سیری در افکار علمی و فلسفی

حکیم عُمَر خیّام نیشابُوری

تألیف

جعفر آقایانی چاوشی

تهران

سال ۱۳۵۸

A Study on
The Scientific and
Philosophical views of

Ḥakīm Umar Khayyām Nayshābūrī

by

Ja'afar Aghāyāni Chāvooshī

Tehran
1979

سیری در افکار علمی و فلسفی

حکیم عُمر خیّام نیشابُوری

تألیف

جعفر آقایانی چاوشی

تهران
سال ۱۳۵۸

انتشارات

انجمن فلسفهٔ ایران

شماره ۴۸

مرداد ماه ۱۳۵۸ هجری شمسی

رمضان ۱۳۹۹ هجری قمری

فهرست مطالب

موضوع	صفحه

بسم الله الرحمن الرحیم

مقدمهٔ مؤلف

ابوالفتح عمربن ابراهیم خیام ازعلما و حکمائی است که زندگی وافکارش در هالهای ازابهام وسوء تعبیر پنهان مانده است.

تاکنون نیز کسی آنچنانکه باید وشاید ازین ابهام پرده برنگرفته و به تفصیل درین مبحث خوضی نکرده وبهنحواستقصا تتبعی آنچنانکه درخوراو باشد ننموده است.

تعدادکتابها ومقالاتی که دربارهٔ اندیشه وافکار اوبهرشتهٔ تحریرآمده بیرون ازشمار است. بااینحال هنوزسیمای راستینش ناشناخته مانده است. واینهم نمودارشخصیتمظلوم اوستکه هرکسی اورا ازظن خود یا ازدریچهٔ بعضی رباعیات مبتذل منسوب بهاونگریسته و ازدرون اواسرارش را جویا نشده است.

قشریان چون بهکنه افکارش پینبردند ملحد و زندیقش خواندند. و دشمنان پرتوان ودوستان نادان هم دراشاعهٔ این شایعات باآنان همداستان شدند ودرنتیجه حجةالحق وحکیم خردمند وفکوریکه بهگفتهٔ معاصرانش به اصول دینی مقید بود و از تجلیات روح اسلامی ازهرحیث برخوردار، درافواه عامه به صورت رندقلاش و خراباتی عیاشی معروف شد و آماج تیرتمسخروکینه توزی معاندان وحیلهبازان قرارگرفت.

ازسوی دیگر، گروهی نیز درصدد تبرئه اوبرآمدند و با تأویلآثارش قبای تصوف برقامت او پوشاندند و اورا یکسره به عالم عرفان و تصوفکشاندند و در زمرهٔ صوفیان و زاهدان قراردادند.

گرچه اغراض شخصی ومقاصد سیاسی این دوگروه،آنان را به این افراط وتفریطها کشانده است، ولی ابعاد گونهگونهٔ شخصیت خیام نیز به این افراط وتفریط دامن زده است.

چراکه خیام فیلسوف است وریاضیدان، شاعر است و ادیب، فقیه است و متکلم. او

را درحکمت تالی ابوعلی‌سینا می‌خواندند و در ریاضیات سرآمد اقران می‌شمردند. معهذا بعد شاعری او از عظمت و اعتبار شایانی برخورداراست. روایتی حاکی از آنست که اشعار خیام از همان آغاز حال نزد خاص وعام مترنم بود و حتی در مجالس خوانده می‌شد وتنها بعدها در اواخر حال به‌سبب رویدادهای سیاسی بود که شاعر ناچار شد زبان درکام کشد و مهر خموشی بر لب زند.

بنا براین چنین شخصیتی را نمی‌توان با مقیاسهای ساده‌ای که اشخاص یك بعدی یا بی‌بعد را بدان می‌سنجند در معرض سنجش وشناسائی قرارداد. به‌همین‌دلیل است‌که ما برای بررسی فلسفهٔ خیام از شیوهٔ دیگری پیروی‌کرده‌ایم. شیوه‌ای که خیام را با همهٔ ابعادش در معرض شناخت و قضاوت قرار دهد.

در نخستین بخش این کتاب، مدار تحقیق برآثار فلسفی خیام گذاشته شده و مدارك تاریخی براساس موازین عقلی و به نحوی مستقل از پیش‌داوری و تعصب سنجیده گردیده است.

در بخش دوم کتاب‌که به تحلیل آثار علمی خیام اختصاص یافته است، ابتکارات علمی این ریاضیدان بزرگ مورد بررسی قرارگرفته و اهمیت آن از دیدگاه تاریخ علوم خاطرنشان شده‌است.

نیز برای آن دسته از محققان‌که مایل به‌تحقیق بیشتر دربارهٔ خیام می‌باشندکتابنامه‌ای درآخرکتاب تنظیم گردیده است، تاکه قبول افتد و چه درنظرآید.

جعفر آقایانی چاوشی
به‌تاریخ شهریور ۱۳۵۷هجری شمسی

هر کسی از ظن خود شد یار من
از درون من نجست اسرار من

درباب افکار وآثارخیام تاکنون رساله‌ها وکتابهای بی‌شماری منقدان وفضلاء نوشته‌اند؛ والحق پاره‌ای ازآنها می‌تواند درحد یك تحقیق ارزندهٔ جهانی باشد. تردیدی نیست که تحلیل فکری هریك از دانایان بزرگ جهان نیاز به اموری چند دارد، که ازجملهٔ آن امور بررسی درست اوضاع واحوال اجتماعی واقتصادی وجغرافیائی وسیاسی عصروزمانی است که آن دانشمند درآن می‌زیسته است به اضافهٔ بررسی کامل کلیهٔ آثاروتألیفات او تاآنجاکه منقد بتواند خود راهم ازلحاظ جسمانی ومادی درکالبد اونهد وهم ازلحاظ روحی وفکری بسان اوشود، مانند او اندیشه کند واین امر بسی دشواراست. هرکسی جوری می‌اندیشد و احساسی ویژهٔ خود دارد ولاجرم هرچند بخواهد به مانند اوفکر کند وافکارواندیشه‌های او را بنمایاند بازهم درحد زیادی افکارواندیشه‌های خود را به نام اوبیان می‌کند وبه‌عبارت دیگرشخصیت خود را درتحت عنوان شخصیت دیگری نشان می‌دهد.

به هرحال یکی ازآن افراد نادرالوجود وبزرگی که، با اینکه دراطراف وی‌سخنانی گفته ونوشته‌اند وآثار او را دانایان جهان کماً وکیفاً بررسی کرده‌اند بازهم به‌گمان من نتوانسته‌اند شخصیت وجودی اورا آنطورکه بوده است بنمایانند، حکیم عمرخیام است. نهایت آثارهرکس می‌تواندآینه‌ای باشدکه دورنمائی ازتصویر اورا، نه بدان ترتیب که عکس مطابق بااصل باشد، بنمایاند.هرچندآن آینه کاذب باشد زیراچه‌بسا این‌گونه افراد، که قهراً درحدی بوده‌اندکه ازلحاظ اندیشه وفکرآزاد باشند، تحت تأثیرشرایط محیط زندگی خود، به قول اهل‌بلد، اذان‌گفته باشند و در این‌گاه است که مطلقاً کتب و رسائل وآثار آنان نمی‌تواند نمایانگر اندیشه‌های آنان باشد. در مورد عمرخیام افکار وآراء متضادی اظهار شده است وهمین امر نمودار بزرگی شخصیت وی می‌باشد.

مجالی متعدد او موجب گردیده است که هـر کس از روی ظن و گمان خود او را معرفی کند وخود بشناسد. وی ازطرفی شاعر است وصاحب ذوق واحساس وازطرفی‌دارای اندیشه‌های ژرف درفن ریاضیات وفلکیات که درست مقابل ذوق واحساس است. وازطرفی فقیه ووارد به دقائق شرع است.

وقتی به ذوق واحساس خود مراجعه می کند، برای اوتفاوت نمی کندکه سروپای‌برهنه به زیارت خانهٔ خدای رود؛ ویا به دیدار رند خرابات و پیر مغان. اما وقتی به عقل وفکر ونظام فکری ریاضیات و فلکیات مراجعه می کند، درکسوت عالمی بیدار وهشیار ودرلباس استادی ماهـر به دربار ملکشاه سلجوقـی راه می‌یابد و مـورد لطف و عنایت وی واقع می گردد .

من نمی‌دانم که اشعاری که به نام رباعیات خیام مشهورشده و بدو منسوب است نتیجهٔ احساس وذوق اوست یا نه. ودراین باب بررسی وتحقیق هم نکرده‌ام. آنچه می‌توانـم در این باب بگویم همان بودکه اشارت رفت که آثار افراد به ویژه آثار ذوقی آنان نمی‌تواند نمودارکامل طرزتفکرواندیشهٔ ایشان باشد.

به ویژه اینگونه افرادکه معمولا دراوضاع واحوال خاصی وبه منظور رفع نقاهت و کسالت وخستگی ناشی ازکارهای فکری ازباب تفنن وتنوع چندبیتی سروده‌اند. همچنانکه شیخ‌الرئیس ابن‌سینا وصدرالدین شیرازی معروف به ملاصدرا.

کتاب حاضرکه اثردوست فاضل وارجمندم آقای **جعفرآقایانی چاوشی** است، یکی از آثار ارزنده‌ای است‌که بنده درباب افکار خیام مطالعه‌کرده‌ام. ازاینکه می‌بینم جوانی دراین سن و سال تا این حد توانسته است افکار و اندیشه‌هـای یك مرد اندیشمند ومتفکر جهانی را مورد غور وبررسی قراردهد بسی امیدوار می‌شوم. موشکافی ودقتی‌که ایشان در روش کار وافکار خیام‌کرده‌اند قابل تقدیر است. این رساله در حد خود می‌تواند نمودار مسیر تاریخی تفکر دانشمندان اسلامی و فرق و مذاهب مختلف‌کلامی باشد. وابستگی‌هائی که دراین رساله بین افکارخیام و فرق مختلف‌کلامی نموده شده است می‌تواند درحد خود یك اثر ابتکاری باشد. نکتهٔ جـالب دیگر این رساله نمودن تأثیری است که اندیشه‌هـای خیام در فیلسوفان مغرب زمین داشته است؛ گرچه برداشت فیلسوفان مغرب زمینی از خیام به درستی نمی‌توانـد مطابق با واقـع باشد. نتایجی که فاضل ارجمند آقای چاوشی از پاره‌ای ازسخنان خیام گرفته‌اند بسیار مطبوع و پذیرای عقل سلیم است. تـوفیق ایشان را درراه خدمت به فرهنگ وعلم وتمدن ایران زمین ازخداوند خواستارم.

دکتر سید جعفر سجادی
بیست و هشتم فروردین ماه پنجاه و هفت هجری شمسی

بخش اول

زندگی و فلسفهٔ خیام

زندگی خیام

خیام درسال ۴۳۹ هجری در نیشابور چشم برجهان گشود و تحصیلات خود را در همانجا آغازکرد. ازچگونگی تحصیل واستادان او اطلاعی دردست نیست.

روایاتی حاکـی از آنست که در حوزهٔ درس امام موفق، فقیه عصر خویش حاضر می‌شده است. او خود، در یکی از رساله‌هایش، خویشتن را شاگـرد ابوعلی سینا خوانده است. ولی ازآنجاکه معاصرآن حکیم نبوده، این گفته را باید حمل برآن کردکه وی خود را شاگرد معنوی و ازپیروان مکتب ابن سینا می‌دانسته است. قدرمسلم آنست که وی پس‌از کسب معارف عقلی متوجه عوالم معنوی وشناخت نفس‌شده، باعلمای معاصر مراوده داشته و به افکارحکمای سلف نیزمراجعه می‌کرده‌است. به‌موجب روایات، خیام با ابوحامد غزالی ملاقات وبرخورد داشته‌است. حتی‌می‌گویندکه ابوحامد نزد وی‌درس ریاضی خوانده‌است.

نیزملاقات ومباحثه‌ای بین او و زمخشری نحوی ومتکلم بـزرگ‌آن عصر روی داده است. خیام بنا به روایت زمخشری، ابوالعلای معری شاعر وحکیم شکاك عرب را می‌شناخته است[1] آوازهٔ علمی خیام، سبب شدکه به دربار سلجوقیان راه یابد. امـرای سلجوقی خیام را غالباً همچون یك تن ازدوستان وخواص خویش تلقی می‌کردند و با اوگفت وشنودهای دوستانه داشتند. ازحدود سال ۴۶۷ ه خیام ــ همراه با ابوالمظفراسفزاری، میمون‌بن‌نجیب واسطی و دیگران ــ دردستگاه ملکشاه به اصلاح تقویم پرداخت تا درسال ۴۷۱ ه ترتیب تاریخ جلالی داده شده[2]، این فیلسوف شاعر، می‌بایست مکرربه لشگرگاه آمد ورفت‌کرده باشد. روایتی هم حاکی از آنست‌که سلطان ــ ظاهراً بعد ازاتمام تاریخ جلالی ــ پولی به او داد تا صرف خرید آلات و اسباب مربوط به رصدکند و تا وفات سلطان هنوزآن کار به اتمام نیامده بود. دراین صورت می‌بایست بعد ازپایان اصلاح تقویم هم سلطان همچنان خیام را به ادامهٔ کارهای علمی تشویق‌کرده باشد.

حکیم با درس و بحث چندان میانه‌ای نداشت. نه فقط به خاطر وضعیت سیاسی عصر خویش، بلکه بیشتر از آن جهت که ابنای روزگار رامستعد معرفت نمی‌دید.

کوته نظری قشریان و اتهامات معاندان استاد را برآن داشت تا از بیم غوغای خلق راه مکه درپیش گیرد[3]. درباز گشت به‌نیشابور پژوهشهای علمی را همچنان دنبال کرد. درسال ۵۰۸ ازطرف سلطان‌محمدسومین جانشین‌ملکشاه احضار شد تا وضع هوا را پیشگوئی کند. سلطان قدر این حکیم را بـه حکم قدرتی که در پیش بینی رویدادهای جوی داشت نیکو شناخت[4] ودرا کرامش کوشید.

سرانجام درسال ۵۱۵ یا ۵۱۷ پس از ادای فریضه و مناجات با خدا، جان به جان آفرین تسلیم کرد وروی درنقاب خاك کشید[5].

ورود به‌دنیای خیام

برای‌ورود به دنیای‌متفکرانی که‌روحی چون دریا متلاطم داشته‌اند، شناخت‌حساسیت و زیر بنای روحی‌آنان امری ضروری ولازم است. آئینهٔ تاریخ با سیمای‌کدر و تیرهٔ خود، قادر به نمایاندن تجلیات روحی‌آنان نیست. اینجا بیان دیگری لازم است. باید از تاریخ کمك خواست ولی نباید در آن درنگ‌کرد. تنها با علم به زیربنای روحی این متفکران است‌که می‌توان به دنیای آنان گام نهاد وخطوط برجستهٔ فکری ایشان را ترسیم کرد. ازاینرو برای شناخت خیام باید از هنر واندیشه‌هایش‌کمك خواست .

خیام شاعر بود وفیلسوف.آنچه دل‌تنگش می‌خواست وعقل دوراندیشش طلب‌می‌کرد بـه صورت رباعی درمی‌آورد. اما جهان شعر، جهانی دیگر است. جهان دردها، فریادها، ناکامیها وآرزوهاست. هررنجی زخمه‌ای است‌که تارهای دل شاعر را به‌لرزه و ناله درمی‌آورد. درین‌جهان است‌که احساسات حکیم از نهانخانهٔ ضمیرش می‌جوشد وبه‌صورت رباعی زبانه می‌کشد. اما خیام شاعر باخیام فیلسوف بیگانه نیست. مضامین انسان دوستی و عصیان علیه خداوندان زور و زر و تزویر با اندیشه‌های فلسفی پیرامون مرگ و زندگی و راز دهرکه در رباعیات او منعکس است با مندرجات پاره‌ای از رسائل علمی و فلسفی او مطابقت دارد.

خصلت عصیانگر، طبیعت مغرور وقلب حساس وناخرسند اوکه بـه وضوح دراشعار عربی ورباعیاتش آشکار است به‌او اجازه نداده است کـه مطابق روش شاعران ژاژخا و هرزه درائی‌که از ستایشگری نان می‌خورند، عمل نماید وگوهر پاك سخن را به‌پای خوکان پلشت بریزد.

رباعیات او را لطف و شوری دیگر است. درآنها نه از تکلف وتصنع خبری است ونه از ایهام و استعاره. همه ساده است وبی‌پیرایه وسرشار از اندیشه است و عاطفه. چنان

از تقلید و تکلف خالی است که انسان را بی‌آنکه لحظه‌ای در سطح لفظ وظاهر متوقف کند، به غور باطن می‌برد و به اندیشه وتفکر وامی‌دارد. ودارای آنچنان وحدت ساختمانـی و انسجام منطقی است که بقرینهٔ همین وحدت بازشناخته‌می‌شود.

در هریك از این رباعیات سه مصرع اول، گوئی تمهیدی‌است بـرای اینکه نتیجه در مصرع چهارم چون ضربـه‌ای فرودآید و این بی‌شباهت به قضیه‌ای منطقی نیست. چنانکه گوئی حکیم چگونگی استنتاج حکمی از احکام دیگر را عنوان می‌کند. به همین دلیل‌است که در رباعیات خیام مصرعی بی‌مایه و مبتذل دیده نمی‌شود. کمترشاعری در جهان توانسته است تأثرات وآلام جانسوزآدمی را اینچنین مختصر و مفید تصویر کند.

شك وبدبینی مضامین اصلی رباعیات خیام را تشکیل می‌دهد و ما با استفاده از آثار دیگر وی به تجزیه وتحلیل این مطالب می‌پردازیم.

بدبینی

بدبینی شرنگ کهنه وغم‌آلودی است که از دیرباز مذاق اندیشمندان حساس راتلخ کرده‌است. ازنخستین روزهای تاریخ هروقت انسان دور ازهیاهوی زندگی روزمره گوشهٔ انزوائی اختیار می‌کـرد تابه خویش و جهان بیندیشد، آژنگی از بدبینی درسیمایش نقش می‌بسته وموجی از اضطراب برنگاهش می‌نشسته است. برعکس هرقدر با ابتذال این جهان خوی می‌گرفته به وجد و شعف گنجشگ‌وار می‌پرداخته است.

این درست است که جهان‌آکنده از شور و شر، غم وشادی وبیم و امید است اما در چنین جهانی کم نیستند تیره‌روزان ستمدیده‌ای که اسیر خودکامگان ستمگرند.

آن گروهی که درمیان قهقههٔ مستانهٔ حاصل ازغرور ونخوت ستم پیشگان، حتی‌یـارای ناله و ندبه برشوربختی خود را هم ندارند. سیل فنانقش امل آنان را باطل‌کرده و دست جـور خرمن‌هستی ایشان را به آتش‌کشیده استـ آتشی که اگـر دودی می‌داشت جهان جاودانه تیره و تار می‌گردید. درچنین جهانی‌کدام وجدان آگاهی است‌که از دردها وتیره روزی‌های‌آدمیان، متأثر و اندوهگین نشود؟ کیست‌که با دیدن این‌همه ناروایی‌ها و این‌همه تیرگیهائی که به‌تاریکی پیوسته‌اند، این‌همه خونهای ناحقی‌که به رایگان به خاك ریخته‌اند واین جانهای عزیزی‌که هنوز به جانان نرسیده، به نابودی گرائیده‌اند، خوش‌بین و خوش خیال باشد؟ چه‌کسی می‌تواند بامشاهدهٔخزان آدمیان، دربهار زندگی دلشاد وآسوده خاطر در امان بسربرد؟

کدام مؤمن پاکباخته‌ای است کـه تازیانه‌های خواری را که دست‌بیداد بـر پیکر بیچارگان می‌نوازد و شایستگان شکیبا را به تضرع وزاری درپیشگاه فرومایگان وامی‌دارد، برگرده خود احساس نکند؟

نه‌آیا ایمان‌کسی که‌مظلومیت مظلومان، تارهای وجودی روحش را به لرزه درنیاورد چون شعلهٔ شمعی در بستر طوفانست؟

چرا عمق و تعالی هنر واندیشه با اندوه توأم است و بلاهت وپستی با شادی؟

نه آیا اندوه تجلی روح‌آگاهی است‌که تنگی و تنگدستی وکجی وکاستی جهان را احساس‌کرده است؟ به همین جهت است‌که انبوه بیشماری از رهروان وادی اندیشه و هنـر را بدبینان تشکیل داده‌اند؛آنان‌که با دیدگان معصوم ونگران خود برپریشانیهاونابسامانیهای جامعه اشك می‌ریخته وبر این احوال جانسوز ناله سرمی‌داده‌اند.

مگـر نه‌این است‌که هنگـام استیلای ستم‌پیشگان بر ستمـدیدگان و محـرومان، تنها خردمندان پاکباخته، ناله‌گداز سرنوشت شوم آنانند؟

به سراغ حکمای یونان می‌رویم‌که خیام از ایشان بهره‌ها برده و شاید دراین اندیشه به‌آنان متکی بوده و به روش ایشان متمسك شده است.

هراکلیتوس از شرارت مردم پیوسته می‌گریست. روح حساس او از مشاهدهٔ ظلم و بیدادی‌که دامنگیرمردم زمانش شده بود، افسرده وملول بود. چنان می‌گریست که بـه‌حکیم گریان شهرت یافت.کار بدبینی او به‌جائی‌کشیدکه ازخلق‌کناره‌گرفت وسر به‌دشت‌وبیابان نهاد و قوت لایموت اوعلف وگیاهان بود ودرحال اعتکاف وعزلت چشم ازجهان‌فروبست.

ذیمقراطیس، حکیم بدبینی بودکه به‌جای گریه، می‌خندید و بدبینی خویش را بـا خنده ابراز می‌نمود. از معاشرت با ابنای زمان روی‌گـردان بود و به همهٔ افعـال زشت آدمیان می‌خندید. جایی که دیده عبرت‌بین و گوش پندنیوش درکار نیست؛ و زشت وزیبا شناخته نمی‌شوند، باید ذیمقراطیس بود و همه را استهزاء کرد. این یگانه انتقام فرزانگان هشیار از ابلهان بی‌لگام است.

اپیکور حکیم دیگر یونان نیز در زمرهٔ بدبینان است.

گذشته از فلاسفهٔ یونان، بدبینی میان حکمای اسلامی نیز رواج داشته است.

محمد زکریای رازی و ابوالعلای معری پیش ازخیام نگران شقاوت وبدبختی انسان بوده‌اند. رازی معتقد بودکه زشتی وبدی در جهان بیش از نیکی و زیبائی است. زیرا که رنج وآزاردرزندگی بسیار است ویك دم‌خوش، عمری‌ناخوش درپی دارد. اگر ناملایمات‌و ناگواریهای زندگی را با خوشی اندك آن مقایسه‌کنیم درمی‌یابیم که وجود انسان جز شر وبدبختی عظیم چیزی نیست.

ابوالعلای معری نیزدربدبینی مستغرق بود و برای این دردبی‌درمان زندگی، چاره‌ای

جز مرگ نمی‌دانست.

اما بدبینی خیام ازقبیل بدبینی رازی ومعری نیست. اگرچه شاید درآخرین تجزیه و تحلیل بتوان‌آنها را به اصل واحدی تحویل‌کرد. بدبینانی چون رازی ومعری اساس عالم کون وهستی را بر اصل بدبینی وتباهی قرار داده و راه نجات را در کشمکش با اصل و ریشهٔ بدبینی یعنی نفس خواهشها وتمنیات می‌دانستند.

معری زندگی را بخشش نابجائی می‌دانست، بخششی‌که عبارت از جنایتی است‌که پدران درحق فرزندان برای به وجودآمدن‌آنان مرتکب می‌شوند. بدین سبب او در تمام عمر از ازدواج سرباز زد و از ایجاد فرزندی‌که‌گرفتار دوزخ زندگی شود خودداری‌نمود و درپایان گفت‌برروی مزارش بنویسند: چنین «آن‌گناهی‌که پدرکرد ونکردم این است»[۶].

در صورتیکه بدبینی خیام از چیزهای دیگری مایه می‌گیرد. او مثل رازی و معری اساس هستی را شر نمی‌داند بلکه شر را امری عرضی می‌داندکه باید در رفع آن کوشید.

تحلیل این موضوع جز مروری ولو اندك در مسألهٔ خیر وشر میسر نیست:

جهان آدمیان آکنده از بدی وخوبی، زشتی و زیبائی، فضیلت و رذیلت است. و گنج و مار وگل وخار وغم وشادی بهم‌اند. جریان امور جهان همانا به واسطه تعارض وتضاد دو جنبهٔ نقص وکمال است که هروقتی ونزد هر جماعتی به عبارتی ادا شده است. گاهی آن را مهروکین خوانده‌اند و زمانی به خیروشر تعبیرکرده‌اند.که عامل شر، درد و رنج وبیماری ومرگ وتاریکی و ویرانی و دروغ و پلیدی و زشتی را برای تباهی روزگار فراهم می‌آورد و دربرانداختن تندرستی و زندگانی و روشنائی وآبادانی و راستی و پاکیزگی و زیبائی‌کوشش می‌نماید.

زنادقه ودهریان ومانویان وجود شرور را درجهان وسیله‌ای برای انکارخدا وحکمت بالغه می‌دانستند وچنین استناد می‌کردندکه اگرجهان خدائی داشت شر و بدی درآن وجود نداشت. بدبینان فلسفی نیز در وجود شرور درجهان اغراق و مبالغه می‌کردند ودنیا را یکسر شر وسخت وهراس‌انگیز می‌دانستندکه چون کوه سرب سرد وسنگین بر روی سینه انسان فشار می‌آورد و نفس را در سینه خفه می‌کند یا مثل‌آتش سوزان آدمی را می‌سوزاند و خاکسترش‌را برباد می‌دهد. و برآن بودندکه چنین‌دنیائی درخور تعلق‌خاطرو دلبستگی‌نیست.

پس چه جای خنده است و چه جای شادی؟

این مسائل از دایرهٔ فکری خیام بیرون نبوده اما ذهن خلاق و اندیشهٔ بلندپرواز او والاتر ازآن بود که چنین اندیشه‌ای در او مؤثر افتد و رنگ افکارش را به خود بگیرد.

اندیشهٔ بدبینان فلسفی و زنادقه در توجیه جهان براساس شروبدی نه‌تنها در خیام‌مؤثر نیفتاد بلکه برعکس او را واداشت تا با استدلال و استناد به اتقان صنع وکمال خلقت در رد شبهات و ایرادات آنان بکوشد.

او در رسالهٔ فلسفی خود که آن را بدین منظور نگاشته‌است، شر را عرضی دانسته و در توجیه آن چنین داد سخن داده است: «عنایت ازلی مصروف‌خیراست. یعنی ایجادماهیات ممکنه، اما چون بعضی از ماهیات خالی از تضاد بـا ماهیت دیگر نیست، نمی‌توان آن را بالذات معلول حق‌دانست. آب و آتش دو ماهیت متضادند که از اصطکاك آنها ممکن‌است شرحاصل شود ولی این اصطکاك امری عرضی وثانوی نسبت به ارادهٔ خداوند است[۷].»

خیام استدلال خود را با ایراد ملاحظه‌ای به شرح زیر به پایان می‌رساند:

« وچون شرور، از نیستی نـاشی می‌شود، و نیستی نتیجهٔ تضاد است وتضاد، معلول اختلاف ماهیت‌هاست، بنابراین شرور به خداوند مربوط نخواهد بود، زیرا خداوندوجود را جعل‌نموده است، ونیستی که منشأ شراست نمی‌تواند مجعول و مخلوق خداونـد باشد؛ زیرا قصد اول بلکه عنایت سرمدی به سوی خیر متوجه است. واین‌گونه خیر نمی‌تـواند خالی از نیستی و شرباشد، پس شر به خداوند مربوط نیست، مگر بـه طور تبعی وطفیلی (وجود بالعرض) ومن‌تمام آن حکما را که می‌شناسم توصیه می‌کنم که خداوند را از ظلم وشر مبری بدانند. در اینجا سؤال دیگری مطرح می‌شودکه جـداً رکیك است. وآن، اینکه چرا خداوند چیزی‌را ایجاد می‌کند، درصورتی که می‌داندآن چیز نیستی وشر را در پـی خواهدداشت؟ پاسخ این است که مثلا درسیاهی هزار خیر است ویك‌شر، و امساك از هزار خیر برای یك‌شر خود شری بزرگ است مضافاً براینکه میان نیکی سیاهی وشرآن، بزرگتر ازنسبت هزار است به واحد . پس‌حال که چنین است،آشکار می‌شودکه شرور درمخلوقات خداوندی ، تبعی وطفیلی است (بالعرض) نه‌ذاتی، ونیزآشکار شدکه وجود شر درحکمت اولی خداوندخیلی‌کم است، تاآنجاکه مقایسهٔ میان خیروشر از حیث‌کیفیت وکمیت‌صحیح نیست[۸].»

سخن خیام بدیع ودلکش است، لیکن وافی به مقصود نیست واز معاضدت برهانی قاطع بهره‌ای ندارد.

انتساب شربه‌نیستی که درگفتار خیام‌آمده از تعالیم افلوطین است. اوگوستین آن را تکرارکرده و بعددرفلسفهٔ اسلامی وارد شده است. گروهی از فلاسفه‌وعرفای اسلامی که‌ازین فکرتبعیت می‌کردند، ادعا می‌نمودندکه هرچه خیر است منبعث ازوجود است وبه سخن‌دیگر تجلی فیضان ذات‌الهی است. درصورتیکه هرچه نقص وشر و زشتی است راجع به‌عدم‌است کـه سوای وجود و غیر خداست ودر مقام تمثیل و تشبیه می‌گفتند: وقتی زیـد سرعمرو را برید و او را کشت، درست است‌که‌آنچه واقع شد شر بود امادر همین جریان وجـود خیر را آشکارا معاینه می‌توان‌کرد، درین حادثه هرجاکه «وجود» درکار بود خیر و نیکی بـود. شر و زشتی ازجائی‌آغاز شدکه عدم درمیان‌آمد. به‌عبارت دیگرآنجاکه زید قدرت بر قتل داشت خیر بود، ازآنروکه تیغ برنده بود وازآنروکه سر عمرو قبول‌آن فعل راکـرد خیر

بود ودرهمهٔ این‌احوال وجود درکار بود. اما این احوال چون منتهی بـه‌عدم حیات عمرو گشت شر گردید وازاین قرار شر وزشتی از جائی‌آغاز شدکه پای عدم در میان‌آمد.

اما این استدلال نادرست است زیرا قتل عمرو از ارادهٔ زید ناشی شده وارادهٔجنایت را بـه هیچ‌وجه نمی‌توان به‌عدم منسوب کرد واز مقولهٔ نیستی شمرد. اما اینکه خیام شر را مجعول تبعی وطفیلی می‌داند نه‌اصیل ذاتی ومعتقد است براینکه خداوند تنها امور وجودی را جعل‌کرده است وشر از وقوع تضاد میان‌آنها ناشی‌گردیده است، خالی از ابهام نیست. زیرا درضمن این‌نظریهٔ خیام اعتراف می‌کندکه پدیدهٔ شرمستند به‌آن‌اموری است‌که مجعول خداوند می‌باشد. اگرچه این مجعولیت مستقیم نیست.

