انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، شماره ۲۱۹

روشهای خمیری
برای سازه‌های فولادی و بتنی

ترجمه
دکتر محمدرضا اصفهانی

۱۳۷۶

بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه فردوسی مشهد

انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، شمارهٔ ۱۱۹

روشهای خمیری
برای سازه‌های فولادی و بتنی

نوشته : استوارت موی

ترجمهٔ

دکتر محمدرضا اصفهانی

۱۳۷۶

Moy. Stuart S. J. موی، استوارت.
روشهای خمیری برای سازه‌های فولادی و بتنی / نوشتهٔ استوارت موی؛ ترجمهٔ محمدرضا اصفهانی. ـ مشهد: دانشگاه فردوسی (مشهد)، ۱۳۷۰.
چهارده، ۲۴۹ ص.: مصور، جدول، نمودار. ـ (انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد؛ ۱۱۹).
بها: ۱۴۵۰ ریال.
فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا (فهرستنویسی پیش از انتشار).
عنوان اصلی: Plastic Methods for Steel and Concrete Structures
کتابنامه: ص. [۲۴۸] - ۲۴۹.
چاپ دوم: ۱۳۷۶ ISBN 964-6335-05-5

۱. تحلیل خمیری. ۲. ساختمانهای فلزی. ۳. ساختمانهای بتون مسلح. الف. اصفهانی. محمدرضا. مترجم. ب. دانشگاه فردوسی (مشهد). ج. عنوان.
TA ۶۵۲/م ۸ ر ۹ ۶۲۴/۱۸۲۱
۱۳۷۰
کتابخانه ملی ایران ۲۵۵۳ـ ۷۰ م

شناسنامهٔ کتاب

نام: روشهای خمیری برای سازه‌های فولادی و بتنی

تألیف: استوارت موی

ترجمهٔ: دکتر محمدرضا اصفهانی

ناشر: انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

تاریخ انتشار: چاپ اوّل ۱۳۷۰ ـ چاپ دوم ۱۳۷۶

تعداد: ۲۰۰۰ نسخه

امور فنّی و چاپ: مؤسّسهٔ چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

قیمت: ۴۰۰۰ ریال

شابک: ۹۶۴ ـ ۶۳۳۵ ـ ۰۵ ـ ۵ (ISBN: 964 - 6335 - 05 - 5)

فهرست مطالب

مقدمه نویسنده

تحریر این کتاب را مدیون دانشجویان کارشناسی و کارشناسی ارشد خود می‌دانم که‌با بی‌صبری و اشتیاق در کلاس درس روشهای خمیری سازه‌ها شرکت کرده‌اند. سئوالهای ایشان چه در کلاس و یا بعد از آن، نشان داده است که برخی از مفاهیم درس همواره مشکلاتی را برای آنها به‌وجود می‌آورد. چون تصور نمی‌کنم که این مشکل ناشی ازکوتاهی درامر تدریس از جانب من باشد و آن را به‌دلیل نیاز به توضیح بیشتر بعضی از نکات در کلاس می‌دانم، لذا به نوشتن این کتاب اهتمام نمودم.

در این کتاب سعی شده‌است بطورعمده مطالب مورد نیازدانشجویان‌درسطوح‌کارشناسی و کارشناسی ارشد مطرح شود. با وجود این،مطالب آن برای مهندسینی که مایل به استفاده ازروشهای خمیری جهت طراحی هستند نیز قابل استفاده خواهد بود. در این کتاب بیشتر، مفاهیم و نیازهای طراحی روشهای خمیری تأکید شده‌است تا اثبات ریاضی‌آنها (البته‌مراجع مناسبی جهت‌اثبات ریاضی‌مطالب معرفی شده‌است). به این دلیل بعضی از مطالب‌به‌صورت ساده بیان شده‌اند. امیدوارم این روش باعث‌ناخرسندی متخصصینی که بطورمحض با موضوع برخورد می‌کنند نگردد.

کتاب دارای هشت فصل است. در دو فصل اول به طور عمده مفاهیم خمیری و خمش خمیری مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصلهای ۳ و ۴ روشهای مختلف جهت تعیین بارهای فروریختگی قابهای فولادی تشریح می‌شود. در فصل ۵ نشان داده می‌شود که چگونه‌روشهای خمیری برای طراحی سازه‌های فولادی به کار می‌رود. فصل ۶ به دو قسمت تقسیم شده‌است. در قسمت اول روشی برای محاسبه تغییر مکانهای سازه در نقطه فروریختگی تشریح می‌شود. در قسمت دوم اثر این تغییر مکانها و همچنین ناپایداری،روی بار فروریختگی سازه بیان می‌گردد. البته این موضوع قدری پیچیده است‌و جزئیات مربوطه خارج از بحث این کتاب

می‌باشد لیکن حذف تمام موارد مربوط به ناپایداری نیز صحیح نیست. فصلهای ۷ و ۸ به سازه‌های بتن آرمه مربوط می‌شود. فصل ۷ به مشکلات استفاده از روشهای خمیری در قابهای بتنی می‌پردازد و در فصل ۸ روشهای پرارزش خط سیلان و نواری در مورد دالها تشریح می‌گردد.

به نظر من سه فصل اول جنبه مقدماتی دارد که برای دانشجویان سال دوم دوره کارشناسی مناسب است. فصلهای ۴ و ۵ و قسمتهای ۶ و ۸ جهت دانشجویان سال آخر دوره کارشناسی پیشنهاد می‌گردد. همچنین کلیه مباحث برای دانشجویان دوره کارشناسی ارشد قابل استفاده خواهد بود. سعی شده است که ضمن حفظ چهارچوب مشخصی برای هرفصل، پیوستگی منطقی فصلهای کتاب نیز حفظ گردد. در شروع هر فصل مقدمه‌ای آورده شده است تا ذهن خواننده با مفاهیم بنیادی مجدداً" آشنا شود. در هر فصل مثالهایی آورده شده که با دقت انتخاب و مرتب شده‌اند.

اولین مثال مفاهیم بنیادی را به ساده‌ترین وجه ممکن معرفی می‌کند. در مثالهای بعد مفاهیم جدید معرفی و زمینه‌هایی که ممکن است ایجاد اشکال نماید مطرح و سپس تمام مطالب به روشنی جمع‌بندی شده است. در پایان هرفصل بجز فصل اول مسایلی طرح شده تا نکات مختلف بیان شده را به طور مشخصی طرح نماید. توصیه می‌شود خواننده مسایل را تا حد امکان حل نماید چرا که تمرین بهترین وسیله برای شروع یادگیری روشهای خمیری است.

استوارت موی

Stuart S.J. Moy

مقدمه مترجم

تحلیل و طراحی سازه‌ها بر اساس بارهای نهایی بیش از ۷۵ سال قدمت دارد. روش تحلیل خمیری برای اولین بار توسط دکتر Gabor kazinczy ارائه شد، او که یک مجارستانی بود نتایج روش خود را در سال ۱۹۱۴ میلادی منتشر نمود. اولین آزمایشهای مربوطه در آلمان بوسیله Maier-Leibnitz انجام گردید و نشان داد که ظرفیت نهایی تیر یکسره بستگی به نشست تکیه‌گاهها ندارد. کوششهای Van-den-broek درهمین‌کشور و J.F.Baker و همکارانش در بریتانیا به نتایجی‌انجامید که‌اکنون به عنوان طرح‌خمیری سازه‌ها مطرح می‌شود. پیشرفت تحلیل به‌روش خمیری‌توسط Symond و Neal انجام‌گرفت در امریکا در دانشگاه Lehigh، انستیتوی امریکایی فولاد در مورد رفتار خمیری سازه‌ها مطالعات زیادی کرده است. بدون شک پیشرفتهای اخیر روشهای خمیری سازه‌ها حاصل کوششهای بسیاری دیگر از محققین این رشته است که در اینجا نامی از ایشان برده نشده، لیکن در قسمت مراجع نام تعدادی از آنها آورده شده است.

در حال حاضر روشهای خمیری برای تحلیل و طراحی تیرهای یکسره و قابهای کوتاه در کشورهای زیادی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در اروپا برای سازه‌های فولادی این روش توسعه زیادی یافته و بجای آنکه تنها یکی از روشهای طراحی بشمار آید، هم اکنون نقش مهمتری ایفا می‌کند. این موضوع بخصوص با دورنمای استفاده از حالات حدی طراحی‌در آیین‌نامه‌های جدید، واقعیت بیشتری می‌یابد.

نظر بهاینکه در کشور ما روشهای طراحی خمیری مورد توجه زیادی واقع نشده است‌لذا ترجمه متونی در این زمینه ضروری به نظر می‌آید. کتابهایی که در مورد روشهای خمیری سازه‌ها تألیف شده‌اند، نظر به تمایل نویسنده، بعضی بطور عمده نظری و برخی جنبه عملی داشته‌اند. در این میان نویسنده‌هایی سعی داشته‌اند که به منظور تفهیم بهتر موضوع، هر

دو جنبه را مورد نظر و تأکید قرار دهند.

کتاب حاضر از جمله کتبی است که مطالب نظری و عملی را به‌طور خلاصه و با بیانی خاص طرح نموده‌است. در این‌کتاب استفاده از روش خمیری برای طراحی سازه‌های بتن‌آرمه نیز مورد بحث‌قرار گرفته و روشهای‌خط سیلان و نواری هیلربورگ در موردتاوه‌های بتن آرمه تشریح شده است. این روش طراحی که تا کنون کمتر مورد توجه متخصصین ما قرارگرفته ،از جمله روشهای محاسباتی دقیق و توانمند است که آموزش‌آن لازم می‌باشد. اینجانب در طول مدتی که به تدریس درس طرح خمیری سازه‌ها اشتغال داشته‌ام، از بین کتابهایی‌که‌در این زمینه تألیف‌شده‌است این‌کتاب را به عنوان شروع کار مناسبتر تشخیص داده و پیشنهاد می‌کنم .امید است موردتوجه دانش‌پژوهان عزیز قرارگیرد .در پایان از همکاری آقای دکتر فریدون ایرانی که مطالب کتاب را مطالعه و در جهت تصحیح آن پیشنهادهای ارزنده‌ای ارائه داده‌اند قدردانی می‌کنم.همچنین از آقای مجید جاودانی شاهدین بخاطر ویرایش ادبی کتاب و سرکار خانم عزت شادمهری جهت تایپ کتاب و سایر دست اندرکاران‌مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی که با امکانات ناچیز خود چاپ این کتاب را به نحو شایسته‌ای انجام داده‌اند کمال تشکر را دارم.

محمدرضا اصفهانی
عضو هیأت علمی دانشکده‌مهندسی
خردادماه ۱۳۷۰

علائم

در مراجع مختلف علمی استفاده از یک علامت جهت مفاهیم مختلف و یا استفاده از چند علامت با معنی یکسان متداول بوده است. در این کتاب نیز ضمن تعریف هریک از علائم ،از قاعده بالا استفاده شده است .همچنین ازپانویس برای‌نشان‌دادن علائم مختلف جهت رساندن مفهومی خاص، استفاده می‌شده است. این روش در کتاب حاضر نیز به‌کار گرفته شده است.

نیروها

C, T نیروهای فشاری و کششی برآیند حاصل از خمش
F نیروی محوری عضو در یک خرپای مفصلی
N نیروی برشی در یک عضو خمشی
P نیروی محوری در یک عضو خمشی
SF نیروی برشی (مخفف)
q بار گسترده روی دال
UDL بار گسترده یکنواخت (مخفف)
λ ضریب بار
λ' تغییر در ضریب بار
λ_c ضریب بار فروریختگی
V, H واکنشها یا بارهای اعمال شده عمودی و افقی
W بار اعمال شده
w, Q بار خطی

لنگرها

BM لنگر خمشی (مخفف)

BMD نمودار لنگر خمشی (مخفف)

FEM لنگر گیرداری (مخفف)

M لنگر، مقدار لنگر خمشی، لنگر مقاوم در واحد طول

M_p لنگر خمیری

M_p' لنگر کاهش یافته خمیری

M_e لنگر خمیری کاهش یافته

xii لنگرخمشی حاصل از تحلیل ارتجاعی

M_n لنگر در واحد طول و عمود بر خط سیلان

β_{red} ضریب پخش (علامت آیین نامه CP 110)

خواص مقاطع و مصالح

A سطح مقطع

A_s سطح مقطع فولاد

b عرض

d ارتفاع کل، ارتفاع موٴثر فولاد کششی

d_1 ارتفاع موٴثر فولاد فشاری

E ضریب یانگ[1]

E_{sh} شیب منحنی تنش ــ کرنش در شروع کرنش سختی

f_c مقاومت مکعبی بتن

G تابع وزن سازه

G' قسمت متغیر تابع وزن

g وزن واحد طول

I لنگر دوم سطح

l طول موٴثر

l/r ضریب لاغری

---

1 — Young

r شعاع ژیراسیون $[=\sqrt{(I/A)}]$

S اساس مقطع خمیری

t_f ضخامت بال

t_w ضخامت جان

x ارتفاع تا محور کرنش صفر در یک تیر بتنی (علامت مربوط به CP 110)

Z اساس مقطع

γ کرنش برشی

ϵ کرنش محوری

σ تنش محوری

σ_y تنش تسلیم

τ تنش برشی

τ_y تنش تسلیم برشی

طولها و تغییر مکانها

e خروج از مرکزیت

L, h ابعاد بیرونی

l, a, b ابعاد

R شعاع

s فاصله، در طول یک خط سیلان

x, y, z محورهای مختصات، فواصل در محورهای مختصات

$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \phi$ زاویه‌ها، دورانها

Δ, δ تغییر مکانها

χ انحنا

سایر علائم

c, n, k مقادیر ثابتها، نسبتها

i نسبت لنگرهای مقاوم مثبت و منفی

K ضریب تصحیح هیلربورگ[1]

1 — Hillerborg

m تعداد مکانیزمهای اولیه (اصلی)
n تعداد مفصلهای خمیری
p تعداد مفصلهای خمیری ممکن
r درجه نامعینی
YL خط سیلان (مخفف)
μ مقیاس اورتوتروپی در دالها[1]

قرارداد علائم

در این کتاب مناسبترین قرارداد علائم مورد استفاده قرار گرفته‌است. تنشها، کرنشها و نیروهای محوری کششی، مثبت فرض شده و تنها درفصل ششم نیروهای فشاری نیز مثبت درنظر گرفته شده است. لنگرهای خمشی در سمتی از عضو که تحت کشش است رسم شده‌است. فرض براین است که لنگر خمشی مثبت باعث ایجاد کشش درقسمت تحتانی تیر و یا قسمت چپ ستون گردد.

---

۱ ــ نسبت ظرفیت لنگرهای مقاوم در دو جهت فولادگذاری مثبت یا منفی دال (مترجم)

۱

مفاهیم کلی

۱ ــ ۱ مقدمه

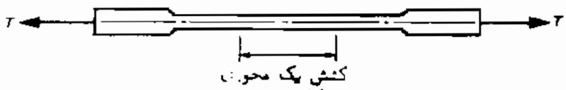
مطالبی که در ارتباط با آموزش تحلیل سازه مطرح می‌شود شامل یک سری اصول اولیه* تعادل ، نظریه ساده‌خمشی ،کار مجازی و بالاخره تحلیل سازه‌های با اتصالات صلب است . اختلاف عمده‌ای که در تحلیل سازه‌ها پیش می‌آید وقتی است که وضعیت آنهاازحالت‌تعادل معین (یعنی قابل تحلیل به‌کمک معادلات تعادل) به‌حالت نامعین تعادل در می‌آید (به‌طوری که برای تحلیل آنها بایستی از ترکیب معادلات تعادل و سازگاری تغییر شکلها استفاده‌کرد). محاسبات سازه‌های نامعین همواره‌مشکلاتی برای‌دانشجویان این‌رشته‌به‌وجود می‌آورد .

روش سنتی تحلیل براساس این فرض است که تنشهای سازه ــ که ناشی از اعمال بارها می‌باشد ــ در محدوده ارتجاعی مصالح بوده لذا تغییر مکانها کوچکند . این روش به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد . به‌هرحال ، در حدود بیش از سی سال گذشته روش دیگری ابداع شد که امکانات تازه‌ای را فراهم آورده‌است.در روش جدیداساس‌مسأله‌به‌صورت دیگری مطرح می‌شود . بدیهی است که می‌توان به‌هرسازه آنقدر بار اعمال نمود تا به حالت فروریختگی برسد . در این روش جدید ، هدف تعیین همین مقدار بار می‌باشد . برای‌رسیدن به‌این هدف لازم است که به‌وضعیت سازه در موقع فروریختگی پی برده و رفتار آن را موقعی که تنشهای مصالح از حد ارتجاعی فراتر رود بشناسیم . با چنین فلسفه‌ای تحلیل و طراحی به‌روش خمیری‌صورت‌می‌گیرد .یکی ازنکات ممتاز و مهم روشهای خمیری آن‌است که محاسبات مربوط به آن معمولا" ساده‌تر از روشهای سنتی می‌باشد .

اگر رفتار سازه‌ها را در حین افزایش بار ، از بار صفر تا بارگسیختگی مورد بررسی قرار دهیم ، ما را در درک مفاهیم مربوط به‌روشهای خمیری کمک خواهد کرد . موضوع فوق با دو مثال تشریح می‌گردد ، ولی قبل از پرداختن به‌آنها لازم است خواص مصالح مورد استفاده در سازه را بشناسیم .

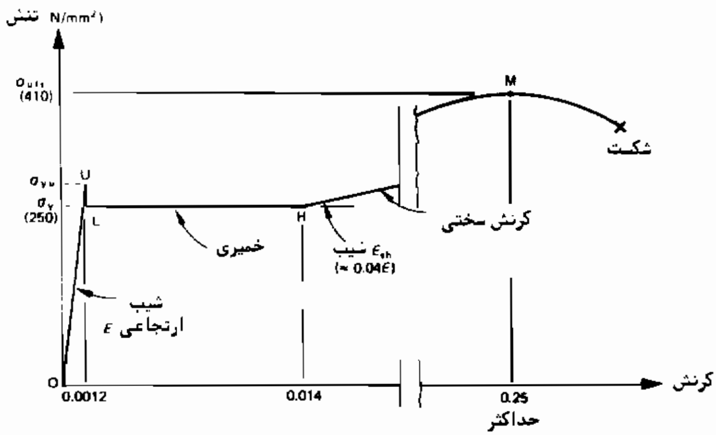
۱ ــ ۲ ــ فولاد نرمه ــ ماده‌ای تقریبا" کامل برای تحلیل خمیری

ساده‌ترین آزمایش مکانیکی ، آزمایش کشش روی میله بلند و تحت نیروی کنترل شده می‌باشد . (شکل ۱ــ۱) در میانه میله ، دور از دو انتهای گیره ،کشش تک‌محوری خالص وجود دارد .



شکل ۱ ــ ۱

اگر ازدیاد طول نمونه‌ای از فولاد نرمه (مثلا" کرنش) در این محدوده اندازه‌گیری‌شود و برحسب تغییرات نیروی اعمال شده (به‌صورت تنش) رسم گردد ، منحنی تنش ــ کرنش مشابه شکل ۱ــ۲ حاصل می‌شود . در کرنشهای کوچک تنش به‌صورت مستقیم‌با کرنش متناسب است (منطقه OU) . ماده ارتجاعی است ، و شیب E ضریب *یانگ*[1] نامیده می‌شود .



شکل ۱ــ۲

مقدار متوسط E تقریبا" ۲۰۵ kN/mm² می‌باشد ، نقطه U حد تناسب مستقیم بین تنش و کرنش می‌باشد . وقتی این حد فرا می‌رسد یک افت سریع در تنش تا نقطه L به وجود می‌آید . U نقطه حد *بالایی تسلیم* نامیده می‌شود که در آنجا تنش σ_{yu} است. مقدار σ_{yu}

1 – *Young's modulus.*

بستگی به‌شکل مقطع نمونه و نوع دستگاه آزمایش کننده دارد . در بسیاری از نیمرخهای رایج فولاد ساختمانی‌که به‌صورت گرم نورد شده‌اند ، تنشهای پسماند ناشی از نورد نقش مؤثری در جابجایی نقطه U دارند . از این رو نقطه حد بالایی دارای اهمیت عملی‌نمی‌باشد. تنش مربوط به‌نقطه L تنش تسلیم نام دارد که در نمونه آزمایشی $250 \ N/mm^2$ برای فولاد نرمه می‌باشد .

کرنش در تنش تسلیم تقریبا" ۰/۰۰۱۲ است . به‌ازای کرنش بیش از این مقدار هیچ گونه افزایش تنشی لازم نمی‌شود . رفتار در منطقه LH نمودار ، **رفتار خمیری** نامیده می‌شود. (افزایش کرنش بدون آنکه تنش تغییر کند **جریان خمیری** نامیده می‌شود) . انتهای قسمت افقی نمودار ، H ، در موارد مختلف ، متفاوت است اما مقدار کرنش مربوط به‌نمونه ، ۰/۰۱۴ می‌باشد.بنابر این کرنش در قسمت افقی نمودار حداقل ده‌برابر کرنش در نقطه تسلیم‌است .

بعد از نقطه H ، برای آنکه کرنش افزایش یابد بایستی تنش را افزایش داد ولی اینک نسبت بین آنها غیر خطی است این پدیده را **کرنش سختی**[۲] نامیده‌اند . شیب اولیه E_{sh} این قسمت تقریبا" ۴ درصد مدول یانگ E است . در یک کرنش حداقل ۰/۲ ،یعنی ۲۰درصد افزایش در طول نمونه ، تنش به‌مقدار ماکزیمم خود می‌رسد (نقطه M) . این تنش **مقاومت نهایی کششی** σ_{uts} نامیده می‌شود و مقدار آن در مثال تقریبا" $410 \ N/mm^2$ است . افزایش بیشتر کرنش باعث لاغرشدن عضو و سرانجام شکست عضو به‌شکل مخروطی می‌شود .

آزمایشهای دقیق نشان داده‌اند که منحنی تنش ـ کرنش برای فولاد نرمه در فشاری‌تا حد نقطه حداکثر تنش درست مشابه حالت کشش است ، بنابراین کل نمودار مطابق شکل ۱ـ۳ می‌باشد . اگر نمونه مثلا" تا نقطه X بارگذاری و سپس بار برداری شود ، ابتدا تغییردر کرنش ارتجاعی است (شیب E) که در شکل با خط XY نشان داده شده است . وقتی تنش به‌مقدار σ_y در حالت فشاری می‌رسد می‌توان جاری شدن‌خمیری فشاری را به صورت ایده‌ال مطابق شکل نشان داد . رفتار واقعی به‌صورت خط‌چین XY' می‌باشد که نشان دهنده کاهش‌آشکار در تنش تسلیم فشاری می‌باشد . انحراف از مسیر ایده‌آل را اثر بوشینگر[۳] نامند .

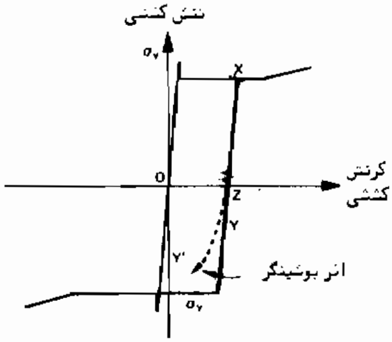
رفتارارتجاعی‌ـ‌خمیری ، در شکل ۱ ـ ۴ نشان داده شده است .این رفتار ایده‌آل با در نظر گرفتن موارد زیر برای فولاد نرمه‌پذیرفتنی است .

۱ ـ حذف حد بالایی تسلیم . این موضوع اشکالی ایجاد نخواهد کرد و در بسیاری‌از اعضای سازه‌ای اثری نخواهد داشت .

---

۲ — *strain hardening.*

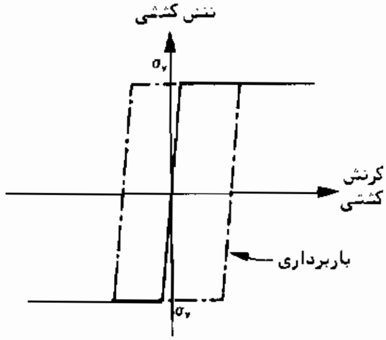
۳ — *Bauschinger effect.*



شکل ۱ ــ ۳

۲ ــ حذف کرنش سختی . این موضوع باعث ایجاد مقدار کمی خطا می‌شود زیرا قسمتهایی ازبسیاری ازسازه‌ها به‌هنگام فروریختن ، در منطقه کرنش سختی می‌باشند . به‌هرحال به‌دلیل شیب کم (E_{sh}) خطا کم است و چون کرنش سختی باعث افزایش در مقاومت می‌گردد حذف آن مطمئن‌تر است .

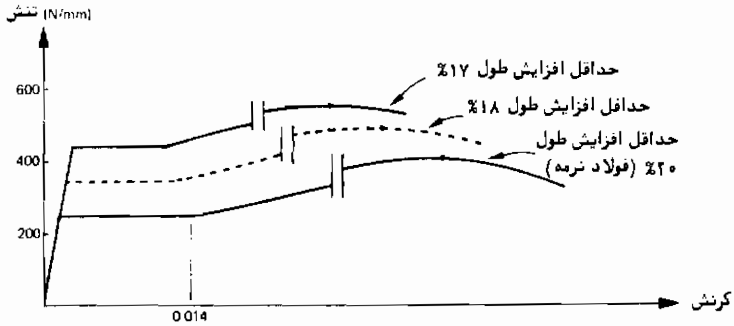
۳ ــ حذف اثر بوشینگر . این موضوع باعث بروز خطاهایی می‌شود که معمولا" کوچک هستند . شکل ۱ــ۳ نشان می‌دهد که هرگاه تنش تا صفر کاهش می‌یابد (نقطه Z) درمنحنی کمی تغییر شکل به‌وجود می‌آید . در سازه‌ها جایی که تغییر علامت کامل تنش امکان‌پذیر است خطا قابل ملاحظه می‌شود .



شکل ۱ ــ ۴

فولاد نرمه تنها نوع فولاد ساختمانی نیست ــ از انواع با مقاومت بالای آن نیز معمولا " استفاده می‌شود. آن گونه که در شکل ۱ ــ ۵ نشان داده شده است در مقاومتهای بالا انعطاف پذیری کاهش می‌یابد . بایستی در استفاده از تحلیل خمیری این چنین فولادها

دقت و ملاحظه نمود . این موضوع در فصل ۶ مفصلتر بیان خواهد شد .



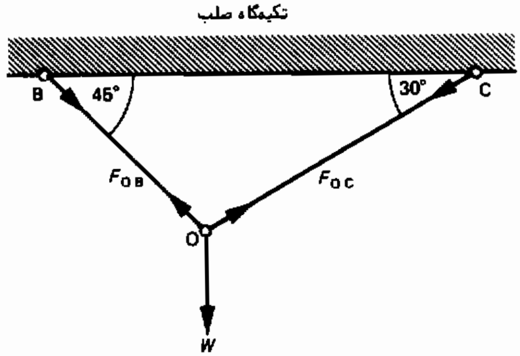
شکل ۱ ــ ۵

۱ ــ ۳ رفتار سازه‌ها تحت اثر بار متغیر چگونه است ؟

برای آنکه به‌گونه‌ای ساده و بدون ایجاد اشکال زیاد از نظر ریاضی و موضوعی مفاهیم مهم و مختلف مطرح شود ، به‌ذکر دو مثال در مورد خرپاهای مفصلی می‌پردازیم . این نوع خرپاها هرگز به منظورهای کاربردی ساخته نمی‌شوند ، اما می‌توان آنها را خرپاهایی ساخته شده از فولاد نرمه تصور کرد .

۱ ــ ۳ ــ ۱ خرپای کششی معین

خرپای شکل ۱ــ۶ بصورت استاتیکی معین است یعنی به‌وسیله معادلات تعادل می‌توان آن را به‌گونه‌ای کامل تحلیل کرد . بار قائم W که در نقطه O اعمال شده است ، دو عضو OB



شکل ۱ ــ ۶

و OC را تحت کشش قرار می‌دهد نیروهای داخلی نامعلوم F_{OB} و F_{OC} هستند .
برای تعادل در نقطه O

$$F_{OB}\cos 45^\circ = F_{OC}\cos 30^\circ$$

یعنی :

$$F_{OB}\frac{1}{\sqrt{2}} = F_{OC}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F_{OB} = 1.225F_{OC} \qquad (۱-۱)$$

معادله تعادل در جهت قائم در نقطه O

$$F_{OB}\sin 45^\circ + F_{OC}\sin 30^\circ = W \qquad (۲-۱)$$

با جابجایی معادله ۱ـ۱ در معادله ۱ـ۲ خواهیم داشت .

$$\left.\begin{aligned} F_{OB} &= 0.897W \\ F_{OC} &= 0.732W \end{aligned}\right\} \qquad (۳-۱)$$

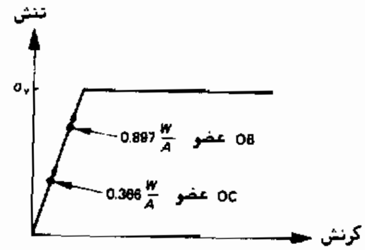
فرض می‌شود که OB دارای سطح مقطع A و OC دارای سطح مقطع $2A$ می‌باشد ، بنابراین

$$\left.\begin{aligned} \text{OB تنش در} &= 0.897\frac{W}{A} \\ \text{OC تنش در} &= 0.366\frac{W}{A} \end{aligned}\right\} \qquad (۴-۱)$$

این تنش‌ها بوسیله دو نقطه در منحنی تنش ــ کرنش شکل ۱ـ۷ مشخص شده‌اند .همان گونه که مقدار W افزایش می‌یابد دو نقطه به‌طرف بالا حرکت می‌کنند تا این که تنش در عضو OB به‌تنش تسلیم می‌رسد .باری که به‌ازای آن مسأله اخیر اتفاق می‌افتد را می‌توان‌ازمعادله زیر بدست آورد .

$$0.897\frac{W}{A} = \sigma_y \qquad (۵-۱)$$

هر افزایش در مقدار W باعث ایجاد جریان خمیری در عضو OB می‌شود ، به‌گونه‌ای که در آن عضو تنش به‌مقدار σ_y ثابت می‌ماند . در این حالت معادلات ۱ـ۴ و ۱ـ۳ دیگر پذیرفته نخواهند بود زیرا تنش در عضو OB اکنون مستقل از W می‌باشد . از آنجا که معادلات ۱ـ۳ از معادلات تعادل ۱ـ۱ و ۱ـ۲ به‌دست آمده‌اند ، آنها نیز نمی‌توانند صحیح باشند و



شکل ۱ — ۷

سازه در تعادل نخواهد بود . به‌طور فیزیکی طول OB بدون ممانعت افزایش می‌یابد و نقطه O جابجا می‌شود . این عدم تعادل " فروریختگی" سازه نامیده می‌شود . بیشترین بار که به‌ازای آن تعادل برقرار است بار " فروریختگی" (W_c) خوانده می‌شود . از معادله ۱ — ۵

$$W_c = 1.115 A\sigma_y \qquad (۱ — ۶)$$

در این مثال دو نکته مهم روشن شده است .

۱ — در سازه بطور استاتیکی معین ، فرو ریختگی آنگاه رخ می‌دهد که عضوی که دارای بیشترین تنش است جاری گردد .

۲ — بارفروریختگی به‌نیروی که باعث جاری شدن عضو $(A\sigma_y)$ می‌شد وابستگی دارد . مقدار ثابت (۱/۱۱۵ در این حالت) فقط به مشخصات هندسی اعضاء بستگی دارد .

۱ — ۳ — ۲ خرپای کششی نامعین

۱ — ۳ — ۲ — ۱ تحلیل تا حد فرو ریختگی

شکل ۱—۸ خرپایی را با سه عضو و یک بار قائم W نشان می‌دهد .
سه نیروی مجهول وجود دارد . بنابراین سه معادله مستقل برای پیدا کردن نیروها لازم است قالی[۴] و نویل[۵] [1] روش ساده‌ای برای تعیین درجه نامعینی این نوع از خرپا ارائه کرده‌اند ، این روش نشان می‌دهد که درجه‌نامعینی در سازهٔ فوق یک است . برای تعیین نیروهای نامعین لازم است هردو معادله تعادل و سازگاری در نظر گرفته شود .

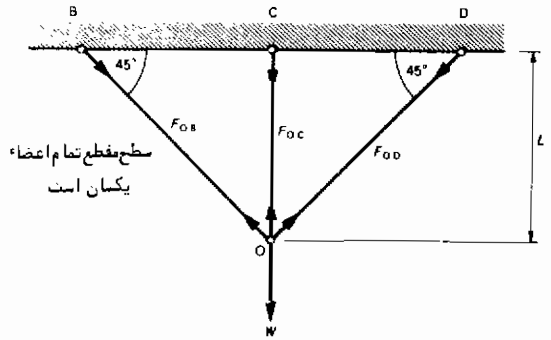
---

۴ — Ghali

۵ — Neville

برای تعادل در جهت قائم در نقطه O

$$F_{OB} \sin 45° + F_{OC} + F_{OD} \sin 45° = W \tag{۱–۷}$$

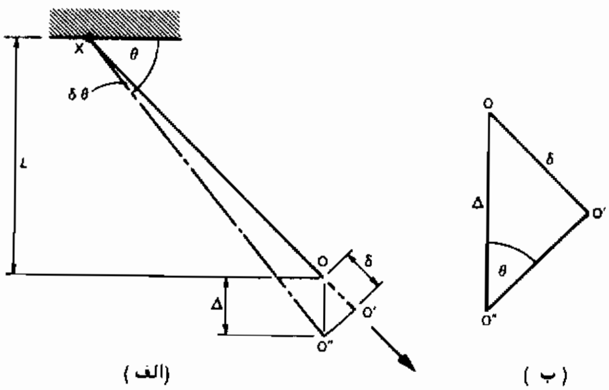


شکل ۱ ــ ۸

به‌دلیل تقارن سازه و بارها ، مشخص است که نقطه O بایستی به‌طرف پایین و عمودی تغییر مکان یابد و عضو OB باندازه عضو OD تغییر شکل دهد (کشیده شود) . ازآنجا کــه اعضاء مشابهند (از نظر مقطع) خواهیم داشت .

$$F_{OB} = F_{OD} \tag{۱–۸}$$

معادلات (۱–۷) و (۱–۸) برای تعیین نیروهای اعضاء کفایت نخواهند کرد .



شکل ۱ ــ ۹

اکنون عضو مورب شکل (۱ـ۹ الف) را در نظر بگیرید. وقتی نیروی کششی F_{OX} اعمال می‌گردد این عضو به‌اندازه δ افزایش طول می‌دهد. برای آن که نقطه O به‌صورت عمودی به‌نقطه ″O انتقال یابد عضو (عضو کش آمده O′X) بایستی حول نقطه X دوران نماید. اگر تغییر طول کششی نسبت به‌طول عضو کوچک باشد (تغییر طول کششی موقعی که عضو جاری می‌شود حدود ۰/۱ درصد طول می‌باشد)، زاویه $\delta\theta$ به‌اندازه‌ای که قابل حذف‌شدن باشد کوچک است (اگر θ برابر °۴۵ باشد در نقطه جاری شدن $\delta\theta$ به‌اندازه ′4 خواهد بود). در مثلث ″OO′O زاویه ″OO′O مساوی با θ می‌باشد (شکل ۱ـ۹ ب) و

$$\delta = \Delta \sin\theta \qquad (۱-۹)$$

اگر عضو OX ارتجاعی باشد، نسبت $\frac{\text{تنش}}{\text{کرنش}}$ مساوی ضریب ارتجاعی خواهد بود، بنابراین

$$\frac{F_{OX}}{A} \bigg/ \frac{\delta}{OX} = E$$

با قرار دادن مقادیر δ و OX داریم:

$$F_{OX} = \frac{AE}{L}\Delta \sin^2\theta \qquad (۱-۱۰)$$

اگر نقطه O به‌اجبار در جهت قائم حرکت کند سازگاری تأمین خواهد شد. از اینرومعادلات (۱ـ۹) و (۱ـ۱۰) برای اعضای خرپا قابل استفاده خواهند بود.

$$\begin{aligned} \delta_{OB} &= \delta_{OD} = \Delta \sin 45^\circ = \Delta/\sqrt{2} \\ \delta_{OC} &= \Delta \sin 90^\circ = \Delta \end{aligned} \qquad (۱-۱۱)$$

و

$$\begin{aligned} F_{OB} &= F_{OD} = \frac{AE}{L}\Delta\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{AE\Delta}{2L} \\ F_{OC} &= \frac{AE\Delta}{L} \end{aligned} \qquad (۱-۱۲)$$

که Δ تغییر مکان قائم نقطه O خواهد بود. از معادله (۱ـ۱۲) ملاحظه می‌گردد که

$$2F_{OB} = F_{OC} \qquad (۱-۱۳)$$

معادله (۱–۱۳) بهمراه معادلات (۱–۷) و (۱–۸) برای محاسبه نیروهای اعضاءلازم هستند.
با جابجایی معادله (۱–۸) در معادله (۱–۷) داریم :

$$\sqrt{2}\,F_{OB} + F_{OC} = W \tag{۱۴ – ۱}$$

و با جابجایی معادله (۱–۱۳) در معادله اخیر داریم :

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+1\right)F_{OC} = W \tag{۱۵ – ۱}$$

$$F_{OC} = 0.585W$$

$$F_{OB} = F_{OD} = 0.293W \tag{۱۶ – ۱}$$

وقتی بار تا مقدار W_1 افزایش یابد عضو OC جاری می‌شود ، خواهیم داشت

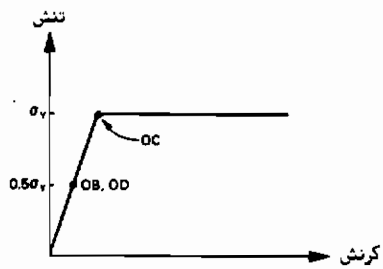
$$\frac{0.585W_1}{A} = \sigma_y$$

$$W_1 = 1.709\ A\sigma_y \tag{۱۷ – ۱}$$

تنشها در کلیه اعضاء در شکل (۱–۱۰) نشان داده شده است . تنش در اعضای OB و OD برابر σ_y ۰/۵ می‌باشد . خیز نقطه O در موقعی که جاری‌شدن شروع می‌شوداز معادله(۱–۱۲) به‌دست می‌آید .

$$F_{OC} = A\sigma_y = \frac{AE\Delta_1}{L}$$

$$\Delta_1 = \frac{L\sigma_y}{E} \tag{۱۸ – ۱}$$



شکل ۱ – ۱۰

تا کنون این مثال تنها نوع پیچیده‌تری از مثال قسمت ۱ـ۱ـ۳ بوده است ، اما از این به‌بعد تفاوتهای مهمی وجود دارد . اگرچه OC جاری شده و در نتیجه نیروی آن به‌مقدار $A\sigma_y$ رسیده است ولی نقطه O نمی‌تواند آزادانه تغییر مکان دهد زیرا بوسیله اعضای باقیمانده‌ارتجاعی مهارشده است . وقتی W افزایش یابد فقط دو نیروی نامعلوم وجود دارد ، بنابراین جاری‌ـ شدن عضو OC درجه نامعینی را (یک درجه) کاهش داده است . معادله (۱ـ۱۵) بصورت زیر در می‌آید .

$$\sqrt{(2)}\,F_{OB} = W - A\sigma_y \qquad (۱ - ۱۹)$$

بنابراین

$$F_{OB} = 0.707\,(W - A\sigma_y) \qquad (۱ - ۲۰)$$

اکنون بدون مراجعه به‌معادلات سازگاری مسأله به‌کمک معادلات تعادل حل می‌شود ، زیــــرا خرپا معین شده است . OB و OD وقتی جاری می‌شوند که :

$$F_{OB} = A\sigma_y \qquad (۱ - ۲۱)$$

با جایگزینی معادله (۱ـ۲۰) در معادله (۱ـ۲۱) بار W_2 به‌دست می‌آید .

$$0.707\,(W_2 - A\sigma_y) = A\sigma_y$$

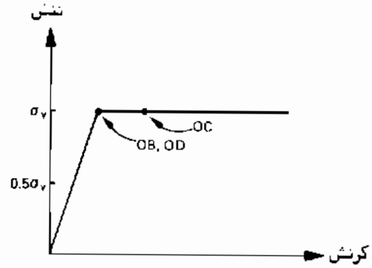
$$W_2 = 2.414\,A\sigma_y \qquad (۱ - ۲۲)$$

به‌کمک معادله (۱ـ۲۱) (برای عضو OB که تا این مقدار بار ، ارتجاعی باقیمانده است)خیز مربوطه یعنی Δ_2 در نقطه O به‌دست می‌آید .

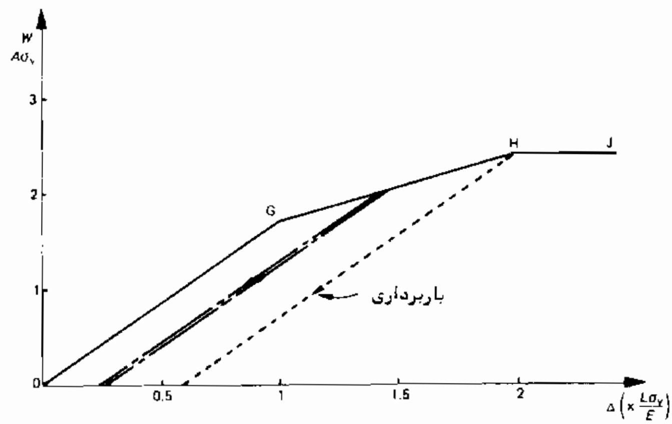
$$\Delta_2 = \frac{2L\sigma_y}{E} \qquad (۱ - ۲۳)$$

تنشهای اعضا بهازای بار W_2 در شکل (۱ـ۱۱) ترسیم شده است . ازآنجا که تمـــام اعضاء اکنون جاری شده‌اند ، W_2 بار فروریختگی(W_c)خرپا می‌باشد .
لحظه‌ای را که بار W_2 اعمال می‌شود **" نقطه فروریختگی "** نامند در این لحظه سازه‌تعادل ناپایدار خواهد داشت . کوچکترین حرکتی تعادل آنرا بهم خواهد زد ، جریان خمیـــری در

تمام اعضا بوجود آمده و نقطه O در جهت نامعلومی حرکت خواهد نمود .



شکل ۱ ــ ۱۱



شکل ۱ ــ ۱۲

نتایج تحلیل در این حالت در شکل (۱ــ۱۲) و جداول (۱ــ۱) و (۱ــ۲) جمع‌آوری شده است . نکات مهم متعددی وجود دارد که از تحلیل حاصل می‌گردد . این نکات عبارتنداز :

۱ ــ ***هرگاه یک عضو جاری می‌شود درجه نامعینی یک درجه کاهش می‌یابد***. این موضوع وقتی که عضو OC جاری شد در تحلیل مطرح گردید . وقتی خرپا از نظر استاتیکی معین شد جاری شدن یک عضو دیگر باعث شکست خواهد گردید (آنچنان که در مثال ۱ــ۱ــ۳ مطرح شد) . در این حالت به‌دلیل تقارن ، دو عضو توأماً جاری شدند . این کاهش درجه‌نامعینی سازه عامل کنترل کننده مفیدی می‌باشد . با تعیین درجه نامعینی سازه ، محاسبه حداقل تعداد اعضایی که برای‌فروریختگی‌لازم است ساده خواهد بود .

۲ ــ ***توزیع مجدد نیروهای داخلی***. جدول ۱ــ۱ نسبت مقادیر نیروهای داخلی را با توجه به‌بارهای W_1 و W_c نشان می‌دهد .

جدول ۱–۱ مقادیر نسبی نیروهای عضو

بار	W_1	W_c
F_{OC}/F_{OC}	۱	۱
F_{OB}/F_{OC}	۰/۵	۱
$F_{OB} : F_{OC}$	۱:۲	۱:۱

بدیهی است به‌محض جاری شدن یک عضو، مقادیر نسبی بطور موٴثری تغییرمی‌کند. اعضایی که در ابتدا سهم کمتری در باربری داشته‌اند به‌تدریج سهم بیشتری از بار اعمال شده را تحمل می‌کنند. این موضوع "پخش مجدد نیروهای داخلی" نام دارد که یک خصوصیت‌مهم رفتار سازه‌ای می‌باشد.

۳ــ کاهش سختی. شکل (۱–۱۲) نموداری از بار اعمال شده W (ترسیم شده برحسب $W/A\sigma_y$) برحسب خیز Δ می‌باشد. نمودار بوسیله سه خط مستقیم تعریف شده‌که‌به‌تدریج افقی می‌شود. این نمودار به‌صورت مقادیر عددی در جدول (۱–۲) برده شده است. شیب نمودار (نسبت تغییر بار به‌خیز $dW/d\Delta$) معرف سختی سازه است. در ابتدا سختی بیشترین مقدار را داراست، اما هر زمان که یک عضو جاری می‌شود (یک کاهش در درجه نامعینی بوجود می‌آید) یک افت ناگهانی در سختی ایجاد می‌شود. در حالت نهایی (HJ) وقتی که تمام اعضا جاری شدند خط افقی نشان دهنده سختی صفر است. از اینرو به‌تعبیر دیگر می‌توان گفت *فروریختگی زمانی است که سختی سازه صفر می‌شود*.

جدول ۱ – ۲

قسمتی از شکل ۱–۱۲	شیب $\dfrac{dW}{d\Delta}$ $\left(\times \dfrac{AE}{L}\right)$
OG	1.707
GH	0.707
HJ	0

۱ـ۳ـ۲ـ۲ وقتی بار بعد از جاری‌شدن عضو برداشته می‌شود چه اتفاقی می‌افتد؟

قبلاً نشان داده شد (بند ۱ـ۲) که وقتی نمونه تحت کشش پس از جاری شدن، بار‌برداری می‌شود، کاهش تنش به‌صورت ارتجاعی انجام می‌شود. برای نشان دادن این که چگونه این موضوع در مورد سازه نامعین عمل می‌کند، مثال قبل را موقعی که W_c اعمال شده ولی هنوز دو عضو آخر تحت جریان خمیری قرار نگرفته‌اند در نظر بگیرید. اگر یکبار اضافی ($-W_c$) اعمال شود بار خالص موثر صفر خواهد بود. از آنجا که باربرداری به‌صورت ارتجاعی در هر عضو انجام می‌گردد، از معادله ۱ـ۱۶ *تغییرات* نیروی اعضاء برحسب ($-W_c$) به‌دست می‌آید.

$$F_{OC} \text{ تغییر در } = -0.585\ W_c$$
$$F_{OB} \text{ تغییر در } = -0.293\ W_c \qquad (۱ - ۲۴)$$

مقدار W_c از معادله (۱ـ۲۲) به‌دست می‌آید، نیروهای حاصل شده در اعضاء بازای بارصفر عبارتست از:

$$F_{OC} = A\sigma_y - 0.585 \times 2.414\ A\sigma_y = -0.414A\sigma_y$$
$$F_{OB} = A\sigma_y - 0.293 \times 2.414\ A\sigma_y = 0.293A\sigma_y \qquad (۱ - ۲۵)$$

معادله (۱ـ۲۵) نشان می‌دهد که در بار صفر نیروهای داخلی اعضاء صفر نمی‌شوند. این نیروهای پس ماند خاصیت مهمی دارند که با جابجایی معادله ۱ـ۲۵ درمعادله‌تعادل ۱ـ۱۵ مشخص می‌شود.

$$\sqrt{2} \times 0.293\ A\sigma_y - 0.414A\sigma_y = 0$$
$$(0.414 - 0.414)\ A\sigma_y = 0$$
$$0 = 0$$

به‌عبارت دیگر نیروهای پس ماند با یکدیگر در حال تعادلند و به‌آنها مجموعه *نیروهای پس ماند خود متعادل* گویند.

$$\Delta_r = \frac{2L\sigma_y}{E} - \frac{0.585 \times 2.414\ A\sigma_y L}{AE} = \frac{0.588L\sigma_y}{E} \qquad (۱ - ۲۶)$$

فرایند باربرداری به‌وسیله خط چین در شکل ۱ـ۱۲ مشخص شده است توجه شود که در این مثال تمامی نیروهای پس ماند از بارهایی ($\pm A\sigma_y$) که بازای آنها جاری‌شدن ایجاد

می‌گردد کمتر هستند . مثال ذکرشده به‌نحوی انتخاب شده است که نتیجه فوق را تأمین نماید ولی بدیهی است که در بعضی از سازه‌ها توزیع مجدد نیروهای داخلی می‌تواند طوری باشد که در باربرداری باعث جاری شدن در جهت مخالف گردد . بدیهی است محاسبات مربوط به‌تحلیل فوق بسیار پیچیده بوده و بخصوص که اثر بوشینگر نیز در آن داخل می‌شود.

اگر در راه رسیدن به‌بار صفر، خرپا مجددا" بارگذاری شود ، رفتاری در جهت معکوس خواهد داشت . و این همان چیزی است که پیش‌بینی می‌شد زیرا در تمام اعضاء حالت ارتجاعی دوباره ظاهر شده و افزایش بار باعث تغییرات ارتجاعی تا نقطه تسلیم می‌گردد . زمانی که بار به‌مقدار W_c برسد جاری شدن در تمام اعضاء در یک زمان به‌وجود می‌آید .

بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که چنانچه پس از آنکه عضوی ازنقطه‌تسلیم‌گذشت، باربرداری گردد مسیر تغییرات نیروهای عضو عوض می‌شود ولی این مسأله هیچ اثری دربار فرو ریختگی ندارد . اگر قبل از رسیدن به‌نقطه فروریختگی باربرداری صورت گیرد مبحث فوق بازهم صحیح می‌باشد ، این موضوع نیز در شکل ۱-۱۲ نشان داده شده است .

۱ ـ ۳ ـ ۲ ـ ۳ اگر طول اعضاء به‌درستی اجرا نشود چه اتفاقی می‌افتد ؟

هرگاه‌طول بعضی اعضاء در یک سازه نامعین به‌درستی اجرا نشوند کماغلب‌به‌آن‌خطای نصب گویند ، لازم است مفصلها با نیرویی به سمت یکدیگر برده شوند . این موضوع یک سیستم نیرو در اعضا به‌وجود می‌آورد . برای این که نشان داده شود چه اتفاقی می‌افتد ، سازه‌ای‌همانند سازه قبل‌را در نظر بگیرید ، ولی عضو OC‌را به‌اندازه $L\sigma_y/E$ ۰/۷۵مطابق شکل ۱-۱۳ کوتاهتر فرض‌کنید ،برای اینکه دو مفصل بهم برسند ،نیروی F رااعمال می‌کنیم، در اعضای مورب شکل ۱-۱۳ الف نیروی F نقطه O‌را به‌اندازه δ_1 بالا می‌کشد . در عضو دیگر OC شکل ۱-۱۳ ب ، نیروی F نقطه O را به‌اندازه δ_2 پایین می‌برد . در شکل ۱-۱۳با توجه به‌تقارن

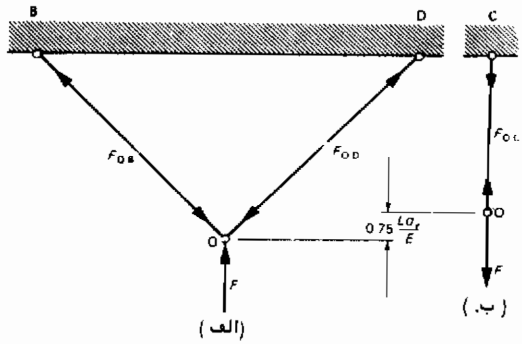
$$F_{OB} = F_{OD}$$

برای تعادل در جهت قائم ، شکل ۱-۱۳ الف (نیروی عضو فشاری منفی است)

$$\sqrt{(2)}F_{OB} = -F$$

برای‌تعادل در جهت قائم ، شکل ۱-۱۳ ب

$$F_{OC} = F$$



شکل ۱ – ۱۳

با جابجایی در معادله ۱–۱۲ (خیز در جهت پایین مثبت است) داریم :

$$\delta_1=\frac{2F_{OB}L}{AE}=\frac{-\sqrt{(2)}FL}{AE}$$
$$\delta_2=\frac{F_{OC}L}{AE}=\frac{FL}{AE} \qquad (۱ – ۲۷)$$

برای از بین بردن فاصله و بستن اعضاء

$$|\delta_1|+|\delta_2|=\frac{0.75L\sigma_y}{E} \qquad (۱ – ۲۸)$$

با جابجایی معادله ۱–۲۷ در معادله ۱–۲۸ داریم :

$$(\sqrt{2}+1)\ \frac{FL}{AE}=\frac{0.75L\sigma_y}{E}$$

بنابراین

$$F=0.311A\sigma_y$$
$$F_{OB}=-0.220A\sigma_y$$
$$F_{OC}=0.311A\sigma_y \qquad (۱ – ۲۹)$$
$$\delta_1=-\frac{0.439L\sigma_y}{E}$$

در روند اتصال اعضاء نیروهای F یکدیگر را خنثی می‌کنند به‌نحوی که برآیند نیروی وارده به‌سازه صفر گردد . بنابراین همانطور که در قسمت قبل گفته شد اولین تأثیر خطای نصب ایجاد مجموعه‌ای از نیروهای پس ماند متعادل و تغییر مکانهای دائمی است .

وقتی بار W روی خرپا گذاشته می‌شود ، نیروی اعضاء تغییر می‌یابد .

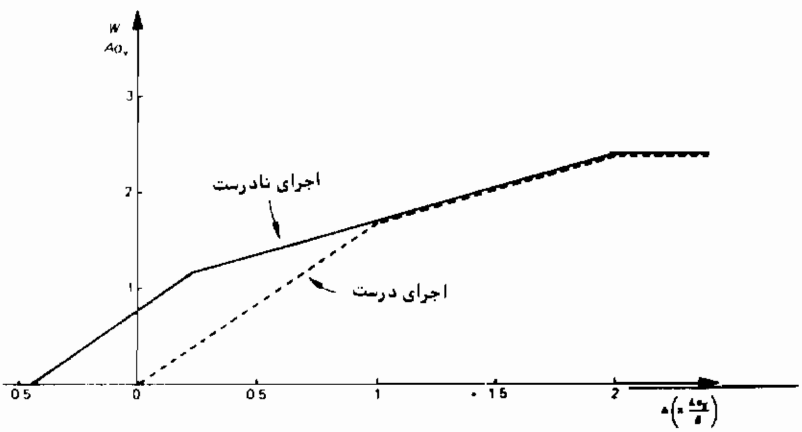
رفتار خرپا ضمن افزایش بار W مطابق آنچه در قسمت ۱ـ۳ـ۲ـ۱ گفته و در جدول ۱ـ۳ جمع‌بندی شده است دنبال می‌شود .

جدول ۱ـ۳

$W/A\sigma_y$	$F_{OB}/A\sigma_y$	$F_{OC}/A\sigma_y$	$\Delta\,(\times\frac{L\sigma_y}{E})$	
0	−0.220	0.311	−0.439	
1.178	0.125	1	0.250	OC جاری می‌شود
2.414	1	1	2	فروریختگی

منحنی بار ، تغییر مکان این حالت و حالتی که در آن خرپا صحیح اجرا شده باشد درشکل ۱ـ۱۴ ترسیم شده است . در بارهای کم منحنیها باهم اختلاف دارند ولی با جاری شدن اعضای مختلف به‌سمت هم نزدیک و در نقطه فروریختگی برهم منطبق می‌شوند . در این نقطه بار و تغییر مکان در هردو حالت یکسان هستند .

توزیع مجدد نیروهای داخلی باعث می‌شود که خطای نصب اثری در مقدار بار فروریختگی نداشته باشد . خطای نصب باعث می‌شود که توزیع مجدد نیروها به‌اشکال‌مختلف انجام شود و جریانهای خمیری متفاوتی بوجود آید ولی به‌هرحال نتیجه نهایی‌یکی‌خواهد بود .



شکل ۱ ـ ۱۴

۱–۳–۲–۴ تعیین بار فروریختگی محاسبات را بسیار آسان می‌سازد . از آنجا که درنظرگرفتن عامل خطای نصب در تعیین بار فروریختگی اثری ندارد ، محاسبات بروش بار فروریختگی بسیار آسان است . در موقع فروریختگی نیروی هر عضو $A\sigma_y$ است ، بنابراین تعادل قائم در نقطه O بصورت زیر است .

$$2A\sigma_y \sin 45^\circ + A\sigma_y = W_c$$

$$W_c = 2.414A\sigma_y$$

سادگی محاسبات در این روش را با تحلیل ارتجاعی که در قسمت ۱–۳–۲–۱ بیان شده‌مقایسه کنید .حتی در سازه‌های پیچیده‌تر ،تحلیل به‌همین نسبت ساده می‌شود .

۱ – ۴ خلاصه

هدف این بخش آشنایی با مفاهیم مهم متعدد و ترغیب‌خواننده‌به‌تفکر درمورد رفتار سازه‌ها است . مثالهای ارائه شده به‌دقت و به‌نحوی انتخاب شده که هدف فوق را عملی سازد . در واقع ، تحلیل خمیری برای خرپاها به‌کار نمی‌رود زیرا عملا" بعضی از اعضای‌خرپا تحت فشارند و در موقعیت کمانش قرار می‌گیرند . تحلیل خمیری بیشترین کارآیی را در سازه‌هایی دارد که تحت لنگرهای خمشی هستند . به‌هرحال ، مفاهیمی را که درمثالهای‌این بخش ارائه شد می‌توان برای تمام سازه‌ها تعمیم داد ، بنابراین قبل از مطالعه بیشتر در مورد سازه‌های با اعضای تحت خمش لازم است این مفاهیم جمع‌بندی شود .

۱ – محاسبات بار فروریختگی مشکل نیست ، محاسبات ریاضی آن نسبت به‌محاسبات مربوط به‌تعیین بار در تسلیم اولیه بسیار ساده‌تر است .

۲ – با جاری شدن هر عضو درجه نامعینی سازه کاهش می‌یابد . جاری شدن هر عضو باعث کاهش یک درجه نامعینی می‌گردد .
در لحظه فروریختگی ، سازه به‌طور استاتیکی معین است .

۳ – هر عضو که جاری می‌شود کاهش در سختی بوجود می‌آید . در لحظه فروریختگی، سختی به صفر کاهش می‌یابد .

۴ – در نقطه فرو ریختگی ، حالت تعادل ناپایدار ایجاد می‌شود . و بمحض ایجاد آن سازه فرو می‌ریزد و تعادل برگشت ناپذیر می‌شود .

۵ – وقتی اعضاء جاری می‌شوند ، توزیع مجدد نیروهای داخلی بوجود می‌آید .

۶ – خطای نصب اعضا در مقدار بار فروریختگی اثری ندارد .

۲

خمش خمیری

۲ ـ ۱ مقدمــه

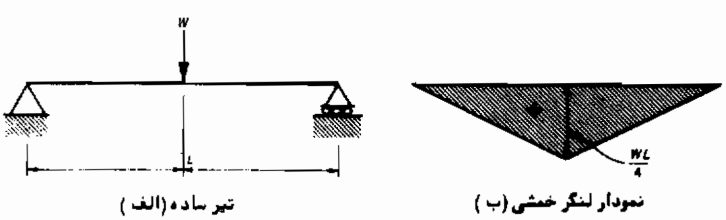
در بخش قبل رفتار خرپاها مطالعه شد . در حال حاضر معمولترین شکل سازه‌ای قـاب صلب است . بدیهی است که مفاهیم مطرح شده قبلی برای یک چنین سازه‌هایـی نیز قابل استفاده می‌باشد .

در خرپاها بارهای وارده از طریق نیروهای محوری اعضا به‌تکیه‌گاهها منتقل می‌شوند. به‌این نیروهای محوری "نیروهای داخلی" گویند . در قابها بارهای وارده اساسا" تـوسـط نیروهای برشی و لنگرهای خمشی در اعضا تحمل می‌شوند (علاوه بر آنها نیروهای محوری نیز وجود دارد ولی معمولا" اثر آنها بجز در مورد ستونها از اهمیت کمی برخوردار است) .

قبل از بررسی فروریختگی قابها لازم است مشخص شود که وقتی یک عضو به انـدازه کافی تحت خمش قرارمی‌گیرد و اکثرقسمتهای پر تنش آن خمیری می‌شود چه اتفاقی‌می‌افتد .

۲ ـ ۲ وقتی یک تیر تحت خمش قرار می‌گیرد چه می‌شود ؟

ساده‌ترین سازه‌ای که بوسیله خمش باربری می‌شود تیر با تکیه‌گاههای ساده می‌باشدکه در شکل ۲ـ۱ الف نشان داده شده است . این تیر دارای دهانه L است و بار قائـم W را تحمل می‌کند . بار توسط تیرخمشی به‌تکیه‌گاهها منتقل می‌شود .



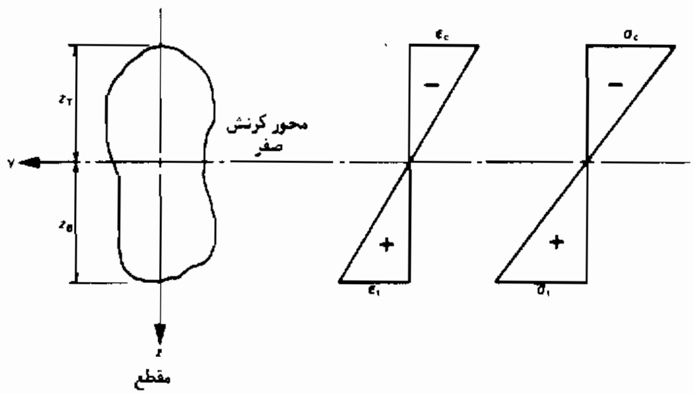
شکل ۲ ـ ۱

برای برقراری تعادل لازم است واکنش قائم در هر تکیه‌گاه $W/2$ باشد.
نوع تکیه‌گاه مانع از ایجاد هرگونه لنگر خمشی یا نیروی محوری در تکیه‌گاه مـی‌شود. نمودار لنگر خمشی(BM)تیر در شکل ۲ـ۱ ب نشان داده شده است. تیر تحت بار متمرکزدر تمام طول خود خمیده شده و لنگرخمشی حداکثر آن $WL/4$ است. اکنون بایستی رفتار مقطع تیر را در محل خمش حداکثر بررسی کنیم.

براساس نظریه ساده خمشی (که براساس رفتار ارتجاعی مصالح استوار است) اطلاعات زیر راجع به‌مقطع به‌دست‌می‌آید. اگر هیچ نقطه‌ای از جسم جاری نشود در تمام ارتفاع مقطع رابطه تنش و کرنش بصورت خطی می‌باشد. آن چنان که در شکل ۲ـ۲ نشان داده‌شده‌است. محوری که در آن تنش و کرنش صفر است "محور کرنش صفر" نامیده می‌شود. از اصطـــلاح "محور کرنش صفر" بدین دلیل استفاده‌شده است‌که با "تارخنثی" که معمولا" بمعنی‌محور مرکزی است اشتباه نشود. تنش و کرنش متناسب با فاصله (z) از این محور می‌باشنــــد و برای خمش مثبت، حداکثر مقدار فشاری در بالا وکششی‌در پایین مقطع می‌باشـد. حداکثر تنش به‌وسیله رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{Z}$$

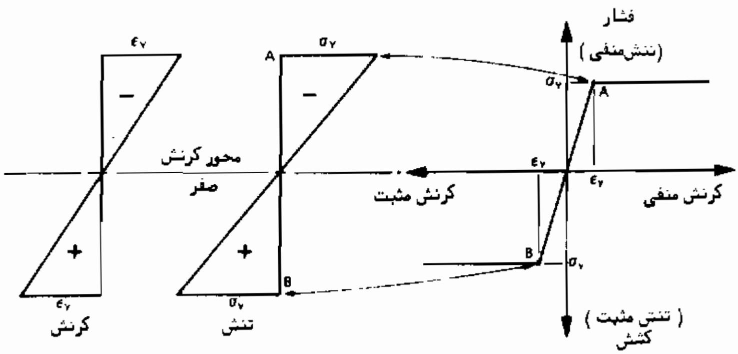
که در آن، لنگر خمشی = M و اساس مقطع حداقل = Z می‌باشد. (توجه شود که بـــرای یک مقطع نامتقارن، مطابق شکل ۲ـ۲، در خمش حول محور y، دو اساس مقطع وجود دارد).



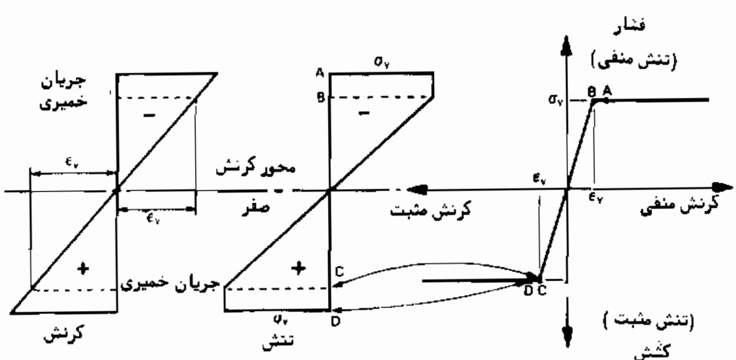
شکل ۲ ـ ۲

(لنگر دوم سطح مقطع حول محور y) = I و $Z_T = I/z_T$ و $Z_B = I/z_B$ مقدار تنش در بالا و پایین مقطع متفاوت است.

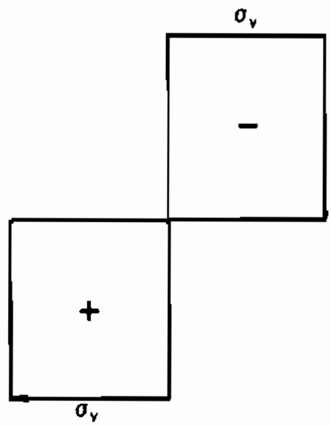
تا موقعی که بیشترین تنش در مقطع به‌نقطه جاری‌شدن برسد رفتار ارتجاعی خواهد بود . البته در این حالت فقط مصالح در لبه خارجی مقطع در حال جاری شدن است . به‌وسیله آزمایش نشان داده شده است که توزیع کرنش در ارتفاع مقطع پس از جاری‌شدن خطی باقی می‌ماند (و فرضیه ساده خمشی مسطح‌ماندن صفحات پس از خمش هنوز پا بر جاست) . مطابق شکل ۲ــ۳ و ۲ــ۴ از منحنی تنش ــ کرنش، محاسبه تنش در هر مقطع ممکن می‌باشد . همان گونه که لنگر خمشی اضافه می‌شود ، جاری شدن مقطع به‌سمت محور کرنش صفر گسترش می‌یابد .در مناطقی‌که جاری شده‌اند دومنطقه با تنش ثابت وجود دارد (تنش به‌تنش‌تسلیم محدود می‌شود ولی کرنش به‌وسیله جریان خمیری افزایش می‌یابد) این دو منطقه به‌وسیله یک رابطه خطی توزیع تنش(ارتجاعی) به‌هم متصل می‌شوند . در شکل ۲ــ۵ مشخص شده که تنش ثابت تا محور کرنش صفر ادامه یافته است .



شکل ۲ ــ ۳

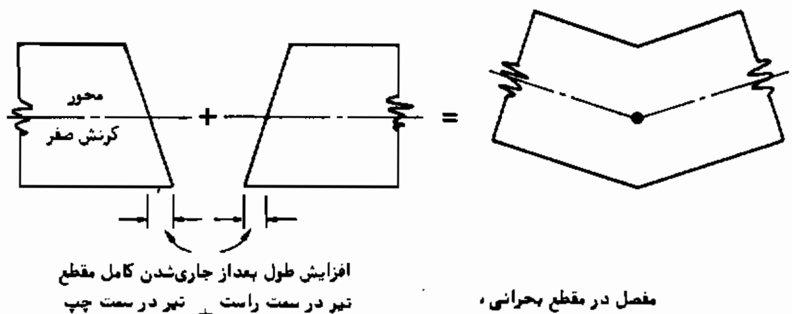


شکل ۲ ــ ۴



شکل ۲ ـ ۵

با جاری شدن کلیه تارهای مقطع (فشار در بالا و کشش در پایین محور کرنش صفر) مقطع مشابه یک مفصل عمل می‌کند ، زیرا کرنش در کلیه نقاط مقطع بدون هرگونه تغییر در تنش افزایش می‌یابد . عملکرد این مفصل در شکل ۲ـ۶ مشخص شده شده است . مقطع در این حالت تبدیل به‌**مفصل خمیری** شده است . در مفصل خمیری لنگری BM برابر با **لنگر مقاوم خمیری** مقطع به‌وجود می‌آید که بیشترین لنگری است که مقطع می‌تواند تحمل کند . معمولاً" لنگر خمیری را با M_p نشان می‌دهند .



شکل ۲ ـ ۶

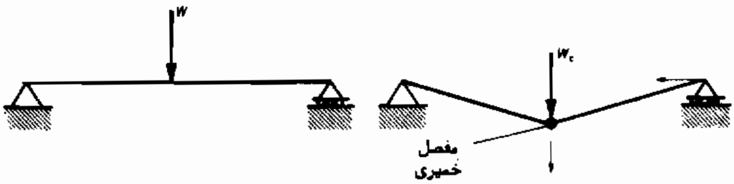
وقتی‌مفصل خمیری در تیرساده شکل می‌گیرد ، فروریختگی به‌وجود می‌آید (شکل ۲ـ۷) . این حالت درست قابل مقایسه با خرپای معین استاتیکی قسمت ۱ـ۳ـ۱ است که وقتی‌اولین عضو جاری شد فروریختگی به‌وجود آمد . در این حالت تیر معین است و وقتی مفصل شکل

گرفت فرو خواهد ریخت . درک این موضوع که تشکیل مفصل خمیری (نه در اولین جاری شدگی) در عضو خمشی مشابه جاری شدن عضو تحت بار محوری می‌باشد ، اهمیت دارد . وقتی فرو ـ ریختگی به‌وجود آمد ، بار و تکیه‌گاه دست راستی بایستی حرکت کند . تیر اکنون تبدیل به مکانیزم شده است . تعیین بار فروریختگی W_c با مساوی قراردادن حداکثر لنگر ناشی از بار اعمال شده و لنگر خمیری تیر به‌سادگی تعیین می‌شود .

$$\frac{W_c L}{4} = M_p$$

پس

$$W_c = \frac{4M_p}{L} \qquad (۲ - ۱)$$

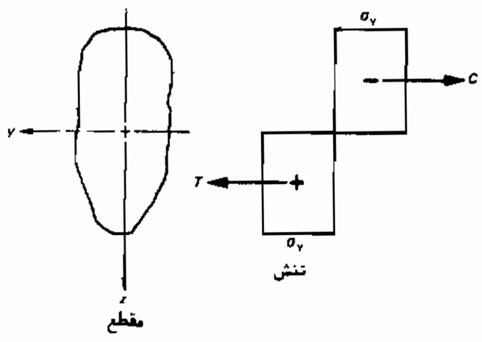


شکل ۲ ـ ۷

۲ ـ ۳ محاسبه لنگر خمیری

۲ ـ ۳ ـ ۱ کلیات

یک مقطع کلی در شکل ۲ـ۸ نشان داده شده است . همچنین توزیع تنش در اثر تشکیل مفصل خمیری در مقطعی که حول محور y تحت خمش قرار دارد نشان داده شده است .



شکل ۲ ـ ۸

از آنجا که مفصل تنها تحت خمش شکل گرفته است ، تعادل افقی مقطع ایجاب می‌کند که $C = T$ باشد .

$$C = T \qquad (۲-۲)$$

C نیروی فشاری ناشی‌از جاری‌شدن فشاری مقطع دربالای محورکرنش صفر و T نیروی‌کششی ناشی از جاری شدن کششی مقطع در پایین محور می‌باشد . از اینرو

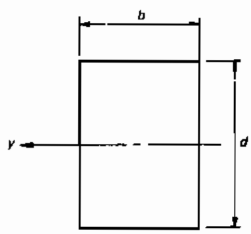
(۲ - ۳) (σ_y × سطح مقطع در قسمت فشاری) = σ_y × سطح مقطع قسمت کششی

معادله (۲-۳) نشان می‌دهد که محور کرنش صفر ، وقتی که مفصل خمیری شکل می‌گیرد ، سطح مقطع را نصف می‌کند . این محور فقط وقتی بر محور سطح مقطع منطبق است که مقطع حول محور کرنش صفر متقارن باشد .

۲ - ۳ - ۲ مقطع مستطیل

در یک مقطع مستطیلی شکل (شکل ۲-۹) که حول محور y تحت خمش قرار دارد، محور کرنش صفر در فاصله $d/2$ از بالای مقطع قرار می‌گیرد .

$$C = T = \frac{bd}{2}\,\sigma_y \qquad (۴ - ۲)$$



شکل ۲ - ۹

از آنجا که نیروها به‌وسیله لنگر خمشی مساوی با M_p به‌وجود می‌آید با لنگرگیری حول محور کرنش صفر خواهیم داشت .

$$M_p = C \times \frac{d}{4} + T \times \frac{d}{4}$$

$$= 2 \times \frac{bd}{2}\,\sigma_y \times \frac{d}{4}$$

بنابراین

$$M_{\mathrm{p}} = \frac{bd^2}{4}\ \sigma_{\mathrm{y}} \qquad (۵ - ۲)$$

رابطه فوق به‌صورت زیر نوشته می‌شود .

$$M_{\mathrm{p}} = S\sigma_{\mathrm{y}} \qquad (۶ - ۲)$$

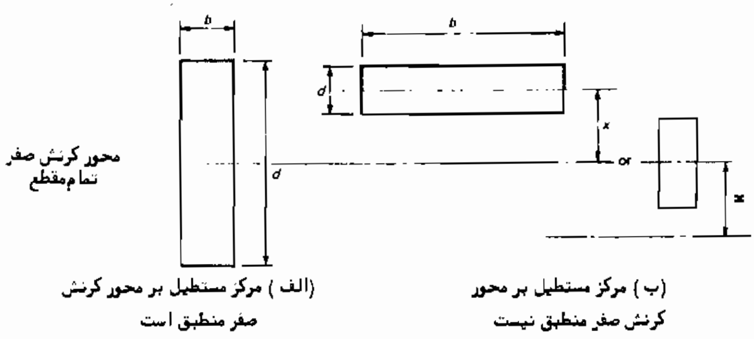
که S اساس خمیری مقطع نامیده می‌شود (اساس مقطع Z) اساس خمیری مقطع یک مشخصه هندسی مقطع است . نسبت اساس خمیری به‌اساس مقطع " ضریب شکل" مقطع نامیده‌می‌شود

$$\text{ضریب شکل} = \frac{S}{Z} \qquad (۷ - ۲)$$

برای مقطع مستطیل $Z = bd^2/6$ است ، بنابراین

$$\text{ضریب شکل} = \frac{bd^2}{4} \Big/ \frac{bd^2}{6} = 1.5$$

با توجه به مراحل زیر برای مقطع مستطیل محاسبات برای شکلهای پیچیده‌تر نیز عمومیت دارد .



شکل ۲ – ۱۰

۱ – محوری که سطح مقطع را به‌دو نیم می‌کند محاسبه شود .
۲ – مقطع به‌قسمتهای ساده که مشخصه‌های هندسی آن به‌راحتی قابل محاسبه باشد تقسیم گردد . برای نیمرخهای فولادی این قسمتها مستطیل خواهند بود .
۳ – اساس خمیری مجموع اساسهای خمیری هریک از مستطیلها خواهد بود .تنها مشکل‌در

قسمت (۳) آن است که مرکز سطح مقطع بر محور کرنش صفر تمام مقطع منطبق نگردد آن‌گونه که در شکل ۲ـ۱۰ نشان داده شده است .

