$  مفروض است. اگر زاویه فاز اولیه  $\pi/3$  رادیان، یعنی  $60^{\circ}$  درجه باشد، مطلوب است: (الف) مکان اولیه نقطه؛ و (ب) مکان نقطه پس از  $12r^{\circ}s$ ؛ (ج) نمودار حرکت را ترسیم کنید.

جواب: (الف) چون نقطه هندسی در هر  $5$  ثانیه یک دور می‌زند، سرعت زاویه‌ای،  $\omega$ ، در  $5r^{\circ}s$  برابر است با  $2\pi$  رادیان، یعنی  $2\pi/5 rad/s$  [معادله (۱۱-۶)]. در لحظه  $t = 0$ ، با جایگذاری مستقیم مقادیر در معادله (۱۱-۲۴)، می‌رسیم به

$$y = 3 \sin \left( \frac{2\pi}{5} t + \frac{\pi}{3} \right)$$

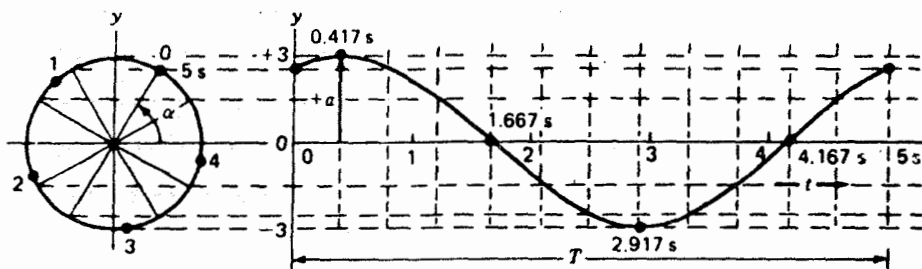
(ب) پس از  $12r^{\circ}s$ ، از طریق نشانیدن مقادیر در معادله (۱۱-۲۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} y &= 3 \sin \left( \frac{2\pi}{5} 12 + \frac{\pi}{3} \right) \\ &= 3 \sin \left( 48\pi + \frac{\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

زاویه فاز کل  $48\pi + \pi/3$  معادل است با  $8640^{\circ} + 60^{\circ}$ ؛ یعنی  $9240^{\circ}$  که با اندازه‌گیری نسبت به محور  $+x$ ، نقطه در  $24^{\circ}$  زیر محور  $-x$  در دایره مرجع واقع خواهد بود. با توجه به این مقدار زاویه، داریم:

$$\begin{aligned} \sin 24^{\circ} &= 0.407 \\ y &= 3(-0.407) \\ y &= -1.22^{\circ}cm \end{aligned}$$

نموداری از این مثال را در شکل ۱۱-۱۱ مشاهده می‌کنید. محور زمان،  $T$ ، افقی و محور جابه‌جایی،  $y$ ، عمودی است که برای یک ارتعاش کامل یا  $5r^{\circ}s$  ترسیم شده است. مسیر حرکت در جهت بالا پایین نموده شده است تا نقطه شروع حرکت و زاویه فاز اولیه و زمانی را نشان دهد



شکل ۱۱-۱۱ نمودار مربوط به مثال، که در آن،  $T = 5,0 \text{ s}$ ،  $a = 3,0 \text{ cm}$  و  $\alpha = \pi/3 \text{ rad}$

که حرکت به نخستین ماکزیموم و می نیموم جابه جایی خود می رسد، و موقعی که جابه جایی صفر است دامنه  $a = 3,0 \text{ cm}$  در سمت چپ دیده می شود و برابر است با شعاع دایره مرجع. یکی از روشهای ساده و سودمند در نمایش معادله برای حرکت هماهنگ ساده موجی، با استفاده از بسامد زاویه ای،  $\omega = 2\pi\nu$  و عدد انتشار،  $k = 2\pi/\lambda$  است. با استفاده از این متغیرها، معادله (۱۱-۲۱) به صورت زیر در می آید:

$$y = a \sin(kx - \omega t) = a \sin(\omega t - kx + \pi)$$

$$= a \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right)$$

افزودن یک مقدار ثابت به جمله درون پرانتز اهمیت چندانی ندارد، زیرا این مقدار ثابت را می توان با تنظیم مناسب زمان صفر، حذف کرد. بنابراین، هرگاه معادله را به صورت زیر بنویسیم:

$$y = a \sin(\omega t - kx) \quad \text{و} \quad y = a \cos(\omega t - kx) \quad (11-25)$$

در صورتی که به جای  $t = 0$ ، به ترتیب  $t = T/4$  و  $t = T/2$  قرار دهیم، توصیف موج شکل ۱۱-۹ به دست خواهد آمد.

## ۱۱-۸ سرعت فاز و سرعت موج

اکنون می توانیم آنچه را که عملاً با موج حرکت می کند بسیار دقیقتر بیان کنیم. بحث ارائه شده در ارتباط با شکل ۱۱-۱۱ را می توان به این قرار جمع بندی کرد که هر موج متشکل از پیشروی یک وضعیت فاز ثابت است. این وضعیت مثلاً می تواند قله موج باشد که در آن فاز چنان است

که ماکزیموم جابه‌جایی روبه‌بالا را به‌دست می‌دهد. سرعتی که با آن یک قله به پیش می‌رود، سرعت موج نام دارد، هر چند که گاهی اصطلاح دقیقتر سرعت فاز به‌کار می‌رود. اینکه سرعت فاز یا سرعت موج همان سرعت  $v$  در معادلات پیشین است، با محاسبه آهنگ تغییرات،  $x$ ، تحت شرایطی که فاز ثابت بماند، روشن می‌شود. هرگاه شکل فاز در معادله (۱۱-۲۵) را به‌کار بگیریم، شرط اخیر به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{مقدار ثابت} = \omega t - kx$$

و سرعت موج به‌این ترتیب بیان خواهد شد:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} \quad (۱۱-۲۶)$$

با نشانیدن  $\omega = 2\pi\nu$  و  $k = 2\pi/\lambda$ ، تطابق با معادله (۱۱-۱۷) حاصل می‌شود. برای موجی که در امتداد  $-x$  حرکت می‌کند، فاز ثابت به‌صورت  $\omega t + kx$  خواهد بود، و سرعت متناظر با آن عبارت است از  $v = -\omega/k$ .

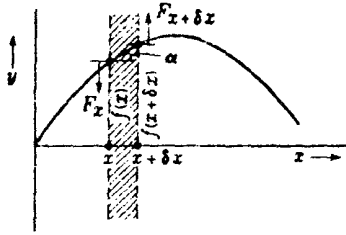
کسر  $\omega/k$  در یک نوع موج معلوم، به‌خواص فیزیکی محیطی بستگی دارد که موج در آن حرکت می‌کند، و نیز به‌طور کلی به‌خود بسامد  $\omega$  هم بستگی دارد. در امواج کشسان عرضی مشتمل بر تغییر شکل‌های کوچکی که نیروهای عامل آن از قانون هوک پیروی کنند، سرعت موج مستقل از بسامد است، و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{N}{\rho}} \quad (۱۱-۲۷)$$

که در آن  $N$  ضریب یا مدول برشی و  $\rho$  چگالی محیط است. اثبات این رابطه دشوار نیست. از شکل ۱۱-۱۲ پی می‌بریم که ورقه نازک  $\delta x$  به‌اندازه زاویه  $\alpha$  کشیده شده است. مدول برشی از نسبت ثابت تنش به کرنش تعیین می‌شود. کرنش را به کمک  $\tan \alpha$  اندازه می‌گیرند، به‌طوری که:

$$\text{کرنش} = \frac{\delta f}{\delta x}$$

که در آن  $f$  تابعی است که شکل موج را در یک لحظه معین تعیین می‌کند. تنش عبارت است از نیروی مماس،  $F$ ، بر واحد سطح که بر سطح ورقه وارد می‌آید، و بنابر قانون هوک باید برابر با



شکل ۱۱-۱۲ نمایش هندسی و توجیه مکانیکی برش ناشی از موج عرضی.

حاصلضرب مدول برشی و کرنش باشد. از این رو می‌رسیم به:

$$\text{تنش} = F_x = N \frac{\delta f}{\delta x}$$

به سبب انحنای موج، تنش به تناسب  $x$  تغییر خواهد کرد. و نیروی وارد بر سمت چپ ورقه دقیقاً با نیروی وارد بر سمت راست آن به موازانه در نخواهد آمد. در این صورت، نیروی خالص وارد بر واحد مساحت از این قرار خواهد شد:

$$F_x - F_{x+\delta x} = \frac{\partial F}{\partial x} \delta x = N \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \delta x$$

اکنون با بهره‌گیری از قانون دوم حرکت نیوتون، این نیرو را مساوی با جرم ضرب در شتاب واحد مساحت ورقه قرار می‌دهیم:

$$N \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \delta x = \rho \delta x \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

این واقعیت که امواج نور می‌توانند قطبیده شوند (فصل ۲۴) نشان می‌دهد که از نوع امواج عرضی‌اند. اندازه‌گیریهایی متعدد نشان می‌دهند که سرعت انتشار امواج نور در خلأ تقریباً  $3 \times 10^{10}$  cm/s است. اگر، چنان‌که در قرن نوزدهم همه اعتقاد داشتند، قبول کنیم که این امواج از نوع امواج کشسان‌اند، این پرسش پیش می‌آید که محیط انتقال‌دهنده آنها چیست؟ بنابر نظریهٔ جسم کشسان اولیه، فرض بر این بود که محیطی به نام "اثر" که نسبت صلیبیت آن به چگالیش بسیار بزرگ است، همه جای فضا را پر کرده است. همچنین، این عقیده رایج بود که چگالی آن در محیطهای مادی افزایش می‌یابد و دلیل کاهش سرعت نور در این محیطها هم همین است. این فرضیه‌ها آشکارا مردودند. مثلاً، با وجود مقاومت اتر در مقابل برش که مستلزم

عرضی بودن امواج نور است، آثار آن روی حرکت اجرام آسمانی به هیچ وجه قابل مشاهده نبود. همه این تناقضات و مشکلات، هنگامی برطرف شدند که ماکسول نظریه الکترومغناطیسی امواج نور را ارائه کرد (فصل ۲۰). در این نظریه، جابه‌جایی مکانیکی جزئی از محیط، جای خود را به تغییرات میدان الکتریکی (یا به بیان کلیتر، به جابه‌جایی دی‌الکتریکی) در نقطه مورد نظر می‌دهد.

نظریه جسم کشسان در تشریح پاره‌ای از خواص نور با توفیق روبه‌رو شد. همسوییهای زیادی میان این دو نظریه وجود دارند، و بسیاری از معادلات ریاضی نظریه اولیه را می‌توان بدون هیچ مشکلی برحسب نظریه الکترومغناطیسی بازنویسی کرد. در نتیجه، بارها با تشابهات مکانیکی سودمندی در درک رفتار نور مواجه خواهیم شد. در واقع، برای مطالب ارائه شده در هفت فصل آینده، این پرسش که بحث ما بر اساس کدام نوع امواج استوار است، غیرضروری خواهد بود.

## ۹-۱۱ دامنه و شدت

امواج حامل انرژی‌اند و مقدار انرژی که در هر ثانیه از واحد مساحت عمود بر جهت انتشار می‌گذرد. شدت موج، نامیده می‌شود. هرگاه موج با سرعت  $v$  به‌طور پیوسته جریان یابد، چگالی انرژی یا انرژی کل در واحد حجم، معین است. محتوای کل انرژی موجود در ستونی از محیط، به سطح مقطع واحد و به طول  $v$  در هر ثانیه از واحد مساحت عبور خواهد کرد. بنابراین، شدت موج از حاصلضرب سرعت،  $v$ ، و چگالی انرژی به‌دست می‌آید. چگالی انرژی، یا شدت موج با مجذور دامنه و مجذور بسامد متناسب است. برای اثبات این ادعا، در امواج سینوسی در یک محیط کشسان، کافی است که انرژی ارتعاشی یک ذره را که حرکت هماهنگ ساده اجرا می‌کند، تعیین کنیم.

مثلاً، ذره  $P$  در شکل ۹-۱۱ را در نظر می‌گیریم. برای لحظه‌ای که شکلش هم ترسیم شده است، این ذره به سمت بالا حرکت می‌کند و هم دارای انرژی جنبشی و هم پتانسیل است. اندک زمانی بعد که ذره در موضع  $P'$  واقع می‌شود، در حالت سکون لحظه‌ای قرار می‌گیرد و از این‌رو انرژی جنبشی آن صفر و انرژی پتانسیلش ماکزیموم است. پس از آن که دوباره به سمت پایین حرکت می‌کند، انرژی جنبشی‌اش شروع به افزایش می‌کند و انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد، به‌طوری که انرژی کل ثابت بماند. هنگامی که به  $P''$  در مرکز می‌رسد، کل انرژی از نوع جنبشی است. بنابراین می‌توانیم انرژی کل را یا از حداکثر انرژی پتانسیل و یا از حداکثر انرژی جنبشی به‌دست آوریم. از طریق محاسبه انرژی ماکزیموم جنبشی، می‌توان بسیار آسانتر به این منظور دست یافت.

بنابر معادله (۱۱-۲۵)، جابه‌جایی یک ذره خاص در طی زمان، بنابراین رابطه تغییر می‌کند:

$$y = a \sin(\omega t - \alpha)$$

که در آن  $\alpha$  مقدار  $kx$  برای ذره مورد نظر است. سرعت این ذره عبارت است از:

$$\frac{dy}{dt} = \omega a \cos(\omega t - \alpha)$$

و به‌ازای  $y = 0$  سینوس صفر و کسینوس دارای حداکثر مقدارش می‌شود. در این صورت، سرعت عبارت خواهد بود از  $\omega a$  و از این رو انرژی جنبشی ماکزیموم عبارت است از:

$$\frac{1}{2} m \left[ \frac{dy}{dt} \right]_{\max}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2$$

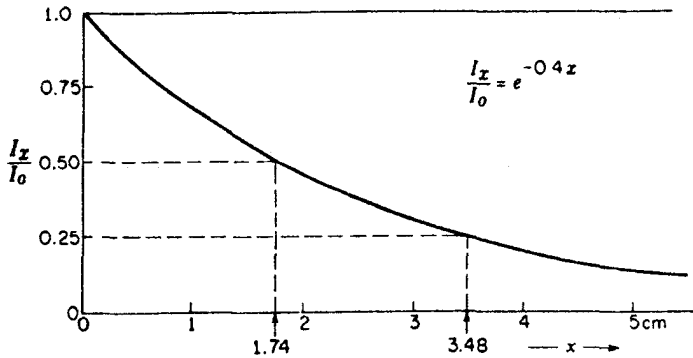
چون این انرژی، انرژی کل ذره نیز محسوب می‌شود و با انرژی واحد حجم متناسب است، نتیجه می‌گیریم:

$$\text{چگالی انرژی} \approx \omega^2 a^2 \quad (۱۱-۲۸)$$

شدت موج که  $v$  برابر این مقدار است، نیز با  $\omega^2$  و  $a^2$  متناسب خواهد شد. در امواج کروی، شدت با عکس مجذور فاصله موج از منبع کاهش می‌یابد. این قانون به فرض اینکه انرژی تغییر شکل ندهد، بر این استدلال استوار است که مقدار انرژی عبوری از هر کره با مرکز منبع باید یکی باشد. چون مساحت هر کره با مجذور شعاع افزایش می‌یابد، انرژی بر واحد مساحت در شعاع  $r$ ، یا شدت موج با  $1/r^2$  تغییر خواهد کرد. در این صورت، دامنه هم باید با  $1/r$  تغییر کند، و معادله یک موج کروی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y = \frac{a}{r} \sin(\omega t - kr) \quad (۱۱-۲۹)$$

در این رابطه،  $a$  دامنه موج در فاصله واحد از منبع موج است. هرگاه مقداری از انرژی به گرما تبدیل شود، یعنی هرگاه جذب انرژی صورت گیرد، دامنه و شدت موج تخت ثابت نخواهد ماند، و با عبور موج از محیط کاهش خواهند یافت. به همین ترتیب، در امواج کروی هم کاهش انرژی بسیار سریعتر از کاهش آن مطابق قانون عکس مجذوری خواهد



شکل ۱۱-۱۳ کاهش لگاریتمی شدت در محیط جاذب نور.

بود. در امواج تخت، کسر  $dI/I$  شدت اتلاف شده در انتقال از ضخامت بسیار کوچک  $dx$ ، با خود  $dx$  متناسب است، به طوری که

$$\frac{dI}{I} = -\alpha dx$$

برای دست یافتن به کاهش در انتقال از ضخامت متناهی  $x$ ، باید از معادله بالا انتگرال گرفت، یعنی

$$\int_0^x \frac{dI}{I} = -\alpha \int_0^x dx$$

که پس از بازاریابی و محاسبه، خواهیم داشت:

$$I_x = I_0 e^{-\alpha x} \quad (11-30)$$

این قانون را قانون جذب نمایی می‌گویند و بوزه و لامبرت\* در تدوین آن سهیم‌اند. در شکل ۱۱-۱۳ نمودار شدت برحسب ضخامت را مطابق این قانون در محیطی که در آن  $\alpha = 0.4$  بر سانتیمتر است، مشاهده می‌کنید. معادله موج را می‌توان به منظور محاسبه تأثیر جذب، با ضرب کردن دامنه در  $e^{-\alpha x/2}$  تعدیل کرد، زیرا دامنه با ریشه دوم شدت تغییر می‌کند.

\* پیربوزه (Pierre Bouguer) (۱۷۵۸-۱۶۹۸) استاد هیدروگرافی در لاهور. یوهان لامبرت (Johann Lambert) (۱۷۷۷-۱۷۲۸) فیزیکدان، ستاره‌شناس، و ریاضیدان آلمانی. عمدتاً در زمینه تابش گرمایی کار می‌کرد. قانون دیگری که همواره قانون لامبرت نامیده می‌شود، مربوط به تغییرات تابش سطح در تابعیت از زاویه است.



در مورد نور، شدت را می‌توان برحسب ژول بر مترمربع بر ثانیه بیان کرد. مثلاً، شدت تابش کامل خورشید عبارت است از  $10^3 \times 1.4$  برحسب همین واحد است. در اینجا باید در نظر داشت که همه این جریان انرژی روی چشم اثر نمی‌گذارد و تأثیر همه تابشی که اثر می‌گذارد، یکسان نیست. به این ترتیب، شدت، به صورتی که در بالا تعریف شد، لزوماً به معنای دریافت روشنایی نیست و بهتر و مفیدتر این است که شار نور را برحسب واحدهای بصری بیان کنیم. ولی شدت و دامنه، کمیت‌هایی صرفاً فیزیکی‌اند و بنابر نظریه جدید، باید دامنه را برحسب واحدهای الکتریکی بیان کرد. به این ترتیب، می‌توان نشان داد که بر اساس معادله‌ای که در فصل ۲۰ به دست خواهیم آورد، دامنه باریکه‌ای از نور خورشید که دارای شدتی باشد که در بالا از آن یاد کردیم، نمایانگر شدت میدان الکتریکی  $7.3 \text{ V/cm}$  و میدان مغناطیسی همراه آن،  $10^{-7} \times 2.4$  تسلا، است.

دامنه نور همواره به نحو کم‌وبیش سریعی با فاصله طی شده کاهش می‌یابد. این کمیت فقط برای امواج تخت که در خلأ انتشار می‌یابند، مانند نور ستاره‌ای که از فضای بسیار دور می‌آید، تقریباً ثابت است. قانون مجذور عکس شدت را می‌توان برای چشمه‌های نور کوچک در هوا، در فواصلی که ده برابر بزرگی خود منبع هستند، صادق تلقی کرد. در این صورت بزرگی محدود چشمه نور تنها موجب خطای ۱۰ درصدی در محاسبه شدت می‌شود و برای فواصلی در مقیاس آزمایشگاهها، می‌توان از تأثیر جذب هوا چشمپوشی کرد. ولی در ضخامتهای بزرگتر، همه مواد "شفاف" کسر قابل توجهی از انرژی را جذب می‌کنند. درباره این موضوع در فصل ۲۲ با تفصیل بیشتری مجدداً صحبت خواهیم کرد.

## ۱۱-۱۰ بسامد و طول موج

همه حرکت‌های موجی را نوعی منبع مرتعش تولید می‌کند، و بسامد امواج با بسامد منبع یکی است. به این ترتیب، طول موج در محیطی معین و براساس معادله (۱۱-۲۰)، از تقسیم سرعت موج بر بسامد به دست می‌آید. گذر از یک محیط به محیط دیگر، طول موج را با همان نسبتی تغییر می‌دهد که سرعتها را تغییر می‌داد، زیرا بسامد تغییر نمی‌کند. اگر به خاطر بیاوریم که جبهه موج نمایانگر سطحی با فاز حرکت ثابت است، روشن خواهد شد که، مستقل از هر نوع تغییر سرعت، دو جبهه موج مختلف توسط تعداد معینی از امواج از هم جدا می‌شوند. یعنی، طول هر پرتو مابین این دو سطح همواره یکسان است، به شرط اینکه این طول را برحسب طول موج در محیطهای مربوطه بیان کنیم. در مورد نور، نتیجه‌گیری بالا به این معناست که مسیر اپتیکی در امتداد همه پرتوهایی که میان دو جبهه موج ترسیم می‌شوند، یکی است؛ چون طول موجها با سرعتها متناسبند، داریم:

$$\frac{\lambda}{\lambda_m} = \frac{c}{v} = n$$

هرگاه نور از خلأ که در آن طول موج  $\lambda$  و سرعت  $c$  است، وارد محیطی شود که در آن کمیت‌های اخیر عبارت‌اند از:  $\lambda_m$  و  $v$ ، بنابراین برای مسیر اپتیکی متناظر با یک فاصله  $d$  در هر محیطی، خواهیم داشت:

$$nd = \frac{\lambda}{\lambda_m} d$$

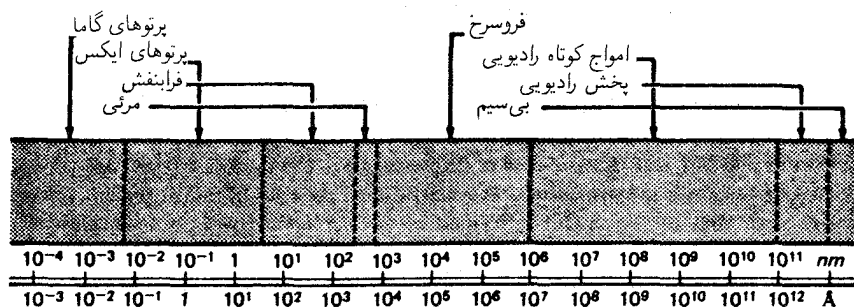
یعنی تعداد طول‌موج‌های واقع در آن فاصله ضرب‌در طول موج در خلأ. در اپتیک و طیف‌نمایی معمول است که طول موج تابشی خاص، مثلاً یک تک‌خط طیفی را به صورت طول موج آن در هوا در شرایط متعارف بیان کنند. این طول موج را با  $\lambda$  (بدون اندیس) نشان خواهیم داد، و به استثنای مواردی نادر، آن را با طول موج در خلأ یکی خواهیم گرفت:

طول‌موج‌های نور مرئی، تقریباً مابین  $4 \times 10^{-7} \text{m}$  یا  $400 \text{nm}$  برای آخرین بنفش و  $7.2 \times 10^{-7} \text{m}$  یا  $720 \text{nm}$  برای نخستین قرمز گسترده است. همچنان که گوش ما قادر به شنیدن صوت از بسامد معینی به بالا نیست، به همان ترتیب هم چشم ما قادر به تشخیص ارتعاشات نور بسامدهای بیشتر از آخرین بنفش و کمتر از نخستین قرمز نیست. البته، این حدود تا اندازه‌ای به افراد هم بستگی دارد و شواهد موجود حاکی از آنند که اغلب افراد می‌توانند تصویر حاصل از نور با طول موج به کوتاهی  $300 \text{nm}$  را ببینند، که ناشی از فلوروسانسی در شبکیه است. در این مورد، نور به رنگ آبی خاکستری به نظر می‌رسد و برای چشم زیانبار است. تابش طول‌موج‌های کوتاه‌تر از تابش مرئی را نور فرابنفش می‌نامند که تا  $5 \text{nm}$  را شامل می‌شود و پس از آن، تا  $10^{-1} \text{nm}$  یا  $10^{-6} \text{nm}$  گستره پرتوهای X است. طول‌موج‌های کوتاه‌تر از این، پرتوهای  $\gamma$  هستند و از مواد پرتوزا گسیل می‌شوند. در سمت طول‌موج‌های بلند، نور مرئی فرورسوخ قرار می‌گیرد که می‌توان گفت به امواج رادیویی در حدود  $10^6 \text{nm}$  یا  $10^9 \text{nm}$  منتهی می‌شود. در شکل ۱۱-۱۴ نامهایی را که به نواحی گوناگون طیف تابشی داده شده‌اند مشاهده می‌کنید، هر چند که می‌دانیم هیچ خط جدایی واقعی مابین آنها وجود ندارد. چون استفاده از یک واحد مشترک در سرتاسر چنین گستره وسیعی موجب سهولت مقایسه است، از این‌رو امروزه طول‌موج‌ها را به‌طور کلی برحسب نانومتر (nm) یا انگستروم (Å) بیان می‌کنند (پیوست ۴).

چنان که خواهیم دید، نور مرئی جزء تقریباً ناچیزی از این گستره را در برمی‌گیرد و از این‌رو، هر چند که همه این پرتوها سرشت یکسانی دارند و فقط طول موج آنها متفاوت است، کلمه نور، بنابه قرارداد، تنها به بخش‌های مجاور نور مرئی در این طیف، یعنی فرابنفش و فرورسوخ تعمیم

\* ا. جی. انگستروم A. J. Angstrom (۱۸۲۴-۱۸۱۴)، استاد فیزیک در دانشگاه اوپسالا، سوئد، بوده است. شهرت او بیشتر به‌خاطر ترسیم و تدوین اطلس طیف خورشیدی است، و سال‌های زیادی به‌عنوان یک مرجع استاندارد برای تعیین طول‌موج‌ها به‌کار می‌رفت.

امواج الکترومغناطیسی



شکل ۱۱-۱۴ مقیاس طول موجهای گسترده امواج الکترومغناطیسی شناخته شده.

می‌یابد. بسیاری از نتایجی که برای نور مورد بحث قرار خواهیم داد، شامل سرتاسر گستره تابش هستند و بدیهی است که در این میان تفاوت‌های اندکی در رفتار امواج بسیار بلند و بسیار کوتاه به وجود خواهد آمد که در موارد ضروری به آنها اشاره خواهیم کرد. تقسیمات مابین انواع مختلف تابش امری صرفاً صوری است و تنها بر اساس اینکه تولید و آشکارسازی آنها در آزمایشگاه به روشهای متفاوت صورت می‌گیرد، تقریباً برآورد شده است. به این ترتیب، تابش فروسرخ به فراوانی از اجسام داغ گسیل و به وسیله ابزار اندازه‌گیری انرژی، مانند ترموپیل، آشکارسازی می‌شود. امواج بسیار کوتاه رادیویی با تخلیه الکتریکی ذرات بسیار کوچک و ظریف فلزی معلق در روغن مایع تولید و با ابزار الکتریکی آشکارسازی می‌شوند. در سال ۱۹۱۷، نیکولس و تیر به تولید امواج فروسرخ تا  $4.2 \times 10^5$  nm و امواج رادیویی تا کمتر از  $2.2 \times 10^5$  nm موفق شدند. بنابراین، می‌توان گفت که این دو منطقه، با توجه به اینکه خود امواج در هر دو مورد سرشت یکسانی دارند، همپوشی می‌کنند. همین امر در مورد کرانه‌های سایر مناطق طیف نیز صادق است.

در صوت و سایر امواج مکانیکی، هرگاه منبع ارتعاش دارای حرکت انتقالی باشد طول موج تغییر می‌کند. امواجی که در جهت حرکت گسیل می‌شوند، کوتاه‌تر و در جهت مخالف بلندتر می‌شوند. در سرعت انتشار خود امواج تغییری حاصل نمی‌شود؛ به این ترتیب، یک ناظر ساکن بسامدی دریافت می‌کند که از بسامد منبع بزرگتر یا کوچکتر است. از سوی دیگر، هرگاه منبع ساکن و ناظر در حال حرکت باشد، باز هم تغییر بسامد رخ می‌دهد، اما دلیل آن فرق می‌کند. در اینجا، طول موج تغییر نمی‌کند، ولی بسامد، به دلیل تغییر سرعت نسبی

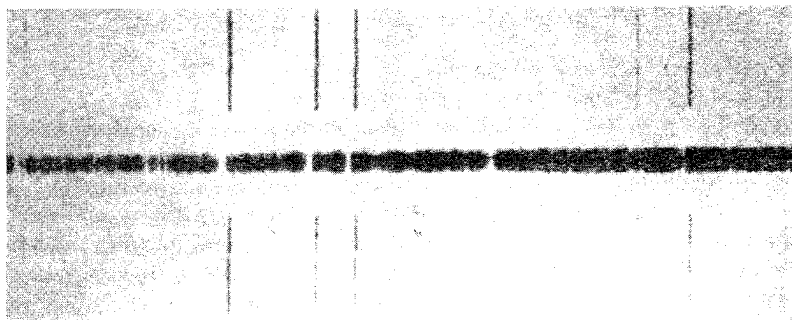
امواج نسبت به ناظر تغییر می‌کند. این دو حالت مستلزم تقریباً تغییر بسامد یکسانی به‌ازای سرعت حرکت یکسانی‌اند، مشروط بر اینکه کمیت اخیر در مقایسه با سرعت امواج کوچک باشد. این پدیده‌ها را اثر دوپلر\* می‌گویند و غالباً در صوت به‌ازای تغییرات گام اکوستیکی تجربه شده‌اند.

دوپلر، به اشتباه، اختلاف رنگهای ستارگان را به حرکت آنها به‌سوی زمین یا در جهت دور شدن از زمین نسبت داد. چون سرعت نور خیلی زیاد است، تغییر محسوس در رنگ مستلزم آن است که یک ستاره دارای مؤلفهٔ سرعتی در امتداد خط دید باشد که مقدارش در مقایسه با سرعتهای اندازه‌گیری‌شدهٔ در جهتهای عمود بر آن فوق‌العاده زیاد باشد. در مورد اکثر ستارگان، سرعت یاد شده معمولاً در گسترهٔ مابین  $1^\circ$  و  $3^\circ$  کیلومتر بر ثانیه است، و سرعت معدودی از آنها هم به  $300 \text{ km/s}$  می‌رسد. از آنجا که سرعت نور تقریباً  $300000 \text{ km/s}$  است، تغییرات بسامدی مورد انتظار کوچک‌اند. به‌علاوه، در جایی که فرض می‌کنیم ناظر یا منبع حرکت می‌کند، این سرعت کمی فرق می‌کند. فرض کنید زمین با سرعت  $u$  مستقیماً به‌سوی یک ستارهٔ ثابت حرکت کند. در این صورت، یک ناظر باید به تعداد  $u/\lambda$  موج به‌اضافهٔ عدد  $c/\lambda = v$  را که در صورتی که ساکن می‌بود به‌او می‌رسیدند، احساس کند. بسامد ظاهری عبارت خواهد بود از:

$$v' = \frac{c+u}{\lambda} = v \left( 1 + \frac{u}{c} \right) \quad (31-11)$$

با احتساب سرعتهایی که در بالا از آنها یاد کردیم، اختلاف ناشی از بسامد واقعی کمتر از یک در هزار خواهد شد. با این وصف، طیف‌نمای خوب می‌تواند به‌سهولت چنین جابه‌جایی را در خطوط طیفی آشکار سازد و آن‌را اندازه بگیرد. در واقع هم، این کاربرد موجه اصل دوپلر به روش توانمندی در مطالعه سرعتهای شعاعی ستارگان تبدیل شده است. در شکل ۱۱-۱۵ موردی را مشاهده می‌کنید که در آن طیف ستارهٔ ذات‌الکرسی  $\mu$ ، در نوار مرکزی، با خطوط آهن در آزمایشگاه که در بالا و پایین نوار عکسبرداری شده است، مقایسه می‌شود. همهٔ خطوط آهن در طیف ستاره نیز به‌صورت خطوط سفید دیده می‌شوند (خطوط جذب)؛ اما اندکی به چپ، یعنی به‌سوی طول موجهای کوتاه‌تر، جابه‌جا شده‌اند. اندازه‌گیرها نشان می‌دهند که افزایش بسامد، با سرعتی نزدیک به  $115 \text{ km/s}$  متناظر است که برای ستاره‌های کهکشان خود ما نامعمول و زیاد است. سایر طیفهای کهکشانها (سحابی مارپیچی) همگی نمایانگر جابه‌جاییهایی به سوی قرمز هستند که در مورد دورترین آنها به

\* کریستین یوهان دوپلر (۱۸۵۳-۱۸۰۳)، اهل سالزبورگ اتریش. در سی و دو سالگی، در حالی که در یافتن شغلی ناکام مانده بود، تصمیم گرفت به امریکا مهاجرت کند. اما، در همان زمان به‌سمت استادی ریاضیات در ریل‌شول پراگ منصوب شد و بعداً استاد فیزیک تجربی در دانشگاه وین شد.



شکل ۱۱-۱۵ جابه‌جایی دوپلر در خطوط طیفی یک ستاره. هر دو طیف فوتونگاتیوند.

چندین صد انگستروم بالغ می‌شود. چنین مقادیری حاکی از سرعت‌های دور شدن چندین ده هزار کیلومتر بر ثانیه هستند، که در واقع همین‌طور هم است. جالب توجه است که در اینجا قرمز شدن کافی برای تغییر دادن رنگ ستاره، چنان‌که دوپلر هم آن‌را به‌طور قطعی پیش‌بینی کرد، وجود دارد، اما در این حالت تغییر رنگ برای اجرامی روی می‌دهد که روشنایی آنها بسیار ضعیف است و با چشم غیرمسلح دیده نمی‌شوند.

در آزمایشگاه، دو راه برای رسیدن به سرعت‌هایی یافته شده است که برای تولید جابه‌جایی دوپلر کفایت کنند. از بازتابش نور در آینه‌ای که در پیرامون چرخشی با سرعت زیاد می‌گردد، می‌توان به سرعت‌هایی نزدیک به  $400\text{ m/s}$ ، یک منبع مجازی، دست یافت. برای سرعت‌های از اینها بیشتر، از باریکه‌های اتمی بهره می‌گیرند که در خلأ حرکت می‌کنند و در بخش ۱۹-۱۵ پیرامون آن بحث خواهیم کرد. همانجا هم نشان خواهیم داد که با انکار وجود اتر مادی، براساس نظریه نسبیت، تمایز بین موارد حرکت منبع و حرکت ناظر هم از بین می‌رود. در نسبیت به معادله‌ای می‌رسیم که علی‌الاصول معادله (۱۱-۳۱) است و در آن،  $u$  سرعت نسبی نزدیک شدن یا دور شدن را بیان می‌کند.

## ۱۱-۱۱ بسته‌های موج

هیچ منبع موجی، چنان‌که لازمه تولید یک موج سینوسی است، به‌طور نامتناهی ارتعاش نمی‌کند. در اغلب موارد، به‌سبب اتلاف انرژی، ارتعاشات فروکش می‌کنند و یا به دلایلی قطع می‌شوند. در این‌صورت گروهی امواج با طولی محدود، مطابق شکل ۱۱-۱۶، تولید می‌شود. نمایش ریاضی بسته‌موجی با این وضعیت، نسبتاً پیچیده‌تر است و آن‌را به‌طور خلاصه در فصل بعد مورد بحث قرار خواهیم داد. اما، نظر به اینکه بروز بسته‌موجها فراوان است، باید از برخی جنبه‌های رفتاری

آنها در این جا یاد کنیم. نخست اینکه طول موج آنها خوش تعریف نیست. هرگاه یک بسته موج از مسیری بگذرد که طول موج را اندازه می‌گیرد، مثلاً عبور نور از یک توری پراش، پی می‌بریم که حاوی گستره پیوسته‌ای از طول موجها به وسعت  $\Delta\lambda$  است. حداکثر شدت این بسته  $\lambda_0$  است که در شکل ۱۱-۱۶ مشاهده می‌کنید، اما انرژی آن بیشتر در سایر طول موجهاست و شدت، کمابیش به سرعت در دو طرف  $\lambda_0$  زایل می‌شود. هر قدر تعداد امواج در بسته،  $N$ ، بزرگتر باشد، همانقدر هم گستره  $\Delta\lambda$  در گروه کوچکتر است و در واقع، برداشت نظری نشان می‌دهد که نسبت  $\Delta\lambda/\lambda_0$  تقریباً برابر  $1/N$  است. به این سبب، فقط وقتی  $N$  بسیار بزرگ باشد، می‌توانیم موج را دارای یک طول موج معین تلقی کنیم.

هرگاه محیطی که بسته موج در آن حرکت می‌کند چنان باشد که سرعتش به بسامد بستگی داشته باشد، دو پدیده دیگر مشاهده خواهد شد. تک‌قله‌های موج با سرعتی متفاوت از سرعت کلی بسته حرکت می‌کنند، و بسته هر چه پیشتر برود، گسترده‌تر می‌شود. در این صورت، با دو سرعت مواجه هستیم: سرعت موج (یا فاز) و سرعت گروه. رابطه بین این دو سرعت را در بخش ۱۲-۷ مطالعه خواهیم کرد.

در چشمه‌های نوری، امتهای تابنده قطار موجهایی با طول محدود گسیل می‌کنند. معمولاً، این بسته‌ها به سبب برخوردهای اتمی و یا میرایی ناشی از علل دیگر، بسیار کوتاهند. بنابر قضیه‌ای که در بالا از آن یاد کردیم، پیامد کوتاهی این بسته‌ها آن است که خطوط طیفی خیلی باریک نخواهند بود، بلکه پهنای چشمگیر  $\Delta\lambda$  را خواهند داشت. با اندازه‌گیری این پهنای، "طول عمر" مؤثر نوسانگرهای الکترومغناطیسی در آنها، و طول میانگین بسته موجها به دست خواهد آمد. تخلیه الکتریکی کم فشار بخار جیوه حاوی تک ایزوتوپ  $^{198}\text{Hg}$ ، خطوط طیفی تیز به پهنایی در حدود  $0.05\text{Å}$  تولید می‌کند. با انتخاب طول موج یکی از روشنترین خطوط،  $5461\text{Å}$ ، می‌توانیم تخمین بزنیم که حدوداً  $10^6$  موج در یک بسته وجود دارد، و خود بسته‌ها تقریباً به طول  $50\text{cm}$  هستند.

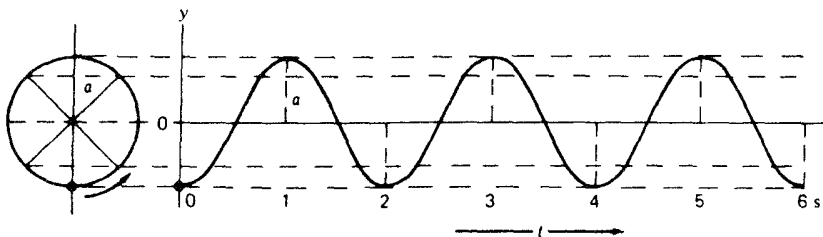


شکل ۱۱-۱۶ مثال مربوط به یک بسته موج.

## مسائل

۱۱-۱ یک فنر ماریپچی، مطابق شکل ۱۱-۶، از یک میله آویزان است هرگاه وزنه‌ای  $5^\circ$  گرمی به انتهای آن آویخته شود، فنر به اندازه  $15.89 \text{ cm}$  کشیده می‌شود. حال، اگر این وزنه را  $5 \text{ cm}$  دیگر به پایین بکشیم و سپس رها کنیم، شروع به ارتعاش به بالا و پایین می‌کند و این ارتعاش از نوع حرکت هماهنگ ساده است. پیدا کنید: (الف) ثابت فنر؛ (ب) دوره تناوب ارتعاش؛ (ج) بسامد آن؛ (د) سرعت زاویه‌ای نقطه‌ای را که تصویر حرکت دورانی آن نمایانگر ارتعاش است؛ (ه) حداکثر سرعت جرم؛ (و) حداکثر شتاب آن را؛ (ز) نموداری رسم کنید که ارتعاش را در بازه زمانی  $t = 0 \text{ s}$  و  $t = 3 \text{ s}$  نشان دهد و زاویه فاز اولیه آن  $270^\circ$  باشد. مدت زمان لازم برای دستیابی به نخستین ماکزیموم و انرژی کل ارتعاش چقدر است؟ معادله حرکت را بنویسید.

جواب: (الف)  $3.0837 \text{ N/m}$ ؛ (ب)  $0.800 \text{ s}$ ؛ (ج)  $1.2499 \text{ Hz}$ ؛ (د)  $5.027 \text{ rad/s}$ ؛ (ه)  $0.39265 \text{ m/s}$ ؛ (و)  $0.4754 \text{ m/s}^2$ ؛ (ز) نمودار (شکل م ۱۱-۱) را نگاه کنید.  $t = 4.00 \text{ s}$ ،  $E = 3.8546 \text{ J}$ ، و معادله حرکت عبارت است از:  $y = 0.05 \sin(5.027t + 270^\circ) \text{ m}$ .



شکل م ۱۱-۱ نمودار مربوط به بند (ز) مسئله ۱۱-۱.

۱۱-۲ یک فنر ماریپچی از میله‌ای آویخته است (شکل ۱۱-۶). وزنه‌ای به جرم  $1.6 \text{ kg}$  از انتهای آن آویخته و طولش را به اندازه  $12.4 \text{ cm}$  افزایش داده است. حال وزنه را به اندازه  $4.0 \text{ cm}$  دیگر پایین می‌کشیم و آن را رها می‌کنیم تا در راستای قائم ارتعاش کند. پیدا کنید: (الف) ثابت فنر؛ (ب) دوره تناوب ارتعاش؛ (ج) بسامد؛ (د) سرعت زاویه‌ای؛ (ه) ماکزیموم سرعت جرم؛ (و) شتاب ماکزیموم؛ (ز) نمودار ارتعاش در بازه زمانی  $t = 0 \text{ s}$  تا  $t = 2.2 \text{ s}$  با فاز اولیه  $225^\circ$ ؛ (ح) مدت زمانی که جرم برای رسیدن به بالاترین نقطه حرکتش لازم دارد؛ (ط) انرژی کل؛ (ی) معادله حرکت را بنویسید.

۳-۱۱ یک موج با معادله  $y = 6 \sin 2\pi(8t - 4x + 3/4)$  توصیف می‌شود. پیدا کنید:  
 (الف) دامنه؛ (ب) طول موج؛ (ج) بسامد؛ (د) زاویه فاز اولیه؛ و (ه) جابه‌جایی اولیه در زمان  $t = 0^\circ$  و  $x = 0^\circ$ .

۴-۱۱ یک موج با معادله  $y = 15 \sin 2\pi(4t - 5x + 2/3)$  توصیف می‌شود. پیدا کنید:  
 (الف) دامنه؛ (ب) طول موج؛ (ج) بسامد؛ (د) زاویه فاز اولیه؛ و (ه) جابه‌جایی در زمان  $t = 0^\circ$  و  $x = 0^\circ$ .  
 جواب: (الف) ۱۵؛ (ب)  $1/5$ ؛ (ج) ۴؛ (د)  $240^\circ$ ؛ (ه)  $13^\circ -$ .



## برهم‌نهی امواج

هرگاه دو دسته موج، مانند امواج ناشی از انداختن دو سنگ کوچک در حوض آب آرام، با هم برخورد کنند، آثار جالب توجهی مشاهده خواهد شد. در ناحیه تقاطع مکانهایی یافت می‌شود که در آنجا آشفتگی عملاً صفر است و در جاهای دیگر، آشفتگی از آشفتگی ناشی از هر یک از موجها به تنهایی، بزرگتر است. با بهره‌گیری از یک قانون بسیار ساده می‌توان این اثرها را شرح داد. بنابراین قانون، برابند جابه‌جایی در هر نقطه، صرفاً از مجموع جابه‌جاییهای ناشی از هر موج به‌طور جداگانه حاصل می‌شود. این قانون را اصل برهم‌نهی می‌گویند و برای نخستین بار توسط یانگ\* در سال ۱۸۰۲ به‌وضوح بیان شده است. درستی این اصل، بلافاصله هنگامی تصریح می‌شود که امواج را پس از عبور از ناحیه تقاطع مشاهده می‌کنیم و می‌بینیم که هر دو موج در بیرون از این منطقه کاملاً دست‌نخورده به‌نظر می‌رسند. دامنه، بسامد، و جمله مشخصات دیگر چنانند که گویی از فضایی ناآشفته گذشته‌اند. این پیش‌آمد فقط وقتی می‌تواند تحقق یابد که اصل برهم‌نهی صادق

---

\* توماس یانگ (۱۸۲۹-۱۷۷۳) پزشک و فیزیکدان انگلیسی، بنیانگذار نظریه موجی نور است. در کودکی فوق‌العاده باهوش بود، که به پژوهشگری ممتاز تبدیل شد (در سن چهار سالگی دو بار کتاب مقدس را از اول تا آخر خوانده بود). کارهای او در زمینه تداخل، مهمترین سهم را در تکوین نظریه نور بعد از دوران نیوتون ایفا کرده است. کارهای اولیه او، سرشت موجی نور را اثبات می‌کرد، اما توجهی به آن نشد، تا اینکه فرنل به آنها پی برد و تأییدشان کرد.

باشد. دو ناظر متفاوت می‌توانند اشیای مختلف را از یک روزنه نگاه کنند و آنها را به‌وضوح ببینند، در حالی که نورهایی که به این دو ناظر می‌رسد، در هنگام عبور از روزنه همدیگر را قطع می‌کنند. بنابراین، اصل بالا با دقت بسیار در مورد امواج نور کاربردپذیر است و می‌توانیم از آن در مطالعه آشفستگی در نواحی‌ای که دو یا چند موج نور برهم نهاده شده‌اند، استفاده کنیم.

## ۱۲-۱ ترکیب حرکت‌های هماهنگ ساده در امتداد یک خط

ابتدا با بررسی اثر برهم‌نهی دو موج سینوسی، هم بسامد، مسئله ماکول می‌شود به اینکه حرکت برآیند ذره‌ای را به‌دست آوریم که دو حرکت هماهنگ ساده به‌طور همزمان انجام می‌دهد. جابه‌جایی ناشی از دو موج را در این‌جا در امتداد یک خط در نظر می‌گیریم که آن را جهت  $y$  می‌نامیم. هرگاه دامنه‌های این دو موج عبارت باشند از  $a_1$  و  $a_2$ ، این دامنه‌ها عبارت خواهند بود از دامنه دو حرکت تناوبی که ذره اجرا می‌کند، و بنابر معادله (۱۱-۲۴) در فصل قبل، می‌توانیم جابه‌جایی‌های جداگانه را به‌صورت زیر بنویسیم:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \\ y_2 &= a_2 \sin(\omega t - \alpha_2) \end{aligned} \quad (۱-۱۲)$$

توجه کنید که  $\omega$  برای هر دو موج یکی است، زیرا فرض کرده بودیم که بسامد آنها یکی است. براساس اصل برهم‌نهی، برآیند جابه‌جایی،  $y$ ، صرفاً از مجموع  $y_1$  و  $y_2$  به‌دست می‌آید، و از این‌رو

$$y = a_1 \sin(\omega t - \alpha_1) + a_2 \sin(\omega t - \alpha_2)$$

هرگاه از عبارت سینوس تفاضل دو زاویه بهره بگیریم، جمله بالا به‌صورت زیر در می‌آید

$$\begin{aligned} y &= a_1 \sin \omega t \cos \alpha_1 - a_1 \cos \omega t \sin \alpha_1 + a_2 \sin \omega t \cos \alpha_2 - a_2 \cos \omega t \sin \alpha_2 \\ &= (a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2) \sin \omega t - (a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2) \cos \omega t \end{aligned} \quad (۲-۱۲)$$

حال، چون مقادیر  $a$  و  $\alpha$  ثابت‌اند، می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2 &= A \cos \theta \\ a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2 &= A \sin \theta \end{aligned} \quad (۳-۱۲)$$

ترکیب حرکت‌های هماهنگ ساده در امتداد یک خط ۲۹۷

به‌شرطی که بتوان مقادیر ثابت  $A$  و  $\theta$  را یافت که در این معادلات صدق می‌کنند. اگر طرفین معادله‌های (۳-۱۲) را به توان دو برسانیم و آنها را با هم جمع کنیم، داریم:

$$A^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = a_1^2(\cos^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1) + a_2^2(\cos^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_2) + 2a_1a_2(\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2)$$

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (۴-۱۲)$$

می‌توان با تقسیم معادله پایینی بر معادله بالایی (۳-۱۲)، رسید به:

$$\tan \theta = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2} \quad (۵-۱۲)$$

معادله‌های (۴-۱۲) و (۵-۱۲) نشان می‌دهند که مقادیری چون  $A$  و  $\theta$  وجود دارند که در معادله‌های (۳-۱۲) صدق می‌کنند، و بازنویسی معادله (۲-۱۲) با نشان دادن عناصر سمت راست معادله (۳-۱۲)، ختم می‌شود به:

$$y = A \cos \theta \sin \omega t - A \sin \theta \cos \omega t$$

که به‌صورت سینوس تفاضل دو زاویه است، یعنی

$$y = A \sin(\omega t - \theta) \quad (۶-۱۲)$$

این معادله به‌صورت هر دو معادله جداگانه اصلی حرکت هماهنگ ساده است و تنها مقادیر جدیدی که در آن راه یافته مقادیر  $A$  و ثابت فاز  $\theta$  است. به‌این ترتیب، به نتیجه مهمی دست می‌یابیم که جمع دو حرکت هماهنگ ساده با بسامد یکسان، و در یک امتداد، حرکت هماهنگ ساده‌ای با همان بسامد به‌دست می‌دهد. دامنه و ثابت فاز حرکت برآیند را می‌توان با استفاده از معادله‌های (۴-۱۲) و (۵-۱۲) به‌راحتی از روی معادلات اولیه محاسبه کرد.

جمع کردن سه یا چند حرکت هماهنگ ساده با بسامد یکسان نیز به همین‌سان حرکت برآیندی از این نوع تولید خواهد کرد، زیرا می‌توان حرکتها را به‌دنبال یکدیگر جمع کرد و هر بار معادله‌ای به‌صورت (۶-۱۲) به‌دست آورد. معمولاً، چنانچه دقت خیلی زیادی ضروری نباشد، استفاده از روش ترسیمی که در زیر توصیف خواهیم کرد، کار را بسیار آسانتر می‌کند. معلوم بودن ثابت فاز برآیند،  $\theta$ ، به‌کمک معادله (۵-۱۲)، ضرورت ندارد، مگر اینکه خواسته باشیم حرکت برآیند را با یک حرکت دیگر ترکیب کنیم.

دامنه برابند،  $A$ ، بنابر معادله (۴-۱۲)، به دامنه‌های  $a_1$  و  $a_2$  حرکت‌های اولیه و تفاضل فاز آنها،  $\delta = \alpha_1 - \alpha_2$ ، بستگی دارد. هرگاه دو باریکه نور را چنان‌که در تداخل‌سنج مایکلسون پیش می‌آید (بخش ۱۳-۸)، با هم ترکیب کنیم، شدت نور در هر نقطه متناسب خواهد بود با مجذور دامنه برابند. بنابر معادله (۴-۱۲)، در حالتی که  $a_1 = a_2$ ، داریم:

$$I \approx A^2 = 2a^2(1 + \cos \delta) = 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (۷-۱۲)$$

هرگاه اختلاف فاز چنان باشد که  $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ، عبارت بالا تبدیل می‌شود به  $4a^2$ ، یا چهار برابر شدت هر دو باریکه. هرگاه  $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ ، شدت صفر می‌شود. به‌ازای مقادیر متوسط  $\delta$ ، شدت نور، براساس قضیه مجذور کسینوسها، مابین این دو حد تغییر می‌کند. این تعدیلهای شدت که از ترکیب امواج حاصل می‌شوند، به آثار تداخل معروفند، و در فصل آینده نحوه پیش آمدن این اثرها و کاربرد تجربی آنها را مورد بحث قرار می‌دهیم.

## ۲-۱۲ جمع برداری دامنه‌ها

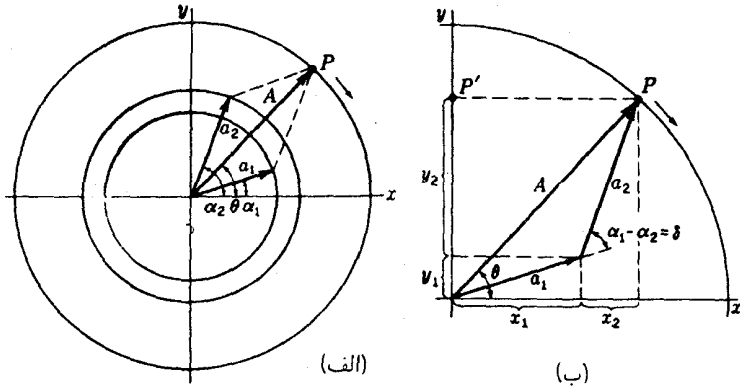
برای پیدا کردن دامنه برابند و ثابت فاز جمع دو حرکت هماهنگ ساده در یک امتداد در حالت یاد شده در بالا، می‌توان از روش هندسی بسیار ساده‌ای بهره گرفت. هرگاه دامنه‌های  $a_1$  و  $a_2$  را توسط بردارهایی نشان دهیم که با محور  $x$ ، به‌ترتیب، زاویه‌های  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  می‌سازند\* [شکل ۱۲-۱ (الف)]. دامنه برابند  $A$ ، عبارت خواهد بود از جمع برداری  $a_1$  و  $a_2$  که با محور  $x$  زاویه  $\theta$  خواهد ساخت. برای اثبات این مدعا، نخست از شکل ۱۲-۱ (ب) بی‌می‌بریم که در مثلث متشکل از  $a_1$ ،  $a_2$  و  $A$ ، قانون کسینوسها ختم می‌شود به:

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos[\pi - (\alpha_1 - \alpha_2)] \quad (۸-۱۲)$$

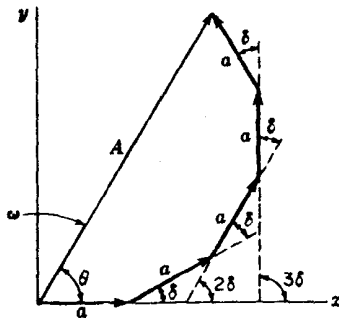
که پس از ساده کردن، به‌آسانی به معادله (۴-۱۲) می‌رسیم. علاوه بر این، با توجه به اینکه تانژانت زاویه  $\theta$  از نسبت مجموع تصاویر  $a_1$  و  $a_2$  روی محور  $y$ ها به مجموع تصاویر آنها روی محور  $x$ ها به‌دست می‌آید، معادله (۵-۱۲) مستقیماً قابل حصول است.

می‌توان با توجه به این نکته که این نوع حرکت را می‌شود به‌صورت تصویر حرکت دورانی و یکنواخت یک نقطه بر روی یکی از محورها نمایش داد، نتیجه گرفت که حرکت برابند نیز هماهنگ ساده است. شکل ۱۲-۲، به‌ازای  $t = 0$  ترسیم شده است، و با گذشت زمان، جابه‌جاییهای  $y_1$  و

\* در این جا، قرارداد علامت مثبت زاویه در جهت پادساعتگرد را رعایت نمی‌کنیم، زیرا در اپتیک رسم بر این است که تقدم فازی را با چرخش ساعتگرد بردار دامنه نشان دهند.



شکل ۱-۱۲ ترکیب هندسی دو موج هم بسامد با دامنه‌ها و فازهای مختلف.



شکل ۲-۱۲ جمع برداری پنج دامنه به بزرگی یکسان و اختلاف فاز مساوی  $\delta$ .

$y_2$  از مؤلفه‌های قائم بردارهای  $a_1$  و  $a_2$  به دست می‌آیند، به شرط اینکه بردارها در جهت ساعتگرد و با سرعت زاویه‌ای یکسان،  $\omega$ ، بچرخند. در این صورت،  $A$  در حرکت برآیند نیز همین سرعت زاویه‌ای را خواهد داشت، و  $P'$  تصویر انتهای بردار  $A$ ،  $P$ ، حرکت برآیند را اجرا خواهد کرد. اگر فرض کنیم که مثلث برداری در قسمت (ب) تصویر به صورت یک مثلث صلب می‌چرخد، پی خواهیم برد که حرکت  $P'$  با معادله (۱۲-۶) منطبق است.

روش ترسیمی، به خصوص در مواردی بسیار مفید است که با ترکیب بیش از دو حرکت روبه‌رو باشیم. در شکل ۲-۱۲ نتیجه جمع پنج حرکت با دامنه یکسان،  $a$ ، و اختلاف فاز یکسان،  $\delta$ ، را مشاهده می‌کنید. روشن است که شدت،  $I = A^2$ ، در این حالت، به سبب اختلاف فاز  $\delta$ ، مابین صفر و  $25a^2$  تغییر می‌کند. این مسئله، در یافتن نقش خطوط شدت در یک توری پراش بروز

می‌کند که در فصل ۱۷ پیرامون آن بحث خواهیم کرد. پنج دامنه مساوی در شکل را می‌توان از پنج شکاف یک توری، اسبابی که هدف اصلی استفاده از آن تولید اختلاف فازهای مساوی در نور حاصل از هر زوج شکاف متوالی است، تحصیل کرد. باید توجه کرد که هنگام ترسیم شکل ۱۲-۲ ارتعاشات، که نقطه شروعشان مبدأ است، به‌طور متوالی تأخیر فاز دارند.

روشهای ترسیمی و یا مثلثاتی در مورد ترکیب ارتعاشات را می‌توان برای پیدا کردن برآیند هر تعداد از حرکات با دامنه‌ها و فازهای معلوم به‌کار گرفت. یعنی، آن‌طور که خواهیم دید، این امکان هم وجود دارد که این روشها را برای جمع کردن ارتعاشات بینهایت کوچک به‌کار گیریم، به‌طوری که مجموعیابی آنها به انتگرال تبدیل شود. در چنین مواردی، به‌خصوص اگر دامنه هر یک از اجزاء تغییر کند، جمع دامنه‌ها به‌صورت اعداد مختلط، روش ساده‌تری خواهد بود. در خصوص این روش، در بخش ۱۴-۸ که در آنجا برای نخستین بار ضرورتش رخ می‌نماید، بحث خواهیم کرد.

## ۱۲-۳ برهم‌نهی دو قطار موج هم‌بسامد

با توجه به مطالب بخش قبل می‌توان مستقیماً نتیجه گرفت که حاصل برهم‌نهی دو قطار موج سینوسی هم‌بسامد در حالی که روی یک خط حرکت می‌کنند، موج سینوسی دیگری است با همان بسامد اما با دامنه جدید که از روی مقادیر معلوم  $a_1$  و  $a_2$  و اختلاف فاز،  $\delta$ ، مابین حرکت‌های داده شده بر هر ذره توسط دو موج، به‌دست می‌آید. مثلاً، اگر بخواهیم موج برآیند تولید شده از دو موج با بسامد و دامنه یکسان در یک جهت  $+x$  را پیدا کنیم که یکی به‌اندازه فاصله  $\Delta$  جلوتر از دیگری است، معادله‌های این دو موج، به‌صورت معادله (۱۱-۲۵) در خواهند آمد:

$$y_1 = a \sin(\omega t - kx) \quad (9-12)$$

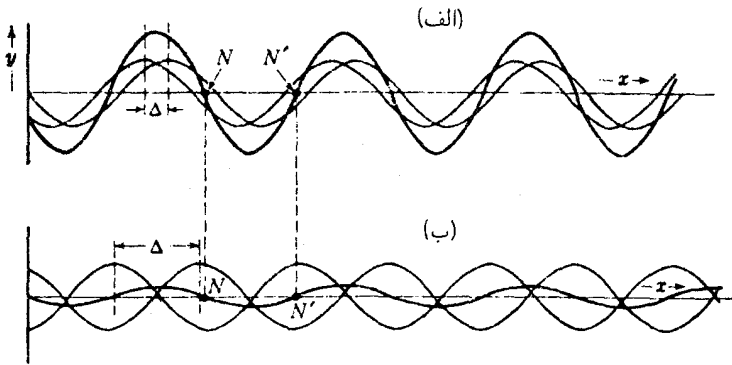
$$y_2 = a \sin[\omega t - k(x + \Delta)] \quad (10-12)$$

بنابراین اصل برهم‌نهی، جابه‌جایی برآیند از مجموع جابه‌جاییهای جداگانه به‌دست می‌آید، به‌طوری که داریم:

$$y = y_1 + y_2 = a \{ \sin(\omega t - kx) + \sin[\omega t - k(x + \Delta)] \}$$

از فرمول مثلثاتی زیر بهره می‌گیریم:

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{1}{2}(A + B) \cos \frac{1}{2}(A - B) \quad (11-12)$$



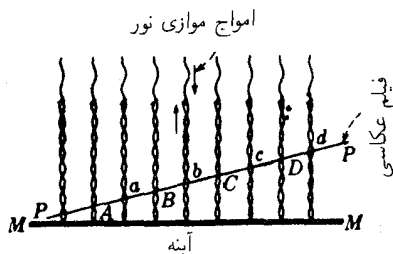
شکل ۳-۱۲. برهم‌نهی دو قطار موج: (الف) تقریباً هم‌فاز؛ و (ب) تقریباً با  $180^\circ$  اختلاف فاز.

می‌رسیم به:

$$y = 2a \cos \frac{k\Delta}{\lambda} \sin \left[ \omega t - k \left( x + \frac{\Delta}{\lambda} \right) \right] \quad (12-12)$$

این عبارت متناظر است با معادله موج جدیدی با همان بسامد ولی دامنه  $2a \cos \left( \frac{k\Delta}{\lambda} \right) = 2a \cos \left( \frac{\pi\Delta}{\lambda} \right)$ . اگر  $\Delta$  کسر کوچکی از یک طول موج باشد، این دامنه تقریباً  $2a$  خواهد بود؛ حال آن‌که اگر  $\Delta$  در نزدیکیهای  $1/2\lambda$  واقع باشد، دامنه عملاً صفر می‌شود. این نکات را در شکل ۳-۱۲ مشاهده می‌کنید که در آن موجها منحنی نمایش تغییرات معادله‌های (۹-۱۲) و (۱۰-۱۲) (منحنیهای کمرنگ) و (۱۲-۱۲) (منحنیهای پررنگ) در لحظه  $t = 0$  هستند. در این شکلها، می‌بینیم که جمع جبری طول منحنیهای کمرنگ به‌ازای همه مقادیر  $x$  برابر است با طول منحنی پررنگ. خواننده می‌تواند به‌سهولت نتیجه‌گیری کند که در این طرحهای ترسیمی، این نکته که دو دامنه برای دستیابی به یک موج سینوسی به‌صورت برابند لزوماً نباید مساوی باشند، و جمع هر تعداد از امواج با بسامد و طول موج یکسان نیز نتیجه مشابهی خواهد داد. در هر صورت، موج برابند دارای دامنه ثابت خواهد بود، زیرا امواج تشکیل‌دهنده و برابند آنها جملگی با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند و مکان نسبی آنها یکی است. چگونگی اوضاع و احوال را می‌توان در شکل ۳-۱۲ چنان ترتیب داد که همه امواج به‌سمت راست و با سرعت معینی حرکت کنند.

تشکیل امواج ایستاده در تار مرتعش که به تشکیل گره‌ها و شکمها می‌انجامد، نمونه‌ای است از برهم‌نهی دو قطار موج با بسامد و دامنه یکسان ولی در حال حرکت در جهت‌های مخالف. در یک تار، موج از انتها منعکس می‌شود و امواج اولیه و بازتابیده باید با هم جمع شوند تا حرکت



شکل ۱۲-۴ تشکیل و آشکارسازی امواج ایستاده در آزمایش وینر.

برایند تار حاصل شود. این دو موج را می‌توان با معادلات زیر نمایش داد

$$y_1 = a \sin(\omega t - kx) \quad y_2 = a \sin(\omega t + kx)$$

با جمع کردن این دو عبارت به روشی که در معادله (۱۲-۱۲) انجام دادیم، می‌رسیم به:

$$y = 2a \cos(-kx) \sin \omega t$$

که نمایانگر امواج ایستاده است. به ازای همه مقادیر  $x$ ، حرکت هماهنگ ساده به دست می‌آید که دامنه آن با  $x$  میان حدود  $2a$ ، به ازای  $kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  و صفر، به ازای  $kx = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \dots$  تغییر می‌کند. نقاط اخیر با گره‌ها متناظرند و با فاصله  $\Delta x = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{4}$  از همدیگر جدا می‌شوند. از شکل ۱۲-۳ می‌توان برای نمایش مورد اخیر نیز بهره گرفت. به این ترتیب که دو موج کمرنگ را در خلاف جهت همدیگر حرکت داد. حالا منحنی حاصل، به جای آن که بدون تغییر به راست حرکت کند، میان یک موضع راست خط وقتی  $\omega t = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$  و یک منحنی سینوسی با دامنه  $2a$ ، وقتی  $\omega t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  نوسان خواهد کرد. در گره‌ها، مانند  $N$  و  $N'$  در شکل، جابه‌جایی برآیند همواره صفر است.

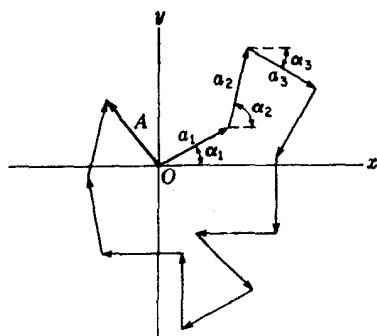
امواج ایستاده را می‌توان در آزمایشی که وینر انجام داده است، مشاهده کرد. در این آزمایش، مطابق شکل ۱۲-۴، نور به طور عمودی بر یک آینه صیقلی می‌تابد و از سطح آن باز می‌تابد. یک فیلم عکاسی مخصوص که فقط یک سی‌ام طول موج ضخامت دارد، به طور مایل در جلوی سطح بازتابنده قرار داده شده است، به طوری که گره‌ها و شکم‌ها را به طور متوالی در  $A, a, B, b, C, c, D, d, \dots$  قطع می‌کند. صفحه عکاسی فقط در مکانهایی که ارتعاشات چشمگیری وجود داشته



باشد، متأثر می‌شود و درگره‌ها اصلاً تأثیر نمی‌پذیرد. مطابق انتظار، صفحه عکاسی پس از ظاهر شدن، نوارهای تاریکی را نشان می‌دهد که توسط خطوط روشن حاصل از محل تقاطع آن باگره‌ها از همدیگر جدا شده‌اند. کاهش زاویه میل صفحه عکاسی نسبت به سطح بازتابنده موجب جدایی بیشتر نوارها خواهد شد، زیرا در این صورت تعداد کمتری از گره‌ها قطع می‌شوند. اندازه‌گیری این نوار به نتیجه‌گیری مهمی منجر می‌شود: امواج ایستاده در سطح بازتابش دارای گره هستند. بنابراین، روابط فازی امواج اصلی و بازتابیده در این نقطه چنان‌اند که پیوسته همدیگر را حذف می‌کنند. این مورد، مانند بازتابش امواج در انتهای ثابت یک ریسمان است. آزمایشهای مشابه دیگری را که وینر انجام داده است در بخش ۲۵-۱۲ مورد بحث قرار خواهیم داد.

## ۴-۱۲ برهم‌نهی چندین موج با فازهای کاتوره‌ای

حال تعداد زیادی قطار موج با بسامد و دامنه مساوی را در نظر می‌گیریم که در یک امتداد حرکت می‌کنند و این را هم که هر قطار چه مقدار از دیگران جلوتر یا عقب‌تر است، به تصادف محض محول می‌کنیم. بنابر آنچه در بالا گفته شد، می‌توان نتیجه گرفت که موج برآیند، یک موج سینوسی دیگر با همان بسامد خواهد بود؛ حالا ببینیم دامنه و شدت این موج به چه صورت است. فرض کنیم دامنه اولیه  $a$  و تعداد قطار موجها  $n$  باشد و این امواج هم بر هم نهاده شده‌اند. دامنه موج برآیند برابر دامنه حرکت ذره‌ای خواهد بود که  $n$  حرکت هماهنگ ساده را به‌طور همزمان و با دامنه  $a$  اجرا می‌کند. هرگاه همه این حرکتها هم‌فاز می‌بودند، دامنه برآیند  $na$  و شدت آن  $n^2 a^2$  می‌شد؛ یعنی  $n^2$  برابر یک موج. ولی در حالتی که ما بررسی می‌کنیم فازها به‌طور کاتوره‌ای توزیع شده‌اند. با توجه به روش ترسیمی ترکیب دامنه‌ها (بخش ۱۲-۲)، تصویری مانند شکل ۱۲-۵ به‌دست



شکل ۱۲-۵. برآیند ۱۲ بردار دامنه که با فازهای کاتوره‌ای ترسیم شده است.

خواهد آمد. فازهای  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  مقادیری کاملاً دلخواه میان صفر و  $2\pi$  می‌گیرند. شدت ناشی از برهم‌نهی این امواج از مجذور  $A$ ی برآیند تعیین می‌شود. برای پیدا کردن  $A^2$  باید مجموع همه تصاویر بردارهای  $a$  روی محور  $x$  را بتوان دو برسائیم و آن را با مجذور مجموع تصاویر روی محور  $y$  جمع کنیم. مجموع تصاویر روی محور  $x$  عبارت خواهد بود از:

$$a(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 + \dots + \cos \alpha_n)$$

هرگاه کمیت داخل پرانتز به‌توان دورسانده شود، جملاتی به‌صورت  $\cos^2 \alpha_1$  و  $2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2$  به‌دست می‌آوریم. چنانچه  $n$  بزرگ باشد، می‌توان انتظار داشت که جملات اخیر به اعتبار اینکه مقادیر مثبت و منفی به‌خود می‌گیرند، همدیگر را حذف کنند. ولی در هر آرایشی از بردارها، این امر اتفاق نمی‌افتد و در واقع، مجموع حاصلضرب جملات ناهمنام تقریباً متناسب با تعداد آنها، افزایش می‌یابد. از این رو، در آرایه معینی از توزیع کاتوره‌ای امواج، نتیجه مشخصی به‌دست نمی‌آوریم. در محاسبه شدت در هر مسئله فیزیکی همیشه با تعداد زیادی از چنین آرایه‌هایی مواجه می‌شویم و مایلیم اثر میانگین آنها را بیابیم. در حالت اخیر، این اطمینان وجود دارد که مجموع حاصلضرب جملات ناهمنام دارای میانگین صفر شوند و تنها باید جملات  $\cos^2 \alpha$  را منظور کنیم. برای تصاویر  $y$  بردارها هم فقط جملات  $\sin^2 \alpha$  را به‌دست می‌آوریم و جملاتی نظیر  $\sin \alpha_1 \sin \alpha_2$  حذف می‌شوند. بنابراین داریم:

$$I \approx A^2 = a^2(\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 + \dots + \cos^2 \alpha_n) \\ + a^2(\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3 + \dots + \sin^2 \alpha_n)$$

حال، چون  $\sin^2 \alpha_k + \cos^2 \alpha_k = 1$  خواهیم داشت

$$I \approx a^2 \times n$$

به این ترتیب، شدت متوسط حاصل از برهم‌نهی  $n$  موج با فازهای کاتوره‌ای درست  $n$  برابر شدت مربوط به یک تک‌موج است. یعنی، دامنه  $A$  در شکل ۱۲-۵ به جای اینکه در صورت جمع مکرر بردارهای  $a$  در تعداد زیاد و در جهت‌های کاتوره‌ای میانگین صفر را بگیرد، در واقع باید طولش با افزایش  $n$  افزایش یابد و متناسب با  $\sqrt{n}$  شود.

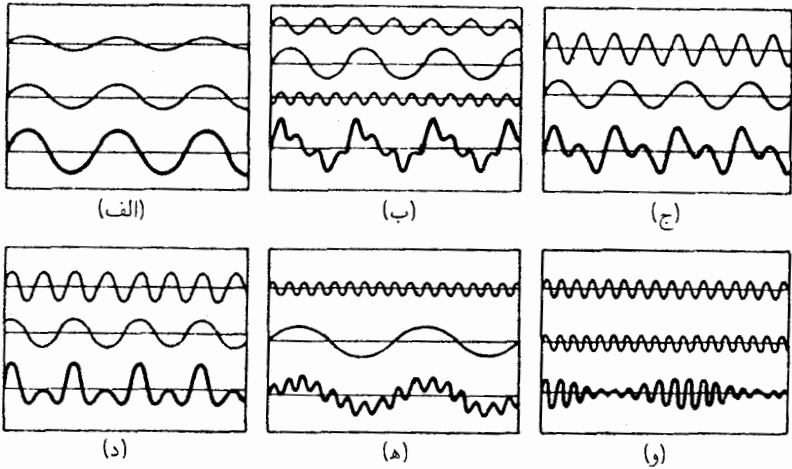
از ملاحظات بالا می‌توان برای توجیه این نکته سود جست که چرا وقتی تعداد زیادی نوازنده ویولن یک ارکستر یک نت را می‌نوازند، تداخل میان امواج صوتی اتفاق نمی‌افتد، به سبب شرایط

کاتوره‌ای فازها، یکصد نوازنده و یولن شدتی یکصد برابر شدت حاصل از یک تک و یولن را تولید می‌کنند. اتمهای یک شعله سدیم هنگام گسیل نور دارای روابط فازی سیستماتیکی نیستند، و علاوه بر این هر کدامشان فاز خود را در هر ثانیه چندین میلیون بار تغییر می‌دهند. به این ترتیب، می‌توانیم با اطمینان نتیجه‌گیری کنیم که شدت مشاهده شده دقیقاً برابر شدت یک اتم ضرب در تعداد اتمهاست. در این بحث، فرض می‌شود که گسیل القایی که در لیزرها روی می‌دهد، در اینجا چندان زیاد اتفاق نمی‌افتد.

## ۱۲-۵ امواج مختلط

امواجی که تا اینجا بررسی کردیم، از نوع ساده بودند و در آنها جابه‌جاییهای روی داده را در هر لحظه از زمان به وسیله یک منحنی سینوسی نمایش دادیم. چنان‌که دیدیم، برهم‌نهی هر تعداد از این‌گونه امواج با بسامدی یکسان ولی دامنه‌ها و فازهای دلخواه هنوز هم موج برابندی از همان نوع به وجود می‌آورند. ولی، هرگاه تنها دو موج که دارای بسامدهای متفاوت بارزی‌اند، برهم‌نهاد شوند، موج حاصل، دیگر ساده نیست و پیچیده خواهد شد؛ یعنی، حرکت ذره، دیگر هماهنگ ساده نیست و منحنی موج دیگر شکل سینوسی ندارد. بحث تحلیلی این امواج در بخش آینده صورت می‌گیرد و در اینجا فقط برخی از جلوه‌های کیفی آنها را مطالعه خواهیم کرد.

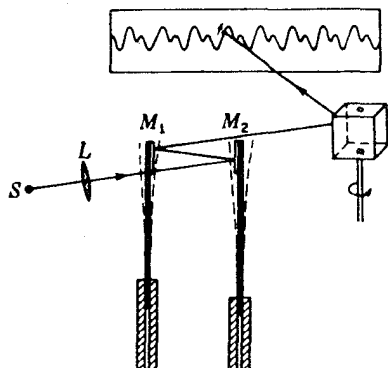
بررسی نتایج جمع ترسیمی دو یا چند موج در حال انتشار روی یک خط و دارای بسامدها، دامنه‌ها و فازهای متفاوت نسبت به یکدیگر، می‌تواند آموزنده باشد. طول موجها بر پایه بسامدها بر مبنای رابطه  $v = \lambda \nu$  تعیین می‌شوند، و از این رو بسامد بزرگتر به معنای طول موج کوتاهتر است، و برعکس. در شکل ۱۲-۶ جمع تعدادی از حالتها را مشاهده می‌کنید و منحنیهای برابند در هر حالت بر مبنای اصل برهم‌نهی و صرفاً به وسیله جمع جبری جابه‌جاییهای مربوط به هر یک از امواج در هر نقطه به دست آمده‌اند. در شکل ۱۲-۶(الف)، حالت یاد شده در بخش ۱۲-۳ برای جمع دو موج هم بسامد ولی با دامنه‌های متفاوت را مشاهده می‌کنید. دامنه برابند به اختلاف فاز بستگی دارد که در این شکل صفر گرفته شده است. سایر اختلاف فازها باید به وسیله تغییر مکان عرضی امواج جزئی نسبت به دیگری نموده شوند و دامنه کوچکتری برای موج سینوسی برابند تولید خواهند کرد که کمترین مقدار آن برابر با تفاضل دامنه‌های امواج جزئی خواهد بود. در قسمت (ب) از این شکل، سه موج با بسامدها، دامنه‌ها، و فازهای مختلف با هم جمع شده‌اند و یک موج برابند مختلط تولید کرده‌اند، که به وضوح با منحنی سینوسی بسیار متفاوت است. در (ج) و (د) که در آنها دو موج با دامنه یکسان و بسامدهای متفاوت با نسبت دو به یک جمع شده‌اند، دیده می‌شود که تغییر دادن اختلاف فاز می‌تواند برابندی با شکل بسیار متفاوت تولید کند. اگر این ترکیبها نماینده امواج صوتی باشند، پرده صماخ عملاً چنان مرتعش خواهد شد که برابندها در هر حالت نشان



شکل ۱۲-۶ برهم‌نهی دو یا چند موج در یک جهت با بسامدها، دامنه‌ها و فازهای مختلف نسبی.

می‌دهند؛ با اینهمه سازوکار گوش به هر دو بسامد پاسخ خواهد داد و آنها به صورت دو بسامد اصلی شنیده و تمیز داده خواهند شد، مستقل از اختلاف فازی که دارند. هرگاه همین امواج برآیند نماینده نور مرئی باشند، چشم هم به همین ترتیب احساس دریافت آمیزه‌ای از دو رنگ خواهد کرد که بی‌توجه به اختلاف فاز همیشه یکسان خواهد بود. سرانجام، (ه) اثر جمع کردن یک موج با بسامد بسیار بالا با موج دیگر و با بسامد بسیار پایین، و (و) اثر جمع دو بسامد تقریباً یکسان را نشان می‌دهند. در حالت اخیر، موج برآیند به گروههایی تقسیم می‌شود که در صوت پدیده شناخته شده زنش یا ضربان را ایجاد می‌کند. در هر یک از حالت‌های بالا، هرگاه امواج جزئی جملگی با سرعت یکسان حرکت کنند، روشن است که شکل موج برآیند با همین سرعت حرکت خواهد کرد و منحنی آن بدون تغییر می‌ماند.

نمایش تجربی برهم‌نهی امواج را می‌توان توسط دستگاه نشان داده شده در شکل ۱۲-۷ به آسانی تحقق بخشید. دو آینه کوچک  $M_1$  و  $M_2$  به دو فنر فولادی تیغه‌ای چسبانده شده‌اند و به طور قائم قرار می‌گیرند. یک باریکه باریک نور را که معمولاً به وسیله لامپهای قوس الکتریکی موصوف در بخش ۲۱-۲ تولید می‌شود، به آنها می‌تابانیم. تصویر منبع  $S$  را می‌توان به وسیله عدسی  $L$  به آینه‌ها و از آنها به روی پرده انداخت. باریکه نور به طور متوالی از دو آینه باز می‌تابد، و چنانچه یکی از آینه‌ها را مرتعش کنیم، باریکه بازتابیده با حرکت هماهنگ ساده ارتعاش خواهد کرد. حال اگر این باریکه در مسیرش به پرده، توسط یک آینه دوار باز بتابد، لکه نور مسیر منحنی یک موج سینوسی را طی خواهد کرد که به سبب ثبات آثار دید به صورت پیوسته جلوه‌گر خواهد شد. هرگاه



شکل ۱۲-۷ آرایش مکانیکی و اپتیکی برای نمایش برهم‌افتادگی دو موج.

هر دو آینه  $M_1$  و  $M_2$  همزمان به ارتعاش درآیند، شکل موج برآیند برهم‌نهی امواج تولید شده در هر کدام به‌طور جداگانه خواهد بود. به این ترتیب، می‌توان همه منحنیهای شکل ۱۲-۶ را با استفاده از دو یا چند تیغه با بسامدهای مناسب تولید کرد. بسامدها را می‌توان به سهولت با تغییر دادن طول تیغه‌ها عوض کرد.

چون در نور مرئی، بسامد است که رنگ را تعیین می‌کند، امواج مختلط نور را می‌توان با استفاده از باریکه‌های رنگارنگ نور تولید کرد. بنابراین، رنگهای "ناخالص" که در طیف وجود ندارند امواج پیچیده‌شکل خواهند داشت. نور سفید را که از زمان آزمایشهای اولیه نیوتون به‌وسیله منشور به‌صورتی مرکب از آمیزه‌ای از همه رنگها می‌شناسیم، مثالی فوق‌العاده از برهم‌نهی تعداد زیادی موج با بسامدهایی که با هم تفاوت بسیار اندکی دارند، به‌شمار می‌رود. درباره شکل موج برآیند نور سفید در بخش بعد بحث خواهیم کرد. در فصل قبل خاطر نشان کردیم که حتی تک‌رنگترین نوری که می‌توانیم در آزمایشگاه تولید کنیم، هنوز هم دارای گستردگی و پاشندگی محدود بسامدهاست. بنابراین، پرسش اشکال واقعی موج در این حالتها، و اینکه چگونه می‌توان آنها را توصیف کرد، باید مورد بررسی قرار گیرد.

## ۱۲-۶ آنالیز فوریه

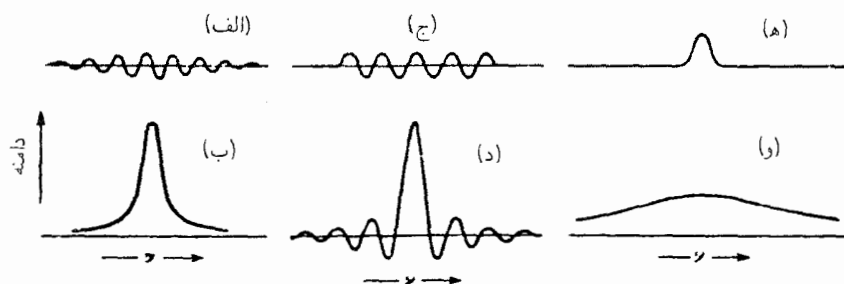
نظر به اینکه می‌توانیم یک موج با شکلی بسیار پیچیده را به‌وسیله برهم‌نهی تعدادی از امواج ساده تولید کنیم، این پرسش پیش می‌آید که تا چه حدی می‌توان فرایند معکوس آن را تحقق بخشید یعنی تجزیه یک موج پیچیده به تعدادی از امواج ساده را انجام داد. بر مبنای یکی از قضیه‌های فوریه، هر تابع متناوب را می‌توان به‌صورت مجموعی از تعدادی (حدالامکان نامتناهی) توابع سینوسی و

کسینوسی نمایش داد. منظور از تابع متناوب تابعی است که در بازه‌های دقیقاً مساوی و متوالی تکرار شود؛ مانند منحنی پایینی در شکل ۱۲-۶ (ب). این موج به صورت معادله‌ای از نوع زیر توصیف می‌شود:

$$y = a_0 + a_1 \sin \omega t + a_2 \sin 2\omega t + a_3 \sin 3\omega t + \dots \\ + a'_1 \cos \omega t + a'_2 \cos 2\omega t + a'_3 \cos 3\omega t + \dots \quad (12-13)$$

این معادله را سری فوریه می‌گویند، و علاوه بر جمله ثابت  $a_0$ ، حاوی یک رشته از جملاتی با دامنه‌های  $a_1, a_2, \dots, a'_1, a'_2, \dots$  و بسامدهای زاویه‌ای  $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$  است. بنابراین، موج برآیند متشکل از تعدادی موج تلفی می‌شود که طول موجشان به صورت  $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \dots$  است. در مورد امواج صوتی، اینها نماینده نت اصلی و هماهنگهای گوناگون آن به شمار می‌روند. مقدار یابی ضرایب دامنه‌های  $a_i$  برای یک موج معین را می‌توان با عملیات ریاضی صریحی در مورد امواج با شکل ساده انجام داد ولی به‌طور کلی موضوع دشواری است. معمولاً باید به یکی از انواع تجزیه‌گرهای هماهنگ توسل جست که وسیله‌ای است مکانیکی یا الکترونیکی و دامنه‌ها و فازهای صوت اصلی و هماهنگهای آن را تعیین کرد.

امروزه، آنالیز فوریه بارها برای مطالعه امواج نور به‌کار می‌رود، زیرا مشاهده شکل یک موج نور به‌طور مستقیم ناممکن است. بیشترین استفاده از آنالیز فوریه، همین امر در پژوهش کیفیت نور و صوت انجام می‌گیرد. به هر حال، برای ما فهمیدن اصول این روش اهمیت دارد، زیرا، چنان‌که خواهیم دید، یک توری و یا یک منشور اساساً یک آنالیز فوریه از نور فرودی بر آنها انجام می‌دهند و جمله‌های مختلف بسامدهای آن را نمایان می‌کنند که به‌صورت خطوط طیفی جلوه‌گر می‌شوند. آنالیز فوریه منحصر به امواجی نیست که دارای مشخصات تناوبی‌اند. قسمت فوقانی شکل ۱۲-۸ سه نوع موج را نشان می‌دهد که تناوبی نیستند، زیرا، این امواج به‌جای تکرار نامحدود منحنیشان، در فراسوی یک گستره متناهی، دارای جابه‌جایی صفرند. این بسته‌های موج را نمی‌توان به‌وسیله سری فوریه نمایش داد؛ و به‌جای آن باید از انتگرالهای فوریه استفاده کرد که در آنها امواج جزئی تنها با رشد بینهایت کوچک طول موج با هم متفاوتند. با توزیع مناسب دامنه‌ها برای مؤلفه‌های گوناگون، هر شکل موج دلخواه را می‌توان به کمک چنین انتگرالی بیان کرد. در سه منحنی پایینی شکل ۱۲-۸، توزیع بسامدی دامنه‌هایی را به‌طور کیفی مشاهده می‌کنید که گروه‌های موجی متناظر بالایی را تولید خواهند کرد یعنی، منحنیهای بالایی پر بند واقعی گروه را نمایش می‌دهند، و این شکل منحنی (پر بند) را می‌توان با جمع کردن تعداد بسیار زیادی (در واقع تعدادی نامتناهی) قطارهای



شکل ۸-۱۲ توزیع دامنه بسامدهای مختلط برای انواع گوناگون آشفتگی موجی با طول متناهی.

موجی که بسامد هر کدام با دیگری تفاوت بسیار اندکی دارد، نتیجه گرفت. منحنیهایی که بلافاصله زیر هر گروه دیده می‌شوند، دامنه‌های لازم مؤلفه‌های هر بسامد را نشان می‌دهند، تا معلوم شود که برهم‌نهی آنها شکل موجی را تولید خواهد کرد که در بالا از آن یاد کردیم. این شکل موجها نمایانگر به اصطلاح تبدیلیهای فوریه توابع موجی متناظرشان هستند.

منحنی (الف) بسته‌موج نوعی را که قبلاً راجع به آن بحث کردیم نشان می‌دهد، و دارای تبدیل فوریه (ب) متناظر با یک تک خط طیفی با پهنای متناهی است. گروهی که در (ج) نشان داده می‌شود، می‌توانست از طریق عبور یک نور کاملاً تک‌رنگ از بستاری که به مدت زمانی بسیار کوتاه باز شده است، تولید شود. باید گفت که در اینجا توزیع دامنه متناظر، که در منحنی (د) نشان داده می‌شود، دقیقاً توزیعی است که برای پراش فرانوفر از یک تک شکاف به دست آمده است که این مبحث را در بخش ۱۵-۳ توصیف خواهیم کرد. یک حالت جالب توجه دیگر، یعنی مورد منحنی (ه) ناشی از یک تک پالس، مانند پالس صدا هنگام شلیک تپانچه و یا (به بیان بهتر) هنگام تخلیه یک جرقه الکتریکی، است. شکل چنین پالسی می‌تواند شبیه آن چیزی باشد که نشان داده‌ایم، و هرگاه آنالیز فوریه‌ای انجام گیرد، توزیع پهن طول‌موجهایی را به دست می‌دهد که در منحنی (و) نشان داده‌ایم. برای نور، چنین توزیعی را طیف پیوسته می‌نامند و می‌توان آن را از چشمه‌های نور سفید، مانند جامد گذاخته، به دست آورد. توزیع شدت طول‌موجهای مختلف، که با مجذور مختصات عرضی منحنی متناسب است، به کمک شکل دقیق پالس تعیین می‌شود. این نگرش در سرشت نور سفید متعلق به گوی و همکارانش است و این پرسش را پیش می‌کشد که آیا آزمایشهای نیوتون در زمینه شکست نور در منشور که معمولاً اثباتی برای سرشت ترکیبی نور سفید به شمار می‌روند، در این ارتباط تا چه حدی اهمیت دارند. نظریه اینکه می‌توان نور سفید را صرفاً متشکل از توالی پالسهای کاتوره‌ای تلقی کرد که منشور روی آنها آنالیز فوریه را انجام می‌دهد، این دیدگاه که رنگها را خود منشور می‌سازد و دانشمندان پیش از نیوتون مدعی آن بوده‌اند، می‌تواند به همان اندازه صحیح تلقی شود.

## ۱۲-۷ سرعت گروه

هرگاه همه امواج ساده تشکیل دهنده، گروهی را بسازند که با سرعت یکسان حرکت می‌کنند، به‌وضوح خواهیم دید که گروه هم با همین سرعت پیش می‌رود و شکل آن بدون تغییر می‌ماند. ولی، چنانچه سرعتها با طول موجها تغییر یابند، شرایط تغییر می‌کنند و گروه با پیشروی شکل خود را تغییر می‌دهد. این وضعیت در امواج آب پیش می‌آید، و هرگاه با انداختن یک سنگ به داخل آب ساکنی، تک امواج تولید شده گروه را مشاهده کنیم، خواهیم دید که اعضای گروه از خود گروه، به‌عنوان یک کل، سریعتر حرکت می‌کنند، در جلوی گروه فرو می‌نشینند و در پشت آن دوباره پدیدار می‌شوند. به‌این قرار، در این مورد سرعت گروه کمتر از سرعت موج است، و این وضعیتی است که همواره، هنگامی پیش می‌آید که سرعت امواج بلندتر بیشتر از سرعت امواج کوتاهتر باشند. برقراری رابطه‌ای میان سرعت گروه و سرعت موج از اهمیت برخوردار است، و این کار را می‌توان به‌سهولت با بررسی گروههای تشکیل شده از برهم‌نهی دو موج با طول موجهای اندکی متفاوت، نظیر آنچه قبلاً در باره‌اش بحث و در شکل ۱۲-۸ (و) مشاهده کردیم، انجام داد. فرض خواهیم کرد که دامنه دو موج یکسان و طول موج،  $\lambda$  و  $\lambda'$ ، و سرعت،  $v$  و  $v'$ ، آنها کمی متفاوت اند. کمیت‌های پریم‌دار نشان‌دهنده مقادیر بزرگتر در هر حالت هستند. در این صورت، ضرایب انتشار و بسامدها نیز متفاوت خواهند بود، به‌طوری که  $k' > k$  و  $\omega > \omega'$ . موج برآیند از مجموع زیر به‌دست می‌آید:

$$y = a \sin(\omega t - kx) + a \sin(\omega' t - k'x)$$

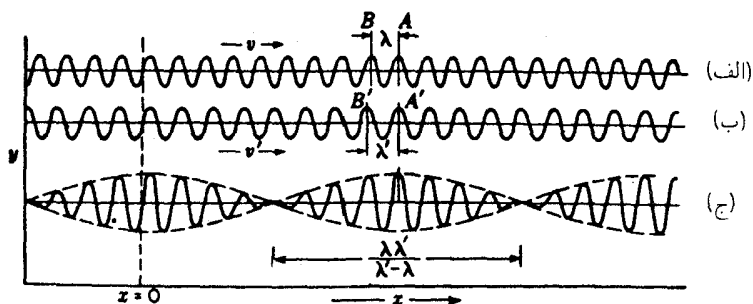
باز هم، از طریق به‌کارگیری رابطه مثلثاتی معادله (۱۲-۱۱)، معادله بالا به‌صورت زیر در می‌آید:

$$y = 2a \sin\left(\frac{\omega + \omega'}{2}t - \frac{k + k'}{2}x\right) \cos\left(\frac{\omega - \omega'}{2}t - \frac{k - k'}{2}x\right) \quad (12-14)$$

در شکل‌های ۱۲-۹ (الف) و (ب) دو موج را جداگانه ترسیم کرده‌ایم، در حالی که در (ج) مجموع آن دو موج است که به‌کمک معادله بالا به‌آزای  $t = 0$  نمایانده می‌شود. موجهای برآیند دارای طول موج میانگین دو موج است، ولی دامنه مدوله می‌شود تا گروههای موجی تشکیل شوند. هر یک از امواج، دارای میانگین دو  $k$ ، و با تغییرات ضریب سینوس در معادله (۱۲-۱۴) متناظر است، و بنابر معادله (۱۱-۲۶)، سرعت فاز آنها خارج قسمت ضرایب  $t$  و  $x$  خواهد بود:

$$v = \frac{\omega + \omega'}{k + k'} \approx \frac{\omega}{k}$$





شکل ۹-۱۲ گروهها و سرعت هر دو موج با بسامد  $\omega$  و طول موجهای اندکی متفاوت.

یعنی، این سرعت علی‌الاصول سرعت هر دو موج تشکیل دهنده است، زیرا این سرعتها با تقریب خیلی کمی برابرند. پوش مدوله‌سازی، که در شکل ۹-۱۲ با خط چین نموده شده است، از ضریب کسینوس به دست می‌آید. این منحنی دارای عدد موجی یا ضریب انتشار بسیار کوچکتر ناشی از تفاضل عددهای موج جداگانه است و به همان نسبت هم طول موج بلندتری دارد. سرعت گروه عبارت است از:

$$u = \frac{\omega - \omega'}{k - k'} \approx \frac{d\omega}{dk} \quad (15-12)$$

نظر به اینکه هیچ محدودیتی برای کوچک بودن تفاضلهای وجود ندارد، می‌توان آنها را بینهایت کوچک تلقی و تساوی تقریبی را به تساوی دقیق تبدیل کرد. در این صورت، چون  $\omega = vk$ ، برای رابطه‌ای که مابین سرعت گروه  $u$  و سرعت موج  $v$  برقرار است، خواهیم داشت:

$$u = v + k \frac{dv}{dk}$$

هرگاه متغیر را با توجه به  $k = 2\pi/\lambda$ ، بر حسب  $\lambda$  بنویسیم، شکل مفیدتری به دست می‌آید:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (16-12)$$

باید تأکید کرد که در اینجا  $\lambda$  نماینده طول موج واقعی در محیط انتشار موج است. برای نور، این طول موج در اکثر مسائل، طول موج معمولی آن در هوا نخواهد بود (بخش ۷-۲۳).

گرچه معادله‌های (۱۲-۱۵) و (۱۲-۱۶)، برای گروهی از نوع خاص ساده محاسبه شده‌اند، کاملاً کلی‌اند و می‌توان نشان داد که برای همهٔ گروهها، مثلاً برای سه گروهی که در شکل ۱۲-۸ (الف)، (ج)، و (د) مشاهده می‌شوند، صادقند.

رابطه میان سرعت‌های موج و گروه را می‌توان به‌صورتی کمتر ریاضی نیز با بررسی حرکت دو قطار موج تشکیل‌دهنده در شکل ۱۲-۹ (الف) و (ب) به‌دست آورد. در لحظهٔ نشان داده شده، قله‌های دو قطار موج،  $A$  و  $A'$ ، برهم منطبق شده‌اند و برای گروه یک ماکزیموم تشکیل می‌دهند. اندک زمانی بعد، امواج سریعتر به‌اندازهٔ فاصله  $\lambda - \lambda'$  نسبت به امواج کندروتر پیش خواهند افتاد، به‌طوری که  $B'$  بر  $B$  منطبق می‌شود و ماکزیموم گروه به‌اندازهٔ فاصله  $\lambda$  به‌عقب خواهد رفت. چون تفاضل سرعت دو قطار  $dv$  است، زمان لازم برای این پیش‌آمد،  $d\lambda/dv$  می‌شود. اما، در این مدت هر دو موج به‌راست حرکت کرده‌اند، و قطار موج پایینی فاصله  $v(d\lambda/dv)$  را طی کرده است. به‌این ترتیب، حداکثر جابه‌جایی خالص گروه در مدت زمان  $d\lambda/dv$  عبارت است از  $v(d\lambda/dv) - \lambda$ ، به‌طوری که برای سرعت گروه خواهیم داشت:

$$u = \frac{v \left( \frac{d\lambda}{dv} \right) - \lambda}{d\lambda/dv} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

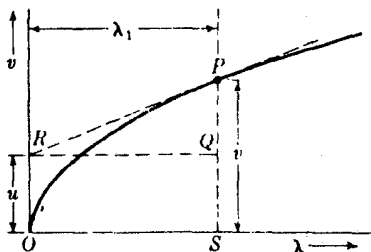
که با معادلهٔ (۱۲-۱۶) سازگار است.

تصویر گروه‌های تشکیل‌یافته از دو موج با بسامدهای اندکی متفاوت را می‌توان به کمک دستگاه یاد شده در بخش ۱۲-۵ به‌آسانی تولید کرد. کافی است که تنها دو تیغه مرتعش را چنان تنظیم کنیم که بسامدها فقط به‌تعداد انگشت‌شماری اختلاف ارتعاش در ثانیه داشته باشند (شکل ۱۲-۷).

در مورد نور، سرعت گروه حائز اهمیت است، زیرا تنها سرعتی است که می‌توان عملاً آن‌را مشاهده کرد. برای دنبال کردن پیشروی یک تک‌موج در گروهی از امواج نور، هیچ وسیله و روشی وجود ندارد؛ در عوض، ناگزیریم آهنگی را بسنجیم که با آن یک قطار موج با طول محدود، انرژی انتقال می‌دهد؛ این کمیت قابل مشاهده است. سرعت‌های موج و گروه در محیطی بدون پاشندگی، یعنی در آن  $dv/d\lambda = 0$ ، یکسانند؛ به‌طوری که امواج با هر طولی با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند. در مورد نوری که در خلأ سیر می‌کند، این امر کاملاً صادق است، از این رو هیچ تفاوتی میان سرعت‌های موج و گروه در این مورد وجود ندارد.

## ۱۲-۸ رابطه ترسیمی میان سرعت موج و سرعت گروه

یکی از روش‌های هندسی بسیار ساده که از طریق آن می‌توان سرعت گروه را از منحنی سرعت موج روی طول موج تعیین کرد، براساس تفسیر ترسیمی معادله (۱۲-۱۶) استوار است. به‌عنوان یک



شکل ۱۰-۱۲ تعیین ترسیمی سرعت گروه به کمک یک منحنی سرعت موج.

مثال، منحنی شکل ۱۰-۱۲ نمایانگر تغییرات سرعت موج در تابعیت از  $\lambda$  برای امواج آب در آبهای عمقی (امواج گرانی) است و بر مبنای معادله نظری  $v = \text{const} \times \sqrt{\lambda}$  ترسیم شده است که در آن  $c$  مقدار ثابتی است. در یک طول موج مشخص  $\lambda_1$ ، سرعت امواج  $v$ ، و شیب منحنی در نقطه متناظر  $P$  نمایانگر  $dv/d\lambda$  است. خط  $PR$  که در این نقطه بر منحنی مماس شده است، محور  $v$  را در نقطه  $R$  قطع می‌کند و عرض این نقطه عبارت است از سرعت گروه  $u$ ، برای امواجی با طول موجهایی در مجاورت  $\lambda_1$ . این ادعا، از آنجا ناشی می‌شود که  $PQ$  برابر است با  $dv/d\lambda$ ؛ یعنی طول  $P$  ضرب در شیب  $PR$  است. از این رو،  $QS$  که با  $RO$  مساوی رسم شده است، نمایانگر تفاضل  $v - \lambda dv/d\lambda$  است؛ و این کمیت درست برابر مقدار  $u$  در معادله (۱۲-۱۶) است. این مثال خاص را به عنوان تمرین به دانشجویان می‌گذاریم تا ثابت کند به ازای همه مقادیر  $\lambda$  رابطه  $u = \frac{1}{2}v$  برقرار است. بنابراین، در این نوع امواج آب، تک‌موجها با دو برابر سرعتی که گروه امواج با آن پیش می‌رود، حرکت می‌کنند.

## ۹-۱۲ جمع حرکت‌های هماهنگ ساده عمود بر هم

دو موج سینوسی هم‌بسامد را در نظر می‌گیریم که در دو جهت متعامد جابه‌جا می‌شوند و همزمان در یک نقطه عمل می‌کنند. با اختیار کردن جهتهای  $y$  و  $z$  می‌توان دو مؤلفه موجی را به صورت زیر نوشت:

$$z = a_2 \sin(\omega t - \alpha_2) \quad \text{و} \quad y = a_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \quad (۱۷-۱۲)$$

برای یافتن مسیر حرکت برآیند، باید این دو مؤلفه را بر مبنای اصل برهم‌نهی با یکدیگر ترکیب کرد. این کار را با حذف  $t$  بین دو معادله انجام می‌دهیم که نتیجه کار عبارت خواهد

شد از:

$$\frac{y}{a_1} = \sin \omega t \cos \alpha_1 - \cos \omega t \sin \alpha_1 \quad (18-12)$$

$$\frac{z}{a_2} = \sin \omega t \cos \alpha_2 - \cos \omega t \sin \alpha_2 \quad (19-12)$$

معادله (۱۸-۱۲) را در  $\sin \alpha_2$  و معادله (۱۹-۱۲) را در  $\sin \alpha_1$  ضرب و اولی را از دومی کم می‌کنیم؛ می‌رسیم به:

$$-\frac{y}{a_1} \sin \alpha_2 + \frac{z}{a_2} \sin \alpha_1 = \sin \omega t (\cos \alpha_2 \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \sin \alpha_2) \quad (20-12)$$

به‌همین ترتیب، معادله (۱۸-۱۲) را در  $\cos \alpha_2$  و معادله (۱۹-۱۲) را در  $\cos \alpha_1$  ضرب و دومی را از اولی کم می‌کنیم؛ می‌رسیم به:

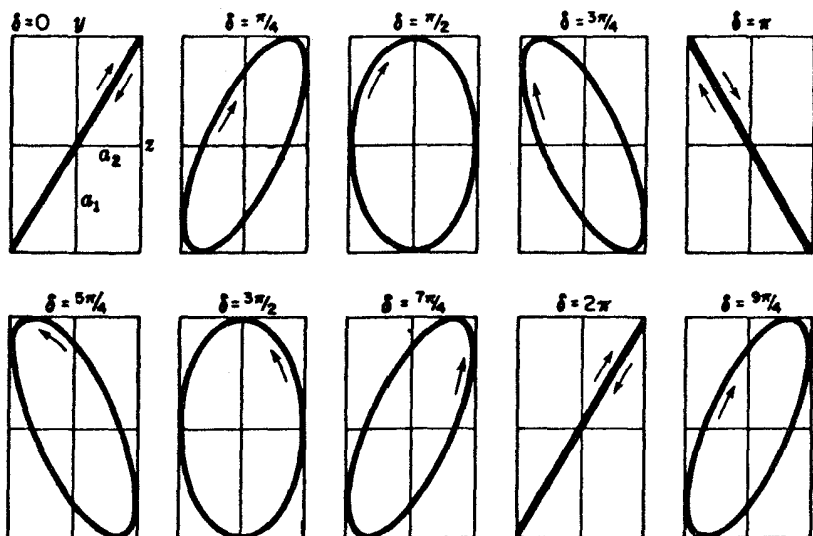
$$\frac{y}{a_1} \cos \alpha_2 - \frac{z}{a_2} \cos \alpha_1 = \cos \omega t (\cos \alpha_2 \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \sin \alpha_2) \quad (21-12)$$

اکنون برای اینکه  $t$  را از معادلات (۲۰-۱۲) و (۲۱-۱۲) حذف کنیم طرفین معادله‌های (۲۰-۱۲) و (۲۱-۱۲) را به‌توان دو می‌رسانیم و سپس آنها را با هم جمع می‌کنیم تا  $t$  را حذف کنیم؛ خواهیم داشت:

$$\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{y^2}{a_1^2} + \frac{z^2}{a_2^2} - \frac{2yz}{a_1 a_2} \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (22-12)$$

که معادله مسیر برابند است. در شکل ۱۱-۱۲ منحنیهای پررنگ نمایش تغییرات این معادله به‌ازای اختلاف فازهای مختلف  $\delta = \alpha_1 - \alpha_2$  هستند. به‌استثنای حالت خاصی که در آنها منحنیها به‌صورت خطوط مستقیم در آمده‌اند، جملگی بیضی‌اند؛ محور اصلی این بیضی‌ها به‌طور کلی نسبت به محورهای  $y$  و  $z$  مایل‌اند ولی فقط وقتی بر آنان منطبق می‌شوند که  $\delta = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$  از معادله (۲۲-۱۲) آشکار است که در این حالت

$$\frac{y^2}{a_1^2} + \frac{z^2}{a_2^2} = 1$$



شکل ۱۱-۱۲ ترکیب دو حرکت هماهنگ ساده متعامد هم‌بسامد و ناهمفاز.

که معادله بیضی با نیم‌محورهای  $a_1$  و  $a_2$ ، به‌ترتیب، بر محورهای  $y$  و  $z$  منطبق است. هرگاه  $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$  داریم

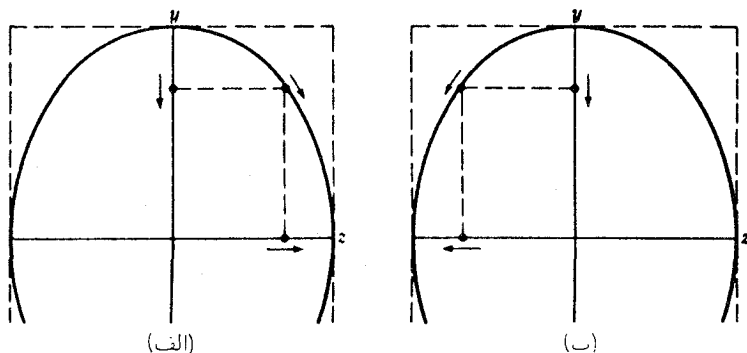
$$y = \frac{a_1}{a_2} z$$

که نمایانگر خط مستقیم مار بر مبدأ و شیب آن برابر است با  $a_1/a_2$ . اگر  $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$  داریم

$$y = -\frac{a_1}{a_2} z$$

که خط راستی است با شیب خط قبلی، ولی علامت منفی.

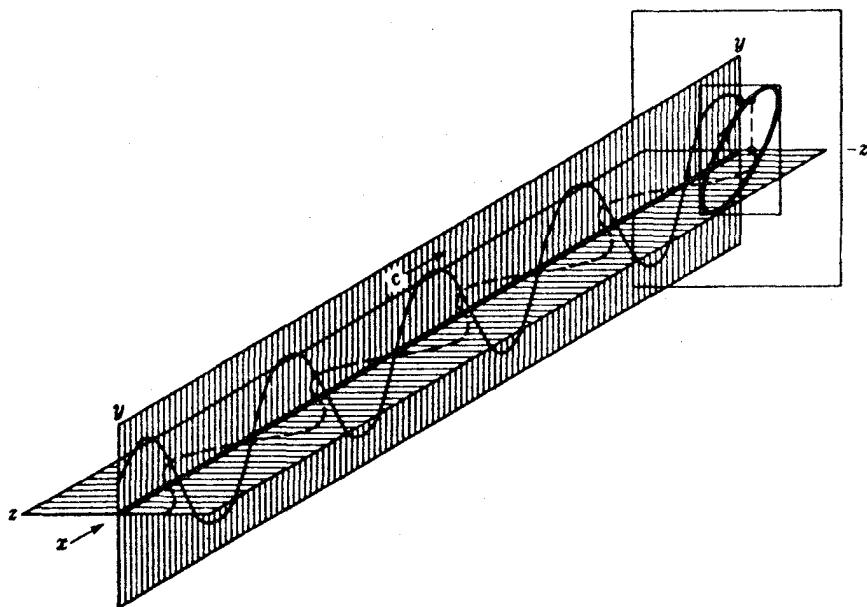
این نکته را که دو حالت  $\delta = \pi/2$  و  $\delta = 3\pi/2$  با وجود آن‌که مسیر یکسانی دارند از نظر فیزیکی متفاوتند، می‌توان از ترسیم نمودار آنها که مانند نمودار شکل ۱۲-۱۲ است، دریافت. در هر دو قسمت این شکل، حرکت در جهت  $y$  همفاز است، نقطه حرکت یک‌هشتم ارتعاش را پس از حداکثر جابه‌جایی مثبت‌اش انجام داده است. حرکت در جهت  $z$  در قسمت (الف)، یک هشتم ارتعاش برای رسیدن به موضع حداکثرش کم دارد، در حالی‌که در قسمت (ب) این کمبود



شکل ۱۲-۱۲ ترکیب ترسیمی حرکتیایی که در آنها  $y$  به اندازه (الف) یک چهارم؛ و (ب) سه چهارم یک دوره تناوب از  $z$  جلوتر است.

پنج هشتم است. بررسی جهت تک حرکتها و جهت برابند آنها، نشان خواهد داد که جهت حرکت برابند متناظر با سوی پیکانهای منحنی است. در این دو حالت، بیضی در جهتای مخالف پیموده می شود. نوری می توان تولید کرد که برایش شکل ارتعاش یک بیضی با خروج از مرکز دلخواه باشد. نور به اصطلاح خطی قطبیده (فصل ۲۴) تقریباً موجی سینوسی واقع در یک صفحه — مثلاً صفحه  $xy$  در شکل ۱۲-۱۳ — و جابه جاییهای آن خطی و در جهت  $y$  است. هرگاه باریکه ای از این نور را با باریکه ای دیگر، متشکل از امواج خطی قطبیده در صفحه  $xz$  (منحنیهای نقطه چین) و با اختلاف فاز نسبی نسبت به باریکه اولی ترکیب کنیم حرکت برابند به ازای هر مقداری از  $x$ ، بیضی مشخصی در صفحه  $yz$  خواهد بود. چنین نوری را بیضوی قطبیده می گویند و با وسایل گوناگونی می توان آن را به آسانی ایجاد کرد (فصل ۲۷). حالتی خاص وقتی پیش می آید که دامنه های  $a_1$  و  $a_2$  در دو موج مساوی و اختلاف فازشان مضرب فردی از  $\pi/2$  باشد. در این صورت شکل ارتعاش دایره است و نور آن را دایره ای قطبیده می گویند. هرگاه جهت چرخش ساعتگرد باشد ( $\delta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \dots$ ) و متوجه خلاف جهتی باشد که نور در آن سیر می کند، آن را دایره ای قطبیده راستگرد و هرگاه جهت چرخش پادساعتگرد باشد ( $\delta = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ )، آن را دایره ای قطبیده چپگرد می گویند.

انواع گوناگون حرکتیایی را که در شکل ۱۲-۱۱ مشاهده می کنید، می توان با دستگاهی که در بخش ۱۲-۵ توصیف کردیم، به آسانی نمایش داد. به این منظور، دو تیغه را چنان تنظیم می کنند که تحت زاویه قائمه نسبت به یکدیگر ارتعاش کنند، و آینه دوار هم حذف می شود. در این صورت، یکی از تیغه ها ارتعاش افقی لکه نور و دیگری ارتعاش قائم آن را اجرا می کند. هرگاه این دو تیغه همزمان به کار انداخته شوند، مسیر لکه یک بیضی خواهد شد. هرگاه چنان تنظیم شوند که هر دو تیغه هم بسامد باشند، شکل بیضی ثابت می ماند. هرگاه اندکی آشفتگی در تنظیم روی دهد، مسیر لکه به



شکل ۱۲-۱۳ ترکیب دو موج سینوسی که با یکدیگر زاویه قائمه می‌سازند.

شکلهایی متناظر با همه مقادیر ممکن اختلاف فاز در خواهد آمد و به توالی از مراحل نمایش داده شده در شکل ۱۱-۱۲ خواهد گذشت.

## مسائل

۱۲-۱ معادله دو موج که هم امتداد یکدیگر حرکت می‌کنند، عبارت‌اند از:  $y_1 = 5 \sin(\omega t + \pi/2)$  و  $y_2 = 7 \sin(\omega t + \pi/3)$ . پیدا کنید: (الف) دامنه برآیند؛ (ب) زاویه فاز اولیه برآیند؛ و (ج) معادله برآیند حرکت را.

جواب: (الف)  $11.6^\circ$ ؛ (ب)  $72.4^\circ$ ؛ (ج)  $y = 11.6^\circ \sin(\omega t + 72.4^\circ)$

۱۲-۲ معادله دو موج هم امتداد عبارت‌اند از  $y_1 = 25 \sin(\omega t - \pi/4)$  و  $y_2 = 15 \sin(\omega t - \pi/6)$ . پیدا کنید: (الف) دامنه برآیند؛ (ب) زاویه فاز اولیه برآیند؛ و (ج) معادله برآیند برای مجموع این دو حرکت را.

۱۲-۳ معادلات سه حرکت هماهنگ ساده عبارت‌اند از  $y_1 = 2 \sin(\omega t - 30^\circ)$

۱۲-۴  $y_2 = 5 \sin(\omega t + 30^\circ)$  و  $y_3 = 4 \sin(\omega t + 90^\circ)$  هرگاه این امواج را با هم جمع کنیم، پیدا کنید: (الف) دامنه برآیند؛ (ب) زاویه فاز اولیه برآیند؛ و (ج) معادله برآیند حرکت را.

۱۲-۴ شش حرکت ساده هماهنگ با دامنه و دوره تناوب یکسان با اختلاف فاز  $16^\circ +$  نسبت به یکدیگر، مطابق شکل ۱۲-۲، را با هم جمع برداری می‌کنیم. هرگاه دامنه هر کدام  $5 \text{ cm}$  باشد، پیدا کنید: (الف) دامنه برآیند؛ (ب) زاویه فاز برآیند نسبت به موج اول را.  
جواب: (الف)  $9 \text{ cm}$ ؛  $23^\circ$ ؛ (ب)  $48^\circ$ .

۱۲-۵ دو موج با دامنه‌های ۵ و ۸ واحد و با بسامدهای یکسان در یک نقطه از فضا تلاقی می‌کنند. هرگاه در هنگام برخورد اختلاف فازشان  $5\pi/8 \text{ rad}$  باشد، مطلوب است شدت برآیند نسبت به مجموع دو شدت جداگانه.

۱۲-۶ انرژی ارتعاشی ناشی از برهم‌نهی شش موج هم دامنه پنج واحدی و زاویه‌های فاز اولیه  $0^\circ$ ،  $36^\circ$ ،  $72^\circ$ ،  $108^\circ$ ،  $144^\circ$ ، و  $180^\circ$  را محاسبه کنید. هرگاه نخستین و ششمین موج حذف شوند، آیا انرژی برآیند افزایش یا کاهش می‌یابد؟

۱۲-۷ دو موج را، به ترتیب، با طول‌موجهای نسبتی ۲ : ۳ و دامنه‌های نسبتی ۲ : ۱ از طریق ترسیمی ترکیب کنید. فرض کنید در آغاز همفازند.

۱۲-۸ دو موج، را به ترتیب، با طول‌موجهای نسبتی ۳ : ۴ و دامنه‌های نسبتی ۳ : ۲ از طریق ترسیمی ترکیب کنید. فرض کنید در آغاز همفازند.

۱۲-۹ دو منبع که بنابر معادله‌های  $y_1 = 4 \sin 2\pi t$  و  $y_2 = 3 \sin 2\pi t$  ارتعاش می‌کنند، امواجی در همه جهات و با سرعت  $240 \text{ m/s}$  گسیل می‌کنند. معادله حرکت ذره‌ای را که در ۵ متری منبع اول و ۳ متری منبع دوم قرار دارد، به دست آورید. توجه:  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$ .  
جواب:  $y = 6.8 \sin(2\pi t - 25.3^\circ)$

۱۲-۱۰ از برهم‌نهی دو موج زیر، که در دو جهت مخالف حرکت می‌کنند، امواج ایستاده تولید شده است:

$$y_2 = 7 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{2x}{\pi} \right) \quad \text{و} \quad y_1 = 7 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{2x}{\pi} \right)$$

پیدا کنید: (الف) دامنه؛ (ب) طول موج  $\lambda$ ؛ (ج) طول یک شکم؛ (د) سرعت امواج؛ و (ه) دوره تناوب را.



۱۲-۱۱ هرگاه آزمایش وینر را با نور زرد به طول موج  $\lambda = 5800 \times 10^{-5} \text{ cm}$  انجام دهیم\* و صفحه عکاسی نسبت به آینه زاویه  $25^\circ$  تشکیل دهد، فاصله میان نوارهای تاریک متوالی روی فیلم ظاهر شده را پیدا کنید.

۱۲-۱۲ چهار منبع یکسان امواجی هم بسامد با دامنه‌های یکسان و فازهایی با اختلاف  $0^\circ$  یا  $\pi$  رادیان گسیل می‌کنند. با فرض اینکه احتمال بروز هر ترکیب ممکن فازها یکسان (۱۶ ترکیب ممکن) است. نشان دهید که شدت متوسط مربوط به هر ترکیب از مجذور دامنه برآیند به دست می‌آید.

جوابها: (۱۶) + + + +، (۱۶) - - - -، (۴) - - - +، (۴) - - + -، (۴) - + + -، (۴) + + - +، (۴) - + - -، (۴) + - - -، (۴) + - + +، (۴) - + + +، (۱۰) - - + +، (۱۰) + + - -، (۱۰) - + + -، (۱۰) + - - +، (۰) - + - +، (۰) + - - +، (۰) - + - +، (۰) + - - +. مجموع = ۶۴؛ متوسط = ۴.

۱۲-۱۳ ثابت کنید برای امواج آب تحت تأثیر گرانی، سرعت گروه برابر نصف سرعت موج است.

۱۲-۱۴ سرعت موج و سرعت گروه امواج آب را، به ازای (الف)  $\lambda = 2 \text{ cm}$ ؛ (ب)  $\lambda = 8 \text{ cm}$ ؛ (ج)  $\lambda = 20 \text{ cm}$  محاسبه کنید. سرعت موج امواج کوتاهی از این گونه به کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} \left( g + \frac{4\pi^2 T}{\lambda^2 d} \right)}$$

که در آن  $\lambda$  طول موج برحسب متر است.  $T$  کشش سطحی برحسب نیوتون بر متر و در دمای معمولی اتاق  $73 \text{ N/m}$ ،  $g$  شتاب گرانی،  $9.8 \text{ m/s}^2$ ، و  $d$  چگالی مایع برحسب کیلوگرم بر مترمکعب است.

۱۲-۱۵ سرعت فاز امواج در یک محیط مشخص از رابطه  $v = C_1 + C_2 \lambda$  به دست می‌آید که در آن مقادیر  $C$  ثابت‌اند. مقدار سرعت گروه چقدر است؟  
جواب:  $C_1 = u$

۱۲-۱۶ دو حرکت هماهنگ ساده تحت زاویه قائمه نسبت به یکدیگر، به کمک معادله‌های  $y = 3 \sin 2\pi t$  و  $z = 5 \sin(2\pi t - 3\pi/4)$  به دست می‌آیند؛ معادله مسیر برآیند را بیابید و این مسیر را مطابق شکل ۱۲-۱۲ ترسیم کنید. دست کم دو نقطه این مسیر را با جایگذاری در معادله برآیند، امتحان کنید.

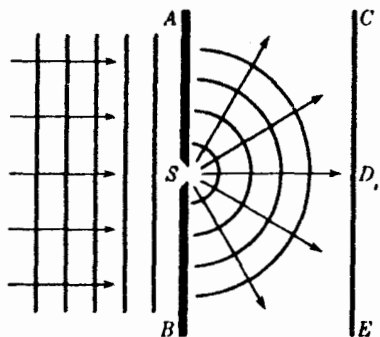
\* ظاهراً در اعلام طول موج اشتباه چاپی صورت گرفته و باید  $5800 \times 10^{-8} \text{ cm}$  باشد.

۱۲-۱۷ معادلهٔ مربوط به جهت  $y$  مسئله ۱۲-۱۶ را چگونه باید تعدیل کرد تا یک بیضی ایجاد کند که محور بزرگ آن بر  $z$  منطبق و یک چرخش پادساعتگرد اجرا شود؟

۱۲-۱۸ برای امواجی از نوع یاد شده در مسئله ۱۲-۱۴: (الف) مقدار دقیق طول موج را که به ازای آن سرعت‌های موج و گروه مساوی می‌شوند، پیدا کنید؛ (ب) سرعت آنها را بیابید؛ و (ج) نمودار  $v$  روی  $\lambda$  را از  $0$  تا  $8 \text{ cm}$  ترسیم کنید.

## تداخل دو باریکه نور

در آغاز فصل قبل گفتیم که می‌توان ترتیبی داد که دو باریکه نور همدیگر را قطع کنند، بدون اینکه هیچ کدام از آنها در ورای ناحیه تقاطع از دیگری متأثر شود. در این معنا، این دو باریکه با هم تداخل نمی‌کنند. ولی در ناحیه تقاطع که در آنجا هر دو باریکه همزمان تأثیر می‌گذارند، ملاحظات فصل گذشته ما را به آنجا می‌رساند که انتظار داشته باشیم دامنه و شدت برابند بسیار متفاوت از مجموع دامنه‌ها و شدتهای جداگانه هر یک از این دو باریکه باشند. این تغییر و تعدیل شدت ناشی از برهم‌نهی دو یا چند باریکه نور را تداخل می‌نامیم. هرگاه شدت برابند صفر و یا کمتر از شدتهای جداگانه باشد، از تداخل ویرانگر و چنانچه بزرگتر از آنها باشد، از تداخل سازنده سخن به میان می‌آید. این پدیده در شرایط متعارف به دشواری قابل مشاهده است، زیرا طول موج نور بسیار کوتاه است، از این رو تا پیش از سال ۱۸۰۰، که نظریه ذره‌ای نور غالب بود، به این عنوان بازشناخته نشده بود. نخستین کسی که تداخل نور را با موفقیت نمایش داد، و بر این مبنا سرشت موجی آن را تثبیت کرد، توماس یانگ بود. برای درک آزمایش قاطع او که در سال ۱۸۰۱ تحقق یافت، باید کاربرد یک اصل مهم را که در مورد هر نوع حرکت موجی صادق است، درباره نور بررسی کنیم.



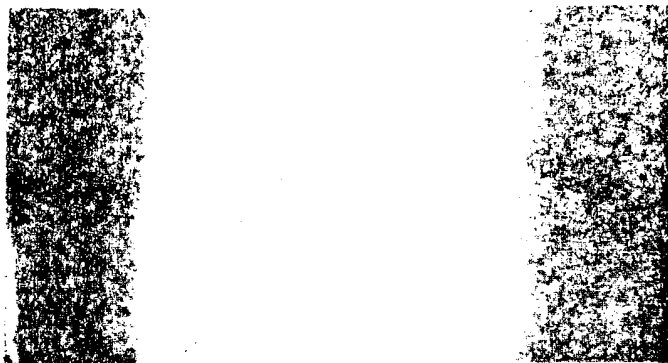
شکل ۱۳-۱ پراش امواج در هنگام عبور از یک روزنه کوچک.

### ۱۳-۱ اصل هویگنس

هرگاه امواج از یک روزنه عبور کنند و یا از کناره‌های یک مانع بگذرند، همیشه، تا حدی به داخل مناطقی که مستقیماً در معرض ورود امواج نیستند، پخش می‌شوند. این پدیده را پراش می‌نامند. هویگنس، برای توصیف این خم‌شدگی نور، تقریباً سه قرن پیش این قاعده را تدوین کرد که هر نقطه واقع بر یک جبهه‌موج را می‌توان در حکم منبع جدیدی از امواج تلقی کرد\* این اصل بسی گسترده است و بعداً در هنگام بحث پیرامون پراش نور از آن بهره خواهیم گرفت؛ ولی در اینجا تنها یک مورد تحقیق بسیار ساده صحت آن را یادآوری خواهیم کرد. در شکل ۱۳-۱ مجموعه‌ای از امواج تخت را از سمت چپ به مانع  $AB$  می‌فرستیم؛ در این مانع روزنه  $S$  را با پهنای اندکی کوچکتر از طول موج ایجاد کرده‌ایم. امواج فرارسیده به مانع در همه نقاط، به استثنای  $S$ ، یا باز می‌تابند و یا جذب می‌شوند. اما  $S$  امکان عبور موج و ایجاد آشفتگی در پشت پرده را فراهم می‌آورد. مطابق با اصل فوق، تجربه نشان می‌دهد که امواج از  $S$  به صورت نیم‌دایره‌هایی پخش می‌شوند.

اصل هویگنس را مطابق شکل ۱۳-۱، می‌توان به وسیله امواج آب با موفقیت بسیاری نمایش داد. یک لامپ قوس الکتریکی که روی آن ظرفی با کف شیشه‌ای قرار داده می‌شود، روی یک پرده سفید سایه‌ای از امواج می‌اندازد. در یک طرف ظرف دیابازونی کم بسامد، که به یکی از دو بازویش یک نوار یا سیم فلزی وصل شده است، نقش منبع امواج را ایفا می‌کند. اگر از یک دیابازون الکتریکی استفاده کنیم، با قرار دادن یک صفحه دایره‌ای سوراخدار روی محور یک موتور در جلوی

\* "امواجی" که هویگنس وجودشان را پیش‌بینی کرد، قطارهایی پیوسته نبودند، بلکه از یک رشته پالسهای کاتوره‌ای تشکیل می‌شدند. به علاوه، وی معتقد بود که امواج ثانویه فقط در نقطه تماس بر پوش مشترکشان مؤثرند، و به این ترتیب، امکان پراش را منتفی می‌دانست. کاربرد صحیح این اصل، متجاوز از یکصد سال بعد از آن، توسط فرنل صورت گرفته است.



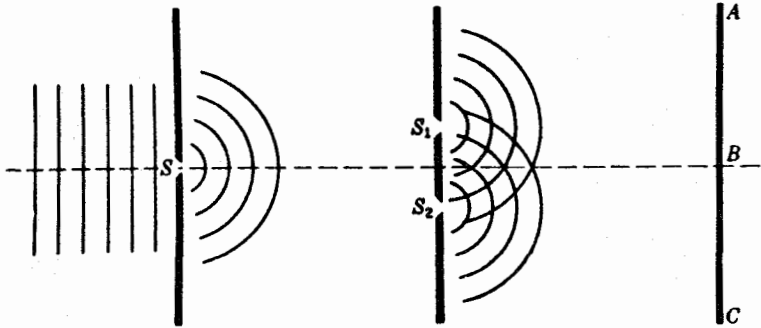
شکل ۱۳-۲ عکس پراش نور از یک شکاف به پهنای  $1\text{mm}$  و  $90^\circ$ .

لامپ، می‌توان ترتیبی داد که امواج ساکن به‌نظر برسند. صفحه متصل به‌موتور با همان بسامد دیپازون به‌چرخش در می‌آید و به این ترتیب اثر استروبو سکویی حاصل می‌شود. این آزمایش را می‌توان در حضور جمع‌کننده‌ی از علاقمندان انجام داد که به‌رحمتش می‌ارزد. توصیف آزمایشهای پراش نور را در فصل ۱۵ بیان خواهیم کرد.

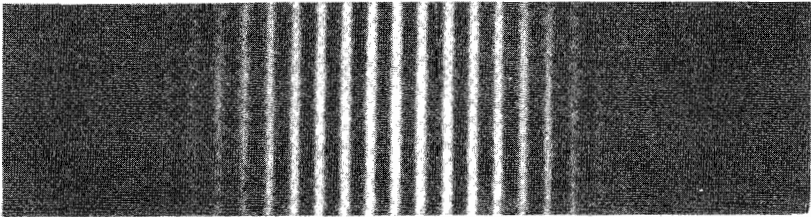
هرگاه آزمایش شکل ۱۳-۱ را با نور انجام دهیم، طبعاً انتظار خواهیم داشت که به‌سبب حرکت نور در خط مستقیم، لکه نور کوچکی در  $D$  پیدا آید. ولی، چنانچه شکاف را بسیار باریک بگیریم، این لکه به‌نحو چشمگیری پهن خواهد شد، و هر چه شکاف کوچکتر باشد به‌همان اندازه هم پهنای لکه بیشتر می‌شود. این پدیده، گواه‌گویایی بر این امر است که نور همواره هم به‌خط مستقیم حرکت نمی‌کند و امواج آن در گذر از یک روزنه باریک به‌صورت بادبزنی از پرتوهای نور پاشیده می‌شوند. هرگاه به‌جای پرده  $CE$  یک فیلم عکاسی قرار دهیم، تصویری، مطابق شکل ۱۳-۲، به‌دست می‌آید. شدت نور در ناحیه روبروی شکاف زیاد است ولی با افزایش زاویه نسبت به خط عمود، در جهت شکاف به صفحه، به‌تدریج کاهش می‌یابد. اگر شکاف در مقایسه با طول موج نور کوچک باشد، شدت روی صفحه حتی تا زاویه دید  $90^\circ$  هم از بین نمی‌رود و صفر نمی‌شود. شرح مقدماتی اصل هویگنس تا این حد برای درک پدیده‌های تداخلی کافی است و در فصلهای ۱۵ و ۱۸ بررسی تفصیلی پراش در یک تک‌روزنه را ارائه خواهیم کرد.

## ۱۳-۲ آزمایش یانگ

طرح نموداری آزمایش اولیه یانگ را در شکل ۱۳-۳ مشاهده می‌کنید. ابتدا نور خورشید را از یک روزنه  $S$  عبور می‌دهیم و سپس در فاصله نسبتاً زیادی آن را از دو روزنه  $S_1$  و  $S_2$  می‌گذرانیم. دو



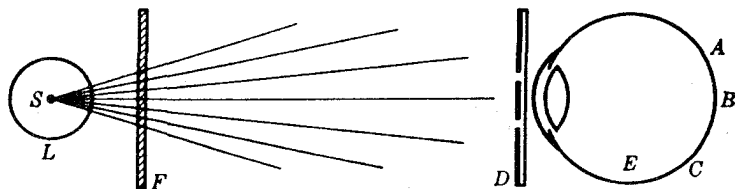
شکل ۳-۱۳ آرایش تجربی آزمایش دو شکاف یانگ.



شکل ۴-۱۳ فریزهای تداخلی تولید شده توسط یک شکاف دوگانه و آرایشی شکل ۳-۱۳.

دسته امواج کروی که از این دو روزنه خارج می‌شوند، چنان با یکدیگر تداخل می‌کنند که نقشی متقارن از شدتهای متغیر روی پرده  $AC$  تشکیل می‌شود. پس از انجام این آزمایش اولیه، تجربه‌های بیشتر نشان دادند که هرگاه به جای سوراخ، شکافهای باریک ایجاد شوند، و از منبعی استفاده شود که نور تک‌رنگ، یعنی نوری با تنها یک طول‌موج گسیل می‌کند نتایج بهتری حاصل می‌شود. در این صورت، به جای جبهه‌امواج کروی، جبهه‌امواج استوانه‌ای خواهیم داشت که به همان ترتیب در دو بعد با همان شکل ۳-۱۳ نمایش داده می‌شوند. هرگاه خطوط دایره‌ای نمایانگر قله‌های امواج باشند، تقاطع هر دو خط نمایانگر رسیدن دو موج هم‌فاز و یا دارای اختلاف فاز با مضربی از  $2\pi$ ، در آن نقاط هستند. بنابراین، نقاط نامبرده نقاط حداکثر آشفتگی یا حداکثر روشنایی هستند. بررسی بیشتر نور روی پرده نوارهای روشن و تاریک متساوی‌الفاصله‌ای را نشان خواهد داد که فریز نام دارند و شبیه شکل ۴-۱۳ هستند. این عکسها از طریق قرار دادن فیلم عکاسی به جای پرده  $AC$  در شکل ۳-۱۳ به دست آمده‌اند.

نمایش بسیار ساده آزمایش یانگ را می‌توان در آزمایشگاه یا کلاس درس با استفاده از یک لامپ معمولی  $L$  (شکل ۵-۱۳) انجام داد. رشته لامپ (فیلامان)،  $S$ ، مستقیم و قائم قرار گرفته و



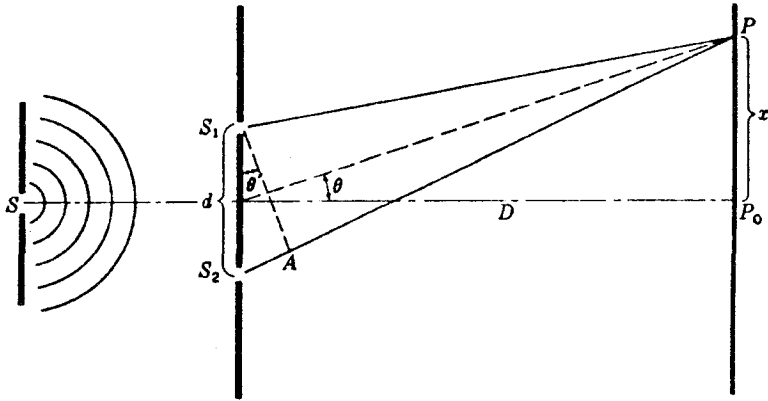
شکل ۱۳-۵ روش ساده برای مشاهده فریزهای تداخلی.

نقش منبع و شکاف اولیه را دارد. شکافهای دوگانه برای هر تک ناظر را می توان از صفحات کوچک عکاسی، به مساحتی در حدود یک تا دو اینچ مربع، تهیه کرد. شکافها را از طریق ایجاد خراش روی ماده حساس صفحه عکاسی به وسیله نوک چاقو ایجاد می کنیم. لزومی ندارد این صفحات ظاهری یا سیاه شوند، بلکه همانطور که هستند، مورد استفاده قرار می گیرند. حال باید به لامپ  $L$  با قرار دادن دو شکاف  $D$  در نزدیکی چشم  $E$ ، نگاه کرد. اگر شکافها به هم نزدیک باشند، مثلاً به فاصله  $2\text{ mm}$ ، فریزهای حاصل به فواصل زیاد از هم دیده می شوند، ولی هرگاه شکافها از یکدیگر دور باشند، مثلاً به فاصله  $1\text{ mm}$ ، فریزهای حاصل باریک تر خواهند شد. یک تکه شیشه قرمز که در نزدیکی و بالای یک تکه شیشه سبز در جلو لامپ قرار داده می شود، نشان می دهد که امواج قرمز نسبت به امواج سبز فریزهای پهنتری تشکیل می دهند، که خواهیم دید علت آن طول موج بلندترشان است. در موارد زیادی، مطلوب این است که آزمایشهایی دقیقتر از آزمایشی انجام داد که با استفاده از نور سفید و شیشه های قرمز و سبز صورت می گیرند و نور تقریباً تک رنگ را به کار گرفت. شاید برای این کار مناسبترین روش استفاده از لامپ سدیم باشد که در بازار موجود است، یا اینکه از لامپ جیوه به اضافه یک پالایه سبز برای حذف رنگ سبز به طول موج  $5461\text{ \AA}$  بهره گرفت. پالایه مطلوب متشکل است از ترکیب شیشه دیدیمیم برای جذب خطوط زرد و یک شیشه زرد کم رنگ برای جذب خطوط آبی و بنفش.

### ۱۳-۳ فریزهای تداخلی حاصل از یک منبع دوگانه

حال معادله ای برای شدت در هر نقطه  $P$  روی پرده (شکل ۱۳-۶) و برای فاصله فریزهای تداخلی را به دست می آوریم. دو موج که مسافتهای مختلف  $S_1P$  و  $S_2P$  را طی کرده اند، به  $P$  می رسند. از این رو، برهم نهاده می شوند و اختلاف فازشان عبارت خواهد بود از:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (S_2P - S_1P) \quad (1-13)$$



شکل ۱۳-۶ اختلاف راه در آزمایش یانگ.

فرض می‌شود که این دو موج در هنگام خروج از  $S_1$  و  $S_2$  همفاز بوده‌اند، زیرا شکافها چنان تشکیل شده‌اند که از منبع  $S$  متساوی‌فاصله باشند. علاوه بر این، دامنه آنها عملاً یکسان است، زیرا (معمولاً) پهنای  $S_1$  و  $S_2$  یکسان و آنها خیلی به همدیگر نزدیکند. بنابراین، مسئله پیدا کردن شدت برآیند در  $P$ ، به مسئله ساده مورد بحث در بخش ۱۲-۱ تبدیل می‌شود که طی آن جمع دو حرکت هماهنگ ساده هم‌بسامد و هم‌دامنه، ولی با اختلاف فاز  $\delta$ ، مورد نظر بود. محاسبه شدت، بنابر معادله ۱۲-۷، از قرار زیر است:

$$I \approx A^2 = 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (2-13)$$

که در آن  $a$  دامنه امواج جداگانه، و  $A$  دامنه برآیند آنهاست. اکنون باید اختلاف فاز را برحسب فاصله  $x$ ، نقطه  $P$  روی پرده از مرکز پرده  $P_0$ ، فاصله دو شکاف،  $d$ ، و فاصله شکافها از پرده،  $D$ ، به دست آوریم. اختلاف راه دو موج، عبارت است از فاصله  $S_2A$  در شکل ۱۳-۶، که در آن خط چپین  $S_1A$  برای متساوی‌فاصله کردن  $S_1$  و  $A$  از  $P$  ترسیم شده است. همانطوری که از آزمایش یانگ برمی‌آید  $D$  چندین هزار بار بزرگتر از  $x$  است بنابراین،  $\theta$  بسیار کوچکند و عملاً مساوی یکدیگر گرفته می‌شوند. تحت این شرایط،  $S_1AS_2$  را می‌توان یک مثلث قائم‌الزاویه تلقی کرد، و اختلاف راه از این قرار خواهد بود:  $d \sin \theta' \approx d \sin \theta$ . با همین تقریب هم می‌توانیم سینوس زاویه را با تانژانت آن متساوی بگیریم، به طوری که  $\sin \theta \approx x/D$ . با این فرضها، داریم:



$$\Delta = d \sin \theta = d \frac{x}{D} \quad (۳-۱۳)$$

این کمیت بزرگی اختلاف راهی است که باید در معادله (۱-۱۳) برای به دست آوردن اختلاف فاز،  $\delta$ ، قرار دهیم. حال، معادله (۲-۱۳) برای شدت، دارای ماکزیموم مقدار  $4a^2$  در حالتی است که  $\delta$  مضرب صحیحی از  $2\pi$  باشد، و بنابر معادله (۱-۱۳)، این اتفاق وقتی می افتد که اختلاف راه مضرب صحیحی از  $\lambda$  باشد؛ پس:

$$\frac{xd}{D} = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots = m\lambda$$

و یا

$$\bullet \quad x = m\lambda \frac{D}{d} \quad \text{فریزهای روشن} \quad (۴-۱۳)$$

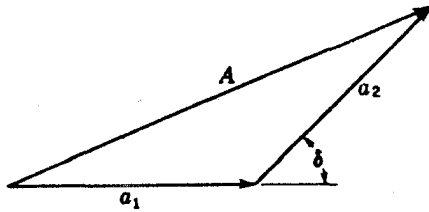
می نیموم مقدار شدت صفر است، و این امر وقتی پیش می آید که  $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ . برای این نقاط،

$$\frac{xd}{D} = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

و یا

$$\bullet \quad x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \frac{D}{d} \quad \text{فریزهای تاریک} \quad (۵-۱۳)$$

عدد صحیح  $m$  که فریز روشن خاصی را مشخص می کند، مرتبه تداخل نامیده می شود. به این ترتیب، فریزهای  $m = 0, 1, 2, \dots$ ، به ترتیب، مرتبه های صفرم، اول، دوم، و ... خوانده می شوند. بنابر معادله های بالا، فاصله میان دو فریز متوالی روی پرده، که از تغییر  $m$  به اندازه واحد به دست می آید، در هر یک از معادله های (۴-۱۳) یا (۵-۱۳) مقداری ثابت و برابر  $\lambda D/d$  است. این مساوی بودن فاصله، فقط از اندازه گیری نقش تداخلی مانند شکل ۴-۱۳ حاصل نمی شود، بلکه به طور تجربی هم به این نتیجه می رسیم که بزرگی آن با فاصله شکاف پرده،  $D$ ، تناسب مستقیم با فاصله دو شکاف،  $d$ ، تناسب معکوس، و با طول موج،  $\lambda$ ، تناسب مستقیم دارد. به این قرار، معلوم بودن فاصله این فریزها امکان تعیین مستقیم طول موج  $\lambda$  را برحسب کمیتهای معلوم فراهم می کند. این ماکزیمومها و می نیمومها در کل فضای بعد از شکافها یافت می شوند. برای تولید آنها عدسی لازم نیست، هر چند که چندان ظریفند که یک ذره بین باید دیدن آنها به کار برده شود.

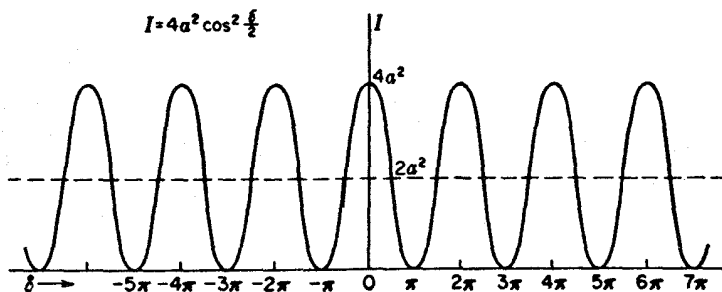


شکل ۱۳-۷ ترکیب دو موج هم‌بسامد و هم‌دامنه اما ناهم‌فاز.

به سبب تقریبی که در استخراج معادله (۱۳-۳) به کار گرفته شده، اندازه‌گیریهای بسیار دقیق نشان خواهند داد که خاصه در ناحیه نزدیک شکافها، فاصله فریزها، به موجب معادله (۱۳-۴)، به صورت خطی ساده تغییر نمی‌کنند. یک بخش از سیستم فریزی در صفحه کاغذ شکل ۱۳-۳، به جای اینکه از یک سیستم خطوط راست تابیده از وسط دو شکاف تشکیل یافته باشند، در واقع مجموعه‌ای از هذلولیها را تشکیل می‌دهند. هذلولی که عبارت است از منحنی‌ای که تفاضل فاصله آن از دو نقطه ثابت مقدار ثابتی باشد، آشکارا با شرط تعیین شده برای یک فریز، یعنی ثابت بودن اختلاف راه، تطبیق می‌کند. هر چند که این انحراف از خطی بودن ممکن است در مورد صوت و سایر امواج اهمیت یابد، ولی معمولاً، هرگاه طول موجها به کوتاهی طول موج نور باشند، می‌شود از آن چشم پوشید.

### ۱۳-۴ توزیع شدت در سیستم فریزها

برای پیدا کردن شدت نقاط بین ماکزیموما در روی پرده، می‌توانیم روش برداری ترکیب دامنه‌ها را به کار ببریم که در بخش ۱۲-۲ توصیف کردیم و در حالت اخیر آن را در شکل ۱۳-۷ مشاهده می‌کنید. برای ماکزیموما، زاویه  $\delta$  صفر است، دامنه‌های جزئی  $a_1$  و  $a_2$  موازیند، به طوری که اگر مساوی باشند، دامنه برابند عبارت است از  $A = 2a$ . برای می‌نیموما،  $a_1$  و  $a_2$  در جهتهای مخالف قرار دارند، و  $A = 0$ . به طور کلی، به ازای هر مقدار  $\delta$ ،  $A$  ضلع سوم مثلث است. در این صورت، مقدار  $A^2$  که معیار شدت به شمار می‌آید، از معادله (۱۳-۲) به دست می‌آید و برحسب  $\cos^2(\delta/2)$  تغییر می‌کند. در شکل ۱۳-۸، منحنی پیوسته، نمایش تغییرات شدت نسبت به اختلاف فاز است. در خاتمه این بحث در مورد فریزها، باید یک پرسش مهم را پیش بکشیم. هرگاه دو باریکه نور با فاز کاملاً مخالف در یک نقطه روی پرده به هم برسند، تداخل آنها ویرانگر خواهد بود و شدت حاصل صفر است. حال می‌پرسیم که انرژی این دو باریکه چه می‌شود، زیرا بنا بر اصل بقای انرژی، انرژی از بین نمی‌رود. جواب این پرسش آن است که انرژی، که ظاهراً در می‌نیموما ناپدید می‌شود، در واقع در ماکزیموما قرار دارد، که در آنها شدت بزرگتر از مقداری است که دو باریکه جداگانه



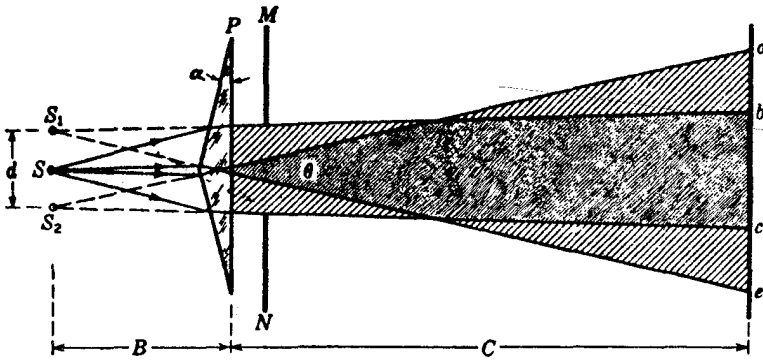
شکل ۱۳-۸ توزیع شدت برای فریزهای تداخلی دو موج هم‌بسامد.

تولید می‌کنند. به بیان دیگر، انرژی از بین نرفته است، بلکه در نقش تداخل توزیع متفاوتی یافته است. شدت متوسط روی پرده همان است که در صورت عدم وقوع تداخل، می‌بود. به این ترتیب، مطابق شکل ۱۳-۸، شدت در نقش تداخل میان  $4a^2$  و صفر تغییر می‌کند. حال، شدت هر باریکه به تنهایی  $a^2$  است، و از این رو، بدون تداخل، شدت یکنواخت  $2a^2$  حاصل می‌شد که با خط چین نشان داده شده است. برای به دست آوردن شدت متوسط روی پرده برای  $n$  فریز، باید توجه داشته باشیم که مقدار متوسط مجذور یک کمیت کسینوسی،  $1/2$  است. این مقدار در معادله (۱۳-۲)، شدت میانگین،  $I \approx 2a^2$  را به دست می‌دهد که حکم بالا را تأیید می‌کند و نشان می‌دهد که هیچگونه تناقضی با قانون بقای انرژی در پدیده‌های تداخلی پیش نمی‌آید.

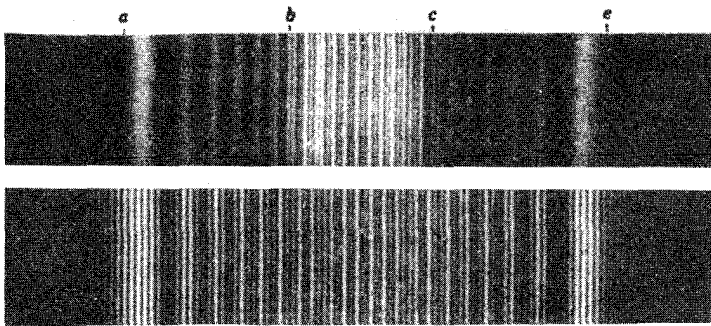
### ۱۳-۵ دو منشور فرنل\*

کوتاه زمانی پس از انجام آزمایش دو شکاف توسط یانگ، ایرادهایی به آن گرفته شد مبنی بر اینکه فریزهای روشنی که وی مشاهده کرده است، احتمالاً ناشی از ایجاد تغییراتی پیچیده در نور در لبه‌های شکافها بوده است، و نه به علت تداخل واقعی. به این قرار، نسبت به نظریه موجی نور هنوز تردید وجود داشت. ولی چند سالی نگذشت که فرنل چندین آزمایش جدید را انجام داد که در آنها تداخل دو باریکه نور چنان تأیید می‌شد که ایرادها و اعراضهای پیش‌گفته بر آنها وارد نبود، یکی از این آزمایشها، عبارت بود از آزمایش دو منشور فرنل، که اینک با مقداری تفصیل در خصوص آن صحبت می‌کنیم.

\* آگوستین فرنل Augustin Fresnel (۱۷۸۸-۱۸۲۷)، دانشمند فرانسوی که سهم قابل ملاحظه‌ای در تئوری نور دارد. به عنوان یک مهندس، او به نور علاقه‌مند شد و دربارهٔ زمانی ۱۸۱۵-۱۸۱۴ او بر روی اصول تداخل مطالعه کرده و آن را به حالتی پیچیده‌تر پراش گسترش داد. بررسیهای ریاضی او یافته‌های صوتی را به تئوری موجی نور عمومیت داد.



شکل ۱۳-۹ نمودار آزمایش دو منشور فرنل.



شکل ۱۳-۱۰ فریزهای تداخل و پراش تولیدشده در آزمایش دو منشور فرنل.

نمودار طرحواره‌ای از آزمایش دو منشور را در شکل ۱۳-۹ مشاهده می‌کنید. منشور دوگانه نازک  $P$  نور را از شکاف منبع  $S$  به دو باریکه برهم نهاده  $ac$  و  $be$  می‌شکند. هرگاه پرده‌های  $M$  و  $N$ ، مطابق شکل قرار گیرند، فریزهای تداخل فقط در منطقه  $bc$  مشاهده می‌شوند. هرگاه به جای پرده  $ae$  یک صفحه عکاسی قرار دهیم، تصویری شبیه تصویر بالایی در شکل ۱۳-۱۰ تشکیل می‌شود. فریزهای نزدیک به هم در مرکز تصویر ناشی از تداخل اند، حال آنکه فریزهای پهن در لبه نقش از پراش ناشی می‌شوند. این نوارهای بهتر را رأسهای دو منشور تولید می‌کنند، که هر کدامشان به صورت یک لبه راست عمل می‌کند، و نقشی (الگوی) پدید می‌آورد که در فصل ۱۸ به تفصیل درباره آنها بحث خواهد شد. هرگاه پرده‌های  $M$  و  $N$  را از مسیر نور حذف کنیم، دو باریکه در سرتاسر ناحیه  $ae$  روی هم خواهند افتاد. عکس پایینی در شکل ۱۳-۱۰ فریزهای

تداخلی متساوی الفاصله در این حالت را نشان می‌دهد که در نقش تداخلی یک روزنه گشاد برهم نهاده شده‌اند. (برای الگوهای تداخلی بالای آن، که بدون فریزهای تداخلی است، پایین‌ترین شکلها در شکل ۱۸-۲۱ را مشاهده کنید.) با چنین آزمایشی فرنل توانست تداخل بدون اتکا به پراش برای به هم رساندن باریکه‌های تداخلی را تولید کند.

درست مانند آزمایش دوشکاف یانگ، طول موج نور را می‌توان از اندازه‌گیریهای فریزهای تداخلی تولید شده از دو منشور، تعیین کرد. هرگاه فواصل منبع و پرده از منشور  $P$  را، به ترتیب، با  $B$  و  $C$ ، فاصله مابین تصاویر مجازی  $S_1$  و  $S_2$  را با  $d$ ، و فاصله مابین فریزهای متوالی در روی پرده را با  $\Delta x$  نشان دهیم، طول موج نور از معادله (۱۳-۴) به صورت زیر به دست می‌آید:

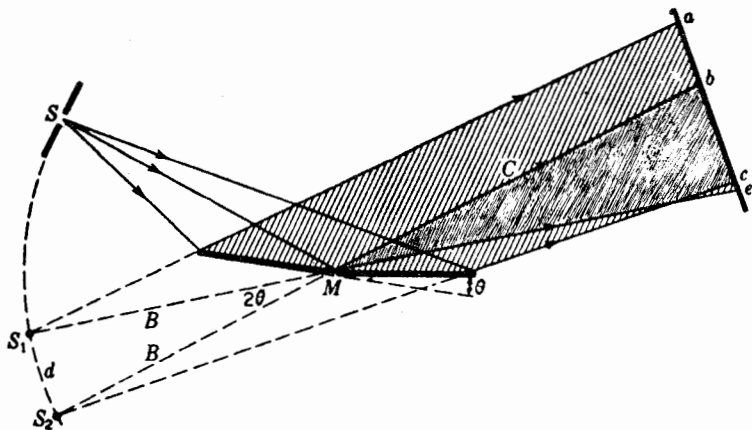
$$\lambda = \frac{\Delta x d}{B + C} \quad (13-6)$$

به این قرار، تصاویر مجازی  $S_1$  و  $S_2$  مانند دو منبع شکاف در آزمایش یانگ عمل می‌کنند. برای یافتن فاصله خطی منبعهای مجازی،  $d$ ، می‌توان فاصله زاویه‌ای آنها،  $\theta$ ، را در یک طیف‌سنج اندازه گرفت و به این فرض استوار کرد که با دقت کافی:  $d = B \theta$ . هرگاه نور موازی گسیلیده از باریکه‌ساز، هر دو نیمه دو منشور را پوشش دهد، دو تصویر از شکاف ایجاد می‌شود و زاویه میان آنها،  $\theta$ ، به آسانی با دوربین اندازه گرفته می‌شود. یک اندازه‌گیری حتی ساده‌تر این زاویه را می‌توان با نگه داشتن منشور در نزدیکی یک چشم و نگاه کردن به یک لامپ روشنایی مات و گرد انجام داد. در یک فاصله مشخص از لامپ، می‌توان دو تصویر آن را به جایی آورد که در آنجا لبه‌های داخلیشان درست با همدیگر تماس پیدا می‌کنند. از تقسیم قطر لامپ به فاصله لامپ تا منشور زاویه  $\theta$  مستقیماً به دست می‌آید.

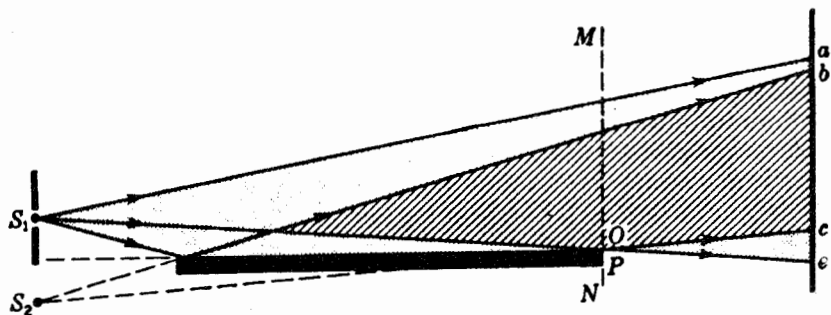
دو منشور فرنل را می‌توان به سهولت از یک تکه کوچک شیشه، مانند نصف یک لام میکروسکوپ و شیب دادن به آن در حدود  $1/8$  تا  $1/4$  اینچ در یک سمتش، درست کرد. لازمه این کار دادن شیب کم به شیشه با مواد ساینده معمولی و صیقل دادن آن با رزگونه است زیرا زاویه مورد لزوم فقط حدود یک درجه است.

### ۱۳-۶ سایر اسبابها وابسته به تقسیم جبهه موج

راههای دیگری هم برای ترکیب دو باریکه و ایجاد تداخل وجود دارد. در آرایشی که به آن آینه‌های فرنل می‌گویند، نور خارج شده از یک شکاف در دو آینه تخت که با همدیگر زاویه کوچکی می‌سازند، باز می‌تابد. آینه‌ها دو تصویر مجازی از شکاف تشکیل می‌دهند که در شکل ۱۳-۱۱ مشاهده می‌کنید. این دو تصویر از هر نظر مانند تصاویر تشکیل یافته در دو منشور عمل می‌کنند، و فریزهای



شکل ۱۱-۱۳ نمایش هندسی مسیر پرتوها در آینه‌های فرنل.

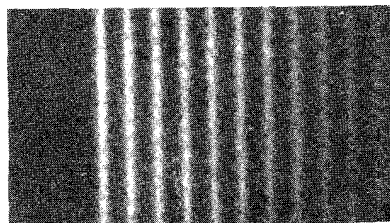


شکل ۱۲-۱۳ آینه لوید.

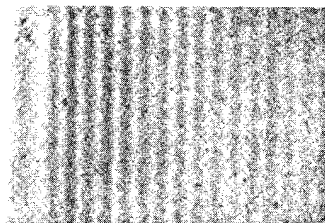
تداخل در منطقه  $bc$  که در آن باریکه‌های بازتابیده روی هم می‌افتند، مشاهده می‌شوند. نمادهای این نمودار نظیر نمادهای نمودار ۹-۱۳ هستند، و معادله (۶-۱۳) در اینجا نیز صادق است. ملاحظه می‌شود که زاویه  $2\theta$  میان دو منبع و محل تقاطع آینه‌ها،  $M$ ، دو برابر زاویه مابین آینه‌هاست.

آزمایش دو آینه فرنل را معمولاً روی میز اپتیکی انجام می‌دهند، و زاویه میان دو آینه خیلی کوچک است. دو قطعه شیشه تخت به مساحت تقریباً ۲ اینچ مربع به جای دو آینه کاملاً برای این منظور کفایت می‌کنند. یکی از آینه‌ها باید پیچ تنظیم زاویه داشته باشد، و آینه دیگر پیچ تنظیم برای موازی‌سازی لبه‌های آینه‌ها لازم دارد.

یک وسیله باز هم ساده‌تر، که در شکل ۱۲-۱۳ مشاهده می‌کنید، از یک آینه دراز تشکیل می‌شود که نور منبع را باز می‌تاباند و نور خود منبع بدون بازتابش برای ایجاد تداخل در آن به کار



(الف)



(ب)

شکل ۱۳-۱۳ فریزهای تداخلی در آینه لوید. (الف) عکسبرداری با نور مرئی به طول موج  $\lambda = 4358\text{\AA}$ ؛ (ب) عکسبرداری با پرتو X به طول موج  $\lambda = 833\text{\AA}$ .

می‌رود. در این آرایش که به نام آینه لوید معروف است، روابط کمی مشابه موارد قبلی است، و شکاف تصویر مجازی آن منبع دوگانه را تشکیل می‌دهند. یکی از جنبه‌های مهم آزمایش آینه لوید این است که وقتی پرده در انتهای آینه با آن تماس پیدا می‌کند (در وضعیت  $MN$  در شکل ۱۳-۱۲) لبه سطح بازتابنده،  $O$ ، در مرکز یک فریز تاریک قرار می‌گیرد، و نه در فریز روشن که انتظارش می‌رفت. یعنی، یکی از باریکه‌ها تغییر فازی به اندازه  $\pi$  دارد. چون باریکه مستقیم نمی‌تواند تغییر فاز دهد، این مشاهده تجربی را می‌توان چنین توجیه کرد که باریکه نور در بازتابش، تغییر فاز می‌دهد. دو عکس از فریزهای آینه لوید، که به این صورت گرفته شده‌اند، در شکل ۱۳-۱۳ بازسازی شده‌اند. یکی را با نور مرئی و دیگری را با پرتو X گرفته‌اند.

اگر با بالا بردن لبه شیشه در شکل ۱۳-۱۲ نور منبع  $S_1$  را به انتهای آن بتابانیم، به طوری که از سطح پایینی آن بازتابد، دوباره فریزهایی در بازه  $OP$  مشاهده خواهند شد و در  $O$  یک فریز تاریک تشکیل خواهد شد. این هم نشان می‌دهد که در بازتابش یک اختلاف فاز  $\pi$  پدید می‌آید. چنان که در فصل ۲۵ نشان خواهیم داد، این تغییر فاز تناقضی با شرایط تغییر فاز مورد بحث در بخش ۱۴-۱ ندارد. در این وضعیت، نور تحت زاویه‌ای بزرگتر از زاویه حد در بازتابش کلی فرود می‌آید.

آینه لوید را می‌توان به راحتی برای نمایش، به صورت زیر آرایش داد. به عنوان منبع از یک قوس کربن، یک شیشه‌ی بالای‌ای رنگی و یک شکاف استفاده می‌کنیم. یک قطعه شیشه معمولی به عرض یک تا دو اینچ و به طول یک یا چند فوت، آینه خوبی محسوب می‌شود. یک ذره‌بین که کانونش به انتهای دیگر آینه منطبق است، مشاهده فریزهای نموده شده در شکل ۱۳-۱۳ را میسر می‌کند. فریزهای تداخلی را می‌توان با صیقل دادن دو سر آینه با هدف امکان ورود و خروج نور از شیشه و ناصاف کردن یکی از سطوح شیشه با سمباده، مشاهده کرد.

راههای دیگری برای تقسیم جبهه موج به دو قسمت و بلافاصله ترکیب مجدد آنها تحت زاویه

کوچک، وجود دارد. مثلاً، می‌توان یک عدسی را در طول صفحه محور عدسی به دو نیم برش داد و این دو نیم را اندکی از هم جدا کرد تا دو تصویر واقعی از شکاف که خیلی به همدیگر نزدیکند، تشکیل شود. تصاویر تولید شده در این وسیله که به عدسی شکافت بیله معروف است، شبیه دو شکاف در آزمایش یانگ عمل می‌کنند. یک تک عدسی و یک دو صفحه‌ای (دو متوازی‌السطوح با زاویه کوچک) در دنباله آن، نتیجه یکسانی حاصل می‌کنند.

### ۷-۱۳ منابع همدوس

باید متوجه شده باشید که روشهای گوناگونی که تاکنون برای نمایش تداخل مورد بحث قرار گرفته‌اند، دارای یک وجه مشترک مهم‌اند: دو باریکه تداخلی همیشه از یک منبع نور به دست می‌آیند. به تجربه پی می‌بریم که تشکیل فریزهای تداخلی از دو منبع جداگانه، مانند دو فیلامان لامپ روشنایی در کنار همدیگر، ناممکن است. این عدم امکان ناشی از این امر است که نور هر یک از این منابع قطاری از امواج نامتناهی نیست. برعکس، تغییرات ناگهانی در فاز آنها پیش می‌آید که در بازه‌های زمانی بسیار کوتاه (از مرتبه بزرگی  $10^{-8}$  s) رخ می‌دهند. این نکته قبلاً در بخشهای ۱۱-۱ و ۱۲-۶ بیان شده است. به این قرار، گرچه فریزهای تداخلی ممکن است روی پرده در چنین زمان کوتاهی وجود داشته باشند، ولی هر بار که تغییر فازی وجود داشته باشد، موضع آنها را تغییر می‌دهد، با این پیامد که اصلاً هیچ فریزی دیده نمی‌شود. در آزمایش یانگ، و آینه‌ها و دو منشور فرنل، دو منبع  $S_1$  و  $S_2$  همیشه دارای تناظر فازی نقطه به نقطه‌اند، زیرا آنها هر دو از یک منبع گرفته می‌شوند. هرگاه فاز نور یک نقطه در  $S_1$  ناگهان تغییر یابد، فاز نور نقطه متناظرش در  $S_2$  هم همزمان همان تغییر را خواهد داشت. در نتیجه، اختلاف فاز میان هر زوج نقطه در این دو منبع همواره ثابت می‌ماند، و از این رو فریزهای تداخلی ایستاده‌اند. این، یکی از مشخصه‌های همه آزمایشهای تداخل با نور است که منبعها باید واجد این رابطه نقطه به نقطه باشند، و منابعی که این رابطه برای آنها برقرار است، منابع همدوس خوانده می‌شوند.

در حالی که برای تولید منابع همدوس در نور، آرایشهای خاصی ضروری است، در میکروموجها که عبارت‌اند از امواج رادیویی با طول موج چند سانتیمتری، این امر مصداق پیدا نمی‌کند. این امواج به وسیله نوسانگری که یک موج پیوسته گسیل می‌کند تولید می‌شوند. فاز این امواج برای مدت زمان زیادی در مقایسه با مدت زمان مشاهده، ثابت می‌ماند، بنابراین، دو منبع میکروموج هم‌بسامد مستقل از هم، همدوس‌اند و می‌توان از آنها برای نمایش تداخل سود جست. به سبب بزرگی مناسب طول موج، میکروموجها برای نمایاندن بسیاری از اثرهای رایج اپتیکی تداخل و پراش به کار گرفته می‌شوند.

هرگاه در آزمایش یانگ شکاف منبع  $S$  (شکل ۱۳-۳) خیلی پهن و یا زاویه میان پرتوهایی

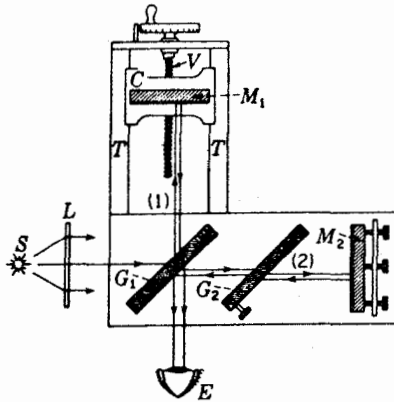


که از آن خارج می‌شوند خیلی بزرگ باشد، شکاف دوگانه دیگر نمایانگر دو منبع همدوس نیست و فریزهای تداخلی ناپدید می‌شوند. این موضوع را به تفصیل در فصل ۱۶ مورد بحث قرار خواهیم داد.

### ۱۳-۸ تقسیم دامنه. تداخل سنج مایکلسون\*

دستگاههای تداخلی را می‌توان به راحتی به دو رده اصلی تقسیم‌بندی کرد، که یکی از آنها بر مبنای تقسیم جبهه موج و دیگری بر مبنای تقسیم دامنه استوار است. مثالی که تاکنون آورده‌ایم، به گروه نخست تعلق دارند، و در آنها جبهه موج به طور عرضی و به وسیله آینه‌ها و یا میان‌بندهایی به قطعات دلخواه تقسیم می‌شوند. یک موج را می‌توان همچنین از طریق بازتابش جزئی آن تقسیم کرد، به طوری که جبهه‌موجهای حاصل پهنای اصلی خود را حفظ کنند ولی دامنه آنها کاهش یابد. تداخل سنج مایکلسون یکی از نمونه‌های قابل توجه این رده دوم به‌شمار می‌آید. در این دستگاه، دو باریکه ناشی از تقسیم دامنه را به جهتهای کاملاً متفاوت و به سوی آینه‌های تختی که آنها را دوباره با هم ترکیب می‌کنند گسیل می‌دارند تا فریزهای تداخلی تشکیل دهند. طرح نموداری آرایش لازم در شکل ۱۳-۱۴ مشاهده می‌شود. قطعات اپتیکی اصلی عبارت‌اند از دو آینه تخت بسیار صیقل‌یافته  $M_1$  و  $M_2$ ، و دو تیغه متوازی‌السطوح شیشه‌ای  $G_1$  و  $G_2$ . گاهی سطح پشتی تیغه  $G_1$  اندکی نقره‌اندود می‌شود (در شکل با خط پررنگ مشخص شده است)، تا اینکه نور تابیده شده از منبع  $S$  به دو باریکه هم‌شدت: (۱) بازتابیده، و (۲) تراگسیلیده، تقسیم شود. نوری که به طور عمودی از آینه  $M_1$  بازتابیده برای بار سوم از  $G_1$  عبور می‌کند و چنان‌که نشان داده‌ایم به چشم می‌رسد. نور بازتابیده از آینه  $M_2$  برای دومین بار از  $G_2$  می‌گذرد، به عقب برمی‌گردد، از سطح  $G_1$  باز می‌تابد و به چشم می‌رسد. مقصود از تیغه  $G_2$  که به آن صفحه موازنه می‌گویند؛ مساوی کردن طول کل مسیر در شیشه برای دو باریکه است. این کار برای تولید فریزها از نور تک‌رنگ نقش اساسی ندارد، ولی در صورتی که نور سفید به کار گرفته شود، وجودش اجتناب‌ناپذیر و ضروری است (بخش ۱۳-۱۱). آینه  $M_1$  روی یک حامل،  $C$ ، سوار شده است و می‌تواند در امتداد خط مسیر کاملاً انطباق‌یافته  $T$

\* ا. ا. مایکلسون (۱۸۵۲-۱۹۳۱) فیزیکدان نابغه امریکایی. در آکادمی دریایی کارشناس فیزیک و شیمی بود که در سال ۱۸۷۳ از همانجا فارغ‌التحصیل شده بود؛ در همان اوایل اشتغال به‌کارش در آنجا به انجام آزمایشهایی برای اندازه‌گیری سرعت نور دست زد. می‌گویند، سرپرست کل آکادمی از مایکلسون جوان می‌پرسید که چرا وقت خود را با این آزمایشهای بی‌فایده هدر می‌دهد. سالها بعد، مایکلسون به دریافت جایزه نوبل (۱۹۰۷) به‌خاطر کارهایش در زمینه نور نایل شد. بیشتر کارهایش در حوزه اندازه‌گیری سرعت نور، طی ده سال در انستیتوی تکنولوژی کیس (case) انجام گرفته‌اند. طی آخرین دوران حیاتش، استاد فیزیک در دانشگاه شیکاگو بود، و در آنجا بود که آزمایشهای مشهور تداخل نور را انجام داده است.

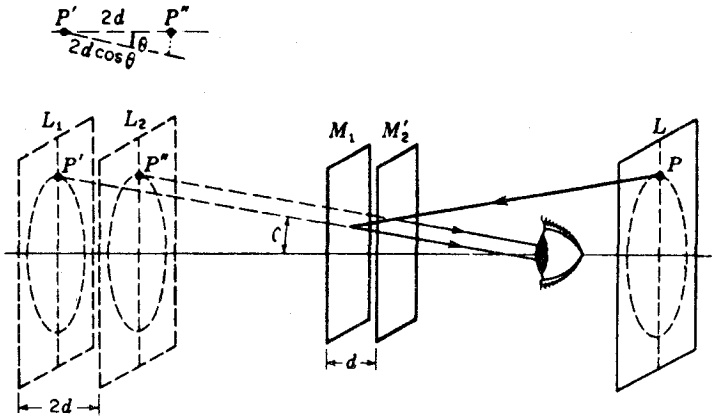


شکل ۱۳-۱۴ نمودار تداخل سنج مایکلسون.

حرکت کند. حرکت کند و به دقت کنترل شده آن به وسیله پیچ  $V$  صورت می‌گیرد که برای نمایاندن فاصله دقیق طی شده توسط آینه مدرج شده است. برای ایجاد فریزها، دو آینه  $M_1$  و  $M_2$  دقیقاً عمود بر هم قرار می‌گیرند که به وسیله پیچ تنظیم روی آینه  $M_2$  انجام می‌شود.

حتی وقتی عملیات تنظیم یاد شده در بالا انجام گرفته باشند، فریزها دیده نخواهند شد، مگر اینکه دو شرط ضروری و مهم برآورده شوند. نخست اینکه نور باید از یک منبع گسترده سرچشمه گیرد. منبع نقطه‌ای یا شکافی، که در روشهای یاد شده قبلی مورد استفاده قرار می‌گرفتند، در این مورد سیستم فریزهای مطلوب را تولید نخواهد کرد. دلیل این امر وقتی روشن خواهد شد که منشأ فریزها را بررسی کنیم. ثانیاً به‌طور کلی نور باید تک‌رنگ یا چیزی نزدیک به آن باشد. به‌خصوص اگر فواصل  $M_1$  و  $M_2$  از  $G_1$  اختلاف قابل‌توجهی داشته باشند، این ضرورت پیش می‌آید.

می‌توان یک منبع گسترده را که برای تداخل سنج مایکلسون مناسب باشد، با یکی از امکانات متعدد فراهم آورد. شعله سدیم یا لامپ جیوه را اگر به اندازه کافی بزرگ باشند، می‌توان بدون استفاده از پرده  $L$  در شکل ۱۳-۱۴ به‌کار گرفت. اگر منبع کوچک باشد، یک پرده شیشه‌ای مات یا تگرگی (دان‌دان) و یا یک عدسی در  $L$ ، میدان دید را وسیع خواهد کرد. حال، چنانچه از پشت  $G_1$  به آینه  $M_1$  نگاه کنیم، می‌بینیم که همه آینه را نور گرفته است. گام بعدی برای تشکیل فریزها عبارت است از اندازه‌گیری فواصل  $M_1$  و  $M_2$  تا سطح پشتی  $G_1$  برحسب میلی‌متر و حرکت دادن  $M_1$  تا موضعی که این فواصل تقریباً و حداکثر با دو سه میلی‌متر اختلاف با هم برابر شوند. حال آینه  $M_2$  را عمود بر  $M_1$  تنظیم می‌کنیم و با قرار دادن یک سنجاق معمولی یا هر شیء نوک تیز دیگری میان  $G_1$  و منبع مشاهده تصاویر آن، شرایط آرایش را کنترل می‌کنیم. دو زوج تصویر دیده خواهند



شکل ۱۳-۱۵ تشکیل فریزهای دایره‌ای در تداخل سنج مایکلسون.

شد؛ یکی از بازتابش در سطح جلویی  $G_1$  و دیگری از بازتابش در سطح پشتی آن. هرگاه پیچهای تنظیم کج و راست‌کننده  $M_2$  را چندان بیجانیم که یک زوج تصویر دقیقاً روی زوج دیگر بیفتند باید فریزهای تداخلی پدیدار شوند. فریزها در ابتدا که ظاهر می‌شوند، زیاد واضح نیستند، مگر اینکه چشم را به روی آینه پشتی  $M_1$  و یا در نزدیکی آن کانونی کنیم، از این رو مشاهده‌گر باید بدون وقفه در حالی که تشکیل فریزها را می‌نگرد، به این آینه نگاه کند. هنگامی که فریزها پدیدار شوند، پیچهای تنظیم باید به نحوی چرخانده شوند که پهنای فریزها پیوسته افزایش یابد، و سرانجام مجموعه‌ای از فریزهای دایره‌ای متحدالمرکز نمایان شود. در این صورت  $M_2$  دقیقاً بر  $M_1$  عمود بوده و باید با  $G_1$  زاویه  $45^\circ$  بسازد.

### ۱۳-۹ فریزهای دایره‌ای

این فریزها با نور تکرنگ و هنگامی تولید می‌شوند که آینه‌ها به دقت تنظیم شده باشند و عبارت‌اند از فریزهایی که در اکثر انواع اندازه‌گیری با تداخل سنج به‌کار گرفته می‌شوند. به منشأ آنها می‌توان با توجه به نمودار شکل ۱۳-۱۵ پی برد. در این نمودار به‌جای آینه واقعی  $M_2$ ، تصویر مجازی آن،  $M_2'$  قرار می‌گیرد که از بازتابش در  $G_1$  تشکیل شده است. در این صورت،  $M_1$  با  $M_2'$  موازی است. حالا به سبب بازتابشهای متعدد در تداخل سنج واقعی، می‌توانیم فرض کنیم که منبع گسترده، در  $L$ ، در پشت سر ناظر قرار دارد، و دو تصویر  $L_1$  و  $L_2$  در  $M_1$  و  $M_2'$  را تشکیل می‌دهد. این منابع مجازی همدوسند، زیرا فازهای نقاط متناظر در این دو، در همه لحظات یکی‌اند. اگر

$d$  عبارت باشد از فاصله  $M_1 M_2$ ، منبعهای مجازی به فاصله  $2d$  از هم قرار می‌گیرند. چنانچه  $d$  دقیقاً مضرب صحیحی از نصف طول موجها باشد، یعنی، اختلاف راه  $2d$  با مضرب صحیحی از خود طول موجها برابر باشد، همه پرتوهایی که عمود بر آینه‌ها باز می‌تابند، همفاز خواهند بود. اختلاف مسیر مابین دو پرتویی که از نقاط متناظر  $P'$  و  $P''$  به چشم می‌رسند، مطابق شکل عبارت است از  $2d \cos \theta$ . زاویه  $\theta$  در صورتی که  $M_1$  موازی  $M_2$  باشد، الزاماً برای هر دو پرتو یکسان است، پس این دو پرتو موازی‌اند. به این سبب، هرگاه چشم را برای دیدن پرتوهای موازی کانونی کنیم (یک دوربین کوچک در این مورد بیشتر به درد می‌خورد، به خصوص در مقادیر بزرگ  $d$ )، پرتوها همدیگر را تقویت می‌کنند تا برای زوایای  $\theta$  که در معادله (۷-۱۳) صدق می‌کنند، تشکیل ماکزیموم دهند:

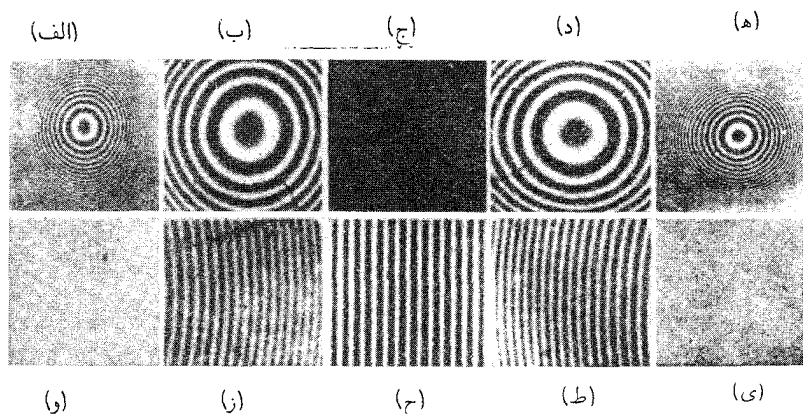
$$2d \cos \theta = m\lambda \quad (7-13)$$

نظر به اینکه به ازای مقادیر معلوم  $m$ ،  $\lambda$ ، و  $d$ ، زاویه  $\theta$  ثابت است، ماکزیمومها به صورت دوایری به مرکز محل تقاطع خط عمود از چشم بر آینه قرار خواهند گرفت. از بسط کسینوسی، می‌توان در معادله (۷-۱۳) نشان داد که شعاع دایره‌ها باریشه دوم اعداد صحیح متناسب‌اند، چنان که در مورد حلقه‌های نیوتون (بخش ۵-۱۴) هم این امر مصداق دارد. توزیع شدت از حلقه به حلقه از معادله (۷-۱۳) به دست می‌آید که در آن اختلاف فاز عبارت است از

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos \theta$$

فریزهایی از این نوع را، که در آن باریکه‌های موازی با اختلاف فاز ناشی از زاویه میل  $\theta$  تداخل می‌کنند، غالباً فریزهای هم‌شیب می‌گویند. برعکس نوعی که در بخش بعد توصیف خواهد شد، این نوع فریزها تا اختلاف مسیرهای بسیار بزرگ هم کماکان قابل رؤیت‌اند. محدودیت احتمالی در اختلاف مسیر، در بخش ۱۳-۱۲ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

قسمت بالایی شکل ۱۳-۱۶ نشان می‌دهد که فریزهای دایره‌ای تحت شرایط مختلف چگونه به نظر می‌رسند. در ابتدا،  $M_1$  را در چند سانتیمتری پشت  $M_2$  قرار می‌دهیم، و سیستم فریزی دارای ظاهر کلی نموده شده در (الف) است که در آن دایره‌ها خیلی به هم نزدیکند. حال اگر  $M_1$  را به آرامی به سوی  $M_2$  حرکت دهیم، به طوری که  $d$  کاهش یابد، معادله (۷-۱۳) نشان می‌دهد که یک حلقه مشخص شده با مرتبه تداخلی معین  $m$ ، باید شعاعش را کاهش دهد، تا حاصلضرب  $2d \cos \theta$  ثابت بماند. بنابراین، حلقه‌ها یا دوایر کوچکتر می‌شوند و در مرکز از بین می‌روند، و هر بار که  $2d$  به اندازه  $\lambda$  و یا  $d$  به اندازه  $\lambda/2$  کاهش یابد، یک حلقه در مرکز از بین می‌رود. این امر ناشی از آن است که در مرکز  $\cos \theta = 1$  و از این رو معادله (۷-۱۳) به این صورت در می‌آید:



شکل ۱۳-۱۶ ظهور انواع گوناگون فریزهای مشاهده شده در تداخل سنج مایکلسون. ردیف بالایی، فریزهای دایره‌ای. ردیف پایینی، فریزهای جایگزیده. اختلاف مسیر، از مرکز به خارج در هر دو جهت افزایش می‌یابد.

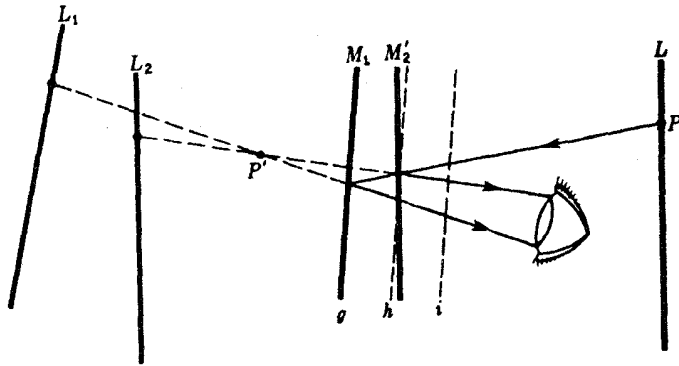
$$2d = m\lambda \quad (۱۳-۸)$$

برای اینکه  $m$  به اندازه واحد تغییر کند  $d$  باید به اندازه  $\lambda/2$  تغییر یابد. حال با میل کردن و نزدیک شدن  $M_1$  به  $M'_1$  حلقه‌ها فواصل بهتری می‌گیرند که در شکل ۱۳-۱۶ (ب) مشاهده می‌شود؛ تا اینکه به یک مکان حدی برسیم که در آن حلقه مرکزی چنان گسترش یافته است که تمام میدان دید را، مطابق شکل (ج)، پوشش دهد. این وضعیت وقتی پیش می‌آید که  $M_1$  و  $M'_1$  دقیقاً بر یکدیگر منطبق‌اند، زیرا روشن است که تحت این شرایط اختلاف مسیر به‌ازای همه زوایای فرودی صفر است. هرگاه آینه را بیشتر حرکت دهیم، تأثیر عبور از  $M'_1$  مشهود است، و فریزهای جدیدی با فواصل پهن ظاهر می‌شوند که رشد آنها از مرکز به‌سوی بیرون است. این فریزها با افزایش اختلاف مسیر، رفته رفته به همدیگر نزدیکتر می‌شوند که در قسمتهای (د) و (ه) شکل ۱۳-۱۶ قابل مشاهده است.

### ۱۳-۱۰ نوارهای جایگزیده

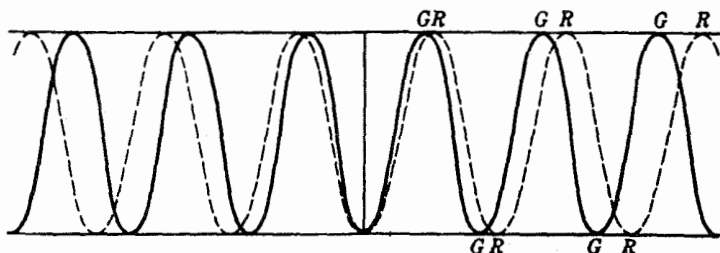
اگر آینه‌های  $M_1$  و  $M'_1$  دقیقاً موازی نباشند، باز هم فریزها با نور تکرنگ در اختلاف مسیریایی که از چندین میلی‌متر تجاوز نکنند دیده می‌شوند. در این مورد، فضای میان آینه‌ها، گوه‌ای شکل است که در شکل ۱۳-۱۷ دیده می‌شود. حال، دو پرتوی\* که از یک نقطه  $P$  روی منبع به چشم

\* وقتی اصطلاح "پرتو" را به‌کار می‌بریم، در اینجا و هر جای دیگری که راجع به تداخل بحث می‌کنیم، منظورمان صرفاً نشان دادن جهت عمود بر یک جبهه‌موج است و به هیچ‌وجه به معنای باریکه بینهایت نازک نور نیست.



شکل ۱۳-۱۷ تشکیل فریزها در تداخل سنج مایکلسون با آینه‌های غیر موازی.

می‌رسند، دیگر موازی نیستند، بلکه به نظر می‌رسد که از یک نقطه  $P'$  نزدیک به آینه‌ها واگراییده باشند. برای مکانهای مختلف  $P$  روی منبع گسترده، می‌توان نشان داد که اختلاف مسیر میان دو پرتو ثابت می‌ماند، ولی  $P'$  فاصله‌اش را از آینه‌ها تغییر می‌دهد. با این همه اگر زاویه میان آینه‌ها خیلی کوچک نباشد، این فاصله هرگز زیاد نیست، از این رو، برای واضح دیدن این فریزها، چشم را باید روی آینه  $M_1$  یا نزدیک به آن متمرکز کرد. فریزهای موضعی عملاً مستقیم‌اند، به این سبب که تغییرات اختلاف مسیر در داخل میدان دید، اکنون در وهله نخست ناشی از تغییرات ضخامت "لایه هوا" میان آینه‌هاست. در حضور لایه گوه‌ای شکل، مکان هندسی نقاط متساوی‌الضخامت، خط راستی به موازات لبه گوه است. با این وصف، اگر مقدار  $d$  قابل توجه باشد، فریزها مستقیم نیستند، زیرا تغییراتی هم در اختلاف مسیر با زاویه وجود دارد. این فریزها به‌طور کلی انحنای دارند و به‌سوی لبه باریک گوه محدب هستند. به این ترتیب، به‌ازای مقدار معین  $d$ ، می‌توانیم فریزهایی به‌صورت فریزهای شکل ۱۳-۱۶ (ز) مشاهده کنیم. در این صورت  $M_1$  می‌تواند در مکانی مانند  $g$  در شکل ۱۳-۱۷ قرار گیرد. اگر فاصله آینه‌ها را کمتر کنیم، فریزها درون میدان دید به سمت چپ حرکت خواهند کرد، و هر بار که  $d$  به اندازه  $\lambda/2$  تغییر کند، یک فریز جدید از مرکز عبور می‌کند. با میل کردن اختلاف مسیر به‌سوی صفر، فریزها مستقیم‌تر می‌شوند، تا اینکه به نقطه‌ای برسیم که در آن،  $M_1$  عملاً با  $M_2$  برخورد کند و فریزها، مانند قسمت (ح) در شکل ۱۳-۱۶، کاملاً مستقیم شوند، فراتر از این نقطه، فریزها شروع به انحنای در جهت دیگر می‌کنند، که در قسمت (ط) شکل ۱۳-۱۶ دیده می‌شود. میدانهای دید سفید (و) و (ی) نشان می‌دهند که این نوع فریزها را در اختلاف مسیره‌های بزرگ نمی‌توان مشاهده کرد. به‌سبب اینکه تغییرات اصلی اختلاف مسیر ناشی از تغییر ضخامت  $d$  است، این فریزها را فریزهای هم‌ضخامت می‌گویند.



شکل ۱۳-۱۸ تشکیل فریزهای نور سفید با یک فریز تاریک مرکزی.

### ۱۱-۱۳ فریزهای نور سفید

هرگاه منبع نور سفید به کار گیریم، اصلاً فریزهایی دیده نخواهند شد، مگر اینکه اختلاف مسیری داشته باشیم که طولش از چندین طول موج تجاوز نکند. در هنگام مشاهده این فریزها، مانند حالت فریزهای جایگزیده، آینه‌ها زاویه میل اندکی نسبت به یکدیگر دارند، و مکان  $M_1$  در جایی یافته می‌شود که  $M_1$  را قطع می‌کند. در صورت استفاده از نور سفید، یک فریز تاریک مرکزی که از هر دو طرف به وسیله ۸ یا  $10^\circ$  فریز رنگی محصور شده است، مشاهده می‌شود. یافتن این مکان فقط با استفاده از نور سفید، غالباً دشوار و پرهزینه است. بهترین راه این است که مکان تقریبی را با پیدا کردن جایی که در آن فریزهای موضعی در نور تکرنگ شروع به مستقیم شدن می‌کنند، تعیین کنیم. سپس، حرکت بسیار کند  $M_1$  در این منطقه، و با استفاده از نور سفید، فریزهای مطلوب را آشکار خواهد کرد. این امر که فقط چندتایی فریز مشاهده می‌شوند، به سهولت قابل توجهی است و کافی است به خاطر بیاوریم که نور سفید حاوی همه طول موجها میان  $40^\circ$  تا  $75^\circ$  نانومتر است. در یک رنگ مشخصی، هر قدر طول موج بلندتر باشد، پهنای فریزها هم بیشتر است. بنابراین، فریزهای چندین رنگ مختلف، مطابق شکل ۱۳-۱۸، تنها به ازای  $d = 0$  برهم منطبق خواهند شد. در این شکل، منحنی پرننگ، توزیع شدت در فریزهای ناشی از نور سبز را نشان می‌دهد، و منحنی خط چین متعلق به نور قرمز است. روشن است که تنها فریز مرکزی بدون رنگ می‌ماند، و فریزهای رنگهای مختلف در هر دو طرف بلافاصله شروع به جدا شدن از هم خواهند کرد، که منجر به تولید رنگهای ناخالص گوناگون می‌شود که هیچکدام از آنها رنگ طیفی به شمار نمی‌روند. پس از ۸ یا  $10^\circ$  فریز در یک نقطه معین، آنقدر رنگ حضور خواهد داشت که ترکیبشان تولید رنگ سفید می‌کند. با این همه، در این منطقه هنوز هم تداخل صورت می‌گیرد، و می‌توان با یک طیف‌نما، طیف پیوسته‌ای با خطوط تاریک در طول موجهایی که برایشان شرط تداخل ویرانگر برآورده می‌شود، مشاهده کرد. فریزهای نور سفید را همچنین می‌توان در همه روشهای دیگر تولید تداخل یاد شده، مشاهده کرد؛ کافی است که نور سفید را جایگزین نور تکرنگ بکنیم. این فریزها، به خصوص در تداخل سنخ

مایکلسون، که در آن از آنها برای تعیین مکان در شرایط اختلاف مسیر صفر می‌توان سود جست، اهمیت می‌یابند؛ در بخش ۱۳-۱۳ هم به این موضوع خواهیم پرداخت.

بازسازی عالی در رنگ از این فریزهای نور سفید، در یکی از کتابهای مایکلسون تحت عنوان "امواج نور و کاربردهای آن" به چاپ رسیده است. فریزها در سه رنگ مختلف به صورت جداگانه هم نشان داده شده‌اند و مطالعه آنها ضمن مقایسه‌شان با فریزهای نور سفید که منشأ رنگهای ناخالص گوناگون در این فریزها را نشان می‌دهد، بسیار آموزنده است.

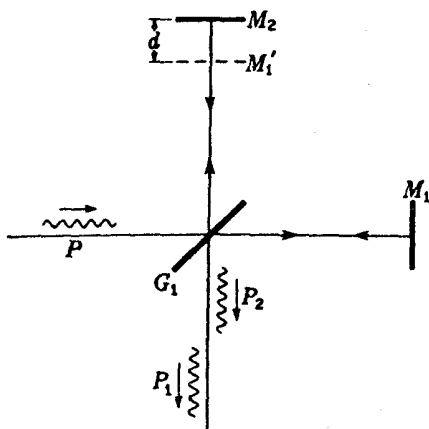
چنان‌که در بالا گفتیم، فریز مرکزی در سیستم نور سفید، یعنی، فریز متناظر با اختلاف مسیر صفر، در هنگام مشاهده به وسیله تداخل سنج مایکلسون تاریک است. قاعدتاً ممکن است چنین تصور شود که این فریز باید سفید باشد، زیرا دو باریکه باید به‌ازای هر طول موج در این نقطه هم‌فاز باشند، و در واقع هم این امر در مورد فریزهایی که با آرایشهای دیگر، مانند آرایش دو منشور تشکیل می‌شوند، صادق است. اما در حالت فعلی، با توجه به شکل ۱۳-۱۴ ملاحظه خواهد شد که در حالتی که پرتو ۱ در معرض یک بازتابش داخلی در صفحه  $G_1$  قرار می‌گیرد، پرتو ۲ در خارج آن باز می‌تابد که نتیجه تغییر فاز آن است [معادله (۱۴-۴)]. به این جهت، فریز مرکزی، چنانچه سطح پستی  $G_1$  نقره‌اندود نباشد، تاریک است. اگر این سطح نقره‌اندود باشد، شرایط فرق خواهند کرد و فریز مرکزی ممکن است سفید باشد.

### ۱۳-۱۲ وضوح فریزها

سه نوع اساسی اندازه‌گیری با تداخل سنج انجام می‌گیرد: (۱) پهنا و ساختار ریز خطوط طیفی؛ (۲) طولها یا جابه‌جاییها برحسب طول موجهای نور؛ و (۳) ضرایب شکست. چنان‌که در بخش گذشته شرح دادیم، هرگاه گستردگی مشخصی در طول موجهای منبع نور پیش بیاید، فریزها تفکیک‌ناپذیر می‌شوند و با افزایش اختلاف مسیر، احتمالاً ناپدید خواهند شد. در نور سفید، هرگاه  $d$  فقط چند طول موج باشد فریزها قابل رؤیت نیستند، حال آن‌که فریزهای دایره‌ای حاصل از نور یک تک‌خط طیفی، بعد از اینکه آینه را چند سانتیمتری حرکت دادیم، باز هم دیده می‌شود. ولی، نظر به اینکه هیچ خطی کاملاً تیز نیست، طول موجهای جزئی مختلف فریزهایی با فواصل اندک متفاوتی تولید می‌کنند، به این سبب در این مورد هم برای اختلاف مسیر به‌کار رفته حد وجود دارد. برای اندازه‌گیریهای طول، که در زیر آنها را توصیف خواهیم کرد، مایکلسون خطوط طیفی منابع گوناگون را امتحان کرد و به این نتیجه رسید که یک خط قرمز مشخص در طیف کادمیم بسیار رضایتبخش است. وی وضوح را اندازه‌گیری کرد، که بنابر تعریف عبارت است از:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (۹-۱۳)$$





شکل ۱۳-۱۹ تعیین اختلاف راه حدی به وسیله طول بسته‌های موج.

در اینجا  $I_{\max}$  و  $I_{\min}$  حداکثر و حداقل شدت در نقش فریزی هستند. هر قدر  $V$  با افزایش اختلاف مسیر کندتر کاهش یابد، خط طیفی تیزتر می‌شود. با خط قرمز کادمیم، در اختلاف مسیر ۱۰ سانتیمتری، یا در  $d = 5\text{cm}$ ، قابلیت رؤیت  $V$  به ۵٪ کاهش یافت.

در برخی خطوط، وضوح (قابلیت دید) به‌طور یکنواخت کاهش پیدا نمی‌کند، بلکه نوسان دارد که کمابیش منظم است. این رفتار نشان می‌دهد که خط طیفی دارای ساختار ریز، یعنی متشکل از دو یا چند خط بسیار نزدیک به‌همدیگر است. مثلاً دیده می‌شود که در نور سدیم، وقتی فریزهای ناشی از دو خط  $D$ ، همگام یا ناهمگام شوند، فریزهای آن به تناوب واضح و تیره می‌شوند. تعداد فریزهای مابین دو موضع متوالی در حداکثر وضوح در حدود ۱۰۰۰ است و نشان می‌دهد که اختلاف نسبی طول موجها تقریباً یک قسمت در هزار است. در موارد پیچیده‌تر، فاصله و شدتهای مؤلفه‌ها را می‌توان به‌کمک آنالیز فوریه منحنیهای وضوح (قابلیت دید) تعیین کرد. نظریه اینکه این روش استنباط ساختار خطوط را اکنون روشهای مستقیمتری، که در فصل آینده به توصیف آنها خواهیم پرداخت، کنار زده‌اند، از بحث تفصیلی آن در اینجا چشم می‌پوشیم.

ملاحظه‌ای دیگر تفسیر و توجیه حذف نهایی تداخل در مقادیر بزرگ اختلاف مسیر در این مرحله آموزنده است. در بخش ۱۲-۶ نشان دادیم که گستره‌ای متناهی از طول موجها متناظر است با بسته‌های موج با طول محدود، طولی که با بزرگتر شدن گستره، کاهش می‌یابد. از این رو، وقتی دو باریکه در تداخل سنج فواصلی را می‌پیمایند که بیش از طول بسته‌های انفرادی اختلاف دارند، این دو باریکه دیگر روی هم نمی‌افتند و هیچ تداخلی میسر نیست. نمودار وضعیت ناظر بر ناپدید شدن فریزها را در شکل ۱۳-۱۹ مشاهده می‌کنید. دامنه بسته‌موج اولیه  $P$ ، در  $G_1$  تقسیم می‌شود،

به طوری که دو بسته مشابه به وجود می‌آیند:  $P_1$  که به سوی  $M_1$  و  $P_2$  که به سوی  $M_2$  سیر می‌کند. وقتی این دو باریکه مجدداً یکی می‌شوند،  $P_2$  به فاصله  $2d$  نسبت به  $P_1$  تأخیر دارد. بدیهی است که اندازه‌گیری این اختلاف مسیر حدى تعیین مستقیم طول بسته امواج را مقدور می‌کند. این توجیه وقفه در تداخل، در نگاه اول، با توجیه قبلی متعارض به نظر می‌رسد. ولی بررسی مبانی آنالیز فوریه نشان می‌دهد که از نظر ریاضی این دو تفسیر و توجیه کاملاً هم‌ارزند و صرفاً راههایی متفاوت برای نمایش یک پدیده به شمار می‌روند.

### ۱۳-۱۳ اندازه‌گیری طول از طریق تداخل سنجی

مزیت عمده تداخل سنج به روش مایکلسون نسبت به سایر روشهای اولیه ایجاد تداخل، در این امر نهفته است که در اینجا، دو باریکه فاصله زیادی دارند و اختلاف مسیر را می‌توان به دلخواه با حرکت دادن آینه یا با دخالت دادن یک ماده نورشکن در یکی از باریکه‌ها، تغییر داد. متناظر با این دو طریق تغییر دادن مسیر اپتیکی، و کاربرد با اهمیت دیگر تداخل سنج وجود دارد. در این بخش اندازه‌گیری دقیق فاصله برحسب طول موج نور را مورد بحث قرار خواهیم داد، و اندازه‌گیری ضرایب شکست از طریق تداخل سنجی در بخش ۱۳-۱۵ توصیف خواهد شد.

وقتی مکان آینه  $M_1$  در شکل ۱۳-۱۴ به آرامی از یک موضع به موضع دیگر تغییر داده می‌شود، شمارش تعداد فریزهایی از نور تکرنگ که از مرکز میدان دید می‌گذرند، معیاری از فاصله طی شده به وسیله آینه برحسب  $\lambda$  خواهد بود، زیرا در معادله (۱۳-۸)، برای مکان  $d_1$  متناظر با فریز روشن مرتبه  $m_1$ ، داریم

$$2d_1 = m_1 \lambda$$

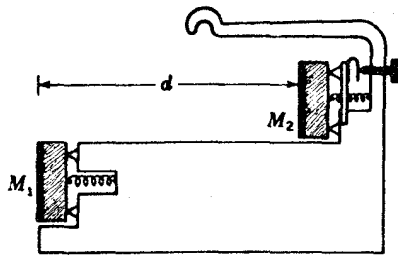
و برای  $d_2$  که فریز روشن مرتبه  $m_2$  را به دست می‌دهد:

$$2d_2 = m_2 \lambda$$

از تفاضل این دو معادله، می‌رسیم به:

$$d_1 - d_2 = (m_1 - m_2) \frac{\lambda}{2} \quad (13-10)$$

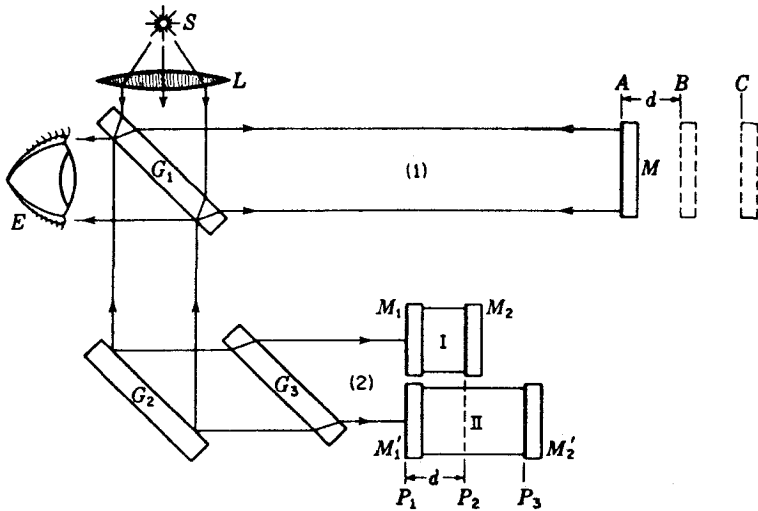
به این ترتیب، فاصله طی شده برابر است با تعداد فریزهای شمارش شده ضرب در نصف طول موج. البته لازم نیست فاصله‌ای که اندازه‌گیری می‌شود با یک ضریب صحیحی از نصف طول موجها



شکل ۱۳-۲۰ یکی از نه اتالن مورد استفاده مایکلسون در مقایسه دقیق طول موج نور با متر استاندارد.

متناظر باشد. اجزای کسری یک جابه‌جایی برحسب فریز کامل به‌آسانی می‌تواند تا یک دهم یک فریز، و چنانچه مهارت به‌خرج دهیم، تا یک‌پنجاهم تخمین زده شود. در این صورت، عدد اخیر فاصله را با دقت یک‌صدم طول موج و یا  $5 \times 10^{-7} \text{m}$  در رنگ سبز، به‌دست می‌دهد.

تداخل‌سنج مایکلسون که در آن یک میکروسکوپ روی حامل متحرک  $M_1$  نصب شده است، بارها برای اندازه‌گیری طول موج نور در آزمایشگاهها به‌کار می‌رود. میکروسکوپ را روی یک صفحه مدرج شیشه‌ای ظریف تنظیم می‌کنند، و تعداد فریزهای  $m_1 - m_2$  که در فاصله دو قرائت روی درجه‌بندی،  $d_1$  و  $d_2$ ، از آینه می‌گذرند،  $\lambda$  را به‌دست می‌دهد (معادله ۱۳-۱۰). خمیدگی یک باریکه، یا حتی یک دیوار آجری تحت فشار دست، را می‌توان با وصل کردن آینه  $M_1$  به آنها مرئی کرد و اندازه گرفت. مهم‌ترین اندازه‌گیری انجام گرفته با تداخل‌سنج، مقایسه متر اصلی در پاریس با طول‌موجهای خطوط قرمز پرننگ، سبز، و آبی کادمیم توسط مایکلسون و بنویت بوده است. به دلایلی که در بخش گذشته آمد، شمارش مستقیم تعداد فریزها در جابه‌جایی آینه متحرک از یک سر به سر دیگر متر اصلی ناممکن می‌بود. بنابراین، به‌جای متر اصلی از نه طول استاندارد واسطه (اتالن) هر کدام به طول دو برابر دیگری، مطابق شکل ۱۳-۲۰، استفاده شده است. دو تا از کوتاهترین اتالنها در ابتدا روی یک تداخل‌سنج با طراحی خاصی (شکل ۱۳-۲۱)، که میدان دید آن چهار آینه  $M_1$ ،  $M_2$ ،  $M_1'$  و  $M_2'$  را پوشش می‌دهد، نصب می‌شوند. به‌کمک فریزهای نور سفید، مطابق شکل، فواصل چشم از  $M$  و  $M_1$  و  $M_1'$  مساوی گرفته می‌شود. با قرار دادن نور یکی از خطوط کادمیم به‌جای نور سفید،  $M$  به آرامی از  $A$  به  $B$  برده می‌شود و ضمن آن تعداد فریزهایی که از صلیب موین (تار رتیکول) میکروسکوپ می‌گذرند، شمارش می‌شود و تا مدتی ادامه می‌یابد که  $M$  به موضع  $B$  برسد، که دقیقاً هم‌سطح  $M_2$  بود و ظهور فریزهای نور سفید در آینه بالایی اتالن کوتاهتر مؤید این امر است. سپس جزء کسری افزودنی به یک عدد صحیح که برای رسیدن به موضع فوق لازم بود، تعیین می‌شود و به‌این ترتیب فاصله  $M_1 M_2$  برحسب طول موج اختیار شده به‌دست می‌آید. سپس اتالن کوتاهتر به‌اندازه طول خودش حرکت داده می‌شود، بدون اینکه فریزها شمارش



شکل ۱۳-۲۱ تداخل سنج خاص مایکلسون که در مقایسه دقیق طول موج نور با متر استاندارد به کار گرفته شد.

شوند، تا اینکه فریزهای نور سفید دوباره در  $M_1$  پدیدار شوند. در آخر هم،  $M$ ، وقتی فریزهای نور سفید در  $M_2$  و همچنین در  $M_1$  ظاهر می‌شوند، به  $C$  برده می‌شود. جابه‌جایی اضافی لازم برای هم‌صفحه کردن  $M$  با  $M_2$  برحسب فریزهای کادمیم اندازه‌گیری می‌شوند، و به این ترتیب تعداد دقیق طول موجها در اتالن درازتر به دست می‌آید. نتیجه هم به نوبه خود با طول یک اتالن سوم که به تقریب دو برابر طول دومی را داشت، با همان فرایند، مقایسه می‌شود.

طول بزرگترین اتالن  $10^6$  cm بوده است. این اتالن در مرحله نهایی طی چند نوبت با تنظیم فریزهای نور سفید در آینه‌های بالایی و پایینی، با متر نمونه مقایسه شده است و هر بار اتالن را به اندازه طول خود حرکت داده‌اند. این کار ده بار تکرار شده و خط نشانه اتالن را تقریباً با خط دوم نشانه متر استاندارد منطبق کرده است و اختلاف جزئی، با شمارش فریزهای کادمیم تعیین شده است. مراتب ده‌گانه متضمن خطای مجموع است که در مقایسه بین اتالنی وارد نمی‌شود؛ با این همه، مقدار خطا کمتر از عدم قطعیت در انطباق نشانه‌ها بوده است.

نتایج نهایی برای سه خط طیفی کادمیم به این شرح بوده‌اند:

خط قرمز	$\lambda = 6438,4722 \text{ \AA}$	یا $1553163,051$	= یک متر
خط سبز	$\lambda = 5085,8240 \text{ \AA}$	یا $1966249,718$	= یک متر
خط آبی	$\lambda = 4799,9107 \text{ \AA}$	یا $2083372,118$	= یک متر

به این ترتیب، نه تنها متر اصلی طی این اندازه‌گیری برحسب چیزی تعیین می‌شود که بنا به

اعتقادمان یک واحد نامتغیر، یعنی طول موج نور، است، بلکه همچنین محاسبه مطلق طول موج سه خط طیفی که خط قرمزشان در حال حاضر استاندارد درجه یک در طیف‌سنجی است، به دست می‌آیند. جدیدترین اندازه‌گیریها برحسب خط نارنجی طیف کریبتون صورت گرفته است (بخش ۱۴-۱۱). اکنون در سطح بین‌المللی توافق شده است که در هوای خشک جوی در  $15^{\circ}\text{C}$  و فشار  $760$  میلی‌متر جیوه، خط نارنجی کریبتون دارای این طول موج است:

$$\lambda_0 = 605780211 \text{ \AA}$$

این طول موج در همایش عمومی اوزان و مقادیر در پاریس در تاریخ ۱۴ اکتبر ۱۹۶۰ برای تعریف استاندارد قانونی طول اختیار شده است و، بنا بر تعریف، عبارت است از:

یک متر = یک میلیون و ششصد و پنجاه هزار و هفتصد و شصت و سه میز هفتاد و سه  $165076373$  برابر طول موج خط نارنجی کریبتون.

### ۱۳-۱۴ تداخل‌سنج‌های تویمان و گرین

هرگاه بر تداخل‌سنج مایکلسون باریکه‌ای نور دقیقاً تک‌رنگ موازی، ناشی از یک منبع نقطه‌ای در کانون اصلی یک عدسی کاملاً تصحیح شده بتابانیم، به یک وسیله نیرومند برای آزمون کمال مطلوب قطعات اپتیکی، چون منشورها و عدسیها، تبدیل می‌شود. قطعه مورد آزمون را در مسیر یکی از باریکه‌های نور قرار می‌دهند، و آینه پشت آن را چنان اختیار می‌کنند که امواج بازتابیده، پس از پیمودن قطعه آزمونی برای بار دوم، دوباره تخت شوند. آنگاه این امواج را با امواج تخت از بازوی دیگر تداخل‌سنج به وسیله عدسی دیگری که چشم در کانون آن قرار دارد، وادار به تداخل می‌کنند. اگر منشور، یا عدسی از نظر اپتیکی کامل باشند، به طوری که امواج بازگشتی دقیقاً تخت باشند، میدان دید به طور یکنواخت روشن دیده خواهد شد. ولی هر نوع تغییر موضعی مسیر اپتیکی، در جزء متناظر میدان دید فریزهایی تولید خواهد کرد، که علی‌الاصول عبارت‌اند از: خطوط کناری جبهه موج واپیچیده. حتی چنانچه سطوح خارجی قطعه آزمونی به نحو صحیحی ساخته شده باشند، ممکن است شیشه مورد استفاده دارای مناطقی باشد که اندکی کمتر یا بیشتر چگال‌اند. اینها را می‌توان به کمک تداخل‌سنج تویمان و گرین آشکارسازی و به کمک صیقل دادن موضعی سطح آن را اصلاح کرد.

### ۱۳-۱۵ تعیین ضریب شکست به کمک روشهای تداخل

هرگاه ماده‌ای با ضخامت  $t$  و ضریب شکست  $n$  در مسیر یکی از دو باریکه تداخل‌کننده تداخل‌سنج قرار داده شود، مسیر اپتیکی این باریکه افزایش می‌یابد، زیرا نور در این ماده سرعت کمتری دارد

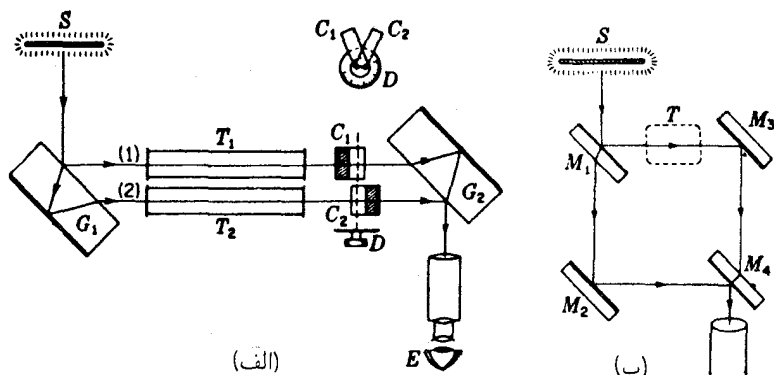
و در نتیجه طول موجش کوتاهتر است. حال مسیر اپتیکی [معادله (۱-۲°)] درون محیط ماده عبارت است از  $mt$ ، در صورتی که در همان ضخامت از هوا ( $n = 1$ ) این مسیر عملاً  $t$  بود. بنابراین، افزایش راه نوری ناشی از ورود ماده، عبارت خواهد شد از  $(n-1)t$ \*. این افزایش مسیر،  $(n-1)t/\lambda$  جبهه موج اضافی در مسیر یکی از باریکه‌ها وارد خواهد کرد؛ به این ترتیب، اگر تعداد فریزهایی را  $\Delta m$  بنامیم که به اندازه آنها سیستم فریزی با ورود ماده در مسیر باریکه جابه‌جا شده است، داریم:

$$(n-1)t = (\Delta m)\lambda \quad (11-13)$$

به این ترتیب، اندازه‌گیری  $\Delta m$ ،  $t$  و  $\lambda$ ، علی‌الاصول مبنایی برای تعیین  $n$  فراهم می‌آورد. اما در عمل، قرار دادن صفحه شیشه‌ای در مسیر یکی از باریکه‌ها، جابه‌جایی ناپیوسته‌ای در فریزها ایجاد می‌کند، چنانکه تعداد  $\Delta m$  را نمی‌توان شمرد. در فریزهای تکرنگ، تشخیص اینکه کدام فریز در مجموعه جابه‌جا شده، با یکی از فریزها در سیستم اصلی متناظر است، ناممکن خواهد بود. در نور سفید، جابه‌جایی فریزهای رنگ به رنگ خیلی متفاوت است، زیرا  $n$  با طول موج تغییر می‌کند و فریزها کلاً ناپدید می‌شوند. این امر، ضرورت درج صفحه موازنه  $G_2$  در تداخل‌سنج مایکلسون را، چنانچه فریزهای نور سفید باید مشاهده شوند، آشکار می‌کند. هرگاه صفحه شیشه‌ای خیلی نازک باشد، امکان دارد که این فریزها هنوز قابل رؤیت باشند، و این امر مستلزم یافتن روشی برای اندازه‌گیری  $n$  در لایه‌های بسیار نازک است. در قطعات ضخیمتر، روش عملی از این قرار است که از دو صفحه هم‌ضخامت بهره می‌گیرند، که هر کدام در مسیر یکی از باریکه‌ها قرار گیرند، و یکی از آنها را حول محور قائمش به تدریج بچرخانیم، و تعداد فریزهای تکرنگ را به ازای یک زاویه چرخش معین بشماریم. در این صورت، این زاویه متناظر است با افزایش معینی در ضخامت مؤثر. برای اندازه‌گیری ضریب شکست گازها، که می‌توان آنها را به تدریج با جاری کردن گاز در یک لوله تخلیه شده در مسیر باریکه قرار داد، روش تداخل عملی‌ترین روش به‌شمار می‌آید. اشکال گوناگون وسایل اندازه‌گیری ضریب شکست که از میان آنها سه‌گونه جامین، ماخ-زندر، و ریلی را توصیف خواهیم کرد، خاصه برای این منظور ساخته شده‌اند.

طرح نموداری تداخل‌سنج جامین را در شکل ۱۳-۲۲ (الف) مشاهده می‌کنید. نور تکرنگ از منبع پهن  $S$ ، به دو باریکه موازی ۱ و ۲ و از طریق بازتابش در دو وجه موازی یک بلوک شیشه‌ای  $G_1$ ، تقسیم می‌شود. این دو باریکه به بلوک شیشه‌ای  $G_2$ ، مشابه  $G_1$ ، می‌رسند و پس از عبور و بازتابش از سطح پشتی آن، دوباره ترکیب می‌شوند و فریزهای تداخلی معروف به فریزهای بروستر

\* در تداخل‌سنج مایکلسون، که در آن پرتو در حرکت رفت‌وبرگشتی خود دوبار از داخل ماده عبور می‌کند،  $t$  دو برابر ضخامت واقعی است.



شکل ۱۳-۲۲ (الف) تداخل سنج جامین؛ و (ب) تداخل سنج ماخ-زندر.

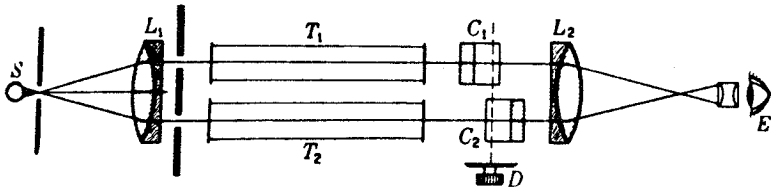
را تشکیل می دهند (بخش ۱۴-۱۱). حال اگر این بلوکها موازی باشند، مسیر نور یکسان خواهد بود. به عنوان یک آزمایش، فرض کنیم می خواهیم ضریب شکست گاز مشخصی را در دماها و فشارهای مختلف اندازه بگیریم. دو لوله مشابه تخلیه شده  $T_1$  و  $T_2$  با طول مساوی را در مسیر دو باریکه متوازی قرار می دهیم. گاز را به آرامی به لوله  $T_2$  وارد می کنیم. اگر تعداد  $\Delta m$  فریزی که میدان دید را قطع می کنند، در شرایط دما و فشار مطلوب شمارش کنیم، می توان مقدار  $n$  را با بهره گیری از معادله (۱۳-۱۱) به دست آورد. در آزمایش معلوم شده است که در یک دمای معین، مقدار  $n - 1$  با فشار گاز تناسب مستقیم دارد. این بیان حالت خاصی از قانون لورنتس-لورنتس\* است که بنابر آن:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = (n - 1) \frac{n + 1}{n^2 + 2} = \text{cont.} \times \rho \quad (12-13)$$

که در آن  $\rho$  چگالی گاز را نشان می دهد. هرگاه  $n$  بسیار نزدیک به واحد باشد، ضریب  $\frac{(n+1)}{(n^2+2)}$  تقریباً مقدار ثابتی است که لازمه مشاهده تجربی فوق است.

تداخل سنجی که ماخ و زندر طراحی کردند و در شکل ۱۳-۲۲ (ب) مشاهده می کنید، آرایش مشابهی برای مسیرهای دو باریکه دارد، ولی فاصله شان از همدیگر بیشتر است. نقش بلوکهای

\* ه. آ. لورنتس (۱۸۵۳-۱۹۲۸) H. A. Lorentz. سالهای متعادی استاد فیزیک دانشگاه لیدن در هلند بوده است. در سال ۱۹۰۲ به خاطر کارهایش در زمینه روابط میان نور، مغناطیس، و ماده برنده جایزه نوبل شد. در زمینه های دیگر فیزیک نیز سهم به سزایی ایفا کرده است. مسافرت های زیادی کرد، و شخصیت گیرا و رفتار دوستانه اش، او را میان همگان محبوب و معروف کرد. شگفت اینکه ل. لورنتس L. Lorentz از شهر کپنهاگ-دانمارک، قانون فوق را از روی نظریه کشسانی، چند ماه قبل از اینکه لورنتس آن را از روی نظریه الکترومغناطیس استنتاج کند، به دست آورده بود.



شکل ۱۳-۲۳ شکست سنج ریلی.

شیشه‌ای در دستگاه جامین را در اینجا به دو جفت آینه واگذار کرده‌اند؛ زوج  $M_1$  و  $M_2$ ، کار  $G_1$  و زوج  $M_3$  و  $M_4$  کار  $G_2$  را انجام می‌دهند. سطح اول  $M_1$  و سطح دوم  $M_2$ ، نیم نقره‌اند و دند. هر چند که تنظیم تداخل سنج مایخ-زندر مشکلتز است، ولی این تداخل سنج فقط برای مطالعه تغییرات اندک ضریب شکست در مساحت‌های بزرگتر مناسب است، و مثلاً در اندازه‌گیری الگوهای شارش در تونلهای بادی (بخش ۲۸-۱۴) مورد استفاده قرار می‌گیرد. برخلاف وضعیت حاکم بر تداخل سنج مایکلسون، نور در منطقه‌ای مانند  $T$  در شکل، فقط در یک جهت سیر می‌کند، و این مطلب مطالعه تغییرات موضعی در مسیر اپتیکی، در آن منطقه را آسان می‌کند.

هدف از تعبیه صفحات موازنه  $C_1$  و  $C_2$  در شکل‌های ۱۳-۲۲ (الف) و ۱۳-۲۳ تسریع اندازه‌گیری ضریب شکست است. با چرخاندن همزمان دو صفحه با ضخامت یکسان به وسیله دکمه‌ای که به صفحه مدرج  $D$  نصب شده است، یکی از مسیرهای نور کوتاهتر و دیگری درازتر می‌شود. به این سبب، این قسمت می‌تواند در اختلاف مسیر در دو لوله موازنه برقرار کند. صفحه مدرج را، چنانچه قبلاً برای شمارش فریزها مدرج شده باشد، می‌توان چنان ترتیب داد که ضریب شکست را مستقیماً نشان دهد. حساسیت این قسمت را می‌توان به دلخواه تغییر داد؛ حساسیت زیاد هنگامی حاصل می‌شود که زاویه میان دو صفحه کوچک باشد، و حساسیت اندک وقتی است که زاویه بزرگ باشد.

در تداخل سنج (شکست سنج) ریلی\* (شکل ۱۳-۲۳) نور تکرنگ از یک منبع خطی  $S$  به کمک عدسی  $L_1$  موازی‌سازی، و توسط دو شکاف پهن به دو باریکه شکافته می‌شود. بین این باریکه‌ها پس از گذشتن از میان دو لوله دقیقاً مشابه و صفحات موازنه، به کمک عدسی  $L_2$  تداخل برقرار می‌کنند. این‌گونه شکست سنج غالباً برای اندازه‌گیری اختلافات اندک ضریب شکست در مایعات و محلولها به کار گرفته می‌شود.

\* لرد ریلی Lord Rayleigh (۱۸۴۲-۱۹۱۹) استاد فیزیک دانشگاه کمبریج و انستیتو سلطنتی بریتانیای کبیر بود. با نبوغ ریاضی و بیش فیزیکی گسترده، سهم مهمی در بسیاری از زمینه‌های فیزیک ایفا کرده است. معروفترین کارهای وی در زمینه صوت و پراکندگی نورند. (بخش ۲۲-۹) او یکی از برندگان جایزه نوبل در سال ۱۹۰۴ بود.



۱۳-۱. آزمایش دو شکاف یانگ را با استفاده از نور نارنجی لامپ کریتون انجام می‌دهیم. هرگاه فریزها را به کمک یک چشمی میکرومتری در فاصله  $10^{\circ}\text{cm}$  از دو شکاف اندازه بگیریم، ملاحظه می‌کنیم که ۲۵ فریز فاصله  $12.87\text{mm}$  از مرکز تا مرکز را اشغال می‌کنند. پیدا کنید فاصله میان دو مرکز شکافها را. جواب:  $1.297\text{mm}$

۱۳-۲. یک دو شکاف به فاصله  $250^{\circ}\text{mm}$  از مراکزشان با نور سبز لامپ کادمیم برتابیده می‌شود. در چه فاصله‌ای از پشت شکافها باید فاصله فریزها را اندازه‌گیری کنیم تا  $8^{\circ}\text{mm}$  فاصله از مرکز تا مرکز آنها به دست آید؟

۱۳-۳. هرگاه یک فیلم نازک از جنس پلاستیک شفاف را روی یکی از دو شکاف یانگ قرار دهیم، فریز روشن مرکزی در یک سیستم فریزی از نور سفید، به اندازه  $4.5^{\circ}$  فریز جابه‌جا می‌شود. ضریب شکست ماده پلاستیکی  $1.48$ ، و طول موج مؤثر نور  $550^{\circ}\text{Å}$  است. (الف) این لایه نازک مسیر اپتیکی را چقدر افزایش می‌دهد؟ (ب) ضخامت لایه نازک چقدر است؟ (ج) اگر این ضخامت  $1^{\circ}\text{mm}$  می‌بود، چه چیزی مشاهده می‌شد؟ (د) چرا؟

۱۳-۴. آزمایش آینه لوید را می‌توان با میکروموج و با استفاده از یک ورقه فلزی به عنوان بازتابنده که روی میزی قرار دارد، به آسانی نمایش داد. هرگاه بسامد منبع موج  $1200^{\circ}\text{MHz}$  باشد و در فاصله  $10^{\circ}\text{cm}$  در بالای ورقه فلزی قرار گیرد. ارتفاع نخستین، دو ماکزیموم در  $3^{\circ}$  متری منبع را نسبت به سطح ورقه فلزی پیدا کنید.

جواب: (الف)  $18.75^{\circ}\text{cm}$ ، (ب)  $56.25\text{cm}$   
توجه: تغییر فازی به اندازه  $\pi$  در هنگام بازتابش روی می‌دهد (بخش ۱۳-۶).

۱۳-۵. یک دو منشور فرنل برای کاربرد روی میز اپتیکی باید چنان طراحی شود که پرده مشاهده در  $18^{\circ}$  سانتیمتری آن واقع شود. فاصله دو منشور از شکاف  $6^{\circ}$  سانتیمتر است. اگر ضریب شکست شیشه به کار رفته  $n = 1.52$ ، نور به کار رفته، نور زرد سدیم، و فاصله فریزها  $1^{\circ}\text{mm}$  باشد، زاویه میان دو سطح شکننده دو منشور چقدر باید گرفته شود؟

۱۳-۶. یک دو منشور فرنل با ضریب شکست  $1.732$  و زوایای رأس  $85^{\circ}$  برای تشکیل فریزهای تداخلی به کار گرفته می‌شود. اگر فاصله میان شکاف و دو منشوری  $25^{\circ}\text{cm}$ ، و فاصله میان دو منشور و پرده  $75^{\circ}\text{cm}$  باشد، فاصله فریزهای نور قرمز به طول موج  $6563^{\circ}\text{Å}$  را پیدا کنید.

۱۳-۷. در دو آینه فرنل که از نور سدیم فریزهایی به فاصله  $1\text{mm}$  تولید می‌کند، فاصله

شکاف تا تقاطع دو آینه  $40^\circ \text{cm}$ ، و فاصله پرده تا شکاف  $150^\circ \text{cm}$  است. اگر طول موج را  $\lambda = 5893 \times 10^{-5} \text{cm}$  بگیریم، زاویه میان دو آینه برحسب درجه چقدر است؟  
 جواب:  $6331^\circ$ .

۸-۱۳ در تداخل سنج مایکلسون برای اینکه  $250^\circ$  فریز خط قرمز کادمیم از مرکز میدان دید عبور کنند، آینه متحرک چقدر باید جابه‌جا شود؟

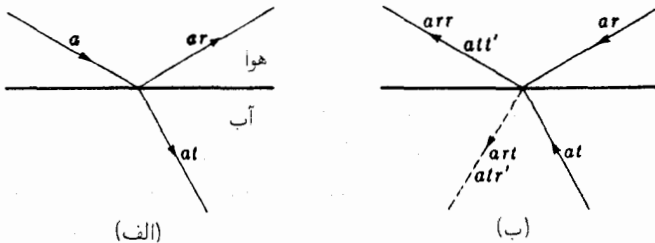
۹-۱۳ اگر آینه تداخل سنج مایکلسون را به اندازه  $10^\circ \text{mm}$  جابه‌جا کنیم، چند فریز خط آبی کادمیم که از مرکز میدان دید عبور می‌کنند، شمارش می‌شود؟

۱۰-۱۳ در یک تداخل سنج مایکلسون، شعاع زاویه‌ای دهمین فریز روشن چقدر است، اگر اختلاف مسیر مرکزی ( $2d$ ): (الف)  $150^\circ \text{mm}$ ؛ و (ب)  $15^\circ \text{cm}$  باشد. فرض کنید که نور نارنجی لامپ کریبتون به‌کار گرفته شده است و تداخل سنج چنان تنظیم شده که در هر حالت نخستین فریز روشن یک ماکزیموم در مرکز الگوی تداخلی تشکیل می‌دهد.

جواب: (الف)  $4885^\circ$ ؛ و (ب)  $1542^\circ$ .

## تداخلهای مشتمل بر بازتابهای چندگانه

برخی از زیباترین آثار تداخل از بازتابش چندگانه نور مابین دو سطح یک لایه نازک ماده شفاف ناشی می‌شوند. تولید و مشاهده این آثار مستلزم هیچ دستگاه خاصی نیست و هر کس که به رنگهای نمایش‌یافته به‌وسیله لایه‌های روغنی بر روی آب، حبابهای صابون، و محل شکستگی یک قطعه شیشه توجه کرده باشد، با این آثار آشناست. تحقیق درباره این دسته تداخل را از بررسی حالتی تا اندازه‌ای آرمانی بازتابش و شکست در مرز جدایی محیطهای اپتیکی متفاوت آغاز



شکل ۱۴-۱ نحوه برخورد استوکس به بازتابش.

می‌کنیم. در شکل ۱۴-۱ (الف) یک پرتو نور در هوا یا خلأ را در حین فرود سطح تخت یک محیط شفاف نظیر آب با  $a$  نشان داده‌ایم. پرتوهای بازتابیده و شکسته را هم، به ترتیب، با  $ar$  و  $at$  مشخص کرده‌ایم.