همچنین استدلال خیام دایر برنسبی شمردن شرور درجهان سطحی است، زیرا خلاف منطق،کم‌وزیاد ندارد. اگرنسبت دادن شر به خداوند امکان‌پذیر باشد دیگرکم وزیاد مطرح نیست .

نکته اینجاست‌که‌آنچه به‌قیاس بینش‌کوتاه ما، شروفساد نامیده می‌شود، معلوم نیست که ازنظری بالاترعین خیرویگانه راه حل اصلاح نباشد. این تصورات ومحسوسات ماست که‌آنها را درنظرما به صورت شروبدی تصویر کرده است. باید این حقیقت را پذیرفت‌که اساس خلقت برتضاد و تزاحم است. جهان تابوده لحظه‌ای از عوامل متضاد فارغ نبوده و دمی‌را بی‌اندیشهٔ تزاحم‌نگذرانده است. زیرا این خواستهٔ آفرینش وناموس خلقت است‌که تکامل‌آدمی ازدل همین مبارزهٔ با عوامل متضاد، پدیدآید و کارآئی و ارج و اعتبارش از گـزینش صحیح راههـای‌گوناگون فزونی یابد. کسی‌که جزئیات امورعالم را درنظرگیرد شایدآرزو کندکه‌کاشکی جهان خیر محض بودی ومفاسد وناپاکی درآن وجود نداشتی. اما آنکس‌که مجموع‌عالم را یکسره وبه طورکلی‌پیش نظرآرد ملتفت می‌شودکه این چون وچرا بیهوده است وهمان نظم وترتیبی‌که وجود خیرلازمهٔآن است، وجود شررا نیزایجاب می‌کند.

دراین عالم البته شر هست، ستم هست، فقرودرد هست. اما بدون اینها نـه‌خیر ممکن بود پدیدآید نه عدل، نه ثروت ممکن بود جلوه‌کند نه لذت. ودراین میان آدمی موظف و مکلف است‌که با پیکاربا وسایل شر، عوامل‌خیررا یاوری وتقویت نماید وهیچگاه ازجدال با زشتی وناپاکی بازنیایستد وعجزویأس را به خود راه ندهد.

به هرحال نتایج‌حاصل ازین بحث مؤید این است‌که بدبینی خیام ریشهٔ فلسفی‌ندارد. وباید اساس‌آن را درمسائل دیگری جستجو کرد.

روان‌شناسان عقده‌های روانی را عامل مؤثربدبینی دانسته‌اند. این امرگرچه درمورد ابوالعلای معری وشوپنهاور صادق است لیکن درمورد خیام صدق نمی‌کند. چرا که خیام با مردم معاشرت چندانـی نداشته وبالطبع ازآنان متوقـع نبوده تا ازخـلاف توقع خود

متأثر گردد.

ازاینکه خیام خود دیوان رباعیات خویش را تدوین نکرده، پیداست که جاه طلب و مال دوست نبوده که هنررا وسیلهٔ کسب مال وشهرت قراردهد وبعد از هنر ناشناسی مردم زمانه به تنگ آمده فریاد برآورد:

«کجا روم به تجارت بدین کساد مطاع؟»

نیز دچار تنگی معیشت و فقر نبوده. بلکه برعکس از اعتبار خاصی برخوردار بوده است.

بنابراین شکوه وبدبینی اورا نمی‌توان ناشی اززندگی‌شخصی اودانست؛ باید درپی عوامل آن به اوضاع واحوال جامعه‌اش درآن روز نظرداشت وعلت را دررویدادهای‌سیاسی و اجتماعی‌آن دوره جستجو کرد. روزگارخیام روزگارغریبی‌بود. درآن روزگار دنیاآکنده از تعصب و جهالت و بیداد و خودکامگی بود. نه دردهای دردمندان را پایانی بود و نه شادخواریها و عیاشی‌های خودکامگان را فرجامی. قدرت وسیله‌ای برای مخفی‌کردن تلقی می‌شد و دین داعی برای فریب شناخته می‌آمد. امرا وحکام سلجوقی که غرق درشهوت و شقاوت بودند، برای پیشبرد اهداف مزورانهٔ خود دراستحمار خلق می‌کوشیدند ودرین راه از زر وزور وتزویر بهره می‌بردند.

مشتی دنیا پرست رذل نیزکه درکسوت عالمان دین درآمده وبه شیخ وواعظ معروف گشته بودند، خود را به ستمگران می‌فروختند ومردم را جزبه راه تسلیم راهبر نمی‌شدند. تظاهرات مذهبی با تجلیات قشری رواج داشت.

«درنیشابوربین رافضی‌ها واشعریها تعصب واختلاف خونین بود. حنفی‌ها و شافعی‌ها نیزدائم درنزاع بودند. درآن زمان مذهب اشاعره تقریباً هر نوع آزادی فکری را از بین برده بود.

فرقهٔ معتزله که تا اندازه‌یی بوی‌آزادی به دماغشان رسیده بود. درین زمان چنانکه مؤلف بیان‌الادیان می‌گوید جز در بین بعضی از فقهای عراق طرفدار نداشت وفقهای خراسان‌که ازاصحاب ابوحنیفه بودند همه تابع‌اصول اشاعره بشمارمی‌آمدند. محیط‌آلوده به تعصب وروح مذهبی‌خشك وقشری و بی‌گذشت‌آن عصررا درسیاست‌نامهٔ خواجه نظام‌ـ الملك می‌توان دید. درآنجا خواجه آشکارا تمام فرق مخالف و تمام عقایدی راکه باآراء اهل سنت مغایرت دارد به شدت می‌کوبد و با نهایت صلابت همه را متهم به کفر و بد دینی می‌کند. شدت تعصب درین دوره چندان است‌که حتی امام محمد غزالی در حدود سال پانصد هجری ازتهمت خواص وغوغای عوام ناچارمی‌شودکه از تدریس در نظامیهٔ نیشابور استعفاکند. براین امام و فقیه و زاهد عصر تهمت نهاده بودندکه درحق ابوحنیفه طعن کرده است واوناچارشد درنامه‌یی‌که به سنجرمی‌نویسد خویشتن را ازین بن‌بست تبرئه کند[۹]» و

خلاصه بیداد زمان خود را به همه چیز تحمیل کرده ورذلیت جای فضیلت را گرفته بود.

بامشاهدهٔ این اوضاع جانسوز است که خیام مأیوس وناامید می‌شد. گاهی گوشهٔ انزوا اختیار می‌کرد ودنیا را بی‌وفا وعاری ازعاطفه وعدالت می‌خواند وباخشم و کین از آن روی می‌گرداند.

بنابراین حزن واندوه او افسردگی ودلتنگی فیلسوفی بدبین نیست، بلکه غم واندوه انسانی است که دراطراف خود نشانه‌ای ازعدالت وآزادی نمی‌دید. وبرعکس مشاهده می‌کرد که بیشتر رنجها وشکنجه‌های روحی نصیب کسانی می‌شود که در راه فضیلت وآزادی وکمال گام می‌زنند.

تصور آن‌همه فریب و ریا که در ورای چهره‌های نقابدار خلیفه و سلطان و وزیر و قاضی‌وفقیه وجود داشت خاطر او راکه از جنس دیگر واز جهان دیگربود رنجه می‌داشت.

ازچندکلمه‌یی که وی درباب احوال آشفتهٔ روزگار خویش، درآغاز رسالهٔ علمی‌خود آورده‌می‌توان‌تصوری ازآلام درونی وشکنجه‌های روحی او به دست‌آورد. او عصرخویش را چنین توصیف کرده‌است:

«... از اهل علم فقط عدهٔ کمی مبتلا به هزاران رنج ومحنت باقی مانده که پیوسته دراندیشهٔ‌آنندکه غفلتهای زمان رافرصت جسته به تحقیق درعلم واستوارکردن آن بپردازند. و بیشتر عالم‌نمایان زمان ما حق را جامهٔ باطل می‌پوشند وگامی از حد خودنمایی و تظاهر به دانایی فراتر نمی‌نهند. و آنچه راهم می‌دانند جز در راه اغراض مادی پست به‌کار نمی‌برند. و اگر ببینندکه کسی درجستن حقیقت، برگزیدن راستی را وجههٔ همت خود ساخته، و در ترك دروغ و خودنمایی و مکر و حیله جهد وسعی دارد، او را خوار می‌شمرند و تمسخر می‌کنند...[۱۰]»

آری‌روزگار او روزگار فریب و ریا، بیدادگری وپستی بود. آنچنان که حتی بحث آزاد علمی را نیز دشوار می‌نمود.

پیداست‌که اندوه و رنج ناشی‌ازاین اوضاع ناهنجار متوجه متفکران‌آزاد و آگاهی چون‌خیام بوده و بردوش‌آنان سنگینی می‌کرده و برجان ایشان مستولی می‌شده است. زیرا مسؤولیت ووظیفه رابطهٔ مستقیمی بامیزان درك فکری واجتماعی شخصی دارد. اشخاصی که عمیق‌ترند وروحی برجسته وممتاز و دیدی نافذدارند بیشتر احساس مسؤولیت می‌کنند و طبعاً بیشتراز تودهٔ مردم، از ناروائیها رنج می‌برند. چنانکه می‌بینیم‌که غم‌و رنج خیام حتی به‌او مجال‌آن را نمی‌دهدکه مطابق روش غالب علما به‌کار افاده وتألیف و تصنیف‌بپردازد. آنچنان که شخصی چون بیهقی باهمه ستایشش از خیام او را بدخو وتنگ حوصله و در تألیف و تصینف‌بخیلش می‌خواند.[۱۱] غافل از اینکه در چنین شرایطی قلمی‌که در راه‌آگاهی ونجات مردم به‌کار نرود، اگرچه در راه بسط اکتشافات علمی و شرح معضلات فلسفی به

کارگرفته شود ارزشی نخواهد داشت. چراکه علم برای علم از مؤثرترین عوامل‌انحراف از خـودآگاهـی انسانی وخودآگاهی اجتماعی است. این‌کار تنها شیوهٔ‌کسانی است‌که می‌خواهندازمسؤولیت شانه خالی‌کنند نه‌شیوهٔ متفکرآگاهی‌که بر رسالت اجتماعی خویش به‌خوبی واقف‌است ومی‌داند که بار مسؤولیتی به بزرگـی همه‌آسمان بر دوشش سنگینی می‌کند.

چگونه می‌توان دلخوش وسیر وسیراب در پناه ظلم‌آرمید و آب و نان ازبـرکت سکوت و استتار تأمین‌کرد وبا اشتغال به تألیف و تصنیف‌کتب علمی و فلسفی همهٔ رویدادها را نادیده‌گرفت.؟

چگونه می‌توان زمام مردم را به دست گروهی شهوت‌پرست و فرومایه تسلیم داشت وخود به گوشهٔ امن وامان پناه برد و درتب وتاب آزادگی خود را به بی‌مایگی زد؟نادیده گرفتن این نکات است‌که خیام را در نظرکوتـه نظران، بخیل و تنگ چشم نموده است.

آنان‌که مو را می‌بینند از پیچش مو بی‌خبرند. ورنـه همین حکیم عالیقدر در مقدمهٔ رسالهٔ علمی دیگر خود از تنگ چشمی وخودبینی، ابراز نفرت‌کرده و مطالبی آورده کـه سعهٔ صدر و مقام بلند او را در تعلیم علم نشان می‌دهد.[۱۲] بنابـراین نمی‌توان برچنین کسی تهمت نهاد که در تعلیم وافاضهٔ دانسته‌های خود بخیل بوده است. اگرزمانه بـه او مجال تعلیم وافاده نمی‌داده است‌گناه اوچیست؟

متفکرانی مانند بودا، رازی ومعری همچون خیام از اوضاع و احوال اجتماعـی و سیاسی زمان خود آزرده بودند و از نادانی وشقاوتـی‌که دامنگیر تـوده خلق می‌شده رنج می‌بردند. اما نتوانستند درآگاهی ونجات آنان بکوشند و دروضع ایشان تغییر و تحولـی پدیدآرند. درصورتی‌که خیام درعین‌کراهت‌وبدبینی از زندگی می‌کوشد تاموجبات بدبینی را از میان بردارد. نگرانی عمیق ناشی از اوضاع آشفتهٔ زمانش به او اجازه نمی‌دهدکـه دست روی دست بگذارد وکـج‌روان وظالمان را گستاخترکند. بلکه برعکس از سکوت و خاموشی جهانیان درمقابل اعمال تجاوز کاران بـه شگفتی فرو می‌رودکـه اگـر جهانیان زنده‌اند و جهان به‌حرکت طبیعی خود ادامه می‌دهد، پس‌چگونه ستم‌پیشگان به پیشروی‌خود ادامه می‌دهند.[۱۳] افراد سرکش و حساس، در مواقعی‌که موانع اجتماعی هیچگونه جنبشی را اجازه نمی‌دهند وسخن از حوادث اجتماعی و امید وحرکت، مرادف‌کفر است وگناه‌و مستوجب کیفر، گاهی ناگزیر بوده‌اند به خلوت دل بخزند و پا به تعین‌ها بزنند و آدمی درون‌گرا شوند. اما خیام‌آگاهتر ازآن‌است‌که خود را به چنین وضعی تسلیم‌کند و در خود فرو رود. چراکه همهٔ فجایع وجنایات و رسوائی‌ها ومظالم ازکانون درویشان مایه می‌گیرد و از دستهای لرزان و پاهای‌گریزان.

وشیوهٔ درویشی نه‌تنها شیوهٔ مردمی‌نیست بلکه موجب‌گستاخی ستمگران است. به‌این

جهت است که به درویشان وصوفیان رویخوش نشان نمی‌دهد و ازآنان سخت بیزاری می‌جوید. به‌طوری که حتی هشتاد سال پس‌ازمرگش نیز درمیان صوفیان به عنوان آزاداندیش وقانون شکن و بدعت‌گزار مشهور بوده وعطار در الهی‌نامه خود اززبان دانندهٔ ارواح او راهدف حملات شدید قرار داده است[۱۴].

خیام نه تنها گوشه‌گیری و درویشی پیشه‌نمی‌کند، بلکه علیه جامعهٔ فاسد خود عصیان می‌نماید.ونشان می‌دهد که ملاك هستی انسان اندیشیدن نیست بلکه عصیان است. می‌خواهد فلك را سقف بشکافد وباطرحی دیگر از نو فلکی‌دیگر به‌کام آزادگان بیافریند.[۱۵]

او برای تحقق بخشیدن به‌آرمان خود جهد می‌کند. ازآگاهانیدن مردم خواب زده ومغفول شروع می‌کند. زیرا نخست باید عوامل بدبختی را شناخت و سپس دررفع آنها کوشید. این است که می‌کوشد تا نقاب تقدس و ریا را از چهره کریه وزشت زهد فروشان فریبکار بردارد و با شلیك طنزوکنایه‌آنان را در انظار رسوا کند. آنان که جلوه در محراب ومنبر می‌نمودنداما چون به‌خلوت می‌رفتندآن‌کار دیگر می‌کردند. گروهی که بانداشتن‌دانش مدعی‌آن بودند وبا نداشتن‌تقوا دم از پرهیزگاری می‌زدند . به جای اصلاح نفس‌به‌اصلاح دیگران‌برمی‌خاستند ومردمان را به دروغ وتزویر گمراه می‌نمودند. باشیوه‌ای‌آمیخته به طنز وکنایه می‌گویدکه‌زنان روسپی ازعابدان دروغی بهترند زیرا لااقل حساب‌آنان پیش‌خاص و عام معلومست و ظاهر وباطنشان یکی است. درصورتیکه ریاکاران متظاهر را ظاهر غیر از باطن است‌وآنچه می‌نمایند نیستند[۱۶].

خیام به موازات حمله و انتقاد از شیوخ ریاکار، اشخاص بی‌دانش و بی‌اراده را نیز که‌اسیران‌غرایزند وهرآوازدهنده‌ای راکه غرایز حیوانی‌آنان رابرانگیزد پاسخ‌می‌گویند و از او پیروی می‌کنند، با زهرخند حکیمانه‌ای تمسخر می‌کند واز عقاید خرافی‌آنان به شگفتی فرومی‌رود.

نیز برای پیشبرد اهداف خود نیروهائی را به استخدام می‌گیرد. چنانکه گروهی از محققان از رابطهٔ او باحسن صباح رئیس فرقه حشاشین (اسماعیلیان) سخن‌گفته‌اند که خود مردی‌بودکه علیه خداوندان زر و زور و تزویر وارد مبارزه شده بود.

یان ریپکا با اشاره به‌این موضوع خیام را مغز متفکر اسماعیلیان نامیده و نوشته‌است که «اوضاع اجتماعی ایران آن روز استوارتر ازآن بود که طبقه‌ای که مغز متفکرش در حقیقت‌خیام بود بتواند هوای‌ایفای یك نقش انقلابی در سر بپروراند، طبقه‌ای‌که وی‌بدانها متکی بود نمی‌توانست دربرابر فئودالیسم منشأ اثری باشد. فشارهای سیاسی و دسیسه‌های مداوم نیز مزید برعلت‌بود.[۱۷]»

تاریخ ازعکس‌العمل خیام در برابرشکست نقشه‌هایش سخنی نمی‌گوید. اماپاره‌ای از اشعار او را باید بازتاب روحی خیام از این ناکامیها شمرد.

اوچون نقشه‌هایش‌را برای دگرگونی وضع توده‌های دربندکشیده نقش برآب‌می بیند، این تصور در او پیدا می‌شودکه درین روزگار تیره ومه‌گرفته‌ای‌که همه چیز درجو تجاوز وتعدی غـوطه می‌خورد و نبرد با بیدادگری پوچ وعبث می‌نماید. گوئی هیچ عـدالت و عاطفه‌ای درکار نیست. وتقدیر چنین است‌که زورمندان بر بیچارگان حکومت کنند.

دنیا یك‌دستگاه خودکار است‌که کار خودش را انجام مـی‌دهد وهیچ ارادهٔ برتر و نیروی فایقی‌هم برآن‌نظارت ندارد و«مالعبتگانیم وفلك لعبت‌باز[۱۸]»

اما نه! چنین نیست. نباید عدم توانائی وکارائی خود را به فلك حواله‌کرده و او را مقصر تیره روزی خود بدانیم چراکه‌آدمی می‌تواند تابع چرخ و گردش ایـام نباشد. و اگر تو چرخ راعلت بیچارگی خود می‌دانی ازین حقیقت غافلی‌که «چرخ ازتو هزاربار بیچاره‌تر است.»

وانگهی اگرهمین‌اندیشهٔ عبث بودن تلاشها درمبارزه بالشگرظلم‌که کـران‌تابه‌کران جهان راگرفته‌اند، براذهان عوام راه یابد، آیا نومیدی ویأس ناشی ازآن همه آنان را بـه بن‌بست نخواهدکشید؟ وآیا این یأس ونومیدی همه نیروهایشان را فلج نخواهدکرد؟

مگرنه این است که همین اندیشه ازسوی فلاسفهٔ خود فروخته و افراد ضعیف‌النفس تعلیم می‌شود؟. پس‌نباید میدان راخالی‌کرد ودست روی دست‌گذاشت.

اینجاست که‌خیام دست به‌مبارزهٔ‌منفی می‌زندکه‌درعصرخود، مثبت‌ترین مبارزات‌است. او بادمی‌گرم مردم را به استقامت و پایداری می‌خواند و بوی فرح‌بخش امید را به مشام ایشان می‌رساند.

حال‌که‌روزگار بروفق مراد مانمی‌چرخد. نباید دست‌روی دست گذاشت، بلکه باید با استقامت‌وسرسختی بامشکلات مواجه‌شد و در مقابل تند باد حوادث ایستادگی کرد. زیرا بنای ظلم هر قدر هم استوار باشد باز در مقابل سرسختی و مبارزهٔ بی‌امان بر سرظالمان خراب خواهد شد و این جبر تاریخ است. پس‌نباید فرصت را به غفلت ازدست داد. بایـد غم‌گذشته وتشویش آینده را به‌کنار گذاشت و قدر و قیمت حال را دانست‌که در لحظاتی چند حال نیز درکام‌گذشته فرو خواهد رفت.

کسانی‌که خیام را جبری مذهب معرفی‌کرده‌اند[۱۹] سخت دراشتباهند. چه، کسی‌که به مذهب جبر معتقد باشد هرگز اینگونه سخن نمی‌گوید. وانگهی خیام در سخن خود درباره طرح‌ریزی مجدد فلك، به‌صورت انسان آزاد وآرمان‌خواهی جلوه می‌کندکه می‌کوشد تـا واقعیت را درجهت حقیقت تغییر دهد. وآرمان‌خواهی بزرگترین عامل حرکت وتکامل‌آدمی است و او را وامی‌داردکه هرگز در حصار محدود و ثابت واقعیات موجود در طبیعت و در زندگی توقف نکند؛ وهمین نیروست که او را همواره به تفکر وتعقل وحق‌یابی و ابتکـار واکتشاف مادی‌ومعنوی وا می‌دارد.

به علاوه بنای فلسفهٔ خیام دایر به‌اغتنام فرصت، بر روی نظریهٔ اختیارگذاشته شده و قسمت عمدهٔ رباعیات او دراطراف همین فلسفه دور می‌زند. درست است که جبر علی یا وجوب ترتب معلول برعلت مورد قبول خیام است و در رباعیات او نیز به همین نکته اشاره شده است که «برلوح نشان بودنیها بوده است». اما او معتقد است که تنها آدمی است که‌در سلسلهٔ علیت که‌جهان‌طبیعت وتاریخ و جامعه را تابع خودکرده است به‌عنوان یك«علت‌اولیه» و مستقل وارد می‌شود وعمل‌می‌نماید. و درین تسلسل جبری دخالت می‌ورزد.

از سوی دیگر مسؤولیت و تکلیف آدمی درصورتی است که وی در انجام کارهایش مختار باشد. وخیام با تکیه به‌این اصل در رسالهٔ فی‌الکون‌والتکلیف خود، وظیفه وتکلیف آدمیان را درقبال خدا روشن‌کرده است. او با اعتقاد به خدا و روزبازپسین تأکید می‌کند که درین جهان تنها انسان است که با دوری جستن از آلایش وپستی می‌تواند به خدا تقرب جوید.

بدیهی است که درین صورت نیاز به‌راهنما دارد. وخیام نیز ازین حقیقت غافل‌نبود، بلکه تأکیدکرده است که وقتی قرار است که آدمیان خود را بسازند باید راهنما ورهبری باشدکه آنان را از ظلم و برتری جوئی برحذر داشته، تعاون وتعاضدرا بین ایشان ترویج نماید. وچنین‌کسی که بایستی‌ازحب وبغض و شهوت وشقاوت برکنار باشد،کسی جزپیامبر وفرستادهٔ خدا نمی‌تواند باشد*[۲۰].

خیام همچنین دررباعیاتش لزوم‌کوشش وتلاش را برای آدمیان خاطرنشان‌کرده‌است. او دشمن خمودگی وغفلت‌است وبه‌طور وسیعی اغتنام دم وجنب وجوش را توصیه‌کرده‌است. نباید غم‌گذشته را خورد و ازآینده نیز نباید هراسی بدل راه داد. چه گذشته‌ای‌که به جز یادگاردرهم پیچیده‌ای‌بیش نیست‌وآینده‌ای که‌هنوزنیامده وناپیداست، در واقع دوعدم‌است. وایام عمرکه به‌این دو عدم محدود است دمی‌بیش نیست، دمی‌که به یك چشم برهم زدن در گذشته فرو می‌رود. باید دم‌گذران را غنیمت شمرد وآن را به غفلت ازکف نداد[۲۱].

باید متوجه بودکه هدف خیام‌ازاغتنام دم،مفهوم پست وسطحی‌آن نیست.که درقاموس جامعه‌های منحط وافرادکوته نظر وکوته‌فکر رایج و ساری است. بلکه هدف وی کوشش درکسب معارف وتزکیهٔ نفس است. تا بدان وسیله در رود بزرگ و روان آنات میرنده و گذرا، جاودانگی را به دست‌آورد. گذشته ازآن در رباعیات اصیل خیام اغتنام دم با اندوه مرگ توأم است واین نکته یادآور این حقیقت است که دنیا برای انسان دورانی ناپایدار است و مظاهر فریبای حیات زود به تیرگی می‌گراید ودرآنها نشانی از پایندگی‌نمی‌توان یافت. زندگی اصولا یك چیز بی‌ثبات است، یك چیز شکننده وبی‌دوام، گوئی نقشی بر آب یا شن روانست که در مسیر باد قرار گرفته است. آدمی نیز برلب بحر فناست تا چشم بهم بزند خود را درکام دریای خروشان خواهد یافت مگراز لب تا دهان بحر–تاآن دهان

ژرف تهدیدکننده چقدر فاصله است؟

آیا وضع گذشتگان نمی‌تواند موجب عبرت ما باشد؟ آیا از آنهمه شکوه و جدال قیصر وکسرا اثری بلقی مانده است؟ مگر نه‌این است‌که درخشت‌کنگرهٔ ایوان، کاسهٔ سر قیصر براستخوان زانوی انوشیروان تکیه‌کرده وآرمیده است؟

قیصر پرصولت، پس ازآن‌که مرد و خاك شد با خاك او سوراخی را بستند، تا باد به‌درون‌نوزد، وآن وجود پرنخوت وغروری که روزی مایهٔوحشت‌جهانی بود. وصلهٔدیواری شدکه راه بر سوز زمستانی بگیرد.

مگر نه‌این است‌که بوستان در نگاهی‌عمیق‌تر مزار عزیزان در گذشته است. نرگس، چشم دوست، بنفشه، زلف نگار و سرو، قامت محبوب از دست رفته؟

نه‌آیا مرگ ناموس ثابتی است‌که برحیات ما آدمیان رقم زده شده و ما راگریزی ازآن نیست؟ مگر نه‌این است‌که عاقبت خانهٔ ما وادی خاموشان است و با درهم‌پیچیده‌شدن طومار حیات «با هفت‌هزار سالگان همسفریم».؟ پس اینك که زنده‌ایم بیا خیزیم و «این‌یك دم‌عمررا غنیمت‌شمریم»[۲۲] وبا تلاش وغلغله‌افکندن درافلاك، وجود خود را ثابت‌کنیم. چرا که سستی وخمودگی مردن قبل از موعد است. باید به جنگ مرگ رفت زیراآنگاه که‌این جنگ وستیز پایان یابد بلافاصله مرگ حکمفرما می‌شود.

چنانکه دیده می‌شود توأم بودن اغتنام دم‌با یادمرگ در رباعیات اصیل خیام صورتی دیالکتیکی داردکه ازآن نتیجه‌ای نو وپویا به‌دست می‌آید. چه یاد مرگ است‌که‌به‌لحظات زنده‌ارزشی بی‌پایان می‌دهد و پیش‌کشیدن این دوضد یعنی مرگ و زندگی است‌که آدمی را به‌تحرك وپویائی وامی‌دارد. وزندگی یکنواخت‌راکه موجب ملال است درهم‌می‌شکند. یاد مرگ بیدارکنندهٔ انسان و درصورت تأثیر واژگون‌کنندهٔ مقصد و مسیر اوست. او را ازچسبندگی به دنیا بازمی‌دارد و به ابدیت وآخرت متوجه‌اش می‌کند. تازندگی‌را جدی‌تلقی کرده و با احساس مسؤولیت درطریق هدفی عالی گام بردارد.

با مواجه شدن با مرگ بدین صورت که هرآن ممکن‌الوقوع است، آدمی از متن زندگی یکنواخت روزمره بیرون‌کشیده می‌شود و به خویشتن خویش باز می‌گردد. و برای عمل و ابراز وجود از وسواس و دودلیهای ناشی از تعلق زیاد به‌دنیا نجات می‌یابد. واین ازنتایجی است‌که یاسپرس فیلسوف اگزیستانسیالیست نیز از سالها پس ازخیام به‌اهمیت‌آن پی‌برده و در فلسفه خویش مطرح‌کرده است.[۲۳]

نیز اغتنام دم و وقوف برلحظات حاضر و زنده از مهمترین نتایج علمی خیام است. آدمی با مغتنم‌شمردن لحظات میرنده وکوشش درکمال انسانی است‌که زندهٔ جاوید می‌گردد و دوامش‌برجریدهٔ عالم ثبت می‌شود. بنابراین علی‌رغم تصورکوته‌نظران،جهان‌بینی خیام ساکن نیست. بلکه پویا و متحرك است. و بدبینی او نیزکه از آگاهی مایه‌گرفته

است طلیعهٔ روشنائی وامید است. درنظرخیام زندگی با همهٔ درد و رنج و سفاهتی که درآن است زیباست وعاقل کسی است که قدر و بهای آن را بداند. لزومی ندارد که آدمی از مواهب حیات دست شوید واز زیبائیهای آن بهره برداری نکند اما زندگی تنها هنگامی زیبا و دوست داشتنی است که با هدف وایمان توأم باشد. اما تنها به گذران بی‌هدف آن چنگ زدن، مورد علاقهٔ خیام نیست.

زیرا در لجن گذران عمر فرو نمی‌رود و با ابتذال آن نمی‌سازد. چراکه سازش با این واقعیات و تعلق خاطر به آنها هرهدف والای دست نیافتنی را فروهشتن و از وسوسه‌های اندیشهٔ دورنگر فارغ شدن، روح را تامغاک همین گذران دست وپا گیرچسبناك فرودآوردن است. ودیگرجزاینها اندیشه وغم دیگری نمی‌ماند وخیام مردآنسوی است که درتنگنای ابتذال نمی گنجد چه باك از آنکه برخی از شرقیان که با کاریکاتوری از فرهنك غربی آشنائی مختصری پیدا کرده‌اند، بی آنکه اندیشهٔ خیام ودلهرهٔ اورا دریابند، وی رابه‌سستی وخمودگی متهم ساخته‌اند.

چه باك اگرشخصی مثل رنان[۲۴] برپایهٔ ترجمهٔ آزاد چند رباعی خیام، وی را مردی دائم‌الخمر وکلبی‌صفت ونیهیلیست می‌شمارد. باریکی وعمق اندیشهٔ او را تمیز نداده است.

«این خلاصه‌ای از فلسفهٔ خیام است. چنانچه می بینیم نمی‌توان خیام را پیرو مکتب فلسفی خاصی دانست. امروزه بعضی‌ها سعی می کنند این حکیم را به یك جنبش فلسفی که در قرن اخیر به‌وجود آمده‌وچند سالی است که باب روز شده‌است پیوند دهند. مسلماً این پیشکسوت پاسکال وکی‌یرکه گارد[۲۵] را که هشت‌قرن پیش ازهوسرل[۲۶] می‌زیسته، می‌توان و باید پایه‌گذار بحث وجود ازنظر پدیدارشناسی[۲۷] شمرد، با اینهمه باید گفت که در فلسفهٔ خیام چیزهایی بیشتر ازآنچه که دراگزیستانسیالیسم می‌توان سراغ گرفت وجود دارد. زیرا این فیلسوف که درآغاز دلش سرشار از دلهره بود، در پایان روش فلسفی خود، به آرامش وحال خوشی که ویژهٔ خدایان المپ‌نشین است رسید، حالی که متفکران اگزیستانسیالیست کمتر به‌آن دست یافته‌اند.