وقتی که مرکز سطح بر محور کرنش صفر منطبق شود معادله ۲ـ۵ قابل استفاده است .

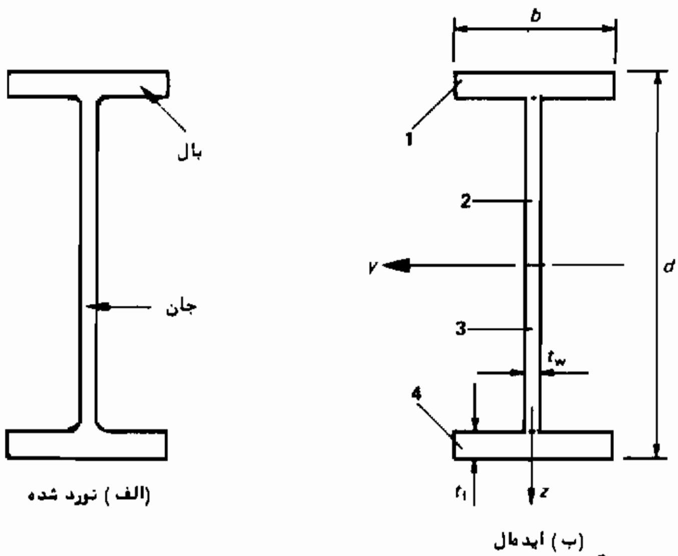
$$\text{اساس خمیری مقطع مستطیل} = \frac{bd^2}{4}$$

و وقتی که منطبق نیست ، عینا" می‌توان نشان داد که

$$\text{اساس خمیری مستطیل} = bdx \qquad (۲-۸)$$

۲ ـ ۳ ـ ۳ نیمرخ I شکل

این نیمرخ احتمالا" معمولترین نیمرخ ساختمانی می‌باشد . نمونه‌ای ازآن درشکل ۲ـ۱۱ الف نشان داده شده است . با عبور دادن شمش فولاد از تعدادی غلتک این نیمرخ به‌دست می‌آید .



شکل ۲ ـ ۱۱

در روش‌های جدید برای تهیه نیمرخ از صفحاتی موازی با جان و بالها استفاده می‌شود ، یک نیمرخ I شکل نسبت به‌محورهای y و z متقارن است . در محاسبات از زائده کوچک بین

بالها و جان صرف‌نظر می‌گردد . این مقطع مطلوب با ابعاد مربوطه به‌چهارقسمت تقسیم شده و در شکل ۲–۱۱ ب نشان داده شده است. جدول ۲–۱ نشان می‌دهد که چگونه با استفاده‌از روش مشروحه در قسمت زیر اساس خمیری نیمرخ I شکل محاسبه می‌شود .

جدول ۲ – ۱

مرحله	خمش حول محور y	خمش حول محور z
محور کرنش صفر (۱)	محور حول محور y	محور z
تقسیم به‌اشکال ساده (۲)	۴ مستطیل مطابق شکل ۲–۱۱	۴ مستطیل مطابق شکل ۲–۱۱
اساس‌خمیری هر سطح (۳)		
1	$bt_f\left(\frac{d}{2}-\frac{t_f}{2}\right)$	$\frac{b^2t_f}{4}$
2	$\frac{(d-2t_f)}{2}\times t_w\times\frac{(d-2t_f)}{4}$	$\frac{(d-2t_f)}{2}\frac{t_w^2}{4}$
3	$\frac{(d-2t_f)}{2}\times t_w\times\frac{(d-2t_f)}{4}$	$\frac{(d-2t_f)}{2}\frac{t_w^2}{4}$
4	$bt_f\left(\frac{d}{2}-\frac{t_f}{2}\right)$	$\frac{b^2t_f}{4}$
اساس خمیری (۴)	$bt_f(d-t_f)+\frac{t_w(d-2t_f)^2}{4}$	$\frac{b^2t_f}{2}+\frac{(d-2t_f)t_w^2}{4}$

یک نمونه عبارت است از IPE ۴۵۰ با وزن ۷۷/۶ kg/m و سایر مشخصات زیر

$d=$ ۴۵۰ mm, $b=$ ۱۹۰ mm, $t_w=$ ۹/۴ mm $t_f=$۱۴/۶mm

با این ابعاد اساس خمیری برابر ۲۷۰۲ cm³ و ۲۷۳ cm³ به‌ترتیب برای خمش حول محورهای y و z به‌دست می‌آید .

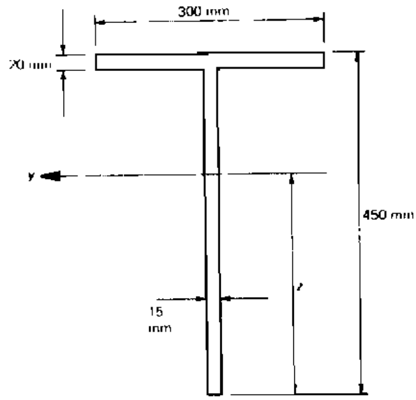
در واقع با استفاده از تقارن مقطع می‌توان محاسبات جدول ۲–۱ را کاهش داد . توجه شود که اساس خمیری برای ۱و۴، ۲و۳ مشابهند . بنابراین تنها لازم است که مقادیر برای قسمتهای ۱ و ۲ محاسبه شود و نتیجه دو برابر گردد .

ضریب شکل نیمرخهای I شکل حدودا" برابر ۱/۱۳ حول محور y و ۱/۵۵ حول محور z می‌باشند . مقادیر واقعی بستگی به‌ابعاد مقطع خواهد داشت .

۲ ــ ۳ ــ ۴ مقاطع نامتقارن

در مقاطع نامتقارن جاری شدن در بالا و پایین مقطع همزمان صورت‌نمی‌گیرددرنتیجه محور کرنش صفر ازمحل محورسطح مقطع به‌محوری که مقطع را به‌دوسطح مساوی تقسیم‌می‌کند تغییر مکان می‌یابد .

برای نشان دادن این‌موضوع ، محاسبات اساس مقطع و اساس خمیری یک مقطع T شکل (شکل ۲ــ۱۲) برای خمش حول محور y در جدول ۲ــ۲ آمده است . محاسبات نشان می‌دهد که محور کرنش صفر همان‌گونه که جریان خمیری در مقطع گسترش می‌یابد به‌سمت بالا حرکت می‌کند . ضریب شکل ۱/۸۱۷ خواهد بود ، که مقدار متداولی برای این نوع مقاطع می‌باشد .



شکل ۲ ــ ۱۲

۲ ــ ۴ چرا لنگر خمیری و مفصل خمیری فرضهای ایده‌آلی هستند ؟

در بخش ۱ در مورد خرپاها ملاحظه شد که همزمان با گسترش جاری شدن درقسمتهای مختلف ، با مراجعه به‌منحنی تنش ــ کرنش می‌توان سازه را تحلیل نمود . برای اعضای‌تحت خمش‌این کار با تعیین رابطه بین لنگر خمش و انحنا بایستی انجام گردد .

فرض کنید که قسمت کوتاهی از تیر ، به‌طول δx ، که در ابتدا مستقیم بوده است ، با انحنای دایره‌ای مطابق شکل ۲ــ۱۳ خمیده شده است . (این فرض فقط وقتی صحیح است که لنگرخمشی‌در طول تیر ثابت باشد ، ولی چنانچه تغییر لنگر در تیر خیز کوچکی ایجاد نماید

خطای حاصله کم خواهد بود) . فرض مسطح ماندن صفحات مقاطع پس از خمش همچنان پا برجا در نظرگرفته شده و با هرتوزیع تنشی ، توزیع کرنش در ارتفاع مقطع همیشه‌مطابق‌شکل ۲ـ۳ خواهد بود .

جدول ۲ ــ ۲

محاسبه اساس خمیری	محاسبه اساس مقطع
موقعیت محور نصف‌کننده سطح مقطع	موقعیت محور سطح
$15 \times z = 300 \times 20 + (430 - z) \times 15$	$A = 300 \times 20 + 430 \times 15$
$15z = 6000 + 6450 - 15z$	$= 12450\ mm^2$
$z = \dfrac{12450}{30} = 415\ mm$	$\Sigma Az = 6000 \times 440 + 6450 \times 2.5$
	$= 4026750\ mm^3$
	$\bar{z} = \dfrac{4\,026\,750}{12450} = 323.4\ mm$
از پایین $415\ mm$ = محور نصف‌کننده سطح	از پایین $323.4\ mm$ = مرکز سطح
$S = 6000 \times 25 + \dfrac{15 \times 15^2}{2}$	$I = \dfrac{300 \times 20^3}{12} + 6000 \times 116.6^2$
$+ \dfrac{15 \times 415^2}{2} = 150\,000 + 1700 +$	$+ \dfrac{15 \times 430^3}{12} + 6450 \times 108.4^2$
$1\,291\,700 = 1\,443\,400\ mm^3$	$= 200\,000 + 81\,573\,000$
$S = 1\,443\,400\ mm^3$	$+ 99\,384\,000 + 75\,791\,000$
ضریب شکل $= \dfrac{1\,443\,400}{794\,500}$	$= 256\,948\,000\ mm^4$
$= 1.817$	$Z = \dfrac{256\,948\,000}{323.4} = 794\,500\ mm^3$

نکته : مقدار Z ذکر شده حداکثر تنش را که در پایین مقطع است به‌دست می‌دهد

طول انحنایی که‌محورکرنش صفر را مشخص می‌کند می‌باید برابر δx باشد ، به‌طوری که

طول انحناء بالایی $= \delta x\,(1 - \epsilon_C)$

طول انحناء پایینی $= \delta x\,(1 + \epsilon_T)$

با استفاده از اندازه‌های شکل (۲–۱۳)

$$R\theta = \delta x \qquad (۲-۹)$$

$$(R + z_2)\theta = \delta x\,(1 + \epsilon_T) \qquad (۲-۱۰)$$

$$(R - z_1)\theta = \delta x\,(1 - \epsilon_C) \qquad (۲-۱۱)$$

با جابجایی معادله ۲–۹ در معادلات ۲ – ۱۰ و ۲ – ۱۱ داریم :

$$R + z_2 = R(1 + \epsilon_T) \qquad (۲-۱۲)$$

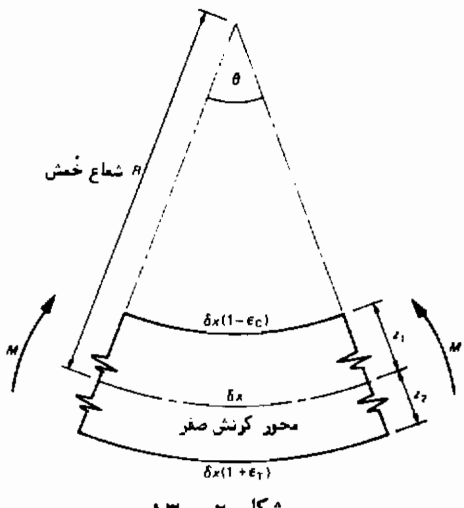
$$R - z_1 = R(1 - \epsilon_C) \qquad (۲-۱۳)$$

با کم کردن معادله ۲–۱۳ از معادله ۲–۱۲ داریم :

$$z_1 + z_2 = R(\epsilon_T + \epsilon_C)$$

عکس شعاع انحناء ، R ، را انحناء گوییم ، χ ، بنابراین

$$\text{انحنا}\ \chi = \frac{\epsilon_T + \epsilon_C}{z_1 + z_2} = \frac{\text{میزان کرنش}}{\text{ارتفاع مقطع}} \qquad (۲-۱۴)$$



شکل ۲ – ۱۳

انحناء میزان ساده‌ای برای تعیین تغییرشکل خمشی است .

رابطه نسبی بین انحنا و لنگر ایده‌ال ارتجاعی ـ خمیری در شکل ۲ــ۱۴ الف نشان داده شده است. در این شکل یک قسمت ارتجاعی وجود دارد که در آن به‌ازای افزایشی در انحناء، لنگر ناشی از انحناء نیز افزایش می‌یابد. وقتی لنگر برابر لنگر خمیری می‌شود مفصل خمیری به‌وجود می‌آید و بدون افزایش در لنگر، انحناء افزایش می‌یابد یا به‌عبارتی دوران خمیری مفصل انجام می‌پذیرد. با توجه به‌نظریه خمشی، شیب قسمت ارتجاعی EI می‌باشد.

در قسمت ۲ــ۲ فرض شد که وقتی مفصل خمیری شکل گرفت. تمام مقطع بحرانی‌جاری می‌شود. این موضوع ایجاب می‌کند که در ست در بالا و پایین محور کرنش صفر، کرنشها برابر کرنش جاری شدن با علامت مختلف باشند. این موضوع و فرض مسطح باقیماندن مقطع پس‌از خمش تنها در صورتی تأمین می‌گردد که کرنشها در بالا و پایین مقطع به‌گونه‌ای نامحدود بزرگ باشند. واضح است که به‌طور فیزیکی این موضوع غیر ممکن است.

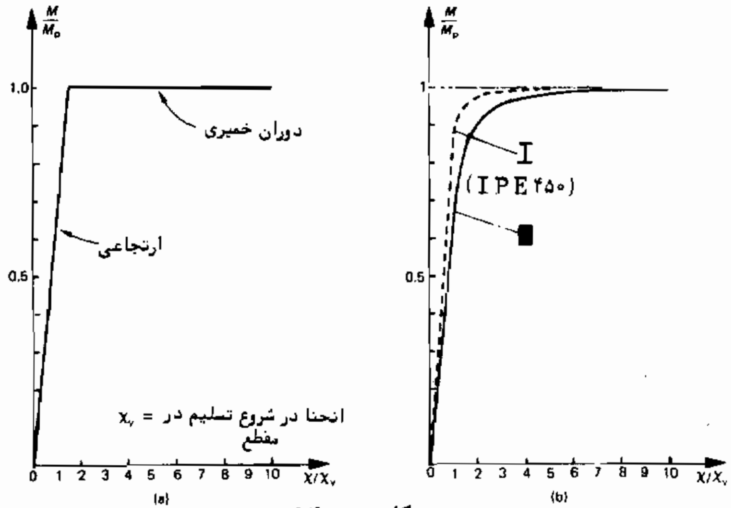
گسترش جاری شدن در مقطع با فرض توزیع تنش مطابق شکل ۲ــ۱۵ بررسی و تحلیل می‌شود در هر مرحله لنگری که باعث گسترش تنش و کرنش در بالا و پایین مقطع می‌گردد قابل محاسبه می‌باشد. این عمل برای رسم منحنی نسبی لنگر ــ انحنای مقطع قابل‌استفاده بوده و در شکل ۲ــ۱۴ ب برای دو مقطع انجام شده است، همان گونه که ملاحظه می‌شود منحنیهای واقعی به‌منحنی ایده‌ال مجانب هستند. عملاً، یک قسمت ارتجاعی کوچک در میانه مقطع وجود دارد. فرض رفتار به‌صورت ایده‌ال برای مقاطع با ضریب شکل نزدیک به واحد (تیر I شکل ≈ ۱/۱۳) خطای خیلی کمی ایجاد می‌کند، در حالی که مقاطع با ضریب شکل زیاد از رفتار ایده‌ال دور هستند.

تا کنون فقط مقطع بحرانی با بیشترین لنگر خمشی در نظرگرفته شده است و به نظر می‌رسد جریان خمیری به‌همین مقاطع منحصر می‌گردد. در واقع لنگرهای خمشی در مقاطع مجاور مقاطع بحرانی به‌اندازه‌ای هستند که قبل از به‌وجودآمدن مفصل خمیری، باعث‌جاری شدن قسمتی از مقطع گردند. در نتیجه در اطراف مقطع بحرانی یک منطقه خمیری به‌وجود می‌آید که در شکل ۲ــ۱۶ نشان داده شده‌است. گسترش این منطقه بستگی به نوع بارگذاری دارد. منطقه خمیری برای بار گسترده که در آن تغییرات لنگر خمشی نسبت‌به‌بارهای‌متمرکز تدریجی‌تر است، گسترش بیشتری دارد.

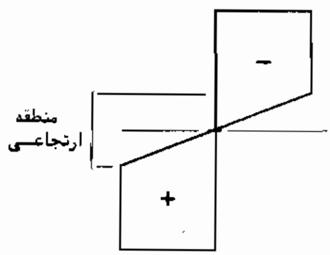
منطقه خمیری فوق‌الذکر، خمش تدریجی‌تری را نسبت به‌حالتی که شکل منطقه‌خمیری تیزتر است و مربوط به‌مفصل واقعی می‌باشد ایجاد می‌کند.

از آنجا که در سازه‌های قابی از نیمرخهایی با ضریب شکل کم استفاده‌می‌شود، خطای ایده‌ال فرض‌کردن آنها زیاد نخواهد بود، بدیهی است که عملاً هیچ نیمرخی به ظرفیت

کامل خمیری خود نمی‌رسد . ولی با استفاده از ظرفیت کامل خمیری در محاسبات و با صرف نظر کردن از افزایش مقاومت ناشی از پدیده کرنش سختی خطای حاصله متعادل و پوشیده می‌شود .



شکل ۲ — ۱۴



شکل ۲ — ۱۵

۲ — ۵ عواملی که می‌توانند ظرفیت لنگر خمیری مقطع را تغییر دهند .

۲ — ۵ — ۱ نیروی محوری

ستونها علاوه بر لنگرهای خمشی عموما" بارهای قابل ملاحظه‌ای را تحمل می‌کنند . نیروی محوری ، P ، محورکرنش صفر را مطابق شکل۲—۱۷جابجا می‌کند برای سادگی‌محاسبات توزیع تنشها به‌دو قسمت مجزا تقسیم شده است . تنش در A تماما" ناشی از نیروی محوری

فرض شده یعنی

$$P = bz\sigma_y \qquad (۲-۱۵)$$

و تنش در M ناشی از لنگر خمیری تغییر یافته M_p' می‌باشند

$$M_p' = 2\ \frac{(d-z)}{2} \times b \times \sigma_y \left(\frac{d-z}{4} + \frac{z}{2}\right)$$

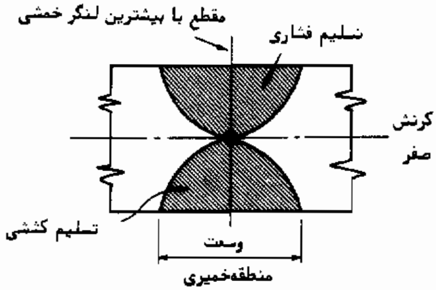
$$= (d - z) \times b \times \sigma_y \left(\frac{d+z}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{d^2 - z^2}{4}\right) b\sigma_y$$

$$= \frac{bd^2}{4}\ \sigma_y \left[1 - \frac{z^2}{d^2}\right]$$

از معادله ۲ـ۵ $bd^2\sigma_y/4$ لنگر خمیری مقطع مستطیل می‌باشد بنابراین

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \left(\frac{z}{d}\right)^2 \qquad (۲-۱۶)$$



شکل ۲ ــ ۱۶

حداکثرنیروی محوری P_p که با صرف‌نظر از کمانش توسط مقطع تحمل می‌شود ، "بارفشردگی" نامیده می‌شود و به‌وسیله رابطه زیر به‌دست می‌آید .

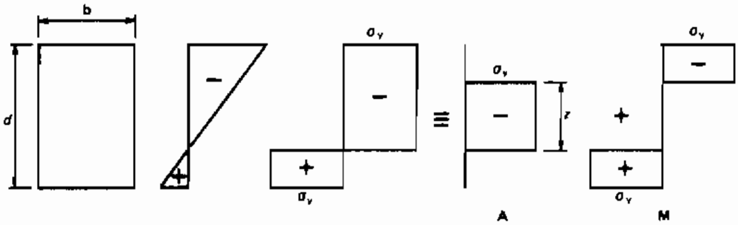
$$P_p = bd\sigma_y$$

بنابراین

$$\frac{P}{P_p} = \frac{z}{d}$$

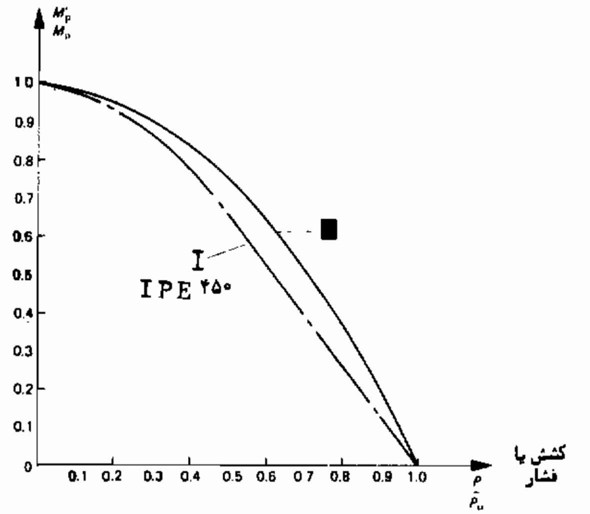
و

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \left(\frac{P}{P_p}\right)^2 \qquad (۲-۱۷)$$



شکل ۲ ــ ۱۷

معادلــه ۲-۱۷ نشان می‌دهد کــه هــر دو نیروی کششی و فشــاری تــوسط عبــارت $(P/P_p)^2$ لنگر خمیری را کاهش می‌دهند . معادله ۲ـ۱۷ در شکل ۲ـ۱۸ ترسیم شده است .



شکل ۲ ــ ۱۸

همین نتیجه را برای یک مقطع I شکل می‌توان به‌دست آورد منتها بایستی دوحالت جداگانه در نظر گرفته شود ، یکی وقتی که محور کرنش صفر در جان و دیگری در بال تیر واقع شود .

معادلات برای معمولترین حالت خمش حول محور y عبارت است از:

(۱) محور کرنش صفر در جان واقع شود.

$$M_p' = M_p - \left(\frac{A^2}{4t_w}\right) n^2 \sigma_y \qquad (۱۸-۲)$$

که A مجموع سطح مقطع و $n = P/P_p$ می‌باشد. معادله ۲–۱۸ وقتی قابل قبول است که:

$$\frac{P}{P_p} \leqslant 1 - \frac{2bt_f}{A} \qquad (۱۹-۲)$$

(۲) وقتی که محور کرنش صفر در بال واقع شود.

$$M_p' = \left[\frac{A^2}{4b}\ (1-n)\left(\frac{2bd}{A} - 1 + n\right)\right] \sigma_y \qquad (۲۰-۲)$$

معادلات ۲–۱۸ و ۲–۲۰ نیز در شکل ۲–۱۸ برای یک مقطع نمونه (IPE ۴۵۰) رسم شده است. جزئیات محاسبات در مراجع [۳ و ۴] موجود است.

در تمام مقاطع متقارن نیروهای محوری فشاری یا کششی لنگر خمیری را کاهش می‌دهند. در مقاطع غیر متقارن موضوع پیچیده‌تر است، در موارد خاص امکان افزایش در لنگر خمیری وجود دارد. هورن[1] در مرجع (۳) این موضوع را نشان داده است.

۲ – ۵ – ۲ نیروی برشی

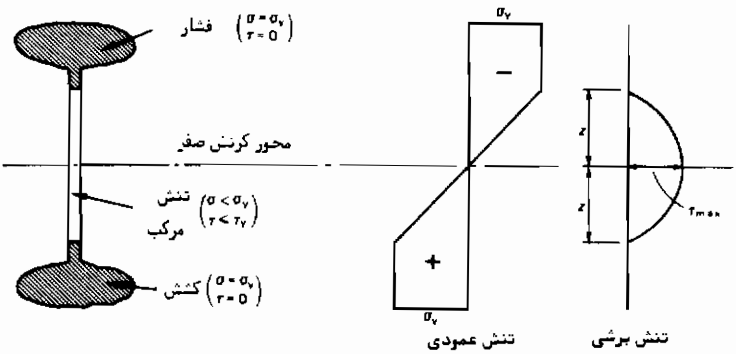
بجز در منطقه با لنگر خمشی ثابت، هر مقطع بایستی یک لنگر خمشی و یک نیروی برشی تحمل کند، N. این بدان معناست که معمولا" ترکیبی از تنشهای عمودی σ (ناشی از لنگر) و تنشهای برشی τ وجود دارد. در این موارد لازم است برای تعیین نقطه شروع جاری شدن از یک معیار تسلیم استفاده شود معیارهای ترسکا[2] و فون میزز[3] معمولترین آنها برای مصالح انعطاف‌پذیر می‌باشد که در ضمیمه الف تشریح شده است. وقتی ترکیبی از برش و تنش عمودی وجود دارد هردو معیار مذکور لازم می‌دارد که رابطه

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2 = 1 \qquad (۲۱-۲)$$

---

۱ – Horne ۲ – Tresca ۳ – Von Mises

جهت تسلیم برقرار باشد . در این رابطه τ_y تنش تسلیم در برش خالص می‌باشد . ملاحظه می‌شود که تنشهای σ و τ به‌تنهایی به‌حد تسلیم خود نمی‌رسند مگر آنکه دیگری صفرباشد . بنابراین وقتی یک مقطع تحت خمش جاری می‌شود ، وضعیتی شبیه شکل ۲-۱۹ به وجود می‌آید . (با توجه به‌اینکه جان مقطع مستطیلی است می‌توان آنرا یک نیمرخ ساختمانی فرض کرد) .



شکل ۲ – ۱۹

مشاهده‌شده‌که توزیع تنش عمودی لازم‌برای تمام لنگر خمیری هرگز صورت نمی‌گیرد . وقتی مفصل‌خمیری شکل می‌گیرد می‌توان فرض کرد که توزیع تنش برش سهمی‌است (توزیع تنش در یک مقطع مستطیلی به‌کمک روش ارتجاعی سهموی خواهد بود) . در این‌حالت‌برای یک مقطع مستطیل شکل ، کاهش لنگر خمیری عبارت است از :

$$M_p' = b\left(\frac{d^2}{4} - \frac{z^2}{3}\right)\sigma_y$$

با توجه به‌توزیع تنش در شکل ۲-۱۹ ، داریم

$$N = \frac{4}{3} bz\tau_y \qquad (۲ - ۲۲)$$

از آنجا که $M_p = bd^2/4\sigma_y$ و $N_p = bd\tau_y$ (تمام مقطع در اثر تنش‌برشی‌جاری می‌شود)

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \frac{3}{4}\left(\frac{N}{N_p}\right)^2 \qquad (۲ - ۲۳)$$

با توجه به‌اینکه $z_{max} = d/2$ است ، اگر این عبارت در معادله ۲-۲۲ قرارداده‌شود، ملاحظه

می‌شود که معادله۲ـ۲۳ فقط وقتی درست است که

$$\frac{N}{N_p} < \frac{2}{3} \qquad (۲ - ۲۴)$$

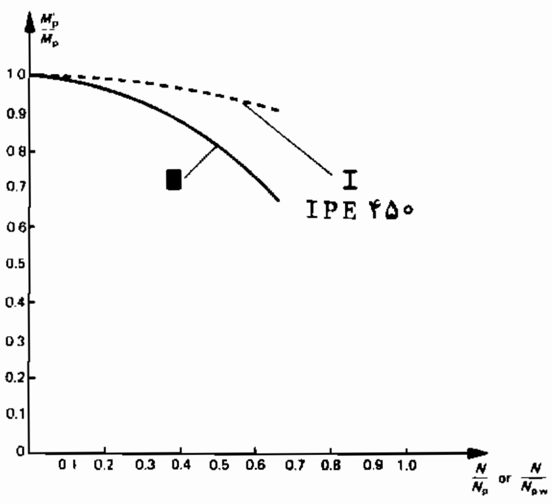
معادله۲ـ۲۳ درشکل ۲ـ۲۰ ترسیم شده است . مقاطع I شکل را به‌همین روش می‌توان‌بررسی نمود ، لنگر کاهش یافته برابر است با

$$M_p' = M_p - \frac{3}{4}\left(\frac{N}{N_{pw}}\right)^2 M_{pw} \qquad (۲ - ۲۵)$$

به‌شرط‌آنکه $N/N_{pw} < 2/3$ باشد که درآن $N_{pw} = t_w(d - 2t_f)\tau_y$ حداکثر نیروی برشی در جان است و

$$M_{pw} = \frac{t_w(d - 2t_f)^2}{4}\ \sigma_y$$

لنگر خمیری جان می‌باشد . رابطه فوق نیز در شکل ۲ـ۲۰ ترسیم شده است .



شکل ۲ ــ ۲۰

۲ ــ ۵ ــ ۳ اهمیت نیروهای محوری و برشی چقدر است ؟

معمولاً" اهمیتی‌ندارند. در سازه‌های کوتاه نیروهای محوری آنقدر کوچک هستندکه اثر قابل توجهی‌برلنگرهای خمیری ندارند . البته در سازه‌های مرتفع اهمیت بیشتری پیدا

می‌کنند ، اگرچه به‌نظر می‌آید مسأله عمده ناپایداری بوده (به‌قسمت ۶ مراجعه شود) وتعیین کننده می‌باشد. همان‌طور که از شکل ۲ـ۲۰ مشخص می‌شود ، نیروهای برشی نسبت به‌نیروهای محوری اثر کمتری در کاهش لنگر خمیری دارند و فقط در مواقع نادری که استثناء" دارای مقادیر بزرگی هستند لازم است مورد نظر قرار گیرند .

۲ ـ ۶ جمع‌بندی

این بخش عمدتا" مربوط به‌جاری شدن مقطع یک عضو تحت خمش است . وقتی تمام مقطع جاری شد و جریان خمیری به‌طور نامحدودی به‌وجود آمد ، می‌توان گفت که مفصل خمیری شکل گرفته است . حداکثر لنگری که مقطع می‌تواند تحمل کند **لنگر خمیری** می‌باشد لنگر خمیری یک مشخصه هندسی مقطع می‌باشد . لنگر و مفصل خمیری تعاریف ایده‌الی از رفتار مقطع واقعی می‌باشد .

نیروهای برشی و محوری می‌تواند در مقدار لنگرموٴثر خمیری تأثیر داشته باشد ،اگرچه آنها معمولا" عوامل قابل توجهی نیستند .

تشکیل مفصل خمیری در یک قاب ساختمانی همانند جاری شدن یک‌عضو در یک‌خرپای سازه‌ای است . درست است که در قسمت فشاری مقطع تحت خمش ممکن است کمانش موضعی به‌وجودآید ولی‌اغلب مقاطع استاندارد دارای چنان‌ابعادی هستند که از این واقعه‌جلوگیری می‌شود .لنگرهای خمیری و اثر بارهای‌محوری در لنگرهای خمیری‌مقاطع استاندارددرجداول هندبوکهای متعدد درج شده است (۲) ، اما برای مقاطع ساخته شده ، از روشهای دیگری که خارج از حوصله این بخش است بایستی استفاده نمود .

۲ ـ ۷ مسایل

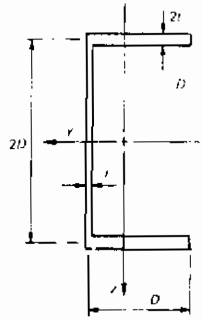
۲ـ۱ ـ لنگر خمیری یک جفت صفحه همسان رامحاسبه کنید (پهنا b ، ضخامت t) صفحات به‌فاصله آزاد D و به‌موازات یکدیگر قرار دارند . $(D \gg t)$.
محور خمش موازی صفحات است .

صفحات (۱۵۰mm×۱۲mm) به‌بالهای یک‌تیر I شکل جوش شده است ($S = ۱۷۰۲\,cm^3$ = ۴۵۰ mm تمام ارتفاع) . لنگر خمیری مقطع مرکب را محاسبه کنید ، تنش تسلیم را N/mm^2 ۲۵۰ در نظر بگیرید .

۲ ـ ۲ نشان دهید که اساس خمیری نیمرخ U شکل مطابق شکل ۲ـ۲۱ عبارتند از:

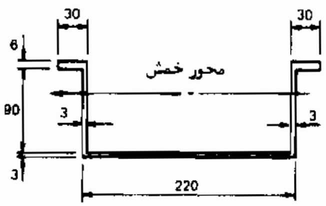
برای خمش حول محور y $\quad S = 5D^2 t$

برای خمش حول محور z $S = 1.75D^2t$



شکل ۲ — ۲۱

۲ — ۳ لنگر خمیری مقطع نشان داده شده شکل ۲—۲۲ را محاسبه کنید . تنش تسلیم مقطع را $350 \ N/mm^2$ در نظر بگیرید .



شکل ۲ — ۲۲

۲ — ۴ لنگرهای خمیری مقاطع زیر را محاسبه کنید .

الف ـ مقطع دایره‌ای به‌قطر D و خمش حول قطر .

ب ـ مقطع مربعی جدار نازک به‌ضلع d و ضخامت $t \ (d \gg t)$ و خمش حول یک محور موازی اضلاع .

ج ـ مقطعی مانند (b) و خمش حول قطر .

د ـ مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع جدار نازک به‌ضلع a و ضخامت $t \ (a \gg t)$ و خمش حول محوری موازی با یک‌ضلع .

۲ — ۵ معادلات ۲—۱۸ و ۲—۲۰ را برای محاسبه لنگر خمیری کاهش یافته تیر I شکل ۲—۱۱ که تحت نیروی محوری قرار دارد به‌کار برید . رابطه مربوطه را همچنین برای خمش حول محور z به‌دست آورید .

تیر IPE ۵۵۰ دارای مشخصات

d = ۵۵۰ mm	t_w = ۱۱/۱ mm
b = ۲۱۰ mm	t_f = ۱۷/۲ mm
A = ۱۳۴ cm^2	σ_y = ۲۵۰ N/mm^2
S = ۲۷۸۰ cm^3	برای خمش حول محور y
S = ۳۹۶ cm^3	برای خمش حول محور z

لنگرهای خمیری‌کاهش یافته‌را وقتی نیروهای محوری ۱۱۵۰ kN و ۲۳۰۰ kN اعمال می‌شوند محاسبه کنید.

۲ ــ ۶ عبارت ۲ــ۲۵ را برای محاسبه لنگر خمیری کاهش یافته ناشی از نیروی‌برشی برای‌یک نیمرخ I شکل به‌کار برید.

نشان دهید که اگر تنش‌برشی τ در تمام جان ثابت فرض شود ($\tau \leqslant \tau_y$) آن گونه که نیروی‌برشی $N = t_w (d - 2t_f)\tau$ باشد، لنگر خمیری کاهش یافته عبارت است از

$$M_p' = M_p - \left\{1 - \sqrt{\left[1 - \left(\frac{N}{N_{pw}}\right)^2\right]}\right\} M_{pw}$$

به‌گونه‌ای که پارامترهای مختلف همان‌مفاهیم بخش ۲ــ۵ــ۲ را داشته باشند.

۳

فروریختگی قابهای ساده

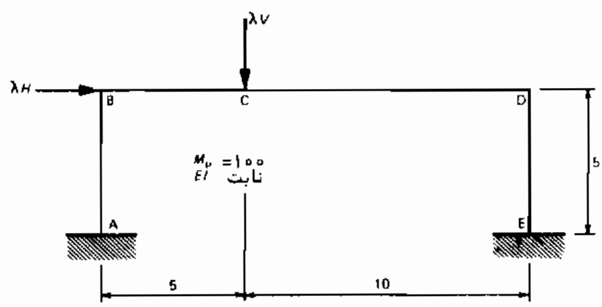
۳ ـ ۱ مقدمه

در بخش قبل گفتیم که تشکیل مفصل خمیری در یک قاب سازه‌ای، مشابه جاری شدن عضو در یک خرپا می‌باشد. هدف قسمت اول این بخش این است که نشان دهد اگر بار تا حد شکست افزایش یابد چه اتفاقی می‌افتد. کافی است مثالی مشابه آنچه در فصل ۱ عنوان شد مطرح شود. در این مثال چند نظریه مهم نیز که برای تحلیل خمیری ضروری است بیان می‌گردد.

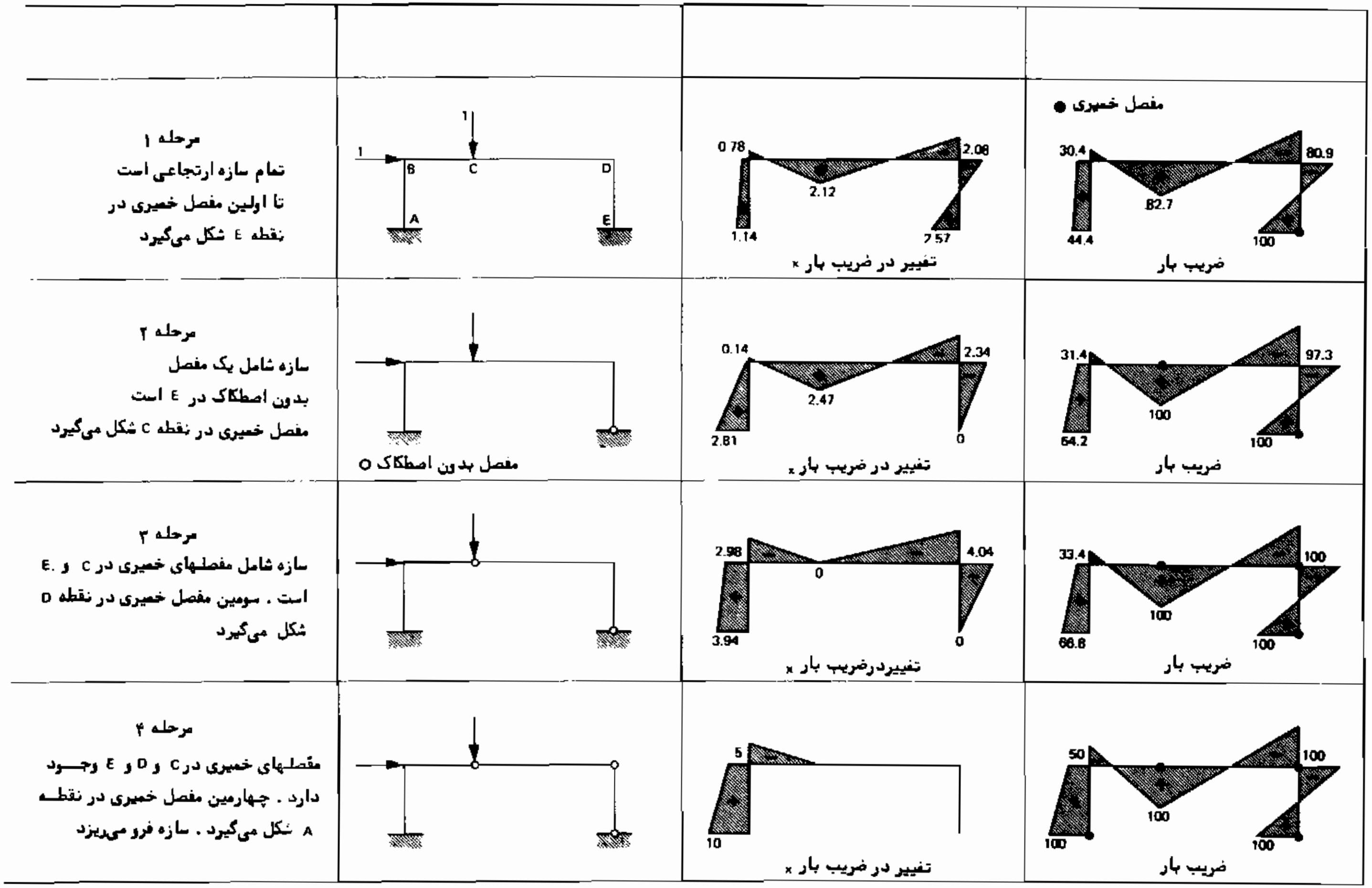
در قسمت دوم این بخش دو روش قوی برای تعیین بارهای فروریختگی تیرها و قابهای پرتال معرفی می‌شود.

۳ ـ ۲ رفتار قاب پرتال تحت افزایش بار

یک قاب پرتال درشکل ۳ـ۱ نشان داده شده است که بارهای λV و λH را تحمل می‌کند مقادیر نسبی به‌وسیله V و H و مقادیر مطلق توسط ضریب بار λ تعیین می‌شوند. در ابتدا فرض کنید که $V = H = ۱/۰$ می‌باشد. رفتار قاب در اثر افزایش بار در شکل ۳ـ۲ خلاصه شده است.



شکل ۳ ـ ۱


مرحله ۱
تمام سازه ارتجاعی است
تا اولین مفصل خمیری در
نقطه E شکل می‌گیرد
1
1
A
B
C
D
E
0.78
2.12
1.14
7.57
2.08
تغییر در ضریب بار x
مفصل خمیری ●
30.4
82.7
44.4
100
80.9
ضریب بار
مرحله ۲
سازه شامل یک مفصل
بدون اصطکاک در E است
مفصل خمیری در نقطه C شکل می‌گیرد
مفصل بدون اصطکاک ○
0.14
2.47
2.81
0
2.34
تغییر در ضریب بار x
31.4
100
64.2
100
97.3
ضریب بار
مرحله ۳
سازه شامل مفصلهای خمیری در C و E.
است . سومین مفصل خمیری در نقطه D
شکل می‌گیرد
2.98
0
3.94
0
4.04
تغییردرضریب بار x
33.4
100
66.8
100
100
ضریب بار
مرحله ۴
مفصلهای خمیری درC و D و E وجود
دارد . چهارمین مفصل خمیری در نقطه
A شکل می‌گیرد . سازه فرو می‌ریزد
5
10
تغییر در ضریب بار x
50
100
100
100
100
ضریب بار

شکل ۳ – ۲

ابتدا قاب در حوزهٔ ارتجاعی می‌باشد و آنچنان که در مرحله ۱ نشان داده شده است نمودار لنگرخمشی BMD توسط تحلیل ارتجاعی به‌دست می‌آید . (روش شیب ــ افت وکامپیوتر کوچکی مورد استفاده قرار گرفته است) . وقتی ۳۹/۰ =λ بزرگترین لنگر خمشی (BM) در انتهای پایین ستون سمت راست (نقطه E) مساوی لنگر خمیری می‌شود ، مفصل خمیری تشکیل می‌گردد . البته ، تمام قسمتهای سازه غیراز E هنوز ارتجاعی است و با افزایش λ بیشتر از ۳۹ همچنان ارتجاعی خواهد بود . وقتی λ افزایش می‌یابد ، E شبیه یک مفصل عمل خواهد کرد که به‌آزادی خواهد چرخید ، اما BM بایستی مساوی لنگر خمیری باقی بماند.

مرحله ۲ سازه جدید تحت بارگذاری را به‌ازای مقادیر λ بزرگتر از ۳۹/۰ نشان می‌دهد این قاب همان قاب اصلی است که در نقطه E مفصل بدون اصطکاک ایجاد شده است . این سازه به‌وسیله روش ارتجاعی مشابه مرحله ۱ تحلیل می‌شود . این تحلیل نشان می‌دهد که لنگرهای خمشی تغییر می‌کند . برای بدست آوردن مجموع لنگرها لازم است که تغییر حاصله در BMs به BMs اولیه که بازای ۳۹ =λ به‌دست آمده است اضافه شود . (توجه شود که مفصل بدون اصطکاک در E باعث می‌گردد که تغییر BM در E صفر باشد بنابراین مجموع لنگر برابر با لنگر خمیری باقی می‌ماند) حداکثر لنگر زیر بار قائم یعنی نقطه C است .

$$M_C = 82.7 + 2.47\lambda'$$

که : (تغییر λ) = λ' و وقتی ۷/۰ = λ' و ۴۶/۰ = λ است لنگرخمیری برابر با ۱۰۰ می شود

همان‌گونه که مرحله ۳ نشان می‌دهد ، از این به‌بعد دو مفصل در سازه جدید وجود دارد ، اما سازه هنوز هم به‌طور ارتجاعی تحلیل می‌گردد . به‌هرحال ، سریعاً" می‌توان نتیجه‌گیری کرد که مفصل بعدی در نقطه D تشکیل می‌گردد که در این حالت ۴۶/۷ =λ است.

لازم است به دو نکته درباره مجموع لنگر BMs در ستون سمت راست شکل ۳ــ۲ توجه شود .

الف *شرط تعادل* ــ توزیع لنگرهای خمشی با بارهای اعمال شده در حال تعادل است (این اساس تحلیل بروش شیب ــ افت است)

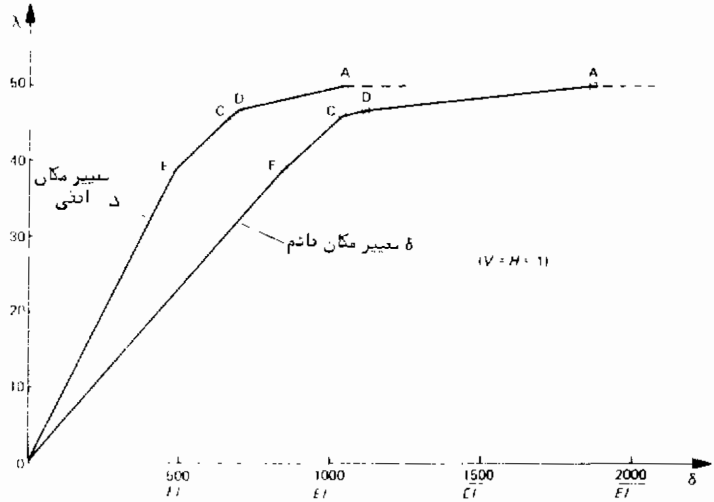
ب *شرط تسلیم* ــ BMs (لنگرهای گیرداری) در هیچ جا از لنگر خمیری عضو بیشتر نمی‌شود . (بررسی مجموع BMs در هر مرحله نشان دهنده موضوع فوق است) .

ادامه کار با سه مفصل بدون اصطکاک مطابق مرحله ۴ انجام می‌شود ، تا اینکه به‌ازای ۵۰ =λ چهارمین مفصل خمیری شکل می‌گیرد . ادامه روند محاسبات در سازه جدید با وجود چهار مفصل بدون اصطکاک غیرممکن است و با تنها معادله‌ای که وجود دارد مسأله‌قابل حل نخواهد بود . در واقع سازه تبدیل به‌مکانیزم شده و وقتی چهارمین مفصل شکل می‌گیرد

سازه درموقعیت فروریختگی‌است . BMD (نمودار لنگرخمیری) دراین حالت با توجه‌به‌مرحله ۴ ، شرایط‌ تعادل و تسلیم را برآورده ساخته و سازه حل می‌شود .

(۳) **شرط مکانیزم** ــ مفصلهای خمیری کافی برای تبدیل سازه به‌مکانیزم وجوددارد . ضریب بار مربوطه را ضریب **بار فروریختگی** می‌نامند ، λ_c .

روش شیب ــ افت برای تحلیل سازه مناسبترین روش بود زیرا به‌کمک آن مقدارخیزنیز به‌دست می‌آید . خیز افقی در بالای ستونها و خیز قائم زیر بار قائم در شکل ۳ ــ ۳ نشان داده شده است ، که در آن ضریب بار λ می‌باشد .

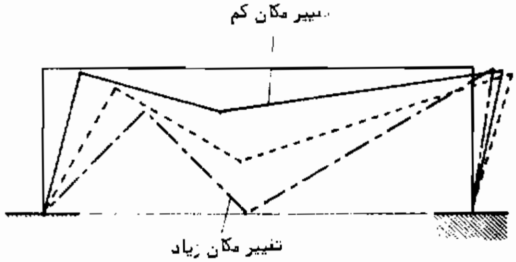


شکل ۳ ــ ۳

شکل منحنی بسیار شبیه به‌منحنی خیز ــ بار خرپای شکل ۱ــ۱۳ است که نشان دهنده‌کاهش شیب (یا سختی)به‌ازای تشکیل هر مفصل می‌باشد و این کاهش‌ادامه می‌یابد تا در موقع فرو ریختگی شیب صفر گردد . شباهتهای دیگری با خرپا وجود دارد . تعداد مفصلها در فروــ ریختگی یک عدد بیشتر از عدد مربوط به‌درجه نامعینی قاب می‌باشد . (با توجه به‌ضمیمه‌ب وجود چهار مفصل در لحظه‌فروریختگی‌نشان می‌دهد که درجه نامعینی ۳ است) تشکیل یک مفصل جدید سختی قاب را کاهش داده و نامعینی یک درجه کاهش می‌یابد . مقایسه مقادیر BM در پایان هر مرحله قابل ملاحظه بودن توزیع مجدد لنگر را مشخص می‌سازد .

به‌ازای خیزهای کوچک همچنان که فروریختگی ادامه می‌یابد ، توزیع لنگرخمشی به‌همان مقدار مربوط به‌لحظه فروریختگی باقی می‌ماند . (روشن است که اگر لنگر در یک مفصل خمیری

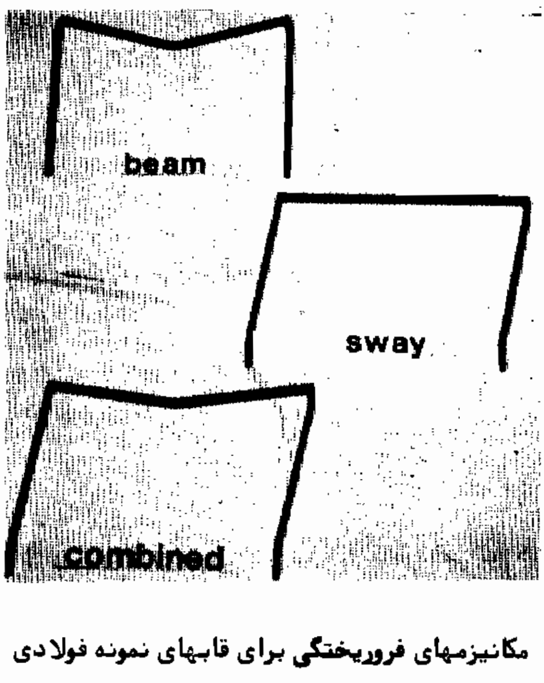
بخواهد کوچکتر شود ، جریان تشکیل مفصل و مکانیزم متوقف می‌شود) چگونگی گسترش فرو ریختگی در شکل ۳ـ۴ نشان داده شده است .



شکل ۳ — ۴

موقعی که دوران مفصلها ناچیز است ، شکل سازه فقط کمی تغییر می‌کند ، اما با دوران بیشتر شکل کاملا" متفاوت خواهد بود .

مطالب فوق به‌طور تجربی ثابت شده است . شکل ۳ـ۵ سه شکل از قابهای پرتال را نشان می‌دهد که با ترکیب بارهای مختلف تحت آزمایش قرار گرفته‌اند .

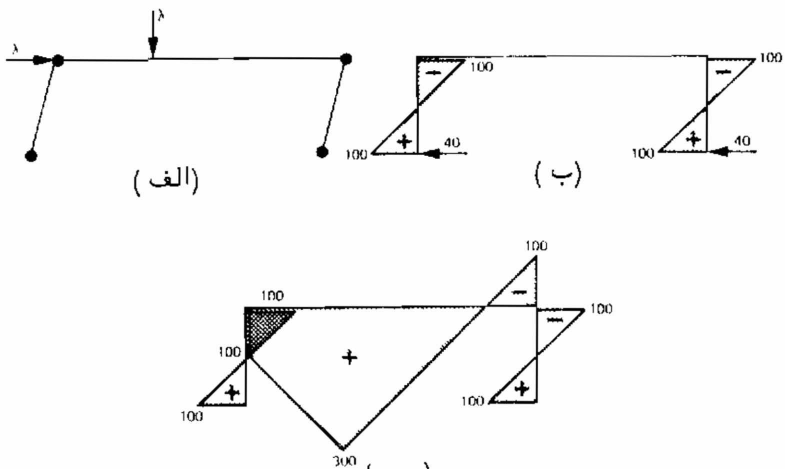


مکانیزمهای فروریختگی برای قابهای نمونه فولادی

شکل ۳ — ۵

بارها ، مکانیزم‌های فروریختگی مختلفی را ایجاد کرده‌اند لیکن در هر حالت مفصل‌خمیری به‌وضوح دیده می‌شود .

مکانیزم‌مرحله ۴ ازشکل ۳ـ۲ مکانیزم فروریختگی واقعی‌سازه می‌باشد . دیگر مکانیزمها را نیز می‌توان حدس زد و مقادیر λ مربوط به‌آنها را محاسبه نمود . مکانیزم شکل ۳ـ۶الف را در نظر بگیرید . تعداد مفصلهای این مکانیزم همان مقدار قبلی است ولی محل یکی‌از آنها عوض شده است . با استفاده از روش موجود در ضمیمه ج نمودار لنگر خمشی BMD ستون در شکل ۳ـ۶ب نشان داده شده است .



(الف) (ب)

(ج)

شکل ۳ ـ ۶

عکس‌العمل افقی در پایین ستونها عبارت است از

$$H = \frac{100 + 100}{5} = 40$$

بنابراین برای تعادل در جهت افقی

$\lambda = 40 + 40 = 80$ می‌باشد

این بدان معناست که مکانیزم به‌ازای ضریب بار ۸۰= λ بوجود می‌آید که از ضریب بارواقعی فروریختگی بزرگتر است . وقتی که BMD برای این مکانیزم مطابق شکل ۳ـ۶ج کامل شود ، لنگرهای‌خمشی‌بزرگتر از لنگر خمیری وجود خواهد داشت . مشخص است‌که‌این‌مکانیزم فرضی‌اشتباه‌است ولی جالب توجه است که BMD مربوطه هنوز شرایط تعادل و مکانیزم را

برآورده می‌کند . این نتیجه برای هر مکانیزم فرضی،صحیح خواهد بود . مقدار λ محاسبه‌شده برای مکانیزم‌فرضی‌فوق را *کرانه بالایی* از λ_c " نامند .

۳ ــ ۳ نظریه‌های تحلیل خمیری

اطلاعات راجع به سه شرط مطرح شده در قسمت قبل در اینجا جمع‌بندی شده است که در آن جهت پیکانها نشان می‌دهد که چه شرایطی بایستی برآورده شود .

(کرانه پایینی) $\lambda < \lambda_c$ ⟵ شرط تسلیم، شرط تعادل

(کرانه بالایی) $\lambda > \lambda_c$ ⟵ شرط مکانیسم، شرط تعادل

$\lambda = \lambda_c$ ⟶ شرط تسلیم، شرط تعادل، شرط مکانیسم

می‌توان ثابت کرد که سه شرط فوق همواره صحیح بوده و جزء سه نظریه اساسی و ضروری تحلیل خمیری می‌باشند (۴) .

۳ ــ ۳ ــ ۱ نظریه کرانه پایینی

اگر در یک سازهٔ تحت بارگذاری با ضریب بار λ ، یک توزیع لنگر خمشی که شرایط تعادل و تسلیم را برآورده می‌سازد وجود داشته باشد ، λ کمتر یا مساوی با ضریب بار فرو ریختگی λ_c خواهد بود .

۳ ــ ۳ ــ ۲ نظریه کرانه بالایی

اگر در یک سازه تحت بارگذاری با ضریب بار λ ، یک توزیع لنگر خمشی که شرایط تعادل و مکانیزم را برآورده می‌کند وجود داشته باشد ، λ مساوی یا بزرگتر از ضریب بار فروریختگی λ_c خواهد بود .

۳ ــ ۳ ــ ۳ نظریه یکتایی

اگر یک سازهٔ تحت بارگذاری، با ضریب بار λ معرفی شود به‌طوری که توزیع لنگر خمشی‌حاصله سه شرط فروریختگی را برآورده سازد ، λ مساوی λ_c خواهدبود. به‌دست‌آوردن یک توزیع لنگرخمشی با هر ضریب بار دیگر که بتواند سه شرط‌را تواما" برآورده سازد غیر ممکن است .

مقصود از تحلیل خمیری تعیین مستقیم بارهای فروریختگی می‌باشد . همان‌گونه که‌در قسمت ۱ــ۳ــ۲ــ۴ اشاره شد محاسبات نسبت به‌تحلیل ارتجاعی ساده‌تر است . به‌عنوان‌مثال

برای حل مسأله، دستگاه معادلات خطی وجود ندارد. بقیه این بخش و تمام مطالب بعدی به‌روشهای تعیین بارهای فروریختگی مربوط به‌قابهای ساختمانی اختصاص دارد. این روشها براساس نظریه‌های مطرح شده در این بند می‌باشد.

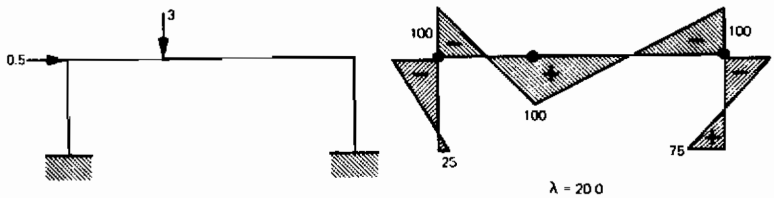
۳ ـ ۴ تعداد مفصلهای لازم در یک مکانیزم

همان‌طور که در قسمت ۳ـ۲ و همچنین در فصل ۱ نشان داده شد، عموما" تعداد مفصلها، n، در یک مکانیزم فروریختگی یکعدد بیشتر از درجه نامعینی r می‌باشد

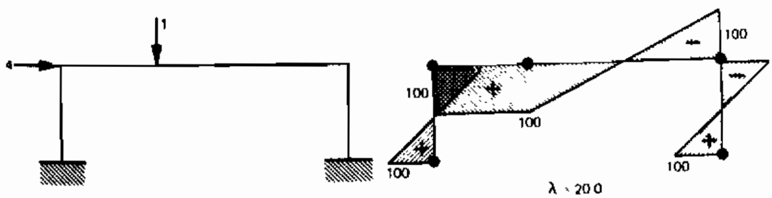
$$n = r + 1 \qquad (۳-۱)$$

این وسیله خوبی است تا بتوان اطمینان یافت که‌مکانیزم به‌وجود آمده است. متأسفانه، دو استثنا برای این قانون وجود دارد که بایستی‌مطرح شود.

قاب شکل ۳ـ۱ تحت بارهای $H =$ ۰/۵ ، $V =$ ۳ و $H =$ ۴ ، $V =$ ۱ مجددا" تحلیل شده است. نتایج درشکلهای ۳ـ۷ و ۳ـ۸ به‌ترتیب‌نشان داده شده‌است، در حالت اول $\lambda_c =$ ۲۰ می‌باشد، ولی در فروریختگی تنها سه مفصل وجود دارد که یکی کمتر از مقدار لازم درمعادله ۳ـ۱ است. این نوع فروریختگی را **فروریختگی جزئی** گویند، زیرا همان چیزی است که‌در سازه اتفاق می‌افتد. در این مثال تیر به‌طور زودرس شکسته می‌شود. در حالت دوم آخرین مفصلهای خمیری توأما" تشکیل می‌شوند بنابراین درموقع فروریختگی پنج مفصل وجود‌دارد. این حالت "**بیش فروریختگی**" نامیده می‌شود.



شکل ۳ ـ ۷



شکل ۳ ـ ۸

۳ ـ ۵ روش لنگر خمشی BM واکنش و آزاد برای تعیین بارهای فروریختگی

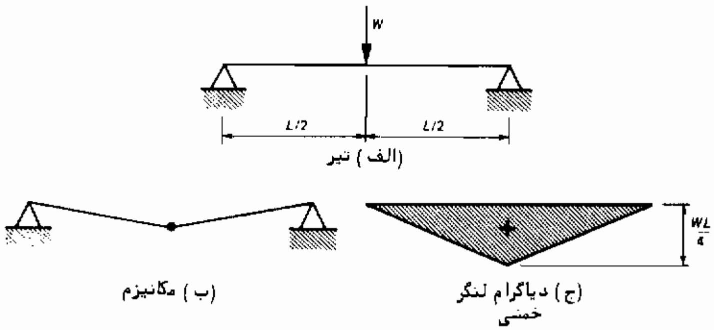
این روش به‌تحلیل تیرها منحصرمی‌شود ،زیرا که لنگرهای خمشی BMs درموقع فروریختگی با استفاده از قوانین ساده‌ای تعیین می‌گردد . این روش به‌وسیله چند مثال بیان می‌شود . در هر مثال نکته جدیدی عنوان شده است . بنابراین به‌خواننده پیشنهاد می‌شود مثالها را به‌ترتیب ذکر شده مطالعه کند .

۳ ـ ۵ ـ ۱ تیر ساده

تیری ساده با یک بار متمرکز در میانه آن در شکل ۳ـ۹ الف نشان داده شده است . وقتی‌که حداکثر لنگرخمشی با لنگرخمیری تیر مساوی شد فروریختگی به‌وجود می‌آید .بنابراین

$$\frac{W_c L}{4} = M_p \qquad (۳\text{ـ}۲)$$

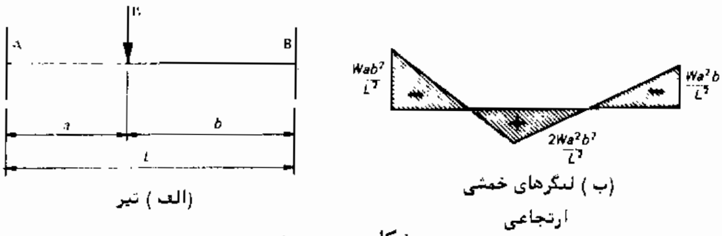
$$W_c = \frac{4M_p}{L}$$



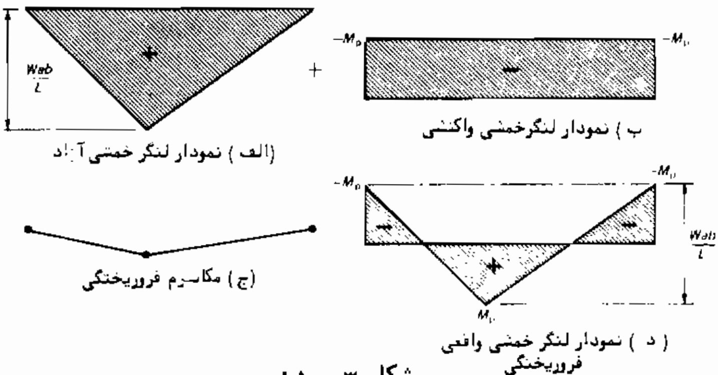
شکل ۳ ـ ۹

۳ ـ ۵ ـ ۲ تیر دو سر گیردار

یک تیر دوسر گیردار که تحت اثر بار متمرکزی قرار دارد در شکل ۳ـ۱۰ الف نشان داده شده است شکل ۳ـ۱۰ ب نمودار لنگرخمشی را برای رفتار ارتجاعی نشان می‌دهد . بیشترین لنگر Wab^2/L^2 در نقطه A به‌وجود می‌آید .ابتدا با درنظر گرفتن مفصلی در A و سپس در سایر نقاط مراحل مختلف تحلیل را مشابه با قسمت ۳ـ۲ انجام می‌دهیم با این کار نمودار لنگر خمشی (BMD) در موقع فروریختگی و مکانیزم فروریختگی مطابق شکل ۳ـ۱۱ به‌دست می‌آید ، در نتیجه $W_c = 2M_pL/ab$ می‌شود .



شکل ۳ — ۱۰



شکل ۳ — ۱۱

ملاحظه می‌شود که با استفاده از قواعد ساده می‌توان به‌راحتی نمودار لنگر خمشی BMD و مکانیزم فروریختگی را رسم کرد .

قاعده اول:عموما" مفصلها در دو انتهای گیردار تیر تشکیل می‌شوند .

قاعده دوم:مفصلها زیر بارهای متمرکز تشکیل می‌شوند .

حتی در موقع فروریختگی نمودار لنگرخمشی از نمودارهای لنگرخمشی آزاد و واکنش به‌دست می‌آید ، (ضمیمه ج ملاحظه شود) که برای تیر دو سر گیردار در شکلهای (۳—۱۱الف و ب) نشان داده شده است . بار فروریختگی با توجه به‌مشخصات هندسی نمودارلنگرخمشی درموقع فروریختگی به‌دست می‌آید (شکل ۳—۱۱ د) .

$$M_p + M_p = \frac{Wab}{L}$$

لنگر خمشی واقعی زیربار متمرکز	لنگر خمشی واکنش زیربار متمرکز

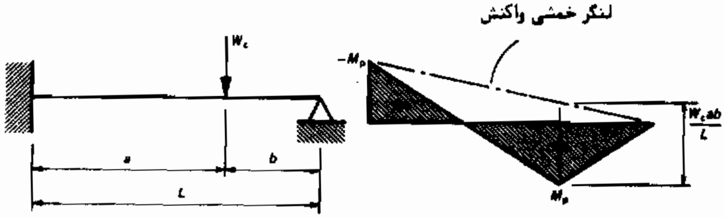
در نتیجه

$$W_c = \frac{2M_p L}{ab} \qquad (۳-۳)$$

همان‌گونه که در مثال بعد آمده است روش فوق برای سایر موارد که نمودار لنگرخمشی آنها قدری پیچیده‌تر است قابل تعمیم می‌باشد .

۳ – ۵ – ۲ تیر یکسر مفصل یکسر گیردار

در شکل ۳–۱۲ الف تیر یکسر مفصل یکسر گیرداری تحت بار متمرکز نشان داده شده است با استفاده از قواعد ۱ و ۲ بند ۳–۵–۲ نمودار لنگرخمشی BMD (شکل ۳–۱۲ب) ترسیم شده‌است. ازآنجا که‌این نمودار ازنمودارهای لنگرخمشی واکنش و آزاد به‌دست می‌آید ، با توجه به‌مشخصات هندسی



(الف) یکسر گیردار و یکسر مفصل

(ب) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی

شکل ۳ – ۱۲

لنگرخمشی واقعی تحت بار		لنگر خمشی واکنش تحت بار		لنگرخمشی آزاد تحت بار
M_p	+	$\frac{bM_p}{L}$	=	$\frac{W_c ab}{L}$

$$W_c = \frac{M_p(L+b)}{ab} \qquad (۳-۴)$$

تنها تفاوت در این مثال نسبت به‌مثال قبلی ، استفاده ازتشابه مثلثها برای پیدا کردن لنگر خمشی واکنش می‌باشد .

۳ ـ ۵ ـ ۴ تیر یکسره

تیر یکسره نیز به‌روشهای فوق تحلیل می‌شود . در این مبحث دو نکته جدید بایستی در نظر گرفته شود .

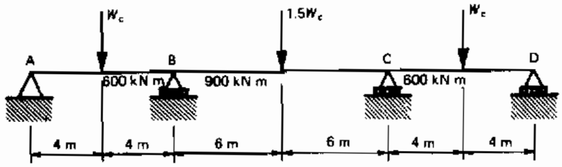
اول : ممکن است هریک از دهانه‌ها دارای مقاطع و در نتیجه لنگرهای خمیری متفاوتی باشند. در هر تکیه‌گاه لنگرهای خمشی تکیه‌گاهی تیرهای دوطرف مساویند .
بنابراین وقتی مفصل خمیری در یک تکیه‌گاه شکل می‌گیرد مقدار لنگر خمیری در آن تکیه‌گاه به‌کمک قاعده زیر تعیین می‌شود .

قاعده سوم : در یک‌تکیه‌گاه مفصل‌خمیری بازاء لنگرخمیری‌عضو ضعیفتر شکل می‌گیرد .

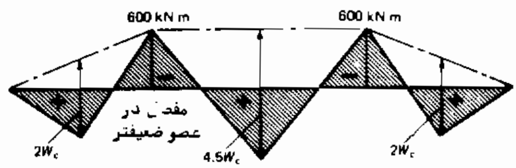
دوم : شکست همزمان دهانه‌ها محتمل نیست . هر دهانه بایستی جداگانه کنترل شود. در طول تیر دهانه ، یا دهانه‌های با کمترین بار فروریختگی تعیین کننده می‌باشند . این مثال ، نمونه خوبی برای فروریختگی جزئی است .

در شکل ۳ـ۱۳ یک تیر یکسره همراه با نمودار لنگر خمشی آن در موقع فروریختگی رسم شده است . مفصلهای خمیری زیر بارهای متمرکز نشان داده نشده زیرا وقتی فروریختگی به‌وجود می‌آید تمام آنها تشکیل نمی‌شوند . هردهانه بایستی برای فروریختگی کنترل شود .

فروریختگی قابهای ساده



(الف)



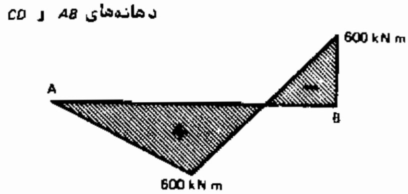
(ب) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی

شکل ۳ ـ ۱۳

اگر ابتدا دهانه‌های AB و CD فروریخته شوند نمودار لنگرخمشی در موقع فرو ریختگی

مطابق شکل ۳ـ۱۴ خواهد بود .
این حالت مشابه تیر یکسر گیردار یکسر مفصل قسمت ۳ـ۵ـ۳ می‌باشد .

$$W = \frac{600(8+4)}{4 \times 4} = 450 \text{ kN}$$

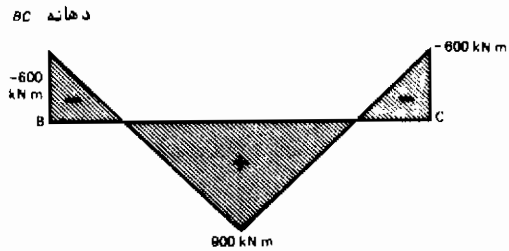


شکل ۳ ـ ۱۴

نمودار لنگر خمشی فروریختگی برای دهانه BC در شکل ۳ـ۱۵ نشان داده است که بسیار شبیه به تیر دو سر گیردار می‌باشد . با توجه به مشخصات هندسی BMD .

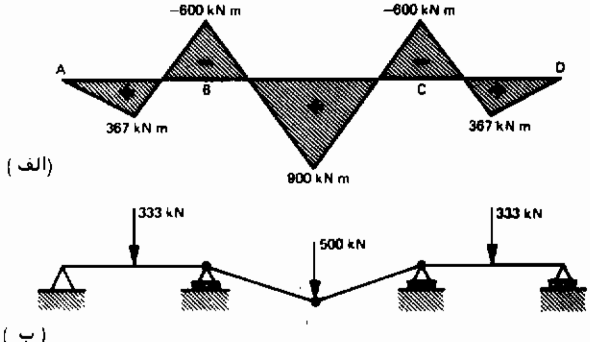
$$4.5W_c = 600 + 900$$

$$W_c = 333 \text{ kN}$$



شکل ۳ ـ ۱۵

روشن است که ابتدا یک مکانیزم در دهانه BC به‌وجود می‌آید و وقتی W_c =۳۳۳ kN. است فروریختگی حاصل می‌شود . نمودار لنگرخمشی فروریختگی برای تمام تیر اکنون کامل می‌باشد که در شکل ۳ـ۱۶ الف نشان داده شده است . توجه شود که تحت بارهای متمرکز لنگرها در AB و CD از لنگر خمیری کوچکترند ، زیرا فقط در BC یک مکانیزم به‌وجود می‌آیـــد (شکل ۳ـ۱۶ ب)



شکل ۳ – ۱۶

۳ – ۵ – ۵ دهانه‌های با بارهای یکنواخت

درتمام قسمت‌های گذشته این بخش تیرها تحت بارهای متمرکز بوده‌اند. در عمل، بارها به‌صورت یکنواخت در طول دهانه پخش می‌شوند. بررسی این موضوع مشکلتر است زیرا دیگر موقعیت مفصل خمیری در طول دهانه را نمی‌توان با استفاده از یک قانون ساده تعیین کرد.

یک تیر و نمودار لنگر خمشی فروریختگی آن در شکل (۳–۱۷ الف و ب) نشان داده شده است. موقعیت مفصل در طول دهانه روشن نیست. این مفصل وقتی به‌وجود می‌آید که لنگرخمشی مقدار حداکثر خود را داشته باشد. برای تعیین این مقدار حداکثر لازم است که:

$$\frac{dM}{dx} = 0 \quad \text{می‌باشد} \qquad (۳–۵)$$

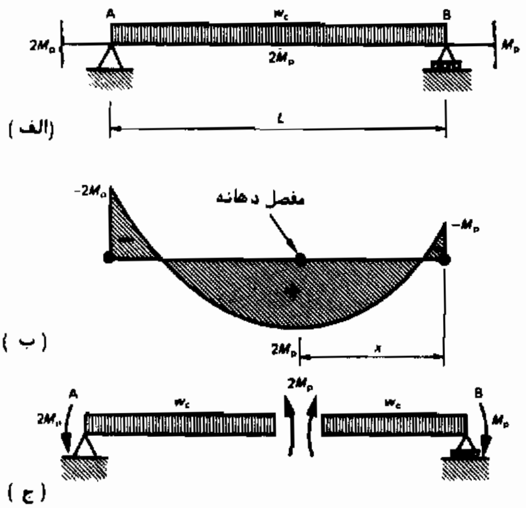
با استفاده از رابطه بین لنگرخمشی و نیروی برشی

$$\frac{dM}{dx} = N \quad \text{می‌شود} \qquad (۳–۶)$$

اگر تیر از محل مفصل داخل دهانه قطع شود نمودار آزاد شکل ۳–۱۷ ج تعادل تیر را نشان می‌دهد. مقادیر تمام لنگرها معلوم است و نیروی برشی در محل قطع بایستی صفر باشد (از معادلات ۳–۵ و ۳–۶)، بنابراین تنها مقادیر نامشخص، w_c و x می‌باشند. با استفاده از تعادل دوقسمت صلب، معادلات کافی برای محاسبه w_c و x به‌دست می‌آیند. با لنگرگیری نسبت به B برای مقطع دست راست.

$$-\frac{w_c x^2}{2} + 2M_p + M_p = 0$$

$$\frac{w_c x^2}{2} = 3M_p \quad \text{می‌شود} \qquad (۳–۷)$$



شکل ۳ — ۱۷

به‌طور مشابه برای مقطع سمت‌چپ، با گرفتن لنگر حول A داریم :

$$\frac{w_c(L-x)^2}{2} - 2M_p - 2M_p = 0$$

$$\frac{w_c(L-x)^2}{2} = 4M_p \qquad (۳ - ۸)$$

با جابجایی معادله (۳—۷) در معادله (۳ — ۸)

$$\frac{w_c(L-x)^2}{2} = \frac{4}{3}\left(\frac{w_c x^2}{2}\right)$$ است

با حذف w_c و ساده کردن معادله داریم :

$$3(L-x)^2 = 4x^2$$

$$3(L^2 - 2xL + x^2) = 4x^2$$

$$x^2 + 6xL - 3L^2 = 0$$

با حل معادله درجه دوم فوق .

$$x = (-3 \pm 2\sqrt{3})L$$

ریشه مثبت،موقعیت مفصل دهانه را مشخص می‌سازد

$$x = (-3 + 2\sqrt{3})L = 0.464L$$

با جابجایی مقدار فوق در معادله ۳ـ۷ داریم

$$w_c = \frac{27.86M_p}{L^2}$$

این مثال به‌ازای هرمقدار لنگر خمیری در دو انتهای عضو قابل تعمیم است . در تیـر یکسر مفصل یکسرگیردار،لنگرواکنش دریکانتـها صفرخواهدبود.البته‌مثال فوق نباید کورکورانه‌مورد عمل قرار گیرد . وقتی که لنگرهای واکنش در هردو انتـهای دهانه مساوی هستند ،دراثرتقارن لنگر حداکثر در وسط دهانه خواهد بود . مطالب فوق برای بارهای متمرکز نیز قابل استفاده خواهد بود .