یکی از سؤالهای جالب، از دیدگاه اپتیک فیزیکی، مربوط به امکان تغییر فاز ناگهانی امواج در هنگام بازتابیدنشان از مرز جدایی است. در یک مرز مشخص، چنان‌که اکنون نشان خواهیم داد، نتیجه بازتابش بسته به اینکه امواج از محیطی فرا می‌رسند که در آن سرعتشان بیشتر یا کمتر است، متفاوت خواهد بود. حال، نماد  $a$  در سمت چپ شکل ۱۴-۱ را نمایانگر دامنه (و نه شدت) یک دسته از امواج قرار می‌دهیم که به سطح مرزی می‌رسند،  $r$  را بخشی از دامنه که باز می‌تابد، و  $t$  را بخشی که از آن می‌گذرد، می‌گیریم. دامنه‌های این دو بخش، مطابق شکل، به ترتیب،  $ar$  و  $at$  خواهند بود. اکنون، براساس راهکار منسوب به استوکس\*، فرض می‌کنیم که جهت دو بخش یاد شده، چنان‌که در قسمت (ب) شکل نشان داده‌ایم، برعکس شود. به شرط اینکه اتلاف انرژی از طریق جذب در میان نباشد، حرکت موجی پدیده‌ای کاملاً برگشت‌پذیر است. در این حالت، قانون مکانیک، به نام اصل برگشت‌پذیری، صدق می‌کند و بر مبنای آن وارونی لحظه‌ای همه سرعتها در یک سیستم دینامیکی باعث می‌شود که سیستم کلیه حرکت قبلی خود را در مسیر قبلی تکرار کند. اینکه مسیر پرتوهای نور با این اصل سازگاری دارند، قبلاً هم در بخش ۱-۸ بیان شده است. دو قطار موج بازگشتی، با دامنه‌های  $ar$  و  $at$  بر این مینا باید پس از رسیدن به سطح مرزی، موجی را در هوا به صورت اثر خالص ایجاد کنند که دامنه آن برابر دامنه موج فرودی در قسمت (الف)، ولی در پیمایش جهت مخالف باشد. موج با دامنه  $ar$ ، در نتیجه بازتابش، موج با دامنه  $arr$ ، و در نتیجه شکست، موج با دامنه  $art$  را پدید می‌آورد. هرگاه  $r'$  و  $t'$  کسرهایی از دامنه بازتابیده و شکسته در هنگام رسیدن موج بازگشتی  $at$  از پایین باشند، دامنه‌های  $att'$  و  $atr'$  را به دو موجی که بیشتر از آنها یاد کردیم، می‌افزایند. حال نظر به اینکه اثر برآیند باید تنها از یک موج در هوا با دامنه  $a$  تشکیل شده باشد، داریم

$$att' + arr = a \quad (۱-۱۴)$$

$$art + atr' = 0 \quad (۲-۱۴)$$

\* سر جورج استوکس Sir George Stokes (۱۸۱۹-۱۹۰۳) ریاضیدان و فیزیکدان همه فن حریف، فارغ‌التحصیل از کالج پمبرک (Pembroke) در کبریج و پشاهنگ تحقیق برهم‌کنش نور با ماده است. به‌خاطر وضع قوانین فلوتورسانی و آهنگ سقوط اجسام کروی در مایعات چسبنده نامبردار است. روش به‌کارگرفته شده در این قسمت از مقاله زیر استخراج شده است:

معادله دوم حاکی از آن است که دو موج فرودی هیچ آشفستگی خالص در سمت آب مرز جدایی ایجاد نخواهند کرد. از معادله (۱۴-۱) می‌رسیم به:

$$tt' = 1 - r'^2 \quad (3-14)$$

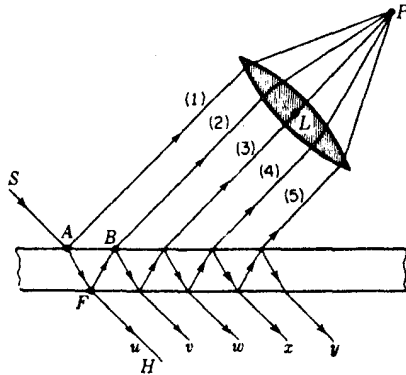
و از معادله (۱۴-۲) خواهیم داشت:

$$r' = -r \quad (4-14)$$

ممکن است در وهله اول چنین به نظر رسد که معادله (۱۴-۳) را می‌توانستیم با استفاده از این نکته به دست آوریم که شدتها با مجذور دامنه‌ها متناسب‌اند، و معادله  $r'^2 + t'^2 = 1$  را براساس پایستگی انرژی بنویسیم. از اینجا فوراً به دست می‌آوریم:  $t = t'$ . ولی، این نتیجه، به دو دلیل، صحیح نیست: (۱) گرچه تناسب شدت با مجذور دامنه در مورد نوری که در یک تک محیط منتشر می‌شود صادق است، ولی گذر به یک محیط متفاوت، ضریب شکست آنرا در محاسبه شدت دخالت می‌دهد؛ (۲) این شدتها نیستند که در مورد آنها باید قانون پایستگی را به کار بست، بلکه آنرا درباره انرژیهای کل باریکه‌ها باید به کار گرفت. اگر تغییری در پهنای یک باریکه صورت گیرد چنان‌که در شکست رخ می‌دهد، باید آنرا هم به حساب آورد.

رابطه دوم از معادلات استوکس (۱۴-۴)، نشان می‌دهد که بازتابندگی یا کسری از شدت بازتابیده، برای پرتو فرودی در هر دو طرف مرز یکسان است، زیرا علامت منفی در تربیع دامنه‌ها حذف می‌شود. ولی باید توجه کرد که امواج باید تحت زاویه‌هایی فرود آیند که با زوایای فرود و شکست متناظر باشند. اختلاف علامت دامنه‌ها در معادله (۱۴-۴) نمایانگر اختلاف فازی برابر با  $\pi$ ، مابین دو حالت است، زیرا تغییر علامت به معنای جابه‌جایی در خلاف جهت است. اگر در بازتاب از بالا تغییر فاز وجود نداشته باشد، باید در بازتاب از پایین تغییر فاز  $\pi$  به وجود آید؛ یا به همین ترتیب، اگر در بازتابش از پایین تغییر فازی پیش نیاید، باید در بازتاب از بالا تغییر فاز  $\pi$  وجود داشته باشد.

کاربرد اصل برگشت‌پذیری در مورد امواج نور، غالباً در مسائل اپتیکی بسیار سودمند است؛ مثلاً می‌توان معاوضه‌پذیری شیئی با تصویر آنرا فوراً اثبات کرد. نتیجه به دست آمده در خصوص تغییر فاز در بالا، به کاربردپذیری این اصل، یعنی به فقدان جذب بستگی ندارد، بلکه در مورد بازتابش از هر نوع مرز صادق است. این مطلب مربوط به مشاهده تجربی است که در بازتابش نور تحت شرایط بالا، تغییر فاز  $\pi$  هنگامی رخ می‌دهد که نور به مرز دو محیط از طرف سرعت



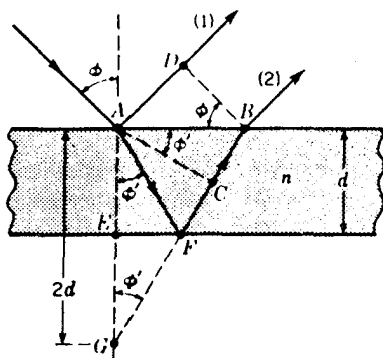
شکل ۱۴-۲ بازتابشهای متوالی در یک لایه نازک متوازی‌السطوح.

بیشتر وارد می‌شود،\* به طوری که از میان دو انتخاب یادشده در بالا، در این حالت، انتخاب دوم صحیح است. با تغییر فازی از همین نوع در بازتابش امواج مکانیکی ساده، مانند امواج عرضی در طول ریسمان مواجه می‌شویم. در اینجا، واکنش کشسان سر محکم ریسمان، بلافاصله یک قطار بازتابیده با فاز مخالف ایجاد می‌کند که در امتداد ریسمان به عقب برمی‌گردد. حالتی که در آن، هنگام گذر از مرز، سرعت افزایش می‌یابد، در بازتابش از سر آزاد ریسمان تأیید می‌شود. ریسمان در معرض یک جابه‌جایی قرار می‌گیرد که دو برابر مقداری است که اگر ریسمان در آنجا به انتها نرسیده بود، می‌داشت و بلافاصله شروع به گسیل یک موج در جهت خلاف می‌کند که دارای فاز یکسان با موج فرودی است.

## ۱۴-۱ بازتابش از یک لایه نازک متوازی‌السطوح

از منبع  $S$ ، یک پرتو نور بر سطح لایه نازکی در  $A$  (شکل ۱۴-۲) فرود می‌آید. بخشی از این پرتو به صورت پرتو ۱ باز می‌تابد، و بخشی در جهت  $AF$  می‌شکند. بخشی از این پرتو هم پس از رسیدن به  $F$ ، به سوی  $B$  باز می‌تابد و بخشی دیگر به سوی  $H$  می‌شکند. در  $B$ ، پرتو  $FB$  دوباره تقسیم می‌شود. تداوم این فرایند، به ایجاد دو دسته پرتو موازی، هر کدام در یک طرف لایه منجر می‌شود. بدیهی است که در هر یک از این دسته پرتوها، شدت از یک پرتو به پرتو بعدی به سرعت کاهش می‌یابد. حال چنانچه پرتوهای بازتابیده موازی توسط یک عدسی گردآوری و در نقطه‌ای مانند  $P$  متمرکز شوند، هر یک پرتو فاصله متفاوتی را طی کرده است، و روابط فازی می‌توانند

\* به توضیحات مربوط به آینه لویید در بخش ۱۳-۶ مراجعه شود.



شکل ۱۴-۳ اختلاف مسیر اپتیکی مابین دو پرتو متوالی در بازتابش چندگانه (شکل ۱۴-۱ را بنگرید).

به صورتی باشند که در  $P$  به تداخل ویرانگر یا سازنده منجر شوند. چنین تداخلهایی هستند که رنگهای لایه‌های نازک را هنگامی که با چشم غیرمسلح به آنها نگاه می‌کنیم ایجاد کرده‌اند. در چنین حالتی، جای  $L$  را عدسی چشم می‌گیرد، و  $P$  روی شبکه قرار می‌گیرد.

برای یافتن اختلاف فاز میان این پرتوها، باید نخست اختلاف مسیر نوری طی شده توسط یک زوج از این پرتوهای متوالی، مانند پرتو ۱ و ۲، را ارزیابی کنیم، در شکل ۱۴-۳،  $d$  ضخامت لایه،  $n$  ضریب شکست آن،  $\lambda$  طول موج نور و  $\phi$  و  $\phi'$  زوایای فرود و شکست هستند. اگر  $BD$  را عمود بر پرتو ۱ ترسیم کنیم، مسیرهای اپتیکی از  $D$  و  $B$  تا کانون عدسی مساوی خواهند شد. با شروع از نقطه  $A$ ، پرتو ۲ مسیر  $AFB$  را در لایه و پرتو ۱ مسیر  $AD$  را در هوا می‌پیماید. اختلاف این مسیرهای اپتیکی عبارت است از

$$\Delta = n(afb) - ad$$

اگر  $BF$  را امتداد دهیم که خط عمود  $AE$  را در  $G$  قطع کند، آنگاه  $af = gf$ ، زیرا زوایای فرودی و بازتابش در سطح پایتتر مساویند. پس،

$$\Delta = n(gb) - ad = n(gc + cb) - ad$$

حال،  $ac$  عمود بر  $fb$  ترسیم شده است، از این رو خط‌چینه‌های  $ac$  و  $db$  در موضع متوالی یک جبهه‌موج بازتابیده از سطح پایتتر را نشان می‌دهند. مسیرهای اپتیکی هر پرتو ترسیم شده

میان دو جبهه موج باید یکی باشند، از این رو می توان نوشت:

$$n(CB) = AD$$

پس، اختلاف مسیر به صورت زیر ساده می شود

$$\Delta = n(GC) = n(2d \cos \phi') \quad (5-14)$$

هرگاه این اختلاف مسیرها مضرب صحیحی از طول موج باشند، می توان انتظار داشت که پرتوهای ۱ و ۲ به صورت همفاز به کانون عدسی برسند و با یکدیگر یک ماکزیموم شدت تشکیل دهند. ولی، باید این امر را هم در نظر داشت که پرتو ۱ در بازتابش از سطح در معرض تغییر فاز  $\pi$  قرار می گیرد، ولی پرتو ۲ چنین نمی کند، زیرا بازتابش آن داخلی است. در این صورت، شرط:

$$\bullet \quad 2nd \cos \phi' = m\lambda \quad \text{می نیمومها} \quad (6-14)$$

تا آنجا که به پرتوهای ۱ و ۲ مربوط می شود، به شرط تداخل ویرانگر تبدیل می شود. کماکان،  $m = 0, 1, 2, \dots$  مرتبه تداخل است.

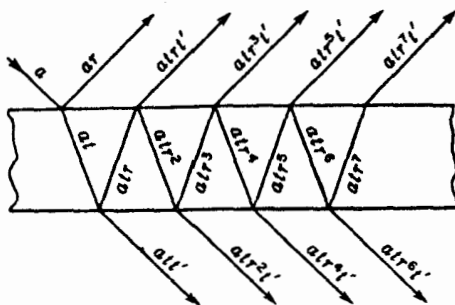
اکنون، فازهای باقیمانده پرتوهای ۳، ۴، ۵، ... را بررسی می کنیم. نظر به اینکه هندسه آنها یکی است، اختلاف مسیر میان پرتوهای ۳ و ۲ نیز از معادله (۵-۱۴) به دست می آید، اما در این مورد تنها بازتابشهای داخلی دخیل اند، به طوری که اگر معادله (۶-۱۴) برقرار باشد، پرتو ۳ دارای فازی یکسان با پرتو ۲ خواهد بود. همین امر در مورد همه زوجهای مشمول معادله فوق نیز صادق است، پس به این نتیجه می رسیم که تحت این شرایط، پرتوهای ۱ و ۲ ناهمفازند، ولی پرتوهای ۲، ۳، ۴، ... با یکدیگر همفاز خواهند بود. از سوی دیگر، اگر شرایط چنان باشد که:

$$\bullet \quad 2nd \cos \phi' = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad \text{ماکزیمومها} \quad (7-14)$$

پرتو ۲ با ۱ همفاز خواهد بود، ولی ۳، ۴، ۵، ... با پرتوهای ۲ و ۴ و ۶، ... ناهمفاز خواهند بود. چون شدت ۲ از ۳ بیشتر، شدت ۴ از ۵ بیشتر و ... است، این زوجها نمی توانند همدیگر را حذف کنند، و چون سری قویترها با ۱، که از همه پرتوها قویتر است، ترکیب می شوند، شدت ماکزیمومی به وجود خواهد آمد.

برای می نیمومهای شدت، پرتو ۲ با پرتو ۱ ناهمفاز است، اما دامنه ۱ به مراتب از دامنه ۲ بزرگتر است، به طوری که این دو همدیگر را به طور کامل حذف نخواهند کرد؛ حال می توانیم نشان دهیم





شکل ۴-۱۴ دامنه پرتوهای متوالی در بازتابش چندگانه.

که ترکیب ۳، ۴، ۵، ... که همه آنها با ۲ همفازند، یک دامنه خالصی به دست خواهد داد که درست برابر اختلاف ۱ و ۲ خواهد بود و برای تولید تاریکی کامل در می نیمومها تکافو خواهد کرد. با استفاده از  $a$  به عنوان دامنه موج فرودی،  $r$  برای بخش بازتابیده آن، و  $t$  یا  $t'$  برای بخش عبوری آن در گذر از محیط رقیق به چگال یا محیط چگال به رقیق، که در راهکار استوکس برای بازتابش عمل کردیم، شکل ۴-۱۴ را ترسیم و دامنه‌ها را چنان‌که نشان دادیم علامتگذاری می‌کنیم. مطابق معادله (۴-۱۴) بخش بازتابیده داخلی و خارجی را یکی می‌گیریم. با جمع کردن دامنه‌های همه پرتوهای بازتابیده به استثنای نخستین پرتو در بالای لایه، دامنه برآیند را به دست می‌آوریم:

$$A = atrt' + atr^2t' + atr^4t' + atr^6t' + \dots$$

$$= atrt'(1 + r^2 + r^4 + r^6 + \dots)$$

چون  $r$  لزوماً از ۱ کمتر است، تصاعد هندسی درون پرانتز دارای مجموعی متناهی برابر با  $1/(1-r^2)$  است، که در آن صورت

$$A = atrt' \frac{1}{1-r^2}$$

اما با توجه به راهکار استوکس، معادله (۳-۱۴) داریم:  $tt' = 1 - r^2$ ؛ به این ترتیب می‌رسیم به:

$$A = ar \quad (۸-۱۴)$$

این کمیت درست برابر دامنه نخستین پرتو بازتابیده است، از این رو نتیجه می‌گیریم که تحت شرایط معادله (۶-۱۴) یک تداخل ویرانگر کامل وجود خواهد داشت.

## ۲-۱۴ فریزهای هم‌شیب

هرگاه تصویر یک منبع گسترده را پس از بازتابش روی یک لایه متوازی‌السطوح نازک نگاه کنیم، به شرط اینکه نور منبع تک‌رنگ و لایه به اندازه کافی نازک باشد، روی تصویر، یک سیستم فریزی واضح مشاهده خواهیم کرد. هر فریز روشن متناظر است با یک اختلاف مسیر خاص و یک  $m$  صحیح در معادله (۲-۱۴). برای هر فریز، مقدار زاویه  $\phi$  ثابت است؛ از این رو این فریز دارای شکل یک قوس دایره به مرکز پای عمود از چشم به لایه نازک خواهد بود. روشن است که در اینجا با فریزهای حاصل از پرتوهای هم‌شیب مواجهیم، و معادله اختلاف مسیر همان معادله فریزهای دایره‌ای در تداخل سنج مایکلسون (بخش ۱۳-۹) است.

توجه شود که اگر  $m$  مرتبه تداخل نور فرودی روی لایه در  $\phi = 0^\circ$  باشد، از معادله (۲-۱۴)

می‌رسیم به:

$$m = \frac{2nd \cos \phi'}{\lambda}$$

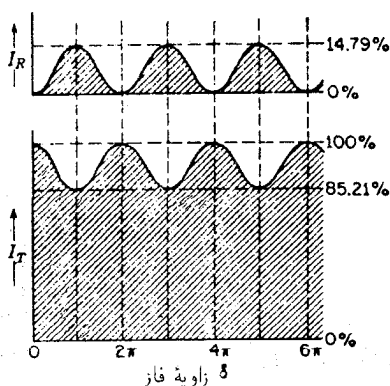
که یک فریز تاریک است. نظر به اینکه اختلاف مسیر برای نخستین، دومین، سومین، و ... فریز روشن در زاویه‌های  $\phi$  و  $\phi'$  افزایشده، تصاعدی خواهد بود [معادله (۲-۱۴)] اختلاف مسیره‌های متوالی،  $2nd \cos \phi'$ ، هم متوالیاً کوتاهتر خواهند بود، و فریزهای نور روشن در زوایایی قرار خواهند گرفت که در آن  $2nd \cos \phi'$  مساوی با  $(m - \frac{1}{4})\lambda$ ،  $(m - \frac{2}{4})\lambda$ ،  $(m - \frac{3}{4})\lambda$ ، و ... خواهد شد.

لزوم استفاده از منبع گسترده از بررسی شکل ۲-۱۴ روشن می‌شود. اگر از یک منبع بسیار دور نقطه‌ای،  $S$ ، استفاده شود، پرتوهای موازی لزوماً فقط در یک زاویه (ناشی از قانون بازتابش) به چشم خواهند رسید و در یک نقطه  $P$  تمرکز خواهند یافت. به این ترتیب، فقط یک نقطه دیده خواهد شد که یا روشن است و یا تاریک؛ بسته به اینکه اختلاف مسیر در این زاویه خاص چقدر باشد. درست است که اگر منبع زیاد دور نباشد، تصویر آن روی شبکه اندکی تار خواهد بود، زیرا چشم برای دیدن تداخل باید برای پرتوهای موازی تمرکز پیدا کند. ولی مساحتی که نور به آن تابیده شود کوچک است، و واضح است برای دیدن یک سیستم فریزی وسیع باید  $S$ های نقطه‌ای زیادی داشته باشیم که روی یک منبع عریض گسترده شده‌اند تا اینکه نور از جهات مختلف به چشم برسد. این فریزها را فقط موقعی چشم می‌بیند که لایه بسیار نازک باشد، مگر اینکه نور عملاً تحت زاویه قائمه از لایه باز بتابد. در سایر زوایا، چون مردمک چشم دهانه کوچکی دارد، افزایش ضخامت لایه موجب خواهد شد که پرتوهای بازتابیده چنان از هم دور شوند که هر بار تنها یکی از آنها وارد چشم شوند. روشن است که تحت این شرایط هیچ تداخلی نمی‌تواند روی دهد. هرگاه از یک دوربین

دهانه گشاد سود جویم، عدسی آن می‌تواند مشتمل بر پرتوهای کافی برای پدیداری فریزها در لایه‌های ضخیمتر باشد، اما جز دو مشاهده نزدیک به حالت عمودی به صفحه لایه، فاصله فریزها چنان به هم نزدیک خواهند بود که تقریباً غیرقابل رؤیت باشند. فریزهایی که در مشاهده نزدیک به حالت عمودی با صفحات ضخیم دیده می‌شوند، غالباً فریزهای هایدینگر\* خوانده می‌شوند.

### ۱۴-۳ تداخل در نور تراگسیلیده (عبوری)

پرتوهایی را که از سمت پایین لایه، در شکلهای ۱۴-۲ و ۱۴-۴، خارج می‌شوند، نیز می‌توان به کمک یک عدسی با هم ترکیب و ایجاد تداخل کرد. ولی در این مورد، هیچ تغییر فازی به هنگام بازتابش برای هیچ کدام از پرتوها وجود ندارد، و شرایط چنان است که در این حال معادله (۱۴-۶) برای ماکزیمومها و معادله (۱۴-۷) برای می‌نیمومها برقرارند. برای ماکزیمومها، پرتوهای  $w, v, u, \dots$  در شکل ۱۴-۲ جملگی همفازند، حال آنکه برای می‌نیمومها،  $w, v, \dots$  با  $w, u, \dots$  ناهمفازند. هرگاه مقدار بازتابندگی  $r^2$  کم باشد، چنانکه در مورد سطوح بدون نقره‌اندود شیشه چنین است، دامنه  $u$  بزرگترین دامنه سری است، و می‌نیمومها به هیچ عنوان سیاه نیستند. در شکل ۱۴-۵ منحنیهای کتی برای شدت تراگسیلیده،  $I_T$ ، و شدت بازتابیده،  $I_R$ ، را مشاهده می‌کنید که در این حالت، به ازای  $r^2 = 0.14$  و بر مبنای معادله‌های (۱۴-۱۴) و (۱۴-۱۵) ترسیم شده‌اند. بازتابندگی متناظر با ۴ درصد، نزدیک به بازتابندگی شیشه در فرود عمودی است. محور طول،  $\delta$ ، در این شکل معرف اختلاف فاز مابین پرتوهای متوالی در مجموعه تراگسیلیده یا مابین همه پرتوهای بازتابیده،



شکل ۱۴-۵. انحنای شدت فریزهای بازتابیده و تراگسیلیده از یک لایه با بازتابندگی ۴ درصد.

\* و.ک. هایدینگر W. K. vonHaidinger (۱۷۹۵-۱۸۷۱). کانی‌شناس و زمین‌شناس اتریشی، به مدت ۱۷ سال، مدیر انستیتو زمین‌شناسی سلطنتی در وین بود.

به استثنای زوج اول است، که مطابق معادله (۵-۱۴) عبارت است از

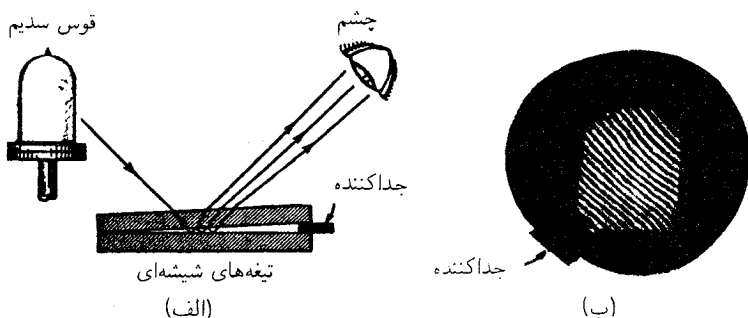
$$\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{4\pi}{\lambda}nd \cos \phi' \quad (9-14)$$

ملاحظه می‌شود که منحنی مربوط به  $I_R$  خیلی شبیه به انحنای حاصل از تداخل دو باریکه یا منحنی  $\cos^2$  است. ولی دقیقاً با آن یکی نیست و شباهت آنها فقط در بازتابندگی کوچک صادق است. در این صورت دو باریکه بازتابیده اولی چندان قویتر از بقیه است که اینها اثر کمتری دارند. تغییرات قابل توجه که در مقادیر بالاتر بازتابندگی به میان می‌آیند، در بخش ۷-۱۴ بحث خواهند شد.

### ۴-۱۴ فریزهای هم‌ضخامت

هرگاه لایه نازک متوازی‌السطوح نباشد، به طوری که دو سطح آن زاویه قابل توجهی با هم بسازند، مثلاً در شکل ۶-۱۴ (الف)، پرتوهای تداخل‌کننده به طور موازی داخل چشم نمی‌شوند بلکه به نظر می‌رسد که از نقطه‌ای در نزدیکی لایه واگرا می‌شوند. فریزهای حاصل شبیه فریزهای موضعی در تداخل سنج مایکلسون هستند، و به نظر می‌رسد که در خود فیلم شکل گرفته‌اند. اگر دو سطح زاویه‌دار تخت باشند، به طوری که لایه گوه‌ای شکل باشد، فریزها عملاً مستقیم‌الخط خواهند بود، خطوط هم‌ضخامت روی لایه را دنبال می‌کنند. در این حالت، اختلاف مسیر برای یک زوج معین پرتوها عملاً از معادله (۵-۱۴) به دست می‌آید. به شرط اینکه مشاهده تقریباً در مسیر دید عمود بر لایه صورت گیرد، عامل  $\cos \phi'$  را می‌توان برابر یک گرفت و شرط فریزهای روشن به این صورت در می‌آید:

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (10-14)$$



شکل ۶-۱۴ فریزهای هم‌ضخامت: (الف) روش مشاهده بصری، (ب) عکاسی از طریق کانونی کردن دوربین روی صفحات.

در شمارش فریزها به دنبال هم،  $m$  به اندازه ۱ افزایش می‌یابد، و این امر مستلزم تغییر ضخامت اپتیکی لایه  $nd$  به اندازه  $\lambda/2$  است.

فریزهایی را که در لایه‌های نازک تشکیل می‌شوند می‌توان در آزمایشگاه یا کلاس درس، با استفاده از دو تکه شیشه تخت، به آسانی نشان داد. هرگاه آنها را با قرار دادن یک نوار کاغذی در یکی از لبه‌ها روی همدیگر بگذاریم، یک لایه نازک هوا به شکل گوه به دست می‌آوریم. هرگاه یک لامپ سدیم را، مطابق شکل ۱۴-۶، نگاه کنیم، فریزهای زرد رنگ به وضوح مشاهده می‌شوند. اگر قوس کربن و پالایه به کار روند، می‌توان فریزها را به کمک عدسی روی یک پرده انداخت. در هنگام نگاه کردن به تصویر بازتابیده یک منبع تک‌رنگ، ملاحظه می‌شود که با فریزهای کم‌وبیش مستقیم‌الخط، مانند شکل ۱۴-۶(ب)، پوشیده است.

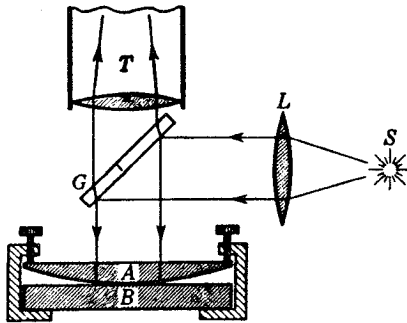
این دسته فریزها در آزمون سطوح اپتیکی به خاطر پی‌بردن به تخت بودن آنها اهمیت کاربردی دارند. اگر لایه هوا میان دو سطح، که یکی از آنها کاملاً تخت، دیگری تخت نیست، تشکیل شود، شکل فریزها دیگر مستقیم‌الخط نیست و بی‌نظمی‌هایی بروز خواهد داد. در معادله (۱۴-۱۰) هر فریز با یک مقدار  $m$  مشخص می‌شود، و از این‌جا، بخشهایی از لایه که در آن  $d$  مقداری ثابت است معلوم می‌شود. یعنی، فریزها هم‌ارز خطوط پربند سطح ناهموار را تشکیل می‌دهند. چون برای هوا  $n = 1$ ، فاصله پربند  $\lambda/2$  است، و از یک فریز به فریز دیگر متناظر است با افزایش  $d$  به همین مقدار. روش متعارف برای تولید سطوح تخت اپتیکی عبارت است از مشاهده تکراری فریزها که میان سطح مورد نظر و یک صفحه تخت اپتیکی تشکیل می‌شوند، و سیقل دادن سطح تا موقعی ادامه می‌یابد که فریزها مستقیم‌الخط شوند. در شکل ۱۴-۶(ب) ملاحظه می‌شود که روی یکی از صفحه‌ها و نزدیک به ته آن واپیچش محسوسی به چشم می‌خورد.

## ۱۴-۵ حلقه‌های نیوتون

اگر فریزهای هم‌ضخامت به وسیله لایه هوا میان یک عدسی کوژ با فاصله کانونی زیاد و یک تیغه شیشه‌ای تخت ایجاد شوند، انحنای خطوط دایره‌ای خواهد بود. فریزهای حلقوی که به این طریق تولید می‌شوند، توسط نیوتون\* به تفصیل مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، هر چند که وی قادر به توجیه

---

\* سر ایساک نیوتون (۱۶۴۲-۱۷۲۷)، نیوتون علاوه بر برپا کردن شالوده‌های علم مکانیک، وقت زیادی برای مطالعه نور صرف می‌کرد و حاصل تحقیقات خود را در کتاب مشهورش "اپتیک: Optics" منتشر کرده است. عجیب به نظر می‌رسد که یکی از بارزترین جلوه‌های تداخل نور، یعنی حلقه‌های نیوتون، باید به حساب پابرجاترین هوادار نظریه ذره‌ای نور گذاشته شود. جانبداری نیوتون از نظریه ذره‌ای، چندان که عموماً نمایانده می‌شود، بی‌اساس نبود. هر کس که نوشته‌های اصلی وی را مطالعه کند، این موضوع را تصدیق خواهد کرد. امروزه، کشف حلقه‌های نیوتون را به رابرت هوک نسبت می‌دهند.



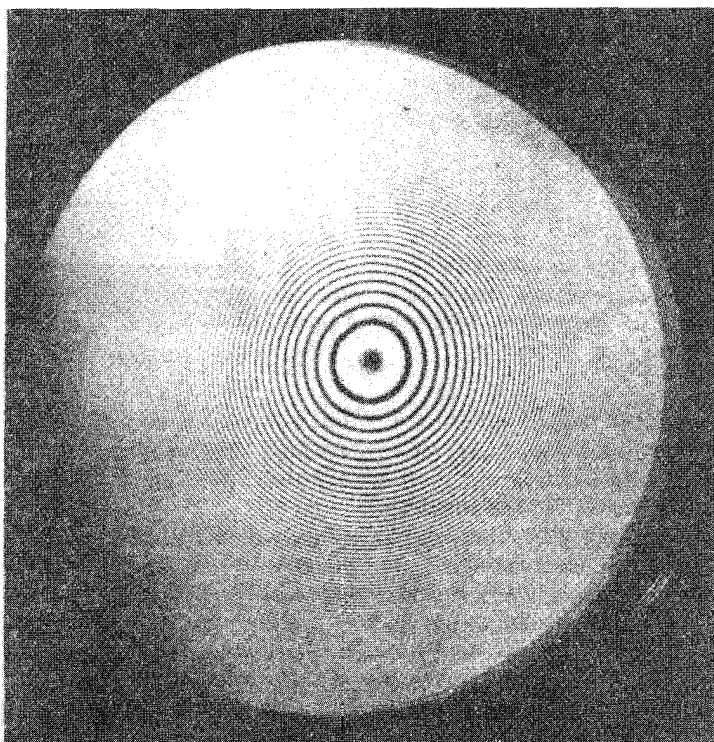
شکل ۱۴-۷ آرایش تجربی برای مشاهده و اندازه‌گیری حلقه‌های نیوتون.

کامل و درست آنها نبود. در صورتی که منظور اندازه‌گیری باشد، مشاهده این حلقه‌ها در شرایط فرود عمودی نور در آرایشی مطابق شکل ۱۴-۷ انجام می‌گیرد که در آن تیغه شیشه‌ای  $G$  نور را به سوی پایین روی صفحات می‌اندازد. نور پس از بازتابش، از  $G$  می‌گذرد و در میکروسکوپ  $T$  کم‌توان مشاهده می‌شود. تحت این شرایط، مواضع ماکزیمومها از رابطه (۱۴-۱۰) به دست می‌آید، که در آن  $d$  ضخامت لایه هواست. حال، اگر شعاع انحنای سطح  $A$  را با  $R$  نشان دهیم، و فرض کنیم که  $A$  و  $B$  درست در مرکز با هم مماسند، مقدار  $d$  برای هر حلقه به شعاع  $r$ ، که فاصله میان قوس و مماس بر آن است، از معادله زیر به دست می‌آید:

$$d = \frac{r^2}{2R} \quad (14-11)$$

با نشان دادن این مقدار در معادله (۱۴-۱۰)، رابطه‌ای میان شعاع حلقه‌ها و طول موج نور برقرار می‌شود. برای محاسبات کمی، لازم نیست فرض کنیم تیغه‌ها حتماً در نقطه برخورد با همدیگر تماس دارند، زیرا همیشه ممکن است در آنجا ذرات گردوغبار و یا واپیچشی ناشی از فشار وجود داشته باشد. چنین آشفتگی‌ای ممکن است مقدار ثابت کوچکی به معادله (۱۴-۱۱) بیافزاید و اثر آن را می‌توان با اندازه‌گیری قطر دست‌کم دو حلقه، حذف کرد.

چون قطر حلقه‌ها به طول موج بستگی دارد. نور سفید فقط چند حلقه رنگی در نزدیکی نقطه تماس ایجاد می‌کند. ولی با نور تکرنگ، یک سیستم فریزی گسترده، مطابق شکل ۱۴-۸، مشاهده می‌شود. هرگاه تماس کامل باشد، لکه مرکزی سیاه است. این امر مستقیماً از تغییر فاز نسبی  $\pi$  میان دو نوع بازتابش هوا به شیشه و شیشه به هوا که در بخش ۱۴-۱ تشریح شد، روشن می‌شود. هرگاه چنین تغییر فازی در میان نبود، پرتوهای بازتابیده از دو سطح در نقطه تماس باید همفاز باشند و لکه روشن تولید کنند. یانگ در جرح و تعدیلی که در این آزمایش به عمل آورد،



شکل ۱۴-۸ حلقه‌های نیوتون.

تیغه پایینی با ضریب شکست بزرگتر از عدسی را قرار داد، و لایه میان آن دو را با روغنی به ضریب شکست متوسط پر کرد. در این صورت هر دو بازتاب از محیط رقیق به چگال صورت می‌گیرند و تغییر فاز نسبی روی نمی‌دهد؛ از این رو فریز مرکزی سیستم بازتابی روشن خواهد بود. این آزمایش به ما نمی‌گوید که در کدام سطح در آزمایش معمولی تغییر فاز روی می‌دهد، اما اینک به قطعیت معلوم است (بخش ۲۵-۴) که این تغییر در تیغه پایینتر (هوا به شیشه) صورت می‌گیرد.

هر سیستم حلقوی را می‌توان در نور تراکسیلیده از تیغه‌های حلقه‌های نیوتون نیز مشاهده کرد. این حلقه‌ها دقیقاً وارون سیستم حلقه‌های بازتابیده‌اند، به طوری که حالا لکه مرکزی روشن است. به دلایلی که در بخش ۱۴-۳ عنوان کردیم، تباین میان حلقه‌های تاریک و روشن اندک است.

## ۱۴-۶ لایه‌های نابازتابشی

یکی از کاربردهای بسیار مهم ولی ساده اصول تداخل در لایه‌های نازک، در تولید سطوح پوشش دار است. اگر یک لایه از ماده شفاف به ضریب شکست  $n'$  را روی شیشه‌ای با ضریب شکست بزرگتر  $n$  بنشانیم، و ضخامت آن یک چهارم طول موج نور در لایه باشد، به طوری که

$$d = \frac{\lambda}{4n'}$$

نور بازتابیده در فرود عمودی تقریباً به طور کامل و به سبب تداخل ناپدید می‌شود. این تداخل متناظر است با شرط  $m = 0$  در معادله (۱۴-۷)، که در اینجا به شرطی برای می‌نیموها تبدیل می‌شود، زیرا بازتابش در هر دو سطح از محیط رقیق به محیط چگال است. امواج بازتابیده از سطح پایینی، دارای مسیری اضافی برابر نصف طول موج نسبت به امواجی است که از سطح بالایی باز می‌تابند، و این دو در ترکیب با امواج ضعیفتر ناشی از بازتابشهای متوالی تداخل ویرانگر ایجاد می‌کنند. باری، برای اینکه ویرانگری کامل باشد، کسری از دامنه که در هر یک از سطوح باز می‌تابند، باید دقیقاً مساوی باشند، زیرا این شرط برای اثبات معادله (۱۴-۸) مبنا قرار گرفته است. برای لایه‌ای که با محیط با ضریب شکست بزرگتر در تماس است، این شرط هنگامی صدق می‌کند که ضریب شکست لایه پیرو رابطه زیر باشد:

$$n' = \sqrt{n}$$

این موضوع را می‌توان از معادله (۵-۲۵) فصل ۲۵ با جایگذاری  $n'$  به جای ضریب شکست سطح بالایی و  $n/n'$  برای سطح پایینی، اثبات کرد. بررسیهای مشابه نشان خواهند داد که چنین لایه‌ای دارای بازتابش صفر هم از سوی شیشه و هم از سوی هوا خواهد بود. البته، در بازتابش صفر، لایه نور از بین نمی‌رود، و فقط توزیع متفاوتی پیش می‌آید، به طوری که کاهش در بازتابش متضمن افزایشی متناظر با آن در تراکم‌گیل از لایه است.

اهمیت عملی این لایه‌ها اینجاست که با استفاده از آنها می‌توان اتلاف نور ناشی از بازتابش را در سطوح گوناگون سیستمی از عدسیها یا منشورها، به نحو چشمگیری کاهش داد. به این وسیله می‌توان پرتوهای پراکنده و سرگردانی را که در نتیجه بازتابش به تصویر می‌رسند، عمدتاً حذف کرد و حاصل آن افزایش تابین در تصویر است. تقریباً همه قطعات اپتیکی مرغوب امروزه با مواد کاهنده بازتابش اندود می‌شوند. این اندودها در آغاز با نشانند چندین لایه تک مولکولی از مواد آلی روی صفحات شیشه‌ای انجام می‌گرفت. اما اکنون کلسیم یا منیزیم فلورید را از طریق تبخیر در خلأ

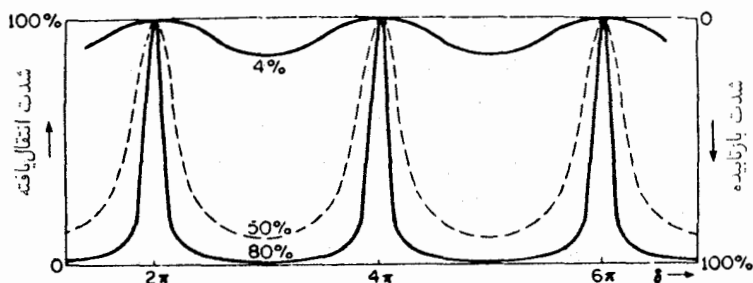


روی سطح شیشه‌ای می‌نشانند، و یا با استفاده از اسیدها به روش شیمیایی یک لایه نازک سیلیسی روی شیشه باقی می‌گذارند، که هر دو روش بسی بادوامتر هستند. عدسیهایی که به‌خوبی اندود شده‌اند، دارای تهرنگ بنفشی‌اند. این امر به آن علت است که شرط تداخل ویرانگر فقط می‌تواند برای یک طول‌موج تحقق یابد که معمولاً چنان انتخاب می‌شود که در وسط طیف مرئی قرار گیرد. در آن‌صورت، بازتابش قرمز و بنفش اندکی بیشتر است. علاوه بر این، مواد اندودنی با دوام کافی دارای ضریب شکستی بسیار بزرگتر از آن هستند که شرایط یادشده در بالا را برآورده کنند. به‌بود چشمگیر در این زمینه را می‌توان با استفاده از دو یا چند لایه برهم نهاده تحصیل کرد، و لایه‌هایی که به این طریق به‌دست می‌آیند، قادرند مقدار کل نور بازتابیده را به یک‌دهم آن در شیشه بدون اندود برسانند. البته این امر مربوط به فرود عمودی نور بر سطح مورد نظر است. در زوایای فرود دیگر، اختلاف مسیر تغییر می‌کند، چون عامل  $\cos \phi'$  در معادله (۱۴-۵) تغییر می‌کند. ولی، از آنجا که کسینوس در حوالی  $0^\circ$  چندان سریع تغییر نمی‌کند، بازتابش همچنان در گستره نسبتاً بزرگی از زوایا نسبت به خط عمود، اندک باقی می‌ماند. لایه‌های چندتایی را که به آنها چندلایه می‌گویند، می‌توان با ضخامت مناسب برای نیل به هدف برعکس، یعنی افزایش بازتابندگی، به‌کار برد. مثلاً می‌توان از آنها به‌عنوان آینه‌های باریکه شکاف که یک باریکه نور را به دو قسمت با نسبت شدت مطلوب تقسیم می‌کنند، استفاده کرد. به این ترتیب، تقسیم باریکه را می‌توان بدون اتلاف انرژی از طریق جذب که ذاتی عبور و یا بازتابش از یک لایه نازک فلزی است تحقق بخشید.

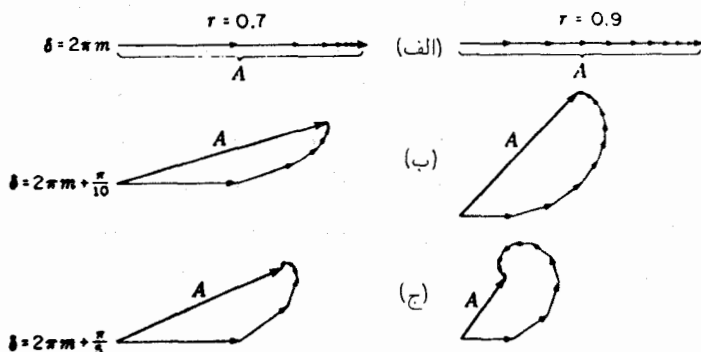
## ۱۴-۷ وضوح فریزها

با افزایش بازتابندگی، چه به روش یادشده در بالا و چه از طریق نقره‌اندود کردن اندک لایه‌ها، فریزهای ناشی از بازتابشهای چندگانه بسیار باریکتر می‌شوند. تغییرات بارزی که روی می‌دهند، در شکل ۱۴-۹ مشاهده می‌شوند که به‌ازای  $0^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 8^\circ, \dots$  و برمبنای معادلات نظری که در زیر به‌دست می‌آیند، ترسیم شده‌اند، دیده می‌شوند. آن منحنی که با  $4\%$  مشخص شده است، برای شیشه بدون نقره‌اندودی است که در شکل ۱۴-۵ هم آمده است. نظر به اینکه در فقدان جذب، شدت تراگسیلیده باید درست مکمل شدت بازتابیده باشد، نمودار واحدی روند هر دو دسته را نمایش می‌دهد. فقط کافی است که شکل را وارونه کنیم تا یکی را از دیگری به‌دست آوریم، یا اینکه مقیاس محور عرضها را معکوس کنیم؛ چنان‌که با پیکان روبه پایین در سمت راست شکل ۱۴-۹، همین کار را کردیم.

برای یافتن علت باریکی فریزهای (ناشی از پرتوهای) تراگسیلیده در تابندگی وسیع، از روش ترسیمی ترکیب مؤلفه‌های دامنه‌ای، بخشهای ۱۲-۲ و ۱۳-۴، بهره می‌گیریم. مطابق شکل ۱۴-۴، ملاحظه می‌کنیم که دامنه پرتوهای گسیلیده از  $att'r^2$ ،  $att'r^4$ ، ... یا به‌طور کلی از  $att'r^{2m}$



شکل ۹-۱۴- منحنیهای شدت برای فریزهای ناشی از بازتابهای چندگانه نشان می‌دهند که وضوح فریزها چگونه به بازتابندگی بستگی دارد.



شکل ۱۰-۱۴- ترکیب ترسیمی دامنه‌ها برای  $10^\circ$  پرتو بازتابیده متوالی، با دو بازتابندگی متفاوت.

برای  $m$  امین پرتو به دست می‌آیند. بنابراین، باید برآیند تعدادی دامنه نامتناهی را که بزرگیشان با هر چه کوچکتر بودن کسر  $r$  بسیار سریع‌تر کاهش می‌یابد، به دست آوریم. در شکل ۱۴-۱۰ (الف) بزرگی دامنه‌های ده پرتو تراگسیلیده نخست با مقیاس برای حالت‌های  $5^\circ$  و  $8^\circ$  درصدی، در شکل ۹-۱۴ ترسیم شده‌اند؛ یعنی اینکه در اصل به ازای  $r = 0.7$  و  $r = 0.9$  رسم شده‌اند. از هر ماکزیموم اصلی، که با  $\delta = 2\pi m$  آغاز کنیم، این تک دامنه‌ها همگی با یکدیگر همفاز خواهند بود، از این رو بردارها جملگی موازی رسم شده‌اند تا برآیندی حاصل شود که برای دو حالت، با یکدیگر مساوی گرفته شده‌اند. حال اگر اندکی به یک سوی ماکزیموم برویم، که در آن اختلاف فاز ایجاد شده میان دو پرتو متوالی  $\pi/10^\circ$  باشد، هریک از تک بردارها باید چنان ترسیم شوند که با بردار قبلیشان زاویه  $\pi/10^\circ$  بسازند و بردار برآیند با اتصال انتهای اولی به نوک آخری به دست می‌آید. نتیجه را در نمودار (ب) نشان داده‌ایم. ملاحظه می‌شود که در حالت  $r = 0.9$ ، که در آن

تک دامنه‌ها بسیار نزدیکتر به تساوی با یکدیگرند، برابند  $R$  از برابند حالت دیگر خیلی کوچکتر است. در نمودار (ج) که در آن فاز به اندازه  $\pi/5$  تغییر داده شده است، این اثر خیلی بیشتر مشخص شده است؛ بردار برابند به مقدار کوچکتر و بارزی در تصویر سمت راست افت کرده است. با اینکه یک تصویر صحیح شامل تعدادی نامتناهی از بردارها می‌بود، ولی تصویرهای آخری دامنه‌های ناچیزی می‌داشتند و نتیجه‌ای که به دست می‌آمد مشابه چیزی بود که با  $10^\circ$  بردار اولی حاصل شد. این بررسیهای کیفی را می‌توان با تشکیل یک معادله دقیق برای شدت، با دقت بیشتری انجام داد برای این کار، باید عبارتی برای دامنه برابند،  $A$ ، که مجذور آن شدت را تعیین می‌کند، به دست آورد. حال،  $A$  مجموع برداری یک سری نامتناهی از دامنه‌های کاهنده است که دارای اختلاف فاز مشخص  $\delta$ ، ناشی از معادله (۱۴-۹) هستند. در این جا می‌توانیم از روش استاندارد جمع بردارها از طریق یافتن مؤلفه‌های افقی و عمودیشان و سپس جمع آنها، و سرانجام برای یافتن  $A^2$ ، از مجموع مجذور آنها بهره گیریم. ولی در انجام این کار، با استفاده از توابع مثلثاتی مانند توابعی که در بخش ۱۲-۱ به کار گرفتیم، بسیار پرزحمت خواهد شد. از این رو، در حالت‌های پیچیده، از یک طریق دیگر برای ترکیب ارتعاشات که از نظر ریاضی آسانتر است، سود خواهیم جست.

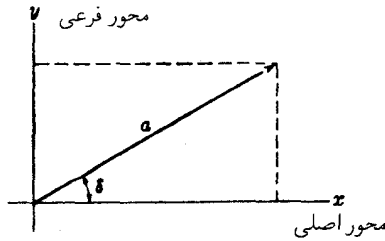
## ۱۴-۸ روش دامنه‌های مختلط

به جای استفاده از مفهوم سینوس یا کسینوس برای نمایش یک موج هماهنگ ساده، می‌توان معادله آن را به صورت یک معادله نمایی نوشت

$$y = ae^{i(\omega t - kx)} = ae^{i\omega t} e^{-i\delta}$$

که در آن  $\delta = kx$  و در یک نقطه خاص فضا مقداری ثابت است. حضور  $i = \sqrt{-1}$  در این معادله، آن را به معادله‌ای از کمیت‌های مختلط تبدیل می‌کند. با این وصف، می‌توانیم این طرز نمایش را به کار ببریم و در آخر مسئله یا جمله حقیقی (کسینوس) آن و یا جمله موهومی (سینوس) عبارت حاصل را اختیار کنیم. ضریب تغییردهنده زمان،  $\exp(i\omega t)$ ، در ترکیب موج‌های هم‌بسامد، حائز اهمیت نیست، زیرا دامنه‌ها و فازهای نسبی مستقل از زمان‌اند. ضریب دیگر،  $a \exp(-i\delta)$ ، را دامنه مختلط می‌نامند. این کمیت، عددی مختلط است که ضریب یا قدرمطلق آن،  $a$ ، دامنه حقیقی است و شناسه یا متغیر مستقلش،  $\delta$ ، فاز را نسبت به یک فاز مقایسه به دست می‌دهد. به طور کلی، بردار  $a$  از عبارت زیر به دست می‌آید:

$$a = ae^{i\delta} = x + iy = a(\cos \delta + i \sin \delta)$$



شکل ۱۴-۱۱ نمایش یک بردار در مختصات مرکب.

در این صورت ملاحظه می‌کنیم که

$$a = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \tan \delta = \frac{y}{x}$$

به این ترتیب، هرگاه  $a$  را مانند شکل ۱۴-۱۱، با ترسیم جمله حقیقی‌اش روی محور افقی و جمله موهومی آن را روی محور قائم نمایش دهیم، بزرگی آن  $a$  است، و زاویه  $\delta$  را با محور  $x$ ، چنان‌که در جمع بردارها معمول است، خواهد ساخت.

مزیت استفاده از دامنه مختلط در این است که جمع جبری دو یا چند دامنه، هم‌ارز جمع برداری دامنه‌های حقیقی است. از این رو، برای دو کمیت از این دست خواهیم داشت:

$$Ae^{i\theta} = a_1 e^{i\delta_1} + a_2 e^{i\delta_2}$$

به طوری که

$$x_1 + x_2 = a_1 \cos \delta_1 + a_2 \cos \delta_2 = X$$

و

$$y_1 + y_2 = a_1 \sin \delta_1 + a_2 \sin \delta_2 = Y$$

باشند، معلوم خواهد شد که معادله‌های قبلی (۱۲-۴) و (۱۲-۵) ایجاب می‌کنند که:

$$A^2 = X^2 + Y^2 \quad \tan \theta = \frac{Y}{X} \quad (12-14)$$

به این ترتیب، برای جمع برداری دامنه‌ها، لازم است که تنها جمع‌های جبری  $X = \sum x_i$  و  $Y = \sum y_i$  به ترتیب، جملات حقیقی و موهومی دامنه‌های مختلط را به دست آوریم. برای به دست آوردن شدت برابند به صورت مجذور دامنه حقیقی، دامنه مختلط به دست آمده را در مزدوج مختلط آن ضرب می‌کنیم، که همان عبارت با  $-i$  به جای  $i$  در همه جملات است. صحت این روش به کمک روابط زیر تحقق پیدا می‌کند:

$$\begin{aligned}(X + iY)(X - iY) &= X^2 + Y^2 = A^2 \\ Ae^{i\theta} Ae^{-i\theta} &= A^2\end{aligned}\quad (۱۳-۱۴)$$

### ۹-۱۴ استخراج تابع شدت

برای سیستم فریزی ناشی از نور تراگسیلیده، مجموع دامنه‌های مختلط عبارت است از (شکل ۱۴-۴)

$$\begin{aligned}Ae^{i\theta} &= att' + att'r^2 e^{i\delta} + att'r^4 e^{i2\delta} + \dots \\ &= a(1 - r^2)(1 + r^2 e^{i\delta} + r^4 e^{i2\delta} + \dots)\end{aligned}$$

که در آن، بنابر رابطه استوکس، معادله (۱۴-۳)، به جای  $tt'$ ، جمله  $(1 - r^2)$  را قرار داده‌ایم. تصاعد هندسی نامتناهی در پرانتز دوم برای دو جمله متوالی دارای نسبت  $r^2 \exp i\delta$  و مجموع آن متناهی است، زیرا  $r^2 < 1$ . از جمع این تصاعد به دست می‌آوریم:

$$Ae^{i\theta} = \frac{a(1 - r^2)}{1 - r^2 e^{i\delta}}$$

در معادله (۱۴-۱۳)، شدت از حاصلضرب این کمیت با مزدوج مختلط آن به دست می‌آید که حاصل آن عبارت است از:

$$I_T \approx \frac{a(1 - r^2)a(1 - r^2)}{(1 - r^2 e^{i\delta})(1 - r^2 e^{-i\delta})} = \frac{a^2(1 - r^2)^2}{1 - r^2(e^{i\delta} + e^{-i\delta}) + r^4}$$

چون  $\cos \delta = (e^{i\delta} + e^{-i\delta})/2$ ، و  $a^2 \approx I_0$ ، یعنی شدت باریکه فرودی جواب بالا فقط برحسب مقادیر حقیقی، از این قرار است:

$$I_T = I_0 \frac{(1 - r^2)^2}{1 - 2r^2 \cos \delta + r^4} = \frac{I_0}{1 + [4r^2/(1 - r^2)^2] \sin^2(\delta/2)} \quad (۱۴-۱۴)$$

مشخصات عمده منحنیهای شدت در شکل ۱۴-۹ را می توان از این معادله به دست آورد. به این ترتیب، در ماکزیمومها، که در آن  $\delta = 2\pi m$  داریم،  $\sin^2(\delta/2) = 0$  و  $I_T = I_0$ . هرگاه بازتابندگی  $r^2$  بزرگ باشد و به یک میل کند، کمیت  $4r^2/(1-r^2)^2$  نیز بزرگ خواهد بود، و حتی تغییر کوچکی در  $\delta$  از مقدار آن برای ماکزیموم، موجب افت سریع شدت خواهد شد.

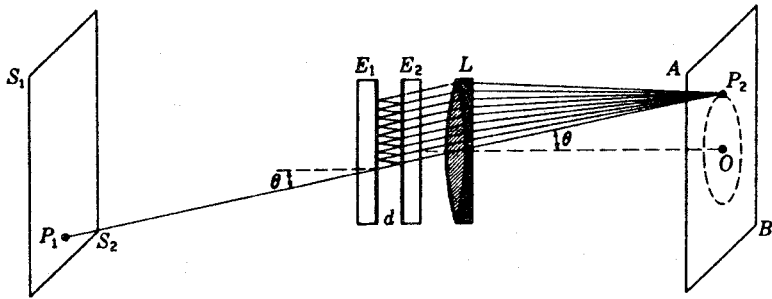
برای فریزهای بازتابیده محاسبه مجموعیایی لازم نیست، زیرا بنابر پایستگی انرژی می دانیم که اگر اتلاف انرژی در جذب وجود نداشته باشد

$$I_R + I_T = 1 \quad (15-14)$$

فریزهای (ناشی از پرتوهای) بازتابیده، متمم پرتوهای تراگسیلیده هستند، و در بازتابندگی قوی به فریزهای باریک و تاریک تبدیل می شوند. از اینجا می توان برای بررسی دقیقتر انحنای سطوح استفاده کرد. هرگاه در تراگسیل از درون سطوح، اتلاف جذبی زیاد باشد، که در حالت نقره اندود ضعیف پیش می آید، دیگر نمی توان صادق بودن روابط استوکس یا معادله (۱۴-۱۵) را فرض گرفت. با بازگشت به استخراج معادله (۱۴-۱۴)، پی می بریم که در این حالت، عبارت بر حسب  $I_T$  باید در  $(tt')^2/(1-r^2)^2$  ضرب شود. در اینجا  $tt'$  و  $r^2$ ، به ترتیب، علی الاصول کسرهای شدت تراگسیلیده و بازتابیده در یک تک سطح هستند. در مواردی که سطوح فلزاندود شده اند، اختلاف میان  $t$  و  $t'$ ، و همچنین میان تغییر فازهای کوچک ناشی از بازتابش، اندک خواهند بود. فریزهای (ناشی از پرتوهای) تراگسیلیده را باز هم می توان با معادله (۱۴-۱۴) نمایش داد، ولی به کمک کاهش همه جانبه شدت و با یک تصحیح  $\delta$  که صرفاً ضخامت مؤثر صفحه را اندکی تغییر می دهد، این کار صورت می گیرد.

### ۱۴-۱۰ تداخل سنج فابری-پرو

این تداخل سنج، فریزهای تولید شده در نور تراگسیلیده پس از چندین بازتابش در لایه هوای میان دو صفحه تخت را با سطوح داخلی نقره اندود نازکی، به کار می گیرد (شکل ۱۴-۱۲). چون فاصله  $d$  میان دو صفحه بازتابنده نسبتاً بزرگ گرفته می شود (۱۰ تا ۱۰۰ سانتیمتر) و مشاهده در جهت نزدیک به قائم انجام می شود، این فریزها در رده فریزهای (ناشی از) شیب یکسان قرار می گیرند (بخش ۱۴-۲). برای مشاهده فریزها، نور یک منبع گسترده تک رنگ ( $S_1 S_2$ ) را از صفحات  $E_1 E_2$  تداخل سنج عبور می دهند. چون هر پرتو فرودی به نخستین سطح نقره اندود، در نتیجه بازتابش به یک رشته پرتوهای تراگسیلیده موازی تقسیم می شود، استفاده از عدسی  $L$ ، که می تواند عدسی چشم هم باشد، نقش اساسی دارد، تا اینکه پرتوهای موازی را برای تداخل بر روی هم بیندازد. در شکل ۱۴-۱۲، یک پرتو از نقطه  $P_1$  در منبع نور تحت زاویه  $\theta$  فرود آمده و مجموعه پرتوهایی



شکل ۱۴-۱۲ تداخل سنج فابری-پرو،  $E_1, E_2$ ، برای نشان دادن تشکیل فریزهای دایره‌ای ناشی از بازتابشهای چندگانه.

موازی تحت همان زاویه ایجاد کرده است که در نقطه  $P_2$  روی پرده  $AB$  به همدیگر رسیده‌اند. باید توجه داشت که  $P_2$  تصویر  $P_1$  به‌شمار نمی‌رود. شرط تقویت پرتوهای تراکسیلیده از معادله (۱۴-۶) تعیین می‌شود. اگر برای هوا  $n = 1$  و  $\phi' = \theta$  گرفته شود، داریم

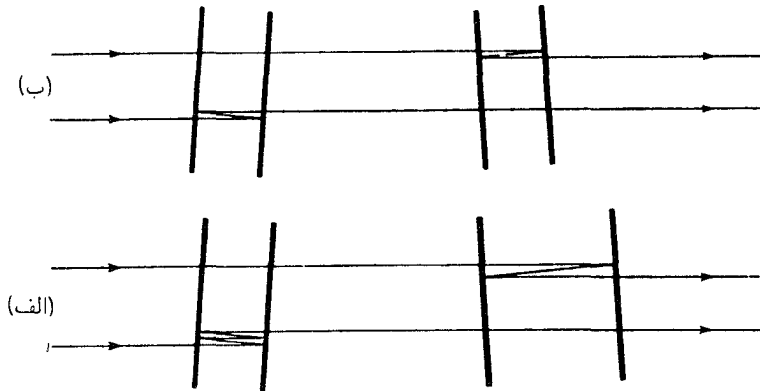
$$2d \cos \theta = m\lambda \quad \text{ماکزیموما} \quad (14-16)$$

این شرط را همه نقاط واقع بر دایره‌ای که از  $P_2$  می‌گذرد و مرکز آن  $O$ ، محل تقاطع محور عدسی با پرده  $AB$ ، است برآورده می‌کنند. هرگاه زاویه  $\theta$  کاهش یابد، کسینوس آن افزایش خواهد یافت، تا اینکه به ماکزیموم دیگری برسیم که در آن  $m$  به اندازه ۱، ۲، و ... بیشتر است. به این ترتیب، برای ماکزیموما یک رشته دایره‌های متحدالمرکز روی پرده و به مرکز  $O$  خواهیم داشت. نظر به اینکه معادله (۱۴-۱۶) با معادله (۱۳-۷)، مربوط به تداخل سنج مایکلسون، شبیه است، فاصله فریزها در اینجا همسان با فاصله فریزهای دایره‌ای در آن دستگاه است و تغییراتشان هم به همان صورت با تغییر فاصله  $d$  صورت خواهد گرفت. در تداخل سنج واقعی یک صفحه ثابت نصب می‌شود، و صفحه دیگر را می‌توان به‌سوی آن و یا در جهت دور شدن از آن حرکت داد. این حرکت آهسته با استفاده از پیچی با ساختار دقیق که به یک حامل صفحه دوم وصل می‌شود صورت می‌گیرد.

### ۱۴-۱۱ فریزهای بروستر\*

در تک تداخل سنج فابری-پرو، مشاهده فریزهای نور سفید عملی نیست، زیرا شرط ایجاد اختلاف مسیر صفر فقط وقتی میسر است که مابین دو صفحه نقره‌اندود تماس مستقیم برقرار کنیم. ولی

\* سر دیوید بروستر Sir David Brewster (۱۷۸۱-۱۸۶۸) استاد فیزیک دانشگاه سن آندریو و سپس رئیس دانشگاه ادینبورو. وی که برای در آمدن به خدمت کلیسا درس می‌خواند، با تکرار آزمایشهای نیوتون روی پراش نور، به



شکل ۱۴-۱۳ مسیر نور برای تشکیل فریزهای بروستر. (الف) با دو تیغه هم‌ضخامت؛ (ب) با دو تیغه‌ای که ضخامت یکی دو برابر ضخامت دیگری است. زاویه میل میان دو صفحه بزرگنمایی شده است.

با استفاده از دو تداخل‌سنج سری، امکان حصول تداخل در نور سفید وجود دارد، و فریزهای حاصل دارای کاربردهای با اهمیتی‌اند. دو "تیغه هوا"ی متوازی‌السطوح را چنان تنظیم می‌کنند که دقیقاً ضخامت یکسانی داشته باشند یا ضخامت یکی چند برابر ضخامت دیگری باشد، و این دو تداخل‌سنج را نسبت به یکدیگر تحت زاویه ۱ یا ۲ درجه قرار می‌دهند. پرتوی که زاویه مابین دو خط عمود به دو مجموعه صفحات را نصف می‌کند، می‌تواند به دو پرتو شکافته شود که هر کدام پس از دو یا چند بازتابش خارج می‌شود و مسیر نوری پیموده شده برای هر دو یکی است. در شکل ۱۴-۱۳ این دو مسیر به منظور وضوح و آسانی تشخیص، به‌طور جداگانه ترسیم شده‌اند؛ لذا دو باریکه تداخلی در واقع از یک پرتو فرودی حاصل می‌شوند و پس از ترک دستگاه برهم نهاده می‌شوند. خواننده می‌تواند به شکل ۱۳-۲۲ رجوع کند، که در آن تشکیل فریزهای بروستر در دو صفحه شیشه‌ای ضخیم در تداخل‌سنج جابجایی داده شده است. پرتو دیگری که با زاویه فرودی متفاوت با زاویه پرتو نامبرده در بالا می‌تابد، دارای اختلاف مسیری در دو پرتو خروجی خود خواهد بود که با افزایش زاویه فرود زیاد می‌شود، به‌طوری که سیستمی از فریزهای مستقیم‌الخط ایجاد می‌شود.

سودمندی فریزهای بروستر عمدتاً در این نکته نهفته است که هرگاه ظاهر شوند، نسبت دو فاصله در تداخل‌سنجها دقیقاً یک عدد صحیح خواهد بود. بر این پایه، در تعیین طول جدید متراسناندارد برحسب طول موج خط قرمز کادمیم، یک رشته از این تداخل‌سنجها را سوار کردند که مبحث نور علاقه پیدا کرد. در شکست دوگانه و تحلیل طیف کشفهای مهمی کرد. با وجودی که در زمان وی نظریه موجی نور به پیشرفتهای چشمگیری نایل شد، شگفت‌آور است که وی با این نظریه مخالفت می‌کرد.



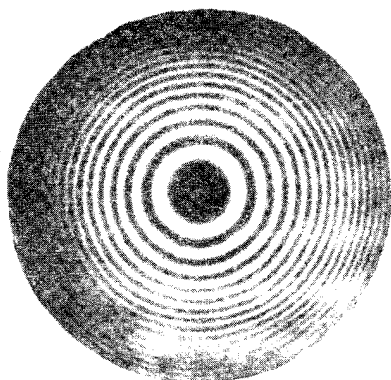
در آنها فاصله یکی دو برابر فاصلهٔ ماقبل‌اش بود، و سپس با استفاده از فریزهای بروسر آنها را با هم مقایسه کردند. تعداد طول‌موجها در طولانیترین فاصله که تقریباً یک متر بود، در عرض چند ساعت با این روش تعیین شد. در خاتمه باید تأکید کرد که این نوع فریز از تداخل فقط دو باریکه حاصل می‌شود، و بنابراین نمی‌تواند خیلی باریک باشد، به آن باریکی که معمولاً فریزهای ناشی از بازتابهای چندگانه هستند.

## ۱۲-۱۴ توان تفکیک رنگ

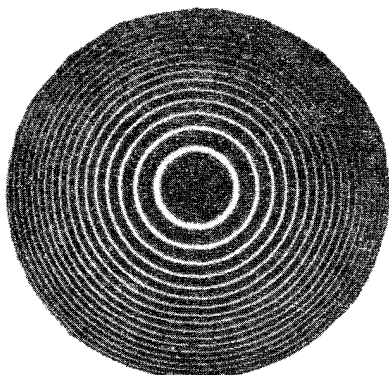
مزیت چشمگیر تداخل‌سنج فابری-پرو بر تداخل‌سنج مایکلسون، در وضوح فریزهای آن است. از این بابت هم قادر است آن جزئیات ساختار ظریف و پهنای خطوط را که قبلاً فقط از رفتار منحنیهای درخشندگی استنباط می‌شدند، بلاواسطه آشکارسازی کند. تفاوت ظاهری فریزهای تشکیل‌شده در دو دستگاه را در شکل ۱۴-۱۴ مشاهده می‌کنید.

در این شکل فریزهای دایره‌ای تولید شده از یک تک‌خط طیفی مقایسه شده‌اند. اگر خط دیگری هم وجود می‌داشت، در (الف) صرفاً دید (درخشندگی) را کاهش می‌داد، اما در (ب) به صورت یک مجموعه حلقوی دیگر نمایان می‌شد. چنان‌که بعداً معلوم خواهد شد، این امر هم مقایسه میان طول‌موجها را با دقت بیشتری میسر می‌کند.

داشتن این مطلب که دو طول‌موج چقدر می‌توانند به همدیگر نزدیک و در عین حال به صورت حلقه‌های جداگانه از یکدیگر قابل تفکیک باشند، حائز اهمیت فراوان است. توانایی هر نوع طیف‌نما

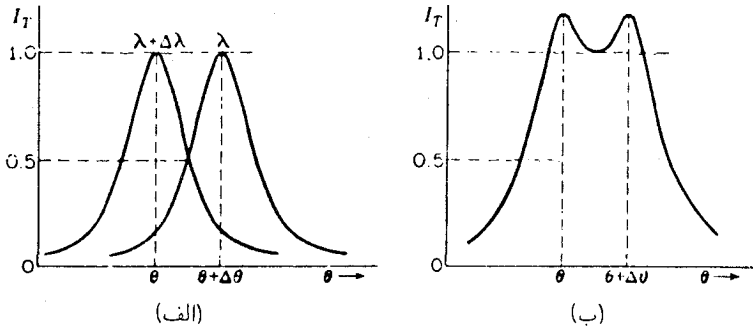


(الف)



(ب)

شکل ۱۴-۱۴ مقایسه نوع فریزهای تولیدشده (الف) در تداخل‌سنج مایکلسون؛ (ب) در تداخل‌سنج فابری-پرو. بازتابندگی سطوح در هر دو تداخل‌سنج ۸۰٪ است.



شکل ۱۴-۱۵ بریند شدت دو فریز فابری-پرو در لحظه تفکیک: (الف) نمود آنها به طور جداگانه؛ (ب) به صورت جمع شده، که اثر توأم آنها را نمایان می کند.

در تمیز دادن طول موجها از یکدیگر، به صورت کسر  $\lambda/\Delta\lambda$  که در آن  $\lambda$  طول موج متوسط یک زوج کاملاً تفکیک یافته، و  $\Delta\lambda$  اختلاف طول موج میان دو طول موج است، بیان می شود. این کسر را توان تفکیک رنگ دستگاه در آن طول موج می نامند. در مورد اخیر، می توان گفت که فریزهای تشکیل یافته از  $\lambda$  و  $\lambda + \Delta\lambda$  هنگامی تفکیک یافته تلقی می شوند، که منحنیهای شدت آنها در یک مرتبه خاص تداخل وضعیت نسبی نموده شده در شکل ۱۴-۱۵ (الف) را داشته باشند. اگر فاصله  $\Delta\theta$  چنان باشد که منحنیها همدیگر را در نقطه وسط شدت  $I_T = 0.5 I_0$  قطع کنند، یک فرورفتگی ۱۷ درصدی مرکزی در منحنی مجموع این دو، مطابق قسمت (ب) شکل وجود خواهد داشت. در این صورت چشم می تواند وجود دو خط جداگانه را به آسانی تشخیص دهد.

برای یافتن  $\Delta\lambda$  متناظر با این فاصله جدایی، نخست باید توجه کرد که برای رسیدن به نصف شدت در هر دو منحنی، اختلاف فازها باید چنان تغییر کنند که جمله دوم در معادله (۱۴-۱۴)، یک شود. این امر ایجاب می کند که

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = \frac{(1 - r^2)^2}{4r^2}$$

هرگاه وضوح فریزها مناسب باشد، تغییر  $\delta/2$  نسبت به یکی از مضارب صحیح  $\pi$  کوچک خواهد بود. در آن صورت، می توان سینوس را برابر خود زاویه گرفت، و چنان که تغییرات آن را از یک ماکزیموم به ماکزیموم دیگر با  $\Delta\delta$  نشان دهیم، خواهیم داشت

$$\left(\sin \frac{1}{2}\right) \left(\frac{\Delta\delta}{2}\right) \approx \frac{\Delta\delta}{4} = \frac{1 - r^2}{2r} \quad (14-17)$$

حال می‌توانیم رابطه مابین تغییرات زاویه‌ای  $\Delta\theta$  و تغییرات فاز  $\Delta\delta$  را از طریق دیفرانسیل‌گیری از طرفین معادله (۱۴-۹)، و قرار دادن  $\phi' = \theta$  و  $n = 1$ ، به دست آوریم

$$\Delta\delta = -\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \Delta\theta \quad (14-18)$$

علاوه بر این، اگر قرار باشد ماکزیموم  $\lambda + \Delta\lambda$  در همین فاصله زاویه‌ای  $\Delta\theta$  ظاهر شود، به موجب معادله (۱۴-۱۶) باید داشته باشیم

$$-2d \sin \theta \Delta\theta = m \Delta\lambda \quad (14-19)$$

از ترکیب معادله‌های (۱۴-۱۷) تا (۱۴-۱۹) برای توان تفکیک رنگ، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \frac{\pi r}{1 - r^2} \quad (14-20)$$

به این ترتیب، توان تفکیک رنگ به دو کمیت بستگی دارد؛ یکی مرتبه تداخل  $m$ ، که می‌توان آن را  $2d/\lambda$  گرفت، و دیگری بازتابندگی  $r^2$  سطح به کار رفته. اگر  $r^2$  نزدیک به واحد باشد، توان تفکیک بسیار بزرگی حاصل می‌شود. مثلاً در  $90^\circ = r^2$ ، عامل دوم در معادله (۱۴-۲۰) برابر با  $30$  می‌شود و با فاصله  $d$  فقط یک سانتیمتر، توان تفکیک در  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ ، برابر  $10^6 \times 10^2$  خواهد شد. یعنی اجزای یک خط طیفی دوگانه با اختلاف طول موج ناچیز  $42 \times 10^{-6} \text{ \AA}$  را می‌توان به صورت مجزا مشاهده کرد.

## ۱۴-۱۳ مقایسه طول موجها با تداخل سنج

گاهی نسبت طول موجهای دو خط طیفی را که خیلی به هم نزدیک نباشند، مثلاً خطوط زرد جیوه، می‌توان در آزمایشگاه به وسیله نوعی تداخل سنج اندازه‌گیری کرد که در آن یکی از آینه‌ها متحرک است. این روش براساس مشاهده مواضع انطباق و عدم انطباق فریزهای تشکیل شده به وسیله دو طول موج عمل می‌کند و روشی است که قبلاً هم در بخش ۱۳-۱۲ تشریح شده است. هرگاه از وضعیت دو آینه نزدیک به حالت تماس شروع کنیم، دو سیستم حلقوی فریزهای موجود دو طول موج، عملاً بر همدیگر منطبق می‌شوند. با زیاد کردن  $d$ ، این سیستمها به تدریج جدا می‌شوند و عدم انطباق ماکزیموم وقتی فرا می‌رسد که حلقه‌های یک سیستم در وسط فاصله حلقه‌های سیستم دیگر قرار بگیرند. حال، چنانچه به حلقه‌های مرکزی توجه کنیم ( $\cos \theta = 1$ )، می‌توان با

توجه به معادله (۱۴-۱۶) نوشت

$$2d_1 = m_1 \lambda = \left(m_1 + \frac{1}{4}\right) \lambda' \quad (21-14)$$

که در آن، البته،  $\lambda > \lambda'$ . از اینجا، هرگاه اختلاف  $\lambda$  و  $\lambda'$  کوچک باشد، داریم

$$\lambda - \lambda' = \frac{\lambda \lambda'}{4d_1} = \frac{\lambda^2}{4d_1} \quad \text{و} \quad m_1(\lambda - \lambda') = \frac{2d_1}{\lambda}(\lambda - \lambda') = \frac{\lambda'}{2}$$

اگر آینه‌ها را بیشتر از هم دور کنیم، حلقه‌ها موقتاً منطبق و سپس دوباره از هم جدا می‌شوند. در حالت عدم انطباق بعدی، داریم

$$2d_2 = m_2 \lambda = \left(m_2 + 1\frac{1}{4}\right) \lambda' \quad (22-14)$$

هرگاه (۲۱-۱۴) را از (۲۲-۱۴) کم کنیم، خواهیم داشت

$$2(d_2 - d_1) = (m_2 - m_1)\lambda = (m_2 - m_1)\lambda' + \lambda'$$

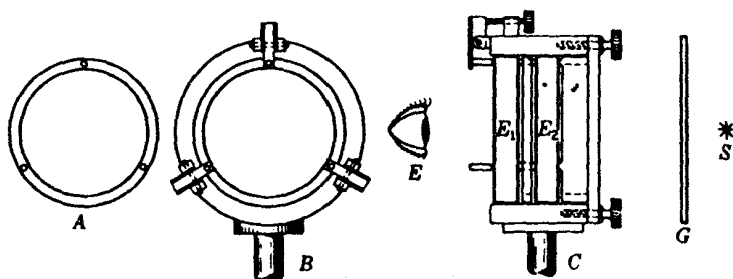
که از آن، با این فرض که  $\lambda$  تقریباً برابر با  $\lambda'$  باشد، می‌رسیم به:

$$\lambda - \lambda' = \frac{\lambda^2}{2(d_2 - d_1)} \quad (23-14)$$

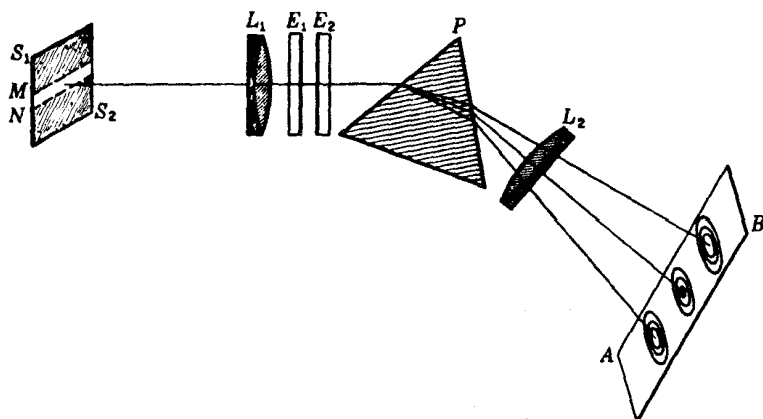
$d_2 - d_1$  را یا می‌توان مستقیماً روی پیچ مدرج دستگاه خواند، و یا با شمردن تعداد فریزهای طول‌موج معلوم  $\lambda$  مابین دو عدم انطباق، آن را تعیین کرد.

برای کارهایی که دقت خیلی زیادی را طلب می‌کند، به جای روش بالا روش دیگری به کار گرفته می‌شود که در آن از سیستمهای فریزی در فاصله ثابت  $d$  میان صفحات، به طور همزمان عکسبرداری می‌شود. برای این کار، تیغه‌ها را به کمک یک جداکننده صلب مانند کوارتز یا اینوار\* ثابت نگه می‌دارند. یک جفت از این تیغه‌های فابری-پرو را که به ترتیب گفته شده نصب شوند، سنجه می‌نامند (شکل ۱۴-۱۶). از این سنجه می‌توان طول‌موجهای نسبی چندین خط طیفی را از یک فقره تک‌نوردهی عکاسی به دقت تعیین کرد. اگر یک عدسی هم، مطابق شکل ۱۴-۱۲ نصب شود،

\* Invar. آلیاژ کم انبساط، از آهن ۶۴٪ و نیکل ۳۶٪ م.

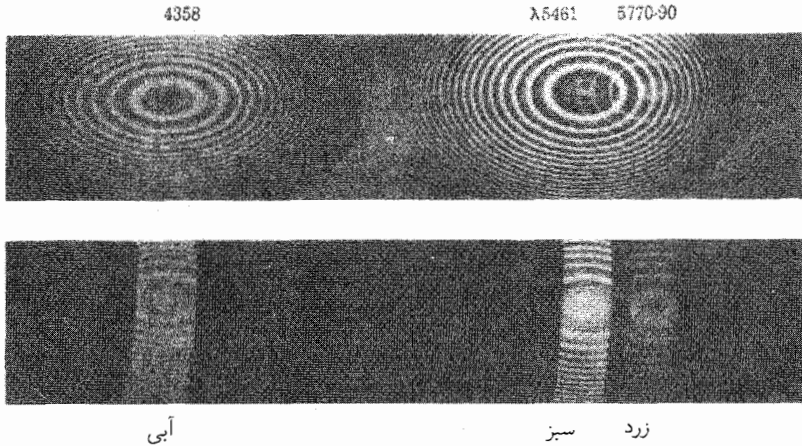


شکل ۱۴-۱۶ اجزای مکانیکی یک سنجه فابری-پرو. حلقه فاصله ساز، پیچهای تنظیم، و فنرها مشخص شده‌اند.

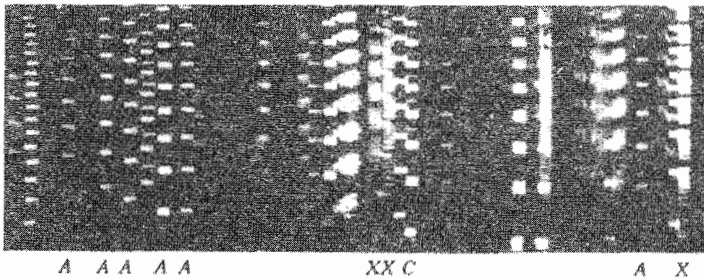


شکل ۱۴-۱۷ آرایش سنجه فابری-پرو و منشور، برای جداسازی سیستمهای فریزهای حلقوی ناشی از خطوط طیفی مختلف.

نور هم حاوی چندین طول موج باشد، سیستمهای فریزی طول موجهای مختلف دارای مرکز مشترک  $O$  خواهند شد و با هم در خواهند آمیخت. ولی، با قرار دادن یک منشور مابین سنجه و عدسی  $L$  می‌توان آنها را از همدیگر جدا کرد. در این صورت، آرایش آزمایش مطابق شکل ۱۴-۱۷ است. عکس طیف مرئی جیوه را که به این روش به دست آمده است، در قسمت بالایی شکل ۱۴-۱۸ مشاهده می‌کنید. ملاحظه خواهد شد که فریزهای خطوط سبز و زرد هنوز هم روی همدیگر افتاده‌اند. برای رفع این مشکل، تنها کافی است که از یک شکاف  $MN$  (در شکل ۱۴-۱۷) تحت تابش با پهنای مناسب به‌عنوان منبع نور استفاده کرد. اگر تداخل سنج در مسیر یک باریکه موازی از یک موازی‌ساز قرار گیرد، چنان‌که در این مورد چنین است، هر نقطه از منبع گسترده متناظر خواهد



شکل ۱۴-۱۸ حلقه‌های تداخل طیف مرئی جیوه که با سنجۀ فابری-پرو، شکل ۱۴-۱۶، از آن عکس گرفته شده است.



شکل ۱۴-۱۹ نقشهای تداخلی طیف لاتانم، عکسبرداری شده به وسیله یک سنجۀ فابری-پرو؛  $d = 5\text{mm}$ .

بود با یک نقطه مشخص در سیستم حلقوی. به این سبب، فقط بخشهای عمودی سیستم حلقوی پدیدار شده‌اند که در قسمت پایینی شکل ۱۴-۱۸ مشاهده می‌کنید، و دیگر برهم نیفتاده‌اند. اگر طیف دارای خطوط فراوان باشد، مانند طیف شکل ۱۴-۱۹، شکاف منبع باید باریکتر گرفته شود. در این عکس، فقط بخشهای نیمه بالایی سیستمهای فریزی دیده می‌شوند. اندازه‌گیرهای شعاع حلقه‌ها در عکسی از این نوع، مقایسه‌های بسیار دقیق طول موجها را میسر می‌کند. تعیین دقیق مقادیر  $m$  و مقادیر صحیح  $d$  در سیستمهای مختلف، فرایند نسبتاً پیچیده‌ای است که در اینجا پیرامون آن بحث نخواهیم کرد. از طریق این روش، طول موجهای چندین صد خط طیف قوس آهن نسبت به خط قرمز کادمیم و با دقت چند ده هزارم یک انگستروم اندازه‌گیری شده‌اند.

## ۱۴-۱۴ مطالعه ساختار فوق‌ریز و شکل خط طیفی

به سبب ارتباط ساختار فوق‌ریز با خواص هسته‌اتمی، پژوهش در زمینه آن با تداخل‌سنج فابری-پرو حائز اهمیت شایانی در تحقیقات امروزی شده است. مواردی پیش آمده است که در آن خطی طیفی که در طیف‌نمای معمولی، به صورت یک تک‌خط واضح نمایان می‌شود، در تداخل‌سنج فابری-پرو، سیستم‌های حلقوی متشکل از دو مجموعه و حتی بیشتر تولید کند. نمونه اینها را می‌توان در خطوطی که با حرف  $X$  نشان داده می‌شوند، در طیف لاتانم (شکل ۱۴-۱۹) مشاهده کرد. خطوطی از نوع خطوطی که با  $C$  مشخص شده است، پهن‌شدگی دارند اما به اجزای خود تفکیک نشده‌اند. خطوطی که با  $A$  مشخص شده‌اند، تا حدود کم‌وبیش زیادی واضح‌اند. این سیستم‌های حلقوی چندگانه ناشی از این نکته‌اند که خط طیفی آنها در واقع از گروهی خطوط با طول‌موجهای بسیار نزدیک به هم، با اختلافهایی در حدود چند صدم انگستروم، تشکیل یافته است. اگر  $d$  به اندازه کافی بزرگ باشد، این خطوط از یکدیگر جدا خواهند شد، به طوری که در هر مرتبه  $m$ ، در واقع یک طیف کوتاه به دست می‌آید که با کیفیت بسیار عالی تفکیک شده است. هر فریز معین با طول‌موج  $\lambda_1$  تحت چنان زاویه‌ای تشکیل شده است که

$$2d \cos \theta_1 = m\lambda_1 \quad (14-24)$$

فریز بعدی همین طول‌موج در معادله (۱۴-۲۵) صدق می‌کند:

$$2d \cos \theta_2 = (m-1)\lambda_1 \quad (14-25)$$

حال فرض کنیم که  $\lambda_1$  دارای خط دیگری است که در آن  $\lambda_2$  بسیار نزدیک به  $\lambda_1$  است. به طوری که بتوان نوشت  $\lambda_2 = \lambda_1 - \Delta\lambda$ . همچنین فرض کنیم که  $\Delta\lambda$  چنان است که این خط دوم، در مرتبه  $m$ ، مشمول مرتبه  $m-1$  مربوط به  $\lambda_1$  است. در آن صورت داریم:

$$2d \cos \theta_2 = m(\lambda_1 - \Delta\lambda) \quad (14-26)$$

با استفاده از مساوی بودن مقادیر سمت راست معادلات (۱۴-۲۵) و (۱۴-۲۶) داریم:

$$\lambda_1 = m\Delta\lambda$$

با جایگذاری مقدار  $m$  از معادله (۱۴-۲۴) و حل آن برحسب  $\Delta\lambda$ ، اگر  $\theta$  تقریباً صفر باشد، داریم

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_1^2}{2d \cos \theta_1} \approx \frac{\lambda_1^2}{2d} \quad (27-14)$$

این بازه  $\Delta\lambda$  که آن را گستره طیفی می‌نامند، به صورت تغییر طول موج لازم برای جابه‌جایی سیستم حلقوی به فاصله مراتب متوالی تعیین می‌شود. چنان‌که ملاحظه می‌شود، این کمیت مقداری ثابت و مستقل از  $m$  است. هرگاه  $d$  و  $\lambda$  معلوم باشند، مقدار اختلاف طول موج خطوط مؤلفه واقع در این گستره کوچک را می‌توان تعیین کرد.

معادله جدایی مرتبه‌ها را می‌توان برحسب بسامد نوشت که ساده‌تر هم می‌شود. نظر به اینکه بسامدهای نور اعداد بسیار بزرگ و پر درگیری‌اند، دانشمندان طیف‌سنجی، معمولاً یک کمیت معادل آن به نام عدد موج را ترجیح می‌دهند. این عدد عبارت است از تعداد امواج در یک سانتیمتر مسیر در خلأ و تقریباً مابین ۱۵۰۰۰ تا ۲۵۰۰۰ بر سانتیمتر یا  $\text{cm}^{-1}$  از قرمز به بنفش تغییر می‌کند. اگر این عدد را با  $\sigma$  نشان دهیم، خواهیم داشت

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{k}{2\pi}$$

برای یافتن تفاضل عدد موج  $\Delta\sigma$  متناظر با  $\Delta\lambda$  در معادله (۱۴-۲۷) می‌توان از معادله بالا دیفرانسیل‌گیری کرد تا:

$$\Delta\sigma = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$$

با جایگذاری در معادله (۱۴-۲۷)، می‌رسیم به:

$$\Delta\sigma = -\frac{1}{2d} \quad (28-14)$$

به این قرار، اگر  $d$  را برحسب سانتیمتر بیان کنیم،  $1/2d$  تفاضل یا اختلاف عدد موج را تعیین می‌کند، که ملاحظه می‌شود مستقل از مرتبه تداخل (البته با چشمپوشی از تغییرات  $\theta$ ) و همچنین طول موج است.

بررسی پهنا و شکل تک‌تک خطوط طیفی، حتی چنانچه دارای ساختار فوق‌ریز نباشند، مورد توجه است؛ زیرا می‌تواند اطلاعاتی در باره شرایط دما، فشار، و سایر مؤلفه‌های منبع نور به دست



دهد. اگر تداخل سنج دارای توان تفکیک عالی باشد، فریزها انحنایی خواهند یافت که تقریباً با انحنای خود خط طیفی متناظر است. پهنای باریک را که ذاتی دستگاه است، می‌توان با مشاهده به‌وسیلهٔ سنج‌های فوق‌العاده کوچک و انجام تصحیحات لازم، تعیین کرد.

دشواری تنظیم تداخل‌سنج فابری-پرو در احراز توازی دقیق سطوح نقره‌اندود نهفته است. این عمل معمولاً به‌کمک پیچ و فنرهایی که این دو تیغه را به حلقه‌های فاصله‌دار شکل ۱۴-۱۶ به هم نزدیک و فشرده می‌کنند، انجام می‌شود. یک حلقه برنجی  $A$  با سه خار از جنس کوارتز یا اینوار، فاصله‌ساز را تشکیل می‌دهند. منبع نور مانند قوس جیوه را با یک شیشه مات  $G$  در یک طرف سنجه قرار می‌دهند، و از طرف دیگر، چنان‌که نشان داده‌ایم، از  $E$  به آن نگاه می‌کنند. با کانونی کردن چشم روی بینهایت، یک سیستم حلقه که تصویر بازتابیده مردمک چشم در مرکز آن قرار دارد، مشاهده خواهد شد. با حرکت چشم به بالا و پایین و یا از یک طرف به طرف دیگر، سیستم حلقوی نیز همراه با تصویر چشم حرکت را دنبال خواهد کرد. اگر حلقه‌ها در حرکت به بالا بزرگتر شوند، به این معناست که تیغه در بالا فاصله‌ای بیشتر از پایین دارد. با محکم‌تر کردن پیچ بالایی خار فاصله‌انداز فشار کافی برای تولید تغییر مطلوب در تنظیم را ایجاد خواهد کرد. هرگاه تیغه‌ها به‌طور مطلوب میزان شوند و هرگاه دقیقاً تخت باشند، بزرگی حلقه‌ها با حرکت چشم به هر نقطه از میدان دید، تغییر نخواهد کرد.

گاهی راحت‌تر است که سنجه را به‌جای جلوی منشور، در شکاف یک طیف‌نگار قرار دهیم. در این موارد، لازم نیست نور ورودی به سنجه موازی باشد. ولی عدسی باید در دنبالهٔ سنجه قرار گیرد و همواره باید صفحه کانونی آن بر شکاف منطبق باشد. این عدسی پرتوهای موازی از سنجه را برمی‌گزیند و حلقه‌های تداخل را روی شکاف متمرکز می‌کند. عملاً از این هر دو روش استفاده می‌کنند.

## ۱۴-۱۵ سایر طیف‌نماهای تداخلی

چنانچه نور تکفام یا تقریباً تکفام باشد، لازم نیست که مادهٔ میان سطوح کاملاً بازتابان هوا باشد. هرگاه دو سطح یک تیغه شیشه‌ای دقیقاً متوازی‌السطوح اندکی نقره‌اندود باشند، می‌تواند به‌عنوان سنجهٔ فابری-پرو عمل کند. استفاده از دو تیغه متوازی‌السطوح با ضخامتهایی که نسبتشان عدد صحیح باشد، به حذف چندین ماکزیموم ایجاد شده به‌وسیله تیغه ضخیمتر، منجر خواهد شد، زیرا هر نوری که تحت زاویه خاصی از داخل سیستم می‌گذرد، باید در معادلهٔ (۱۴-۱۶) برای هر دو تیغه صدق کند. این آرایش، که تداخل‌سنج مرکب نام دارد، دارای توان تفکیک تیغه ضخیمتر و گستره موجی آزاد، (معادلهٔ ۱۴-۲۷) تیغه نازکتر است.

فاصله فریزهای (ناشی از) شیب یکسان، هرگاه  $\theta$  از صفر درجه خیلی فاصله گیرد، فوق‌العاده

کوچک می‌شود. ولی، در فرود نزدیک به مماس مجدداً باز می‌شود. تیغه لومر-گرکه از چند ماکزیموم اولیه در نزدیکی  $\theta = 90^\circ$  بهره می‌گیرد. برای اینکه مقدار قابل توجهی نور وارد تیغه شود، لازم است که پرتوها از یک منشور بازتابش کامل چسبیده به یکی از سرهای تیغه وارد شوند. پرتوهای ورودی در معرض بازتابشهای متوالی داخلی قرار می‌گیرند که به زاویه حد بسیار نزدیکند، و باریکه‌هایی که در یک زاویه نزدیک به مماس خارج می‌شوند، به‌کمک یک عدسی با هم تداخل می‌کنند. به این ترتیب، بازتابندگی و توان تفکیک مطلوب از سطوح فاقد نقره‌اندودی حاصل می‌شود.

تداخل سنخ فابری-پرو، به سبب انعطاف پذیریش، در برنامه‌های تحقیقاتی غالباً جای دستگاههایی را که دارای فاصله سطوح ثابت‌اند، می‌گیرد. ولی در اهداف خاص، این دستگاهها در جای خود از ارزشهای زیادی برخوردارند.

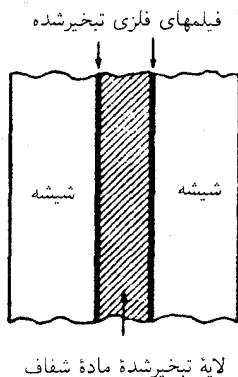
## ۱۴-۱۶ طیفهای شیاردار. پالایه‌های تداخل

بحث درباره تداخل سنخ فابری-پرو در وهله اول به بستگی شدت به فاصله تیغه‌ها و زاویه برای هر تک طول موج، و یا در مواردی برای دو یا چند طول موج نزدیک به هم، معطوف بود. این دستگاه اگر در مسیر یک باریکه نور سفید قرار گیرد، برای همه اجزای تکفام نیز تداخل روی خواهد داد؛ اما این تداخل نمایان نخواهد شد، مگر اینکه باریکه عبوری به وسیله یک طیف‌نمای کمکی تجزیه شود. در آن صورت، یک سری فریزهای روشن در طیف مشاهده خواهند شد، که هر کدام با طول موج متفاوتی نسبت به طیف بعدی، تشکیل می‌شود. بنابر معادله (۱۴-۱۶) ماکزیمومها در طول موجهایی که از معادله (۱۴-۲۹) به دست می‌آیند، روی خواهند داد:

$$\lambda = \frac{2d \cos \theta}{m} \quad (29-14)$$

که در آن  $m$  عددی صحیح است. اگر  $d$  فاصله چند میلیمتری باشد، فریزهای باریک بسیار زیادی ایجاد خواهند شد (هرگاه  $d = 5\text{mm}$ ، بیش از ۱۲۰۰۰ فریز در طول طیف مرئی به وجود خواهد آمد)، و جداسازی زیادی لازم است تا فریزها از همدیگر تمیز داده شوند. به چنین فریزهایی اصطلاحاً طیف شیاردار و یا نوارهای ادسر-باتلر می‌گویند، و به عنوان نمونه، در مدرج کردن طیف‌نماهای فرورسرخ و اندازه‌گیریهای دقیق طول موجهای خطوط جذبی در طیف خورشید به کار رفته‌اند.

در یکی از کاربردهای این فریزها که دارای اهمیت عملی شایان توجهی است، از وضعیتی بهره می‌گیرند که در آن  $d$  فوق‌العاده کوچک است، به طوری که فقط یک یا دو ماکزیموم در گستره مرئی طول موجها پیش می‌آید. با فرود نور سفید، تنها یک یا دو نوار باریک طول موج، عبور، و بقیه نور بازتابش پیدا می‌کند. به این ترتیب، جفت فیلمهای فلزی نیم‌شفاف می‌تواند به عنوان پالایه گذران



شکل ۱۴-۲۰ برش عرضی یک پالایه تداخل.

عمل کند که نور نزدیک به تکفام را عبور می‌دهد. منحنیهای انرژی عبوری برحسب طول موج، شبیه منحنیهای انرژی شکل ۹-۱۴ است، زیرا، بنابر معادله (۹-۱۴) اختلاف فاز  $\delta$ ، به‌ازای یک فاصله معلوم  $d$  با طول موج تناسب معکوس دارد.

برای اینکه ماکزیمومها فاصله جدایی زیادی از هم داشته باشند، باید  $m$  عدد کوچکی باشد. این امر فقط موقعی تحقق پیدا می‌کند که دو سطح بازتابان بسیار به هم نزدیک باشند. اگر بخواهیم ماکزیموم را به‌ازای  $m = 2$  به‌دست آوریم، برای طول موج معلوم  $\lambda$ ، فاصله لایه‌های فلزی هم باید  $\lambda$  باشد. ماکزیموم  $m = 1$  هم در این صورت در طول موج  $2\lambda$  روی خواهد داد. ولی این فواصل جدایی  $d$  فقط می‌توان با تکنیکهای جدید تبخیر در خلأ ایجاد کرد. روی یک تیغه شیشه‌ای نخست، یک فیلم فلزی نیم‌شفاف تبخیر می‌کنند. سپس، یک لایه نازک از مواد دی‌الکتریک مانند کریولیت ( $3NaF \cdot AlF_3$ ) روی فیلم فلزی تبخیر می‌کنند، و آنگاه روی فیلم دی‌الکتریک هم به‌نوبه خود یک فیلم فلزی مشابه اولی از طریق تبخیر می‌نشانند. در خاتمه هم یک تیغه شیشه‌ای دیگر به منظور محافظت از فیلم‌ها روی آن قرار می‌دهند. پالایه‌ای که به‌این صورت تکمیل شده باشد، دارای مقطعی است که طرح آن را در شکل ۱۴-۲۰ مشاهده می‌کنید. در این شکل ضخامت فیلمها را نسبت به شیشه بزرگنمایی کرده‌اند. حال، چون اختلاف مسیر دردی‌الکتریکی با ضریب شکست  $n$  بیش می‌آید، در شرایط فرود عمودی نور، طول موج تراگسیل ماکزیموم از معادله زیر به‌دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{2nd}{m} \quad (30-14)$$

چنانچه دو ماکزیموم در طیف مرئی وجود داشته باشند، یکی از آنها را می‌توان با استفاده از

شیشه رنگی به جای شیشه محافظ، حذف کرد. امروزه پالایه‌هایی تداخلی ساخته‌اند که نوار طول‌موج‌هایی به پهنای فقط  $15\text{\AA}$  (در نصف شدت تراگسیل)، با ماکزیمومی که هر طول‌موج دلخواهی می‌تواند داشته باشد، عبور می‌دهند. شدت عبوری در ماکزیموم می‌تواند به ۴۵ درصد هم برسد. ساختن پالایه‌هایی با ترکیب شیشه‌های رنگی یا پالایه‌های ژلاتینی که کار پالایه‌های تداخلی را انجام دهند، بسیار دشوار است. به علاوه، نظر به اینکه پالایه‌های تداخلی طول‌موج‌های ناخواسته را به جای جذب، باز می‌تابانند، مشکلی نیز از نظر گرم شدن آنها وجود ندارد.

## مسائل

۱-۱۴ ضریب شکست فیلم شفاف به ضخامت  $0.325^\circ$  سانتیمتر،  $1.4^\circ$  است. پیدا کنید: (الف) مرتبه تداخل  $m$  را در  $\theta = 0^\circ$ ؛ و (ب) چهار زاویه اولیه را که در آنها، نور قرمز به طول موج  $6500\text{\AA}$  فریزهای روشن تشکیل خواهد داد.  
جواب: (الف)  $m = 100$ ؛ (ب)  $5.73^\circ$ ،  $9.94^\circ$ ،  $12.84^\circ$  و  $15.2^\circ$  درجه.

۲-۱۴ فیلم نازکی به ضخامت  $0.465^\circ$  سانتیمتر و ضریب شکست  $1.523^\circ$  مفروض است. پیدا کنید زاویه  $\phi$  را که در آن فریز تاریک  $122.5$  از منبعی که نور تکفام  $6560\text{\AA}$  گسیل می‌کند، مشاهده شود.

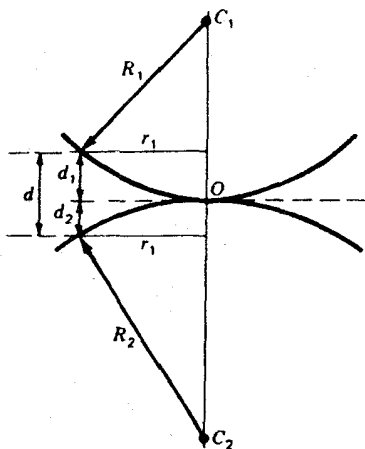
۳-۱۴ در آزمایش حلقه‌های نیوتون، قطره‌های پنج‌مین و پانزدهمین فریز روشن از نور زرد سدیم به ترتیب  $2.303$ ، و  $4.134$  میلی‌مترند؛ شعاع انحنای سطح کوژ شیشه‌ای را محاسبه کنید.

۴-۱۴ شعاع‌های دو سطح شیشه‌ای کوژ کروی بزرگ و عبارت‌اند از  $0.2^\circ$ ،  $0.3^\circ$  و  $0.4^\circ$  سانتیمتر. هرگاه مابین این سطوح دوه‌دو تماس برقرار کنیم و یک منبع پهن نور قرمز به طول موج  $6500\text{\AA}$  به‌کار ببریم، پیدا کنید: (الف) اختلاف مسیر  $d$ ؛ و (ب) شعاع‌های،  $n$ ، بیستین حلقه روشن برای هر یک از سه ترکیب ممکن. (شکل م ۱-۴)

جواب: (الف)  $d = 6.338 \times 10^{-2}\text{mm}$ ؛ (ب)  $r_1 = 3.900\text{mm}$ ،  $r_2 = 4.111\text{mm}$  و  $r_3 = 4.661\text{mm}$ .

۵-۱۴ مابین سه سطح شیشه‌ای کروی با شعاع‌های مجهول دو به دو تماس برقرار می‌کنیم، و هر جفت را برای تشکیل حلقه‌های نیوتون به‌کار می‌بریم. قطره‌های بیست و پنج‌مین فریز روشن در سه ترکیب ممکن به ترتیب عبارت‌اند از  $8.696$ ،  $9.444$ ، و  $10.268^\circ$  میلی‌متر. پیدا کنید: (الف) اختلاف مسیر  $d$ ؛ و (ب) شعاع‌های سه سطح کروی را. فرض کنید که نور سبز رنگ طیف

جیوه‌ی به‌کار رفته ۵۴۶۱ انگستروم باشد (شکل م ۴-۱۴).



شکل م ۴-۱۴

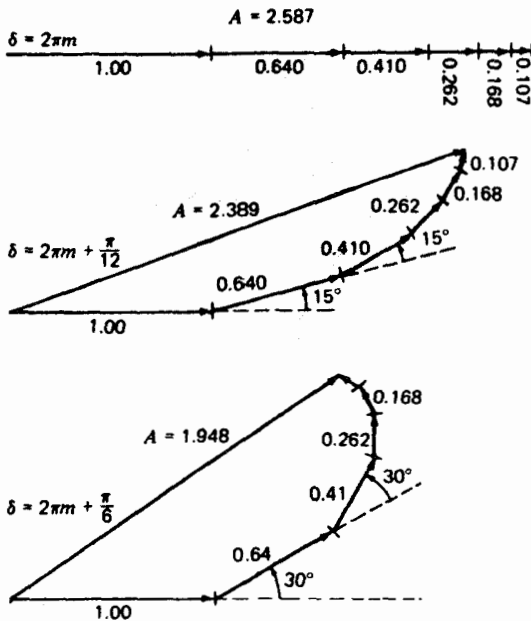
۴-۱۴ قرار است دو سطح یک عدسی شیشه‌ای به ضریب شکست  $1.5630$  نابازتابان شوند. (الف) ضریب شکست ماده پوششی؛ و (ب) ضخامت آن چقدر باید باشد تا در نور سبز به طول موج  $5500 \text{ \AA}$  بازتابندگی صفر درصد ایجاد کند؟

۷-۱۴ با استفاده از نمودارهای برداری، دامنه برابند و شدت نقش تداخلی حاصل از یک تداخل سنج فابری-پرو را پیدا کنید. بازتابندگی تداخل سنج  $80\%$  درصد است و اختلاف فاز میان پرتوهای متوالی عبارت‌اند از: (الف)  $0^\circ$ ؛ (ب)  $15^\circ$ ؛ و (ج)  $30^\circ$ . (شکل‌های ۴-۱۴ و ۱۰-۱۴). فقط از شش پرتو تراگسیلیده‌ی اولی بهره‌گیرید و دامنه پرتو اولیه را یک بگیرید. برای این مسئله شکل بکشید. جواب: (الف)  $A = 2587$ ،  $A^2 = 6693$ ؛ (ب)  $A = 2403$  و  $A^2 = 5776$ ؛ (ج)  $A = 1948$ ،  $A^2 = 3793$ ؛ شکل م ۷-۱۴ را بنگرید.

۸-۱۴ دامنه بازتابندگی تیغه‌های یک تداخل سنج فابری-پرو عبارت است از  $90^\circ$ .  $r$  مطلوب است محاسبه می‌نموم در (الف) توان تفکیک؛ و (ب) در فاصله تیغه‌ها، برای تفکیک دو جزء خط  $H_\alpha$  در طیف هیدروژن که یک خط دوگانه به فاصله  $1360 \text{ \AA}$  را تشکیل می‌دهد.

۹-۱۴ روش انطباق حلقه‌های فابری-پرو را برای مقایسه دو طول موج که یکی از آنها  $5460.740 \text{ \AA}$  و دیگری اندکی کوتاهتر است به‌کار می‌گیریم. هرگاه انطباق در فواصل جدایی تیغه‌ها در  $652^\circ$ ،

۱،۸۲۷، و  $۳۰۰۰۲$  میلیمتر صورت گیرد، پیدا کنید: (الف) اختلاف طول موج؛ و (ب) طول موج  $\lambda'$  را.



شکل م ۷-۱۴ جمع دامنه‌ها به روش ترسیمی برای مسئله ۷-۱۴.

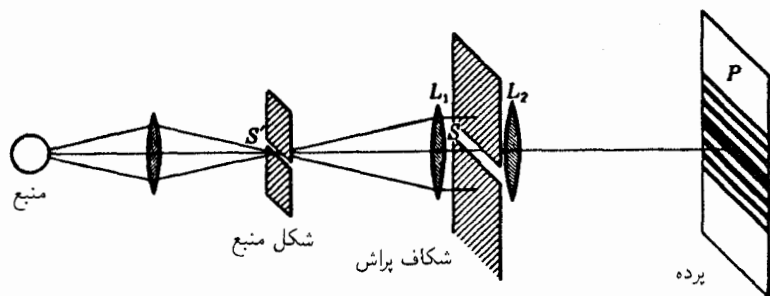
۱۴-۱۰ در عکسبرداری از یک نقش تداخلی فابری-پرو با استفاده از نور جیوه به طول موج  $۵۴۶۰۷۴ \text{ \AA}$ ، فاصله تیغه‌ها  $۰.۲۸$  میلیمتر بوده است. اگر عدسی به‌کار رفته دارای فاصله کانونی  $۱۲ \text{ cm}$  بوده باشد، پیدا کنید: (الف) مرتبه تداخل برای لکه مرکزی؛ (ب) مرتبه ششمین حلقه از مرکز؛ (ج) اختلاف طول موج در این مرتبه‌ها؛ و (د) قطر حلقه ششم را.  
 جواب: (الف)  $۵۰۰۰۲۳$ ؛ (ب)  $۲۲۹۹۴۰۵$ ؛ (ج)  $۱۸۱۸۲۳۷۴ \text{ \AA}$ ؛ و (د)  $۵۰۲۹ \text{ cm}$ .

## پراش فرانهور در یک تک‌روزنه

هرگاه یک باریکه نور از شکاف باریکی بگذرد، تا حدی در ناحیه سایه (نور) هندسی‌اش پخش می‌شود. این اثر که قبلاً در آغاز فصل سیزده به آن اشاره شد و در شکل ۱۳-۲ مشاهده‌اش کردیم، یکی از ساده‌ترین مثالهای پراش، یعنی عدم پیروی نور از انتشار در خطوط مستقیم به‌شمار می‌رود. برای این پدیده فقط با فرض سرشت موجی نور می‌توان توضیح قانع‌کننده‌ای ابراز داشت، و در این فصل می‌خواهیم نقش پراش، یا توزیع شدت نور در پشت روزنه را به‌طور کمی و با استفاده از اصول حرکت موجی که قبلاً پیرامون آن بحث کرده‌ایم، بررسی کنیم.

### ۱-۱۵ پراش فرنل و پراش فرانهور

پدیده‌های پراشی را به‌راحتی به دو دسته کلی تقسیم می‌کنند: (۱) دسته‌ای که در آن منبع نور و پرده‌ای که روی آن نقشها را مشاهده می‌کنیم، عملاً با روزنه‌ی عامل پراش فواصل نامتناهی دارند، و (۲) دسته‌ای که در آن، منبع، یا پرده و یا هر دو، در فواصل متناهی از روزنه قرار می‌گیرند. پدیده‌هایی که به دسته اول تعلق دارند، به دلایل تاریخی به پراش فرانهور معروف شده‌اند، و آنها که از جمله دسته دومند، پراش فرنل نام گرفته‌اند. بررسی نظری پراش فرانهور بسیار آسانتر است. عملاً



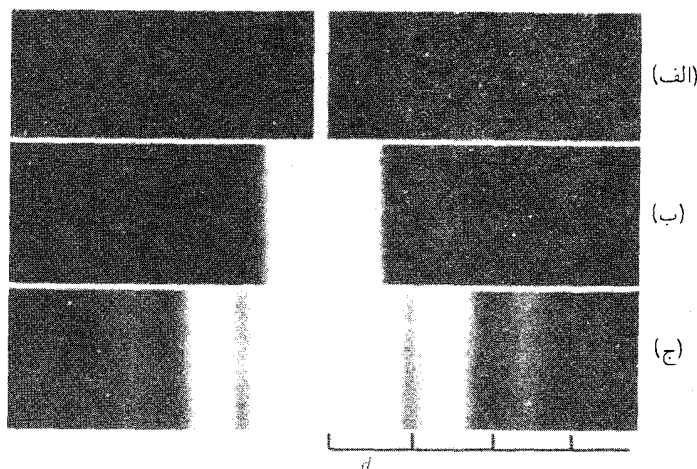
شکل ۱۵-۱ آرایش تجربی برای ایجاد نقشهای پراش از یک تک شکاف؛ پراش فرانهورفر.

با موازی‌سازی نور یک منبع به‌کمک یک عدسی و متمرکز کردن آن بر روی یک پرده، با عدسی دیگری که پشت روزنه قرار داده می‌شود، مشاهده این پراش انجام می‌گیرد. در این آرایش، منبع و پرده عملاً در بینهایت قرار می‌گیرند. از سوی دیگر، مشاهده پراش فرنل نیاز به هیچ عدسی ندارد، اما در این پراش جبهه‌های موج به‌جای اینکه تخت باشند واگرایند و در نتیجه بررسی نظری آنها پیچیده‌تر است. در این فصل، فقط به پراش فرانهورفر می‌پردازیم، و پراش فرنل را به فصل هیجدهم وامی‌گذاریم.

## ۱۵-۲ پراش به‌وسیلهٔ یک تک‌شکاف

شکاف عبارت است از روزنه یا دهانه‌ای مستطیلی که طول آن نسبت به عرضش بزرگ است. شکافی مانند  $S$  در شکل ۱۵-۱ را در نظر بگیرید که طول آن عمود بر صفحه کتاب است، و نور موازی تک‌رنگ از شکاف باریکتر  $S'$  که در کانون عدسی  $L_1$  قرار دارد، به آن تابیده می‌شود. نور متمرکز روی یک پرده و یا صفحه عکاسی،  $p$ ، که در کانون عدسی  $L_2$  قرار می‌گیرد، یک نقش پراش تشکیل می‌دهد، که طرح آن را در شکل ۱۵-۱ مشاهده می‌کنید. شکل‌های ۱۵-۲(ب) و (ج) دو عکس واقعی‌اند که در فواصل زمانی نوردی متفاوت گرفته شده‌اند و در آنها از نور بنفش به طول موج  $4358\text{\AA}$  استفاده شده است. فاصلهٔ  $S'L_1$  عبارت است از  $25\text{ cm}$ ، و طول  $L_2P$  عبارت است از  $10\text{ cm}$ . پهنای شکاف  $S$  معادل  $0.9\text{ mm}$ ، و پهنای  $S'$  معادل  $0.1\text{ mm}$  است. هرگاه  $S'$  را تا بیش از  $3\text{ mm}$  بهتر کنیم، جزئیات نقش شروع به ناپدید شدن می‌کنند. روی صفحه عکاسی اصلی، نیم‌پهنای ماکزیموم مرکزی،  $d$ ،  $4.84\text{ mm}$  میلیمتر است. باید به این نکته مهم توجه کرد که پهنای ماکزیموم مرکزی دو برابر بزرگی ماکزیمومهای جانبی کم‌رنگتر است. انتخاب عنوان پراش برای این اثر، چنان‌که قبلاً تعریف کردیم، با توجه به اینکه نوار مرکزی در شکل ۱۵-۲(الف) دارای پهنای تصویر (نور) هندسی شکاف  $S'$  است، یا اینکه تصویری است که



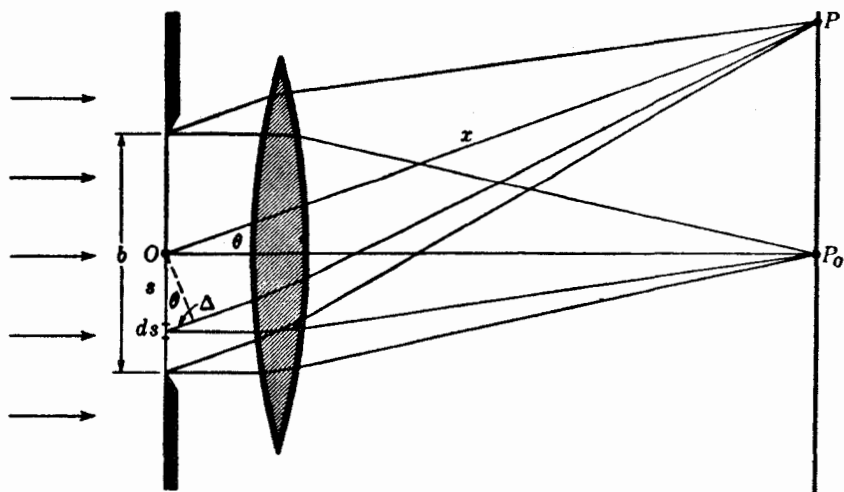


شکل ۲-۱۵ عکسهای یک نقش پراش ناشی از تک‌شکاف.

هرگاه شکاف دوم را حذف می‌کردیم و از دهانه کامل عدسی استفاده می‌کردیم، حاصل می‌شد. این نقشها را می‌توان به روشی ساده، با ترسیم یک خط شفاف روی صفحه عکاسی و قرار دادن آن در مقابل چشم و نگاه کردن به منبع، به شرحی که در بخش ۲-۱۳ و شکل ۵-۱۳ آمده است، انجام داد.

نقش یک تک‌شکاف در تداخل موجکهای ثانویه هویگنس نهفته است که می‌توان آنها را گسیل‌یافته از هر نقطهٔ جبهه‌موج در لحظهٔ عبور از شکاف تلقی کرد. این موجکها را می‌توان به تقریب اول، به صورت موجهای کروی یکنواخت تلقی کرد، که گسیل آنها در لبه‌های شکاف دفعتاً متوقف شده باشد. نتایجی که به این طریق به‌دست می‌آیند، هر چند که وضعیت را تا اندازه‌ای دقیق و مطابق با مشاهدات توجیه می‌کنند، در مقایسه با نتایج نظری دقیقتر، نیازمند تغییرات و جرح و تعدیلهایی‌اند.

در شکل ۳-۱۵، بخشی از یک شکاف به پهنای  $b$  را مشاهده می‌کنید که نور موازی از سمت چپ بر آن تابیده شده است. فرض کنیم  $ds$  یک عنصر پهنا از جبهه‌موج واقع در صفحهٔ شکاف باشد که فاصله‌اش از مرکز  $O$ ، که آن را مبدأ می‌گیریم،  $s$  است. بخشهایی از هر موج ثانویه که در امتداد عمود بر صفحه شکاف حرکت می‌کنند، در  $P_0$  کانونی خواهند شد، ولی آنها که تحت زاویه‌ای مانند  $\theta$  حرکت می‌کنند، به  $P$  خواهند رسید. نخست موجکی را در نظر می‌گیریم که از  $ds$  واقع در مبدأ گسیل می‌شود؛ دامنه آن با طول  $ds$  به‌طور مستقیم و با فاصلهٔ  $x$  به‌طور معکوس متناسب خواهد بود. این موجک در  $P$  یک جابه‌جایی بینهایت کوچک ایجاد خواهد کرد که، برای



شکل ۳-۱۵ ترسیم هندسی برای مطالعه شدت در نقش پراش تک‌شکاف.

یک موج کروی عبارت است از:

$$dy_o = \frac{a ds}{x} \sin(\omega t - kx)$$

با تغییر موضع  $ds$  جابه‌جایی ایجاد شده هم تغییر فاز خواهد داد، زیرا اختلاف طول مسیر  $P$  خواهد شد. هرگاه  $ds$  در پایین مبدأ با فاصله  $S$  از آن واقع باشد، جابه‌جایی ایجاد شده از این قرار خواهد شد:

$$\begin{aligned} dy_s &= \frac{a ds}{x} \sin[\omega t - k(x + \Delta)] \\ &= \frac{a ds}{x} \sin(\omega t - kx - ks \sin \theta) \end{aligned} \quad (۱-۱۵)$$

حال می‌خواهیم اثر همه این عنصرها را از یک لبه تا لبه دیگر شکاف با هم جمع کنیم. این کار را می‌توان از طریق انتگرال‌گیری معادله (۱-۱۵) از  $s = -b/2$  تا  $s = b/2$  انجام داد. ساده‌ترین راه،\* انتگرال‌گیری جابه‌جایی‌های ناشی از زوج عنصرهاست که به‌طور متقارن در  $s$  و  $-s$

\* روش دامنه‌های مختلط (بخش ۱۴-۸) با  $(ab/x) \int \exp(iks \sin \theta) ds$  شروع می‌شود و دامنه حقیقی را از طریق ضرب کردن جواب آن در مزدوج مختلطش به دست می‌دهد. استفاده از روش بالا هیچ راه ساده‌ای پیش پای ما نمی‌گذارد.

قرار می گیرند، هر جابه جایی از این قرار است:

$$\begin{aligned} dy &= dy_{-s} + dy_s \\ &= \frac{a ds}{x} [\sin(\omega t - kx - ks \sin \theta) + \sin(\omega t - kx + ks \sin \theta)] \end{aligned}$$

با استفاده از اتحاد  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$  خواهیم داشت:

$$dy = \frac{a ds}{x} [2 \cos(ks \sin \theta) \sin(\omega t - kx)]$$

که باید از  $s = 0$  تا  $s = b/2$  از دو طرف انتگرال گرفت. چون فقط دامنه را تحت تأثیر قرار می دهد، می توان آن را در این انتگرال گیری ثابت گرفت بدین ترتیب

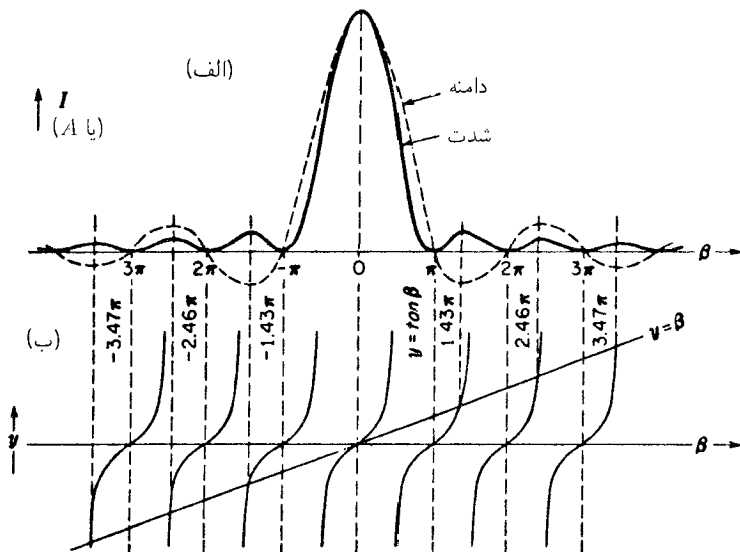
$$\begin{aligned} y &= \frac{2a}{x} \sin(\omega t - kx) \int_0^{b/2} \cos(ks \sin \theta) ds \\ &= \frac{2a}{x} \left[ \frac{\sin(ks \sin \theta)}{k \sin \theta} \right]_0^{b/2} \sin(\omega t - kx) \\ &= \frac{ab}{x} \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kb \sin \theta\right)}{\frac{1}{2}kb \sin \theta} \sin(\omega t - kx) \end{aligned} \quad (2-15)$$

بنابراین ارتعاش برآیند یک ارتعاش هماهنگ ساده خواهد بود که دامنه آن با موضع  $P$  تغییر می کند، زیرا این دامنه با  $\theta$  تعیین می شود. می توان دامنه این ارتعاش را از این قرار اختیار کرد:

$$A = A_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \quad (3-15)$$

که در آن  $A_0 = ab/x$  و  $\beta = \frac{1}{2}kb \sin \theta = (\pi b \sin \theta)/\lambda$  کمیت  $\beta$  متغیر مناسبی است که نصف اختلاف فاز میان جابه جاییهای حاصل از لبه های متقابل شکاف را نشان می دهد. در این صورت، شدت در روی پرده چنین می شود

$$I \approx A^2 = A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \quad (4-15)$$



شکل ۳-۱۵ منحنیهای دامنه و شدت در پراش فرانوهفر از یک تک‌شکاف، که مکان ماکزیمومها و می‌نیمومها را نشان می‌دهند.

چنانچه نور به‌جای فرود عمودی بر صفحه شکاف، با آن زاویه  $i$  بسازد، بررسی ساده‌ای نشان می‌دهد که فقط کافی است عبارت بالا برحسب  $\beta$  را با عبارت کلیتر زیر جایگزین کنیم:

$$\beta = \frac{\pi b(\sin i + \sin \theta)}{\lambda} \quad (۵-۱۵)$$

### ۳-۱۵ بررسی گسترده‌تری پیرامون نقش پراش تک‌شکاف

در شکل ۳-۱۵ (الف) منحنیهای نمایش تغییرات معادلات (۳-۱۵) برای دامنه (منحنی نقطه‌چین) و در شکل (۴-۱۵) برای شدت را مشاهده می‌کنید، و در هر دو حالت مقدار ثابت  $A_0$  را واحد گرفته‌ایم. ملاحظه خواهد شد که شکل منحنی شدت همان شکل ناشی از نتایج تجربی در شکل ۲-۱۵ است. شدت ماکزیموم نوار مرکزی پرنور در نقطه  $P_0$  شکل ۳-۱۵ پدید می‌آید، که در آن به روشنی همه موجکهای ثانوی به‌طور همفاز فرا خواهند رسید، زیرا اختلاف مسیر عبارت است از  $\Delta = 0$ . برای این نقطه  $\beta = 0$ ، و با وجود اینکه به‌ازای  $\beta = 0$  کسر  $(\sin \beta)/\beta$  مبهم می‌شود، یادآور می‌شویم که  $\sin \beta$  به‌ازای زاویه‌های کوچک به‌سوی  $\beta$  میل می‌کند و در صورت صفر شدن، با آن مساوی می‌شود. از این رو، به‌ازای  $\beta = 0$  خواهیم داشت:  $(\sin \beta)/\beta = 1$ . اینجاست که

جدول ۱-۱۵ مقادیر ماکزیموم مرکزی در پراش فرانوفر در یک تک‌شکاف

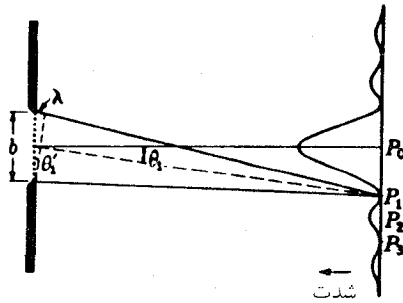
$\beta$				$\beta$			
درجه	رادیان	$\sin \beta$	$A^2$	درجه	رادیان	$\sin \beta$	$A^2$
۰	۰	۰	۱	۱۰۵	۱٫۸۳۲۶	۰٫۹۶۵۹	۰٫۲۷۷۸
۱۵	۰٫۲۶۱۸	۰٫۲۵۸۸	۰٫۹۷۷۴	۱۲۰	۲٫۰۹۴۴	۰٫۸۶۶۰	۰٫۱۷۱۰
۳۰	۰٫۵۲۳۶	۰٫۵۰۰۰	۰٫۹۱۱۹	۱۳۵	۲٫۳۵۶۲	۰٫۷۰۷۱	۰٫۰۹۰۱
۴۵	۰٫۷۸۵۴	۰٫۷۰۷۱	۰٫۸۱۰۶	۱۵۰	۲٫۶۱۸۰	۰٫۵۰۰۰	۰٫۰۳۶۵
۶۰	۱٫۰۴۷۲	۰٫۸۶۶۰	۰٫۶۸۳۹	۱۶۵	۲٫۸۷۹۸	۰٫۲۵۸۸	۰٫۰۰۸۱
۷۵	۱٫۳۰۹۰	۰٫۹۶۵۹	۰٫۵۴۴۵	۱۸۰	۳٫۱۴۱۶	۰	۰
۹۰	۱٫۵۷۰۸	۱٫۰۰۰۰	۰٫۴۰۵۳	۱۹۵	۳٫۴۰۳۴	۰٫۲۵۸۸	۰٫۰۰۵۸

اهمیت  $A_0$  معلوم می‌شود. نظر به اینکه به ازای  $\beta = 0$  داریم:  $A = A_0$ ، پس در صورتی نشان‌دهنده دامنه است که موجکها به طور همگام فرا برسند. پس  $A_0^2$  مقدار شدت ماکزیموم در مرکز نقش است. از این نقطه ماکزیموم اصلی، شدت نزول می‌کند و در  $\beta = \pm\pi$  صفر می‌شود، سپس از ماکزیمومهای ثانوی متعددی می‌گذرد که از شدت صفر در  $\beta = \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$  یا به طور کلی  $\beta = m\pi$  در فواصل مساوی قرار دارند. ماکزیمومهای ثانوی به وسط فاصله این نقاط نمی‌افتند، بلکه به سوی مرکز نقش و به میزانی که با افزایش  $m$  کاهش می‌یابد، تغییر موضع می‌دهند. مقادیر دقیق  $\beta$  برای این ماکزیمومها را می‌توان از طریق مشتق‌گیری از معادله (۱۵-۳) نسبت به  $\beta$  و صفر قرار دادن آن به دست آورد. به شرط زیر می‌رسیم:

$$\tan \beta = \beta$$

مقادیری از  $\beta$  را که در این رابطه صدق می‌کنند، می‌توان به طور ترسیمی از نقاط تقاطع منحنی  $y = \tan \beta$  و خط راست  $y = \beta$  به دست آورد. در شکل ۱۵-۴ (ب) این نقاط تقاطع در زیر ماکزیمومهای ثانوی متناظرشان قرار دارند.

شدت این ماکزیمومهای ثانوی را می‌توان با تقریب خیلی نزدیک، از طریق یافتن مقادیر  $(\sin^2 \beta) / \beta^2$  در مواضع وسط فاصله، یعنی در  $\beta = 3\pi/2, 5\pi/2, 7\pi/2, \dots$  آورد که به ترتیب، عبارت‌اند از  $4/9\pi^2, 4/25\pi^2, 4/49\pi^2, \dots$  یا معادلند با  $1/22.2, 1/61.7, 1/121, \dots$  از شدت ماکزیموم اصلی. در جدول ۱-۱۵ مقادیر دقیق



شکل ۱۵-۵ زاویه نخستین می‌نیموم نقش پراش تک‌شکاف.

شدت به‌ازای فواصل زاویه‌ای  $15^\circ$  از ماکزیموم مرکزی درج شده‌اند. این ارقام در ترسیم نمودارها مفید واقع می‌شوند. نخستین ماکزیموم ثانوی فقط  $4.72\%$  درصد شدت ماکزیموم مرکزی است و ماکزیمومهای ثانوی دوم و سوم، به‌ترتیب، عبارت‌اند از  $1.65\%$  درصد و  $0.83\%$  درصد آن.

توجیه بسیار روشن منشأ این نقش تک‌شکاف از برداشت ساده زیر حاصل می‌شود. نوری را که از شکاف به نقطه  $P_1$  پرده در شکل ۱۵-۵ می‌رسد، در نظر می‌گیریم. فاصله این نقطه از لبه بالایی شکاف درست به‌اندازه طول موج نور از فاصله آن تا لبه پایینی شکاف بیشتر است. دومین موجک از مجاورت لبه بالایی شکاف تقریباً به‌اندازه  $\lambda/2$  بیشتر از موجک خروجی تا نقطه مرکزی آن طی مسیر خواهد کرد، و به‌این ترتیب این دو موجک ارتعاشهایی با اختلاف فاز  $\pi$  ایجاد خواهند کرد و در نقطه  $P_1$  جابه‌جایی برآیند صفر خواهد بود. به‌همین ترتیب، موجک بعدی اندکی پایینتر از لبه بالایی، موجک واقع در اندکی پایینتر از مرکز را حذف خواهد کرد و می‌توان این زوج موجکها را تا شمول بر همه نقاط جبهه‌موج ادامه داد و اثر برآیند در  $P_1$  را صفر گرفت. در  $P_2$  اختلاف مسیر بالایی و پایینی  $2\lambda$  است و هرگاه شکاف را به چهار قسمت کنیم، ترویج نقاط دوباره برآیند صفر ایجاد خواهد کرد، زیرا زوجهای هر یک چهارم همدیگر را حذف می‌کنند. از سوی دیگر، برای نقطه  $P_2$ ، اختلاف مسیر بالایی و پایینی شکاف  $3\lambda/2$  است و شکاف را به سه بخش تقسیم می‌کنیم، که دو بخش آن اثر یکدیگر را حذف می‌کنند و یک سوم باقیمانده شدت نقطه  $P_2$  را ایجاد می‌کند. البته دامنه برآیند در  $P_2$  حتی به‌طور تقریب هم یک‌سوم دامنه در  $P_0$  نیست، زیرا فازهای موجکهای یک‌سوم باقیمانده به‌هیچ وجه مساوی نیستند.

روش بالا، گرچه کارساز است اما اگر پرده در فاصله‌ای متناهی از شکاف قرار گیرد، دقیق نخواهد بود. در شکل ۱۵-۵ خط‌چین کوتاهتر برای نشان دادن فواصل مساوی روی پرتوهای فرودی بر  $P_1$  ترسیم شده است. ملاحظه می‌شود که اختلاف مسیر پرتوی که از بالای شکاف به  $P_1$  می‌رود، اندکی بیشتر از  $\lambda/2$  با پرتو فرودی از مرکز و اختلاف مسیر پرتوی که از مرکز به  $P_1$

می‌رود اندکی کمتر از  $\lambda/2$  با پرتو فرودی از لبه پایینی شکاف است، لذا شدت برآیند در  $P_1$  و  $P_2$  صفر نخواهد بود، بلکه هر قدر فاصله شکاف و پرده بیشتر شود و یا هر قدر شکاف باریکتر شود، این شدت برآیند بیشتر به صفر نزدیک خواهد شد. این شرایط متناظر است با گذار از پراش فرنل به پراش فرانهوفر. بدیهی است که با تناسبی که بین ابعاد شکل برقرار است، سایه (نور) هندسی شکاف، ماکزیموم مرکزی را بسیار بهتر از آنچه ترسیم شده است، نشان می‌داد. درست نظیر آنچه در آزمایش یانگ (بخش ۱۳-۳) صادق بود، هرگاه پرده در بینهایت باشد، روابط بسیار ساده‌تر می‌شوند. زیرا دو زاویه  $\theta_1$  و  $\theta_2$  در شکل ۱۵-۵ دقیقاً مساوی خواهند شد، یعنی، دو خط‌چین بر همدیگر عمود، و به‌ازای  $\beta = \pi$  متناظر با نخستین می‌نیموم،  $\lambda = b \sin \theta_1$  خواهد شد. در این صورت

$$\bullet \quad \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{b} \quad (۶-۱۵)$$

در عمل،  $\theta_1$  معمولاً زاویه بسیار کوچکی است و می‌توان سینوس آن را با خود زاویه برابر گرفت. بنابراین،

$$\bullet \quad \theta_1 = \frac{\lambda}{b} \quad (۷-۱۵)$$

رابطه‌ای است که فوراً چگونگی تغییرات ابعاد نقش پراشی به‌ازای تغییرات  $\lambda$  و  $b$  را نشان می‌دهد. پهنای خطی نقش روی پرده با فاصله شکاف-پرده، که فاصله کانونی،  $f$ ، عدسی نصب‌شده نزدیک به شکاف است، متناسب خواهد شد. به‌این ترتیب، فاصله خطی  $d$  میان می‌نیمومهای متوالی متناظر با جدایی زاویه‌ای  $\lambda/b = \theta_1$ ، عبارت است از

$$d = \frac{f\lambda}{b}$$

پهنای نقش در تناسب با طول موج افزایش می‌یابد، به‌طوری که در پهنای شکاف یکسان و آرایش یکسان برای نور قرمز، تقریباً دو برابر پهنای مربوط به نور بنفش است. هرگاه از نور سفید استفاده کنیم، ماکزیموم مرکزی در وسط سفید و در لبه‌های خارجی‌اش قرمزگون است و رفته رفته به ارغوانی و سایر رنگهای ناخالص منتهی می‌شود.

پهنای زاویه‌ای نقش پراش، در یک طول موج معین، با پهنای شکاف،  $b$ ، تناسب معکوس دارد، به‌طوری که با بزرگتر شدن  $b$ ، خطوط نقش به سرعت به همدیگر نزدیک می‌شوند. در تهیه عکس برای شکل ۱۵-۲، چنانچه شکاف  $S$  به پهنای  $9 \text{ mm}$  می‌بود. کل نقش قابل رؤیت (متشکل از

پنج ماکزیموم) روی عکس اصلی به‌جای پهنای  $2.4\text{cm}$ ، دارای پهنایی برابر  $24\text{mm}$  می‌شد. این واقعیت (که هرگاه پهنای دهانه در مقایسه با طول موج بزرگ باشد، پراش عملاً ناچیز است) محققین اولیه را به این نتیجه‌گیری هدایت کرد که نور به خط مستقیم حرکت می‌کند و نمی‌تواند یک حرکت موجی باشد. زیرا امواج دیگر مانند امواج صوت در گذر از دهانه‌هایی با ابعاد معمولی، مانند یک پنجره باز، تحت زوایای بزرگی پراشیده می‌شوند.

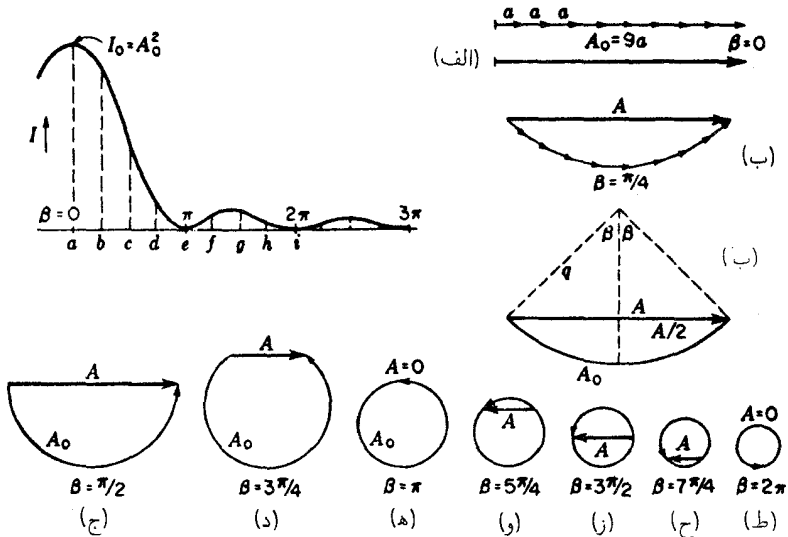
## ۱۵-۴ بررسی نموداری دامنه‌ها. منحنی ارتعاش

جمع دامنه‌های حاصل از همه موجکهای ناشی از شکاف را می‌توان با یک روش ترسیمی مبتنی بر جمع برداری دامنه‌ها که در بخش ۱۲-۲ مورد بحث قرار گرفت، انجام داد. بررسی تفصیلی این روش از این نظر که امکان کاربردش، در موارد پیچیده‌تری که در فصلهای آینده به آنها خواهیم پرداخت، موجب تسهیل خواهد شد، و نیز به آن سبب که اعمال این روش، تصویر فیزیکی روشنی از منشأ نقش پراش ارائه می‌کند، ارزشمند است. فرض کنیم که پهنای شکاف را به چندین قسمت مساوی، مثلاً  $n$  قسمت، تقسیم کرده‌ایم. دامنه  $n$  حاصل از هر یک از قسمت‌ها روی نقطه‌ای در پرده یکی خواهد بود، زیرا پهنای آنها مساوی‌اند. ولی فازهای این موجکها برای هر نقطه‌ای از پرده، به استثنای نقطه‌ای که روی محور قرار دارد، یعنی روی خط عمود بر شکاف از مرکز پرده ( $P_0$  در شکل ۱۵-۵) متفاوت خواهند بود. برای نقطه‌ای دور از محور، هر یک از  $n$  قسمت ارتعاشاتی ارسال خواهد کرد که فازشان متفاوت است، زیرا این قسمت‌ها فواصل متوسط متفاوتی از آن نقطه دارند. علاوه بر این، اختلاف فاز،  $\delta$ ، میان موجکهای ارسالی از قسمت‌های همجوار مقدار ثابتی خواهد بود، زیرا اختلاف فاصله آنها از پرده، در وضعیت میانگین، چه دورتر باشد و یا نزدیکتر، یکی است.

حال، با استفاده از این واقعیت که فاز و دامنه برآیند را می‌توان با جمع برداری هر یک از دامنه‌ها به‌دست آورد که با یکدیگر زاویه‌ای به‌اندازه اختلاف فاز می‌سازند، یک نمودار برداری مطابق شکل ۱۵-۶ (ب)، رسم می‌کنیم. هر یک از  $n$  دامنه مساوی به بزرگی  $a$  با دامنه ماقبل خود زاویه  $\delta$  می‌سازد، و مجموع برداری آنها،  $A$ ، دامنه برآیند مورد نظر است. حال، به جای تقسیم شکاف به  $n$  قسمت، آن را به چندین هزار قسمت و در نهایت به تعدادی نامتناهی از عناصر بسیار کوچک مساوی، تقسیم شده می‌انگاریم. البته بردارهای  $a$  کوچکتر خواهند شد، اما در عین حال  $\delta$  هم با همان نسبت کاهش خواهد یافت، به طوری که در حالت حدی نمودار برداری ما به صورت یک کمان دایره‌ای، نظیر  $b'$  در شکل ۱۵-۶ میل خواهد کرد. دامنه برآیند کماکان  $A$  و در این مورد برابر وتر کمان دایره‌ای است. به چنین منحنی پیوسته‌ای که نمایانگر جمع دامنه‌های بینهایت کوچک است، منحنی ارتعاش می‌گویند.

برای نشان دادن توافق نتایج روش ترسیمی با نتیجه قبلی، یادآور می‌شویم که طول کمان،





شکل ۱۵-۶ بررسی نموداری دامنه‌ها در پراش تک‌شکاف.

درست عبارت است از دامنه  $A_0$  به هنگامی که همه ارتعاشات مؤلفه، چنان‌که در قسمت (الف) شکل نشان داده‌ایم، همفازند. وارد شدن یک اختلاف فاز میان مؤلفه‌ها، دامنه‌های انفرادی و یا مجموع جبری آنها را تغییر نمی‌دهد. از این رو، نسبت دامنه  $A$  در هر نقطه از پرده به دامنه  $A_0$  در روی محور، برابر است با نسبت وتر به قوس. چون  $\beta$  نشان‌دهنده نصف اختلاف فاز میان دو لبه متقابل شکاف است (معادله ۱۵-۳)، زاویه روبه‌روی به کمان،  $2\beta$  خواهد بود، زیرا نخستین و آخرین بردارها (الف) دارای اختلاف فاز  $2\beta$  خواهند بود. در شکل ۱۵-۶ (پ) شعاع کمان را با  $q$  نشان داده‌ایم و از مرکز کمان عمودی بر وتر  $A$  وارد آورده‌ایم. بنابر روابط هندسی شکل داریم:

$$\sin \beta = \frac{A/2}{q} \quad A = 2q \sin \beta$$

و از آنجا هم می‌رسیم به:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{\text{وتر}}{\text{کمان}} = \frac{2q \sin \beta}{q \times 2\beta} = \frac{\sin \beta}{\beta}$$

که با معادله (۱۵-۳) در توافق است.

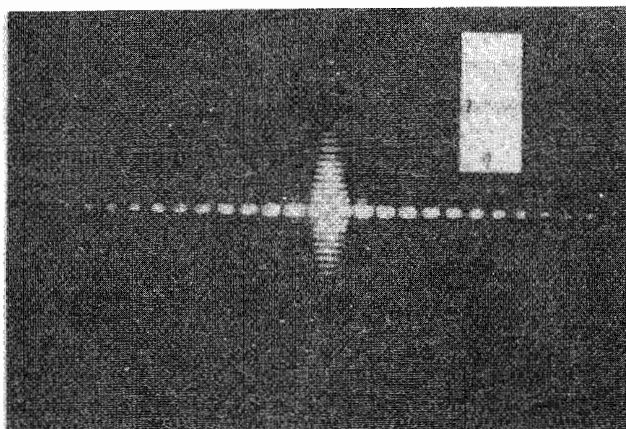
با دور شدن از مرکز نقش پراش به‌سوی کناره‌های آن، طول کمان ثابت و برابر با  $A_0$  می‌ماند، اما انحنای آن به‌سبب اختلاف فازهای بزرگتر  $\delta$  که میان بردارهای مؤلفه‌ای بینهایت کوچک  $a$  ایجاد می‌شود، افزایش می‌یابد. به‌این ترتیب، منحنی ارتعاش با افزایش  $\beta$  بسته‌تر می‌شود و روی خود می‌پیچد. نمودارهای متوالی (الف) تا (ط) در شکل ۱۵-۶ برای  $\beta$ های نشان داده شده در بازه‌های  $\pi/4$  ترسیم، و نقاط متناظرشان در نمودار شدت با همان حروف مشخص شده‌اند. مطالعه این شکلها، علت تغییرات شدت در نقش پراش یک تک‌شکاف را به روشنی معلوم خواهد کرد. به‌خصوص اینکه، متوجه می‌شویم عدم تقارن ماکزیمومهای ثانویه، پیامد کوتاه شدن شعاع انحنای دایره با مقادیر افزاینده  $\beta$  است. به‌این قرار،  $A$ ، طول ماکزیموم خود را اندکی قبل از شرط ارائه شده در شکل ۱۵-۶ (ز) احراز خواهد کرد.

## ۱۵-۵ دهانه قائم‌الزاویه

در بخشهای گذشته، تابع شدت برای یک شکاف را، از طریق مجموع‌یابی آثار موجکهای ناشی از یک جزء خطی جبهه‌موج در صفحه عمود بر طول شکاف، یعنی صفحه کتاب در شکل ۱۵-۳ به‌دست آوردیم. در باره سهم موجکهای خارج از این صفحه، سخنی به‌میان نیامد. ولی بررسیهای ریاضی کاملتری مشتمل بر انتگرال‌گیری دوگانه روی هر دو بعد جبهه‌موج نشان می‌دهد که نتایج فوق‌هنگامی درست است که طول شکاف در مقایسه با پهنایش بسیار بلند باشد. بررسی کامل ریاضی، برای شکافی که پهنایش  $b$  و طولش  $l$  باشد، عبارت زیر را برای محاسبه شدت به‌دست می‌دهد:

$$I \approx b^2 l^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma^2} \quad (۱۵-۸)$$

که در آن کماکان  $\beta = (\pi b \sin \theta) / \lambda$  و  $\gamma = (\pi l \sin \Omega) / \lambda$ . زاویه‌های  $\theta$  و  $\Omega$  نسبت به خط قائم نسبت به دهانه در مرکز آن و روی صفحات حامل این خط، به‌ترتیب، به موازات  $b$ ، و  $l$  اندازه‌گیری می‌شوند و هرگاه  $b$  و  $l$  با یکدیگر قابل مقایسه، یعنی از یک مرتبه بزرگی باشند، نقش پراش حاصل از معادله (۱۵-۸) نظیر نقش شکل ۱۵-۷ خواهد شد. ابعاد دهانه را در گوشه چپ پایین شکل مشاهده می‌کنید. در این نقش، شدتها اصولاً در دو جهت منطبق با اضلاع دهانه متمرکز شده‌اند و در هر یک از این جهتها، شدت متناظر با نقش ساده از پهنای شکافی است که با پهنای دهانه در آن جهت مساوی است. به‌علت تناسب معکوس میان پهنای شکاف و فاصله خطوط متوالی نقش پله‌ای شکل پراش، در امتداد لبه درازتر دهانه، فریزها به‌همدیگر نزدیک‌ترند. علاوه بر این نقشها، ماکزیمومهای ضعیف دیگری نیز وجود دارند. این نقش پراش را با تاباندن نور

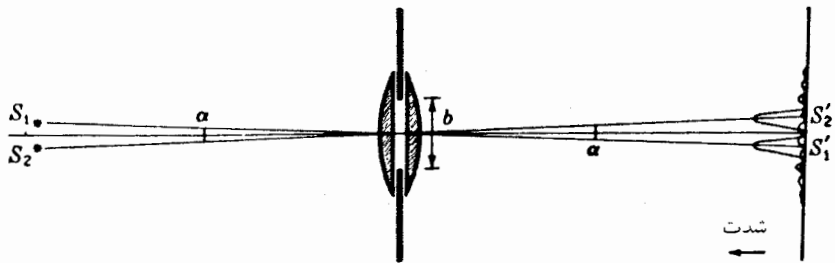


شکل ۷-۱۵ نقش پراش ناشی از یک گشودگی قائم‌الزاویه.

بر یک دهانه کوچک قائم‌الزاویه از یک منبع نور تکفام که عملاً یک نقطه باشد، به آسانی می‌توان مشاهده کرد. ترتیب قرار گرفتن عدسیها و فاصلهٔ منبع نور و پرده باید مشابه با عدسیهایی باشند که در مشاهدهٔ نقش شکاف (بخش ۱۵-۲) توصیف شدند. صلیب متشکل از روشنترین لکه‌های نور در عکس، همان چیزی است که همواره با نگاه کردن به چراغهای پر نور خیابان از پشت یک پارچه نازک، مشاهده می‌کنیم.

حال، در شکافی با  $l$  بسیار بزرگ، ضریب  $(\sin^2 \gamma / \gamma^2)$  در معادلهٔ (۸-۱۵) به‌ازای همهٔ مقادیر  $\Omega$  به‌استثنای مقادیر فوق‌العاده کوچک آن، صفر است. یعنی نقش پراش محدود به خطی در روی پرده خواهد بود که عمود بر شکاف است و به بخشی از خط افقی مرکزی متشکل از لکه‌های روشن در شکل ۷-۱۵ شباهت دارد. در پراش با یک شکاف عادتاً، چنین نقش خطی مشاهده نمی‌شود، زیرا مشاهده آن مستلزم استفاده از یک منبع نقطه‌ای است. در شکل ۱۵-۱، منبع اصلی، شکاف  $S'$  بود که ضلع بلندتر آن بر صفحه کاغذ عمود است. در این حالت، هر نقطه از شکاف منبع یک نقش خطی تشکیل می‌دهد، اما این خطوط در کنار یکدیگر روی پرده می‌افتند و با هم جمع می‌شوند و نقشی شبیه شکل ۱۵-۲ به‌وجود می‌آورند. چنانچه از یک منبع شکافی با دهانه قائم‌الزاویهٔ شکل ۷-۱۵ استفاده می‌کردیم، که شکاف با ضلع  $l$  موازی باشد، نتیجه عبارت می‌بود از جمع تعدادی از چنین نقشهایی که روی همدیگر افتاده باشند، و مانند شکل ۱۵-۲ می‌بود.

این بررسیها را می‌توان به‌سهولت تعمیم داد تا جوابگوی اثر پهن‌شدگی شکاف اولیه هم باشند. در شکافی با پهنای متناهی، هر عنصر خطی موازی با طول شکاف، نقشی شبیه شکل ۱۵-۲ تشکیل می‌دهد. نقش برآیند، معادل مجموعه‌ای از چنین نقشهایی است که به‌طور جانبی نسبت به



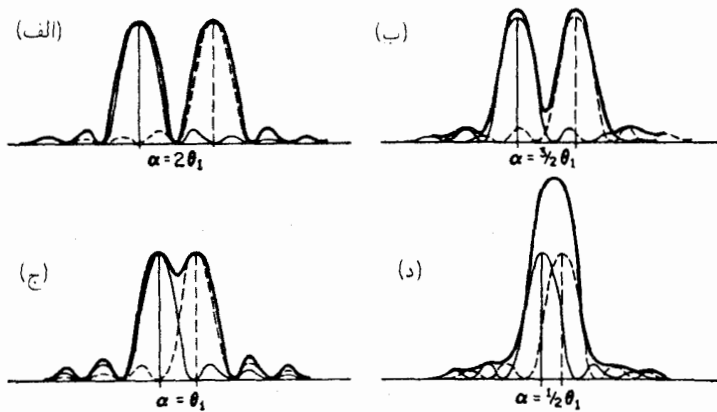
شکل ۸-۱۵ تصاویر پراشی از دو منبع شکافی که به وسیله یک دهانه قائم‌الزاویه تشکیل شده‌اند.

یکدیگر جابه‌جا شده باشند. بنابراین، هرگاه شکاف خیلی پهن باشد، نقش تک‌شکاف قابل تشخیص نخواهد بود. تا مدتی که نقشهای حاصل از دو لبه شکاف به اندازه یک چهارم فاصله ماکزیموم مرکزی به نخستین می‌نیموم جابه‌جا نشوند، تغییر محسوسی روی نخواهد داد. این شرط هنگامی که پهنای شکاف اولیه در عدسی اولی، روبروی زاویه  $\frac{1}{4}(\lambda/b)$  باشد، صادق است. توجه دقیق به شکل ۸-۱۵ این امر را نشان می‌دهد.

## ۶-۱۵ توان تفکیک با یک دهانه قائم‌الزاویه

مراد از توان تفکیک در ابزار اپتیکی، توانایی آن در تولید تصاویر مجزا، از اشیای خیلی نزدیک به یکدیگر است. با استفاده از قوانین اپتیک هندسی، دوربین نجومی یا میکروسکوپ را چنان طراحی می‌کنیم که از یک منبع نقطه‌ای حتی الامکان کوچک، تصویر تولید کند. اما، در تحلیل نهایی، این نقش پراش است که حد بالایی توان تفکیک را به طور نظری تعیین می‌کند. چنان‌که دیدیم، هرگاه که نور موازی از دهانه‌ای عبور می‌کند، نمی‌تواند به صورت یک تصویر نقطه‌ای کانونی شود، بلکه به جای آن نقش پراشی تشکیل می‌دهد که ماکزیموم مرکزی آن دارای پهنای متناهی مشخص، و به صورت تناسب معکوس با پهنای دهانه است. بدیهی است که تصاویر دو شیئی که فاصله آنها بسیار کمتر از پهنای ماکزیموم پراش مرکزی است، تفکیک نخواهند شد. دهانه مؤثر در اینجا، معمولاً عبارت است از دهانه عدسی شیئی دوربین نجومی یا میکروسکوپ، و بنابراین دایره‌ای است. پراش در یک دهانه دایره‌ای را در زیر، بخش ۸-۱۵، بررسی خواهیم کرد، و در اینجا می‌خواهیم به حالتی تا حدی ساده‌تر یک دهانه قائم‌الزاویه بپردازیم.

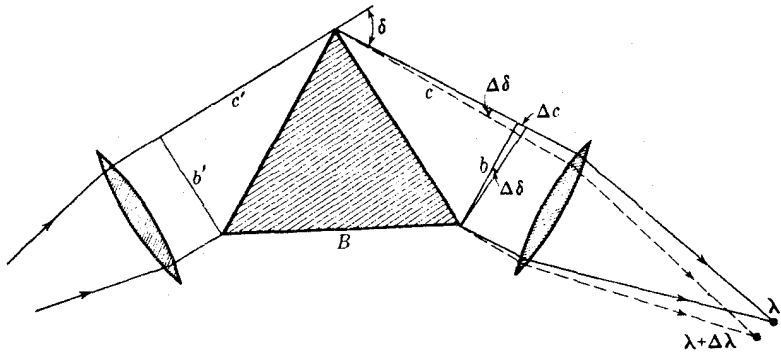
در شکل ۸-۱۵ دو عدسی تخت-کوزی (معادل با یک عدسی دوکوزی) را که با یک دهانه قائم‌الزاویه به ضلع قائم  $b$  محدود شده‌اند، مشاهده می‌کنید. دو منبع شکاف دار باریک  $S_1$  و  $S_2$  عمود بر صفحه شکل، دو تصویر حقیقی  $S'_1$  و  $S'_2$  بر روی پرده تشکیل می‌دهند. هر تصویر متشکل است از یک نقش پراش تک‌شکاف که توزیع شدتشان در جهت قائم ترسیم شده



شکل ۹-۱۵ تصاویر پراش دو منبع شکاف‌دار: (الف) و (ب) به خوبی تفکیک شده‌اند؛ (ج) در مرز تفکیک است؛ و (د) تفکیک نشده است.

است. فاصله زاویه‌ای  $\alpha$  میان دو ماکزیموم مرکزی با فاصله زاویه‌ای دو منبع برابر است، و با مقادیر نشان داده شده در شکل، می‌توان دو تصویر را مجزا تلقی کرد. شرایطی که نمایش داده شده است، عبارت است از اینکه هر ماکزیموم اصلی، دقیقاً به روی می‌نیموم دوم نقش مجاور می‌افتد. این کوچکترین مقدار  $\alpha$  است که به‌ازای آن دو ماکزیموم بزرگ، در نقش برابند، شدت صفر می‌سازند. فاصله زاویه‌ای میان مرکز و دو می‌نیموم ثانوی در طرفین، تحت این شرایط، با  $\beta = 2\pi$  (شکل ۹-۱۵)، یا  $\sin \theta \approx \theta = 2\lambda/b = 2\theta_1$ ، متناظر است. چنانچه  $\alpha$  را از این کوچکتر کنیم، و دو تصویر به همدیگر نزدیکتر شوند، شدت میان ماکزیمومها افزایش خواهد یافت، تا اینکه سرانجام در مرکز می‌نیمومی باقی نماند. در شکل ۹-۱۵ این وضعیت را با نشان دادن منحنی برابند (خط پرننگ) به‌ازای چهار مقدار مختلف  $\alpha$  مشاهده می‌کنید. در هر حالت، نقش برابند صرفاً از جمع کردن شدتهای متعلق به نقشهای مجزا (منحنیهای نقطه‌چین و کمرنگ) به‌دست آمده است، چنان‌که در مورد فریزهای فابری-پرو به‌همین ترتیب عمل شده بود (بخش ۱۴-۱۲).

بررسی این شکل نشان می‌دهد که هرگاه دو ماکزیموم خیلی نزدیکتر از  $\alpha = \theta_1$ ، متناظر می‌بوند با  $\beta = \pi$ ، تفکیک دو تصویر ناممکن می‌بود. در این فاصله، ماکزیموم یک نقش دقیقاً روی می‌نیموم اول نقش دیگر می‌افتد، به‌طوری که شدت ماکزیمومها در نقش برابند، مساوی شدتهای ماکزیمومهای جداگانه هستند. به‌این سبب، محاسبات ساده‌تر از حالت فریزهای فابری-پرو است که در آن، در هیچ نقطه‌ای شدت صفر نمی‌شود. برای پیدا کردن شدت حاصل از فریزهای پراش به فاصله  $\theta_1$  در مرکز می‌نیموم برابند، یادآور می‌شویم که منحنیها در  $\beta = \pi/2$  برای هر دو



شکل ۱۵-۱۰ توان تفکیک یک منشور.

نقش همدیگر را قطع می‌کنند و  $\sin^2 \beta / \beta^2 = 4 / \pi^2 = 0.4053$  عبارت است از شدت هر یک نسبت به ماکزیموم. بنابراین، مجموع شدت در این نقطه  $0.8106$  است که افت شدت نقش برآیند تا تقریباً چهارپنجم مقدار ماکزیموم به‌شمار می‌آید. این تغییر در شدت برای چشم محسوس است، و تغییرات از این کوچکتر را هم می‌توان مشاهده کرد و یا دست‌کم به‌وسیله دستگاه‌های حساس شدت‌سنج، مانند میکروفوتومتر، آشکارسازی کرد. با این وصف، در این ناحیه، عمق می‌نیموم با سرعت زیادی با فاصله تغییر می‌کند، و از نظر سادگی روابط در این مورد خاص، ریلی، فاصله  $\alpha = \theta_1 = \lambda / b$  را به‌عنوان ضابطه تفکیک دو نقش پراش اختیار کرده است. این گزینش کاملاً اختیاری را ضابطه ریلی می‌نامند. زاویه  $\theta_1$  را گاهی توان تفکیک دهانه  $b$  می‌خوانند؛ گرچه، توانایی تفکیک با مقدار کاهنده  $\theta_1$ ، افزایش می‌یابد. مناسبترین نام برای  $\theta_1$ ، می‌نیموم زاویه تفکیک است.

## ۷-۱۵ توان تفکیک رنگی منشور

مثالی از کاربرد این ضابطه برای توان تفکیک دهانه قائم‌الزاویه در طیف‌نمای منشوری رخ می‌نماید؛ با این فرض که وجه جانبی منشور باریکه شکسته را به‌یک بخش قائم‌الزاویه محدود می‌کند. به‌این ترتیب، در شکل ۱۵-۱۰ زاویه می‌نیموم  $\Delta \delta$  میان دو باریکه موازی که باعث پیدایش تصویر در حد تفکیک می‌شود، چنان است که  $\Delta \delta = \theta_1 = \lambda / b$ ، که در آن  $b$  پهنای باریکه خروجی است. دو باریکه‌ای که این تصاویر را به‌دست می‌دهند، دارای اختلاف طول موج کوچک  $\Delta \lambda$  هستند که به‌سبب انحراف طول موج‌های کوچکتر با زوایای بزرگتر، علامت منفی دارد. نمو طول موج  $\Delta \lambda$  دارای اهمیت بیشتری از نمو زاویه، و کمیتی است که در توان تفکیک رنگی  $\lambda / \Delta \lambda$  (بخش ۱۴-۱۲)

پیش می‌آید. برای مقداریبایی  $\lambda/\Delta\lambda$  در منشور، نخست با توجه به اینکه هر مسیر اپتیکی میان دو موضع متوالی  $b'$  و  $b$  در جبهه‌موج باید یکسان باشند، می‌نویسیم

$$c + c' = nB \quad (۹-۱۵)$$

در اینجا،  $n$  ضریب شکست منشور برای طول‌موج  $\lambda$ ، و  $B$  طول قاعده منشور است. حال، اگر طول‌موج به اندازه  $\Delta\lambda$  کاهش یابد، مسیر اپتیکی از طریق قاعده منشور عبارت می‌شود از  $(n + \Delta n)B$ ، و جبهه‌موج خروجی باید حول زاویه‌ای برابر با  $\lambda/b = \Delta\delta$  بچرخد، تا تصویری که تشکیل می‌دهد در مرز تفکیک قرار گیرد. چون، بنابر شکل  $\Delta\delta = (\Delta c)/b$ ، این زاویه چرخش، طول پرتو بالایی را به اندازه  $\Delta c = \lambda$  افزایش می‌دهد. اینکه  $\Delta c$  را در امتداد پرتوهای  $\lambda$  یا  $\lambda + \Delta\lambda$  بسنجیم، فرقی نمی‌کند، زیرا فقط یک اختلاف مرتبه دوم مطرح است. در این صورت داریم:

$$c + c' + \lambda = (n + \Delta n)B$$

هرگاه معادله (۹-۱۵) را از این معادله کم کنیم، می‌رسیم به:

$$\lambda = B\Delta n$$

حال، نتیجه مطلوب با تقسیم طرفین این معادله بر  $\Delta\lambda$  و نشان دادن مشتق  $dn/d\lambda$  به جای نسبت دو نم کوچک، به دست می‌آید:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = B \frac{dn}{d\lambda} \quad (۱۰-۱۵)$$

این عبارت، همچنین با حاصلضرب پاشندگی زاویه‌ای در پهنای باریکه خروجی،  $b$ ، مساوی است. علاوه بر این، ملاحظه می‌کنیم که معادله (۱۰-۱۵) را می‌توان حتی موقعی که باریکه منشور را پر نمی‌کند، به کار گرفت، که در آن صورت  $B$  باید تفاضل مسیرهای خارجی در منشور باشد و نیز موقعی که بیش از یک منشور به ردیف قرار گرفته باشند، و  $B$  مجموع قاعده‌های آنها باشد.

## ۱۵-۸ دهانه دایره‌ای

نقش پراش حاصل از امواج تخت خروجی از یک منبع نقطه‌ای و عبوری از یک دهانه دایره‌ای، از اهمیت زیادی برخوردار است، زیرا در مورد توان تفکیک دوربین نجومی و سایر ابزار اپتیکی کاربرد

## جدول ۱۵-۲

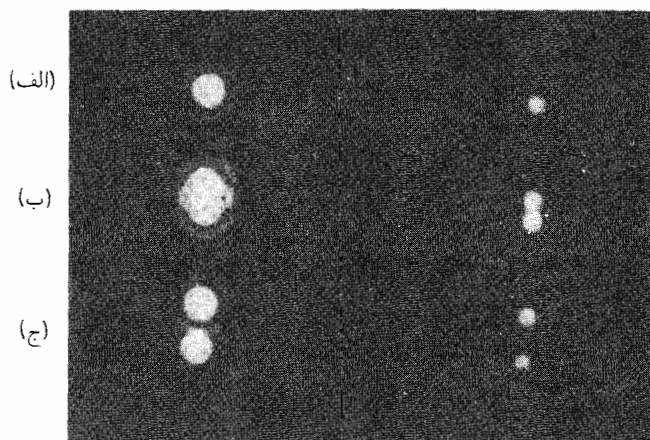
دهانه دایره‌ای			تک‌شکاف		
$I_{max}$	$m$	$I_{total}$	$I_{max}$	$m$	حلقه
۱	۰	۱	۱	۰	ماکزیموم مرکزی
	۱,۰۰۰			۱,۲۲۰	تاریک اول
۰,۰۴۷۲	۱,۴۳۰	۰,۰۸۴	۰,۰۱۷۵۰	۱,۶۳۵	روشن دوم
	۲,۰۰۰			۲,۲۳۳	تاریک دوم
۰,۰۱۶۵	۲,۴۵۹	۰,۰۳۳	۰,۰۰۴۱۶	۲,۶۷۹	روشن سوم
	۳,۰۰۰			۳,۲۳۸	تاریک سوم
۰,۰۰۸۳	۳,۴۷۱	۰,۰۱۸	۰,۰۰۱۶۰	۳,۶۹۹	روشن چهارم
	۴,۰۰۰			۴,۲۴۱	تاریک چهارم
۰,۰۰۵۰	۴,۴۷۷	۰,۰۱۱	۰,۰۰۰۷۸	۴,۷۱۰	روشن پنجم
	۵,۰۰۰			۵,۲۴۳	تاریک پنجم

دارد. متأسفانه، این مسئله با دشواریهای زیادی نیز روبه‌رو می‌شود، زیرا مستلزم انتگرال‌گیری دوگانه روی سطح دهانه است که در بخش ۱۵-۵ در مورد دهانه قائم‌الزاویه نیز گفته شد. این مسئله را برای نخستین بار در سال ۱۸۳۵ آیری\* حل کرده است، و جواب آن برحسب توابع بسل مرتبه اول به‌دست می‌آید. این توابع را باید به‌صورت بسط سریها محاسبه کرد، و مناسبترین راه بیان نتایج مورد نظر ما، همانا استفاده از ارقام به‌دست آمده به‌این طریق است (جدول ۱۵-۲).

نقش پراش شکل ۱۵-۱۱ (الف) متشکل است از یک قرص مرکزی روشن که به آن قرص آیری می‌گویند و پیرامون آن را تعدادی حلقه‌های تیره گرفته‌اند. نه قرص دارای مرز واضح است و نه حلقه‌ها، بلکه در کنار هایشان به تدریج باریکتر می‌شوند و به‌وسیله دایره‌ای به‌شدت صفر از همدیگر جدا می‌شوند. توزیع شدت با توزیعی که از یک نقش پراش تک‌شکاف در شکل ۱۵-۵ به‌دست آمده بود، کاملاً یکسان است و اگر نقش اخیر را حول محوری بچرخانیم که در جهت نور از مرکز ماکزیموم اصلی می‌گذرد، به‌دست می‌آید. ولی ابعاد و اندازه‌های نقش به‌طور محسوسی با ابعاد نقش تک‌شکاف با پهنای شکاف مساوی با قطر دهانه دایره‌ای، متفاوت است. در نقش پراش تک‌شکاف، فاصله زاویه‌ای می‌نیموها از مرکز، در بخش ۱۵-۳ به‌صورت  $\sin \theta \approx \theta = m\lambda/b$  به‌دست آمد که در آن  $m$  عددی صحیح است که با یک شروع می‌شود. دایره‌های تاریکی که

\* سر جورج آیری Sir Georg Airy (۱۸۹۲-۱۸۰۱)، ستاره‌شناس سلطنتی انگلستان از ۱۸۳۵ تا ۱۸۸۱. به‌خاطر کارهایش در زمینه آبراهی نور (بخش ۱۹-۱۱) نامبردار است.





شکل ۱۱-۱۵ عکسهای تصویری پراشی از چشمه‌های نقطه‌ای با استفاده از یک دهانه دایره‌ای: (الف) یک منبع؛ (ب) دو منبع که در شرف تفکیک‌اند؛ (ج) دو منبع کاملاً تفکیک‌یافته.

دایره‌های روشن را در نقش پراش دهانه دایره‌ای از همدیگر جدا می‌کنند، با فرمول مشابهی بیان می‌شوند. حال  $\theta$  نیم‌قطر زاویه‌ای دایره‌هاست و  $m$  ها، عدد صحیح نیستند. مقادیر عددی  $m$  را لومل محاسبه کرده است و در جدول ۲-۱۵، که حاوی مقادیر  $m$  برای ماکزیمومها و مقادیر شدت آنها نیز هست، درج شده‌اند. ستون  $I_{max}$  حاوی شدتهای نسبی ماکزیمومهاست، و ستون  $I_{total}$  مقدار کل نور در حلقه را نسبت به نور قرص مرکزی نشان می‌دهد. برای مقایسه، مقادیر  $m$  و  $I_{max}$  نوارهای مستقیم در نقش تک‌شکاف نیز به جدول افزوده شده است.

## ۹-۱۵ توان تفکیک تلسکوپ

برای اینکه از ابعاد خطی نقش پراش بالا ایده‌ای به دست آوریم، شعاع نخستین حلقه تاریک در تصویر تشکیل شده در صفحه کانونی دوربین معمولی را محاسبه می‌کنیم. قطر عدسی شیئی آن ۴ cm فاصله کانونیش ۳۰ cm است. طول موج مؤثر نور سفید  $5 \times 10^{-5} \times 56$  cm است، از این رو شعاع زاویه‌ای این حلقه عبارت است از  $1.71 \times 10^{-5} \text{ rad} = (5 \times 10^{-5} \times 56) / 4$ . شعاع خطی عبارت است از این زاویه ضرب در فاصله کانونی و بنابراین می‌شود  $512 \times 10^{-5} \times 30 = 0.1536$  cm یا تقریباً ۰.۵ mm. در این صورت، هرگاه منبع نقطه‌ای ما یک ستاره باشد، قطر دایره روشن مرکزی این دوربین ۱ mm است.

با تعمیر ضابطه ریلی به تفکیک نقشهای پراش (بخش ۱۵-۶) در مورد دهانه دایره‌ای،

می‌گوییم که دو نقش هنگامی تفکیک‌یافته تلقی می‌شوند که ماکزیموم مرکزی یکی روی نخستین حلقه تاریک دیگری بیفتد. در شکل ۱۵-۱۱ (ب) نقش برآیند تحت این شرایط را نشان داده‌ایم. بنابراین برای تلسکوپ، می‌نیموم زاویه تفکیک از این قرار می‌شود:

$$\theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (11-15)$$

که در آن  $D$  قطر دهانه دایره‌ای که باریکه تشکیل‌دهنده تصویر اولیه را محدود می‌کند، یا در اکثر موارد، همان قطر عدسی شیئی تلسکوپ است. در مثالی که در بالا اختیار کردیم، زاویه محاسبه شده درست همین زاویه محدودکننده است، لذا کوچکترین فاصله زاویه‌ای یک ستاره دوتایی که با این دوربین قابل تفکیک باشد، عبارت است از  $10^{-5} \text{rad} \times 1.71$  یا  $3.52$  ثانیه قوس. چون زاویه می‌نیموم با  $D$  تناسب معکوس دارد، ملاحظه می‌کنیم که دهانه لازم برای تفکیک دو منبع به فاصله یک ثانیه،  $3.52$  برابر قطر دهانه مطرح شده در مثال بالاست، یا اینکه

$$\theta_1 = \frac{1.41}{D} \quad (12-15)$$

که در آن  $D$  دهانه عدسی شیئی برحسب سانتیمتر است. در بزرگترین تلسکوپ موجود جهان در رصدخانه یرکس،  $D$  برابر  $4^\circ$  اینچ و  $\theta_1$  برابر  $14$  ثانیه است. برای مقایسه، زاویه می‌نیموم تفکیک چشم، که قطر مردمک آن در حدود  $3 \text{ mm}$  است،  $\theta_1$  می‌شود  $47$  ثانیه قوس.\* در واقع چشم یک فرد متوسط قادر به تفکیک اشیایی به فاصله کمتر از یک دقیقه نیست، و بنابراین محدودیتهای آن عملاً ناشی از نقایص اپتیکی چشم و یا ساختار شبکیه است.

در دوربینی با عدسی شیئی مشخص، ابعاد زاویه‌ای تصویری که چشم می‌بیند، با بزرگنمایی سیستم عدسی چشمی تعیین می‌شود. با این وصف، افزایش بزرگی تصویر از طریق افزایش توان سیستم چشمی، توانایی تشخیص جزئیات قابل رؤیت را افزایش نمی‌دهد، زیرا امکان تشخیص جزئیاتی که در تصویر اولیه حضور ندارند، با افزایش بزرگنمایی وجود ندارد. هر نقطه از شیئی دارای یک نقش پراش دایره‌ای و تصویرش با یک لکه دایره‌ای همراه است، به طوری که هرگاه یک سیستم عدسی چشمی با توان عالی را به کار ببریم، تصویر مات و مبهم می‌شود و جزئیات بیشتری مشاهده نخواهند شد. به این قرار، پراش در عدسی شیئی، یک عامل محدودکننده توان تفکیک در دوربین است.

\* شاید این طور به نظر رسد که طول موج مورد استفاده در این محاسبه باید طول موجی باشد که در زجاجیه چشم است. درست است که ابعاد نقش پراش در این شرایط کوچکترند، اما فاصله دو تصویر هم، به سبب شکست پرتوها در ورود به چشم، به همان نسبت کاهش می‌یابند.

نقش پراش یک دهانه دایره‌ای و همچنین توان تفکیک یک دوربین را می‌توان در یک آرایش آزمایشی نظیر شکل ۱۵-۸، نمایش داد. منابع نقطه‌ای  $S_1$  و  $S_2$  از یک لامپ سدیم، یا جیوه و یک پرده سوراخدار با روزنه‌های  $35^\circ$  میلیمتری و به فواصل  $1^\circ$  تا  $10^\circ$  میلیمتر از یکدیگر تشکیل می‌شوند. به این منبع‌ها می‌توان از طریق یکی از سه سوراخ  $1^\circ$  و  $2^\circ$  و  $4^\circ$  نگاه کرد. این سوراخها در جلوی یک عدسی شیئی نصب می‌شوند تا چگونگی تأثیر یک دهانه افزایشده روی تفکیک را نشان دهند. تحت این شرایط، شدت موجود، برای نشان دادن هیچ چیز دیگر غیر از قرصهای مرکزی، کفایت نخواهد کرد. برای مشاهده حلقه‌های پراش فرعی، یک لامپ تخلیه پرنور (بخش ۲۱-۲) یا لیزر، بهترین منبع است.

توان تفکیک نظری یک تلسکوپ زمانی تحقق پیدا می‌کند که عدسیها از نظر شکل هندسی کامل و بزرگنمایی، دست‌کم برابر با بزرگنمایی به اصطلاح معمولی و متعارف (بخش ۱۰-۱۳) باشد. برای تأیید این نظر، توجه می‌کنیم که دو قرص پراش که روی صفحه کانونی عدسی شیئی در حد تفکیک می‌افتند، باید روبرو به زاویه‌ای از چشم، دست‌کم به قرار  $\theta = 1.22\lambda/d_e$  باشند، تا چشم بتواند آنها را تفکیک کند. در اینجا  $d_e$  قطر مردمک چشم است. بنابر معادله (۱۰-۱۱)، بزرگنمایی عبارت است از

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{D}{d}$$

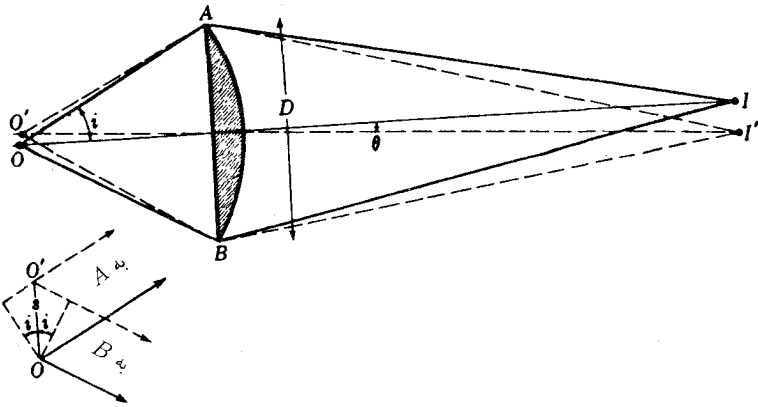
که در آن  $D$ ، قطر مردمک ورودی (عدسی شیئی) و  $d$  قطر مردمک خروجی است. در بزرگنمایی عادی،  $d$  را با  $d_e$  برابر می‌گیرند، به طوری که بزرگنمایی متعارف عبارت می‌شود از:

$$\frac{D}{d_e} \equiv \frac{1.22\lambda/d_e}{1.22\lambda/D} = \frac{\theta'}{\theta}$$

بنابراین، هرگاه قطر  $d$  مردمک خروجی بزرگتر از قطر مردمک چشم،  $d_e$  شود، در آن صورت  $\theta' < \theta$ ، و تصاویر دیگر به وسیله چشم قابل تفکیک نخواهند بود؛ هر چند هم که روی صفحه کانونی عدسی شیئی تفکیک شده باشند. به بیان دیگر، هر بزرگنمایی کوچکتر از بزرگنمایی عادی متناظر است با مردمکی خروجی بزرگتر از  $d_e$ ، و بزرگنمایی که تحت این شرایط از دستگاه انتظار می‌رود، قابل بهره‌برداری نیست.

## ۱۰-۱۵ توان تفکیک میکروسکوپ

در این مورد هم اصول یاد شده قابل اعمال‌اند. ولی، از آنجا که در تلسکوپ آنچه عمدتاً مطلوب بود عبارت بود از به دست آوردن کوچکترین زاویه جدایی ممکن دو شیئی در فاصله‌ای زیاد و معمولاً



شکل ۱۵-۱۲ توان تفکیک میکروسکوپ.

نامعلوم، لذا وضعیت در اینجا فرق می‌کند. در میکروسکوپ، شیء خیلی نزدیک به عدسی شیئی است، و عدسی شیئی روبه‌روی زاویه بسیار بزرگ  $2i$  در صفحه شیء، مطابق شکل ۱۵-۱۲، قرار دارد. در اینجا می‌خواهیم در وهله اول کوچکترین فاصله میان دو نقطه  $O$  و  $O'$  در شیئی را که تصاویر  $I$  و  $I'$  را درست در مرز تفکیک تولید می‌کنند، بدانیم. هر تصویر از یک قرص و سیستمی از حلقه‌ها، که در بالا شرح دادیم، تشکیل شده و جدایی زاویه‌ای دو قرص چنانچه در مرز تفکیک باشند، عبارت است از  $\alpha = \theta_1 = 1.22\lambda/D$ . هرگاه این شرط برقرار باشد، شدت موج خروجی از  $O'$  که به  $I$  پراشیده است، صفر است (نخستین حلقه تاریک)، و اختلاف مسیر بیرونی‌ترین پرتوها،  $O'A$  و  $O'B$ ، عبارت است از  $1.22\lambda$ . با توجه به ضمیمه شکل ۱۵-۱۲ ملاحظه می‌شود که  $O'B$  به اندازه  $s \sin i$  از  $OA$  یا  $OB$  بلندتر، و  $O'A$  هم به همان اندازه کوتاه‌تر است. به این قرار، اختلاف مسیر بیرونی‌ترین پرتوهای خارج شده از  $O'$  عبارت است از  $2s \sin i$ ، و با مساوی قرار دادن این مقدار با  $1.22\lambda$ ، داریم:

$$s = \frac{1.22\lambda}{2 \sin i} \quad (13-15)$$

برای دستیابی به این رابطه، فرض کردیم که نقاط  $O$  و  $O'$  اشیای خوددرخشان‌اند، و از خود نور گسیل می‌کنند، به طوری که نور خروجی از هر کدام نسبت به نور خروجی از دیگری فاز ثابتی ندارد. اما عملاً، اشیای مورد مشاهده در میکروسکوپها چنین نیستند، بلکه از طریق یک عدسی همگرا نور از یک منبع به آنها تابانیده می‌شود. در این صورت، غیرممکن است که نور پراکنده شده به وسیله

این دو نقطه از نظر فازی کاملاً مستقل باشند. این وضعیت مسئله را به شدت پیچیده می‌کند، زیرا معلوم شده است که توان تفکیک به نحوی به مد روشنایی شیء بستگی دارد. آبه، این مسئله را به تفصیل بررسی کرده و به این نتیجه رسیده است که بهترین قاعده برای محاسبه توان تفکیک، معادله (۱۳-۱۵) و با حذف ضریب ۱٫۲۲ در آن است. در میکروسکوپیهای با توان تفکیک عالی، فضای مابین شیء و عدسی شیئی را با روغن پر می‌کنند. این کار، علاوه بر کاهش دادن اتلاف نور، ناشی از بازتابش در سطح عدسی اول، چون شکست پرتوهای خروجی از شیشه لامل حذف می‌شود، عدسی شیئی، مخروط نور بزرگتری دریافت می‌کند، و توان تفکیک نیز افزایش می‌یابد. در این صورت، معادله (۱۳-۱۵) را با نشاندن  $2n s \sin i$  به جای اختلاف مسیر نوری، تکمیل می‌کنیم که در آن  $n$  ضریب شکست روغن مورد استفاده است. نتیجه این دو تغییر عبارت است از:

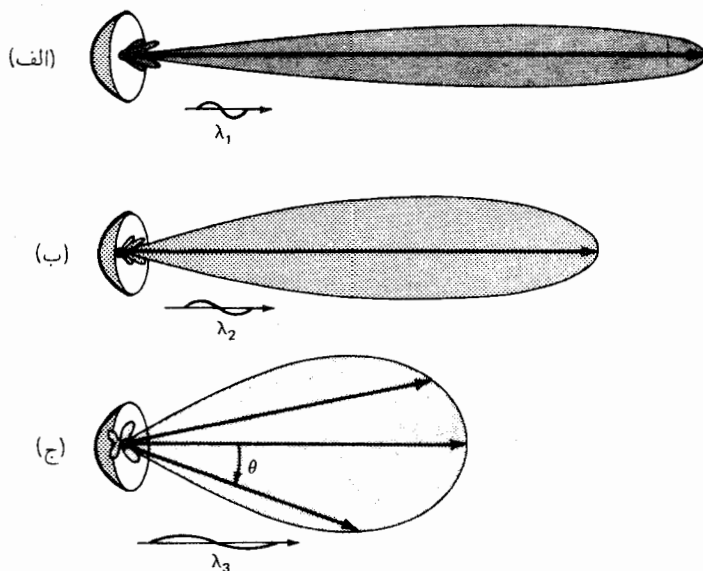
$$s = \frac{\lambda}{2n \sin i} \quad (14-15)$$

حاصلضرب  $n \cdot \sin i$  مشخصه یک عدسی شیئی خاص است، و آبه آن را دهانه عددی نام نهاده است. در عمل، بزرگترین مقدار دهانه عددی قابل حصول ۱٫۶ است. با طول موج مؤثر نور سفید،  $5 \times 10^{-5} \text{ cm}$ ، برای  $s$  از معادله (۱۴-۱۵) مقدار  $8 \times 10^{-5} \text{ cm}$  به دست می‌آید. اخیراً کاربرد نور فرابنفش با طول موج کوچکتر آن، به افزایش بیشتر توان بزرگنمایی انجامیده است. این روش، استفاده از عکاسی را برای مشاهده تصویر الزامی می‌کند.

یکی از گامهای شگفت‌انگیز در پیشبرد و تعالی تفکیک میکروسکوپی، اختراع میکروسکوپ الکترونی است. چنان که در بخش ۳-۴ شرح خواهیم داد، الکترونها رفتار موجی دارند و طول موجشان به ولتاژی بستگی دارد که به وسیله آن شتاب می‌گیرند.  $\lambda$  به ازای برقراری ولتاژ  $10^5$  تا  $10^6$  ولت، بین  $122 \text{ \AA}$  تا  $1220 \text{ \AA}$  نانومتر تغییر می‌کند، یعنی این طول موجها در گستره کسری از یک آنگستروم قرار می‌گیرند. این کمیت بیش از هزار بار کوچکتر از طول موج نور مرئی است. به کمک برقراری میدانهای الکتریکی و مغناطیسی می‌توان الکترونها را گسیل شده یا عبوری از بخشهای مختلف یک شیء را کانونی و از این طریق، از جزئیات آن که چندان بزرگتر از طول موج الکترونها نباشند، عکسبرداری کرد. دهانه عددی میکروسکوپ الکترونی بسیار کوچکتر از دهانه دستگاههای اپتیکی است. اما پیشرفتهای گسترده‌تری در راه اعتلای اپتیک الکترونی در انتظار ماست.

## ۱۱-۱۵ نقشهای پراش ناشی از امواج صوتی و میکروموجها

اصول حاکم بر پراش نور از شکافها، دهانه‌های قائم‌الزاویه، و گشودگیهای دایره‌ای در مورد امواج صوت و میکروموجها هم به خوبی صادقند. مثلاً یک بلندگوی رادیو، نقشهای پراشی تشکیل خواهد



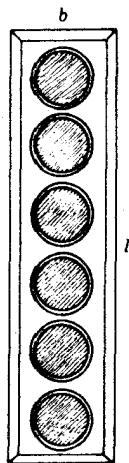
شکل ۱۳-۱۵ نمودارهای نقشهای پراش، در مختصات قطبی، برای طول موجهای مختلف گسیل شده از یک بازتابگر سهموی.

داد که، قطر، و بسامد گسیلی آن، این نقشها را تعیین می‌کنند و به تغییرات محسوسی در کیفیت صوت در نقاط مختلف یک اتاق بسته یا خارج از آن می‌انجامند. مثالی دیگر از این دست، میکروموجهای گسیلی از بازتابگری سهموی است که به صورت یک نقش پراشی حاصل از یک تک‌دهانه با ماکزیموم مرکزی آن در جهت پیش‌روند تشکیل می‌شوند (شکل ۱۳-۱۵).

در مورد امواج صوتی میکروموجها، معمول است که برای ترسیم نمودار نقشهای پراش به جای مختصات متعامد در امواج نور، از مختصات قطبی استفاده شود. نمودار ترسیم شده شدت تابیده در جهت‌های مختلف از یک منبع به صورت یک نمودار قطبی را نمودار برگی (گوشواره‌ای) می‌گویند. طول هر پیکان، در هر زاویه  $\theta$  متناسب است با شدت نسبی تابیده در آن جهت. برگها پوشه‌های نوک پیکانها هستند.

هر قدر طول موج یک منبع کوتاهتر و دهانه آن بزرگتر باشد، به همان نسبت هم نقش برگی شکل باریکتر است. امواج کوتاه از یک منبع نقطه‌ای در کانون آینه سهموی می‌توانند برگ مرکزی بسیار باریکی تولید کنند که در شکل ۱۳-۱۵ (الف) آن را مشاهده می‌کنید. حال آنکه امواج بلندتر، باریکه‌های پهنتر از آنچه در نمودارهای (ب) و (ج) نشان داده‌ایم، تولید می‌کنند.

امروزه، استفاده از آرایه بلندگوها با سیستمهای هدایت صوت در جهت‌های خاص کاملاً متداول



شکل ۱۴-۱۵ آرایه بلندگوها برای هدایت گزینه‌های صوتها به سوی مخاطبین در یک مجلس، از طریق پراش.

است. هر ردیف، مطابق شکل ۱۴-۱۵، با چندین بلندگو که از لحاظ الکتریکی به همدیگر وصل شده‌اند تا ارتعاش واحد داشته باشند، چنان عمل می‌کنند که گویی گشودگی کل قائم‌الزاویه، امواج تخت به جلو می‌فرستد. نقش پراش سه‌بعدی به‌گونه‌ای است که برگ مرکزی، در راستای قائم باریک و برگ مرکزی در راستای افقی پهن می‌شود و به این وسیله انرژی صوتی به مخاطبین می‌رسد که در آن مکان پراکنده‌اند. بد نیست که منبع قائم‌الزاویه و شکل باریکه مرکزی در شکل ۱۵-۷ را برای مقایسه مطالعه کنید. باریکه‌های مرکزی بازتابگرهای سهموی برای نقشهای میکروموجی که در جهت افقی پهن و در جهت قائم باریک‌اند، در جهت افقی باریک و در جهت قائم پهن می‌شوند، و به این وسیله این امکان فراهم می‌آید که مکان باریکه‌های بازتابنده از اشیای دور، در جهت افقی به دقت و در جهت قائم با دقت کمتر تعیین شود.

## مسائل

۱-۱۵ نور موازی به طول موج  $6563 \text{ \AA}$  در جهت قائم بر شکافی به عرض  $385^\circ$  میلی‌متر فرود می‌آید. یک عدسی به فاصله کانونی  $5^\circ \text{ cm}$  درست پشت شکاف قرار دارد و نقش پراش را روی یک پرده سفید متمرکز می‌کند. فاصله مرکز ماکزیموم اصلی از: (الف) نخستین می‌نیموم؛ و (ب) پنجمین می‌نیموم، را بیابید. جواب: (الف)  $852 \text{ mm}$ ؛ (ب)  $4261 \text{ mm}$ .

۲-۱۵ امواج تخت نور آبی،  $\lambda = 4340 \text{ \AA}$ ، روی یک تک شکاف می‌افتند و سپس از یک

عدسی به فاصله کانونی  $85\text{ cm}$  می‌گذرند. اگر نوار مرکزی عبارت باشد از نقش پراش روی پرده‌ای به پهنای  $45\text{ mm}$ ، پهنای تک‌شکاف چقدر است؟  
جواب:  $11\text{ mm}$ ،  $30^\circ$ .

۳-۱۵ باریکه موازی نور سفید در جهت قائم روی یک شکاف به پهنای  $32\text{ mm}$  فرود می‌آید. پشت این شکاف یک طیف‌نمای کوچک برای مشاهده طیف نور پراشیده مستقر و فاصله‌اش از شکاف  $1\text{ m}$  متر است. اگر شکاف را در امتداد عمود بر آن در مرکزش به اندازه  $25\text{ cm}$  جابه‌جا کنیم، می‌توانید پیش‌بینی کنید که در طیف‌سنج چه خواهید دید؟

۴-۱۵ یک نمودار دقیق از شدت پراش فرانهوفر از یک شکاف در ناحیه ماکزیموم فرعی ثانویه،  $\beta = 2\pi$  تا  $\beta = 3\pi$ ، ترسیم کنید. از روی نمودار ترسیمی خود، ارقام داده شده در جدول ۱-۱۵ را برای مکان و شدت این ماکزیموم به دست آورید.

۵-۱۵ مطلوب است محاسبه شدت تقریبی: (الف) نخستین؛ و (ب) دومین ماکزیمومهای ضعیفی که در امتداد قطر،  $\beta/\gamma = l/b$ ، در نقش پراش فرانهوفر ناشی از یک دهانه قائم‌الزاویه به پهنای  $b$  و ارتفاع  $l$  آشکار می‌شوند.  
جواب: (الف)  $2227\%$ ،  $I/I_0$ ؛ (ب)  $2716\%$ ،  $I/I_0$ .

۶-۱۵ با در نظر گرفتن ضابطه برای تفکیک دو نقش پراش با شدت نامساوی، مبنی بر اینکه افت شدت میان دو ماکزیموم باید  $20\%$  درصد شدت ضعیفتر باشد، فاصله زاویه‌ای لازم را در صورتی که شدتها به نسبت سه بر یک باشند، پیدا کنید. نتایج را برحسب  $\beta$ ، زاویه‌ای که برای شدتهای مساوی لازم است، بیان کنید. این مسئله از راه ترسیمی بهتر حل می‌شود؛ به این صورت که از دو نمودار شدت که بتوان با جابه‌جایی متغیر آنها را برهم نهاد، استفاده کنید.

۷-۱۵ از روی ضریب شکست شیشه کراون از سیلیکات بور در جدول ۲۳-۲، توان تفکیک رنگی منشوری از همین جنس را به زاویه رأس  $70^\circ$  و پهنای وجوه  $5\text{ cm}$ ، محاسبه کنید. محاسبه را برای: (الف) طول موج  $5338\text{ \AA}$ ؛ و (ب)  $4861\text{ \AA}$  انجام دهید.  
جواب: (الف)  $10^3 \times 3.16$ ؛ (ب)  $10^2 \times 13.4$ .

۸-۱۵ یک خط طیفی به طول موج  $3034\text{ \AA}$  را دوتایی نزدیک به هم می‌گویند. اختلاف طول موج میان دو جزء عبارت است از  $86\text{ \AA}$ ،  $86^\circ$  می‌خواهیم به وسیله یک طیف‌نگار با منشور کوارتز بلور از این دوتایی عکسبرداری کنیم. در این منشور ضریب شکست  $n$  است که در جدول ۱-۲۶ درج شده است. پیدا کنید: (الف) پاشندگی منشور کوارتز در  $3034\text{ \AA}$ ؛  $\lambda = 3034$ ؛ و (ب) کمترین طول قاعده منشور، برای اینکه به درستی بتواند دوتایی را تفکیک کند. پاشندگی را از روی نمودار  $n$  برحسب  $\lambda$  در ناحیه  $3034\text{ \AA}$  بیابید.



نقشهای پراش ناشی از امواج صوتی و میکروموجها ۴۱۵

۹-۱۵ از معادله (۳-۱۵) مشتق بگیرید و ثابت کنید که شرط وجود ماکزیمومها (بخش ۱۵-۳) عبارت است از:  $\tan\beta = \beta$ .

۱۵-۱۰ در صفحه کانونی تلسکوپ شکستی با عدسی شیئی به فاصله کانونی  $1.0\text{ m}$  و قطر  $10.0\text{ cm}$ ، قطر قرص ایری را پیدا کنید. طول موج مؤثر نور سفید را  $5.0 \times 10^{-5}\text{ cm}$  بگیرید. جواب:  $1342.0\text{ m}$  میلیمتر.

۱۱-۱۵ تحت شرایطی که در زیر خواهد آمد، پهنای ماکزیموم مجاز یک منبع شکافدار براساس ضابطه‌ای که در پایان بخش ۱۵-۵ بیان شد، چقدر است: فاصله منبع تا شکاف پراش  $3.0\text{ cm}$ ، پهنای شکاف پراش  $4.0\text{ m}$  میلیمتر، طول موج نور  $5.0 \times 10^{-5}\text{ cm}$ .

۱۲-۱۵ قطر عدسی شیئی یک تلسکوپ عبارت است از  $12.0\text{ cm}$ . دو شیء کوچک سبز رنگ به فاصله  $3.0\text{ cm}$  از یکدیگر در چه فاصله‌ای از این تلسکوپ تفکیک پذیرند؟ فرض می‌کنیم تفکیک فقط از پراش در عدسی شیئی ناشی می‌شود و  $5.0 \times 10^{-5}\text{ cm} = \lambda$ .

۱۳-۱۵ منبعی که برای یافتن زیردریایی امواج صوتی زیرآبی ایجاد می‌کند، دارای دهانه‌ای دایره‌ای به قطر  $6.0\text{ cm}$  است. بسامد امواج گسیلی آن  $40.0\text{ kHz}$  است. در فاصله‌ای از این منبع، نقش شدت مانند نقش فرانوفر از یک دهانه دایره‌ای ایجاد خواهد شد. پیدا کنید: (الف) گسترش زاویه‌ای نقش برگ مرکزی؛ و (ب) گسترش زاویه‌ای، چنانچه بسامد را به  $4.0\text{ kHz}$  کاهش دهیم. سرعت انتشار صوت در آب را  $1.5\text{ km/s}$  بگیرید. جواب: (الف)  $8.74^\circ$ ؛ (ب)  $99.4^\circ$ .

۱۴-۱۵ یک بازتابگر سهموی رادار به قطر  $6.5\text{ m}$ ، میکروموجهایی به بسامد  $1.0 \times 10^9\text{ Hz}$  گسیل می‌کند. در فاصله‌ای از این منبع، نقش برگ، مانند نقش پراش فرانوفر است. پیدا کنید: پهنای زاویه‌ای برگ مرکزی را. سرعت انتشار امواج را  $3.0 \times 10^8\text{ cm/s}$  بگیرید.

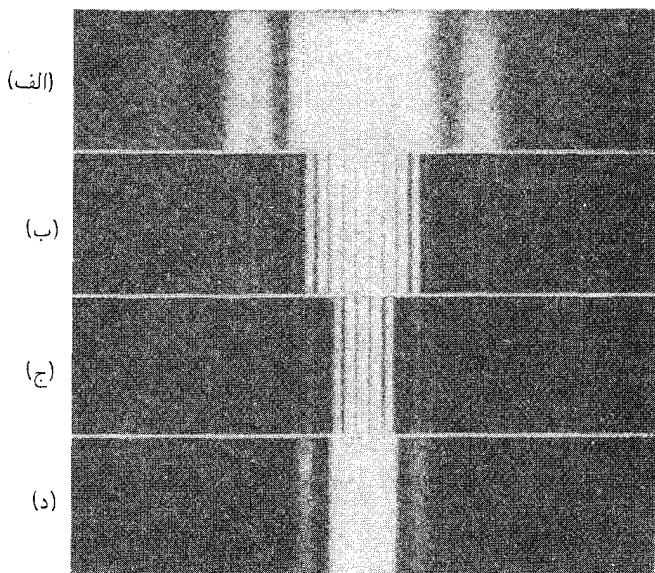
۱۵-۱۵ آرایه‌ای از بلندگوها در سیستم هدایت صوت، از شش بلندگوی دایره‌ای به قطر  $25.0\text{ cm}$  تشکیل شده و آرایه را در شکل ۱۴-۱۵ مشاهده می‌کنید. جعبه‌ای که بلندگوها در آن نصب شده‌اند دارای ابعاد داخلی  $15.0\text{ cm} \times 25.0\text{ cm}$  است. با فرض وقوع پراش فرانوفر پیدا کنید: گسترش افقی و قائم نقش برگ مرکزی برای امواج صوتی به بسامد: (الف)  $5\text{ kHz}$ ؛ (ب)  $1\text{ kHz}$ ؛ و (ج)  $200\text{ Hz}$ . سرعت انتشار صوت را  $300\text{ m/s}$  بگیرید.

## دو شکاف

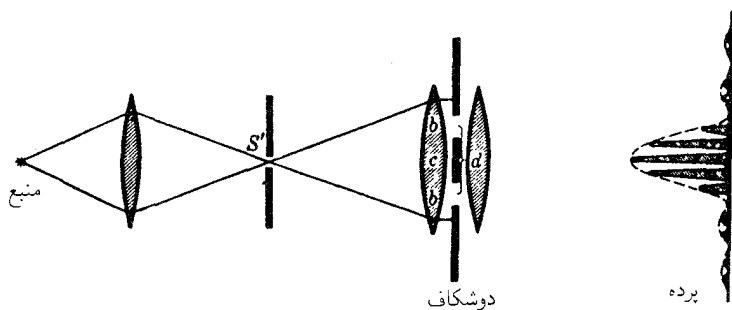
در خصوص تداخل نور خروجی از دو شکاف باریک نزدیک به هم، که نخستین بار یانگ آن را نمایش داد، در بخش ۱۳-۲ به صورت مثال ساده‌ای از تداخل دو باریکه نور صحبت کردیم. در آزمایش مورد بحث ما، فرض بر این بود که شکافها دارای پهنایی نه‌چندان بزرگتر از طول‌موج نورند، به طوری که ماکزیموم مرکزی هر کدام از آنها در نقش پراش برای اشغال زاویه‌ای بزرگ در پشت پرده دارای پهنای کافی باشند (شکلهای ۱۳-۱ و ۱۳-۲). درک این مطلب، که تغییرات نقش تداخل در اثر بسط پهنای تک‌شکافها اتفاق می‌افتد، تا هنگامی که این پهنایها با فاصله دو شکاف از هم، قابل مقایسه باشند حائز اهمیت است. وضعیت اخیر بسیار نزدیک به شرایطی است که تحت این شرایط معمولاً آزمایش انجام می‌پذیرد. در این فصل، می‌خواهیم پراش فرانهورف در دو شکاف و برخی کاربردهای آن را مورد بحث قرار بدهیم.

### ۱-۱۶ جنبه‌های کیفی نقش پراش

در شکل ۱۶-۱ (ج) و (ب)، عکسهایی از نقشهای ناشی از دو شکاف مختلف مشاهده می‌کنید که در آن پهنای هر یک از شکافها در هر جفت شکاف مساوی، اما در دو جفت با هم فرق می‌کردند. در شکل ۱۶-۲ آرایش تجربی مربوط به عکسبرداری از این نقشها را مشاهده می‌کنید؛ پهنای



شکل ۱-۱۶ نقشه‌های پراش ناشی از (الف) یک تک شکاف باریک؛ (ب) دو شکاف باریک؛ (ج) دو شکاف بهتر؛ (د) یک شکاف بهتر.



شکل ۲-۱۶ دستگاه مربوط به مشاهده پراش فرانهوفر ناشی از یک دو شکافی، نمودار به ازای  $c = 2b$ ، یعنی  $d = 3b$ ، ترسیم شده است.

شکاف  $b$  در هر شکاف، برای شکل ۱-۱۶ (ج) بزرگتر از پهناي شکاف در شکل ۱-۱۶ (ب) است، اما فاصله میان مراکز، یعنی  $d = b + c$ ، یا فاصله شکافها برای هر دو حالت، یکسان است. در قسمت مرکزی شکل ۱-۱۶ (ب) تعدادی ماکزیموم تداخلی با شدت تقریباً یکنواخت دیده می‌شوند،

که به فریزهای تداخل یاد شده در فصل ۱۳ و شکل ۴-۱۳ شبیه‌اند. ولی شدت این ماکزیمومها ثابت نیست، بلکه در هر دو طرف به‌کندی به‌سوی صفر میل می‌کند و سپس با شدت کمتر دوباره، دو یا سه مرتبه دیگر ظاهر می‌شود تا اینکه چنان ضعیف شود که به‌دشواری قابل تشخیص باشد. همین تغییرات در شکل ۱-۱۶ (ج) هم، که با پهنای شکاف اندکی بزرگتر،  $b$ ، گرفته شده است، البته بسیار سریعتر، نیز رخ می‌دهد.

## ۱۶-۲ استخراج معادله شدت

با پیروی از همان راهکار به‌کار رفته برای تک‌شکاف، در بخش ۲-۱۵، لازم است که صرفاً مرزهای انتگرالگیری در معادله (۲-۱۵) را عوض کنیم، تا شامل دوپاره جبهه‌موج بشود که از دو شکاف تراگسیل می‌شوند.\* از این‌رو، مطابق شکل ۲-۱۶، اگر دو شکاف یکسان به پهنای  $b$  و مجزا از هم به‌وسیله فضای کدری به‌پهنای  $c$  داشته باشیم، می‌توانیم مبدأ را در مرکز آن دو،  $c$ ، قرار دهیم و انتگرالگیری را از  $s = d/2 - b/2$  تا  $s = d/2 + b/2$  انجام دهیم. می‌رسیم به:

$$y = \frac{\gamma a}{xk \sin \theta} \left\{ \sin \left[ \frac{\gamma}{\lambda} k(d+b) \sin \theta \right] - \sin \left[ \frac{\gamma}{\lambda} k(d-b) \sin \theta \right] \right\} \left[ \sin(\omega t - kx) \right]$$

عبارت داخل کروشه به‌صورت  $\sin(A+B) - \sin(A-B)$  است، و هرگاه آن را بسط دهیم، خواهیم داشت

$$y = \frac{\gamma ba}{x} \frac{\sin \beta}{\beta} \cos \gamma \sin(\omega t - kx) \quad (۱-۱۶)$$

که در آن، مانند قبل

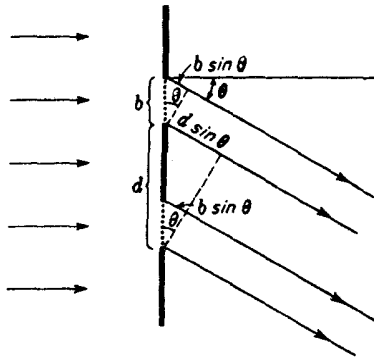
$$\beta = \frac{\gamma}{\lambda} kb \sin \theta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$$

و نیز

$$\gamma = \frac{\gamma}{\lambda} k(b+c) \sin \theta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (۲-۱۶)$$

در معادله (۱-۱۶)، شدت متناسب با مجذور دامنه است، از این‌رو با نشان دادن  $A_0$  به‌جای  $ba/x$ ، مانند قبل، می‌رسیم به:

\* نتیجه این محاسبه، به‌وضوح حالت خاصی از فرمول کلی مربوط به  $N$  شکاف است، که آن را با روش دامنه‌های مختلط، در فصل آینده به‌دست خواهیم آورد.



شکل ۳-۱۶ اختلاف مسیر پرتوهای موازی خروجی از یک دو شکاف.

$$I = 4A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 \gamma \quad (3-16)$$

در این معادله، ضریب  $(\sin^2 \beta) / \beta^2$  درست همان ضریبی است که برای تک شکاف به پهنای  $b$  در فصل گذشته به دست آوردیم [معادله (۴-۱۵)]. ضریب دوم،  $\cos^2 \gamma$ ، مشخصه نقش تداخل تولید شده به وسیله دو باریکه هم شدت، و اختلاف فاز  $\delta$ ، معادله (۲-۱۳) در بخش ۳-۱۳، است. در آنجا، شدت برآیند را متناسب با  $\cos^2(\delta/2)$  به دست آورده بودیم؛ از این رو، اگر قرار دهیم  $\gamma = \delta/2$ ، عبارتهای یاد شده متناظر خواهند بود. شدت برآیند به ازای صفر شدن هر یک از ضرایب، صفر است. برای ضریب اول این اتفاق در صورتی پیش می آید که  $\beta = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  و برای ضریب دوم، وقتی روی می دهد که  $\gamma = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$ . اینک دو متغیر  $\beta$  و  $\gamma$  مستقل نیستند، از شکل ۳-۱۶ پیداست. اختلاف مسیر از دو لبه هر شکاف تا پرده، چنان که دیده می شود، عبارت است از  $b \sin \theta$ . اختلاف فاز متناظر، مطابق معادله (۳-۱۵)، عبارت است از  $(2\pi/\lambda) b \sin \theta$ ، که مساوی است با  $2\beta$ . اختلاف مسیر تا هر یک از دو نقطه متناظر در دو شکاف، چنان که برای دو نقطه در لبه های پایینتر شکاف مشاهده می شود، عبارت است از  $d \sin \theta$  و اختلاف فاز از این قرار خواهد بود:  $\delta = (2\pi/\lambda) d \sin \theta = 2\gamma$ . بنابراین، برحسب ابعاد شکافها داریم:

$$\frac{\delta}{2\beta} = \frac{\gamma}{\beta} = \frac{d}{b} \quad (4-16)$$

## ۱۶-۳ مقایسه نقشهای ناشی از تک شکاف و دو شکاف

مقایسه نقش ناشی از یک دو شکاف با نقش ناشی از یک تک شکاف که پهنایش با پهنای یکی از شکافهای دو شکافی برابر باشد، آموزنده خواهد بود. این مقایسه نظیر مقایسه اثر ناشی از دو شکاف در آرایش شکل ۱۶-۲، با اثر ناشی از حالتی است که یکی از دو شکاف به وسیله یک پرده نار کاملاً گرفته شود. در این صورت، نقشهای پراش متناظر با تک شکاف مشاهده می شوند و رابطه آنها با نقشهای دو شکافی به صورتی است که در شکلهای ۱۶-۱ (الف) و (د) مشاهده می کنید. چنان که معلوم است، شدت فریزهای تداخل در نقش ناشی از دو شکاف با شدت نقش تک شکاف در هر نقطه متناظر است. هرگاه یکی از شکافها را در شکاف دوگانه بیوشاند، نقش تک شکاف به دست آمده دقیقاً با نقش یک تک شکاف در همان مکان و با همان شدت یکسان خواهد بود، در حالی که اگر هر دو شکاف باز باشند، به جای نقش یک تک شکاف با شدتی دو برابر، نقش پراش به صورت ماکزیمومها و می نیمومهای باریک شکافته می شود که آنها را فریزهای تداخل می نامند. شدت در ماکزیموم این فریزها چهار برابر شدت هر نقش تک شکاف در آن نقطه است؛ در حالی که در می نیموم صفر است (بخش ۱۳-۴).

## ۱۶-۴ تمایز مابین تداخل و پراش

در تشریح نتایج بالا، بحق می توان گفت که نور خروجی از دو شکاف در معرض تداخل قرار می گیرد و فریزهای تداخلی تشکیل می دهد که از نوع فریزهای ناشی از دو باریکه است، ولی شدت این فریزها تحت تأثیر مقدار نور فرارسیده به یک نقطه مشخصی روی پرده در اثر پراشی که در هر شکاف روی می دهد، محدودیت پیدا می کند. شدتهای نسبی در نقش برآیند، چنان که از معادله (۱۶-۳) بر می آید، عبارت اند از شدتهایی که از حاصلضرب تابع شدت برای نقش تداخل دو شکاف نامتناهی باریک به فاصله  $d$  از هم [معادله (۱۳-۲)] با تابع شدت برای پراش از یک تک شکاف به پهنای  $b$  [معادله (۱۵-۴)] به دست می آیند. به این قرار، نتیجه حاصل را می توان ناشی از کنش مشترک تداخل مابین پرتوهای گسیلی از نقاط متناظر در دو شکاف و پراشی دانست که مقدار نور خروجی از هر یک از شکافها تحت زاویه مشخصی را تعیین می کند. اما پراش، صرفاً نتیجه تداخل همه موجکهای ثانویه ناشی از عناصر مختلف جبهه موج است. از این رو، گفتن این موضوع که کل نقش، یک نقش تداخل به شمار می آید، به جاست. به همین ترتیب، نامیدن آن به عنوان نقش پراش به همان اندازه درست است، زیرا، چنان که از استخراج تابع شدت در بخش ۱۶-۲ ملاحظه کردیم، این نقش از مجموعیابی مستقیم آثار همه عناصر قسمتی از جبهه موج که در معرض تابش قرار گرفته است، به دست می آید. با همه اینها، چنانچه اصطلاح تداخل را برای آن حالتی که در آنها تغییر یافتن

دامنه از برهم‌نهی تعدادی متناهی (معمولاً کم‌شمار) از باریکه‌ها تولید می‌شود در نظر بگیریم، و پراش را برای مواردی که در آنها دامنه از انتگرالگیری روی عناصر بی‌نهایت کوچک جبهه‌موج تعیین می‌شود، به کار بگیریم، می‌توان گفت که نقش دو شکاف، ناشی از یک ترکیب تداخل و پراش است. تداخل باریکه‌ها از دو شکاف، ماکزیمومها و می نیمومهای باریک ناشی از ضریب  $\cos^2 \gamma$  را تولید می‌کند، و پراش که کمیت  $(\sin^2 \beta)/\beta^2$  نماینده‌اش به حساب می‌آید، شدت فریزهای این تداخل را مدوله می‌کند. خواننده نباید از این مطالب نتیجه نادرست بگیرد و به این اندیشه گمراه شود که پراش چیزی متفاوت از تداخلی است که حالتی نسبتاً پیچیده به‌شمار می‌رود.

## ۵-۱۶ مکان ماکزیمومها و می نیمومها. مرتبه‌های مفقود

چنان‌که در بخش ۲-۱۶ نشان دادیم، هرگاه  $\gamma = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$  و نیز هرگاه  $\beta = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  شدت صفر خواهد شد. در این دو مجموعه، اولی می‌نیمومهای نقش تداخل به‌شمار می‌آیند، و چون، بنابه تعریف،  $\gamma = (\pi/\lambda)d \sin \theta$ ، این می‌نیمومها به‌ازای زاویه‌های  $\theta$  که در شرط زیر صدق می‌کند، به‌وجود می‌آیند:

$$\bullet \quad d \sin \theta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad \text{می نیمومها} \quad (5-16)$$

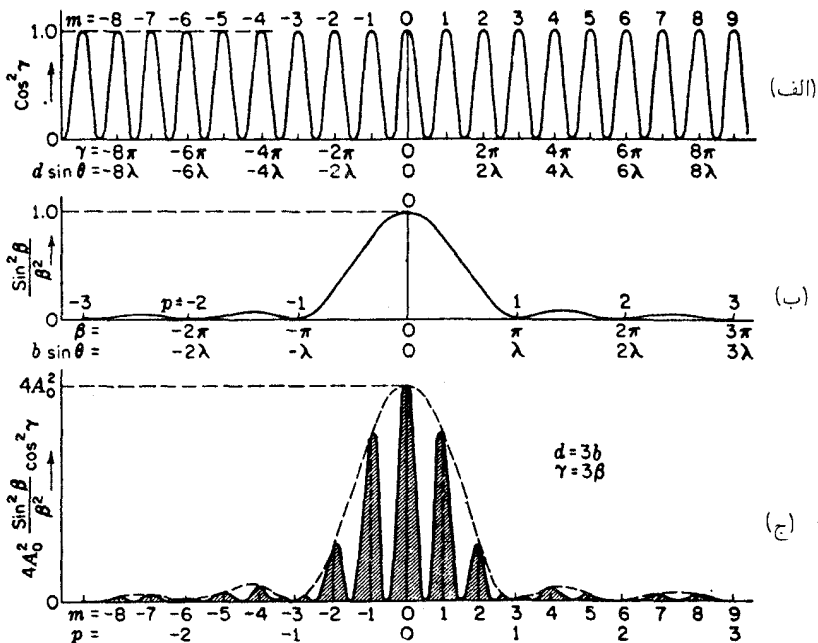
که  $m$  هر عدد صحیحی است که با صفر شروع می‌شود. سری دوم می‌نیمومها به نقش پراش مربوطند، و این می‌نیمومها، چون  $\beta = (\pi/\lambda)a \sin \theta$ ، وقتی اتفاق می‌افتند که:

$$\bullet \quad b \sin \theta = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots = p\lambda \quad \text{می نیمومها} \quad (6-16)$$

و کوچکترین مقدار  $p$ ، یک است. مکان دقیق ماکزیمومها به‌کمک رابطه ساده‌ای تعیین نمی‌شوند، بلکه مکان تقریبی آنها را می‌توان با چشمپوشی از تغییرات ضریب  $(\sin^2 \beta)/\beta^2$  پیدا کرد؛ و این فرض فقط وقتی تحقق می‌پذیرد که شکافها بسیار باریک باشند و ماکزیمومهای نزدیک مرکز نقش در نظر گرفته شوند [شکل ۱-۱۶ (ب)]. در آن صورت مکان ماکزیمومها به‌تنهایی با ضریب  $\cos^2 \gamma$  تعیین می‌شوند که به‌ازای  $\gamma = 0, \pi, 2\pi, \dots$  ماکزیموم دارند، یعنی به‌ازای

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots = m\lambda \quad \text{ماکزیمومها} \quad (7-16)$$

عدد صحیح  $m$  از نظر فیزیکی نمایانگر تعداد طول‌موجها در اختلاف مسیر نقاط متناظر در دو شکاف (شکل ۳-۱۶) و نمایانگر مرتبه تداخل است.



شکل ۴-۱۶ منحنیهای شدت برای یک دو شکافی که در آن  $d = 3b$ .

شکل ۴-۱۶(الف) منحنی تغییرات ضریب  $\cos^2 \gamma$  است و در این نمودار مقادیر مرتبه تداخل، نصف اختلاف فاز  $\gamma = \delta/2$ ، و اختلاف مسیر برای ماکزیموهای مختلف هم نشان داده شده‌اند. این ماکزیموها جملگی شدت یکسان دارند و فاصله آنها از یکدیگر به مقیاس  $d \sin \theta$  یا عملاً به مقیاس  $\theta$ ، مساوی است؛ زیرا در صورت کوچک بودن  $\theta$ ،  $\sin \theta \approx \theta$ ، آنگاه  $\theta \approx \lambda/d, 2\lambda/d, \dots$  زاویه‌های  $\theta = 0, \lambda/d, 2\lambda/d, \dots$  روی می‌دهند. در پهنای شکاف متناهی  $b$ ، باید تغییرات ضریب  $(\sin^2 \beta)/\beta^2$  منظور شوند. این ضریب به‌تنهایی، درست نقش تک شکاف مورد بحث در فصل گذشته را به‌دست می‌دهد، و در شکل ۴-۱۶(ب) نمودار آن را مشاهده می‌کنید. نقش کامل دو شکافی، مطابق معادله (۳-۱۶)، حاصلضرب این دو ضریب است، بنابراین از ضرب کردن محور عرضهای منحنی (الف) در محور عرضهای منحنی (ب) و ثابت  $4A_0^2$  به‌دست می‌آید. نقش این حاصلضرب در شکل ۴-۱۶(ج) دیده می‌شود. نتیجه، به مقیاسهای نسبی محورهای طولی  $\beta$  و  $\gamma$  بستگی دارد، که در شکل چنان انتخاب شده‌اند که در یک طول مشخص  $\gamma = 3\beta$  باشد. اما رابطه میان  $\beta$  و  $\gamma$  به‌ازای زاویه مشخص  $\theta$ ، براساس معادله (۴-۱۶)، از نسبت پهنای شکاف به فاصله میان دو شکاف تعیین می‌شود. بنابراین، اگر  $d = 3b$ ، منحنیهای (الف) و (ب) با مقیاس



یکسان  $\theta$  رسم شده‌اند. در حالت خاص دو شکاف به پهنای  $b$  و به فاصله فضای تیره‌ای با پهنای  $c = 2b$ ، منحنی (ج) که حاصلضرب (الف) و (ب) است، نقش برآیند را به دست می‌دهد. مکان ماکزیمومها در این منحنی اندکی با مکانهایی که در منحنی (الف) آمده‌اند به استثنای ماکزیموم مرکزی ( $m = 0$ )، متفاوتند؛ زیرا هرگاه عرضهای نزدیک به یکی از ماکزیمومها در منحنی (الف) در ضریبی ضرب می‌شوند که کاهنده یا افزایشده است، طول یک طرف ماکزیموم با طول طرف دیگر آن به یک اندازه تغییر نمی‌کند، و این امر موجب جابه‌جایی اندک ماکزیموم برآیند در جهتی می‌شود که ضریب افزایشده است. پس، مکان ماکزیمومها در منحنی (ج) دقیقاً با مکانهایی که در معادله (۷-۱۶) داده شده‌اند، یکی نیستند، اما در اکثر موارد به آنها خیلی نزدیکند.

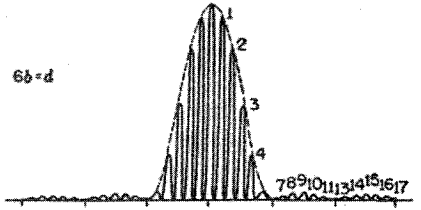
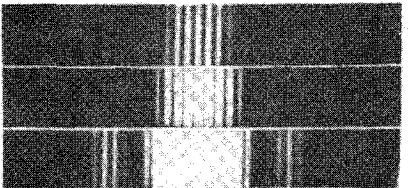
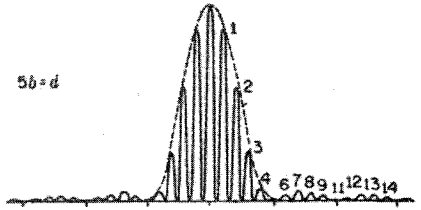
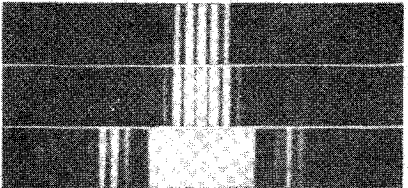
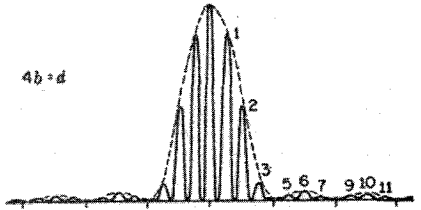
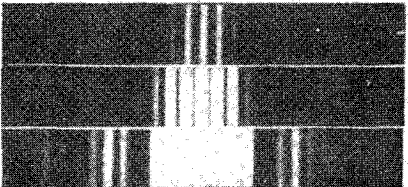
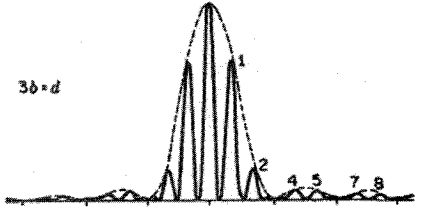
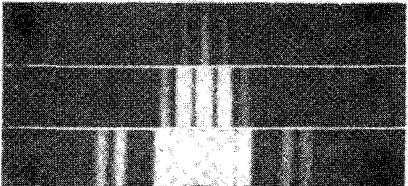
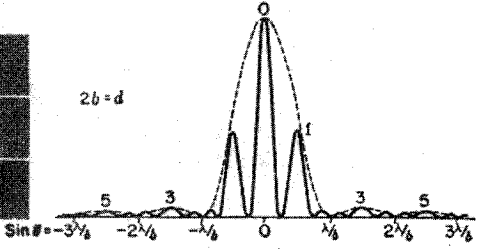
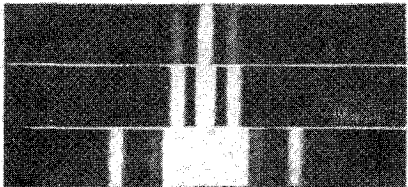
حال باز هم برمی‌گردیم به تشریح تفاوتها در دو نقش (ب) و (ج) در شکل ۱-۱۶، که از دو شکافها با فواصل مساوی  $d$  ولی با پهنایهای شکاف متفاوت  $b$  گرفته شده‌اند. نقش (ج) با  $d = 3b$  گرفته شده و معلوم می‌شود که با توصیف یاد شده در بالا، می‌خواند. برای نقش (ب)، فاصله شکافهای  $d$  همان است، و فاصله‌های یکسان برای فریزها ایجاد می‌کند، اما پهنای شکافها،  $b$ ، کوچکتر است، به طوری که  $d = 6b$ . در شکل ۴-۱۳، این نسبت عبارت بود از  $d = 14b$ . این امر موجب افزایش بسیار زیاد مقیاس نقش تک شکاف نسبت به نقش تداخل می‌شود، به طوری که اکنون تعداد زیادی ماکزیموم تداخل در محدوده ماکزیموم مرکزی نقش پراش قرار می‌گیرند. از این رو، اثر کاهش دادن  $b$ ، ضمن ثابت نگهداشتن  $d$ ، صرفاً پهن‌شدگی نقش تک شکاف است، که به مثابه پوش نقش تداخل، مطابق شکل ۴-۱۶ (ج) و منحنیهای نقطه چین، عمل می‌کند.

هرگاه پهنای،  $b$ ، شکاف را ثابت نگهداریم و فاصله،  $d$ ، شکافها را تغییر دهیم، مقیاس نقش تداخل تغییر می‌کند، اما مقیاس نقش پراش ثابت می‌ماند. یک رشته عکسبرداریها که برای نشان دادن این ماجرا انجام شده است، در شکل ۵-۱۶ دیده می‌شوند. برای هر نقش، سه نوردهی مختلف به منظور نشان دادن جزئیات بخشهای ضعیف و قوی نقش مشاهده می‌شود. ماکزیمومهای منحنیها با مرتبه  $m$  علامتگذاری شده‌اند، و زیر منحنی بالایی، مقیاس مشخص مکان زاویه‌ای  $\theta$  درج شده است. مطالعه این شکلها نشان می‌دهد که برخی مرتبه‌ها ناپیدایند، یا دست‌کم به دو ماکزیموم با شدت بسیار کم کاهش یافته‌اند. این مرتبه‌های مفقود موقعی اتفاق می‌افتند، که شرط ماکزیموم برای تداخل، معادله (۷-۱۶) و می نیموم پراش، معادله (۶-۱۶)، هر دو برای مقدار یکسان  $\theta$  مصداق می‌یابند، یعنی به‌ازای

$$d \sin \theta = m\lambda \quad \text{و} \quad b \sin \theta = p\lambda$$

به طوری که

$$\frac{d}{b} = \frac{m}{p} \quad (۸-۱۶)$$



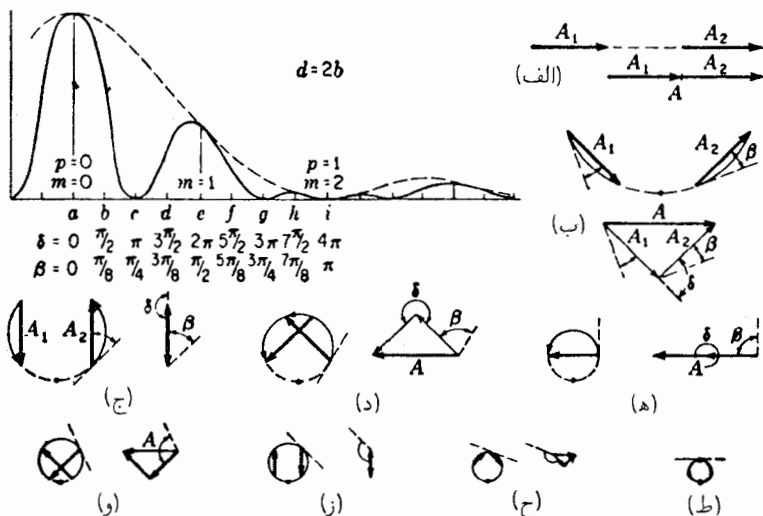
شکل ۱۶-۵ عکسها و منحنیهای شدت برای نقشهای پراش ناشی از دو شکاف.

چون هم  $m$  و هم  $p$  اعداد صحیح‌اند، نسبت  $d/p$  باید به صورت کسر یا نسبت دو عدد صحیح باشد، تا اینکه مرتبه مفقود پیش بیاید. این نسبت مرتبه‌هایی را تعیین می‌کند که مفقودند، به نحوی که هرگاه  $d/b = 2$ ، مرتبه‌های ۲، ۴، ۶، ...؛ و هرگاه  $d/b = 3$ ، مرتبه‌های ۳، ۶، ۹، ... مفقود می‌شوند و الی آخر.  $d/b = 1$ ، به این معناست که دو شکاف دقیقاً به همدیگر متصل می‌شوند، و باید همه مرتبه‌ها مفقود باشند. با این وصف، دو ماکزیموم ضعیف که هر مرتبه به آنها شکافته می‌شود، به مثابه ماکزیمومهای فرعی یک تک شکاف به پهنای  $2b$  ظاهر می‌شوند.

تصویر فیزیکی ما از علت وجودی مرتبه‌های مفقود به‌قراری است که در زیر توضیح می‌دهیم. مثلاً، مرتبه مفقود  $m = +3$  در شکل ۱۶-۴ (ج) را در نظر می‌گیریم، این نقطه در روی پرده، اندازه سه طول موج از وسط یک شکاف دورتر از وسط شکاف دیگر است. پس، می‌توان انتظار داشت که امواج خروجی از دو شکاف به‌طور هم‌فاز به‌آن برسند و یک ماکزیموم تشکیل دهند. ولی این نقطه در عین حال، یک طول موج از لبه یک شکاف، دورتر از لبه دیگر همان شکاف است. تحت این شرایط، جمع موجکهای ثانوی از یک شکاف، شدت صفر به‌دست می‌دهد. این وضع برای هر دو شکاف صادق است، به طوری که، هر چند هم که عوامل مؤثر دو شکاف را با هم جمع کنیم، چون هر دو عامل صفرند، شدت برآیند هم صفر خواهد شد.

## ۱۶-۶ منحنی ارتعاش

همان روشی که در بخش ۱۵-۴ برای یافتن دامنه برآیند به‌طور ترسیمی در مورد تک شکاف به‌کار بردیم، در مورد دو شکاف نیز به‌کار بردنی است. برای نشان دادن حقانیت این ادعا، یک دو شکاف را در نظر می‌گیریم که پهنای هر شکاف آن برابر پهنای فاصله تیره میان آن دوست، به طوری که  $d = 2b$ . عکس نقش حاصل از این دو شکاف در بالای شکل ۱۶-۵ دیده می‌شود. نمودار برداری عوامل مؤثر دامنه‌ای از یک شکاف، به‌صورت کمانی از یک دایره به‌دست می‌آید و کمکان، تفاضل میان شیب مماسها در دو سر کمان برابر است با اختلاف فاز  $2\beta$  میان عوامل مؤثر ناشی از دو لبه شکاف. حالا، چنین کمانی را باید برای هر دو شکاف ترسیم کنیم و این دو کمان را باید چنان به‌یکدیگر ربط دهیم، که اختلاف فاز آنها (شیبهای مماس بر آنها) برای نقاط متناظر در دو شکاف،  $2\gamma$  یا  $\delta$  باشد. در مورد فعلی، چون  $d = 2b$ ، باید داشته باشیم:  $\gamma = 2\beta$  و یا  $\delta = 4\beta$ . بدین ترتیب، در شکل ۱۶-۶ (ب) که منحنی ارتعاش را به‌ازای  $\beta = \pi/8$  نشان می‌دهد، هر دو کمان، روبه‌روی زاویه  $(2\beta) = \pi/4$  است که اختلاف فاز برای دو لبه هر شکاف به‌شمار می‌آید، و زاویه میان دو کمان  $\pi/4$  است. به طوری که اختلاف فاز نقاط متناظر روی دو کمان عبارت است از  $(\delta) = \pi/2$ . حال، مقادیر دامنه و فاز برآیند حاصل از دو شکاف را به‌وسیله وترهای این کمان، یعنی  $A_1$  و  $A_2$  نشان می‌دهیم. نمودارهای (الف) تا (ط) ساخت ترسیمی نقاطی روی منحنی شدت را

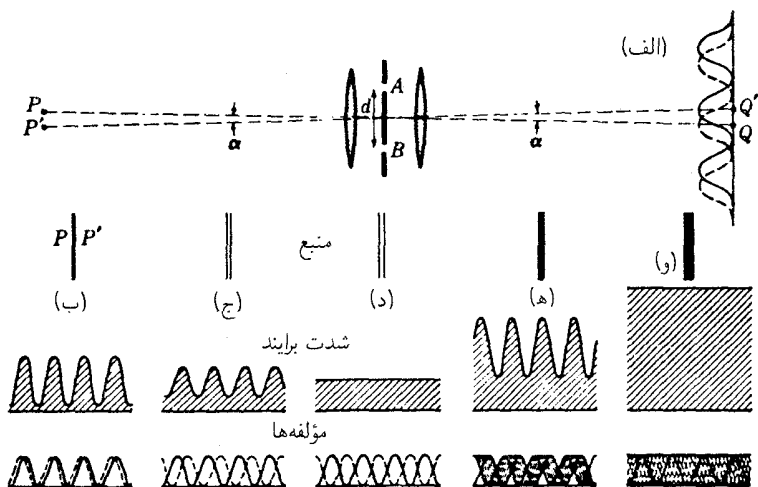


شکل ۱۶-۶ چگونگی به دست آمدن منحنی شدت برای یک دو شکافی از طریق جمع نموداری دامنه‌ها.

نشان می‌دهند که با همان حرف علامتگذاری شده‌اند. یادآوری می‌کنیم که شدت، به صورت مجذور دامنه برآیند  $A$  که از جمع برداری  $A_1$  و  $A_2$  به دست می‌آید، محاسبه می‌شود. در مثال اختیار شده، شکافها در مقایسه با فاصله میان آن دو، نسبتاً پهن‌اند، و با افزایش اختلاف فاز، انحنای هر یک از کمانهای منحنی ارتعاش، سریعاً افزایش می‌یابد؛ پس، طول بردارهای  $A_1$  و  $A_2$  به سرعت کاهش می‌یابد. در شکافهای باریکتر، تعداد فریزهای تداخل به دست آمده در محدوده ماکزیموم مرکزی پراش بیشتر می‌شود، زیرا طول کمانها نسبت به شعاع انحنای دایره‌ها کوچکتر است. در آن صورت طول  $A_1$  و  $A_2$  با افزایش  $\beta$  بسیار کندتر کاهش می‌یابد، و شدت ماکزیمومها چندان سریع افت نمی‌کنند. در حد که پهنای شکاف  $a$  به سوی صفر میل می‌کند،  $A_1$  و  $A_2$  ثابت می‌مانند، و تغییرات شدت برآیند صرفاً ناشی از تغییر زاویه فاز میان آنهاست.

