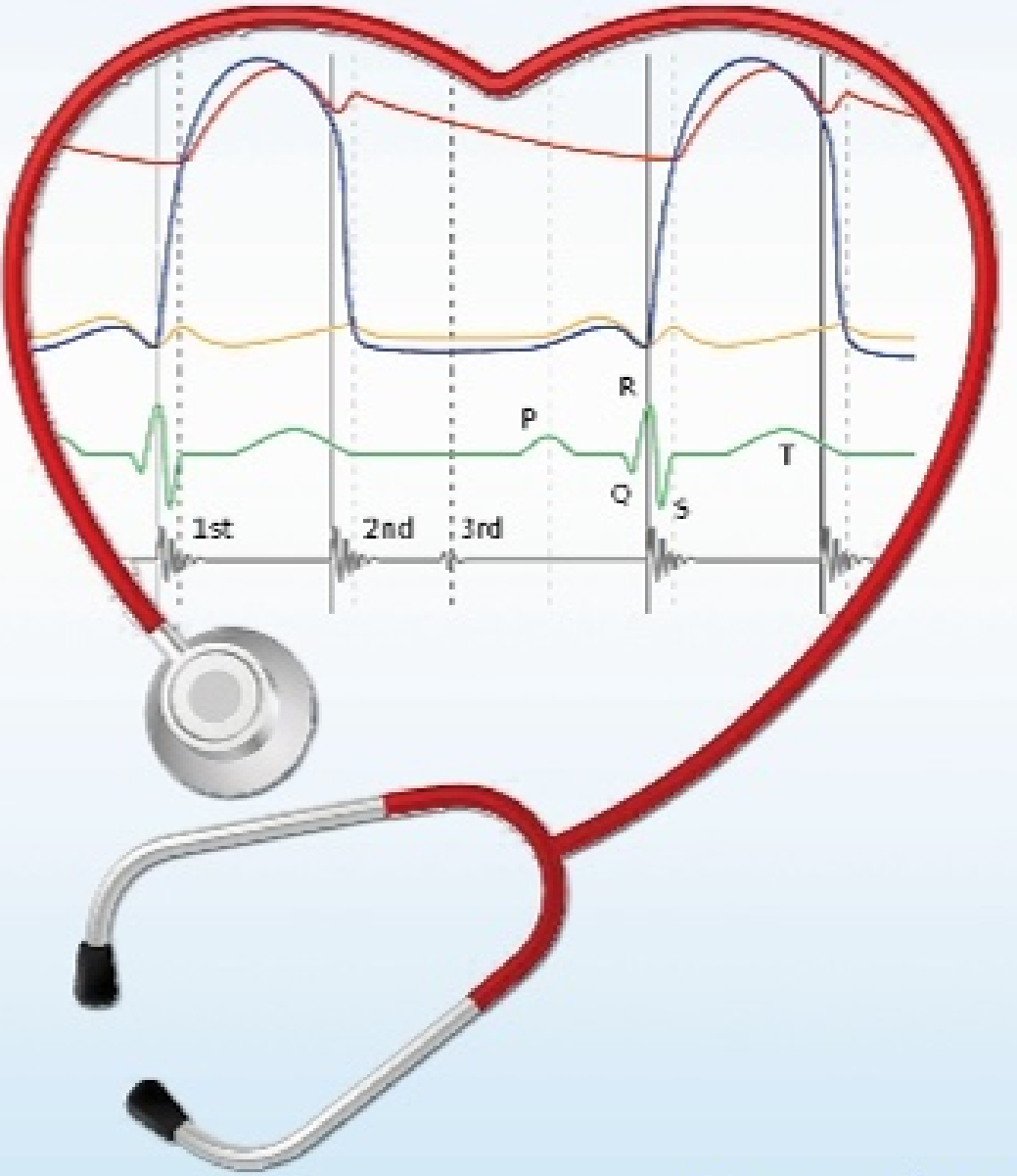
دانشگاه سمنان

رهیافتی بر سیگنال‌ها و سیستم‌ها



مؤلف: دکتر علی مالکی

عضو هیات علمی دانشگاه سمنان

به نام یگانه ایزد بی همتا

دانشگاه سمنان

رهیافتی بر

سیگنال‌ها و سیستم‌ها

مولف:

دکتر علی مالکی

(عضو هیات علمی دانشگاه سمنان)

سرشناسه	: مالکی، علی، ۱۳۵۵ – عنوان و نام پدیدآور: رهیافتی بر سیگنال‌ها و سیستم‌ها/ مولف علی مالکی.
مشخصات نشر	: سمنان: دانشگاه سمنان، انتشارات، ۱۳۹۵. مشخصات ظاهری:۴۲۳ ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: 978-600-8424-26-0
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا یادداشت: واژه‌نامه. یادداشت: نمایه.
موضوع	: تجزیه و تحلیل سیستم‌ها -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: System analysis -- Study and teaching (Higher)
موضوع	: تجزیه و تحلیل سیستم‌ها -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	: System analysis -- Problems, exercises, etc. (Higher)
موضوع	: نظریه سیگنال‌ها -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: Signal theory (Telecommunication) -- Study and teaching (Higher)
موضوع	: نظریه سیگنال‌ها -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	: Signal theory (Telecommunication) -- Problems, exercises, etc (Higher).
شناسه افزوده	: دانشگاه سمنان شناسه افزوده:Semnan University
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۵ ۲٫۹م/۴۰۲ QA رده بندی دیویی: ۶۲۱/۳۸۲۲۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۵۱۲۸۵۲

رهیافتی بر سیگنال‌ها و سیستم‌ها

مؤلف: دکتر علی مالکی؛ عضو هیات علمی دانشگاه سمنان

نوبت چاپ : اول- پاییز ۱۳۹۵

طرح جلد: اسماعیل شجاعی

ناشر: انتشارات دانشگاه سمنان

شمارگان : ۵۰۰ جلد

قیمت:

ISBN:978-600-8424-26-0

شابک :

حق چاپ محفوظ و متعلق به انتشارات دانشگاه سمنان می‌باشد.