بنابراین شناساندن این حکیم با یك فرمول، سخت ناخوشایند است. به آنان که درصدد این کار برآیند گوئی حکیم خود، در یکی از رباعیاتش پاسخ داده‌است که «ایزد داند گل مرا از چه سرشت[۲۸]».

شك

شك وحیرت زائیده اندیشهٔ است وآگاهی.

کدام متفکر هشیاری است که با مشاهدهٔ جلال وجبروت جهان، عظمت لایتناهی، وسعت وکثرت کائنات و اسراری که یکی پس‌از ازدیگری در مقابل دیدگان حیرت زدهٔ

آدمی، قرار می‌گیرند به‌شگفتی واعجاب وبهت وحیرت دچار نشود وگهگاه به فلسفهٔ هستی وبه‌آنچه ورای این زندگی است نیندیشد؟

انسان به میزانی که روحش اوج می‌گرد و با بال و پر اندیشه در عرصه بی‌کران سپهر، پـرمی‌گشاید و مسیر کائنات وکاروان تکامل بشری را از نظر می‌گذارند، بـاآنکه زسرحدعدم تا بهاقلیم وجود این‌همه راه‌آمده، هنوز هـم افقهای دور دست و اعجاب انگیز در برابرش ناشناخته مانده است، مبهوت ومتحیرمی‌شود و به عقل و دانش به نظر سؤظن و تـردید می‌نگرد، اما ره سپردن در این طرین‌کار هرکس نیست، روشنگری انـدیشه‌ها و اعتقادهای دیگران و قضاوت دربارهٔ آنان و از سربازکـردن اعتقاداتشان فکری وسیع و اندیشه‌ای ژرف می‌خواهد و تنها درحوزهٔ اندیشه و احساس مردانی است‌که به قول نیچه می‌خواهند از خود فراتر روند ودر صدد زیستن درخطرها و طوفانها هستند.

آن کوته نظران‌کوتاه اندیشی‌که پرش فکریشان از نوك دماغشان فراتر نمی‌رود و جهان را هرج ومرج و جریان امور را برحسب تصادف و اتفاق می‌دانند، یا تصورشان از خلقت، ازظاهر عبارات سفرتکوین مأخوذ است، نمی‌توانند در این راه طی‌طریق‌کنند. چرا کـه فکـرشان آسوده است واحتمال‌کمترین نیازی وتصور لحظه شکی در وجـودشان راه ندارد. بنا براین علی‌رغم‌تصور قشریان ومعاندان، عظمت خیام درهمین شك اوست و درحیرت او درعلم به اینکه می‌داندکه نمی‌داند. اما این شك وحیرت وجستجوی حقیقت نه‌تنها بادین و ایمان مغایرت ومنافات ندارد بلکه جز این جستجو چیزی درخور دینداری و خداشناسی نیست. بگذریم ازکوتاه نظران‌مغرضی‌که‌با شك سوفسطائی می‌خواهند وجود واجب‌الوجود را نفی‌کنند و جهانی راکه از نظم وترتیب ریاضی ومنطقی دقیقی برخوردار است ، معلول تصادف و اتفاق جلوه دهند. اینان افکارشان سست است و درنظر اهل خرد غیر قابل اعتنا. به‌هرحال شك خیام شك در وجود خدا یا عصیان در مقابل مذهب خاصی‌نیست، بلکه شك‌در زاده‌های فکری اصحاب فضل وآداب است و در باره حقیقت ومعرفت.

آن عطش سوزان وکنجکاوی شدیدی که در نهاد خیام ملتهب بود اورا به تکاپو و جستجو در فلسفه هستی وراز دهر ودرباب معرفت و حقیقت وا داشته بود.

آسمان نیلگون، با ستارگان بیشمار در پهنه بیکران سپهر چشمانش را خیره‌می‌کـرد وکهکشانهای اعجاب انگیز در کیهانهای دور جانش را برمی‌انگیخت و تخیل و تفکر فرو می‌بردکه «سرگردانی‌این اجرام برای چیست ومدبر آنها کیست؟»

آفرینش جهان چگونه صورت‌گرفته است و «چون‌دهر وجود آمده بیرون‌زنهفت؟[۲۰]» به حیات ناپایدارآدمی می‌اندیشیدکه از لحظهٔ تولد تادم مـرگ لمحه‌ای از ابدیت است گوئی دراقیانوس عظیمی‌که‌بدایت ونهایت‌آن ناپیداست، درلمحه‌ای آدمی سراز موج‌به‌در کرده، لحظه‌ای چندبردامن امواج می‌لغزد، ناچار درنقطهٔ دیگری، سربه زیرموج می‌کند و

درآغوش نامتناهی پنهان می‌شود پس حاصل ازین حیات نـاپایدار چیست و «این آمدن از کجا ورفتن به‌کجاست؟[۳۱]»

چرا حیات آدمیان دراین جهان محدود است وبه‌مرگ پایان می‌پذیرد؟

اگر بناست‌که منی‌که زیورهستی یافته‌ام پس از اینهمه تلاش وکوشش سرانجام از دنیا وآنچه بدان تعلق دارد دست شویم وبه‌کام سرد وتـاریك‌گور روم پس علت این هستی چیست و «نقاش ازل بهرچه‌آراست مرا؟[۳۲]»

آیا هدف ازآفرینش انسان شناخت آفریدگار است وبدان‌سبب خلق شده تا مدارج کمال‌را بپیماید وخدا رابشناسد و به اواتصال بیابد؟ بدیهی است‌که با این معلومات ناقص ونارسا نمی‌توان لاف ازمعرفت خدا زد.

پیرنیشابور پس از تأمل فراوان درمعمای دهر سرانجام به‌ناچیزی تصورات ومشاعر خویش‌درشناخت‌این فضای بیکران وپرتلاطم اعتراف‌کرده ودربرابر قدرت نامتناهی یزدان، حیرت زده وسرگشته ازتفحص وجستجو باز ایستاده وازنارسایی عقل بشر در راه بـی‌پایان حقیقت چنین پرده برداشته‌است: عقل‌آدمی درگشودن معمای دهر ناتوان وبی‌کفایت است و قادر نیست راهی پیش‌پای اوبگذاردکه محدود است. ودراین‌صورت این‌عقل سرگشته‌از سیر دراشیاء چه چیزی را می‌خواهد کشف‌کند یا اثبات؟

بنابراین راز دهر با توسل به عقل فلسفی‌گشودنی نیست وکس نگشود ونگشاید بـه حکمت این‌معما را. حتی اصحاب فضل و آداب‌که به تفحص و تجسس حقیقت پرداختند از حصول معرفت بدان عاجز ماندند و «ره زین شب تاریك‌نبردند برون[۳۳]» و این‌گرهٔ کـور رانگشودند. گوئی مقدرست‌که این راز برای همیشه از نظرآدمی پوشیده بماند. زائیده‌های فکری اصحاب فضل نیز پندار وخیالی بیش نیست، پنداری‌که نه تنها انسان را به سرمنزل مقصود راهبرنمی‌شود، بلکه او را در حیرتکدهٔ حـرمان وناامیدی رها می‌سازد. زیرا ایـن جماعت نه‌فقط عقده‌ای از کـارجهان نگشودند بلکه‌گرهی چند نیز بـرآن تـار افزودند. وانگهی ترکیب‌کردن یا متحد نمودن نظریات‌آکنده ازتعارض وتناقض آنان امـری محال می‌نماید. زیراهرآنچه‌فیلسوفی بیان‌کرده ، فیلسوف دیگری‌آن رانقض نموده است. و آنچه این‌یکی بافته‌آن دیگری پنبه‌کرده است.

حتی‌درمیدان بحث‌علمی‌هم اصل واحدی موردقبول‌همهٔ علما نیست. باظهورنظریه‌های جدید ضربات سهمگینی بر پیکر نظریات متداول وارد می‌شود و این طلوع و زوال‌نظریه‌ها چنان سریع است‌که به مرور عقل احساس خستگی می‌کندوازفرط یأس به‌کاهلی‌می‌گراید. اگرحقیقت یکی است، پس‌این‌چشم‌اندازهای‌گونه‌گون و این‌نظریات مختلف و متناقض از کجاسرچشمه‌گـرفته است. مگرنه این است‌که مشاهدات آدمی به‌کمك اندیشه و بـه یاری حواس‌پنجگانهٔ اوصورت می‌گیرد؟ حواس پنجگانه که درهمه‌آدمیان یکسان است. پس چرا

نظریات آنان دربارهٔ حقیقت واحد، گونه گونه است؟

خیام با پاسخ دادن به‌این سئوال به یکی از کشفیات بزرگ فلسفی نائل آمده‌است. کشفی کـه قرنها پس از وی توسط لاك فیلسوف انگلیسی عنوان شد و به‌وسیله هیوم تعمیم و گسترش یافت.[۳۴]

آری خیام پس از پـژوهشها ومجاهدات فلسفی خود متوجه شدکـه سرچشمهٔ این‌همه آراء وعقاید مختلف وگونه‌گون ذهن آدمی است.

ذهن است‌که تصویر حقیقت را منعکس می‌کند ودر امر علم به‌کلی منفعل است. اما همین‌ذهن طرح‌انگیز درهمهٔ‌آدمیان یکسان عمل نمی‌کند. بلکه رنگ اندیشهٔ‌آنان را به صور ذهنیشان می‌زند. به‌همین‌دلیل است که تصاویری‌که از حقیقت اشیاء در ذهن اشخاص‌مختلف نقش‌می‌بندد، یکسان نیست‌وباهم اختلاف دارد. پس پندارهای ما از حقیقت اشیاء محصول تجربیات و محسوسات ذهنی ماست و «گردون، نگری زچشم فرسودهٔ ماست».

نکته اینجاست‌که این‌نقش‌ها و تصاویری‌که در ذهن ما متصورند نه‌تنها حقیقت اشیاء را نمایان نمی‌سازند. بلکه اشیاء را آنچنانکه بایدنشان نمی‌دهند.

بنابراین آنچه ذهن واندیشهٔ‌آدمی از کار جهان درمی‌یابد حقیقت نیست،سایهٔ حقیقت است . امـا همین سایهٔ بی‌ثبات است که علمای ظاهـر آن را اصل حقیقت و لب معرفت می‌شمرند ودر بارهٔ آن هیچ‌شك به خاطرراه نمی‌دهند وآنچه را که فکرکوتاه وعقل‌نارسای آنـان می‌پسندد از ساده دلی‌می‌پذیرند و معتبر می‌گیرند. در صورتیکه بـا توجه به‌عظمت حقیقت نباید به صور حـاصل در ذهن اعتمادکرد بلکه بـاید علی‌الدوام آنها را بـه محك واقعیات خارجی زد تا تکامل اندیشه‌های ذهنی و انطباق‌آن با واقعیت رو به افزایش رود. پس این‌همه مناقشات ومباحثات پیرامون حدوث وقدم عالم عبث و بیهوده‌است. گیرم‌که همهٔ دلایل طرفین مستند به اصول ضروری و اولی باشد. آیا هیچ‌وقت امکان واحتمال اثبات‌آن به‌تجربه خواهد بود؟ البته خیرپس چگونه می‌توان به اعتبارآنها اعتمادکرد؟ و«تاکی زقدیم ومحدث ای مرد حکیم».

اما شناخت خدا ومفاهیم غیبی از قلمرو عقل خارج است. چراکه عقل محدودآدمی را توان جهش به قلهٔ رفیع امور غیبی نیست وآنجا که می‌خواهد از حصارهای خودبیرون تازد و تاری راکه به‌دورش تنیده شده پاره‌کند وبه اسرارآن سوی ماده ومحسوس دست‌یازد از سرجهل به‌افسانه‌گوئی می‌پردازد. واین فلاسفهٔ‌کم‌توان‌که می‌خواهند تراوشهای‌شیارهای مغزی خود را آنقدرگسترش دهندکه حقایق غیبی را دریابند سخت در اشتباهند و ترازوی ناتوان و لرزان خرد هرگز به سنجش حقایق فوق مادی راه نیابد وپای چوبین استدلالیان چنان بی‌تمکین است‌که گامی دراین راه بی‌پایان برندارد. دراینجا چیزی والاتـر از عقل فلسفی و منطق صوری لازم است. باید راز معرفت را در آنسوی عقـل ومنطق جستـ در

قلمرو قلب که سروکارش با کشف و شهودست نه با تجربه و برهان.

آری در ورای حجاب امور دنیویه چیز دیگری هست. مانند نوری لرزان وغیرواضح که در لحظات و احوال اشراق، روشن وهویدا می‌گردد وهم اوست که آنچه را شایستهٔ نام معرفت حقیقی است افاده می‌کند. و این راهی است که صوفیه معرفت خویش را از آن می‌جویند.

این درست است که از راه عقل به‌یقین نمی‌توان رسید. اما یقین هم بیرون ازدسترس انسان نیست ومی‌توان از طریقهٔ صوفیه بدان رسید ــ از راه مکاشفات قلبی. زیرا «ایشان به فکر و اندیشه طلب معرفت نکردند. بلکه به تصفیهٔ باطن و تهذیب اخلاق، نفس ناطقه را ازکدورت طبیعت و هیئت‌بدنی منیر کردند، چون‌آن جوهرصاف گشت و درمقابلهٔ ملکوت افتاد، صورتهای‌آن به حقیقت درآن جایگاه پیدا شود، بی‌شك و شبهتی. این طریقه از همه بهتر است، چه معلوم بنده است که هیچ‌کمالی بهتر از حضرت خداوند نیست وآن جایگاه منع‌وحجاب نیست به‌کس. هرآنچه آدمی را هست از جهت کدورت طبیعت باشد. چه‌اگر حجب زایل شود و حایل ومانع دورگردد حقایق چیزها چنانك باشد، ظاهر معلوم شود. و سیدکاینات بدین اشارت کرده است و گفته: ان‌لربکم فی‌ایام دهرکم نفحات الا فتعرضوالها...[۳۵]» اینجاست که اندیشه‌های خیام و پاسکال با هم تلاقی می‌کنند زیراپاسکال نیزاقامهٔ برهان عقلی‌را برای وجود خدا تلاش بیهوده‌ای‌می‌داند ومعتقد است که تنها از راه مکاشفات قلبی می‌توان به وجود خدا پی برد[۳۶].

زیرنویسها

۱ـ زمخشری در کتاب الزاجر للصغار عن معارضة الکبار پس ازشرح ملاقات خود با خیام، وسئوال خیام ازاو وجواب او به خیام، چنین نوشته است: «... فعد ینشد فـی المجالس الفریدی عینیة ابی العلاء :

نبی من الغربان لیس علی شرع　　　یخبرنا ان الشغوب الی صدع...»

(← بدیع‌الزمان فروزانفر «قدیمترین اطلاع اززندگانی خیام» مجموعهٔ مقالات و اشعار استاد بدیع‌الزمان فروزانفر تهران ۱۳۵۱ ه.ش، ص ۲۶۷)

۲ـ ابن‌اثیر، الکامل فی تاریخ، بیروت ۱۳۸۶ ه.ق، ج ۱۰ ص ۹۸

۳ـ ابن القفطی، تاریخ الحکماء ، چاپ بغداد ص ۲۴۴

۴ـ نظامی عـروضی، چهار مقاله به اهتمام دکتر محمد معین تهران ۱۳۴۸ ه. ش،ص ۱۰۰ـ۱۰۱

۵ـ علی بن‌زید بیهقی به‌نقل ازامام محمدبغدادی واپسین‌دم زندگی‌خیام‌را چنین‌تشریح کرده است:«حکیم الهیات‌شفا را مطالعه می کردوچون به‌فصل واحد وکثیر رسید، خلالی‌میان کتاب گذاشت وگفت نمازجماعت را بخوان تا وصیت‌کنم. چون اصحاب گردآمدند، وصیت‌کرد وبه نماز برخاست. دیگر چیزی نخورد و نیاشامید تا نماز شام بگزاشت. به سجده رفت و گفت:

اللهم انی عرفتك علی مبلغ امکانی فاغفرلی فان معرفتی ایاك وسیلتی الیك. وجان به جان آفرین تسلیم کرد.

(← بیهقی، تتمهٔ صوان الحکمة چاپ لاهور۱۳۵۱ ه. ق ص ۱۱۶ـ۱۱۷)

۶ـ هذا جناه ابی علی　　　وما جنیت علی احد

۷ـ علی دشتی، دمی باخیام، تهران ۱۳۴۸ ص ۵۶

۸ـ محمد تقی جعفری، جبر واختیار قم ۱۳۵۲ ص ۲۶۷

۹ـ عبدالحسین زرین‌کوب «خیام، پیر نیشابور»
با کاروان حله، تهران ۱۳۵۵

۱۰ـ غلامحسین مصاحب، حکیم عمرخیام به عنوان عالم جبر،
تهران ۱۳۳۹ ه.ش،ص ۱۷۶

۱۱ـ «... له ضنة بالتصنیف والتعلیم...»
(← بیهقی: پیشین ص ۱۱۲)

۱۲ـ مصاحب: پیشین ص ۲۶۲

۱۳ـ برداشتی ازاشعار عربی خیام است‌که به‌شرح زیر درکتاب اتمام التتمه آمده است:

أظلت ریاح الطارقات الرواکدا — او انطبقت منهـا الجفون الروافدا
تملت الافـلاك اورث دورهـا — قصرن حیازی قد ظللن المراشدا
کان نجوم السایـرات تـوقفت — عن السیر حتی ما بلغن المقاصدا
ففی قلب بهـرام وجب وروعـة — وکیوان اعشی لیس یرعی المراصدا
لذاك تمادت دولة الترك و انبرت — بنوالترك تبغون السماء مصاعـدا

۱۴ـ در الهی نامهٔ عطار چنین آمده است:

یکـی دانندهٔ معروف بـودی — که ارواحش همه مکشوف‌بودی
دمی گر بر سر گوری رسیدی — درآن‌گورآنچه می‌رفتی بدیدی
بزرگی امتحانی کـرد خردش — بخاك عمر خیام بـردش
بدو گفتا چه می‌بینی درین خاك — مرا آگـه کن ای دانندهٔ پاك
جوابش داد آن مرد گرامـی — که این مردی‌است اندرناتمامی
بدان درگه که روی‌آورده بوده‌است — مگردعوی‌دانش‌کرده بوده است
کنون چون‌گشت جهل خود عیانش — عرق می‌ریزد از تشویر جانش
میان خجلت وتشویر مانده است — وزان تشویردرتقصیرمانده است.

۱۵ـ گر بر فلکم دست بدی چون یزدان
بـرداشمی چنین فـلك را ز میان
از نو فلك دگـر چنان ساختمی
کازاده بـه‌کام دل رسیدی آسان

۱۶ـ شیخی بـه زن فاحشه گفتا مستی
هر دم تو به دام دگـری پا بستی
گفتا: شیخا هر آنچه گوئی هستم
اما تو چنانکه می‌نمایـی هستی؟!

۱۷ــ یان ریپکا، تاریخ ادبیات ایران، ترجمهٔ عیسی شهابی
تهران.۱۳۵۰ ه.ش ص ۳۶۶
مقایسه شود با:

J. Rypka, *History of Iranian Lit.*,
English translation by P. Van Popta-Hope Holland 1968 p. 193.

۱۸ــ ما لعبتکانیم و فلك لعبت بـاز	آورد و چو رفتیم، نیاوردی باز
یك‌چند، دراین بساط بازی کردیم	رفتیم به‌صندوق عدم یك‌یك باز

۱۹ــ کسانی که خیام را جبری مذهب دانسته‌اند، استنادشان برچندرباعــی مبتذل منسوب به اوست ازآن جمله رباعی زیر:

من می‌خورم و هرکه چو من اهل بود	مــی خوردن من به نــزد او سهل بود
می خوردن من حق ز ازل مــی‌دانست	گر مــی نخورم علم خدا جهل بود

محققان درعدم اصالت این‌گونه رباعیات تحقیق وافی کرده‌اند وگذشته ازآن رباعی اخیر را حمدالله مستوفــی در تاریخ گزیده به سراج قمری نسبت داده است. آنچه شایان توجه است، این‌است‌که عزالدین کرجی به‌سراینده این رباعی جوابی کوبنده ودرهمان قافیه داده است:

این نکته نگوید آن‌که او اهل بود	زیرا که جواب شبهه‌اش سهل بود
علــم ازلــی علت اشیاء بــودن	نزد حکما ز غایت جهل بود.

یعنی درست است‌که صفات واجب الوجود عین ذات اوست وهمه قدیم‌است وازآن جمله علم اوست‌کــه برماکان و مایکون شامل وکامل است. اما این علم به چگونه شدن انسان، علت چگونه شدن انسان نیست و علت چگونه شدن انسان خود انسان است.

یــاسپرس (K. Jaspers) فیلسوف اگریستانسیالیست نیر که بــه خدای‌آگاه و علیم معتقد است درباره علم خدا با عزالدین‌کرجی اتفاق نظردارد که علم ازلی به چگونه شدن‌آدمی ارتباطی ندارد.

۲۰ــ دشتی: پیشین ص ۸۲-۸۳

۲۱ــ روزی‌که‌گذشته است ازآن یادمکن	فردا کــه نیامده است فــریاد مکن
برنامــده وگــذشته بنیاد مکــن	حالی خوش باش وعمر برباد مکن

این رباعی خیام‌گوئی ترجمه‌ایست ازبیت زیرمنسوب به حضرت امیر(ع)

مافات مضی و ماسیاتیك فأین	قم فاغتنم الفرصة بین العدمین

همین اندیشه درکلام حافظ نیزجلوه‌گر است:

وقت را غنیمت دان آنقدر که بتوانی
حاصل از حیات ای جان این دمست تا دانی

۲۲ـ ای دوست بیا تاغم فردا نخوریم   این یك دم عمر را غنیمت شمریم
فردا، که ازین دیر کهن درگذریم   با هفت هزار سالگان همسفریم

۲۳ـ عبدالعلی دستغیب، فلسفه‌های اگزیستانسیالیسم، تهران ۱۳۵۴ ه.ش،ص ۲۶۶

24_ E. Renan

25_ S. Kier kegaàrd

26_ E. Husserel

27_ Ontologie phénoménologique

28_ Kh. Varasteh, *Omar Khayyam*, Edition de l' Institut Franco_Iranien Teheran 1950, p. 32.

۲۹ـ عبدالعلی دستغیب «شك خیام وحافظ»
پیام نوین ج ۴ ش ۱۱/۱۲ ص ۷۱

۳۰ـ چون دهر وجود آمده بیرون ز نهفت؟
کس نیست که این گوهر تحقیق بسفت!
هرکس سخنی از سر سودا گفته است
زان روی که هست، کس نمی‌داند گفت.

۳۱ـ در دایره‌ای کامدن ورفتن ماست
آنرا نه بدایت نه نهایت پیداست
کس می‌نزند دمی درین معنی راست
کاین آمدن ازکجا ورفتن به کجاست.

۳۲ـ پیکر ز چه گرد و روی زیباست مرا؟
چون لاله رخ و، چو سروبالاست مرا؟
معلوم نشد به خوان تربت در خاك
نقاش ازل، بهر چه آراست مرا؟

۳۳ـ آنانکه محیط فضل و آداب شدند   درجمع کمال شمع اصحاب شدند
ره زین شب تاریك نبردند برون   گفتند فسانه‌ای و در خواب شدند

مقایسه شود با بیت زیرازحافظ:
چیست این سقف بلند تازه بسیار نقش؟
زین معما هیچ دانا در جهان آگاه نیست!

۳۴ـ ایرج فرازمند کشف بزرگ فلسفی وپیام حقیقی خیام
لندن ص ۱۳ بهٔ بعد

۳۵ـ خیام «رساله درعلم کلیات»

کلیات آثار پارسی حکیم عمر خیام به اهتمام محمد عباسی

تهران ۱۳۳۸ ه.ش،ص ۴۰۴-۴۰۵

۳۶ـ پاسکال فیلسوف و ریاضیدان بزرگ فـرانسوی درکتاب تفکرات *Penseés* چنین نوشته است :

C'est le coeur qui sent Dieu non la raison.

Voilá ce que c'est que la foi: Dieu sensible au coeur non á la raison.

یعنی این قلب است که خدا را احساس می کند نه عقل. ایمان این است. خدائی که با قلب احساس گردد نه با عقل.

بخش دوم

بررسی آثار علمی خیام

بسیاری از مردم برآنندکه ریاضی‌دانان اسلامی خدمتی بـزرگ در حفظ ریاضیات کرده‌اند. به این معنی کـه آنچه یونانیان و هندیان در ریاضی به دنیا عرضه داشته بودند، علمای اسلامی آن را برای دنیای جدید نگهداری کرده‌اند. حتی بعضی معتقدند که این تنها خدمتی است که ریاضی‌دانان اسلامی به دنیای دانش کرده‌اند.

زندگی ماشینی قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم، فرصتی باید و شاید به علما نداده است که توجهی دقیق به‌زیبائی هنرریاضی وهنرمندان این علم کنند، تا اینکه تاریخ‌ریاضیات به رسم روزدرآمد.

هنگامی که معلوم شدکه‌ریاضی‌دانان مشرق زمین، به خصوص ریاضی‌دانان اسلامـی چه مطالب تازه درریاضیات واردکرده‌اند، عده‌ای افسوس خوردندکه چرا تاریخ‌ریاضیات را زودتر مطالعه نکرده‌اند واززحمات واکتشافات علمای اسلامی بیشتر بهره‌مند نشده‌اند.

عده‌ای بیشمار ازریاضی‌دانان اسلامی ایرانی بوده‌اند. دنیای ریاضی مدیون تحقیقات واکتشافات این‌دانشمندان است. مثلا اولین‌بار تعریف منطقی اعداد اصم به وسیلهٔ رشته‌های بینهایت در مجموعهٔ تحقیقات **عمر خیام** دیده‌می‌شود.

قضایای بسیاری که درسیزده مقالهٔ اقلیدس بی‌استدلال مانـده بود به وسیلهٔ فرضیهٔ عمر خیام ثابت می‌شود.

کارهای **نصیرالدین طوسی** هنوزجنبهٔ تازه دارد و در آموزش وپرورش امروزه، نقش بسیارمهمی بازی می‌کند.

بنابراین ایرانیان‌و پارسی زبانان بیش از همه سزاوارندکه به‌کارهای ریاضی‌دانان اسلامی آشنا شوند وازآنها بهره‌مندگردند.

به خصوص که به نظر می‌رسد که هدف تعلیم و تربیت امروزه فراهم‌ساختن دانش‌آموزان ودانشجویان برای امتحان است. شتابزده همه به سوی گواهینامه می‌روند.

ازاین‌روبا سواد ایرانی تمام پیشرفت علم وهنر را مدیون تمدن ماشینی تازه ودنیای

نو، می‌داند.

اکنون هنگام آن است که مردم ایران و پارسی زبانان، به خصوص جوانان، با هنر ودانش ریاضی‌دانان ایرانی آشنا شوند وازنتیجهٔ زحمات آنان بهره‌ور گردند.

این کتاب که به دست شما می‌رسد حاصل زحمات جوانی میهن دوست و دانشمند است. همگی با نوشته‌های اوآشنائیم، به حقیقت اواحتیاجی به معرفی ندارد. مقالات آقای **جعفر آقایانی چاوشی** درمجلات فارسی شاهد زحمات و علاقه او به ترویج علم وهنراست. تنها مشوق او این است که ایرانیان به راستی ودرستی به ارزش هنرودانش علمای ریاضی اسلامی پی برند. امید است که هم‌میهنان ازفرصت استفاده کنند وبا سربلندی ازخواندن این کتاب محظوظ شوند.

دکتر علیرضا امیرمعز
استاد ریاضی دانشگاه تگزاس تك

الف ـ بررسی آثار ریاضی خیام

I ـ جبر ومقابله

کتاب فی‌البراهین علی المسائل الجبر و المقابله معروفترین اثر علمی خیام در علم جبراست. این اثریکی ازبرجسته‌ترین‌آثار قرون وسطائی واحتمالا برجسته‌ترین‌آنها دراین علم است.

دراین رساله خیام. از تقاطع مقاطع مخروطی برای حل مسائل جبری استفاده‌کرده، شکلهای مختلف معادلات درجهٔ سوم را به نحوی‌کامل طبقه بندی‌کرده و برای هریك راه حل هندسی یافته است. برای معادلات درجهٔ دوم برحسب تعداد جمله‌های آنها طبقه بندی خاصی قائل شده وحل جبری‌آنها را با حل هندسی ورسم شکل یا حل هندسی را به‌وسیلهٔ حل جبری تکمیل‌کرده واین روش را منظماً درتمام‌کارهای خود رعایت‌کرده است. گذشته ازاینها، معرف و مشخص‌کار اویك روح منظم و روش مرتب علمی است، اما کار اساسی اوحل‌معادلات‌درجهٔ سوم است؛ واین امر خیام را بـزرگترین و با ابتکارترین ریاضی‌دان زمان خود ساخته است؛ برای هریك از معادلات درجهٔ سوم‌که خود او وضع‌کرده راه حل هندسی‌یافته و رسم‌کرده ودربارهٔ تغییرات لازم برای هرحالت خاصی به بحث‌پرداخته‌است. اوازاین راه خدمتی به علم کردکه درخور ذکروشایان تحسین است.

اگرملاحظه شودکه این طریقه درواقع طریقه‌ای تحلیلی وهندسی‌است، می‌توان‌گفت خیام اول‌کسی است‌که هندسهٔ تحلیلی را برای حل معادلات به کاربرده‌است؛ وازاین حیث نیزقریب‌چهارقرن‌قبل ازدکارت هندسهٔ‌تحلیلی را وضع‌کرده است[1]. که این روش سرانجام به وضع هندسه‌های تصویری وآفین منجر شده است.

---

۱ ـ هشترودی «خیام شاعر ـ ریاضیدان» یکان ج۱۲: ۲۳۹

۱ـ روش خیام درحل معادلات درجه سوم

خیام هنگام بررسی مسأله‌ای هندسی به معادلهٔ درجه سوم برخورد کرد وبا توسل به مقاطع مخروطی به حل این معادلهٔ درجه سوم فائق‌آمد.

وی این روش را در رساله‌کوتاه خود دربارهٔ تحلیل یك مسألهٔ هندسی تشریح کرده است؛ وسپس در رسالهٔ فی‌البراهین علی مسائل‌الجبر والمقابله روش بدیع خود را دربارهٔ حل معادلات درجه سوم مفصلا شرح داده است. روش خیام کاملا اصیل و بی‌سابقه است و همین روش هندسی حل‌معادلات درجه سوم، مورخین علوم را به تحسین واعجاب واداشته است. به طوریکه اعتراف‌کرده‌اند روشی که امروز برای حل‌معادلات درجه سوم وچهارم متداول است مبتنی برهمان طریقهٔ خیام است.