۳ ــ ۶ روش کار مجازی برای محاسبه بارهای فروریختگی

در تحلیل قابها بایستی حالات بیشتری را نسبت به‌آنالیز تیرها در نظر گرفت.قـاب ممکن‌است به‌وسیله نیروهای‌افقی تحت فشارهای جانبی قرارگیرد . یک تیر به‌طور مجزا ممکن است تحت بارهای قائم گسیخته شود و یا اینکه ترکیبی از حالات فوق به‌وجود آیـد . روش لنگرخمشی‌واکنش وآزاد در تعیین مکانیزم و نمودار لنگرخمشی‌به‌هنگام فروریختگی نقـش مطلوبی دارد ، البته بکاربردن این روش در مورد قابها دشوارتر است . ثابت شده است کـه روش کار مجازی برای بارهای فروریختگی وسیله محاسباتی نیرومندی است زیرا به سادگی‌در مورد قابها قابل اجراست . این روش براساس دو قضیه زیر استوار است .

۱ ــ وقتی یک قاب فروریخته می‌شود ،تمام تغییر مکانهای سازه در اثر چرخش مفصلها به‌وجود می‌آید . (آن‌گونه که در آزمایشها رخ می‌دهد) .

۲ ــ اصل کار مجازی در مورد این تغییر مکانها قابل استفاده است .

شکل ۳ــ۱۸ الف قاب مورد استفاده در قسمت ۳ــ۲ را در لحظه فروریختگی درحالیکه آخرین مفصل شکل گرفته ولی هنوز دوران صورت نگرفته است نشان می‌دهد . با اعمال یک تغییر مکان افقی بی‌نهایت کوچک در بالای ستون سمت چپ با فرض کوتاه نشدن عضوها در اثر نیروی‌محوری ،سازه مطابق شکل ۳ــ۱۸ ب تغییرمکان می‌دهد ، البته تغییـر مکانهـا و دورانهای بی‌نهایت کوچک بسیار مبالغه‌آمیز رسم شده‌اند .

تغییر مکانها و دورانها به‌عنوان تغییر مکانهای مجازی تلقی می‌شوند ، بنابراین

کار خارجی (مجازی) انجام شده $= H\Delta + V\delta$

کلیه بارها $= \Sigma W\delta$ توسط بارهای اعمالی

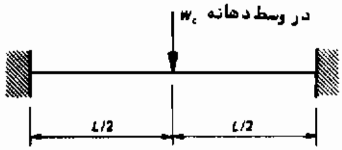
۴ ـ اثرات بارهای محوری صرف نظر می‌شوند .

بنابراین علاوه بر صرف‌نظر کردن از کوتاه‌شدگی محوری، از شکست زودرس در اثـــر کمانش نیز صرف نظر می‌شود . این نکته با جزئیات بیشتر در فصل ۶ مورد توجه‌قرار خواهدگرفت دراین قسمت فقط استخواهندی روش کار مجازی ارائه شد .موارد عملی‌آن‌توسط مثالهای به‌کار برده شده بهتر شرح داده می‌شود . چهار مثال ارائه می‌گردد و در هر کدام بُعد جدیدی از روش فوق معرفی می‌شود .

۳ ـ ۶ ـ ۱ تیر دو سر گیردار

تکرار این مثال ازاین جهت ارزشمند است که حل مسأله را به‌روش کار مجازی‌به‌روشنی شرح می‌دهد .

مثال

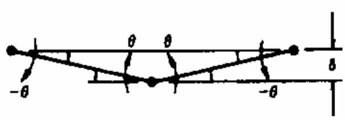


مرحله ۱

مکانیسم فروریختگی
مفصلهای خمیری در دو انتها و زیر بار .

مرحله ۲

دورانهای خمیری مجازی به‌مفصلها داده می‌شود



به‌جهتهای دورانها توجه شود . اگر دوران توسط یک لنگر مثبت ایجاد شود ،مثبت‌می‌باشد .

مرحله ۳

کار مجازی انجام شده توسط بارهای خارجی (کار خارجی) عبارت است از

$W_c \times \delta$ (تغییر مکان مجازی × بار=)

مرحله ۴

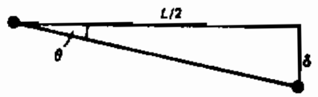
کار مجازی جذب شده در اثر دوران مفصل (کار داخلی)

$$-M_p \times -\theta + M_p 2\theta + -M_p \times -\theta = 4M_p\theta$$

علامت لنگرها و دورانها اهمیتی ندارد ، کار جذب شده مثبت است . از اینرو قرارداد برای علامت لازم نیست .

مرحله ۵

هندسه مکانیزم



نمودارفوق مربوط به‌نیمه چپ تیر است . ازآنجا که تمام تغییر مکانها به‌وسیله دوران‌خمیری به‌وجود می‌آیند ، تیر بین مفصلها مستقیم باقی می‌ماند . $\tan\ \theta = \theta$
ازآنجا که θ زاویه بینهایت کوچک است .

$\delta = \frac{L}{2} \tan\theta = \frac{L}{2}\theta$ می‌شود

مرحله ۶

با توجه به‌تعادل و هندسه مکانیزم

کار جذب شده = کار انجام شده

$$W_c\, \delta = 4M_p\theta$$

$$W_c \frac{L}{2}\theta = 4M_p\theta \quad \text{i.e.} \quad W_c = \frac{8M_p}{L}$$

همانگونه که انتظار می‌رود مقدار، θ ، دوران مجازی از معادله حذف می‌شود.با مقایسه این

نتیجه و آنچه در قسمت ۳ـ۵ـ۲ به‌دست آمد ، وقتی که $a = b = L/2$ باشد

$$W_c = \frac{2M_pL}{ab} = \frac{2M_pL}{(L^2/4)} = \frac{8M_p}{L}$$ می‌شود

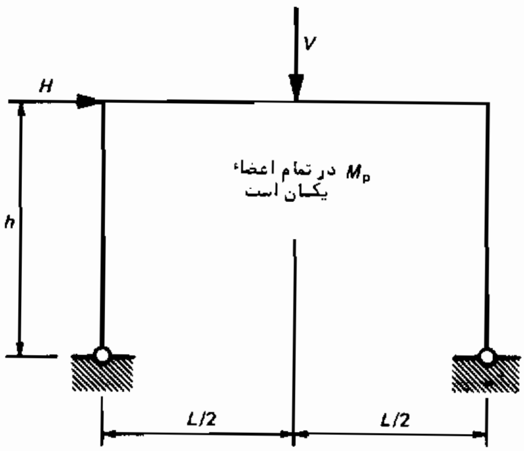
بنابراین می‌توان کنترل کرد که در هردو روش برای بار فروریختگی نتایج یکسانی به دست می‌آید .

البته نیازی به‌انجام محاسبات به‌صورت مرحله به‌مرحله وجود ندارد و این کار در این مثال بدین علت انجام شد که پیداکردن بار فروریختگی با استدلال نشان داده شود .

۳ ـ ۶ ـ ۲ قاب پرتال با پی‌های مفصلی

همان‌طور که در شکل ۳ـ۱۹ ملاحظه شود اکنون نیروهای افقی و قائم به سازه اعمال می‌شود این بدان معناست که در مرحله اول ، که تصمیم‌گیری در مورد مکانیزم فرو ریختگی است،با مشکل روبرو می‌شویم زیرا مکانیزمهای ممکنه مختلفی وجود دارد .

در واقع برای هر مکانیزم یک محاسبه جداگانه لازم است .



شکل ۳ـ۱۹

۳ ـ ۶ ـ ۲ ـ ۱ فروریختگی تیر

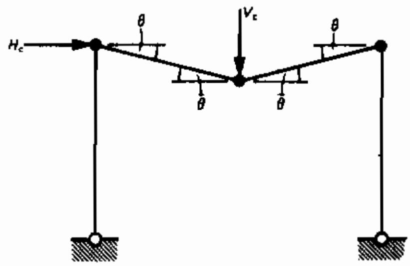
در این حالت فروریختگی تنها در اثر بار قائم ایجاد می‌شود (اگرچه نیازی نیست که نیروی افقی صفر باشد) . مفصلهای خمیری و دورانهای ایجادشده در شکل ۳ـ۲۰ نشان‌داده شده است . محاسبات مشابه مثال قبلی است .

$$V_c \frac{L}{2}\theta = 4M_p\theta \qquad (۳-۱۰)$$

یا

$$\frac{V_c L}{M_p} = 8 \qquad (۳-۱۱)$$

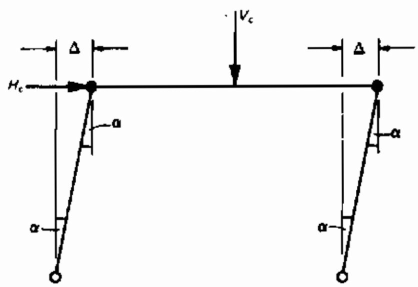
توجه شود که نیروی افقی کار انجام نمی‌دهد زیرا فرض می‌شود انتهای بالایی ستونها ثابت باقی می‌مانند.



شکل ۳–۲۰

۳–۶–۲–۲ فروریختگی جانبی

این فروریختگی تنها دراثر نیروی افقی ایجاد می‌گردد و سازه بطور جانبی رانده می‌شود (شکل ۳–۲۱). وقتی مفصلهای خمیری در بالای هردو ستون به‌وجود می‌آید مکانیزم شکل می‌گیرد، مفصلها در پای ستونها به‌آزادی دوران می‌کنند و قادر به‌جذب هیچگونه کاری نیستند. (این نوع مفصل در قاب به‌وجود می‌آید و فرض می‌شود بدون اصطکاک است، بنابر این مقاومتی در مقابل دوران نخواهد داشت).



شکل ۳–۲۱

ازآنجا که تمام تغییرشکلها به‌وسیله دوران مفصل به‌وجود می‌آید، طول تیر تغییر

نمی‌کند و بالای ستونها به‌اندازه مساوی (بینهایت کوچک) به‌طور جانبی حرکت می‌کنند . در نتیجه دوران مفصل در هردو ستون مشابه است .

$$\text{کارخارجی} = H_c\Delta$$
$$= H_c h\alpha$$
$$\text{کار داخلی} = 2M_p\alpha$$

برای تعادل

$$H_c h\alpha = 2M_p\alpha \qquad (۳-۱۲)$$

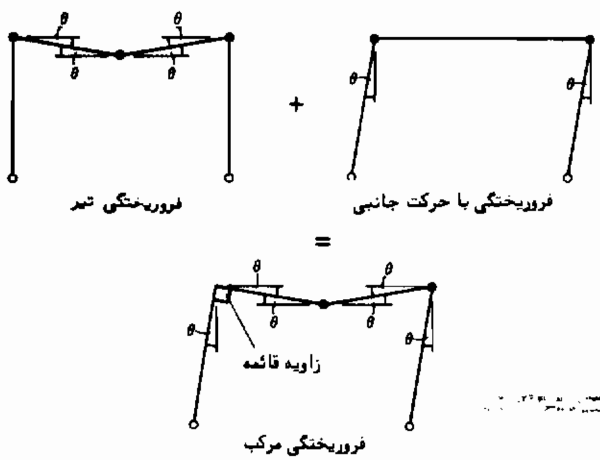
بنابراین در موقع فروریختگی

$$\frac{H_c h}{M_p} = 2 \qquad (۳-۱۳)$$

در این مکانیزم نیروی قائم کار انجام نمی‌دهد زیرا فرض می‌شود بالای ستونها بدون پایین آمدگی به‌طرف جانبی حرکت می‌کنند .

۳-۶-۲-۳ فروریختگی مرکب تیر و جانبی

امکان این حالت فروریختگی به‌نظربدیهی‌و روشن می‌آید ، ولی آیا مفهوم دارد ؟در واقع در حالت خاصی که دوران مجازی پایه در مکانیزمهای تیر و جانبی مساوی باشد یعنی $\theta = \alpha$ این فروریختگی با معنی است . در شکل ۳-۲۲ موضوع فوق نشان داده شده است .



شکل ۳ — ۲۲

دوران ستون سمت چپ و انتهای تیر سمت چپ طوری است که در محل اتصال اعضاء زاویه اتصال همچنان قائمه باقی می‌ماند . این بدان معناست که در آن نقطه دوران خمیری وجود ندارد .

بنابراین مفصل خمیری (و ظرفیت جذب کار آن) در محل تلاقی تیر و ستون سمت چپ از مکانیزمهای تیر و جانبی برداشته می‌شود . معادله کار برای مکانیزم فروریختگی مرکب با جمع کردن معادلات کار (معادلات ۳–۱۰ و ۳–۱۲) فروریختگی تیر و جانبی و سپس کم کردن از کار داخلی (کار انجام شده توسط مفصل حذف شده) به‌دست می‌آید .بنابراین

$$\frac{V_c L\theta}{2} + H_c h\theta = 4M_p\theta + 2M_p\theta - \underset{\text{تیر}}{M_p\theta} - \underset{\text{جانبی}}{M_p\theta}$$

کار خارجی + کار خارجی = کار داخلی + کار داخلی – کار داخلی در مفصلی
مکانیزم تیر مکانیزم جانبی مکانیزم تیر مکانیزم جانبی که حذف شده است

$$\frac{V_c L\theta}{2} + H_c h\theta = 4M_p\theta \qquad (۳–۱۴)$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{V_c L}{M_p} + \frac{H_c h}{M_p} = 4 \qquad (۳–۱۵)$$

روش فوق برای حذف مفصلهای خمیری درمکانیزمهای مرکب بسیار مهم است و بایستی کاملا" درک شود . این روش بعدا" به‌طور جامعتری برای تحلیل سازه‌های پیچیده‌تر مورد استفاده قرار خواهد گرفت .

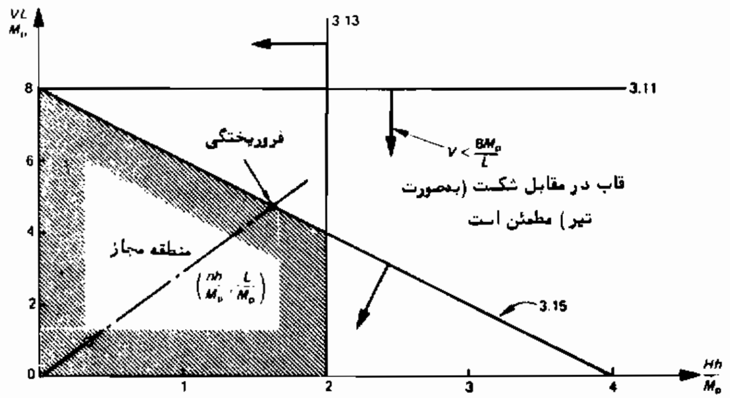
۳ – ۶ – ۲ – ۴ چه مکانیزمی محتملتر است ؟

پاسخ به این پرسش مشکل است ، زیرا مکانیزم فروریختگی واقعی بستگی به‌نسبت مقادیر نیروهای H و V دارد . به‌کمک معادلات ۳–۱۱ و ۳–۱۳ و ۳–۱۵ بارهایی که به ازای آنها مکانیزم ایجاد می‌شود به‌دست می‌آید . و می‌توان آنها را روی صفحه با محورهای مختصات VL/M_p و Hh/M_p رسم کرد همان‌طور که در شکل ۳–۲۳ به‌صورت سه خط مستقیم نشان داده‌شده است .

نمودار فوق یک *نمودار تقابلی* نامیده می‌شود (ID) .

به‌کمک نمودار تقابلی اطلاعات بیشتری در مورد قاب به‌دست می‌آید . معادله ۳–۱۱

بیان می‌کند که وقتی $VL/M_p = 8$ است مکانیزم تیر به‌وجود خواهد آمد. اگر V کمتر از $8M_p/L$ باشد شکست تیر در قاب به‌وجود نمی‌آید.



شکل ۳ ـ ۲۳

بحث فوق برای سایرمکانیزمها نیز قابل‌استفاده است و سطح هاشور زده داخلی‌نمودار تقابلی نشان دهنده محدوده ایمن است.

این سطح هاشور خورده را که محدوده مجاز گویند، (PR) نشان دهنده ترکیبهایی از V و H است که به‌ازای تشکیل هریک از مکانیزمها، سازه در مقابل فرورپختگی ایمن است. اگر V و H طوری باشند که نقطه روی حد مرزی PR واقع شود، فرورپختگی به‌وجود می‌آید. در این حالت‌خط مرزی ازخط مورب (معادله۳ـ۱۵) مربوط به‌مکانیزم مرکب وخط قائم (معادله۳ـ۱۳) مربوط به‌مکانیزم جانبی تشکیل می‌شود.

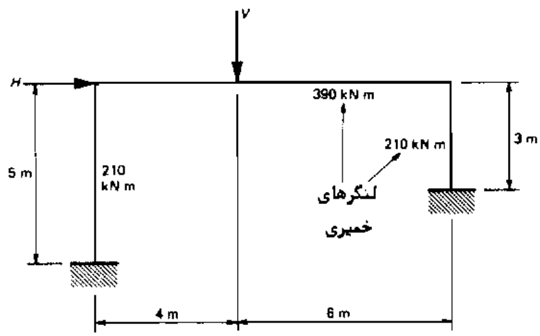
فرض کنید نسبت نیروها برابر با $V/H = 1/n$ باشد، فرورپختگی قاب چگونه است؟ فرض کنید که $V = 1$ است، بنابراین $H = n$ خواهد بود. نقطه $(nh/M_p, L/M_p)$ را درنمودار تقابلی ID در نظر بگیرید.

محل تلاقی خطی که از مبداء و نقطه($nh/M_p, L/M_p$) می‌گذرد و خط مرزی محدوده مجاز PR را قطع می‌کند. مکانیـزم فرورپختگی (مطابق شکل، مکانیـزم مرکب) و مقادیر V و H در فرورپختگی را مشخص می‌سازد (مطابق شکل $V = 4.75M_p/L, H = 1.625M_p/h$).

لزومی ندارد که همیشه محورهای مختصات و یا نمودار تقابلی ID برحسب مقادیر مثال فوق باشند و بایستی مناسبترین مقادیر را در نظر گرفت. در قسمت بعد برای آنها مقادیر دیگری داده شده است.

۳ ـ ۶ ـ ۳ قاب پرتال با تکیه گاههای گیردار

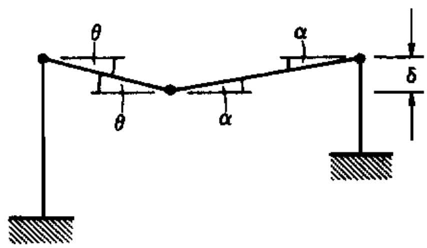
قاب زیر را درنظر بگیرید ،برخلاف مثال قبل ،دراین قاب، تکیه‌گاهها گیردار ،لنگرهای خمیری اعضاء متفاوت و شکل قاب پیچیده‌تر می‌باشد . این تفاوتها را درمحاسبات بایستی در نظر گرفت .



شکل ۳ ــ ۲۴

(الف) مکانیزم تیـر
با توجه به‌ابعاد هندسی این مکانیزم

$$\delta = 4\theta = 6\alpha$$



یعنـی

$\alpha = \frac{2}{3}\theta$ است .

در اتصال بین دو عضو ، مفصل خمیری در عضوی که لنگر خمیری آن کمتر است بـه وجود می‌آید . بنابراین معادله کار

$$V\delta = 210\theta + 390(\theta + \alpha) + 210\alpha$$
$$= 600\,(\theta + \alpha)$$

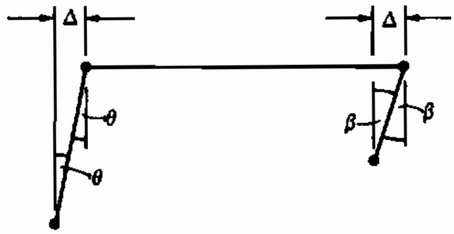
با جابجایی مقادیر α و δ داریم :

$$V \times 4\theta = 600\left(1+\frac{2}{3}\right)\theta$$

یعنی

$$V = 250 \text{ kN} \qquad (۳-۱۶)$$

(ب) مکانیزم جانبی



برای تشکیل این مکانیزم بایستی مفصلهای خمیری در بالا و پایین هر ستون به‌وجود آید .
با توجه به‌ابعاد قاب :

$$\Delta = 5\theta = 3\beta$$

یعنی

$$\beta = \frac{5}{3}\theta$$

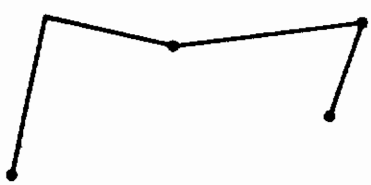
معادله تعادل عبارت است از:

$$H\Delta = 2 \times 210\theta + 2 \times 210\beta$$

$$H \times 5\theta = 420\left(1+\frac{5}{3}\right)\theta$$

$$H = 224 \text{ kN} \qquad (۳-۱۷)$$

(ج) مکانیزم مرکب



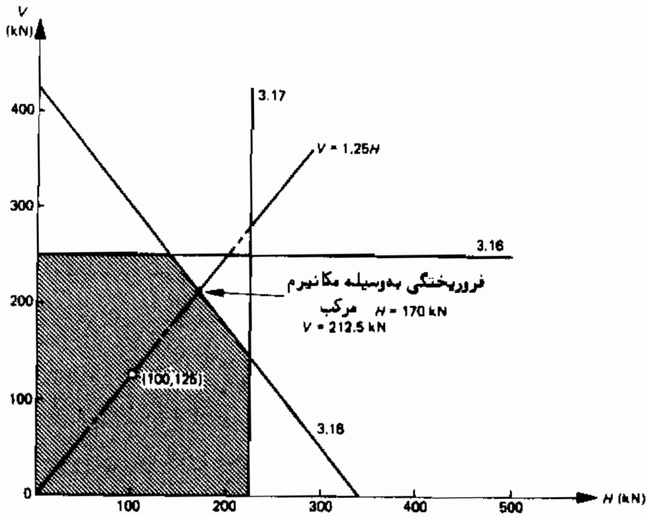
معادله تعادل عبارت است از:

$$V \times 4\theta + H \times 5\theta = 600\left(1+\frac{2}{3}\right)\theta + 420\left(1+\frac{5}{3}\right)\theta - 2.210\,\theta$$

یعنی

$$4V + 5H = 1700 \qquad (۳-۱۸)$$

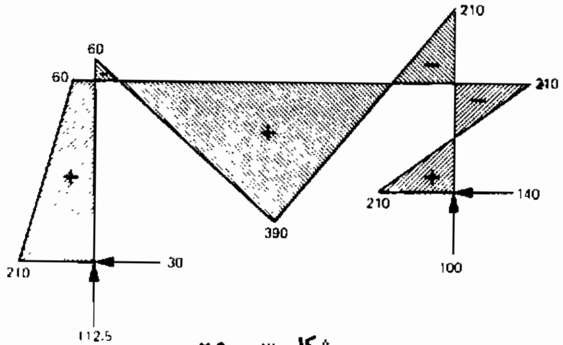
در این مثال اکنون می‌توان با استفاده از معادلات ۳-۱۶ الی ۳-۱۸ نمودار تقابلی ID را رسم کرد.



شکل ۳ ــ ۲۵

به‌ازای $V = 1.25H$ شکل فروریختگی کدام است؟ با فرض $H = 100$ kN، خواهیم داشت $V = 125$ kN، این نقطه را روی نمودار تقابلی رسم می‌کنیم.

نمودار تقابلی ID نشان می‌دهد که وقتی $H = 170$ kN و $V = 212.5$ kN است فروریختگی در اثر مکانیزم مرکب ایجاد می‌شود. دیاگرام لنگر خمشی BMD برای این ترکیب بارها در موقع فروریختگی اکنون قابل ترسیم است (به ضمیمه ج مراجعه شود).
عکس‌العملهای تکیه‌گاهها با توجه به BMD در شکل ۳-۲۶ نشان داده شده است. عکس‌ــ العملهای قائم دو ستون مساوی با نیروهای محوری هستند(۱۱۲/۵kN و ۱۰۰ kN) و نیروی محوری تیر از تفاضل عکس‌العملهای افقی به‌دست می‌آید(۱۱۰ kN)



شکل ۳ ـ ۲۶

همچنانکه در قسمت ۲ـ۵ـ۱ نشان داده شده است، این نیروها، لنگرهای خمیری‌موثر اعضاء را کاهش می‌دهند. اثر این کاهشها را با استفاده از لنگرهای خمیری کوچکتر و به‌وسیله تکرار معادلات کار می‌توان به‌دست آورد. با در نظر گرفتن اثرات فوق، مقادیر V و H نیز کاهش خواهند یافت. البته با انجام یک تکرار، کاهش در نیروهای اعضاء قابل مقایسه و ملاحظه است ولی سریعا" با ادامه کار تقارب حاصل می‌شود. برای محاسبه تغییر در لنگرهای خمیری موثر، اطلاعاتی در مورد مشخصات هندسی عضو لازم است. در این مثال لنگرهای خمیری مربوط به‌دو مقطع تیر یونیورسال[1] بوده است، این مقاطع ۶۶ UB ۱۶۵×۵۳۳ و ۵۴ UB ۱۶۵×۳۰۵ می‌باشندکه مشخصات هندسی آنها در مرجع ۲ داده شده است. نیروهای محوری لنگرهای خمیری را به‌ترتیب تا kN-m ۳۸۸ و kN-m ۲۰۸، وبارهای فروریختگی را تا H = ۱۶۸/۷ kN و V = ۲۱۰/۸ kN کاهش می‌دهند. کاهش دربار فروریختگی تنها ۰/۸ درصد است. در این مثال و برای قابهای معمولی یک طبقه، نیروهای محوری قابل اغماض می‌باشند. اما در قاب چند طبقه که نیروهای محوری درستونهای پایین خیلی زیاد است، کاهش در بار فروریختگی می‌تواند قابل ملاحظه باشد.

۳ ـ ۶ ـ ۴ قاب شیبدار

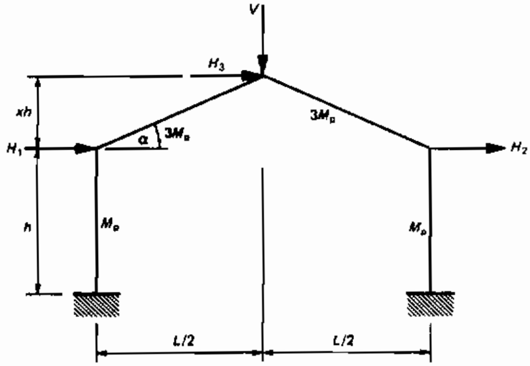
یک قاب شیبدار متقارن نمونه در شکل ۳ـ۲۷ نشان داده شده است. چنین قابی برای ساختمانهای کارخانه و انبار بسیار معمول است. از شیبها برای تخلیه آب باران استفاده می‌شود ولی اهمیت بیشتر آنها در امکان افزایش دهانه‌هاست. تحلیل این نوع از سازه‌ها

---

۱ ـ مربوط به استاندارد کشور انگلستان (مترجم)

1 — universal

پیچیده‌تر از قاب پرتال مستطیلی می‌باشد . زیرا مکانیزم تیر معمولی نمی‌توانـد در شیبها به‌وجود آید .



شکل ۳ــ ۲۷

شکل ۳ــ۲۸ الف مفصلهای لازم برای مکانیزم تیر را نشان می‌دهـد . اگر شیب AB مطابق شکل ۳ــ۲۸ ب حول نقطه A دوران کند ، نقطه B به‌طور قائم و افقی حرکت می‌کند .

$$\delta_h = AB' \cos(\alpha - \theta) - AB \cos \alpha$$

از آنجا که $AB' = AB = l$ می‌باشد

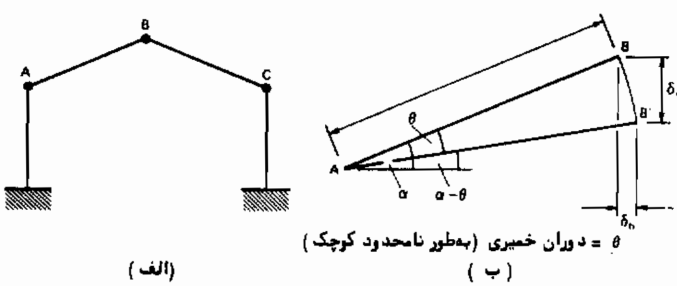
$$\delta_h = l \cos \alpha \cos \theta + l \sin \alpha \sin \theta - l \cos \alpha$$

برای زوایای کوچک $\cos \theta = 1$ و $\sin \theta = \theta$ ، بنابراین

$$\delta_h = l \cos \alpha + l (\sin \alpha)\, \theta - l \cos \alpha$$

$$= l (\sin \alpha)\, \theta \qquad (۳-۱۹)$$

$$= xh\theta \qquad (۳-۲۰)$$



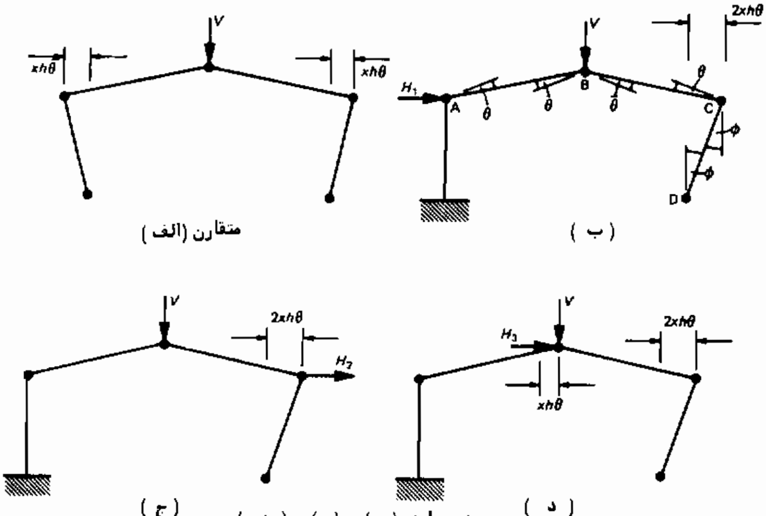
شکل ۳ــ ۲۸

به‌طــور مشابه

$$\delta_v = AB \sin \alpha - AB' \sin (\alpha - \theta)$$
$$= l \sin \alpha - l \sin \alpha \cos \theta + l \cos \alpha \sin \theta$$
$$= l (\cos \alpha)\, \theta = \frac{L}{2} \theta \qquad (۲۱-۳)$$

با استفاده از معادلات ۳ــ۲۰ و ۳ــ۲۱ تغییر مکانهای افقی و قائم نقطه B برحسب دوران خمیری θ به‌دست می‌آید.

خیز افقی حاصل‌ضرب تصویر قائم AB در مقدار دوران خمیری و همین‌طور خیــز قائم حاصلضرب تصویر افقی AB در مقدار دوران خمیری است. از اینرو خیز قائم می‌باید مساوی با خیز یک تیر با همان دهانه باشد. این وضعیت در شیب AB نیز وجود دارد. برای آنکه یک مکانیزم تیر به‌وجودآید نقاط A و C بایستی به‌اندازهٔ $2xh\theta$ جابجا شدند. چنین‌حالتی وقتی امکان‌پذیر است که مفصلهای اضافی در ستونها ایجاد شود. حالتهای مختلف ممکنــه در شکل ۳ــ۲۹ نشان داده شده است، کار داخلی در هر حالت یکسان است.



شکل ۳ ــ ۲۹

با استفاده از شکل ب و لنگرهای خمیری شکل ۳ــ۲۵ به‌عنوان مثال

تغییر مکان افقی C $= 2xh\theta = h\phi$

یعنـــی

$$\phi = 2x\theta$$

$$\text{کار داخلی} = M_p\theta + 3M_p \times 2\theta + M_p(\theta + \phi) + M_p\phi$$

(مفصل در D) (مفصل در C) (مفصل در B) (مفصل در A)

$$= 8M_p\theta + 2M_p\phi$$

با جابجایی مقدار ϕ

$$\text{کار داخلی} = 4M_p(2 + x)\theta$$

بدیهی است که (ج) و (د) مشابهند . حالت (الف) را نیز می‌توان کنترل کرد تفاوت اساسی دیگری نیز بین این مکانیزم و مکانیزم تیر وجود دارد . این تفاوت در کـار خارجی است ، که برای حالات (الف) تا (د) متفاوت می‌باشد .

(مانند مکانیزم تیر) $\text{کار خارجی} = VL\theta/2$ حالت (الف) ، (ب)

$\text{کارخارجی} = VL\theta/2 + H_2 \times 2xh\theta$ حالت (ج)

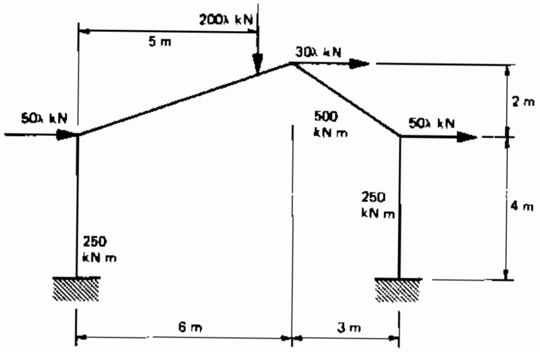
$\text{کار خارجی} = VL\theta/2 + H_3 \times xh\theta$ حالت (د)

بسته به‌موقعیت نیروهای افقی ، در این مکانیزم هردو نیروهای افقی و قائم ممکن است کـار انجام دهنـد .

در واقع نیروهای افقی تعیین کننده نوع مکانیزم می‌باشند . بنابراین مکانیزم (الف) فقط با نبودن نیروهای افقی به‌وجود می‌آید (وقتـی که قاب کاملا" متقارن است) . حـالـت (ب) به دلیل نگهداری نقطه A توسط H_1 و حالات (ج) و (د) در اثر کشیده شـدن C و B به‌طور جانبی توسط نیروهای H_2 و H_3 به‌وجود می‌آیند . براساس اصل بقاء انرژی شـرح دقیقتری وجود دارد که خواننده می‌تواند آن را مطالعه کند .

در معادله ۳ـ۱۹ تغییر مکان افقی در عضو شیبدار برحسب دوران خمیری بـه دست می‌آید . در یک قاب مستطیلی ، زاویه α صفر است (یعنی تیر افقی است) بنابـر این هیـچ حرکت افقی وجود ندارد . کار داخلی اضافی ناشی از بازشدگی دهانه در بالای ستونهـای قاب شیبدار باعث می‌شود که مقاومت بیشتری نسبت به‌یک قاب مستطیل با همـان دهانه مشابه به‌وجود آید که نقطه قوّتی برای قابهای شیبدار بشمار می‌آید .

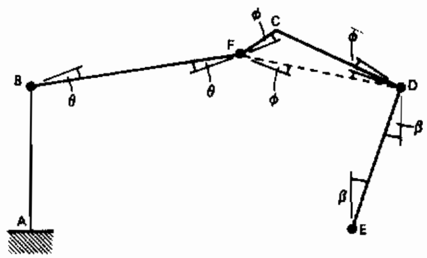
تا اینجا بحث راجع به‌قابهای شیبدار متقارن بوده است . در واقع قابهای نا متقـارن نیز به‌روش فوق قابل بررسی می‌باشد که در مثال زیر نشان داده شده است .



شکل ۳ — ۳۰

قابی‌که بایستی تحلیل‌شود در شکل ۳ــ۳۰ نشان داده شده‌است. در موقع فروریختگی لازم است مقدار ضریب بار λ تعیین گردد. همچون گذشته سه مکانیزم باید در نظر گرفته شود، مکانیزم قاب شیبدار (بجای مکانیزم تیر)، مکانیزم جانبی، و بالاخره مکانیزم مرکب.

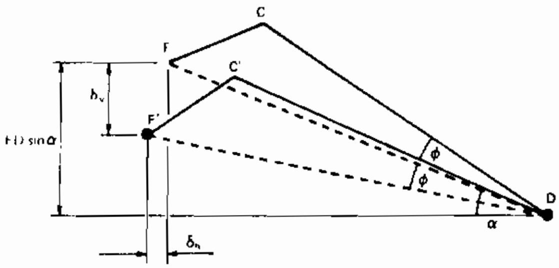
(۱) مکانیزم قاب شیبدار.



طبق روال‌معمول وضعیت مفصلها در شکل نشان داده شده‌است. شکستگی عضو FCD، کار را مشکل می‌کند. معادلات ۳ــ۱۹ تا ۳ــ۲۱ برای عضو مستقیم به‌دست آمده‌اند. در اینجا، شکل FCD به‌هیچ وجه تغییر نمی‌کند زیرا تمام تغییر شکلها در مفصلها به‌وجود می‌آیند. در شکل ۳ــ۳۱ حرکت FCD نشان داده شده‌است. تغییر شکلهای افقی و عمودی‌ناشی‌از دوران خمیری ϕ در D عبارت است از:

$$\delta_h = FD \sin \alpha\phi \qquad (۳-۲۲)$$

$$\delta_v = FD \cos \alpha\phi \qquad (۳-۲۳)$$



شکل ۳ — ۳۱

که مشابه معادلات ۳–۱۹ و ۳–۲۱ می‌باشند. با استفاده معادلات ۳–۱۹ الی ۳–۲۳، تغییر مکان بارهای متمرکز در قاب به‌دست می‌آید.

$$\delta_{v_F} = 5\theta = 4\phi$$

$$\delta_{h_F} = \frac{5}{6} \times 2\theta = \frac{5}{3}\theta$$

$$\delta_{h_D} = \frac{5}{3}\theta + \frac{5}{6} \times 2\phi = \frac{5}{3}\theta + \frac{5}{3} \times \frac{5}{4}\theta = \frac{45}{12}\theta$$

$$\delta_{h_C} = \delta_{h_D} - 2\phi = \frac{45}{12}\theta - 2 \times \frac{5}{4}\theta = \frac{5}{4}\theta$$

(لازم به‌یادآوری است که تغییر مکانهای افقی حاصل‌ضرب تصویر قائم عضو دردوران خمیری می‌باشند) بنابراین معادله کار عبارت است از:

$$200\lambda\delta_v + 30\lambda\delta_{h_C} + 50\lambda\delta_{h_D} = 250\theta + 500\theta + 500\phi + 250(\phi + \beta) + 250\beta$$

بخاطر داریم که δ_{h_D} مساوی 4β می‌باشد، با جابجایی ϕ و β خواهیم داشت:

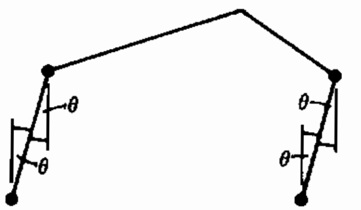
$$200\lambda 5\theta + 30\lambda\frac{5}{4}\theta + 50\lambda\frac{45}{12}\theta = 750\theta + 750\frac{5}{4}\theta + 500\frac{45}{48}\theta$$

$$\left(1000 + \frac{150}{4} + \frac{375}{2}\right)\lambda = 750 + \frac{3750}{4} + \frac{22500}{48}$$

$$\frac{9800}{8}\lambda = \frac{17250}{8}$$

$$\lambda = 1.76$$

(۲) *(مکانیزم جانبی)*



از آنجا که تغییر شکل در مفصلها تنها در اثـر دوران خمیری به‌وجود می‌آید ، نقاط B و C و D در اثر همان مقادیر بایستی به‌طور جانبی حرکت کنند .

$$(50 + 30 + 50)\lambda 4\theta = 4 \times 250 \times \theta$$

$$520\lambda = 1000$$

$$\lambda = 1.92$$

(۳) مکانیزم مرکب

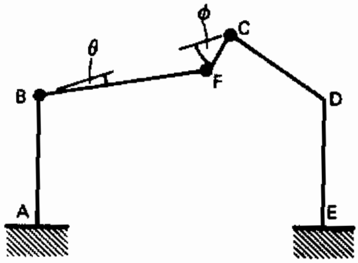
$$\left(\frac{9800}{8} + 520\right)\lambda\theta = \frac{17250}{8}\,\theta + 1000\theta - 500\theta$$

$$\frac{13960}{8}\lambda = \frac{21250}{8}$$

$$\lambda = 1.52$$

محاسبات نشان می‌دهد که مکانیزم مرکب به‌ازای کمترین مقدار ضریب بار به‌وجود می‌آیـد . این مکانیزم بحرانی‌ترین حالت برای قاب است ، و ضریب بار مربوطه (۱/۵۲ دراین‌حالت) "ضریب *بار* فروریختگی" نامیده می‌شود .

در تحلیل قابهای شیبدار به دقت و ملاحظه خاصی نیاز است . در خاتمـه لازم است به نکته زیر توجه شـود . در مثال قبل در واقع یک مکانیزم محتمل دیگر نیز وجـود دارد و آن مکانیزم تیر در شیب سمت چپ است .



نقاط B و C در این مکانیزم حرکت نمی‌کنند . BC مانند تیر عمل می‌کند و نقطه F عمود بر BC حرکت می‌نماید . با توجه به‌ابعاد مکانیزم .

$$BF \times \theta = FC\phi$$

و

$$BF = 5/\cos\alpha$$

$$FC = 1/\cos\alpha$$

بنابراین

$$5\theta = \phi$$

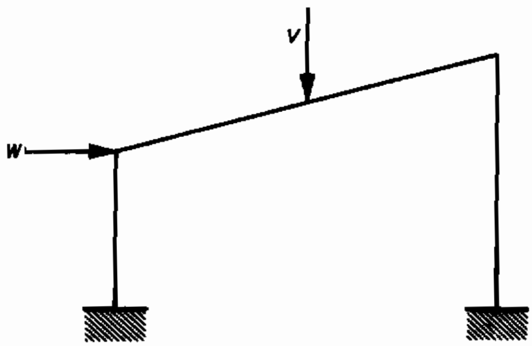
با توجه به معادله کار

$$200\lambda 5\theta = 250\theta + 500(\theta + \phi) + 500\phi$$

$$1000\lambda = 250 + 500 \times 6 + 500 \times 5$$

$$\lambda = 5.75$$

با توجه به کار داخلی طول‌مسیر طی شده توسط بار 5θ یعنی حرکت قائم F می‌باشد .



شکل ۳ ــ ۳۲

در قاب شیبدار این مکانیزم محتمل نیست ولی نشان می‌دهد که در قابی مانند شکل ۳ـ۳۲ در مورد مکانیزم تیر چگونه بایستی عمل کرد .

۳ ـ ۶ ـ ۵ جمع‌بندی روش کار مجازی

مراحل لازم در روش کار مجازی عبارت است از :

(۱) تعیین مکانیزم‌های فروریختگی و اعمال دورانهای مجازی در مفصلها .

(۲) برای هر مکانیزم ، با استفاده از ابعاد مکانیزم ، تعیین مقادیر نسبی دورانهای خمیری و مسافتهای طی شده توسط بارها .

(۳) استفاده از معادله کار برای هر مکانیزم . بایستی بتوان مقادیر دورانهای مجازی را حذف کرد .

(۴) مرحله نهایی بستگی به‌نتیجه حاصله از تحلیل دارد .

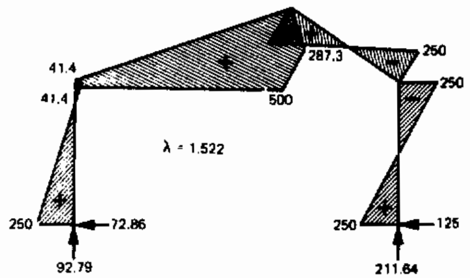
(الف) اگر بارها به‌صورت پارامتری داده شده باشند (برای مثال V و H) یک نمودار تقابلی برای تعیین چگونگی فروریختگی سازه رسم می‌شود .

(ب)اگر مقادیر نسبی بارهای مختلف داده شده باشند و مقادیر مطلق توسط ضریب بار (λ) تعیین شوند ، λ برای هر مکانیزم محاسبه می‌شود، مکانیزم بحرانی کمترین‌ضریب بار را دارا می‌باشد .

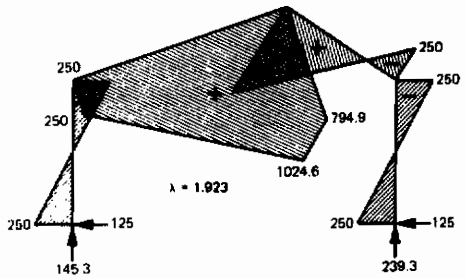
۳ ـ ۷ جمع بندی

در اولین قسمت این فصل نتایج حاصله از بخشهای ۱ و ۲ ذکر و در مورد قابها‌به‌کار برده شد و زمینه قبلی لازم در مورد نظریه‌های تحلیل خمیری فراهم گردید . این نظریه‌ها پایه‌ای برای روشهای تعیین بارهای فروریختگی بشمار می‌روند . در قسمت دوم روشهای لنگرهای خمشی واکنش و آزاد و کار مجازی تشریح گردید . باقیمانده بخش مطابقت کردن روشها با زمینه‌های نظریهای آنها بوده است تا محدودیتهای آنها نیز نشان داده شود .

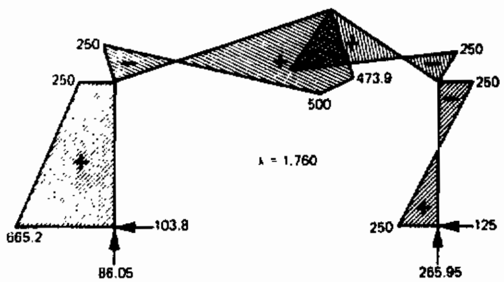
مثالهای این بخش شامل چه محاسباتی بوده است؟ در ابتدا تمام مکانیزمهای فرو ریختگی‌ممکن‌تعیین و سپس بارهایی‌که به‌ازای‌آنها مکانیزم به‌وجودمی‌آید محاسبه شده‌اند . در آخرین مثال قاب شیبدار ، از نظریهٔ کرانه بالایی نیز استفاده گردید (بدون آنکه ذکر شود) .نمودارهای لنگرخمشی‌برای هرمکانیزم در شکل ۳ـ۳۳ نشان داده شده است .ملاحظه می‌شود که مکانیزمهای قاب شیبدار و جانبی شرط تسلیم را برآورده نمی‌سازند. در نتیجه برای ضریب بار فروریختگی‌کرانه بالایی به‌دست‌می‌آید، فقط نمودار لنگر خمشی‌برای مکانیسم مرکب تمام سه شرط را برآورده می‌کند .



(الف) مرکب



(ب) جانبی



(ج) شیبدار

شکل ۳ — ۳۳

در هر دو روش فوق لازم است تمام مکانیزمهای ممکنه آزمایش گردد این موضوع باعث محدود شدن استفاده از روشها می‌شود. در هریک از مثالهای بخش تعداد مکانیزمهای ممکنه نسبتا" کم بود بنابراین مشکلی بوجود نیامد. درقابهای پیچیده‌تر تعداد مکانیزمهای ممکنه بسیار زیاد خواهد بود و تقریبا" غیر ممکن است که یک یک آنها رسم و محاسبه شود و از آنجا که هیچ تضمینی برای پیدا کردن مکانیزم فروریختگی وجود ندارد، تحلیل مشروح فوق غیر قابل استفاده می‌گردد.

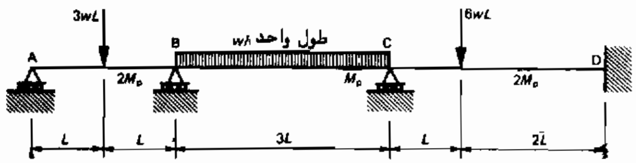
روشهای فوق به‌طور موثر محدود به‌تیرها و قابهای یک دهانه و یک طبقه می‌شوند. روشی بنام " تحلیل حدی" وجود دارد که بر اساس روش کار مجازی بوده و مشکل فوق‌را مرتفع می‌سازد. این روش در بخش بعد تشریح می‌شود.

نکته دیگر قابل توجه این است که بجز در تیر مربوط به قسمت ۳ـ۵ـ۵ مثالها درمورد سازه‌های با بار متمرکز بوده‌اند. سازه‌های واقعی معمولاً تحت بارهای گسترده قراردارند. در قسمت ۳ـ۵ـ۵ این حالت نشان داده شد. با توجه به اینکه مفصل داخلی در نقطه حداکثر لنگر خمشی به‌وجود می‌آید، تحت بارهای گسترده تعیین محل آن به‌سادگی امکان‌پذیر نمی‌باشد. همچنین تعیین مکانیزم فروریختگی واقعی مشکل است و بنابراین بایستی از تحلیل حدی استفاده شود.

۳ ـ ۸ مسایل

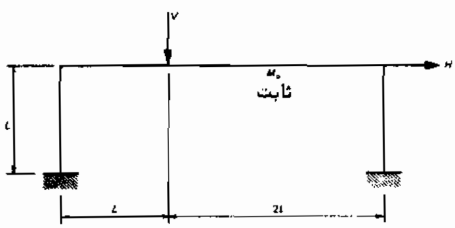
۳ـ۸ـ۱ بار نهایی تیری‌یکسر گیردار، یکسر مفصل‌به‌دهانه L را که‌به‌صورت گسترده‌یکنواخت با مقدار w در واحد طول اعمال می‌شود محاسبه کنید. فرض کنید که لنگر خمیری تیر ثابت و برابر M_p است.

۳ـ۸ـ۲ بار فروریختگی تیر پیوسته شکل ۳ـ۳۴ را محاسبه کنید. دهانه بحرانی‌کدام است.



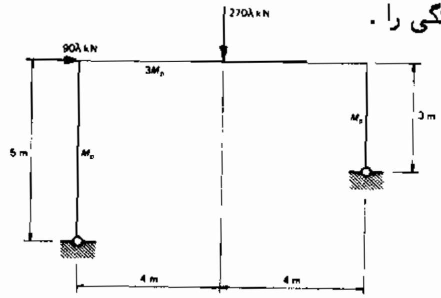
شکل ۳ ـ ۳۴

۳ـ۸ـ۳ نمودار تقابلی را برای‌فروریختگی قاب پرتال شکل ۳ـ۳۵ رسم کنید. فرض کنید V و H به‌طور مستقل از یکدیگر تغییر می‌کنند.



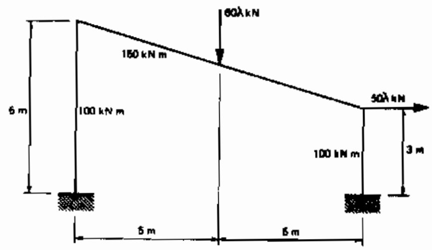
شکل ۳ ـ ۳۵

۳-۸-۴ قاب پرتال با تکیه‌گاههای مفصلی مطابق شکل ۳-۳۶ بارهای قائم و افقی را تحمل می‌کند . اگر M_p برابر با ۳۰۰ kNm باشد ، تعیین کنید .
(الف) مکانیزم فروریختگی بحرانی ، (ب) ضریب بار مربوط به فروریختگی و (ج) نمودار لنگرخمشی در فرو ریختگی را .



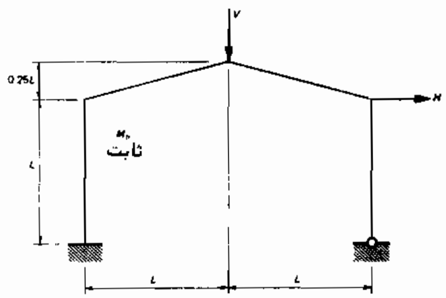
شکل ۳ ــ ۳۶

۳ ــ۸ــ۵ مقدار λ مربوط به‌فرو ریختگی قاب نشان داده شده در شکل ۳ــ۳۷ را تعیین‌کنید . نمودار لنگرخمشی‌را در موقع فروریختگی رسم کنید .



شکل ۳ ــ ۳۷

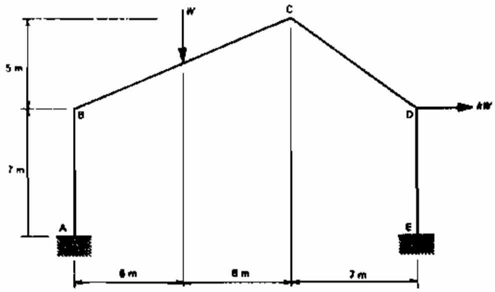
۳ــ۸ــ۶ نمودار تقابلی را برای فرو ریختگی قاب شیبدار شکل ۳ــ۳۸ رسم کنید . فرض کنید که V و H مستقل از یکدیگر تغییر می‌کنند . بارها و مکانیزمهای فروریختگی در حالتی که $V = H$ و $V = 5H$ است کدامند ؟



شکل ۳ ــ ۳۸

۳ـ۸ـ۷ قاب شیبدار شکل ۳ـ۳۹ در ابتدا برای تحمل بار منفرد قائم $2W$ واقع در محل تلاقی شیبهای BC و CD طرح شده است ، لنگر خمیری M_p برای ستونها و تیرهای شیبدار مساوی می‌باشد .

قاب برای بارهای مشخص شده درشکل مجدا" طرح شده است . اگر لنگر خمیری ستونها اکنون ۷۵ درصد مقدار اولیه کاهش داده‌شود مقدار k را طوری پیدا کنید که‌سازه ایمن‌باشد .



شکل ۳ ـ ۳۹

٤

تحلیل حدی

۴ ـ ۱ مقدمه

تحلیل حدی ربطی به‌فلسفه طراحی حالت حدی ندارد . شاید باعث تعجب شود که این فصل با یک چنین عبارتی آغاز می‌گردد ،لیکن اشتباه گرفتن آنها با یکدیگر بسیارمعمول است . روش حالت حدی روشی است که در مورد طراحی سازه‌های بتن‌آرمه ابداع شده است این روش در آیین نامه CP 110 (۵)واخیرا" در مورد سازه‌های فولادی در پیش نویس B/20 استاندارد طراحی کارهای فولادی آمده است (۶) .تحلیل حدی یک روش قوی برای تعیین مقدار یا محدوده‌ای از ضریب بار فروریختگی سازه با استفاده از نظریه خمیری می‌باشد .

محدودیت اصلی در این روش نسبی بودن اجباری بارها است بنابراین مقادیرنسبی بارهای منفردثابت بوده و مقادیر مطلق به‌وسیله ضریب بار λ تعریف می‌شوند برای ترکیبهای مختلف بارها محاسبات را جداگانه می‌توان انجام داد .

روش تحلیل به‌شرح زیر است .

۱ ـ یک‌مکانیزم فروریختگی‌حدس زده‌می‌شود و ضریب‌بار λ برای‌مکانیزم‌تعیین می‌گردد عموما" این مکانیزم ، مکانیزم فروریختگی واقعی نخواهد بود بنابراین با توجه به نظریه کرانه بالایی .

$\lambda \geqslant \lambda_c$ می‌شود .

۲ ـ نمودار لنگر خمشی (BMD) متناسب با مقدار λ و مکانیزم فرضی تعیین می‌گردد . اگر λ کرانه بالایی باشد ، در سازه نقاطی وجود خواهد داشت که‌لنگرهای خمشی از لنگر خمیری بزرگتر خواهد بود .

۳ ـ بارها و لنگرهای‌خمشی به‌یک اندازه کاهش داده می‌شود تا اینکه تمام لنگرهای خمشی‌کمتر یا مساوی با لنگر خمیری شوند . این کار با کاهش λ تا مقدار λ_1 انجام می‌گیرد .

در این مرحله مقدار لنگر خمشی در محل مفصلهای اولیه از لنگر خمیری کمتر خواهد شد، از اینرو این مفصلها و در نتیجه مکانیزم دیگر وجود نخواهند داشت. این بدان معنی است که در این مرحله نمودار لنگر خمشی شرایط تعادل و تسلیم را برآورده کرده اما شرط مکانیزم برآورده نشده است. در این حالات نظریه کرانه پایینی بیان می‌دارد.

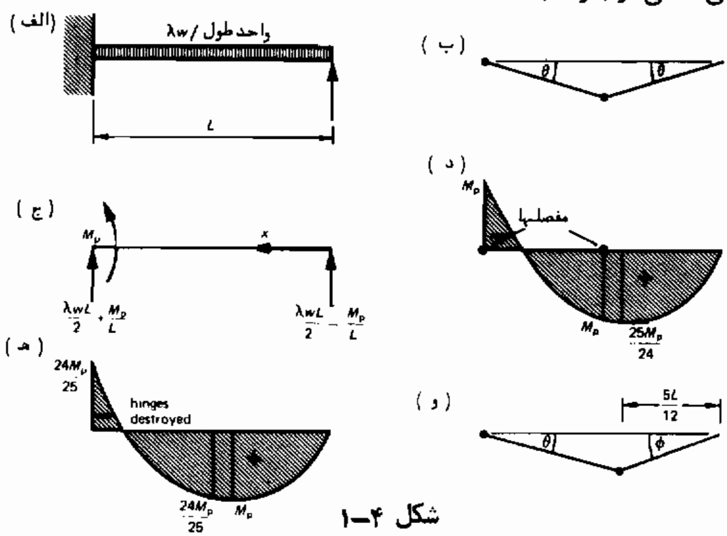
که $\lambda_r \leqslant \lambda_c$

۴ ــ مقدار λ_c در محدوده زیر قرار می‌گیرد.

$$\lambda_r \leqslant \lambda_c \leqslant \lambda$$

در عمل هرچه این محدوده به‌اندازه کافی کوچک باشد بهتر است، اگر چنین نشد یک مکانیزم فروریختگی جدید انتخاب می‌شود و مراحل (۱) تا (۴) تکرار می‌گردد.

مرحله (۳) ممکن است باعث سوء تفاهم گردد. وقتی که لنگرهای خمشی اولیه به یک اندازه همچون بارها کاهش یافتند، بایستی با بارها در حال تعادل باقی بمانند و شرط تسلیم را برآورده سازند. از اینرو ضریب بار جدید λ_r ضوابط نظریه کرانه پایینی را برآورده می‌سازد. غیر ممکن است که لنگرهای خمشی تجدید نظر شده با لنگرهای خمشی که از تحلیل سازه تحت اثر بارهای با ضریب λ_r به‌دست می‌آیند مساوی باشند. زیرا لنگرهای خمشی تجدید نظر شده به‌طریقی حاصل از توزیع مجدد لنگر در اثر تشکیل مفصلهای خمیری می‌باشند که این مفصلها در تحلیل واقعی وجود ندارند. این موضوع درستی روش را نفی نمی‌کند. در نظریه کرانه پایینی تنها لازم است توزیع لنگرهای خمشی طوری باشد که شرایط تسلیم و تعادل برآورده شود و لذا لزومی ندارد که لنگرهای خمشی مربوطه، لنگرهای واقعی ناشی از بارها باشند.



شکل ۴ــ۱

این موضوع در شکل ۴ــ۱ الف توسط یک تیر یکسر گیردار و یکسر مفصل تحت بار یکنواخت نشان داده می‌شود . بدون در نظر داشتن اطلاعات گذشته ، فرض در نظر گرفتن مفصل در تکیه‌گاه گیردار و وسط دهانه ،فرض مناسبی است مطابق شکل ۴ ــ ۱ ب معادله کار عبارت است از :

$$\lambda w \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2}\,\theta = 3M_p\theta$$

$$\lambda = \frac{12M_p}{wL^2} \qquad (۱-۴)$$

با استفاده از عکس‌العملهای شکل ۴ــ۱ ج نیروهای برشی در نقطه‌ای مانند x برابر است با :

$$N = -\frac{\lambda wL}{2} + \frac{M_p}{L} + \lambda wx$$

و در نقطه‌ای که نیروی برشی صفر است داریم :

$$\lambda wx = \frac{\lambda wL}{2} - \frac{M_p}{L}$$

با جابجایی در معادله ۴ــ۱ داریم :

$$\frac{12M_p x}{L^2} = \frac{6M_p}{L} - \frac{M_n}{L}$$

یعنی

$$x_{crit} = \frac{5L}{12} \qquad (۲-۴)$$

لنگرخمشی در نقطه x می‌شود .

$$M = \left(\frac{\lambda wL}{2} - \frac{M_p}{L}\right)x - \frac{\lambda wx^2}{2}$$

و با جابجایی معادلات ۴ــ۱ و ۴ــ۲ در معادله فوق لنگرخمشی حداکثر به‌دست می‌آید .

$$M_{max} = \left(\frac{6M_p}{L} - \frac{M_p}{L}\right)\frac{5L}{12} - \frac{6M_p}{L^2}\left(\frac{5L}{12}\right)^2$$

$$= \frac{25M_p}{12} - \frac{25M_p}{24}$$

$$= \frac{25M_p}{24}$$

با کاهش مقدار λ تا λ_r مقدار M_{max} تا M_p کاهش می‌یابد که.

$$\lambda_r = \frac{24}{25} \times \frac{12M_p}{wL^2}$$
$$= \frac{11.52M_p}{wL^2} \qquad (۴-۳)$$

بنابراین

$\frac{11.52M_p}{wL^2} \leqslant \lambda_c \leqslant \frac{12M_p}{wL^2}$ خواهد بود.

این محدوده به‌اندازه کافی کوچک است ولی می‌توان کار را ادامه داد. با درنظر گرفتن یک مفصل در تکیه‌گاه گیردار و یکی به‌فاصله $5L/12$ از تکیه‌گاه دیگر، یعنی در محل بزرگترین لنگرخمشی درمکانیزم قبل می‌توان مکانیزم را درست‌تر انتخاب کرد. محاسبات نشان می‌دهد که:

$\lambda = \frac{11.66M_p}{wL^2}$ است.

وقتی $x = 0.4142L$ باشد، نیروی برشی صفر است و خواهیم داشت.

$M_{max} = M_p$ (با سه رقم اعشاری)
$\lambda_c = \lambda$

نتایج را می‌توان وارسی‌کرد. علاوه‌بر تشریح مفهوم تحلیل حدی، این مثال نشان داد که خطای مربوط به‌گرفتن مفصل در وسط دهانه‌ای که تحت بارگذاری یکنواخت است نمی‌تواند احتمالا" زیاد باشد (در این مثال خطا سه درصد بود) و محاسبات مربوط به مکانیزم دوم صرفا" به‌خاطر افزایش جزئی دقت، طولانی و خسته کننده می‌باشد.

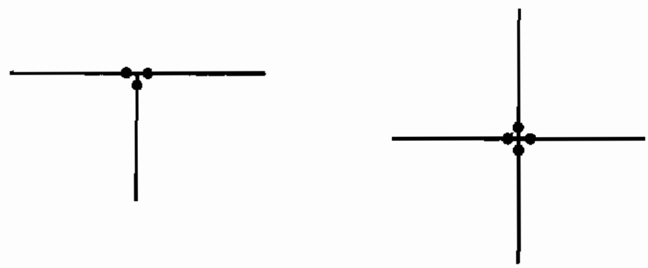
حدس زدن مکانیزم فروریختگی کاملا" مجاز است ولی در سازه‌ای که برای آن بیش از ۲۰ مکانیزم ممکنه وجود دارد شانسی است.

۴ ـ ۲ مکانیزمهای اصلی

مثالهای فصل ۳ شامل چهار نوع مکانیزم فروریختگی می‌باشد مکانیزمهای تیر، جانبی و قاب شیبدار و ترکیبی از این مکانیزمها. مکانیزمهای تیر ـ جانبی و قاب شیبدار و همچنین مکانیزم مفصل را "*مکانیزمهای اصلی*" گویند. در سازه‌های بزرگتر هر

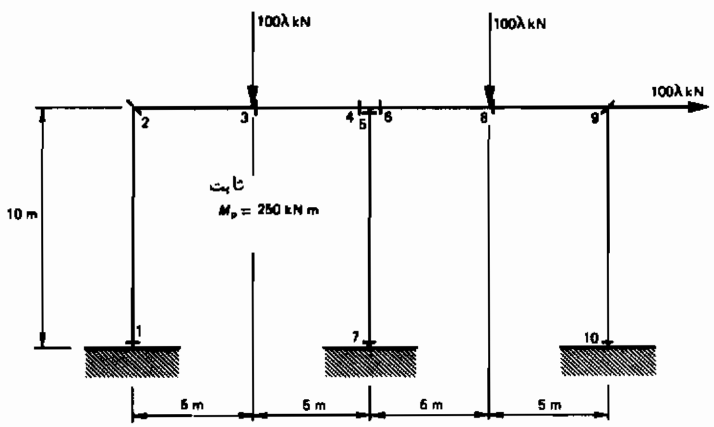
مکانیزم به‌وسیله ترکیبی از مکانیزمهای اصلی به‌دست می‌آید .

مکانیزم مفصل در هر اتصالی‌که مساوی یا بیش از سه‌عضو ازآن می‌گذردتشکیل می‌شود. مطابق شکل ۴-۲ وقتی در انتهای‌کلیه اعضای منتهی به‌اتصال ، مفصل خمیری‌ایجاد می‌گردد، مکانیزم مفصل به‌وجود آمده و سپس اتصال خودبه‌خود نسبت به‌اعضا دوران می‌کند .مکانیزم مفصل بدون اعمال هرگونه بار خارجی در مفصل تشکیل می‌شود ، بنابراین هیچ معادله‌کاری نمی‌توان نوشت و هیچ ضریب باری محاسبه نمی‌شود . فعلا" تجسم و درک این موضوع شاید کمی مشکل باشد ، ولی درآینده موارد استفاده آن روشنتر خواهد شد .



(الف) مفصل با سه عضو   (ب) مفصل یا چهار عضو

شکل ۴ ــ ۲



شکل ۴ ــ ۳

مکانیزمهای اصلی شروع خوبی برای تحلیل یک قاب می‌باشد و برای پیدا کردن‌تعداد مکانیزم اصلی قاب روش ساده‌ای وجود دارد . یک قاب دو دهانه در شکل ۴ــ۳ نشان داده شده و درآن نقاطی که درآنها مفصل خمیری ایجاد می‌شود مشخص شده است . تعدادنقاط

را p در نظر می‌گیریم ($p=10$ در شکل ۴ــ۳) . اگر در هریک از این نقاط لنگر خمشی معلوم باشد می‌توان نمودار لنگرخمشی را رسم کرد بنابراین تعداد p مجهول وجود دارد . به‌ازای هریک از m مکانیزم اصلی یک معادله مستقل وجود دارد که در آن لنگرهای مفصلها بر حسب بارهای وارده به‌دست می‌آیند . از آنجا که p مجهول و m معادله وجود دارد .

$p - m = r$ می‌شود .

که r درجه نامعینی قاب می‌باشد . p به‌راحتی و با شمارش به‌دست می‌آید ، r مطابق مطالب ضمیمه ب به‌دست می‌آید و تعداد مکانیزمهای مستقل به‌کمک معادله زیر حاصل می‌شود

$$m = p - r \tag{۴ - ۴}$$

برای قاب شکل ۴ــ۳ نامعینی برابر $r=6$ می‌باشد ، بنابراین $m=4$ خواهد بود ، چهار مکانیزم به‌راحتی قابل تشخیص است ، دو مکانیزم تیر ، یک مکانیزم مفصل و یک مکانیزم جانبی .

۴ ــ ۳ ترکیب مکانیزمها

مکانیزمهای اصلی حالتهایی احتمالی برای مکانیزم فروریختگی می‌باشند و از هرکدام می‌توان یک ضریب بار فروریختگی فرضی به‌دست آورد . سایر مکانیزمها به‌وسیله ترکیبی از چند مکانیزم اصلی به‌دست می‌آیند . از هر مکانیزم جدید نیز یک ضریب بار فروریختگی فرضی به‌دست می‌آید . با توجه به‌نظریه کرانه بالایی کمترین مقدار حاصله ضریب بار فروریختگی واقعی نزدیکتر است . برای کنترل هر مکانیزم رسم نمودار لنگرخمشی ضروری به‌نظر نمی‌رسد ولی کنترل مکانیزم مربوط به‌کمترین ضریب بار لازم است . کنترل مذکور بدین‌منظور انجام می‌شود تا مکانیزم فروریختگی واقعی و ضریب بار تعیین و یا محدوده‌ای برای ضریب بار فروریختگی مشخص گردد .

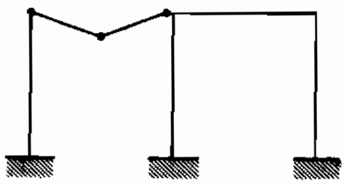
ترکیب مکانیزمها مطابق روشی که در بخش قبلی بیان شد ، صورت می‌گیرد . معادلات کار با یکدیگر جمع شده و سپس کار داخلی مربوط به‌مفصلهای خمیری حذف شده از معادلات کار کاسته می‌گردد . مثال بعدی جریان کار را نشان می‌دهد .

۴ ــ ۳ ــ ۱ مثال قاب دو دهانه

شکل ۴ــ۳ قاب دو دهانه‌ای را نشان می‌دهد . با توجه به‌مطالب بیان شده این قاب ۴ مکانیزم اصلی دارد . مرحله اول تعیین ضریب بار برای هریک از این مکانیزمهاست .

مکانیزمهای تیر

(۱) تیر سمت چپ

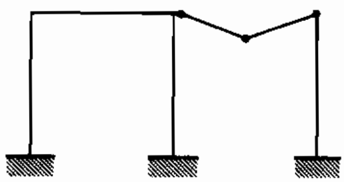


$$100\lambda \times \frac{10}{2} \times \theta = 4 \times 250\theta$$

$$500\lambda\theta = 1000\theta$$

$$\lambda = 2.0$$

(۲) تیر سمت راست

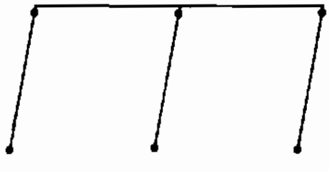


$$100\lambda \frac{10}{2} \times \theta = 4 \times 250\theta$$

$$500\lambda\theta = 1000\theta$$

$$\lambda = 2.0$$

(۳) مکانیزم جانبی*



$$100\lambda \times 10 \times \theta = 6 \times 250\theta$$

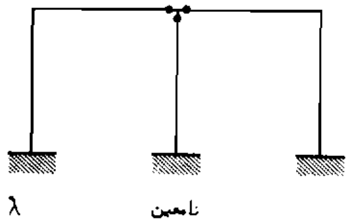
$$1000\lambda\theta = 1500\theta$$

$$\lambda = 1.5$$

---

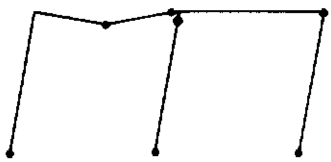
* در بعضی مراجع مکانیزم جانبی را مکانیزم قاب گویند. (مترجم)

(۴) مکانیزم مفصل



هدف ، پیداکردن کمترین مقدار ممکنه λ است .از مکانیزم جانبی تا کنون. کمترین مقدار λ به‌دست می‌آید ،بنابراین شروع خوبی برای ساختن مکانیزمهای مرکب است . برای دادن مسیری به‌محاسبات شماره‌گذاری برای هرمکانیزم مفید می‌باشد .

(۱)+(۳)=(۵) .ترکیب مکانیزم تیر سمت چپ و مکانیزم جانبی باعث حذف



مفصل از بالای ستون سمت چپ می‌شود . معادله کار عبارت است از:

$$1000\lambda\theta + 500\lambda\theta = 1500\theta + 1000\theta - 2 \times 250\theta$$

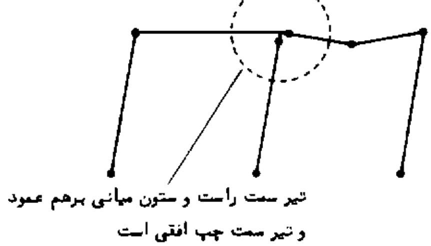
$$1500\lambda\theta = 2000\theta$$

$$\lambda = 1.33$$

این‌ضریب‌بار که‌کمتراز‌مقدار‌مربوط به‌مکانیزم‌جانبی‌است .مقدار‌مناسبتری برای λ می‌باشد .

(۲)+(۳)=(۶) ترکیبی از مکانیزمهای تیر سمت راست و جانبی .

در این حالت به‌دلیل‌وضعیتهای نسبی سه‌عضو در اتصال میانی‌امکان‌حذف‌هیچ‌مفصلی وجود ندارد .

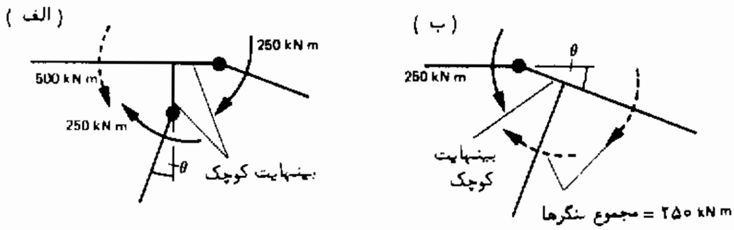


$$1000\lambda\theta + 500\lambda\theta = 1500\theta + 1000\theta$$

$$1500\lambda\theta = 2500\theta$$

$$\lambda = 1.67$$

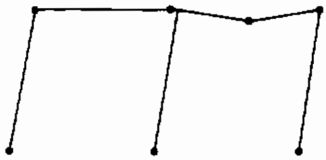
این مکانیزم نامناسبتر است . اکنون اتصال را با جزئیات بیشتری در نظر می‌گیریم ، شکل ۴ــ۴ الف اتصال‌را به‌صورت بزرگتری نشان می‌دهد،خود اتصال تغییرشکل نیافته‌ومفصلهای خمیری درست در نزدیکی محل اتصال در تیر سمت راست و ستون قرار دارند . شکل به‌طور وضوح نشان می‌دهد که چرا دو مفصل لازم است . مفصلهای خمیری در اثر لنگرهای ناشی‌از بارهای روی قاب به‌وجود می‌آیند ، این لنگرها بایستی مطابق شکل وارد شوند تا دورانهای لازم‌به‌وجود آید .در اینجا مجموع لنگری برابر kN m ۵۰۰ درجهت عقربه‌های‌ساعت وارد شده است .



شکل ۴ ــ ۴

برای تعادل لنگر در اتصال ، بایستی لنگری برابر با kN ۵۰۰ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در تیر سمت چپ موجود باشد . چنین چیزی از نظر فیزیکی غیر ممکن‌است زیرا لنگر خمیری تیر فقط kN m ۲۵۰ است،بنابراین تمام اتصال خواهد چرخید . در واقع آنچه اتفاق می‌افتد دوران اتصال در بار کمتری خواهد بود که در شکل ۴ــ۴ ب نشان داده شده است . تیر سمت راست و ستون مستقیم می‌مانند و یک مفصل در تیر سمت چپ ایجاد می‌گردد .در اثر این تغییر وضعیت ابعاد هندسی قاب بدون تغییر باقی می‌ماند زیرا فرض شده است که مفصلها در فاصله بینهایت کوچکی از اتصال تشکیل می‌گردند . مفهوم دوران اتصال‌مکانیزم اکنون روشن شده و با توجه به‌آن چگونگی تغییر در اتصال میانی که مکانیزم (۶) را به یک مکانیزم واقعیتر تبدیل می‌کند به‌وضوح مطرح شده است .

(۴) + (۶) = (۷) دوران اتصال ، مفصلهای تیر سمت راست و ستون میانی را حذف می‌کند ولی مفصل جدیدی در تیر سمت چپ به‌وجود می‌آورد . تمام این تغییرات بایستی در معادله کار منعکس گردد .



$$1500\lambda\theta = 2500\theta - 250\theta - 250\theta + 250\theta$$

تیر سمت چپ　　ستون　　تیر سمت راست　　بدون تغییر در کار خارجی

$$1500\lambda\theta = 2250\theta$$

$$\lambda = 1.5$$

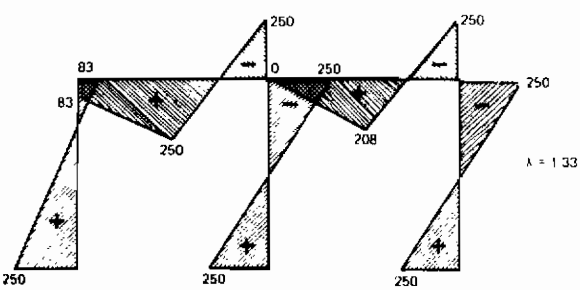
(۱) + (۷) = (۸) این مکانیزم تنها مکانیزم باقیمانده ممکن است .

$$1500\lambda\theta + 500\lambda\theta = 2250\theta + 1000\theta - 2 \times 250\theta$$

$$2000\lambda\theta = 2750\theta$$

$$\lambda = 1.38$$

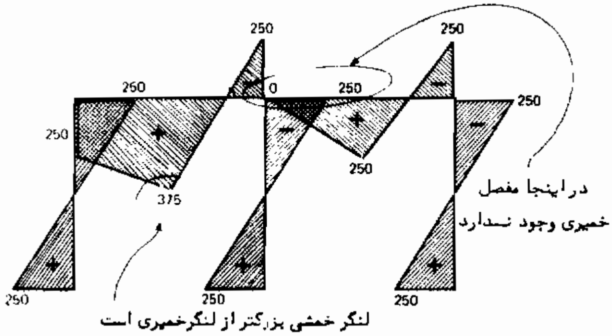
در این مثال تمام ترکیبات ممکن در نظر گرفته شده است . از مکانیزم (۵) کمترین ضریب بار به دست می‌آید . برای کنترل محاسبات، نمودار لنگرخمشی برای مکانیزم بحرانی بایستی رسم شود . با استفاده از روش ضمیمه ج نمودار شکل ۴ــ۵ به‌دست می‌آید .