مراکز پخش: سمنان: روبروی پارک سوکان- پردیس شماره ۱ – انتشارات دانشگاه سمنان- تلفن: ۰۲۳۳۳۶۵۴۱۴۲ و ۰۲۳۳۱۵۳۳۲۷۰

وب سایت:www.press.semnan.ac.ir

تهران: میدان انقلاب – ابتدای خیابان ۱۲ فروردین – پلاک ۹- تلفن : ۱۵-۰۲۱۶۶۹۶۶۱۱۴- انتشارات سیمای دانش

فهرست مطالب

پیشگفتار ۶
فصل ۱: مفاهیم سیگنال و سیستم ۹
مفاهیم سیگنال و سیستم ۱۰
معرفی سیستم ۱۰
معرفی سیگنال ۱۴
ویژگی‌های سیگنال ۱۵
سیگنال‌های زمان- پیوسته و زمان- گسسته ۱۵
دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال ۱۸
سیگنال‌های توان و انرژی ۲۶
سیگنال‌های زوج و فرد ۳۰
سیگنال‌های متناوب/ نامتناوب ۳۴
معرفی سیگنال‌های پایه ۳۶
نمایی مختلط زمان- پیوسته ۳۶
نمایی مختلط زمان- گسسته ۴۱
پله واحد ۴۲
ضربه واحد ۴۳
سیگنال شیب ۵۱
سیگنال علامت ۵۳
سیگنال نمونه‌برداری و سیگنال *sinc* ۵۴
سیگنال قطار ضربه ۵۴
سیگنال پالس مستطیلی ۵۵
انواع سیستم و اتصال سیستم‌ها ۵۹
انواع سیستم‌ها ۵۹
اتصال سیستم‌ها ۵۹
ویژگی‌های سیستم‌ها ۶۰
ویژگی حافظه‌دار/ بدون حافظه بودن ۶۱
ویژگی معکوس‌پذیری ۶۲
ویژگی علی بودن ۶۶
ویژگی پایداری ۶۷
ویژگی استقلال از زمان ۷۰
ویژگی خطی بودن ۷۴
سیستم خطی افزایشی ۷۶
مثال‌های مروری ۷۸
مثال‌های نرم‌افزاری ۹۲
تمرین‌های تئوری ۱۰۲
تمرین‌های نرم‌افزاری ۱۰۴
فصل ۲: تجزیه و تحلیل سیستم‌های LTI در حوزه زمان ۱۰۷
جمع کانولوشن ۱۰۸
انتگرال کانولوشن ۱۲۰
ویژگی‌های کانولوشن ۱۲۹
نکات کانولوشن ۱۳۲
ارزیابی ویژگی‌های سیستم‌های LTI توصیف شده با پاسخ ضربه ۱۳۶
ویژگی بدون حافظه بودن ۱۳۶
ویژگی علی بودن ۱۳۷
ویژگی پایداری ۱۳۸
ویژگی معکوس‌پذیری ۱۴۰

پاسخ پله‌ی سیستم‌های LTI ۱۴۱
سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرانسیل/ دیفرنس خطی با ضرایب ثابت ۱۴۴
سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرانسیل ۱۴۴
سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرنس. ۱۴۶
ارزیابی ویژگی‌های سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرانسیل/ دیفرنس ۱۴۸
نمایش نمودار بلوکی ۱۴۹
نمودار بلوکی سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرنس ۱۴۹
نمایش نمودار بلوکی سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرانسیل ۱۵۲
مثال‌های مروری ۱۵۵
مثال‌های نرم‌افزاری ۱۷۴
تمرین‌های تئوری ۱۷۷
تمرین‌های نرم‌افزاری ۱۷۸
فصل ۳: سری فوریه نمایی ۱۸۳
سری فوریه تعمیم‌یافته‌ی زمان- پیوسته ۱۸۴
سری فوریه نمایی زمان- پیوسته ۱۸۷
سری فوریه‌ی تعمیم‌یافته‌ی زمان گسسته ۱۹۱
سری فوریه نمایی زمان- گسسته ۱۹۴
اهمیت نمایی مختلط در تجزیه و تحلیل سیستم‌ها ۱۹۶
مثال‌های مروری ۱۹۹
مثال‌های نرم‌افزاری ۲۰۱
تمرین‌های تئوری ۲۰۳
تمرین‌های نرم‌افزاری ۲۰۴
فصل ۴: تبدیل فوریه‌ی زمان- پیوسته ۲۰۵
معرفی تبدیل فوریه‌ی زمان- پیوسته ۲۰۵
ویژگی‌های تبدیل فوریه‌ی زمان- پیوسته ۲۰۹
ویژگی خطی بودن ۲۰۹
ویژگی جابجایی زمانی ۲۱۰
ویژگی مزدوج و تقارن‌های مزدوج ۲۱۰
ویژگی مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری زمانی ۲۱۴
ویژگی مقیاس زمان و فرکانس ۲۱۵
ویژگی دوگانی ۲۱۷
رابطه‌ی پارسوال ۲۱۹
ویژگی کانولوشن ۲۲۱
ویژگی ضرب (ویژگی مدولاسیون) ۲۲۷
تبدیل فوریه‌ی تعمیم‌یافته ۲۲۸
تبدیل فوریه‌ی تعمیم‌یافته‌ی سیگنال‌های متناوب.. ۲۳۰
سیستم‌های توصیف شده با معادله دیفرانسیل ... ۲۳۲
مثال‌های کاربردی ۲۳۴
مثال‌های مروری ۲۴۲
مثال‌های نرم‌افزاری ۲۵۵
تمرین‌های تئوری ۲۵۵
تمرین‌های نرم‌افزاری ۲۵۶
فصل ۵: تبدیل فوریه‌ی زمان- گسسته ۲۵۹
معرفی تبدیل فوریه‌ی زمان- گسسته ۲۵۹
تبدیل فوریه‌ی تعمیم‌یافته‌ی سیگنال‌های متناوب.. ۲۶۲
ویژگی‌های تبدیل فوریه‌ی زمان- گسسته: ۲۶۵
ویژگی متناوب بودن ۲۶۵
ویژگی خطی بودن ۲۶۶
ویژگی جابجایی زمانی ۲۶۶
ویژگی جابجایی فرکانسی ۲۶۷
ویژگی مزدوج و تقارن‌های مزدوج ۲۶۸
ویژگی تفاضل و انباره ۲۶۹
ویژگی وارون زمانی ۲۷۰
ویژگی گسترش زمانی ۲۷۰
ویژگی مشتق‌گیری در حوزه‌ی فرکانس ۲۷۲
رابطه‌ی پارسوال ۲۷۲
ویژگی کانولوشن ۲۷۳
ویژگی ضرب ۲۷۳
مثال‌های مروری ۲۷۴
مثال‌های نرم‌افزاری ۲۸۵
تمرین‌های تئوری ۲۸۵
تمرین‌های نرم‌افزاری ۲۸۶
فصل ۶: تبدیل لاپلاس ۲۸۹
معرفی تبدیل لاپلاس ۲۹۰
ویژگی‌های ناحیه‌ی همگرایی ۲۹۶
وارون تبدیل لاپلاس ۲۹۷
ارزیابی هندسی تبدیل فوریه به کمک نمودار قطب- صفر ۳۰۰
ویژگی‌های تبدیل لاپلاس ۳۰۳