## ۱۶-۷ اثر پهنای متناهی شکاف منبع

شرایط ساده‌شده‌ای که در بررسی بالا منظور شده بود، و در عمل هرگز دقیقاً پیش نمی‌آید، از این قرار بود که پهنای شکاف منبع ( $S'$  در شکل ۱۶-۲) چندان ناچیز است که می‌توان از تأثیرش چشم پوشید. چون عدسی باید یک تک قطار از امواج تخت را روی شکاف دوگانه بیندازد، این فرض لازم بود. در غیر این صورت، دسته امواج مختلفی وجود خواهند داشت که تحت زوایای اندکی



شکل ۱۶-۷ اثر یک منبع دوگانه و یک منبع پهن روی فریزهای تداخل یک شکاف دوگانه.

متفاوت به دو شکاف می‌رسند و از نقاط مختلف شکاف سرچشمه می‌گیرند. چنین امواجی، مجموعه‌های فریزی مختلفی تولید می‌کنند که نسبت به یکدیگر، مطابق شکل ۱۶-۷ (الف)، جابه‌جا شده‌اند. در این شکل، به‌منظور ساده‌سازی، با چشمپوشی از آثار پراش، ماکزیموهای تداخل را با شدت یکنواخت ترسیم کرده‌ایم. فرض کنیم  $P$  و  $P'$  دو خط باریکی باشند که به‌عنوان منبع عمل می‌کنند. مثل دو شکاف باریک و یا بهتر از آن، دو رشته داخل لامپ، زیرا فرض بر این نیست که دو منبع همدوس باشند. هرگاه مکان ماکزیموهای مرکزی تولید شده به‌وسیله این منبعها را با  $Q$  و  $Q'$  نشان دهیم، جابه‌جایی فریزی  $QQ'$  روبه‌روی زاویه  $\alpha$  در دو شکاف خواهد بود که مساوی زاویه‌ای است که شکافهای منبع در دو شکاف روبه‌روی آن قرار دارند. چنانچه این زاویه کسر کوچکی از فاصله زاویه‌ای  $\lambda/d$ ، یعنی فریزهای متوالی هر دو نقش، باشد، توزیع شدت برآیند هنوز هم شبیه یک منحنی واقعی  $\cos^2 \gamma$  خواهد بود؛ هر چند که شدت در می‌نیموها به‌صفر نخواهد رسید. مواضع نسبی این دو نقش، و مجموع آن دو در این حالت را در شکل ۱۶-۷، منحنی (ب) مشاهده می‌کنید. منحنیهای (ج) و (د) اثر افزایش فاصله  $PP'$  را نشان می‌دهند. در (د) فریزها کاملاً ناهمفازند و شدت برآیند هیچگونه افت‌وخیزی نشان نمی‌دهد. در این صورت، در نقطه‌ای مانند  $Q$ ، ماکزیموم یک نقش بر می‌نیموم بعدی نقش دیگر منطبق است، به‌طوری که اختلاف مسیر عبارت خواهد بود از:  $PAQ - P'AQ = \lambda/2$ . به‌بیان دیگر،  $P'$  درست نصف طول موج دورتر از فاصله  $A$  تا  $P$  است. هرگاه شدت یک مجموعه از فریزها با  $4A^2 \cos^2(\delta/2)$  یا  $2A^2(1 + \cos \delta)$  داده شود،

شدت مجموعهٔ دیگر از رابطهٔ  $2A^2(1 - \cos \delta) = 2A^2[1 + \cos(\delta + \pi)]$  به دست می‌آید. مجموع این دو شدت برابر  $4A^2$  و مقداری ثابت است؛ پس فریزها کاملاً ناپدید می‌شوند. شرط این ناپدید شدن فریزها عبارت است از  $\alpha = \lambda/2d$ . هرگاه  $PP'$  بیشتر افزایش یابد، فریزها دوباره پدیدار می‌شوند، و هنگامی که  $\alpha$  برابر فاصله فریزی  $\lambda/d$  شود، واضح و پررنگ هستند، و باز هم وقتی که فریزها در وضعیت ناهمگام بعدی قرار گرفتند ناپدید می‌شوند، و الی آخر. به طور کلی شرط ناپدیدی عبارت است از:

$$\alpha = \frac{\lambda}{2d}, \frac{3\lambda}{2d}, \frac{5\lambda}{2d}, \dots \quad \text{ناپدیدی فریزهای منبع دوگانه} \quad (9-16)$$

که در آن  $\alpha$  زاویه روبه‌روی دو منبع، با رأسی واقع بر دو شکاف، است. حال، اثر وضعیتی را بررسی می‌کنیم، که به جای منبع دوگانه، یک منبع روشن یکنواخت به صورت نواری به پهنای  $PP'$  قرار گیرد. هر عنصر خطی این نوار، فریزهای تداخل خود را تولید خواهد کرد و نقش برآیند از مجموع تعداد زیادی از این نقشها که به مقدار بینهایت کوچک نسبت به همدیگر جابه‌جا شده‌اند، حاصل خواهد شد. در شکل ۷-۱۶ (ه) این وضعیت را به ازای  $\alpha = \lambda/2d$  مشاهده می‌کنید؛ یعنی برای شکافی با چنان پهنای که در صورت کنش نقاط خارجی اش به تنهایی، ناپدیدی کامل فریزها مانند حالت (د) حاصل می‌شد. حال، منحنی برآیند، افت و خیزهای بارزی را نشان می‌دهد، و شکاف باید به پهنایش بیشتر افزوده شود، تا شدت یکنواخت ظاهر شود. نخستین ناپدیدی کامل هنگامی روی می‌دهد که گستره پوشیده شده به وسیلهٔ مؤلفهٔ فریزها، به جای نصف پهنای فریز در حالت بالا، برابر با پهنای کامل یک فریز باشد. این حالت را در شکل ۷-۱۶ (و) مشاهده می‌کنید که پهنای شکاف در آن روبه‌روی زاویه  $\alpha = \lambda/d$ ، با بیشتر کردن پهنای شکاف، فریزها مجدداً پدیدار می‌شوند؛ هر چند هم که دیگر هرگز از همدیگر کاملاً متمایز نیستند. یعنی، فاصله میان فریزها دارای شدت صفر نیست. در  $\alpha = 2\lambda/d$  مجدداً به طور کامل ناپدید می‌شوند و شرط کلی برای ناپدیدی عبارت است از

$$\alpha = \frac{\lambda}{d}, \frac{2\lambda}{d}, \frac{3\lambda}{d}, \dots \quad \text{ناپدیدی فریزها با منبع شکاف‌دار} \quad (10-16)$$

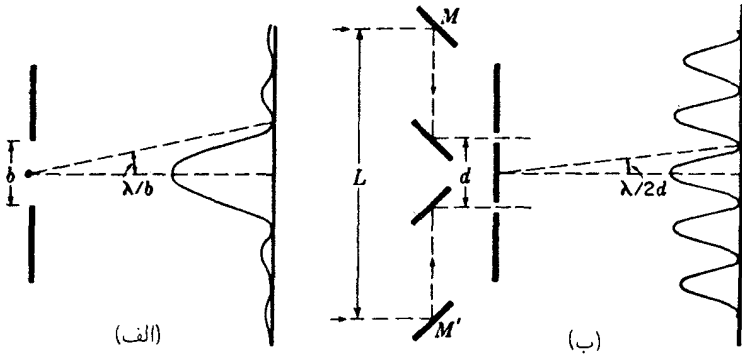
در مشاهده تجربی فریزهای ناشی از دو شکاف، این موضوع که پهنای شکاف منبع را چگونه باید اختیار کرد تا فریزهای پرشدت به دست آورد، بدون اینکه بر وضوح آنها خدشه‌ای وارد آید، از اهمیت عملی برخوردار است. پهنای دقیق بستگی به ضابطه‌ای دارد که فریز واضح را تعریف کند، اما قاعده‌ای که بارها صحت آن تجربه شده، از این قرار است که یک فاصله میان فریزها در حدود یک چهارم آن فاصله برای نخستین ناپدیدی منظور شود. هرگاه  $f'$  فاصله کانونی عدسی

اول باشد، در آن صورت بنا بر تشریح بالا، ماکزیموم پهنای مجاز برای شکاف منبع عبارت خواهد بود از

$$PP' = f' \alpha = \frac{f' \lambda}{4d} \quad (11-16)$$

## ۸-۱۶ تداخل سنج ستاره‌ای مایکلسون

چنان که در بخش ۹-۱۵ نشان دادیم، کوچکترین فاصله زاویه‌ای که دو منبع نقطه‌ای می‌توانند داشته باشند، تا تصویری که در صفحه کانونی تلسکوپ تشکیل می‌دهند به صورت مجزا از هم قابل تشخیص باشند، عبارت است از  $1.22\lambda/D = \alpha = \theta_1$ . در این معادله (معادله ۱۱-۱۵)،  $D$  قطر عدسی شیئی تلسکوپ است. فرض کنیم عدسی شیئی با پرده‌ای که دارای دو شکاف موازی به فاصله تقریباً مساوی با قطر آن است، پوشانده شود. فاصله مناسب عبارت است از  $d = D/1.22$ . حال، اگر تلسکوپ را متوجه یک ستاره دوتایی کنیم و شکافها چنان قرار داده شوند که بر خط واصل دو ستاره عمود باشند، به طور کلی فریزهای تداخلی ناشی از دو شکاف مشاهده خواهند شد. ولی، بنا بر معادله (۹-۱۶)، چنانچه فاصله زاویه‌ای دو ستاره اتفاقاً عبارت شود از  $\alpha = \lambda/2d$ ، که شرط اولیه ناپدید است، هیچ فریزی دیده نخواهد شد. یعنی فریزهای یک ستاره، آن ستاره دیگر را می‌پوشانند. بنابراین از ناپدید فریزها می‌توان پی برد که ستاره مورد مشاهده یک ستاره دوتایی بوده است که فاصله زاویه‌ای آنها  $\lambda/2d$  و یا مضربهایی از آن است. (با مشاهده مستقیم، یعنی بدون شکاف دوتایی فاصله زاویه‌ای بدون دخالت مضارب، تعیین می‌شود.) اما این فاصله فقط نصف زاویه می‌نیموم تفکیک کل عدسی شیئی،  $1.22\lambda/D$ ، است که در این صورت برابر  $\lambda/d$  خواهد بود. در این ارتباط، مقایسه ابعاد نقش پراش حاصل از یک دهانه قائم‌الزاویه به پهنای  $b$  با نقش تداخل ناشی از دو شکاف باریک به فاصله  $d$  از یکدیگر که برابر است با  $b$ ، مطابق شکل ۸-۱۶، آموزنده است. پهنای ماکزیموم مرکزی در حالت دوم (تداخل) نصف پهنای حالت اول (پراش) است. از اینجاست که گاهی گفته می‌شود توان تفکیک تلسکوپ را با قرار دادن یک دو شکافی روی عدسی شیئی آن، می‌توان دو برابر کرد. ولی، این گزاره نیازمند دو قید و شرط مهم است. (۱) ستاره‌ها در این معنا که تصاویر مجزا تشکیل دهند "تفکیک" نمی‌شوند، بلکه وجود آنها صرفاً از روی رفتار فریزها استنباط می‌شود. (۲) در فواصل بسیار کوچکتر از  $\lambda/2d$ ، ابهامی جزئی در فریزها ایجاد می‌شود، بدون اینکه کاملاً ناپدید شوند، و این امر بر وجود دو ستاره دلالت می‌کند، و از این دیدگاه، می‌نیموم فاصله تفکیک‌پذیر به نحو چشمگیری کوچکتر از فاصله تفکیک‌پذیر ادعایی در گزاره یادشده در بالاست، و عملاً تا یک دهم آن می‌رسد. عملاً، در اندازه‌گیری فاصله یک ستاره دوتایی مشخص، فاصله دو شکاف،  $d$ ، را قابل تنظیم



شکل ۱۶-۸ نقش فرانهوفر ناشی از: (الف) یک دهانه قائم‌الزاویه؛ و (ب) یک دو شکاف به فاصله‌ای برابر با پهناى دهانه در (الف). در (ب) چهار آینه کمکی که در تداخل‌سنج ستاره‌ای به‌کار می‌روند، نشان داده شده‌اند.

اختیار می‌کنند، تا نخستین ناپدیدى فریزها، فاصله  $d$  را افزایش می‌دهند، سپس فاصله زاویه‌ای پس از تعیین  $d$  از رابطه  $\alpha = \lambda/2d$  به دست می‌آید. البته، طول موج مؤثر نور ستاره باید اندازه‌گیری یا تخمین زده شود. این روش اندازه‌گیری فاصله ستارگان دوتایی چندان متداول نیست. زیرا اندازه‌گیری بر مبنای اثر دوپلر (بخش ۱۱-۱۰) امکانات حساستر و دقیقتری برای آشکارسازی و اندازه‌گیری فراهم می‌آورد. از سوی دیگر، روش تداخل دو شکاف، تا چندی پیش تنها راه اندازه‌گیری قطر قرص یک تک‌ستاره بود، و در سال ۱۹۲۰ مایکلسون این روش را به‌طور موفقیت‌آمیزی برای اندازه‌گیری آن به‌کار گرفت. از بحث بخش قبل ملاحظه خواهیم کرد که اگر منبعی مانند قرص یک ستاره دارای قطر ظاهری متناهی باشد، ناپدیدى فریزها را هنگامی باید انتظار داشت که فاصله میان دو شکاف روی یک تلسکوپ به اندازه کافی بزرگ باشد. مایکلسون، نخست عملی بودن این روش را با اندازه‌گیری قطر اقمار مشتری، که دارای قطر ظاهری یک ثانیه‌اند، نشان داد. در این مورد، مقدار  $d$  برای نخستین ناپدیدى فقط چند سانتیمتر است، و اندازه‌گیری را می‌شد به‌وسیله یک دو شکاف تنظیم‌پذیر در فاصله روی عدسی شیئی یک تلسکوپ، انجام داد. چون در اینجا، منبع نور به‌جای مستطیل، قرصی دایره‌ای است، باید تصحیح لازم روی معادله  $\alpha = \lambda/d$  برای منبع شکاف‌دار، به‌عمل می‌آمد، و نتیجه این بود که در  $\alpha = 2.2\lambda/d$ ، نخستین ناپدیدى برای یک منبع قرصی شکل، پیش می‌آید. تخمین قطر ظاهری ثوابت نزدیک به ما، با فاصله معلوم از زمین و با فرض اینکه بزرگی آنها با خورشید یکسان است، زوایایی کمتر از  $1^\circ$  به ثانیه به دست می‌دهد. فاصله دو شکاف لازم برای آشکارسازی قرصی به این بزرگی، ۶ تا ۱۲ متر است. واضح است که هیچ تلسکوپى که بتوان از آن به طریق توصیف شده برای اندازه‌گیری قطر ستارگان استفاده کرد، وجود ندارد. یک مانع دیگر هم این بود که فریزهای حاصل چنان ظریف بودند که جدا کردن آنها از همدیگر دشوار می‌بود.



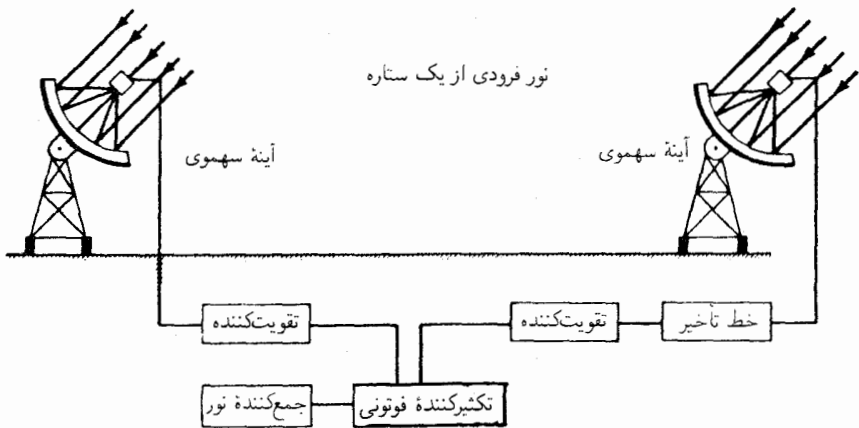
نظر به اینکه تار شدن فریزها در نتیجه تغییرات اختلاف فاز میان نورهای رسیده به دو شکاف از نقاط مختلف منبع است، مایکلسون پی برد که امکان بزرگ کردن این اختلاف فاز، بدون افزایش دادن  $d$  وجود دارد. این کار با انداختن نورهای یک ستاره روی دو آینه تخت  $M$  و  $M'$  [شکل ۱۶-۸(ب)] و بازتاباندن آنها به شکافها، به وسیله این آینه‌ها و دو آینه دیگر، انجام پذیرفت. در این صورت، تغییری به اندازه  $\alpha$  در زاویه پرتوهای دریافتی، اختلاف مسیری به اندازه  $L\alpha$  که در آن  $L$  فاصله  $MM'$  میان آینه‌های بیرونی است، به دو شکاف ایجاد خواهد کرد. حال، فریزها، موقعی که این اختلاف مسیر  $۱۲۲۸$  باشد، ناپدید خواهند شد، به این ترتیب حساسیت با نسبت  $L/d$  زیاد خواهد شد. در اندازه‌گیریهای عملی،  $M$  و  $M'$  دو آینه  $۱۵$  سانتیمتری بودند که روی حاملی در جلو بازتابگر ام‌تی‌ویلسون نصب شده بودند، به طوری که بتوان آنها را به طور متقارن از همدیگر دور کرد. مثلاً، در مورد ستاره سماک رامج، نخستین ناپدید شدن فریزها در  $L = ۷۲m$  اتفاق افتاد که نشانگر قطر ظاهری  $\alpha = ۱۲۲۸/L$  و یا فقط  $۰.۲$  ثانیه است. از فاصله معلوم سماک رامج، به این نتیجه می‌رسیم که قطر واقعی آن  $۲۷$  برابر قطر خورشید است.

## ۱۶-۹ تداخل سنج همبستگی

رهیافت دیگر در تعیین قطر ستارگان، اندازه‌گیری برخی پارامترهای مربوط به فاز نور فرودی آنها بوده است. نور فرودی بر یک دهانه تداخل سنج ستاره‌ای مایکلسون از یک منبع دور را در نظر می‌گیریم. چون شدت نور در هر زمان و در هر میدان نور مشخصی، از تعدادی قطارهای موج متناهی کاتوره‌ای یا فوتونها تشکیل می‌یابد، باید انتظار افت‌وخیزهایی در فاز، شدت و قطبش داشت. یک تغییر ناگهانی در شدت به تغییری ناگهانی در آرایش میدان فوتونی در شکاف مربوط می‌شود، که آن نیز به نوبه خود تفسیری ناگهانی در فاز خالص پدید خواهد آورد. به همین ترتیب، هر وقفه لحظه‌ای در افت‌وخیز، با یک فاز نامتغیر همبسته است. بنابراین، باید انتظار همبستگی میان افت‌وخیز فاز و افت‌وخیز شدت را داشته باشیم. علاوه بر این، افت‌وخیزها در بسامدهایی رخ می‌دهند که خیلی پایینتر از بسامد خود نور هستند.

این همبستگی شدت میدان نور با فاز که به آن اثر هنبوری-براون-تویس می‌گویند، در سال ۱۹۵۶ از طریق تجربه و آزمایش از سوی این دانشمندان کشف شده است. براساس این اثر، تداخل سنجی ستاره‌ای ساخته شد که در تفکیک منبعهای دور با فاصله زاویه‌ای متناهی از تداخل سنج مایکلسون، بسی پرتوان‌تر و پیشرفته‌تر است. مزیت عمده آن از این قرار است که همبستگی شدت-فاز در قبال تغییرات جزئی در جابه‌جایی اجزای اپتیکی، حساس نیست.

مسئله کلیدی در زمان آزمایش آنها، تکوین روشی برای اندازه‌گیری همبستگی افت‌وخیز شدت-فاز، در فاصله زمانی کوتاه مدت کافی برای آشکارسازی افت‌وخیزها بود. راه‌حل این مسئله



شکل ۱۶-۹ آشکارسازهای فوتوالکتریکی و مدار الکترونیکی برای تداخل‌سنج همبستگی با خط پایه طولانی.

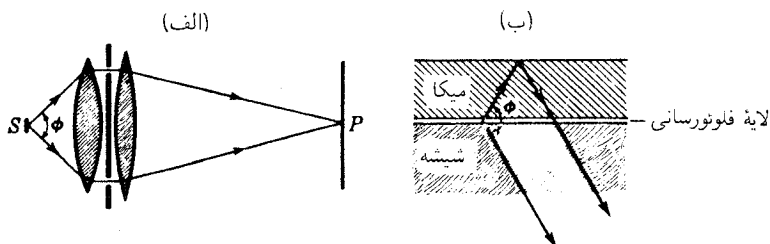
عبارت بود از به‌کارگیری دو بازتابگر سهموی جداگانه که امواج را روی لامپهای تکثیرکننده فوتونی (شکل ۱۶-۹) کانونی می‌کردند. خروجی لامپها به مداری الکترونیکی وصل می‌شد که خروجی آن با حاصلضرب دو ورودی متناسب بود، این خروجی هم به‌نوبه خود به یک مدار جمع‌کننده یا میانگین‌گیرنده وصل می‌شد. تغییرات این خروجی در پیروی از فاصله آشکارسازها را تابع تداخل مرتبه دوم می‌نامند و نقش تداخلی نشان می‌دهد که مشابه تداخل‌سنج مایکلسون (تداخل مرتبه اول) است. به‌کمک این تکنیک، می‌توان فاصله آشکارسازها را تا حد زیادی بسط داد، بدون اینکه نقش پراش با اندک تغییری در موضع آینه‌ها، از بین برود.

با استفاده از آینه‌های نورافکن معمولی، برای کانونی کردن نور ستاره روی لامپ تکثیرکننده فوتونی، هنبوری-براون و تویس ستاره شعری یمانی را مطالعه کردند و توانستند قطر ظاهری آن‌را،  $۰.۰۰۶۹$  ر ثانیه قوس، تعیین کنند.

از آن زمان به بعد، در نارابری، استرالیا، یک تداخل‌سنج همبستگی ساخته شد که فاصله دو آینه آن ۱۸۸ متر است با این تداخل‌سنج، قطرهایی ظاهری به کوچکی  $۰.۰۰۰۵$  ر ثانیه قوس را می‌توان اندازه گرفت. این توانایی به مراتب از توانایی تداخل‌سنج مایکلسون فراتر می‌رود.

## ۱۶-۱۰ تداخل بزرگ زاویه

تاکنون در مورد حدی که برای زاویه میان دو باریکه تداخل‌کننده خروجی از یک منبع می‌توان قایل شد، سخنی به‌میان نیامده است. مثلاً، آرایش دو شکاف شکل ۱۶-۱۰ (الف) را در نظر می‌گیریم.



شکل ۱۶-۱۰ دو روش برای بررسی تداخل بزرگ زاویه.

منبع  $S$  می‌تواند یک شکاف باریک باشد، اما برای اطمینان از اینکه میان پرتوهای نوری که از نقاط مختلف آن خارج می‌شوند، هیچ همدوسی پیش نمی‌آید، فرض خواهیم کرد این منبع یک جسم نورگسیل است. به تجربه معلوم شده است که زاویه  $\phi$  را می‌توان بزرگ کرد، بدون اینکه فریزهای تداخلی مخدوش شوند؛ به شرط اینکه پهنای منبع هم متنظراً باریکتر شود. اینکه تا چه حد منبع را می‌توان باریک کرد از اینجا فهمیده می‌شود که اختلاف مسیر لبه‌های انتهایی منبع به هر نقطه از پرده مانند  $P$ ، باید کمتر از  $\lambda/4$  باشد. حال اگر  $s$  پهنای منبع باشد، از مبحث بخش ۱۵-۱۰ معلوم می‌شود که این اختلاف مسیر  $2s \sin(\phi/2)$  خواهد شد. از این رو، برای یک واگرایی  $60^\circ$ ،  $s$  نمی‌تواند از یک چهارم طول موج فراتر رود، یا اینکه برای نور سبز نباید بیشتر از  $1.3 \times 10^{-5} \text{ cm}$  باشد. هرگاه پهنای آن بیشتر شود، به‌ازای اختلاف مسیر  $\lambda$ ، فریزها ناپدید می‌شوند، سپس دوباره پدیدار و در  $2\lambda$  مجدداً ناپدید می‌شوند، و الی‌آخر. شرویدینگر با استفاده از یک رشته فوق‌العاده نازک به‌عنوان منبع، باز هم توانسته است اندکی تداخل در واگرایی زاویه‌ای  $(\phi) 57^\circ$  آشکارسازی کند.

یک آزمایش دیگر که امکان می‌داد حتی زاویه‌های بزرگتر واگرایی تا  $180^\circ$  مورد استفاده قرار گیرند، در سال ۱۹۱۱ توسط سلنی انجام گرفت. قسمت اصلی دستگاه اندازه‌گیری او، مطابق شکل ۱۶-۱۰ (ب) عبارت بود از یک لایه نازک از مایع فلئوئوسان به ضخامت فقط یک بیستم طول موج که آن را میان یک لایه نازک میکا و یک سطح شیشه‌ای تخت قرار می‌داد. هرگاه به لایه نازک نور شدید بتابانیم، به یک منبع ثانوی نور با طول موج اندکی بلندتر از نور فرودی بر آن تبدیل می‌شود (بخش ۲۲-۶). در این صورت، می‌توان تداخل میان نوری که مستقیماً از لایه می‌آید با نوری که از بازتاب آن روی میکا حاصل می‌شود، در جهت مشخصی مشاهده کرد. از داده‌هایی که از تغییرات پدیداری فریزها در پیروی از زاویه به‌دست می‌آیند، می‌توان نتایج بیشتری در مورد مشخصه‌اتمهای تابنده، به‌خصوص اینکه آیا به‌عنوان دوقطبی یا چهارقطبی و ... تابش می‌کنند، به‌دست آورد.

## مسائل

۱-۱۶ پهنای هر یک از دو شکاف یک دو شکافی  $mm\ 1.4^\circ$  و فاصله میان مراکز آن دو  $mm\ 0.84^\circ$  است. (الف) مرتبه‌های مفقود کدامند؛ و (ب) شدت تقریبی مرتبه‌های صفر تا  $m = 6$  چقدرند؟

جواب (الف)  $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$ ؛ (ب)  $m = 0, 10\% ; m = 1, 91.2\% ; m = 2, 68.4\% ; m = 3, 40.5\% ; m = 4, 17.1\% ; m = 5, 3.65\% ; m = 6, 0\%$

۲-۱۶ دو شکاف مسئله ۱-۱۶ را نور موازی به طول موج  $5000\text{Å}$  می‌تابانیم و نقش آن را به وسیله یک عدسی به فاصله کانونی  $50\text{cm}$  روی یک پرده کانونی می‌کنیم. نمودار توزیع شدت را، مشابه شکل ۴-۶ (ج) ترسیم کنید. محور عرضها را به صورت فاصله برحسب میلی‌متر روی پرده اختیار کنید و دوازده مرتبه اول را در یک طرف ماکزیموم مرکزی نشان دهید.

۳-۱۶ (الف) یک منحنی ارتعاش مناسب برای نقطه‌ای در یک نقش پراش فرانهوفر ناشی از یک دو شکاف، که در آن اختلاف فاز عبارت است از  $\delta = \pi/3$ ، ترسیم کنید. فاصله تیره میان دو شکاف، دو برابر پهنای خود شکافهاست؛ (ب) مقدار  $\beta$  برای این نقطه چقدر است؟ (ج) شدت نسبی نقطه مورد نظر را نسبت به ماکزیموم مرکزی پیدا کنید.

۴-۱۶ در یک دو شکاف، پهنای هر شکاف  $mm\ 0.65^\circ$  و فاصله میان مراکز آن دو  $cm\ 2.34^\circ$  است. نور سبز طیف جیوه به طول موج  $5460.74\text{Å}$  به عنوان منبع به کار می‌رود. نقش پراش فرانهوفر را در  $cm\ 10^\circ$  پشت شکاف مشاهده می‌کنند. (الف) به فرض اینکه چشم می‌تواند فریزها را تحت زاویه یک دقیقه قوس تفکیک کند، بزرگنمایی حداقل لازم برای تفکیک فریزها چقدر است؟ (ب) در داخل ماکزیموم مرکزی، چند فریز دیده می‌شوند؟ (ج) چند فریز در ماکزیموم جنبی اولی دیده می‌شوند؟ جواب: (الف)  $31\times$ ؛ (ب) ۷۱ فریز؛ (ج) ۳۵ فریز.

۵-۱۶ دو دستگاه دو شکافی روی یک میز اپتیکی قرار دارند. در یکی از آنها، فاصله دو شکاف عبارت است از  $mm\ 0.25^\circ = d_1$ ، و بر این شکاف نور سبز جیوه به طول موج  $5460.74\text{Å}$  تابیده می‌شود، و به جای یک منبع دوتایی به کار می‌رود. از پشت شکاف دوگانه دوم که در آن  $mm\ 0.75^\circ = d_2$  می‌توان فریزهای دو شکاف واضحی از سوی دیگر میز مشاهده کرد. با نزدیکتر کردن این شکاف به شکاف منبع دوتایی، در نقاط مشخصی، فریزها ناپدید و بعد پدیدار، و دوباره ناپدید می‌شوند، و الی آخر. (الف) بزرگترین فاصله ناپدیدی را پیدا کنید؛ (ب) بزرگترین فاصله بعدی پدیداری فریزها را بیابید؛ (ج) فاصله بعدی ناپدیدی را پیدا کنید.

۶-۱۶ مطابق شکل ۷-۱۶ (الف)، یک دو شکافی با  $b = 0.15 \text{ mm}$  و  $d = 0.95 \text{ mm}$  میان دو عدسی قرار گرفته است. فاصله کانونی عدسیها  $70 \text{ cm}$  است. در  $PP'$  یک تک شکاف قابل تنظیم به عنوان منبع نور قرار دارد و نور سبز جیوه با  $\lambda = 5461 \text{ \AA}$  بر آن می‌تابد. براساس ضابطه فریزهای واضح، پهنای شکاف منبع چقدر باید باشد تا بهترین شدت بدون خدشه محسوس به‌وضوح آن، به‌دست آید؟

۷-۱۶ چنان‌که می‌دانیم، یک دو شکافی با  $d = b$  تشکیل یک تک‌شکاف با دو برابر پهنای هر یک از شکافها می‌دهد. نشان دهید که می‌توان معادله (۳-۱۶) را به معادله‌ای برای توزیع شدت در یک تک شکاف به پهنای  $2b$  تعدیل کرد.

جواب: از معادله (۳-۱۶) شروع و از اتحاد مثلثاتی  $\sin 2\beta = 2 \sin \beta \cos \beta$  استفاده می‌کنیم. پس از جایگذاری به‌دست می‌آوریم:  $I = 4A_0^2 (\sin^2 2\beta) / 4\beta^2$ .

۸-۱۶ اگر در یک دو شکافی  $d = 5b$ ، در پراش فرانهورف آن، ماکزیموم مرتبه سوم از موضع خود، بنابر معادله (۷-۱۶)، در نتیجه مدوله‌سازی پوش پراشی، دقیقاً چقدر جابه‌جا می‌شود؟ این مسئله را با ترسیم شدتهای دقیق در جوار ماکزیموم مورد انتظار، بهتر می‌شود حل کرد. جواب را به‌صورت کسری از فاصله مرتبه‌ها بیان کنید.

۹-۱۶ یک منبع نور از لامپ تنگستن در اختیار داریم که رشته آن یک سیم راست است. عدسی موازی‌سازی با فاصله کانونی  $62 \text{ cm}$  را جلوی یک دو شکافی قرار می‌دهیم. با امتحان کردن فواصل مختلف دو شکاف و افزایش  $d$ ، سعی می‌کنیم فریزها ناپدید شوند. هرگاه این ناپیدی در  $d = 0.35 \text{ mm}$  روی دهد، قطر رشته چقدر است؟  $\lambda = 5800 \text{ \AA}$ .

۱۰-۱۶ فرمولی به‌دست آورید که تعداد ماکزیمومهای تداخل درون ماکزیموم پراش مرکزی یک نقش ناشی از دو شکاف را برحسب فاصله دو شکاف  $d$  و پهنای هر شکاف  $b$  تعیین کند.

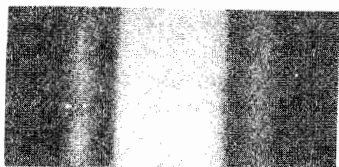
جواب:  $N = 2d/b - 1$ .

## توری پراش

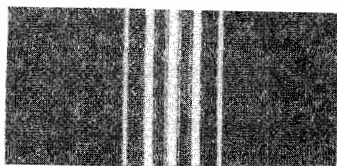
هر آرایشی که در کنش خود با شماری از شکافهای موازی و متساوی الفاصله با پهنای یکسان معادل باشد، توری پراش نامیده می‌شود. نظر به اینکه توری ابزاری بسیار توانا در مطالعه طیفها به‌شمار می‌رود، نقش شدتی را که تولید می‌کند به تفصیل زیادی شرح خواهیم داد. چنان که خواهیم دید، این نقش به‌طور کلی خیلی پیچیده است، اما چندی از جنبه‌های آن با جنبه‌های دو شکاف که در فصل قبل به آن پرداختیم، مشترک است. در حقیقت، می‌توان دو شکاف را به عنوان یک توری ابتدایی متشکل از فقط دو شکاف تلقی کرد. اما، دو شکاف به‌عنوان طیف‌نما چندان فایده‌ای ندارد، زیرا در توری واقعی، معمولاً چندین هزار شکاف بسیار ریز مورد نیازند. دلیل این امر وقتی آشکار می‌شود که تفاوت مابین نقش حاصل از دو شکاف و نقش ناشی از چندین شکاف را بررسی کنیم.

### ۱۷-۱ اثر افزایش تعداد شکافها

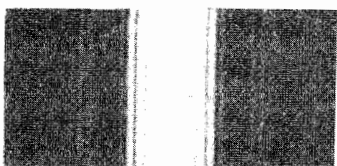
هرگاه از نقش شدت ناشی از دو، سه، و چند شکاف با پهنای یکسان عکسبرداری کنیم، یک رشته تصاویر، مطابق شکلهای ۱۷-۱ (الف) تا (و) به‌دست می‌آید. آرایش منبع نور، شکاف، عدسیها، و صفحه عکاسی به‌کار رفته در این عکسبرداری، شبیه آرایش توصیف‌شده در فصلهای قبلی، و نور به‌کار گرفته شده، خط آبی لامپ جیوه است. بنابراین، نقشهای یاد شده در بالا از پراش فرانوفر



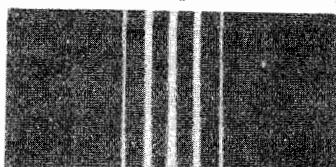
(الف) یک شکاف



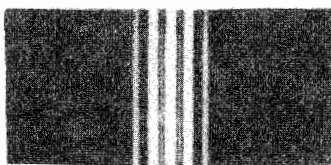
(د) پنج شکاف



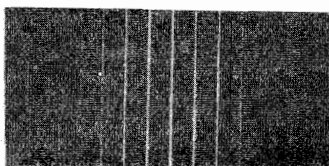
(ب) دو شکاف



(ه) شش شکاف



(ج) سه شکاف

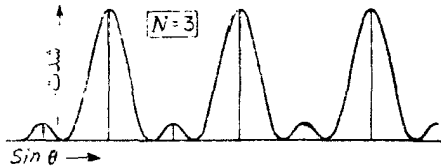


(و) بیست شکاف

شکل ۱۷-۱ نقشهای پراش فرانوفر برای توریهای با تعداد شکافهای متفاوت.

ایجاد شده‌اند. در حقیقت، این امر به سبب پژوهشهای اولیه فرانوفر در زمینه پراش نور موازی از توری در سال ۱۸۱۹ بود که نام وی را با این نوع پراش عجین کرده است. نخستین توریهای فرانوفر با پیچیدن سیمهایی نازک به دور دو پیچ موازی ساخته شده‌اند. توریهایی که در تهیه شکل ۱۷-۱ به کار گرفته شده‌اند، مطابق توصیف بخش ۱۳-۲، از طریق برش دادن امولسیون ژلاتینی روی صفحه عکاسی به وسیله خطوط شفاف باریک فراهم شده‌اند.

بارزترین تغییرات داده شده در نقش پراش با افزایش تعداد شکافها مشتمل بر باریکتر شدن ماکزیمومهای تداخلی است. برای دو شکاف این ماکزیمومها پخشیده‌اند، و شدتشان چنانکه در فصل پیش نشان دادیم به صورت مجذور کسینوس تغییر می‌کند. با افزایش شکافها، وضوح این ماکزیمومهای اصلی به سرعت زیاد می‌شود، و در نقش (و) در شکل، با بیست شکاف، این ماکزیمومها به خطهای باریک تبدیل می‌شوند. یک تغییر دیگر، با اهمیتی کمتر، که می‌توان در نقشهای (ج)، (د) و (ه) آنرا مشاهده کرد، عبارت است از ظهور ماکزیمومهای ثانویه ضعیف مابین ماکزیمومهای اصلی، که تعداد آنها با تعداد شکاف افزایش می‌یابد. در سه شکاف، فقط یک ماکزیموم ثانویه حضور دارد و شدت آن ۱/۱ درصد ماکزیموم اصلی است. در شکل ۱۷-۲،



شکل ۱۷-۲. ماکزیموهای اصلی و ثانویه در یک توری سه شکافی.

منحنی شدت برای این حالت را مشاهده می‌کنید که بر مبنای معادله نظری (۱۷-۲)، ترسیم شده است. در این ترسیم، تک شکافها بسیار باریک گرفته شده‌اند. در واقع، شدت همه ماکزیمومها از نقش یک تک شکاف به پهنای مساوی با پهنای هر یک از شکافهای مورد استفاده تعیین می‌شود. در شکل ۱۷-۲، چنانچه پهنای شکافها در همه موارد یکی بود، پهنای پوشهای شدت در نقشهای مختلف یکسان می‌شد. ولی در بعضی نقشها، پهنای شکاف به کار رفته اندکی متفاوت بوده است.

## ۱۷-۲ توزیع شدت ناشی از یک توری آرمانی

شیوه به کار رفته در بخشهای ۱۵-۲ و ۱۶-۲ برای تک شکاف و دوشکاف را می‌شد اینجا نیز انجام داد، و روی دهانه شفاف شکافها انتگرال گرفت. اما این کار خیلی پرزحمت است. در عوض، از روش کارآمدتر جمع کردن دامنه‌های مختلط (بخش ۱۴-۸) بهره می‌گیریم. وضعیت در اینجا از حالت بازتابهای متوالی ساده‌تر است، زیرا در توری عامل مؤثر دامنه‌ای تک شکافها، از لحاظ مقدار یکی است. این مقدار را با  $a$  و تعداد شکافها را با  $N$  نشان می‌دهیم. تغییر فاز از یک شکاف به شکاف دیگر مقدار یکسان  $\delta$  خواهد بود؛ از این رو دامنه مرکب برآیند از مجموع سری زیر به دست می‌آید:

$$Ae^{i\theta} = a(1 + e^{i\delta} + e^{i2\delta} + e^{i3\delta} + \dots + e^{i(N-1)\delta}) = a \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} \quad (1-17)$$

برای یافتن شدت، این عبارت باید به مزدوج مختلط خود ضرب شود، چنانکه در معادله (۱۴-۱۳) هم همین کار را انجام دادیم. از این رو

$$A^2 = a^2 \frac{(1 - e^{iN\delta})(1 - e^{-iN\delta})}{(1 - e^{i\delta})(1 - e^{-i\delta})} = a^2 \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos \delta}$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی  $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2(\alpha/2)$ ، می‌توان نوشت:

$$A^2 = a^2 \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} = a^2 \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \quad (2-17)$$



که در آن، مانند حالت دو شکاف،  $\gamma = \delta/2 = (\pi d \sin \theta)/\lambda$ ، حال، شدت پراشیده توسط یک تک شکاف را نشان می‌دهد، و پس از جایگذاری مقدار آن از معادله (۴-۱۵)، سرانجام برای شدت در نقش فرانهوفر یک توری آرمانی، عبارت زیر را به دست می‌آوریم

$$I \approx A^2 = A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \quad (۳-۱۷)$$

با نشاندن  $N = 2$  در این فرمول، بلاواسطه معادله (۳-۱۶) برای دو شکاف به دست می‌آید.

### ۳-۱۷ ماکزیمومهای اصلی

می‌شود گفت که ضریب جدید  $(\sin^2 N\gamma)/(\sin^2 \gamma)$  نمایانگر جمله ناشی از تداخل در  $N$  شکاف است. این ضریب مقادیری ماکزیموم به‌ازای  $\gamma = 0, \pi, 2\pi, \dots$  برابر با  $N^2$  دارد. هر چند به‌ازای این مقادیر  $\gamma$ ، کسر مبهم می‌شود، ولی نتیجه‌گیری بالا را با توجه به روش رفع ابهام از طریق مشتق‌گیری از صورت و مخرج، می‌توان انجام داد:

$$\lim_{\gamma \rightarrow m\pi} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} = \lim_{\gamma \rightarrow m\pi} \frac{N \cos N\gamma}{\cos \gamma} = \pm N$$

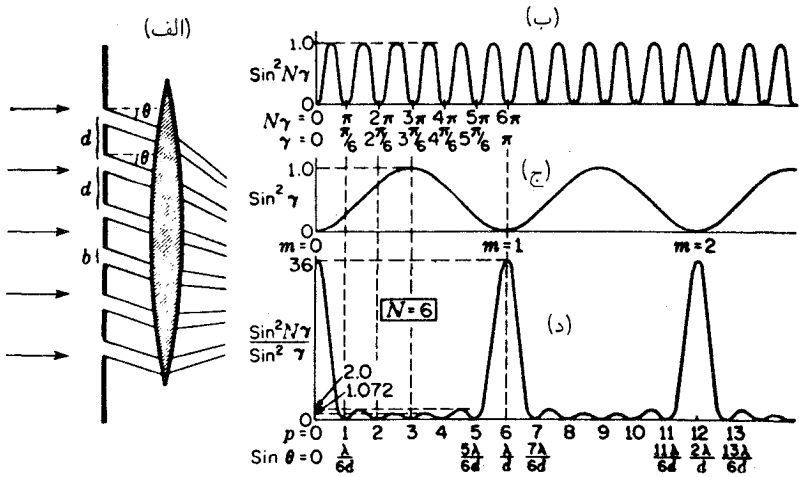
موضع این ماکزیمومها با موضع ماکزیمومهای دو شکاف متناظر است، زیرا به‌ازای این مقادیر  $\gamma$  داریم

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots = m\lambda \quad (۴-۱۷) \quad \text{ماکزیمومهای اصلی}$$

ولی در نسبت مجذور تعداد شکافها، شدتشان بیشتر می‌شود. شدتهای نسبی مرتبه‌های مختلف  $m$  در همه موارد از پوش پراش تک‌شکاف،  $(\sin^2 \beta)/\beta^2$ ، پیروی می‌کنند. به‌این ترتیب، رابطه میان  $\beta$  و  $\gamma$  برحسب پهنای شکاف و فاصله شکافها [معادله (۴-۱۶)] و همچنین شرط لازم برای مرتبه‌های مفقود [معادله (۸-۱۶)] بدون تغییر می‌مانند.

### ۴-۱۷ می‌نیمومها و ماکزیمومهای ثانوی

برای یافتن می‌نیمومهای تابع  $(\sin^2 N\gamma)/(\sin^2 \gamma)$ ، باید توجه کرد که صورت کسر با تواتر بیشتری نسبت به مخرج صفر می‌شود، و این حالت به‌ازای مقادیر  $N\gamma = 0, \pi, 2\pi, \dots$ ، و یا به‌طور کلی در  $p\pi$  پیش می‌آید. در حالت خاص، وقتی  $p = 0, N, 2N, \dots$  عبارت خواهد بود



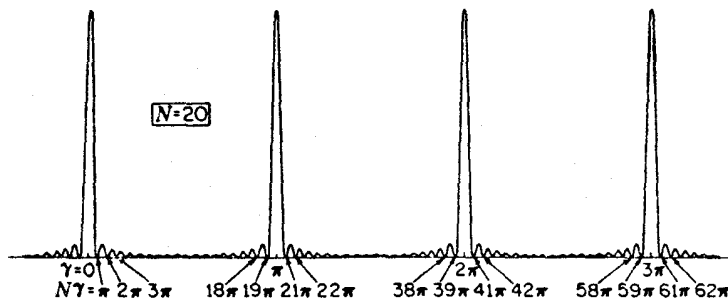
شکل ۳-۱۷ پراش فرانوفر در توری متشکل از شش شکاف باریک و جزئیات نقش شدت.

از  $0, \pi, 2\pi, \dots$  و به ازای این مقادیر مخرج هم صفر خواهد شد و ماکزیموم اصلی توصیف شده در بالا را خواهیم داشت. سایر مقادیر  $p$  شدت صفر را تولید می‌کنند، زیرا به ازای آنها مخرج صفر نمی‌شود. بنابراین، شرط لازم برای می‌نیموم عبارت است از  $\gamma = p\pi/N$ ؛ به استثنای آن مقادیری از  $p$  که به ازای آنها  $p = mN$ ، که در آن  $m$  مرتبه تداخل است. این مقادیر  $\gamma$  متناظرند با اختلافهای راه به این قرار:

$$d \sin \theta = \frac{\lambda}{N}, \frac{2\lambda}{N}, \frac{3\lambda}{N}, \dots, \frac{(N-1)\lambda}{N}, \frac{(N+1)\lambda}{N}, \dots \text{ می‌نیمومها} \quad (5-17)$$

که مقادیر  $0, N\lambda/N, 2N\lambda/N, \dots$  را که به ازای آنها  $d \sin \theta = m\lambda$ ، و بنابه معادله (۴-۱۷) ماکزیمومهای اصلی را ارائه می‌دهند، حذف کنیم. بنابراین شرط، میان دو ماکزیموم اصلی مجاور،  $N-1$  نقطه شدت صفر وجود خواهد داشت. فاصله دو می‌نیموم طرفین یک ماکزیموم اصلی، دو برابر فاصله میان می‌نیمومهای دیگر است.

میان می‌نیمومهای دیگر، شدت دوباره بالا می‌رود، اما ماکزیمومهای ثانویه‌ای که به این ترتیب تولید می‌شوند، دارای شدت بسیار کوچکتری از ماکزیموم اصلی هستند. در شکل ۳-۱۷ نمودار کمیت‌های  $\sin^2 N\gamma$  و  $\sin^2 \gamma$ ، و همچنین نسبت آنها که نمایانگر توزیع شدت در نقش تداخل به شمار می‌آید، ترسیم شده است. شدت ماکزیمومهای اصلی عبارت است از  $36$  یعنی  $N^2$ ؛ به این ترتیب، شکل پایینی در مقیاس کوچکتری ترسیم شده است. شدت ماکزیمومهای ثانویه هم دیده می‌شوند. این شدتها یکسان نیستند، بلکه با دور شدن از طرفین هر ماکزیموم اصلی، نزول می‌کنند. همچنین،

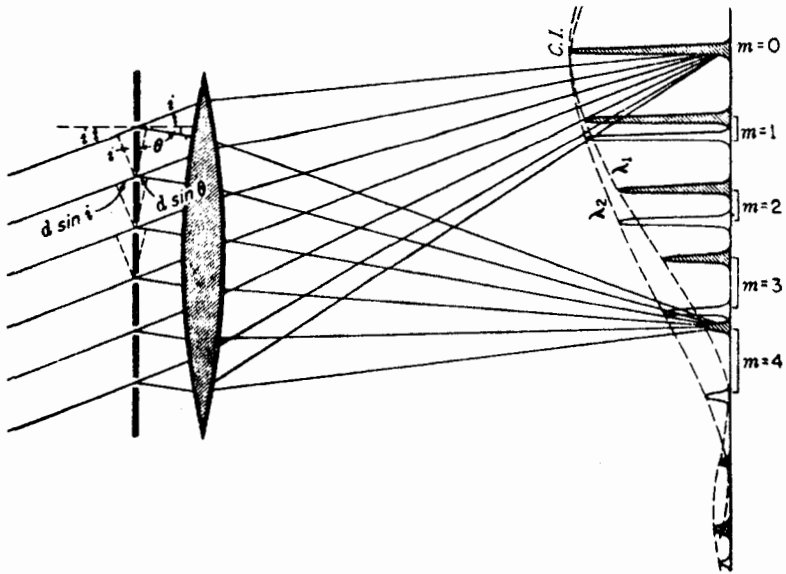


شکل ۱۷-۴ نقش شدت برای ۲۰ شکاف باریک.

به طور کلی، فاصله آنها هم یکسان نیست و این امر به سبب عدم تقارن کامل ماکزیمومها پیش می آید. این فقدان تقارن برای ماکزیموم ثانویه مجاور بلافاصله ماکزیمومهای اصلی از همه بارزتر است، و چنان است که ماکزیمومهای ثانوی اندکی به سوی ماکزیموم اصلی همجوارشان متمایلند. جنبه های مختلف این ماکزیمومهای ثانوی به جنبه های ماکزیمومهای ثانوی در نقش تک شکاف بسیار شبیه اند. با مقایسه بخش مرکزی نقش شدت در شکل ۱۷-۳ (د) و شکل ۱۵-۴، این شباهت بارز می شود. با افزایش تعداد شکافها، تعداد ماکزیمومهای ثانوی نیز افزایش می یابد، زیرا این تعداد عبارت است از  $N - 2$ . در عین حال، شباهت هر ماکزیموم اصلی و ماکزیمومهای ثانوی مجاور آن با نقش تک شکاف نیز افزایش پیدا می کند. در شکل ۱۷-۴ منحنی تداخل  $N = 20$  شکاف، متناظر با عکس آخری در شکل ۱۷-۱، مشاهده می شود. در این حالت، تعداد ۱۸ ماکزیموم ثانویه، میان هر زوج ماکزیموم اصلی وجود دارند، اما فقط آنهایی که به ماکزیموم اصلی نزدیکند، با شدت محسوسی ظاهر می شوند، و حتی اینها نیز به اندازه کافی قوی نیستند که در عکس دیده شوند. در این حالت، توافق با نقش تک شکاف عملاً کامل است. دلیل فیزیکی برای این توافق در بخش ۱۷-۱۰ بیان خواهد شد، و نشان خواهیم داد که ابعاد نقش متناظر با ابعاد یک تک "شکاف" به پهنایی برابر با پهنای کل توری است. حتی وقتی هم که تعداد شکافها اندک باشد، شدت ماکزیمومهای ثانوی را می توان با جمع کردن تعدادی از این نوع نقشهای تک شکاف، یک نقش برای هر مرتبه، محاسبه کرد.

## ۱۷-۵ تشکیل طیفها به وسیله توری

ماکزیمومهای ثانوی مورد بحث در بخش ۱۷-۴، در تولید طیفها به وسیله یک توری چندخطی، اهمیت چندانی ندارند. ماکزیمومهای اصلی مورد بحث در بخش ۱۷-۳ را خطوط طیفی می نامند،



شکل ۱۷-۵ مواضع و شدت ماکزیمومهای اصلی ناشی از یک توری که در آن نور فرودی دارای دو طول موج است، و تحت زاویه  $\theta$  فرود می‌آید و تحت زوایای مختلف  $\theta$  پراشیده می‌شود.

زیرا وقتی منبع اولیه نور یک شکاف باریک باشد، این ماکزیمومها واضح می‌شوند و خطوط روشن روی پرده تشکیل می‌دهند؛ این خطوط، چنانچه شکاف نیز با خطوط توری هم‌جهت باشد، با این خطوط موازی خواهند بود. در نور تکفام با طول موج  $\lambda$ ، زاویه‌ای  $\theta$  که تحت آن این خطوط تشکیل می‌شوند، از رابطه (۱۷-۴) به دست می‌آید. این رابطه، معادله توری معمولی،  $d \sin \theta = m\lambda$  است که در کتابهای مقدماتی اپتیک با آن روبه‌رو می‌شویم. یک معادله کلی‌تر، متضمن امکان فرود نور بر توری تحت هر زاویه  $\theta$  است. پس، معادله یاد شده به این صورت در می‌آید:

$$\bullet \quad d(\sin i + \sin \theta) = m\lambda \quad \text{معادله توری} \quad (۱۷-۶)$$

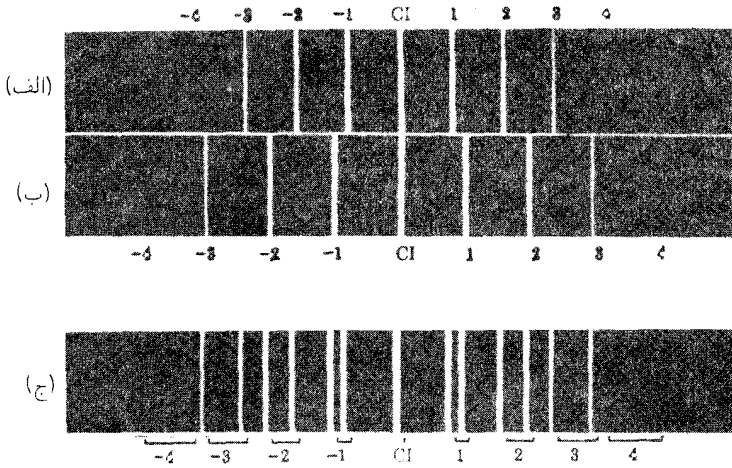
زیرا، مطابق شکل ۱۷-۵، این کمیت عبارت است از اختلاف راه نوری در عبور از شکافهای مجاور. در این شکل، راه نورهایی را که ماکزیمومهای مرتبه  $m = 0$  (به نام تصویر مرکزی) و نیز  $m = 4$  را با طول موج خاص  $\lambda_1$  تشکیل می‌دهند، مشاهده می‌کنید. برای تصویر مرکزی، بنابر

معادله (۱۷-۶) داریم:  $\sin \theta = -\sin i$  و یا  $\theta = -i$ . علامت منفی ناشی از این واقعیت است که هرگاه  $i$  و  $\theta$  در یک طرف عمود بر توری اندازه‌گیری شوند آنها را مثبت اختیار کرده‌ایم، یعنی قرارداد علامتی چنان است که هرگاه پرتوهای به‌کار رفته در طرفین خط عمود بر توری واقع باشند،  $\theta$  را منفی بگیریم. آن ماکزیمومهای شدت که هاشور خورده‌اند، مرتبه‌های مختلف طول‌موج  $\lambda_1$  را نشان می‌دهند. در مورد مرتبه چهارم، مثلاً اختلاف راههایی که نمایانده می‌شوند، به‌ترتیبی اند که  $d(\sin i + \sin \theta) = 4\lambda_1$ . شدت ماکزیمومهای اصلی به‌وسیله نقش پراش متناظر با یک تک شکاف (خط‌چین) دستخوش محدودیت می‌شوند و در نخستین می‌نیموم آن نقش، به‌صفرافت می‌کنند. در این شکل، می‌نیموم یاد شده با مرتبه پنجم انطباق دارد. پس در این تصویر، مرتبه‌های مفقود عبارت‌اند از ۵، ۱۰، ... و این موضوع به‌ازای  $d = 5b$  پیش می‌آید.

حال، چنانچه منبع اولیه، طول‌موج دیگری مانند  $\lambda_2$  گسیل کند که اندکی از  $\lambda_1$  بلندتر باشد، بنابر معادله (۱۷-۱۰) ماکزیمومهای مرتبه‌های متناظر  $m$  برای این طول‌موج در زوایای بزرگتر  $\theta$  اتفاق خواهند افتاد. چون خطوط طیفی باریکند، این ماکزیمومها به‌طور کلی در هر مرتبه از ماکزیمومهای  $\lambda_1$  مجزا خواهند بود، و به‌این ترتیب در هر مرتبه دو خط خواهیم داشت که یک طیف خطی تشکیل دهند. این طیفها را به‌وسیله آکولاد در شکل مشخص کرده‌ایم، به‌این ترتیب، در تصویر مرکزی، هر دو موج روی هم خواهند افتاد، زیرا در این تصویر، اختلاف راه برای هر طول‌موج صفر است. طیفهایی که به‌این ترتیب حاصل می‌شوند، در هر دو طرف ماکزیموم مرکزی به‌طور متقارن و به‌ترتیب از طول‌موج کوتاه‌تر در نزدیکی ماکزیموم مرکزی، در مرتبه‌های مختلف  $m$  پدیدار می‌شوند. در شکل ۱۷-۶ عکس طیفهای واقعی را که با نمودار شکل ۱۷-۵ متناظرند مشاهده می‌کنید. هرگاه منبع اولیه نور سفید گسیل کند، تصویر مرکزی سفید خواهد بود، اما برای مرتبه‌های غیر صفر، هر تصویر به‌صورت یک طیف پیوسته مرکب از تعدادی نامتناهی تصاویر هم‌جوار شکاف با نور طول‌موجهای مختلف حضور خواهد یافت. در هر نقطه مشخص چنین طیف پیوسته‌ای، نور بسیار نزدیک به تکفام خواهد بود که به‌سبب نازکی شکاف و تصویر حاصل از آن به‌وسیله توری و عدسی است. نتیجه حاصل از این دیدگاه، به‌طور اساسی با نتیجه حاصل از دو شکاف که در آن تصاویر پهن بودند و رنگهای طیفی از یکدیگر مجزا نمی‌شدند، متفاوت است.

## ۱۷-۶ پاشندگی

جدایی هر دو رنگ، نظیر  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  در شکل‌های ۱۷-۵ و ۱۷-۶ با افزایش شماره مرتبه، بیشتر می‌شود. برای بیان این جدایی، کمیتی که بارها به‌کار می‌رود، پاشندگی زاویه‌ای می‌گویند، که بنابر تعریف، عبارت است از نسبت تغییر زاویه به تغییر طول‌موج. از دیفرانسیل‌گیری معادله (۱۷-۶) نسبت به  $\lambda$ ، عبارتی برای این کمیت به‌دست می‌آید. در این دیفرانسیل‌گیری، مقدار  $i$  را ثابت و



شکل ۱۷-۶ طیفهای توری دو طول موج: (الف)  $\lambda_1 = 4000 \text{ \AA}$ ; (ب)  $\lambda_2 = 5000 \text{ \AA}$ ; (ج)  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  توأم با یکدیگر.

مستقل از طول موج می‌گیریم. با نشان دادن نسبت نموهای متناهی به جای مشتق، خواهیم داشت:

• 
$$\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta} \quad \text{پاشندگی زاویه‌ای} \quad (۷-۱۷)$$

این معادله، در وهله اول، نشان می‌دهد که به‌ازای یک تفاضل کوچک و مفروض طول موج،  $\Delta\lambda$ ، جدایی زاویه‌ای،  $\Delta\theta$ ، با مرتبه  $m$  تناسب مستقیم دارد. از این رو، پهنای طیف مرتبه دوم دو برابر طیف مرتبه اول، و پهنای طیف مرتبه سوم سه برابر پهنای طیف مرتبه اول است، والی آخر، ثانیاً،  $\Delta\theta$  با فاصله شکاف،  $d$ ، که معمولاً به آن فاصله‌گذاری توری یا ثابت توری می‌گویند، تناسب معکوس دارد. هر قدر فاصله‌گذاری توری کوچکتر باشد گستردگی طیفها نیز بهتر خواهد بود. ثالثاً، حضور  $\cos \theta$  در مخرج به این معناست که در یک مرتبه مشخصی،  $m$ ، پاشندگی در نزدیکی خط عمود بر توری، که در آن  $\theta = 0^\circ$ ، کمترین مقدار را خواهد داشت، و هر قدر از دو طرف عمود دورتر شویم، به مقدار آن کم‌کم افزوده خواهد شد. هرگاه  $\theta$  بزرگ نشود،  $\cos \theta$  زیاد با واحد تفاوتی نخواهد کرد، و این عامل اهمیت خود را از دست خواهد داد. هرگاه تأثیر آن را نادیده بگیریم، اختلاف زاویه‌ای خطوط طیفی مختلف در یک مرتبه، به مقداری مستقیماً متناسب با اختلاف طول موج آنها خواهد شد. چنین طیفی را طیف بهنجار می‌نامند و یکی از بزرگترین مزیت‌های توری نسبت به منشور، این مقیاس ساده و خطی طول‌موجها در طیف ناشی از آن است.

پاشندگی خطی در صفحه کانونی عدسی تلسکوپ و یا دوربین عکاسی عبارت است از

$\Delta l / \Delta \lambda$  که در آن  $l$  فاصله در روی این صفحه است. مقدار آن، معمولاً از حاصلضرب معادله (۱۷-۷) با فاصله کانونی عدسی به دست می‌آید. ولی در بعضی آرایشها، صفحه عکاسی اندکی چرخانده می‌شود و نور به‌طور عمودی بر آن فرود نمی‌آید، و به این سبب افزایشی متناظر با چرخش صفحه در پاشندگی خطی ایجاد می‌شود. در روند مشخص کردن پاشندگی یک طیف‌نگار، چنین متداول شده است که ضریب تیغه را ذکر کنند، که این ضریب عبارت است از عکس پاشندگی خطی و برحسب انگستروم بر میلی‌متر بیان می‌شود.

## ۱۷-۷ برهم افتادگی مرتبه‌ها

هرگاه گستره طول موجها بزرگ باشد، یعنی هرگاه سرتاسر طیف مرئی از ۴۰۰۰ تا ۷۲۰۰ انگستروم را مشاهده کنیم، برهم افتادگی چشمگیری در مرتبه‌های بالاتر روی می‌دهد. مثلاً، فرض کنیم در مرتبه سوم یک خط قرمز مشخص با طول موج  $7000 \text{ \AA}$  مشاهده کرده‌ایم. زاویه پراش این خط از حل عبارت زیر برحسب  $\theta$  به دست می‌آید:

$$d(\sin i + \sin \theta) = 3 \times 7000$$

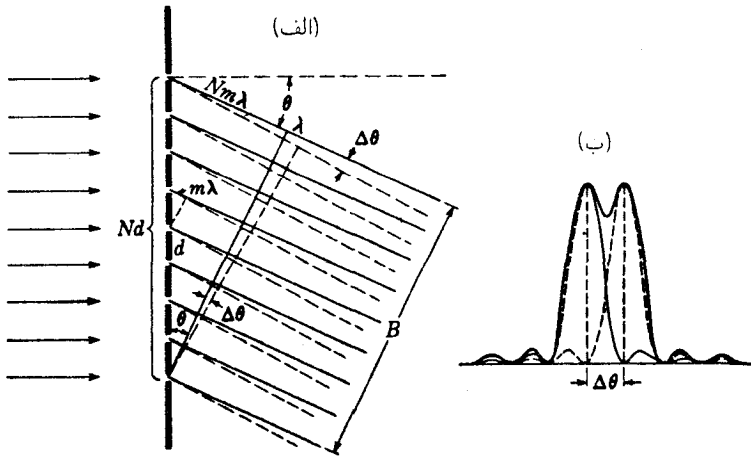
که  $d$  هم برحسب انگستروم است. اما در همین زاویه  $\theta$ ، امکان دارد یک خط سبز در مرتبه چهارم نیز حاصل شود. با طول موج  $5250 \text{ \AA}$  برای سبز داریم:

$$4 \times 5250 = 3 \times 7000$$

به همین ترتیب، بنفش به طول موج  $4200 \text{ \AA}$  در مرتبه پنجم در همین موضع اتفاق می‌افتد. شرط کلی برای طول موجهای مختلف که تحت زاویه یکسان  $\theta$  پیش می‌آیند، عبارت است از:

$$d(\sin i + \sin \theta) = \lambda_1 = 2\lambda_2 = 3\lambda_3 \dots \quad (17-8)$$

که در آن  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  طول موجها در مرتبه‌های اول، دوم، سوم، والی آخر، هستند. برای نور مرئی در مرتبه‌های اول و دوم، برهم افتادگی پیش نمی‌آید، زیرا به‌ازای  $\lambda_1 = 7200 \text{ \AA}$  و  $\lambda_2 = 4000 \text{ \AA}$  انتهای قرمز مرتبه اول درست اندکی قبل از انتهای بنفش مرتبه دوم می‌افتد. اما، در عکسبرداری، این مرتبه‌ها تا  $2000 \text{ \AA}$  در فرابنفش در صفحه عکاسی ظاهر می‌شوند و برهم افتادگی در مرتبه‌های اول و دوم اتفاق می‌افتد. این مشکل را می‌توان با حذف طول موجهایی که در ناحیه مورد مطالعه برهم افتادگی ایجاد می‌کنند، با پالایه‌های رنگی مناسب برطرف کرد. مثلاً، یک تکه شیشه قرمز که



شکل ۱۷-۷ فاصله زاویه‌ای دو خطوط طیفی که به وسیله توری پراش در شرف تفکیک‌اند.

فقط طول موجهای بالای  $6000 \text{ \AA}$  را از ورود عبور می‌دهد، می‌تواند در مورد بالا برای اجتناب از دخالت طول موجهای کوتاهتر مرتبه‌های بالاتر که مشاهده طول موج  $7000 \text{ \AA}$  و خطوط در جوار آن را مختل می‌کنند، به‌کار گرفته شود.

## ۱۷-۸ پهنای ماکزیمومهای اصلی

در آغاز بخش ۱۷-۴ نشان دادیم که نخستین می‌نیمومها در طرفین هر ماکزیموم اصلی موقعی روی می‌دهند که  $N\gamma = mN\pi \pm \pi$  و یا  $\gamma = m\pi \pm (\pi/N)$ . اگر  $\gamma = m\pi$ ، چون اختلاف فاز  $\delta$  یا  $2\gamma$  در نور خروجی از نقاط متناظر شکافهای همجوار از  $2\pi m$  یا تعداد صحیحی از ارتعاشات کامل به‌دست می‌آید، دارای ماکزیمومهای اصلی خواهیم بود. ولی، هرگاه زاویه را به‌اندازه کافی برای ایجاد اختلاف فاز  $2\pi/N$  تغییر دهیم، دیگر تقویت روی نمی‌دهد، بلکه نور خروجی از شکافهای مختلف به‌شدت برابند صفر منجر می‌شود. اختلاف فاز  $2\pi/N$  میان ماکزیموم و نخستین می‌نیموم با اختلاف راه،  $\lambda/N$ ، برابر است.

برای پی بردن به این نکته که چرا این اختلاف فاز، شدت صفر تولید می‌کند، شکل ۱۷-۷ (الف) را در نظر می‌گیریم، که در آن پرتوهای خروجی از توری تحت زاویه  $\theta$ ، یک ماکزیموم اصلی با مرتبه  $m$  تولید می‌کنند. برای این پرتوها، اختلاف راه پرتوهای خروجی از شکافهای همجوار،  $m\lambda$  است، به‌طوری که امواج به‌طور هم‌فاز به پرده می‌رسند. اختلاف راه پرتوهای خروجی از نقاط



انتهایی توری  $Nm\lambda$  است، زیرا  $N$  در هر حالت عملی، همواره یک عدد بسیار بزرگ است.\* حال، زاویه پراش را به اندازه مقدار کوچک  $\Delta\theta$  تغییر می‌دهیم، به طوری که اختلاف راه پرتوهای انتهایی به اندازه یک طول موج افزایش یابد و برابر  $Nm\lambda + \lambda$  شود (پرتوهایی که با خط چین نشان داده می‌شوند). این وضعیت باید ناظر بر شرط لازم برای تحقق شدت صفر باشد، زیرا به طوری که ضرورت ایجاد می‌کند، اختلاف راه برای دو شکاف همجوار به اندازه  $\lambda/N$  افزایش خواهد یافت. حال، ملاحظه خواهد شد که پرتو خروجی از بالای توری دارای فاز مخالف با پرتو مرکزی است، و این دو اثر یکدیگر را حذف خواهند کرد. به همین منوال، پرتو گسیلی از شکاف بعد از مرکز، پرتو بعدی از بالا را حذف خواهد کرد، و الی آخر. چنانچه این صفر شدن ادامه یابد، در سرتاسر توری شدت صفر ایجاد خواهد کرد، که همانندی کامل با فرایندهای مشابه مورد بررسی در بخش ۱۵-۳ برای نقش تک شکاف دارد.

به این ترتیب، نخستین صفر به ازای زاویه کوچک  $\Delta\theta$  در طرفین هر ماکزیموم اصلی روی می‌دهد. از شکل ملاحظه می‌شود که:

$$\bullet \quad \Delta\theta = \frac{\lambda}{B} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \quad \text{نیم‌پهنای زاویه‌ای ماکزیموم اصلی} \quad (9-17)$$

توجه به این مطلب که این زاویه، درست  $1/N$  ام فاصله مرتبه‌های مجاور است، آموزنده است، زیرا فاصله مرتبه‌های مجاور با عبارتی بیان می‌شود که در آن به جای  $\lambda$  در صورت، اختلاف راه  $N\lambda$  می‌نشیند.

## ۹-۱۷ توان تفکیک

وقتی  $N$  چندین هزار باشد، مانند هر شبکه پراش مفید، ماکزیمومها بسیار باریک‌اند. توان تفکیک رنگی،  $\lambda/\Delta\lambda$ ، هم به تناظر آن بسیار بالاست. برای ارزیابی آن، نخست یادآور می‌شویم که نظر به اینکه منحنیها یا کرانه‌های شدت، اصولاً متعلق به نقش پراش دهانه قائم‌الزاویه است، می‌توان معیار ریلی (بخش ۱۵-۶) را به کار گرفت. تصاویر تشکیل شده با دو طول موج که به طور بارزی تفکیک شده باشند، باید دارای فاصله زاویه‌ای  $\Delta\theta$  متعلق به معادله (۹-۱۷) باشند. در نتیجه، ماکزیموم اصلی نور به طول موج  $\lambda + \Delta\lambda$  باید در مرتبه  $m$  تحت همان زاویه تشکیل شود که نخستین می‌نیموم، برای طول موج  $\lambda$ ، در همان مرتبه تشکیل می‌شود [شکل ۱۷-۷(ب)]. از اینجا می‌توانیم

\* وقتی تعداد شکافها اندک باشد، لازم است که از مقدار واقعی  $m\lambda(N-1)$  استفاده شود، و استدلال متعاقب آن باید اندکی تعدیل یابد، اما نتیجه فرقی نمی‌کند. (معادله ۹-۱۷).

اختلاف راه پرتوهای انتهایی در دو حالت را مساوی هم قرار دهیم:

$$mN\lambda + \lambda = mN(\lambda + \Delta\lambda)$$

که از اینجا، فوراً می‌رسیم به:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \quad (۱۷-۱۰)$$

این نکته که توان تفکیک با مرتبه تداخل متناسب است، از آنجا قابل توجه است که پهنای یک ماکزیموم اصلی، بنابر معادله (۱۷-۹)، به پهنای باریکه خروجی،  $B$ ، بستگی دارد، و چندان از مرتبه تأثیر نمی‌پذیرد؛ حال آن‌که فاصله دو ماکزیموم طول‌موجهای متفاوت، با پاشندگی افزایش می‌یابد که آن نیز بنابر معادله (۱۷-۷) تقریباً با مرتبه متناسب است. درست نظیر آن‌چه برای منشور (بخش ۱۷-۵) داریم، که

توان تفکیک رنگی = پاشندگی زاویه‌ای  $\times$  پهنای باریکه خروجی

زیرا، در حالت اخیر:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \times B = \frac{m}{d \cos \theta} \times Nd \cos \theta = mN$$

در یک مرتبه مفروض، توان تفکیک معادله (۱۷-۱۰) با تعداد کل شکافها،  $N$ ، متناسب و از فاصله آنها،  $d$ ، مستقل است. اما، در زوایای مشخص فرودی و پراش، این توان تفکیک، از  $N$  نیز مستقل است، که می‌توان از جایگذاری مقدار  $m$  از معادله (۱۷-۶) در معادله (۱۷-۱۰) به آن پی برد:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{d(\sin i + \sin \theta)}{\lambda} N = \frac{W(\sin i + \sin \theta)}{\lambda} \quad (۱۱-۱۷)$$

در اینجا،  $W = Nd$  پهنای کل توری است. بنابراین، به‌ازای مقادیر معین  $i$  و  $\theta$ ، توان تفکیک از تعداد خطوط ترسیمی در فاصله  $W$  مستقل است. ولی یک توری با خطوط اندک، در این زوایای معین، مرتبه بالاتری تولید می‌کند که همراه با برهم‌افتادگی است و به پاشندگی کمکی برای جدا کردن این مرتبه‌ها از یکدیگر، نیاز دارد که این کار در تداخل‌سنج فابری-پرو انجام می‌شود. این روش،

اخيراً در توری اشل<sup>۱</sup> با موفقیت به کار برده شده است که توصیف آن بعداً خواهد آمد. از دیدگاه نظری، توان تفکیک ماکزیموم در هر توری هنگامی قابل حصول است که  $\theta = \theta = 90^\circ$ ، و بنابر معادله (۱۷-۱۱) برابر با  $2W/\lambda$  یا تعداد طول موجها در دو برابر پهنای توری است. در عمل، چنین زاویه‌های کم ظرفیتی قابل استفاده نیستند، زیرا مقدار نور عبوری تحت آنها ناچیز است. از لحاظ تجربی، می‌توان امیدوار بود که تنها در حدود دو سوم ماکزیموم آرمانی حاصل شود.

## ۱۷-۱۰ منحنی ارتعاش

حال، روش ترکیب برداری دامنه‌ها را که در بخش ۱۶-۶ برای دو شکاف و در بخش ۱۵-۴ برای یک شکاف به کار بردیم، در اینجا هم اعمال می‌کنیم. منحنی ارتعاش حاصل از عوامل مؤثر اجزای بینهایت کوچک یک تک شکاف باز هم یک کمان دایره تشکیل می‌دهند؛ اما اینک چند تا از این کمانها در منحنی داریم که با چندین شکاف در توری متناظرند. در شکل ۱۷-۸، نمودارهای متناظر با نقاط مختلف (الف) تا (و) نمودار شدت برای شش شکاف را مشاهده می‌کنید. برای ماکزیموم مرکزی نور همه شکافها و همه قسمتهای هر شکاف، همفاز است و دامنه برآیندی،  $A$ ، تولید می‌کند که  $N$  برابر دامنه برآیند ناشی از یک شکاف است (شکل ۱۷-۸ الف). در نیمه راه اولین می‌نیموم، شرایط نظیر آنهایی است که در (ب) نشان داده شده است. برای این نقطه  $\gamma = \pi/12$ ، به طوری که اختلاف فاز از نقاط متناظر در شکافهای مجاور،  $\delta$ ، برابر  $\pi/6$  است (شکل ۱۷-۳). همچنین، این زاویه، همان زاویه میان بردارهای متوالی در سری شش برآیند  $A_1$  تا  $A_6$  است که وترهای شش کمان کوچک مساوی‌اند. درست نظیر حالت شکاف دوگانه، دامنه برآیند نهایی  $A$  از ترکیب برداری این برایندها به دست می‌آید، و شدت به کمک  $A^2$  محاسبه می‌شود. با افزایش زاویه، تک تک برایندها در نتیجه افزایش  $\beta$  اندکی کوتاهتر می‌شوند، زیرا این کمان است که طولش ثابت می‌ماند، نه وتر. در اینجا، تفاوت این دو، حتی برای نقطه (و) هم، کوچک است. استنتاج تابع شدت کلی برای توری، معادله (۱۷-۲)، را می‌توان خیلی ساده با یک روش هندسی، انجام داد. در شکل ۱۷-۹، شش بردار دامنه شکل ۱۷-۸، با اختلاف فاز اندکی کمتر از اختلاف فاز آنها در شکل ۱۷-۸ (ب) نشان داده می‌شوند. همه این بردارها دارای بزرگی یکسانی به این قرارند:

$$A_n = \frac{\sin \beta}{\beta} A_0 \quad (17-12)$$

زیرا این مقدار، وتر کمانی به طول  $A_0$  را که روبه روی زاویه  $\beta$  است (شکل ۱۵-۶) نشان می‌دهد. هر بردار نسبت به بردار بعدی دارای زاویه  $\delta = 2\gamma$ ، و به این ترتیب این شش بردار قسمتی از یک چندضلعی



حال، می‌توان رابطهٔ میان دامنه برآیند،  $A$ ، و تک‌تک دامنه‌ها،  $A_n$ ، را که از معادلهٔ ۱۷-۱۲ حاصل می‌شوند، به‌دست آورد. با تقسیم مثلث  $OBC$  به دو نیمه، از طریق ترسیم خط عمود بر  $A$  از  $O$ ، ملاحظه می‌شود که:

$$A = 2r \sin \frac{\phi}{2}$$

که در آن  $r$  همان  $OB$  یا  $OC$  است. به‌همین ترتیب، با تقسیم مثلث  $OBD$  به دو نیمه از طریق ترسیم عمود بر  $A_1$  از  $O$ ، می‌رسیم به:

$$A_n = A_1 = 2r \sin \gamma$$

از تقسیم دو رابطه اخیر بر یکدیگر، خواهیم داشت:

$$\frac{A}{A_n} = \frac{2r \sin(\phi/2)}{2r \sin \gamma} = \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma}$$

هرگاه مقدار  $A_n$  را از معادلهٔ (۱۷-۱۲) جایگذاری کنیم، برای دامنهٔ برآیند داریم:

$$A = A_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma}$$

مجذور این عبارت، که برابر شدت است، با معادله (۱۷-۳) یکی است.

اعمال منحنی ارتعاش در مورد تعدادی دیگر از شکافها به فهم بسیاری از جنبه‌های نقشه‌های پراش کمک می‌کند. مثلاً، مسئله مهم باریکی ماکزیمومهای اصلی را مطرح می‌کنیم. می‌نیموم مجاور ماکزیموم اصلی، هنگامی به‌وجود می‌آید که بردارها یک چندضلعی بسته مانند (ج) در شکل ۱۷-۸ تشکیل دهند. بدیهی است که هر چه تعداد شکافها بیشتر باشد، زاویه  $\delta$  کوچکتر خواهد شد، که به‌معنای وضوح ماکزیموم است. همچنین، می‌توان فوراً از نمودار ملاحظه کرد که برای این می‌نیموم،  $\delta = 2\pi/N$ ، یا  $\gamma = \pi/N$ . یعنی همان شرطی که در آغاز، بخش ۱۷-۸ بیان شد. علاوه بر این، با افزایش تعداد شکافها، چندضلعی بردارها با سرعت بیشتری به کمان دایره‌ای نزدیک می‌شود، و شباهت با نقش حاصل از یک تک دهانه به پهنایی برابر با پهنای توری بیشتر تحقق پیدا می‌کند. مقایسهٔ شکل ۱۷-۸ با شکل ۱۵-۶ برای تک شکاف، نشان خواهد داد که به‌ازای مقادیر بزرگ  $N$ ، نمودار توری مشابه نمودارهای تک شکافی خواهد شد و فقط باید به‌جای  $N\delta/2$  یا  $N\gamma$ ، زاویه  $\beta$  را قرار دهیم. چون  $N\gamma$  نصف اختلاف فاز شکافهای انتهایی

توری و  $\beta$  نصف اختلاف فاز میان نقاط کناره‌ای در یک دهانه باز است، دلیل فیزیکی برای تناظر یاد شده در بخش ۱۷-۴، آشکار می‌شود.

سرانجام، ملاحظه می‌کنیم که هرگاه ترسیم نمودارهای شکل ۱۷-۸ را ادامه دهیم، ماکزیموم اصلی مرتبه نخست، هنگامی که کمان نماینده هر بازه یک دایره کامل،  $d$ ، را تشکیل می‌دهد، روی خواهد داد. تحت این شرایط، وترها همگی موازیند و جهتشان با جهت (الف) یکی است، با این تفاوت که بزرگی آنها کوچک است. ماکزیموم اصلی دوم هنگامی روی خواهد داد که هر کمان دو دور کامل دایره را شامل شود و وترهای برابری دوباره موازی شوند. این ماکزیمومها در نقش یک تک‌شکاف، مشابهی ندارند.

## ۱۷-۱۱ تولید توریهای خط‌دار

تا این‌جا، مشخصه‌های توری ایده‌آل، متشکل از شکافهای یکسان و به فواصل مساوی از یکدیگر را که نوارهای تیره ناشفاف در فاصله آنها قرار گیرند، بررسی کرده‌ایم، توریهای واقعی که در مطالعه طیفها به‌کار می‌روند، عبارت‌اند از شیارهای ظریفی که به‌وسیله یک الماسه نوک تیز یا روی سطح تخت شیشه‌ای برای تولید توری تراگسیل و یا غالباً روی سطح آینه‌ای صیقل یافته فلزی برای تولید توری بازتابش تراشیده می‌شوند. توری تراگسیل چیزی نظیر تصویر کمال‌یافته ما را ارائه می‌دهد، زیرا شیارها نور را پراکنده می‌کنند و عملاً کدرند، در حالی که قسمتهای دست‌نخورده سطح، نور را به‌طور منظمی از خود عبور می‌دهند و به مثابه شکافها عمل می‌کنند. همین ماجرا در مورد توری بازتاب هم صادق است و در آن شیارها فواصل کدرند و قسمتهای دست‌نخورده نور را باز می‌تابانند، و معادله توری (۱۷-۶) در هر دو مورد به‌خوبی صادق است و قرارداد علامتی برای  $i$  و  $\theta$  نیز فرقی نمی‌کند.

در شکل ۱۷-۱۰ عکسهای میکروسکوپی سطوح خط‌دار دو توری بازتاب مختلف را مشاهده می‌کنید. توری نشان داده‌شده در (الف) دارای شیارهای کم‌عمق است و روشنایی ماکزیموم به‌دست نمی‌آید. توری (ب) مرغوب و دارای  $۱۵۰^{\circ}$  خط در هر اینچ است. یک یا دو شیار قائم هم برای آشکار کردن پستی و بلندی سطح خط‌دار تراش داده‌اند.

تا این اواخر، اکثر توریها روی آلیاژی از مس و قلع به‌نام اسپیکولوم که آلیاژ بسیار سختی است، تراش داده می‌شدند، ولی در روشهای جدید، شیارها را روی لایه‌های نرمتر، ناشی از تبخیر آلومینیوم ایجاد می‌کنند. این روش نه تنها باعث بازتابش بیشتر در فرابنفش می‌شود، بلکه استهلاک نوک الماسه را هم کمتر می‌کند. مطلب عمده در مورد توری مرغوب این است که در حد امکان خطوط در سرتاسر سطح خط‌دار متساوی‌الفاصله باشند. پهنای این سطوح از یک تا ۲۵ سانتیمتر می‌رسد، و این کار بسیار دشواری است. در تمام دنیا، فقط در چند نقطه انگشت‌شمار است که



(الف)

(ب)

شکل ۱۷-۱۰ عکسهای میکروسکوپی از شیارهای توریهای بازتابش: (الف) شیارهای کم عمق؛ و (ب) شیارهای عمیق.

ماشینهای تراش خطوط با دقت کافی و مناسب ساخته می شوند. بعد از اینکه یک شیارکنده شد، ماشین الماسه را بلند می کند و با چرخش کوچک پیچی که قاب توری را حرکت می دهد، آن را به جلو می راند. برای اینکه فاصله خطوط ثابت باشد، باید پیچ دارای پایه ثابت و بسیار استواری باشد و این مشکل ادامه داشت تا اینکه در سال ۱۸۸۲ رولند\* به ساختن یک پیچ تقریباً بی نقص نایل شد، و مسئله تراش دادن توریهای بزرگ را با موفقیت حل کرد.

هرگاه توریهای خطدار به تنهایی و بدون استفاده از وسایل کمکی برای جداسازی مرتبه های متفاوت به کار گرفته شوند، برهم افتادگی آنها استفاده از مقادیر  $m$  بیشتر از ۴ یا ۵ را غیر عملی می کند. از این رو، برای حصول پاشندگی و توان تفکیک مناسب، باید سطح توری تحت این شرایط بسیار کوچک گرفته شود، و تعداد شیارها بسیار بزرگ باشد. ماشین اختراعی رولند، ۱۴۴۳۸ شیار بر اینچ تولید می کرد که  $d = 1.693 \times 10^{-4} \text{ cm}$ ، و پهنای توریهای آن ۱۵ cm بود. این فاصله خطوط در حدود سه برابر طول موج نور زرد است. و به این سبب، مرتبه سوم بالاترین مرتبه قابل مشاهده برای این رنگ در فرود عمودی به شمار می آید. برای طول موجهای کوتاهتر، به همان ترتیب مرتبه های بالاتر قابل مشاهده است. اما، حتی در مرتبه اول نیز، پاشندگی چنین توریهایی بسیار بیشتر از پاشندگی منشور است. از معادله توری معلوم می شود که نور مرئی به زاویه ای به اندازه  $12^\circ$  پخش می شود. هرگاه تصویر این گستره به وسیله یک عدسی به فاصله کانونی  $m = 3$  انداخته شود،

\* ه. ا. رولند H. A. Rowland (۱۸۴۸-۱۹۰۱) استاد فیزیک در دانشگاه جان هاپکینز در بالتیمور. او به خاطر نمایش اثر مغناطیسی بار الکتریکی متحرک، برای اندازه گیریهای معادل مکانیکی گرما، و به خاطر اختراع توریهای کاو (بخش ۱۷-۱۵) معروف است.

طول طیف روی صفحه عکاسی در حدود  $6^\circ \text{cm}$  می‌شود، همین تصویر در مرتبه دوم بیشتر از یک متر درازا خواهد داشت.

ولی مزیت واقعی توری بر منشور در پاشندگی قابل توجه آن نیست، بلکه در توان تفکیک بالایی است که ارائه می‌کند. همیشه می‌توان با استفاده از عدسی دوربین عکاسی با فاصله کانونی بزرگ پاشندگی خطی بزرگ ایجاد کرد، اما فراتر از یک می‌نیموم مفروض، به وسیله دانه‌های لایه حساس صفحه عکاسی، جزئیات حاصل از پاشندگی قابل تشخیص نخواهد بود. در پاشندگی کافی، محدودیت نهایی را توان تفکیک رنگی تعیین می‌کند. توری ۱۵ سانتیمتری رولند در مرتبه اول  $7660^\circ \approx 6 \times 14436 = \lambda/\Delta\lambda$  را ارائه می‌کند. با این توان، در ناحیه نارنجی، می‌توان دو خط با اختلاف  $8\text{Å}$  را تفکیک کرد و در پاشندگی یادشده در بالا، پهنای هر خط فقط  $15\text{mm}$  خواهد بود. این فاصله فقط یک هشتم فاصله نوره‌های زرد دوگانه سدیم است. منشور شیشه‌ای، حتی با وجود اینکه  $dn/d\lambda$  در آن برابر است با  $120^\circ \text{cm}^{-1}$ ، بنابر معادله (۸-۱۵)، باید دارای قاعده‌ای به طول  $64\text{cm}$  باشد، تا همان تفکیک را به دست دهد.

تورپ برای نخستین بار نشان داد که می‌توان با قالب‌گیری از سطوح خط‌دار به وسیله یک ماده شفاف، توریهای شفاف نسخه‌برداری کرد. این گونه توریهای نسخه بدل، در مواردی که بالاترین توان تفکیک مورد نیاز نباشد، بسیار مفید واقع می‌شوند. کلودیون یا سلولزاستات را رقیق می‌کنند و بر سطح شیاردار می‌مالند تا به صورت یک لایه نازک و سخت خشک شود. این لایه را می‌توان به راحتی در داخل آب از توری اصلی جدا کرد و آن را روی یک شیشه تخت و یا آینه کاو نصب کرد. در این فرایند ممکن است اندکی واپیچش و چروک خوردگی روی توری نسخه بدل ایجاد شود که باعث می‌شود توری نسخه بدل به خوبی توری اصلی نباشد. ولی با پیشرفتهای زیادی که در تولید مواد پلاستیکی حاصل شده است. ساختن این توریهای بدلی با کیفیت عالی دیگر مشکلی به شمار نمی‌رود.

## ۱۷-۱۲ اشباح

در یک توری واقعی، خطوط تراش یافته همیشه اندکی از وضعیت ایده‌ال با فواصل متساوی، انحراف دارند. این انحراف‌ها بسته به سرشتشان، باعث اثرهای مختلف خواهند شد. سه نوع اثر خطای متمایز وجود دارد: (۱) خطا از نظر مقدار و جهت کاملاً کاتوره‌ای است. در این صورت توری یک گسترش پیوسته نور درون ماکزیمومهای اصلی تولید می‌کند، حتی اگر نور تکفام هم مورد استفاده قرار گرفته باشد؛ (۲) خطا به طور پیوسته و در جهت افزایشده است. در این صورت می‌توان نشان داد که توری دارای "خواص کانونی" است. نور موازی پس از پراش، دیگر موازی نیست، بلکه اندکی واگرا و یا همگراست. (۳) خطا در سرتاسر سطح خط‌دار، تناوبی است. این رایجترین نوع خطاست،



زیرا بارها ناشی از نقص در سازوکار رانشی ماشین تراش است. در این مورد ماکزیمومهای اصلی توری کامل را "اشباح" یا خطوط کاذبی همراهی می‌کنند. هرگاه فقط یک نوبت در خطا دخیل باشد، این خطوط در فاصله و شدت، حول ماکزیمومهای اصلی، متقارن‌اند. اینها را اشباح رولند می‌نامند و در شکل ۲۱-۸ (ز) به راحتی دیده می‌شوند. مزاحمترین اشباح هر چند هم که بسیار کم تکرار شوند، اشباح لیمن\* هستند. این‌ها موقعی پدیدار می‌شوند که دو نوبت یا دوره در خطا دخیل باشند که با یکدیگر بی‌تناسبند، و یا هنگامی که یک تک خطا با دوره تناوب خیلی کوتاه دخیل باشد. اشباح لیمن ممکن است از ماکزیموم اصلی با همان طول موج، بسیار دور باشند.

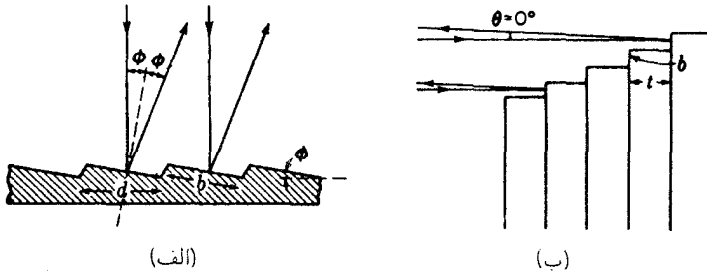
در سالهای اخیر، توریهای کاملتری با استفاده از روش جورج. هریسون و جورج. ستروک\* ساخته شده‌اند. این دو در استفاده از ماشین شیار تراش، سیستم فاصله‌اندازی را به صورت خودکار و شمارش خودکار فریزهای تداخلی ضمن تراش به انجام رسانیده‌اند.

### ۱۷-۱۳ کنترل توزیع شدت در میان مرتبه‌ها

شدتهای نسبی مرتبه‌های مختلف یک توری خط‌دار با جمله  $(\sin^2 \beta) / \beta^2$  که برای حالت ایده‌آل تحصیل شده است، (معادله ۱۷-۳)، همخوانی ندارند. واضح است که نور بازتابیده (یا شکسته) در لبه‌های شیارها تغییراتی مهم ایجاد خواهد کرد. به‌طور کلی، مرتبه‌های مفقود وجود نخواهند داشت. مواضع خطوط طیفی تأثیر نمی‌پذیرند، و برای همه توریهایی که دارای ثابت توری،  $d$ ، یکسان هستند، بدون تغییر باقی می‌مانند. در واقع تنها مطلب اساسی برای یک توری آن است که روی موج پراشیده، نوعی تغییرات تناوبی ایجاد کند: روی دامنه و یا روی فاز. در این صورت، شدت نسبی مرتبه‌های مختلف از طریق توزیع زاویه‌ای نور پراشیده به وسیله یک تک عنصر به پهنای  $d$  در روی سطح توری تعیین می‌شود. در توری ایده‌آل، این امر متناظر است با پراش از یک تک شکاف. در توریهای خط‌دار، معمولاً این عامل پیچیده‌ای است که در روزهای آغازین ساخت توری، تا حد زیادی غیرقابل کنترل تلقی می‌شد. در این اواخر ر. و. وود، توریهایی ساخته است که تا ۹۰ درصد نور یک طول موج خاص در یک تک مرتبه در یک طرف متمرکز می‌شوند. به این ترتیب، بر یکی از کمبودهای توریها در مقایسه با منشورها - حضور چند طیفی که هیچ‌کدامشان زیاد پرشدت نیستند - فائق آمده است.

نخستین آزمایشهای وود با توریهای مخصوص فروسرخ انجام شده‌اند که دارای ثابت توری بزرگی هستند، و لذا امکان تعیین شکل شیارها بیشتر است. این توریهای به اصطلاح نردبانی دارای

\* تودور لیمن (۱۹۵۴-۱۸۷۴). مدت مدیدی مدیریت آزمایشگاههای فیزیک دانشگاه هاروارد را به عهده داشت. پیشگام پژوهش در طیف فرابنفش دور است.

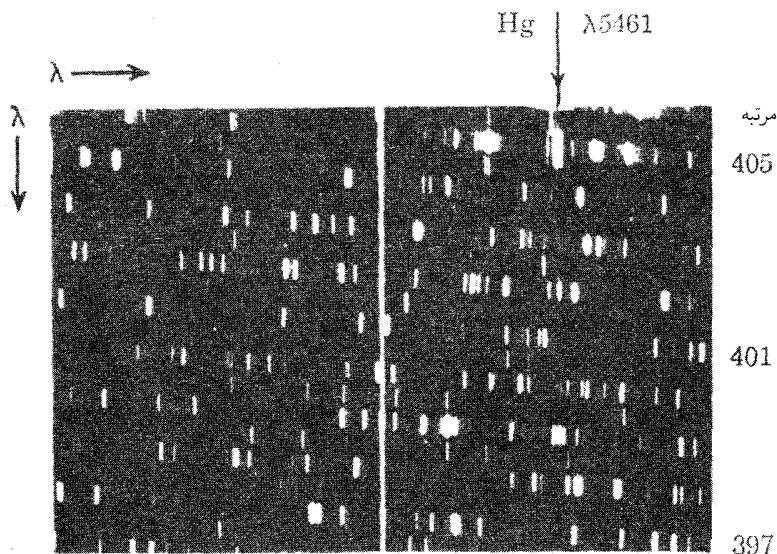


شکل ۱۱-۱۷ تمرکز نور در جهت خاص به وسیله: (الف) توری نردبانی؛ و (ب) توری پلکانی.

شکافهایی با یک وجه صاف اپتیکی شیبدار هستند و زاویه شیب آنها،  $\phi$ ، طوری است که بتوانند بخش عمده تابش فروسرخ را به سوی مرتبه‌ای که قرار است روشن باشد [شکل ۱۱-۱۷ (الف)] بازتابانند. البته، نور خروجی از هر یک از این وجوه تحت زاویه قابل توجهی پراشیده می‌شود که از نسبت طول موج به پهنای وجه،  $b$ ، تعیین می‌شود. هنگامی که شیار تراشی توریها روی آلومینیم آغاز شد، پی بردند که کنترل شکل شیارهای ریز ضروری برای نور مرئی و فرابنفش امکانپذیر است. با شکل‌دهی مناسب و جهت‌گیری نوک الماسه تراش، اکنون توریهایی ساخته می‌شوند که درخشش نوری تحت هر زاویه دلخواه را نشان می‌دهند.

از نظر تاریخی، نخستین کاربرد اصل متمرکز کردن نور در مرتبه‌های خاص توسط مایکلسون در توری پلکانی وی [شکل ۱۱-۱۷ (ب)] صورت گرفته است. این وسیله از  $20^\circ$  تا  $30^\circ$  تیغه متوازی‌السطوح دسته‌بندی شده، با افزایش ارتفاع ثابت  $b$  در حدود  $1\text{ mm}$ ، تشکیل یافته است. ضخامت هر تیغه،  $t$ ، معمولاً  $1\text{ cm}$  بوده است به طوری که ثابت توری بسیار بزرگ است و تمرکز نور در مرتبه فوق‌العاده بالا صورت می‌گیرد. پلکانیهایی که مایکلسون به‌کار می‌برد، توریهای شفاف بودند، اما اختلاف راههای بزرگتر و مرتبه‌های بالاتر از نوع بازتاب کسب می‌شوند که نخستین بار آنها را ویلیامز ساخته است. در هر دو مورد نور در یک جهت عمود بر قسمت جلویی پلکانها متمرکز می‌شود. حداکثر دو مرتبه از یک طول موج مشخص تحت ماکزیموم پراش ظاهر می‌شوند. در این دو مرتبه،  $m$  مقدار چندان بزرگی [در حدود  $2t/\lambda$  در نوع بازتاب و  $(n-1)t/\lambda$  در نوع شفاف] دارد که توان تفکیک  $mN$ ، حتی با تعداد نسبتاً کوچک پله‌ها،  $N$ ، بسیار زیاد است. از این نقطه نظر، این وسیله نظیر یک تداخل‌سنج است و مانند آن، نیاز به پاشندگی کمکی دارد تا خطوط مورد مطالعه را از هم جدا کند. نظر به اینکه توری پلکانی نظیر صفحه لومرگرکه دارای نقص عدم انعطاف‌پذیری است، امروزه کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

یک نوع مهمتر توری به نام اشل که چیزی میان نردبانی و پلکانی است، دارای شیارهای نسبتاً



شکل ۱۷-۱۲ پلکان‌نگار طیف توریم.

درشت در حدود  $8^\circ$  شیار در هر سانتیمتر است. این شیارها مطابق شکل ۱۷-۱۱ (الف) هستند، اما با شیب تندتر. شماره‌های مرتبه که تمرکز برای آنها اتفاق می‌افتد از مرتبه چند صد است، در حالی که در توری نردبانی دهها هزار است. اشل را باید توام با اسباب پاشنده دیگر به‌کار برد، که معمولاً طیف‌نمایی منشوری برای جداسازی مرتبه‌های مختلف است. اگر پاشندگی اشل در یک جهت عمود بر آن منشور باشد، طیف گسترده‌ای به‌صورت یک سری نوارهای کوتاه که نماینده مرتبه‌های همجواریند، مطابق شکل ۱۷-۱۲، مشاهده می‌شود.\* این نوارها، بخشی از یک طیف گسترده است که یک گستره طول‌موج بزرگ را با یک ضریب تک تیغه،  $0.5 \text{ \AA/mm}$  پوشش می‌دهد. هر مرتبه حاوی حدود  $14 \text{ \AA}$  از طیف است، گستره‌ای که از طریق پوش پراش یک تک شیار پوشش داده می‌شود. این گستره برای ایجاد تعداد معینی تکرار در فاصله یک مرتبه به مرتبه دیگر کافی است. به این ترتیب، در شکل ۱۷-۱۲ خط سبز جیوه، که به‌عنوان طول‌موج مرجع افزوده شده است، در  $405^\circ$  امین مرتبه، و دوباره در انتهای چپ مرتبه  $404^\circ$  ظاهر می‌شود. توان تفکیک اشل فقط به پهنای کل آن بستگی دارد [معادله (۱۷-۱۱)] و می‌تواند تا  $50^\circ$  برابر طیف‌نمای کمکی

\* جدایی مرتبه‌ها، در پلکان‌نگار شکل ۱۷-۱۲، از طریق همراهی با توری معمولی به‌جای منشور، به‌دست آمده‌اند. به این علت طیف‌های ضعیف‌تری بین مرتبه‌های علامت‌خورده، که در مرتبه دوم اتفاق می‌افتند و دارای مرتبه اشلی دوبار بزرگ‌ترین هستند، وجود دارد.

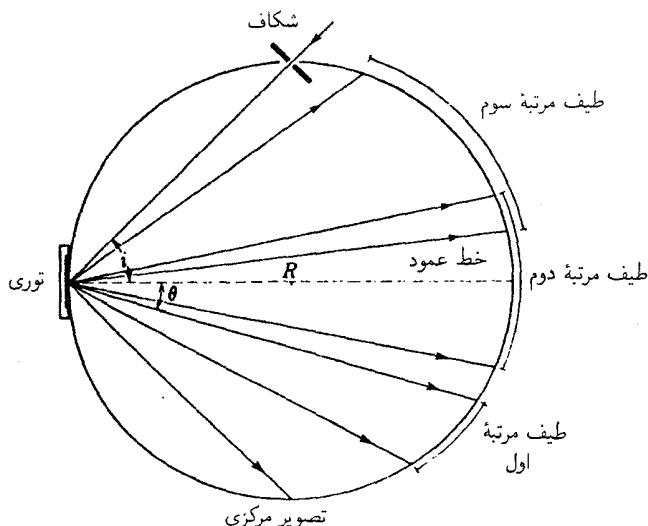
باشد. در اینجا برای تفکیک ساختار فوق ریز خط سبز کفایت می‌کند. اشل، علاوه بر تفکیک و پاشندگی عالی، دارای مزیت ایجاد طیفهای پرنور و ضبط آنها به صورت بسیار جمع‌وجور در روی فیلم است.

## ۱۷-۱۴ اندازه‌گیری طول موج به وسیله توری

توریهای کوچک به پهنای ۲ تا ۵ سانتیمتر را معمولاً روی میز منشور طیف‌سنج‌های کوچک که دارای باریکه‌ساز (کلیماتور) و دوربین هستند، نصب می‌کنند. با اندازه‌گیری زاویه‌های فرودی و پراش برای یک خط طیفی معین، می‌توان طول موج آن را به کمک فرمول توری [معادله (۱۷-۶)] محاسبه کرد. برای این کار، باید ثابت توری،  $d$ ، معلوم باشد، و معمولاً این کمیت را روی توری ذکر می‌کنند. نخستین طول موج دقیق با این روش و با تعیین ثابت توری،  $d$ ، از طریق شمارش خطوط در فاصله‌ای مشخص و در زیر میکروسکوپ متحرک صورت گرفته است. همین که طول موج مطلق یک تک خط معلوم شد می‌توان سایر خطوط را نسبت به این خط معلوم و با استفاده از مرتبه‌های برهم افتاده تعیین کرد. مثلاً، بنابر معادله (۱۷-۸)، یک خط سدیم به طول موج  $5890 \text{ \AA}$  در مرتبه سوم با خط دیگری به طول موج  $4417 = \frac{3}{4} \times 5890 = \lambda$  انگستروم در مرتبه چهارم تطبیق خواهد کرد. البته هیچ دو خطی دقیقاً روی همدیگر نمی‌افتند. اما ممکن است چنان نزدیک بکدیگر قرار گیرند که امکان تصحیح اختلاف میان آنها هم موجود باشد. این روش مقایسه طول موجها به کمک آرایشی که توصیف کردیم، دقیق نیست، زیرا عدسی دوربین هرگز به‌طور کامل بدون عیب رنگی نیست و دو خط هرگز دقیقاً روی صفحه واحدی کانونی نمی‌شوند. رولند، برای رفع این مشکلات، توری کاوا را اختراع کرده است، که در آن تمرکز پرتوها به وسیله یک آینه کاوا که روی آن خطوط خود توری هم حک شده‌اند، انجام می‌پذیرد.

## ۱۷-۱۵ توری کاوا

هرگاه به جای انداختن خط بر سطح تخت، با خط‌دار کردن رویه آینه فلزی کروی کاوی توری بسازیم، پراش و کانونی کردن نور را همزمان انجام خواهد داد و از این روشم استفاده از عدسی را منتفی خواهد کرد. علاوه بر اینکه در این توری ابیراهی رنگی یاد شده در بالا هم حذف خواهد شد، مزیت بزرگش این است که توری را می‌توان برای آن نواحی از طیف، مانند فرابنفش، که عدسی آنها را عبور نمی‌دهد، نیز به‌کار گرفت. بررسی ریاضی نحوه عملکرد توری کاوا از حوصله این مبحث خارج است، اما می‌توان یکی از مهمترین نتایج آن را بیان کرد. پی برده‌اند که هرگاه  $R$  شعاع انحنای سطح کروی توری باشد، دایره‌ای به قطر  $R$ ، یعنی به شعاع  $r = R/2$  را که مماس بر وسط توری ترسیم

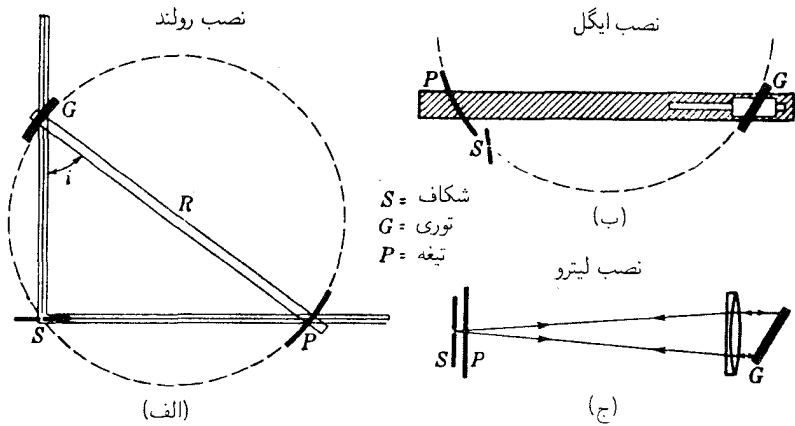


شکل ۱۷-۱۳ آرایش پاشن برای توری کاو.

کنیم، به شرط اینکه شکاف منبع هم روی این دایره قرار داده شود، مکان هندسی نقاطی خواهد بود که طیف در آنها کانونی می‌شود. این دایره را دایره رولند می‌نامند، و عملاً همه شیوه‌های نصب را برای کاربرد توریهای کاو، براساس این شرط کانونی‌سازی ترتیب می‌دهند [شکل ۱۷-۱۴ (الف)].

## ۱۶-۱۷ طیف‌نگارهای توری (شبکه‌ای)

در شکل ۱۷-۱۳ طرحی را مشاهده می‌کنید که شیوه نصب به‌کار رفته برای توریهای کاو بزرگ را، به‌نام نصب پاشن نشان می‌دهد. شکاف منبع را روی دایره رولند قرار می‌دهند و نور خروجی از آن به‌توری فرود می‌آید، که پراشیده می‌شود و به‌صورت طیفهایی با مرتبه‌های مختلف در می‌آید. این طیفها روی دایره کانونی خواهند شد، و صفحات عکاسی روی یک حامل که آنها را برای انطباق با انحنا، خم می‌کند، نصب شده‌اند. در این شیوه نصب، می‌توان به‌طور هم‌زمان از چندین مرتبه طیفی عکسبرداری کرد. در شکل ۱۷-۱۳، گستره‌های برگرفته با طیف مرئی در سه مرتبه طیفی نخست به‌ازای ثابت توری تعیین شده را مشاهده می‌کنید. بنابر معادله (۱۷-۷)، در یک مرتبه معین، پاشندگی در جهت عمود بر توری ( $\theta = 0^\circ$ ) می‌نیموم است، و در هر دو طرف این نقطه افزایش می‌یابد. با این وصف، در یک ناحیه قابل توجه در نزدیکی خط عمود، مقدار آن عملاً ثابت می‌ماند، زیرا در این منطقه کسینوس کم‌کم تغییر می‌کند. مقدار متداول برای  $R$ ، قطر دایره



$S$  = شکاف  
 $G$  = توری  
 $P$  = تیغه

(ب)

نصب لیترو

(ج)

شکل ۱۷-۱۴ (الف) یکی از نخستین؛ و (ب) یکی از رایجترین شکلهای طیف‌نگار توری کاو. (ج) نصب توری بازتابشی تخت.

رولند، ۲۱ فوت (حدود  $۶۴۰$  سانتیمتر) است و توری کاوی با این شعاع انحنا را توری ۲۱ فوتی می‌نامند.

دو شیوه نصب رایج دیگر برای توری کاو، عبارت‌اند از نصب رولند و نصب ایگل که در شکل ۱۷-۱۴ مشاهده می‌کنید. در نصب رولند که در حال حاضر بیشتر از نظر تاریخی مورد توجه است، توری  $G$  و حامل صفحه عکاسی،  $P$ ، در دو سر روبه‌روی یک میله باریک صلب به طول  $R$  به‌طور ثابت نصب می‌شوند، دو سر میله روی مسیرهای ریل‌داری قرار دارند که آنها را قادر به حرکت آزاد در دو امتداد عمود بر هم می‌کند. شکاف  $S$  درست بالای محل تقاطع دو مسیر ریل‌دار است. با این آرایش، بخشی از طیف که روی صفحه عکاسی می‌افتد، با تغییر دادن حرکت میله روی این یا آن ریل به دلخواه قابل تنظیم است. با این کار، زاویه فرود  $i$  هم تنظیم می‌شود. ملاحظه می‌شود که در این شیوه،  $S$  عملاً محیط دایره رولند را دور می‌زنند. برای هر کدام از این نصبها، طیف در  $P$  کانونی می‌شود و این طیف تقریباً عمودی خواهد بود (بخش ۱۷-۶)، زیرا زاویه پراش عبارت است از  $\theta \approx 0$ ، ریل  $SP$  معمولاً برحسب طول‌موجها مدرج می‌شود، زیرا چنانکه از معادله توری به‌آسانی فهمیده می‌شود، طول‌موج در مرتبه معینی که به  $P$  می‌رسد، با فاصله  $SP$  متناسب است.

شیوه نصب ایگل که بسیار جمع‌وجور و انعطاف‌پذیر است، تا حد زیادی جای شیوه‌های رولند و پاشن را گرفته است. در این شیوه، بخشی از طیف را مشاهده می‌کنند که زاویه فرود پرتوهایش

با زاویه پراش آن به عقب، تقریباً مساویند. شکاف منبع  $S$  در یک سر حامل صفحه عکاسی، که خود مانند یک در روی لولایی در  $R$  محکم شده است، قرار می‌گیرد. برای مشاهده اجزای مختلف طیف، توری را حول محوری عمود بر صفحه شکل می‌چرخانند و سپس آن را در راستای افقی حرکت می‌دهند و حامل صفحه عکاسی را می‌چرخانند تا اینکه  $S$ ،  $P$ ، دوباره روی دایره رولند قرار گیرند. این ابزار را می‌توان در یک جعبه دراز یا در اتاقی نصب کرد که دمای آن ثابت می‌ماند. تغییرات دما موجب تغییر ثابت توری می‌شود که آن نیز ناشی از انبساط و یا انقباض خود توری است. چنانچه توری از فلز اسپیکولوم ساخته شود، می‌توان نشان داد که تغییر دمای  $1^\circ\text{C}$ ، یک خط طیفی با طول موج  $5000 \text{ \AA}$  را در هر مرتبه‌ای به اندازه  $13 \text{ \AA}$  جابه‌جا می‌کند. نصب ایگل غالباً در طیف‌نگارهای خلأ برای مطالعه طیف‌های فرابنفش در ناحیه زیر  $2000 \text{ \AA}$  به کار گرفته می‌شود. چون هوا این طول‌موجها را جذب می‌کند، باید طیف‌نگار را به وسیله پمپ تخلیه از هوا خالی کرد و این شیوه نصب جمع‌وجور مناسب با هدف است. نصب پاشن هم بارها در طیف‌نگارهای خلأ با نور فرودی به توری تحت زاویه نزدیک به مماس، مورد استفاده قرار می‌گیرد. نصب لیتروکه آن را هم در شکل ۱۷-۱۴ مشاهده می‌کنید، تنها روش متداول در نصب توریهای بازتاب بزرگ است. این شیوه، علی‌الاصول، بسیار شبیه به نصب ایگل است و تفاوت عمده آن فقط در این است که یک عدسی بزرگ آکروماتیک (بدون عیب رنگی)، نور فرودی را موازی و نور پراشیده را روی  $P$  کانونی می‌کند، به طوری که به‌طور همزمان، هم در حکم باریکه‌ساز و هم به‌جای عدسی دوربین عمل می‌کند.

یک دشواری عمده در توریهای کاو و کاربرد آن در شیوه‌های نصب توصیف شده در بالا، وجود استیگماتیسم شدید است، که در نصب ایگل از همه کمتر است. این نقص تصویر، همیشه هنگامی پیش می‌آید که یک آینه کاو در خارج از محور مورد استفاده قرار گیرد. در اینجا، اثری که تولید می‌کند، عبارت است از اینکه هر نقطه در روی شکاف، به‌صورت دو خط تصویر می‌شود، که یکی روی دایره رولند و عمود بر صفحه آن قرار می‌گیرد، و دیگری روی همین صفحه و اندکی در پشت دایره می‌افتد. هرگاه شکاف دقیقاً بر این صفحه عمود باشد، وضوح خطوط طیفی چندان دچار خدشه ناشی از استیگماتیسم نمی‌شوند، ولی به‌سبب افزایش طول خطوط، اندکی از شدت کاهش می‌یابد. موضوع جدی‌تر این است که مطالعه طیف بخشهای مختلف یک منبع و یا جداسازی حلقه‌های فابری-پرو در انداختن یک تصویر بر روی شکاف منبع طیف‌نگار، ناممکن می‌شود. برای رفع این دشواری، لازم است از نصب استیگماتیک استفاده شود. متداولترین نوع این نصب، شیوه نصب وادزورث است که در آن، نور موازی را بر توری کاو می‌تابانند. نور شکاف منبع به‌وسیله یک آینه کاو بزرگ موازی می‌شود و طیف را در یک فاصله تقریباً یک‌ونیم برابر شعاع انحنای توری کانونی می‌کنند.

## مسائل

۱۷-۱ یک نمودار کیفی برای نقش شدت پنج شکاف متساوی الفاصله ترسیم کنید که در آنها  $d/b = 4$ . در چند نقطه محور  $x$  مقادیر متناظر  $\beta$  و  $\gamma$  را بنویسید.

جواب: شکل م ۱۷-۱ را بنگرید.

۱۷-۲ یک نمودار کیفی برای نقش شدت هفت شکاف متساوی الفاصله ترسیم کنید که در آنها  $d/b = 3$ . نقاط روی محور  $x$  را با مقادیر متناظر  $\beta$  و  $\gamma$  منظور کنید.

۱۷-۳ نه منبع میکروموجی همفاز و همدوسی به طول موج  $2.5 \text{ cm}$  را در کنار هم و به فاصله مرکز به مرکز  $10^\circ \text{ cm}$  در امتداد یک خط راست قرار داده ایم. (الف) پهنای زاویه‌ای ماکزیموم مرکزی را محاسبه کنید؛ (ب) فاصله زاویه‌ای ماکزیمومهای اصلی؛ و (ج) ماکزیمومهای فرعی را به دست آورید.

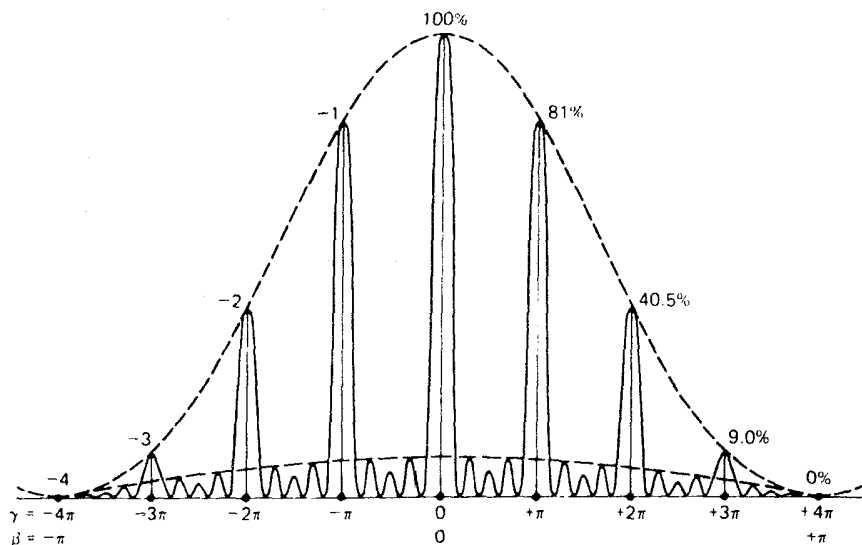
۱۷-۴ نور به طول موجهای  $\lambda = 5600 \text{ \AA}$  و  $\lambda = 5650 \text{ \AA}$  به طور عمودی بر یک توری شفاف تخت با  $2500$  خط بر سانتیمتر فرود می‌آید. نور موازی خروجی را به وسیله یک عدسی با فاصله کانونی  $12 \text{ cm}$  روی یک پرده صاف کانونی می‌کنیم. فاصله روی پرده دو خط طیفی را برحسب سانتیمتر: (الف) در طیف مرتبه اول؛ و (ب) در طیف مرتبه دوم، پیدا کنید.

۱۷-۵ در طول موج  $\lambda = 6200 \text{ \AA}$ ، دو خط طیفی دارای فاصله  $652 \text{ \AA}$  هستند. پیدا کنید حداقل تعداد خطوطی را که یک توری پراش باید داشته باشد، تا این دوتایی را در مرتبه دوم تفکیک کند.

۱۷-۶ یک توری پراش دارای  $100000$  خط در پهنای  $8 \text{ cm}$  است و در طیف مرتبه اول برای مطالعه یک خط طیفی با  $\lambda = 4230 \text{ \AA}$  مورد استفاده قرار می‌گیرد. توان تفکیک رنگی آن را بیابید و با توان تفکیک رنگی یک منشور به زاویه رأس  $60^\circ$  و قاعده  $8 \text{ cm}$  در ضرایب شکست آن،  $1.5608$ ، برای طول موج  $\lambda = 4010 \text{ \AA}$ ، و  $1.5462$  برای طول موج  $\lambda = 4450 \text{ \AA}$ ، مقایسه کنید. جواب: توان تفکیک توری  $= 100000$ ؛ منشور  $2655$ .

۱۷-۷ پاشندگی یک توری را که دارای  $3000$  خط بر سانتیمتر است، و در طیف مرتبه سوم به کار می‌رود که به وسیله یک عدسی به فاصله کانونی  $20 \text{ cm}$  روی پرده‌ای کانونی شده است، برحسب: (الف) انگستروم بر درجه؛ (ب) درجه بر انگستروم؛ و (ج) انگستروم بر میلیمتر، محاسبه کنید.





شکل م ۱-۱۷ نمودار شدت برای یک توری پراش با شکافهای ریز، و  $d/b = 4$ . (مسئله ۱-۱۷).

۸-۱۷ گروهی از خطوط طیفی در ناحیه  $5200 \text{ \AA}$ ، با استفاده از یک توری تخت به پهنای  $15 \text{ cm}$  و با  $6000$  خط بر سانتیمتر که در یک دستگاه لیترو نصب شده است، بررسی می‌شوند. پیدا کنید: (الف) بالاترین مرتبه طیفی که امکان استفاده دارد؛ (ب) زاویه فرود لازم برای مشاهده آن؛ (ج) کوچکترین بازه طول موج قابل تفکیک؛ و (د) ضریب صفحه، در صورتی که عدسی مورد استفاده به فاصله کانونی  $25 \text{ m}$  باشد.

۹-۱۷ نوری با طول موج  $4000 \text{ \AA}$  را بر یک توری پراش با  $5000$  خط بر سانتیمتر تحت زوایای فرود مختلف می‌تابانیم. یک نمودار برای انحراف باریکه پراشی مرتبه اول از امتداد نور فرودی از زاویه  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  درجه را روی محور  $x$  ترسیم کنید.

۱۰-۱۷ پیدا کنید: (الف) شماره مرتبه؛ و (ب) توان تفکیک یک پلکانی بازتابی را که با  $35$  تیغه؛ هرکدام به ضخامت  $9 \text{ mm}$ ، و با لامپ کادمیم به منظور مطالعه  $5085.82 \text{ \AA}$  به کار گرفته می‌شود. جواب: (الف)  $3.5392 \times 10^4$ ؛ (ب)  $1.2387 \times 10^6$ .

۱۱-۱۷ یک توری نردبانی دارای  $45^\circ$  خط بر سانتیمتر است و به منظور کانونی کردن نور فرورسوخ به طول موج  $5 \text{ } \mu\text{m}$  در مرتبه دوم تراش یافته است. پیدا کنید: (الف) زاویه سطوح تراش یافته نسبت

به صفحه توری؛ و (ب) پاشندگی زاویه‌ای برای این طول موج را. فرود نور عمودی است. اگر بر همین توری نور قرمز لامپ هلیم تابانیده شود؛ (ج) در کدام مرتبه یا مرتبه‌ها می‌توان  $\lambda = 6678 \text{ \AA}$  را مشاهده کرد؟

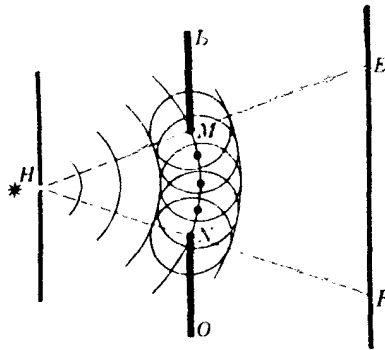
۱۷-۱۲ ثابت کنید توان تفکیک یک توری اشل به صورت  $\lambda/\Delta\lambda = (2B/\lambda)[r^2/(1+r^2)]^{1/2}$  بیان می‌شود.  $B$  پهنای توری و  $r = t/b$ ، نسبت عمق پله‌ها به پهنای آنهاست. فرض بر این است که نور تحت زاویه قائم نسبت به وجوه به پهنای  $b$  فرود می‌آید و پراشیده می‌شود. راهنمایی: از این اصل که توان تفکیک برابر است با تعداد طول موجها در اختلاف راه پرتوها از لبه‌های روبه‌روی توری، بهره‌گیری کنید.

## پراش فرنل

آثار پراش ناشی از وجود منبع نور یا پرده مشاهده، و یا هر دو، در فاصله محدودی از دهانه یا مانع پراشان را تحت رده پراش فرنل دسته‌بندی می‌کنند. این آثار به ساده‌ترین وجهی عملاً قابل مشاهده‌اند، و تنها ابزار مورد لزوم آن عبارت‌اند از منبع نور، مانع پراشان، و یک پرده برای مشاهده نقش پراش بر روی آن. در آثار فرانوفری مورد بحث در فصلهای گذشته، برای موازی کردن نور و کانونی کردنش روی پرده، عدسیهایی لازم بودند. ولی، حال با حالت کلی‌تر نور واگرا سروکار داریم که هیچ عدسی‌ای وجود ندارد که تغییری در آن وارد کند. چون پراش فرنل آسانترین پراشها برای مشاهده به‌شمار می‌آید، از نظر تاریخی هم نخستین نوع مورد پژوهش است، هر چند که شرح آن، مستلزم نظریه ریاضی بسیار دشوارتری نسبت به آن چیزی است که در بررسی امواج تخت در پراش فرانوفر لازم است. در این فصل، برخی حالت‌های ساده‌تر پراش فرنل را که با روشهای مستقیم ریاضی و ترسیمی قابل تشریح‌اند، بررسی می‌کنیم.

### ۱-۱۸ سایه‌ها

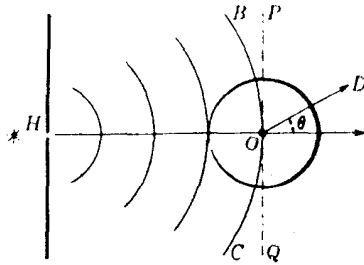
یکی از بزرگترین مشکلات در راه تکوین نظریه اولیه موجی نور در پس تشریح این واقعیت مشاهده شده نهفته است که به نظر می‌رسد که نور در خطوط مستقیم سیر می‌کند. بر این اساس، هرگاه یک



شکل ۱۸-۱ اعمال اصل هویگنس در مورد موجکهای ناشی از یک گشودگی باریک.

شیء کدر را در مسیر نور یک منبع نقطه‌ای قرار بدهیم، سایه‌ای تشکیل می‌دهد که دارای شکل آن شیء با کناره‌های تیز است. ولی، حقیقت این است که لبه‌های این سایه کاملاً هم واضح و تیز نیست و هرگاه از نزدیک واریسی شود، سیستمی از نوارهای تاریک و روشن در مجاورت بلافصل لبه‌ها نشان می‌دهد. در روزهای حاکمیت نظریه ذره‌ای نور، گرمالدی و نیوتون بر آن بودند که چنین آثار کوچکی را به انحراف ذرات نور در عبور بسیار نزدیک از کنار مانع نسبت دهند. توجیه صحیح این آثار بر اساس نظریه موجی را به کار درخشان فرنل مدیونیم. او در سال ۱۸۱۵ نشان داد که نه تنها انتشار تقریباً راستخط نور را می‌توان با تلقی نوره عنوان یک حرکت موجی توجیه کرد، بلکه همچنین می‌توان از این طریق، فریزهای پراش را در بسیاری از موارد به این سرشت موجی نسبت داد.

برای عیان کردن مشکل توجیه سایه‌ها از طریق نگرش موجی، نخست عبور نور واگرا از میان گشودگی بر روی یک پرده را در نظر می‌گیریم. در شکل ۱۸-۱، نور از یک سوراخ ریز  $H$  سرچشمه می‌گیرد و قسمتی از جبهه‌موج واگرا،  $MN$ ، از گشودگی می‌گذرد. بنابر اصل هویگنس، می‌توان هر نقطه از جبهه‌موج را به‌عنوان منبع موجکهای ثانویه تلقی کرد. پوش این موجکها در لحظات بعدی، خود موج واگرایی تشکیل می‌دهد که مرکز آن  $H$  و منحصر است به خطوط  $HE$  و  $HF$ . این موج با پیشروی به‌سوی پرده روشنایی زیادی در ناحیه  $EF$  پرده ایجاد خواهد کرد. اما، بخشی از هر موجک هم به‌فضای پشت  $LM$  و  $NO$  پخش خواهد شد، و از اینجا می‌توان انتظار داشت که در نواحی سایه (نور) هندسی بیرون از  $E$  و  $F$  ایجاد روشنایی کند. تجارب جاری نشان می‌دهند که در این قسمتهای پرده به استثنای مجاورت بلافصل  $E$  و  $F$ ، عملاً روشنایی وجود ندارد. به‌نظر فرنل، این امر را می‌توان به‌این ترتیب توجیه کرد که در نواحی ماورای محدودیت سایه هندسی، موجکهای ثانوی با چنان روابط فازی فرا می‌رسند، که با همدیگر تداخل ویرانگر می‌کنند و عملاً تاریکی کامل تولید می‌کنند.

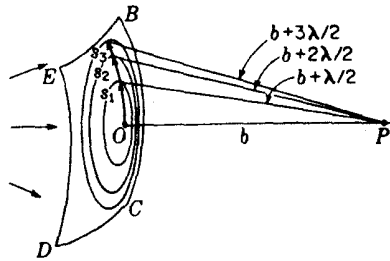


شکل ۱۸-۲ ضریب میل برای موجکهای ثانویه هویگنس.

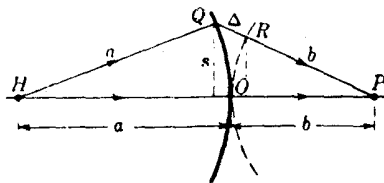
موجکهای ثانویه نمی‌توانند در همه جهتها دامنه یکنواختی داشته باشند، زیرا، هرگاه چنین می‌شد، باید در جهت رو به پشت هم موجی به همان قدرت تولید کنند. در آن صورت، در شکل ۱۸-۱ پوش سمت چپ پرده باید موجی بازگشتی و اگر با سوی  $H$  نمایان می‌کرد. از نظر فیزیکی، چنین موجی قطعاً وجود ندارد، و از این قرار باید پذیرفت که دامنه در پشت موج ثانوی صفر است. تدوین و فرمولبندی دقیقتر اصل هویگنس این فرض را تأیید می‌کند و تغییرات دامنه را هم به پیروی از جهت، به طور کمی به دست می‌دهد. در شکل ۱۸-۲ این به اصطلاح ضریب میل را مشاهده می‌کنید که به موجب آن بزرگی دامنه متناسب با  $1 + \cos \theta$  تغییر می‌کند که در آن  $\theta$  زاویه با جهت رو به جلو است. به ازای زاویه‌های قائمه برای جهتهای  $P$  و  $Q$  در شکل، دامنه به یک‌دوم و شدت به یک‌چهارم مقدار ماکزیموم کاهش می‌یابد. یکی از خواص دیگر که موجک باید داشته باشد تا به نتایج درستی منجر شود، پیش‌افتادگی فاز به اندازه یک‌چهارم دوره تناوب نسبت به موجی است که موجکها را تولید می‌کند. نتایج این دو خاصیت تا حدی نامنتظره است، و روالی که به دستیابی به آنها می‌انجامد، بعداً مورد بحث قرار خواهند گرفت.

## ۱۸-۲ نواحی نیم‌دوره تناوب فرنل

به‌عنوان مثالی از رهیافت فرنل به مسائل پراش، نخست روش وی را برای یافتن اثری که موج کروی اندکی و اگر در نقطه‌ای واقع در جلوی موج ایجاد خواهد کرد، بررسی می‌کنیم. در شکل ۱۸-۳، جبهه‌موج کروی نور تکرنگ را که به سمت راست حرکت می‌کند با  $BCDE$  نمایش داده‌ایم. هر نقطه روی این کره را می‌توان به‌عنوان منشأ موجکهای ثانویه تلقی کرد، و می‌خواهیم اثر برابند این موجکها را در نقطه‌ای مانند  $P$  بیابیم. برای این کار، جبهه‌موج را به نواحی کوچکتری تقسیم می‌کنیم. حول نقطه  $O$  که پای عمود فرودی از  $P$  به‌شمار می‌آید، دایره‌ی منظوری می‌کشیم که فواصلشان از  $O$ ، در امتداد قوس،  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_m$  باشند؛ چنان‌که هر دایره نسبت به دایره قبلی یک نیم



شکل ۳-۱۸ طراحی نواحی نیم‌دوره تناوب روی یک جبهه موج کروی.



شکل ۴-۱۸ اختلاف راه  $\Delta$  در فاصله  $s$  از قطب یک موج کروی.

طول موج دورتر از  $P$  باشد، هرگاه فاصله را بگیریم:  $OP = b$ ، دایره‌ها در فاصله‌های  $b + \lambda/2$ ،  $b + 2\lambda/2$ ،  $b + 3\lambda/2$ ، ...،  $b + m\lambda/2$  از  $P$  قرار خواهند گرفت.

مساحت نواحی،  $s_m$ ، یعنی مساحت حلقه‌های میان دایره‌های متوالی عملاً مساویند. برای اثبات این امر، به شکل ۴-۱۸ نگاه می‌کنیم که در آن مقطع موجی که از  $H$  بیرون می‌آید، با شعاع  $a$  نشان داده شده است حال، چنانچه دایره‌ای به شعاع  $b$ ، به مرکز  $P$  و مماس بر جبهه موج در "قطب" آن،  $O$ ، رسم کنیم (خط چین)، مسیر  $HQP$  به اندازه قطعه‌ای که با  $\Delta$  نمایانده شده است از  $HOP$  طولانیتر خواهد بود. برای مرزهای نواحی، این اختلاف راه باید مضرب صحیحی از  $\lambda/2$  باشد. برای مقدار یابی آن، نخست یادآور می‌شویم که در همه مسائل اپتیکی، فاصله  $s$  در مقایسه با  $a$  و  $b$  کوچک است. پس می‌توان آن را با فاصله عمودی  $Q$  از محور مساوی، و می‌توان  $\Delta$  را با مجموع فواصل دو کمان  $OQ$  و  $OR$  از وتر آنها هم مساوی گرفت. برای محاسبه این فاصله داریم:

$$\Delta = \frac{s^2}{2a} + \frac{s^2}{2b} = s^2 \frac{a+b}{2ab} \quad (۱-۱۸)$$

شعاعهای  $s_m$  نواحی فرنل، چنانند که داریم:

$$m \frac{\lambda}{2} = s_m^2 \frac{a+b}{2ab} \quad (2-18)$$

و مساحت هر ناحیه عبارت خواهد بود از:

$$S_m = \pi(s_m^2 - s_{m-1}^2) = \pi \frac{\lambda}{2} \frac{2ab}{a+b} = \frac{a}{a+b} \pi b \lambda \quad (3-18)$$

بنابراین، با تقریب مطلوب،  $S_m$  مقداری ثابت و مستقل از  $m$  است. اما محاسبه دقیقتر نشان می‌دهد که مساحت با کندی بسیار زیادی با  $m$  افزایش می‌یابد.

حال، بنابر اصل هویگنس، هر نقطه روی موج را منبع موجکهای ثانویه همفاز تلقی می‌کنیم. این امواج با فاز متفاوت به نقطه  $P$  می‌رسند، زیرا هر کدام راهی متفاوت طی می‌کنند. فاز موجکهای یک ناحیه معین، بیشتر از  $\pi$  اختلاف فاز نخواهد داشت، و چون هر ناحیه، در میانگین، به اندازه  $\lambda/2$  دورتر از  $P$  است، روشن است که نواحی متوالی برایندهایی در  $P$  تولید خواهند کرد که به اندازه  $\pi$  اختلاف فاز دارند. این گزاره را به تفصیل بیشتری در بخش ۶-۱۸ بررسی خواهیم کرد. اختلاف نصف دوره تناوب در ارتعاشات حاصل از نواحی متوالی، وجه تسمیه نواحی نیم‌دوره تناوب است. هرگاه دامنه برآیند نور از ناحیه  $m$  را با  $A_m$  نشان دهیم، مقادیر پی‌درپی  $A_m$  علامتهای متناوبی خواهند گرفت، زیرا تغییر فاز به اندازه  $\pi$  به معنای معکوس کردن جهت بردار دامنه است. هرگاه دامنه برآیند کل موج را  $A$  بنامیم، می‌توان آن را به صورت مجموع سری زیر نوشت:

$$A = A_1 - A_2 + A_2 - A_3 + \dots + (-1)^{m-1} A_m \quad (4-18)$$

سه عامل بزرگی جمله‌های متوالی در این سری را تعیین می‌کنند: (۱) چون مساحت هر ناحیه تعداد موجکهایی را که در آن دخیل است تعیین می‌کند، باید این جمله‌ها تقریباً مساوی باشند اما به کندی افزایش یابند؛ (۲) چون دامنه به نسبت معکوس با فاصله میانگین  $P$  تا ناحیه، کاهش می‌یابد، بزرگی جمله‌ها به همان مقداری که با  $m$  افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابند؛ و (۳) به سبب شیب فزاینده، بزرگی آنها باید کاهشده باشد. به این ترتیب، می‌توانیم دامنه ناشی از  $m$  امین ناحیه را به این صورت بنویسیم:

$$A_m = \text{cont.} \frac{S_m}{d_m} (1 + \cos \theta) \quad (5-18)$$

که در آن  $d_m$  فاصله میانگین تا  $P$  و  $\theta$  زاویه‌ای است که تحت آن نور ناحیه را ترک می‌کند. شکل عبارت بالا، به سبب ضریب شیب که در بخش قبل آوردیم، به دست آمده است. حال، محاسبه دقیق  $S_m$  نشان می‌دهد که به جای ضریب  $b$  در معادله (۳-۱۸) باید کمیت  $b + \Delta$  را بنشانیم که در آن  $\Delta$  اختلاف مسیر برای وسط ناحیه است. چون در عین حال  $d_m = b + \Delta$ ، نسبت  $S_m/d_m$  مقداری ثابت و مستقل از  $m$  است. به این سبب، فقط اثر ضریب شیب،  $1 + \cos \theta$ ، باقی می‌ماند، که به کاهش بسیار کند جمله‌های متوالی در معادله (۴-۱۸) می‌انجامد. کندی این کاهش در آغاز کمتر است، زیرا  $\theta$  با  $m$  سریعاً تغییر می‌کند، اما دامنه‌ها به زودی تقریباً مساوی می‌شوند.

با این دانسته‌ها در مورد تغییرات بزرگی جملات، می‌توان مجموعیابی سری را با گروه‌بندی جمله‌های آن به دو طریق انجام داد. به فرض اینکه  $m$  فرد باشد:

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_2}{2} \right) + \left( \frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \frac{A_m}{2} \\ &= A_1 - \frac{A_2}{2} - \left( \frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_3}{2} \right) - \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_4}{2} \right) \\ &\quad \dots - \frac{A_{m-1}}{2} + A_m \end{aligned} \quad (6-18)$$

حال، چون دامنه‌های  $A_1, A_2, \dots$  به‌طور یکنواخت کاهش نمی‌یابند، هر کدام کوچکتر از متوسط حسابی قبلی و بعدیش خواهد شد. بنابراین، کمیت‌های داخل پرانتزها در معادله‌های بالا، جملگی مثبت‌اند و باید نامساویهای زیر برقرار باشند:

$$\frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} < A < A_1 - \frac{A_2}{2} - \frac{A_{m-1}}{2} + A_m$$

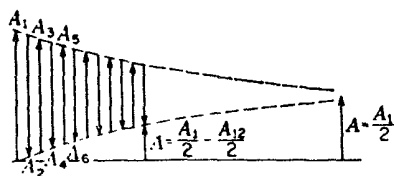
چون دامنه‌های دو ناحیه مجاور بسیار نزدیک به تساوی با یکدیگرند، می‌توان  $A_1$  را با  $A_2$  و همچنین  $A_{m-1}$  را با  $A_m$  مساوی گرفت. می‌رسیم به:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad (7-18)$$

هرگاه  $m$  را زوج بگیریم، به همین روش می‌رسیم به:

$$\frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2} = A$$





شکل ۵-۱۸ جمع دامنه‌های نواحی نیم‌دوره تناوب.

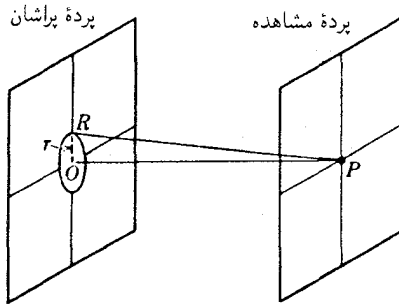
به این قرار، نتیجه‌گیری نهایی از این قرار است که دامنه برآیند در  $P$  ناشی از  $m$  ناحیه، یا نصف مجموع و یا نصف تفاضل دامنه‌های اولین و آخرین ناحیه است. هرگاه  $m$  به اندازه کافی بزرگ باشد تا کل موج کروی را به نواحی زیادی تقسیم کند، برای آخرین ناحیه،  $\theta$  به سوی  $180^\circ$  میل می‌کند. به این سبب، ضریب شیب موجب می‌شود که از  $A_m$  چشم‌پوشیم. و دامنه ناشی از کل موج درست برابر نصف دامنه ناشی از نخستین ناحیه، به تنهایی، است.

در شکل ۵-۱۸، مشاهده می‌کنید که این نتایج را چگونه می‌توان از نظر ترسیمی توجیه کرد. مجموعیایی برداری دامنه‌های  $A_1, A_2, A_3, \dots$  که به تناوب مثبت و منفی اند، به صورت ترسیم آنها در امتداد یک خط انجام می‌شود؛ اما در اینجا به منظور وضوح بیشتر، آنها را در یک امتداد افقی مجزا نشان داده‌ایم. ابتدای هر بردار در همان ارتفاع انتهای بردار قبلی قرار داده می‌شود. در این صورت، دامنه برآیند  $A$  ناشی از هر تعداد ناحیه، برابر خواهد بود با ارتفاع آخرین نوک پیکان نسبت به خط افقی مبنا. در شکل ۵-۱۸، دامنه برآیند برای ۱۲ ناحیه، و همچنین برای تعداد زیادی از نواحی، نشان داده شده است.

### ۳-۱۸ پراش در دهانه دایره‌ای

حال می‌خواهیم تأثیر بر شدت در نقطه  $P$  (شکل ۳-۱۸) را در صورتی که مقابل جبهه موج را پرده‌ای با سوراخ کوچک دایره‌ای مانند شکل ۶-۱۸ گرفته باشد، بررسی کنیم. هرگاه شعاع سوراخ  $OR = r$  را برابر با فاصله  $s_1$  تا نقطه  $O$  به لبه خارجی نخستین ناحیه نیم‌دوره تناوب بگیریم،\* دامنه عبارت خواهد بود از  $A_1$  و این مقدار، دو برابر دامنه ناشی از موج بدون پرده خواهد بود. به این ترتیب، شدت در  $P$  چهار برابر شدت آن در هنگامی است که پرده نمی‌بود. هرگاه شعاع سوراخ رفته رفته افزایش یابد و دو ناحیه نخست را در برگیرد، دامنه برابر  $A_1 - A_2$  و یا عملاً صفر می‌شود. در واقع، شدت در نتیجه بزرگی ابعاد سوراخ تقریباً به صفر افت کرده است. افزایش بیشتر

\* در اینجا فرض می‌شود که شعاع انحناء موج تابشی به پرده بزرگ است، به طوری که فاصله‌های اندازه‌گیری شونده در طول وتر با قوس مربوطه شان برابرنند.



شکل ۱۸-۶ نمایش هندسی عبور نور از یک گشودگی دایره‌ای.

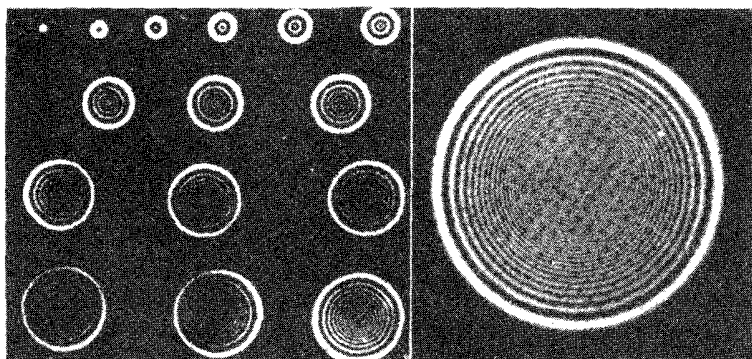
در  $r$  موجب خواهد شد که شدت حاوی ماکزیمومها و می‌نیمومها بیشتر و هر بار تعداد نواحی مشتمل بر آن، فرد یا زوج شود.

حرکت دادن نقطه مورد مشاهده  $P$ ، به سوی دهانه و یا در جهت دور شدن از آن در امتداد عمودی، باعث اثر یکسانی با تأثیر بزرگ کردن  $r$  خواهد شد. با این کار، بزرگی نواحی تغییر می‌کند، به طوری که هرگاه  $P$  در ابتدا در موضعی باشد که  $PR - PO$  در شکل ۱۸-۶ برابر  $\lambda/2$  (حاوی یک ناحیه) باشد، حرکت دادن  $P$  به سوی پرده، این اختلاف مسیر را به  $2\lambda/2$  (حاوی دو ناحیه)،  $3\lambda/2$  (حاوی سه ناحیه)، و الی آخر افزایش خواهد داد. به این ترتیب، در امتداد محور دهانه دارای ماکزیمومها و می‌نیمومهایی خواهیم بود.

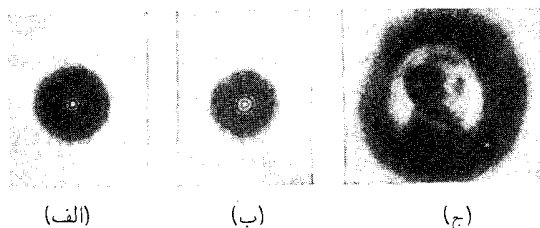
فرضهای بالا هیچ اطلاعاتی در مورد شدت در نقاط خارج از محور نمی‌دهند، بررسی ریاضی این پدیده که به سبب پیچیدگی درباره آن بحثی به میان نمی‌آوریم، نشان می‌دهد که پیرامون  $P$  را یک سیستم فریزهای پراش دایره‌ای فرا گرفته است. تعدادی عکس از این فریزها را در شکل ۱۸-۷، مشاهده می‌کنید. این عکسها را با قرار دادن یک صفحه عکاسی در فواصل مختلف پشت روزنه‌های دایره‌ای ابعاد گوناگون گرفته‌اند که نور تکفام یک منبع نقطه‌ای دور بر آن تابانیده می‌شود. با شروع از انتهای چپ بالای شکلها، سوراخهای مورد استفاده دارای چنان ابعادی بوده‌اند که به یک، دو، سه و چند ... ناحیه نور می‌دهند. تغییر توبتی مرکز نقشها از روشن به تاریک، نمایانگر نتایج به‌دست آمده در بالاست. نقش بزرگ سمت راست را دهانه‌ای حاوی ۷۱ ناحیه تولید کرده است.

## ۱۸-۴ پراش در یک مانع دایره‌ای

هرگاه به جای سوراخ یک قرص دایره‌ای قرار دهیم، روش فرنل منجر به این نتیجه‌گیری شگفت می‌شود که در وسط سایه آن باید یک لکه روشن ظاهر شود. برای بررسی این حالت، بهتر است



شکل ۱۸-۷ پراش نور در گشودگیهای کوچک دایره‌ای.



شکل ۱۸-۸ پراش در یک مانع دایره‌ای: (الف) و (ب) با منبع نقطه‌ای؛ (ج) با منبع ننگاتیو وودرو ویلسون.

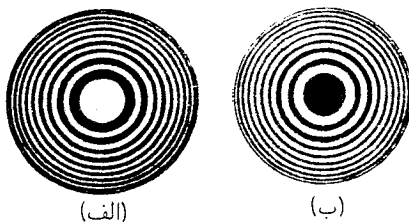
با شکل‌گیری نواحی در لبه‌های قرص شروع کنیم. در شکل ۱۸-۶، هرگاه  $PR = d$ ، فاصله لبه خارجی نخستین ناحیه تا  $P$  عبارت خواهد بود از  $d + \lambda/2$  و فاصله لبه دوم از آن  $d + 2\lambda/2$  و الی آخر خواهد بود. در این حالت هم، مجموع سری ارائه‌کننده دامنه‌های حاصل از همه نواحی، کماکان، نصف دامنه نخستین ناحیه روشن است. در شکل ۱۸-۵ این مقدار را می‌توان به‌سادگی و با چشمپوشی از چند بردار اولیه به‌دست آورد. به این ترتیب، شدت در  $P$  عملاً با شدت تولید شده به‌وسیله موج بدون مانع برابر است. ولی این امر فقط در مورد یک نقطه روی محور صادق است، و در نقاط خارج از محور، شدت اندک است و به‌صورت حلقه‌های هم‌مرکز ضعیفی به‌نظر می‌رسد. در شکل ۱۸-۸ (الف) و (ب) که عکسهای لکه روشن را نشان می‌دهد، این حلقه‌ها با نوردهی زیاد نسبت به لکه روشن تقویت شده‌اند. در (ج) به‌جای منبع نقطه‌ای، از ننگاتیو عکس وودرو ویلسون روی یک صفحه شفاف که از پشت بر آن نور تابیده می‌شود، استفاده شده است. در واقع قرص حایل نظیر یک عدسی نسبتاً نادقیق در تصویرسازی عمل می‌کند، زیرا برای هر نقطه شیء یک لکه روشن در تصویر تشکیل می‌شود.

بررسی کامل پراش در یک مانع دایره‌ای نشان می‌دهد که علاوه بر لکه روشن و حلقه‌های ظریف درون سایه، فریزهای روشنی هم در مرز خارجی سایه تشکیل می‌شوند. منشأ این فریزها مشابه منشأ فریزهای پراش ناشی از لبه مستقیم‌اند که در بخش ۱۸-۱۱ آنها را بررسی خواهیم کرد. لکه روشن در مرکز سایه یک سکه ده ریالی را می‌توان با واریسی ناحیه سایه حاصل به وسیله یک منبع قوس الکتریکی در چند متری پشت آن رویت کرد؛ البته بهتر است یک ذره بین به کار گرفته شود. لکه روشن در این حالت بسیار کوچک، و پیدا کردن آن دشوار است. هرگاه مانع مورد استفاده کوچکتر باشد، مثلاً ساجمه کوچک بلبرینگ، پیدا کردن آن آسانتر خواهد بود.

### ۱۸-۵ تیغه ناحیه‌ای

این تیغه پرده خاصی است که برای حایل شدن نواحی نیم‌دوره تناوبی به طور یک در میان طراحی شده است. در نتیجه می‌توان همه جملات مثبت و یا منفی در معادله (۱۸-۴) را حذف کرد. در هر دو حالت دامنه در نقطه  $P$  (شکل ۱۸-۳) به چندین برابر مقدار آن در حالت‌های بالا افزایش خواهد یافت. تیغه ناحیه‌ای را می‌توان در عمل با ترسیم دایره متحد‌المرکز سیاه روی کاغذ سفید به شعاع‌هایی متناسب با جذر اعداد صحیح، به سهولت فراهم کرد (شکل ۱۸-۹). در این صورت، نواحی به طور یک در میان تاریک به دست می‌آیند و از روی آن عکس با مقیاس کوچکتر گرفته می‌شود. هرگاه نگاتیو این عکس را در مقابل نور یک منبع نقطه‌ای دور قرار دهیم، در نقطه‌ای از محور آن که فاصله‌اش با بزرگی ناحیه‌ها و طول موج نور مورد استفاده متناظر است، تولید شدت بزرگی خواهد کرد. رابطه میان این کمیتها از معادله (۱۸-۲) به دست می‌آید که آن را برای منظور فعلی به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$m \frac{\lambda}{\gamma} = \frac{s_m^2}{\gamma} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (۱۸-۸)$$



(الف)

(ب)

شکل ۱۸-۹ تیغه‌های ناحیه‌ای.

به این ترتیب، ملاحظه می‌کنیم که به‌ازای مقادیر مفروض  $a$ ،  $b$ ، و  $\lambda$ ، در این نواحی باید داشته باشیم:

$$s_m \approx \sqrt{m}$$

لکه روشن تولید شده به‌وسیله یک تیغه ناحیه‌ای چنان پرنور است که تیغه بیشتر به مثابه یک عدسی عمل می‌کند. بنابراین، فرض می‌کنیم که مطابق شکل ۱۸-۹ (الف)، به ده ناحیه فرد اولی نور داده‌ایم در این صورت، دامنه‌های  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_5, A_4$  (شکل ۱۸-۵) با هم جمع می‌شوند و مجموع آنها تقریباً ده برابر  $A_1$  می‌شود. کل جبهه‌موج  $1/2 A_1$  است. بنابراین، بهره‌گیری از فقط ده ناحیه نور داده شده، دامنه‌ای در  $P$  تولید می‌کند که بیست برابر موقعی است که تیغه را برداشته باشیم. به این ترتیب، شدت  $40^\circ$  برابر می‌شود. هرگاه نواحی فرد پوشیده شوند، دامنه‌های  $A_2, A_4, A_6, \dots$  اثر یکسانی تولید می‌کنند. فواصل شیء و تصویر از فرمول عادی عدسیها پیروی می‌کنند، زیرا بنا بر معادله (۱۸-۸):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{s_m^2} = \frac{1}{f}$$

و فاصله کانونی،  $f$ ، به‌ازای  $a = \infty$  می‌شود  $b$ ، یعنی:

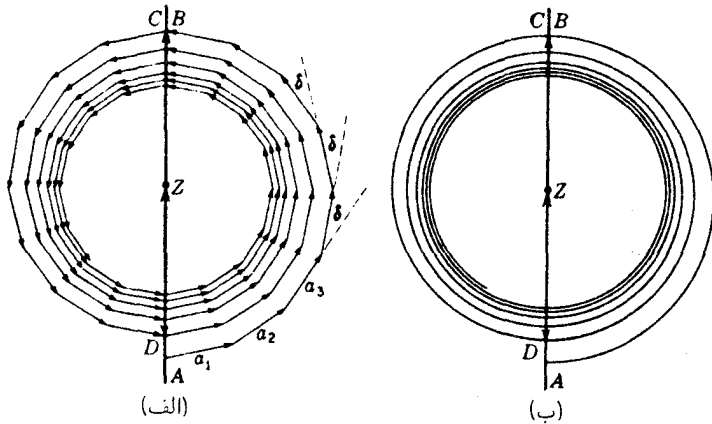
$$f = \frac{s_m^2}{m\lambda} = \frac{S_1^2}{\lambda} \quad (9-18)$$

تصویرهای ضعیفی هم متناظر با فواصل کانونی  $f/3, f/5, f/7, \dots$  تشکیل می‌شوند، زیرا در این فواصل هر ناحیه تیغه متضمن ۳، ۵، ۷، ... ناحیه فرنل است. مثلاً، هرگاه دارای سه ناحیه باشد اثر دو تا از آنها همدیگر را خنثی می‌کنند، اما اثر سومی باقی می‌ماند.

بر اساس یک نوشته در دفترچه یادداشت لرد ریلی به تاریخ یازدهم آوریل ۱۸۷۱، اختراع تیغه ناحیه‌ای به او نسبت داده می‌شود: "آزمایش پوشاندن نواحی فرد هویگنس به منظور افزایش دادن نور در مرکز با موفقیت بسیار انجام گرفت ...".

## ۱۸-۶ منحنی ارتعاش مربوط به تقسیم دایره‌ای جبهه‌موج

بررسی منحنی ارتعاش در پراش فرانوفر از یک تک شکاف (بخش ۱۵-۴)، بر این اساس استوار بود که جبهه‌موج تخت را به عناصر سطحی نوارمانندی به عرض بینهایت کوچک و به موازات طول شکاف پراشده تقسیم کردیم. بردارهایی که نمایانگر سهم دامنه‌ای حاصل از این عناصر بودند، یک کمان دایره‌ای ایجاد کردند. این به اصطلاح تقسیم نواری جبهه‌موج هنگامی راحت است که



شکل ۱۸-۱۰ ماریچ ارتعاش برای نواحی نیم‌دوره تناوبی فرنل در گشودگی دایره‌ای.

منبع نور شکافی باریک و دهانه پراشده مستطیلی باشد. تقسیم نواری جبهه‌موج واگرا از منبع یادشده در بالا، در بخش ۱۸-۱۸ مورد بحث قرار خواهد گرفت. روش تقسیم موج کروی ناشی از یک منبع نقطه‌ای که با تمام حالت‌های پراش به وسیله دهانه‌ها یا موانع دایره‌ای سازگار باشد، متضمن نواحی دایره‌ای بینهایت کوچک است.

ابتدا نمودار دامنه را برای حالتی بررسی می‌کنیم که نخستین ناحیه نیم‌دوره تناوب به هشت زیرناحیه (ناحیه فرعی) تقسیم می‌شود، و هر کدام به روالی ترسیم شده است که مشابه با شکل به‌کار رفته برای خود نواحی نیم‌دوره تناوب است. این زیرناحیه‌ها را با ترسیم دایره‌هایی در جبهه‌موج (شکل ۱۸-۳) انجام می‌دهیم که فواصلشان تا  $P$  عبارت است از:

$$b + \frac{1}{8} \frac{\lambda}{4}, \quad b + \frac{2}{8} \frac{\lambda}{4}, \dots, b + \frac{\lambda}{4}$$

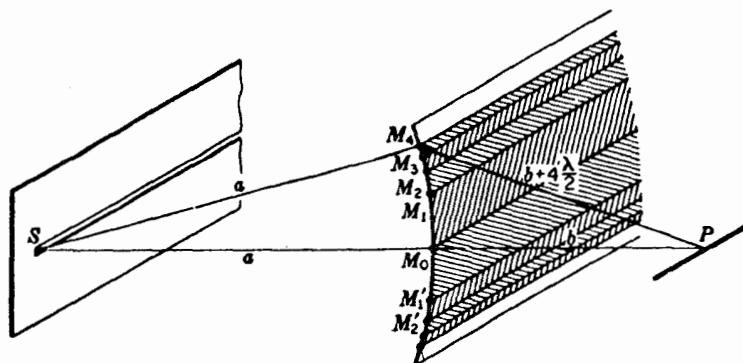
نوری که از نقاط مختلف نخستین زیر ناحیه به  $P$  می‌رسد، بیش از  $\pi/8$  اختلاف فاز نخواهد داشت. براینکه این دامنه‌ها در شکل ۱۸-۱۰ (الف) به وسیله بردار  $a_1$  نموده می‌شود. به این بردار باید بردار براینکه دامنه ناشی از دومین زیرناحیه،  $a_2$  را افزود، و سپس  $a_3$  از سومین زیرناحیه اضافه می‌شود و ... الی آخر. بزرگی این بردارها به سبب وجود ضریب شیب، به کندی کاهش می‌یابد. اختلاف فاز  $\delta$  میان هر کدام با بعدی، مقداری ثابت و برابر  $\pi/8$  است. جمع همه هشت زیرناحیه، بردار  $AB$  را به‌عنوان دامنه براینکه نخستین ناحیه نیم‌دوره تناوب، به‌دست می‌دهد. ادامه این فرایند تقسیم به زیر نواحی در دومین ناحیه نیم‌دوره تناوب، به  $CD$  به‌عنوان براینکه این ناحیه منجر می‌شود

و  $AD$  مجموع این دو برای دو ناحیه اول است. این بردارها، با بردارهای شکل ۱۸-۵ متناظرند. نواحی نیم‌دوره تناوب بعدی بقیه شکل را، چنان که دیده می‌شود، تشکیل می‌دهند.

گذار از نمودار  $a$  به منحنی ارتعاش (ب) در شکل ۱۸-۱۰ با افزودن تعداد نامحدود زیر نواحی در یک ناحیه نیم‌دوره تناوب مشخص، صورت می‌گیرد. حال این منحنی، یک ماریچج ارتعاش است که هرگاه نواحی نیم‌دوره تناوب، سرتاسر موج کروی را پوشش دهند، به  $Z$  خواهد رسید. هر یک دور کامل با تقریب زیاد، یک دایره است ولی کاملاً بسته نیست، زیرا بزرگی دامنه‌ها اندکی کاهش می‌یابند. اهمیت رشته دامنه‌های کاهنده با تغییر متناوب علامت‌ها که در بخش ۱۸-۲ برای نواحی نیم‌دوره تناوب به‌کار گرفتیم، با توجه به منحنی شکل ۱۸-۱۰ (ب) بارزتر می‌شود. یکی دیگر از مزایای آن، از این قرار است که تعیین مستقیم دامنه برآیند ناشی از هر تعداد نواحی مرحله‌ای را میسر می‌کند. ضمناً یادآوری کنیم که دامنه برآیند  $AZ$  که درست نصف دامنه حاصل از نخستین ناحیه نیم‌دوره تناوب است، چنان که از این روش برمی‌آید، در فاز خود  $90^\circ$  عقبتر از نور مرکز سیستم ناحیه‌هاست. این ادعا نمی‌تواند درست باشد زیرا ناممکن است که فاز برآیند یک موج را صرفاً با تقسیم ذهنی آن به نواحی مختلف و سپس ترکیب اثرشان، تغییر داد. این تناقض یکی از نقضها و کمبودهای نظریه فرنل به‌شمار می‌آید و ناشی از تقریبهایی است که در آن صورت می‌گیرد. در بررسی دقیقتر ریاضی این نظریه، این مسئله پیش نمی‌آید.

## ۱۸-۷ دهانه‌ها و موانع با لبه‌های مستقیم

هرگاه آرایش پرده پراشنده به جای تقارن دایره‌ای، دارای لبه‌های مستقیم، مانند شکاف و یا سیم، باشد، می‌توان به‌جای منبع نقطه‌ای، از یک شکاف استفاده کرد. این شکاف را به موازات لبه‌های مستقیم قرار می‌دهند، به طوری که فریزهای پراش مستقیم تولید شده به وسیله هر عنصر طولی آن روی پرده مشاهده به ردیف قرار می‌گیرند. در این صورت، شدت بیشتری حاصل می‌شود. در مطالعه چنین حالتی، می‌توان جبهه موج را، مطابق شکل ۱۸-۱۱، استوانه‌ای تلقی کرد. درست است که برای تولید چنین پوش استوانه‌ای به سوی موجکهای هویگنس که از نقاط مختلف شکاف گسیل شده‌اند، این موجکها باید به‌طور همدوس گسیل شوند، و در عمل معمولاً چنین اتفاقی نخواهد افتاد. با همه این احوال، وقتی شدتها، چنان‌که در گسیل ناهمدوس پیش می‌آید، با هم جمع شوند، نقش برآیند چنان است که گویی از یک موج استوانه‌ای همدوس تولید شده‌اند. بنابراین، در بررسی آتی مسائل دخیل در لبه‌های مستقیم، از این ساده‌سازی که فرض کنیم بر شکاف منبع یک باریکه تک‌فام موازی تابیده است، به طوری که یک موج واقعاً استوانه‌ای گسیل کند، بهره خواهیم گرفت.



شکل ۱۸-۱۱ موج استوانه‌ای ناشی از یک شکاف که به‌طور همدوس نور به آن تابیده شده است. نوارهای نیم‌دوره تناوب در جبهه‌موج مشخص شده‌اند.

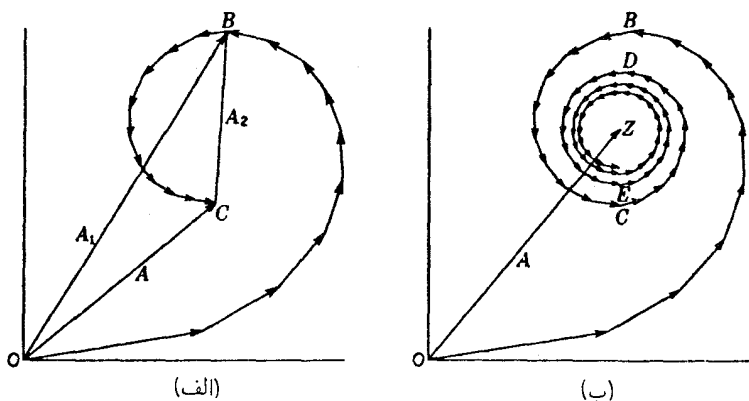
## ۱۸-۸ تقسیم نواری جبهه‌موج

روش راحت ساختن اجزای نیم‌دوره تناوبی روی یک جبهه‌موج استوانه‌ای، عبارت است از تقسیم این جبهه به نوارهایی که لبه‌های آنها متوالیاً یک نصف طول موج از نقطه  $P$  دورترند (شکل ۱۸-۱۱). به این ترتیب، نقاط  $M_0, M_1, M_2, \dots$  در مقطع دایره‌ای موج استوانه‌ای، در فواصل  $b, b + \lambda/2, b + \lambda, \dots$  از  $P$  قرار دارند.  $M_0$  در امتداد خط کاملاً مستقیم  $SP$  می‌باشد. حال نوارهای نیم‌دوره تناوبی  $M_0M_1, M_1M_2, \dots$  در امتداد جبهه‌موج به موازات شکاف گسترده می‌شوند. این راهکار را می‌توان تقسیم نواری جبهه‌موج نامید.

در نواحی فرنل ناشی از تقسیم دایره‌ای جبهه‌موج، مساحت این نواحی با تقریب زیاد مساوی بودند. در این نوع تقسیم اخیر، این امر دیگر به هیچ‌وجه صادق نیست. مساحت نوارهای نیم‌دوره تناوبی با پهنای آنها متناسب است، و این پهنای با شروع از  $M_0$  در امتداد جبهه‌موج به سرعت کاهش می‌یابد. نظریه اینکه اثر این کاهش بسیار بارزتر از اثر هر تغییری در ضریب شیب است، منظور کردن تأثیر ضریب شیب دیگر لزومی ندارد.

نمودار دامنه در شکل ۱۸-۱۲ (الف) از تقسیم نوارها به زیر نوارها، به روالی مطابق توصیف بخش ۶-۱۸ برای نواحی دایره‌ای، به دست می‌آید. با تقسیم نخستین نوار بالایی  $M_0$  به نه قسمت، ملاحظه می‌شود که نه بردار دامنه‌ای حاصل از زیرنوارهای گسترده از  $O$  به  $B$ ، برابری برابر با  $OB = A_1$  برای نخستین نوار نیم‌دوره تناوبی ایجاد می‌کنند. به همین ترتیب، نوار نیم‌دوره تناوبی دوم، بردارهای  $B$  به  $C$  را به دست می‌دهد که برابردشان عبارت است از  $A_2 = BC$ . چون





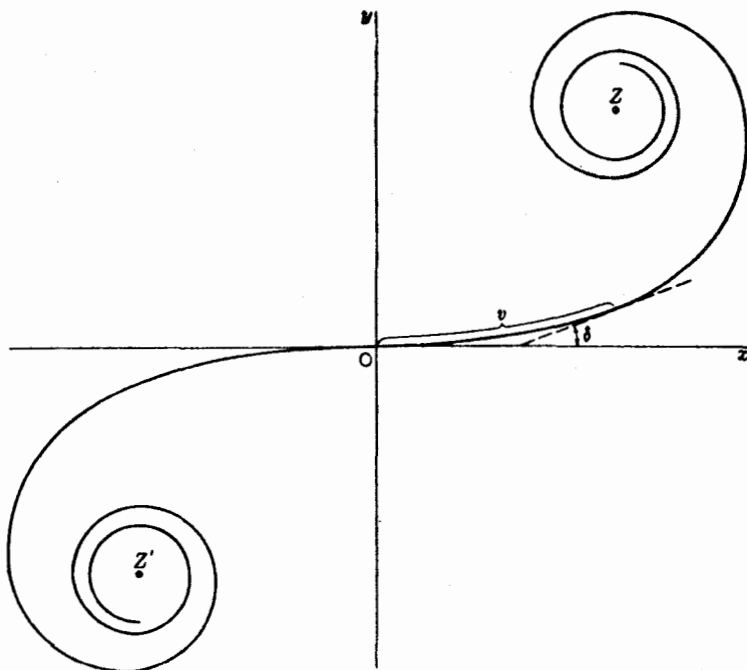
شکل ۱۸-۱۲ نمودارهای دامنه برای تشکیل ماریپچ کورنو.

دامنه‌ها در این حالت بسیار سریع کاهش می‌یابند،  $A_2$  به مقدار چشمگیری از  $A_1$  کوچکتر است، و اختلاف فاز میان آنها به‌طور محسوسی از  $\pi$  بیشتر می‌شود. تکرار این فرایند تقسیم نوارهای متوالی به زیرنوارها در نیمه بالایی موج نمودار کاملتر شکل ۱۸-۱۲ (ب) را به‌دست می‌دهد. در این نمودار، بردارها به‌صورت ماریپچی به‌سوی  $Z$  پیش می‌روند، به‌طوری که برابند همه نوارهای نیم‌دوره تناوب از قطب  $M$  به بالا، عبارت می‌شود از  $OZ$ .

## ۱۸-۹ منحنی ارتعاش برای تقسیم نواری. ماریپچ کورنو

هرگاه نوارهای اولیه با پهنای بینهایت کوچک را منظور کنیم، منحنی ارتعاش آن‌را به‌صورت یک ماریپچ هموار، که بخشی از آن را در شکل ۱۸-۱۳ مشاهده می‌کنید، به‌دست می‌آوریم. منحنی کامل مشتمل بر کل جبهه‌موج با چرخشهای بسیار بیشتری به‌دست می‌آید که نهایتاً در نقاط  $Z$  و  $Z'$  به پایان می‌رسد. در اینجا فقط بخش  $O$  تا  $Z$  را بررسی کرده‌ایم. نیمه پایینی  $Z'O$ ، از سهم نوارهای نیم‌دوره تناوب زیر  $M$  حاصل می‌شود.

این منحنی که به آن ماریپچ کورنو\* می‌گویند، این مشخصه را دارد که در آن زاویه  $\delta$  با محور  $x$ ، متناسب با مجذور فاصله  $v$  از مبدأ در امتداد منحنی است. با یادآوری این نکته که در یک منحنی ارتعاش،  $\delta$  تأخیر فاز نور خروجی از هر عنصر جبهه‌موج را نشان می‌دهد، با بهره‌گیری از معادله (۱۸-۱) مربوط به اختلاف راه، به تعریف زیر می‌رسیم:



شکل ۱۸-۱۳ ماریچ کورنو که شامل پنج ناحیه نیم‌دوره تناوبی در طرفین قطب است.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{\pi(a+b)}{ab\lambda} s^2 = \frac{\pi}{2} v^2 \quad (10-18)$$

در این معادله، متغیر جدیدی به منظور کاربرد در ترسیم ماریچ کورنو وارد کرده‌ایم، یعنی

$$v = s \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} \quad (11-18)$$

این متغیر به صورت بدون بعد تعریف می‌شود، به طوری که بتوان از منحنی مشابهی برای هر مسئله‌ای می‌شود استفاده کرد، مستقل از اینکه مقادیر خاص  $a$ ،  $b$ ، و  $\lambda$  چقدر باشند.

## ۱۸-۱۰ انتگرالهای فرنل

مختصات  $x$  و  $y$  ماریچ کورنو را می‌توان به طور کمی به کمک دو انتگرال بیان کرد، و اطلاعاتی درباره آنها امکان ترسیم صحیح و محاسبه دقیق را فراهم می‌آورد. این انتگرالها را می‌توان به

سادگی به شرح زیر به دست آورد. نظر به اینکه اختلاف فاز  $\delta$ ، زاویه‌ای است که شیب منحنی در هر نقطه را به دست می‌دهد (شکل ۱۸-۱۳)، تغییرات مختصات به ازای یک جابه‌جایی کوچک،  $dv$ ، در امتداد ماریچ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$dy = dv \sin \delta = \sin \frac{\pi v^2}{4} dv \quad dx = dv \cos \delta = \cos \frac{\pi v^2}{4} dv$$

که در آن، مقدار  $\delta$  از معادله (۱۸-۱۰) تعیین می‌شود. به این ترتیب، مختصات هر نقطه  $(x, y)$  روی ماریچ کورنو عبارت است از:

$$x = \int_0^v \cos \frac{\pi v^2}{4} dv \quad (12-18)$$

$$y = \int_0^v \sin \frac{\pi v^2}{4} dv \quad (13-18)$$

این انتگرالها را انتگرالهای فرنل می‌گویند. این انتگرالها را نمی‌توان به صورت بسته گرفت، بلکه سری نامتناهی‌ای به دست می‌دهد که به چند طریق مقدار یابی می‌شوند. هر چند که محاسبات کلی بسیار پیچیده‌اند و نمی‌توان آنها را به تفصیل در اینجا آورد، جدولی که حاوی مقادیر عددی انتگرالهاست (جدول ۱۸-۱) ارائه می‌شود. در بخش ۱۸-۱۴ روش استفاده از آنها را برای محاسبات دقیق نقشهای پراش شرح داده‌ایم.

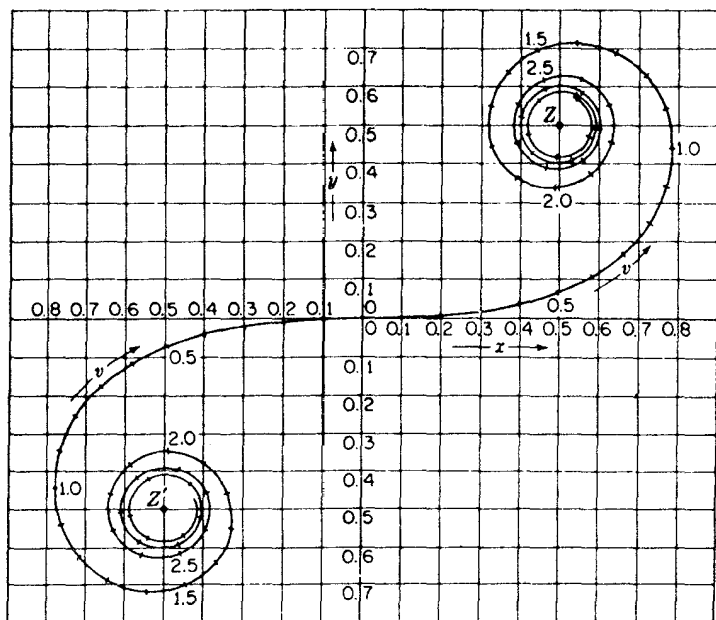
حال می‌خواهیم ابتدا برخی جنبه‌های ماریچ کورنو در شکل ۱۸-۱۴ را که منحنی ناشی از دو انتگرال فرنل است، بررسی کنیم. مختصات هر نقطه‌ای روی منحنی مقدار آنها را به ازای یک حد بالایی خاص،  $v$ ، در معادلات (۱۲-۱۸) و (۱۳-۱۸) به دست می‌دهد. مقیاس  $v$  مستقیماً روی منحنی، با تقسیم‌بندی متساوی‌الفاصله در امتداد طولی آن مشخص شده است. توجه خاص به موضعی از منحنی که در آنها  $v$  دارای مقادیر ۱،  $\sqrt{2}$ ، و ۲ است، سودمند خواهد بود. این مواضع، به ترتیب، نمایانگر نیم، یک، و دو نوار نیم‌دوره متناوب‌اند که محاسبه مقادیر متناظر،  $\delta$  از معادله (۱۸-۱۰) مؤید آن است. ولی مختصات نقاط انتهایی  $Z$  و  $Z'$  از اهمیت بیشتری برخوردارند. این مختصات، به ترتیب، عبارت‌اند از  $(-1/2, -1/2)$  و  $(1/2, 1/2)$ .

نظیر هر منحنی ارتعاش دیگر، در اینجا هم دامنه ناشی از هر جزء از جبهه موج را می‌توان از طول وتر قطعه منحنی مربوط به آن جزء به دست آورد. مجذور این طول هم شدت را به دست می‌دهد. به این ترتیب، می‌توان از ماریچ کورنو در شکل ۱۸-۱۴ برای حل مسائل پراش به طریق ترسیمی به شرح زیر سود جست. در آغاز باید توجه کرد که مقادیر عددی شدتها که به این طریق

جدول ۱۸-۱ جدول انتگرالهای فرنل

$v$	$x$	$y$	$v$	$x$	$y$	$v$	$x$	$y$
۰٫۰	۰٫۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰	۳٫۰	۰٫۶۰۵۸	۰٫۴۹۶۳	۵٫۵	۰٫۴۷۸۴	۰٫۵۵۳۷
۰٫۱	۰٫۱۰۰۰	۰٫۰۰۰۵	۳٫۱	۰٫۵۶۱۶	۰٫۵۸۱۸	۵٫۵۵	۰٫۴۴۵۶	۰٫۵۱۸۱
۰٫۲	۰٫۱۹۹۹	۰٫۰۰۰۴۲	۳٫۲	۰٫۴۶۶۴	۰٫۵۹۳۳	۵٫۶	۰٫۴۵۱۷	۰٫۴۷۰۰
۰٫۳	۰٫۲۹۹۴	۰٫۰۰۱۴۱	۳٫۳	۰٫۴۰۵۸	۰٫۵۱۹۲	۵٫۶۵	۰٫۴۹۲۶	۰٫۴۴۴۱
۰٫۴	۰٫۳۹۷۵	۰٫۰۰۳۳۴	۳٫۴	۰٫۴۳۸۵	۰٫۴۲۹۶	۵٫۷	۰٫۵۳۸۵	۰٫۴۵۹۵
۰٫۵	۰٫۴۹۲۳	۰٫۰۰۶۴۷	۳٫۵	۰٫۵۳۲۶	۰٫۴۱۵۲	۵٫۷۵	۰٫۵۵۵۱	۰٫۵۰۴۹
۰٫۶	۰٫۵۸۱۱	۰٫۰۱۱۰۵	۳٫۶	۰٫۵۸۸۰	۰٫۴۹۲۳	۵٫۸	۰٫۵۲۹۸	۰٫۵۴۶۱
۰٫۷	۰٫۶۵۹۷	۰٫۰۱۷۲۱	۳٫۷	۰٫۵۴۲۰	۰٫۵۷۵۰	۵٫۸۵	۰٫۴۸۱۹	۰٫۵۵۱۳
۰٫۸	۰٫۷۲۳۰	۰٫۰۲۴۹۳	۳٫۸	۰٫۴۴۸۱	۰٫۵۶۵۶	۵٫۹	۰٫۴۴۸۶	۰٫۵۱۶۳
۰٫۹	۰٫۷۶۴۸	۰٫۰۳۳۹۸	۳٫۹	۰٫۴۲۲۳	۰٫۴۷۵۲	۵٫۹۵	۰٫۴۵۶۶	۰٫۴۶۸۸
۱٫۰	۰٫۷۷۹۹	۰٫۰۴۳۸۳	۴٫۰	۰٫۴۹۸۴	۰٫۴۲۰۴	۶٫۰	۰٫۴۹۹۵	۰٫۴۴۷۰
۱٫۱	۰٫۷۶۳۸	۰٫۰۵۳۶۵	۴٫۱	۰٫۵۷۳۸	۰٫۴۷۵۸	۶٫۰۵	۰٫۵۴۲۴	۰٫۴۶۸۹
۱٫۲	۰٫۷۱۵۴	۰٫۰۶۲۳۴	۴٫۲	۰٫۵۴۱۸	۰٫۵۶۳۳	۶٫۱	۰٫۵۴۹۵	۰٫۵۱۶۵
۱٫۳	۰٫۶۳۸۶	۰٫۰۶۸۶۳	۴٫۳	۰٫۴۴۹۴	۰٫۵۵۴۰	۶٫۱۵	۰٫۵۱۴۶	۰٫۵۴۹۶
۱٫۴	۰٫۵۴۳۱	۰٫۰۷۱۳۵	۴٫۴	۰٫۴۳۸۳	۰٫۴۶۲۲	۶٫۲	۰٫۴۶۷۶	۰٫۵۳۹۸
۱٫۵	۰٫۴۴۵۳	۰٫۰۶۹۷۵	۴٫۵	۰٫۵۲۶۱	۰٫۴۳۴۲	۶٫۲۵	۰٫۴۴۹۳	۰٫۴۹۵۴
۱٫۶	۰٫۳۶۵۵	۰٫۰۶۳۸۹	۴٫۶	۰٫۵۶۷۳	۰٫۵۱۶۲	۶٫۳	۰٫۴۷۶۰	۰٫۴۵۵۵
۱٫۷	۰٫۳۲۳۸	۰٫۰۵۴۹۲	۴٫۷	۰٫۴۹۱۴	۰٫۵۶۷۲	۶٫۳۵	۰٫۵۲۴۰	۰٫۴۵۶۰
۱٫۸	۰٫۳۳۳۶	۰٫۰۴۵۰۸	۴٫۸	۰٫۴۳۳۸	۰٫۴۹۶۸	۶٫۴	۰٫۵۴۹۶	۰٫۴۹۶۵
۱٫۹	۰٫۳۹۴۴	۰٫۰۳۷۳۴	۴٫۹	۰٫۵۰۰۲	۰٫۴۳۵۰	۶٫۴۵	۰٫۵۲۹۲	۰٫۵۳۹۸
۲٫۰	۰٫۴۸۸۲	۰٫۰۳۴۳۴	۵٫۰	۰٫۵۶۳۷	۰٫۴۹۹۲	۶٫۵	۰٫۴۸۱۶	۰٫۵۴۵۴
۲٫۱	۰٫۵۸۱۵	۰٫۰۳۷۴۳	۵٫۰۵	۰٫۵۴۵۰	۰٫۵۴۴۲	۶٫۵۵	۰٫۴۵۲۰	۰٫۵۰۷۸
۲٫۲	۰٫۶۳۶۳	۰٫۰۴۵۵۷	۵٫۱	۰٫۴۹۹۸	۰٫۵۶۲۴	۶٫۶	۰٫۴۶۹۰	۰٫۴۶۳۱
۲٫۳	۰٫۶۲۶۶	۰٫۰۵۵۳۱	۵٫۱۵	۰٫۴۵۵۳	۰٫۵۴۲۷	۶٫۶۵	۰٫۵۱۶۱	۰٫۴۵۴۹
۲٫۴	۰٫۵۵۵۰	۰٫۰۶۱۹۷	۵٫۲	۰٫۴۳۸۹	۰٫۴۹۶۹	۶٫۷	۰٫۵۴۶۷	۰٫۴۹۱۵
۲٫۵	۰٫۴۵۷۴	۰٫۰۶۱۹۲	۵٫۲۵	۰٫۴۶۱۰	۰٫۴۵۳۶	۶٫۷۵	۰٫۵۳۰۲	۰٫۵۳۶۲
۲٫۶	۰٫۳۸۹۰	۰٫۰۵۵۰۰	۵٫۳	۰٫۵۰۷۸	۰٫۴۴۰۵	۶٫۸	۰٫۴۸۳۱	۰٫۵۴۳۶
۲٫۷	۰٫۳۹۲۵	۰٫۰۴۵۲۹	۵٫۳۵	۰٫۵۴۹۰	۰٫۴۶۶۲	۶٫۸۵	۰٫۴۵۳۹	۰٫۵۰۶۰
۲٫۸	۰٫۴۶۷۵	۰٫۰۳۹۱۵	۵٫۴	۰٫۵۵۷۳	۰٫۵۱۴۰	۶٫۹	۰٫۴۷۳۲	۰٫۴۶۲۴
۲٫۹	۰٫۵۶۲۴	۰٫۰۴۱۰۱	۵٫۴۵	۰٫۵۲۶۹	۰٫۵۵۱۹	۶٫۹۵	۰٫۵۲۰۷	۰٫۴۵۹۱

محاسبه می‌شوند، نسبت به یک مقدار  $2$  برای موج بدون مانع منظور شده‌اند. از این قرار، اگر  $A$  نمایانگر دامنه‌ای ناشی از منحنی باشد، شدت آن،  $I$ ، نسبت به شدت  $I_0$  در صورتی که هیچ



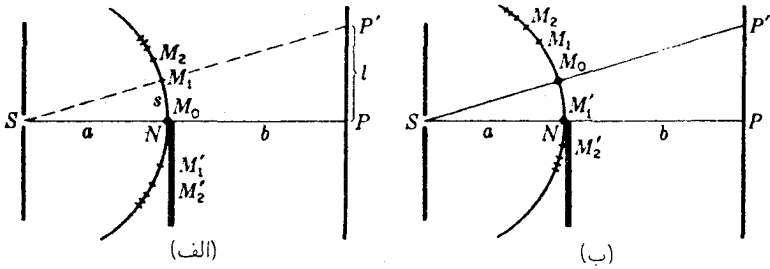
شکل ۱۴-۱۸ ماریچ کورنو؛ منحنی نمایش تغییرات انتگرالهای فرنل.

برده‌ای وجود نمی‌داشت، عبارت خواهد شد از:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2} A^2 \quad (14-18)$$

برای تحقیق در درستی این گزاره، یادآوری می‌کنیم که بنابر بحث مطرح شده در بخش ۱۸-۸، برداری که از  $O$  به  $Z$  ترسیم می‌شود، عبارت است از دامنه ناشی از نیمه بالایی موج. به همین ترتیب، بردار  $OZ'$  که از  $Z'$  به  $O$  ترسیم می‌شود، دامنه حاصل از نیمه پایینی را ارائه می‌کند. بزرگی این بردارها هر دو  $1/\sqrt{2}$  است؛ از این رو هرگاه آنها را با هم جمع و آنگاه حاصل جمع را به توان دو برسانیم تا شدت حاصل از کل موج را به دست آوریم، خواهیم رسید به  $I_0 = 2$ ، و مقیاس آن، مقیاس قراردادی به کار رفته در شکل ۱۴-۱۸ است.\*

\* چنان که ملاحظه می‌شود، فاز موج برآیند  $45^\circ$  یا یک‌هشتم دوره تناوب، نسبت به موجی که از مرکز سیستم ناحیه‌ای (موجکهای هویگنس که در شکل ۱۸-۱۱ از  $M_0$  به  $P$  می‌رسند) گسیل می‌شود، تأخیر دارد. اختلاف فاز مشابهی، که این بار یک‌چهارم دوره تناوب است، در بررسی نواحی دایره‌ای در بخش ۱۸-۶، پیش می‌آید.



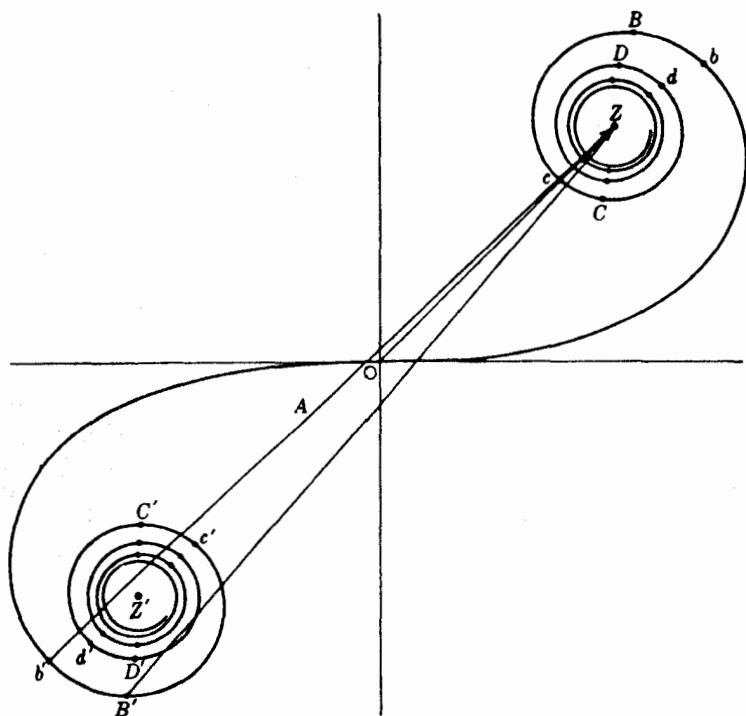
شکل ۱۸-۱۵ دو وضعیت متفاوت نوارهای نیم‌دوره متناوب نسبت به یک لبه مستقیم  $N$ .

### ۱۱-۱۸ لبه مستقیم

تحقیق و پژوهش در پراش به‌وسیله یک تک پرده با لبه‌های مستقیم، شاید یکی از ساده‌ترین کاربردهای ماریچ کورنو باشد. در شکل ۱۸-۱۵ (الف)، بخشی از چنین پرده‌ای با لبه‌های موازی با شکاف  $S$  را مشاهده می‌کنید. در این شکل، نوارهای نیم‌دوره متناوب متناظر با نقطه  $P$  واقع در لبه سایه هندسی پرده، در جبهه موج علامتگذاری شده‌اند. برای یافتن شدت در  $P$  باید توجه کنیم که به جهت مؤثر بودن نیمه‌بالایی موج، دامنه حاصل، خط مستقیمی است که  $O$  و  $Z$  را به هم وصل می‌کند (شکل ۱۸-۱۶) و طول آن عبارت است از  $1/\sqrt{2}$ . مجذور این مقدار،  $1/2$  است؛ از اینرو شدت در لبه سایه، درست یک‌چهارم شدت به‌دست آمده در بالا برای موج بدون مانع است.

حال، شدت در نقطه  $P'$  [شکل ۱۸-۱۵ (الف)] به فاصله  $l$  در بالای  $P$  را بررسی می‌کنیم. برای اینکه جزئیات را مشخص کنیم،  $P'$  را در امتداد  $SM_1$  که لبه بالایی نخستین نوار نیم‌دوره‌ای متناوب است، در نظر می‌گیریم. برای این نقطه، مرکز نوارهای نیم‌دوره متناوب،  $M_0$ ، روی خط مستقیم واصل مابین  $S$  به  $P'$  قرار دارد، و شکل آن را باید مطابق شکل ۱۸-۱۵ (ب) بازسازی کرد. اکنون لبه مستقیم در نقطه  $M'_1$  قرار می‌گیرد. به طوری که نه تنها به همه نوارهای نیم‌دوره متناوب بالای  $M_0$  نور داده می‌شود، بلکه بر نخستین نوار زیر  $M_0$  نیز نور می‌تابد. بنابراین، دامنه برابند  $A$  روی ماریچ شکل ۱۸-۱۶ را خط مستقیم واصل مابین  $B'$  به  $Z$ ، نمایش می‌دهد. این دامنه، بیشتر از دو برابر دامنه در  $P$ ، و شدت آن،  $A^2$ ، بیشتر از چهار برابر شدت در  $P$  است.

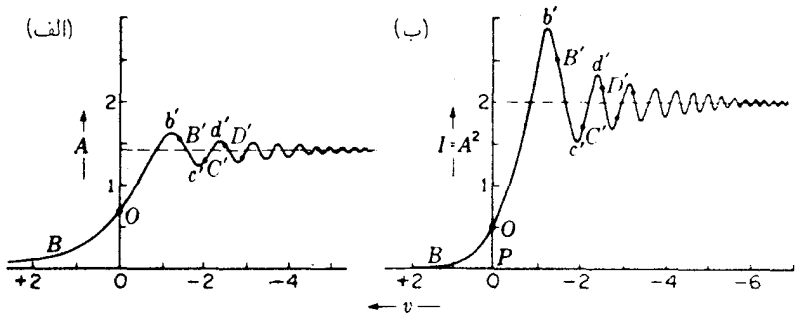
هرگاه از نقطه مشاهده  $P$  در لبه سایه هندسی (شکل ۱۸-۱۵) آغاز کنیم که دامنه‌اش از  $OZ$  به‌دست می‌آید، و اگر نقطه مشاهده را پیوسته به بالا ببریم، انتهای بردار دامنه به سمت چپ و در امتداد ماریچ حرکت خواهد کرد؛ در حالی که نوک آن در  $Z$  ثابت می‌ماند. دامنه هم به روشنی در  $b'$  از یک ماکزیموم و در  $b''$  از یک می‌نیموم، و در  $d'$  از یک ماکزیموم دیگر، والی آخر، خواهد گذشت؛ سرانجام به مقدار  $ZZ'$  در موج بدون مانع میل خواهد کرد. هرگاه از  $P$  به پایین حرکت



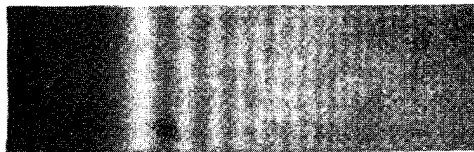
شکل ۱۸-۱۶ ماریچ کورنو با نمایش برایندهای یک نقش پراش از لبه مستقیم.

کنیم و وارد سایه هندسی شویم، انتهای بردار به سمت راست  $O$  حرکت خواهد کرد و دامنه پیوسته کاهش خواهد یافت تا به صفر برسد.

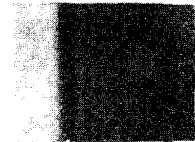
برای به دست آوردن مقادیر کمی شدتها از روی ماریچ کورنو کافی است که مقدار  $A$  را به ازای مقادیر مختلف  $v$  اندازه بگیریم. مجذور  $A$  شدت را به دست می دهد. نمودارهای دامنه و شدت برحسب  $v$  را، به ترتیب، در شکل های ۱۸-۱۷ (الف) و (ب) مشاهده می کنید. ملاحظه خواهد شد که در نقطه  $O$ ، متناظر با لبه سایه هندسی، شدت به یک چهارم مقدارش به ازای مقادیر بزرگ و منفی  $v$  که در آن به مقدار شدت موج بدون مانع میل می کند، افت خواهد کرد. سایر حرفهایی که روی شکل آمده اند، با نقاطی که به طور مشابه روی ماریچ علامتگذاری شده اند متناظرند؛ هر یک از این نقاط،  $B'$ ،  $C'$ ،  $D'$ ، ... نمایانگر تابیدن نور بر یک، دو، سه، و چند نوار نیم دوره متناوب در زیر  $M$  هستند. ماکزیموما و می نیمومهای این فریزهای پراش اندکی قبل از رسیدن به این نقاط ایجاد می شوند. مثلاً نخستین ماکزیموم در  $b'$  موقعی دست می دهد که مکان بردار دامنه  $A$ ،



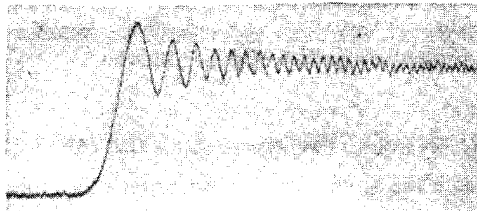
شکل ۱۷-۱۸ پربندهای (الف) دامنه؛ و (ب) شدت برای پراش فرنل در یک لبه مستقیم.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۸-۱۸ نقشهای لبه‌های مستقیم که از آنها (الف) با نور مرئی به طول موج  $4300 \text{ \AA}$ ؛ و (ب) با پرتوهای X به طول موج  $8.33 \text{ \AA}$ ، عکسبرداری شده است. (ج) رد تغییرات شدت به وسیله میکروفوتومتر.

مطابق شکل ۱۶-۱۸ باشد. عکسهای نقش پراش از یک لبه مستقیم را در شکل‌های ۱۸-۱۸ (الف) و (ب) مشاهده می‌کنید. نقش (الف) با نور مرئی یک لامپ جیوه، و (ب) با پرتو X به طول موج  $\lambda = 8.33 \text{ \AA}$  گرفته شده‌اند. در شکل ۱۸-۱۸ (ج) نمودار چگالی (شدت نور) روی عکس (الف) مشاهده می‌شود که درست در بالای آن قرار دارد و به وسیله میکروفوتومتر گرفته شده است.

شاید متداولترین مورد مشاهده نقش لبه باریک، و قطعاً بارزترین مورد آن، در نگاه کردن به لامپهای روشنایی خیابان از پشت شیشه عینک باران خورده باشد. کناره هر قطره روی شیشه عینک به مثابه یک منشور عمل می‌کند، و پرتوهایی را که هرگاه عینک و قطره باران نبود، وارد چشم می‌شدند، به سوی مردمک چشم می‌شکند. بنابراین، فراسوی لبه، میدان دید تاریک است،



ولی باریکهٔ مرزی قطره به صورت لکه روشن نامنظم سرشار از فریزهای پراش پرشدت، مطابق شکل ۱۸-۱۸، است. فریزها خیلی واضح‌اند، و تعدادشان قابل توجه است که احتمالاً در نتیجه اثر رنگ‌زدایی شکست نور اتفاق می‌افتد.

### ۱۲-۱۸ انتشار راست خط نور

هرگاه مقیاس نقش یادشده در بالا را برای حالت خاصی بررسی کنیم، علت انتشار ظاهراً راست خط نور روشن می‌شود. فرض می‌کنیم در این حالت خاص  $a = b = 100 \text{ cm}$  و  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  می‌رسیم به:

$$s = v \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} = 0.354v \quad \text{cm}$$

این کمیت، فاصله در امتداد جبهه موج است [شکل ۱۸-۱۵ (الف)]. برای تبدیل آن به فواصل  $l$  روی پرده، با توجه به شکل ملاحظه می‌کنیم:

$$l = \frac{a+b}{a} s = v \sqrt{\frac{b\lambda(a+b)}{2a}} \quad (15-18)$$

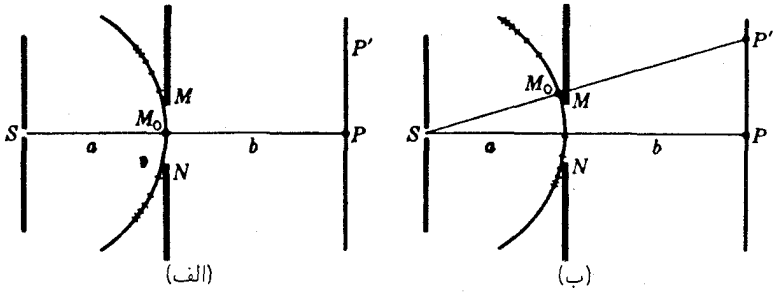
در حالت اختیار شده

$$l = 2s = 0.708v \quad \text{cm}$$

حال، در نمودار شکل ۱۸-۱۷ (ب)، شدت در نقطه  $+2$  فقط  $v = 0.25$  و یا یک هشتم شدت در صورت فقدان لبه مستقیم است. در این نقطه  $l = 0.142 \text{ cm}$  و بنابراین فقط  $1.42 \text{ mm}$  در داخل لبه سایه هندسی قرار دارد. بخشی از پرده که در زیر این نقطه قرار می‌گیرد، عملاً در تاریکی کامل قرار خواهد گرفت، و این اتفاق باید ناشی از تداخل ویرانگر موجکهای ثانویه دریافتی از بخش فوقانی موج باشد.

### ۱۳-۱۸ تک شکاف

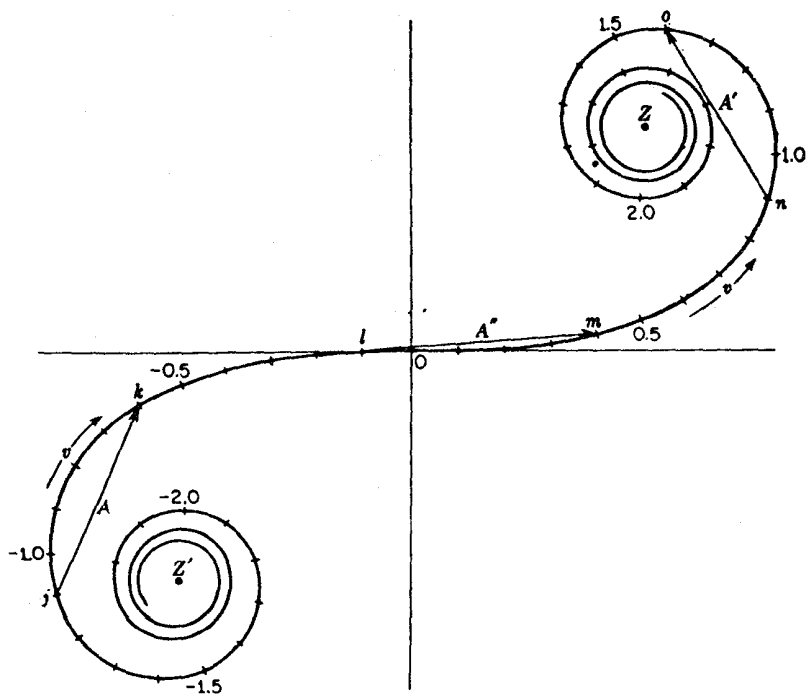
اینک به بررسی پراش فرنل در یک تک شکاف با اضلاعی موازی شکاف منبع باریک  $S$  [شکل ۱۸-۱۹ (الف)] می‌پردازیم. مراد از این بررسی، کاربرد ماریچ کورنو برای تعیین توزیع نور



شکل ۱۸-۱۹ تقسیم جبهه‌موج برای پراش فرنل به وسیله یک تک‌شکاف.

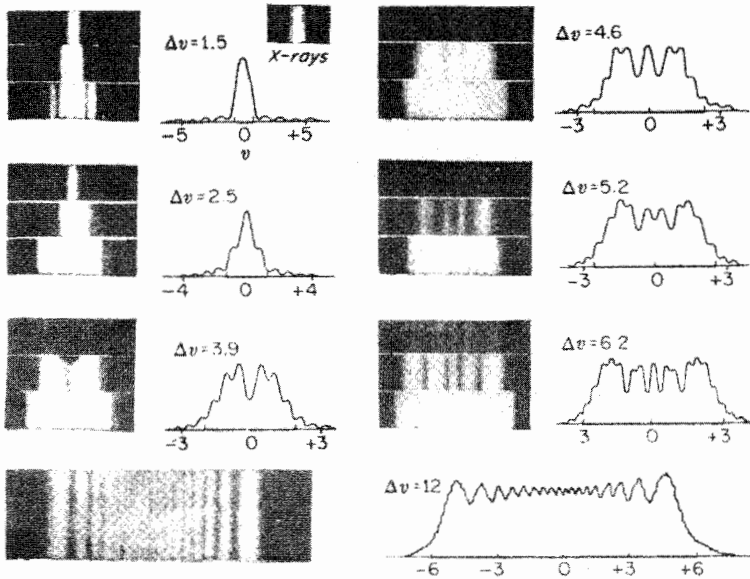
در پرده  $PP'$  است. در مکانی که شکاف در شکل مشاهده می‌شود، هر ضلع آن به صورت یک لبه مستقیم عمل می‌کند تا مابین دو انتهای بیرونی جبهه‌موج حایل قرار گیرد. قبلاً در بخش ۱۱-۱۸ دیدیم که چگونه نقش ناشی از یک تک لبه مستقیم بررسی می‌شود، و روشی که در آنجا به‌کار گرفتیم، به‌سهولت در مورد اخیر هم به‌کار بردنی است. با قرار گرفتن شکاف در مکان مرکزی شکل ۱۸-۱۹ (الف)، تنها نوری که به  $P$  می‌رسد، ناشی از بازه  $\Delta s = MN$  جبهه‌موج است. حال باید به‌کمک ماریپچ کورنو تعیین کنیم که کدام طول شکاف،  $\Delta v$ ، متناظر با پهنای آن،  $\Delta s$ ، است. به‌این هدف به‌کمک معادله (۱۱-۱۸) دست خواهیم یافت و در آن به‌جای  $v$  کمیت  $\Delta v$  و به‌جای  $s$  کمیت  $\Delta s$  را قرار می‌دهیم. هرگاه  $a = 10^6 \text{ cm}$ ،  $b = 400 \text{ cm}$ ،  $\lambda = 4000 \text{ \AA} = 4 \times 10^{-5} \text{ cm}$ ، و پهنای شکاف هم عبارت باشد از  $\Delta s = 0.2 \text{ cm}$ ، با نشانیدن آنها در معادله ۱۱-۱۸ می‌رسیم به  $\Delta v = 0.5$ . در این‌صورت، دامنه‌ی برآیند در  $P$  از وترى روی ماریپچ به‌دست می‌آید که کمان آن عبارت است از  $\Delta v = 0.5$ . چون مکان نقطه مشاهده  $P$  در مرکز واقع شده، این کمان از  $v = -0.25$  تا  $v = +0.25$  قرار دارد. این دامنه  $0.5 \approx A$  را که به توان دو برسانیم، شدت در  $P$  به‌دست می‌آید.

حال، هرگاه بخواهیم شدت در  $P'$  [شکل ۱۸-۱۹ (ب)] را به‌دست آوریم، باید تصویر را اصلاح کنیم و جبهه‌موج را مجدداً، چنان که نشان داده‌ایم، تقسیم‌بندی کنیم. با واقع بودن نقطه مشاهده در  $P'$ ، همان طول جبهه‌موج،  $\Delta s = 0.2 \text{ cm}$ ، در معرض تابش نور قرار می‌گیرد، و بنابراین همان طول ماریپچ،  $\Delta v = 0.5$ ، مؤثر خواهد بود. ولی این بخش در نیمه پایینی جبهه‌موج با موضع جدیدی از کمان در نیمه پایینی ماریپچ متناظر خواهد بود. فرض کنیم که این کمان، در شکل ۱۸-۲۰ همان کمان  $kz$  باشد. دامنه برآیند با وتر  $A$  متناسب است و مجذور این وتر، شدت نسبی را به‌دست می‌دهد. به این ترتیب، برای دستیابی به تغییرات شدت در امتداد پرده شکل ۱۸-۱۹، یک قطعه از ماریپچ به طول ثابت  $\Delta v = 0.5$  را در نقاط مختلف آن می‌یابیم و طول وتر متناظر آن را اندازه می‌گیریم تا دامنه به‌دست آید. در کار روی یک مسئله خاصی، می‌توان



شکل ۱۸-۲۰ ماریچ کورنو برای نمایش وترهای متناظر با کمانهایی با طولهای مساوی  $\Delta v$ .

یک مقیاس مستقیم برحسب واحدهای  $v$  و تقریب اعشاری آن فراهم آورد، و وترها را روی نمودار دقیقی چون شکل ۱۸-۱۴ اندازه گرفت. برای این کار باید با همان مقیاس  $v$  روی ماریچ که برای پیدا کردن طول ثابت  $\Delta v$  به کار رفته است، اندازه گرفت. نتایج حاصل را باید در جدولی با سه ستون برای  $v$ ،  $A$ ، و  $A^2$  وارد کرد. مقداری که برای  $v$  وارد می شود، برای نقطه مرکزی کمانی است که وتر آن،  $A$ ، اندازه گرفته می شود. مثلاً هرگاه بازه  $v = 0.9$  تا  $v = 1.4$  اندازه گیری می شود (شکل ۱۸-۲۰) مقدار متوسط  $v = 1.15$  را در جدول و در مقابل  $A = 0.43$  وارد می کنند. در شکل ۱۸-۲۱ تعدادی عکس از نقشهای پراش فرنل برای تک شکافهایی با پهنای مختلف مشاهده می کنید که منحنی تغییرات شدت آنها در کنارشان دیده می شوند. این منحنیها را با استفاده از ماریچ کورنو ترسیم کرده ایم. توصیه می شود به مواضع مشخص شده لبه های سایه هندسی شکافها (روی محور  $v$ ) توجه شود. در خارج از این نقاط، نور بسیار اندکی تابیده می شود. در شکاف بسیار باریکی چون نخستین شکاف، که در آن  $v = 1.5$ ،  $\Delta v$ ، نقش حاصل بسیار شبیه به نقش پراش فرانوفر برای یک تک شکاف است. تفاوت اصلی بین این دو (با شکل ۱۵-۴ مقایسه کنید)



شکل ۱۸-۲۱ پراش فرنل از نور مرئی در تک شکافها با پهناهای مختلف به اضافه یک نقش از پرتو X.

این است که در اینجا می‌نیمومها، جز به‌ازای مقدار بینهایت بزرگ  $v$ ، کاملاً به‌صفر نمی‌رسند. نقش تک شکاف کوچک بالایی از طریق تاباندن پرتو X به طول موج  $8.33 \text{ \AA}$  گرفته شده است. ولی بقیه آنها با نور مرئی به طول موج  $4358 \text{ \AA}$  تولید شده‌اند. با پهنتر شدن شکاف، فریزها دستخوش تغییرات بسیار سریعی می‌شوند، و در یک شکاف پهن به‌صورت نقشهای کلی پراش دو لبه مستقیم روبه‌رو در می‌آیند. فریزهای کوچک نزدیک به یکدیگر، که بر روی فریزهای اصلی در کناره‌های خارجی آخرین شکل افتاده‌اند، در عکس اصلی واضحتر دیده می‌شوند و می‌توان در این نسخه از عکسها هم آنها را آشکارسازی کرد.

## ۱۸-۱۴ بهره‌گیری از انتگرالهای فرنل برای حل مسائل پراش

برای دستیابی به دقتی بیش از آنچه از مارییج ترسیم شده به‌دست می‌آید، می‌توان از مقادیر انتگرالهای فرنل مندرج در جدول ۱۸-۱ بهره گرفت. مثلاً، در بازه  $0.5 \leq \Delta v$ ، دو مقدار  $x$  در دو سر این بازه را می‌توان از جدول استخراج کرد و تفاضل جبری آنها را برای به‌دست آوردن  $\Delta x$ ، مؤلفه افقی دامنه، محاسبه کرد. همچنین، دو مقدار متناظر  $y$  نیز برای حصول به  $\Delta y$ ، یعنی مؤلفه قائم دامنه، از همدیگر کم می‌شوند. در این صورت، شدت نسبی از مجموع مجذورهای این مؤلفه‌ها

$$I \approx A^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 \quad (۱۶-۱۸)$$

این روش دقیق اما پرزحمت است؛ به خصوص اگر در برخی قسمتهای جدول ۱۸-۱، درونیایها و دستکاریهای مطلوبی هم ضرورت پیدا کند. برخی مسائل، مانند مسئله لبه مستقیم، را می توان بر این اساس که تعداد نواحی در دو سر بازه محدود نیست، ساده تر کرد. در این نقاط، هر دو مقدار  $x$  و  $y$ ،  $۱/۲$  خواهند بود. یک مثال دیگر از این نوع را در زیر بررسی می کنیم.

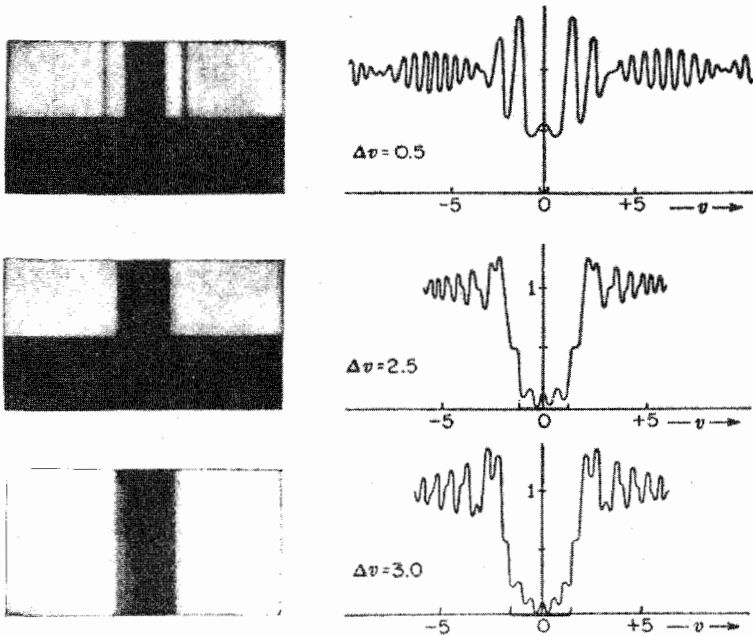
## ۱۵-۱۸ پراش به وسیله تیغه باریک کدر

سایه ای را که شیء باریک، مانند یک سیم می اندازد نیز می توان به کمک ماریچ کورنو بررسی کرد. در بخش ۱۸-۱۳، در مورد یک تک شکاف، نشان دادیم که چگونه نقش پراش ناشی از برش دادن طول ثابتی از ماریچ، مقدار ثابت  $\Delta v$ ، در امتداد آن و اندازه گیری وتر میان دو نقطه انتهایی آن به دست می آید. در این حالت، بقیه ماریچ به سبب اثر پرده دو ضلع شکاف در هر دو طرف تا بینهایت، یعنی تا  $Z$  و  $Z'$  نادیده (غایب) تلقی می شود. حال، چنانچه به جای گشودگی شکاف در شکل ۱۸-۱۹ (الف) یک شیء به همان ابعاد نشانیم و شکاف را برداریم، باید دو قطعه از ماریچ را مطالعه کنیم. فرض می کنیم ابعاد شیء حایل چنان است که روی ماریچ بازه  $\Delta v = ۵^\circ$  را می پوشاند (شکل ۱۸-۲۰). در مکان  $kz$ ، نوری که به پرده می رسد، ناشی از قسمتی از ماریچ از  $Z'$  تا  $z$  و از  $k$  تا  $Z$  خواهد بود. دامنه برابند ناشی از این دو قطعه از جمع برداری دامنه های مربوطه آنها به دست می آید. دامنه بخش پایینی، به وسیله خط مستقیم از  $Z'$  به  $z$  با پیکان بردار آن در  $z$  نشان داده می شود. دامنه بخش بالایی به وسیله خط راست از  $k$  به  $Z$  و پیکان بردار در  $Z$  نموده می شود. جمع برداری این دو بردار، دامنه برابند  $A$ ، و شدت  $A^2$  برای نقطه وسط میان  $z$  و  $k$ ، یعنی  $v$ ، را به دست می دهد. عکسهای سه نقش پراش تولید شده به وسیله سیمهای کوچک را در شکل ۱۸-۲۲ و همراه با منحنیهای نظری متناظرشان، مشاهده می کنید.

## مسائل

۱۸-۱ شعاع درونترین ناحیه یک تیغه ناحیه ای  $۴۲۵\text{mm}$  است. پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی تیغه را در صورتی که نور موازی فرودی به طول موج  $۴۴۷۱\text{\AA}$  از یک لامپ هلیوم بر آن تابیده باشد؛ (ب) نخستین فاصله کانونی فرعی آن را.

جواب: (الف)  $۴۰\text{cm}$ ؛ (ب)  $۱۳۴۷\text{cm}$ .



شکل ۱۸-۲۲ پراش فرنل از طریق تیغه باریک کدر.

۱۸-۲ یک تیغه ناحیه‌ای را روی میزی اپتیکی سوار کرده‌ایم تا از آن به‌عنوان یک عدسی بزرگناهم بهره‌گیریم. قطر درونیت‌ترین ناحیه آن  $225^\circ \text{mm}$  است و نور تکفام آبی به طول موج  $4800 \text{ \AA}$  از یک قوس کادمیم مورد استفاده قرار می‌گیرد. هرگاه بزرگنمایی قطری هشت برابر مورد نظر باشد، پیدا کنید: (الف) فاصله کانونی تیغه ناحیه‌ای؛ (ب) فاصله شیء؛ و (ج) فاصله تصویر.

۱۸-۳ باریکه‌ای از میکروموجهای موازی به طول موج  $1.5^\circ \text{cm}$  از یک میان‌بند عنیبه‌ای قابل تنظیم دایره‌ای عبور می‌کند. یک آشکارساز در فاصله  $2.5^\circ \text{m}$  پشت آن روی محور قرار دارد و قطر گشودگی به تدریج افزایش می‌یابد. به‌ازای چه قطری پاسخ آشکارساز می‌رسد به: (الف) نخستین ماکزیمومش؛ (ب) دومین ماکزیمومش، و (ج) سومین ماکزیمومش؛ (د) به‌ازای شعاع آخری، رابطه‌ای برای مکان ماکزیمومها و می‌نیمومها در امتداد محور به‌دست آورید.

۱۸-۴ با استفاده از ماریچ کورنو، نمودار نقش پراش برای یک تک شکاف به پهنای  $0.8^\circ \text{mm}$  را ترسیم کنید. فرض کنید  $a = 40^\circ \text{cm}$ ،  $b = 50^\circ \text{cm}$  و نور قرمز به طول موج  $6400 \text{ \AA}$

به کار گرفته می شود. پیدا کنید: (الف) مقدار  $\Delta v$  برای استفاده روی ماریچ؛ (ب) نمودار بازه های  $\Delta v = +0.1^\circ$  را از  $v = -0.1^\circ$  تا  $v = 3.0^\circ$  ترسیم کنید.

۱۸-۵ در یک سر میز اپتیکی، شکافی تعبیه شده و نور سبزی به طول موج  $5000 \text{ \AA}$  بر آن تابیده می شود. یک میله قائم به قطر  $1.6 \text{ mm}$  در فاصله  $5.0 \text{ cm}$  از شکاف قرار دارد. با استفاده از یک سلول فوتوالکتریک و یک شکاف باریک واقع در فاصله  $5.0^\circ$  سانتیمتری میله، پراش ناشی از میله را مشاهده می کنند. (الف): مقدار  $\Delta v$  به کار رفته روی ماریچ کورنوی این شیء کدر چقدر است؟ (ب) نسبت شدت به دست آمده به شدت بدون مانع در لبه سایه هندسی چقدر است؟ (ج) شدت نسبی در مرکز سایه چقدر است؟

جواب: (الف)  $6.4^\circ$ ؛ (ب)  $22.82I_0$ ؛ (ج)  $1967I_0$ .

۱۸-۶ در یک سر میز اپتیکی یک شکاف تعبیه شده و نور سبزی به طول موج  $5000 \text{ \AA}$  بر آن می تاباند. یک لبه مستقیم قائم به موازات شکاف و در فاصله  $5.0 \text{ cm}$  از آن نصب شده است. مشاهده نقش پراش ناشی از لبه مستقیم در فاصله  $5.0^\circ$  سانتیمتری پشت آن صورت می گیرد. (الف) شدت در  $4.0 \text{ mm}$  درون کناره سایه هندسی لبه مستقیم در صفحه مشاهده چقدر است؟ (ب) در  $4.0 \text{ mm}$  خارج از کناره سایه چقدر است؟

۱۸-۷ در یک سر میز اپتیکی یک شکاف تعبیه شده است و نور سبزی به طول موج  $5000 \text{ \AA}$  بر آن تابیده می شود. یک سیم قائم به قطر  $4.0 \text{ mm}$  را در فاصله  $5.0 \text{ cm}$  تا شکاف نصب کرده ایم. مشاهده نقش پراش در فاصله  $5.0^\circ$  از پشت سیم صورت می گیرد. (الف) برای یافتن نقش پراش نظری، مقدار  $\Delta v$  به کار رفته روی ماریچ کورنو چقدر باید باشد؟ نسبت شدت به شدت بدون مانع چقدر است؟ (ب) شدت نسبی در فاصله  $4.0 \text{ mm}$  تا مرکز نقش چقدر است؟ (ج) در فاصله  $8.0 \text{ mm}$  تا مرکز نقش چقدر خواهد بود؟

جواب: (الف)  $1.6^\circ$ ؛ (ب)  $26.75\%$ ؛ (ج)  $2.609\%$ .

۱۸-۸ در پراش نور از قطعه نوار کدر، با استفاده از ماریچ کورنو تحقیق کنید که: (الف) آیا باید لزوماً یک ماکزیموم در مرکز نقش، مطابق شکل ۱۸-۲۲، ایجاد شود؟ (ب) وجود زندهای مشاهده شده در خارج از سایه هندسی به ازای  $5.0^\circ = v$  در شکل ۱۸-۲۲ را چگونه توجیه می کنید؟

۱۸-۹ با استفاده از ماریچ کورنو، درباره نقش پراش فرنل از دو شکاف تحقیق کنید. فرض کنید  $a = 4.0 \text{ cm}$ ،  $b = 5.0 \text{ cm}$ ،  $\lambda = 5625 \text{ \AA}$ ؛ و پهنای شکافها  $125 \text{ cm}$  و بازه کدر میان آنها  $5.0 \text{ mm}$  باشد.  $\Delta v$  را برای: (الف) پهنای شکافها؛ و (ب) بازه کدر محاسبه کنید. (ج)

استفاده از مقادیر جدول ۱۸-۱، شدت برابند  $A^2$  را برای بازه‌های  $0^\circ \leq v \leq 20^\circ$  از مرکز نقش تا  $v = 18^\circ$  محاسبه کنید. (د) نمودار  $A^2$  روی  $v$  را به‌ازای  $v = 18^\circ$  از مرکز نقش به‌دو سمت آن ترسیم کنید. از روی این نمودار، مقدار  $v$  را برای: (د) نخستین می‌نیموم؛ (ه) نخستین ماکزیموم؛ (و) دومین می‌نیموم؛ و (ز) دومین ماکزیموم پیدا کنید.

۱۸-۱۰ از جدول انتگرالهای فرنل، شدت دقیق در نقاط: (الف)  $v = +15^\circ$ ؛ (ب)  $v = -17^\circ$ ؛ و (ج)  $v = -13^\circ$  در نقش پراش یک لبه مستقیم را پیدا کنید.  
 جواب: (الف)  $0.210 I_0$ ؛ (ب)  $0.890 I_0$ ؛ (ج)  $0.352 I_0$ .



# ۱۹

## سرعت نور\*

در فصل اول، مشاهده کردیم که سرعت نور متناهی است. نیز در آنجا دانستیم که سرعت نور در خلأ به بالاترین حد می‌رسد که مقداری که همگان برای آن پذیرفته‌اند عبارت است از

$$c = 299792458 \text{ km/s} = 2.9979245 \times 10^8 \text{ m/s}$$

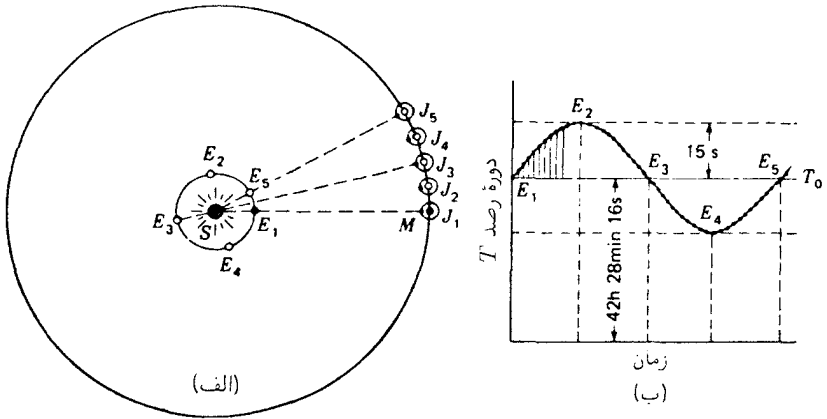
حالا به مبحث سرعت نور برمی‌گردیم، تاریخچه کوتاهی پیرامون آن بیان می‌کنیم، و می‌بینیم که آزمایش‌های بعدی در این خصوص، با نظریه نسبیت چه ربطی داشته‌اند.

## ۱-۱۹ روش رومر

به جهت سرعت خیلی زیادی که نور دارد، طبیعی است که نخستین اندازه‌گیری‌های موفقیت‌آمیز مقدار آن اندازه‌گیری ستاره‌شناختی بوده است. زیرا فواصل بسیار زیاد، فقط در این حوزه مطرح می‌شوند. در سال ۱۶۷۶، رومر\*\* زمان رویداد گرفت‌های اقمار مشتری را مطالعه کرد. در شکل ۱-۱۹ (الف)،

\* تند (یک اسکالر) بزرگی سرعت (یک بردار) است.

\*\* (۱۶۴۴-۱۷۱۰) Olaf Römer. ستاره‌شناس دانمارکی. کارهایش را در زمینه اقمار مشتری در پاریس انجام داد و بعداً به مقام منجم سلطنتی دانمارک منصوب شد.



شکل ۱۹-۱ اصل تعیین سرعت سیر نور توسط رومر که از روشهای نجومی با رصد اقمار مشتری صورت گرفت.

مدارهای گردش زمین و مشتری به دور خورشید،  $S$ ، و مدار گردش یکی از اقمار مشتری،  $M$ ، به دور آن سیاره را مشاهده می‌کنید. میانگین دوره تناوب قمر درونی مشتری،  $T_0$ ، به مدت ۴۲ ساعت و ۲۸ دقیقه و ۱۶ ثانیه است که با توجه به زمان متوسط مابین دو بار عبور آن از سایه سیاره تعیین شده است. رومر در واقع زمانهای خروج از سایه را اندازه‌گیری کرده‌است، حال آن‌که زمانهای گذار لکه کوچک سیاه حاصل از سایه قمر روی سطح مشتری از روی خط میانه قرص مشتری را می‌توان با دقت بیشتری اندازه گرفت.

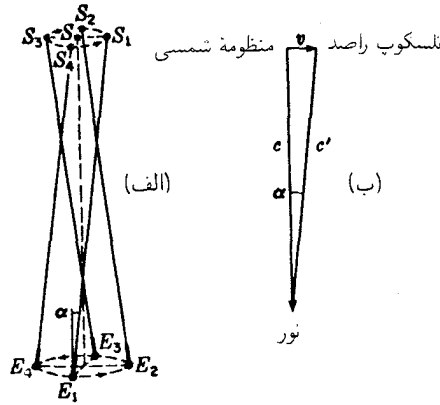
یک رشته رصدهای طولانی گرفته‌های نخستین قمر مشتری امکان تعیین دقیق دوره تناوب گردش آن به دور مشتری،  $T_0$ ، را فراهم می‌آورد. رومر به این مطلب پی برد که اگر یک گرفت موقعی رصد (مشاهده) شود که زمین در موضعی نظیر  $E_1$  [شکل ۱۹-۱(الف)] نسبت به موضع مشتری،  $J_1$ ، واقع است و زمان وقوع گرفت بعدی را با استفاده از دوره تناوب متوسط پیش‌بینی می‌کند، به‌طور کلی این گرفت در زمان پیش‌بینی شده اتفاق نمی‌افتد. به‌خصوص هرگاه قرار باشد گرفت پیش‌بینی شده در حدود سه ماه بعد، یعنی موقعی که زمین و مشتری در مواضع  $E_2$  و  $J_2$  قرار دارند، واقع شود، تأخیری در حدود  $1^\circ$  دقیقه پیش می‌آید. برای توجیه این تأخیر، رومر فرض کرد که نور با سرعت محدودی از مشتری به زمین سیر می‌کند، و چون زمین در  $E_2$  نسبت به مشتری دورتر از موضع آن در  $E_1$  است، تأخیر مشاهده شده، زمان لازم برای طی این فاصله اضافی توسط نور به‌شمار می‌آید. اندازه‌گیریهای وی مدت زمان ۱۱ دقیقه را برای طی فاصله‌ای برابر با شعاع مدار زمین به دور خورشید توسط نور به‌دست آوردند. امروز می‌دانیم که این مدت زمان، دقیقاً ۸ دقیقه و ۱۸ ثانیه است و با توجه به فاصله متوسط زمین از خورشید، معادل است

با  $10^6 \text{ km} \times 1.48$  که با این حساب سرعت نور در حدود  $10^5 \text{ km/s} \times 3$  به دست می‌آید. تحقیق در چگونگی تغییراتی که قرار است در دوره تناوب ظاهری این قمر مشتری، یعنی فاصله زمانی میان دو گرفت متوالی در طول یک سال به وقوع پیوندد، بسیار آموزنده است. از مشاهدات و اندازه‌گیریهای دقیق، منحنی شکل ۱۹-۱ (الف) به دست می‌آید. می‌توان گرفت‌های پی‌درپی را به‌عنوان سیگانلهای نوری گسیلیده در فواصل زمانی منظمی به مدت ۴۲ ساعت و ۲۸ دقیقه و ۱۶ ثانیه، از مشتری تلقی کرد. فاصله زمین تا مشتری در تمام نقاط مدار آن، به استثنای نقاط  $E_1$  و  $E_2$ ، کم‌وبیش سریعاً تغییر می‌کند. هرگاه این فاصله افزایش باشد، مانند حالتی که در  $E_2$  پیش می‌آید، هر سیگانلی فاصله بیشتری را نسبت به سیگانل قبلی طی می‌کند و زمان مورد مشاهده میان دو گرفت افزایش می‌یابد. به همین ترتیب، در  $E_4$  این فاصله زمانی شروع به کاهش می‌کند. بزرگترین اختلاف نسبت به دوره تناوب متوسط، ۱۵ ثانیه است، و این مدت زمانی است که نور باید فاصله‌ای را بپیماید که زمین در خلال مدت زمان میان دو گرفت،  $48 \text{ km}$ ، را پیموده است. در هر مکان مشخص زمین، کل تأخیر گرفت، براساس مشاهده رومر، از مجموع مقادیر  $T - T_0$  [شکل ۱۹-۱ (ب)] که اختلاف دوره تناوب ظاهری با میزان متوسط را نشان می‌دهد، به دست می‌آید. مثلاً تأخیر پیش‌بینی شده یک گرفت در  $E_2$  از  $E_1$  با استفاده از دوره تناوب متوسط، از مجموع  $T - T_0$  برای همه گرفت‌ها میان  $E_2$  و  $E_1$  به دست می‌آید.

## ۱۹-۲ روش برادلی \* . ابیراهی نور

توجیه تغییرات در زمانهای گرفت اقمار مشتری از طرف رومر تا هنگامی که یک اندازه‌گیری کاملاً مستقل سرعت نور توسط ستاره‌شناس انگلیسی، برادلی، در سال ۱۷۲۷ انجام گرفت، مورد قبول واقع نشد. برادلی، یک حرکت ظاهری ستارگان را کشف کرد که وی آن را ناشی از حرکت زمین به دور خورشید توجیه می‌کرد. این حرکت ظاهری که آن را ابیراهی می‌گویند، از جابه‌جایی ظاهری ستارگان نزدیک به سبب اثر اختلاف منظر کاملاً متفاوت و متمایز است. در اثر اختلاف منظر، به نظر می‌رسد که این ستارگان نسبت به زمینه ستارگان دور، هنگامی که از نقاط مختلف مدار زمین به دور خورشید رصد می‌شوند، اندکی جابه‌جایی دارند، و از این جابه‌جایی‌ها فواصل ستارگان محاسبه می‌شوند. از آنجا که جابه‌جایی ظاهری ستارگان  $90^\circ$  درجه نسبت به جابه‌جایی زمین تقدم فاز دارند، اثر جابه‌جایی موجب می‌شود ستاره‌ای که در امتداد عمود بر صفحه مدار زمین مشاهده شده است، روی دایره کوچکی با اختلاف فاز  $\pi/2$  نسبت به حرکت زمین، حرکت کند. قطر ظاهری این دایره‌ها بسیار کوچکند، و برای نزدیکترین ستارگان، از یک ثانیه قوس تجاوز نمی‌کنند. ابیراهی

\* جیمز برادلی (۱۷۶۲-۱۶۹۳). استاد ستاره‌شناسی دانشگاه آکسفورد. او ایده‌های خود در مورد ابیراهی را به‌طور شانس از مشاهده تغییرات در جهت ظاهری باد، در هنگام قایقرانی بر روی تایمز، به دست آورد.



شکل ۱۹-۲ منشأ ابیراهی نجومی هنگامی که ستاره در امتداد عمود بر صفحه مداری زمین رصد می‌شود.

نیز که به سرعت حرکت زمین بستگی دارد، موجب می‌شود ستارگانی که در همان جهت رصد می‌شوند، حرکت ظاهری روی دایره‌ای انجام دهند. ولی در اینجا قطر ظاهری دایره‌ها در حدود ۴۱ ثانیه قوس است، و این قطر ظاهری برای همه ستارگان، چه نزدیک باشند و چه دور، یکسان است. به علاوه جابه‌جاییها همیشه در امتداد سرعت زمین‌اند [ شکل ۱۹-۲ (الف) ].