روش خیام برای معادلات درجه سوم مبتنی برقضیه زیراست:

قضیه: چهار نقطهٔ تقاطع دو سهمی که محورهای آنها بر هم عمودند بریك دایره واقع‌اند*.

دو سهمی به معادلات: $y=ax^2+bx+c$ و $x=a'y^2+b'y+c'$ را درنظرمی گیریم. بدیهی است‌که محورهای این دوسهمی برهم عمودند.

ازطرف دیگرمختصات نقاط تقاطع منحنی درهرترکیب خطی از دو معادله صدق می کند. اکنون ترکیب خطی:

$$a'y+ax=aa'(x^2+y^2)+a'bx+ab'y+a'c+ac'$$

را تشکیل می‌دهیم، مشاهده می‌شودکه این ترکیب خطی:

$$aa'(x^2+y^2)+(a'b-a)x+(ab'-a')y+ac'+a'c=0$$

معادلهٔ یك دایره است وقضیه محقق می باشد،

* به‌طورکلی می‌توان ثابت‌کردکه اگرمحورهای دو مقطع مخروطی با هم موازی و یا برهم عمود باشند چهار نقطهٔ تلاقی این دو منحنی بر روی یك دایره واقع‌اند و برعکس اگرنقاط تلاقی دومقطع مخروطی بر روی یك دایره باشند محورهای این دو مقطع مخروطی با هم موازی ویا برهم عموداند. برای بررسی این موضوع رجوع شود به کتاب در بارهٔ معادله‌های جبری پژوهش احمد شرف الدین. چاپ تهران ۱۳۵۱ هـ ش، ۹۰ـ۹۴

حل معادلهٔ درجه سوم:

اکنون برای حل معادلهٔ درجه چهارم:

$$x'^{4}+a'x'^{3}+b'x'^{2}+c'x'+d'=0$$

($d'=0$ معادله درجهٔ سوم خواهد بود) چنین عمل می‌کنیم:

درمعادلهٔ اخیر تغییرمتغیر $x'=x-\frac{a'}{4}$ می‌دهیم، معادلهٔ جدید جملهٔ درجه سوم را دارا نخواهد بود وبه صورت: $x^{4}+ax^{2}+bx+c=0$ درمی‌آید. اکنون فرض می‌کنیم $x^{2}=y$ ، دراین صورت ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ چهارم همان ریشه‌های دستگاه معادلات زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} x^{2}=y \\ y^{2}+ay+bx+c=0 \end{cases}$$

معادلات مزبور معادلات دوسهمی است که محورهای‌آنها بریکدیگر عمود می‌باشند.

حل این دستگاه منجربه حل دستگاه زیرمی گردد:

$$\begin{cases} x^{2}=y \\ x^{2}+y^{2}+bx+(a-1)y+c=0 \end{cases}$$

که درآن معادلهٔ اول یك سهمی است ومعادلهٔ دوم یك دایره است.

پس حل معادلهٔ درجه چهارم: $x^{4}+ax^{2}+bx+c=0$

(یا درجهٔ سوم اگر $c=0$ باشد) منجر به تعیین نقاط تقاطع سهمی ثابت $y=x^{2}$ ودایرهٔ متغیر $x^{2}+y^{2}+bx+(a-1)y+c=0$ می‌شود[1].

مثلا خیام برای حل معادلهٔ

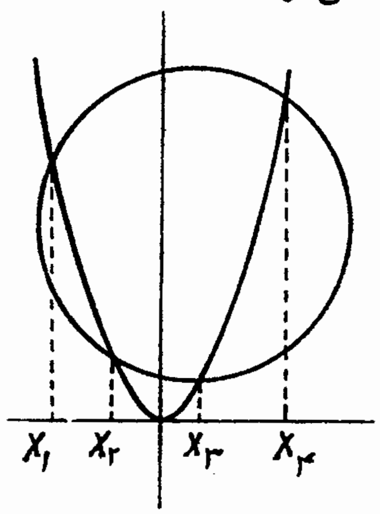
$$x^{3}+bx=a$$

چنین عمل می‌کند: فرض کنیم $\overline{AB}^{2}=b$

و $\overline{AB}^{2}\cdot BC=a$

سهمی HBD را به رأس B و محور BZ و ضلع قائم AB و نیمدایرهٔ CDB را به قطر BC می‌سازیم فرض می‌کنیم D نقطهٔ تقاطع دو منحنی و E تصویرآن بر CB باشد.

خیام باروش ترکیبی (Synthetically)



شکل ۱

۱ـ دکترمحسن هشترودی، تمرینهای ریاضیات مقدماتی، تهران ۱۳۴۵ هـ ش:۳۱۸ـ۳۱۹

ثابت می‌کند $BE = x$ جواب معادله است. اثبات این مطلب ازقرارزیراست:

درسهمی داریم $\overline{DZ}^2 = BZ \cdot AB$ وچون $DZ = BE$ و $ED = ZB$ است

خواهیم داشت:
$$\frac{AB}{BE} = \frac{BE}{ED} \quad (1)$$

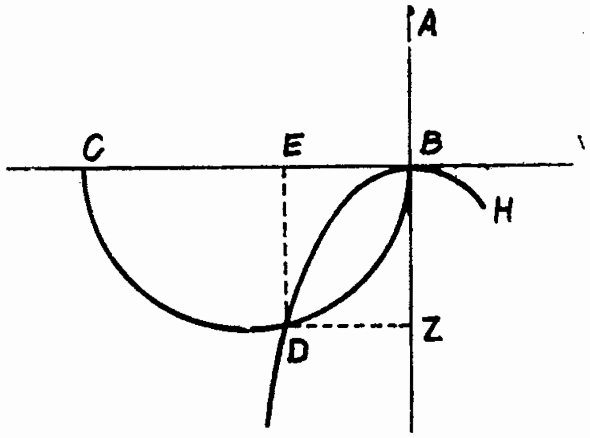
دردایره داریم:
$$\frac{BE}{ED} = \frac{ED}{EC} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود.
$$\frac{\overline{AB}^2}{\overline{BE}^2} = \frac{BE}{EC}$$

ویا $\overline{BE}^3 = \overline{AB}^2 \cdot EC$ پس:
$$\overline{BE}^3 + \overline{AB}^2 \cdot EB = \overline{AB}^2 \cdot EC + \overline{AB}^2 \cdot EB = \overline{AB}^2 \cdot BC$$
$$\Longrightarrow \overline{BE}^3 + b \cdot BE = a$$

وهوالمطلوب. این معادله فقط یك ریشهٔ حقیقی دارد.

قطوعی کــه خیام‌درحل این معادلــه به‌کارمــی‌برد، سهمی $x^2 = \sqrt{b}\, y$ و دایــرهٔ $y^2 = \left(x\frac{a}{b} - x\right)$ است[1].



شکل۲

روش خیام برای حل معادله درجه سوم کامل به صورت:
$$x^3 + b^2x + a^3 = cx^2$$

۱ــ غلامحسین مصاحب، حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر تهران ۱۳۳۹ هش،۱۹۳ـ۱۹۴

مقایسه شود با،

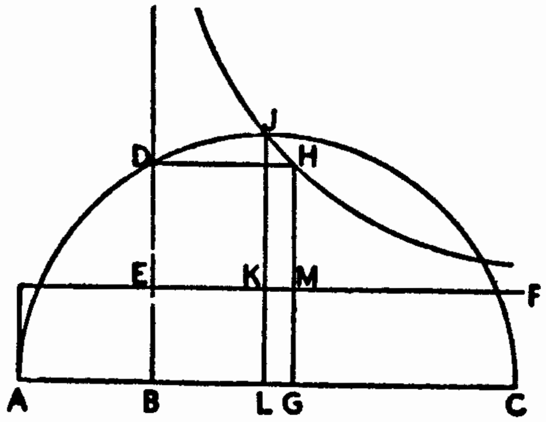
A.R. Amir Moéz «Khayyam's solution of cubic equation» *Mathematics Magazine* 35,(1962)pp. 270–273

این مقاله تحت عنوان «روش خیام در حل معادلات درجهٔ سوم» ترجمه شده و در مجله یکان شماره ۱ سال پنجم به چاپ رسیده است.

ازقرار زیر است:

نخست قطعه خط z را چنان تعیین می‌کنیم که $\frac{b}{a}=\frac{a}{z}$ باشد، به همین ترتیب قطعه خط m را به قسمی تعیین می‌نمائیم که $\frac{b}{z}=\frac{a}{m}$ شود. دراین صورت داریم :

$$m=\frac{a^{2}}{b^{2}}$$



شکل۳

AB را برابر با $m=\frac{a^{2}}{b^{2}}$ و BC را برابر با c رسم می‌کنیم به قطر AC نیمدایره‌ای می‌کشیم، فرض می‌کنیم که خط عمود بر AC از نقطه B، نیمدایره را در D قطع کند روی BD، به اندازه $BE=b$ جداکرده و از E خط EF را موازی AC رسم می‌کنیم. نقطه G را روی BC چنان انتخاب می‌کنیم که: $\frac{ED}{BE}=\frac{AB}{BG}$ باشد.

مستطیل DBGH را می‌کشیم.

بر H هذلولی با مجانبهای ED و EF مرورمی‌دهیم (هرگاه EF و ED را محورهای مختصات دکارتی درنظر بگیریم معادله هذلولی $xy=a$ خواهد شد).

فرض می‌کنیم J یکی ازنقاط تقاطع‌آن با نیمدایره باشد.

تصاویر J را روی BC و EF به ترتیب L و K می‌نامیم. و نیز فرض می‌کنیم GH و EF درنقطهٔ M متقاطع باشند بنابراین خواهیم داشت:

$$EK\cdot KJ=EM\cdot MH \qquad (۱)$$

زیرا H و J روی هذلولی قرار دارند.

از آنجائیکه: $\frac{ED}{BE}=\frac{AB}{BG}$ است خواهیم داشت:

$$\frac{BG}{ED}=\frac{BE}{AB} \qquad (۲)$$

ازروابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$EK\cdot KJ = EM\cdot MH = BG\cdot ED = BE\cdot AB \qquad (۳)$$

همچنین داریم:

$$BL\cdot LJ = EK\cdot(BE+KJ) = EK\cdot BE + EK\cdot KJ = \\ = EK\cdot BE + AB\cdot BE$$

با توجه به شکل رابطه داریم $EK+AB=AL$

بنابراین رابطه اخیررا می‌توان چنین نوشت:

$$\overline{BL}^{2}\cdot\overline{LJ}^{2} = \overline{BE}^{2}\cdot\overline{AL}^{2} \qquad (۴)$$

اما $\overline{LJ}^{2} = AL\cdot LC \quad (۵)$ است (چرا؟)

بنابراین ازروابط (۴) و (۵) خواهیم داشت:

$$\overline{BE}^{2}\cdot\overline{AL} = \overline{BL}^{2}\cdot LC$$

ویا

$$\overline{BE}^{2}\cdot(BL+AB) = \overline{BL}^{2}(BC-BL) \qquad (۶)$$

با جای‌گزین کردن مقادیر $BE=b$ و $AB=\frac{a^{3}}{b^{2}}$ و $BC=c$

دررابطه (۶) خواهیم داشت:

$$b^{2}\left(BL+\frac{a^{3}}{b^{2}}\right) = \overline{BL}^{2}(c-BL) \qquad (۷)$$

پس ازبسط معادله (۷) ومرتب کردن جمل آن خواهیم داشت:

$$\overline{BL}^{3} + b^{2}BL + a^{3} = c\overline{BL}^{2}$$

ازاینجا نتیجه می‌شودکه $BL=x$ جواب معادله مفروض است[1].

1– Howard Eves, «Omar Khayyam's solution of cubic equations» *The Mathematics Teacher* LVI (April 1958), 285–86

مقایسه شود با:

مصاحب، حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر، ص۲۱۳–۲۱۴ برای کسب اطلاع درباره روش خیام برای حل معادلات درجه سوم می‌توان به مأخذ زیر نیز مراجعه کرد:

J.L. Coolidge, *The mathematics of Great Amateurs*, Oxford, 1950, Chapter II (Omar Khayyam), pp. 19–29

۲ـ بحث درمعادلات درجه سوم

فصول هفتم ونهم رساله جبرومقابله خیام که مشتمل برحل وبحث معادلات درجه سوم است مهمترین قسمت این رساله را تشکیل می‌دهد. خیام درتمام معادلات مورد بحث ضریب جمله‌ی درجه سوم را واحد می‌گیرد. وقبل ازشروع به حل معادله، آن را متجانس می‌کند، بدین طریق:

(۱) ضریب جمله‌ی درجه دوم (c) را به وسیله‌ی طولی نمایش می‌دهد.

(۲) ضریب جمله‌ی درجه اول (b) را به صورت β^2، یعنی به وسیله مربعی به مساحت b، نمایش مـی‌دهد ($b=\beta^2$) برای این منظور، b را به وسیله «سطحی» نمایش می‌دهد وسپس مربعی معادل این سطح می‌سازد.

(۳) جمله‌ی معلوم (a) را درمعادلات $x^3+cx^2=a$ و $x^3+a=cx^2$ به‌صورت λ^3، ودرمعادله‌ی $x^3=cx^2+a$ به صورت $c\lambda^2$ وبالاخره درسایرمعادلات به‌صورت $\lambda\beta^2$ نمایش می‌دهد.

برای این منظور a را به وسیله مکعب مستطیلی نمایش می‌دهد وسپس مکعب‌مستطیلی معادل‌آن می‌سازد. مثلا برای دوحالت فوق، مکعب مستطیلی می‌سازدکه (۱) قاعده‌اش‌مربعی به ضلع β باشد وارتفاعش λ ($a=\lambda\beta^2$) و یا قاعده‌اش مربع به ضلع λ و ارتفاعش c باشد .

ونمایش a به صورت λ^3 را به حل معادله $\lambda^3=a$ منجرمی‌کند خیام پس‌ازمتجانس کردن معادله، قطوع لازم برای حل هرمعادله را برحسب ضرایب معادله تعریف می‌کند، و از تقاطع آنها جواب مثبت معادلـه را (درصورت وجودآن) به دست مـی‌آورد. وبه وسیله مقایسهٔ احجام وافـزودن واسقاط حجم‌ها، صدق‌کردن جواب را درمعادله ثابت می‌کند.

خیام پس ازحل هر مساله، درعده‌ی نقاط تقاطع قطوع مـربوط به‌آن یعنی درعده‌ی جوابهای (مثبت)معادلـه بحث می‌کند، ودرهمهٔحـالات، عـدهٔ ریشه‌های مثبت را به‌درستی تعیین می‌کند، مگردردومورد، که اگردرآنها به خطا نرفته بود، به احتمال قوی به‌اکتشافات بسیارمهم واساسی نائل می‌شد.

یکی ازاین موارد معادله $x^3+bx=cx^2+a$ است که به ازاء $\frac{a}{b}<c$ ممکـن است سه ریشه حقیقی و مثبت داشته باشد اما بحث خیام در عده‌ی نقاط تقاطع قطوع مساله

خالی ازدقت است وبه‌همین جهت فقط یکی ازجوابهای معادله را به دست می‌آورد.

مورد دیگر معادلهٔ $x^3+a=cx^2+bx$ است‌که خیام درتشخیص عدهٔ جوابهای آن دربعضی حالات به خطا رفته است بدین ترتیب‌که به ازاء $a<bc$ ، خیام فقط یکی از ریشه‌ها را به دست می‌آورد. به ازاء $a=bc$ ریشهٔ مثبت دیگر معادله $x=\sqrt{b}$ است که خیام متوجه‌آن نشده است. و در حالت سوم $a>bc$ خیام می‌گوید دوقطع یا مماسند (ریشه‌ی مضاعف $x=\frac{1}{2}c+\frac{1}{2}\sqrt{4b+c^2}$)، یا متقاطعند (دوریشه مثبت متفاوت) ویا یکدیگر را قطع نمی‌کنند («امتناع»). باید دانست‌که در هــرحال معادله،یك ریشه منفی دارد .

منشاء این خطا این است‌که خیام فقط به رسم کردن قسمتی از قطوع (نصف دایره، نصف سهمی، یك شاخه هذلولی) مورد نیازاکتفا می‌کند واین بسیارجای تأسف است.

زیرا به علت همین رسم قطوع ناتمام، وی ازدریافتن یکی از مهمترین مفاهیم ریاضی یعنی اعداد منفی بازمانده است، و اگرعادت زیان‌آور رسم قطعهای ناتمام نبود، به احتمال قوی متوجه ریشه‌های منفی می‌شد، و به یکــی از بــزرگترین اکتشافات ریاضی می‌رسید[۱]. بالاخره، خیام حل معادلــهٔ درجــهٔ چهارم را به طــریق هندسی ممتنع مــی‌شمارد و این در حقیقت ازاینجا ناشی می‌شودکــه تصور فضای هندسی چهاربعدی درآن زمان ناممکن بوده است .

۳ـ مقایسهٔ روش خیام در تعیین عده ریشه‌های مثبت معادلات با قانون دکارت

گفتیم که خیام هنگام بحث درعده جوابهای معادلات، درهمهٔ حالات، جزدردومورد خاص، عده ریشه‌های مثبت را به درستی تعیین کرده است. واین مطلب برخی ازمحققان را بــه اعجاب و شگفتی واداشته است[۲]. زیرا تا سال ۱۶۳۷ میلادی کــه دکارت قانــون

---

۱ ــ دکتر غلامحسین‌مصاحب، حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر، ص۱۴۸ــ۱۵۰ با اندك تصرف

2_ «... His findings in the direction of the existence of one or

(بقیه پاورقی در صفحهٔ بعد)

معروف* خود را برای تعیین عدهٔ ریشه‌های مثبت ومنفی معادلات ارائه داد تحقیقی دراین زمینه صورت نگرفته بود.

وازاین حیث نیزخیام را باید مبتکر روشی شناخت که قرنها پس‌ازوی توسط دکارت تعمیم یافت.

(بقیهٔ پاورقی از صفحهٔ قبل)

more positive roots are astonishing in view of the fact that Descarte' rule of sign came in 1637...»

(→ S.M Abrar Hussain, S.M. Akram and A.A. Sabir. «Khayyam's treatment of cubic equation» *International Congress of Mathematical Sciences*—10 July to 14 July, 1976)

*— قانون دکارت چنین است،

کثیرالجمله $P(x)=a_nx^n+\cdots+a_1x+a_0$ با ضرایب حقیقی و $a_n\neq 0$ را درنظر می‌گیریم، جمل این‌کثیرالجمله به طور نزولی مرتب شده‌اند. اختلاف علامت هر دوجمله متوالی این‌چند جمله‌ای را یك تغییرعلامت گویند من باب مثال $x^5-x^2+x-1=0$ دارای ۳ تغییر علامت است، دکارت احکام زیر را برای تعیین تعداد ریشه‌های مثبت و منفی معادله $P(x)=0$ ارائه داده است،

حکم ۱— هرگاه h تعداد تغییر علامتهای $P(x)$ باشد، تعداد ریشه‌های مثبت $P(x)=0$ برابر است با $h-2m$ که در آن m عددی است صحیح و

$$0<m<\frac{h}{2}$$

حکم ۲— هرگاه k تعداد تغییر علامتهای $P(-x)$ باشد تعداد ریشه‌های منفی $P(x)=0$ برابر است با $k-2m$ که در آن m عددی است صحیح و

$$0<m<\frac{k}{2}$$

(→ A.R. Amir Moèz &—J.N Javaher, *Precalculus Malhemaics.*, U S.A. 1969, p. 241)

۴ـ خیام و معادله $x^3+y^3=z^3$

قدری حافظ طوقان[1] بـه نقل از بال (W.Ball) و پ.ن. میترا[2] به‌نقل از کانتور[3] (Cantor) نوشته‌اند که خیام بحثی در باره‌ی این‌که مجموع مکعبات دوعدد صحیح، برابر مکعب عدد صحیحی می‌شود، یعنی امتناع معادلهٔ $x^3+y^3=z^3$ انجام داده است.[7] ولـی هیچیك نام کتاب یارسالهٔ خیام راکه متضمن این بحث باشد، ذکرنکرده‌اند.

این معادله چنانکه می‌دانیم حالت خاصی از قضیهٔ آخر. فرما (Fermat) ریاضیدان فرانسوی است، و این قضیه ازاین قرار است:

معادله $x^n+y^n=z^n$ به ازای $n>2$ جواب ندارد.

باید دانست که دیوفانت (Diophante) ریاضی‌دان یونانی ثابت کرده بـودکه معادله $x^2+y^2=z^2$ جوابهای بیشماری دارد ولی معادله $x^3+y^3=z^3$ را برای نخستین بار ریاضی‌دان ایرانی ابو محمود حامدبن خضرخجندی،مورد بررسی قرار داده است، و یکه

---

۱ ــ «وبحث الخیام فی النظریه المسماه بنظریه«فرما» و قال ان مجموع عددین مکعبین لا یمکن ان یکون مکعباً و لم یثبت لدی الباحثین ان الخیام تمکن من ایجاد البرهان الصحیح لهذه النظریه و قال ان الخجندی بحث فیها ایضاً و ظن انه برهنها، و یقال ان برهانه غیر صحیح . . . »

(قدری حافظ طوقان، تراث العرب العلمی ، قاهره ۱۳۶۰ هق)

W. R. Ball, *A Short Account of the History of Mathematics*, New New York 1960

2_ «... The simplest form of Fermat's problem $X^3+Y^3=Z^3$ was also known to Omar Khayyam but he is said to have stated that it was impossible to solve it in terms of positive integers. ..»

(P.N. Mitra, «Omar khayyam, the mathematician» *Indo–Iranica* 1(3) p. 19)

3_ Cantor, *Geschichte*, I(2), p. 736.

برای کسب اطلاع بیشتر در باره قضیه فرما رجوع شود به:

W. W. Rouse Ball, *Mathematical Recreations and Essays.*, New York 1962 pp. 69_73

(F. Woepcke) درسال ۱۸۶۱ ضمن ترجمه‌رساله‌ای‌تحت‌عنوان: رسالة فی انشاءالمثلثات القائمةالزوایاالمنطقه‌الاضلاع والمنفعة فی معرفتها. متوجـه این موضوع شده است. بـه احتمال قوی خیام از رساله مفقودالاثر خجندی دراین‌زمینه اطلاع داشته است. مطلبی که این نظررا تأئید می‌کندآن است که شیخ‌بهائی همین‌مسئله را ضمن مسائل لاینحلی که اززمانهای پیش‌مورد بحث علما بوده درکتاب خلاصةالحساب خودآورده و چنین توضیح داده است که: مسائلی درعلم جبر بر دانشمندان فن عرضه‌شده است که با وجود به‌کار بردن اقسام وسایل وحیله‌ها از حل آنها عاجز مانده‌انـد و این مسائل تا به امروز (زمان شیخ‌بهائی) لاینحل مانده‌است[1].

۵- حل معادله $x^3 = a$ بدون رسم مقاطع مخروطی

در رسالهٔ خیام ، درتحلیل یك‌مسأله، اشاره به وسیله‌ای است برای‌ساختن‌مکعبی معادل مکعب مستطیل مفروض برای اشخاصی که مخروطات ندانند.

به‌یقین‌می‌دانیم که‌ریاضی‌دانان‌اسلامی‌وسیله‌ای‌به‌نام پرگارتام برای‌رسم قطوع‌مخروطی طرح ورسائلی درباب‌آنها تألیف‌کرده بودند اماوسیله‌ای برای حل معادلهٔ $x^3 = a$، یعنی برای استخراج کعب، برای کسی‌که مخروطات نداند، حائز اهمیت است[2] گرچه هنوز به درستی‌معلوم نیست که مقصود ازوسیله‌ای که خیام بدان اشاره کرده‌چیست ولی‌قدر مسلم آن‌است که این‌وسیله قدیمترین نوع نوموگرام[3] (Nomogramme) بوده است.

۱- « . . . قد وقع للحکماءالراسخین‌فی‌هذا الفن مسائل صرفوا فی‌حلها افکار هم و جهدوا الی استخراجها انظارهم و توصلوا الی کشف نقابها بکل حیلة وتوسلواالی رفع حجابها بکل وسیلة فمااستطاعوا الیها سبیلا ولا وجدوا علیها مرشدا و دلیلا فهی باقیة علی عدم انحلال من قدیم‌الزمان الی هذا الان . . . »
(← « مسائل لاینحل از کتاب خلاصه‌الحساب شیخ بهائی» یکان شماره ۱ سال یکم(۱۳۴۳) : ۲۴)

۲- مصاحب، حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر، ص۱۵۴-۱۵۶

۳- منظور ازمونوگرام، روشهای ترسیمی (Methodes graphiques) حل‌معادلات جبری یامتعالی(Transcendant) ولی غیر دیفرانسیل است، استعمال آنها سریع و آسان ودقت آنها برای مهندسین کافی است.

۶ـ استفادهٔ ریاضیدانان مغرب‌زمین از روش خیام برای حل معادلات درجه سه

روش هندسی‌خیام برای حل معادلات درجه سوم از طریق تارتاگلیا (Tartaglia) ریاضی‌دان‌قرن شانزدهم ایتالیا به اروپا راه یافت. این‌روش باتبدیل روش هندسی به جبری در آن سرزمین متداول شد.

روش جبری حل معادلات درجه سوم‌که امروزه به نام روش‌کاردان موسوم است ، در حقیقت روشی اصیل نیست.

زیرا کاردان این روش را عیناً از تارتاگلیا اقتباس‌کرده ودر اثر خود موسوم به *Ars magna* به نام خود منتشر کرده است.[۱]

تارتاگلیانیز روش‌ریاضی‌دان‌دیگری به‌نام **Scipio del Ferro de Bologne** که در اوایل قرن شانزدهم می‌زیسته، به‌کار بسته و دانشمند اخیر برای حل معادلات درجه سوم مستقیماً ازکتاب خیام بهره برده است[۲].

۷ـ دوجمله‌ای خیام ومثلث حسابی خیام

پاول‌لوکی (P. Lukey)ریاضی‌دان و محقق‌آلمانی در سال ۱۹۴۸ میلادی هنگامی‌که مشغول ترجمه قسمتی از مفتاح‌الحساب غیاث‌الدین جمشید کاشانی بود، متوجه

۱ـ قسمتهائی از این کتاب به شرح زیر به انگلیسی ترجمه شده است:
Cardan's treatment of imaginary roots.
Transl. by V. Sanford in *SMITH*, pp. 201–202.
Solution of the cubic equations.
Transl. by R. B. Mc–Clenon. Ibid pp. 203–206

۲ـ دکترجلال مصطفوی، استفادهٔ دانشمندان مغرب زمین از جبر و مقابلهٔ خیام. تهران ۱۳۳۹ هش:۱۱۷

شد که آنچه به‌نام بسط دوجمله‌ای نیوتن ومثلث حسابی پاسکال مشهور است، پیش از این دوریاضیدان، توسط کاشانی وریاضی‌دانان دیگراسلامی مطالعه و مدون شده است،

وی درمقالـه مهم خود تحت‌عنوان «استخراج ریشهٔ nام و دوجمله‌ای در ریـاضیات اسلامی، بادقت، قسمتی از کتاب مفتاح‌الحساب را مورد مطالعه قرار داد و تقدم‌ریاضیدانان اسلامی» در بسط دوجمله‌ای یادآوری کرد[1]. از آن پس تحقیقات در این زمینه ادامه یافت ومعلوم شد که درحقیقت خیام مبتکر بسط دوجمله‌ای و مثلث حسابی بوده است.

در توضیح این مطلب باید گفت که کاشانی در مفتاح‌الحساب، فصل مهمی را به‌بحث در بارهٔ بـه‌دست‌آوردن تفاضل قـوه nام دو عدد صحیح یعنی $a^n - b^n$ اختصاص داده و با ارائه جداولی چند که همان مثلث حسابی معروف است، بـه بررسی حالات خاص مساله می‌پردازد وسپس دستوری کلی می‌دهد که با آن می‌توان هرقوه‌ای از دوجمله‌ای را بسط داد. من باب‌مثال کاشانی با استفاده از جدولی که درکتابش آورده قوهٔ پنجم مجموع دوعددصحیح غیر متوالی را چنین‌محاسبه کرده است:

$$(a+b)^۵ - a^۵ = ۵a^۴b + ۱۰a^۳b^۲ + ۱۰a^۲b^۳ + ۵ab^۴ + b^۵$$

و یا :

$$(a+b)^۵ = a^۵ + ۵a^۴b + ۱۰a^۳b^۲ + ۱۰a^۲b^۳ + ۵ab^۴ + b^۵$$

گرچه این دستور برای قوهٔ پنجم داده شده ولی قاعدهٔ متن مفتاح‌الحساب کلی است و می‌توان آن را برای‌هرقوهٔ دیگری نیز به‌کار برد. نکتهٔ مهم این است که برطبق‌آنچه در مفتاح الحساب نوشته شده بـرای به‌دست‌آوردن ضرایب بسط دوجمله‌ای $(a+b)^۷$ بایـد هفت سطراول مثلث حسابـی را نوشت تاسطرهفتم‌آن‌کـه همان ضرایب مذکور است بـه دست‌آید.

ملامحمدباقر یزدی درکتاب عیون‌الحساب حتی ازاین‌هـم پا فراتر نهاده و بـدون احتیاج به نوشتن شش سطر اول مثلث حسابی، این‌ضرایب را به دست می‌دهد[2].

یزدی‌درپایان‌مطلب دهم‌از باب اول عیون‌الحساب، فصلی به‌نام «فصل‌الاستخراج‌الفضل بین مضلعی عددین تساوت‌منزلتها» را به این‌موضوع اختصاص داده‌که مقصود از آن محاسبهٔ $a^n - b^n$ به فـرض معلوم بود a و b و n است. دراین فصل وی قاعده‌ای بـرای محاسبهٔ ضرایب بسط دوجمله‌ای می‌دهد و ضرایب جملهٔ r ام را با روشی به‌دست می‌دهـدکـه با

1- P. Lucky «Die Ausziehung der n-ten Wurzel und der binomische Lehrsatz in der islamischen Mathematik» *Math. Annalen*, 120 (1948)pp. 217-274

۲ـ ابوالقاسم قربانی، دو ریاضیدان ایرانی، تهران ۱۳۴۷ هـ ش،ص۴۱

اصطلاحات وعلائم جدید چنین است:

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \cdots + C_n^n b^n$$

که درآن

$$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

وی همچنین در تعیین ضرایب بسط دو جمله‌ای (=محاسبهٔ اصول منازل) قاعده‌ای ذکر می‌کندکه با اصطلاحات وعلائم جدید چنین می‌شود:

$$C_{n+1}^r = C_n^r \frac{n+1}{n+1-r}$$

و سپس روش خود را برای $(a+b)^{12}$ به‌کار می‌برد[1].