شکل ۴ ــ ۵

نمودار لنگرخمشی نشان می‌دهد که ۱/۳۳ = λ_c و مکانیزم (۵) مکانیزم فروریختگی واقعی می‌باشد ، زیرا نمودار لنگر خمشی شرط تسلیم (لنگری بیشتر از لنگر خمیری وجود ندارد) ، شرط مکانیزم (مفصلهای کافی برای ایجاد مکانیزم) و شرط تعادل را برآورده می‌سازد .

از آنجاکه تمام ترکیبهای ممکن آزمایش شد ، مقدار واقعی λ_c (با کمی خطای محاسباتی) در این مثال معین می‌گردد . برای اینکه نشان داده شود که کدام حالت محتملتـــر است ، فرض کنید که مکانیزم (۷) (۱/۵ = λ) بحرانی است و آن را با رسم نمودار لنگـــر خمشی کنترل کنید . (شکل ۴ــ۶) .



شکل ۴ ــ ۶

نمودار لنگر خمشی شرط تسلیم را برآورده نمی‌کند ، بنابراین $\lambda = 1.5$ می‌بایـد کرانـه بالایی باشد . تمام لنگرها را طوری به‌تناسب کم می‌کنیم تا لنگر حداکثر مساوی لنگرخمیری گردد . یعنی

$$\lambda_r = \frac{1.5 \times 250}{375} = 1.0$$

که محدوده‌ای برای λ_c به‌دست می‌آید .

$$1.0 \leqslant \lambda_c \leqslant 1.5$$

میانگین این حدود یعنی ۱/۲۵ تنها فقط ۶ درصد خطا دارد . باید تأکید کرد کـه وجـود محدودهٔ کوچکتر به‌خطای کمتری منجر خواهد شد .

در این مثال فقط چهار مکانیزم مرکب ممکن وجود داشت و محاسبه تمام آنها عملی بود . در مثالهای پیچیده‌تر این امر امکان‌پذیر نیست . بنابراین استفاده از یک روشی که محاسبات را کاهش دهد ارزشمند خواهد بود .

۴ – ۳ – ۲ روشی برای ترکیب مکانیزمها

روشن است‌که در یک سازه‌پیچیده برای پیداکردن یک‌مکانیزم مرکب‌ممکن روش‌مشخصی وجود ندارد . آنچه لازم است تعیین روشی است که به‌کمک آن به‌طور منطقی و سریع‌مقدار نزدیکی به‌ضریب بار فروریختگی به‌دست آید .

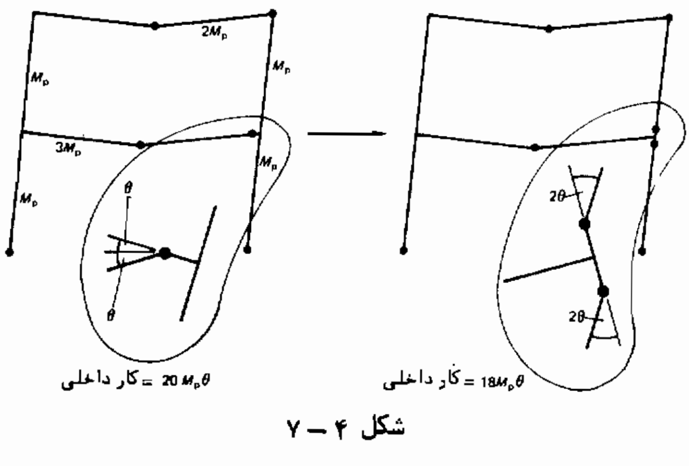
معادله ۳–۸ یک عبارت کلی برای معادله کار است . این عبارت برحسب ضریب‌بار به‌صورت زیر مجدداً نوشته می‌شود .

$$\lambda \Sigma W\delta = \Sigma M_p \theta \tag{۴ – ۶}$$

یا

$$\lambda = \frac{\Sigma M_p \theta}{\Sigma W\delta} \tag{۴ – ۷}$$

وقتی معادلات کار ترکیب می‌شوند عبارت کار خارجی همواره درست مجموع کار خارجی مربوط به‌مکانیزمهای جدا از هم می‌باشد . کار داخلی باافزودن کارهای داخلی مکانیزمهای جدا از هم و سپس اصلاح آنها با در نظرگرفتن مفصلهای حذف شده به‌دست می‌آید .آنچه در ترکیب مکانیزمها مورد نظر است به‌دست آوردن کوچکترین مقدار ممکن λ می‌باشد وتنها در اثر اصلاح کار داخلی است که مقدار λ تغییر می‌کند . در ترکیب مکانیزمها آنچه بایستی مورد نظر باشد حتی‌الامکان حذف مفصلهای خمیری می‌باشد .

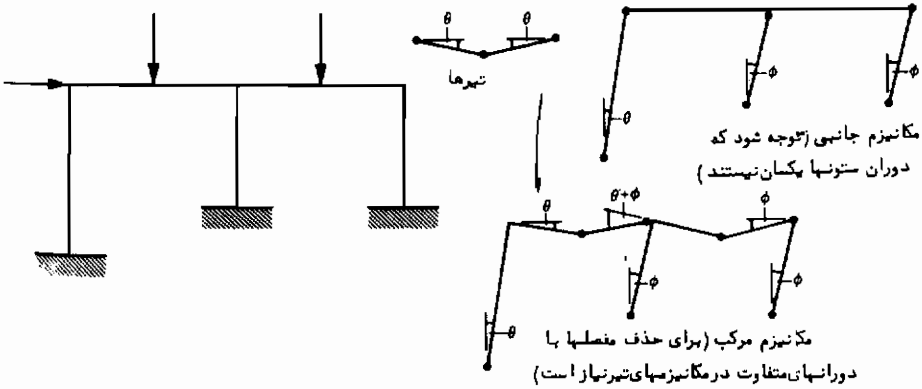


شکل ۴ – ۷

استفاده از مکانیزم مفصل برای کاهش دادن کار داخلی بدون آنکه کار خارجی تغییر

کند بسیار مفید است . این موضوع در مکانیزم (۷) مثال قبل نشان داده شد و با مثالی دیگر تأیید می‌شود . یک قاب دو طبقه با مکانیزمهای تیر و جانبی در شکل ۴ — ۷ نشان داده شده است . دراتصال، کارداخلی برابر است با $3M_p \times 2\theta = 6M_p\theta$ اگربه اتصال دورانی اعمال کنیم (توجه شود که دوران در مفصل باید 2θ باشد) کار داخلی تا مقدار $2(M_p 2\theta) = 4M_p\theta$ کاهش می‌یابد یعنی در مجموع کار داخلی ۱۰ درصد کاهش یافته است .

مبحث اخیر به هنگام ترکیب مکانیزمها به مشکلی اساسی اشاره دارد که بایستی دقت نمود . بیاد بیاورید که وقتی در مکانیزمهای مرکب اعضاء سازه به وضعیت هندسی اولیه بر می‌گردند مفصلهای مربوطه حذف شده ، و اتصال به حالت گونیا اولیهٔ در می‌آیند . این کار درصورتی امکان‌پذیر است که دورانها درمکانیزمهای جدا از هم به طور صحیح انطباق یابند ، همچنان که در شکل ۴—۸ نشان داده شده است .



شکل ۴ — ۸

۴ — ۳ — ۳ قاب دو طبقه با بارگذاری گسترده

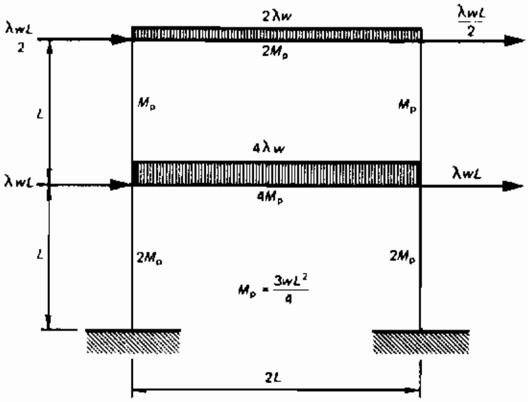
مثالی دیگر از تحلیل حدی لازم است تا مفاهیم مختلفی که در این بخش بیان شده به طور توأم مطرح گردد . در قاب شکل ۴—۹ بارهای گسترده به دو تیر وارد می‌شوند . با توجه به شکل ملاحظه می‌شود که :

$p = 12$

$r = 6$ بنابراین

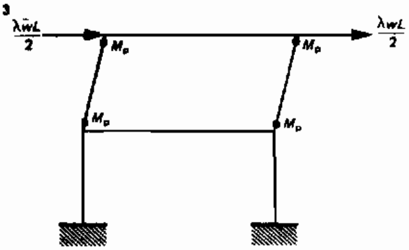
$m = 6$

شش مکانیزم اصلی عبارتنداز : دومکانیزم تیر، دو مکانیزم جانبی (برای هرطبقه یکی) و دو مکانیزم مفصل . مرحلهٔ اول تحلیل ، نوشتن معادله کاربرای هریک از مکانیزمهای اصلی است .



شکل ۴ ــ ۹

علیرغم بارهای گسترده روی تیرها ، فرض می‌شود که در مکانیزمهای تیر مفصلها در میانه دهانه به‌وجود می‌آیند . این فرض صحیح نیست ولی همان‌گونه که در قسمت ۴ـ۱ نشان‌داده شد ، خطا کم است . خطای مذکور در مرحله بعدی کنترل می‌شود .

معادله کار و ضریب بار	نمودار مکانیزم
$2\lambda wL \times \frac{L\theta}{2} \times 2 = 6M_p\theta$ $2\lambda wL^2\theta = 6M_p\theta$ $\lambda = \frac{3M_p}{wL^2} = 2.25$	1  تیر بالایی
$4\lambda wL \times \frac{L\theta}{2} \times 2 = 16M_p\theta$ $4\lambda wL^2\theta = 16M_p\theta$ $\lambda = \frac{4M_p}{wL^2} = 3.0$	2  تیر پایینی
$\frac{\lambda wL}{2} \times L\theta \times 2 = 4M_p\theta$ $\lambda wL^2\theta = 4M_p\theta$ $\lambda = \frac{4M_p}{wL^2} = 3.0$	3  مکانیزم جانبی قاب بالایی

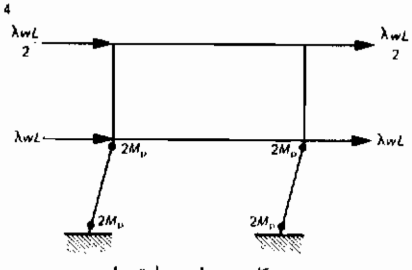
معادله کار و ضریب بار	نمودار مکانیزم

توجه : تمام نیروهای افقی در این مکانیزم حرکت می‌کنند و بایستی در معادلـــه کار وارد شوند .

$$\lambda wL \times L\theta \times 2 + \frac{\lambda wL}{2} \times L\theta \times 2 = 8M_p\theta$$

$$3\lambda wL^2\theta = 8M_p\theta$$

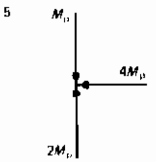
$$\lambda = \frac{8M_p}{3wL^2} = 2.0$$



مکانیزم جانبی طبقه پایینی

معادله کار وجود ندارد

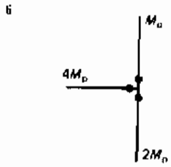
λ محاسبه نمی‌شود .



دوران مفصل سمت چپ

معادله کار وجود ندارد

λ محاسبه نمی‌شود .



دوران مفصل سمت راست

مکانیزم جانبی طبقه پایین کمترین ضریب بار را دارد بنابراین نقطه شروع خوبـــی بـــرای ترکیبها می‌باشد .

دورانهای مفصل فورا" انجام می‌شود تا کار داخلی کاهش یابد .

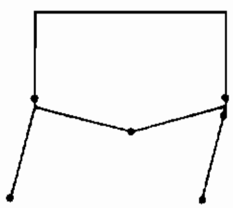
$$3\lambda wL^2\theta + 4\lambda wL^2\theta =$$

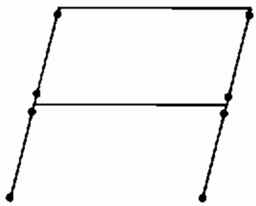
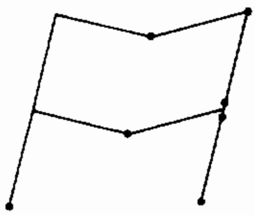
$$8M_p\theta + 16M_p\theta - 6M_p\theta + M_p\theta - 4M_p\theta + 3M_p\theta$$

$$7\lambda wL^2\theta = 18\,M_p\theta$$

$$\lambda = \frac{18}{7}\;\frac{M_p}{wL^2} = 1.929$$

7 = 4 + 2 + 5 + 6



معادله کار و ضریب بار	نمودار مکانیزم
برای روشن ساختن موضوع فقط یک مرحله ترکیب واسطه‌ای انجام می‌شود . در این ترکیب هیچ مفصلی حذف نمی‌شود . $3\lambda wL^2\theta + \lambda wL^2\theta = 8M_p\theta + 4M_p\theta$ $4\lambda wL^2\theta = 12M_p\theta$ $\lambda = \dfrac{3M_p}{wL^2} = 2.25$	8 · 4 + 3 
$4\lambda wL^2\theta + 2\lambda wL^2\theta + 4\lambda wL^2\theta = 12M_p\theta + 6M_p\theta$ $+ 16M_p\theta - 2M_p\theta$ (top LH joint) $- 7M_p\theta$ (lower LH joint) $- 4M_p\theta + 3M_p\theta$ $10\lambda wL^2\theta = 24M_p\theta$ $\lambda = \dfrac{24}{10}\ \dfrac{M_p}{wL^2} = 1.8$ این مقدار کمترین ضریب بار است . با رسم نمودار لنگر خمشی این مکانیزم کنترل می‌شود .	9 8 + 1 + 2 + 6 

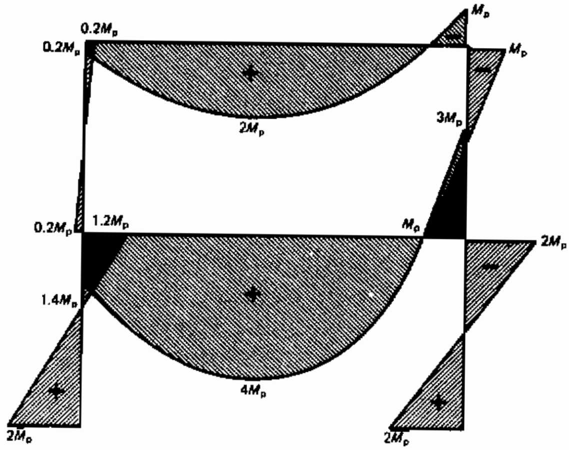
نمودار لنگر خمشی برای مکانیزم (۹) با استفاده از روش ضمیمه ج رسم می‌شود . (در ضمیمه از این مثال استفاده شده است) برای این نوع قاب لازم است که در هر تیرلنگرهای خمشی واکنش و آزاد محاسبه و تعادل افقی برای هرطبقه جداگانه در نظر گرفته شود .نمودار لنگرخمشی نهایی در شکل ۴-۱۰ نشان داده شده است و روشن است که تمام شرایط را برآورده می‌سازد . نتیجه حاصله صحت مکانیزم را نشان می‌دهد ، اما به دلیل بارگذاری گسترده ، مقادیر لنگرها در هر تیر بایستی کنترل شود .

(الف) تیر بالایی

تیر بالایی مطابق شکل ۴-۱۱ از بقیه قاب جدا می‌شود . بااستفاده از نمودار لنگر خمشی لنگرهای انتهایی معین می‌شوند ، عکس‌العملهای نامعلوم درA و B نیروهای محوری در ستونهای بالایی هستند . با گرفتن لنگر حول محور B داریم .

$$V_A \times 2L + 0.2M_p + M_p - 3.6w \times 2L \times L = 0$$

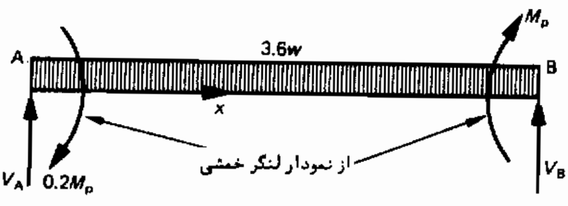
$$V_A = \frac{7.2wL^2 - 1.2M_p}{2L} = \frac{7.2wL^2 - 1.2 \times 0.75wL^2}{2L} = 3.15wL$$



شکل ۴ــ ۱۰

لنگر خمشی(خمش بطرف پایین مثبت است) در هر نقطه روی تیر برابر است با

$$M = 0.2M_p + 3.15wLx - \frac{3.6wx^2}{2}$$



شکل ۴ــ ۱۱

برای حداکثر لنگر $dM/dx = 3.15wL - 3.6wx = 0$ یعنی در محل بیشترین لنگر $x = 3.15L/3.6 = 0.875L$ خواهد بود . و مقدار بیشترین لنگر برابر است با

$$M_{max} = 0.2M_p + 3.15wL(0.875L) - \frac{3.6w(0.875L)^2}{2}$$
$$= 0.2M_p + 1.378wL^2$$
$$= 2.04M_p$$

(ب) تیر پایینی

تیر پایینی در شکل ۴–۱۲ نشان داده شده است. محاسبات بسیار مشابه تیر بالایی است.

$$V_c \times 2L + 1.4M_p + 3M_p - 7.2w \times 2L \times L = 0$$

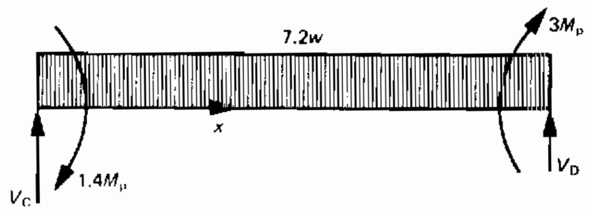
$$V_c = 5.55wL$$

$$M = 1.4M_p + 5.55wLx - \frac{7.2wx^2}{2}$$

$$\frac{dM}{dx} = 5.55wL - 7.2wx$$

در نقطه لنگر حداکثر $x = 0.771L$ است.

$$M_{max} = 4.25M_p$$



شکل ۴ – ۱۲

در هر دو تیر لنگرهایی وجود دارد که از لنگر خمیری مقطع بزرگتر می‌باشد. این بدان‌معنی است که در نمودار لنگرخمشی شرط تسلیم برآورده نشده و ضریب‌بار محاسبه‌شده کرانه بالایی ضریب λ_c خواهد بود. با کاهش متناسب تمام لنگرها تا حدی که لنگر حداکثر مساوی لنگر خمیری گردد یک کرانه پایینی به‌دست می‌آید. بنابراین

$$\lambda_r = \frac{2 \times 1.8}{2.04} = 1.76$$

یا

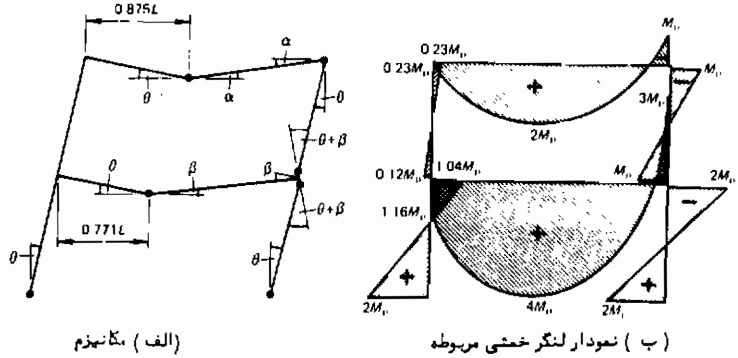
$$\lambda_r = \frac{4 \times 1.8}{4.25} = 1.69$$

محدوده ضریب بار فروریختگی عبارت است از:

$$1.69 \leq \lambda_c \leq 1.8$$

میانگین این محدوده ۱/۷۵می‌باشد . دو حد فوق از جنبه عملی به‌اندازه کافی بهم نزدیکند .

به‌هرحال ، برای نشان دادن تأثیر بارگذاری گسترده در سازهٔ پیچیده‌تر ادامه حل مسأله سودمند خواهد بود . واضح است که در این حالت مکانیزم (۹) صحیح نیست اگرچه تا قبل‌از وارسی‌توزیع لنگرخمشی‌در هرتیر، به‌نظر رضایت‌بخش‌می‌آید .ازاین‌موضوع فهمیده می‌شود که مکانیزم فروریختگی واقعی بسیار مشابه فوق است ولی مطابق‌شکل ۴-۱۳ به‌جای اینکه مفصلها در وسط دهانه تشکیل شوند به‌نقاط حداکثر لنگر نزدیک می‌گردند .



شکل ۴ — ۱۳

برای این مکانیزم معادله کار را به‌وسیله ترکیب مکانیزمها پس از محاسبه یک یک مکانیزمهای تیرها و یا مطابق آنچه که در زیر آمده است با استفاده از دورانهای روی شکل می‌توان به‌دست آورد . با استفاده از ابعاد هندسی مکانیزم .

$$1.125\alpha = 0.875\theta$$

$$\alpha = 0.778\theta$$

$$1.299\beta = 0.771\theta$$

$$\beta = 0.627\theta$$

محاسبه کارهای داخلی را از پایین قاب شروع کرده و به‌طرف بالا می‌رویم .

کار داخلی $= 2M_p\theta + 2M_p\theta + 4M_p(\theta + \beta) + 2M_p(\theta + \beta) + M_p(\theta + \beta) +$

$$2M_p(\theta + \alpha) + M_p(\theta + \alpha)$$

$$= 14M_p\theta + 7M_p\beta + 3M_p\alpha$$

$$= 20.73M_p\theta$$

$$\text{کار خارجی} = 4\lambda wL^2\theta + \frac{2\lambda w(0.875L)^2\theta}{2} + \frac{2\lambda w(1.125L)^2\alpha}{2} + \frac{4\lambda w(0.771L)^2\theta}{2}$$

بارهای افقی   تیر بالایی   تیر پایینی

$$+\frac{4\lambda w(1.229L)^2\beta}{2}$$

$$= 5.9545\lambda wL^2\theta + 1.2656\lambda wL^2\alpha + 3.0209\lambda wL^2\beta$$

$$= 8.834\lambda wL^2\theta$$

با مساوی قراردادن کار داخلی و خارجی داریم :

$$8.834\lambda wL^2\theta = 20.73M_p\theta$$

$$\lambda = \frac{20.73M_p}{8.834wL^2} = 1.76$$

نمودار لنگرخمشی برای مکانیزم فوق‌درشکل ۴ـ۱۳ ب نشان داده شده است توزیع لنگر خمشی در تیرها نشان می‌دهد که :

۱ ـ برای تیر بالایی در نقطه لنگر حداکثر $x = 0.869L$

$M_{max} = 2M_p$ (به‌طور دقیق $2.00002M_p$)

۲ ـ برای تیر پایینی در نقطه لنگر حداکثر $x = 0.779L$

$M_{max} = 4M_p$ (به‌طور دقیق $4.0002M_p$)

خواننده‌درصورت تمایل می‌تواند نتایج را وارسی کند . مفصلها دقیقا" در محلهای صحیح خود قرار ندارند ولی نتایج نشان می‌دهد که مکانیزم ، صحیح به‌شمار می‌آید .ضریب‌بار فرو ریختگی ۱/۷۶ است . ملاحظه می‌شود خطای ضریب بار در حالتی که مفصلها در وسط دهانه فرض شده بودند با این مقدار تنها ۲/۳ درصد است . خطا به‌حدی کوچک است که به‌سختی می‌توان‌محاسبات بیشتربرای تعیین مکانیزم دقیقتر را تأییدکرد.درمحاسبات‌مربوط به ترکیب مکانیزمها صرفه‌جویی دیگری نیز در عملیات بعمل آمد . دورانهای مفصلی همزمان با مکانیزم تیر صورت گرفت و باعث گردید کار داخلی کاهش یابد . توانایی برای چنین عملیاتی با تجربه به‌دست می‌آید .

۴ ـ ۴ جمع‌بندی

در این فصل روش تحلیل حدی برای مکانیزمهای مرکب در مورد سازه‌های قابی شکل، تحت بارهای متناسب بررسی گردید. نتیجه حاصل از این روش تعیین مقداری یا محدوده‌ای برای ضریب بار فروریختگی قاب می‌باشد.

مراحل اصلی در تحلیل عبارتند از:

(۱) تعیین مکانیزمهای اصلی و معادلات کار مربوطه.

(۲) شروع با مکانیزم اصلی با کمترین ضریب بار، ترکیب مکانیزمها ضمن حذف بعضی مفصلهای خمیری و برگرداندن شکل هندسی اولیه در آن قسمت از سازه (مثلاً، برگرداندن اعضاء به‌صورت مستقیم و اتصالها به‌صورت قائم) و پیداکردن ضریب بار هر مکانیزم مرکب.

۳ ـ کمترین ضریب بار حاصله نزدیکترین ضریب به‌ضریب بار فروریختگی می‌باشد. (با توجه به‌نظریه کرانه بالایی). با رسم نمودار لنگرخمشی مربوطه مکانیزم کنترل شود.

۴ ـ اگر نمودار لنگرخمشی شرایط تعادل، مکانیزم و تسلیم را برآورده ساخت، مکانیزم مذکور، مکانیزم فروریختگی واقعی قاب است. و ضریب بار مربوطه مساوی ضریب بار فرو ریختگی می‌باشد.

۵ ـ اگر در محلی از سازه لنگرخمشی بزرگتر از لنگر خمیری مربوطه باشد، مکانیزم، مکانیزم واقعی نخواهدبود و ضریب بار λ بزرگتراز λ_c است. مقدار λ و تمام لنگرهای‌خمشی را به‌یک نسبت کاهش می‌دهیم تا اینکه تمام لنگرهای‌خمشی مساوی یا کمتر از لنگر خمیری مربوطه شود. با توجه به‌نظریه کرانه پایینی ضریب بار کاهش یافته λ_r کمتر از λ_c می‌باشد. بنابراین

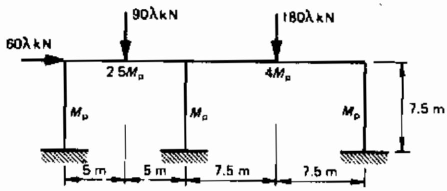
$$\lambda_r < \lambda_c < \lambda$$

فرض اینکه مفصل خمیری در اعضای تحت بارگسترده در وسط دهانه تشکیل می‌شود به طور معمول نسبتاً دقیق است، اگرچه نتیجه حاصله ضریب باری بیشتر از λ_c است.

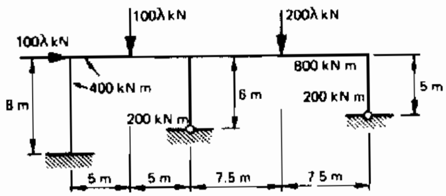
بهترین راه برای آشنا شدن بااین روش تمرین است. مثالهای موجود این بخش نکات متعددی به‌همراه داشت که بایستی توسط خواننده تمرین گردد.

۴ ـ ۵ مسایل

۴ـ۵ـ۱ ضرایب بار فروریختگی قابهای اشکال ۴ـ۱۴ الف تا ۴ـ۱۴ هـ را پیدا کنید. در هر حالت مکانیزم بحرانی را با رسم نمودار لنگرخمشی مربوطه کنترل کنید.

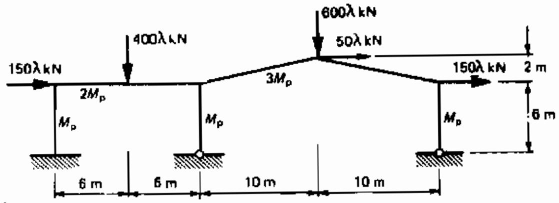


(الف) $M_p = 150$ kN m

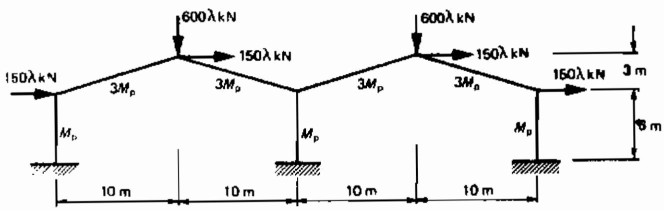


(ب) (توجه شود که ستونها دورانهای متفاوت دارند)

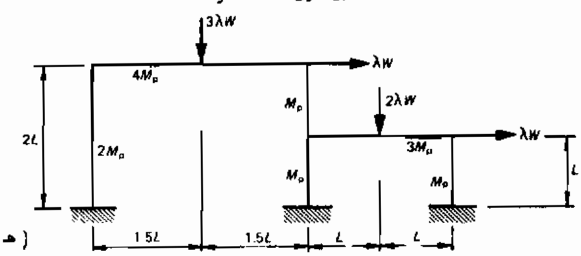
شکل ۴ ــ ۱۴ الف ــ ب



(ج) $M_p = 1250$ kN m



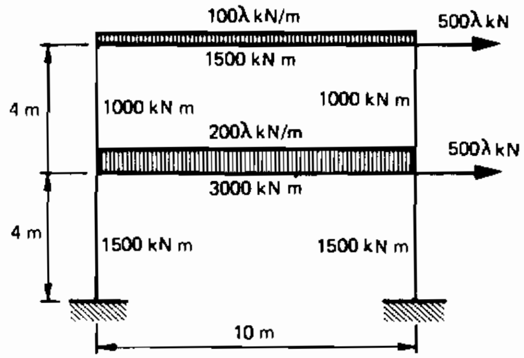
(د) M_p = ۱۳۲۵ kN m (مفصلهای مکانیزم شیبدار دهانه سمت چپ با دقت بیشتری مطالعه شوند)



(هـ)

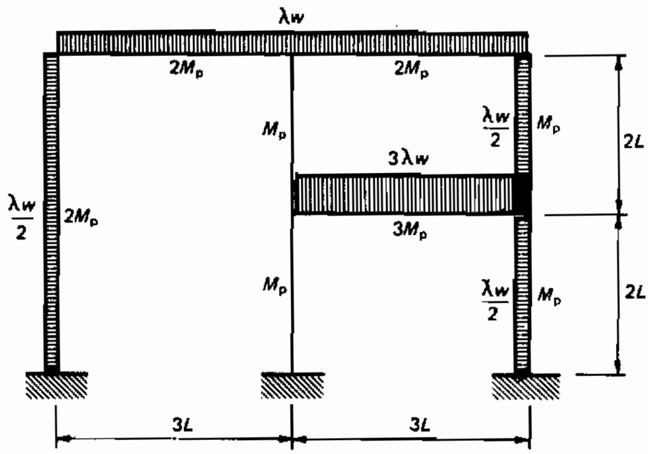
شکل ۴ ــ ۱۴ ج و د و هـ

۴ــ۵ــ۲ ضرایب بار فروریختگی قاب شکلهای ۴ــ۱۵ الف و ۴ــ ۱۵ ب را با فرض اینکه مفصلهای خمیری در وسط دهانه تشکیل شود محاسبه کنید. به‌دلیل وجود بارهای گسترده یکنواخت این ضرایب‌کرانه بالایی می‌باشند، با استفاده از تحلیل حدی محدوده‌ای برای ضریب بار فروریختگی پیدا کنید.



(الف)

شکل ۴ــ۱۵ الف



(ب) تمام بارها برحسب واحد طول می‌باشند

شکل ۴ــ۱۵ ب

۵

طراحی با استفاده از نظریه خمیری

۵ ــ ۱ مقدمه

در دو بخش قبل راجع به‌تحلیل بحث شد ، یعنی با استفاده از ابعاد هندسی سازه (طول تیرها و ارتفاع ستونها) و اندازه مقاطع ، ظرفیت سازه مشخص گردید . به عبارت‌دیگر در تحلیل ، سازه برای مقاومت به‌فروریختگی کنترل شد . غالبا" در حالی که بارگذاری و ابعاد هندسی داده شده است مسئله مورد نظر پیدا کردن اندازه مقاطع اعضا است به طوری که سازه نسبت به‌فروریختگی دارای ضریب اطمینان لازم باشد . تعیین اندازه مقاطع اعضاء موضوع مورد بحث *طراحی* است.طراحی به‌عبارتی عکس تحلیل است و به‌کمک نظریه خمیری می‌تواند انجام شود . قبل از بررسی طراحی خمیری پاسخ به‌این پرسش که " چرا طراحی خمیری قابل بررسی و توجه است؟" مفید خواهد بود . چهار دلیل اصلی‌برای پرسش فوق وجود دارد .

۱ ــ در بریتانیا تمایل برای پذیرش روش طراحی حالت حدی وجود دارد.این روش تا کنون درآیین نامه (۵) CP 110 برای سازه‌های بتنی به‌کار برده شده و در آیین‌نامه B/20 ضوابط طراحی فولادی Draft Specification for Steelwork (۶)(به‌عنوان جایگزین آیین نامه ۴۴۹ BS (۷) نیز ملحوظ شده است . در روش طراحی حالت‌حدی غالبا" حالت حدی نهایی (مقاومت به فروریختگی) بحرانی می‌باشد . بدیهی است که**نظریه** خمیری برای حالت حدی نهایی مورد قبول می‌باشد.آیین نامه جاری امریکایی سازه‌**های** فولادی (۳۸) در سال ۱۹۶۹ پذیرفته شد.این آیین نامه براساس *فلسفه طراحی* تنش**مجاز** بوده ولی در عین حال طراحی به‌روش خمیری را نیز مجاز می‌داند .

۲ ــ همان‌گونه که تا کنون نشان داده شده است ، محاسبات مربوط به نظریه **خمیری** ساده‌تراز‌محاسبات مربوط به‌نظریه ارتجاعی می‌باشد . محاسبات ساده‌تر به‌نتایج مطمئن‌تر و سریعتر منجر می‌شود . خطای نصب اعضاء در مقدار بار فروریختگی نیز مؤثر نیست .

(به‌قسمتهای ۳ـ۲ـ۳ مراجعه شود)

۳ ـ کاربرد روشهای خمیری قدرت انعطاف‌پذیری قابل توجهی به‌طراح می‌دهد و در محاسبات عامل تعیین‌کننده اصلی نظر طراح است و نه مشخصات مقطع .این موضوع بعدا" دراین بخش و به‌طوروسیعتر درفصل ۸ درمحاسبات دالهای بتون‌آرمه نشان داده خواهد شد .

البته دو نکته وجود دارد که بایستی در نظر داشت :

۱ ـ طرحهایی وجود دارد که درآنها حالت حدی نهایی بحرانی نیست برای مثال ، در بعضی سازه‌ها محدودیتهای خیز تحت بارهای عملی (وقتی که سازه احتمالا" ارتجاعی است) بحرانیتر از مقاومت به‌فروریختگی است .

۲ ـ روشهای خمیری امکان کمانش را مجاز نمی‌داند . مسایل کمانش همیشه وجود دارد و در هر طرح رضایت بخش بایستی آنها را مرتفع ساخت . اثر کمانش در فصل بعدی در نظر گرفته خواهد شد .

۵ ـ ۲ ضرایب بار

منظور از طراحی براساس نظریه خمیری طرح سازه‌ای با ضریب بار مشخص در مقابل فروریختگی‌است .تعیین ضریب‌بارمورد استفاده به‌خودی‌خود موضوع پیچیده‌ای‌است که درحال حاضر به‌واسطه چاپ استاندارد انگلیسی جدید برای طرح سازه‌های فولادی مورد بحث و مجادله است .

این موضوع خارج از بحث این کتاب است زیرا به‌نظریه خمیری مربوط نیست ولی به‌هرحال ، ذکر مقادیر ضرایب بار موجود و پیشنهاد شده بی‌فایده نخواهد بود .

استاندارد انگلیسی‌جاری ، BS ۴۴۹ : ۱۹۶۹ ، بدون اظهار نظر صریح در موردضریب بار لازم ، روشهای طراحی خمیری را مجاز می‌داند . BS ۴۴۹ به‌طور عمده بر اساس نظریه ارتجاعی است و می‌توان نشان داد که‌ضریب بار برای یک تیر یک‌دهانه که‌ازضوابط‌ارتجاعی به‌دست می‌آید با توجه به‌شرایط تکیه‌گاهی و نوع بارگذاری تغییر می‌کند . حداقل‌مقداربرای یک تیر ساده I شکل ۱/۷۵ است .استدلال شده‌است (۸) که این مقدار برای هر سازه‌قابل پذیرش است . BS ۴۴۹ می‌گوید که بسیار غیر محتمل است که بار حداکثر باد و حداکثر بار زنده اعمال شده تواما" به‌وجود آیند ، بنابراین ضریب بار را برای چنین ترکیب بارگذاری می‌توان کاهش داد .درنتیجه ضرایب بار برای طراحی به‌روش BS ۴۴۹ که‌عموما" مورد قبول قرار گرفته عبارتند از :

1.75 ـ بار مرده و بار زنده

1.4 ـ بار مرده و زنده و باد

قسمتی از روش حالت حدی که در پیش نویس استاندارد جدید پیشنهادی B/20 پذیرفته شده است ، ضرایب بار را براساس احتمال وجود ترکیبات بارهای مختلف قرار داده است . در نتیجه ضرایب بار فروریختگی مختلف برای بارگذاریهای متعدد مطابق جدول ۵ــ ۱ پیشنهاد شده است . در هر حالت ضریب بار دیگری وجود دارد تا امکان تغییرات در مقاومت فولاد در نظر گرفته شود . این عمل با استفاده از یک تنش تسلیم موثر مساوی با $\sigma_y/1.075$ صورت گرفته است که مقادیر جدول ۵ــ۱ را تا ۷/۵ درصد افزایش می‌دهد . با این وجود ، ضرایب بار پیشنهادی کمتر از مقادیر آیین نامه BS ۴۴۹ است زیرا اطمینان از روش طراحی خمیری افزایش یافته است .

آیین نامه امریکایی سازه‌های فولادی (۳۸) روشی مشابه فوق را پذیرفته است ولی دارای جزئیات بیشتری نسبت به روش BS ۴۴۹ است . این آیین‌نامه روشهای طراحی خمیری را مجاز دانسته و ضریب بارفروریختگی را برای بار مرده و زنده ۱/۷ و برای ترکیب این بارها با بارهای باد یا زلزله برابر ۱/۳ لازم دانسته است .

درمثالهای متعدد این بخش ضرایب بار به‌طور اختیاری انتخاب شده تا به بیان اصول روشهای خمیری پرداخته شود . در یک یا دو حالت این مقادیر با مقادیر BS ۴۴۹ مشابهتی داشته اند .

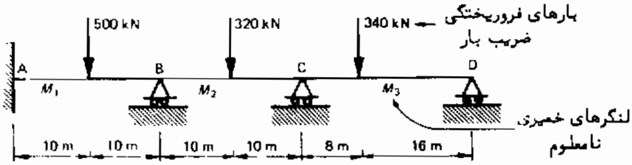
جدول ۵ — ۱

ضریب γ_f	نوع بار یا ترکیب بارها
۱/۴	بار مرده حداکثر
۱/۰	" حداقل
۱/۲	حداقل برای بارگذاری متناوب
۱/۶	بار زنده (بدون بار باد)
۱/۴	بار باد (فقط با وجود بار مرده)
۱/۲	بارهای باد و زنده (در ترکیب بارها)

۵ ــ ۳ طراحی به‌روش نظریه خمیری

تیر نشان داده شده در شکل ۵ــ۱ را می‌خواهیم به‌روش خمیری طراحی کنیم . مثال قدری ایده‌آل است زیرا فقط یک ترکیب بارگذاری در نظر گرفته شده (ضمنا" بارها شامل وزن

تیر نیز می‌باشند) ولی این مثال نشان دهنده یک راه حل کلی برای طرح خمیری می‌باشد .



شکل ۵ – ۱

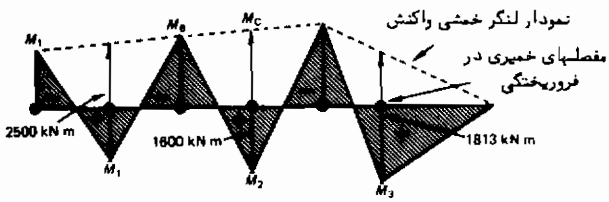
در ابتدا فرض می‌شود که هر دهانه دارای تیری با مقطعی متفاوت است . مرحله اول بررسی تمام مکانیزمهای فروریختگی ممکن می‌باشد که در این مثال عبارتند از مکانیزمهای تیر در هر دهانه است .اقتصادی‌ترین طرح وقتی‌است که تمام دهانه‌ها تواما"فروریخته شوند .این‌کار با انتخاب اعضاء مناسبی امکان‌پذیر است . در این حالت نمودارلنگرخمشی در موقع فرو – ریختگی مطابق شکل ۵–۲ خواهد بود . نمودارهای لنگر خمشی‌واکنش و آزاد برای‌پیداکردن لنگرخمشی‌واقعی در هر نقطه قابل استفاده‌اند .

$$\text{AB} \quad \text{دهانه : حداکثر لنگرخمشی‌آزاد} = \frac{۵۰۰\times۲۰}{۴} = ۲۵۰۰ \text{ kN m}$$

$$\text{BC} \quad \text{دهانه : حداکثر لنگرخمشی‌آزاد} = \frac{۳۲۰\times۲۰}{۴} = ۱۶۰۰ \text{ kN m}$$

$$\text{CD} \quad \text{دهانه : حداکثر لنگرخمشی‌آزاد} = \frac{۳۴۰\times۸\times۱۶}{۲۴} = ۱۸۱۳ \text{ kN m}$$

درارتباط بالنگرهای‌خمشی‌آزادمشکلی‌نخواهیم‌داشت‌ولی درمورد لنگرهای خمشی واکنش دقت بیشتری لازم‌است ، لنگرهای‌خمشی واکنش درتکیه‌گاههای B و C راکه درآنجا مفصل خمیری ایجاد شده در نظر بگیرید . مقادیر لنگرهای‌خمشی‌در نقاط B و C بـه ترتیب با M_B و M_C نشان داده‌شده‌است . لنگرها مساوی‌کمترین لنگرخمیری اعضای مجاور B و C می‌باشند. اما مقادیر نسبی لنگرهای خمیری در این مرحله معلوم نیست .



شکل ۵ – ۲

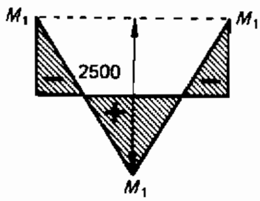
$M_B = M_2$ و M_1 کمترین مقدار

$M_C = M_3$ و M_2 کمترین مقدار

می‌توان بن بست فوق را با در نظر گرفتن مفروضاتی در مورد هریک از دهانه‌ها از بین برد.

دهانه AB : $M_1 < M_2$ فرض می‌شود. شکل ۵ ــ ۳ نمودار لنگر خمشی مربوطه‌را نشان می‌دهد. با توجه به‌اندازه‌های نمودار

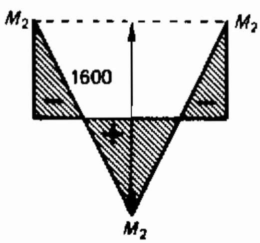
$$2M_1 = 2500 \text{ kN m}$$
$$M_1 = 1250 \text{ kN m} \qquad (۵-۱)$$



شکل ۵ ــ ۳

دهانه BC : با فرض $M_2 < M_1, M_2 < M_3$. با توجه به‌اندازه‌های نمودار لنگر خمشی در شکل ۵ ــ ۴.

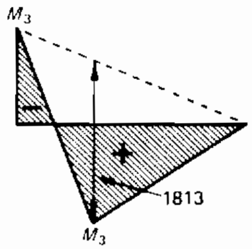
$$2M_2 = 1600 \text{ kN m}$$
$$M_2 = 800 \text{ kN m} \qquad (۵-۲)$$



شکل ۵ ــ ۴

دهانه CD : $M_3 < M_2$ فرض می‌شود. باتوجه به‌تشابه‌مثلثها درنمودار لنگرخمشی‌که درشکل ۵ ــ ۵ نشان داده شده است:

$$\frac{2}{3} M_3 + M_3 = 1813 \qquad (۵-۳)$$
$$M_3 = 1088 \text{ kN m}$$



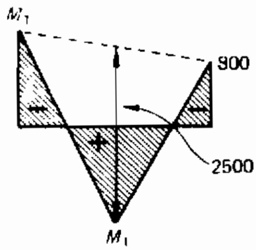
شکل ۵ ــ ۵

محاسبات برای روش لنگرخمشی‌واکنش و آزاد قابل استفاده است. فرضیات برای سادگی محاسبات به‌کار برده شده‌اند، چرا که در نتیجهٔ حدس اولیه در هر دهانه، فقط یک مجهول باقی می‌ماند. البته، سه فرض فوق با یکدیگر سازگار نیستند. مثلاً" در دهانه AB داریم $M_1 < M_2$. در صورتی که در دهانه BC $M_1 > M_2$ است. نتایج محاسبات اکنون برای کنترل فرضیات به‌کار برده شده قابل وارسی است.

$$M_2\ (= 800\ \text{kN m}) < M_1\ (= 1250\ \text{kN m}) < M_3\ (= 1088\ \text{kN m})$$

بنابراین فرض مربوط دهانه BC صحیح بوده اما برای دهانه‌های AB و CD صحیح نبوده است. نتیجه حاصله $M_2 = 800$ kN m است ولی محاسبات برای دهانه‌های AB و CD بایستی باتوجه به $M_B = M_C = 800$ kN m تکرار شود.

دهانه AB

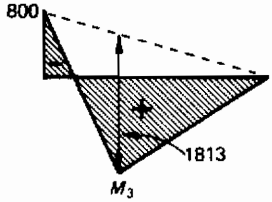


$$\frac{M_1 + 800}{2} + M_1 = 2500$$

$$\frac{3}{2} M_1 = 2100$$

$$M_1 = 1400\ \text{kN m} \qquad (۴ - ۵)$$

دهانه CD



$$\frac{2}{3} \times 800 + M_3 = 1813$$

$$M_3 = 1280 \text{ kN m} \qquad (۵-۵)$$

توجه شود که محاسبات جدید مقادیر بزرگتری را برای M_1 و M_3 به‌دست می‌دهد. زیرا یک لنگر واکنش به‌اندازه کافی کوچکتری در B و C مورد استفاده قرار گرفته است. این وضعیت همیشگی بوده و بسیار اطمینان بخش است زیرا بدان معنی است که چنانچه حدس اولیه درست باشد امکان ندارد نتیجه معکوس حاصل شود. بنابراین فقط یک بار تکرار محاسبات لازم است. به‌کمک نظریه خمیری لنگرهای خمیری لازم در هر دهانه به دست آمده است. با به‌کارگیری از فولاد نرمه (تنش تسلیم 250 N/mm²) و نتایج حاصله و استفاده از کتابچهٔ مشخصات مقاطع فولادی مقاطع مربوطه به‌دست می‌آید.

دهانه	M_p (لازم) (kN m)	S (لازم) (cm^3)	مقطع انتخابی	S (موجود) (cm^3)	ارتفاع (mm)
AB	۱۴۰۰	۵۶۰۰	IPB ۵۵۰	۵۶۰۰	۵۵۰
BC	۸۰۰	۳۲۰۰	IPB ۴۰۰	۳۲۴۰	۴۰۰
CD	۱۲۸۰	۵۱۲۰	IPB ۵۵۰	۵۶۰۰	۵۵۰

در این مرحله طراح می‌تواند مطابق میل خود با استفاده از نتایج مقدماتی حاصله به‌طرحهای مختلفی دست پیدا کند. این طرحهای ممکن عبارتند از:

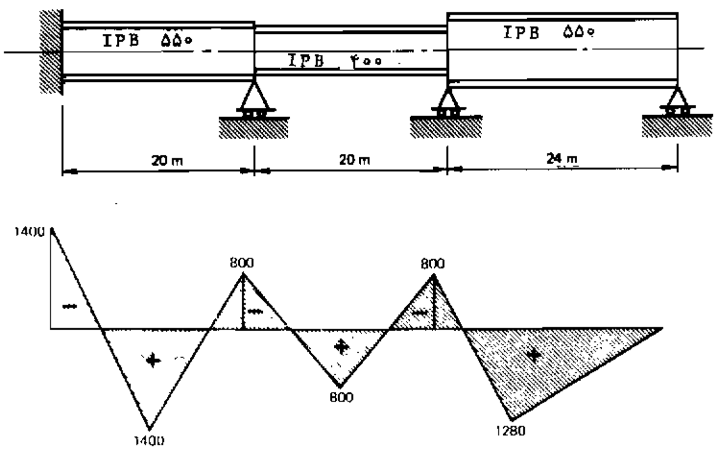
طرح اول:

با استفاده از مقاطع مختلف در دهانه‌ها و پذیرش مقاطعی مطابق جدول فوق، نتیجه طرح و نمودار لنگر مربوطه در موقع فروریختگی در شکل ۵ـ۶ نشان داده شده است. طرح از نظر فنی رضایت بخش است ولی از نظر اجرایی بدون اشکال نخواهد بود.

در نقاط B و C لازم است اعضایی که دارای ابعاد متفاوت هستند به‌یکدیگر متصل شدند، در این صورت مفصل خمیری در عضو ضعیفتر تشکیل می‌شود. این اتصالات علاوه بر دیگر اتصالات لازم می‌باشند چرا که بعید است تیری به‌طول ۲۰ متر به‌صورت یکپارچه موجود باشد.

طرح دوم:

برای حذف اتصالات در B و C یک عضو با مقطع ثابت بایستی به‌صورت یکسره استفاده شود. این بدان معنی است که $M_1 = M_2 = M_3$. در این‌حالت نیازی به‌محاسبات مجدد نیست زیرا نتایج اولیه یعنی معادلات ۵-۱ تا ۵-۳ موجود است. بنابراین بزرگترین مقدار لنگر خمیری (M_1 = 1250 kN m) بایستی مورد استفاده قرار گیرد. به‌هرحال، AB قبل از دیگر دهانه‌ها فرو خواهد ریخت زیرا لنگر خمیری موجود آنها از مقدار لازم محاسبه شده بزرگتر در نظر گرفته شده است. در این طرح در اعضای BC و CD مصالح به‌صورت غیراقتصادی مصرف شده است.

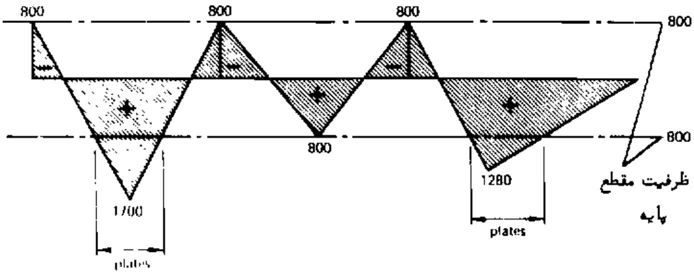


شکل ۵-۶

طرح سوم:

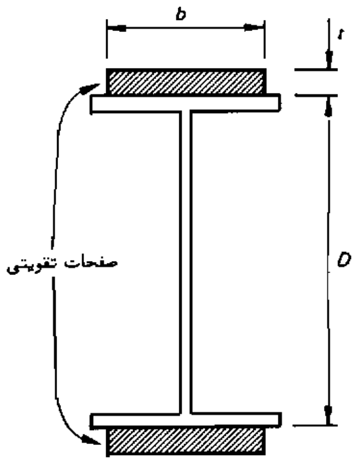
استفاده از ضعیفترین عضو ممکن (M_p = 800 kN m) در تمام دهانه‌ها. با درنظر گرفتن لنگرهای خمشی اصلاح شده نمودار لنگر خمشی فروریختگی را مطابق شکل ۵-۷ می‌توان رسم نمود. بجز دو قسمت نسبتاً کوتاه در میانه دهانه‌های AB و CD مقطع اصلی موجود دارای لنگر خمیری کافی می‌باشد. در قسمتهای کوتاه، لنگر خمیری را با اضافه کردن دو ورق به بالهای مقطع اصلی می‌توان افزایش داد (به‌مسأله ۲-۱ مراجعه شود). طول ورقها از نمودار

لنگر خمشی به‌دست آمده است .



شکل ۵ — ۷

جزئیات ورق ، دهانه AB



شکل ۵ — ۸

$$\text{حداکثر لنگر خمش} = 1700 \text{ kN m}$$

$$\text{مقطع اصلی} = 800 \text{ kN m}$$

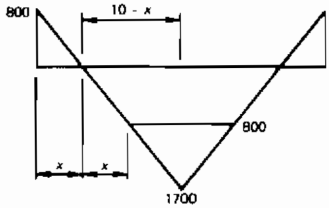
$$\text{ورقها } M_p = 900 \text{ kN m}$$

$$\text{ورقها } M_p = btD\sigma_y$$

یعنی

$$bt = \frac{900 \times 10^6}{400 \times 250} = 9000 \text{ mm}^2$$

b و t به‌مقدار مناسب انتخاب می‌شوند. با تشابه مثلثها در شکل ۵–۹ خواهیم داشت.



شکل ۵ – ۹

$$\frac{x}{10-x} = \frac{800}{1700}$$

$$1700x = 8000 - 800x$$

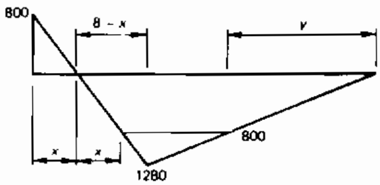
$$x = \frac{8000}{2500} = 3.2 \text{ m}$$

طول ورقها $= 2(10 - 2x)$

$= 2(10 - 6.4)$

$= 7.2 \text{ m}$

جزئیات ورق، دهانه CD



شکل ۵ – ۱۰

حداکثر لنگر خمشی $= 1280 \text{ kN m}$

مقطع اصلی $= 800 \text{ kN m}$

M_p ورقها $= 480 \text{ kN m}$

$$bt = \frac{480 \times 10^6}{400 \times 250} = 4800 \text{mm}^2$$

با توجه به‌تشابه مثلثها در شکل ۵ – ۱۰ داریم:

$$\frac{x}{8-x} = \frac{800}{1280}$$

$$1280x = 6400 - 800x$$

$$x = \frac{6400}{2080} = 3.08 \text{ m}$$

$$\frac{y}{16} = \frac{800}{1280}$$

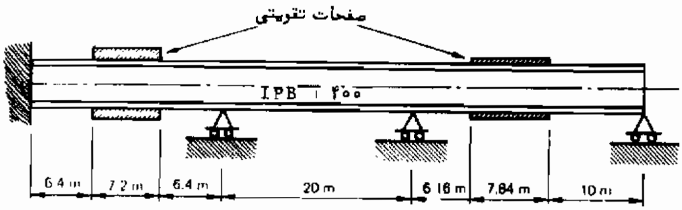
$$y = \frac{800 \times 16}{1280} = 10.0 \text{ m}$$

$$\text{طول ورقها} = (8 - 2x) + (16 - y)$$

$$= 24 - 2 \times 3.08 - 10$$

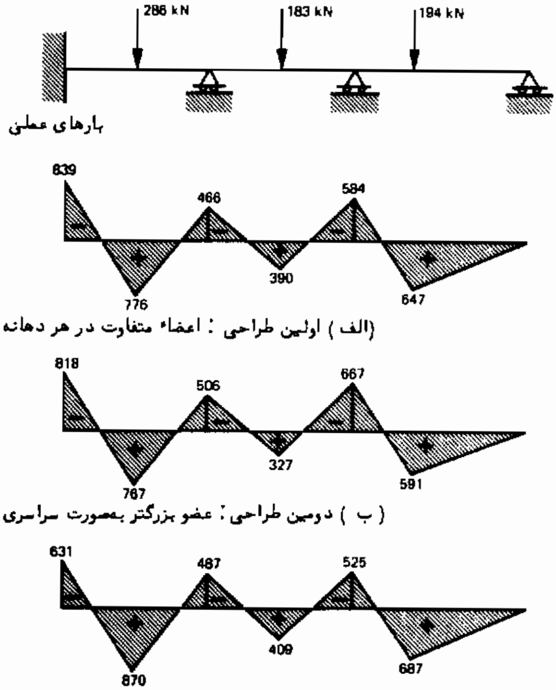
$$= 7.84 \text{ m}$$

شکل ۵ ــ ۱۱ جزئیات طرح را نشان می‌دهد .



شکل ۵ ــ ۱۱

در مثال فوق با کمی محاسبات اضافی می‌توانستیم به‌سه طرح مختلف دست یابیم .درطراحی به‌روش ارتجاعی معمولا"لازم است فرضیاتی‌درمورد اندازه‌های‌مقطع (معمولا" لنگردوم سطح) برای شروع محاسبات در نظر گرفته شود ، و تنها در پایان کار می‌توان صحت فرضیات را کنترل کرد .درحالیکه درروشهای خمیری فرضهای اولیه بسیار سریع کنترل و تصحیح‌می‌شود . در روشهای خمیری روند محاسبات طراحی ورقها تحت کنترل طراح است . ورقها اثر قابل توجهی در مشخصات ارتجاعی اعضاء دارند که محاسبه‌آنها خسته کننده است . شکل۵ــ۱۲ نمودارهای لنگرخمشی‌ارتجاعی را برای سه طرح فوق تحت بار عملی نشان می‌دهد .سه‌طرح رضایت‌بخش هستند چرا که هیچ یک از لنگرهای‌خمشی آنقدرزیاد نیست تا مقاطع جاری‌شوند. اکنون بحث در مورد گزینش یکی از سه طرح است که هیچ کدام از نظر فنی غلط نیستندءاین انتخاب به‌عوامل دیگر بستگی دارد . طرح اول را به‌دلیل اجرای مشکل می‌توان رد کرد،در انتخاب بین دوطرح دیگر مسایل اقتصادی تعیین کننده خواهد بود . آیا هزینه اتصال‌ورقها به‌تیر (احتمالا" با جوش) از هزینه اضافی لازم در طرح عضو ساده و بدون ورق ، بیشتراست یا کمتر؟



(الف) اولین طراحی : اعضاء متفاوت در هر دهانه

(ب) دومین طراحی : عضو بزرگتر بصورت سراسری

(ج) سومین طراحی : استفاده از صفحات تقویتی

شکل ۵ــ۱۲

روش ذکر شده در این مثال براساس روش نمودار لنگر خمشی واکنش و آزاد بودکه‌البته برای تمام تیرها مناسب می‌باشد. بایستی تأکید شود که در روش فوق فقط‌اندازه‌های اعضاء ورقها به‌دست می‌آید. جزئیات دیگری نیز مثل سخت کننده‌های جان در تکیه‌گاهها و زیر بارها وجود دارد که لازم است در نظر گرفته شوند. ولی پرداختن به‌آنها خارج از بحث این کتاب است.

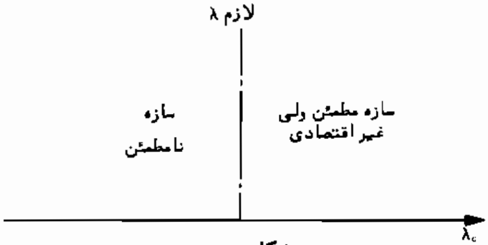
۵ــ۴ طرح بهینه

۵ــ۴ــ۱ عوامل مؤثر در طراحی

مثال قبل نشان دادکه چگونه با استفاده‌از روشهای خمیری یک تیر یکسره طرح‌می‌شود. قبل از پرداختن به‌سازه‌های قابی منطقی است که مشخص شود سعی طراح در به‌دست آوردن چیست.

روشن است‌که هدف طراح محاسبه سازه‌ای با یک ضریب‌بار فروریختگی مفروض می‌باشد

همان‌گونه که شکل ۵ـ۱۳ نشان می‌دهد اگر ضریب بار فروریختگی سازهٔ نهایی بزرگتراز مقدار لازم باشد ، سازه‌دست بالا و درنتیجه‌غیراقتصادی طرح شده ، اگر ضریب بار فرو ریختگی کوچکتر از مقدار لازم باشد سازه دست پایین طرح شده در نتیجه نامطمئن است.طراح ضمن تأمین حداقل مقاومت لازم باید طرح مناسب و درست ارائه نماید .



شکل ۵ ـ ۱۳

معمولاً" برای انجام چنین امری راههای مختلف‌وجود دارد و بنابراین‌انتخاب‌بهترین راه به‌طراح واگذار می‌شود . به‌عبارت دیگر طراح باید طرح بهینه‌ای به‌دست آورد .

برای انجام چنین امری عوامل دیگری بجز مقاومت بایستی مورد بررسی قرار گیرند . مهمترین عوامل عبارتند از :

۱ ـ حداقل مجموع وزن مصالح

۲ ـ در دسترس بودن مقاطع فولاد ساختمانی

۳ ـ مناسب بودن اجرا ـ بایستی توجه کرد که استفاده از ماشین ، بریدن و جوشکاری هیچ کدام با صرفه نیستند .

۴ ـ محدودیت خیز .

۵ ـ حداقل مجموع هزینه .

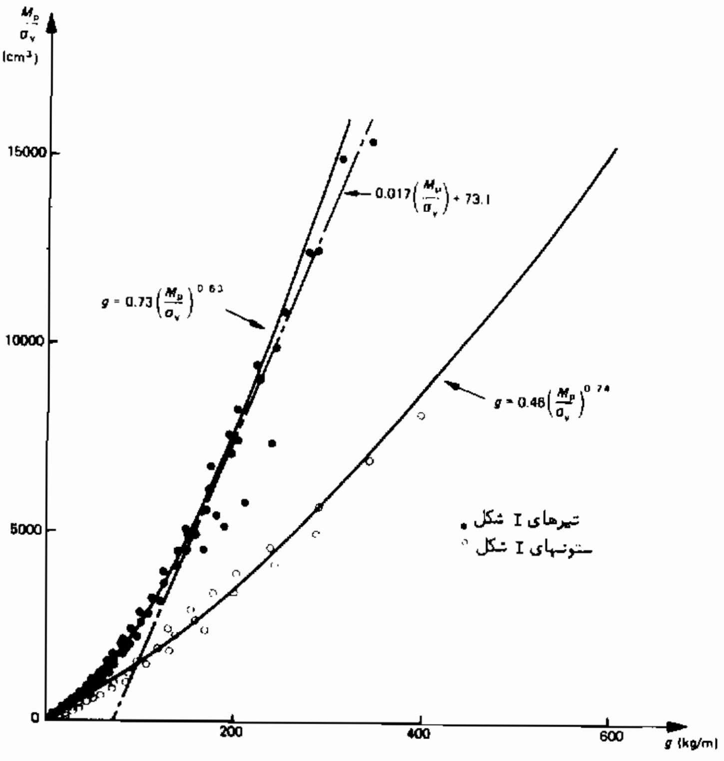
در طرح بهینه تمام عوامل فوق طوری متعادل شده‌اند که سازه نهایی دارای حداقل مجموع هزینه باشد . اکنون با محدودیتهای مشخصی طراحی بهینه از جنبه محاسبات ریاضی ممکن می‌باشد (بخصوص به‌یاری کامپیوتر) . جزئیات کامل خارج از بحث این کتاب است،اما می‌توان روش را به‌سادگی شرح داد .درقسمت عمده باقیمانده‌این بخش *"طرح حداقل‌وزنی"* یعنی طرحی که بند (۱) را برآورده می‌سازد ، بررسی می‌شود . ولی در پایان نشان داده خواهد شد که چگونه می‌توان سایر عوامل را در نظر گرفت . در طراحی حداقل وزنی با محاسبات دستی لازم است از نمودارهای تقابلی که محورهای مختصات آن برحسب‌لنگرهای خمیری مجهول می‌باشد ، استفاده شود . این موضوع استفاده از روش را به‌سازه‌های تنها با

دومقطع مختلف محدود می‌سازد . همان طور که ملاحظه خواهد شد با استفاده از کامپیوتر محدودیتی در تعداد مجهولات اعضاء وجود نخواهد داشت .

۵ ـ ۴ ـ ۲ توابع وزن

مطابق شکل ۵ـ۱۴ وزن واحد طول برحسب اساس‌خمیری (M_p/σ_y) برای تمام مقاطع تیر و ستون یونیورسال[1] محاسبه و روی صفحه مختصات برده شده است . جزئیات مقاطع‌از کتابچه سازه فولادی استخراج شده است (۲) . همچنین روی‌شکل‌منحنیهایی که‌به‌بهترین نحو بر نقاط فوق مرور کرده به‌طور جداگانه برای تیرها و ستونها رسم شده است.در واقع اگر برای تمام مقاطع ممکن این کار انجام شود ، برای هریک منحنی جداگانه‌ای خواهیم داشت . منحنی به‌صورت تابع زیر است .

$$g = c\left(\frac{M_p}{\sigma_y}\right)^n \qquad (۶ ـ ۵)$$



شکل ۵ ـ ۱۴

۱ ـ استاندارد انگلیسی مقاطع فولادی

که kg/m و طول واحد / وزن = g و kN m ولنگر پلاستیک = M_p و c و n مقادیر ثابت هستند .
برای مقاطع با مصالح هم‌جنس، σ ثابت است ، بنابراین داریم

$$g = kM_p{}^n \qquad (۵-۷)$$

که $k = c/(\sigma_y)^n$ می‌باشد .محاسبات دستی برای یک چنین رابطه‌ای مشکل به‌نظر می‌رسد . در بیشتر طرحها انتخاب اعضایی با اختلاف زیاد در اندازه مقاطع معمول نیست و احتمال می‌رود که اکثرا" مقدار لنگر خمیری در محدوده M_p تا $2M_p$ قرار گیرد . در این محدوده معادله ۵ ــ ۷ را می‌توان با معادله خطی زیر جایگزین نمود .

$$g = k_1 M_p + k_2 \qquad (۵-۸)$$

که بسیار قابل‌استفاده تر است . در جدول ۵ ــ ۲ مقادیر k_1 ، k_2 برای‌محدوده‌های‌مختلف S مربوط به‌مقاطع تیر محاسبه شده است .

جدول ۵ ــ ۲

حدود -S	فولاد نرمه $\sigma_y = 250\ \mathrm{N/mm^2}$		سایر فولادها	k_2
(cm^3)	حدود M_p (kN m)	k_1	k_1	
0 – 2000	0 – 500	0.154	$38.6/\sigma_y$	15.2
1000 – 3000	250 – 750	0.112	$28.1/\sigma_y$	30.7
2000 – 6000	500 – 1500	0.086	$21.6/\sigma_y$	48.0
5000 – 10 000	1250 – 2500	0.068	$17.0/\sigma_y$	73.1

در شکل ۵ــ۱۴ خط مربوط به‌محدوده S بین cm^3 ۵۰۰۰ و cm^3 ۱۰۰۰۰ نشان داده شده است . حداکثر اختلاف فقط ۱/۴ درصد و موقعی است که S برابر $\mathrm{cm}^3$۵۰۰۰ باشد . شکل ۵ــ۱۴ نشان می‌دهد که در واقع این خط به‌خوبی‌نسبت بین g و $S\,(= M_p/\sigma_y)$ را در محدوده بین $\mathrm{cm}^3$۳۰۰۰ و $\mathrm{cm}^3$۱۷۵۰۰۰ بیان می‌کند .

رابطه بین وزن واحد طول و لنگر خمیری (معادله عمومی ۵ــ۸) برای محاسبه وزن کل سازه ، G ،برحسب لنگرخمیری هرعضو قابل‌استفاده‌است .این رابطه را "تابع وزن‌سازه"گویند.

$$G = \Sigma L(k_1 M_p + k_2) \tag{۵ – ۹}$$

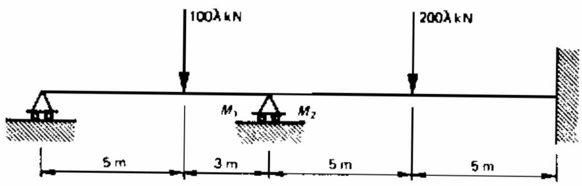
$L =$ طول عضو

$$G = \Sigma k_1 M_p L + \Sigma k_2 L \tag{۵ – ۱۰}$$

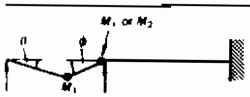
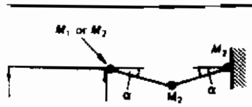
در معادله ۵–۱۰ ، قسمت اول طرف سمت راست $\Sigma k_1 M_p L$ قابل تغییر است زیرا مقدار آن بستگی به M_p دارد ، قسمت دوم ثابت است . منظور از طرح حداقل وزن حتی‌الامکان کوچک ساختن قسمت متغیر می‌باشد .

۵ – ۴ – ۳ طرح حداقل وزن تیر سراسری

یک تیر سراسری دو دهانه ساده‌ترین مثالی است که برای تشریح طرح‌حداقل وزن‌مورد استفاده قرارمی‌گیرد .شکل ۵–۱۵ تیر را نشان می‌دهد مرحله اول در نظر گرفتن مکانیزمهای فروریختگی ممکن است . از آنجا که مقادیر نسبی لنگرها مشخص نیست در این مکانیزمها بایستی دو حالت ممکن $M_1 < M_2$ و $M_1 > M_2$ مورد نظر قرار گیرند .



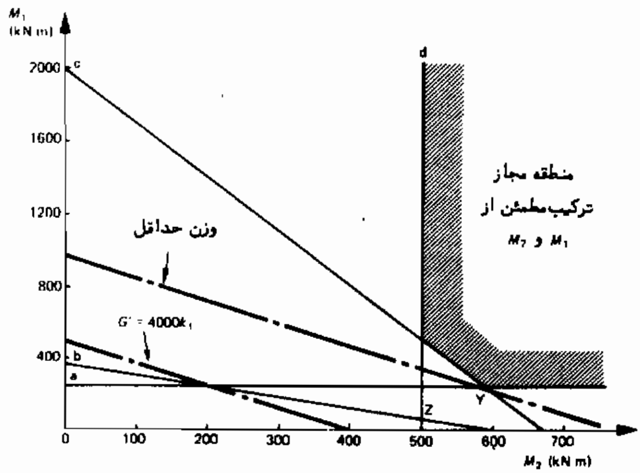
شکل ۵ – ۱۵

مکانیزم	کار خارجی	کار داخلی $M_1 < M_2$	کار داخلی $M_1 > M_2$
 $3\phi = 5\theta$, $\phi = \frac{5}{3}\theta$	$100\lambda \times 5\theta$ $= 500\lambda\theta$	a $M_1\theta + 2M_1\phi$ $= M_1\left(1 + \frac{10}{3}\right)\theta$ $= \frac{13}{3}M_1\theta$	b $M_1\theta + M_1\phi + M_2\phi$ $= M_1\left(1 + \frac{5}{3}\right)\theta + M_2 \times \frac{5}{3}\theta$ $= \left(\frac{8}{3}M_1 + \frac{5}{3}M_2\right)\theta$
	$200\lambda \times 5\alpha$ $= 1000\lambda\alpha$	c $M_1\alpha + 3M_2\alpha$ $= (M_1 + 3M_2)\alpha$	d $4M_2\alpha$

جدول فوق به‌طور جداگانه در هر دهانه برای مکانیزمهای تیره‌کار داخلی و خارجی را نشان می‌دهد . چهار مکانیزم ممکن وجود دارد ، ولی فقط یکی از آنها بحرانی‌است.ازآنجا که در تمام مکانیزمهای ممکن‌تیربایستی ایمن باشدمعادله‌کار برای هر مکانیزم بایستی‌به‌شکل زیر نوشته شود .

$$\begin{array}{ll} \frac{13}{3}M_1\theta \geqslant 500\lambda\theta & \mathbf{a} \\ \left(\frac{8}{3}M_1+\frac{5}{3}M_2\right)\theta \geqslant 500\lambda\theta & \mathbf{b} \\ (M_1+3M_2)\alpha \geqslant 1000\lambda\alpha & \mathbf{c} \\ 4M_2\alpha \geqslant 1000\lambda\alpha & \mathbf{d} \end{array} \qquad (۱۱-۵)$$

نتیجه می‌شود که مقاومت داخلی (توسط کار داخلی) مساوی یا بزرگتر از اثر بارهای اعمال شده است ، و ضوابط ایمنی را برآورده می‌سازد . در مکانیزم بحرانی (نامشخص) تساوی در معادله کار باید طوری برقرار شود که ضریب بار اعمال شده بر سازه درست برابر با مقدار لازم باشد . مقدار دورانهای مجازی در هر حالت قابل حذف است . معادلات ۵ــ۱۱ را می‌توان روی یک نمودار تقابلی با محورهای M_1 و M_2 رسم‌کرد . این نمودار درشکل ۵ــ۱۶ نشان داده شده است که در آن ضریب بار لازم ۲/۰ فرض شده است .



شکل ۵ — ۱۶

درمقایسه با فصل ۳ ، یک منطقه مجاز (PR) که معادلات ۵ــ۱۱ را برآورده می‌سازد بایستی مطابق شکل۵ــ۱۶ نشان داده‌شود . این نمودار نشان می‌دهد که b ، مکانیزم سمت چپ

دهانه با $M_1 > M_2$ هرگز بحرانی نیست زیرا خارج از منطقه مجاز است‌تلاقی a و c یعنی نقطه Y ترکیب M_1 و M_2 را در صورتی‌که $M_1 < M_2$ و هردو دهانه تواما" فروریخته خواهد شد مشخص می‌نماید. در این حالت بین دورانهای خمیری هردهانه رابطه‌ای وجود ندارد. به‌همین دلیل از دو علامت مختلف در جدول اصلی استفاده شده‌است. محل تلاقی b و d می‌باید. فروریختگی دهانه‌ها را در حالت $M_1 > M_2$ تواما" نشان دهد. در این‌حالت چنین‌امری ممکن‌نیست زیرامحل‌تلاقی، نقطه Z، نشان‌می‌دهد که $M_1 < M_2$.

با استفاده از معادله ۵ـ۱۰ تابع وزن برای هر تیر عبارت است از.

$$G = k_1(8M_1 + 10M_2) + 18k_2 \qquad (۵-۱۲)$$

برای اهداف طراحی ابتدا فقط در نظر گرفتن قسمت متغیر معادله ۵ـ۱۲ لازم است.

$$G' = k_1\ (8M_1 + 10M_2) \qquad (۵-۱۳)$$

و در آخر مقدار ۱۸ k_2 اضافه می‌گردد.

معادله ۵ـ۱۳ معادله خطوط موازی مستقیم در نمودار تقابلی می‌باشد.