توضیحی که برادلی از این اثر ارائه داد از این قرار بود که جهت ظاهری نوری که از یک ستاره به زمین می‌رسد، در نتیجه حرکت زمین در مدار خود تغییر می‌کند. راصد و دوربین وی همراه زمین با سرعت  $29.6 \text{ km/s}$  در حال حرکت‌اند، و چنانچه این حرکت عمود بر جهت رصد ستاره باشد، باید دوربین را اندکی به‌سوی جهت حرکت و نسبت به وضعیتی متوجه کرد که در صورت سکون زمین می‌داشت. دلیل این امر خیلی مشابه با حالتی است که شخصی در حالی که زیر بارش باران راه می‌رود، چتر خویش را به‌سوی جلو متمایل کند، تا باران روی پاهایش نریزد. در شکل ۱۹-۲ (ب)، بردار  $v$  سرعت دوربین را نسبت به مختصات متصل به منظومه شمسی نشان می‌دهد، و  $c$  بردار سرعت نور نسبت به این منظومه است. ما این دو حرکت را به‌صورت عمود بر هم نشان داده‌ایم، و این وضعیت وقتی پیش می‌آید که ستاره در جهتی قرار گرفته باشد که در شکل ۱۹-۲ (الف) نشان داده‌ایم. در این صورت، سرعت نور نسبت به زمین در جهت  $c'$  خواهد بود که تفاضل برداری  $c$  و  $v$  است. این همان جهتی است که باید دوربین را در امتداد آن قرار داد، تا تصویر ستاره روی محور دوربین مشاهده شود. به این ترتیب، ملاحظه می‌کنیم که وقتی زمین در  $E_1$  واقع است ستاره  $S$  دارای موضع ظاهری  $S_1$ ، و هنگامی که زمین در  $E_2$  واقع است، موضع ظاهری ستاره  $S_2$  خواهد بود، و الی آخر. هرگاه  $S$  در امتداد عمود بر صفحه مداری زمین نباشد،

مسیر حرکت ظاهری، به جای دایره یک بیضی خواهد بود، ولی قطر بزرگتر آن برابر قطر دایره حالت قبلی می شود.

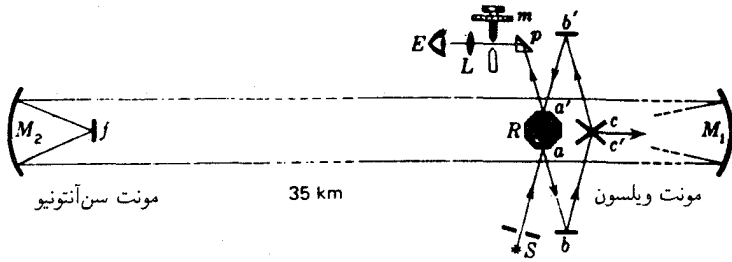
با توجه به شکل ملاحظه می شود که زاویه  $\alpha$ ، شعاع زاویه ای حرکت دایره ای ظاهری، یا نصف قطر اطول حرکت بیضی ظاهری، عبارت است از:

$$\bullet \quad \tan \alpha = \frac{v}{c} \quad (۱۹-۱)$$

اندازه گیریهای اخیر این زاویه ابراهیمی، مقدار میانگین  $8^{\circ} 00' \pm 20' 479''$   $\alpha$  قوس را به دست می دهند که همان شعاع زاویه ای مدار دایره ای ظاهری است. با ترکیب این کمیت و سرعت معلوم، حرکت زمین در مدار خود، سرعت نور به میزان  $299714 \text{ km/s}$  به دست می آید. این مقدار در محدوده خطای معقول تجربی، با نتایج بسیار دقیقتر حاصل از آخرین اندازه گیریهای سرعت نور با روشهای مستقیمتری که هم اکنون به توصیف آنها خواهیم پرداخت، به خوبی سازگار و منطبق است.

### ۱۹-۳ آزمایشهای مایکلسون

نخستین تلاشهای موفقیت آمیز برای تعیین سرعت نور، منحصر به خود زمین، در سال ۱۸۴۹ توسط فیزو و فوکو انجام گرفت. روشها و ابزار آنها که در بخش ۱-۲ توصیف شدند، طی یک دوره ۸۰ ساله توسط کورنو، یانگ، فوریس، و مایکلسون به حد اعلائی تکامل رسیده بودند. از میان اینها، آخرین کار مایکلسون و همکارانش دقیقترین آزمایش به شمار می روند. هر چند که امروزه دقت بهترین مقدار حاصل توسط مایکلسون به مراتب از دقت روشهای جدیدتر مبتنی بر شیوه های بسامد رادیویی کمتر است، مطالعه و بررسی، هر چند اجمالی، یک رشته اندازه گیریهای کلاسیکی که نامبرده در آغاز سال ۱۹۲۶ در رصدخانه مونت ویلسون انجام داده است، آموزنده خواهد بود. شکل دستگاهی را که مایکلسون ابداع کرده است در شکل ۱۹-۳ مشاهده می کنید. نورگسیلی از یک قوس کربن خاص به نام اسپری<sup>۱</sup>،  $S$ ، از میان یک شکاف باریک می گذرد و از سطح آینه ای یک هشت وجهی دوار،  $R$ ، باز می تابد. از آنجا، به آینه های کوچک و ثابت  $b$  و  $c$  می تابد و پس از بازتاب به آینه بزرگ کاو،  $M_1$  (به فاصله کانونی  $10$  متر، و دهانه  $60$  سانتیمتر) می رسد. این آینه باریکه نور موازی تولید می کند که پس از پیمودن مسافت  $35 \text{ km}$  از موضع مشاهده در مونت ویلسون به یک آینه  $M_2$ ، مشابه با  $M_1$ ، در مونت سن آنتونیو می تابد.  $M_2$  نور را روی یک آینه کوچک تخت کانونی می کند که از آنجا دوباره به  $M_1$  برمی گردد و پس از بازتاب در  $c'$ ،  $b'$ ،  $a'$  به عدسی چشمی  $L$  می رسد.



شکل ۱۹-۳ آرایش به کار رفته از سوی مایکلسون برای تعیین سرعت نور (۱۹۲۶).

آینه‌های چرخان مختلفی که دارای ۸، ۱۲، و ۱۶ وجه بودند، به کار گرفته شدند، و در هر حالت آینه از طریق فشار هوا با چنان سرعتی چرخانده می‌شد که طی مدت زمان پیمایش نور به  $M_2$  و بازگشت از آن ( $۲۳s \pm 0.000^\circ$ )، آینه به اندازه زاویه‌ای که وجه بعدی را در  $a'$  قرار دهد، بچرخد. در آینه‌ای هشت وجهی، سرعت لازم چرخش ۵۲۸ دور بر ثانیه بوده است. این سرعت از طریق فشاری مخالف تنظیم می‌شد تا اینکه تصویر شکاف در جایی قرار گیرد که در صورت توقف،  $R$  در آنجا قرار می‌گرفت. اندازه‌گیری سرعت چرخش، با استفاده از مقایسه استروبوسکوپی آن با دیپازون الکتریکی استاندارد انجام می‌شد، بسامد نوسانات این دیپازون به نوبه خود توسط آونگی از جنس آلیاژ انوار از سوی سازمان مساحی و نقشه برداری ساحلی کشورهای متحده آمریکا تعیین شده بود. این سازمان، همچنین فاصله میان آینه‌های  $M_1$  و  $M_2$  را با دقت شایان توجهی به روش مثلث بندی از یک خط مبنای  $40$  کیلومتری که طولش با یک خطای تخمینی یک یازده میلیونیم، یا حدود  $3$  میلیمتر اندازه‌گیری شده بود، تعیین کرده بود.

نتایج اندازه‌گیریها که در سال ۱۹۲۶ انتشار یافت، هشت مقدار برای سرعت نور را اعلام می‌کرد که هر کدام از میانگین  $200$  تک اندازه‌گیری با یک آینه مشخص چرخان به دست آمده بودند. این مقادیر میان مقادیر فرینئ  $299,756 \text{ km/s}$  و  $299,803 \text{ km/s}$  تغییر می‌کردند و میانگین آنها  $299,796 \pm 3 \text{ km/s}$  بود. مایکلسون بعدها هم چند اندازه‌گیری با آینه‌های دور از یکدیگر، در قله کوهی به فاصله  $130 \text{ km}$  انجام داد. اما به سبب شرایط جوی نامناسب، نتایج آنها را قابل انتشار تشخیص نداد.

## ۱۹-۴ اندازه‌گیریها در خلا

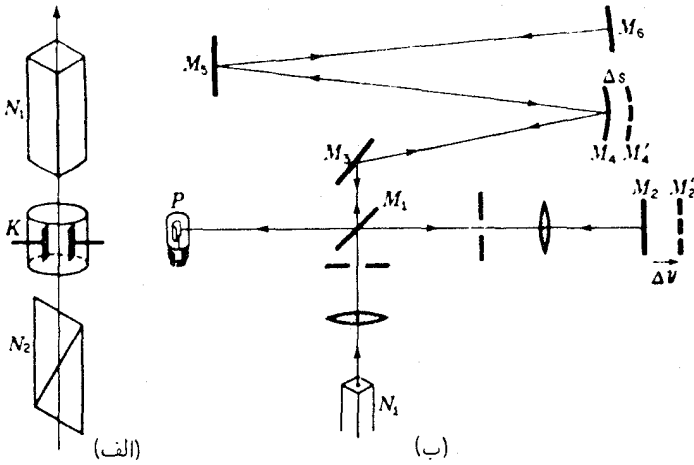
در بحث قبلی، فرض بر این بود که سرعت اندازه گرفته شده سیر نور در هوا با سرعت آن در خلا برابر است. این فرض دقیقاً درست نیست، زیرا ضریب شکست  $n = c/v$  اندکی از یک بزرگتر

است. در نور سفید، مقدار مؤثر  $n$  برای هوا تحت شرایطی که بر آزمایشهای مایکلسون حاکم بود،  $۱۰۰۰۲۲۵$  در می‌آمد. به این قرار، سرعت در خلأ،  $c = nv$ ، به اندازه  $۶۷\text{km/s}$  بیشتر از  $v$ ، مقدار اندازه‌گیری شده در هوا، است. این تصحیح در مورد نتایج نهایی اعلام شده بالا منظور شده بود. مشکلی که در اندازه‌گیریهای با دقت به‌کار رفته توسط مایکلسون اهمیت پیدا می‌کند، عدم اطمینان از شرایط درست و دقیق دما و فشار هوا در مسیر نور است. چون  $n$  به این شرایط بستگی دارد، مقدار تصحیحی برای خلأ نیز تا حدی نامطمئن می‌شود.

برای حذف این منبع خطا، مایکلسون در سال ۱۹۲۹ اقدام به اندازه‌گیری سرعت نور در یک لوله طویل تخلیه شده از هوا کرد. آرایش اپتیکی آزمایش وی، مشابه آرایش توصیف شده در بالا بود و تعدیل و اصلاح مناسبی برای مسیر نور در لوله منظور شده بود. طول لوله  $۱.۶\text{km}$  بود و توسط بازتابهای متوالی در آینه‌های نصب شده در هر دو سر لوله، ترتیبی داده شده بود که نور قبل از بازگشت به آینه چرخان، مسافت  $۱.۶\text{km}$  را طی کند. خلأ تولید شده با فشار  $۱/۲\text{mmHg}$  دوام داشت. این آزمایش دشوار تا بعد از مرگ مایکلسون در سال ۱۹۳۱ تکمیل نشد، و نتایج اولیه آن یک سال بعد از سوی همکارانش انتشار یافت. میانگین تقریباً  $۳۰۰۰$  تک اندازه‌گیری عبارت بود از  $۲۹۹,۷۷۴\text{km/s}$ . به سبب تغییرات مشخص و غیرقابل توضیحی، میزان دقت این نتایج به دشواری قابل بیان است. مطمئناً خطای آن به بزرگی خطای احتمالی محاسبه شده نیست، و اخیراً با تقریب  $\pm ۱۱\text{km/s}$  اعلام شده است.

## ۱۹-۵ روش یاخته کر

اندازه‌گیریهای سرعت نور با این روش، اگر دقیقتر از اندازه‌گیریهای انجام شده با آینه چرخان نباشند، دست‌کمی هم از آنها ندارند. در سال ۱۹۲۵، گاوپولا دستگاهی طراحی کرد که گونه‌ای چرخ دندانه‌دار پیشرفته فیزو است. این دستگاه براساس استفاده از به اصطلاح بستاور الکترواپتیکی استوار است. این وسیله می‌تواند باریکه نور را چندین صد مرتبه سریعتر از چرخ دندانه‌دار قطع کند. به این ترتیب، می‌توان از یک خط مبنای بسیار کوتاهتر استفاده کرد، و تمامی سیستم اندازه‌گیری در یک ساختمان جای می‌گیرد؛ از این رو شرایط جوی را به دقت می‌توان تعیین کرد. در شکل ۱۹-۴ (الف)، بستاور الکترواپتیکی را مشاهده می‌کنید که متشکل از دو منشور نیکول،  $N_1$  و  $N_2$ ، و یک یاخته کر،  $K$ ، میان آنهاست.  $K$  یک محفظه کوچک شیشه‌ای است که درون آن دو الکتروود فلزی تعبیه شده و از نیتروبنزن خالص پر شده است. هر چند که طرز کار این بستاور به خواص مشخص نور قطبیده بستگی دارد، که در فصل ۳۲ درباره آن بحث خواهیم کرد، اما هر آنچه برای فهم این روش لازم است، آگاهی از این امر است که هیچ نوری از این سیستم، نمی‌گذرد، مگر اینکه یک ولتاژ بالا در دو سر الکتروودهای  $K$  برقرار شده باشد. به این ترتیب، با استفاده از یک نوسانگر الکتریکی که



شکل ۱۹-۴ روش آندرسون برای اندازه‌گیری سرعت نور: (الف) بستاور الکتروپتیکی؛ و (ب) راههای نور.

می‌تواند یک ولتاژ بسامد رادیویی برقرار کند، می‌توان یک باریکه نور را با آهنگی چندین میلیون بار در ثانیه قطع کرد.

نخستین اندازه‌گیرها بر این اصل مبتنی بودند که از دو بستاور استفاده می‌شد، یکی برای نور ارسالی و دیگری برای نور برگشتی. به استثنای فواصل کوتاه، این روش شباهت زیادی به روش فیزو دارد. صورت تکامل‌یافته این دستگاه را در شکل ۱۹-۴ (ب) مشاهده می‌کنید. این دستگاه در سال ۱۹۴۱ توسط د. س. آندرسون به‌کار گرفته شده است. وی، برای اجتناب از مشکل تطابق مشخصه‌های دو یاخته کر، فقط از یکی از آنها استفاده کرد و پالسهای نوری ارسالی را به کمک یک آینه نیم‌نقره‌اندود  $M_1$ ، به دو باریکه تقسیم کرد. یکی از باریکه‌ها مسیر کوتاه‌تر  $M_1$  تا  $M_2$  و بازگشت از طریق  $M_1$  به آشکارساز  $P$  را می‌پیمود. باریکه دیگر، مسیر طولانی‌تر  $M_1$  تا  $M_5$  و پس از بازتاب در  $M_2$ ،  $M_3$ ،  $M_4$ ، و  $M_5$  تا  $M_1$  و از آنجا هم به  $P$  را طی می‌کرد. این آشکارساز  $p$ ، یک لامپ تکثیرکننده فوتونی بود که از مدوله‌سازی سینوسی امواج نور تأثیر می‌پذیرفت. در این اندازه‌گیری، می‌توان امواج نور را به‌عنوان موج حامل تلقی کرد که دامنه‌اش با بسامد نوسانگر یاخته کر\* مدوله می‌شود. از این رو نسبت طول موج مدوله‌ساز  $\lambda$  به دوره تناوب نوسانگر،  $T$  سرعت نور را به دست می‌دهد.

اندازه‌گیری دقیق  $\lambda$  بر اصلی استوار است که هم اکنون بیان می‌کنیم. هرگاه مسیر طولانی‌تر

\* چون بستاور در هر قله ولتاژ، چه مثبت و چه منفی، نور را عبور می‌دهد، در اینجا باید استفاده از  $1/2T$  را انتظار داشت. آندرسون عملاً یک پایاس  $dc$  در دو سر یاخته برقرار کرد به طوری که هر سیکل یک تک ولتاژ ماکسیمم می‌دهد.



به اندازه مضرب صحیحی از  $l/2$ ، از مسیر کوتاهتر بیشتر باشد، مجموع دو موج رسیده به  $P$  شدت ثابتی ایجاد خواهند کرد. تحت این شرایط، تقویت کننده متصل به نورسنج را روی جریان صفر تنظیم کرده بودند. تنظیم با حرکات اندک آینه  $M_2$ ، به اندازه  $\Delta y$ ، صورت می گیرد. مسیر اضافی پشت  $M_2$  را می توان از طریق معاوضه آن با یک آینه دیگر  $M_4$ ، که نور را مستقیماً به  $M_2$  برمی گرداند، حذف کرد. هرگاه این مسیر اضافی ( $M_4$  به  $M_6$  و برعکس) دقیقاً مضرب صحیحی از  $l$  باشد، با حذف آن، هیچ تغییری در نورسنج پیش نخواهد آمد. در آزمایشی که ترتیب داده شده بود، در وضعیت مطلوب طول مسیر اضافی  $11l$  بود. با اندازه گیری جابه جایی  $\Delta y$  لازم برای ایجاد جریان صفر، و اعمال تصحیح  $\Delta s$  مربوط به معاوضه  $M_4$ ، اختلاف  $11l$  با فاصله اندازه گیری شده را دقیقاً می شد تعیین کرد. نتایج نوعی به دست آمده، از این قرارند:

$$171,8642 \text{ m} = \text{اختلاف راه کل}$$

$$1,0002868 = \text{ضریب شکست هوا}$$

$$\Delta s = 2,4770 \text{ cm} \quad n = 110$$

$$f = 19,20 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$c = 299778 \text{ km/s}$$

شبهات دستگاه اندازه گیری آندرسون به تداخل سنج مایکلسون برای امواج رادیویی آشکار است، زیرا پالسهای نوری اساساً دارای طولی برابر با طول موج امواج رادیویی حاصل از نوسانگر یاخته کر هستند. ولی این تساوی دقیق نیست زیرا سرعت مربوط به آزمایش سرعت گروه نور در هواست و نه سرعت انتشار امواج رادیویی. آندرسون در آخرین تحقیقات خود، کلاً  $2895$  آزمایش انجام داد، و سرعت حاصل،  $l/T$ ، پس از تصحیح نسبت به خلأ، مقدار متوسط  $299,776 \pm 6 \text{ km/s}$  به دست آمد. منبع اصلی خطا، در این معضل نهفته بود که هر دو باریکه از یک جزء سطح سلول فوتوالکتریک بهره می گیرند. تغییر در موضع لکه نور روی سطح سلول فوتوالکتریک، بر مدت زمان انتقال الکترونها میان الکترودهای لامپ تکثیر فوتونی تأثیر می گذارد. عدم اطمینان ناشی از این پیشامد، از هر خطای اندازه گیری در طولها بیشتر است، و هرگاه بسامد نوسانگر دقیقتر از آن چیزی که بود، معلوم می شد، عدم اطمینان در نتیجه نهایی بهتر از یک در میلیون می بود.

در اندازه گیری سال ۱۹۵۱ با یاخته کر توسط برگ ستراند (جدول ۱۹-۱)، این مشکل اخیر از طریق کاربرد فقط یک باریکه، و تعیین مواضع ماکزیمومها و می نیمومها از طریق مدوله سازی آشکارساز، همزمان با منبع، رفع شده بود. نشان داده می شد که دقت نتیجه حاصل ده برابر دقت همه اندازه گیریهای قبلی با روشهای اپتیکی است. این نتیجه گیری، با مقادیر درخور و متناسب آندرسون

جدول ۱۹-۱ نتایج اندازه‌گیریهای دقیق سرعت نور

تاریخ	محقق	روش	نتیجه بر حسب m/s
۱۹۲۶	مایکلسون	آینه چرخان	$299,796 \pm 4$
۱۹۳۵	مایکلسون، پیز، و پیرسون	آینه چرخان در خلا	$299,774 \pm 11$
۱۹۴۰	هوتل	یاخته کر	$299,768 \pm 10$
۱۹۴۱	اندرسون	یاخته کر	$299,776 \pm 6$
۱۹۵۰	بول	بازاواگر کاواکی	$299,789.3 \pm 0.4$
۱۹۵۰	اسن	بازاواگر کاواکی	$299,792.5 \pm 3.0$
۱۹۵۱	برگستراند	یاخته کر	$299,793.1 \pm 0.2$
۱۹۵۱	آلاکسون	رادار	$299,794.2 \pm 1.9$
۱۹۵۱	فروم	تداخل سنج میکروموجی	$299,792.6 \pm 0.7$

و مایکلسون، پیز و پیرسون و اشاره ضمنی آن به اینکه مقدار ۱۹۲۶ مایکلسون صحیحتر از همه آنها بوده است، توافق ندارد. فهم اینکه چگونه همه کارهای عالی و ممتاز در دوره ۱۹۳۰-۱۹۴۰، چنین خطاهایی نشان می‌دهند، دشوار است، اما سایر نتایج جدید که در زیر توصیف خواهند شد، مطمئناً وزنه را به نفع شواهد دال بر مقادیر بزرگتری از  $c$  پایین می‌آورد.

## ۱۹-۶ سرعت امواج رادیویی

گسترش تکنولوژی جدید رادار و به خصوص توجه به کاربردهای عملی آنها به عنوان ابزار جهت‌یابی و ناوبری، به اقدامات جدیدی در تکامل شناخت و دانش در زمینه سرعت نور منجر شده است. البته این سرعت، با سرعت امواج رادیویی، هرگاه هر دو در خلا باشند، یکی است. برای اندازه‌گیری دقیق سرعت امواج رادیویی با استفاده از میکروموجها، سه روش وجود دارد، که یکی از آنها را به آسانی می‌توان در خلا انجام داد. در این روش، طول و بسامد تشدید یک استوانه فلزی خالی، یا مشدد کاواکی، تعیین می‌شود. این روش، مانند روش رایج آزمایشگاهی برای تعیین سرعت صوت است. اندازه‌گیریهایی از این نوع، به‌طور مستقل در انگلستان توسط اسن و گوردن-اسمیت، و در آمریکا توسط بول انجام شده‌اند. چنان‌که در جدول ۱۹-۱ دیده می‌شود، نتایج این دو با همدیگر تطبیق می‌کنند و با مقدار ابتیکی دقیق برگ ستراند هم توافق دارند.

سایر روشهای مشتمل بر امواج رادیویی، نتایج دو مقدار آخری در جدول را به دست داده‌اند،

و دقتشان با سایر روشها قابل مقایسه است. روش راداری، از اندازه‌گیری بی‌واسطهٔ زمان انتقال یک سیگنال در یک مسافت معلوم در هوای آزاد، ناشی می‌شود. تداخل‌سنج میکروموجی همان ابزار مایکلسون است که با امواج رادیویی سازگاری یافته است. سرعت این امواج با اندازه‌گیری طول‌موج، به‌کمک حرکت یک آینه به‌دست می‌آید. جزئیات همهٔ روشهای رادیویی جالب توجه و حائز اهمیت‌اند ولی به‌سبب اینکه از حوزهٔ دقیق اپتیک خارج‌اند، باید در اینجا بحث دربارهٔ آنها را ختم کنیم.

## ۱۹-۷ نسبت واحدهای الکتريکی

چنان‌که در مطالعهٔ نظریهٔ الکترومغناطیسی (فصل ۲۰) ملاحظه خواهیم کرد،  $c$  را می‌توان از نسبت بزرگی برخی از واحدها در دستگاههای الکترومغناطیسی و الکتروستاتیکی به‌دست آورد. نتیجهٔ دو اندازه‌گیری دقیق نسبت این واحدها، کم‌وبیش مقدار بینابینی بزرگترین و کوچکترین مقادیر مورد بحث در فصل پیش را نشان می‌دهند. نظر به اینکه دقت امکانپذیر در این مورد بسیار کمتر از دقت در سایر روشهاست، این آزمایشها، گرچه تأییدی بر پیشگوییهای نظری به‌شمار می‌روند، دانش ما را هم در مورد سرعت نور افزایش نداده‌اند.

## ۱۹-۸ سرعت نور در مادهٔ ساکن

در فصل ۱ آزمایشهای اولیهٔ فوکو در سال ۱۸۵۰ در مورد اندازه‌گیری سرعت نور در مادهٔ ساکن (شکل ۱-۴) را به اختصار تشریح کردیم.

در سال ۱۸۸۵ اندازه‌گیریهای دقیقتری توسط مایکلسون انجام شد. وی با استفاده از نور سفید، نسبت سرعت نور در هوا به‌سرعت آن در آب را به مقدار  $۱.۳۳^\circ$  به‌دست آورد. در محیط چگالتر کربن‌دی‌سولفید، مقدار  $۱.۷۵۸$  به‌دست آمد. در مورد اخیر، مایکلسون پی برد که تصویر نهایی شکاف به‌صورت یک طیف کوتاه پهن شده است، که می‌توان آن را بر این اساس توضیح داد که در یک محیط نور قرمز سریعتر از نور آبی حرکت می‌کند. اختلاف سرعت میان نور آبی مایل به سبز و نارنجی مایل به قرمز در حدود یک تا دو درصد مشاهده شده است.

بنابر نظریهٔ موجی نور، ضریب شکست هر محیط برابر است با نسبت سرعت نور در خلأ به سرعت نور در آن محیط. هرگاه ارقام بالا را با ضرایب متناظر شکست برای نور سفید مقایسه کنیم (آب  $۱.۳۳۴$ ، کربن‌دی‌سولفید  $۱.۶۳۵$ ) متوجه می‌شویم، در حالی‌که توافق برای آب در محدوده خطای تجربی قرار می‌گیرد، مقدار اندازه گرفته شده آن برای کربن‌دی‌سولفید به مراتب بزرگتر از ضریب شکست کربن‌دی‌سولفید است.

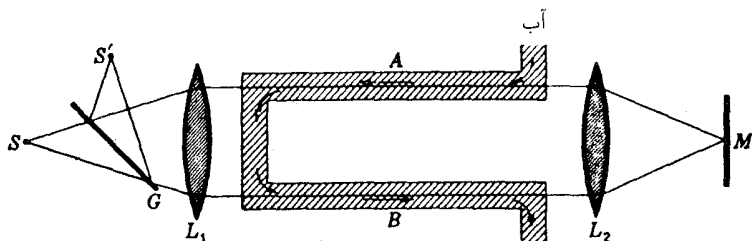
این تناقض را می‌توان به سهولت چنین توجیه کرد که ضریب شکست نمایانگر نسبت سرعت موج در خلأ و در محیط است ( $n = c/v$ )، در حالی که اندازه‌گیرهای مستقیم، سرعت گروه را به دست می‌دهند. در خلأ این دو سرعت یکسان و برابر با  $c$  هستند (بخش ۱۲-۷)، به طوری که هرگاه سرعت گروه در محیط را با  $u$  نشان دهیم، مقادیر نسبت‌های به دست آمده توسط مایکلسون، عبارت‌اند از  $c/u$  و نه  $c/v$ . مابین این دو سرعت  $v$  و  $u$  از طریق رابطه زیر رابطه برقرار می‌شود:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

تغییرات  $v$  با  $\lambda$  را می‌توان از مطالعه تغییرات ضریب شکست با رنگ (بخش ۲۳-۲) به دست آورد؛  $v$  برای طول موجهای بلندتر، بزرگتر و از این رو  $dv/d\lambda$  مثبت است. با استفاده از مقادیر معقول برای  $\lambda$  و  $dv/d\lambda$  در نور سفید، اختلاف میان دو مقدار کربن‌دی‌سولفید در توافق با نظریه، در محدوده خطای دقت اندازه‌گیری به دست می‌آید. برای آب  $dv/d\lambda$  بسیار کوچکتر است؛ با این اوصاف، مقدار اندازه‌گیری شده  $c/u$  را ۱٫۵ درصد بیشتر از  $c/v$  به دست می‌دهد. اینکه در عمل چنین نیست، نشانگر خطای قابل توجهی در کار مایکلسون است. آخرین کار روی سرعت نور در آب، نه تنها با بزرگی سرعت گروه در آب، بلکه همچنین با تغییرات آن به نسبت تغییرات طول موج نیز، توافق دارد. در اینجا باید تأکید کرد که همه روشهای مستقیم برای اندازه‌گیری سرعت نور که توصیف کرده‌ایم، سرعت گروه  $u$  و نه سرعت انتشار موج  $v$  را به دست می‌دهند. هر چند هم که در آزمایش ابراهامی برادلی تقسیم موج به گروهها بارز نیست، باید روشن باشد که چون همه نورهای طبیعی از بسته‌های موجی با طول متناهی تشکیل یافته‌اند، هر نوع برش یا مدوله‌سازی بعدی، تأثیری در وضعیت نخواهد داشت. اختلاف میان  $u$  و  $v$  در هوا اندک است اما با وجود این به  $2.2 \text{ km/s}$  می‌رسد. ظاهراً مایکلسون این تصحیح را در مقدار سرعتی که در ۱۹۲۶ اندازه‌گیری کرد، منظور نکرده است که اگر چنین می‌کرد، مقدار آن  $299798 \pm 4 \text{ km/s}$  اعلام می‌شد.

## ۱۹-۹ سرعت نور در ماده متحرک

در سال ۱۸۵۹ فیزو آزمایش مهمی انجام داد تا معلوم کند که آیا سرعت نور در محیط مادی، از حرکت محیط نسبت به منبع نور یا ناظر تأثیر می‌پذیرد یا خیر. در شکل ۱۹-۵، نور منبع  $S$ ، به‌گونه‌ای بسیار مشابه روش شکست‌سنج ریلی (بخش ۱۳-۱۵)، به دو باریکه تقسیم می‌شود. سپس باریکه‌ها از لوله‌های  $A$  و  $B$  که در آنها آب به سرعت و در جهتهای مخالف حرکت می‌کرد، می‌گذرند. در نتیجه بازتاب در  $M$ ، باریکه‌ها تغییر مسیر می‌دهند، به طوری که هنگام رسیدن به  $L_1$ ، یکی از آنها هم  $B$  و هم  $A$  را در جهت جریان آب طی کرده است، و دیگری  $A$  و  $B$  را در



شکل ۱۹-۵ آزمایش فیزو برای اندازه‌گیری سرعت نور در ماده متحرک.

خلاف جهت جریان آب پیموده است. عدسی  $L_1$  این دو باریکه برگشتی را با هم جمع می‌کند تا در  $S'$  فریزهای تداخل تشکیل دهند.

هرگاه نور در یک دور خیلی آهسته‌تر از دور دیگر حرکت کند، مسیر اپتیکی آن عملاً افزایش یافته است و باید جابه‌جایی فریزها اتفاق افتد. فیزو، با استفاده از لوله‌هایی به طول  $15\text{ cm}$  و سرعت آب  $70\text{ cm/s}$ ، با معکوس کردن جهت جریان آب، جابه‌جایی  $46^\circ$  پهنای یک فریز را اندازه گرفت. این جابه‌جایی متناظر است با افزایش سرعت نور در یکی از لوله‌ها و کاهش آن در دیگری، به‌اندازه تقریباً نصف سرعت آب.

این آزمایش بعدها توسط مایکلسون با دستگاه پیشرفته‌تری انجام شد که براساس تغییرات لازم در تداخل‌سنج وی، برای این نوع اندازه‌گیری استوار بود. او نیز یک جابه‌جایی مشاهده‌کرد که با تغییرات سرعت نور به‌اندازه  $434^\circ$  برابر سرعت آب، متناظر بود.

## ۱۹-۱۰ ضریب کشش فرنل

نتایج بالا، با فرمولی که فرنل در سال ۱۸۱۸ بر مبنای نظریه اتر جامد کشسان استنتاج کرده بود، مقایسه شدند. فرنل با این فرض که چگالی اتر در محیط مادی از چگالی آن در خلأ به نسبت ضریب  $n^2$  بزرگتر است، نشان داد که اتر عملاً همراه با محیط مادی متحرک کشیده می‌شود و سرعت این کشش عبارت است از:

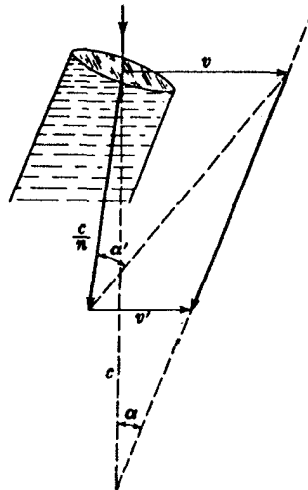
$$v' = v \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2-19)$$

که در آن  $v$  سرعت محیط و  $n$  ضریب شکست آن است. برای آب که در آن  $n = 1.333$  برای نور سدیم است، به دست می‌آید  $v' = 437^\circ$ ، که با مقدار مایکلسون برای نور سفید که در بخش قبل از آن صحبت کردیم، به خوبی تطابق می‌کند. کسر  $1/n^2$  را اصطلاحاً ضریب کشش فرنل می‌نامند.

## ۱۹-۱۱ آزمایش ایری

یکی از موارد کاملاً متفاوت تجربی نشان می‌دهد که معادله فرنل باید با تقریب بسیار زیاد درست باشد. در سال ۱۸۷۲، ایری زاویه ابیراهی نور (بخش ۱۹-۲) را در یک تلسکوپ پر از آب اندازه گرفت. با توجه به شکل ۱۹-۲(ب)، ملاحظه خواهد شد که هرگاه سرعت نور نسبت به منظومه شمسی وقتی وارد آب شد کمتر می‌شود، باید انتظار داشت که زاویه ابیراهی افزایش یابد. امر واقع این است که دقیقترین اندازه‌گیریها، همان زاویه‌ای برای ابیراهی در تلسکوپ پر از آب را به دست آوردند که در تلسکوپ پر از هوا به دست آمده بود.

نتیجه منفی این آزمایش را می‌توان از این قرار توجیه کرد که فرض کنیم نور همراه آب داخل تلسکوپ با سرعتی که از معادله (۱۹-۲) به دست می‌آید، حرکت کرده است. در شکل ۱۹-۶، که البته در آن زوایا را بسیار بزرگتر نموده‌ایم، سرعت  $c/n$  خواهد شد و در جهت شکست اندکی تغییر خواهد یافت. هرگاه قرار باشد زاویه معمولی ابیراهی،  $\alpha$ ، را مشاهده کنیم، لازم است که به این سرعت، مؤلفه اضافی سرعتی که نور با آب همراهش کشیده می‌شود،  $v$ ، افزوده شود. با کمک هندسه شکل می‌توان نشان داد که  $v$  باید از معادله (۱۹-۲) پیروی کند. اثبات این ادعا را در اینجا نیاورده‌ایم، زیرا حال توجیه ساده‌تر و متفاوتی، براساس نظریه نسبیت (بخش ۱۹-۱۵) مورد قبول قرار گرفته است.



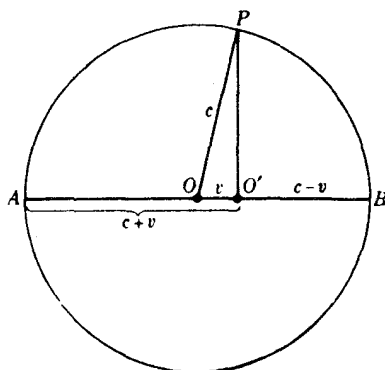
شکل ۱۹-۶ زاویه ابیراهی در تلسکوپ پر از آب.

## ۱۹-۱۲ اثر حرکت ناظر

در پدیدهٔ ابیراهی دیده‌ایم که جهت ظاهری نوری که به ناظر می‌رسد، هرگاه ناظر در حرکت باشد، تغییر می‌کند. بنابراین، می‌توان انتظار داشت که قادر به مشاهدهٔ اثر چنین حرکتی در بزرگی سرعت مورد مشاهدهٔ نور باشیم. با رجوع به شکل ۱۹-۲ (ب)، ملاحظه می‌شود که سرعت ظاهری،  $c' = v / \sin \alpha$ ، اندکی بزرگتر از سرعت حقیقی،  $c = v / \tan \alpha$ ، است. با این وصف،  $\alpha$  زاویهٔ بسیار کوچکی است، و از این رو اختلاف میان سینوس و تانژانت آن بسیار کوچکتر از خطای اندازه‌گیری  $\alpha$  است. آزمایشی اندکی متفاوت ولی بر همان اساس، چنان ترتیب داده شده است که برای نشان دادن این تغییر بسیار اندک در سرعت ظاهری، در صورت وجود به اندازه کافی حساس باشد. قبل از توصیف این آزمایش، نخست اثر حرکت ناظر بر سرعت ظاهری نور را با تفصیل بیشتری بررسی می‌کنیم.

در شکل ۱۹-۷، فرض می‌کنیم ناظر در  $O$  به سوی  $B$  و با سرعت  $v$  حرکت می‌کند. در یک درخش لحظه‌ای نورگسیل می‌شود. موج این درخش در دایره‌ای به مرکز  $O$  گسترش می‌یابد و بعد از یک ثانیه مقدار عددی شعاع این دایره برابر سرعت نور،  $c$ ، خواهد شد. اما در طی این مدت، ناظر فاصله  $v$  را از  $O$  به  $O'$  پیموده است. به این قرار، اگر ناظر قادر بود پیشروی موج را دنبال کند، سرعتی ظاهری را اندازه می‌گرفت که با جهت مشاهده وی تغییر می‌کرد. در جهت روبه جلوی  $O'B$ ، این سرعت به قرار  $c - v$ ، و در جهت روبه عقب  $O'A$ ، به قرار  $c + v$  می‌شد، و در جهت عمودی  $O'P$ ، سرعت مشاهده شده عبارت می‌بود از  $\sqrt{c^2 - v^2}$ .

توجه به این نکته اهمیت دارد که در ترسیم شکل ۱۹-۷ فرض بر این بوده است که سرعت

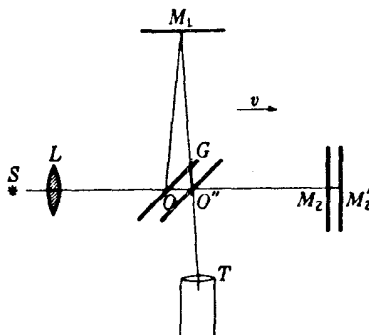


شکل ۱۹-۷ سرعت نورگسیلیده از یک منبع متحرک.

نور از حرکت منبع در هنگام گسیل موج نور، تأثیر نمی‌پذیرد. این فرض در موجی که در محیط ساکنی منتشر می‌شود، مثلاً یک موج صوتی در هوا، درست است. محیط فرضی حامل امواج نور اتر است، و هرگاه  $v$  سرعت نسبت به اتر باشد، همین وضعیت موج صوتی در هوا، برقرار است. برای آزمایشی که در هوا انجام می‌شود. ضریب کشش فرنل،  $1/n^2 - 1$ ، چنان نزدیک به صفر است که می‌توان از آن چشم پوشید. به این ترتیب، هرگاه ناظر با سرعت زمین،  $v$ ، در مدار خود حرکت کند، بررسیهای فوق به این نتیجه منجر می‌شود که تغییرات ظاهری سرعت نور چنان خواهد بود که توصیف کردیم. حرکت زمین در اتر، معادل حرکت اتر نسبت به زمین در خلاف جهت و با همان سرعت  $v$  است، و چنانچه این حرکت اثری بر سرعت نور داشته باشد، می‌توان آن را ناشی از باد اتر یا وزش اتری دانست. جای تعجب نخواهد بود اگر این وزش متناظر با سرعت زمین در مدار خود نباشد، زیرا می‌دانیم که منظومه شمسی در کل، خود به سوی فلکی هرکولس و با سرعت  $19 \text{ km/s}$  حرکت می‌کند، و این انتظار معقول نیز وجود دارد که اتر نسبت به منظومه ستارگان ثابت در حال سکون است و نه نسبت به منظومه شمسی ما.

### ۱۹-۱۳ آزمایش مایکلسون-مورلی

این آزمایش، شاید مشهورترین آزمایش در مورد نور، در سال ۱۸۸۱ به منظور تحقیق امکان وجود وزش اتری انجام شده است. اساس آزمایش بر این پایه استوار است که آیا در تداخل سنج مایکلسون چنانچه دستگاه را  $90^\circ$  بچرخانیم، در فریزهای تداخلی جابه‌جایی به وجود می‌آید یا خیر. به این ترتیب، در شکل ۱۹-۸ فرض می‌کنیم تداخل سنج همراه زمین در مدار خود در جهت  $OM_2$  و با سرعت  $v$  نسبت به اتر حرکت می‌کند. آینه‌های  $M_1$  و  $M_2$  برای نور موازی تنظیم شده‌اند، و



شکل ۱۹-۸ تداخل سنج مایکلسون برای آزمون وزش اتری.



$OM_1 = OM_2 = d$ . نوری که  $O$  را ترک می‌کند و به جلو می‌رود، هرگاه آینه در  $M'_1$  باشد، باز می‌تابد و هرگاه آینه نیم‌نقره‌اندود  $G$  به  $O''$  برود، برمی‌گردد. با استفاده از روابط به دست آمده در بخش قبلی برای سرعت، زمان لازم برای پیمودن مسیر  $OM'_1O''$  عبارت خواهد بود از:

$$T_1 = \frac{d}{c+v} + \frac{d}{c-v} = \frac{2cd}{c^2 - v^2}$$

و زمان لازم برای طی  $OM_1O''$  از این قرار است:

$$T_2 = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

این هر دو جمله را می‌توان برحسب سری بسط داد و رسید به:

$$T_1 = \frac{2cd}{c^2 - v^2} = \frac{2d}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^4}{c^4} + \dots \right) \approx \frac{2d}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} \right)$$

و

$$T_2 = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2d}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} + \frac{3v^4}{4c^4} + \dots \right) \approx \frac{2d}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} \right)$$

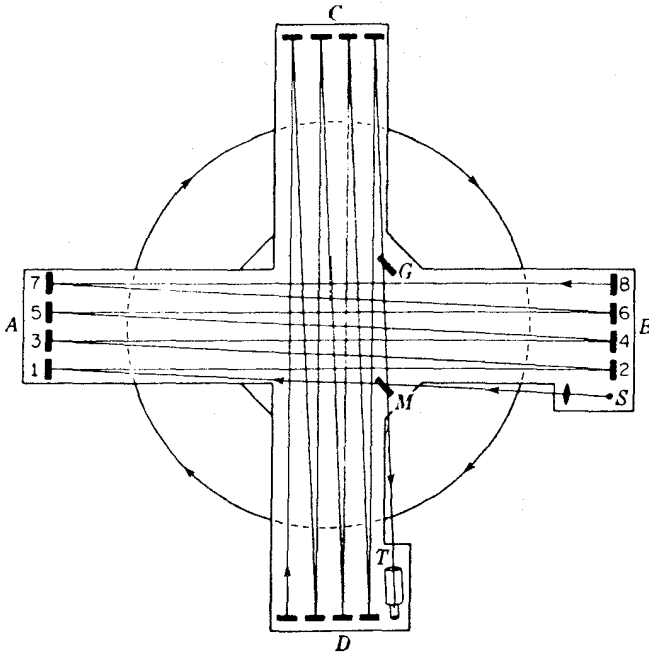
به این ترتیب، اثر حرکت تداخل‌سنج افزایش هر دو مسیر به اندازه کوچکی خواهد بود، در جهت حرکت این افزایش دو برابر خواهد بود. اکنون اختلاف زمان، که برای تداخل‌سنج ساکن صفر می‌شود، عبارت است از

$$T_1 - T_2 = \frac{2d}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{2d}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) = d \frac{v^2}{c^2}$$

برای تبدیل اختلاف زمان به اختلاف مسیر، آن را در  $c$  ضرب می‌کنیم و می‌رسیم به:

$$\Delta = d \frac{v^2}{c^2} \quad (3-19)$$

حال چنانچه تداخل‌سنج را  $90^\circ$  بچرخانیم، جهت  $v$  تغییر نمی‌کند ولی دو مسیر در تداخل‌سنج با هم تعویض می‌شوند. این کار به ایجاد اختلاف مسیر  $\Delta$  با ترتیب معکوس اختلاف مسیر قبلی می‌انجامد. از این رو انتظار می‌رود که جابه‌جایی، متناظر با اختلاف مسیر  $2dv^2/c^2$  اتفاق افتد.



شکل ۱۹-۹ آرایش میلر از آزمایش مایکلسون-مورلی برای آشکارسازی وزش اتری.

مایکلسون و مورلی برای طولانی کردن فاصله  $d$ ، از ۱۶ آینه که نور در آنها به پس و پیش باز می‌تابید، استفاده کردند که در شکل ۱۹-۹، مشاهده می‌کنید. برای اجتناب از واپیچش دستگاه در اثر انبساط یا انقباض و تکانهای احتمالی، آن را روی یک بلوک صلب که در جیوه شناور بود نصب کرده بودند و اندازه‌گیریها، ضمن چرخش آرام آن حول یک محور قائم، صورت می‌گرفت. در یکی از آزمایشها،  $d$  یازده متر بود؛ پس هرگاه  $v = ۲۹۹\text{km/s}$  و  $c = ۳۰۰,۰۰۰\text{km/s}$ ، این اختلاف مسیر حاصل  $۲۲ \times 10^{-5}\text{cm}$  می‌شد. برای نوری به طول موج  $۶ \times 10^{-5}\text{cm}$ ، این اختلاف مسیر متناظر با چهاردهم طول موج می‌شود، از این رو فریزها باید به اندازه دو پنجم فریزها جابه‌جا می‌شدند. مشاهدات دقیق نشان دادند که هیچ جابه‌جایی بزرگتر از ده درصد این مقدار پیشگویی شده، اتفاق نیفتاده بودند.

این نتیجه منفی که حاکی از عدم وزش اتری بود، چنان شگفت بود که از آن پس این آزمایش را محققان زیادی با جرح و تعدیلهایی تکرار کرده‌اند. همه این آزمایشها مؤید نتایج مایکلسون-مورلی بودند و نشان می‌دادند که هرگاه جابه‌جایی واقعی فریزها هم وجود داشته باشند، حداکثر کسر

کوچکی از مقدار مورد انتظار هستند. گسترده‌ترین رشته اندازه‌گیریها را د. س. میلر انجام داده است. دستگاه به‌کار رفته از جانب وی، اساساً همان دستگاه مایکلسون-مورلی بود ولی با مقیاسی بزرگتر (شکل ۱۹-۹). میلر، برای یک راه نوری به طول ۶۴ متر، فکر می‌کرد که شواهدی مبنی بر یک جابه‌جایی کوچک معادل یک سی‌ام یک فریز به‌دست آورده است، که به‌طور متناوب با زمان نجومی در تغییر بوده است. ولی آخرین تحلیلهای انجام شده روی داده‌های میلر این احتمال را پیش می‌کشد که این نتایج بی‌اهمیت‌اند، و از افت دمایی کوچکی که در تداخل‌سنج پیش آمده، ناشی شده‌اند.

## ۱۹-۱۴ اصل نسبیت

نتیجه‌ای منفی که مایکلسون-مورلی، و بسیاری از آنها که آزمایش ایشان را تکرار کرده‌اند، به‌دست آوردند، بخشی از زمینه نظریه نسبیت خاص را تشکیل می‌دهد که اینشتین\* در سال ۱۹۰۵ پیش کشید. دو اصل موضوع بنیادی که این نظریه بر پایه آنها استوار است، عبارت‌اند از:

۱. اصل نسبیت حرکت یکنواخت. قوانین فیزیک در همه دستگاههایی که نسبت به یکدیگر حرکت انتقالی یکنواخت دارند، یکسانند. نتیجه‌ای که از این اصل به‌دست می‌آید، از این قرار است که ناظر مستقر در هر دستگاه، نمی‌تواند حرکت این دستگاه را از طریق مشاهدات منحصر به آن دستگاه، معلوم کند.
۲. اصل ثابت بودن سرعت نور. سرعت نور در هر چارچوب مرجع معین، از سرعت منبع نور مستقل است. ترکیب این اصل با اصل اول، به‌این معناست که سرعت نور از سرعت نسبی منبع و ناظر مستقل است.

حال به‌شرح ناظری که درخشهای نور را در حین حرکت با سرعت  $v$  از نقطه  $O$  گسیل می‌کند برمی‌گردیم (شکل ۱۹-۷) اصل بالا ایجاب می‌کند که اندازه‌گیریهای انجام شده به‌وسیله ناظر در  $O'$  نشان دهد که او در مرکز موج کروی قرار دارد. اما ناظر ساکنی در  $O$  هم خواهد دید که او نیز در مرکز موج واقع است. رفع تناقض این گزاره‌های ظاهراً متضاد، بر این اساس صورت می‌گیرد که مقیاسهای فضا و زمان برای یک دستگاه متحرک با مقیاسهای زمان و فضای یک دستگاه ساکن فرق می‌کنند. رویدادهایی در مکانهای مختلف که برای یک ناظر ساکن همزمان به نظر می‌رسند، برای ناظری که با آن دستگاه حرکت می‌کند، همزمان جلوه‌گر نخواهند بود.

\* آلبرت اینشتین (۱۸۷۹-۱۹۵۵) مدیر سابق مؤسسه قیصر ویلهلم برلین. اینشتین در سال ۱۹۳۵ به انستیتو مطالعات پیشرفته پرنستون پیوست. وی که از تابناکترین تواناییهای ذهنی زمانه ما برخوردار بود، در کنار نظریه نسبیت، در بسیاری دیگر از زمینه‌های فیزیک سهم به‌سزایی ایفا کرد. قانون مشهور او در زمینه اثر فوتوالکتریک، از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. در سال ۱۹۲۱ به دریافت جایزه نوبل نایل آمد.

نخستین توضیحی که برای جواب صفر در آزمایش مایکلسون-مورلی داده شد، این بود که بازوی موازی با جهت حرکت زمین در تداخل‌سنج به سبب این حرکت کاهش طول پیدا می‌کند. این به اصطلاح انقباض فیز جرال-لورنتز ایجاب می‌کند که اگر  $l_0$  طول جسمی در حال سکون باشد، حرکت آن در جهت موازی با  $l_0$  با سرعت  $v$ ، طول جدیدی به جسم می‌دهد

$$l = \sqrt{l_0 (1 - v^2/c^2)} \quad (۴-۱۹)$$

این قانون شرط حذف اختلاف مسیر ناشی از ورزش اتری را برآورده می‌کند. طبیعی است که این تغییر طول را نمی‌توان به وسیله خط‌کش و یا وسیله‌هایی مانند آن آشکارسازی کرد، چرا که وسیله‌ها خود نیز به همان نسبت کوتاهتر خواهند شد. اما انقباض از این نوع، باید تغییراتی در سایر خواص فیزیکی پدید آورد. کوششهای فراوانی برای یافتن شواهدی در تأیید این مطلب انجام گرفته‌اند، اما هیچ‌کدام قرین موفقیت نبوده‌اند. براساس اصل اول نسبیت، باید هم اوضاع و احوال چنین باشد. ورزش اتری وجود ندارد، و همچنین برای ناظری که با تداخل‌سنج حرکت می‌کند، انقباض طولی در میان نیست. حال اگر نقطه حرکت خود را اصول موضوع بنیادی نظریه محدود قرار دهیم، این امکان وجود دارد که نشان دهیم در یک چارچوب مرجع که نسبت به ناظر حرکت می‌کند، باید در واقع تغییراتی در مقادیر مشاهده شده طول، جرم، و زمان پیش بیاید. جرم ذره از این قرار می‌شود

$$\bullet \quad m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (۵-۱۹)$$

که در آن  $m_0$  جرم ذره در حال سکون نسبت به ناظر است. اگر نور را که در آن  $v = c$ ، متشکل از ذرات تلقی کنیم (فصل ۳۲)، جرم سکون آنها صفر می‌شود، زیرا در غیر این صورت  $m$  بینهایت خواهد شد. آزمایشهایی، که از لحاظ کمی معادله (۵-۱۹) را تأیید می‌کنند، انجام گرفته‌اند. در این آزمایشها غالباً از الکترونهاى بسیار سریع استفاده شده است. نتایج قابل مشاهده دیگر ناشی از نظریه نسبیت نیز در دست‌اند، که بارزترین آنها هنگام تعمیم آن به دستگاههای شتابدار و دستگاههای در حال حرکت با سرعت یکنواخت به دست می‌آیند. در مورد این نظریه نسبیت عام پیشگویی‌هایی در ارتباط با انحراف پرتوهای نور در هنگام عبور از نزدیکی خورشید و کاهش بسامد نور گسیلیده از اتمهای متأثر از یک میدان گرانشی قوی، انجام گرفته است. اندازه‌گیریهای دقیق مواضع ظاهری ستارگان طی یک کسوف کامل، و طیف‌نگاری ستارگان بسیار چگال (کوتوله‌های سفید)، درستی این دو اثر ایتیکی را تأیید کرده‌اند.

این تأییدهای تجربی برای پذیرش همگانی صحت نظریه نسبیت عام به اندازه کافی اطمینان‌بخش‌اند. در حالی که این نظریه، وجود اتر را که فرنل آن را فرض کرده است، نفی نمی‌کند،

ولی به صراحت بیان می‌دارد که هیچ آزمایشی که انجام‌پذیر باشد، قادر به اثبات وجود آن نیست. چرا که هرگاه تشخیص حرکت یک جسم نسبت به اتر امکان‌پذیر می‌بود، می‌توانستیم اتر را به‌عنوان دستگاه مختصاتی که همهٔ حرکتها نسبت به آن سنجیده می‌شوند، تلقی کنیم. اما، این یکی از نتایج بنیادی نظریه نسبیت است که براساس آن یک دستگاه مختصات هم‌ارز دستگاه مختصات دیگر استوار است، و هیچکدام از آنها نمی‌توانند مزیت اصلی بودن را به‌خود اختصاص دهد. به‌این ترتیب، نظر به اینکه یک اتر ثابت، ظاهراً قابل مشاهده نیست، دلیلی وجود ندارد که مفهوم آن را واقعی تلقی کنیم. با این وصف، نمی‌توان انکار کرد که فرضیه وجود اتر از نظر تاریخی بسیار با اهمیت است، و برخی از مهمترین پیشرفت‌ها در امر تحقیق خواص نور از طریق فرض وجود اتر مادی حاصل شده‌اند.

## ۱۹-۱۵ سه اثر نسبیتی مرتبه اول

سه اثر ایتیکی وجود دارند که بزرگی آنها به توان اول  $v/c$  بستگی دارند؛ این سه اثر عبارتند از:

۱. اثر دوپلر

۲. ابیراهی نور

۳. ضریب کشش فرنل

معادله‌های مربوط به این سه اثر، در بخش‌های ۱۱-۱۰، ۱۹-۲، و ۱۹-۱۰ براساس نظریه کلاسیکی به‌دست آمده‌اند. از مشخصه‌های نظریه نسبیت این است که نتایج حاصل از آن برای آثار مرتبه اول با نتایج نظریه کلاسیکی می‌خواند. تنها در اثرهای مرتبه دوم که به  $v^2/c^2$  بستگی دارند، پیشگوییهای این دو نظریه با هم متفاوتند. آزمایش مایکلسون-مورلی از این جمله است. حتی در اثرهای مرتبه اول یاد شده در بالا هم، نتایج حاصل از دو نظریه با جملات کوچکی از مرتبه دوم و مرتبه‌های بالاتر  $v/c$  با همدیگر اختلاف دارند. در نظریه نسبیت، این معادلات از کاربرد تبدیل لورنتز استنتاج می‌شوند. این تبدیل عبارت است از فرایند انتقال توصیف یک حرکت در یک دستگاه مختصات به توصیف همان حرکت در یک دستگاه دیگر که نسبت به دستگاه اول با سرعت یکنواخت حرکت می‌کند. هر چند که شرح ریاضی این فرایند در اینجا چندان مناسب ندارد، بیان نتایج اصلی و بحث اجمالی آنها ضروری است.

هرگاه معادله یک موج متناوب به بسامد  $\nu$  را با مختصات چارچوب مرجع ناظر بازنویسی کنیم، جمله جدیدی برای بسامد به‌دست می‌آید که عبارت است از:

$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c} = \nu \left( 1 + \frac{v}{c} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{1}{2} \frac{v^3}{c^3} + \dots \right) \quad (۶-۱۹)$$

این عبارت، اثر دوپلر برای منبع و ناظری است که با سرعت  $v$  در امتداد خط واصل مابین آنها، به هم نزدیک می‌شوند. مقایسه بسط سری با معادله قبلی (۱۱-۲۶) نشان می‌دهد که پیشگویی نسبت با پیشگویی نظریه کلاسیکی تنها در جملات مرتبه دوم و بالاتر متفاوت است. از دیدگاه نظری، این اختلاف ناشی از این امر است که آهنگ یک ساعت متحرک آهسته‌تر از آهنگ یک ساعت ساکن است. ه.ی. آیزن‌نمایش شایسته‌ای از این واقعیت ترتیب داده است. بدینسان که بسامد تابش گسیلیده از اتمهای هیدروژن در یک باریکه سریع‌السير را نخست در حرکت آنها به‌سوی طیف‌نما و سپس از طیف‌نما در جهت مخالف، با هم مقایسه کرده است. وی، علاوه بر جابه‌جاییهای بزرگ مرتبه اول خط طیفی، به ترتیب، به‌سوی بسامدهای بالاتر و پایتتر در این دو مورد، جابه‌جایی اضافی کوچکی را هم مشاهده و اندازه‌گیری کرد که در هر دو مورد به‌سوی بسامدهای بالاتر بود. نظر به اینکه جمله مورد نظر حاوی مجذور سرعت است، برای هر دو علامت  $v$  یکسان خواهد بود. این آزمایش، تأیید دیگری برای نظریه نسبیت به‌شمار می‌رود و آن، مشاهده یک اثر مرتبه دوم است که براساس نظریه کلاسیکی وجود ندارد. همچنین می‌توان گفت که نسبت جابه‌جایی دوپلری مرتبه دومی پیشگویی می‌کند که حتی در صورت حرکت منبع تحت زاویه قائم نسبت به خط دید مشاهده‌پذیر است.

توجه ابیراهی نور و آزمایش ایری از دیدگاه نسبیتی آسانتر است. بنابر اصل موضوع بنیادی دوم، سرعت نور باید برای هر ناظری، مستقل از حرکت آن، همیشه  $c$  باشد. به این ترتیب، اکنون با توجه به شکل ۱۹-۲ (ب)، سرعت مشاهده‌شده با علامت  $c'$ ، باید با  $c$  نشان داده شود. در این صورت، فرمول مربوط به زاویه ابیراهی، به‌جای اینکه  $\tan \alpha = v/c$  باشد، تبدیل می‌شود به

$$\sin \alpha = \frac{v}{c} \quad (۱۹-۷)$$

بدیهی است که سینوس و تانژانت تنها در جملات مراتب سوم و بالاتر با یکدیگر متفاوتند. در اینجا زاویه چندان کوچک است که به احتمال بسیار زیاد، این تفاوت هرگز آشکار نمی‌شود. در آزمایش ایری، امید مشاهده افزایشی در زاویه هنگامی که تلسکوپ با آب پر شده است، ناشی از این فرض بود که آب، سرعت نور را نسبت به منظومه شمسی که اثر در آن ساکن فرض می‌شد، کاهش خواهد داد. اما براساس دیدگاه نظریه نسبیت، فقط سرعت "حقیقی" نور، سرعت آن در دستگاه مختصات ناظر است، و این دستگاه به اندازه زاویه  $\alpha$  در معادله (۱۹-۷) میل کرده است. بدین قرار، کاهش بزرگی این سرعت با ورود نور به آب، به‌وضوح تغییری در جهت آن نخواهد داد.

هرگاه محیط نسبت به ناظر در حرکت باشد، مشاهده اثر متناظر با وزش اتری فرنل مثبت است (بخش ۱۹-۱۰)، اما توجه آن به‌وسیله نظریه نسبیت کاملاً متفاوت است. یکی از نتایج تبدیل

لورنتس این است که دو سرعت در دستگاههای مختصاتی که نسبت به یکدیگر در حرکت اند، بر مبنای روشهای به کار رفته در مکانیک کلاسیک جمع نمی شوند. مثلاً سرعت برآیند دو سرعت در امتداد یک خط، از مجموع عددی آنها به دست نمی آید. هرگاه سرعت نور را در دستگاه مختصات محیطی که خود با سرعت  $v$  نسبت به دستگاه مختصات ناظر حرکت می کند  $V_0$  بنامیم، در آن صورت سرعت برآیند نور،  $V$ ، به جای اینکه صرفاً  $V_0 + v$  باشد، باید از رابطه زیر محاسبه شود:

$$V = \frac{v + V_0}{1 + (V_0/c)(v/c)} \quad (۸-۱۹)$$

می توان به سهولت محاسبه کرد که هرگاه  $V_0 = c$ ، یعنی سرعت نور در خلأ باشد برای هر ناظری در حرکت با سرعت  $v$ ، معادله بالا سرعت یکسان  $V$  را به دست خواهد داد. هرگاه در بسط معادله (۸-۱۹) از جملات مرتبه دوم صرف نظر کنیم، ضریب کشش فرنل بلاواسطه به دست می آید. از بسط دو جمله ای، داریم

$$V = (V_0 + v) \left( 1 - \frac{V_0}{c} \frac{v}{c} - \dots \right) = V_0 + v - \frac{V_0^2 v}{c^2} - \frac{v^2 V_0}{c^2} - \dots$$

جملات آخری باز هم از نوع مرتبه دوم اند و حذف می شوند، لذا با قرار دادن  $n$  به جای  $c/V_0$ ، داریم

$$\bullet \quad V = \frac{c}{n} + v \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad (۹-۱۹)$$

سرعت، چنان که ناظر آن را می بیند، به اندازه کسر  $(1/n^2) - 1$  تغییر یافته است، که درست مقدار حاصل از معادله (۲-۱۹) است. در استدلال نسبیتی هیچ "کششی" فرض نشده و وجود هیچ اثری هم در آن دخالت نداشته است.

## مسائل

۱-۱۹ با فرض اینکه سرعت نور  $299,793 \text{ km/s}$  و شعاع متوسط مدار زمین به دور خورشید  $1.4967 \times 10^8 \text{ km}$  باشد، مطلوب است: (الف) طول پیرامون مدار زمین؛ و (ب) دوره تناوب زمین بر حسب ثانیه. همچنین مطلوب است محاسبه: (ج) سرعت متوسط مداری زمین بر حسب کیلومتر بر ثانیه و ماکزیموم زاویه ابیراهی یک ستاره؛ (د) بر حسب ثانیه قوس. دوره تناوب زمین را  $365,241$  روز میانگین نجومی بگیرد.

جواب: (الف)  $10^8 \text{ km} \times 9.40404$ ; (ب)  $10^7 \text{ s} \times 3.155682$ ; (ج)  $29.80034 \text{ km/s}$ ; (د)  $0.0569538^\circ$ ; (ه) ثانیه کمانی  $20.34$ .

۲-۱۹ در حال حاضر احتمالاً تلقی اندازه‌گیری ابیراهی نجومی به عنوان تعیین سرعت زمین صحیحتر از تلقی آن به عنوان تعیین سرعت نور است. با استفاده از مقدار زاویه ابیراهی از بخش ۲-۱۹ و سرعت نور سال ۱۹۲۶ مایکلسون، سرعت حرکت مداری زمین را تا پنج رقم: (الف) برحسب کیلومتر بر ثانیه؛ و (ب) برحسب متر بر ثانیه محاسبه کنید.

۳-۱۹ وقتی مایکلسون در آزمایش سرعت نور یک آینه دوازده وجهی به کار برد، انعکاس تصویر از وجوه مجاور به موضع اولیه اش رسید. فاصله دو علامت روی قله‌های دو کوه مونت ویلسون و مونت سن آنتونیو را پیدا کنید. سرعت چرخش آینه  $352 \text{ rev/s}$  بوده است. محتملترین سرعت نور را  $299,792.5 \text{ km/s}$  بگیرید.

۴-۱۹ در آزمایش سرعت نور، مایکلسون-پیز، و پیرسون از یک لوله خلأ دراز و یک منشور آینه چرخان  $32$  وجهی استفاده کردند. با فرض اینکه مسیر کل پیموده شده توسط نور  $13,287 \text{ km}$  و سرعت نور  $299,793 \text{ km/s}$  گرفته شده است، سرعت چرخش منشور آینه‌ای برای اولین تصویر جابه‌جا نشده چقدر بوده است. جواب:  $705.9^\circ \text{ rev/s}$ .

۵-۱۹ هرگاه دستگاه یاخته کر آندرسن چنان آرایش داده شده باشد که اختلاف مسیر کل  $171,6985 \text{ m}$  و حاوی  $11$  گروه موجی بوده است، پیدا کنید: (الف) طول  $\lambda$  یک گروه موج را اگر سرعت محاسبه شده  $f\lambda$  باشد، پیدا کنید؛ (ب) سرعت  $c_1$  را؛ (ج) سرعت نور در خلأ  $c$ ، را؛ و (د) تصحیح  $c_1$  به  $c$  برحسب کیلومتر بر ثانیه. فرض کنید ضریب شکست هوا در زمان آزمایش  $1.0002868$  و بسامد نوسانگر  $19.2^\circ \text{ MHz}$  بوده است.

۶-۱۹ این گزاره را که در بخش ۱۹-۹ آمده است، و بنابر آن جابه‌جایی فریزی  $46^\circ$  در آزمایش فیزو متناظر با تغییر سرعت نور به اندازه نصف سرعت جریان آب است، اثبات کنید. با فرض اینکه طول موج مؤثر نور  $550^\circ \text{ \AA}$  و ضریب شکست آب  $1.333$  است، کسر حاصل را پیدا کنید.

۷-۱۹ ضریب شکست کربن دی‌سولفید عبارت است از  $n_D = 1.6295$  و پاشندگی آن در این طول موج عبارت خواهد بود از  $dn/d\lambda = -182^\circ \text{ cm}^{-1}$ . پیدا کنید: (الف) نسبت سرعت نور در خلأ به سرعت گروه در کربن دی‌سولفید، و (ب) مقدار دقیق ضریب کشش فرنل برای این ماده را. معادله (۲-۱۹) به تصحیح کوچکی نیاز دارد که به سبب تغییر بسامد مؤثر برای مولکولهای آب متحرک به وسیله اثر دوپلر ناشی می‌شود. نشان دهید که این کمیت را می‌توان با افزودن جمله



سه اثر نسبیتی مرتبه اول ۵۱۹

$(\lambda/n)(dn/d\lambda) -$  به عبارت ضریب کشش تصحیح کرد. در اینجا،  $\lambda$  طول موج در خلأ است. راهنمایی: تغییرات ضریب شکست با بسامد را خطی بگیرید و ضریب جدید را که از اثر دوپلر تغییر می‌کند، در معادله سرعت نور در ماده متحرک وارد کنید.

جواب: (الف)  $۱٫۷۳۶۷$ ؛ (ب)  $۰٫۶۸۹۲$ .

۸-۱۹ فرض کنید یک متر مندرج در امتداد طول خود نسبت به یک ناظر با  $۳۰$  درصد سرعت نور حرکت می‌کند. طول ظاهری یک سانتیمتر را پیدا کنید.

۹-۱۹ جرم ظاهری الکترونی را که نسبت به یک ناظر با یک سوم سرعت نور حرکت می‌کند، پیدا کنید. جرم سکون الکترون را  $۹٫۱۰۹۶ \times ۱۰^{-۳۱} \text{kg}$  بگیرید.

۱۰-۱۹ یک سفینه فضایی به جرم  $۱۰^۶ \text{kg}$   $\times ۶۲۵۰$  و به طول  $۳۵٫۲۰ \text{m}$  نسبت به زمین با سرعت  $۲۵$  درصد سرعت نور حرکت می‌کند. پیدا کنید: (الف) جرم ظاهری؛ و (ب) طول ظاهری آن را. جواب: (الف)  $۱۰^۶ \text{kg}$   $\times ۶٫۴۵۵$ ؛ (ب)  $۳۴٫۰۸۲ \text{m}$ .

## ماهیت الکترومغناطیسی نور

مطالعه ما در باب خواص نور تا اینجا به این نتیجه هدایتان کرده که نور نوعی حرکت موجی است که با سرعت فوق العاده زیاد منتشر می شود. در توضیح پدیده های تداخل و پراش لزومی برای اتخاذ پیش فرضی درباره ماهیت جابه جایی  $y$  که در معادلات موج ظاهر می شود وجود نداشت، زیرا در این مباحث فقط با برهم کنش امواج نور با یکدیگر سروکار داشتیم و نه با ماهیت آنها. در فصلهای آتی، مباحثی را بررسی خواهیم کرد که در آنها برهم کنش نور با ماده نقش عمده دارد، و در این جاست که شناخت ماهیت فیزیکی کمیت  $y$ ، که معمولاً بردار نور نامیده می شود، ضرورت پیدا می کند. فرنل که در سال ۱۸۱۴ برای نخستین بار از طریق نظریه موجی توضیح رضایت بخشی برای تداخل و پراش ارائه کرد، تصور می کرد که بردار نور نمایانگر جابه جایی واقعی ماده ای به نام اتر است که همه جا را فرا گرفته و دارای چگالی بسیار اندک و صلیبیت بسیار بالایی است. این نظریه "جامدکشسان" در توجیه پدیده های اپتیکی توفیق شایان توجهی کسب کرد و از سوی پژوهشگران سرشناسی در این حوزه، از جمله لرد کلونین، تا سال ۱۸۸۰ با جدیت پشتیبانی می شد.

## ۱-۲۰ ماهیت عرضی ارتعاشات نور

ایراد اساسی به نظریهٔ جامدکشسان در پس این واقعیت نهفته بود که نور همواره انحصاراً حرکت موجی عرضی از کار درآمده است، یعنی به صورت موجی که ارتعاشات آن همیشه بر جهت انتشار موج عمود است. تا حالا هیچ موج نور طولی آشکارسازی نشده است. شواهد تجربی بر این مدعا از مطالعه قطبش نور (فصل ۲۴) ناشی شده اند و از صراحت کافی برخوردارند؛ از این رو می توان آن را اثبات شده تلقی کرد. در ضمن، تمام مواد جامدی که می شناسیم می توانند هم امواج طولی و هم امواج عرضی را انتقال دهند؛ در واقع، حتی در پاره ای شرایط، گسیل یک موج عرضی بدون اینکه همزمان یک موج طولی را هم راه انداخته باشیم، ناممکن است. برای غلبه بر این مشکل، پیشنهادهای زیادی ابراز شده است، ولی جملگی سست بنیاد و بی مایه بوده اند. علاوه بر این، ایدهٔ اتر مادی بیشتر نوعی تلقین اجباری به نظر می رسد، زیرا خواص چشمگیر آن نمی توانستند از طریق آزمایشهای مکانیکی رایج، آشکارسازی شوند.

به این ترتیب، وقتی ماکسول\* نظریه ای پیشنهاد کرد که نه تنها عرضی بودن ارتعاشات نور را صریحاً الزامی می دانست، بلکه ارتباط مشخصی هم میان نور و الکتریسیته معلوم می کرد، زمان هم برای ارائه این نظریه مساعد بود. ماکسول در مقاله ای که تحت عنوان "نظریهٔ دینامیکی میدان الکترومغناطیسی" در سال ۱۸۶۴ خطاب به انجمن سلطنتی قرائت کرد، نتایج پژوهشهای نظری خود را به صورت چهار معادلهٔ بنیادی، که از آن پس به معادلات ماکسول شهرت یافته اند، بیان کرد. این معادلات براساس تجربیات و آزمایشهای پژوهشی اورستد، فاراده، و ژوزف هنری، در خصوص روابط مابین الکتریسیته و مغناطیس که قبلاً انجام داده بودند، استوار می شدند. آنان این روابط را به صورت ریاضی فشرده جمع بندی می کردند، و به این ترتیب نقطهٔ آغازی برای تحقیق در همهٔ پدیده های الکترومغناطیسی بنا می نهادند. در بخشهای آتی نشان خواهیم داد که چگونه می توان وجود امواج عرضی نور را به کمک این معادلات توجیه کرد.

## ۲-۲۰ معادلات ماکسول در خلا

استخراج این معادلات را در اینجا ارائه نخواهیم کرد، زیرا لازمهٔ آن مرور نسبتاً جامع اصول بنیادی الکتریسیته و مغناطیس خواهد بود. آنچه در این فصل می آوریم، صرفاً بیان ساده ترین صورت این

\* جیمز کلرک ماکسول (۱۸۳۱-۱۸۷۹). استاد فیزیک تجربی در دانشگاه کمبریج، انگلستان. در سن پانزده سالگی، در نوشتن مقاله ای خطاب به انجمن سلطنتی سهم و نقش ایفا کرد. قسمت اعظم کارش در خصوص نظریهٔ الکترومغناطیسی را در دوران دانشجویی به انجام رسانید. تحقیقات وی در بسیاری از زمینه های فیزیک از نوخ و دهای وی حکایت می کنند. ماکسول مبانی استوار ریاضی نظریهٔ جنبشی گازها را ارائه کرده است، و نام وی با قانون معروف توزیع سرعتهای مولکولی عجین است.

معادلات در شکل کاربرد پذیر آنها در خلا است، و سپس اثبات می‌کنیم که این معادلات وجود امواجی با خواص امواج نور را پیش‌گویی می‌کنند. جرح و تعدیلهایی که در ضمن پرداختن به انواع مختلف محیطهای مادی باید به این معادلات راه یابند، به موقع خود، در فصلهای آینده مطرح خواهند شد.

معادلات ماکسول را می‌توان به صورت چهار معادله برداری نوشت، ولی به خاطر خوانندگانی که با نمادگذاری برداری ناآشنایند، آنها را به کمک معادلات دیفرانسیل بیان خواهیم کرد. در این شکل، دو معادله اولی را باید توسط دو مجموعه متشکل از سه معادله برای هر کدام از آنها، ارائه کنیم. با استفاده از دستگاه مختصات متعامد سه‌بعدی برای خلا این معادلات عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} & \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} & \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} & (1-20) \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} & \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} & (2-20) \end{aligned}$$

دو معادله دیگر هم به صورت زیر نوشته می‌شوند

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (3-20)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \quad (4-20)$$

این معادلات دیفرانسیل جزئی، روابط مکان و زمان را میان کمیت‌های برداری  $\mathbf{E}$ ، شدت میدان الکتریکی،  $\mathbf{H}$ ، شدت میدان مغناطیسی، برقرار می‌کنند. به این ترتیب،  $E_x$ ،  $E_y$ ،  $E_z$  و مؤلفه‌های  $\mathbf{E}$  روی سه محور متعامد و  $H_x$ ،  $H_y$ ،  $H_z$  و مؤلفه‌های  $\mathbf{H}$  در همان دستگاه هستند. میدان الکتریکی برحسب واحدهای الکتروستاتیکی و میدان مغناطیسی برحسب واحدهای الکترومغناطیسی سنجیده می‌شوند. دستگاه واحدهایی که برای کمیت‌های الکتریکی از واحدهای الکتروستاتیکی و برای کمیت‌های مغناطیسی از واحدهای الکترومغناطیسی بهره می‌گیرد، دستگاه واحدهای گاوسی نام دارد. هر چند که این دستگاه برای محاسبات عملی چندان راحت و مناسب نیست، ولی در اینجا مناسب است، و در مطالبی که از این پس خواهند آمد، همواره به‌کار گرفته خواهد شد. بدیهی است که وجود مقدار ثابت و مهم  $c$  در معادلات (۱-۲۰) و (۲-۲۰) به انتخاب دستگاه واحدها بستگی

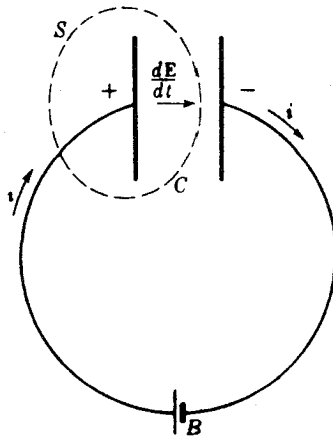
دارد. این مقدار ثابت نمایانگر نسبت بزرگی جریان الکتریکی برحسب واحدهای الکترومغناطیسی به بزرگی آن برحسب واحدهای الکتروستاتیکی است.

معادله (۲۰-۳) صرفاً بیانگر این واقعیت است که در خلا هیچ بار الکتریکی آزادی وجود ندارد. فرض عدم قطب مغناطیسی آزاد، به برقرار شدن معادله (۲۰-۴) می‌انجامد. معادلات (۲۰-۲) قانون نیروی محرکه الکتریکی (emf) القاشده فاراده را بیان می‌کنند. به این قرار، کمیت‌هایی که در سمت چپ این معادلات ظاهر می‌شوند، نمایانگر آهنگ زمانی تغییرات میدان مغناطیسی هستند و توزیع فضایی میدان الکتریکی ناشی از آنها در سمت راست این معادلات قرار گرفته‌اند. این معادلات، بزرگی نیروی محرکه الکتریکی (emf) را مستقیماً نمی‌دهند، بلکه فقط آهنگ تغییر میدان الکتریکی در امتداد سه محور را معلوم می‌کنند. در مسائل خاص باید از این معادلات انتگرال گرفت تا خود نیروی محرکه الکتریکی را به دست آورد.

### ۲۰-۳ جریان جابه‌جایی

کارهای جدید و مهم ماکسول در ادامه این معادلات عبارت بود از بیان معادلات (۲۰-۱). این معادلات از تعمیم قانون آمپر برای میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی به دست می‌آیند. عناصر سمت راست، توزیع میدان مغناطیسی  $H$  در فضا را ارائه می‌کنند، اما کمیت‌های سمت چپ در نگاه اول به نظر نمی‌رسند که به جریان الکتریکی ارتباطی داشته باشند. این معادلات آهنگ زمانی تغییرات میدان الکتریکی را نمایش می‌دهند. اما، ماکسول این تغییر را معادل جریانی، به نام جریان جابه‌جایی، تلقی می‌کند که تا زمانی که میدان الکتریکی در حال تغییر است و همان آثار مغناطیسی مشابه با جریان رسانشی را تولید می‌کند، برقرار است.

یکی از راه‌های نمایش هم‌ارزی  $\partial E/\partial t$  با جریان الکتریکی را در شکل ۲۰-۱ مشاهده می‌کنید. خازنی را در نظر بگیرید که با ظرفیت  $C$  به وسیله سیم‌های رسانا به باتری  $B$  وصل شده، و کل دستگاه در خلا قرار گرفته که میان تیغه‌های خازن هم خلا برقرار است. با برقرار شدن جریان لحظه‌ای  $i$ ، بار الکتریکی در صفحات خازن انباشته می‌شود تا اینکه خازن کاملاً باردار شود و به سطح ولتاژ باتری برسد. از سطح بسته  $S$ ، در خلال پر شدن خازن، جریان مشخصی وارد شده، اما ظاهراً خارج نشده است. با توجه به اصل پیوستگی، ماکسول به این نتیجه رسید که باید آن مقدار جریان  $i$  که در دو سر صفحه برقرار می‌شود، از آن خارج هم شده باشد. اما میان صفحات خازن جریانی از نوع معمولی آن عبور نمی‌کند. بنابراین، شرط پیوستگی فقط وقتی مصداق می‌یابد که تغییرات میدان الکتریکی در فضای مابین صفحات خازن را معادل یک جریان جابه‌جایی تلقی کنیم که چگالی جریان آن،  $j$ ، با  $\partial E/\partial t$  متناسب است. خاطرنشان می‌کنیم که جریان جابه‌جایی در خلا "جاری" می‌شود و همین‌که  $E$  به مقدار ثابتی رسید، متوقف خواهد شد. در دستگاه



شکل ۲۰-۱ مفهوم جریان جابه‌جایی.

واحدهای انتخابی ما، این چگالی جریان،  $j = 1/4\pi$ ، ضربدر  $\partial E/\partial t$ . شباهت میان معادله‌های (۲-۲۰) و (۱-۲۰) فوراً مشاهده می‌شود. بنابر معادله‌های (۲-۲۰)، یک میدان مغناطیسی متغیر نیروی محرکه الکتریکی تولید می‌کند. این معنا را فاراده مشاهده کرد و تحقیق درستی آن به‌طور تجربی بسیار آسان است. بنابر معادله‌های (۱-۲۰)، میدان الکتریکی متغیر باید میدان مغناطیسی (نیروی محرکه مغناطیسی) برقرار کند. این ایده‌ای چندان آشنا نیست و با یک آزمایش ساده نمی‌توان آن را نمایش داد. دلیل اختلاف این دو پدیده آن است که هیچ ماده‌ای مغناطیس را مانند سیم در الکتریسیته، هدایت نمی‌کند. این خاصیت که بعضی مواد رسانای الکتریسیته‌اند، تنها دلیل کشف معادله‌های (۲-۲۰) قبل از معادلات (۱-۲۰) به‌شمار می‌آید. اثبات صحت معادلات (۱-۲۰) در موفقیت چشمگیری نهفته است که معادلات ماکسول به کمک آنها در توصیف پدیده‌های طبیعی به‌دست آورده‌اند. ملاحظه می‌شود که معادلات (۱-۲۰) و (۲-۲۰) ماکسول را می‌توان برحسب جریان جابه‌جایی،  $j$ ، از طریق نشاندن  $4\pi j_x$  به‌جای مؤلفه  $x$ ، یعنی نوشت، و سایر مؤلفه‌ها را هم با این روال بازنویسی کرد.

## ۲۰-۴ معادلات مربوط به امواج الکترومغناطیسی تخت

اینک حالت امواج تخت را که در جهت  $x$  منتشر می‌شوند، بررسی می‌کنیم؛ در این صورت جبهه‌های موج، صفحاتی موازی با صفحه  $yz$  خواهند بود. هرگاه قرار باشد ارتعاشات را به‌وسیله ارتعاشات  $E$  و  $H$  نمایش دهیم، ملاحظه می‌کنیم که در هر جبهه‌موج، باید این کمیتها در سرتاسر صفحه و

در هر لحظه مقدار ثابتی باشند، و باید مشتقات جزئی آنها نسبت به  $y$  و  $z$  صفر شوند. بنابراین معادلات (۱-۲۰) تا (۴-۲۰) به صورت زیر در می آیند:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= 0 & \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= 0 \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} &= -\frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (۶-۲۰) & \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} &= -\frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (۵-۲۰) \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{\partial E_y}{\partial x} & \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x} \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} &= 0 \quad (۸-۲۰) & \frac{\partial E_x}{\partial x} &= 0 \quad (۷-۲۰) \end{aligned}$$

با توجه به معادله اول از مجموعه معادلات (۵-۲۰) و معادله (۷-۲۰)، ملاحظه می شود که مؤلفه طولی  $E_x$  هم در فضا و هم در زمان مقدار ثابتی است. به همین ترتیب، از سطر بالایی معادلات (۶-۲۰)، و از معادله (۸-۲۰) نتیجه می گیریم که  $H_x$  نیز مقدار ثابتی است. بنابراین، ممکن است که این مؤلفه ها به حرکت موجی ارتباطی نداشته باشند، بلکه نمایانگر میدانهای ثابتی اند که بر سیستم امواج نهاده می شوند. از این رو، برای خود امواج می توان نوشت:

$$E_x = 0 \quad H_x = 0$$

البته، چنان که در بالا گفته شد، معنای این حرف آن است که امواج مورد نظر امواجی عرضی اند. از چهار معادله باقیمانده، ملاحظه می شود که معادله دوم از مجموعه معادلات (۵-۲۰) و معادله سوم از مجموعه معادلات (۶-۲۰) شامل  $E_y$  و  $H_z$  هستند، و نیز معادله سوم از معادلات (۵-۲۰) و معادله دوم از معادلات (۶-۲۰) شامل  $E_z$  و  $H_y$  هستند. مثلاً فرض می کنیم  $E_y$  نمایانگر بردار نور است؛ پس، با یک موج قطبیده تخت سروکار داریم که در جهت  $y$  ارتعاش می کند. در این صورت، باید  $E_z = H_y = 0$ ، و دو معادله باقیمانده عبارت اند از

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \quad -\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (۹-۲۰)$$

حال، از معادله نخست نسبت به زمان،  $t$ ، و از دومی نسبت به مسافت،  $x$ ، مشتق می گیریم و می رسیم به:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial t} \quad -\frac{1}{c} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}$$

با حذف مشتقهای  $H_z$ ، خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \quad (۱۰-۲۰)$$

به طریقی مشابه، با مشتقگیری از معادلهٔ اول از معادلات (۹-۲۰) نسبت به  $x$ ، و از دومی نسبت به  $t$  خواهیم رسید به

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} \quad (۱۱-۲۰)$$

حال، معادلات (۱۰-۲۰) و (۱۱-۲۰) دقیقاً صورت معادلهٔ موجی برای امواج تخت را دارند که  $E_y$  و  $H_z$  در آن به ترتیب نقش جابه‌جایی  $y$  در هر دو معادله را برعهده دارند. مقایسه این دو معادله با معادلهٔ موج یاد شده نشان می‌دهد که در هر دو، سرعت موج عبارت است از

$$v = c \quad (۱۲-۲۰)$$

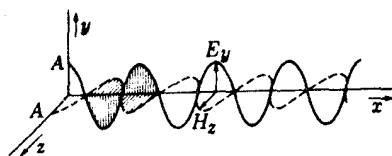
به این ترتیب، می‌بینیم که دو معادله از چهار معادلهٔ مجموعه معادلات (۵-۲۰) و (۶-۲۰)، وجود یک موج بردار الکتریکی را پیشگویی می‌کنند که در صفحه  $xy$  خطی قطبیده است، و همراه با آن، یک موج بردار مغناطیسی وجود دارد که در صفحه  $xz$  خطی قطبیده است. با شکل معادلهٔ (۱۱-۱۱) این موجها را می‌توان چنین نمایش داد:

$$E_y = f(x \pm ct) \quad H_z = f(x \pm ct) \quad (۱۳-۲۰)$$

این دو موج لازم و ملزوم یکدیگرند، هیچ یک بدون دیگری نمی‌تواند وجود داشته باشد. هر دو موج، عرضی‌اند، و با سرعت  $c$  در خلاف جهت عبارت است از نسبت واحدهای الکتریکی (بخش ۲-۲۰) انتشار می‌یابند.

هرگاه با دو معادلهٔ دیگر در معادلات (۵-۲۰) و (۶-۲۰) شروع می‌کردیم، به یک زوج از امواج دیگر می‌رسیدیم که بردار الکتریکی آنها در صفحه  $xz$  خطی قطبیده می‌بود. این جفت موج از جفت موج پیشین کاملاً مستقلند و می‌توانند به‌طور کاملاً مجزایی از آنها وجود داشته باشند. آمیزهٔ این دو جفت موج با ارتعاشات عمود بر یکدیگر و بدون رابطه فازی ثابت میان  $E_z$  و  $E_y$ ، نمایانگر نور ناقطبیده است.





شکل ۲۰-۲ توزیع بردارهای الکتریکی و مغناطیسی در یک موج تکفام خطی قطبیده.

## ۲۰-۵ نمایش تصویری موج الکترومغناطیسی

ساده‌ترین نوع موج الکترومغناطیسی، عبارت است از موجی که در آن تابع  $f$  معادله (۲۰-۱۳) تابعی سینوسی و یا کسینوسی باشد. این موج، یک موج تخت تکفام خطی قطبیده خواهد بود. سه مؤلفه  $E$  و سه مؤلفه  $H$  برای چنین موجی عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} E_x &= 0 & E_y &= A \sin(\omega t - kx) & E_z &= 0 \\ H_x &= 0 & H_y &= 0 & H_z &= A \sin(\omega t - kx) \end{aligned} \quad (۲۰-۱۴)$$

با قرار دادن مشتقات این کمیتها در معادلات (۲۰-۱) تا (۲۰-۴) به سهولت معلوم می‌شود که جوابهای معادلات ماکسول را به دست آورده‌ایم.

در شکل (۲۰-۲) منحنی نمایش تغییرات مقادیر  $E_y$  و  $H_z$  را در امتداد محور  $x$ ، و بر مبنای معادله (۲۰-۱۴) مشاهده می‌کنید. در یک مجموعه امواج تخت، مقادیر  $E_y$  و  $H_z$  به ازای هر مقدار خاص  $x$ ، روی صفحه  $x = \text{const.}$  قرار دارند و همگی یکسانند؛ از این رو، این شکل صرفاً نمایانگر شرایط لازم برای یک مقدار خاص  $y$  و  $z$  است.

در مورد شکل ۲۰-۲، دو نکته مهم را باید در نظر داشت. نخست اینکه مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج هم‌فازند؛ یعنی، وقتی  $E_y$  ماکزیموم است، مقدار  $H_z$  نیز ماکزیموم خواهد بود. جهت‌های نسبی این دو بردار، مطابق شکل با معادلات (۲۰-۱۴) فوق می‌دهند. نکته دوم که باید به آن توجه داشت، این است که دامنه بردارهای الکتریکی و مغناطیسی مساویند. این نکته که مقادیر عددی این دو دامنه در دستگاه واحدهایی که در اینجا به کار بردیم مساوی یکدیگرند، از آنجا معلوم می‌شود که در معادلات (۲۰-۱۴)، کمیت  $A$  دامنه هر دو موج است.

## ۲۰-۶ بردار نور در موج الکترومغناطیسی

سرشت دوگانه موج الکترومغناطیسی این پرسش را پیش می‌کشد که آیا این بردار الکتریکی است یا بردار مغناطیسی، که باید بردار نور باشد. از این پرسش معنای زیادی مستفاد نمی‌شود، زیرا

می‌توان اینها هر دو را به‌عنوان نمایانگر "جابه‌جایی" به‌شمار آورد که در فصلهای پیش آن را به‌کار می‌گرفتیم. در هر پدیدهٔ تداخل یا پراش، امواج الکتریکی همدیگر را متقابلاً به همان طریق تحت تأثیر قرار می‌دهند، که امواج مغناطیسی همدیگر را تحت تأثیر قرار می‌دهند. اما از یک زاویهٔ دید، مؤلفه الکتریکی نقش غالبی دارد. در بخش ۲۵-۱۲ نشان خواهیم داد که این بردار الکتریکی است که صفحه عکاسی را متأثر می‌کند و یا باعث آثار فلئوئورسانی می‌شود. همچنین، به احتمال قوی، این بردار الکتریکی است که شبکیهٔ چشم را متأثر می‌کند. بنابراین معنا، موج الکتریکی آن بخش از امواج الکترومغناطیسی است که "نور" را تشکیل می‌دهد و موج مغناطیسی، ولو اینکه واقعیت وجودی آن کمتر نیست، اما اهمیت کمتری دارد.

### ۷-۲۰ انرژی و شدت موج الکترومغناطیسی

در بخش ۱۱-۳ نشان دادیم که شدت امواج مکانیکی با مجذور دامنه متناسب است. از معادلات الکترومغناطیسی نیز همین نتیجه به‌دست می‌آید. می‌توان نشان داد که در خلأ میدان الکترومغناطیسی دارای چگالی انرژی به‌این قرار است:

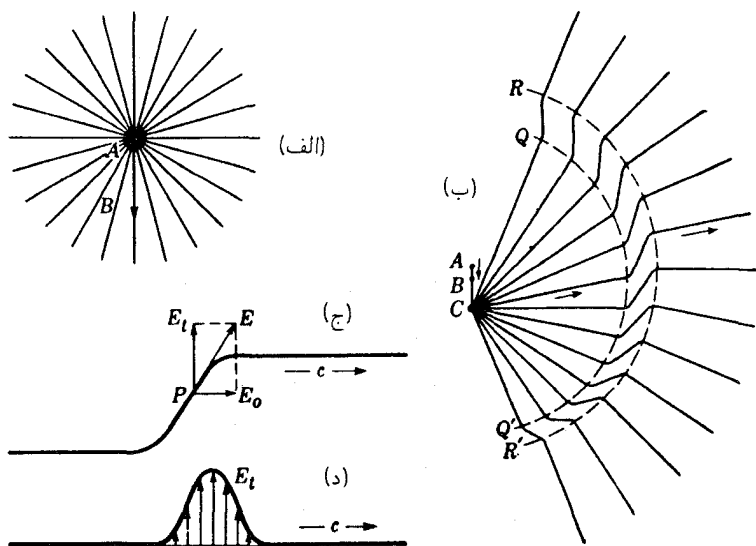
$$(۱۵-۲۰) \quad \text{انرژی در واحد حجم} = \frac{E^2 + H^2}{8\pi} = \frac{E^2}{4\pi}$$

که در آن  $E$  و  $H$  مقادیر لحظه‌ای میدان‌اند، که در اینجا با هم برابرند. نصف انرژی وابسته به بردار الکتریکی، و نصف دیگر آن وابسته به بردار مغناطیسی است. برای به‌دست آوردن انرژی در یک حجم معین، لازم است که مقادیر متوسط  $E^2$  (یا  $H^2$ ) را محاسبه کنیم. برای موج تخت معادله (۲۰-۱۴)، کمیت  $E^2 = \frac{1}{2} A^2$  به‌دست می‌آید که ضریب  $\frac{1}{2}$  آن از میانگین مجذور سینوس روی همهٔ زاویه‌ها ناشی شده است. به‌این ترتیب، چگالی انرژی یک موج الکترومغناطیسی عبارت است از  $A^2/8\pi$  که در آن  $A$  دامنهٔ مؤلفهٔ الکتریکی یا مغناطیسی است.

شدت موج از حاصلضرب عبارت بالا در سرعت  $c$  محاسبه می‌شود؛ زیرا سرعت نمایانگر حجمی از موج است که در مدت زمان یک ثانیه از واحد مساحت می‌گذرد. بنابراین، داریم:

$$(۱۶-۲۰) \quad I = \frac{c}{8\pi} A^2$$

باید خاطر نشان کنیم که گزاره‌های بالا فقط در مورد موجی که در خلأ حرکت می‌کند، به‌کار می‌آید. در محیط مادی، نه تنها سرعت فرق می‌کند، بلکه بزرگی  $E$  و  $H$  هم دیگر با هم مساوی نخواهند بود. با این وصف، گذشته از ضریبهای تناسب، شدت موج هنوز هم از مجذور دامنه یکی از موجها به‌دست می‌آید (بخش ۲۳-۹).



شکل ۳-۲۰ گسیل یک پالس الکترومغناطیسی از یک بار شتابدار.

## ۲۰-۸ تابش گسیلی از یک بار الکتریکی شتابدار

یکی از روشهای مناسب نمایش میدان الکتریکی یا مغناطیسی، بهره‌گیری از مفهوم خطوط نیرو است. این مفهوم برای همه کسانی که مبانی الکتریسیته و مغناطیس را فرا گرفته‌اند، آشناست. هر خط نیرو، جهت میدان در هر نقطه از امتداد آن را نشان می‌دهد، به این ترتیب که مماس بر خط نیرو در هر نقطه از آن، جهت نیرویی را که به یک بار کوچک یا قطب کوچک مستقر در آن نقطه وارد می‌آید، نشان می‌دهد. یعنی، این مماس جهت میدان الکتریکی یا مغناطیسی در آن نقطه را به دست می‌دهد.

در نقطه  $A$  [شکل ۳-۲۰ (الف)]، یک بار الکتریکی مثبت کوچک در حالت سکون را در نظر می‌گیریم. خطوط نیرو، عبارت‌اند از خطوط مستقیمی که در همه جهات، از بار ساکن به طور واگرا خارج و به طور یکنواخت در فضا توزیع می‌شوند. همین تصویر هنگامی هم صادق است که این بار الکتریکی با سرعت ثابت در حال حرکت در جهت  $AB$  باشد؛ با این شرط فرضی که سرعت آن خیلی بزرگ نباشد. در این دو حالت — بار ساکن و بار متحرک با سرعت یکنواخت — هیچ تابش موج الکترومغناطیسی انتشار نمی‌یابد.

برای تولید تابش الکترومغناطیسی، لازم است که به بار الکتریکی شتاب داده شود. یکی از حالت‌های خاص ساده را در شکل ۳-۲۰ (ب) مشاهده می‌کنید. اگر باری که ابتدا ساکن بود در

جهت  $AC$  شتاب بگیرد شتاب،  $a$ ، تا وقتی برقرار است که بار به نقطه  $B$  برسد، و از آن نقطه به بعد با سرعت یکنواخت حرکت کند. در این مورد می‌توان معلوماتی دربارهٔ شکل خطوط نیرویی کسب کرد که در لحظات بعدی از تابش بار ایجاد خواهند شد. مدت زمان شتاب‌دهی از  $A$  به  $B$  را  $\Delta t$  می‌گیریم، و مدت زمان حرکت یکنواخت از  $B$  به  $C$  را با  $t$  نشان می‌دهیم. وقتی بار پس از سپری شدن مدت زمان  $t + \Delta t$  از آغاز حرکت آن، به  $C$  رسید، قطعاتی از خطوط نیروی اولیه که بعد از کمان  $RR'$  به مرکز  $A$  و به شعاع  $C(t + \Delta t)$  قرار دارند، نمی‌توانند به هر دلیلی مخدوش شده باشند. دلیل این مدعا آن است که هر نوع اختلال الکترومغناطیسی با سرعت  $c$  انتشار پیدا می‌کند. در نقطهٔ  $C$ ، سرعت یکنواخت است، و خطوط نیروی تا کمان  $QQ'$ ، به مرکز  $B$  و به شعاع  $ct$ ، باید یکنواخت و مستقیم‌الخط باشند، زیرا طی مدت زمان  $t$ ، سرعت بار یکنواخت بوده است. در نتیجه، ملاحظه می‌کنیم که برای ادامه یافتن پیوستگی خطوط نیرو، باید قطعات آنها را در منطقه میان  $RR'$  و  $QQ'$ ، مطابق شکل، به همدیگر وصل کنیم. این کار موجب "شکستگی" بارزی در هر خط می‌شود. شکل دقیق این شکستگی، به نوع شتابی که میان  $A$  و  $B$  برقرار می‌شود بستگی خواهد داشت؛ یعنی به اینکه آیا شتاب یکنواخت بوده است یا متغیر.

معنا و اهمیت چنین شکستگی در خط نیرو چیست؟ هرگاه نقطه‌ای مانند  $P$  روی شکستگی [شکل ۲۰-۳(ج)] اختیار کنیم، بردار  $E$  مماس بر خط نیرو در  $P$ ، جهت میدان در آن نقطه را به‌دست خواهد داد. این بردار را می‌توان برآیند بردار میدان  $E_t$  که از بار ساکن تولید می‌شود، و بردار یک میدان عرضی،  $E_t$ ، تلقی کرد. آنچه بردار الکتریکی موج الکترومغناطیسی را ارائه می‌کند، و در بخشهای پیشین به آن اشاره کردیم، همین بردار  $E_t$  است. چنانچه این کار را برای نقاط مختلف در امتداد شکستگی انجام دهیم، تغییراتی را که در شکل ۲۰-۳(د) مشاهده می‌کنید، به‌دست خواهیم آورد. به‌وضوح پیداست که شکل این موج به‌صورت شکل موج تناوبی نیست، بلکه صرفاً به‌صورت یک پالس است. در جهت عمود بر آن هم یک پالس مشابه برای بردار  $H$  وجود خواهد داشت.

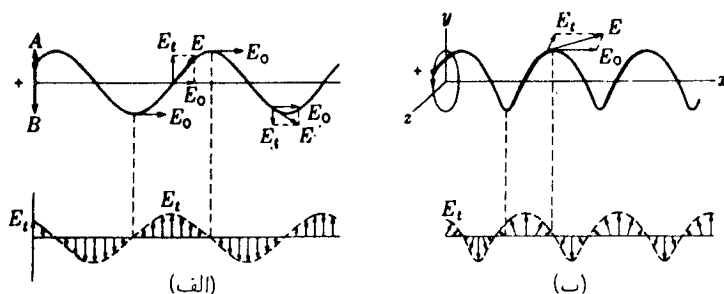
چند جنبهٔ مهم دربارهٔ تولید تابش الکترومغناطیسی با این مثال بروز می‌کنند. از این جنبه‌ها مهم‌تر از همه این است که  $E_t$  فقط موقعی وجود دارد که بار شتابدار باشد. اگر بار شتاب نگیرد، تابشی هم وجود نخواهد داشت و برعکس، یک بار شتابدار همیشه تابش خواهد کرد. همچنین، این مثال نشان می‌دهد که چگونه میدان الکتریکی تابش، می‌تواند بر جهت انتشار عمود باشد. بزرگی بردار  $E_t$ ، که از نمایش تصویری در شکل ۲۰-۳(د) به‌دست می‌آید، یعنی دامنهٔ موج، به وضوح به‌تندی شیب شکستگی بستگی دارد، و این امر به نوبهٔ خود از شتاب بار میان  $A$  تا  $B$  تعیین می‌شود. به کمک محاسبات نظری، می‌توان نشان داد که آهنگ تابش انرژی از یک بار شتابدار شده، با مجذور آن شتاب متناسب است. سرانجام، این را هم پی می‌بریم که دامنهٔ تابش چنان به

تناسب زاویه تغییر می‌کند که در جهت عمود بر خط  $AC$ ، یک ماکزیموم و در امتداد  $AC$  به هر دو طرف، صفر است. به سهولت نتیجه می‌گیریم که دامنه، متناسب با سینوس زاویه میان  $AC$  و امتداد مورد نظر است.

## ۹-۲۰ گسیل تابش از یک بار در حرکت تناوبی

هرگاه بار الکتریکی در شکل ۲۰-۳، به جای اینکه دستخوش یک تک شتاب قرار گیرد، به یک حرکت تناوبی واداشته شود، تابش حاصل به جای یک تک پالس به صورت امواج پیوسته درخواهد آمد. هر حرکت تناوبی متضمن شتابهایی است و از این رو موجب تابش بار خواهد شد. در اینجا دو مورد به خصوص ساده را بررسی می‌کنیم، که عبارت‌اند از حرکت تناوبی ساده خطی، و حرکت دایره‌ای یکنواخت. هرگاه بار مثبت شکل ۲۰-۴ (الف) با حرکت هماهنگ ساده در فاصله  $A$  و  $B$  حرکت رفت و برگشتی اجرا کند، هر خط نیرو به شکل یک منحنی سینوسی خمیده خواهد شد. فرض می‌کنیم منحنی بالایی در شکل ۲۰-۴ (الف) نمایانگر چنان خط نیرویی باشد که در جهت عمود بر  $AB$  پیشروی کند. در لحظه خاصی که نشان داده می‌شود، نیروی الکتریکی،  $E$ ، در نقاط مختلف در امتداد خط نیرو، جهت مماس بر این خط در نقطه مورد نظر را دارد. با تجزیه این نیرو به مؤلفه‌های  $E_0$  میدان ناآشفته و  $E_t$  عرضی، مقادیر مختلف  $E_t$  را که در زیر شکل نشان داده‌ایم، به دست می‌آوریم. این مقادیر متغیر هم به شکل یک منحنی سینوسی در می‌آیند و نمایانگر تغییرات بردار الکتریکی در امتداد موج ارسالی هستند. این موج، یک موج خطی قطبیده است.

در قسمت (ب) در شکل، بار مثبت در جهت پادساعتگرد روی یک دایره در صفحه  $xy$  می‌چرخد که به طور تصویری نشان داده شده است. نمایش تصویری این حالت هم مقادیر  $E_t$  را که بزرگی‌شان ثابت است اما جهت متغیر در امتداد موج دارند، به دست می‌دهد. نوک پیکانها روی

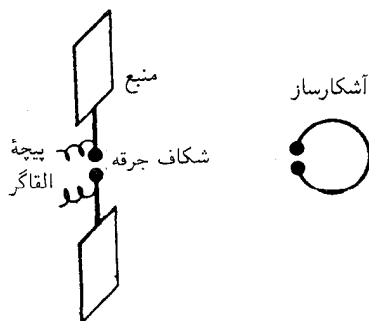


شکل ۲۰-۴ گسیل امواج الکترومغناطیسی از یک بار در حرکت متناوب.

ماریپیچی مشابه با ماریپیچ خط نیرو قرار دارند، اما به اندازه یک چهارم طول موج در امتداد جهت انتشار، که در اینجا محور  $x$  است، جابه‌جا شده‌اند. این آرایش پیچ مانند بردارها، مشخصه یک موج دایره‌ای قطبیده است. در اینجا لازم به یادآوری است که هرگاه تابش در امتداد محور  $y$  یا  $z$  بررسی می‌شد، به این نتیجه می‌رسیدیم که موج حاصل، در صفحه  $yz$  و خطی قطبیده است. در اثر زیمان (بخش ۳۲-۱) مشاهده عملی این دو حالت، امکانپذیر است.

## ۱۰-۲۰ اثبات تجربی وجود امواج الکترومغناطیسی توسط هرتز

چنان که ملاحظه کردیم، ماکسول ابتدا با بررسی مجموعه معادلات توصیفگر پدیده‌های الکترومغناطیسی، موفق شد امکان وجود امواج الکترومغناطیسی را نشان دهد و گزاره‌های قاطعی درباره تولید این امواج و خواص آنها بیان کند. ماکسول نتیجه گرفت که این امواج را هر بار شتابداری تولید می‌کند؛ همچنین معلوم کرد که این امواج از نوع عرضی‌اند و با سرعت  $c$  در فضای خالی حرکت می‌کنند. تولید و آشکارسازی تجربی امواجی که ماکسول پیشگویی کرده بود، توسط هرتز تحقق یافت. وی در سال ۱۸۸۷، با یک رشته آزمایشهای پرثمر، شروع به کارکرد که نخستین آزمایشها روی امواج رادیویی انجام شد؛ یعنی اقدام به تولید امواج الکترومغناطیسی با طول موجهای بلند کرد. مشخصات اصلی روش هرتز در شکل ۲۰-۵ نمایش داده شده‌اند. دو صفحه مسطح برنجی به یک گاف جرقه متصلند و جرقه‌ها از طریق برقرار کردن ولتاژهای بالا، از سوی سیم‌پیچهای القایی به وجود می‌آیند. می‌دانیم که تخلیه الکتریکی صفحات از طریق جرقه‌زنی، یک تخلیه نوسانی است. هر بار که اختلاف پتانسیل میان ساچمه‌های دو سوی گاف به مقداری می‌رسد که هوای میان گاف برای آنها رسانا می‌شود، جرقه می‌زند. جرقه زدن به معنای ریزش ناگهانی الکترونها از بین گاف است، و در این بین علامت بارهای دو صفحه معاوضه



شکل ۲۰-۵ منبع و آشکارساز امواج الکترومغناطیسی که هرتز به‌کار برد.

می‌شود. اما، چون هوا هنوز رساناست تعویض علامت بار موجب حرکت الکترونها در خلاف جهت قبلی می‌شود و یک معاوضه علامت بار دیگر صورت می‌گیرد، و این فرآیند تا مدتی ادامه می‌یابد که انرژی به‌صورت گرمای تولید شده در جرقه اتلاف شود. بسامد این نوسانات به ضریب القا و ظرفیت مدار بستگی دارد. در نوسانگر هرتز، این مقادیر بسیار کوچک بودند و بسامد حاصل هم به همان میزان بالا بود. در برخی آزمایشها، این بسامد به  $10^9 \text{ Hz}$  هم می‌رسید. به این ترتیب، دارای بار الکتریکی می‌شویم که در معرض شتابهای سریعاً متغیر قرار می‌گیرد و باید امواج الکترومغناطیسی تابش کند.

در آزمایش هرتز وجود امواج الکترومغناطیسی در موضعی دور از نوسانگر توسط یک مدار تشدیدی آشکارسازی می‌شد. این مدار تشدیدی عبارت بود از یک سیم دایره‌ای شکل که یک بریدگی کوچک با فاصله قابل تنظیم به‌عنوان گاف جرقه در آن ایجاد شده بود. میدان مغناطیسی متغیر در موج، در سیم دایره‌ای که ابعاد آن چنان اختیار شده بودند که بسامد طبیعی‌اش با بسامد منبع موج یکی باشد، نیروی محرکه الکتریکی القاء می‌کرد. به این ترتیب، نوسانات القایی در آشکارساز تا هنگامی که برای تولید جرقه کافی باشند، تشدید می‌شدند.

نشان دادن این نکته که امواج تولید شده خطی قطبیده‌اند با  $\mathbf{E}$  در جهت  $y$  و  $\mathbf{H}$  در جهت  $z$ ، مطلب ساده‌ای بود. هرگاه حلقه  $90^\circ$  چرخانده شود، به‌طوری که در صفحه  $xz$  قرار گیرد، جرقه‌ها خاموش می‌شدند. هرتز آزمایشهای بسیار دیگری با این امواج انجام داد و از جمله نشان داد که این امواج می‌توانند بازتابند و یا بازتابنده‌های فلزی خمیده آنها را کانونی کنند؛ همچنین نشان داد که این امواج در گذر از یک منشور  $30^\circ$  بزرگ قیری شکست پیدا می‌کنند. بنابراین، از این نظر رفتار آنها با رفتار امواج نور یکسان است.

## ۲۰-۱۱ سرعت امواج الکترومغناطیسی در فضا

قانع‌کننده‌ترین دلیل بر واقعیت وجود امواج الکترومغناطیسی هرتز، این بود که سرعت این امواج همان سرعتی بود که به اعتبار معادله نظری (۲۰-۱۲) پیشگویی شده بود. این سرعت مستقیماً اندازه‌گیری نشد، بلکه آن به‌طور غیرمستقیم و از طریق اندازه‌گیری طول موج تعیین شد. در این صورت، با معلوم بودن بسامد نوسانها، می‌شد سرعت را از رابطه  $v = \nu \lambda$  به‌دست آورد. برای اندازه‌گیری طول موج، از تداخل موج اصلی با موج بازتابیده از یک بازتابگر فلزی تخت، و تولید امواج ایستاده استفاده شده است. مکان گره‌ها را می‌توانستند به‌کمک این واقعیت تعیین کنند که آشکارساز در آن نقاط جرقه‌زنی را متوقف می‌کرد. با بسامد  $10^7 \text{ Hz}$  و  $5 \times 10^5$  و طول موج  $8 \text{ m}$  معادل  $4 \text{ m}$  به‌دست می‌آمد، که سرعت  $v$  را خیلی نزدیک به  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  به‌دست داد. چون نوسانها بسیار میرا بودند، که فقط سه یا چهار نوسان بعد از هر جرقه تولید می‌شد، تعیین طول موج خیلی

دقیق نبود و از این رو تعیین سرعت هم از دقت مطلوب برخوردار نبود. آزمایشهای بعدی که توسط مرسیه و با امواج نامیرای تولید شده در نوسانگر درون یک لامپ تخلیه انجام داده شدند، سرعت را به میزان  $10^8 \text{ m/s} \times 29978$  به دست دادند. قبلاً، در بخش ۱۹-۶، دیدیم که چگونه دقت عالیتز قابل حصول با بازآواگرهای کاواکی رقم معنی‌دار دیگری بر سرعت نور می‌افزود.

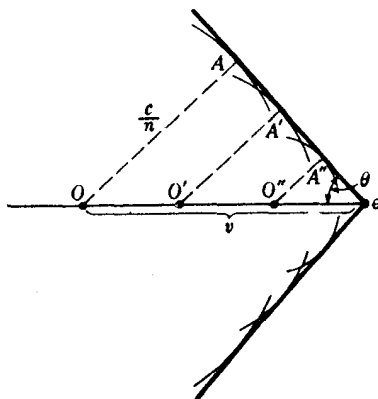
بنابر معادله (۲۰-۱۲)، این سرعت مشاهده شده باید برابر  $c$ ، یعنی نسبت واحدهای الکترومغناطیسی به واحدهای الکتروستاتیکی جریان باشد. چنان‌که گفته‌ایم (بخش ۱۹-۷)، این نسبت به دقت و به روشهای مختلف اندازه‌گیری شده است، و آخرین مقدار به دست آمده آن  $10^8 \text{ m/s} \times 299781$  بوده است. اما این رقم درست با سرعت اندازه گرفته شده امواج الکترومغناطیسی یکسان است و همچنین با آخرین اندازه‌گیریهای سرعت نور به وسیله مایکلسون و دیگران دقیقاً وفق می‌دهد (جدول ۱۹-۱). برای هوا و سایر گازها در فشار یک اتمسفر، تعدیلهای اندکی در معادلات ضروری است (فصل ۲۳)، اما سرعت پیشگویی شده فقط به مقداری جزئی نسبت به این سرعت در خلأ متفاوت است.

به این ترتیب ناگزیر به این نتیجه می‌رسیم که نور از امواج الکترومغناطیسی با طول‌موجهای فوق‌العاده کوتاه تشکیل یافته است. علاوه بر قطبش که گواه عرضی بودن امواج نور به شمار می‌آید، شواهد فراوان دیگری هم در دست است که این همانندی را تأیید می‌کنند. در طیف‌نمایی نشان داده شده است که اتمها حاوی الکترون‌اند و از این الکترونها به واسطه شتاب ناشی از حرکت مداری آنها به دور هسته، می‌توان معلوماتی در مورد قطبش و شدت خطوط طیفی کسب کرد. علاوه بر این، چنان‌که در شکل ۱۱-۱۴ نشان داده‌ایم، امواج رادیویی که به‌وضوح از مشخصه الکترومغناطیسی برخوردارند، پیوسته تا منطقه امواج نور فروسرخ ادامه می‌یابند. به این ترتیب، توجیه امواج نور به‌عنوان یک پدیده الکترومغناطیسی که صرفاً به‌کمک نظریه تابناک ماکسول به آن می‌رسیم، به‌صورت یک واقعیت اثبات می‌شود و ماهیت الکترومغناطیسی نور به‌عنوان یک یافته علمی قطعیت پیدا می‌کند. بنابراین، در بررسی برهم‌کنش نور با ماده، از این واقعیت سود خواهیم جست که نور از نوسانهای یک میدان الکتریکی عمود بر جهت انتشار امواج آن همراه با نوسانهای یک میدان مغناطیسی که آن نیز عمود بر جهت انتشار و همچنین عمود بر میدان الکتریکی است، تشکیل می‌شود.

## ۲۰-۱۲ تابش چرنکف

در بخش ۲۰-۸ گفتیم که بار الکتریکی متحرک با سرعت یکنواخت، انرژی تابش نمی‌کند، بلکه صرفاً میدان الکترومغناطیسی‌اش را همراه خود حمل می‌کند. این گزاره تا وقتی که بار در خلأ حرکت می‌کند صادق است. از سوی دیگر، هرگاه بار در یک محیط مادی حرکت کند، مثلاً هنگامی که





شکل ۶-۲۰. برش عرضی موج مخروطی تولید شده در تابش چرنکف.

یک الکترون یا یک پروتون سریع وارد یک قطعه شیشه می‌شود، می‌تواند انرژی اندکی تابش کند، هرچند هم که سرعتش ثابت می‌ماند. در این مورد، شرط لازم از این قرار است که سرعت ذره باردار بزرگتر از سرعت موج،  $c/n$ ، نور در محیط مادی باشد. در این صورت، ذره باردار یک موج ضربه‌ای، مشابه موجی ضربه‌ای که پرتابه‌ای با سرعت حرکت بیشتر از سرعت صوت در هوا، ایجاد کرده است، پدید می‌آورد. این موج ضربه‌ای دارای همان ماهیت موج کمافی است که قایقی هنگام حرکت سریعتر از امواج آب، تشکیل می‌دهد.

تولید این موج، یکی از نمایشهای تابناک برای تحقق عملی اصل هویگنس به‌شمار می‌آید (بخش ۱-۱۸). در شکل ۶-۲۰، الکترون  $e$  از داخل شیشه‌ای با ضریب شکست  $۱.۵^\circ$  و با سرعت نهم سرعت نور حرکت می‌کند (برای رسیدن الکترون به چنین سرعتی باید آن را از طریق برقراری اختلاف پتانسیل ۶۶۱ کیلوولتی، شتاب داد)، وقتی الکترون به‌طور متوالی در مواضع  $O$ ،  $O'$  و  $O''$  قرار می‌گیرد، آشفته‌گیهای حاصل به‌صورت موجکهای ثانوی با شعاعهای  $OA$ ،  $O'A'$  و  $O''A''$ ، متناسب با مدت زمان سپری شده و سرعت آنها،  $c/n$ ، ارائه می‌شوند. جبهه‌موج حاصل، مماس مشترک بر این دایره‌ها و به شکل یک مخروط با نیم‌زاویه رأس  $\theta$  است. چون  $OA$  بر جبهه‌موج عمود است، می‌توان از شکل ملاحظه کرد که  $\theta$  عبارت است از

$$\sin \theta = \frac{c}{nv} = \frac{1}{n\beta} \quad (۱۷-۲۰)$$

که در آن  $v$  سرعت ذره باردار است و  $\beta = v/c$ . اگر  $\beta = ۰.۹$ ، مانند همان مثال خودمان باشد،

$\theta$  در حدود  $48^\circ$  می‌شود. قسمت اعظم تابش در ناحیه نور مرئی صورت می‌گیرد و با چشم یا فیلم عکاسی قابل آشکارسازی است. به سبب پاشندگی یا تغییرات  $n$  با رنگ، معادله  $(17-20)$  کاملاً دقیق نیست. علاوه بر این، هرگاه  $n$  بزرگترین مقدار خود را داشته باشد (نور آبی)، مخروط باریکتر می‌شود و از این رو لبه خارجی گروه مخروطهای پرتوهای نور، آبی و لبه درونی آن قرمز خواهد بود.

این نوع تابش، امروزه در آزمایشهای مربوط به ذرات بسیار سریع در فیزیک هسته‌ای به کرات مشاهده می‌شوند. با اندازه‌گیری زاویه رأس مخروط، می‌توان سرعت و انرژی ذرات را تعیین کرد. نور ناشی از عبور یک تک‌ذره را می‌توان توسط یک تکثیرکننده فوتونی به یک شمارگر تبدیل کرد. اساس شمارگر چرنکف همین است که در فیزیک هسته‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد.

## مسائل

۱-۲۰ بسامد امواج یک فرستنده رادیویی  $32.56\text{MHz}$ ، که در جهت عمودی بر سطح صاف یک ورقه فلزی فرود می‌آیند. امواج بازتابیده و فرودی امواج ایستاده‌ای تشکیل می‌دهند که فواصل گره‌های آنها  $3\text{cm}$  ر  $46^\circ$  اندازه‌گیری می‌شوند. با چشمویشی از ضریب شکست هوا، سرعت امواج چقدر به دست می‌آید؟  
جواب:  $299747\text{km/s}$ .

۲-۲۰ نشان دهید که جوابهای زیر در معادلات ماکسول صدق می‌کنند

$$E_x = A \sin(\omega t + ky) \quad E_y = 0 \quad E_z = 0$$

$$H_x = 0 \quad H_y = 0 \quad H_z = A \sin(\omega t + ky)$$

(الف) موج در چه صفحه‌ای قطبیده است؛ و (ب) در چه جهتی سیر می‌کند؛ (ج) معادلات مربوطه را بنویسید.

۳-۲۰ معادلات  $(14-20)$  را چنان تعدیل کنید که نمایانگر: (الف) یک موج خطی قطبیده با نوسانهای  $E$  در صفحه  $xy$  و زاویه آنها هم با محور  $x$ ،  $30^\circ$  باشد؛ و (ب) موجی باشند که نوسانهای آن بیضیایی در صفحه  $xy$  تشکیل می‌دهند (موج بیضوی قطبیده).

۴-۲۰ با قرار دادن معادلات زیر به عنوان نقطه آغاز، (الف) جدولی برای مشتقهای جزئی تشکیل

دهید که در معادلات (۱-۲۰) تا (۴-۲۰) پیش می‌آیند:

$$E_x = A \sin(\omega t - ky) \quad H_x = 0$$

$$E_y = 0 \quad H_y = 0$$

$$E_z = 0 \quad H_z = A \sin(\omega t - ky)$$

(ب) باقرار دادن مستقیم مقادیر، نشان دهید که این مشتقات در روابط زیر صدق می‌کنند

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{c} \omega A \cos(\omega t - ky) = 0 \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = -kA \cos(\omega t - ky) = 0$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{c} \omega A \cos(\omega t - ky) = 0 \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} = -kA \cos(\omega t - ky) = 0$$

۵-۲۰ ثابت کنید که قطعه خط نیرو میان  $Q$  و  $R$  در شکل ۳-۲۰ (ب)، چنانچه شتاب ذره باردار یکنواخت باشد، یک خط راست است؛ (ب) به کمک شیب این قطعه خط نشان دهید که نسبت  $E_0/E_t$  به تناسب  $1/r$  افت می‌کند و از این رو در هر فاصله قابل توجهی، مؤلفه عرضی غالب خواهد بود. راهنمایی: به یاد داشته باشید که  $E_0$  از قانون کولن محاسبه می‌شود.

۶-۲۰ نیروی کل  $F$  وارد بر یک بار  $e$  که در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در خلأ حرکت می‌کند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = eE + \frac{evH}{c}$$

فرض شده است که سرعت،  $v$ ، بر میدان،  $H$  عمود است. مطلوب است نسبت نیروی الکتریکی به نیروی مغناطیسی که بر یک الکترون در نخستین مدار بور اتم هیدروژن از نور خورشید با  $E = H = 0.242$  واحد گاوسی وارد می‌آید.

۷-۲۰ مطلوب است محاسبه دامنه شدت میدان الکتریکی یک باریکه نور خورشید که شدت آن را  $1.2 \text{ kW/m}^2$  می‌گیریم.

۸-۲۰ (الف) نشان دهید که دامنه موج الکترومغناطیسی گسیلیده از یک بار شتابدار، به صورت  $\sin \theta$  تغییر می‌کند که در آن  $\theta$  زاویه میان جهت مشاهده و جهت شتاب است؛ (ب) نمودار شدت تابش برحسب زاویه را در مختصات قطبی ترسیم کنید.

۹-۲۰ نشان دهید که نسبت یک بار برحسب واحدهای الکترواستاتیکی به همان بار برحسب واحدهای الکترومغناطیسی دارای ابعاد سرعت است. راهنمایی: در هر دو حالت، کار خود را با قانون کولن آغاز کنید.

۱۰-۲۰ قضیه پوئینتینگ مبین این واقعیت است که جریان انرژی در یک موج الکترومغناطیسی عبارت است از:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})$$

$\mathbf{S}$  را بردار پوئینتینگ می‌گویند، و عبارت داخل پرانتز نشان‌دهنده ضرب برداری است. نشان دهید که نتیجه‌گیرهای بخشهای ۵-۲۰ و ۷-۲۰ در ارتباط با جهت و بزرگی جریان نسبت به جهت‌ها و بزرگیهای  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{H}$  با قضیه پوئینتینگ سازگارند.

۱۱-۲۰ با توجه به رابطه جرم و انرژی ایشتین و جرم معادل در موج الکترومغناطیسی که با سرعت  $c$  حرکت می‌کند، عبارتی به‌دست آورید که فشار ناشی از تابش موج روی یک سطح کاملاً جاذب را برحسب تکانه آن به‌دست می‌دهد. جواب:  $p = \frac{I}{c} = \frac{A^2}{4\pi}$

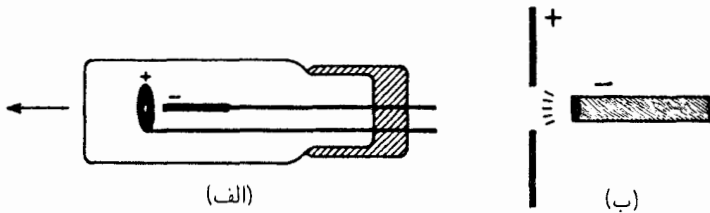
۱۲-۲۰ یک باریکه پروتونی با انرژی  $56^\circ \text{MeV}$  از داخل یک ورقه از جنس شیشه فلینت فوق‌العاده چگال، که در آن  $n = 1.75^\circ$  می‌گذرد: (الف) زاویه میان تابش چرنکف و جهت باریکه پروتونی درون شیشه را بیابید؛ (ب) مقدار  $\beta$  برای این پروتونها چقدر است؟

## منبعهای نور و طیفهای آنها

اکنون که معلوم شده است نور نوعی تابش الکترومغناطیسی است؛ باید انتظار داشت که گسیل نور، هر منبع و سرچشمه‌ای که داشته باشد، از شتاب گرفتن بارهای الکتریکی ناشی می‌شود. حالا، قطعاً می‌دانیم که بارهای الکتریکی دخیل در گسیل نور مرئی و فرابنفش، الکترونهای منفی بخش خارجی آنها هستند. با فرض اینکه حرکتهای ارتعاشی یا مداری این الکترونها به تابش می‌انجامند، بسیاری از مشخصه‌های منبعهای مختلف نور توجیه می‌شوند. ولی باید تأکید کرد که بر پایه این مفهوم نباید بیش از حد تکیه کرد. این مفهوم در توجیه طیفها، از چندین دیدگاه به مشکلات عمده‌ای برمی‌خورد. همه اینها، به ماهیت ناپیوسته یا ذره‌ای نور، که بعداً (فصل ۲۹) در خصوص آن صحبت خواهیم کرد، مربوط می‌شوند. در این فصل، فقط به جنبه‌هایی خواهیم پرداخت که می‌توان آنها را با تلقی نور به‌عنوان امواج الکترومغناطیسی، توضیح داد.

### ۲۱-۱ طبقه‌بندی منابع نور

می‌توان منابع نوری را که برای آزمایشهای اپتیکی و طیف‌نمایی مهم‌اند، به دو طبقه عمده تقسیم کرد: (۱) منابع گرمایی، که در آنها تابش نور ناشی از دمای بالاست، و (۲) منابعی که به تخلیه



شکل ۲۱-۱ قوس متمرکز (شدید) که تقریباً مانند یک منبع نقطه‌ای است.

الکتريکی گازها بستگی دارند. خورشید، که دمای سطح آن ۵۰۰۰ تا ۶۰۰۰ درجه سانتیگراد است، نمونه مهمی برای طبقه اول به شمار می‌رود؛ اما از این طبقه باید منابع مهمی همچون لامپهای رشته تنگستنی، قوسهای الکتريکی گوناگون تحت فشار جو، و شعله آتش را نیز به حساب آورد. جرقه‌های ناشی از برقراری ولتاژ بالا، تخلیه الکتريکی در لامپهای کم فشار از یک جسم گذاخته و برخی قوسهای الکتريکی تحت فشار کم، مانند قوس جیوه، به طبقه دوم تعلق دارند. تمایز میان این دو طبقه چندان واضح نیست، و می‌توان مرز میان این دو را پیوسته تلقی کرد؛ مثلاً با تخلیه هوای اطراف یک قوس الکتريکی ناشی از فشار جو (طبقه اول)، به فشار اندک (طبقه دوم) رسید.

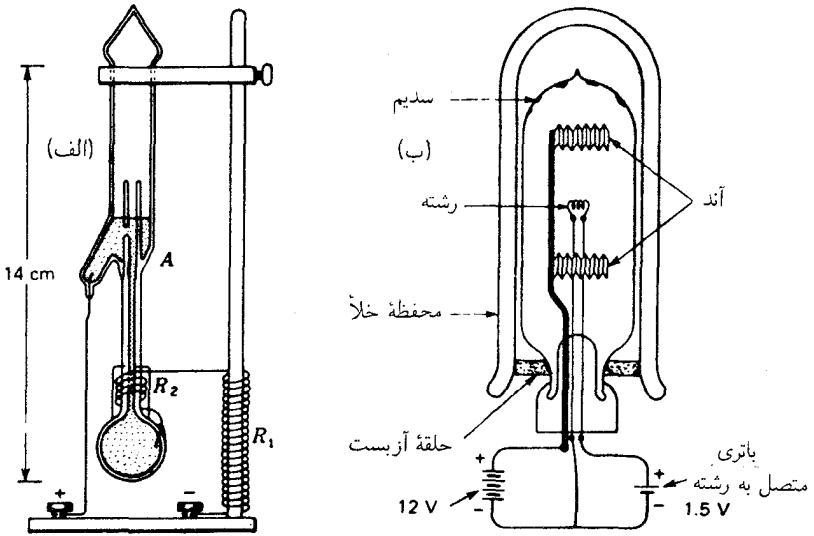
## ۲-۲۱ جامدات در دمای بالا

در اکثر منابع نور برای تولید روشنائی، عملاً از تابش جامد داغ استفاده می‌کنند. در لامپ تنگستن، رشته لامپ به واسطه تولید انرژی گرمایی گرمایی ناشی از انرژی الکتريکی و مقاومت رشته تا  $2100^{\circ}\text{C}$  گرم و گذاخته می‌شود. رشته را می‌شود تا دمای  $2300^{\circ}\text{C}$  نیز گذاخت، اما در این دما، به سبب تبخیر سریع تنگستن، زیاد دوام نمی‌آورد. در قوس کربن، در محیط هوا دمای قطب مثبت تا  $4000^{\circ}\text{C}$  و دمای قطب منفی تا  $3000^{\circ}\text{C}$  می‌رسد. قطب مثبت تبخیر می‌شود و نسبتاً به سرعت می‌سوزد، اما این پدیده، پر نورترین منبع نور قابل حصول در آزمایشگاه به شمار می‌آید. تولید گرما عمدتاً از بمباران قطب مثبت توسط الکترونهاي جزء گازی قوس ناشی می‌شود. از خود گاز نور نسبتاً اندکی گسیل می‌شود. نوع جالب توجهی از قوس الکتريکی که در صورت نیاز به یک منبع نور بسیار کوچک مفید واقع می‌شود، لامپی است به نام لامپ قوس متمرکز. نمودار ساده شده این وسیله را در شکل ۲۱-۱ (الف) مشاهده می‌کنید. کاتد این لامپ از یک لوله کوچک فلزی تشکیل می‌شود که با اکسید زیرکونیم پوشانده شده است، و آند آن صفحه فلزی سوراخداري است که سوراخش اندکی بزرگتر از سر کاتد است. قسمتهای فلزی از تنگستن، تانتالوم، یا مولیبدن ساخته می‌شوند، زیرا نقاط ذوب این فلزات بالاست. همه این اجزاء درون یک حباب شیشه‌ای قرار داده می‌شوند که از یک گاز

بی‌اثر مانند آرگون، تحت فشار تقریباً یک اتمسفر پر شده است. قوس الکتریکی میان سطح گذاخته اکسید زیرکونیم و آند پیرامون آن، مطابق شکل ۲۱-۱ (ب)، برقرار می‌شود. نوک کاتد از بمباران یونی تا دمای  $2700^{\circ}\text{C}$  یا بالاتر، داغ می‌شود و روشنایی سطحی تقریباً یکسان با روشنایی قوس کربن ایجاد می‌کند. نور مورد نیاز از سوراخ آند در جهتی که با پیکان نشان داده‌ایم خارج می‌شود. بر این اساس، لامپهایی ساخته می‌شوند که در آنها قطر سوراخ (منبع نور) به کوچکی  $0.7\text{cm}$  باشد. یکی از روشهای تولید منبعهای کوچک که هزینه کمتری هم دارد، استفاده از لامپ تنگستن با رشته مارپیچی بسیار کوچک است (مانند لامپ چراغ اصلی اتومبیل) که با برقراری ولتاژ بالاتری نسبت به ولتاژ مجاز، روشن شود. ولی این منبع به کوچکی و شدت روشنایی لامپ قوس متمرکز نیست. منبعهای دیگری که طیفهای پیوسته تولید می‌کنند، در بخش ۲۱-۹ بررسی خواهند شد.

### ۲۱-۳ قوسهای فلزی

هرگاه دو میله فلزی را به یک منبع جریان مستقیم وصل و مابین آنها تماس برقرار و سپس از هم دورشان کنیم، میان آنها یک قوس درخشان برقرار می‌شود. مقاومتی با ظرفیت تحمل جریان زیاد را باید به‌طور سری به این مدار وصل و چنان تنظیم کرد که جریان پایا از طریق قوس میان ۳ تا ۵ آمپر باشد. جریانهای بیشتر از این مقدار به تولید گرمای بسیار زیاد و ذوب الکترودها منجر خواهد شد. ضریب خودالقایی بزرگی در این مدار، قوس را پایدار خواهد کرد و در این ارتباط، ولتاژ  $220$  ولتی به  $110$  ولتی رجحان دارد. دو قطب میله‌ها را به وسیله گیره‌هایی که دارای پیچ تنظیم‌اند، به‌طور قائم و در امتداد یکدیگر قرار می‌دهند تا بتوان فاصله را تغییر داد. در قوس آهن، قطب مثبت باید پایینی باشد، زیرا یک گوی اکسیدآهن مذاب در حفره کوچکی که پس از کوتاه مدتی تشکیل شده، جمع خواهد شد و این امر به پایداری قوس کمک می‌کند. قسمت اعظم تابش نور از قوس آهن-مس یا آلومینیم از گاز منتقل شده در قوس ناشی می‌شود که تقریباً همه آن از بخار فلز تشکیل می‌شود. می‌توان نشان داد که این گاز در دمایی بین  $4000$  تا  $7000$  درجه سانتیگراد است، و ممکن است در مواردی که جریان خیلی بالاست تا  $12,000^{\circ}\text{C}$  هم برسد. معادل یک قوس فلزی را می‌توان در یک قوس کربن به این طریق ایجاد کرد که در آن قطب مثبت را در امتداد محور سوراخ و با املاح فلزی، مانند فلورید کلسیم پر کرد. گاهی مطلوب این است که قوس فلزی را در محیطی غیر از هوا برقرار کنند و در این صورت، آن را در یک محفظه تخلیه‌شده قرار می‌دهند و این قوس در فشارهای اندک نیز کار می‌کند، اما تحقق این شرایط دشوار است. در فلزاتی که نقطه ذوبشان پایین است، می‌توان قوس را به‌طور دائم در داخل یک محفظه شیشه‌ای قرار داد. قوس جیوه و قوس سدیم از این جمله‌اند، و هر دو در آزمایشگاههای اپتیکی،



شکل ۲۱-۲ (الف) یک قوس جیوه کوچک که به طور خودکار روشن می‌شود؛ (ب) یک قوس سدیم.

کاربردهای فراوان دارند. در قوس جیوه‌های قدیمی، جیوه مایع در یک محفظه شیشه‌ای کاملاً تخلیه شده از هوا، به شکلی که جیوه دو قطب مجزا از هم تشکیل بدهد، محبوس می‌شود. این دو قطب با دو سیم که به وسیله شیشه از هم جدا شده‌اند، اتصال الکتریکی برقرار می‌کنند. برای راه انداختن قوس، ضربات کوچکی به آن وارد می‌آورند تا اینکه نوار جیوه نازکی دو قطب را برای لحظه کوتاهی متصل کند و سپس قطع شود. با گرم شدن قوس، فشار بخار جیوه افزایش می‌یابد، و تا وقتی که هنوز فضای زیادی برای سرمایش و چگالش وجود داشته باشد، قوس خاموش خواهد شد. با وجود ضریب خودالقایی کافی در مدار، قوس می‌تواند در دما و فشار بالا راه افتد و یک منبع بسیار پرنوری تولید کند. به این منظور، محفظه را از کوارتز مذاب می‌سازند تا بتواند دماهای بالا را تحمل کند. کوارتز این مزیت را هم دارد که نور فرابنفش را عبور می‌دهد (بخش ۲۲-۳) و قوسهای کوارتزی در طیف‌نمایی و اهداف درمانی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرند. در کاربرد آنها باید بسیار مراقب بود و زیاد به قوس نگاه نکرد، مگر اینکه از عینک مناسب استفاده شود. در غیر این صورت، عوارضی چون التهاب دردناک چشم پیش خواهد آمد. این امر در مورد قوسهای فلزی یاد شده نیز صادق است.

مطابق شکل ۲۱-۲(الف)، قوس جیوه را می‌توان طوری آرایش داد که به طور خودکار روشن شود. در نوعی که نشان داده‌ایم، یک منبع باریک قائم پرنور جیوه فراهم می‌آورد که برای تاباندن



نور به یک شکاف مناسب است. قوس نور در یک لوله موئین با قطر داخلی  $2\text{ mm}$  تشکیل می‌شود و در حدود یک دقیقه پس از اتصال آن به ولتاژ جریان مستقیم  $11^\circ$  ولتی روشن می‌شود. قبل از روشن شدن، جریان الکتریکی به وسیله مقاومتهای  $R_1$  و  $R_2$  که به ترتیب  $8^\circ$  اهم و  $7^\circ$  اهم هستند، تقریباً به جریان  $1.5\text{ A}$  محدود می‌شود.  $R_2$  به قسمت پایین لوله موئین پیچیده شده و محکم و پوشیده است، از این رو جیوه را در آن نقطه گرم می‌کند، تا اینکه یک حباب بخار جیوه تشکیل، و ستون جیوه قطع شود. قوس حاصل از قطع، این مقدار فشار تولید می‌کند که بتواند جیوه بالای خود را با فشار به نقطه  $A$  برساند. در این صورت قوس منحصر است به لوله موئین از  $A$  به  $R_2$ . اکنون جریان به حدود  $1^\circ A$  افت کرده است که ناشی از مقاومت اضافی خود قوس است.

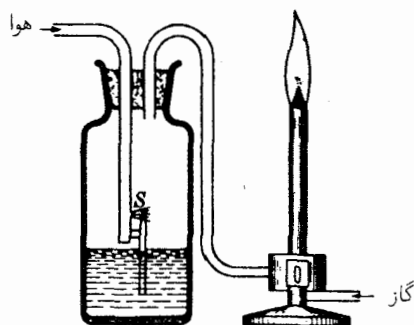
قوس سدیم [شکل ۲۱-۲(ب)] را همیشه درون یک محفظه دوجداره از شیشه مخصوصی که بر اثر بخار سدیم داغ سیاه نمی‌شود قرار می‌دهند. محفظه درونی حاوی گاز آرگون یا نئون در فشار اندک است، و مقدار کمی سدیم فلزی دارد. تخلیه الکتریکی ابتدا در گاز بی‌اثر توسط الکترونهايي که از یک رشته پیچی  $F$  و یک پتانسیل مثبت نسبتاً پایین، که در دو سر آن برقرار شده است، به راه می‌افتد. چون فضای میان دو جداره تخلیه شده است تا از خروج گرما جلوگیری شود، دمای درون محفظه به سرعت بالا می‌رود و به دمایی می‌رسد که سدیم ذوب و تبخیر می‌شود و به قوس می‌پیوندد. در این وضعیت، طیف گاز بی‌اثر رنگ می‌بازد و از بین می‌رود و جای آن را تابش سدیمی می‌گیرد که اتمهای خیلی آسانتر یونیده می‌شوند. این تابش تقریباً به طور کلی از خط زرد دوگانه سدیم تشکیل می‌یابد، لذا این قوس بدون نیاز به پالایه، اساساً نور تکفامی ایجاد می‌کند. این خط دو تایی چندان باریک است (فاصله دو خط،  $5.97\text{ \AA}$ ) که برای طیف‌نمایی تحت پاشیدگی اندک و برای اندازه‌گیریهای تداخل در اختلاف راههای کوتاه، می‌توان آن را یک تک خط تلقی کرد که طول موج متوسط آن عبارت است از  $5892\text{ \AA}$ .

هر چند که قوسهای توصیف شده در بالا، برای استفاده در طیف‌نماهای کوچک توری یا منشوری منابع رضایت بخشی به شمار می‌آیند، اما هیچکدامشان برای تحقیقات در زمینه پاشندگیهای بسیار بالا، خطوط طیفی به اندازه کافی واضحی را تولید نمی‌کنند. فشارهای نسبتاً بالا، دمای زیاد و چگالی جریان زیاد باعث پهن‌شدگی خطوط طیفی می‌شوند. ساده‌ترین راه تولید خطوط واضحتر، استفاده از تخلیه الکتریکی گاز بی‌اثر آمیخته با اندکی بخار فلزی، و محدود کردن جریان به چند میلی‌آمپر است. تخلیه الکتریکی یا می‌تواند قوسی با ولتاژ پایین از نوعی باشد که در بالا توصیف کردیم و یا روند تخلیه‌ای توسط رشته گداخته در یک لامپ خلا (بخش ۲۱-۶). امروزه، منابع بسیار مناسبی از این دست، نه تنها برای جیوه و سدیم، بلکه برای کادمیم، روی و سایر فلزات با دمای ذوب پایین، به صورت تولید انبوه در اختیار مصرف‌کنندگان قرار می‌گیرند. در واقع لامپ معمولی

فلوئورسانی جیوه از نوعی است که در تولید خطوط واضح کاربرد دارد، به شرطی که پوشش داخلی ماده فلوئورسانی آن حذف شود.

## ۲۱-۴ شعله بونزن

هرگاه در قاعده شعله بونزن امکان ورود هوای کافی میسر باشد، شعله عملاً بی‌رنگ است، مگر مخروط سبز-آبی نوک آن که اطراف مخروط تاریک داخلی ناشی از گاز مشتعل‌نشده را فرا گرفته است. دمای رأس مخروط در حدود  $1800^{\circ}\text{C}$  است که برای ایجاد گسیل نور از املاح فلزات مشخصی که در آن قرار داده شوند، کفایت می‌کند. رنگ شعله و طیف ناشی از آن، از مشخصه‌های فلز به‌کار رفته است و به نوع املاح آن فلز بستگی ندارد. ترکیبات کلرید معمولاً فرارترین املاح به‌شمار می‌آیند و رنگ‌آمیزی شدید را ایجاد می‌کنند. رنگ شعله سدیم زرد، استرانسیم قرمز، تالیم سبز، و ... است. برای پاشاندن املاح روی شعله، روش متداول استفاده از حلقه‌ای است که در انتهای یک سیم پلاتین تعبیه می‌کنند. ابتدا آن را داخل اسید هیدروکلرید فرو می‌برند و سپس تا مدتی روی شعله نگه می‌دارند که زردی سدیم ناپدید شود. سپس در حالی که حلقه داغ و سرخ شده است، آن را به پودر نمک مورد نظر آغشته می‌کنند که مقدار کمی از آن بر اثر داغی حلقه ذوب می‌شود و به آن می‌چسبد. حال، چنانچه دوباره آن را داخل شعله فرو بریم، رنگ حاصل شدید است اما مدت کوتاهی دوام می‌آورد. یکی دیگر از روشهای بهتر، عبارت است از آغشتن پودر بسیار ریز محلول کلرید با گاز سوختنی قبل از ورود آن به شعله بونزن. این کار به کمک دستگاهی که در شکل ۲۱-۳ مشاهده می‌کنید، به بهترین وجهی صورت می‌گیرد؛ البته به شرط اینکه هوای فشرده وجود داشته باشد. هوای فشرده به‌وسیله پودرساز S، بطری را از ذرات ظریف پر می‌کند، و



شکل ۲۱-۳ آرایش تجربی برای تولید طیفهای مختلف از طریق وارد کردن املاح فلزات داخل شعله بونزن.

این ذرات از طریق لوله‌ای در نوک بطری به پایین شعله وارد می‌شوند. این کار به تولید یک منبع نور ثابت می‌انجامد و برای استفاده در آزمایشگاه، به‌منظور مطالعه طیفهای ناشی از شعله بسیار مناسب است. متأسفانه، این روش برای تعداد محدودی از فلزات قابل استفاده است که مناسبترین آنها، لیتیم، سدیم، پتاسیم، روییدیم، سزیم، منگنز، کلسیم، استرانسیم، باریم، روی، کادمیم، ایندیم، و تالیم را شامل می‌شوند. عناصر دیگر را می‌توان در شعله‌های داغتر اگسی گاز یا اگسی هیدروژن به‌کار برد، اما کار با این شعله‌ها چندان راحت نیست.

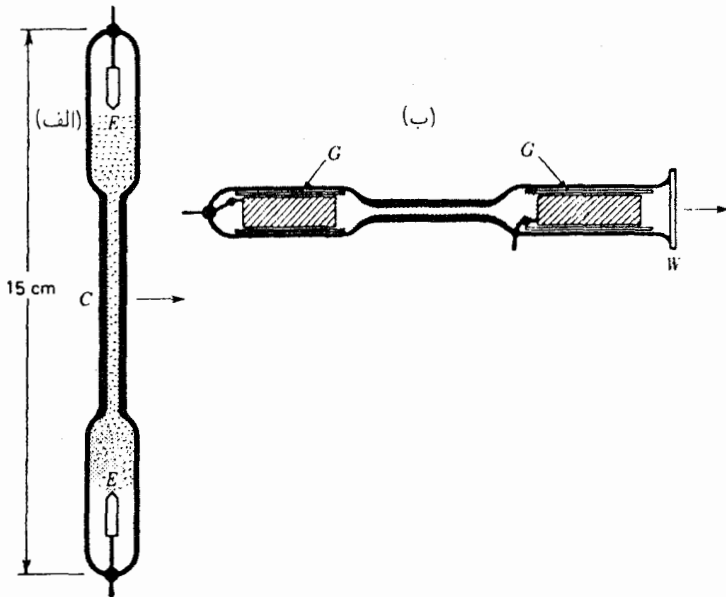
## ۲۱-۵ جرقه

با اتصال یک زوج الکتروود فلزی به ثانویه یک پیچۀ القاگر یا ترانسفورماتور ولتاژ بالا، می‌توان جرقه‌هایی تولید کرد که از فاصله چندین میلیمتری در هوا ایجاد می‌شوند. هرگاه در مدار خازن وجود نداشته باشد، جرقه آرام است و زیاد هم پرنور نیست. تابش این جرقه بیشتر از داخل هوای مابین دو الکتروود گسیل می‌شود. با اتصال موازی یک خازن با مدار جرقه (مانند بطری لیدن)، جرقه را می‌توان بسیار شدیدتر و پرنورتر کرد، در این صورت یک جرقه متراکم یا فشرده حاصل شده است. این جرقه، منبع فوق‌العاده پرنوری است که طیف آن مملو از خطوط مشخصه فلز الکتروودهاست. جرقه فشرده، نه تنها پر سروصدا و مخاطره‌آمیز است، بلکه خطوط طیفی آن هم بسیار پهن‌اند. با همه اینها، شدیدترین برانگیختگی ممکن را فراهم می‌آورد، و منبع بسیار کارآمدی برای ایجاد خطوط طیفی اتمهای یونیده‌ای که یک یا دو الکترون از دست داده‌اند، به‌شمار می‌رود. خطوط طیفی جرقه فشرده را خطوط دمای بالا یا خطوط جرقه می‌نامند.

## ۲۱-۶ لامپ خلا

این منبع متداول را به‌جهت کاربردش در تابلوهای تبلیغاتی همه می‌شناسند. لامپهای نئون حاوی گاز نئون خالص تحت فشار تقریباً  $2\text{cmHg}$  هستند. الکتروودهای فلزی در دو سر لامپ لوله‌ای نصب شده‌اند، و جریان الکتریکی با برقرار کردن پتانسیل  $5000$  تا  $15000$  ولتی که از یک ترانسفورماتور تغذیه می‌شود، جریان پیدا می‌کند. رنگهای دیگر را می‌توان با افزودن اندکی جیوه به لامپ لوله‌ای نئون یا آرگون، تولید کرد. گرمای حاصل از تخلیه الکتریکی جیوه را تبخیر می‌کند، و رنگهای مشخصه طیف جیوه به‌دست می‌آیند. اگر لامپ را از شیشه رنگی بسازند، برخی رنگهای طیف جیوه جذب می‌شوند و می‌شود رنگهای مختلفی مانند آبی یا سبز تولید کرد.

در آزمایشگاه هم بر همین اساس در مقیاس کوچکتر، برای برانگیختن تابشهای مشخصه گازها یا بخارهای مختلف، به‌کار گرفته می‌شود. دو نوع رایج لامپ تخلیه را در شکل ۲۱-۴ مشاهده



شکل ۲۱-۴ لوله‌های تخلیه الکتریکی برای تولید طیفهای گازها در فشار کم.

می‌کنید. نوع (الف) در مواردی مناسب است که حداکثر شدت ضروری نباشد؛ مثلاً وقتی که لامپ را با یک پیچۀ کوچک القایی به‌کار می‌اندازیم. الکترودهای  $E$ ، عبارت‌اند از قطعات کوچک میله آلومینیومی که به دو سر سیمهای تنگستن جوش داده شده‌اند و سیمهای تنگستنی را هم با شیشه پوشانده‌اند. نور در قسمت لوله موین  $C$ ، که چگالی جریان در آنجا از همه جا بیشتر است، حداکثر شدت را دارد و از کنار، در جهتی که پیکان نشان می‌دهد، مشاهده می‌شود. شدتهای بسیار بیشتر را می‌توان در نوع (ب) به‌دست آورد. در این نوع، الکترودها از ورقه آلومینیومی هستند که لوله شده‌اند، و به قسمت داخلی دو لوله شیشه‌ای  $G$ ، که به‌راحتی درون لوله اصلی قرار می‌گیرند، کشیده شده‌اند. با پوشاندن نوار باریکی از ورقه‌های آلومینیومی روی سیمهای تنگستن و پرچشان، محکم می‌شوند. سطح بزرگ الکترودها، بهره‌گیری از جریانهای الکتریکی بزرگ بدون گرم شدن بیش از حد آنها را میسر می‌کند. جریان الکتریکی معمولاً از یک ترانسفورماتور تغذیه می‌شود. مشاهده نور از طریق یک پنجره شیشه‌ای تخت،  $W$ ، که می‌توان آن را مستقیماً به لوله اصلی جوش داد، صورت می‌گیرد. لوله‌های شیشه‌ای داخلی،  $G$ ، برای جلوگیری از نشست آلومینیوم روی دیواره‌های خارجی لوله اصلی در نظر گرفته شده‌اند که در صورت استفاده در فشارهای پایین نسبتاً به‌سرعت صورت می‌گیرد.

فشار دقیقی که در مسدود کردن یک لوله تخلیه باید وجود داشته باشد، در حدود  $5\text{mmHg}$  تا  $10\text{mmHg}$  است که به گاز به‌کار رفته و طیف مورد نظر بستگی دارد. تنها تعداد محدودی از گازها برای کاربرد دائمی در لوله‌های مسدود یاد شده در بالا به مدتی طولانی، مناسب‌اند. از جمله، گازهای بی‌اثر نئون، هلیوم و آرگون بسیار مناسبند. لوله‌های تخلیه گازهای هیدروژن، نیتروژن، و کربن دی‌اکسید مدت کوتاهی دوام می‌آورند؛ گاز به تدریج از لوله ناپدید می‌شود و یا ذراتی به آن افزوده می‌شود که دیگر تخلیه ادامه نمی‌کند، و قطع می‌شود. دو فرآیند در این پیش‌آمد دخیل‌اند. حجم گاز بر اثر ترکیب با فلز الکترودها، کاهش می‌یابد. یا، حتی در گازهای بی‌اثر شیمیایی، کاهش فشار در پی جذب گاز از لکه‌هایی صورت می‌گیرد که از لایه‌های فلزی توسط الکترودها به روی دیواره‌ها پاشیده می‌شود.

## ۲۱-۷ طبقه‌بندی طیفها

طیفها به دو طبقه اصلی، طیفهای گسیلی (نثری) و طیفهای جذبی، تقسیم می‌شوند.

طیفهای گسیلی پیوسته	طیفهای جذبی پیوسته
طیفهای گسیلی خطی	طیفهای جذبی خطی
طیفهای گسیلی نواری	طیفهای جذبی نواری

طیفهای گسیلی هنگامی حاصل می‌شوند که نور مستقیماً از منبع مورد مطالعه به طیف‌نما می‌رسد. طیفهای جذبی وقتی به وجود می‌آیند که نور منبعی که دارای طیف پیوسته است، از یک ماده جاذب بگذرد و سپس به طیف‌نما برسد. در شکل‌های ۲۱-۷، ۲۱-۸، و ۲۱-۹، عکسبرداری از طیفهایی را مشاهده می‌کنید که هر سه حالت در طیفهای اصلی را باز نموده‌اند. جامدات و مایعات، به استثنای چند مورد انگشت‌شمار\* تنها طیفهای گسیلی و جذبی پیوسته تولید می‌کنند، که در آنها گستره وسیعی از طول‌موجها، بدون هر نوع ناپیوستگی واضح، حضور دارند. طیفهای ناپیوسته (خطی و نواری) از گازها به‌دست می‌آیند. در موارد مشخصی، ممکن است گازها هم یک طیف پیوسته واقعی گسیل یا جذب کنند (بخش ۲۱-۹). هر سه نوع طیف گسیلی را می‌توان به‌سهولت با یک قوس کربن مشاهده کرد. اگر طیف‌نما را به‌سوی قطب ملتهب سفید قوس متوجه کنیم، طیف به‌دست آمده کاملاً پیوسته است. اگر آن را به طرف قسمت بنفش تخلیه‌گازی میان قطبها، متوجه کنیم، نوارهای سبز و بنفش دیده می‌شود. همیشه هم چند خط، مانند خط سدیم که ناشی از ناخالصی در کربنهاست، وجود دارد.

\* بعضی ترکیبات فلزات خاکی کمیاب در دماهای بالا، روی زمینه طیفی پیوسته، طیفهای خطی تولید می‌کنند. طیفهای جذبی آنها، مثلاً طیف شیشه دیدیمیم (didymium)، نواحی جذبی باریکی نشان می‌دهند که در دمای هوای مایع به خطوط جذبی واضح تبدیل می‌شوند.

## ۲۱-۸ گسیلندگی (توان گسیلی) و ضریب جذب

هر چند که در این فصل در وهله اول با منبعهای مختلف نور، و بنابراین، گسیل آن سروکار داریم، بی‌مناسبت نیست که در اینجا، رابطه بسیار با اهمیتی را که مابین توان گسیل و ضریب جذب هر سطحی برقرار است، بیان کنیم. هرگاه جامدی را گرما بدهند، طیف گسیلی پیوسته‌ای تولید می‌کند. مقدار تابش در این طیف، و توزیع آن، مابین طول‌موجهای مختلف، با قانون تابش کیرشهوف\* توصیف می‌شوند. بنابراین قانون، نسبت توان به ضریب جذب برای همه اجسام در دمایی معین، یکسان است. این قانون را به زبان معادله می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{W}{a} = \text{ثابت} = W_B \quad (۱-۲۱)$$

کمیت  $W$  عبارت است از انرژی کل تابیده از یک مترمربع در هر ثانیه، و  $a$  نمایشگر کسری از تابش فرودی است که توسط سطح، بازتابیده یا تراگسیل نشده است. برای ثابت نمایانگر این نسبت، از نماد  $W_B$  بهره گرفته‌ایم که در واقع نشان‌دهنده توان گسیل جسم سیاه است. این اصطلاح جسمی را مشخص می‌کند که کاملاً سیاه است، یعنی جسمی که همه تابشهای فرودی بر سطح خود را جذب می‌کند. لذا برای چنین جسم ایده‌آلی،  $a_B = 1$  و  $W_B$  برابر است با نسبت ثابت  $W/a$ ، برای اجسام دیگر.

قانون کیرشهوف بیانگر یک رابطه کلی مابین گسیل و جذب تابش به وسیله سطح اجسام گوناگون است. چنانچه ضریب جذب بالا باشد، توان گسیل (گسیلندگی) نیز باید بالا باشد. در اینجا توجه به این موضوع اساسی است که تشخیص تفاوت میان اصطلاح جذبندگی، که معیار مقدار نور ناپدید شده (از بین رفته) در یک تک بازتابش است، و جذب در داخل پیکره ماده‌ای که با ضریب جذب  $\alpha$  تعیین می‌شود، چگونه است. جذب عبارت از اتلاف نور در طی عبور از ماده است و با جذبندگی سطح رابطه ساده‌ای ندارد. مثلاً در مورد فلزات، ضریب جذبی خیلی بالا با بازتابندگی زیاد همبسته است. اما بازتابندگی زیاد به معنای جذبندگی کم نیز هست. به این ترتیب، در فلزات و به طور کلی برای سطوح صاف مواد خالص، ضریب جذب بالا،  $\alpha$ ، بالا لزوماً به معنای جذبندگی پایین،  $a$ ، به حساب می‌آید.

جسم سیاه، که می‌توان، مثلاً یک قطعه کربن را با محدودیت زیاد با آن مشابه پنداشت، در دمایی مفروض بزرگترین مقدار تابش را گسیل می‌کند. مواد شفاف یا بسیار بازتابان، برای نور مرئی گسیلنده‌های ضعیفی به شمار می‌روند، حتی وقتی دمای آنها خیلی بالا باشد. در شکل ۲۱-۵

\* گوستاو کیرشهوف (Gustav Kirchhoff) (۱۸۲۴-۱۸۸۷). استاد فیزیک در دانشگاه‌های هایدلبرگ و برلین. وی علاوه بر کشف برخی از قوانین بنیادی الکتریسته، در کنار بوزن، علم تجزیه شیمیایی از طریق طیفها را بنیان گذارده است.



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۵ عکس یک اتوی برقی، که قانون تابش کیرشهوف را نمایش می‌دهد. (الف) عکس با فیلم عکاسی حساس به فروسرخ گرفته شده، در حالی که اتو داغ است اما نور مرئی گسیل نمی‌کند؛ (ب) عکس با فیلم عکاسی و روشنایی معمولی گرفته شده، و دمای اتو با دمای اتاق یکسان است. برای توجیه کاربرد قانون در طول موجهای مختلف به متن کتاب توجه کنید.

نمایش عملی کارایی و صحت قانون کیرشهوف را مشاهده می‌کنید. تصویر سمت راست، عکسی معمولی از اتوی برقی در دمای اتاق است. چند لکه مرکب سیاه روی سطح آن پاشیده شده است و در این عکس رنگ سیاه آنها معلوم است، زیرا نواحی با جذبندگی زیادند. بقیه سطح بازتابان است، و از این رو جاذب ضعیفی به‌شمار می‌رود. تصویر سمت چپ، وقتی اتو گرم شده، گرفته شده است. دمای اتو در حدود  $400^{\circ}\text{C}$  بوده و از این رو هیچ تابش مرئی گسیل نمی‌شده است. با همه اینها، با استفاده از فیلم عکاسی حساس به پرتو فروسرخ یک عکس مفید به‌دست آمده است. با همه اینها که اتو را نمی‌توان با چشم در تاریکی دید، در این عکس ملاحظه می‌شود که لکه‌های قبلاً سیاه (جاذب‌های خوب) اکنون پرنورتر از نواحی پیرامونشان هستند، هر چند هم که دما در هر دو یکسان است. به این ترتیب، این لکه‌ها، مطابق پیشگویی قانون کیرشهوف، گسیلندگی بالاتری دارند. در این فرض بر آن است که لکه‌های مرکب، چون در نور مرئی سیاه هستند، بنابراین برای نور فروسرخ نیز جاذبهای خوبی به‌شمار می‌روند. در واقع این امر اساسی است که بدانیم  $W$  و  $a$  به یک طول موج و یا گستره‌ای از طول موجها مربوط می‌شوند. برای تابش در یک بازه کوچک طول موجی، می‌توان نوشت:

$$\frac{W_{\lambda}}{a_{\lambda}} = W_{B\lambda} \quad (2-21)$$

اندیس  $\lambda$  نمایانگر این است که گسیلندگی و جذبندگی در طول موج خاصی هستند. این طرز نمایش قانون، در طیفهای ناپیوسته کاربردهای مهمی دارد. (بخش ۲۱-۱۰).

## ۲۱-۹ طیفهای پیوسته

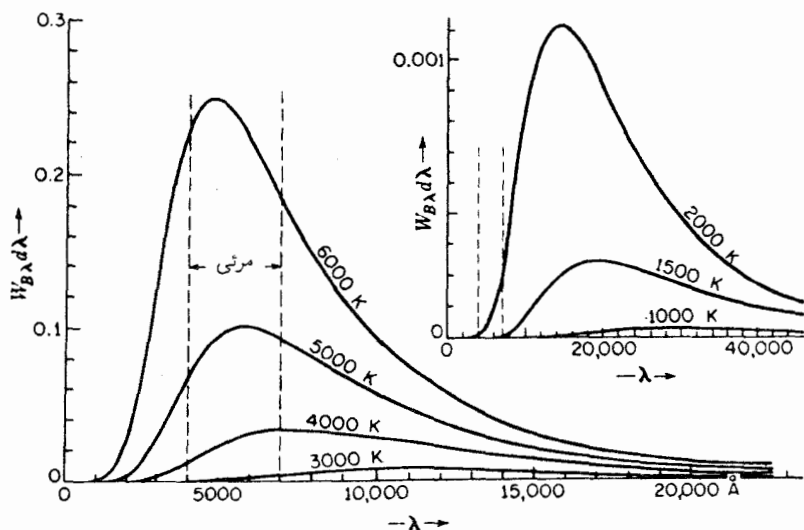
جامدات در دمای بالا، رایجترین منابع طیفهای گسیلی پیوسته هستند و برخی از آنها را در بخش ۲۱-۲ توصیف کرده‌ایم. اما، تاکنون در مورد توزیع انرژی میان طول‌موجهای مختلف یک طیف پیوسته، سخنی به‌میان نیاورده‌ایم. بنابر قانون کیرشهوف، این موضوع به توانایی سطح در جذب نور با طول‌موجهای مختلف بستگی دارد. به این ترتیب که مثلاً در یک ظرف چینی با رنگ آمیزی سرخ، قسمت‌های سرخ‌رنگ، نور آبی و بنفش را بیشتر از قرمز جذب می‌کنند. حال اگر ظرف چینی را در کوره‌ای با دمای بالا قرار دهیم و دمای آن را بالا ببریم، وقتی آن را بیرون می‌آوریم، قسمت قرمز رنگ در گسیل نور از ظرف گذاخته به‌رنگ مایل به آبی در خواهد آمد، زیرا قسمت‌های قرمز رنگ بهترین جاذب و گسیلنده رنگ آبی هستند؛ بنابراین، به‌طور کلی، طیف بازتابندگی جسم جامد، بهترین شاهد راهنما برای طیف گسیلی آن است.

جسم سیاهی که همه طول‌موجها را به‌طور کامل جذب می‌کند، به‌عنوان استاندارد مقایسه تلقی می‌شود، زیرا حالت به‌خصوص ساده‌ای است که می‌توان تابش مواد دیگر را با آن مقایسه کرد. در شکل ۲۱-۶ توزیع انرژی در تابش یک جسم سیاه در هفت دمای مختلف، و در شکل ۲۱-۷ (الف) عکس طیف واقعی متناظر با این منحنیها را مشاهده می‌کنید.\* منحنی با دمای  $2000^\circ\text{K}$  توزیع انرژی در یک رشته تنگستنی را به‌خوبی نشان می‌دهد، و منحنی با دمای  $6000^\circ\text{K}$  نزدیک به توزیع انرژی در خورشید (با چشمپوشی از مناطق باریک جذبی ناشی از خطوط فرانهوفر) است. مساحت زیرمنحنی عبارت است از انرژی کل گسیلی همه طول‌موجها و با دمای مطلق جسم به‌سرعت افزایش می‌یابد. اگر انرژی کل گسیلی از سطح یک جسم سیاه بر مترمربع بر ثانیه را با  $WB$  نشان دهیم، و  $T$  دمای مطلق برحسب گلوین باشد، بنابر قانون استفان-بولتزمن\*\*

\* در مقایسه طیفهای شکل ۲۱-۷ (الف) با منحنیهای شکل ۲۱-۶ باید به‌خاطر داشت که طیفهایی که از آنها عکسبرداری شده، توزیع حقیقی شدت در طول‌موجهای مختلف را، به‌سه دلیل بازسازی نمی‌کنند: (۱) پاشندگی منشور، طیف را در انتهای طول‌موج بلند تضعیف می‌کند؛ (۲) فیلم عکاسی برای طول‌موجهای مختلف به یکسان حساس نیست. به‌خصوص، فیلمی که در اینجا به‌کار رفته است، در فراتر از طول‌موج  $6600$  اصلاً جواب نمی‌دهد؛ (۳) سیاه‌شدگی فیلم با شدت متناسب نیست.

\*\* لودویگ بولتزمن Ludwig Boltzmann (۱۸۴۴-۱۹۰۶). از سال ۱۸۹۵ تا هنگام خودکشی در سال ۱۹۰۶، استاد فیزیک دانشگاه وین بود. قانون تابش را نخست یوزف استفان Josef Stefan (۱۸۳۵-۱۸۹۳) بیان کرده است. بولتزمن نیز مبانی نظری این قانون را مستقل از استفان ابراز داشته است. استفان، عمدتاً به‌خاطر آثارش در نظریه جنبشی و قانون دوم ترمودینامیک معروف است.





شکل ۶-۲۱ منحنیهای تابش جسم سیاه که از روی مقیاس ترسیم شده‌اند. محورهای عرضی شدت را برحسب کالری بر سانتیمتر مربع بر ثانیه در بازه طول موج  $d\lambda$  یک  $\text{\AA}$  نشان می‌دهند.

• 
$$W_B = \sigma T^4 \quad (۳-۲۱)$$

مقدار ثابت  $\sigma$  برابر است با  $۱.۳۵۶۷ \times 10^{-11} \text{ kcal/m}^2 \text{ sK}^4$  و یا  $۵.۶۷۰ \times 10^{-8} \text{ J/m}^2 \text{ sK}^4$ . طول موج ماکزیموم هر منحنی،  $\lambda_{\text{max}}$ ، به دمای مطلق بستگی دارد که از قانون جابه‌جایی وین\* به دست می‌آید، که می‌شود آن را به طریق زیر نوشت:

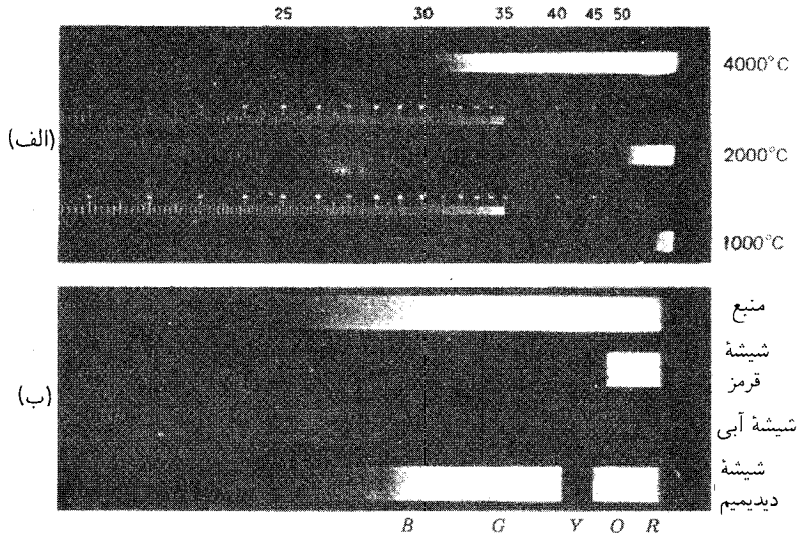
$$\lambda_{\text{max}} T = \text{const.} = ۲,۸۹۷۰ \times 10^{-3} \text{ m K} \quad (۴-۲۱)$$

و در آن  $\lambda_{\text{max}}$  برحسب متر است. شکل خود منحنی از قانون پلانک\*\* به قرار

• 
$$W_{B\lambda} \Delta\lambda = \frac{hc^2 \Delta\lambda}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)} \quad (۵-۲۱)$$

\* ویلهلم وین Wilhelm Wien (۱۸۶۴-۱۹۲۸) فیزیکدان آلمانی در سال ۱۹۱۱ برای آثارش در حوزه نورشناخت و تابش، جایزه نوبل را دریافت کرده است. او در زمینه پرتوهای کاتدی و پرتوهای کانالی نیز به یافته‌ها و کشفهای مهمی نایل آمده است.

\*\* ماکس پلانک (۱۸۵۸-۱۹۴۷). استاد دانشگاه برلین. در سال ۱۹۱۸ به خاطر کشف قانون تابش جسم سیاه و سایر آثارش در ترمودینامیک به دریافت جایزه نوبل نایل شد.



شکل ۲۱-۷ طیفهای پیوسته. (الف) طیفهای گسیلی پیوسته یک جامد در سه دمای ذکر شده، که به وسیله طیف‌نگار کوآرتزی گرفته شده است. طیفهای ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ درجه سانتیگراد از یک رشته تنگستنی گرفته شده است. طیف ۴۰۰۰ درجه سانتیگراد از قطب مثبت یک قوس کربن است. مقیاس طول موج برحسب ۱۰۰ انگستروم است؛ (ب) طیف پیوسته جذبی. طیف بالایی طیف منبع به‌تنهایی است، که از ۴۰۰۰ Å تا ۶۵۰۰ Å گسترده است. سایر طیفها تأثیر قرار دادن سه نوع شیشه رنگی میان منبع و طیف‌نگار را نشان می‌دهند.

به‌دست می‌آید که در آن  $W_{B\lambda}$  انرژی در نوار طول موج میان  $\lambda$  و  $\lambda + \Delta\lambda$  برحسب ژول بر مترمربع بر ثانیه سطح تابنده است،  $c$  سرعت نور،  $\lambda$  طول موج،  $T$  دمای مطلق،  $e$  مبنای لگاریتم نپری،  $k$  ثابت بولتزمن از قانون گازهای کامل،  $h$  ثابت پلانک است:

$$h = ۶,۶۲۶۲ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ J s}$$

$$k = ۱,۳۸۰۵ \times ۱۰^{-۲۳} \text{ J/K}$$

$$c = ۲,۹۹۷۹ \times ۱۰^8 \text{ m/s}$$

$$e = ۲,۷۱۸۳$$

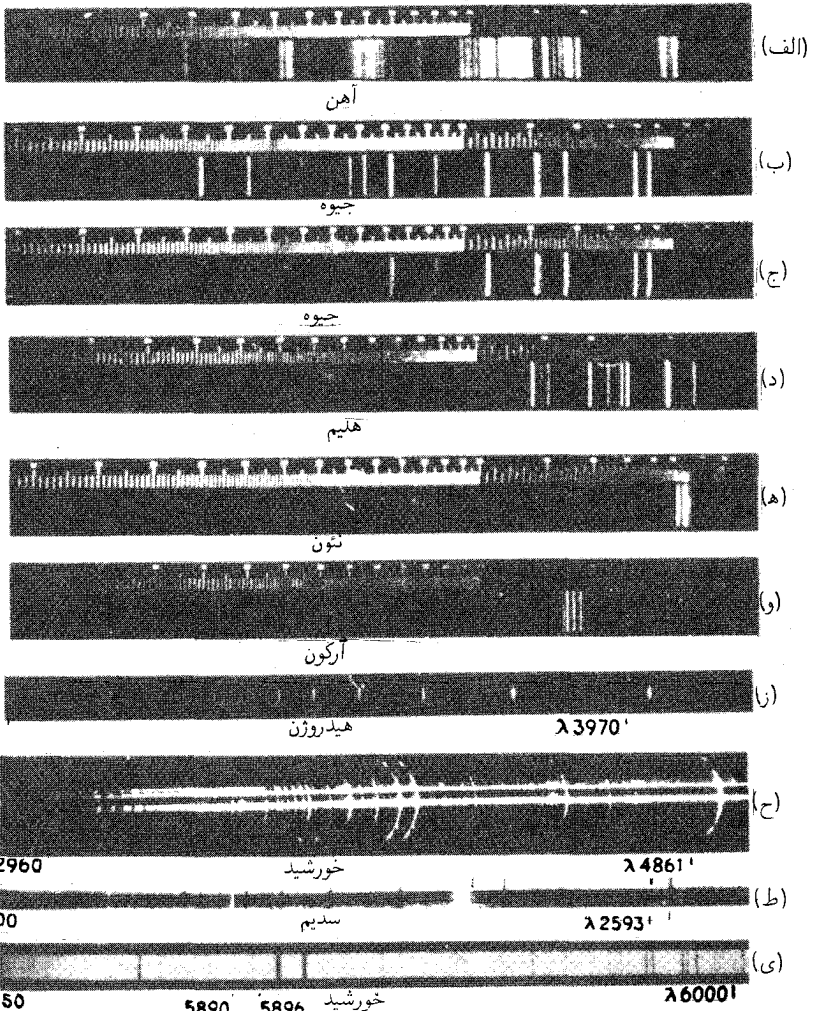
البته این مقادیر ثابت با مقادیر ثابت مربوط به قوانین استفان-بولتزمن و وین مرتبط‌اند، زیرا معادله (۳-۲۱) را می‌توان از معادله (۵-۲۱)، از طریق انتگرالگیری آن از  $\lambda = 0$  تا  $\lambda = \infty$  به‌دست آورد، و معادله (۴-۲۱) به‌این صورت به‌دست می‌آید که از معادله (۵-۲۱) نسبت به  $\lambda$

مشتق بگیریم و آنرا مساوی صفر قرار دهیم تا مقدار ماکزیموم به دست آید. بدیهی است که این معادلات فقط در مورد تابش جسم سیاه ایده آل صادق اند. هرگز نمی توان عملاً به جسم سیاه ایده آل دست یافت، ولی هر سطح سیاه تقریباً یک جسم سیاه تلقی می شود و بهتر از آن، جسمی توخالی است با دیواره های داخلی سیاه رنگ و با سوراخی که روی آن تعبیه می شود؛ این سوراخ تقریباً به یک جسم سیاه تبدیل می شود، زیرا پرتوهایی که بر آن فرود می آیند و وارد فضای خالی می شوند، در داخل آن جذب می شوند و یا در صورت بازتابش احتمال خروجشان از سوراخ نزدیک به صفر است. کمیت  $W_{B\lambda} d\lambda$  نمایانگر گسیل تابش ناقطبیده بر مترمربع بر ثانیه در تمام جهتها در بازه  $d\lambda$  است.

برای مطالعه طیفهای جذبی در ناحیه فرابنفش، گاهی وجود منبعی که بتواند این تابش را تولید کند، ضرورت پیدا می کند. جامدات داغ برای این منظور زیاد مناسب نیستند، زیرا مقدار تابش فرابنفش آنها اندک است. معلوم شده است که برای این منظور یک لامپ تخلیه هیدروژن تحت فشار ۵ تا ۱۰ میلیمتر جیوه بسیار رضایت بخش است. با برقراری جریان چند دهم آمپری و تحت ولتاژ  $2000V$  در لوله موئین با قطر نسبتاً زیاد (در حدود  $5mm$ ) طیف پیوسته بسیار شدیدی به دست می آید. شدت ماکزیموم این طیف در ناحیه رنگ بنفش است، اما این طیف تا طول موج  $1700 \text{ \AA}$  فرابنفش گسترده می شود.

## ۲۱-۱۰ طیفهای خطی

وقتی بر شکاف یک طیف نمای منشوری یا توری با یک قوس جیوه نور می تابانیم، خطوط متعددی به رنگهای مختلف در چشمی دوربین آن دیده می شوند. عکسهای چند طیف خطی را در شکل ۲۱-۸ (الف) تا ۲۱-۸ (ی) مشاهده می کنید. هر یک از این خطوط، تصویری از یک شکاف هستند که توسط عدسی تلسکوپ از نوری با طول موج خاص تشکیل می شوند. طول موجهای مختلف را منشور یا توری به زاویه های مختلف منحرف می کند؛ از این رو تصاویر خطی با همدیگر فاصله دارند. توجه به این امر مهم است که طیفهای خطی نامشان را از شکل شکاف گرفته اند که معمولاً در طیف بینی به کار می رود و تصویر آن به صورت یک خط است. هرگاه دهانه به کار رفته موازی ساز به صورت نقطه، قرص، یا هر شکل دیگری می بود، خطوط طیفی هم به شکل نقاط، قرصها، و ... به دست می آمدند. در عکسبرداری از طیف منبعهای نجومی (ستارگان)، غالباً موازی ساز را به کلی حذف می کنند و جلوی عدسی دوربین یک منشور یا توری قرار می دهند و در واقع دوربین را به طیف نما تبدیل می کنند. در این صورت، هر "خط" طیفی به شکل منبع دیده می شود. مثلاً در شکل ۲۱-۸ (ح) طیف خورشید را در لحظات قبل از وقوع یک کسوف کامل، هنگامی که طیف جذبی معمولی با خطوط تاریک جایش را به یک طیف گسیلی حاصل از



شکل ۲۱-۸ طیفهای خطی. (الف) طیف قوس آهن. طیفهای گسیلی (الف) تا (و) با طیف‌نمای کوآرتزی گرفته شده‌اند. طیف جیوه در (ب) در محفظه کوآرتزی و در (ج) در محفظه شیشه‌ای واقع است. (د) هلیوم در لامپ تخلیه شیشه‌ای. (ز) سری بالمر هیدروژن در فرابنفش،  $\lambda$  از  $3600 \text{ \AA}$  تا  $4000 \text{ \AA}$ . این یک طیف توری است. خطوط ضعیف در طرفین اعضای قویتر، خطوط کاذب، مشهور به خطوط اشباح‌اند (بخش ۱۷-۱۲). (ح) طیف درخشی که طیف گسیلی گازهای فامسپهر خورشید را نشان می‌دهد. این طیف، یک طیف توری است که بدون شکاف در لحظات بلافاصله قبل از شروع کسوف کامل گرفته شده است و قسمت اعظم خورشید به وسیله قرص ماه پوشانده شده است. دو تصویر قوی که خطوط H و K کلسیم‌اند، زبانه‌های مشخصی بروز می‌دهند که از ابرها یا بخارهای کلسیم ناشی می‌شوند. سایر خطوط قوی، ناشی از هیدروژن و هلیوم‌اند. (ط) طیف جذبی خط سدیم در فرابنفش که با توری گرفته شده است. خطوط روشن زمینه ناشی از منبع قوس کربن هستند (ی) طیف خورشیدی در نزدیکی خطوط D. دو خط قوی از جذب بخار سدیم در فامسپهر ناشی شده‌اند و با هم، نخستین عضو در سری  $5892 \text{ \AA}$  در (ط) را تشکیل می‌دهند.

جدول ۲۱-۱ طول موجهای برخی خطوط طیفی مفید، برحسب انگستروم\*

هیدروژن	کادمیم	هلیوم	جیوه	سدیم
۶۵۶۲٫۸۲ s	۴۶۷۸٫۱۶ m	۴۳۸۷٫۹۳ w	۴۰۴۶٫۵۶ m	۵۸۸۹٫۹۵ s
۴۸۶۱٫۳۳ m	۴۷۹۹٫۹۲ s	۴۴۳۷٫۵۵ w	۴۰۷۷٫۸۱ m	۵۸۹۵٫۹۲ m
۴۳۴۰٫۴۶ w	۵۰۸۵٫۸۲ s	۴۴۷۱٫۴۸ s	۴۳۵۸٫۳۵ s	
۴۱۰۱٫۷۴ w	۶۴۳۸٫۴۷ s	۴۷۱۳٫۱۴ m	۴۹۱۶٫۰۴ w	
		۴۹۲۱٫۹۳ m	۵۴۶۰٫۷۴ s	
		۵۰۱۵٫۶۷ s	۵۷۶۹٫۵۹ s	
		۵۰۴۷٫۷۴ w	۵۷۹۰٫۶۵ s	
		۵۸۷۵٫۶۲ s		
		۶۶۷۸٫۱۵ m		

\* علامت s بیانگر قوی، m بیانگر متوسط، w نیز بیانگر ضعیف می‌باشد.

گازهای جو خورشیدی می‌دهد، و طیفی به اصطلاح درخشی ایجاد می‌کند، مشاهده می‌کنید. فایده عمده یک شکاف عبارت است از تولید تصاویر باریک، تا اینکه تصاویر حاصل از طول موجهای مختلف روی همدیگر نیفتند.

شدیدترین منابع طیفهای خطی، قوسهای فلزی و جرقه‌ها هستند، هر چند هم که لامپهای تخلیه حاوی هیدروژن یا گاز بی اثر، خیلی مناسب‌اند. از شعله هم غالباً استفاده می‌شود، زیرا طیفهای حاصل از آن عموماً ساده‌ترند و خطوط زیادی ندارند. همه منابع متداول طیفهای خطی گسیلی یا جذبی، گازی هستند. علاوه بر این، اکنون معلوم شده است که فقط تک اتمها طیفهای خطی واقعی تولید می‌کنند. یعنی، هرگاه یک ترکیب مولکولی، مانند گاز متان ( $CH_4$ ) در یک لامپ تخلیه، سدیم کلرید در یک قوس کربن، در منبع به‌کار گرفته شود، خطوط مشاهده شده از عناصر ناشی می‌شوند و نه از مولکولها. مثلاً، گاز متان یک طیف قوی برای هیدروژن تولید می‌کند، و همه نیک می‌دانند که سدیم کلرید، خطوط زرد سدیم را تولید می‌کند. خطوط ناشی از کربن و کلر با شدت محسوسی پدیدار نمی‌شوند، زیرا این عناصر را به دشواری می‌توان چنان برانگیخت که نور گسیل کنند و قویترین خطوط آنها در فرابنفش قرار دارند و نه در بخش مرئی طیف. در جدول ۲۱-۱ طول موجهای خطوط برخی از طیفهای گسیلی معمولی را درج کرده‌ایم.

طیفهای جذبی خطی، فقط با گازهایی به‌دست می‌آیند که از تک‌اتمها (گازهای تک اتمی) تشکیل شده‌اند. خطوط جذبی در طیف خورشیدی ناشی از اتمهایی‌اند که به‌صورت یاد شده وجود

جدول ۲۱-۲ درخشانترین خطوط فرانهوفر

نام گذاری	منشأ	طول موج، Å	نام گذاری	منشأ	طول موج، Å
A	O <sub>2</sub>	۷۵۹۴ - ۷۶۲۱*	b <sub>2</sub>	Mg	۵۱۶۷,۳۴۳
B	O <sub>2</sub>	۶۸۶۷ - ۶۸۸۴*	c	Fe	۴۹۵۷,۶۰۹
C	H	۶۵۶۲,۸۱۶	F	H	۴۸۶۱,۳۲۷
α	O <sub>2</sub>	۶۲۷۶ - ۶۲۸۷*	d	Fe	۴۶۶۸,۱۴۰
D <sub>1</sub>	Na	۵۸۹۵,۹۲۳	e	Fe	۴۳۸۳,۵۴۷
D <sub>2</sub>	Na	۵۸۸۹,۹۵۳	G	H	۴۳۴۰,۴۶۵
D <sub>3</sub>	He	۵۸۷۵,۶۱۸	G	Fe	۴۳۰۷,۹۰۶
E <sub>2</sub>	Fe	۵۲۶۹,۵۴۱	G	Ca	۴۳۰۷,۷۴۱
b <sub>1</sub>	Mg	۵۱۸۳,۶۱۸	g	Ca	۴۲۲۶,۷۲۸
b <sub>2</sub>	Mg	۵۱۷۲,۶۹۹	h	H	۴۱۰۱,۷۳۵
b <sub>3</sub>	Fe	۵۱۶۸,۹۰۱	H	Ca <sup>+</sup>	۳۹۶۸,۴۶۸
b <sub>4</sub>	Fe	۵۱۶۷,۴۹۱	K	Ca <sup>+</sup>	۳۹۳۳,۶۶۶

دارند، و نه ناشی از آنها که به صورت مولکول هستند، و علت وجودشان فقط دمای بالا و فشار پایینی است که در "لایه‌های واگردان" جو خورشید برقرارند [شکل ۲۱-۸ (ح) و (ی)]. در روزهای اولیه تحقیق در مورد این خطوط توسط فرانهوفر، عمده‌ترین آنها را با حروف بزرگ نشان می‌دادند. خطوط فرانهوفر در ردیف خطوط طیفی، از جمله مفیدترین آنها، مثلاً، برای اندازه‌گیری و مشخص کردن ضرایب شکست، محسوب می‌شوند. به این سبب، در جدول ۲۱-۲ طول موج آنها و اتمها و مولکولهای شیمیایی ایجادکننده آنها را درج کرده‌ایم. "خطوط" A، B، α و نوارهای واقعی‌اند که از اکسیژن جو زمین جذب می‌شوند، خواهیم دید که b<sub>4</sub> و G آمیزه‌ای از دو خط هستند که به طور عادی تفکیک نمی‌شوند، اما ناشی از عناصر متفاوتند.

در آزمایشگاه، فقط چند ماده یافت می‌شوند که برای مشاهده خطوط جذبی مناسبند، زیرا خطوط جذبی اکثر گازهای تک‌اتمی در فرابنفش دور قرار دارند. فلزات قلیایی استثنا هستند، و هرگاه سدیم را در یک لوله فولادی یا شیشه‌ای مقاوم در برابر گرما با درجه‌هایی شیشه‌ای واقع در دو سرشان گرم کنیم، طیف نور حاصل از یک منبع تنگستن با نگاه از طریق لوله حاوی سدیم، خطوط جذبی سدیم را نشان خواهد داد [شکل ۲۱-۸ (ط)]. این خطوط به صورت خطوط تاریک در زمینه طیف پیوسته نثری معمولی دیده می‌شوند.

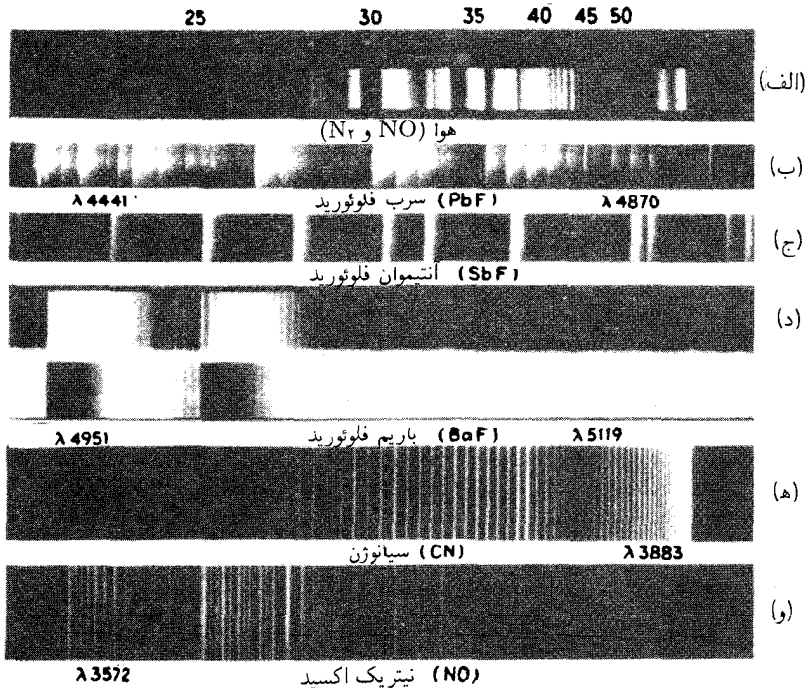
## ۱۱-۲۱ سری خطوط طیفی

در طیفهای برخی عناصر، خطوطی مشاهده می‌شوند که ظاهراً به یکدیگر مرتبط‌اند و یک سری را تشکیل می‌دهند که در آن فاصله و شدت خطوط به صورت منظمی تغییر می‌کند. مثلاً، در سری بالمر هیدروژن [شکل ۸-۲۱ (ز)] فاصله خطوط با کوتاهتر شدن طول موج تا فرابنفش، به طور منظم کاهش می‌یابد و شدت آنها نیز به سرعت افت می‌کند. با وجود اینکه فقط چهار خط اولی در ناحیه مرئی قرار دارند، سری بالمر از طریق عکسبرداری از طیفهای ستارگان داغ تا ۳۱ عضو سری به صورت خطوط جذبی ردیابی شده‌اند. طیف جذبی بخار سدیم یک سری از خطوط نشان می‌دهد که به نحو چشمگیری طولانی‌است و هر کدامشان یک دوتایی نزدیک است [که در شکل ۸-۲۱ (ط) تفکیک نشده‌اند]، و به این سری اصطلاحاً سری اصلی می‌گویند. این سری در طیف گسیلی از قوس یا شعله نیز ظاهر می‌شود، و خطوط مشهور  $D$ ، نخستین دوتایی این سری را تشکیل می‌دهند. در طیف سدیم حاصل از یک شعله، در حدود ۹۷ درصد شدت در سری، در عضو اول واقع است. طیفهای گسیلی فلزات قلیایی دو سری دیگر متشکل از دوتاییها در منطقه مرئی نیز نشان می‌دهند که سری روشن (واضح) و پخشیده نام دارند. سری چهارم ضعیفی نیز در ناحیه فرورسرخ قرار دارد که به آن سری بنیادی می‌گویند. فلزات قلیایی خاکی، مانند کلسیم، دو دسته از این سریها، یکی متشکل از تک خطها، دیگری متشکل از سه تاییها، را بروز می‌دهند.

یکی از مشخصه‌های هر سری خاص عبارت است از نزدیک شدن اعضای بالاتر سری به طول موجی حدی به نام حد یا همگرایی سری. با نزدیک شدن به این مرز یا حد، تراکم خطوط بیشتر و بیشتر می‌شود، به طوری که از لحاظ نظری، پیش از فرارسیدن حد، تعدادی نامتناهی از خطوط به وجود می‌آید. گاهی فراتر از حد، طیف پیوسته ضعیفی (کم سویی) در گسیل مشاهده می‌شود؛ در روند جذب، همواره می‌توان یک ناحیه جذبی پیوسته را، هرگاه بخار جذب کننده به اندازه کافی چگال باشد، مشاهده کرد [شکل ۸-۲۱ (ط)]. حدهای سری کلیه شناسایی نوعی را فراهم می‌آورند که سری به آن تعلق دارد. به این ترتیب، سریهای تیز (واضح) و پخشیده به یک حد می‌رسند، در حالی که سری اصلی به حد دیگری، مربوط به قلیاییها در طول موجهای کوتاهتر، میل می‌کند.

## ۱۲-۲۱ طیفهای نواری

مناسبترین منبع طیفهای نواری برای مشاهدات آزمایشگاهی، قوسهای کربن با هسته‌های املاح فلزی، لامپهای تخلیه و شعله به شمار می‌آیند. املاح کلسیم و باریم در قوس و شعله مناسبند، و کربن دیوکسید یا نیتروژن در لامپ تخلیه به خوبی کار می‌کند. این طیفها در صورتی که از طریق طیف‌نمایی با پاشندگی کم مشاهده شوند، ظاهری نوعی را نمایش می‌دهند که آنها را به صورت



شکل ۲۱-۹. طیفهای نواری. (الف) طیف یک لامپ تخلیه حاوی هوا در فشار کم. چهار سیستم نواری حضور دارند: نوارهای  $\gamma$  از NO (طول موج از ۲۳۰۰ Å تا ۲۷۰۰ Å؛ نوارهای نیتروژن منفی ( $N_2^+$ ، طول موج از ۲۹۰۰ Å تا ۳۵۰۰ Å)؛ نوارهای نیتروژن مثبت ثانویه ( $N_2$  و طول موج از ۲۹۰۰ Å تا ۵۰۰۰ Å)، و نوارهای نیتروژن مثبت اولیه ( $N_2$ ، طول موج از ۵۵۰۰ Å تا ۷۰۰۰ Å)؛ (ب) طیف یک تخلیه پربسامد در بخار فلورید سرب ( $PbF$ ). این نوارهای ناشی از  $PbF$ ، در دنباله بارز و مهم قرار می‌گیرد؛ (ج) طیفی که قسمتی از یک سیستم نواری  $SbF$  را نشان می‌دهد، از تخییر فلورید انتیموان در نیتروژن فعال به دست آمده است. (ب) و (ج) با یک طیف‌نگار کوارتزی بزرگ گرفته شده‌اند؛ (د) طیفهای نواری گسیلی و جذبی  $BaF$ : گسیل از یک قوس کربن با هسته  $BaF_2$ ؛ جذب از بخار  $BaF$  در یک کوره فولادی تخلیه شده. این نوارها به صورت گروههای نزدیک به هم در دنباله قرار گرفته‌اند و طیف مرتبه دوم از توری ۲۱ فوتی هستند؛ (ه) نوار CN در طول موج ۳۸۸۳ انگستروم از یک لامپ تخلیه آرگون با ناخالصیهای کربن و نیتروژن؛ طیف مرتبه دوم از توری؛ (و) نوار در طیف فرابنفش NO، ناشی از نیتروژن فعال نورانی و حاوی مقدار اندکی اکسیژن. طیف مرتبه دوم از توری.

بارز از طیفهای خطی متمایز می‌کند [شکل ۲۱-۹ (الف) تا (د)]. معمولاً نوارهای زیادی مشاهده می‌کنیم که در یک طرفشان کناره‌ای تیز موجود است و آن را سر نوار می‌نامند. به تدریج از سر نوار سایه می‌افتد که در طرف دیگر سایه تکمیل می‌شود. در بعضی طیفهای نواری، چندین نوار



نزدیک به هم، برهم می‌افتند و دیده می‌شود که تشکیل یک دنباله می‌دهند [شکل ۲۱-۹ (ب)] تا (د) در حالی که مطابق شکل ۲۱-۹ (ج) در سایر طیفهای نواری، نوارها به‌طور کاملاً نامحدودی از هم فاصله می‌یابند. هرگاه از پراشندگی و توان تفکیک بالای یک توری بزرگ بهره‌گیریم، ملاحظه می‌شود که هر نوار در واقع از تعداد زیادی خط ریز تشکیل می‌شود که با نظم آشکاری آرایش یافته و یک سری به نام شاخه‌های نوار تشکیل داده‌اند. در شکل ۲۱-۹ (ه)، دو شاخه دیده می‌شوند که از طرفین فاصله‌بازی شروع شده‌اند که در آن خطی دیده نمی‌شود. در (و)، نوار یک دوتایی است، و دو شاخه عضو سمت چپ را مشاهده می‌کنیم که در کنار هم ردیف شده‌اند.

شواهد گوناگونی بر این نتیجه‌گیری اشاره می‌کنند که طیفهای نواری از مولکولها، یعنی، ترکیب دو یا چند اتم، ناشی می‌شوند. به‌این ترتیب، مثلاً پی برده‌اند که در حالی که طیف اتمی یا خطی کلسیم مستقل از این است که کدام نمک کلسیم را در قوس الکتریکی وارد می‌کنیم، در طیف نواری آن هنگام مصرف کلسیم فلورید، کلسیم کلرید، یا کلسیم برومید، نوارهای متفاوتی ایجاد می‌شوند. همچنین، نوارها در آن نوع منبعها که گاز تحت برانگیختگیهای با شدت کمتری قرار می‌گیرد، بیشتر پدیدار می‌شوند. در لامپ تخلیه، وقتی نیتروژن تحت تأثیر یک تخلیه عادی نامتراکم قرار می‌گیرد، فقط یک طیف نواری بروز پیدا می‌کند، در حالی که اگر از تخلیه متراکم یا فشرده استفاده شود، طیف خطی پدیدار می‌شود. متقاعدکننده‌ترین دلیل این امر، از این واقعیت ناشی می‌شود که طیف جذبی گازهایی چون  $N_2$  و  $O_2$  که می‌دانیم مولکولی‌اند، نوار بروز می‌دهند و نه خط، که ناشی از عدم وقوع تجزیه مولکولها به اتمهاست. به‌علاوه، معلوم شده است که هر طیف نواری ساده، مانند آنها که در بالا توصیف کردیم، ناشی از یک مولکول دواتمی است. وقتی کلسیم فلورید ( $CaF_2$ ) به داخل قوس وارد می‌کنیم، نوارهای مشاهده شده ناشی از  $CaF$  هستند. نوارهای بنفش در قوس کربن بدون هسته، ناشی از  $CN$  هستند که نیتروژن آن از هوا گرفته می‌شود [شکل ۲۱-۹ (ه)]. کربن دیوکسید در لامپ تخلیه، طیف  $CO$  را تولید می‌کند، و به نمونه‌های بسیار دیگری از این دست نیز برمی‌خوریم که در قوس تخلیه، مولکولهای ترکیبات چند اتمی به مولکولهای دواتمی تجزیه می‌شوند.

اهتمام به توجیه بسامدهای مشخص و گوناگون گسیلیده از اتمهای یک گاز و تولید یک طیف خطی، ذهن تابناکترین استعدادها در علم فیزیک را طی دهه‌های اولیه قرن بیستم به خود مشغول داشته است؛ سرانجام هم به پرثمرترین نتایج دست یافته‌اند. درست نظیر ارتعاشات سیم و یولن که بسامدهای آن امواجی صوتی تولید می‌کنند که نسبت بسامدهایش به نت اصلی به‌صورت کسر ساده‌ای از اعداد صحیح است، در آغاز نظر بر این بود که مابین بسامدهای نور در خطوط مختلف طیفی نسبت به یکدیگر نیز باید رابطه مشخصی برقرار باشد، به‌گونه‌ای که سرنخ هدایتگری به مدهای

ارتعاشی اتم و ساختار آن فراهم آورند. این نگرش، اکنون تحقق عملی یافته است، هر چند به روالی کاملاً متفاوت نسبت به آن چیزی که نخست انتظارش می‌رفته است. در واقع، رابطهٔ مشخصی مابین بسامدها به صورت سریهای طیفی تحقق یافته است. با همهٔ این اوصاف، بلافاصله ملاحظه می‌شود که بسامدهای اتمی نظیر بسامدهای سیم ویولن رفتار نمی‌کنند. در سیم ویولن، نت‌های فرعی به طور پیوسته افزایش بسامدی بروز می‌دهند که به سوی یک بسامد نامتناهی (طول موج صفر) میل می‌کند؛ حال آن‌که بسامدهای یک سری طیفی به سوی یک مقدار متناهی معین میل می‌کنند. شرح کامل طیفهای خطی، امروزه به وسیلهٔ تکامل یک نظریهٔ کاملاً جدید به نام نظریهٔ کوانتومی انجام می‌پذیرد. با وجودی که این نظریه از زاویه‌های زیادی با نظریهٔ الکترومغناطیسی در تناقض رودررو قرار می‌گیرد، نظریهٔ الکترومغناطیسی در رویارویی با مسائلی چون شدت و قطبش خطوط طیفی، راهنمای بسیار پر ارزشی به شمار می‌آید. این نظریه، همچنین نخستین رهگشای رفتار خطوط در صورت قرار گرفتن منبع آنها در یک میدان مغناطیسی است (فصل ۳۱). ولی برای شرح کامل طیفهای خطی، نظریهٔ کوانتومی نقشی کاملاً اساسی ایفا می‌کند. در فصل ۲۹ بار دیگر به این موضوع خواهیم پرداخت.

## مسائل

۲۱-۱ یک رشتهٔ کربن تا دمای  $2500^{\circ}\text{C}$  گداخته شده است. فرض می‌کنیم کربن در این دما مانند یک جسم سیاه تابش می‌کند؛ طول موجی را بیابید که حداکثر انرژی در این رشته را تابش می‌کند.

۲۱-۲ توان کل تابش یک گوی فلزی به قطر  $3\text{ mm}$  را که در دمای  $2200^{\circ}\text{C}$  قرار دارد برحسب وات پیدا کنید. جذبندگی این سطح را  $70^{\circ}$  و مستقل از طول موج فرض کنید.

جواب:  $4197\text{ W}$

۲۱-۳ یک قوس کربن به عنوان منبع نور یک نورافکن به کار گرفته می‌شود. هرگاه نوک کربن مثبت به دمای  $4500^{\circ}\text{C}$  برسد، پیدا کنید: (الف) توان تابشی کل از یک میلیمتر مربع سطح آن؛ و (ب) طول موجی را که تابش ماکزیموم در آن صورت می‌گیرد. تابش را تابش جسم سیاه تلقی کنید.

۲۱-۴ یک قطعه کوچک فلزی را در نوک حفره‌دار یک قوس آهن قرار داده‌ایم. دمای فلز تا  $3027^{\circ}\text{C}$  بالا می‌رود و جذبندگی کلی آن  $75^{\circ}$  درصد است. انرژی گرمایی کل تابشی از یک میلیمتر مربع و در یک ثانیه برحسب کالری چقدر است؟

جواب:  $1207\text{ cal/s mm}^2$

۵-۲۱ در یک کوره ذوب مس، جذبندگی کلی سطح فلز مذاب ۸۲ درصد است. توان کل تابشی از یک سانتیمترمربع آنرا: (الف) برحسب ژول بر ثانیه؛ و (ب) برحسب کالری بر ثانیه پیدا کنید.

۶-۲۱ دو جسم را در نظر بگیرید که درون یک محفظه در دمای یکنواختی قرار دارند. ماهیت و مساحت سطح آنها یکی نیست، و ممکن است نیمشفاف هم باشند. از این واقعیت تجربی که دمای آنها با هم یکی و با دمای محیط یکسان خواهد شد، از طریق انرژی تابشی، انرژی جذبی، انرژی بازتابشی و انرژی عبوریشان، نشان دهید که قانون کیرشهوف در مورد تابش صادق است.

## جذب و پراکندگی

وقتی باریکه‌ای نور از ماده‌ای در حالت جامد، مایع، یا گازی می‌گذرد، انتشار آن به دو طریق عمده تحت تأثیر قرار می‌گیرد: (۱) شدت آن با پیشروی بیشتر نور در محیط مادی، کاهش بیشتری خواهد یافت؛ و (۲) سرعت انتشار در محیط مادی همواره کمتر از سرعت آن در خلأ خواهد بود. کاهش شدت ناشی از جذب است، هرچند که تحت تأثیر برخی شرایط، پراکندگی هم می‌تواند نقش عمده‌ای در این امر داشته باشد. در این فصل، پیرامون نتایج جذب و پراکندگی بحث خواهیم کرد، ولی اثر محیط روی سرعت نور را که به پاشندگی مربوط است در فصل بعدی بررسی می‌کنیم. اصطلاح جذب، چنان‌که در این فصل منظور خواهیم کرد، عبارت است از کاهش شدت نور در عبور آن از یک ماده (بخش ۱۱-۹). تمایز میان این تعریف و تعریف جذبندگی که در بخش ۲۱-۸ ارائه شد، حائز اهمیت است. این دو اصطلاح به دو کمیت متفاوت فیزیکی مرتبط می‌شوند، اما چنان‌که هم اکنون خواهیم دید، برخی روابط میان آنها برقرار است.

### ۲۲-۱ جذب کلی و گزینشی

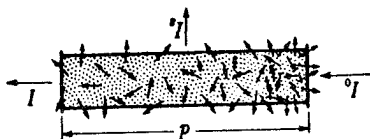
اگر ماده‌ای شدت تمامی طول‌موجهای عبوری از خود را تقریباً به یک اندازه کاهش دهد، می‌گوییم دارای خاصیت جذب کلی است. در مورد نور مرئی این موضوع به آن معناست که نور تراگسیلیده،

چنان‌که چشم آن را می‌بیند، رنگ مشخصی را نشان نمی‌دهد، و تنها کاهش شدت کل نور سفید به چشم می‌خورد، و بنابراین چنین موادی خاکستری به‌نظر می‌رسند. ماده‌ای که همه طول‌موجها را به یک اندازه جذب کند یافت نمی‌شود؛ اما برخی مواد، نظیر ذرات معلق دوده چراغ و یا لایه‌های نازک و نیم‌شفاف پلاتین، در گستره وسیعی از طول‌موجها دارای شرایط تقریباً مطلوبی هستند.

مرد از جذب گزینشی، عبارت است از جذب ترجیحی طول‌موجهای مشخصی نسبت به طول‌موجهای دیگر. مواد رنگین عملاً رنگ خود را از وجود جذب گزینه‌ای در قسمت یا قسمتهایی از طیف مرئی به‌دست می‌آورند. به‌این ترتیب که مثلاً یک شیشه سبز رنگ، دو سر قرمز و آبی طیف را کاملاً جذب می‌کند در بخش باقیمانده در نور تراگسیلیده یا عبوری، حس برآیند سبز در چشم را به‌وجود می‌آورد. رنگهای غالب مواد و اشیای طبیعی مانند مواد رنگی، گلها و غیره، از جذب گزینشی ناشی می‌شوند. می‌گویند این اشیاء در تمایز با رنگ سطحی دارای رنگدانه یا رنگ بدنه هستند، زیرا رنگشان از نوری که تا اندازه‌ای به درون آنها نفوذ کرده، ایجاد می‌شود. در این صورت، این نور از طریق پراکندگی یا بازتابش، نور ورودی منحرف و سپس از سطح خارج می‌شود، اما فقط بعد از اینکه ضخامت مشخصی را در محیط جسم طی کرده و در نتیجه جذب گزینشی رنگهایی را از دست داده باشد. در همه این موارد، جذبندگی جسم با جذب واقعی آن متناسب خواهد بود و به‌این ترتیب، به طول‌موج نیز بستگی خواهد داشت. از سوی دیگر، موجودیت رنگ سطحی از بازتابش در خود سطح مایه می‌گیرد (بخش ۲۲-۷). بعضی مواد، مانند فلزاتی چون طلا و مس دارای توان بازتابش بیشتر برای برخی رنگها، و کمتر برای رنگهای دیگرند، و هنگام بازتابش رنگ به رنگ دیده می‌شوند. در اینجا، نور عبوری یا تراگسیلیده دارای رنگهای مکمل‌اند، در حالی‌که در رنگ بدنه، ترکیب رنگ بازتابیده و تراگسیلیده یکسان است. مثلاً یک برگه نازک طلا در بازتابش زرد و در تراگسیل سبز آبی (سبز مایل به آبی) است. مطابق مطالب بخش ۲۱-۸، جذب بدنه در این مواد بسیار بالاست. این امر، موجب بازتابندگی بالا و به‌همان ترتیب، جذبندگی پایین می‌شود.

## ۲-۲۲ تمایز میان جذب و پراکندگی

در شکل ۲۲-۱، نور با شدت  $I_0$  را از یک سر استوانه شیشه‌ای پر از دود وارد کرده‌ایم. شدت نور



شکل ۲۲-۱ پراکنش نور به‌وسیله ذرات ریز مانند ذرات دود.

خروجی،  $I$ ، از سر دیگر استوانه کمتر از  $I_0$  خواهد بود. تجربه نشان می‌دهد که به ازای یک چگالی معلوم دود،  $I$  به طول استوانه،  $d$ ، بستگی دارد و به صورت قانون نمایی، بیان شده در بخش ۱۱-۹، توصیف می‌شود:

$$I = I_0 e^{-\alpha d} \quad (۱-۲۲)$$

در اینجا،  $\alpha$  را معمولاً ضریب جذب می‌نامند، زیرا معیاری است برای آهنگ اتلاف نور نسبت به باریکه مستقیم. اما، قسمت اعظم کاهش شدت  $I$  در این حالت، ناشی از ناپدید شدن واقعی نور نیست، بلکه نتیجه این واقعیت است که مقداری نور به وسیله بعضی ذرات دود به یک طرف پراکنده و از باریکه مستقیم دور می‌شود. حتی با وجود دودی بسیار رقیق، شدت چشمگیری از نور پراکنده،  $I_s$ ، را می‌توان به سهولت با مشاهده لوله از کنار، در یک اتاق تاریک، رؤیت کرد. پرتوهای نور خورشید را می‌توان در اتاقی که ذرات گرد و غبار در هوای آن معلق‌اند، به وضوح مشاهده کرد که چگونه ذرات را در مسیر ورود نور از پنجره روشن می‌کنند.

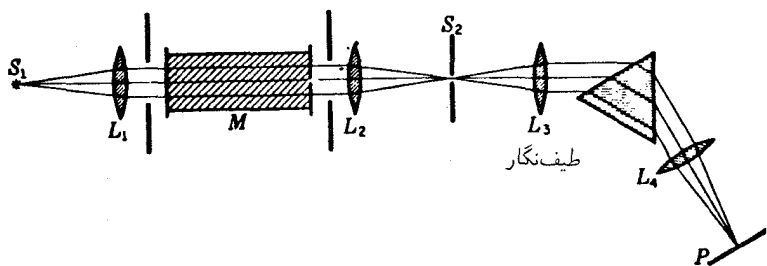
جذب حقیقی نمایانگر ناپدید شدن عملی نور است، که انرژی آن به حرکت گرمایی مولکولهای ماده جذب‌کننده تبدیل می‌شود. در آزمایش بالا، این اتفاق به طور محدودی پیش می‌آید، به طوری که نام "ضریب جذب" برای  $\alpha$  در این مورد چندان مناسب نیست. به طور کلی، می‌توان  $\alpha$  را متشکل از دو بخش تلقی کرد:  $\alpha_a$  ناشی از جذب حقیقی و  $\alpha_s$  ناشی از پراکندگی. در این صورت معادله (۱-۲۲) به صورت زیر در می‌آید:

$$I = I_0 e^{-(\alpha_a + \alpha_s)d} \quad (۲-۲۲)$$

در بسیاری از موارد می‌توان هم از  $\alpha_a$  و هم  $\alpha_s$ ، با توجه به ضرایب دیگر چشم پوشید، اما توجه به وجود این دو فرایند متفاوت و اینکه در بسیاری موارد ممکن است هر دو عمل کنند، شایان اهمیت است.

## ۲۲-۳ جذب در جامدات و مایعات

هرگاه نور تکفام از یک جامد یا مایع درون ظرف شفاف بگذرد، شدت نور عبوری می‌تواند بسیار کمتر از شدت نور فرودی باشد، و این ناشی از جذب است. هرگاه طول موج نور فرودی را تغییر دهیم، مقدار جذب شده نیز کم و بیش تغییر خواهد کرد. یکی از روشهای ساده برای مطالعه همزمان مقدار جذب شده برای گستره وسیعی از طول موجها، در شکل ۲-۲۲ مشاهده می‌شود.  $k_1$  یک



شکل ۲۲-۲ آرایش تجربی برای مشاهده جذب نور در جامدات، مایعات، و گازها.

منبع نور است که گستره پیوسته‌ای از طول موجها، مانند لامپ رشته‌ای تنگستن، را گسیل می‌کند. نور این منبع به وسیله عدسی  $L_1$  به صورت موازی در می‌آید و ضخامت معینی از محیط جاذب  $M$  را طی می‌کند. سپس به وسیله عدسی  $L_2$  روی شکاف یک طیف‌نمای منشوری متمرکز، و از طیف حاصل روی فیلم  $P$  عکس برمی‌دارند. اگر ماده شفاف چون آب یا شیشه باشد، بخشی از طیف روی فیلم  $P$  که طول موجهای مرئی مربوط را نمایش می‌دهد، کاملاً پیوسته خواهد بود، چنان‌که گویی  $M$  وجود نداشته است. اگر رنگی باشد، بخشی از طیف که با طول موجهای حذف شده به وسیله  $M$  متناظر است، و به آن نوار جذبی می‌گوییم، ناپدید می‌شود. در جامدات و مایعات، این نوارها تقریباً همیشه دارای مشخصه پیوسته هستند و محوشدگی در آغاز و انتهای آنها تدریجی است. نمونه‌هایی از این نوارهای جذبی را در شکل ۲۱-۷ (الف) مشاهده کردیم.

حتی ماده‌ای هم که در ناحیه مرئی شفاف باشد، چنانچه مشاهده را به اندازه کافی به فروسرخ یا فرابنفش گسترش دهیم، چنین جذبهایی گزینشی را نشان خواهند داد. اما این کار در صورت استفاده از طیف‌نگار منشوری با دشواریهای عملی چشمگیری توأم است، زیرا خود موادی که منشور و عدسیها از آن ساخته شده‌اند (معمولاً شیشه)، ممکن است دارای جذب گزینشی شدیدی در ناحیه مورد نظر باشند. به این علت، مثلاً نمی‌توان از شیشه فلینت در بیشتر از  $25000 \text{ \AA}$  (یا  $2.5 \mu\text{m}$ ) در فروسرخ و کمتر از  $3800 \text{ \AA}$  در فرابنفش بهره گرفت. کوارتز در طول موجهایی اندکی بیشتر از فروسرخ و بسیار بیشتر در فرابنفش قابل استفاده است. در جدول ۲۲-۱ حدود مناطقی را که فراتر از آنها، مواد شفاف گوناگون مقدار چشمگیری از نور را عبور می‌دهند، مشاهده می‌کنید.

منشورهای مناسب برای پژوهش در فروسرخ معمولاً از جنس سنگ نمک است، و برای فرابنفش منشور کوارتز متداولتر است. در طیف‌نگار فرابنفش، استفاده از فلوریت مزیتی ندارد، مگر

جدول ۱-۲۲

حد عبور، Å		
فروسرخ	فرابنفش	ماده
۲۰۰۰۰	۳۵۰۰	شیشه کراون
۲۵۰۰۰	۳۸۰۰	شیشه فلینت
۴۰۰۰۰	۱۸۰۰	کوارتز ( $\text{SiO}_2$ )
۹۵۰۰۰	۱۲۵۰	فلوئوریت ( $\text{CaF}_2$ )
۱۴۵۰۰۰	۱۷۵۰	نمک سنگ ( $\text{NaCl}$ )
۲۳۰۰۰۰	۱۸۰۰	سیلورین ( $\text{KCl}$ )
۷۰۰۰۰	۱۱۰۰	لیتیم کلرید

اینکه مسیر نور کاملاً از هوا تخلیه شود، زیرا جذب شدید هوا از  $1850 \text{ \AA}$  به پایین شروع می‌شود. همچنین، صفحات عکاسی خاصی را باید برای استفاده در این طول موجها تهیه کرد، زیرا زلاتین ماده حساس روی این صفحه (فیلم) موجب عدم حساسیت آن نسبت به طول موجهای زیر  $2300 \text{ \AA}$  می‌شود. در حال حاضر، در گستره فرسرخ، تا طول  $13000 \text{ \AA}$  را می‌توان به سهولت به‌کار برد، و این امر به یمن ابداع روشهای جدیدی عملی شده که در تولید صفحه‌های حساس عکاسی به‌جا آورده‌اند. فراتر از آن، دستگاهی را، مانند ترموپیل، به‌کار می‌گیرند که براساس اندازه‌گیری گرمای تولید شده کار می‌کند، هر چند که تا  $6 \mu\text{m}$  سلول فوتورسانا، برمبنای تغییر مقاومت الکتریکی ناشی از تابش نور بر آنها، حساسیت بیشتری ایجاد می‌کنند.

هرگاه اندازه‌گیرهای جذبی را به سرتاسر طیف الکترومغناطیسی توسعه دهیم، پی می‌بریم که ماده‌ای وجود ندارد که در برابر هیچ طول موجی جذب شدید نداشته باشد. فلزات کلاً جاذبند، و بستگی جذب آنها به طول موج در اکثر موارد جزئی است. ولی استثناهایی هم مانند نقره، یافت می‌شوند که در حوالی  $3160 \text{ \AA}$  دارای "نوار تراگسیل" بارزی‌اند (شکل ۱۴-۲۵). لایه نازکی از نقره که نسبت به نور مرئی کدر است، برای نور فرابنفش با این طول موج کاملاً شفاف است. مواد دی‌الکتریک که رساناهای الکتریکی ضعیفی‌اند، دارای جذب گزینشی چشمگیری هستند که در صورت جلوگیری از پراکندگی، از طریق قرار دادن آنها در شرایط همگن مانند شرایط یک تک‌پلور، یک مایع و یا یک جامد بی‌شکل، به سهولت قابل بررسی و مشاهده است. به‌طور کلی، می‌توان گفت که چنین موادی نسبت به پرتوهای X و  $\gamma$ ، یعنی امواج نوری با طول موج کمتر از  $10 \text{ \AA}$ ، کم‌و بیش



شفاف‌اند. با طولتر شدن طول موجها، به ناحیه‌ای می‌رسیم که در فرابنفش دور از قدرت جذب بسیار قوی برخوردارند و در مواردی ممکن است تا ناحیه مرئی و یا فراتر از آن ادامه یابند، و در مواردی دیگر، در فرابنفش نزدیک متوقف شوند (جدول ۲۲-۱). در فروسرخ نوارهای جذبی دیگری رخ می‌نمایند، اما در نهایت نسبت به امواج رادیویی کاملاً شفاف‌اند. از این قرار، در مواد دی‌الکتریک می‌توان معمولاً به سه ناحیه بزرگ شفافیت دست یافت: یکی در کوتاهترین طول موجها، یکی در طول موجهای میانی (احتمالاً مشتمل بر نور مرئی)، و یکی هم در طول موجهای بسیار بلند. مرزهای این نواحی در مواد مختلف بسیار متفاوت‌اند، و ماده‌ای مانند آب، ممکن است برای ناحیه مرئی شفاف و برای ناحیه فروسرخ نزدیک کدر باشد؛ در حالی که ماده‌ای دیگر، چون کائوچو، برای ناحیه مرئی، کدر ولی برای فروسرخ شفاف باشد.

## ۲۲-۴ جذب در گازها

طیف جذبی همه گازها در فشارهای متعارفی، خطوطی باریک و تاریک را بروز می‌دهند. در مواردی، این امکان نیز وجود دارد که نواحی جذب پیوسته نیز یافته شوند (بخش ۲۱-۱۲)، اما مشخصه بارز طیفهای گازی، حضور این خطوط تیز است. اگر گاز تک‌اتمی باشد، مانند هلیوم و بخار جیوه، طیف آن یک طیف خطی حقیقی خواهد بود، که سریهایی کاملاً واضح و آشکاری را بروز می‌دهد. تعداد خطوط در طیف جذبی همواره کمتر از تعداد آنها در طیف گسیلی (نشری) است. مثلاً در مورد بخار فلزات قلیایی، تحت شرایط متعارفی، تنها خطوط سری اصلی مشاهده می‌شوند [شکل ۲۱-۸(ط)]. به این سبب، طیف جذبی ساده‌تر از طیف نشری است. هرگاه گاز از مولکولهای دو اتمی یا چند اتمی تشکیل یافته باشد، خطوط تیز ساختار چرخشی مشخصه نوارهای جذبی مولکولها را تشکیل می‌دهند. در اینجا نیز، طیف جذبی ساده‌تر است، و در جذب، نوارهای کمتری از گسیل گاز مشاهده می‌شوند [شکل ۲۱-۹(د)].

## ۲۲-۵ تشدید و فلوتوئورسانس در گازها

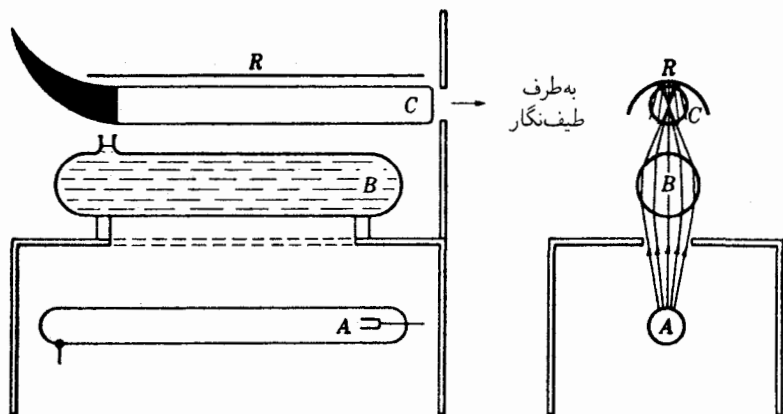
اکنون به این امر بپردازیم که بر سر انرژی نوری فرودی که گاز آن را از محیط دور کرده است، چه می‌آید. اگر جذب حقیقی صورت پذیرد، بنابر تعریف بخش ۲۲-۲، همه این انرژی به گرما تبدیل می‌شود، و گاز تا اندازه‌ای گرمتر خواهد شد. تا وقتی فشار خیلی پایین باشد، این تبدیل به‌طور کلی صورت می‌گیرد. بعد از اینکه یک اتم یا مولکول از باریکه نور انرژی دریافت کرد، با ذره دیگر برخورد می‌کند، و طی این برخوردها بر سرعت متوسط ذرات افزوده می‌شود. طول مدتی که یک اتم انرژی دار شده می‌تواند به صورت قبل از برخورد باقی بماند، فقط در حدود  $10^{-7}$  یا  $10^{-8}$  اتم

ثانیه است، و در صورتی که پیش از سپری شدن این مدت زمان برخورد دیگری پیش نیاید، اتم انرژی خود را به صورت تابش از دست می‌دهد. در فشارهای کم، که مدت زمان مابین برخوردها نسبتاً طولانی است، گاز به یک منبع ثانویه تابش تبدیل خواهد شد، و ما جذب حقیقی نخواهیم داشت. در چنین حالتی، نور بازگسیلیده دارای همان طول موج نور فرودی است، و از این رو به آن تابش تشدیدی گفته‌اند. این تابش را ر. و. وود\* کشف کرده و در این زمینه به مطالعات پر دامنه‌ای دست زده. وجه تسمیه این اصطلاح روشن است، زیرا، چنان‌که گفته شد، مشابه تشدید با دیابازون است. تحت شرایط خاصی، ممکن است طول موج نور بازگسیلیده بلندتر از طول موج نور فرودی باشد. این اثر را فلوتورسانی می‌نامند. هم در تشدید و هم در فلوتورسانی، بخشی از نور از باریکه مستقیم حذف می‌شود و در طیف نور عبوری، خطوط تاریک تولید خواهند شد. تشدید و فلوتورسانی را نمی‌توان تحت پراکندگی رده‌بندی کرد. در بخش ۲۲-۱۲، علت این تمایز را شرح خواهیم داد.

تابش تشدیدی از یک گاز را می‌توان با استفاده از یک لامپ قوس سدیم به آسانی نمایش داد. قطعه کوچکی از سدیم فلزی را درون یک حباب شیشه‌ای متصل به یک پمپ تخلیه قرار می‌دهیم. از طریق حرارت دادن به وسیله شعله بوزن، سدیم از یک قسمت حباب به قسمت دیگر تقطیر می‌شود و هیدروژنی را که همواره با آن همراه است، به مقدار زیادی آزاد می‌کند. بعد از اینکه خلأ بالایی تأمین شد، حباب را می‌بندند و نور لامپ قوس را به وسیله یک عدسی روی حباب کانونی می‌کنند. البته، باید حباب را از پهلو و در یک اتاق تاریک مشاهده کرد. با گرم کردن تدریجی سدیم به وسیله شعله، مخروطی از نور زرد که مسیر نور فرودی است دیده خواهد شد. در دماهای بالاتر، ارتفاع مخروط درخشانده کوتاهتر می‌شود، و در نهایت فقط به صورت یک پوسته روشن باریک در سطح درونی شیشه حباب به نظر می‌رسد.

فلوتورسانی هر گاز را می‌توان به آسانترین وجه با بخارید، که از مولکولهای دو اتمی  $I_2$  تشکیل یافته است، مشاهده کرد. نور سفید یک قوس کربن را روی حباب شیشه‌ای تخلیه شده، حاوی بخار  $I_2$  متمرکز می‌کنیم. در دمای اتاق، مخروط سبزرنگی که مسیر نور قوس کربن است، مشاهده می‌شود. آزمایش جالبتری را می‌توان با استفاده از نور تکفام یک قوس جیوه، مطابق شکل ۲۲-۳، انجام داد. منبع نور، قوس طولانی افقی  $A$  است، که درون یک جعبه قرار داده می‌شود و بالای جعبه یک شکاف دراز به موازات قوس افقی  $A$  ایجاد شده است. درست بالای شکاف، یک لوله پر از آب  $B$  قرار دارد که به جای یک عدسی استوانه‌ای عمل و نور را در امتداد محور لوله  $C$  که حاوی بخار

\* ر. و. وود (R. W. Wood) (۱۹۵۵-۱۸۶۸). استاد فیزیک تجربی در دانشگاه جان‌هاپکینز. وی در بسیاری از زمینه‌های نورشناخت فیزیکی پیشگام بود و یکی از پرشورترین چهره‌های علم فیزیک در امریکا به حساب می‌آید. کشفهای او در اپتیک در کار درخشانش تحت عنوان "Physical Optics" به نگارش در آمده است.

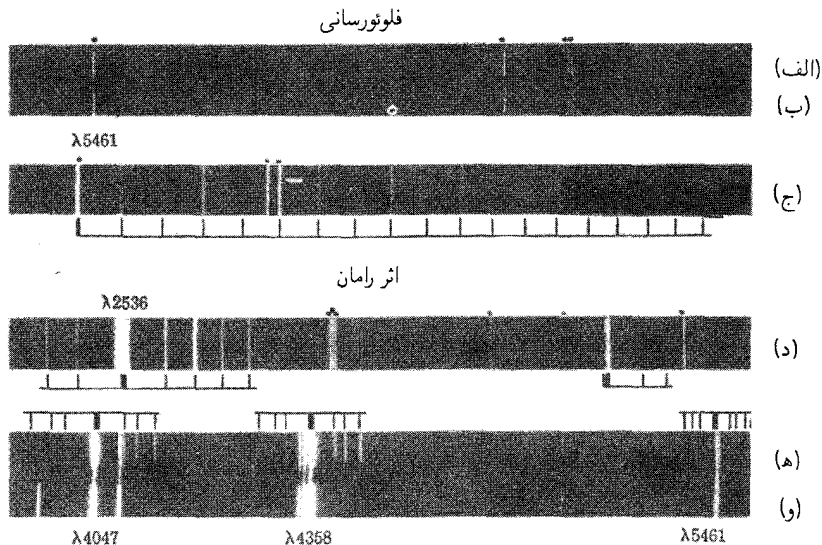


شکل ۲۲-۳ آرایش تجربی برای مشاهده فلوئورسانی در بخار ید با برانگیزش به وسیله نور تکفام.

ید در خلأ است، متمرکز می‌کند. نور فلوئورسانی بخار را می‌توان توسط یک طیف‌نمای مستقر در مقابل دریچه تخت سر لوله  $C$ ، مشاهده کرد. سر دیگر لوله را خمیده و سیاه‌رنگ می‌کنند تا از ورود نور بازتابیده به طیف‌نما جلوگیری شود، و در نزدیکی دریچه هم پرده‌ای با سوراخ گرد، به تحقق این منظور کمک می‌کند. بازتابگر صیقل‌یافته  $R$  که در بالای  $C$  قرار داده می‌شود، شدت روشنایی را افزایش می‌دهد. اگر  $B$  حاوی محلول پتاسیم دی‌کرومات و سولفات نئودیمیم باشد، فقط نور سبز جیوه با طول موج  $5461 \text{ \AA}$  عبور داده می‌شود. شکل‌های ۲۲-۴ (ب) و (ج)، از طیف‌نگاشتی گرفته شده که به این طریق به دست آمده است، اما لوله  $B$  از آب پر شده است. علاوه بر خطوط طیفی معمولی جیوه (در عکس طیف با نقاط مشخص شده‌اند) که به سبب بازتابش عادی یا پراکندگی ریلی (بخش ۲۲-۱۰) تولید شده‌اند، یک سری خطوط تقریباً متساوی‌الفاصله مشاهده می‌کنید که از خط سبز به سوی قرمز گسترده‌اند. این خطوط نمایانگر نور فلوئورسانی طول موج تغییر یافته‌اند.

## ۲۲-۶ فلوئورسانی در جامدات و مایعات

اگر بر یک جامد یا مایع نور شدیدی بتابانیم که آن مایع یا جامد بتواند آن را جذب کند، می‌تواند نور فلوئورسانی را بازگسیلد. بنابر قانون استوکس، طول موج نور فلوئورسانی همواره بزرگتر از نور جذب شده است. یک محلول فلوئورسانی در آب قسمت آبی رنگ نور سفید را جذب و با نوری سبز سیری فلوئورسانی خواهد کرد. بنابراین، باریکه‌ای نور سفید که از محلول می‌گذرد، با مشاهده از پهلو، سبز رنگ و با مشاهده از یک سر، قرمز رنگ دیده خواهد شد. برخی جامدات تداوم نور



شکل ۲۲-۴ عکسهای گرفته شده در: (الف) طیف قوس جیوه؛ (ب) طیف فلوئورسانی ید؛ (ج) قسمت بزرگنمایی شده (ب)؛ (د) طیف رامان هیدروژن؛ (ه) طیف رامان کربن تتراکلرید مایع؛ (و) قوس جیوه.

بازگسیلیده را نشان می‌دهند، به طوری که پس از قطع نور فرودی، چند ثانیه یا حتی چند دقیقه به گسیل نور ادامه می‌دهند. این پدیده را فسفرسانی می‌نامند.

با تاباندن نور فرابنفش ناشی از قوس جیوه بر بعضی اشیاء و مواد آثار فلوئورسانی بسیار درخشانی تولید می‌شود. یک شیشه خاص از جنس اکسید نیکل ساخته می‌شود که برای نور مرئی تقریباً به طور کامل کدر است، اما گروه پر شدت خطوط جیوه در نزدیکی طول موج  $3650 \text{ \AA}$  را از خود عبور می‌دهد. هرگاه فقط این نور قوس را از شیشه عبور دهیم، مواد زیادی از آلی و معدنی در نتیجه فلوئورسانی با این نور، مرئی می‌شوند. دندانهایی که نور فرابنفش بر آنها بتابد به طور غیرعادی روشن دیده می‌شوند، اما دندانهای مصنوعی کاملاً سیاه به نظر می‌رسند. نمونه‌ای دیگر، نور درخشان قرمز در گوهر یاقوت ناشی از فلوئورسانی است (فصل ۳۰).

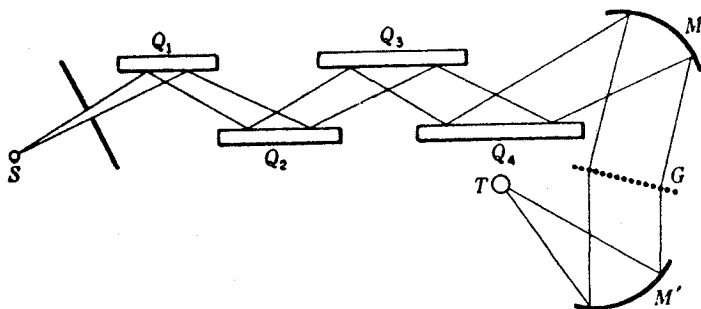
## ۲۲-۷ بازتابش گزینشی. پرتوهای بازمانده

موادی را که بعضی طول موجها را بیش از طول موجهای دیگر باز می‌تابانند، دارای بازتابش گزینشی می‌گویند. این پدیده، معمولاً در طول موجهایی اتفاق می‌افتد که محیط مادی آنها را بیشتر جذب

می‌کند. در حال حاضر از مواد دی‌الکتریک صحبت می‌کنیم؛ یعنی موادی که نارسای الکتریکی به‌شمار می‌آیند. در مورد فلزات نسبتاً متفاوت است، و در فصل ۲۵ درباره آنها سخن خواهیم گفت. به این واقعیت که میان بازتابش گزینشی، جذب و تابش تشدیدی رابطه تنگاتنگی برقرار است، می‌توان از مشاهدات جالبی که وود با بخار جیوه انجام داده است، پی برد. بخار جیوه تحت فشار بسیار کم، کمتر از یک میلی‌متر، چنانچه نوری با طول موج  $2536\text{\AA}$  ناشی از یک قوس جیوه بر آن بتابد پدیده تابشی تشدیدی از خود نشان می‌دهد. با افزایش فشار بخار، تابش تشدیدی هر چه بیشتری در سطح بخار متمرکز می‌شود که در آن تابش بر بخار، یعنی بر دیواره داخلی محفظه بخار، وارد می‌آید. سرانجام، در فشاری به اندازه کافی زیاد، تابش ثانویه دیگر مرئی نیست، مگر اینکه تحت زاویه‌ای متناظر با قانون بازتابش نگریسته شود. تحت این زاویه، ۲۵ درصد نور فرودی به‌طور عادی باز می‌تابد، و باقیمانده آن جذب و به انرژی گرمایی برخورد‌های اتمی تبدیل می‌شود. ولی این بازتابش زیاد، که با بازتابش فلزات در این ناحیه قابل قیاس است، فقط برای طول موج خاص  $2536\text{\AA}$  وجود دارد. طول موجهای دیگر آزادانه عبور می‌کنند. در این آزمایش به‌طور آشکار با یک گذار پیوسته از تابش تشدیدی به بازتابش گزینشی مواجهیم.