بنابراین معلوم شدکه‌کاشانی ویزدی نه‌تنها بسط دوجمله‌ای و مثلث حسابی را پیش از نیوتن و پاسکال می‌دانسته‌اند بلکه دراین بـاب دست به‌ابتکارات جالبی نیز زده‌انـد. تحقیقات اخیر نیز نشان داده‌است که حتی نصیرالدین طوسی درکتاب جامع‌الحساب خود مثلث حسابی راآورده وازآن برای بسط دوجمله‌ای استفاده‌کرده است. با این‌حال هیچ‌یك ازاین‌ریاضی‌دانان، مبتکراصلی بسط دوجمله‌ای و مثلث حسابی نبوده‌اند به ویژه‌آنکه‌کاشانی در مقدمهٔ مفتاح‌الحساب خود به صراحت نوشته است‌که تمام جداولی‌که درآن‌کتاب است خودش وضع‌کرده مگر هفت جدولی‌که‌کاشانی‌آنها را اصول منازل نامیده و متذکر شده است‌که آنها را ازپیشینیان خود اقتباس‌کرده است، دربین این جداول اتفاقاً جدولی‌که بی شباهت به‌مثلث حسابی پاسکال نیست،آمده است تنها وجه تمایز این جدول با مثلث‌حسابی پاسکال دراین است‌که وضع قرارگرفتن اعداد درآنها متفاوت است.

با مطالعهٔ‌آثار ریاضی‌دانان پیش ازکاشانی متوجه می‌شویم، خیام اولین‌کسی است که این مثلث حسابی را وضع کرده است. برای تـوضیح این امر باید گفت در تحقیقی که خیام برای حل معادلات جبری انجام داده است به بسط قوای مختلف یك دوجمله‌ای‌نیاز می‌داشته وتشکیل ضرایب این بسط وگسترش را به صورت قاعده و دستوری‌که امروزه بـه مثلث پاسکال معروف است،کشف کرده‌بوده‌است. خیام درکتاب فی‌البراهین‌الجبر والمقابله خود می‌نویسد:

«... وهندیان را دراستخراج جذر وکعب طریقه‌ای است مبتنی بر اندك استقرائی، و آن شناسائی مربعات اعداد نه‌گانه یعنی مربع یك و دو و سه [... تا نه] ونیز حاصل‌ضرب بعضی دربعضی است. یعنی حاصلضرب دو در سه وامثال‌آن. و ما راکتابی است دربراهین

۱ــ همان مأخذ

درستی این راهها ومنجر شدن‌آنها به مطلوب، و ما انواع این طریقه‌ها را افزون‌کرده‌ایم ، یعنی‌استخراج مال مال ومال کعب وکعب‌کعب وغیره را برآنها افزوده‌ایـم، واین اضافات تازه است_ واین براهین [که به‌آنها اشاره شد] براهینی عددی ومبتنی بر قسمتهای مربوط به علم حساب درکتاب اسطقسات است[1].»

کتابی‌که خیام به‌آن اشاره می‌کند به‌احتمال قوی عبارتست از:

«رساله در صحت طرق هندی برای استخراج جذر وکعب» که متأسفانه ازآن اثری نیست. اما از اینکه خیام درکتاب جبر ومقابلهٔ خود تصریح می‌کند که استخراج ریشه‌های چهارم و پنجم و بالاتر را به طرق هندی افزوده وقبل از وی کسی این‌مطالب را ذکرنکرده ونظر به‌این‌که مطالب مذکور بعد ازخیام درکتابهای‌ریاضی نوشته شده وبعدها جزء مطالب درسی درآمده است می‌توان نتیجه‌گـرفت‌که مبتکر واقعی مثلث حسابی و دستور دوجمله‌ای تنها در حالت خاصی‌کـه قوهٔ دوجمله‌ای عـدد صحیح مثبت باشد، خیام بـوده است. دکتر محسن هشترودی دراین‌باره چنین نوشته است:

«بسط دو جمله‌ای جبری امروزه معمولا به نام دوجمله‌ای *نیوتن* معروف است چه‌اول بار، علی‌الظاهر، نیوتن این محاسبات را مدون کرده است، ولی باملاحظهٔ این‌که خیام در کارهای خود این بسط و قانون تشکیل ضرایب آن را به‌کاربرده است روشن می‌شودکـه دوجمله‌ای نیوتن ومثلث پاسکال بیش ازچهار قرن پیش ازاین دودانشمند توسط خیام‌کشف ووضع شده است.

دریکی از کنگره‌های بین‌المللی تاریخ علوم که دررم برپاشد دانشمندان خارجی به این امراشاره‌کردند وروزنفلد ازاستادان دانشگاه مسکو پیشنهادی دائر برتغییرنام دوجمله‌ای ومثلث به نام خیام به‌کنگره تقدیم داشت»[2].

هگبن (L. Hogben) نیزدراین زمینه چنین نوشته است:

«... این‌که این مثلث‌حسابی را مثلث حسابی پاسکال می‌نامند برای‌آنست‌که پاسکال اولین‌ریاضی‌دان فرانسوی است که به احتمالات ریاضی که اساس تئوری جدید علم آمار است توجه‌کرد. درواقع مبتکرمثلث حسابی عمرخیام است واین مثلث درکتاب:

Précieux Miroir des Quatre Elements

تألیف ریاضی‌دان چینی به نام چوشی‌که (Chu shi kei) که درقرن سیزدهم میلادی می‌زیسته معرفی شده است»[3].

۱ـ غلامحسین مصاحب ، حکیم عمرخیام به عنوان عالم جبر ص ۱۷۰ـ۱۷۱

۲ـ هشترودی، «خیام شاعر ریاضیدان» یکان ج۲ ص ۲۳۹

3_ Lancelot Hogben, *Les mathématiques pour tous*, Payot 1938

ارزش کارخیام هنگامی‌معلوم می‌شود که بدانیم فرمول بسط دوجمله‌ای اساس‌محاسبات آنالیزعالی را تشکیل‌می‌دهند زیرا بسط دوجمله‌ای $(a+b)^n$ درحالتی که n عددی کسری یا منفی باشد و به طور کلی در حالتی که شرایط و محدودیت هائی براعداد a و b تحمیل شود، مسائل و قضایای مشکلی را مطرح مـی‌کند و این مسائل تا قرن نوزدهم میلادی ذهن گروهی‌ازریاضی‌دانان بزرگ را به خود مشغول کرده بود.

نیوتن با تعمیم قضیهٔ دوجمله‌ای درحالاتی که عدد n منفی یاکسری باشد، بااستدلال مجاب‌کننده‌ای که لااقل خود اورا متقاعد می‌ساخت به این نتیجه رسید که حکم کلی درمورد مقادیری از a و b که درمطالعات اومورد احتیاج بوده است صحت دارد[1].

ماك لورن[2] (Maclaurin) درسال ۱۷۴۲ برای مقادیرحقیقی n واولر[3] در سال ۱۷۷۴ برای مقادیر کسری n، قضیه را تعمیم دادند وسرانجام آبل (Abel) درسال۱۸۲۵ این قضیه را برای مقادیرحقیقی یا مختلط n تعمیم داد.

II ـ خیام و مقادیر اصم

اتصال و انفصال دو مفهوم اساسی ریاضی است که در آغاز هندسه و حساب را به صورت دوعلم مجزا ازهم به وجود آورده است. نظریهٔ اتصال ریاضی یك نظریهٔ انتزاعی منطقی است وصحت واعتبارآن منوط به هیچ‌یك ازکیفیات مکان وزمان واقعی‌نیست. دربارهٔ این نظریه می‌توان ادعاکردکه هرگاه درست فهمیده شود پاره‌ای خصوصیات مکان و زمان که تحصیل‌آن قبلا بسیار مشکل بود اکنون مواجه با اشکال منطقی نمی‌گردد. در اثر تکامل علم ریاضی، کوششهایی در ربط مفهوم اتصال و انفصال به‌وجود آمـده است. از میان ریاضی‌دانان‌بسیارنادرندکسانی‌که دربحث دراین هردوجنبه مهارتی داشته باشند.

مثلا هرمیت‌ریاضی‌دان بزرگ قرن نوزدهم ازهندسه ترسیمی رویگردان بود، ولی به آنالیزیعنی محاسبات بسیارخرد علاقمند،اوگرچه توانست کارهای‌ریاضی‌دانان پیش ازخود را تا حدودی به هم ربط دهد ولی درهمان زمینه‌آنالیز این کارها را انجام داد. حال‌آنکه

1– Newton, *Commercium, Epistolicum*, London 1712; 1725, pp. 131, 142.

2– Maclaurin *Ireatise on Fluxions*. p. 607(1742).

3– Euler, *Novi Comment.* Petropolitana, XIX, p. 103. See also English translation of *Euler's Algebra*, I, pp. 172, London, 1810

درآثارخیام توجه به هردوجنبه دیده می‌شود و وی در بحث مفاهیم کم متصل و کم منفصل هر دو دست داشت. چه ازجهتی درجنبه منطقی مصادرات اقلیدس می‌اندیشید وازجهت دیگر در حل هندسی معادلات.

وما اکنون کارهای خیام را دراین زمینه مورد بررسی قرارمی‌دهیم:

«فیثاغورس و پیروان اوکه بـه استعمال عدد واستفاده ازآن درهندسه علاقمند بودند روشی دراین علم اختیار کردندکه جنبهٔ عددی وحسابی‌آن ازآنچه اقلیدس گفته و ذهن بدان مأنوس گردیده بیشتر است. فیثاغوریان ویا معاصرانشان که «اصحاب اصالت ذره» نامیده می‌شوند چنین عقیده داشتندکه مکان مرکب ازنقاط لایتجزی وزمان مرکب ازآنات لایتجزی است. شاید این نظر به خودی خود موجد اشکالاتی‌که بعداً حاصل شد نمی‌گردید، اما توأم با عقیدهٔ دیگری بود براینکه عدهٔ نقاط محصوردرسطح متناهی معین یا عدهٔ آنات محصوردر مدت متناهی معین باید بالضروره متناهی باشد. گمان نمی‌رود که این عقیدهٔ دوم را صراحتاً واز روی علم و آگاهی معتقد بودند، زیرا شاید امکان وجه دیگری به خاطر آنها خطور نمی‌کرده است.

با این‌حال‌این‌عقیده مؤثر بوده و به زودی با حقایق دیگری‌که خودآنها کشف نمودند تعارض پیدا کرده است. اما قبل از بیان چگونگی حصول این‌تعارض باید مجملی دربـارهٔ اصطلاح «عددمتناهی» توضیح داد. دراینجا ه همین اندازه اکتفا می‌کنیم‌که مراد از«عدد متناهی» (۰) صفر و (۱) و (۲) و (۳) است الی غیرالنهایه. به عبارت اخری عددمتناهی عددی‌است‌که‌بتوان‌بازیادکردن‌آحاد حاصل‌نمود. این شامل تمام اعدادی‌می‌شودکه می‌توان به‌وسیلهٔ ارقام معموله بیان‌کرد وچون این‌گونه اعداد را ممکن است بدون وصول بـه یك حداکثرکه قابل‌تجاوزنباشد افزایش داد، فرض‌این‌که‌اعداد دیگری غیراز اینها نیست‌به‌نظر آسان می‌آید، لیکن این‌فرض با این‌که‌طبیعی به‌نظر می‌رسد غلط است.

در اینکه فیثاغوریـان خود به‌این‌اصل معتقد بودندکه مکان وزمان مـرکب ازنقاط و آنات لایتجزی است، اختلاف است. ظاهراً هنوز فرق میان مکان و ماده درست‌روشن نشده بـود؛ در بیان نظریهٔ «اصالت ذرات»، تشخیص این‌که مقصود ذرات مادی است یـا نقاط مکانی، اشکال دارد. ارسطو در کتاب «طبیعیات» اشاره بـه رأی فیثاغوریـان‌کرده و چنین می‌گوید:

«فیثاغوریان همه به وجود خلاء معتقد بودند ومی‌گفتند از نفس ودم بـی‌حد ونهایت به‌آسمان‌می‌رسد،زیراآسمان نیز درخلاء می‌دمد وخلاء طبایع را از یکدیگر متمایزمی‌نماید چنانکه‌گوئی نوعی‌جداکردن امور متعاقبه‌وتمیز میان‌آنهاست وهمین‌است‌که ابتداء دراعداد است، زیرا همین خلاء است‌که‌آنها را ازهم منفصل می‌سازد.»

از اشارهٔ فوق ظاهراً چنین برمی‌آیدکه‌آنها ماده را مرکب از ذراتی می‌دانستندکـه

میان‌آنها فضایا مکان خالی است. اما اگر اینطور بوده می‌بایستی چنین تصور می‌کرده‌اند که بررسی مکان فقط باتوجه به ذرات ممکن است، زیرا در غیر این‌صورت توجیه روش عددی وحسابی‌آنها در هندسه وقول به‌اینکه «اشیاء عدد است» مشکل خواهدبود.

اشکالی‌که برای فیثاغوریان درباب اطلاق تام اعداد پیش‌آمد کشف مقادیر اصم یاغیر قابل اندازه‌گیری بود و این اشکال به‌نحو زیر بروزکرده است: فیثاغورس چنانکه می‌دانیم قضیهٔ تساوی مجموع مجذورات اضلاع مثلث قائم‌الزاویه را با مجذور وترآن کشف‌کرد و می‌گویند پس ازکشف این قضیه‌گاوی قربانی نمود واگر واقعاً چنین بوده‌آن‌گاو را باید اولین شهید راه علم دانست. بااین‌حال قضیهٔ فوق هرچندموجب تخلید نام اوگردید به زودی منجر به نتایجی شدکه ناقض فلسفهٔ‌اوست؛ به این معنی‌که اگر مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الضلعین‌باشد مانند مثلث حاصل‌از دوضلع یك‌مربع و وترآن،دراین‌صورت به‌موجب این‌قضیه‌مجذور وتر باید دوبرابر مجذور هریك ازدوضلع باشد، لیکن فیثاغورس یااصحاب اولیهٔ او به‌آسانی ثابت‌کرده بودندکه مجذور هیچ عدد صحیحی نمی‌تواند دو برابرمجذور عدد دیگری باشد و به‌این جهت نسبت طول ضلع و طول وتر از مقادیر اصم است یعنی هر واحد طول را به‌هراندازهٔ کوچکی اختیارکنید اگر تعداد دفعاتی که واحد مزبور در طول ضلع تکرار می‌شود بدون کسر باشد درطول وتر بدون‌کسر نخواهد بود ویا بعکس.[۲۴]»

آیا راه اثبات این اصم بودن چگونه‌است؟ روایتی راکه در این باره است ارسطو نقل می‌کند، وراه اثبات‌آن را برهان خلف (**Reductio ad absurdum**)می‌داند. این برهان به‌اندازه‌یی‌کوتاه وساده است‌که ماآن را عیناً دراینجا نقل می‌کنیم:

اگرمربعی با ضلع $\mathbf{a}$ وقطر $\mathbf{c}$ دردست باشد، می‌خواهیم ثابت‌کنیم‌که $\mathbf{c}$ و $\mathbf{a}$ نسبت به یکدیگر اندازه ناپذیرند. فرض‌کنیم‌که چنین نباشد ونسبت $\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{a}}$ میان آنها را به‌ساده‌ترین صورت $\frac{\gamma}{\alpha}$ نمایش دهیم ، که بنابرآن $\frac{\mathbf{c}^۲}{\mathbf{a}^۲}=\frac{\gamma^۲}{\alpha^۲}$ می‌شود، ولی $\mathbf{c}^۲=۲\mathbf{a}^۲$ است ودرنتیجه: $۲\alpha^۲=\gamma^۲$ خواهد شد. به‌این ترتیب بایستی $\gamma^۲$ وهمچنین γ زوج و α فرد باشد. اگر γ زوج باشد می‌توان چنین نوشت: $\gamma=۲\beta$ وازآن رو $\gamma^۲=۴\beta^۲=۲\alpha^۲$ و $\alpha^۲=۲\beta^۲$ و نتیجهٔ رابطهٔ اخیر آنست‌که $\alpha^۲$ و α باید زوج باشد. ازین قرار α درآن‌واحد باید هم‌زوج باشد وهم فرد واین ممتنع و بالنتیجه فرضی‌که در ابتدا شده بود باطل است

۱ــ برتراندراسل، علم ما به عالم خارج ترجمهٔ منوچهربزرگمهر ص۱۶۷ــ۱۷۰

یعنی$\frac{c}{a}$ اندازه ناپذیر است[۱].

این‌مطلب شاید از لحاظ بعضی فلسفه‌های دیگر بی اشکال باشد، اما اساس فلسفهٔ فیثاغورس را مطلقاً متزلزل می‌ساخت. زیرا به عقیدهٔ او عدد مقوم ماهیت اشیاء است و با این‌حال دو عددکه بتوان نسبت میان ضلع و وتر مربع را به‌آن بیان‌کرد یافت نمی‌شود. احتمالا شاید بتوان این اشکال را به‌نحوی‌که با اندیشهٔ او زیاد مغایرت نداشته باشد رفع کرد. به این معنی‌که بگوئیم تقدیر طول خط منوط به تعداد ذرات‌آن است؛ یعنی خط دو سانتیمتری حاوی دوبرابر تعداد ذراتی است که در خط یك سانتیمتری موجود است و هکذاالخ. اما به فرض صحت این نظر باید میان دوخط متناهی نسبت عددی معینی باشد، زیرا ما فرض‌کردیم‌که تعداد ذرات در هریك از دو خط هرقدر هم‌زیاد باشد متناهی است و دراینجا تناقض بینی حاصل می‌شود. فیثاغوریان سعی می‌کردندکه موضوع مقادیر اصم را جزو اسرار و خفیات نگاهدارندکه جز معدودی سران فرقه‌کسی به‌آن واقف نشود.

مسأله‌ای‌که با کشف‌مقادیر اصم‌ایجاد شد به مرور زمان‌یکی ازمهمترین ودامنه‌دارترین مشکلات وموانعی‌گردیدکه در راه مساعی ذهن بشربرای فهم عالم‌قرارگرفته است. این مسأله ثابت‌نمودکه اندازه‌گیری‌عددی دقیق طول خطوط، محتاج به‌علمی است به‌مراتب مشکلتر و پیشرفته‌تر ازعلم حسابی‌که پیشینیان دراختیار داشته‌اند.

برای بیرون‌آمدن ازمضیقه، دو راه درپیش‌بود، یکی‌آنکه فکرتوازی وتشابه‌خط وعدد راکنار بگذارند، ودیگرآنکه اعداد جدیدی راکه‌همان اعداد اصم است به‌رسمیت‌بشناشند.

طریقهٔ دوم بیش ازآنچه علمای ریاضی تصور می‌کردند بغرنج و دشوار بود، چه مستلزم‌آن بودکه علاوه برتعریف‌آن اعداد و اثبات وجود آنها ، ثابت‌کنندکه بااین‌گونه اعداد می‌شود معامله اعداد کامل راکرد وقضایای هندسی که این‌گونه مقادیر در آنها وارد می‌شودمانند سایر قضایا صحت واعتبار دارد. به‌عبارت دیگر، لازم بودکه فکر عددآن اندازه توسعه پیداکندکه اعداد اصم را نیز شامل شود، ونیز فکر طول آن اندازه وسعت یابدکه قضایای هندسی مربوط به خط در مورد طول اصم نیزصحت داشته باشد. این توسعهٔ فکر بوسیلهٔ اثودوکسوس با وضع نظریهٔ نسبتهای وی‌حاصل شد، و اقلیدس آن را درکتابهای پنجم وششم اصول خویش به تفصیل‌بیان‌کرد.

تعریف اثودوکسوس از نسبتهای متساوی به قرار زیراست:

تعریف: ازچهارکمیت، اولی بادومی دارای همان نسبتی است‌که سومی با چهارمی داراست، هرگاه مضرب مشترك دلخواهی از اولی و سومی رادرنظربگیریم برحسب‌این‌که

۱ــ جورج سارتون، تاریخ علم، ترجمه احمدآرام،تهران ۱۳۴۶ هش، ص۴۷۴

مضرب اولی بزرگتر یا مساوی یا کوچکتر از دومی باشد مضرب سومی نیز بزرگتر یامساوی یاکوچکتر ازچهارمی باشد.

این تعریف را با اصطلاحات وعلائم جدید می‌توان چنین نوشت:

ازچهارکمیت A_1 و A_2 و B_1 وB_2،نسبت $\frac{A_1}{A_2}$مساوی$\frac{B_1}{B_2}$ است، هرگاه اعداد طبیعی m و n را در نظر بگیریم برحسب اینکه $mA_1 = nA_2$ و $mA_1 < nA_2$ ویا $mA_1 > nA_2$ باشد،

$mB_1 < nB_2$ و $mB_1 = nB_2$ و $mB_1 > nB_2$ خواهدبود.

این تعریف گرچه صورت اولیه وبدیهی اشکالی راکه فیثاغوریان بدان مبتلا بودند حل می‌کند، اما صور دیگری ازاین اشکال باقی‌می‌ماندکه باید مورد بررسی قرار گیرد و همین‌صور اخیرالذکراست که مسالهٔعدم تناهی را به‌صورت محض وخالص‌آن پیش‌می‌آورد.

چنانکه دیدیم باقبول این‌نظرکه طول،مرکب از خطوط است وجود مقادیراصم ثابت می‌داردکه هرطول متناهی باید حاوی تعدادی نامتناهی ازنقاط باشد. به‌عبارت دیگر هرگاه نقطه‌ها را یکی‌یکی برداریم هرقدر این‌عمل را ادامه بدهیم نقطه‌ها به‌پایان نخواهد رسید پس‌عدهٔ نقاط قابل شمارش نیست زیرا شمارش عملی است‌که اشیاء را یکان یکان احصاء می‌کند.خاصیت شمارش ناپذیری‌از خواص سلسله‌ها یا مجموعه‌های نامتناهی‌غیرقابل‌شمارش ومنشأ بسیاری ازکیفیات غریبه‌آنهاست به‌حدی‌که تااین‌اواخر آنهارا جزو محالات وتناقضات منطقی می‌دانستند.

اولین تحقیق علمی در این‌باره ازآن خیام است وهم اوست‌که برای نخستین‌بار تعریف‌منطقی اعداد اصم را به‌وسیلهٔ رشته‌های‌نامتناهی‌ارائه داده‌است،که باآن‌می‌توان نسبت طول‌خطوط را ولوقابل اندازه‌گیری نباشد بیان‌کرد.

خیام‌درمقاله دوم‌رسالهٔ شرح ما اشکل من مصادرات‌اقلیدس‌از تعریفی که‌ائودوکسوس برای تناسب به‌کاربرده و ازاین‌که اقلیدس موضوع مهمی رادر قضایای‌مربوط به‌تساوی نسبتها نادیده انگاشته عدم‌رضایت خود رااظهار داشته است. خیام می‌گوید مقالهٔ پنجم‌اصول اقلیدس اعم‌ازتصدیرات ومسائل عموماً مبتنی برتناسب مشهور است ونه‌تناسب حقیقی‌وسپس توضیح می‌دهدکه تناسب مشهور وحقیقی متلازمند به مفهوم مساوات منطقی، به‌این معنی‌که هرکجاتناسب‌مشهور وجود داشته باشد ناچار تناسب حقیقی نیز وجود خواهدداشت؛ چنانکه هرکجا تناسب حقیقی باشد تناسب مشهور نیز هست.

خیام سپس با تحقیقی عالمانه به تعریف تناسب حقیقی می‌پردازد. برای بیان تعریف خیام ازعلائم واصطلاحات جدید کمك می‌گیریم.

تعریف خیام: فرض می‌کنیم $\{A_n\}$ و $\{B_n\}$ دو رشته مقادیر (قطعه خطها) باشند و فرض می‌کنیم رشتهٔ $\{m_n\}$ ازاعداد صحیح وجود داشته باشد به قسمی‌که:

$$A_{n+2}=A_n-m_nA_{n+1}$$

تنها وقتی برقرار باشد که داشته باشیم:

$$B_{n+2}=B_n-m_nB_{n+1}$$
$$n=1,2,\dots$$

پس خواهیم داشت :

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$$

دراین تعریف رشتهٔ $\{m_n\}$ می‌تواند محدود یا نامحدود باشد. برحسب‌این‌که $B_n<B_{n-1}$ باشد $A_n<A_{n-1}$ خواهد بود.

به‌آسانی‌می‌توان ثابت کرد که تعریف خیام، معادل تعریف ائودوکسوس است. برای اثبات عکس این مطلب نخست به تعریف جدید اعداد حقیقی می‌پردازیم:

لم: هرگاه A_1 و A_2 و B_1 و B_2 اعداد مثبت حقیقی باشند.

آنچنانکه $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$ (تعریف ائودوکسوس)

پس برای هرعدد صحیح μ و ν ،

$\mu A_1 \lesseqgtr \nu A_2$ معادل است با $\mu B_1 \lesseqgtr \nu B_2$ وبرعکس.

قضیه ۱: هرگاه A_1 و A_2 و B_1 و B_2 اعداد مثبت حقیقی باشند.

آنچنانکه $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$ باشد (تعریف ائودوکسوس)

پس $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$ خواهد بود (تعریف خیام)

برهان: ازفرض خیام در تعریفش روشن است که A_n ترکیبی خطی از A_1 و A_2 است یعنی :

$$A_n=\alpha_nA_1+\beta A_2 \qquad n=1,\dots \tag{1}$$

که درآن α_n و β_n اعداد صحیح می‌باشند.

همچنین واضح است که B_n نیزترکیب خطی از B_1 و B_2 است یعنی:

$$B_n=\alpha_nB_1+\beta_nB_2 \tag{2}$$

حال باید ثابت کنیم که $A_n<A_{n-1}$ است، اگروفقط اگر $B_n<B_{n-1}$ باشد.

فرض می‌کنیم $A_n<A_{n-1}$

با استفاده ازرابطهٔ (۱) داریم:

$$\alpha_nA_1+\beta_nA_2<\alpha_{n-1}A_1+\beta_{n-1}A_2 \tag{3}$$

یا :

$$(\alpha_n-\alpha_{n-1})A_1<(\beta_{n-1}-\beta_n)A_2 \qquad (4)$$

از اینرو با توجه به فرض ولم نتیجه می‌شود:

$$(\alpha_n-\alpha_{n-1})B_1<(\beta_{n-1}-\beta_n)B_2 \qquad (5)$$

اما این مدلل می کند که $B_n<B_{n-1}$

با براهین مشابه حالتهای دیگررا تشریح می کردند.

قضیه ۲: هرگاه A_1 و A_2 و B_1 و B_2 اعداد حقیقی باشند.

آنچنانکه $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$ باشد (تعریف خیام)

پس $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$ خواهد بود (تعریف ائودوکسوس)

برهان: کافی است ثابت کنیم که تعریف خیام درعین حال که مفهوم جدید تساوی را می‌رساند تعریف ائودوکسوس را نیز شامل می گردد.

نخست نسبت $\frac{A_1}{A_2}$ را به صورت کسر مسلسل ساده‌ای بسط می‌دهیم.

$$\frac{A_1}{A_2}=[m_1 \text{ و } m_2 \text{ و } \cdots]. \qquad (1)$$

حال می نویسم

$$\frac{A_1}{A_2}=m_1+r_1 \qquad (2)$$

که درآن $r_1<1$

از (۲) نتیجه می‌شود $A_1-m_1A_1=A_3=r_1A_2$

که باردیگر از (۲) نتیجه می‌شود.

$$A_3<A_2 \qquad (3)$$

پس باتوجه به فرض داریم: (۴) $B_3<B_2$

اما (۵) $B_3=B_1-m_1B_2$

ازاین‌رواز (۴) و (۵) داریم :

$$\frac{B_1}{B_2}=m_1+\frac{B_3}{B_2}$$

که درآن $\frac{B_3}{B_2}<1$

به طریق مشابه هرگاه :

$$\frac{A_n}{A_{n+1}}=m_n+r_n$$

باشد که در آن $r_n < ۱$ است.

می‌توان ثابت کرد:

$$\frac{B_n}{B_{n+۱}} = m_n + \frac{B_{n+۲}}{B_{n+۱}}$$

که در آن $\frac{B_{n+۲}}{B_{n+۱}} < ۱$ است.

از اینرو $\frac{B_۱}{B_۲}$ را می‌توان به شرح زیر به صورت کسر مسلسل ساده نمایش داد:

$$\frac{B_۱}{B_۲} = [m_۱ \text{ و } m_۲ \text{ و } \cdots]$$

و بنابراین تساوی $\frac{A_۱}{A_۲} = \frac{B_۱}{B_۲}$ مفهوم جدید تساوی نسبت‌های اصم است که امروزه مراد می‌شود[۱].

خیام با استفاده از تعریف خود سعی می‌کند تا حکمی را در مورد تناسب بین بعضی قطعه خطهای یك مثلث ثابت کند. اما به علت اینکه وی با علائم جدید سروکار نداشته این اثبات ناقص انجام گردیده است، با این حال، این اولین اثبات منطقی این حکم در هندسه اقلیدسی است.

درزیرروش خیام را برای اثبات این حکم یادآوری می‌کنیم.

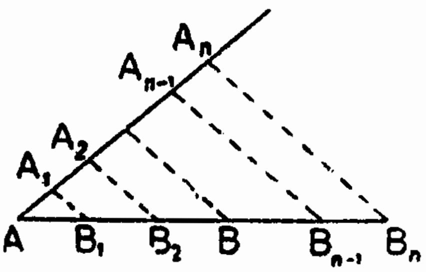
نخست روش ترسیمی تقسیم یك قطعه خط را به n قسمت متساوی متذکر می‌شویم که در آن n عددی است صحیح ومثبت:

۱ـ **ترسیم:** قطعه خط AB را درنظرمی‌گیریم و فرض می‌کنیم n عددی صحیح و مثبت باشد، برای اینکه AB را به n قسمت تقسیم کنیم، از A خط دلخواهی رسم می‌کنیم و روی آن نقاط $A_۱$ و $A_۲$ و $\cdots$ و A_n را چنان انتخاب می‌کنیم که داشته باشیم:

$$AA_۱ = A_۱A_۲ = \cdots = A_{n-۱}A_n$$

A_n را به B وصل کرده و ازنقاط $A_۱$ و $A_۲$ و $\cdots$ و $A_{n-۱}$ خطوطی موازی با A_nB رسم می‌کنیم تاخط AB را به ترتیب در نقاط $B_۱$ و $B_۲$ و$\cdots$ و $B_{n-۱}$ قطع کنند. بەسادگی می‌توان ثابت کرد که:

$$AB_۱ = B_۱B_۲ = \cdots = B_{n-۱}B$$



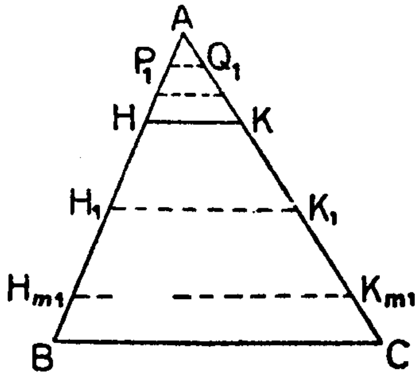
شکل ۴

1ـ S. P. Franklin, «Eudoxus, Omar, and Continued fractions» *Scripta Mathematica*, 25(1960) pp. 353ـ55

اثبات این مطلب دراغلب کتابهای هندسهٔ اقلیدسی مذکوراست وما ازبیان آن خودداری می کنیم.