با فرض مقداری برای G' یک خط رسم می‌شود و سپس دونقطه روی‌خط به‌دست می‌آید. با فرض $G' = 4000k_1$ وقتی که

$$M_1 = 0 \qquad M_2 = 400 \text{ kN m}$$

$$M_2 = 0 \qquad M_1 = 500 \text{ kN m}$$

باشد خطی به‌دست می‌آید. این خط که درشکل ۵ـ۱۶ نشان داده شده، خارج ازمنطقه مجاز PR قرارمی‌گیرد. اگر G' به‌اندازه‌مناسب افزایش یابد خط مذکور با مرز منطقه مجاز مماس می‌گردد. این کمترین مقدار G' است که از مقادیر M_1 و M_2 به‌دست می‌آید و با منطقه مجاز مماس می‌شود. این خط را "خط حداقل‌وزن" نامند. مقادیر M_1 و M_2 درتلاقی خط حداقل وزن و مرز منطقه مجاز PR یعنی نقطه Y مقادیر مربوط به مقاطع اعضاء می‌باشند. طرح حداقل وزن برای تیر عبارت است از:

$$M_1 = 230.8 \text{ kN m}$$

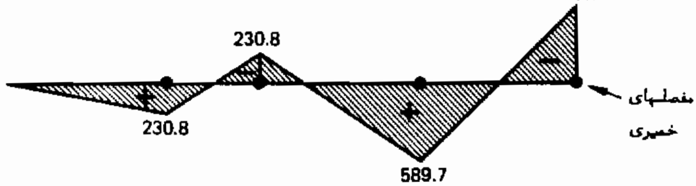
$$M_2 = 589.7 \text{ kN m}$$

$$G'_{\min} = k_1\ (8 \times 230.8 + 10 \times 589.7) = 7743k_1$$

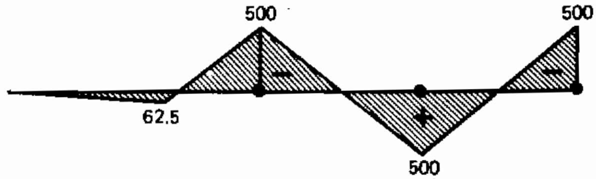
بنابراین حداقل وزن واقعی عبارت است از:

$$G_{\min} = 7743k_1 + 18k_2$$

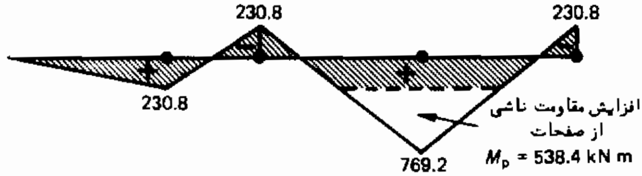
و معلوم می‌کند که طرح حداقل وزن،فروریختگی هردو دهانه را به‌دنبال خواهد داشت.این موضوع به‌وسیله نمودار لنگر خمشی فروریختگی که در شکل ۵–۱۷ الف نشان داده شده قابل تشخیص است .برای دستیابی به‌طرح حداقل وزن لازم‌است که در دهانه‌ها از مقاطع مختلف استفاده شود ، که شاید عملی نباشد . با استفاده از نمودار تقابلی می‌توان تعداد زیادی اعضاء با مقطع ساده و یا با صفحات تقویتی طراحی نمود.کمترین مقدار ممکن برای M_2 برابر 500 kN m است که از خط d تعیین می‌شود . اگر از این مقطع در سرتاسر تیر استفاده شود ، نمودار لنگرخمشی فروریختگی مطابق شکل ۵–۱۷ب خواهد بود . این نمودار نشان می‌دهد که مقطع برای هر دو دهانه مناسب است و بنابراین مقطع ساده‌ای طراحی می‌شود . کوچکترین مقدار M_1 برابر 230.8 kN m است‌که ازخط a به‌دست‌می‌آید .نمودار لنگرخمشی‌فرو ریختگی (شکل ۵–۱۷ج)نشان می‌دهد که ورقهای با لنگرخمیری 538.4 kN m برای‌دهانه‌سمت‌راست لازم می‌باشد .



(الف) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی : طرح حداقل وزن



(ب) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی : طرح تک عضون



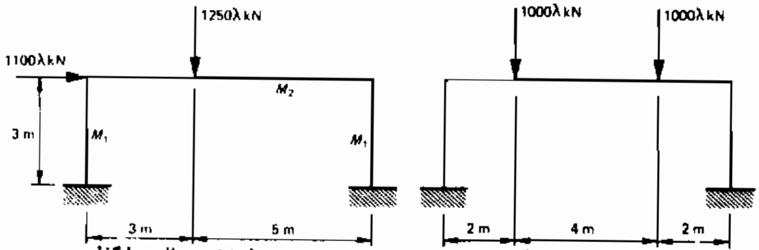
(ج) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی : طرح بااستفاده از صفحات تقویتی

شکل ۵ – ۱۷

۵ – ۴ – ۴ – ۵ طرح حداقل وزن برای قاب پرتال

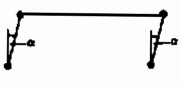
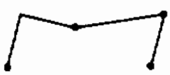
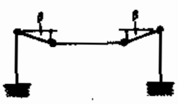
طرح حداقل وزن‌برای قابها مناسبتراست زیرااتصال عمودبرهم (یا درقابهای شیبدار

تقریبا" عمود برهم) قطعات با مقاطع متفاوت نسبتا" معمول و مناسب است . جریان کار مشابه تیر سراسری است . طراحی قاب پرتال شکل ۵ــ۱۸ نشان می‌دهد که چگونه وقتی چندحالت بارگذاری وجود دارد روش مذکور قابل استفاده است .

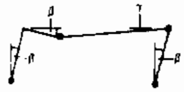


اولین حالت بارگذاری ، λ = 1.4 — دومین حالت بارگذاری λ = 1.75

شکل ۵ — ۱۸

مکانیزم	کار خارجی	کار داخلی $M_1 < M_2$	کار داخلی $M_1 > M_2$
حالت اول بارگذاری  $5\phi = 3\theta$ $\phi = \frac{3}{5}\theta$	$1250 \times 1.4 \times 3\theta$ $= 5250\theta$	a $M_1\theta + M_2(\theta+\phi) + M_1\phi$ $= (M_1+M_2)(\theta + \frac{3}{5}\theta)$ $= \frac{8}{5}(M_1+M_2)\theta$	b $2M_2(\theta+\phi)$ $= \frac{16}{5}M_2\theta$
	$1100 \times 1.4 \times 3\alpha$ $= 4620\alpha$	c $4M_1\alpha$	d $2(M_1+M_2)\alpha$
 $\theta = \alpha$	$(5250 + 4620)\theta$ $= 9870\theta$	e $\frac{8}{5}(M_1+M_2)\theta$ $+ 4M_1\theta - 2M_1\theta$ $= \left(\frac{18}{5}M_1 + \frac{8}{5}M_2\right)\theta$	f $\frac{16}{5}M_2\theta + 2(M_1+M_2)\theta$ $- 2M_2\theta$ $= \left(2M_1 + \frac{16}{5}M_2\right)\theta$
حالت دوم بارگذاری  متقارن	$2 \times 1000 \times 1.75 \times 2\beta$ $= 7000\beta$	g $2(M_1+M_2)\beta$	b $4M_2\beta$

بدون بار افقی و بنابراین بدون تغییر مکان جانبی

		j	k
 $6\gamma = 2\beta$ $\gamma = \frac{1}{3}\beta$	$1000 \times 1.75 \times (2\beta + 2\gamma)$ $= 3500\left(1 + \frac{1}{3}\right)\beta$ $= 4667\beta$	$M_1(3\beta + \gamma) + M_2(\beta + \gamma)$ $= \left(\frac{10}{3}M_1 + \frac{4}{3}M_2\right)\beta$	$M_1 \times 2\beta + M_2(2\beta + 2\gamma)$ $= \left(2M_1 + \frac{8}{3}M_2\right)\beta$

توجه شود که مکانیزم مرکب بدون هر نیروی جانبی می‌تواند به‌وجود آید . مفصل دوم در تیر بایستی برداشته شود زیرا تقارن بهم خورده است . نامعادلات حاصله از جدول به‌شرح زیر می‌باشند :

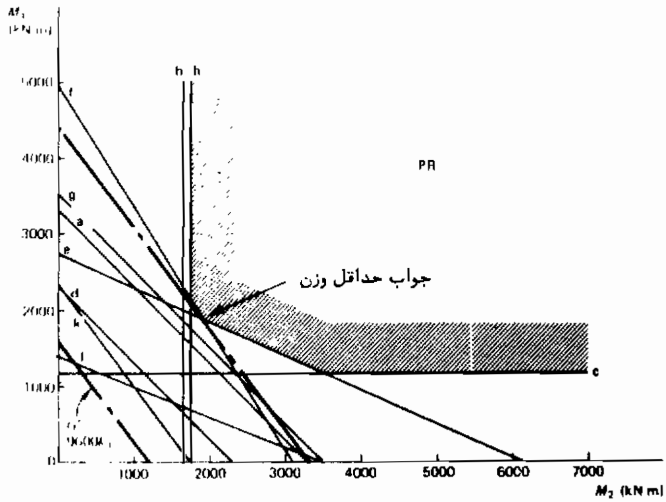
$$\left.\begin{aligned}
&\frac{8}{5}M_1 + \frac{8}{5}M_2 \geqslant 5250 && \mathbf{a}\\
&\frac{16}{5}M_2 \geqslant 5250 && \mathbf{b}\\
&4M_1 \geqslant 4620 && \mathbf{c}\\
&2M_1 + 2M_2 \geqslant 4620 && \mathbf{d}\\
&\frac{18}{5}M_1 + \frac{8}{5}M_2 \geqslant 9870 && \mathbf{e}\\
&2M_1 + \frac{16}{5}M_2 \geqslant 9870 && \mathbf{f}
\end{aligned}\right\}$$

حالت اول بارگذاری (۵ — ۱۴)

$$\left.\begin{aligned}
&2M_1 + 2M_2 \geqslant 7000 && \mathbf{g}\\
&4M_2 \geqslant 7000 && \mathbf{h}\\
&\frac{10}{3}M_1 + \frac{4}{3}M_2 \geqslant 4667 && \mathbf{j}\\
&2M_1 + \frac{8}{3}M_2 \geqslant 4667 && \mathbf{k}
\end{aligned}\right\}$$

حالت دوم بارگذاری (۵ — ۱۵)

نمودار تقابلی حاصله از معادلات ۵—۱۴ و ۵—۱۵ در شکل ۵—۱۹ نشان داده شده است. منطقه مجاز PR در مجموعه نامعادلات مربوط به هردو حالت بارگذاری صدق می‌کند .



شکل ۵ – ۱۹

تابع وزن برای قاب عبارت است از

$$G = k_1(6M_1 + 8M_2) + 14k_2 \qquad (۵ – ۱۶)$$

با فرض مقاطع یکسان برای تیر و ستونها . قسمت متغیر تابع وزن به‌صورت زیر است

$$G' = k_1\,(6M_1 + 8M_2) \qquad (۵ – ۱۷)$$

که می‌توان برای تعیین حداقل وزن روی نمودار تقابلی رسم کرد .

$M_1 = 1898$ kN m

$M_2 = 1898$ kN m

$G'_{min} = k_1(6 \times 1898 + 8 \times 1898) = 26572k_1$

$G_{min} = 26572k_1 + 13k_2$

توجه شودکه تعیین حداقل وزن بدون‌اطلاع ازمقادیر ثابت k_1 و k_2 تابع‌وزن ممکن‌می‌باشد. اگر وزن‌واقعی مصالح لازم‌گردد مقادیر k_1 و k_2 برای‌محدوده لنگرهای خمیری‌که M_1 و M_2 در داخل آنها قرار می‌گیرد قابل محاسبه است .

این مقادیر در جدول ۵–۲ برای مقاطع تیر یونیورسال داده شده است

در نتیجه، نکته قابل توجه این که در دو مثال فوق جواب منحصر بفردی بدست‌آمد

زیرا خط حداقل وزن تنها با یک نقطه از مرز منطقه مجاز PR تماس داشت . بدیهی است در بعضی حالات خط حداقل وزن بر مرز منطقه مجاز منطبق شده و دیگر جواب منحصربفرد نخواهد بود . هر جفت از لنگرهای خمیری که در فصل مشترک فوق قرار گیرند قابل قبولند و وزن مصالح بهدست آمده یکسان است .

۵ ــ ۴ ــ ۵ طرح حداقل وزن بهکمک کامپیوتر

منظوراز طرح حداقل وزن ، بهینه کردن تابع وزن سازه است که با توجه به نامعادلات حاصله ازمکانیزمهای ممکن بهدست میآید .تابع وزن و نامعادلات مربوطهدر لنگرهای خمیری مجهول ، همگی خطی هستند و بنابراین حل مسئلهٔ مربوطه بهصورت خطی انجام میگیرد . روشهای زیادی برای حل مسأله وجود دارد و شاید مفیدترین آنها روش " سیمپلکس[1] "است

روش سیمپلکس برای استفاده در کامپیوتر مناسب است و میتوان تعداد زیادی از لنگرهای خمیری نامعلوم را درآن بهکار برد . برنامههای کامپیوتری استانداردی وجوددارد که بهصورت کامل جوابگوی مسأله است (۱۲ و ۱۱)،ثابت شده است که در موقع استفاده از کامپیوتر عوامل دیگرطراحی را نیزمیتوان دخالت داد .نقطه شروع استفادهاز رابطه واقعی بین g و M_p یعنی معادله ۵ــ۷ در مورد تابع وزن است . در این حالت تابع حاصله غیرخطی است بنابراین حل مسأله با استفاده از " **برنامه غیرخطی** " بایستی انجام شود . (۱۰) در اینجا لازم است مقاطع غیراستاندارد (نوردنشده)نیز در نظر گرفته شوند و معادله۵ــ۷متناسب با چنین مقاطعی بهدستآورده شود .پس تابع وزن غیرخطی و غیر پیوسته میشود (۱۳) .

مشکل اصلی در مورد قابهای پیچیده تعیین مکانیزمهای ممکن است . و فقطاگر تمامی شروط ممکن تعیین شدهباشند طرح صحیحاست ،اشکال دیگرآنست کهشروط خیلی زیادمیشود بنابراین حل مسأله وقت زیادی از کامپیوتر را مصرفمیکند .برای کاهش این شروط روشهای متعددی مورد استفاده قرار گرفته است .

۵ ــ ۵ جمعبندی

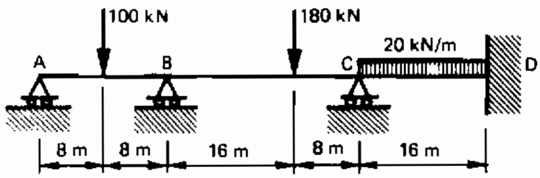
در این فصل طرح سازهها بهروش خمیری بیان شد . در تیرهای یکسره با یک آزمون و خطا طراحیصورت میگیرد که درآن مقاومت بهفروریختگی و سهولت اجرا در نظرگرفته میشود . در قابها ، هدف از طراحی بهدست آوردن طرح بهینه است یا بهعبارت سادهتر طرحی که استفاده از حداقل وزن مصالح را شامل گردد تا ضریب بارلازمبرای فروریختگی را

1— *Simplex*

تأمین نماید .برای طرح سازه‌های پیچیده‌تر با تعداد زیادی از اعضاء با مقاطع متفاوت از کامپیوتر استفاده می‌شود .همچنین درمواردی خاص مانند نبودن مقاطع استاندارد بهره‌گیری از کامپیوتر سودمند است .

۵ ــ ۶ مسایل

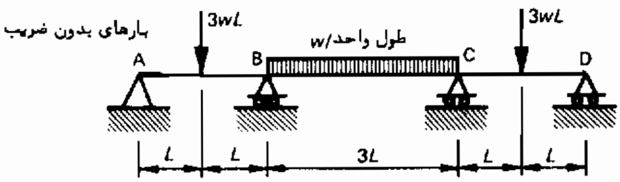
۵ــ۶ــ۱ برای تیر یکسره شکل ۵ــ۲۰ لنگرهای خمیری را برای حالات زیر تعیین کنید. (الف) طرحی براساس دهانه بحرانی و (ب) طرح با ورق .بارهای نشان‌داده‌شده بارهای فروریختگی هستند .



شکل ۵ ــ ۲۰

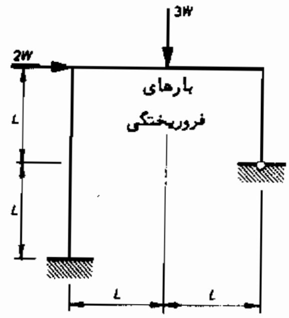
۵ــ۶ــ۲ تیر یکسره شکل ۵ــ۲۱ با ضریب بارفروریختگی برابر۲ طرح شده است طرح‌های ممکن را با توجه به درنظر گرفتن موارد زیر انجام دهید (الف) سادگی اجرا (ب) وزن مصرفی ضمناً" کدامیک از طرحها بهتر است؟

وزن واحد طول مقطع‌تیر kM_p است که M_p لنگر خمیری مقطع است . وزن واحد طول ورقها $1/5\ kM$ است که M لنگر خمیری ورقها است . در استفاده از ورقها ، آنها بایستی به‌فاصله $0/1L$ آن طرف محلی که دیگر برای مقاومت خمشی‌لازم نیست ادامه داده شوند.



شکل ۵ ــ ۲۱

۵ــ۶ــ۳ فرض کنید در ستونها از مقاطع مشابهی استفاده شده است ، قاب پرتال شکل ۵ــ۲۲ را برای حداقل وزن طراحی‌کنید . فرض کنید‌که وزن واحد طول $g = k_1M_p + k_2$ می‌باشد

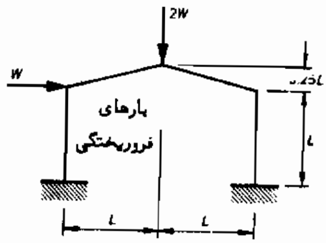


شکل ۵ — ۲۲

۵ــ۶ــ۴ قاب شیبدار شکل ۵ــ۲۳ را برای حداقل وزن طراحی کنید . فرض کنید .

برای ستونها $g_C = 0.75M_p + 90$

برای شیبها $g_R = 0.4M_p + 75$



شکل ۵ — ۲۳

۵ــ۶ــ۵ در شکل ۵ــ۲۴ فرض کنید ستونها از مقطع یکسانی بوده و تیرهای شیبدار از مقطع دیگر می‌باشند . حداقل وزن فولاد لازم را اگر وزن واحد طول برابر

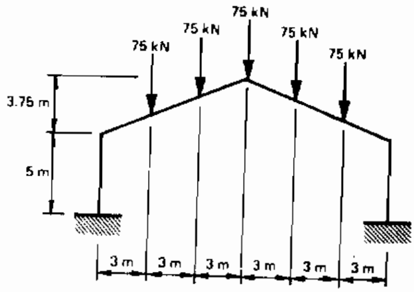
$g = 0.4M_p + 75$ kg/m

باشد تعیین کنید . M_p برحسب kN m است .

دو حالت بارگذاری بهقاب اعمال میگردد .

(الف) یک نیروی بادافقی kN ۵۰ دربالای هر ستون ، و یک بار قائم برابر با 200 kN در وسط دهانه ، ضریب بار لازم ۱/۵ است .

(ب) فقط چند بار قائم (مطابق شکل) با ضریب بار ۲/۰ .



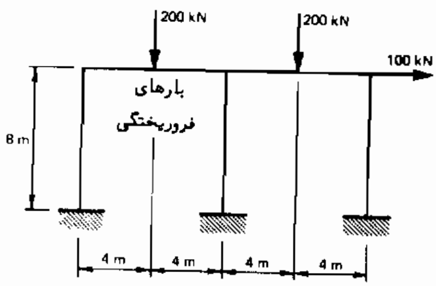
شکل ۵ ــ ۲۴

۵ــ۶ــ۶ برای قاب دو دهانه شکل ۵ــ۲۵ حداقل وزن طراحی را به دست آورید. یک مقطع برای ستونها و یک مقطع برای تیرها در نظر بگیرید. همچنین

$g_C = 0.75M_p + 90$ kg/m برای ستونها

$g_B = 0.4M_p + 75$ kg/m برای تیرها

که M_p برحسب kN m می‌باشد.



شکل ۵ ــ ۲۵

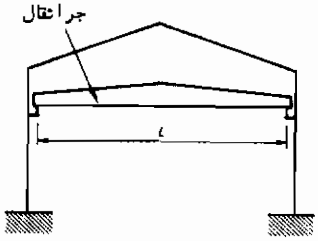
٦

تغییرمکان و پایداری

۶ ــ ۱ مقدمه

در فصلهای ۴،۳ و ۵ جزئیات روشهای تعیین بارهای فروریختگی سازه‌های فولادی بررسی شد . برای مثال ،در روش کار مجازی ، بار فروریختگی با در نظر گرفتن تغییرشکلهای کوچک (مجازی) برای مکانیزم فروریختگی تعیین شد . در این حال ، فرض شد که شکل سازه قبل ازتغییرشکل مکانیزم ، مشابه موقعی‌که به‌سازه باری وارد نمی‌شود ،باشد . به‌عبارت دیگر از کلیه تغییرشکلهای سازه قبل‌از فروریختگی صرف‌نظرگردید .اما قبل از فروریختگی می‌باید تغییرشکل وجود داشته باشد . این به چه معناست ؟

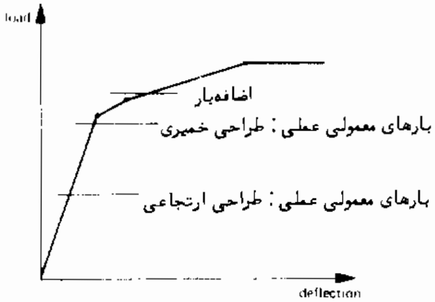
تقویت سازه برای مقاومت در مقابل بارهای وارده به‌ازای یک ضریب بار کافی در فروریختگی تنها کفایت نمی‌کند و لازم است مطمئن بود که تغییر مکان بیش از حد نمی‌شود . قاب شیبدار شکل ۶ــ۱ را در نظر بگیرید . روی قاب ریلهایی برای حرکت جر اثقال وجود دارد . چرخهای جر اثقال که روی ریل حرکت می‌کند امکان حرکت جانبی محدودی دارد .در نتیجه طول از اجزای بحرانی طراحی‌است .اگر در اثر تغییر مکان قاب تغییر آن زیاد باشد چرخها گیر کرده و دیگر جر اثقال حرکت نخواهد کرد .



شکل ۶ ــ ۱

تغییر مکان بایستی وارسی شود ، تحت بارهای متعارف سازه بایستی هنوز ارتجاعی

باشد . بنابر این می‌توان تغییر مکانها را بوسیله تحلیل ارتجاعی تعیین‌نمود . این موضوع در سازه‌ای که به روش‌های خمیری طراحی شده‌است نسبتا" غیرمنطقی است : علیرغم اینها یکی از دلایل اصلی استفاده از روشهای خمیری اجتناب از محاسبات خسته کننده‌ای است که در روشهای ارتجاعی وجود دارد . دلیل دیگری نیز وجود دارد . شکل ۶ ـ ۲ منحنی تغییر مکان ـ بار را برای قاب شکل ۶ـ۱ نشان می‌دهد . درطراحی‌خمیری سازه طوری طراحی می‌شودکه در مقاطع بحرانی خاصی لنگرهای خمشی نزدیک به‌لنگرخمیری گردد ، اگر چه سازه تحت بارهای متعارف ارتجاعی می‌باشد . تنها افزایش بار کوچکی روی جر اثقال لازم است تا مفصلهای خمیری شکل گرفته و تغییر مکان زیادی بدهند . به‌جر اثقالهایی از نوع شکل ۶ـ۱ عموما" بار بیش از اندازه وارد می‌گردد ، بخصوص که سرعت‌کار انگیزه‌ای برای حمل بار به‌طور یکجا می‌باشد .لذا منطقی است که در موقع فروریختگی تغییر مکانهای واقعی محدود شوند ، بخصوص اگر به‌راحتی قابل محاسبه باشند .



شکل ۶ ـ ۲

حالت دیگری نیز ممکن است به‌وجود آید . قبل از فروریختگی ممکن است تغییرمکانها به‌مقدار قابل ملاحظه‌ای بار فروریختگی سازه را کاهش دهند . خوب می‌دانیم که تغییرمکانها سختی ستونها را کاهش می‌دهند (معروف به‌اثر $P-\delta$)(۱۴) این حالت در قابها نیز اتفاق می‌افتد . در سازه‌های با انعطاف‌پذیری بیشتر این موضوع بسیار جدی است به طوری‌که‌تغییر مکانها می‌توانند باعث مکانیزم فروریختگی غیر منتظره‌ای ناشی از ناپایداری قاب گردند .

در ابتدا فقط سازه‌های ساخته شده از فولاد نرمه به‌وسیله روشهای خمیری طراحی می‌شدند ، ولی در حال حاضر سازه‌های فولادی با فولاد سخت نیز به همین روش طراحی می‌گردند . انعطاف‌پذیری کاهش یافته این فولادها (به شکل ۵ ـ ۱ مراجعه شود)معمولا " برای ایجاد مکانیزم فروریختگی‌کافی می‌باشد ، ولی تنش تسلیم زیاد بدان معناست‌که‌مقاطع کوچکتری را نسبت به‌آنچه‌که برای فولاد نرمه لازم‌است می‌توان مورد استفاده قراردادواین

این نتیجه منجر به سازه انعطاف‌پذیرتر با تغییر مکانهای زیادتر می‌گردد .

واضح است که احتمالا" مسایل ناشی از تغییر مکانها جدی‌تر خواهد بود.این موضوع‌را هنگام استفاده از فولادهای با مقاومت بالا بایستی مد نظر داشت . در قسمت اول این‌فصل روش مستقیمی برای محاسبه تغییر مکانها در موقع فروریختگی تشریح می‌شود و درقسمت‌دوم اثر خیز روی بار فرو ریختگی بررسی می‌گردد .

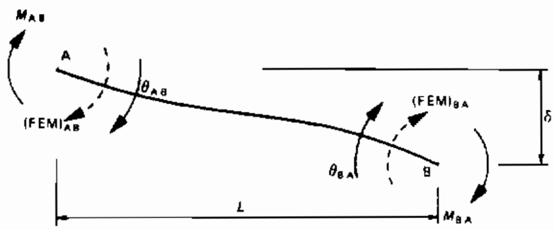
۶ ــ ۲ محاسبه تغییر مکانها در موقع فروریختگی

۶ ــ ۲ ــ ۱ مبانی نظری

فرض لازمی که در تعیین بارهای فروریختگی مورد استفاده قرار گرفت‌این‌بود که‌دوران خمیری درمفصلهای خمیری به‌وجود آید .این بدان معناست‌که بین مفصلهای خمیری اعضاء ارتجاعی هستند . بنابراین ضمن فروریختگی ، قاب طوری به‌اعضاء ارتجاعی مجزا تبدیل می‌شود که در انتهای تمام اعضاء رفتار خمیری به‌وجود آید . (البته ، اعضایی وجود دارد که لنگرهای انتهای آنها کمتر از لنگر خمیری می‌باشند) .

تغییر مکانهای سازه را به‌وسیله جابجایی انتهای هریک از اعضاء می‌توان نشان داد . از آنجا که‌اعضاء ارتجاعی هستند ، لنگرهای انتهایی و جابجاییهای انتهایی *ارتجاعی* به‌وسیله معادلات شیب ــ افت قابل محاسبه هستند(۱) .با استفاده از علائم شکل ۶ــ۳ داریم :

$$M_{AB} = \frac{EI}{L}\left(4\theta_{AB} + 2\theta_{BA} - 6\frac{\delta}{L}\right) + (FEM)_{AB}$$
$$M_{BA} = \frac{EI}{L}\left(2\theta_{AB} + 4\theta_{BA} - 6\frac{\delta}{L}\right) + (FEM)_{BA} \qquad (۱ ــ ۶)$$



شکل ۶ ــ ۳

شکل فوق جهت مثبت تغییرشکلها و لنگرها را نشان می‌دهد . در مثال بعد *قرار داد*

مثبت در جهت *عقربه‌های ساعت* رعایت شده است . معادله ۶ـ۱ را به‌صورت زیر می‌توان نوشت .

$$\begin{aligned}\theta_{AB} &= \frac{\delta}{L} + \frac{L}{6EI}(2M_{AB} - M_{BA}) - \frac{L}{6EI}[2(FEM)_{AB} - (FEM)_{BA}] \\ \theta_{BA} &= \frac{\delta}{L} + \frac{L}{6EI}(-M_{AB} + 2M_{BA}) - \frac{L}{6EI}[-(FEM)_{AB} + 2(FEM)_{BA}]\end{aligned} \qquad (۲-۶)$$

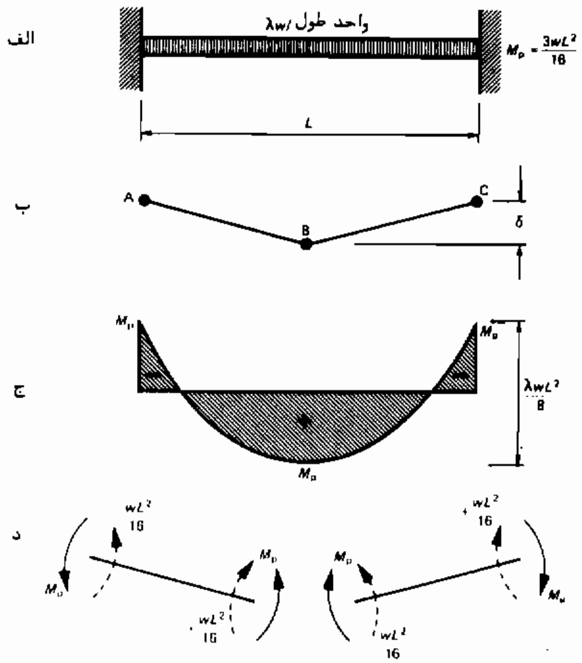
از معادلات شیب افت ۶ـ۲ می‌توان تغییر مکان نهایی را در موقع فروریختگی یعنی درست وقتی که آخرین مفصل خمیری شکل گرفته ولی دوران هنوز شروع نشده است به‌دست آورد. با ذکر مثال موضوع به‌سادگی روشن می‌شود .

۶ ـ ۲ ـ ۲ تیر دو سر گیردار با بار گسترده یکنواخت

در شکل ۶ـ۴ تیر و مراحل مختلف تحلیل نشان داده شده است .

مرحله اول

مرحله‌اول تحلیل تعیین مکانیزم و بار فروریختگی است (یا ضریب بار) .



شکل ۶ ـ ۴

در این مثال، شکل متقارن است و می‌توان روش لنگرخمشی‌واکنش و آزاد را به‌کار برد. در اشکال ۶ــ۴ ب و ج مکانیزم و نمودارلنگر خمشی نشان داده شده است. با توجه‌به‌نمودار لنگر خمشی داریم.

$$\frac{\lambda_c wL^2}{8}=2M_p$$

بنابراین وقتی

$$M_p = 3wL^2/16$$

$$\lambda_c = 3$$

مرحله دوم

اکنون لازم‌است که سازه به‌اعضای (ارتجاعی) مجزا تقسیم و برای هر عضو معادلات شیب ــ افت نوشته شود.

تیر به دو عضو AB و BC ما بین مفصلهای خمیری تقسیم می‌شود.

لنگرهای انتهایی برای هردو عضو با لنگر خمیری M_p مساوی است، و تنها مشکل تعیین جهت آنهاست. با توجه به اینکه لنگرهای انتهایی از دورانهای انتهایی ممانعت می‌کنند تعیین جهت امکان‌پذیر می‌شود. از اینرو لنگرها می‌باید در *خلاف* جهت‌*دورانهای خمیری عمل کنند*. لنگرهای انتهایی گیردار در AB و BC مقادیرمشخصی‌در تیر دو سر گیردار (با دهانه $L/2$) برای بار یکنواخت گسترده (با بار w ۳ در واحد طول) دارند. لنگرهای مقاطع مختلف در شکل ۶ــ۴ د آورده شده است.

معادلات شیب ــ افت اکنون برای هر عضو نوشته می‌شود

$$\theta_{AB}=\frac{2\delta}{L}+\frac{L}{12EI}(-2M_p+M_p)-\frac{L}{12EI}\left(-\frac{wL^2}{8}-\frac{wL^2}{16}\right)$$

$$\theta_{AB}=\frac{2\delta}{L}-\frac{M_pL}{12EI}+\frac{wL^3}{64EI}$$

$$\theta_{BA}=\frac{2\delta}{L}+\frac{L}{12EI}(M_p-2M_p)-\frac{L}{12EI}\left(\frac{wL^2}{16}+\frac{wL^2}{8}\right)$$

$$\theta_{BA}=\frac{2\delta}{L}-\frac{M_pL}{12EI}-\frac{wL^3}{64EI}$$

$$\theta_{BC}=-\frac{2\delta}{L}+\frac{L}{12EI}(2M_p-M_p)-\frac{L}{12EI}\left(-\frac{wL^2}{8}-\frac{wL^2}{16}\right)$$

$$\theta_{BC}=-\frac{2\delta}{L}+\frac{M_pL}{12EI}+\frac{wL^3}{64EI}$$

و به طور مشابه

$$\theta_{CB} = -\frac{2\delta}{L} + \frac{M_pL}{12EI} + \frac{wL^3}{64EI}$$

به عبارت $2\delta/L$ - دو معادله آخر توجه شود . جهت قراردادی شکل ۶-۳ تغییر مکان δ را موقعی که انتهای سمت راست (B) پایینتر از انتهای سمت چپ (A) قرار می‌گیرد مثبت در نظر می‌گیرد ، به‌طوری که باعث دوران تمام عضو در جهت عقربه‌های ساعت می‌شود . در مثال ، BC در خلاف جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند ، و بنابراین علامت آن منفی است .

مرحله سوم

اکنون تغییرمکان در حالی‌که آخرین مفصل خمیری شکل می‌گیرد بایستی محاسبه‌شود ، اما کدام یک آخرین‌مفصل است ؟ روشی برای دانستن این موضوع وجود ندارد ، بنابر این بایستی به‌ترتیب فرض کردکه هر مفصل بعدازسایرین تشکیل می‌شود ، و محاسبات‌تغییرمکان را برای هر حالت انجام داد .

اگر A (یا به‌دلیل تقارن C)آخرین‌مفصل باشد ،به‌دلیل گیرداربودن انتها ،دورانی در نقطه A (یا C) به‌وجود نخواهد آمد . از اینرو:

$$\theta_{AB} = \frac{2\delta}{L} - \frac{M_pL}{12EI} + \frac{wL^3}{64EI} = 0$$

بنابر این

$$\frac{2\delta}{L} = \frac{M_pL}{12EI} - \frac{wL^3}{64EI} = \frac{wL^3}{EI}\left(\frac{3}{12.16} - \frac{1}{64}\right)$$

$$\delta = 0$$

اگر B آخرین‌مفصل باشد ، در موقع فروریختگی در نقطه B دوران خمیری به وجود نخواهد آمد . تمام تیر (AC) در نقطه B هنوز پیوسته خواهد بود . این موضوع وقتی پدید می‌آید که

$$\theta_{BA} = \theta_{BC}$$

با جابجایی θ_{BA} و θ_{BC} داریم .

$$\frac{2\delta}{L} - \frac{M_pL}{12EI} - \frac{wL^3}{64EI} = -\frac{2\delta}{12EI} + \frac{wL^3}{64EI}$$

$$\frac{4\delta}{L} = \frac{2M_pL}{12EI} + \frac{2wL^3}{64EI} = \frac{2wL^3}{EI}\left(\frac{3}{12.16} + \frac{1}{64}\right)$$

$$= \frac{4wL^3}{64EI}$$

$$\delta = \frac{wL^4}{64EI}$$

اکنون باید پرسید کدام یک از این مقادیر صحیح است؟

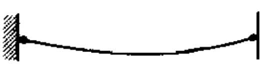
مرحله چهارم

یک راه برای پاسخ دادن، قراردادن مقادیر δ در معادلات شیب ـ افت و به دست آوردن دورانها است.

نتایج این کار در جدول ۶ـ۱ آورده شده است، با ملاحظه جدول مشاهده می‌شود که شکل تغییر مکان اولی بی‌معنی است. لذا تنها پاسخ آن است که آخرین مفصل در B اتفاق می‌افتد و تغییرمکان درموقع فروریختگی برابر $wL^4/64EI$ می‌باشد. درسازه‌های پیچیده‌تر تهیه جدولی از نوع ۶ـ۱ که بسیار مفصلتر خواهد بود خسته کننده است. بجای آن تغییر مکان را می‌توان به‌وسیله نظریه تغییر مکان تعیین کرد. این نظریه می‌گوید.

* چند حالت در نظر می‌گیریم و برای هرحالت فرض می‌کنیم یکی از مفصلها بعد از سایرین خمیری گردد و با توجه به آن تغییر مکانها را در کلیه حالتها به دست می‌آوریم. اگر چنانچه در حین بارگذاری در هر حالت هیچ مفصل خمیری ایجاد شده‌ای به حالت غیر مفصل در نیاید. بیشترین تغییر مکان محاسبه شده جواب مسئله است.

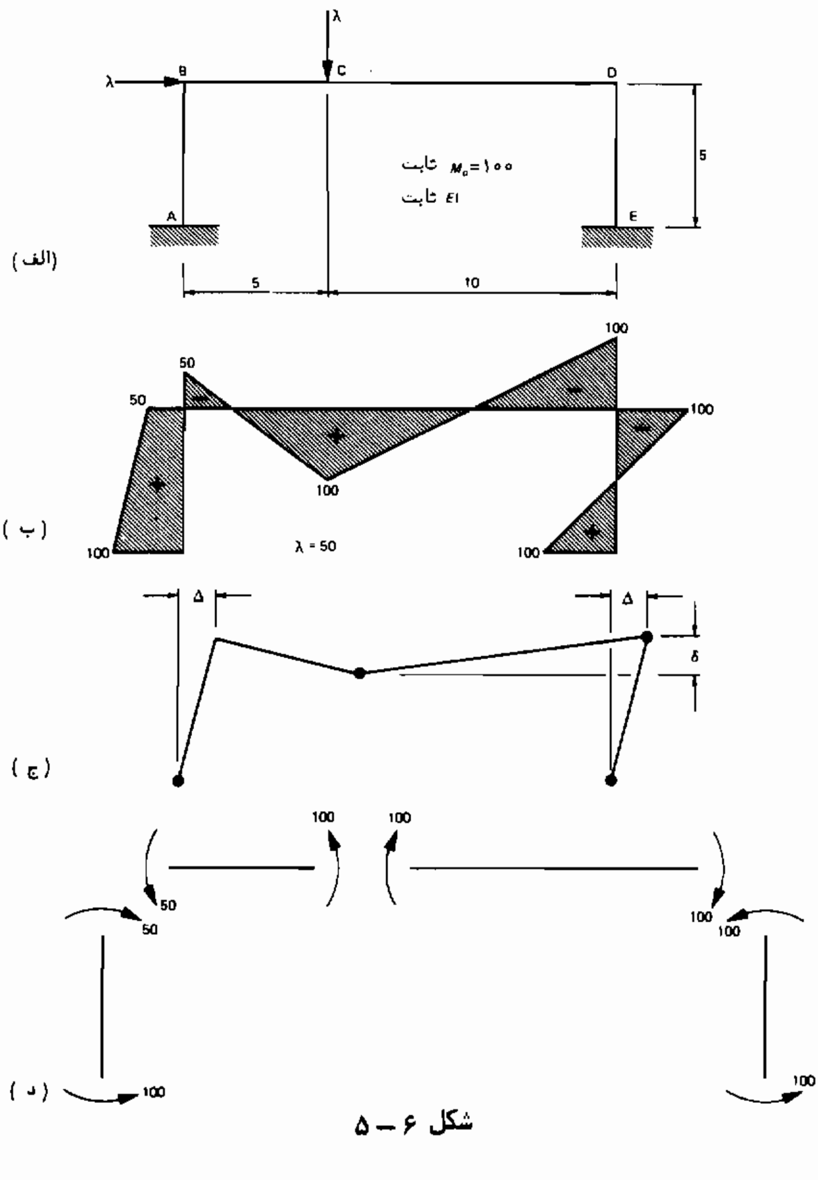
جدول ۶ ــ ۱

آخرین مفصل	δ	θ_{AB}	θ_{BA}	θ_{BC}	θ_{CB}	تغییرشکل
A or C	0	0	$-\frac{wL^3}{32EI}$	$+\frac{wL^3}{32EI}$	0	
B	$\frac{wL^4}{64EI}$	$+\frac{wL^3}{32EI}$	0	0	$-\frac{wL^3}{32EI}$	

ازآنجا که محاسبات براساس شرایط فروریختگی می‌باشد نمی‌توان مفصلی را نشان‌داد که تشکیل شده و سپس‌از بین برود. به‌هرحال، این امکان بعید است و بیشترین تغییرمکان معمولاً" صحیح می‌باشد.

۶ ــ ۲ ــ ۳ مثال برای قاب پرتال

در این مثال دو نکته مهمتر بیان می‌شود. تحلیل در شکل ۶ ــ ۵ آورده شده است.



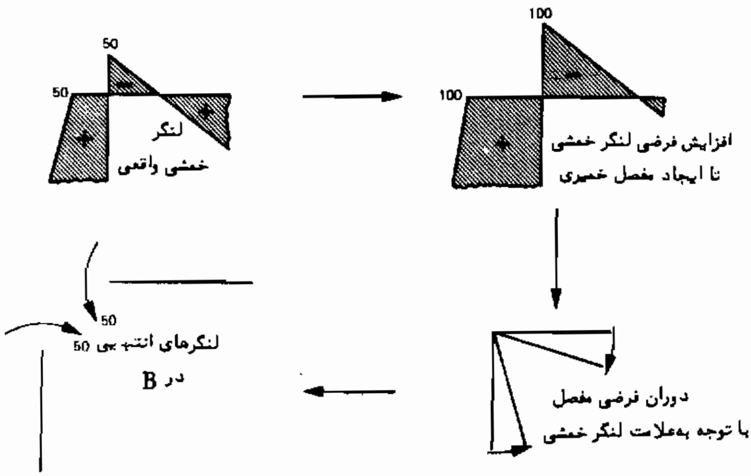
شکل ۶ ــ ۵

مرحله اول:

روش کار مجازی نشان می‌دهد که قاب به‌صورت یک مکانیزم مرکب با $\lambda_c=$ ۵۰ فرو ریخته می‌شود. دیاگرام لنگرخمشی در فروریختگی و مکانیزم فروریختگی در شکل ۶ــ۵ ب و ج نشان داده شده است.

مرحله دوم :

همان‌گونه که شکل ۶ ـ ۵ د نشان می‌دهد در گسیختگی سازه به چهار قسمت‌تقسیم می‌شود . در این حالت لنگرهای گیرداری انتهایی(FEM)وجود ندارد زیرا بارهای متمرکز در انتهای اعضاء قرار دارند . بجز در نقطه B در تعیین جهت لنگرها مشکلی وجود ندارد . در این نقطه در مکانیزم مفصل خمیری وجود ندارد . برای تعیین جهت لنگرهای انتهایی فرض می‌شود که لنگر خمشی در B تا تشکیل یک مفصل خمیری افزایش یابد . لنگرهای انتهایی برای جلوگیری از دوران آن مفصل فرضی وارد عمل می‌شوند . همان طور که در شکل ۶ـ۶ نشان داده شده است .



شکل ۶ ـ ۶

برای نوشتن معادلات شیب ـ افت داشتن دو تغییر مکان لازم است . فرض می‌شود که تغییرمکان قائم در تیر ، δ ،کوچک است بنابراین بالای هردوستون به‌صورت افقی‌به‌اندازه یکسانی برابر با Δ حرکت‌می‌کند (در محاسبه‌بارهای فروریختگی نیزهمین فرض مورداستفاده قرار گرفت) . معادلات شیب ـ افت عبارتند از :

$$\theta_{AB} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI}(-200-50) = \frac{\Delta}{5} - \frac{1250}{6EI}$$

$$\theta_{BA} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI}(+100+100) = \frac{\Delta}{5} + \frac{1000}{6EI}$$

$$\theta_{BC} = \frac{\delta}{5} + \frac{5}{6EI}(-100+100) = \frac{\delta}{5}$$

$$\theta_{CB} = \frac{\delta}{5} + \frac{5}{6EI}(50 - 200) = \frac{\delta}{5} - \frac{750}{6EI}$$

$$\theta_{CD} = -\frac{\delta}{10} + \frac{10}{6EI}(200 - 100) = -\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI}$$

$$\theta_{DC} = -\frac{\delta}{10} + \frac{10}{6EI}(-100 + 200) = -\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI}$$

$$\theta_{DE} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI}(-200 + 100) = \frac{\Delta}{5} - \frac{500}{6EI}$$

$$\theta_{ED} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI}(100 - 200) = \frac{\Delta}{5} - \frac{500}{6EI}$$

مرحله سوم

در نقطه B سازه هنوز ارتجاعی است .برای اینکه در نقطه B پیوستگی حفظ شود

$$\theta_{BA} = \theta_{BC}$$

با جابجایی مقادیر θ_{BA} و θ_{BC}

$$\frac{\Delta}{5} + \frac{1000}{6EI} = \frac{\delta}{5}$$

که عبارت فوق رابطه بین دو تغییرمکان نامعلوم می‌باشد .

اکنون به‌نوبت فرض می‌شود که هر مفصل ، آخرین مفصل باشد .

A آخرین مفصل است . در تکیه‌گاه گیردار A $\theta_{AB} = 0$ ، پس

$\Delta = \frac{1041.7}{EI}$ می‌شود $\qquad \delta = \frac{1875}{EI}$

C آخرین مفصل است . برای حفظ پیوستگی در C $\theta_{CB} = \theta_{CD}$، پس

$$\frac{\delta}{5} - \frac{750}{6EI} = -\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI}$$

$\delta = \frac{972.2}{EI}$ می‌شود $\qquad \Delta = \frac{138.9}{EI}$

D آخرین مفصل است . برای حفظ پیوستگی در D $\theta_{DC} = \theta_{DE}$

$-\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI} = \frac{\Delta}{5} - \frac{500}{6EI}$ می‌شود

با جابجایی مقدار δ خواهیم داشت .

$$-\frac{\Delta}{10}-\frac{500}{6EI}+\frac{1000}{6EI}=\frac{\Delta}{5}-\frac{500}{6EI}$$

$$\Delta=\frac{555.6}{EI} \qquad \delta=\frac{1388.9}{EI}$$

E آخرین مفصل است . در E تکیه‌گاه گیردار است $\theta_{ED}=0$ پس

$$\Delta=\frac{416.7}{EI} \qquad \delta=\frac{1250}{EI}$$ می‌شود

مرحله چهارم

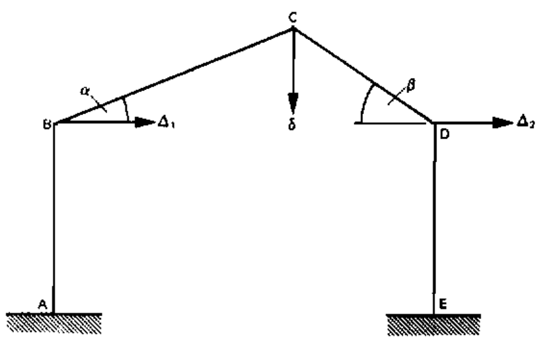
بیشترین تغییر مکان وقتی صورت می‌گیرد که آخرین مفصل در A باشد از اینرو در موقع فرو ریختگی داریم :

$$\Delta=\frac{1041.7}{EI} \qquad \delta=\frac{1875}{EI}$$

این قاب در فصل ۳ مورد استفاده قرار گرفت تا شکل گیری تدریجی مفصلهای خمیری نشان داده شود . نتایج تحلیل با استفاده از کامپیوتر به‌صورت قدم به‌قدم به روش تحلیل سختی به‌دست آمد . نتایج تحلیل (شکل ۳–۲) با مقادیر حاصله در مثال اخیر یکسان است .

۶ ــ ۲ ــ ۴ اعضای شیبدار

بررسی سازه‌های با اعضای شیبدار به‌دقت بیشتری نیاز دارد . شکل ۶ ــ ۷ یک قاب پرتال شیبدار را نشان می‌دهد . در اینجا نیز همچنان که در مکانیزم شیبدار ملاحظه شد ، مشکل ، یکسان نبودن مقادیر تغییر مکان در بالای ستونها است و لذا رابطه دیگری بین



شکل ۶ ــ ۷

این تغییر مکانها بایستی به‌دست آید . با توجه به شکل داریم :

$$\Delta_2 = \Delta_1 + \delta(\tan\alpha + \tan\beta) \qquad (۳-۶)$$

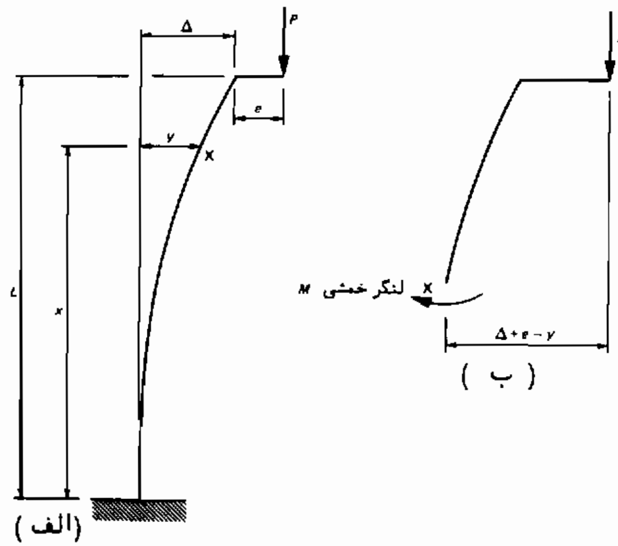
که δ تغییر مکان قائم در C می‌باشد . لازم به یادآوری است که در معادلات شیب ـ افت تغییر مکانهای عمود بر اعضای شیبدار (یعنی $\delta \sec\alpha$ و $\delta \sec\beta$) بایستی مورد استفاده قرار گیرد .

۶ ـ ۳ اثر تغییر مکان روی بار فروریختگی

مثالهای قسمت قبل نشان داد که قبل از شروع فروریختگی تغییر مکانهای قابل ملاحظه‌ای می‌تواند به‌وجود بیاید . و بخصوص درمواردی‌که به‌ستونها نیروهای فشاری‌قابل توجهی وارد می‌شود ، تغییر مکانها ممکن است باعث ناپایداری شدیدی در قابها شوند . در این قسمت ابتدا اثر این موضوع در بار فروریختگی به‌وسیله دو مثال بررسی می‌شود و سپس یک روش عملی مجاز در موارد ناپایداری ذکر می‌گردد .

۶ ـ ۳ ـ ۱ مثال هورن[1] مربوط به یک ستون طره‌ای

هورن(۳)اثر تغییر مکانها را روی بار فروریختگی به‌خوبی نشان داده است‌مثال‌وی‌کمی جامعتر در اینجا تکرار می‌گردد .



شکل ۶ ـ ۸

1 — HORNE

شکل ۶ــ۸ الف یک‌ستون طره‌ای را نشان می‌دهد ، که درپایین گیـردار و در باد آزاد می‌باشد یک نیروی قائم خارج از مرکزی در بالای ستون اعمال می‌شود ، که باعث خمـش و تغییر مکان جانبی می‌گردد . مشخصات ستون عبارتند از :

L طول $= 2$ m

e خارج از مرکزیت $= 0.1$ m

E ضریب ارتجاعی (ضریب یانگ) $= 200$ kN/mm^2

σ_y تنش تسلیم $= 250$ N/mm^2

d پهنای مقطع ، مقطع مربع شکل است $= 0.1$ m

بنابراین داریم :

$$I = \frac{d^4}{12} = 8.333 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^4$$

$$Z = \frac{d^3}{6} = 1.667 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$$

$$S\ (\text{مدول خمیری}) = \frac{d^3}{4} = 2.5 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$$

$$A\ (\text{سطح مقطع}) = \mathrm{d}^2 = 0.01\ \mathrm{m}^2$$

ابتدا رفتار ستون ارتجاعی در نظر گرفته می‌شود . شکل ۶ــ۸ب‌نمودار آزاد قسمتی‌ازستون (محل قطع نقطه X) را نشان می‌دهد . با تعادل لنگرها حول نقطه X داریم :

$$M = -P(\Delta + e - y)$$

با استفاده از رابطه لنگر ــ انحنا حاصله از نظریه خمش داریم :

$$EI\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = -M = P(\Delta + e - y)$$

که به‌شکل زیر نوشته می‌شود

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \alpha^2 y = \alpha^2(\Delta + e) \qquad (۴-۶)$$

که $\alpha^2 = P/EI$. با این معادله دیفرانسیلی تغییر مکانهای (y) ستون به‌دست می‌آید . با حل این معادله دیفرانسیلی(۱۵)خواهیم داشت :

$$y = (\Delta + e)(1 - \cos \alpha x) \qquad (۵-۶)$$

با جابجایی $x = L$ و $y = \Delta$ در معادله ۶ــ۵ تغییر مکان Δ در بالای ستون بهدست میآید

$$\Delta = e(\sec \alpha L - 1)$$

با جایگزینی α و مشخصات ستون در معادله

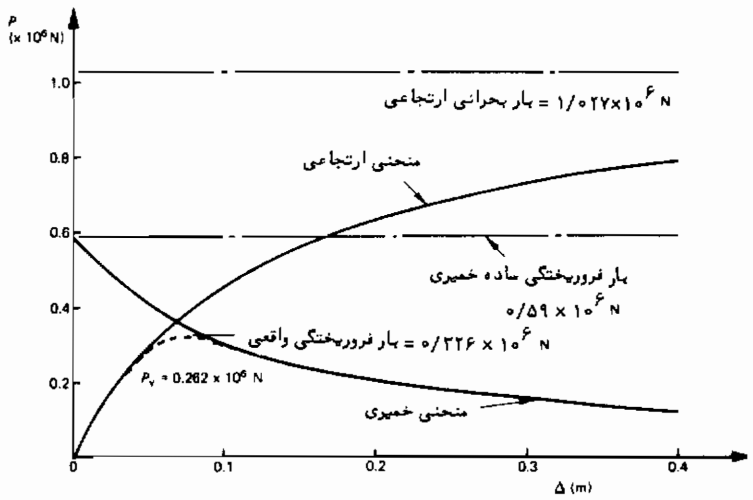
$$\Delta = 0.1\ [\sec(1.55 \times 10^{-3}\sqrt{P}) - 1] \qquad (۶-۶)$$

رابطه تغییر مکان ــ بار $(P - \Delta)$ مربوط به معادله ۶ ــ ۶ در شکل ۶ــ۹ نشان داده شدهاست. اگرچه در تحلیل فرض شد که رفتار ارتجاعی است ولی بهدلیل افزایش ناپایداری در ستون منحنی حاصله غیر خطی است. وقتی Δ بهاندازه نامحدودی بزرگ شود.

$$\sec(1.55 \times 10^{-3}\sqrt{P_E}) = \infty$$

$$1.55 \times 10^{-3}\sqrt{P_E} = \frac{\pi}{2}$$

$$P_E = 1.027 \times 10^6\ \text{N}$$



شکل ۶ ــ ۹

میتوان نشان داد که وقتی خروج از مرکزیت، e، صفر است، عضو فشاری تا رسیدن بهاین بار مستقیم باقی میماند، و پس از رسیدن بهاین بار کمانش جانبی خواهد کرد. P_e را "*بار بحرانی ارتجاعی*" یا کمانشی ستون گویند

تنش حاصله در ستون ترکیبی از تنشهای محوری و خمشی است. بزرگترین تنــش در

پایین ستون جایی که لنگرخمشی حداکثر است وجود دارد . وقتی این تنش به تنش تسلیم می‌رسد تحلیل ارتجاعی‌صحت خود را از دست می‌دهد . و این وقتی است که

$$\frac{P}{A}+\frac{P(\Delta+e)}{Z}=\sigma_y$$ باشد .

با جابجایی مقادیر A و Z و Δ و e و σ_y داریم :

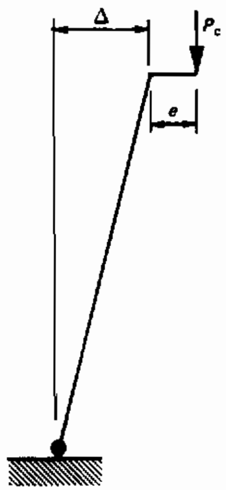
$$100P + 600P \sec (1.55 \times 10^{-3}\sqrt{P}) = 250 \times 10^6$$

این معادلهٔ نسبتاً" پیچیده به‌روش آزمون و خطا قابل حل است و توسط آن مقدار بار در اولین لحظه جاری شدن به‌دست می‌آید .

$$P_y = 0.262 \times 10^6 \text{ N}$$

دنبال کردن و ترسیم گسترش تنش،ممکن ولی توام با پیچیدگی است لیکن اکنون بهتر است به‌فروریختگی ستون توجه شود . شکل ۶ــ۱۰ مکانیزم فروریختگی را نشان می‌دهد . ستون مانند میله‌ای می‌شود که حول مفصل خمیری در پایین آن دوران می‌کند . لنگر خمیری‌کاهش یافته ستون (با توجه به نیروی محوری) در مقابل دوران مقاومت می‌کند . با توجه به قسمت ۵ ــ ۲

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \left(\frac{P_c}{P_p}\right)^2$$



شکل ۶ ــ ۱۰

برای یک مقطع مستطیلی شکل با استفاده از

$$M_p = S\sigma_y = \frac{d^3\sigma_y}{4}$$

و

$$P_p = A\sigma_y = d^2\sigma_y$$

و با جایگزینی $P_c = nP_p$ داریم

$$M_p{}' = (1 - n^2)\cdot\frac{d^3\sigma_y}{4}$$

لنگر بار فروریختگی P_c حول پایه ستون باعث دوران می‌شود ،

$$\text{لنگر مخرب} = (\Delta + e)P_c = (\Delta + e)\,nd^2\sigma_y$$

در موقع فروریختگی لنگر مخرب و لنگر مقاوم مساوی هستند زیرا ستون در حال تعادل است بنابراین در موقع فروریختگی

$$(\Delta + e)nd^2\sigma_y = (1 - n^2)\frac{d^3\sigma_y}{4} \text{ می‌شود}$$

که به‌شکل زیر نوشته می‌شود :

$$n^2 + \frac{4}{d}(\Delta + e)n - 1 = 0$$

با حل معادله درجه دوم فوق بار فروریختگی P_c برحسب P_p به‌دست می‌آید . ولی حل مساله بستگی به‌تغییر مکان Δ در بالای ستون دارد. بارهای فروریختگی برحسب مقادیر متعدد Δ در شکل ۶ــ۹ رسم شده است .

شکل ۶ــ۹ رفتار ستون را از بار صفر تا فروریختگی مجموعا" نشان می‌دهد. منحنی خط چین ، انتقال ازحالت ارتجاعی‌را در حین گسترش جاری شدن‌درپایین ستون به‌طورتقریبی نشان می‌دهد . دو نکته قابل توجه وجود دارد .

۱ ــ قبل از ایجاد فروریختگی تغییر مکان قابل توجهی وجود دارد .

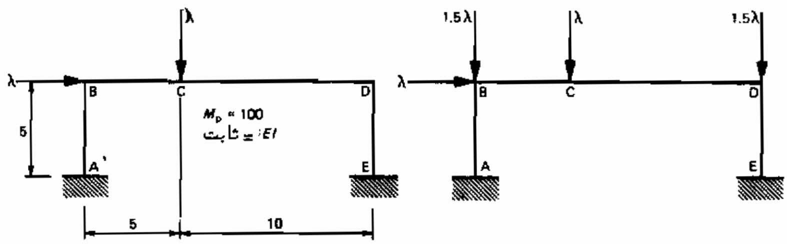
۲ ــ مکانیزم شکل ۶ــ۱۰ جهت سهولت محاسبه بار فروریختگی خمیری بــه کار رفتــه است ولی با $\Delta = 0$. بار($۰/۵۹۰\times۱۰^۶$ N) به‌طور قابل توجهی بزرگتر از بار فــرو ریختگــی واقعی (تقریبا" $۰/۳۲۵\times۱۰^۶$ N) می‌باشد .

ایـــن مثال نسبتا" خارج از محدوده عملی است ولی اثر تغییر شکل را قبل از فرو-

ریختگی نشان می‌دهد . در هر قابی که نیروهای محوری فشاری به ستونها وارد می‌شود ،بار فروریختگی واقعی کمتراز بار فروریختگی حاصله از تحلیل ساده خمیری می‌باشد . این‌کاهش معمولا"کمتراز آنچه دراینجا نشان داده شده است می‌باشد (که در مثال بعد ملاحظه خواهد شد) ولی غیر قابل اغماض است .

۶ ـ ۳ ـ ۲ مثال قاب پرتال

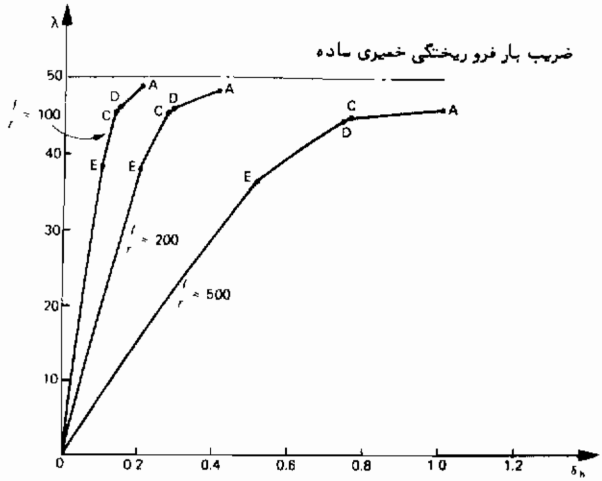
تحلیل فوق برای قاب پرتال پیچیده‌تر است . نحوه عمل مشابه مطالب قسمت ۳ ـ ۲ است که در آن از تحلیل سختی استفاده شده و با تشکیل هر مفصل خمیری سازه اصلاح‌شده است . به‌هرحال ، برای ستونها بایستی با استفاده از توابع پایداری ماتریس‌سختی تشکیل داد(۱۴)تا اثر نیروی محوری روی سختی به‌حساب آورده شود . اکنون برای رسیدن‌به‌جواب بایستی بمازای هر ضرب‌بار، سازه را به‌طور متوالی تحلیل نمود ، که هم مشکل و هم ازنظر گرفتن وقت کامپیوتر غیر اقتصادی است .



شکل ۶ ـ ۱۱

قاب شکل ۶ـ۱۱ الف به‌روش فوق تحلیل شده که نتایج حاصله در شکل ۶ـ۱۲ آمده است . قاب ، مشابه قابی است که در قسمتهای ۳ـ۲ و ۶ـ۲ـ۳ مورد استفاده قرار گرفت. در تحلیل اصلی (قسمت ۳ـ۲) ، از اثرات بار محوری و تغییر مکان صرف‌نظر شد ، و ضریب بار فروریختگی برابر با ۵۰/۰ به‌دست آمد . فروریختگی قاب در اثر مکانیزم مرکب با مفصلهای تشکیل شده در نقاط A و D و C و E به‌وجود آمد . سه منحنی تغییر مکان ــ بار شکل ۶ ـ ۱۲ با استفاده از مقادیر مختلف EI اعضاء به‌دست آمده که این منحنیها بمازای لاغری ، l/r ، ستونها برابر با مقادیرحدود ۱۰۰ ، ۲۰۰ و ۵۰۰ انتخاب شده‌است . بارهای محوری‌درفاصله تشکیل هرمفصل خمیری باعث رفتارغیرخطی می‌شود . امامهمتر ازآن ، ضریب بار فروریختگی را نیز کاهش می‌دهد .تغییر مکانهای بیشتر درسازه باعث کاهش بیشتر درضریب بارمی‌گردد در هر حالت مکانیزم نهایی، مکانیزم مرکب می‌باشد ولی در قاب با انعطاف‌پذیــری زیاد

$(l/r = 500)$ تغییر مکانها در ترتیب تشکیل مفصلها تأثیر می‌گذارد . جدول ۶–۲ ضرایب‌بار فروریختگی را نشان می‌دهد .



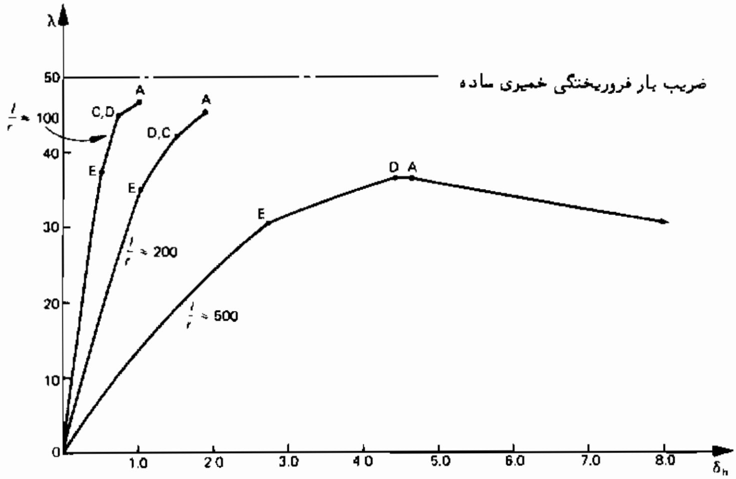
شکل ۶ – ۱۲

جدول ۶ – ۲

نسبت لاغری (l/r)	100	200	500
ضریب بار فروریختگی کاهش یافته	49.10	48.25	45.93

بیشترین کاهش حدود ۱۰ درصد است اگرچه نسبت l/r مربوطه یعنی ۵۰۰ بسیار زیادتر از مقادیر مربوط به‌قابهای واقعی است . نسبت l/r برابر با ۲۰۰ تقریبا" درحد عملی است که به‌ازای آن کاهش ضریب بار حدود ۴ درصد می‌باشد .

کاهش ضریب بار فروریختگی در قابهای یک طبقه‌مشکل زیادی ایجاد نمی‌کند ولی در قابهای چند طبقه مسأله ساز است . در شکل ۶–۱۱ ب رفتار قاب چند طبقه به یک قاب پرتال با اضافه باری روی ستونها تشبیه شده است.بارهای اضافی نشان دهنده وزن سازه و بارگذاری در طبقات فوقانی است . همان طور که در شکل ۶–۱۳ ملاحظه می‌شود نتایج بدتر است . بارهای محوری زیادتر باعث تغییر مکانهای بیشتر و تغییر عمده در رفتار قاب می‌شوند . در جدول ۶–۳ بارهای فروریختگی و مکانیزمها آورده شده است .



شکل ۶ ــ ۱۳

(عملاً" نتایج تحلیل سئوال برانگیز است زیرا تغییر مکانها دیگر کوچک نیستند ولی حداقل نتایج حاصله موضوع را از نظر کیفی روشن می‌سازد) .

جدول ۶ ــ ۳

مکانیزم فروریختگی	ضریب بار فروریختگی	نسبت لاغری
فروریختگی خمیری ، مکانیزم مرکب	46.67	100
فروریختگی خمیری مکانیزم مرکب	45.13	200
کمانش جانبی	36.60	500

در قابهای با سختی بیشتر $(l/r \leqslant 200)$ هنوز فروریختگی به‌شکل مکانیزم مرکب رخ می‌دهد . در قاب با انعطاف‌پذیری زیاد قبل از ایجاد مکانیزم فروریختگی خمیری ، سازه به‌حداکثر بار خود می‌رسد . در این حالت وقتی سومین مفصل در A شکل می‌گیرد و سازه کمانش می‌کند ،ناپایداری به‌وجود می‌آید ،چنان که با افزایش بسیار سریع تغییرمکان می‌توان ملاحظه نمود .

وود[1] (۱۶) این رفتار را شرح داده است . درست وقتی که بار ستون مثال قسمت قبل به‌مقدار بحرانی ارتجاعی رسید ،قاب نیز به‌وضعیت بحرانی می‌رسد(هورن[2] و مرچنت[3] (۱۴) روشی برای تعیین مقدار آن پیشنهاد کرده‌اند) . معمولا" این بار بسیار بزرگتر از بار فروریختگی خمیری می‌باشد ، چنان که در جدول ۶ـ۴ ملاحظه می‌شود . به‌هرحال ، وقتی که مفصل خمیری شکل می‌گیرد ، سختی قاب کاهش می‌یابد . اکنون بار بحرانی ارتجاعی قاب ، باری برای قاب اصلاح شده یا مفصل بدون اصطکاک واقع در محل مفصل خمیری می‌باشد .

l/r	ضریب بار فروریختگی	λ_e قاب اصلاح‌شده	λ_e قاب اصلی	λ_c (تحلیل خمیری ساده)	λ_R معادله ۶ـ۷
100	49.10	400	2124	50.0	48.9
200	48.25	200	1062	50.0	47.8
500	45.93	80	424	50.0	44.7
100*	46.67	200	531	50.0	45.7
200*	45.13	100	265	50.0	42.1
500*	36.60	7.6	106	50.0	34.0

جدول ۶ ــ ۴ * قاب مطابق شکل ۶ـ۱۱ ب بارگذاری شده است .

قاب و بار بحرانی‌ارتجاعی همچنان‌که هر مفصل تشکیل می‌شودبایستی متوالیا" اصلاح‌شود . جدول ۶ـ۴ همچنین باربحرانی ارتجاعی مربوط به قاب‌اصلاح شده را موقعی‌که سومین مفصل خمیری شکل‌گرفته است ،نشان می‌دهد ، در قاب‌انعطاف‌پذیر($l/r = 500$) باربحرانی‌ارتجاعی کمتراز بار اعمال شده است بنابراین کمانش بایستی به‌وجود آید .

۶ ــ ۳ ــ ۳ ضریب بار رانکین[4] ــ مرچنت

اثرات نیروی محوری و تغییر مکان نسبتا" مخرب هستند . احتمالا" بجز برای‌قابهای

۱ ــ Wood
۲ ــ Horne
۳ ــ Merchant
۴ ــ RANKINE ـ MERCHANT

یک طبقه، محاسبه بار فروریختگی خمیری ساده کافی نیست . همچنین استفاده از تحلیل کامپیوتری غیرخطی، سادگی و ظرافت کار را از بین می‌برد .

سازه‌های خیلی سخت در بار فروریختگی خمیری ساده گسیخته می‌شوند در حالی که سازه‌های با انعطاف‌پذیری زیاد در بار بحرانی ارتجاعی کمانش خواهند کرد . عموما" ، این بارها بدون تولید اشکال زیاد تعیین می‌شوند. مرچنت بر اساس ضریب افزایشی رانکین که در تحلیل عضو فشاری مورد استفاده قرار گرفت و به‌کمک فروریختگی خمیری ساده و بارهای بحرانی‌ارتجاعی، یک‌مقدار تقریبی برای نزدیک شدن به‌ضریب بارفروریختگی‌واقعی پیشنهاد کرد .

(بار فروریختگی خمیری ساده به‌وسیله روشهای بیان شده در فصلهای ۳ و ۴ به دست می‌آید ، که در آن از تغییر مکان و بارهای محوری صرف نظر شده است) .این مقدار تقریبی ، به ضریب بار رانکین ــ مرچنت ، معروف است که با معادله زیر به‌دست می‌آید .

$$\frac{1}{\lambda_R} = \frac{1}{\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_e} \qquad (۶-۷)$$

که در آن

λ_c = ضریب بار فروریختگی خمیری ساده

λ_e = ضریب بار بحرانی ارتجاعی

بهمراه نتایج بارهای فروریختگی‌قابهای‌متعدد که توسط لو[1] آزمایش شده‌اند رابطه فوق در شکل ۶ــ۱۴ رسم شده است .

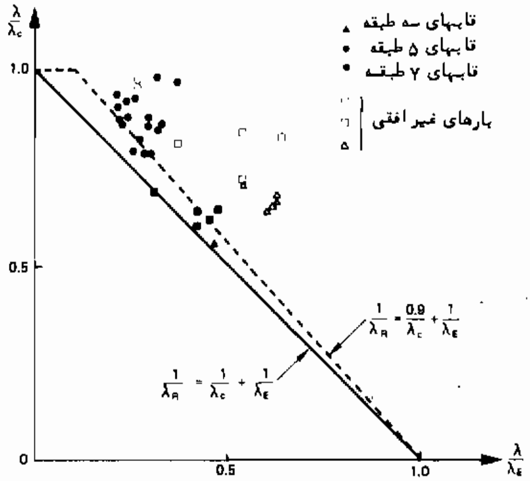
ضریب بار رانکین مرچنت در هر حالت نسبت به ضریب بار فروریختگی آزمایش‌شده دارای تقریبی در جهت اطمینان است .

ضرایب بار رانکین مرچنت برای قابهای پرتال قسمت قبل در جدول ۶ــ۳ آورده شده‌اند . در هر حالت تقریب رانکین مرچنت نزدیک به ضریب بار فروریختگی نظری ولی کمتر از آن می‌باشد .

همان گونه که در شکل ۶ــ۱۴ نشان داده شده است مقدار λ_R محافظه کارانه است‌واین تا حدی ناشی‌از بروز کرنش سختی در طول آزمایش می‌باشد .وود[1] برای به دست آوردن تقریب بهتری معادله ۶ــ۷ را به‌صورت زیر تصحیح کرده است .

---

1 — Low



شکل ۶ ــ ۱۴

$$\lambda_R = \lambda_c \quad \text{وقتی‌که } \frac{\lambda_e}{\lambda_c} > 10$$

$$\frac{1}{\lambda_R} = \frac{0.9}{\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_e} \quad \text{وقتی‌که } 10 > \frac{\lambda_e}{\lambda_c} > 4 \qquad (۸ - ۶)$$

رابطه فوق به‌وسیله خط چین در شکل ۶ ــ ۱۴ نشان داده شده است . همان طور که ملاحظه می‌شود این رابطه نسبت به رابطه رانکین مرچنت تطابق بهتری با نتایج آزمایشات دارد . وقتی $\lambda_e/\lambda_c < 4$ ، وود اظهار می‌دارد که تحلیل ساده کفایت نمی‌کند . احتمال مــی‌رود که معادله اصلاحی وود در آیین نامه جدید بریتانیا برای طراحی سازه‌های فولادی به‌کار رود .

۶ ــ ۴ جمع بندی

در این فصل دو موضوع عنوان شد : محاسبه تغییر مکان در موقع فروریختگی و اثر آن (و اثر نیروهای محوری) روی بار فروریختگی سازه . در ابتدا نشان داده شد که دربعضی حالات دانستن مقدار تغییر مکان قبل از فروریختگی مهــم است ، زیرا کنتــرل تغییــــر مکانها ممکن است نسبت به تأمین استحکام سازه مسئله تعیین کننده و بحرانی تری باشـــد سپس روش شیب ــ افت برای محاسبه تغییر مکانها مورد نظر قرار گرفت . مراحل مختلف این روش عبارت است از :

۱ ــ تعیین مکانیزم فروریختگی ، ضریب بار مربوطه ، نمودار لنگر خمشی و لنگرهــای

انتهایی (شامل لنگرهای گیرداری انتهایی) هر عضو سازه .

۲ ــ نوشتن معادلات شیب ــ افت برای هر عضو .

۳ ــ به‌دست‌آوردن رابطه بین تغییرمکانهای نامعلوم مختلف با درنظر گرفتن‌پیوستگی در اتصال هر عضو به‌طوری که ارتجاعی بودن آن به‌وسیله نمودار لنگر خمشی نشان داده می‌شود . محاسبه تغییر مکانها ، با توجه به اینکه به نوبت فرض شود هریک از مفصلهاآخرین مفصل تشکیل شده باشد .

۴ ــ انتخاب مفصلی که در آخر تشکیل می‌شود و تعیین تغییر مکانهای مربوطه به‌وسیله نظریه تغییر مکان .