ویژگی خطی بودن ۳۰۴
ویژگی جابجایی زمانی ۳۰۴
ویژگی جابجایی در حوزه‌ی s ۳۰۵
ویژگی مقیاس زمانی ۳۰۵
ویژگی مزدوج ۳۰۶
ویژگی کانولوشن ۳۰۶
ویژگی مشتق‌گیری در حوزه‌ی زمان ۳۰۷
ویژگی مشتق‌گیری در حوزه‌ی s : ۳۰۷
ویژگی انتگرال‌گیری در حوزه‌ی زمان ۳۰۸
قضیه‌ی مقدار اولیه و قضیه‌ی مقدار نهایی ... ۳۰۸
بررسی ویژگی‌های سیستم‌ها در حوزه‌ی لاپلاس ۳۰۹
تبدیل لاپلاس یک‌طرفه ۳۱۱
مثال‌های مروری ۳۱۴
مثال‌های نرم‌افزاری ۳۲۰
تمرین‌های تئوری ۳۲۰
تمرین‌های نرم‌افزاری ۳۲۱
فصل ۷: تبدیل $\mathcal{Z}$ ۳۲۳
معرفی تبدیل $\mathcal{Z}$ ۳۲۴
ویژگی‌های ناحیه‌ی همگرایی ۳۳۰
وارون تبدیل $\mathcal{Z}$ ۳۳۴
ارزیابی هندسی تبدیل فوریه به کمک نمودار قطب-صفر ۳۳۹
ویژگی‌های تبدیل $\mathcal{Z}$ ۳۴۳
ویژگی خطی بودن ۳۴۳
ویژگی جایجایی زمانی ۳۴۴
ویژگی مقیاس در حوزه‌ی $\mathcal{Z}$ ۳۴۵
ویژگی وارون زمانی ۳۴۵
ویژگی گسترش زمانی ۳۴۵
ویژگی مزدوج و تقارن‌های آن ۳۴۶
ویژگی کانولوشن ۳۴۷
ویژگی مشتق‌گیری در حوزه‌ی z ۳۴۷
قضیه‌ی مقدار اولیه ۳۴۸
تجزیه و تحلیل سیستم‌های LTI در حوزه‌ی $\mathcal{Z}$ ۳۴۸
نمایش نمودار بلوکی ۳۵۱
تبدیل $\mathcal{Z}$ یک‌طرفه ۳۵۵
مثال‌های مروری ۳۵۶
مثال‌های نرم‌افزاری ۳۶۰
تمرین‌های تئوری ۳۶۰
تمرین‌های نرم‌افزاری ۳۶۰
پیوست الف: خودآموز نرم‌افزار MATLAB برای تجزیه و تحلیل سیستم‌ها ۳۶۳
محیط کار MATLAB ۳۶۳
ماتریس‌ها و اعمال ماتریسی ۳۶۶
توابع MATLAB ۳۶۸
فرمان‌های کنترل روند برنامه ۳۷۱
ام‌فایل‌ها ۳۷۳
گرافیک دو و سه بعدی ۳۷۷
محاسبات نمادین ۳۸۵
تمرین‌های نرم‌افزاری ۳۸۹
پیوست ب: پاسخ تمرین‌ها ۳۹۳
پیوست پ: فرمول‌های پرکاربرد ۴۰۷
پیوست ت: سرنام‌ها ۴۰۹
پیوست ث: واژه‌نامه ۴۱۱
نمایه (فهرست موضوعی) ۴۱۹

پیشگفتار

الهی، عنایت تو کوه است و فضل تو دریاست، کوه کی فرسود و دریا کی کاست؟

در طی ده‌ها دوره‌ی تدریس درس تجزیه و تحلیل سیستم‌ها (سیگنال‌ها و سیستم‌ها) در فاصله‌ی سال‌های ۱۳۸۲ تا کنون در دانشگاه‌های سمنان و پلی‌تکنیک تهران، همواره ضرورت لحاظ کردن سه مولفه در سبک ارائه این درس را در نظر داشتم. اول، تدریس به شیوه‌ای درون‌یافتی و شهودی تا توانایی تجزیه و تحلیل دانشجو رشد کند و درکی مفهومی از مباحث حاصل گردد. دوم، همزمان با آموزش مفاهیم نظری، بستر آشنایی دانشجو با ابزارهای نرم‌افزاری و روند شبیه‌سازی فراهم گردد تا هم درکی کاربردی از مباحث به دست آورد و هم راهکاری برای استفاده از این آموخته‌ها در دروس و پژوهش‌های آتی خود داشته باشد. سوم، آموخته‌های درس برای آزمون کارشناسی ارشد راهگشا باشد تا دانشجو نیازمند شرکت در کلاس‌های آمادگی کنکور نباشد. نیل به این اهداف مستلزم استفاده از چند منبع بود و اغلب، دانشجویان بابت دسترسی به منبعی خودآموز که نرم‌افزار MATLAB را برای اهداف این درس آموزش دهد و همچنین منبعی که حل تحلیلی مناسبی برای تست‌های این درس در آزمون کارشناسی ارشد ارائه نماید گلایه‌مند بودند. خداوند را سپاس که توفیق عنایت فرمود تجربیات تدریس خود را در قالب کتابی به رشته‌ی تحریر درآورم. از جمله ویژگی‌های این کتاب می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.

- رویکرد کتاب طرح سوالات مفهومی و آموزش مطالب به شیوه‌ی درون‌یافتی و شهودی است. در عین حال، تلاش شده است مطالب به شیوه‌ی دانشجوپسند و تا حدودی خودآموز نگاشته شود. سبک آموزش به گونه‌ای است که برای هر تبدیل، صرفا از زوجِ تبدیلِ سیگنال‌های پرکاربرد و ویژگی‌های تبدیل استفاده شده است. از این رو، خواننده برای حل تمرین‌ها و جلسه‌ی امتحان وابسته به برگه‌ی فرمول نیست.

- کتاب شامل بیش از ۲۸۰ مثال و تست است و نگارش آنها به گونه‌ای است تا خواننده بتواند به جای روخوانی، خود به حل آنها بپردازد و سپس با مقایسه‌ی روش خود با حل تفصیلی ارائه شده، مشکل آموخته‌ها و روش خود را شناخته و در صدد رفع آن برآید.
- از آنجا که اکثر دانشجویانی که درس تجزیه و تحلیل سیستم‌ها (سیگنال‌ها و سیستم‌ها) را اخذ می‌کنند هنوز آشنایی چندانی با نرم‌افزار MATLAB ندارند و در انتخاب منبع و مطالعه‌ی مطالب مناسب مشکل دارند پیوست الف کتاب، «خودآموز نرم‌افزار MATLAB برای تجزیه و تحلیل سیستم‌ها» است که با رویکرد آموزش «برنامه‌نویسی کارآمد» نگاشته شده است. بدین منظور، استفاده از قابلیت‌های ماتریسی MATLAB ، قابلیت‌های محاسبات نمادین، تابع find و توانایی‌های ترسیمی نرم‌افزار مورد توجه بوده است.
- مثال‌ها و تمرین‌های نرم‌افزاری هر فصل در انتهای فصل و در بخشی مجزا آورده شده است. از این رو، در دوره‌هایی که به دلیل محدودیت زمانی یا هر دلیل دیگر، آموزش بخش نرم‌افزاری مورد نظر نیست بدون هیچ خللی در روند کتاب، می‌توان از آنها چشم‌پوشی کرد.
- پاسخ تمرین‌های تئوری و نرم‌افزاری در پیوست ب آورده شده است تا خواننده برای اطمینان یافتن از درستی حل خود یا یافتن اشتباهات احتمالی از آن بهره‌مند شود. امفایل تمامی مثال‌ها و تمرین‌های نرم‌افزاری در صفحه‌ی خانگی نویسنده به آدرس maleki.semnan.ac.ir در دسترس است.
- نکات مهم در کادرهای آبی رنگ با عنوان «نکته» درج شده است تا بیشتر جلب توجه کند. مطالب تکمیلی نیز در کادر آبی رنگ با عنوان «بیشتر بدانیم» درج شده است که در صورت محدودیت زمانی می‌توان از آنها چشم‌پوشی کرد.
- برای هر مثال، عنوانی درج شده است تا مشخص کند مثال مربوط به کدام بخش کتاب است. برای تست‌ها نیز مشخص شده است که هر تست مربوط به چه آزمون و چه سالی است.
- جدولی از فرمول‌های ریاضی مورد نیاز در پیوست پ آورده شده است تا خواننده در صورت نیاز از آن بهره گیرد.
- فایل ارائه (پاورپوینت) کتاب نیز تدارک دیده شده است که اساتید محترم در صورت نیاز می‌توانند آنها را از نویسنده دریافت کرده و برای ارائه در کلاس استفاده نمایند.