۲ـ **حکم:** مثلث ABC ونقطهٔ H را روی ضلع AB درنظرمی گیریم. خط موازی BC که ازنقطهٔ H می گذرد ضلع BC را درنقطهٔ K قطع می کند به قسمی که:

$$\frac{AH}{HB}=\frac{AK}{KC}$$



شکل ۵

برهان: برهان این حکم درحالتی که طولهای AH و HB منطق باشند بسیار ساده است. ولی هرگاه این طولها اصم باشند برهان مشکل می‌شود. خیام اعداد اصم را به‌وسیله رشته‌های نامتناهی تعریف می کندوحکم مزبور را با استقراء ریاضی (Principle of mathematical induction) ثابت می کند[۱]. برهان خیام به قرار زیراست:

بدون آنکه از کلیت کاسته شود H را چنان انتخاب می کنیم که $AH<HB$ باشد. نقاط H_1 و H_2 و ... و H_{m_1} را چنان درنظرمی گیریم که:

$$AH=HH_1=\cdots=H_{m_1-1}H_{m_1}$$

$$0<H_{m_1}B<AH$$

باشد. ازنقاط H_1 و H_2 و ... و H_{m_1} خطوطی موازی با BC رسم می کنیم تا AC را به ترتیب در K_1 و K_2 و ... و K_{m_1} قطع کنند، بنابرآنچه که در بند ۱ گفته شد. این نقاط وجوددارند وداریم:

۱ـ این مطلب موضوع سخنرانی دکتر علیرضا امیرمعز در کنگره بین‌المللی ریاضیدانان در مسکو بود که در اوت ۱۹۶۶ در آن شهر برگزار شد و بعدتحت عنوان زیر در یکی از مجلات ریاضی آمریکا چاپ شد:

Ali R. Amir Moéz, «Khayyam and irrational Magnitudes» *Scripta Mathematica* Vol. XXVIII, No. 3 (1968) pp. 205–2.8

و ما عیناً آن را به فارسی ترجمه کرده و در این فصل آورده‌ایم.

$$AK = KK_1 = \cdots = K_{m_1-1}K_{m_1}$$

فرض کنیم $AH = A_2$ و $HB = A_1$ و همچنین $AK = B_2$ و $KC = B_1$ و بالاخره $H_{m_1}B = A_3$ و $K_{m_1}C = B_3$ ملاحظه خواهیم کرد که: $A_3 = A_1 - m_1 A_2$ تنها وقتی برقرار است که داشته باشیم:

$$B_3 = B_1 - m_1 B_2$$

دو حالت باید درنظر بگیریم:

۱) اگر $A_3 = 0$ باشد، دراین صورت $B_3 = 0$ بوده وداریم:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} \Longrightarrow \frac{AH}{HB} = \frac{AK}{KC}$$

۲) اگر $A_3 \neq 0$ باشد. دراین صورت نقاط P_1 و P_2 و $\cdots$ و P_{m_2} را روی AH چنان انتخاب می‌کنیم که داشته باشیم:

$$AP_1 = P_1P_2 = \cdots = P_{m_2-} P_{m_2}$$

$$0 < P_{m_2-1}P_{m_2} \quad \text{و} \quad 0 < P_{m_2}H < H_{m_1}B$$

خطوطی که از P_1 و $\cdots$ و P_{m_2} موازی با BC رسم شوند AK را به ترتیب در Q_1 و $\cdots$ و Q_{m_2} قطع کنند. بنا به روش ترسیم مذکور در بند (۱) داریم:

$$AQ_1 = Q_1Q_2 = \cdots = Q_{m_2-1}Q_{m_2}$$

فرض کنیم $P_{m_2}H = A_4$ و $Q_{m_2}K = B_4$ پس: $A_4 = A_2 - m_2 A_3$ تنها وقتی برقرار است که داشته باشیم: $B_4 = B_2 - m_2 B_3$

بازهم اگر $A_4 = 0$ باشد، حکم ثابت شده است و درغیر آن عمل را به ترتیب بالا ادامه می‌دهیم. اکنون حالت کلی‌تری‌را درنظر می‌گیریم. فرض کنیم که چنین به‌دست آورده باشیم:

$$A_{n+2} = M_{m_n}B \neq 0 \quad \text{و} \quad B_{n+2} = N_{m_n}C \neq 0$$

بنا به بند (۱) رابطهٔ:

$$A_{n+2} = A_n - m_n A_{n+1}$$

تنها وقتی برقرار است که داشته باشیم:

$$B_{n+2} = B_n - m_n B_{n+1}$$

که درآن $0 < A_{n+2} < A_{n+1}$ می‌باشد.

درحالت $A_{n+2} = 0$ رشتهٔ $\{m_n\}$ به m_n پایان می‌پذیرد و درنتیجه، حکم ثابت می‌باشد.

فرض کنیم $A_{n+1} \neq 0$ ازنامساوی $A_{n+2} < A_{n+1}$ نتیجه‌می‌شود که عدد صحیح‌و مثبت m_{n+1} وجوددارد به‌قسمی که داشته باشیم.

$$A_{n+3} = A_{n+1} A_{n+2}$$

بنا به روش ترسیم مذکور در بند (۱) وجود نقطهٔ $B_{n+۳}$ مسلم است وداریم:

$$B_{n+۳}=B_{n+۱}-m_{n+۱}B_{n+۲}$$

برعکس رابطهٔ :

$$B_{n+۳}=B_{n+۱}-m_{n+۱}B_{n+۲}$$

موجب می‌شود که داشته باشیم:

$$A_{n+۳}=A_{n+۱}-m_{n+۱}A_{n+۲}$$

درنتیجه بنا به تعریف (۲) داریم :

$$\frac{AH}{HB}=\frac{AH}{HC}$$

۳- حکم عکس: فرض کنیم K نقطه‌ای ازضلع AB و H نقطه‌ای ازضلع AC از مثلث ABC باشد به قسمی که داشته باشیم :

$$\frac{AK}{KB}=\frac{AH}{HC}$$

دراین صورت خط KH با ضلع BC موازی است، ازاثبات حکم اخیر صرف‌نظر می کنیم .

تعریف منطقی ومقنعی که ازاعداد اصم به وسیلهٔ خیام ارائه شد به‌ریاضی‌دانان امکان داد تا با اعداد اصم به همان سهولت ودقت عمل کنند، کـه با اعداد منطق امکان داشته ، زیـرا با تعریف خیام می‌توان اعـداد اصم را به رشته‌هـای نامحدود تبدیل کـرد و متوالیاً کسرهائی متعارفی به دست‌آورد تا مقادیرشان بیش ازپیش به‌آن نزدیك باشد.

واین‌روش پنج قرن پس ازخیام به‌وسیلهٔ رافائل‌بمبلی (Raphael Bombelli) ایتالیائی ارائه شد. بمبلی برای عدد اصم $\sqrt{۲}$ چنین عمل می کند:

$$\sqrt{۲}=۱+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{۲+\cdots}}}}}}}}$$

$$\overbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}^{\text{ده جمله نخستین}}$$

$$۱ = ۱$$

$$۱+\frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

$$۱+\frac{۱}{۲/۵} = \frac{۷}{۵} = ۱/۴$$

$$\frac{۱۷}{۱۲} = ۱/۴۱۶۶۶۶۶۶۶۶۶$$

$$\frac{۴۱}{۲۹} = ۱/۴۱۳۷۹۳۱۰۳۴۵\cdots$$

$$\frac{۹۹}{۷۰} = ۱/۴۱۴۲۸۵۷۱۴۲۹\cdots$$

$$\frac{۲۳۹}{۱۶۹} = ۱/۴۱۴۲۰۱۱۸۳۴۳\cdots$$

$$\frac{۵۷۷}{۴۰۸} = ۱/۴۱۴۲۱۵۶۸۶۲۷\cdots$$

$$\frac{۱۳۹۳}{۹۸۵} = ۱/۴۱۴۲۱۳۲۹۲۸۹\cdots$$

واگر تا بی‌نهایت ادامه دهیم : ۱/۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۷...

موضوع مقالهٔ سوم رسالهٔ شرح ما اشکل من مصادرات اقلیدس در خصوص تألیف نسبت و نسبت مؤلفه هندسی است که ضمناً به نسبت تألیفیه موسیقی نیز اشاره‌می‌کند. خیام دراین مقاله در مورد نظریهٔ اعداد از ارسطو دور می‌شود. خیام برای‌این‌که تشکیل نسبتها را به عنوان ضرب‌مورد مطالعه قرار دهد، تعمیم مفهوم عدد را پیشنهاد می‌کند. و هر کمیت را به عنوان عدد در نظر می‌گیرد. و دراین باره کوشش می‌کند تا تجربه‌ریاضی‌دانان‌پیشین را از راه نظری مدلل سازد خیام می‌گوید: «... و شمارگران یعنی مساحان چه بسیار است که‌گویند نصف واحد و ثلث واحد وغیرآن از اجزاء. و حال آنکه واحد [حقیقی] قسمت پذیر نباشد؛ بلکه غرض ایشان واحد است؛ نه واحد مطلق حقیقی‌که اعداد حقیقی از آن مرکب می‌شود، بلکه مقصودشان واحد مفروضی است که پیش ایشان قابل تجزیه و تقسیم باشد؛ ...[1]»

«و [نیز] چه بسیار باشد که‌گویند جذر پنج وجذر ده و غیرازآن از چیزهایی‌که در اثنای محاورات وضمن اعمال وپیمایش‌های ایشان بسیار معمول ومتداول باشد...[2]»

خیام عدد را به صورت $\frac{1}{G}$ هرچند به سبب شرایط مخصوص به خود در تناسب

$\frac{A}{B}$ قرار می‌دهد، و درباره G می‌گوید:

«منظور ما [ماهیت] مقدار G است نه ازاین حیث که خط یا سطح یا جسم یا زمان باشد بلکه از این حیث‌که در تصور عقلی مجرد از این لواحق باشد؛ و از حیث تعلق‌آن به عدد؛ نه‌عدد مطلق حقیقی زیرا چه بسا که نسبت ما بین A وB نسبت غیرعددی باشد...[3]»

این یك‌گام اساسی در توسعه مفهوم عدد بود؛ قبل از آن تحت نام عدد تنها اعداد صحیح وگاهی کسری را می‌فهمیدند ولی خیام این مفهوم را تا عدد مثبت وحقیقی تعمیم‌داد، خیام تحت تأثیر اعداد جدیدی که خود واردکرده بود به عدد جدیدی پی بـرد که می‌شد با ضرب عوامل تقریبی حقیقی در یکدیگر با هر تقریب دلخواه به‌دست‌آورد.

این مفروضات نظری برای محاسبهٔ ریشه‌های معادلات جبری و کمیتهای مثلثاتی مورد استفاده قرارگرفته‌است.

نظریات خیام دربارهٔ توسعه مفهوم عدد در مقادیر اتصالی بعدها به‌وسیلهٔ خـواجـه نصیرالدین طوسی تکمیل شد. افکار خیام وطوسی در مورد تعمیم مفهوم عدد و توسعهٔ‌آن‌تا مقادیر متصل خیلی به افکار دکارت نزدیك است که پاره خط هندسی را به عنوان اعدادی

۱ــ جلال همائی ، خیامی‌نامه تهران ۱۳۴۶ ص ۲۷۷

۲ و۳ــ همان مأخذ

که به وسیله مقادیر متغیر شرح‌داده شده است مطالعه می‌کند. اعداد حقیقی از نظر دکارت فرم هندسی داشتند که به‌کمك آن کمیت‌های متغیر را توضیح می‌دهد.

ولی نیوتن آن را از تعبیر هندسی آزاد کرد و نسبت هردو پاره خط دلخواه را عدد حقیقی نامید ورود اعداد حقیقی که به‌کمك آن می‌توان خصوصیت کمیت‌های متغیر را معلوم کرد تحولی اساسی در تکامل ریاضی به شمار می‌رود زیرا همین راه مستقیماً به کشف حساب دیفرانسیل و انتگرال منجر شد.[۱]

III خیام و هندسهٔ نا اقلیدسی

مقاله دیگر رساله شرح ما اشکل من مصادرات الاقلیدس خیام به اصل توازی اقلیدس اختصاص دارد و همان است که نام خیام را به عنوان مبتکر هندسه‌های نا اقلیدسی بلند آوازه کرده است. هندسه‌هائی که در اصل نسبیت و تئوری کوانتوم مکانیك و رد عقیدهٔ کانت دربارهٔ قبلی بودن مفهوم فضا موثر بوده است.

خیام نه‌تنها با اندیشهٔ ژرف خود نطفهٔ هندسه‌های نا اقلیدسی را تکوین داده بلکه اولین کار اساسی منطقی را دراین مورد صورت داده است، زیرا کارهای اساسی که دراین باره در اروپا صورت گرفته است همه در حدود کار خیام است.

قبل از پرداختن به‌تشریح مقاله خیام، مختصر بحثی درباره هندسه اقلیدسی و هندسه‌های نا اقلیدسی امری ضروری می‌نماید.

۱ـ هندسه اقلیدسی و هندسه‌های نا اقلیدسی

در کتاب هندسه معروف به اصول اقلیدس، اصلی مورد قبول قرار می‌گیرد که از آن به اصل موضوع (**postulat**) یا اصل توازی یاد می‌کنند و آن چنین است که از یك

۱ـ برای اطلاع بیشتر دربارهٔ کارهای خیام راجع به نسبت و تناسب و اعداد اصم و تأثیر آن در تاریخ ریاضیات رجوع شود به:

D. J. Struik «Omar Khayyam, mathematician»
The mathematics teacher Vol. LVI (1958) p. 284.

نقطه بیرون خطی مستقیم فقط می‌توان یك خط متوازی با آن خط رسم کرد. این اصل به‌روشنی و قطعیت احکامی کـه اقلیدس آنها را احکام ضروری یا اولیات (Axiomes) می‌نامـد نیست، با اینهمه چون به‌اثبات آن به‌کمك این اولیات نائل نمی‌شود و از طرفی چون هندسهٔ او جز باکمك این اصل برپا نمی‌شود این حکم را نیز به نام اصل مسلم یـا اصل قبول‌شده به‌طورصحیح، به اولیات می‌افزاید و آنگاه هندسه ومقالات مختلف را شرح وقضایای هندسی راذکر و اثبات می‌کند.

از زمان اقلیدس به بعد قبول این اصل به‌عنوان حکمی ضروری ذهن دانشمندان را ارضاء واقناع نمی‌کرد. وازهمان زمان برای تحلیل ومنجرکردن این اصل به اصول دیگر اقلیدس کوششهایی به‌عمل آمد.

اولین تحقیق منطقی دراین باره دراروپا به ساکـری (G. Saccheri) هندسه‌دان ایتالیائی منسوب است.که استقلال حکم اقلیدس یا اصل موضوع معروف توازی را بی‌آنکه خود متوجه باشد روشن‌کرده است.

ساکری خود استاد فلسفه وپیرو روش تطبیق نتیجه باطبیعت بود. منطق این دسته چنین بودکه هرگاه موضوعی به‌نتیجه نادرستمی‌کشید. آن موضوع را بایدمحال دانست وعلت‌را درتناقض ویا اشتباه استدلال جستجوکرد.

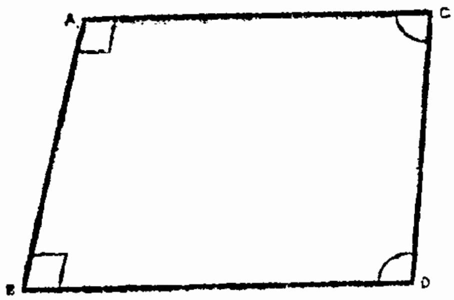
از اینرو ساکری درکتابش

Euclides ad omni naevo vindicatus

برای اثبات اصل‌موضوع، نقیض آن را موضوع قرارداد وبه نتایجی رسیدکه برخلاف‌عرف ومشهودات‌هندسی بود. وی گمان می‌کردکه ضرورت وصحت‌حکم را به‌این‌طریق مسلم‌نموده است.وسعی کرد نشان‌دهدکه نفی‌اصل موضوع، ما را به‌تناقض می‌کشاند. درحقیقت‌ساکری به‌هیچ تناقض ویا امرمحالی برخورد نکرده بود، بلکه آنچه بدان دست‌یافته بـود، بـدون اینکه خود متوجه شود، چیزی جز هندسهٔ نا اقلیدسی نبود. روشی‌که ساکری پیش گرفته بود مبتنی بـرشکل چهارضلعی متساوی الساقین ذوقائمتین و استفاده از ۲۸ قضیهٔ اول اقلیـدس است‌که براصل پنجم متکی نیستند. ساکری فرض‌کردکه اضلاع AC و BD.

(شکل۶) موازیند وزاویه‌های AوB نیزقائمه‌اند. سپس بـا استفاده از۲۸ قضیهٔ‌اول اقلیدس، به‌آسانی ثابت کردکه زاویه‌های CوD با هم برابر می‌باشند، اقلیدس قائمه بودن آنها را قبول‌کرد.کوشش ساکری هم دراین بودکه قائمه بودن‌آنها را به اثبات بـرساند. چه در غیر این صورت وبافرض «ضداقلیدسی» یعنی بافرض اینکه هرکدام‌از زوایای CوD بزرگتریاکوچکتر از قائمه باشند، به تناقض برخورد خواهیم‌کرد. ساکری در روش‌خـود عملاً تعدادی از قضیه‌های مهم هندسهٔ نااقلیدسی را به اثبات رساند، ولی او ندانسته این نتیجه‌ها را به‌حساب تناقض یامحال گذاشته بود.

بایدمتوجه بودکه هیچکدام از دوفرض زاویهٔ حاده و زاویهٔ منفرجه نمی‌توانندوسیلهٔ اثبات اصل توازی شوند. زیرا اصل توازی خطوط اقلیدس با اصل زاویهٔ قائمه متعادل است. (به تعبیردیگر طبق روش استنتاج متعاکس فرض زاویهٔ قائمه درعین حال شرط‌لازم و کافی است. C



شکل۶

حال برای اینکه ایده‌ای شهودی از یك هندسه نا اقلیدسی دهیم کره زمین را کاملاً کروی درنظر می گیریم. دراین صورت هرصفحه‌ای‌که از مرکز کره زمین بگذرد سطح آن را در امتداد دایره عظمیه‌ای قطع می کند.

اگر دونقطه ازیك سطح غیر مشخص را بوسیلهٔ خطی‌که روی سطح رسم شده است به‌هم‌وصل کنیم، درحالیکه کوتاهترین فاصلهٔ بین‌دونقطه را معین‌کند، خط مساحی‌یا ژئودزیك (Geodesic) نامیده می‌شود.

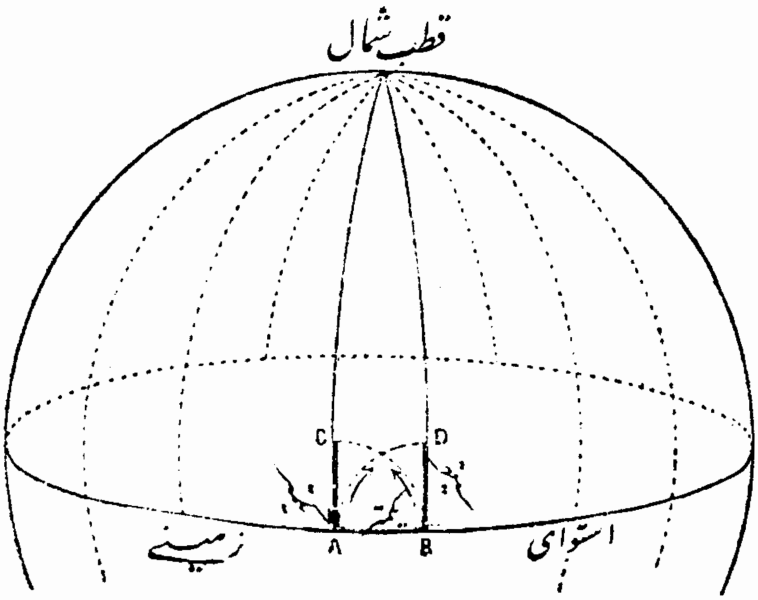
بنابراین مراد از خط ژئودزیك‌کوتاهترین فاصله بین دونقطه ازسطح‌کره است وآن قوس حاده‌ای ازدایرهٔ عظیمه‌ای است‌که براین دونقطه می گذرد.

درهرصفحه دوخط مساحی یکدیگر را تنها دریك نقطه قطع‌می‌کنند. مگردر حالتی‌که باهم موازی باشند. یعنی یکدیگر راقطع نکنند (درحالت هندسهٔ اقلیدسی) و حال آنکه در روی سطح‌کره هردو خط مساحی اختیاری همیشه یکدیگر را در دو نقطه قطع می کنند.

یکی‌دیگرازاختلاف‌های این‌دوهندسه درآن‌است‌که برروی‌صفحه دوخط مساحی‌هرگز نمی‌توانندمساحتی را مابین‌خود محدود سازند واین موضوع را اقلیدس ضمن‌یکی ازاصول هندسه خویش پذیرفته بود وحال‌آنکه برعکس برروی سطح‌کره هردوخط مساحی‌اختیاری، مساحتی ازسطح را مابین خویش محدود می کند. اکنون استوای زمین و دوخط مساحی را که ازقطب شمال‌بگذرند وبراستوا عمود باشند درنظر می گیریم، درایـن صورت در نیمکرهٔ شمالی ازتقاطع اینها مثلثی به‌وجود می‌آید.

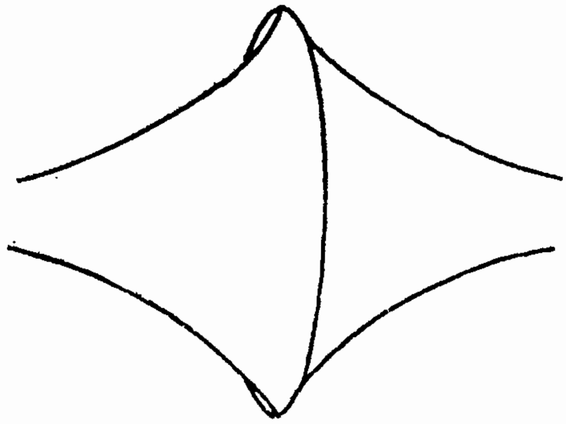
در روی خط استوا طول AB را برابر با یك متر انتخاب می کنیم. سپس برانتهای این خط عمودهای AC و BD را که طول هر کدام از آنهـا نیزیك متر است اخراج می‌کنیم. حال خط مساحی دیگری رسم می‌کنیم‌که دو خط مساحی عمـود بر استوا را در

نقاط C و D قطع کند. به طوری که کمانهای محدود ما بین استوا وخط مساحی DC باهم مساوی باشند، به‌این طریق بـر روی کره، شکل‌چهارضلعی ABCD حاصل می‌شود. کـه نظیر شکل دیگری است که در صفحهٔ اقلیدسی دیدیم. لیکن به سهولت دیده می‌شود که در شکل کروی هریك از دو زاویهٔ متساوی C و D بزرگتر از یك زاویه قائمه است. به این طریق ملاحظه می گردد که هندسه روی سطح کروی به تجارب آدمی نزدیکتر ازهندسهٔاقلیدسی است. (شکل۷)



شکل ۷

به وضع متشابهی با درنظر گرفتن سطح با رویهٔ دیگری که کمتر با آن آشنائی داریم، می‌توان ثابت کرد که فرض زاویهٔ حاده نیز درجای خود معقول وپذیرفتنی است. این سطح به‌دوشیپور بی‌نهایت طویل که آنها را در سرگشادشان به‌یکدیگر جوش داده باشند شباهت دارد.



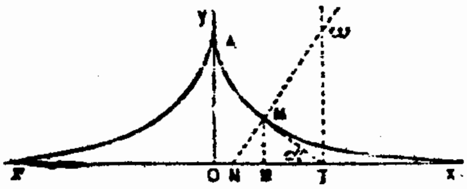
شکل ۸

برای اینکه سطح مزبور را به صورت صحیحی وصف کنیم، ابتـدا منحنی مسطحی را که تراکتریس (Tractrice) نامیده می‌شود تعریف می‌کنیم؛ این منحنی به صورت زیر به‌دست می‌آید:

دو محور مختصات دکارتی مانند XOX' و YOY' عمود بر یکدیگر در نظـر می‌گیریم ومیله‌ای به طول معین چنان فرض می‌کنیم که یك سرش درنقطهٔ O قرار گرفتـه باشد. و سر دیگرش به قطعه‌ای ازسرب (نوك مدادی) مجهز باشد ومیله در امتداد YOY' قرارگرفته باشد.

اکنون سری راکه درO قرارداشت روی OX تا بی‌نهایت به‌حرکت درمی‌آوریم، سر دیگرکه به قطعهٔ سرب مجهز است ازاین حرکت پیروی می‌کند ومنحنی مزبور یالااقل نصف آن را رسم می‌کند.

برای به دست‌آوردن نیمهٔ دوم منحنی مزبورکافی است سری را که در نقطهٔ O قرار داشت روی OX' تا بی‌نهایت به‌حرکت درآوریم و واضحست‌که این‌نیمه، قرینهٔ نیمهٔاول نسبت به YY' خواهد بود. هریك از این دو شاخهٔ منحنی تا بی‌نهایت ادامه می‌یابند.



شکل ۹

از دوران این منحنی حول محور xها منحنی دو شیپوری به دست می‌آید. این‌سطح را به دلایلی‌کره کاذب می‌نامند. ومهمترین این ادله آن است‌که انحنای‌آن، مقدار منفی و ثابتی است.

برای تعیین معادله این منحنی ملاحظه می‌کنیم که همواره طول مماس براین منحنی از هر نقطهٔ واقع بر محور XOY مقدار ثابتی است. (طول MT درشکل)

زاویهٔ حاده OTM را α می‌نامیم. مختصات نقطهٔ M چنین می‌شود:

$$Y = a \sin\alpha$$

$$X = -a\cos\alpha - a \log tg\frac{\alpha}{۲}$$

ومعادلهٔ قائم چنین خواهد بود:

$$X = a\log\frac{a+\sqrt{a^۲ - Y^۲}}{Y} - \sqrt{a^۲ - Y^۲}$$

A نقطهٔ عطف (rebroussement) منحنی است، خط قائم بر منحنی در نقطهٔ M مجانب منحنی یعنی X′OX را در N قطع می‌کند از T عمودی بر محور X′OX رسم می‌کنیم این عمود قائم MN را در ω قطع می‌نماید: این نقطه مرکز منحنی می‌باشد بنابراین شعاع این انحنا برابر است با:

$$M\omega = a\,cotg\,\alpha$$

قائم MN محدود به مجانب منحنی و در جهت مخالف Mω است. پس طول آن برابر خواهد بود با:

$$MN = -a\,cotg\,\alpha$$

پس بنا به قضیهٔ مزنیه (Meusnier) انحنای کره کاذب یعنی سطحی که‌از دوران منحنی تراکتریس حول مجانبش حاصل می‌شود به‌صورت:

$$M\omega \times MN = -a^2$$

خواهد بودکه در آن $-a^2$ مقدار ثابت ومنفی می‌باشد.

حال اگر با ترسیم خطوط مساحی این سطح بر روی‌آن شکل چهار ضلعی نظیر ABCD مزبور را با دو زاویهٔ قائمه و دوضلع متساوی به وجودآوریم ملاحظه خواهیم کردکه دراین مورد زاویهٔ حاده صحت دارد و بس.

به‌این طریق ملاحظه می‌گرددکه هریك از سه فرض زاویهٔ قائمه، زاویهٔ منفرجه و زاویهٔ حاده به ترتیب در مورد صفحهٔ اقلیدسی وسطح کروی وسطح کرهٔ‌کاذب صحت دارند و درتمام این حالات «خطوط راست» خطوط مساحی می‌باشندکه حداقل فاصلهٔ مابین دو نقطه را روی سطوح مزبور به وجود می‌آورند. درحقیقت‌هندسهٔ اقلیدسی نمایندهٔ حالت حد یا حالت تغییرشکل‌یافته‌ای از هندسه‌کروی است وآن درموردی است‌که شعاع‌کرهٔ مورد نظر به تدریج افزایش یابد و به سمت بی‌نهایت میل‌کند.

اقلیدس به جای این‌که هندسه‌ای به‌وجودآوردکه با شکل زمین به‌صورتی که‌امروزه مورد شناسایی ما است تطابق داشته باشد با این فرض‌که زمین مسطح است کار خود را شروع‌کرد و در هرحال اگر خود او با این فرض شروع نکرده بود اسلاف او این‌کار را کردند وهندسهٔ اقلیدسی را به عنوان حقایق محترم وتغییرناپذیر مدون‌کردند. مدت دوهزار سال طول کشید تا آدمی توانست این حقایق ابدی را از هندسه براند واین‌کار به‌دست لوباچفسکی انجام‌گرفت. وی درصحت اصل توازی اقلیدس شبهه‌کرد و به‌این نظر این‌اصل را انکارکرد ومجدداً کار اقلیدس را از سر و تمام هندسه اقلیدس را ازنو با نظری‌منطقی به‌انتقادگرفت و درانتظار اینکه با انکار این اصل سرانجام در موردی از قضایا و احکام هندسی به‌تناقض برخواهدخورد،کار خود را ادامه داد و مشاهده‌کردکه به هیچ تناقضی برخورد نمی‌شود. بنابراین صحت اصل اقلیدس مورد شبهه قرارگرفت وهندسه دیگری‌پیدا

شد که درآن از یك نقطهٔ خارج خطی مستقیم درصفحهٔ مستوی‌که شامل آنهاست بیش از یك موازی می‌توان رسم کرد. ولی چون لوباچفسکی حکم دیگر اقلیدس را دایـر براینکه دو خط مستقیم دربیش از یك نقطه برخورد نمی‌کنند، قبول می‌کرد به نظر اوچنین می‌رسید که با قبول یا رد اصل اقلیدس دو نوع هنـدسه پیدا می‌شود. بعدها دانشمندی آلمانی بنـام ریمان (Riemann) ملاحظه‌کرد که رد یا انکار اصل‌اقلیدس به دوصورت ممکن است:

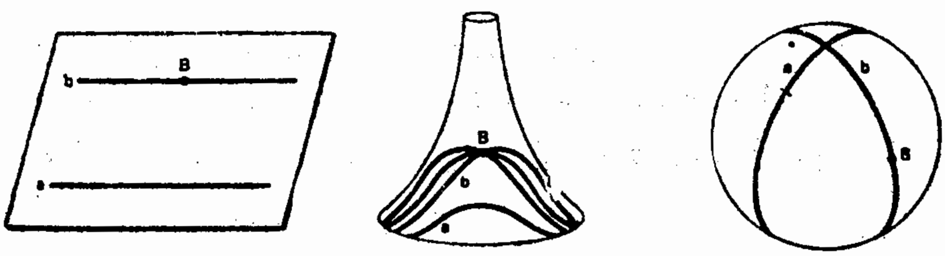
نخست به صورتی که لوباچفسکی انکار این اصل را در قبول وجود خط موازی و عدم انحصار آن به یك خط منجر می‌کند.