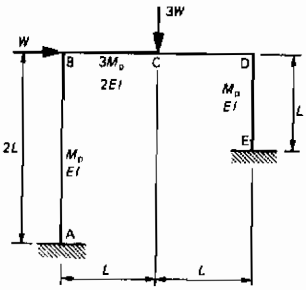
آخرین قسمت این فصل بررسی رفتار غیرخطی ناشی از نیروهای محوری اعضاء بود . نشان داده شد که اثر آن نیروها کاهش ضریب بار فروریختگی سازه است . این کاهش بستگی به‌سختی سازه دارد (که به‌وسیله نسبت لاغری محاسبه شد) .سختی کمتر باعث تغییر مکان بیشتر و کاهش ضریب بار فروریختگی می‌شود . در قابهای یک طبقه کاهش فوق برای سازه‌ای که سختی نسبی ستونهای آن معمولی می‌باشد معمولا" قابل ملاحظه نیست . در قابهای چند طبقه کاهش می‌تواند جدیتر باشد و قبل از آن که فروریختگی خمیری به‌وجود آید کمانش‌زود رس اتفاق بیفتد . ضریب بار رانکین مرچنت ارائه شد تا تخمین خوبی از ضریب بار فروریختگی به‌دست آید ، اگرچه در مقایسه با نتایج آزمایشات به‌نظر می‌رسد نسبتا" دست بالاست . اصلاحی که وود انجام داد ضریب بار را به‌نتایج آزمایشها نزدیکتر کرد .

۶ ــ ۵ مسایل

۶ــ۵ــ۱ یک تیر با دو انتهای گیردار به‌دهانه L بار قائمی برابر با W را که به‌فاصله $L/3$ از تکیه‌گاه سمت چپ قرار دارد تحمل می‌کند . با فرض این‌که M_p و EI برای تیر ثابت باشد ، تغییر مکان قائم را در موقع فروریختگی زیر بار تعیین کنید .

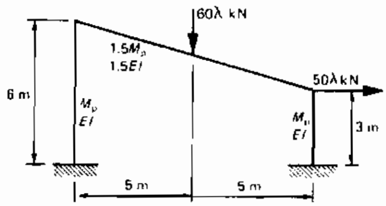
۶ــ۵ــ۲ به یک تیر یکسر گیردار یکسر مفصل به‌دهانه L بار گسترده یکنواخت w در واحد طول اعمال می‌شود . تغییر مکان قائم را در موقع فروریختگی در مفصل خمیری نزدیک وسط دهانه تعیین کنید . فرض کنید M_p و EI ثابت هستند .

۶ــ۵ــ۳ تغییر مکانهای قائم و افقی در وسط دهانه قاب پرتال شکل ۶ــ۱۵ را در موقع فروریختگی محاسبه کنید .



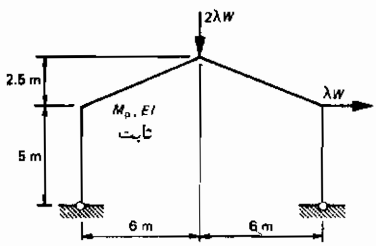
شکل ۶ ــ ۱۵

۶ــ۵ــ۴ تغییر مکان جانبی قاب نشان داده شده در شکل ۶ــ۱۶در بالای هردو ستون در موقع فروریختگی یکسان است . مقدار آن را تعیین کنید ، داده‌های مسأله $EI = 10\,000 \text{ kN m}^2$ و $M_p = 100 \text{ kN m}$. می‌باشد .



شکل ۶ ــ ۱۶

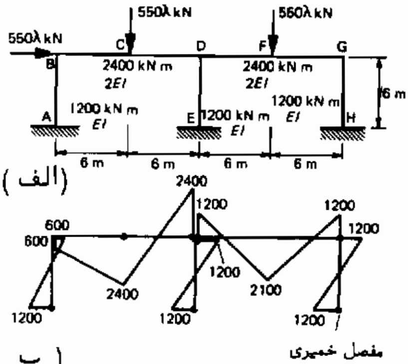
۶ــ۵ــ۵ قاب شیبدار نشان داده شده در شکل ۶ــ۱۷ به‌صورت مکانیزم مرکب به‌ازای $\lambda W = 5M_p/22$ فروریخته می‌شود . تغییر مکانهای قائم و افقی راس قاب را در موقع فرو ــ ریختگی محاسبه کنید .



شکل ۶ ــ ۱۷

۶ــ۵ــ۶ قاب دو دهانه شکل ۶ــ۱۸ الف دارای ضریب باره ۲/در فروریختگی است . نمودار

لنگرخمشی در موقع فروریختگی و مفصلهای خمیری در شکل ۶ــ۱۸ ب نشان داده شده است. تغییر مکان افقی در B و تغییر مکان قائم در C و F را در موقع فروریختگی محاسبه کنید. (توجه: در B و F مفصلهای خمیری وجود ندارد).



شکل ۶ ــ ۱۸

۶ــ۵ــ۷ به‌یک تیر دو سر گیردار به‌طول L یک نیروی محوری P و یک بار گسترده یکنواخت برابر $P/2L$ در واحد طول وارد می‌شود. مقطع تیر مستطیلی به‌عرض b و ارتفاع d است بنابراین

$$M_p = \frac{bd^2}{4}\sigma_y \qquad P_p = bd\sigma_y$$

و لنگر خمیری کاهش یافته ناشی از نیروی محوری، M_p' به‌صورت زیر است

$$M_p' = M_p(1 - n^2)$$

که $n = P/P_p$ است. فرض کنید که $d = L/24$ باشد.

(الف) بار فروریختگی خمیری ساده (برحسب P) را محاسبه کنید، از روش نمودار لنگرخمشی واکنش و آزاد استفاده نمایید.

(ب) نشان دهید که وقتی یک تغییر مکان محدود Δ در مفصل وسط دهانه وجود دارد بار فروریختگی کاهش یافته با حل معادله زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{1}{48}\left(\frac{1}{n} - 3 - n\right)$$

(ج) تغییر مکان ارتجاعی در وسط دهانه به‌صورت زیر است.

$$\frac{\Delta}{L}=\frac{n}{32(3-n)}$$

تخمینی از بار فروریختگی واقعی تیر به‌دست آورید (برحسب P)

(د) بار رانکین مرچنت را (برحسب P) به‌دست آورید . بار بحرانی ارتجاعی از معادله بند (ج) به‌دست می‌آید .

۷

استفاده از روشهای خمیری در سازه‌های بتن آرمه

۷ ــ ۱ مقدمه

در برخورد اول به‌نظر می‌رسد سازه‌های بتنی شباهت کمی به سازه‌های فولادی دارند. اما با شگفتی غیر منتظره‌ای تیرهای بتن آرمه (RC) به‌علت خصوصیات میله‌گردهای فولادی‌که تعیین کننده رفتار تیر است در موارد خاصی مشابه تیرهای فولادی عمل می‌کنند. حداکثر لنگر خمشی‌که هر مقطع می‌تواند تحمل کند، که معمولاً" **لنگر مقاوم مقطع** " نامیده می‌شود، مشابه لنگر خمیری تیر فولادی محاسبه می‌شود. آزمایشهای زیاد روی تیرهای بتن آرمه‌نشان داده است‌که لنگر مقاوم محاسبه شده بسیار به‌مقدار آزمایشی نزدیک است. این موضوع قابل استفاده بودن نظریه را تأیید می‌کند. در قسمت ۷ــ۲ جزئیاتی از تحلیل مقاطع بتن آرمه که فقط‌لنگرهای خمشی تحمل می‌کنند شرح داده می‌شود.

متأسفانه، مشکلاتی در به‌کارگیری روشهای خمیری در مورد قابهای بتن آرمه وجود دارد. تحلیل‌لنگر مقاوم نشان می‌دهد که مقاطع بتن آرمه ظرفیت زیادی برای‌دوران‌خمیری ندارند. این همان ظرفیتی است که برای انجام باز توزیع لنگرها که لازمه روشهای خمیری است ضروری می‌باشد. قسمت ۷ــ۳ روشن می‌سازد که اگر ظرفیت دوران خمیری افزایش یابد چه می‌شود.

علیرغم‌این مشکلات، در روش جدید طراحی بتن آرمه‌بریتانیایی جهت‌استفاده‌ازفواید نظریه خمیری در زمینه‌های خاصی تجاربی حاصل شده و در قسمت ۷ــ۴ چگونگی دستیابی به‌آنها شرح داده شده‌است.

بایستی تأکید شود که در این فصل فقط به‌چگونگی استفاده از نظریه خمیری‌در مورد قابهای بتن آرمه پرداخته می‌شود. خواننده بایستی در مورد ابعاد دیگر طراحی بتن آرمه به‌منابع مناسب دیگر مراجعه نماید (۱۹ و ۱۸).

۷ ــ ۲ رفتار خمشی بتن آرمه

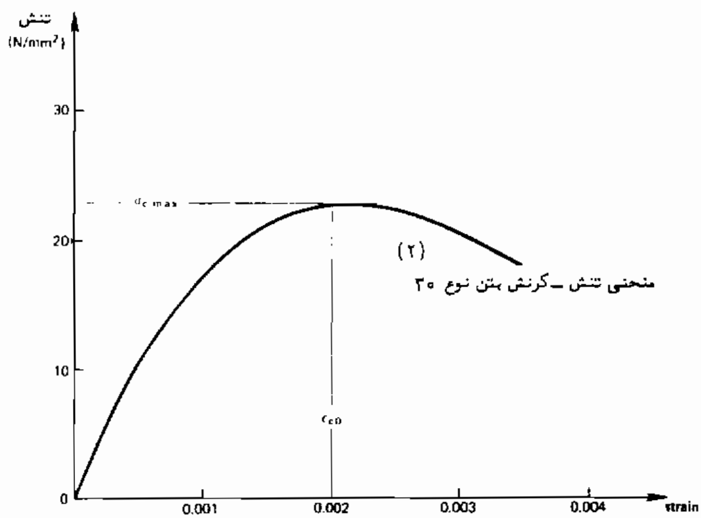
۷ ــ ۲ ــ ۱ فرضیات

در فصل ۲ نشان داده شدکه چگونه در اعضای فولادی، مفصلهای خمیری‌شکل می‌گیرد. تیرهای بتن آرمه را نیز می‌توان همان گونه در نظر گرفت، اگرچه تحلیل آنها پیچیده تر است. فرضیات زیر ضروری است.

۱ ــ صفحات پس از خمش مسطح باقی می‌مانند بنابراین کرنشهای طولی مستقیما" مناسب با فاصله از محور کرنش صفر می‌باشند. به‌کمک تحقیقات مختلف نشان داده شده است که تا مرحله شکست این فرض اساسا" صحیح است. (۲۱ و ۲۰)

۲ ــ بتن مقاومتی در کشش ندارد.

۳ ــ منحنی تنش ــ کرنش فشاری ناشی ازخمش برای بتن، مشابه شکل مربوط به آزمایش فشار مستقیم است ولی حداکثر تنش مربوط به آن کوچکتر است زیرا در آن بتن تحت تأثیر قیدهای مختلف است. هوگنستاد[1] منحنی شکل ۷ــ۱ را پیشنهاد کرده است. حداکثر کرنش و تنش در بتن بستگی به‌مقاومت فشاری آن دارد (۲۱). تنش به‌حداکثر مقدار خود می‌رسد و سپس قبل از آن که شکسته شود کاهش می‌یابد.



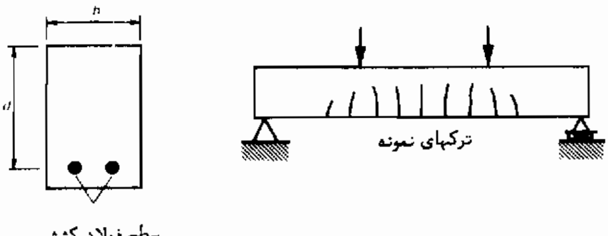
شکل ۷ ــ ۱

۱ — Hognestad *et al*

۲ ــ بتنی با مقاومت مکعبی ۲۸ روزه برابر با $30\ N/mm^2$ (مترجم)

۷ ـ ۲ ـ ۲ تیرهای (RC) تنها با فولاد کششی

در شکل ۷ـ۲ مقطع و ارتفاع یک تیر بتنی مستطیلی نشان داده شده است که تحت بارگذاری قرارگرفته است. علاوه بر فولادهای کششی افقی نشان دادهشده درمقطع، میلههای قائمی نیز وجود دارد که مقاومت برشیرا افزایش میدهد. ترکهای قائم در بتن‌تمایل‌دارند که در نزدیکی این میلههای تشکیل شوند. لنگر خمشی در فاصله بین دو نیروی وارده قائم ثابت است بنابراین از نظر تئوری در آن فاصله پخش کرنش در مقاطع باید یکسان باشد. در بتن تحت فشار این موضوع بهطور معقولی صحیح است ولی بهدلیل وجود ترکها روشن است که در منطقه کششی چنین نخواهد بود. آزمایشها (۲۲) نشان داده است که کرنش در فولاد تغییر میکند و در محل ترکها حداکثر مقدار را دارد. این تغییرات ناشی از پیوستگی فولاد و بتن واقع در حد فاصل بین ترکها میباشد. در محاسبات از این تغییرات‌صرف‌نظر میشود، ولی پیوستگی نباید فراموش شود. بدون وجود پیوستگی بتن مسلح وجود نداشته و بتن و فولاد بهصورت یکپارچه وارد عمل نمیشوند.



شکل ۷ ـ ۲

یک تیر بتنی که از بتنیبامقاومت مکعبی ۲۸ روزه برابر $30\ N/mm^2$ ساخته شده است با درصدهای مختلف مقدار فولاد نرمه و یا فولاد مقاومت بالا $(100A_s/bd)$ تحلیل‌شده‌است. در جدولهای ۷ـ۱ و ۷ـ۲ اطلاعات مربوط به مصالح درج شده و منحنی تنش ـ کرنش بتن بهصورت دو منحنی سهمی زیر در نظر گرفته شده است.

$$\sigma = 0.76\, f_{cu} \frac{\epsilon}{\epsilon_{co}} \left(2 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{co}}\right) \qquad \epsilon < \epsilon_{co} \qquad (۷-۱)$$

$$\sigma = 0.76\, (f_{cu} - 2.85 \times 10^6\, (\epsilon - \epsilon_{co})^2) \qquad \epsilon > \epsilon_{co} \qquad (۷-۲)$$

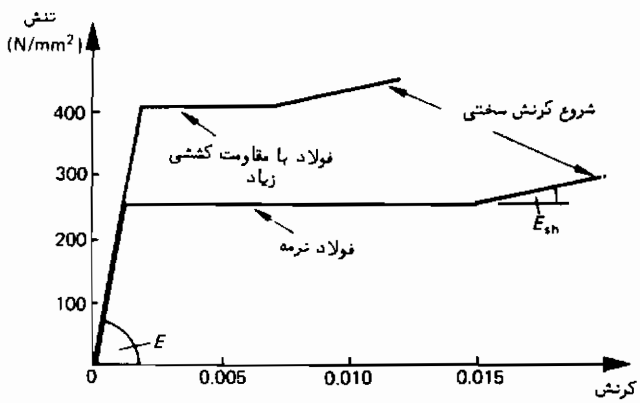
از آنجا که پخش کرنش معلوم است (با توجه به فرض‌اول) تنشهای فولاد و بتن با استفاده از منحنیهای تنش ـ کرنش مربوطه بهدست میآیند.

جدول ۷ – ۱ مشخصات بتن

مقاومت مکعبی (N/mm^2)	30
σ_c max (N/mm^2)	22.8
ϵ_c در شکست	0.0035
ϵ_{co}	0.002

جدول ۷ – ۲ مشخصات فولاد

	فولاد نرمه	با مقاومت بالا
تنش تسلیم (N/mm^2)	250	410
E (kN/mm^2)	210	205
کرنش تسلیم	0.00119	0.002
کرنش در شروع کرنش سختی	0.015	0.007
E_{SH} (kN/mm^2)	8.4	8.2



شکل ۷ – ۳

(در شکل ۷ــ۳ منحنی نمونه برای فولاد نشان داده شده است) . توزیــع تنش در مراحل مختلف در شکل ۷ــ۴ نشان داده شده است . در هر مرحله مقطع را می‌توان به‌همان روشــی که در فصل ۲ برای مقطع فولادی بیان شد تحلیل کرد . إشکال در اینجاست که محور کرنش صفر را معمولا" به‌طور مستقیم نمی‌توان به‌دست آورد . مراحل تحلیل در زیر آمده است .

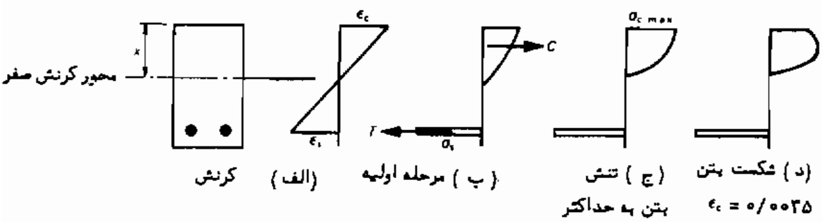
۱ ــ کرنش بتن و مقدار اولیه‌ای برای x (که محل محور کرنش صفر را مشخص می‌کند ، مطابق شکل ۷ــ۴) انتخاب کنید .

۲ ــ نیروی فشاری C در بتن و کششی T در فولاد را محاسبه کنید .

۳ ــ برای تعادل افقی نیروها ، $C = T$. اگر اختلاف بین آنها بیشتر از ۰/۱ درصــد شد ، x را تصحیح کرده و به بند (۲) مراجعه کنید .

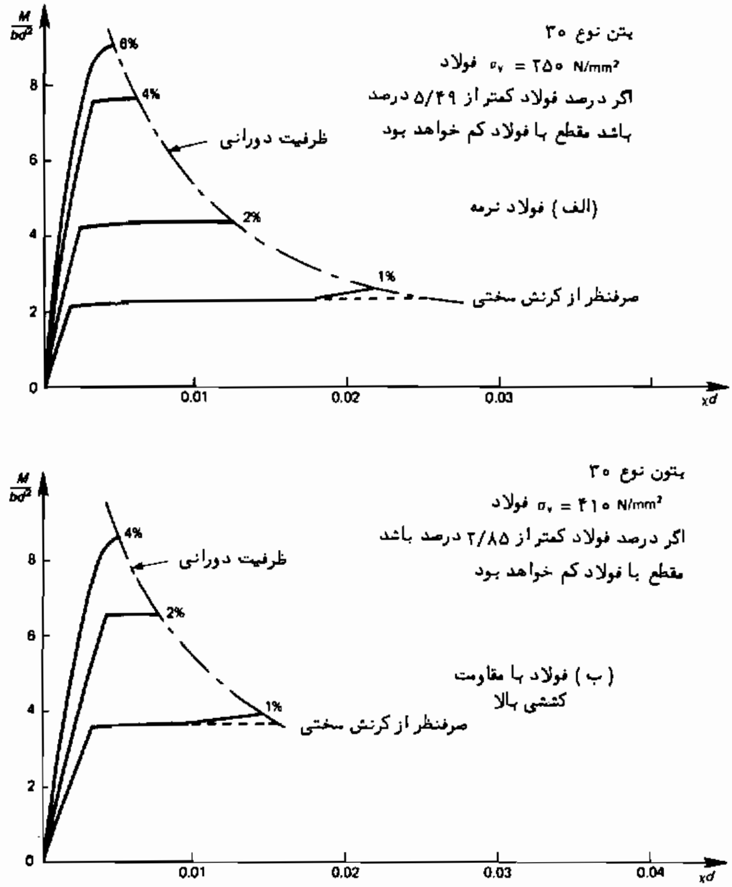
۴ ــ لنگر C و T را حول محور کرنش صفر محاسبه کنید ، مجموع آنها لنگر خمشی است که به‌کرنش انتخاب شده بتن مربوط می‌شود . مجموع کرنشهای فولاد و حداکثر بتن تقسیم بر d ، انحناء مربوطه را به‌دست می‌دهد (به فصل ۲ مراجعه شود) .

تقارب جواب تحلیل همیشه سریع نیست و البته کامپیوتر کوچکی لازم است .



شکل ۷ ــ ۴

نتایج مربوط به منحنیهای لنگر ــ انحناء در شکل ۷ــ۵ نشان داده شده است. به ازای درصدهای کم فولاد منحنی‌ها بسیار شبیه به تیرهای فولادی است. یک خط تقریبا" مستقیــم اولیه نشان دهنده رشد سریع لنگر در اثر افزایش انحنای کوچک می‌باشد (مــربوط به منطقه ارتجاعی) . این خط سپس خمیده می‌شود به‌طوری که در آن به‌ازای افزایش بسیار کوچکی در لنگر ، انحنای زیادی حاصل می‌گردد (مربوط به دوران خمیری) . همچنان که درصد فـولاد افزایش می‌یابد حداکثر لنگر به‌صورت متناسب زیادتر می‌شود ، ولی همزمان با آن درحداکثر انحنای کاهشی به‌وجود می‌آید .



شکل ۷ — ۵

افزایش سریع انحناء با فولاد کم‌دراثر جاری شدن‌فولاد قبل‌از رسیدن بتن به حداکثر تنش ایجاد می‌گردد .این حالت‌را حالت " *با فولادکم* " گویند . انحنای زیاد باعث‌افزایش زیادی در تغییر مکان می‌شود بنابراین اطلاع قبلی از شکست وجود دارد ، شکستی‌که نهایتا" دراثر انهدام بتن بوجود می‌آید .

بازاء درصدهای زیاد فولاد ، شکست بسیار ناگهانی و غالبا" انفجاری است و قبل از شکست افزایش زیادی در تغییر مکان وجود نخواهد داشت . بتن قبل از جاری شدن فولاد منهدم می‌شود.این حالت‌راحالت"*با فولاد* زیاد " گویند .

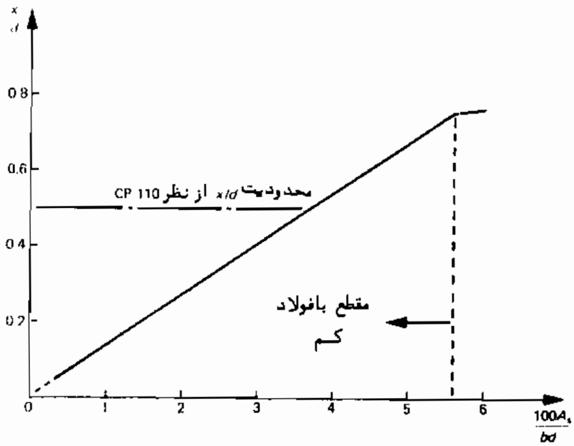
در مقاطع با فولاد کم به‌طور موءثری فولادها کنترل کننده هستند و این مقاطع شبیه به‌تیرهای فولادی رفتار می‌کنند . سرانجام در حالی که حداکثر کرنش بتن به مقدارحدی‌آن

رسید (در این مثال ۰٫۰۰۳۵ در نظر گرفته شده است)،که این مقدار بهاندازه قابل توجهی کمتراز حداکثر ممکنه کرنش فولاد است ، بتن شکسته میشود ، بنابراین ظرفیت دوران‌خمیری در مقایسه با تیرهای فولادی بسیار محدود است . در مقاطع با فولاد زیاد ترد شکنی بتن کنترل کننده است . در این حالت دوران خمیری بوجود نمیآید .

بهازای درصد فولاد خیلی کم علاوه بر انحناء درلنگر نیز افزایش مشخصی درست قبل از شکست بهوجود میآید که ناشی از اثر کرنش سختی در فولادهاست .

تفاوت اساسی دیگری بین رفتار حالت با فولاد کم و حالت با فولاد زیاد وجوددارد. شکل ۷ـ۶ موقعیت محورکرنش صفر را در شکست برای درصدهای مختلف فولاد نشان‌میدهد. افزایش فولاد باعث پایین افتادن محور میشود .

محدود کردن موقعیت محور کرنش صفر وسیله مناسبی برای جلوگیری از مشکلات ناشی از حالت با فولاد زیاد میباشد .

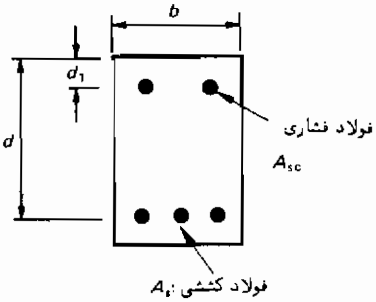


شکل ۷ ـ ۶

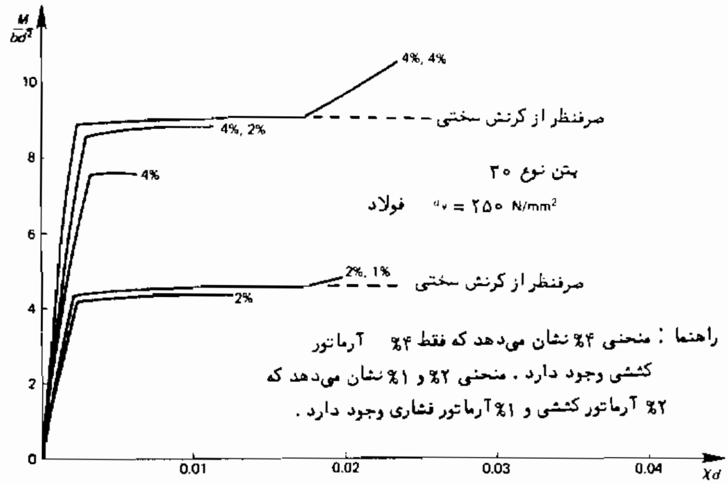
۷ ـ ۲ ـ ۳ تیرهای با فولاد کششی و فشاری

در تمام تیرهای بتن آرمه در عمل‌مقداری فولادفشاری قرار داده میشود . مقدار این فولاد که غالبا" برای نگه داشتن میله‌هایبرشیدر اجرا بهکار میرود اسمی است ، اما ممکن است از آن برای بالابردن مقاومت فشاری در منطقه بتن فشاری استفاده گردد.درشکل ۷ـ۷ مقطع نمونه‌ای نشان داده شده است . ازروشیکه قبلا" بیان شد میتوان‌برای‌تحلیل‌استفاده کرد ، با این تفاوت که در این حالت نیروی اضافی فولاد فشاری نیز اضافه میشود .درشکل ۷ـ۸ با فرض $d_1/d = 0.1$ نتایج تحلیل نشان داده شده است .

نتایج نشان می‌دهدکه فولاد فشاری علاوه‌بر افزایش ظرفیت لنگر مقطع ، ظرفیت‌دوران خمیری مقطع را نیز افزایش می‌دهد . این افزایش در بعضی حالات قابل ملاحظه می‌باشد .



شکل ۷ ـ ۷



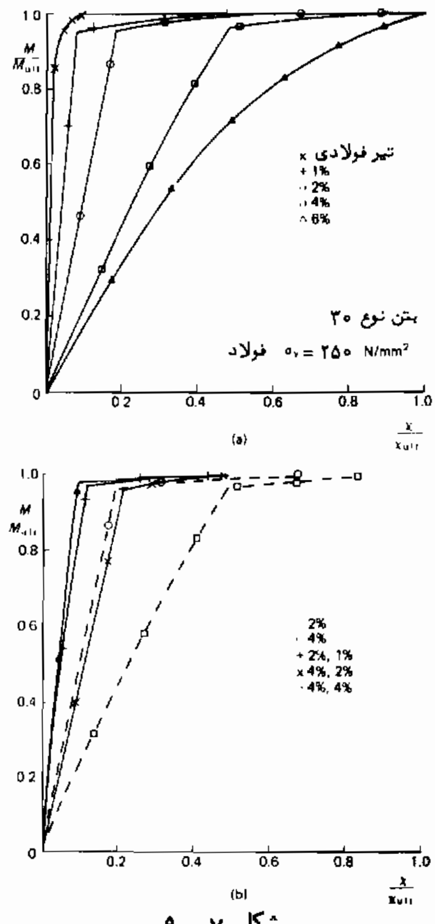
شکل ۷ ـ ۸

۷ ـ ۲ ـ ۴ رابطه لنگر ـ انحناء

تحلیلهای مطرح شده در دو قسمت قبل در دو نمودار شکل ۷ـ۹ جمع‌بندی شده‌است. نمودارها برحسب رابطه بین لنگر و انحنا تا رسیدن به لنگر و انحنای نهایی رسم شده‌اند . در شکل ۷ـ۹ الف نتایج مربوط به تیرهای شامل‌درصدهای مختلف‌فولاد کششی با تیرفولادی نمونه مقایسه شده است . شکل به‌طور روشن نشان می‌دهد که چگونه نسبت انحنای‌مربوط به‌دوران خمیری با افزایش فولاد کاهش می‌یابد . همچنین نشان می‌دهد که تیر فولادی ظرفیت دوران خمیری بسیاری زیادی دارد . شکل ۷ـ۹ ب اثر سودمند فولاد فشاری‌را در

افزایش دوران خمیری نشان می‌دهد .

نتایج برحسب مقاومتهای مختلف بتن تغییر می‌کند . اما همیشه شکست در حالات با فولاد کم و زیاد تعریف مشخصی دارد . جدول ۷ـ۳ درصد فولاد و موقعیت محورکرنش‌صفر را (برحسب x/d) در لحظه تغییر وضعیت* از حالت با فولاد کم به‌حالت با فولاد زیادبرای مقاومتهای‌مختلف بتن و انواع مختلف فولاد نشان می‌دهد . نتایج استفاده شده در این‌فصل شکل نظری دارد ولی آزمایشها صحت‌نظریه رابرای بیان‌رفتارمقاطع بتن‌آرمه اثبات‌می‌کنند . تحلیل به‌کاررفته برای هرشکل از تیر بتنی و حتی ستونهایی‌که تحت اثر لنگر و نیروی محوری هستند قابل استفاده است .



شکل ۷ـ ۹

---

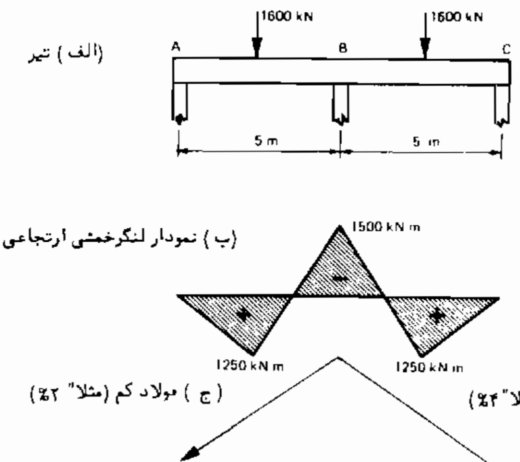
* حالت متعادل (مترجم)

شکل ۷–۳

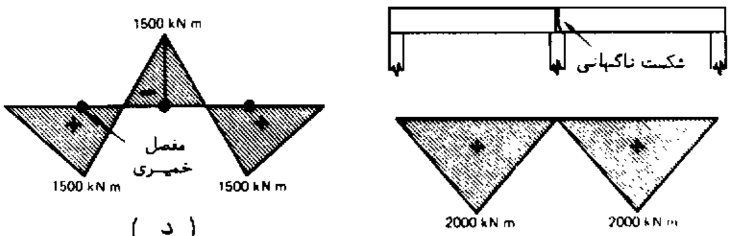
نوع بتـن	فولاد نرمه		فولاد با مقاومت‌کششی بالا	
	%	x/d	%	x/d
20	4.11	0.75	2.14	0.64
25	4.85	0.75	2.53	0.64
30	5.49	0.75	2.85	0.64
40	6.63	0.74	3.43	0.62
50	7.62	0.72	3.91	0.61

۷ – ۳ اگر ظرفیت دوران خمیری کافی نباشد چه می‌شود ؟

تیر بتن آرمه یکسره شکل ۷–۱۰ الف را در نظر بگیرید . تحلیل ارتجاعی (نمودار لنگر خمشی شکل ۷–۱۰ ب) نشان می‌دهد که بزرگترین لنگر خمشی در تکیه گاه میانی واقع است. فرض‌کنید که این لنگر با لنگرنهایی مقطع بتن آرمه مساوی باشد .برحسب مقدار فولاد در تیر دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد .قسمتهای ج و د شکل ۷–۱۰ حالات مختلف را نشان می‌دهد .



شکل ۷–۱۰



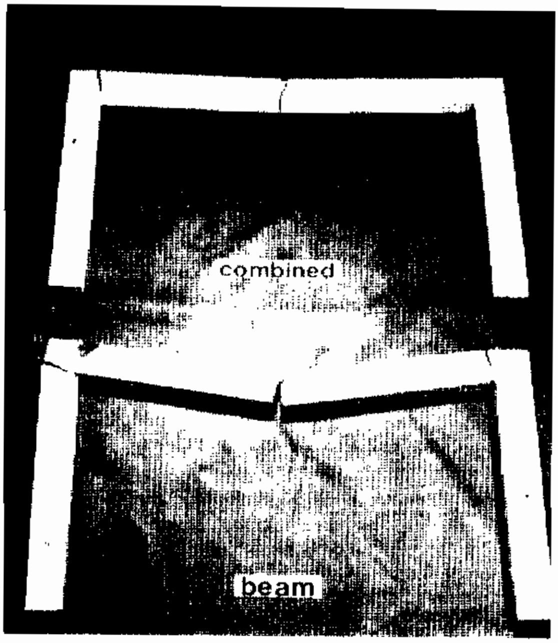
لنگرهای خمشی در هردودهانه از لنگرنهایی تیر بزرگتر است ، بنابراین هردودهانه فرو می‌ریزد .

شکل ۷–۱۰

اگر تنها درصدکمی فولاد در تیر وجود داشته باشد ،مقطع بتن آرمه ظرفیت دورانی خمیری کافی جهت پخش مجدد کامل لنگرهای خمشی دارد و تیر قبل از فروریختگی قادر به تحمل بار بیشتر خواهد بود ولی ، وقتی که در صد زیادی از فولاد وجود دارد درنقطه با بیشترین لنگرخمشی ترد شکنی اتفاق می‌افتد و تیر یکسره به دوقطعه تیر ساده تقسیم می‌شود .لنگرهای خمشی حاصله در هردهانه به‌طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از لنگر مقاوم تیرمی‌شوندوبلافاصله در هر یک از دهانه‌ها فرو ریختگی ایجاد می‌شود . تفاوت در رفتارهای فوق بسیار محسوس است و هریک ازآنها نشانگر یک دامنه می‌باشد . عموما" دوران خمیری تا حدی ممکن است و بنابراین پخش مجدد لنگرهای خمشی مقداری به‌وجود می‌آید . همین که ظرفیت دوران به آخر رسید شکست ناگهانی ایجاد می‌شود . این موضوع اِشکال طراحی سازه‌های بتن آرمه را به روشهای خمیری بیان می‌کند . کنترل کردن مقاومت فرو ریختگی سازه تنها کافی نیست (که به‌وسیله محاسبات خمیری ساده کنترل می‌شود) و لازم است کنترل شود که آیا مقدار دوران خمیری در هرمفصل در محدوده ظرفیت خمیری مقطع قرار دارد و آیا مکانیزم گسترش می‌یابد ؟ در روشهای خمیری ساده ، مثلا" کار مجازی ، مقدار دوران را نمی‌توان محاسبه‌کرد.

همان طور که قابهای پرتال نمونه شکل ۷–۱۱ نشان می‌دهند ، قابهای بتن آرمه را می‌توان با فرض گسترش کامل مکانیزمهای فروریختگی طراحی کرد . در واقع ، بیکر[1] (۲۴و۲۳) یک روش طراحی مناسبی برای سازه‌های بتن آرمه ارائه کرده است که مقادیر دورانهاراکنترل می‌کند . بدیهی است که این روش مشکلتر از روشهای ساده است . روشهای پیچیده‌تر نیز وجود دارد (۲۵) . به‌هرحال ، مشکل محدودیت ظرفیت دورانی ، علیرغم اثر ناآشکار فولاد فشاری ، مانع از پذیرش روشهای واقعی طراحی خمیری در مورد قابهای بتن آرمه شده است .

1 — BAKER



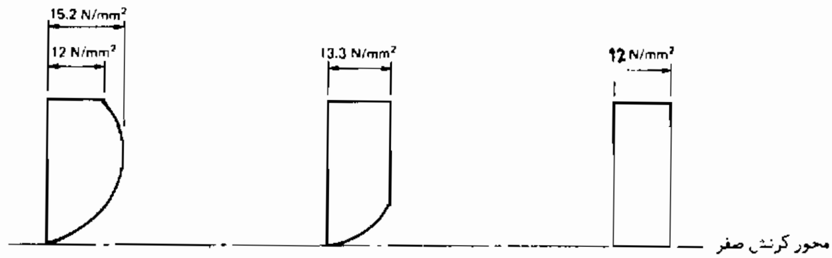
شکل ۷ ـ ۱۱: مکانیزمهای فروریختگی برای قابهای بتن آرمه

۷ ـ ۴ توافق پذیرفته شده در آیین نامه

درانگلستان روش جاری برای طراحی قطعات بتن آرمه در آیین نامه CP 110 (۵) آمده است.

آیین نامه CP110 فلسفه کامل حالات حدی را نیز در بر دارد. وقتی لنگرهای مقاوم محاسبه شدند، ضرایب اطمینان برای مقاومتهای بتن و فولاد در نظر گرفته می‌شود. توزیع تنش بتن در شکل ۷ـ۱ براساس نتایج تحقیقاتی به‌دست آمده است. این توزیع برای‌مقاصد طراحی بسیار نامناسب و پیچیده است. CP 110 برای تعیین لنگر مقاوم دو شکل توزیع تنش دیگری را مجازدانسته‌است. در شکل ۷ـ۱۲ توزیع تنشهای‌ساده شده باتوزیع تنش فوق‌الذکر (مجاز برای ضرایب اطمینان جزئی) مقایسه شده است. همان طور که جدول ۷ ـ ۴ می‌بینیم برخلاف انتظار در هر سه حالت لنگرهای مقاوم مشابهند.

یکی از نتایج مهم قسمتهای ۷ـ۲ و ۷ ـ ۳ این بود که مقاطع با فولاد زیاد خطرناک بوده و هرگز نباید مورد استفاده قرار گیرد. آیین نامه CP 110 به دو روش از فولاد گذاری زیاد جلوگیری کرده است. اولا". نسبت ارتفاع محور کرنش صفر را به ارتفاع موثر به نصف ($x/d \leqslant 0.5$) و ثانیا" مقدار فولاد را به‌حداکثر چهاردرصد محدود کرده است. همان طورکه درجدول ۷ـ۳وشکل ۷ـ۵ نشان داده‌شد. این محدودیتها حالت بافولاد کم‌را ایجاب می‌کند.



شکل ۷–۱۲

بدین ترتیب آیین نامه تمام ضوابط نظریه خمیری را در نظر گرفته و در آن قابلیت قدری دوران خمیری برای مقاطع با فولاد کم تضمین شده است اگرچه برای بعضی از مقاطع ظرفیت مذکور خیلی محدود خواهد بود. همان طور که در قسمت ۷–۳ بیان شد طراحی خمیری واقعی را نمی‌توان برای تعیین مقدار لنگرهای مقاوم مجاز دانست. به‌جای آن CP 110 برای تعیین لنگرهای مقاوم، موارد زیر را مقرر کرده است:

جدول ۷–۴ مقایسه توزیع تنش بتن در حالات مختلف

بتن نوع ۳۰	فولاد نرمه		
	M/bd^2		
100 As/bd	توزیع تنش استفاده‌شده در این بخش	توزیع تنش سهمی CP 110	توزیع تنش مستطیلی CP 110
1%	2.00	1.99	1.97
2%	3.64	3.63	3.56
وقتی x/d = 0.5	4.73 (2.8% فولاد)	4.63 (2.8% فولاد)	4.50 (2.8% فولاد)

۱ــ با استفاده از تحلیل ارتجاعی پخش لنگرهای خمشی را انجام دهید. ازبارهای فروریختگی با ضریب استفاده شود. با تحلیل ارتجاعی یک سری لنگرهای خمشی واکنش در انتهای هریک از اعضاء به‌دست می‌آید. لنگرهای میانی با ترکیب لنگرهای خمشی آزاد و

لنگرهای واکنش به‌دست می‌آیند .

۲ ــ این لنگرها را اکنون با استفاده از قوانین زیر می‌توان توزیع مجدد نمود .

الف ــ وقتی لنگرهای مقاوم در اثر توزیع مجدد افزایش می‌یابند محدودیتی وجود ندارد .

ب ــ اگر توزیع مجدد باعث کاهش گردد ، مقدار کاهش به‌وسیله یک ضریب کاهش محدود می‌شود .

$$\beta_{red} = \frac{\text{کاهش در } M_r}{\text{بزرگترین لنگرارتجاعی‌درعضو}}$$

$$\beta_{red} \ngtr 0.3 \text{ or } 0.6 - \frac{x}{d} \qquad (۷-۳)$$

ضریب‌محور خنثی برای‌مقطعی‌که در مقابل لنگر کاهش یافته مقاومت می‌کند = x/d

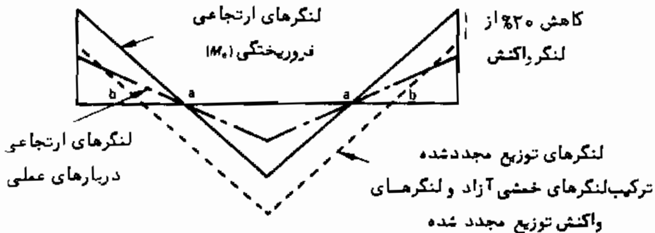
(از رابطه فوق نتیجه می‌شود که اگر مقطع حاصله با فولاد بسیار کم باشد (به جدول ۷ ــ ۳ مراجعه شود) حداکثر کاهش ممکن ۳۰ درصد خواهد بود . هرچه درصد فولاد افزایش‌یابد ضریب محورخنثی یعنی x/d زیاد می‌شود و ظرفیت دوران خمیری و مقدار توزیع مجدد لنگر کاهش می‌یابد) .

در تیرها x/d_{max} برابر با ۰/۵ است بنابراین حداقل کاهش ۱۰ درصد می‌باشد . چون به ستونها علاوه بر لنگر ، بار محوری نیزاعمال می‌شود ، آیین نامه CP 110 هرمقداری برای x/d را مجاز می‌داند . بجز حالتی که نیروی محوری کوچک است احتمالا" کاهش‌دادن قابل ملاحظه در لنگر ستونها مجاز به‌نظر نمی‌رسد .

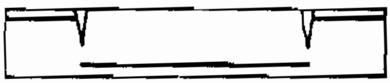
۳ ــ لنگر مقاوم در هر مقطع نباید کمتراز ۷۰ درصد حداکثر لنگر ارتجاعی در مقطع شود .

یک مثال ساده اهمیت این قانون را مشخص می‌کنند . شکل ۷ــ۱۳ نمودار لنگرخمشی برای یک تیر دو سر گیردار را نشان می‌دهد . با استفاده از قانون اول ، لنگرهای خمشی در اثر بارهای فرو ریختگی به‌وسیله تحلیل ارتجاعی تعیین می‌شوند . مطابق شکل در بارهای عملی‌نیزلنگرهای‌خمشی‌ارتجاعی‌بوده‌و نسبتی‌ازلنگرهای‌ارتجاعی فروریختگی‌می‌باشند. توزیع مجدد لنگرها در اثر کاهش لنگرهای انتهایی حاصل‌می‌گردد . لنگرهای توزیع شده، لنگرهای مقاوم لازمی هستند که در عین حال موقعیت و محل فولادها را مشخص می‌کنند . به‌خاطر داریم‌که فولادها نیروی‌کششی‌حاصل از خمش را تحمل می‌کنند ، این فولادها بایستی مطابق شکل ۷ــ۱۴ جای‌گذاری شوند . مشکل آنست‌که محل قطع فولادهای‌بالایی و پایینی در نقطه

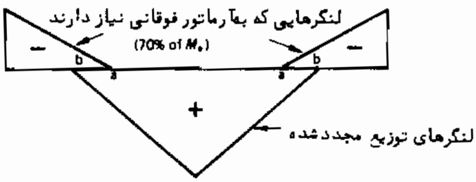
b می‌باشد ، یعنی نقطه عطف مربوط به نمودار لنگرخمشی حاصله از پخش مجدد لنگر. تحت بارهای عملی نیز فولاد لازم است و در بالای تیر بایستی تا نقطه α ادامه داده شود، همان طور که با خط نقطه در شکل ۷–۱۳ مشخص شده است. ترکهای حاصله نشان دهنده وضعیت مطلوبی در تیر نیست . قانون سوم به‌طور موءثری مانع از بروز این مشکل است ، این قانون الگوی لنگرهای مقاوم مطابق شکل ۷ – ۱۵ را نتیجه می‌دهد .



شکل ۷–۱۳



شکل ۷–۱۴

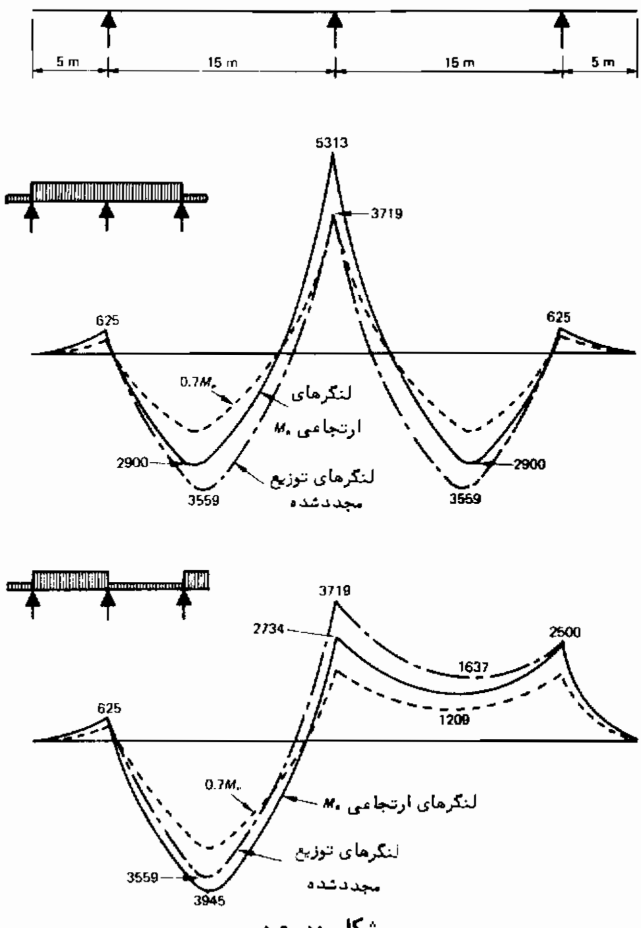


شکل ۷– ۱۵

در CP 110 بیان شده است که در طراحی ، توزیع مجدد کامل لنگرها همیشـــه لازم نیست . اگر توزیع مجدد لنگر در همه‌جا کمتراز ۱۰ درصد باشد فرمولهای ساده شده‌ای برای محاسبه لنگرهای مقاوم داده شده است .

در توزیع مجدد لنگرها دو خط مشی اصلی وجود دارد . اگر مقطع عضو ، مستطیلـــی شکل باشد ، بایستی حتی‌الامکان سعی کرد که لنگرهای مثبت و منفی مساوی شوند و بنابراین مشکل تعیین محل فولادها از بین می‌رود . اگر مقطع تیر T یا L شکل باشد لنگر منفـــی بایستی حتی‌الامکان کوچک اختیار شود چرا که لنگر منفی مقاوم به‌دلیل کمتر بودن سطح بتن فشاری کوچکتراز لنگرمثبت مقاوم می‌باشد . ذکر یک مثال توزیع مجدد لنگر را به‌بهترین وجه تبیین می‌کند .

شکل ۷ــ۱۶ مثال کاملی را نشان می‌دهد . فرض شده است که مقطع تیر یکسره T شکل است و حداکثر و حداقل بارهای با ضریب وارده 200 kN m و 50 kN m می‌باشد . بدترین ترکیبات بارگذاری در شکل مشخص شده‌اند . حالت اولی بیشترین لنگر منفی را در تکیه‌گاه میانی و حالت دوم بیشترین لنگرمثبت را ایجادمی‌کند.لنگرهای‌ارتجاعی بااستفاده از پخش لنگر به‌دست آمده‌اند .



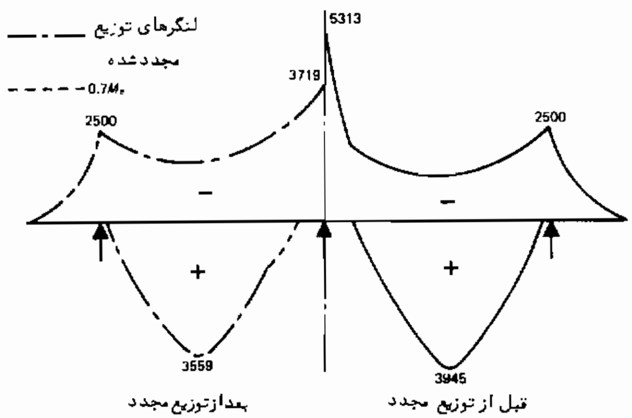
شکل ۷ــ۱۶

منظور از توزیع مجدد لنگر حتی‌الامکان کاهش دادن لنگرهای منفی است . لنگر منفی‌میانی در حالت بارگذاری اول به‌اندازه ۳۰ درصد تا مقدار 3719 kN m کاهش داده می‌شود . لنگرهای‌انتهایی‌اعضای طره‌ای را نمی‌توان تغییرداد زیرا این‌لنگرها بابارهای‌روی‌قسمتهای طره‌ای در حال تعادلند . پس لنگرهای خمشی‌آزاد به‌لنگرهای واکنشی جدید ملحق‌می‌گردند

این لنگرهای توزیع شده و مقادیر مربوط به ۷۰ درصد از لنگرهای اصلی در شکل رسم شده اند.
در بارگذاری حالت ۲ لنگر منفی میانی را تا مقدار 3719 kN m می‌توان افزایش داد زیرا این لنگر مقاوم برای حالت ۱ در نظر گرفته شده است.لنگر مثبت حاصله در دهانه طرف چپ برابر با 3559 kN m (کاهش یافته از مقدار 3945 kN m) می‌باشد . با کاهش لنگر به مقدار 386 kN m ، β_{red} برابر با (386/5313 =) 0.072 می‌شود .

بحرانی‌ترین لنگرهای خمشی را می‌توان از ترکیب دوحالت بارگذاری به‌دست آورد و پوش لنگرخمشی طراحی را به‌دست آورد . باید توجه داشت که درقسمتهایی از تیر مقدار $0/7 M_e$ بحرانی‌تر از لنگرهای توزیع مجدد شده است . در شکل ۷ـ۱۷ منحنیهای پوش برای قبل و بعداز پخش مجدد نشان داده شده است .

ارزش توزیع مجدد لنگر معلوم است . حداکثر لنگر منفی به اندازه قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته و در این حالت تقریباً" به‌طور اتفاقی ، حداکثر لنگر مثبت نیز اضافه شده است نقاط قطع (جایی که لنگرهای مثبت و منفی صفر هستند) به‌وسیله توابع ریاضی مربوط به‌نمودارهای لنگرخمشی(به‌قسمت ۴ـ۳ـ۳ مراجعه شود) یا به‌وسیله رسم دقیق و اندازه‌گیری دیاگرامهای لنگرخمشی به‌دست می‌آیند .



شکل ۷ـ۱۷

کنترل دیگری نیز بایستی انجام شود . در تکیه‌گاه میانی $\beta_{red} = 0.3$ است .این‌بدان‌معنی‌است که مقدار حداکثر ضریب محور خنثی x/d در آن نقطه ۰/۳ است (به معادله ۷ـ۱ مراجعه‌شود) درنقطه حداکثر لنگرخمشی $\beta_{red} = 0.072$ است ،اما x/d تنها می‌تواند ۰/۵ باشد و نه‌عدد مورد انتظار ۰/۵۲۸ زیرا CP 110 حداکثر مقدار را به‌مقدار ۰/۵ محدود می‌کند تا حالت با فولاد کم تأمین شود .

۷ ــ ۵ جمع‌بندی

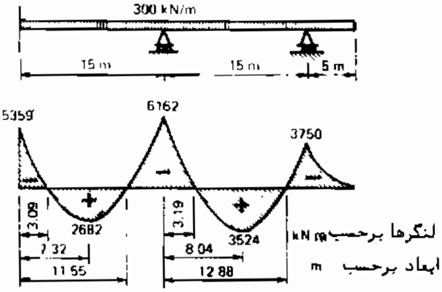
در این فصل مشکلات به‌کارگیری روشهای خمیری در مورد سازه‌های بتن آرمه بیان گردید. اعضای با فولادکم قادر به‌دوران خمیری هستند ،اماظرفیت‌درمقایسه باتیرهای فلزی محدود است. این موضوع به‌کارگیری نظریه خمیری را غیر ممکن می‌سازد. در CP 110 با محدود کردن مقدار فولاد و محل محور خنثی، مقاطع با فولاد کم ایمن شده‌اند. پخش مجدد لنگر وسیله‌ای برای استفاده از فواید روشهای خمیری است ولی در موقع استفاده‌ازآن بایستی اثر کاهش ظرفیت دورانی ناشی از افزایش مقدار فولاد را در نظر داشت.

نوعی ازسازه بتنی وجود داردکه معمولا" با فولاد بسیار کم است،دالهای بتنی‌عموما" تنها درصدهای کمی فولاد دارند و به‌روشهای خمیری طراحی می‌شوند. این روشها در فصل بعدی ذکر خواهند شد.

۷ ــ ۶ مسایل

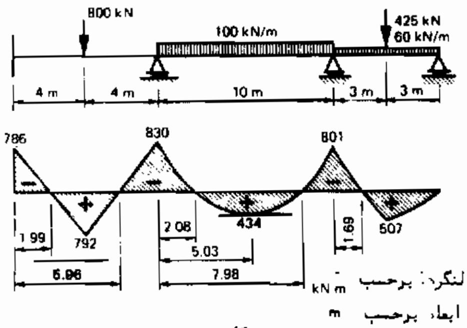
۷ــ۶ــ۱ تیر دو سر گیردار بتن آرمه به‌دهانه L بار گسترده یکنواخت w در واحد طول را در موقع فروریختگی تحمل می‌کند. لنگرهای‌خمشی را طوری پخش مجدد کنید که در وسط دهانه و تکیه‌گاهها لنگرهای مقاوم مساوی شوند. مقدار لنگر مقاوم چقدر است؟ نقاط‌قطع‌را برای فولادهای فوقانی و تحتانی تعیین کنید.

۷ ــ ۶ ــ ۲ شکل ۷ــ۱۸ یک تیر T شکل بتن آرمه را نشان می‌دهد. بار تحمل شده در فرو ریختگی برابر 300 kN/m (شامل وزن تیر) است و نمودار لنگر خمشی براساس تحلیل ارتجاعی می‌باشد. لنگرها را به‌منظور دستیابی به‌توزیع لنگر خمشی مطلوبتر توزیع مجدد کنید. مقادیر را روی یک نمودار که مهمترین مقادیر لنگرها و ابعاد را می‌دهدرسم‌کنید.



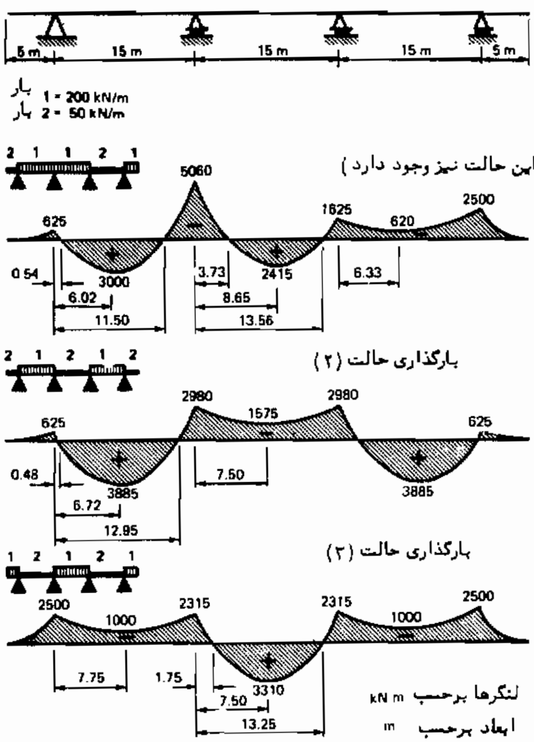
شکل ۷ــ۱۸

۷ ــ ۶ ــ ۳ مسأله ۷ــ۲ برای تیر و نمودار لنگرخمشی شکل ۷ــ۱۹ را تکرار کنید .



شکل ۷ــ۱۹

۷ ــ ۶ ــ ۴ تیر یکسره‌ای همراه بانمودارهای لنگرخمشی برای بحرانی ترین حالات بارگذاری (سه حالت) در شکل ۷ــ۲۰ نشان داده شده است . با استفاده از پخش مجدد لنگر حداکثر لنگرهای مثبت و منفی راهمسان کنید . بارسم پوش لنگرهای توزیع مجددشده نتایج راخلاصه کنید .



شکل ۷ــ۲۰

۸

تحلیل خط سیلان و روش نواری هیلربورگ[1] برای دالهای بتن آرمه

۸ ــ ۱ مقدمه

درفصل قبل نشان‌داده شد که کاربرد نظریه‌خمیری درمورد سازه‌های بتن آرمه‌معمولا" با مشکلاتی مواجه است . زیرا ظرفیت دورانی خمیری مقاطع بتنی تحت خمش محدود است . لیکن دالهای بتن آرمه تقریبا" همیشه با فولاد بسیار کم هستند و داشتن مقاطعی با بیش از یک درصد فولاد غیر معمول است . در نتیجه دالها ظرفیت دورانی خمیری قابل ملاحظه‌ای دارند و می‌توان آنها را به‌خوبی به‌روشهای خمیری تحلیل و یا طراحی نمود .

در این بخش دو روش که درحال حاضرکاربرد وسیعی دارند موردبررسی قرارمی‌گیرند . روش نظریه خط سیلان مشهورترین آنهاست .این روش با روشهای تحلیل‌سازه‌های‌فولادی که درآنها بارهای فروریختگی‌محاسبه می‌شدندمشابهتهایی داردکه در اینجاملاحظه خواهند شد . روش نواری هیلربورگ یک روش تشریحی برای طراحی دال است ، که استفاده از آن ساده و راحت است .

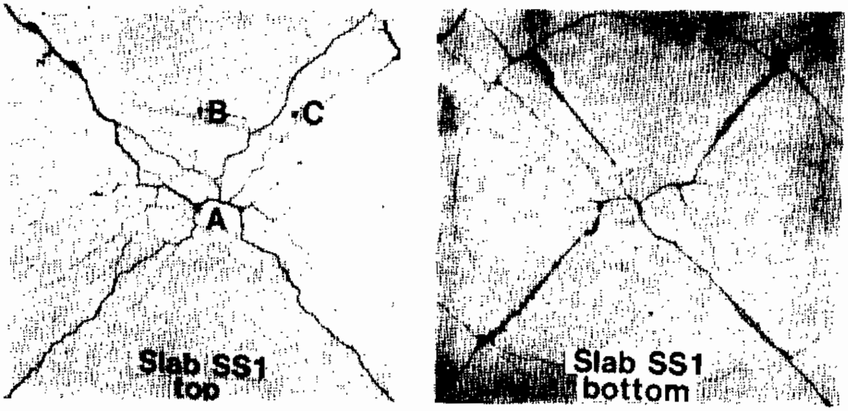
۸ ــ ۲ نظریه خط سیلان[2]

۸ ــ ۲ ــ ۱ یک مبنای تجربی در مورد تحلیل خط سیلان

نظریه خط سیلان اول بار توسط ژوهانسن[3] ابداع گردید که تز دکترای خود را در این مورد در سال ۱۹۴۳ منتشرکرد(۲۶) . تحقیقات زیادی نظر ژوهانسن را حتی شاید بیش از آنچه او فکر می‌کرد و یا در نظر می‌گرفت گسترش داد و هدف آنها ارتباط دادن نظریه خط سیلان با نظریه خمیری سنتی (به‌گونه‌ای دقیقتر) بود .

---

۱ — Hillerborg ۲ — yield line theory ۳ — K. W. Johansen



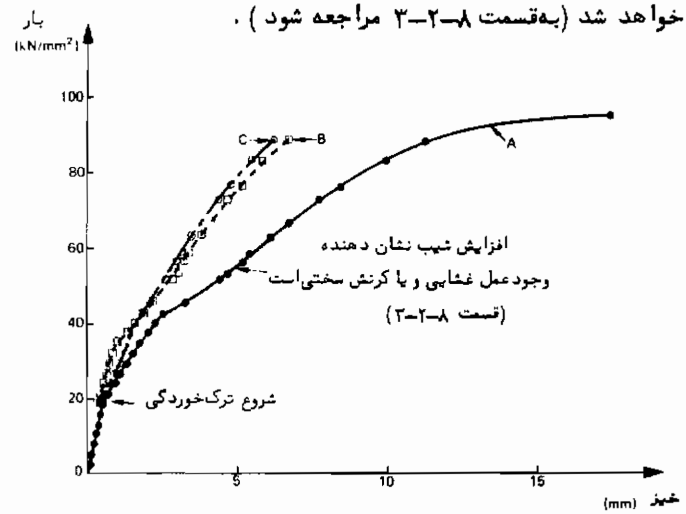
شکل ۸ـ۱ آزمایش روی دال مربع با تکیه‌گاههای ساده

برای شروع ، ساده‌ترین کار تبیین نظریه توسط آزمایش روی دالهای بتنی می‌باشد . تصاویر ۸ـ۱ و ۸ ـ ۵ و ۸ـ۱۶ دو سمت بالا وپایین سه نوع دال را که تحت بار یکنواخت گسترده قرار داشته و شرایط تکیه‌گاهی مختلفی دارند نشان می‌دهد .

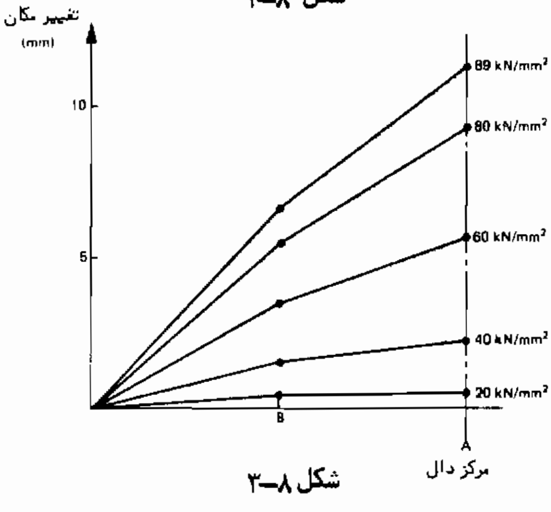
شکل ۸ـ۱ دال مربعی را نشان می‌دهد که به موازات اضلاع فولاد بندی شده است . لبه‌ها روی تکیه‌گاههایی قرار دارند که از حرکت قائم جلوگیری می‌کنند ولی مقاومت کمی‌در مقابل دوران دارند (تکیه‌گاههای ساده) . در طرف کششی (طرف تحتانی دال که در شکل طرف بالا نامگذاری شده زیرا در آزمایش نیرو به‌سمت بالا اعمال می‌گردد) بخصوص نزدیک مرکز دال ترکهای متعددی وجود دارد . این ترکها نسبتاً" در بار کمی شکل می‌گیرد ، اما با افزایش بارها تنها تعداد کمی از آنها بزرگ می شوند . دراین‌حالت‌خاص ترکها به‌تندی‌روی قطرها توسعه داده می‌شوند . در طرف دیگر (فشاری) دال بجز قسمتهای فشاری بتنی که در امتداد ترکهای عریض طرف کششی قرار دارد وضعیت نسبتاً" نامشخص‌است . این مجموعه‌از ترکهای بزرگ و خردشدگی بتن درست حالتی‌را که یک تیر با فولاد کم پس‌از دوران خمیری به ظرفیت لنگر مقاوم خود می‌رسد نشان می‌دهد . یک خط سیلان‌شکل ایده‌آلی از این وضعیت است . تصور خط سیلان به‌صورت یک سری‌از مقاطع تیر مجاور هم به‌طوری که‌هرمقطع تحت دوران خمیری قرار گرفته و به ظرفیت لنگر مقاوم خود می‌رسد شاید ساده‌ترین روش برای درک موضوع باشد .

در طول‌آزمایش اندازه‌گیرها درنقاط A و B و C (شکل ۸ـ۱)قرار داده شدندتا تغییر مکان قائم دال اندازه‌گیری شود . منحنیهای بار ــ تغییر مکان برای هرسه اندازه‌گیر درشکل ۸ـ۲ نشان داده شده‌اند . برای تغییر مکان وسط تاوه ، منحنی ، تغییری در شیب را در بار

کم نشان می‌دهد (وقتی ترک‌خوردگی شروع می‌شود) و سپس با گسترش خطوط سیلان در دال یک کاهش تدریجی در شیب ایجاد می‌گردد. ولی آن طور که انتظار می‌رفت شیب به طور پیوسته کاهش نمی‌یابد و به صفر (نشان دهنده فروریختگی) نمی‌رسد. این نکته‌ای است که بعداً" بیان خواهد شد (به‌قسمت ۸-۲-۳ مراجعه شود).



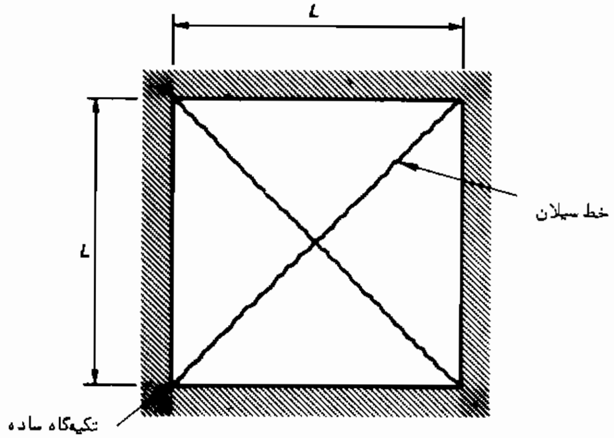
شکل ۸-۲



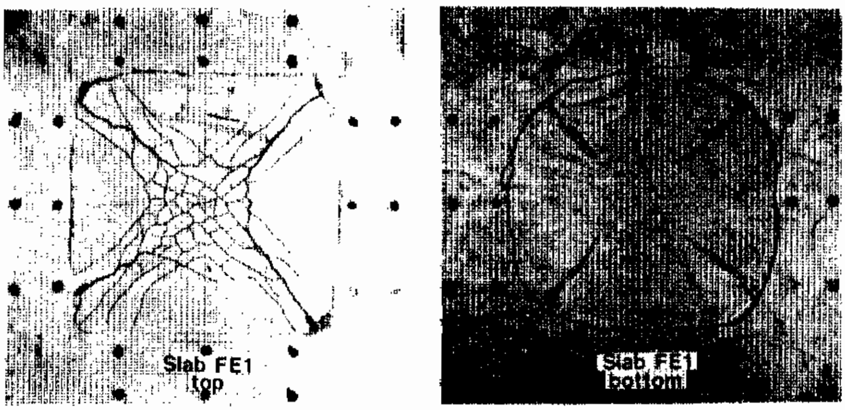
شکل ۸-۳

منحنیهای مربوط به نقاط B و C ابتدا از هم جدا شده ولی سپس به‌ازای بارهای بیشتر تقریباً" به‌هم می‌رسند. اگر در شکل ۸-۳ به‌ازای بارهای مختلف تغییر مکان مقطع روی محور میانی که از نقاط A و B می‌گذرد رسم شود، ملاحظه می‌شود که در بارهای زیاد مقطع تقریباً" یک خط مستقیم است. این موضوع و یکسان بودن تغییر مکان در نقاط B و C نشان می‌دهد که

به‌ازای بارهای نزدیک به بار فروریختگی منطقه بین خطوط گسیختگی از نظر عملی مسطح است .



شکل ۸–۴



شکل ۸ ــ ۵: آزمایش روی دال (تاوه) مستطیلی با لبه‌های گیردار

آزمایش و رفتار تجربی ما را به تعیین یک مدل ساده از فروریختگی تاوه هدایت می‌کند . مکانیزم فروریختگی شامل ۲ خط گسیختگی است که درتمام طول قطرها ادامه‌می‌یابند و قطعات مثلثی صلبی از تاوه بین خطوط سیلان به‌وجود می‌آورند (شکل ۸–۴) .

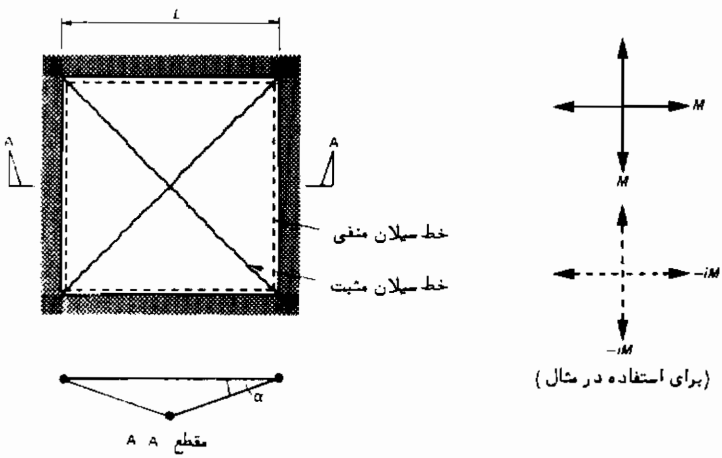
لبه‌های تاوه و خطوط سیلان محورهای دوران برای قسمتهای صلب تاوه می‌باشند . این‌بدان معناست که دوران خمیری خطوط سیلان تنها تغییرشکل مربوط به تاوه می‌باشند . فصلهای ۳ و ۴ و ۵ اساسا" مربوط به تحلیل مکانیزمهای فروریختگی بود ولی پذیرش آنها به عنوان

روشی محاسباتی در مبحث فعلی اشکالی ایجاد نخواهد کرد .

نتایج آزمایش روی یک مدل تاوه با لبه‌های گیردار (در مقابل تغییرشکل لبه‌ها کاملا" گیردار) و تحت بارگسترده یکنواخت در شکل ۸ ــ ۵ نشان داده شده است . این دال معادل با یک تیر دو سر گیردار است و با مشابهت سازی با یک چنین تیری ، انتظار می‌رود علامت لنگرها دروسط و لبه‌های تاوه مخالف یکدیگر باشند .این موضوع به‌وسیله شکل ۸ ــ ۵ مشخص شده است .ترکهایی در قسمت فوقانی تاوه وجود داردکه شکل آنها بسیار شبیه به‌حالت تاوه با تکیه‌گاههای ساده در شکل ۸ــ۱ است و شامل ترکهای بسیار بزرگ قطری است.در اطراف لبه‌های فوقانی تاوه شواهدی از خردشدن بتن وجود داردودر پایین تاوه خردشدن بتن در طول قطرها و ترکهای بزرگ اطراف لبه‌ها نمایان است . مکانیزم فروریختگی ایــده‌ال در شکل ۸ــ۶ نشان داده شده است . توجه شود که خطوط سیلان مثبت قطری بطور متفاوتی از خطوط سیلان منفی اطراف لبه‌ها نمایش داده شده است .

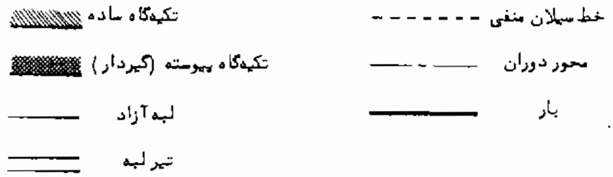
۸ ــ ۲ ــ ۲ علائمی برای تحلیل خط سیلان

شکلهای مربوط به‌حل مسایل تاوه‌ها به‌علت‌تعدد اطلاعات‌لازم معمولا" پیچیده‌می‌شود .



شکل ۸ــ۶

برای سادگی کار علائم مفیدی تعریف شده است . تا کنون تعدادی از آنها به کار رفته است و در اینجا با جزئیات بیشتری مطرح می‌شوند .



۸ ــ ۲ ــ ۳ جنبه‌های نظری تحلیل خط سیلان

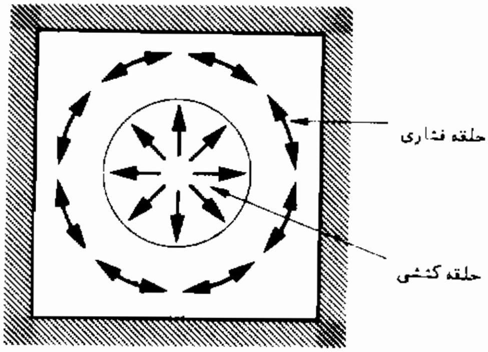
مشکل اصلی تحلیل خط سیلان تصمیم‌گیری درمورد مکانیزم فروریختگی است.خوشبختانه حالات استانداردشده زیادی مشخص شده است (۲۷) . عموما" هر الگوی خط سیلان بایستی به‌وسیله تجربه و مجموعه قوانین قابل استفاده‌ای تأیید شود . (به بند ۸ــ۲ــ۴ مراجعه‌شود) تضمینی‌وجودندارد که الگوی انتخاب شده صحیح باشد . این الگو شرایط تعادل و مکانیزم را برآورده ساخته ولی لزوما" شرط تسلیم را برآورده نمی‌سازد .بدبختانه ،کنترل‌این‌موضوع اگر غیر ممکن نباشد مشکل است بنابراین عموما" جواب مربوط به هر خط سیلان کرانه‌بالایی می‌باشد . از جنبه نظری نتیجه تحلیل خط سیلان دست پایین و سازه نامطمئن است زیرا درکرانه بالایی مقاومتی پیش از مقاومت واقعی تاوه به‌دست می‌آید . از نظر فیزیکی نتیجه مورد قبول و سازه مطمئن است زیرا در تحلیل از دو عامل مهم صرف نظر شده است .

۱ ــ در محاسبه لنگرهای مقاوم تاوه از کرنش سختی در فولادها صرف نظر شده است . شکل ۷ــ۵ نشان می‌دهد که به‌ازای درصدهای کم فولاد در تاوه ، کرنش سختی ، لنگرها را به‌طور موءثری افزایش می‌دهد و بنابراین مقاومت تاوه زیاد می‌شود .

۲ ــ نظریه خط سیلان حالت ایده‌آلی از رفتار واقعی تاوه است و در آن فرض شده است که بارهای قائم تنها توسط خمش تحمل می‌شوند.آزمایشها نشان می‌دهد که این گونه نیست . اگر تنها خمش وجود داشت شیب منحنی بار تغییر مکان تا مرحله شکست‌به‌طور پیوسته کاهش می‌یافت در حالی که منحنی بار ــ تغییر مکان وسط در شکل ۸ــ۲ ابتدا کاهش را نشان می‌دهد ولی دوباره افزایش می‌یابد و سپس مجددا" کاهش می‌یابد و بعد مقطع گسیخته می‌شود . افزایش شیب ،ناشی از "عمل غشایی" است . در واقع قسمتی از بار توسط خمش و قسمتی توسط نیروهای ایجاد شده در داخل صفحه تاوه (عمل غشایی) تحمل‌می‌شود. تغییر مکان بیشتر تاوه باعث تأثیر بیشتر عمل غشایی می‌گردد .