در نهایت بر خود لازم می‌دانم از تمام عزیزانی که در آماده‌سازی، نمونه‌خوانی و ویراستاری کتاب یاریگر اینجانب بوده‌اند قدردانی و سپاسگزاری نمایم. همچنین پیشاپیش از تمام عزیزانی که از طریق پست الکترونیکی amaleki@semnan.ac.ir، نظرات و پیشنهادات سازنده‌ی خویش را پیش روی اینجانب قرار می‌دهند سپاسگزاری می‌نمایم.

علی مالکی
تابستان ۹۵

فصل ۱

مفاهیم سیگنال و سیستم

پس از مطالعه این فصل، قادر خواهید بود:

تعریف دقیقی از سیگنال ارائه کنید؛

سیگنال‌های زمان- پیوسته و زمان- گسسته را توصیف نموده و نشانه‌گذاری قراردادی آنها را مطرح نمایید؛

دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال را انجام دهید؛

انرژی کل و توان متوسط سیگنال‌ها را محاسبه کنید؛

سیگنال نمایی مختلط را به عنوان یک سیگنال پرکاربرد توصیف کنید؛

سیگنال مهم ضربه واحد و ارتباط آن با پله واحد را توصیف کنید؛

ویژگی‌های سیگنال ضربه واحد را مطرح و توجیه کنید؛

در مورد ویژگی‌های مختلف سیستم‌ها (حافظه‌دار بودن، معکوس‌پذیری، علی بودن، پایداری، استقلال از زمان و خطی بودن) نظر دهید.

در این فصل قصد داریم به شیوه‌ای موشکافانه و دقیق به مفاهیم سیگنال و سیستم بپردازیم. به این منظور، ابتدا سیگنال را تعریف کرده و سپس در قالب تقسیم‌بندی سیگنال‌ها از دیدگاه‌های مختلف، درک عمیقی از ویژگی‌های سیگنال به دست می‌آوریم. زمان- پیوسته و زمان- گسسته، انرژی و توان، زوج و فرد و همچنین متناوب و نامتناوب از جمله مفاهیمی است که بررسی خواهند شد. سپس به معرفی سیگنال‌های پرکاربرد از جمله نمایی مختلط و ضربه واحد می‌پردازیم که در فصل‌های بعد به اهمیت آنها پی خواهید برد. در ادامه به سراغ سیستم رفته و پس از معرفی آن، با طرح ویژگی‌های حافظه‌دار

بودن، معکوس‌پذیری، علی بودن، پایداری، تغییر ناپذیری با زمان و خطی بودن، به درک خود از مفهوم سیستم عمق می‌بخشیم.

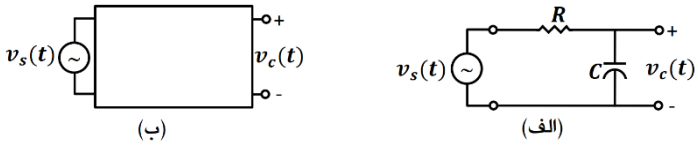
مفاهیم سیگنال و سیستم

معرفی سیستم

سیستم را می‌توان اینچنین تعریف کرد: «مجموعه‌ای دارای ورودی و خروجی که رابطه‌ای بین ورودی و خروجی آن برقرار است. این رابطه نحوه‌ی عملکرد سیستم را توصیف می‌کند». برای اینکه درکی شهودی از این تعریف پیدا کنید مثال‌هایی مطرح خواهد شد.

مثال ۱: مدار الکتریکی

مدار ساده‌ی RC سری پایین‌گذر مطابق شکل ۱-۱ (الف) در نظر بگیرید. این مدار شامل یک خازن C، یک مقاومت R و یک منبع $v_s(t)$ است که به صورت سری به هم متصل شده‌اند.



شکل ۱-۱ (الف) مدار الکتریکی RC سری (ب) بازنمایی مدار مطابق تعریف سیستم.

فرض کنید می‌خواهیم تغییرات ولتاژ دو سر خازن یعنی $v_c(t)$ در اثر اعمال ولتاژ منبع $v_s(t)$ را بررسی کنیم. در این صورت می‌توان این مدار الکتریکی را سیستمی با ورودی $v_s(t)$ و خروجی $v_c(t)$ مطابق شکل ۱-۱ (ب) در نظر گرفت. اگر در حلقه‌ی مدار، قانون ولتاژ کیرشف (KVL) را نوشته و دستکاری هایی در آن انجام دهیم خواهیم داشت:

نوشتن KVL در حلقه مدار: $$v_s(t) = R\, i(t) + v_c(t) \qquad (۱-۱)$$

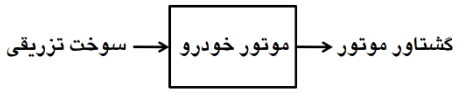
رابطه‌ی جریان- ولتاژ خازن: $$i(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt} \qquad (۱-۲)$$

جایگزین کردن رابطه ۱-۲ در رابطه ۱-۱: $$v_s(t) = RC\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) \qquad (۱-۳)$$

حال تعریف سیستم را برای این مثال مرور کنیم: «مجموعه‌ای (جعبه‌ی نشان داده شده در شکل ۱-۱(ب)) دارای ورودی ($v_s(t)$) و خروجی ($v_c(t)$) که رابطه‌ای (رابطه ۱-۳) بین ورودی و خروجی آن برقرار است. این رابطه نحوه‌ی عملکرد سیستم را نشان می‌دهد (این معادله دیفرانسیل، پایین‌گذر بودن و ثابت زمانی شارژ/ دشارژ خازن را تعیین می‌کند)».