دوم انکار اصل اقلیدس به صورت اعم یعنی عدم وجود خط موازی با خط دیگـر، دراین‌صورت ریمان نشان داد که حکم دیگر اقلیدس (که با اینکه به ظاهر نتیجه تعاریف و احکام دیگر است اقلیدس آن را به خصوص ذکر می‌کند.) دو خط مستقیم دربیش از یك نقطه برخورد نمی‌کنند، ضرورت ندارد وخطوط مستقیم‌بخصوصی وجود دارند که دردونقطه برخورد می‌کنند وطول این خطوط بین این دو نقطه یعنی فاصلهٔ این دونقطه از هم هیچگاه تغییر نمی‌کنند. با اینکه این نقاط در فضا می‌توانند تغییر کنند.

دانشمند دیگری بنام بولیای (J. Bolyai) اهل مجارستان بعدها نشان داد‌که اگر احکام دیگر اقلیدس قبول شود انواع هندسه منحصر به همین سه نوع می‌باشد:

نخست، هندسه اقلیدس با انحصار خط موازی با یك خـط (از نقطه‌ای خارج خط مفروض)

دوم، هندسه لوباچفسکی با وجود بینهایت خطوط غیر متقاطع با خطی مفروض‌که‌همه از یك نقطه رسم می‌شوند.



شکل ۱۰

سوم، هندسه ریمان با عدم وجود خطوط موازی[۱].

۲- کارهای ریاضیدانان اسلامی در بارهٔ اثبات اصل توازی اقلیدس و اثرات آن در پیدایش هندسه‌های نا اقلیدسی

پس از ترجمهٔ کتاب اصول اقلیدس به عربی، گروهی از علمای اسلامی برای اثبات اصل موضوع اقلیدس قیام کردند که دربین آنان اسامی زیر چشمگیر است.

۱- ثابت‌بن قره حرانی که دو کتاب به قضیه خطوط متوازی اختصاص داده‌است که عنوان یکی ازآنها چنین است:

کتاب فی‌اعمال و مسائل اذا وقع خط مستقیم علی‌خطین[۲].

۲- عباس بن سعید جوهری که مؤلف یکی از مهمترین کتابها در این موضوع است بنام اصلاح کتاب اصول.

۳- ابوجعفر محمدبن حسین خازن خراسانی که اونیز شرحی براصول اقلیدس‌داشته است.

۴- ابوالعباس فصل‌بن حاتم نیریزی.

۵- ابومحمد حسن‌بن‌عبیدالله بن سلیمان‌بن‌وهب.

۶- ابوعلی محمدبن‌حسن‌بن‌هیثم. فیزیکدان وریاضیدان برجستهٔ اسلامی که مؤلف شش کتاب دربارهٔ اصل‌توازی است واین کتابها عبارتند از:

۱- در این فصل منابع زیر مورد استفاده قرار گرفته است:

☆ اریک‌تمپل ، «ریاضیدانان نامی» ترجمه حسن صفاری تهران ص۴۶۶- ۴۶۸

☆ آیمرتوت«هندسهٔ نا اقلیدسی پیش از اقلیدس» ترجمه هرمز شهریاری آشتی با ریاضیات ج ۱ ش ۱ ص۲- ۵

☆ هشترودی«هندسه‌هـای نوین» جهان اندیشه دانش و هنر تهران ۱۳۵۰ هش ص ۱۶۲-۱۶۶

۲- برای کسب اطلاع از کارهای ثابت‌بن قره در باره اصل توازی رجوع شود به:
A I. Sabra ‹Thābit ibn Qurra on Euclid's Parallels Postulate› *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*—Vol. XXXI, (1968) pp. 12–32

۱ـ حل شکوك المقالة الاولی من کتاب اقلیدس
۲ـ شرح مصادرات کتاب اقلیدس
۳ـ مقالة فی حل شك علی اقلیدس فی المقالة الخامسة من کتابه
۴ـ مقالة فی حل شك (شکوك: ظ) فی مجسمات کتاب اقلیدس
۵ـ مقالة فی حل شك فی المقالة الثانیة عشر من کتاب اقلیدس
۶ـ مقالة فی قسمة المقدارین المختلفین المذکورین فی الشکل الاول من المقالة ــ العاشرة من کتاب اقلیدس

ابن هیثم علاوه بر شش رسالهٔ فوق که در خصوص مشکلات و شکوك کتاب اقلیدس نوشته کتابی دیگر هم به‌نام شرح اصول اقلیدس فی الهندسة والعدد وتلخیصه تألیف کرده‌و ظاهراً دراین کتاب نیز راجع به اصل توازی بحث کرده است.

روش ابن هیثم درحل مصادرهٔ خطوط متوازی

به موجب بحث مبسوطی که درکتب هندسی منعکس است. اگر برخطی عمودی رسم کنیم وطولی مساوی مقدار معین ازآن جدا کنیم وازنقطهٔ دیگری نیز خطی به موازات همان عمود رسم وطولی مساوی طول مفروض اولی جدا کنیم و دونقطهٔ منتهی الیه را به‌هم وصل نمائیم خط چهارمی که به‌این ترتیب به‌دست می‌آید فرض می‌شود که موازی با خطی است که دو عمود برآن رسم کرده‌ایم. وچون می‌توان بی‌نهایت خط برخط اولی فرض کرد واز آنها طول مساوی را جداکرد به ذهن چنین می‌رسد که بی‌نهایت نقطه می‌توانیم پیدا کنیم که‌آن نقطه‌ها روی‌یك خط بوده‌وچنین خطی موازی خط اول باشد. روی همین نظرابن‌هیثم تصورکرده بودکه اگر خطی عمود برخط دیگر فرض شود وطولی روی این خط ازآن جدا گردد درصورتی که این خط عمود در امتدادی حرکت‌کند در منتهی الیه‌آن خطی به‌موازات خط اول به‌وجود خواهدآمد.

بدیهی‌است در صورتیکه این فاصله دریك سمت‌کم شود در سمت دیگر زیادخواهد شد، و درسمتی که این فاصله‌کم شده است خطی که موازی بود به صورت قاطع درخواهد آمد. واین‌کار ازدوطرف خط معین روی خواهد داد.

اگر مجموعهٔ تغییرات خطی که از نقطهٔ معین با خط مفروض به‌دست می‌آید درنظر گیریم محل تقاطع‌آنها منحنی تراکتریس را به وجود می‌آورد. همین جاست‌که رابطه‌ای بین یك منحنی که در بی‌نهایت با خط مفروضی مجانب است و در دوطرف نقطه معین امکان‌آن است به‌وجودآیدباهندسه‌نااقلیدسی به‌دست می‌آید. تحقیق دراینکه منحنی‌تراکتریس چگونه موجب‌پدیدآمدن‌هندسه‌های نااقلیدسی‌است یکی ازدلکش‌ترین بحثهای‌هندسه است.

درفاصلهٔ توجه به‌منحنی تراکتریس‌وپیدایش‌هندسه‌های نااقلیدسی ریمان ولو باچفسکی اندیشه‌های مختلفی را می‌توان جستجوکرد. اولا توجه به‌شکل پیدایش خط موازی‌بافرض

ابن‌هیثم وطرد این مفهوم ازطرف خیام به عنوان تلقی کردن هندسه به‌صورت یك شکل مجرد تغییرناپذیر وتوجه به‌استنباط خواص سطوح مختلف با تقعر وتحدب آنهـا، مسالهٔ اساسی است. که اصول هندسهٔ اقلیدسی را از صورتی که متفکرانی چون کانت تصور می کـردند، خارج کرده و درپایان هندسه اقلیدسی را یکی از صور استنباط خواص اشکـال از سطوح درآورده‌است. مسالهٔ دیگر بحثی است که رابطهٔ بین مقاطع مخروطی وشکل قاطع رابه‌دست می‌دهد. تحقیقات آقای هوشنگ میرمطهری نشان داده‌است که مبتکر این مطلب ابن‌سینا می‌باشد.

چهار ضلعی سه‌قائمه مورد مطالعه ابن‌هیثم بعداً درقرن هیجدهم میلادی باردیگـر در نظریهٔ خطوط موازی لامبرت (Johnn H. Lambert) مورد مطالعه قرار گرفت.

ابـن‌هیثم در اولین کوششی کـه در اروپای قرون وسطی بوسیلهٔ ریـاضیدان یهودی لوی‌بن‌گرشن (Gersonides=Levi ben Gershon) برای اثبات اصل موضوع پنجم انجام گرفت تأثیری جدی داشت. این ریاضیدان درنیمهٔ اول قرن چهاردهـم درجنوب فرانسه زندگی می کرد.

۷ـ ابن‌سینا فیلسوف بزرگ اسلامی نیز در اصل تـوازی اقلیدس به پژوهش‌هـای ذیقیمتی پرداخت. اوکه هندسه را برای شناخت مجسطی وعلم فلك مقدمهٔ کار می‌دانست در اصول اقلیدس شك کـرد. دنباله کار اوکه به ریاضیدانان اسلامی مانند خیام و ریاضیدانـان اروپائی مانند ریمان ولباچفسکی برخورد می کند ما را به دو اندیشه می‌رساند کـه آیـا اینان از طریق منحنی تراکتریس به پایه گزاری اصول خـود رسیده‌اند یا از روی دقت در خواص‌روابط خطوطی که در غیر سطح مستوی پدید می آید مانند سطوح بیضی دوار، سهمی دوار، هذلولی دوار، نیمدایره دوار.

۸ـ پس ازابن‌هیثم، کارهای خیام دربارهٔ اثبات اصل توازی شایان توجه است که در زیر بدان اشاره می‌شود:

۳ـ کارهای خیام دربارهٔ اصل توازی اقلیدس

درخلال تحقیق مشاهده می‌شود که خیام درقبول این حکم به صورت یك اصل مسلم، مردد است.

خیام اساساً باروش کار ونظر ابن هیثم موافق نیست. زیرا ابن هیثم سعی‌می کند که قضیه‌را با کمك بعضی‌فرضیات‌مبهم که دربارهٔ‌خواص‌حرکت‌مستقیم‌الخط یکنواخت می کند، به اثبات برساند. درحالیکه خیام‌به‌پیروی ازارسطو تعاریفی ازقبیل‌اینکه مکان حرکت رامعلوم

می‌کند ازهندسه حذف می‌کند. و با تعجب از ابن‌هیثم می‌پرسد.

«هندسه را باحرکت‌چه تناسب است ومعنی حرکت چیست؟» یعنی حرکت ازعوارض جسم‌طبیعی وجـوهری است و باکمیت ومقدار عرض‌که موضوع علم هندسه است ارتباط ندارد و این خود خارج شدن ازموضوع علم است.

خیام همچنین بر اقلیدس اعتراض می‌کند؛ ازاین نظرکه درتنظیم مبادی اصول هندسهٔ خود قصورکرده واحیاناً مطالبی ذکرکرده‌که چندان مورد لزوم نیست واگر آن را حـذف کنند خللی به ارکان قضایا ومسائل هندسی وارد نمی‌شود ودر مقابل یك قسمت ازقضایـا که ذکرآنها در مبادی، ضرورت داشته ازقلم افتاده است‌که بایدآنها را اضافه‌کرد. از قبیل قضایا ومسائل زیر:

۱ــ هرکمیت، مقداری قابل تقسیم است الـی‌غیرالنهایـه وهیچ کمیت‌ومقداری از اجزای غیرمنقسم یعنی جزءلایتجزا ترکیب نشده است. خیام معتقد است‌که بعضی ازعلمای هندسه خواسته‌اند این قضایا را درخود هندسه اثبات کنند غافل از اینکه مستلزم دور محال است، اما یك‌فیلسوف همچنانکه با براهین فلسفی وجود خط ودایره و سایرمبادی هندسه را اثبات‌کرده است می‌تواندآن قضایا را نیز اثبات کند، آن هـم به‌طریق «برهــان انــی» (Démonstration á postériori) یعنی پی‌بردن از معلول به‌علت نه «برهان‌لمی» (Démonstration ā priori) که پی بردن ازعلت است به‌معلول.

۲ــ دوخط مستقیم متقاطع هرقدر از زاویهٔ تقاطع دورتر می‌شوند فاصلهٔ مـابین آنها بیشتر می‌شود.[۲]

۳ــ دوخط مستقیم‌که فاصلهٔ مابین‌آنها روبه تنگی‌و نزدیکی می‌رود اگرآنها راامتداد بدهی ناچار تقاطع خواهندکرد.[۳] وممکن نیست‌که دوخط درهمان حال وهمان جهت کـه رو به تنگی می‌روند؛ گشادگی و فاصلهٔ مابین‌آنها بیشتر شده باشد؛ چنانکه برعکس آن نیز ممکن نیست‌که دوخط درهمان سمت وهمان‌آن‌که ازهم دور می‌شوند بـه یکدیگر نزدیك شده باشند.

۱ــ «اية نسبة بين‌الهندسة والحركة و مامعنی‌الحركة»

۲ــ «كل خطين مستقيمين متقاطعين فانهما الی‌الانفراج و الاتساع فی بعدهما عن زاويةالتقاطع»

۳ــ «ان‌الخطين‌المستقيمين المتضايقين فهما يتقاطعان ولايجوز (ان‌يتسمان و كذلك لايجوز) ان يتسع خطان متضايقان فی مرورهما الی‌التضايق»

(← خیامی‌نامه ص ۱۱۸)

خیام می‌گوید که این قضایا را می‌توان درخود هندسه نیز به طریق « برهانانی» اثبات کرد.

خیام باکمك این اصول جدید همه‌قضایائی راکه مستقیماً از اصل موضوع پنجم اقلیدس به دست می‌آیند ثابت می‌کند. خیام بالاخره چهار ضلعی سه قائمه را مورد مطالعه قرار می‌دهد وثابت می‌کندکه زاویهٔ چهارم این چهارضلعی هم‌قائمه‌است برای این منظور ثابت می‌شودکه اضلاع چهار ضلعی دو به دو برابرند (هرضلع‌که متصل به زاویهٔ چهارم است با ضلع روبروی‌آن) این‌مطلب از راه برهان خلف ثابت می‌شود، یعنی از این راه که فرض «زاویهٔ اول کوچکتر یا بزرگتر است از زاویه دوم » به تناقض کشانده می‌شود.

چهارضلعی سه قائمه در مرکز توجه خیام قرار ندارد، بلکه او بیشتر به «چهار ضلعی دوقائمه متساوی‌الساقین» اهمیت می‌دهد. (چهارضلعی که دو زاویهٔ پهلوی قاعدهٔ آن قائمه بوده ودو ضلع پهلوی‌آن مساوی‌باشند.) فکر مربوط به این چهار ضلعی ممکن است از ابن هیثم به خیام رسیده باشد. ابن هیثم قضیه‌ای داردکه برطبق‌آن هرچهارضلعی دوقائمهٔ متساوی‌الساقین به وسیلهٔ محور تقارن خود به دو چهار ضلعی سه قائمه تقسیم می‌شود. خیام ابتدا فرض می‌کندکه دوزاویهٔ دیگر چهار ضلعی دوقائمه (که باهم برابرند) حاده باشندو سپس حالت منفرجه بودن آنها را مطرح می‌کند ودر هر دوحالت فرض را با کمك اصل خودش به تناقض می‌کشاند، خیام پس از این‌اثبات، مثل ابن هیثم به سادگی اصل‌موضوع اقلیدس را ثابت می‌کند[۱].

در بررسی کارخیام در اثبات اصل توازی توجه به دونکته زیر لازم است: نخست اینکه‌بین منطق وریاضیات‌نزدخیام نوعی‌بستگی‌محکم وجود داردکه اصل توازی رابه‌صورت دیگری‌عنوان می‌کندکه به نظر اومنطقی‌تر از سبك اقلیدس است. دوم‌آنکه هندسه درنظر خیام علم به اشکال مجرد است‌که درفضای مجرد مستغرق‌اند و این نکته بسیار مهم است. زیرا درهندسهٔ کلاسیك که به‌تحریر اقلیدس مستند است اشکال فضائی بیش از سه‌بعد ندارند وباید متوجه بودکه قدما از فضا، فضای طبیعی را که جایگاه استقرار ماده و محل تغییر وضع وحرکت ماده است مراد می‌کردند واغلب مسائل مورد بحث ازقبیل تناهی‌ابعاد وقابلیت‌تقسیم بعد، ازهمین نکته ناشی می‌شودکه فضای هندسی مورد توجه قرار نمی‌گرفت، وچون فضای حسی ناچار به امکان تجربی انسانی محتاج بود بیش از سه بعدنمی‌پذیرفت درهندسهٔ تجریدی‌که امکان‌تجربی درآن‌موردنظر نیست انحصار ابعاد به ابعادسه‌گانه

۱ـ مقدمه روزنفلدویوشکویچ بر رسائل خیام ترجمه پرویز شهریاری تحت عنوان «نظریهٔ خیام در بارهٔ خطوط موازی‌الهام دهندهٔ هندسه نااقلیدسی» مندرج در مجله سخن علمی و فنی شماره ۳۴(۱۳۴۴) ص۱۸۴ـ۱۸۵

ضروری نیست وممکن است فضا را صاحب ابعادی بیش از سه بعد فرض کرد. تصورفضای مجرد، هم اکنون کمك شایانی در پیشرفت علوم ریاضی وفیزیکی کرده است.

پیوستگی منطق وریاضیات درنظر خیام به اصلی منجر می‌شود که اکنون درفلسفۀعلمی یکی از مبانی بنیانگزاری علوم محسوب مـی گردد. وآن اصل علیت (Causalité) بـه مفهوم علمی است. بحث دراین‌مساله درحوصلۀ این گفتار نیست. فقط اشاره‌ای بـه‌آن کافـی است که هرآن چیزی که به‌نام علت ومعلول وبستگی علی بین‌آنها درعلوم مـورد بحث است، نوعی‌هم‌آهنگی ویکسانی در اندازه‌گیریها و نتایج مقایسات است که ثابت مـانده وتغییر نمی‌کند. وخیام به‌این‌مطالب توجه دقیقی دارد و در رباعیات خود به‌آن بارها اشاره کـرده است: «تابودنشان بودنیها بوده است.»[۱]

۴ـ استفاده علمای اسلامی و اروپائی از روش خیام

پس ازخیام، دانشمند و ریاضیدان برجسته قرن هفتم هجری خواجه نصیرالدین‌طوسی کـارهای اورا دراین‌زمینه دنبال کرد. خواجـه نیز چـون خیام چهارضلعی متساوی‌الساقین ذوقائمتین را موردبررسی قرارداد. و با بررسی اقوال وآرای ریاضیدانان پیشین دراین‌زمینه به‌نگارش کتاب مهم:

الرساله‌الشافیه عن‌الشك فی‌الخطوط المتوازیه پـرداخت . دراین کتاب پس‌ازیك مقدمه اقوال‌ونظریات ابن‌هیثم، عمرخیام، وجوهری ذکرمی‌شود. وی‌همچنین قضایای‌پیشنهادی خیام را درکتاب تحریر اقلیدس خودآورده است.

طوسی پس ازتألیف رساله شافیه نسخه‌ای ازآن را همراه با نامه‌یی برای اظهارنظر پیش‌علم‌الدین قیصرکه از بزرگترین ریاضیدانان معروف آن‌زمان دربلاد شام بود فـرستاد. علم‌الدین درنامه‌ای که درجواب خواجه نوشت او را درتألیف آن رساله وحل مشکل‌مصادرۀ خطوط موازی تحسین‌بلیغ کرد وضمناً سه‌نکته براو گرفت: نکته اول اینکه دربارۀآن‌موضوع کتبی دیگرهم ازعلمای قدیم دربلاد شام شایع ودر دسترس علم‌الدین بوده است که خواجۀ طوسی‌ازآنها اصلاً اطلاع نداشت یانسخ‌آنها را ندیده بود.

علم‌الدین دراین‌خصوص ازسه‌تن نام می‌برد یکی سنبلیقیوس که نمونه‌یی از تحقیقات

---

۱ ـ هشترودی «خیام ریاضیدان شاعر» یکان ج ۱۲ص ؛ ۲۳۸ـ۲۳۹

اورا مربوط به‌همان مسألهٔخطوط متوازی درنامه خود درج کرده است؛[۱] دیگر ثابت بن‌قره؛ سدیگر یوحنا القسی.

بازعلاوه می کندکه نسخهٔ کتاب مصادرات اقلیدس ابن‌هیثم که خواجه در رسالهٔ شافیه می گویدتا کنون به‌دست من‌نیفتاده است، هم‌دربلاد شام و پیش ماموجود است. دو نکته‌دیگر علم‌الدین جنبه فنی دارد[۲].

کارهای‌طوسی که مبتنی برکارخیام است. در قرن هفدهم دراروپا اهمیت مخصوصی کسب‌کرد ونظر ساکری را به خود جلب‌نمود. ساکری نیزبا استفاده ازرسالهٔ طوسی همان روش‌خیام مبتنی برچهارضلعی متساوی‌الساقین ذوقائمتین را مورد بررسی‌قرار داد. پس‌ازاو، دانشمندان دیگر، کار ساکری رادنبال کردند وسرانجام‌لباچفسکی و گاوس و ریمان بامطالعات عمیق وپیگیری هندسه‌های غیر اقلیدسی را بنا نهادند.

دکترمحسن هشترودی ضمن بحث دربارهٔ کارطوسی در باب اصل توازی چنین اظهار کرده است:

«درآخرین نامه‌ای که خواجه به‌علم‌الدین‌قیصر نوشته است به‌این‌جمله برمی‌خوریم : واکنون‌گویم که من این‌حکم را شکلی ازاشکال‌کتاب قرارندادم. بلکه من‌حکم بـه اینکه دو زاویـه‌که پیدا می‌شوند میان دوعمود متساوی به‌وسیلهٔ خطی که ازکنارآن‌دو مـی گذرد، قائمه‌هستند، شکلی قـراردادم وآن را باخلف بیان‌کردم. پس بـدین‌حکم منتهی شد وخلف ظاهرگشت.واین بیان‌نظیرآن بیانی‌است‌که درشکل چهارم ازمقالهٔ اول گفته می‌شودکه اگر هنگام تطبیق دومثلث دوقاعدهٔ آن برهم منطبق نشوند، احاطه به سطحی پیدا می کنند وایـن محال است. زیراحکم دراین‌بحث وحکم برامتناع احاطهٔ دو خطمستقیم به‌یك سطح‌دراینکه هردو ضرورین‌ومبدأ برای مسائل‌هندسی می باشند یکی‌است واگر نیازمندی بـه‌بیان پیدا شود، جای بیانش علم دیگری است غیر ازهندسه‌که درآنجا ماهیت خطوط مستقیم واعراض

۱ـ برهان سنبلیقوس را برای اثبات اصل توازی اقلیدس آقای دکتر عبدالحمید صبره استاد دانشگاه هاروارد از روی نامه علم‌الدین‌قیصر به خواجه نصیر در مقاله زیر مورد بحث قرار داده است،

A.I Sabra «Simplicius's proof of Euclid's parallels postulate» *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes.* Vol. XXXII, (1969) pp. 1–24.

۲ـ برای کسب اطلاع بیشتر در باره کارهای طوسی در باره توازی رجوع شود به: عبدالحمید ابراهیم صبره، برهـان نصیرالدین‌الطوسی عـلی مصادرة اقلـیدس الخامسة، جامعةالاسکندریه ۱۹۵۹م

ذاتی آنها بیان شود و به‌کاربردن آنها درهندسه فقط برسبیل مصادره است.[۱]

شکلی که خـواجه نصیر اختیار می‌کند ، همان چهارضلعی متساوی‌الساقین ذوقائمتین ساکری است، ونتایجی که به دست‌می‌آورد همان خوارق عادات و مشهودات هندسی است که ساکری ممتنع می‌پندارد.

مطلبی که شایان توجه است اشاره‌ای است که درپایان نامه به علمی مـی‌شودکـه از ماهیات وعوارض ذاتی خطوط مستقیم یا اشکال هندسی بحث می‌کند، واین‌نکته وسعت‌نظر وقدرت منطقی خواجه‌نصیر را روشن می‌کند. چنانکه‌گوئی دراندیشهٔ ژرف نگراومفهوم بنا و تأسیس دستگاههای قیاسی منطق جدید مبهماً صورتپذیر بوده واین عجیب‌نیست، چه استاد در منطق صاحب‌نظر بوده وخودمکتبی خاص داشته است.

امروزه می‌دانیم که در دستگاههای قیاسی اساس براین است که از معلوماتی که خارج ازحوزهٔ مفروضات است استفاده نشود ودر نتیجه حـداقل احکام ومفروضات و تعاریف در بنای‌یك‌دستگاه‌قیاسی به کار رود، چنانکه درهندسه‌نظری(Geometrie rationnelle) هیلبرت (D.Hilbert) آلمانی‌وشاگردان و پیروان مکتب علمی اوچنین تأسیس راتعقیب می‌کنند. اشاره‌ای که خواجه بـه دستگاه بنای هندسی می‌کند بـه‌صورت مبهم بیان چنین نکته‌ای است ومعلوم می‌کند کـه فکر دقیق او به این نکتهٔ باریك پی‌برده وشاید اگرعمر اووفا می‌کرد ودر کار پیشین خود در رسالهٔ شافیه تجدید نظری‌به‌عمل می‌آورد، به‌حل‌مشکل فائق می‌شد و کشفی که قریب شش‌قرن بعد ازاوصورت‌گرفت درعصر وزمان حیات اوانجام می‌گرفت[۲].

چگونگی استفاده ساکری ازکارهای خیام

سمیت(D.E.Smith) نشان داده‌است که‌ساکری از طریق خواجهٔ‌نصیرالدین‌طوسی

۱ــ «فاقول انی لم اجعل هذاالحکم شکلا من اشکال‌الکتاب بل جعلناالحکم بان الزاویتین‌الحادثتین بین‌العمودین‌المتساویین من‌الخط‌المار بطرفیهاقائمتان شکلا و بین ذالك بالخلف فانتهی الی هذاالحکم فظهرالخلف. . . .»

۲ــ یادنامهٔ خواجه نصیرالدین طوسی ج ۱ تهران ۱۳۳۶ه‌ش.

با کارهای خیام آشنائی داشته است.[1]

کتاب گرانبهای تحریر اقلیدس خواجه طوسی کـه شامل شرح و تفسیر اصول اقلیدس است حداقل سه بار تحت عنوان لاتینی:

Euclidis Elementorum libri XII
Stvdii Nassirdini,

در سالهای ۱۵۹۴ و ۱۶۵۷ و ۱۸۰۱ در اروپا به چاپ رسید. طـرز اثبات اصل موضوع اقلیدس در این کتاب نظر والیس (**John Wallis**) ریاضیدان انگلیسی را به خود جلب کرد. و اوهمین قسمت از کتاب را در سال ۱۶۹۳ به زبان لاتینی ترجمه کـرد.[2] و استدلال خواجه‌نصیر را بسیار مبتکرانه خواند. همین موجب شد تا ساکری نیز به طـرز استدلال طوسی کشیده شود. بنابراین به‌وسیله والیس بود که ساکری با کارهای طوسی آشنا شد. که کارهای طوسی نیز دراین باب مبتنی بر کارهای خیام است. بنابرایـن والیس را باید حلقه اتصال خیام و ساکری نامید.

1– D.E. Smiih «Euclid, Omar Khayyām, and Saccheri» *Scripta Mathematica* 3(1935), pp. 5–10

2– Ioannis Wallis *Opera mathemalica*, V. 2, Oxford 1693, pp. 659–673.

مقایسهٔ کارهای خیام و ساکری بخوبی میزان استفاده واقتباس ساکری را از خیام نشان می‌دهد:

گزارهٔ I

ساکری

فرض مـی‌کنیم $AC=BD$ و زاویه‌های A و B مساوی باشند. خواهیم داشت:

$$\widehat{ACD}=\widehat{BDC}$$

ساکـری سپس AD و BC را رسم می‌کند وثابت می‌کندکه:

$$\Delta CAB=\Delta DBA$$

ازاینرو:

$$\widehat{ACD}=\widehat{BDC}$$

خیام

فرض می‌کنیم AC و BD بر AB عمود باشند و $AC=BD$

BC و AD را رسم می‌کنیم.

خواهیم داشت:

$$\widehat{ACD}=\widehat{BDC}$$

خیام نخست ثابت می‌کندکه:

$$\Delta CAB=\Delta DBA$$

برای اثبات:

$$\widehat{ACD}=\widehat{BDC}$$

درو‌هله اول ثابت می‌کندکه:

$$\widehat{ACB}=\widehat{BDA}$$

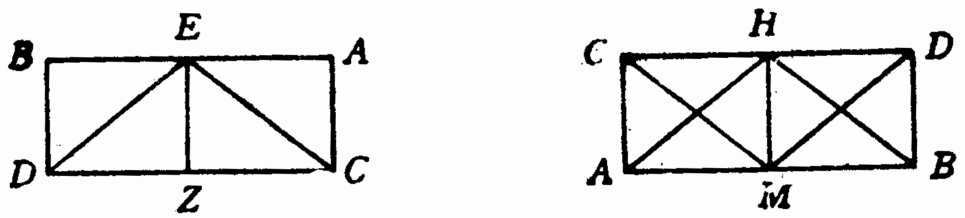
و

$$\widehat{BCD}=\widehat{ADC}$$

ملاحظه می‌کنیم که این هردو اثبات با اختلافی جزئی همانند هم می‌باشند.

گزارهٔ II

ساکری — خیام



شکل ۱۱

ساکری

مستطیل ABCD مفروض است. H وسط CD و M وسط AB است

گوئیم $\widehat{HMA}=\widehat{HMB}$ است.

و اثبات آن از تساوی مثلثها بـه آسانی بدست می‌آید.

خیام

مستطیل ABCD مفروض است E وسط AB است و $EZ \perp AB$ گوئیم $CZ=DZ$ و خط EZ عمود است بر CD زیرا مثلثهای EZC و EZD با هم برابرند.

پس: $\widehat{EZC}=\widehat{EZD}$

و $CZ=DZ$

ملاحظه می‌کنیم که این دواستدلال نیزاساساً یکی می‌باشند.

بااین‌تفاوت‌که خیام بانیمساززاویه E وعمود EZ شروع می‌کند درحالیکه‌ساکری با دونیمساز H و M شروع می‌نماید. دوروش اساساً همانند هم می‌باشند.

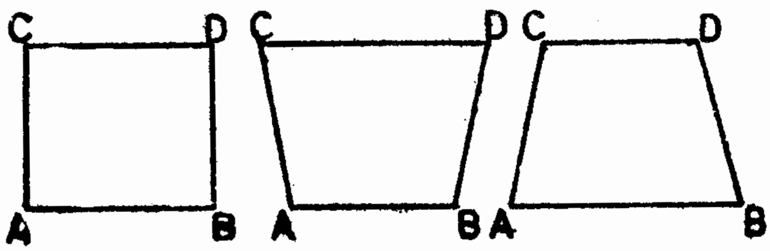
گزارهٔ III

خیام چهارضلعی ABCD را درنظرمی‌گیرد که دوزاویهٔ مجاور به قاعدهٔ آن یعنی A و B قائمه باشند و دوضلع پهلوی قاعده یعنی AC و BD برابر باشند و برای زوایای بالا سه حالت درنظر می‌گیرد وبا توجه به اصل موضوعی که درنظر گـرفته است، آنها را به تناقض می‌کشاند:

(۱) اگر زوایای $\hat{C}$ و $\hat{D}$ قائمه باشند. پس $CD=AB$

(۲) اگر زوایای $\hat{C}$ و $\hat{D}$ هردومنفرجه باشند پس $CD<AB$

(۳) اگر زوایای $\hat{C}$ و $\hat{D}$ هردوحاده باشند پس $CD>AB$ واین‌گزاره خیام نیز عیناً دراثرساکری نقل شده است.