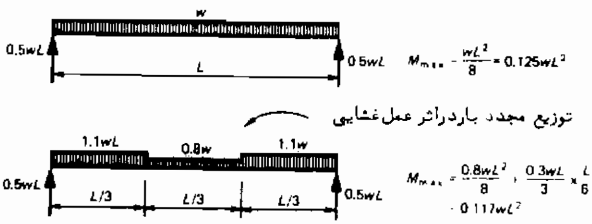
دو نوع مختلف از عمل غشایی وجود دارد . موقعی که لبه‌های تاوه در مقابل حرکت جانبی مقاومتی نداشته و یا کم دارند (که این حالت غالبا" مربوط به‌لبه‌های تکیه‌گاه ساده است) . " عمل *غشایی‌کششی* " به‌وجود می‌آید . سیستم نیروهای داخل سطحی در شکل ۸ــ۷

مشخص شده است .



شکل ۸ — ۷ .

برای تعادل افقی نیروهای کششی و فشاری لازمند . عمل غشایی باعث کاهش بارها در منطقه کششی و افزایش بارها در منطقه فشاری میشود . این عمل تعادل نیروهای قائم را باقی نگهداشته ولی حداکثر لنگرخمشی را کاهش میدهد . شکل ۸—۸ تأثیر عمل غشایی را روی تیرهای ساده نشان میدهد . این نوع از عمل غشایی بار فروریختگی را تا ۳۰ درصد بیشتر از بار خط سیلان افزایش میدهد .



شکل ۸ — ۸

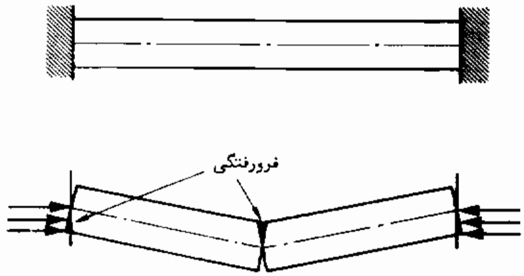
عمل " غشایی فشاری " در تاوههای که لبههای گیردار افقی دارند بهوجود میآید . با باز— شدن ترکهاتاوه داخل لبهها فرو میرود و این عمل نیروهای فشاری بسیار زیادیرا درتاوه ایجاد میکند بنابراین تاوه مشابه یک قوس کم عمق یا پوسته عمل میکند . نتیجهحاصلشده افزایش در ظرفیت باربری تا ۲۰۰ درصد بالای بار خط سیلان میباشد .

اوکلستون[1] (۲۸)مشاهدهکرد کهتحت بارگذاری قائم فروریختگی تاوهایکهباتاوههای اطرافش

---

۱ — Ockleston

یکپارچه باشد (گیرداری افقی) در عمل امکان‌پذیر نیست، لیکن به‌دلیل به وجود آمدن خیزهای زیاد استفاده از خواص عمل غشایی ممکن و مقدور نمی‌باشد.



شکل ۸ — ۹

نحوهٔ تشکیل خطوط سیلان به‌وسیلهٔ ضوابط متعارف تسلیم قابل پیش‌بینی است که می‌گوید، خط سیلان، عمود بر لنگر خمشی که با لنگر مقاوم تاوه مساوی شده است به‌وجود می‌آید. لنگر فوق را می‌توان به‌صورت لنگری که باعث بازشدن ترکها می‌شود تصور کرد. به‌طوری که ترکها بر خط سیلان منطبق شوند. لنگرهای هر نقطه تاوه را به‌وسیله دایره مور می‌توان به دست آورد و خط سیلان عمود بر یکی از لنگرهای اصلی تشکیل می‌شود. (۲۹) معیار فوق تشکیل یک خط سیلان دیگر را نیز در هر نقطه تاوه و عمود بر خط سیلان اولی مجاز می‌داند. این معیار در هر نقطه تنها دو خط سیلان را اجازه می‌دهد.

۸ — ۲ — ۴ قوانینی برای تعیین مکانیزم فروریختگی

از پنج قانون زیر برای تعیین مکانیزم فروریختگی استفاده می‌شود. برای تأیید مکانیزمهای شکل ۸—۱۰ از آنها استفاده کنید.

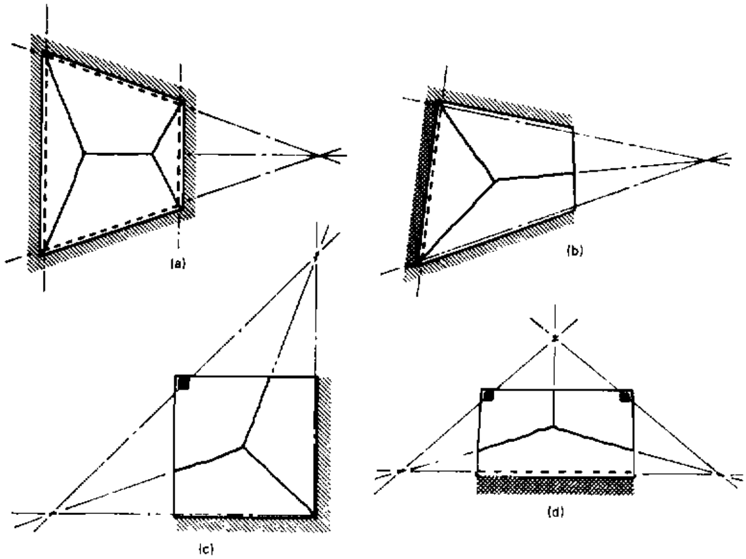
۱ — خطوط سیلان معمولاً" مستقیم بوده و محورهای دوران هستند.

۲ — خطوط سیلان به لبه‌های تاوه منتهی می‌شوند.

۳ — محورهای دوران در طول لبه‌های تکیه‌گاه قرار گرفته، لبه‌های آزاد را قطع کرده و از روی ستونها می‌گذرند.

۴ — محورهای دوران مربوط به صفحات صلب مجاور هم، یک نقطه تلاقی دارند (که ممکن است در فاصله نامحدودی قرار گیرد).

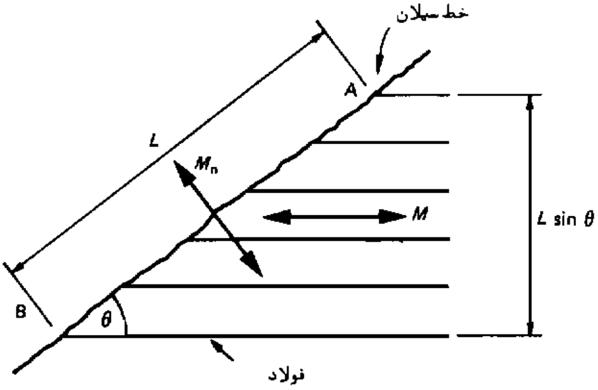
۵ — غالباً" خطوط سیلان منفی در طول حداقل قسمتی از لبه گیردار به‌وجود می‌آیند.



شکل ۸ ــ ۱۰

۸ ــ ۲ ــ ۵ لنگر در طول خط سیلان

برای انجام محاسبات تحلیل‌خط سیلان لازم است لنگر در طول خط سیلان معلوم‌باشد درابتدا دالی را با فولادگذاری‌تنها دریک جهت درنظر بگیرید .عموما" خط سیلان نسبت‌به جهت فولادگذاری مورب است . مانند شکل ۸ــ۱۱



شکل ۸ ــ ۱۱

فرض شده است که فولادها جاری شده ولی مستقیم باقی می‌مانند . برای این‌فولادها

لنگر مقاومی برابر با M در واحد عرض درجهت فولادگذاری در نظرگرفته شده . درطول AB لنگر مجموع در جهت فولادگذاری برابر $ML \sin\theta$ می‌باشد . بنابراین در جهت عمود بر خط سیلان لنگر برابر است با :

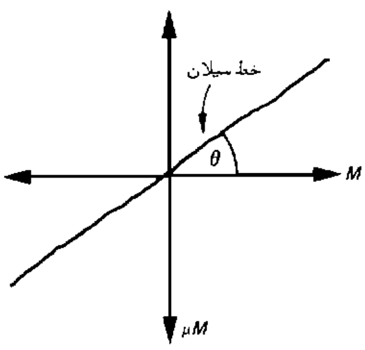
$$M_n L = ML \sin\theta \times \sin\theta$$
$$M_n = M \sin^2\theta \qquad (۱ - ۸)$$

که M_n لنگر در عرض واحد در امتداد خط سیلان است .

البته ، معمولا" فولادگذاری در دو جهت است و برای محاسبه لنگر از معادلــه ۸ ــ ۱ استفاده می‌شود .شکل ۸ــ۱۲ حالت عمومی فولادگذاری عمود برهم را نشان می‌دهد . (توجه شود که برای مشخص کردن لنگر مقاوم هر سری از فولادها بردارها نشان‌دهنده جهت فولادها می‌باشند) . با استفاده از معادله ۸ــ۱ ضریب μ مشخص کننده لنگرهای مقاوم متفاوت دردو جهت فولادگذاری است .

$$M_n = M \sin^2\theta + \mu M \sin^2(90 + \theta)$$
$$M_n = M \sin^2\theta + \mu M \cos^2\theta \qquad (۲ - ۸)$$

اگر $\mu \neq 1$ باشد فولادگذاری را اورتوتروپیک[1] (مقدارمختلف دردو جهت عمود برهم)گویند در حالت خاصی که $\mu = 1$ است فولادگذاری هم مقدار است (ایزوتروپیک[2]) . وقتی $\mu = 1$ باشد



شکل ۸ ــ ۱۲

$$M_n = M(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$
$$M_n = M \qquad (۳ - ۸)$$

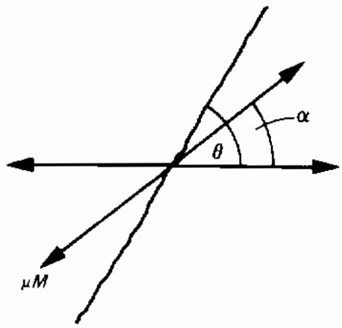
---

۱ ــ *orthotropic* ۲ ــ *isotropic*

بنابراین در طول خط سیلان مقدار لنگر مستقل از زاویه امتداد خط خواهد شد .

شایان ذکر است که آرماتورگذاری مورب یعنی حالتی که فولادها برهم عمود نباشند کمتر معمول است . در شکل ۸ـ۱۳ نمونه‌ای از این فولادگذاری نشان داده شده است . با استفاده مجدد از معادله ۸ـ۱ داریم .

$$M_n = M \sin^2 \theta + \mu M \sin^2 (\theta - \alpha) \qquad (۸-۴)$$



شکل ۸ ـ ۱۳

دو نکته مورد توجه دیگر در مورد معادلات ۸ـ۱ الی ۸ـ۴ وجود دارد .

۱ ـ بیاد داریم که M_n و M و μM همگی لنگرهای واحد عرض هستند . لنگر مجموع در طول خط سیلان حاصل ضرب M_n در طول خط مذکور است .

۲ ـ M و μM بستگی به مقادیر فولاد در تاوه دارند و با تحلیل مقطع تیری به عرض واحد محاسبه می‌شوند .این موضوع در فصل ۷ تشریح شد . البته هریک از روشهای داده‌شده در CP 110 (شامل فرمولها) در موقع طراحی قابل استفاده است . در آغاز طراحی تاوه M و μM از تحلیل خط سیلان محاسبه‌می‌شوند و سپس فولادهای کافی برای باربری لنگرهای مقاوم گذارده می‌شوند .

۸ ـ ۲ ـ ۶ محاسبات

وقتی مکانیزم فروریختگی تعیین شد ، تاوه را می‌توان تحلیل کرد . روش تحلیل به‌کمک چند مثال تشریح می‌شود که مطابق معمول برای تشخیص نکات یا اشکالات مختلف طبقه‌بندی شده‌اند . محاسبات بر اساس روش کار مجازی است .

۸ ـ ۲ ـ ۶ ـ ۱ تاوه مربع‌شکل با تکیه گاههای ساده تحت بار گسترده یکنواخت (q بر واحد سطح)

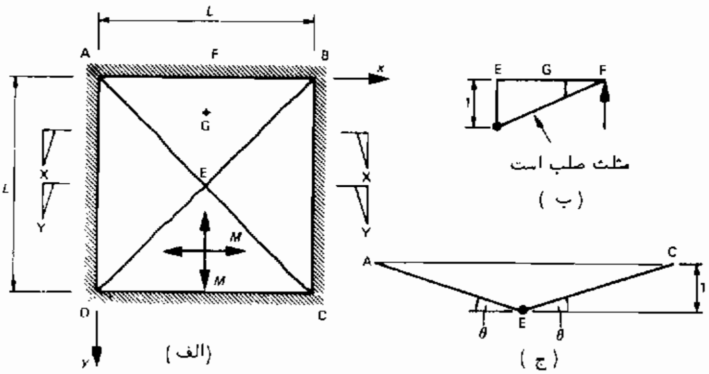
پخش خطوط سیلان برای هر تاوه در قسمت ۸ـ۲ـ۱ مورد بحث قرار گرفت و مجدداً در شکل ۸ـ۱۴ الف نشان داده شده است . شکل همچنین مشخص کنندهٔ آن است که تاوه به‌صورت هم مقدار با ظرفیت M در واحد عرض فولادبندی شده است .

تغییرمکان مکانیزم به‌وسیله تغییر مکان واحد (مجازی) قائم درمرکز تاوه بیان گردیده، به‌طوری که توجه شده است که صفحات مثلثی بین خطوط سیلان مسطح باقی می‌مانند . برای محاسبه کار خارجی :

$$\text{ABE مجموع بار روی مثلث} = q \times \left(\frac{1}{2} \times L \times \frac{L}{2}\right) = \frac{qL^2}{4}$$

= مساحت سطح ABE × بار گسترده یکنواخت

مرکز ثقل این بارها در G است به‌طوری که با استفاده از خواص هندسی مثلث ۱:۳ = FG : FE اگر E به‌اندازه ۱ واحد تغییر مکان یابد ، G به‌اندازه $\frac{1}{3}$ حرکت می‌کند با استفاده از تشابه مثلثها در شکل ۸ـ۱۴ ب



شکل ۸ ـ ۱۴

$$\text{ABE کار خارجی ناشی از بار روی} = \frac{1}{3} \times q\,\frac{L^2}{4} = \frac{qL^2}{12}$$

= بار روی ABG × تغییر مکان مرکز ثقل =

از آنجا که چهار مثلث یکسانند .

$$\text{مجموع کار خارجی} = 4 \times \frac{qL^2}{12} = \frac{qL^2}{3} \qquad (۸-۵)$$

محاسبات مربوط به کار خارجی تقریبا" مشابه محاسبات مورد استفاده برای قابهای فلزی است . کار خارجی در حالت کلی به‌صورت زیر نوشته می‌شود .

$$\text{کار خارجی} = \Sigma\left[\int_A q\Delta\, \mathrm{d}A\right] \qquad (۸-۶)$$

تمام قسمتهای صلب — انتگرال حاصل‌ضرب بار روی جزء سطح در فاصله‌ای که جزء سطح طی می‌کند

انتگرال‌گیری لازم است زیرا الزاما" بار روی قسمت صلب یکنواخت نیست .

کار داخلی کاری است که توسط دوران خطوط سیلان جذب می‌گردد. شکل ۸-۱۴ ج مقطعی از تاوه را در طول قطر AC نشان می‌دهد . با توجه به این که قسمتهای صلب مسطح باقی می‌مانند ،دوران خط سیلان BED در تمام طول خود ثابت است و مطابق شکل مساوی با 2θ می‌باشد .

$$\text{کار داخلی خط سیلان BED} = M_n \times \sqrt{(2)}\mathrm{L} \times 2\theta$$

از آنجا که تاوه به‌صورت هم مقدار فولادبندی شده $M_n = M$ با توجه به شکل ۸-۱۴ ج

$$\theta = \frac{1}{\mathrm{EC}} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{(2)}\mathrm{L}}{2}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{L}$$

$$\text{کار داخلی برای BED} = M \times \sqrt{(2)}L \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{L} = 4M$$

به دلیل تقارن تاوه ، کار داخلی برای AEC مشابه مقدار فوق است و بنابراین

$$\text{مجموع کار داخلی} = 2 \times 4M = 8M \qquad (۸-۷)$$

توجه شود که ابعاد تاوه از عبارت کار داخلی حذف شده است . کار داخلی در حالت کلی به‌صورت زیر می‌باشد

$$\text{کار داخلی} = \Sigma\left[\theta\int_{s} M_{\mathrm{n}}\, \mathrm{d}s\right] \qquad (۸-۸)$$

هر خط سیلان

مجموع دوران خط سیلان

مجموع لنگر در طول خط سیلان

انتگرال‌گیری لازم‌است زیرا لنگر درطول خط سیلان ممکن‌است در اثرتغییر درضخامت تاوه یا فاصله فولادها تغییر کند .

با مساوی قرار دادن کار داخلی و کار خارجی در حالت تعادل داریم .

$$\frac{qL^2}{3} = 8M$$

بنابراین

$$q = \frac{24\mathrm{M}}{L^2} \text{ یا } M = \frac{qL^2}{24} \qquad (۹-۸)$$

برحسب آن که مسأله مربوط به تحلیل (M و L داده شوند) یا طراحی (q و L داده‌شوند) باشد دو شیوه برای حل مسأله وجود دارد . عبارت عمومی برای معادله کار عبارت‌است‌از :

$$\Sigma\left[\int_{A} q\Delta\, \mathrm{d}A\right] = \Sigma\left[\theta\int_{s} M_{\mathrm{n}}\, \mathrm{d}s\right] \qquad (۱۰-۸)$$

تمام قسمتهای صلب هر خط سیلان

در این مثال موقعیت واقعی خطوط سیلان معلوم و فولادگذاری هم مقدار در دوجهت عمود بر هم بود . در نتیجه مشکلی در تعیین لنگر در طول خط سیلان وجود نداشت . در بیشتر مسایل کار بهاین سادگی نیست . به هریک از الگوهای شکل ۸ـ۱۰ نگاه‌کنید ،درهریک از حالات الگوها پیچیده بوده و به‌درستی مشخص نشده‌اند و در حالت فولادگذاری‌متفاوت در جهت عمود برهم‌عملا" تعیین لنگر درطول هر خط سیلان غیر ممکن می‌شود .خوشبختانه کار داخلی به‌وسیله روش دیگری قابل محاسبه است .

خط سیلان AE را در نظر بگیرید . فولادهای‌جهت x جاری‌شده و لنگر مقاوم برابر M در واحد عرض است .

$$\frac{ML}{2} = \text{مجموع لنگر در جهت } x \text{ در امتداد AE}$$

مقاطع X–X و Y–Y شکل ٨–١۴ در شکل ٨–١۵ نشان داده شده است در مقاطع شکل ملاحظه می‌شود به‌دلیل وجود قسمتهای صلب دوران خمیری این لنگرها در تمام طول AE برابر θ_x است . با استفاده از ابعاد شکل

$$\theta_x = 1 \Big/ \frac{L}{2} = \frac{2}{L}$$

کار داخلی انجام شده توسط لنگر در جهت x برابر است با

$$\text{کار داخلی} = \frac{ML}{2} \times \frac{2}{L} = M$$

در جهت y ، مجموع لنگر در طول $AE = ML/2$ است . مقاطع مشابه با X–X و Y–Y را می‌توان رسم کرد و نشان داد که :

$$\theta_y = \frac{2}{L}$$

بنابراین کار داخلی مجدداً برابر M می‌شود .

$$\text{مجموع کار داخلی برای AE} = M + M = 2M$$

سه قسمت دیگر الگوی خط سیلان مشابه با AE می‌باشند ، یعنی

$$\text{مجموع کار داخلی می‌شود} = 4 \times 2M = 8M \text{ (مانند قبل)} \qquad (٨-١١)$$

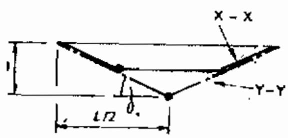
در این روش لنگر درطول خط سیلان و دوران خمیری خط سیلان به مؤلفه‌های برداری تقسیم شده‌اند .

$$\overrightarrow{\int_s M_x \, ds} = \overrightarrow{\int M_x \, dy} + \overrightarrow{\int M_y \, dx}$$

$$\vec{\theta} = \overrightarrow{\theta_x} + \overrightarrow{\theta_y}$$

$$\vec{\theta} \cdot \overrightarrow{M_n} = (\theta_x + \theta_y) \cdot \left(\overrightarrow{\int M_x \, dy} + \overrightarrow{\int M_y \, dx} \right)$$

$$= \overrightarrow{\theta_x} \cdot \overrightarrow{\int M_x \, dy} + \overrightarrow{\theta_y} \cdot \overrightarrow{\int M_y \, dx} \qquad (٨-١٢)$$



شکل ٨ – ١۵

اگر رابطه فوق برای هر خط سیلان نوشته شده و با یکدیگر جمع شوند عبارت عمومی برای‌کار داخلی را به دو شکل می‌توان نوشت

$$\text{کار داخلی} = \Sigma\left[\theta \int_S M_x \, \mathrm{d}s\right] = \Sigma\left[\theta_x \int M_x \, \mathrm{d}y + \theta_y \int M_y \, \mathrm{d}x\right] \qquad (۸ - ۱۳)$$

برای مثال فوق استفاده از این روش سودی ندارد ، ولی همان طور که ملاحظه خواهد شد در مثالهای بعد غالبا" تنها روش ممکن است .

۸-۲-۶-۲ تاوه مربع شکل با لبه‌های گیردار و تحت بار گسترده یکنواخت

این تاوه درشکل ۸ ــ ۶ نشان داده شده‌است . دوسری لنگرمقاوم وجوددارد .آنهایی که به وسیله بردارهای پر مشخص شده‌اند توسط فولادهای پایین تاوه (مقاوم در مقابل لنگرهای مثبت) تأمین می‌شوند . بردارهای خط چین ، لنگرهای مقاوم تأمین شده به‌وسیله فولادهای فوقانی را نشان می‌دهند.در هر دو حالت فولادگذاری هم مقدار دردوجهت‌عمود برهم است .

از نظر محاسبات تنها مورد اختلاف با مثال قبل مربوط به کار خارجی خطوط سیلان منفی اطراف لبه دال می‌باشد . اگر به مرکز تاوه یک تغییر مکان قائم واحد داده شود کار خارجی مشابه مثال قبل است .

$$\text{کار خارجی} = \frac{qL^2}{3}$$

کار داخلی خطوط سیلان مثبت همانند مثال قبل است .

$$\text{کار داخلی در خطوط سیلان مثبت} = 8M$$

$$\text{کار داخلی در خطوط سیلان منفی} = \underbrace{4}_{\text{تعداد خطوط سیلان}} \times \underbrace{iML}_{\text{مجموع لنگرها}} \times \underbrace{\frac{1}{L/2}}_{\text{دوران خط سیلان}}$$

$$= 8iM \quad \text{در طول خط سیلان}$$

توجه شود که‌می‌توان از علامت‌لنگر و دوران صرف‌نظر کرد و کارداخلی همیشه‌مثبت‌می‌شود . دوران خط سیلان منفی عبارت از زاویه α در مقطع شکل ۸ ــ ۵ است .

$$\text{مجموع کار داخلی} = 8(1 + i)M$$

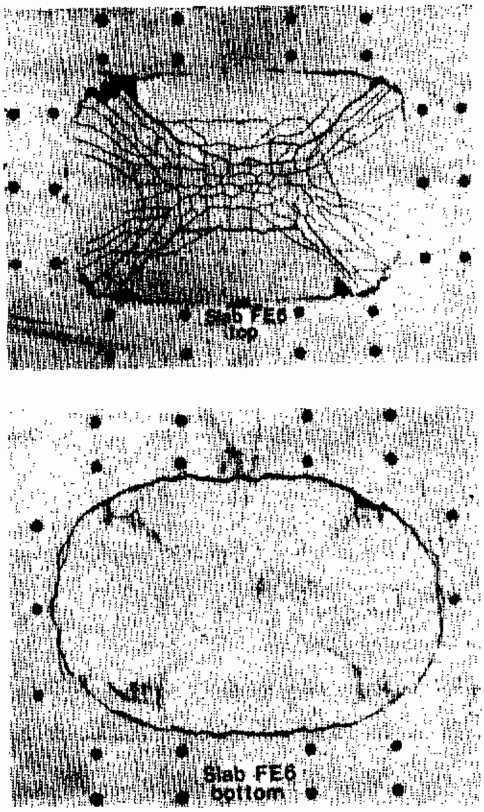
برای تعادل

$$\frac{qL^2}{3} = 8(1+i)M$$

در گوشه‌ها مکانیزم ایجاب می‌کند که یک خط سیلان مثبت و دو خط سیلان منفی کـه از یک نقطه می‌گذرند بوجود آیند . همان گونه که قبلا" شرح داده شد لنگر در هر نقطه‌ای روی خط سیلان باید یکی از لنگرهای اصلی در آن نقطه باشد. درمعیار تسلیم رسیدن هردو لنگر اصلی به‌مقدار مقاومت مربوطه به آنها امکان‌پذیر است بنابراین در هر نقطـه مـی‌توان دو خـط سیلان در نظرگرفت که بر یکدیگر عمودند . واضح است در گوشه‌ها سه خط سیلان وجوددارد که پذیرفتنی نیست .برای مکانیزم فوق محاسبات کاملا" معتبر بوده ولی روشن است که‌جواب یک کرانه بالایی است .

۸ ــ ۲ ــ ۶ ــ ۳ تاوه مستطیلی اورتروپیک با لبه‌های گیردار

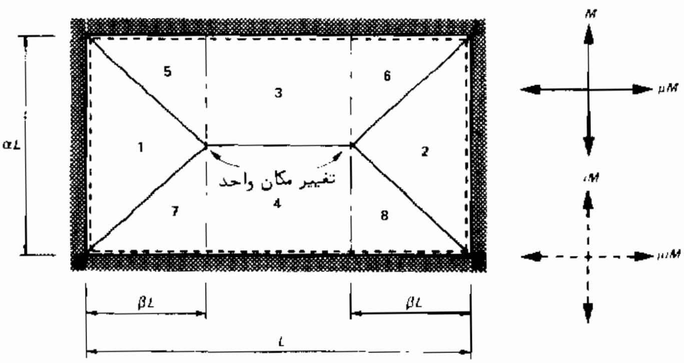
در این مثال از مدل شکست تاوه مستطیلی شکل ۸ــ۱۶ استفاده شده است .



شکل ۸ ــ ۱۶ آزمایش برای تاوه مستطیلی با لبه‌های گیردار

الگوی سیلان شکل ۸ــ۱۷ با توجه به چگونگی ترکهای بزرگ و بتن خرد شده به‌دست آمده است. آزمایشها نشان می‌دهد که نقطه تلاقی خطوط سیلان مثبت توسط طول βL مشخص می‌شود که بستگی به‌نسبت طولهای اضلاع و پارامتر μ که معرف فولادگذاری متفاوت در دو جهت است، دارد. در نتیجه موقعیت واقعی خطوط سیلان مورب نامعلوم است. این بدان معنی است که برای تعیین لنگر و دوران این خطوط سیلان عبارتهای پیچیده‌ای لازم است. به کمک روش برداری، کار داخلی را بدون زحمت زیادی می‌توان به‌دست آورد.
وقتی معادله کار به‌دست آورده شد، لازم است مقدار بحرانی β را تعیین کرد.

فرض می‌شود که بارهای وارد بر تاوه، بار گسترده یکنواخت q بر واحد سطح و بار خطی Q بر واحد طول در امتداد خط مرکزی بلندتر باشد. تغییر شکل مکانیزم توسط تغییر مکان واحد تعریف می‌شود که در شکل ۸ــ۱۷ نشان داده شده است.



شکل ۸ ــ ۱۷

$$\text{کار خارجی} = \underbrace{q\,\frac{\alpha L \times \beta L}{2} \times \frac{1}{3} \times 2}_{1,2} + \underbrace{q\,\frac{\alpha L \times (1-2\beta)L}{2} \times \frac{1}{2} \times 2}_{3,4}$$

$$+ \underbrace{q\,\frac{\alpha L}{2} \times \frac{\beta L}{2} \times \frac{1}{3} \times 4}_{5,6,7,8} + \underbrace{Q\,\beta L \times \frac{1}{2} \times 2}_{1,2} + \underbrace{Q \times (1-2\beta)L \times 1}_{3,4}$$

برای سادگی محاسبات قسمتهای صلب به‌مثلثها و مستطیلهایی تقسیم شده است. هریک از قسمتها شماره‌گذاری شده تا محاسبات مربوط به آن مشخص باشد. اعداد زیر هر عبارت مربوط به‌اعداد شکل ۸ــ۱۷ می‌باشند.

$$\text{کار خارجی} = q\frac{\alpha\beta L^2}{3} + q\left(\frac{\alpha}{2} - \alpha\beta\right)L^2 + q\,\frac{\alpha\beta L^2}{3}$$
$$+ Q\beta L + Q(1 - 2\beta)L$$
$$= q\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3}\right)L^2 + Q(1 - \beta)L$$

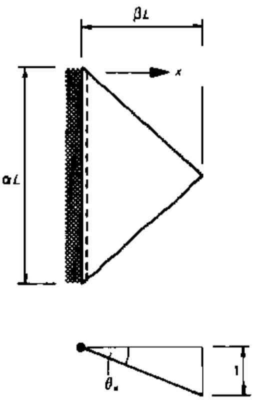
برای محاسبه کار داخلی قدری باید تأمل کرد . خطوط سیلان شکل ۸ــ۱۸ را درنظر بگیرید. تنها با استفاده از مؤلفه‌های برداری در جهت x خواهیم داشت .

$$\text{کار داخلی} = \mu M \times \alpha L \times \theta_x + \mu i M \times \alpha L \times \theta_x$$

خطوط سیلان مثبت   خطوط سیلان منفی

$$= \mu M(1 + i) \times \alpha L \times \frac{1}{\beta L}$$

$$= \mu M(1 + i)\frac{\alpha}{\beta}$$



شکل ۸ ــ ۱۸

برای طرف دیگر تاوه نیزمی‌توان از عبارت فوق استفاده‌کرد . سایر خطوط سیلان‌موازی‌محور x بوده و مؤلفه‌ای‌برای Θ درآن جهت ندارند . این بدان معنی است که مجموع‌کارداخلی برای مؤلفه جهت x عبارت است از

$$= 2\mu M\,(1 + i)\frac{\alpha}{\beta}$$

اکنون قسمتی‌از تاوه را که در شکل ۸ــ۱۹ نشان داده شده‌است در نظر بگیرید .قسمت

صلب ذوذنقه‌ای شکل مسطح است بنابراین زاویه θ_y ، دوران خمیری برای مؤلفه‌های y هر خط سیلان در شکل ۸–۱۹ می‌باشد .

$$\text{کارداخلی} = ML\theta_y + iML\theta_y$$

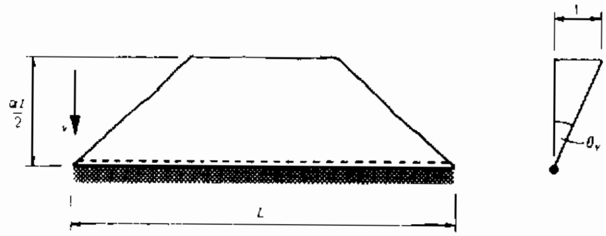
خطوط سیلان مثبت   خطوط سیلان منفی

$$= M(1+i)L \times \frac{1}{\alpha L/2}$$

$$= 2M(1+i)\frac{1}{\alpha}$$

بنابراین

$$\text{مجموع کار داخلی} = 2\mu M(1+i)\frac{\alpha}{\beta} + 4M(1+i)\frac{1}{\alpha}$$
$$= 2M(1+i)\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right)$$



شکل ۸ ـ ۱۹

و معادله کار عبارت است از :

$$2M(1+i)\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right) = q\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3}\right)L^2 + Q(1-\beta)L \qquad (۸-۱۴)$$

معادله ۸ـ۱۴ لنگر مقاوم M را به‌بارهای q و Q مربوط می‌سازد . مقدار بحرانی متغیر β مقداری است که به ازای داده‌های q و Q بزرگترین مقدار M به‌دست می‌آید (یا برعکس) . با تعیین β که از معادلات زیر به‌دست می‌آید مقدار حداکثر M حاصل می‌شود .

$$\frac{dM}{d\beta} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{dq}{d\beta} = 0 \qquad (۸-۱۵)$$

(از معادله دوم بر می‌آید که رابطه‌ای بین q و Q وجود دارد) . برای نشان دادن چگونگی موضوع و برای سادگی محاسبات فرض می‌شود که $Q = 0$ است : بنابراین

$$2M(1+i) = q\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3}\right)L^2 \Big/ \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right) \qquad (۱۶-۸)$$

با استفاده از قاعدهٔ دیفرانسیل

$$\frac{2(1+i)}{qL^2}\frac{dM}{d\beta} = \frac{\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right)\left(-\frac{\alpha}{3}\right) - \left(-\frac{\mu\alpha}{\beta^2}\right)\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3}\right)}{\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right)^2} = 0$$

که به‌صورت زیر خلاصه می‌شود .

$$\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right)\left(-\frac{\alpha}{3}\right) + \left(\frac{\mu\alpha}{\beta^2}\right)\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3}\right) = 0$$

$$-\frac{2}{3} - \frac{\mu\alpha^2}{3\beta} + \frac{\mu\alpha^2}{2\beta^2} - \frac{\mu\alpha^2}{3\beta} = 0$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2\mu\alpha^2}{3\beta} - \frac{\mu\alpha^2}{2\beta^2} = 0$$

با ضرب طرفین معادله در $6\beta^2$ داریم :

$$4\beta^2 + 4\mu\alpha^2\beta - 3\mu\alpha^2 = 0$$

که با حل آن

$$\beta = \frac{-4\mu\alpha^2 \pm \sqrt{(16\mu^2\alpha^4 + 48\mu\alpha^2)}}{8}$$

$$= \frac{-\mu\alpha^2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\mu^2\alpha^4 + 3\mu\alpha^2)}$$

مقدار ممکنه β وقتی حاصل می‌شود که زیر رادیکال مثبت باشد (مقدار منفی نشان می‌دهد که خطوط سیلان خارج از تاوه قرار می‌گیرند) بنابراین

$$\beta_{\text{crit}} = \frac{-\mu\alpha^2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\mu^2\alpha^4 + 3\mu\alpha^2)} \qquad (۱۷-۸)$$

با جایگزینی این مقدار در معادله ۸–۱۶ جواب بحرانی از معادله کار به‌دست می‌آید .معادله

۸–۱۷ نشان می‌دهد که β_{crit} بستگی به‌ضرایب μ و α دارد که به ترتیب مشخص کننده وضعیت فولادگذاری عمود برهم و نسبت اضلاع تاوه هستند.

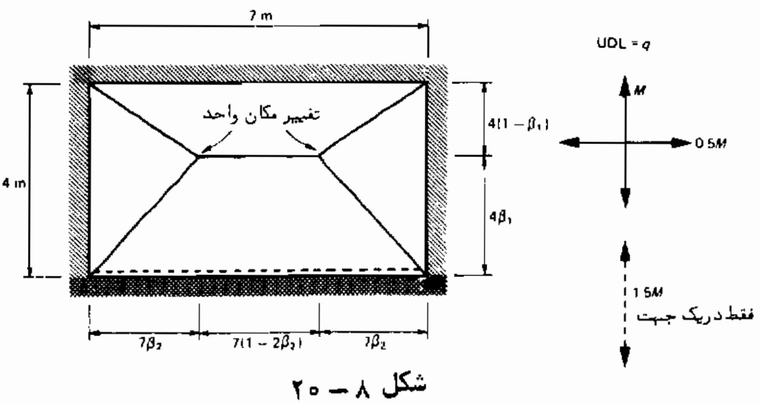
خواننده می‌تواند تحقیق کند که وقتی $Q = kqL$ است معادله درجه دوم‌برای β_{crit} عبارت است از:

$$4\beta^2 + 4(\mu\alpha^2 + 3\mu\alpha k) - 3(\mu\alpha^2 + 2\mu\alpha k) = 0$$

۸–۲–۶–۴ تاوه مستطیلی ارتروپیک باتکیه‌گاههای مختلط

تعیین‌حالت بحرانی وقتی‌که متغیرهای متعددی درمکانیسم وجوددارد بسیار پیچیده می‌شود. تاوه شکل ۸–۲۰ را در نظر بگیرید. به‌دلیل شرایط مرزی مختلف روی‌لبه‌های‌طویل، دو متغیر β_1 و β_2 وجود دارد. بدست‌آوردن معادله کار بسیار شبیه به‌مثال قبل است. این معادله عبارت است از

$$\frac{7M}{4}\left[\frac{1.5\,\beta_2\,(1-\beta_1) + \beta_2 + 0.3265\beta_1\,(1-\beta_1)}{\beta_1\beta_2\,(1-\beta_1)}\right] = \frac{14q}{3}(3 - 2\beta_2)$$



شکل ۸ – ۲۰

با حل توام معادلات زیر

$$\frac{\partial M}{\partial \beta_1} = 0 \qquad \frac{\partial M}{\partial \beta_2} = 0$$

مقادیر بحرانی β_1 و β_2 به‌دست‌می‌آید، ولی دیفرانسیل‌گیری بسیار دشوار است. روش‌دیگر استفاده از شیوه آزمون و خطاست. به‌آسانی محدوده مناسبی برای β_1 و β_2 انتخاب کنید و سپس برای ترکیبات متعددی از β_1 و β_2 معادله کار را محاسبه نمایید. به‌نظر خسته کننده می‌آید ولی در واقع با داشتن یک ماشین حساب، بسیار سریع محاسبه می‌شود. و پس ازکمی آزمایش به‌مقادیر بحرانی نزدیک می‌شوید.

در این حالت β_1 نزدیک ۰/۵ است، بنابراین با محدوده بین ۰/۳ تا ۰/۷ شروع می‌کنیم . β_2 کمتراز ۰/۵ است بنابراین محدوده‌ای بین ۰/۱۵ تا ۰/۳۵ برای آن در نظر می‌گیریم . محاسبات در جدول ۸ــ۱ داده شده است .

جدول ۸ ــ ۱ مقادیر M/q

$\beta_2 \backslash \beta_1$	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7
0.15	0.603	0.663	0.713	0.754	0.785	0.805	0.814	0.811	0.793
0.2			0.726	0.770	0.803	0.825	0.835	0.832	0.812
0.25					0.803	0.826	0.836	0.832	0.812
0.3						0.815	0.825	0.821	
0.35						0.796	0.807	0.803	

نتایج جدول را با مقادیر واقعی که در داخل پرانتزها نشان داده شده‌اندمقایسه‌کنید

$\beta_{1\,crit} = 0.6 \qquad (0.613)$

$\beta_{2\,crit} = 0.25 \qquad (0.227)$

$M = 0.836q \qquad (0.838q)$

ملاحظه می‌شود که اختلاف قابل توجه نیست .

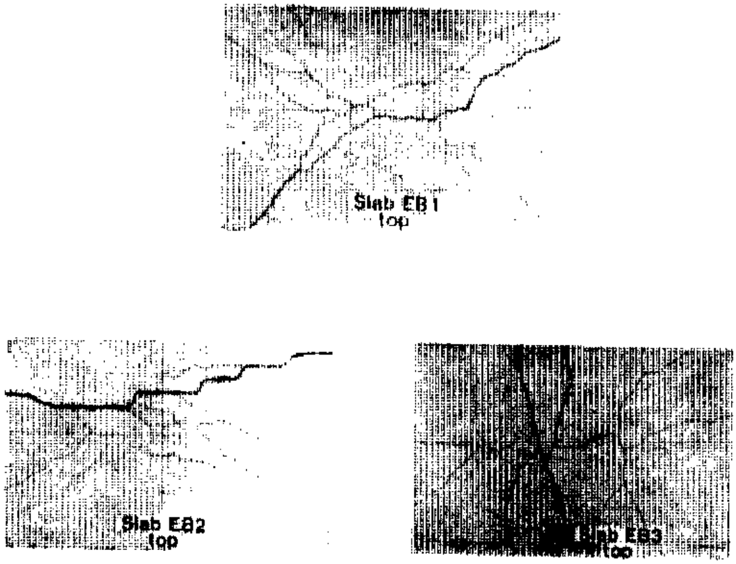
۸ ــ ۲ ــ ۷ تاوه‌های با تیرهای لبه محیطی

تاوه‌های بتن‌آرمه‌ای که پیرامون آنها روی تیرهای لبه تکیه دارد و فاصله ستونهای واقع درگوشه‌های تاوه دهانه این تیرها هستند بسیار معمول می‌باشند . تحت بارهای اعمال شده تاوه و تیرها همگی تغییر مکان می‌دهند . اکنون شرایط مرزی با آنچه تا کنون در نظر گرفته شده است تفاوت می‌کند و لذا بررسی بیشتری ایجاب می‌کند .

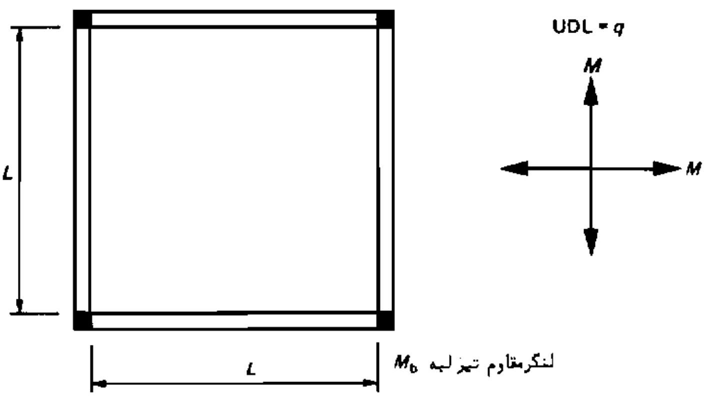
آزمایشهای روی ترکیبات تاوه و تیر نتایج جالبی به‌دنبال داشته است . بسته‌به‌نسبت لنگرهای مقاوم تیرها و تاوه شکلهای مختلف شکست به‌وجود می‌آید . شکل ۸ــ۲۱ مکانیزمهای مختلفی را نشان می‌دهد که از آزمایشهای روی تاوه حاصل شده‌اند . اشکال آنست که مشخص نیست در هر مسأله کدام مکانیزم به‌وجود می‌آید .

به نظر می‌رسد محاسب بایستی هر مکانیزم را آزمایش کند تا معلوم شود که کدام یک

به‌ازای کمترین بار به‌وجود می‌آید . تاوه مربع شکل ۸–۲۲ را در نظر بگیرید . معادلات کار برای مکانیزمهای مختلف به‌شرح زیر است .



شکل ۸ – ۲۱ آزمایشها برای تاوه‌های با تیرهای لبه

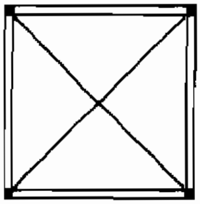


شکل ۸ – ۲۲

(الف) تیرهای محیطی به‌قدری قوی هستند که در تاوه مکانیزم قطری به‌وجود می‌آید تنها خطوط سیلان مثبت لازم می‌شود زیرا درگوشه‌ها ،تیرها پس‌از شکست پیچشی ،قابلیت چرخش دارند .(درشکل ۸–۲۱ به‌گوشه سمت چپ تاوه EB1 نگاه کنید) معادله کار برای این

مکانیزم قبلاً" تعیین‌شده است (به‌قسمت ۸ــ۲ــ۶ــ۱ مراجعه شود) .

$$q = \frac{24M}{L^2} \qquad (۸-۱۸)$$



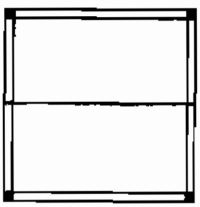
(ب) معادله کار با فرض تغییر مکان واحد در طول خط سیلان به‌دست می‌آید .

$$\text{کار داخلی} = ML\left(2 \times \frac{1}{L/2}\right) + 2M_b\left(2 \times \frac{1}{L/2}\right)$$

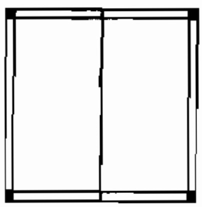
$$= 4M + \frac{8M_b}{L}$$

$$\text{کار خارجی} = qL \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times 2$$

$$= \frac{qL^2}{2}$$



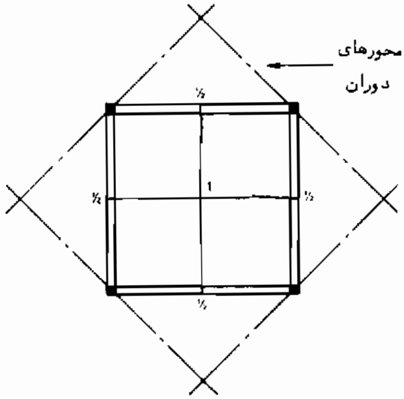
یا



برای فروریختگی داریم :

$$q = \frac{8M}{L^2}\left(1 + \frac{2M_b}{ML}\right) \qquad (۸-۱۹)$$

(ج) با مراجعه به قوانین محورهای دوران تعیین تغییر مکانهای نسبی در مکانیـزم ممکن می‌شود .



$$\text{کار داخلی} = \left[ML\left(2 \times \frac{1/2}{L/2}\right) + 2M_b \left(2 \times \frac{1/2}{L/2}\right)\right] \times 2$$

$$= 4M + \frac{8M_b}{L}$$

$$\text{کار خارجی} = q \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times 4$$

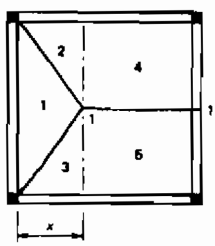
$$= \frac{qL^2}{2}$$

بنابراین با استفاده از معادله کار

$$q = \frac{8M}{L^2}\left(1 + \frac{2M_b}{ML}\right) \qquad (۸-۲۰)$$

که مشابه با مکانیزم قبل است .

(د) این مکانیزم نهایی وقتی که یکی از لبه تیرها ضعیفتر از سایر لبه‌ها است به‌وجود می‌آید .



$$\text{کار داخلی (بااستفاده از مؤلفه‌های برداری)} = ML\left(2 \times \frac{1}{L/2}\right) + M_b\left(2 \times \frac{1}{L/2}\right) + ML\frac{1}{x}$$

$$= 4M + \frac{4M_b}{L} + \frac{ML}{x}$$

$$= 4M\left(1 + \frac{M_b}{ML} + \frac{L}{4x}\right)$$

$$\text{کار خارجی} = q\,\frac{Lx}{2} \times \frac{1}{3} + q\,\frac{L}{2} \times \frac{x}{2} \times \frac{1}{3} \times 2 + q(L-x) \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times 2$$

$$\qquad\quad 1 \qquad\qquad 2,3 \qquad\qquad\qquad 4,5$$

$$= q\,\frac{Lx}{6} + q\,\frac{Lx}{6} + q\,\frac{L^2}{2} - q\,\frac{Lx}{2}$$

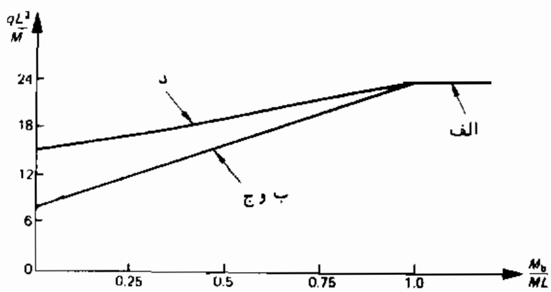
$$= \frac{qL}{2}\left(L - \frac{x}{3}\right)$$

بنابراین

$$q = \frac{8M}{L}\left(1 + \frac{M_b}{ML} + \frac{L}{4x}\right)\Big/\left(L - \frac{x}{3}\right) \qquad (۸-۲۱)$$

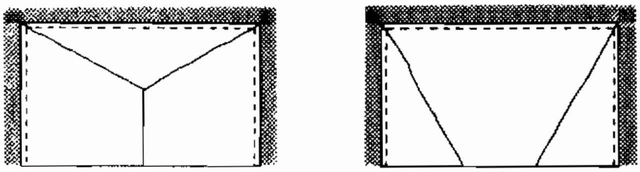
از رابطه فوق نسبت به x مشتق گرفته و نتیجه‌را مساوی صفر قرار می‌دهیم در این‌حال‌مقدار بحرانی x به‌دست می‌آید .

در نظر گرفتن بارهای فروریختگی در معادلات ۸ـ۱۸ تا ۸ـ۲۱ جالب توجه خواهد بود . در معادلات ۸ـ۱۹ تا ۸ـ۲۱ بار فروریختگی بستگی به M_b/ML که نسبت مقادیر لنگرهای مقاوم تیرهای محیطی و تاوه است ، دارد.شکل ۸ـ۲۳ نمودار مربوط به مقادیر بار فروریختگی برحسب M_b/ML است.نمودار نشان می‌دهد که وقتی $M_b/ML > 1$ است مکانیزم (الف) بحرانی است زیرا تیرها در مقابل فروریختگی به‌اندازه کافی قوی هستند . وقتی $M_b/ML = 1$ است بار فروریختگی مکانیزمها یکسان است .



شکل ۸ ــ ۲۳

مطالعه اثر متقابل تیرها و تاوه همان طور که (۳۱ و ۳۰) وود نشان داده است موضوع جالب توجهی است و بدین‌جهت در این بخش به‌عنوان‌نکته‌ای موردبررسی قرارگرفته است. در بعضی از تاوه‌ها، بویژه آنهایی که دارای تیرهای محیطی یا لبه‌های آزاد هستند، مکانیزمهای ممکن متعددی وجود دارد که برای هریک،الگوهای خطوط سیلان مختلفی‌می‌توان رسم کرد و برای پیدا کردن بار فروریختگی تاوه لازم است هریک را تحلیل‌کرد. شکل ۸ــ ۲۴ مثال نمونه‌ای را نشان می‌دهد.

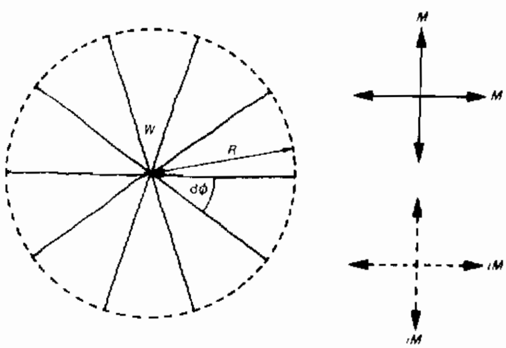


شکل ۸ ــ ۲۴

۸ ــ ۲ ــ ۸ خط سیلان پروانه‌ای

۸ ــ ۲ ــ ۸ ــ ۱ تاوه‌های با بارهای متمرکز

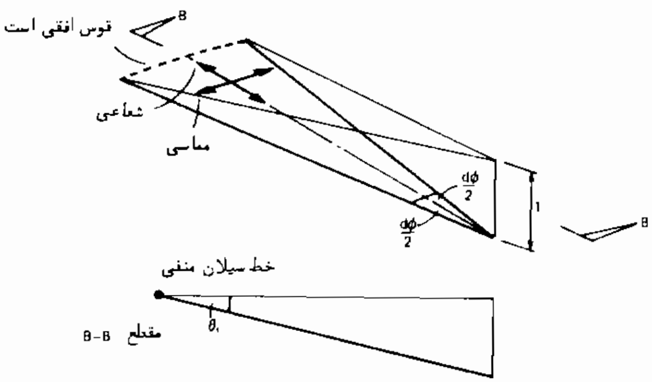
وقتی یک تاوه با بارگذاری متمرکز آزمایش می‌شود، ترکها از نقطه زیر بار به صورت شعاعی شکل می‌گیرند. شکست خمش وقتی به‌وجود می‌آید که ترکهای شعاعی کاملا" توسعه یافته و یک ترک دایره‌ای شکل در طرف دیگر تاوه تشکیل گردد این مکانیزم فروریختگی در شکل ۸ــ۲۵ مشخص شده است. (اطراف بار متمرکز برش می‌تواند مطرح باشد، اما دراین‌کتاب مورد نظر نمی‌باشد). به‌مکانیزم فوق با توجه به‌شکل آن غالبا" خط سیلان پروانه‌ای‌می‌گویند مقدار W که باعث فروریختگی می‌شود با تغییر مکان واحد آن به‌طور قائم به روش‌معمول محاسبه می‌شود.



شکل ۸ ــ ۲۵

$$\text{کار خارجی} = W \times 1$$
$$W$$

محاسبه کارداخلی به‌سادگی کارخارجی نیست و لازم است چگونگی مکانیزم موردبررسی قرار گیرد . منطقه صلب خارج از خط سیلان منفی،مسطح و افقی باقی می‌ماند . هر قسمت از پروانه مطابق شکل ۸ــ۲۶ تغییر شکل می‌دهد . تمام تغییرشکلها با دوران خمیری درلبه‌های آن قسمت به‌وجود می‌آیند . در نظر گرفتن مؤلفه‌های برداری لازم است . اداره این حالت مؤلفه‌های شعاعی و مماسی نشان داده شده‌اند . وقتی که فولادگذاری هم مقدار در جهت عمود برهم‌است لنگرهای دو جهت M و iM به‌ترتیب برای خطوط سیلان مثبت و منفی در نظر گرفته می‌شوند .



شکل ۸ ــ ۲۶

از آنجا که منطقهٔ خارج از مکانیزم مسطح و افقی است . منحنی خط سیلان منفی نیز افقی است . این بدان‌معنی است‌که در امتداد جهت شعاعی‌هرقسمت نسبت به‌قسمت دیگردورانی نخواهد کرد ، یعنی برای مؤلفه‌های شعاعی دوران

$$\text{کار داخلی است} = 0$$

برای مؤلفه مماسی دوران

$$\text{کار داخلی} = MR\,d\phi \times \theta_t + iMR\,d\phi \times \theta_t$$
$$= M(1+i)R\,d\phi \times \frac{1}{R}$$
$$= M(1+i)\,d\phi$$

مجموع کار داخلی عبارت‌است از حاصل جمع کار داخلی کلیه قسمتها . برای یک پروانـه بـا زاویه مرکزی ϕ

$$M(1+i)\phi = \text{مجموع کار داخلی}$$

و برای یک پروانه کامل

$$M(1+i)2\pi = \text{مجموع کار داخلی}$$

نکته جالب توجه آنست که کار داخلی مستقل از شعاع پروانه می‌باشد این بدان معنی است که در یک تاوه با لبه‌های گیردار با هرشکلی که باشد در همه جا فولادگذاری فوقانی وجـود خواهد داشت . بار فروریختگی به‌صورت زیر است .

$$W_c = 2\pi M(1+i) = 6.28M(1+i)$$

چون شرطی برای شعاع پروانه وجود ندارد ، پروانه کامل می‌تواند در داخل تاوه به‌وجـود آید . ضریب i صرفاً" وسیله‌ای‌برای بیان لنگر درطول خطوط سیلان منفی‌برحسب لنگرمثبت است . البته ، هر مقداری می‌تواند داشته باشد . بنابراین وقتی $i=0$ ، نتیجه مـــربوط به‌تاوه‌ای با تنها فولاد تحتانی است . پس یک تاوه با تکیه‌گاههای ساده و بار متمرکز وقتـی فروریخته خواهد شد که

$$W_c = 6.28M$$

یک طراح‌که اطلاعی از خط سیلان پروانه‌ای ندارد ، برای یک تاوه با فولادگذاری هـم مقدار با لبه‌های گیردار ،احتمالا" الگوی خطوط سیلان قطری مطابق بخـش ۸ ــ ۲ ــ ۶ ــ ۲ را انتخاب خواهد کرد . از الگوی قطری رابطه زیر به دست می‌آید :

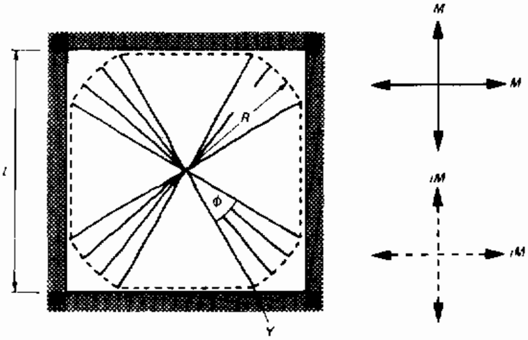
$$W_c = 8M(1+i)$$

این مقدار ۲۷ درصد بیشتر از بار فروریختگی پروانه‌ای است :

۸ ــ ۲ ــ ۸ ــ ۲ موارد دیگر از خطوط سیلان پروانه‌ای

مثال بخش ۸ــ۲ــ۶ــ۲ به‌عنوان یک کرانه بالایی مطرح شد چرا که در گوشه‌ها خطوط سیلان زیادی ایجاد می‌شوند که از آنها صرف‌نظر شده بود . در عکس مربوط به تاوه مربع ــ شکل گیردار (شکل ۸ــ۵) ملاحظه می‌شود که خطوط سیلان منفی با انحنایی از کنار گوشه‌هـا می‌گذرند،همچنین ترکهای زیادی‌نزدیک قطرها به‌وجودمی‌آید .این ترکها را می‌توان‌خطوط

سیلان مثبت دانست . در نتیجه الگوی خط سیلان در شکل ۸–۲۷می‌تواند شکل مطلوب‌تری از مکانیزم فروریختگی باشد .



شکل ۸ – ۲۷

این مکانیزم شامل چهار پروانه است که به‌اندازه زاویه ϕ گسترش‌یافته‌اند. بیاد داریم که مرکز سطح یک قطعه دایروی در فاصله دوسوم شعاع دایره از مرکز آن است . می‌توان‌نشان داد که معادله کار برای این مکانیزم عبارت است از :

$$\boxed{q = \frac{24M(1+i)}{L^2}} \left[\frac{\frac{\phi}{2} + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)}{\frac{\phi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)} \right]$$

قسمت اول معادله فوق (که داخل کادر است) مساوی با جواب مربوط به‌حالت خط سیلان قطری است .زاویه ϕ متغیر است ، و مقدار بحرانی آن با محاسبات تقریبا" برابر با 30° می‌باشد .

$$q = \frac{21.75M(1+i)}{L^2}$$

این جواب هنوزتنها یک کرانه بالایی است . در نقطه Y ، اگر چه اکنون خط سیلان منفی پیوسته است لیکن زاویه تلاقی خطوط سیلان منفی و مثبت 90° نمی‌باشد. فاکس[1] (۳۲) جواب واقعی را به‌ازای $i = 1$ به‌دست آورده است . محاسبات انجام شده توسط وی نشان داد که مکانیزم فروریختگی شرایط تعادل ، تسلیم و مکانیزم را برآورده می‌سازد ، حل مسأله با استفاده از عملیات ریاضی و کامپیوتر انجام گردید . مقدار واقعی بار فروریختگی

1 — Fox

عبارت است از :

$$q = \frac{42.851M}{L^2}$$

مقدار اضافه‌بار فروریختگی حاصله نسبت به حالت مکانیزم قطری ۱۲ درصد و نسبت‌به‌حالت مکانیزم پروانه‌ای ۱/۵ درصد می‌باشد .زحمت اضافه ناشی ازبه‌کارگیری مکانیزم اخیربایستی در مقابل اعمال افزایشی در ضریب اطمینان مورد سنجش قرار گیرد . به‌یاد بیاوریم که بتن مصالحی متغیر بوده و نظریه خطوط سیلان براساس فرضیات ساده کننده‌ای می‌باشد .

۸ ــ ۲ ــ ۹ جزئیات طراحی

به‌کمک‌روش‌خط‌سیلان،لنگرهای مقاوم لازم جهت مقاومت در مقابل فروریختگی به دست می‌آید . در بارهای عملی تاوه هنوز در حد ارتجاعی است،با گسترش مکانیزم فرو ریختگی به‌مقدار قابل ملاحظه‌ای لنگرها توزیع مجدد می‌شوند و ترک خوردگی بتن به‌انجام‌آن کمک می‌کند .برای تأمین آنکه دربارهای عملی ترکها کوچک باشند بایستی فولادگذاری را با نسبتهای عملی در نظر گرفت ، تا درنتیجه تحت بارهای عملی توزیع لنگر ارتجاعی‌متناسب گردد . در تمام مثالهای تاوه با لبه‌های گیردار لنگر مقاوم اطراف لبه‌ها به کمک ضریب i طوری انتخاب شده‌اند تا با لنگرهای مقاوم وسط تاوه متفاوت باشند . ضریب فوق بایستی چنان درنظر گرفته شودکه لنگرهای مقاوم‌تقریبا" به‌همان نسبت‌لنگرهای ارتجاعی‌در بارهای عملی باشد،CP 110 پیشنهاد می‌کند که ضریب i بایستی بین ۱/۰ تا ۱/۵ باشد ، اگر چه نتایج نظریه ارتجاعی (۲۹) نشان می‌دهد که این محدوده بایستی بین ۱/۵ تا ۲/۵ باشد .

۸ ــ ۲ ــ ۱۰ روش تعادل

روش کار مجازی ممکن است به‌محاسبات ریاضی پیچیده‌ای بیانجامد . روش دیگری‌ارائه شده است که تعادل هریک از قسمتهای صلب را در نظر می‌گیرد . روش تعادل در این‌کتاب تشریح نخواهد شد ،زیرا نویسنده تصور می‌کندکه برای شروع کار روش کار مجازی ساده‌تراست روش تعادل بسیار نیرومند بوده و در کتابهای درسی متعدد کاملا" تشریح شده است .

۸ ــ ۳ روش نواری هیلربورگ

۸ ــ ۳ ــ ۱ تاریخچه

این روش در سال ۱۹۵۶ میلادی توسط هیلربورگ ابداع گردید (۳۴) . در روش هیلر

بورگ کرانه پایینی‌برای مقاومت‌تاوه به‌دست‌می‌آید و بنابراین ذاتا"در جهت اطمینان‌است.

قبل از مراجعه به‌این روش لازم است خمش در تیر و تاوه مقایسه شوند.درشکل ۸ ــ۲۸ با بررسی تعادل اجزاء کوچکی از تیر و تاوه این کار انجام شده است . در جزء تیرتعادل‌در جهت قائم به‌وسیله نیروهای برشی در هریک از دو انتها و در جزء تاوه به‌وسیله نیروهای برشی روی تمام چهار وجه تأمین شده است . برای حفظ تعادل لنگر، لنگرها می‌باید در دو انتهای‌جزء‌تیر و اطراف‌جزء تاوه اثرکنند.اختلاف درآنست‌که در تاوه‌هم‌لنگرهای خمشی‌وهم لنگرهای‌پیچشی وجوددارد (با توجه به‌طبیعت‌دوبعدی‌تاوه) .از معادلات حاصله ضوابطی‌برای تعادل‌خمشی به‌دست می‌آید و از آنجا که در این معادلات صحبتی از طبیعت مصالح نشده است فروریختگی مطرح نمی‌شود . در تیر لنگرهای‌خمشی‌در مقابل بارهای اعمال‌شده‌مقاومت می‌کنند ، در تاوه این بارها توسط لنگرهای‌خمشی حول محورهای x و y و همچنین لنگرهای پیچشی تحمل می‌شوند .معادله تعادل زیر نقطه شروعی‌برای روش‌هیلربورگ‌است .در صورتی

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial_x{}^2}+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y}+\frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y}=-q$$

که فرض شود لنگرهای‌پیچشی M_{xy} و M_{yx} همیشه صفرباشند ، ازمقاومت پیچشی‌تاوه صرفنظر شده‌است (با صرفنظر از مقاومت پیچشی ،مقاومت‌کلی می‌بایستی دست بالا باشد) .با توجه به‌این موضوع معادله تعادل به صورت زیر در می‌آید .

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}=-q$$

اکنون فرض کنید که قسمتی از بار توسط خمش حول محور x و قسمتی توسط خمش حول محور y تحمل شود ، بنابراین :

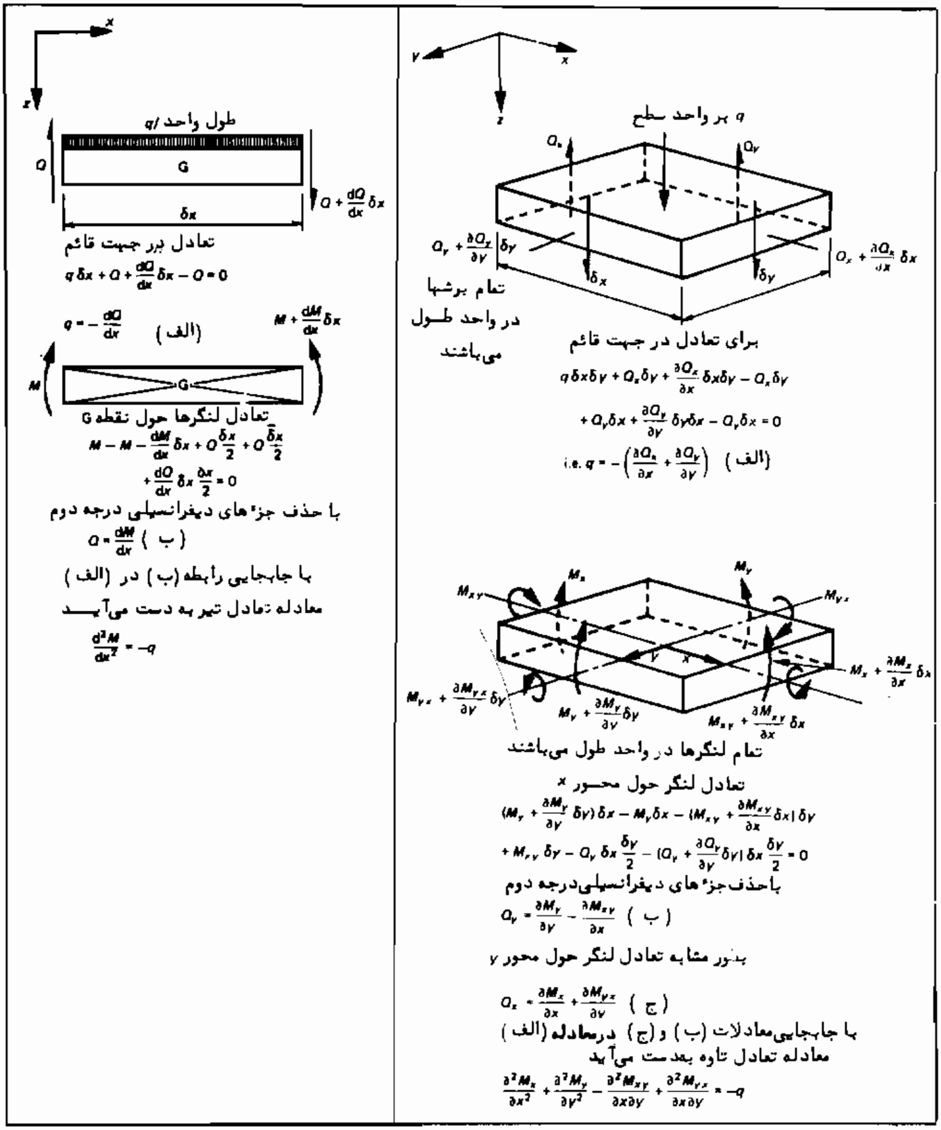
$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}=-\alpha q$$

$$\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}=-(1-\alpha)q$$ می‌شود

این معادلات مشابه معادله مربوط‌به خمش تیر می‌باشد . مسأله تاوه به مسأله خمش یک تیر تبدیل شده است . احتمالا" بسیار مناسب و نه ضروریست که α برابر با یک یا صفر فرض‌شود، بنابراین :

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial n^2}=-q \qquad \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}=0 \qquad \text{برای } \alpha=1$$

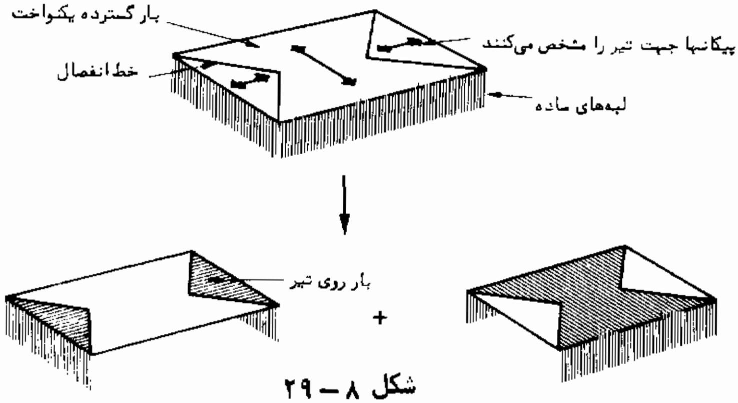
$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial n^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \qquad \text{برای } \alpha = 0$$



شکل ۸ – ۲۸

بنابراین فرض شده است که در فروریختگی بار توسط تیرهایی به‌دهانهٔ بین لبه‌های دو طرف مقابل تاوه تحمل شده است. این موضوع در شکل ۸–۲۹ نشان داده شده است.

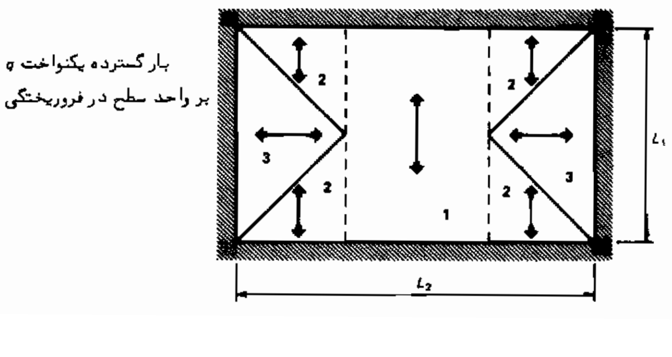
خطوط انفصال صرفا" بار روی تاوه را تقسیم می‌کند . برای هر خط وضعیت بحرانــــی وجود ندارد ، بنابراین نیازی به محاسبات پیچیده ریاضی نیست . این موضوع یکی از فواید این روش است مسئله طراحی تاوه اکنون به طراحی تیر تبدیل شده است . بهتر است این موضوع توسط چند مثال روشن شود .



شکل ۸ ــ ۲۹

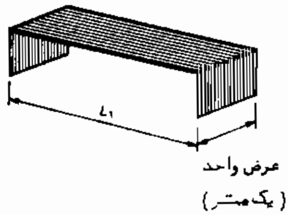
۸ ــ ۳ ــ ۲ تاوه مستطیلی با تکیه‌گاهها ساده تحت بار گسترده یکنواخت

تاوه شکل ۸ــ۳۰ را در نظر بگیرید . بدیهی است که در گوشه‌های تاوه بار بایستی توسط هر دو لبه که یکدیگر را در گوشه تاوه قطع می‌کنند تحمل شود . از اینرو مطابــق شکل منطقی است‌که خط انفصال ازگوشه تاوه بگذرد . بردارها جهتی را که بار در امتداد آن‌پخش می‌گردد و به‌لبه‌های تاوه توسط خمش برده می‌شود نشان می‌دهند . در میانهٔ اضلاع‌بلندتر بار تنها روی تیری به‌دهانه فاصله بین دو ضلع بلند وارد می‌شود . کل بارگذاری روی‌دوتیر به آنچه‌که در شکل ۸ــ۲۹ نشان داده شده‌است بسیار شبیه‌است ، ولی نیازی به‌فولادگذاری یکسان در هردو تیر نیست . تیرها به‌وسیله خطوط خط چین به نوارهای جزئی تــری تقسیم شده‌اند . (مطابق شکل) . (نامگذاری روش فوق به‌دلیل وجود همین نوارهاست) تحلیل نوارهای مجزا به‌شرح زیر است :



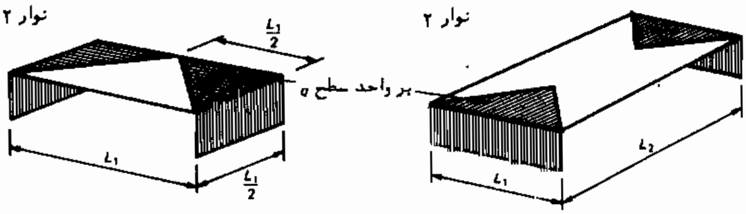
شکل ۸ ــ ۳۰

نوار ۱ ــ نواری به‌عرض واحدرا در نظر بگیرید. این نوار تیری به دهانه L_1 است. که تحت بار یکنواخت می‌باشد.

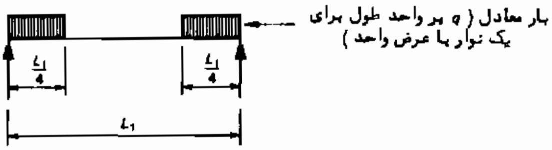


$$q \times 1 = \text{بار روی نوار}$$
$$= q \quad \text{در واحد طول}$$
$$\frac{qL_1^2}{8} = \text{حداکثر لنگر} \quad \text{در واحد عرض}$$

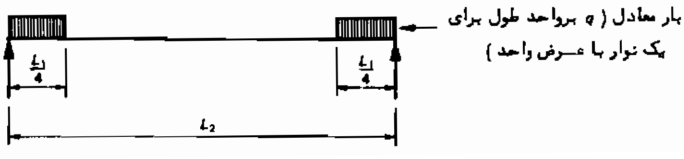
این لنگر، لنگر طراحی نوار است. تحلیل نوارهای ۲ و ۳ پیچیده است برای سادگی کار مجموع بار را به‌طور یکنواخت در عرض نوار پخش کرده و سپس از یک ضریب تصحیح استفاده می‌کنیم به‌طوری که لنگر واقعی به‌دست آید.



نوار ۲ ــ اکنون می‌توان از عرض واحدی از تاوه که مطابق شکل زیر بارگذاری‌شده است استفاده نمود.



نوار ۳

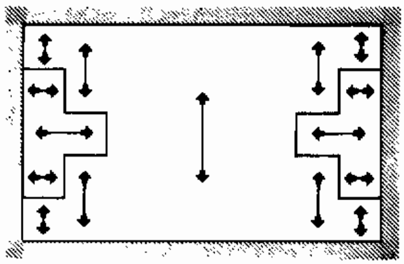


در واحد عرض $\frac{qL_1^2}{32}$ = حداکثر لنگر

در واحد عرض $\frac{KqL_1^2}{32}$ = حداکثر لنگر واقعی

ضریب تصحیح K در بخش بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد .

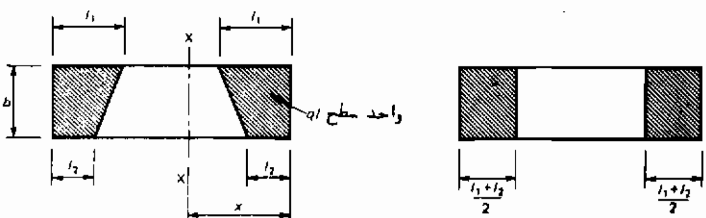
استفاده از خط انفصال مورب ضروری نیست و نحوه تقسیم بار مطابق شکل ۸ ــ ۳۱ به همان اندازه رضایت بخش است و تنها عامل تعیین کننده در انتخاب نوارها ، عملی بودن آنها است . برای هر نوار ، لنگر طراحی و فولاد گذاری جداگانه‌ای وجود دارد . بطور کلی داشتن نوارهای متعدد غیر عملی است زیرا جزئیات فولادگذاری بسیار دشوار می‌شود .



شکل ۸ ــ ۳۱

۸ ــ ۳ ــ ۳ ضریب تصحیح K

شکل ۸ ــ ۳۲ الف پلان نوار نمونه‌ای را با بارگذاری متغیر نشان می‌دهد .



(الف)   شکل ۸ ــ ۳۲   (ب)

$qb\,\frac{(l_1+l_2)}{2}$ = (عکس‌العمل تکیه‌گاهی) مجموع بار در هریک از دو انتهای نوار .