مثال ۲: موتور خودرو

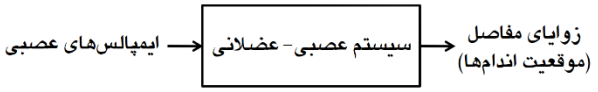
مطابق شکل ۲-۱، موتور خودرو را می‌توان با رویکردی ساده‌انگارانه، سیستمی در نظر گرفت که ورودی آن، میزان سوخت تزریق شده به موتور و خروجی آن، گشتاور است. بدیهی است که رابطه‌ای بین میزان سوخت تزریق شده و گشتاور تولیدی موتور وجود دارد به نحوی که با فشردن پدال گاز، سوخت ورودی را افزایش می‌دهید تا گشتاور افزایش یابد. تلاش کنید تعریف سیستم را برای این مثال تعبیر کنید.



شکل ۲-۱ موتور خودرو به عنوان مثالی از یک سیستم مکانیکی.

مثال ۳: سیستم عضلانی- اسکلتی

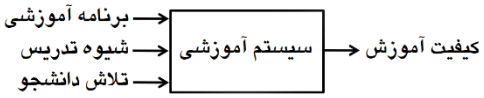
فرض کنید روی صندلی نشسته‌اید و اکنون می‌خواهید برخیزید و بایستید. برای این منظور، لازم است فرمان‌های ارادی مغز شما به صورت ایمپالس‌های عصبی از طریق اعصاب مرکزی و محیطی به عضلات رسیده، آنها را منقبض کند و در نتیجه مفاصل تغییر زاویه داده و حرکت شکل گیرد. عملکرد عضلات و اسکلت را می‌توان سیستمی دانست که ورودی آن ایمپالس‌های عصبی و خروجی آن حرکت اندام‌ها است. بدیهی است حرکت با ایمپالس‌های عصبی رابطه دارد. شکل ۳-۱ نمایی از سیستم عضلانی- اسکلتی را نشان می‌دهد. تعریف سیستم را برای این مثال تفسیر کنید.



شکل ۳-۱ سیستم عضلانی- اسکلتی به عنوان مثالی از یک سیستم بیومکانیکی.

مثال ۴: سیستم آموزشی دانشگاه

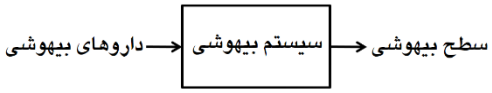
دستیابی به کیفیت آموزشی در دانشگاه مستلزم وجود برنامه آموزشی، شیوه تدریس و تلاش دانشجو است. بنابراین سیستم آموزشی را می‌توان سیستمی با سه ورودی «برنامه آموزشی»، «شیوه‌ی تدریس» و «تلاش دانشجو» و یک خروجی «کیفیت آموزش» دانست (شکل ۴-۱) که رابطه‌ای بین ورودی‌ها و خروجی آن برقرار است. این ارتباط، نحوه‌ی عملکرد سیستم یعنی کارآمد/ ناکارآمد بودن سیستم آموزشی را نشان می‌دهد. تعریف سیستم را برای مثال سیستم آموزشی مرور کنید.



شکل ۴-۱ نمایش نمودار بلوکی سیستم آموزشی. توجه کنید که این سیستم دارای ۳ ورودی است.

مثال ۵: سیستم بیهوشی

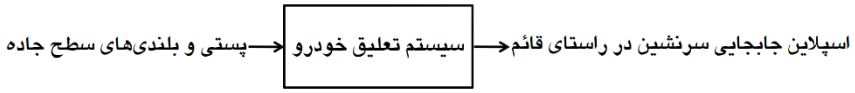
بیماری را در نظر بگیرید که برای انجام عمل جراحی باید بیهوش شود. برای این منظور لازم است داروی بیهوشی به بیمار (به صورت تزریقی یا استنشاقی) داده شود و سطح هوشیاری وی با سیگنال‌های مغزی (الکتروانسفالوگرام[۱]) یا فشار متوسط سرخرگی[۲] (MAP) تعیین گردد. بدیهی است هر چه داروی بیهوشی کمتری داده شود سطح هوشیاری بیمار بالاتر خواهد بود. شکل ۵-۱ نمایش نمودار بلوکی سیستم بیهوشی را نشان می‌دهد. تعریف سیستم را برای این مثال مرور کنید.



شکل۵-۱ سیستم بیهوشی به عنوان مثالی از سیستم‌های بیولوژیکی.

مثال ۶: سیستم تعلیق خودرو

وقتی می‌گوییم خودرویی دارای سیستم تعلیق مطلوبی است به آن معنا است که در صورت وجود پستی و بلندی در سطح جاده، وقتی چرخ‌های خودرو از آن می‌گذرد اثر آن به صورت حداقلی و هموار به سرنشینان منتقل گردد و از این‌رو، سرنشینان احساس راحتی کنند. بنابراین سیستم تعلیق را می‌توان سیستمی در نظر گرفت که ورودی آن پستی و بلندی سطح جاده و خروجی آن میزان و چگونگی جابجایی سرنشینان خودرو است (شکل ۶-۱). تعریف سیستم را برای سیستم تعلیق خودرو تفسیر کنید.



شکل۶-۱ سیستم تعلیق خودرو به عنوان یک مثال مکانیکی.

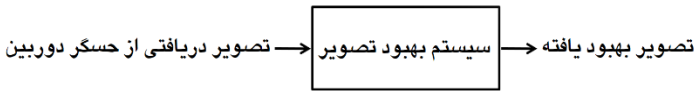
---

[۱] electroencephalogram

[۲] mean arterial pressure

مثال ۷: سیستم بهبود تصویر

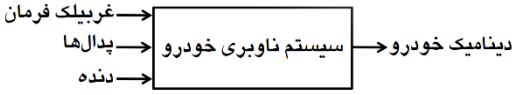
وقتی با تلفن همراه یا دوربین دیجیتال عکس می‌گیرید دوربین تنظیماتی را به طور خودکار اعمال می‌کند تا عکس بهتری حاصل گردد. این حاصل عملکرد «سیستم بهبود تصویر[۱]» است. این سیستم، تصویر دریافتی از حسگر دوربین را دریافت کرده و تصویر بهبود یافته‌ای ایجاد می‌کند. تصویر بهبود یافته همان تصویر اصلی است که از نظر شدت روشنایی، رنگ و ... بهبود یافته است. شکل ۷-۱ نمایش نمودار بلوکی سیستم بهبود تصویر را نشان می‌دهد.



شکل ۷-۱ سیستم بهبود تصویر. توجه کنید که بر خلاف مثال‌های قبل، ورودی و خروجی این سیستم تصویر است.

مثال ۸: سیستم ناوبری خودرو

فرض کنید در حال رانندگی هستید. برای ناوبری خودرو، ورودی‌هایی شامل غربیلک فرمان، پدال‌ها و دنده در اختیار دارید تا دینامیک خودرو را به نحو مطلوب تنظیم کنید. بر این اساس، همان طور که در شکل ۸-۱ مشاهده می‌گردد، سیستم ناوبری خودرو مجموعه‌ای شامل موتور، ترمز، جعبه دنده و ... است که دارای ورودی‌های «غربیلک فرمان، پدال‌ها و دنده» و خروجی «دینامیک خودرو» است. دینامیک خودرو بر اساس این ورودی‌ها قابل تنظیم است.