شکل ۱۲

خیام با اثبات به طریق برهان خلف بدین‌صورت که دو زاویـه بالای چهار ضلعی نه حاده‌اند و نه منفرجه در حقیقت اولین قضایای هندسهٔ غیر اقلیدسی را اثبات می‌کند زیرا: «فرض زاویه‌حاده» درهندسهٔ لباچفسکی و «فرض زاویه منفرجه» درهندسهٔ ریمان‌وجود دارد. چهارضلعی که خیام مورد مطالعه قرارداده است اکنون به چهارضلعی ساکری موسوم است. وحق‌آنست که‌آن را چهارضلعی خیام بنامیم.

ب ـ گاهشماری

رفورم تقویم

سلطان جلال‌الدین ملکشاه سلجوقی درسال ۴۶۷ هجری چند نفرازمنجمین طرازاول ازقبیل ابوالمظفراسفزاری، میمون بن‌نجیب واسطی، عبدالرحمن خازنی و دررأس آنهاحکیم عمرخیام نیشابوری را به‌رصدخانه‌ای که تأسیس‌کرده بود دعوت کرد (محل این رصدخانه به تحقیق معلوم نیست، ولی به احتمال قوی این رصدخانه دراصفهان بوده است) و آنها را مأموراصلاح تقویم ایران بااستفاد، ازمشاهدات ومحاسبات نجومی کرد.

تقویم ایران درآن زمان «تقویم یزدگردی» بودکه برمبانی زیرمتکی بود:

سال شامل ۱۲ ماه سی روزه وپنج روز (خمسه) مسترقه یا اندرگاه بود و این پنج روز به ماه هشتم (= ماه‌آبان) به جبران روزهای اضافی ملحق می‌گردید. ولی چون سال تقریباً $۳۶۵\frac{۱}{۴}$ روز است و بنابراین هر چهار سال یك روز و هر ۱۲۰ سال یك ماه اشتباه حساب رخ می‌داد، بنابراین به فاصلهٔ هر ۱۲۰ سال یك‌بار سال ۱۳ ماهه به وجود می‌آمد.

نظربه اینکه تصحیح به فاصلهٔ هر۱۲۰ سال به‌عمل می‌آمد دراین مدت به مرورنوروز ازاول فروردین عقب می‌افتاد و در زمان ملکشاه سلجوقی نوروز مصادف با ۱۳ حوت شده بود وملکشاه می‌خواست منجمین مزبورکبیسهٔ دقیقی درست‌کنندکه نوروز را به عنوان اول سال واول فروردین ثابت نگاهدارند. اکنون بطور دقیق معلوم نیست تغییراتی که از طرف این منجمین درسیستم فوق‌بعمل‌آمده ازچه قراراست، ولی‌آنچه مسلم است این است‌که‌آنها

۱۲ ماه سی‌روزه را با اسامی قدیمی خود نگاهداشتند وهمچنین پنج روز تکمیلی را حفظ کردند اما آن را به انتهای ماه دوازدهم یعنی ماه اسفند ملحق ساختند وضمناً هرچهار سال یك‌بار یك روز به سال افزودند.

(دقیقا معلوم‌نیست‌کجا افزوده می‌شد، احتمالا به‌دنبال پنج روز اضافی سالانه می‌آمد)

نظربه این‌که سال بطوردقیق از $۳۶۵\frac{۱}{۴}$ کمتر است جهت منطبق ساختن تقویم با واقعیت بطوری‌که الغ بیك بیان نموده است بعد از یك دورهٔ ۲۴ یا ۴۸ ساله اضافه روز ششم (روزکبیسه درهرچهارسال) شش یا هفت بارتکرار می‌شد. برای باربعدی به جای آنکه‌آن را پس ازچهارسال اضافه‌کنند پس ازپنج سال اضافه می‌کردند. بنابراین طبق نظر الغ‌بیك درهر ۶۲ سال مجموعاً ۱۵ روزاضافی به عنوان‌کبیسه اضافه می‌شد ومدت‌سال بطورمتوسط برابربا ۳۶۵/۲۴۱۹۳۵ روزمی‌گردید (مدت واقعی‌تر ۳۶۵/۲۴۲۲ روزاست) وبنابراین فقط درهر ۳۷۷۰ سال یك روز اشتباه حساب روی می‌داد.

تقویم جدیدکه بسیاردقیق بود به تقویم جلالی معروف شد ودرتدوین آن حکیم عمر خیام نقش درجهٔ اول را برعهده داشت، نتایج‌کار وتحقیقات خیام دراین باره عبارت ازیك تجدید نظر کامل درجداول نجومی یا زیج‌ها بود.

ضمناً این‌تقویم جلالی‌از دهم رمضان ۴۷۱ هجری قمری مطابق با ۱۵ مارس۱۰۷۹ میلادی شروع می‌شد.

تقویم مسیحی نیز درابتدا براساس تقویم سزاری یا جولیوس (= ژولین) بود که بعداً ازطرف پاپ گرگوری سیزدهم مورد تجدید نظرقرارگرفت وتقویم گرگوری معمولی بین مسیحیان به‌وجود آمد. اما تقویم‌جلالی‌که با شرکت مؤثر خیام به‌وجود آمده از تقویم گرگوری دقیق‌تر است زیرا در تقویم اخیر در هر ۳۳۳۰ سال یك روز اشتباه حساب رخ می‌دهد درحالی که این اشتباه یك روز در تقویم جلالی به فاصلهٔ هر ۳۷۷۰ سال اتفاق می‌افتد.

در اواخر قرن نوزدهم طول سال اعتدالی را منجمان اروپا با محاسبه و رصد ۳۶۵/۲۴۲۲۴۱ روز یافته‌اندکه‌آنهم با مقدارحقیقی مختصر اختلاف دارد و آنچه را که امروزطبق محاسبات دقیق برای طول سال اعتدالی یافته‌اند عبارت است از:

$$۳۶۵/۲۴۲۱۹۸۷۹ - \frac{۶۱۴}{۱۰^{۱۰}}t$$

(t برحسب سالهای ژولین معین می‌شود) مقدار $\frac{۶۱۴}{۱۰^{۱۰}}$ بسیار ناچیز است‌که درعمل می‌توان‌از آن‌صرف نظر کردوفقط‌عدد ۳۶۵/۲۴۲۱۹۸۷۹ روز رابحساب‌آورد. اما ملاحظه

می‌کنیم که حکیم عمرخیام طبق محاسباتی که براساس رصدهای مکرر ویك سلسله محاسبات نجومی انجام داده است مدت سال اعتدالی را ۳۶۵/۲۴۲۱۹۸۵۸ به‌دست آورده و با مقایسهٔ این دو حساب به خوبی معلوم می‌شود که درجهٔ صحت و دقت این محاسبه تا ۶ رقم اعشار مطابق است با آنچه‌که منجمین با وسایل جدید وتکنیك مجهز، به‌آن رسیده‌اند.

ج - فیزیك

خیام رسالهٔ مختصری تحت عنوان «رسالة فی‌الاحتیال لمعرفة الذهب والفضة فی‌جسم مرکب منهما»، دربارهٔ تعیین عیارطلا ونقره وشمشی‌که ازاین دوفلزترکیب شده است، تألیف کرده، که نسخه منحصربه فردی ازآن درکتابخانه‌گوتا آلمان موجود است.

این رساله در حقیقت توضیح طریقهٔ ارشمیدس و مبتنی براصل معروف این دانشمند است‌که به اصل هیدروستاتیك نیز شهرت دارد، وآن چنین است‌که: وزن هرجسم جامد در اندرون مایع به اندازهٔ وزن مایع هم حجمش‌کم می‌شود.

دراین مورد نیزخیام برای تبیین اصل‌ارشمیدس طریقه استدلالی وتحلیلی به‌کارمی‌برد که به طریقهٔ نظری‌کنونی بی‌شباهت نیست. ویدمان[1] (E. Wiedemann) این رساله را مورد تجزیه وتحلیل قرارداده وروش خیام را با روش ابومنصور نیریزی وروش منسوب به افلاطون مورد مقایسه قرارداده وروش خیام را مشکل‌ترین آنها دانسته است. روش خیام به صورت دقیقتری توسط عبدالرحمن خازنی ریاضیدان وفیزیکدان معاصروی دراثرمعروفش میزان‌الحکمه بیان شده است. واوترازوی مخصوصی‌را برای این‌منظورتوصیف کرده است.

این فقره ازکتاب خازنی دربارهٔ ترازو، نشان می‌دهد‌که علمای فیزیك مسلمان درآن زمان شایستگی آن‌را داشته‌اند‌که وزن مخصوص وچگالی نسبی‌اجسامی راکه ازیك یادوماده ساخته شده‌اند اندازه بگیرند، گواینکه برای اندازه‌گیری اخیر ترازوهای بسیار بزرگ

1– E. Wiedemann, «Über Bestimmung der spezifischen Gewichte» (Beitr. zur Gesch. der Naturwiss., 8) *SPMSE* (1906), 38: 163–80

مورد نیاز بوده است.

اگروزن مطلق جسم مورد نظر را A ووزن مخصوص‌آن را s ووزن مخصوصهای دو جزء سازنده‌آن را $d_۱$ و $d_۲$، ووزن مطلق ماده $d_۲$ را X فرض کنیم آنگاه چنین خواهیم داشت[۱]:

$$X = A\frac{\frac{۱}{d_۱}-\frac{۱}{s}}{\frac{۱}{d_۱}-\frac{۱}{d_۲}}$$

روش خیام:

خیام دراین رساله می‌نویسد: «هرگاه خواستید بدانید که دریك جسم مرکب چقدر طلا ونقره هست‌اول باید وزن‌آن را درهوا وآب به دست‌آورید. بعد به‌اندازه وزن جسم طلا ونقره خـالص انتخاب‌کنید ووزن آن دورا درهوا وآب معلوم‌کنید. سپس نسبت وزن هوایی وآبی جسم وطلا ونقرهٔ خالص را جدا، جدا به دست‌آوریـد. واین سه نسبت را با هم بسنجید، اگرنسبت جسم با نسبت طلا برابر باشد معلوم می‌شود همهٔ جسم طلاست واگر نسبت جسم با نسبت نقره برابرشد معلوم مـی‌شود همهٔ جسم نقره است و اگر با هیچکدام مساوی نشد معلوم می‌شود شمشی ازطلا ونقره است‌که با مقایسه نسبت جسم بانسبت طلا و نقره واختلافی‌که باآنها دارد می‌توان حساب‌کردکه چقدرجسم طلا وچقدرش نقره‌است.»[۲]

روش خیام را با استفاده از علائم و اصطلاحات جدید فیزیکی می‌توان به صورت زیر بیان‌کرد:

فرض می‌کنیم وزن جسم X وحجمش V باشد پس وزن جسم درآب $X-V$ خواهد بود ونسبت مورد بحث $\frac{X}{X-V}$ می‌شود که می‌توان به صورت:

۱- سید حسین نصر، علم و تمدن در اسلام.
ترجمه احمد آرام، تهران ۱۳۵۰ هش،ص۱۴۱

۲ــ «. . . اذا اردت ان تعرف مقدار کل واحد من‌الذهب والفضة فی جسم مـرکب منها فخذ مقداراً من‌الذهب‌الخالص و تعرف وزنه فی‌الهوا. . . »(ــ رسالة فی الاحتیال تألیف خیام ضمیمه آثار پارسی خیام به کوشش محمد عباسی ص۴۲۱ــ ۴۲۲)

$$\frac{1}{1-\frac{V}{X}}$$

نمایش داد.

ازطرفی با توجه به‌اینکه وزن مخصوص هرجسم، نسبت وزن جسم به حجم آن است. نسبت اخیررا می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$F_X=\frac{1}{1-\frac{1}{s}}$$

که درآن s وزن مخصوص جسم موردآزمایش است.

حال اگروزن مخصوص طلا ونقره را به ترتیب d_1 و d_2 بنامیم $(d_1>d_2)$ برای آنها نسبت‌های مشابهی ازقرارزیرخواهیم داشت:

$$F_A=\frac{1}{1-\frac{1}{d_1}} \quad و \quad F_B=\frac{1}{1-\frac{1}{d_2}}$$

اگر F_X با یکی ازنسبت‌های F_B و F_A برابر باشد، جسم مورد آزمایش یکی از آنها، یعنی یا طلا ویا نقره خالص خواهد بود، و اگر F_X بزرگتر از F_A باشد خواهیم داشت: $s<d_1$

دراین صورت وزن مخصوص جسم مزبور کمتر ازوزن مخصوص طلاست وبنابراین، این جسم آلیاژی ازطلا ونقره خواهد بود.

دراینجا اشاره به دونکته ضروری است. نخست آنکه اصل ارشمیدس در مورد تمام سیالات اعم ازمایع وگازصادق است. بنابراین وزن یك جسم درهوا وزن حقیقی آن نیست بلکه به اندازه هوای هم‌حجمش سبك شده است حتی گرمی وسردی وغلظت ورقت هوا در این امر مؤثراست و باید درمحاسبات دقیق هوا را ملحوظ نظرقرارداد. درواقع وزن‌حقیقی جسم همیشه بیشتر ازوزن‌آن درهواست وبه اندازهٔ هوای هم حجمش باید به وزن جسم در هوا افزود تا وزن حقیقیی‌آن به دست آید.

یعنی اگرحجم جسم V ووزن مخصوص هوا d باشد وزن حقیقی جسم برابر است با :

$$M=M_0+Vd$$

که خود d تابع درجه حرارت استو درصفردرجه $d=1/293$ گرم برلیتر است[1]

۱ــ تقی بینش «شناخت زر وسیم» نشریهٔ فرهنگ خراسان ج ۲ ش ۱۲: ص۱۵

ودردرجه حرارت دیگر:

$$d = \frac{d_\circ}{1 + at}$$

است که **a** ضریب ثابت و **t** درجه حرارت است.

مطلب قابل توجه این است که عبدالرحمن خازنی اولین کسی است که هوا را در محاسبات دقیق خود دخالت داده است[۱].

نکته دیگراینکه، در محاسبات مربوط به آلیاژ معمولا فرض براین است که حجم آلیاژ مجموع حجم اجزاء سازنده‌اش باشد، یعنی اگر حجم طلا **v** وحجم نقره **u** باشد حجم آلیاژ **v+u** می‌شود درصورتیکه این چنین نیست وممکن است این امردربعضی ازآلیاژها صدق نکند وعلت آن وجود فضای خالی بین ذرات اجسام است و درفلزات که حالت کریستالوئیدی‌دارند و ذراتشان شکل هندسی دارد می‌توان با عکسبرداری بوسیلهٔ اشعهٔ **X** فواصل ذرات ودانه‌های جسم را به خوبی ملاحظه‌کرد.

گاهی نیزامتزاج باکاهش حجم همراه است چنانکه وقتی آب والکل‌را درهم بریزیم حجم مخلوط کم می‌شود.

همچنین اثرانتشار ماده (**Diffusion**) دراین امر بی‌تأثیرنیست. زیرا اغلب اجسام درهم نفوذ می‌کنند. واین به علت‌آن است که ذرات درهمه اجسام بیش وکم حرکت دارند ولی نیروی التصاقی (**Cohèsion**) بین‌آنها یکسان نیست[۲]

۱ــ م. کتانی در این باره چنین نوشته است:

«Al – Khazin measured the weight and density of air, observing that air like liquids has lifting force and that the weight of a body immersed in air is less than its real weight.»

(→ M. Ali Kettani, «Moslem contributions to the natural sciences» *Imapact of science on society,* 26(1976) p. 141)

۲ــ تقی بینش : **پیشین** ص۱۵

د ـ هواشناسی

نظامی عروضی در چهار مقاله خود ضمن اشاره به عدم اعتقاد خیام به احکام نجوم شرحی درباره پیش‌بینی اوازوضع هوا می‌دهد. اومی‌نویسد:

«اگرچه حکیم حجة الحق عمر (یعنی عمرخیام) بدیدم، امـا ندیدم او را در احکام نجوم هیچ اعتقادی، و ازبزرگان هیچ‌کس ندیدم ونشنیدم‌که دراحکام اعتقادی داشت.

در زمستان سنهٔ ثمان وخمسمایه (۵۰۸) به شهر مرو سلطان کس فرستاد به خواجـهٔ بزرگ صدرالدین محمدبن مظفررحمةالله‌که خواجه امام عمررا بگوی تا اختیاری‌کندکـه به شکاررویم‌که اندرآن چند روزبرف وباران نیامد.

وخواجه امام عمردرصحبت خواجه بود، ودرسرای اوفرودآمدی. خواجه‌کس فرستاد واورا بخواند وماجرا با وی بازگفت. برفت ودوروز درآن‌کرد و اختیاری نیکوکرد وخود برفت و با اختیار سلطان را برنشاند؛ و چون سلطان برنشست و یك بانگ زمین برفت، ابر درکشید وباد برخاست، وبرف ودمه(= سرما وباد وبرف درهم‌آمیخته) درایستاد. خنده‌ها کردند، سلطان خواست‌که بازگردد، خواجـه امام گفت: پادشاه دل فارغ داردکـه همین ساعت ابربازشود، ودرین پنج روزهیچ نم نباشد. سلطان براند وابر باز شد، و درآن پنج روز نم نبود وکس ابرندید[۱].»

ازروایت عروضی چنین برمی‌آیدکه فرستادهٔ سلطان دوروزقبل از موعد مقرر به خیام مراجعه وازاوکسب تکلیف می‌کند. پس ازاینکه دو روز سوز سرماگذشت خیام به اطلاع

---

۱ ـ نظامی‌عروضی، چهار مقاله به‌اهتمام دکترمحمد معین تهران ۱۳۴۸هش، ص۱۰۱

سلطان می‌رساند که سلطان حالا می‌تواند به شکار برود.

طبق تحقیق امیل فرید متصدی ادارهٔ هواشناسی مصردربارهٔ پیش‌بینی خیام: ازآفتابی شدن پنج روز پیاپی، متخصص نامبرده چنین اعتقاد داردکـه در مناطق معتدله درپی‌کاهش گرما وقتی سوز سرد با ستونهای بخار همراه باشد، دلیل برین است که دست‌کم پنج روز هوای صاف ادامه دارد. و خیام مترقب بود تا سرمای موقت‌آن دو روز برطرف شود تا به سلطان بگوید رفتن وی دیگرحالا مانع ندارد[1].

---

۱ ــ محمد مهدی فولادوند، خیام شناسی تهران ۱۳۴۷ ه.ش، ص۶۳

کتابشناسی

الف ـ فهرست آثار ریاضی خیام و ترجمه‌های آنها

۱ـ خیام، رسالة فی براهین الجبر والمقابله

ویکه متن این رساله را با ترجمه فرانسوی آن و حواشی گرانبها و ضمایمی تحت عنوان زیردرسال ۱۸۵۱ به چاپ رسانید:

Woepcke, F., *L' Algebra d'Omar Al-khayyami*, Paris 1851.

ترجمهٔ انگلیسی جبرخیام در ۱۹۳۱ درنیویورك چاپ شد:

Daoud S.Kasir, *The Algebra of Omar Khayyam.*, New York 1931

ترجمهٔ انگلیسی دیگری از جبر خیام توسط عرفات ووینتر صورت گرفته وچاپ شده است:

H. J.J. Winter and M. Arafat, «The Algebra of Umar Khayyām,» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal,* Vol. XVI (1950), no. 1, pp. 27–78

ترجمهٔ فارسی جبرخیام نخست درسال ۱۲۱۷ ه ش درجزء کتابی تحت عنوان جبر و مقابله خیام به انضمام تاریخ علوم ریاضی از سه هزار سال قبل از میلاد تا زمان خیام، توسط دکترغلامحسین مصاحب درتهران چاپ شد.

دکترمصاحب درسال ۱۳۳۵ ه ش درکارپیشین خود تجدیدنظر کرد ومتن منقح رساله خیام را با شرح وتفسیر وتـرجمه فـارسی‌آن درکتاب حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر به چاپ رسانید.

ترجمهٔ روسی جبرخیام با حواشی توسط ب. ا. روزنفلدو آ. پ. یوشکویچ درمسکو چاپ شده است:

B. A. Rozenfeld and A. P. Juškevich, «The Mathematical Tracts of Omar Khayyam, with Commentaries» (in Russian), *Istoriko–Matematicheskie Issledovanija* 6(1953), pp. 1–172.

۲ـ خیام «رساله در تحلیل یك مسألهٔ جبری».

رساله مختصری است مبتنی بر تحقیقاتی که پیش از خیام درباره‌حل معادلات درجهٔسوم شده‌است .

دکتر مصاحب متن این رساله را همراه با ترجمه و تفسیر آن به فارسی درکتاب حکیم عمرخیام به عنوان عالم جبر آورده است. ترجمهٔ انگلیسی این رساله توسط دکتر علیرضا امیرمعز صورت‌گرفته وچاپ شده است:

A. R. Amir Moèz «A paper of Omar Khayyam»
Scripta Mathematica, Vol. XXVI no. 4(1961) pp. 323–337

۳ـ خیام، رسالة فی شرح ما اشکل من مصادرات اقلیدس

دکتر تقی ارانی متن عربی غیرمنقح این‌رساله را همراه با مقدمه‌ای درسال ۱۳۱۴ ه ش درتهران چاپ کرد. مقدمه‌کتاب خیام درمقاله زیر به‌آلمانی ترجمه شده است:

G. Jacob and E. Wiedeman, «Zu Omar–i– Chajjām» *Islam* 3(1912) pp. 42–62

استاد جلال‌الدین همائی متن منقح این رساله را باترجمه فارسی‌آن وتفسیری‌استادانه درسال ۱۳۴۱ ه ش درکتاب خیامی نامه خود درتهران به چاپ رسانده است.

ترجمهٔ انگلیسی این رساله ازروی متن دکترارانی‌توسط دکترعلیرضا امیرمعزصورت گرفته است:

A. Amir Moéz «Discussion of difficūlties in Euclid by Omar Khayyam» *Scripta Mathematica.* Vol. XXIV No. 4(1959) pp. 272–303

ترجمهٔ روسی رساله خیام توسط روزنفلدویوشکویچ صورت گرفته و ضمن رسایل خیام درسال ۱۹۶۲ درمسکوچاپ ومنتشرشده است.

متن منقح رساله خیام درسال ۱۹۶۱ توسط دکتر عبدالحمید صبره استاد دانشگاه اسکندریه مصر نیز چاپ شده است.

ب ـ فهرست چند مقاله و کتاب مهم درباره خیام و آثار او

(به این مقالات ومنابع درمتن‌کتاب اشاره نشده است.)

۱ــ اقبال، عباس «راجع به احوال عمرخیام نیشابوری»
شرق ج ۱: ۴۶۶–۴۸۵
۲ــ بینش، تقی «شخصیت علمی خیام»
نشریهٔ فرهنگ خراسان ج ۱ ش ۱: ۱۲–۱۸
۳ــ قزوینی، محمد «تکمله درخصوص خیام»
بیست مقاله قزوینی ج ۲: ۸۷–۹۳
۴ــ الهاشمی، محمد یحیی «ابن‌سینا کرائد لرباعیات الخیام»
الدراسات الادبیه، السنة الخامسه ــ العددان الثالث والرابع (۱۹۶۳ و ۱۹۶۴): ۳۱۷–۳۳۲
۵ــ یکانی، اسماعیل، نادره ایام حکیم عمر خیام،
تهران ۱۳۴۲ هـ ش
۶ــ یوشکویچ و روزنفلید، رسائل الخیام،
الترجمة لبوریس روزنفلید، المقالة الافتتاحیه والتعلیق لبوریس روزنفلید وادولف یوشکیفیتش، موسکو ۱۹۶۲ م
مشتمل است برعکس متون عربی وفارسی وترجمهٔ روسی وتعلیقات وشرح رسائل زیر:
الف ــ فی البراهین علی مسائل الجبر والمقابله
ب ــ میزان الحکم
ج ــ رسالة فی شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس،
د ــ رسالة الکون والتکلیف
هـ ــ الجواب عن ثلاث مسائل ضرورت التضاد فی العلوم والجبر والبقاء
و ــ الضیاء العقلی فی الموضوع العلم الکلی
ز ــ الرسالة فی الوجود
ح ــ رساله در وجود ط ــ نوروزنامه ی ــ زیج ملکشاهی

7– Ahmad, Nazir, «some less known writings of Umar Khayyam», *Oriental College Magazine*, 1959, 35(3): 1–24.
8– Archibald, R.C., «Notes on Omar Khayyām (1050–1122) and recent discoveries», *Pi Mu Epsilon J.*, 1953, 1; 350–8.
9– Archibald, R.C., «Omar Khayyám (1044–1132)», *Mary Mellish Archibald, memorial library notes*, 10: 6 pp.
10– Beveridge, H., «Omar Khayyam», *JRAS*, 1909: 1124–5.
11– Bolotnikov, A., «Omar Khaiyam (filosof–poet matematik)», *Na rubezhe vostoka*, 1930 (1): 97–108; (2): 93–111.

12_ Bowen, H., «Umar Khayyam and a relative of the Nizam al_Mulk», *BSOAS*, 1930, 6: 274_5.

13_ Boyle, A., «Omar Khayyam: astronomer, mathematician and poet», *Bull. of the John Rylands library*, 1969, 52: 30_45.

14_ Brockelmann, C., *Gesch. der arabischen Lit.*, 1:471; Supplementband, 1: 855_6.

15_ Browne, E.G., *A lit. hist. of Persia*, 2: 257_59.

16_ Csillik, B., «Omar Khayyām miscellanea», *Acta orientalia (Acad. ssi. hungarica)*, 1960, 11: 57_68.

17_ Csillik, B., «The real Khayyām», *Acta orientalia (Acad. hungariea)*, 1960, 10: 59_77.

18_ Fādil, A., «The fame of Omar Khayyam (Between science and literatur)», *MW;* 1960, 50: 269_68.

19_ Gai, B.M., «Omar Khayyam_poet and philosopher», *Indo-Iranica*, 1955, 8(3): 37_48.

20_ Jackson, A.V.W., *From Constantinople to the home of Omar Khayyam*, New York, 1911.

21_ Nasr, S.H., *Sci. and civilization in Islam:* 23_6, 52_3, 160_7.

22_ «Omar Khayam (1040–1123)», *Materiali po istorii progressivnoy obshetvenno filosofskoy misli v Uzbekistane*, 1957: 199–210.

23_ Rempis, C H., *Beitrage zur Hayyam_Forscung*, Leipzig, 1937. 219 pp.

24_ Rosenfld, B.A., «O matematicheskikh rabotakh Omara Khaiyama» *Uchenye zapiski Azerbaidzanskogo univ.*, 1957, (9): 3–22.

25_ Storey, W.E. *Omar Khayyam as a Mathematician*, Boston 1918.

26_ Suter, H., *Die Math. ünd Astronomen der Araber:* 112, 225.

27_ Wittstein, A., «Historische Miscellen II», z. *für Math. und Physik, Hist. literische Abteilung*, 1895?, 40: 1_6.

28_ Yushkevich, A.P., «Omar Khayyam and his 'Algebra' (In Russian), *Trudy Inst. istorii estestvoznaniia i tekhniki*, 1948, 2: 499_534.

29_ Rosenfeld, B.A. and Yushkevich, A.P., *Omar Khaiyam*, Moscow, 1965, 191 pp.

30_ Ross, E.D., «Omar Khayyam». *BSOAS*, 1926_8, 4: 433_9.
31_ Ross, E.D. and Gibb, H.A.R , «The earliest account of Omar Khayyām», *BSOAS*, 1928_30, 5: 467_73.
32_ Rothfeld, O., *Umar Khayyam and his age*, Bombay, 1922, 92 pp.
33_ Saklatwalla, J.E., «Omar Khayyam as a thinker and philosopher», *All_India Oriental Conf., VIII*, 1935:236_44.
34_ Salet, P., *Omar Khayyam, savant et philosophe*, Paris, 1927, 165 pp.
35_ Sarton, G.; *Introd. to the hist. of sci.*, 1: 759_61.
36_ Shirazi, J.K.M.. *Life of Omar al_Khayyam*, 1905(?), 118 pp.

فهرست اعلام

When the fact that mathematicians of the East; particulary, Moslem mathematicians have contributed so much of new ideas, many felt sorry that they had not started the study of history of mathematics, and had not benefited from the discoveries of Moslem scientists.

Quite a few Moslem mathematicians were Persian. The world of mathematics is indebted to the research and discoveries of these scientists. For example, for the first time a logical definition of irrational numbers through infinite sequences is seen in the work of Omar Khayyam.

Many propositions which have not been proved in, Elements of Euclid can be proved with *Omar Khayyam's definition,* The work of Nasseer Toossi still has a fresh style which plays an important part in today's education.

Thus Persians and persian speaking people deserve the most to become and benefit from their contributions.

This book, which reaches your hand, is the result of hard work of a decent learned young man. We are all familiar with his work; he needs no introduction.

Articles and papers of Mr. **Jafar Aghayani Chavoshi** in Persian Journals are signs of his effort and enthusiasm in propogation of his work is that Persians would truely understand the value of arts and knowledge of Persian mathematicians. I hope my compatriots take advantage of this opportunity and study this book with pride.

Ali R. Amir – Moéz

بسم الله الرحمن الرحيم

In the Name of God–Most Merciful,
Most Compassionate

Introduction:

Many people believe that Moslem mathematicians have rendered a great service in safekeeping mathematics, i.e., whatever mathematics Greeks and Hindus had contributed to the world, Moslem scientists have preserved for the modern time. Even some people believe that this is the only service that Moslem mathemeticians have rendered. Mechanical life in nineteenth century and the beginning of twentieth century has not given enough opportunity to scientists for paying a familiar with works of Moslem mathematicians and benefit from them; particularly, it seems that the purpose of today's education is preparing students for examinations.

In a hurry everyone moves toward a diploma. Hence a learned persian of modern time believes that all the progress of arts and sciences is due to the mechanical civilization and modern world.

Now it is time that people of Iran and Persian speaking people; particularly, the young ones, become acquainted with the art and knowledge of persian mathematicians through attention to the beauty of the art of mathematics and artists in this discipline, until nowadays that history of mathematics has become fashionable.

Iranian Academy of Philosophy
Publication No. 48.

A Study on
The Scientific and
Philosophical views of

Ḥakīm Umar Khayyām Nayshābūrī

by

Ja'afar Aghāyāni Chāvooshī

Tehran
1979