جامدات کم‌شماری هم که دارای نوار جذبی قوی در ناحیه مرئی‌اند، بازتابش گزینشی از خود بروز می‌دهند. گل‌آویزهای رنگی در این مورد مثال جالبی است؛ این‌گونه مواد درخشندگی فلزی خاصی دارند که ناشی از بازتابش نور است و رنگهایی قوی دارند. بازتابش در نوار خاصی از طول موجها چنان قوی است که غالباً آن را بازتابش "فلزی" می‌خوانند. همین نوع بازتابش است که عامل رنگ سطحی به‌شمار می‌آید (بخش ۱-۲۲).

مهمترین کاربردهای بازتابش گزینشی، کاربرد آن در موضع‌یابی نوارهای جذبی است که در فروسرخ دور قرار دارند. مثلاً معلوم شده است که کوآرتز  $80^\circ$  تا  $90^\circ$  درصد تابشی را باز می‌تاباند که دارای طول موجی در حدود  $8.5\mu\text{m}$  یا  $85000\text{\AA}$  است. روش پرتوهای بازمانده برای جداسازی نوار باریکی از طول موجها، بر این اساس استوار است. در شکل ۲۲-۵، منبع گرمایی تابش  $S$  یک طیف پیوسته تولید می‌کند. پس از بازتابش از چهار صفحه کوآرتزی  $Q_1$  تا  $Q_4$ ، تابش را به‌وسیله یک توری سیمی  $G$  و ترموبیل  $T$  تجزیه می‌کنند. نتیجه این است که تابش باقیمانده تقریباً به‌کلی از طول موج  $8.5\mu\text{m}$  تشکیل یافته است. با این فرض که این طول موج تا  $90^\circ$  درصد و دیگران تا ۴ درصد در هر یک از صفحات کوآرتزی بازتابیده باشند، پس از چهار بازتابش،  $0.66^4 = (0.9)^4$  از اولی و فقط  $0.000026 = (0.4)^4$  از بقیه باقی می‌ماند. طول موج پرتوهای بازمانده بسیاری از مواد، را به این طریق اندازه‌گیری کرده‌اند. میان بلندترین طول موجهای اندازه گرفته شده، طول موجهای مربوط به سدیم کلرید، پتاسیم کلرید، روبیدیم کلرید قرار دارند که به ترتیب، در ۶۳، و ۷۴ میکرومتر واقع‌اند.



شکل ۲۲-۵ آرایش تجربی برای مشاهده پرتوهای بازمانده در بازتابش گزینشی.

## ۲۲-۸ نظریه رابطه مابین جذب و بازتابش

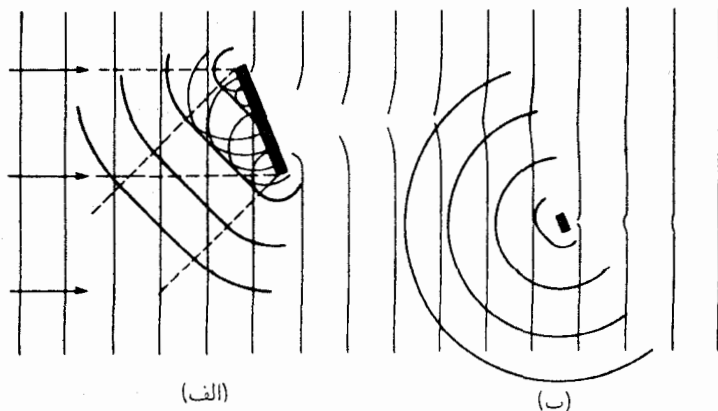
در نظریه الکترومغناطیسی مربوط به تولید تابش تشدیدی، فرض می‌شود که امواج نور بر ماده‌ای فرود می‌آیند که حاوی بارهای مقید، قادر به ارتعاش با بسامدی طبیعی‌اند که با بسامد موج تحت تأثیر قرار گرفته، برابر است. از این قرار، بر بار  $e$  از جانب میدان الکتریکی  $E$  نیروی  $eE$  وارد می‌آید، و چنانچه  $E$  با بسامدی تغییر کند که دقیقاً با بسامد طبیعی ذره باردار مطابقت داشته باشد، امکان دارد دامنه بزرگی را تولید کند. در نتیجه، ذره باردار موجی الکترومغناطیسی باز خواهد تاباند که دارای همان بسامد میدان  $E$  خواهد بود. در گازهای کم‌فشار، که فاصله آنها از یکدیگر نسبتاً زیاد است، بسامدی که می‌تواند جذب شود، دقیقاً معین است، و رابطه سیستماتیک یا قانونمندی میان فازهای نور بازگسیلیده از ذرات مختلف برقرار نخواهد بود. در این صورت، شدت مشاهده شده از  $N$  ذره، درست  $N$  برابر شدت ناشی از یک ذره خواهد بود (بخش ۱۲-۴). این همان حالتی است که در تابش تشدیدی پیش می‌آید.

از سوی دیگر، هرگاه ذرات به یکدیگر نزدیک باشند، و مابین آنها برهم‌کنشی قوی برقرار شود، چنان‌که در مایعات و جامدات پیش می‌آید، جذب تابش به بسامدی دقیقاً معین محدود نخواهد بود، بلکه در گستره قابل توجهی توزیع خواهد شد. در نتیجه، فازهای نور بازتابیده از ذرات مجاور با یکدیگر انطباق خواهند یافت. این امر، موجب بازتابش سیستماتیک خواهد شد، زیرا امواج ثانویه گوناگون از آنها روی سطح، در تولید یک جبهه‌موج بازتابیده که تحت زاویه‌ای مساوی با زاویه فرودی پیش می‌رود، مشارکت خواهند کرد. در واقع، این دقیقاً همان مفهومی است که در کاربرد اصل هویگنس برای اثبات قانون بازتابش، به کار رفته است. از این رو، بازتابش گزینشی نیز یک پدیده تشدیدی است، و در نزدیکی طول‌موجهایی متناظر با بسامد طبیعی بارها مقید در ماده، قویاً روی می‌دهد. در این صورت، ماده نور این طول‌موجها را عبور نخواهد داد؛ بلکه آن را به شدت

بازخواهد تابانید. جذب حقیقی یا تبدیل انرژی نور به انرژی گرمایی، نیز ممکن است کمابیش روی دهد، که سبب آن وجود دامنه‌های بزرگ بارهای مرتعش دخیل در این فرایند است. هرگاه جذب به‌کلی وجود نمی‌داشت، توان بازتابش طول‌موجهای مورد نظر،  $10^6$  درصد می‌شد.

## ۹-۲۲ پراکندگی در ذرات کوچک

به پراکندگی جانبی یک باریکه نور در هنگام پیشروی آن در داخل ابری از ذرات معلق ماده، در بخش ۲-۲۲ اشاره کردیم. این موضوع را که پدیده پراکندگی هم با بازتابش و هم با پراش ارتباط تنگاتنگی دارد، می‌توان از مطالعه شکل ۶-۲۲ دریافت. در شکل (الف)، یک باریکه موازی متشکل از امواج تخت را مشاهده می‌کنیم که به سمت راست پیش می‌روند، و به یک سطح بازتابنده تخت کوچک برخورد می‌کنند. فاصله مابین جبهه‌موجهای ترسیم شده متوالی یک طول موج است، از این رو، در اینجا ابعاد بازتابگر اندکی بزرگتر از یک طول موج است. نوری که از سطح بازتابگر بیرون می‌آید، از ارتعاش بارهای الکتریکی در سطح، با رابطه فازی معینی تولید می‌شوند، و موجکهای کروی تولید شده از این ارتعاشات، با یکدیگر قطعات کوتاهی از جبهه‌موجهای تخت تولید می‌کنند. لبه این جبهه‌موجها به وسیله نورهای بازتابیده از کناره‌های آینه (نقطه چین‌ها) مرز تیزی ندارند، بلکه به سبب پراش اندکی پخش شده‌اند. در واقع، توزیع شدت نور بازتابیده به نسبت زاویه، درست با توزیع حاصل در بخش ۱۵-۲، برای نور عبوری از یک تک‌شکاف، یکسان است. در این حالت، به جای پهنای شکاف، پهنای بازتابگر قرار می‌گیرد، از این رو هر قدر پهنای بازتابگر نسبت به طول موج کوچکتر باشد، پخش شدگی بیشتر است. در قسمت (ب) از شکل، ابعاد بازتابگر بسیار کوچکتر از طول موج است و در اینجا پخش شدگی



شکل ۶-۲۲ بازتابش و پراش نور در اشیای کوچک قابل مقایسه با طول موج نور.

چندان بزرگ است که موجهای بازتابیده با امواج کروی یکنواخت تفاوت اندکی دارند. در این مورد گفته می‌شود که نور ناشی از باریکهٔ اولیه پراکنده، و نه بازتابیده، شده است؛ زیرا قانون بازتابش دیگر در اینجا کارآمد نیست. بنابراین، پراکندگی حالت خاصی از پراش است. موج پراکنده از یک شیئی بسیار کوچکتر از طول موج نور، بی‌توجه به اینکه آیا شیئی مورد نظر دارای شکل تخت مفروضی در شکل ۲۲-۶ (ب) است یا خیر، همواره کروی خواهد بود. این نتیجه‌گیری بر این اساس استوار است که هیچ تداخلی میان موجکهای گسیلیده از نقاط مختلف سطح ذره پراکنده نمی‌تواند وجود داشته باشد، چرا که فاصلهٔ سرهای آن بسیار کوتاهتر از طول موج است.

نخستین بررسی کمی در خصوص قوانین پراکندگی به وسیلهٔ ذرات کوچک، در سال ۱۸۷۱ توسط ریلی انجام گرفته است، و این پراکندگیها را غالباً پراکندگی ریلی می‌نامند. تحقیقات ریاضی در خصوص این موضوع، به تبیین قانون کلی انجامید که شدت نور پراکنده را به دست می‌داد و در مورد همهٔ ذراتی که ضریب شکستشان با ضریب شکست محیط پیرامون فرق می‌کرد، کاربرد داشت. تنها محدودیت کاربرد این قانون، آن است که ابعاد خطی ذرات به طور چشمگیری از طول موج نور کوچکتر باشند. ولی جالب توجه‌ترین نتیجه‌گیری عبارت است از بستگی پراکندگی به طول موج. پیش‌بینی می‌شود امواج بلند، با ابعاد معینی از ذره، کمتر از امواج کوتاهتر تحت تأثیر پراکندگی قرار می‌گیرند، زیرا ذرات موانعی برای امواج ایجاد می‌کنند که برای امواج بلندتر، کمتر از امواج کوتاهتر است. در واقع، چنان‌که در بخش ۲۲-۱۳ نشان خواهیم داد، شدت متناسب است با  $\lambda^4$ :

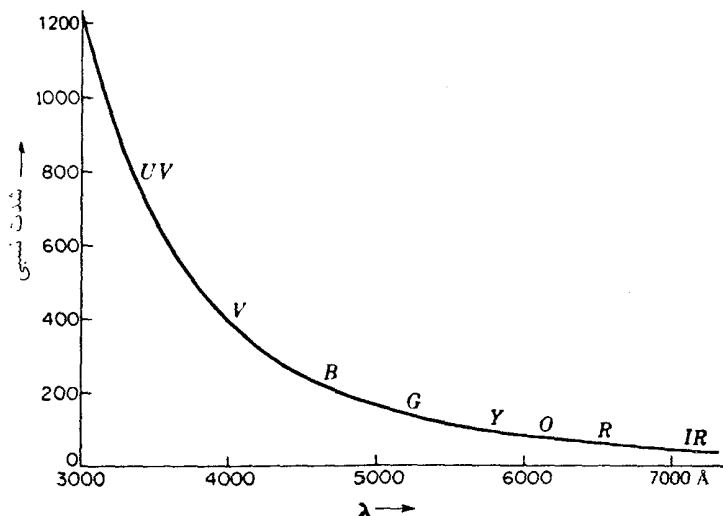
$$I_s = k \frac{1}{\lambda^4}$$

نظر به اینکه طول موج نور قرمز،  $7200 \text{ \AA}$ ، نسبت به طول موج نور بنفش  $4000 \text{ \AA}$ ، بنابه پیش‌گویی قانون پراکندگی آن  $(1/8)^4$  یا  $1/64$  برابر پراکندگی نور بنفش ناشی از ذرات بسیار کوچکتر از طول موج هر یک از این رنگها، خواهد بود. در شکل ۲۲-۷ نمودار کمی این رابطه را مشاهده می‌کنید.

اگر نور سفید از ذراتی به اندازه کافی کوچک، مانند ذرات دود سیگار پراکنده شود، نور پراکنده شده غالباً رنگی مایل به آبی دارد. اگر بزرگی ذرات بیشتر شود، به طوری که دیگر در مقایسه با طول موج کوچک نباشند، رنگ نور به سفیدی می‌زند که در نتیجه بازتابش پخش شده عادی در سطح ذرات است. نور آبی رنگ که در ذرات بسیار کوچک دیده می‌شود، نیز بستگی آن به ابعاد ذرات، برای نخستین بار توسط تیندال\* به طور تجربی بررسی شده است، و این پدیده غالباً با نام او

\* جان تیندال (John Tyndall) (۱۸۹۳-۱۸۲۰). فیزیکدان بریتانیایی بعد از سال ۱۸۶۷ سرپرست انستیتوی سلطنتی وکالج فاراده بوده است. توانایی تیندال در همگان فهم و روشن کردن کشفیات فیزیکی فوق‌العاده چشمگیر بود.





شکل ۲۲-۷ شدت پراکندگی برحسب طول موج بر مبنای قانون ریلی.

عجین است. گردوغبار در مسیر پرتو قوس کربن نور سفید حاصل از پراکندگی در ذرات بزرگ را به خوبی نشان می‌دهد.

## ۲۲-۱۰ پراکندگی مولکولی

هرگاه یک باریکه قوس نور خورشید را از یک مایع خالص عبور دهیم که حتی الامکان از ذرات معلق گردوغبار و مانند آن زدوده شده است، مشاهدات در اتاق تاریک نشان خواهند داد که مقدار اندکی نور آبی رنگ به طور جانبی از باریکه پراکنده می‌شود. هر چند که مقداری از این نور هنوز هم ناشی از ذرات میکروسکوپیکی معلق باقیمانده در مایع است، که نمی‌توان آنها را به کلی از آن زدود، مقداری هم باید ناشی از پراکندگی در تک مولکولهای مایع باشد. در بادی امر، شگفت به نظر می‌رسد که پراکندگی در یک مایع چنین ضعیف باشد، زیرا تراکم مولکولها بسیار زیاد است. در واقع هم این پراکندگی از پراکندگی در مولکولهای یک گاز، با همین تعداد مولکول، بسیار ضعیف تر است. در گازها، مولکولها به طور کاتوره‌ای در فضا توزیع می‌شوند، و به استثنای جهت رو به جلو، در همه جهات امواج پراکنده توسط مولکولهای مختلف دارای فازهای کاملاً کاتوره‌ای‌اند. به این قرار، برای  $N$  مولکول، شدت برابند، درست  $N$  برابر شدت پراکنده شده در هر تک مولکول است (بخش ۱۲-۴). در مایع و بیشتر از آن در جامد، توزیع فضایی دارای نظم معینی است. به علاوه،

وارد آمدن نیروهای میان مولکولی به حذف استقلال فازها می‌انجامد (بخش ۲۲-۸). در نتیجه، پراکندگی در مایعات و جامدات در جهتهایی غیر از جهت رو به جلو، در واقع خیلی ضعیف است. امواج پراکنده به جلو قوی‌اند و در تعیین سرعت نور در محیط نقش اساسی دارند که در فصل بعدی به این موضوع خواهیم پرداخت.

پراکندگی جانبی در گازها هم ضعیف است، اما در اینجا، ضعف ناشی از تعداد نسبتاً اندک مراکز پراکندگی است. اما، هرگاه ضخامت زیادی از گاز در دسترس باشد، چنانکه در جو زمین چنین چیزی مشاهده می‌کنیم، نور پراکنده به آسانی مشاهده می‌شود. ریلی نشان داده است که عملاً تمامی روشنایی که در آسمان صاف می‌بینیم، ناشی از پراکندگی در مولکولهای هواست. در غیر این صورت، آسمان کاملاً سیاه به نظر می‌رسید. در واقع، پراکندگی مولکولی موجب می‌شود که مقدار قابل توجهی نور از جهاتی که با نور مستقیم خورشید زاویه می‌سازند به ناظر برسد، و به این ترتیب، آسمان روشن به نظر می‌رسد. رنگ آبی آسمان ناشی از پراکندگی بیشتر طول موجهای کوتاهتر است. ریلی مقادیر نسبی نور طول موجهای مختلف آسمان را اندازه گرفته و نتایج وی با قانون  $\lambda^{-4}$  توافق نزدیکی را نشان داده است. رنگ سرخ خورشید و آسمان پیرامون آن در هنگام غروب آفتاب هم از همین پدیده ناشی می‌شود. در این حالت، پراکندگی، رنگ آبی را بیشتر از رنگ قرمز از پرتو مستقیم حذف می‌کند، و ضخامت بسیار زیاد قشر هوایی که باید پیموده شود، به نور عبوری پوشش قرمز می‌دهد. در بخشهای ۲۴-۱۵ و ۲۴-۱۶، آزمایشی هم در مورد رنگ آبی آسمان و هم رنگ قرمز خورشید در هنگام غروب توصیف خواهد شد.

## ۲۲-۱۱ اثر رامان\*

اثر رامان پراکندگی با تغییر طول موج، چیزی شبیه فلوتورسانی، است. ولی این اثر از دو دیدگاه مهم با فلوتورسانی فرق می‌کند. اولاً، طول موج نوری که بر ماده پراکنده کننده می‌تابد نباید با یکی از خطوط جذبی یا نوارهای جذبی ماده متناظر باشد. در غیر این صورت، فلوتورسانی روی خواهد داد؛ چنانکه در آزمایش بخش ۲۲-۵، که در آن خط سبز جیوه در بخارید جذب می‌شود، نشان داده‌ایم. ثانیاً شدت نور پراکنده در اثر رامان بسیار کمتر از غالب نورهای فلوتورسانی است. از این بابت، آشکارسازی اثر رامان نسبتاً دشوار است، و مشاهده آن معمولاً باید از طریق عکاسی صورت گیرد.

دستگاهی که در شکل ۲۲-۳ مشاهده می‌کنید، برای مشاهدات اثر رامان به خوبی سازگار شده است. برای این منظور، باید مایع یا گازی که برای نور فرودی شفاف است، در لوله  $C$  پر شود. بهتر

\* سی. وی. رامان (Raman C. V.) (۱۸۸۸-۱۹۷۱)، استاد دانشگاه کلکته. در سال ۱۹۳۰ به خاطر کارهایش در حوزه پراکندگی و کشف اثری که به نام خودش نامیده شده است، به دریافت جایزه نوبل نایل آمد.

است لولهٔ  $B$  هم از محلول اشباع شده سدیم نیتريت پر شود، زیرا این محلول خطوط فرابنفش قوس جیوه را جذب و خط آبی-بنفش با طول موج  $4358\text{\AA}$  را با شدت زیادی عبور می‌دهد. در شکل ۲۲-۵ (ه) طیف رامان  $\text{CCl}_4$  را مشاهده می‌کنید. ملاحظه می‌شود که نقش خطوط رامان با هر یک از خطوط قوس جیوه برانگیخته شده است. در شکل ۲۲-۴ (د)، طیف رامان هیدروژن گازی را می‌بینید که دارای دو مجموعه خط در جهتی است که به سوی قرمز خط برانگیختگی نشان می‌دهد و در این مورد طول موج  $2536\text{\AA}$  است. گاهی هم خطوط ضعیفتر در جهتی دیده می‌شود که به سوی بنفش است و دو تا از آنها در (د)، و سه تا ایشان در (ه)، مرئی است. این پدیده گاهی هم در فلئوئورسانی دیده شده است. نظر به اینکه طول موج نور این خطوط نسبت به طول موج نور فرودی کوتاهتر است، تخطی از قانون استوکس (بخش ۲۲-۶) را نشان می‌دهند و به آنها خطوط پاداستوکس می‌گویند.

## ۲۲-۱۲ نظریهٔ پراکندگی

وقتی یک موج الکترومغناطیسی از روی یک ذرهٔ باردار مقید کشسان می‌گذرد، میدان الکتریکی،  $E$ ، ذره را به حرکت در می‌آورد. در بخش ۲۲-۸، حالتی را بررسی کردیم که در آن، بسامد موج با بسامد طبیعی ارتعاش آزاد ذره برابر بود. در این صورت، تحت شرایط معینی، تشدید و فلئوئورسانی، و تحت شرایطی دیگر بازتابش گزینشی روی می‌داد. در هر دو حالت، امکان وقوع مقدار زیادی جذب وجود دارد. از سوی دیگر، در بسامدهایی نامتناظر با بسامدهای طبیعی ذرات، پراکندگی پیش می‌آید. در این صورت، ذرات ارتعاش واداشته اجرا خواهند کرد. اگر نیرویی که از قانون هوک پیروی می‌کند ذره را مقید کند، این ارتعاش همان بسامد و جهتی خواهد بود که نیروی الکتریکی به صورت موج دارد. ولی دامنه آن از دامنهٔ تشدید بسیار کوچکتر خواهد بود. بنابراین، دامنه موج پراکنده، به علت ضعف نسبی پراکندگی مولکولی، بسیار کم است. فاز ارتعاش واداشته با فاز موج فرودی متفاوت خواهد بود، و این امر باعث اختلاف سرعت نور در یک محیط با سرعت آن در فضای آزاد (خلاً) است. به این ترتیب، پراکندگی اساس پاشندگی را تشکیل می‌دهد که در فصل آینده در خصوص آن صحبت خواهیم کرد.

نظریهٔ الکترومغناطیسی همچنین می‌تواند تصویری کیفی از تغییرات طول موج، که در اثر رامان و فلئوئورسانی روی می‌دهد، ارائه دهد. هرگاه نوسانگر باردار با نیرویی مقید باشد که نه از قانون هوک، بلکه از قانونی تا حدی پیچیده‌تر، پیروی کند قادر خواهد بود که نه تنها بسامد وارد آمده، بلکه ترکیبات گوناگون این بسامد با بسامدهای اصلی و فرکانسهای فرعی نوسانگر را نیز باز بتاباند. ولی برای شرح کامل این پدیده‌ها، نظریهٔ الکترومغناطیسی به تنهایی تکافو نمی‌کند. این نظریه نمی‌تواند مقادیر واقعی تغییرات بسامد را توجیه کند، همچنین، نمی‌تواند این موضوع را شرح دهد که بسامدها

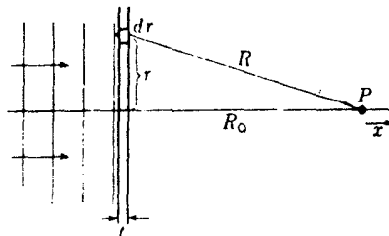
گرایش غالب به سوی بسامدهای پایتتر دارند. برای تبیین این مطالب، باید به نظریه کوانتومی توسل جست.

پراکندگی ریلی، توزیع مشخصه‌ای برای شدت در جهت‌های مختلف نسبت به شدت باریکه اولیه به دست می‌دهد. همچنین، نور پراکنده شدیداً قطبیده است. این جنبه‌ها، با پیشگوییهای نظریه الکترومغناطیسی توافق کلی دارند. ولی تا وقتی که مبحث قطبش را نشکافته‌ایم (بخش ۲۴-۱۷)، به این موضوع نخواهیم پرداخت.

## ۲۲-۱۳ پراکندگی و ضریب شکست

این واقعیت که سرعت نور در ماده نسبت به سرعت آن در خلأ فرق می‌کند، ناشی از پراکندگی است. تک‌مولکولها، جزء مشخصی از نوری را که بر آنها می‌افتد، پراکنده می‌کنند و امواج پراکنده حاصل با موج اولیه تداخل می‌کنند و تغییر فازی پدید می‌آورند که معادل تغییر دادن سرعت موج است. در مباحثی که از این پس مطرح می‌کنیم، این فرایند را با تفصیل بیشتری مورد بحث قرار خواهیم داد. اما در اینجا می‌توانیم برخی بررسیهای ساده را برای نشان دادن رابطه مابین پراکندگی و ضریب شکست به کار گیریم.

در شکل ۲۲-۸ امواج تختی را مشاهده می‌کنید که بر یک ورقه پهن نامتناهی از ماده‌ای شفاف، که ضخامت آن در مقایسه با طول موج کوچک است، فرود می‌آیند. دامنه بردار الکتریکی در این موج فرودی را واحد می‌گیریم تا در نمادگذاری نمایی (بخش ۱۴-۸) بتوان آن را در یک زمان خاصی به صورت  $E = e^{ikz}$  نشان داد. هرگاه آن بخش از موجی که پراکنده می‌شود کوچک باشد، اختلالی که به نقطه مفروض  $P$  می‌رسد، اساساً برابر خواهد بود با موج اصلی به اضافه سهم کوچکی از نور پراکنده به وسیله اتمهای موجود در ورقه نازک. برای مقدار یابی این سهم، یادآور می‌شویم که شدت آن با ضریب  $\alpha_s$  در معادله (۲۲-۲) متناسب است. این ضریب کاهش شدت نسبی در پراکندگی ضمن عبور از ضخامت کوچک  $t$  را که شدت پراکندگی باید با آن متناسب



شکل ۲۲-۸ هندسه پراکندگی به وسیله یک ورقه نازک.

باشد، محاسبه می‌کند. بنابراین، داریم:

$$-\frac{dI}{I} = \alpha_s t \approx I_s \quad (3-22)$$

چون تعداد اتمها در واحد سطح این ضخامت عبارت است از  $Nt$ ، شدت حاصل از پراکندگی ناشی از یک تک‌اتم، به این قرار خواهد شد:

$$I_1 \approx \frac{\alpha_s t}{Nt} = \frac{\alpha_s}{N}$$

و دامنه آن چنین می‌شود:

$$E_1 \approx \sqrt{\frac{\alpha_s}{N}}$$

این روابط وقتی صادق‌اند که امواج پراکنده به وسیله مراکز مختلف، ناهمدوس باشند، چنان‌که در مورد ذرات دود مورد بحث در بخش ۲۲-۲۳ چنین بود. ولی حالت فعلی پراکندگی ریلی را باید همدوس گرفت، لذا همه امواجی که پراکنده‌ها را ترک می‌کنند با یکدیگر همفازند. پس باید به‌جای شدتها، دامنه‌ها را با هم جمع کنیم، و دامنه پراکنده شده کل خواهد شد

$$E_s \approx Nt \sqrt{\frac{\alpha_s}{N}} = t \sqrt{\alpha_s N}$$

دامنه مختلط  $P$  از انتگرالگیری این کمیت روی سطح قطعه کوچک، و افزودن دامنه موج اصلی به آن، به دست می‌آید. بنابراین، دامنه متوجه، می‌شود:

$$E + E_s = e^{ikR_0} + t \sqrt{\alpha_s N} \int_0^\infty \frac{2\pi r}{R} dr e^{ikR}$$

که در آن ضریب  $1/R$  به اعتبار قانون عکس مجذور وارد عبارت بالا شده است. حال، چون  $R^2 = R_0^2 + r^2$ ، داریم:  $r dr = R dR$  و انتگرال بالا را می‌شود به صورت زیر نوشت:

$$\int_0^\infty \frac{2\pi}{R} e^{ikR} r dr = 2\pi \int_{R_0}^\infty e^{ikR} dR = \frac{2\pi}{ik} [e^{ikR}]_{R_0}^\infty$$

نظر به اینکه طول قطارهای موج همیشه محدود است، با  $R \rightarrow \infty$ ، پراکندگی هیچ چیزی به موج

همدوس نمی‌افزاید. با جایگذاری مرز پایینی انتگرال، جواب زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} E + E_s &= e^{ikR_0} - t\sqrt{\alpha_s N} \frac{\lambda}{i} e^{ikR_0} \\ &= e^{ikR_0} + t\sqrt{\alpha_s N} i\lambda e^{ikR_0} \\ &= e^{ikR_0} (1 + i\lambda t\sqrt{\alpha_s N}) \end{aligned}$$

بنابر فرض اولیه، جمله دوم داخل پرانتز، در مقایسه با جمله اول کوچک است. این دو جمله، عبارت‌اند از نخستین دو جمله حاصل از بسط عبارت  $e^{i\lambda t\sqrt{\alpha_s N}}$ ، و می‌توان در اینجا از این تساوی بهره گرفت، یعنی

$$E + E_s = \exp(ikR_0) \exp(i\lambda t\sqrt{\alpha_s N}) = \exp[i(kR_0 + \lambda t\sqrt{\alpha_s N})]$$

بنابراین، فاز موج، در  $P$  به مقدار  $\lambda t\sqrt{\alpha_s N}$  تغییر یافته است. اما می‌دانیم که (بخش ۱۳-۱۵) وجود ضخامت کوچک  $t$  با ضریب شکست  $n$  موجب تأخیر فاز  $(n-1)t$  می‌شود، پس:

$$\lambda t\sqrt{\alpha_s N} = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)t$$

و بالاخره خواهیم داشت

$$n-1 = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sqrt{\alpha_s N} \quad (4-22)$$

این رابطه مهم حاوی قانون پراکندگی ریلی (بخش ۲۲-۹) است، زیرا بنابر معادله (۲۲-۳)،  $I_s$  با  $\alpha_s$  متناسب است، پس این شدت پراکنده شده، به شرط اینکه  $n$  از طول موج مستقل باشد، با  $1/\lambda^4$  تغییر می‌کند. برای رسیدن به این رابطه، جذب منظور نشده است، از این رو، این معادله فقط برای طول موجهایی که فاصله کافی از همه نوارهای جذبی دارند، صادق است. در فصل آتی خواهیم دید که رفتار ضریب شکست، با میل کردن طول موج به سوی طول موج یک نوار جذبی، چگونه است.

## مسائل

۱-۲۲ یک لوله شیشه‌ای به طول  $35^\circ$  متر حاوی گازی در فشار متعارف جو است. اگر ضریب جذب این گاز تحت شرایط یاد شده عبارت باشد از  $1650 \text{ m}^{-1}$ ، مطلوب است شدت نسبی نور عبوری (تراکسیلیده).  
جواب:  $561^\circ$  یا  $561\%$ .

۲-۲۲ یک لوله شیشه‌ای میان تهی به طول  $35^\circ \text{cm}$ ، با دریچه‌های انتهایی حاوی ذرات ریز دود است که پراکندگی ریلی ایجاد می‌کنند. تحت این شرایط،  $65^\circ$  درصد نور از طول آن عبور می‌کند. بعد از ته‌نشین شدن ذرات دود، نور تراکسیلیده  $88^\circ$  درصد می‌شود. مطلوب است محاسبه مقادیر: (الف) ضریب پراکندگی؛ و (ب) ضریب جذب.

۳-۲۲ یک میله پلاستیکی توپر به طول  $6^\circ \text{cm}$ ، می‌تواند  $85^\circ$  درصد نوری را از خود عبور دهد که از یک سرش وارد می‌شود. هنگامی که این میله دستخوش تابش یک باریکه تابشی قوی قرارگیرد، ذرات ریزی درون آن تولید می‌شوند که به پراکندگی ریلی خواهد انجامید. تحت این تغییر شرایط، میله فقط  $55$  درصد نور را عبور می‌دهد. مطلوب است محاسبه: (الف) ضریب جذب؛ و (ب) ضریب پراکندگی میله.

۴-۲۲ ضریب جذب یک میله پلاستیکی خاص به طول  $4^\circ \text{cm}$ ، عبارت است از  $429 \text{cm}^{-1}$   $0^\circ$ . هرگاه  $5^\circ$  درصد نوری که از یک سر این میله وارد می‌شود تراکسیل شود، پیدا کنید: (الف) ضریب پراکندگی؛ و (ب) ضریب کل آن را.  
جواب: (الف)  $1304 \text{cm}^{-1}$   $0^\circ$ ؛ (ب)  $1733 \text{cm}^{-1}$   $0^\circ$ .

۵-۲۲ براساس داده‌های ارائه شده در این فصل، پرتوهای بازمانده (الف) روبیدیم کلرید در عبور از سنگ نمک (NaCl)، و سدیم کلرید در عبور از کوارتز چقدرند؟

۶-۲۲ شدت پرتوهای بازمانده پس از پنج بار بازتابش در نوعی بلور خاص  $10^6 \times 425$  برابر شدت تابش با طول موجهای مجاور است. با این فرض که بازتابندگی در طول موجهای اخیر  $425^\circ$  درصد است، بازتابندگی در مرکز نوار جذبی چقدر باید باشد؟

۷-۲۲ مطلوب است محاسبه نسبت شدتهای پراکندگی ریلی برای دو خط جیوه،  $2536 \text{Å}$   $\lambda =$ ، در ناحیه فرابنفش و  $4916 \text{Å}$   $\lambda =$  در ناحیه مرئی سبز-آبی.

جواب:  $14123$ .

۸-۲۲ عکاسان حرفه‌ای می‌دانند که فیلتر (پالایه) نارنجی، تیرگی آبی‌رنگ نور پراکنده را حذف می‌کند و در عکسهای مناظر طبیعی تباين (کنتراست) بهتری ایجاد می‌شود. بر اساس ترکیب طیفی شکل ۷-۲۲، پالایه‌ای که نور زیر  $5500 \text{Å}$  را جذب می‌کند، چه کسری از نور پراکنده را حذف خواهد کرد؟ تراکسیل عدسی دوربین و حساسیت فیلم، گستره طیفی عادی دوربین را از  $3900$  تا  $6200$  انگستروم محدود می‌کنند.

## پاشندگی

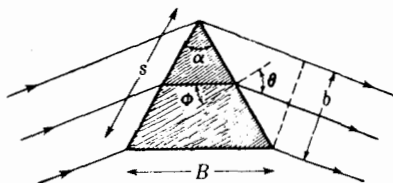
در مبحث پاشندگی، دربارهٔ سرعت نور در ماده و تغییرات این سرعت به تناسب با طول موج، بحث می‌کنیم. نظر به اینکه سرعت عبارت است از  $c/n$ ، هر تغییری در ضریب شکست،  $n$  تغییری متناظر در سرعت را در پی دارد. در بخش ۱-۴، دیده‌ایم که پاشندگی رنگ ناشی از شکست در مرز مشترک میان دو ماده مختلف، گواه مستقیم بستگی  $n$  با طول موج است. در واقع هم اندازه‌گیریهای انحراف چند خط طیفی در منشور صحیح‌ترین وسیله تعیین ضریب شکست را فراهم می‌آورد، و از این‌رو اندازه‌گیری سرعت نور به صورت تابعی از طول موج را میسر می‌کند.

## ۱-۲۳ پاشندگی منشور

مطابق شکل ۱-۲۳، وقتی که پرتوی از یک منشور می‌گذرد، می‌توانیم زاویه‌های خروجی  $\theta$  از طول موجهای مختلف را اندازه‌گیری کنیم. آهنگ تغییر،  $d\theta/d\lambda$ ، را پاشندگی زاویه‌ای منشور می‌نامیم. به سهولت می‌توان از حاصلضرب دو عامل، پاشندگی زاویه‌ای را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d\theta}{dn} \frac{dn}{d\lambda} \quad (۱-۲۳)$$





شکل ۱-۲۳ شکست در منشور تحت می نیموم انحراف.

عامل اول را می توان به تنهایی از طریق ملاحظات هندسی مقدار یابی کرد، در حالی که عامل دوم یکی از خاصیت های مشخصه ماده منشور است، که معمولاً آن را صرفاً پاشندگی آن ماده می نامند. پیش از اینکه کمیت اخیر را بررسی کنیم، ابتدا مقدار عامل هندسی،  $d\theta/dn$ ، را برای یک منشور در حالت خاص می نیموم انحراف می یابیم.

به ازای زاویه فرودی مفروضی که بر وجه دوم منشور وارد می آید، از قانون شکست اسنل،  $n = \sin \theta / \sin \phi$ ، دیفرانسیل می گیریم و در این کار،  $\sin \phi$  را مقداری ثابت تلقی می کنیم؛ در نتیجه داریم:

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{\sin \phi}{\cos \theta}$$

ولی، این مقداری نیست که بتوان آن را در معادله (۱-۲۳) قرار داد، زیرا در این معادله میزان تغییر  $\theta$  به ازای یک جهت ثابت پرتوهای فرودی به وجه اول مورد نظر است. اما، به سبب تقارن در حالت می نیموم انحراف به وضوح معلوم می شود که در این دو وجه انحراف های مساوی روی می دهد، به طوری که میزان کل تغییر دو برابر مقدار بالا خواهد بود؛ پس داریم:

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{2 \sin \phi}{\cos \theta} = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\cos \theta}$$

که در آن  $\alpha$  زاویه رأس منشور است. این نتیجه را می توان با بیان آن بر حسب طولها به جای زوایا، با هم ساده تر کرد. با علامتگذاری طولها در شکل ۱-۲۳ با حروف  $s$ ،  $B$ ، و  $b$  می رسمیم به:

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{2s \sin(\alpha/2)}{s \cos \theta} = \frac{B}{b} \quad (2-23)$$

به این ترتیب، عامل هندسی مطلوب عبارت است از نسبت قاعده منشور به دهانه خطی باریکه

جدول ۲۳-۱ ضریب شکست برای انواع مواد جامد شفاف

طول موج رنگ $\lambda$ , Å							ماده
بنفش	آبی	سبز	زرد	نارنجی	قرمز		
۴۱۰۰	۴۷۰۰	۵۵۰۰	۵۸۰۰	۶۱۰۰	۶۶۰۰		
۱٫۵۳۸۰	۱٫۵۳۱۰	۱٫۵۲۶۰	۱٫۵۲۲۵	۱٫۵۲۱۶	۱٫۵۲۰۰	شیشه کروان	
۱٫۶۰۴۰	۱٫۵۹۶۰	۱٫۵۹۱۰	۱٫۵۸۷۵	۱٫۵۸۶۷	۱٫۵۸۵۰	فلینت سبک	
۱٫۶۹۹۰	۱٫۶۸۳۶	۱٫۶۷۳۸	۱٫۶۶۶۷	۱٫۶۶۵۰	۱٫۶۶۲۰	فلینت چگال	
۱٫۵۵۷۰	۱٫۵۵۱۰	۱٫۵۴۶۸	۱٫۵۴۳۸	۱٫۵۴۳۲	۱٫۵۴۲۰	کوارتز	
۲٫۴۵۸۰	۲٫۴۴۳۹	۲٫۴۲۶۰	۲٫۴۱۷۲	۲٫۴۱۵۰	۲٫۴۱۰۰	الماس	
۱٫۳۱۷۰	۱٫۳۱۳۶	۱٫۳۱۱۰	۱٫۳۰۸۷	۱٫۳۰۸۰	۱٫۳۰۶۰	یخ	
۲٫۶۳۱۰	۲٫۵۱۰۶	۲٫۴۳۶۰	۲٫۴۱۷۰	۲٫۳۹۷۷	۲٫۳۷۴۰	تیتانات استرونیوم (SrTiO <sub>۲</sub> )	
۳٫۳۴۰۸	۳٫۱۰۳۱	۲٫۹۵۲۹	۲٫۹۱۸۰	۲٫۸۸۹۴	۲٫۸۵۳۵	روتایل (TiO <sub>۲</sub> ), پروتو E	

خروجی، مقداری که چندان اختلافی با واحد ندارد. پس پاشندگی زاویه‌ای عبارت است از:

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{B}{b} \frac{dn}{d\lambda} \quad (۳-۲۳)$$

در ارتباط با این معادله، باید توجه کنیم که معادله توان تفکیک رنگی [معادله (۱۵-۱۰)] به آسانی و از طریق جایگذاری  $\lambda/b$  به جای  $d\theta$  در این معادله به دست می‌آید.

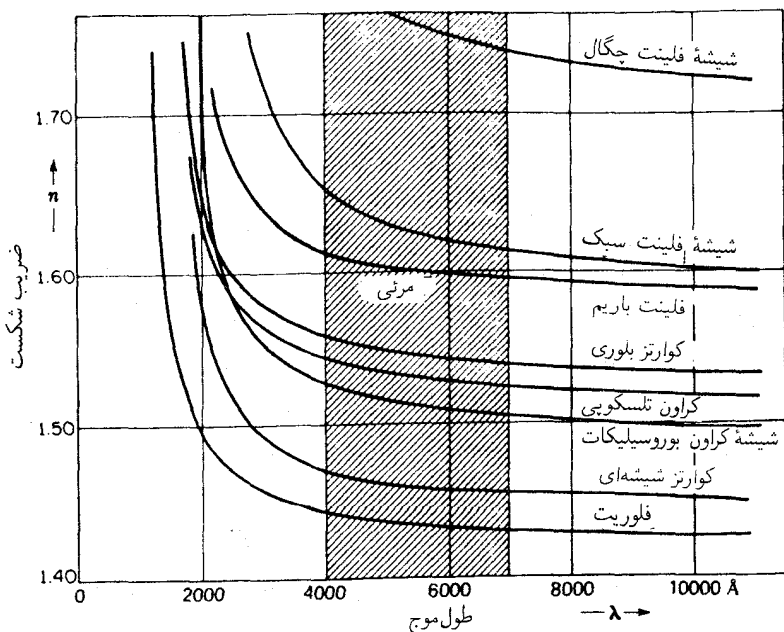
## ۲-۲۳ پاشندگی بهنجار

در بررسی عامل دوم در معادله (۲۳-۱)، با بازنگری برخی واقعیت‌های شناخته شده درباره تغییرات  $n$  متناسب با  $\lambda$  شروع می‌کنیم. اندازه‌گیریهایی برخی انواع متداول شیشه، نتایجی به دست داده‌اند که در جدولهای ۱-۲۳ و ۲-۲۳ درج شده‌اند. هرگاه منحنی تغییرات مجموعه‌ای از مقادیر  $n$  را برحسب طول موج ترسیم کنیم، نمودار حاصل شبیه یکی از منحنیهای شکل ۲-۲۳ خواهد بود. منحنیهای به دست آمده برای منشورهایی از جنس مواد اپتیکی متفاوت، ممکن است در بعضی جزئیات متفاوت باشند، اما جملگی شکل کلی یکسانی خواهند داشت. این منحنیها نمایانگر پاشندگی بهنجار هستند که در آن، نکات مهم زیر را مشخص می‌کنیم:

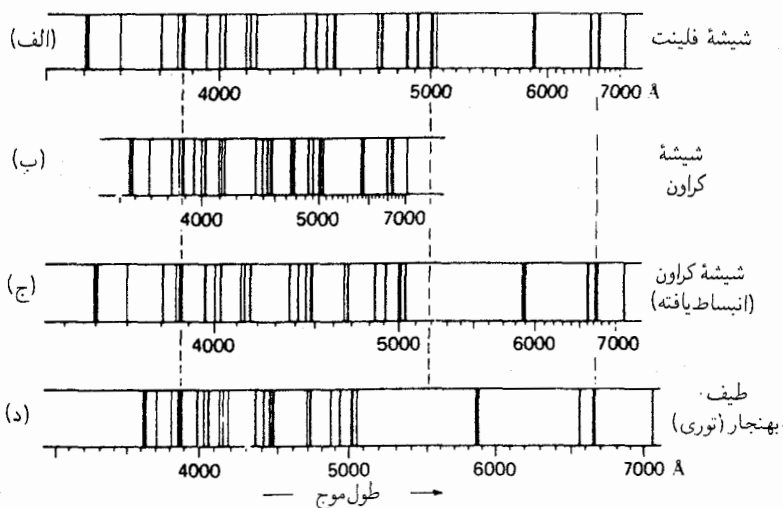
۱. ضریب شکست با کاهش طول موج، افزایش می‌یابد.

جدول ۲۳- ضرایب شکست و پاشندگی برای چند نوع شیشه اپتیکی متداول. واحد پاشندگی  $10^{-5} / \text{\AA}$

کوارتز شیشه‌ای		فلینت باریم		کراون بوروسیلیکات		کراون تلسکوپ		طول موج
$-\frac{dn}{d\lambda}$	$n$	$-\frac{dn}{d\lambda}$	$n$	$-\frac{dn}{d\lambda}$	$n$	$-\frac{dn}{d\lambda}$	$n$	$\lambda$ و $\text{\AA}$
۰٫۲۷	۱٫۴۵۶۴۰	۰٫۳۸	۱٫۵۸۸۴۸	۰٫۳۱	۱٫۵۰۸۸۳	۰٫۳۵	۱٫۵۲۴۴۱	۶۵۶۳ C
۰٫۲۸	۱٫۴۵۶۷۴	۰٫۳۹	۱٫۵۸۸۹۶	۰٫۳۲	۱٫۵۰۹۱۷	۰٫۳۶	۱٫۵۲۴۹۰	۶۴۳۹
۰٫۳۵	۱٫۴۵۸۴۵	۰٫۵۰	۱٫۵۹۱۴۴	۰٫۴۱	۱٫۵۱۱۲۴	۰٫۴۳	۱٫۵۲۷۰۴	۵۸۹۰ D
۰٫۴۵	۱٫۴۶۰۶۷	۰٫۶۸	۱٫۵۹۴۶۳	۰٫۵۵	۱٫۵۱۳۸۶	۰٫۵۸	۱٫۵۲۹۸۹	۵۳۳۸
۰٫۵۲	۱٫۴۶۱۹۱	۰٫۷۸	۱٫۵۹۶۴۴	۰٫۶۳	۱٫۵۱۵۳۴	۰٫۶۶	۱٫۵۳۱۴۶	۵۰۸۶
۰٫۶۰	۱٫۴۶۳۱۸	۰٫۸۹	۱٫۵۹۸۲۵	۰٫۷۲	۱٫۵۱۶۹۰	۰٫۷۸	۱٫۵۳۳۰۳	۴۸۶۱ F
۰٫۸۴	۱٫۴۶۶۹۰	۱٫۲۳	۱٫۶۰۳۶۷	۱٫۰۰	۱٫۵۲۱۳۶	۱٫۱۲	۱٫۵۳۷۹۰	۴۳۴۰ G'
۱٫۱۲	۱٫۴۷۰۳۰	۱٫۷۲	۱٫۶۰۸۷۰	۱٫۲۶	۱٫۵۲۵۴۶	۱٫۳۹	۱٫۵۴۲۴۵	۳۹۸۸ H



شکل ۲۳- منحنیهای پاشندگی چند ماده گوناگونی که معمولاً برای عدسیها و منشورها بهکار می‌رود.



شکل ۲۳-۳ مقایسه طیف هلیم ناشی از طیف‌نگارهای منشوری از شیشه فلینت و کرارون، با طیف بهنجار.

۲. آهنگ افزایش، در طول موجهای کوتاهتر، بیشتر می‌شود.

۳. در مواد مختلف، شیب منحنی تغییرات طول موج مفروضی بر حسب ضریب شکست بزرگتر معمولاً بیشتر است.

۴. منحنی یک ماده را نمی‌توان صرفاً با تغییر مقیاس مختصات از منحنی مربوط به ماده دیگر به دست آورد.

نخستین بند این نکات با این مشاهده رایج انطباق دارد که در شکست به وسیلهٔ یک ماده شفاف، انحراف بنفش بیشتر از انحراف قرمز است. نکته دوم را هم می‌توان از این قرار بیان کرد که پاشندگی، با کاهش طول موج افزایش می‌یابد. این نتیجه‌گیری از این امر ناشی می‌شود که پاشندگی،  $dn/d\lambda$ ، در واقع شیب منحنی است (معمولاً علامت منفی آن نادیده گرفته می‌شود) که به طور سیستماتیکی با میل کردن به سوی مقادیر کوچک  $\lambda$  افزایش می‌یابد. یکی از پیامدهای مهم این رفتار پاشندگی از این قرار است که در طیف تشکیل شده از یک منشور انتهای بنفش طیف پهن‌شدگی بسیار بیشتری از انتهای قرمز آن دارد. به این ترتیب، این طیف تا یک طیف بهنجار فاصلهٔ زیادی دارد (بخش ۱۷-۶). این موضوع را از شکل ۲۳-۳ به خوبی در می‌یابیم، که در آن طیف هلیم به دست آمده از منشورهای شیشه فلینت و کرارون و با بهره‌گیری از توری تحت شرایط صحیحی که طیفی بهنجار را به دست می‌دهند، به صورت نموداری نشان داده شده است.

نکته سوم از مجموعه نکات بالا مستلزم آن است که برای ماده‌ای با ضریب شکست زیاد،

پاشندگی  $dn/d\lambda$  نیز بیشتر خواهد شد. به این ترتیب، با مقایسه (الف) و (ب) در شکل ۲۳-۳ شیشه فلینت دارای بالاترین ضریب شکست است، و به سبب پاشندگی بزرگترش، طیف طولانیتری به دست می‌دهد. برای مقایسه فاصله نسبی خطوط در (ب) با فاصله خطوط در (الف)، طیف شیشه کراون، در (ج)، بزرگتر نموده شده است، تا فاصله میان  $13888\lambda$  و  $16678\lambda$  در (ج) و (د) یکسان شود. با این کار، می‌بینیم که توافق کامل با خطوط (الف) وجود ندارد. در واقع، طیفهای حاصل از منشورهای مواد مختلف هرگز در فواصل نسبی شان دقیقاً با یکدیگر تطبیق نخواهند کرد. این رویداد، پیامد چهارمین نکته از مجموعه نکات بالاست که بنابر آن، شکل منحنیهای پاشندگی برای هر ماده، متفاوت است. در منحنی شیشه فلینت، در شکل ۲۳-۲، نسبت شیب رنگهای بنفش به شیب انتهای قرمز، بزرگتر از این نسبت در منحنی شیشه کراون است. در نتیجه، پاشندگی مواد مختلف، چون رابطه ساده‌ای میان منحنیهای مختلف وجود ندارد، گنگ یا اصم موصوف شده‌است. همه مواد شفاف غیرنرنگی، در ناحیه مرئی پاشندگی بهنجار را نشان می‌دهند. شاید بزرگی ضریب شکست در مواد مختلف کاملاً با هم فرق کنند، ولی تغییرات آن به تناسب طول موج همواره مشخصات توصیف شده‌ی بالا را نشان می‌دهند. به طور کلی، هر چه چگالی ماده بیشتر باشد، ضریب شکست آن بیشتر و پاشندگی اش نیز بیشتر است. مثلاً، چگالی شیشه فلینت در حدود ۲٫۸ است که از چگالی شیشه کراون معمولی، ۲٫۴، بیشتر است.  $n$  برای آب کوچکتر و  $dn/d\lambda$  نیز کوچکتر است، در حالی که در ماده‌ای بسیار سبک مانند هوا،  $n$  عملاً واحد و  $dn/d\lambda$  بسیار نزدیک به صفر است. برای هوا  $n = 1.000276$ ، در نور قرمز (خط C فرانهوفر) فقط تا  $n = 1.000279$  در نور بنفش (خط F فرانهوفر) افزایش می‌یابد. این قاعده مرتبط کردن چگالی با ضریب شکست فقط اطلاعات آگاهی‌هایی کمی است، و استثناهای زیادی را می‌توان در آن یافت. مثلاً، ضریب شکست اتر از ضریب شکست آب (۱٫۳۶ برای اتر، ۱٫۳۳ برای آب) بیشتر است، ولی چگالی آن از آب کمتر است که از شناور ماندن اتر روی آب معلوم می‌شود. به همین ترتیب هم، همبستگی پاشندگی زیاد با ضریب شکست بالا چندان دقیق نیست، و قاعده سوم یاد شده در بالا استثناهای زیادی دارد. چگالی الماس ۳٫۵۲، یکی از بالاترین ضرایب شکست در میان مواد گوناگون، که میان  $2.4100$  برای خط C و  $2.4354$  برای خط F تغییر می‌کند. تفاضل میان این مقادیر، معیاری برای پاشندگی، فقط  $0.0254$  است، در حالی که یک شیشه فلینت چگال برای مقدار پاشندگی یکسان تفاضل  $0.05$  را به دست می‌دهد.

### ۳-۲۳ معادله کوشی

نخستین اقدام موفقیت‌آمیز برای نمایش پاشندگی بهنجار به کمک معادله را، کوشی در سال ۱۸۳۶ به عمل آورده است. معادله را می‌توان به این قرار نوشت:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

که در آن  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  مقادیر ثابتی اند که مشخصه ماده به شمار می آیند. این معادله منحنیهای ناحیه مرئی را، مطابق نواحی واقع در شکل ۲۳-۲، با دقت چشمگیری نمایش می دهند. برای پیدا کردن این سه مقدار ثابت، لازم است که مقادیر  $n$  برای سه مقدار مختلف  $\lambda$  را بدانیم. در این صورت، با حل سه معادله سه مجهولی، مقادیر  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  به دست می آید. در مواردی، کافی است که تنها دو جمله اول را در نظر گرفت و دو مقدار ثابت از مقادیر  $n$  به ازای دو مقدار  $\lambda$  را به دست آورد. از معادله دوجمله ای کوشی:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (۴-۲۳)$$

می توان به کمک دیفرانسیل گیری، پاشندگی را به دست آورد:

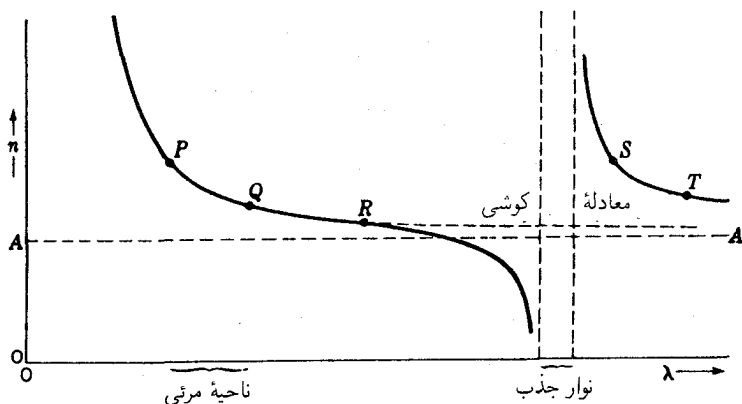
$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3} \quad (۵-۲۳)$$

این معادله نشان می دهد که پاشندگی به صورت تقریبی با عکس توان سوم طول موج تغییر می کند. این میزان در  $4000 \text{ \AA}$ ، تقریباً هشت برابر  $8000 \text{ \AA}$  خواهد شد. علامت منفی به دلیل شیب منفی منحنیهای پاشندگی است.

بعدها معلوم شد که استدلال نظری که کوشی معادله خود را بر اساس آن قرار داده درست نبوده است، و از این رو باید آن را به عنوان یک معادله تجربی محض تلقی کرد. با همه این احوال، این معادله در موارد پاشندگی بهنجار به صورت رضایت بخشی صدق می کند و از زاویه عملی، معادله بسیار سودمندی است. بعداً نشان خواهیم داد که معادله کوشی حالت خاصی از معادله کاملتری به شمار می آید که دارای مبنای نظری درستی است.

## ۴-۲۳ پاشندگی نابهنجار

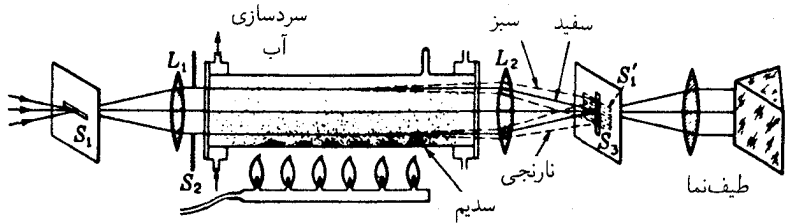
هرگاه اندازه گیریهای ضریب شکست یک ماده شفاف مانند کوارتز، را به ناحیه فرورسرخ طیف گسترش دهیم، منحنی پاشندگی شروع به نشان دادن انحرافهای بارز از معادله کوشی می کند. انحرافها همیشه از نوع شکل ۴-۲۳ هستند، که در آن با شروع از نقطه  $R$ ، ملاحظه می شود که ضریب شکست بسیار تندتر از آنچه معادله کوشی برای مقادیر  $n$  نور مرئی (میان  $P$  و  $Q$ ) با صحت



شکل ۲۳-۴ پاشندگی ناپهنجار ماده شفافى مانند کوارتز در فروسخ.

کامل به دست می‌دهد، افت می‌کند. این معادله، به ازای مقادیر بزرگ  $\lambda$  کاهش کاملاً تدریجی  $n$  (منحنی خط چین) را پیشگویی می‌کند، و با میل کردن  $\lambda$  به بینهایت، ضریب شکست مقدار حدی  $A$  را می‌گیرد [معادله ۲۳-۴]. برخلاف این پیشگویی، مقادیر اندازه‌گیری شده  $n$  ابتدا سریعتر و باز هم سریعتر کاهش می‌یابند تا به ناحیه‌ای در فروسخ می‌رسند که در آن نور اصلاً دیگر عبور نمی‌کند. این ناحیه نواری جذبی است (بخش ۲۲-۳)، یعنی ناحیه جذب گزینشی که موضع آن از مشخصه‌های ماده به شمار می‌آید. درون نوار جذب، معمولاً نمی‌توان  $n$  را اندازه گرفت، زیرا ماده تابشی با این طول موج را از خود عبور نمی‌دهد. درست طول موج بلند نوار جذب، ضریب شکست بسیار بزرگی به دست می‌آید، سپس نخست به سرعت و بعد هم با روندی کندتر، وقتی بیشتر به فراسوی نوار جذب برویم، کاهش می‌یابد. روی گستره  $S$  تا  $T$ ، معادله کوشی دوباره اطلاعات و داده‌ها را، البته با ثابتهای دیگری، نمایش می‌دهد. به خصوص اینکه، ثابت  $A$  بسیار بزرگتر خواهد بود.

وجود یک ناپوستگی بزرگ در منحنی پاشندگی، هنگام عبور آن از یک نوار جذب، به پاشندگی ناپهنجار می‌انجامد. پاشندگی از این بابت ناپهنجار است که در این حوالی طول موجهای بلندتر دارای مقدار بالاتری برای  $n$  هستند، و بیشتر از طول موجهای کوتاه می‌شکنند. این پدیده در مواد خاصی همچون گل‌آویز رنگی و بخار ید که نوار جذبی آنها در ناحیه مرئی قرار دارد، کشف شده است. منشوری که از این مواد ساخته شود، نور قرمز را بیشتر از بنفش منحرف خواهد کرده و طیفی ایجاد می‌کند که با طیف ماده با پاشندگی پهنجار تفاوت دارد. بعدها، که پی بردند مواد شفاف مانند شیشه و کوارتز دارای نواحی جذب گزینشی‌اند که در فروسخ و فرابنفش قرار دارند، و بنابراین پاشندگی



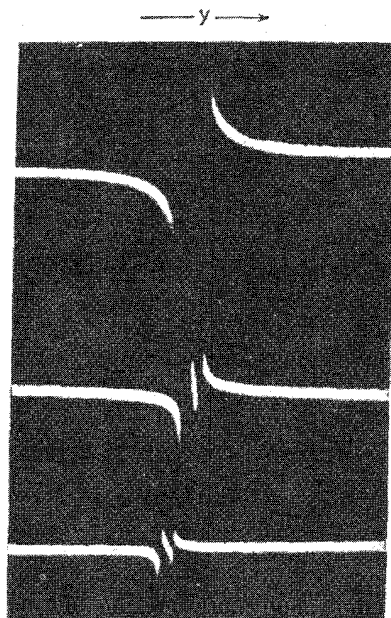
شکل ۲۳-۵ آرایش تجربی برای مشاهده پاشندگی ناپهنجار بخار سدیم.

ناپهنجار را در این نواحی بروز می‌دهند، معلوم شد که اصطلاح "ناپهنجار" چندان مناسبی نداشته است. ماده‌ای وجود ندارد که در بعضی طول موجها دارای جذب گزینشی نباشد، از این رو این پدیده اصلاً ناپهنجار نیست، و کاملاً کلی است. پاشندگی به اصطلاح پهنجار فقط وقتی پیش می‌آید که طول موجهای مشاهده شده مابین دو نوار جذبی قرار گیرند و به فاصله کافی از آنها هر دو قرار داشته باشند. با این وصف، اصطلاح "پاشندگی ناپهنجار" کماکان باقی مانده است، هر چند هم که اهمیت آن بیشتر از لحاظ وجه تاریخی آن است.

در سال ۱۹۰۴ ر. و. وود برای نشان دادن پاشندگی ناپهنجار بخار سدیم در حوالی خطوط زرد  $D$  آن به آزمایش درخور توجهی دست زد. نور سفید در هنگام عبور خود از بخار سدیم در معرض جذب گزینشی قدرتمندی در این خطوط قرار می‌گیرد که یک دوتایی نزدیک به هم با طول موجهای  $5890 \text{ \AA}$  و  $5896 \text{ \AA}$  تشکیل می‌دهند. در طول موجهای بسیار دور از این مقادیر، ضریب شکست فقط به مقدار بسیار اندکی نسبت به واحد تفاوت می‌کند، چنانکه در گازها این انتظارش می‌رود. در بخار سدیم، با چگالی بالا، ضریب جذب در حوالی خطوط  $D$  از یک ناحیه پاشندگی ناپهنجار (به بیان دقیقتر، از دو ناحیه بسیار نزدیک به هم) می‌گذرد که از نوع نشان داده شده در شکل ۲۳-۴ است. با نزدیک شدن به خطوط  $D$  از سمت طول موجهای کوتاهتر،  $n$  شروع به کاهش سریع می‌کند، و با نزدیک شدن به آنها، از یک خیلی کمتر می‌شود. در سمت دیگر،  $n$  ابتدا بسیار زیاد است و با افزایش بیشتر  $\lambda$ ، سریعاً به سوی یک افت می‌کند.

وود، برای اینکه این پدیده رامستقیماً نشان دهد، از این امر بهره گرفت که با گرما دادن و تبخیر کردن سدیم از پایین، درلوله‌ای که کاملاً تخلیه نشده، می‌توان منشور معادلی از بخار سدیم ایجاد کرد. آرایش این تجربه را در شکل ۲۳-۵ مشاهده می‌کنید. چند قطعه سدیم فلزی را در ته لوله فولادی در امتداد طولی آن قرار می‌دهیم. لوله فولادی دارای درپچه‌های شیشه‌ای در قسمت انتهایی است که با آب خنک می‌شود و یک خروجی تخلیه هم دارد. نور سفید از شکاف باریک افقی  $S_1$  به وسیله عدسی  $L_1$  موازی‌سازی می‌شود و پس از عبور از لوله، تصویر افقی  $S_1'$  را روی شکاف قائم  $S_2$ ، متعلق به یک طیف‌نمای معمولی منشوری، می‌افکند. هنگامی که لوله حاوی





شکل ۶-۲۳ پاشندگی نابهنجار بخار سدیم در سه چگالی مختلف گاز (شکل بخاری).

سدیم سرد است،  $S_1'$  تصویر سفید تیزی خواهد بود که فقط یک نقطه از شکاف طیف‌نما را روشن می‌کند، و این نقطه به صورت یک طیف باریک افقی پیوسته در صفحه کانونی دوربین طیف‌نما گسترده می‌شود. اگر لوله را تا ۲ cm فشار تخلیه کنیم و به وسیله ردیفی از شعله‌های گازسوز به سدیم گرما دهیم، سدیم آهسته تبخیر می‌شود و بخار آن به بالا، از میان گاز باقیمانده در لوله، پخش می‌شود. به این ترتیب، یک گرادیان چگالی از بخار سدیم تشکیل می‌شود، که در پایین چگالترین و در بالا رقیقترین بخار را دارد. این وضعیت معادل منشوری از بخار است؛ کناره شکننده آن بر صفحه شکل عمود و ضخامتش به صورت فزاینده رو به پایین است. این منشور یک طیف نابهنجار روی  $S_2$  ایجاد خواهد کرد، که در آن، طول موجهایی که از زرد کوتاهتر، یعنی در طرف سبزند، رو به بالا منحرف می‌شوند، زیرا  $n$  از یک کمتر است، و آنها که بلندترند (در طرف نارنجی)، به طرف پایین منحرف خواهند شد در نتیجه انتظار می‌رود که در طیف‌نما طیفی دیده شود که در طرف سبز خطوط  $D$  انحرافی رو به بالا و در طرف قرمز به طرف پایین دارد. (در واقع جهت برعکس‌اند، زیرا طیف‌نما تصویر شکاف را معکوس می‌کند). سه عکس واقعی گرفته شده از طیفهای حاصل با چگالیهای متفاوت بخار را در شکل ۶-۲۳ مشاهده می‌کنید. در نتیجه وارونی یاد شده در بالا،

مطابق شکل ۲۳-۴، عکسها به طور کیفی نمودار تغییرات  $n$  برحسب  $\lambda$  را تشکیل می‌دهند. در اجرای عملی این آزمایش، چند اصلاح و ایجاد بهبودی ضروری است، که مهمترین آنها عبارت است از افزودن یک میان‌بند (دیاگرام) کمکی  $k_2$  به منظور گزیدن بخشی از بخار، که در آن گرادیان چگالی از بخشهای دیگر یکنواخت‌تر باشد.

## ۲۳-۵ معادله سل میر

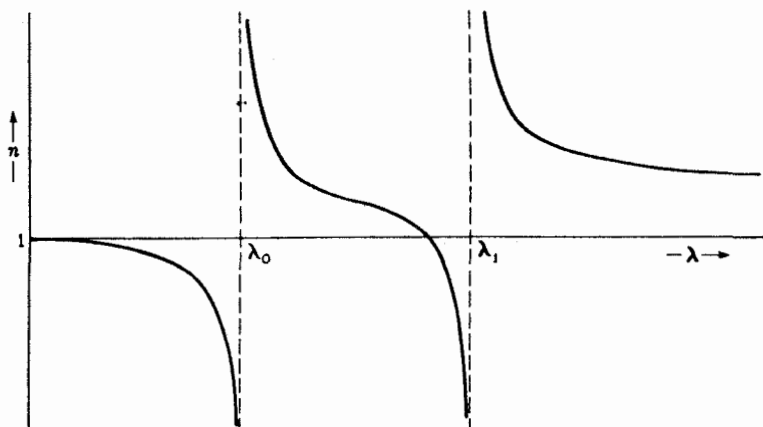
چنان که می‌دانیم، با معادله کوشی نمی‌توان منحنی پاشندگی در ناحیه پاشندگی ناپهنجار را نمایش داد. نخستین موفقیت در استنتاج فرمولی با کاربردپذیری کلی‌تر، با بهره‌گیری از سازوکاری تحقق یافت که در آن محیط مادی می‌تواند روی سرعت موج نور تأثیر گذارد. فرض شد که محیط مادی دارای ذراتی است که با نیروهای کشسان مقیدند، به طوری که می‌توانند با بسامدی چون  $\nu$  ارتعاش کنند. این به اصطلاح بسامد طبیعی، یعنی بسامدی که ذرات در غیاب هر نوع نیروی متناوب با آن ارتعاش خواهند کرد، همان بسامد طبیعی یاد شده در بخش ۲۲-۸ در ارتباط با جذب و بازتابش گزینشی است. سپس فرض شد که عبور امواج نور از محیط مادی، نیرویی تناوبی بر ذرات وارد می‌آورد که به اجرای ارتعاش در آنها می‌انجامد. چنانچه بسامد موج نور،  $\nu$ ، با بسامد طبیعی،  $\nu_0$ ، یکی نباشد، ارتعاشات از نوع واداشته و با دامنه نسبتاً کوچک و با بسامد  $\nu$  خواهند بود. با میل کردن بسامد نور به  $\nu_0$ ، واکنش ذرات بزرگتر می‌شود، و در صورت تشدید، یعنی  $\nu = \nu_0$ ، دامنه‌های بسیار بزرگی تشکیل خواهد داد. این ارتعاشات به نوبه خود روی امواج نور تأثیر خواهند نهاد و سرعت آن را تغییر می‌دهند. پژوهش ریاضی درخصوص این سازوکار در سال ۱۸۷۱ توسط سل میر انجام گرفته و به صورت زیر به دست آمده است:

$$n^2 = 1 + \frac{A\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} \quad (۲۳-۶)$$

این معادله دو مقدار ثابت،  $A$  و  $\lambda_0$  دارد، مابین ثابت  $\lambda_0$  و بسامد طبیعی از طریق عبارت  $c = \lambda_0 \nu_0$  رابطه برقرار می‌شود. بنابراین، طول موج در خلأ متناظر با  $\nu_0$  است. برای امکان وجود چند بسامد طبیعی مختلف، می‌توان معادله را به صورت یک سری از جملات نوشت

$$n^2 = 1 + \frac{A_0 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} + \frac{A_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \dots = 1 + \sum_i \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \quad (۲۳-۷)$$

که در اینجا  $\lambda_0, \lambda_1, \dots$  با بسامدهای طبیعی ممکن متناظرند. مقادیر ثابت  $A_i$  با تعداد نوسانگرهایی که می‌توانند با این بسامدها ارتعاش کنند، متناسب‌اند.



شکل ۷-۲۳ منحنیهای نظری پاشندگی از معادله سل میر برای محیطی که دارای دو بسامد طبیعی است.

در شکل ۷-۲۳ نمودار تغییرات  $n$  برحسب  $\lambda$  بر مبنای معادله (۷-۲۳) را مشاهده می‌کنید که با فرض وجود دو بسامد طبیعی ترسیم شده است. با میل کردن  $\lambda$  به  $\lambda_0$  یا  $\lambda_1$ ، در طرف طول موج کوتاه یا طول موج بلند،  $n$  به سوی  $-\infty$  یا  $+\infty$  میل می‌کند، زیرا مخرج یکی از جملات در معادله (۷-۲۳) به صفر میل می‌کند. سایر مشخصه‌های مهم منحنی که باید در نظر داشت، عبارت‌اند از اینکه با میل کردن  $\lambda$  به طرف صفر،  $n$  یک می‌شود و در  $\lambda = \infty$ ، مقدار  $n^2$  عبارت خواهد شد از  $1 + \sum_i A_i$ .

معادله سل میر پیشرفت پر دامنه‌ای نسبت به معادله کوشی به شمار می‌رود، و در واقع با معادله ناشی از نظریه الکترومغناطیسی با فرضهای ساده‌کننده معینی، یکسان است [معادله (۹-۲۳)]. این معادله، نه تنها پاشندگی ناهنجار را منظور می‌کند، بلکه نمایشی دقیقتر از  $n$  در نواحی دور از نوارهای جذبی را که معادله کوشی با تعداد مقادیر ثابت یکسانی انجام می‌دهد، ارائه می‌کند. این امر که معادله کوشی تقریبی از معادله سل میر است، با نوشتن معادله (۶-۲۳) به صورت:

$$n^2 = 1 + \frac{A}{1 - (\lambda_0^2 / \lambda^2)}$$

و بسط آن بر اساس قضیه دوجمله‌ای تأیید می‌شود:

$$n^2 = 1 + A \left( 1 + \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2} + \frac{\lambda_0^4}{\lambda^4} + \dots \right)$$

برای جزئی از منحنی پاشندگی که در آن  $\lambda$  خیلی بزرگتر از  $\lambda_0$  است، توانهای بالای  $\lambda / \lambda_0$  کوچک، و چشم‌پوشیدنی خواهند شد. در این صورت:

$$n^2 = 1 + A + A \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}$$

با قرار دادن  $M$  به جای  $1 + A$  و  $N$  برای  $A\lambda_0^2$ ، می‌رسیم به:

$$n = (M + N\lambda^{-2})^{1/2}$$

مجدداً بسط می‌دهیم، و خواهیم داشت:

$$n = M^{1/2} + \frac{N}{2M^{1/2}\lambda^2} + \frac{N^2}{8M^{3/2}\lambda^4} + \dots$$

و با حذف توانهای بالاتر  $1/\lambda$ ، سرانجام به این رابطه می‌رسیم:

$$n = P + \frac{Q}{\lambda^2} + \frac{R}{\lambda^4}$$

که همان معادله کوشی است که در بخش ۲۳-۳ ارائه شده است.

یکی از آزمایشهای آموزنده درباره منشأ پاشندگی را می‌توان با آونگی ساده انجام داد که به وزنه آن یک نوار لاستیکی سبک وصل شده است. اگر سر نوار لاستیکی را با دست پس و پیش کنیم، یک نیروی تناوبی شبیه تأثیر موج نور بر یکی از نوسانگرهای محیط، به آونگ وارد می‌آید. اگر بسامد حرکت دست در مقایسه با بسامد طبیعی آونگ زیاد باشد، وزنه آن عملاً بی‌حرکت می‌ماند. این حرکت متناظر است با یک موج پربسامد با طول موج کوتاه که سرعتش عملاً از وجود نوسانگر تأثیر نمی‌پذیرد. در شکل ۷-۲۳ دیده می‌شود که با میل کردن  $\lambda$  به سوی صفر،  $n$  به بینهایت میل می‌کند. به این ترتیب، سرعت در محیط مادی با سرعت در فضای آزاد یکسان می‌شود.

حال، چنانچه دست با بسامد اندکی بزرگتر از بسامد آونگ حرکت کند، ملاحظه می‌شود که آونگ با اختلاف فاز  $180^\circ$  نسبت به حرکت دست، به نوسان در می‌آید. تحت این شرایط، نوار لاستیکی در صورتی که حرکت دست و وزنه آن در جهت‌های مخالف باشند به مقدار چشمگیری کشیده می‌شود و از این رو نیروی ماکزیموم را به دست وارد می‌آورد و آن را به وضعیت مرکزی می‌کشد. این حرکت متناظر است با نیروی بازگرداننده وارد بر "اتر" که موج را منتشر می‌کند، و به این ترتیب موجب افزایش سرعت موج می‌شود. به این ترتیب، در شکل ۷-۲۳، در طول موج اندکی کوتاهتر

از  $\lambda$ ، مقدار  $n$  به طور قابل توجهی از یک کمتر می شود. سرانجام هم، وقتی بسامد حرکت دست کمتر از بسامد طبیعی باشد، آونگ از حرکت دست پیروی می کند و عملاً با آن همفاز می شود. در این حالت، نوار لاستیکی فقط نیروی کوچکی را بر دست وارد می آورد، زیرا جهت جابه جاییهای آنها یکی است. این نیرو، از نیرویی که در حالت سکون وزنه بر دست وارد می آید کمتر است، پس با کاهش نیروی بازگرداننده به اثر، متناظر است. بنابراین، سرعت موج کاهش یافته است و در سمت طول موج بلند  $\lambda$ ،  $n$  بزرگتر از یک است.

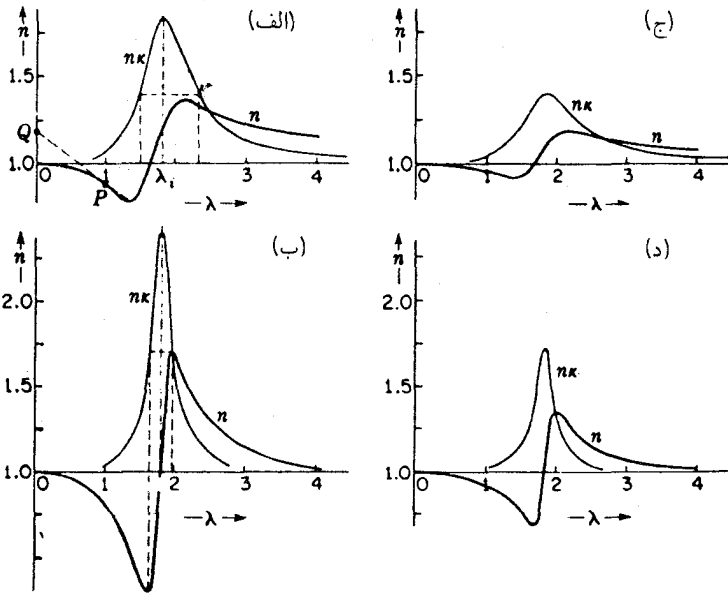
به این ترتیب، ناپیوستگی بزرگ در منحنی پاشندگی در  $\lambda$ ، در نتیجه تغییر ناگهانی فاز به اندازه  $180^\circ$  نسبت به ارتعاش اعمال شده، به هنگام عبور این جسم از فرکانس تشدید است. این اثر را می توان با آویختن سه آونگ در کنار یکدیگر از میله افقی که یک سرش به تکیه گاهی محکم شده است، مستقیماً نمایش داد. آونگ میانی سنگین و متناظر با موج اثر است، در حالی که دو آونگ دیگر سبکتر و طول یکی از آنها اندکی بلندتر و دیگری اندکی کوتاهتر از آونگ وسطی است. وقتی آونگ میانی به نوسان درآورده می شود، دو آونگ سبک با فازهای مخالف نوسان خواهند کرد، و فاز آونگ کوتاهتر تقریباً با فاز ارتعاش وارد آمده وفق خواهد داد.

### ۲۳-۶ اثر جذب روی پاشندگی

با وجودی که معادله سل میر، منحنی پاشندگی را در مناطق دورتر از نوارهای جذبی با موفقیت نمایش می دهد، در طول موجهایی که محیط مادی جذب چشمگیری دارد، کاملاً عاجز می ماند. این معنا را می توان فوراً از منحنی شکل ۲۳-۷ که در هر دو طرف  $\lambda$  به سوی بینهایت میل می کند، دریافت. این موضوع، نه تنها از نظر فیزیکی ناممکن است، بلکه شکل منحنی در نزدیکی  $\lambda$  نیز با تجربه وفق نمی دهد. اندازه گیری منحنی جذب از یک نوار جذبی، با وجودی که عملاً به سبب جذب شدن همه نور کاری بس دشوار است، اما میسر شده است. با استفاده از منشورهایی با زاویه شکننده بسیار کوچک، یا لایه های نازک، با تداخل سنج مایکلسون (بخش ۱۳-۱۵)، ضرایب شکست چندتایی از مواد رنگی، مانند سیانین که دارای نوار جذبی در ناحیه مرئی هستند، با مراقبت و دقت کامل اندازه گیری شده اند. منحنی حاصل، شبیه یکی از منحنیهای ترسیم شده با خط پررنگ در شکل ۲۳-۸ است. شکل واقعی منحنی در حوالی  $\lambda$ ، چنان که ملاحظه می شود، با آنچه معادله سل میر نشان می دهد، بسیار متفاوت است.

این اختلاف را نخست هلمهولتز\* به این اعتبار نشان داد که معادله سل میر جذب انرژی موج را

\* ا. ال. اف. هلمهولتز (۱۸۹۴-۱۸۲۱). H. L. F. von Helmholtz. فیزیکدان آلمانی. تقریباً در همه زمینه های علم نقش و سهمی ایفا کرده است. کارهایش در حوزه نورشناخت فیزیولوژیکی، یا صوت، برای نامبرداریش کافی اند. وی یکی از کاشفان قانون پایستگی انرژی به شمار می رود.



شکل ۲۳-۸ منحنیهای پاشندگی ایده‌آل برای نوسانگری با مقادیر متفاوت اصطکاک و جذب: (الف) جذب قوی، اصطکاک قوی؛ (ب) جذب قوی، اصطکاک ضعیف؛ (ج) جذب ضعیف، اصطکاک قوی؛ (د) جذب ضعیف، اصطکاک ضعیف.

منظور نمی‌کند. در بحث بالا و در شباهت مکانیکی پیشنهاد شده، فرض شد که هیچگونه مقاومت اصطکاکی در قبال ارتعاش نوسانگر، بر آن وارد نمی‌آید. چنین مقاومتی، هرگاه قرار باشد انرژی به‌طور پیوسته از موج به نوسانگر منتقل شود، الزامی است. هلمهولتز وجود نیرویی اصطکاکی متناسب با سرعت نوسانگر را فرض کرد، و بنابراین به معادله‌ای برای ضریب شکست دست یافت که جذب را هم منظور می‌کرد. می‌توانیم، به‌عنوان معیاری برای قدرت جذب، از ضریب جذب،  $\alpha$ ، تعریف شده در معادله (۱۱-۳۰) بهره‌گیریم، اما هرگاه قدرت جذب را برحسب مقدار ثابتی چون  $\kappa_0$  بیان کنیم، معادلات ساده‌تر می‌شوند. رابطه  $\kappa_0$  با  $\alpha$  به این قرار برقرار می‌شود:

$$\kappa_0 = \frac{\alpha \lambda}{4\pi} \quad (۸-۲۳)$$

در این رابطه  $\lambda$  طول موج اندازه‌گیری شده در خلأ است. اهمیت فیزیکی  $\kappa_0$  از اینجا معلوم می‌شود که شدت با طی شدن مسافت  $\lambda$  در محیط مادی به  $1/e^{4\pi\kappa_0}$  مقدار اولیه‌اش افت می‌کند.

معادلات پاشندگی حاصل از این نظریه مکانیکی صرف هلمهولتز را می توان به این ترتیب نوشت:

$$n^2 - \kappa_0^2 = 1 + \sum_i \frac{A_i \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_i^2) + g_i \lambda^2 / (\lambda^2 - \lambda_i^2)} \quad (9-23)$$

$$2n\kappa_0 = \sum \frac{A_i \sqrt{g_i} \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_i^2)^2 + g_i \lambda^2}$$

مقدار ثابت  $g_i$  معیاری است برای قدرت نیروی اصطکاکی. حال، این معادلات باید برای همه طول موجها، از جمله طول موجهای داخل نوار جذب، صادق باشند. در نواحی دور از نوار جذب،  $\kappa_0$  و  $g_i$  هر دو اساساً صفرند، و معادله اول به معادله سل میر (۷-۲۳) تبدیل می شود. در شکل ۸-۲۳ (الف) نمودارهای  $n$  و  $n\kappa_0$  برحسب  $\lambda$  را مشاهده می کنید، که نمودار دوم ناشی از معادله (۸-۲۳)، معیاری است از ضریب جذب  $\alpha$ ، در حالت اصطکاک بزرگ ( $g = 1.96 \times 10^{-2}$ ). این منحنی، به طور کمی تغییرات پاشندگی و جذب را از داخل ناحیه ای از جذب با ماکزیمومی در  $0.1732 \mu\text{m}$  نشان می دهد. چنان که ملاحظه می شود،  $n$  دیگر مانند شکل ۷-۲۳ به بینهایت میل نمی کند، بلکه در  $\lambda = \lambda_i$  کماکان متناهی می ماند. سایر منحنیهای شکل ۸-۲۳ برای نشان دادن آثار تغییر یافتن قدرت جذب و نیز استهلاك اصطکاکی ترسیم شده اند. اولی، به کمک تعداد کل نوسانگرهایی تعیین می شود که موجب جذب می شوند، ولی دومی به بزرگی آثار گوناگونی بستگی دارد که به پهن شدگی خطوط طیفی می انجامند. باید توجه کنیم که در (ب) و (د)، ماکزیمومها و می نیمومهای منحنیهای ضریب شکست، دقیقاً در نقاطی ظاهر می شوند که مقدار جذب در آنها برابر نصف مقدار ماکزیموم است.

آزمایشهای مربوط به آونگها را که در بالا توصیف کردیم می توان به نحوی تعدیل کرد که متضمن اثر استهلاك اصطکاکی باشد و بتواند برای یافتن دلیل فیزیکی تغییرات شکل منحنی پاشندگی بینشی ارائه کند. به این ترتیب، هرگاه آونگ کم دامنه که نماینده نوسانگر است، به سیمی متصل باشد که داخل آب یا روغن فرو رفته است، شرایط مطلوب حاصل می شود. اکنون، دو تغییر چشمگیر در واکنش آونگ به ارتعاشات اعمال شده بر آن، پدیدار می شوند. در وهله نخست، دامنه آونگ نزدیک به بزرگی دامنه آن در صورت برابری دقیق بسامدهای اعمال شده با بسامد طبیعی آونگ، نخواهد بود. در غیاب اصطکاک، دامنه تولید شده در تشدید به طور نظری (در حالت تعادل نهایی) نامتناهی است، و مقدار متناظر  $n$  نیز به بینهایت میل می کند. ولی اثر اصطکاک این دامنه ماکزیموم را محدود می کند، و این امر موجب می شود که تنها تغییرات اندک  $n$  عملاً مشاهده شوند. ثانیاً، تغییر فاز نسبی میان آونگ و ارتعاشات واداشته، وقتی این ارتعاشات از بسامد طبیعی می گذرند، دیگر ناگهانی نیست، بلکه کم و بیش به تدریج صورت می گیرد. این امر موجب می شود که دیگر

ناپوستگی تیز در منحنی پاشندگی که به یک منحنی گرد شده است، وجود نداشته باشد. با افزایش اصطکاک، تغییر فاز بیشتر تدریجی تر می‌شود؛ مثلاً با فرو بردن بیشتر سیم به داخل آب یا با استفاده از یک مایع چسبنده‌تر.

## ۷-۲۳ سرعت موج و گروه در محیط مادی

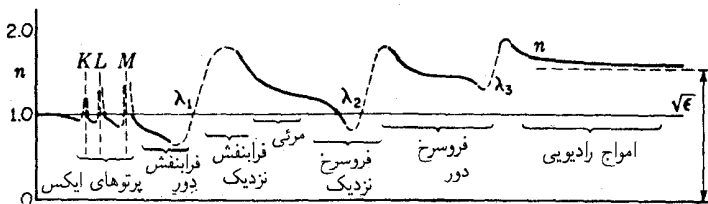
در منحنیهای شکل‌های ۷-۲۳ و ۸-۲۳، محور طولها عبارت‌اند از طول‌موجها در خلأ،  $\lambda = c/u$ ، و محور عرضها عبارت‌اند از ضرایب شکست معمولی،  $n = c/v$ ، که در آن  $v$  سرعت موج در محیط مادی است. برای آن بخش از منحنی که در آن  $n < 1$ ، سرعت موج بزرگتر از سرعت نور در خلأ،  $c$ ، است. در بادی امر، این گزاره با یکی از نتایج بنیادی نظریه نسبیت، که بنابر آن  $c$  بالاترین سرعت قابل حصول است، تناقض دارد. ولی در واقع هیچ تناقضی در بین نیست، زیرا نسبیت سرعتی را منظور می‌کند که با آن انرژی (یک سیگنال نور) تراکسیل می‌شود، و این مقدار همیشه از  $c$  کمتر است. با یادآوری این نکته که انرژی با سرعت گروه،  $u$ ، حرکت می‌کند، پس این مقدار  $c/u$  است که باید بزرگتر از یک باشد و نه  $c/v$ . در این حال، مابین  $u$  و  $v$  به کمک معادله (۱۲-۱۶) رابطه برقرار می‌شود، و می‌توان آن را به صورت زیر (مسئله ۸-۲۳) تبدیل کرد:

$$\frac{c}{u} = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (10-23)$$

که در آن،  $\lambda$  طول‌موج در خلأ است. به این ترتیب، نمایش هندسی بخش ۸-۱۲ را می‌توان در مورد ضرایب شکست نیز به کار بست. هرگاه در شکل ۸-۲۳ (الف) مماس بر منحنی پاشندگی را رسم کنیم، محور  $n$  را در نقطه‌ای چون  $Q$ ، به عرض  $c/u$  قطع خواهد کرد. یعنی، در حالی که طول  $P$ ، نمایانگر  $n$ ، یا  $c/v$  برای آن طول‌موج است، طول  $Q$  مقدار متناظر  $c/u$  برای همان طول‌موج خواهد بود.

این نمایش هندسی نشان می‌دهد که در این صورت، برای هر نقطه روی منحنی که در آن به طرف راست نزول می‌کند،  $c/u$  متناظرش بزرگتر از یک است، هر چند هم که خود  $n$  ممکن است از یک کمتر باشد. به این سبب، سرعت گروه کمتر از  $c$  است و از اصل نسبیت هیچ‌گونه تخطی صورت نگرفته است. ظاهراً این گزاره دارای یک استثنا در داخل ناحیه نوار جذب است که در آن شیب منحنی به سمت راست و به تندی بالا می‌رود. ولی در این ناحیه جذب قوی است، به طوری که دامنه موج در کسری از طول‌موج به صفر افت می‌کند. در این رویداد، سرعت موج و سرعت گروه دیگر معنایی ندارند؛ ولی بررسیهای دیگر نشان می‌دهند که در این حالت نیز حکم نسبیت صادق است.





شکل ۲۳-۹ طرح منحنی کامل پاشندگی برای مواد شفاف نسبت به طیف مرئی.

## ۲۳-۸ منحنی کامل پاشندگی یک ماده

با وجودی که منحنی ضریب شکست برحسب طول موج برای همه مواد مختلف متفاوت است، منحنیهای همه مواد اپتیکی، یعنی موادی که کم و بیش در ناحیه مرئی شفافند، دارای برخی جنبه‌های مشترک کلی‌اند. برای نشان دادن این جنبه‌ها، منحنی شکل ۲۳-۹ را بررسی می‌کنیم. این منحنی، تغییرات  $n$  از  $\lambda = \infty$  تا چندین کیلومتر برای یک ماه ایده‌آل را نمایش می‌دهد. با شروع از  $\lambda = \infty$ ، ضریب شکست، چنان‌که در بخش ۲۳-۵ گفتیم، برابر واحد است. برای موجهای بسیار کوتاه (پرتوهای  $\gamma$  و پرتوهای ایکس سخت)، ضریب شکست اندکی کمتر از یک به دست می‌آید. زیگ‌بان\* این واقعیت را به‌طور تجربی با شکستن پرتوهای X از طریق عبور از منشور، اثبات کرده است. او مشاهده کرد که باریکه ایکس با انحراف خیلی کمی، از قاعده منشور دور می‌شود، و این موضوع در حالتی پیش می‌آید که امواج در منشور سریعتر از هوا حرکت کنند. همچنین، توانست نشان دهد که پرتوهای X می‌توانند به‌ازای زاویه فرودی نزدیک به مماس از سطح یک جسم جامد، یعنی زاویه‌های بزرگتر از زاویه حد، بازتابش کلی پیدا کنند. از این خاصیت پرتوهای X، ا. ه. کامپتون\*\* و سایرین برای اندازه‌گیری طول موج پرتوهای X به‌کمک پراش آنها در توری معمولی با فرود نزدیک به حالت مماسی استفاده کرده‌اند.

نخستین جذبی که در ناحیه پرتو X با آن روبرو می‌شویم، طول موجی را نشان می‌دهد که به وزن اتمی سنگین‌ترین عنصر در ماده بستگی دارد. این طول موج برای سیلیسیم در  $6.731 \text{ \AA}$  و برای اورانیم در  $10.755 \text{ \AA}$  و به مقدار ماکزیموم می‌رسد. این جذب به سرعت به ماکزیموم می‌رسد و سپس در حد جذب K عنصر به سرعت افت می‌کند. این امر به ایجاد یک منطقه نسبتاً باریک پاشندگی ناهنجار قوی می‌انجامد که در شکل ۲۳-۹ با K علامتگذاری شده است. فراتر از این،

\* زیگ‌بان متولد ۱۸۸۶. رئیس مؤسسه نوبل در استکهلم و برنده جایزه نوبل سال ۱۹۲۴. به‌خاطر روشهای تجربی دقیقی که در اندازه‌گیری طول موج پرتوهای X ابداع کرده است، معروف است.

\*\* کامپتون (۱۸۹۲-۱۹۹۲). استاد فیزیک دانشگاه کالیفرنیا و سپس رئیس دانشگاه سنت‌لویس، واشنگتن. به‌خاطر کشف اثر کامپتون در پرتوهای X، در سال ۱۹۲۷ به دریافت جایزه نوبل نائل آمد (بخش ۲۳-۲).

نایبوستگیهای جذبی دیگر این عنصر قرار خواهند گرفت که مرزهای  $M, L$ ، و نیز  $K, L$ ،  $M$ ، ... سایر عناصر موجود در آن نامیده می‌شوند. بنابراین، در هر محیط واقعی اپتیکی از این نایبوستگیهای تیز، تعداد زیادی وجود خواهند داشت. برای سادگی، فقط سه محدوده نایبوستگی در شکل نشان داده شده‌اند.

از ناحیه پرتو  $X$  به بعد، این منحنی با سرعت بیشتری به سوی طول موجهای بزرگتر کاهش می‌یابد و سرانجام به ناحیه پهن  $\lambda_1$ ، با جذب قوی و پاشندگی ناهنجار در فرابنفش می‌رسد (بخش ۲۲-۳). در اغلب مواد، این ناحیه شامل ناحیه میان پرتوهای نرم  $X$  و فرابنفش نزدیک است. ملاحظه می‌شود که این پیمایش مسیر کاهش منحنی، در ناحیه مرئی، که مشخصه پاشندگی بهنجار است، با حضور این جذب فرابنفش ارتباط دارد. به طور کلی، منحنی شیب تندتری در ناحیه مرئی خواهد داشت، به طوری که پاشندگی  $dn/d\lambda$ ، هر قدر که این نوار جذبی نزدیکتر به مرئی باشد، بزرگتر است. به این ترتیب، فلوریت نسبت به تابش نور مرئی پاشندگی بسیار اندکی دارد، پاشندگی کوارتز اندکی بزرگتر است، و شیشه از آن هم بزرگتر (شکل ۲۳-۲ و جدول ۲۲-۱). رنگ شیشه فلینت چگال، با بالاترین پاشندگی، غالباً زرد است، که علت آن فراتر رفتن اندک نوار جذبی در انتهای بنفش طیف مرئی است.

جایی در فروسرخ نزدیک، منحنی شروع به کاهش تندتری می‌کند و به نوار جذبی دیگر در  $\lambda_2$  وارد می‌شود. مرکز این نوار در  $8.5\mu\text{m}$  برای کوارتز است، اما جذب در  $4\mu\text{m}$  یا  $5\mu\text{m}$  شروع به قوی شدن می‌کند. فراتر از این نوار جذب اولیه، معمولاً یکی یا چند نوار دیگر وجود دارد. ضریب شکست در عبور از هر یک از این نوارها افزایش می‌یابد. به این ترتیب، ضریب جذب برای برخی طول موجهای فروسرخ، بیشتر از هر بخش دیگری از ناحیه مرئی است. مثلاً، روبنس مقدیری از  $n$  برای کوارتز اندازه گرفته است که از  $2.4^\circ$  تا  $2.14$  در ناحیه‌ای است که در آن  $\lambda$  از  $51\mu\text{m}$  تا  $63\mu\text{m}$  است. یکی از روشهای جالب برای منزوی کردن تابش با طول موجهای بسیار بلند، به نام روشی انزوای کانونی، بر این اساس استوار است. به یمن بالا بودن مقدار  $n$ ، یک عدسی کوز، برای این طول موجهای بلند فاصله کانونی بسیار کوچکتری برای طول موجهای کوتاهتر خواهد داشت، و برای این طول موجهای کوتاه می‌توان به کمک میان بندهای مناسب حائل تشکیل داد. به این ترتیب، بلندترین پرتوهای فروسرخ که تاکنون اندازه گرفته شده‌اند، توسط نیکولز و تیر (بخش ۱۱-۱) منزوی شده‌اند. در طول موجهای فراتر از همه نوارهای فروسرخ، ضریب شکست آهسته‌تر کاهش پیدا می‌کند، و کم‌وبیش به طور یکنواخت از میان ناحیه امواج رادیویی می‌گذرد، و در موجهای نامتناهی بلند به مقداری حدی می‌رسد. در بسامدهای رادیویی نواحی معدود باریک جذبی وجود دارد، اما اینها همیشه ضعیف‌اند. در بخش زیر نشان خواهیم داد که مقدار حد، از ریشه دوم ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon$  معمولی محیط مادی به دست می‌آید.

## ۹-۲۳ معادلات الکترومغناطیسی برای محیطهای شفاف

در فصل ۲۰ معادلات ماکسول را به صورتی که در خلأ صادقند بیان کردیم، و نشان دادیم که چگونه این معادلات وجود امواج الکترومغناطیسی را پیشگویی می کنند که با سرعت  $c$  حرکت می کنند. اکنون می خواهیم چگونگی مشخصه ها و سرعت چنین امواجی را در محیطهای مادی تحقیق کنیم. فعلاً فقط محیطهای نارسانا را در نظر خواهیم گرفت، و به حالت بسیار دشوارتر رسانیها در فصل ۲۵ خواهیم پرداخت. وقتی میدان الکتریکی مانا بر دو سربیک دی الکتریک نارسانا برقرار می شود، بارهای مقید در اتمهای آن اندکی جابه جا می شوند، و می گوئیم که قطبیده شده اند. بارهای مقید حرکت پیوسته ای مانند بارهای اتمهای رسانی ندارند، بلکه صرفاً در فواصل کوچکی جابه جا، و دوباره ساکن می شوند؛ مانند کشیده شدن فنر. به عنوان معیاری برای این جابه جایی الکتریکی، از کمیت برداری  $\mathbf{D}$  \* استفاده می کنیم. چون این بردار در محیط همسانگرد، با میدان الکتریکی برقرار شده،  $\mathbf{E}$ ، متناسب است، می توان نوشت:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (11-23)$$

در اینجا،  $\epsilon$  ثابت دی الکتریک است. اکنون، برای بهره گیری از معادلات ماکسول در چنین محیطی، لازم است هر جا که  $\mathbf{E}$  در معادلات ماکسول برای خلأ [معادلات (۱-۲۰) تا (۴-۲۰)] پیش می آید،  $\mathbf{D}$  را به جای آن بنشانیم. به این ترتیب، معادلات ماکسول برای محیط نارسانای همسانگرد به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} & \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} & \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} & (12-23) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} & \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} &= 0 & \epsilon \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) &= 0 & (14-23) \end{aligned} \quad (13-23)$$

اگر این معادلات را، مانند بخش ۴-۲۰، برای امواج تخت استنتاج کنیم، در این صورت با شروع

\* به بیانی دقیقتر، خود  $\mathbf{D}$  معیار مستقیمی برای جابه جایی بارهای مقید نیست. قطبش محیط را معمولاً با  $\mathbf{P}$  نشان می دهند و مابین  $\mathbf{D}$  و  $\mathbf{P}$  رابطه  $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$  رابطه برقرار می کند.

از معادلات (۱۲-۲۳) و (۱۳-۲۳)، داریم

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \quad , \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2}$$

مقایسه با معادله کلی موج (۲-۱۱) نشان می‌دهد، که سرعت جدید عبارت است از  $c/\sqrt{\varepsilon}$ . ضریب شکست از این قرار است:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon} \quad (۱۶-۲۳)$$

اکنون جوابهای معادلات (۱۲-۲۳) تا (۱۵-۲۳) برای امواج تخت تکفام، مشابه معادلات (۱۴-۲۰) را باید از این قرار نوشت:

$$E_y = A \sin(\omega t - kx) \quad H_z = \sqrt{\varepsilon} A \sin(\omega t - kx)$$

و بزرگی بردارهای الکتریکی و مغناطیسی در هر لحظه به‌گونه‌ای است که باید داشته باشیم:

$$H_z = \sqrt{\varepsilon} E_y$$

بنابراین، در حالت معمولی  $\varepsilon > 1$ ، دامنه موج مغناطیسی بزرگتر از دامنه موج الکتریکی، و نسبت آنها برابر است با ضریب شکست [معادله (۱۶-۲۳)].

انرژی حمل‌شده توسط امواج الکترومغناطیسی در مواد دی‌الکتریک را می‌توان با بهره‌گیری از اصول بیان شده در بخش ۷-۲۰ به‌دست آورد؛ تنها تغییری که در این مورد باید داد، عبارت است از جانشینی  $\mathbf{D}$  به‌جای  $\mathbf{E}$ . چگالی انرژی لحظه‌ای در امواج الکتریکی و مغناطیسی یاد شده در بالا، عبارت‌اند از  $\varepsilon E_y^2 / 4\pi$  و  $H_z^2 / 4\pi$ ، و از این‌رو باز هم با هم مساویند. مجموع آنها را می‌توان به‌صورت  $\sqrt{\varepsilon} E_y H_z / 4\pi$  نوشت، و وقتی این کمیت را برای یافتن شدت در معادله (۱۶-۲۳) در  $v$  ضرب کنیم، می‌رسیم به:

$$I = \frac{c}{\varepsilon} \frac{\varepsilon E_y^2}{4\pi} = \frac{cn}{4\pi} E_y^2 = \frac{cn}{4\pi} A^2 \quad (۱۷-۲۳)$$

مانند قبل،  $E_y$  در این معادله نمایانگر ریشه میانگین مربعی (rms) مقدار بردار الکتریکی است، زیرا از جریان انرژی روی مدت زمانی قابل مقایسه با دوره تناوب میانگین گرفته می‌شود. جواب را

می‌توان به صورت  $cE_y H_z / 4\pi$  نیز نوشت که در این صورتش، نمایانگر بیان یکی از قانونهای کلی الکترومغناطیس، معروف به قضیه پوینتینگ\* است، که بنا بر آن، جهت و بزرگی جریان انرژی، از بردار پوینتینگ،  $(c/4\pi)[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$ ، به دست می‌آید. کمیت داخل کروشه، نمایانگر ضرب برداری است. معادله (۲۳-۱۶) برای گازها مقدار  $n$  را خیلی نزدیک به مقداری صحیح به دست می‌دهد؛ اما وقتی اقدام به کاربرد آن در محیطهای چگالتر می‌کنیم، انحرافهای چشمگیری پیش می‌آیند. به این ترتیب، ثابت دی‌الکتریک برای آب، که با قرار دادن آن میان صفحات خازنی تحت پتانسیل دائمی، مقدار ۸۱ به دست می‌آید، که نمایانگر مقدار ۹ برای ضریب شکست است. برای نور سبیم، ضریب شکست اندازه گرفته شده آب، ۱٫۳۳ است. در انواع مختلف گازها،  $\epsilon$  از ۴ تا ۹ تغییر می‌کند که با تغییرات  $n$ ، مابین ۲ و ۳، متناظر است. این مقدار نیز مجدداً، بیشتر از مقدار مشاهده شده برای نور مرئی است.

برای یافتن علت این اختلاف، جستجوی زیادی لازم نیست. علت این امر در پس این نکته نهفته است که میدان الکتریکی موج نوری، میدانی مانا نیست بلکه یک موج متناوب سریع است. بسامد نور زرد  $5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$  است. هرگاه ثابت دی‌الکتریک را به جای پتانسیل مانا میان صفحات، با پتانسیل متناوبی اندازه بگیریم، پی می‌بریم که نتیجه به دست آمده متناسب با بسامد تغییر می‌کند. از این جا ملاحظه می‌شود که ضریب شکست نیز باید با بسامد یا طول موج تغییر کند. هرگاه طول موج خیلی طویل شود و به بینهایت میل کند، بسامد، به صفر میل می‌کند. اگرچه حالت محدودکننده یک میدان مانا مربوط به بسامد صفر است، و در وضعیتی قرار می‌گیریم که بتوان انتظار داشت ضریب شکست به ریشه دوم ثابت دی‌الکتریک در میدانهای پایا میل می‌کند. این امر که آیا واقع امر چنین است، از اندازه‌گیریهای ضریب شکست آب برای امواج الکترومغناطیسی مندرج در جدول ۲۳-۳ معلوم می‌شود. مقدار  $\sqrt{\epsilon}$  نیز که در میدان پایا اندازه گرفته شده، برای مقایسه نشان داده شده است. مقدار  $n$  به وضوح دقیقاً به مقدار پیش‌گویی شده برای امواج بسیار بلند نامتناهی نزدیک می‌شود.

## ۲۳-۱۰ نظریه پاشندگی

به منظور شرح تغییرات  $n$  (و از این رو  $\sqrt{\epsilon}$ ) برحسب  $\lambda$  به کمک نظریه الکترومغناطیسی، باید ساختار مولکولی ماده را نیز منظور کرد. وقتی موجی الکترومغناطیسی بر یک اتم یا مولکول فرود می‌آید، نیروی الکتریکی متناوب موج، بارهای مقید را به حرکتی ارتعاشی با همان بسامد موج وامی‌دارد. فاز این حرکت نسبت به فاز نیروی الکتریکی وارد آمده، به بسامد اعمال شده بستگی خواهد

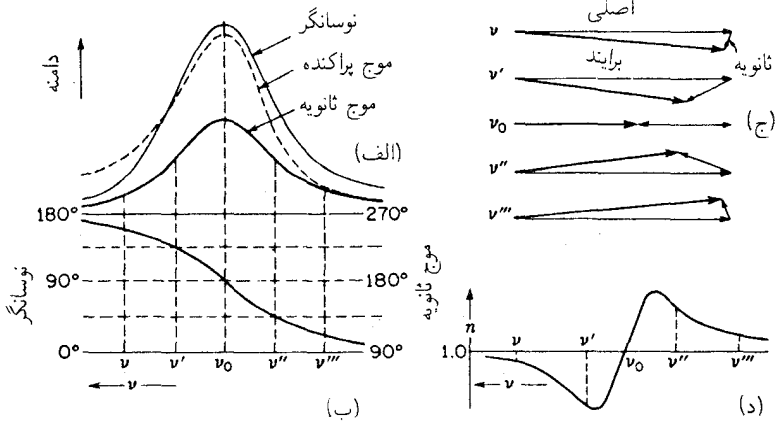
\* J. H. Poynting (۱۸۵۲-۱۹۱۴). استاد فیزیک دانشگاه بیرمنگام، انگلستان. به خاطر کارهای دقیق‌اش در اندازه‌گیری ثابت گرانش نیز نامبردار است.

جدول ۲۳-۳ تغییرات  $n$  با  $\lambda$  برای آب

طول موج، cm	بسامد، Hz	$n$
$5,89 \times 10^{-5}$	$5,1 \times 10^{14}$	۱,۳۳۳
$۱۲,۵۶ \times 10^{-5}$	$۲,۹ \times 10^{14}$	۱,۳۲۱۰
$۲۵۸ \times 10^{-5}$	$۰,۱۱۶ \times 10^{14}$	۱,۴۱
$۸۰۰ \times 10^{-5}$	$۰,۳۷۵ \times 10^{14}$	۱,۴۱
$۰,۴۰$	$۷۵۰ \times 10^8$	۵,۳
$۱,۷۵$	$۱۷۱ \times 10^8$	۷,۸۲
$۸,۱$	$۳۷ \times 10^8$	۸,۱۰
$۶۵$	$۴,۶ \times 10^8$	۸,۸۸
$\infty$	$۰ \times 10^8$	$(۹,۰۳ = \sqrt{\epsilon})$

داشت، و بنابر مطالبی که در بخشهای ۵-۲۳ و ۶-۲۳ عنوان کردیم، با تفاضل مابین بسامد اعمال شده و بسامد طبیعی بارهای مقید تغییر خواهد کرد. بدیهی است که وقتی موج فضای خالی میان مولکولها را طی می‌کند دارای سرعت  $c$  خواهد بود، و حالا باید این پرسش را مطرح کنیم که چگونه ممکن است حضور بارهای نوسان‌کننده در مولکولها، تغییر مؤثری در آهنگی که موج با آن از محیط می‌گذرد، تولید کند.

سرنخ توضیح پاشندگی را باید در امواج ثانویه‌ای جست که از نوسانهای القایی بارهای مقید تولید می‌شوند. این امواج ثانویه با امواجی که موجب پراکندگی مولکولی (بخش ۲۲-۱۰) می‌شوند، چنان‌که در توضیح علت آبی بودن رنگ آسمان گفتیم، یکی‌اند. وقتی یک باریکه نور از جامد یا مایع شفاف عبور می‌کند، مقدار نوری که به‌طور جانبی پراکنده می‌شود، فوق‌العاده کم است، هر چند که تراکم مراکز پراکننده بسیار بیشتر از غلظت هوا باشد که روشنایی آسمان ناشی از آن است. این اتفاق از آنجا ناشی می‌شود که فاز موجکهای پراکنده‌ای که باریکه را به‌طور عرضی ترک می‌کنند چنان آرایش یافته‌اند که عملاً تداخل ویرانگر کاملی به‌وجود می‌آید. اما موجهای ثانویه در همان جهت حرکت باریکه اصلی حذف نمی‌شوند بلکه ترکیبشان مجموعه موجهایی تشکیل می‌دهد که به موازات امواج اصلی حرکت می‌کنند. اکنون، بنابر اصل برهم‌نهی، امواج ثانویه باید به امواج اولیه افزوده شوند و نتایج حاصل، به اختلاف فاز مابین این دو مجموعه بستگی خواهد داشت. این تداخل، فاز امواج اولیه را تعدیل خواهد کرد و بنابراین معادل تغییر در سرعت موج آنهاست. یعنی، نظر به اینکه سرعت موج صرفاً آهنگی است که با آن وضعیتی با فاز مساوی منتشر می‌شود، تغییر فاز از طریق تداخل، سرعت را تغییر خواهد داد. دیدیم که فاز نوسانگرها، و



شکل ۲۳-۱۰ توجیه پاشندگی در حکم نتیجه تداخل موج ثانویه با موج اصلی.

بنابراین فاز امواج ثانویه، به بسامد اعمال شده بستگی دارد، به این ترتیب روشن می شود که سرعت در محیط مادی به تناسب بسامد نور تغییر می کند. این موضوع، توجیه فیزیکی پاشندگی است که نکات اصلی آن را در اینجا به اختصار بیان کردیم.

شالوده های بررسی ریاضی سازوکار بالا را ریلی پی ریزی کرد، که ابتدا حالت امواج مکانیکی را از نظر گذرانده است. نظریه وی بعدها از جانب پلانک، شوستر، و دیگران برای تعمیم به امواج الکترومغناطیسی به کار گرفته شده است. ما، این تعمیم و توسیع را در اینجا ارائه نمی کنیم. نتیجه آن، فرمولهای پاشندگی مشابه فرمولهای هلمهولتز [معادله (۲۳-۹)] است. در واقع هم تشابه همه جانبه و تنگاتنگی مابین تصویرهای الکترومغناطیسی و مکانیکی این پدیده برقرار است. نوسان بارهای مقید را باید به صورت میراشونده ناشی از تأثیر نیروهای اصطکاکی تلقی کرد؛ درست به همان ترتیبی که در مورد نظریه هلمهولتز با ذرات انجام می دادیم. در خصوص سرشت نیروهای میران که در نظریه الکترومغناطیسی به صورت اصل در نظر گرفته شدند، در بخش ۲۳-۱۱ به اختصار بحث خواهیم کرد.

برای نشان دادن دامنه ها و فازهای موج فرودی، نوسانگر و موج ثانوی، نمودارهای شکل ۲۳-۱۰ را بررسی می کنیم. منحنی اول در (الف) واکنش یک نوسانگر میرا با بسامد طبیعی  $\nu_0$  را در قبال ارتعاشی نشان می دهد که با بسامد  $\nu$  اعمال شده است. دامنه نوسانگر به ازای  $\nu = \nu_0$  ماکزیموم می شود. منحنی خط چین دامنه ای را نشان می دهد که نوسانگر تابانیده است؛ که مقصود همان موج پراکنده است. در نتیجه قانون ریلی که بر پایه آن امواج کوتاهتر به طور مؤثرتری پراکنده می شوند، این منحنی در اطراف مقدار بیشتر  $\nu$  اوج می گیرد، اما در بسامدهای پایینتر افت می کند

و به صفر می‌رسد. منحنی سوم، دامنه امواج ثانوی متشکل از موجهای پراکنده را نشان می‌دهد. منحنی (ب) در ارتباط با مقیاس سمت چپ محور طولی در شکل، اختلاف فاز میان نوسانگر و موج اعمالی را به دست می‌دهد. چنان‌که در بخش ۲۳-۶ تأکید کردیم، این اختلاف فاز از صفر به  $180^\circ$ ، ضمن عبور از بسامد طبیعی پیش می‌آید، اما به سبب میرایی، نه به طور ناگهانی، در  $90^\circ$  این اختلاف فاز به اندازه  $90^\circ$  نسبت به فاز موج تحت تأثیر قرار گرفته تأخیر دارد. علاوه بر این، نظریه نشان می‌دهد که فاز امواج پراکنده، و بنابراین فاز امواج ثانویه نیز نسبت به فاز نوسانگرها  $90^\circ$  تأخیر دارد. علت این امر آن است که تابش الکترومغناطیسی متناسب با آهنگ تغییر جریان، یا با شتاب یک بار است [بخش  $20-8$  و شکل  $20-4$  (الف)]. خود جریان یا سرعت بار دارای فازی است که به نوسانگر نسبت می‌دهیم. به این سبب، از آنجا که در یک حرکت هماهنگ ساده، شتاب یک‌ربع دوره تناوب نسبت به سرعت تأخیر فاز دارد، فاز امواج تابیده نیز به همین میزان نسبت به منبع نوسان‌کننده تأخیر دارد. با منظور کردن این پس‌افت اضافی، مشاهده می‌شود که مقیاس سمت راست محور طولها در شکل  $23-10$  (ب) به تأخیر فاز امواج ثانویه در پشت امواجی اعمال می‌شود که تحت تأثیر قرار گرفته‌اند.

حال، به منحنی (ج) می‌پردازیم و به ترکیب برداری دامنه‌های امواج مستقیم و ثانویه اقدام می‌کنیم. به ازای بسامد  $\nu$ ، دامنه امواج ثانویه کم است [منحنی (الف)] و از نظر فازی نزدیک به  $270^\circ$  نسبت به امواج مستقیم تأخیر دارد [منحنی (ب)]. نمودار برداری در بالای (ج) نشان می‌دهد که دامنهٔ برآیند، تقریباً با دامنه مستقیم برابر است، اما فاز آن اندکی پیش‌افتاده است، که با چرخش بردار در جهت ساعتگرد متناظر است. پیش‌افتادگی فاز به معنای افزایش سرعت است، زیرا یادمان می‌آید که با حرکت به عقب در امتداد یک موج، فاز افزایش می‌یابد. پس در منحنی پاشندگی (د)، ضریب شکست در  $\nu$  اندکی کمتر از یک است. دومین نمودار برداری، برای  $\nu'$  پیش‌افتادگی فازی بزرگتر، و دامنه برآیند کوچکتری به دست می‌دهد. در  $\nu = \nu'$ ، هیچ تغییر فازی یا سرعتی پیش نمی‌آید، بلکه صرفاً شدت کاهش پیدا میکند. انرژی اتلافی از موج برآیند رو به پیش، در جهات دیگر به صورت تابش تشدیدی پدیدار می‌شود. فراتر از  $\nu'$ ، به جای پیش‌افتادگی، تأخیر فاز وجود دارد، و سرعت موج کاهش می‌یابد. به این ترتیب، می‌توان به طریقه‌ای کیفی ملاحظه کرد که چگونه منحنی (د) با وجودی که شکل پاشندگی ناپهنجاری را دارد، می‌تواند از سازوکار توصیف شده استنتاج شود.

## ۲۳-۱۱ ماهیت ذرات ارتعاشی و نیروهای اصطکاکی

در پایان می‌خواهیم نوع ذرات باردار و نیروهای میران دخیل در ناپیوستگیهای مختلف منحنی نوعی شکل  $23-9$  را به اختصار بررسی کنیم. جذب پرتوهای X به درونی‌ترین الکترونهای آنها



نسبت داده می‌شود که در "پوسته‌های"  $M, L, K$ ، و غیره قرار دارند و انرژی‌شان با افزایش فاصله از هسته کاهش می‌یابد. این الکترونها، به سبب استقرار در عمق اتم، از آثار برخوردی و میدانهای الکتریکی ناشی از اتمهای همجوار مصون‌اند. این دو دلیل پهنای خطوط طیفی در مورد پرتوهای X از اهمیت چندانی برخوردار نیستند، و ناپیوستگیهای جذبی، حتی در جامدات، تیزند. فقط در این ناحیه است که میرایی تابش، سهمی چشمگیر در پهنای خطی ایفا می‌کند.

جذب بسیار پهن در فرابنفش دور، ناشی از الکترونها بیرونی‌تر در اتمها و مولکولهای ماده است. اینها سپر محافظتی ندارند، و در نتیجه در جامدات و مایعات ناحیه گسترده‌ای از جذب پیوسته تولید می‌شود. در گازهای مولکولی، نوارهای جذبی ممکن است از تک خطوط چرخشی تشکیل شوند. این خطوط کاملاً تیزند اما چندان متعددند که معمولاً تفکیک نمی‌شوند. در این ناحیه، میرایی ناشی از برخوردها، نسبت به میرایی ناشی از تابش، اهمیت بیشتری پیدا می‌کنند. و حتی در طول موجهای بلندتر هم، هنوز معمولاً نقش غالب را دارند. نوارهای جذبی فروسرخ نزدیک، نمایانگر بسامدهای طبیعی گوناگون اتمها یا حتی مولکولها به صورت یک کل هستند. نظر به اینکه این ارتعاشگرها از الکترونها بسیار سنگین‌ترند، روشن است که چرا بسامدهای ارتعاشی پایینتری دارند. در فروسرخ دور، ممکن است ارتعاشات مولکولی دیگر با بسامد پایینتری دخالت کنند. در اینجا، بسامدهای چرخش مولکولها، به خصوص در گازها، به صورت یک کل نیز ممکن است نقشی داشته باشند.

## مسائل

۲۳-۱ ضرایب شکست یک قطعه شیشه اپتیکی برای خطوط آبی و سبز طیف جیوه،  $\lambda = 4358 \text{ \AA}$  و  $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ ، به ترتیب عبارت‌اند از  $1.6525$  و  $1.6245$ . با استفاده از معادله دو ثابتی کوشی، مطلوب است محاسبه: (الف) مقادیر ثابت  $A$  و  $B$ ؛ (ب) ضریب شکست برای خط زرد سدیم در  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ ؛ و (ج) پاشندگی در این طول موج.  
 جواب: (الف)  $A = 1.5754 \times 10^6 \text{ \AA}^2$   $B = 1.46431 \times 10^6 \text{ \AA}^2$  (ب)  $n = 1.61757$  (ج)  $1.43104 \times 10^{-5} \text{ \AA}^{-1}$ .

۲۳-۲ با استفاده از مقادیر ضرایب شکست در جدول ۲۳-۲ برای شیشه کراون بوروسیلیکات: (الف) مطلوب است مقادیر ثابتهای معادله کوشی سه ثابتی که در طول موجهای  $4340, 4338$  و  $6439$  آنگستروم دقیقاً صادق است؛ (ب) با استفاده از این مقادیر ثابت مطلوب است محاسبه ضرایب پنج طول موج دیگر جدول؛ (ج) مقادیر مشاهده‌ای و محاسبه‌ای را مقایسه کنید.

۲۳-۳ با استفاده از ضرایب اندازه گرفته شده شکست نور برای شیشه کراون تلسکوپ از جدول ۲۳-۲:

(الف) مقادیر ثابت معادله کوشی سه جمله‌ای را که در طول موجهای ۶۵۶۳، ۵۰۸۶، و ۳۹۸۸ آنگستروم کاملاً صدق می‌کند، پیدا کنید؛ (ب) مقادیر محاسبه‌ای را با مقادیر اندازه گرفته شده در سایر پنج طول موج جدول ۲۳-۲ مقایسه کنید.

۲۳-۴ منشوری با زاویه رأس  $50^\circ$  از شیشه‌ای ساخته شده است که در آن مقادیر ثابت معادله کوشی دو جمله‌ای عبارت‌اند از  $A = 1.53974 \text{ \AA}$  و  $B = 4.6528 \times 10^5 \text{ \AA}^2$ . هرگاه منشور برای طول موج  $5500 \text{ \AA}$  در زاویه انحراف می‌نیموم باشد، مطلوب است پاشندگی زاویه برحسب رادیان بر آنگستروم.

جواب:  $d\theta/dn = 1.12145$ ,  $dn/d\lambda = -5.9932 \times 10^{-6} \text{ \AA}^{-1}$

$$d\theta/d\lambda = 6.2725 \times 10^{-6} \text{ rad/\AA}$$

۲۳-۵ هارتمن (Hartmann) فرمولی تجربی برای پاشندگی استنتاج کرد که مطابق آن  $n = n_0 + b/(\lambda - \lambda_0)$ . (الف) مطلوب است مقادیر ثابتهای سه‌گانه  $n_0$ ،  $b$ ، و  $\lambda_0$  که در طول موجهای ۶۵۶۳، ۵۰۸۶ و ۳۹۸۸ آنگستروم برای شیشه کران تلسکوپ با ضرایب شکست مندرج در جدول ۲۳-۲، که در این رابطه کاملاً صدق می‌کنند؛ (ب) مقادیر محاسبه شده را با مقادیر مشاهده شده در سایر پنج طول موج جدول؛ (ج) مقادیر به‌دست آمده را با مقادیر محاسبه شده از معادله سه جمله‌ای کوشی مقایسه کنید؛ و (د) کدام معادله داده‌های اندازه‌گیری شده را بهتر نمایش می‌دهد (مسئله ۲۳-۳)؟

۲۳-۶ طیف تشکیل شده از منشوری را که دارای پاشندگی ناهنجار در بخش سبز طیف است، با طیف تشکیل شده از منشور شیشه معمولی با شکل همان منشور مقایسه کنید. مواضع نسبی همه رنگها در مقایسه با مواضع ایجاد شده در پاشندگی بهنجار را مقایسه کنید.

۲۳-۷ از مقادیر ضریب شکست مندرج در جدول ۲۳-۲، مقدار سرعت: (الف) گروه؛ و (ب) موج رابرای نور بنفش در  $\lambda = 3988 \text{ \AA}$  در شیشه کران بوروسیلیکات پیدا کنید.

جواب: (الف)  $259 \text{ km/s}$ ،  $190$ ؛ (ب)  $526 \text{ km/s}$ ،  $196$

۲۳-۸ با شروع از معادله (۱۲-۱۶) برای رابطه مابین سرعت گروه و سرعت موج، عبارت ضریب شکست گروه را که در معادله (۲۳-۱۰) داده شده، به‌دست آورید.

۲۳-۹ از معادله دوم هلمهولتز (۲۳-۹) رابطه میان پهنای قله جذب در نصف ماکزیموم  $n_k$ ، و ثابت اصطکاکی،  $g_i$ ، را پیدا کنید.

۱۰-۲۳ برای یک قطعه شیشه خاصی، ضریب شکست پرتوهای X به طول موج  $0.7 \text{ \AA}$ ، عبارت است از  $10^{-6} \times 1.600$  کمتر از یک. در کدام زاویه ماکزیموم نسبت به سطح، باید پرتوهای X به شیشه برخورد کنند، تا بازتابش کلی حاصل شود؟  
جواب:  $10.25^\circ$

۱۱-۲۳ بنابر نظریهٔ الکترومغناطیس، مقدار  $A_i$  از این رابطه به دست می‌آید:

$$A_i = \frac{\lambda_i^2 N_i e_i^2}{\pi c^2 m_i}$$

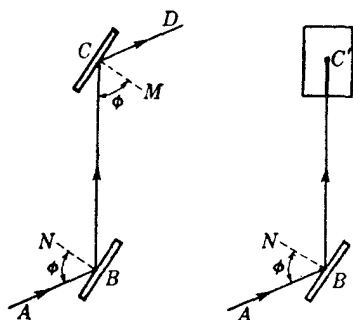
که در آن  $N_i$  تعداد نوسانگرها در سانتیمتر مکعب و  $e_i$  و  $m_i$  بار و جرم ذره‌ای به بسامد  $c/\lambda_i$  یا  $\nu$  هستند. با این فرض که ضریب شکست هوا  $1.000279$ ، و فقط یک نوار جذب در فرابنفش وجود دارد، مقدار  $e_i/m_i$  را برای هوا مقایسه، و آن را با  $e/m$  الکترون مقایسه کنید.

۱۲-۲۳ (الف) با استفاده از معادلهٔ دو جمله‌ای کوشی که در ضرایب شکست شیشه کراون بوروسیلیکات، مندرج در جدول ۲-۲۳، در طول موجهای  $6563 \text{ \AA}$  و  $4861 \text{ \AA}$  صدق می‌کند، ضریب خط سدیم در  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  را پیدا کنید؛ (ب) مقدار پاشندگی برحسب رادیان بر انگستروم را نیز برای منشور  $60^\circ$  در  $\lambda = 5892 \text{ \AA}$  به دست آورید.

## قطبش نور

از خواص تداخل و پراش به این نتیجه‌گیری هدایت می‌شویم که نور پدیده‌ای موجی است و با بهره‌گیری از این خواص طول موج آن را اندازه می‌گیریم. این آثار چیزی در باره نوع امواجی که با آنها سروکار داریم — اینکه آیا آنها طولی‌اند یا عرضی و یا آیا این ارتعاشات خطی، دایره‌ای و یا پیچشی‌اند — نمی‌گویند. اما، به خصوص نظریهٔ الکترومغناطیس ایجاب می‌کند که ارتعاشات عرضی، و بنابراین کلاً محدود به صفحه جبهه موج، باشند. کلی‌ترین نوع ارتعاش بیضوی است که ارتعاشات خطی و دایره‌ای از حالت‌های خاص آن به‌شمار می‌روند. آزمایش‌هایی که این مشخصه‌ها را مجسم می‌کنند، آزمایش‌هایی‌اند که با قطبش نور سروکار دارند. با آن‌که موجی طولی مانند موج صوتی ضرورتاً باید حول جهت انتشارش متقارن باشد، در امواج عرضی امکان بی‌تقارنی وجود دارد، و هرگاه یک باریکه نور چنین بی‌تقارنی را بروز دهد، گوئیم قطبیده است.

در این فصل از بابت آشنایی با مبحث قطبش، راه‌های اساسی تولید نور خطی قطبیده، از نور معمولی ناقطبیده را به اجمال بیان می‌کنیم. اکثر پدیده‌هایی که در اینجا مورد بحث قرار خواهند گرفت، در فصل‌های بعدی با تفصیل بیشتری مطرح خواهند شد. اما، کسب معلومات اولیه در باره روش‌های تجربی و داشتن تصویری ذهنی از چگونگی عملکرد وسیله‌های قطبنده با جداسازی نور عادی به مؤلفه‌های قطبیده آن، بسیار سودمند خواهد بود. روش‌های رایج به‌کار رفته در تولید و



شکل ۱-۲۴. قطبش از طریق بازتابش از سطوح شیشه‌ای.

نمایش قطبش نور را می‌توان تحت عناوین زیر گروه‌بندی کرد: (۱) بازتابش؛ (۲) تراگیسیل از یک دسته تیغه؛ (۳) دوفامی؛ (۴) دوشکستی (شکست دوگانه)؛ و (۵) پراکندگی.

## ۱-۲۴ قطبش از طریق بازتابش

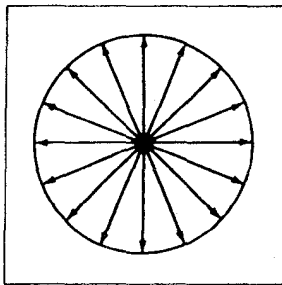
شاید ساده‌ترین روش قطبی کردن نور، روشی است که در سال ۱۸۰۸ مالوس کشف کرده است. هرگاه یک باریکه نور سفید، تحت زاویه معینی بر سطح صیقلی یک تیغه شیشه معمولی فرود آید، بر اساس بازتابش، خطی قطبیده می‌شود. مراد از خطی قطبیده این است که همه نور به موازات صفحه مار بر محور باریکه ارتعاش کند (بخش ۱۱-۶). این نور، گرچه طوری به چشم می‌آید که بانور فرودی فرقی نمی‌کند، ولی قطبش یا بی‌تقارنی آن به کمک بازتابش اش در یک تیغه شیشه‌ای دیگر به‌قرار زیر معلوم می‌شود. در شکل ۱-۲۴، یک باریکه نور ناقطبیده  $AB$  تحت زاویه تقریباً  $57^\circ$  روی سطح شیشه اول در  $B$  فرود می‌آید. این نور دوباره تحت زاویه  $57^\circ$  در یک تیغه شیشه‌ای دوم  $C$  که به موازات تیغه اول قرار داده شده است، باز می‌تابد (شکل سمت چپ). حال، چنانچه صفحه بالایی حول  $BC$ ، به‌عنوان محور، چرخانده شود، ملاحظه می‌شود که شدت نور بازتابیده کاهش می‌یابد و در زاویه چرخش  $90^\circ$ ، صفر می‌شود. دوران حول  $BC$  زاویه فرودی را ثابت نگه می‌دارد. این آزمایش را با شیشه‌هایی که پشتشان رنگ سیاه زده شده، بهتر می‌توان انجام داد. در این صورت، به‌نظر می‌رسد که باریکه بازتابیده اولی  $BC'$  در  $C'$  قطع می‌شود و از بین می‌رود. با چرخش بیشتر آینه بالایی حول  $BC$ ، باریکه بازتابیده  $CD$  دوباره پدیدار می‌شود، و شدت آن افزایش می‌یابد و در زاویه  $180^\circ$  به ماکزیموم می‌رسد. ادامه چرخش، دوباره در زاویه  $270^\circ$  شدت صفری تولید می‌کند، و یک ماکزیموم دیگر به‌ازای  $360^\circ$ ، یعنی نقطه شروع، به‌دست می‌آید.

هرگاه زاویه فرود در یکی از دو آینه، بالایی یا پایینی،  $57^\circ$  نباشد، باریکه‌ای که دوبار بازتابیده، مانند قبل دارای ماکزیموم و می‌نیمومی خواهد بود ولی شدت می‌نیموم آن صفر نخواهد بود. به بیان دیگر، در  $C$  همیشه یک باریکه بازتابیده وجود خواهد داشت. اگر، به طور کلی، زاویه فرودی را با  $\phi$  نشان دهیم، مقدار بحرانی  $\bar{\phi}$  را که برای بازتابش دوم می‌نیموم صفر تولید می‌کند، زاویه قطبان (زاویه بروستر) می‌گویند و مقدار آن با نوع شیشه فرق می‌کند. قبل از مبادرت به شرح این آزمایش، به جاست که ایده‌های مورد قبول در ارتباط با ماهیت ارتعاشات در نور معمولی و نور قطبیده را به طور خلاصه بررسی کنیم.

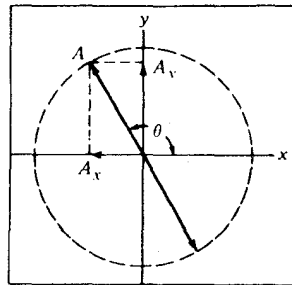
## ۲-۲۴ نمایش ارتعاشات در نور

بنابر نظریه الکترومغناطیس، هر نوع نور از امواج عرضی تشکیل می‌شود که در آن مقادیر نوسان‌کننده، بردارهای الکتریکی و مغناطیسی هستند. این پرسش که، کدام یک از اینها را باید سازای "ارتعاشات" اختیار کرد، به بخشهای بعد (بخش ۲۵-۱۲) موکول می‌شود، اما پاسخ آن هم برای منظور فعلی ما خالی از اهمیت است. فرض کنیم در یک باریکه نور که در امتداد محور  $z$  در شکل ۲-۲۴ به سوی ناظری در حال حرکت است، در لحظه‌ای، بردار الکتریکی یک ارتعاش خطی در جهت و دامنه نشان داده شده انجام می‌دهد. اگر این ارتعاش بدون تغییر ادامه یابد، می‌گوییم نور خطی قطبیده است، زیرا ارتعاشات آن به صفحه‌ای، حاوی محور  $z$  محدود شده و تحت زاویه  $\theta$  سمتگیری شده است. از سوی دیگر، هرگاه نور ناقطبیده باشد، مانند قسمت اعظم نور طبیعی، می‌توان تصور کرد که در زاویه  $\theta$  تغییرات ناگهانی و کاتوره‌ای پیش می‌آید که در بازه‌های زمانی از مرتبه بزرگی  $10^{-8}$  روی می‌دهند. همه سمتگیریهای  $A$  را باید به یک اندازه محتمل تلقی کرد، به طوری که،

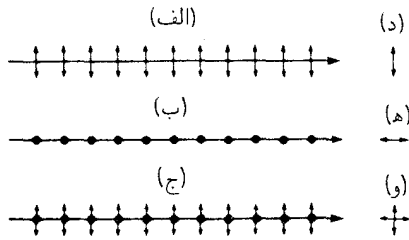
(الف)



(ب)



شکل ۲-۲۴ ارتعاشات در نور ناقطبیده از مقطع عرضی. (الف) همه صفحات به یک اندازه محتمل اند؛ (ب) هر ارتعاش را می‌توان به دو مؤلفه در جهتهای  $x$  و  $y$  تجزیه کرد.



شکل ۲۴-۳ نمایشهای تصویری از نیرخهای جانبی و قائم باریکه‌های نور خطی قطبیده و عادی.

آن‌گونه که با دایره پرننگ در شکل ۲۴-۲ (الف) نشان داده شده است، اثر میانگین نسبت به جهت انتشار کاملاً متقارن است.

هر چند که این تصویر از نور ناقطبیده، درست است، بسیار ساده‌سازی شده است، زیرا هرگاه در سمتگیری افت‌وخیز پیش آید، باید در دامنه هم افت‌وخیز پدید آید. علاوه بر این، ارتعاشات خطی، حالتی خاص از ارتعاشات بیضوی به‌شمار می‌روند، و دلیلی وجود ندارد که به این نوع خاص ترجیح داده شود. به این ترتیب یک تصویر حقیقی عبارت است از ارتعاشات بیضوی که ابعاد، خروج از مرکز، و سمتگیری آن در موارد متعدد و فراوان در حال تغییرند، ولی به صفحه  $xy$  محدود می‌شوند. اما، این پیچیدگی چندان مشکلی به حساب نمی‌آید، زیرا از آنجا که همه سمت‌ها (زوایای سمتی) هم‌ارزند، بازنمایی ساده‌تری برحسب ارتعاشات خطی با دامنه ثابت و سمتگیری سریع‌التغییر، واقعیات را به‌طور کامل توصیف می‌کند. نیز چون حرکت در محیط یک بیضی را می‌توان ترکیب دو حرکت خطی عمود بر هم (بخش ۱۲-۹) تلقی کرد، این دو توصیف بالا از دیدگاه ریاضی، یکی‌اند.

باز هم یکی دیگر از نمایشهای نور ناقطبیده، که شاید هم سودمندتر باشد، از این قرار است که هرگاه ارتعاش شکل ۲۴-۲ (ب) را به دو مؤلفه  $A_x = A \cos \theta$  و  $A_y = A \sin \theta$  تجزیه کنیم، به‌طور کلی نامساوی خواهند بود [بخش ۲۴-۵ و معادله (۲۴-۴)]. اما، اگر  $\theta$  بتواند به‌طور کاتوره‌ای همه مقادیر را اختیار کند، نتیجه نهایی چنان خواهد بود که گویی دو ارتعاش متعامد با دامنه‌های یکسان با فازهای ناهمدوس، در اختیار داریم. هر یک از این دو ارتعاش، برآیند شمار زیادی از ارتعاشات فرودی با فازهای کاتوره‌ای‌اند (بخش ۱۲-۴) و به‌سبب همین کاتوره‌ای بودن، یک ناهمدوسی کامل تولید شده است. در شکل ۲۴-۳ شیوه متداول تصویر کردن این ارتعاشات را مشاهده می‌کنید؛ قسمتهای (الف) و (ب) این شکل نمایانگر دو مؤلفه خطی-قطبیده، و قسمت (ج) آن دو مؤلفه با هم، در یک باریکه ناقطبیده را نشان می‌دهند. نقطه‌چینها نمایانگر نگاه از پایان به ابتدای ارتعاشهای خطی، و پیکانهای دوسویه نمایانگر ارتعاشات محدود به صفحه کاغذ هستند.

به این ترتیب، (د)، (ه)، (و) در شکل، نشان می‌دهند ارتعاشات در (الف)، (ب)، و (ج) چگونه به نظر خواهند رسید اگر در امتداد پرتوها نگاه کنیم.

### ۳-۲۴ زاویه قطبان و قانون بروستر

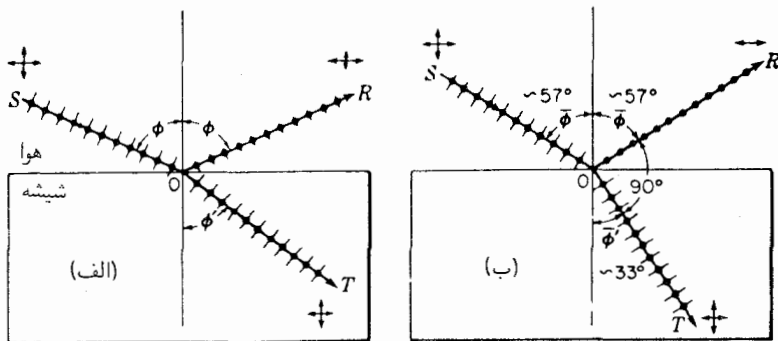
نور ناقطبیده را در نظر بگیرید که مطابق شکل ۲۴-۴ (الف)، تحت زاویه  $\phi$  روی ماده دی‌الکتریکی مانند شیشه، فرود آمده است. در این صورت، همیشه یک پرتو بازتابیده  $OR$  و یک پرتو شکسته  $OT$  وجود خواهند داشت. آزمایشهایی نظیر آنچه در بخش ۲۴-۱ توصیف شد و در شکل ۲۴-۱ مشاهده کردیم، نشان می‌دهند که بخشی از پرتو بازتابیده  $OR$  خطی قطبیده است و تنها تحت زاویه مشخص و معلومی، برای شیشه در حدود  $57^\circ$ ، همه آن قطبیده خواهد شد. بروستر برای نخستین باری برد که تحت این زاویه قطبان  $\bar{\phi}$ ، پرتوهای بازتابیده و شکسته درست  $90^\circ$  از همدیگر فاصله دارند. این کشف شایان توجه ما را قادر می‌سازد که قطبش را با ضریب شکست همبسته کنیم:

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = n \quad (۱-۲۴)$$

چون در زاویه  $ROT = 90^\circ$  داریم  $\sin \bar{\phi}' = \cos \bar{\phi}$ ، در نتیجه،

$$\frac{\sin \bar{\phi}}{\sin \bar{\phi}'} = \frac{\sin \bar{\phi}}{\cos \bar{\phi}} = n$$

$$n = \tan \bar{\phi} \quad (۲-۲۴)$$



شکل ۲۴-۴ (الف) قطبش در بازتابش و شکست؛ (ب) قانون بروستر برای زاویه قطبان.

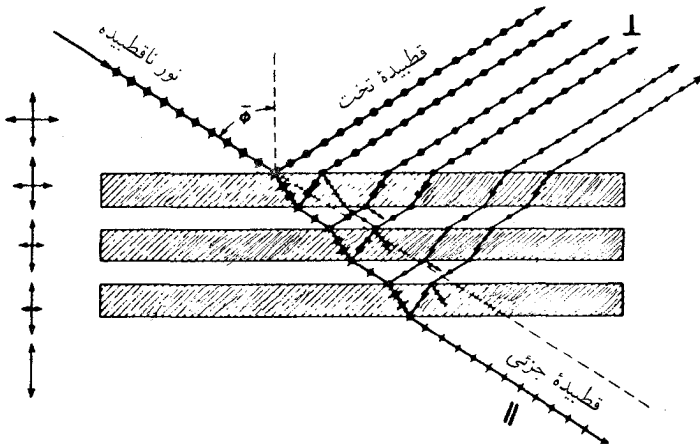


این رابطه، قانون بروستر است که بنا بر آن زاویه فرود در ماکزیموم قطبش فقط به ضریب شکست بستگی دارد. بنابراین، به نحوی با طول موج تغییر می‌کند، اما در شیشه معمولی پاشندگی چنان است که زاویه قطبان  $\bar{\phi}$  در سرتاسر طیف مرئی چندان تغییری نمی‌کند. این موضوع را می‌توان به کمک محاسبه  $\bar{\phi}$  برای طول موجهای مختلف، با استفاده از مقادیر  $n$ ، به آسانی از روی جدول ۲۳-۲۲ نشان داد. مسئله ۲۴-۱ در آخر این فصل هم به همین مطلب می‌پردازد.

فهم علت فیزیکی این امر چندان دشوار نیست که چرا نوری که در محل فرود ارتعاش می‌کند با زاویه بروستر باز نمی‌تابد. نور فرودی، الکترونهاي اتمهای ماده را به نوسان در می‌آورد، و تابش مجدد همین الکترونهاست که باریکه بازتابشی را تولید می‌کند. هرگاه این باریکه در زاویه  $90^\circ$  نسبت به باریکه شکسته مشاهده شود، فقط ارتعاشاتی که بر صفحه فرود عمودند، می‌توانند در آن سهمی داشته باشند. ارتعاشاتی که در صفحه فرود اجرا می‌شوند، نسبت به جهت  $90^\circ$  مؤلفه عرضی ندارند، از این رو، نمی‌توانند در آن جهت تابش کنند. علت این امر با آنچه موجب می‌شود در آنتنهای افقی فرستنده رادیویی، تابش در امتداد سیمها به صفر افت کند موضوع واحدی است. اگر دانشجو این تصویر را به خاطر بسپارد و به یاد آورد که امواج نور دقیقاً عرضی‌اند، برای به یاد آوردن این موضوع که کدام یک از دو مؤلفه تحت زاویه قطبان باز می‌تابد با مشکلی مواجه نخواهد بود.

## ۲۴-۴ قطبش به وسیله چند تیغه

با بررسی نور شکسته در شکل ۲۴-۴ (الف) در مورد قطبش، معلوم شده است که در همه زوایای فرود پاره‌ای قطبیده است، و زاویه‌ای وجود ندارد که تحت آن نور کاملاً خطی قطبیده باشد. تأثیر سطح بازتابنده را می‌توان تا حدی به قرار زیر توصیف کرد: فرض می‌کنیم نور عادی فرودی، چنان‌که در بخش ۲۴-۲ نشان دادیم، از دو باریکه نور خطی قطبیده متعامد تشکیل یافته باشد. بخشی از موجهایی که در صفحه فرود یعنی صفحه کاغذ، ارتعاش می‌کنند، تحت همه زاویه‌های فرود باز می‌تابند و بخش دیگری هم می‌شکنند؛ به استثنای یک زاویه، یعنی زاویه قطبان  $\bar{\phi}$ ، که در آن همه پرتوها می‌شکنند. از موجهایی که عمود بر صفحه فرود ارتعاش می‌کنند، در همه زوایای فرود قسمتی از انرژی باز می‌تابد و باقیمانده می‌شکند. به این ترتیب، پرتو شکسته همیشه حاوی قسمتی از هر دو صفحه قطبش است. برای یک تک تیغه شیشه‌ای با  $n = 1.5$ ، نشان خواهیم داد [بخش ۲۵-۱ و شکل ۲۵-۲ (الف)] که تحت زاویه قطبان، صد درصد نور مرتعش به موازات صفحه فرود عبور می‌کند، حال آن‌که برای ارتعاشات عمودی، فقط ۸۵ درصدش عبور می‌کند، و ۱۵ درصد بقیه باز می‌تابد. واضح است که درجه قطبش باریکه عبوری برای یک تک صفحه کوچک است. هرگاه یک باریکه نور عادی تحت زاویه قطبان بر دسته‌ای از تیغه‌ها، مطابق شکل ۲۴-۵، فرود آید، برخی از ارتعاشات عمود بر صفحه فرود در هر یک از سطوح باز می‌تابند، و همه ارتعاشات



شکل ۲۴-۵. قطبش نور به وسیله یک دسته تیغه شیشه‌ای.

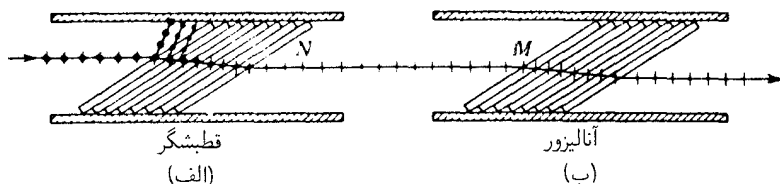
موازی صفحه، می‌شکنند. نتیجه نهایی این است که باریکه‌های بازتابیده جملگی در یک صفحه خطی قطبیده‌اند، و باریکه شکسته که رفته رفته ارتعاشات عمودی خود را از دست می‌دهد، خطی قطبیده پاره‌ای است. هر قدر شمار سطوح بیشتر باشد، همان قدر هم این باریکه عبوری به خطی قطبیدگی نزدیکتر می‌شود. این روند را با شکل‌های ارتعاش کوچک در سمت چپ شکل ۲۴-۵ نشان داده‌ایم. در بررسی تفصیلی قطبش به وسیله بازتابش و شکست (فصل ۲۵)، نشان خواهیم داد که زاویه قطبان بازتابش داخلی دقیقاً با زاویه شکست  $\phi'$  در شکل ۲۴-۴ (ب) متناظر است. یعنی، نور بازتابیده داخلی تحت زاویه  $\phi'$ ، خطی قطبیده هم خواهد بود.

درجه قطبش،  $P$ ، در نور تراگسیلیده را می‌توان به کمک جمع کردن شدت‌های مؤلفه‌های موازی و متعامد محاسبه کرد. اگر این شدتها را، به ترتیب،  $I_p$  و  $I_s$  بنامیم، نشان داده شده است که:

$$P = \frac{I_p - I_s}{I_p + I_s} = \frac{m}{m + [2n^2 / (1 - n^2)]} \quad (۳-۲۴)$$

که در آن  $m$  تعداد تیغه‌ها، یعنی  $2m$  سطح، و  $n$  ضریب شکست آنها است. این معادله نشان می‌دهد که با استفاده از تعداد کافی تیغه‌ها، درجه قطبش را می‌توان به سوی یک، یعنی به سوی صد

\* در این محاسبات نه تنها پرتو عبوری به‌طور مستقیم، بلکه همچنین آنهایی که به‌طور داخلی دو یا چندین بار بازتابش کرده بودند نیز در نظر گرفته شده (شکل ۲۴-۵). اما در این محاسبات اثر جذب، که  $P$  را به مقداری بیشتر از آنچه که در معادله (۳-۲۴) در نظر گرفته شده است، افزایش پیدا می‌کند.



شکل ۲۴-۶ تیغه‌های شیشه‌ای که تحت زاویه قطبان  $\phi$  سوار شده‌اند.

درصد، میل داد. روشهای بهتر تولید یک باریکه پر شدت نور قطبیده که امروزه در دسترس‌اند، در زیر توصیف خواهند شد. اما ردیف دسته‌ای از تیغه‌ها را هم می‌توان برای نمایش دادن یک آرایش رایج در تولید و آنالیز کردن نور قطبیده، به‌کار برد.

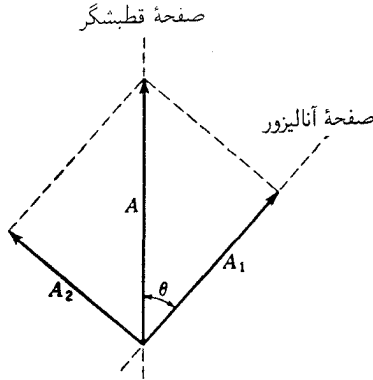
در شکل ۲۴-۶، دو ردیف تیغه، قطبشگر (الف) و آنالیزور (ب)، با صفحات فرود موازی، را مشاهده می‌کنید. نوری که از  $N$  خارج می‌شود، تقریباً خطی قطبیده است و آزادانه از آنالیزور عبور می‌کند. هرگاه آنالیزور را به اندازه  $90^\circ$  حول محور  $NM$  بچرخانیم، نور عبوری تقریباً ناپدید می‌شود، زیرا اکنون ارتعاشات بر صفحه فرود آنالیزور عمودند و به پهلو باز می‌تابند. یک چرخش  $90^\circ$  دیگر، نور را برمی‌گرداند و در یک دور کامل، دو ماکزیموم و دو می‌نیموم پیش خواهد آمد. هر آرایش قطبشگر و آنالیزور، در کنار یکدیگر، را قطبش‌نا می‌نامند و کاربردهای فراوانی دارد.

## ۲۴-۵ قانون مالوس\*

این قانون، چگونگی تغییرات شدت عبوری از آنالیزور را در پیروی از زاویه بین صفحه تراگسیل آن با صفحه تراگسیل قطبشگر بیان می‌کند. در حالت وجود دو دسته تیغه، صفحه عبور همان صفحه فرود است، و برای اینکه قانون مالوس صادق باشد، باید فرض شود که نور عبوری کاملاً خطی قطبیده است. نمایش بهتر این وضعیت، آزمایش بازتابش دوگانه در بخش ۲۴-۱، یا ترکیب دو پولاروید یا دو منشور نیکول خواهد بود، که در آنها قطبش کامل است. در این صورت، بنابر قانون مالوس، شدت عبوری به صورت مربع کسینوس زاویه بین دو صفحه تراگسیل، تغییر می‌کند.

اثبات این قانون بر این واقعیت ساده مبتنی است که هر ارتعاش خطی قطبیده مثلاً آن را که با قطبشگرمان تولید شده است، می‌توان به دو مؤلفه، یکی به موازات صفحه تراگسیل تحلیلگر، و دیگری عمود بر آن، تجزیه کرد. تنها مؤلفه اول عبور می‌کند. در شکل ۲۴-۷،  $A$  نمایانگر دامنه

\* اتین لویی مالوس (۱۷۷۵-۱۸۱۲). مهندس ارتش فرانسه. کشف قطبش از طریق بازتابش توسط وی، به‌طور اتفاقی و هنگامی که با یک بلور کلسیت به نور بازتابیده از پنجره‌های کاخ لوکزامبورگ نگاه می‌کرد، روی داده است.



شکل ۷-۲۴ تجزیه دامنه نور خطی قطبیده به دو مؤلفه.

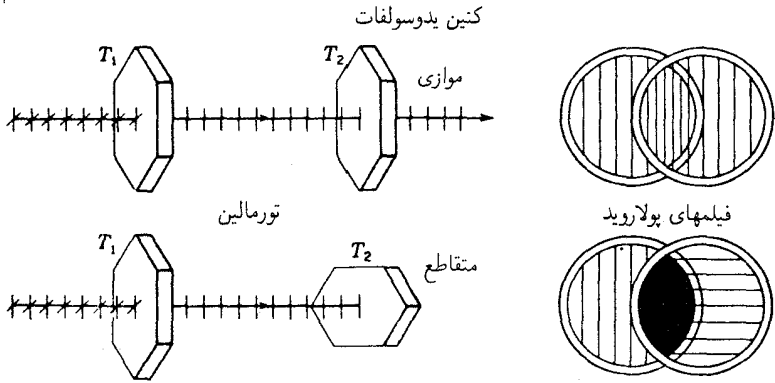
تراگسیلیده توسط قطبشگر است که در آن صفحه تراگسیل، صفحه شکل را به صورت خط چین عمودی قطع می‌کند. وقتی این نور به آنالیزور، که تحت زاویه  $\theta$  تنظیم شده، برخورد می‌کند، می‌توان دامنه فرودی را به دو مؤلفه  $A_1$  و  $A_2$  تجزیه کرد که مؤلفه اخیر در آنالیزور حذف می‌شود. در دسته تیغه‌ها،  $A_2$  به یک طرف باز می‌تابد. بنابراین، دامنه نوری که از آنالیزور می‌گذرد، عبارت است از:

$$\bullet \quad A_1 = A \cos \theta \quad (4-24)$$

و شدت آن از این قرار است

$$I_1 = A_1^2 = A^2 \cos^2 \theta = I_0 \cos^2 \theta \quad (5-24)$$

در اینجا  $I_0$  نمایانگر شدت نور خطی قطبیده فرودی است. البته این نصف شدت نور ناقطبیده فرودی به قطبشگر است، به شرط اینکه اتلاف ناشی از جذب را هنگام عبور از آن نادیده بگیریم. در آنالیزور هم اتلاف وجود خواهد داشت. در پولارویدها یا نیکولها، مقداری نور نیز در بازتابش از سطح از باریکه کم می‌شود. هر چند این آثار در استنتاج معادله (۵-۲۴) نادیده گرفته شده‌اند، باید توجه داشت که تغییر ناشی از آنها در معادله، مقدار ثابتی است، و پیروی شدت نسبی از  $\cos^2 \theta$  را مخدوش نمی‌کند. به این ترتیب، قانون مالوس کاملاً صادق است و، مثلاً مورد شدت نور دوبار بازتابیده در آزمایش بخش ۱-۲۴ را شامل می‌شود، هر چند که مقدار ماکزیموم آن فقط کسر کوچکی از شدت اولیه است. در چنین مواردی،  $I_0$  در معادله (۵-۲۴) صرفاً شدتی است که آنالیزور و قطبشگر موازی باشند.



شکل ۲۴-۸. بلورهای دوفام و فیلمهای قطبان در وضعیتهای موازی و متقاطع.

## ۶-۲۴ قطبش در بلورهای دوفام

این بلورها واجد خاصیت جذب گزینشی یکی از دو مؤلفه راستگوشه نور عادی هستند. دوفامی در تعدادی مواد معدنی و ترکیبات آلی به چشم می خورد. شاید شناخته شده ترین بلور معدنی دوفام، تورمالین باشد. هرگاه یک باریکه نور عادی از یک بلور نازک تورمالین، مانند  $T_1$  در شکل ۲۴-۸، بگذرد، نور تراگسیلیده قطبیده می شود. این اتفاق را می توان توسط بلور دومی،  $T_2$  مشاهده کرد. اگر  $T_1$  و  $T_2$  با یکدیگر موازی باشند، نوری که از بلور اول می گذرد، از بلور دوم نیز خواهد گذشت. اگر بلور دوم را به اندازه  $90^\circ$  بچرخانیم، دیگر نوری از آن نمی گذرد. اثر مشاهده شده ناشی از جذب گزینشی همه پرتوهای نوری است که در یک صفحه خاص ارتعاش می کنند (و به دلایلی که در زیر شرح خواهیم داد، ارتعاشات  $O$  نامیده شده اند)، ولی تورمالین پرتوهایی را که در صفحه عمود بر آن ارتعاش می کنند (به نام ارتعاشات  $E$ ) جذب نمی کند. به این ترتیب، در شکلهای نشان داده شده، فقط ارتعاشات  $E$  به موازات لبه های دراز بلور عبور داده می شوند، به طوری که از بلورهای متقاطع هیچ نوری عبور نمی کند. چون بلورهای تورمالین تا حدی رنگین اند، در ابزار اپتیکی به صورت قطعات قطبشی یا آنالیزوری به کار نمی روند.

در سال ۱۸۵۲، هراباث به تولید بلورهای قطبانی با دهانه بزرگ مبادرت کرد. وی توفیق یافت بلورهای مناسب اما کوچکی از ترکیب آلی کینین یدوسولفات (که حالا به آن هراباثیت می گویند) تولید کند. این بلور یکی از مؤلفه های قطبش را کاملاً جذب می کند و دیگری را با اتلاف اندک عبور می دهد. یکی از انواع پولاروید حاوی بلورهای این ماده است. پولاروید در سال ۱۹۳۲ به وسیله لند اختراع شد و در ابزار اپتیکی بسیاری به شکلهای مختلف مورد استفاده قرار می گیرد. این فیلمها از ورقه های نازکی که از نیتروسولز فشرده، با بلورهای قطبان فرامیکروسکوپی، با محورهایی اپتیکی جملهگی موازی با هم تشکیل یافته اند. در بهبود بخشیهایی که اخیراً در این زمینه حاصل شده،

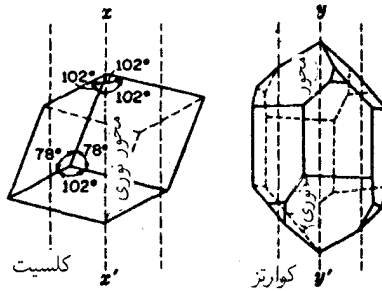
فرایند ردیف‌سازی تقریباً به همین روال انجام می‌پذیرد. فیلمهای پلی‌وینیل‌الکل را برای ردیف کردن مولکولها می‌کشند و سپس آنها را در یک فرو می‌برند و می‌پوشانند. از بررسی پراش پرتوهای X در این لایه‌های دوفام می‌توان پی برد که یک به شکل پلیمری، یعنی به صورت ریسمانهای دراز اتمهای یک جملگی به موازات محور تار، با تناوبی در حدود  $3.10 \text{ \AA}$  در این جهت حضور دارد. فیلمهایی که به این طریق فراهم می‌آیند، پولاوید H نام دارند. افزون بر اینها، لند و رجز پی بردند که وقتی لایه جهت گرفته و شفاف الکل پلی‌وینیل در جوار کاتالیزور آب‌زده و فعالی چون کلرید هیدروژن گرما داده شود، اندکی تیره‌رنگ می‌شود و خاصیت دوفامی شدید به خود می‌گیرد. چنین فیلمی بسیار پایدار است و ناخالصی رنگی ندارد و در نور شدید خورشید رنگ پریده نمی‌شود. این به اصطلاح پولاوید K، برای مقاصد قطبی‌کنندگی چون نور بالای اتومبیلها و سایه‌بانهای شفاف بسیار مناسب است. فیلمهای قطبان را معمولاً میان دو تیغه شیشه اپتیکی کار می‌گذارند.

## ۷-۲۴ دوشکستی

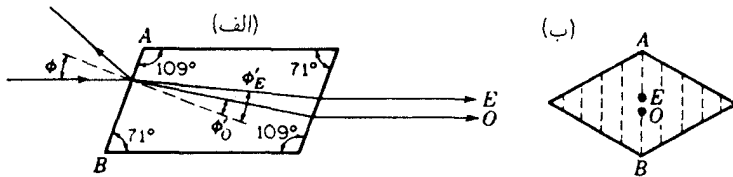
برای تولید و بررسی نور قطبیده در گستره وسیعتری از طول‌موجها، نسبت به گستره‌ای که با کاربرد پولاوید میسر می‌شود، از پدیده دوشکستی در بلورهای کلسیت و کوارتز بهره می‌گیرند. این هر دو بلور، در برابر نور مرئی و نیز فرابنفش شفافند. کلسیت که ترکیب شیمیایی آن کربنات کلسیم ( $\text{CaCO}_3$ ) است، در طبیعت به صورت انواع فراوان اشکال بلوری (در رده لوزی شکل سه‌گوش سیستم شش وجهی) یافت می‌شود، اما به‌آسانی به صورت شکافتگیهای لوزی شکل مانند شکل سمت چپ ۷-۲۴ می‌شکند. هر وجه بلور، متوازی‌الاضلاعی است به زوایای  $5^\circ 78'$  و  $101^\circ 55'$ . با ضربه‌ای از یک ابزار تیز هر بلور به یک لوزی و یا در امتداد وجوه لوزی شکل به دو یا چند بلور کوچکتر می‌شکند که همواره دارای وجوه متوازی‌الاضلاع با زوایای نشان داده شده در شکل ۷-۲۴ هستند.

از سوی دیگر، بلورهای کوارتز در حالت طبیعی به صورت شکلهای مختلف یافت می‌شوند، که یکی از پیچیده‌ترین این شکلهای را در سمت راست شکل ۷-۲۴ مشاهده می‌کنید. بلورهای کوارتز، برخلاف کلسیت، در امتداد صفحات بلوری شکاف بر نمی‌دارند بلکه در اثر ضربه ناشی از وسیله تیز به صورت قطعات نامنظم می‌شکند. کوارتز سیلیکای خالص ( $\text{SiO}_2$ ) است. جزئیات بیشتر مربوط به این بلورها در این فصل و فصلهای بعدی ارائه خواهد شد.

هرگاه یک باریکه نور ناقطبه عادی بر یک بلور کلسیت یا کوارتز فرود آید، علاوه بر باریکه بازتابیده، به جای یک تک باریکه شکسته عادی، مثلاً در شیشه، دو باریکه شکسته مشاهده خواهند شد. به این پدیده که در شکل ۷-۲۴ برای کلسیت نشان داده شده است، دوشکستی یا انکسار مضاعف می‌گویند. از طریق اندازه‌گیری زاویه‌های شکست  $\phi$  به‌ازای زوایای مختلف



شکل ۲۴-۹. شکلهای بلوری کلسیت و کوارتز. جهت محور ایتیکی با خط چین نشان داده شده است.



شکل ۲۴-۱۰. تصویر نیمرخ و عرضی دوشکستی نور در یک بلور کلسیت. (الف) سطح مقطع یکی از صفحات اصلی. (ب) دید عرضی.

فرودی  $\phi$ ، معلوم می شود که قانون اسنل برای شکست:

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi'} = n \quad (۲۴-۶)$$

فقط برای یکی از این پرتوها صادق است و نه برای دیگری. پرتوی که برایش این قانون صدق می کند، پرتو عادی یا پرتو  $O$  و پرتو دیگر پرتو غیرعادی یا پرتو  $E$  نامیده می شود.

نظر به اینکه وجوه مقابل بلور کلسیت همیشه موازیند، دو پرتو شکسته، به موازات پرتو فرودی، و از این رو به موازات یکدیگر خارج می شوند. در داخل بلور، پرتو عادی همیشه در صفحه فرود قرار می گیرد. برای پرتو غیرعادی، فقط در جهتهای خاصی در داخل بلور، این وضعیت برقرار می شود. هرگاه نور فرودی بر سطح بلور عمود باشد، پرتو غیرعادی تحت زاویه ای که صفر نیست می شکند و به موازات پرتو فرودی، ولی نسبت به آن اندکی جابه جا شده، و بیرون می آید؛ پرتو عادی مستقیماً از بلور می گذرد و بدون انحراف بیرون می آید. چرخش بلور حول پرتو در این حالت، باعث می شود که پرتو  $E$  حول پرتو ثابت  $O$  بچرخد.

## ۸-۲۴ محور اپتیکی

کلسیت و کوارتز نمونه‌هایی از بلورهای ناهمسانگرد، یا بلورهایی‌اند که در آنها خواص فیزیکی با تغییر جهت، تغییر می‌کند. همهٔ بلورها، به‌استثنای آنها که به سیستم مکعبی تعلق دارند، کم‌وبیش ناهمسانگردند. علاوه بر این، دو نمونه انتخابی، نوع ساده ناهمسانگردی را که بلورهای تک‌محوری را مشخص می‌سازند، نشان می‌دهند. در این بلورها یک تک‌جهت وجود دارد که محور اپتیکی نامیده می‌شود، و محور تقارن بلور از نظر شکل و آرایش اتمهای آن به‌شمار می‌آید. هرگاه یک خاصیت فیزیکی، مثلاً رسانش گرمایی را در جهات مختلف بلور اندازه‌گیری کنند، مشاهده می‌شود که در امتداد همه خطوط عمود بر محور اپتیکی یکسان است. در زاویه‌های دیگر، مقدار به‌دست آمده تغییر می‌کند و در امتداد محور به یک ماکزیموم یا می‌نیموم می‌رسد. جهت‌های محور اپتیکی در کلسیت و کوارتز را در شکل ۹-۲۴ مشاهده می‌کنید.

در بلورهای تک‌محوری، دوشکستی هنگامی که نور چنان وارد بلور شود که در داخل آن در امتداد محور اپتیکی حرکت کند، ناپدید می‌شود. یعنی در این حالت میان پرتوهای  $O$  و  $E$  جدایی نمی‌افتد. این امر در جهت‌های عمود بر محور اپتیکی نیز صدق می‌کند، اما در این حالت، پرتوهای  $O$  و  $E$  از زاویهٔ دیگری که کمتر بارز است، یعنی سرعت آنها، با هم متفاوتند. پیامدهای ناشی از این تفاوت را در فصل ۲۷ بررسی خواهیم کرد.

جهت محور اپتیکی در کلسیت با ترسیم خطی مانند  $xx'$  از یکی از گوشه‌های کند بلور تعیین می‌شود، به طوری که با همه وجوه زاویهٔ متساوی بسازد. گوشهٔ کند عبارت است از گوشه‌ای که در آنجا سه وجه زاویهٔ منفرجه به هم می‌رسند، و فقط دو تا از این گوشه‌ها کم‌وبیش روبه‌روی هم قرار دارند. در کوارتز، محور اپتیکی  $yy'$  در جهت طولی بلور قرار دارد و، مطابق شکل، جهت آن با شش وجه کناری موازی است. باید تأکید شود که محور اپتیکی، خط خاصی از داخل بلور نیست، بلکه یک جهت است. یعنی، برای هر نقطه‌ای از بلور می‌توان یک محور ترسیم کرد که با محور نقاط دیگر موازی خواهد بود.

## ۹-۲۴ مقاطع اصلی و صفحات اصلی

در مشخص‌سازی مواضع بلورها، و نیز جهت پرتوها و ارتعاشات، استفاده از مقطع اصلی، به صورت صفحه‌ای حاوی محور اپتیکی و عمود بر هر وجه رخ بلور باشد، موجب تسهیل است. بنابراین، برای هر نقطه از کلسیت، سه مقطع اصلی، هر یک برای یک زوج موازی با وجوه روبه‌رو در بلور یافت می‌شود. یک مقطع اصلی، همواره سطوح بلور کلسیت را به صورت یک متوازی‌الاضلاع با زاویه‌های  $71^\circ$  و  $109^\circ$ ، مطابق تصویر چپ شکل ۹-۲۴، برش می‌دهد. نگاهی عرضی به

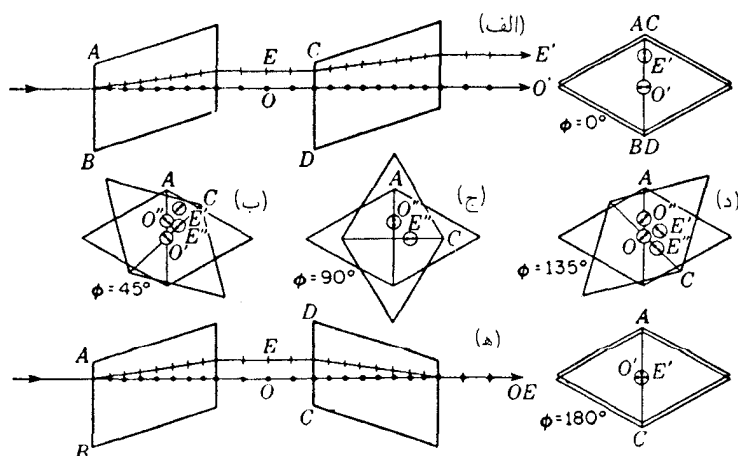


مقطع اصلی، سطح بلور را به صورت خطی به موازات  $AB$ ، که با نقطه چین در شکل سمت راست نشان داده شده است، قطع می‌کند. تمام صفحات دیگر در داخل بلور، که به موازات صفحه‌ای عبور می‌کنند که با  $AB$  نشان می‌دهیم، نیز مقاطع اصلی به شمار می‌روند. این مقاطع با نقطه چینهای دیگر نمایش داده می‌شوند.

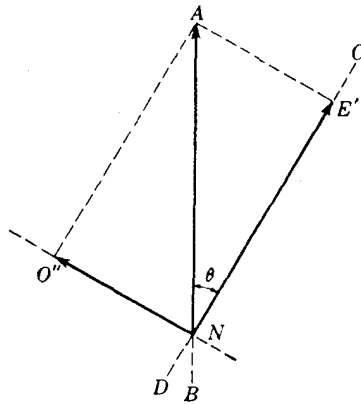
مقطع اصلی به این ترتیبی که تعریف کردیم، همیشه در توصیف جهت ارتعاشات کفایت نمی‌کند. در اینجا باید از دو صفحه دیگر، صفحه اصلی پرتو عادی، حاوی محور اپتیکی و پرتو عادی، و صفحه اصلی پرتو غیرعادی، صفحه‌ای حاوی محور اپتیکی و پرتو غیرعادی، سود جوییم. پرتو عادی همیشه در صفحه فرود قرار دارد. این امر در مورد پرتو غیرعادی عموماً صادق نیست. صفحات اصلی دو پرتو شکسته، جز در حالت‌های خاص، بر یکدیگر منطبق نیستند. حالت‌های خاص عبارت‌اند از حالت‌هایی که در مورد آنها صفحه فرود، مطابق شکل ۲۴-۱۰، یک مقطع اصلی است. تحت این شرایط، صفحه فرود، مقطع اصلی، و صفحات اصلی پرتوهای  $O$  و  $E$  همه بر هم منطبقند.

## ۲۴-۱۰ قطبش از طریق دوشکستی

قطبش نور از طریق دوشکستی در کلسیت، در سال ۱۶۷۸ توسط هویگنس کشف شده است. چنان‌که در بالای شکل ۲۴-۱۱ مشاهده می‌کنید، هویگنس یک باریکه نور را از دو بلور عبور داده است. هرگاه مقاطع اصلی این دو بلور موازی باشند، دو پرتو  $O'$  و  $E'$  به فاصله‌ای برابر با مجموع



شکل ۲۴-۱۱ دوشکستی و قطبش در دو بلور کلسیت با مقاطع اصلی که زوایای مختلفی دارند.



شکل ۲۴-۱۲ تجزیه نور قطبیده به مؤلفه‌ها در دوشکستی.

دو جابه‌جایی پیش آمده در هر بلور در حالتی که به‌تنهایی به‌کار گرفته شوند، از همدیگر مجزایند. با چرخاندن بلور دوم، هر یک از دو پرتو  $O$  و  $E$  می‌شکند و به دو جزء تقسیم می‌شود، و چنان‌که در نگاه از روبه‌رو در (ب) نشان داده می‌شود، به چهار پرتو تبدیل می‌شوند. در وضعیت  $90^\circ$  در (ج)، پرتوهای اولیه  $O'$  و  $E'$  رنگ‌باخته و ناپدید شده‌اند و پرتوهای جدید  $O''$  و  $E''$  به‌ماکزیموم شدت رسیده‌اند. ادامه چرخش، پرتوهای اولیه را پدیدار می‌کند و نهایتاً، اگر بلورها دارای ضخامت یکسان باشند، این دو پرتو روی هم می‌افتند و یک تک باریکه در مرکز، برای وضعیت  $180^\circ$ ، می‌سازند که در پایین شکل نشان داده‌ایم. حال، پرتوهای  $O''$  و  $E''$  ناپدید شده‌اند.

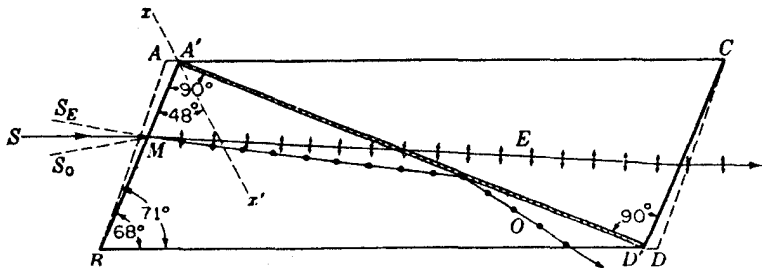
به این ترتیب، صرفاً با استفاده از دو بلور طبیعی کلسیت، هویگنس توانست قطبش نور را نمایش دهد. توضیح حرکت پرتوهای نور، همان شرح ساده انحراف در شکست و به‌آسانی قابل فهم است. ولی شدت متغیر لکه‌های نور به قطبش دو باریکه نور مربوط است که از بلور اول خارج می‌شوند. شرح اجمالی آن به‌نحوی از این قرار است: نور عادی در هنگام ورود به بلور کلسیت اول به دو پرتو خطی قطبیده می‌شکند، یکی پرتو  $O$  با ارتعاش عمود بر صفحه اصلی، که در اینجا با مقطع اصلی یکی است، و دیگری پرتو  $E$  با ارتعاش در مقطع اصلی. به بیان دیگر، بلور نور را به دو مؤلفه تجزیه می‌کند، به طوری که یک نوع ارتعاش از یک مسیر و نوع دیگر آن از مسیر دیگر حرکت کنند.

حال می‌خواهیم با تفصیل بیشتری بررسی کنیم که برای یکی از باریکه‌های خطی قطبیده خروجی از بلور اول، هنگامی که از بلور دوم تحت زاویه اختیاری  $\theta$  می‌گذرد، چه اتفاقی خواهد افتاد. در شکل ۲۴-۱۲، دامنه پرتو  $E$  را که به موازات مقطع اصلی بلور اول ارتعاش می‌کند، در هنگام برخورد آن با سطح بلور دوم با  $A$  نشان می‌دهیم. این بلور دوم هم، مانند اولی، ارتعاشات

نور در مقطع اصلی خود را در یک مسیر نوری، و ارتعاشات نور عمود بر آن را در یک مسیر دیگر عبور می‌دهد. بنابراین، پرتو  $E$  به دو مؤلفه تجزیه می‌شود؛ یکی  $E'$  با دامنه  $A \cos \theta$  و دیگری  $O''$  با دامنه  $A \sin \theta$ . این دو پرتو از بلور دوم با شدتهای نسبی  $A^2 \cos^2 \theta$  و  $A^2 \sin^2 \theta$  خارج می‌شوند. به‌ازای  $\theta = 90^\circ$ ،  $E'$  صفر می‌شود و  $O''$  به‌شدت ماکزیموم  $A^2$  می‌رسد. در همه این وضعیتها، مجموع دو مؤلفه  $A^2 \cos^2 \theta + A^2 \sin^2 \theta$  برابر  $A^2$  است که شدت باریکهٔ فرودی است. همین روال در مورد تجزیهٔ باریکه  $O$  از بلور اول به دو باریکهٔ خطی قطبیده  $O'$  و  $E''$  نیز صدق می‌کند.

### ۱۱-۲۴ منشور نیکول

این وسیله قطبیدهٔ بسیار سودمند از بلور کلسیت ساخته می‌شود و به‌نام مخترع آن، نیکول نامیده شده است.\* مطابق شکل ۱۳-۲۴، منشور نیکول چنان ساخته می‌شود که یکی از دو پرتو شکسته را از طریق بازتابش کلی، حذف می‌کند. منشور نیکول انواع گوناگون و متفاوتی دارد، ولی در اینجا یکی از رایجترین آنها را توصیف خواهیم کرد. در دو سر یک بلور کلسیت، با طولی سه برابر پهنایش، در مقطع اصلی از زاویه  $71^\circ$  به زاویه کوچکتر  $68^\circ$  برش داده می‌شود. سپس بلور را در امتداد صفحهٔ  $A'D'$  که عمود بر هر دو مقطع اصلی در وجوه انتهایی است، برش می‌دهند و از هم جدا می‌کنند. دو سطح حاصل از برش را صاف و صیقلی می‌کنند و سپس دوباره با چسب مخصوصی به‌نام بالزام کانادا<sup>۱</sup> به همدیگر می‌چسبانند. استفاده از این چسب مخصوص به‌این سبب است که هم شفاف است و هم ضریب شکست آن حدوداً وسط ضرایب شکست پرتو  $O$  و پرتو  $E$  قرار



شکل ۱۳-۲۴ نمودار تفصیلی یک منشور نیکول، نشان می‌دهد که چگونه از یک بلور کلسیت تشکیل می‌شود.

\* ویلیام نیکول (۱۷۶۸-۱۸۵۱). فیزیکدان اسکاتلندی، که در برش و صیقل دادن جواهرات و بلورها مهارت فراوانی کسب کرد. منشور مشهورش را در ۱۸۲۸ ساخت و گفته‌اند که خودش به‌خوبی از طرز کار این منشور آگاه نبود.

1. Canada balsam

دارد. مثلاً، برای نور سدیم.

$n_o = ۱,۶۵۸۳۶$	ضریب شکست پرتو $O$
$n_B = ۱,۵۵$	ضریب شکست بالزام کانادا
$n_E = ۱,۴۸۶۴۱$	ضریب شکست پرتو $E$

از نظر اپتیکی، برای پرتو  $E$ ، بالزام چگالتر از کلسیت، و برای پرتو  $O$  کم چگالتر است. بنابراین، پرتو  $E$  به داخل بالزام می‌شکند و از بلور کلسیت می‌گذرد، حال آن‌که پرتو  $O$  به‌ازای زوایای بزرگ فرود بازتابش کلی می‌یابد. زاویهٔ حد برای بازتابش کلی پرتو  $O$  در اولین سطح کلسیت به بالزام، در حدود  $۶۹^\circ$  است و متناظر با یک زاویه محدودکننده  $SMS_O$  در شکل ۲۴-۱۳ در حدود  $۱۴^\circ$  می‌شود. در زوایای بزرگتر، قسمتی از پرتو  $O$  عبور خواهد کرد. یعنی، منشور نیکول را نباید در نوری که بسیار واگرا یا همگراست، به‌کار گرفت.

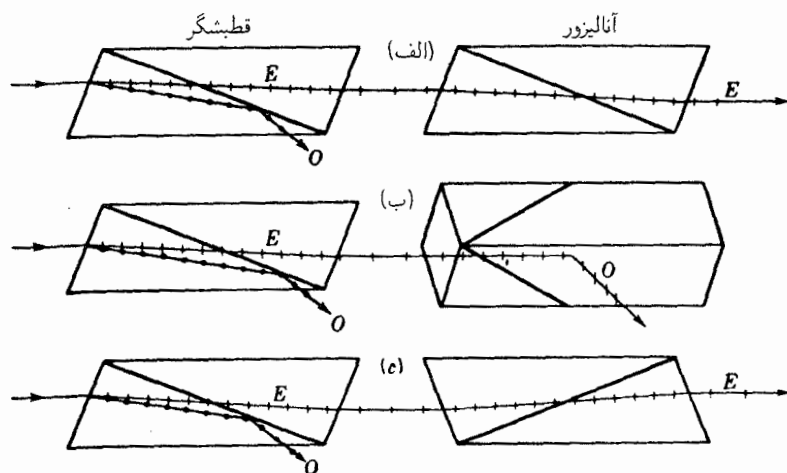
در منشور نیکول، پرتو  $E$  نیز دارای حد زاویه‌ای است که فراتر از آن، این پرتو نیز در بالزام بازتابش کلی خواهد یافت. علت این امر آن است که ضریب شکست کلسیت برای جهتهای مختلف داخل بلور، فرق می‌کند. در فصل بعد خواهیم دید ضریب  $n_E = ۱,۴۸۶$  که معمولاً برای کلسیت بیان می‌شود، فقط شامل حالت خاص حرکت نور در امتدادهای عمود بر محور اپتیکی این بلور است. در امتداد محور اپتیکی، پرتو  $E$  با همان سرعت سیر پرتو  $O$  حرکت می‌کند، و از این‌رو دارای ضریب شکست  $۱,۶۵۸$  است که با ضریب شکست پرتو  $O$  یکی است. برای زوایای میانی، ضریب شکست مؤثر بین این دو حد،  $۱,۴۸۶$  و  $۱,۶۵۸$ ، قرار می‌گیرد. بنابراین، زاویه ماکزیمومی،  $SMS_E$ ، وجود خواهد داشت که فراتر از آن، بالزام از نظر اپتیکی، از کلسیت کم‌چگالتر خواهد بود، و برای ارتعاشات  $E$  یک بازتابش کلی روی خواهد داد. منشور را چنان برش می‌دهند که این زاویه نیز در حوالی  $۱۴^\circ$  باشد. بنابراین، جهت نور فرودی بر منشور نیکول از یک طرف برای اجتناب از عبور پرتو  $O$  محدود است، و از سوی دیگر، برای اجتناب از بازتابش کلی پرتو  $E$  محدودیت دارد. در عمل، توجه به این محدودیت مهم است.

گاهی منشورهای قطبیده را چنان برش می‌دهند که سطوح انتهایی بر کناره‌ها عمود باشند؛ پس نور به‌طور قائم بر سطح آن می‌تابد و از آن خارج می‌شود. از میان رایجترین منشور از این نوع، می‌توان منشور گلن تامپسون<sup>۱</sup>، دارای دهانه زاویه‌ای  $۴۰^\circ$ ، که بسیار بزرگتر از دهانه منشور نیکول است، یاد کرد، اما این منشور باید با محور اپتیکی‌اش به موازات سطح انتهایی آن برش داده شود و موجب می‌شود که کلسیت زیادی مصرف شود؛ باید توجه کرد که بلورهای بزرگ کلسیت گران و کمیابند. در یک نوع دیگر، دو نیمه منشور چنان قرار داده می‌شوند که مابین آنها، به‌جای بالزام،

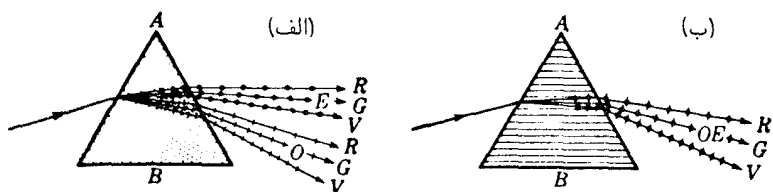
فیلمی (لایه نازکی) از هوا قرار می‌گیرد. این وسیله، به نام منشور فوکو، نور فرابنفش را عبور می‌دهد. ولی دهانه زاویه‌ای آن فقط  $۸^\circ$  است، و تداخلهایی که در لایه هوا روی می‌دهند، مشکلاتی پدید می‌آورند.

## ۱۲-۲۴ قطبشگرهای موازی و متقاطع

هرگاه دو منشور نیکول را، مطابق شکل ۱۴-۲۴، یکی بعد از دیگری ردیف کنیم، یک قطبشمنای مطلوب تشکیل می‌دهند (بخش ۴-۲۴). وضعیتهای (الف) و (ج) را قطبشگرهای موازی می‌نامند و پرتو  $E$  برای آنها تراگیسیل می‌شود. یک اتلاف  $۱^\circ$  درصدی از نور فرودی، ناشی از بازتابش در سطوح منشور و جذب در لایه بالزام پیش می‌آید، به طوری که تراگیسیل کل منشور نیکول برای نور فرودی ناقطبیده در حدود  $۴^\circ$  درصد است. وضعیت (ب) در شکل، حاکی از یکی از دو وضعیتی است که قطبشگرهای متقاطع نام دارند. در اینجا، پرتو  $E$  گسیلی از یک منشور نیکول به پرتو  $O$  منشور نیکول دوم تبدیل می‌شود و در وجه کناری بازتابش کلی می‌یابد. به ازای زاویه‌های فرود میانی، ارتعاشات  $E$  فرودی از منشور نیکول اول به مؤلفه‌هایی تجزیه می‌شوند که در نمودار برداری شکل ۱۲-۲۴ آنها را مشاهده می‌کنید، و در آن زاویه  $\theta$  مابین مقاطع اصلی دو منشور نیکول است. مؤلفه  $E'$  توسط منشور نیکول دوم با شدت  $A^2 \cos^2 \theta$  تراگیسیل می‌شود و مؤلفه  $O''$  بازتابش کلی می‌یابد. در شکل ۸-۲۴، پولا رویدهای موازی و متقاطع را مشاهده می‌کنید.



شکل ۱۴-۲۴ دو منشور نیکول به صورت قطبشگر و آنالیزور سوار شده‌اند.



شکل ۱۵-۲۴ دوشکستی و تک‌شکستی نور سفید به وسیله منشورهایی که تحت زوایای مختلف، از کلسیت برش یافته‌اند.

### ۱۳-۲۴ شکست در منشورهای کلسیت

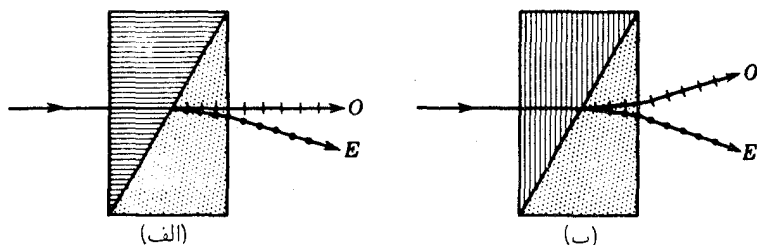
گاهی منشورهای کلسیت به منظور نمایش دادن همزمان دوشکستی و پاشندگی، و همچنین تک‌شکست در امتداد محور اپتیکی، از بلورها برش داده می‌شوند. دو منشور عادی از جنس کلسیت را در شکل ۱۵-۲۴ مشاهده می‌کنید، اولی با محور اپتیکی موازی لبه شکنده  $A$ ، و دیگری با محور اپتیکی موازی قاعده و عمود بر لبه شکنده. در منشور اولی، برای همه طول‌موجها، دوشکستی پیش می‌آید و از این رو دو طیف کامل نور خطی قطبیده، یکی با بردار الکتریکی به موازات صفحه فرود و دیگری با بردار الکتریکی عمود بر آن، تولید می‌شود. یکی از نمایشهای جالب توجه این قطبش، با درج کردن یک قطبشگر\* به داخل باریکه فرودی یا شکسته تحقق پیدا می‌کند. با چرخاندن قطبشگر، نخست یک طیف و سپس طیف دیگر ناپدید می‌شود.

در منشور دوم، شکل ۱۵-۲۴ (ب)، فقط یک طیف، مانند مورد منشور شیشه‌ای، مشاهده می‌شود. در اینجا، نور در امتداد محور اپتیکی، یا تقریباً در امتداد آن حرکت می‌کند به طوری که دو طیف روی هم‌دیگر می‌افتند. در این حالت، اگر قطبشگر را بچرخانیم، شدت را، که در منشور اول بر آن اثر می‌گذاشت، متأثر نخواهد کرد. با بررسی جامعتر دوشکستی در فصل ۲۶، این مشاهدات تجربی روشنتر خواهند شد.

### ۱۴-۲۴ منشورهای روکن و ولاستون

مواردی پیش می‌آید که می‌خواهیم یک باریکه نور را به دو مؤلفه خطی قطبیده تجزیه، و هر دو را برای مقایسه بعدی شدت‌هایشان در اختیار خود بگیریم. برای این منظور، منشورهای نوع دیگری طراحی شده‌اند، که مناسبترین آنها منشورهای روکن و ولاستون هستند. این وسیله‌های اپتیکی، که گاهی هم منشورهای دوتصویری خوانده می‌شوند، از کوآرتز یا کلسیت ساخته می‌شوند که تحت

\* هر چند که منشورهای نیکول کاملترین قطبش در میان هر نوع از این وسیله‌ها را که در آزمایشگاهها یافت می‌شوند، به دست می‌دهند، فیلمهای پلاروید یا دسته تیغه‌های شیشه‌ای که به صورت شکل ۶-۲۴ سوار شده‌اند، برای تقریباً تمامی نمایشهای آزمایشی بسیار مناسب‌اند.



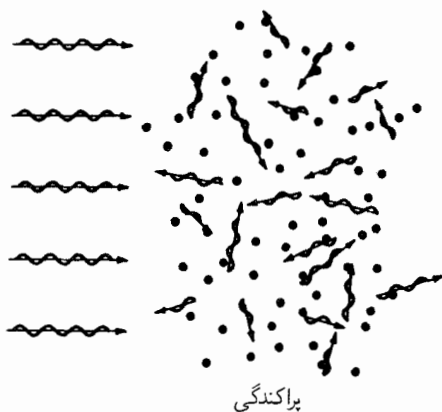
شکل ۲۴-۱۶ نمودارهای: (الف) منشور روکن؛ و (ب) منشور ولاستون، ساخته شده از کوارتز.

زوایای مشخصی بریده شده باشند و با گلیسیرین یا روغن گرچک به همدیگر چسبانده می‌شوند. در منشور روکن [شکل ۲۴-۱۶ (الف)]، نور عمود بر سطح وارد می‌شود، در امتداد محور اپتیکی منشور اول حرکت می‌کند و سپس در مرز منشور دوم دستخوش دوشکستی می‌شود. محور اپتیکی منشور دوم، که آن را با نقطه چین نشان داده‌ایم، بر صفحه کاغذ عمود است. در منشور ولاستون [شکل ۲۴-۱۶ (ب)] نور عمود بر سطح وارد می‌شود و در جهت عمود بر محور اپتیکی حرکت می‌کند، تا اینکه به منشور دوم برخورد کند و دستخوش دوشکستی شود. تفاوت اساسی میان این دو، در تصاویر به کمک جهت دو پرتو شکسته نشان داده شده است. منشور روکن ارتعاشات  $O$  را بدون انحراف عبور می‌دهد و باریکه نافام است. این شرایط در وسیله اپتیکی که در آن تنها یک باریکه خطی قطبیده ضروری است، بسیار مطلوب است. در برابر باریکه  $E$ ، که رنگی است، از قبل در فاصله کافی از منشور حایل قرار داده می‌شود.

منشور ولاستون هر دو پرتو را منحرف می‌کند و در نتیجه جداسازی بیشتری میان باریکه‌های اندکی رنگی به وجود می‌آورد. از این خاصیت منشور در مواردی که مقایسه میان شدت‌ها مورد نظر باشد، زیاد بهره‌برداری می‌شود. واضح است که شدت‌ها برای نور ناقطبیده برابر خواهند بود، اما اگر نور به هر دلیلی قطبیده باشد، شدت‌ها هم متفاوت خواهند شد. باید توجه داشت که در منشور روکن، نور باید همیشه از چپ وارد شود، تا مطابق شکل، نخست در امتداد محور اپتیکی حرکت کند. اگر در جهت دیگری فرستاده شود، به سبب پدیده‌ای که به پراشندگی چرخشی موسوم است (بخش ۲۸-۲)، طول موج‌های مختلف با ارتعاش در صفحات مختلف از آن بیرون خواهند آمد. به این پدیده و همچنین به جهاتی که باریکه دوشکستی در کوارتز اختیار می‌کند، در فصل‌های آینده با جزئیات بیشتری خواهیم پرداخت.

## ۲۴-۱۵ پراکندگی نور و آسمان آبی

پراکنده شدن نور به وسیله ذرات کوچک ماده عامل ایجاد برخی از زیباترین پدیده‌های طبیعت به شمار می‌آید. آسمان آبی و غروب سرخ رنگ به پراکندگی مربوط می‌شوند. با عبور نور خورشید از



شکل ۲۴-۱۷ پراکنده شدن امواج نور به وسیله مولکولهای هوا.

جو زمین، بخش بزرگی از آن توسط مولکولهای هوا جذب و بلافاصله در جهتهای جدیدی منتشر می شوند (بخش ۲۲-۹).

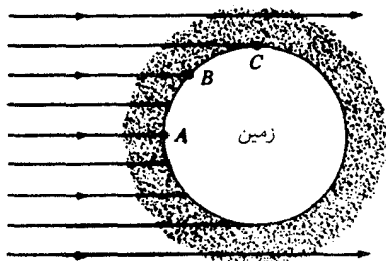
پدیده پراکندگی مشابه عمل امواج آب روی اجسام شناور در آن است. هرگاه سنگ کوچکی داخل یک حوضچه آب آرام بیندازیم، چوب پنبه کوچکی که در همان نزدیکی روی سطح آب شناور است، با بسامد امواج تولید شده شروع به بالا و پایین رفتن می کند. تصور می شود که امواج نور هم به همین روال روی مولکولها و نیز روی ذرات ریز غبار و دود هوا عمل می کنند. همین که یک موج روان، یک مولکول و یا ذره را به ارتعاش در می آورد، خود می تواند دوباره در جهتی کاتوره ای گسیل شود. طرح این حرکت را در شکل ۲۴-۱۷ مشاهده می کنید. می بینیم که امواج نور در همه جهات پراکنده می شوند.

از دیرباز پی برده اند که امواج کوتاه نور، نسبت به امواج بلندتر، خیلی بیشتر پراکنده می شوند. به خصوص، به کمک آزمایش معلوم شده است که پراکندگی با توان چهارم بسامد و یا (به همان معنا) عکس توان چهارم طول موج، متناسب است:

$$\bullet \quad \text{پراکندگی} \propto \nu^4 \quad \text{پراکندگی} \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

این تناسب معمولاً به قانون توان چهارم و یا قانون عکس توان چهارم موسوم است. بنابراین روابط، نور بنفش در انتهای طول موج کوتاه طیف مرئی ۱۰ بار بیشتر از نور قرمز در انتهای طول موج بلند آن پراکنده می شود. در هر شش رنگ طیفی، بنفش و آبی بیشترین پراکندگی را دارند و به دنبال





شکل ۱۸-۲۴ نموداری پراکندگی نور به وسیله مولکولهای هوای جو زمین.

آنها سبز، زرد، نارنجی و قرمز قرار دارند. برای هر موج قرمز ( $\lambda = 700 \text{ nm}$ ) پراکنده شده از نور خورشید، ده موج بنفش ( $\lambda = 400 \text{ nm}$ ) آن پراکنده می‌شوند:

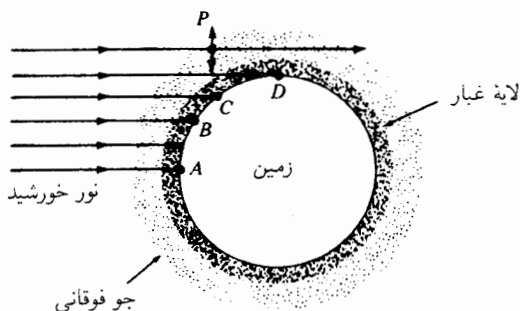
بنفش	آبی	سبز	زرد	نارنجی	قرمز
۱۰	۶	۳	۲٫۵	۲	۱

در روزی با آسمان صاف که خورشید به روشنی می‌درخشد، همه آسمان آبی روشن به نظر می‌رسد (شکل ۱۸-۲۴). این رنگ آمیزه‌ای است از رنگهای طیفی که تقریباً جمله آنان توسط مولکولهای هوا پراکنده شده‌اند. می‌توان نشان داد که این رنگهای طیفی که با نسبتهای ردیف اعداد بالایی آمیخته شوند، رنگ آبی آسمان را تولید خواهند کرد.

## ۱۶-۲۴ غروب سرخ‌رنگ

در هوای صاف، سرخی غروب چندان پررنگ نیست. برای دیدن یک شفق پررنگ باید ذرات بسیار کوچک غبار و دود در هوا پراکنده باشند. لزوم این شرایط را در شکل ۱۹-۲۴ مشاهده می‌کنید که در آن یک لایه متوسط از غبار و دود، به ضخامت یک تا دو کیلومتر بر مساحت بزرگی از سطح زمین گسترده است. اگر ناظری در چنین روزی مستقیماً به بالا نگاه کند، فقط آسمان آبی را خواهد دید. چون نور خورشید مسیر نسبتاً کوتاهی به طول یک تا دو کیلومتر از لایه دود عبور می‌کند، از این رو اگر رنگی هم پراکنده شود، خیلی اندک است، و قرص خورشید سفید و آسمان پیرامونی آبی به نظر می‌رسد.

همچنان که بعد از ظهر به آرامی سپری می‌شود و غروب فرا می‌رسد، پرتوهای مستقیم خورشید باید از مسیر فزاینده‌ای از غبار و دود بگذرند. در حدود یکساعت به فرو رفتن خورشید در افق مانده، یک ناظر پرتوها را از جهت C می‌بیند، و مسیر نور زاویه محسوسی با افق می‌سازد. آبی



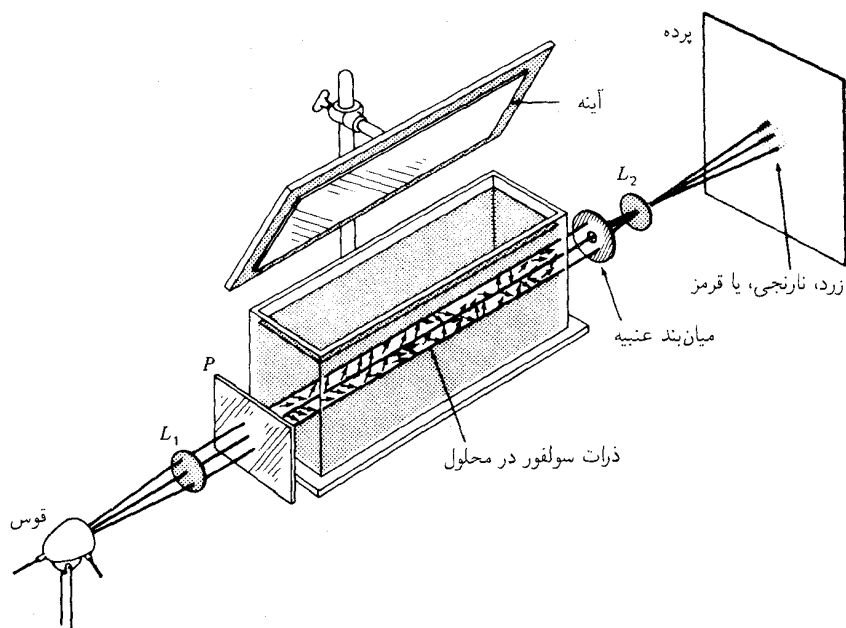
شکل ۲۴-۱۹ پراکندگی نور به وسیله یک لایه غبار در نزدیکی سطح زمین، باعث می‌شود که خورشید از سفید در (A) به زرد در (B) و سپس نارنجی در (C)، و سرانجام به سرخی شفق در (D) رنگ ببازد.

و بنفش با گذر از مسیر طولانی‌تری نسبت به ظهر، پراکنده می‌شوند و رنگهایی که به چشم ناظر می‌رسند، عبارت‌اند از سرخ، نارنجی، زرد، و سبز، که آمیزه آنها زرد کم‌رنگ است. درست قبل از غروب، هنگامی که ناظر پرتوها را از سمت D مشاهده می‌کند، پرتوها در حدود ۱۰ تا ۱۰۰ کیلومتر غبار و ذرات دود را طی کرده‌اند و موجها همگی، غیر از سرخ، پراکنده شده‌اند. قرص خورشید قرمز به چشم می‌آید و قسمت اعظم پیرامون نزدیک آن، نارنجی و قرمز هستند. اما، آسمان بالای سر هنوز آبی کم‌رنگ است. اگر لایه غبار و دود خیلی غلیظ باشد، حتی قرمز هم در همه جهات پراکنده می‌شود و خورشید با رنگ قرمزی که هر لحظه تیره‌تر می‌شود قبل از اینکه به افق برسد، از چشم ناپدید خواهد شد.

یکی از زیباترین بازنمایی‌های علمی، پراکنده شدن نور در ذرات سولفور معلق در آب است (شکل ۲۴-۲۰). یک باریکه نور سفید ناشی از قوس کربن و عدسی  $L_1$  را از یک حوضچه آکواریوم با دیواره‌های شیشه‌ای می‌گذرانند. سپس نور را از یک میان‌بند عنبیه عبور می‌دهند تا تصویرش به وسیله عدسی  $L_2$  روی یک پرده بزرگ تشکیل شود. برای تولید ذرات ریز سولفور به منظور پراکندگی، تقریباً ۴۰ گرم از پودر داروی ثبوت عکاسی (سدیم هیپوسولفید) را نخست در ۷٫۵ لیتر آب مقطر حل می‌کنند. وقتی آماده اجرای نمایش برای تعدادی کم و زیاد تماشاچی شدند، یک تا دو میلی‌لیتر اسید سولفوریک غلیظ را (که قبلاً در ۱۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر حل شده) داخل آکواریوم می‌ریزند و کاملاً به هم می‌زنند.\*

تشکیل ذرات میکروسکوپی سولفور در ظرف دو دقیقه شروع می‌شود و این امر از رنگ آبی کم‌رنگ نور پراکنده شده باریکه معلوم می‌شود؛ ۲ تا ۳ دقیقه بعد، مرزهای باریکه دیگر قابل تشخیص نخواهند بود و همه جای آکواریوم پر از نور آبی رنگ خواهد شد. نور پراکنده شده از

\* اگر آب بیشتر لازم باشد، باید از نسبت یاد شده برای سدیم هیپوسولفید و آب استفاده کرد. مقدار دقیق اسید از آزمایش و تجربه به دست می‌آید.



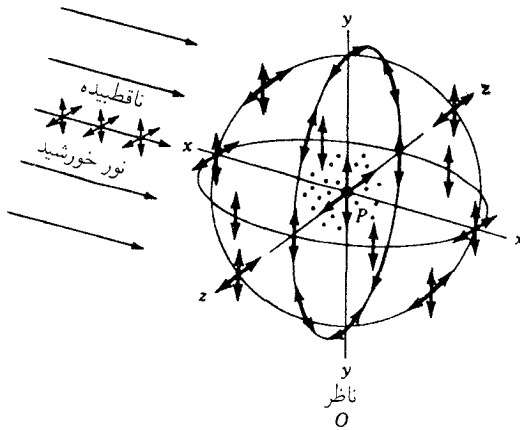
شکل ۲۴-۲۰ آزمایش غروب خورشید: نمایش پراکندگی و قطبش نور به وسیله ذرات کوچک.

باریکه مرکزی بارها پراکنده می شود، تا اینکه سرانجام از ظرف بیرون می آید. این پدیده را پراکندگی چندگانه می گویند.

وقتی پراکندگی نخست در ظرف دیده می شود، خورشید که به وسیله تصویر دایره ای روی پرده بزرگ شبیه سازی می شود، شروع به زرد شدن می کند. بعد، با پراکندگیهای بیشتر و بیشتر، بنفش، آبی، سبز، و در نهایت نارنجی از باریکه مستقیم ناپدید می شوند، و خورشید از زرد به نارنجی و به سرخی زیبا رنگ می گیرد.

## ۲۴-۱۷ قطبش به وسیله پراکندگی

هرگاه یک تیغه قطبان، مانند پولاروید، برای آزمون آبی آسمان به کار گرفته شود، نور پاره ای خطی قطبیده می شود. با کمی بررسی و کاوش معلوم می شود که حداکثر قطبش در زاویه  $90^\circ$  درجه نسبت به جهت نور ورودی خورشید روی می دهد، و در زاویه  $180^\circ$  به صفر فرو می افتد. درست



شکل ۲۱-۲۴ قطبش نور در پراکنندگی از ذرات کوچک.

وقتی خورشید پایین می‌رود، در تاریکی گرگ‌ومیش، در هوای صاف که خورشید در افق ناپدید شد، می‌توان جهت قطبش صفر را یافت و به کمک آن موضع خورشید را تعیین کرد.

قطبش نور پراکنده را می‌توان با استفاده از آزمایش آکواریوم تشریح شده در بخش ۲۴-۱۶، مشاهده کرد. در مراحل اولیه تشکیل ذرات سولفور، می‌توان با یک تیغه قطبان واقع در مقابل یک چشم تحت زاویه  $90^\circ$  به باریکه نگاه کرد و سپس با چرخاندن آن مشاهده کرد که نور پراکنده  $100\%$  درصد خطی قطبیده است. یا، مطابق شکل، با قرار دادن یک تیغه قطبان بر سر راه باریکه فرودی و چرخاندن آن، باریکه را هم در ظرف و هم در آینه مشاهده کرد. باریکه اول در ظرف، سپس در آینه، بعد دوباره در ظرف، و الی آخر، ناپدید خواهد شد. این آزمایشها، در حکم اثبات عرضی بودن امواج نور تلقی می‌شوند. امواج صوت طولی‌اند، و هیچیک از آثار یاد شده در بالا را از خود بروز نمی‌دهند.

پراکنده شدن نور از یک تک مولکول هوا،  $P$ ، را مطابق شکل ۲۴-۲۱، بررسی می‌کنیم. فرض کنیم نور عادی ناقطبیده از سمت چپ فرود می‌آید. این پرتو را مرکب از دو مؤلفه خطی قطبیده، مطابق نمودار آن منظور می‌کنیم. اگر مؤلفه فرودی در صفحه  $xy$  ارتعاش کند و جذب شود، ذره را در جهت  $y$  به ارتعاش در می‌آورد. همان موج با از دست دادن این انرژی، می‌تواند در همه جهات، به استثنای محور  $y$ ، گسیل شود. برای گسیل نور در جهت  $y$ ، موج باید طولی باشد، پس گسیل در امتداد  $y$  ممنوع است.

حال فرض کنیم مؤلفه نور فرودی در صفحه  $xz$  ارتعاش می‌کند. ذره  $P$  در امتداد محور  $z$  به ارتعاش در می‌آید. اکنون نیز باز هم گسیل در همه جهات به استثنای محور  $z$  مجاز است. پس،

بنابر نمودار (الف) می‌توان مشاهده کرد که چرا ناظری واقع در  $O$  با نگاه کردن به آسمان آبی در امتدادی که با پرتوهای خورشید زاویه  $90^\circ$  می‌سازند، نور آبی را خطی قطبیده خواهد دید که به موازات محور  $z$  ارتعاش می‌کند. هیچ ذره‌ای در  $P$  در جهت محور  $x$  به ارتعاش در نخواهد آمد، زیرا در این صورت، این ارتعاش ناقص اصل طولی نبودن امواج نور خواهد بود. نیز پیداست که امواج نور ماهیت الکترومغناطیسی دارند و از این نظر دارای مؤلفه‌های متفاوتی‌اند. هر تک‌موج دارای یک مؤلفه الکتریکی است که در یک صفحه و یک مؤلفه مغناطیسی است که در صفحه دیگری عمود بر صفحه اولی ارتعاش می‌کند (شکل ۲۰-۲). انواع آزمایشهای ترتیب یافته برای مطالعه تداخل نشان می‌دهند که مؤلفه الکتریکی عامل همه آثار شناخته شده اپتیکی است (بخش ۲۵-۱۲).

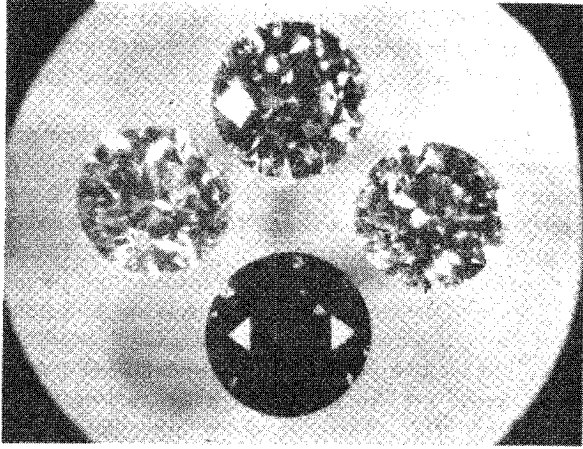
## ۱۸-۲۴ خواص اپتیکی جواهرات

از همان دوران امپراتوران باستانی چین و هند، تزارهای روسیه، پادشاهان ایرانی، شیوخ عربی و شاهان و ملکه‌های اروپایی نسبت به جواهرات و سنگهای قیمتی شیفتگی و دلربایی زیادی ابراز می‌کردند، زمرد (سبزرنگ)، یاقوتهای قرمز و کبود و الماسها، گرانبهاترین سنگها به‌شمار می‌آیند، و همواره به‌عنوان هدیه‌هایی گران‌قیمت ثروتمندان آنها را به یکدیگر پیشکش کرده‌اند.

طی قرون و اعصار برای تولید جواهرات و گوهرهای مصنوعی تلاشهای زیادی به‌عمل آمده و تنها در سالهای اخیر بوده که این رؤیایا به‌تحقق پیوسته‌اند. آزمایشگاههای ما نه تنها توانسته‌اند گوهرهای طبیعی را باز تولید کنند، بلکه گوهرها و بلورهای را هم تولید کرده‌اند که در پوسته زمین یافت نمی‌شوند. خواص شیمیایی و فیزیکی سنگهای مصنوعی با سنگهای طبیعی دقیقاً یکسان است، و در اکثر موارد، ساختار بلوری آنها از همتایان خود کاملترند. جاذبه اصلی سنگهای خوش‌برش، در درجه اول بزرگی، آنگاه بدون ترک بودنشان، و در نهایت تلالو و درخشش آنهاست.

نخستین گوهرهای مهمی که در آزمایشگاه تولید شده‌اند، به خانواده کورندم تعلق دارند. کورندم به‌شکل بلوری ششگوشه آلومینای آلفا ( $Al_2O_3$ ) است. آن دسته از این مواد که خلوص بالایی دارند، شفاف و به بی‌رنگی آب‌اند و یاقوت سفید نامیده می‌شوند. اگر درصد اندکی اکسید کرم ( $Cr_2O_3$ ) به بلور در حال رشد افزوده شود، یاقوت به‌دست می‌آید که بلور صورتی یا قرمز رنگ بسیار زیبایی است. اگر اکسید فلزات دیگری چون آهن یا تیتانیوم به آن افزوده شود، یاقوتهای رنگ به رنگی تولید می‌شوند.

برخی از گرانبهاترین گوهرها، یاقوتهای طبیعی کبود و قرمز ستاره‌ای هستند. ترکیب این سنگها دقیقاً همان ترکیب یاقوت کبود و قرمز است، اما مقدار کمی هم‌اکسید تیتانیوم ( $TiO_2$ ) دارند. این سوزنهای میکروسکوپی در همه جای سنگ بلور به‌صورت ردیفهای سه‌بعدی متقارن پراکنده



شکل ۲۲-۲۴ چهار الماس مشهور جنرال الکتریک با کیفیت جواهرات طبیعی که در آزمایشگاه ازگرافیت، ماده نرم سیاه‌رنگی که در مغز مدادها به‌کار می‌رود، ساخته شده‌اند. این بلورها در ابتدا، قبل از تراش خوردن، یک قیراط وزن داشته‌اند. بعد از تراش و صیقل یافتن، هر کدام در حدود  $1/3$  قیراط وزن دارند. یکی از آنها روشن (بی‌رنگ)، دیگری آبی کم‌رنگ، و سومی به‌رنگ زرد قناری است. بلور تیره رنگ در پایین به رنگ آبی سیر است.

شده‌اند. این سنگها را به‌صورت خاصی تراش می‌دهند که کابوشون<sup>۱</sup> (قاعده صاف با سطح گنبدی) نام دارند. نور سفید از یک منبع نقطه‌ای در سوزنها بازتاب پیدا می‌کند و به درخشش ستاره‌ای شش‌پر می‌انجامد.

در آزمایشگاههای صنعتی توفیق یافته‌اند که از روی گوهرهای طبیعی مانند آنها را بسازند و یاقوتهای کبود و قرمز ستاره را در آزمایشگاه بسازند. بلورهای مصنوعی آنها دارای ناخالصی سوزن‌مانندی‌اند که اثر ستاره‌ای شش‌پری را ایجاد می‌کنند و سایر خواص اپتیکی آنها نیز با خواص بلورهای طبیعی یکی است. چشم ببر و چشم گربه هم سنگهای مشابهی‌اند، که سوزنهای نازک و یا لوله‌های خالی در داخل آنها قرار می‌گیرد که در یک جهت به موازات هم ردیف شده‌اند.

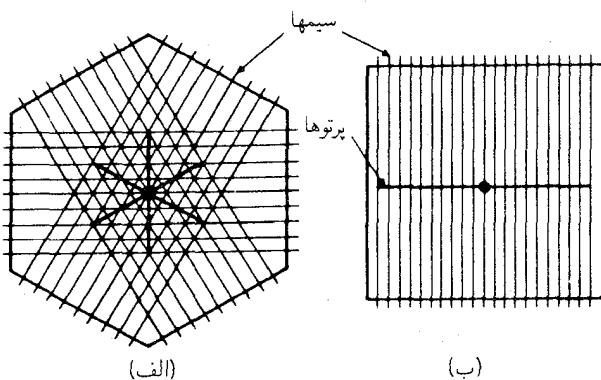
زمرد را از سال ۱۹۳۰ در چندین آزمایشگاه به‌طور مصنوعی ساخته‌اند و از سال ۱۹۶۱ الماس در اندازه‌های کوچک تولید می‌شود. تولید الماس امروزه در مقادیر چشمگیری صورت می‌گیرد و از آنها در ماشین ابزارهای تخصصی گوناگون بهره گرفته‌اند.

اخیراً در آزمایشگاههای پژوهشی کارخانجات جنرال الکتریک الماسهایی به رنگهای سفید (بی‌رنگ) خالص، آبی کم‌رنگ و زرد کم‌رنگ و تا بزرگی یک قیراط تولید می‌شوند (شکل ۲۲-۲۴). این الماسها را از گرافیت تحت فشار و دمای فوق‌العاده بالا درست می‌کنند. دست کم دو بلور

1. en cabochon

جدول ۱-۲۴ ضرایب شکست برای سه سنگ قیمتی

طول موجها، $\lambda$ , Å						سنگهای قیمتی
۶۶۰۰	۶۱۰۰	۵۸۰۰	۵۵۰۰	۴۷۰۰	۴۱۰۰	
۲,۴۱۰	۲,۴۱۵	۲,۴۱۷	۲,۴۲۶	۲,۴۴۴	۲,۴۵۸	الماس
۲,۳۷۱	۲,۳۹۸	۲,۴۱۷	۲,۴۴۰	۲,۵۲۴	۲,۶۱۳	SrTiO <sub>۲</sub>
۲,۵۶۹	۲,۵۹۷	۲,۶۲۱	۲,۶۵۰	۲,۷۶۵	۲,۹۷۵	روتیل، O
۲,۵۳۰	۲,۸۸۹	۲,۹۱۷	۲,۹۵۳	۳,۰۹۵	۳,۳۳۰	روتیل، E



شکل ۲۳-۲۴ سیم پیچیده شده به دور ورقه‌های نازک و شفاف پلاستیکی برای مشاهده نقشهای ستاره‌ای در گوهرها. (الف) یا قوت‌های ستاره‌ای کبود و قرمز؛ (ب) چشم گربه و چشم ببر.

مصنوعی ساخته‌اند که تالو و درخشندگی و پاشندگی‌شان از الماس و سایر گوهرهای گرانقیمت خوش‌تراش پیشی گرفته است. این دو عبارت‌اند از تیتانات استرانسیم و روتیل. ضریب شکست الماس و این دو بلور صاف را در جدول ۱-۲۴ درج کرده‌ایم. ضرایب شکست برای طول‌موجهای دیگر در روتیل (TiO<sub>۲</sub>) را می‌توان با استفاده از مقادیر ثابت معادلات کوشی، (۲۶-۶)، محاسبه کرد. نمایش خواص اپتیکی یا قوت مینایی یا یا قوت ستاره‌ای را از طریق پیچیدن سیم نازکی به دور یک ورقه پلاستیکی شش‌گوش (شکل ۲۴-۲۳) می‌توان تحقق بخشید. با نگاه کردن به یک منبع نقطه‌ای نور از پشت این شبکه سیمی می‌توان نقش ستاره‌ای را مشاهده کرد. سیم‌پیچی در یک جهت به دور یک ورقه پلاستیکی چارگوش، ستاره دوبر چشم ببری و چشم گربه‌ای را تولید خواهد کرد. برهم‌افتادگی سیمها در نقش مشاهده شده اثر چندانی ندارد.

امروزه بلورهای گوهی به قطری از  $۱۰$  تا  $۲۰$  سانتیمتر و وزن بیش از  $۴۰۰۰$  قیراط در آزمایشگاههای آمریکا و کشورهای دیگر ساخته می‌شود. این بلورها را مطابق سلیقه و ذوق روز و بنا به ضرورت رشد می‌دهند و موارد استفاده فراوانی دارند. یاقوت صورتی را به شکل میله‌هایی به قطر  $۱$  تا  $۲$  سانتیمتر رشد می‌دهند و در لیزرهای ابزارهای با کیفیت بالای گوناگون به کار می‌برند.

## مسائل

۱-۲۴ مطلوب است تغییرات زاویه قطبش در طول طیف مرئی از  $۴۰۰۰\text{\AA}$  تا  $۷۲۰۰\text{\AA}$  برای شیشه فلینت باریم مندرج در جدول ۲-۲۳. نخست با استفاده از ضرایب شکست مربوط به  $\lambda = ۳۹۸۸۸\text{\AA}$  و  $\lambda = ۶۵۶۳\text{\AA}$  و معادلهٔ دو جمله‌ای کوشی، مقادیر ثابت این معادله،  $A$  و  $B$ ، را بیابید و تنها زوایای حدود پایینی و بالایی را به دست آورید؛ همچنین تفاضل این دو زاویه را نیز محاسبه کنید.

جواب:  $A = ۱,۵۷۶۶۴$ ،  $B = ۵,۰۹۸۳ \times ۱۰^۵ \text{\AA}^۲$ ،  $\bar{\phi}_1 = ۵۷,۷۷۵۷^\circ$ ،  $\bar{\phi}_2 = ۵۸,۱۳۱۰^\circ$ ،  $\Delta\bar{\phi} = ۰,۳۵۵۳^\circ = ۲۱',۱۹''$

۲-۲۴ پرتوهای نور از سطح آب زلال، تحت زاویه قطبان (زاویه بروستر) بازتابیده‌اند. بگریید  $n = ۱,۳۳۳$ ، و بیابید: (الف) زاویهٔ فرود؛ و (ب) زاویه شکست را. (ج) توصیف کنید که اگر نور بازتابیده از پشت یک بلور کلسیت رؤیت شود که حول امتداد پرتو بازتابیده چرخانده شود، چه چیزی دیده خواهد شد.

۳-۲۴ شدت مؤثر یک منبع نور با استفاده از یک قطبشگر و یک آنالیزور از طریق تغییر دادن زاویهٔ مابین مقاطع اصلی آنها،  $\theta$ ، تنظیم می‌شود. با چه دقتی باید  $\theta$  را برحسب درجه پیدا کرد که به دقتی  $۲$  درصدی در شدت نور عبوری رسید، در وضعیتی که شدت ماکزیموم به  $۱۰$  درصد کاهش داده می‌شود؟

۴-۲۴ یک باریکه نور سفید درحین عبور از یک تک تیغهٔ شیشه‌ای تحت زاویه قطبان پاره‌ای قطبیده است. با فرض بازتابش  $۱۵$  درصدی شدت ارتعاشات  $s$  در هر یک از سطوح، پیدا کنید درجه قطبش را: (الف) اگر بازتابشهای مکرر درون تیغه نادیده گرفته شوند؛ و (ب) اگر بازتابشهای داخلی منظور شوند. (ج) درجه قطبش را در دوازده تیغه پیدا کنید. بگریید:  $n = ۱,۵۰۰$

جواب: (الف)  $۱۶,۱۱\%$ ؛ (ب)  $۱۴,۷۹\%$ ؛ (ج)  $۶۷,۵۷\%$

۵-۲۴ یک باریکه نور عادی از سه قطبشگر دوفام می‌گذرد. دومی نسبت به اولی در  $۲۵^\circ$  و



سومی نسبت به اولی در  $50^\circ$  در یک سو جهت‌گیری کرده‌اند. شدت عبوری از سیستم، نسبت به شدت نور ناقطبیده فرودی چقدر است، اگر (الف) نور بازتابیده در شش سطح نادیده گرفته شود؛ و (ب) در هر سطح  $40^\circ$  درصد نور بازتابد؟

۶-۲۴ مطلوب است محاسبه شدتهای نسبی تصاویر: (الف)  $O'$  و  $E'$ ؛ و (ب)  $O''$  و  $E''$  که در آزمایش دوبلوری شکل ۲۴-۱۱، وقتی زاویه میان مقاطع اصلی  $60^\circ$  بوده است، حاصل شده‌اند.

۷-۲۴ یک بلور در قطبش‌نمایی قرار داده می‌شود که قطبشگر و آنالیزور آن موازیند. مقطع اصلی بلور با صفحات گسیل قطبشگر و آنالیزور زاویه  $35^\circ$  می‌سازد. مطلوب است نسبت شدت باریکه‌های  $E$  و  $O$ : (الف) در هنگام خروج آنها از بلور؛ و (ب) بعد از خروج از آنالیزور.  
جواب: (الف)  $40^\circ 2$ ؛ (ب)  $160^\circ 4$ .

۸-۲۴ (الف) مطلوب است محاسبه درجه قطبش نور ناشی از پراکندگی ریلی در  $70^\circ$  با جهت باریکه اولیه؛ (ب) مطلوب است محاسبه شدت این نور نسبت به شدت نوری که مستقیماً به عقب پراکنده شده است.

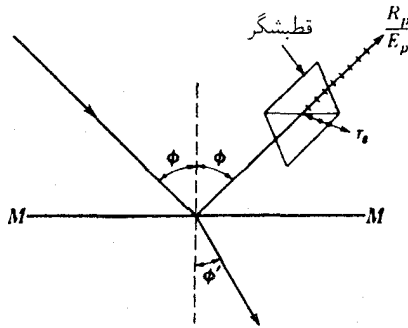
۹-۲۴ در یک منشور ولاستون کوارتزی با زاویه شکستار  $30^\circ$ ، (الف) فاصله رنگها در هر طرف مرکز چقدر خواهند بود؟ از خطوط فرانهورف  $C$  و  $F$  استفاده کنید؛ (ب) فاصله نور  $D$  در دو باریکه قطبیده چقدر است؟ (ج) نسبت (ب) به (الف) چقدر است؟ برای ضرایب شکست به جدول ۱-۲۶ نگاه کنید.

## بازتابش

از جمله مباحثی که در فصل پیش به اختصار از آن یاد کردیم و نخستین موضوعی که با تفصیل بیشتری در اینجا از آن سخن خواهیم گفت، به بخشهای مربوط به قطبش از طریق بازتابش و تراگسیل مربوط خواهد شد. در آن بخشها، آثار فرود نور تحت زاویه خاصی، به نام زاویه قطبش، بررسی شدند. اکنون از این حالت خاص فراتر می‌رویم و مشخصه‌های نور بازتابیده و عبور کرده را وابسته به طول موج، قطبش و زاویه فرود بررسی خواهیم کرد. فرض خواهیم کرد که سطح مورد تابش از نظر اپتیکی صاف، و هر نوع ناصافی احتمالی در مقایسه با طول موج کوچک است. خواص ماده بازتابنده نقش اساسی دارد، و از میان آنها خاصیت جذب، مهمترین خاصیت به‌شمار می‌آید. فلزات به‌طور کلی بهترین بازتابگرها هستند، که چنانکه خواهیم دید به توانایی آنها در رسانایی الکتریسیته و جذب بالای ناشی از آن مربوط می‌شود. باری، با حالت ساده‌تر مواد نارسانای دی‌الکتریک مانند شیشه، بحث خود را آغاز می‌کنیم.

### ۱-۲۵ بازتابش از مواد دی‌الکتریک

جنبه‌های اساسی بازتابش از یک تک‌سطح شیشه‌ای را به‌شرح زیر به اختصار توصیف می‌کنیم. در فرود عمودی حدود ۴ درصد شدت باریکه ناقطبیده نور مرئی باز می‌تابد، و ۹۶ درصد آن

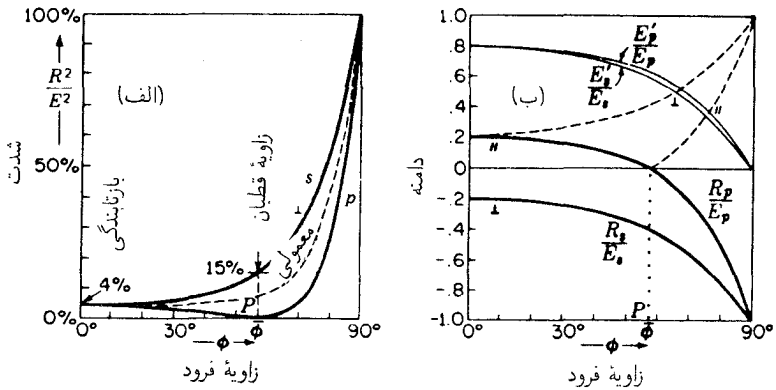


شکل ۲۵-۱ تجزیه نور بازتابیده به دو مؤلفه خطی قطبیده.

عبور می‌کند. تحت سایر زاویه‌های فرود، توان بازتابش با زیاد شدن زاویه، نخست به کندی و آنگاه سریعتر افزایش می‌یابد تا اینکه در  $90^\circ$ ، یعنی فرود مماسی، همه نور باز می‌تابد.

در آغاز فصل پیش نشان دادیم که زاویه فرودی یافت می‌شود که تحت آن نور بازتابیده کاملاً خطی قطبیده و بردار الکتریکی‌اش بر صفحه فرود عمود است. تحت زوایای دیگر، نور بازتابیده فقط پاره‌ای قطبیده می‌شود. در این مورد، روابط به آسانترین وجه برحسب بازتابش دو مؤلفه خطی قطبیده نور ناقطبیده فرودی، که ارتعاشات آنها به ترتیب به موازات و عمود بر صفحه فرودند توصیف می‌شوند. این کار در آزمایشگاه معمولاً با آزمون نور بازتابیده در حین عبور آن از یک منشور نیکول و یا قطبشگری دیگر، انجام می‌پذیرد (شکل ۲۵-۱). اگر جهت مقطع اصلی قطبشگر را به موازات صفحه فرود قرار دهیم، می‌توان ارتعاشات  $p$ ، یعنی ارتعاشات موازی با صفحه فرود را اندازه گرفت. سپس با چرخاندن قطبشگر به اندازه  $90^\circ$ ، این امکان پدید می‌آید که ارتعاشات  $s$  عمود بر صفحه فرود را اندازه بگیریم (حرف اول کلمه آلمانی senkrecht به معنای عمودی است). نتایج چنین آزمایشی، هرگاه منحنی تغییرات آنها برحسب زاویه فرود  $\phi$  ترسیم شود، به وسیله دو منحنی پرننگ در شکل ۲۵-۲ (الف) نمایش داده می‌شوند. محور عرضها عبارت‌اند از  $R_p^x/E_p^x$ ، یعنی کسر نور فرودی  $p$  بازتابیده، و  $R_s^x/E_s^x$ ، کسر متناظر برای نور  $s$ . این نسبتها را بازتابندگی برای نور  $p$  و  $s$  می‌نامند. قسمت (ب) شکل مربوط به دامنه است و در زیر راجع به آن صحبت می‌کنیم.

منحنیهای شکل ۲۵-۲، به کمک معادلاتی نظری که نخستین بار توسط فرنل از نظریه جامد کشسان استنتاج شده‌اند، با دقت زیاد نمایش داده می‌شوند. این معادلات را قوانین بازتابش فرنل می‌گویند. فعلاً، فقط آنها را بیان خواهیم کرد و کاربردها را در ضمن بیان خواص عمده مواد



شکل ۲۵- بازتابندگی‌ها و دامنه‌های متناظرشان برای دی‌الکتریکی که در آن  $n = ۱.۵$ .

دی‌الکتریک نشان خواهیم داد. این قوانین را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{R_s}{E_s} = -\frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \quad \frac{R_p}{E_p} = \frac{\tan(\phi - \phi')}{\tan(\phi + \phi')} \quad (۱-۲۵)$$

$$\bullet \quad \frac{E'_s}{E_s} = \frac{2 \sin \phi' \cos \phi}{\sin(\phi + \phi')} \quad \frac{E'_p}{E_p} = \frac{2 \sin \phi' \cos \phi}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \quad (۲-۲۵)$$

در این معادلات،  $E, R, E'$ ، به ترتیب، در حکم دامنه بردارهای الکتریکی در نور فرودی، بازتابیده، و شکسته‌اند، و اندیسها به دو صفحه ارتعاشی اشاره دارند. زوایای  $\phi$  و  $\phi'$  با رعایت نمادگذاری متداول، عبارت‌اند از زوایای فرود و شکست.

منحنی تغییرات دامنه‌های کسری که در معادلات (۱-۲۵) و (۲-۲۵) برحسب زوایای فرود در شکل ۲۵-۲(ب) ترسیم شده‌اند، مقادیر  $\phi$  و  $\phi'$  به‌کار رفته در معادلات متناظر با ضریب شکست  $۱.۵^\circ$  هستند. منحنیهای پرننگ، نمایانگر هر دو دامنه مثبت و منفی هستند که از این معادلات به‌دست می‌آیند، در حالی‌که مقادیر مطلق مؤلفه‌های بازتابیده به‌وسیله منحنیهای خط‌چین نشان داده می‌شوند. علامتهای منفی تغییر فاز  $\pi$  را نشان می‌دهند که در زیر پیرامون آنها بحث خواهد شد. ولی اینها بر شدتها تأثیر نمی‌گذارند، زیرا شدت به مجذور دامنه بستگی دارد.

بازتابندگیها عبارت‌اند از

$$\frac{R_p^2}{E_p^2} \quad \text{و} \quad \frac{R_s^2}{E_s^2} \quad (۳-۲۵)$$

که در منحنیهای قسمت (الف) شکل نمایش یافته‌اند. در حالت فرود عمودی، که در آن  $\phi = 0^\circ$

مؤلفه‌های موازی و متعامد باید به‌طور مساوی بازتابند، زیرا در اینجا صفحه فرود نامعین است و دو مؤلفه غیرقابل تمایزند. با افزایش  $\phi$ ، کسر  $R_p^r/E_p^r$  کاهش و  $R_s^r/E_s^r$  افزایش می‌یابد تا اینکه تحت زاویه قطبان مقادیرشان به ترتیب صفر و ۱۵٪ شود. در فرود مماسی، هر دو مؤلفه بازتابش کلی می‌یابند. حتی وقتی به منبع نور از فاصلهٔ خیلی نزدیک به صفحهٔ بازتابان نگریسته شود، سطح شیشه‌ای نقره‌اندود نشده به آینه‌ای تقریباً کامل تبدیل خواهد شد. وقتی به صفحهٔ این کتاب تحت زاویهٔ خراشان نگاه کنیم که در این صورت صفحهٔ یادشده بسیار بازتابان می‌شود، به‌این وسیله می‌توان درستی ادعای بالا را تحقیق کرد.