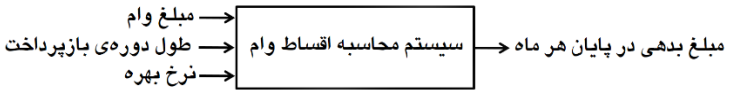
شکل ۸-۱ سیستم ناوبری خودرو که به صورت یک سیستم ۳ ورودی، یک خروجی در نظر گرفته شده است.

مثال ۹: نظام وام بانکی (محاسبه بدهی به روز شده در ماه‌های متوالی)

اگر یک وام با مبلغ، نرخ بهره و دوره‌ی بازپرداخت مشخص از بانک بگیرید روند محاسبه‌ی بدهی ماه به ماه را می‌توان یک سیستم محاسباتی در نظر گرفت. این سیستم مقادیر مبلغ وام، نرخ بهره و دوره‌ی بازپرداخت را به عنوان ورودی دریافت کرده و در خروجی، مبلغ بدهی به‌روز شده را در ماه‌های متمادی را تعیین می‌کند. شکل ۹-۱ نمایش نمودار بلوکی این سیستم را نشان می‌دهد.

---

[۱] image enhancement



شکل ۹-۱ نمایش نمودار بلوکی سیستم محاسبه اقساط وام بانکی. دقت کنید که خروجی این سیستم فقط در زمان‌های خاصی (در انتهای هر ماه) مقدار دارد. به عبارت دیگر، ماهیت گسسته دارد.

برای اینکه این مثال برایتان ملموس‌تر گردد فرض کنید $y[n]$ نشانگر مبلغ بدهی در انتهای ماه nام باشد. بر این اساس، $y[0]$ برابر کل مبلغ وام خواهد بود. $y[1]$ مبلغ بدهی در پایان ماه نخست است و به صورت زیر تعیین می‌گردد.

$$y[1] = y[0] + \frac{1}{12} \times \text{نرخ بهره‌ی سالیانه} \times \text{مبلغ وام} - \text{مبلغ قسط ماهیانه}$$

و در حالت کلی برای مبلغ بدهی در ماه nام یعنی $y[n]$ داریم:

$$y[n] = y[n-1] + \frac{1}{12} \times \text{نرخ بهره‌ی سالیانه} \times y[n-1] - \text{مبلغ قسط ماهیانه}$$

که $y[n-1]$ مبلغ بدهی در ماه $(n-1)$ام است.

معرفی سیگنال

به بیانی ساده، سیگنال را می‌توان به صورت «محرک‌ها و پاسخ‌های سیستم» تعریف نمود. این تعریف، مفهوم سیگنال را در کنار مفهوم سیستم معرفی می‌کند. تعریف سیگنال به بیانی دقیق‌تر اینچنین است: «الگوی تغییرات یک کمیت فیزیکی (مثل دما، فشار، ولتاژ، جریان، موقعیت، سرعت و ...) بر حسب یک یا چند متغیر مستقل».

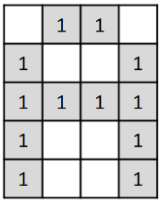
برای وارسی نمونه‌هایی از سیگنال‌ها می‌توانیم از مثال‌هایی که برای سیستم مطرح شد بهره گیریم. در «مثال ۱: مدار الکتریکی» سیگنال‌های ورودی و خروجی سیستم، کمیت فیزیکی «ولتاژ» است که بر حسب یک متغیر مستقل «زمان» توصیف می‌گردد. در «مثال ۶: سیستم تعلیق خودرو» سیگنال‌های ورودی و خروجی سیستم، کمیت فیزیکی «موقعیت» است که بر حسب یک متغیر مستقل «زمان» توصیف می‌گردد. سیگنال‌های ورودی و خروجی دیگر مثال‌ها را نیز به همین شیوه وارسی کنید. همانطور که ملاحظه می‌کنید در اغلب سیگنال‌ها، متغیر مستقل یکی و آن هم «زمان» است. گاهی نیز اینچنین نیست مثل سیگنال‌های ورودی و خروجی «مثال ۷: سیستم بهبود تصویر» که از نوع تصویر هستند. در مثال ۱۰ بیشتر با این نوع از سیگنال‌ها آشنا می‌شویم.

مثال ۱۰: سیگنالی از نوع تصویر تک‌رنگ

در یک تصویر تک‌رنگ[۱]، کمیت فیزیکی «سطح خاکستری» بر حسب متغیرهای طول و عرض بازنمایی می‌گردد. شکل ۱۰-۱ یک تصویر سیاه و سفید را نشان می‌دهد که از یک آرایه ۴×۵ پیکسل تشکیل شده

[۱] monochromatic image

است. پیکسل‌ها بسته به سفید یا سیاه بودن، به ترتیب مقدار صفر یا یک می‌گیرند. برای مشخص کردن محل هر پیکسل نیز از موقعیت افقی و عمودی پیکسل (m و n) استفاده می‌گردد. بنابراین سیگنال به صورت I(m,n) بازنمایی می‌شود. به عنوان مثال در تصویر شکل ۱۰-۱، I(2,2) و I(3,3) به ترتیب برابر صفر و یک می‌باشند.



شکل ۱۰-۱ مثالی ساده از یک تصویر سیاه و سفید که نمونه‌ای از سیگنال ورودی «سیستم بهبود تصویر» است. این سیگنال، کمیت فیزیکی رنگ (سیاه و سفید) را بر حسب دو متغیر مستقل غیر زمان بازنمایی می‌کند.

ویژگی‌های سیگنال

در این بخش می‌خواهیم به ویژگی‌های سیگنال شامل زمان- پیوسته/ زمان- گسسته، انرژی/ توان، زوج/ فرد و متناوب بودن بپردازیم. دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال شامل مقیاس کردن و جابجایی زمانی نیز مطرح خواهد شد.

سیگنال‌های زمان- پیوسته و زمان- گسسته

اگر متغیر مستقل سیگنال بتواند مقادیر پیوسته‌ای داشته باشد سیگنال را «سیگنال زمان- پیوسته[۱]» گوییم. در مقابل چنانچه متغیر مستقل سیگنال تنها بتواند مقادیر متمایز گسسته‌ای داشته باشد سیگنال را «سیگنال زمان- گسسته[۲]» گوییم. بنابراین متغیر مستقل سیگنال زمان- پیوسته می‌تواند هر مقدار حقیقی‌ای $(t \in R)$ داشته باشد حال آنکه متغیر مستقل سیگنال زمان- گسسته تنها می‌تواند مقدار صحیحی $n \in Z$ داشته باشد. همچنین توجه کنید که متغیر مستقل سیگنال را به طور پیش فرض، زمان در نظر گرفته‌ایم.