برای پیدا کردن فاصله مرکز ثقل بار از انتهای تیر این گونه عمل می‌شود .

$$qb\,\frac{(l_1+l_2)}{2}\times\bar{x}=qb\times l_2\times\frac{l_2}{2}+qb\,\frac{(l_1-l_2)}{2}\times\left(l_2+\frac{l_1-l_2}{3}\right)$$

$$=qb\left[\frac{l_2^2}{2}+\frac{(l_1-l_2)}{2}\,\frac{(2l_2+l_1)}{3}\right]$$

$$=\frac{qb}{6}\,(3l_2^2+2l_1l_2+l_1^2-2l_2^2-l_1l_2)$$

$$=\frac{qb}{6}\,(l_1^2+l_1l_2+l_2^2)$$

$$\bar{x}=(l_1^2+l_1l_2+l_2^2)/3(l_1+l_2)$$

بنابراین لنگر در مقطع X–X عبارت است از

$$M=qb\,\frac{(l_1+l_2)}{2}x-qb\,\frac{(l_1+l_2)}{2}\,(x-\bar{x})$$

$$=qb\,\frac{(l_1+l_2)}{2}\bar{x}$$

(لنگر در هر مقطعی که $x>\bar{x}$ باشد ثابت است)

$$M=\frac{qb}{6}\,(l_1^2+l_1l_2+l_2^2)$$

شکل ۸–۳۲ ب نوار مشابهی‌را با بار گسترده یکنواخت در عرض نوار نشان می‌دهد. درمقطع X–X

$$M=\frac{qb(l_1+l_2)^2}{8}$$

بنابراین

$$Kqb\,\frac{(l_1+l_2)^2}{8}=\frac{qb(l_1^2+l_1l_2+l_2^2)}{6}$$

$$K=\frac{4}{3}\,\frac{(l_1^2+l_1l_2+l_2^2)}{(l_1+l_2)^2}$$

$$=\frac{4}{3}\left[\frac{(l_1+l_2)^2-l_1l_2}{(l_1+l_2)^2}\right]$$

$$=\frac{4}{3}\left(1-\frac{l_1l_2}{l_1^2+2l_1l_2+l_2^2}\right)$$

$$K=1.333-\frac{1.333}{\dfrac{l_1}{l_2}+2+\dfrac{l_2}{l_1}}$$

با مراجعه به مثال بخش قبل، در نوارهای ۲ و ۳ $l_1 = L_1/2$ و $l_2 = 0$

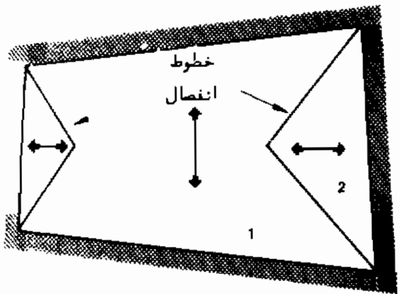
$$K = 1.333 - \frac{1.333}{\frac{L_1/2}{0} + 2 + \frac{0}{L_1/2}} = 1.333$$ می‌شود

و

$$1.333 \frac{qL_1^2}{32} = \frac{qL_1^2}{24}$$ = لنگر طراحی برای هردو نوار

۸ ـ ۳ ـ ۴ تاوه‌ها لبه‌های گیردار

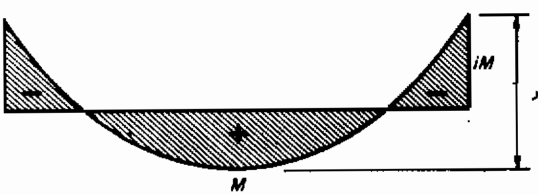
در شکل ۸ـ۳۳ تاوه‌ای با سه لبه گیردار و یک لبه ساده نشان داده شده است بدون هیچ اشکالی روش فوق را می‌توان برای تاوه غیر مستطیلی به‌کار برد. یک لبه گیردار رطب‌تر از لبه ساده است و بنابراین لبه گیردار در گوشه، قسمت بیشتری از بار را نسبت به‌لبه‌ساده جذب می‌کند. در تاوه این موضوع در نظر گرفته شده و خط انفصال به سمت تکیه‌گاه ساده تمایل بیشتری پیدا کرده است.



شکل ۸ ـ ۳۳

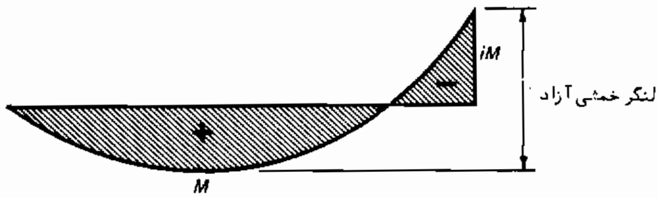
روش لنگرخمشی واکنش و آزاد برای تعیین لنگرهای طراحی از همه مناسبتر است.

نوار ۱



$(1 + i)\,M =$ لنگر خمشی آزاد حداکثر

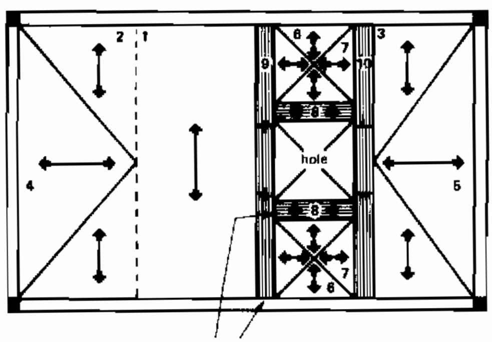
نوار ۲



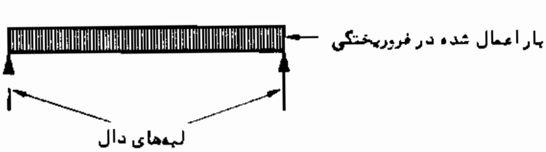
نوارهای فوق حالات استانداردی هستند که در بخش سوم در نظر گرفته شدند. نسبت مقادیر لنگرهای لبه و وسط دهانه (ضریب i) را همانند روش خط سیلان به‌طورعملی‌باید تعیین کرد. (قسمت ۸-۲-۹).

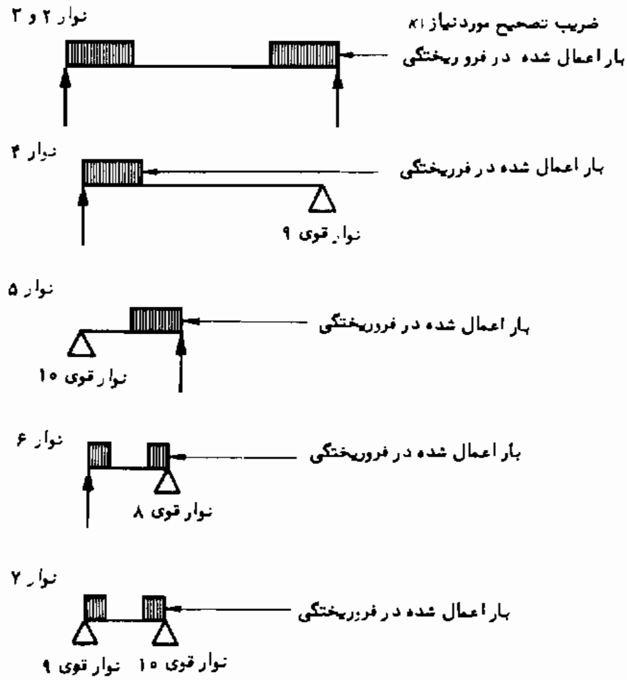
۸ ـ ۳ ـ ۵ تاوه توخالی

وجود یک حفره به‌طور موءثری پیوستگی تاوه را از بین می‌برد و ایجاد دهانه بین‌دو طرف مقابل تاوه را غیر ممکن می‌سازد. با استفاده از نوارهای قوی، اطراف حفره، این‌ضعف برطرف می‌گردد، همان‌گونه که در شکل ۸-۳۴ مشخص شده است. این نوارها تکیه‌گاهی برای سایر نوارها محسوب شده و اطراف حفره را نیز تقویت می‌کنند. با ملاحظه بارگذاری روی هریک از دهانه‌ها این موضوع قابل تشخیص است.

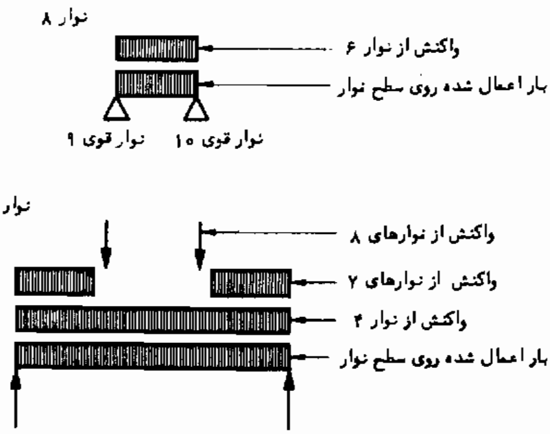


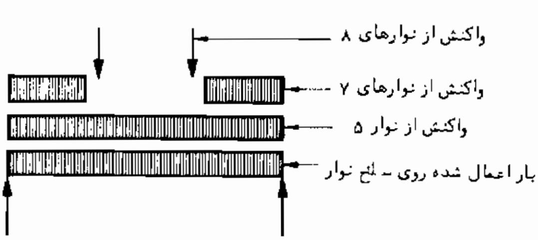
شکل ۸ ـ ۳۴





تا کنون ،روش محاسبات مطابق مثال قبل بوده است . در مورد نوارهای قوی تعیین بارگذاری دشوارتر است . در ابتدا لازم است که پهنایی از تاوه به‌عنوان عرض نوارهای قوی اختیار شود (۵۰۰mm برای حدس اول مناسب است) .





توجه به چند نکته در مثال شایان ذکر است .

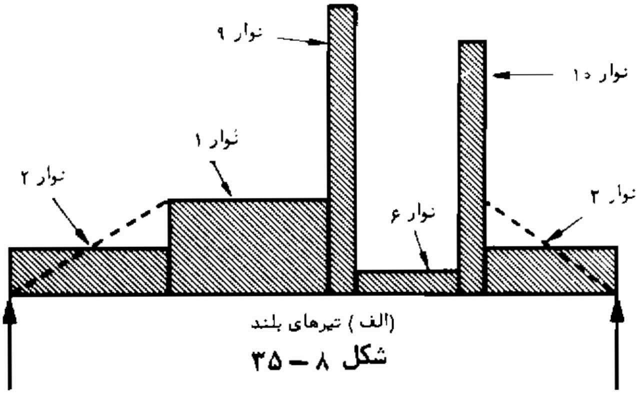
۱ ـ تمامی بارهای وارده روی تاوه توسط لبه‌های تاوه تحمل می‌گردد . حتی اگر بعضی از نوارها تکیه‌گاه سایر نوارها باشند .

۲ ـ فرض می‌شودکه عکس‌العملها درانتهای یک نوار و در امتداد عرض نوار بدون‌توجه به‌توزیع بارگذاری در صفحه تاوه روی نوار یکنواخت باشد .

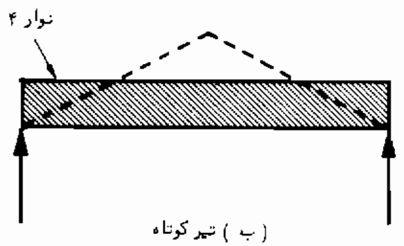
۳ ـ درموقع در نظر گرفتن نوارهای قوی باید دقت کرد .در نوارهای معمولی استفاده از یک متر پهنای نوار مناسب می‌باشد ، ولی پهنای نوارهای قوی معمولا" کمتراز یک متراست

۸ ـ ۳ ـ ۶ بارگذاری روی تیرهای محیطی

معمولا" تعیین کردن توزیع بارگذاری روی تیرهای محیطی یک تاوه مشکل است روش نواری هیلربرگ راه حل مختصر و مفیدی برای این مسأله است.عکس‌العملهادرانتهای‌نوارها که توسط تیرهای لبه تحمل‌می‌شوند بارهای روی تیرها محسوب می‌شوند . شکل ۸ـ۳۵ توزیع بار حاصله در مثال قسمت قبل را روی تیرها نشان می‌دهد . در توزیع بارها فرض شده است که در امتداد عرض نوارها عکس‌العمل ثابت است .بدیهی است این فرض برای‌نوارها صحیح نبوده و به‌نظر می‌رسد فرض توزیع نشان داده شده به‌صورت خط چین خردمندانه‌تر است .



شکل ۸ ـ ۳۵



شکل ۸ – ۳۵

بهتر است کنترل شود که مجموع بار روی تمام تیرهای لبه مساوی با بار وارده شده به تاوه باشد .این تنها کنترل مستقل از محاسبات نوار منفرد است که می‌توان انجام داد .

۸ – ۴ جمع‌بندی

در آخرین فصل این کتاب روشهای خط سیلان و نواری هیلربرگ در مورد تاوه‌های بتن آرمه به‌کار برده شده است . هر دو روش بر اساس نظریه خمیری هستند ، ولی به دلیل طبیعت پیچیده رفتار تاوه‌این روشها راه‌حلهای دقیقی نیستند .از نظریه خط سیلان باتوجه به‌محدودیتهای فرضیات اولیه ، کرانه بالایی حاصل شده و روش نواری به کرانه پایینی‌منجر می‌شود . رفتارغشایی و پدیده کرنش سختی فولادباعث تأمین ایمنی‌سازه در هنگام‌استفاده از روشهای فوق می‌شوند .

در روش خط سیلان یک مکانیزم فروریختگی فرضی‌در نظر گرفته و به‌وسیله کار مجازی (یا روش تعادل) تحلیل می‌شود . تعیین حالت بحرانی خطوط سیلان در یک مکانیزم‌مفروض و همچنین در نظر گرفتن سایر مکانیزمها لازم است . از نظریه خط سیلان می‌توان برای تاوه‌های با بار متمرکز علاوه بر بارهای گسترده استفاده نمود .

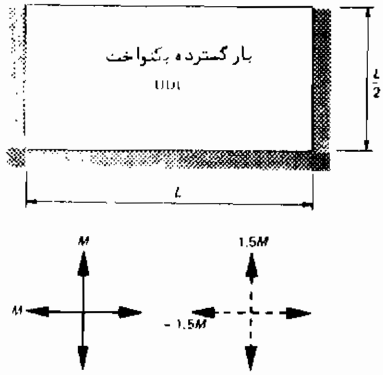
در روش نواری ، بارگذاری روی تاوه روی نوارهای تیرمانندی که دهانه آنها لبه‌های متقابل تاوه می‌باشد پخش می‌شود . این روش در مواردی که بارگذاری روی تاوه گسترده‌است بسیار قابلیت انعطاف دارد ولی در بارگذاری متمرکز بسادگی قابل استفاده نیست‌درمرجع (۳۵) اطلاعاتی در مورد فولادهای اضافی اطراف قسمتهای باز در تاوه و بارگذاری روی تیرهای لبه وجود دارد .

۸ – ۵ مسایل

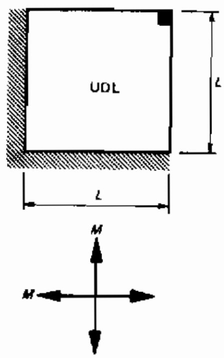
۸–۵–۱ بارفروریختگی (بارگسترده‌یکنواخت)یک تاوه‌مستطیلی بتن‌آرمه‌را (5 m x 3 m) که در اطراف روی تکیه‌گاههای ساده قرار دارد تعیین کنید در حالی که فولادگذاری هم‌مقدار

بوده و $M = 10$ kN m/m باشد. با فرض لبه‌های گیردار دال را برای تحمل دو برابر بارفوق طراحی کنید.

۸ـ۵ـ۲ مکانیزم و بار فروریختگی تاوه‌های شکل ۸ـ۳۶ و ۸ـ۳۷ را تعیین کنید.



شکل ۸ ـ ۳۶

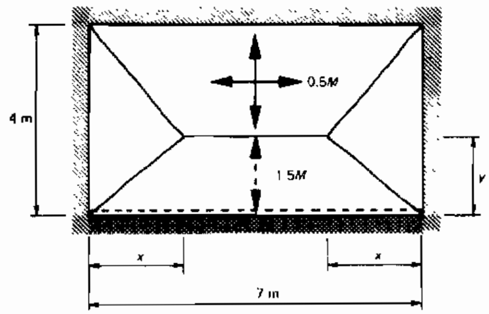


شکل ۸ ـ ۳۷

۸ـ۵ـ۳ یک تاوه مستطیلی شکل (7 m x 4 m) دارای سه تکیه‌گاه ساده و یک تکیه‌گاه گیردار است و تحت بار یکنواخت q قراردارد. جزئیات فولادبندی و الگوی خط سیلان درشکل ۸ـ۳۸ نشان داده شده است. با استفاده از معادله کار مشخص کنید که:

$$q_c = \frac{3M}{(42 - 4x)} \left(\frac{17.5}{y} + \frac{7}{4 - y} + \frac{4}{x} \right)$$

بەازای $q = 9$ kN/m^2 لنگر مقاوم را محاسبه کنید. مقادیر بحرانی x و y کدامند؟



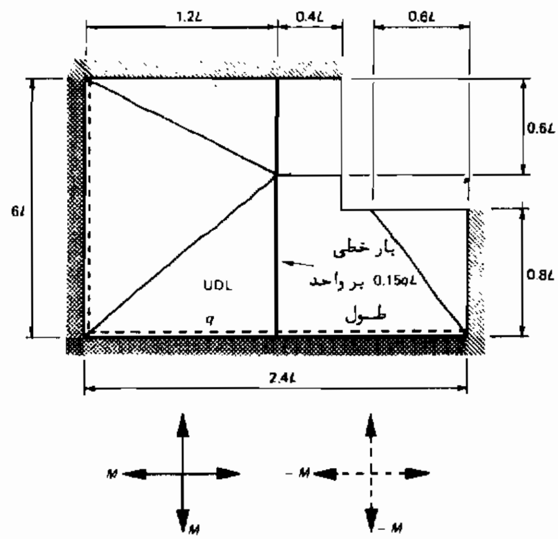
شکل ۸ ــ ۳۸

۸ــ۵ــ۴ برای سیستم خط سیلان شکل ۸ــ۳۹ رابطه‌ای بین q و M و L به‌دست آورید.

۸ــ۵ــ۵ در شکل ۸ــ۴۰ یک مکانیزم خط سیلان پیشنهادی برای یک تاوه مربع شکل گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت q قرار دارد نشان داده شده است.

(الف) مشخص کنید که با استفاده از معادله کار خواهیم داشت.

$$q\left[(L-2R)(L^2+2LR+4R^2)+2\pi R^3\right]=48M\left(L-2R+\frac{\pi R}{2}\right)$$

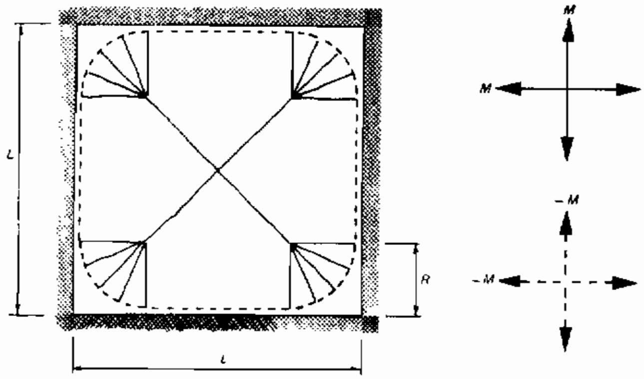


شکل ۸ ــ ۳۹

(ب) به‌روش ترسیمی یا دیگر روشها نشان‌دهید که مقدار بحرانی R برابر $0.3L$ است.

(ج) بار فروریختگی q_c را برحسب M و L تعیین کنید .

(توجه : مرکز ثقل یک قسمت از دایره برابر است با شعاع از مرکز دایره $\times \frac{۲}{۳}$) .



شکل ۸ ــ ۴۰

۸ــ۵ــ۶ یک تاوه مستطیلی $(3L \times 2L)$ روی تیرهای لبه تکیه کرده است‌درپایین تاوه‌فولاد بندی هم‌مقدار در دو جهت عمود برهم با لنگر مقاوم M در واحد طول قرار دارد . تمام تیرهای لبه‌دارای لنگرمقاوم $4ML$ هستند .وقتی به تاوه بار گسترده یکنواخت q واردمی‌شود مکانیزم و بارفروریختگی را تعیین کنید‌ه‌لنگر مقاوم یکی ازتیرهای بلند تا مقدار $2ML$ کاهش می‌یابد ، این تغییر چه اثری روی بار فروریختگی دارد .

۸ــ۵ــ۷ به‌کمک روش نواری هیلربرگ تاوه با تکیه‌گاه ساده‌ای به‌ابعاد (10 m x 6 m) را برای تحمل بار فروریختگی 12 kN/m^2 طرح کنید .

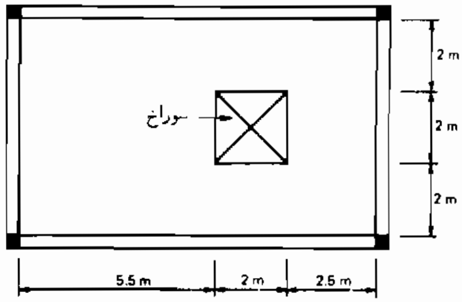
۸ــ۵ــ۸ تاوه مثال قبل را مجدداً" برای تحمل بار 30 kN/m^2 و داشتن لبه‌های گیردار طرح کنید .

۸ــ۵ــ۹ مجدداً" تاوه فوق را طراحی کنید به‌گونه‌ای که یکی از لبه‌های بلند،گیردار، یکی دیگر از لبه‌های بلند بدون تکیه‌گاه (آزاد) و هردو لبهٔ کوتاه دارای تکیه‌گاه ساده بوده‌و باری برابر 12 kN/m^2 به‌تاوه وارد شود .

۸ــ۵ــ۱۰ به‌روش هیلربرگ سیستم نواری مناسبی برای طرح تاوه شکل ۸ــ۳۹ رسم کنید .

۸ــ۵ــ۱۱ به‌روش نواری لنگرهای طراحی را برای تاوه شکل (۸ــ۴۱) تعیین کنید .

لنگرهای طراحی درتیرهای لبه‌کدامند؟ بار طراحی (شامل ضریب بار) برابر است با 8 kN/m^2 . نوارهای قوی اطراف قسمت باز به‌عرض 0.5 m در نظر گرفته شوند .



شکل ۸ – ۴۱

ضمیمه الف

معیارهای تسلیم

درآزمایش کشش، وقتی که تنش وارده به‌مقدار بحرانی می‌رسد مادهٔ انعطاف پذیر جاری می‌شود . در مورد فولاد این مقدار بحرانی همان تنش تسلیم است . (سایر مواد ممکن است نقطه تسلیم مشخصی نداشته باشند و بنابراین در این حالت وضعیت مشخص نیست) در عمل تنشهای مختلفی در یک ماده‌ممکن است وجود داشته باشد ،مثلا" تنش عمودی‌ناشی از خمش و تنش برشی ، و لذا پیش‌بینی نقطه شروع رفتار خمیری بسیار دشوار است ،در عین حال معیارهای تسلیم مختلفی برای آن ابداع شده‌اند .

دانش جدید در مورد مصالح نشان‌داده است که جریان خمیری در یک مادهٔ بلوری انعطاف‌پذیر ، همانند فولاد ، به‌صورت برشی در داخل شبکه اتمهای سازنده بلور می‌باشد . این عمل ناشی از جابجایی داخل شبکه است . (۳۶) همچنان که انتظار می‌رود ، دو معیار تسلیم به‌نامهای فن‌مایزز[1] وترسکا[2] که‌در آنها فرض می‌شود که برش کنترل کننده تسلیم‌است ، مطمئنترین وسیله پیش بینی برای تعیین نقطه شروع تسلیم در فلزات انعطاف‌پذیرمی‌باشند این معیارها باجزئیات بیشتری بررسی خواهند شد .

معیار ترسکا

این معیار بیان می‌دارد که وقتی حداکثر تنش برشی ناشی از ترکیب تنشهای‌مختلف مساوی با حداکثر تنش برشی آزمایش‌کشش ساده در همان ماده می‌شود تسلیم‌به‌وجودمی‌آید.

هر دستگاه دوبعدی از تنشهای موجود در یک نقطه ماده را می‌توان روی دایره تنش مور رسم کرد ، همان گونه که در شکل الف ۱ــ الف و ب نشان داده شده است (۳۷) .

---

1 — Von Mises　　　۲ — Tresca

با جابجایی معادله الف ــ ۶ در معادله الف ــ ۵ خواهیم داشت .

$$U = \frac{1}{2E}\,[\sigma_1(-\nu\sigma_2) + \sigma_2(-\nu\sigma_1 + \sigma_2)]$$

$$= \frac{1}{2E}\,(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\nu\sigma_1\sigma_2)$$

$$= \frac{(1-2\nu)}{6E}\,(\sigma_1+\sigma_2)^2 + \frac{(1+\nu)}{6E}\,(2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2)$$

با توجه به ضریب ارتجاعی برشی: $G = E/2(1+\nu)$

$$U = \underbrace{\frac{(1-2\nu)}{6E}\,(\sigma_1+\sigma_2)^2}_{\text{انرژی کرنشی حجمی در واحد حجم}} + \underbrace{\frac{1}{6G}\,(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2)}_{\text{انرژی کرنشی برشی در واحد حجم، USSE}} \qquad \text{(الف ــ ۷)}$$

می‌توان نشان داد (۳۷) که قسمت اول معادله الف ــ ۷ انرژی کرنشی ناشی‌از تغییر حجم در اثر تنشهاست و قسمت دوم که معروف است به انرژی کرنش برشی در واحد حجم، انرژی کرنشی ناشی از تغییر شکل در اثر عمل برشی تنشهاست .

معیار فن مایزز[1] بیان می‌دارد که وقتی انرژی‌کرنشی برشی در واحدحجم دراثرتنشهای وارده مساوی با انرژی کرنشی برشی در واحد حجم در موقع جاری شدن در آزمایش کشش می‌شود ماده تسلیم می‌گردد .

درآزمایش کشش

$$\sigma_1 = \sigma_y$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$U_{sse} = \frac{{\sigma_y}^2}{6G}$$

بنابراین تسلیم به‌وجود می‌آید اگر:

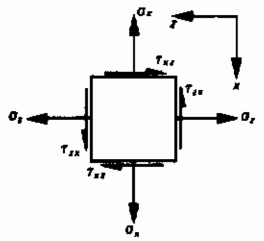
$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = {\sigma_y}^2 \qquad \text{(الف ــ ۸)}$$

در حالت برش خالص، وقتی که تنش برشی مساوی با تنش برش تسلیم τ_y می‌گردد ، ماده جاری می‌شود . دایره مور برای برش خالص در شکل الف ــ ۳ نشان داده شده است. با توجه به‌ابعاد هندسی دایره :

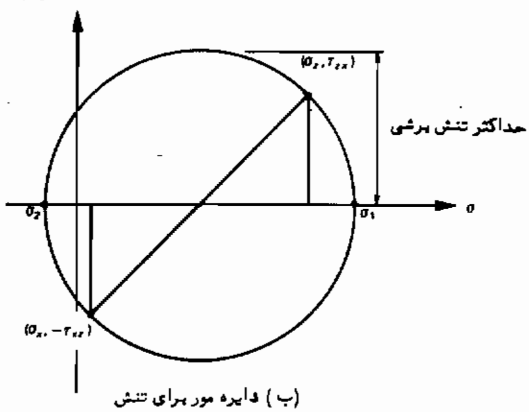
$$\sigma_1 = \tau_y$$

$$\sigma_2 = -\tau_y$$

تنشهای عمودی حداکثر و حداقل σ_1 و σ_2 (معروف به تنشهای اصلی) ، و تنش‌برشی حداکثر τ_{max} با توجه به‌اندازه‌های شکل به‌دست می‌آیند . تنشهای شکل الف ــ ۱ در صفحه z-x قرار دارند . اگر آنها قسمتی از یک دستگاه سه بعدی تنش باشند می‌توان تمام تنشها را به‌وسیله سه دایره مور که هریک مربوط به یک صفحه مختصات می‌باشد مشخص کرد . اگر هر سه دایره مور باهم رسم شوند مشخص می‌شود که از یکدیگر مستقل نیستند ، این موضوع در شکل الف ــ ۲ نشان داده شده است . این بدان علت است‌که تنشها توسط ضوابط تعادل به‌یکدیگر مرتبط هستند . سه دایره مور به‌روشنی تنشها را در هرجهت مشخص می‌سازند . حداکثر تنش برشی شعاع بزرگترین دایره مور است .

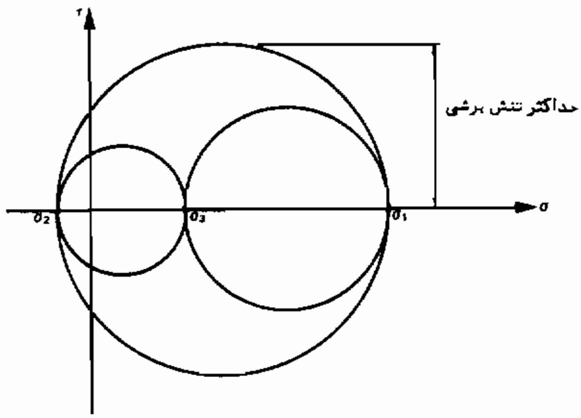


(الف) تنش‌ها در یک نقطه
$(\tau_{zx} = \tau_{xz})$



(ب) دایره مور برای تنش

شکل الف ــ ۱



شکل الف ــ ۲

در یک دستگاه تنش‌دوبعدی مانند یک‌تیرتحت خمش، سومین تنش اصلی‌صفر است‌با استفاده از دایره‌های مور در شکل الف ــ ۲ می‌توان تنش برشی حداکثر حاصله را تعیین کرد .

وقتی $\sigma_1 > \sigma_2$ ولی هردو هم علامت هستند .

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - 0}{2} = \frac{\sigma_1}{2} \qquad (\text{الف} - ۱)$$

وقتی $\sigma_1 > \sigma_2$ ولی با علامت مخالفند

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \qquad (\text{الف} - ۲)$$

درآزمایش کشش یک سیستم تنش یک بعدی وجود دارد ، بنابراین

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

در موقع تسلیم تنش اصلی دیگر، تنش جاری شدن σ_y می‌باشد . بنابراین تنش برشی‌تسلیم τ_y برابر است با :

$$\tau_y = \frac{\sigma_y - 0}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \qquad (\text{الف} - ۳)$$

با مساوی قراردادن معادلات الف ــ ۱ و الف ــ ۲ با معادله الف ــ ۳ شروط برای تسلیم به‌دست می‌آید .

$$\begin{aligned} &\sigma_1 = \sigma_y \ \text{یا}\ 2\tau_y \qquad \sigma_1 > \sigma_2 \qquad \text{هم علامت} \\ &\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y \ \text{یا}\ 2\tau_y \qquad \sigma_1 > \sigma_2 \ \text{با علامت مخالف} \end{aligned} \qquad (\text{الف} - ۴)$$

معیار فن مایزز

در یک ماده ارتجاعی با یک دستگاه تنش دوبعدی انرژی کرنشی در واحد حجم (۳۷) برحسب تنشهای اصلی عبارت از :

$$U = \frac{1}{2}(\sigma_1\epsilon_1 + \sigma_2\epsilon_2) \qquad (\text{الف} - ۵)$$

با استفاده از قانون هوک

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E}(\sigma_1 - \upsilon\sigma_2) \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E}(-\upsilon\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \qquad (\text{الف} - ۶)$$

با توجه به‌معیار فوق ، تسلیم وقتی به‌وجود می‌آید که :

$$(\tau_y)^2+(-\tau_y)^2-(\tau_y)(-\tau_y)=\sigma_y{}^2$$
$$3\tau_y{}^2=\sigma_y{}^2 \qquad \text{(الف ــ ۹)}$$

هر دو معیار در معادلات الف ــ ۴ و الف ــ ۸ خلاصه شده است . عموما" مشخص شده است که معیار فن مایزز در مواقعی که تسلیم در یک ماده انعطاف‌پذیر به‌وجودمی‌آید،ازدقت بیشتری برخوردار است . در فصل ۲ هردومعیار برای تعیین جاری شدن در یک تیر تحت تنشهای عمودی σ ناشی از خمش و تنشهای برشی τ به‌کاربرده شد . تنشهای عمودی موازی با محور تیر هستند ، بنابراین تنشها مطابق شکل الف ـ ۱ الف هستند . که در آن

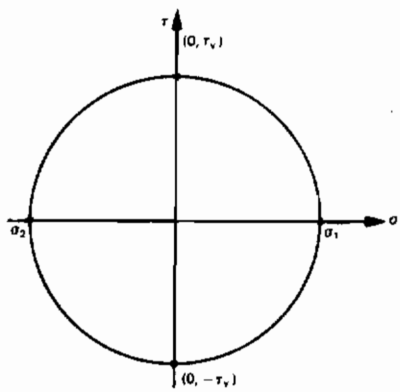
$\sigma_x=\sigma$

$\sigma_z=0$ تنشهای عمود بر محور تیر وجود ندارد

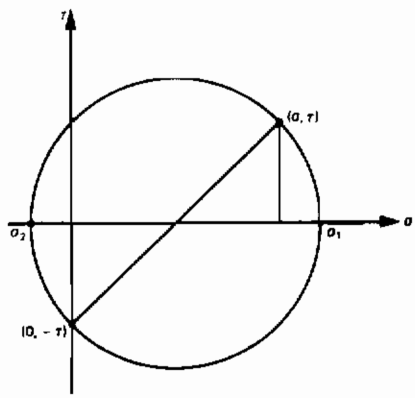
$\tau_{xz}=\tau$

دایره مور برای این تنشها در شکل الف ـ ۴ نشان داده شده است با توجه به‌ابعاد هندسی دایره .

$$\sigma_1=\frac{\sigma}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)}$$
$$\sigma_2=\frac{\sigma}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)} \qquad \text{(الف ــ ۱۰)}$$



شکل الف ــ ۳



شکل الف ــ ۴

می‌توان معادله الف ــ ۱۰ را در معادلات الف ــ ۴ و الف ــ ۸ جایگزین نمود تا دو معیار را از نظر پیش بینی تسلیم مقایسه نمود. همان‌طور که جدول الف ــ ۱ مشخص می‌کند، در هردو معیار شرط جاری شدن در تیر وقتی است که:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2 = 1 \qquad \text{(الف ــ ۱۱)}$$

تنها اختلاف بین آنها مقدار τ_y یعنی مقدار تنش برشی تسلیم است.

جدول الف ــ ۱

فون مایزز	ترسکا
با جابجایی معادله الف ــ ۱۰ در معادله متن زیر الف ــ ۸ $\left[\frac{\sigma}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)}\right]^2+\left[\frac{\sigma}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)}\right]^2$ $-\left[\frac{\sigma}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)}\right]\left[\frac{\sigma}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)}\right]$ $=\sigma_y{}^2$ $\frac{\sigma^2}{2}+2\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)-\frac{\sigma^2}{4}$ $+\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)=\sigma_y{}^2$ $\sigma^2+3\tau^2=\sigma_y{}^2$ یا $\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2+3\left(\frac{\tau}{\sigma_y}\right)^2=1$ از معادله الف ــ ۹ $3\tau_y{}^2=\sigma_y{}^2$ بنابراین تسلیم وقتی به‌وجود می‌آید که: $\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2+\left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2=1$ $\tau_y=0.577\sigma_y$	از معادله الف ــ ۱۰، $\sigma_1 > \sigma_2$ اما با علامت مخالف، تسلیم وقتی به وجود می‌آید که: $2\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2\right)}=\sigma_y$ $\sigma^2+4\tau^2=\sigma_y{}^2$ یا $\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2+\left(\frac{2\tau}{\sigma_y}\right)^2=1$ از معادله الف ــ ۴ $\sigma_y=2\tau_y$ بنابراین وقتی تسلیم به وجود می‌آید که: $\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2+\left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2=1$ $\tau_y=0.5\sigma_y$

ضمیمه ب

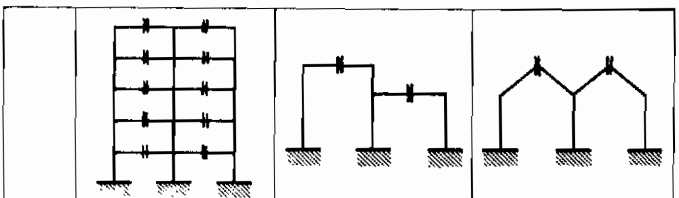
درجه نامعینی

در بیشتر کتابهای درسی‌تحلیل سازه‌ها مطالب مختلفی راجع‌به نامعینی‌گفته‌شده است. در این کتاب تعیین درجه نامعینی تنها برای قابهای سطحی لازم بوده است و مـی‌تـوان مطالب مربوط‌به این حالت خاص را به‌طور اختصار بیان کرد .

همان گونه که در اوایل کتاب گفته شد برای تعیین نامعینی‌راههای مختلفی‌وجوددارد یک روش تعریف درجه نامعینی برحسب تعداد برشها (درجه‌های‌آزادی) است کـه بایستـی ایجاد کرد تا سازه از نظر استاتیکی معین شود . در قابهای سطحی با اتصالات وتکیه‌گاههای صلب با ایجاد برش در وسط هر دهانه ، ستونها به‌صورت طره‌ای از نظر تعادل معین‌می‌شوند همان‌گونه که در شکل ب ـ ۱ ملاحظه می‌شود،هر برش معادل با سه درجه‌آزادی است ، زیرا در آن نقطه به‌سازه اجازه تغییر مکان افقی و قائم و دوران داده می‌شود .

یک مفصل بدون اصطکاک (تکیه‌گاه یا داخل قاب) یا یک غلتک درتکیه‌گاه ، مطابق‌شکل ب ـ ۲ ، نامعینی را یک درجه کاهش می‌دهد . بنابراین فرمول زیر برای نامعینی بـه دست می‌آید .

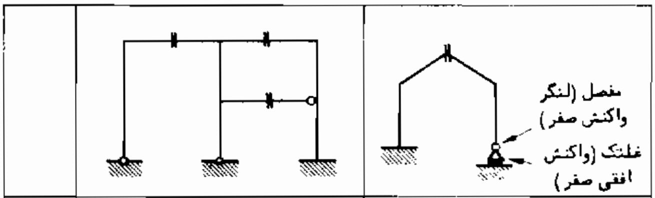
$$r = 3n - k$$



n	10	2	2
r	30	6	6

شکل ب ـ ۱

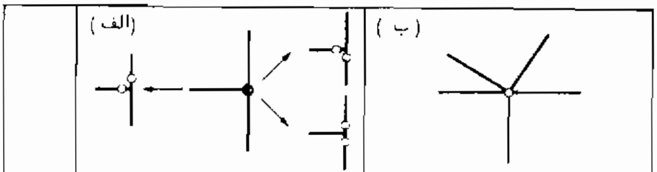
که درجه نامعینی = r و تعداد دهانه‌ها = n می‌باشد .
تعداد مفصلهای بدون اصطکاک یا غلتک = k



n	3	1
k	3	2
r	6	1

شکل ب ـ ۲

به‌نکته‌ای در مورد درجه نامعینی بایستی توجه کرد : می‌دانیم که در انتهای هرعضو منتهی به‌یک اتصال صلب ، لنگرهای خمشی وجود دارد ولی تنها دوتای آنها مستقل هستند و لنگر سوم از تعادل لنگرها در اتصال به‌دست می‌آید . در نتیجه ، اتصال مفصلی نشان داده شده درشکل ب ـ۳ الف معادل با وجود مفصل بدون اصطکاک در انتهای دو عضو از سه عضو است همان‌طور که درشکل ب ۳ـ ب ملاحظه می‌شود این موضوع برای اتصالاتی با بیش از سه عضو قابل تعمیم است .



k	2	4

شکل ب ـ ۳

ضمیمه ج
نمودارهای لنگر خمشی

ج ــ ۱ مقدمه

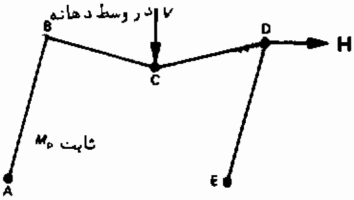
غالبا" لازم است که نمودار لنگر خمشی مربوط به مکانیزم فروریختگی تعیین شود. معمولا" برای کنترل شرط تسلیم در مکانیزم و در نتیجه کنترل درستی مکانیزم واقعی سازه، نمودار لنگر خمشی لازم می‌شود. در این ضمیمه به خواننده کمک می‌شود تا بتواند نمودار لنگر خمشی را به‌دست آورد، حتی وقتی که سازه کاملا" پیچیده است. در قسمتهای ج ــ ۲، ج ــ ۵ نکات مفیدی در این باره بیان شده است و در قسمت ج ــ ۶ چگونگی استفاده آنها در یک مسأله بیان می‌شود.

ج ــ ۲ مطلبی راجع به مکانیزم

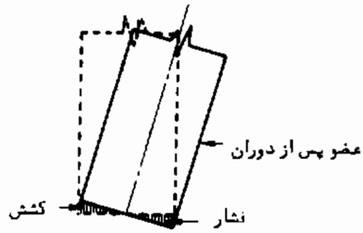
در موقع فروریختگی، سازه بطور ایستایی معین است. چنین امری در اثر تشکیل مفصلهای خمیری به‌وجود می‌آید. در هر مفصل خمیری مقدار لنگر خمشی معلوم و مساوی با لنگر خمیری ضعیفترین عضو منتهی به آن مفصل می‌باشد. جهت لنگر نیز معلوم است. مکانیزم شکل ج ــ ۱ را در نظر بگیرید. در مفصلهای A، C، D و E لنگر برابر با M_p است. اکنون نقاط A و E را با جزئیات بیشتری مورد نظر قرار می‌دهیم. اعضای قاب مطابق آنچه در شکل ج ــ ۱ نشان داده است درواقع از چند خط تشکیل نمی‌شود، بلکه این اعضاء دارای ارتفاع و پهنایی می‌باشند. در یک مفصل خمیری ماده به‌صورت کششی و فشاری در حال جاری شدن است. سطوح تحت کشش و فشار در A و E بایستی مطابق شکل ج ــ ۲ باشند به‌طوری که دوران خمیری لازم در مکانیزم امکان‌پذیر باشد.

همچنان که در شکل ج ــ ۳ الف و ب نشان داده شده در نقاط C و D نیز عبارت فوق صادق است. مقدار و جهت لنگر خمشی را در هر مفصل اکنون می‌توان نوشت. (نویسنده ترجیح می‌دهد که مقدار لنگر در طرفی از عضو نوشته شود که تحت کشش است. این قرارداد

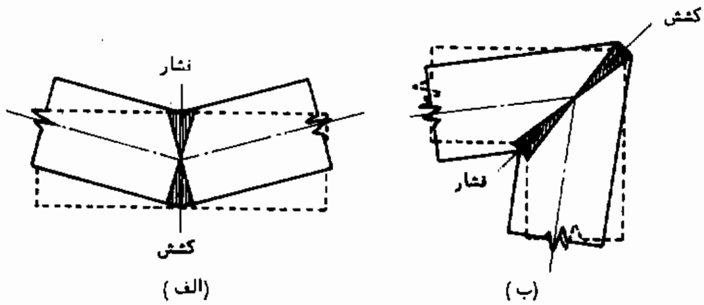
در تمام نمودارهای لنگرخمشی در نظر گرفته شده است .)



شکل ج — ۱



شکل ج — ۲



شکل ج — ۳

ج—۳ لنگرهای خمشی واکنش و آزاد

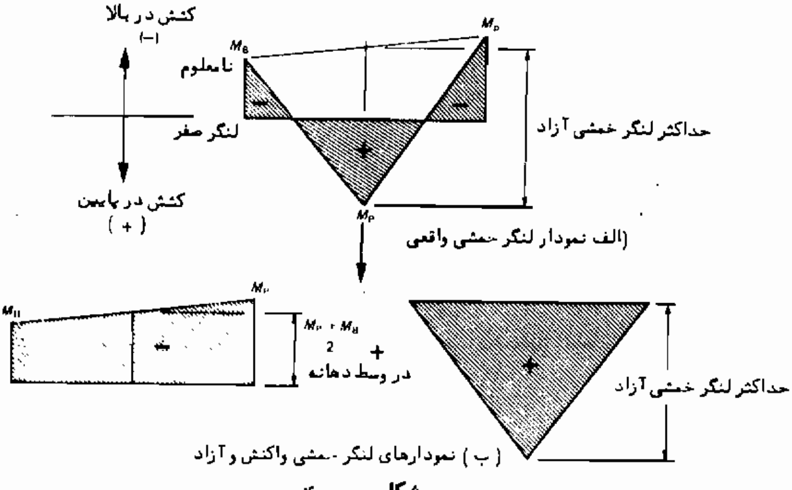
تقسیم نمودار لنگر خمشی به‌دوقسمت به‌راحتی کار کمک می‌کند . این قسمتها ، نمودارهای لنگرخمشی‌آزاد و واکنش می‌باشند : لنگرهای‌خمشی‌آزاد در یک عضو ، لنگرهای خمشی هستندکه در اثر اعمال بار روی عضو درحالی که دو انتهای آن در مقابل چرخش‌آزاد هستند به‌وجود می‌آیند ، به‌عبارت دیگر لنگرهای خمشی‌یک تیر ساده با همان طول خواهند بود .

لنگرهای واکنش لنگرهای‌خمشی‌دو انتهای عضو هستند که با توجه به گیردار بودن‌دو

انتها در مقابل دوران نسبت به‌بقیه سازه به‌دست می‌آیند . (آنچه دربسیاری ازتحلیلهای ارتجاعی مورد نظر است پیدا کردن لنگرهای واکنش می‌باشد) . با اتصال لنگرهای انتهایی توسط یک خط راست دیاگرام لنگر خمشی‌واکنش به‌دست می‌آید .

روابط ساده‌ای بین ابعاد هندسی نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد و نمودار لنگر خمشی واقعی وجود دارد . که در محاسبات تحلیل خمیری بسیار مفیدند . (روش نمودار لنگرخمشی‌واکنش و آزاد که در فصل ۳ تشریح گردید کاملا" بسراساس موضوع فوق است) . به تیر BD در شکل ج-۱ نگاه کنید . نمودار لنگر خمشی تیر مطابق شکل ج-۴ الف می‌باشد ، که در آن لنگر واکنش در نقطه B نامعلوم است . با تقسیم نمودار لنگر خمشی به‌قسمتهای واکنش و آزاد مطابق شکل ج - ۴ ب که تحت بار متمرکز در وسط دهانه قرار دارد و با توجه به ابعاد هندسی نمودار خواهیم داشت :

$$M_p = \frac{M_p + M_B}{2} - \text{حداکثر لنگر خمشی آزاد}$$



شکل ج - ۴

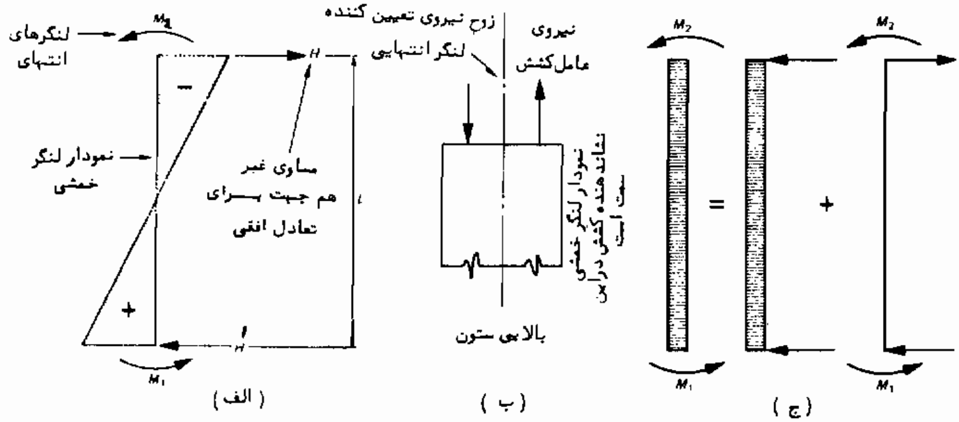
برای یک تیرساده به‌دهانه L و با بارمتمرکز V در وسط دهانه ،حداکثر لنگرخمشی‌آزادبرابر با$VL/4$است ، بنابراین .

$$\frac{VL}{4} - \frac{M_p + M_B}{2} = M_p$$

$$M_B = \frac{VL}{2} - 3M_p$$

اگر M_B مثبت شود فرض کشش در بالای تیر در نقطه B صحیح است ، همان طور کـه در شکل

ج ــ ۵ نشان داده شده است، و اگر منفی شد فرض غلط بوده و کشش در زیر تیر وجود خواهد داشت .



شکل ج ــ ۵

نکته دیگری وجود دارد که در موقع ترکیب لنگرهای خمشی واکنش و آزاد بایستی به آن توجه نمود . در محاسبات تنها از مقادیر لنگرها استفاده می‌شود بنابراین در محاسباتی که بر مبنای شکل ج ــ ۴ انجام می‌شود ، تنها فواصل قائم مقادیر موردنظر را نشان می‌دهد . برای این که در موقع ترکیب نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد این فواصل قائم محفوظ باشند ، شیب خطوط نمودار لنگرخمشی بایستی تغییر یابند . لذا این خطوط مستقیم باقی مانده ولی طول آنها تغییر می‌کند .

موضوع فوق اگر چه باعث تعجب است لیکن کاملا" منطقی است .

ج ــ ۴ نیروهای انتهایی روی اعضاء

نمودار لنگرخمشی ستون شکل ج ــ ۵ الف را در نظر بگیرید . نمودار لنگر خمشی واقعی مانند نمودار لنگر خمشی واکنش نشان دهنده آنست که در طول ستون باری اعمال نشده است. لنگرهای انتهایی حاصل از بقیه سازه که باعث ایجاد لنگرهای خمشی واکنش می‌شوند نیز نشان داده شده است . (شکل ج ــ ۵ ب نشان می‌دهد که چگونه براحتی جهت لنگرانتهایی معین می‌شود) .

ستون بایستی در حال تعادل باشد . برای تأمین تعادل لنگرها حول بالای (یا پایین) ستون ، بایستی نیروهای افقی با علامت مخالف مطابق شکل اثر کند . با گرفتن لنگر حول نقطه بالای ستون

$$HL = M_1 + M_2$$

این نیروهای افقی را می‌توان نیروهای وارده ناشی از بقیه سازه فرض کرد . اگر پایین ستون به تکیه‌گاه متصل باشد ، نیروی افقی همان واکنش افقی در پی است ، همان‌طور که لنگر انتهایی لنگر واکنش در پی می‌باشد .

وقتی‌که درطول ستون بارهایی اعمال می‌شود ،نیروهای افقی مجموع نیروهای ناشی‌از لنگرهای انتهایی و واکنش‌های انتهایی با فرض آنکه ستون را تیر ساده فرض کنیم ، می‌باشد این موضوع در شکل ج ـ۵ـج مشخص شده است .

غالبا" در نظر گرفتن تعادل افقی قسمتهایی از سازه برای تعیین بخشهایی از نمودار لنگرخمشی مفید است . این مسأله در مثال قسمت ج ـ ۶ تشریح شده است .

ج ـ ۵ تعادل مفصل

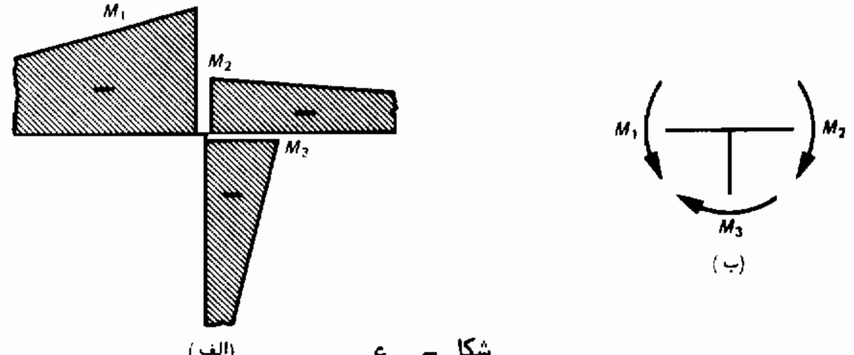
برای هر سازهٔ در حال تعادل بایستی در هر مفصل ، لنگرها در حال تعادل باشند . این ضابطه در تعیین نمودارهای لنگرخمشی بسیار مفید است .

یک مفصل نمونه‌همراه با قسمتهایی‌از نمودارهای لنگرخمشی‌اعضایی‌که به‌مفصل‌متصلند ، در شکل ج ـ ۶ الف نشان داده‌شده‌است . اگر اعضاء درست نزدیک مفصل قطع شوند ، لنگرهای خمشی‌در انتهای اعضاء را مطابق شکل ج ـ ۶ ب می‌توان رسم کرد . جهتهای‌لنگرها مطابق روش شکل ج ـ ۵ ب معین می‌شوند . تعادل لنگر ایجاب می‌کند که برآیند این لنگرها صفر باشد ، بنابراین در این حالت .

$M_1 - M_2 - M_3 = 0$ می‌باشد

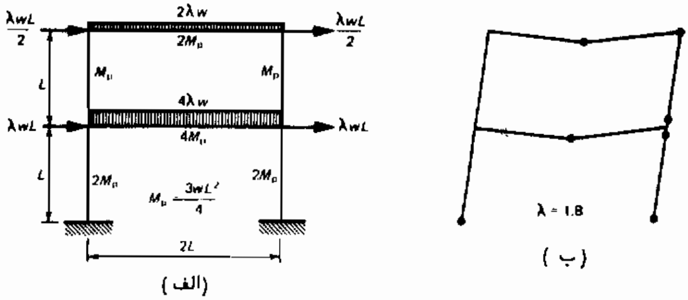
ج ـ ۶ مثالی برای تعیین نمودار لنگر خمشی

روش تحلیل حدی که در قسمت ۴ـ۴ـ۳ مطرح شد ، برای تعیین بار فروریختگی قاب



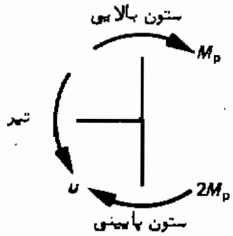
شکل ج ـ ۶

دو طبقه شکل ج ــ ۷ الف استفاده می‌شود . مکانیزم با کمترین ضریب بار در شکل ج ــ ۷ ب نشان داده شده است . لازم است با تعیین نمودار لنگرخمشی مربوطه مکانیزم کنترل شود . مراحل مختلف در زیرآمده و در شکل ج ــ ۸ جمع‌بندی شده است .



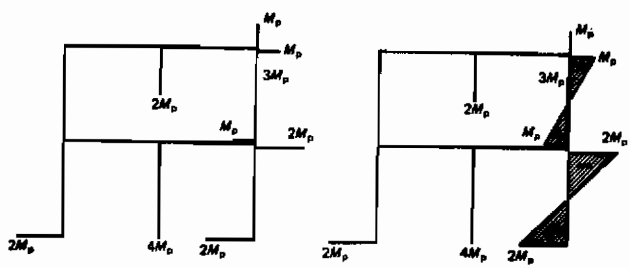
شکل ج ــ ۷

مرحله اول نوشتن تمام لنگرهای معلوم در مفصلهای خمیری است . نمودار لنگرخمشی برای هردوستون سمت راست ،اکنون با اتصال لنگرهای انتهایی توسط یک خط راست کامل می‌شود . لنگر واکنش در انتهای سمت راست تیر پایینی از تعادل مفصل بـه دست مـی‌آید برای تعادل :

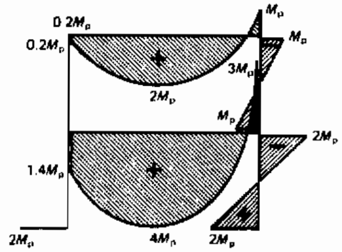


$$u - M_p - 2M_p = 0$$
$$u = 3M_p$$

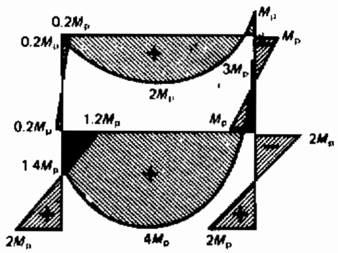
که با کشش در بالای تیر همراه می‌باشد .



۱ ــ تمام لنگرهای معلوم را در مفصلهای خمیری نوشته و نمودار لنگرخمشی برای ستونهای سمت راست را کامل کنید .



۲ ــ نمودارهای لنگرخمشی را با در نظر گرفتن مقادیر نمودارهای لنگرخمشی واکنش و آزاد کامل کنید .



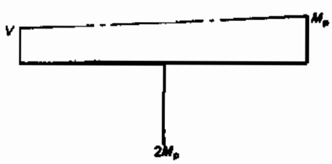
۳ ــ نمودار لنگرخمشی را با در نظر گرفتن تعادل افقی طبقات بالایی و پایینی کامل کنید . با در نظر گرفتن تعادل مفصل ، محاسبات را کنترل کنید .

شکل ج ــ ۸

سهم لنگرهای نامعلوم در انتهای سمت چپ هر دو تیر با در نظر گرفتن مقادیر نمودارهای لنگرخمشی‌واکنش و آزاد به‌دست می‌آیند .

(الف) تیر بالایی

لنگرخمشی آزاد در وسط دهانه (تیر ساده با بارگسترده یکنواخت) $= \dfrac{2\lambda w\,(2L)^2}{8} = \lambda w L^2 = 2.4 M_p$



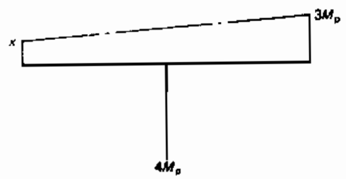
ازآنجا که $\lambda = 1.8$ و $M_p = 3wL^2/4$. بنابراین باتوجه‌به‌ابعاد و نمودارلنگرخمشی

$$\frac{M_p + V}{2} + 2M_p = 2.4M_p$$

$$V = -0.2M_p$$

اکنون لنگر $0.2M_p$ را در حالی که باعث کشش در طرف داخلی عضو می‌شود می‌توان رسم کرد و بنابراین نمودارلنگرخمشی کامل می‌شود .به‌یاد بیاورید که این نمودار با توجه به‌بارگسترده یکنواخت یک سهمی خواهد بود .

(ب) تیر پایینی



$$\text{لنگرخمشی آزاد در وسط دهانه} = \frac{4\lambda w(2L)^2}{8} = 2\lambda wL^2 = 4.8M_p$$

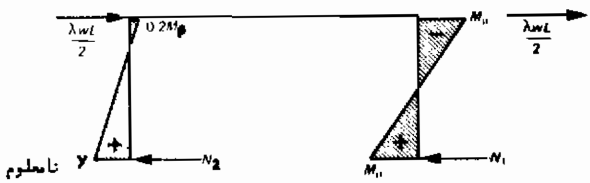
و با توجه به‌ابعاد نمودارهای لنگر خمشی :

$$\frac{3M_p + x}{2} + 4M_p = 4.8M_p$$

$$x = -1.4M_p$$

این مقدار برای تکمیل نمودار لنگرخمشی تیر پایینی قابل استفاده است . مرحله بعدی در نظر گرفتن تعادل افقی هردو طبقه بالایی و پایینی است .

(ج) تعادل‌افقی طبقه‌بالایی . باقطع و جدا کردن طبقه‌بالایی ازانتهای پایینی ستون‌های بالایی می‌توان معادله تعادل افقی را نوشت . شکل زیر بارهای افقی وارده به طبقه بالایی را نشان می‌دهد ، نیروهای برشی در پایین ستونها و لنگرهای خمشی ستونها نیز در شکل مشخص می‌باشد .



برای تعادل افقی خواهیم داشت :

$$N_1 + N_2 = \lambda wL = 1.8 \times \frac{4M_p}{3L} = \frac{2.4M_p}{L}$$

با استفاده از مطالب قسمت ج — ۴

$$N_1 = \frac{2M_p}{L} \qquad N_2 = \frac{0.2M_p + y}{L}$$

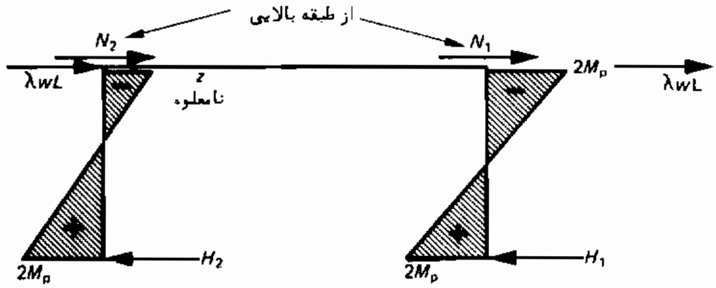
بنابراین

$$\frac{0.2M_p + y}{L} + \frac{2M_p}{L} = \frac{2.4M_p}{L}$$

$$y = 0.2M_p$$

بنابراین نمودار لنگرخمشی ستون سمت چپ بالایی کامل می‌گردد .

(و) تعادل افقی طبقه پایینی



برای تعادل افقی

$$H_1 + H_2 = N_1 + N_2 + 2\lambda wL$$

$$= \frac{7.2M_p}{L}$$

$$H_1 = \frac{4M_p}{L} \qquad H_2 = \frac{2M_p + z}{L}$$

بنابراین

$$\frac{4M_p}{L} + \frac{2M_p + z}{L} = \frac{7.2M_p}{L}$$

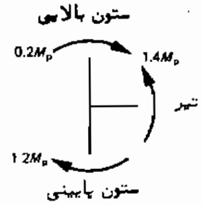
$$z = 1.2M_p$$

بنابراین نمودار لنگرخمشی برای ستون سمت چپ پایینی و برای تمام سازه کامل می‌شود .

در هر حال کنترل محاسبات به‌وسیله نوشتن معادله تعادل در اتصال سمت چپ پایینی امکان پذیر و مفید است.

$$1.2M_p + 0.2M_p - 1.4M_p = 0$$

$$0 = 0$$



جواب مسائل

فصل ۲

۲ – ۱ $M_p = 660$ kN m   مقطع مرکب $M_p = Dbt\sigma_y$; صفحات

۲ – ۳ $M_p = 19.73$ kN m

۲ – ۴ (a) $M_p = D^3\sigma_y/6$; (b) $M_p = 1.5d^2t\sigma_y$; (c) $M_p = \sqrt{(2)}d^2t\sigma_y$; (d) $M_p = (7\sqrt{3}/16)\,a^2t\sigma_y$

۲ – ۵ $S' = S - \dfrac{A^2}{4d}n^2 \qquad n \leqslant \dfrac{dt_w}{A}$

$$S' = \frac{A^2}{8t_f}(1-n)\left(\frac{4bt_f}{A} - 1 + n\right)$$

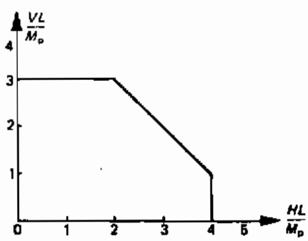
محور y 697.6 kN m, 422.7 kN m; محور z 122.7 kN m, 109.4 kN m

فصل ۳:

۳ – ۱ $w_c = 11.66M_p/L^2$

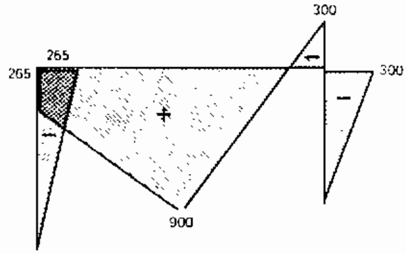
۳ – ۲ $w_c = 0.833M_p/L^2$; دهانه CD بحرانی است

۳ – ۳



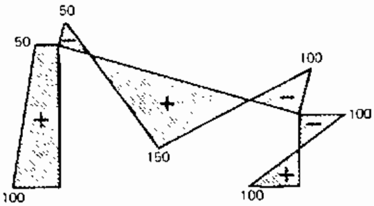
۴ — ۳

$\lambda_c = 1.70$



۵ — ۳

$\lambda_c = 1.50$



۶ — ۳

قاب شیبدار: $V = 2.2M_p/L;\ V = 5H$ مکانیزم مرکب: $V = H$

$V = 4.09M_p/L$

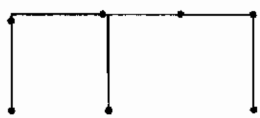
۷ — ۳

$k = 0.609$

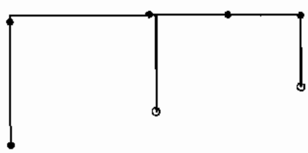
فصل ۴

۱ — ۴

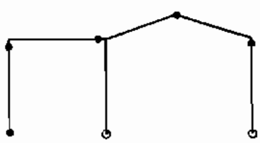
(الف) $\lambda_c = 1.375$



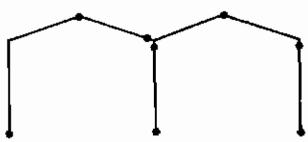
(ب) $\lambda_c = 1.448$



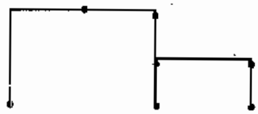
(ج) $\lambda_c = 1.80$



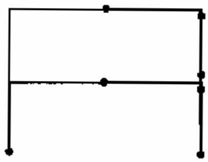
(د) $\lambda_c = 2.00$

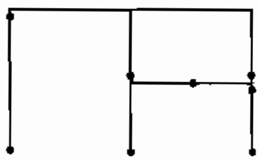


(هـ) $\lambda_c = 2.235$



(الف) $\lambda = 1.407,\ 1.287 < \lambda_c < 1.407$ (ب) $\lambda = 1.191,\ 1.169 < \lambda_c < 1.191$





۵ — ۱ ، $M_p = 426$ kN m ورقها در BC ، (ب) $M_p = 267$ kN m ; (الف) $M_p = 657.7$ kN m
ورقها در CD $M_p = 106$ kN m

۵ — ۲ (الف) مقطع منفرد $M_p = 2wL^2$ $G = 14.0wL^3$; (ب) ورقها
$M_p = 1.13wL^2$, ورقها در AB و CD ، $M_p = 1.31wL^2$,
$G = 12.3wL^3$, طول $= 1.11L$; (ج) AB و CD حداقل وزن
$M_p = 2.44wL^2$, BC $M_p = 1.13wL^2$, $G = 13.1wL^2$

۵ — ۳ ستونها و تیرها $M_p = 1.167WL$

۵ — ۴ $M_p = 0.43WL$

۵ — ۵ $M_p = 580$ kN m

۵ — ۶ ستونها $M_p = 133.3$ kN m, تیرها $M_p = 311.2$ kN m

فصل ۶

۶ — ۱ $\delta = 2WL^3/243EI$

۶ — ۲ $\delta = 0.0077wL^4/EI$

۶ — ۳ مفصل A آخرین مفصل است $\delta_h = 0.611WL^3/EI,\ \delta_v = 0.410WL^3/EI$

۶ — ۴ مفصل A آخرین مفصل است $\delta_h = 150$ mm

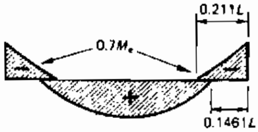
۶ — ۵ آخرین مفصل در رأس قاب بوجود می‌آید $\delta_h = 20.8M_p/EI,\ \delta_v = 10.2M_p/EI$

۶ — ۶ at B $\delta_h = 22500/EI$, at C $\delta_v = 11700/EI$, at F $\delta_v = 9000/EI$

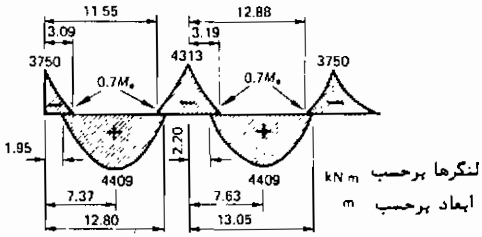
۶ — ۷ (الف) $P = 0.303bd\sigma_y$; (ج) محل تلاقی منحنی‌های ارتجاعی و خمیری
$P_c \approx 0.289bd\sigma_y$; (د) $P_{RM} = 0.275bd\sigma_y$

فصل ۷

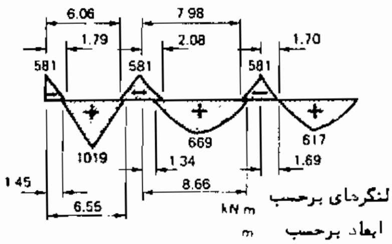
۱ − ۷ $M_r = wL^2/16$



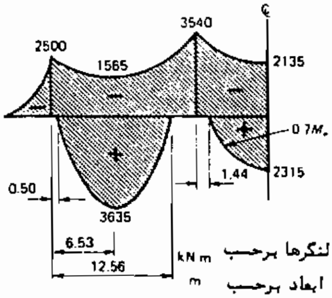
۲ − ۷



۳ − ۷



۴ − ۷

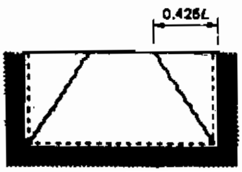


فصل ۸ :

۱ − ۸ در لبه‌ها, $M_r = 8$ kN m/m, در مرکز دال $q = 17.54$ kN/m^2,
$M_r = 12$ kN m/m

(الف) $q = 59.06M/L^2$ (ب) $q = 10.7M/L^2$

۲ − ۸

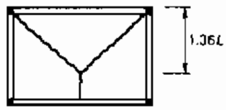


۸ — ۳ $M = 7.54$ kN m/m, $x_{\text{crit}} = 1.586$ m, $y_{\text{crit}} = 2.45$ m

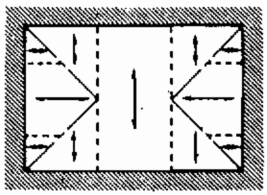
۸ — ۴ $M = 0.116qL^2$

۸ — ۵ $q_c = 43.85M/L^2$

۸ — ۶ $q_c = 4.24M/L^2$, شکست دال ; $q_c = 3.25M/L^2$

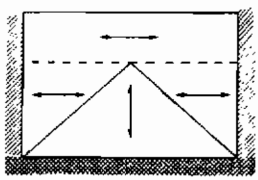


۸ — ۷ توزیع نواری پیشنهادی

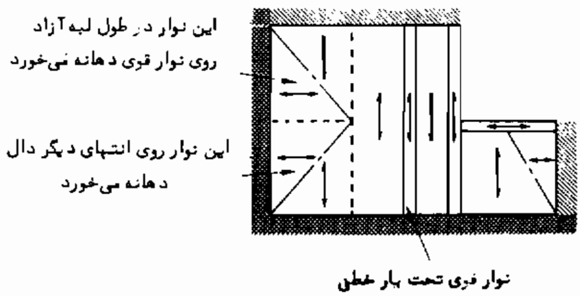


۸ — ۸ توزیع نوار مشابه مسئله ۸ـ۷ ولی لبه‌ها گیردار هستند

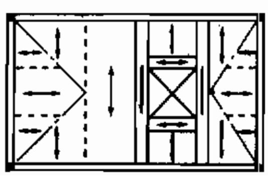
۸ — ۹ توزیع نوار پیشنهادی



۸ — ۱۰



۸ — ۱۱



منـــــابع و مـآخـــــذ

1. A. Ghali and A. M. Neville, *Structural Analysis*, 2nd ed (Chapman & Hall, London, 1978)
2. *Structural Steelwork Handbook*, new edition (BCSA/Constrado, 1978)
3. M. R. Horne, *Plastic Theory of Structures*, (Nelson, London, 1971)
4. B. G. Neal, *The Plastic Methods of Structural Analysis*, 3rd (SI) ed (Chapman & Hall, London, 1977)
5. CP 110: Part 1: 1972 The Structural Use of Concrete
6. B/20 Draft: Draft Standard Specification for the Structural Use of Steelwork in Building (British Standards Institution, 1978, Draft for Public Comment)
7. BS 449: Part 2: 1969 The Use of Structural Steel in Building
8. *The Collapse Method of Design*, Publication No. 5 (British Constructional Steelwork Association, London, 1952)
9. A. Battersby, *Mathematics in Management* (Penguin, Harmondsworth, 1970)
10. K. I. Majid, *Non-linear structures* (Butterworth, London, 1972)
11. *Genesys Applications Software* (Genesys Limited, Loughborough, Leics., 1978)
12. Engineering Design Programs – Software Archives
13. A. R. Toakley, Optimum design using available sections, *J. Struct. Div., Am. Soc. civ. Engrs*, 94 (1968) 1219–41
14. M. R. Horne and W. Merchant, *The Stability of Frames* (Pergamon, Oxford, 1965)
15. A. C. Walker, *The Buckling of Struts* (Chatto & Windus, London, 1975)
16. R. H. Wood, The stability of tall buildings *Proc. Instn civ. Engrs*, 11 (1958) 69–102
17. R. H. Wood, Effective lengths of columns in multistorey buildings, *BRE Current Paper 85/74* (September 1974)
18. F. K. Kong and R. H. Evans, *Reinforced and Prestressed Concrete* (Nelson, London, 1975)
19. B. P. Hughes, *Limit State Theory for Reinforced Concrete Design*, (Pitman, London, 1976)
20. R. G. Smith, The determination of the compressive stress–strain properties of concrete in flexure, *Mag. Concr. Res.*, 12 (1960) 165–70

21. E. Hognestad, N. R. Hanson and D. McHenry, Concrete stress distribution in ultimate strength design, *J. Am. Concr. Inst.*, 27 (1955) 455–79
22. A. A. Mufti, M. S. Mirza, J. O. McCutcheon and J. Honde, A study of the behaviour of reinforced concrete elements using finite elements, Civil Engineering Report No. 70–5 (Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, 1970)
23. A. L. L. Baker, *The Ultimate-Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames* (Concrete Publications Ltd, London, 1956)
24. A. L. L. Baker, Ultimate load design of reinforced and prestressed concrete frames, *Proceedings of a Symposium on the Strength of Concrete Structures* (Cement and Concrete Association, London 1956) 277–304
25. C. E. Massonnet and M. A. Save, *Plastic Analysis and Design*, Vol. 1, Beams and Frames (Blaisdell, London, 1965)
26. K. W. Johansen, *Yield Line Theory* (English translation, Cement and Concrete Association, London, 1962)
27. K. W. Johansen, *Yield Line Formulae for Slabs* (English translation, Cement and Concrete Association, London, 1972)
28. A. J. Ockleston, *Tests on the Old Dental Hospital, Johannesburg* (Concrete Association London, 1956)
29. S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, 2nd edn. (McGraw-Hill Kogakusha Ltd, New York, 1959)
30. R. H. Wood, *Plastic and Elastic Design of Slabs and Plates* (Thames & Hudson, London, 1961)
31. R. H. Wood, *Studies in Composite Construction, Part 2: The interaction of floors and beams in multi-storey buildings* (HMSO, 1961)
32. E. N. Fox, Limit analysis for plates: the exact solution for a clampted square plate of isotropic homogeneous material obeying the square yield criterion and loaded by uniform pressure, *Phil. Trans. R. Soc. A*, 277, (1974) 121–55
33. L. L. Jones and R. H. Wood, *Yield Line Analysis of Slabs* (Thames & Hudson, London, 1967)
34. A. Hillerborg, *Strip Method of Design* (Viewpoint Publications, Cement and Concrete Association, London, 1975)
35. R. H. Wood and G. S. T. Armer, The theory of the strip method for design of slabs, *Proc. Instn civ. Engrs*, 41, (1968) 285–311
36. J. E. Gordon, *The New Science of Strong Materials*, 2nd edn, (Penguin, Harmondsworth, 1977)
37. W. A. Nash, *Strength of Materials*, 2nd edn, (Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, New York, 1972)
38. *Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings* (American Institute of Steel Construction, New York, 1969)

FERDOWSI UNIVERSITY OF MASHHAD
Publication, No 119

Plastic Methods for Steel

Stuart S. J. Moy

Translated by
M. Reza Esfahani

FERDOWSI UNIVERSITY PRESS
1997