مقدار بازتابندگی در وضعیت فرود عمود، با قرار دادن  $\phi = 0^\circ$  در معادلات (۱-۲۵) فوراً به‌دست نمی‌آید، زیرا این جایگذاری یک جواب مبهم هم دارد. ولی می‌توان آن‌را به صورت زیر به‌دست آورد. نظر به اینکه هر دو کمیت  $\phi$  و  $\phi'$  با میل کردن به فرود عمودی کوچک می‌شوند، می‌توانیم تانژانت را برابر سینوس بگیریم و در این صورت داریم:

$$\frac{R_p}{E_p} = -\frac{R_s}{E_s} = \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} = \frac{\sin \phi \cos \phi' - \cos \phi \sin \phi'}{\sin \phi \cos \phi' + \cos \phi \sin \phi'}$$

با تقسیم کردن صورت و مخرج جمله آخر بر  $\sin \phi'$  و قرار دادن  $n$  به جای  $\sin \phi / \sin \phi'$ ، می‌رسیم به:

$$\frac{R}{E} = \frac{n \cos \phi' - \cos \phi}{n \cos \phi' + \cos \phi} \approx \frac{n - 1}{n + 1} \quad (۴-۲۵)$$

تساوی تقریبی در حد، وقتی زاویه‌ها به‌صفر میل می‌کنند، دقیقاً به تساوی تبدیل می‌شود. به‌این قرار، بازتابندگی در فرود عمودی عبارت است از:

$$\frac{R^r}{E^r} = \left( \frac{n - 1}{n + 1} \right)^2 \quad (۵-۲۵)$$

این معادلهٔ بسیار سودمند، بازتابندگی در  $\phi = 0^\circ$  را برای هر تک‌سطح تمیز دی‌الکتریک به‌دست می‌دهد. در شیشه‌ای که  $n = 1.5$ ، داریم  $R^r/E^r = 0.04$  یا دقیقاً ۴ درصد، که در شکل ۲-۲۵ (الف) این مورد را نشان داده‌ایم.

## ۲-۲۵ شدتهای نور تراگسیلیده

شاید انتظار داشته باشیم که شدتهای عبوری مکمل شدتهای بازتابیده باشند، به‌طوری که از مجموع این دو، شدت فرودی به‌دست آید. اما چنین نیست. شدت را به‌صورت انرژی عبوری از واحد

مساحت در هر ثانیه تعیین می‌کنیم، و مساحت سطح مقطع باریکه شکسته شده با مساحت سطح مقطع باریکه فرودی و بازتابیده، جز در حالت فرود عمودی، متفاوت است. در این باریکه‌ها، انرژی کل حالت مکمل پیدا می‌کند. اما، مابین دامنه‌های فرودی، بازتابیده، و عبوری روابط ساده‌ای برقرارند، که همانگونه که بعداً نشان خواهیم داد، از شرایط مرزی نظریه الکترومغناطیسی ناشی می‌شوند. این شرایط عبارت‌اند از:

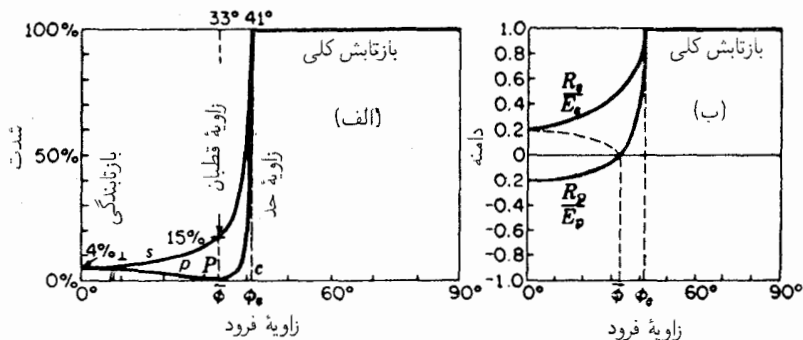
$$n \frac{E'_p}{E_p} - \frac{R_p}{E_p} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{E'_s}{E_s} - \frac{R_s}{E_s} = 1 \quad (۶-۲۵)$$

در شکل ۲-۲۵ (ب) مشاهده می‌شود که منحنیهای تغییرات مربوط به  $E'_s$  و  $R_s$  با یکدیگر موازی‌اند. منحنیهای  $E'_p$  و  $R_p$  موازی نیستند. اما چنانچه عرضهای  $E'_p$  را در  $n$  ضرب کنیم، موازی خواهند شد. چون معادلات (۶-۲۵) از معادلات (۲-۲۵) فرنل ساده‌ترند، برای حل مسائل مشتمل بر دامنه و شدتهای تراگسیلیده، کافی است که صرفاً معادلات (۶-۲۵) و (۱-۲۵) را به‌یاد داشته باشیم. کسری از شدت فرودی که عبور می‌کند، یا تراگسیلندگی، هنگامی که نور به دی‌الکتریکی با ضریب شکست  $n$  وارد می‌شود، مستقیماً از مجذور دامنهٔ نسبی به‌دست نمی‌آید. بنابر معادله (۷-۲۳)، شدت در محیط شامل یک ضریب  $n$  نیز هست، از این‌رو تراگسیلندگی به‌صورت  $n(E'/E)^2$  در می‌آید. حال، چنانکه در بالا گفته شد، مجموع این دو کمیت و بازتابندگی  $(R/E)^2$ ، برابر واحد نخواهد شد و می‌توان به‌کمک معادلات (۱-۲۵) و (۲-۲۵) به‌آسانی به‌این امر پی برد. شار انرژی کل در باریکه شکسته شده عبارت است از شدت آن ضرب در مساحتش، و این مساحت با مساحت باریکه فرودی و بازتابیده به‌میزان نسبت  $(\cos \phi')/(\cos \phi)$  فرق می‌کند. در این صورت، پایستگی انرژی به‌قرار زیر بیان می‌شود که برای نور  $p$  و یا  $s$  صادق است.

$$\left(\frac{R}{E}\right)^2 + n \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \frac{\cos \phi'}{\cos \phi} = 1$$

### ۳-۲۵ بازتابش داخلی

در بحث بالا فرض کردیم که نور بر مرز دو محیط، از طرف محیط کم‌چگال اپتیکی (معمولاً هوا) وارد می‌شود، به‌طوری که با به اصطلاح بازتابش رقیق به غلیظ، یا بازتابش خارجی سروکار داشتیم. قانون فرنل در مورد بازتابش غلیظ به رقیق و یا بازتابش داخلی نیز به‌همین خوبی صادق است. اگر مقدار  $n$  برای محیط چگال یکسان بماند و تغییری نکند، در مورد بازتابش داخلی صرفاً مبادله  $\phi$  و  $\phi'$  در معادلات کفایت خواهد کرد. منحنیهای حاصل را در شکل ۳-۲۵ مشاهده می‌کنید؛ بازتابندگیها را در (الف) و دامنه‌ها را در (ب). این منحنیها تا زاویه حدی یا بحرانی  $\phi_c = 41^\circ$



شکل ۲۵-۳ منحنیهای تغییرات شدت و دامنه برای بازتابش داخلی در مرز یک دی الکتریک،  $n = ۱٫۵۴$ .

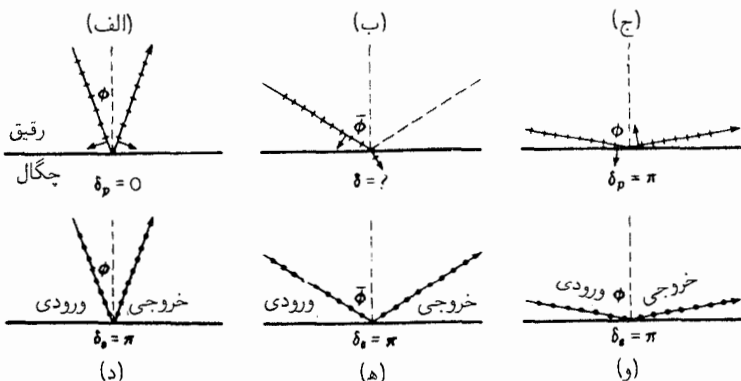
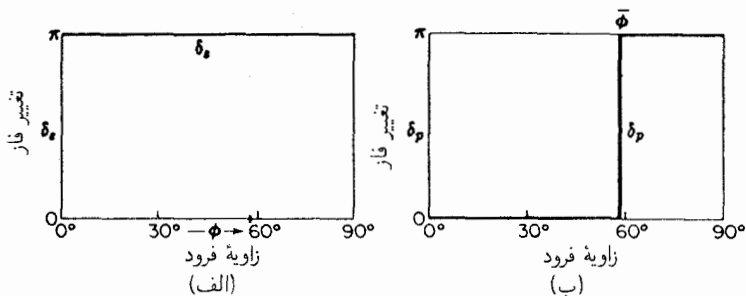
شبه منحنیهای بازتابش خارجی اند، از  $R^2/E^2 = ۴$  درصد برای فرود عمودی آغاز می شوند و تا رسیدن به زاویه قطبان  $\phi_p$  و اگریند. این زاویه،  $۳۳^\circ$ ، با زاویه شکست تحت زاویه قطبان در حالت خارجی، متناظر است، زیرا زاویه در محیط رقیقتر ( $۵۷^\circ$ ) باید چنان باشد که موجب شود پرتوهای شکسته و بازتابیده بر یکدیگر عمود شوند.

به ازای زاویه حدی (بحرانی)، پرتو شکسته تحت زاویه خراشان خارج می شود، و بازتابندگی داخلی به  $۱۰۰$  درصد می رسد، درست چنان که در بازتابش خارجی تحت فرود خراشان پیش می آید. هرگاه  $\phi$  از زاویه حدی (بحرانی) فراتر رود، معادلات فرنل شامل کمیت های موهومی خواهد شد، اما به طوری که خواهیم دید، هنوز هم مفید خواهند بود. پی خواهیم برد که بازتابش کلی باقی می ماند، ولی یک جابه جایی فازی پیوسته در حال تغییر نیز آن را همراهی می کند.

### ۲۵-۴ تغییرات فازی در بازتابش

هرگاه لحظه ای به بازتابش خارجی برگردیم، که در آن همواره  $\phi > \phi_p$ ، از معادلات (۱-۲۵) پی می بریم که علامت  $R_s/E_s$  همیشه منفی است. یعنی، در فرایند بازتابش یک تغییر فاز ناگهانی به اندازه  $۱۸۰^\circ$  پیش می آید. این موضوع را با  $\delta_s = \pi$  بیان می کنیم. برای نور  $p$ ، به ازای مقادیر کوچک  $\phi$  علامت مثبت است و نشان می دهد که تغییر فازی وجود ندارد، اما وقتی به شرط  $\phi + \phi_p = ۹۰^\circ$  رسیدیم، تانژانت مخرج به بینهایت میل می کند و تغییر علامت می دهد. به این ترتیب در زاویه قطبان  $\phi_p$  ناگهان از صفر به  $\pi$  تغییر می کند. ولی، هیچ ناپیوستگی حقیقی پیش نمی آید، زیرا تحت این زاویه دامنه نور  $p$  از صفر می گذرد [شکل ۲۵-۲(ب)]. نمودارهای تغییرات  $\delta_s$  و  $\delta_p$  به ازای سرتاسر گستره  $\phi$  را در شکل ۲۵-۴ مشاهده می کنید.

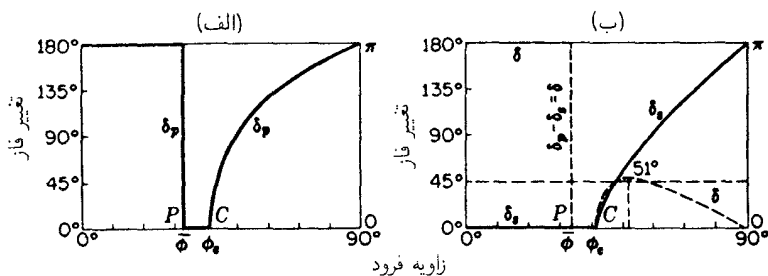
جهتهای بردار الکتریکی در فضا، قبل و بعد از بازتابش را در شکل ۲۵-۵ مشاهده می کنید.



ملاحظه می‌شود که در حالت (الف)، که  $\delta_p$  صفر گرفته شده است، بردارهای فرودی و بازتابیده تقریباً در جهات مخالف‌اند. این تناقض ظاهری ناشی از قرارداد تعیین علامتی است که در همه موارد علامت جابه‌جایی، چه مثبت و چه منفی، در حین نگریستن از خلاف جهت نور تعیین می‌شود. هرگاه ناظر جهت نگاه خود را از نور فرودی به نور بازتابیده برگرداند و گردش نگاه وی در صفحه فرود صورت گیرد، ملاحظه می‌کند که جهت پیکانها نسبت به‌وی تغییر نکرده‌اند. متأسفانه این قرارداد در فرود عمودی برای نور  $s$  تغییر فازی به‌وجود می‌آورد، اما برای نور  $p$  چنین نیست، زیرا در  $\phi = 0^\circ$  تمایز میان  $s$  و  $p$  از بین می‌رود. ولی استفاده از قرارداد عکس برای  $p$ ، به ایجاد همان ناسازگاری، و به‌همان نامطلوبی حالت (ج) در شکل خواهد انجامید.

تغییرات فازی که در بازتابش داخلی روی می‌دهند، تا زاویه حد (بحرانی) دقیقاً برعکس تغییرات فازی در زوایای متناظر برای بازتابش خارجی هستند. این امر نتیجه الزامی روابط استوکس [معادله (۴-۱۴)] است، که بنابر آن باید یک اختلاف نسبی  $\pi$  بین این دو حالت برقرار باشد. بیشتر





از  $\phi_c$ ، در ناحیه بازتابش کلی، معادلات (۱-۲۵) به عبارتهای زیر برحسب تنازنت نیم زاویه تغییر فاز منجر می شوند:

$$\tan \frac{\delta_s}{\gamma} = \frac{\sqrt{n^2 \sin^2 \phi - 1}}{n \cos \phi} \quad \tan \frac{\delta_p}{\gamma} = n \frac{\sqrt{n^2 \sin^2 \phi - 1}}{\cos \phi} \quad (۷-۲۵)$$

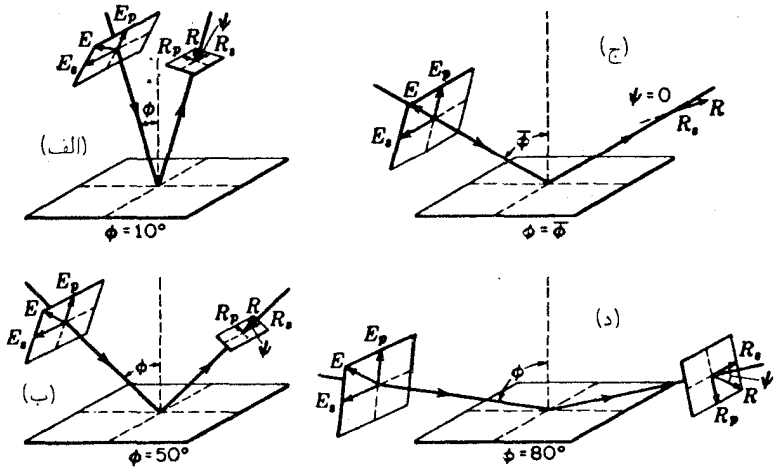
در شکل ۶-۲۵ منحنیهای جداگانه برای  $\delta_p$  و  $\delta_s$  و برای تفاضل آنها،  $\delta = \delta_p - \delta_s$ ، را مشاهده می کنید. منحنی  $\delta_p$  بسیار سریعتر از منحنی  $\delta_s$  سیر صعودی می بیناید، و در  $\phi = ۴۵^\circ$ ، بنابر معادلات (۷-۲۵)، دقیقاً دو برابر آن است. نظر به اینکه این منحنیها دوباره در  $\phi = ۹۰^\circ$  به یکدیگر می رسند، تفاضلشان از یک ماکزیموم می گذرد و سپس به صفر کاهش می یابد. اصل لوزی فرنل (بخش ۶-۲۵) بر این مبنا استوار است.

## ۲۵-۵ بازتابش نور خطی قطبیده از مواد دی الکتریک

اکنون آماده ایم سرشت نور بازتابیده را در حالتی پیشگویی کنیم که نور خطی قطبیده تحت هر زاویه ای بر یک سطح تخت فرود آید. فرض کنیم، مطابق شکل ۷-۲۵، نور بر یک تیغه شیشه ای چنان فرود آید که صفحه ارتعاشی آن با خط عمود بر صفحه فرود آن زاویه  $\psi = ۴۵^\circ$  بسازد.\* این زاویه را زاویه سمت می نامیم، چه مربوط به ارتعاشات باریکه فرودی باشد، و چه از باریکه بازتابیده، یا شکسته ناشی شده باشد. در اینجا می توان نور فرودی با دامنه  $E$  را به دو مؤلفه مساوی،  $E_p$  و  $E_s$ ، تجزیه و هر کدام را به طور جداگانه بررسی کرد.

ابتدا حالتی را در نظر می گیریم که در آن، مطابق شکل ۷-۲۵ (الف)، زاویه فرود  $\phi$  کوچک است. با توجه به شکل ۲-۲۵ (ب)، دامنه های دو مؤلفه بازتابیده بسیار کوچک و بزرگیشان خیلی

\* مرسوم است که  $\psi$  را به این روش اندازه گیری کنیم چون صفحه پلاریزاسیون در ابتدا طوری تعریف شده است که با آنچه که ما آنرا صفحه ارتعاشی نامیده ایم زاویه  $۹۰^\circ$  بسازد.

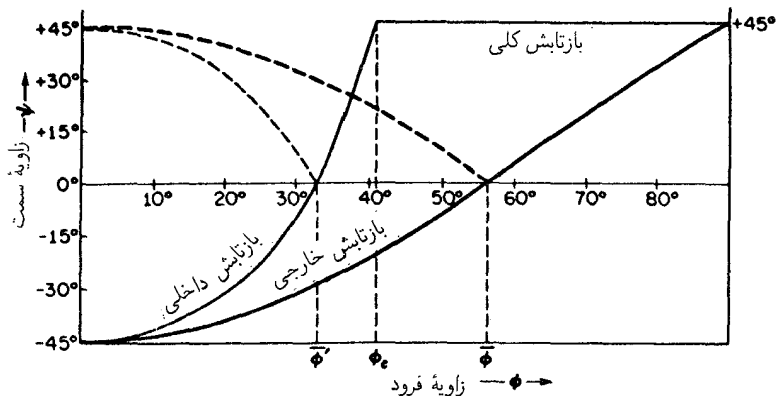


شکل ۲۵-۷ زاویه‌های سمت و دامنه‌های نور خطی قطبیده و بازتابیده خارجی از یک سطح شیشه‌ای تحت زاویه‌های مختلف فرود.

نزدیک به یکدیگر است. اختلاف فاز این مؤلفه‌ها نیز  $180^\circ$  است. اگر زاویه  $\phi$  در حدود  $10^\circ$  باشد، مؤلفه  $R_s$  اندکی بزرگتر از  $R_p$  است. با جمع برداری مؤلفه‌های بازتابیده،  $R$  را در جهت نشان داده شده می‌یابیم. در حالت (ب)، سمت نور فرودی دوباره  $45^\circ$ ، اما زاویه فرود در حدود  $50^\circ$  است. حال،  $R_p$  خیلی کوچک و با  $E_p$  همفاز است، درحالی‌که  $R_s$  نسبت به قبل بزرگتر است و هنوز هم با  $E_s$  اختلاف فاز  $180^\circ$  درجه‌ای دارد. پرتو بازتابیده کماکان خطی قطبیده باقی می‌ماند، اما صفحه ارتعاش نسبت به صفحه فرود مقدار بیشتری چرخیده است. هرگاه، مطابق شکل (ج)، داشته باشیم  $\phi = \bar{\phi}$ ، آنگاه  $R_p = 0$ ؛ در حالی‌که  $R_s$  هنوز هم بزرگتر و فاز آن تغییر نکرده است. دامنه برآیند به نم‌خود ادامه می‌دهد و حال نسبت به صفحه فرود زاویه قائمه دارد. در نمودار (د) که در آن  $\phi$  به  $90^\circ$  میل می‌کند (فرود خراشان)، مؤلفه‌های بازتابیده به‌طور بارزی افزایش یافته‌اند و بزرگیشان به بزرگی مؤلفه‌های متناظر در نور فرودی می‌رسند. هر دوی این مؤلفه‌ها اکنون در معرض تغییر فاز  $180^\circ$  قرار می‌گیرند، به‌طوری‌که نور بازتابیده، به‌شدت  $10^\circ$  درصد می‌رسد و صفحه ارتعاش به صفحه نور فرودی میل می‌کند.

معادله‌ای که تغییرات صفحه ارتعاش نور بازتابیده را وابسته به زاویه فرود توصیف می‌کند، به‌راحتی از تقسیم دو معادله (۲۵-۱) بر یکدیگر به‌دست می‌آید:

$$\frac{R_p}{R_s} = -\frac{E_p \cos(\phi + \phi')}{E_s \cos(\phi - \phi')} \quad (۸-۲۵)$$



شکل ۲۵-۸ زاویه سمت (آزیموت) برای نور خطی قطبیده‌ای که از یک دی الکتریک بازتابیده است.

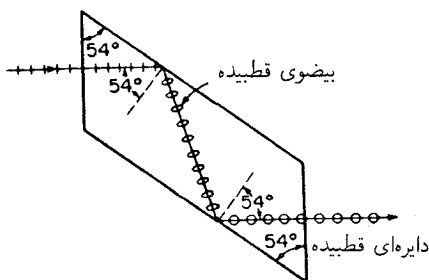
این کمیت تانژانت زاویه  $\psi$  است، یعنی

$$\frac{R_p}{R_s} = \tan \psi \quad (۹-۲۵)$$

زیرا، زاویه سمت  $\psi$  عبارت است از زاویه میان  $R$  و  $R_s$ . در شکل (۸-۲۵) منحنی تغییرات این زاویه برای حالتی با زاویه سمت نور فرودی  $45^\circ$ ، و بنابراین  $E_p = E_s$ ، ترسیم شده است. منحنیهای پررنگ مربوط به بازتابش خارجی، و منحنیهای کمرنگ، که در بخش بعد مورد بحث قرار خواهند گرفت، مربوط به بازتابش داخلی‌اند.

## ۶-۲۵ نور بیضوی قطبیده در بازتابش داخلی

با توجه به شکل ۶-۲۵ (ب)، که تغییر فاز برای نور بازتابیده داخلی از یک سطح شیشه‌ای را به دست می‌دهد، ملاحظه می‌شود که در زاویه فرود نزدیک به  $5^\circ$ ، اختلاف فاز اندکی بیشتر از  $45^\circ$  مابین دو مؤلفه برقرار است. به بیان دقیقتر، اختلاف فاز به ازای  $n = 1.51$ ، در زاویه  $\phi = 51^\circ 20'$ ، به ماکزیموم  $45^\circ 56'$  می‌رسد و به ازای دو زاویه  $\phi = 48^\circ 37'$  و  $\phi = 54^\circ 37'$  درست است. این رفتار اختلاف فاز برای نخستین بار توسط فرنل، که یک لوزی شیشه‌ای مطابق شکل ۹-۲۵ را ساخت، آزموده و تأیید شده است. نور خطی قطبیده عمود بر سطح کوتاهتر لوزی فرود می‌آید. صفحه ارتعاش این پرتو با صفحه کاغذ زاویه  $45^\circ$  می‌سازد. این پرتو، پس از فرود به نخستین سطح قطری، تحت زاویه (داخلی)  $54^\circ 37'$  برخورد می‌کند. در این برخورد، بازتابش کلی با اختلاف فاز  $45^\circ$  میان دو مؤلفه روی می‌دهد. در بخش ۹-۱۲ دیدیم که برآیند ترکیب دو ارتعاش خطی

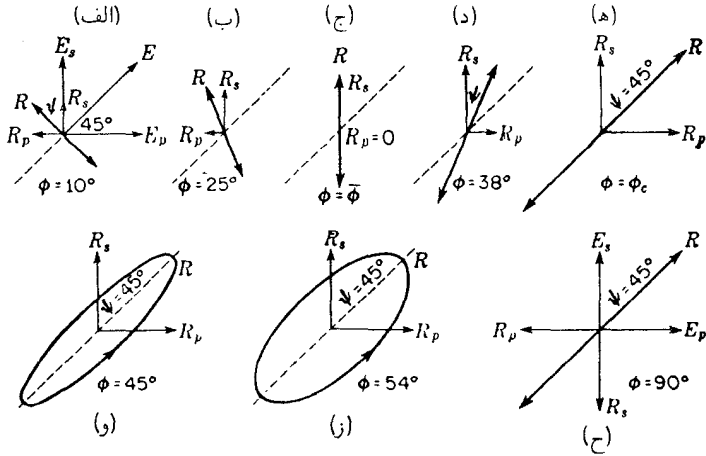


شکل ۹-۲۵ لوزی فرنل. زاویه نشان داده شده مربوط به شیشه با  $n = ۱.۵۱$  است.

تحت زاویه قائمه، به طور کلی یک بیضی خواهد شد، که شکل آن به دو دامنه و اختلاف فاز میان آنها،  $\delta$ ، بستگی دارد. فقط هنگامی که  $\delta$  مضرب صحیحی از  $\pi$  باشد، این برابند خطی و نور هم خطی قطبیده خواهد بود. این وضعیت در تمامی موارد بازتابش خارجی پیش می‌آید، و در بازتابش داخلی فقط تا وقتی تحقق پیدا می‌کند که زاویه فرود از زاویه حد تجاوز نکند. اما در بازتابش کلی، نتیجه نور بیضی قطبیده خواهد بود که تحت زاویه بازتابش داخلی  $\phi > \phi_c$  روی می‌دهد. مطالعه منظم قطبش بیضی و دایره‌ای، در بخش ۵-۲۷ انجام خواهد گرفت.

نور دایره‌ای قطبیده، فقط وقتی که دو دامنه با هم مساوی و اختلاف فازشان هم  $90^\circ$  باشد، پیش خواهد آمد. در لوزی فرنل، یک اختلاف فاز دیگر ۴۵ درجه‌ای هم در بازتابش داخلی دوم پیش می‌آید، به طوری که در خروج، مؤلفه  $p$  به میزان  $90^\circ$  تقدم دارد. از این بابت، این لوزی برای تولید و تجزیه نور دایره‌ای قطبیده سودمند است. چنان‌که بعداً خواهیم دید، روشهای متداولتر دیگری نیز برای انجام این کار وجود دارند.

قطبش یک باریکه بازتابیده را، هنگامی که نور خطی قطبیده در معرض یک تک‌بازتابش داخلی، تحت زوایای گوناگون فرود قرار می‌گیرد، در شکل ۹-۲۵ مشاهده می‌کنید. دامنه بردار الکتریکی در نور فرودی و بازتابیده، و مؤلفه‌های آنها، مطابق شکل ۹-۲۵ برای بازتابش خارجی، نشان داده شده‌اند. اما، در این حالت چنان نشان داده می‌شوند، که گویی یک ناظر از جهت مقابل هر باریکه به آن نگاه می‌کند و صفحه فرود، صفحه کاغذ را در یک خط افقی قطع می‌کند. هرگاه این نمودارها را در ارتباط با شکل‌های ۹-۲۵، ۹-۲۵ و ۹-۲۵ بررسی کنیم. جنبه‌های عمده آنها روشن خواهند شد. از  $\phi = 0^\circ$  تا  $\phi = \phi_c$ ، نور بازتابیده کماکان خطی قطبیده باقی می‌ماند، اما زاویه سمت خود را دائماً تغییر میدهد و شدتش افزایش می‌یابد. فراتر از  $\phi_c$ ، ارتعاش به صورت یک بیضی باز می‌شود، و ماکزیموم آن در  $\phi = 51^\circ$  پیش می‌آید؛ سپس دوباره باریکتر و در  $90^\circ$  به ارتعاش خطی تبدیل می‌شود.

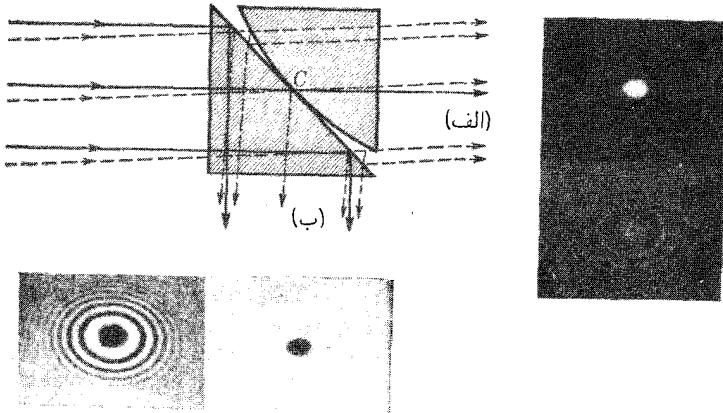


شکل ۲۵-۱۰ مدهای ارتعاش نور در بازتابش داخلی در شیشه، تحت زوایای گوناگون فرود.

## ۲۵-۷ نفوذ به محیط رقیق

شاید بتوان از این واقعیت که بازتابش داخلی تحت زاویه‌ای بیشتر از زاویه حد، کلی است، این نتیجه را گرفت که دامنه نور درست در سطح بازتابان به طور ناپیوسته‌ای به صفر افت می‌کند، ولی براساس شرایط مرزی نظریه الکترومغناطیس، این امر محال است، و علاوه بر این شواهدی تجربی در دست است، حاکی از اینکه در فاصله کوتاهی فراتر از سطح، آشفستگی‌ای پیش می‌آید که می‌تواند به تولید نور انجامد. فرض کنیم که سطحی معین، باریکه پرشدنی را به طور کامل باز می‌تاباند و لبه نازک تیغی را به مقدار زیادی به نزدیکی آن آوریم، یا ذرات بسیار ریزی روی آن سطح بپاشیم. مشاهدات انجام گرفته روی لبه تیغ یا ذرات ریز به وسیله میکروسکوپ، آنها را به صورت منابع ثانویه نور نشان می‌دهد. نظریه الکترومغناطیس، در غیاب چنین مواد خارجی، آشفستگی‌ای را پیش‌بینی می‌کند که به طور نمایی در ورای سطح به تدریج از بین می‌رود ولی متضمن هیچ انتقال خالص انرژی توسط آن نیست. انرژی صرفاً به درون و بیرون سطح نوسان می‌کند. آشفستگی حاصل، در جهت موازی با سطح تناوبی است ولی در جهت عمود بر آن چنین نیست، و از این رو نمی‌توان آن را به درستی یک موج نور نامید. ولی وقتی میدان الکترومغناطیسی به سبب حضور ماده چگالتری به اندازه کافی نزدیک به سطح، واپیچش پیدا می‌کند، انرژی به صورت نور نشت می‌یابد.

یک آزمایش آموزنده برای نمایاندن این نفوذ، توسط هال انجام گرفته، و وی برای اندازه‌گیریهای فاصله نفوذ از آن بهره گرفته است. دستگاه اندازه‌گیری وی، مطابق شکل ۲۵-۱۱، از دو منشور بازتابش کلی، که وجه یکی از آنها اندکی کوژ است، تشکیل یافته است. هرگاه دو منشور را در نقطه

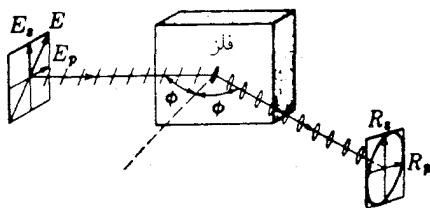


شکل ۲۵-۱۱ آزمایش هال برای اندازه‌گیری نفوذ در بازتابش کلی.

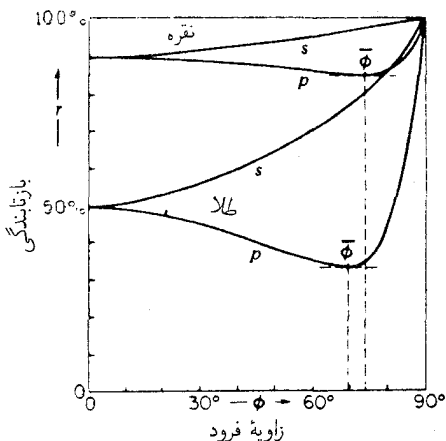
$C$  نزدیک به وضعیت مماس قرار دهیم و زاویه فرود از زاویه حد فراتر باشد، بازتابش کلی، همه نور را به جهت (ب) خواهد فرستاد. در واقع، مشاهده شده است که در نور بازتابیده، یک لکه تیره حول  $C$  و در نور تراگسیلیده یک لکه روشن متناظر، وجود دارد. تصویر این حالتها را در شکل نشان داده‌ایم. با افزایش بیشتر زاویه فرود نسبت به  $\phi_c$ ، اندازه لکه کوچکتر می‌شود، و این امر نشانگر کاهش فاصله نفوذ است. در زاویه فرود، درست زیر زاویه حد (پرتوهای خط‌چین)، یک مجموعه کامل حلقه‌های نیوتون در بازتابش و تراگسیل پدیدار می‌شوند که به کمک نقشه‌های حلقوی در سمت چپ و راست شکل نمایانده شده‌اند. هال، از اندازه‌گیری قطر این حلقه‌ها، برای اندازه‌گیری ضخامت لایه‌های هوای متناظر با قطره‌های مختلف مشاهده شده لکه یاد شده در بالا سود برده و به این ترتیب توانسته است معیار دقیقی برای فاصله نفوذ به دست آورد. هم نظریه و هم آزمایش، کاهش انرژی به حدود  $1/100$  را در فاصله یک طول موج و در  $\phi = 45^\circ$  و  $n = 1.51$  به دست می‌دهند. هرگاه  $\phi = 60^\circ$ ، در همان فاصله، کاهش به  $1/40000$  می‌رسد.

## ۲۵-۸ بازتابش فلزی

به‌طور کلی، بازتابندگی سطوح فلزی بسیار صیقل‌یافته نسبت به بازتابندگی دی‌الکتریکها بیشتر است. مثلاً، نقره و آلومینیم در فرود عمودی، بیش از  $90^\circ$  درصد کل نور مرئی را باز می‌تابانند. آزمایشها نشان می‌دهند که بازتابندگی، نه تنها به فلز ویژه، بلکه به آماده‌سازی سطح و طول موج نور و جهت فرود نور نیز بستگی دارد. اگر نور خطی قطبیده از یک سطح فلزی تحت زاویه فرود غیر عمودی باز بتابد (شکل ۲۵-۱۲)، مؤلفه‌های  $p$  و  $s$  بردار الکتریکی فرودی، با اختلاف فاز باز



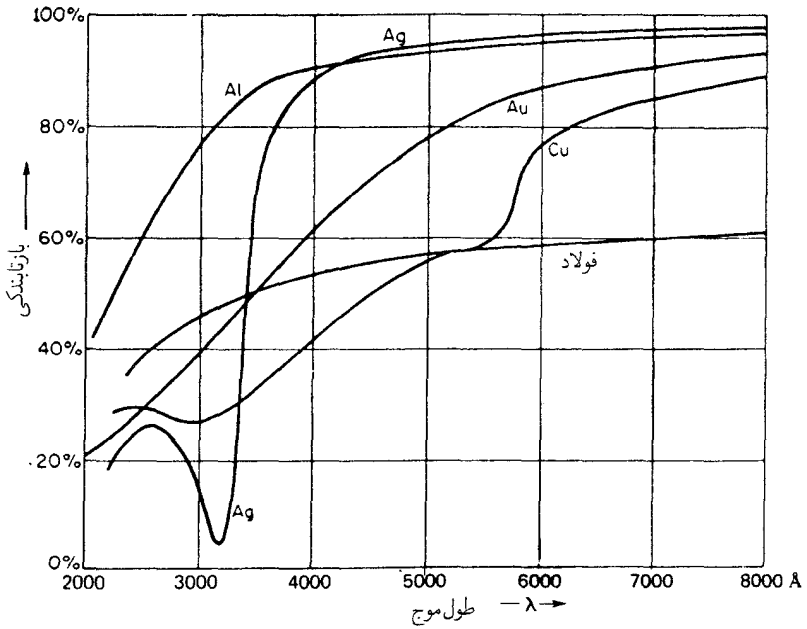
شکل ۲۵-۱۲ بازتابش نور خطی قطبیده از یک سطح فلزی و تولید نور بیضوی قطبیده.



شکل ۲۵-۱۳ بازتابندگی برای نور سفید خطی قطبیده در آینه‌های طلایی و نقره‌ای.

می‌تابند و این واقعیت به قطبش بیضوی منجر می‌شود. مشاهدات کلی برای همه فلزات حاکی از آنند که نور خطی قطبیده به همان صورت خطی قطبیده باز نمی‌تابد، مگر موقعی که یا در سطح فرود و یا عمود بر آن ارتعاش کند.

در هنگام بحث از بازتابندگی فلزات (درست مانند دی‌الکتریکها) بهتر است بردار  $E$  نور فرودی را به دو مؤلفه  $E_s$  و  $E_p$  تجزیه کرد. منحنیهای نمایش تغییرات بازتابندگی این دو مؤلفه را به صورت تابعی از زاویه فرود، در شکل ۲۵-۱۳ مشاهده می‌کنید. این منحنیها تجربی‌اند و با استفاده از نور سفید یک لامپ رشته‌ای تنگستن به دست آمده‌اند. در مقایسه با منحنیهای متناظر برای یک دی‌الکتریک [شکل ۲۵-۲(الف)]، به شباهتهایی پی می‌بریم و در عین حال، تفاوتی هم نمود پیدا می‌کنند. فلزات و دی‌الکتریکها در این امر مشابهند که مقادیر مؤلفه‌های  $s$  و  $p$  در فرود عمودی با هم شروع می‌کنند، از همدیگر جدا می‌شوند، و سپس دوباره در فرود خراشان با هم یکی می‌شوند؛ تفاوتی اساسی در این مورد عبارت‌اند از تابندگی بسیار بالاتر فلزات در فرود



شکل ۲۵-۱۴ بازتابندگی آلومینیم، نقره، طلا، مس، و فولاد در فرود عمودی.

عمودی و می نیموم نسبتاً بالا در مقدار  $\bar{\phi}$ . این زاویه بازتابش می نیموم برای  $E_p$  را زاویه اصلی فرود می نامند.

معمولاً بازتابندگی فلزات به تناسب طول موج به طور چشمگیری تغییر می کند. در شکل ۲۵-۱۴، این تغییرات را برای شماری از فلزات معمولی مشاهده می کنید. علی رغم برخی بی نظمیها در طول موجهای کوتاهتر، در گستره سرخ و فرورسرخ، همه فلزات بازتابانهای خوبی اند. ورقه های خارجی لباسهای فضایی آپولو که فضانوردان بر سطح ماه به تن داشتند، با لایه های نازک طلا پوشش یافته بود. این پوشش دست کم ۷۰ درصد نور خورشید را بازمی تابانید. اشیایی که از پشت پنجره دیدگر به آنها نگر بسته می شد، آبی روشن یا سبز رنگ به نظر می رسیدند، اما، چشمها به راحتی به این رنگ عادت می کردند و پس از آن، اشیاء عملاً سفید دیده می شدند. این پوششهای خارجی برای کاهش بار گرمایی تحمیل شده به دستگاه خنک ساز لباسها طراحی می شوند و با بازتابش قوی تابش فرورسرخ خورشید نور مرئی کافی نیز از خود عبور می دهند. روی بسیاری از سایه بانهای پنجره های قسمت روبه خورشید، ساختمانهای دولتی و آپارتمانهای خصوصی نیز، لایه های نازک طلا به همین منظور نشانده می شود. برای کاربردهای کلی، نقره و آلومینیم از اهمیت خاصی برخوردارند، زیرا بازتابندگی بالای این دو فلز در طیف مرئی نیز کماکان برقرار می ماند. تکوین روشهای نشانند لایه های فلزی از طریق



تبخیر در خلأ نشان داده است که آلومینیم مناسبترین ماده برای ساخت آینه ابزار و آلات اپتیکی است. این امر عمدتاً از دو عامل ناشی می‌شود: (۱) آلومینیم، بازتابندگی بالای خود را در فرابنفش نزدیک و در ناحیه مرئی، حفظ می‌کند؛ و (۲) سطح آن، حتی پس از سالها قرار داشتن در معرض هوا، جلا و درخشندگی خود را از دست نمی‌دهد. امروزه، پوشش دادن آینه تلسکوپهای بازتابنده بزرگ با بخار آلومینیم، مانند آینه تلسکوپ ۲۰۰ اینچی در کوه مونت پالومر، یکی از روشهای استاندارد به‌شمار می‌رود. بازتابندگی آینه تازه‌ساز نقره‌اندود، در ناحیه مرئی اندکی بیشتر است، اما پس از کوتاه مدتی جلای اولیه خود را از دست می‌دهد و کدر می‌شود. ولی، در سطوح بازتابان سنجه (اتالون) فابری-پرو، نقره به‌منظور استفاده برای نور مرئی و فروسرخ، فلز برتر شناخته شده است. برای نور فرابنفش، آلومینیم یا آمیزه‌ای از آلومینیم و منیزیم، بهتر است.

نقره، با بروز دادن بازتابندگی خیلی پایین در منطقه باریکی در نزدیکی  $3200 \text{ \AA}$ ، یک فلز استثنایی به‌شمار می‌رود. قسمت اعظم نور این طول‌موج که باز نمی‌تابد، اگر لایه نقره‌ای به‌اندازه کافی نازک باشد، عبور می‌کند. چنین نوار تراگسیلی را، فلزات قلیایی نیز در طول موجهای کوتاهتر از طول موجهای نقره دارند. مثلاً یک لایه نازک سدیم را می‌توان به‌صورت یک پالایه فرابنفش به‌کار گرفت. این پالایه جز در طول موجهای نزدیک به  $1950 \text{ \AA}$ ، برای همه طول موجها کدر است.

## ۲۵-۹ ثابت اپتیکی فلزات

خواص اپتیکی دی‌الکتریک در طول موجی خاص را مقداری ثابت، یعنی ضریب شکست  $n$ ، در آن طول‌موج به‌طور کامل توصیف می‌کند. ولی در مورد فلزات، باید ثابت دیگری که قدرت جذب نور در هنگام ورود آن به فلز را می‌سنجد، مشخص شود. فلزات، به‌سبب دارا بودن الکترونهاى آزاد، دارای قدرت جذب بسیار بالایی‌اند، و شدت نور در فاصله‌ای کوتاهتر از طول‌موج، عملاً به‌صفرافت می‌کند. یکی از کمیت‌های مهم در مطالعه نورشناخت فلزات، شاخص جذب  $\kappa$  است که برحسب ضرایب جذب  $\kappa_0$  و  $\alpha$  (بخش ۲۳-۶) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\kappa = \frac{\kappa_0}{n} = \frac{\alpha \lambda}{4\pi n} \quad (10-25)$$

تعیین  $n$  برای یک ماده دی‌الکتریک معمولاً از طریق اندازه‌گیری شکست نور انجام می‌شود، اما این کار را می‌توان با استفاده از نور بازتابیده، با یافتن زاویه قطبش و به‌کارگیری قانون بروستر نیز انجام داد. در فلزات، جذب چندان شدید است که به‌زحمت می‌توان اندازه‌گیریها را با نور عبوری انجام داد. با نمونه‌های بسیار نازک، اندازه‌گیری تقریبی مقادیر  $n$  و  $\kappa$  میسر شده است، ولی علاوه بر

فقدان دقت، نتایج حاصل در مورد فلز حجیم چندان صادق نیست. به این ترتیب، مقادیر صحیح ثابتهای اپتیکی در فلزات را، با مطالعه نور بازتابیده تعیین می‌کنند.

نظر به اینکه باید دو مقدار ثابت را تعیین کرد،  $n$  و  $k$  دو اندازه‌گیری نیز ضرورت پیدا می‌کند. مشابه اندازه‌گیری زاویه بروستر در دی‌الکتریکها، یکی از این اندازه‌گیریها می‌تواند زاویه اصلی فرود،  $\bar{\phi}$  باشد که در بالا آن را تعریف کردیم. در این صورت، کمیت دیگری که باید اندازه گرفت، زاویه سمت متناظر آن است که زاویه سمت اصلی یا آزیموت اصلی،  $\bar{\psi}$  است. با توجه به این نکته که نور بازتابیده از فلزات، بیضوی قطبیده است، فوراً معلوم نمی‌شود که منظور از زاویه سمت آن چیست. تعریف زاویه سمت با نادیده گرفتن اختلاف فاز میان مؤلفه‌های  $p$  و  $s$  صورت می‌گیرد که مقدار آن در صورتی که نور تحت زاویه  $\bar{\phi}$  فرود آید،  $90^\circ$  است. در این صورت، همان تعریفی که در دی‌الکتریکها ارائه دادیم، در این مورد نیز صادق است، یعنی به کمک معادله زیر آن تعریف ارائه می‌شود:

$$\tan \psi = \frac{R_p}{R_s} \quad (11-25)$$

نظریه نشان می‌دهد که می‌توان با تقریب مطلوب دو مقدار ثابت مورد نظر را از روابط زیر به دست آورد:

$$n\sqrt{1 + \kappa^2} = \sin \bar{\phi} \tan \bar{\phi}$$

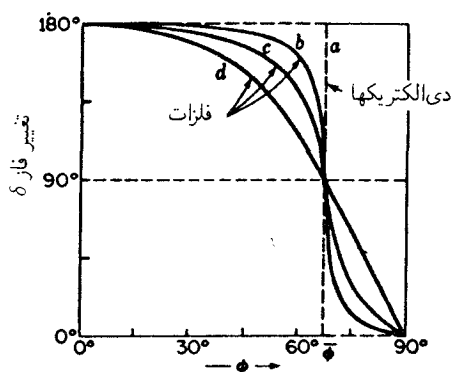
$$\kappa = \tan 2\bar{\psi}$$

روش اندازه‌گیری  $\bar{\phi}$  و  $\bar{\psi}$  را، پس از آنکه تغییرات سرشت نور بازتابیده وابسته به تغییرات زاویه فرود را بررسی کردیم، در زیر به اختصار توصیف خواهیم کرد.

مقادیر ثابتهای اپتیکی که در منابع مختلف ارائه می‌شوند، نشان می‌دهند که آماده‌سازی سطح، درجه خلوص نمونه، و دقت معادله‌ای که مورد استفاده قرار گرفته است، موجب تغییرات چشمگیری در آنها می‌شود. با این وصف، بنابر جدول ۱-۲۵، برخی مقادیر نوعی، به انضمام مقادیر مندرج در ستون آخر برای بازتابندگی در فرود عمودی را بررسی می‌کنیم. چنان‌که ملاحظه می‌شود، تغییرات بزرگی برای  $n$  در میان فلزات وجود دارد و مقادیر آن برای رساناهای بهتر، به‌طور چشمگیری از واحد کمتر است. این ضرایب شکست را نمی‌توان به همان طریق که ضرایب دی‌الکتریکها را تعبیر کردیم، توجیه کرد، زیرا در اینجا با امواج شدیداً میرایی سروکار داریم (بخش ۲۳-۶)، مثلاً مقادیر  $\kappa_0$  در فلز مس، در صورت نفوذ به عمقی در حدود فقط یک‌سوم طول موج در خلأ، با افت شدت به صورت  $1/e$  متناظر است.

جدول ۲۵-۱ ثابتهای اپتیکی برای فلزات مختلف در نور سدیم،  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$

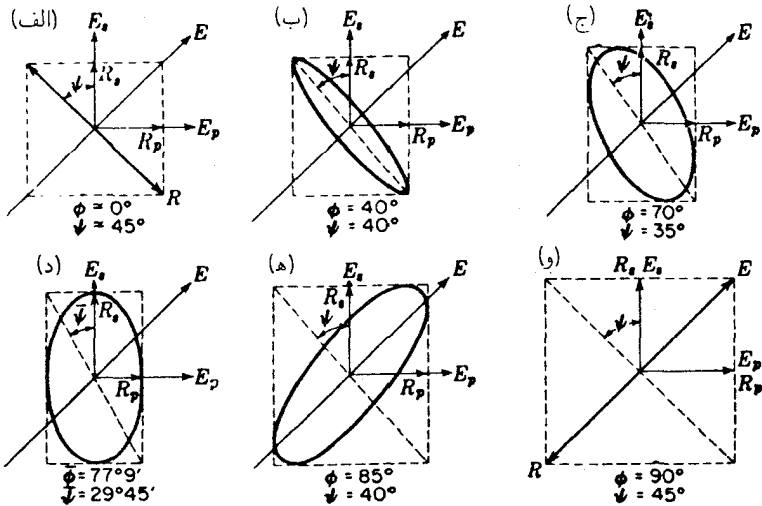
فلز	$\bar{\phi}$	$\bar{\psi}$	$n$	$\kappa$	$\kappa_0$	$\tau, \%$
فولاد	۷۷°۹'	۲۷°۴۵'	۲٫۴۸۵	۱٫۳۸۱	۳٫۴۳۳	۵۸٫۴
کبالت	۷۸°۵'	۳۱°۴۰'	۲٫۱۲۰	۱٫۹۰۰	۴٫۰۴۰	۶۷٫۵
مس	۷۱°۳۴'	۳۹°۵'	۰٫۶۱۷	۴٫۲۵۸	۲٫۶۳۰	۷۴٫۱
نقره	۷۵°۳۵'	۴۳°۴۷'	۰٫۱۷۷	۲۰٫۵۵۴	۳٫۶۳۸	۹۵٫۰
طلا	۷۲°۱۸'	۴۱°۳۹'	۰٫۳۷	۷٫۶۲	۲٫۸۲	۸۵٫۱
سدیم	۷۱°۱۹'	۴۴°۵۸'	۰٫۰۰۵	۵۲۲٫۰	۲٫۶۱	۹۹٫۷



شکل ۲۵-۱۵ نمودارهای اختلاف فاز،  $\delta_p - \delta_s$ ، برای یک دی الکتريک،  $a$ ، و برای سه نوع فلز،  $b$ ،  $c$ ، و  $d$  با ضریب جذب افزاینده  $\kappa$ .

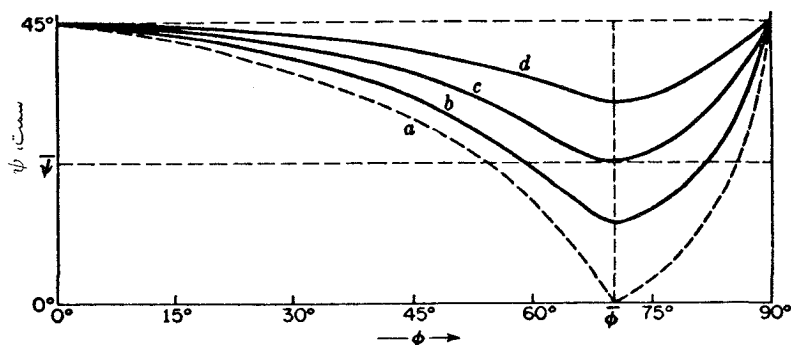
## ۲۵-۱۰ توصیف نور بازتابیده از فلزات

هرگاه نور خطی قطبیده از یک فلز بازتابد، شکل و جهتگیری ارتعاش بیضوی در نور بازتابیده به سمتگیری ارتعاش فرودی، به بزرگی مؤلفه‌های بازتابیده  $p$  و  $s$ ، و به اختلاف فاز میان آنها، بستگی دارد. عامل آخری، یعنی اختلاف فاز، تا این مرحله هنوز مورد بحث قرار نگرفته است، و بررسی کمی آن مستلزم تعمیم روابط ریاضی گسترده‌تر از روابطی است که در حوصله این کتاب بگنجد. با این همه، خوب است که نتیجه اصلی آن، در مورد رفتار  $\delta (= \delta_p - \delta_s)$  رابه صورت تابعی از  $\phi$  بررسی کنیم. در شکل ۲۵-۱۵ نمودارهای معادلات نظری، برای اختلاف فازهای سه فلز مختلف  $b$ ،  $c$ ، و



شکل ۲۵-۱۶ نور بیضوی قطبیده (۸۵۸۹۳) در بازتابش از یک آینه فولادی در زوایای مختلف  $\phi$ .

را، با ترتیب ضریب جذب افزایشنده  $\kappa$ ، مشاهده می‌کنید. نیز، نمودار یک دی‌الکتریک را که در آن  $\kappa = 0$ ، به صورت خط چین  $a$  مشاهده می‌کنید. ملاحظه می‌کنیم که گذار ناپیوسته  $\delta$  از  $\pi$  به صفر که برای دی‌الکتریکها به ازای  $\bar{\phi}$  روی می‌دهد، برای فلزات به تغییری کم و بیش تدریجی تبدیل می‌شود. همچنین، متوجه می‌شویم که به ازای زاویه اصلی فرود، مقدار  $\delta$  همواره دقیقاً  $90^\circ$  است. با معلوم بودن مقادیر  $R_s/E_s$ ،  $R_p/E_p$  و  $\delta$  امکان پیشگویی شکل ارتعاش بیضوی بازتابیده، در هر زاویه فرود فراهم می‌آید. به این ترتیب، فرض می‌کنیم که، مطابق شکل ۲۵-۱۶، بردار الکتریکی در نور فرودی خطی قطبیده، با سطح فرود زاویه  $45^\circ$  بسازد، از این رو داریم:  $E_p = E_s$ . فلز بازتابان را فولاد اختیار کرده‌ایم، که مطابق شکل ۲۵-۱۴، بازتابندگی آن برای نور سدیم در فرود عمودی عبارت است از  $R^2/E^2 = 0.58$ . از این رو، در فرود نزدیک به عمود [حالت (الف)] در شکل ۲۵-۱۶ دامنه‌های بازتابیده به صورت  $R_p = R_s = 0.76 E_p = 0.76 E_s$  به دست می‌آیند، زیرا  $0.76 = \sqrt{0.58}$ . حال، به سبب تغییر فاز  $\pi$  در شکل ۲۵-۱۵، باید ارتعاش  $p$  در نور بازتابیده نسبت به ارتعاش  $s$  به اندازه  $180^\circ$  تقدم فاز داشته باشد، و نتیجه، یک ارتعاش خطی با دامنه  $R$  در جهت نشان داده شده است. این جهت در فضا برخلاف جهت  $E$  است [شکل ۲۵-۱۷ (الف)]. با افزایش زاویه فرود از صفر، تغییرات تدریجی در اختلاف فاز، به گشوده شدن ارتعاش به صورت یک بیضی می‌انجامد که مربع مستطیلی به اضلاع  $2R_s$  و  $2R_p$  آن را در بر گرفته است. وقتی به زاویه  $\bar{\phi}$  برسیم، مانند (د) در شکل، بیضی به دست آمده نسبت به محورها



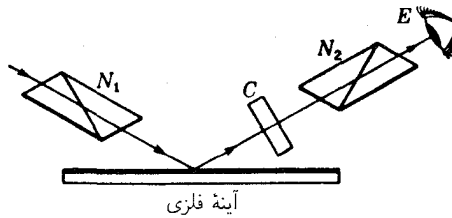
شکل ۲۵-۱۷ زاویه سمت  $\bar{\psi}$  برای یک دی‌الکتریک، و برای سه فلز،  $d$ ،  $c$ ، و  $b$ .

متقارن و دارای حداقل خروج از مرکز است. از آن پس، بیضی باریکتر می‌شود، تا اینکه در زاویه خراشان، مانند (و)، ارتعاشی خطی با دامنه‌ای یکسان با دامنه نور فرودی، ولی کاملاً ناهمفاز با آن، اجرا می‌شود.

معنای زاویه سمت  $\psi$  را از شکل ۲۵-۱۶ بهتر می‌توان دریافت. این زاویه‌ای است که قطر مستطیل با  $R_0$  می‌سازد. با توجه به شکل ملاحظه می‌شود که  $\psi$  نخست کاهش و سپس با شروع از  $\phi = 0$  دوباره تا  $\phi = 90^\circ$  افزایش پیدا می‌کند. مقدار می‌نیموم آن در  $\bar{\phi}$  اتفاق می‌افتد، اما نظیر مورد دی‌الکتریکها، می‌نیموم در این زاویه صفر نیست. عمق این می‌نیموم برای فلزات با مقدار بزرگتر  $\kappa$ ، کمتر است. این موضوع را می‌توان در شکل ۲۵-۱۷ مشاهده کرد، که در آن حروف  $a$  تا  $d$  دارای همان معنای آنها در شکل ۲۵-۱۵ هستند. در این شکل، مقدار زاویه سمت اصلی  $\bar{\psi}$  برای فلز خاص  $c$  را مشخص کرده‌ایم.

## ۲۵-۱۱ اندازه‌گیری زاویه اصلی فرود و زاویه سمتی اصلی

تعیین این کمیتها حالت خاصی از مسئله کلی تحلیل نور بیضوی قطبیده به‌شمار می‌رود، مسئله‌ای که در فصل ۲۷ با تفصیل بیشتری بررسی خواهد شد. باری، چنان‌که به‌سهولت ملاحظه می‌شود، واضح است که چگونه باید به‌کمک شکل ۲۵-۱۸ در ارتباط با شکل ۲۵-۱۶ (د)، اندازه‌گیریهای  $\bar{\psi}$  و  $\bar{\phi}$  صورت گیرد. منشور نیکول  $N_1$  در شکل ۲۵-۱۸ چنان سمتگیری می‌شود که ارتعاشات فرودی با صفحه فرود زاویه  $45^\circ$  بسازند. در باریکه بازتابیده، نوعی جبران‌کن  $C$  چنان قرار داده می‌شود که ارتعاشات  $p$  را به‌اندازه یک‌ربع دوره تناوب یا  $90^\circ$  نسبت به ارتعاشات  $s$  به‌تأخیر اندازد. می‌توان از یک لوزی فرنل (بخش ۲۵-۶) یا از یک صفحه ربع موجی یا یک جبران‌کن سولیل (بخشهای ۲۷-۲ و ۲۷-۴) استفاده کرد. حال به‌ازای هر زاویه فرود غیر از  $\bar{\phi}$ ، مقدار  $\delta$  مخالف



شکل ۲۵-۱۸ دستگاه تعیین زاویه اصلی فرود و زاویه سمتی (ازیموت) اصلی برای یک فلز.

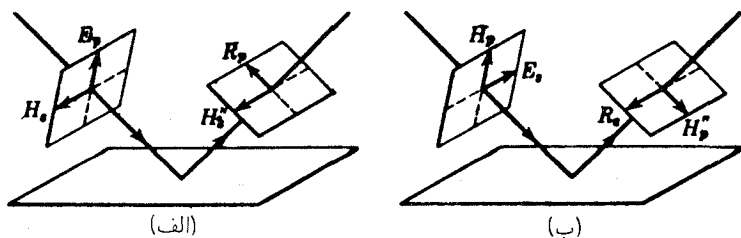
۹۰° است، به طوری که جبران کن اختلاف فاز را به طور کامل حذف نمی‌کند. نور عبوری از  $C$  هنوز هم بیضوی قطبیده خواهد بود، و با چرخاندن آنالیزور  $N_2$ ، نمی‌تواند خاموش شود. زاویه‌های فرود مختلفی را امتحان می‌کنند، تا اینکه خاموشی کامل میسر شود، و تحت این شرایط است که نور با زاویه  $\bar{\phi}$  فرود می‌آید.

این نکته که ایجاد خاموشی کامل به وسیله یک منشور نیکول ممکن است، به آن معناست که جبران کن، نور بازتابیده بیضوی قطبیده را به نور خطی قطبیده تبدیل کرده است. در شکل ۲۵-۱۶ (د)، با از بین بردن اختلاف فاز ۹۰° درجه‌ای که میان مؤلفه‌های  $p$  و  $s$  برقرار است، بیضی، به یک حرکت خطی در امتداد قطر مستطیل تبدیل شده است. بنابراین، ملاحظه می‌شود که با نیل به شرایط خاموشی، صفحه تراگسیل آنالیزور با  $R_p$  یعنی صفحه فرود، زاویه  $\bar{\psi}$  می‌سازد.

## ۲۵-۱۲ آزمایشهای وینر

در بخش ۱۲-۳ آزمایش کلاسیکی را توصیف کردیم که در آن، وینر تشکیل امواج ایستاده نور را از طریق بازتابش از آینه نقره‌ای نمایش داده است. مقصود از این آزمایش، فقط نشان دادن امواج ایستاده نبود، بلکه بیان این مطلب نیز بود که آیا بردار الکتریکی و یا مغناطیسی است که آثار مشاهده شده را تولید می‌کند یا خیر؛ و بنابراین باید به عنوان "بردار نور" تلقی شود. براساس نظریه الکترومغناطیسی، سمتگیری بردارهای الکتریکی فرودی و بازتابیده در فرود عمودی، در فضای بازتابش خارجی برخلاف یکدیگرند. در دی‌الکتریکها، دامنه امواج بازتابیده بسیار کوچکتر از دامنه امواج فرودی است، و از این رو تداخل ویرانگر کامل نیست. ولی در سطح فلزات، باید بردار الکتریکی یک گره داشته باشد.\* در مورد بردارهای مغناطیسی هم باید گفت که جهت نسبی

\* مقادیر  $\delta_p$  و  $\delta_s$  برای فلزات در فرود عمودی دقیقاً صفر یا ۱۸۰° نیستند، این ادعا در مورد اختلاف آنها هم صادق است. ولی تنها تأثیر این موضوع، جابه‌جا کردن موضع گره است که در سطح صورت نمی‌گیرد. مثلاً، در نقره، گره در فاصله ۴۳۸° ر° از زیر سطح قرار دارد.

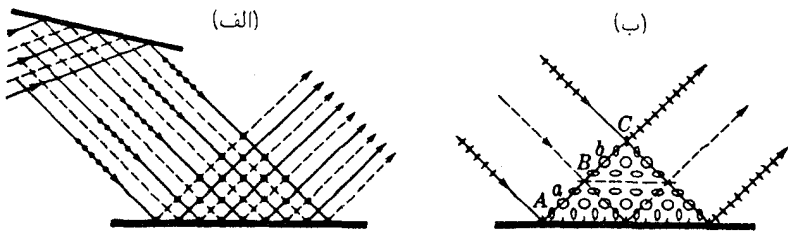


شکل ۲۵-۱۹ روابط فضایی مابین بردارهای فرودی و بازتابیده  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{H}$ : (الف) برای قطبش  $p$ ؛ و (ب) برای قطبش  $s$ . زاویه فرود کمتر از  $\bar{\phi}$  فرض می‌شود.

آنها در نور فرودی و نور بازتابیده، با توجه به این نکته که جهات  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{H}$  و جهت انتشار نور بر اساس قاعده پیچ راستگرد عمل می‌کنند، به‌دست خواهند آمد. در شکل ۲۵-۱۹، نتیجه به‌دست آمده را مشاهده می‌کنید. هرگاه زاویه فرود به‌سوی صفر میل کند، ملاحظه می‌شود که بردارهای  $\mathbf{H}$  و  $\mathbf{H}''$  برای هر دو قطبش  $p$  و  $s$ ، دارای سمتگیری یکسانی اند. برهم‌نهی آنها باید یک پادگره (شکم) امواج ایستاده در روی سطح تولید کند. حال، چنان‌که قبلاً شرح دادیم: وینر در جایی که تیغه آشکارساز با سطح تماس پیدا می‌کند، یک گره مشاهده کرده است. این مشاهده حاکی از آن بود که بردار الکتریکی، دست‌کم برای کنش عکاسی، نقش اساسی و مهمی را ایفا کند.

از نظریه هم می‌توان انتظار داشت که بردار الکتریکی، در تولید آثار مشاهده شده نور از بردار مغناطیسی مهم‌تر است. هر جا که موضوع کنش نور بر الکترونها در میان آید، میدانهای الکتریکی موج، نیروهای بس بزرگتری نسبت به میدانهای مغناطیسی آن وارد می‌آورند. در حقیقت تنها دو سال پس از کار وینر، درود<sup>۱</sup> و نرنست<sup>۲</sup> نشان دادند که همان نتایج، در صورتی که برای آشکارسازی به‌جای عکاسی، از فلئوئورسانسی استفاده شود، صدق می‌کنند. پس از آن هم، ایوز<sup>۳</sup> با استفاده از اثر فوتوالکتریک، آن‌را نمایش داده است. نیز، غالباً بر این باورند که بردار الکتریکی در رؤیت هم نقش اصلی را برعهده دارد.

نمایشی حتی قانع‌کننده‌تر، که بستگی به تغییرات فاز، یا حصول تماس دقیق لبه تحتانی فیلم عکاسی با آینه هم ندارد، از طرف وینر، به‌قرار زیر، ارائه شده است. نور خطی قطبیده را تحت زاویه فرود دقیقاً  $45^\circ$  باز می‌تابانند. در این صورت، پرتوهای فرودی و بازتابیده، با هم زاویه  $90^\circ$  می‌سازند، و سمتگیری بردارها در فضا به‌صورتی است که در شکل ۲۵-۱۹ مشاهده می‌کنید. ملاحظه می‌شود که برای قطبش  $s$ ، بردارهای  $E_s$  و  $R_s$  در امتداد یک خط ارتعاش می‌کنند و می‌توانند تداخل کنند. از سوی دیگر،  $E_p$  و  $R_p$  بر هم عمودند و تداخل امکانپذیر نیست.



شکل ۲۵-۲۰ آزمایش وینر در فرود  $45^\circ$ . بردار الکتریکی در سستگیری. (الف) تداخل نشان می‌دهد، حال آن‌که بردار مغناطیسی (ب) چنین نمی‌کند.

در مورد بردارهای  $H$ ، وضعیت کاملاً برعکس است. طرح این آزمایش را در شکل ۲۵-۲۰ مشاهده می‌کنید. در بخش (الف)، بردار الکتریکی بر صفحه شکل عمود است؛ وضعیتی که با بازتابش اولیه از یک صفحه شیشه‌ای و تحت زاویه بروستر می‌توان به آن دست یافت، تداخل در امتداد صفحات افقی که با نقطه چین مشخص شده‌اند، صورت می‌گیرد. فاصله این صفحات  $1/\sqrt{2}$  برابر فاصله صفحات تداخل در فرود عمودی است. برای نمایش تغییر فاز به اندازه  $\pi$ ، در شکل ۲۵-۲۰، با خط پر به خط چین و برعکس نشان داده شده است. برای بردارهای مغناطیسی متناظر، چنان‌که در قسمت (ب) شکل دیده می‌شود، تغییر فازی در بازتابش وجود ندارد. روی سطح، در نقطه  $A$ ، ارتعاش برابند ارتعاشی خطی و عمود بر سطح است. اندکی بالاتر، ارتعاش بیضوی می‌شود، سپس دایره‌ای مثل حالت  $a$ ، و بالاخره دوباره در  $B$  خطی می‌شود و ارتعاشات افقی خواهند شد. این توالی به‌طور معکوس تا  $C$  ادامه می‌یابد و نقاط  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  به اندازه  $\lambda/2$  در امتداد پرتو از هم فاصله می‌گیرند. انرژی مربوط به تمام این شکل‌های ارتعاشی یکسان است (بخش ۲۸-۸). از این رو، چنانچه بردار مغناطیسی بردار فعال می‌بود، باید صفحه آزمون به‌طور یکنواخت سیاه می‌شد. در حالتی که نشان دادیم، وینر، نوارهای تداخل مشاهده کرده است، و هنگامی که ارتعاشات نور فرودی را به اندازه  $90^\circ$  چرخانده، سیاه‌شدگی یکنواخت صفحه مشاهده شده است.

## مسائل

۲۵-۱ مطلوب است ترسیم منحنیهای شدت بازتابش خارجی نور قرمز که بر بلور الماس شفافی فرود می‌آید. از ضرایب شکست مندرج در جدول ۲۳-۱ استفاده کنید.

۲۵-۲ منحنی نمایش تغییرات بازتابندگی داخلی در الماس را برای نور قرمز ترسیم کنید. از ضرایب شکست مندرج در جدول ۲۳-۱ استفاده کنید.



۳-۲۵ مطلوب است محاسبه بازتابندگی در فرود عمودی برای مواد زیر: (الف) الماس،  $n = ۲٫۴۲۶$ ؛ (ب) کوارتز،  $n = ۱٫۵۴۷$ ؛ (ج) روتیل (دی‌اکسید تیتانیم)،  $n = ۲٫۹۴۶$ ؛ (د) شیشه کراون،  $n = ۱٫۵۲۶$ ؛ (ه) نقره فلزی،  $n = ۰٫۱۷۷$ ،  $n = ۳٫۶۳۸$ ؛  $\kappa_0$ ؛ (و) فولاد،  $n = ۲٫۴۸۵$ ،  $\kappa_0 = ۳٫۴۳۳$ .

جواب: (الف) ۱۷٫۳۲٪؛ (ب) ۴٫۶۱٪؛ (ج) ۲۴٫۳۲٪؛ (د) ۴٫۳۴٪؛ (ه) ۹۵٫۱۶٪؛ (و) ۵۸٫۴۶٪.

۴-۲۵ (الف) برای زاویه سمتی نور بازتابیده در یک دی‌الکتریک، معادله‌ای به دست آورید. فرض کنید  $n = ۱٫۵۰$ ؛ (ب) نمودار این زاویه  $\psi'$  را بر حسب  $\phi'$ ، مشابه نمودار مربوط به نور بازتابیده در شکل ۸-۲۵، ترسیم کنید.

۵-۲۵ نور خطی قطبیده‌ای تحت زاویه فرود  $\phi = ۷۰^\circ$  بر سطحی شیشه‌ای فرود می‌آید. بردار الکتریکی آن تحت زاویه  $۳۰^\circ$  نسبت به سطح فرود ارتعاش می‌کند. با فرض  $n = ۱٫۷۵$ ؛ (ج) بزرگیهای نسبی  $E_p$  به  $E_s$ ؛ (د) بزرگیهای نسبی  $R_p$  و  $R_s$ ؛ و (ه) زاویه سمتی  $\psi$ .

۶-۲۵ نور خطی قطبیده‌ای تحت زاویه  $\phi = ۴۵^\circ$  از وتریک منشور بازتابش کلی شیشه‌ای با ضریب شکست  $۱٫۶۵$ ، بازتاب داخلی پیدا می‌کند. هرگاه زاویه سمتی نور فرودی  $۴۵^\circ$  باشد، مطلوب است محاسبه: (الف) تغییر فاز مؤلفه‌های  $p$  و  $s$ ؛ و (ب) اختلاف فاز میان مؤلفه‌های  $p$  و  $s$ ؛ (ج) شکل ارتعاشات بیضوی را با رعایت مقیاس، مطابق شکل ۲۵-۱، ترسیم کنید.

۷-۲۵ نور ناقطبیده‌ای با زاویه  $۳۵^\circ$  بر روی یک سطح صاف شیشه‌ای فرود می‌آید. ضریب شکست شیشه را  $۱٫۷۵$  بگیرد. (الف) دامنه‌ها؛ و (ب) شدتهای مؤلفه‌های بازتابیده  $p$  و  $s$  را محاسبه کنید؛ (ج) درجه قطبش نور شکسته (بخش ۲۴-۴) را بیابید.

جواب: (الف) دامنه‌ها عبارت‌اند از  $۲۰^\circ ۵۵'$  و  $۳۳^\circ ۷۴'$ ؛ (ب) بازتابندگیها عبارت‌اند از  $۴۲^\circ ۲۳'$  و  $۱۱۳^\circ ۸۴'$ ؛ (ج) قطبش ۳٫۸۸۴٪ است.

۸-۲۵ (الف) نمودار تغییرات فاز در بازتابش داخلی از یک شیشه را با ضریب شکست  $۱٫۸۲۵$ ، ترسیم کنید. نمودار را میان مرزهای زاویه‌ای، زاویه حد (بحرانی) و زاویه فرود مماس ترسیم کنید؛ (ب) تفاضل  $\delta = \delta_p - \delta_s$  را برای یافتن دو زاویه‌ای که در طراحی لوزی فرنل از این شیشه به‌کار می‌روند، به‌کار ببرید.

۹-۲۵ توضیح دهید که چرا در ساختن لوزی فرنل یاد شده در بخش ۲۵-۶، انتخاب زاویه  $(۵۴^\circ ۳۷')$  مطلوبتر از زاویه  $(۴۸^\circ ۳۷')$  است، زیرا، زاویه اخیر هم تفاضل  $\delta = ۴۵^\circ$  را به دست می‌دهد.

۲۵-۱۰. ثابتهای اپتیکی یک سطح فلزی صیقل‌یافته، برای نور سبز، عبارت‌اند از  $n = ۲٫۳۴$  و  $k = ۱٫۱۷۶$ . مطلوب است محاسبه: (الف) بازتابندگی آن در فرود عمودی؛ (ب) زاویه اصلی فرود آن؛ و (ج) زاویه سمتی اصلی آن.

جواب: (الف)  $۵۰\%$ ؛ (ب)  $۷۵٫۰^\circ$ ؛ (ج)  $۲۴٫۸۱^\circ$ .

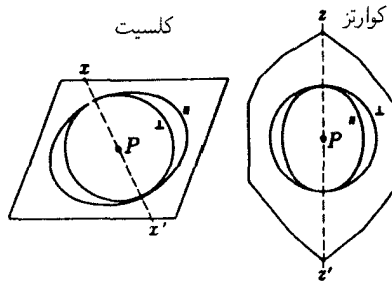
۲۵-۱۱. برای یک سطح فلزی صیقل‌یافته، زاویه اصلی فرود  $۶۵٫۵^\circ$  و زاویه سمتی اصلی  $۳۸٫۴^\circ$  اندازه‌گیری شده‌اند. تعیین کنید: (الف) ثابتهای اپتیکی این فلز؛ و (ب) تابندگی آن در فرود عمودی را.

## دو شکستی

از دیدگاه اپتیک فیزیکی، بلورهای دوبار شکننده تحت عنوان تک محوری یا دومحوری رده بندی می شوند. مشاهده کرده ایم که در بلورهای تک محوری، ضرایب شکست، و از این رو سرعت امواج  $O$  و  $E$  (یعنی، امواج عادی و غیرعادی) در امتداد جهت واحدی به نام محور اپتیکی با همدیگر برابر می شوند. از سوی دیگر، در بلورهای دومحوری، دو جهت وجود دارد که در آنها سرعت امواج تخت از سمتگیری ارتعاشات فرودی مستقل است. این دو محور اپتیکی، با یکدیگر زاویه ای می سازند که از مشخصه های بلور به شمار می رود و تا حدی به طول موج بستگی دارد. بلورهای تک محوری را می توان حالت خاصی از بلورهای دومحوری تلقی کرد که در آن زاویه مابین دو محور صفر است.

### ۲۶-۱ سطوح موج برای بلورهای تک محوری

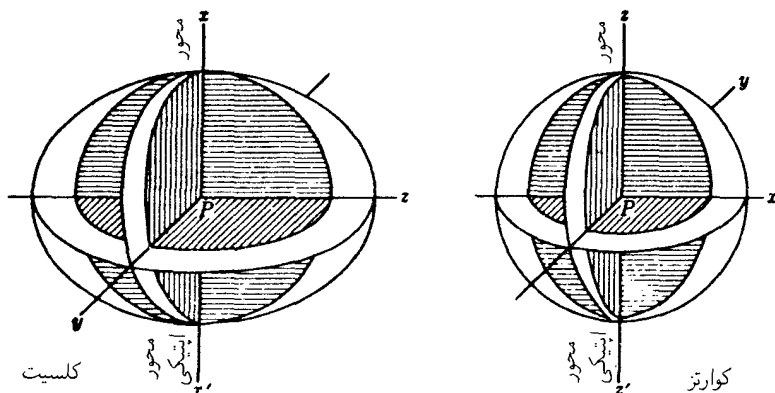
بلورهای تک محوری را می توان به دو رده، منفی و مثبت، تقسیم کرد. در بلور منفی مانند کلسیت، ضریب شکست پرتو غیرعادی کمتر از ضریب شکست پرتو عادی است. در کوارتز، بلور مثبت، ضریب شکست پرتو غیرعادی بزرگتر از ضریب شکست پرتو عادی است. بررسی کلی انتشار نور در بلورهای مثبت و منفی، معمولاً برحسب سطوح موج که در طراحی هویگنس بسیار سودمند است، صورت می گیرد.



شکل ۱-۲۶. نمودارهای سطح موج در کلسیت و کوارتز.

سطح موج عبارت است از جبهه‌موجی (یا زوج جبهه‌های موج) که یک منبع نقطه‌ای نور تکفام را به‌طور کامل در برگیرد. پس اگر دریکی از بلورهای شکل ۱-۲۶، منبع در  $P$  واقع باشد. دایره یا بیضی پیرامون آن نمایانگر رد جبهه‌های موج هستند که مکان هندسی نقاط همفاز در امواج فرستاده شده از  $P$  به‌شمار می‌روند. هرگاه این بلورها مواد همسانگردی مانند شیشه باشند، فقط یک سطح موج وجود خواهد داشت که به شکل کره در می‌آید، تا نشانه آن باشد که سرعت موج در همه جهات یکی است، ولی در اکثر مواد بلورین، دو سطح موج، سطح موج عادی و سطح موج غیرعادی، تشکیل می‌شود. هم در کلسیت و هم در کوارتز، سطح موج عادی کره و سطح موج غیرعادی بیضیواری چرخشی است. سطوح سه‌بعدی واقعی، از چرخش تصویرهای سطح مقطعی شکل ۱-۲۶، حول محورهای اپتیکی به‌دست می‌آیند که، به دلایلی که بعداً توضیح خواهیم داد، آنها را با  $xx'$  و  $zz'$  علامت‌گذاری می‌کنیم. دایره کره و بیضی بیضیوار چرخشی تولید می‌کند. سه سطح مقطع این سطوح را در شکل ۲-۲۶ مشاهده می‌کنید. خروج از مرکز مقاطع بیضوی در این شکلها، بزرگتر از مقدار واقعی نمایانده شده‌اند، و قطر اطول و اقصر آنها در واقع فقط با ۱۱ درصد برای کلسیت و ۶ درصد برای کوارتز، با یکدیگر فرق دارند.

در کلسیت، سطح بیضیوار با سطح کره محاطی در دو نقطه که در آنها محور اپتیکی مار بر  $P$  از سطوح می‌گذرد، مماس است. در کوارتز، سطح کره و بیضیوار محاطی آن، بر محور اپتیکی مار بر  $P$  کاملاً هم مماس نیستند. این امر به ایجاد یک پدیده کاملاً جدید به نام فعالیت اپتیکی می‌انجامد، و در فصل ۲۸ به تفصیل به آن خواهیم پرداخت. اما، نزدیکی دو سطح در امتداد محور اپتیکی چندان است که فعلاً آنها را، چنان‌که در دیگر بلورهای مثبت مانند دی‌اکسید تیتانیم، اکسید روی، یخ، و غیره پیش می‌آید، مماس خواهیم گرفت. باید یادآوری کنیم که به سبب باشندگی همه محیطهای مادی، سطوح موج نشان داده شده، فقط شامل یک طول موج هستند. برای طول موجهای دیگر، سطوح کوچکتر یا بزرگتر متناظر رسم می‌شوند. علاوه بر این، لازم است یادآوری کنیم که شعاعهای



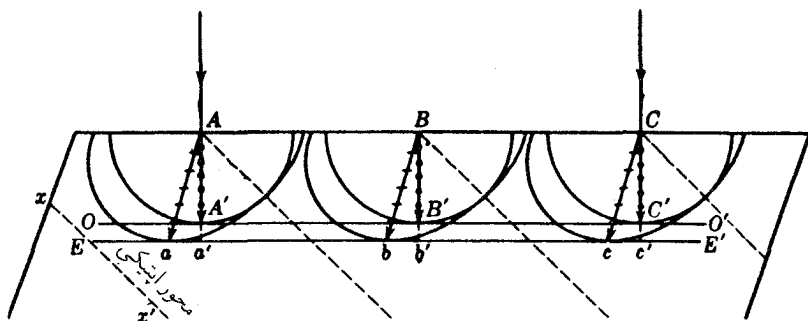
شکل ۲-۲۶. مقاطع سطوح موجی برای بلورهای کلسیت و کوارتز.

ترسیم شده از  $P$  با سرعتهای فازی متناسبند و از این رو آهنگ انتشار انرژی را تعیین نمی کنند. سرعتهای گروهی، که در محیطهای پاشنده معمولاً کمتر از سرعتهای فازی اند (بخش ۲۳-۷)، با سطوحی نمایش داده می شوند که به تناسب کوچکترند. فقط در مورد نور تکفام ایده آل، سطوح یاد شده با سطوح موجی که در اینجا توصیف کردیم، یکی می شوند.

در شکل ۲۶-۱، جهت ارتعاش در دو سطح موجی با علامت  $\perp$  برای ارتعاشات عمود بر صفحه کاغذ، و با علامت  $\parallel$  برای ارتعاشات واقع بر صفحه کاغذ مشخص شده اند. این ارتعاشات، پس از بررسی چگونگی کاربرد سطوح موجی، با دقت بیشتری مشخص خواهند شد.

## ۲-۲۶ انتشار امواج تخت در بلورهای تک محوری

منشأ دوشکست نور در سطوح بلوری را می توان به آسانی برحسب سطوح موجی که هم اکنون تشریح کردیم، توضیح داد. این کار با بهره گیری از اصل هویگنس در مورد موجکهای ثانوی، انجام می شود. مثلاً یک باریکه موازی نور در فرود عمود بر سطح بلوری مانند کلسیت را، که محور اپتیکی آن زاویه دلخواهی با سطح بلور می سازد، در نظر می گیریم (شکل ۲۶-۳). جهت محور اپتیکی با خط چین مشخص شده است. اکنون بنابر اصل هویگنس، می توان نقاطی را در امتداد جبهه موج به دلخواه به عنوان منابع نقطه ای جدید نور اختیار کرد. در اینجا،  $A$ ،  $B$ ، و  $C$  را درست در محل برخورد موج با مرز بلور اختیار کرده ایم. پس از یک بازه زمانی کوتاه، موجکهای هویگنس، در ضمن ورود از این نقاط به داخل بلور، به همان شکلی خواهند بود که نشان داده شده است.

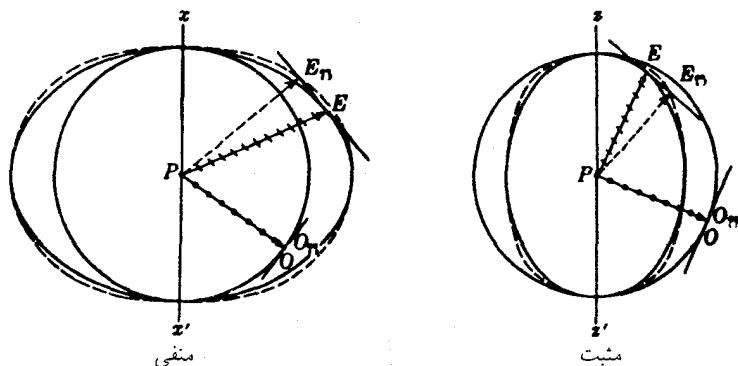


شکل ۲۶-۳ طراحی هویگنس برای موج تخت در فرود عمودی بر یک بلور کلسیت.

حال، چنانچه مماس مشترک این موجکهای ثانوی را ترسیم کنیم، دو موج تخت  $OO'$  و  $EE'$  در شکل را به دست می‌آوریم. نظر به اینکه  $OO'$  بر موجکهای کروی مماس است، نظیر موجی رفتار خواهد کرد که در یک ماده همسانگرد، در امتداد عمود بر سطح آن و با سرعتی متناسب با  $AA'$  و  $BB'$  و  $CC'$ ، منتشر می‌شود. در فصل پیش دیدیم که ارتعاشات این موج  $O$ ، بر مقطع اصلی عمود است. مماس موجکهای بیضیوار، نمایشگر جبهه موج برای ارتعاشات  $E$  است، که در مقطع اصلی قرار می‌گیرند. پرتوهای  $E$ ، که بین مبدأ موجکها و نقاط تماس رابطه برقرار می‌کنند، از پرتوهای  $O$  دور می‌شوند و دیگر بر جبهه موج عمود نیستند. آنها جهتی را نشان می‌دهند که در آن یک باریکه باریک نور، در جهتی که انرژی ارتعاشات،  $E$ ، منتقل می‌شوند، شکسته می‌شد. سرعت آن، که متناسب با  $Aa$ ،  $Bb$ ، یا  $Cc$  است، سرعت پرتو نام دارد. این سرعت، که از سرعت عمودی بزرگتر است، توسط  $AA'$ ،  $Bb'$ ، یا  $CC'$  سنجیده می‌شود و همان سرعت عبور موج از میان بلور در جهتی عمود بر سطح تخت خودش است.

هرگاه نمودار سرعت عمودی  $Aa'$  را در مختصات قطبی به صورت تابعی از زاویه میان محور اپتیکی و خط عمود بر موج  $E$  ترسیم کنیم، تخم‌مرغهای خط‌چین شکل ۲۶-۴ را به دست می‌آوریم. البته این منحنیها، سطوح سه‌بعدی متقارنی حول محور اپتیکی هستند. اکنون می‌بینیم که سطح موجی، یعنی بیضیوار چرخشی، واقعاً یک سطح سرعت پرتو است. سطح سرعت عمودی و سطح سرعت پرتو برای ارتعاشات عادی، هر دو را با دایره یا کره نمایش می‌دهند. از این پس، بیضیوار چرخشی را، سطح موجی موج  $E$  و تخم‌مرغی چرخشی را سطح سرعت عمودی موج  $E$  می‌خوانیم.

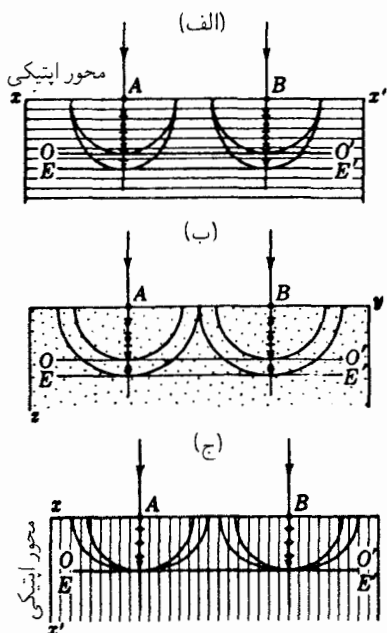
در ترسیم شکل ۲۶-۳، محور اپتیکی را روی صفحه کاغذ گرفته‌ایم. در صورتی که محور اپتیکی روی صفحه کاغذ نباشد، صفحه مماس بر موجکهای بیضیوار، در نقاطی در جلو یا پشت صفحه



شکل ۴-۲۶. سطوح موج و سطوح سرعت عمودی در بلورهای تک محوری.

کاغذ با هم مماس خواهند بود. ولی چنانچه محور اپتیکی، موازی با یا عمود بر سطح بلور باشد، وضعیت به صورت خاصی ساده خواهد بود. در شکل ۴-۲۶ ۵-ترسیم هویگنس را در این حالت‌های مهم، که وجه بلور (۱) موازی با محور اپتیکی، مانند (الف) و (ب)، و (۲) عمود بر محور اپتیکی، مانند (ج)، برش می‌یابد. مشاهده می‌کنید. در هر دو حالت، سرعت‌های پرتو با سرعت‌های عمودی برابرند، و دوشکستی وجود ندارد. اما، در حالت (۱)، موج  $E$  سریعتر از موج  $O$  حرکت می‌کند. هرگاه اختلافی در این سرعت‌ها وجود داشته باشد، پدیدهٔ تداخل در نور قطبیده پیش می‌آید که در فصل بعد پیرامون آن بحث خواهیم کرد.

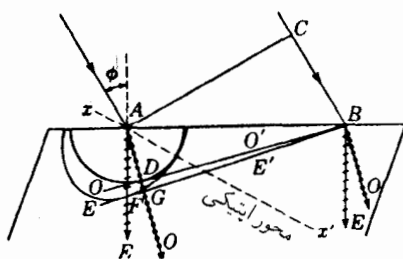
توجه به نکات زیر، در فهم رفتار نسبتاً پیچیدهٔ سرعت نوری که در جهات مختلف ارتعاش می‌کند و به کمک سطح موجی توصیف می‌شود، به ما یاری خواهد رساند. موج  $O$  که در همه جا عمود بر محور اپتیکی ارتعاش می‌کند، در همهٔ جهات دارای سرعت یکسان است. ارتعاشات موج  $E$  برای هر گونه پرتویی که از  $P$  (شکل ۴-۲۶) ترسیم شود، زاویهٔ متفاوتی با محور می‌سازند. در حالت خاص، برای پرتو ترسیم شده در امتداد محور اپتیکی، که ارتعاشات آن بر محور عمود باشند، سرعتش با سرعت پرتو  $O$ ، که آن نیز در راستای عمود بر محور ارتعاش می‌کند، برابر می‌شود. این نکات حاکی از آنند که سرعت نور بنابه دلایلی به زاویه میل میان ارتعاشات و محور اپتیکی بستگی دارند. به زبان نظریه جامد کشسان، می‌توان آن را با منظور کردن دو ضریب کشسانی مختلف برای ارتعاشات موازی با و عمود بر محور اپتیکی تشریح کرد. مثلاً در کلسیت، نیروی بازگرداننده برای پرتو  $E$ ، در هنگام انتشار در جهت عمود بر محور اپتیکی (ارتعاشات موازی بر محور) را بزرگتر از نیروی بازگرداننده برای پرتو  $O$  در همان جهت (ارتعاشات عمود بر محور) می‌گیرند. لذا موج  $E$  در این جهت سریعتر حرکت می‌کند.



شکل ۲۶-۵ انتشار امواج تخت در فرود عمودی، از بلورهای کلسیت با برش موازی با و عمود بر محور ایتیکی.

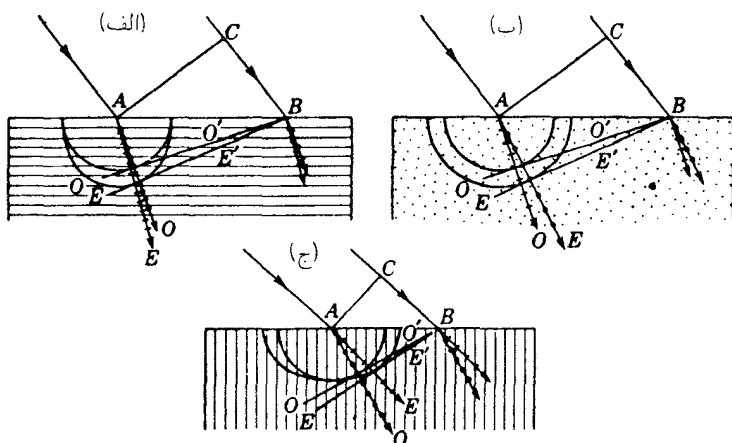
### ۲۶-۳ امواج تخت در فرود مایل

در ادامه مطالعه دوشکستی نور در بلورهای تک محوری، حالتی را در نظر می‌گیریم که یک باریکه نور موازی تحت زاویه‌ای روی سطح بلوری فرود می‌آید که محور ایتیکی آن در صفحه فرود قرار می‌گیرد و در عین حال با سطح بلور یک زاویه می‌سازد (شکل ۲۶-۶). در نقطه  $A$  که نور ابتدا در آنجا به



شکل ۲۶-۶ ترسیم هویگنس هنگامی که محور ایتیکی یک بلور کلسیت روی سطح فرود قرار دارد.





شکل ۲۶-۷ دوشکستی در بلورهایی که در برش آنها محور اپتیکی موازی و عمود بر سطح بلور است.

مرز بلور برخورد می‌کند، سطح موجی  $O$  را با شعاعی ترسیم می‌کنیم که نسبت  $CB/AD$  برابر با ضریب شکست پرتو  $O$  باشد. سپس سطح موج بیضیواری، مماس بر دایره در نقطه تقاطع آن با محور اپتیکی  $ax'$ ، رسم می‌شود. نقاط  $F$  و  $D$  و مکان جبهه‌های جدید  $DB$  و  $FB$ ، با ترسیم مماسهای دایره و بیضی از نقطه مشترک  $B$ ، یافته می‌شود. در حالی که نور از  $C$  به  $B$  در هوا حرکت می‌کند، ارتعاشات  $O$  از  $A$  به  $D$  در بلور حرکت می‌کنند و ارتعاشات  $E$  از  $A$  به  $F$  می‌روند. در حالت کلیتری که محور اپتیکی روی صفحه فرود قرار ندارد، پرتو شکسته هم در آن صفحه قرار نخواهد گرفت. در چنین حالتی، شکلهای سه بعدی ضرورت پیدا می‌کنند و نمایش آنها چندان آسان نیست.

اصول ترسیم هویگنس را در سه حالت خاص در شکل ۲۶-۷ به کار گرفته ایم. در (الف) و (ج)، محور اپتیکی، صفحه فرود، و صفحات اصلی  $O$  و  $E$ ، بر صفحه کاغذ منطبق اند. در (ب)، محور اپتیکی بر صفحه فرود عمود است و تصاویر مقاطع سطوح موجی از  $A$ ، دو دایره به وجود می‌آورند. این حالت است که دو صفحه اصلی تعیین کننده جهت‌های ارتعاش پرتوهای  $E$  و  $O$  (بخش ۲۴-۹) از همدیگر و از مقطع اصلی مجزایند.

با نظر به هندسه و روابط هندسی می‌توان برای حالت خاص شکل ۲۶-۷ (الف)، که در آن محور اپتیکی هم روی سطح و هم روی صفحه فرود واقع است، نشان داد که جهت پرتوهای شکسته از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{n_E}{n_O} = \frac{\tan \phi'_E}{\tan \phi'_O}$$

در این رابطه،  $\phi'_E$  و  $\phi'_O$  زوایای شکست، و  $n_E$  و  $n_O$  ضرایب شکست اصلی هستند.

## ۴-۲۶ جهت ارتعاشات

ماهیت فیزیکی "ارتعاشات" در بلورها را باید دقیقتر از آن چیزی مشخص کنیم که تاکنون صرفاً به عنوان نوسانات بردار الکتریکی (یا مغناطیسی) توصیف کرده‌ایم. به دلایلی که در زیر شرح خواهیم داد، جهت جابه‌جایی الکتریکی  $D$  (بخش ۲۳-۹) به‌طور کلی با جهت میدان الکتریکی،  $E$ ، یکی نیست. بهره‌گیری از معادلات ماکسول در مواد ناهمسانگرد، در امتداد خطوطی که در بخش ۲۶-۹ اجماً شرح خواهیم داد، نشان می‌دهد که ارتعاشات در جبهه موج ارتعاشات  $D$  هستند. اما، ارتعاشات  $E$  (یعنی بردار الکتریکی که نباید با علامت  $E$  برای موج غیرعادی اشتباه شود) بر امتداد پرتو عمودند و از این رو با جبهه موج زاویه می‌سازند. بنابراین، موج غیرعادی برای  $D$  یک موج عرضی است، اما برای  $E$  چنین نیست. در شکل‌های ۲۶-۳ و ۲۶-۴ و در آنچه بعداً مطرح خواهیم کرد، جهت ارتعاشات جابه‌جایی الکتریکی  $D$  را به‌عنوان جهت ارتعاشات منظور خواهیم کرد.

در بلورهای تک‌محوری، جهت‌های ارتعاش پرتوهای  $O$  و  $E$  را می‌توان برحسب صفحات اصلی این پرتوها مشخص کرد که در بخش ۲۴-۹ تعریف کردیم. ارتعاشات  $O$  بر صفحه اصلی پرتو  $O$  که حاوی این پرتو و محور اپتیکی است، عمودند. این ارتعاشات بر سطح موج  $O$  نیز مماسند. ارتعاشات  $E$  در صفحه اصلی پرتو  $E$  قرار دارند و بر سطح موجی  $E$  مماسند. شاید چنین به نظر آید که این تعاریف در حالتی نظیر شکل ۲۶-۳، که در آن مقطع اصلی و دو صفحه اصلی جملگی بر صفحه شکل منطبق‌اند، به پیچیدگی غیرضروری مطلب انجامد. اما در حالت کلیتر، که این سه صفحه با هم تفاوت دارند، نقش اساسی را ایفا می‌کنند. راه دیگر تعیین جهت ارتعاشات که کاربردی کاملاً کلی برای همه حالتها، و نیز بلورهای دو محوری دارد، به شرح زیر است. جابه‌جاییهای الکتریکی وابسته به پرتو (در بلورهای تک‌محوری با پرتو  $E$ )، در جهت تصویر پرتو روی جبهه موج آن قرار دارند. جابه‌جاییهای وابسته به پرتو دیگر را می‌توان از این واقعیت که به‌ازای جهت معلوم خط عمود بر موج، دو جهت ممکن  $D$  متقابلاً متعامدند، پیدا کرد. بررسی شکل‌های ارائه شده، انطباق با این قاعده را در حالت‌های ساده‌ای که منظور کرده‌ایم، نشان خواهد داد.

## ۵-۲۶ ضرایب شکست برای بلورهای تک‌محوری

معمولاً ضریب شکست، بنابر تعریف، عبارت است از نسبت سرعت نور در خلأ به سرعت آن در محیط مورد نظر. در بلورهای تک‌محوری، دو ضریب شکست اصلی وجود دارد، یکی سرعت

موج  $E$  در انتشار آن در امتداد عمود بر محور اپتیکی و دیگری که سرعت موج  $O$  را منظور می‌کنند. این ضریبهای شکست، به ضرایب کشسانی یاد شده در بخش ۲۶-۲ مربوط‌اند. در بلورهای منفی، مانند کلسیت، ضریب شکست اصلی برای موج غیرعادی عبارت است از سرعت نور در خلأ تقسیم بر سرعت ماکزیموم در بلور

$$n_E = \frac{\text{سرعت در خلأ}}{\text{سرعت ماکزیموم موج } E} \quad (۱-۲۶)$$

باید توجه کرد که سرعت عمودی ماکزیموم با سرعت پرتو ماکزیموم برابر است. ضریب شکست عادی، بنا بر تعریف، عبارت است از

$$n_O = \frac{\text{سرعت در خلأ}}{\text{سرعت موج } O} \quad (۲-۲۶)$$

در بلورهای تک‌محوری مثبت، ضریب شکست اصلی برای موج غیرعادی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$n_E = \frac{\text{سرعت در خلأ}}{\text{سرعت می‌نیموم موج } E} \quad (۳-۲۶)$$

ضرایب شکست اصلی برای کلسیت و کوارتز در جدول ۱-۲۶ برای طول‌موجهای مختلف در سرتاسر طیف مرئی، فرابنفش، و فروسرخ نزدیک درج شده‌اند.

چون سطح موج  $E$  با سطح موج  $O$  روی محور اپتیکی با هم مماس‌اند، ضریب شکست عادی  $n_O$ ، سرعت موج  $E$  در امتداد محور را نیز به دست می‌دهد. بنابراین، هر زوج مقداری  $n_O$  و  $n_E$  برای یک طول‌موج معلوم، نسبت میان قطر اطول و قطر اقصر سطوح موج غیرعادی برای آن طول‌موج نور را تعیین می‌کند.

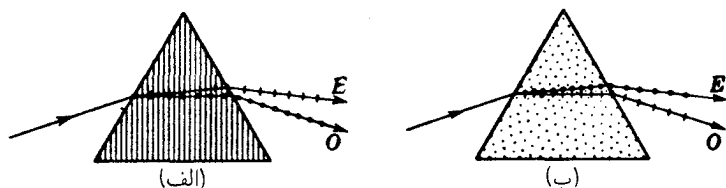
ضرایب شکست اصلی برای بلورهای تک‌محوری را می‌توان به سهولت و به‌طور تجربی با دستخوش شکست قرار دادن نور در عبور از منشور با زاویه معلوم، تعیین کرد. اگر هر یک از منشورهای شکل ۲۶-۸ را روی یک میز طیف‌سنج قرار دهیم، دو طیف مشاهده می‌کنیم. به‌ازای هر طول‌موج معلوم، دو خط طیفی و از این‌رو دو زاویه انحراف می‌نیموم وجود خواهد داشت. در

جدول ۱-۲۶. ضرایب شکست اصلی کلسیت و کوآرتز در ۱۸°C

کوآرتز همجوشیده	کوآرتز		کلسیت		طول موج Å	عنصر منبع نور
	$n_E$	$n_O$	$n_E$	$n_O$		
	۱٫۶۶۲۲۷	۱٫۶۴۹۲۷	۱٫۵۷۶۶۳	۱٫۹۰۳۰۲	۲۰۰۰٫۶۰	Au
۱٫۵۲۳۰۸	۱٫۶۲۹۹۲	۱٫۶۱۸۱۸	۱٫۵۴۹۱۴	۱٫۸۱۳۰۰	۲۲۶۵٫۰۳	Cd
۱٫۵۰۳۷۹	۱٫۶۰۷۱۴	۱٫۵۹۶۲۲	۱٫۵۳۰۱۳	۱٫۷۶۰۴۸	۲۵۷۳٫۰۴	Cd
۱٫۴۹۶۱۷	۱٫۵۹۸۱۳	۱٫۵۸۷۵۲	۱٫۵۲۲۶۷	۱٫۷۴۱۴۷	۲۷۴۸٫۶۷	Cd
۱٫۴۸۵۹۴	۱٫۵۸۷۲۰	۱٫۵۷۶۹۵	۱٫۵۱۳۶۶	۱٫۷۱۹۵۶	۳۰۳۴٫۱۲	Sn
۱٫۴۷۸۶۷	۱٫۵۷۷۳۸	۱٫۵۶۷۴۷	۱٫۵۰۵۶۱	۱٫۷۰۰۸۰	۳۴۰۳٫۶۵	Cd
۱٫۴۶۹۶۸	۱٫۵۶۶۷۱	۱٫۵۵۷۱۶	۱٫۴۹۶۹۴	۱٫۶۸۱۳۴	۴۰۴۶٫۵۶	Hg
۱٫۴۶۶۹۰	۱٫۵۶۳۴۰	۱٫۵۵۳۹۶	۱٫۴۹۵۵۲	۱٫۶۷۵۵۲	۴۳۴۰٫۴۷	H <sub>γ</sub>
۱٫۴۶۳۱۸	۱٫۵۵۸۹۸	۱٫۵۴۹۶۸	۱٫۴۹۰۷۶	۱٫۶۶۷۸۵	۴۸۶۱٫۳۳	H <sub>β</sub>
۱٫۴۶۰۱۳	۱٫۵۵۵۳۵	۱٫۵۴۶۱۷	۱٫۴۸۷۹۲	۱٫۶۶۱۶۸	۵۴۶۰٫۷۲	Hg
	۱٫۵۵۳۷۹	۱٫۵۴۴۶۷	۱٫۴۸۶۷۴	۱٫۶۵۹۰۶	۵۷۹۰٫۶۶	Hg
۱٫۴۵۸۴۵	۱٫۵۵۳۳۶	۱٫۵۴۴۲۵	۱٫۴۸۶۴۱	۱٫۶۵۸۳۶	۵۸۹۲٫۹۰	Na
۱٫۴۵۶۴۰	۱٫۵۵۰۹۳	۱٫۵۴۱۹۰	۱٫۴۸۴۶۱	۱٫۶۵۴۳۸	۶۵۶۲٫۷۸	H <sub>α</sub>
۱٫۴۵۵۱۷	۱٫۵۴۹۴۷	۱٫۵۴۰۴۹	۱٫۴۸۳۵۹	۱٫۶۵۲۰۷	۷۰۶۵٫۲۰	He
	۱٫۵۴۸۰۰	۱٫۵۳۹۰۷	.....	.....	۷۶۶۴٫۹۴	K
۱٫۴۵۳۴۰	۱٫۵۴۷۳۹	۱٫۵۳۸۴۸	.....	.....	۷۹۴۷٫۶۳	Rb
			۱٫۴۸۲۱۲	۱٫۶۴۸۶۷	۸۰۰۷٫۰۰	
	۱٫۵۴۶۴۰	۱٫۵۳۷۵۲	.....	.....	۸۴۴۶٫۷۰	O
			۱٫۴۸۰۹۵	۱٫۶۴۵۷۹	۹۰۴۷٫۰	
	۱٫۵۴۳۶۰	۱٫۵۳۴۸۳	.....	.....	۱۰۱۴۰٫۶	Hg
			۱٫۴۷۹۸۲	۱٫۶۴۲۷۶	۱۰۴۱۷٫۰	

این صورت، ضرایب شکست  $O$  و  $E$  به طریق متداول (بخش ۵-۲) با این فرمول محاسبه می‌شوند:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{\gamma}(\alpha + \delta_m)}{\sin \frac{1}{\gamma}\alpha} \quad (۴-۲۶)$$



شکل ۸-۲۶. دوشکستی در منشورهای برش یافته از یک بلور منفی تک محوری.

جدول ۲-۲۶ ضرایب شکست در  $(TiO_2)$  (روتیل) برای چند خط فرانیهو فر اصلی

$n_E$	$n_O$	$\lambda, \text{\AA}$	علامت
۲٫۸۵۶۰	۲٫۵۷۱۰	۶۵۶۱	C(H $\gamma$ )
۲٫۹۰۸۹	۲٫۶۱۳۱	۵۸۹۰	D(Na)
۲٫۹۸۵۷	۲٫۶۷۳۸	۵۲۷۰	E(Fe)
۳٫۰۶۳۱	۲٫۷۳۴۶	۴۸۶۱	F(H $\beta$ )
۳٫۲۲۳۲	۲٫۸۵۸۷	۴۳۴۰	G'(H $\gamma$ )
۳٫۴۲۶۱	۳٫۰۱۲۸	۳۹۶۸	H(Ca $^+$ )

که در آن  $\delta_m$  زاویه انحراف می نیموم و  $\alpha$  زاویه منشور است. در حالت انحراف می نیموم منشور (الف)، پرتو  $E$  اساساً عمود بر محور اپتیکی حرکت می کند، که شرط لازم برای اندازه گیری ضریب شکست اصلی،  $n_E$ ، است. در منشور (ب) باید توجه کرد که مقطع سطح موج، دو دایره ایجاد می کند. یعنی، سرعت پرتو  $E$  و همچنین سرعت پرتو  $O$ ، مستقل از جهت در صفحه شکل هستند و قانون اسنل برای شکست در آن جهت نیز صادق است. دو رابطه مفید برای محاسبه نقاط روی بیضی ترسیم شده در محورهای مختصات عمود برهم، عبارت اند از:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \begin{matrix} x = a \cos \phi \\ y = b \sin \phi \end{matrix} \quad (5-26)$$

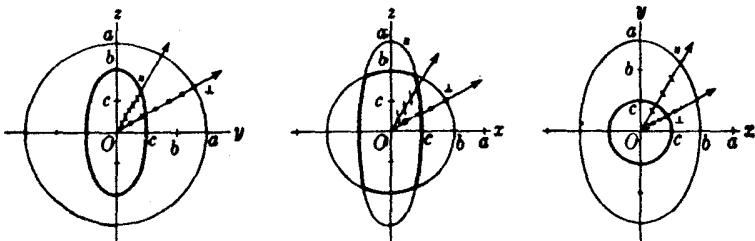
یکی از جالبترین بلورهای تک محوری، روتیل نام دارد که همان  $TiO_2$  (اکسید تیتانیم) است که در آزمایشگاه تهیه شده و بلوری است شفاف و به رنگ سفید مایل به بی رنگ و برای تهیه گوهرهایی با شش برابر درخشش الماس، به کار می رود. ضرایب شکست مندرج در جدول ۲-۲۶ به کمک معادلات دو جمله ای کوشی تعدیل یافته محاسبه شده اند:

$$\begin{aligned} \text{برای پرتو } O: \quad n_O^2 &= 5,913 + \frac{2,441 \times 10^7}{\lambda^2 - 0,7803 \times 10^7} \\ \text{برای پرتو } E: \quad n_E^2 &= 7,197 + \frac{3,322 \times 10^7}{\lambda^2 - 0,7843 \times 10^7} \end{aligned} \quad (۶-۲۶)$$

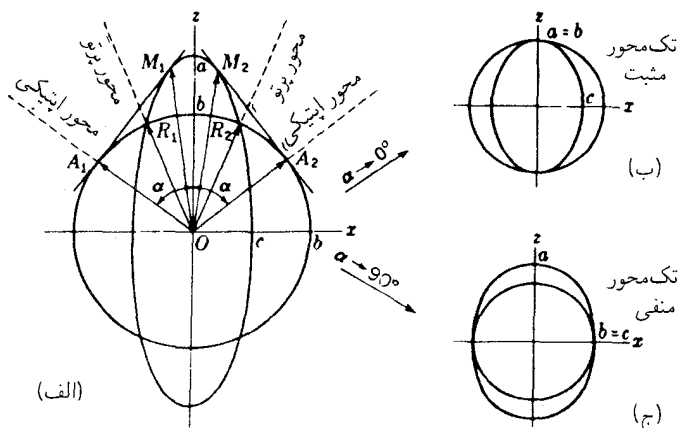
### ۶-۲۶ سطوح موج در بلورهای دومحوری

اکثر بلورهایی که در طبیعت یافت می‌شوند دو محوری‌اند، و دارای دو محور اپتیکی، یا جهت‌های تک سرعت عمودی هستند. دوشکستی در این بلورها درست مانند سرعت در کلسیت و کوارتز، به آسانترین نحوه، برحسب نمودارهای سطح موج و اصل هویگنس قابل توصیف‌اند. در شکل ۹-۲۶ سه تصویر سطح مقطعی از سطوح موج مربوط به بلوری دومحوری را مشاهده می‌کنید. مانند قبل، جهت‌های ارتعاش به‌کمک نقاط و خطوط نشان داده می‌شوند. هر مقطع، دو سطح را به‌صورت یک دایره و یک بیضی برش می‌دهد، و این دایره و بیضی در هر سه مقطع با هم فرق می‌کنند. شکل‌های ترسیم شده، حالتی را نشان می‌دهند که نیم‌قطر فصل مشترک سطح موج با صفحات مختصات، مطابق شکل،  $a = 3$ ،  $b = 2$  و  $c = 1$ ، به‌شمار می‌آیند (چنین اختلاف‌های زیادی میان  $a$ ،  $b$ ، و  $c$  هرگز در طبیعت پیش نمی‌آید).

از این مقاطع سه‌گانه، مقطع میانی (که در صفحه  $xz$  واقع است) از همه جالبتر است، زیرا حاوی چهار نقطه خاص است که در آنها سطح موج خارجی (خط کمرنگ) با سطح داخلی (خط پررنگ) تماس پیدا می‌کند. پرتوهای  $OR_1$  و  $OR_2$ ، مطابق شکل ۹-۲۶ الف، جهت‌هایی را نشان می‌دهند که در آنها فقط یک سرعت پرتو وجود دارد. اینها محورهای اپتیکی نیستند. محورهای اپتیکی  $A_1M_1$  و  $A_2M_2$  از ترسیم صفحات مماس به‌دست می‌آیند. این صفحات مماس با سطح خارجی سه‌بعدی، در دایره‌هایی که قطرهایشان  $A_1M_1$  و  $A_2M_2$  است، با هم مماس می‌شوند، اما نشان دادن آن در شکل دوبعدی، گرچه در صحت مطلب شکی نیست، دشوار است. چون



شکل ۹-۲۶ مقاطع سطوح موج برای بلورهای دومحوری.



شکل ۱۰-۲۶ نمودار سطح موج برای: (الف) یک بلور دومحوری؛ و (ب) و (ج) برای حالت‌های حدی بلورهای تک‌محور.

مقطع یکی از سطوح دایره است، خطوط  $OA_1$  و  $OA_2$  بر صفحات مماس عمودند. بنابراین، آنها سرعت عمودی یکسانی هم برای بیضی و هم دایره ارائه می‌کنند؛ از این رو  $OA_1$  و  $OA_2$  برای نقطه  $O$  محورهای اپتیکی‌اند.

از شکل ۹-۲۶ مشاهده می‌شود که می‌توان شکل سطوح موجی را با مشخص کردن سه ضریب اصلی شکست تعیین کرد. ضرایب شکست را می‌توان از این واقعیت تعیین کرد که سه سرعت خاص، به ترتیب متناظر با ارتعاشاتی در امتداد موازی با  $x$ ،  $y$ ،  $z$  وجود دارد. نظریه جامد کشسان، سه ضریب کشسانی متفاوت برای این سه نوع ارتعاش، که به این سه سرعت می‌انجامند، مشخص می‌کند. اگر سطوح موجی جبهه‌های موج را پس از طی مسافتی در مدت یک ثانیه از نقطه  $O$  نمایش دهند، ضرایب شکست، از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\bullet \quad n_a = \frac{V}{a} \quad n_b = \frac{V}{b} \quad n_c = \frac{V}{c} \quad (۷-۲۶)$$

که در آن  $V$  فاصله‌ای است که نور در ظرف یک ثانیه درخلاً پیموده است و  $a$ ،  $b$ ،  $c$  نیم‌قطرهای مقاطع بیضوی جبهه‌موج‌اند. در جدول ۳-۲۶، مقایر  $n_a$ ،  $n_b$ ،  $n_c$  و برای چندین بلور درج شده است.

تمایز میان بلورهای مثبت و منفی بر مبنای اینکه زاویه  $\alpha$  در شکل ۱۰-۲۶ (الف) کوچکتر یا بزرگتر از  $45^\circ$  است، صورت گرفته است.

جدول ۲۶-۳ ضرایب اصلی شکست برای بلورهای دومحوری (با نورسیدیم)

زاویه $\alpha$	$n_c$	$n_b$	$n_a$	بلور و فرمول آن
درجه				بلورهای منفی
۷۱٫۰	۱٫۵۹۷۷	۱٫۵۹۳۶	۱٫۵۶۰۱	میکا $[\text{KH}_2\text{Al}_2(\text{SO}_4)_2]$
۸۱٫۴	۱٫۶۸۶۰	۱٫۶۸۲۰	۱٫۵۳۱۰	آراگونیت $[\text{CaO}(\text{CO})_2]$
۴۶٫۳	۲٫۷۱۰۰	۲٫۶۱۰۰	۲٫۵۱۲۰	لیتارگیت $(\text{PbO})$
۸۰٫۷	۴٫۳۰۳۰	۴٫۰۴۶۰	۳٫۱۹۴۰	استینیت $(\text{Sb}_2\text{S}_3)$ (۷۶۲۰)
				بلورهای مثبت
۲۲٫۱	۱٫۶۱۳۰	۱٫۵۷۵۰	۱٫۵۶۹۰	اندرید $(\text{CaSO}_4)$
۳۷٫۳	۲٫۲۴۰۰	۲٫۰۴۳۰	۱٫۹۵۰۰	گوگرد (S)
۲۰٫۸	۱٫۶۲۷۰	۱٫۶۲۰۰	۱٫۶۱۹۰	توپاز $[(2\text{AlO})\text{FSiO}_2]$
۳۳٫۳	۱٫۵۳۰۰	۱٫۵۲۳۰	۱٫۵۲۰۰	تورکیز $(\text{CuO}_2 \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{P}_2\text{O}_5 \cdot 9\text{H}_2\text{O})$

زاویه  $\alpha$  در شکل ۲۶-۱۰ (الف) را می‌توان از شرایط هندسی که مابین دایره و بیضی برقرار است، و نیز از رابطه زیر، به‌دست آورد

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}} \quad (۸-۲۶)$$

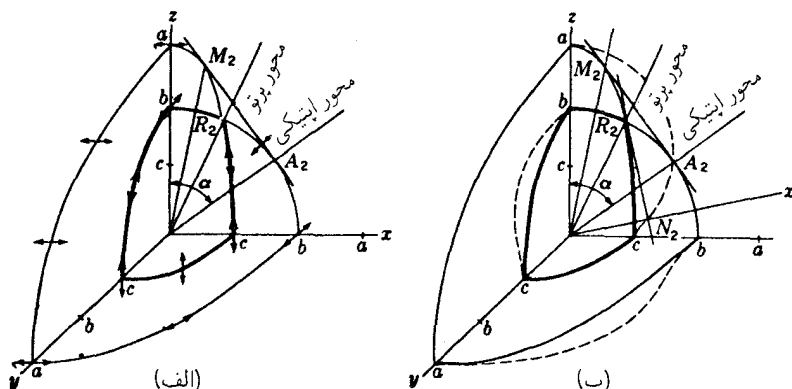
از این نمودار مشاهده می‌شود که با میل کردن  $a$  به سوی  $b$ ، زاویه  $\alpha$  به سوی صفر میل می‌کند و سطح، شکل یک بلور تک‌محوری مثبت را به خود می‌گیرد [شکل ۲۶-۱۰ (ب)]. از سوی دیگر، وقتی که  $\alpha = 90^\circ$ ، آنگاه  $b = c$  و سطح به شکل یک بلور تک‌محوری منفی، مانند قسمت (ج) در شکل، است. برحسب ضریبهای شکست، این حالت‌های حدی عبارت‌اند از:

$$n_E = n_c, n_O = n_a \quad \text{یا} \quad n_b \quad \text{دارای بلور تک‌محوری مثبت،} \quad n_a = n_b < n_c$$

$$n_E = n_a, n_O = n_b \quad \text{یا} \quad n_c \quad \text{دارای بلور تک‌محوری منفی،} \quad n_a < n_b = n_c$$

باید در شکل ۲۶-۹ توجه کرد که هر صفحه مختصات حاوی یک مقطع دایره‌ای از سطح موج است. یعنی، یکی از دو پرتو شکسته به داخل بلور در امتداد هر کدام از این صفحات، از قانون





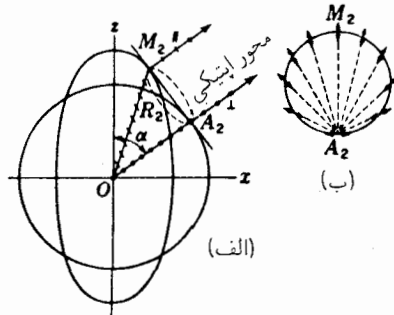
شکل ۲۶-۱۱ مقاطع یک ربع سطح موجی برای بلوری دومحوری. خط چینها سطح سرعت عمودی هستند. بیکانها جهت جابه‌جایی الکتریکی را نشان می‌دهند.

اسنل پیروی خواهد کرد. بنابراین، می‌توان از بلورها منشورهایی را چنان برش داد که در آنها از این خاصیت برای تعیین ضرایب اصلی شکست استفاده شود.

در شکل ۲۶-۱۱، یک ربع سطح موج برای بلوری دومحوری نشان داده می‌شود، تا جهت‌های جابه‌جاییهای الکتریکی،  $D$ ، یعنی ارتعاشات در جبهه‌های موج نمایش، و سطح سرعت عمودی (خط‌چین) نیز نشان داده شوند. ورقه بیرونی با ورقه داخلی تنها در چهار نقطه، جایی‌که "چال افتادگی‌هایی" را تشکیل می‌دهد، تماس برقرار می‌کند. این چال‌افتادگیها یا فرورفتگیها را در نقاطی مانند  $R_2$  که در آن سطح موج را محور پرتو قطع می‌کند، باید جستجو کرد. در امتداد محورهای  $x$ ،  $y$ ، و  $z$ ، سرعت پرتو با سرعت عمودی برابر است. خواهیم دید که ارتعاشات در سطح موج، هر کجا که دارای مقطع دایره‌ای باشد، بر صفحه مختصات عمود است، زیرا فقط تحت این شرایط می‌توانند زاویه ثابتی را با محور اپتیکی حفظ کنند.

## ۲۶-۷ شکست مخروطی داخلی

تحقیق و بررسی در شکست نور در بلورهای دومحوری از همان راه و رسمی پیروی می‌کند که در بخشهای قبل در باره بلورهای تک‌محوری به‌کار گرفتیم. مثلاً در بررسی شکست در صفحه  $xz$ ، می‌توانیم از ترسیم هویگنس در به‌کارگیری موجکهای ثانویه به‌صورتی که در شکل ۲۶-۱۰ نشان دادیم، سود جویم. به‌طور کلی، دو پرتو شکسته خطی قطبیده ایجاد می‌شود، از این‌رو در اینجا هم با دوشکستی مواجهیم. ولی، دو حالت خاص پیش می‌آید که در آنها رفتار بلور دومحوری با

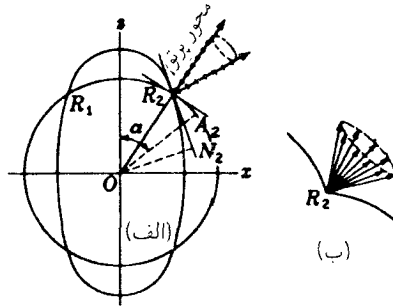


شکل ۱۲-۲۶ (الف) هندسه شکست مخروطی داخلی؛ (ب) مقطع عرضی نور شکسته مخروطی داخلی که جهت‌های ارتعاش را نشان می‌دهد.

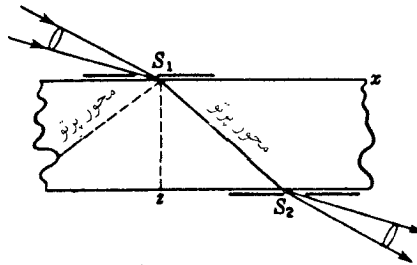
رفتار نوع ساده‌تر تک‌محوری فرق می‌کند. این حالتها، با حالتی منحصر به فرد در بلور تک‌محوری که در آن نور را در امتداد محور اپتیکی‌اش می‌فرستادیم، متناظرند. یکی از اینها، یعنی شکست مخروطی داخلی، وقتی مشاهده می‌شود که باریکه نور در امتداد یکی از محورهای اپتیکی داخل بلور سم‌گیری کند. در حالت دیگر، یعنی شکست خارجی مخروطی، سم‌گیری باریکه را در امتداد یکی از محورهای پرتو قرار می‌دهند.

شکست مخروطی داخلی به صورت زیر روی می‌دهد: چنان‌که قبلاً گفته‌ایم، صفحه مماس  $A_2M_2$  [شکلهای ۱۰-۲۶ (الف) و ۱۲-۲۶ (الف)] با سطح موج سه‌بعدی، روی دایره‌ای به قطر  $A_2M_2$  تماس پیدا می‌کند. حال، فرض می‌کنیم که تیغه‌ای متوازی‌السطوح از یک بلور را چنان برش داده‌ایم که سطوح آن بر یکی از محورهای اپتیکی بلور عمود باشد و ضخامت بلور هم عبارت است از  $OA_2$  در شکل ۱۲-۲۶ (الف). یکی از پرتوهای ناقطبیده نور به طور عمودی در نقطه  $O$  بر سطح اول فرود می‌آید. ارتعاشات عمودی در امتداد محور اپتیکی  $OA_2$  حرکت و بدون انحراف عبور می‌کنند. ارتعاشات موازی در امتداد  $OM_2$  منتشر می‌شوند، و پس از یک شکست دوم در همان جهت  $OA_2$  خارج می‌شوند. حال، پرتو فرودی ناقطبیده حاوی ارتعاشاتی در همه صفحات عبوری از راستای پرتو است (بخش ۲۴-۲) و برای هر صفحه خاص از این صفحات ارتعاش، جهت متفاوتی وجود دارد که در امتداد آن، موج با سرعت عمودی انتشار می‌یابد، چنان‌که این سرعت عمودی با سرعت عمودی هر پرتو دیگر برابر باشد. در سه‌بعد، این پرتوها مخروطی از نور را در بلور تشکیل می‌دهند که از  $O$  به بیرون پخش می‌شود. همه این امواج که هم‌زمان به سطح دوم  $A_2M_2$  می‌رسند، به موازات یکدیگر می‌شکنند و استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای تشکیل می‌دهند. طرز قرار گرفتن صفحات ارتعاش در این مقطع دایره‌ای ناشی از باریکه نور استوانه‌ای شکل توخالی را در شکل ۱۲-۲۶ (ب) مشاهده می‌کنید.





شکل ۲۶-۱۴ هندسه شکست مخروطی خارجی.



شکل ۲۶-۱۵ روش مشاهده شکست مخروطی خارجی.

مخروطی از پرتوها از آن خارج خواهند شد، زیرا هر عمود بر موج در داخل با یک پرتو شکسته در بیرون متناظر است. بنابراین، مخروطی از عمود بر موجها هم در داخل و هم در خارج وجود دارد. بنابر اصل برگشت پذیری پرتوهای نور، مخروطی خالی از پرتوهای نور قطبیده از خارج یک بلور، باید با هم یکی شوند و یک پرتوی در داخل تشکیل دهند که در امتداد محور تک پرتو حرکت کند.

از دیدگاه تجربی، مخروط پری از نور همگرای ناقطبیده، اندکی بزرگتر از مخروط ضروری، را بر تیغه بلوری که مطابق بلور شکل ۲۶-۱۵ برش یافته است، می اندازند. مکان محور پرتو با حرکت دادن یکی از دهانه های روزنه ای  $S_1$  و  $S_2$  تعیین می شود. تیغه بلوری از نور فرودی، مخروط توخالی پرتوهای مرتعش در صفحات مناسب را که با هم یکپارچه می شوند و یک پرتو تشکیل می دهند، برمی گزینند. پرتوهای گوناگون دیگر، در جهت های مختلفی در بلور حرکت می کنند و حایل  $S_2$  آنها را متوقف می کند. در نتیجه شکست از سطح دوم بلور، یک مخروط توخالی از نور قطبیده

در حالت خروج از  $S_2$  مشاهده می‌شود. مخروط نشان داده شده در شکل ۱۵-۲۶ با مخروط شکل ۱۴-۲۶ (ب) یکی نیست، بلکه مخروطی است که از شکست آن تولید می‌شود.

## ۹-۲۶ نظریه دوشکستی

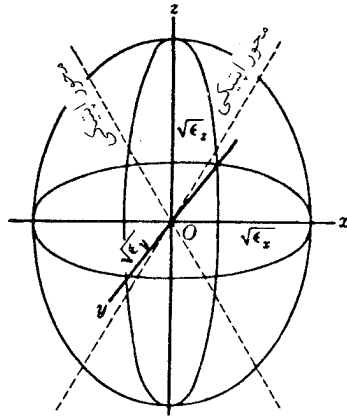
معادلات ماکسول برای محیطهای بلوری، همان شکلی را دارند که در بخش ۹-۲۳ به‌طور کلی برای محیطهای شفاف ارائه کردیم، یعنی

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t} &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} & -\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} &= 0 & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (9-26)$$

اما، فقط در مورد ماده همسانگردی چون شیشه، نوشتن جابه‌جایی الکتریکی به صورت  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  مطابق مطالب بخش ۹-۲۳، جایز است در بلورهای ناهمسانگرد، معلوم شده است که مقادیر ثابت دی‌الکتریک،  $\epsilon$ ، با سمتگیری محور یا محورهای اپتیکی نسبت به میدان الکتریکی،  $\mathbf{E}$ ، تغییر می‌کنند. در نظریه الکترونی محیطهای دی‌الکتریک، مقدار ثابت دی‌الکتریک به قطبش آنها تحت تأثیر میدان الکتریکی بستگی دارد. این امر، در ارتباط با بحث پاشندگی ذکر شده است. اثر میدان الکتریکی عبارت است از تولید یک جابه‌جایی اندک و نسبی در بارهای مثبت و منفی، به طوری که اتم دستخوش گشتاور الکتریکی قرار می‌گیرد. حال، گشتاوری که در یک اتم ایجاد می‌شود، به میدان الکتریکی در آن اتم بستگی دارد که بخشی از آن به وسیله میدانهای سایر اتمهای قطبیده در مجاورت بلاواسطه آن تعیین می‌شود. اگر این اتمهای دیگر به طریق خاصی آرایش یافته باشند، روشن است که قطبش و ثابت مؤثر دی‌الکتریک، باید به سمتگیری بردار الکتریکی امواج بستگی داشته باشند. مثلاً، در کلسیت اتمهای اکسیژن در گروه  $CO_3$ ، آسانتر از سایر اتمهای قطبیده می‌شوند، و تأثیر شدیدی بر یکدیگر می‌گذارند. تحت این تأثیر، قطبیدگی آنها بر اثر میدان الکتریکی موازی با صفحه گروه، آسانتر از آن صورت می‌گیرد که تحت تأثیر میدانی عمود بر این صفحه باشد. نتیجه نهایی از این قرار خواهد شد که ضریب شکست باید برای نوری که بردار الکتریکی اش بر محور سه‌گوش\* عمود است، بزرگترین مقدار را داشته باشد.

به کمک نظریه الکترومغناطیس می‌توان این واقعیت را نشان داد که  $\epsilon$  در این بلورها با جهت تغییر می‌کند و به دوشکستی در آنها می‌انجامد. به استثنای سه جهت منحصر به فرد که متقابلاً

\* trigonal axis. اصطلاح بلورشناختی است. به آرایشی گفته می‌شود که محور اصلی آن دارای تقارن سه‌گانه باشد.



شکل ۲۶-۱۶ بیضیوار دی الکتریک برای یک بلور دومحوری.

بریکدیگر عمودند، جهت  $D$  با جهت  $E$  فرق می‌کند. مقدار  $\varepsilon$  در امتداد یکی از این سه محور ماکزیموم، در امتداد دیگر می‌نیموم و در امتداد سومی بینابین است. بنابراین، هرگاه این سه محور را با  $x, y, z$  نشان دهیم، نتیجه می‌گیریم که برای سه مؤلفه  $D$  در معادلات ماکسول باید نوشت:

$$D_x = \varepsilon_x E_x \quad D_y = \varepsilon_y E_y \quad D_z = \varepsilon_z E_z \quad (۱۰-۲۶)$$

هرگاه این سه مقدار را در معادلات (۹-۲۶) قرار دهیم، و معادلهٔ امواج الکترومغناطیسی تخت را به دست آوریم. معلوم خواهد شد که برای هر جهت جبهه موج دو سرعت به‌ازای ارتعاشات بردار  $D$  در دو جهت متقابلاً متعامد وجود دارد، و این واقعیت جنبه‌ای بنیادی از دوشکستی به‌شمار می‌رود.

موجزترین طریقهٔ نمایاندن نتایج نظریهٔ الکترومغناطیس، استفاده از آن چیزی است که می‌توان آن را بیضیوار دی الکتریک نامید. این بیضیواری است که به‌کمک این معادله توصیف می‌شود:

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = 1 \quad (۱۱-۲۶)$$

در این رابطه  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  ثابتهای اصلی دی الکتریک در معادلات (۱۰-۲۶) هستند. نیم‌محورهای این بیضیوار عبارت‌اند از  $\sqrt{\varepsilon_x}, \sqrt{\varepsilon_y}, \sqrt{\varepsilon_z}$  که در شکل ۲۶-۱۶ نشان داده شده و در آن  $\varepsilon_x < \varepsilon_y < \varepsilon_z$ . از این بیضیوار می‌توانیم سرعتهای دوگانه و جهت ارتعاشهای متناظرشان را برای

موجی که در هر جهت دلخواه در داخل بلور حرکت می‌کند به شرح زیر به دست آوریم. این طریقه نمایش را برای اولین بار فرنل برحسب نظریه جامد کشسان نور، ارائه کرده است. نظر به اینکه در نظریه قدیمتر، سرعت به کشسانی و چگالی اتر بستگی داشت، بیضیوار فرنل می‌توانست یا "بیضیواری کشسان" و یا "بیضیواری لختی" باشد. هرگاه به جای این مفاهیم، از مفهوم بیضیوار دی‌الکتریک سود جویم، می‌توانیم نتایج حاصل از طرز نمایش فرنل را مستقیماً با اصطلاحات نظریه الکترومغناطیسی بیان کنیم.

حال فرض می‌کنیم که امواج عادی نور در حال ارتعاش در همه صفحات، با عبور از نقطه  $O$  در داخل بلور در همه جهتها در حال حرکتند، و می‌خواهیم سطوح موجی دوگانه موصوف در بخشهای قبلی را تعیین کنیم. در معادله (۲۳-۱۶)، سرعت نور به قرار زیر به دست می‌آید:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \quad (12-26)$$

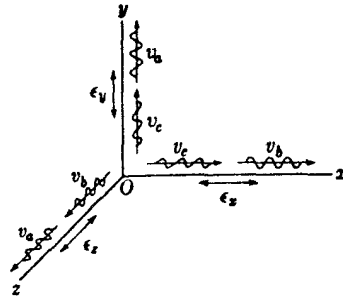
که در آن  $c$  سرعت نور در خلأ است. بنابراین، داریم

$$v_a = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}} \quad v_b = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_y}} \quad v_c = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_z}}$$

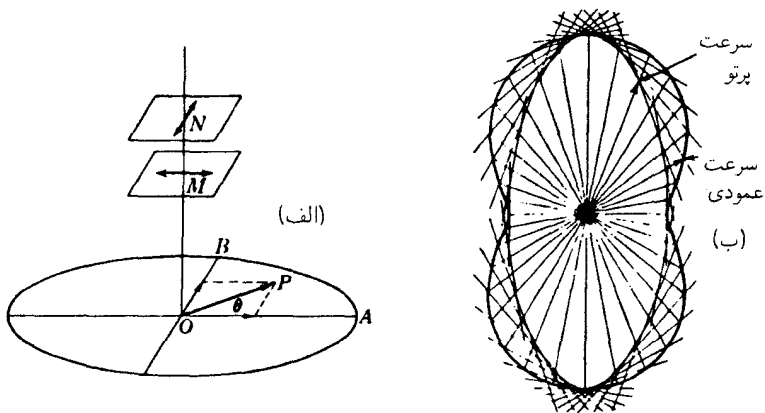
$$n_a = \sqrt{\epsilon_x} \quad n_b = \sqrt{\epsilon_y} \quad n_c = \sqrt{\epsilon_z}$$

که در آن  $v_a > v_b > v_c$ . حال،  $v_a$  نمایانگر سرعت امواج متحرک در جهت عمود بر محور  $x$ ، با جابه‌جایی الکتريشان به موازات آن است. بنابراین، سرعت این امواج را  $\epsilon_x$  تعیین می‌کند. به‌کارگیری این گزاره در مورد سایر جهتهای ارتعاش و سرعتهای انتشار در امتداد سه محور را می‌توان با بررسی شکل ۲۶-۱۷ دریافت.

اکنون ببینیم، چگونه می‌توان با استفاده از بیضیوار دی‌الکتریک، سرعتهای دوگانه را در هر جهت دلخواه، تعیین کرد. نخست یادآور می‌شویم که سرعتها در امتداد هر یک از محورهای مختصات با محورهای (نیم‌قطرهای) بزرگتر و کوچکتر مقطع بیضوی حاصل از صفحه مختصاتی که بر محور مختصات مورد نظر عمود باشد، تناسب معکوس دارند. به همین طریق، برای هر یک از جهتهای دیگر انتشار، صفحه‌ای به موازات صفحه موج از  $O$  عبور می‌دهیم. این صفحه، بیضیوار را به شکل یک بیضی قطع خواهد کرد که نیم‌قطر بزرگتر و کوچکتر آن، به ترتیب  $OA$  و  $OB$ ، در شکل ۲۶-۱۸ (الف) هستند. در خط عمود بر صفحه موج، فواصل  $OM$  و  $ON$  را متناسب با عکس فواصل  $OA$  و  $OB$  جدا می‌کنیم. صفحات  $M$  و  $N$  که با صفحه اصلی موازیند، نمایانگر یکی از مواضع بعدی امواج در حال ارتعاش به موازات دو محور بیضی به شمار می‌روند. هرگاه یک



شکل ۱۷-۲۶ همبستگی سرعتها و جهت‌های ارتعاش در امواجی با جهت‌های سه ثابت دی‌الکتریک.



شکل ۱۸-۲۶ ترسیم یک سطح سرعت عمودی.

تک‌ارتعاش در صفحه  $AOB$  را در نظر بگیریم که با  $OA$  زاویه  $\theta$  را می‌سازد، بردار الکتریکی  $OP$  را می‌توان به دو مؤلفه  $OP \cos \theta$  و  $OP \sin \theta$  تجزیه کرد. این مؤلفه‌ها در امتداد محور بزرگ و محور کوچک (نیم‌قطر اطول و نیم‌قطر اقصرا) با دو سرعت متفاوت حرکت می‌کنند. حال، چنانچه صفحه  $AOB$  حول  $O$  در هر جهت ممکن بچرخد، نقاط  $N$  و  $M$ ، سطوح سرعت عمودی را که در شکل ۱۱-۲۶ (ب) نشان داده‌ایم (خطوط نقطه‌چین) ترسیم خواهند کرد.

برای هر بیضیوار با سه محور مختلف، فقط دو صفحه وجود دارد که مقطع ناشی از بیضیوار روی آنها، دایره است. برای این دو صفحه،  $OA$  و  $OB$  در شکل ۱۸-۲۶ (الف) با هم مساوی و



صفحات  $M$  و  $N$  بر هم منطبق خواهند بود. جهت خطوط عمود بر این دو مقطع دایره‌ای ناشی از بیضیوار دی‌الکتریک، محورهای اپتیکی بلور، یعنی جهتهای سرعت عمودی مساوی برای همه صفحات ارتعاش را به‌دست می‌دهند. پوش همهٔ امواج تخت در لحظه‌ای که این امواج به سطح سرعت عمودی می‌رسند، سطح موجی است که قبلاً در بخش ۲۶-۶ توصیف شده است. این پوش‌گذاری را که سطحی با مقطع بیضوی تولید می‌کند، در شکل ۲۶-۱۸ (ب) مشاهده می‌کنید. زمانی تمام خواص اپتیکی بلورهای دوشکستی مشخص می‌شوند که مقادیر سه ضریب شکست اصلی و جهتهای دو محور اصلی معلوم باشند. همان‌طور که بیان شد، این کمیتها را می‌توان با برش دادن کریستالی به منشورهایی با جهتهای مختلف اندازه‌گیری کرد. اگرچه روشهای قویتر و مناسبتری وجود دارند که از طریق اندازه‌گیری اثرات تداخلی ناشی از اختلاف سرعت دو جزء قطبیده به‌دست می‌آیند و در فصل بعدی مورد بحث قرار خواهند گرفت.

## مسائل

۱-۲۶ یک پرتو نور روی سطح یک بلور یخ، تحت زاویهٔ خراشان در صفحه‌ای عمود بر محور اپتیکی آن، فرود می‌آید. بلور یخ چنان برش یافته است که محورش با سطح آن موازی است. پیدا کنید فاصله پرتوهای  $O$  و  $E$  در وجوه متقابل بلور، به‌صورت یک تیغه متوازی‌السطوح به‌ضخامت  $4.2 \text{ mm}$ ، برحسب میلی‌متر چقدر است. فرض کنید  $n_O = 1.309^\circ$  و  $n_E = 1.3104^\circ$  برای نور سدیم است. جواب:  $1.271 \text{ mm}$  و  $0^\circ$ .

۲-۲۶ از طریق ترسیم نموداری، تعیین کنید ضخامت یک بلور کلسیت طبیعی چقدر باید باشد تا برای یک پرتو نور سدیم در فرود عمودی بر وجه گسستگی (سطح رخ) آن، خروج از وجه مقابل به‌صورت دو پرتو مجزا به‌فاصلهٔ خطی  $2.5 \text{ mm}$  انجام پذیرد. در مقطع اصلی کلسیت، می‌توان محور اپتیکی را چنین در نظر گرفت که زاویهٔ  $45^\circ$  با عمود بر سطح بسازد.

۳-۲۶ یک پرتو نور ناقطبیده روی بلور کلسیتی فرود می‌آید که محور اپتیکی آن با سطحش موازی است. زاویهٔ فرود  $32^\circ$  و صفحهٔ فرود بر مقطع اصلی بلور منطبق است. مطلوب است زاویه‌های شکست پرتوهای  $O$  و  $E$  برای خط سبز جیوه (جدول ۱-۲۶ و پانویشت بخش ۲۶-۳).

۴-۲۶ یک منشور  $5^\circ$  از جنس فسفات‌آمونیم که در آن  $n_O = 1.525^\circ$  و  $n_E = 1.479^\circ$  ساخته شده است. اگر برش منشور طوری باشد که محور اپتیکی‌اش با ضلع شکنندهٔ آن موازی باشد، مطلوب است محاسبهٔ (الف) زوایای انحراف می‌نیموم؛ و (ب) تفاضل آنها.

جواب: (الف)  $30.26^\circ$  ر  $\delta_o = 27.37^\circ$ ،  $\delta_E = 27.37^\circ$ ؛ (ب)  $2.89^\circ$

۵-۲۶ دو سطح مقطع سطح موجی بلور روتیل ( $\text{TiO}_2$ ) را که در صفحات: (الف) موازی با محور اپتیکی؛ و (ب) عمود بر آن برش داده می‌شوند، با رعایت مقیاس، ترسیم کنید. (ج) آیا روتیل یک بلور مثبت است یا منفی؟ فرض کنید نور به‌کار رفته خط  $F$  فرانهورفر است، یعنی  $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ .

۶-۲۶ زاویه  $2\alpha$  میان محورهای اپتیکی یک بلور دومحوری، از رابطه (۷-۲۶) به دست می‌آید. ضرایب شکست اصلی دو بلور مجهول را اندازه‌گیری کرده‌اند که عبارت‌اند از: (الف)  $n_a = 1.6842$ ،  $n_b = 1.6935$ ،  $n_c = 1.7126$  برای بلور اول؛ و (ب)  $n_a = 2.1547$ ،  $n_b = 2.3282$ ،  $n_c = 2.4034$  برای بلور دوم. زاویه  $\alpha$  را برای هر دو بلور بیابید، و تعیین کنید که چه نوع بلور (مثبت یا منفی) هستند.

جواب: (الف)  $35.24^\circ$  و مثبت؛ (ب)  $58.77^\circ$  و منفی.

۷-۲۶ سه سطح مقطع ناشی از صفحات مختصات سطوح موجی یک بلور دومحوری گوگرد را با رعایت مقیاس ترسیم کنید. برای ضرایب شکست به جدول ۳-۲۶ رجوع کنید.

۸-۲۶ از مقطع حاصل از صفحه  $xz$  سطح موجی بیضوی برای استیبنیت بکریع تصویر طراحی و ترسیم کنید. از روی این تصویر، سطح سرعت عمودی متناظر را به طور ترسیمی در همین صفحه ( $xz$ ) بسازید [شکل ۱۸-۲۶ (ب)]. محور اپتیکی را نشان دهید.

۹-۲۶ یک بلور استیبنیت به صورت منشور  $20^\circ$  برش یافته است. ضلع شکننده منشور بر صفحه حاوی محورهای اپتیکی عمود است. زاویه انحراف می‌نیموم منشور برای پرتو نور سدیم که ارتعاشات آن با ضلع شکننده موازی است، اندازه‌گیری شده است. براساس ضرایب شکست مندرج در جدول ۳-۲۶، این زاویه باید چقدر باشد؟  
جواب:  $69.3^\circ = \delta$

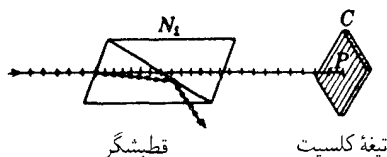
۱۰-۲۶ در یک بلور دومحوری، محور سرعت تک پرتو، با محور  $z$  زاویه  $\beta$  می‌سازد، که کسینوس آن  $a/b$  برابر بزرگتر از  $\cos \alpha$  است. زاویه رأس مخروط شکست مخروطی داخلی در یک بلور استیبنیت را با استفاده از ضرایب شکست مندرج در جدول ۳-۲۶، پیدا کنید.

## تداخل نور قطبیده

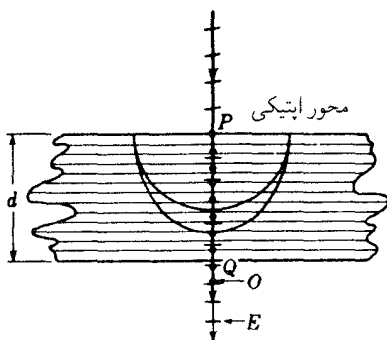
نخستین تحقیقات درباره تداخل نور قطبیده، در سال ۱۸۱۱ توسط آراگو انجام پذیرفته است. وی، ضمن بررسی نور آبی آسمان به وسیله یک بلور کلسیت، مشاهده کرد وقتی ورقه نازک و شفاف میکا را مابین چشم و کلسیت قرار می دهد، پرتوهای عادی و غیرعادی بسیار پررنگتر می شوند. این اثر رنگی، تقریباً در همه بلورها ایجاد می شود و در بیشتر موارد ناشی از تداخل نور قطبیده، و در مواردی نسبتاً نادر، ناشی از فعالیت اپتیکی است. در فصل بعد، موضوع فعالیت اپتیکی به تفصیل مورد بحث قرار خواهد گرفت و پدیده های مربوط به تداخل را در این فصل بررسی می کنیم.

### ۲۷-۱ نور بیضوی قطبیده و دایره ای قطبیده

به طوری که در شکل ۲۷-۱ مشاهده می شود، فرض می کنیم که نور خطی قطبیده در منشور نیکول  $N_1$ ، به طور عمودی بر تیغه نازک کلسیت،  $C$ ، که وجوه آن به موازات محور اپتیکی برش یافته اند، فرود می آید. اکنون با استفاده از نمودارهای سطح موج و ترسیم هویگنس مشابه با شکل ۲۶-۵ (الف)، می توانیم به طور کیفی، ماهیت نور خروجی از تیغه کلسیت را تعیین کنیم. نور با ورود در جهت عمود بر سطح بلور در  $P$ ، در حالی که ارتعاشات آن با محور اپتیکی زاویه می سازند، به دو مؤلفه



شکل ۱-۲۷. نور خطی قطبیده در فرود عمودی بر یک تیغه بلوری با برش موازی محور اپتیکی.



شکل ۲-۲۷. پیشرفت موج  $E$  جلوتر از موج  $O$  در یک تیغه بلور منفی.

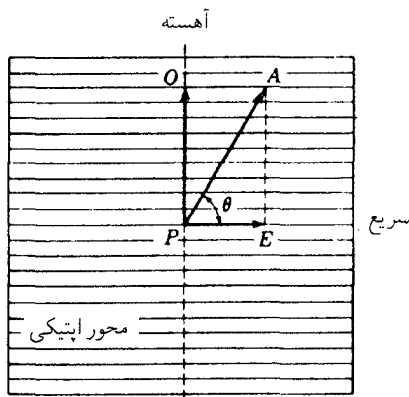
$O$  و  $E$  می‌شکند (شکل ۳-۲۷). مطابق شکل ۲-۲۷، موج  $E$  که ارتعاشاتش با محور اپتیکی موازی است، سریعتر از موج  $O$  حرکت خواهد کرد، ولی مسیرشان یکی خواهد بود. برای یافتن میزان فاصله پیش‌افتادگی ارتعاشات  $E$  نسبت به ارتعاشات  $O$ ، در مدت زمانی که ضخامت  $d$  بلور را می‌پیمایند، اختلاف راه نوری (بخش ۱-۵) را به صورت اختلاف فاز در می‌آوریم. راه نوری برای پرتو  $O$ ، بنابر معادله (۱-۹)، صرفاً  $n_O d$  و برای پرتو  $E$  عبارت است از  $n_E d$ . بنابراین، اختلاف راه چنین می‌شود:

$$\Delta = d(n_O - n_E) \quad (۱-۲۷)$$

اختلاف فاز متناظر با این اختلاف راه، از معادله (۱-۱۳)، به صورت  $2\pi/\lambda$  برابر اختلاف راه است:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_O - n_E) \quad (۲-۲۷)$$

در اینجا می‌توان  $d$  را نشانه فاصله نفوذ به داخل یک بلور مشخص نیز تلقی کرد و پی برد که اختلاف فاز،  $\delta$ ، متناسب با این فاصله دائماً در افزایش است.



شکل ۲۷-۳ تجزیه نور خطی قطبیده در بلور، در فرودی مشابه با فرود شکل ۲۷-۱.

در تصویر مقطع عرضی باریکه نور، شکل ۲۷-۳، ارتعاشات نور خطی قطبیده خروجی از منشور نیکول اول،  $N_1$ ، به وجه اول بلور می‌رسد و با مقطع اصلی زاویه  $\theta$  می‌سازد. اگر  $A$  دامنه این نور باشد، این دامنه به دو مؤلفه تجزیه خواهد شد: یکی  $E = A \cos \theta$  که با سرعت بیشتر،  $v_E$  و دیگری  $O = A \sin \theta$  که با سرعت کمتر،  $v_O$ ، حرکت می‌کند. البته، پرتوهای  $O$  و  $E$ ، پس از ترک بلور، در یک خط مستقیم بر حرکت خود ادامه خواهند داد و ارتعاشاتشان بر هم عمود خواهد شد.

درون بلور، در هر نقطه مشخصی، دو ارتعاش عمود برهم وجود دارد که دارای اختلاف فاز،  $\delta$ ، هستند. بسامد آنها یکسان و برابر است با بسامد نور در خارج از بلور. مسئله ترکیب چنین ارتعاشاتی را قبلاً در بخش ۹-۱۲ مطالعه کرده‌ایم و در آنجا نشان دادیم که حرکت برآیند، یکی از شکلهای بیضوی گوناگون (شکل ۱۲-۱۱) برای بسامدهای مساوی، خواهد بود. بنابراین، ارتعاش، یک بیضی، یک دایره، و یا یک خط مستقیم است. در واقع، در فواصل دائماً روبه‌افزایش در داخل بلور، از  $P$  به سوی  $Q$  (شکل ۲۷-۲)، شکلهای ارتعاش، توالی کاملی از شکلهای شبیه به شکلهای شکل ۱۲-۱۱ را طی خواهد کرد، و معمولاً این توالی را چندین بار تکرار خواهد کرد. ولی، فقط در موقع خروج نور از بلور است که می‌توان نوع ارتعاش را به سهولت مشاهده کرد. نوع ارتعاش، بسته به اینکه ضخامت بلور و سایر کمیتها در شکل ۲۷-۲ چقدر باشند، به شکلی خواهد بود که در داخل مستطیلی به اضلاع  $2A \cos \theta$  و  $2A \sin \theta$  جای می‌گیرد. به ازای  $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ، نوع ارتعاش فرودی خطی، بدون تغییر بیرون می‌آید، در حالی که به ازای  $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ ، به یک ارتعاش خطی دیگر تبدیل خواهد شد که با جهت اصلی خود زاویه  $2\theta$  می‌سازد. به ازای تمام مقادیر بینابین  $\delta$ ، حرکت در یک بیضی صورت می‌گیرد که شکل آن با  $\theta$  و  $\delta$  خاص آن و براساس

اصول مشروح در بخش ۱۲-۹ تعیین می‌شود. این نوع نور را نور بیضوی قطبیده می‌نامند که نور خطی قطبیده\* و دایره‌ای قطبیده موارد خاص آن به‌شمار می‌روند.

حالا ملاحظه می‌کنیم که منظور از این گزاره چیست که ارتعاشات در یک باریکه نور، بیضوی هستند. نظر به اینکه "ارتعاش" در واقع به معنای تغییرات تناوبی میدان الکتریکی در فضا است، منظور این است که در هر نقطه مشخصی در یک باریکه بیضوی قطبیده، انتهای بردار الکتریکی روی یک بیضی حرکت می‌کند که در صفحه عمود بر جهت انتشار نور قرار دارد. بنابراین، بردار هم در جهت و هم در بزرگی پیوسته در تغییر است و با بسامد موج به مقدار اولیه برمی‌گردد. در نقاط دیگر، در امتداد موج، حرکت مشابهی صورت می‌گیرد ولی فاز آن فرق می‌کند؛ پس بردار در بخش متفاوتی از بیضی قرار دارد. در تصویری لحظه‌ای از موج، بردارهای الکتریکی دارای آرایش مارپیچ ماندنی شبیه شکل ۲۰-۴ (ب) خواهند بود.

برای اینکه بلور، نور دایره‌ای قطبیده تولید کند، باید دو شرط برقرار باشد. اولاً، دامنه پرتوهای  $O$  و  $E$  باید با هم مساوی باشند. این شرط ایجاب می‌کند که  $\sin \theta = \cos \theta$  یا  $\theta = 45^\circ$ . ثانیاً، اختلاف فاز یا باید  $\pi/2$  باشد و یا  $3\pi/2$ . (افزودن هر مضربی از  $2\pi$  به هر دوی اینها، هیچ پیامدی ندارد). اختلاف میان این دو حالت، چنان‌که در بخش ۱۲-۹ در ارتباط با شکل ۱۲-۱۲ شرح دادیم، اختلاف حاصل از جهت چرخشی در دایره است. اینکه کدام مقدار  $\delta$ ، قطبش دایره‌ای راست و کدام قطبش دایره‌ای چپ ایجاد می‌کند، به این بستگی خواهد داشت که تیغه بلوری از بلور مثبت ساخته شده یا منفی. مثلاً، در کلسیت، موج  $E$  سریعتر حرکت می‌کند، و چنانچه  $\delta = \pi/2$  در نگاه از روبه‌رو (مقطع عرضی) به جهت انتشار نور، یک چرخش به چپ تولید می‌کند. جهت‌های موازی و عمود بر محور اپتیکی در یک بلور منفی را غالباً محورهای سریع و کند تیغه می‌نامند که در شکل ۲۷-۳ مشاهده می‌کنید. البته در بلور مثبت این علامت‌گذارها نسبت به محور معاوضه می‌شوند.

## ۲-۲۷ تیغه‌های ربع‌موج و نیم‌موج

ساده‌ترین وسیله تولید و آشکارسازی نور دایره‌ای قطبیده، تیغه ربع‌موج یا تیغه  $\lambda/4$  است. چنین تیغه‌هایی را معمولاً از ورقه‌های نازک میکای شکافدار می‌سازند، گرچه می‌شود آنها را از کوآرتزی هم ساخت که به موازات محور اپتیکی برش خورده باشد. ضخامت تیغه چنان تنظیم می‌شود که ایجاد اختلاف فاز  $90^\circ$  مابین ارتعاشات  $O$  و  $E$  میسر باشد.\*\* ضخامت دقیق این تیغه‌ها را می‌توان در

\* اصطلاحات تخت قطبیده و خطی قطبیده غالباً معاوضه‌پذیرند و به‌جای یکدیگر به‌کار می‌روند. اصطلاح خطی قطبیده، هنگامی که مورد مقایسه بیضوی قطبیده باشد، ترجیح داده می‌شود.

\*\* به‌بیانی دقیقتر، میکا یک بلور دومحوری منفی است که به اشکال مختلف یافت می‌شود. زاویه مابین محورهای اپتیکی آن می‌تواند تقریباً هر زاویه‌ای میان صفر تا  $42^\circ$  باشد و به ساختمان شیمیایی و ساختار بلوری آن بستگی دارد.

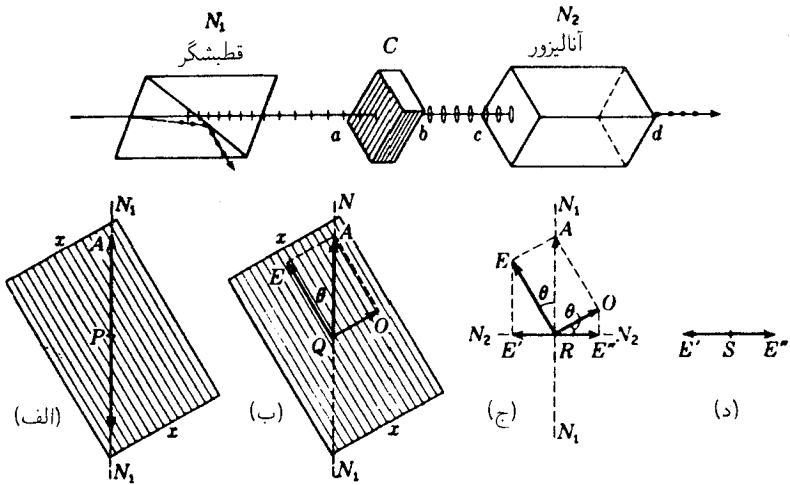
مورد بلورهای تک‌محوری، با استفاده از معادله (۲۷-۲) محاسبه کرد. نظر به اینکه اختلاف فاز  $\delta$  به طول موج بستگی دارد، معمولاً ضرایب شکست اصلی برای نور زرد سدیم،  $\lambda = 5893$ ، به منظور محاسبه ضخامت مورد لزوم یک تیغه ربع‌موج مورد استفاده قرار می‌گیرد. وقتی یک تیغه ربع‌موج تحت زاویه  $45^\circ$  با صفحه فرود نور قطبیده سمتگیری شود، نور خروجی، دایره‌ای قطبیده است. تیغه‌های واقعاً خوبی را می‌توان با شکافتن میکای صاف و شفاف به ورقه‌های نازکی به ضخامت حدود  $0.35 \text{ mm}$  به دست آورد. این کار را می‌توان به وسیله یک قلمتراش یا سوزن، ضمن کنترل ضخامت با میکرومتر، انجام داد.

از تیغه‌هایی که اختلاف فاز  $180^\circ$  میان مؤلفه‌ها ایجاد می‌کنند و به همین سبب به آنها تیغه‌های نیم‌موج می‌گویند، نیز بسیار استفاده می‌شود. چنان‌که در بخش قبل اشاره کردیم، اثر این نوع تیغه، صرفاً تغییر دادن جهت ارتعاش نور خطی قطبیده به اندازه  $2\theta$ ، و  $\theta$  زاویه میان ارتعاشات فرودی و مقطع اصلی است. در ابزارهای مخصوصی که مقایسه دو میدان مجاور نور قطبیده تحت زاویه‌ای خاص با یکدیگر مطلوب است، یک نیمه میدان با یک تیغه نیم‌موج پوشانده می‌شود.

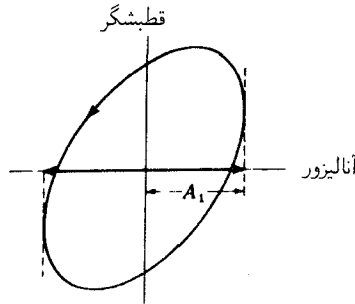
### ۲۷-۳ تیغه‌های بلوری مابین قطبشگرهای متقاطع

چنان‌که در بخش ۲۴-۱۲ شرح دادیم، هرگاه قطبشگر و آنالیزور، تحت زاویه قائمه نسبت به یکدیگر قرار داده شوند، از ترکیب حاصل، هیچ نوری عبور نمی‌کند. حال فرض می‌کنیم که یک تیغه بلور با برشی موازی با محور اپتیکی را، مطابق شکل ۲۷-۴، میان قطبشگرهای متقاطع قرار می‌دهیم. نتیجه مشاهده شده این است که اکنون نور از آنالیزور عبور می‌کند. یکی از راه‌های توجیه این نتیجه را می‌توان از این قرار بیان کرد که نور خطی قطبیده ورودی در  $a$ ، به صورت نور بیضوی قطبیده در  $b$  از بلور خارج می‌شود و به این ترتیب یک مؤلفه موازی با صفحه گسیلنده آنالیزور ایجاد کرده است. این نگرش، درست و بسیار ساده است: این دقیقاً مؤلفه  $A_1$  در شکل ۲۷-۵ است که آنالیزور آن را عبور می‌دهد، و شدت متناظرش با  $A_2$  متناظر است. ولی به منظور محاسبه، این امکان وجود دارد که پدیده را به صورت یک پدیده تداخلی میان دو مؤلفه ارتعاش خروجی از تیغه تلقی کرد که

متداولترین میکا، مسکویت (به رنگ قهوه‌ای کمرنگ) دارای زاویه  $(2\alpha - 180) = 42^\circ$  میان محوره‌های اپتیکی است (جدول ۲۶-۳). صفحه گسستگی که شکاف در امتداد آن به آسانی صورت می‌گیرد، در شکل‌های ۲۶-۹ و ۲۶-۱۰، صفحه  $yz$  اختیار شده است. بنابراین، اختلاف مابین سرعت‌های محور  $z$  بسیار اندک است. این هم یکی از مزیتها محسوب می‌شود، زیرا در این صورت لازم نیست تیغه‌ها را بسیار نازک و شکننده درست کنند. کوارتز دارای صفحه گسستگی (با سطح رخ) طبیعی نیست و باید آن را برش و وجوه آن را از لحاظ اپتیکی صیقل داد. تیغه‌های ربع‌موج را می‌توان از ورقه‌های بزرگ پلاستیکی که از طریق حنجره‌کاری تولید می‌کنند، ساخت. این دو ورقه‌ها دوشکستی‌اند و با دقت در ضخامت می‌توان از آنها یک اختلاف فاز  $\pi/2$  رادیا یا هر مقدار دلخواه دیگر به دست آورد.



شکل ۲۷-۴ منشأ مؤلفه‌هایی که به وسیله آنالیزور و قطبشگر متقاطع تداخل پیدا کرده‌اند.



شکل ۲۷-۵ مؤلفه عبور داده شده نور بیضوی قطبیده از یک تیغه بلور نظیر شکل ۲۷-۴، و سپس برگزیده از یک آنالیزور متقاطع با قطبشگر.

بخشی از هر کدام توسط آنالیزور عبور داده می‌شوند. در شکل ۲۷-۴، چهار نمودار پایینی نمایانگر تصاویر مقطع عمود بر امتداد پرتو نور (نگاه از روبه‌رو به نور) در چهار نقطه علامتگذاری شده با حروف متناظر در نمودار بالایی هستند. در (الف)، ارتعاش تخت در حال رسیدن به تیغه بلور، با دامنه  $A$  و زاویه  $\theta$  با محور اپتیکی را مشاهده می‌کنید. این دامنه، به دو مؤلفه  $E = A \cos \theta$  در امتداد محور اپتیکی، و  $O = A \sin \theta$  عمود بر آن تجزیه می‌شود. یکی از این مؤلفه‌ها، در بلور سریعتر حرکت می‌کند و هنگام خروج نسبت به دیگری تقدم فاز خواهد داشت. در (ج) این مؤلفه‌ها در حال رسیدن به آنالیزور  $N_2$  نشان داده می‌شوند که در آن فقط ارتعاشات  $E$  به موازات



مقطع اصلی آن،  $N_2 N_2$ ، می‌تواند عبور داده شوند. به بیان دیگر، تنها مؤلفه‌های  $E'$  و  $E''$  عبور و اکنون در یک صفحه ارتعاش می‌کنند. بزرگی این مؤلفه‌ها عبارت‌اند از:

$$E' = E \sin \theta = A \cos \theta \sin \theta \quad (3-27)$$

و

$$E'' = O \cos \theta = A \sin \theta \cos \theta \quad (4-27)$$

این نتیجه، نشان می‌دهد که، هر دو مؤلفه  $E'$  و  $E''$  عبور داده شده از آنالیزور، مستقل از زاویه  $\theta$ ، در صورتی که قطبشگرها متقاطع باشند، از لحاظ مقداری برابرند.

حال این دو مؤلفه در یک صفحه ارتعاش می‌کنند و دارای اختلاف فازی‌اند که از معادله (۲-۲۷) به دست می‌آید. هرگاه ضخامت تیغه چنان باشد که  $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ، این دو با هم تداخل ویرانگر می‌کنند. (توجه کنید که به ازای ضخامت صفر،  $d = 0$ ، اختلاف فاز عبارت است از  $\delta = 0$  و مؤلفه‌های  $E'$  و  $E''$  در جهت‌های مخالف یکدیگرند، و بنابراین همدیگر را حذف می‌کنند.) به ازای همه زاویه‌های فاز دیگر، برآیند این دو ارتعاش، عبور داده خواهد شد. برای یافتن دامنه و شدت این نور عبور کرده، دو مؤلفه را، مطابق شکل ۱۲-۱، ترکیب می‌کنیم. معادلات مربوط به این کمیتها را در بخش ۶-۲۷ به دست می‌آوریم.

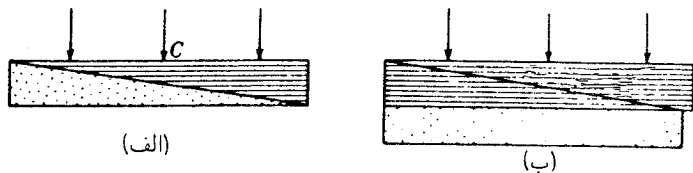
باید یادآوری کنیم که تداخل ویرانگر، در مقابل آنالیزور دست نمی‌دهد. تداخل فقط بعد از آن که این دو مؤلفه روی یک صفحه واقع شدند، صورت می‌گیرد. این اصل را می‌توان با قوانین قانونهای فرنل-آراگو به بهترین وجه بیان کرد. دو تا از مهمترین قانونهای نامبرده از این قرارند:

- ۱- دو پرتو قطبیده متعامد، تداخل نمی‌کنند.

- ۲- دو پرتو قطبیده متعامد (ناشی از یک باریکه نور تخت قطبیده واحدی)، هنگامی که بر روی یک صفحه واقع شوند، به گونه‌ای که نور عادی تداخل می‌کند، با هم تداخل خواهند کرد.

## ۴-۲۷ جبران‌کن بابینه

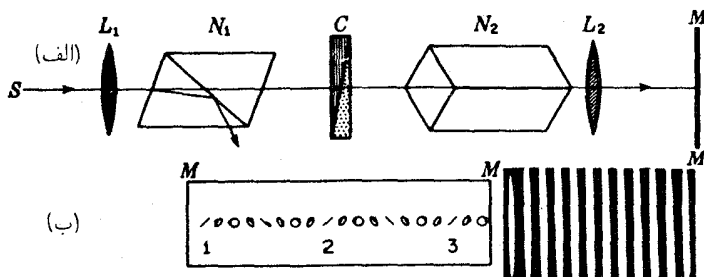
در مطالعه پدیده‌های اپتیکی، یک تیغه بلور با ضخامت تغییرپذیر در بسیاری موارد در تولید و تجزیه نور بیضوی قطبیده، مفید واقع می‌شود. چنین تیغه‌ای، با وجوه برش یافته به موازات محور اپتیکی، نخستین بار توسط بابینه ساخته شده و جبران‌کن بابینه نام گرفته است. این تیغه متشکل است از دو منشور گوه‌ای شکل کوارتزی با زاویه برش بسیار کوچک که در شکل ۶-۲۷ (الف) نشان داده می‌شود.



شکل ۲۷-۶ نمودارهای: (الف) جبران‌کن باینه؛ و (ب) جبران‌کن سولیل.

محورهای اپتیکی، به ترتیب، موازی و عمود بر ضلع شکننده هستند. هرگاه نور خطی قطبیده به طور عمودی بر جبران‌کن فرود آید و صفحه ارتعاش آن، زاویه دلخواه  $\theta$  با محور اپتیکی اش بسازد، به دو مؤلفه تجزیه می‌شود. مؤلفه  $E$  به موازات محور اپتیکی بلور اول، آهسته‌تر از مؤلفه  $O$  حرکت می‌کند (زیرا جبران‌کن از کوارتز ساخته شده است)، تا اینکه به بلور دوم برسد. در این نقطه، ارتعاش  $E$  به ارتعاش  $O$  تبدیل می‌شود، زیرا اکنون عمود بر محور اپتیکی است. در همین نقطه، ارتعاش  $O$  از بلور اول به ارتعاش  $E$  در بلور دوم تبدیل می‌شود. به بیان دیگر، ارتعاشات دوگانه، در عبور از یک منشور به منشور دیگر، سرعتشان را معاوضه می‌کنند. اثر این رویداد چنان است که یک منشور اثر منشور دیگر را حذف بکند. در امتداد مرکز در  $C$ ، که هر دو مسیر مساویند، حذف این اثر کامل و معادل اثر یک تیغه با ضخامت صفر است. اما در طرفین  $C$  یک ارتعاش جلوتر یا عقبتر از دیگری خواهد بود، که علت آن طول مسیرهای متفاوت است. به این ترتیب، اثر کلی، حاصل عبارت است از اثر تیغه‌ای که ضخامت آن در امتداد خط مرکزی صفر و در دو جهت آن ضخامتی با تغییرات خطی است. نارسایی عمده در جبران‌کن باینه از این قرار است که ضخامت مشخص در تیغه یا اختلاف مسیر مورد نظر، به یک منطقه باریک در امتداد تیغه و به موازات ضلع شکننده منشورها، منحصر و محدود می‌شود. تغییرات اصلاحی که یک ضخامت تغییرپذیر یکنواخت در ناحیه وسیعی را میسر می‌کند، عبارت است از دو گوه‌ای که برش دادن و چسباندن آنها به یکدیگر، محورهایشان را، مطابق شکل ۲۷-۶ (ب) نشان داده‌ایم، تنظیم کند. ضخامت مؤثر در این ساختار به وسیله یک پیچ تنظیم که منشور بالایی را نسبت به پایینی می‌لغزاند، تغییر داده می‌شود. با انتخاب زاویه‌های بسیار کوچک برای منشورها، تنظیم دقیق ضخامت تیغه به  $\lambda/4$  و  $\lambda/2$  هر رنگ نور به آسانی میسر می‌شود. این آرایش را جبران‌کن سولیل می‌نامند.

خواص جبران‌کن باینه را می‌توان به کمک آزمایش زیر به خوبی نشان داد. همان طوری که در شکل ۲۷-۷ (الف) مشاهده می‌کنید نور لامپ قوس کربن را به وسیله منشور نیکول  $N_1$  قطبیده می‌کنیم. جهت جبران‌کن  $C$  نسبت به  $N_1$  زاویه  $45^\circ$  می‌گیرد و تصویر آن به وسیله عدسی  $L_2$  روی پرده  $MM$  می‌افتد. به سبب ضخامتی که مقدار مؤثر آن در طول جبران‌کن قابل تغییر است، نور روی پرده (با حذف  $N_2$ )، مطابق شکل ۲۷-۷ (ب) قطبیده خواهد شد (بخش ۲۷-۱ و شکل ۱۲-۱۱).



شکل ۲۷-۷ قطبش و نوارهای نور تولید شده به وسیله یک جبران‌کن باینه میان منشورهای نیکول متقاطع.

اگر منشور نیکول دوم  $N_2$  را در جایی قرار دهیم و عمود بر یک مجموعه از مناطق قطبش به آن جهت دهیم، مثلاً در نواحی ای که با ۱، ۲، و ۳ مشخص شده‌اند، در این نقاط هیچ نوری عبور داده نمی‌شود. از این رو، روی پرده مجموعه‌ای از نوارهای تاریک و موازی و متساوی‌الفاصله پدیدار می‌شود. در نور سفید، نوارها رنگی‌اند و مانند فریزهای آزمایش دوشکاف یانگ به نظر می‌رسند که نوار مرکزی آن سیاه است. با نور تکفام نتایج بهتری حاصل می‌شود. صفحات شیشه‌ای روی هم چیده درون یک لوله یا فیلمهای پولاروید را هم البته می‌توان به جای منشورهای نیکول  $N_2$  و  $N_1$  به‌کار گرفت.

## ۲۷-۵ تجزیه نور قطبیده

هرگاه یک باریکه نور کاملاً قطبیده، چه خطی، بیضوی و یا دایره‌ای باشد، چشم آنها را مانند نور عادی می‌بیند و مابین آنها تفاوتی احساس نمی‌کند. اما، با استفاده از وسایل ساده کامل، خصوصیت و شکل ارتعاش آن‌را می‌توان به‌آسانی تعیین کرد. برای این منظور، از یک آنالیزور به‌صورت منشور نیکول یا پولاروید، همراه با تیغه ربع‌موج یا نوعی جبران‌کن، استفاده می‌شود. در اکثر موارد، یک تیغه ربع‌موج برای این کار کفایت می‌کند و جبران‌کن فقط موقعی ضرورت پیدا می‌کند که اندازه‌گیرهای دقیق در قطبش بیضوی پیش آید.

برای نشان دادن چگونگی استفاده از تیغه ربع‌موج فرض می‌کنیم که مثلاً آن‌را در مسیر یک باریکه نور دایره‌ای قطبیده قرار داده‌ایم. مستقل از سمتگیری محور اپتیکی، ارتعاش دایره‌ای، معادل دو ارتعاش خطی متعامد در امتداد دو محور کند و سریع و با اختلاف فاز  $90^\circ$  نسبت به یکدیگر است. در خروج از تیغه، این دو ارتعاش همفاز می‌شوند و از ترکیب آنها، نور خطی قطبیده با ارتعاش تحت زاویه  $45^\circ$  با محورهای تیغه، حاصل می‌شود. صفحه ارتعاش نور خروجی، به جهت چرخش نور دایره‌ای قطبیده فرودی بستگی دارد. در هر یک از دو مورد ممکن، می‌توان آن‌را به‌وسیله

آنالیزور خاموش کرد. هرگاه نور مورد مطالعه بیضوی قطبیده باشد، فقط موقعی به نور خطی قطبیده تبدیل می‌شود که محور سریع تیغه ربع‌موج بر محور کوچک یا محور بزرگ بیضی منطبق باشد. در این صورت، نسبت این دو محور را می‌توان به صورت تانژانت زاویه‌ای که صفحه عبور آنالیزور با محور سریع در هنگام وقوع خاموشی می‌سازد، به دست آورد.

همین اطلاعات را می‌توان با دقت و صحت بیشتری، به وسیله جبران‌کن باینه به دست آورد که از امتیاز قابل استفاده بودن برای هر طول موجی هم برخوردار است. می‌دانیم که هرگاه نور فرودی تحت زاویه  $45^\circ$  نسبت به مقطع اصلی یک گوه خطی قطبیده باشد، یک نوار تاریک در مرکز ظاهر می‌شود. چنانچه برای نوع نور دیگری، نوار تاریک از موضع خودش جابه‌جا شود، باید یک اختلاف فاز میان دو مؤلفه قائم‌الزاویه این نور وجود داشته باشد، و این به معنای کم‌وبیش بیضوی قطبیده بودن نور است. نظر به اینکه یک اختلاف فاز  $2\pi$ ، متناظر با یک فریز کامل است، اختلاف فاز موجود را می‌توان از جابه‌جایی کسری از فریز، به دست آورد. اندازه‌گیری این اختلاف فاز، با لغزاندن یک گوه روی گوه دیگر به کمک پیچ تنظیم تا موقعی که فریز تاریک به مرکز برگردد، به طوری که اختلاف فاز جبران شده باشد، صورت می‌گیرد. برای یاد گرفتن جزئیات استفاده از جبران‌کن، خواننده باید به متون پیشرفته‌تری مراجعه کند. هرگاه نور کاملاً قطبیده نباشد، بلکه با نور ناقطبیده آمیخته شود، باز هم می‌توان مشخصه آن را با استفاده از تیغه ربع‌موج و آنالیزور به شیوه‌ای منظم که در جدول ۱-۲۷ درج کرده‌ایم، به طور کامل تعیین کرد. ابتدا نور را به تنهایی با آنالیزور بررسی می‌کنیم. هرگاه با چرخاندن آنالیزور، تغییراتی در شدت مشاهده نشود، شیوه مشروح در قسمت (الف) از جدول پیگیری می‌شود. اگر شدت تغییر کند، قسمت (ب) را به کار می‌گیریم. هفت نوع نوری که به این طریق شناسایی می‌شوند، نمایانگر همه شرایط امکانپذیر در قطبش به شمار می‌آیند. آمیزه‌های پیچیده‌تر دیگری را می‌توان نشان داد که معادل یکی از این هفت مورد یاد شده هستند.

برای تعیین کمی حالت قطبش یک باریکه نور، معلوم شده است که تنها چهار تا از آنها لازم است. این پارامترهای استوکس را می‌توان با اختیار کردن چهار اندازه‌گیری مناسب، تعیین کرد. یکی از اینها شامل شدت کل است، و دیگری وسیله‌ای برای تغییر فاز لازم دارد؛ مثلاً یک تیغه ربع‌موج همراه با یک آنالیزور. دوتای دیگر را می‌توان فقط با آنالیزور عملی کرد.

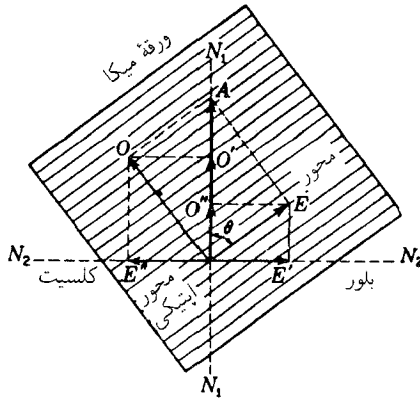
## ۲۷-۶ تداخل با نور سفید

با توجه به معادله (۲۷-۲)، مشاهده می‌شود که اختلاف فاز میان پرتوهای  $E$  و  $O$  هم به طول موج و هم به ضخامت تیغه بستگی دارد. در مورد تفاضل ضرایب اصلی شکست  $(n_o - n_e)$ ، مقادیر مندرج در جدول ۱-۲۶ نشان می‌دهند که در طول ناحیه مرئی، تغییر جزئی است. با افزایش ضخامت تیغه بلور، سرعت افزایش اختلاف فاز  $\delta$ ، میان پرتوهای  $O$  و  $E$  در نور بنفش،  $84000\lambda$ ، تقریباً دو برابر

جدول ۲۷-۱ تجزیه نور قطبیده

الف. با آنالیزور تنها، شدت تغییر نمی‌کند	
I. اگر تیغه $\lambda/4$ در جلوی آنالیزور باشد	II. اگر با تیغه $\lambda/4$ در مقابل آنالیزور، ماکزیموم داشته باشیم، در آن صورت
۱. شدت تغییر نمی‌کند.	۲. یک وضعیت آنالیزور شدت صفر تولید می‌کند.
پس دارای آمیزه‌ای از نور دایره‌ای قطبیده و نور ناقطبیده هستیم	پس دارای نور دایره‌ای قطبیده هستیم
۳. اگر هیچ وضعیت آنالیزور شدت صفر تولید نکند، پس دارای آمیزه‌ای از نور بیضوی قطبیده و نور طبیعی ناقطبیده هستیم	
ب. به‌تنهایی با آنالیزور شدت تغییر می‌کند.	
I. اگر یک وضعیت آنالیزور	II. اگر هیچ وضعیت آنالیزور شدت صفر تولید نکند
۱. شدت صفر تولید کند	۲. یک تیغه $\lambda/4$ را جلوی آنالیزور قرار دهید. محور اپتیکی به موازات شدت ماکزیموم باشد.
(الف) اگر شدت صفر با آنالیزور حاصل شود	(ب) اگر شدت صفر با آنالیزور حاصل نشود
(۱) ولی استقرار قبلی آنالیزور شدت ماکزیموم تولید کند، پس دارای نور تخت قطبیده با نور ناقطبیده هستیم	(۲) اما استقرار دیگری از آنالیزور شدت ماکزیموم تولید کند، پس دارای آمیزه‌ای از نور بیضوی قطبیده با نور تخت قطبیده هستیم
پس دارای نور بیضوی قطبیده هستیم	پس دارای نور بیضوی قطبیده هستیم

اختلاف فاز مربوط به نور قرمز،  $۱۶۵۰^\circ$ ، است، زیرا  $\lambda$  در مخرج رابطه  $\delta$  قرار دارد. این امر باعث مشاهده رنگهای گوناگون در تیغه‌های نازک میکا، کوارتز، کلسیت و سایر موادی که به موازات محور اپتیکی برش یافته و میان منشورهای نیکول متقاطع قرار داده شوند، می‌شود. دلیل ظهور رنگ این است که برخی از یک یا چند بخش طیف مرئی پیوسته، توسط منشور نیکول دوم متوقف می‌شوند. فرض می‌کنیم یک ورق نازک میکا که می‌تواند برای نور زرد تغییر فازی برابر  $2\pi$  رادیان ایجاد کند، یعنی صفحه تمام موجی را میان دو منشور نیکول متقاطع با سمتگیری  $\theta = 45^\circ$  قرار می‌دهیم. طول موجهای نارنجی و قرمز، تغییر فازی کمتر از  $2\pi$ ، و رنگهای سبز، آبی و بنفش

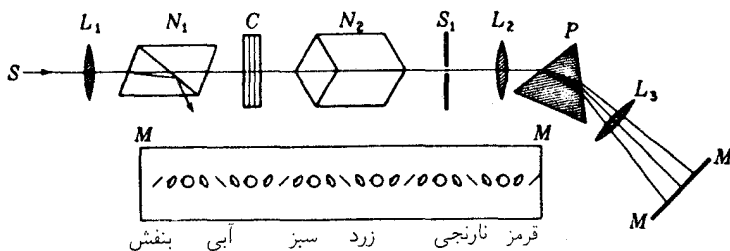


شکل ۲۷-۸ مؤلفه‌های نور خطی قطبیده که از یک تیغه نازک دوشکستی و یک بلور آنالیزور عبور داده شده‌اند. خطوط  $N_1$  و  $N_2$ ، جهت ارتعاشات  $O$  و  $E$  در کلسیت را نشان می‌دهند.

بیشتر از  $2\pi$ ، خواهند داشت. بنابراین، مؤلفه‌های هم‌رنگها، غیر از زرد، از منشور نیکول دوم عبور خواهند کرد. در فقدان رنگ زرد، رنگ حاصل، آمیزه‌ای از قرمز، نارنجی، سبز، آبی و بنفش خواهد بود که زمینه‌ای ارغوانی ایجاد می‌کند.

در آزمایش بالا، هرگاه به جای منشور نیکول آنالیزور، یک بلور ضخیم و طبیعی کلسیت قرار دهیم، ارتعاشات عادی  $O'$  و  $O''$  و همچنین ارتعاشات غیرعادی (شکل ۲۷-۸) را در مواضع مختلف به دست می‌آوریم. این باریکه  $O$  نیز رنگین و مکمل باریکه  $E$  حاوی مؤلفه‌های  $E'$  و  $E''$  است. هرگاه این دو باریکه را بر هم نهمیم، نور سفید تولید می‌کنند، زیرا آنچه در یک باریکه غایب است در دیگری حضور دارد. هر افزایش یا کاهش اندکی در ضخامت تیغه میکا، طول موج یا رنگ نوری را که تداخل ویرانگر می‌کند، تغییر خواهد داد و لذا رنگ باریکه عبوری هم تغییر خواهد کرد. برای نشان دادن این واقعیت که این دو رنگ مکمل یکدیگرند، باید نشان داد که مجموع دو باریکه شدت اولیه  $A^2$  را به دست می‌دهد. در باریکه  $E$ ، مؤلفه‌های  $E'$  و  $E''$  را باید با رعایت اختلاف زاویه فاز آنها، ترکیب کرد:

$$\begin{aligned} A^2 &= E'^2 + E''^2 + 2E'E'' \cos(\delta + \pi) \\ &= (A \sin \theta \cos \theta)^2 + (A \sin \theta \cos \theta)^2 + 2A^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \cos(\delta + \pi) \\ &= 2A^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta (1 - \cos \delta) \\ &= 4A^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \sin^2 \frac{\delta}{2} \end{aligned}$$



شکل ۹-۲۷ تداخل نور سفید تولید شده به وسیله یک تیغه بلور میان قطبشگرهای متقاطع.

که در آن  $\delta$  اختلاف زاویه فاز داده شده به وسیله معادله (۲-۲۷) است و  $\pi$  به اعتبار اینکه  $E'$  و  $E''$  در  $d = 0^\circ$  برای ضخامت تیغه، دارای جهات مخالفند، افزوده می شود (شکل ۸-۲۷). در باریکه  $O$  هم، مؤلفه های  $O'$  و  $O''$  به همین ترتیب ترکیب می شوند.

$$\begin{aligned} A_{\text{ت}}^2 &= O'^2 + O''^2 + 2O'O'' \cos \delta \\ &= (A \cos^2 \theta)^2 + (A \sin^2 \theta)^2 + 2A^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \cos \delta \\ &= A^2 \left[ \sin^4 \theta + \cos^4 \theta + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \right) \right] \\ &= A^2 \left[ (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] \\ &= A^2 - 4A^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \sin^2 \frac{\delta}{2} \end{aligned}$$

با جمع کردن این دو شدت، شدت اولیه به دست می آید:

$$A_{\text{ت}}^2 + A_{\text{ت}}^2 = A^2$$

به علت تغییر سریع  $\delta$  با طول موج، هرگاه تیغه ای به ضخامت چندین برابر تیغه توصیف شده در بالا، مابین منشورهای نیکول متقاطع قرار داده شود، در نور عبور کرده، چندین نوار باریک طیف مرئی غایب خواهند بود. این مورد را می توان با یک تیغه بلوری که موازی با محورش برش داده شود، به طور تجربی مشاهده کرد در آرایشی که در شکل ۹-۲۷ نشان داده ایم، یک تیغه کلسیت به ضخامت  $1^\circ$  تا  $3^\circ$  میلیمتر یا یک تیغه کوارتز به ضخامت  $2^\circ$  تا  $1^\circ$  میلیمتر را در مسیر

یک نور خطی قطبیده و بعد از آن یک طیف‌نمای منشوری قرار می‌دهیم. با یک لامپ قوسی به‌عنوان منبع در  $S$ ، روی پرده  $MM$  یک طیف پیوسته تشکیل می‌شود. اگر محور بلور تحت زاویه  $\theta = 45^\circ$  سمتگیری شود، این نور، چنان‌که نمودار آن را مشاهده می‌کنید، قطبیده می‌شود. اکنون، برای امتحان این قطبش، یک منشور نیکول دوم را میان  $C$  و  $S_1$  قرار می‌دهیم. اگر این منشور نیکول با قطبشگر متقاطع باشد، شدت حاصل به‌طور سینوسی در طول طیف تغییر خواهد کرد و در طول موجهایی که نور عبور کرده از  $C$ ، خطی قطبیده و ارتعاشات آن عمود بر صفحه عبور منشور نیکول دوم است، شدتهای صفر ایجاد خواهند شد. تیغه هر قدر ضخیمتر باشد، تعداد نوارهای تاریک در طول طیف بیشتر خواهد شد.

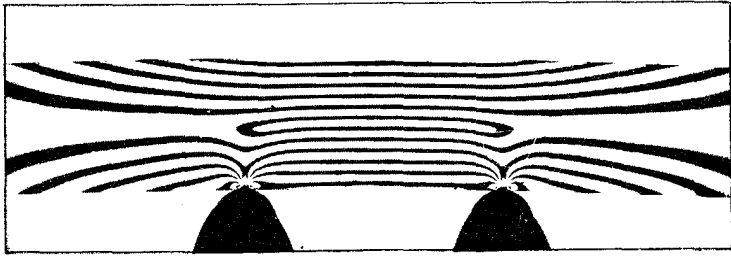
در تیغه‌های ضخیم، نور ترکیبی سفید به‌نظر می‌رسد، زیرا تعداد زیاد نوارهای خیلی باریک که در طول طیف حذف می‌شوند، تنها تأثیری که بر چشم می‌گذارند، اثر کاهش شدت است. در این آزمایش، اگر به‌جای یک تیغه ثابت از یک جبران‌کن سولیل استفاده کنیم، می‌توانیم هر تعداد مطلوب فریزهای تاریک در طول طیف وارد کنیم. تغییر دادن کند و پیوسته ضخامت، موجب حرکت پهلو به پهلو نوارها در طول طیف، و همزمان کاهش یا افزایش آهسته در تعداد آنها خواهد شد.

## ۷-۲۷ پالایه تکفام قطبان

نوارهای تاریک تولید شده در طیف که در بالا شرح دادیم، برای ابداع "پالایه نوری" که قادر باشد یک یا چند نوار بسیار باریک را عبور دهد، با بهره‌گیری از ذکاوت و ابتکار تحسین‌آمیزی توسط لیوت به‌کار گرفته شده است. فاصله نوارهای تولید شده در طیف به‌وسیله یک تک‌بلور، با ضخامت بلور تناسب معکوس دارد. از این‌رو، چنانچه بعد از یک بلور ضخیم، بلور دیگری را دقیقاً با ضخامت نصف آن، قرار دهیم، هر ماکزیموم تولید شده به‌وسیله بلور اول به‌طور یک در میان با یک می‌نیموم بلور دوم حذف خواهد شد، زیرا این دو بر هم منطبق می‌شوند. حال، چنانچه بلور دیگر به ضخامت یک‌چهارم بلور اول را هم اضافه کنیم، هر ماکزیموم حاصل از دو بلور اول را به‌طور یک در میان، حذف خواهد کرد. به این ترتیب، ملاحظه می‌شود که با قرار دادن یک رشته تیغه‌های کوارتزی که ضخامتشان با تصاعد هندسی  $1 : 2 : 4 : 8 : \dots$  کاهش می‌یابد، این امکان فراهم می‌آید که تعداد بسیار معدودی نوار طول‌موج باریک را کنار بگذاریم. در این صورت می‌توان نوارهای ناخواسته را با پالایه‌های عادی رنگ بی‌اثر کرد.

لیوت، در یک پالایه قطبش از شش تیغه کوارتزی با ضخامتهای  $221, 2, 80$  تا  $71$  میلی‌متر که میان هر زوج آنها پولاروید قرار داده بود، بهره‌گرفت. محورهای اپتیکی همه تیغه‌ها بر امتداد باریکه نور عمود و با یکدیگر موازی بودند، در حالی‌که پولارویدها تحت زاویه  $45^\circ$  نسبت به محورهای اپتیکی قرار می‌گرفتند. این پالایه، ۱۳ نوار باریک را فقط به‌پهنای  $2\text{Å}$  عبور می‌داد. این





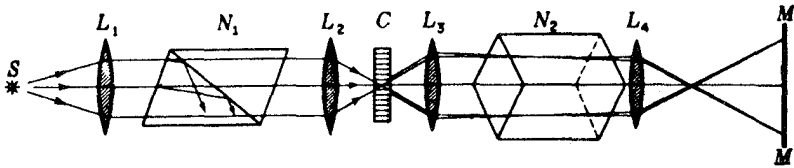
شکل ۲۷-۱۰ اثر فوتوالاستیک یک تیرک پلاستیکی تکیه داده بر دو نقطه.

نوع پالایه‌ها، به خصوص برای ستاره‌شناسان از ارزش زیادی برخوردارند، زیرا مطالعه تاج خورشیدی و زبانه‌های آن را بدون نیاز به وقوع کسوف کامل امکانپذیر می‌کنند. با تغییر دادن دمای پالایه، این امکان هم پیش می‌آید که طول موج نوارهای عبوری را به دلخواه تغییر داد، که ناشی از انبساط دمایی تیغه‌ها و کاهش ضرایب شکست، به تناسب افزایش، دما است.

## ۲۷-۸ کاربردهای تداخل در نور موازی

هرگاه شدت منبع نور کافی باشد، می‌توان دوشکستیهایی بسیار جزئی در برخورد نور به مانع را چنانچه نمونه مورد نظر میان دو قطبشگر متقاطع قرار داده شود، آشکارسازی کرد. هرگاه یک ماده همسانگرد شفاف مانند شیشه، تحت فشار مکانیکی قرار گیرد، اندکی خاصیت دوشکستی می‌گیرد که محور اپتیکی مؤثر آن در جهت فشار است. شیشه‌گرها محصولات آماده خود را به منظور واریسی کردن تابکاری مناسب، با قطبش‌ناامتحان می‌کنند. مهندسان، مدل‌سازها را از پلاستیک شفاف تهیه می‌کنند تا توزیع تنش در شرایط تحمیل بار را مطالعه کنند. هرگاه مدلها را میان پولارویدهای متقاطع قرار دهیم، توزیع نور تنشها را آشکار می‌کند. به‌عنوان یک مثال ساده، در شکل ۲۷-۱۰ فریزهای تداخل تولید شده در تیرکی قائم‌الزاویه را که در دو نقطه به وسیله غلتکهای کوچک تحت فشار قرار گرفته است، مشاهده می‌کنید. بدیهی است که این حوزه، به‌عنوان فوتوکشسانی (نورکشسانی) از اهمیت عملی بسیاری برخوردار است.

بسیاری از مواد شفاف موجود، چون الیاف ابریشم، موی سفید، پولک ماهی و غیره دارای ناهمسانگردی اندکی اند که با نور قطبیده آشکار می‌شوند. این‌گونه مواد، غالباً در حین نگاه کردن به آنها از قطبش‌نا بسیار رنگارنگ به‌نظر می‌رسند. از این پدیده در مطالعه رشد بلورهای میکروسکوپی استفاده می‌شود. رنگ گرفتن بلور تباینی ایجاد می‌کند که مشاهده آسان بلورهایی را که در شرایط عادی شفاف‌اند، میسر می‌کند.



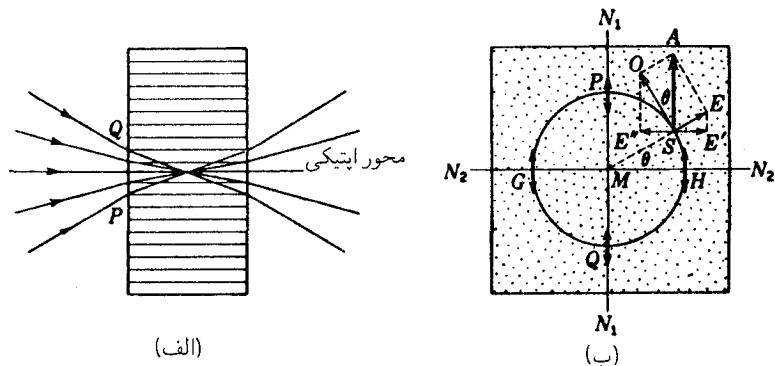
شکل ۲۷-۱۱ آرایش لازم برای تصویر کردن "حلقه‌ها و جاریوبکهای" ناشی از تداخل نور شدیداً همگرا در مواد دوشکستی.

از این موارد صرفاً به‌عنوان نمونه‌هایی از کاربردهای فراوان در تداخل نور قطبیده یاد کردیم. در بخش آتی دربارهٔ یک مورد دیگر و در فصل ۳۲ باز هم در باب مورد دیگری بحث خواهیم کرد.

## ۲۷-۹ تداخل در نور شدیداً همگرا

تا اینجا، در بحث پیرامون تداخل نور قطبیده، فقط بلورهای تک‌محوری در مسیر باریکه‌های موازی را بررسی کرده‌ایم. در بخش ۲۷-۴ شرایط تداخلی را بررسی کردیم که در آن می‌توانستیم ضخامت بلور را پیوسته تغییر دهیم و به‌این وسیله اختلاف فاز میان پرتوهای  $E$  و  $O$  را به مقدار دلخواه تعیین کنیم. با گسیل نور تحت زوایای مختلف از طریق یک تیغه بلور با ضخامت یکسان، می‌توان به نتایج مشابهی دست یافت در این حالت، یک تک‌تیغهٔ متوازی‌السطوح را معمولاً با دو وجه آن عمود بر محور اپتیکی، برش می‌دهند. در عمل، این تیغه میان آنالیزور و قطبشگر متقاطع، مطابق شکل ۲۷-۱۱، قرار داده می‌شود. نور سفید موازی خروجی از قطبشگر به‌وسیله یک یا چند عدسی با فاصله کانونی کوتاه در  $L_2$  به‌شدت همگرا می‌شود. پس از عبور از بلور  $C$ ، نور را مجدداً به‌وسیله عدسی مشابه  $L_3$  موازی می‌سازند. بعد از آنالیزور  $N_2$ ، یک عدسی دیگر  $L_4$ ، همه نورهای موازی خروجی از  $C$  را روی پرده  $MM$  متمرکز (کانونی) می‌کند. بنابراین این عدسی صفحهٔ کانونی ثانویهٔ  $L_3$  را روی  $MM$  تصویر می‌کند.

نمودار تفصیلی نور همگرا در هنگام عبور از یک بلور تک‌محوری را در شکل ۲۷-۱۲ (الف) مشاهده می‌کنید. پرتو مرکزی موازی با محور اپتیکی هیچگونه تغییر فازی پیدا نمی‌کند، زیرا هر دو مؤلفه  $O$  و  $E$  با سرعت یکسانی حرکت می‌کنند و در واقع هیچ تمایزی میان آنها نیست. ولی پرتوهای دیگر مانند  $P$  و  $Q$ ، فواصل بزرگتری در بلور طی می‌کنند و به‌سبب زاویه‌ای که با محور اپتیکی دارند، دستخوش دوشکستی می‌شوند. مابین پرتوهای  $O$  و  $E$ ، به‌سبب حرکت با سرعت‌های متفاوت، اختلاف فازی برقرار خواهد شد که با افزایش زاویه فرود، افزایش خواهد کرد. با توجه به تصویر مقطعی در شکل ۲۷-۱۲ (ب)، همه پرتوهایی که در نقاط  $P$ ،  $H$ ،  $Q$ ،  $G$  بر پرده وارد می‌شوند، از ضخامت یکسانی در بلور می‌گذرند و اختلاف فازشان هنگام خروج یکسان است.

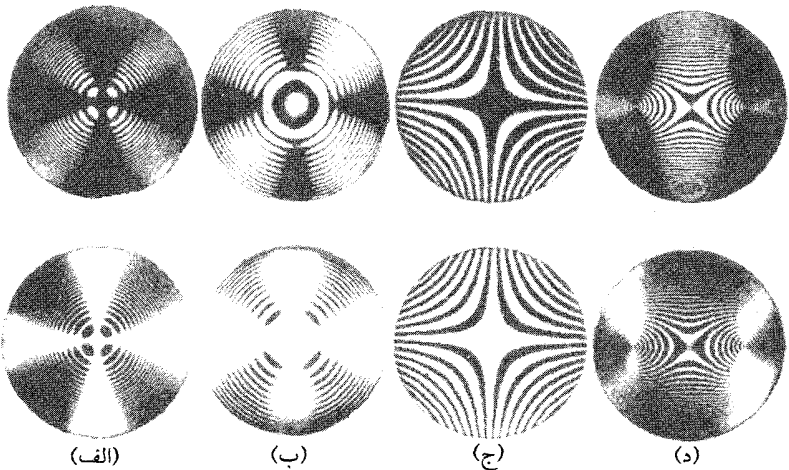


شکل ۱۲-۲۷ تجزیه مؤلفه‌های  $O$  و  $E$  در تداخل نور قطبیده شدیداً همگرا در موارد دوشکستی.

خط قائم  $N_1$  نمایانگر صفحه ارتعاش نور فرودی از منشور نیکول اول و  $N_2$  صفحه ارتعاش نور عبوری از منشور نیکول دوم است.

حال نقطه‌ای، مانند  $S$  را روی دایره شکل ۱۲-۲۷ (ب)، که در آن نور بر سطح بلور عمود نباشد، در نظر می‌گیریم. این نور به دو مؤلفه  $O$  و  $E$  تجزیه می‌شود. چون صفحه فرود حاوی محور اپتیکی است، پرتوهای شکسته نیز روی این صفحه واقع خواهند بود. ارتعاشات  $E$  با دامنه  $A \sin \theta$  روی صفحه فرود واقع، و ارتعاشات  $O$  با دامنه  $A \cos \theta$  بر آن عمود خواهند بود، که در شکل هم نشان داده‌ایم. با رسیدن به منشور نیکول دوم  $N_2$ ، مؤلفه‌های  $E'$  و  $E''$  عبور می‌کنند و، بسته به شرایط فازی خروج، تداخل ویرانگر می‌کنند و در غیر این صورت به روابط فازی خروجی وابسته خواهند بود. شرایط فازی برای نقطه  $S$ ، هرطور که باشد، برای همه نقاط دیگر واقع بر دایره نیز چنان خواهند بود. برای نقاط واقع بر یک دایره دیگر فاز فرق خواهد کرد. اگر تیغه دارای ضخامت چندین میلیمتری باشد، تعدادی دایره هم‌مرکز تاریک با فواصل منظمی وجود خواهند داشت که در آنها اختلاف فاز مضرب صحیحی از  $2\pi$  است؛ به این ترتیب تداخل ویرانگر روی داده است. به این ترتیب، نور عبوری حلقه‌های تداخلی ایجاد خواهد کرد که در شکل ۱۳-۲۷ (الف) مشاهده می‌کنید. چنانچه نور سفید به‌کار رود، این فریزها بسیار رنگارنگ خواهند بود که علت وجودی آنها طول موجهای گوناگون است.

صلیبهای تاریکی که در این نقشها پدیدار می‌شوند، معمولاً «جاروبک» نامیده می‌شوند، و می‌توان آنها را نیز به‌کمک شکل ۱۲-۲۷ (ب) شرح داد. با رسیدن نقطه  $S$  به  $G$  یا  $H$ ، مؤلفه‌های  $E'$  و  $E''$  ناپدید می‌شوند. در این نقاط، ارتعاشات فقط به‌صورت ارتعاشات خالص  $O$  از بلور عبور می‌کنند و به این ترتیب در معرض هیچ تغییری قرار نمی‌گیرند و در آنالیزور متوقف خواهند



شکل ۲۷-۱۳ نقشه‌های تداخلی ناشی از بلورهایی که در مسیر نور شدیداً همگرا قرار داده شده‌اند. عکسهای بالایی: قطبشگرهای متقاطع؛ عکسهای پایینی: قطبشگرهای موازی. (الف) کلسیت با برش عمود بر محور اپتیکی؛ (ب) کوارتز با برش عمود؛ (ج) کوارتز با برش موازی؛ (د) ارگونیت با برش عمود برنیمساز دو محور اپتیکی.

شد. به همین ترتیب، نوری که به  $P$  و  $Q$  برخورد می‌کند، فقط به صورت ارتعاشات  $E$  می‌گذرد. لذا، شدت در امتداد جهت‌های  $N_1$  و  $N_2$ ، متناظر با صفحات دو منشور نیکول، صفر است. در هر فریز روشن، شدت دائماً به یک ماکزیموم در  $45^\circ$  نسبت به این جهت‌ها، افزایش می‌یابد.

هرگاه نیکول دوم به موازات نیکول اول قرار داده شود، نقش تداخل از هر نقطه نظر به صورت مکمل نقش توصیف‌شده قبلی در می‌آید. این نقش را در قسمت پایین (الف) در شکل ۲۷-۱۳ نشان داده‌ایم. با یادآوری این نکته که نور متوقف شده در منشور نیکول متقاطع، از منشور نیکول موازی عبور خواهد کرد و برعکس، می‌بینیم که باید این نقشها مکمل یکدیگر باشند.

این امکان هم پیش می‌آید که جاروبکها را با افزودن یک تیغه ربع موج بلافاصله قبل و بعد از بلور، حذف کرد. نوری که از این تیغه می‌گذرد، نور دایره‌ای قطبیده است، و از این رو هیچ جهت ترجیحی وجود ندارد، و جاروبکهایی هم وجود نخواهند داشت. آنچه به دید حلقه اپتیکی معروف است، به این طریق به دست می‌آید، و از پولارویدها به عنوان اجزای قطبان بهره می‌گیرند. با نگاه کردن به چنین آرایش ترکیبی، تداخل نور سفید، که مرکز آن دقیقاً در پای خط عمود از چشم قرار دارد، قابل مشاهده می‌شود. پس، می‌توان از آن به عنوان یک وسیله نشانه‌روی در تنگ با دقت زیاد و قابل حصول، استفاده کرد.

در صورتی که بلور را به جای برش عمودی، به موازات محور اپتیکی برش دهیم، فریزهای حاصل به جای دایره‌ای، به صورت هذلولی در می‌آیند. در قسمت (ج) از شکل ۲۷-۱۳، این نوع فریزها را مشاهده می‌کنید. چون در این مورد، اختلاف فاز در هیچ جای میدان دید کوچک نیست، نمی‌توان از نور سفید برای مشاهده این فریزها بهره گرفت. شکلهای تداخلی تولیدشده در بلورهای دومحوری، مانند آنچه در (د) نشان داده‌ایم، شرح پیچیده‌تری دارند، اما اصول کلی حاکم بر همه این موارد یکسان و مشابه است. دو نقطه شبیه "چشم" در (د) نقاط تقاطع محوره‌های اپتیکی با سطح بلور را نشان می‌دهند. این شکلهای در شناسایی نمونه‌های معدنی دارای اهمیت‌اند، و کان‌شناسان در میکروسکوپیایی که با قطعات قطبان تکمیل شده‌اند، با چنین شکلهایی روبه‌رو می‌شوند. در فصل بعد، مرکز روشن سیستم حلقوی مشاهده شده با بلور کوارتز تک‌محوری [عکسهای (ب)] شرح داده خواهد شد.

## مسائل

۲۷-۱ یک تیغه بلور کلسیت را که دو وجه آن موازی محور اپتیکی است، مابین دو منشور نیکول متقاطع قرار داده‌ایم، به طوری که مقطع اصلی آن با قطبشگر زاویه  $35^\circ$  می‌سازد. پیدا کنید: (الف) دامنه؛ و (ب) شدت ارتعاشات  $O$  و  $E$  در خروج از کلسیت را نیز پیدا کنید؛ (ج) دامنه‌های نسبی؛ و (د) شدتهای نسبی در خروج از آنالیزور را.  
 جواب: (الف)  $819^\circ$  و  $574^\circ$ ؛ (ب)  $671^\circ$  و  $329^\circ$ ؛ (ج) هر دو مساوی:  $47^\circ$ ؛ (د) هر دو مساوی:  $221^\circ$ .

۲۷-۲ به یک تیغه کوارتزی به ضخامت  $0.85\text{ mm}$ ، تحت فرود عمودی نور سبزی به طول موج  $5461\text{ \AA}$  (جدول ۲۶-۱) تابانیده می‌شود. محور اپتیکی با سطح تیغه موازی است. مطلوب است: (الف) مسیرهای اپتیکی دو پرتو در عبور از تیغه؛ و (ب) اختلاف فاز میان این دو پرتو، برحسب درجه.

۲۷-۳ می‌خواهیم از یک بلور دومحوری یا قوت زرد، یک تیغه نیم‌موج تشکیل دهیم. از روی ضرایب شکست مندرج در جدول ۲۶-۳، مطلوب است تعیین: (الف) صفحه‌ای که بلور را باید برش دهیم تا حداقل نازکی و شکنندگی ایجاد شود؛ (ب) ضخامت لازم برای این مقطع را محاسبه کنید.

۲۷-۴ می‌خواهیم از بلور کوارتز یک صفحه ربع‌موج بسازیم. با استفاده از ضرایب شکست برای نور آبی،  $\lambda = 4340\text{ \AA}$ ، مندرج در جدول ۲۶-۱، ضخامت لازم را محاسبه کنید.  
 جواب:  $1149\text{ mm}$ ؛  $9^\circ$

۲۷-۵ نور سدیم  $\lambda = 5893\text{ \AA}$ ، از یک پولاروید، و سپس از یک تیغه کوروندوم (از ترکیبات

بلوری آلومینیم:  $n_O = ۱٫۷۶۸$ ,  $n_E = ۱٫۷۶۰$  که سمتگیری محور اپتیکی آن نسبت به بردار الکتریکی نور فرودی  $۳۵^\circ$  پادساعتگرد است، می‌گذرد. پیدا کنید: (الف) بزرگی ارتعاشات  $E$  و  $O$  را. اگر ضخامت تیغه  $۱۶۰\text{ mm}$  باشد؛ (ب) اختلاف فاز میان مؤلفه‌های  $O$  و  $E$  عبوری از آن را؛ و (ج) نموداری شبیه نمودار شکل ۲۷-۵ ترسیم کنید که شکل ارتعاش نور عبوری را نشان دهد. ارتعاش را با مقیاس ترسیم کنید و جهت آن را نشان دهید.

۲۷-۶ دو تیغه نیم‌موج که محورهایشان زاویه کوچک  $\alpha$  باهم می‌سازند، در کنار هم در داخل قطبش نمایی با پلارویدهای متقاطع درج می‌کنیم. هرگاه جهت ارتعاشات فرودی زاویه  $\alpha$  را نصف کند، شدت میدانها برابر می‌شوند. نسبت شدتها را در صورتی که آنالیزور یک درجه چرخانده شود و  $\alpha$  دارای مقدار: (الف)  $۳۰^\circ$ ؛ (ب)  $۱۰^\circ$ ؛ (ج)  $۵^\circ$ ؛ و (د)  $۲^\circ$  باشد، پیدا کنید.

۲۷-۷ زاویه‌های گوه‌ای یک جبران‌کن باینه، از جنس کوارتز  $۲۷۵^\circ$  هستند. هرگاه این وسیله را میان منشورهای نیکول متقاطع یک قطبش‌نما (شکل ۲۷-۷) قرار دهیم، فاصله جدایی فریزهای نور سدیم چقدر خواهند شد؟ جواب:  $۰٫۶۷۴\text{ mm}$ .

۲۷-۸ وقتی باریکه نور قطبیده نامشخصی را از پشت یک منشور نیکول مشاهده کنیم. با چرخاندن منشور، شدت آن تغییر می‌کند اما هرگز صفر نمی‌شود. در یک وضعیت شدت ماکزیموم، یک تیغه ربع‌موج را در مقابل آنالیزور قرار می‌دهیم، و محور سریع را به موازات صفحه عبور آنالیزور می‌چرخانیم. در این شرایط، چرخش  $۶۰^\circ$  درجه‌ای آنالیزور در جهت ساعتگرد، نور را کاملاً خاموش می‌کند: (الف) نوع قطبش چیست؟ (ب) مد ارتعاش را به‌طور کمی توصیف کنید. جواب: (الف) نور بیضوی قطبیده؛ (ب) ارتعاش ساعتگرد بیضوی با نسبت دو قطر برابر  $۱٫۷۳۲$ .

۲۷-۹ می‌خواهیم جهت چرخش یک باریکه نور دایره‌ای قطبیده را تعیین کنیم. اگر یک تیغه ربع‌موج را مقابل آنالیزور قرار دهیم و آنالیزور را روی خاموشی تنظیم کنیم، محور سریع تیغه ربع‌موج در وضعیتی قرار می‌گیرد که اگر بخواهیم با جهت عبور آنالیزور در یک ردیف قرارش دهیم، باید آن را  $۴۵^\circ$  ساعتگرد بچرخانیم. (الف) نموداری ترسیم کنید؛ (ب) قطبیدگی دایره‌ای این نور راستگرد است یا چپگرد؟

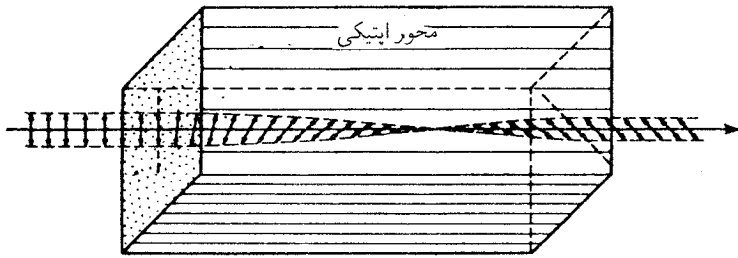
۲۷-۱۰ آرایشی فراهم آورید که بتواند در تولید یک باریکه نور بیضوی قطبیده که در آن قطر بزرگ بیضی افقی، نسبت دو قطر  $۲:۳$ ، و جهت چرخش ساعتگرد است، به‌کار برسد. ترسیم با رعایت مقیاس باشد. مشخصات هر قطعه دستگاه و سمتگیری آن را به‌دقت تعیین کنید.

## فعالیت اپتیکی و اپتیک موجی جدید

در فصلهای قبلی پیرامون رفتار نور قطبیده در بلورها، مشاهده کرده‌ایم که وقتی نور در امتداد محور اپتیکی حرکت می‌کند، دوشکستی روی نمی‌دهد و انتظار داریم که در این جهت خاص، هر نوع نوری بدون تغییر انتشار پیدا کند. ولی در همان سال ۱۸۱۱، آراگو توانست استثناهایی در این قاعده ساده کشف کند. وی پی برد که بعضی مواد، به خصوص کوارتز بلوری، وقتی میان منشورهای نیکول متقاطع قرار داده شود، حتی چنانچه محور اپتیکی با جهت نور موازی باشد، نور را به حالت اول برخواهد گرداند. در شکل ۲۷-۱۳ (ب) نمونه‌ای برای این اثر را مشاهده کردیم.

### ۱-۲۸ چرخش صفحه قطبش

وقتی باریکه نور خطی قطبیده‌ای را در امتداد محور اپتیکی کوارتز بر آن فرود آوریم، صفحه قطبش آن، مطابق شکل ۲۸-۱، پیوسته حول جهت باریکه می‌چرخد و در حال ارتعاش در صفحه دیگری غیر از صفحه ارتعاشی که به آن وارد شد، از آن خارج می‌شود. در عمل پی برده‌اند که مقدار این چرخش به فاصله طی شده در بلور و طول موج نور بستگی دارد. بستگی به فاصله نشان می‌دهد که این کنش درون محیط اتفاق می‌افتد و نه در سطح آن. این پدیده چرخش صفحه ارتعاش را



شکل ۲۸-۱. چرخش صفحه ارتعاش در یک ماده فعال اپتیکی.

غالباً فعالیت اپتیکی می‌نامند، و امروزه مواد زیادی را می‌شناسیم که این اثر را بروز می‌دهند. برخی از این مواد عبارت‌اند از سنگ‌گرف، سدیم کلرات، سقز، بلورهای قند، قند محلول، و سولفات استرکنین. برخی بلورهای کوارتز و محلولهای قند، صفحه ارتعاش را به سمت راست و برخی دیگر به سمت چپ می‌چرخانند. موادی که به سمت راست می‌چرخانند، راستگردی یا راست‌چرخ، و آنها که به سمت چپ می‌چرخانند، چپگردی یا چپ‌چرخ گفته می‌شوند. چرخش راستگردی به این معناست که در نگاه از روبه‌رو به نوری که می‌آید، صفحه ارتعاش در جهت ساعتگرد می‌چرخد. مواد چپ‌چرخ نور را در جهت پادساعتگرد می‌چرخانند.\*

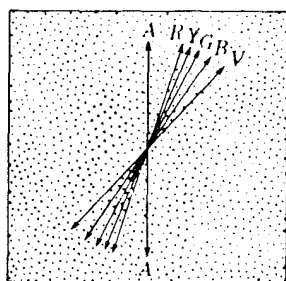
## ۲-۲۸ پاشندگی چرخشی

یکی از جلوه‌های بارز فعالیت اپتیکی این است که رنگهای مختلف به مقادیری بسیار مختلف چرخانده می‌شوند. نخستین اندازه‌گیریهایی دقیق این اثر توسط بیوانجام گرفته‌اند. بنابر نتایج اندازه‌گیریهایی وی، اندازه چرخش با تقریب بسیار زیاد با عکس مجذور طول موج متناسب است. به بیان دیگر، پاشندگی چرخشی وجود دارد، که نور بنفش تقریباً چهار برابر نور قرمز چرخانده می‌شود. در شکل ۲-۲۸ (الف)، این اثر را به صورت نمودار برای کوارتز نمایش داده‌ایم. نور سفید خطی قطبیده در جهت عمود بر تیغه کوارتز فرود می‌آید، و جهت ارتعاش آن را با  $AA$  نشان می‌دهیم. نور بنفش در حین عبور از ضخامت یک میلیمتری بلور، به اندازه  $5^\circ$ ، اما نور قرمز  $15^\circ$ ، و رنگهای دیگر به میزانی مابین این دو مقدار، می‌چرخند. مقادیر دقیقتر برای  $15^\circ$  طول موج در طول طیف مرئی و فرابنفش را در جدول ۲-۲۸ درج کرده‌ایم.

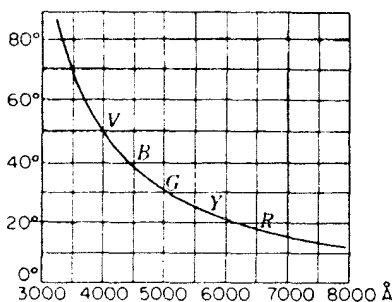
نمودار این چرخش برای تیغه‌ای یک میلی‌متری را در شکل ۲-۲۸ (ب) ترسیم کرده‌ایم که به آن، چرخش ویژه می‌گویند. اندازه‌گیریهایی دقیق روی کوارتز و نیز سایر مواد، نشان می‌دهد که قانون

\* هر چند که قراردادی که در اینجا به‌کار رفته، خیلی رایج به نظر می‌رسد، در بسیاری از کتابها قراردادی به‌کار برده‌اند که عکس این قرارداد است.





(الف)



(ب)

شکل ۲۸-۲ (الف) چرخش رنگهای مختلف در تیغه کوارتزی به ضخامت یک میلیمتر؛ (ب) منحنی چرخش ویژه.

جدول ۲۸-۱ چرخش ویژه  $\rho$  برای نور خطی قطبیده در کوارتز

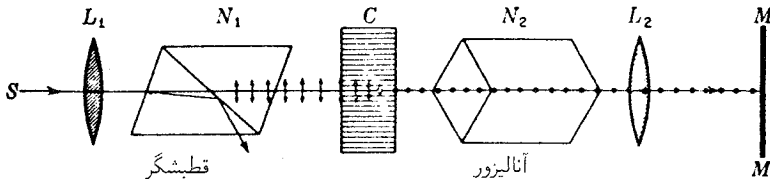
طول موج		طول موج		طول موج	
Å	درجه /mm	Å	درجه /mm	Å	درجه /mm
۲۲۶۵٫۰۳	۲۰٫۱۹	۴۳۵۸٫۳۴	۴۱٫۵۴۸	۵۸۹۲٫۹۰	۲۱٫۷۲۴
۲۵۰۳٫۲۹	۱۵٫۳۹	۴۶۷۸٫۱۵	۳۵٫۶۰۱	۶۴۳۸٫۴۷	۱۸٫۰۲۳
۳۰۳۴٫۱۲	۹٫۵۰۲	۴۸۶۱٫۳۳	۳۲٫۷۶۱	۶۷۰۷٫۸۶	۱۶٫۵۳۵
۳۴۰۳٫۶۵	۷٫۲٫۴۵	۵۰۸۵٫۸۲	۲۹٫۷۲۸	۷۲۸۱٫۳۵	۱۳٫۹۲۴
۴۰۴۶٫۵۶	۴٫۸۹۴۵	۵۴۶۰٫۷۲	۲۵٫۵۳۵	۷۹۴۷٫۶۳	۱۱٫۵۸۹

عکس مجذوری بیو فقط به طور تقریب صادق است. در واقع، مابین فعالیت اپتیکی و نظریه پراکندگی عادی رابطه تنگاتنگی برقرار است که فرمولهای پاشندگی منظم برای ضریب شکست در مورد چرخش هم صدق می‌کند. مثلاً معادله کوشی (بخش ۲۳-۳) را می‌توان برای نمایش چرخش ویژه کوارتز در ناحیه مرئی به‌کار گرفت. به این ترتیب

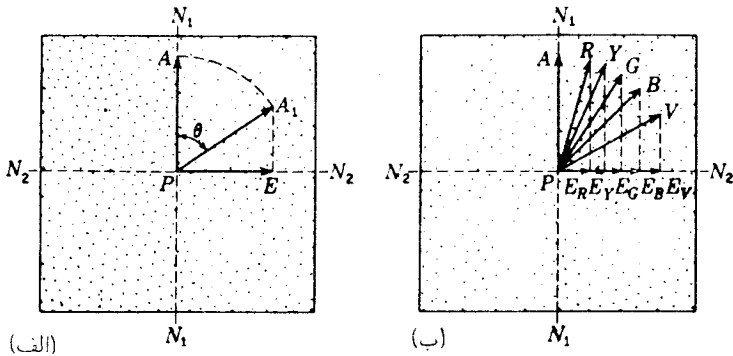
$$\rho = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (۱-۲۸)$$

که در آن  $A$  و  $B$  مقادیر ثابتی‌اند که باید تعیین شوند.

از لحاظ تجربی، می‌توان پاشندگی چرخشی را با قرار دادن یک تیغه کوارتز میان آنالیزور و قطبشگر متقاطع، مطابق شکل ۲۸-۳ نمایش داد. با وجود منبعی تکفام در  $S$ ، مقداری نور از آنالیزور عبور می‌کند و به پرده  $MM$  می‌رسد، زیرا در عبور از کوارتز در امتداد محور اپتیکی، صفحه ارتعاش



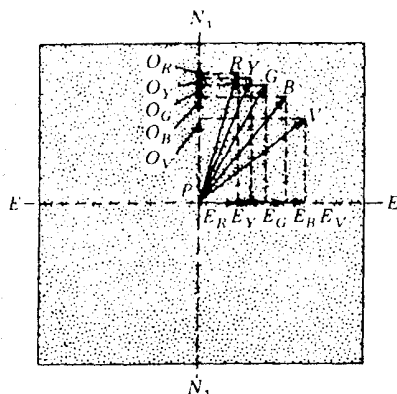
شکل ۲۸-۳ آرایش تجربی برای مطالعه چرخش ناشی از یک تیغه فعال اپتیکی، c.



شکل ۲۸-۴ چرخش نور سفید، در هنگام عبور از آنالیزورهای متقاطع تصویر رنگی تولید می‌کند.

چرخیده است. این پدیده را به صورت نموداری در شکل ۲۸-۴(الف) مشاهده می‌کنید. پس از اینکه ارتعاش از صفحه  $AP$  به صفحه  $A_1P$  چرخید، یک مؤلفه مشخص  $EP = A_1P \sin \theta$  از میان آنالیزور  $N_2$  عبور می‌کند. حال، چنانچه آنالیزور را به موازات  $A_1P$  قرار دهیم، همه نور عبور خواهد کرد، در صورتی‌که اگر آن را عمود بر  $A_1P$  قرار دهیم، هیچ نوری عبور داده نخواهد شد. حال فرض می‌کنیم به جای نور تکفام نور سفید به کار گرفته شود، به طوری که رنگهای گوناگون در حین عبور از بلور به اندازه‌های مختلف بچرخند، که در شکل ۲۸-۴(ب) مشاهده می‌کنید. اکنون صفحات جدید ارتعاش عبارت‌اند از  $RP$  برای قرمز و  $VP$  برای بنفش. دو مؤلفه افقی  $ERP$  تا  $EVP$  در هنگام ورود به  $N_2$ ، از آن عبور خواهند کرد. چون نور بنفش عبور کرده بیش از نور عبور کرده قرمز است، تصویر بر روی پرده رنگین خواهد بود. آنچه اتفاق افتاده، این است که در نیکول دوم نور قرمز بیشتر حذف می‌شود. این موضوع را می‌توان با تغییراتی که به شرح زیر در آزمایش پدید می‌آوریم، مشاهده کرد.

به جای آنالیزور شکل ۲۸-۳ یک بلور کلسیت قرار می‌دهیم. بلور کلسیت در یک باریکه ارتعاشات  $E$  را که آنالیزور به تنهایی عبور می‌داد، خواهد گذرانید، و در یک باریکه جداگانه، ارتعاشات



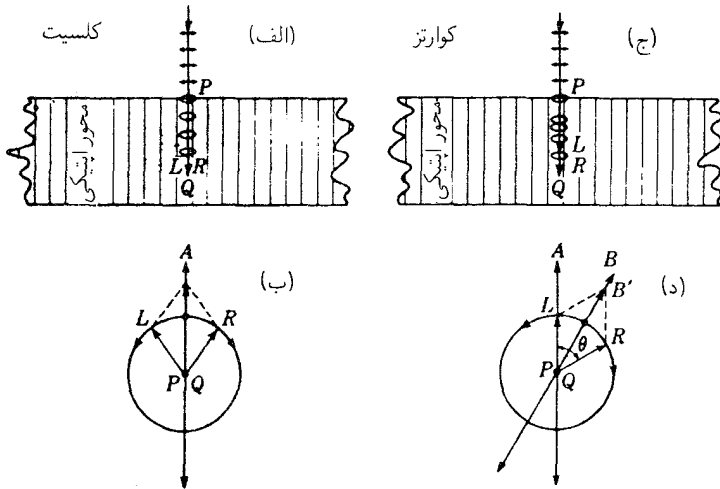
شکل ۲۸-۵ تیغه کوارتزی میان قطبشگر  $N_1$  و یک بلور کلسیت  $E$  به عنوان آنالیزور.

$O$  را عبور خواهد داد. باریکه  $E$  حاوی مؤلفه‌های  $ER_P$  تا  $EV_P$  خواهد بود (شکل ۲۸-۵) و باریکه  $O$  مؤلفه‌های  $OR_P$  تا  $OV_P$  را در بر خواهد داشت. به بیان دیگر، آنچه در باریکه  $E$  وجود ندارد، در  $O$  وجود دارد. بنابراین، دو تصویر حاصل روی پرده  $MM$  رنگهای مکمل هستند، و اگر به صورت جزئی بر هم افتند، ناحیهٔ برهم‌نهمش سفید خواهد بود. این روش برای نمایش دادن یک رشته رنگهای مکمل بسیار عالی است، زیرا اگر کلسیت به آهستگی برگردانده شود، مقادیر متغیری از رنگهای مختلف را می‌توان به باریکه‌های  $E$  یا  $O$  وارد کرد.

یکی دیگر از نمایشهای بسیار چشمگیر برای فعالیت اپتیکی و پاشندگی چرخشی، عبور دادن نور خطی قطبیده، در جهت عمودی از محلول شفاف قند نیشکر درون یک لولهٔ دراز شیشه‌ای عملی می‌شود. با نگاه کردن به لوله از پهلو به وسیله یک منشور نیکول، یک آرایش بسیار ظریف مارپیچی شکل رنگارنگ مشاهده خواهد شد.

### ۲۸-۳ توصیف فرنل در خصوص چرخش

فرنل شرحی برای چرخش در بلورهایی نظیر کوارتز ارائه کرده است که بر اساس این فرض استوار شده که نور دایره‌ای قطبیده، در امتداد محور اپتیکی بدون تغییر منتشر می‌شود. این شرح، گرچه نظریه‌ای به‌شمار نمی‌رود که بتواند علت بنیادی پدیده را ارائه دهد، با این وصف، واقعیتها را به‌گونه اطمینان‌بخشی منظور می‌کند. اساس توجیه فرنل بر این اصل اولیه مکانیک استوار است که هر حرکت هماهنگ ساده در امتداد یک خط راست را می‌توان به صورت ترکیب دو حرکت دایره‌ای در جهت‌های مخالف توصیف کرد.



شکل ۲۸-۶ تجزیه نور خطی قطبیده به مؤلفه‌های دایره‌ای قطبیده.

نخستین فرض فرنل از این قرار است که نور خطی قطبیده ورودی به بلور در امتداد محور اپتیکی آن، به دو ارتعاش دایره‌ای قطبیده با چرخش در دو جهت مخالف و با بسامد یکسان تجزیه می‌شود. در بلورهایی مانند کلسیت، که از لحاظ اپتیکی فعال نیستند، مطابق شکل ۲۸-۶(الف)، این دو حرکت دایره‌ای  $L$  و  $R$  با سرعت یکسان حرکت می‌کنند. چون هر دو ارتعاش، به هر نقطه از مسیر خود همزمان می‌رسند، برآیند آنها حرکت هماهنگ ساده‌ای در صفحه ارتعاش اولیه خواهد بود، که در شکل (ب) نشان داده‌ایم. به این ترتیب، در کلسیت یک موج خطی قطبیده در امتداد محور با ارتعاشاتی که همواره در یک صفحه واقع‌اند، انتشار پیدا می‌کند.

در یک بلور فعال اپتیکی، دو ارتعاش دایره‌ای، با سرعتی که اختلاف بسیار اندکی با هم دارند، پیش می‌روند. در کوارتز راست‌گردی، حرکت راست‌چرخ یا حرکت ساعتگرد (در نگاه از روبه‌رو) سریعتر، و در کوارتز چپ‌چرخ، حرکت چپ‌گردی یا پادساعتگرد سریعتر است.

حال، در بلوری راست‌چرخ، نقطه‌ای مانند  $Q$  در امتداد مسیر یک باریکه خطی قطبیده فرودی را، مطابق شکل ۲۸-۶(ج)، در نظر می‌گیریم. دامنه و صفحه ارتعاش فرودی را در شکل ۲۸-۶(د)، با  $AP$  نشان می‌دهیم. ابتدا مؤلفه دایره‌ای راست  $R$  این ارتعاش به  $Q$  می‌رسد، و با ادامه حرکت موج، جابه‌جایی آن، قبل از اینکه مؤلفه چپ‌چرخ آن،  $L$ ، برسد، به اندازه زاویه  $\theta$  چرخیده است. در این لحظه، دو حرکت دایره‌ای در جهت‌های مخالف‌اند اما بسامد آنها یکسان است، یکی از  $R$  شروع می‌کند و دیگری از  $L$ . در نتیجه، نقطه  $B'$  در امتداد خط ثابت  $BQ$  با همان دامنه و بسامد

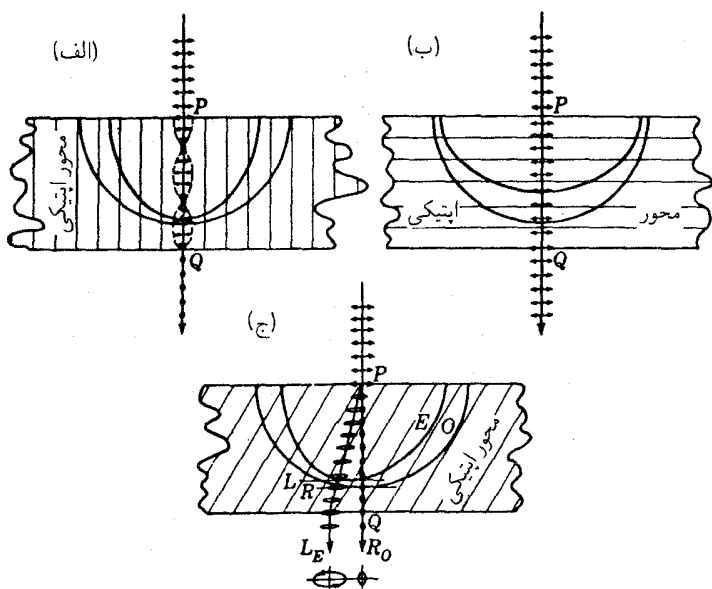


موازی اند با سرعت‌های متفاوتی انتشار می‌یابند ولی چنان‌که نشان داده‌ایم شکلشان تغییر نمی‌کند. در امتداد محور  $zz'$  ارتعاشات راست و چپ  $R$  و  $L$  با سرعت‌های اندکی متفاوت انتشار می‌یابند. در امتداد‌های میانی، مانند (ب) و (ج)، فقط ارتعاشات بیضوی دارای شکل معین، می‌توانند بدون تغییر عبور کنند.