---

۱ continuous-time signal

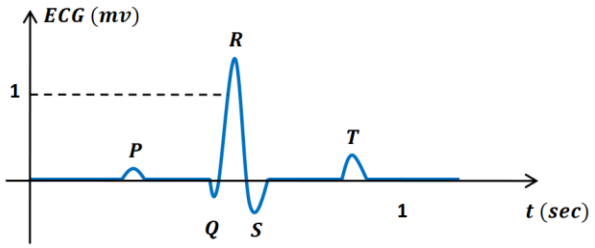
۲ discrete-time signal

قرارداد:

در این کتاب به طور قراردادی از نماد t و نشانه‌گذاری $(\cdot)$ برای متغیر مستقل سیگنال زمان- پیوسته استفاده می‌کنیم مثل $v(t)$. همچنین از نماد n و نشانه‌گذاری $[\cdot]$ برای متغیر مستقل سیگنال زمان- گسسته استفاده می‌نماییم مثل $x[n]$.

مثال ۱۱: سیگنال زمان- پیوسته

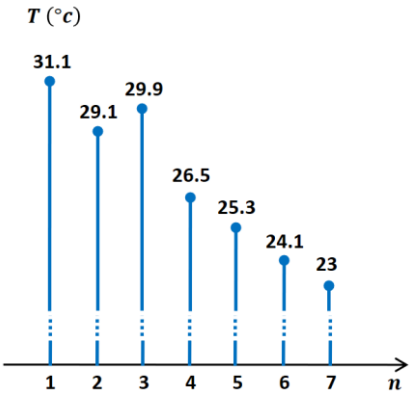
شکل ۱۱ نمونه‌ای از سیگنال قلبی یا الکتروکاردیوگرام (ECG) ثبت شده از یکی از اشتقاق‌های سینه‌ای را نشان می‌دهد. این یک سیگنال زمان- پیوسته است زیرا سیگنال برای هر زمان دلخواه مقدار دارد. به عبارت دیگر، متغیر مستقل دارای ماهیت پیوسته است.



شکل ۱۱ سیگنال نوار قلب به عنوان مثالی از سیگنال زمان- پیوسته.

مثال ۱۲: سیگنال زمان- گسسته

شکل ۱۲ حداکثر دمای روزانه طی هفته‌ی آخر شهریور ماه سال ۱۳۸۲ را نشان می‌دهد. حداکثر دمای روزانه ماهیت گسسته دارد یعنی حداکثر دمای روز اول این هفته ۳۰/۲ درجه است و حداکثر دمای روز هفتم ۲۶/۵ درجه است ولی حداکثر دمای روز ۲/۳۵ ام بی‌معنی است.



بیشتر بدانیم: کوانتیزه کردن و سیگنال دیجیتال

برای یک سیگنال، همان‌گونه که متغیر مستقل می‌تواند ماهیت پیوسته یا گسسته داشته باشد مقدار یا دامنه سیگنال نیز می‌تواند ماهیت پیوسته یا گسسته داشته باشد. اگر دامنه یک سیگنال زمان- پیوسته ماهیت گسسته داشته باشد به آن «سیگنال زمان- پیوسته‌ی کوانتیزه شده[۱]» گوییم. همچنین چنانچه دامنه یک سیگنال زمان- گسسته ماهیت گسسته داشته باشد به آن «سیگنال دیجیتال» گویند. در مقابل، اگر دامنه یک سیگنال زمان- پیوسته ماهیت پیوسته داشته باشد «سیگنال آنالوگ» نامیده می‌شود. سیگنال الکتروکاردیوگرام مثال ۱۰ نمونه‌ای از سیگنال آنالوگ است. بنابراین با رویکردی عمومی‌تر می‌توان سیگنال‌ها را به چهار دسته تقسیم نمود: سیگنال آنالوگ، سیگنال زمان- پیوسته‌ی کوانتیزه شده، سیگنال زمان- گسسته و سیگنال دیجیتال.

مثال ۱۳: سیگنال‌های زمان- پیوسته و زمان- گسسته

برای هر یک از موارد زیر، در مورد زمان- گسسته یا زمان- پیوسته بودن سیگنال نظر دهید؛

الف: تعداد لحظه‌ای لامپ‌های روشن در یک ساختمان طی زمان؛

ب: توان لحظه‌ای مصرفی در یک ساختمان طی زمان؛

ج: تعداد دانشجویان حاضر در جلسات کلاس یک درس در طول ترم؛

د: نرخ تورم سالیانه در ایران؛

▼ حل:

الف: زمان- پیوسته؛ ب: زمان- پیوسته؛ ج: زمان- گسسته؛ د: زمان- گسسته.

▲

بیشتر بدانیم- مثال ۱۴: سیگنال‌های آنالوگ و دیجیتال

برای هر یک از موارد زیر، در مورد آنالوگ یا دیجیتال بودن سیگنال نظر دهید؛

الف: نمره‌ی میان‌ترم دانشجویان یک درس؛

ب: حجم آب ذخیره‌ی یک سد در طول زمان؛

ج: تعداد سفرهای نوروزی ثبت شده طی ده سال اخیر؛

د: دبی لحظه‌ای آب مصرفی یک ساختمان؛

حل الف: دیجیتال؛ حل ب: آنالوگ؛ حل ج: دیجیتال؛ حل د: آنالوگ.

---

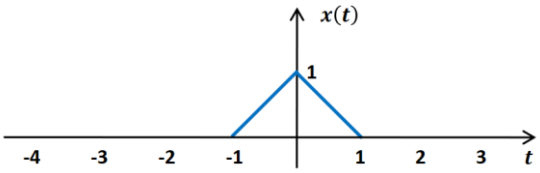
[۱] quantized

دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال

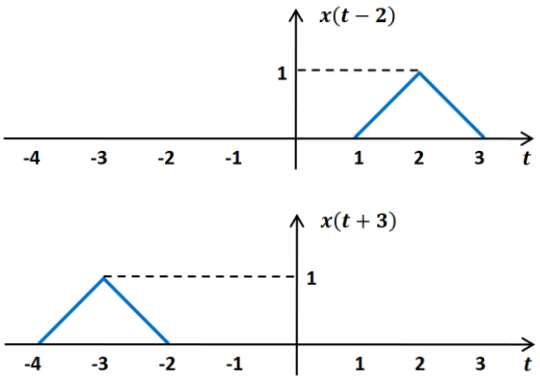
دستکاری‌های متغیر مستقل سیگنال را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود: جابجایی زمانی[۱] و مقیاس کردن زمانی[۲]. در ادامه با استفاده از مثال‌ها، قاعده‌ی این دستکاری‌ها را به طور شهودی و درون‌یافتی تعیین می‌کنیم.

مثال ۱۵: جابجایی زمانی سیگنال زمان- پیوسته

برای سیگنال زمان- پیوسته‌ی $x(t)$ داده شده، سیگنال‌های $x(t-2)$ و $x(t+3)$ را تعیین و ترسیم نمایید.



▼ حل: با انجام عددگذاری مشاهده می‌کنیم که مقدار سیگنال $x(t-2)$ در $t=0$ برابر $x(-2)$ است. یعنی مقدار سیگنال $x(t)$ در $t=-2$ برای سیگنال $x(t-2)$ در محل $t=0$ قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر، ۲ واحد به سمت راست جابجا می‌شود. برای دیگر زمان‌ها نیز همین ۲ واحد جابجایی به سمت راست را داریم. پس کل شکل ۲ واحد به سمت راست جابجا می‌شود. به طور مشابه، برای دستیابی به $x(t+3)$ لازم است شکل $x(t)$ را ۳ واحد به سمت چپ جابجا کنیم.



▲

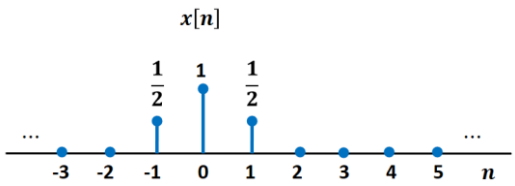
مثال ۱۶: جابجایی زمانی سیگنال زمان- گسسته

برای سیگنال زمان- گسسته $x[n]$ داده شده، سیگنال‌های $x[n-3]$ و $x[n+1]$ را تعیین و ترسیم نمایید.

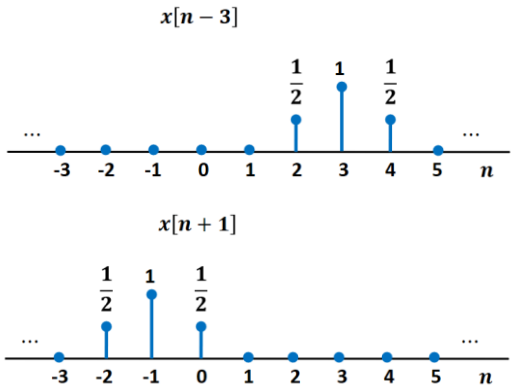
---

[۱] time-shift

[۲] time-scaling



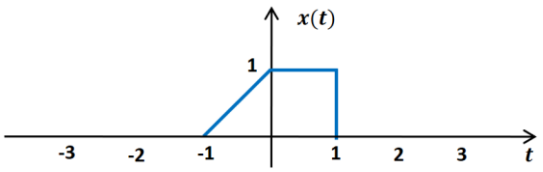
▼ حل: برای دستیابی به $x[n-3]$ لازم است $x[n]$ سه واحد به سمت راست جابجا شود. همچنین برای دستیابی به $x[n+1]$ لازم است $x[n]$ یک واحد به چپ جابجا شود.



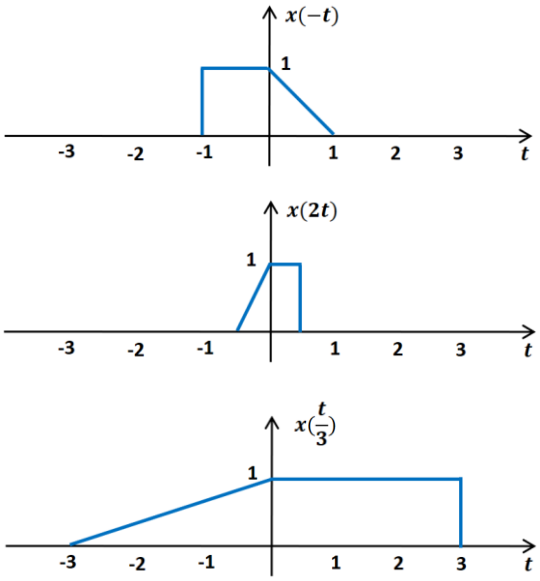
▲

مثال ۱۷: مقیاس زمانی سیگنال زمان- پیوسته

برای سیگنال زمان پیوسته‌ی $x(t)$ داده شده، سیگنال‌های $x(-t)$، $x(2t)$ و $x\left(\frac{t}{3}\right)$ را تعیین و ترسیم نمایید.



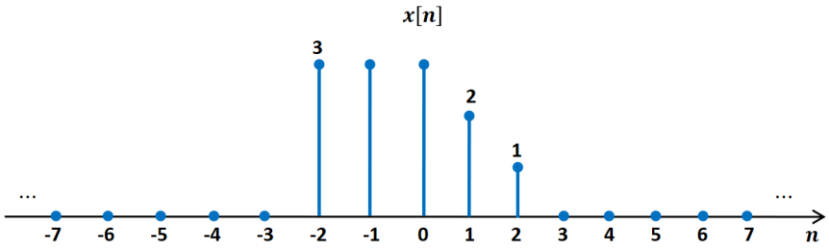
▼ حل: با عددگذاری مشاهده می‌کنیم که $x(-t)$ در $t=0$ برابر $x(0)$، در $t=1$ برابر $x(-1)$ و در $t=-1$ برابر $x(1)$ است. به بیان کلی‌تر، برای دستیابی به $x(-t)$ لازم است $x(t)$ را نسبت به محور قائم قرینه کنیم. به شیوه‌ای مشابه، برای دستیابی به $x(2t)$ باید $x(t)$ را به نسبت ۲ فشرده کنیم و برای دستیابی به $x\left(\frac{t}{3}\right)$ باید $x(t)$ را به نسبت ۳ گسترش دهیم.



▲

مثال ۱۸: مقیاس زمانی سیگنال زمان- گسسته

برای سیگنال زمان- گسسته‌ی $x[n]$ داده شده، سیگنال‌های $x[-n]$ $x[2n]$ $x\left[\frac{n}{3}\right]$ و $x\left[\frac{2n}{3}\right]$ را تعیین و ترسیم نمایید.



▼ حل: برای دستیابی به $x[-n]$ لازم است سیگنال $x[n]$ را نسبت به محور قائم قرینه کنیم. برای دستیابی به $x[2n]$ باید $x[n]$ را به نسبت ۲ فشرده کنیم ولی از آنجا که متغیر مستقل سیگنال ماهیت گسسته دارد نمونه‌ها یک در میان از دست خواهد رفت. برای دستیابی به $x\left[\frac{n}{3}\right]$ باید $x[n]$ را به نسبت ۳ گسترش دهیم ولی با توجه به ماهیت گسسته‌ی متغیر مستقل سیگنال، بین نمونه‌ها صفر درج می‌گردد. به بیان روشن‌تر، سیگنال $x\left[\frac{n}{3}\right]$ در $n=0$ دارای مقدار $x[0]$ در $n=3$ دارای مقدار $x[1]$ است و در $n=1$ و $n=2$ دو صفر درج می‌گردد. این روند در نمونه‌های بعدی نیز تکرار می‌شود. برای دستیابی به $x\left[\frac{2n}{3}\right]$ نیز لازم است سیگنال $x\left[\frac{n}{3}\right]$ که در مرحله قبل به دست آوردیم را به نسبت ۲ فشرده کنیم.