در کلسیت، سطح موجی بیضوی، معیاری برای سرعت نور خطی قطبیده در جهت‌های مختلف ارائه می‌کرد، و تغییرات سرعت که به وسیله بردار شعاعی سطح نمایش داده می‌شد، ناشی از زاویه متغیری بود که ارتعاشات با محور اپتیکی می‌ساختند. در کوارتز یا هر بلور فعال اپتیکی، هر یک از دو سطوح، سرعت‌های انواع گوناگون نور قطبیده را، بسته به جهت انتشار، نمایش می‌دهند. برای جهت موازی با محور اپتیکی، سرعت مربوط به سطح خارجی سرعت نور دایره‌ای قطبیده راست (کوارتز راستگرد) و سرعت مربوط به سطح داخلی، سرعت نور دایره‌ای قطبیده چپگرد است. برای جهاتی که با این محور زاویه‌ای می‌سازند، سرعت دارای دو مؤلفه قطبیده بیضوی است. قطرهای اطول بیضیها بر همدیگر عمودند، و با افزایش زاویه‌ای که با محور اپتیکی ساخته‌اند، بیضیها باریکتر می‌شوند و در زاویه  $90^\circ$  به صورت خط در می‌آیند (نور خطی قطبیده).

به کمک مشخصه‌های سطح موج که در بالا برشمردیم، رفتار نور خطی قطبیده در هنگام ورود آن به بلور و انتشارش موازی یا متعامد بر محور اپتیکی، مطابق قسمتهای (الف) و (ب) شکل ۲۸-۸، به سهولت فهمیده می‌شود. در (الف)، ارتعاشات خطی در هنگام ورود به بلور به دو ارتعاش دایره‌ای تجزیه می‌شود که با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کنند. براینده این دو، صرفاً ارتعاش تختی است که بسته به ضخامت بلور و طول موج نور، می‌چرخد. در (ب) نیز ارتعاشات فرودی خطی، اما با محور اپتیکی موازیند؛ پس، نور به صورت یک باریکه  $E$  عبور می‌کند و سرعتش را ورقه داخلی سطح موج تعیین می‌کند. اگر ارتعاشات بر محور عمود می‌بودند، با سرعت بیشتر باریکه  $O$  حرکت می‌کردند. در هر دو حالت، شکل و جهت ارتعاش بدون تغییر می‌ماند. در زوایای دیگر برای ارتعاشات فرودی، دو مؤلفه خطی وجود می‌داشت که با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کردند، و این امر باعث قطبیدگی بیضوی نور می‌شود. به این ترتیب، برای نوری که عمود بر محور اپتیکی حرکت می‌کند، بلور کوارتز دقیقاً مانند سایر بلورهای تک‌محوری رفتار می‌کند و آثار تداخلی بر شمرده شده در فصل قبلی را بروز می‌دهد.

هرگاه محور اپتیکی بر پرتو عمود نباشد، آثار ناشی از فعالیت اپتیکی با دامنه کمتر یا بیشتری بروز می‌کنند و با موازی شدن حرکت پرتو و محور اپتیکی به بیشترین حد خود می‌رسند. در شکل ۲۸-۸ (ج)، که در آن ارتعاشات فرودی روی مقطع اصلی قرار دارند، با ورود به بلور، به دو بیضی  $L_E$  و  $R_O$  با اندازه‌های متفاوت تجزیه می‌شوند. قطرهای اطول این بیضیها بر همدیگر عمودند و جهت چرخش آنها مخالف یکدیگر است. برخلاف حالت بلورهای غیرفعال، پرتو فرودی



شکل ۲۸-۸ آثار ناشی از برش بلورهای کوارتز در سه صفحه مختلف روی نور خطی قطبیده در حین عبور از آن.

با ارتعاشی موازی با مقطع اصلی، به صورت تک پرتو  $E$  عبور نمی‌کند، بلکه در عوض، دو پرتو با شدت‌های متفاوت وجود دارد. در بخش‌های آینده خواهیم دید که به استثنای موقعی که زاویهٔ میان پرتو و محور اپتیکی خیلی کوچک است، شدت پرتوی که با  $R_O$  نشان داده‌ایم، بسیار کم و  $L_E$  یک بیضی بسیار باریک است. همچنین خواهیم دید که سطح موج  $O$  دقیقاً کروی نیست، به طوری که  $R_O$  حتی در فرود عمودی هم اندکی انحراف دارد.

برخی بلورهای دوماحوری یافت می‌شوند که فعالیت اپتیکی از خود بروز می‌دهند. این پدیده به طور کلی با دوشکستی همراه است و نمایش آن به دشواری صورت می‌گیرد. سطوح موج در چنین بلورهایی دارای ظاهری یکسان با آن چیزی است که فصل ۲۶ ارائه شد، با این تفاوت که سطوح داخلی و خارجی در محورهای پرتو، یعنی در فرورفتگی سطح خارجی، کاملاً تماس نمی‌یابند.

## ۲۸-۵ شکل سطوح موج در کوارتز

به منظور تشریح آثار قطبشی مشاهده شده هنگام عبور دادن نور از بلورهای کوارتز، این نتیجه به دست آمده است که باید سطوح عادی کروی و بیضیوار برای بلورهای غیرفعال را، در مجاورت محور اپتیکی،

جدول ۲۸-۲ ضرایب شکست برای کوارتز

طول موج Å	$n_E$	$n_O$	$n_R$	$n_L$
۳۹۶۸	۱٫۵۶۷۷۱	۱٫۵۵۸۱۵	۱٫۵۵۸۱۰	۱٫۵۵۸۲۱
۷۶۲۰	۱٫۵۴۸۱۱	۱٫۵۳۹۱۷	۱٫۵۳۹۱۴	۱٫۵۳۹۲۰

با اعوجاج بسیار اندک منظور کرد. چنان‌که در پایین شکل ۲۸-۷ به صورت مبالغه‌آمیزی نشان داده‌ایم، سطح خارجی برآمدگی دارد و سطح داخلی خوابیده است. خط چینه‌ها انحنای یک دایره و بیضی واقعی را بروز می‌دهند، و خطوط پیوسته سطح واقعی را نشان می‌دهند. ولی شکل دقیق این سطوح از نظر نورشناختی چندان اهمیت ندارد که فاصله میان آنها دارای اهمیت است. در واقع، تغییر از نور دایره‌ای قطبیده به نور تقریباً خطی قطبیده در محدوده‌ی یک زاویه بسیار کوچک محور اپتیکی صورت می‌گیرد، به طوری که به استثنای حالت‌های مربوط به زوایای بسیار کوچک، اصولاً کوارتز نظیر یک بلور تک‌محوری عادی رفتار می‌کند. این رفتار از اختلاف سرعت (یا اختلاف ضرایب شکست) میان دو پرتو دایره‌ای قطبیده  $R$  و  $L$  ناشی می‌شود که در حرکت به موازات محور اپتیکی در مقایسه با اختلاف سرعت پرتوهای  $O$  و  $E$  در هنگام حرکت در جهت عمود بر آن، کوچک است. این موضوع را می‌توان از ملاحظه‌ی مقادیر مندرج در جدول ۲۸-۲ برای نور قرمز و بنفش بهتر دریافت. در امتداد محور اپتیکی، فاصله دو سطح در مقایسه با شعاع یک سطح کروی، عبارت است از نسبت  $۲۶۰۰۰ : ۱$  برای نور قرمز، و  $۱۴۰۰۰ : ۱$  برای نور بنفش. در امتداد عمود بر محور، این نسبتها، به ترتیب، عبارت‌اند از:  $۱۷۰ : ۱$  و  $۱۶۰ : ۱$  هستند.

چون برای ارتعاشات دایره‌ای در امتداد محور اپتیکی، دو سرعت وجود دارد، زاویه چرخش نور قطبیده خطی را می‌توان به کمک ضرایب شکست محاسبه کرد. اختلاف فاز  $\delta$  میان دو موج با فاصله معلوم از یکدیگر، از معادله (۲۷-۲) به صورت زیر به دست می‌آید

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_L - n_R) \quad (2-28)$$

که در آن  $d$  فاصله پیموده شده در محیط مادی،  $\lambda$  طول موج نور و  $n_L - n_R$  تفاضل ضرایب شکست است. اگر حرکت دایره‌ای  $R$  به اندازه  $\delta$  از  $L$  جلوتر باشد، صفحه ارتعاش به اندازه  $\delta/2$  رادیان خواهد چرخید [شکل ۲۸-۶(د)].

مثلاً، برای یک تیغه کوارتز به ضخامت  $1\text{ mm}$ ، با جایگذاری در معادله (۲-۲۸)، داریم

$$\delta = \frac{2\pi}{0.000076\text{ cm}} (0.1\text{ cm})(0.00006) = 0.5\text{ rad}$$



که برای نور قرمز با  $\lambda = 7600$ ، چرخشی به اندازه  $14^\circ$  به دست می‌دهد [شکل ۲۸-۲(ب)]، ولی باید خاطر نشان کنیم که تفاضلهای صحیح برای  $n_L - n_R$  در عمل از چرخش مشاهده شده محاسبه می‌شوند.

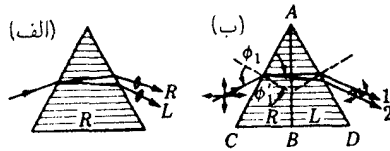
## ۲۸-۶ چندمنشوری فرنل

نخستین نمایش تجربی دوشکستی به دو پرتو دایره‌ای قطبیده را فرنل انجام داده است. فرنل به این ترتیب استدلال کرد که اگر دو مؤلفه دایره‌ای، با سرعت متفاوتی در امتداد محور اپتیکی کوارتز حرکت کنند، باید در خروج مایل از یک سطح بلور به هوا، تحت دو زاویه متفاوت شکسته شوند. فرنل پس از عدم موفقیت در مشاهده این اثر در یک تک‌منشور کوارتزی، دست به ساختن یک ردیف منشورهای راستگرد و چپگرد زد و، مطابق شکل ۲۸-۹، آنها را به یکدیگر چسباند. با این قطار منشوری، دو باریکه دایره‌ای قطبیده، یکی راستگرد و دیگری چپگرد، مشاهده شد.

دلیل اینکه چرا هر بار پرتوها در هر سطح مایل نسبت به یکدیگر بیشتر دور می‌شوند از قرار زیر است. با فرود عمودی نور بر سطح اول بلور، دو مؤلفه ارتعاشات دایره‌ای در امتداد محور اپتیکی با سرعت متفاوتی حرکت می‌کنند. حرکت  $R$  که در منشور اول سریعتر است، هنگام عبور از نخستین مرز مایل، در دومی کندتر می‌شود. برای حرکت  $L$ ، عکس این ترتیب صادق است. در این صورت، بنا بر قانون شکست عادی، یکی از پرتوها از خط عمود بر مرز دور، و دیگری به آن نزدیک می‌شود. در مرز دوم، دوباره سرعتها معاوضه می‌شوند، به طوری که حالا پرتو روبه عمود در نخستین مرز مایل، از آن دور می‌شود. نتیجه نهایی این است که زاویه میان دو پرتو هر بار در طی شکستهای متوالی افزایش می‌یابد. اگر چنین منشوری در اختیار دانشجویان باشد، می‌توان مشاهدات فرنل را با قرار دادن آن در مقابل یک طیف‌سنج کوچک آزمایشگاهی، تکرار کرد. اگر دو تصویر حاصل در دور بین طیف‌سنج را با یک منشور نیکول یا یک وسیله آنالیزور دیگر امتحان کنیم، با چرخش آنالیزور بدون تغییر خواهد ماند. اگر یک تیغه ربع جلولی منشور نیکول بگیریم، هر دو ارتعاش دایره‌ای به ارتعاشات خطی قطبیده عمود بر یکدیگر تبدیل خواهند شد. اما اکنون تصویرها با هر چرخش  $90^\circ$  منشور نیکول به تناوب ناپدید می‌شوند.



شکل ۲۸-۹ چند منشوری فرنل برای نمایش دو مؤلفه دایره‌ای قطبیده.



شکل ۱۰-۲۸ (الف) منشور بلور کوارتز ساده؛ (ب) منشور کورنو.

## ۲۸-۷ منشور کورنو

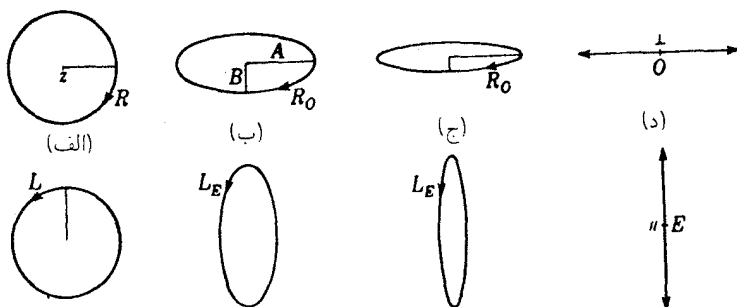
دوشکستی به صورت نور دایره‌ای قطبیده، حتی با تک منشور کوارتز هم که مانند شکل ۲۸-۱۰ (الف) به صورت قاعده موازی با محور اپتیکی برش یافته باشد، قابل تشخیص است. با نور سدیم و در منشور  $60^\circ$ ، فاصله زاویه‌ای فقط  $27^\circ$  ثانیه قوس است و بنابراین، در شکل به نحو مبالغه‌آمیزی بزرگنمایی شده است. اگر در طیف‌نگارها از منشور کوارتز استفاده شود، حتی این دوتاشدگی کوچک خطوط طیفی نیز چشم‌پوشیدنی نیست، به خصوص در دستگاههایی که دارای پاشندگی بزرگ باشند. برای مقابله با این اثر، کورنو منشور  $60^\circ$  درجه‌ای ساخت که، مطابق شکل ۲۸-۱۰ (ب) از کوارتز راستگرد و چپگرد تشکیل می‌شد. هرگاه این منشور را در زاویه انحراف می‌نیموم قرار دهیم، به سبب معاوضه سرعتها، نور می‌تواند بدون شکست دوگانه عبور کند. عملاً، همه منشورهای  $60^\circ$  درجه‌ای مورد استفاده در طیف‌نگارها، از این نوع‌اند.

در طیف‌نگار لیترو، فقط یک نیمه منشور کورنو مورد استفاده قرار می‌گیرد، و این نیمه، جای توری شکل ۱۷-۱۴ را می‌گیرد. در این مورد، وجه پشتی  $AB$  در منشور  $R$ ، شکل ۲۸-۱۰ (ب)، با نشاندن نقره یا آلومینیم روی سطحش، به یک بازتابگر تبدیل می‌شود. با بازتاباندن نور به عقب، این نیمه منشور برای بار دوم مورد استفاده قرار می‌گیرد و دارای همان پاشندگی منشور کورنو خواهد بود. ارتعاشات  $R$  که به آینه می‌رسند، پس از بازتابش به ارتعاشات  $L$  تبدیل می‌شوند و به این ترتیب، دوشکستی را بی‌اثر می‌کنند.

گاهی منشورها و عدسیهای کوارتز همجویشیده، در ابزار اپتیکی به‌کار گرفته می‌شوند، اما فقط در مواردی که دقت زیاد چندان مهم نباشد. با همه اینها که کوارتز همجویشیده شفاف و فاقد دوشکستی است، ولی فرایندهای تولیدی هنوز به مرحله‌ای نرسیده‌اند که بتوانند نمونه‌های بزرگ و به‌اندازه کافی عاری از ناهمگنی فراهم آورند، تا در دستگاههای دقیق مورد استفاده واقع شوند.

## ۲۸-۸ شکل و شدت ارتعاش در بلورهای فعال

در بخش ۲۸-۴، انتشار نور را در جهت‌های مختلف نسبت به محور اپتیکی کوارتز برحسب سطح موج در چنین بلورهایی، به اجمال توصیف کردیم. مثلاً، در کوارتزهای راستگرد، ورقه خارجی



شکل ۱۱-۲۸ ارتعاشات نوری که از یک بلور فعال اپتیکی تحت زوایای مختلف نسبت به محور اپتیکی می‌گذرد.

سطح موج نمایانگر سرعت حرکت ارتعاش دایره‌ای راستگرد در امتداد محور اپتیکی، برای ارتعاش بیضوی تحت زاویه‌ای با محور، و برای ارتعاش خطی در صفحه استوایی آن بود. با نگاه به پرتو نور از مواضع (الف)، (ب)، (ج)، و (د) در شکل ۷-۲۸، این ارتعاشات مانند شکل ۱۱-۲۸، به نظر خواهند رسید. ارتعاشات جملگی به صفحات مماس بر سطح موج محدودند، که قطر بزرگ هر بیضی در وجه خارجی آن عمود بر محور اپتیکی و قطر کوچک هر بیضی در سطح داخلی‌اش، بر این محور عمودند. در کوارتز چپگرد، جهتهای چرخش معاوضه می‌شوند، اما در غیر این صورت، شکلها تغییری نمی‌کنند.

چنان‌که قبلاً گفته‌ایم، گذار از نور دایره‌ای قطبیده به نور اساساً خطی قطبیده، در محدوده چند درجه‌ای محور اپتیکی روی می‌دهد. مثلاً، در کوارتز نسبت میان اقطار ارتعاشات بیضوی (بزرگ به کوچک) برای نور سدیم در حرکت با زاویه  $5^\circ$  نسبت به محور اپتیکی،  $37/2$  است. در  $10^\circ$ ، این نسبت به  $7/8$  افزایش می‌یابد. این ارقام در ترسیم شکلهای ۱۱-۲۸ (ب) و (ج) مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

هرگاه یک تیغه کوارتزی با برش عمودی نسبت به محور اپتیکی را در نور شدیداً همگرا، میان آنالیزور و قطبشگر قرار دهیم، به طوری که نور از تیغه بلوری تحت زوایای مختلف نسبت به محور عبور کند، نقشهای تداخلی (شکل ۱۳-۲۷) با شکلهای ناشی از کاربرد بلور غیرفعال مانند کلسیت، شباهت زیادی دارند. تفاوت اساسی در آن است که مرکز نقش، حتی در آنالیزور و قطبشگر متقاطع، تقریباً همیشه به جای اینکه تاریک باشد، روشن است. چرخش در صفحه ارتعاش این نتیجه را دارد که مقداری از نور در مرکز جاروبکها عبور می‌کند که در غیر این صورت تاریک است. این اثر را می‌توان در هر دو عکس قسمت (ب) از شکل ۱۳-۲۷ مشاهده کرد.

شدت دو باریکه بیضوی قطبیده ناشی از یک باریکه فرودی ناقطبیده همواره مساوی خواهد بود. دو بیضی، مانند بیضیهای شکل ۱۱-۲۸ (ب) به یکدیگر شبیه‌اند، با این تفاوت که سمتگیری

آنها با هم فرق می‌کند. با یادآوری این نکته که یک ارتعاش بیضوی را می‌توان از ترکیب دو ارتعاش خطی عمود بر هم و اختلاف فاز  $90^\circ$  به دست آورد، معلوم می‌شود که شدت متناظر برحسب نیم‌قطرهای بزرگ و کوچک  $A$  و  $B$  به صورت زیر است:

$$I \approx A^2 + B^2 \quad (3-28)$$

بنابراین، در حالت حدی نور دایره‌ای قطبیده با شعاعهای  $B = A$ ، خواهیم داشت:

$$I \approx 2A^2 \quad (4-28)$$

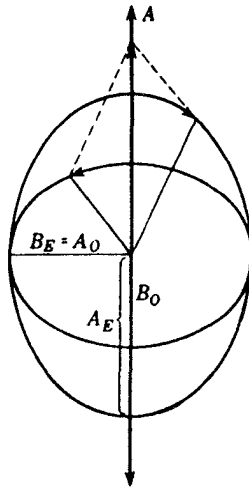
و برای نور قطبیده خطی ( $B = 0$ )، رابطه معمولی زیر برقرار است

$$I \approx A^2 \quad (5-28)$$

اگر قرار باشد هر باریکه، بی‌توجه به خروج از مرکز بیضی، شدت خود را حفظ کند، دامنه ارتعاش خطی باید  $\sqrt{2}$  برابر شعاع ارتعاش دایره‌ای متناظرش باشد.

اگر نور فرودی، مطابق شکل ۲۸-۸(ج)، قطبیده خطی باشد، ابعاد دو بیضی با هم فرق خواهند کرد. حال، برای اینکه آنها بتوانند مؤلفه‌های ارتعاش خطی اصلی را نمایان کنند، بنابر شکل ۲۸-۱۲ باید قطر کوچک بیضی بزرگ برابر قطر بزرگ بیضی کوچک باشد. زیرا، برای اینکه مؤلفه‌های افقی همدیگر را حذف کنند، لازم است که  $B_E - A_O = 0$ . علاوه بر این، برای اینکه مؤلفه‌های قائم پس از جمع شدن ارتعاش اصلی را به دست دهند، باید  $A_E + B_O = A$ ؛ در نتیجه باید  $A_E/B_E = A_O/B_O$  و از این رو بیضی‌ها شکل یکسانی دارند. نسبت شدتهای متناظر به هر دو نسبت  $A/B$  بستگی خواهد داشت، و از یک، در جهت محور اپتیکی، تا صفر، در جهت عمود بر آن، تغییر خواهد کرد.

برای نور ناقطبیده که معادل دو ارتعاش خطی متعامد مستقل از یکدیگر است، هر کدام از اینها دو بیضی در چرخش متضاد و بزرگی متفاوت به دست خواهد داد. هرگاه دو چپگرد را با هم ترکیب کنیم تا بیضی چپگردی به دست آید دو راستگرد را ترکیب کنیم تا یک بیضی راستگردی به دست آید، معلوم خواهد شد که بیضیهای حاصل دارای ابعادی مساوی هستند. اینها، بیضیهایی‌اند که در شکل ۲۸-۱۱ رسم شده‌اند.

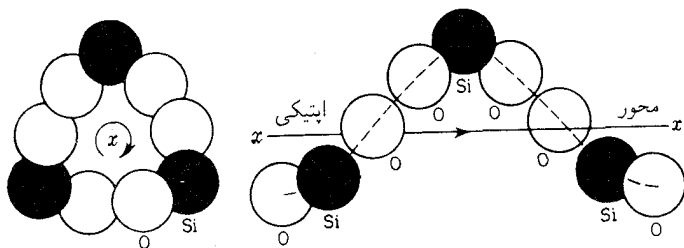


شکل ۲۸-۱۲ تجزیه ارتعاش هماهنگ خطی به دو ارتعاش بیضوی مشابه.

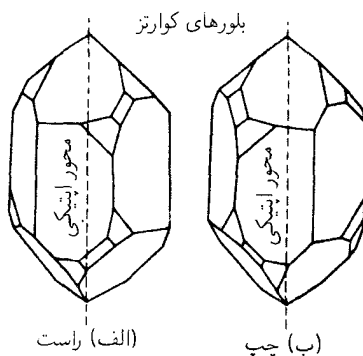
## ۲۸-۹ نظریهٔ فعالیت ایتیکی

نظریهٔ چرخش نور خطی قطبیده در مواد فعال ایتیکی، با آزمایشی آغاز می‌شود که روش انجام داده‌است. وی مشاهده کرد که هرگاه نور خطی قطبیده به‌طور عمودی به یک ردیف تیغه‌های نازک میکا با برش موازی محور ایتیکی فرود آید که پشت سر هم با زاویه چرخش کوچکی در سمت راست قبلی چیده شده‌اند، صفحه ارتعاش به‌راستی می‌چرخد. هر قدر زاویهٔ مابین تیغه‌های متوالی کوچک باشد، به‌همان نسبت چرخش در امتداد محور ایتیکی در کوارتز کوچکتر خواهد بود.

به‌این قرار، آزمایش روش این تصور را القا می‌کند که بلورهای فعال ایتیکی از لایه‌هایی اتمی تشکیل می‌شوند که هر کدام نسبت به‌دیگری اندکی چرخیده‌اند. در بلورهای راستگرد، لایه‌ها در جهت ساعتگرد و در بلورهای چپگرد در جهت پادساعتگرد حول محور ایتیکی چیده شده‌اند. ساختار کوارتز بلورین که شناخته شده و فرمول شیمیایی آن  $\text{SiO}_2$  است، این ایده را تأیید می‌کند. مطابق شکل ۲۸-۱۳، با نگاه کردن در امتداد محور ایتیکی به الگوی بلور کوارتز، ستونهایی از اتمهای سیلیکون و اکسیژن مشاهده می‌شود، که به‌صورت مارپیچ چیده شده‌اند. این مارپیچهای اتمی، صفحاتی می‌سازند که اثر چرخش در امتداد محور ایتیکی را بروز می‌دهند. از نمودارهای شکل ۲۸-۱۴، برای بلورهای راستگرد و چپگرد، این شکل‌گیری پیچ‌خورده، با آرایش وجوه بلوری کوچکتر توجیه می‌شود. یک بلور، هم به‌صورت ساختار بزرگ و هم اتمی، مانند تصویر آینه‌ای بلور



شکل ۲۸-۱۳ آرایش ماریچی اتمهای سیلیسیم و اکسیژن در امتداد محور اپتیکی بلورهای کوارتز.



شکل ۲۸-۱۴ نمودارهای صفحات بلور در بلورهای کوارتز راستگرد و چپگرد. هر کدام، تصویر آینه‌ای دیگری است.

دیگر است. شباهت بالا با یک ردیف تیغه‌ای، نباید در این معنا تفسیر شود که صفحه ارتعاش هم با سرعت لایه‌های اتمی می‌چرخد، زیرا این عمل هر نوع پاشندگی چرخشی را محال می‌سازد. نظریه الکترومغناطیسی فعالیت اپتیکی عمدتاً مدیون کارهای بورن و همکارانش است و کوندون<sup>۱</sup> آنرا جمع‌بندی و تدوین کرده‌است. در دی‌الکتریک عادی، اعمال یک میدان الکتریکی، به تفکیک بارها می‌انجامد و قطبش حاصل محیط مادی در جهت  $E$  است (بخش ۲۳-۹). در یک ماده فعال اپتیکی، تصور می‌شود که بارها در مسیری حلزونی شکل به حرکت واداشته می‌شوند، به طوری که علاوه بر حرکت به جلو که قطبش عادی ایجاد می‌کند، حرکتی دایره‌ای نیز وجود دارد که باعث اثرهای مغناطیسی می‌شود. درود<sup>۲</sup> نشان داده است که این واقعیت را می‌توان با وارد کردن یک جمله اضافی به یکی از معادلات ماکسول برای دی‌الکتریک [در قسمت چپ معادله (۲۳-۹)] منظور کرد. در این صورت جواب معادلات، پدیده فعالیت اپتیکی را در بر دارد. بورن بر این عقیده بود که هر مولکول یا واحد بلوری از مجموعه نوسانگرهای جفتیده به یکدیگر

1. Condon 2. Drude

تشکیل می‌شوند و نیروهای پیوندی آنها، از نوع الکتریکی است. بنابراین فرض، ساده‌ترین واحد از این نوع، لزوماً دست‌کم حاوی چهار نوسانگر است که به‌صورتی آرایش یافته‌اند که دارای تقارن نیست. مثلاً، یک چهاروجهی دارای خواص تقارنی است، از این رو هر بلوری که دارای این ساختار باشد، فعالیت اپتیکی از خود بروز نخواهد داد. ولی، چنانچه این چهاروجهی اندکی بییچد و شکل دیگری حاصل کند، نتیجه طبیعی آن فعالیت اپتیکی خواهد بود. برداشتهای نظری اولیه برون را هیلر<sup>۱</sup> در مورد کوارتز به‌کار گرفته و به نتایجی دست یافته است که با مشاهدات تجربی تطابق بسیار مناسبی دارند. پس از آن، کوندون و دیگران نشان داده‌اند که فرض وجود نوسانگرهای جفتیده، نقش اساسی بازی نمی‌کند، و نتایج مطلوب را می‌توان با یک مدل تک‌نوسانگر نیز به‌دست آورد.

## ۲۸-۱۰ چرخش در مایعات

چرخش صفحه ارتعاش به‌وسیله مایعات را، در سال ۱۸۱۱ بیو به‌نحوی کاملاً تصادفی کشف کرد. وی مشاهده کرد که سقر در تولید چرخشی متناسب با مسیر نور در این ماده و با تقریب زیاد، متناسب با عکس مجذور طول موج، مانند کوارتز رفتار می‌کند. در چنین مواردی، چرخش را می‌توان به خود ساختار مولکولی نسبت داد. در واقع، قسمت اعظم مایعاتی که چرخش را بروز می‌دهند، ترکیبات آلی مشتعل بر مولکولهای پیچیده‌اند.

هر مولکول مایع را می‌توان به‌صورت بلور کوچک تصور کرد که دارای محور اپتیکی است و نور خطی قطبیده در امتداد آن چرخیده است. چون در مایع، سمتگیری مولکولها به‌صورت کاتوره‌ای است، چرخش مشاهده شده اثر میانگین همه مولکولهاست و بنابراین در همه جهات درون مایع یکسان است. در بادی امر، این‌طور به‌نظر می‌رسد که سمتگیری کاتوره‌ای مولکولها، باید اثر چرخشی را کاملاً باطل کند. اما هر مولکول دارای آرایشی پیچی شکل از اتمهاست و یک پیچ راستگرد، از هر سری هم که به آن نگاه کنیم، راستگرد است.

مایعاتی که محصول حل ماده فعال اپتیکی در یک حلال غیرفعال‌اند، چرخشی ایجاد می‌کنند که با تقریب بسیار زیاد با مقدار ماده فعال موجود در محلول، متناسب است. این خاصیت به استفاده بسیار گسترده‌ای از نور قطبیده در صنایع، به‌عنوان یک وسیله دقیق تعیین مقدار قند، یک ماده فعال اپتیکی در کنار ناخالصیهای غیرفعال، منجر شده است. چرخش ویژه یا توان چرخشی بنابر تعریف، عبارت است از چرخش تولید شده به‌وسیله یک ستون ۱۰ سانتیمتری مایع حاوی یک گرم از ماده فعال در هر سانتیمتر مکعب محلول. این گزاره را می‌توان به‌این قرار بیان کرد:

$$[\rho] = \frac{10\theta}{ld} \quad (۶-۲۸)$$

که در آن  $[\rho]$  چرخش ویژه،  $d$  تعداد گرمای ماده فعال در سانتیمتر مکعب،  $l$  طول مسیر نور بر حسب سانتیمتر، و  $\theta$  زاویه چرخش است.

به طور کلی، چرخش در مایعات به طور چشمگیری کمتر از چرخش در بلورهاست. مثلاً  $10^\circ \text{cm}$  سقز، نور سدیم را  $37^\circ$  - می چرخاند (علامت منفی نشانگر چرخش چپگرد یا پادساعتگرد با نگاه از روبه رو به جهت انتشار است). از سوی دیگر، بلوری کوارتزی با همین ضخامت، نور سدیم را  $2172^\circ$  می چرخاند. به این دلیل است که چرخش ویژه برای بلورها را به صورت زاویه چرخش به ازای طول  $1 \text{mm}$  مسیر، بیان می کنند.

تعیین دقیق توان چرخشی ماده فعال اپتیکی، در حلالهای غیرفعال گوناگون، به نتایج اندک متفاوت انجامیده است. تغییرات حاصل نه تنها به نوع حلال، بلکه به غلظت ماده فعال هم مربوط می شود. براساس تجربه، توان چرخشی را می توان با صحت کافی از این معادله به دست آورد:

$$\rho = L + Md + Nd^2 \quad (7-28)$$

که در آن  $L$ ،  $M$ ، و  $N$  مقادیر ثابت، و  $d$  مقدار ماده فعال در محلول است.

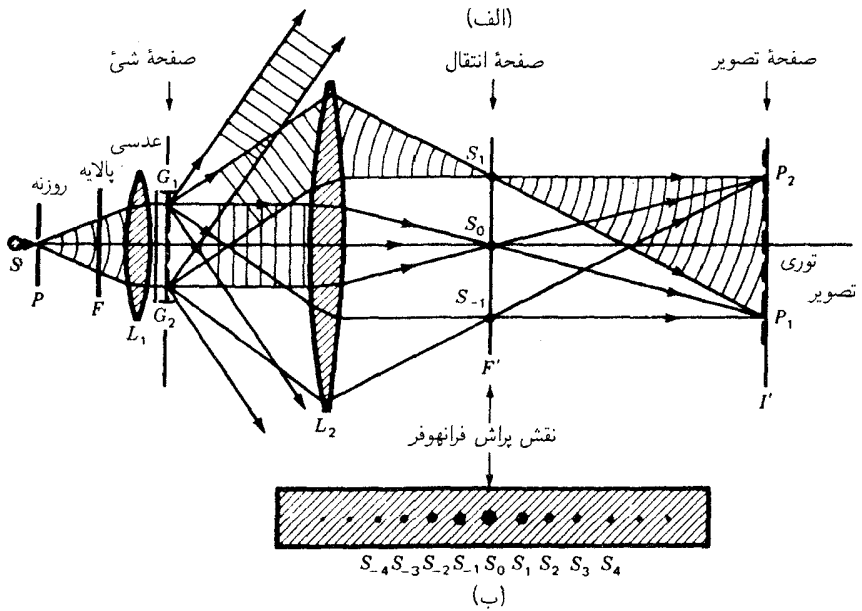
مانند بلورها، مواد فعال محلول، به پاشندگی چرخشی می انجامند که کاملاً شبیه پاشندگی مربوط به کوارتز در شکل ۲۸-۲(ب) است. درست همان طور که پاشندگی بهنجاری یکی از حالت‌های خاص پاشندگی بی‌هنجار مشاهده شده در نزدیکی نوارهای جذبی در مواد غیرفعال عادی است، همین طور هم، پاشندگی چرخشی بهنجار، یکی از حالت‌های خاص چرخشی بی‌هنجار در نوارهای جذبی مواد فعال اپتیکی است که می دانیم وجود دارد.

## ۲۸-۱۱ اپتیک موجی جدید

برای یافته‌های بزرگ در خصوص خواص موجی نور، پراش، تداخل، و قطبش، بیش از صد سال است که توجیه و توصیف ارائه شده است. تا اوایل قرن بیستم، تقریباً همه پدیده‌های اپتیکی توسط فرنل، فرانوفر، هویگنس، آبه، ایری، فوکو، یانگ، و چند دانشمند دیگر به تمامی کاویده شده بود؛ نظریه موجی که قسمت اعظم آن حاصل کارهای فرنل است، مشاهدات این دانشمندان را با تفصیل همه جزئیات، شرح می دهد.

طی سالهای متمادی این اصول بنیادی در تکوین میکروسکوپیها، دوربینهای دوچشمی، پریسکوپیها، تلسکوپیها، تداخل سنجها و سایر ابزار اپتیکی، کاربردهای عملی فراوان یافته اند (فصل ۱۰). مطالعات تفصیلی پدیده‌های پراش در سالهای اخیر به ابداع و اختراع تعداد بسیار زیادی از دستگاههای اپتیکی انجامیده است. هر چند که شرح اصول بنیادی این وسایل بسی پیچیده است، با استفاده از





شکل ۲۸-۱۵ پراش فرانوفر، از یک توری  $G_1 G_2$ ، تصویر پراش  $S_{-1} S_0 S_1$  را در صفحه  $F'$  و از توری  $P_1 P_2$  در صفحه تصویر  $I'$  را نشان می‌دهد.

تصویر موجی نور، توصیف آنها آسانتر می‌شود. نگاهی اجمالی به یافته‌هایی که با بهره‌گیری نظریه کوانتومی و اپتیک کوانتومی بهتر تشریح می‌شوند، در فصلهای ۲۹ تا ۳۳ ارائه خواهد شد.

آزمایش توری پراش با نمودار آن در شکل ۲۸-۱۵ را در نظر می‌گیریم. امواج موازی تکفام ناشی از باریکه‌ای لیزری (فصل ۳) یا از منبع قوی  $S$ ، روزنه  $P$ ، بالای  $F$ ، و عدسی  $L_1$ ، در جهت عمود بر صفحه شیئی فرود می‌آیند. توری  $G_1 G_2$  و عدسی  $L_2$  از این پرتوها، نقش پراش کاملاً مشخص و تیز فرانوفر به صورت خالهایی روی صفحه تصویر پراش تولید می‌کنند. این صفحه را صفحه کانونی ثانویه عدسی  $L_2$  می‌گویند، و گاهی هم صفحه تبدیل خوانده می‌شود. پرتوهای موازی خروجی گسیلیده از همه شیارهای گشودگی توری، در اینجا متمرکز می‌شوند. ولی، پرتوهای واگرا از شیارهای مانند  $G_1$ ، روی صفحه مزدوج در  $I$ ، که در آن تصویر حقیقی خود توری پراش تشکیل می‌شود، متمرکز می‌شوند.

هرگاه فاصله توری در شکل ۲۸-۱۵ از مرتبه بزرگی طول موج نور باشد، تنها خال روی تصویرهای مرکزی یا نزدیک به آن در  $F'$  تشکیل خواهد شد، زیرا مرتبه‌های بالاتر تداخل از عدسی

$L_2$  عبور نخواهند کرد و از دست خواهند رفت. اگر فاصله ثابت توری از مرتبه بزرگی  $10^\circ$  برابر طول موج یا بیشتر باشد، پرتوهای پراشیده روی نقاط متناظر با مرتبه‌های تداخل مختلف به همدیگر خواهند رسید [نمودار (ب)]. این مرتبه‌ها، که عبارت‌اند از

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots \quad (۸-۲۸)$$

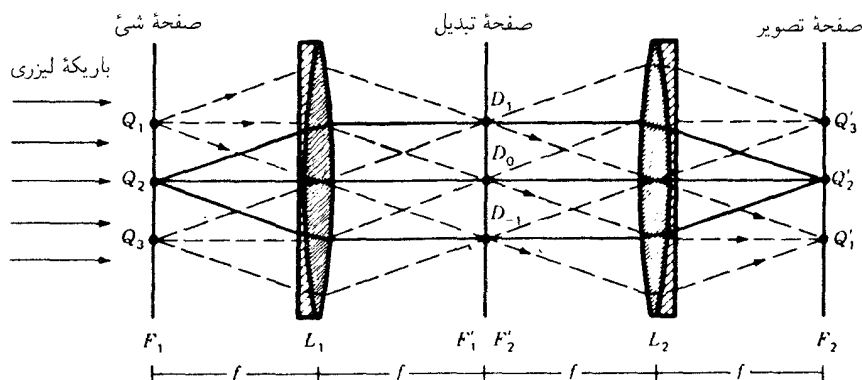
با بسامدهای فضایی (چرخه‌ها یا خطوط بر سانتیمتر) در صفحه تصویر (یا شیء) متناظرند. برحسب جملات فوریه،  $m = 0$  در صفحه تصویر تابیدگی یکنواخت تولید می‌کند؛  $m = \pm 1$  این تابیدگی را به‌طور سینوسی در بسامد فضایی اصلی به‌نام هماهنگ اول که با فاصله میان خطوط توری مشخص می‌شود، مدوله می‌کند.  $m = \pm 2$  متناظر با هماهنگ دوم با بسامد فضایی دو برابر در صفحه تصویر است؛  $m = \pm 3$  متناظر با هماهنگ سوم و ... الی آخر است. افزایش هر مؤلفه بالاتر فوریه روی تیزی تصویر تأثیر می‌گذارد (بخشهای ۱۷-۱ تا ۱۷-۳) و جزئیات شیء اصلی را بهتر نشان می‌دهد.

هرگاه نقاط  $S_0, S_1, S_2, S_3, \dots$  را چنان تلقی کنیم که گویی منبعهای نقطه‌ای موجکهای هویگنس هستند، نقش پراش،  $P_1, P_2$ ، آنها روی صفحه تصویر، تصویر حقیقی توری پراش  $G_1, G_2$  است. راه دیگر از این قرار است که امواج خروجی از  $L_1$  به‌وسیله توری پراشیده می‌شوند و سپس دوباره به‌وسیله عدسی  $L_2$  پراشیده می‌شوند، چرا که اگر  $L_2$  را نمی‌داشتیم، یک نقش پراش فرنل از توری روی صفحه تصویر ظاهر و یک نقش فرانوفر هم در بینهایت تشکیل می‌شد.

این اصول را نخستین بار آبه در ارتباط با نظریه میکروسکوپ (بخش ۱۵-۱۰) تحقیق کرده است. عدسی  $L_2$  به منزله یک عدسی شیئی میکروسکوپ است و توری پراش نمایانگر نمونه اسلایدی است که از عدسی زیرین  $L_1$  و منبع  $S$  بر آن نور می‌تابد. اهمیت این تحقیقات آبه در این یافته‌های وی نهفته بود که یک عدسی شیئی میکروسکوپ با دهانه بزرگ، تفکیک بسیار بهتری تولید می‌کند، زیرا مرتبه‌های پراش بالاتر از اشیای کوچک در نمونه را جمع‌آوری می‌کند. قبلاً تصور می‌شد که چون باریکه نور زیرین از بخش مرکزی عدسی شیئی عبور می‌کند، فضای تاریک خارج از باریکه ولی هنوز درون لوله میکروسکوپ، مورد استفاده قرار نمی‌گیرد و یک عدسی شیئی کوچک مناسب و کافی خواهد بود.

## ۲۸-۱۲ پالایه‌گذاری فضایی

اکنون می‌خواهیم آرایش یک سیستم اپتیکی را بررسی کنیم که از دو عدسی یکسان تشکیل می‌شود و فاصله این دو، دو برابر فاصله کانونی آنهاست (شکل ۲۸-۱۶). چون هر یک از عدسیها دارای



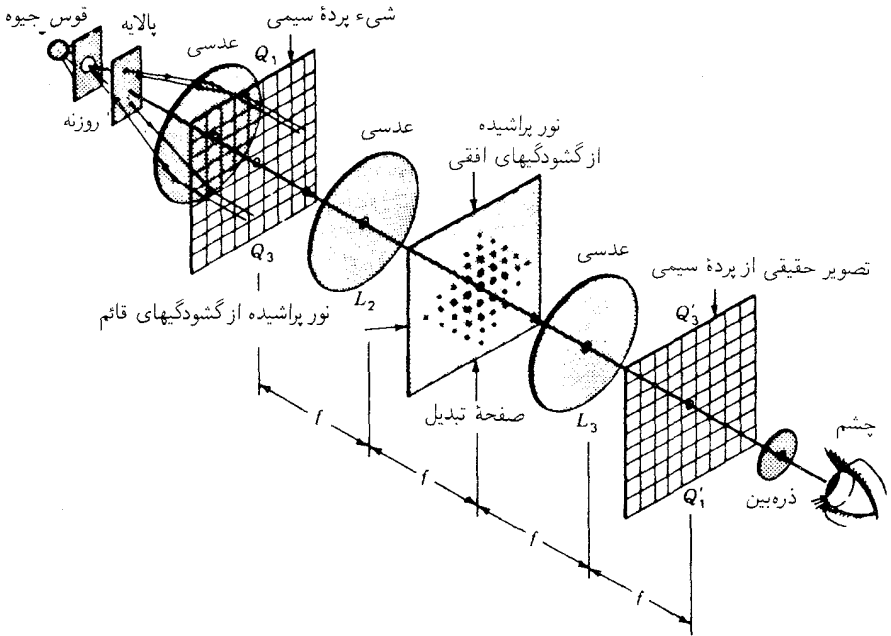
شکل ۲۸-۱۶ عدسیهای متقارن کاملاً تصحیح شده، سیستمی اپتیکی تشکیل می‌دهند که پالایه‌گذاری فضایی را میسر می‌کند. این آرایش را کامپیوتر اپتیکی می‌نامند.

صفحات کانونی اولیه و ثانویه است، می‌توان سیستم را به پنج ناحیهٔ متساوی‌الفاصله تقسیم کرد، که به ترتیب، عبارت‌اند از یک صفحهٔ شیئی  $F_1$ ، یک عدسی  $L_1$ ، یک صفحه تبدیل  $F_1 F_2$ ، یک عدسی  $L_2$  و یک صفحه تصویر نهایی  $F_2$ . از سمت چپ پرتوهای موازی یک لیزر فرود می‌آیند. دسته پرتوهای واگرای نقاط شیئی  $Q_1$ ،  $Q_2$ ، و  $Q_3$ ، به صورت دسته پرتوهای موازی از  $L_1$  خارج می‌شوند و به  $L_2$  می‌رسند، و با عبور از  $L_2$ ، به ترتیب، در نقاط تصویر حقیقی  $Q'_1$ ،  $Q'_2$ ، و  $Q'_3$  همگرا می‌شوند. چنانچه  $Q_1$ ،  $Q_2$ ، و  $Q_3$  را به عنوان شیارهای یک توری پراش (شکل ۲۸-۱۵) تلقی کنیم، دسته پرتوهای موازی خروجی از توری، یک نقش پراش فرانوفر روی صفحه کانونی ثانویه  $F'_1$  تشکیل می‌دهند (شکل ۱۷-۳).

شکل ۲۸-۱۶ را کامپیوتر اپتیکی می‌نامند. شیء، در نیمه اول سیستم پراشیده (مغشوش) می‌شود و در نیمه دوم باز هم پراشیده (دست‌نخورده) می‌شود\* حال می‌توانیم روی نقش پراش صفحه تبدیل، نقابهایی تعبیه کنیم و جلوی جلوه‌های گوناگون شیء را بگیریم، تا نتوانند به صفحه تصویر نهایی برسند. این فرایند را پالایه‌گذاری فضایی می‌نامند.

به عنوان یک ملاحظهٔ تصویری، طرح آزمایشگاهی شکل ۲۸-۱۷ را در نظر می‌گیریم، که در آن از یک باریکه لیزری یا منبع نور نقطه‌ای و دو عدسی با کیفیت ممتاز و فاصله کانونی ۱m استفاده شده است. به عنوان شیء از یک پرده سیمی مربعی یا توری طبی (گاز) استفاده می‌شود، که نقش

\* در اصطلاح ریاضیات پیشرفته، نقش پراش یک تبدیل فوریه از یک شیء دوبعدی است، و تصویر حقیقی، تبدیل فوریه نقش پراش است. با نادیده گرفتن ضراب مقیاس، تبدیل فوریه یک تبدیل فوریه، تابع اولیه و اصلی خواهد بود. آنالیز فوریه در بخش ۱۲-۶ مطرح شده است.



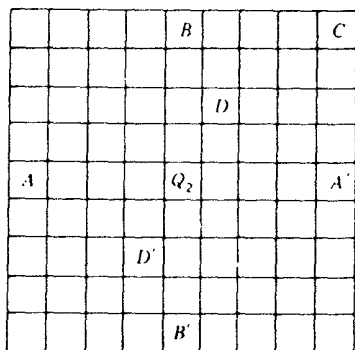
شکل ۲۸-۱۷ یک تجربه آزمایشگاهی برای پالایه‌گذاری فضایی. یک کامپیوتر اپتیکی که شیء آن یک تور سیمی است.

پراش آن در صفحه تبدیل، یک نقش دوبعدی خال‌خالی با فواصل مساوی خواهد شد، و تصویر حقیقی حاصل در صفحه تصویر، تصویر پرده یا تور به صورت معکوس است (شکل ۲۸-۱۸).

اکنون یک شکاف در صفحه تبدیل قرار می‌دهیم و آن را حول مرکز سیستم می‌چرخانیم تا ترتیب عمودی خالها را عبور دهد. در این صورت، چشم ناظر سیمهای افقی پرده را می‌بیند و از سیمهای عمودی اثری پیدا نیست. با چرخاندن شکاف به طوری که فقط ردیف افقی خالها عبور کنند، فقط سیمهای عمودی دیده خواهند شد. چرخاندن شکاف به اندازه  $45^\circ$  یا زوایای دیگر که ردیفهای دیگری را عبور دهد، بخشی از آزمایش است که باید انجام داد تا نتیجه‌اش را مشاهده کرد.

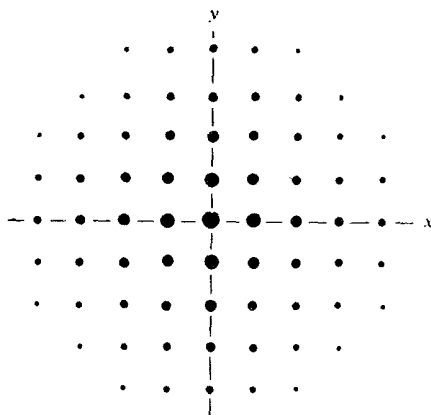
هرگاه نقابی با سوراخ گرد در وسطش را روی صفحه تبدیل قرار دهیم، به طوری که تنها خال مرکزی بتواند عبور کند، پرده تصویر فقط یک میدان نور تابیده یکنواخت را نشان می‌دهد. اگر تعدادی از این نقابها با سوراخی در وسطشان را چنان قرار دهیم که تعدادی از خالهای متقارن را از خود عبور دهند و جلوی عبور خالهای دیگر را بگیرند، می‌توان آثار جالب و معناداری را روی پرده

(الف)



صفحه شیء و یا تصویر

(ب)



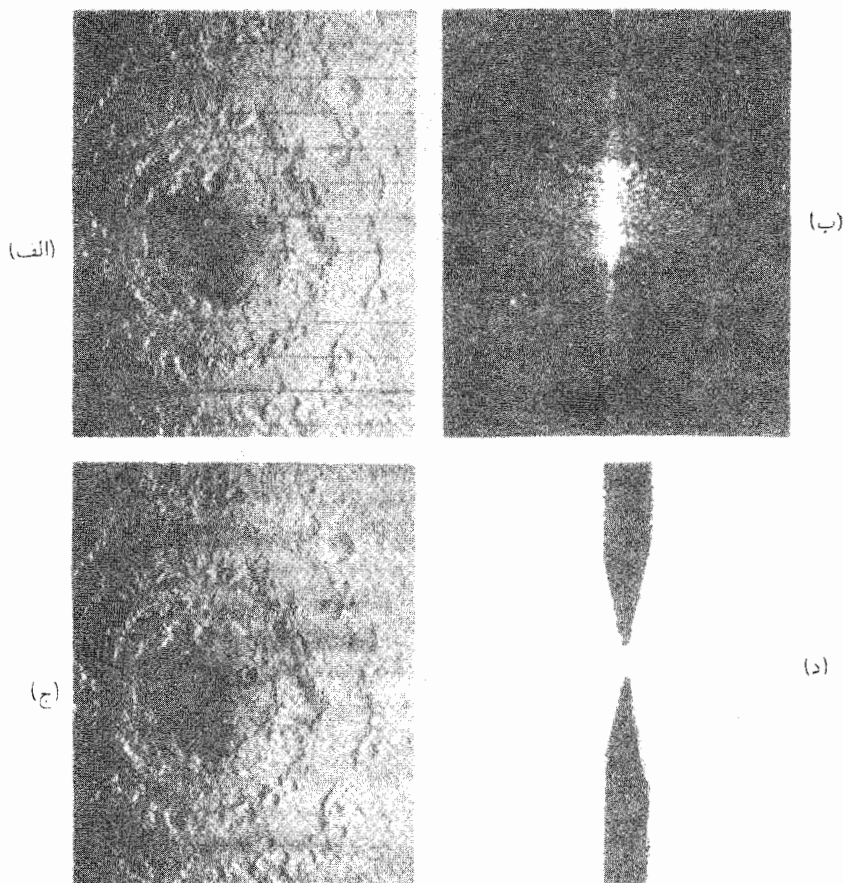
صفحه تبدیل

شکل ۲۸-۱۸ نمودار همبستگی مابین شیء یا پرده تصویر و صفحه تبدیل برای نمایش شکل ۲۸-۱۷.

تصویر مشاهده کرد. مثلاً، اگر شکاف در وضعیت افقی در مرکز قرار گیرد و خالهای  $m = \pm 1$  پوشیده شوند، نقش مشاهده شده به مجموعه‌ای از سیمهای قائم با یک‌ونیم برابر فاصله عادی تغییر می‌یابد. این آزمایشها، ارتباط میان ردیفها و مجموعه گشودگیهای شیء، مؤلفه‌های فوریه در صفحه تبدیل، و آنچه را که در تصویر نهایی مرئی است، نشان خواهند داد. اپتیک جدید از این تکنیکهای نسبتاً پیچیده برای حایل شدن بخشهایی از نقش پراش یک شیء به منظور تغییر دادن مشخصات تصویر آن استفاده می‌کند.

یک مثال بسیار مناسب از پالایه‌گذاری فضایی را در شکل ۲۸-۱۹ مشاهده می‌کنید. در اینجا، عکسی مونتاژ شده از سطح ماه، از تعداد زیادی فیلمهای افقی که به یکدیگر چسبانده شده‌اند دیده می‌شود. این فیلمها توسط ماه‌گرد ۱،۱ ضمن گردش به دور ماه گرفته و به زمین ارسال شده‌اند. عکس حاصل از مونتاژ را در صفحه شیء شکل ۲۸-۱۶ و یک صفحه عکاسی هم در صفحه تبدیل آن قرار می‌دهند. وقتی به صفحه تبدیل نور بدهیم و سپس آن را ظاهر کنیم، عکسی شبیه به عکس قسمت (ب) به دست می‌آید. خود سطح ماه، تولید کننده نقش پراشی خالدار است و خطوط با فاصله کاملاً منظم نوارهای هم‌جوار چسبیده به هم، نقش نقطه نقطه عمودی مبهم را ایجاد کرده‌اند.

دو نقاب باریک که در شکل ۲۸-۱۹ (د) نشان داده‌ایم، به صفحه تبدیل نصب می‌شوند، تا در



شکل ۲۸-۱۹ (الف) عکس مونتاژ شده سطح ماه از فیلمهای ارسالی ماهگرد؛ (ب) نقش پراش فرانهوفری این مونتاژ (الف) را در صفحه تبدیل کامپیوتر اپتیکی قرار می‌دهیم؛ (د) شکل نقاب مورد استفاده برای پالایه‌گذاری نقش نقطه نقطه عمودی در (ب)؛ (ج) عکس گرفته شده در صفحه تصویر پس از پالایه‌گذاری با (د) در صفحه تبدیل، و حذف تقریباً کامل خطوط افقی مونتاژ. عکس کوهها به صورت حلقه‌های هم‌مرکز در (الف) و (ج)، برخورد یک سنگ آسمانی عظیم رابه ماه در زمانهای گذشته، نشان می‌دهد.

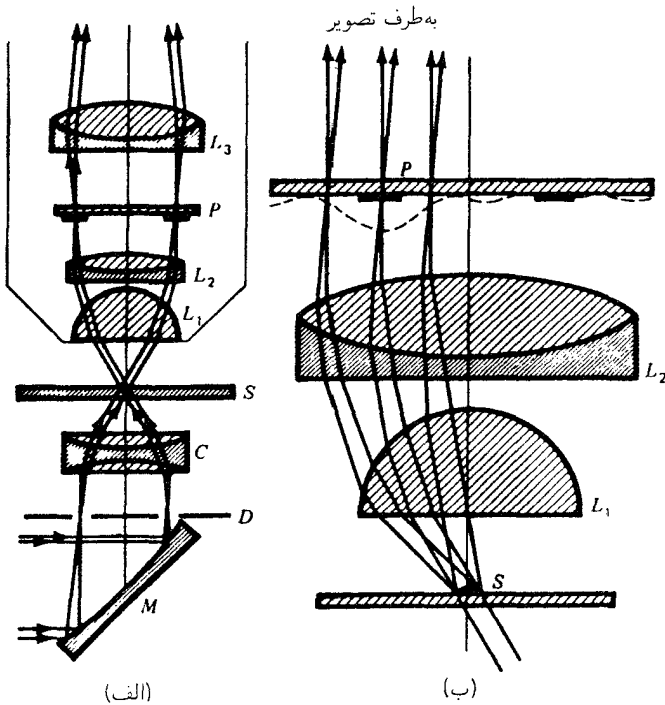
برابر نقش خالها حایل باشد و مانع رسیدن همه مرتبه‌های بالاتر به تصویر نهایی روی صفحه عکاسی واقع در  $F_2$  شود. پرتوهای نوری که از این نقابها می‌گذرند، به همه نقاط تصویر نهایی می‌رسند و به این وسیله تصویر کاملی که آثار اندکی از خطوط افقی مونتاژ اولیه در آن نمایان است، به دست می‌آید.

عکسهای واقعی شکل ۲۸-۱۹، در آزمایشگاه جت پراپاشن پاسادنا گرفته شده‌اند. منبع نور کامپیوتر اپتیکی از یک عدسی شیئی میکروسکوپی  $20\times$  و یک سوراخ  $1^\circ$  میکرومتری برای پالایه کردن نوفه فضایی کاتوره‌ای یک باریکه لیزری با طول موج  $6328\text{\AA}$  (شکل ۳۱-۱۹) تشکیل شده بود. یک عدسی دوتایی، باریکه‌ها را با باریکه‌ای موازی به قطر  $15\text{cm}$  و دقت  $\frac{1}{8}$  طول موج برای تختی جبهه موج آن، تبدیل می‌کرد. عدسی تبدیل  $L_1$  در شکل ۲۸-۱۶ و عدسی تبدیل مجدد  $L_2$ ، با هم مشابه‌اند و به‌طور متقارن در طرفین صفحه تبدیل قرار می‌گیرند. با ترکیب این دو عدسی با فواصل کانونی مساوی، یک میدان تصویر  $10\text{cm} \times 10\text{cm}$  از صفحه شیئی  $L_1$  به صفحه تصویر  $L_2$  حاصل می‌شود که توان تفکیک آن  $10^\circ$  زوج خطی بر میلیمتر است. این دو عدسی با کیفیت عالی، برای نوری به طول موج  $6328\text{\AA}$  طراحی شده بودند و دارای صفحه تصویر صاف و بدون اعوجاجی‌اند. هر عدسی دارای پنج عنصر است که به‌وسیله هوا از همدیگر جدا می‌شوند و درون یک محفظه مخصوص عدسی به قطر  $28\text{cm}$  و طول  $63\text{cm}$  و به وزن  $115\text{kg}$  قرار دارند.

## ۲۸-۱۳ میکروسکوپ تباین فازی

چشم قادر است اختلاف در دامنه‌ها را، از طریق تغییرات شدت، به‌آسانی تشخیص دهد، اما نمی‌تواند مستقیماً تغییرات فاز را مشاهده کند. بنابراین، تا وقتی که اشیای روی اسلاید میکروسکوپ رنگی، کدر، یا جذب‌کننده باشند، می‌توان تصویر آنها را دید. اما چنانچه شفاف باشند و ضریب شکست یا ضخامت آنها نسبت به مکان پیرامونشان اندکی فرق کند، به‌طور عادی مرئی نخواهند بود. با همه اینها، این امکان وجود دارد که اختلافهای فاز ایجاد شده به‌وسیله چنین اشیایی را در تصویر نهایی به تغییرات دامنه‌ای تبدیل و آنها را مشاهده کنیم. میکروسکوپ موسوم به میکروسکوپ تباین فازی که در سال ۱۹۳۵ توسط زرنیک\* ابداع شده است، بر همین اساس کار می‌کند. در شکل ۲۸-۲۰ چگونگی عملکرد این میکروسکوپ را مشاهده می‌کنید. در قسمت (الف) دو قطعه اساسی که به میکروسکوپ عادی افزوده شده‌اند، دیده می‌شود: تیغه فازی،  $P$ ، و میان‌بند حلقوی، یعنی  $D$ . این میان‌بند را جلوی صفحه کانونی یک چگالنده (عدسی جمع‌کننده) زیرین  $C$  قرار می‌دهند، و تصویر منبع نور به‌کمک آینه کاو  $M$  در  $D$  کانونی می‌شود. به شیء واقع بر اسلاید شیشه‌ای  $S$  به‌این طریق به‌وسیله یک مخروط توخالی از نور موازی نور تابیده می‌شود. اگر اشیای روی اسلاید شیشه‌ای پراش ایجاد نکنند، این نور دوباره به‌وسیله دو عدسی اول شیئی  $O$  کانونی می‌شوند و روی تیغه فازی  $P$  تصویر  $D$  را تشکیل خواهند داد.

\* ف. زرنیک (F. Zernike) (۱۸۸۸-۱۹۶۶). استاد فیزیک دانشگاه گرونینگن هلند. به‌خاطر کشف اصل تباین فازی (phase contrast principle) جایزه نوبل فیزیک ۱۹۳۰ به‌وی تعلق گرفت.

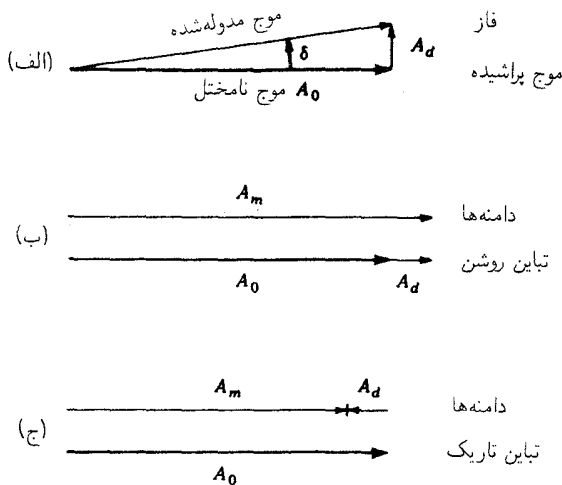


شکل ۲۸-۲۰ عناصر اپتیکی یک میکروسکوپ تباین فازی.

این تیغه فازی، چنانکه می‌بینیم، صفحه تبدیل شیء است. این تیغه نوعاً از تیغه‌ای شیشه‌ای که روی آن یک لایه حلقوی از ماده‌ای شفاف به ضخامتی تبخیر می‌شود که مسیر اپتیکی را به اندازه یک چهارم طول موج نور سبز افزایش دهد، تشکیل می‌شود. ابعاد این حلقه کندساز چنان است که با تصویر  $D$  منطبق باشد.

فرض می‌کنیم که یک شیء شفاف کوچک روی اسلاید، فاز نور عبوری از خود را به اندازه زاویه کوچک  $\delta$ ، نسبت به فاز نور مختل نشده عبوری از قسمتهای بدون مانع اسلاید، به تأخیر می‌اندازد [شکل ۲۸-۲۱ (الف)]. به آسانی می‌توان نشان داد که این جابه‌جایی فازی کوچک یک موج مدوله شده ایجاد می‌کند، که از مجموع موج مختل نشده و یک موج پراشیده با تأخیر فاز تقریبی  $\pi/2$  به دست می‌آید. این موج تأخیری نوعاً از طریق یک ساختار فضایی متغیر مشخص می‌شود و بنابراین روی صفحه تبدیل  $P$ ، یک نقش براشی عریض و پیچیده تشکیل خواهد داد. برای رعایت سادگی، این نقش را به صورت یک نقش پراش حاصل از یک تک‌شکاف در



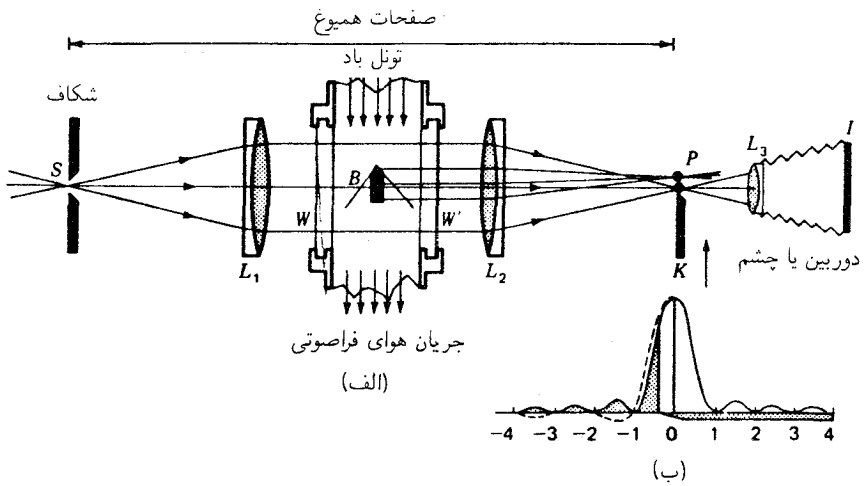


شکل ۲۸-۲۱ نمودارهای برداری امواج در صفحه تبدیل عدسی شیئی در یک میکروسکوپ تباین فازی: (الف) فاز نسبی امواج رسیده به تیغه فاز، و دامنه‌های امواجی که صفحه فاز را ترک می‌کنند؛ (ب) برای نور تاباندن تباین روشن؛ و (ج) برای نور تاباندن تباین تاریک.

شکل ۲۸-۲۰ (ب) نشان داده‌ایم. بنابراین، قسمت اعظم نور این موج پراشیده به لایه حلقه‌ای برخورد خواهد خورد. موج مختل نشده پراشیده نمی‌شود و فقط از لایه ضخیمتر حلقوی که در آن نسبت به نور پراشیده دستخوش تأخیر فاز  $\pi/2$  می‌شود، عبور می‌کند. بنابراین، صفحه فاز این دو را همفاز می‌کند که نتیجه‌اش افزایش شدت در نقطه متناظر در تصویر نهایی است [شکل ۲۸-۲۱ (ب)]. به این ترتیب، شیء پراشان به یک شیء مرئی تبدیل می‌شود که آن را تباین منفی یا تباین روشن می‌نامند.

برای تباین مثبت یا تباین تاریک، صفحه فاز حلقوی را نازکتر می‌کنند تا نور مستقیم نسبت به نور پراشیده تقدم فاز داشته باشد. در این صورت، تداخل در تصویر ویرانگر، و شیء تاریک است [شکل ۲۸-۲۱ (ج)]. برای حصول نتایج بهتر، معمولاً یک لایه نازک فلزی را در بخش حلقوی تیغه فازی می‌نشانند تا آن را جاذب کنند، زیرا در غیر این صورت نور نامختل، نسبت به نور پراشیده بسیار قوی خواهد بود و تداخل ویرانگر به اندازه کافی کامل نیست.

به این ترتیب، روشن است که با ایجاد تغییرات فازی در صفحه تبدیل، یعنی در صفحه کانونی پشتی عدسی شیئی، جسمی که باریکه عبوری را فقط به صورت تغییر دادن مسیر اپتیکی آن متأثر می‌کند مرئی خواهد شد، البته به شرطی که این جسم یک نقش پراش به وجود آورد.

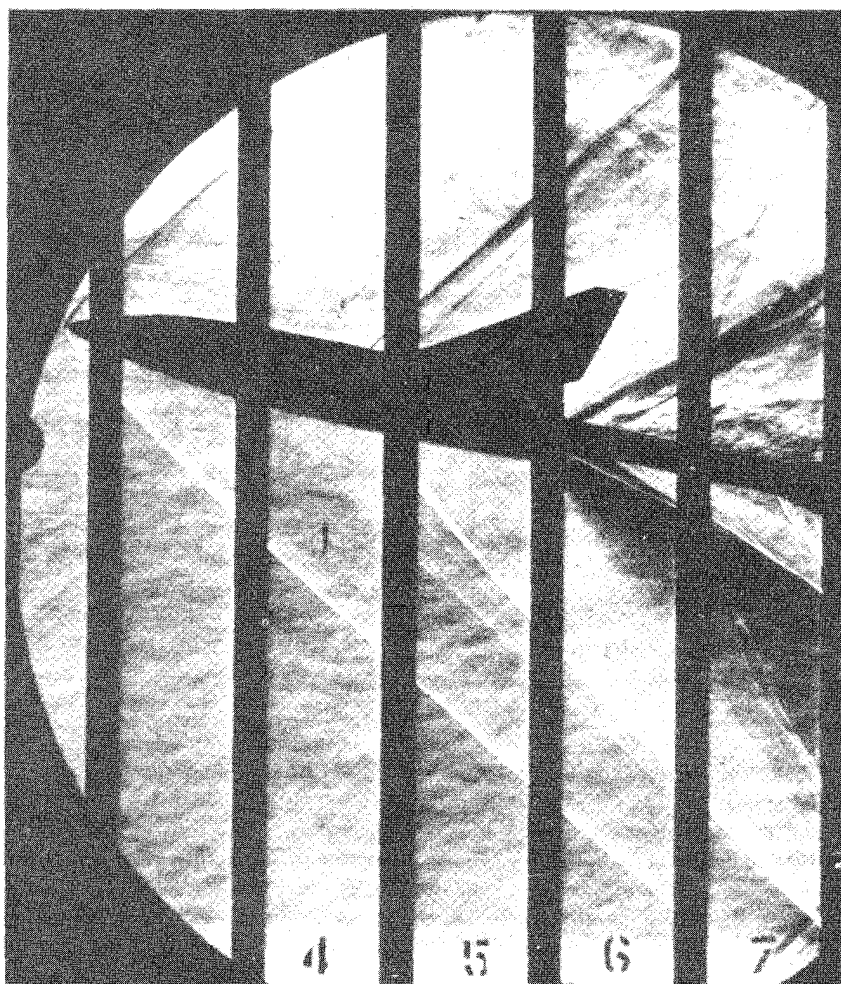


شکل ۲۲-۲۸ اپتیک شلیرن برای مطالعات پرتاب شناختی و تونل باد فراصوتی: (الف) سیستم عدسی متقارن؛ (ب) نقش پراش فرانهورفر برای یک تک شکاف.

## ۱۴-۲۸ اپتیک شلیرن<sup>۱</sup>

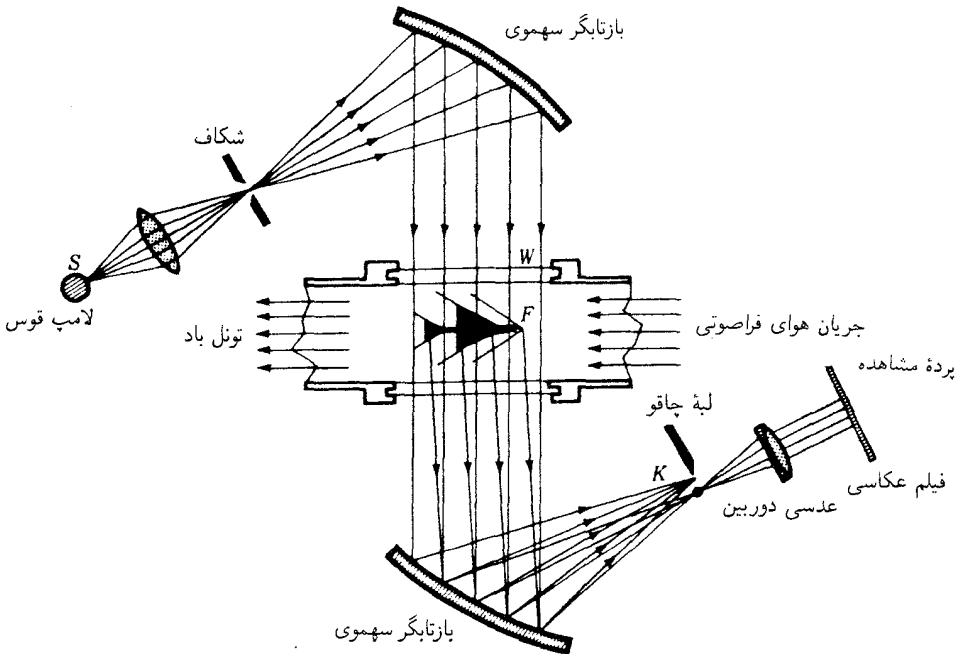
این اپتیک عبارت است از روشی که در اصل برای مشاهده امواج شوکی که پیرامون گلوله‌ها و برگه‌های هواپیمای جت در سرعت‌های فراصوتی ایجاد می‌شوند، تکوین شد.<sup>۱</sup> سیستمی از عدسیهای متقارن برای مشاهده نقش پراش از یک تک شکاف را، مطابق شکل ۲۲-۲۸، در نظر می‌گیریم. با قرار دادن منبع نور تکفامی در جلوی شکاف، یک نقش پراش فرانهورفر شکاف در صفحه مزدوج  $P$  (شکل ۱۵-۴) تشکیل می‌شود. حال، میان دو عدسی متشابه یک تونل باد ایجاد می‌کنیم که در مرکز آن یک شیء پراشنده، مانند گلوله یا برگه هواپیمای جت مدل، قرار می‌دهیم. با عبور جریان هوای فراصوتی از پیرامون این شیء، امواج شوکی تولید می‌شوند که ضریب شکست هوا را به سبب اختلاف فشار در قسمتهای مختلف آن تغییر می‌دهند. این تغییرات ضریب شکست، به پیدایش نقشهای پراشی منجر می‌شوند که  $L_2$  روی صفحه  $P$  تشکیل می‌دهد.

یک لبه کاردمانند  $K$  روی این صفحه تصویر پراش به موازات شکاف نصب می‌شود که به کمک یک پیچ میکرومتری می‌تواند به آهستگی بالا رود. همین‌که لبه تیز بخش پرنور مرکزی نقش پراش



شکل ۲۳-۲۸ عکاسی شلیرن از امواج فراصوتی شوکی حول یک پیکربندی دوکی شکل.

را قطع می‌کند [نمودار (ب)]، بین نیمه پایینی نقش تا دید دوربین یا چشم حائل می‌شود. درست قبل از خاموش شدن ماکزیموم مرکزی (نور مرتبه صفرم)، میدان دید نسبتاً تاریک می‌شود (که گاهی هم به آن شرایط زمینه تاریک می‌گویند)، و موج شوکی مرئی خواهد شد. تغییرات فازی میان تداخلهای مرتبه بالا در یک طرف، که در نمودار با نقطه چین نشان داده شده‌اند (ب)، نقش تداخلهای سازنده و ویرانگر ایجاد می‌کنند (شکل ۲۳-۲۸).



شکل ۲۴-۲۸ اپتیک شلیرن با استفاده از آینه‌های سهموی.

عدسیها و دریچه‌های تونل باد در دستگاه شلیرن، شکل ۲۸-۲۲، باید از مرغوبترین کیفیت ممکن برخوردار باشند، زیرا هر نوع نقص در سطوح شیشه‌ای و یا چگالی شیشه در میدان دید به وضوح پدیدار خواهند شد. با وجود اینکه می‌توان عدسیها را برای ابیراهی رنگی اصلاح کرد، آثار مرتبه دوم بسیار مشکل‌آفرین‌اند، در سالهای اخیر از آینه‌های نقره‌اندود استفاده می‌شود (شکل ۲۸-۲۴).

در تجهیزات شلیرن آینه‌ای از آینه‌های سهموی دقیق فرامحوری بزرگ بهره می‌گیرند و نور به صورت باریکه موازی از تونل باد عمود بر سطوح شیشه‌ای عبور می‌کند. این سطوح شیشه‌ای به صفحات کمتر از یک طول موج نور صیقل یافته‌اند و در تصویر نهایی چندان مشکلی پدید نمی‌آورند. منبعهای نور با طیف پهن، استفاده از فیلمهای رنگی در دوربین را میسر می‌کنند، لذا تعدادی دستگاه شلیرن رنگی هم ساخته شده‌اند.

## مسائل

۱-۲۸ یک تیغه کوارتزی که عمود بر محور اپتیکی برش یافته، قرار است برای چرخاندن نور خطی

قطبیده به اندازه زاویه  $90^\circ$ ، به کار رود. اگر نور به کار گرفته شده، نور سبز به طول موج  $5461 \text{ \AA}$  باشد، ضخامت تیغه را پیدا کنید. جواب:  $3.524 \text{ mm}$ .

۲۸-۲ (الف) مطلوب است ضخامت یک تیغه کوارتز که عمود بر محور اپتیکی برش یافته و نور خطی قطبیده به طول موج  $\lambda = 5086 \text{ \AA}$  را به اندازه زاویه  $72^\circ$  می چرخاند؛ (ب) روی یک صفحه کامل کاغذ میلیمتری، چرخش ویژه برای کوارتز را در طول موجهای  $4000 \text{ \AA}$  تا  $7000 \text{ \AA}$  ترسیم کنید [شکل ۲۸-۲(ب)؛ (ج) با استفاده از این نمودار، طول موجی را بیابید که در صورت عبور نور خطی قطبیده از این بلور در طیف نما مفقود خواهد بود. فرض کنید قطبشگر و آنالیزور با هم موازیند.

۲۸-۳ مقادیر  $A$  و  $B$  و  $C$  را در معادله کوشی برای پاشندگی چرخشی محاسبه کنید. از مقادیر جدول ۲۸-۱ برای  $\lambda = 5086 \text{ \AA}$  و  $5893 \text{ \AA}$  استفاده کنید.

۲۸-۴ نور بنفش به طول موج  $3968 \text{ \AA}$  را منشوری کوارتزی و  $60^\circ$  درجه می شکند. محور اپتیکی کوارتز با قاعده منشور موازی است. مطلوب است زاویه مابین پرتوهای دایره ای قطبیده راستگرد و چپگردی که در (نزدیکی) می نیموم انحراف می شکندند (جدولهای ۲۶-۱ و ۲۸-۱).  
جواب:  $32^\circ$  ثانیه قوس یا  $101^\circ$  درجه.

۲۸-۵ یک میله کوارتزی به طول  $5.639 \text{ cm}$  را از یک بلور کوارتز چنان برش داده اند که سرهای صیقل یافته آن عمود بر محور اپتیکی اند. این میله را در یک قطبش نما با قطبشگر و آنالیزور متقاطع قرار می دهیم و نور سفید را از سیستم می گذرانیم. نور عبوری را به وسیله طیف نما مشاهده می کنیم. روی یک صفحه کامل کاغذ میلیمتری نمودار منحنی چرخش را برای گستره طول موجی  $4000 \text{ \AA}$  تا  $7000 \text{ \AA}$  ترسیم کنید؛ (ب) در این نمودار، کدام طول موجها را مفقود می یابیم؟ (ج) کوچکترین و (د) بزرگترین چرخش دخیل در طول موجهای مفقود کدامند؟

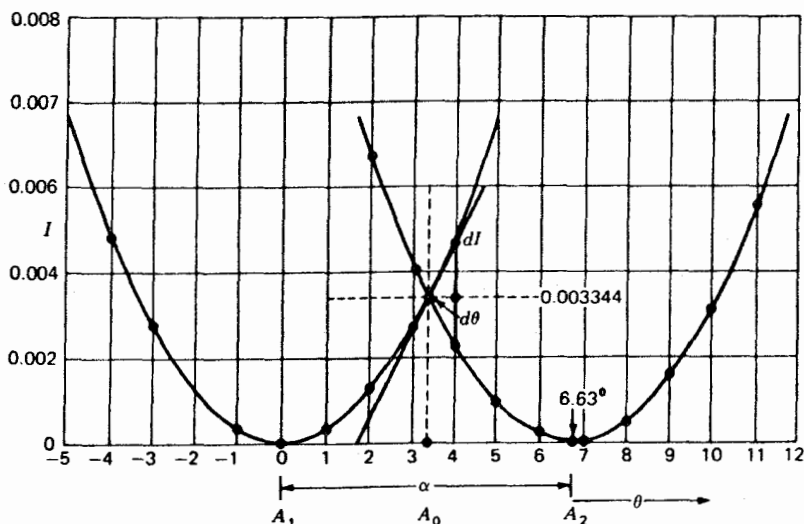
۲۸-۶ نور خطی قطبیده در جهت عمودی بر یک تیغه متوازی السطوح کوارتزی که محور اپتیکی آن به زاویه  $5^\circ$  نسبت به خط عمود برش یافته فرود می آید (شکل ۲۸-۱(ج)). (الف) با استفاده از نسبت قطرهای در بخش ۲۸-۸، نمودار شکل ارتعاشات دو باریکه  $L_o$  و  $R_E$  را ترسیم کنید؛ (ب) اگر ضخامت تیغه چنان باشد که اختلاف فاز  $90^\circ$  میان این باریکه ها ایجاد کند، از طریق ترکیب ترسیمی، شکل ارتعاش برآیند نور خروجی را پیدا کنید.

۲۸-۷ در اندازه گیری چرخش تولید شده به وسیله محلولهای قند، دقت به دست آمده در استفاده از نقطه خاموشی عادی یک آنالیزور، رضایت بخش نیست. نتایج بهتر را می توان با تطبیق شدت

دو میدان از طریق تغییر دادن قطبشگر به دست آورد، به طوری که دو باریکه خطی قطبیده ایجاد کند که زاویه کوچک  $\alpha$  را با یکدیگر بسازند. با ترسیم شدتهای دو میدان به ازای یک چرخش کامل آنالیزور، طرز کار این سیستم را بررسی کنید.  $\alpha$  را  $10^\circ$  بگیرید.

۸-۲۸ در مسئله ۷، زاویه  $\alpha$  چقدر باید باشد تا بتواند چرخش یک دقیقه قوس را اندازه گیری کند. فرض کنید چشم بتواند اختلاف شدت ۲ درصدی در این دو میدان را تشخیص دهد.

جواب:  $\alpha = 6.659^\circ$  (شکل م ۸-۲۸).



شکل م ۸-۲۸ ترسیم مقیاسی برای مسئله ۸-۲۸.

۹-۲۸ گمان می رود که یک محلول مجهول دارای گلوکز  $l$  است، و ماده فعال اپتیکی دیگری ندارد. اگر یک ستون ۱۵ سانتیمتری از این محلول، نور سدیم را  $25.6^\circ$  بچرخاند، غلظت گلوکز  $l$  در آن چقدر است؟ برای گلوکز،  $[\rho] = -51.4^\circ$ . جواب:  $33.2^\circ \text{ gr/L}$ .

۱۰-۲۸ مقداری ساکاروز به وزن  $14.5^\circ \text{ gr}$  را در آب حل کرده ایم و حجم مجهول  $6^\circ \text{ cm}^3$  است. هرگاه این محلول را در یک لوله قطبش سنج به طول  $15^\circ \text{ cm}$  قرار دهیم، صفحه قطبش نور سدیم را  $16.8^\circ$  به سمت راست می چرخاند. درجه خلوص نمونه چقدر است؟ برای ساکاروز  $[\rho] = 66.5^\circ$ .

۱۱-۲۸ یک توری تراگیسیل درشت بافت با  $40^\circ$  شیار در هر سانتیمتر را در صفحه شیئی یک کامپیوتر اپتیکی قرار داده ایم. فاصله کانونی هر دو عدسی  $10^\circ \text{ cm}$  و نور لیزر به طول موج

۶۹۴۳Å مورد به کار گرفته می شود. فاصله خالها را در صفحه تبدیل پیدا کنید.

جواب: ۲.۷۷۷mm.

۱۲-۲۸ یک تور مشبک با ۳۰ سیم در هر سانتیمتر در هر ضلع را در صفحه شیئی یک کامپیوتر اپتیکی قرار داده ایم. اگر فاصله کانونی عدسیها  $90^\circ$  cm باشد و نور لیزر به طول موج  $6328\text{\AA}$  مورد استفاده قرار گیرد، فاصله خالها در صفحه تبدیل را پیدا کنید.

جواب: ۱.۷۰۹mm.

۱۳-۲۸ یک منشور کورنو با زاویه رأس  $60^\circ$  از کوارتز راستگرد و چپگرد ساخته شده است. (شکل ۱۰-۲۸). نور موازی به طول موج  $3968\text{\AA}$  روی وجه سمت چپ فرود می آید و بالاترین پرتو شکسته درست در امتداد محور اپتیکی از منشور می گذرد. فرض کنید ضرایب شکست آنهایی اند که در جدول ۲-۲۸ درج شده اند. پیدا کنید: (الف) زاویه فرود نور ناقطبیده بر وجه  $AC$ ؛ و (ب) زاویه شکست پرتو بالایی در خروج از منشور در وجه  $AD$ ؛ (ج) زاویه شکست پرتو پایینی در خروج از وجه  $AC$ ؛ (د) زاویه فرود پرتو پایینی بر وجه  $AB$ ؛ (ه) زاویه شکست پرتو پایینی در وجه  $AB$ ؛ و (و) زاویه شکست پرتو پایینی در وجه  $AD$ . از ماشین حساب ۹ یا ۱۰ رقمی استفاده کنید.

پارہ سوم

اپتیک کوانتومی

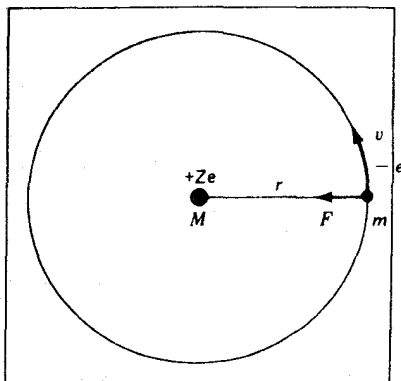


## ذرات نور و منشأ آنها

در فصل ۲۱، تحت عنوان منبعهای نور و طیفهای آنها، مشاهده کرده‌ایم که وقتی جامدات و گازها تا میزان زیادی گرم شوند، منبعهای عمده دست‌ساز نور به‌شمار می‌آیند. حالت پلاسمایی خورشید خودمان و ستارگان دوردست در دماهای بالا، قطعاً عمده‌ترین منابع نور در عالم به‌شمار می‌روند. این واقعیت که این همه ستارگان بی‌شمار درخشان، همان طیفهایی را گسیل می‌کنند که ما در آزمایشگاههای خود مشاهده می‌کنیم، گواه بی‌واسطه‌ای بر درستی این حقیقت است که نور در سرتاسر عالم از همان عناصری شیمیایی سرچشمه می‌گیرد که در روی زمین یافت می‌شوند. منشأ نور در مولکولهای گازها، مایعات، و جامدات از بسیاری جهات همانند منشأ آن در تک‌اتمها است. اگرچه این پدیده‌ها تا حدودی فهمیده شده‌اند، بسیاری از آنها کاملاً پیچیده‌اند. در این فصل، تلاش ما صرف این خواهد شد که شرحی اجمالی درباره مفاهیم کنونی پیرامون منشأ نور اتمها ارائه دهیم، و در فصل بعدی از این مفاهیم برای ارائه جنبه‌های اصلی لیزرها سود خواهیم جست.

### ۲۹-۱ اتم بور

از نظر تاریخی ساختار اتمی و مولکولی تقریباً همه عناصر شیمیایی شناخته شده، طی سه دهه اول قرن بیستم مشخص شده است. این آگاهی از طریق تأسیس و تدوین نظریه کوانتومی و پی بردن به



شکل ۲۹-۱ نمودار مداری اتم هیدروژن بر اساس نظریه بور (۱۹۶۱).

روابط گوناگون مابین بسامد امواج نوری گسیلی از این عناصر به دست آمده است (شکلهای ۲۱-۸ و ۲۱-۱۰).

مدل اتم هیدروژن بور، سرآغازی منطقی برای هر گونه نمایش نظام مند ساختار اتمی به شمار می رود، زیرا روابط انرژی ناشی از نظریه بور، مبانی فهم نظریه کوانتومی را تشکیل می دهند. بنابر نظریه بور، اتم هیدروژن از یک تک الکترون به جرم  $m$  و بار  $-e$  که به مثابه سیاره ای در یک مدار دایره ای به دور هسته ای به جرم  $M$  و با بار  $+Ze$  (شکل ۲۹-۱) می چرخد، تشکیل شده است.  $Z$  عدد اتمی و برای هیدروژن برابر یک است. براساس قوانین کلاسیک الکتروستاتیک، حرکت الکترون به کمک معادله زیر توصیف می شود:

$$m \frac{v^2}{r} = k \frac{Ze^2}{r^2} \quad (۲۹-۱)$$

ربایش الکترواستاتیکی = نیروی مرکزگرا

بور این رابطه را اساس فرض اول خود قرار داده و سپس نظریه کوانتومی را تأسیس کرده است. بنابر فرض دوم وی، تکانه زاویه ای الکترون،  $mvr$ ، همواره باید مضرب صحیحی از  $h/2\pi$  باشد:

$$mvr = n\hbar \quad (۲۹-۲)$$

که در آن  $m$  جرم الکترون، و  $\hbar$  ثابت کنش پلانک ( $h$  تقسیم بر  $2\pi$ ) است در سال ۱۹۰۵ ماکس پلانک برای نخستین بار آن را در مورد قانون تابش گرمایی ارائه داد، و  $n$  عددی صحیح است که

آنها را عدد کوانتومی اصلی می‌گویند.

$$\begin{aligned}
 m &= 9,10956 \times 10^{-31} \text{ kg} & e &= -1,602192 \times 10^{-19} \text{ C} \\
 h &= 6,62620 \times 10^{-34} \text{ Js} & \hbar &= 1,054592 \times 10^{-34} \text{ Js} \\
 k &= 8,98755 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 & Z &= 1 = \text{عدد اتمی هیدروژن} \\
 & & n &= 1, 2, 3, 4, \dots
 \end{aligned}$$

یعنی، الکترون، مانند ماهواره در مکانیک کلاسیک، نمی‌تواند در هر مداری حرکت کند، بلکه فقط در مدارهای کوانتیده معینی قادر به حرکت است. از ترکیب معادله‌های (۱-۲۹) و (۲-۲۹) و حل آن نسبت به شعاع خواهیم داشت،

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{m e^2 Z k} = n^2 (0,529177 \times 10^{-10}) \text{ m} \quad (3-29)$$

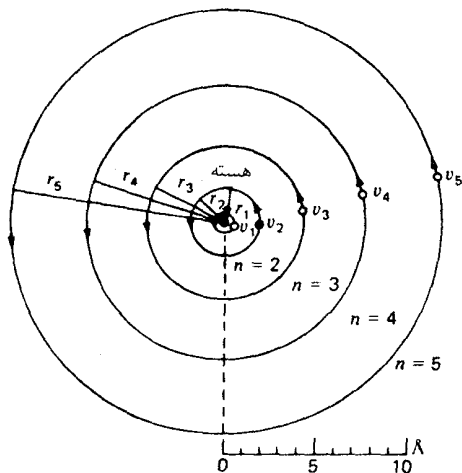
و با حل کردن این معادله برحسب سرعت مداری  $v$ ، خواهیم داشت

$$v = \frac{1}{n} \frac{e^2 Z k}{\hbar} = \frac{1}{n} (2,18768 \times 10^6) \text{ m/s} \quad (4-29)$$

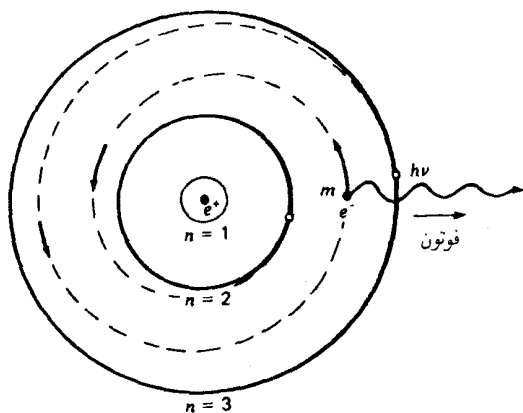
نموداری را که ابعاد نسبی پنج مدار اول را نشان می‌دهد، در شکل ۲-۲۹ مشاهده می‌کنید. نخستین موفقیت بور را باید به این واقعیت نسبت داد که به‌ازای (۲ یا ۱)  $n$  معادله (۳-۲۹) اندازه نظری  $r$  را که با مقادیر معلوم قبلی توافق دارد، و معادله (۴-۲۹) بسامد مداری را تقریباً مساوی با بسامد نور مرئی به‌دست می‌دهد.

آخرین فرض بور در ارتباط با اتم هیدروژن با گسیل نور سروکار دارد. بور این فرض را مسلم پنداشت که وقتی الکترونی در یکی از مدارهای مجازش حرکت می‌کند، آن‌طور که از دیدگاه کلاسیکی از یک بار الکتریکی شتاب‌دار انتظار می‌رود، نور گسیل نمی‌کند، بلکه فقط وقتی که این الکترون از مداری به مدار دیگر جهش می‌کند، مطابق شکل ۳-۲۹، این اتفاق می‌افتد. بسامد نور گسیل‌شده نه از بسامد مدار اولیه به‌دست می‌آید و نه از بسامد مدار نهایی، بلکه به‌نحوی میانگین این دو بسامد آنها را به‌دست می‌دهد، که عبارت است از:

$$h\nu = E_i - E_f \quad (5-29)$$



شکل ۲-۲۹ مدارهای دایره‌ای بور برای هیدروژن که از روی مقیاس ترسیم شده‌اند.



شکل ۳-۲۹ نظریه کوانتومی بور برای تابش نور از اتم هیدروژن.

که در آن  $E_i$  انرژی کل در مدار اولیه،  $E_f$  انرژی کل در مدار نهایی،  $h$  در اینجا نیز ثابت پلانک، و  $\nu$  بسامد نور گسیلیده است.

برای توضیح دادن موضوع، فرض می‌کنیم  $E_1, E_2, E_3, E_4, \dots$  به ترتیب، انرژی کل الکترون در هنگام استقرار آن در مدارهای  $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$  هستند. هنگامی که الکترون در

مدار  $n = 3$  قرار می‌گیرد و انرژی آن  $E_3$  است، و به مدار  $n = 2$  می‌جهد که در آن انرژی  $E_2$  است، تفاضل انرژی  $E_3 - E_2$  به صورت یک موج نور به انرژی  $h\nu$  و به نام فوتون گسیل می‌شود. منشأ امواج نورگسیلی از داخل اتم همین است (شکل ۲۹-۳).

بور با ترکیب سه معادله (۱-۲۹)، (۲-۲۹) و (۵-۲۹) و نشان دادن مقادیر ثابت‌های اتمی معلوم، توانست معادله زیر را برای همهٔ بسامدهای نورگسیلیده از اتم آزاد هیدروژن به دست آورد:

$$\nu = 3.28984 \times 10^{15} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ Hz} \quad (6-29)$$

که در آن  $n_f$  و  $n_i$  عددهای کوانتومی اصلی مدارهای اولیه و نهایی هستند. اگر معادله موج را وارد کنیم:

$$c = \nu \lambda \quad (7-29)$$

و به جای  $\nu$  مساوی آن، کمیت  $c/\lambda$ ، را قرار دهیم، برای طول موج نور، رابطه زیر به دست می‌آید:\*

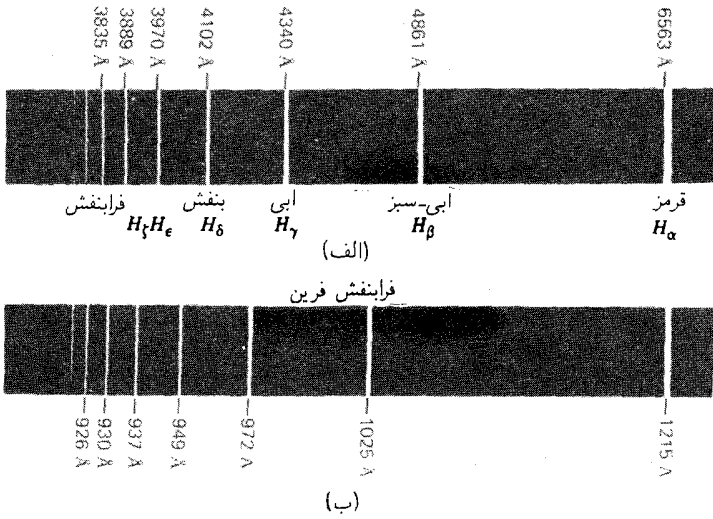
$$\lambda = 911.503 \frac{n_i^2 \times n_f^2}{n_i^2 - n_f^2} \text{ \AA} \quad (8-29)$$

بور مشاهده کرد که اگر  $n_f = 2$  و  $n_i = 3, 4, 5, \dots$  این معادله با دقت بسیار، همهٔ طول موجهای سری بالمر هیدروژن (شکل ۲۹-۴) را به دست می‌دهد.

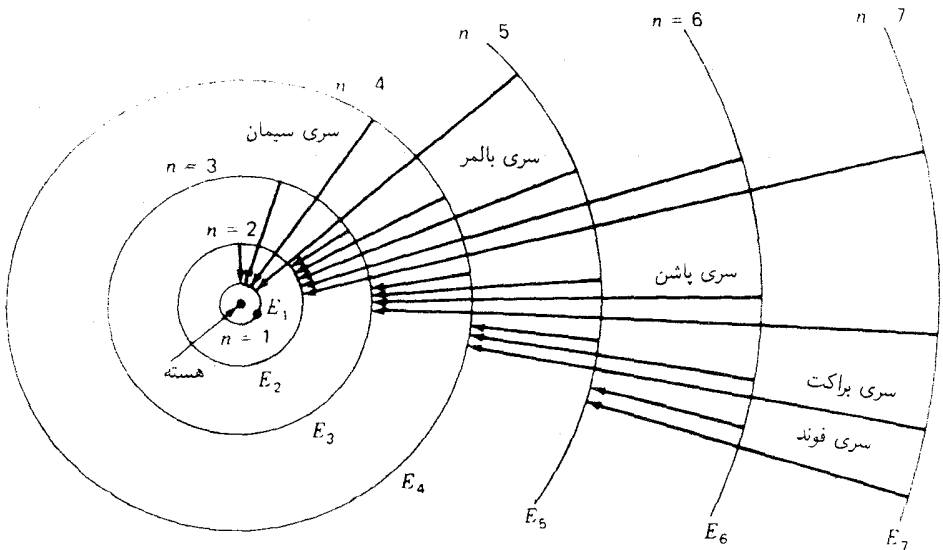
بور با جایگذاری  $n_f = 1$  و  $n_i = 2, 3, 4, 5, \dots$  پیش‌بینی کرد که باید یک سری خطوط طیفی در ناحیهٔ فرابنفش دور وجود داشته باشد این خطوط را اولین بار لیمان در دانشگاه هاروارد عکسبرداری کرد و طول موجهای به دست آمده با مقادیر محاسبه شده دقیقاً مطابقت داشتند. این که اکنون سری لیمان نامیده می‌شود و فقط در طیف‌نماهای خلأ می‌توان از آن عکسبرداری کرد، در شکل ۲۹-۴ بازسازی شده است. مشاهده می‌شود که سری لیمان از جهش الکترون از هر یک از مدارهای بیرونی‌تر مستقیماً به داخلی‌ترین مدار، حالت پایه، ناشی می‌شود.

سایر سریهای هیدروژن با جهش الکترون از  $n_f = 3, 4, 5, \dots$  و  $n_f = 5$  که بعدها در ناحیهٔ فرورسرخ طیف هیدروژن مشاهده شدند، دقیقاً با سریهای پیش‌بینی شده مطابقت می‌کردند (شکل ۲۹-۵).

\* به سبب افزایش جرم نسبیتی با سرعت و چرخش الکترون و پروتون حول مرکز جرم مشترکشان، مقدار  $911.67$  در معادله (۸-۲۹) در ضرب کوچک  $1.000259$  ضرب می‌شود و مقدار  $911.503$  به دست می‌آید.



شکل ۲۹-۴ طیف اتم هیدروژن: (الف) سری بالمر؛ و (ب) سری لیمان.



شکل ۲۹-۵ مدارهای دایره‌ای بور برای اتم هیدروژن، گذارهایی را که موجب گسیل امواج نور یا فوتونها، با بسامدهای مختلف می‌شوند، نشان می‌دهند.

## ۲-۲۹ ترازهای انرژی

انرژی کل الکترون  $E_{\text{tot}}$  در هر یک از مدارهای مجاز آن را می‌توان از دو اصل موضوع بور، معادله‌های (۱-۲۹) و (۲-۲۹)، محاسبه کرد. مفهوم کلاسیکی انرژی پتانسیل،  $E_{\text{pot}}$ ، الکتريکی است و از این قرار به دست می‌آید:

$$E_{\text{pot}} = -k \frac{Ze^2}{r}$$

از سوی دیگر، انرژی جنبشی، انرژی مکانیکی است و عبارت است از:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = k \frac{Ze^2}{r}$$

با جمع کردن این دو انرژی، می‌توان  $r$  و  $v$  را حذف کرد و انرژی کل را به دست آورد:

$$E_{\text{tot}} = -\frac{me^2 Z^2 k^2}{2n^2 \hbar^2} \quad (9-29)$$

علامت منفی، مطابق انتظار، حاکی از این نکته است که برای دور کردن الکترون از اتم، باید روی آن کار انجام دهیم. الکترون به اتم مقید است و هر قدر به هسته نزدیکتر باشد به همان اندازه هم برای دور کردن آن از اتم باید انرژی بیشتری داده شود. به استثنای عدد کوانتومی اصلی،  $n$ ، همه کمیتها در معادله (۹-۲۹) ثابتهای تغییرناپذیر اتمی برای هیدروژن‌اند، و می‌توان نوشت

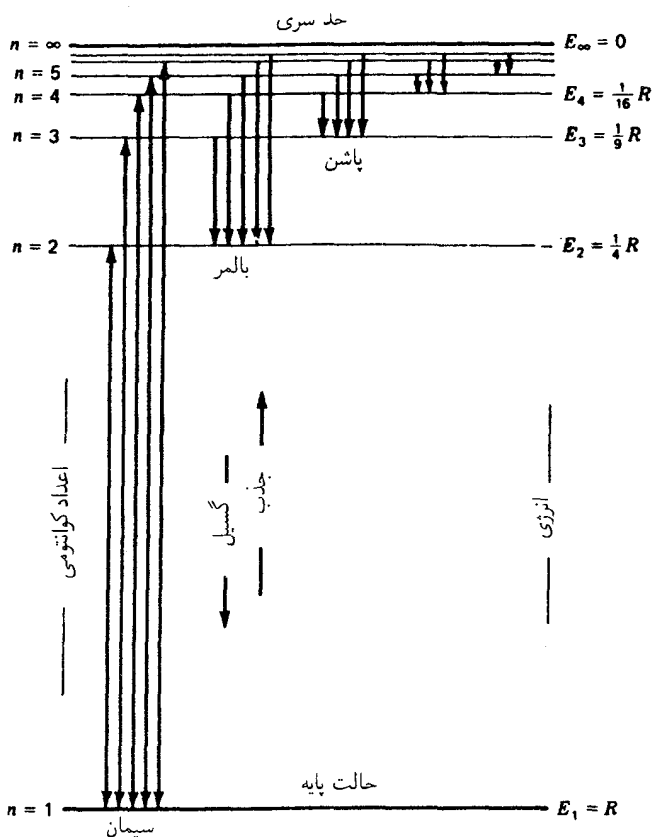
$$E_{\text{tot}} = -R \frac{1}{n^2} \quad (10-29)$$

که مقدار  $R$  از این قرار است\*:

$$R = \frac{me^2 Z^2 k^2}{2\hbar^2} = 2,179350 \times 10^{-18} \text{ J} \quad (11-29)$$

معادله (۱۰-۲۹) در ساختار اتم معادله مهمی محسوب می‌شود: این معادله انرژی اتم هیدروژن را در هر یک از مدارهای مجاز خود به دست می‌دهد. معمولاً به جای ترسیم مدارها از روی مقیاس،

\* برای تصحیح به پاورقی صفحه ۷۴۹ مراجعه کنید.



شکل ۲۹-۶ نمودار ترازهای انرژی برای اتم هیدروژن. پیکانهای قائم گذارهای الکترونی را نشان می‌دهند.

مطابق شکل ۲۹-۵، روال بر این است که مقادیر مختلف انرژی را با ترسیم خطوط موازی، مطابق شکل ۲۹-۶، نشان بدهند. به این طرز نمایش، نمودارهای ترازهای انرژی می‌گویند. جهت‌های گوناگون الکترون مابین مدارها را با خطوط پیکاندار قائم مابین ترازها نمایش می‌دهند.

اهمیت این نوع نمودار، دست‌کم دو برابر است: (۱) مستقل از مدل اتمی ارائه شده، اینکه یک مدل مداری، یک مدل موجی کوانتوم مکانیکی، و یا هر مدل دیگری است که ممکن است در آینده پیشنهاد شود. نمودار فوق با دقت بسیار زیادی حالت‌های انرژی ایستای اتم هیدروژن را به نمایش



می‌گذارد؛ و (۲) قانون پابستگی انرژی را که به صورت اصل موضوع سوم بور، معادله (۲۹-۵)، پذیرفته می‌شود، نمایش می‌دهد، یعنی، انرژی هر فوتون تابیده،  $h\nu$ ، از تفاضل انرژی دو تراز انرژی به دست می‌آید.

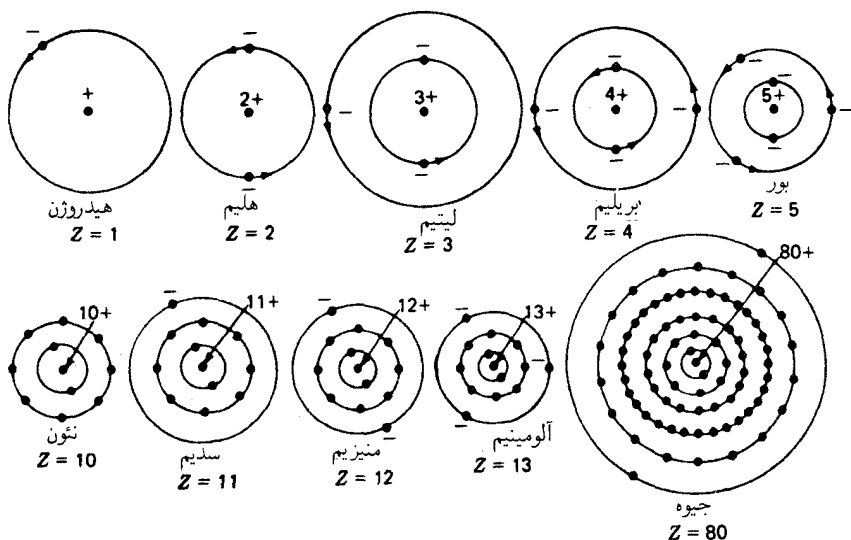
نخستین خط در سری بالمر،  $\lambda = 6561 \text{ \AA}$ ، خط قرمز در شکل ۲۹-۴ (الف)، با پیکان کوچک،  $n = 3$  به  $n = 2$  متناظر است. خط دوم همین سری، خط آبی-سبز، عبارت است از  $\lambda = 4861 \text{ \AA}$  و با پیکانی کمی طولتر،  $n = 4$  به  $n = 2$ ، متناظر است، و الی آخر ...

$$\bullet \quad E_i - E_f = -R \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \quad (29-12)$$

### ۲۹-۳ طرح بور-استونر برای ساختمان اتمها

بور و استونر تعمیمی از مدل هیدروژن را به صورتی پیشنهاد کردند که همه عناصر شیمیایی را در بر گیرد. چنانکه در مثالهای شکل ۲۹-۷ نشان داده‌ایم، هر اتم از یک هسته با بار مثبت و تعدادی الکترون در پیرامون آن تشکیل می‌شود.

هر چند که هسته ذره نسبتاً کوچکی کمتر از  $10^{-14} \text{ m}$  در قطرش است، تقریباً همه جرم اتم را در بر دارد که برحسب واحدهای جرم اتمی برابر است با وزن اتمی. بار مثبت هسته که در



شکل ۲۹-۷ مدل‌های مداری بور-استونر برای اتمهای سبک و سنگین جدول تناوبی عناصر.

هسته متمرکز شده از لحاظ عددی با عدد اتمی برابر است، و تعداد الکترونهاى موجود در مدارهاى پیرامون هسته را تعیین می‌کند.

هر اتم هلیوم، با عدد اتمی  $Z = 2$ ، حاوی دو بار مثبت در هسته و دو الکترون در خارج آن است. هر اتم لیتیم، با عدد اتمی  $Z = 3$ ، حاوی سه بار مثبت در هسته و سه الکترون در پیرامون آن است. اتم جیوه، با عدد اتمی  $80$ ،  $80$  بار مثبت در هسته و  $80$  الکترون در مدار پیرامون هسته دارد.

مدارهایی که الکترونها منحصراً در آنها قرار می‌گیرند مدارهای بور هیدروژن با  $n = 1, 2, 3, \dots$  هستند و پوسته‌های الکترونی نامیده می‌شوند. چنانچه در جدول آنها از اتمی به اتم بعدی برویم، با شروع از هیدروژن، تعداد الکترونها یک به یک افزایش می‌یابد و نخست یک پوسته و سپس پوسته بعدی را پر می‌کنند. یک پوسته هنگامی پر شده تلقی می‌شود که تعداد الکترونهاى آن  $2n^2$  باشد. مثلاً، نخستین پوسته،  $n = 1$ ، وقتی پر می‌شود که دارای دو الکترون، پوسته دوم،  $n = 2$ ، دارای ۸ الکترون، و پوسته سوم دارای ۱۸ الکترون باشد و الی‌آخر،  $2 \times 2^2 = 8$ ،  $2 \times 3^2 = 18$ ، و الی‌آخر

عدد کوانتومی $n$	۱	۲	۳	۴
تعداد الکترونها	۲	۸	۱۸	۳۲

در میان عناصر سنگینتر انحرافهایی از این ترتیب پر شدن پوسته‌ها، مثلاً، اتم جیوه به چشم می‌خورد. چهار پوسته داخلی،  $n = 1, 2, 3, 4$ ، به ترتیب، با ۲، ۸، ۱۸، ۳۲ الکترون پر شده‌اند، در حالی که پوسته پنجم فقط ۱۸ الکترون و پوسته ششم ۲ الکترون دارد. دلایل این انحرافها به خوبی قابل فهم‌اند و معلوم شده است که از قاعدهٔ دیگری ناشی شده‌اند.

توجه به این نکته حائز اهمیت است که با افزایش بار هسته و ورود الکترونهاى بیشتر به پوسته‌های خارجی، اندازهٔ پوسته‌های داخلی تحت ربايش قويتر هسته کوچک می‌شود. نتیجه نهایی این انقباض آن است که قطر سنگینترین عناصر در جدول تناوبی چندان از عناصر سبکتر بزرگتر نیست. نمودارهای شکل ۲۹-۷ تقریباً با مقیاس یکسانی ترسیم شده‌اند.

تأیید تجربی این حدهای بالایی برای تعداد مجاز الکترونها در هر مدار، امروزه یکی از بنیادی‌ترین اصول طبیعت تلقی می‌شوند. توجیه نظری منطقی این اصل در مورد ساختار اتمی، که نخستین بار توسط پاولی در سال ۱۹۲۵ ارائه شد، معمولاً اصل طرد پاولی نامیده می‌شود. برای ترتیبی که مطابق آن پوسته‌های عناصر در سرتاسر جدول تناوبی پر شده‌اند، پیوست II را بنگرید.

## ۴-۲۹ مدارهای بیضوی یا اریبتالهای نفوذی

فقط در ظرف چند ماهی پس از انتشار گزارشی از بور (در دانمارک) حاوی بیان موفقیت چشمگیرش در توضیح طیف هیدروژن با مدارهای دایره‌ای کوانتیده، زومرفلد (در آلمان) این نظریه را تعمیم داد تا مدارهای بیضوی کوانتیده را نیز در برگیرد. چون این اریبتالها در مراحل بعدی تکوینی ساختار اتمی نقش بسیار مهمی ایفا کردند، سزاوار است که در اینجا به آنها بپردازیم.

نتیجه نهایی نظریه زومرفلد نشان داد که الکترون در هر یک از ترازهای انرژی مجاز در اتم هیدروژن، می‌تواند در یکی از چند مدار حرکت کند. برای هر تراز انرژی  $l = 1, 2, 3, \dots$ ، تعداد  $n$  مدار ممکن وجود دارد (شکل ۲۹-۸). مثلاً به‌ازای  $n = 4$  چهار مدار وجود دارد که با علامتهای  $l = 3, l = 2, l = 1$  و  $l = 0$  نامگذاری می‌شوند. قطر مدار دایره‌ای نظریه بور برابر است با محور بزرگ سه مدار بیضوی. محورهای کوچک آنها برابرند با یک‌چهارم، دوچهارم، و سه‌چهارم محور بزرگ.

عملاً مرسوم است که حرف  $l$  را به‌صورت زیر به‌اعداد کوانتومی نسبت می‌دهند:

...	$l = 4$	$l = 3$	$l = 2$	$l = 1$	$l = 0$
...	$g$	$f$	$d$	$p$	$s$

براساس این سیستم، مدار دایره‌ای با  $n = 3$  و  $l = 2$  با  $3d$  مشخص می‌شود، و مدار بیضوی  $n = 2$  و  $l = 0$  را با  $2s$  نشان می‌دهند، و الی‌آخر.  $n$  عدد کوانتومی اصلی و  $l$  عدد کوانتومی مداری است. در همه مدارهای با  $n$  یکسان، انرژی کل هم یکسان است؛ این انرژی به‌کمک معادله بور برای مدارهای دایره‌ای، معادله (۲۹-۹)، به‌دست می‌آید.

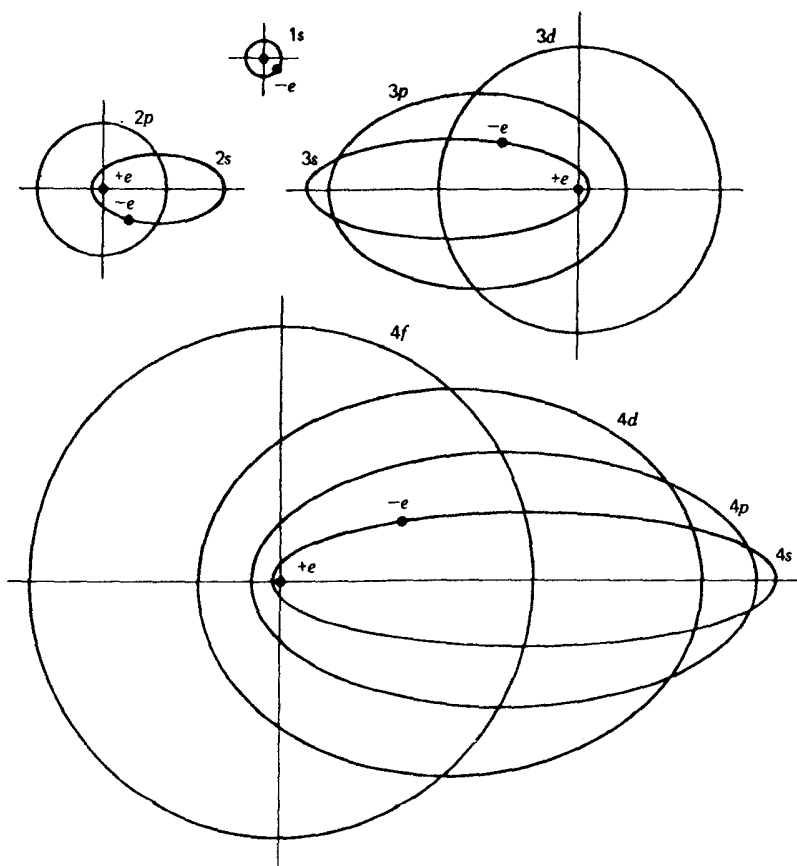
هر یک از مدارهای مجاز مدل اتم هیدروژن بور-زومرفلد به یک زیرپوسته تبدیل می‌شود که الکترونها به آن اضافه می‌شوند تا ساختمان عناصر در طرح بور-استونر جدول تناوبی را تشکیل دهند. این زیرپوسته‌ها را در جدول ۲۹-۱ درج کرده‌ایم.

تعداد ماکزیموم الکترونها در هر زیرپوسته از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$2(l+1)$$

این رابطه را بیان اصل طرد پائلی می‌نامند که بنابر آن، هر زیرپوسته هنگامی پر است که تعداد الکترونها آن مطابق جدول صفحه بعد باشد:

زیر پوسته $l$					
۴	۳	۲	۱	۰	
$g$	$f$	$d$	$p$	$s$	علامت
۱۸	۱۴	۱۰	۶	۲	تعداد الکترونها

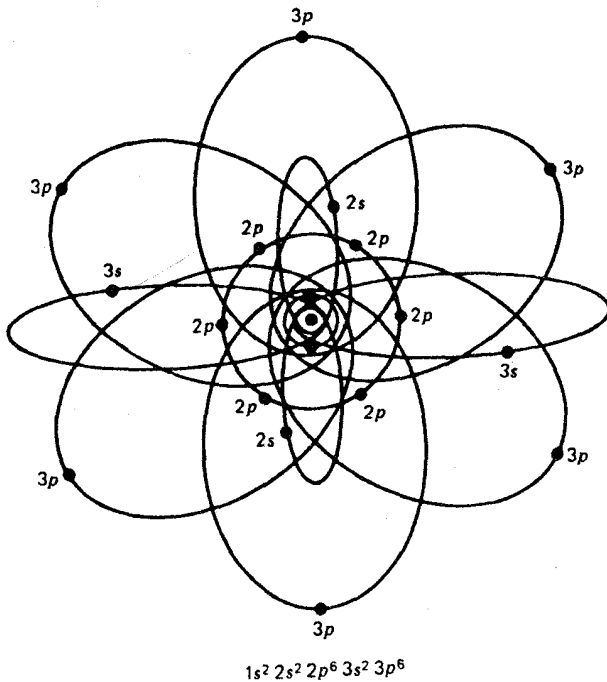


شکل ۲۹-۸ مدلی از روی مقیاس برای اتم هیدروژن که خانواده‌های داخلی مدارها و علامت آنها را بر اساس نظریه بور-زومرفلد نشان می‌دهد.

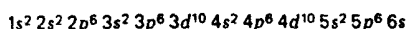
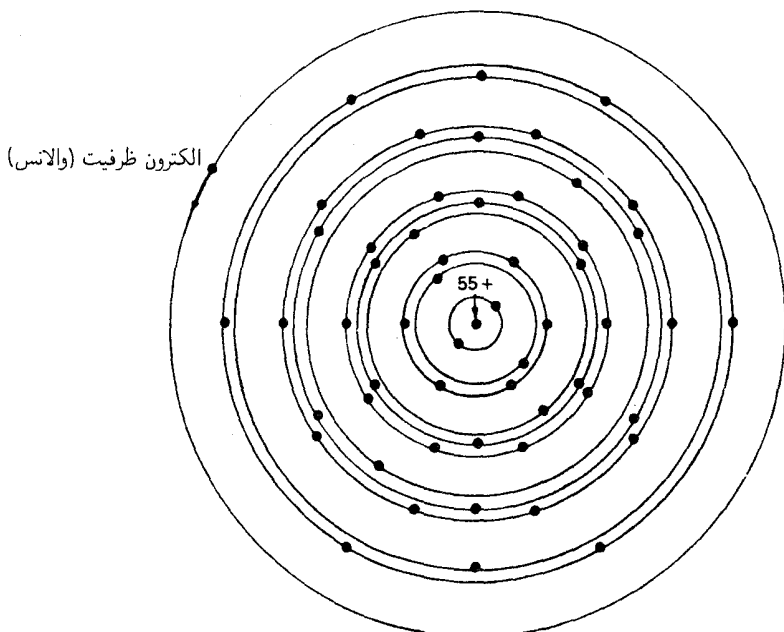
جدول ۱-۲۹ نامگذاری اوربیتال الکترونی

زیر پوسته <i>l</i>					پوسته <i>n</i>
۴	۳	۲	۱	۰	
				۱s	۱
		۲p	۲s		۲
	۳d	۳p	۳s		۳
۴f	۴d	۴p	۴s		۴
۵g	۵f	۵d	۵p	۵s	۵

مدل اتم آرگون، با عدد اتمی ۱۸ را در شکل ۹-۲۹ مشاهده می‌کنید. تعداد پروتونها در هسته ۱۸ است، و مطابق مقیاس، ۱۸ الکترون به‌دور آن در مدارهای دایره‌ای و بیضوی ترسیم شده‌اند.

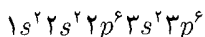


شکل ۹-۲۹ نمودار اوربیتال برای یک اتم آرگون،  $Z = 18$ .



شکل ۲۹-۱۰ نمودار پوسته‌ها و زیرپوسته‌های الکترونی در اتم سزیم ۵۵.

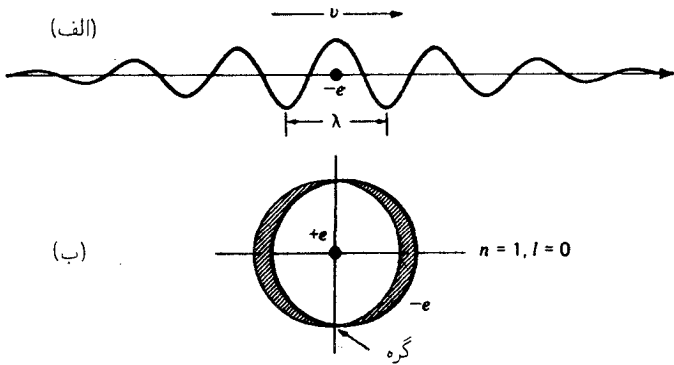
در هر یک از مدارهای ۱s، ۲s، و ۳s، دو الکترون، و در هر یک از مدارهای ۲p و ۳p، شش الکترون وجود دارد، همه الکترونها با هم به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:



که پیکربندی الکترونی کامل نامیده می‌شود.

هرگاه اتمهای آرگون برای گسیل نور، مثلاً در یک تخلیه الکتریکی در لوله حاوی گاز آرگون برانگیخته شوند، یکی از الکترونهای خارجی ۳p یا ۳s به مدارهای مجازی بالاتر برانگیخته می‌شود. اتم طی برگشتن به حالت‌های انرژی پایینتر یک یا چند فوتون گسیل خواهد کرد.

اگر چنین نمودارهایی را برای اتمهای بزرگتر ترسیم کنیم، رفته رفته دشوارتر خواهد شد، و طرحی که در شکل ۲۹-۱۰ برای نشان دادن اتم سزیم به کار رفته کاربرد بیشتری خواهد داشت.



شکل ۲۹-۱۱ نمودار موج الکترون دوبروی در حال حرکت در: (الف) یک خط مستقیم؛ و (ب) به صورت یک موج ایستاده در اولین مداری بور در هیدروژن.

پیکربندی الکترونی اتم سزیم عبارت است از:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s$$

۵۴ الکترون زیر پوسته‌های بسته را پر می‌کنند، و پنجاه و پنجمین الکترون، یا الکترون ظرفیت (والانس)، به تنهایی در زیر پوسته ۶s قرار می‌گیرد. وقتی اتمهای سزیم در لوله تخلیه الکتریکی برانگیخته می‌شوند، این الکترون ظرفیت یا والانس خارجی است که از مداری به مدار دیگر می‌جهد و فوتون گسیل می‌کند. برای فهم چگونگی پر شدن زیر پوسته‌ها پیوست II را ببینید.

## ۲۹-۵ مکانیک موجی

در سال ۱۹۲۴ لویی دوبروی، فیزیکدان فرانسوی، معادلاتی را به دست آورد که پیش‌بینی می‌کرد به تمام ذرات در حال حرکت می‌توان موجی وابسته نمود مثلاً، تحت شرایط آزمایشگاهی مناسب، باریکه‌ای از الکترونها باید مانند قطارهای امواج نوری یا باریکه‌ای از فوتونها عمل کند. طول موج این امواج ذره‌ای، به جرم و سرعت این ذرات بستگی دارد که از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (۲۹-۱۳)$$

این معادله را معادله موج دوبروی می‌گویند [شکل ۲۹-۱۱ (الف)]. برای الکترونی که با سرعت

زیاد حرکت می‌کند، مانند الکترون اولین مدار دایره‌ای بور در هیدروژن، مخرج کسر بالا،  $mv$ ، بزرگ است و طول موج درست با محیط دایره مدار برابر می‌شود [شکل ۲۹-۱۱(ب)].

با تکوین مکانیک ماتریسی توسط هایزنبرگ در سال ۱۹۲۵، و مکانیک موجی توسط شرودینگر در سال ۱۹۲۶، تصویر اوربیتالی اتم جای خود را به یکی از امواج دویروی سپرد. براساس فرمولبندی شرودینگر، حالت‌های انرژی الکترون در اتم هیدروژن را می‌توان برحسب امواج ایستاده سه‌بعدی، به نام هماهنگ‌های کروی، توصیف کرد.

معادله موج شرودینگر حالت‌های انرژی را دقیقاً برابر با مقادیر ناشی از نظریه بور به دست می‌دهد با این تفاوت که عددهای کوانتومی  $n$  و  $l$  هر دو به صورت جواب‌های طبیعی معادله بنیادی وی، به‌قرار زیر، در می‌آیند:

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - V) \psi = 0 \quad (14-29)$$

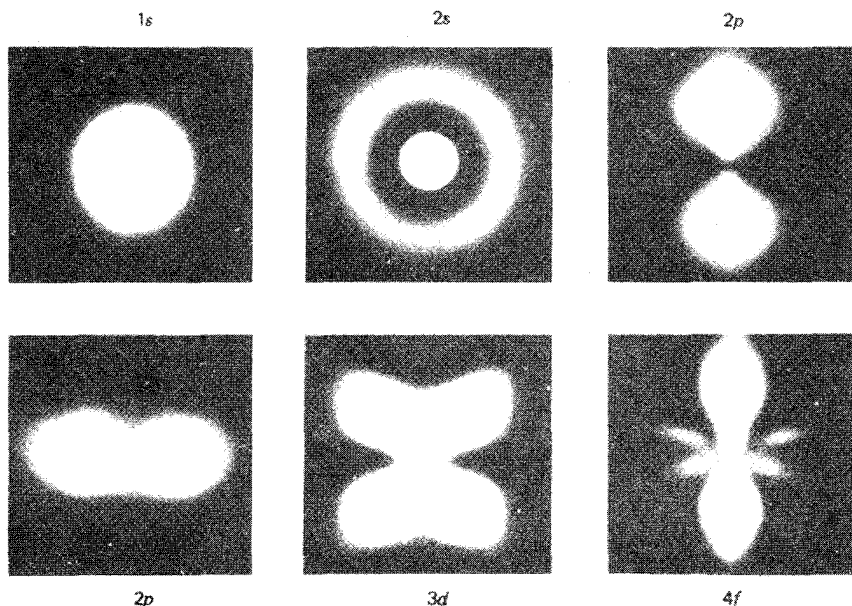
که در آن  $V$  انرژی پتانسیل،  $W$  انرژی کل (انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل)، و  $\psi$  تابع موج الکترون است.  $\psi$  را می‌توان در حکم دامنه موج الکترون تلقی کرد، و به چگالی احتمال در هر نقطه درون اتم مربوط است. معادله (۲۹-۱۴) را معادله موجی شرودینگر می‌گویند.

هر چند که جواب‌های این معادله را در اینجا بیان نمی‌کنیم، تصاویری را که نمایانگر شش حالت اتم هیدروژن است در شکل ۲۹-۱۲ برای اوربیتال‌های  $1s, 2s, 2p, 3d$ ، و  $4f$  نشان می‌دهیم. اگر این شش تصویر با مقیاس ابعادی یکسانی نشان داده می‌شدند، باید ابعاد آنها  $n^2$  بار بزرگنمایی می‌شد و در این صورت با اندازه ابعاد هم‌تاهایشان در مدار بور قابل مقایسه می‌بودند که در شکل ۲۹-۸ با یک مقیاس ترسیم شده‌اند.

در سال ۱۹۲۸، دیراک اسپین الکترون را هم به معادله موجی شرودینگر افزود و برای هیدروژن توزیع چگالی احتمال مشابهی به دست آورد که با اختلاف‌های محسوسی در توزیع زاویه‌ای برای حالت‌های پایینتر به‌ازای مقدار کوچک  $n$  همراه بود.

توزیع شعاعی چگالی بار در طرح بور-استونر ساختار اتمی، به‌صورتی در می‌آیند که پوسته‌ها و زیرپوسته‌های بسته تقارنی کروی حول هسته ایجاد می‌کنند، در حالی که الکترون‌های ظرفیتی در زیرپوسته‌های ناکامل یک توزیع زاویه‌ای مشابه مدارهای الکترون تشکیل می‌دهند. از آنجا که ترسیم شکل سه‌بعدی چگالی احتمال دشوار است معمولاً حالت‌های الکترون را به صورت نمودارهای اوربیتالی نمایش می‌دهند.

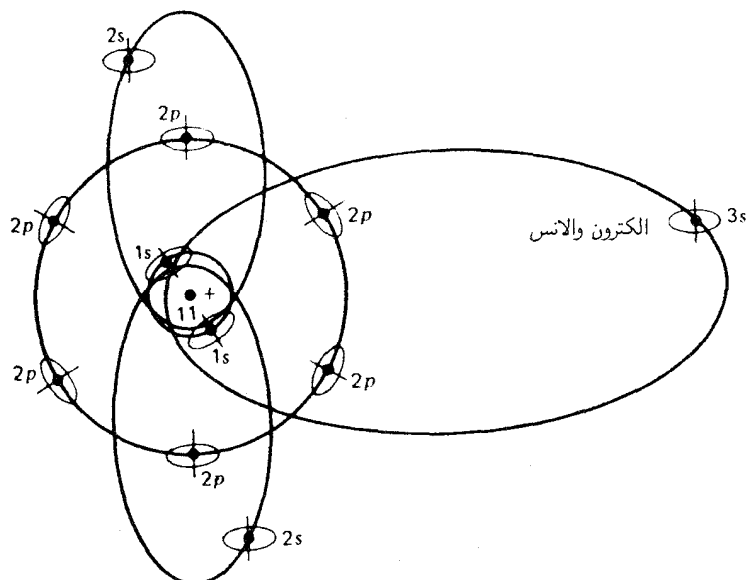




شکل ۲۹-۱۲ تصاویر مکانیک موجی از شش حالت مختلف اتم هیدروژن (براساس معادلات شرودینگر).

## ۲۹-۶ طیف سدیم

به‌استثنای عناصر مندرج در دو ستون اول جدول تناوبی، طیف همهٔ عناصر بسیار پیچیده‌اند [شکل ۲۱-۸ (الف) و (ب)]. هر چند طیف جملگی آنها را بررسی کرده‌اند و از روی این طیفها به ساختار اتمیشان پی برده‌اند، اما این بررسی از لحاظ تاریخی مدت زیادی به طول انجامیده است. طیفهای فلزات قلیایی  $Li, Na, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra$ ، در مقایسه با طیفهای عناصر نزدیک به مرکز جدول تناوبی، نسبتاً ساده‌اند. مثلاً ساختار عنصری غیر از هیدروژن، یعنی اتم سدیم، ترازهای انرژی آن، و طیف مشاهده شده‌اش را بررسی می‌کنیم. هر اتم سدیم در مقام یازدهمین عنصر در جدول تناوبی، با ظرفیت شیمیایی یک، از ۱۱ پروتون در هسته و ۱۱ الکترون در مدارهای کوانتیده پیرامون آن (شکل ۲۹-۱۳) تشکیل می‌شود. دو الکترون در هر یک از زیر پوسته‌های  $1s$  و  $2s$ ، به‌اضافه ۶ الکترون در زیر پوسته  $2p$ ، جملگی سه زیر پوسته بسته تشکیل می‌دهند. به‌صورت زیر پوسته‌های بسته، تکانه‌های زاویه‌ای کل آنها همگی صفرند؛ اسپینها به‌صورت جفت و نیز تکانهٔ زاویه‌ای آنها، همدیگر را خنثی و حذف می‌کنند.



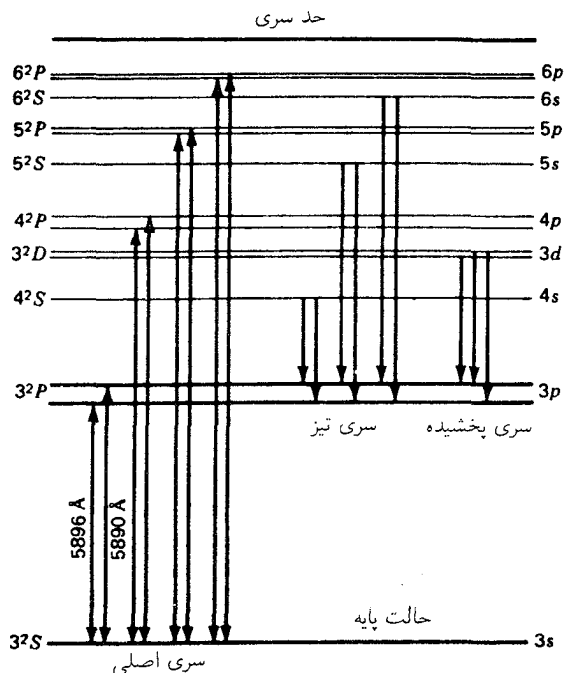
شکل ۲۹-۱۳ مدل اتمی سدیم،  $Z = ۱۱$ . همه الکترونها با تکانه زاویه‌ای  $\frac{1}{2}(h/2\pi)$  حرکت اسپینی (چرخشی) انجام می‌دهند.

تا آنجا که به میدان الکتریکی خارج از مغز  $۱۰^\circ$  الکترونی مربوط می‌شود، این ده الکترون تقریباً ده بار مثبت هسته را می‌پوشانند یا خنثی می‌کنند، و یازدهمین الکترون یا الکترون والانس، در میدانی حرکت می‌کند که تقریباً هیدروژن مانند است. بنابراین، جای شگفتی نیست که چهار سری شناخته‌شده خطوط طیفی سدیم، که محصول جهیدن این یک الکترون از مدارهای به مدار دیگرند، در بسامد و طول موج چندان از هیدروژن دور نیستند.

در نمودار تراز انرژی سدیم، شکل ۲۹-۱۴، حالت طبیعی یا حالت پایه را به صورت  $3^2S$  را مشاهده می‌کنید و حالت‌های برانگیخته متوالی به صورت  $3^2P$ ،  $3^2D$ ،  $4^2S$ ،  $4^2P$  و الی آخر ... هستند. این نامگذاری ترازها، با نامگذاری مدارهای  $3s$ ،  $3p$ ،  $4s$ ،  $3d$ ،  $4p$  و الی آخر، متناظر است. اندیس ۲ حاکی از آن است که همه ترازها به استثنای حالت‌های  $S$ ، دوتایی‌اند. این دوتاشدگی ناشی از حرکت اسپینی الکترون‌هاست و به دو تاشدگی همه خطوط در همه سری‌ها منجر می‌شود.

گذار ترازهای  $3^2P$  به حالت پایه  $3^2S$  به ایجاد مشهورترین خطها، یعنی خطوط  $D$  زرد، از سری اصلی سدیم می‌انجامد. این دو خط خاص، عامل رنگ زرد همه لامپهای سدیم‌اند و خطوط تشدید نامیده می‌شوند. خطوط دیگر این سری و سری‌های دیگر را با پیکان نشان داده‌ایم.

در دماهای نسبتاً پایین، تقریباً همه اتمهای سدیم در حالت پایه‌اند. با افزایش دما، برخوردی‌های

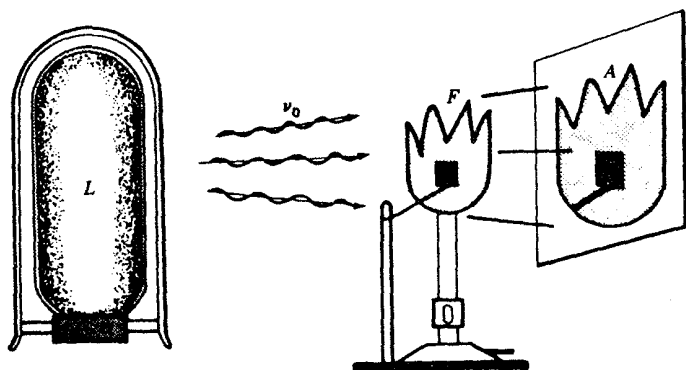


شکل ۲۹-۱۴ نمودار ترازهای انرژی برای اتم سدیم،  $Z = 11$ ، که گذارهای عامل نخستین عناصر سریهای تیز، اصلی، و پخشیده را نشان می‌دهد.

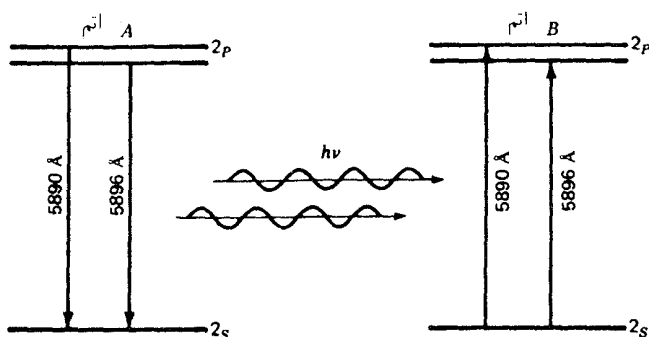
بیشتر و شدیدتری مابین آنها روی می‌دهد و اتمهای بیشتری الکترون والانس (ظرفیت) خود را به حالتهای برانگیخته می‌رانند، که نتیجه آن گسیل نور است.

## ۲۹-۷ تابش تشدیدی

یکی از راههای مناسب و مطلوب نمایش تشدید کاربرد امواج صوتی است. دو دیپازون با بسامدهای طبیعی دقیقاً یکسان، یعنی با صداهای یکسان را در نظر می‌گیریم. اگر دیپازون  $A$  را یک لحظه به ارتعاش درآوریم و سپس متوقفش کنیم، دیپازون  $B$  به فاصله  $10^\circ$  متریا بیشتر از آن، شروع به ارتعاش خواهد کرد. هر پالس صوتی که از دیپازون  $A$  خارج می‌شود، با بسامد موج آن به بازوهای دیپازون  $B$  فشار وارد و آن را به ارتعاش در می‌آورد. حال اگر دیپازون  $B$  را متوقف کنیم، خواهیم دید که دیپازون  $A$  دوباره به ارتعاش در می‌آید که ناشی از امواجی است که از  $B$  به آن رسیده است. اگر مابین بسامد دیپازون دوم و امواج رسیده به آن تطابق برقرار نباشد، این جذب تشدیدی صورت تحقق پیدا نمی‌کند.



شکل ۲۹-۱۵ آزمایش برای نمایش جذب تشدیدي نور سدیم.



شکل ۲۹-۱۶ نمودار ترازهای انرژی برای نمایش دادن گسیل و جذب تشدیدي نور مابین دو اتم سدیم.

مشابه نمایش جذب تشدیدي با نور مرئی را در شکل ۲۹-۱۵ مشاهده می‌کنید. نور یک لامپ سدیم، در حین عبور از یک شعله سدیم در شعلهٔ بونزن یک سایه تاریک مشخص روی پرده می‌اندازد. یک تکه کوچک کاغذ نسوز را که با آب نمک معمولی خیس شده است، در شعله گاز قرار می‌دهیم تا مقدار کافی اتمهای آزاد سدیم تولید کند.

فرایند اتمی جذب تشدیدي را که در این آزمایش صورت می‌گیرد، در شکل ۲۹-۱۶ مشاهده می‌کنید. یک اتم برانگیخته در لامپ سدیم، موجی با  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$  تولید می‌کند که از گذار بالا به پایین دو تراز برانگیخته  $3^2P$  به  $3^2S$  حالت پایه حاصل می‌شود. با نزدیک شدن این موج به یک اتم عادی سدیم در شعله، جذب می‌شود و تک‌الکترون والانس آن تا تراز متناظر  $3^2P$  بالا می‌رود.

این اتم دوم به نوبه خود دوباره همان بسامد را گسیل می‌کند که یک اتم دیگر در شعله آن را جذب می‌کند، یا از شعله در یک جهت کاتوره‌ای بیرون می‌رود. چون این بازگسیلها در جهتی کاتوره‌ای و به‌ندرت در جهت اولیه از لامپ خواهند بود، یک سایه انداخته می‌شود. برای  $\lambda = 5896 \text{ \AA}$  نیز همین ماجرا صادق است.

در آزمایش بالا، اگر به‌جای لامپ سدیم منبع دیگری با نور سفید، مثلاً جامدی گذاشته را قرار دهیم، بسامدهای متناظر با خطوط تشدید  $5890 \text{ \AA}$  و  $5896 \text{ \AA}$ ، و سری کامل اصلی سدیم در شعله جذب خواهند شد. این جذب را می‌توان در طیف‌نگار به‌صورت خطوط تاریک روی یک زمینه روشن پیوسته مشاهده کرد. به‌این ترتیب، همهٔ پیکانهایی که گذارهای روبه پایین در حالت پایه را در شکل ۲۹-۱۴ نشان می‌دهند، می‌توانند نوکهای رو به بالا هم داشته باشند. که نمایانگر جذب تشدید می‌اند. همهٔ خطوط جذبی فقط از حالت پایه ناشی می‌شوند.

## ۲۹-۸ حالت‌های شبه‌پایدار

در گازهایی مانند آنها که در شعلهٔ بونزن یا در لامپ تخلیه الکتریکی نور مرئی گسیل می‌کنند، الکترون والانس اکثر اتمها در حالت پایه است. هنگامی که در نتیجه برخورد با یک اتم یا یک ذرهٔ دیگر، الکترون ظرفیتی به یک حالت برانگیخته بالا رفته باشد، در آنجا به‌مدت تقریبی  $10^{-8} \times 10^{-16}$  توقف و سپس ضمن جهیدن به تراز پایینتر، یک فوتون گسیل می‌کند.

نظام حاکم بر گذار به حالت‌های پایینتر، در اتمهای برانگیخته، به پیروی از قواعد کاملاً جافتادهٔ گزینش استوار است، به‌طوری که همهٔ گذارها نتوانند مجاز باشند. برای همهٔ اتمهایی که یک الکترون والانس دارند، قواعد گزینش بسیار ساده‌اند:

$$\Delta n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots \quad (15-29)$$

$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{فقط}$$

برای تعمیم قاعده گزینش به اتمهایی که بیشتر از یک الکترون والانس دارند، مانند فلزات قلیایی خاکی، Ca, Mg, Be, Sr, Ba, Ra، مجموعه قواعد جدیدی به‌کار می‌روند. با دو الکترون که در تولید ترازهای مختلف انرژی مشارکت می‌کنند، گذارهایی چون جهش یک الکترون از مدار بی به مدار دیگر و یا جهش همزمان دو الکترون با گسیل یک تک‌بسامد تابشی، می‌توانند روی بدهند. قواعد گزینش برای سیستمهای دوالکترونی را به‌طور کلی می‌توان چنین نوشت:

$$\Delta l_1 = \pm 1 \quad \text{و} \quad \Delta l_2 = 0, \pm 2 \quad (16-29)$$

هرگاه یک تک‌الکترون جهش کند، یک مقدار  $l$  به اندازه ۱ تغییر می‌کند و آن دیگری بدون تغییر می‌ماند. هرگاه دو الکترون به‌طور همزمان جهش کنند، یک مقدار  $l$  به اندازه ۱ و آن دیگری به اندازه صفر یا ۲ تغییر می‌کنند. به‌ازای عدد کوانتومی کل،  $m$  هیچکدام از الکترونها محدودیتی وجود ندارد. مثلاً، در کلسیم گذار دوالکترونی  $3d$  به  $4p$  و  $4s$  به  $3d$  به ایجاد سه گروه خطی می‌انجامد که چندتاییها نام دارند و برخی از قویترین خطوط در طیف مرئی را تشکیل می‌دهند.

بررسی نمودارتراز انرژی سدیم در شکل ۲۹-۱۴ نشان می‌دهد که گذارهای مشخصی، چون  $3^2D$  تا  $3^2S$ ، ممنوع‌اند. برای رسیدن از  $3^2D$  به حالت پایه، یک الکترون نمی‌تواند مستقیماً به  $3^2S$  بجهد، زیرا این امر مستلزم آن است که  $\Delta l = 2$ . این الکترون می‌تواند از  $3^2D$  به  $3^2P$  بجهد و یک فوتون گسیل کند، سپس از  $3^2P$  به  $3^2S$  جهش یابد و فوتون دومی با بسامدی دیگر گسیل کند. تحقق این هر دو گذار مستلزم آن است که  $\Delta l = -1$ .

در برخی اتمها، برای الکترون این امکان وجود ندارد که با گسیل نور به حالت پایه برگردد. مثلاً، چنین حالتی در کلسیم یونیده پیش می‌آید، که در آن یک الکترون والانس در اتم عامل تولید طیف مشاهده شده است (شکل ۲۹-۱۷).

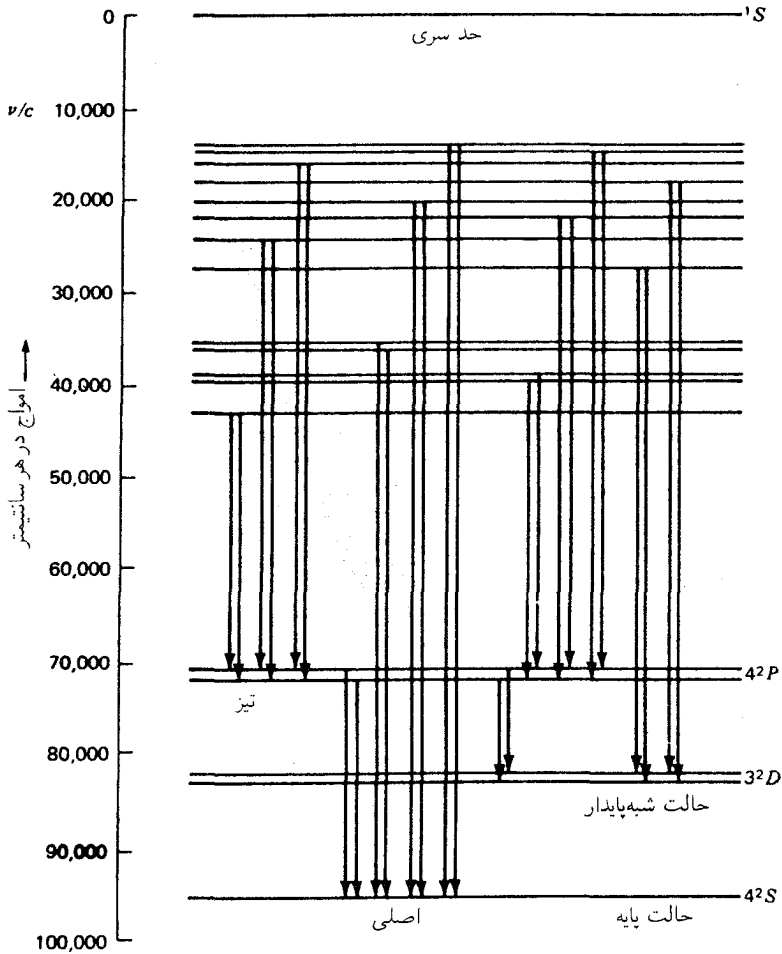
همین‌که یک الکترون خود را در حالت  $3^2D$  بیابد، دیگر بنابر قواعد گزینش مجاز نخواهد بود که با گسیل یک فوتون به حالت پایه برگردد، و به‌مدتی نامعین در آنجا می‌ماند. ولی، چنانچه از طریق برخورد با اتم دیگر انرژی برانگیزش خود را به آن اتم بدهد، می‌تواند به حالت پایه برگردد. این برخوردها را برخوردهای نوع دوم می‌نامند. وجود حالت‌های شبه پایدار و انتقال انرژی از یک اتم به اتم دیگر به‌وسیله برخورد، هر دو در لیزرها از اهمیت فراوان برخوردارند.

## ۲۹-۹ دمش اپتیکی

تقریباً همه اتمها در جامدات، مایعات، یا گازها در نزدیکی صفر مطلق در حالت پایه قرار دارند. با بالا رفتن دما از طریق یکی از شکلهای وارد کردن انرژی، الکترونهاى بیشتری به‌حالت برانگیخته دمیده می‌شوند. جمعیت الکترونهاى ترازهای انرژی بالاتر به هزینه الکترونهاىی که در تراز انرژی پایه بودند، افزایش می‌یابد.

در  $5000^\circ K$  جمعیت همه حالتها به‌نحو چشمگیری افزایش داده خواهد شد، به‌طوری که تعداد حالت‌های با انرژی بالاتر از تعداد حالت‌های کم‌انرژی‌تر، کمتر باشد. در هر دمای ثابتی یک حالت پایا وجود خواهد داشت، و در هر تراز انرژی تعداد الکترونهاىی که به آن تراز می‌جهند با تعداد آنها که آن را ترک می‌کنند، یکی خواهد بود.

هرگاه حالت شبه‌پایداری وجود داشته باشد، اوضاع و احوال فرق می‌کند. با برانگیخته شدن



شکل ۲۹-۱۷ نمودار ترازهای انرژی کلسیم یونیده که وجود حالت‌های شبه پایدار را نشان می‌دهد.

بعضی اتمها به ترازهای بالاتر، تعداد اتمهایی که در تراز شبه پایدار گیر افتاده‌اند بیشتر می‌شود و تعداد نسبتاً اندکی از آنها رها می‌شوند، به استثنای آنها که از طریق برخوردهای مکانیکی با اتمهای دیگر از این تله خلاص می‌شوند. با این وصف، یک حالت پایا می‌تواند وجود داشته باشد، و درست همان تعداد که در هر ثانیه این تراز را ترک می‌کنند، به همان تعداد نیز به آن وارد خواهند شد. تعداد متوسط جمعیت‌های اتمها در ترازهای شبه پایدار می‌تواند هزاران و حتی میلیونها برابر تعداد جمعیت

در هر تراز دیگر، به استثنای جمعیت حالت پایه، باشد. اگر تعداد الکترونها در ترازهای شبه پایدار از تعداد آنها در حالت پایه بیشتر شود، آن را وارونی جمعیت می‌گویند.

با تاباندن نوری به انرژی،  $h\nu$ ، بالاتر از انرژی لازم برای برانگیختن الکترون از حالت پایه به یک تراز شبه پایدار، می‌توان آنها را از طریق جذب نور به آن حالت دمید. هر قدر منبع نور قویتر باشد، به همان میزان هم تعداد الکترونهايي که به ترازهای بالاتر می‌روند و سپس در بازگشت به آن تله می‌افتند، افزایش می‌یابد. این فرایند را دمش اپتیکی می‌گویند.

در حالی که طول عمر متوسط یک الکترون در اکثر حالت‌های برانگیخته از مرتبه بزرگی  $10^{-8}$ s است، عمر متوسط یک تراز شبه پایدار می‌تواند میلیونها برابر آن باشد.

## مسائل

۲۹-۱ بسامد مداری الکترون را: (الف) در نخستین؛ (ب) در دومین؛ و (ج) در سومین مدار دایره‌ای بور بیابید. (د) این بسامدها به کدام طول‌موجها برحسب  $\text{\AA}$  تعلق دارند؟  
 جواب: (الف)  $10^{15} \text{ Hz} \times 6.760$ ؛ (ب)  $10^{14} \text{ Hz} \times 4.112$ ؛ (ج)  $10^{13} \text{ Hz} \times 8.123$ ؛ (د)  $443.5 \text{\AA}$ ،  $729.0 \text{\AA}$ ، و  $369.07 \text{\AA}$ .

۲۹-۲ نشان دهید معادله (۳-۲۹) از معادله‌های (۱-۲۹) و (۲-۲۹) به دست آمده است.

۲۹-۳ نشان دهید که معادله (۴-۲۹) از معادله‌های (۱-۲۹) و (۲-۲۹) به دست آمده است.

۲۹-۴ مطلوب است محاسبه قطر: (الف) دهمین؛ (ب) بیست و پنجمین؛ و (ج) یکصدمین مدار دایره‌ای اتم هیدروژن براساس نظریه بور.

جواب: (الف)  $10^{-8} \text{ m} \times 1.0584$ ؛ (ب)  $10^{-8} \text{ m} \times 6.15$ ؛ (ج)  $10^{-6} \text{ m} \times 1.0584$ .

۲۹-۵ مطلوب است محاسبه طول‌موج: (الف) پنجمین؛ (ب) دهمین؛ و (ج) پنجاهمین خط در سری بالمر هیدروژن. (د) طول‌موج حد سری، یعنی به‌ازای  $n_i \rightarrow \infty$  را پیدا کنید.

۲۹-۶ مطلوب است محاسبه طول‌موج: (الف) نخستین؛ و (ب) پنجمین خط در سری پاشن هیدروژن (شکل ۵-۲۹). (ج) مطلوب است حد سری به‌ازای  $n_i = \infty$ .

۲۹-۷ مطلوب است محاسبه طول‌موج: (الف) چهارمین؛ (ب) دهمین؛ و (ج) بیستمین خط در سری لیمان هیدروژن. (د) طول‌موج حد سری، یعنی به‌ازای  $n_i \rightarrow \infty$  را پیدا کنید.

جواب: (الف)  $949.48 \text{\AA}$ ؛ (ب)  $919.10 \text{\AA}$ ؛ (ج)  $913.57 \text{\AA}$ ؛ (د)  $911.50 \text{\AA}$ .



۸-۲۹ (الف) نمودار مربوط به اتم روی با عدد اتمی  $30$  را براساس طرح بور-استونر ترسیم کنید و همه زیرپوسته‌ها را به صورت دایره نشان دهید. (ب) پیکربندی الکترونی کامل را بنویسید.

۹-۲۹ عدد کوانتومی تقریبی  $n$  برای مدار هیدروژن به قطر  $1 \text{ mm}$  چقدر می‌شود؟

۱۰-۲۹ با شروع از دو معادله اول در بخش ۲-۲۹، معادله (۹-۲۹) را به دست آورید.

۱۱-۲۹ نشان دهید که بزرگی انرژی جنبشی  $\frac{1}{4}mv^2$  در یک مدار دایره‌ای بور درست نصف بزرگی انرژی پتانسیل است.

## لیزرها

نام لیزر از ترکیب حروف اول عبارتی انگلیسی به معنای تقویت نور از طریق گسیل القایی تابش<sup>۱</sup> تشکیل می‌شود. لیزر وسیله‌ای است که باریکه‌ای پرشدت، متمرکز کاملاً موازی از نور همدوس ایجاد می‌کند. باریکه‌ی ناشی از یک لیزر نور مرئی به قطر ۱۰ cm چندان موازی است که در سطح ماه، به فاصله ۳۸۴۰۰۰ کیلومتری، پهنایش به بیش از ۵ km نمی‌رسد.

از نظر تاریخی لیزر محصول میزر به‌شمار می‌رود که وسیله‌ای مشابه است از نظر تاریخی لیزر محصول میزر به‌شمار می‌رود که وسیله‌ای و به‌جای نور مرئی در آن میکروموجهای رادیویی به‌کار می‌رود. نخستین میزر موفقیت‌آمیز را تاونز و همکارانش در دانشگاه کولومبیا، در سالهای ۱۹۵۱ تا ۱۹۵۴ ساختند و طی هفت سال بعد، تکنولوژی میزر به پیشرفتهای چشمگیری دست یافت.

در سال ۱۹۵۸ شاولو و تاونز\* اصول میزر اپتیکی، یا لیزر، را تکوین کردند. نخستین لیزر موفق که براساس این اصول استوار بود، در تابستان سال ۱۹۶۰ به‌همت مایمن در آزمایشگاههای

### 1. light amplification by stimulated emission of radiation

\* چارلز. ه. تاونز، Charles H. Townes. در سال ۱۹۱۵ در گرینویل کارولینای جنوبی به‌دنیا آمد. دکتریش را در سال ۱۹۳۹ از انستیتوی تکنولوژی کالیفرنیا گرفته، و اکنون استاد آزاد دانشگاه کالیفرنیاست. اعتبار کارهای برجسته‌اش در تکوین میزر و لیزر پراوازه است. جایزه نوبل فیزیک را در سال ۱۹۶۴ دریافت کرده است.

شرکت هواپیماسازی هیوز ساخته شد. از آن پس، تحقیقات گسترده‌ای در زمینه تکامل لیزر انجام شده است. نظر به اینکه چنین وسیله‌ای کاربردهای بسیار گسترده‌ای در بسیاری از زمینه‌های تحقیقاتی و پیشرفت علمی و فنی یافته‌است، توصیف کوتاهی از اصول بنیادی آن را در اینجا ارائه می‌کنیم.

### ۳-۱ گسیل القایی

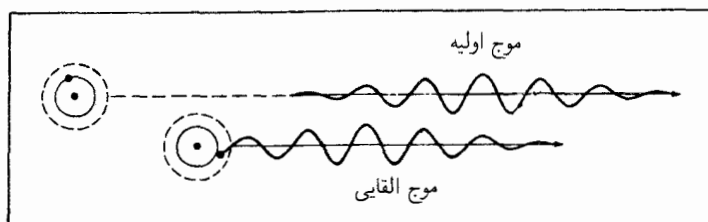
دست‌کم ده اصل اساسی در عملکرد اکثر لیزرها دخیلند:

۱. حالت‌های شبه پایدار
۲. دمش ایتیکی
۳. فلوئورسانی
۴. وارونی جمعیت
۵. تشدید
۶. گسیل القایی
۷. همدوسی
۸. قطبش
۹. تداخل سنجی فابری-پرو
۱۰. نوسان کاواکی

در حالی که قسمت اعظم این مفاهیم از مدتها پیش در علم شناخته شده‌اند، اصل همدوسی همراه با گسیل القایی، کلید تحقق عملکرد میزر و لیزر به‌شمار می‌رفت.

گازی را در نظر می‌گیریم که در داخل ظرفی محبوس و حاوی اتم‌های آزاد با تعدادی از ترازهای انرژی است، که دست‌کم یکی از آنها شبه پایدار است. با تابانیدن نور سفید به این گاز می‌توان اتم‌های زیادی را، از طریق تشدید، از حالت پایه به حالت برانگیخته بالا برد. بسیاری از الکترون‌ها در هنگام برگشتن به جای اولشان، در حالت شبه پایدار گیر می‌افتند. اگر دمش نور به اندازه کافی شدید باشد، می‌توانیم به یک وارونی جمعیت دست یابیم، یعنی تعداد الکترون‌های واقع در حالت شبه پایدار از تعداد آنها در حالت پایه بیشتر باشد.

هرگاه در یکی از این حالت‌های شبه پایدار یک الکترون خودبه‌خود به حالت پایه جهش کند، که سرانجام هم همین کار را انجام می‌دهد، در آن صورت فوتونی با انرژی  $h\nu$  گسیل می‌کند. این گسیل را تابش فلوئورسانی یا فسفرسانی می‌نامند. وقتی این فوتون از نزدیکی اتمی عبور کند که آن هم در همان حالت شبه پایدار است، بنابر اصل تشدید، می‌تواند فوراً آن اتم را به تابش فوتونی با بسامدی دقیقاً به همان میزان تحریک کند و آن را به حالت پایه‌اش برگرداند (شکل ۳-۱). شگفت آنجاست



شکل ۳۰-۱ اساس گسیل القایی نور از یک اتم. هر دو موج دارای طول موج  $\lambda$  یکسانند، فازشان یکی است و در صفحات موازی ارتعاش می‌کنند.

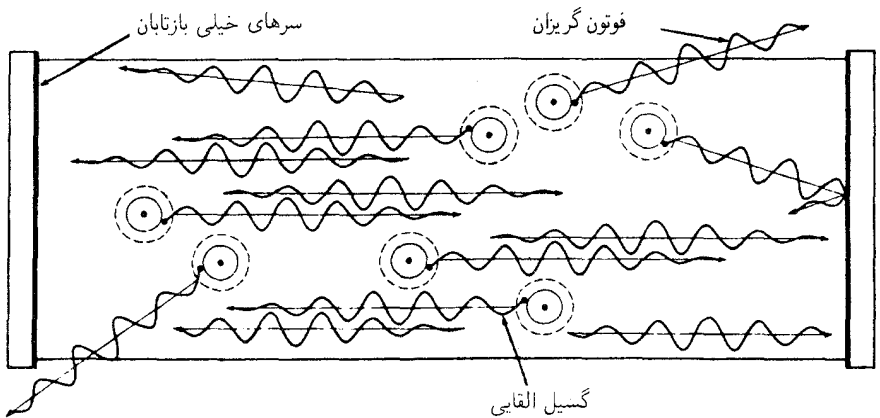
که بسامد، جهت و قطبش این فوتون القایی دقیقاً با فوتون اولیه یکسان (همدوسی فضایی) و فاز و سرعت این دو هم دقیقاً یکی (همدوسی زمانی) است.

اکنون این فوتونها را می‌توان امواج اولیه تلقی کرد، که ضمن عبور از نزدیکی اتمهای دیگر در حالت شبه‌پایدارشان، آنها را به گسیل فوتون در جهت یکسان و فاز یکسان تحریک می‌کنند. ولی، این امکان هم وجود دارد که گذارهایی از حالت پایه به حالت برانگیخته صورت پذیرد، که به جذب شدن موج اولیه خواهد انجامید. بنابراین افزونی گسیل القایی مستلزم وارونی جمعیت است، یعنی تعداد آنها در حالت شبه‌پایدار از تعداد آنها در حالت پایه بیشتر باشد. به این ترتیب، اگر شرایط لازم در گاز برقرار باشد، واکنشی زنجیره‌ای تحقق می‌پذیرد و حاصلش تابش همدوس پر شدتی است.

### ۳۰-۲ طراحی لیزر

برای تولید لیزر باید گسیل القایی موازی‌سازی شود، و این کار را با طراحی مناسب کاواکی انجام می‌دهند که بتوان در آن امواج را بارها به‌کار گرفت. در اپتیک، برای این کار از اصول تداخل‌سنج فابری-پرو (بخشهای ۱۴-۱۰ و ۱۴-۱۳) بهره می‌گیرند. فرض کنید توان بازتابی بالای دو آینه دوسر انتهایی سنجه فابری-پرو محفوظ بمانند و بتوانیم فاصله میان آینه‌های اتالون را افزایش دهیم. حال، در داخل این محفظه جامد، مایع یا گاز مناسبی وارد می‌کنیم که اتمها یا مولکولهای ساختار آن دارای حالت‌های شبه‌پایدارند (شکل ۳۰-۲).

در این صورت، به یک معنا الکترونهای این اتمها یا مولکولها را برانگیخته و وارونی جمعیت ایجاد می‌کنیم. اگر یک یا چند اتم در حالتی شبه‌پایدار به‌طور خودبه‌خود تابش کنند، فوتونهایی که جهت حرکت آنها زاویه قابل‌ملاحظه‌ای با دیواره محفظه یا لوله می‌سازند، می‌گریزند و از دست می‌روند. آنها که به موازات محور ظرف حرکت می‌کنند، از یک سر به سر دیگر بازمی‌تابند و رفت و



شکل ۳-۳۰ یک کاواک لیزر با سره‌ای بسیار بازتابان، که گسیل القایی نور و گریز برخی فوتونهای اولیه از دیواره جانبی را نشان می‌دهد.

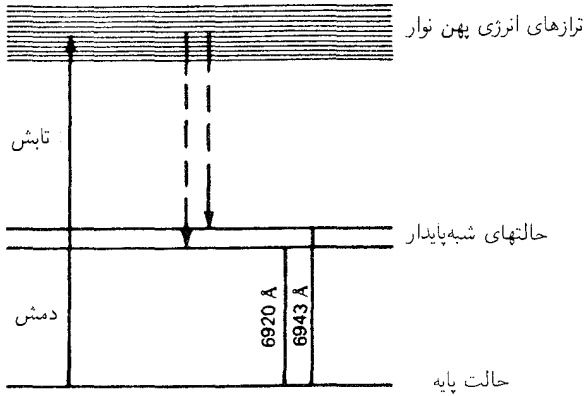
برگشت می‌کنند. در این صورت احتمال القاشدن گسیل در آنها به بازتابندگی شدید آینه‌های انتهایی و وارونی جمعیت درون کاواک با چگالی بالا بستگی خواهد داشت. هرگاه این هر دو شرط برقرار باشند، رشد فوتونهایی که درون کاواک رفت و برگشت می‌کنند می‌تواند خودپایدار باشد و سیستم به‌طور خودبه‌خود نوسان، یا عمل لیزری، خواهد کرد.

### ۳-۳۰ لیزر یاقوت

در اولین لیزر نتیجه‌بخش، که در سال ۱۹۶۰ توسط مایمن ساخته شد، از یک تک‌بلور یاقوت صورتی رنگ مصنوعی به‌عنوان کاواک تشدیدی بهره گرفته شده بود. یاقوت اصلاً بلور شفاف از اکسید آلومینیم ( $Al_2O_3$ ) است که تقریباً با  $5 \times 10^{-5}$  درصد کروم سه‌ظرفیتی به‌صورت یونهای  $Cr^{2+}$  آلوده شده باشد؛ رنگ صورتی آن هم از همین جا ناشی می‌شود. اتمهای آلومینیم و اکسیژن در این اکسید بی‌اثرند؛ یونهای کروم اجزای فعال آن به‌شمار می‌آیند.

بلور یاقوت، چنان‌که در آزمایشگاه رشد داده شود، استوانه‌ای شکل است. آن را به‌طول تقریباً  $10\text{ cm}$  برش می‌دهند و دو سرش را به موازات هم‌صاف و صیقلی می‌کنند. (بعدها آن را تحت زاویه بروستر مورب کردند؛ شکل ۳-۱۱). یک سر لیزر یاقوت معمولی، در حد کمال (حدود ۹۶ درصد) بازتابان، و سر دیگرش تقریباً نیم‌نقره‌اندود (در حدود  $5\%$  درصد) است.

وقتی نور سفید به یک بلور وارد می‌شود، در بخش آبی-سبز طیف آن، به اعتبار وجود یونهای کروم جذب شدیدی صورت می‌گیرد (شکل ۳-۳۰). بنابراین، نور ناشی از یک منبع شدید در



شکل ۳-۳۰ نمودار تراز انرژی برای بلور یاقوت.

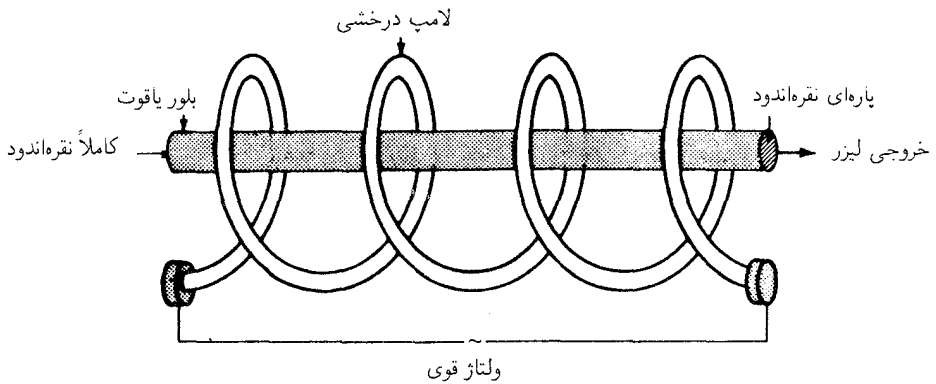
پیرامون بلور الکترونیهای زیادی را به نوار پهنی از ترازها، مطابق پیکان "رو به بالا" در سمت چپ شکل ۳-۳۰، به بالا خواهد برد. این الکترونها، فوراً به تراز قبلی برگشت می‌کنند، که بسیاری از آنها به تراز پایه برمی‌گردند. اما، برخی الکترونها به ترازهای میانی می‌افتند که با گسیل فوتون همراه نیست، بلکه با تبدیل انرژی ارتعاشی آنها، تشکیل دهنده شبکه بلوری توأم است. الکترونها با ورود به ترازهای میانی به مدت چندین میلی ثانیه (در حدود ۱۰۰۰۰ بار طولانیتر از اکثر حالت‌های برانگیخته) در آنجا می‌مانند، به‌طور کاتوره‌ای به تراز پایه می‌جهند و نور مرئی قرمز گسیل می‌کنند. این تابش فلئوئورسانسی، منشأ رنگ صورتی یا قرمز یاقوت است و به درخشش آن می‌انجامد.

برای افزایش عمده‌ای در جمعیت الکترونها در ترازهای شبه پایدار، منابع نور بسیار شدید و همچنین سیستم‌های گردآور نور ساخته شده و تکوین یافته‌اند. آرایشی را که مایمن به‌کار برد در شکل ۳-۴ مشاهده می‌کنید. لامپ درخشی ماریچ با شدت بسیار زیاد، پیرامون یاقوت را فرا گرفته و نور مناسب برای دمش به منظور ایجاد وارونی جمعیت را فراهم می‌کند.

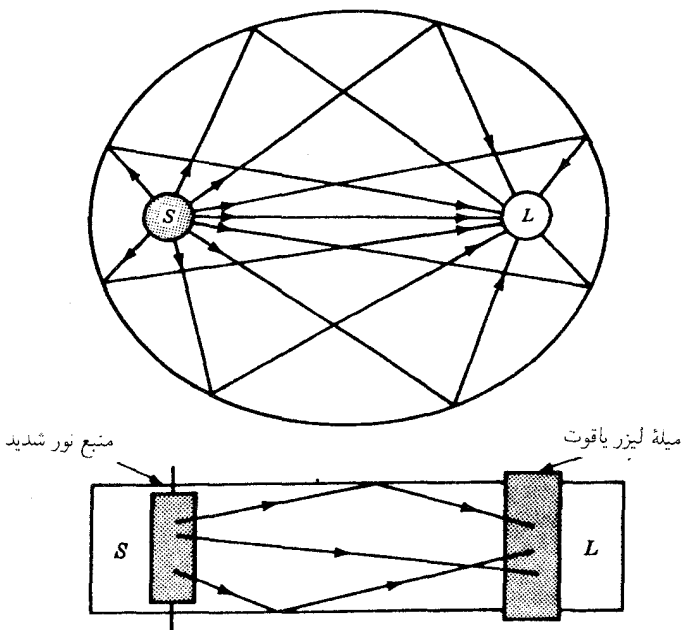
یکی دیگر از آرایشهای جالب و مؤثر را در شکل ۳-۵ مشاهده می‌کنید. با قرار دادن یک منبع نور قوی پالسی در یکی از کانونهای بازتابگری استوانه‌ای با سطح مقطع بیضوی و میله یاقوت در کانون دیگر، بازدهی بالایی محقق می‌شود. با تخلیه الکتریکی تعدادی خازن از طریق لامپ، عملکرد نور پالسی با شدت زیاد فراهم می‌آید.

شماری دیگر از منابع نور برای دمش انرژی ابداع و به‌طور موفقیت‌آمیزی به‌کار گرفته شده‌اند؛ در آنها از سیم، واکنشهای شیمیایی و نور متمرکز خورشید سود برده شده است.

در عمل دمش از یک منبع نور قوی پیرامونی، قسمت اعظم انرژی ذخیره شده به باریکه

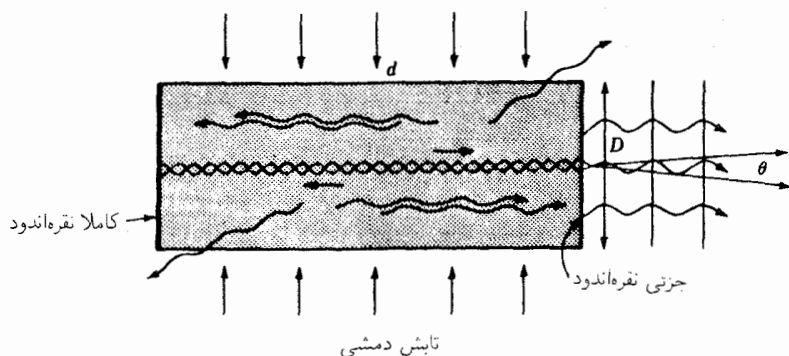


شکل ۳-۴ لیزر یاقوت لامپ درختی مارپیچ را برای دمش آبتیکی به‌کار می‌گیرد.



شکل ۳-۵ بازتابگر بیضوی برای تمرکز نور از یک منبع  $S$  روی لیزر  $L$ .

همدوس تبدیل می‌شود. امواج همدوس که در بلور یاقوت در جهتهای مخالف حرکت می‌کنند، امواج ایستاده یا امواج ساکن تولید می‌کنند که با کاواک تشدیدی در میکروموجها قابل مقایسه‌اند. بخشی از نور داخلی، با یک سر بازتابان پاره‌ای به‌صورت باریکه خروجی منتقل می‌شود (شکل ۳-۶).



شکل ۳-۶ القای همدوسی امواج نور در یک لیزر حالت جامد، مانند بلور یاقوت. بازتابش از دو سر موجب برقراری امواج ایستاده و تشدید می‌شود.

در برخی کاربردها، هر دو آینه را به طور کامل نقره‌اندود می‌کنند و در یکی از آنها در مرکز آینه یک نقطه شفاف برای خروج نور به صورت یک باریکه نازک در نظر می‌گیرند.

### ۳-۴ لیزر گازی هلیم-نئون

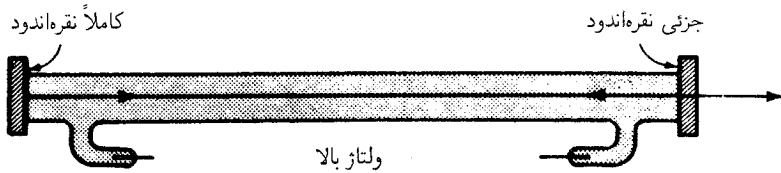
نخستین لیزر گازی موفقیت‌آمیز، در سال ۱۹۶۱ توسط جوان، بنت، و هریوت ساخته شده است. از آن هنگام به بعد، لیزرهای گازی زیادی با استفاده از انواع گوناگون گاز و آمیزه آنها عملی شده است. لیزر He-Ne، به اعتبار ارزانی، پایداری فوق‌العاده و گسیل پیوسته، در آزمایشگاه‌های اپتیک و فیزیک در سرتاسر دنیا کاربردهای فراوان و گسترده‌ای یافته است.

یکی از اشکال اولیه لیزر He-Ne را در شکل ۳-۷ مشاهده می‌کنید. این لیزر از یک لوله شیشه‌ای به طول تقریبی یک متر و حاوی هلیم در فشار تقریباً یک تور و نئون در فشار یک دهم تور (یک تور = فشار یک میلیمتر جیوه) تشکیل شده است. آینه‌های بسیار بازتابگر در دو سر آن با تنظیم دقیق موازی‌سازی شده‌اند.

یک ولتاژ بالا (فشار قوی) از یک ترانسفورماتور یا سیم‌پیچ تسلا، از طریق الکترودهایی آب‌بندی شده و یا نوارهای فلزی به دور آنها در دو سر و در وسط لوله، در آن برقرار می‌شود.

هر چند که در چنین آمیزه‌ای تعداد اتم‌های هلیم ده برابر تعداد اتم‌های نئون است، رنگ نارنجی تخلیه گازی، از شاخصه‌های اتم‌های نئون به شمار می‌آید. طیف مرئی هلیم، حاوی خطوط پررنگ قرمز، زرد، سبز، و آبی است؛ از این رو تخلیه به صورت نور سفید بروز می‌کند. از سوی دیگر، طیف نئون دارای تعداد چندان زیادی از خطوط پررنگ نارنجی، و قرمز و تعداد اندکی سبز و آبی و بنفش





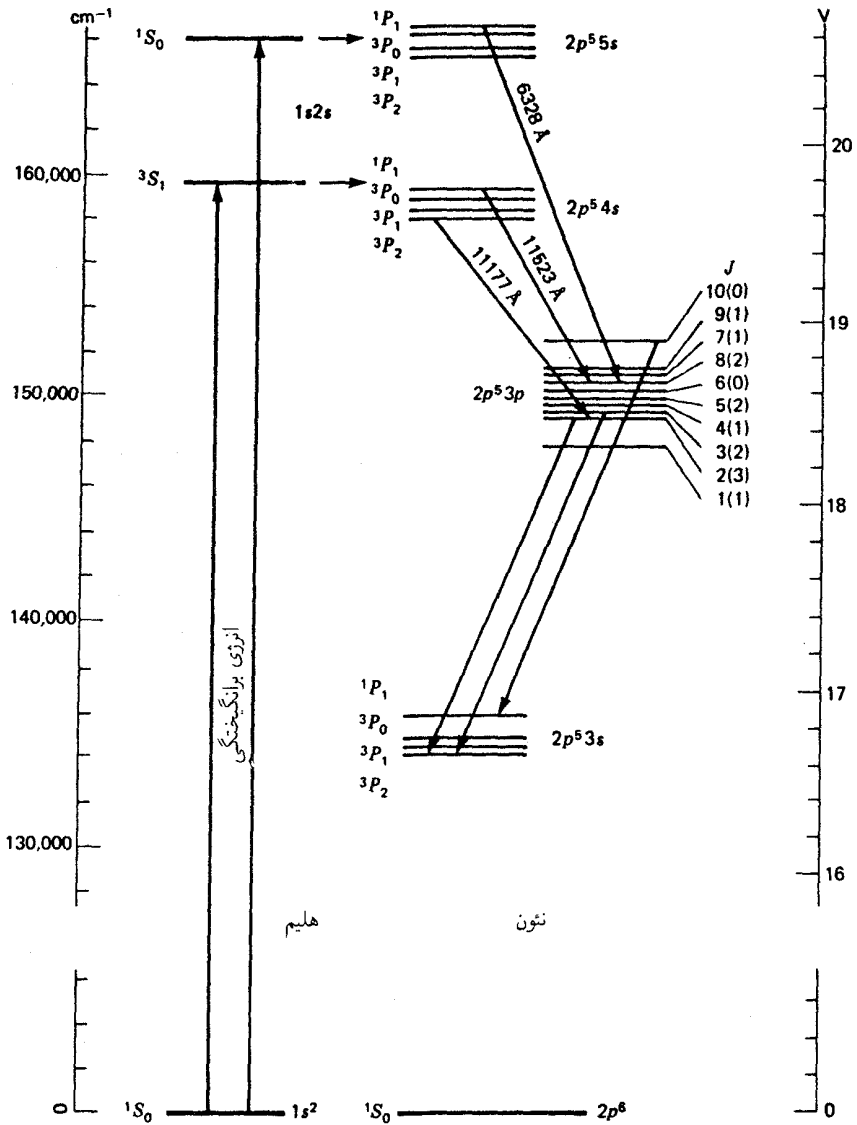
شکل ۳-۷ اجزای ساده یک لیزر گازی He-Ne. پیچهای تنظیم میکرومتری برای موازی‌سازی بسیار دقیق صفحه آینه‌ها نشان داده نشده‌اند.

جدول ۳-۱ ترازهای پایتتر انرژی، مقادیر آنها برحسب اعداد موجی، و نام‌گذاری این حالتها برای هلیم و نئون

عنصر الکترونی	پیکربندی نامگذاری	تراز	انرژی، $\text{cm}^{-1}$
He	$1s^2$	$^1S_0$	۰
		$^3S_1$	۱۵۹,۸۴۳
Ne	$1s^2s$	$^1S_0$	۱۶۶,۲۶۵
		$^3S_1$	۰
Ne	$2p^53p$	$^3P_2$	۱۳۴,۰۴۲
		$^3P_1$	۱۳۴,۴۶۰
		$^3P_0$	۱۳۴,۸۲۰
		$^1P_1$	۱۳۵,۸۸۹
Ne	$2p^54s$	$1(1)$	۱۴۸,۲۵۸
		$2(3)$	۱۴۹,۶۵۸
		$3(2)$	۱۴۹,۸۲۵
		$4(1)$	۱۵۰,۱۲۲
Ne	$2p^55s$	$5(2)$	۱۵۰,۳۱۶
		$^3P_2$	۱۶۵,۸۲۹
		$^3P_1$	۱۶۵,۹۱۳
		$^3P_0$	۱۶۶,۶۰۷
Ne	$2p^53p$	$^1P_1$	۱۶۶,۶۵۹
		$^3P_1$	۱۶۶,۶۵۹

است، که تخلیه‌گازی نارنجی-قرمز به‌نظر می‌رسد [شکل ۲۱-۸ (ه) و (و)]. طیف نئون تعداد زیادی خط درفروسرخ نزدیک هم دارد.

همه ترازهای پایتتر انرژی برای هلیم و نئون را در جدول ۳-۱ درج کرده‌ایم، و یک نمودار تراز انرژی برای همان حالتها را در شکل ۳-۸ مشاهده می‌کنید.



شکل ۳۰-۸ نمودارهای تراز انرژی همبستگی برای اتمهای هلیوم و نئون در لیزرگازی He-Ne.

حالت عادی هلیوم، یک تراز  $1S$  است که از دو الکترون والانس در مدارهای  $1s$  ناشی می‌شود. برانگیختگی هر یک از این الکترونها به مدار  $2s$ ، اتم را به حالت  $1S$  یا  $3S_1$  می‌برد، که هر دو کاملاً شبه پایدارند، زیرا گذار به حالت عادی براساس قواعد گزینش، ممنوع است. [معادله (۱۵-۲۹)].

نئون، با  $Z = 10$ ، در حالت بهنجار  $10$  الکترون دارد و با پیکربندی  $1s^2 2s^2 2p^6$  نمایش داده می‌شود. هرگاه یکی از شش الکترون  $2p$  به مدار  $3s$ ،  $3p$ ،  $3d$ ،  $4s$ ،  $4p$ ،  $4d$ ،  $4f$ ،  $5s$  و الی آخر برانگیخته شود به ایجاد ترازهای انرژی سه تاییه و تک تاییه می‌انجامد. زیرپوسته‌ای مانند  $2p^5$  که فقط یک الکترون از زیرپوسته بسته کم دارد، چنان رفتار می‌کند که گویی یک زیرپوسته حاوی یک الکترون  $2p$  است. بنابراین، تعداد و نامگذاری ترازهای ایجاد شده نظیر حالت دو الکترونی هستند یعنی همه سه تاییه و یکتاییه.

همان‌طور که الکترونها را آزاد طی تخلیه الکتریکی با اتمهای هلیوم برخورد می‌کنند، یکی از دو الکترون مفید می‌تواند به مدارهای  $2s$  یعنی به حالت‌های  $3S_1$  یا  $1S$  برانگیخته شود. نظر به اینکه بنابر قواعد گزینش تابش، گذارهای روبه پایین ممنوع‌اند، این حالتها، حالت‌های شبه پایدارند و تعداد اتمهای برانگیخته افزایش می‌یابد. بنابراین، دمش اپتیکی از حالت پایه  $1S$  به حالت‌های شبه پایدار  $3S_1$  و  $1S$  روی داده است.

وقتی یک اتم هلیوم شبه پایدار با یک اتم نئون که در حالت پایه خود است برخورد می‌کند، احتمال زیادی وجود دارد که انرژی برانگیزش به نئون انتقال یابد، و آن را تا یکی از ترازهای  $1P_1$ ، یا  $2P_1$ ،  $2P_2$  یا  $2P_3$  متعلق به  $2p^5 5s$  بالا ببرد. انرژی اضافی اندک، به انرژی جنبشی اتمهای برخوردکننده تبدیل می‌شود.

در این فرایند همچنان که هر اتم نئون برخوردکننده به تراز بالاتر انرژی متناظر برانگیخته می‌شود، هر اتم هلیوم به حالت پایه‌اش برمی‌گردد. احتمال بالا رفتن یک اتم نئون به ترازهای  $2p^5 3s$  یا  $2p^5 3p$  در نتیجه برخورد، فوق‌العاده اندک است، زیرا عدم تطابق انرژی زیاد است. بنابراین، انتقال برخورد، به‌طور گزینشی، جمعیت ترازهای بالاتر نئون را افزایش می‌دهد.

نظر به اینکه قواعد گزینش گذار از این ترازها به پایین تا ده تراز  $2p^5 3p$ ، و از اینها نیز به نوبه خود به چهار تراز  $2p^5 3s$  را مجاز می‌دارد، گسیل القایی می‌تواند فرایند عمل لیزری را شتاب بخشد. عمل لیزری فقط مستلزم آن است که ترازهای  $4s$  و  $5s$  نئون، تراکم جمعیت بیشتری نسبت به ترازهای  $3p$  داشته باشد. چون ترازهای  $3p$  کم جمعیت‌اند، عمل لیزری می‌تواند بدون دمش اکثریت اتمها به بیرون از حالت پایه، آغاز شود.

امواج نور گسیلیده در محدوده لیزر در طول‌موجهایی چون  $6328$ ،  $11177$ ، و  $11523$  آنگستروم، گاهگاهی نادیده گرفته خواهند شد که موازی محور لوله‌اند این امواج در حالی که مابین آینه‌ها به پس و پیش وامی‌جهند، گسیل با همان بسامد از سایر اتمهای برانگیخته نئون را برمی‌انگیزند.

و موج اولیه با موج القایی به موازات محور حرکت خواهد کرد. قسمت اعظم تابش تقویت شده خروجی از دو سر لیزر گازی He-Ne، در ناحیهٔ فروسخ نزدیک طیف، میان  $10000 \text{ \AA}$  و  $35000 \text{ \AA}$  قرار دارند، تقویت شده‌ترین طول موج در طیف مرئی خط قرمز در  $6328 \text{ \AA}$  است. در شکل ۳۰-۹ عکس یک لیزر گازی He-Ne از انواع ارزان آزمایشگاهی آن را مشاهده می‌کنید. روشهای کارکرد چنین لیزرهایی در یک طول موج را در بخش ۳۰-۷ نشان خواهیم داد.

### ۳۰-۵ آینه‌های کاو و دریچه‌های بروستر

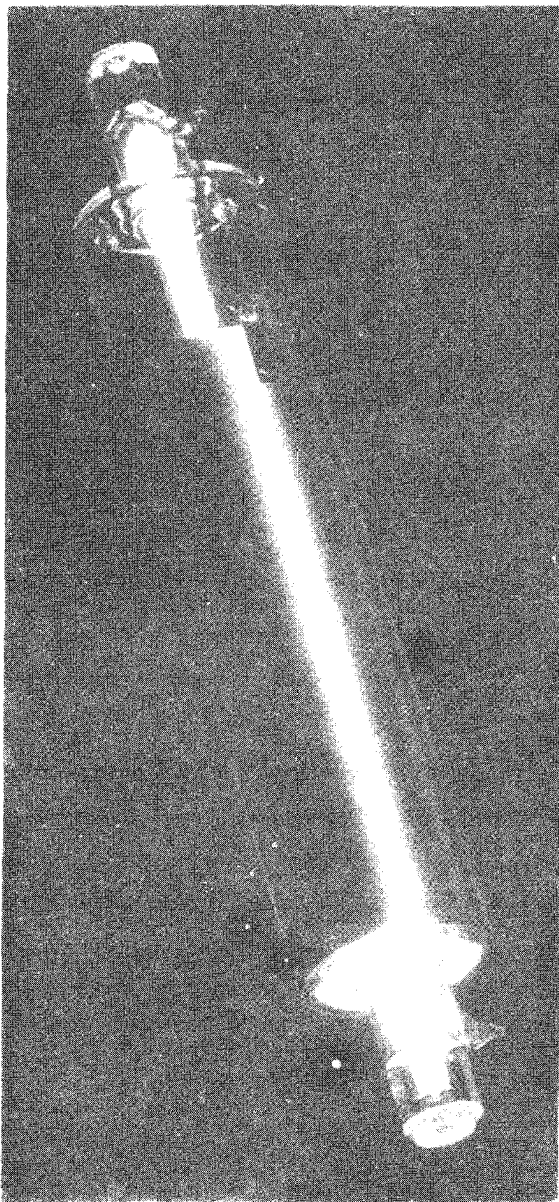
در تکنولوژی لیزر پیشرفتهای بسیار پر دامنه‌ای تحقق یافته است. یکی از آنها عبارت است از کاربرد آینه‌های کاو در یک، یا هر دو سر کاواک تشدیدی که به کاهش حساسیت در قبال عدم هم خطی منجر می‌شود. این آینه‌ها را غالباً از پلاسمای جدا می‌کنند تا کار تنظیم آسان شود و امکان افزودن انواع گوناگون اجزای اپتیکی در بخش موج ایستاده فراهم آید.

چهار پیکربندی را که معمولاً به‌کار می‌برند در شکل ۳۰-۱۰ مشاهده می‌کنید. آرایش نیمکره‌ای در وسط، فقط با یک آینه کاو در یک سر، و مرکز انحنا در مرکز سطح بازتابنده آینه تخت واقع است. آرایش آینه کروی دارای دو مرکز انحناست که روی همدیگر می‌افتند و مرکز پیکربندی،  $C$ ، را تشکیل می‌دهند. دو مرکز انحنا آرایش هم‌کانون، در مرکز وجوه آینهٔ روبه‌رو است. معمولاً، یکی از آینه‌ها کاملاً نقره‌اندود، و دیگری جزئی نقره‌اندود می‌شود، و یا اینکه کاملاً نقره‌اندود می‌شود و در وسط آن یک نقطه شفاف ایجاد می‌شود.

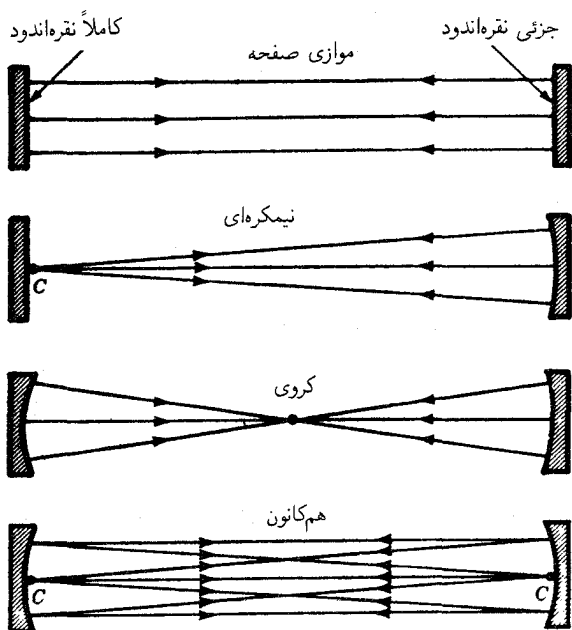
با عمود بودن تیغه‌های انتهایی لیزر بر محور آن، اتلافهای بازتابشی که در هر یک از سطوح مرزی حدود ۴ درصد است، به همدوسی آسیب وارد می‌آورد. با مایل کردن این تیغه‌ها یا کج بردن سرهای لیزر جامد، تحت زاویهٔ قطبان،  $\bar{\phi}$ ، دریچه‌ها یا سرها برای نوری که بردار الکتریکی‌اش با صفحه فرود موازی است (شکل ۳۰-۱۱)، عبور صد درصد را میسر خواهند کرد. مؤلفهٔ عمودی در هر سطح مرزی با هر مؤلفهٔ عرضی لیزر به‌طور جزئی بازمی‌تابد. در این ضمن، باریکه لیزر مانند مورد یک دسته از تیغه‌ها، قطبیده می‌شود (شکلهای ۳۰-۴، ۳۰-۵، ۳۰-۶، و ۳۰-۲). زاویه قطبان به این ترتیب به دست می‌آید:

$$\tan \bar{\phi} = n \quad (30-1)$$

که در آن  $n$  ضریب شکست محیط است. برای شیشه با ضریب شکست  $1.5$ ، داریم  $\bar{\phi} = 57^\circ$ ، و تحت این زاویهٔ فرود در محیط رقیقتر، مؤلفهٔ عمودی در حین عبور از هر سطح مرزی در حدود ۱۵ درصد بازتابندگی دارد. چنان‌که قبلاً گفته شد، صفحه قطبش هر فوتون القایی با صفحهٔ قطبش آن فوتون القاکننده دقیقاً یکسان است.



شکل ۹-۳۰ نورنگاری یک لیزر گازی He-Ne از نوعی که در آزمایشگاههای ابتدایی و پیشرفته فیزیک برای دانشجویان به کار می‌رود.



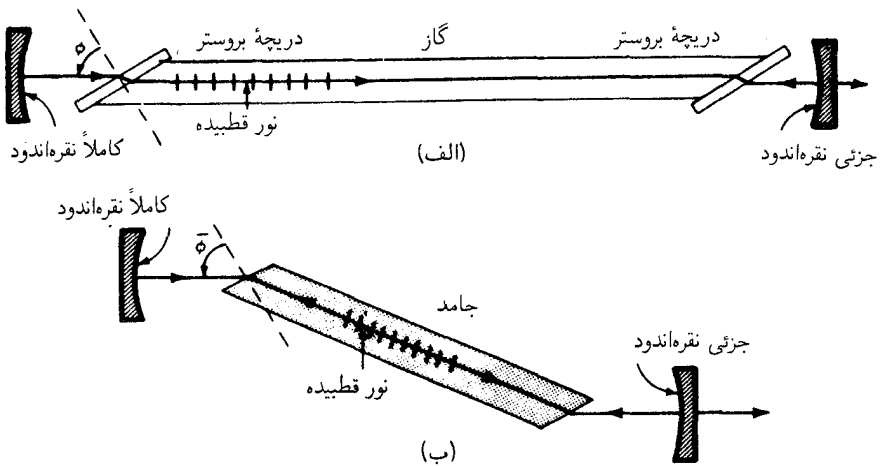
شکل ۳۰-۱۰ چهار نوع آینه انتهایی که برای لیزرها به کار می‌روند (انحنای آینه‌ها بزرگنمایی شده است).

### ۳۰-۶ لیزر کربن دیوکسید

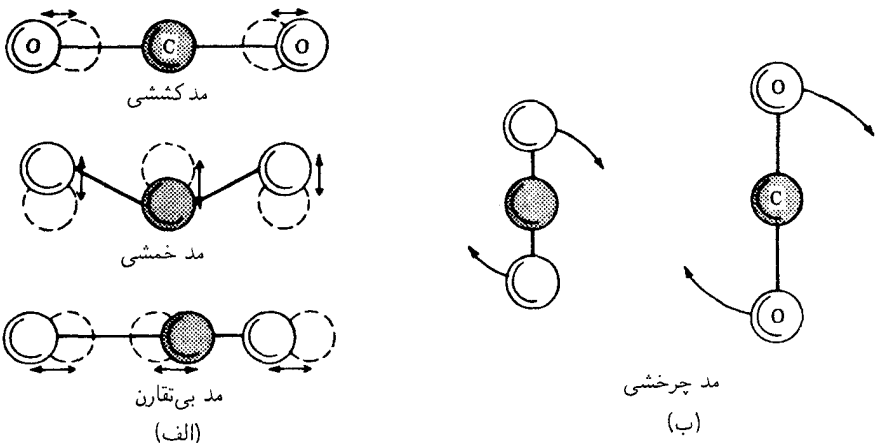
یک نمونه از لیزر گاز مولکولی پر توان عبارت است از لیزری که روی مولکولهای گاز کربن دیوکسید عمل می‌کند. این وسیله اپتیکی یک باریکه لیزر پیوسته با توان خروجی چندین کیلووات تولید می‌کند و در عین حال میزان نسبتاً بالای خلوص و همدوسی آن کماکان حفظ می‌شود.

اهمیت چنین توان لیزری را می‌توان به کمک این واقعیت تجربی نشان داد که باریکه متمرکز آن می‌تواند در ظرف چند ثانیه صفحات الماس و فولاد ضخیم را برش دهد. علاوه بر این، چنین لیزرهایی توانایی ایجاد گستره وسیعی از بسامدهای فروسرخ را دارند و در گستره‌ای از طول موجها قابل تنظیم‌اند. این باریکه‌ها در سیستمهای مخابرات نوری و رادار اپتیکی نیز کاربرد دارند، و برای استفاده در سیستمهای زمینی و فرازمینی بسیار مناسبند، زیرا نور فروسرخ فقط اندکی پراکنده می‌شود یا جو آن را جذب می‌کند (پراکندگی با  $\lambda^4$  متناسب است).

طیفهای گازهای مولکولی نسبت به طیفهای گازهای چنداتمی به نحو چشمگیری پیچیده‌ترند. مولکول، علاوه بر ترازهای انرژی الکترونی اتم آزاد می‌تواند واجد ترازهایی باشد که از ارتعاشات

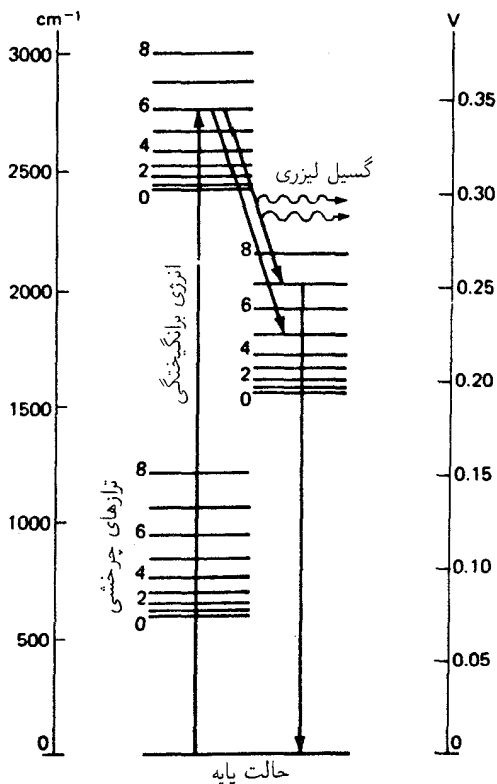


شکل ۱۱-۳۰ سرهای لیزر کج بریده تحت زاویه قطبان بروستر بازتابشهای زیانبخش را حذف می‌کند و در عین حال نور را در صفحه فرود قطبی می‌کند: (الف) لیزر گازی؛ و (ب) لیزر حالت جامد مانند بلور یاقوت با ضریب شکست  $n$ .



شکل ۱۲-۳۰ نمودارها مدهای کوانتیده ارتعاشی و چرخشی مولکولهای  $CO_2$  را نشان می‌دهند.

و چرخشهای کوانتیده خود اتمها ناشی می‌شوند. به این ترتیب، در پیکربندی الکترونی معینی در مولکول، تعدادی تراز ارتعاشی تقریباً متساوی‌الفاصله وجود دارد و به‌ازای هر تراز ارتعاشی هم تعدادی تراز چرخشی یافت می‌شود. در شکل ۱۲-۳۰، این مدهای مولکولی را به‌صورت



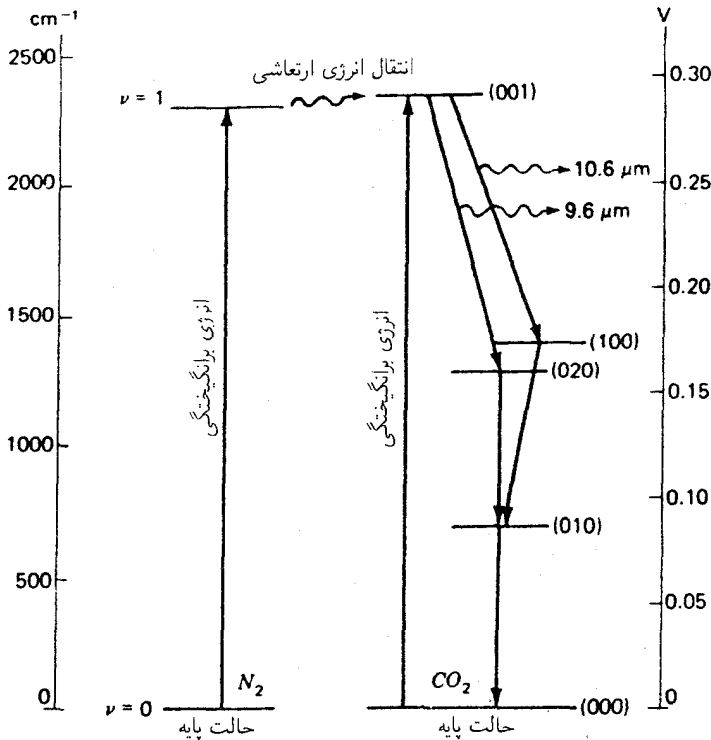
شکل ۳-۱۳ نمودار ترازهای انرژی یک مولکول CO<sub>2</sub>، سه حالت ارتعاشی؛ هر کدام با نه حالت چرخشی را نشان می‌دهد.

نمودارهای جداگانه مشاهده می‌کنید. توجه کنید که یک مولکول در حالی که در یکی از سه حالت کوانتومی شکل ۳-۱۲ (الف) ارتعاش می‌کند، می‌تواند در یکی از حالت‌های کوانتیده چرخشی، مانند شکل ۳-۱۲ (ب)، قرار گیرد.

ترازهای انرژی را برای پیکربندی الکترونی حالت پایه در شکل ۳-۱۳ مشاهده می‌کنید. عددی که هر تراز با آن مشخص می‌شود، تکانه زاویه‌ای چرخشی آن تراز را برحسب واحدهای  $\hbar$  به دست می‌دهد. از گذارهای فروسرخ مجاز مابین ترازهای چرخشی متعلق به ترازهای ارتعاشی مختلف، دو گذار نشان داده شده است. به نمودار تراز انرژی ساده شده در شکل ۳-۱۴ توجه کنید.

افزودن گاز ازت، N<sub>2</sub>، به کاواک لیزر منجر به تحریک گزینشی مولکولهای CO<sub>2</sub> به ترازهای





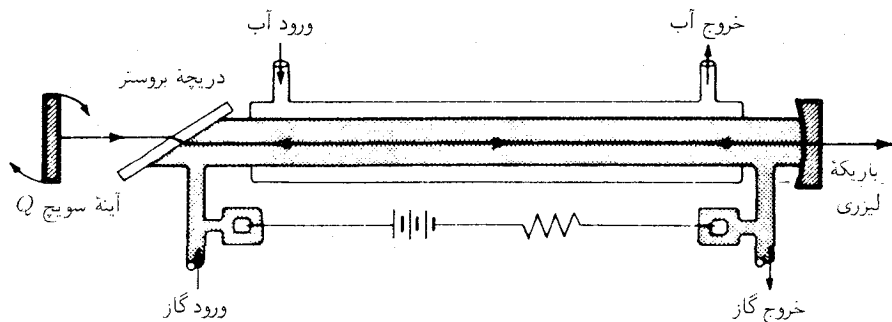
شکل ۳۰-۱۴ نمودار ترازهای انرژی برای مقایسه  $N_2$  با  $CO_2$ . برانگیختگی ازت از حالت پایه  $\nu = 0$ ، به اولین حالت برانگیخته ارتعاشی  $\nu = 1$ ، و انتقال انرژی به مولکولهای  $CO_2$ .

انرژی مطلوب می‌شود. این عمل مشابه تبدیل گزینشی انرژی برانگیختگی از اتمهای هلیم به اتمهای نئون در لیزر He-Ne است (شکل ۳۰-۸).

کارایی بالای لیزر  $CO_2$  عمدتاً ناشی از این واقعیت است که حالت‌های ارتعاشی و چرخشی پایین مرتبه مستلزم انرژی اندکی‌اند که برانگیخته شوند و سهم درخور توجهی از این انرژی به انرژی باریکه لیزر تبدیل می‌شود. در حالی‌که برای برانگیختن اتم هلیم به نخستین حالت‌های شبه‌پایداریش  $20V$  انرژی لازم است، برای برانگیختن یک مولکول  $CO_2$  به یکی از ترازهای پایتتر ارتعاشی و چرخشی آن، فقط  $\frac{1}{3}V$  ضرورت دارد (مسائل ۳۰-۱۱، و ۳۰-۱۲):

$$1V = 8065 \text{ cm}^{-1} \quad (2-30)$$

$$1 \text{ cm}^{-1} = 1.2399 \times 10^{-4} V \quad (3-30)$$



شکل ۳۰-۱۵ لیزر کربن دیوکسید با پوشش خنک‌ساز آبی، دریچه بروستر، و آینه دوار برای پالسی کردن باریکه لیزر.

در شکل ۳۰-۱۵ یکی از انواع لیزر  $\text{CO}_2$  را مشاهده می‌کنید. از آنجا که ترازهای ارتعاشی بالاتر طول عمر نسبتاً بلندی دارند، می‌توان با سد کردن مسیر نور درون کاواک تشدیدي و جلوگیری از نوسان لیزری، انرژی در یک لوله تخلیه گازی را به مدتی نزدیک به یک میلی‌ثانیه ذخیره کرد.

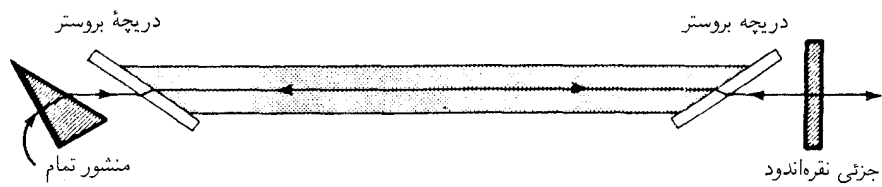
وقتی مانع را به‌طور ناگهانی برطرف می‌کنیم، خروجی لیزر به یک پالس بسیار کم دوام می‌انجامد که توان قله آن دست‌کم یک‌هزار برابر توان پیوسته موج باشد. این عمل را سوپج کردن یا دوراهی  $Q$  می‌نامند؛ این کار را می‌توان با گنجاندن یکی از انواع عناصر واقع در کاواک، مانند برشگری مکانیکی، آینه‌ای چرخان، یاخته کر، یک یاخته پوکلز، و مانند آنها انجام داد (فصل ۳۳).

به‌کمک آینه چرخانی با آرایش مطابق شکل ۳۰-۱۵، هر بار که این آینه با آینه مقابلش در یک امتداد قرار می‌گیرد، یک پالس نور فرورسرخ در  $106\mu\text{m}$  گسیل می‌شود. لیزر  $100^\circ$  وات پیوسته موج، توان پالسی  $100^\circ$  کیلوواتی به‌صورت انفجارهایی تقریباً به طول دوام  $15\text{ ns}$  و با آهنگ  $400$  پالس در ثانیه ایجاد خواهد کرد.

### ۳۰-۷ کاواکهای تشدیدي

کاواک لیزر را می‌توان در انواع مدهای نوسانی مانند مدهای موجبر به‌عمل واداشت. با پس‌ویش رفتن امواج مابین آینه‌های دوسر، به فاصله  $d$  از یکدیگر، امواج ساکن وقتی برقرار می‌شوند که

$$m = \frac{d}{\lambda/2} \quad (4-30)$$



شکل ۳-۱۶ یک منشور تمام نقره اندود در یک سرلیزر، نور را چنان می‌باشاند که فقط یک خط طیفی با محور لیزر همخط و با استقرار امواج ایستاده تقویت می‌شود.

که در آن  $m$  یک عدد صحیح بزرگ است. بسامد نوسان  $\nu_m$  عبارت است از:

$$\nu_m = \frac{mv}{2d} \quad (۳-۵)$$

که در آن  $v$  سرعت امواج در محیط کاواک است.

اختلاف بسامد میان مدها از عبارت زیر به دست می‌آید:

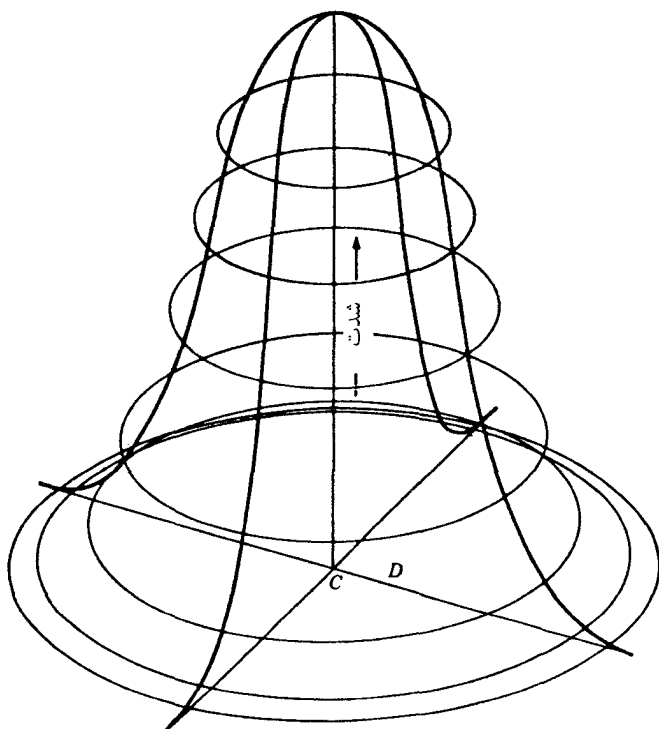
$$\Delta\nu = \frac{v}{2d} \quad (۳-۶)$$

و عکس طول مدت یک رفت و برگشت است. برای لیزری گازی به طول  $1\text{m}$  داریم:  
 $\Delta\nu = 150\text{MHz}$

در منبعی واحد طول موجهای متعدد می‌توان تک طول موجها را با قرار دادن یک منشور نقره اندود به جای یکی از آینه‌ها، مطابق شکل ۳-۱۶، برای نوسان برگزید. به جهت پاشندگی منشور می‌توان راه نوری را چنان "تنظیم" کرد که فقط برای طول موج مطلوب همخط شود. در این روش، از طیف‌نگار لیترو استفاده می‌شود که در آن منشور یا توری پراش را در حکم واحد پاشندگی به کار می‌گیرند [شکل ۱۷-۱۴ (ج)].

علاوه بر مدهای طولی نوسان، مدهای عرضی را هم به طور همزمان می‌توان حفظ کرد. نظر به اینکه میدانهای درون گاز تقریباً بر محور کاواک عمودند، این مدها را مدهای عرضی الکتریکی و مغناطیسی ( $TEM_{mn}$ ) می‌نامند. اندیسه‌های  $m$  و  $n$ ، عدد صحیح خطوط گرهی عرضی در عرض باریکه خروجی را مشخص می‌کنند. به بیان دیگر، سطح مقطع باریکه به صورت لابه‌هایی تکه تکه می‌شود.

کاربرد ساده‌ترین مد،  $TEM_{00}$ ، از سایر مدها بیشتر است که در این مد چگالی شار روی سطح مقطع باریکه تقریباً گاوسی است (شکل ۳-۱۷). تغییرات فاز در عرض باریکه، چنان‌که در



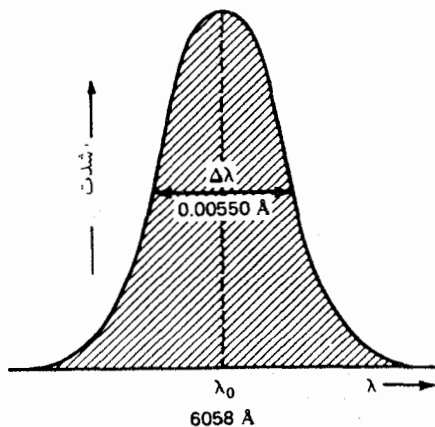
شکل ۱۷-۳۰ توزیع گاوسی شدت نور روی سطح مقطع باریکه در لیزری که در مد TEM<sub>۰۰</sub> نوسان می‌کند.

سایر مدها مشاهده می‌کنیم، پیش نمی‌آید و از این رو باریکه همدوس فضایی است. پخش زاویه‌ای باریکه خروجی را پراش در دهانه خروجی محدود می‌کند، و در تقریب اول (به فرض وجود چگالی یکنواخت روی سطح مقطع باریکه به قطر  $D$ ) از معادله (۱۵-۱۱) برای نقش پراش تک‌شکافی به دست می‌آید:

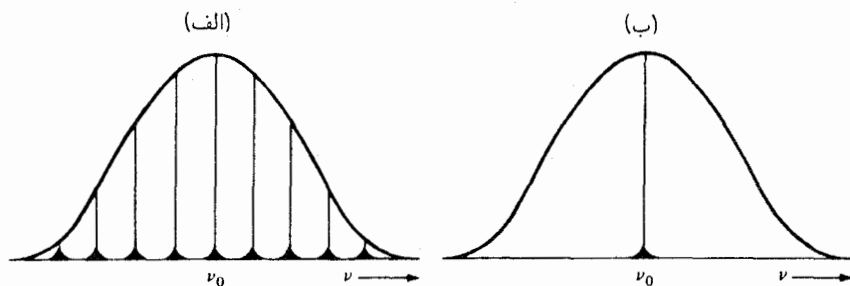
$$\bullet \quad \theta = 2,44 \frac{\lambda}{D} \quad (۷-۳۰)$$

که در آن  $\theta = 2\theta_1$  (شکل ۳۰-۶).

مدهای تشدیدي کاواک لیزری در محدوده بسامدی نسبت به پهنای نوار گذاراتمی خودبه خودی بهنجار، بسیار باریکترند. قسمت اعظم پهنای نوار خطوط طیفی گسیلیده در لوله تخلیه از پهن شدگی



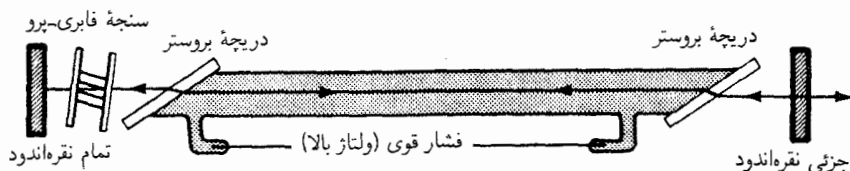
شکل ۱۸-۳ منحنی شدت طول موج برای خط نارنجی طیف کریبتون ( $6058 \text{ \AA}$ ):  $\lambda = 6058 \text{ \AA}$ . پهناي  $\Delta\lambda$  عمدتاً ناشی از پهن‌شدگی دوپلری است.



شکل ۱۹-۳ مدهای لیزری برای دو پیکربندی عملیاتی یک لیزر گازی پیوسته موج که پوش گausی را نشان می‌دهد. (الف) نه بسامد تشدید بدون کنترل سنجه فابری-پرو؛ (ب) یک تک بسامد با کنترل سنجه فابری-پرو (شکل ۲۰-۳).

دوپلری ناشی می‌شوند (شکل ۱۸-۳). فقط مدهایی که از معادله (۳-۴) پیروی می‌کنند در کاواک پایدار می‌مانند. هر تک گذار تابش در داخل اتم یا مولکول نواری از بسامدها ایجاد می‌کند که خارج از این نوار، کاواک فقط نوارهای باریک معینی را انتخاب و ساده می‌کند. تعداد این نوارهای باریک به طول موج  $\lambda$  و فاصله  $D$  مابین دو سر لیزر بستگی دارد [شکل ۱۹-۳ (الف)].

یکی از روشهای برگزیدن یک تک نوار باریک را، در شکل ۲۰-۳ مشاهده می‌کنید. یک سنجه فابری-پرو با طولی بسیار کوتاهتر از طول لیزر و تیغه‌هایی با نقره‌اندودی ضعیف را در داخل کاواک لیزری می‌گنجانند و با شیب‌دار کردن آن تشدید بسامدی گزینشی  $\nu$  را به دقت تنظیم



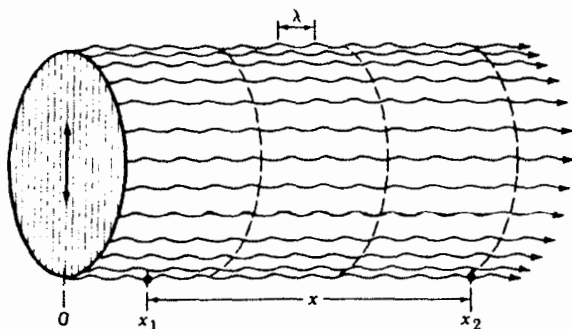
شکل ۳۰-۲۰ پیکربندی برای کنترل سنجۀ فابری-پرو روی یک مد نوسانی در یک تک‌لیزر.

می‌کنند. بسامد نوارکناری بعد از  $\nu$  در هر دو سمت، تحت فاصلهٔ بسامدی بسیار بهتر از آن که بتواند به کاواک طولانیتر وارد و تقویت شود، خواهد آمد. از این رو فقط  $\nu$  در این ترکیب پایدار می‌ماند.

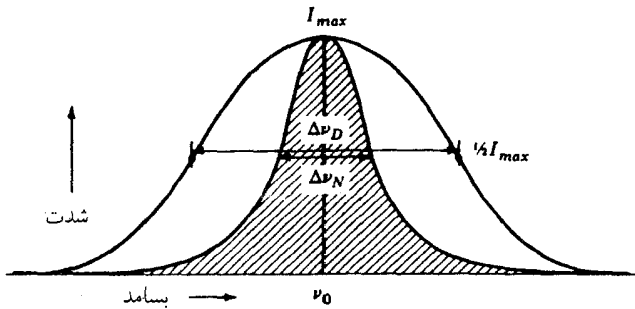
### ۳۰-۸ طول همدوسی

منبع نوری نقطه‌ای را در نظر بگیرید که قطار موج تکفام با طول نامتناهی با جبهه‌های موج کروی یا تخت گسیل می‌کند (شکل ۳۰-۲۱) تحت چنین شرایط ایده‌آلی، اختلاف فاز  $\Delta\phi$  میان دو نقطه ثابت  $x_1$  و  $x_2$  با هر فاصله‌ای و در امتداد هر پرتوی، مستقل از زمان است. معادل با این معنا، اختلاف فاز اندازه‌گیری شده در یک تک نقطهٔ فضا، در آغاز و پایان بازه زمانی ثابت  $\Delta t$ ، با زمان  $t$  تغییر نمی‌کند. این مطالب به صورت گزارهٔ همدوسی زمانی کامل جمع‌بندی می‌شوند.

به بیان دیگر، اختلاف فاز برای هر دو نقطه ثابت در صفحه‌ای عمود بر جهت یک پرتو، از زمان مستقل است. این هم بیان و گزارهٔ همدوسی جانبی یا فضایی کامل است. نظر به اینکه منبعهای واقعی نور قطار موجهایی با طول متناهی گسیل می‌کنند، و این طول در



شکل ۳۰-۲۱ نموداری که امواج تخت، تکفام، و قطبیدهٔ همدوس خروجی از یک لیزر را مجسم می‌کند.



شکل ۲۲-۳۰ مقایسه پهنای طبیعی یک خط طیفی با پهنای دوپلری آن.

ایجاد پدیده‌های تداخل از هر نوعی که باشند، اهمیت دارد، لازم است که مقادیر عملی برای طول همدوسی را تعیین کنیم. طول عمر متوسط اتم در حالت تابشی عبارت است از  $10^{-8} \times 1.6$ . طول هر قطارموج در حین حرکت با سرعت نور در حدود ۳m است. آنالیز فوری این موجها، چه میرا و چه دارای دامنه ثابت باشند، به توزیعی بسامدی به نام پهنای طبیعی یک خط طیفی منجر می‌شود [شکل ۲۲-۳۰ الف].

منبعهای نور گرمایی از اتمهایی تشکیل می‌شوند که قطار موجهای کاتوره‌ای در زمانهای کاتوره‌ای گسیل، و بسامدهای این موجها با حرکت گرمایی و میدان الکتریکی و مغناطیسی موضعی تغییر می‌کند. مجموع همه این اثرها تعریض زیاد هر خط طیفی و بخشیدن پهنای نواری به آن است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\nu = \frac{1}{\Delta t} \quad (۸-۳۰)$$

که در آن  $\Delta t$  را زمان همدوسی می‌گویند. پهن شدگی قسمت اعظم خطوط طیفی، ناشی از اثر دوپلر است و آن را پهن شدگی دوپلری می‌نامند. فاصله‌ای را که نور در این مدت زمان،  $\Delta t$  طی می‌کند، طول همدوسی می‌نامند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L = c \Delta t = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (۹-۳۰)$$

به این ترتیب، پهنای خط طیفی معیاری است برای طول همدوسی، و طول همدوسی با پهنای نواری خط طیفی تناسب معکوس دارد.

در معادله‌ای دقیقتر برای طول همدوسی باید آثار پهن شدگی عملی خط طیفی را منظور کرد که تقریباً می‌رسیم به:

• 
$$L = \frac{c\sqrt{2}\ln 2}{\pi \Delta\nu} = 0.32 \frac{c}{\Delta\nu} \quad (10-30)$$

برای تخلیه پرفشار 
$$L = \frac{c \ln 2}{2\pi \Delta\nu} = 0.11 \frac{c}{\Delta\nu} \quad (11-30)$$

خطوط طیفی یک منبع نور گرمایی، دارای طول همدوسی چند میلیمتر تا چندین ده سانتیمتر است. از سوی دیگر، لیزر ممکن است دارای طول همدوسی چندین کیلومتر باشد. یکی از همدوسترین خطوط غیرلیزری، خط نارنجی کریتون در  $\lambda = 6058 \text{ \AA}$  است (شکل ۱۸-۳۰).

مثال ۱. پهنای دوپلری  $\Delta\lambda$  در خط نارنجی کریتون، در  $Kr^{86}$ ، در  $\lambda = 6058 \text{ \AA}$  عبارت است از  $0.0055^\circ \text{ \AA}$ . مطلوب است محاسبه: (الف) بسامد خط،  $\nu$ ؛ (ب) پهنای نوار،  $\Delta\nu$ ، برحسب هرتز؛ و (ج) طول همدوسی برحسب سانتیمتر.

جواب: (الف) بسامد خط از رابطه  $c = \nu\lambda$  از این قرار به دست می‌آید:

$$\nu = \frac{3.0 \times 10^{10} \text{ cm/s}}{6.058 \times 10^{-5} \text{ cm}} = 4.95 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

(ب) با استفاده از رابطهٔ آشنای  $\Delta\nu/\nu = \Delta\lambda/\lambda$  خواهیم داشت:

$$\Delta\nu = \nu \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 4.95 \times 10^{14} \frac{0.0055 \text{ \AA}}{6058 \text{ \AA}} = 4.5 \times 10^8 \text{ Hz}$$

(ج) در معادلهٔ (۱۱-۳۰)، طول همدوسی عبارت است از

$$L = 0.32 \frac{c}{\Delta\nu} = 0.32 \frac{3 \times 10^{10}}{4.5 \times 10^8} = 213 \text{ cm}$$

عمل تک بسامد یک لیزر، که در بالا توصیف کردیم، امکان یک طول همدوسی تقریباً نامحدود را فراهم می‌آورد، و این امر برای هنر تمام‌نگاری (هولوگرافی) آرمانی است. برای تهیه تمام نگارهای ثمربخش، اختلاف مابین هر دو راه نوری از یک منبع نور به هر نقطه‌ای از محیط ثبات، باید کمتر از طول همدوسی باشد (فصل ۳۱). نوسان همزمان چند مد می‌تواند طول همدوسی را شدیداً کاهش دهد و استفاده از آن را به چند سانتیمتر محدود کند.



### ۳۰-۹ دو برابر سازی بسامد

با تکوین لیزر در سال ۱۹۶۰، دانشمندان برای اولین بار به باریکه‌هایی نوری دست یافتند که برای تولید هماهنگهای موج نور از شدت کافی برخوردار بودند. با چنین پدیده‌هایی از دیرباز در حوزه الکترونیک و صوت، که در آنها مجموع و تفاضل بسامدها در مدارهای الکترونیکی، موسیقی، و شنود نقش مهمی بازی می‌کنند آشنا بودند.

در سال ۱۹۶۱ چهار فیزیکدان در دانشگاه میشیگان باریکه لیزر یاقوت را که پالسهای ۳ کیلوواتی نور قرمز به طول موج  $6943\text{\AA}$  گسیل می‌کرد روی یک بلور کوآرتز کانونی و به این وسیله تعدادی فوتون با طول موجی نصف طول موج لیزر، یعنی  $3471.5\text{\AA}$  تولید کردند (شکل ۳۰-۳). بسامد این طول موج جدید، که در ناحیه فرابنفش طیف قرار می‌گیرد، دقیقاً دو برابر بسامد نور قرمز لیزر بود. این امکان که فوتونهای تولید شده ناشی از فلوتورسانی بود، به این اعتبار که فوتونها به صورت یک باریکه کاملاً جهت‌دار و به موازات نور فرودی گسیل می‌شدند، می‌توانست منتفی باشد. در پی این یافته‌های مقدماتی، مشاهدات متعدد دیگری مرتبط با آن انجام یافت و پس از کوتاه زمانی در تبدیل نور لیزر به بسامدهای هماهنگ به کارآییهای بسیار بیشتری دست یافتند. در آزمایشهای دیگری نیز مابین دو طول موج متفاوت با ماده برهم‌کنش برقرار کردند و بسامدهای مجموع و تفاضلی را به ترتیب، در فرابنفش و فرسوخ ایجاد کردند.

تشریح کلاسیکی این پدیده‌ها یونش الکترونهای ظرفیتی سست پیوند را در بر می‌گیرد که در بسیاری از بلورها با سایر اتمهای ساختار پیوندی سهم می‌شوند. هر اتم با دادن یک الکترون به اتم مجاور خود بار مثبت پیدا می‌کند، و اتم مجاور با دریافت یک الکترون اضافی باردار منفی می‌شود. موج نوری که از میان این یونها می‌گذرد، آنها را تحت تأثیر میدانهای الکتریکی و مغناطیسی وابسته‌اش قرار می‌دهد، و با بسامد منبع نور به ارتعاش وامی‌دارد. هرگاه شدت نور فرودی فوق‌العاده زیاد باشد، که در باریکه لیزر چنین است، ارتعاشات اتمی القایی ناخطی‌اند، درست چنان‌که در صداهای بلند پیش می‌آید، و هماهنگهای بالاتر تولید می‌شوند. شدت هماهنگ دوم بسیار بیشتر از مدهای بالاتر است. از دیدگاه نظریه کوانتومی، وقتی دو فوتون با ماده برهم‌کنش برقرار می‌کنند، در تولید یک تک فوتون، هم انرژی و هم تکانه پایسته می‌مانند.

### ۳۰-۱۰ سایر لیزرها

صدها نوع مختلف لیزر را با استفاده از مواد متعدد گوناگونی ساخته‌اند، که روی گستره وسیعی از طول موجها، از فرابنفش در یک سر تا میکروموجها در سر دیگر طیف، تابش گسیل می‌کنند. عناصر گازی زیادی می‌شناسیم که عمل لیزری انجام می‌دهند، و این امر در مورد بسیاری از مولکولهای دواتمی و سه اتمی و بسیاری از فلزات صادق است.

یکی از انواع لیزر شیمیایی انرژی را از تجزیه تری فلورئوریدومتان ( $CF_3I$ )، بر اثر تابش نور، کسب می‌کند. با تجزیه این مولکول مرکب، پیوند کربن-ید می‌شکند و یک اتم ید برانگیخته رها می‌شود. در برگشت به حالت پایه، اتم ید یک فوتون با طول موج  $1315 \text{ \AA}$  پس می‌دهد.

یک نوع دیگر لیزر از نیمرساناها به صورت پیوندهای pn بهره می‌گیرد. این گونه لیزرها بسیار کوچک‌اند، ولتاژ کمی لازم دارند، و به آسانی مدوله می‌شوند. رایجترین ماده‌ای که به کار می‌رود گالیم‌آرسنید (GaAs) است که به روی تزریق می‌شود.

اگر پیش از آغاز نوسان، لیزر را به طور کامل دمانده باشند، پالس اول توان بسیار بالاتری از توان تحت شرایط عمل دائمی خواهد داشت. یک پالس کوتاه گسیلیده از چنین منبع پالسی را می‌توان با عبور دادن باریکه از میان لیزرهای فرعی، به نام تقویت‌کننده، تقویت کرد. مثلاً می‌توان به دنبال یک نوسانگر لیزر یا قوت، ردیفی از تقویت‌کننده‌های لیزر یا قوت قرار داد که هر کدامشان از یک میله یا قوت با سرهای بریده تحت زاویه برون‌تر و بدون سطوح نقره‌اندود تشکیل می‌یابد. چنین ردیف لیزری می‌تواند یک تک پالس به کوتاهی کسری از میکروثانیه را به انرژی چندین ژول برساند.

### ۱۱-۳۰ بی خطری لیزرها

شدت نور لیزر از کسری از میلی‌وات در لیزر ارزان He-Ne تا چندین کیلووات در لیزر  $CO_2$  تغییر می‌کند. آسیبه‌های ناشی از لیزر انگشت‌شمار بوده‌اند، و خطرات ناشی از آنها محل مباحثات بسیار است. با این همه، بزرگترین خطری که لیزرها دارند عبارت است از برخورد مستقیم باریکه لیزر ناواگرا از روی بی‌توجهی با چشم.

باریکه ضعیف ناشی از لیزر دائمی He-Ne به شدت  $\frac{1}{4} \text{ mW}$  احتمالاً کم‌خطر است، زیرا پلکهای چشم در واکنش به تابش نور ناگهانی بسته می‌شوند. باریکه‌های شدیدتر، و به خصوص باریکه‌های پالسی، می‌توانند جراحتهای جدی برجای گذارند، که عمدتاً به سبب توانایی چشم در قانونی کردن باریکه موازی در یک مساحت کوچک در شبکه است.

اقدامات ایمنی مناسب در شرایط رودرویی با تابش لیزرهای پرتوان، مستلزم استفاده از شیشه‌های پالایه و سپرهای ایمنی و نیز آگاهی از این نکته است که باریکه لیزر فرودی بر سطح بازتابان آینه‌ای می‌تواند جهت باریکه را بدون کاهش شدت آن تغییر دهد.

### ۱۲-۳۰ اثر پیسه

هر کسی باریکه لیزر واگرایی را روی سطح پخشیده‌ای مشاهده کند به وجود جلوه‌ای دانه‌دانه پی خواهد برد. اگر وی از گوشه چشم نگاه کند یا عقب برود، پیسه‌ها بزرگتر می‌شوند. مستقل از اینکه

چشم آن فرد در کجا کانونی می‌شود، پیسه‌ها واضحتر دیده می‌شوند. حال حرکت کردن به اطراف سبب می‌شود که پیسه‌ها هم به حرکت درآیند.

قضیهٔ عجیب این است که پیسه‌ها در نقش بازتابیده وجود ندارند، بلکه در خود چشم تولید می‌شوند. نور بازتابیدهٔ لیزر از سطح پخشیده وارد چشم می‌شود، و پیسه‌های درخشان در جایی پدید می‌آیند که افت وخیزهای کاتوره‌ای روی شبکه تداخل سازنده پدید می‌آورند. این ماکزیمومهای تداخلی می‌توانند به همگرایی موضعی، چه حقیقی و چه مجازی، در نور لیزر بازتابیده در مجاورت ناحیهٔ مشاهده شده، در صفحه‌ای که چشم کانونی می‌کند، مرتبط شوند. با حرکت دادن سر به کناری، برای شخص دوربین، پیسه‌ها هم در همان جهت حرکت می‌کنند؛ درست نظیر شیء دوری که از یک دریچه باز به آن نگاه کنیم. برعکس، یک شخص نزدیک‌بین، پیسه‌ها را در سمت مخالف در حرکت خواهد دید. چشم سالم هیچ نوع اختلاف منظری مشاهده نخواهد کرد.

### ۳۰-۱۳ کاربردهای لیزر

از هنگام ظهور لیزر، کاربردهای زیادی برای آن یافت شده است. باریکه‌های مدوله‌شدهٔ لیزر در مخابرات به‌کار می‌روند. از لیزرها در حرفهٔ پزشکی در جراحی بهره گرفته شده است که در این حوزه شبکه‌های آسیب‌دیده و پاره‌شده را به‌وسیله لیزر جوش می‌دهند. نقشه‌برداران و مهندسان در زمینه‌های همخط کردن دقیق از آن بهره می‌گیرند. برای بردیابی در هواشناسی و تعیین فاصله تا ماه هم از لیزر سود می‌جویند. تضعیف و پراکندگی باریکه‌های لیزری در تحقیقات جوی نیز مورد استفاده قرار گرفته است. لیزرهای پرتوان برای برش دادن الماس و ورقه‌های فولادی و جرقه‌زنی در واکنشهای گرما هسته‌ای به‌کار می‌روند. یکی از چشمگیرترین موارد کاربرد لیزر، تولید و تحقیق در زمینهٔ تمام‌نگارها بوده است، که موضوع فصل بعدی را تشکیل می‌دهد.

در گونه‌ای از آزمایش مایکلسون-مورلی از لیزر برای اندازه‌گیری دقیق جابه‌جایی اتر استفاده می‌شود. باریکه‌های دو لیزر فرورسرخ با بسامدهای اندکی متفاوت، به‌وسیله یک شکافنده پرتو با هم ترکیب می‌شوند و بسامد زنش برآیند به کمک یک تکثیرکن فوتونی و مدارهای الکترونیکی ثبات، آشکارسازی می‌شود (شکل ۳۰-۲۳) بسامد زنش، مانند امواج صوتی، با تفاضل بسامدهای دو باریکه لیزر برابر می‌شود:  $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$ .

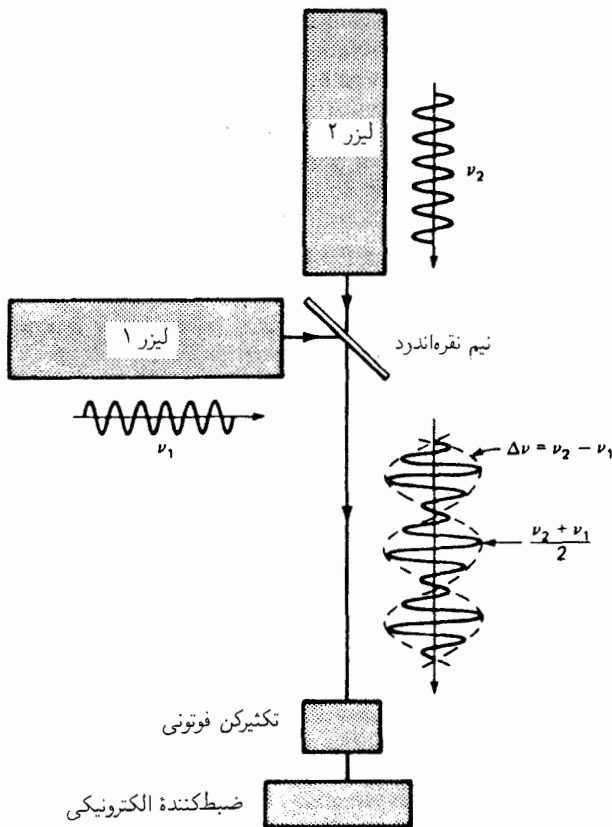
بسامد دقیق عمل هر یک از لیزرها، به طول هر کاواک تشدید و سرعت نور درون آنها بستگی دارد. اگر هر دو لیزر که تقریباً در  $3 \times 10^{14} \text{ Hz}$  عمل می‌کردند، به‌اندازه  $90^\circ$  چرخانده شوند، جابه‌جایی اتر باید روی سرعت نور درون کاواکها اثر بگذارد و بنابراین روی اختلاف بسامد آنها هم همین رفتار بروز کند. براساس فرضیهٔ جابه‌جایی اتر، تغییر نسبی  $\Delta\nu = 3 \text{ MHz}$ ، ناشی از سرعت مداری زمین، مورد انتظار بود. اما هیچ تغییری در بسامد زنش آشکارسازی نشد.

جدول ۳۰-۲ برخی انواع متداول لیزر

نوع طیفی	نوع	نوع ماده	طول موج nm	تابش
فرابنفش	He-Cd	Gas	۳۲۵,۰	پیوسته موج
	N <sub>2</sub>	Gas	۳۳۷,۱	پالسی
	Kr	Gas	۳۵۰,۷, ۳۵۶,۴	پیوسته موج
	Ar	Gas	۳۵۱,۱, ۳۶۳,۸	پیوسته موج، پالسی
مرئی	He-Cd	Gas	۴۴۱,۶, ۵۳۷,۸	پیوسته موج
	Ar	Gas	۴۵۷,۹, ۵۱۴,۵	پیوسته موج، پالسی
	Kr	Gas	۴۶۱,۹, ۶۷۶,۴	پیوسته موج، پالسی
	Xe	Gas	۴۶۰,۳, ۶۲۷,۱	پیوسته موج
	Ar-Kr	Gas	۴۶۷,۵, ۶۷۶,۴	پیوسته موج
	He-Ne	Gas	۶۳۲,۸	پیوسته موج
	Ruby	Solid	۶۹۴,۳	پالسی
	Cr <sup>۳+</sup> AlO <sub>۲</sub>			
فروسرخ	Kr	Gas	۰,۷۵۳, ۰,۷۹۹	پیوسته موج
	GaAlAs	Solid(diode)	۰,۸۵۰	پیوسته موج
	GaAs	Solid(diode)	۰,۹۰۴	پیوسته موج
	Nd	Solid(glass)	۱,۰۶۰	پالسی
	Nd	Solid(YAG)	۱,۰۶۰	پیوسته موج، پالسی
	He-Ne	Gas	۱,۱۵, ۳,۳۹	پیوسته موج
	CO <sub>2</sub>	Gas	۱۰,۶	پیوسته موج، پالسی
	H <sub>2</sub> O	Gas	۱۱۸,۰	پیوسته موج، پالسی
	HCN	Gas	۳۳۷,۰	پیوسته موج، پالسی

از لیزرها نیز، مانند رادار، برای تعیین فواصل طولانی و کوتاه استفاده شده است. طی پرواز آپولو ۱۱ به ماه، در بیستم ژوئیه ۱۹۶۹، آرمسترانگ و آلدرین، آرایه‌ای از منشورهای سه‌تاییه پیش‌ساخته روی کره ماه قرار دادند تا نور فرستاده شده از زمین را به منبع آن باز بتابانند.\* صد تا از این منشورها، هر کدام به قطر ۴cm در یک مربع آراسته شدند که از محل فرود فضاپیما در دریای

\* به بخش ۲-۲ و شکل ۳-۲ مراجعه شود.



شکل ۳-۲۳ انجام آزمایش مایکلسون-مورلی با آرایش برای دو لیزر با بسامدهای اندکی متفاوت.

آرامش ۲۰ m فاصله داشت. یک باریکه برگشتی نور، نخستین بار توسط گروهی از دانشمندان در رصدخانه لیک، دانشگاه کولومبیا، در سانتا کروز، در تاریخ اول ماه اوت سال ۱۹۶۹، دریافت شد. با یک لیزر یاقوت در تلسکوپ ۱۲۰ اینچی، یک باریکه پالسی نور به قطر ۴ متر به ماه نشانه رفتند. پالسهای نور برگشتی، تقریباً ۲٫۵۸۵ s بعد رسیدند و دقت زمان‌گیری  $1 \mu s$  بود. دقت اندازه‌گیریهای زمان، فاصله بازتابگر روی ماه را با خطای ۶ m تعیین می‌کرد.

مدت کوتاهی بعد از آن، یک گروه دیگر در رصدخانه مک‌دانلد در تگزاس، یک باریکه برگشتی از بازتابگر روی ماه دریافت کردند و اندازه‌گیری زمان با دقت ۲ ns بود. این زمان‌گیری، خطای اندازه‌گیری فاصله را به ۳ cm کاهش می‌دهد.

باید خاطر نشان کرد که به سبب حرکت نسبی ماه و فرستنده لیزر، مرکز باریکه برگشتی چندین کیلومتر جابه جا خواهد شد (ابراهی سرعت). به سبب پراش در هر یک از منشورهای سه تایی با قطر ۴ سانتیمتری، وقتی نور به زمین می رسد، تقریباً ۱۵km پخش می شود. به این دلیل است که می توان باریکه برگشتی را در فرستنده دریافت کرد.

اطلاعات ارزشمند بیشتری درباره ماه و زمین را می توان از فاصله متغیر این دو کره آسمانی به دست آورد، و ما چشم به آینده دوخته ایم تا یافته های جدیدتری را نظاره کنیم.

## مسائل

۱-۳۰ با استفاده از یک کاغذ میلیمتری کامل، یک نمودار تراز انرژی، شبیه نیمه بالایی شکل ۸-۳۰، ترسیم کنید، به طوری که حداکثر مکان بزرگ باشد. از گستره  $۱۳۰۰۰۰۰\text{cm}^{-۱}$  تا  $۱۷۰۰۰۰۰\text{cm}^{-۱}$  استفاده کنید از ترازهای انرژی مندرج در زیر، که برحسب اعداد موجی داده شده اند بهره گیرید و ترازها را همان گونه که در اینجا مشخص کرده ایم نشان دهید. تفاضل ترازها را تعیین کنید، تا بتوانید آنها را که شامل خطوط با طول موجهای: (الف)  $۶۳۲۸\text{Å}$ ؛ (ب)  $۱۱۵۲۳\text{Å}$ ؛ و (ج)  $۱۱۱۷۷\text{Å}$  هستند، پیدا کنید.

جواب: (الف)  $\Delta\sigma = ۱۵۸۰۳\text{cm}^{-۱}$ ،  ${}^۱P_1$ ،  ${}^۲p^۵s$ ، به  ${}^۱(۲)$ ،  ${}^۲p^۵۳p$  می جهد؛

(ب)  $\Delta\sigma = ۸۶۷۸,۲\text{cm}^{-۱}$ ،  $P_2$ ،  ${}^۲p^۵۴s^2$ ، به  ${}^۲(۳)$ ،  ${}^۲p^۵۳p$  می جهد؛

(ج)  $\Delta\sigma = ۸۹۴۶,۹\text{cm}^{-۱}$ ،  ${}^۱P_1$ ، به  ${}^۱(۲)$ ،  ${}^۲p^۵۳p$  می جهد. (شکل ۸-۳۰).

${}^۶(۰) = ۱۵۰۹۱۸$		${}^۱S_0 = ۰$	$1s^2$	He
${}^۷(۱) = ۱۵۰۷۷۳$		${}^۳S_1 = ۱۵۹۸۴۳$	$1s2s$	He
${}^۸(۲) = ۱۵۰,۸۵۶$	${}^۲p^۵۳p$	${}^۱S_0 = ۱۶۶۲۶۵$		
${}^۹(۱) = ۱۵۱۰۳۹$		${}^۱S_0 = ۰$	${}^۲p^۶$	Ne
${}^{۱۰}(۰) = ۱۵۲۹۷۱$		${}^۳P_2 = ۱۳۴۰۴۲$		
${}^۳P_2 = ۱۵۸۶۰۵$		${}^۳P_1 = ۱۳۴۴۶۰$	${}^۲p^۵۳s$	Ne
${}^۳P_1 = ۱۵۸۷۹۷$	${}^۲p^۵۴s$	${}^۳P_0 = ۱۳۴۸۲۰$		
${}^۳P_0 = ۱۵۹۳۸۱$		${}^۱P_1 = ۱۳۵۸۸۹$		
${}^۱P_1 = ۱۵۹۵۳۴$		${}^۱(۱) = ۱۴۸۲۵۸$		
${}^۳P_2 = ۱۶۵۸۲۹$		${}^۲(۳) = ۱۴۹۶۵۸$		
${}^۳P_1 = ۱۶۵۹۱۳$	${}^۲p^۵۵s$	${}^۳(۲) = ۱۴۹,۸۲۵$	${}^۲p^۵۳p$	Ne
${}^۳P_0 = ۱۶۶۶۰۷$		${}^۴(۱) = ۱۵۰۱۲۲$		
${}^۱P_1 = ۱۶۶۶۵۹$		${}^۵(۲) = ۱۵۰۳۱۶$		

۲-۳° با استفاده از مقادیر تراز انرژی در مسئله ۱، پیدا کنید: (الف) کوچکترین عدم تطابق انرژی ترازهای شبه پایدار هلیوم و نئون کدامند؟ (ب) درصد عدم تطابق این مقادیر چقدر است؟

۳-۳° از مقادیر تراز انرژی در مسئله ۱، سه گذاری را که در شکل ۸-۳° علامت زده‌ایم، مشخص و بسامدهای آنها را برحسب اعداد موجی و طول موجهایشان را برحسب Å محاسبه کنید.

۴-۳° باریکه یک لیزر یا قوت که نور قرمز با طول موج  $6943 \text{ \AA}$  گسیل می‌کند، برای تولید دو باریکه همدوس به‌وسیله شکافنده پرتو به‌کار می‌رود. هر دو باریکه از یک آینه تخت باز می‌تابند و روی یک صفحه با لایه حساس عکاسی روی هم می‌افتند. اگر زاویه میان این دو باریکه تداخل‌کننده  $10^\circ$  و خط عمود بر صفحه نیمساز این زاویه باشد، فاصله فریزی فریزهای تداخلی روی صفحه را پیدا کنید. جواب:  $398 \text{ mm}$ ،  $0^\circ$ .

۵-۳° گذارهای زیر باعث خطوط قوی در طیف نئون می‌شوند. با استفاده از مقادیر تراز انرژی در مسئله ۱، طول موجهای آنها را برحسب انگستروم پیدا کنید:

(الف) از  $1^1P_1$ ،  $2^1P_1$  به  $2^1P_1$ ،  $2^1P_1$ ؛

(ب) از  $1^1P_1$ ،  $2^1P_1$  به  $2^1P_1$ ؛

(ج) از  $1^1P_1$ ،  $2^1P_1$  به  $2^1P_1$ ؛

(د) از  $1^1P_1$ ،  $2^1P_1$  به  $2^1P_1$ .

۶-۳° از مقادیر تراز انرژی نئون در مسئله ۱، خطوط شدید زیر، از ترازهای ناشی از پیکربندی الکترونی  $2p^5 3p$  شروع و به پیکربندی  $2p^5 3s$  ختم می‌شوند. طول موجهای آنها را برحسب انگستروم پیدا کنید: (الف) از  $1^1P_1$  به  $1^1P_1$ ؛ (ب) از  $1^1P_1$  به  $1^1P_1$ ؛ (ج) از  $1^1P_1$  به  $1^1P_1$ ؛ و (د) از  $1^1P_1$  به  $1^1P_1$ .

۷-۳° طول موجهای زیر خطوط شدید طیف نئون هستند:  $6144.7 \text{ \AA}$ ،  $6335.0 \text{ \AA}$ ،  $6403.6 \text{ \AA}$ ، و  $7034.3 \text{ \AA}$ . همه آنها به پایستترین تراز پیکربندی الکترونی  $2p^5 3s$  منتهی می‌شوند. (الف) بسامدهای آنها را برحسب عدد موجی پیدا کنید، و با استفاده از مقادیر تراز انرژی در مسئله ۱، ترازهای انرژی اولیه را شناسایی کنید.

جواب: (الف)  $16274 \text{ cm}^{-1}$ ،  $15785 \text{ cm}^{-1}$ ،  $15616 \text{ cm}^{-1}$ ، و  $14216 \text{ cm}^{-1}$ ؛ (ب)  $15616$ ،  $14216$ ،  $13816$ ،  $13416$ ؛ (ج)  $13416$ ،  $13016$ ،  $12616$ ؛ (د)  $12616$ ،  $12216$ ،  $11816$ .

۸-۳° یک لیزر He-Ne به طول دقیقاً  $250 \text{ cm}$ ، در مد TEM<sub>00</sub> ارتعاش می‌کند. مطلوب است: (الف) تعداد شکمها در نقش موج ایستاده، به‌ازای  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ ؛ و (ب) اختلاف بسامدی میان مدها.

۹-۳۰ پهنای دوپلری خط قرمز کادمیم،  $\lambda = 6438 \text{ \AA}$ ، که در تخلیه کم فشار تولید شده، عبارت است از  $0.0003 \text{ \AA}$  ر. محاسبه کنید: (الف) بسامد نور؛ (ب) پهنای خط برحسب هرتز؛ و (ج) طول همدوسی را.

۱۰-۳۰ خط سدیم با  $\lambda = 589 \text{ \AA}$ ، که در تخلیه کم فشار تولید شده است، دارای پهنای دوپلری  $0.00194 \text{ \AA}$  ر. است. مطلوب است محاسبه: (الف) بسامد نور؛ (ب) پهنای خط برحسب هرتز؛ و (ج) طول همدوسی برحسب سانتیمتر.

جواب: (الف)  $5.0934 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ؛ (ب)  $1.0^9 \text{ Hz}$ ؛ (ج)  $1.672 \text{ cm}$ .

۱۱-۳۰ انرژی برانگیزش برای اتمهای هلیوم را که به حالت  $1S_0$ ،  $1s2s$ ، بالا رفته است، برحسب: (الف) ولت؛ و (ب) عدد موجی، پیدا کنید. با گسیل  $\lambda = 6328 \text{ \AA}$  چقدر انرژی (ج) برحسب ولت؛ و (د) برحسب عدد موجی تابیده است؟ (ه) کارایی نظری چقدر است؟

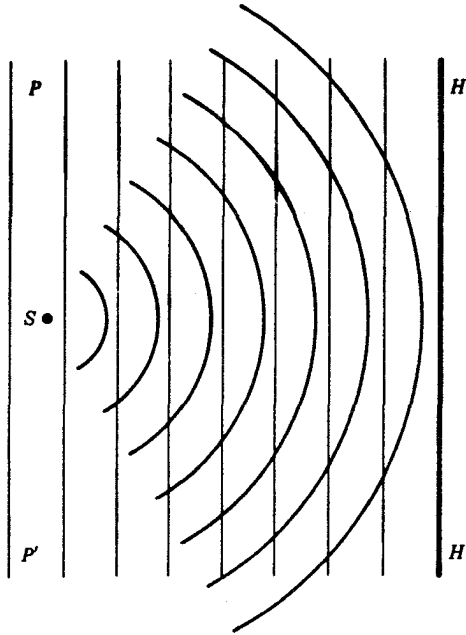
۱۲-۳۰ انرژی برانگیزش برای مولکولهای ازت را در لیزر  $\text{CO}_2$  که در شکل ۱۵-۳۰ نشان داده ایم (شکل ۱۴-۳۰): (الف) برحسب ولت؛ و (ب) برحسب عدد موج پیدا کنید. مقدار انرژی تابیده شده در گسیل  $10.6 \text{ \mu m}$  از لیزر؛ (ج) برحسب ولت؛ و (د) برحسب عدد موجی، چقدر است؟ (ه) کارایی نظری این لیزر چقدر است؟



## تمام‌نگاری

اصطلاح هولوگرافی<sup>۱</sup> (تمام‌نگاری) از ریشهٔ یونانی به معنای تمام‌نویسی مشتق شده است. تمام‌نگاری فرایندی دو مرحله‌ای است که طی آن: (۱) بر شیتی نور همدوسی می‌تابانند تا در محیط حساس به نوری، مانند امولسیون عکاسی، فریزهای تداخلی تولید کند؛ و (۲) روشن کردن مجدد نقش تداخلی تولید شده، با نوری با طول موج نور اولیه، تصویری سه‌بعدی از شیء اصلی تولید می‌کند. در نگاه به این تصاویر جلوهٔ شیء اصلی، از جمله اختلافهای پرسپکتیو به دست آمده با تغییر موضع ناظر یک تصویر سه‌بعدی کامل، مشاهده می‌شود.

اصول تمام‌نگاری را نخستین بار دنیس گابور عضو کالج سلطنتی علوم و تکنولوژی دانشگاه لندن مطرح کرده است. ابداع گابور از روشی تشکیل شد که برای بهبود بخشیدن قدرت تفکیک تصاویر ناشی از میکروسکوپ الکترونی به‌کار گرفته شده بود، و بیان اصول ابداعی خود را در سال ۱۹۴۸ منتشر کرد. در آن زمان، روی این ایده‌ها کار چندانی صورت نگرفت و تا ابداع لیزر در سال ۱۹۶۰ که ایده‌های اساسی وی را به بیش از یک رویداد شگفت‌آزمایشگاهی تبدیل کرد، این وضعیت ادامه داشت. در سال ۱۹۷۱ جایزهٔ نوبل در فیزیک به خاطر روش عکاسی سه‌بعدی بدون عدسی (تمام‌نگاری) به دنیس گابور تعلق گرفت.



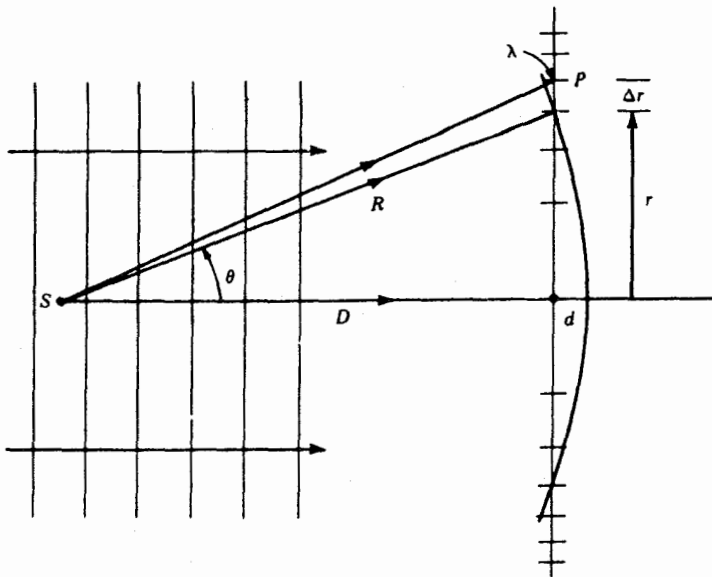
شکل ۳۱-۱ تداخل امواج همدوس که از یک منبع نقطه‌ای، با امواج تخت پراکنده می‌شوند، به ایجاد تمام‌نگاشت به صورت تیغه منطقه‌ای گابور می‌انجامد.

### ۳۱-۱ اصول اساسی تمام‌نگاری

مراحل اولیه تکنیک گابور عبارت بود از پراکنده کردن باریکه نور همدوس ناشی از یک شیء و سپس فراهم آوردن برهم‌نهی یک باریکه همدوس بدون مانع با آن. این دو مجموعه موج روی یک صفحه عکاسی که در جلوی شیء قرار می‌دادند، به همدیگر می‌رسیدند و فریزهای تداخلی تولید می‌کردند.

نقش تداخلی ایجاد شده با امواج تخت تکفام همدوس را که از سمت چپ روی یک پراکننده نقطه‌ای فرود می‌آیند بررسی می‌کنیم (شکل ۳۱-۱). در صفحه فیلم عکاسی،  $HH'$ ، دایره‌های روشن و تاریک هم‌مرکز ناشی از تداخلهای سازنده و ویرانگر، مابین نور پراکنده و باریکه مرجع، از چپ به راست تشکیل می‌شوند. پس از ظاهر کردن فیلم، ملاحظه می‌شود که فیلم عکاسی، مطابق پیش‌بینی، حاوی فریزهای تاریک و روشن جزئاً جاذب‌اند.

این نقش، به نام تیغه منطقه‌ای گابور، مشابه تیغه منطقه‌ای فرنل است که در فصل ۱۸ به آن



شکل ۲-۳۱ تعیین فاصله فریزها به روش هندسی در تیغه منطقه‌ای گابور.  $P$  نمایانگر نقاط تداخل سازنده است که در صفحه عکس تمام‌نگاشت به صورت فریزهای سیاه ظاهر می‌شوند.

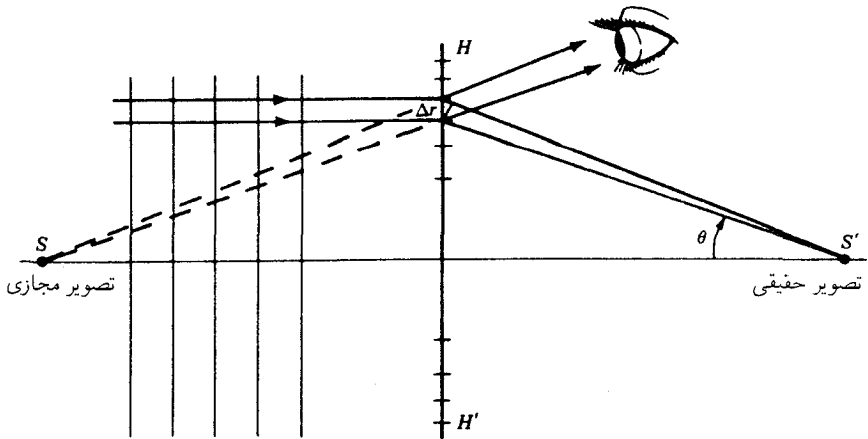
پرداخته‌ایم، با این تفاوت که فریزهای روشن و تاریک مرز تیزی ندارند و به‌طور تدریجی تاریک و روشن می‌شوند (شکل ۱۸-۹). این نقش حلقه‌ای تا میزان زیادی شبیه نقش فریز دایره‌ای است که در تداخل سنج مایکلسون تولید می‌شود [شکل ۱۳-۱۶ (الف) و (ب)].

نظر به اینکه باریکه مرجع در عرض سطح صفحه تمام‌نگاشت با فاز ثابت در نظر گرفته می‌شود، فاصله فریزهای تداخلی از یکدیگر در هر نقطه‌ای مانند  $P$  به میزان  $\Delta r$  خواهد بود که با اختلاف طول مسیر یک طول موج نور،  $\lambda$ ، در امتداد  $S^*$  به  $P$  متناظر است (شکل ۲-۳۱):

$$\lambda = \Delta r \sin \theta \quad (۱-۳۱)$$

سپس بر صفحه (فیلم) عکاسی با امواج همدوس تخت که در تولید صفحه هم از آن استفاده کردیم، اما بدون پراکننده، نور می‌تابانیم. حال، نور تشکیل شده از تداخل نورهای روشن و تاریک، یک ماکزیموم تداخل مرتبه اول تحت زاویه  $\theta$  که از معادله (۱-۳۱) به دست می‌آید، تولید خواهد

\* برای یافتن شعاع حلقه‌ها از روابط هندسی در شکل ۲-۳۱ بهره می‌گیریم. اختلاف راه عبارت است  $d = R - D$  و از آنجا  $d = n\lambda = r^2 / (2R - d)$

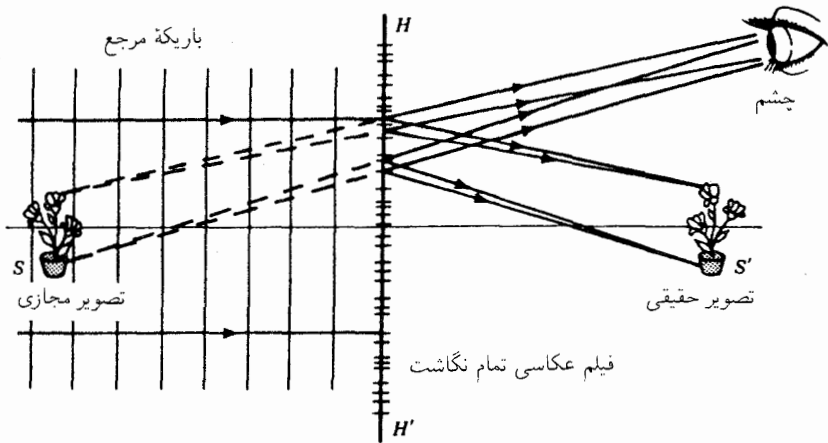


شکل ۳-۳۱ تصاویر نقطه‌ای، حقیقی و مجازی، هر دو از تابیدن نور همدوس تخت بر یک تمام‌نگاشت تیغه منطقه‌ای گابور تشکیل می‌شوند. تصویر مجازی را می‌توان از  $S$  با چشم دید، و تصویر حقیقی روی یک پرده در  $S'$  تشکیل می‌شود.

کرد [شکل (۳-۳۱)]. بنابراین، به نظر خواهد رسید که این نور از  $S$  می‌آید. نظر به اینکه همه نقاط تمام‌نگاشتها نور پراشیده‌ای تولید خواهند کرد که در امتدادی که از  $S$  می‌گذرد انتشار می‌یابند، یک تصویر مجازی ایجاد می‌شود و از سمت راست تمام‌نگاشت می‌توان آن را تماشا کرد.

حال فرض می‌کنیم که دو مرکز پراکندگی که از اول در سمت چپ حضور داشتند، هر کدام یک تیغه منطقه‌ای گابور به وجود می‌آورند. علاوه بر این، به شرطی که تأثیر فوتونها روی فیلم عکاسی، خطی باشد، شدت مدوله‌سازی هر تیغه منطقه‌ای با شدت نور پراکنده شده متناسب خواهد بود. بنابراین، بازسازی حاصل، یک تصویر مجازی از هر دو مرکز پراکننده با شدت تناسبی آنها، تولید خواهد کرد. این استدلال را می‌توان به یک منبع پراکننده توزیع شده متناظر با یک محیط پیوسته متشکل از مراکز پراکننده گسترش داد. حال، تمام‌نگاشت از یک محیط پیوسته با صفحات برهم‌نهاد منطقه‌ای تشکیل خواهد شد (شکل ۳-۴). با انجام بازسازی، تصویر مجازی توزیع شده باید در هنگام نگاه کردن به تمام‌نگاشت از سمت راست، دقیقاً مانند شیء اصلی به نظر برسد.

هر چند که اصول اساسی تمام‌نگاشت روی محور گابور به اندازه کافی صریح و بی‌ابهام‌اند، اما کاربرد این اصول با دشواریهای متعدد تکنیکی روبه‌رو شد که از مهمترین آنها می‌توان فقدان منبع به اندازه کافی همدوس نور را برشمرد، با ظهور لیزر، چشم‌انداز تمام‌نگاری از ریشه دگرگون و متحول شد.



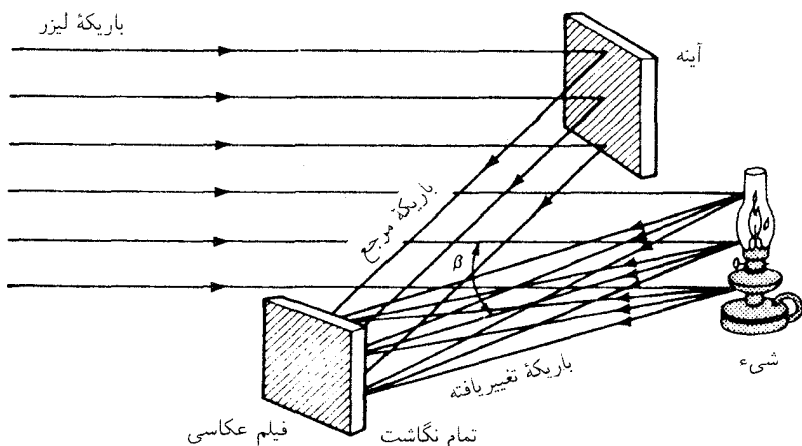
شکل ۳۱-۴ یک شیء  $S$  و یک باریکه مرجع از آرایه پیچیده‌ای با تیغه‌های منطقه‌ای گابور در  $HH'$ ، که بعد از ظاهر شدن، باریکه مرجع بر آن تابیده شده است. حال چشم یک تصویر مجازی در  $S$  و یک تصویر حقیقی در  $S'$  مشاهده می‌کند. یک پرده یا فیلم عکاسی در  $S'$ ، این تصویر حقیقی را ثبت خواهد کرد.

اما، مشکل دومی هم به صورت یک تصویر حقیقی، ناشی از پراکندن نور در جهت مخالف بروز می‌کند. این تصویر عموماً در جلوی تصویر اول مشاهده می‌شود، و از این رو در مسیر مشاهده تصویر مجازی قرار می‌گرفت. (شکل ۳۱-۴).

پیشرفت عمده بعدی در تمام‌نگاری، در سال ۱۹۶۲ به همت لیت و اوپاتنیک انجام گرفت. ایده اصلی آنها، ساختن تمام‌نگاشت خارج از محور بود. این را می‌توان تعمیم ساده تمام‌نگاشت گابور تلقی کرد که بخش خارج از محور فیلم عکاسی را به‌کار می‌گیرد. این اصلاح و بهبود، به اعتبار افزایش طول همدوسی در باریکه لیزر میسر شده است.

این تغییر ساده، نه تنها خط دید تصویر حقیقی از تصویر مجازی را مجزا، بلکه کار روی باریکه مرجع و باریکه پراکنده را از هم جدا کرد. اکنون می‌توانستند بر شیبی از هر طرف و یا از چند طرف نور بتابانند. به علاوه، دیگر لازم نبود که باریکه مرجع همان امواج تخت با فرود عمودی باشند، مشروط بر اینکه آن‌را به وسیله منبعی معادل با منبع نقطه‌ای تولید کنند و باریکه بازسازنده بتواند این منبع را به آسانی بازسازی کند.

یکی از روشهای تولید این نوع تمام‌نگاشتها را در شکل ۳۱-۵ مشاهده می‌کنید و در آن یک باریکه لیزر فرودی به دو باریکه شکافته می‌شود، که یکی از آنها با برخورد به یک آینه تخت جهت عوض می‌کند و دیگری را شیء پراکنده می‌کند. روی فیلم عکاسی، این دو باریکه تداخل می‌کنند



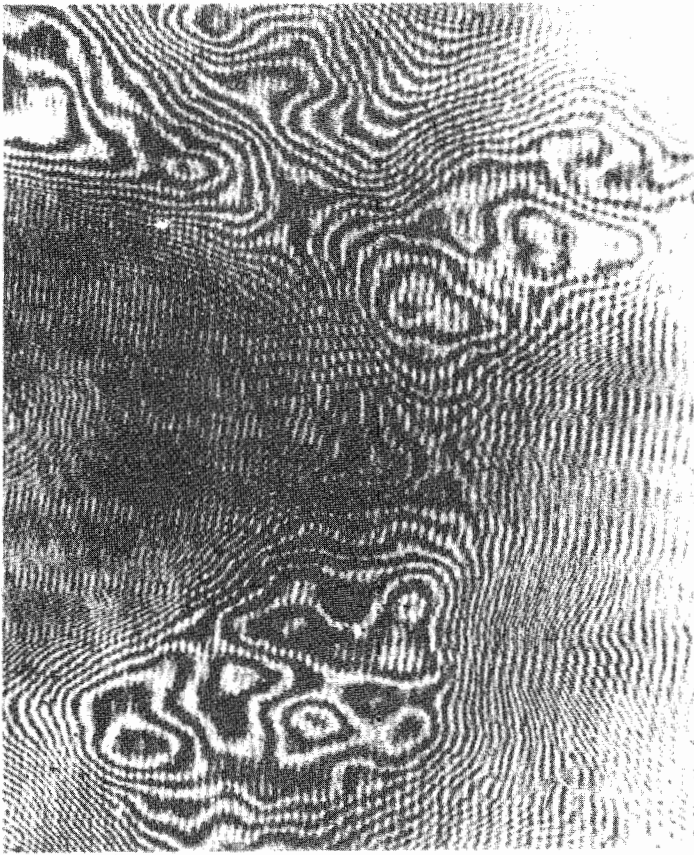
شکل ۳۱-۵ نور لیزر تکفام همدوس، بدون تغییر باز می‌تابد و بر یک فیلم عکاسی فرود می‌آید. بخشی از باریکه، از یک شیئی باز می‌تابد و به‌روی همان فیلم فرود می‌آید. بعد از ظاهر کردن فیلم، فریزهای تداخلی روی فیلم ظاهر می‌شوند و یک تمام‌نگاشت به‌دست می‌آید.

و نقش نامنظمی مطابق شکل ۳۱-۴، به‌وجود می‌آید. زاویهٔ مابین نور پراکنده و باریکه مرجع،  $\beta$ ، چگالی فریزها، یا بسامد فضایی را تعیین می‌کند. اگر این زاویه کوچک باشد، بسامد فضایی پایین خواهد بود (فاصلهٔ فریزها زیاد می‌شود)، اما تداخل بصری تصویر حقیقی مجزا خواهد بود. به‌علاوه، یک زمینهٔ خال‌خالی، به‌نام نوبهٔ درون مدوله‌سازی، مشاهده می‌شود که حاصل فریزهای ناشی از تداخل نور از قسمت‌های مختلف شیء است.

با استفاده از زاویه‌های بزرگتر، می‌توان این اثرها را حذف کرد، اما چگالی فضایی زیاد حاصل، مستلزم وجود فیلمی با قدرت تفکیک بسیار است، و باید مراقبت زیادی به‌عمل آید که اجزای اپتیکی طی فرایند نوردهی، نسبت به همدیگر حرکت نکنند (شکل ۳۱-۶).

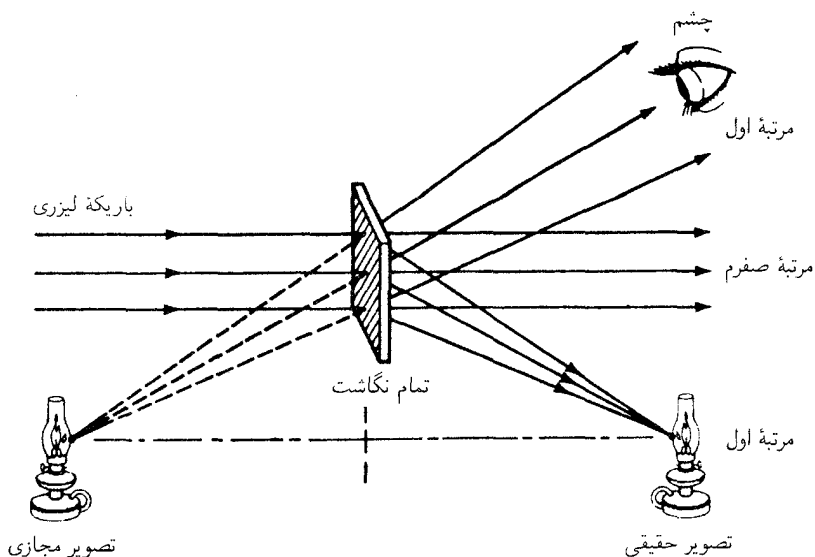
## ۳۱-۲ دیدن تمام‌نگاشت

برای دیدن شیء بازسازی شده پس از ساخته شدن تمام‌نگاشت، فیلم عکاسی حاوی فریزها را در مسیر باریکه تکفام همان لیزری که برای ساختن تصویر به‌کار رفته است، با همان ترتیب اولیه، قرار می‌دهند. امواج پراشیده چنان واگرا می‌شوند که گویی از تصویر مجازی گسیل شده‌اند. عدسی چشم این امواج را روی شبکه متمرکز می‌کند و در آنجا یک تصویر حقیقی تشکیل می‌شود (شکل ۳۱-۷).



شکل ۳۱-۶ جزء بزرگنمایی شده‌ای از تمام‌نگاشت تخت که با  $\lambda = 6328\text{\AA}$  از یک لیزرگازی He-Ne تهیه شده است.

امواج اولیه‌ای که فریزهای تداخلی ایجاد می‌کنند و امواج بازسازنده تصویر، از همه جنبه‌های اپتیکی یکسان خواهند بود. تصویر نه تنها سه‌بعدی است، بلکه از خاصیت پرسپکتیو هم برخوردار است، و اگر ناظر سرش را حرکت دهد تصویر هم عوض خواهد شد. اگر ناظر چشم‌هایش را به سوی مواضع مختلف حرکت دهد، پرتوهای نوری که به مردمک چشم او وارد می‌شوند، از بخش‌های کوچک، اما متفاوت نقش فریزی روی تمام‌نگاشت خواهند آمد، و او شیء را به صورت پرسپکتیو متفاوتی خواهد دید. اگر ناظر شیء را پنهان در پشت شیء دیگری تشخیص دهد، می‌تواند سرش را حرکت دهد و اطراف مانع مجاور را نگاه کند، و با این کار شیء پنهان شده را ببیند.



شکل ۳۱-۷ باریکه لیزر تکفام هندوس، بر یک تمام‌نگاشت فرود می‌آید، و در آنجا مدوله می‌شود تا دو موج پراشیده، از نوع مرتبه اول و در طرفین تولید کند. باقیمانده باریکه مستقیم، مرتبه صفرم بدون تغییر را تشکیل می‌دهد.

اگر باریکه بازسازی باریکه مرجع اولیه را از نظر هندسی بازسازی نکند، تصویر واپیچیده خواهد بود. تابانیدن نوری با طول موج غیر از طول موج اولیه موجب خواهد شد که ابعاد هر دو تصویر تغییر کنند و جابه‌جا شوند. تابانیدن به وسیله توزیع طیفی فریزهای رنگی ایجاد خواهد کرد. انقباض بهنجار امولسیون عکاسی در خلال ظهور کافی است که به ایجاد واپیچشی جزئی مشابه با واپیچش ناشی از افزایش طول موج باریکه مرجع منجر شود.

اگر تمام‌نگاشت به تکه‌های کوچکی تجزیه شود، هر تکه یک تمام‌نگاشت از صحنه کامل شیء خواهد بود. ولی، خاصیت پرسپکتیوی متناسب با آن محدودتر خواهد شد و امکان از دست رفتن توان تفکیک پیش می‌آید.

تمام‌نگاشتی را که به روال فوق تهیه می‌شود، می‌توان به منزله یک نگاتیو تلقی کرد. اما هر تمام‌نگاشت نسخه مثبت عکس است. اگر از طریق چاپ مجاورتی (کنتاکت پرینت) از هر تمام‌نگاشت نسخه برداری کنیم، به این وسیله جای سیاه را با سفید و سفید را با سیاه تعویض می‌کنیم، که تصویرهای به‌دست آمده همان تصویر نسخه اصلی را تولید خواهد کرد و نه معکوس آن. این نسخه شبیه است به تیغه منطقه‌ای فرنل، که در آن مناطق مکمل، لکه‌های روشن یکسانی در حکم کانون ایجاد می‌کنند. برای تیغه‌های منطقه‌ای مکمل به شکل ۱۸-۹ نگاه کنید.

اگر امولسیون یک تمام‌نگاشت بر اثر فرایندهای متداول عکاسی پس از مرحله ثبوت رنگ ببازد،



دانه‌های تیره شدهٔ نقره جای خود را به یک محیط شفاف با ضریب شکست دیگری می‌دهند. تحت این شرایط، فیلم به‌طور یکنواخت شفاف دیده می‌شود. این تغییرات، تمام‌نگاشت جذبی را به تمام‌نگاشت فازی تبدیل می‌کند و وضوح آن را می‌افزاید.

تصویر حقیقی ناشی از تمام‌نگاشت را می‌توان روی پرده انداخت، و فیلم عکاسی را در آنجا قرار داد. در این صورت می‌توان آن را به‌صورت یک عکس حقیقی ظاهر کرد. همین تصویر را می‌توان با قراردادن چشم در پشت تصویر حقیقی، که در آنجا چشم می‌تواند امواج واگراینده از نقاط تقاطع آنها را در تصویر سه‌بعدی قطع کند، مشاهده کرد. چشم باید به‌اندازه کافی دور از پشت تصویر حقیقی، دست‌کم به‌فاصله حداقل رؤیت، قرار گیرد تا شیء را به‌وضوح مشاهده کند.

تصویر حقیقی واپیچیده نشده، دارای پاره‌ای از مشخصات بصری است که حسیات آموزش‌دیدهٔ ما آنها را نمی‌شناسد. مطابق شکل ۳۱-۷، تصویر چراغ در روی سطح جلویی روشن می‌شود، و تصویر حقیقی با وجودی که این قسمت از نظر فضایی در پشت قسمت دیگر قرار دارد و باید مانع دیدن آن شود، همان‌را نشان می‌دهد. تمام‌نگاشت از شیء کدر، یک تصویر کاذب تولید می‌کند، که جلوه‌ای برخلاف روالهای بصری دارد و باید آنها را دید تا احساس کرد. در نتیجه، تصویر حقیقی از فایدهٔ محدودی برخوردار است.

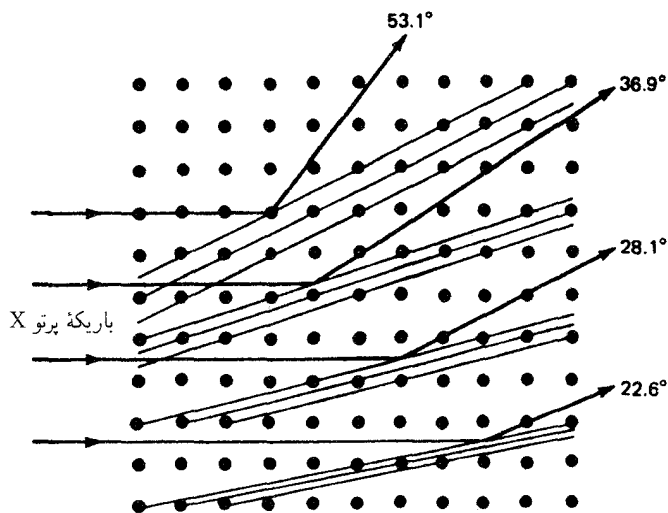
### ۳۱-۳ تمام‌نگاشت ضخیم یا حجمی

ضخامت تمام‌نگاشتهایی که در بالا پیرامون آنها بحث کردیم چشم‌پوشیدنی‌اند و به آنها تمام‌نگاشتهای تخت می‌گویند. اگر محیط ثبات نسبت به بسامد فضایی ضخیم باشد، فریزهای تداخلی به‌صورت یک رشته از نوارها، شبیه به کرکره، عمل می‌کنند. باریکهٔ بازسازنده عموماً از میان چند مجموعه از چنین فریزهایی، عبور می‌کند. این بعد سوم از تأثیر افزودن یک قید اضافی، روش نقش پراش تولید شده به‌نحوی مشابه با پراکندگی براگ پرتوهای X ناشی از بلورها، برخوردار است.

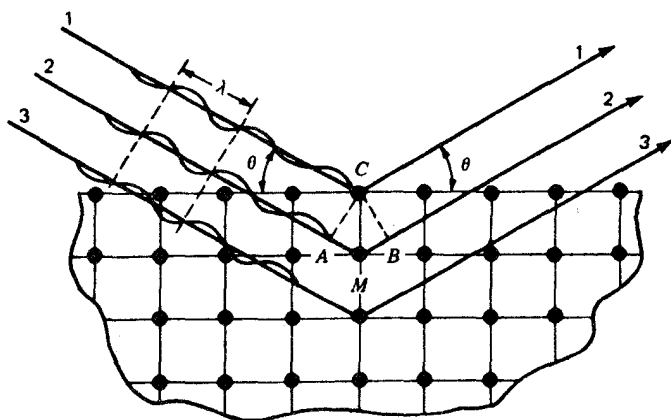
در آزمایشهای پراکندگی براگ، که در مطالعات پرتو X کاربردهای فراوان دارند، اتمهای منظم‌الفاصله در بلور شبیه به صفحات جزئی بازتابان، عمل می‌کنند، و امواج را در جهتهای ترجیحی مشخصی پراکنده می‌کنند (شکل ۳۱-۸). در این جهتهای ترجیحی، امواج بازتابیده از صفحات همجوار به‌اندازه دقیقاً یک طول‌موج با یکدیگر تفاوت مسیر دارند، و چون با یکدیگر همفازند، تداخل سازنده تولید می‌کنند. رابطهٔ پراکندگی براگ برای این جهتها از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\lambda = 2d \sin \theta \quad (2-31)$$

که در آن  $d$  فاصلهٔ صفحات بازتابان،  $\lambda$  طول‌موج امواج و  $\theta$  زاویه بازتابش است که در شکل ۳۱-۹



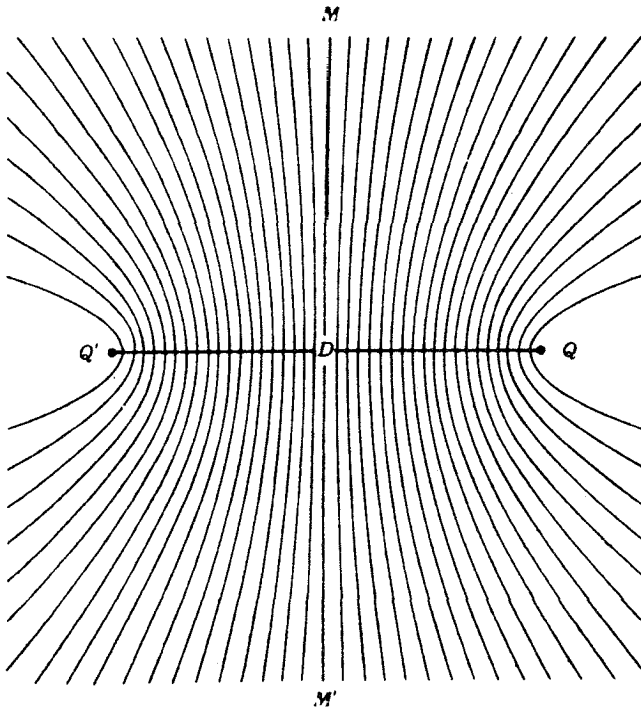
شکل ۸-۳۱ نمودار بازتابش پرتوهای X از صفحات اتمی گوناگون در یک شبکه بلوری مکعبی.



شکل ۹-۳۱ نمایش هندسی قاعدهٔ براگ در خصوص بازتابش پرتوهای X از لایه‌های سطحی یک بلور مکعبی.

دیده می‌شود. این اصل بازتابش براگ، اساس یک مدل \* هندسی مخصوصاً ساده‌ای قرار می‌گیرد که می‌توان از آن برای توصیف قسمت اعظم جنبه‌های تمام‌نگاشت‌های ضخیم بهره گرفت.

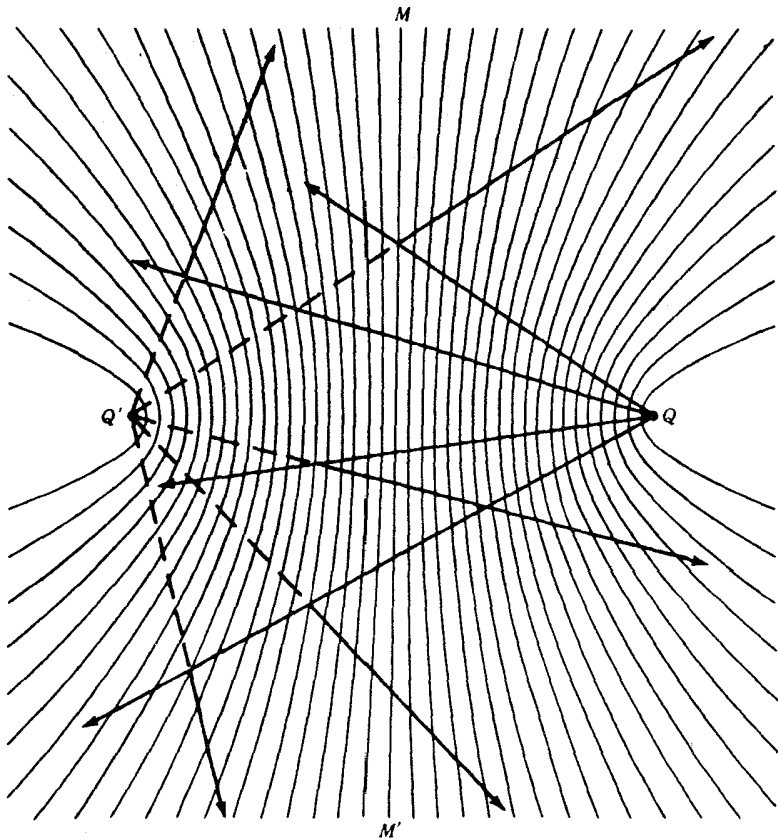
\* مدل هندسی ساده‌ای که در اینجا برای تمام‌نگاشت‌های ضخیم عنوان شده، به یونگ (T. H. Jeong) منسوب است. هذلولی‌وارهای شکلهای ۱۰-۳۱، ۱۱-۳۱، و ۱۲-۳۱ به کمک کامپیوتر ترسیم شده‌اند.



شکل ۳۱-۱۰ دو منبع نقطه‌ای  $Q$  و  $Q'$  امواج هم‌دوس تک‌فام گسیل می‌کنند که مابین آنها در امتداد یک سطح هذلولوی تداخل سازنده برقرار می‌شود.

نخست دو منبع نقطه‌ای هم‌دوس امواج نور،  $Q$  و  $Q'$ ، به طول موج  $\lambda$ ، به فاصله  $D$  از همدیگر را، مطابق شکل ۳۱-۱۰، در نظر می‌گیریم. هر نقطه روی صفحه میانی  $MM'$ ، که خط واصل دو منبع را نصف می‌کند، از دو منبع به یک فاصله خواهد بود و از این روی یک نقطه تداخل سازنده را تشکیل می‌دهد. سطوح دیگری با تداخل سازنده می‌توان یافت که هر کدام از آنها با اختلاف طول مسیر از دو منبع با مضرب صحیحی از طول موج متناظر است. این سطوح را می‌توان با هذلولوی‌وارهایی که به اندازه  $\lambda/2$ ، در امتداد خط واصل بین دو منبع از همدیگر فاصله دارند، نشان داد.

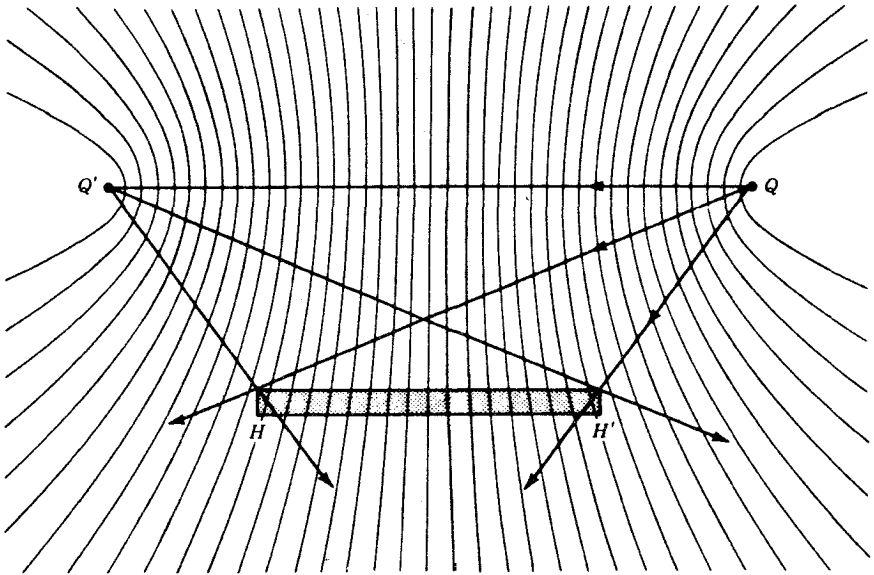
حال فرض می‌کنیم که هر یک از این صفحات در امولسیون ظهور عکس یک سطح جزئی بازتابان است و نقطه  $Q$  به عنوان یک منبع روشنایی هم‌دوس عمل می‌کند. صفحه میانی در نقش یک آینه تخت عمل می‌کند، که تصویری مجازی در  $Q'$  (شکل ۳۱-۱۱) را به وجود می‌آورد



شکل ۳۱-۱۱ هر پرتوی از منبع  $Q$  می‌تواند از هر یک از آینه‌های هذلولی‌وار باز بتابد و جهت آن چنان باشد که گویی همه پرتوها از  $Q'$  می‌آیند.

(شکل ۳-۵). به‌علاوه بازتابش از هر بخش هر یک از سطوح هذلولی‌وار، از قانون بازتابش پیروی خواهد کرد و پرتو بازتابیده چنان به‌نظر خواهد رسید که گویی از  $Q'$  می‌آید. در این صورت، نقش بازتابیده از هر حجم اشغال شده توسط سطوح فریزی، تصویری مجازی در  $Q'$  تشکیل خواهد داد.

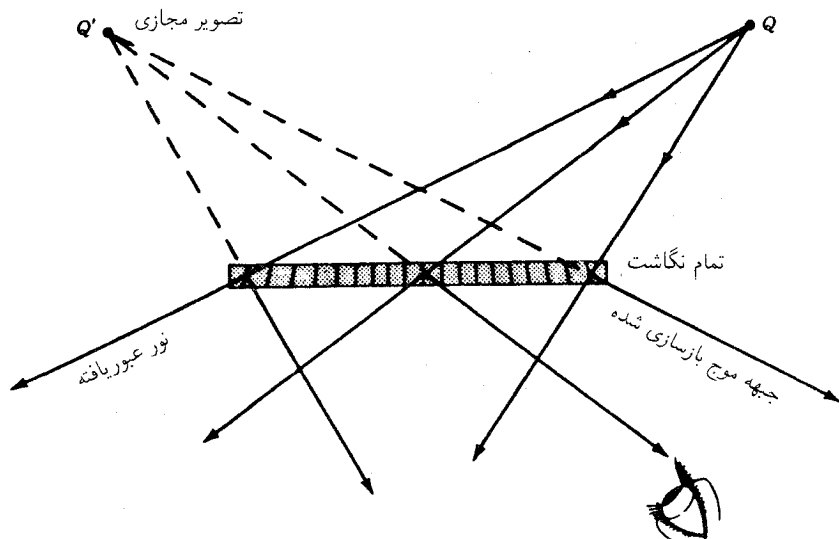
حال، در شکل ۳۱-۱۲، فرض می‌کنیم که  $Q$  منبعی اولیه، مثلاً یک لیزر است. نقطه  $Q'$  منبع همدوس ثانویه‌ای، یعنی مرکز پراکننده‌ای است که در معرض تابش نور باریکه لیزر قرار گرفته



شکل ۳۱-۱۲ مدل یک تمام‌نگاشت ضخیم که فرض می‌شود در آن نقش فریزهای تداخلی میان دو منبع نقطه‌ای همدوس تکفام، درون حجم محیط ثبات، مجموعه‌ای از سطوح هذلولی وار جزئی بازتابان، جذب‌کننده و گذرنده، تشکیل می‌دهد.

باشد. حال، یک امولسیون عکاسی ضخیم،  $HH'$ ، در معرض تابش نور تداخلی در موضع دور از محور قرار می‌گیرد. وقتی فیلم آن ظاهر می‌شود، دارای نوارهای تیره‌ای خواهد شد که مواضع سطوح هذلولی وار تداخل سازنده را نمایان می‌کنند. تصویر ظاهر شده، از دانه‌های نقره تشکیل یافته است. اصولاً، فریزها می‌توانند از هر ماده‌ای، یا به بیان ساده‌تر می‌توانند از تغییر ضریب شکست، که در امولسیون بی‌رنگ به‌اندازه کافی وجود دارد، تشکیل یابند. هرگاه این تمام‌نگاشت از نقطه  $Q$  روشن شود و از دور به آن نگاه کنیم، تصویری مجازی در  $Q'$  پدیدار خواهد شد (شکل ۳۱-۱۳).

نظیر مورد تمام‌نگاشت تخت، اکنون این استدلال را می‌توان برای توجیه تشکیل تمام‌نگاشتی تعمیم داد که این تمام‌نگاشت می‌تواند تصویر مجازی از شیء توزیع‌شده (شکل ۳۱-۱۴) پدید آورد. چنین تمام‌نگاشتی را می‌توان متشکل از برهم‌نهی مجموعه‌هایی از آینه‌های هذلولی وار تجسم کرد. هرگاه این تمام‌نگاشت را تماشا کنیم، هر مجموعه نور باریکه مرجع را باز می‌تاباند و یک تصویر از نقطه‌ای روی شیء تشکیل می‌دهد.

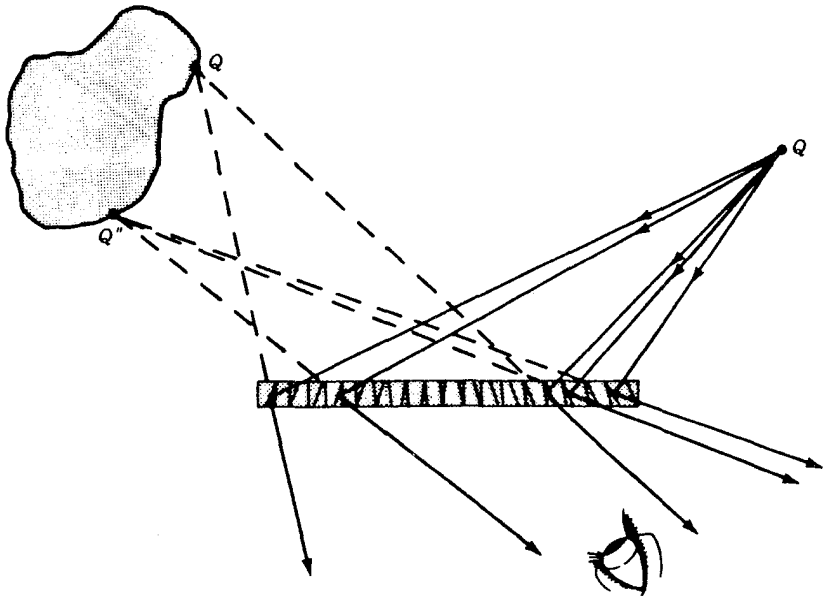


شکل ۳۱-۱۳ تصویر مجازی  $Q'$  با تاباندن نور بر تمام‌نگاشت ضخیم توسط منبع نقطه‌ای  $Q$  ایجاد شده است.

### ۳۱-۴ تمام‌نگاشتهای چندتابی

یکی از مزایای بارز تمام‌نگاشتهای ضخیم این است که قادر به تولید صحنه‌های متعددی از امولسیون عکاسی واحدی است. اگر فاصله میان فریزها کوچکتر از ضخامت امولسیون باشد، هر پرتو از نور بازسازنده ناشی از جهت باریکه مرجع، از میان چندین صفحه بازتابان جزئی خواهد گذشت (شکل ۳۱-۱۵). پرتوهای بازتابیده از هر یک از این صفحات، باید به صورت مضرب صحیحی از طول موج از همدیگر جدا شوند. اگر باریکه تابش مجدد زاویه‌ای بسازد که با باریکه مرجع تفاوت چشمگیری داشته باشد، نور بازتابیده از صفحات همجوار، دیگر دارای فاز یکسان نخواهند بود و تصویر مجازی هم دیگر مرئی نخواهد شد.

بنابراین می‌توان تمام‌نگاشتهای زیادی را در یک محیط حساس به نور پدید آورد که هر کدام با باریکه مرجع زاویه متفاوتی بسازند. بعداً وقتی به هر یک از این تصویرها نگاه کنند، می‌توانند آنها را به طور جداگانه بنگرند، و کافی است که زاویه باریکه مرجع را تغییر دهند. از این تکنیک برای ذخیره کردن صدها تصویر در یک تک‌بلور نیوبات لیتیم استفاده شده است. این فرایند توانایی ذخیره یک کتاب کامل در محیط مناسبی را با تغییر اندکی در جهت باریکه مرجع در هر نوردی فراهم می‌آورد. هنگام نگاه کردن به تمام‌نگاشت آماده، می‌توان صرفاً با حرکت دادن باریکه بازسازنده، "صفحه بعدی کتاب را ورق زد".



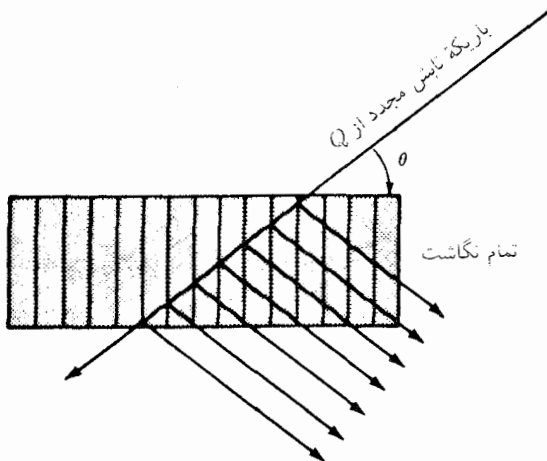
شکل ۳۱-۱۴ یک شیء سه‌بعدی به صورت برهم‌نهی مجموعه‌ای از تعداد زیادی سطوح در تمام‌نگاشت ضخیم دیده می‌شود، که از تداخل باریکه مرجع با نور خروجی از نقاط شیء به دست آمده‌اند.

همچنین می‌توان با تنظیم زمانی مناسب برای زاویه باریکه مرجع، یک تمام‌نگاشت چندتابی تولید کرد که صحنه‌های متحرک را ثبت کند و به این وسیله سینمای تمام‌نگاری به وجود آورد.

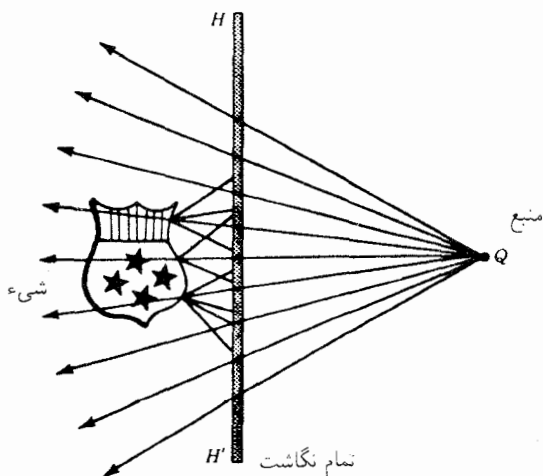
### ۳۱-۵ تمام‌نگاشتهای بازتابشی نور سفید

یکی از آرایشهای ممکن برای تولید تمام‌نگاشتهای نور سفید، قرار دادن فیلم حساس به نور مابین باریکه مرجع و شیء است (شکل ۳۱-۱۶). چنین تمام‌نگاشتی را می‌توان صرفاً با تاباندن نور بر شیء از طریق محیط حساس، و بنابراین اجتناب از شکافنده پرتو، آینه و غیره تولید کرد. در عمل، شدت مرجع نسبت به شدت پراکنده، چنان زیاد است که این تکنیک را به اشیا صیقلی و براق، مستقر در نزدیکی محیط ثبات، محدود می‌کند. تمام‌نگاشتهای بازتابشی بهتر را می‌توان با جدا کردن باریکه‌های شیء و مرجع، به دست آورد.

نظر به اینکه باریکه‌های شیء و مرجع در جهت‌های مخالف قرار دارند، بسامد فضایی فوق‌العاده بالاست. به این ترتیب، تعداد زیادی از صفحات بازتابنده که از همدیگر یک نیم‌طول موج فاصله



شکل ۱۵-۳۱ بنا بر قاعده بازتابش براگ، همه امواج بازتابیده متوالی همفاز خواهند بود و فقط هنگامی که بر تمام نگاشت نوری تابانده شود که طول موج و زاویه جهتش  $\theta$  با امتداد باریکه مرجع اصلی  $Q$  یکی است، همدیگر را تقویت خواهند کرد.



شکل ۱۶-۳۱ تمام نگاشت بازتابشی محصول یک تک منبع و امولسیون شفاف.



دارند، تولید می‌شوند. در نتیجه، طول موج نور بازسازنده باید با طول موج باریکه مرجع یکی باشد، وگرنه بازتابشهای ناشی از صفحات مجاور همفاز نخواهند بود و تداخل سازنده روی نخواهد داد. از سوی دیگر، اگر تمام‌نگاشت را با استفاده از نور سفید نگاه کنیم (نور خورشید بهترین منبع است)، طول موج مناسب برگزیده خواهد شد، تا تصویر بازتابیده تولید شود. در این روش، امولسیونهای معمولی عکاسی به جهت آن‌که در خلال فرایند ثبوت منقبض می‌شوند، کاربردهای محدودی دارند.

این تکنیک به خصوص از این بابت مطلوب است که برای نگرستن و دیدن نیازی به لیزر ندارد. به علاوه، اگر تمام‌نگاشت با استفاده از تابش لیزری تولید شود که دارای سه‌رنگ اصلی جمع‌پذیر (قرمز، سبز، و آبی) است، هنگامی که با نور سفید به آن نگرسته شود، کاملاً رنگی دیده خواهد شد.

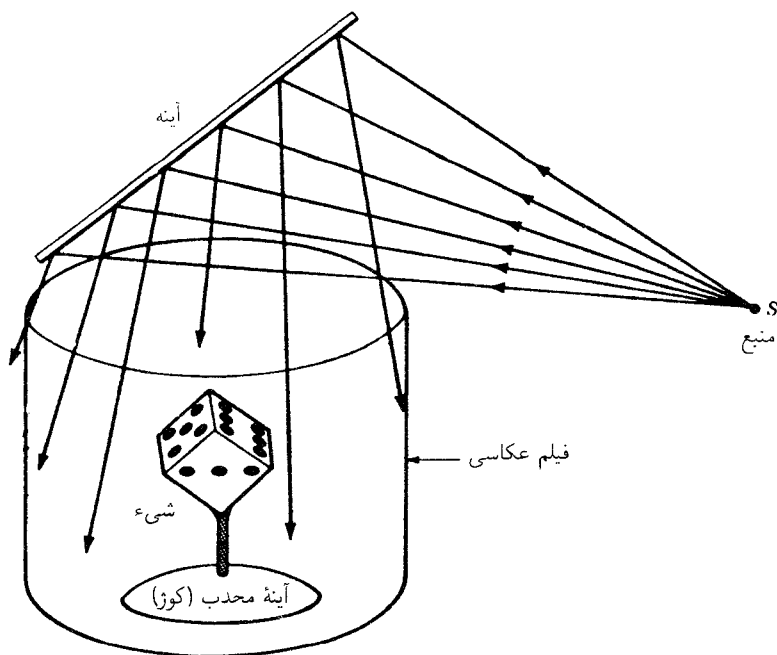
### ۳۱-۶ سایر تمام‌نگاشتها

برای دستیابی به جلوه‌های ویژه می‌توان تمام‌نگاشتهای متنوع و گوناگونی تولید کرد. استفاده از عدسیها و آینه‌ها و به‌کارگیری تمام‌نگاشتهای آماده، به‌عنوان شیء، این تنوع را امکان‌پذیر می‌کند.

یکی از شگفت‌ترین تصاویر تمام‌نگاشتی را فیلم دایره‌ای  $360^\circ$  ایجاد می‌کند. ابداع این تکنیک به همت یونگ و با استفاده از امولسیون عکاسی صورت گرفته است که در یک سطح استوانه‌ای محاط بر شیء قرار داده می‌شود (شکل ۳۱-۱۷). ساده‌ترین، اما نه لزوماً بهترین، روش نورتاباندن، انداختن یک باریکه واگرای نور به‌طور مستقیم از بالاست، که کل امولسیون و شیء را نور می‌دهد. هنگام تاباندن مجدد نور، تصویر مجازی در مرکز استوانه مشاهده خواهد شد، و می‌توان از هر طرف به آن نگاه کرد. اگر یک باریکه شدید لیزر پالسی به‌کار گرفته شود، وقتی میز تکیه‌گاه بدون لرزش باشد مشکلی پیش نمی‌آید.

در این مرحله از تکوین هنر عکاسی، یک مقایسه کوتاه عکاسی با عدسی با تصاویر حاصل از عکاسی بدون عدسی و با فریزهای پراش، بی‌مورد نخواهد بود. هر دو تکنیک از مزیتها و معایب مخصوص به خود برخوردارند، بسته به اینکه منظور از کاربردشان چه باشد. مقدار اطلاعات ذخیره شده در یک امولسیون، منحصراً به کوچکی دانه‌های محصول آماده شده بستگی دارد. در شرایط حدی، به‌نظر می‌رسد که این موضوع را بزرگی اتمها و مولکولهای خود محیط ذخیره تعیین می‌کند (شکل ۳۱-۱۸).

مثلاً، به‌نظر می‌رسد که ذخیره کنار به کنار عکسهای میکروسکوپی را می‌توان با ذخیره مجموعه‌های برهم‌نهاده فریزهای تداخلی در یک تمام‌نگاشت ضخیم هم‌ارز پنداشت. از سوی



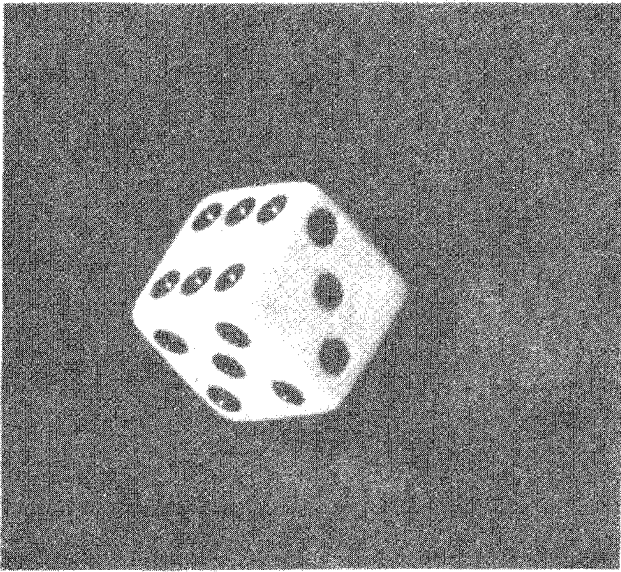
شکل ۳۱-۱۷ یک تمام‌نگاشت دایره‌ای  $360^\circ$  را می‌توان از هر طرف نگاه کرد.

دیگر، جزئیات ظریف تصاویر سه‌بعدی تمام‌رنگی که به‌وسیله عدسیها یا آینه‌های مرغوبی تشکیل می‌شوند، باید با تصاویر سه‌بعدی که در یک تمام‌نگاشت ذخیره می‌شوند و به دلخواه در هر زمان قابل مشاهده‌اند، مقایسه شوند.

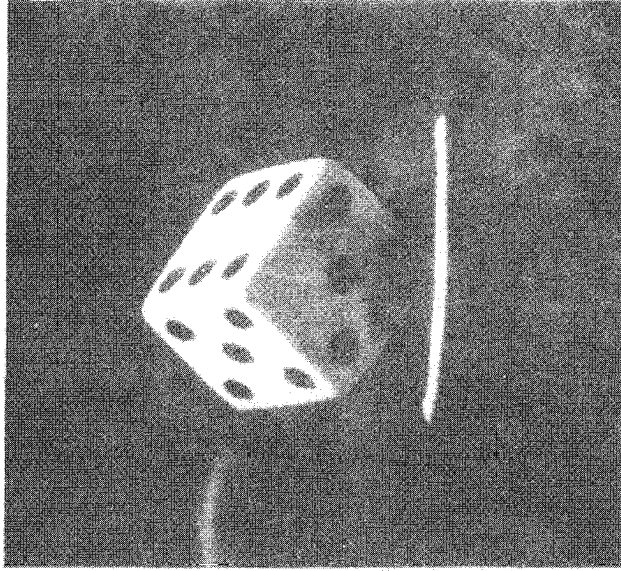
### ۷-۳۱ تمام‌نگاری در آزمایشگاه

تمام‌نگاری مبحث چندان گیرا و جالبی است که بسیاری از دانشجویان در آزمایشگاه، در آرزوی ساختن و مشاهده تمام‌نگاشتهایی‌اند که خودشان ساخته باشند. در اینجا، یک آرایش تجربی کم‌هزینه را با نیاز به حداقل جا و تجهیزات به اجمال توصیف می‌کنیم. چون ماکزیمومهای تداخلی یک‌ونیم طول‌موج از هم فاصله دارند، باید از امولسیون بسیار ریزدانه استفاده شود و باید بسیار مراقبت کرد که ضمن نوردی اجزای اپتیکی تکان نخورند.

برای کاهش آسیبهای ناشی از ارتعاش، همه اجزاء به‌اضافه خود لیزر باید روی یک تکیه‌گاه بدون ارتعاش نصب شوند. به‌این منظور، یک ورقه فولادی مربعی به‌مساحت  $70^\circ$  تا  $90^\circ$  سانتیمتر

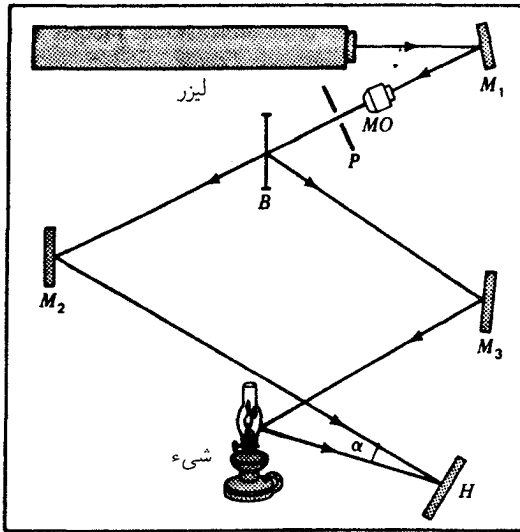


(الف)



(ب)

شکل ۳۱-۱۸ (الف) عکس محصول دوربین مستقیم از یک تاس ۱۶ میلیتری که با یک دوربین مخصوص روی فیلم plus X - mm ۳۵ گرفته شده است؛ (ب) عکس همان تاس که به صورت تمام‌نگاشت استوانه‌ای  $360^\circ$  دیده می‌شود و با آرایشی نظیر شکل ۳۱-۱۷ آنرا نشان داده‌ایم.

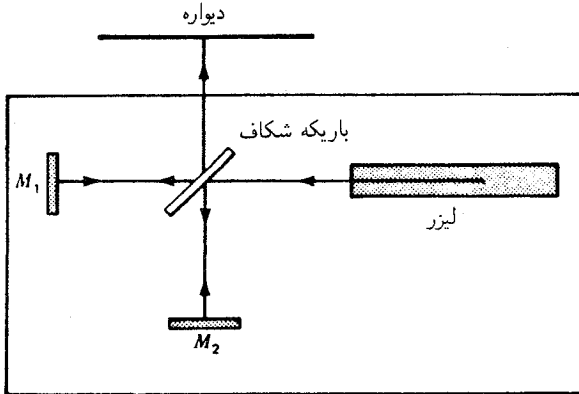


شکل ۱۹-۳۱ طرز چیدن اجزای مهم و اساسی برای ساختن تمام‌نگاشت. اجزا را باید بی‌حرکت و مستحکم روی یک صفحه فولادی به مساحت  $90^\circ$  سانتیمترمربع، یا روی یک ستون چوبی که بعداً به داخل شن فرو می‌رود نصب کرد. جعبه شن روی تیوب‌های باد شده قرار می‌گیرد تا ارتعاش نکند.

مربع و ضخامت ۱ تا ۲ سانتیمتر را با مته سوراخ می‌کنند تا اجزای اپتیکی را محکم نصب کنند. هنگامی که همه چیز برای عکس گرفتن آماده شد، این ورقه را به تاریخانه می‌برند و روی یک تیوب باد کرده قرار می‌دهند. یک لوله سوپاپ‌دار را به تیوب وصل می‌کنند که کار باد کردن و تنظیم آن را آسان کند.

یکی از متداولترین آرایشها برای این کار استفاده از جعبه‌های پراز شن خشک است که آن را به چندین تیوب نصب می‌کنند. اجزای اپتیکی، هر کدام روی یک سر میله چوبی یا پلاستیکی به قطر ۴ سانتیمتر و به طول ۳۰ سانتیمتر، که قسمت پایین آن نوک تیز شده است، نصب می‌شوند. با فرو کردن این میله به داخل شن دیگر ارتعاشی پدید نخواهد آمد.

نموداری که همه اجزا و کار آنها را نشان می‌دهد، در شکل ۱۹-۳۱ مشاهده می‌کنید.  $M_1$ ،  $M_2$  و  $M_3$  آینه‌های نقره‌اندود جلویی هستند؛  $MO$  میکروسکوپ برای جدا کردن باریکه است. یک سوراخ کوچک در کانون شیئی میکروسکوپ باریکه لیزر منحرف نشده را عبور می‌دهد، ولی پروتهای سرگردان ناشی از تابش لیزری یا پراش نور در غبار یا اجزای اپتیکی جلویی را سد می‌کند. ابعاد سوراخ در حدود  $25\mu\text{m}$  برای یک شیئی  $10\times$  و  $1\mu\text{m}$  برای شیئی  $60\times$  است.



شکل ۳۱-۲۰ آرایش تداخل‌سنج مایکلسون برای تعیین مکان ارتعاش ناشی از طریقه نصب میز برای تهیه تمام‌نگاشت، در آزمایشگاه فیزیک دانشگاه.

هر چند که تمام‌نگاشتی یکنواخت‌تر با چنین پالایه فضایی تولید می‌شود، اما چندان بی‌اساس نیست و ارزش زحمت تنظیم سوراخ را ندارد.  $B$ ، یک شکافنده پرتو است که بهترین وضعیت آن، بازتابش حداقل ۷۵ درصد نور است. زاویه  $\alpha$  باید  $15^\circ$  تا  $25^\circ$  باشد.

یکی از مشکلات عمده نیز از ضعف نسبی نور تعدیل‌یافته بازتابیده از شیء ناشی می‌شود. چون شیء نور را در همه جهات پراکنده می‌کند، تنها بخش کوچکی از آن به فیلم عکاسی می‌رسد. تباین فریزی ماکزیموم روی تمام‌نگاشت، به‌طور نظری هنگامی احراز می‌شود که کل نور از هر یک باریکه تقریباً با هم مساوی باشند (بخش ۱۳-۴). اما، نور پراکنده عملاً باید ۳ تا  $10^\circ$  برابر ضعیفتر از باریکه مرجع باشد، تا تیره‌شدگی ناشی از نوفه مدوله‌سازی داخلی روی صفحه را کاهش دهد.

باید مراقبت کرد و چنانچه طول همدوسی باریکه لیزر به‌سبب نوسان چند مدی کاهش یافته باشد، طول دو مسیر را تقریباً مساوی کرد. تأثیرپذیری از ارتعاشات را باید قبل از استفاده از میز تکیه‌گاه روی آن آزمایش کرد؛ به‌این ترتیب که با استفاده از اجزای اپتیکی مختلف، یک تداخل‌سنج مایکلسون ترتیب دهم و فریزهای آن را روی دیوار نزدیکی بیاندازیم (شکل ۳۱-۲۰). جابه‌جایی یک‌ونیم طول موجی در طی نوردهی کافی است که به کلی مانع تشکیل تصویر فریزها شود، و جابه‌جایی کمتر هم برای کاهش عمده‌ای در کیفیت تصویر کافی خواهد بود. این امتحان نشان خواهد داد که اجزا می‌لغزند یا نه، آیا جابه‌جایی هوا روی آنها تأثیر می‌گذارد یا خیر و یا آیا سیستم در اثر وجود آسانسور تکان می‌خورد یا نه و یا از حرکت اتومبیلها و مردم و هر چیزی که در نزدیکی

است، متأثر می‌شود یا خیر. پس از امتحان، می‌توان اقدامات لازم را به عمل آورد. باید از فیلمی با توان تفکیک استفاده کرد، و نخست چند عکس برای امتحان گرفت و سپس به تهیه تمام‌نگاشتها پرداخت.

## مراجع این فصل

CAMATINI, E. "Optical and Acoustical Holography," Plenum Press, New York, 1972.

COLLIER, ROBERT J., CHRISTOPH B. BURCKHARDT, and LAWRENCE H. LIN: "Optical Holography," Academic Press, Inc., New York, 1971.

FRANCON, M.: "Holographie," Springer-Verlag, Berlin, 1972.

GOODMAN, J. W.: "Introduction to Fourier Optics." McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

HILDEBRAND, B. P., and B. B. BRENDEN: "Applications of Holography," Plenum Press, New York, 1971.

## مسائل

۱-۳۱ مطابق شکل ۱-۳۱، امواج تخت همدوس و امواج پراکنده از یک منبع نقطه‌ای، روی فیلم عکاسی به هم می‌رسند. اگر طول موج نور  $6563 \text{ \AA}$  و فاصله عمودی از منبع نقطه‌ای به صفحهٔ امولسیون  $5 \text{ cm}$  باشد، پیدا کنید: (الف) شعاع دهمین فریز روشن از مرکز نقش ظاهر شده؛ (ب) فاصله میان دهمین و یازدهمین فریز روشن چقدر است؟ فرض بر این است که امواج در مرکز نقش همفازند و در فیلم ظاهر شده سیاه شده‌اند.

جواب: (الف)  $16 \text{ mm}$   $83^\circ$ ؛ (ب)  $7433 \text{ mm}$   $0^\circ$ .

۲-۳۱ باریکه یک لیزر یا قوت که نور قرمز با طول موج  $6943 \text{ \AA}$  گسیل می‌کند، برای تولید دو باریکه همدوس به وسیلهٔ شکافندهٔ پرتو، به کار گرفته می‌شود. هر دو باریکه از آینه‌های تخت باز می‌تابند و روی یک فیلم عکاسی به هم می‌رسند. اگر زاویه  $\alpha$  میان این دو باریکه متداخل  $1^\circ$ ، و خط عمود بر فیلم عکاسی نیمساز این زاویه باشد، پیدا کنید فاصله فریزی میان فریزهای تداخلی روی صفحه چقدر است.

۳-۳۱ دو منبع نقطه‌ای نور همدوس  $Q$  و  $Q'$  به فاصله  $25 \text{ cm}$   $0^\circ$  از همدیگر قرار دارند،

[شکل ۳۱-۱۰ (الف)]. (الف) پیدا کنید فاصله فریزها را در امتداد خط مرکزی 'QQ'؛ طول موج نور  $5461 \text{ \AA}$  است؛ (ب) در هر میلی‌متر چند فریز وجود دارد؟

۳۱-۴ در قسمتی از یک تمام‌نگاشت ضخیم، تعدادی فریز نواری به موازات هم و به فاصله  $10^{-4} \text{ mm} \times 3,750$  از یکدیگر قرار دارند. اگر طول موج نور  $6563 \text{ \AA}$  باشد، این نور تحت چه زاویه‌ای نسبت به نوارها در تداخل مرتبه اول باز می‌تابد؟

جواب:  $61^\circ 53'$ .

## مغناطوپتیک و الکترواپتیک

در فصل ۲۰ و بخشهای ۲۳-۹، ۲۶-۹، و ۲۸-۹ دیدیم که نظریه الکترومغناطیسی می‌تواند جنبه‌های اصلی انتشار نور در فضای آزاد و درون ماده را توضیح دهد. در راه حمایت بیشتری از سرشت الکترومغناطیسی نور، با گروهی از آزمایشهای اپتیکی مواجه می‌شویم که برهم‌کنش میان نور و ماده را وقتی ماده در معرض یک میدان خارجی قوی مغناطیسی یا الکتریکی قرار می‌گیرد، نمایش می‌دهند. در این دسته آزمایشها، آنها که به کنش روی یک میدان مغناطیسی اعمال شده بستگی دارند، تحت عنوان مغناطوپتیک و آنها که به کنش روی میدان الکتریکی اعمال شده بستگی دارند، تحت عنوان الکترواپتیک طبقه‌بندی می‌شوند. در این فصل، آثار اپتیکی شناخته شده زیر به‌طور اجمالی و تحت این عناوین بررسی می‌شوند:

مغناطوپتیک	الکترواپتیک
اثر زیمن	اثر اشتارک
اثر زیمن و ارون	اثر اشتارک و ارون
اثر فوگت	شکست دوگانه الکتریکی
اثر کوتون-موتون	اثر الکترواپتیک کر
اثر فاراده	
اثر مغناطوپتیک کر	

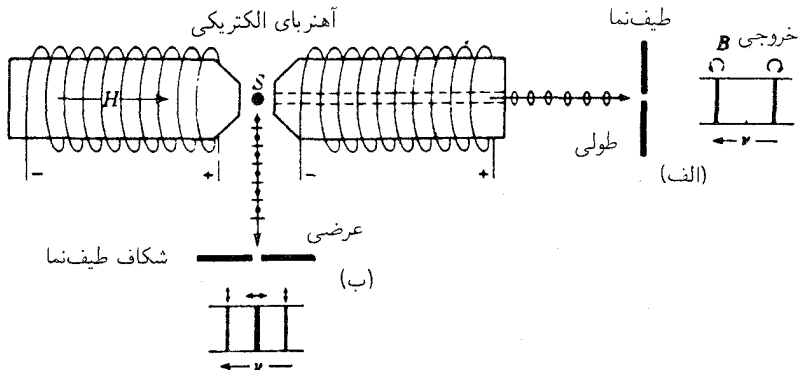


چهار اثر الکترواستاتیک، به ترتیبی که در بالا برشمردیم، با چهار اثر مغناطیستیک مشابه‌اند.

### ۱-۳۲ اثر زمین\*

در سال ۱۸۹۶، زمین پی برد که هرگاه شعله سدیم مابین قطبین آهنربایی الکتریکی قرار گیرد، دو خط زرد آن به‌طور محسوسی پهن می‌شوند. کوتاه زمانی پس از آن، لورنتس نظریه‌ای ساده برای این مورد مشاهده شده ارائه کرد، که بر پایه نظریه الکترونی ماده استوار بود و پیش‌بینی می‌کرد که هر خط طیفی تولید شده در چنین میدانی، در صورتی که در جهت موازی با میدان به آن نگریسته شود باید به دو مؤلفه [شکل ۱-۳۲ (الف)]، و در صورت نگریستن به آن در جهت عمود بر میدان باید به سه مؤلفه [شکل ۱-۳۲ (ب)] شکافته شود. به علاوه، پیش‌بینی کرد که در جهت طولی (الف) این خطوط باید دایره‌ای قطبیده، و در جهت عرضی (ب) خطی قطبیده باشند. بعداً با بهبود شرایط آزمایش، زمین، پرستون و سایرین، در مورد برخی خطوط طیفی، این پیش‌بینی‌ها را تأیید کردند.

در نظریه لورنتس فرض می‌شود که الکترونهای ماده منشأ گسیل امواج نور به‌شمار می‌آیند و خودشان ذرات بارداری‌اند که حرکتشان را تأثیر میدان مغناطیسی خارجی تغییر می‌دهد. در حالت خاص حرکت الکترون در مداری دایره‌ای، که صفحه آن بر جهت میدان خارجی  $B$  عمود باشد، سرعت الکترون باید زیاد و یا کم شود که مقدار این افزایش و کاهش با بزرگی القای مغناطیسی



شکل ۱-۳۲- آرایش تجربی برای مشاهده اثر زمین.

\* P. Zeeman (۱۸۶۵-۱۹۴۳). فیزیکدان هلندی و برنده جایزه نوبل (۱۹۰۲). آوازه وی بیشتر به‌خاطر شکافتن خطوط طیفی در میدان مغناطیسی است. کارهای عمده‌اش در کتاب تحسین برانگیز "پژوهشهایی در مغناطیستیک" جمع‌بندی شده‌اند.

$B$  متناسب است. بررسی کلاسیکی این مسئله نشان می‌دهد که اگر  $\nu_0$  بسامد مداری الکترون در فضایی بدون میدان باشد، بسامد آن در حضور میدان، از  $\nu_0 \pm \Delta\nu$  به دست می‌آید، که

$$\bullet \quad \Delta\nu = \frac{eB}{4\pi m} = 1,399611 \times 10^{10} B \quad s^{-1} \quad (1-32)$$

که در آن  $e$  بار الکترون برحسب کولن،  $m$  جرم الکترون برحسب کیلوگرم، و  $B$  القای مغناطیسی برحسب تسلاست. هر تسلا عبارت است از

$$1T = 1 \text{ Wb/m}^2 = 10000G$$

در بررسی خطوط طیفی، این اختلاف بسامد،  $\Delta\nu$ ، برحسب اعداد موج به راحت‌ترین وجه بیان می‌شود (بخش ۱۴-۱۴) و کافی است که آن را به سرعت نور برحسب سانتیمتر بر ثانیه تقسیم کرد؛  $c = 2,997925 \times 10^{10} \text{ cm/s}$

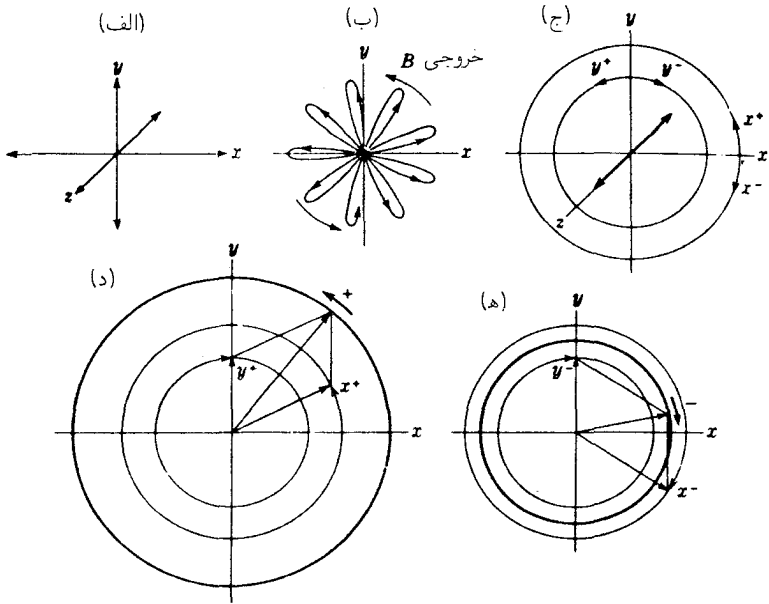
$$\Delta\sigma = \frac{\Delta\nu}{c} = 0,46686B \quad \text{cm}^{-1} \quad (2-32)$$

یک رابطه سودمند مابین طول موج و بسامد برحسب هرتز یا عددهای موج، از معادلهٔ موج،  $c = \nu\lambda$ ، به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\sigma}{\sigma}$$

که در آن  $\Delta\lambda$  در مقایسه با  $\lambda$ ،  $\Delta\nu$  در مقایسه با  $\nu$ ، و  $\Delta\sigma$  در مقایسه با  $\sigma$ ، کوچکند. در نظریه کلاسیکی اثر زمین، با انبوهی از اتمها سروکار داریم که در آن الکترونها در مدارهای دایره‌ای یا بیضوی می‌گردند و به‌طور کاتوره‌ای در فضا سم‌تگیری می‌کنند. ولی اکنون نشان خواهیم داد که این وضعیت با ارتعاش مستقیم‌الخط یک سوم از الکترونها در امتداد جهت میدان مغناطیسی خارجی، و گردش دوسوم الکترونها در مدارهای دایره‌ای روی صفحه‌ای عمود بر میدان معادل است. از این الکترونهاى اخیر، نیمی در یک جهت و نیمی دیگر در جهتی مخالف می‌گردند. شعاع مدار آنها  $1/\sqrt{2}$  برابر دامنهٔ ارتعاشات خطی است. برای اثبات این حکم، یکی از الکترونها را در نظر می‌گیریم و حرکت بیضوی آن را به سه حرکت خطی متعامد، مطابق شکل ۳۲-۲(الف)، تجزیه می‌کنیم. برای سادگی، فرض خواهیم کرد که الکترون را یک نیروی کشسان، مطابق قانون زیر، مقید می‌کند:

$$F = -kr \quad (3-32)$$



شکل ۲-۳۲ تفکیک یک مدار برای تشریح کلاسیکی اثر زمین.

که در آن،  $r$  جابه‌جایی نسبت به وضعیت تعادل است. تحت این شرایط، مؤلفه‌های سه‌گانه عبارت‌اند از حرکت‌های هماهنگ ساده، اما به‌ازای هر یک الکترون دامنه مساوی ندارند و هم‌فاز هم نیستند. حال اگر یک میدان مغناطیسی در جهت  $z$  برقرار شود، مؤلفه موازی با  $z$  را متأثر نمی‌کند، زیرا این مؤلفه معادل جریانی در امتداد خطوط نیروست. اما، هر یک از ارتعاشات  $x$  و  $y$  تعدیل می‌شوند، زیرا الکترونی که در یک میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، نیرویی عمود بر میدان و نیز عمود بر حرکتش، به قرار زیر به آن وارد می‌شود

$$F_B = Bev \quad (۴-۳۲)$$

اثر این نیرو عبارت است از تغییر مؤلفه‌های  $x$  و  $y$  به حرکت‌های گل‌سرخ‌ی نظیر شکل ۲-۳۲ (ب) که برای مؤلفه  $y$  نشان داده‌ایم. این حرکت‌ها را می‌توان برای سهولت فهم برحسب مؤلفه‌های دایره‌ای  $y^+$  و  $y^-$ ، برای حرکت  $x^+$  و  $x^-$ ، توصیف کرد [نمودار (ج) در شکل ۲-۳۲]. در حضور میدان، هر دو مؤلفه دایره‌ای "اضافه‌دار" دارای بسامد بالاتری نسبت مؤلفه "منهادار" هستند، پس می‌توانیم حرکت‌های  $x^+$  و  $y^+$  را برای حصول به یک حرکت دایره‌ای مثبت، مطابق

نمودار(د)، و  $x^-$  و  $y^-$  را برای حصول به حرکت دایره‌ای منفی، مطابق نمودار(ه)، ترکیب کنیم. به این ترتیب مدار بیضوی اصلی، هنگامی که یک میدان مغناطیسی در آن برقرار می‌شود، معادل است با یک حرکت خطی بدون تغییر بسامد و در امتداد میدان، به اضافه دو حرکت دایره‌ای؛ یکی با بسامد بالاتر و دیگری با بسامد پایینتر، در صفحه عمود بر میدان.

تنها مؤلفه‌های دایره‌ای در امتداد میدان نورگسیل خواهند کرد، که این نور دایره‌ای قطبیده‌ای با دو بسامد مختلف ایجاد می‌کند. اگر کل انبوهش آنها را در نظر بگیریم، باید شدت این دو مؤلفه برابر باشد، زیرا با میل کردن شدت میدان به سوی صفر، نور ناقطبیده می‌شود. هرگاه نور را تحت زاویه قائم نسبت به میدان مشاهده کنیم، به کناره مؤلفه‌های دایره‌ای نگاه می‌کنیم، از این رو، از این مؤلفه‌ها دو بسامد نور تخت قطبیده به دست می‌آید که ارتعاشاتشان بر میدان عمود است. هر کدامشان فقط واجد نصف شدت باریکه‌های دایره‌ای قطبیده یاد شده در بالاست. به علاوه حرکت‌های خطی  $z$  در جهت عرضی نورگسیل می‌کنند. بسامد این نور عبارت است از  $\nu$ ، که به موازات میدان ارتعاش می‌کند و شدت آن با مجموع شدت دو مؤلفه دیگر برابر است. لذا، دامنه میانگین مؤلفه‌های  $z$  برای همه آنها،  $\sqrt{2}$  برابر دامنه میانگین در مؤلفه‌های  $x$  یا  $y$  است.

حال می‌خواهیم تغییر بسامدی مورد انتظار برای مؤلفه‌های دایره‌ای را محاسبه کنیم. در غیاب میدان، نیروی مرکزگری وارد بر الکترونها در مدار دایره‌ای شان با نیروی کشسان فراهم می‌آید، به طوری که بنابر معادله (۳۲-۳)، داریم:

$$F = -kr = -m\omega_0^2 r \quad (۵-۳۲)$$

که  $m$  جرم الکترون و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای آن است. بعد از آن که میدان برقرار شد، سرعت زاویه‌ای جدیدی،  $\omega$ ، برقرار می‌شود. و نیروی مرکزگری جدید باید از مجموع نیروی کشسان و نیروی ناشی از میدان مغناطیسی به دست آید (معادله ۳۱-۴). به این ترتیب:

$$F' = -m\omega^2 r = F \pm F_B = -kr \pm Bev$$

علامت مثبت متناظر با چرخش در جهت ساعتگرد در صفحه  $xy$ ، و علامت منفی متناظر با چرخش پادساعتگرد در آن صفحه است. با جایگذاری مقدار  $-kr$  از معادله (۳۲-۵)، می‌رسیم به:

$$-m\omega^2 r = -m\omega_0^2 r \pm Bev$$

و یا، چون  $\omega = v/r$ ، پس:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = \pm \frac{Bev}{mr} = \mp \frac{Be\omega}{m} \quad (۶-۳۲)$$

برای اینکه عبارت ساده‌تری برای تغییر بسامد به دست آوریم، باید فرض کنیم که اختلاف در مقادیر  $\omega$  در مقایسه با هر یک از  $\omega$ ها کوچک است. این کار در عمل همواره موجه است، زیرا به آن معناست که جابه‌جاییهای زمین در مقایسه با بسامد خود خطوط، کوچک است. پس می‌توان نوشت:

$$(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0) \approx 2\omega(\omega - \omega_0)$$

و از معادله (۶-۳۲):

$$\omega - \omega_0 = \pm \frac{Be\omega}{m2\omega} = \pm \frac{Be}{2m}$$

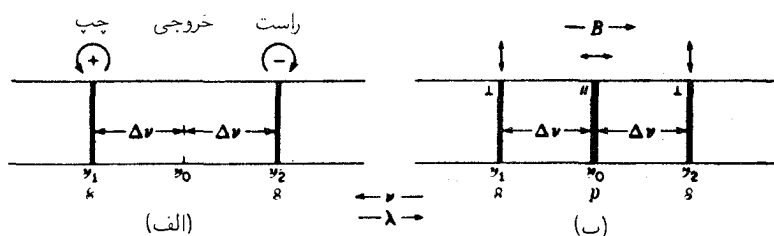
چون  $\nu = \omega/2\pi$ ، تغییر بسامدی از این قرار خواهد بود:

$$\Delta\nu = \pm \frac{Be}{4\pi m} \quad (۷-۳۲)$$

که با معادله (۱-۳۲) سازگار است.

برای استخراج این معادله، به‌طور ضمنی فرض شده است که شعاع حرکت دایره‌ای طی برقراری میدان مغناطیسی بدون تغییر می‌ماند. افزایش یا کاهش سرعت الکترون در مدارش فقط در طی تغییر میدان روی می‌دهد و ناشی از تغییر تعداد خطوط نیروی عبوری از داخل مدار است. بنابر قانون القای فاراده، این تغییرات یک نیروی الکتروموتوری تولید می‌کند، درست به همان‌گونه که در یک سیم حلقوی این کار را انجام می‌دهد. افزایش یا کاهش سرعت برآیند باید شعاع را تغییر دهد، اما واقعیت این است که یک تغییر متناظر در نیروی مرکزگرا هم پیش می‌آید که دقیقاً برای ثابت نگهداشتن شعاع کفایت می‌کند. نیروی اضافی، همان نیرویی است که با معادله (۴-۳۲) بیان می‌شود، و همان منشأ را دارد که نیروی عمود بر سیمی که حامل جریان در میدان مغناطیسی است، دارد.

حال آن چیزی را جمع‌بندی می‌کنیم که باید اثر مشاهده‌شده یک میدان مغناطیسی وارد بر خط طیفی باشد. نتیجه به جهت، نسبت به جهت میدان مغناطیسی، بستگی دارد که منبع در آن جهت دیده می‌شود. اگر منبع را در امتداد جهت میدان، یعنی در امتداد محور  $z$ ، نگاه کنیم، آنگاه



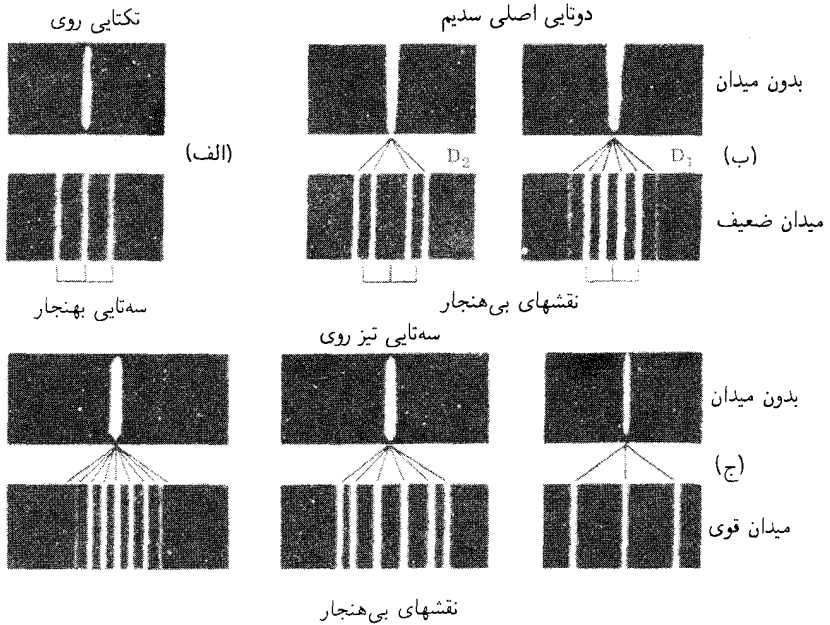
شکل ۳-۳۲- نقشای زمین برای یک سه‌تایی بهنجار، قطبش نور را نشان می‌دهند.

با اثر طولی زمین سروکار داریم. از این جهت فقط باید بسامدهای  $\Delta v + \nu_0$  و  $\Delta v - \nu_0$  ظاهر شوند، و این نور باید قطبیده دایره‌ای راستگرد، یا چپگرد باشد \* [شکل ۳-۳۲ (الف)]. چون نور یک حرکت موجی عرضی است، ارتعاشات  $z$  نور با بسامد  $\nu_0$  در جهت  $z$  گسیل نخواهند کرد. هرگاه عمود بر میدان نگریسته شود، حرکت‌های  $z$  باید به صورت نور خطی قطبیده مشاهده شوند که بردار الکتریکی آنها با میدان (مؤلفه‌های  $p$ ) موازی است و حرکت‌های دایره‌ای با نگرستن از کنار، باید نور خطی قطبیده‌ای با بردار الکتریکی عمود بر میدان (مؤلفه‌های  $s$ ) را به دست دهند. بنابراین، یک خط طیفی که در جهت نگریستن در جهت عمود بر  $B$  دیده می‌شود، باید سه مؤلفه خطی قطبیده را بنمایاند [شکل ۳-۳۲ (ب)]. یک خط مرکزی جا به جا نشده؛ و دو خط دیگر، چنان‌که شکل نشان داده‌ایم، متقارن نسبت به خط مرکزی. این خط طیفی را سه‌تایی بهنجار می‌نامند و در برخی خطوط طیفی مشاهده می‌شود، ولی نه در اکثریت آنها.

نظر به اینکه جهت نور دایره‌ای قطبیده بستگی به این دارد که بارهای گسیلنده نور را مثبت یا منفی بگیریم، تشخیص مابین این گزینه‌ها با استفاده از یک صفحه ربع موج و منشور نیکول میسر است. شکل ۳-۳۲ (الف)، که در آن چرخش مثبت دارای بسامد بالاتر است، بر اساس فرضی که کرده‌ایم و الکترونها را به عنوان گسیلنده تعیین کرده‌ایم، ترسیم شده است.

زمین در تحقیقات اولیه خود توانست هیچگونه خطوط طیفی را به دوتاییها و سه‌تاییها تجزیه کند، اما مشاهده کرد که خطوط پهن شده‌اند و لبه‌های خارجی آنها، چنان که لورتس پیش‌بینی کرده بود، قطبیده‌اند. قطبش مشاهده شده، متناظر با گسیل به وسیله ذرات منفی بود. وی بعدها توانست از دو مؤلفه خارجی خطوط که از عناصر روی، مس، کادمیم، و قلع ناشی می‌شوند، با حذف مؤلفه‌های  $p$  به کمک یک منشور نیکول، عکسبرداری کند. پرستون، که از توان پاشنده و

\* با استفاده از قاعده دست راست، اگر انگشت شست در جهت میدان قرار گیرد، انگشتان دیگر جهت چرخش (+) را نشان خواهند داد، که دارای بسامد بالاتر  $\nu_1$  است. جهت مخالف، عبارت است از جهت (-) با بسامد پایینتر  $\nu_2$ . با نگرستن به نور از روبرو، چرخش ساعتگرد باعث نور قطبیده راستگرد و چرخش پادساعتگرد باعث نور دایره‌ای قطبیده چپگرد می‌شوند. قطبیدگی اخیر، با تعریفهایی که در بررسی مواد فعال اپتیکی ارائه دادیم، توافق دارد.



شکل ۴-۳۲ اثرهای بهنجار و بی هنجار زمین.

قدرت تفکیک بیشتری بهره می‌گرفت، توانست نشان دهد که نه تنها خطوط مشخصی هنگام نگاه عمودی به میدان به سه تاییها شکافته می‌شوند، بلکه خطوط دیگری هم به تعدادی چون چهار، پنج، یا حتی تعداد بس بزرگتری از مؤلفه‌ها، شکافته می‌شدند. چنین نقشهایی از خطوط، که آنها را در شکل ۴-۳۲ نشان داده‌ایم، نقشهای بی هنجار زمین نام دارند، و پدیده را اثر بی هنجار زمین می‌خوانند. فاصله  $2\Delta V$  در سه تایی بهنجار از زاویه نظریه کلاسیکی، به وسیله کروشه در زیر هر نقش نشان داده می‌شود. از معادله (۱-۳۲) ملاحظه می‌شود که هر یک از خطوط مؤلفه خارجی باید به بیرون و به مقداری که با شدت میدان متناسب است جابه‌جا شود و به این ترتیب تقارن نقش را حفظ کند. ولی در میدانهای بسیار قوی مغناطیسی، در بسیاری از نقشهای زمین، بی تقارنهایی مشاهده می‌شود. این پدیده، را اثر زمین درجه دوم (مجذوری) می‌خوانند، هر چند که ممکن است آغاز گذاری به نام اثر پاشن-بک نیز باشد که مطابق آن همه نقشهای بی هنجار، در حد میدانهای بسیار قوی، به سه تاییهای بهنجار تبدیل می‌شوند.

فقط سه تایی بهنجار را می‌توان به کمک نظریه کلاسیکی توجیه کرد. نقشهای پیچیده‌تر، اکنون در سازگاری کامل با نظریه کوانتومی ساختار اتمی و تابش توضیح داده‌اند. هر خط در یک نقش

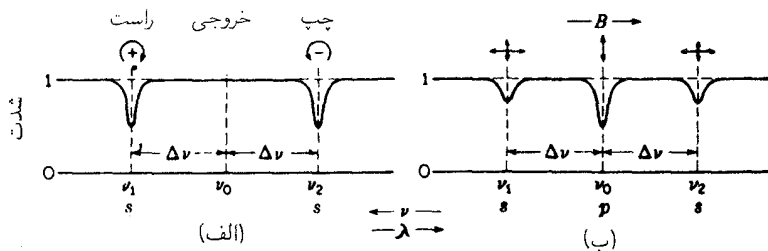
بی‌هنجار در نگرستن عمودی به میدان مغناطیسی، خطی قطبیده است. معمولاً خطوط مرکزی یک نقش، مؤلفه‌های  $p$  هستند، که ارتعاشات آنها با میدان  $B$  موازی است، و خطوط جانبی که به‌طور متقارن در هر دو طرف قرار می‌گیرند، مؤلفه‌های  $s$  هستند که ارتعاشاتشان بر میدان عمود است. در اثر طولی، فقط بسامدهای متناظر با مؤلفه‌های  $s$  مشاهده می‌شوند، و اینها هم دایره‌ای قطبیده هستند.

نظریه کوانتومی چندان تکامل یافته است که اکنون می‌توان با قطعیت تمام نقش کامل زمین برای هر خط طیفی مشخص را در هر میدانی با هر شدتی پیش‌بینی کرد. از سوی دیگر، مطالعه این نقشها به ابزار پرقدرتی برای تحلیل طیفهای پیچیده تبدیل شده است.

### ۳۲-۲ اثر زمین وارون

اثر زمین به‌دست آمده در طیف جذبی را اثر زمین وارون می‌نامند. این پدیده را می‌توان با گسیل نور سفید از میان یک بخار جذب‌کننده که میدان مغناطیسی یکنواختی در آن برقرار است، مشاهده کرد. در بررسی اثر طولی، مطابق شکل ۳۲-۳(الف)، نور ناقطبیده با هر بسامد خاصی را می‌توان متشکل از مؤلفه‌های دایره‌ای قطبیده راست و چپ با تمام روابط فازی ممکن تصور کرد. حال اگر  $\nu$  بسامد تشدید طبیعی بخار در غیاب میدان باشد، مؤلفه‌های دایره‌ای "به‌اضافه" (زیرنویس صفحه ۸۲۰) با بسامد  $\nu_1$  با برقراری یک میدان، شدیداً جذب می‌شوند. مؤلفه‌های دایره‌ای "منها"، متناظر با بسامد  $\nu_1$ ، با اندکی کاهش در شدتشان عبور می‌کنند؛ زیرا بسامد آنها برای جذب شدن باید  $\nu_2$  باشد. بنابراین، در بسامد  $\nu_1$ ، با نگرستن در جهتی برخلاف جهت میدان، مطابق شکل ۳۲-۳(الف)، نور دایره‌ای قطبیده راست عبور می‌کند، و برای یک لایه جاذب ضخیم، شدت آن یک‌ونیم برابر شدت نور پویسته زمینه است [شکل ۳۲-۵(الف)]. استدلال مشابهی هم می‌توان برای  $\nu_2$  ارائه کرد.

بنابراین، مؤلفه‌های زمین حاصل از یک خط طیفی در نتیجه جذب در امتداد جهت میدان،



شکل ۳۲-۵ منحنیهای شدت برای اثر زمین وارون. یک سه‌تایی بهنجار در طیف جذبی.



کاملاً جذب نمی‌شوند و نوری که عبور می‌کند در جهت‌های مخالف با جهت مؤلفه‌های متناظر به‌دست آمده در فرآیند گسیل، دایره‌ای قطبیده است. تجربه این ادعا را، حتی در نقشه‌های بی‌هنجار مؤلفه‌های زیاد، تأیید می‌کند.

در نگرستن در جهت عمود بر میدان [شکل ۳۲-۵(ب)]، مؤلفه‌های  $p$  و  $s$  تحت زاویه قائمه نسبت به مؤلفه‌های متناظر در گسیل، قطبیده می‌شوند. به‌ازای  $v_0$ ، مؤلفه‌های موازی همه ارتعاشات نور فرودی جذب می‌شوند و مؤلفه‌های متعامد عبور می‌کنند. به‌ازای  $v_1$ ، همه مؤلفه‌های موازی عبور می‌کنند. مؤلفه‌های عمودی که در عرض میدان حرکت می‌کنند، تنها نیمی از نوسانگرها (آنها که چرخش مثبت و بسامد  $v_1$  دارند) جذب می‌شوند، و شدت خط جذبی حاصل فقط نصف شدت  $v_0$  است. در نتیجه، نور پاره‌ای قطبیده‌ای خواهیم داشت که شدت ماکزیموم آن در ارتعاشات با میدان  $B$  موازی است. این وضعیت در مورد  $v_2$  هم صادق است. جذب مؤلفه موازی برای  $v_0$ ، مشابه است با جذب گزینشی در بلورهایی مانند کهریا (بخش ۲۴-۶). که در آن یک ارتعاش مؤلفه‌ای کاملاً جذب و دیگری عبور داده می‌شود. بسامدهای خطوط مشاهده‌شده در اثر زمین و ارون نیز از معادلات (۱-۳۲) و (۲-۳۲) به‌دست می‌آیند.

### ۳-۳۲ اثر فاراده

در سال ۱۸۴۵، فاراده پی برد که هرگاه میدان مغناطیسی قوی در یک قطعه شیشه برقرار شود، آن شیشه از لحاظ اپتیکی فعال خواهد شد. اگر نور خطی قطبیده را که به موازات جهت میدان برقرار شده از میان شیشه بفرستیم، صفحه قطبش می‌چرخد. این پدیده، پس از کشف اولیه فاراده در جامدات، مایعات و گازهای زیادی مشاهده شده است. مقدار چرخش در هر ماده، به‌طور تجربی متناسب با شدت میدان،  $B$ ، و فاصله طی شده توسط نور در آن ماده، به‌دست آمده است:

$$\theta = VBl \quad (۸-۳۲)$$

که در آن  $B$  القای مغناطیسی برحسب تسلا،  $l$  ضخامت برحسب متر،  $\theta$  زاویه چرخش برحسب دقیقه قوس، و  $V$  مقدار ثابتی است که به ماده بستگی دارد. این مقدار ثابت را ثابت ورده می‌گویند، بنابر تعریف، عبارت است از چرخش در واحد طول مسیر و واحد شدت میدان. در گازها، باید چگالی هم مشخص شود. در جدول ۳۲-۱، مقداری از مقادیر ثابت ورده را درج کرده‌ایم.

اثر فاراده، با اثر زمین مستقیم و ارون که در دو بخش گذشته تشریح کردیم، چنان وابستگی تنگاتنگی دارد که مستقیماً براساس اصول این دو اثر توصیف می‌شود. چون این پدیده به بهترین وجه در بخارها و در طول موجهای نزدیک به یک خط جذبی مشاهده می‌شود، شرحی که ارائه

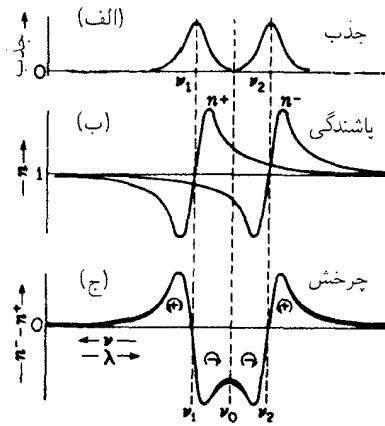
جدول ۱-۳۲. مقادیر ثابت ورده برحسب دقیقه قوس بر تسلا بر متر و به ازای  $\lambda = 5893$

ماده	دما $t, ^\circ\text{C}$	$V$
آب	۲۰	$1.31 \times 10^4$
شیشه (کراون فسفات)	۱۸	$1.61 \times 10^4$
شیشه (فلینت سبک)	۱۸	$3.17 \times 10^4$
کربن دی سولفید ( $\text{CS}_2$ )	۲۰	$4.23 \times 10^4$
فسفر، P	۳۳	$13.26 \times 10^4$
کوارتز (عمود بر محور)	۲۰	$1.66 \times 10^4$
استن	۱۵	$1.109 \times 10^4$
نمک ( $\text{NaCl}$ )	۱۶	$3.585 \times 10^4$
الکل اتیلیک	۲۵	$1.112 \times 10^4$

می‌کنیم، منحصر به مواد در حالت گازی آنها خواهد بود. عبور نور از بخاری مانند سدیم را در نظر می‌گیریم که در آن در غیاب میدان، بسامدهای تشدید می‌عینی،  $\nu_0$  وجود دارد که جذب در آنها صورت می‌گیرد. با برقراری میدان مغناطیسی، بنابر نظریه کلاسیکی اثر زمین، برای هر  $\nu_0$  دو بسامد تشدید وجود خواهد داشت؛ یکی  $\nu_1$  برای نور دایره‌ای قطبیده چپ، و دیگری  $\nu_2$  برای نور دایره‌ای قطبیده راست، که در امتداد میدان در حرکتند. برای هر کدام از این جهت‌های چرخش، می‌توان یک منحنی جذب و یک منحنی پاشندگی [شکل ۳۲-۸ (ب)]، مطابق شکل ۳۲-۶ (الف) و (ب)، ترسیم کرد.

با توجه به شکل ۳۲-۶ (ب)، مشاهده می‌شود که بیرون از ناحیه  $\nu_1$  تا  $\nu_2$ ، مقادیر  $n^-$  بزرگتر از  $n^+$  است. بنابراین، چرخش مثبت سریعتر از چرخش منفی است و صفحه نور قطبیده فرودی در جهت مثبت چرخیده است (بخش ۲۸-۳). تفاوت مابین دو منحنی پاشندگی، مطابق شکل ۳۲-۶ (ج)، نشان می‌دهد که برای بسامدهای مابین  $\nu_1$  و  $\nu_2$ ، چرخش در جهت منفی است.

اگر نور خطی قطبیده در همین بخار فعال شده مغناطیسی بازتابش رفت و برگشتی انجام دهد، پیداست که صفحه ارتعاش با هر پیمایش بیشتر می‌چرخد. در موادی مانند کوارتز که به طور طبیعی فعال اپتیکی‌اند، نور طی یک بازتابش، در حالی که صفحه ارتعاش آن با صفحه ارتعاش ورودی یکی است، خارج می‌شود. ملاحظه می‌شود که این دو حالت یکی نیستند. باید توجه داشت که در صورت وارونه شدن جهت میدان، جهت چرخش صفحه ارتعاشات نور فرودی نیز وارونه می‌شود. بنابراین، جهت چرخش برحسب جهت میدان تعیین می‌شود، به طوری که چرخش مثبت، چرخش

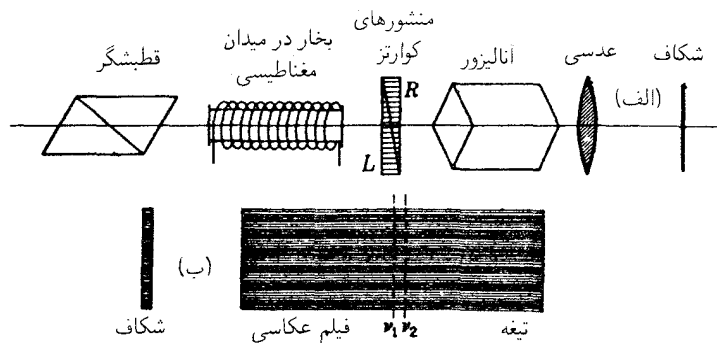


شکل ۶-۳۲ منحنیهای جذب و پاشندگی برای تشریح اثر فاراده. این منحنیها به شکافتگی مغناطیسی یک تک خط جذبی معطوفند.

پیچ راستگردی است که در جهت میدان به پیش می‌رود، و یا جریان مثبتی است که در یک سیم پیچ آن میدان را برقرار می‌کند.

در اثر فاراده، چرخش را به کمک معادله (۸-۳۲) تعیین می‌کنیم. این معادله نشان می‌دهد که زاویه چرخش با شدت میدان متناسب است و از معادله (۱-۳۲) برای اثر زمین به دست می‌آید. با جدا شدن دو منحنی پاشندگی به کمک یک میدان افزایشده، تفاوت در ضرایب شکست (پایین‌ترین منحنی) در تقریب اول متناسب با  $\Delta v$  و بنابراین متناسب با  $B$  افزایش می‌یابد. در بسامدهایی غیر از  $v_1$  یا  $v_2$ ، این تقریب به دقت تبدیل می‌شود و در این بسامدها، منحنیهای پاشندگی در یک بازه بسامدی کوتاه را می‌توان به صورت خطوط مستقیم تلقی کرد.

یکی از جالبترین روشهایی که برای مشاهده اثر فاراده ابداع شده، همان روشی است که در شکل ۷-۳۲ نشان داده‌ایم. چنانکه مشاهده می‌شود، بدون منشورهای راستگرد و چپگرد یا بخار، آنالیزور متقاطع با قطبشگر هیچ نوری را عبور نمی‌دهد. با گنجانیدن منشور کوارتزی دوتایی، ارتعاشات نور، بسته به قسمتی از منشورها (در صفحه شکل) که از آن عبور می‌کنند، به مقادیر متفاوتی چرخش خواهند کرد. بنابراین، مقادیر متفاوتی نور از قسمتهای مختلف آنالیزور عبور خواهد کرد. اگر این نور را روی شکاف یک طیف‌نما کانونی کنیم، مطابق شکل ۷-۳۲ (ب)، نوارهای متناوباً تاریک و روشنی تشکیل خواهد شد. اگر منبع نور مقابل قطبشگر نور سفید باشد، طیف مشاهده شده در طیف‌نما، با تعدادی نوارهای تقریباً افقی تاریک و روشن دیده خواهد شد. حال، چنانچه بخار را به مسیر نور وارد کنیم، خطوط جذبی در همه بسامدهای تشدید  $v_0$  مشاهده خواهند شد. وقتی

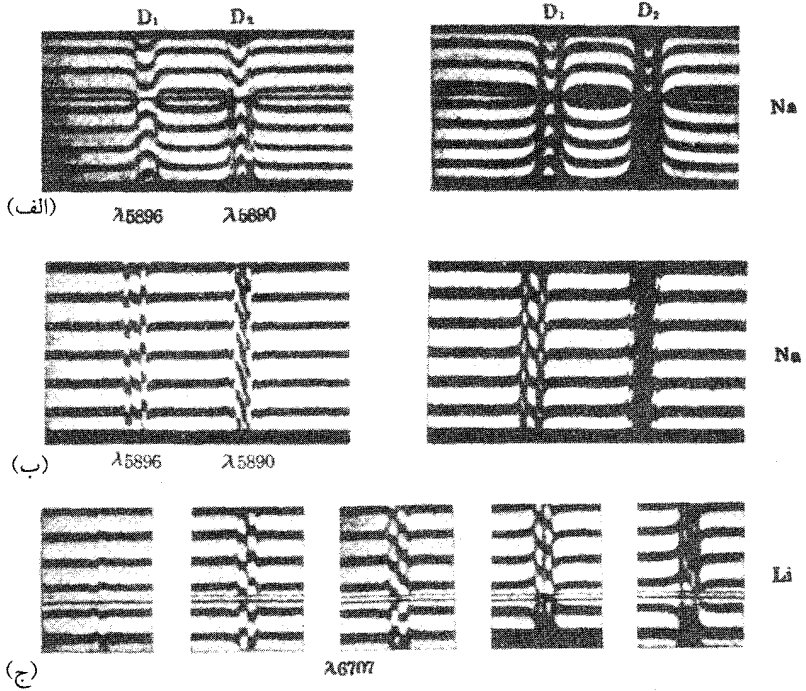


شکل ۳۲-۷ آرایش تجربی برای مشاهده اثر فاراده.

میدان مغناطیسی را برقرار کنیم، بنا بر شکل ۳۲-۶ (ج)، درون بخار چرخش روی می‌دهد و به این ترتیب، نورهای روشن را مطابق با آن جابه‌جا می‌کند. در نزدیکی خطوط جذبی، چرخش زیاد است و به جابه‌جایی بزرگتر نوارها می‌انجامد. چون این چرخش به‌طور پیوسته با  $\lambda$  تغییر می‌کند، مشاهده می‌شود که نوارها به بالا یا پایین خم می‌شوند و شکل کلی منحنی نظری شکل ۳۲-۶ (ج) را به خود می‌گیرند. در شکل ۳۲-۸ (الف) عکس این نوارها را برای خطوط  $D$  سدیم مشاهده می‌کنید که تحت توان پاشندگی و تفکیک بالا گرفته شده‌اند. این نوارها نه تنها افزایش سریع در چرخش مثبت هر دو طرف بسامدهای جذبی را نشان می‌دهند، بلکه چرخش مخالف میان آن دو را نیز نمایان می‌کنند. باید توجه داشت که این هر دو خط سدیم نقشهای زمین بی‌هنجار ایجاد می‌کنند [شکل ۳۲-۴ (ب)]. ولی اثر طولی به‌ازای  $\lambda = 5896$ ، یعنی  $D_1$ ، یک دوتایی است که به همان نوع منحنیهایی ختم می‌شود که در بالا برای یک سه‌تایی به‌هنجار توصیف کردیم. ترسیم منحنیهایی نظری برای خط  $D_2$  را در حکم تمرین به دانشجویان وامی‌گذاریم.

## ۳۲-۴ اثر فوگت و یا دوشکستی مغناطیسی

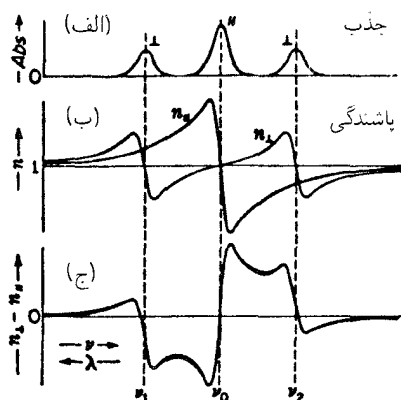
در سال ۱۹۰۲، فوگت پی برد که وقتی یک میدان مغناطیسی قوی در یک بخار برقرار شود که نور در داخل آن و در جهت عمود بر میدان عبور می‌کند، دوشکستی روی می‌دهد. این پدیده که اکنون به اثر فوگت یا دوشکستی مغناطیسی مرسوم است، به همان دقتی با اثر زمین عرضی مرتبط می‌شود که اثر فاراده با اثر زمین طولی ارتباط پیدا می‌کند. با نظر به این ارتباط، می‌توان پدیده یاد شده را به‌سهولت، از روی منحنیهایی جذبی و پاشندگی، درست به همان طریق اعمال شده در اثر فاراده در بخش گذشته شرح داد. بخاری را با بسامد تشدید  $\nu$  در نظر می‌گیریم که در حضور



شکل ۸-۳۲ (الف) اثر فاراده در نزدیکی خطوط تشدید سدیم، D<sub>2</sub>، D<sub>1</sub>؛ (ب) اثر فوگت در خطوط سدیم؛ (ج) اثر فوگت در نزدیکی خط ۶۶۷۰۷ لیتیم.

یک میدان خارجی به یک سه تایی بهنجار زمین تجزیه می شود [شکل ۳۲-۳۳(ب)]. هرگاه نور سفید از داخل این بخار عبور دهیم، آن ارتعاشات نور، با بسامد  $\nu$ ، الکترونهای بخار را که بسامد آنها هم  $\nu$  است تشدید خواهند کرد و بنابراین جذب خواهند شد. این موضوع را به وسیله منحنی جذبی و پاشندگی مرکزی در شکل ۳۲-۹ (الف) و (ب) نمایش داده ایم. سایر ارتعاشهای نور، عمود بر میدان،  $\nu_1$  و  $\nu_2$  را تشدید می کنند. اینها را با علامت  $\perp$  در منحنیهای جذبی و پاشندگی مشخص کرده ایم. هنگام بهره گیری از نور سفید ناقطبیده فرودی بر بخار، تغییرات  $n$  در نزدیکیهای  $\nu_1$  و  $\nu_2$ ، نصف بزرگی آن در  $\nu$  است؛ درست مانند ضرایب جذب در  $\nu_1$  و  $\nu_2$  که نصف ضریب جذب در  $\nu$  هستند.

منحنیهای پاشندگی شکل ۳۲-۹ (ب) نشان می دهند که اگر نور قطبیده با بسامد دلخواه  $\nu$  بر بخار فرود آید به دو مؤلفه، یکی عمود بر  $B$  و دیگری موازی با  $B$ ، تجزیه خواهد شد. چون ضرایب شکست این مؤلفه ها (و بنابراین سرعت آنها) متفاوت است، فاز یک مؤلفه جلوتر از مؤلفه



شکل ۹-۳۲ منحنیهای جذب و پاشندگی که برای تشریح اثر فوگت به کار رفته‌اند.

دیگر است و نور بیضوی قطبیده خارج می‌شود. بزرگی نسبی این اختلاف فاز با طول موج تغییر می‌کند، که آن را در منحنی تفاضل در شکل ۹-۳۲ (ج) مشاهده می‌کنید.

برای مشاهده اثر فوگت، می‌توان آزمایشی نظیر آنچه برای اثر فاراده ترتیب داده بودیم (شکل ۷-۳۲) ترتیب داد. میدان را باید به جهت عمود بر لوله جذب چرخاند و به جای منشور دوتایی کوارتز، یک جبران‌کن بابینه قرار داد (شکل ۶-۲۷). بدون لوله جذب، شکاف طیف‌نما و فیلم عکاسی را نوارهای روشن و تاریک موازی قطع می‌کنند. وقتی لوله بخار را وارد کردیم، در بسامد  $\nu_0$  جذب مشاهده خواهیم کرد. وقتی میدان برقرار می‌شود، دوشکستی در نزدیکی  $\nu_0$ ،  $\nu_1$  و  $\nu_2$  موجب می‌شود که این نوارها، مطابق شکل‌های ۸-۳۲ (ب) و (ج)، به بالا یا پایین خمیده شوند. این نقش در (ج)، یک سه‌تایی بهنجار است که در اثر زمین طیف لیتیم مشاهده کردیم.\*

اثر فوگت برای نقش‌های بی‌هنجار زمین، نظیر آنها که در شکل ۸-۳۲ (ب) دیده می‌شوند، از سوی زمین، گیسست، فوگت، لندنبرگ، هانزن، و دیگران مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده را می‌توان به سهولت و به کمک ترسیم منحنیهای پاشندگی مطابق منحنیهای شکل ۹-۳۲، پیش‌بینی کرد. در هر نقش زمین، مؤلفه‌های  $s$  یک منحنی پیوسته پاشندگی و مؤلفه‌های  $p$  یک منحنی دیگر تشکیل می‌دهند. تفاضل این دو منحنی، نموداری است که دوشکستی را به صورت تابعی از بسامد نشان می‌دهد. بزرگی آن با مجذور شدت میدان،  $B$ ، متناسب است.

\* خط  $18707$  لیتیم در واقع یک دوتایی است، که هر مؤلفه‌اش در یک میدان ضعیف مغناطیسی یک نقش زمین بی‌هنجار تولید می‌کند. در میدان قوی مغناطیسی، برای مشاهده اثر فوگت این دو مؤلفه آمیخته شده‌اند (اثر پاشن-بک) و یک سه‌تایی بهنجار تشکیل داده‌اند که بحث بالا درباره آن ارائه شده است.

## ۳۲-۵ اثر کوتون-موتون

این اثر که در سال ۱۹۰۷ توسط کوتون و موتون کشف شد، به دوشکستی نور در مایعی مربوط می‌شود که در یک میدان مغناطیسی عرضی قرار گرفته باشد. در مایعات خالص، مانند نیتروبنزن، دوشکستی خیلی قوی‌ای مشاهده می‌شود که اثر آن چندین هزار برابر اثر فوگت است که در بخش پیش بررسی کردیم. این دوشکستی به همخط شدن مولکولهای ناهمسانگرد مغناطیسی و اپتیکی در جهت میدان اعمال شده منسوب است. این همخط‌شدگی، چه گشتاور دو قطبیهای مغناطیسی دائمی یا القاء شده از میدان باشند، روی خواهد داد. چنین اثری، براساس نظریه و تأیید تجربی، باید با مجذور شدت میدان متناسب باشد. این اثر به دما بستگی دارد، و با بالا رفتن دما به سرعت کاهش پیدا می‌کند. اثر کوتون-موتون، مشابه مغناطیسی اثر الکترواینتیک کر است که در بخش ۳۲-۱۰ به آن خواهیم پرداخت و با اثر زمین ارتباطی ندارد.

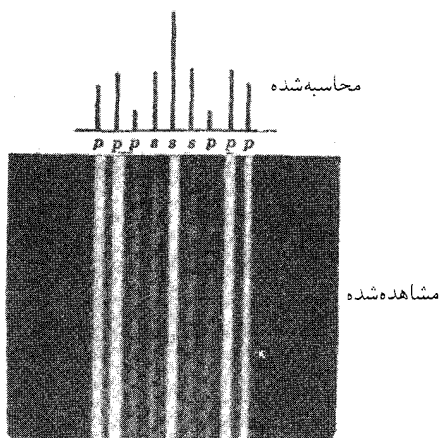
## ۳۲-۶ اثر مغناطواینتیک کر

در سال ۱۸۸۸، کر\* پی برد که اگر نور خطی قطبیده از قطب صیقلی یک آهنربای الکتریکی در جهت فرود عمودی باز بتابد، اندکی بیضوی قطبیده می‌شود، به طوری که محور بزرگ بیضی نسبت به ارتعاشات فرودی می‌چرخد. در سایر زوایای فرود، این اثر هنگامی قابل مشاهده است که از اثر عادی قطبش بیضوی ناشی از بازتابش نور خطی قطبیده در  $\phi \neq 0^\circ$  از فلزات، به این طریق اجتناب کنیم که بردار الکتریکی نور فرودی را یا موازی با و یا عمود بر صفحه فرود قرار دهیم. تحت این شرایط، و در غیاب میدان، می‌توان باریکه بازتابیده را به وسیله یک منشور نیکول حذف کرد. با برقرار کردن میدان، نور بلافاصله ظاهر می‌شود و نمی‌توان آن را با چرخاندن منشور نیکول حذف کرد. با افزودن یک صفحه ربع موج در جهت مناسب، دوباره می‌توان نور را حذف کرد، و این امر نشان می‌دهد که نور بازتابیده قطبیده بیضوی است. بنابراین، میدان مغناطیسی به ایجاد یک مؤلفه ارتعاشی، موسوم به مؤلفه کر، عمود بر ارتعاش نور فرودی، انجامیده است. این پدیده را، اثر مغناطواینتیک کر می‌نامند و باید از اثر الکترواینتیک کر، که در بخش ۳۲-۱۰ به آن می‌پردازیم، متمایز شود.

## ۳۲-۷ اثر اشتارک

چند سالی پس از کشف شکافتگی خطوط طیفی در یک میدان مغناطیسی به وسیله زمین، تلاشهای فراوانی به عمل آمد تا اثر مشابهی در یک میدان خارجی الکتریکی نیز مشاهده شود.

\* جان کر (John Kerr, ۱۹۰۷-۱۸۲۴) فیزیکدان اسکاتلندی. با الهام از همکاری ویلیام تامسون (لرد کلوین) به تحقیق در الکتریسیته و مغناطیس پرداخته است.



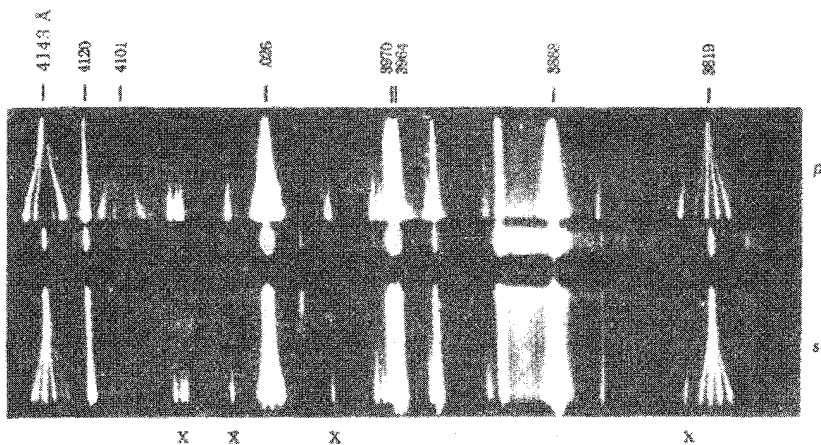
شکل ۳۲-۱۰ عکس اثر اشتراک  $H_{\alpha}$ ،  $\lambda 6563$ ، در هیدروژن.

در سال ۱۹۱۳، اشتراک مشاهده کرد که وقتی طیف هیدروژن را به وسیله یک میدان الکتریکی قوی  $10^6 \text{ kV/cm}$  تولید می‌کنیم، هر خط به یک نقش متقارن تجزیه یا شکافته می‌شود. عکسی از اثر میدان قوی روی اولین خط سری بالمر هیدروژن در شکل ۳۲-۱۰ مشاهده می‌شود. با نگاه کردن در جهت عمود بر میدان الکتریکی، مشاهده شد که برخی از مؤلفه‌های هر نقش خط، خطی قطبیده‌اند و بردار الکتریکی آنها با میدان موازی است (مؤلفه‌های  $p$ ) و برخی دیگر که آنها هم خطی قطبیده‌اند، بردار الکتریکیشان بر میدان عمود است (مؤلفه‌های  $s$ ) این پدیده را اثر اشتراک عرضی می‌نامند. با نگاه کردن در جهت موازی با میدان، تنها مؤلفه‌های  $s$ ، البته به صورت نور ناقطبیده عادی، ظاهر می‌شوند. این پدیده را اثر اشتراک طولی می‌نامند.

نظریه اثر اشتراک فقط در قالب نظریه کوانتومی تبیین شده و در اینجا از بیان آن خودداری می‌کنیم.

روشی که در آن از میدانهای الکتریکی قوی  $10^6 \text{ kV/cm}$ ، یا حتی قویتر، استفاده می‌شود و منبع نور در آن عمل می‌کند، بر اساس مشخصه‌های تخلیه الکتریکی عادی گازها در فشارهای پایین کار می‌کند. در نوع تخلیه‌ای که در شکل ۲۱-۴ مشاهده کردیم. قسمت اعظم افت پتانسیل از یک الکتروود به الکتروود دیگر در ناحیه نسبتاً تاریک در نزدیکی کاتود روی می‌دهد. اگر این ناحیه لامپ تخلیه خاص را روی شکاف یک طیف‌نگار کانونی کنیم، می‌توانیم عکسهایی از نوع عکس شکل ۳۲-۱۱ به دست آوریم. چون اثر اشتراک با میدان  $F$  متناسب است، نقش  $19838$  را می‌توان، مثلاً برای نمایش





شکل ۱۱-۳۲ اثر اشتارک در هلیوم.

شدت میدان که در بالا کوچک است و به طرف پایین تا نزدیکی کاتود بزرگ می شود، در نظر گرفت. بهترین نقشهای اشتارک در طیفهای هیدروژن و هلیوم مشاهده می شود. در مورد طیفهای دیگر، به ندرت چیزی جز جابه جایی اندک خط طیفی مشاهده می شود که معمولاً به طرف طول موجهای بلندتر است. این پدیده را اثر اشتارک درجه دوم (مجذوری) می نامند، تا از اثر خطی مشاهده شده در هیدروژن و هلیوم متمایز باشد. در اثر درجه دوم یا مجذوری، جابه جاییها با توان دوم شدت میدان الکتریکی متناسبند، در حالی که در اثر خطی، شکافتگی به توان یکم این میدان بستگی دارد. مشخصه اثر اشتارک، چنان که در شکل ۱۱-۳۲ برای طیف هلیوم نشان داده ایم، ظهور خطوط طیفی جدید (با علامت  $\times$ ) در قسمت قوی میدان است.

### ۳۲-۸ اثر اشتارک و ارون

اثر اشتارکی را که در آن خطوط در طیف جذبی مشاهده می شوند، اثر اشتارک و ارون می گویند. این پدیده را گروتریان و رمزاتور بررسی کرده اند. وسیله مورد استفاده آنها از یک لوله حاوی بخار پتاسیم در فشار پایین، و دو ورقه فلزی دراز موازی به فاصله ای فقط ۱٫۵mm از یکدیگر، تشکیل می شود. با برقراری پتانسیل ۱۴kV در دو سر ورقه ها، خطوط جذبی ۸۴۰۴۴، ۸۴۰۴۷، و ۸۳۴۴۷، نسبت به وضعیت بدون میدان، به سمت طول موجهای بلندتر جابه جا شدند. این جابه جایی، گرچه فقط در حدود چند صد انگستروم بود، ولی تناسب آنها با مجذور شدت میدان تشخیص داده شده است. بنابراین، این هم یک مورد دیگر از اثر اشتارک درجه دوم یا مجذوری است.

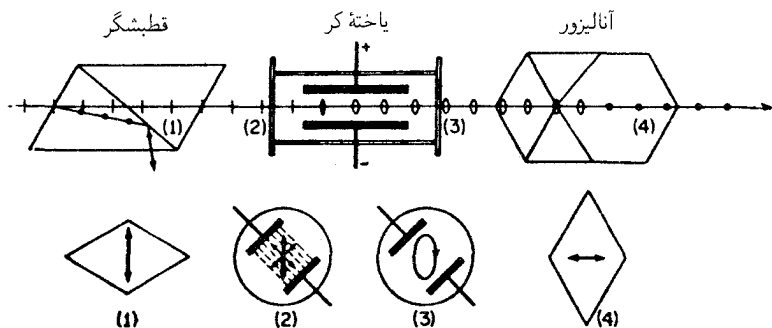
### ۹-۳۲ دوشکستی الکتريکی

دوشکستی الکتريکی به اثر اشتارک عرضی مربوط می‌شود و مشابه دوشکستی مغناطیسی یا اثر فوگت است که در بخش ۴-۳۲ مورد بحث قرار گرفت. در سال ۱۹۲۴، لادنبرگ، جذب خطوط تشدیدي سدیم را هنگامی که با برقراری یک میدان عرضی قوی به بخار آن و بدون برقراری میدان تولید می‌شدند مشاهده کرد. با وجود اینکه جابه‌جایی پیش‌بینی شده خطوط، از طریق اثر اشتارک مجذوری، خیلی کوچک و حتی با توان تفکیک بسیار بالا هم قابل مشاهده نبود، دوشکستی در بسامدهای نزدیک به خطوط جذبی مشاهده شد. این دوشکستی، به اختلاف بسیار کوچک میان بسامدهای خط جذبی برای نور قطبیده موازی با خطوط نیروی الکتريکی، و عمود بر آنها نسبت داده می‌شود. بنابراین، شرح آن مشابه شرح ارائه شده برای میدان مغناطیسی در بخش ۴-۳۲ است (شکل ۹-۳۲).

### ۱۰-۳۲ اثر الکترواپتیک کر

در سال ۱۸۷۵، کر کشف کرد که وقتی یک میدان الکتريکی قوی در دو سر صفحه شیشه‌ای برقرار می‌شود، به‌طور دوگانه می‌شکند. این نکته که اثر مشاهده‌شده ناشی از تنشی نیست که چنین میدانی در شیشه ایجاد می‌کند، مبتنی بر این واقعیت است که همین پدیده در بسیاری از مایعات و حتی گازها هم مشاهده می‌شود. هرگاه مایعی را در یک میدان الکتريکی قرار دهیم، این مایع از نظر اپتیکی نظیر یک بلور تک‌محوری با محور اپتیکی آن به موازات جهت میدان رفتار می‌کند، و در نگاه کردن به آن از جهت عمودی، همه پدیده‌های تداخلی موصوف در فصل ۲۷ را بروز می‌دهد. مشاهده تجربی این اثر با عبور دادن نور از میان دو ورقه موازی با بارهای مختلف، که درون یک محفظه شیشه‌ای حاوی مایع قرار داده می‌شود، به‌آسانی امکانپذیر است. چنین وسیله‌ای، به نام یاخته‌کر در وسط شکل ۳۲-۱۲ مشاهده می‌کنید. اگر این یاخته مابین قطبشگر و آنالیزور متقاطع قرار داده شود، یک وسیله بسیار سودمند اپتیکی به نام بستاور الکترواپتیکی به دست می‌آید. یکی از موارد استفاده آن را در بخش ۱۹-۵، توصیف کرده‌ایم. اگر میدان الکتريکی خاموش باشد، هیچ نوری از آنالیزور نمی‌گذرد. با برقرار کردن میدان، مایع به صورت دوگانه می‌شکند و نور برمی‌گردد. با قرار دادن یاخته تحت زاویه  $45^\circ$ ، ارتعاشات تخت از قطبشگر، به دو مؤلفه مساوی موازی و متعامد با میدان تجزیه می‌شود، که در پایین شکل ۳۲-۱۲ نشان داده‌ایم. این دو مؤلفه با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کنند، و بنابراین یک اختلاف فاز به وجود می‌آید و نور به صورت بیضوی قطبیده خارج می‌شود. مؤلفه‌های افقی این ارتعاشات از آنالیزور عبور می‌کنند.

پی برده‌اند که تغییرات فاز این دو ارتعاش در یاخته کر، با طول مسیر، یعنی طول الکترودها،  $l$ ، و با مجذور شدت میدان  $F$  متناسب است. بزرگی مقداری اثر از روی ثابت کر،  $K$ ، تعیین می‌شود



شکل ۳۲-۱۲ آرایش لازم برای یک بستاور الکترواپتیکی، که براساس اثر کر عمل می‌کند.

جدول ۳۲-۲ مقادیر ثابت کر به‌ازای  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$

ماده	$K$
بنزن	$0.67 \times 10^{-14}$
کربن دی‌سولفید	$3.56 \times 10^{-14}$
آب	$5.10 \times 10^{-14}$
نیتروتولون	$1.37 \times 10^{-12}$
نیتروبنزن	$2.44 \times 10^{-12}$

که از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta = K \frac{lE^2 \lambda}{d^2} \quad (9-32)$$

چون اختلاف فاز  $\delta$  مابین دو مؤلفه، از  $2\pi/\lambda$  برابر اختلاف مسیر  $\Delta$  به‌دست می‌آید، می‌رسیم به:

$$\delta = K \frac{2\pi lE^2}{d^2} \quad (10-32)$$

که در آن  $\delta$  برحسب رادیان،  $l$  و  $d$  برحسب متر،  $E$  برحسب ولت و  $K$  برحسب متر بر ولت به‌توان دو، و  $\lambda$  طول موج در محیط است.

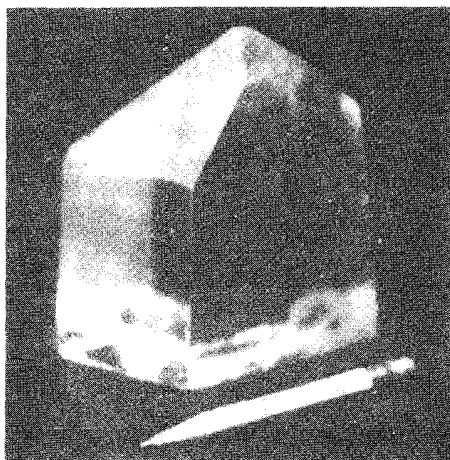
یکی از مواد بسیار مناسب برای کاربرد در یاخته‌گر، نیتروبنزن است، زیرا ثابت کر در آن بسیار بزرگ است. این نکته را می‌توان از مقادیری که در جدول ۳۲-۲ برای بعضی مایعات درج کرده‌ایم، ملاحظه کرد.

باید خاطر نشان کرد که دوشکستی الکتریکی برای گازها که در بخش قبل توصیف کردیم و اثر الکترواپتیکی کر، پدیده‌های یکسانی نیستند. در گازها این اثر ناشی از تغییراتی در درون اتمهاست (اثر اشتارک). در اثر کر، معمولاً ناهمسانگردی طبیعی یا مصنوعی مولکولها و همردیف شدن این مولکولها در میدان، باعث آن به شمار می‌آید. این همخط شدن موجب می‌شود که محیط به صورت یک کل، از لحاظ اپتیکی ناهمسانگرد شود. نظیر اثر کوتون-موتون (بخش ۳۲-۵)، اثر کر هم به دما بستگی دارد. در واقع، اثر الکترواپتیکی کر، دقیقاً مشابه الکتریکی اثر مغناطیسی است.

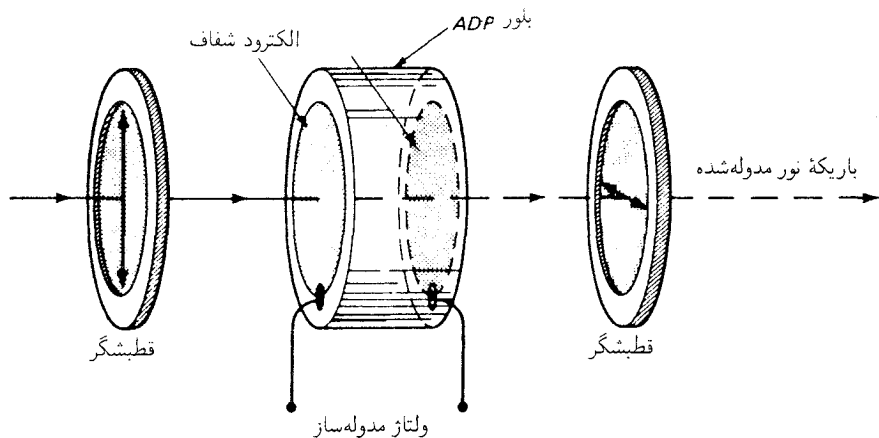
### ۱۱-۳۲ اثر الکترواپتیک پاکلز

بلورهای تک محوری گوناگونی یافت می‌شوند که در آنها دوشکستی ایجاد شاه، با شدت میدان الکتریکی برقرار شده به طور خطی تغییر می‌کند، این اثر را به نام پاکلز نامیده‌اند که در سال ۱۸۹۳ به مطالعه آن پرداخته است. پژوهشهای اخیر به رشد دادن بلورهای متنوع الکترواپتیک، مانند فسفات دی‌هیدروژن آمونیم  $(\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4)$  (ADP)، و فسفات دی‌هیدروژن پتاسیم  $(\text{KH}_2\text{PO}_4)$  (KDP)، انجامیده است که در ولتاژهای نسبتاً پایین دوشکستی پاکلز چشمگیری ایجاد می‌کنند (شکل ۳۲-۱۳).

یاخته پاکلز، که می‌توان از آن به عنوان مدوله ساز نور سریع‌العمل یا بستاور استفاده کرد، مشتمل



شکل ۳۲-۱۳ بلور فسفات دی‌هیدروژن آمونیم،  $(\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4)$  یا (ADP)، که برای استفاده در یاخته پاکلز در آزمایشگاه رشد داده شده است.



شکل ۳۲-۱۴. اجزای یک یاخته پاکلز برای مدوله سازی پرسامد یک باریکه نور.

است بر یک بلور که محور اپتیکی آن به موازات میدان برقرار شده و در جهت باریکه نصب می شود (شکل ۳۲-۱۴). با قرار دادن این یاخته مابین قطبشگرهای متقاطع، می توان در بسامدهای بالای  $10^{10}$  Hz جریان عبور نور را مدوله کرد و به عنوان بستواری با زمان واکنش کوتاهتر از ns از آن بهره گرفت. نظر به اینکه نور الکترودها را قطع می کند، این الکترودها را غالباً از اکسیدهای فلزی شفاف، مانند SnO، CdO، یا InO و یا حلقه های نازک یا شبکه های فلزی می سازند.

یاخته پاکلز مانند یاخته کر، در سیستم های الکترواپتیک، به انضمام کاربرد آنها به عنوان سویچ Q برای تولید بالسهای لیزری بسیار کوتاه (بخش ۳۰-۶) دامنه وسیعی یافته است. این سیستم های الکترواپتیکی برای سیستم های مخابراتی باریکه لیزر نوار پهن در نظر گرفته شده اند که علاوه بر کاربردهای روی زمینی، در فضای میان سیاره ای هم کاربرد دارند.

## مسائل

۳۲-۱ شکافتگی زمین،  $\Delta\sigma$ ، در یک تک خط طیفی روی را به طول موج  $4700 \text{ \AA}$  تعیین کنید.

این شکافتگی را برحسب انگستروم بیان کنید و شدت میدان را  $520 \text{ T}$  (تسلا) بگیرید.

جواب:  $\Delta\lambda = 0.26 \text{ \AA}$

۳۲-۲ اثر زمین وارون در شکل ۳۱-۴ (الف)، از روی نگاتیو آن تا بیست برابر بزرگنمایی شده است.

عامل تیغه در طیف‌نگار به‌کار رفته  $2.3 \text{ \AA/mm}$  در طول‌موج خط  $4700 \text{ \AA}$  است. مقدار القای مغناطیسی چقدر است؟

۳-۳۲ برای نخستین خط در سری پاشن هیدروژن، طول‌موج عبارت است از  $1.8746 \text{ \AA}$ . جابه‌جایی‌های زمین، برای یک سه‌تایی زمین به‌نچار را به‌ازای میدان مغناطیسی  $1.65 \text{ T}$  محاسبه کنید.

۴-۳۲ روی سطح یک توری پراش با  $50000$  خط مدرج شده است. چه شدت میدان مغناطیسی باید در منبع نور برقرار شود تا توری بتواند یک سه‌تایی زمین را (الف) در خط بنفش با  $4500 \text{ \AA}$ ؛ و (ب) در خط قرمز با  $6500 \text{ \AA}$  تفکیک کند. از طیف مرتبه اول استفاده می‌شود.  
جواب: (الف)  $952 \text{ T}$ ؛ (ب)  $659 \text{ T}$ .

۵-۳۲ در اثر فاراده، یک میدان مغناطیسی با شدت  $64 \text{ T}$  بر یک قطعه شیشه فلینت سبک به‌طول  $10 \text{ cm}$  برقرار می‌شود. زاویه چرخش را برحسب درجه پیدا کنید.

۶-۳۲ اثر فاراده با یک مایع درون لوله شیشه‌ای به‌طول  $20 \text{ cm}$  اجرا می‌شود. اگر شدت القای مغناطیسی اعمال شده  $82 \text{ T}$  و چرخش اندازه گرفته‌شده نور خطی قطبیده  $65.46^\circ$  باشد، مقدار ثابت ورده چقدر است؟

۷-۳۲ اثر فاراده با یک قطعه شیشه کراون فسفات به‌ضخامت  $5 \text{ cm}$  اجرا می‌شود. این شیشه را میان پولارویدهایی قرار می‌دهیم که مقاطع اصلی آنها با یکدیگر زاویه  $45^\circ$  می‌سازند: (الف) چه میدان مغناطیسی برقرار شده در شیشه صفحه قطبش را  $45^\circ$  خواهد چرخانید تا اینکه شدت نور عبوری ماکزیموم شود؟ (ب) اگر نور عادی در جهت برعکس از این سیستم عبور کند، شدت نور عبوری چقدر خواهد بود؟ (ج) آیا این دستگاه یک سیستم اپتیکی یک‌طرفه است؟ (د) نمودارش را ترسیم کنید.

۸-۳۲ در یک یاخته‌گر، نیتروبنزن بسیار خالص و منبع انرژی با  $20 \text{ kV}$  برای اعمال روی صفحات آن، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. اگر طول صفحات یاخته  $2.5 \text{ cm}$  و فاصله آنها  $75 \text{ cm}$  باشد، پیدا کنید: (الف) اختلاف فاز میان مؤلفه‌های خروجی از یاخته. اگر نور ناقطبیده بر قطبشگر فرود آید؛ (ب) دامنه نور خطی قطبیده فرودی بر یاخته چقدر است؟ (ج) دامنه نور خروجی از آنالیزور چقدر است؟ و (د) شدت نور خروجی چقدر است؟

جواب: (الف)  $156.44^\circ$ ؛ (ب)  $70.71 \text{ A}$ ؛ (ج)  $692 \text{ A}$ ؛ (د)  $479 \text{ I}_0$ .

۹-۳۲ کدام ولتاژ برقرار شده در دو سر یک یاخته کر، نور قطبیده خروجی تولید خواهد کرد؟ الکترودها به طول  $3^\circ \text{cm}$  و به فاصله  $5^\circ \text{mm}$  هستند و یاخته از نیترو تولوئن پر شده است.

۱۰-۳۲ یک یاخته کر که در آن از نیتروبنزن بسیار خالص استفاده می شود، دارای صفحاتی به طول  $28^\circ \text{cm}$  و به فاصله  $6^\circ \text{cm}$  است. چه ولتاژی باید برقرار کرد تا شدت عبوری ماکزیموم تولید شود؟ (ب) در این شدت میدان، چه کسری از نور ناقطبیده فرودی عبور می کند؟ از اتلافهای بازتابشی و جذبی چشمپوشی کنید.

## ماهیت دوگانه نور

در این فصل پایانی راههای سازش خواص نویافته ذره‌ای نور با نظریه موجی نور را به اختصار توصیف می‌کنیم. تشریح انتظام‌یافته‌ی مراحل‌ی که به نگاه امروزی ما نسبت به ماهیت نور انجامیده است، و یا بحث درباره‌ی پیامدهای پر دامنه و گسترده آن، در این مختصر نمی‌گنجد. این مبحث یکی از اجزای مهم حوزه مطالعاتی تام و تمامی را، در زمینه‌های فیزیک اتمی یا نوین تشکیل می‌دهد. به علاوه، بحث پیرامون بخشی از این حوزه نظر به سرشت اساساً ریاضی نظریه کوانتومی، مشکلاتی را بروز می‌دهد، که نخست به مثابه مجموعه معادلاتی قالب‌بندی شده تکوین یافت و مبدأ برحسب مفاهیم فیزیکی قابل تجسم و تصور بیان شد.

امیدواریم که ارائه بحث زیر، هر چند که مختصر و ناقص، دست‌کم تا حدودی کنج‌کاوی خواننده در خصوص ماهیت دوگانه نور، موجی یا ذره‌ای، را ارضاء کند.

### ۳۳-۱ نقاط ضعف نظریه موجی

مادام که با مسائل برهم‌کنش نور با نور، مانند تداخل و پراش، سروکار داریم، نظریه الکترومغناطیس، و در واقع هر نظریه موجی، می‌تواند حقایق را در حد کمال توضیح دهد. ولی به مجردی که می‌خواهیم



برهم‌کنش نور با ماده، مانند گسیل و جذب نور، اثر فوتوالکتریک، و پاشندگی را بررسی کنیم، مشکلات جدی آن بروز می‌کنند. در بسیاری از این مشکلات و مسائل موضوع صرفاً به انحرافهای جزئی مابین تجربه و نظریه، که فقط از اندازه‌گیریهای کمی آشکار شوند ختم نمی‌شود؛ برعکس، نظریه نتایجی پیش‌بینی می‌کند که با نتایج ناشی از مشاهده تفاوت بنیادی دارند. از نظر تاریخی، نخستین مورد از این نوع هنگامی بروز کرد که می‌خواستند توزیع انرژی در طیف جسم سیاه را توضیح دهند (بخش ۲۱-۹). در اینجا، نظریه الکترومغناطیسی در پیوند با نظریه کلاسیکی همپاری انرژی، که در توضیح گرمای ویژه گازها بسیار کارساز بوده، به‌کار گرفته شده است. منحنی پیش‌بینی شده در طول موجهای بلند تقریباً دقیق بود، اما روند آن به‌سوی طول موجهای کوتاه‌تر، به‌جای عبور از یک ماکزیموم و نزول به صفر (شکل ۲۱-۶)، به‌صعود نامحدودی ادامه می‌داد. فقط با اتکا بر این فرض که نوسانگرها در منبع تابنده نمی‌توانند در حالتی واحد تمامی حالت‌های انرژی و دامنه‌های ممکن وجود داشته باشند بلکه فقط در حالت‌های انرژی و دامنه‌های معینی وجود دارند که برای آنها انرژی ضریب صحیحی از مقداری خاص (کوانتوم) باشد، پلانک در سال ۱۹۰۰ توانست فرمول دقیق تابش [معادله ۲۱-۵]] را استخراج کند. بعد از کوتاه زمانی سایر نقایص و نقطه‌ضعفهای نظریه کلاسیکی ظهور کردند. در اثر فوتوالکتریک، انرژیهای اندازه‌گیری شده فوتوالکترونهای بیرون‌جسته از سطوح فلزی، با پیش‌بینیهای نظریه الکترومغناطیسی (بخش بعد) ناهمخوانی فاحشی داشتند. مقدار انرژی امواجی که بر یک تک اتم فرود می‌آمدند در حالت تابش ضعیف، بسیار کمتر از انرژی بود که در فوتوالکترونها مشاهده می‌شد؛ همین مشاهدات در سال ۱۹۰۵ اینشتین را به‌فرض وجود فوتونها هدایت کرد. در توضیح سری خطی مشاهده شده در طیف اتمی هیدروژن (بخش ۲۱-۱۰) در سال ۱۹۱۳، یور ناگزیر شد فرض کند که الکترون در مدار پایدار و بدون تابش می‌گردد، در حالی که باری با شتاب مرکزگرای قوی، بنابر نظریه الکترومغناطیسی، باید انرژی را به‌صورت تابش سریعاً از دست می‌داد (بخش ۲۰-۸). این امر موجب می‌شد که بسامد آن به سرعت تغییر و وجود خطوط طیفی واضح را توجیه‌ناپذیر کند. توجیه پرتوهای X براساس نظریه الکترومغناطیسی که آنها را به‌صورت پالسهای بسیار کوتاه تابشی توصیف می‌کرد که ناشی از کاهش ناگهانی شتاب الکترونها در هنگام برخورد با هدف است، با مشاهده طیف پیوسته پرتو X ناسازگار بود. به‌طوری که دوان و هانت در سال ۱۹۱۷ نشان دادند، در طرف موج کوتاه این طیف یک قطع تیز بروز می‌کند، در حالی که آنالیز فوری یک پالس طیف پیوسته‌ای به‌دست می‌دهد که به‌صورت همواری فرو می‌افتد (بخش ۱۲-۶). کشف اثر کامپتون در سال ۱۹۲۲، که عبارت است از جابه‌جایی پرتوهای X تکفام پراکنده شده به‌سوی بسامدهای پایینتر، نمایش بارزی برای نارسایی نظریه موجی به‌شمار می‌رود، زیرا برای توضیح آن ناگزیر بودند فرض کنند فوتونها با الکترونها یک اتم برخورد می‌کنند و مانند توپهای کشسان بیلبارد دوباره از روی آنها وامی‌جهند.

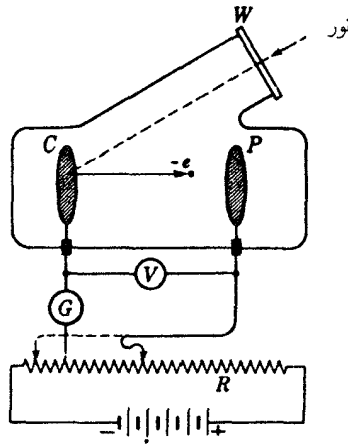
اینها، معدودی از پدیده‌های ساده‌تر را تشکیل می‌دهند که در آنها نظریه موجی به‌کلی از توضیح بازماند. در بسیاری از برهم‌کنشهای پیچیده‌تر مابین ماده و تابش، گرچه نظریه موجی می‌تواند جنبه‌های خام موضوع را دقیقاً توجیه کند، اما وقتی برای ارائه توصیفهای کمی کامل حقایق به تلاش برخاستند، با دشواریها و موانع غیرقابل عبور مواجه شدند. یکی از نخستین پدیده‌ها در این رده، اثر بی‌هنجار زمین بود (بخش ۱-۳۲)، و یکی از متأخرترین آنها اثر رامان است (بخش ۲۲-۱۱). پدیده‌های دیگری را نیز می‌توان برشمرد، اما فهرست آنها چندان طولانی شده است که موضوع دیگر با وارد کردن اصلاحاتی در نظریه موجی برای اینکه با آن جنبه‌های عملی انطباق دارند، چندان مقرون به موفقیت نیست. در بررسی چنین اثرهایی باید از نظریه کوانتومی، که اکنون نظریه موجی پاره‌ای جدانشدنی از آن تلقی می‌شود، سود جست.

### ۳۳-۲ شواهد وجود کوانتومهای نور

برای رسیدن به نتایجی در خصوص ماهیت پدیده‌ای چون نور، باید به مشاهده آثاری تکیه کرد که این پدیده تولید می‌کند. یک تک موج یا یک تک ذره نور را، چنان که در مورد امواج و ذرات بزرگ مقیاس ماده عمل می‌کنند، نمی‌شود دید یا از آن عکس گرفت. اما، با قطعیت می‌توان نتیجه گرفت که، با توجه به بررسیهای انجام شده در مورد نقشهای تداخل و پراش، سرعت آن، اثر دوپلر و مانند آنها، نور یک جنبه موجی دارد. شواهد قانع‌کننده‌ای در دست‌اند که بر پایه آنها نور از بسته‌های کوچک انرژی بسیار جایگزیده تشکیل می‌شود، یعنی هر کدامشان در هر لحظه خاص زمانی در موضع مشخصی هستند و هر یک از آنها می‌تواند همه انرژی خود را به یک تک اتم یا مولکول منتقل کند. در فصل ۲۹، دیدیم که این ذرات با انرژی  $h\nu$ ، کوانتومهای نور یا فوتون نامیده می‌شوند. بررسی کوتاه سه گواه تجربی از این دست از ارزش خالی نیست و در انتخاب آنها به این امر توجه می‌شود که برای ادامه بحث در این موضوع سودمندند.

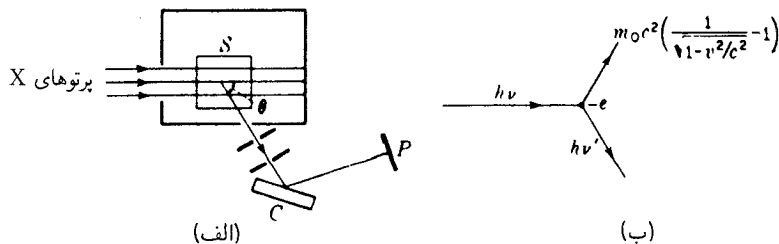
در اثر فوتوالکتریک (شکل ۱-۳۳)، نور از دریچه کوارتز  $W$  می‌گذرد و به کاتد  $C$  برخورد می‌کند، که یک تیغه فلزی پاکیزه است. در گالوانومتر  $G$  مشاهده می‌شود که جریانی از ذرات بار منفی، از  $C$  و از طریق لوله خلأ به تیغه  $P$ ، که نسبت به  $C$  به دو سر آن پتانسیل مثبت برقرار است، می‌رود. در اینجا مشاهده می‌شود که الکترونها با بار  $-e$  از سطح کاتد فلزی کنده شده‌اند. سرعت و انرژی آنها را در هنگامی که سطح را ترک می‌کنند می‌توان با تغییر دادن ولتاژ برقرار شده در دو سر تیغه،  $V$ ، مطالعه کرد. پیداست که این انرژی از شدت نور مستقل است و از روی بسامد آن تعیین می‌شود که مطابق معادله اینشتین برای اثر فوتوالکتریک عبارت است از

$$E = h\nu - k \quad \text{انرژی فوتوالکترونها} \quad (۱-۳۳)$$



شکل ۳۳-۱. آرایش تجربی برای مطالعه اثر فوتوالکتریک.

در اینجا، باز هم  $h$  ثابت عمومی  $۱۰^{-۲۷} \text{ J/s} \times ۶.۶۲۶ \times ۱۰^{۲۶}$  معروف به ثابت پلانک،  $\nu$  بسامد  $c/\lambda$ ، و  $h$  یک مشخصه ثابت مربوط به جنس فلز کاتد است. در اکثر فلزات،  $h$  مقداری است، که نور لازم برای تولید فوتوالکترون از آن، باید بسامد بالایی (نور فرابنفش) داشته باشد. در این آزمایش خصیصه کوانتومی یا ذره‌ای نور به اعتبار این واقعیت ظاهر می‌شود که هر الکترون آشکارا مقدار انرژی یکسانی،  $h\nu$ ، را می‌گیرد و با انرژی حاصل از تفاضل این انرژی و  $h$ ، که برای ترک کردن سطح فلز لازم دارد، از سطح خارج می‌شود. (این تعبیر و تفسیر  $h$  به شیوه‌هایی دیگر، به خصوص در گسیل گرما یونی الکترون هم تأیید می‌شود). به علاوه، باریکه بسیار ضعیف نور هم قادر است تعدادی فوتوالکترون را به طور لحظه‌ای گسیل کند. و این الکترونها نیز دارای انرژی کاملی‌اند که در بالا محاسبه شد. تحت این شرایط، بدیهی است که باریکه ضعیف نور به معنای وجود تعداد اندکی فوتون، هر کدام به انرژی  $h\nu$ ، در آن است. در نظریه موجی، مقدار اندک انرژی الکترومغناطیسی باید روی کل سطح پخش شود، و سهم انرژی هر یک دانه الکترون برای تولید این اثر ناکافی خواهد بود. اثر کامپتون با پرتوهای X مشاهده می‌شود که تحت زاویه  $\theta$  از یک پراکننده  $S$ ، متشکل از عناصر سبکی چون کربن، پراکنده می‌شوند [شکل ۳۳-۲ (الف)]. یک باریکه نازک محدود شده به وسیله دو شکاف سربی، روی بلور  $C$  فرود می‌آید. این بلور، پرتوهای  $X$  را به سوی فیلم عکاسی  $P$  پراکنده می‌کند، و با چرخاندن مناسب بلور حول محوری که بر صفحه شکل عمود است، می‌توان از طیف حاصل عکسبرداری کرد. برای هر خط تکفام موجود در پرتوهای  $X$  اولیه، طیف پرتوهای پراکنده شده یک خط جابه‌جا شده به سوی طول موجهای بلندتر را نشان می‌دهد، و جابه‌جایی با



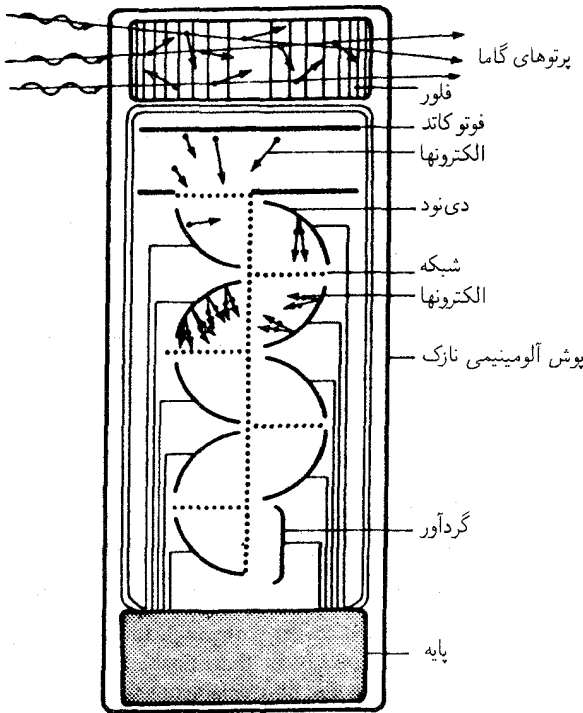
شکل ۲-۳۳ اثر کامپتون: (الف) روش مشاهده؛ (ب) انرژیهای فوتون فرودی، فوتون پراکنده شده، و الکترون پس‌زنی.

زاویه پراکندگی  $\theta$ ، مطابق معادله زیر افزایش می‌یابد:

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) \quad \text{جابه‌جایی کامپتون} \quad (2-33)$$

که در آن  $m_0$  جرم یک الکترون در حالت سکون و  $h/m_0 c$  موسوم به طول موج کامپتون است. این معادله را می‌توان به سهولت و با بهره‌گیری از قوانین پایستگی انرژی و تکانه در طی برخورد یک فوتون با یک الکترون به دست آورد [شکل ۲-۳۳ (ب)]. الکترون مورد نظر عبارت است از الکترونی که فوتون از یک اتم بلور پراکنده بیرون می‌کشد، و انرژی جنبشی آن را باید به کمک فرمول نسبیتی که در شکل نوشته شده است، محاسبه کرد. به همین ترتیب، تکانه آن و تکانه فوتون نیز باید برحسب معادلات نسبیتی، که در بخش ۳-۳۳ شرح خواهیم داد، بیان شوند. اما، تصویری که در اینجا از برخورد کشسان ذرات ارائه می‌شود، آشکارا با هر مدل موجی نور بیگانه است. حتی با استفاده از آشکارسازهای گوناگونی چون اتاقک ابر ویلسون یا امولسیون عکاسی، آشکار کردن فوتون پراکنده شده و الکترون پس‌زنی به طور همزمان، امکانپذیر بوده است.

به عنوان سومین مثال از رفتار ذره‌ای نور، می‌توان از شمارنده سوسون<sup>۱</sup> یاد کرد، که ابزار با ارزشی برای اندازه‌گیری پرتوهای X سخت و پرتوهای  $\gamma$  است. اساس کار این ابزار، مشابه با روش سوسوزنی است که در مطالعات اولیه پرتوزایی برای شمارش ذرات  $\alpha$  به کار گرفته شده است. مطابق شکل ۳-۳۳، فوتوهای یک باریکه پرتوهای  $\gamma$ ، به یک بلور فلوروسانی در بالای شکل وارد می‌شوند و فوتوهای نور مرئی در بخش آبی یا بنفش طیف را پدید می‌آورند. مواد فلوروسانی که غالباً به کار می‌روند، بلورهای سدیم‌یدور (NaI) و سزیم‌یدور (CsI) هستند. درخشهای کم‌نور، در درون بلور، و در نتیجه عبور فوتون پرتو  $\gamma$  پدیدار می‌شوند. این فوتونها به کاند فوتوالکتریکی یک لامپ تکثیرکننده فوتونی برخورد می‌کنند و به وسیله هشت دی‌نود یا بیشتر، به شدت تقویت می‌شوند. پالسهای الکتریکی حاصل، یک وسیله شمارنده را فعال می‌کنند. در این ابزار اثر تک فوتونها چنان



شکل ۳-۳۳ آشکارساز سوسوزن برای پرتوهای گاما با استفاده از یک فلئورسان حجیم و لامپ تکثیرکننده فوتونی.

مشاهده می شوند که درست نظیر مشاهده مستقیم ذرات اتمی ماده مستقیم است، و تحت این شرایط، برای رفتار ذره ای نور جای هیچ گونه شک و تردیدی باقی نمی گذارد.

### ۳-۳۳ انرژی، تکانه، و سرعت فوتونها

در همه آزمایشهایی که وجود فوتونها را آشکار می کنند، و به خصوص در اثر فوتوالکتریک، معلوم شده است که انرژی آنها فقط از طریق بسامد  $\nu$  تعیین می شود. البته، این کمیت اخیر باید مستقلاً از طریق مشاهده تداخل، که یک خاصیت موجی نوعی است، اندازه گیری شود. دیده ایم که ثابت تناسب مابین انرژی و بسامد همانا ثابت پلانک،  $h$ ، است و تجربه نشان می دهد که به این قرار محاسبه می شود:

$$E = h\nu \quad \text{انرژی یک فوتون} \quad (3-33)$$

انرژی، تکانه، و سرعت فوتونها ۸۵۳

برای به دست آوردن عبارتی برای تکانه، از معادلهٔ اینشتین برای هم‌ارزی جرم و انرژی، سود می‌جویم که آن عبارت از این قرار است:

$$E = mc^2 \quad (۴-۳۳)$$

این معادله، در بررسی‌های مربوط واپاشی هسته‌ای، بارها و بارها به‌طور تجربی تأیید شده، و نشان داده شده است که در تبدیل تابش به ماده، که در ایجاد زوج‌های الکترون-پوزیترون در پرتوهای  $\gamma$  روی می‌دهد، صادق است. با ترکیب معادله‌های (۳-۳۳) و (۴-۳۳) خواهیم داشت:

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = mc^2$$

بنابراین، چون تکانهٔ  $P$  عبارت است از حاصلضرب جرم و سرعت،\*

$$\bullet \quad p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad \text{تکانه فوتون} \quad (۵-۳۳)$$

این نتیجه را شواهد تجربی قویاً تأیید کرده‌اند که به‌خاطر دستیابی به معادلهٔ (۲-۳۳) برای اثر کامپتون، تکانهٔ فوتونها به‌صورت  $h\nu/c$  گرفته شود.

در معادله (۵-۳۳) فرض می‌شود که سرعت سیر فوتونها  $c$  است، و در واقع هم این فرض درست است، بدون استثناء که

$$\bullet \quad \text{سرعت فوتون} = c \quad (۶-۳۳)$$

از این جهت فوتونها با ذرات ماده فرق می‌کند، که این ذرات می‌توانند هر سرعتی کمتر از  $c$  داشته باشند. در بادی امر، به‌نظر می‌رسد که معادلهٔ (۶-۳۳) با این حقیقت مشاهده شده که سرعت اندازه‌گیری شدهٔ نور در ماده کمتر از  $c$  است، تعارض دارد. اما، این سرعت گروهی از موجهاست (بخش ۱۹-۸) و نه سرعت تک فوتونها. چنان که در فصل مربوط به پاشندگی شرح دادیم، امواج نور در پیمایش از درون ماده، به‌سبب تغییر فازشان از طریق تداخل با امواج پراکنده شده، دستخوش تأخیر می‌شوند. در مورد فوتونها می‌توانیم، دست‌کم در مادهٔ رقیقی چون گاز، سرعت حرکت آنها را در فضای خالی مابین مولکولها  $c$  بگیریم، اما آهنگ پیشرفت متوسط آنها، طی مدت زمان

---

\* بنا به فرضهای نظریه نسبیت عام اینشتین تکانه و جرم فوتون در حین عبورش از میدان گرانشی قوی مانند میدان موجود در نزدیکی خورشید، افزایش می‌یابد.

متناهی فرایند جذب و بازگسیل در مولکولهایی که با آنها روبه‌رو می‌شوند، دستخوش تأخیر خواهد شد. در هر آزمایشی که طی آن می‌توان انتظار داشت سرعت فوتون کندتر شود، مثلاً در مواجهه با الکترون در اثر کامپتون، معلوم شده است که این انرژی و بسامد است که کاهش می‌یابند و نه سرعت. تنها کاهش سرعتی که در فوتون می‌تواند اتفاق افتد نابودی کامل آن است، چنان‌که در اثر فوتوالکتریک روی می‌دهد.

### ۳۳-۴ تکوین مکانیک کوانتومی

تعارض ظاهراً آشتی‌ناپذیر مابین تصویر ذره‌ای و موجی نور، بر شالوده یک سیستم جدید مکانیک، که هایزنبرگ و شرودینگر در سال ۱۹۲۶ ابداع کردند (فصل ۲۹) توضیح داده شده است. این مکانیک کوانتومی، برای بررسی همه فرایندهای اتمی ابزارهای اساسی به‌شمار می‌آید. مکانیک کوانتومی در حوزه فرایندهای عادی بزرگ مقیاس هم صادق است، هر چند که در این حالت، انحرافها از مکانیک نیوتونی چشم‌پوشیدنی‌اند. مثلاً، در مکانیک کوانتومی رفتار الکترونها در یک اتم، با استفاده از نظریه موجی محاسبه می‌شود، و جوابهای معادلات موجی، حالت‌های انرژی مجاز را به‌دست می‌دهند. هر ذره مادی، با گروهی از امواج همراهی شده است، و در مورد یک ذره آزاد طول‌موج آنها با تکانه،  $P$ ، ذره نسبت عکس دارد. این همان رابطه مشهور دوبروی است که در فصل ۲۹ در موردش صحبت کردیم و نمایانگر تعمیم رابطه (۳۳-۵) به‌معنای زیر است:

$$\bullet \quad \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \quad \text{طول موج ذره آزاد} \quad (۷-۳۳)$$

این معادله را دویسون و گرمر در امریکا و جی. پی تامسون در انگلستان به‌طور تجربی تأیید کردند. آنها نشان دادند که یک باریکه الکترونی می‌تواند پراش را نمایش دهد و نقش حاصل با نقش ایجاد شده با پرتوهای  $X$  در پراش از آرایش منظم اتمها در یک شبکه بلوری متناظر است. متعاقب آن پراش باریکه‌های اتمی و مولکولی توسط اشترن نمایش داده شد. رفتار مشابه الکترونها و نور، به زیباترین وجهی در میکروسکوپ الکترونی بروز پیدا می‌کند (بخش ۱۵-۱۰). وجود هر دو نوع رفتار، به‌صورت موج و ذره، برای ماده و تابش الکترومغناطیسی، برجسته‌ترین واقعیتی بود که مکانیک کوانتومی به توجیه آن توفیق یافت.

اهمیت فیزیکی امواجی که به یک ذره مادی منسوب می‌شوند، این است که مجذور دامنه این امواج در هر نقطه از فضا، معرف احتمال یافتن ذره در آن نقطه است. بنابراین، آنچه این نظریه به‌دست می‌دهد توزیع آماری ذره در فضا است، و چنان‌که خواهیم دید، امکان رفتن به فراتر از این را منتفی می‌کند. به‌همین ترتیب، نظریه موجی برای نور توزیع آماری یا میانگین فوتونها را

به صورت مجذور دامنه موج الکترومغناطیسی به دست می‌دهد. هرگاه برای لحظه‌ای، این سؤال را به تعویق اندازیم که کدام مدل، موجی یا ذره‌ای، مدل واقعی است، و نگاهی به دستاوردهای نظریه مکانیک کوانتومی بیفکنیم، به آرایه گسترده‌ای از این دستاوردها برمی‌خوریم، که مؤید درستی بی‌چون و چرای فرضیه‌های بنیادی در این نظریه‌اند. نه تنها بسیاری از جنبه‌های پیچیده طیفهای اتمی و مولکولی با جزئیاتشان در این حوزه توضیح داده می‌شوند، بلکه تمامی فرایندهای متضمن الکترونهای مداری به دور هسته و برهم‌کنش آنها با تابش الکترومغناطیسی، توجیه می‌شوند. تنها، هنگامی که اقدام به کاربرد نظریه به نواحی کوچکی با ابعاد هسته اتمی، یا به طور کلی، کوچکتر از شعاع کلاسیکی الکترون،  $e^2/m_0 c^2$  می‌شود، نشانه‌هایی دال بر نارسایی نظریه بروز می‌کنند.

### ۳۳-۵ اصل عدم قطعیت

به نظر می‌رسد که امکان توصیف کردن نور به صورت بسته‌های مجزای انرژی به نام فوتون به توانایی ما در تعیین هم مکان و هم تکانه متعلق به یک فوتون معین در لحظه‌ای معین، متکی است. این دو کمیت را معمولاً به عنوان خواص قابل اندازه‌گیری یک ذره مادی منظور می‌کنند. ولی هایزنبرگ نشان داده‌است که برای ذراتی که بزرگیشان از مرتبه بزرگی اتمهاست، تعیین همزمان هم مکان و هم تکانه به طور دقیق، اصولاً ناممکن است. اگر آزمایشی طراحی کنیم تا یکی از این کمیتها را به درستی بسنجیم، کمیت دیگر کاملاً نامعین می‌شود، و برعکس. محدوده‌های دقت اندازه‌گیری این دو کمیت از طریق اصل تعیین‌ناپذیری (که غالباً اصل عدم قطعیت خوانده می‌شود) مشخص می‌شوند، که مطابق آن:

$$\Delta p_y \Delta y \gtrsim \frac{h}{2\pi} \quad (۸-۳۳)$$

در اینجا،  $\Delta y$  و  $\Delta p_y$  نمایانگر تغییرات مقدار مختصه و مؤلفه تکانه‌ای متناظر آن برای یک ذره است که هنگام اندازه‌گیری همزمان آنها باید انتظار آن را داشته باشیم، یعنی عدم قطعیتی که مقدار هر کمیت در این حالت خواهند داشت. نماد  $\gtrsim$  به معنای "از مرتبه بزرگی، یا بزرگتر از" است. دلیل این روش شبه کمی برای بیان قانون، از طریق مثالی که در بخش زیر ارائه می‌شود، روشن خواهد شد. اصل عدم قطعیت در مورد فوتونها و همچنین در مورد همه ذرات مادی، از الکترونها تا اجسام ملموس، که در مکانیک کلاسیک پیش می‌آیند، صادق و کاربردپذیر است. در اجسام بزرگ، مقدار بسیار کوچک  $h$ ، هم  $\Delta p_y$  و هم  $\Delta y$  را، در مقایسه با خطاهای تجربی عادی، به هنگام اندازه‌گیری مقادیر بزرگ  $p_y$  و  $y$  متناظر آنها، کاملاً ناچیز و چشمپوشیدنی می‌کند. ولی، هنگامی که  $p_y$  خیلی کوچک باشد، چنان‌که در مورد الکترون یا فوتون چنین است، ممکن است عدم قطعیت



کسر قابل توجهی از خود تکانه بشود، یا در غیر این صورت، عدم قطعیت در مکان باید نسبتاً بزرگ باشد.

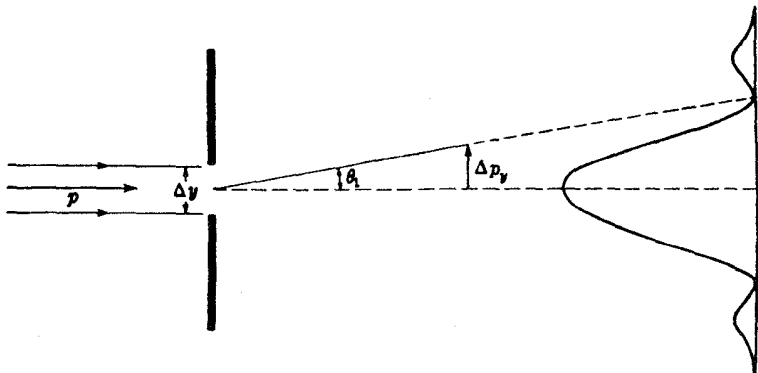
### ۶-۳۳ پراش به وسیله یک شکاف

فرض کنید می خواهیم مکان یک فوتون را با عبور دادن آن از یک شکاف پیدا کنیم. این کار مختصه  $y$  آن در صفحه پرده را با یک عدم قطعیت  $\Delta y$  برابر با پهنای شکاف (شکل ۴-۳۳) مشخص خواهد کرد. با این کار، تکانه فوتون در جهت  $y$ ، که در این آزمایش در آغاز صفر است، به مقدار  $\Delta p_y$  نامعین شده است و از رابطه (۸-۳۳)، چنانکه اکنون نشان خواهیم داد، محاسبه می شود. عبور نور از شکاف به ایجاد یک نقش پراش روی پرده می انجامد. فرض خواهیم کرد که فاصله پرده از شکاف نسبت به پهنای شکاف به اندازه کافی زیاد باشد، تا پراش فرانیهوفر به دست آید. تقریباً همه فوتونها درون زاویه  $\theta_1$  که متناظر با نخستین صفر نقش تداخل است، قرار خواهند گرفت. بنابر معادله (۶-۱۵) می دانیم که این زاویه از رابطه زیر به دست می آید:

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{\Delta y} \quad (۹-۳۳)$$

عدم قطعیت متناظر در تکانه عبارت است از:

$$\Delta p_y = p \sin \theta_1 = \frac{p\lambda}{\Delta y} \quad (۱۰-۳۳)$$



شکل ۴-۳۳ کاربرد اصل عدم قطعیت برای تکانه یک فوتون هنگام پراش آن در یک شکاف.

با استفاده از مقدار تکانه به دست آمده از رابطهٔ دوبروی، معادلهٔ (۳۳-۵)، خواهیم داشت:

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \frac{\lambda}{\Delta y} = \frac{h}{\Delta y} \quad (۳۳-۱۱)$$

از این معادله می‌رسیم به  $\Delta p_y \Delta y = h$ ، اما ملاحظه خواهد شد که چون احتمال برخورد فوتون با مرکز نقش حداکثر است، عدم قطعیت در  $p_y$  به آن بزرگی نیست که معادلهٔ (۳۳-۱۱) حکم می‌کند، و از این رو نتیجه‌ای که به دست آورده‌ایم با اصل عدم قطعیت سازگار است

$$\Delta p_y \Delta y \gtrsim \frac{h}{2\pi} \quad (۳۳-۸)$$

تردید وجود ندارد که این رابطه سؤالهای معنی‌دار و مهمی در ذهن خواننده پیش می‌آورد. فوتون این تکانهٔ پهلویی را چگونه کسب می‌کند؟ چگونه ممکن است که پهنای شکاف، فوتونی را که از یک مکان شکاف می‌گذرد، متأثر کند؟ جواب این سؤالها را، تا ارائه بررسیهای بیشتر در مورد پیامدهای اصل عدم قطعیت، به بعد موکول می‌کنیم.

### ۳۳-۷ اصل مکملیت

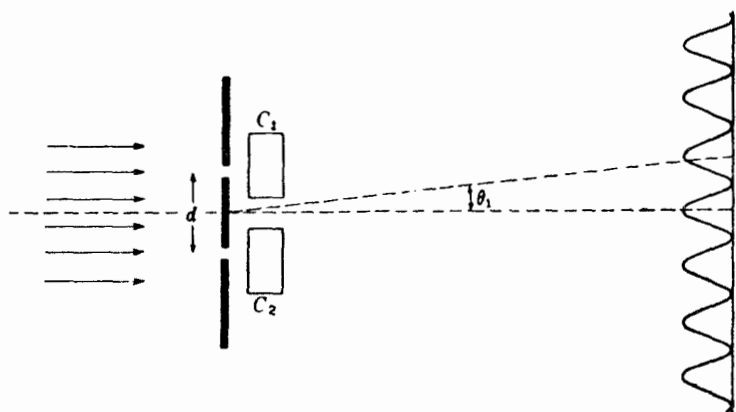
تفسیر و تعبیر اصل هایزنبرگ به‌گونه‌ای که محدودیتهای بنیادی دقت اندازه‌گیری را روشن می‌کند و حالت و وضع این محدودیتها را به‌عنوان ماهیت نور و ماده در برابر دیدهٔ ما می‌آورد، به‌همت بور انجام شده است. بور، بنابر اصل مکملیت که آن را در سال ۱۹۲۸ بیان کرده است، توصیفهای موجی و ذره‌ای راههای صرفاً مکملی از توجه و ملاحظهٔ پدیدهٔ واحدی به‌شمار می‌آیند. یعنی، برای حصول به تصویر کامل به این هر دو خاصیت نیاز داریم، اما به‌علت اصل عدم قطعیت طراحی آزمایشی که بتواند در عین حال این هر دو خاصیت را با همهٔ جزئیات روشن کند، ناممکن است. هر آزمایشی یا جزئیات موجی و سایر جزئیات ذره‌ای را، بسته به اینکه مراد از طراحی آزمایشی چه بوده است روشن خواهد کرد.

گذشته از این، چنین می‌نماید که اگر تلاش کنیم دقت آزمایش را تا مرحله‌ای پیش ببریم که در آن انتظار روشن شدن هر دو جنبه می‌رود، برهم‌کنش غیرقابل اجتنابی مابین دستگاه اندازه‌گیری، و آنچه اندازه‌گیری می‌شود، وجود خواهد داشت که تلاش ما را بی‌ثمر خواهد کرد. حتی اگر یک آزمایش فرضی را هم که توسط آزمایشگر مجهز به مهارت و منابع نامحدود انجام گرفته، را تصور کنیم، این رویداد پیش خواهد آمد. بنابراین، مسئله‌ای که دچار آن هستیم، ناشی از اختلالات معمولی ایجاد شده در ابزارهای اندازه‌گیری بزرگ مقیاس نیست؛ اگر چنین می‌بود، می‌توانستیم

آنها را محاسبه و منظور کنیم. عدم قطعیهایی که در اینجا با آنها مواجه هستیم، به علت ماهیت خود نمی‌توانند، بی آنکه آزمایش را از طریقی دیگر ضایع کرده باشند، ارزیابی شوند. اگر چنین نمی‌بود، می‌توانستیم در فرارفتن از مرزهای تعیین شده توسط اصل مکتبیت موفق باشیم. برای درک این نکته که برهم‌کنشهای یاد شده چگونه روی می‌دهند، و چرا تا درجاتی روی می‌دهند که اصل عدم قطعیت ایجاب می‌کند، دو آزمایش مشهوری را که به دلایل تکنیکی هرگز به دقتی که توضیح خواهیم داد، انجام نشده‌اند، ولی نتایج آنها را می‌توان با اطمینان و براساس آزمایشهای جاری دیگری پیش‌بینی کرد که به این آسانی نیستند، توصیف می‌کنیم.

### ۳۳-۸ دوشکاف

فریزهای تداخلی در آزمایش یانگ (بخش ۱۳-۳)، یکی از ساده‌ترین نمایشهای خصیصه موجی نور به‌شمار می‌رود. با همه اینها آشکار کردن وجود فوتونها از طریق جرح و تعدیلهای مناسب در این آزمایش، میسر است. چنین جرح و تعدیلهایی می‌تواند جایگزینی پرده مشاهده با یک سطح فوتوالکتریک باشد، که این سطح را چنان تقسیمبندی کرده باشند که تک فوتوالکترون‌ها از قسمتهای مختلف سطح را بتوان شمارش کرد. اگر این کار انجام شود، بزرگترین تراکم فوتونها در ماکزیمومهای نقش تداخل یافت خواهند شد، و در می‌نیمومها اصلاً فوتونی وجود نخواهد داشت. تصور اینکه تداخل مابین فوتونهای مختلفی که از درون دو شکاف می‌گذرند، به تشکیل چنین نقش تداخلی انجامیده باشد، ناممکن است. حتی درک این واقعیت که چگونه یک تک فوتون وادار به رفتن به سوی ماکزیمومها می‌شود و از می‌نیمومها اجتناب می‌کند دشوارتر از آن است، چرا که فوتون فقط از یکی از شکافها می‌گذرد. حضور شکاف دیگر، اصولاً باید بی‌تأثیر باشد، حال آنکه عملاً وجود نقش تداخل را امکانپذیر و مکان آن ابعاد نقش را تعیین می‌کند. با این وصف، براساس اصول مکانیک کوانتومی، توجیه اخیر درست است. فریزها می‌توانستند توسط تک‌فوتونیهایی ایجاد شوند که یک به یک از شکافها می‌گذرند. چنان که می‌دانیم، کاهش شدت نور تداخل را به هم نمی‌زند. بنابراین، نقش تداخل یکی از مشخصه‌های هر فوتون به‌شمار می‌آید، و احتمال رسیدن آن به نقاط مختلف پرده را نمایش می‌دهد. ولی، این احتمال باید توسط نظریه موجی محاسبه شود و با مجذور دامنه سنجیده می‌شود. این آزمایشی است که برای نشان دادن خواص امواج طراحی شده است. اکنون تلاش می‌کنیم در این آزمایش با هدف پی بردن به این نکته که هر فوتون مشخص از کدام شکاف می‌گذرد اصلاحاتی پدید آوریم. این کار را می‌توان با قرار دادن دو شمارگر سوسونز  $C_1$  و  $C_2$  در مقابل یا پشت شکافها، مطابق شکل ۳۳-۵، انجام داد. با نوری که از بسامد بالای کافی برخوردار باشد، این دو شمارنده می‌توانند هر فوتونی را ثبت کنند که از این یا آن شکاف می‌گذرد. اما، با این کار نقش تداخل را مختل می‌کنیم، زیرا با تولید درخشها، فوتونها دچار انحرافهایی خواهند شد.



شکل ۵-۳۳ آزمایش دوشکاف یانگ، که برای نمایش دادن هم خواص موجی و هم خواص ذره‌ای نور در آن تغییراتی داده شده است.

برای اینکه نقش تداخل مختل نشود و فریزها به‌وضوح مرئی باشند، لازم است که این انحرافها بنابر ضوابط یاد شده در بخش ۱۶-۷، کمتر از یک چهارم پهنای فریزها باشند. بنابراین باید داشته باشیم:

$$\frac{\Delta p_y}{p} < \frac{\theta_1}{4} = \frac{\lambda}{4d} \quad (۱۲-۳۳)$$

که در آن  $\theta_1$  فاصله زاویه‌ای فریزهای همجوار، و  $d$  فاصله دو شکاف است. چون شماره‌های سوسوزن به ما می‌گویند که فوتون از کدام شکاف می‌گذرد، بنابراین مختصه  $y$  را در محدوده فاصله‌ای حداکثر  $d/2$  مشخص می‌کنند. بنابراین، برای عدم قطعیت این مختصه می‌توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{d}{4} \quad (۱۳-۳۳)$$

با ترکیب معادله‌های (۱۲-۳۳) و (۱۳-۳۳) خواهیم داشت

$$\Delta p_y \Delta y < \frac{p\lambda}{4d} \frac{d}{4} = \frac{p\lambda}{16} \quad (۱۴-۳۳)$$

با گنجاندن مقدار دوبروی به جای  $\lambda$ ، شرط عدم اختلال نقش تداخل به این قرار خواهد شد:

$$\Delta p_y \Delta y < \frac{h}{8} \quad (۱۵-۳۳)$$

این شرط از اصل عدم قطعیت، که مطابق با آن  $\Delta p_y \Delta y \gtrsim h/2\pi$ ، تخطی می‌کند. به این ترتیب، می‌بینیم که تعیین مکان تک فوتونها و به‌طور همزمان اندازه‌گیری طول موج آنها ناممکن است. اگر چنین چیزی ممکن می‌بود، به این معنا بود که مکان و تکانه به‌طور همزمان اندازه‌گیری شده‌اند. بسته به اینکه آزمایش برای فوتونها یا برای امواج طراحی شده باشد، اندازه‌گیری دقیق فقط یکی از اینها ممکن است.

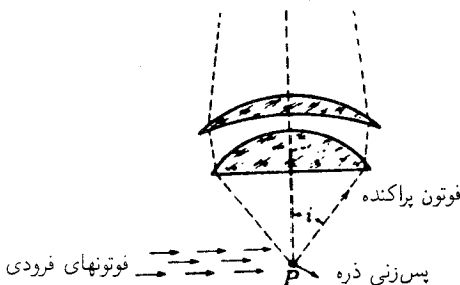
### ۳۳-۹ تعیین مکان با میکروسکوپ

یک آزمایش دیگر برای تعیین مکان که نخستین بار هایزنبرگ درباره آن بحث کرده است، معمولاً به میکروسکوپ پرتو  $\gamma$  ارجاع داده می‌شود. اگر منظور یافتن مکان یک ذره با حداکثر دقت ممکن باشد بر ذره باید با کوتاهترین طول موج ممکن نور تابانید، زیرا توان تفکیک، بنابر معادله (۱۵-۱۲) عبارت است از

$$s = \frac{\lambda}{2n \sin i} \quad (۱۶-۳۳)$$

می‌توان، دست‌کم در اصول، میکروسکوپی را فرض کرد که از پرتوهای  $\gamma$  بهره می‌گیرد و قادر است عدم قطعیت فوق‌العاده کوچک  $s \approx \Delta x$  در مکان ذره را به دست دهد. اگر ذره ساکن باشد، تکانه آن،  $p_x$ ، دقیقاً صفر است و این آگاهی نسبت به هم مکان و هم تکانه ذره، نقض اصل عدم قطعیت به نظر خواهد رسید. ولی در اینجا یک عامل یعنی پس‌زنی ذره هنگام برخورد فوتون پراثری و تکانه با آن، که در اثر کامپتون نمایش داده‌شد، نادیده انگاشته شده است. این پس‌زنی یک عدم قطعیت نسبتاً بزرگ را در تکانه وارد می‌آورد، درست به همان گونه که اصل یاد شده ایجاب می‌کند.

برای یافتن بزرگی عدم قطعیت، باید توجه داشت که در شکل ۳۳-۶، مؤلفه  $x$  تکانه فوتون



شکل ۳۳-۶ اندازه‌گیری مکان یک ذره با میکروسکوپ.

پراکنده شده، مقداری است مابین  $+h/\lambda \sin i$  و  $-h/\lambda \sin i$ ، زیرا فوتون می‌تواند از هرکجای عدسی شیئی وارد شود. مؤلفه  $x$  تکانه ذره پس‌زنی به‌اندازه همین مقدار دستخوش عدم قطعیت شده است، زیرا تکانه در برخورد پایستار است و تکانه فوتونها را می‌توان از روی طول‌موج دقیقاً محاسبه کرد. از این‌رو، برای ذره داریم:

$$\Delta p_x \approx \frac{2h}{\lambda} \sin i \quad (۱۷-۳۳)$$

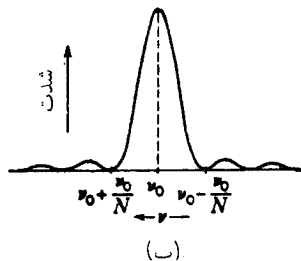
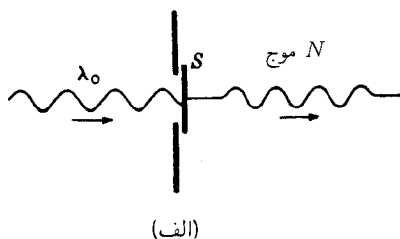
اگر  $\Delta x$  را در معادله (۱۶-۳۳) ضرب کنیم، خواهیم داشت:

$$\Delta p_x \Delta x \approx h \quad (۱۸-۳۳)$$

که انتظارش می‌رفت. این، نمونه‌ای است از اعمال اصل عدم قطعیت بر یک ذره مادی. در این آزمایش، اصل مکملیت به‌این طریقه به‌خوبی تصویر می‌شود که هرگاه طول‌موجهای بسیار کوتاه را به‌کار گیریم،  $x$  با دقت خوبی تعیین می‌شود، اما  $\Delta p_x$  بزرگتر خواهد شد، در حالی‌که استفاده از طول‌موج بلندتر، تعیین بهتر  $p_x$  را میسر خواهد کرد که به بهای از دست رفتن دقت  $\Delta x$  در اندازه‌گیری مکان تمام می‌شود.

### ۱۰-۳۳ استفاده از بستاور

توجه به نتیجه تلاش در راه تعیین مکان فوتون از طریق عبور نور از بستاوری با سرعت عمل بسیار زیاد، مانند بستاوری که در اثر الکترواپتیکی کر (بخش ۳۲-۱۰) برای یافتن مکان فوتونی به‌کار رفت که از آن می‌گذرد، بسیار آموزنده خواهد بود. در شکل ۳۳-۷ (الف)، طرح چنین بستاوری را با  $S$  نشان داده‌ایم. این بستاور فقط به‌مدتی باز می‌ماند که یک قطار  $N$  موجی با دامنه‌های یکنواخت



شکل ۳۳-۷ (الف) آزمایش بستاور ایده‌آل، (ب) نتیجه آنالیز فوریه یک قطار  $N$  موجی.

از آن بگذرد. این آزمایش را می‌توان با نوری چندان ضعیف اجرا کرد که در طول این مدت فقط یک فوتون از آن بگذرد. این فوتون در مکانی از بسته موج (بخش ۱۱-۱۱) حاوی  $N$  موج قرار دارد، و احتمال یافتن آن در هر جا از بسته به کمک مجذور دامنه سنجیده می‌شود. این دامنه در طول  $\Delta x$ ، به قرار زیر، یکنواخت است:

$$\Delta x = N\lambda_0 = N\frac{c}{\nu_0} \quad (۱۹-۳۳)$$

آنالیز انتگرال فوریه از یک قطار متناهی متشکل از  $N$  موج با دامنه‌های یکسان، توزیع بسامدی مشخصی به دست می‌دهد، و هرگاه منحنی تغییرات شدت بسامدهای مختلف را ترسیم کنیم، مطابق ۳۳-۷ (ب)، منحنی حاصل با تقریب بسیار زیاد با منحنی توزیع نقش پراش فرانوفر در یک تک‌شکاف یکسان است. نیم‌پهنای ماکزیموم مرکزی درست  $\nu_0/N$  است. حال، چنین پخش شدن بسامدی، بنابر معادله (۳۳-۵)، با عدم قطعیتی در تکانه فوتون، به مقدار زیر، متناظر است:

$$\Delta p_x = \frac{h}{\Delta \lambda} = \frac{h \Delta \nu}{c} = \frac{h(\nu_0/N)}{c} \quad (۲۰-۳۳)$$

بنابراین، تعیین مکان فوتون در فاصله  $\Delta x$  تکانه آن را به حوزه عدم قطعیت کشانده است و همان‌طور که انتظارش می‌رفت، حاصلضرب این دو عدم قطعیت در معادله‌های (۳۳-۱۹) و (۳۳-۲۰) باز هم عبارت است از:

$$\Delta p_x \Delta x \approx h \quad (۲۱-۳۳)$$

لازم به ذکر است که بسته‌موج فوتون نیست، همچنین نمی‌توانیم از خود فوتون به‌عنوان چیزی که دارای ابعاد باشد یاد کنیم. بسته‌موج صرفاً توصیفی برای احتمال یافتن فوتون در مکان معینی است. هرگاه طول قطار موج را با تداخل‌سنج مایکلسون اندازه‌گیری کنیم (بخش ۱۳-۱۲) در پی پیدا کردن طول فوتون نیستیم، بلکه طول ناحیه‌ای را می‌یابیم که فوتون در جایی از آن قرار دارد.

### ۱۱-۳۳ تفسیر خصلت دوگانه نور

اگر صحت این اصول عدم قطعیت و مکملیت را مسلم بدانیم، در خصوص سرشت نور چه چیزی می‌توان گفت؟ اولاً، پی‌بردن به این امر مهم است که نور (نیز ذرات بنیادی ماده: الکترونها، پروتونها و مانند آنها) اصولاً بسیار ابتدایی‌تر و ظریفتر از آن پدیده‌های مکانیکی است که در بزرگ مقیاس

می‌توانیم مشاهده کنیم. همهٔ معلومات ما دربارهٔ آن باید به‌طور غیرمستقیم کسب شوند. از این بابت این امکان وجود دارد که توصیف نور به زبانی که ما مطالب روزمره را مطابق عادت با آن سخن می‌گوییم، نامیسراس. همه تجربیات ما از دوران کودکی نشان می‌دهند که باید بتوان گفت: ”نور مانند شلیک گلوله از یک مسلسل است“، یا ”نور نظیر قطاری از امواج آب است“. اما چنین گزارهٔ خاصی را نمی‌توان درباره نور به‌کار برد و اصل مکملیت نشان می‌دهد که ما هرگز قادر به آن کار نخواهیم بود. می‌توان گفت: ”در این آزمایش نور چنان رفتار می‌کند که گویی از فوتونها تشکیل شده است“ و ”در آن آزمایش چنان رفتار می‌کند که گویی از امواج تشکیل شده است“. نظر به اینکه اصل مکملیت، هرآزمایشی را که در آن بتوان هر دو خاصیت را یکجا اندازه گرفت منتفی می‌داند، این نتیجه‌گیری اجتناب‌ناپذیر است که مفاهیم ذره و موج به یک اندازه موجه‌اند و هر یک در جای خود به‌کار بردنی است.

دیدگاه جاافتاده در مکانیک کوانتومی با توجه به چنین معضلی که در آزمایش دوشکاف دچارش می‌شویم، صرفاً از این قرار است که توصیف کلاسیکی حرکت یک تک فوتون، فقط در محدوده‌هایی معنی پیدا می‌کند که اصل عدم قطعیت حکم می‌کند. وقتی نقش تداخل را مشاهده می‌کنیم، برای این گزاره که فوتون از این یا آن شکاف عبور کرده است، یعنی برای گزاره‌ای دربارهٔ مکان آن، نمی‌توان معنایی قابل شد. وقتی سوسوزنیها شمرده می‌شوند، می‌توانیم مکان را شناسایی کنیم. اما، در این صورت تکانه معنایش را از دست می‌دهد. کمیت اخیر به‌طول موج بستگی دارد، که آن نیز به نوبه خود، برای آن که آشکار شود، به نقش تداخل نیاز دارد که موجود نیست. به‌همین ترتیب، در پراش توسط یک تک‌شکاف، نمی‌توان تکانهٔ یک فوتون را مشخص کرد، مگر اینکه آزمایش را برای اندازه‌گیری تکانه اصلاح کنیم. در این صورت می‌توان پایستگی تکانه را تأیید کرد، اما تا مدتی که نقش تداخل وجود دارد، از این اصل می‌توان فقط برای توصیف آماری رفتار میانگین فوتونها سود جست.

### ۳۳-۱۲ قلمرو کاربردپذیری امواج و فوتونها

تأکیدی که در این کتاب بر خواص موجی نور شده است، تا وقتی معنای نور را چندان گسترده نگیریم که متضمن ناحیهٔ پرتوهای  $X$  و  $\gamma$  باشد، تا حدودی موجه است. امتیازهای نسبی خواص موجی و ذره‌ای، با پیشروی در طیف الکترومغناطیسی درجهت بسامدهای افزایشنده، دائماً به نفع خواص ذره‌ای در تغییر است. به‌این ترتیب، امواج رادیویی از تمام جهات مهم، همچون تابش الکترومغناطیسی کلاسیکی رفتار می‌کنند. دلیل این امر به انرژی،  $h\nu$ ، فوتونها مربوط است که در این واپیچش بسیار کوچکند و بنابراین تعداد فوتونها بسیار زیاد است. به‌همین ترتیب، نور مرئی با شدتهای عادی، از تعداد چندان زیادی فوتون برخوردار است که رفتار میانگین آنها را نظریهٔ موجی



به درستی توصیف می‌کند، به شرطی که برهم‌کنشهای فوتونها با تک اتمهای ماده، حالت‌های انرژی کوانتیده این اتمها را در بر نگیرند. دلیل اینکه خواص ذره‌ای نور تا سالهای طولانی نامشکوف ماندند، نیز همین امر است.

حلقه اتصال مابین جنبه‌های موجی و ذره‌ای نور (با ماده) را ثابت پلانک،  $h$ ، فراهم می‌آورد. چنان‌که بور هم تأکید کرده است،  $h$  حاصلضرب دو متغیر، یکی مشخصه موجی و دیگری مشخصه ذره‌ای، است. به این ترتیب، اگر دوره تناوب را با  $T$  نشان دهیم که عکس بسامد است، می‌توان رابطه کوانتومی را به صورت متقارن زیر در آورد:

$$h = ET = p\lambda \quad (22-33)$$

در اینجا  $E$  و  $p$  به ذره نسبت داده می‌شوند، در صورتی که  $T$  و  $\lambda$  منتسب به امواج اند. اگر، مثلاً، بزرگی کمیت‌های اول خیلی بزرگ باشد، بزرگی کمیت‌های دوم هم باید متناظراً کم شود. این است که پرتوهای  $X$  و  $\gamma$  در اکثر موارد مانند فوتونها رفتار می‌کنند و خواص موجی آنها حتی به دشواری نمایش داده می‌شود. بدیهی است ناحیه بسامدی که در آن خواص ذره مانند، شروع به غلبه می‌کنند به کمک بزرگی  $h$  تعیین می‌شود و مقدار آن،  $6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ، در واقع چندان کم است که برای ناپدید شدن مشخصه موجی، بسامدهای بسیار بالایی لازمند. نور مرئی، به طور محسوسی در زیر این ناحیه است، و می‌توان خواص موجی آن را مهمترین خواص آن به شمار آورد. اگر  $h$  بسیار کوچکتر از آن می‌بود که هست، ابداع و ایجاد نظریه کوانتومی هرگز ضرورت پیدا نمی‌کرد و نظریه کلاسیکی الکترومغناطیس، برای توضیح و تشریح همه تجربه‌ها کفایت می‌کرد. این هم یکی از حوادث شگفت است که بزرگی  $h$ ، که خود هنوز معمای حل نشده‌ای به شمار می‌آید، چنان است که ماهیت نور سرتاسر طیف را، از امواج عیان در یک انتها تا فوتونهای عیان در انتهای دیگر در گستره شناخته شده طیف الکترومغناطیسی، می‌پیماید.

## مسائل

۳۳-۱ با استفاده از معادله‌های (۲۹-۳) و (۲۹-۴) (الف) سرعت؛ و (ب) شعاع مدار دایره‌ای بور،  $n = 4$  را محاسبه کنید. (ج) طول موج دوبروی الکترون در این مدار را پیدا کنید؛ (د) چند تا از این طول موجها در پیرامون مدار یافت می‌شوند؟  
 جواب: (الف)  $5.469 \times 10^6 \text{ m/s}$ ؛ (ب)  $8.4668 \times 10^{-10} \text{ m}$ ؛ (ج)  $1.32997 \times 10^{-9} \text{ m}$ ؛ (د) ۴.

۲-۳۳ با استفاده از رابطه دوبروی، طول موج وابسته به (الف) الکترونی با سرعت سیر نصف سرعت نور، (ب) یک مولکول اکسیژن را با سرعت حرکت میانگین گرمایی  $480 \text{ m/s}$ ؛ و (ج) یک گلوله تفنگ به جرم  $5 \text{ gr}$  را با سرعت حرکت  $550 \text{ m/s}$ ، پیدا کنید.

۳-۳۳ تعداد فوتونها در سانتیمتر مکعب را در یک باریکه تکفام که با سرعت  $3 \times 10^{-5} \text{ W/cm}^2$  فرود می‌آید، به دست آورید. طول موج تابش را: (الف)  $20 \text{ \AA}$ ؛ و (ب)  $5000 \text{ \AA}$  بگیرید.

۴-۳۳ برای نوری به طول موج  $5000 \text{ \AA}$ ، بزرگی چهار کمیتی را که در رابطه مکملیت بور، معادله (۲۲-۳۳) حضور دارند، محاسبه کنید.

جواب:  $E = 3.9730 \times 10^{-19} \text{ J}$ ؛  $T = 1.6678 \times 10^{-27} \text{ kgm/s}$ ؛  $p = 1.3252 \times 10^{-27} \text{ kgm/s}$ ؛  $\lambda = 500 \times 10^{-9} \text{ m}$

۵-۳۳ پرتوهای X به طول موج  $4650 \text{ \AA}$  از یک قطعه کربن و تحت زاویه  $75^\circ$  نسبت به پرتو فرودی، پراکنده می‌شوند. تغییر طول موج ناشی از اثر کامپتون را محاسبه کنید.

۶-۳۳ شار تابشی از یک ستاره دور دست عبارت است از  $2.50 \times 10^{-17} \text{ W/m}^2$  با این فرض که طول موج مؤثر نور ستاره  $5500 \text{ \AA}$  باشد، پیدا کنید تحت این شرایط در هر ثانیه چند فوتون به مردمک چشم به قطر  $6 \text{ mm}$ ، وارد می‌شود.

۷-۳۳ وقتی یک الکترون  $500 \text{ V}$  از سوراخی به قطر  $180 \text{ mm}$  می‌گذرد: (الف) چه عدم قطعیتی در زاویه خروج ایجاد می‌شود؟ (ب) محاسبه مشابهی برای یک توپ بیس بال  $250 \text{ گرمی}$  که با سرعت  $25 \text{ m/s}$  از سوراخی به قطر  $16 \text{ cm}$  می‌گذرد، انجام دهید. برای یافتن سرعت الکترون بر حسب متر بر ثانیه، می‌توانید از رابطه  $Ve = \frac{1}{2}mv^2$  استفاده کنید. در این رابطه باید  $V$  بر حسب ولت،  $e$  بر حسب کولن، و  $m$  بر حسب کیلوگرم باشد، تا  $v$  بر حسب متر بر ثانیه به دست آید. جواب: (الف)  $1257$  ثانیه قوس؛ (ب)  $197 \times 10^{-29}$  ثانیه قوس.

۸-۳۳ یک میکروسکوپ با دهانه عددی  $1.4$  روی ذره‌ای به جرم  $50 \text{ mg}$  کانونی شده است. اگر طول موج نور تابیده شده  $4800 \text{ \AA}$  باشد، مقادیر  $\Delta p_x$  و  $\Delta x$  پیش‌بینی شده توسط اصل عدم قطعیت هایزنبرگ چقدرند؟

پیوستها

# پیوست الف

## ثابتهای بنیادی فیزیک

ثابت	نماد	مقدار	خطا، قسمت در میلیون
سرعت نور	$c$	$۲۹۹۷۹۲۵۰ \times ۱۰^۸ \text{m/s}$	۰٫۳۳
بار الکترون	$e$	$۱٫۶۰۲۱۹۱۷ \times ۱۰^{-۱۰} \text{C}$	۴٫۴
جرم الکترون	$m$	$۹٫۱۰۹۵۵۸۵ \times ۱۰^{-۳۱} \text{kg}$	۶٫۰
جرم پروتون	$M_p$	$۱٫۶۷۲۶۱۴۱ \times ۱۰^{-۲۷} \text{kg}$	۶٫۶
جرم نوترون	$m_n$	$۱٫۶۷۴۹۲۰۱ \times ۱۰^{-۲۷} \text{kg}$	۶٫۶
ثابت پلانک	$h$	$۶٫۶۲۶۱۹۶۵ \times ۱۰^{-۳۴} \text{Js}$	۷٫۶
تکانه زاویه‌ای واحد	$\frac{h}{2\pi}$	$۱٫۰۵۴۵۹۱۵ \times ۱۰^{-۳۴} \text{Js}$	۷٫۶
بار ویژه الکترون	$\frac{e}{m}$	$۱٫۷۵۸۸۰۲۸ \times ۱۰^{۱۱} \text{C/kg}$	۳٫۱
شعاع بور	$r_1$	$۵٫۲۹۱۷۷۱۶ \times ۱۰^{-۱۱} \text{m}$	۱٫۵
نسبت جرمهای پروتون-الکترون	$\frac{m_p}{m_e}$	۱۸۳۶٫۱۰۹۱	۶٫۲
یکای جرم اتمی	amu	$۱٫۶۶۰۵۳۱۱ \times ۱۰^{-۲۷} \text{kg}$	۶٫۶
انرژی جرم الکترون	$V_e$	۰٫۵۱۱۰۰۴۱ MeV	۴٫۶
انرژی جرمی الکترون	$m_e c^2$	$۸٫۱۸۷۲۶۵۲ \times ۱۰^{-۱۴} \text{J}$	۶٫۵
طول موج کامپتون	$\frac{h}{m_e c}$	$۲٫۴۲۶۳۰۹۶ \times ۱۰^{-۱۲} \text{m}$	۳٫۱
ثابت گازها	$R$	$۸٫۳۱۴۴۷۲ \text{J/mol K}$	۴٫۲
ثابت استفان-بولتزمن	$k$	$۵٫۶۶۹۶۲۰ \text{J/s}$	۱۷۰
عدد آووگادرو	$N$	$۶٫۰۲۲۱۶۹۴ \times ۱۰^{۲۶} / \text{kg mol}$	۶٫۶
ثابت گرانشی	$G$	$۶٫۶۷۳۲۲۳۱ \times ۱۰^{-۱۱} \text{m}^3 / \text{kg s}^2$	۴۶۰





## پیوست ج

### ضریب شکست و پاشندگی شیشه‌های اپتیکی

$\nu$	نوع ICT	$n_G$ ۴۳۴۰ Å	$n_F$ ۴۸۶۱ Å	$n_D$ ۵۸۹۲ Å	$n_c$ ۶۵۶۳ Å	شیشه
۶۰٫۵	۵۹۱/۶۰۵	۱٫۶۰۳۶۷	۱٫۵۹۸۲۵	۱٫۵۹۱۴۴	۱٫۵۸۸۴۸	فلینت باریم
۶۶٫۴	۵۰۰/۶۶۴	۱٫۵۰۹۳۷	۱٫۵۰۵۲۹	۱٫۵۰۰۰۰	۱٫۴۹۷۷۶	کراون بور و سیلیکات، ۱
۶۴٫۵	۵۱۷/۶۴۵	۱٫۵۲۷۰۸	۱٫۵۲۲۶۴	۱٫۵۱۷۰۰	۱٫۵۱۴۶۲	۲
۶۳٫۴	۵۱۱/۶۳۴	۱٫۵۲۱۳۶	۱٫۵۱۶۹۰	۱٫۵۱۱۲۴	۱٫۵۰۸۸۳	۳
۳۶٫۶	۶۱۷/۳۶۶	۱٫۶۳۹۲۳	۱٫۶۲۹۰۱	۱٫۶۱۷۰۰	۱٫۶۱۲۱۶	فلینت چگال، ۲
۳۳٫۸	۶۴۹/۳۳۸	۱٫۶۷۴۵۶	۱٫۶۶۲۷۰	۱٫۶۴۹۰۰	۱٫۶۴۳۵۷	۴
۲۹٫۱	۷۲۰/۲۹۱	۱٫۷۵۳۲۴	۱٫۷۳۷۸۰	۱٫۷۲۰۰۰	۱٫۷۱۳۰۳	فلینت فوق‌العاده چگال
۶۷٫۶	۴۵۸/۶۷۶	۱٫۴۶۶۹۰	۱٫۴۶۳۱۸	۱٫۴۵۸۴۵	۱٫۴۵۶۴۰	کوارتز همجوشیده
۵۹٫۹	۵۴۱/۵۹۹	۱٫۵۵۲۴۹	۱٫۵۴۷۳۵	۱٫۵۴۱۰۰	۱٫۵۳۸۲۸	کراون باریم سبک
۴۱٫۱	۵۷۵/۴۱۱	۱٫۵۹۴۰۰	۱٫۵۸۵۰۰	۱٫۵۷۵۰۰	۱٫۵۷۱۰۰	فلینت سبک، ۲
۴۱٫۲	۵۷۶/۴۱۲	۱٫۵۹۴۴۱	۱٫۵۸۶۰۶	۱٫۵۷۶۰۰	۱٫۵۷۲۰۸	۱
۵۸٫۷	۵۲۳/۵۸۷	۱٫۵۳۴۳۵	۱٫۵۲۹۳۳	۱٫۵۲۳۰۰	۱٫۵۲۰۴۲	کراون عینک
۳٫۴۵	۴۱۲/۳۴۵	۲٫۵۷۳۷۳	۲٫۴۹۲۴۲	۲٫۴۱۲۰۸	۲٫۳۷۲۸۷	تیتانات استرونیوم (SrTiO <sub>۳</sub> )
۵۱٫۶	۵۳۱/۵۱۶	۱٫۵۴۳۷۹	۱٫۵۳۷۹۰	۱٫۵۳۰۵۰	۱٫۵۲۷۶۲	فلینت تلسکوپی (دوربینی)
۲۲٫۳	۸۹۰/۲۲۳	۱٫۹۵۴۰۰	۱٫۹۱۹۰۰	۱٫۸۹۰۰۰	۱٫۸۷۹۰۰	فلینت خیلی چگال

## پیوست د

### ضریب شکست و پاشندگی بلورهای اپتیکی

$\nu$	نوع ICT	$n_G$ ۲۳۴۰Å	$n_F$ ۲۸۶۱Å	$n_D$ ۵۸۹۲Å	$n_C$ ۶۵۶۳Å	پرتو	بلور
۷۰٫۰	۵۴۴/۷۰۰	۱٫۵۵۳۹۶	۱٫۵۴۹۶۸	۱٫۵۴۴۲۵	۱٫۵۴۱۹۰	O	کوارتز (SiO <sub>۲</sub> )
۶۸٫۷	۵۵۳/۶۸۷	۱٫۵۶۳۴۰	۱٫۵۵۸۹۸	۱٫۵۵۳۳۶	۱٫۵۵۰۹۳	E	
۴۸٫۹	۶۵۸/۴۸۹	۱٫۶۷۵۵۲	۱٫۶۶۷۸۵	۱٫۶۵۸۳۶	۱٫۶۵۴۳۸	O	کلسیت (CaCO <sub>۲</sub> )
۷۹٫۱	۴۸۶/۷۹۱	۱٫۴۹۴۲۸	۱٫۴۹۰۷۶	۱٫۴۸۶۴۱	۱٫۴۸۴۶۱	E	
۳٫۷۵	۶۱۳/۳۷۵	۲٫۸۵۸۷۰	۲٫۷۳۴۶۰	۲٫۶۱۳۱۰	۲٫۵۷۱۰۰	O	روتیل (TiO <sub>۲</sub> )
۴٫۳۹	۹۰۹/۴۳۹	۳٫۲۲۳۲۰	۳٫۰۶۳۱۰	۲٫۹۰۸۹۰	۲٫۸۵۶۰۰	E	



## پیوست ۵

### شدیدترین خطوط فرانهاوفر

برای تبدیل طول موجهای برحسب آنگستروم ( $\text{\AA}$ ) به نانومتر (nm)، ممیز را یک مکان به چپ منتقل کنید.

طول موج $\text{\AA}$	عنصر	نامگذاری	طول موج $\text{\AA}$	عنصر	نامگذاری
۵۱۶۷٫۳۴۳	Mg	b <sub>۲</sub>	۷۵۹۴-۷۶۲۱*	O <sub>۲</sub>	A
۴۹۵۷٫۶۰۹	Fe	c	۶۸۶۷-۶۸۸۴*	O <sub>۲</sub>	B
۴۸۶۱٫۳۲۷	H	F	۶۵۶۲٫۸۱۶	H	C
۴۶۶۸٫۱۴۰	Fe	d	۶۲۷۶-۶۲۸۷*	O <sub>۲</sub>	$\alpha$
۴۳۸۳٫۵۴۷	Fe	e	۵۸۹۵٫۹۲۳	Na	D <sub>۱</sub>
۴۳۴۰٫۴۶۵	H	G'	۵۸۸۹٫۹۵۳	Na	D <sub>۲</sub>
۴۳۰۷٫۹۰۶	Fe	G	۵۸۷۵٫۶۱۸	He	D <sub>۳</sub>
۴۳۰۷٫۷۴۱	Ca	G	۵۲۶۹٫۵۴۱	Fe	E <sub>۲</sub>
۴۲۲۶٫۷۲۸	Ca	g	۵۱۸۳٫۶۱۸	Mg	b <sub>۱</sub>
۴۱۰۱٫۷۳۵	H	h	۵۱۷۲٫۶۹۹	Mg	b <sub>۲</sub>
۳۹۶۸٫۴۶۸	Ca <sup>+</sup>	H	۵۱۶۸٫۹۰۱	Fe	b <sub>۳</sub>
۳۹۳۳٫۶۶۶	Ca <sup>+</sup>	K	۵۱۶۷٫۴۹۱	Fe	b <sub>۴</sub>

## پیوست و

در نشست برگزار شده در ۱۴ اکتبر ۱۹۶۰ به وسیلهٔ اتحاد بین‌المللی، فیزیک کاربردی و محض مشخصه‌های زیر برای استفادهٔ عمومی تعیین شدند

$10^3$ kilo k	$10^{-3}$ milli m
$10^6$ mega M	$10^{-6}$ micro $\mu$
$10^9$ giga G	$10^{-9}$ nano n
$10^{12}$ tera T	$10^{-12}$ pico p

آنگستروم ( $\text{\AA}$ ) به‌عنوان واحد طول موج، هنوز هم به‌وسیلهٔ تعداد زیادی از متخصصین طیف‌نمایی استفاده می‌شود. اما امروزه واحد نانومتر (nm) متداولتر است.

$$1\text{\AA} = 10^{-10}\text{m}$$

$$1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$$

$$1\text{nm} = 10\text{\AA}$$